

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ESTUDO COMPARATIVO SOBRE  
PAINEIS ESTRUTURAIS PLANOS,  
SOB CARGA HORIZONTAL

ENG. JOSAFÁ DE OLIVEIRA FILHO

Dissertação apresentada a Escola de Engenharia  
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,  
como parte dos requisitos para a obtenção do  
título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ORIENTADOR :

PROF. DR. WALTER SAVASSI

BANCA EXAMINADORA :

PROF. DR. WALTER SAVASSI

PROF. DR. EDDIE MANCINI

PROF. DR. FRANCISCO ANTONIO MENEZES

SUPLENTES :

PROF. DR. JOSE ELIAS LAIER

PROF. DR. ALOISIO ERNESTO ASSAN

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

- 1990 -

"Mas onde se achará a sabedoria ?  
E onde está o lugar da inteligência ?  
Com Deus está a sabedoria e a força."

Jó 28:12 e Jó 12:13

A minha querida esposa Dilma,  
mãe de minhas filhas,  
Daniela, Rosa Alina e Mariana,  
incentivadora maior deste trabalho.

Aos queridos pais, Josafá  
e Iolanda, meu reconhecimento  
eterno.

## AGRADECIMENTOS

Nomear pessoas e entidades, que ao longo de uma caminhada contribuiram de alguma forma para a realização deste trabalho, constitui tarefa difícil, embora, por questão de justiça, sinta-me no dever de citar alguns; antes que tudo, no entanto, gostaria de eximir a todos de qualquer fragilidade que o trabalho possa apresentar.

Primeiramente, meu agradecimento sincero ao Prof. Dr. Walter Savassi que, com incentivo constante, disponibilidade, capacidade e experiência, orientou este trabalho. Obrigado por sua amizade.

Ao corpo docente e funcionários do departamento de estruturas da EESC-USP, pela oportunidade enriquecedora do convívio.

Aos colegas, companheiros nas discussões do dia a dia, no lazer, meu muito obrigado pela amizade que ficou.

A Luiz Carlos de Souza Sena e Edmê Vieira Santos, respectivamente, formando em engenharia civil pela UFS e técnica em edificações, ele pela valiosa colaboração digitando o texto, ela pelo capricho na realização dos desenhos.

A Universidade Federal de Sergipe - UFS e à Companhia de Habitação de Sergipe - COHAB/SE, por terem dado as condições necessárias à realização deste estudo e pesquisa a nível de pós-graduação.

A CAPES, pelo apoio financeiro proporcionado.

Ao C.P.D. do departamento de estruturas, pelo uso de seus equipamentos.

## RESUMO

O presente trabalho analisa, comparativamente, o comportamento cinemático de diversos painéis planos de contraventamento sujeitos a cargas horizontais devidas ao vento. Cada painel analisado, denominado modelo estrutural, pretende representar o comportamento real da estrutura de edifícios altos, onde cada painel contribui com sua parcela na resistência às cargas horizontais.

Estão incluídas considerações sobre deformabilidade axial dos elementos verticais, tratamento dos nós dos painéis como de dimensões finitas, painéis tratados como pórticos e como associação de paredes.

Os painéis são analisados através de dois processos de cálculo; em um capítulo, utiliza-se a técnica do meio contínuo e em outro o tratamento discreto. Com cada um desses dois processos, analiza-se o comportamento de pórticos e associações de paredes levando em conta as hipóteses descritas no parágrafo anterior.

Para facilitar a utilização do trabalho, toda a teoria básica foi incorporada ao texto (em alguns casos com generalizações).

Para cada modelo estudado foi elaborado o respectivo programa para micro-computador, em linguagem PASCAL, cujas listagens ficarão disponíveis na biblioteca do departamento de estruturas da EESC-USP.

## ABSTRACT

This work analyses, comparatively, the cinematic behavior of several types of flat panels submitted to horizontal loads, due to the wind. Each analysed panel, denominated structural model, intends to represent the real behavior of tall building structures, where each panel contributes with its part of resistance to the horizontal loads.

Considerations on axial deformation of the vertical elements, rigid joint treatment of the panels and panels treated as frames or as combination of walls are included.

The panels are analysed through two processes : in one chapter the continuous medium technique is used, and in another the discrete treatment is employed . With each one of these two process it is analysed the behavior of frames and combination of walls, regarding the hypothesis described in the previous paragraph.

To facilitate the use of this work all the basic theory was incorporated to the text ( in some cases with generalizations).

For each studied model it was elaborated its own program for micro-computer, in PASCAL language, which directory will remain in the Library of Structure Department of the EESC - USP.

## SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO	01
1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	01
1.2 - OBJETIVO DO TRABALHO	01
1.3 - CONCEPÇÃO DOS MODELOS	03
1.4 - NOMENCLATURA DOS MODELOS	05
1.5 - PROCESSOS DE ANÁLISE	06
1.6 - HIPÓTESES GERAIS DE CÁLCULO	07
1.6.1 - Funcionamento das vigas e pilares	07
1.6.2 - Características geométricas dos painéis	07
1.6.3 - Base dos pilares (paredes)	08
1.6.4 - Regime de trabalho	08
1.6.5 - Natureza e intensidade da carga de cálculo	08

<b>II - A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO</b>	<b>10</b>
<b>2.1 - GENERALIDADES</b>	<b>10</b>
<b>2.2 - PAINÉIS BÁSICOS</b>	<b>11</b>
<b>2.2.1 - Painel parede</b>	<b>11</b>
<b>2.2.2 - Painel pótico</b>	<b>15</b>
<b>2.2.3 - Painel Geral</b>	<b>21</b>
<b>2.3 - MODELO I</b>	<b>24</b>
<b>2.3.1 - Equações de equilíbrio</b>	<b>26</b>
<b>2.3.2 - Equações de compatibilidade de deslocamentos</b>	<b>29</b>
<b>2.3.3 - Solução da equação diferencial</b>	<b>35</b>
<b>2.3.4 - Esforços nas paredes e lintéis</b>	<b>39</b>
<b>2.4 - MODELO II</b>	<b>42</b>
<b>2.4.1 - Equações de equilíbrio</b>	<b>42</b>
<b>2.4.2 - Equações de compatibilidade de deslocamentos</b>	<b>43</b>
<b>2.4.3 - Caso de três paredes</b>	<b>45</b>
<b>2.4.4 - Caso de duas paredes</b>	<b>51</b>

<b>2.5 - MODELO III</b>	<b>59</b>
<b>2.5.1 - Determinação da rigidez <math>s_f</math></b>	<b>60</b>
<b>2.5.2 - Esforços nos elementos do pórtico</b>	<b>65</b>
<b>2.6 - MODELO IV</b>	<b>67</b>
<b>2.7 - MODELO V</b>	<b>77</b>
<b>2.7.1 - Determinação da rigidez <math>s_f</math></b>	<b>77</b>
<b>2.8 - MODELO VI</b>	<b>86</b>
<b>2.8.1 - Determinação da rigidez <math>s_f</math></b>	<b>86</b>
<b>III - TRATAMENTO DISCRETO</b>	<b>90</b>
<b>3.1 - GENERALIDADES</b>	<b>90</b>
<b>3.2 - FORMULAÇÃO DO PROCESSO</b>	<b>91</b>
<b>3.3 - MODELO VII</b>	<b>97</b>
<b>3.4 - MODELO VIII</b>	<b>112</b>
<b>3.5 - MODELO IX</b>	<b>113</b>
<b>3.6 - MODELO X</b>	<b>121</b>

IV - EXEMPLOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS	122
4.1 - INTRODUÇÃO	122
4.2 - PAINÉIS COM DUAS PRUMADAS	123
4.3 - PAINÉIS COM TRÊS PRUMADAS	124
4.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS	125
4.4.1 - Análise comparativa entre modelos que obedecem a hipóteses semelhantes	129
4.4.2 - Comparação entre os modelos, tratados pelo mesmo método, quando se considera o enrijecimento de seus nós	143
4.4.3 - Verificação do enrijecimento crescente dos painéis	152
4.4.4 - Efeito das deformações normais nos elementos verticais	155
4.4.5 - Análise comparativa com os painéis paredes	156
4.4.6 - Comparação direta entre os processos contínuo e discreto	157

V - CONSIDERAÇÕES FINAIS	158
5.1 - INTRODUÇÃO	158
5.2 - CONCLUSÕES	158
VI - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	160

## I - INTRODUÇÃO

### 1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Ação do vento em edifícios, notadamente quando edifícios cada vez mais altos são projetados, tem se tornado objeto de constante preocupação e estudo por parte de engenheiros e pesquisadores.

Para se proceder a uma análise da influência das cargas horizontais do vento que incidem sobre um determinado edifício, comumente assimila-se a estrutura deste a um conjunto formado por diversos elementos resistentes verticais, dispostos em diferentes planos, denominados de painéis de contraventamento, interligados horizontalmente entre si pelas lajes dos diversos andares; os painéis assim concebidos conferem ao edifício a capacidade de resistir a tais cargas horizontais.

O estudo da distribuição dessas cargas entre os painéis de contraventamento tem sido alvo de grande número de trabalhos na literatura especializada; STAMATO E SMITH [1] e BORGES E RAVARA [2] consideram o número discreto de lajes transmitindo os esforços do vento entre os painéis através de cargas concentradas aos níveis das lajes; já STAMATO [3], ALBICES E GOULET [4], FRANCO [5], MANCINI [6] e QUEZADA [7], entre outros, substituem o sistema discreto de lajes e vigas dos andares por meios contínuos, de rigidez equivalente, uniformemente distribuído ao longo da altura do edifício; neste caso, os esforços devido ao vento ficam também distribuídos continuamente ao longo da altura do painel.

### 1.2 - OBJETIVO DO TRABALHO

O presente trabalho objetiva dar uma contribuição ao estudo dos painéis planos de

contraventamento, sujeitos a cargas horizontais, no tocante ao comportamento cinemático de tais painéis quando analisados, comparativamente, sob várias hipóteses, considerações e formulações.

Originou-se, basicamente, este trabalho a partir de um estudo desenvolvido por SAVASSI e MANCINI [8], onde são analisados, de forma comparativa, os deslocamentos horizontais no topo de painéis planos de duas prumadas, sob carga horizontal, consideradas várias hipóteses e formulações, tratados por processos largamente empregados na literatura técnica.

A partir da idéia básica contida em [8], este autor ampliou a teoria aplicada aos painéis, incluiu, desenvolvendo, a teoria de novos tipos de painéis para duas e três prumadas de elementos verticais, determinando esforços e deslocamentos. É desejo do autor, ao fim deste trabalho, avaliar, de forma criteriosa, a ordem de grandeza das discrepâncias verificadas quanto ao comportamento cinemático, entre os diversos painéis considerados, analisados à luz de diferentes hipóteses e processos.

Cada painel concebido neste trabalho, modelado estruturalmente de forma a retratar o comportamento físico de um determinado painel real, será denominado de modelo estrutural ou simplesmente modelo.

O capítulo II do presente trabalho analisa, com o auxílio de técnicas contínuas, seis modelos estruturais onde, para cada um, chega-se a equações ou a sistemas de equações diferenciais solucionados analiticamente, fornecendo esforços e deslocamentos horizontais ao longo da altura do painel.

No capítulo III são analisados mais quatro modelos, utilizando-se de técnicas discretas, levando à obtenção de sistemas de equações lineares, contendo um elevado número de incógnitas, os quais são resolvidos com o

auxílio de técnicas matriciais fornecendo esforços e deslocamentos.

Para cada um dos modelos analisados foi elaborado um programa para micro-computadores em linguagem TURBO-PASCAL.

O quarto capítulo é reservado ao exame de exemplos numéricos, rodados com cada um dos modelos, variando características geométricas e a altura dos painéis, com 10, 15 e 20 andares. Os resultados são compilados em tabelas e gráficos e posteriormente analisados à luz dos números obtidos.

O quinto e último capítulo enfoca os comentários e conclusões deste trabalho.

### 1.3 - CONCEPÇÃO DOS MODELOS

Os diversos modelos aqui tratados foram concebidos visando abranger um determinado número de hipóteses e processos de análise. O objetivo final, como dito anteriormente, é proceder a uma análise comparativa do comportamento cinemático de cada modelo.

Em princípio tratam-se painéis formados por "paredes" ligadas horizontalmente por "lintéis", entendendo-se por paredes os elementos verticais resistentes que se deformam predominantemente a momento fletor e lintéis vigas horizontais submetidas à flexão composta (M, V, N). Um determinado modelo considera a deformabilidade axial de seus elementos verticais e outro despreza essa deformabilidade, sendo ambos tratados por técnicas contínuas.

Tratam-se, também, de painéis formados por "pilares", ligados horizontalmente por "vagas", originando os chamados "pórticos", entendendo-se por pórtico o conjunto de elementos verticais que se deforma predominantemente por força cortante. Esses modelos são

também tratados com o auxílio de técnicas contínuas. A deformabilidade axial dos elementos verticais é levada em conta em dois dos modelos e desprezada em dois outros. Considera-se, ainda, a influência das dimensões dos nós do painel.

As regiões formadas pelo encontro entre pilares e vigas serão aqui denominadas de nós de dimensões finitas, enquanto que os pontos obtidos da interseção entre os eixos desses mesmos pilares e vigas serão chamados de nós puntuais, como ilustra a figura 1.1 .

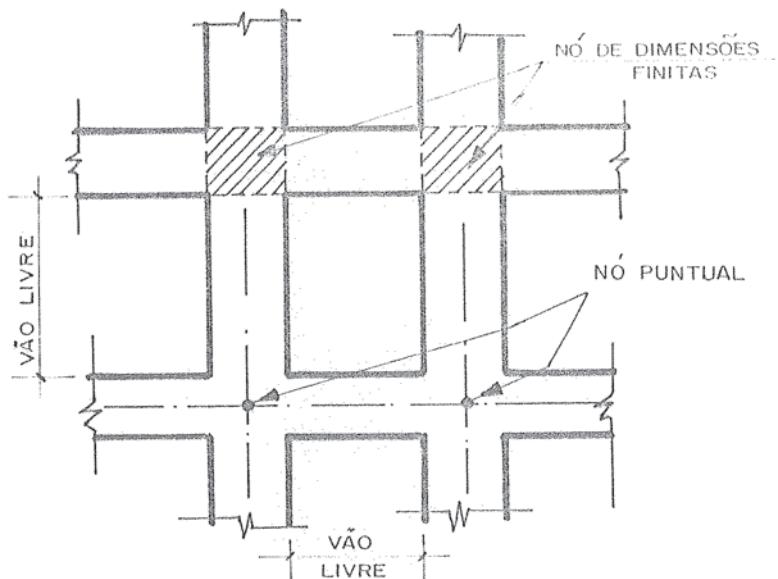


Fig. 1.1 - Nô de dimensões finitas e nô puntual

Por último, são tratados mais quatro painéis com características identicas às descritas no parágrafo anterior, porém analisados através de técnicas discretas.

#### 1.4 - NOMENCLATURA DOS MODELOS

Neste item pretende-se estabelecer uma nomenclatura que venha a identificar com certa facilidade cada um dos modelos. Quando da análise dos resultados dos exemplos, será de grande utilidade no manuseio das tabelas e gráficos.

Com a combinação de oito letras, separadas, duas a duas, por um traço inclinado, identifica-se um determinado modelo. As duas primeiras letras indicam o tipo de painel, as duas seguintes a natureza dos nós, as outras duas indicam as hipóteses de deformabilidade axial e por último o processo de cálculo adotado. Sejam as seguintes combinações de letras :

PA - Painel analisado como associação de PAREDES

PO - Painel analisado como PÓRTICO

NP - NÓ PUNTUAL

NF - NÓ de dimensões FINITAS

SA - SEM deformação AXIAL dos elementos verticais

CA - COM deformação AXIAL dos elementos verticais

TC - TÉCNICA do meio CONTÍNUO (capítulo II)

TD - TÉCNICA DISCRETA (capítulo III)

Seja, para exemplificar, o modelo representado pela combinação abaixo :

PO/NP/SA/TD

que indica ser um pórtico de nós puntuais, sem considerar a deformação axial de seus pilares, analisado pela técnica discreta. No caso das paredes (PA) serão omitidas as letras NP (de nó puntual) e NF (de nó de dimensões finitas).

## 1.5 - PROCESSOS DE ANÁLISE

Constitui prática corrente na literatura técnica classificar os diversos processos de análise estrutural em discretos e contínuos.

Os processos discretos são mais gerais, por permitir a análise da estrutura com as mais diversas conformações geométricas e estáticas. No entanto, o número de variáveis e parâmetros envolvidos é muito grande, dificultando, por conseguinte, uma percepção global do comportamento da estrutura. Torna-se necessário resolver um sistema com elevado número de equações lineares para se chegar aos esforços e deslocamentos desejados.

Os processos contínuos, por sua vez, possibilitam definir o comportamento global de uma estrutura, em função de um reduzido número de parâmetros, sendo, por conseguinte, mais sintéticos. Conduzem a equações ou a sistemas de equações diferenciais relativamente pequenas permitindo, após resolvidos por integração direta ou por algum processo numérico, determinar esforços e deslocamentos ao longo da estrutura. No entanto, em geral, apresentam precisão inferior à dos processos discretos e são de difícil aplicação em estruturas com características elásticas ou geométricas variáveis ao longo da altura, em decorrência do grande trabalho matemático que acarretaria.

Neste trabalho serão empregados os dois processos acima mencionados. No capítulo II emprega-se o processo contínuo conhecido como "técnica do meio contínuo", ao qual se dará destaque na oportunidade. No capítulo III será empregado o processo discreto utilizando a "análise matricial de estruturas" aplicada aos painéis via "processo dos deslocamentos".

## 1.6 - HIPÓTESES GERAIS DE CÁLCULO

Neste item deseja-se tecer alguns comentários a respeito das hipóteses gerais de cálculo admitidas na análise dos modelos propostos no presente trabalho.

### 1.6.1 - Funcionamento das vigas e pilares

Os diversos painéis planos que formam o esqueleto de um edifício, são interligados através das lajes dispostas aos níveis de seus andares; essas lajes são assimiladas a diafragmas horizontais, com elevada rigidez em seus planos e rigidez transversal desprezível, de modo a só transmitirem esforços horizontais aos painéis e garantirem movimento de corpo rígido aos elementos resistentes verticais (pilares ou paredes) sem, no entanto, restringirem as suas deformações axiais.

As vigas (lintéis) ligam-se rigidamente aos pilares (paredes), em ambas as extremidades, transmitindo-lhes força cortante e momento fletor. Devido ao comportamento das lajes como diafragmas, as deformações axiais nas vigas (lintéis) serão aqui desprezadas por conduzirem a valores muito pequenos.

### 1.6.2 - Características geométricas dos painéis

Todos os modelos aqui analisados apresentam as seguintes características :

- a) altura dos andares constante;
- b) seção transversal de todas as vigas (lintéis) de um mesmo tramo invariável com a altura do painel.
- c) seção transversal de cada pilar (parede) invariável com a altura do painel.

Além disso, supõe-se que os painéis sejam contraventados na direção normal a seu plano; possuem o

mesmo número de tramos de pilares (paredes) em cada andar e os seus eixos estão sempre na mesma prumada vertical.

#### 1.6.3 - Base dos pilares (paredes)

Todos os pilares (paredes) do painel serão supostos perfeitamente engastados em suas bases, o que significa admitir serem as fundações indeformáveis.

#### 1.6.4 - Regime de trabalho

Admite-se como elástico-linear o comportamento de todos os elementos do painel.

#### 1.6.5. - Natureza e intensidade da carga de cálculo

A determinação dos esforços provocados pelo vento nas estruturas constitui questão das mais complexas. STAMATO [9] e [10] mencionam que "as dificuldades encontradas varrem desde o campo da climatologia, devido às constantes variações de intensidade e direção do vento, de acordo com a estação do ano, proximidade do litoral, relevo da região, até a mecânica das estruturas, uma vez que o conhecimento das pressões e dos efeitos dessas cargas laterais dependem, sem dúvida, de fatores aerodinâmicos e das propriedades dinâmicas da estrutura sobre a qual elas atuam".

Na prática, em geral, efetuam-se cálculos convencionais onde as pressões do vento, tomadas a partir de previsões com bases estatísticas, são consideradas agindo estaticamente, segundo valores especificados em normas.

A carga do vento em um determinado painel de contraventamento pode ser considerada, de acordo com a

NBR-6123 [11], como equivalente à que se obtém com a expressão :

$$P = C_a \cdot q \cdot \alpha_i \quad (1.1)$$

onde  $C_a$  é o coeficiente de arrasto,  $q$  é a pressão de obstrução, que depende da altura do edifício, e  $\alpha_i$  é um parâmetro que define o quinhão de carga recebido pelo painel.

Segundo a NBR-6123, a altura da edificação pode ser dividida em várias partes de modo que cada uma delas seja calculada tomando, para determinação da pressão de obstrução  $q$ , a cota média da parte considerada, medida a partir do terreno; obtém-se, assim, um carregamento horizontal escalonado.

Neste trabalho serão admitidas as seguintes hipóteses a respeito da carga do vento :

- a) a carga horizontal aplicada a cada um dos modelos será considerada uniformemente distribuída ao longo da altura do painel, desprezando-se, portanto, as variações da pressão  $q$ . PITTA [12] comenta essa prática, comumente utilizada visando maior facilidade de cálculo, desde quando se adote  $2/3$  da altura total do edifício para cálculo da pressão de obstrução, tornando equivalentes os carregamentos escalonado e uniforme ( $C$  adotado neste trabalho).
- b) a carga horizontal concentrada no topo do painel, correspondente à resultante das pressões de obstrução na área edificada acima do nível da laje de cobertura (reservatórios, casa de máquinas), será aqui desprezada, pois o objetivo deste trabalho é plenamente atingido utilizando-se apenas a carga indicada no item anterior. Fique claro, no entanto, que a inclusão desta carga no cálculo dificuldade alguma apresentaria.

## II - A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

### 2.1 - GENERALIDADES

Suponha-se, de inicio, um edifício constituído de lajes, vigas e pilares. A "Técnica do Meio Contínuo" consiste fundamentalmente na substituição do sistema discreto formado pelos elementos acima citados (onde cada elemento pode ser analisado separadamente) por respectivos meios contínuos com rigidezes equivalentes, porém distribuídos uniformemente ao longo da altura do edifício, como ilustra a figura 2.1 .

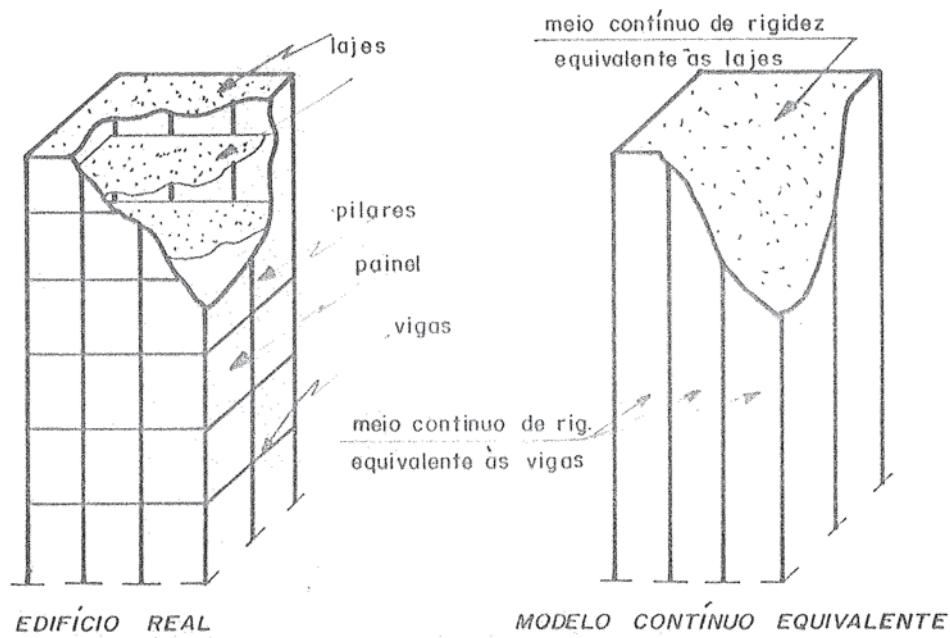


Fig. 2.1 - A Técnica do Meio Contínuo

Nessa técnica as lajes do edifício são substituídas por um conjunto de diafragmas horizontais, supostos com rigidez transversal desprezível e rigidez infinita no seu plano. Essas características conferem aos diafragmas, substitutos das lajes, o papel de distribuir continuamente ao longo da altura as cargas externas a elas aplicadas de modo a transmitir seus efeitos aos elementos resistentes verticais.

O conjunto formado pelos elementos discretos, viga e pilar do caso aqui considerado, dispostos num mesmo plano, é comumente denominado de "painel plano". Esses painéis, objeto principal do presente trabalho, serão caracterizados por parâmetros de rigidez que venham a traduzir o seu comportamento elástico. Neste trabalho serão considerados dois tipos básicos de painéis :

- Painéis que se deformam predominantemente a momento fletor.
- Painéis que se deformam predominantemente pelo efeito da força cortante.

As características de cada um desses painéis serão estudadas adiante.

## 2.2 - PAINÉIS BÁSICOS

Neste item serão analisados dois tipos básicos de conjuntos resistentes verticais, comumente chamados de "painéis", com a finalidade de introduzir alguns conceitos, hipóteses, símbolos e convenções, indispensáveis ao presente estudo.

### 2.2.1 - Painel parede

#### Definição

Dar-se-á o nome de "parede" ao painel plano, com rigidez transversal desprezível, deformável predominantemente a momento fletor e bastante rígido a força cortante. Neste trabalho o "painel parede" obedecerá ainda às seguintes hipóteses :

- a seção transversal da parede é constante ao longo da altura.
- a "parede" é rigidamente engastada na base.
- o material constitutivo da "parede" é o mesmo da base ao topo.

Será usado o índice "w" (do inglês WALL) para caracterizar os parâmetros e grandezas relativas às "paredes".

A figura 2.2 mostra os elementos constitutivos da parede, a partir dos quais será desenvolvida a teoria, e salienta a notação e sentidos positivos para os esforços.

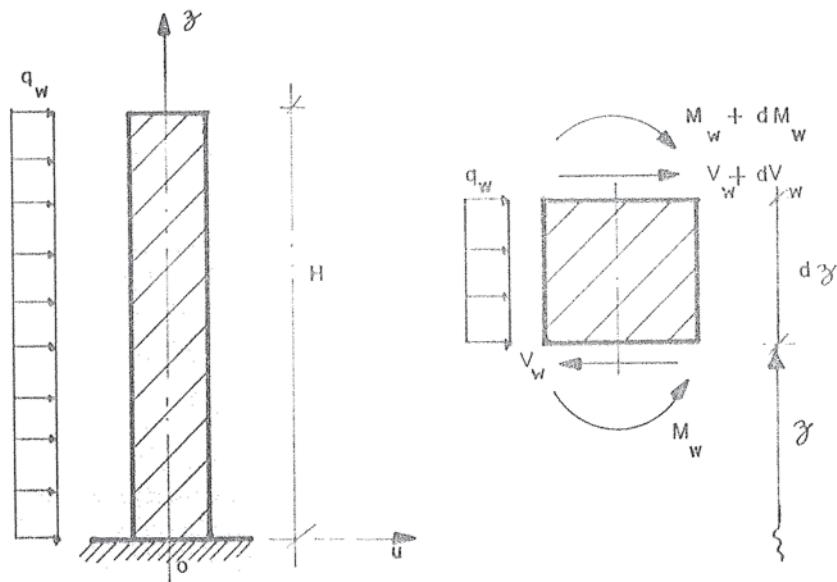


Fig. 2.2 - Painel Parede

### Equação regente da parede

Fazendo o equilíbrio de um elemento infinitesimal de altura  $d\delta$  mostrado na figura 2.2, onde estão indicados os esforços admitidos como positivos, tem-se :

b.1) Equilíbrio a momento :

$$M_v + dM_v - M_v + V_v \cdot d\delta + q_v \frac{d\delta^2}{2} = 0$$

$$\frac{dM_v}{d\delta} = - V_v \quad (2.1)$$

b.2) Equilíbrio de forças horizontais

$$V_v + dV_v - V_v + q_v \cdot d\delta = 0$$

$$\frac{dV_v}{d\delta} = - q_v \quad (2.2)$$

Da resistência dos materiais sabe-se que, desprezando a parcela da deformação devida à força cortante, a equação diferencial que permite determinar a linha elástica é dada por :

$$\mu_w''' = \frac{d^2 \mu_v}{d\delta^2} = \frac{M_v}{J_v} \quad (2.3)$$

onde  $J_v$  é o produto de rigidez à flexão da parede, dado por  $E_v J_v$ , sendo  $E_v$  o módulo de elasticidade do material de que é constituída a parede e  $J_v$  o momento de inércia à flexão desta. Derivando a equação (2.3) em relação a  $\delta$ , tendo em conta que  $J_v$  é constante (lembre que a parede é de seção constante e de mesmo material), tem-se :

$$\mu_v''' = \frac{1}{J_v} \frac{dM_v}{d\delta} \quad (2.4)$$

Substituindo a equação (2.1) em (2.4), vem :

$$V_v = - \delta_v \mu_v''' \quad (2.5)$$

A equação (2.5), que determina a força cortante na parede numa cota genérica  $\delta$ , é também chamada de equação regente do painel parede e, juntamente com as condições de contorno, permite calcular todos os esforços e deslocamentos na parede.

Como exemplo, seja o painel da figura 2.2 submetido ao carregamento  $q_v$  indicado. A solução da equação 2.5 será :

$$\mu_v = \frac{q_v H^4}{24 \delta_v} \left[ \left( 1 - \frac{\delta}{H} \right)^4 + \frac{4\delta}{H} - 1 \right] \quad (2.6)$$

A análise da equação (2.6) conduz à linha elástica mostrada na figura 2.3, página seguinte, onde, para o carregamento externo aplicado da esquerda para a direita, a elástica apresenta concavidade voltada para a direita.

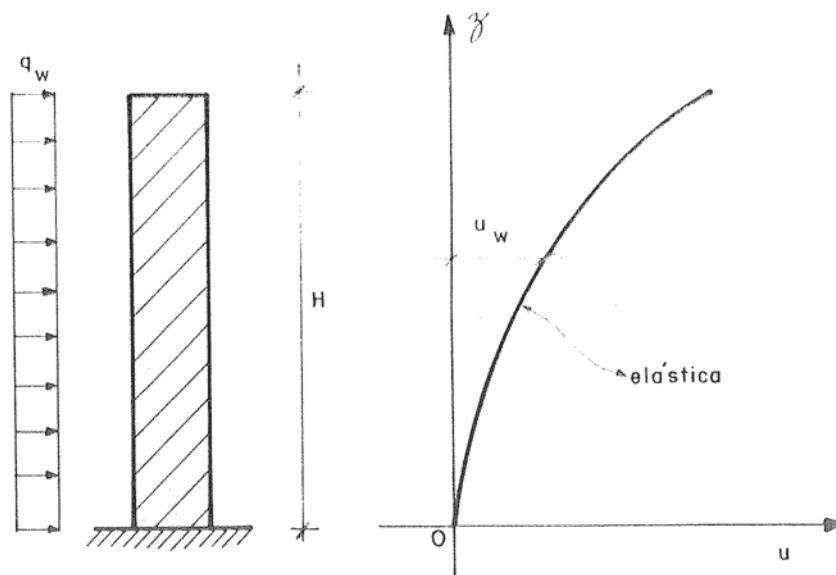


Fig 2.3 - Elástica típica de uma parede isolada

## 2.2.2 - Painel pórtico

### Definição

Dar-se-á o nome de "pórtico" ao painel plano com rigidez transversal desprezível, deformável predominantemente por força cortante e bastante rígido a momento fletor. As mesmas hipóteses adicionais admitidas para a parede são também aqui admitidas, quais sejam :

- Mesmas características geométricas dos elementos do pórtico ao longo da altura.
- Os pilares do pórtico são engastados na base rígida.
- O material constitutivo do pórtico é o mesmo da base ao topo.

Será usado o índice "f" (do inglês frame) para caracterizar os parâmetros e grandezas relativas ao pórtico.

É oportuno observar que a hipótese de indeformabilidade do pórtico a momento fletor não deve ser confundida com a indeformabilidade dos elementos constitutivos do sistema discreto, quais sejam vigas e pilares, pois estes se deformam, predominantemente, por flexão. Portanto, o painel pórtico, embora constituído de pilares e vigas, é assimilado a um conjunto que se deforma predominantemente por força cortante, como por exemplo um consolo.

A figura 2.4, na página seguinte, mostra o esquema de um pórtico de duas prumadas (duas linhas de elementos verticais) e um elemento infinitesimal fictício de altura  $d\delta$ , a partir dos quais será desenvolvida a teoria, salientando a notação e sentidos positivos para os esforços.

#### Equação regente do pórtico

Fazendo o equilíbrio a momento e de forças do elemento infinitesimal da figura 2.4, pode-se escrever as equações seguintes, semelhantes às já obtidas no parágrafo 2.2.1, agora para o pórtico, quais sejam :

$$\frac{dM_f}{d\delta} = -V_f \quad (2.7)$$

$$\frac{dV_f}{d\delta} = -q_f \quad (2.8)$$

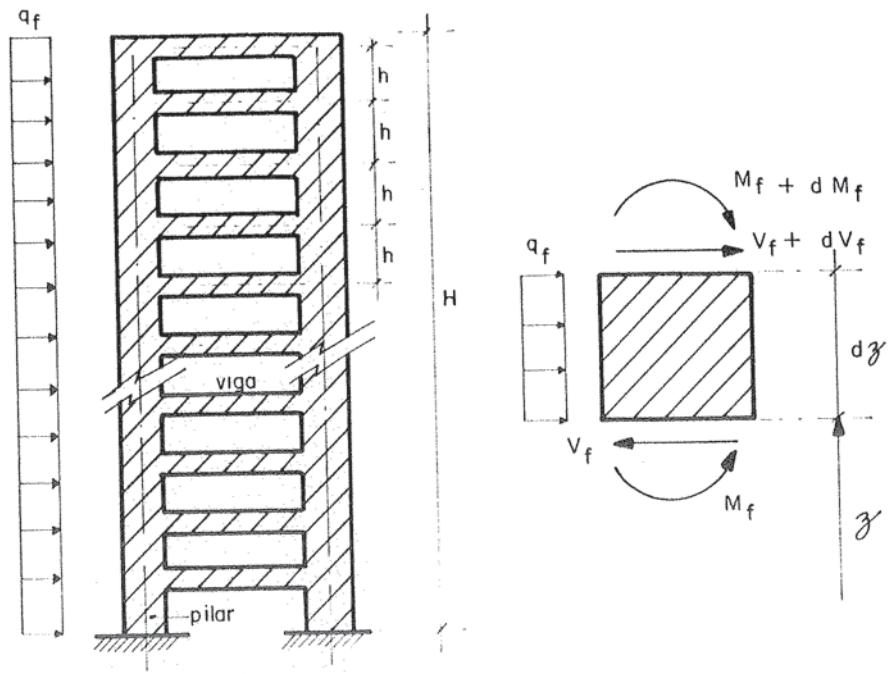


Fig. 2.4 - Painel pôrtico

Da resistência dos materiais sabe-se que a equação diferencial da linha elástica levando em conta apenas o efeito da força cortante é dada por :

$$\mu'_f = \frac{d\mu_f}{d\gamma} = \frac{V_f}{s_f} \quad (2.9)$$

$$V_f = s_f \mu'_f \quad (2.10)$$

onde  $s_f$  é a rigidez do pórtico à força cortante e a

equação (2.10), que determina a força cortante nos pilares do pórtico, é também chamada de equação regente do pórtico.

Observa-se a analogia entre  $\mu'_f$  e o efeito da força cortante sobre a elástica de uma viga, dado por :

$$\mu' = \frac{c V}{G A} \quad (2.11)$$

onde  $c$  é uma constante que depende da forma da seção de área  $A$  e  $G$  é o módulo de elasticidade transversal do material.

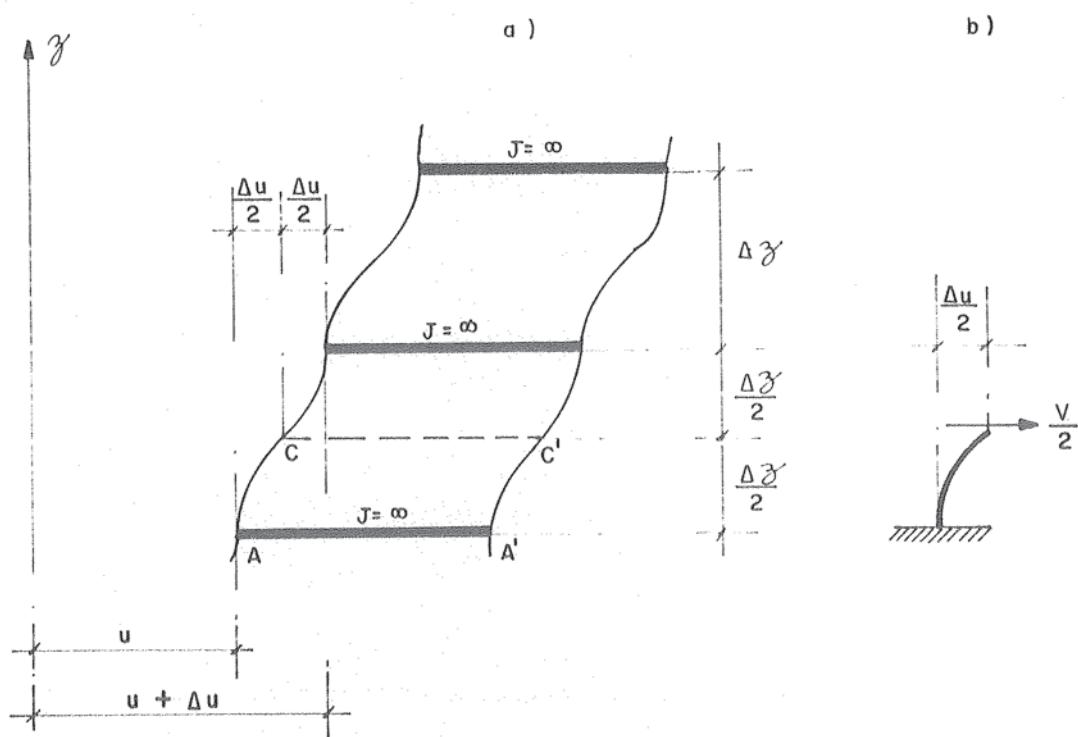


fig. 2.5 - Pórtico com vigas de rigidez infinita

Atribuir o nome "pórtico" ao tipo de painel que se deforma segundo a equação (2.10), é o mesmo que aproximá-lo, como o fez STAMATO [3], a um pórtico formado por duas linhas de pilares, pé-direito constante e vigas de rigidez infinita (veja figura 2.5.a).

Desprezando-se as deformações axiais dos pilares, as vigas se deslocam horizontalmente sem rotação nos nós de ligação com os pilares. Os centros dos vãos dos pilares (supostos prismáticos) serão pontos de inflexão da elástica (momento nulo) evidenciando um comportamento de consolo (ver figura 2.5.b) para os semi-vãos dos pilares. Da figura 2.5.b, obtém-se:

$$\frac{\Delta\mu}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V}{2} \cdot \frac{1}{EJ} \left( -\frac{\Delta\delta}{2} \right)^3$$

dai :

$$\frac{\Delta\mu}{\Delta\delta} = \frac{V}{s} \quad (2.12)$$

onde :

$$s = \frac{24 EJ}{\Delta\delta^2} = C \frac{te}{\Delta\delta^2} \quad (2.13)$$

Nota-se, portanto, a perfeita analogia entre as equações (2.12) e (2.9) quando se puder confundir a distorção média  $\Delta\mu/\Delta\delta$  (ver figura 2.5.b) com a derivada de  $\mu_f'$ .

Como exemplo, seja o painel da figura 2.4 submetido ao carregamento  $q_f$  indicado. A solução da equação (2.10) será :

$$\mu_f = \frac{q_f H}{2 s_f} \left[ 2\delta - \frac{\delta^2}{H} \right] \quad (2.14)$$

A análise da equação (2.14) conduz à linha elástica da figura 2.6 onde, para o carregamento externo aplicado da esquerda para a direita, a elástica apresenta concavidade voltada para a esquerda.

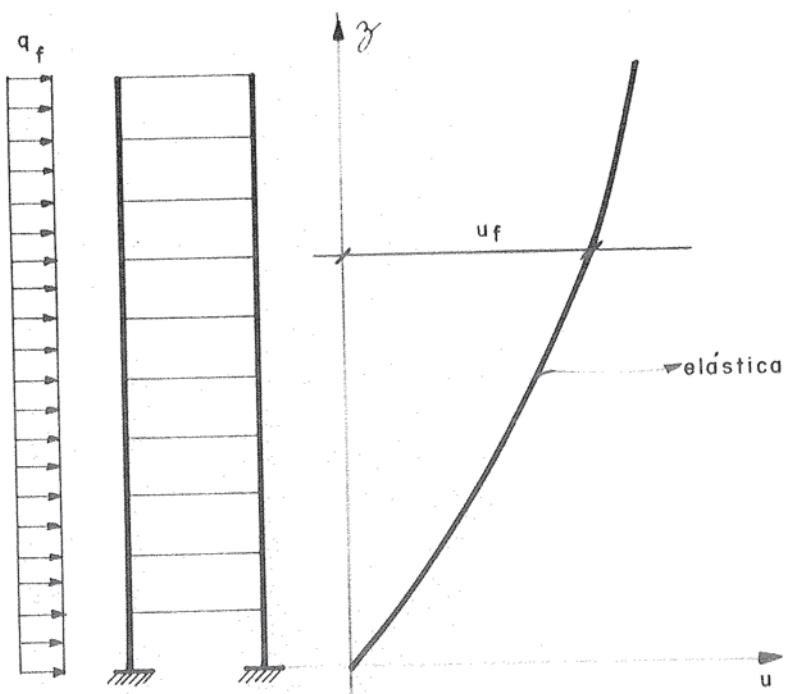


Figura 2.6 - Elástica típica de um pórtico isolado

## 2.2.3 - Painel geral

### Considerações iniciais

Observando os painéis parede e pórtico, quando trabalhando isoladamente, pode-se perceber diferenças básicas entre o comportamento de cada um. O painel parede apresenta menos deformabilidade na base enquanto o painel pórtico tem menos deformabilidade no topo, conforme percebe-se nas figuras 2.3 e 2.6.

STAMATO [3] analisa a associação plana de uma parede e um pórtico dispostos em série e ligados continuamente por barras bi-articuladas com rigidez axial infinita (barras estas que fazem as vezes das lajes ou diafragmas dispostos ao nível de cada andar, supostos de rigidez transversal desprezível e infinitamente rígidos em seu plano) e mostra, de certa forma, a conveniência da associação destes dois painéis em estruturas de edifícios altos, por tender a diminuir a disparidade de deslocamentos e esforços entre a base e o topo (os dois painéis são "complementares", ou seja, as regiões onde um deles é mais deformável que o outro se alternam ao longo da altura).

Seja, pois, o painel formado pela associação de uma "parede" e um "pórtico" ligados continuamente, ao nível das lajes, por barras bi-articuladas indeformáveis axialmente, como mostra a figura 2.7. Este painel, assim constituído, será chamado de "painel geral". Admite-se aqui as mesmas hipóteses adicionais enunciadas anteriormente para a parede e pórtico isolados.

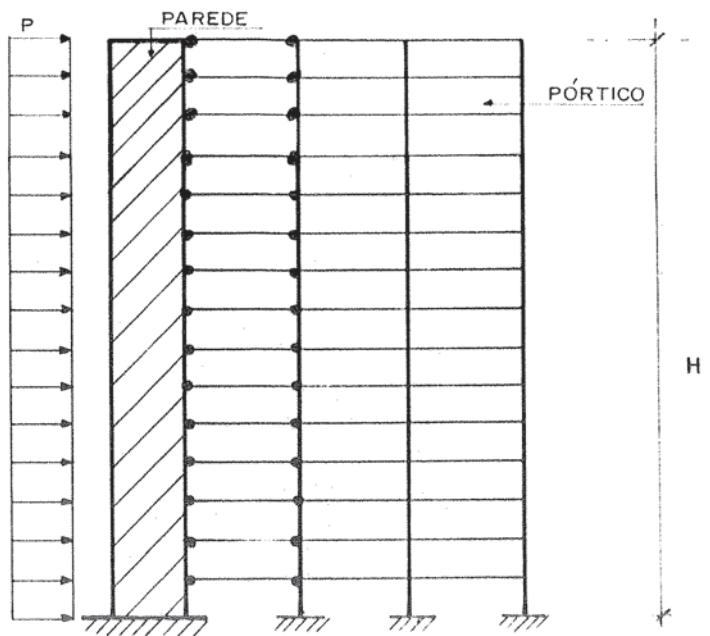


fig. 2.7 - Painel geral

Equação regente do painel geral

A parede e o pórtico absorverão, respectivamente, os quinhões de carga  $q_w$  e  $q_f$  do carregamento total  $p$  de tal maneira a apresentarem deslocamentos horizontais  $\mu$  iguais (desde quando, por hipótese, as barras horizontais são indeformáveis axialmente), ou seja :

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \mu_v = \mu_f \\ p &= q_w + q_f \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

Como a força cortante externa  $V$  em qualquer nível é equilibrada pelas forças cortantes  $V_w$  na parede e  $V_f$  no pórtico, pode-se escrever :

$$V = V_w + V_f \quad (2.16)$$

Substituindo as equações (2.5) e (2.10) na equação (2.16), vem :

$$V = - j_v \mu''' + s_f \mu' \quad (2.17)$$

Analisando a equação (2.17) deduz-se que o painel resultante da associação, ou painel geral, deforma-se por momento fletor (primeiro termo do segundo membro) e por força cortante (segundo termo). O comportamento do painel geral pode ser, então, expresso pela equação :

$$V = - j_g \mu''' + s_g \mu' \quad (2.18)$$

onde  $j_g$  e  $s_g$  são os parâmetros do painel geral e devem ser estimados para cada tipo de associação estudado.

Neste trabalho serão analisados diversos tipos de associação que se enquadram na modelagem do painel geral. Estes painéis serão chamados de modelos estruturais e, para cada caso específico estudado, serão estimados os respectivos parâmetros  $j_g$  e  $s_g$ .

### 2.3 - MODELO I ( PA/\_/SA/TC )

#### Associação de paredes axialmente indeformáveis ligadas por lintéis

Este primeiro modelo é obtido a partir do painel geral com a introdução de duas prumadas de paredes em substituição ao pórtico, formando assim um painel resistente vertical plano com três paredes ligadas, ao nível de cada andar, por lintéis engastados em suas extremidades, resistentes ao momento fletor e a força cortante. Devido ao comportamento das lajes como diafrágmias, nos lintéis não aparecerão deformações axiais, como afirmado anteriormente.

MANCINI [6] trata da associação de três paredes ligadas por lintéis, podendo a análise ser generalizada para um número qualquer de paredes.

Considere-se o modelo da figura 2.8, na página seguinte, formado por três paredes ligadas ao nível dos andares através de lintéis, submetido a um carregamento externo constituído apenas por uma carga uniformemente distribuída  $p$ .

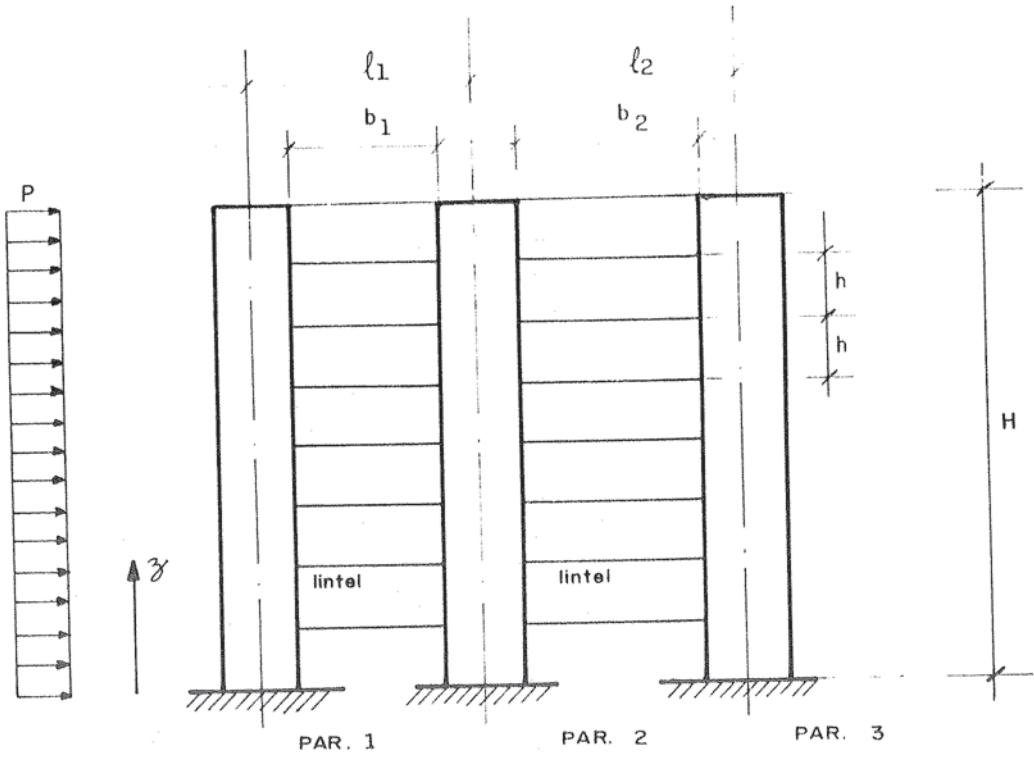


Figura 2.8 - Associação de paredes ligadas por lintéis

As paredes possuem produto de rigidez à flexão  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  e estão ligadas por lintéis igualmente espaçados de  $h$ . Todos os lintéis de cada uma das prumadas possuem momento de inércia igual, ou seja,  $I_1$  para a primeira prumada e  $I_2$  para a segunda.

Admitindo o centro do vão dos lintéis como ponto de momento nulo (ponto de inflexão da elástica dos lintéis), por ter sido considerada a rigidez dos lintéis menor que a das paredes, e admitindo a força cortante  $q$  em cada lintel como distribuída ao longo do pé-direito  $h$  (isto sendo permitido pela adoção do meio contínuo), tem-se, como incógnitas, as forças cortantes distribuídas uniformemente  $qh$ .

A figura 2.9 mostra, na página seguinte, os elementos infinitesimais das paredes 1, 2 e 3 com o meio contínuo equivalente aos lintéis engastados.

### 2.3.1 - Equações de equilíbrio

Pelo equilíbrio do elemento genérico da parede 1 (ver figura 2.9), tem-se :

a) equilíbrio de forças verticais :

$$N_1 + dN_1 + q_1 d\delta - N_1 = 0$$

$$\frac{dN_1}{d\delta} = - q_1 \quad (2.19)$$

b) equilíbrio de forças horizontais :

$$V_1 + dV_1 + P_1 d\delta - V_1 = 0$$

$$\frac{dV_1}{d\delta} = - P_1 \quad (2.20)$$

c) equilíbrio a momento :

$$M_1 + dM_1 - q_1 d\delta c_1 - M_1 - P_1 \frac{d\delta^2}{2} + V_1 d\delta = 0$$

$$\frac{dM_1}{d\delta} = - V_1 + q_1 c_1 \quad (2.21)$$

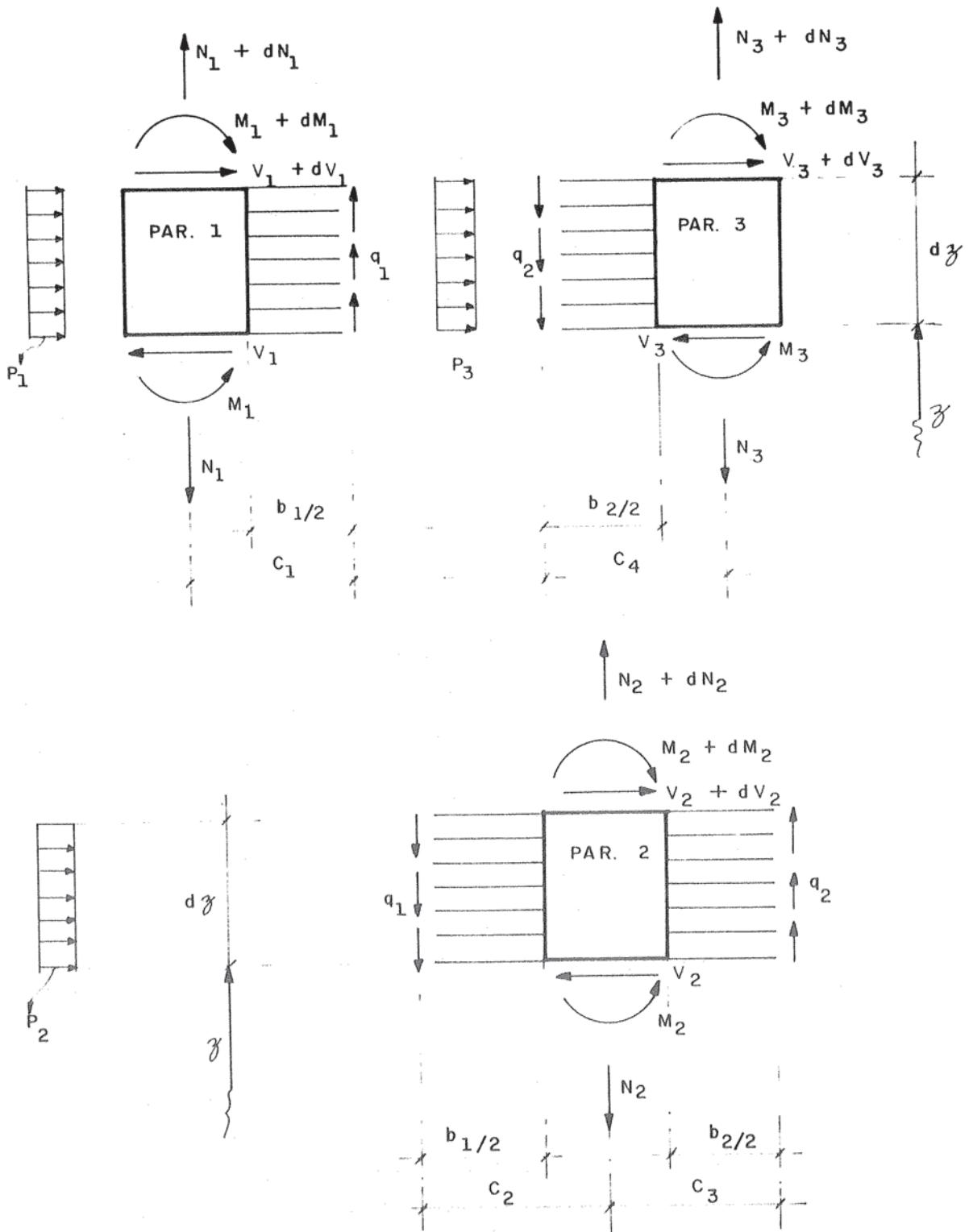


Fig. 2.9 - Elemento genérico de cada parede

Da equação diferencial da linha elástica, tem-se :

$$\frac{d^2 \mu_1}{dz^2} = \mu'' = -\frac{M_1}{J_1} \quad (2.22)$$

derivando a equação (2.22), vem

$$\mu''' = -\frac{1}{J_1} \frac{dM_1}{dz} \quad (2.23)$$

substituindo a equação (2.21) em (2.23), fica

$$\mu''' = -\frac{1}{J_1} \left[ -V_1 + q_1 c_1 \right] , \text{ que torna-se :}$$

$$V_1 = -J_1 \mu''' + q_1 c_1 \quad (2.24)$$

De maneira análoga à parede 1, fazendo-se o equilíbrio do elemento genérico da parede 2 (figura 2.9), tem-se :

$$\frac{dN_2}{dz} = q_1 - q_2 \quad (2.25)$$

$$\frac{dV_2}{dz} = -P_2 \quad (2.26)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = -V_2 + q_1 c_2 + q_2 c_3 \quad (2.27)$$

e daí,

$$V_2 = -J_2 \mu''' + q_1 c_2 + q_2 c_3 \quad (2.28)$$

Analogamente às paredes 1 e 2, fazendo-se agora o equilíbrio do elemento genérico da parede 3 (figura 2.9), vem :

$$\frac{dN_a}{dz} = + q_z \quad (2.29)$$

$$\frac{dV_a}{dz} = - P_a \quad (2.30)$$

$$\frac{dM_a}{dz} = - V_a + q_z c_4 \quad (2.31)$$

resultando:

$$V_a = - j_a \mu''' + q_z c_4 \quad (2.32)$$

Sabendo que :

$$V = V_1 + V_2 + V_a$$

e substituindo os valores de  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_a$  dados pelas equações (2.24), (2.28) e (2.32) tem-se:

$$V = - j_v \mu''' + \ell_1 q_1 + \ell_2 q_2 \quad (2.33)$$

onde :

$$j_v = j_1 + j_2 + j_a$$

$$\ell_1 = c_1 + c_2$$

$$\ell_2 = c_3 + c_4$$

e  $V$  é a força cortante correspondente ao carregamento externo aplicado acima da cota  $z$ .

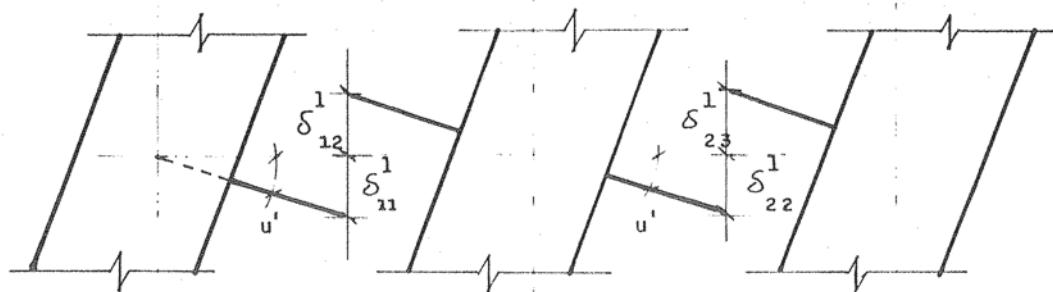
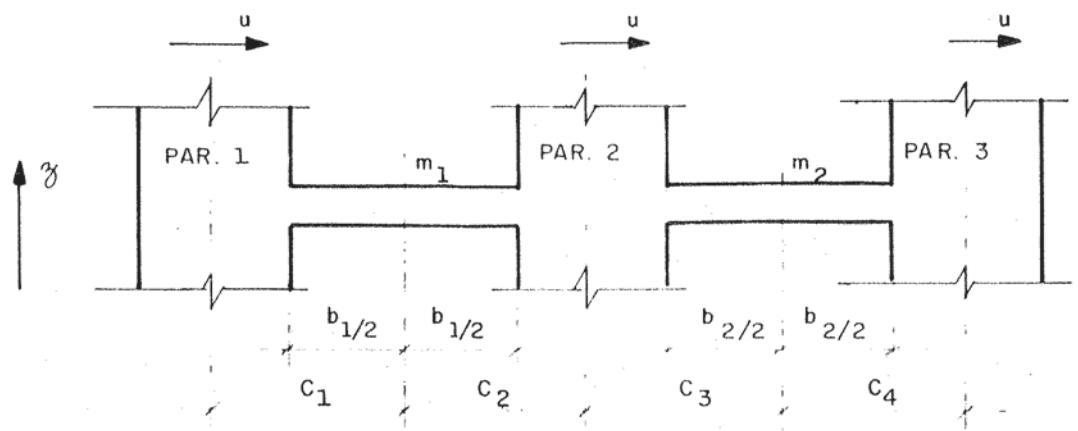
### 2.3.2 - Equações de compatibilidade de deslocamentos

As incógnitas internas do problema são as forças cortantes despertadas nos pontos de momento nulo dos lintéis de cada prumada, pontos esses que deslocam-se de

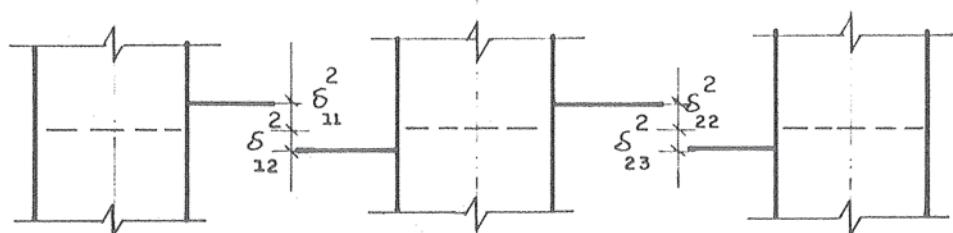
maneira diferenciada, quando cada conjunto parede-lintel é analisado separadamente.

O deslocamento total de cada um desses pontos é devido, respectivamente, à deformação de cada parede por flexão composta (momento fletor e força normal) e à deformação dos lintéis por flexão, conforme mostra a figura 2.10, na página seguinte. Desprezam-se as deformações devidas à força cortante nas paredes e nos lintéis. Neste modelo, como o próprio título descreve, não se considera a deformação das paredes por força normal, embora a figura 2.10 contenha ilustrações dessa parcela (para uso posterior).

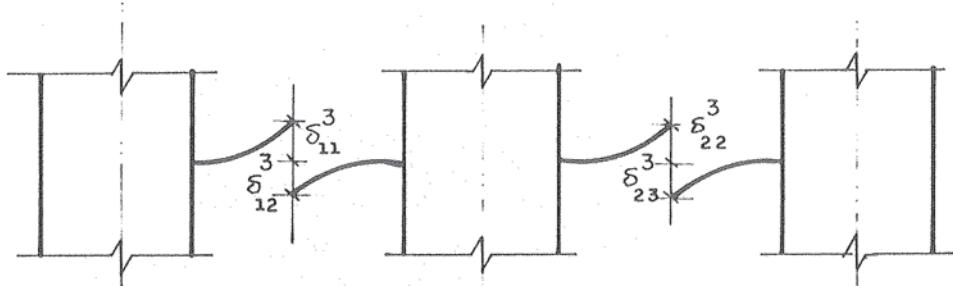
A consideração do efeito dessa deformação será introduzida no item 2.4.



FLEXÃO DAS PAREDES (1)



DEFORMAÇÃO NORMAL DAS PAREDES (2)



FLEXÃO DOS LINTÉIS (3)

Fig. 2.10 - Deslocamento dos pontos médios dos lintéis

Da figura 2.10 pode-se, então, escrever os deslocamentos verificados em cada um dos pontos médios dos lintéis, isoladamente, devidos tão somente à flexão das paredes e dos lintéis. Os índices utilizados nas expressões abaixo têm o seguinte significado: o índice superior indica o tipo de deformação (ver numeração na figura 2.10); para os índices inferiores, o primeiro indica o ponto onde está ocorrendo o deslocamento e o segundo a parede que provocou o referido deslocamento. Daí:

Ponto  $m_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{parede 1 : } \delta_{11}^1 = - c_1 \mu \\ \delta_{11}^3 = + q_1 \frac{h \left[ \frac{b_1}{2} \right]^3}{3 E I_1} \end{array} \right\} \quad (2.34)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{parede 2 : } \delta_{12}^1 = + c_2 \mu \\ \delta_{12}^3 = - q_1 \frac{h \left[ \frac{b_1}{2} \right]^3}{3 E I_1} \end{array} \right\} \quad (2.35)$$

Ponto  $m_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{parede 2 : } \delta_{22}^1 = - c_3 \mu \\ \delta_{22}^3 = + q_2 \frac{h \left[ \frac{b_2}{2} \right]^3}{3 E I_2} \end{array} \right\} \quad (2.36)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{parede 3 : } \delta_{23}^1 = + c_4 \mu \\ \delta_{23}^3 = - q_2 \frac{h \left[ \frac{b_2}{2} \right]^3}{3 E I_2} \end{array} \right\} \quad (2.37)$$

O deslocamento de cada um desses pontos  $m_1$  e  $m_2$ , expresso separadamente, será obtido pela soma de cada grupo das equações anteriores:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{m1}^1 &= -c_1 \mu' + q_1 \frac{h b_1^3}{24 E I_1} \\ \delta_{m1}^2 &= c_2 \mu' - q_1 \frac{h b_1^3}{24 E I_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{m2}^2 &= -c_3 \mu' + q_2 \frac{h b_2^3}{24 E I_2} \\ \delta_{m2}^3 &= c_4 \mu' - q_2 \frac{h b_2^3}{24 E I_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

As equações de compatibilidade que exprimem a igualdade do deslocamento vertical dos pontos  $m_1$  e  $m_2$  (pontos de momento nulo pertencentes a cada prumada de lintéis) serão obtidas igualando-se cada grupo das equações (2.38) e (2.39). Assim :

$$\left. \begin{aligned} -c_1 \mu' + q_1 \frac{h b_1^3}{24 E I_1} &= c_2 \mu' - q_1 \frac{h b_1^3}{24 E I_1} \\ -c_3 \mu' + q_2 \frac{h b_2^3}{24 E I_2} &= c_4 \mu' - q_2 \frac{h b_2^3}{24 E I_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Daí, obtém-se os valores de  $q_1$  e  $q_2$ :

$$q_1 = \frac{12 E}{h} \frac{\frac{I_1 \ell_1^3}{b_1^3}}{\mu} \quad (2.41)$$

$$q_2 = \frac{12 E}{h} \frac{\frac{I_2 \ell_2^3}{b_2^3}}{\mu} \quad (2.42)$$

Substituindo as equações (2.41) e (2.42) na equação (2.33), vem

$$V = -\delta_v \mu''' + \frac{12 E}{h} \left[ \frac{\frac{I_1 \ell_1^2}{b_1^3}}{\mu} + \frac{\frac{I_2 \ell_2^2}{b_2^3}}{\mu} \right] \mu \quad (2.43)$$

comparando a expressão (2.43) com a expressão (2.18), obtém-se o valor dos parâmetros  $\delta_g$  e  $s_g$ :

$$\delta_g = \delta_v = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \quad (2.44)$$

$$s_g = \frac{12 E}{h} \left[ \frac{\frac{I_1 \ell_1^2}{b_1^3}}{\mu} + \frac{\frac{I_2 \ell_2^2}{b_2^3}}{\mu} \right] \quad (2.45)$$

e a equação (2.43) toma a forma:

$$V = -\delta_g \mu''' + s_g \mu \quad (2.46)$$

que, resolvida, permite determinar os deslocamentos incógnitos  $\mu$ , conhecidos os parâmetros de rigidez  $\delta_g$  das paredes e  $s_g$  dos lintéis.

É possível generalizar a expressão (2.43) para um número  $i$  qualquer de paredes como segue :

$$V = - \sum_{k=1}^i J_k \mu''' + \frac{12 E}{h} \left[ \sum_{k=1}^i \frac{I_k}{b_k^3} t_k^2 \right] \quad (2.47)$$

### 2.3.3 - Solução da equação diferencial

A equação (2.46) pode ser escrita na forma :

$$\mu''' - \frac{s_g}{J_g} \mu' = - \frac{V}{J_g} \quad (2.48)$$

Fazendo  $k^2 = \frac{s_g}{J_g}$ , a equação (2.48) fica :

$$\mu''' - k^2 \mu' = - \frac{V}{J_g} \quad (2.49)$$

Para o caso único de carregamento constituído de uma carga uniformemente distribuída  $p$  (figura 2.8), o valor da força cortante externa correspondente será :

$$V = p (H - z) \quad (2.50)$$

A parte homogênea da equação (2.49) é :

$$\mu''' - k^2 \mu' = 0 \quad (2.51)$$

e a equação característica da equação diferencial  
 (2.51) se escreve :

$$m^3 - k^2 m = 0 \quad (2.52)$$

$$m(m^2 - k^2) = 0 \quad (2.53)$$

As raízes da equação característica e as correspondentes funções - solução da equação, serão :

$$\left. \begin{array}{lll} m_1 = 0 & \longrightarrow & e^{0 \cdot \delta} = 1 \\ m_2 = k & \longrightarrow & e^{k \cdot \delta} \\ m_3 = -k & \longrightarrow & e^{-k \cdot \delta} \end{array} \right\} \quad (2.54)$$

A solução da parte homogênea fica :

$$\mu_h = C_1 + C_2 e^{k \cdot \delta} + C_3 e^{-k \cdot \delta} \quad (2.55)$$

Para se obter uma solução particular da equação completa substitui-se (2.50) em (2.49) :

$$\mu''' - k^2 \mu' = - \frac{P}{J_g} (H - \delta) \quad (2.56)$$

Tomando-se um polinômio do tipo :

$$\mu_p = A\delta^2 + B\delta \quad (2.57)$$

e derivando-o sucessivamente, obtém-se :

$$\left. \begin{array}{l} \mu' = 2A\delta + B \\ \mu'' = 2A \\ \mu''' = 0 \end{array} \right\} \quad (2.58)$$

Substituindo as expressões (2.58) em (2.56), tira-se o valor de A e B.

$$\left. \begin{array}{l} A = - \frac{P}{2k^2 \delta_g} \\ B = + \frac{P}{k^2 \delta_g} H \end{array} \right\} \quad (2.59)$$

A solução particular da equação completa é obtida substituindo-se (2.59) em (2.57) :

$$\mu_p = \frac{P \delta}{k^2 \delta_g} (H - \frac{\delta}{2}) \quad (2.60)$$

Somando-se as expressões (2.55) e (2.60), obtém-se a solução geral da equação diferencial (2.56) :

$$\mu = C_1 + C_2 e^{k \cdot \delta} + C_3 e^{-k \cdot \delta} + \frac{P \delta}{k^2 \delta_g} (H - \frac{\delta}{2}) \quad (2.61)$$

Para se obter as constantes C1, C2 e C3 serão consideradas as seguintes condições de contorno :

a) Na base ( $\zeta=0$ ) :

$$a.1) \mu(\omega) = 0$$

$$a.2) \mu(\omega) = 0 \quad (\text{devido ao engastamento das paredes na base}).$$

b) No topo ( $\zeta=H$ ) :

$$b.1) \mu(H) = 0 \quad (\text{momento fletor nulo no topo da parede})$$

Derivando-se sucessivamente a expressão (2.61) em relação a  $\zeta$ , obtém-se :

$$\mu' = k C_2 e^{k \cdot \zeta} - k C_3 e^{-k \cdot \zeta} + \frac{P}{k^2 \delta_g} (H - \zeta) \quad (2.62)$$

$$\mu'' = k^2 C_2 e^{k \cdot \zeta} + k^2 C_3 e^{-k \cdot \zeta} - \frac{P}{k^2 \delta_g} \quad (2.63)$$

$$\mu''' = k^3 C_2 e^{k \cdot \zeta} - k^3 C_3 e^{-k \cdot \zeta} \quad (2.64)$$

Aplicando as condições de contorno às equações (2.61) e (2.62), tira-se o valor das constantes, a saber :

$$\left. \begin{aligned}
 C_1 &= -\frac{P}{k^4 J_g} \left[ \frac{kH + 2e^{-kH} - kH e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \\
 C_2 &= \frac{P}{k^4 J_g} \left[ \frac{e^{-kH} - kH e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \\
 C_3 &= \frac{P}{k^4 J_g} \left[ \frac{kH + e^{-kH}}{1 + e^{-2kH}} \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

#### 2.3.4 - Esforços nas paredes e lintéis

##### Lintelis

Com as expressões (2.41), (2.42) e (2.62) obtém-se o valor de  $q_1$  e  $q_2$ .

$$q_1 = \frac{12E}{h} - \frac{I_1 \ell_1}{b_1^3} k \left[ C_2 e^{k\delta} - C_3 e^{-k\delta} + \frac{P}{k^3 J_g} (CH - \gamma) \right] \quad (2.66)$$

$$q_2 = \frac{12E}{h} - \frac{I_2 \ell_2}{b_2^3} k \left[ C_2 e^{k\delta} - C_3 e^{-k\delta} + \frac{P}{k^3 J_g} (CH - \gamma) \right] \quad (2.67)$$

A força cortante e o momento fletor nos lintéis ao nível de cada andar são dados por :

$$\left. \begin{array}{l} VL_i^e = VL_i^d = - q_i h \\ VL_2^e = VL_2^d = - q_2 h \end{array} \right\} \quad (2.68)$$

$$\left. \begin{array}{l} ML_i^e = - ML_i^d = VL_i^e - \frac{b_i}{2} \\ ML_2^e = - ML_2^d = VL_2^e - \frac{b_2}{2} \end{array} \right\} \quad (2.69)$$

### Paredes

Com as expressões (2.22), (2.24), (2.28), (2.32), (2.63) e (2.64) obtém-se o valor do momento fletor e da força cortante numa determinada cota  $\delta$  de uma parede i qualquer do painel :

$$M_i = \delta_i \mu \quad \dots \quad i = 1, 2, 3$$

$$M_i = k^2 \delta_i \left[ C_2 e^{k\delta} + C_3 e^{-k\delta} - \frac{P}{k^4 \delta_g} \right] \quad (2.70)$$

$$V_1 = - k^3 \delta_1 \left[ C_2 e^{k\delta} - C_3 e^{-k\delta} \right] + q_1 c_1 \quad (2.71)$$

$$V_2 = - k^3 \delta_2 \left[ C_2 e^{k\delta} - C_3 e^{-k\delta} \right] + q_1 c_2 + q_2 c_3 \quad (2.72)$$

$$V_a = - k^3 j_2 \left[ C_z e^{k\delta} - C_a e^{-k\delta} \right] + q_z c_4 \quad (2.73)$$

No caso da associação de apenas duas paredes, algumas equações se modificam e passam a ser escritas como segue :

$$j_g = j_1 + j_2 \quad (2.74)$$

$$s_g = \frac{12 E}{h} - \frac{I_1 t_1^2}{b_1^3} \quad (2.75)$$

$$q_z = 0 \quad (2.76)$$

$$VL_z^e = VL_z^d = 0 \quad (2.77)$$

$$ML_z^e = ML_z^d = 0 \quad (2.78)$$

$$V_a = 0 \quad (2.79)$$

$$V_z = - k^3 j_2 \left[ C_z e^{k\delta} - C_a e^{-k\delta} \right] + q_1 c_z \quad (2.80)$$

## 2.4 - MODELO II ( PA/\_/CA/TC )

### Associação de paredes axialmente deformáveis ligadas por lintéis

Este modelo difere do modelo I por acrescentar em sua formulação a deformação axial das paredes pela ação das forças normais. O modelo físico permanece o mesmo.

ALBAGES E GOULET [4] analisaram o caso de uma parede com aberturas ou, o que é a mesma coisa, duas paredes ligadas por lintéis. COULL E SUBEDI [13] foram mais além e analisaram o caso de duas, três e até quatro paredes ligadas por lintéis.

Considere-se o mesmo painel da figura 2.8 formado por três paredes ligadas por lintéis e submetido a um único carregamento externo formado por uma carga uniformemente distribuída  $p$ .

As paredes e lintéis possuem as características físicas e geométricas indicadas no item anterior. As mesmas hipóteses adotadas e justificadas no modelo I serão aqui consideradas.

#### 2.4.1 - Equações de equilíbrio

Procedendo de modo análogo ao que foi feito no modelo I, as equações de equilíbrio a serem desenvolvidas no presente modelo serão idênticas as equações (2.19) a (2.33), deixando-se de desenvolver-las novamente por se tornar tarefa exaustiva e desnecessária.

Apenas para reforçar, transpõe-se a equação (2.33), lembrando que  $V$  corresponde à força cortante proveniente do carregamento externo situado acima da cota  $z$ .

$$V = - \delta_g \mu''' + q_1 l_1 + q_2 l_2 \quad (2.81)$$

#### 2.4.2 - Equações de compatibilidade de deslocamentos

As incógnitas internas do problema continuam as mesmas, ou seja, são as forças cortantes despertadas nos pontos de momento nulo dos lintéis de cada prumada (no meio do vão livre dos lintéis).

A figura 2.10 , anterior, mostra o deslocamento, de modo isolado, dos pontos  $m_1$  e  $m_2$  devido à deformação de cada parede por flexão composta e, também, à deformação dos lintéis por flexão (despreza-se a deformação por força cortante nas paredes e lintéis).

No estudo do modelo I foram escritas as equações que definem os deslocamentos nos pontos médios  $m_1$  e  $m_2$  dos lintéis, considerando apenas a flexão das paredes e a flexão dos lintéis, de acordo com as equações (2.34) a (2.37). Para não se tornar repetitivo será escrita apenas a equação que define o deslocamento de cada um dos pontos  $m_1$  e  $m_2$  devido à deformação axial das paredes. Isto posto, da figura (2.10) pode-se escrever :

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^2 &= + \frac{1}{E A_1} \int_0^{\delta} N_1 \, d\delta \\ \delta_{12}^2 &= - \frac{1}{E A_2} \int_0^{\delta} N_2^I \, d\delta + \frac{1}{E A_2} \int_0^{\delta} N_2^{II} \, d\delta \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{22}^2 &= -\frac{1}{E A_2} \int_0^{\delta} N_2^I d\delta + \frac{1}{E A_2} \int_0^{\delta} N_2^{II} d\delta \\ \delta_{23}^2 &= -\frac{1}{E A_3} \int_0^{\delta} N_3 d\delta \end{aligned} \right\}$$

(2.83)

O deslocamento de cada um desses pontos  $m_1$  e  $m_2$ , expresso separadamente, será obtido com a utilização das equações (2.82) e (2.83) adicionadas às equações (2.38) e (2.39) desenvolvidas para o modelo I. Assim sendo :

$$\left. \begin{aligned} \delta_{m1} &= -c_1 \mu' + \frac{1}{E A_1} \int_0^{\delta} N_1 d\delta^2 + \frac{h b_1^3}{24 E I_1} q_1 \\ \delta_{m1} &= c_2 \mu' + \frac{1}{E A_2} \left[ \int_0^{\delta} (N_2^{II} - N_2^I) d\delta \right] - \frac{h b_1^3}{24 E I_1} q_1 \end{aligned} \right\}$$

(2.84)

$$\left. \begin{aligned} \delta_{m2} &= -c_3 \mu' + \frac{1}{E A_2} \left[ \int_0^{\delta} (N_2^{II} - N_2^I) d\delta \right] + \frac{h b_2^3}{24 E I_2} q_2 \\ \delta_{m2} &= c_4 \mu' - \frac{1}{E A_3} \int_0^{\delta} N_3 d\delta - \frac{h b_2^3}{24 E I_2} q_2 \end{aligned} \right\}$$

(2.85)

As equações de compatibilidade que exprimem a igualdade do deslocamento vertical dos pontos  $m_1$  e  $m_2$  são obtidas somando as equações (2.84) e (2.85),

respectivamente. Assim :

$$\ell_1 \mu - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1 - \frac{1}{E A_1} \int_0^{\delta} N_1 d\delta + \frac{1}{E A_2} \left[ \int_0^{\delta} (N_2^{II} - N_2^I) d\delta \right] = 0 \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \ell_1 \mu' - \frac{h b_2^3}{12 E I_2} q_2 - \frac{1}{E A_2} \left[ \int_0^{\delta} (N_2^{II} - N_2^I) d\delta \right] - \\ - \frac{1}{E A_3} \int_0^{\delta} N_3 d\delta = 0 \end{aligned} \quad (2.87)$$

É conveniente fazer aqui uma separação na análise dos painéis contendo duas e três ou mais prumadas (o presente trabalho estuda apenas os casos de painéis com duas e três prumadas). Será visto que os painéis de duas prumadas conduzem a uma única equação diferencial, a exemplo do que se tem em ALBAGES E GOULET [4]. Já para os painéis com mais de duas prumadas obtém-se um sistema de equações diferenciais, como mostrado em COULL E SUBEDI [13]. Inicialmente será apresentado o caso de três paredes.

#### 2.4.3 - Caso de três paredes :

Derivando simultaneamente as equações (2.86) e (2.87), obtém-se :

$$\ell_1 \mu'' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1' - \frac{N_1}{E A_1} + \frac{1}{E A_2} \left( N_2^{II} - N_2^I \right) = 0 \quad (2.88)$$

$$\ell_2 \mu''' - \frac{h b_2^3}{12 E I_2} q_2''' - \frac{1}{E A_2} \left( N_2^{II} - N_2^I \right) - \frac{N_2}{E A_2} = 0 \quad (2.89)$$

Derivando, ainda, as equações (2.88) e (2.89) e substituindo as equações (2.19), (2.25) e (2.29), vem :

$$\ell_1 \mu''' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1''' + \left( \frac{1}{E A_1} + \frac{1}{E A_2} \right) q_1 - \frac{1}{E A_2} q_2 = 0 \quad (2.90)$$

$$\ell_2 \mu''' - \frac{h b_2^3}{12 E I_2} q_2''' + \left( \frac{1}{E A_2} + \frac{1}{E A_1} \right) q_2 - \frac{1}{E A_1} q_1 = 0 \quad (2.91)$$

Da equação (2.81) pode-se escrever :

$$\mu''' = - \frac{Q}{E J_v} + \frac{\ell_1}{E J_v} q_1 + \frac{\ell_2}{E J_v} q_2 \quad (2.92)$$

Substituindo (2.92) em (2.90) e (2.91), e manipulando convenientemente as equações, vem :

$$q_1''' - \frac{12 \ell_1 I_1}{h b_1^3 J_v} \left( \frac{J_v}{\ell_1 A_1} + \frac{J_v}{\ell_1 A_2} + \ell_1 \right) q_1 + \\ + \frac{12 \ell_1 I_1}{h b_1^3 J_v} \left( \frac{J_v}{\ell_1 A_2} - \ell_2 \right) q_2 = - \frac{12 I_1 \ell_1}{h b_1^3 J_v} v \quad (2.93)$$

$$q_2'' = \frac{12 \ell_2 I_2}{h b_2^2 J_v} \left( \frac{J_v}{\ell_2 A_2} + \frac{J_v}{\ell_2 A_3} + \ell_2 \right) q_2 +$$

$$+ \frac{12 \ell_2 I_2}{h b_2^2 J_v} \left( \frac{J_v}{\ell_2 A_2} - \ell_1 \right) q_1 = - \frac{12 I_2 \ell_2}{h b_2^2 J_v} v$$

(2.94)

fazendo :

$$\gamma_1^2 = \frac{12 \ell_1 I_1}{h b_1^2 J_v}$$

$$\alpha_1^2 = \gamma_1^2 \left[ \frac{J_v}{\ell_1} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) + \ell_1 \right]$$

$$\beta_1^2 = \gamma_1^2 \left[ \frac{J_v}{\ell_1 A_2} - \ell_2 \right]$$

(2.95)

$$\gamma_2^2 = \frac{12 \ell_2 I_2}{h b_2^2 J_v}$$

$$\alpha_2^2 = \gamma_2^2 \left[ \frac{J_v}{\ell_2} \left( \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right) + \ell_2 \right]$$

$$\beta_2^2 = \gamma_2^2 \left[ \frac{J_v}{\ell_2 A_2} - \ell_1 \right]$$

(2.96)

O sistema de equações fica, então :

$$\left. \begin{array}{l} q_1'' - \alpha_1^2 q_1 + \beta_1^2 q_2 = -\gamma_1^2 V \\ q_2'' - \alpha_2^2 q_2 + \beta_2^2 q_1 = -\gamma_2^2 V \end{array} \right\} \quad (2.97)$$

a) Solução do sistema de equações

O valor da função  $V$ , para uma carga uniformemente distribuída, é dada pela equação (2.50). O sistema toma, então, a forma :

$$q_1'' - \alpha_1^2 q_1 + \beta_1^2 q_2 = -\gamma_1^2 p (H-\delta) \quad (2.98)$$

$$q_2'' - \alpha_2^2 q_2 + \beta_2^2 q_1 = -\gamma_2^2 p (H-\delta) \quad (2.99)$$

O valor de  $q_2$  na equação (2.98) é :

$$q_2 = \frac{1}{\beta_1^2} \left( -q_1'' + \alpha_1^2 q_1 - \gamma_1^2 p (H-\delta) \right) \quad (2.100)$$

Derivando sucessivamente a equação (2.100), vem :

$$q_2'' = \frac{1}{\beta_1^2} \left( -q_1^{IV} + \alpha_1^2 q_1'' \right) \quad (2.101)$$

Substituindo (2.100) e (2.101) na equação (2.99) e procedendo às operações necessárias, obtém-se :

$$q_1^{IV} - \left( \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right) q_1'' + \left( \alpha_1^2 \alpha_2^2 - \beta_1^2 \beta_2^2 \right) q_1 = \\ \left( \alpha_2^2 \gamma_1^2 + \beta_1^2 \gamma_2^2 \right) p (H - g) \quad (2.102)$$

fazendo :

$$\lambda_1 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$$

$$\lambda_2 = \alpha_1^2 \alpha_2^2 - \beta_1^2 \beta_2^2$$

$$\lambda_3 = \alpha_2^2 \gamma_1^2 + \beta_1^2 \gamma_2^2$$

a equação (2.102) fica :

$$q_1^{IV} - \lambda_1 q_1'' + \lambda_2 q_1 = \lambda_3 p (H - g) \quad (2.103)$$

A parte homogênea da equação completa (2.103) é :

$$q_1^{IV} - \lambda_1 q_1'' + \lambda_2 q_1 = 0 \quad (2.104)$$

A equação característica da equação (2.104) se escreve :

$$r^4 - \lambda_1 r^2 + \lambda_2 = 0 \quad (2.105)$$

cujas raízes são :

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \pm \sqrt{\frac{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_2}}{2}} \\ r_2 &= \pm \sqrt{\frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_2}}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.106)$$

a solução da parte homogênea é, portanto :

$$q_1^h = C_1 e^{r_1 \delta} + C_2 e^{-r_1 \delta} + C_3 e^{r_2 \delta} + C_4 e^{-r_2 \delta} \quad (2.107)$$

Para achar uma solução particular tome-se um polinômio do 1º grau :

$$q_1^p = A\delta + B \quad (2.108)$$

Calculando a quarta derivada do polinômio (2.108) e substituindo essas derivadas em (2.103), obtém-se os valores de A e B. logo :

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{\lambda_3}{\lambda_2} p \\ B &= \frac{\lambda_3}{\lambda_2} p H \end{aligned} \right\} \quad (2.109)$$

a solução da particular fica :

$$q_1^p = -\frac{\lambda_3}{\lambda_2} p (H - \delta) \quad (2.110)$$

e  $q_1$  é, então, obtido pela soma de (2.101) e (2.103).

$$q_1 = C_1 e^{r_1 \delta} + C_2 e^{-r_1 \delta} + C_3 e^{r_2 \delta} + C_4 e^{-r_2 \delta} + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} p (H - \delta) \quad (2.111)$$

O valor de  $q_2$  é obtido substituindo a equação (2.111) e sua derivada primeira na equação (2.100). Tem-se, após manipulações convenientes :

$$\begin{aligned} q_2 = & \frac{1}{\beta_1^2} \left\{ \left[ \alpha_1^2 - r_1^2 \right] \left[ C_1 e^{r_1 \delta} + C_2 e^{-r_1 \delta} \right] + \right. \\ & \left. + \left[ \alpha_1^2 - r_2^2 \right] \left[ C_3 e^{r_2 \delta} + C_4 e^{-r_2 \delta} \right] + \left[ \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \alpha_1^2 - \gamma_1^2 \right] p(H - \delta) \right\} \end{aligned} \quad (2.112)$$

#### 2.4.4 - Caso de duas paredes

A incógnita passa a ser apenas a força cortante  $q_1$  no ponto médio dos lintéis. Aproveitando a equação (2.86), fazendo  $N_2^{II} = 0$ , obtém-se a equação de compatibilidade que exprime a igualdade do deslocamento vertical do ponto  $m_1$ .

$$\ell_1 \mu' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1 - \frac{1}{E A_1} \int_0^\delta N_1 d\delta - \frac{1}{E A_2} \int_0^\delta N_2 d\delta = 0 \quad (2.113)$$

derivando a expressão acima :

$$\ell_1 \mu'' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1' - \frac{N_1}{E A_1} - \frac{N_2}{E A_2} = 0 \quad (2.114)$$

derivando, ainda, a expressão acima, e tendo em conta as equações (2.19) e (2.25), vem :

$$\ell_1 \mu''' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1'' + \frac{q_1}{E A_1} + \frac{q_1}{E A_2} = 0 \quad (2.115)$$

A força cortante externa  $V$  que atua no painel é repartida por cada parede de modo a se escrever :

$$V = V_1 + V_2 \quad (2.116)$$

substituindo os valores de  $V_1$  e  $V_2$  dados nas equações (2.24) e (2.28), vem :

$$V = -(\delta_1 + \delta_2) \mu''' + \ell_1 q_1 \quad (2.117)$$

O valor de  $q_1$ ,  $q_1'$  e  $q_1''$  é obtido da expressão anterior e vale :

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{V}{\ell_1} + \frac{\delta_V}{\ell_1} \mu''' \\ q_1' &= \frac{V'}{\ell_1} + \frac{\delta_V}{\ell_1} \mu^{IV} \\ q_1'' &= \frac{V''}{\ell_1} + \frac{\delta_V}{\ell_1} \mu^V \end{aligned} \right\} \quad (2.118)$$

onde :  $\delta_V = \delta_1 + \delta_2$

substituindo  $q_1$  e  $q_1''$  na equação (2.115) :

$$\begin{aligned} \ell_1 \mu''' - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} \frac{V''}{\ell_1} - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} \frac{\delta_V}{\ell_1} \mu^V + \\ \left( \frac{1}{E A_1} + \frac{1}{E A_2} \right) \frac{V}{\ell_1} + \left( \frac{1}{E A_1} + \frac{1}{E A_2} \right) \frac{\delta_V}{\ell_1} \mu''' = 0 \end{aligned} \quad (2.119)$$

dai :

$$\frac{J_v \mu^v}{h} - \frac{I_1 \ell_1}{b_1^3} \left[ \ell_1 + \frac{J_v}{\ell_1 E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \right] \mu''' =$$

$$\frac{12 E}{h} - \frac{I_1 \ell_1}{b_1^3} \left[ \frac{1}{\ell_1 E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \right] v - v''' \quad (2.120)$$

chamando :

$$s_g = \frac{12 E}{h} - \frac{I_1 \ell_1}{b_1^3} \left[ \ell_1 + \frac{J_v}{\ell_1 E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \right] \quad (2.121)$$

$$\alpha = \frac{12 E}{h} - \frac{I_1 \ell_1}{b_1^3} \left[ \frac{1}{\ell_1 E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \right] \quad (2.122)$$

a equação fica :

$$J_v \mu^v - s_g \mu''' = \alpha v - v'' \quad (2.123)$$

e, fazendo :

$$K^2 = \frac{s_g}{J_v}$$

a equação (2.123) toma a forma :

$$\mu^v - K^2 \mu''' = \frac{\alpha}{J_v} v - \frac{1}{J_v} v'' \quad (2.124)$$

Solução da equação diferencial (2.124) :

O valor da cortante externa é dada na equação (2.50) para o caso de carga uniformemente distribuída e vale :

$$v = q_v \left[ H - \delta \right] \quad (2.125)$$

dai :

$$\left. \begin{array}{l} v' = -q_v \\ v'' = 0 \end{array} \right\} \quad (2.126)$$

levando as equações (2.125) e (2.126) à equação (2.124), vem :

$$\mu^v - K^2 \mu''' = -\frac{\alpha}{J_v} q_v \left[ H - \delta \right] \quad (2.127)$$

a) solução da parte homogênea da equação (2.127) :

$$\mu^v - K^2 \mu''' = 0 \quad (2.128)$$

a equação característica da equação (2.128) é :

$$r^5 - K^2 r^3 = 0 \quad (2.129)$$

$$r^3 (r^2 - K^2) = 0 \quad (2.130)$$

$$r = \pm K \quad (2.131)$$

as raízes da equação são, portanto :

$$r_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad e^{r_1 \delta} = 1$$

$$r_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \delta e^{r_2 \delta} = \delta$$

$$\begin{array}{ll}
 r_3 = 0 & \xrightarrow{\hspace{2cm}} \delta^2 e^{r_3 \delta} = \delta^2 \\
 r_4 = +K & \xrightarrow{\hspace{2cm}} e^{r_4 \delta} = e^{k\delta} \\
 r_5 = -K & \xrightarrow{\hspace{2cm}} e^{r_5 \delta} = e^{-k\delta}
 \end{array}$$

a solução da parte homogênea será :

$$\mu_h = C_1 + C_2 \delta + C_3 \delta^2 + C_4 e^{k\delta} + C_5 e^{-k\delta} \quad (2.132)$$

b) solução particular da equação (2.127) :

Tomando um polinômio do 4º grau e procedendo às derivações sucessivas até a 5ª derivada vem :

$$\left. \begin{array}{l}
 \mu_p = A\delta^4 + B\delta^3 + C\delta^2 + D\delta + E \\
 \mu_p' = 4A\delta^3 + 3B\delta^2 + 2C\delta + D \\
 \mu_p'' = 12A\delta^2 + 6B\delta + 2C \\
 \mu_p''' = 24A\delta + 6B \\
 \mu_p^{IV} = 24A \\
 \mu_p^V = 0
 \end{array} \right\} \quad (2.133)$$

substituindo os valores de  $\mu_p'''$  e  $\mu_p^V$  na equação (2.127), vem :

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{\alpha}{24K^2 f_v} q_v \\ B = -\frac{\alpha H}{6K^2 f_v} q_v \end{array} \right\} \quad (2.134)$$

a solução particular da equação (2.127) será :

$$\mu_p = \frac{\alpha q_v}{24K^2 f_v} (\beta - 4H) \beta^3$$

Logo, a solução geral da equação diferencial (2.127) será:

$$\mu = C_1 + C_2 \beta + C_3 \beta^2 + C_4 e^{k\beta} + C_5 e^{-k\beta} + \frac{\alpha q_v}{24 K^2 f_v} (\beta - 4H) \beta^3$$

(2.135)

Determinação das constantes de integração :

Condições de contorno:

i) Devido ao engastamento das paredes na base ( $\beta=0$ )

$$\mu(0) = 0 \quad \dots \text{(I)}$$

$$\mu'(0) = 0 \quad \dots \text{(II)}$$

Aplicando a condição (III) à equação de compatibilidade de deslocamentos (2.113), vem :

$$l_1 \mu(0) - \frac{h b_1^3}{12 E I_1} q_1(0) - \frac{1}{E A_1} \int_0^0 N_1 d\beta - \frac{1}{E A_2} \int_0^0 N_2 d\beta = 0$$

(2.136)

dai :

$$q_1(\omega) = 0 \quad (2.137)$$

substituindo o valor de  $q_1$  na equação (2.117) :

$$V = - f_v \mu''(\omega) = q_v(H - \beta) \quad (2.138)$$

obtendo-se, então :

$$\mu''(\omega) = - \frac{q_v}{f_v} H \quad (III)$$

ii) No topo das paredes ( $\beta=H$ ), tem-se :

$$\mu'(CH) = 0 \quad (IV)$$

Aplicando a condição (IV) na equação (2.114), vem :

$$\frac{h b_1^3}{12 E I_1} \mu'(CH) - \frac{N_1}{E A_1} - \frac{N_2}{E A_2} = 0 \quad (2.139)$$

Tendo em conta, ainda, que no topo  $N_1 = N_2 = 0$ , vem :

$$q_1(CH) = 0 \quad (2.140)$$

substituindo o valor de  $q_1(CH)$  na segunda das expressões (2.118), e tendo em conta a equação (2.126) :

$$\mu^{IV}(CH) = \frac{q_v}{f_v} \quad (V)$$

Derivando sucessivamente até a quarta ordem a equação (2.135) e aplicando as cinco condições de contorno (I) a (V), obtém-se o valor de cada constante de integração, a saber :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{q_v}{K^\sigma f_v} \left[ \frac{(\alpha - K^2) (2 + KH(e^{KH} - e^{-KH}))}{(e^{KH} + e^{-KH})} \right] \\ C_2 &= - \frac{q_v}{K^\sigma f_v} \left[ K^2 H (\alpha - K^2) \right] \\ C_3 &= \frac{q_v}{K^\sigma f_v} \left[ \frac{\alpha K^4 H^2 + 2K^2 (\alpha - K^2)}{4} \right] \\ C_4 &= \frac{q_v}{K^\sigma f_v} \left[ \frac{KH e^{-KH} (\alpha - K^2) - (\alpha - K^2)}{(e^{KH} + e^{-KH})} \right] \\ C_5 &= - \frac{q_v}{K^\sigma f_v} \left[ \frac{KH e^{KH} (\alpha - K^2) + (\alpha - K^2)}{(e^{KH} + e^{-KH})} \right] \end{aligned} \right\}$$

(2.141)

Substituindo na equação (2.135) o valor de cada constante de integração obtida, tem-se a expressão que fornece o deslocamento horizontal do painel, medido em qualquer nível.

## 2.5 - MODELO III ( PO/NP/SA/TC )

### Pórticos de nós puntuais sem considerar a deformação axial dos pilares

Este modelo é obtido à partir do painel geral com a eliminação do painel parede. Fisicamente, no entanto, o modelo representa um painel formado por prumadas de elementos verticais (pilares) ligados por elementos horizontais (viga) ao nível dos andares. O número de prumadas de pilares será limitado a três (serão examinados exemplos com duas e três prumadas), porém será fácil concluir que as expressões obtidas podem ser estendidas a um número qualquer de pilares. O modelo apresenta, além das características físicas acima descritas, duas outras considerações importantes, quais sejam: Os nós do pórtico são considerados puntuais, e na análise será considerado que os elementos verticais não se deformam axialmente. Para esse modelo, portanto, os nós serão caracterizados pelo encontro dos eixos de vigas e pilares.

A equação que representa o comportamento de um pórtico plano submetido a um carregamento horizontal qualquer foi discutida no item ( 2.2.2 ) e é dada por :

$$V = s_f \mu \quad (2.142)$$

A solução da equação (2.142) depende do tipo do carregamento horizontal aplicado ao pórtico. Para o caso de uma carga uniformemente distribuída de intensidade  $q_f$ , a força cortante V correspondente à resultante dessa carga situada entre o topo do pórtico de altura H e um andar genérico de cota  $\beta$ , é dada por :

$$V = q_f (H - \beta) \quad (2.143)$$

Levando (2.143) em (2.142), tem-se :

$$\mu = \frac{q_f}{s_f} (H - \delta) \quad (2.144)$$

que, resolvida, fornece :

$$\mu = \frac{q_f}{s_f} \left( H\delta - \frac{\delta^2}{2} \right) + C_1 \quad (2.145)$$

Devido ao engastamento perfeito de todos os pilares na base, pode-se escrever uma condição de contorno que permitirá determinar o valor de  $C_1$ , qual seja :

$$\mu(\omega) = 0 \quad (I)$$

Levando esta condição à equação (2.145), tira-se o valor de  $C_1$  :

$$C_1 = 0$$

dando forma definitiva à equação (2.145)

$$\mu = \frac{q_f \delta}{2 s_f} (2H - \delta) \quad (2.146)$$

### 2.5.1 - Determinação da rigidez $s_f$

Segundo STAMATO [3] é razoável supor, em pórticos regulares<sup>4</sup> solicitados pelo vento, situar os pontos de momento nulo no centro dos vãos de vigas e pilares, o que equivale considerar iguais todas as rotações dos nós consecutivos de um mesmo pilar.

---

(1) Pórticos em que a rigidez dos pilares não é exageradamente maior do que a das vigas ou nos quais seja aceitável admitir momentos fletores nulos no centro dos vãos de vigas e pilares.

É do conhecimento no meio técnico que nos andares mais baixos bem como nos andares mais elevados de um pórtico o ponto de inflexão dos pilares não coincide com a semi-altura destes; Todavia, nos andares intermediários, que constituem a maior porção do painel, geralmente esta coincidência pode ser admitida.

Semelhantemente para os vãos das vigas situados próximos às extremidades do painel o ponto de inflexão se afasta de seus centros; Nos vãos mais centrais, porém, este ponto fica muito próximo ou coincide com o centro do vão.

Neste trabalho será tomado como imposição que os pontos de momento nulo (pontos de inflexão da elástica) de todos os pilares e vigas do painel estarão situados nos pontos médios de seus respectivos vãos, procedimento este bastante utilizado na literatura técnica corrente.

Sejam os nós A, B e C pertencentes a uma viga situada num determinado andar e ainda os nós D e E de uma mesma prumada de um pilar de pórtico, como mostra a figura 2.11 na página seguinte.

A distorção do andar, causada pela força externa V devida ao vento, é medida por  $\mu$  e a rotação do nó B designada por  $\phi$ .

Escrevendo o momento fletor que cada barra aplica ao nó B, positivo no sentido horário, e chamando de K a relação entre a inércia e o vão de cada barra considerada, vem :

$$M_{BA} = -6 E K_{BA} \phi$$

$$M_{BC} = -6 E K_{BC} \phi$$

$$M_{BD} = +6 E K_{BD} (\mu' - \phi)$$

$$M_{BE} = +6 E K_{BE} (\mu' - \phi)$$

(2.147)

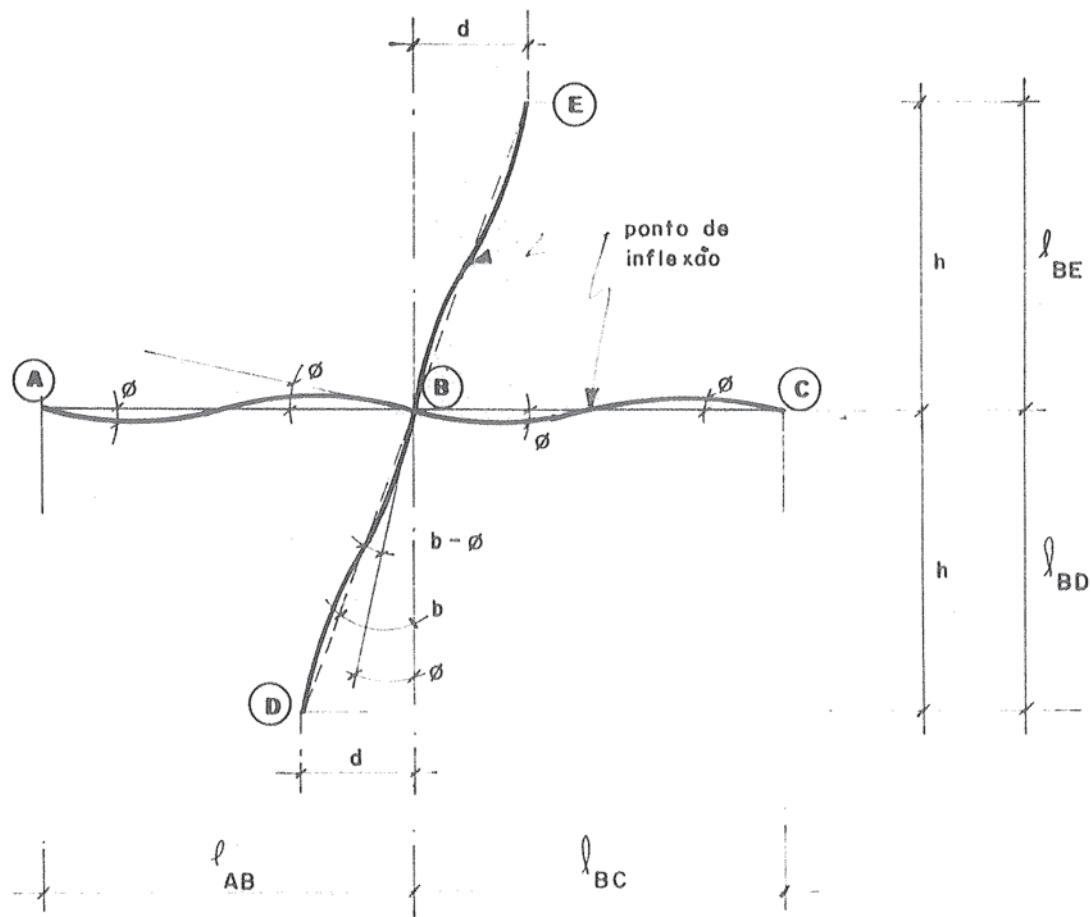


Fig. 2.11 - Pórtico de nós puntuais

Estando o nó B em equilíbrio, a soma dos momentos em torno dêle será nula. Procedendo desta forma, obtém-se o valor dos ângulos  $\phi$  e  $(\mu' - \phi)$ :

$$\phi = \frac{K_{BD} + K_{BE}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \mu' \quad (2.148)$$

$$(\mu' - \phi) = \frac{K_{BA} + K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \mu' \quad (2.149)$$

Da figura 2.11. é possível avaliar a parcela da força cortante absorvida pelo pilar BD, ao nível do nó B, que vale:

$$V_B = \frac{2 M_{BD}}{h} \quad (2.150)$$

Substituindo o valor de  $M_{BD}$  dado em (2.147),

$$V_B = \left( \frac{12E}{h} \right) K_{BD} (\mu' - \phi) \quad (2.151)$$

que, com a equação dada em (2.149), fica:

$$V_B = \left( \frac{12E}{h} \right) K_{BD} \frac{\sum K_v}{\sum K_t} \mu' \quad (2.152)$$

$$\begin{aligned} \sum K_v &= K_{BA} + K_{BC} \\ \sum K_t &= K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2.153)$$

Comparando-se as equações (2.152) e (2.142) conclui-se que:

$$s_{f_{BD}} = \left( \frac{12E}{h} \right) K_{BD} \frac{\sum K_v}{\sum K_t} \quad (2.154)$$

A expressão (2.154) traduz a contribuição da faixa de influência do pilar BD à rigidez do pórtico. A rigidez total  $s_f$  do pórtico será obtida pela soma das contribuições de cada pilar ao nível de cada andar e é dado por :

$$s_f = \left( \frac{12E}{h} \right) \sum_{na} \left[ K_{pn} \frac{\sum K_{vn}}{\sum K_{tn}} \right] \quad (2.155)$$

onde :

$h$  - pé-direito do andar.

$K$  - relação entre inércia e vão do tramo de viga ou pilar considerado.

$na$  - somatória estendida a todos os nós do andar considerado.

$K_{pn}$  - relação  $K$  para o tramo de pilar logo abaixo do nó considerado.

$K_{vn}$  - somatória da relações  $K$  que se estende nos vãos das vigas que concorrem no nó considerado (um ou dois vãos).

$K_{tn}$  - somatória das relações  $K$  que se estende aos vãos de vigas e pilares que concorrem no nó considerado (dois, três ou quatro vãos).

## 2.5.2 - Esforços nos elementos do pórtico

Com o auxílio das equações (2.142), (2.143), (2.144), (2.146), (2.147), (2.148), (2.149), (2.150), (2.152) e (2.155), pode-se determinar os esforços em todos os elementos do pórtico (viga e pilares).

Seja, para tanto, o pórtico da figura 2.12 onde se assinala a posição genérica dos tramos de um pilar e uma viga.

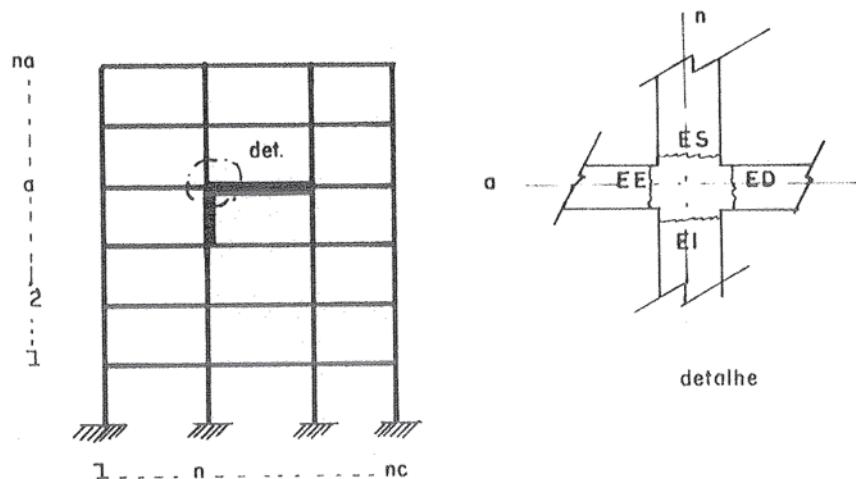


Fig 2.12 - Nomenclatura dos elementos

Para um pilar ou viga localizado num determinado andar a e numa prumada n, adotar-se-á a seguinte convenção :

a) Para pilares :

ES - esforço no extremo superior do pilar localizado no andar a+1 da prumada n.

EI - esforço no extremo inferior do pilar localizado no andar a da prumada n.

b) Para vigas :

EE - esforço no extremo esquerdo de um tramo de viga localizado na prumada n do andar a.

ED - esforço no extremo direito de um tramo de viga localizado na prumada n-1 do andar a.

Momento fletor nos pilares e vigas :

$$M_{PS} = - 6 E K_{PS} (\mu' - \phi) \quad (2.156)$$

$$M_{PI} = + 6 E K_{PI} (\mu' - \phi) \quad (2.157)$$

$$M_{VD} = - 6 E K_{VD} \phi \quad (2.158)$$

$$M_{VE} = + 6 E K_{VE} \phi \quad (2.159)$$

Força cortante nos pilares e vigas :

$$V_{PS} = \frac{12 E}{h} K_{PS} \frac{\sum K_v}{\sum K_t} \mu' \quad (2.160)$$

$$V_{PI} = \frac{12 E}{h} K_{PI} \frac{\sum K_v}{\sum K_t} \mu' \quad (2.161)$$

$$V_{VD} = \left( M_{VE_{n+1}} + M_{VD_n} \right) \swarrow L_{V_n} \quad (2.162)$$

$$V_{VE} = \left( M_{VE_n} + M_{VD_{n-1}} \right) \swarrow L_{V_{n-1}} \quad (2.163)$$

2.6 - MODELO IV (PO/NP/CA/TC)

Pórtico de nós puntuais considerando a deformação axial de seus pilares

O modelo agora analisado é idêntico ao modelo III porém acrescentando à análise a deformação axial a que estão sujeitos os pilares. Todas as considerações feitas no modelo anterior são aqui válidas, passando-se, portanto, ao cálculo da rigidez  $s_f$  do pórtico.

Sejam os nós A e B pertencentes a uma viga situada num determinado andar e ainda os nós C e E de uma mesma prumada de um pórtico, como mostra a figura 2.13.

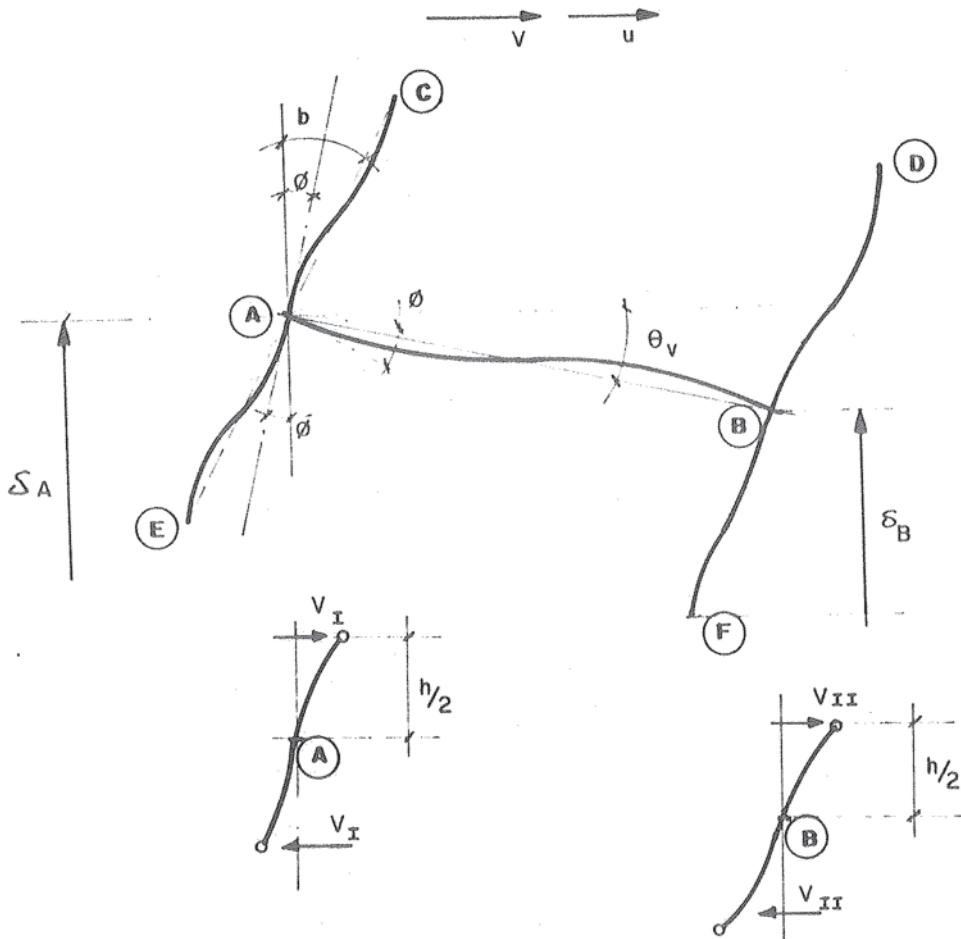


Figura 2.13 - Nô puntual com deformação axial

A distorção do andar, causada pela força cortante externa  $V$  devida ao vento, é medida por  $\mu'$  e a rotação do nó A designada por  $\phi$ . A distorção do piso entre os nós A e B, após a deformação é dada por :

$$\theta_v = \frac{\delta_A - \delta_B}{l_{AB}} \quad (2.164)$$

Escrevendo o momento fletor que cada barra aplica ao nó A, positivo no sentido horário, e chamando de  $K$  a relação entre a inércia e o vão de cada barra considerada, vem :

$$\left. \begin{aligned} M_{AC} &= + 6EK_{AC} (\mu' - \phi) \\ M_{AE} &= + 6EK_{AE} (\mu' - \phi) \\ M_{AB} &= - 6EK_{AB} \phi - 6EK_{AB} \theta_v \end{aligned} \right\} \quad (2.165)$$

Estando o nó A em equilíbrio, a soma dos momentos em torno dele é nula e daí obtém-se :

$$\phi = \frac{K_{AC} + K_{AE}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} \mu' - \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} \theta_v \quad (2.166)$$

$$(\mu' - \phi) = \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} \mu' + \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} \theta_v \quad (2.167)$$

Com o auxílio da figura 2.12 é possível obter o valor da parcela da força cortante absorvida pelo pilar AE,  $V_I$ , ao nível do nó A, que vale :

$$V_I = \frac{2 M_{AE}}{h} \quad (2.168)$$

Substituindo o valor de  $M_{AE}$  dado na equação (2.165),

vem:

$$V_I = \left( \frac{12 E}{h} \right) K_{AE} (\mu' - \phi) \quad (2.169)$$

que, junto com a equação (2.167), fica:

$$V_I = \left( \frac{12 E}{h} \right) K_{AE} \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} (\mu' + \theta_v) \quad (2.170)$$

A expressão (2.170) traduz a contribuição do pilar AE à rigidez do pórtico. Analisando o pilar BF de uma maneira análoga ao pilar AE, pode-se escrever:

$$V_{II} = \left( \frac{12 E}{h} \right) K_{BF} \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{BD} + K_{BF}} (\mu' + \theta_v) \quad (2.171)$$

Tendo em conta que a força cortante externa é equilibrada pelas parcelas  $V_I$  e  $V_{II}$ , vem:

$$V = V_I + V_{II} \quad (2.172)$$

e daí:

$$V = \left( \frac{12 E}{h} \right) K_{AB} \frac{K_{AE} + K_{BF}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} (\mu' - \theta_v) \quad (2.173)$$

ou

$$V = s_1 (\mu' + \theta_v) \quad (2.174)$$

onde :

$$s_1 = \left( \frac{12 E}{h} \right) K_{AB} \frac{K_{AE} + K_{BF}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} \quad (2.175)$$

E necessário, agora, já obtido o valor da rigidez  $s_1$  do pórtico, resolver a equação diferencial (2.174). A força cortante nas vigas do painel é suposta distribuída uniformemente ao longo da altura do andar; como mostra a figura 2.14, logo abaixo, a viga AB estaria sob as ações ali indicadas :

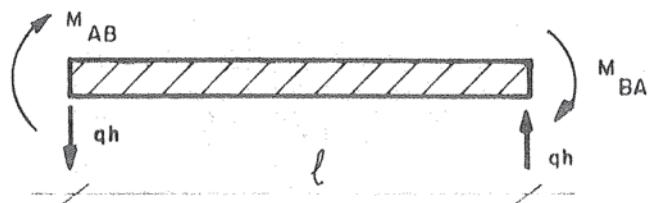


Fig. 2.14 - Ações numa viga do pórtico

O valor da cortante  $q$  é, portanto :

$$q = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{l h} \quad (2.176)$$

e, substituindo o valor dos momentos  $M_{AB}$  e  $M_{BA}$  dados em (2.165), vem :

$$q = - \frac{12 E}{l h} K_{AB} \frac{K_{AE} + K_{BF}}{K_{AB} + K_{AC} + K_{AE}} (\mu' + \theta_v) \quad (2.177)$$

ou,

$$q = - \frac{s_1}{1} (\mu' + \theta_v) \quad (2.178)$$

Os esforços normais nos pilares do painel são despertados pela ação das cortantes  $q$ , como esclarece a figura 2.15.

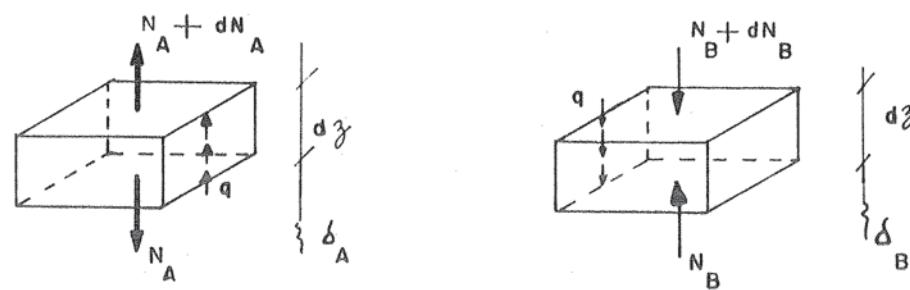


fig. 2.15 - Elemento dos pilares AE e BF

Do equilíbrio de forças nos pilares da figura 2.14, pode-se escrever :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_A}{dz} &= -q \\ \frac{dN_B}{dz} &= -q \end{aligned} \right\} \quad (2.179)$$

Pode-se escrever, também, o deslocamento relativo infinitesimal dos elementos de pilar mostrados na figura 2.15

$$\left. \begin{aligned} d\delta_A &= -\frac{N_A}{E A_A} dz \\ d\delta_B &= -\frac{N_B}{E A_B} dz \end{aligned} \right\} \quad (2.180)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta'_A &= \frac{d\delta_A}{dz} = \frac{N_A}{E A_A} \\ \delta'_B &= \frac{d\delta_B}{dz} = -\frac{N_B}{E A_B} \end{aligned} \right\} \quad (2.181)$$

Derivando as expressões (2.181) e substituindo as expressões (2.179) nas equações encontradas, vem :

$$\left. \begin{aligned} \delta''_A &= -\frac{q}{E A_A} \\ \delta''_B &= +\frac{q}{E A_B} \end{aligned} \right\} \quad (2.182)$$

onde  $A_A$  e  $A_B$  são as áreas da seção transversal dos pilares AE e BF, respectivamente.

Das equações (2.164), (2.174), (2.178) e (2.182), escrevendo-as de forma mais conveniente, tem-se o seguinte resumo :

$$V = s_1 \mu' + s_1 \left( \frac{\delta_A - \delta_B}{l} \right) \quad (2.183)$$

$$q = - \frac{s_1}{\ell} \mu' - s_1 \left( \frac{\delta_A - \delta_B}{\ell} \right) \quad (2.184)$$

$$\delta_A'' = - \frac{q}{E A_A} \quad (2.185)$$

$$\delta_B'' = + \frac{q}{E A_B} \quad (2.186)$$

As condições de contorno aplicáveis ao problema são:

a) Na base,  $\gamma=0$ , pode-se escrever :

$$\left. \begin{array}{l} \mu(0) = 0 \\ \delta_A(0) = 0 \\ \delta_B(0) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.187)$$

b) No topo do pórtico,  $\gamma = H$ , escreve-se :

$$\left. \begin{array}{l} \delta_A(H) = 0 \\ \delta_B(H) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.188)$$

Da equação (2.183), tira-se o valor de  $\mu'$  :

$$\mu' = \frac{V}{s_1} - \frac{(\delta_A - \delta_B)}{\ell} \quad (2.189)$$

Substituindo, agora, (2.184) em (2.185) e (2.186), vem :

$$E A_A \delta_A'' = - \frac{s_1}{\ell} \mu' + \frac{s_1}{\ell^2} (\delta_A - \delta_B) \quad (2.190)$$

$$E A_B \delta''_B = -\frac{s_1}{t} \mu - \frac{s_1}{t^2} (\delta_A - \delta_B) \quad (2.191)$$

Fazendo a substituição da equação (2.189) nas duas anteriores, fica :

$$E A_A \delta''_A = -\frac{V}{t} \quad (2.192)$$

$$E A_B \delta''_B = -\frac{V}{t} \quad (2.193)$$

O valor de V para o caso de carga externa uniformemente distribuída já é conhecido; substituindo esse valor nas equações anteriores :

$$E A_A \delta''_A = -\frac{q_f}{t} (H - \delta) \quad (2.194)$$

$$E A_B \delta''_B = -\frac{q_f}{t} (H - \delta) \quad (2.195)$$

Integrando duas vezes a equação (2.194), vem :

$$E A \delta'_A = -\frac{q_f}{2t} \left( 2H\delta - \delta^2 \right) + C_1 \quad (2.196)$$

$$E A \delta_A = -\frac{q_f}{6t} \left( 3H\delta^2 - \delta^3 \right) + C_1\delta + C_2 \quad (2.197)$$

Dai, aplicando as condições de contorno (2.187) e (2.188), obtém-se  $C_1$  e  $C_2$  :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{q_f H^2}{2t} \\ C_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.198)$$

Levando os valores de (2.198) em (2.197), fica :

$$E A_A \delta_A = - \frac{q_f \delta}{6 t} \left( \delta^2 - 3H\delta + 3H^2 \right) \quad (2.199)$$

Analogamente, procedendo da mesma forma com a equação (2.195), obtém-se :

$$E A_B \delta_B = - \frac{q_f \delta}{6 t} \left( \delta^2 - 3H\delta + 3H^2 \right) \quad (2.200)$$

Supondo que os pilares tenham seção transversal de mesma área  $A = A_A = A_B$  e substituindo as equações (2.199) e (2.200) em (2.189), vem :

$$\mu' = - \frac{q_f}{2s_1} (CH - \delta) + \frac{q_f \delta}{3EA\ell^2} \left( \delta^2 - 3H\delta + 3H^2 \right) \quad (2.201)$$

Integrando a expressão anterior :

$$\mu = \frac{q_f}{2s_1} \left( 2H\delta - \delta^2 \right) + \frac{q_f \delta}{12EA\ell^2} \left( \delta^3 - 4H\delta^2 + 6H^2\delta \right) + C_1 \quad (2.202)$$

Aplicando a primeira das condições de contorno contida nas equações (2.187), vem :

$$C_1 = 0, \quad \text{logo :}$$

$$\mu = \frac{q_f \delta}{2s_1} \left( 2H - \delta \right) + \frac{q_f \delta^2}{12EA\ell^2} \left( \delta^2 - 4H\delta + 6H^2 \right) \quad (2.203)$$

Observações :

- 1 - Eliminando o segundo termo da equação (2.203), obtém-se :

$$\mu = \frac{q_f \delta}{2s_1} \left[ 2H - \delta \right] \quad (2.204)$$

Comparando a equação (2.204) com a equação (2.146), obtida para o modelo III, verifica-se que elas são idênticas pois  $s_1 = s_f$ .

- 2 - Pode-se afirmar, portanto, que a segunda parcela da equação (2.203) reflete a influência da deformabilidade dos pilares no cálculo do deslocamento horizontal do painel.

## 2.7 - MODELO V ( PÓ/NF/SA/TC )

Pórticos de nós de dimensões finitas sem considerar a deformação axial dos pilares

A diferença deste para o modelo III é a consideração do nó como sendo rígido, (ver fig. 1.1).

Vale ressaltar que as deformações à flexão dos vãos livres dos elementos viga e pilar são bem diferentes das apresentadas no ambiente do nó rígido, que se comportam como se fossem corpos realmente rígidos. Este modelo não considera, na sua formulação, a deformabilidade axial dos pilares do painel.

Analogamente ao que foi feito no modelo III, a expressão que determina os deslocamentos horizontais da elástica do pórtico é a mesma encontrada na equação (2.146).

$$\mu = \frac{q_f \delta}{2 s_f} \left[ 2H - \delta \right] \quad (2.205)$$

A única modificação ocorrerá no valor de  $s_f$ .

### 2.7.1 - Determinação da rigidez $s_f$

Todas as hipóteses e considerações assinaladas para o modelo III são aqui válidas.

A figura 2.16 mostra os nós A, B e C pertencentes a uma viga situada num andar genérico de um pórtico e mostra também os nós D e E dispostos numa prumada do citado pórtico.

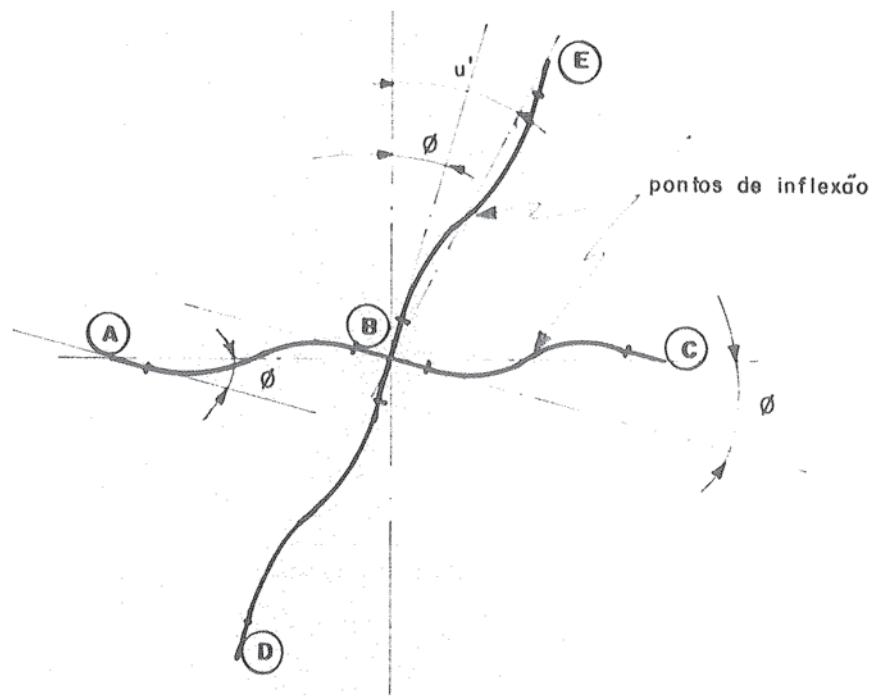
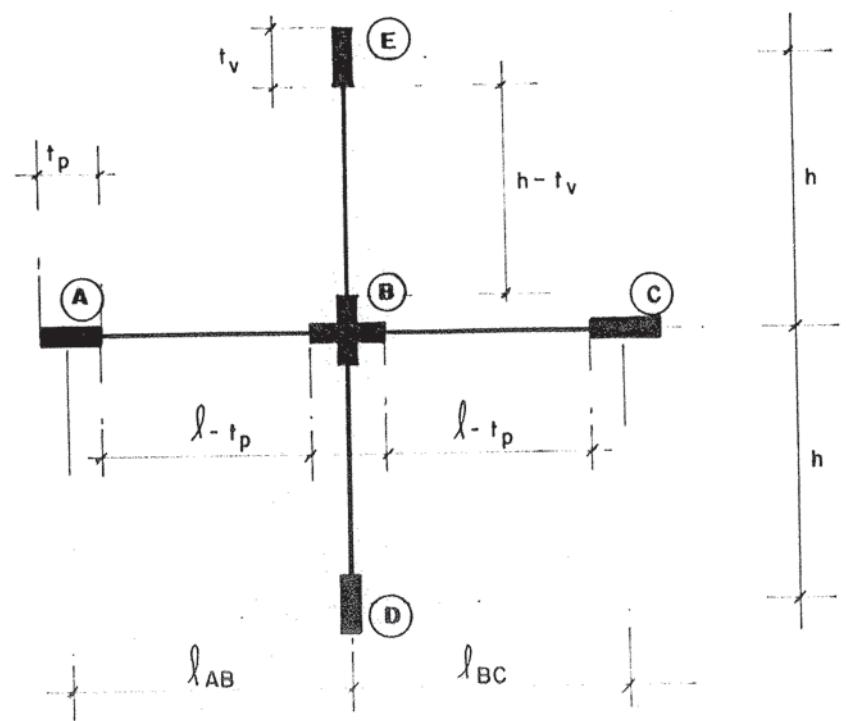


Figura 2.16 - Pórtico de nós de dimensões finitas

A distorção do andar, causada pela ação do vento, será designada por  $\mu'$  e a rotação do nó B por  $\phi$ . As dimensões, no plano, das vigas e pilares do pórtico serão designadas por  $t_v$  e  $t_p$ , respectivamente.

Escrevendo, então, os momentos em torno do nó B, tem-se :

$$M_{BA} = - 6E K_{BA} \phi$$

$$M_{BC} = - 6E \bar{K}_{BC} \phi$$

$$M_{BD} = + 6E \bar{K}_{BD} (\mu' - \phi)$$

$$M_{BE} = + 6E \bar{K}_{BE} (\mu' - \phi)$$

} (2.206)

onde  $\bar{K}$  significa a rigidez do nó de dimensões finitas e será determinado adiante:

O equilíbrio do nó B fornece :

$$\phi = \frac{(\bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})}{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})} \mu' \quad (2.207)$$

$$(\mu' - \phi) = \frac{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC})}{(\bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})} \phi \quad (2.208)$$

Substituindo (2.207) em (2.208), vem :

$$(\mu' - \phi) = \frac{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC})}{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})} \mu' \quad (2.209)$$

A parcela da força cortante absorvida pelo pilar BD, ao nível do nó B, será :

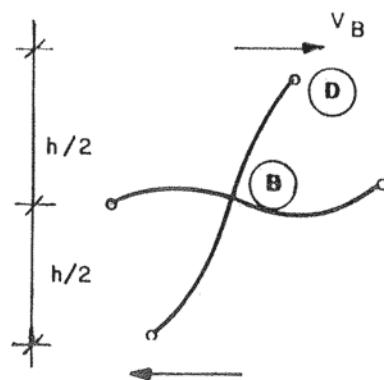


Figura 2.17 - Parcela da cortante no pilar

Da figura 2.17 pode-se escrever :

$$M_{BD} = V_B \frac{h}{2} \quad (2.210)$$

$$V_B = \frac{12 E}{h} \bar{K}_{BD} (\mu' - \phi) \quad (2.211)$$

Com (2.209) na expressão acima, a parcela da força cortante absorvida pelo pilar BD será :

$$V_B = \frac{12 E}{h} \bar{K}_{BD} \frac{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC})}{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})} \mu' \quad (2.212)$$

Comparando a expressão (2.212) com a equação regente do pórtico, equação (2.10), conclui-se que :

$$S_f = \frac{12 E}{h} \bar{K}_{BD} \frac{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC})}{(\bar{K}_{BA} + \bar{K}_{BC} + \bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BE})} \quad (2.213)$$

Determinação de  $\bar{K}$ :

Seja um determinado tramo de viga mostrado na figura 2.18.

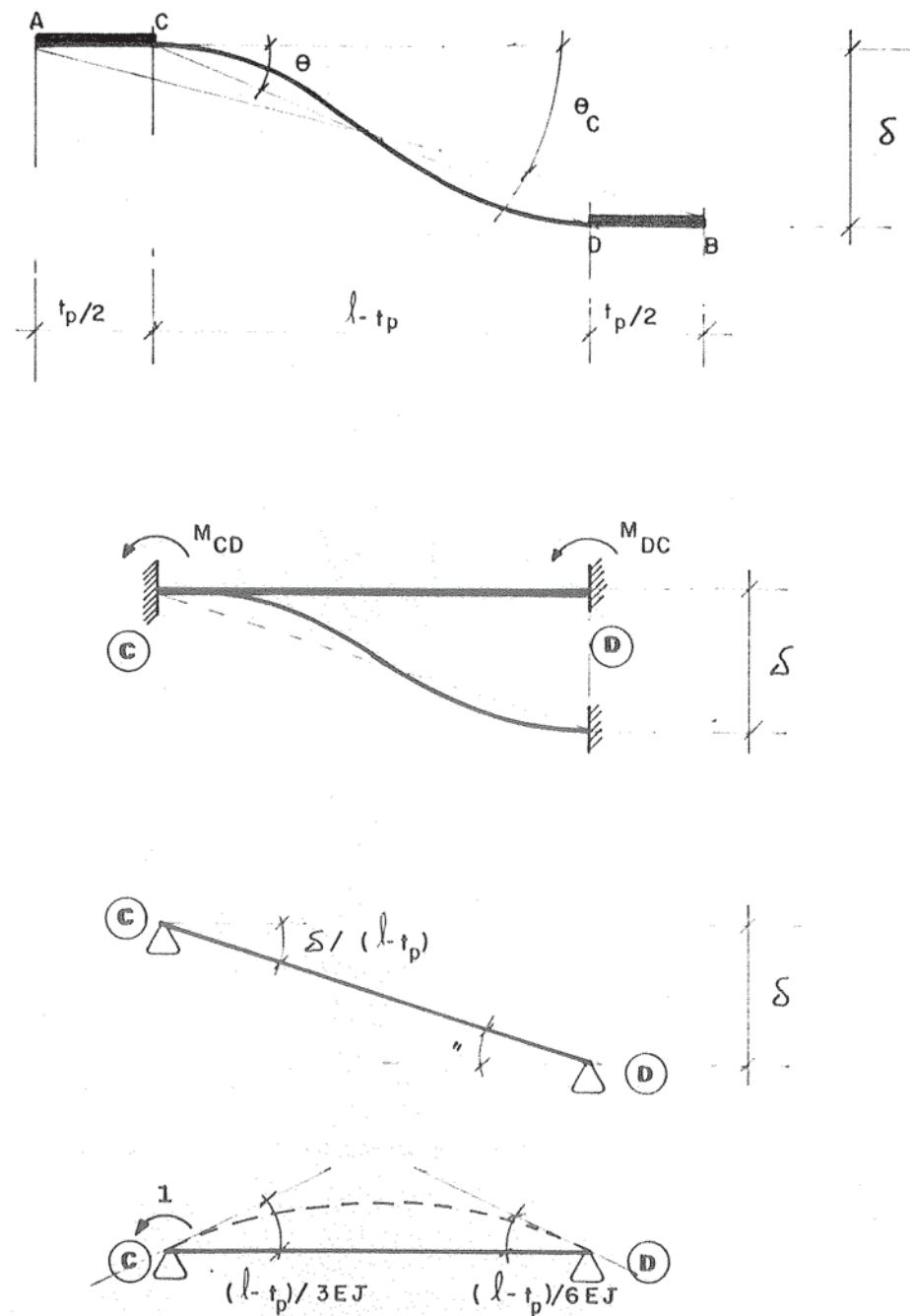


Figura 2.18 – Viga deformada

Escrevendo as rotações em C e D, aplicando as condições de contorno  $\theta_C = \theta_D = 0$ , e fazendo  $t_p = t$ , tem-se :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta}{(l-t)} - \frac{(l-t)}{3EJ} M_{CD} + \frac{(l-t)}{6EJ} M_{DC} &= 0 \\ \frac{\delta}{(l-t)} + \frac{(l-t)}{6EJ} M_{CD} - \frac{(l-t)}{3EJ} M_{DC} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.214)$$

Resolvendo o sistema :

$$M_{CD} = 6EJ \frac{\delta}{(l-t)^2} \quad (2.215)$$

ou

$$M_{CD} = 6E \frac{J}{(l-t)} \frac{\delta}{(l-t)} \quad (2.216)$$

chamando de :

$$K^* = \frac{J}{(l-t)} \quad (2.217)$$

vem,

$$M_{CD} = 6EK^* \frac{\delta}{(l-t)} \quad (2.218)$$

Pode-se, ainda, escrever :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &\cong \frac{\delta}{(l-t)} \cong \theta \\ \theta_C &= -\frac{\delta}{l} \end{aligned} \right\} \quad (2.219)$$

A expressão (2.218) pode ser escrita da seguinte forma :

$$M_{CD} = 6EK^* \frac{\ell}{(\ell-t)} \theta_c \quad (2.220)$$

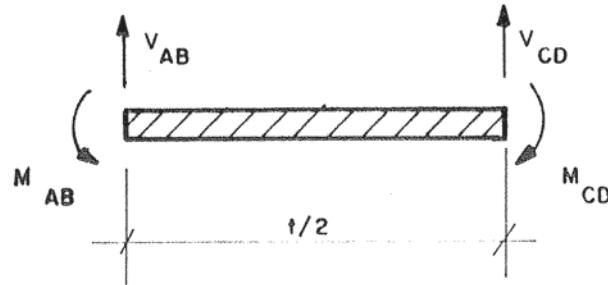


Figura 2.19 - Análise do nó de dimensões finitas

Analizando o nó AC, mostrado na figura 2.19, vem:

$$M_{AB} = M_{CD} + V_{CD} \frac{t}{2} \quad (2.221)$$

e o valor de  $V_{CD}$  será :

$$V_{CD} = \frac{2M_{CD}}{(\ell-t)} \quad (2.222)$$

onde, substituindo o valor de  $M_{CD}$  encontrado em (2.220), dará :

$$V_{CD} = 12EK^* \theta_c \frac{\ell}{(\ell-t)^2} \quad (2.223)$$

e, dai :

$$M_{AB} = 6EK^* \theta_c \frac{\ell}{(\ell-t)} + 12EK^* \theta_c \frac{\ell}{(\ell-t)^2} \quad (2.224)$$

$$M_{AB} = 6EK^* \frac{\ell}{(\ell-t)} \left[ 1 + \frac{t}{(\ell-t)} \right] \theta_c = 6E\bar{K} \theta_c \quad (2.225)$$

onde,

$$\bar{K} = K^* \frac{\ell}{(\ell-t)} \left[ 1 + \frac{t}{(\ell-t)} \right] \quad (2.226)$$

$$\text{ou } \bar{K} = K^* \left[ \frac{\ell}{\ell-t} \right]^2 \quad (2.227)$$

A rigidez total  $s_f$  do pórtico será obtida pela soma das contribuições de cada pilar ao nível de cada andar dada por :

$$s_f = \left( \frac{12E}{h} \right) \sum_{na} \left[ \bar{K}_{pn} \frac{\sum \bar{K}_{vn}}{\sum \bar{K}_{ln}} \right] \quad (2.228)$$

onde :

$h$  - pé-direito do andar.

$na$  - somatória estendida a todos os nós do andar considerado.

$\bar{K}_{pn}$  - valor dado pela expressão (2.227) para o tramo de pilar logo abaixo do nó considerado.

$\bar{K}_{vn}$  - somatória das relações dadas pela expressão (2.227) que se estende aos vãos de viga que concorrem no nó considerado (um ou dois).

$\bar{K}_{ln}$  - somatória das relações dadas pela expressão (2.227) que se estende aos vãos de viga e pilares que concorrem no nó considerado (um, dois, três ou quatro).

Nota-se que o caso tratado no item 2.5 para nós puntuais é o caso particular do presente item, ou seja, para nós de dimensões finitas.

Fazendo-se  $t=0$  nas expressões (2.217) e (2.226) ou (2.227), tem-se :

$$K^* = \frac{J}{\ell} = K \quad (2.229)$$

$$\bar{K} = K^* = K \quad (2.230)$$

Logo, as expressões (2.213) e (2.228) tomam a forma :

$$s_f = \left( \frac{12E}{h} \right) \sum_{n_a} \left[ K_{pn} - \frac{\sum K_{vn}}{\sum K_{tn}} \right] \quad (2.231)$$

que é idêntica à expressão (2.155).

## 2.8 - MODELO VI (PO/NF/CA/TC)

Pórticos de nós de dimensões finitas considerando a deformabilidade axial de seus pilares

Neste modelo considera-se a deformabilidade axial dos pilares do painel mantendo-se o nó como de dimensões finitas. Todas as demais considerações formuladas no modelo V são aqui mantidas.

### 2.8.1 - Determinação da rigidez $s_f$

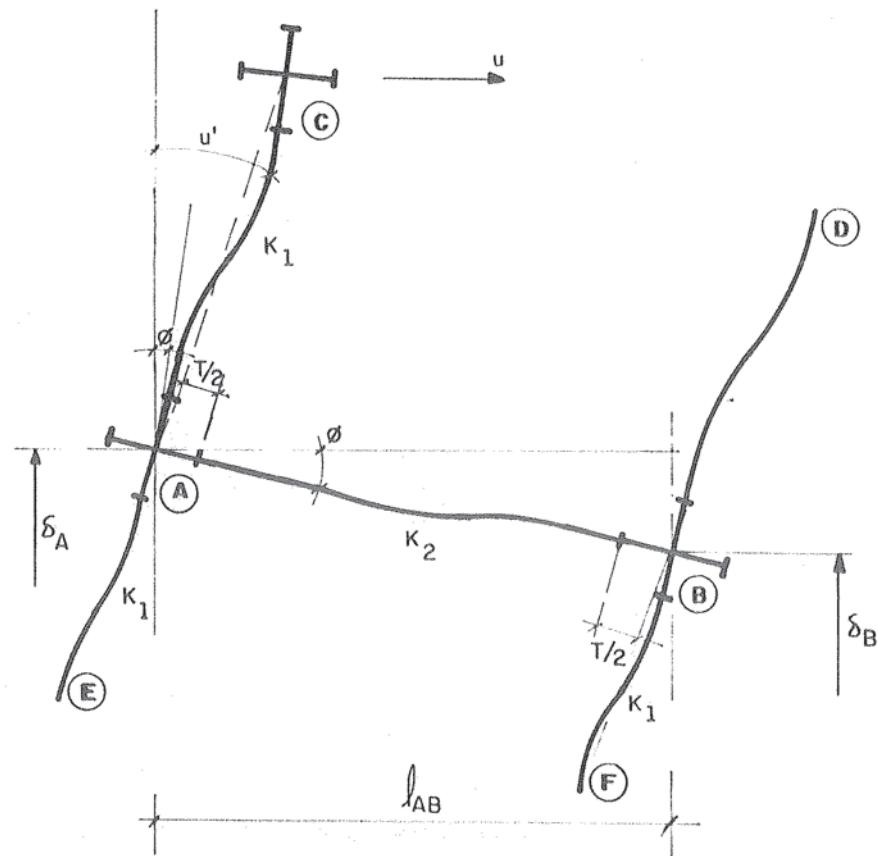


Figura 2.20 - Pórtico com nó de dimensões finitas  
e deformação axial

A figura 2.20, na página anterior, mostra os nós A e B pertencentes a uma viga situada num andar genérico de um pórtico bem como os nós C e E e D e F dispostos, respectivamente, em uma determinada prumada do citado pórtico.

Analogamente ao que foi desenvolvido no modelo IV, incluindo apenas a rigidez  $\bar{K}$  em lugar de K, pode-se escrever :

$$\phi = \frac{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} \right)}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} \mu' - \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} \theta_v \quad (2.232)$$

e também

$$(\mu - \phi) = \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} \mu' + \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} \theta_v \quad (2.233)$$

A parcela de força cortante absorvida pelo pilar AE ao nível do nó A será :

$$V_{AE} = \left( \frac{12E}{h} \right) \bar{K}_{AE} \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} (\mu' - \theta_v) \quad (2.234)$$

ou

$$V_{AE} = s_1^{AE} (\mu' + \theta_v) \quad (2.235)$$

onde :

$$s_1^{AE} = \left( \frac{12E}{h} \right) \bar{K}_{AE} \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{AC} + \bar{K}_{AE} + \bar{K}_{AB} \right)} \quad (2.236)$$

Anàlogamente para o pilar BF, ao nível do nó B, a parcela de força cortante absorvida será :

$$s_1^{BF} = \left( \frac{12E}{h} \right) \bar{K}_{BF} \frac{\bar{K}_{AB}}{\left( \bar{K}_{BD} + \bar{K}_{BF} + \bar{K}_{AB} \right)} \quad (2.237)$$

Considerando a hipótese de que todos os pilares do painel possuem a mesma rigidez :

$$\begin{aligned} \bar{K}_{AC} &= \bar{K}_{AE} = \bar{K}_{BD} = \bar{K}_{BF} = \bar{K}_1 \\ \bar{K}_{AB} &= \bar{K}_z \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (2.238)$$

a rigidez total do painel será :

$$s_1 = \left( \frac{24E}{h} \right) \frac{\bar{K}_1 \bar{K}_z}{\left( 2\bar{K}_1 + \bar{K}_z \right)} \quad (2.239)$$

Estendendo para aqui o mesmo desenvolvimento do item 2.6, obtém-se a expressão final que fornece os deslocamentos horizontais ao nível de cada andar do painel :

$$\mu = \frac{q_f \delta}{2s_1} (2H - \delta) - \frac{q_f \delta}{12EA\ell^2} \left( \delta^3 - 4H\delta^2 + 6H^2\delta \right) \quad (2.240)$$

onde cada variável da expressão (2.240) possui o mesmo significado dado a elas no item 2.7.

$\bar{K}$  tem o mesmo valor dado na expressão (2.227) e vale:

$$\bar{K} = K^* \left( \frac{\ell}{\ell-t} \right)^2 \quad (2.241)$$

com

$$K^* = \frac{J}{C\ell} \quad (2.242)$$

### III - TRATAMENTO DISCRETO

#### 3.1 - GENERALIDADES

Consiste basicamente o tratamento discreto em analisar um pórtico plano ou painel plano como sendo constituído por elementos de comportamento estrutural conhecido, tais como vigas e pilares, e tomar como incógnitas do problema os deslocamentos nas conexões (nós) entre esses elementos.

Os painéis planos a serem analisados neste trabalho, discretizados na forma acima mencionada, serão resolvidos com o auxílio das técnicas matriciais, utilizando-se o processo dos deslocamentos que apresenta a vantagem sobre o processo dos esforços por ser de fácil automatização de cálculo, por isso mesmo de maior uso corrente.

O tratamento discreto envolve um grande número de incógnitas em sua formulação. Permite, no entanto, que haja variação das características geométricas do painel ao longo de sua altura; essa generalização, se considerada no tratamento contínuo, introduziria um número tal de dificuldades que, embora contornável, tiraria do processo seu caráter sintético.

Os painéis planos que serão estudados, aqui denominados de modelos estruturais ou simplesmente modelos, serão constituídos de barras prismáticas de seção transversal constante ao longo de seu eixo e rigidamente ligadas aos nós. Na base os pilares serão considerados perfeitamente engastados.

A carga horizontal será considerada uniformemente distribuída ao longo da altura do pórtico.

### 3.2 - FORMULAÇÃO DO PROCESSO

Antes mesmo de estudar cada modelo separadamente é de boa conduta que se proceda a uma análise geral de um pórtico plano quanto à sua formulação matricial.

Considere-se, para tanto, um pórtico plano retangular onde admite-se haver deformabilidade axial de todas as barras, ou seja, de vigas e pilares. Adotando um sistema global de coordenadas OXYZ, sendo a coordenada X horizontal e Y vertical contidas no plano e tendo em vista a hipótese de deformabilidade acima admitida, cada nó J do pórtico terá 3 deslocamentos possíveis : Duas translações, sendo uma na direção horizontal  $D_{jx}$  e outra na direção vertical  $D_{jy}$ , e uma rotação no plano do pórtico  $D_{jz}$ .

A numeração dos nós do pórtico obedecerá a uma ordem pré-estabelecida : da esquerda para a direita e andar por andar, a começar do mais elevado. A posição de cada nó do pórtico é fixada por suas coordenadas  $X_j$  e  $Y_j$  do sistema global. Os deslocamentos de cada nó do pórtico são numerados a partir do primeiro nó até o de maior número, obedecendo a sequência de direções X, Y e Z em cada nó.

A figura 3.1 mostra um exemplo de como é feita a numeração dos nós (números dentro de círculos) e deslocamentos de um pórtico (números nos extremos das setas).

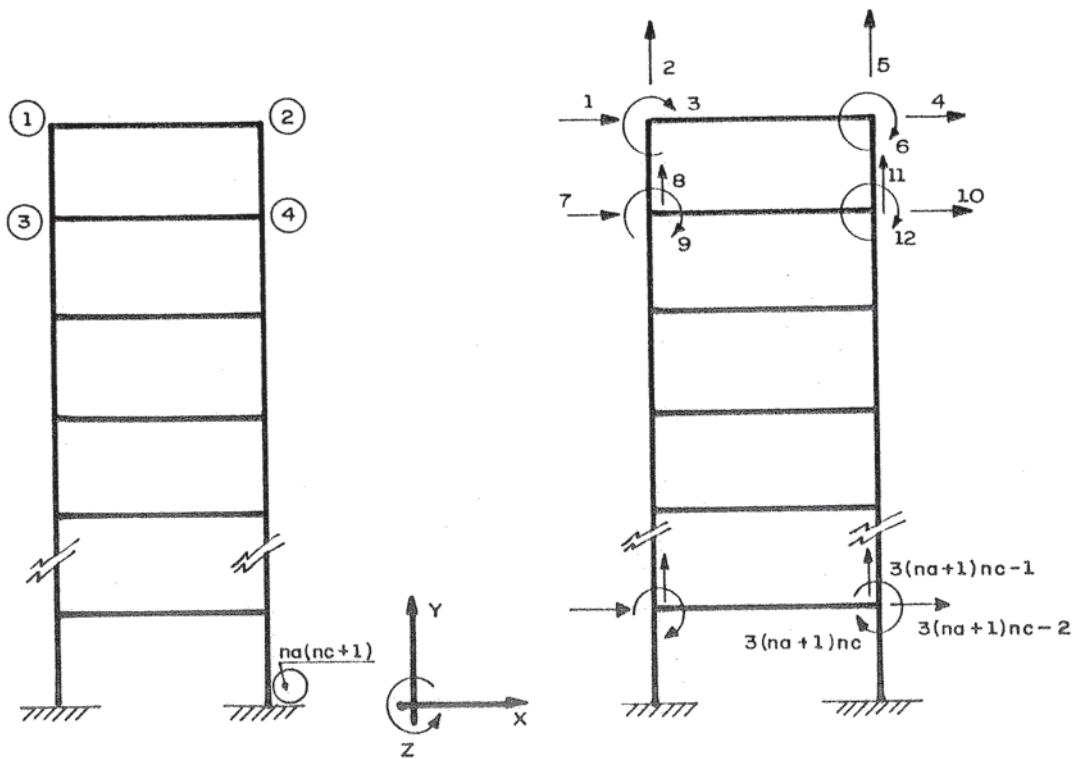


Fig 3.1 - Numeração dos nós e deslocamentos de um pórtico plano retangular.

A numeração dos deslocamentos corresponde ainda com as ações aplicadas ou desenvolvidas em cada nó, tais como força e momento; assim, por exemplo, uma coordenada horizontal (ou vertical) define, além de um deslocamento horizontal (ou vertical), a direção de uma força aplicada (força horizontal ou vertical); uma coordenada como a do tipo 3 define, além de uma rotação, a direção de um momento aplicado, e assim sucessivamente. As ações, aplicadas diretamente nos nós e os deslocamentos serão positivos quando possuirem os sentidos indicados na figura 3.1.

Para um número  $n_j$  de nós, seja  $[R_j]$  a matriz de rigidez global (correspondente a todos os deslocamentos possíveis, inclusive da base) de um pórtico plano

retangular que relaciona as ações ( $A_j$ ) com os correspondentes deslocamentos ( $D_j$ ), através da equação :

$$(3n_j \times 1) \quad (3n_j \times 3n_j) \quad (3n_j \times 1)$$

$$\{ A_j \} = [ R_j ] \cdot \{ D_j \} \quad (3.1)$$

onde  $\langle \rangle$  indica vetor coluna,  $[ ]$  indica matriz quadrada e entre parênteses os números indicam, respectivamente, as quantidades de linhas e colunas. Na eq. (3.1) a numeração das linhas e colunas das matrizes está em correspondência com os deslocamentos numerados conforme indicado na fig. 3.1.

Procedendo a uma ordenação conveniente das linhas e colunas a matriz  $[ R_j ]$  poderá ser escrita, de maneira partida, como segue :

$$(3n_j \times 3n_j) \quad [ R_j ] = \begin{bmatrix} [ R_{HH} ] & [ R_{HV} ] & [ R_{H\theta} ] & [ R_{Hi} ] \\ [ R_{VH} ] & [ R_{VV} ] & [ R_{V\theta} ] & [ R_{Vi} ] \\ [ R_{\theta H} ] & [ R_{\theta V} ] & [ R_{\theta \theta} ] & [ R_{\theta i} ] \\ [ R_{iH} ] & [ R_{iV} ] & [ R_{i\theta} ] & [ R_{ii} ] \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde os índices H, V e  $\theta$  referem-se aos deslocamentos horizontais, verticais e rotacionais correspondentes aos deslocamentos livres do pórtico e o índice i aos deslocamentos impedidos (vinculação com a base).

A matriz de rigidez global  $[ R_j ]$  é singular. Isto quer dizer que se na eq. (3.1) deseja-se calcular os

deslocamentos  $\{D_j\}$  correspondentes a ações  $\{A_j\}$  atuando nos nós do pórtico sem vinculação com a base, estes deslocamentos resultam indeterminados; a interpretação física para tal assertiva é que, como o pórtico não tem vinculação com a base, o mesmo é incapaz de oferecer resistência às ações aplicadas, apresentando deslocamentos indetermináveis.

Se as condições de vinculação do pórtico com a base são tais a impedir pelo menos 3 deslocamentos possíveis desse pórtico como corpo rígido, terão sido retirados pelo menos 3 graus de liberdade, e o pórtico, deformando-se sob o efeito de ações externas, terá uma posição definida sendo capaz de resistir a esses esforços. Tendo em vista a eq. (3.2) e fazendo a partição dos vetores  $\{A_j\}$  e  $\{D_j\}$ , a eq. (3.1) pode agora ser escrita :

$$\begin{matrix} (3n_j \times 1) & & (3n_j \times 3n_j) & & (3n_j \times 1) \\ \left\{ \begin{array}{c} A_H \\ A_V \\ A_\theta \\ A_i \end{array} \right\} & = & \left[ \begin{array}{cccc} R_{HH} & R_{HV} & R_{H\theta} & R_{Hi} \\ R_{VH} & R_{VV} & R_{V\theta} & R_{Vi} \\ R_{\theta H} & R_{\theta V} & R_{\theta\theta} & R_{\theta i} \\ R_{iH} & R_{iV} & R_{i\theta} & R_{ii} \end{array} \right] & \left\{ \begin{array}{c} D_H \\ D_V \\ D_\theta \\ D_i \end{array} \right\} \end{matrix} \quad (3.3)$$

A matriz  $[R_j]$  (eq. 3.2) é obtida com o emprego de algoritmos bastante conhecidos, como os apresentados em GERE E WEAVER [14] e RUBINSTEIN M. [15], somando-se na posição adequada de  $[R_j]$  as contribuições de todas as barras, calculadas para as coordenadas globais X, Y e Z.

Prosseguindo um pouco além na análise, é possível eliminar algumas equações do sistema (3.3); considerando a hipótese de deslocamentos nulos nos apoios,  $\{D_i\} = 0$ , pode-se retirar de (3.3) o seguinte sistema de equações:

$$\begin{array}{c} (3n_a \cdot n_c \times 1) \\ \left\{ \begin{array}{c} A_H \\ A_v \\ A_\theta \end{array} \right\} \end{array} = \begin{array}{c} (3n_a \cdot n_c \times 3n_a \cdot n_c) \\ \left[ \begin{array}{ccc} R_{HH} & R_{HV} & R_{H\theta} \\ R_{VH} & R_{VV} & R_{V\theta} \\ R_{\theta H} & R_{\theta V} & R_{\theta\theta} \end{array} \right] \end{array} \begin{array}{c} (3n_a \cdot n_c \times 1) \\ \left\{ \begin{array}{c} D_H \\ D_v \\ D_\theta \end{array} \right\} \end{array}$$

(3.4)

ou

$$\{A\} = [R] \cdot \{D\} \quad (3.5)$$

com

$$| \longleftrightarrow 3 \cdot n_a \cdot n_c \longrightarrow |$$

$$[R] = \left[ \begin{array}{ccc} R_{HH} & R_{HV} & R_{H\theta} \\ R_{VH} & R_{VV} & R_{V\theta} \\ R_{\theta H} & R_{\theta V} & R_{\theta\theta} \end{array} \right] \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ 3 \cdot n_a \cdot n_c \\ \downarrow \end{array}$$

(3.6)

onde  $n_a$  é o número de andares e  $n_c$  o número de prumadas de pilares do pórtico. O sistema (3.4), em geral, possui solução única para os deslocamentos  $\{D_H\}$ ,  $\{D_V\}$  e  $\{D_\theta\}$ .

O pórtico da figura (3.1) passa a ter agora a numeração de seus deslocamentos indicada na fig. (3.2), onde apresenta-se apenas a numeração dos nós e coordenadas dos dois andares superiores.

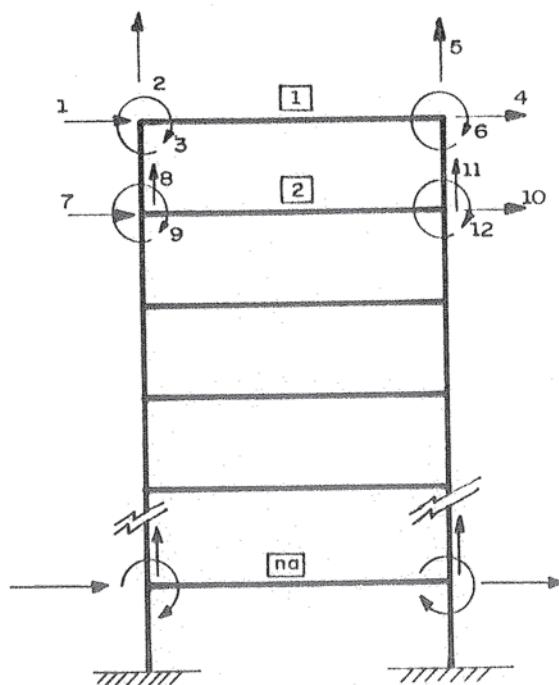


Fig. 3.2 - Numeração das coordenadas de um pórtico considerando a hipótese de deslocamento nulo nos apoios

No que segue apresenta-se a análise de cada modelo.

### 3.3 - MODELO VII (PO/NP/CA/TD)

Pórticos de nós puntuais considerando a deformação axial de seus pilares.

A idealização estrutural deste modelo é semelhante à descrita no item 2.6 diferindo, evidentemente, na sua formulação. Fisicamente o modelo representa um painel formado por prumadas de elementos verticais (pilares) ligados por elementos horizontais (viga) ao nível dos andares. A definição de nó puntual já foi introduzida em itens anteriores. É oportuno lembrar que são válidas as afirmações contidas no item 3.1, ou seja: todas as barras serão consideradas prismáticas e de seção transversal constante ao longo de seu eixo (embora a análise matricial permita também considerar facilmente o caso de barras com inércias diferentes); na base os pilares são considerados perfeitamente engastados; a carga horizontal é considerada uniformemente distribuída ao longo da altura do pórtico.

Analizando as características desse modelo acima citado, conclui-se que elas se enquadram no pórtico ilustrado na figura (3.2).

A figura 3.3 representa o modelo em análise e nela mostra-se a numeração dos nós (números dentro dos círculos) e das barras (números dentro dos retângulos) do pórtico bem como suas coordenadas globais (números nos extremos das setas); representa-se, apenas, a numeração dos andares superiores.

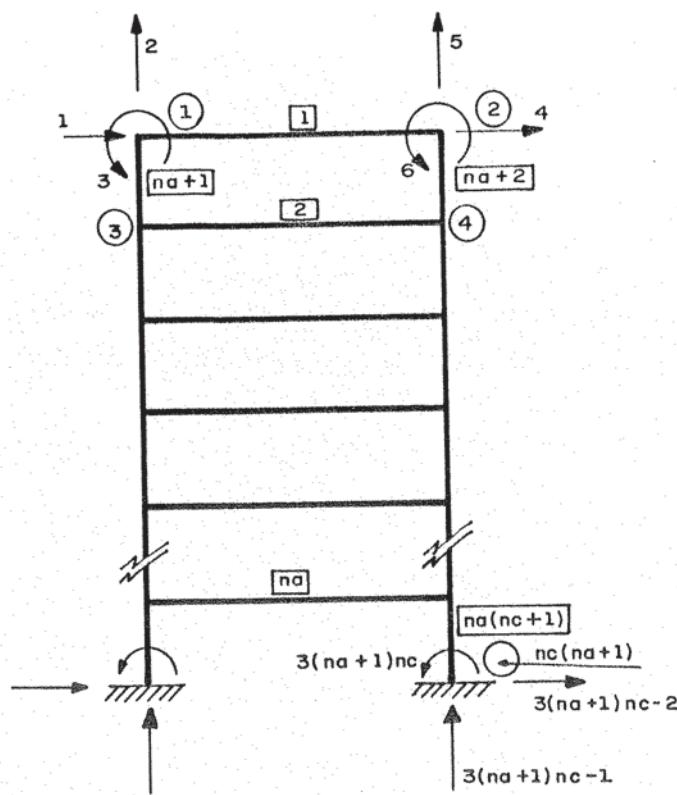


Fig 3.3 - Pórtico de nós puntuais considerando a deformação axial dos pilares

O pórtico da figura 3.3 é regido pela equação (3.5) reescrita abaixo :

$$\begin{array}{c}
 \rightarrow (3 n_a \cdot n_o \times 1) \\
 \rightarrow (3 n_a \cdot n_o \times 3 n_a \cdot n_c) \\
 \rightarrow (3 n_a \cdot n_o \times 1) \\
 \hline
 \langle A \rangle = [R] \langle D \rangle \quad (3.7)
 \end{array}$$

onde :

$n_a$  → número de andares do painel

$n_c$  → número de prumadas do painel

Para resolver o sistema de equações (3.7) necessário se faz determinar, antes que tudo, a matriz de rigidez [ R ] (eq. 3.6).

Na prática torna-se conveniente considerar a contribuição de cada barra do painel nas posições adequadas de linha e coluna de [ R ], como ilustra a figura 3.4.

Com o objetivo de economizar tempo de processamento e armazenamento de memória do computador, calcula-se apenas uma porção da parte triangular superior de [ R ], que é simétrica. Maiores considerações sobre armazenamento serão dadas posteriormente.

Seja J o número do nó do pórtico correspondente à extremidade início da barra e K o número do nó correspondente à extremidade fim, com  $J < K$  (isto é, barras horizontais orientadas da esquerda para a direita e verticais de cima para baixo) como mostrado na figura 3.3.

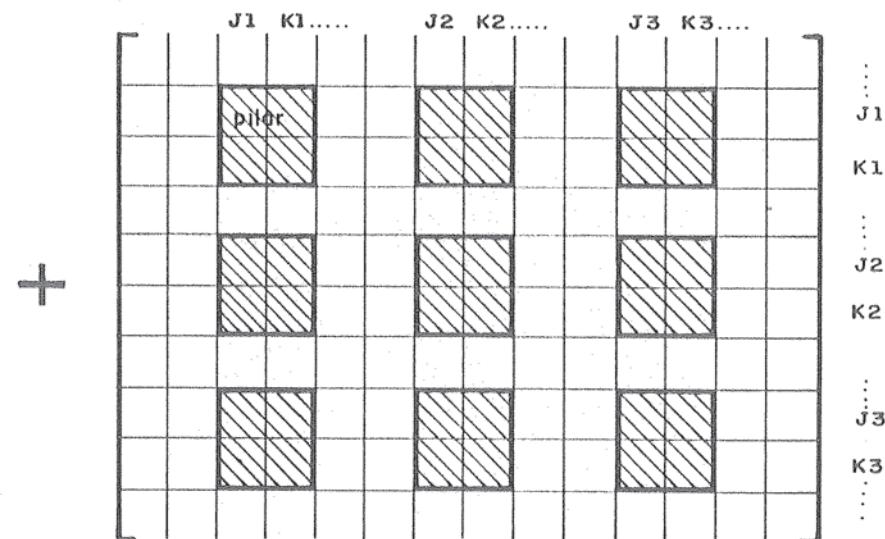
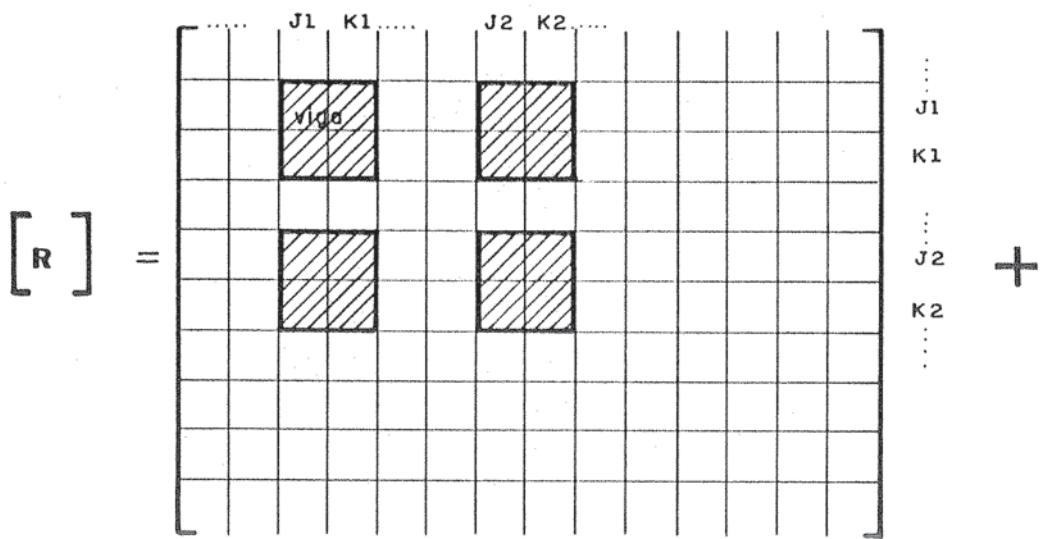


Fig 3.4 - Contribuição de vigas e pilares na formação da matriz  $[R]$

As figuras 3.5a e 3.5b mostram os deslocamentos nodais do pórtico (coordenadas globais) correspondentes aos deslocamentos dos extremos das barras horizontais e verticais (coordenadas locais).

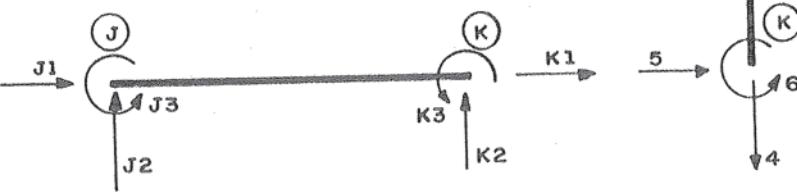
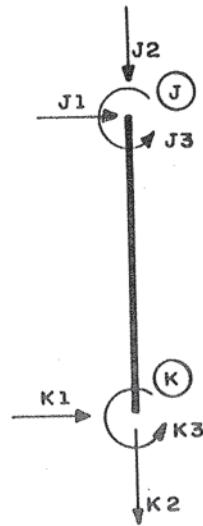
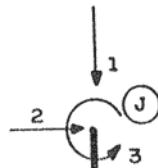
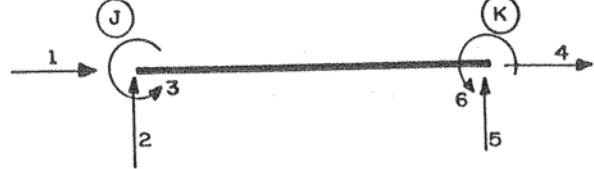


Fig. 3.5a - Coordenadas locais e globais nas barras horizontais

Fig. 3.5b - Coordenadas locais e globais nas barras verticais

A matriz de rigidez de cada barra [RB], calculada para os deslocamentos numerados conforme as coordenadas locais das figuras (3.5a e 3.5b), pode ser escrita :

$$[RB] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ RB_{11} & RB_{12} & RB_{13} & RB_{14} & RB_{15} & RB_{16} \\ RB_{21} & RB_{22} & RB_{23} & RB_{24} & RB_{25} & RB_{26} \\ RB_{31} & RB_{32} & RB_{33} & RB_{34} & RB_{35} & RB_{36} \\ RB_{41} & RB_{42} & RB_{43} & RB_{44} & RB_{45} & RB_{46} \\ RB_{51} & RB_{52} & RB_{53} & RB_{54} & RB_{55} & RB_{56} \\ RB_{61} & RB_{62} & RB_{63} & RB_{64} & RB_{65} & RB_{66} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

ou, em termos explícitos :

$$\begin{bmatrix}
& 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
1 & \frac{EA_B}{l_B} & 0 & 0 & -\frac{EA_B}{l_B} & 0 & 0 \\
2 & \frac{12EI_B}{l_B^3} & \frac{6EI_B}{l_B^2} & 0 & -\frac{12EI_B}{l_B^3} & \frac{6EI_B}{l_B^2} & \\
3 & \frac{4EI_B}{l_B} & 0 & -\frac{6EI_B}{l_B^2} & \frac{2EI_B}{l_B} & & \\
4 & \frac{EA_B}{l_B} & 0 & 0 & & & \\
5 & & \frac{12EI_B}{l_B^3} & -\frac{6EI_B}{l_B^2} & & & \\
6 & & & \frac{4EI_B}{l_B} & & &
\end{bmatrix}$$

[RB] =

Simétrico

(3.9)

onde  $l_B$ ,  $A_B$  e  $I_B$  são, respectivamente, o comprimento, a área da seção transversal e o momento de inércia de cada barra vertical e horizontal, sendo E o módulo de elasticidade longitudinal do material.

A contribuição de cada barra na formação da matriz de rigidez do sistema leva em conta os deslocamentos nodais do painel (medidos pelas coordenadas globais) correspondentes aos deslocamentos locais de cada barra (figuras 3.5a e 3.5b) dados pelas expressões seguintes :

O barras horizontais (viga) :

$$\left. \begin{array}{l} J_1 = 3J - 2 \\ J_2 = J_1 + 1 = 3J - 1 \\ J_3 = J_2 + 1 = 3J \\ K_1 = 3K - 2 \\ K_2 = K_1 + 1 = 3K - 1 \\ K_3 = K_2 + 1 = 3K \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

$$\text{com } K = J+1 \quad (3.11)$$

A contribuição de cada barra horizontal na formação da parte triangular superior de  $[R]$  (já que  $[R]$  é simétrica) será :

$$R_{J_1, J_1} = RB_{11} + \text{contribuição de outras barras}$$

$$R_{J_1, K_1} = - RB_{11} + "$$

$$R_{J_2, J_2} = RB_{22} + "$$

(3.12)

$$R_{J_2, K_2} = RB_{22} + "$$

$$R_{J_2, K_2} = - RB_{22} + "$$

$$R_{J2,K9} = RB_{29} + "$$

$$R_{J9,J9} = RB_{99} + "$$

$$R_{J9,K2} = - RB_{29} + "$$

$$R_{J9,K9} = RB_{96} + "$$

$$R_{K1,K1} = RB_{11} + "$$

$$R_{K2,K2} = RB_{22} + "$$

$$R_{K2,K9} = - RB_{29} + "$$

$$R_{K9,K9} = RB_{99} + "$$

ii) barras verticais (pilares)

$$\left. \begin{array}{l} J1 = 3J - 2 \\ J2 = J1 + 1 \\ J3 = J2 + 1 \\ K1 = 3K - 2 \\ K2 = K1 + 1 \\ K3 = K2 + 1 \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

$$\text{com } K = J + n_c \quad (3.14)$$

As contribuições de cada barra vertical na formação da parte triangular superior de [ R ] serão :

$$R_{J_1, J_1} = RB_{22} + \text{contribuição de outras barras}$$

$$R_{J_1, J_9} = - RB_{29} + "$$

$$R_{J_1, K_1} = - RB_{22} + "$$

$$R_{J_1, K_9} = RB_{29} + "$$

$$R_{J_2, J_2} = RB_{11} + "$$

$$R_{J_2, K_2} = - RB_{11} + "$$

$$R_{J_9, J_9} = RB_{99} + "$$

(3.15)

$$R_{J_9, K_1} = RB_{29} + "$$

$$R_{J_9, K_9} = RB_{99} + "$$

$$R_{K_1, K_1} = RB_{22} + "$$

$$R_{K_1, K_9} = RB_{29} + "$$

$$R_{K_2, K_2} = RB_{11} + "$$

$$R_{K_9, K_9} = RB_{99} + "$$

Observe-se que basta apenas gerar os elementos  $RB_{11}$ ,  $RB_{22}$ ,  $RB_{29}$ ,  $RB_{99}$  e  $RB_{96}$  da matriz [RB]. Observe-se ainda que os elementos que não figuram nas equações (3.12) e (3.15) correspondem aos elementos nulos da eq. (3.9).

A indeformabilidade axial das vigas será considerada introduzindo-se um pequeno artifício: como o deslocamento horizontal de cada andar é único (hipótese assumida e justificada no início do trabalho), o deslocamento na direção de cada coordenada horizontal de um mesmo andar será o mesmo, ou seja, o deslocamento relativo entre essas coordenadas será nulo; na prática, consegue-se isso fazendo a área da seção transversal das vigas assumir um valor fictício muito maior que o real, como por exemplo, 100 vezes.

FIGUEIREDO [16] criticou esse procedimento afirmando que a "adoção de valores bastante grandes para as rigidezes axiais leva a um sistema de equações mal condicionado, principalmente no caso de pórtico deslocável"; verificou-se, todavia, que os resultados mostraram-se excelentes apresentando valores iguais para os deslocamentos na direção das coordenadas horizontais de um mesmo andar.

É possível tirar partido da simetria da matriz de rigidez do painel ou, mais ainda, da parte triangular superior com o objetivo de reduzir a área utilizada para armazenamento na memória do computador. Neste trabalho usou-se uma técnica que consiste basicamente em ordenar os elementos da banda superior da matriz em forma de vetor, conforme verifica-se em SORIANO [17]. Com esse procedimento consegue-se uma considerável diminuição do número de elementos a armazenar reduzindo, por conseguinte, o tempo de processamento.

A figura 3.6 mostra a parte superior da matriz de rigidez [ R ] de um pórtico qualquer, onde a porção hachurada recebe o nome de semi-banda ou faixa superior.

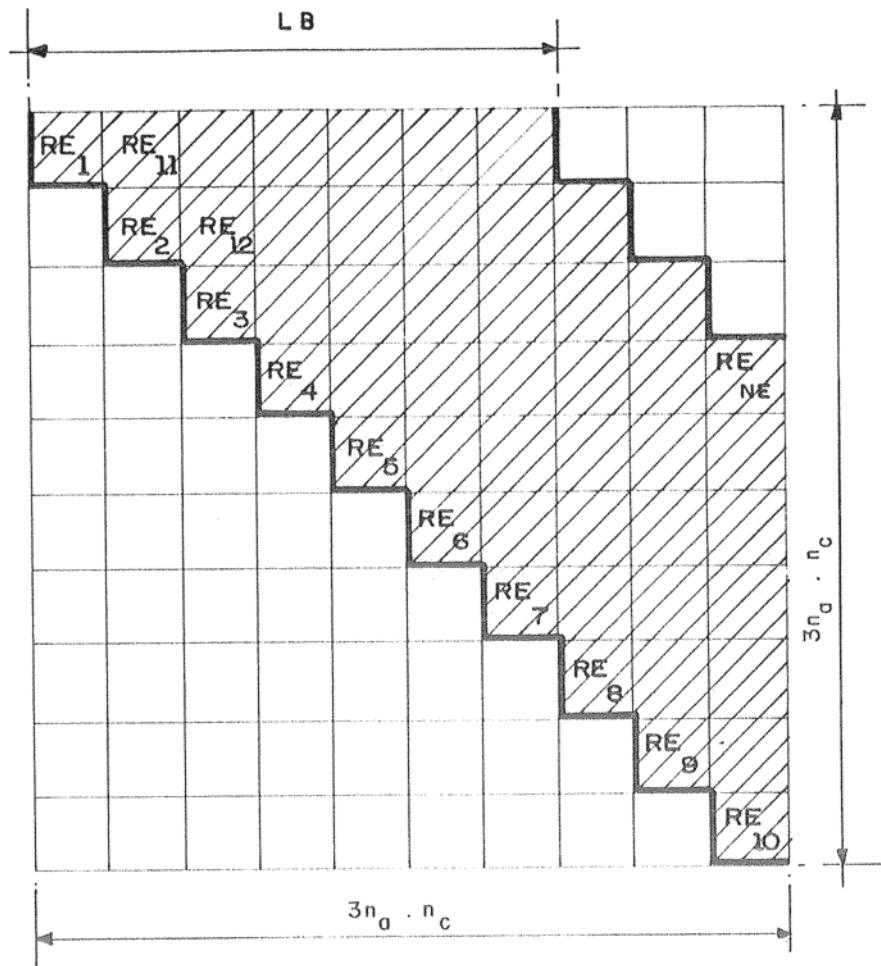


Figura 3.6 - Parte superior de uma matriz de rigidez.  
Elementos do vetor de rigidez

A faixa hachurada da figura 3.6 representa a contribuição de todas as barras na formação da matriz de rigidez do painel, incluídos, inclusive, elementos nulos.

A formação da faixa da matriz de rigidez está diretamente associada à numeração adequada dos nós da estrutura quando de sua discretização. Uma maneira inadequada na numeração poderá ocasionar um gasto excessivo de memória. Observa-se que a largura da faixa LB é dada em função da maior diferença entre a numeração dos nós de uma mesma barra da estrutura (MAXD) e do número possível de deslocabilidades de cada nó (NDN). Desta forma a largura da faixa fica definida pela equação :

$$LB = NDN (1 + MAXD) \quad (3.16)$$

Com a numeração dos nós adotada, indicada na figura 3.3, o valor de MAXD é igual ao número de prumadas n<sub>c</sub> do painel, sendo o número de deslocabilidades de cada nó (NDN) igual a 3.

O vetor de rigidez (RE) é formado obedecendo a sequência indicada na figura 3.6, iniciando com os elementos da diagonal principal de [ R ], do primeiro ao último elemento da diagonal, depois a diagonal seguinte e assim sucessivamente até o último elemento da última diagonal da parte hachurada de [ R ]; para a figura 3.6 os elementos do vetor de rigidez serão:

$$\left. \begin{array}{l} RE_1 = R_{11} \\ RE_2 = R_{22} \\ RE_3 = R_{33} \\ \vdots \\ RE_{NE} = R_{410} \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

onde RE<sub>i</sub> são os elementos do vetor (RE).

O limite máximo para o índice do "vetor de rigidez", ou o número máximo de elementos (NE) do vetor é obtido pela expressão :

$$NE = \frac{LB}{2} \left[ 2 NCORD + 1 - LB \right] \quad (3.18)$$

onde NCORD é o número de coordenadas do painel dado por :

$$NCORD = 3 \cdot n_a \cdot n_c \quad (3.19)$$

#### Deslocamentos do pórtico:

O vetor de carga ( $\langle A \rangle$ ) é restrito apenas a cargas concentradas horizontais nos nós do pórtico. São, na verdade, cargas equivalentes oriundas da carga uniformemente distribuída ao longo da altura realmente aplicada no pórtico.

Conhecidos, portanto, o vetor de carga ( $\langle A \rangle$ ) e a matriz de rigidez [ $R$ ], o vetor deslocamento ( $\langle D \rangle$ ) é determinado através da resolução do sistema de equações lineares (3.7) utilizando-se o método de eliminação de GAUSS.

$$\langle D \rangle = \begin{Bmatrix} \langle D_H \rangle \\ \langle D_V \rangle \\ \langle D_\theta \rangle \\ \langle D_i \rangle \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Foi necessário adaptar de SORIANO [17], para este trabalho (onde a matriz é em forma de vetor), um algoritmo que viesse a substituir o caso clássico do método de Gauss para matrizes retangulares.

### Esforços Internos :

Conhecidos os deslocamentos de cada nó do pórtico (três por nó), os esforços internos poderão ser calculados nas extremidades de todas as barras, já que as extremidades destas têm os mesmos deslocamentos dos nós onde incidem.

Portanto, os esforços internos em uma barra j qualquer serão obtidos da equação :

$$\langle A_j \rangle = \langle A_{0j} \rangle + [R_{Bj}] \langle D_j \rangle \quad (3.21)$$

onde :

$\langle A_j \rangle$  ——> esforços nos extremos da barra j

$\langle A_{0j} \rangle$  ——> momentos de engastamento perfeito na barra j

$[R_{Bj}]$  ——> matriz de rigidez da barra j

$\langle D_j \rangle$  ——> deslocamentos nos extremos J e K da barra j

### 3.4 - MODELO VIII (PO/NP/SA/TD)

Pórticos de nós puntuais sem considerar a deformação axial de seus pilares

A idealização estrutural deste modelo é idêntica à descrita no item 3.3. As características físicas do modelo foram ali bastante enfatizadas sendo dispensável repeti-las para não tornar enfadonha a leitura do texto. Vale apenas ressaltar a diferença fundamental entre este modelo e aquele : neste, despreza-se a deformação axial dos pilares na formulação da equação que define o comportamento do modelo.

A equação que rege este modelo é a eq. (3.7) do modelo anterior, retirando-se apenas a influência da deformação axial dos pilares.

De modo análogo ao que foi feito com as barras horizontais, com o fim de levar em conta a indeformabilidade axial das vigas, o mesmo procedimento será utilizado neste modelo para as barras verticais; Será atribuída à área da seção transversal dos pilares um valor fictício da ordem de 100 vezes o valor da área real.

Os demais procedimentos são iguais aos do item anterior.

### 3.5 - MODELO IX (PO/NF/CA/TD)

#### Pórticos de nós de dimensões finitas com deformação axial de seus pilares

A diferença deste para o modelo VII é a consideração do nó como sendo de dimensões finitas, lembrando que nó de dimensões finitas corresponde a região formada pelo encontro de pilares e vigas como já ilustrado na figura 1.1.

As deformações à flexão dos vãos livres das barras horizontais (viga) e verticais (pilar) são bem diferentes das apresentadas no ambiente do nó de dimensões finitas, o qual se comporta como se fosse um corpo de dimensões reais.

A equação que define este modelo é a mesma (3.5), abaixo reescrita, onde a matriz de rigidez [ R ] deve ser determinada de forma a considerar a influência das dimensões reais dos nós do pórtico no cálculo de esforços e deslocamentos.

$$\begin{array}{c} \rightarrow (3 n_a \cdot n_c \times 1) \\ | \\ \rightarrow (3 n_a \cdot n_c \times 3 n_a \cdot n_c) \\ | \\ \rightarrow (3 n_a \cdot n_c \times 1) \end{array}$$
$$(A) = [R] . (D) \quad (3.22)$$

Com o fim de determinar a matriz de rigidez [ R ], sejam as figuras 3.7 e 3.8, mostradas adiante, que representam, respectivamente, as coordenadas locais de vigas e pilares.

A figura 3.7 mostra uma barra horizontal com os trechos indeformáveis dos nós representados pelos segmentos aa' e bb'.

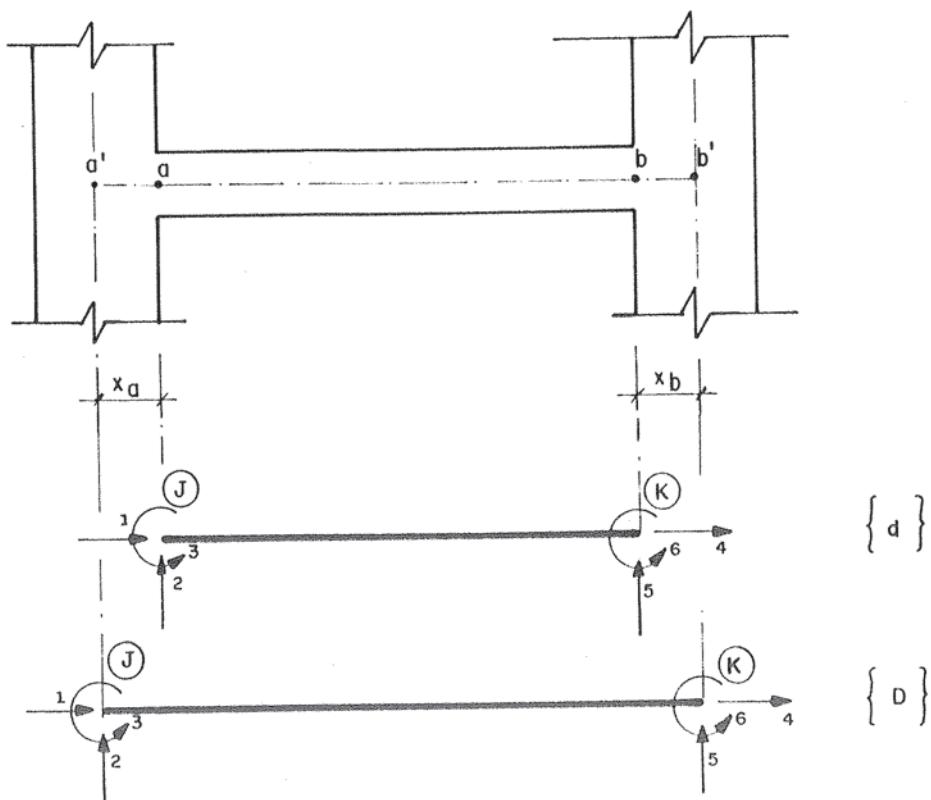


Fig. 3.7 - Coordenadas locais das barras horizontais

É necessário obter a matriz de rigidez da barra deformável ab relativamente aos deslocamentos nodais  $\langle D \rangle$  dos pontos  $a'$  e  $b'$  a partir da matriz de rigidez relativa aos deslocamentos  $\langle d \rangle$  dos pontos  $a$  e  $b$ . Como a parte estrutural onde estão os pontos  $a'$  e  $b'$  é suposta rígida, os "braços" de comprimento  $x_a$  e  $x_b$  são indeformáveis.

A relação entre os deslocamentos  $\langle d \rangle$  e  $\langle D \rangle$  é escrita como segue:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -x_b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix}$$

( 3.23 )

$$\text{ou } \{d\} = [T_v] \{D\} \quad ( 3.24 )$$

onde  $[T_v]$  é a matriz de transformação das barras horizontais (viga).

Já a fig. 3.8 mostra uma barra vertical (pilares) com seus trechos indeformáveis.

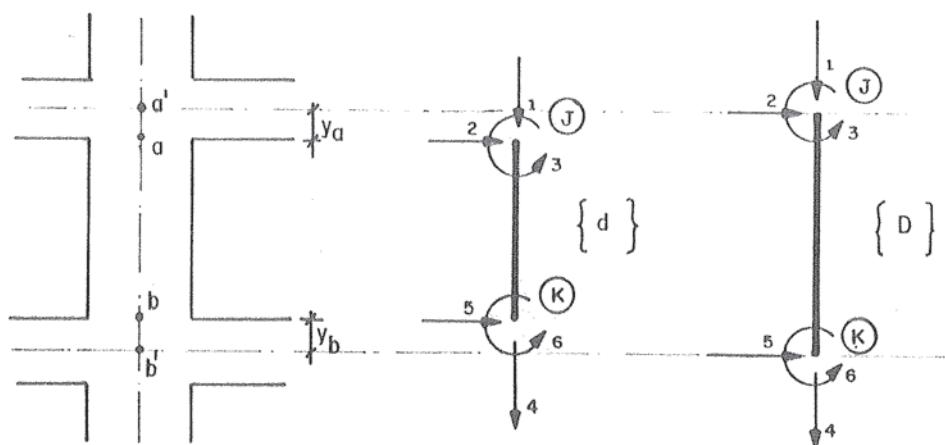


fig. 3.8 - Coordenadas locais das barras verticais

Analogamente ao que foi feito para as vigas, a relação entre os deslocamentos ( $\{d\}$ ) e ( $\{D\}$ ), para os pilares, pode ser escrita:

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & y_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -y_b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\text{ou } \{d\} = [T_p] \{D\} \quad (3.26)$$

onde  $[T_p]$  é a matriz de transformação das barras verticais (pilares).

Seja  $[RB]$  a matriz de rigidez de cada barra do pórtico. A energia de deformação de cada barra, para deslocamentos virtuais ( $\bar{d}$ ), correspondentes aos pontos a e b, será:

$$U = \frac{1}{2} (\bar{d})^t [RB] (\bar{d}) \quad (3.27)$$

Para as barras horizontais (vigas), sejam  $(\bar{D})$  os deslocamentos virtuais dos pontos a' e b' relativos a ( $\bar{d}$ ), dos pontos a e b. Então:

$$(\bar{d}) = [T_v] (\bar{D}) \quad (3.28)$$

Já que a energia de deformação da barra com os trechos rígidos  $x_a$  e  $x_b$  é a mesma da barra original (trechos rígidos não se deformam e portanto não armazenam energia de deformação), pode-se substituir a equação (3.28) na (3.27); daí:

$$U = \frac{1}{2} \langle \bar{D} \rangle^t [T_v]^t [RB] [T_v] \langle \bar{D} \rangle \quad (3.29)$$

Comparando (3.29) com (3.27), vem:

$$[RB] = [T_v]^t [RB] [T_v] \quad (3.30)$$

Por raciocínio análogo, para as barras verticais (pilares), pode-se escrever:

$$[RB] = [T_p]^t [RB] [T_p] \quad (3.31)$$

As operações indicadas em (3.30) e (3.31) podem ser substituídas com vantagem acrescentando-se aos elementos da matriz de rigidez de cada barra, na formação da matriz de rigidez do sistema, apenas algumas parcelas representativas da influência dos nós do pórtico, conforme discriminado abaixo:

#### i) Barras horizontais (viga):

Com as equações (3.10) e (3.11) que determinam as coordenadas globais  $J_1, J_2, J_3, K_1, K_2$  e  $K_3$ , a contribuição de cada barra horizontal na formação da parte triangular superior de  $[R]$  (já que  $[R]$  é simétrica) será:

$$R_{J_1, J_1} = RB_{11} + \text{Contribuição de outras barras}$$

$$R_{J_1, K_1} = - RB_{11} + " " " "$$

$$R_{J_2, J_2} = RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J_2, J_3} = RB_{23} + x_a RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J_2, K_2} = - RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J_2, K_3} = RB_{23} + x_b RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J_3, J_3} = RB_{33} + 2 x_a RB_{23} + x_a^2 RB_{22} + " " "$$

$$R_{J_3, K_2} = - RB_{23} - x_a RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J_3, K_3} = RB_{33} + (x_a + x_b) RB_{23} + x_b RB_{22} + " " "$$

$$R_{K_1, K_1} = RB_{11} + " " " "$$

$$R_{K_2, K_2} = RB_{22} + " " " "$$

$$R_{K_2, K_3} = - RB_{23} - x_b RB_{22} + " " " "$$

$$R_{K_3, K_3} = RB_{33} + 2 x_b RB_{23} + x_b^2 RB_{22} + " " "$$

(3.32)

Observar que a equação (3.32) pode ser obtida da eq. (3.12) acrescentando-se a influência dos parâmetros  $x_a$  e  $x_b$  apenas nos elementos  $R_{J_2, J_3}$ ,  $R_{J_2, K_3}$ ,  $R_{J_3, J_3}$ ,  $R_{J_3, K_2}$ ,  $R_{J_3, K_3}$ ,  $R_{K_2, K_3}$ ,  $R_{K_3, K_3}$ .

ii) Barras verticais (pilares):

Com as equações (3.13) e (3.14), a contribuição de cada barra vertical na formação da parte triangular superior de [ R ] será:

$$R_{J1,J1} = RB_{22} + \text{Contribuição de outras barras}$$

$$R_{J1,J9} = - RB_{29} + " " " "$$

$$R_{J1,K1} = - RB_{22} + " " " "$$

$$R_{J1,K9} = RB_{29} + " " " "$$

$$R_{J2,J2} = RB_{44} + " " " "$$

$$R_{J2,K2} = - RB_{44} + " " " "$$

$$R_{J9,J9} = RB_{99} + y_a^2 RB_{44} + " " " "$$

$$R_{J9,K1} = RB_{29} + " " " "$$

$$R_{J9,K2} = - y_a RB_{44} + " " " "$$

$$R_{J9,K9} = RB_{99} + y_a \cdot y_b RB_{44} + " " " "$$

$$R_{K1,K1} = RB_{22} + " " " "$$

$$R_{K2,K2} = RB_{44} + " " " "$$

$$R_{K2,K9} = - y_b RB_{44} + " " " "$$

$$R_{K9,K9} = RB_{99} + y_b^2 RB_{44} + " " " "$$

(3.33)

Observar que a equação (3.33) pode ser obtida da eq. (3.15), excluindo o elemento  $R_{k1,k3}$ , criando os elementos  $R_{j3,k2}$  e  $R_{k2,k3}$ , e acrescentando a influência dos parâmetros  $y_a$  e  $y_b$  apenas nos elementos  $R_{j3,j3}$ ,  $R_{j3,k3}$  e  $R_{k3,k3}$ .

De modo análogo ao que se processou com a matriz de rigidez das barras, as ações desenvolvidas nas barras verticais do pórtico, ocasionadas pela carga horizontal, devem ser transformadas através da matriz de transformação, como indica a equação abaixo:

$$\{ \bar{A}_i \} = [ T_p ]^t \{ A_i \} \quad (3.34)$$

ou, desenvolvendo:

$$\{ \bar{A}_i \} = \left\{ \begin{array}{l} A_{11} \\ A_{21} \\ A_{31} + y_a A_{21} \\ A_{41} \\ A_{51} \\ A_{61} - y_a A_{51} \end{array} \right\} \quad (3.35)$$

Observar que é necessário acrescentar a influência dos parâmetros  $y_a$  e  $y_b$  apenas nos elementos  $A_{31}$  e  $A_{61}$  das ações em cada barra vertical, para a formação do vetor das ações no pórtico.

### 3.6 - MODELO X (PO/NF/SA/TD)

Pórticos de nós de dimensões finitas sem considerar a deformação axial de seus pilares

Neste modelo despreza-se a deformabilidade axial dos pilares do painel, mantendo-se os nós com dimensões finitas.

A equação que define este modelo é a ( 3.32 ), onde a matriz de rigidez [ R ] é obtida de modo idêntico à do item anterior, modelo IX; Para desconsiderar a influência da deformabilidade axial dos pilares será atribuída à área da seção transversal das barras verticais um valor fictício da ordem de 100 vezes o valor da área real.

Os demais procedimentos são iguais ao do modelo IX.

## IV - EXEMPLOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1 - INTRODUÇÃO

De acordo com as hipóteses e procedimentos descritos nos dois capítulos anteriores, foram elaborados programas de cálculo automático para a determinação de esforços e deslocamentos em cada um dos modelos abordados neste trabalho; no presente capítulo são apresentados diversos exemplos, variando-se a altura total e as dimensões dos elementos geométricos de cada painel, e, em seguida, à luz dos resultados obtidos, desenvolve-se análise comparativa entre esses modelos, especificamente no que se pode observar dos deslocamentos horizontais tirados de cada exemplo.

A análise prende-se apenas ao caso de deslocamentos horizontais, interesse maior despertado no autor desde a origem da presente pesquisa, além do mais por se supor chegar às conclusões desejadas com apenas este tipo de análise.

Cada modelo foi dividido em dois grupos distintos de análise; o primeiro grupo, considera painéis com duas prumadas de elementos verticais (pilares ou paredes), enquanto o segundo considera painéis com três prumadas.

Os programas desenvolvidos, para os modelos analisados neste trabalho, foram elaborados em linguagem TURBO-PASCAL versão 3.1, aplicável a computadores da linha PC instalados no Departamento de Estruturas da EESC. Vale ressaltar as limitações impostas aos programas tendo em vista a finalidade do presente trabalho. Cite-se, por exemplo, como 20 o número máximo de andares, três o número máximo de prumadas verticais e características geométricas de pilares (paredes) e vigas (lintéis) iguais ao longo de cada prumada. No entanto, facilmente seriam alterados os dois primeiros parâmetros acima citados, bastando

introduzir algumas modificações em determinados procedimentos dos programas.

#### 4.2 - PAINEIS COM DUAS PRUMADAS

Seja a figura 4.1, onde são mostrados alguns parâmetros considerados na análise de cada modelo.

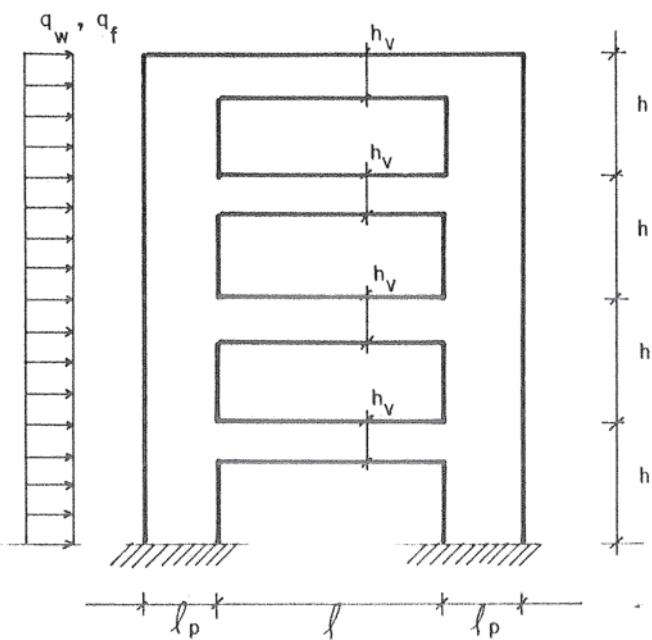


Fig. 4.1 - Painel com duas prumadas

Abaixo encontram-se os parâmetros tomados na análise como constantes :

a) Espessura de vigas (lintéis)

e pilares (paredes) :

22 cm

b) Distância entre eixo de vigas (lintéis) :

300 cm

c) Módulo de elasticidade transversal do material :

$$2000 \text{ KN/cm}^2 = 20000 \text{ MPa}$$

A análise tratou de casos com 10, 15 e 20 andares. Foram considerados pilares (paredes) com dimensões de 70 e 90 cm, enquanto para as vigas (clintéis) as dimensões variam com 30, 50, 70 e 90 cm. A distância entre eixos das duas prumadas é de 500 cm.

A intensidade da carga horizontal uniformemente distribuída ( $q_w$ ,  $q_f$ ) é de 3,9 N/cm, escolhida de tal maneira que o deslocamento no topo dos painéis não ultrapasse valores admissíveis, estipulados em norma.

#### 4.3 - PAINÉIS COM TRÊS PRUMADAS

A figura 4.2 mostra os elementos constitutivos dos painéis com três prumadas.

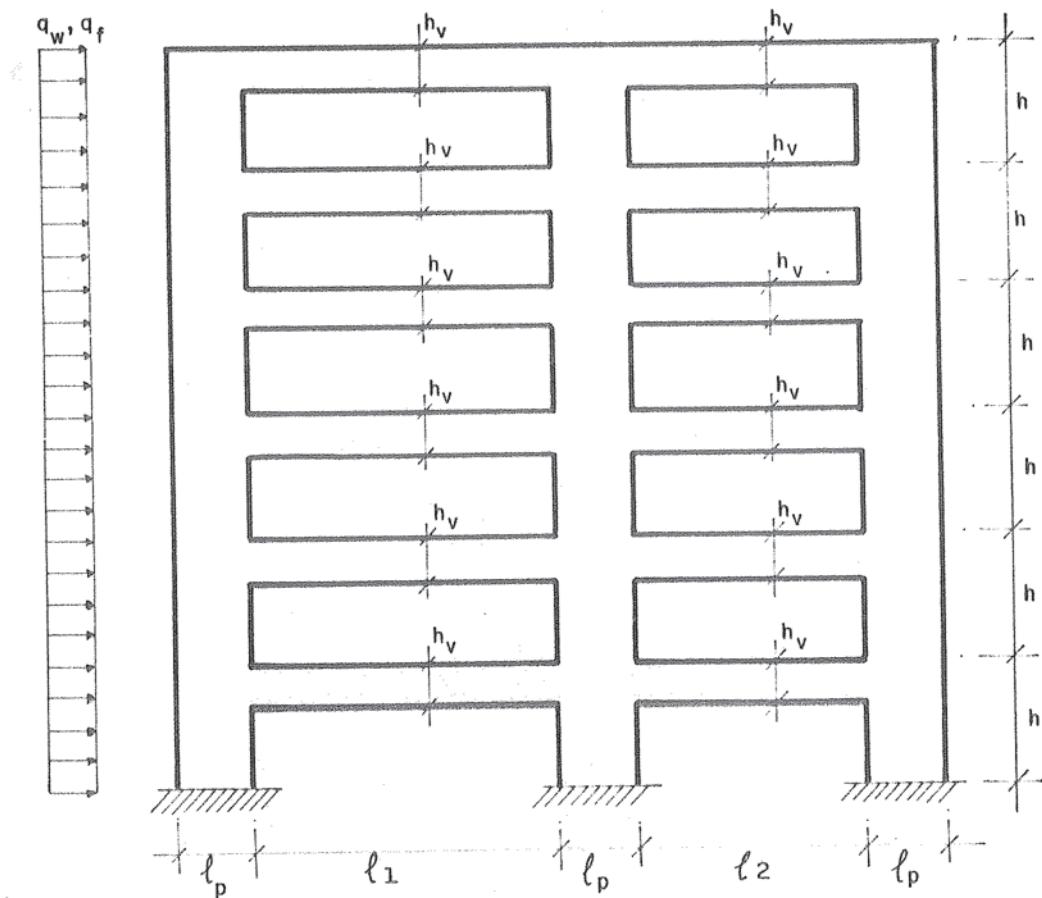


Fig. 4.2 - Painel com três prumadas

Os parâmetros constantes são os mesmos considerados para o caso de duas prumadas. Também as dimensões de vigas (lintéis) e pilares (paredes) são iguais às do item anterior, bem como o número de andares, que varia com 10, 15 e 20. A distância entre os dois primeiros eixos verticais é de 600 cm e a outra distância 500 cm.

A intensidade da carga horizontal ( $q_u$ ,  $q_f$ ), é igual a 7,5 N/cm escolhida com o mesmo critério adotado no item anterior.

#### 4.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dos números tirados de cada exemplo foram elaboradas as tabelas 4.1 e 4.2, mostradas adiante. Os números, contidos nestas tabelas, referem-se a deslocamentos horizontais no topo de cada modelo, variando-se, para cada um deles, a altura total do painel e a relação de rigidez entre viga (lintel) e pilar (parede). As tabelas acima mencionadas servirão, ainda, para direcionar a análise pretendida, classificando cada modelo em diversos grupos, conforme se mostrará oportunamente. Com a finalidade de se proceder a uma análise mais acurada de cada modelo, foram traçadas diversas curvas agrupando-as adequadamente em figuras; cada curva, por sua vez, é obtida ligando continuamente os pontos que representam o deslocamento horizontal do painel, ao nível de cada andar. Cada figura contém, ainda, o número de andares, o número de prumadas e, adjacente a cada uma das curvas, a relação de rigidez entre viga (lintel) e pilar (parede). O número dentro dos círculos indica a correspondência entre cada curva e a respectiva coluna das tabelas 4.1 e 4.2.

Não foram traçadas as curvas para o caso de 10 andares para não tornar exaustiva a leitura; Por outro lado, teria sido conveniente estender a análise para um número maior de andares. Assim não se procedeu, no entanto, por ter os números disponíveis permitido chegar a excelentes resultados com apenas 20 andares e, mais ainda, por se saber da literatura técnica que quanto maior o número de andares melhor os resultados obtidos.

Tomando-se como ponto de partida a disposição dos modelos nas colunas de 1 a 10 das tabelas 4.1 e 4.2, foram criadas diversas categorias de análise onde pretende-se explorar ao máximo o significado de cada número. Para cada um desses grupos de análise, onde apresentam-se as curvas de deslocamento horizontal de cada modelo envolvido, são destacados em texto os principais aspectos revelados pelo estudo comparativo.

10 PAVIMENTOS - 30 m										15 PAVIMENTOS - 45m										20 PAVIMENTOS - 60 m										DESLOCAMENTOS (cm)																
90/90					90/70					70/70					50/70					30/70					90/90					90/70					70/70					50/70					$H_v / L_p$	
①	PO/NP/SA/TC	②	PO/NP/SA/TD	③	PO/NF/SA/TC	④	PA/_/SA/TC	⑤	PO/NF/SA/TD	⑥	PO/NP/CA/TC	⑦	PO/NP/CA/TD	⑧	PO/NF/CA/TC	⑨	PA/_/CA/TC	⑩	PO/NF/CA/TD																											
9.05	7.48	5.77	4.84	5.24	10.68	9.00	7.41	6.41	6.74																																					
2.12	1.95	1.33	1.13	1.16	3.75	3.54	2.47	2.17	2.04	2.74	2.40																																			
0.90	0.87	0.54	0.42	0.43	2.54	2.47	2.17	2.14	1.92	1.83	1.40																																			
0.54	0.53	0.28	0.20	0.21	2.17	2.14	1.92	1.83	1.40																																					
0.43	0.41	0.21	0.17	0.16	1.70	1.66	1.49	1.43	1.02																																					
5.09	3.94	3.25	2.59	2.76	5.61	4.40	3.76	3.08	3.22																																					
1.19	1.06	0.75	0.62	0.63	1.71	1.56	1.27	1.13	1.02																																					
0.51	0.48	0.30	0.24	0.23	1.03	0.98	0.82	0.75	0.54																																					
0.30	0.29	0.16	0.11	0.11	0.82	0.80	0.67	0.63	0.35																																					
0.24	0.23	0.12	0.10	0.09	0.64	0.62	0.52	0.49	0.29																																					
2.26	1.54	1.44	1.05	1.08	2.36	1.62	1.55	1.14	1.17																																					
0.53	0.44	0.33	0.26	0.26	0.63	0.54	0.44	0.36	0.34																																					
0.23	0.20	0.13	0.10	0.10	0.33	0.30	0.24	0.20	0.16																																					
0.13	0.13	0.07	0.05	0.05	0.24	0.23	0.17	0.15	0.09																																					
0.11	0.10	0.05	0.04	0.04	0.19	0.17	0.13	0.12	0.08																																					

Tabela 4.1 - Deslocamento Horizontal no topo dos painéis com duas prumadas

DESLOCAMENTOS (cm)										
$H_v / L_p$										
PO/NP/SA/TC	PO/NP/SA/TD	PO/NF/SA/TC	PA/_/SA/TC	PO/NF/SA/TD	PO/NP/CA/TC	PO/NP/CA/TD	PO/NF/CA/TC	PA/_/CA/TC	PO/NF/CA/TD	
9.60	8.07	6.35	5.34	5.71	11.79	8.74	8.54	7.38	6.37	
2.31	2.13	1.50	1.24	1.28	4.50	2.80	3.69	3.41	1.79	
1.02	0.99	0.62	0.46	0.49	3.22	1.64	2.81	2.64	0.88	
0.63	0.62	0.33	0.22	0.24	2.82	1.28	2.52	2.40	0.54	
0.48	0.47	0.25	0.19	0.18	2.19	0.97	1.95	1.87	0.43	
5.40	4.28	3.57	2.87	3.03	6.09	4.49	4.26	3.48	3.24	
1.30	1.16	0.84	0.68	0.70	1.99	1.38	1.54	1.37	0.86	
0.58	0.54	0.35	0.26	0.27	1.27	0.75	1.04	0.95	0.39	
0.36	0.35	0.18	0.12	0.13	1.05	0.55	0.88	0.82	0.23	
0.27	0.26	0.14	0.11	0.10	0.81	0.42	0.68	0.64	0.18	
2.40	1.69	1.59	1.17	1.20	2.54	1.73	1.72	1.26	1.24	
0.58	0.49	0.37	0.29	0.29	0.71	0.53	0.51	0.42	0.33	
0.26	0.23	0.15	0.11	0.11	0.39	0.28	0.29	0.24	0.14	
0.16	0.15	0.08	0.05	0.06	0.29	0.19	0.22	0.19	0.08	
0.12	0.11	0.06	0.04	0.04	0.23	0.14	0.17	0.16	0.06	

Tabela 4.2 - Deslocamento horizontal no topo dos painéis  
com três prumadas

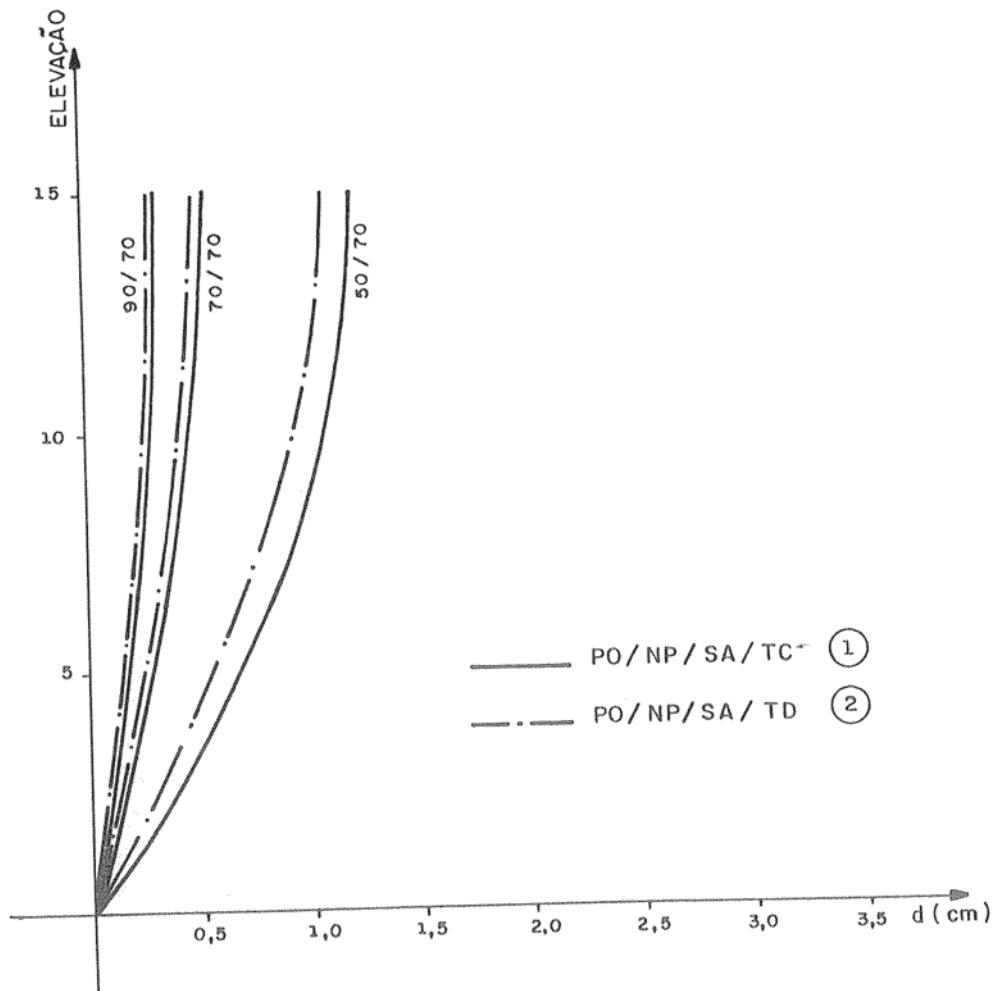
#### **4.4.1 - Analise comparativa entre modelos que obedecem a hipóteses semelhantes**

Enquadram-se nesta categoria de análise os seguintes modelos retirados das colunas 1 a 10 das tabelas 4.1 para duas prumadas e 4.2 para três prumadas :

- a) 1 PO/NP/SA/TC e 2 PO/NP/SA/TD
- b) 3 PO/NF/SA/TC e 4 PA/\_/SA/TC e 5 PO/NF/SA/TD
- c) 6 PO/NP/CA/TC e 7 PO/NP/CA/TD
- d) 8 PO/NF/CA/TC e 9 PA/\_/CA/TC e 10 PO/NF/CA/TD

Observar que os modelos agrupados segundo cada um dos itens a) a d) obedecem às mesmas hipóteses, ou seja, com relação ao nó, se puntual ou de dimensões finitas, e quanto aos elementos verticais, se deformáveis axialmente ou não.

Para cada um desses itens a) a d) foram traçados os gráficos mostrados nas figuras 4.3 a 4.14, como segue :



**Figura 4.3**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas**

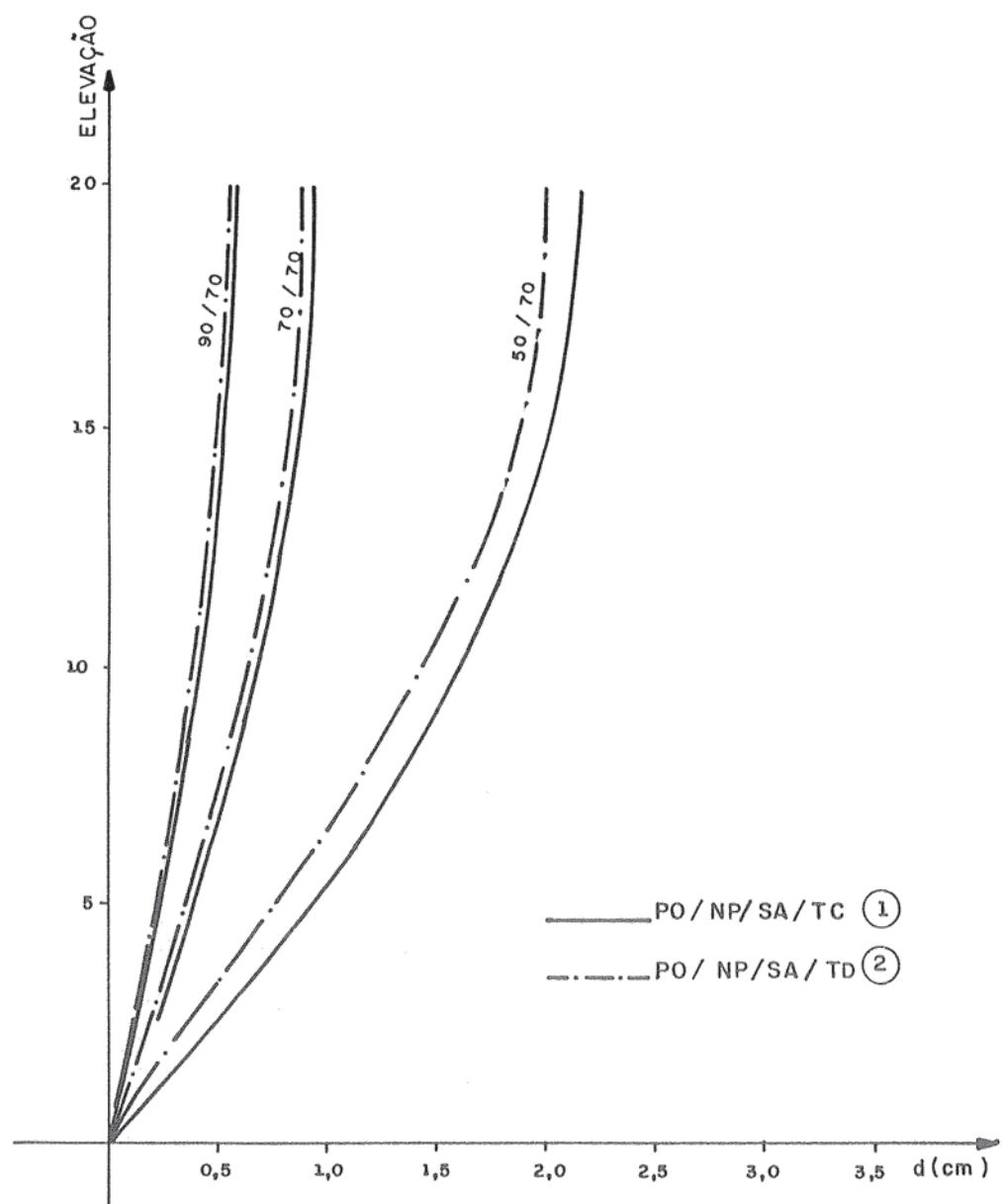
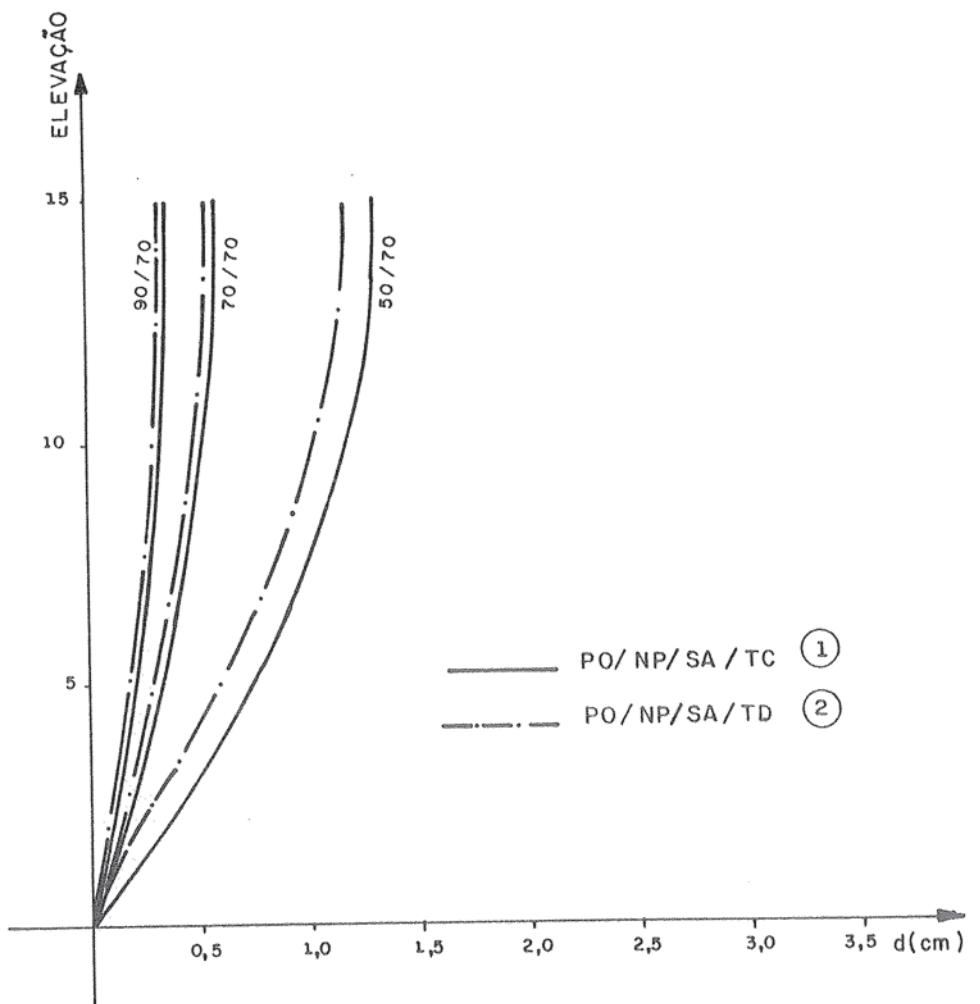


Figura 4.4

Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e duas prumadas



**Figura 4.5**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e três prumadas**

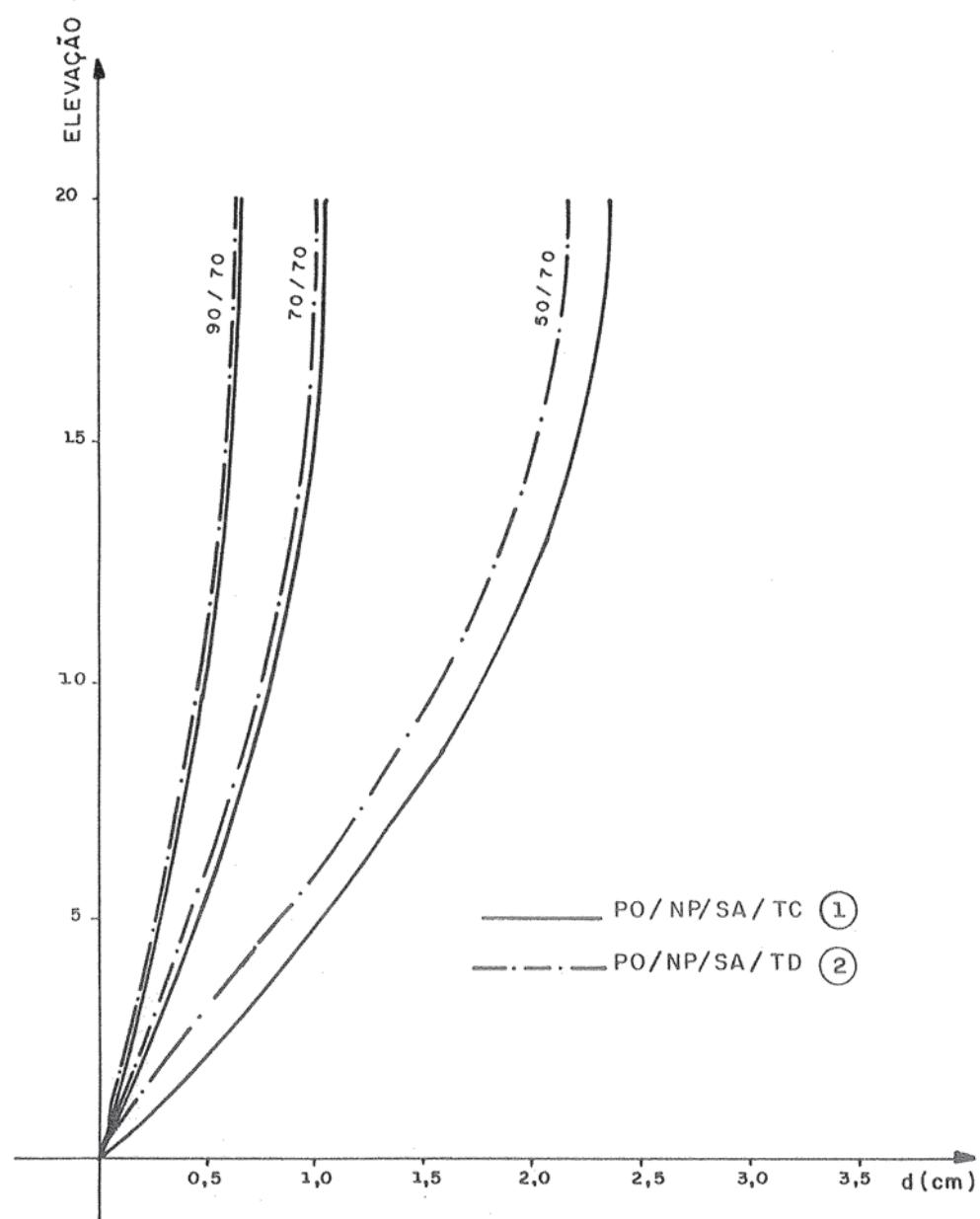
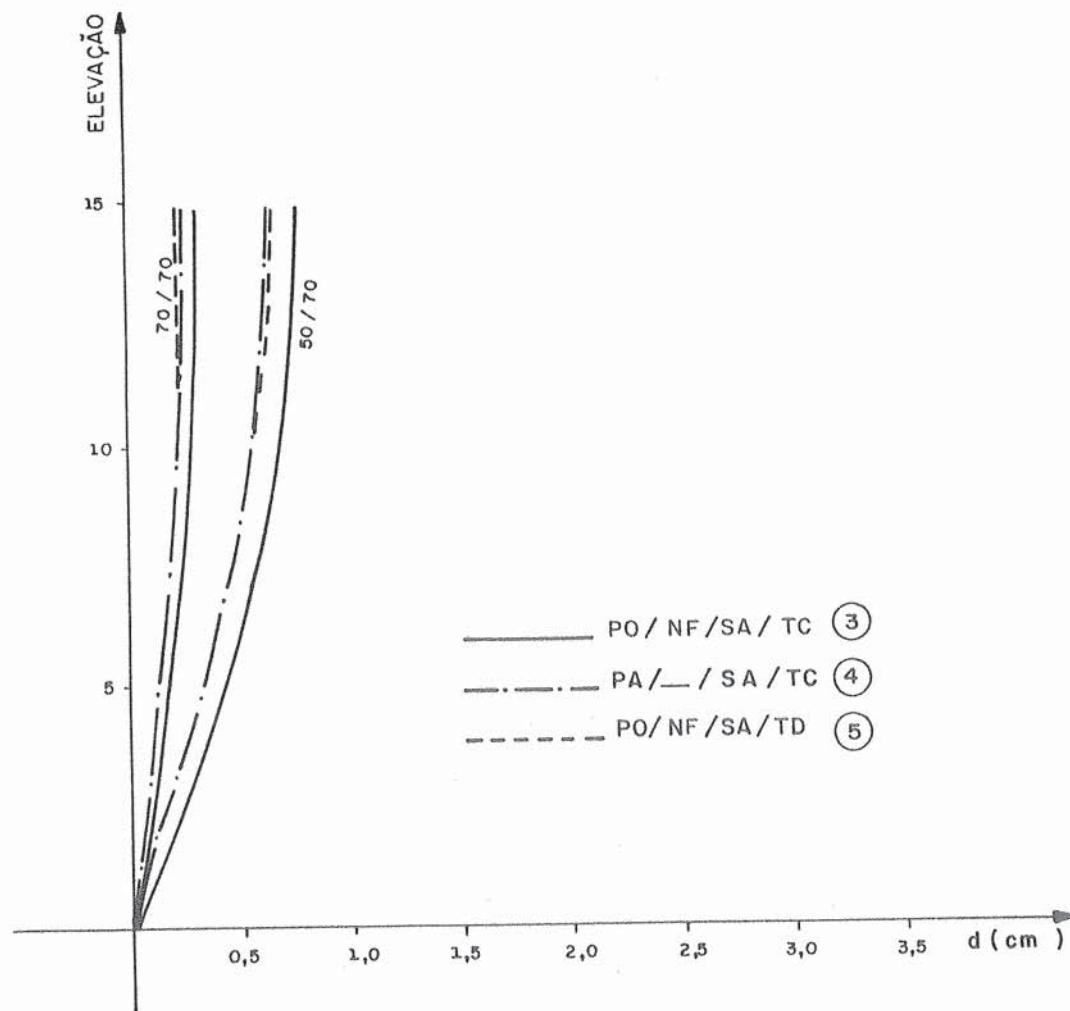


Figura 4.6  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e três prumadas



**Figura 4.7**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas**

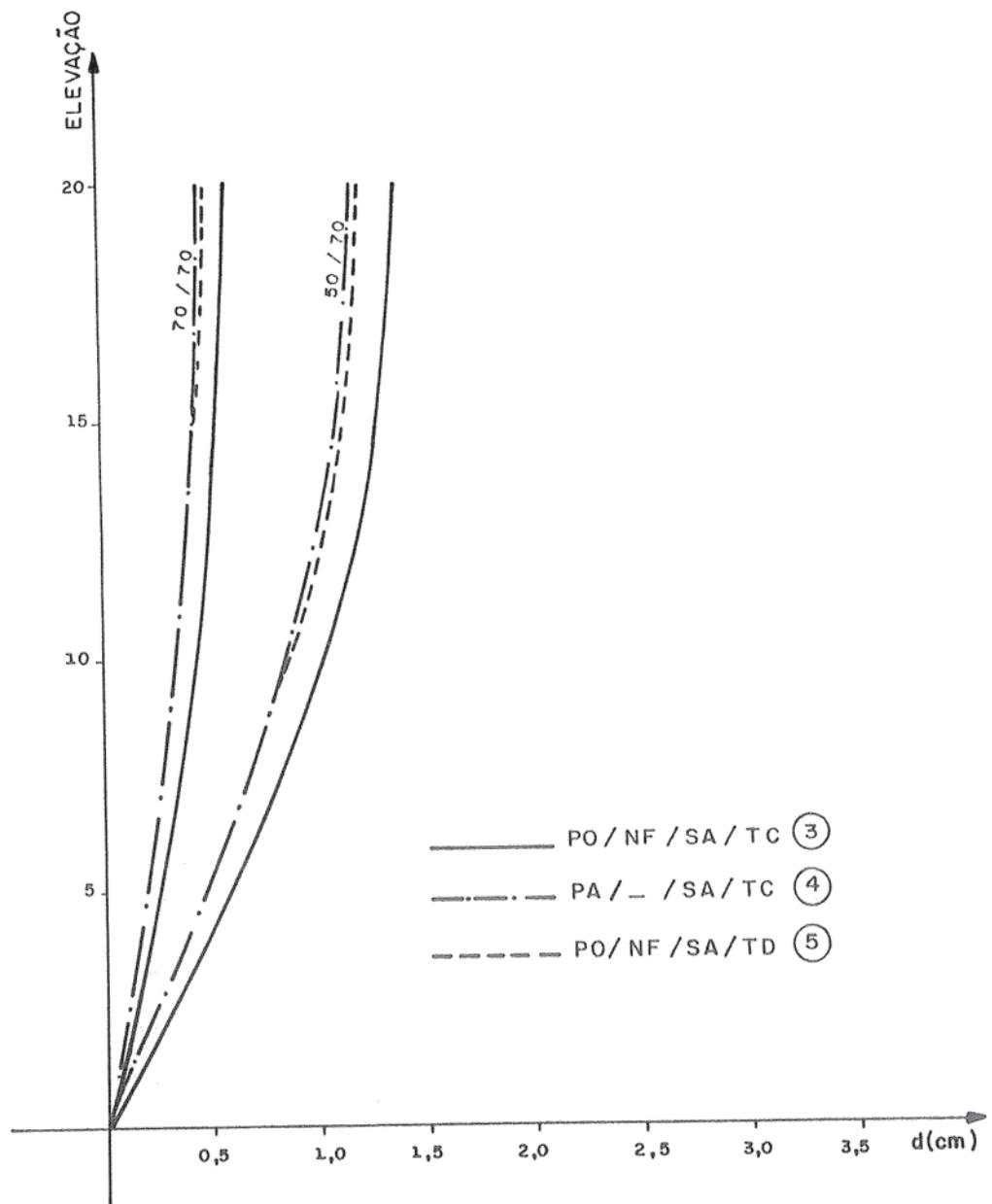
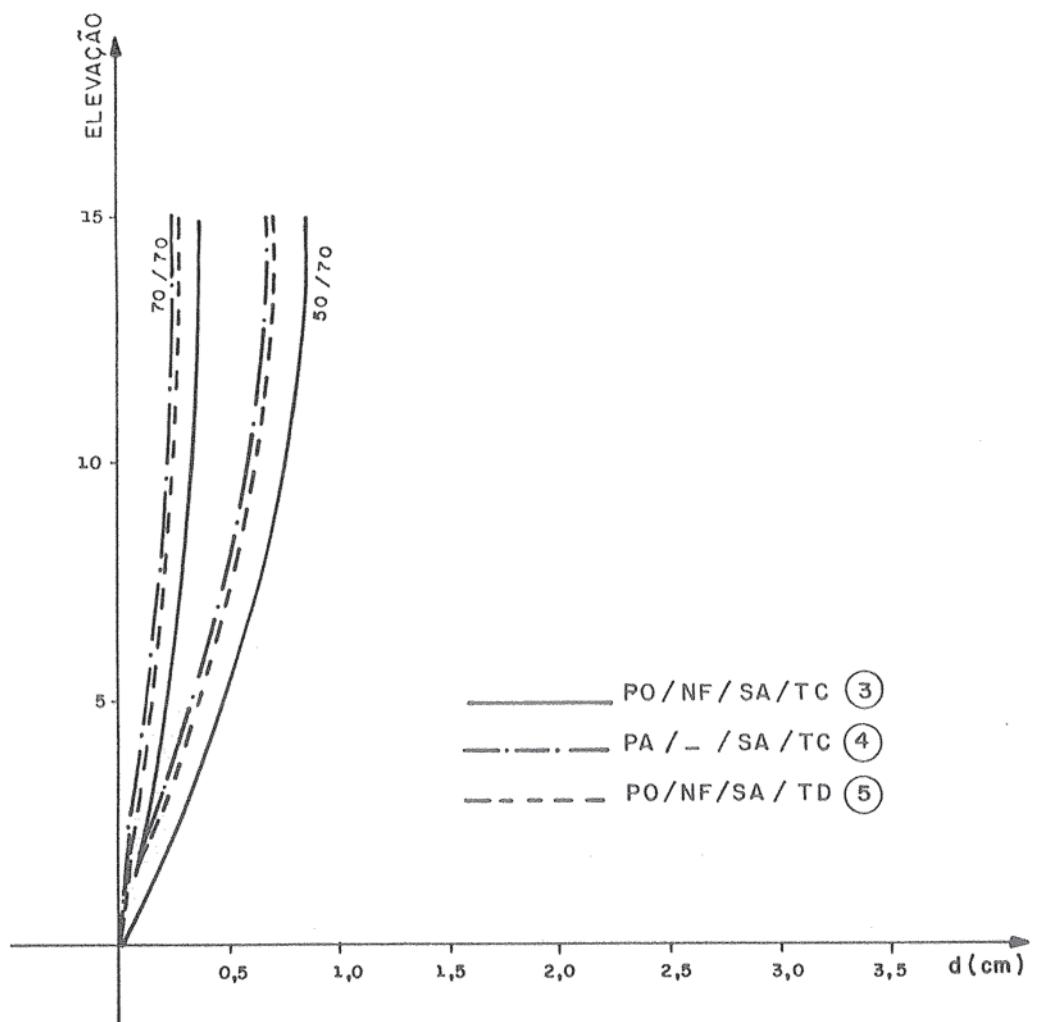


Figura 4.8  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e duas prumadas



**Figura 4.9**  
 Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
 15 andares e três prumadas

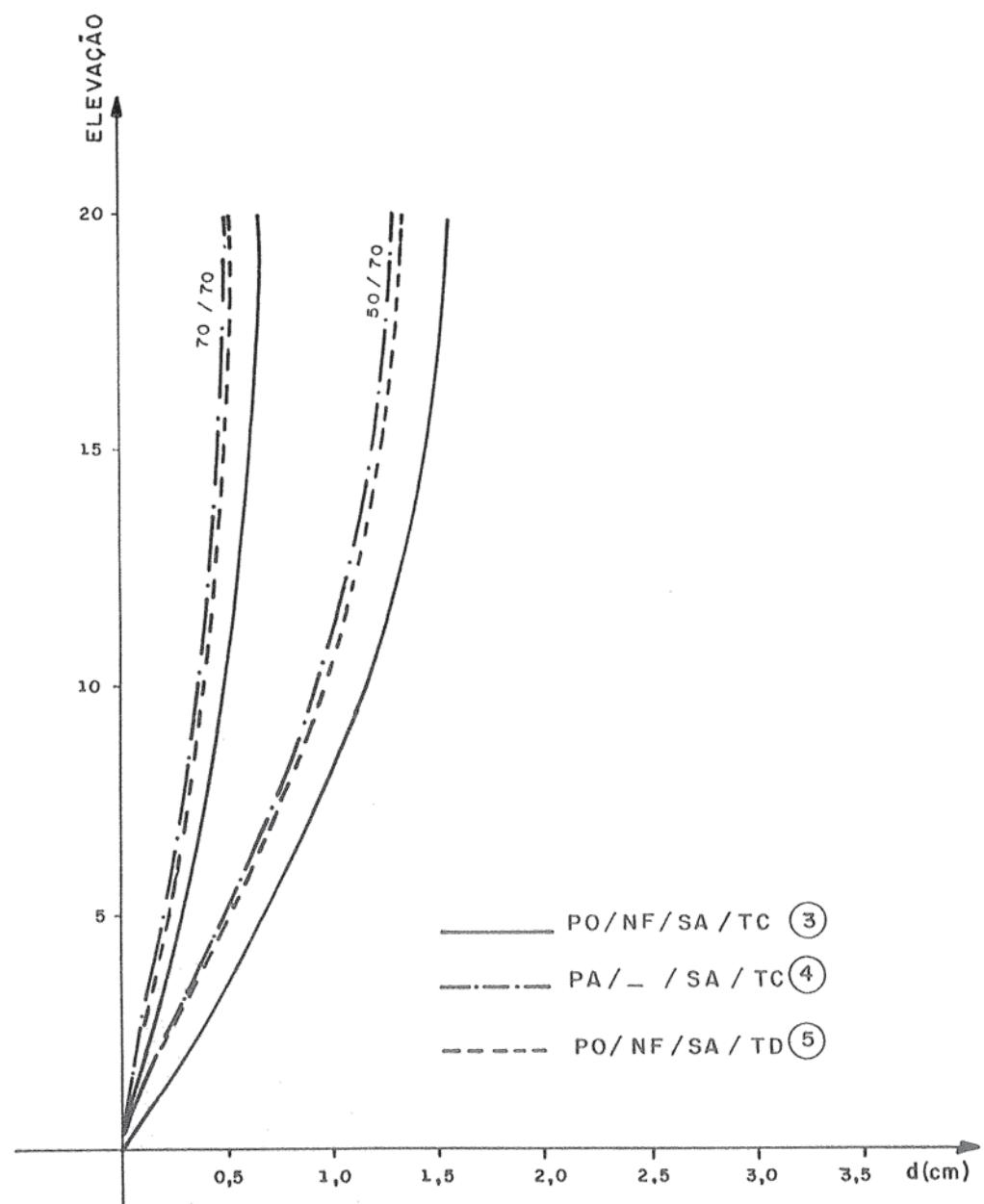
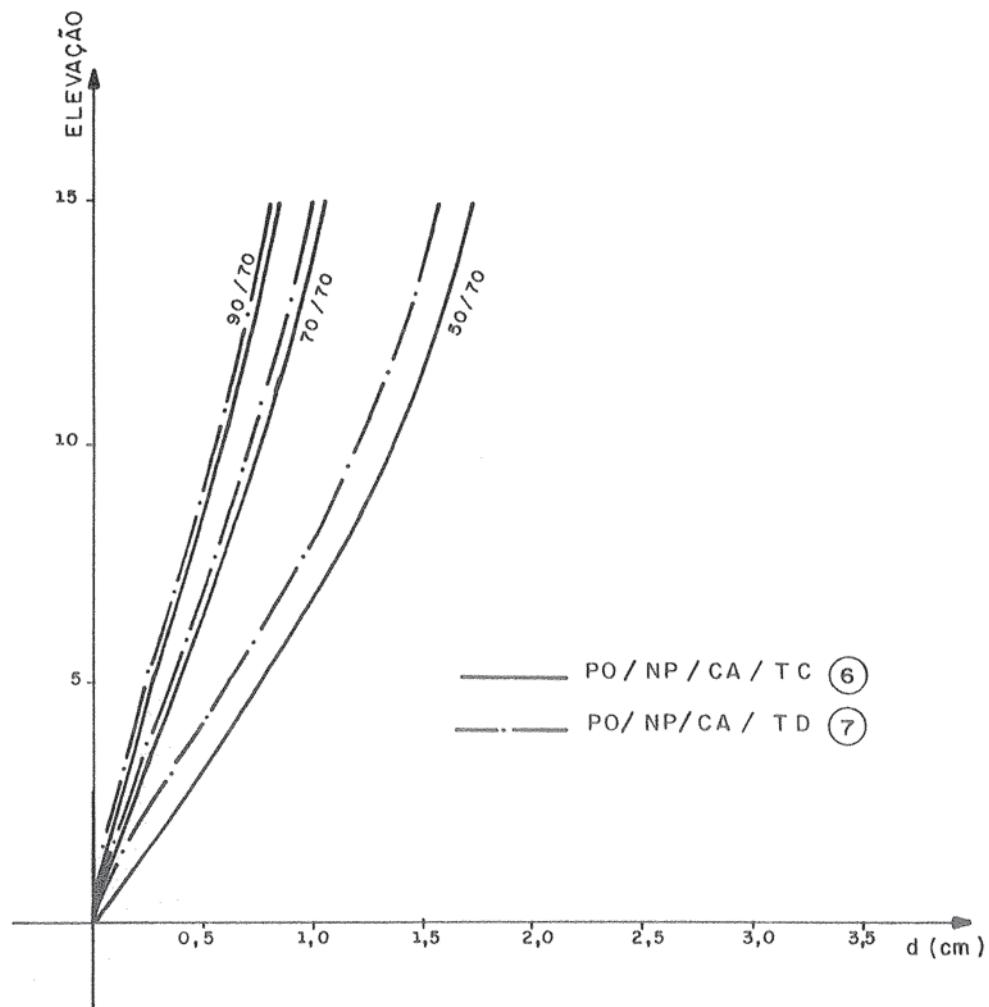
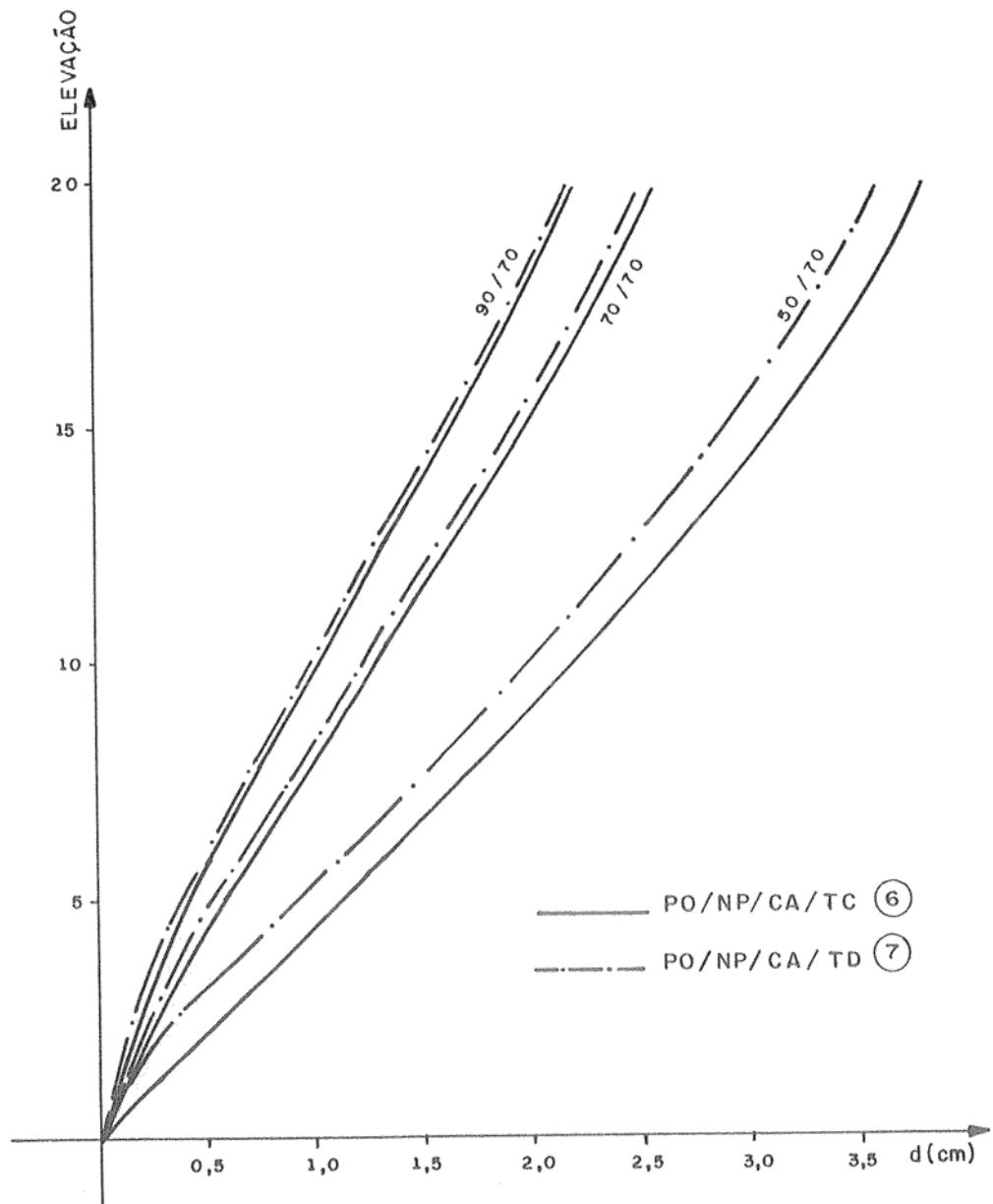


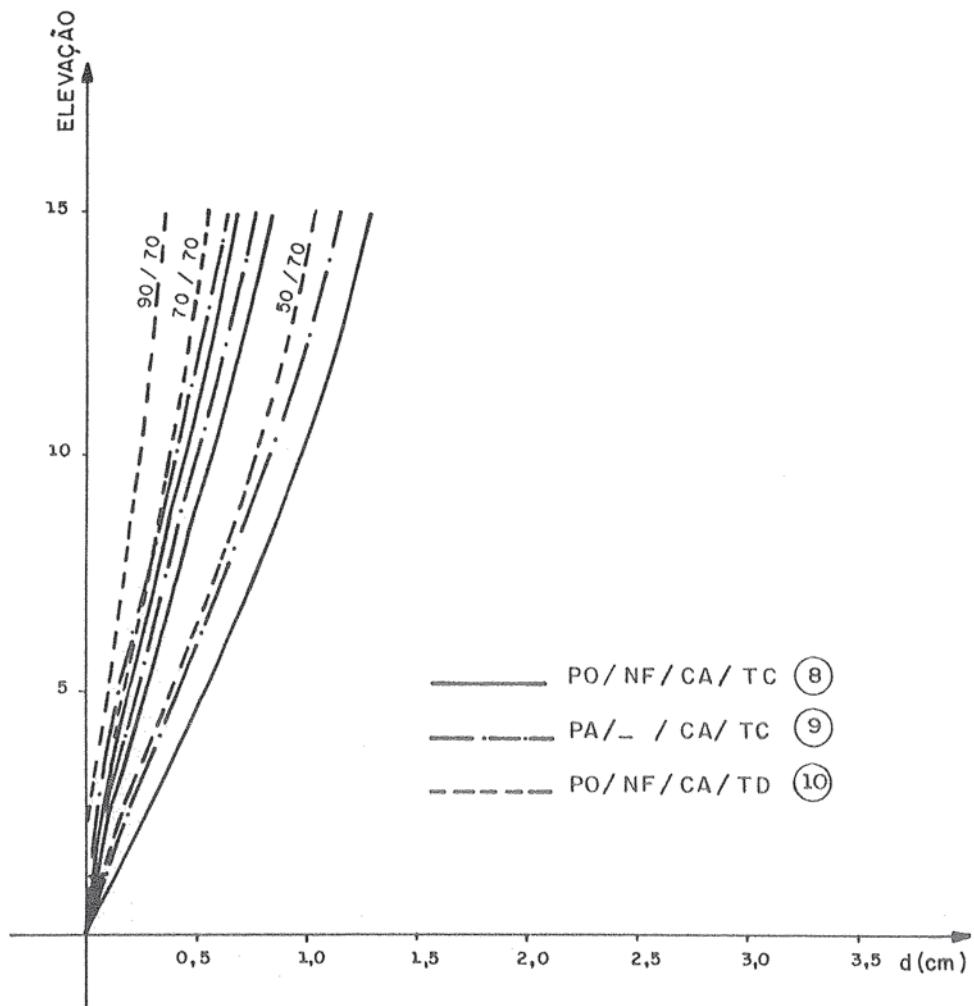
Figura 4.10  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e três prumadas



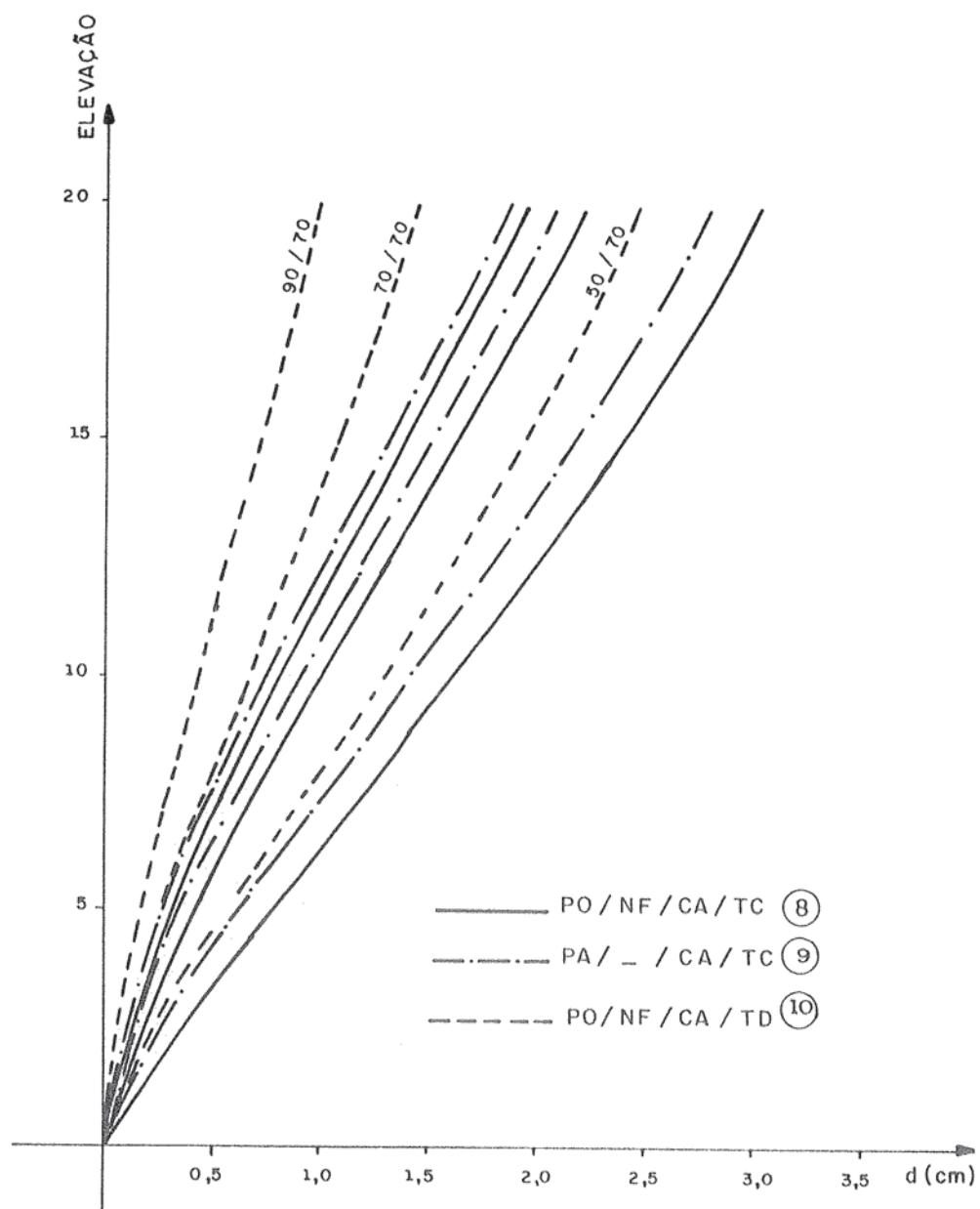
**Figura 4.11**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas**



**Figura 4.12**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**20 andares e duas prumadas**



**Figura 4.13**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas**



**Figura 4.14**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**20 andares e duas prumadas**

Concluída a apresentação das figuras 4.3 a 4.14, são destacados em texto os principais aspectos revelados pelo estudo comparativo.

a) No caso de pórticos, a técnica do meio contínuo fornece resultados para os deslocamentos horizontais maiores que os obtidos com a técnica discreta. Para tanto, compare-se os modelos agrupados nas colunas 1 e 2, 3 e 5, 6 e 7 e 8 e 10 junto com as figuras 4.3 a 4.14 .

Lembrando que para pórticos, pela técnica contínua, o cálculo de  $s_f$  no topo e na base conduz a valores incorretos, com certeza esse valor incorreto de  $s_f$  influencia na diferença acima citada.

b) A diferença relativa entre os deslocamentos diminui à medida que cresce a altura dos painéis.

c) No caso de paredes ligadas por lintéis, a técnica do meio contínuo forneceu valores, para os deslocamentos horizontais, bastante próximos dos obtidos com a técnica discreta. Observe-se, para tanto, as colunas 4 e 5 e 9 e 10 com os correspondentes gráficos mostrados nas figuras 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.13 e 4.14 .

É interessante observar nestas mesmas figuras que a técnica contínua para paredes e pórticos fornecem valores relativos mais próximos do que quando se compara parede com pórtico pela técnica discreta.

**4.4.2 - Comparação entre os modelos, tratados pelo mesmo método, quando se considera o enrijecimento de seus nós.**

Com a técnica do meio contínuo comparam-se os pórticos quando passando de nós puntuais a nós de dimensões finitas, considerando e não considerando a deformação axial de seus pilares. Agrupam-se, então, as colunas :

a) 1 PO/NP/SA/TC e 3 PO/NF/SA/TC

b) 6 PO/NP/CA/TC e 8 PO/NF/CA/TC

e observe-se as figuras 4.15 a 4.18 .

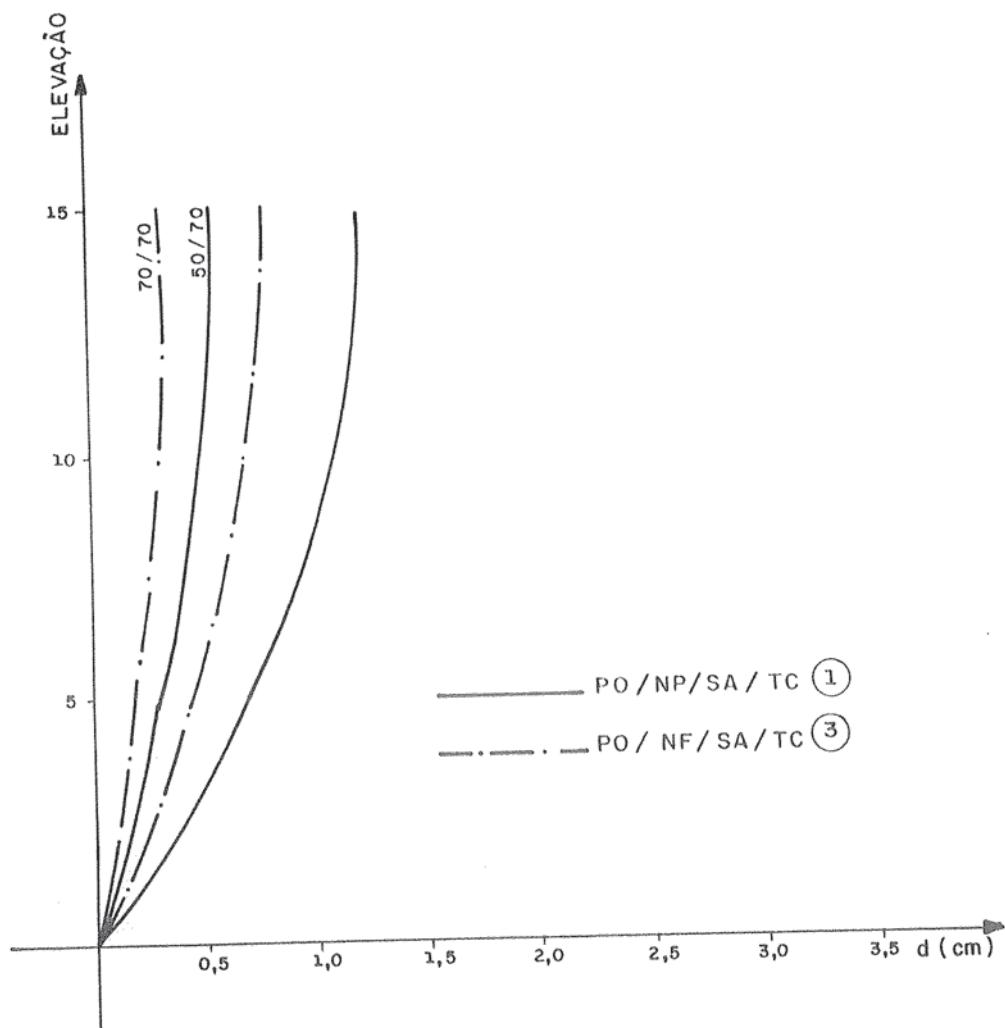
Com a técnica discreta pode-se proceder a análise idêntica. Agrupam-se, para tanto, as colunas :

c) 2 PO/NP/SA/TD e 5 PO/NF/SA/TD

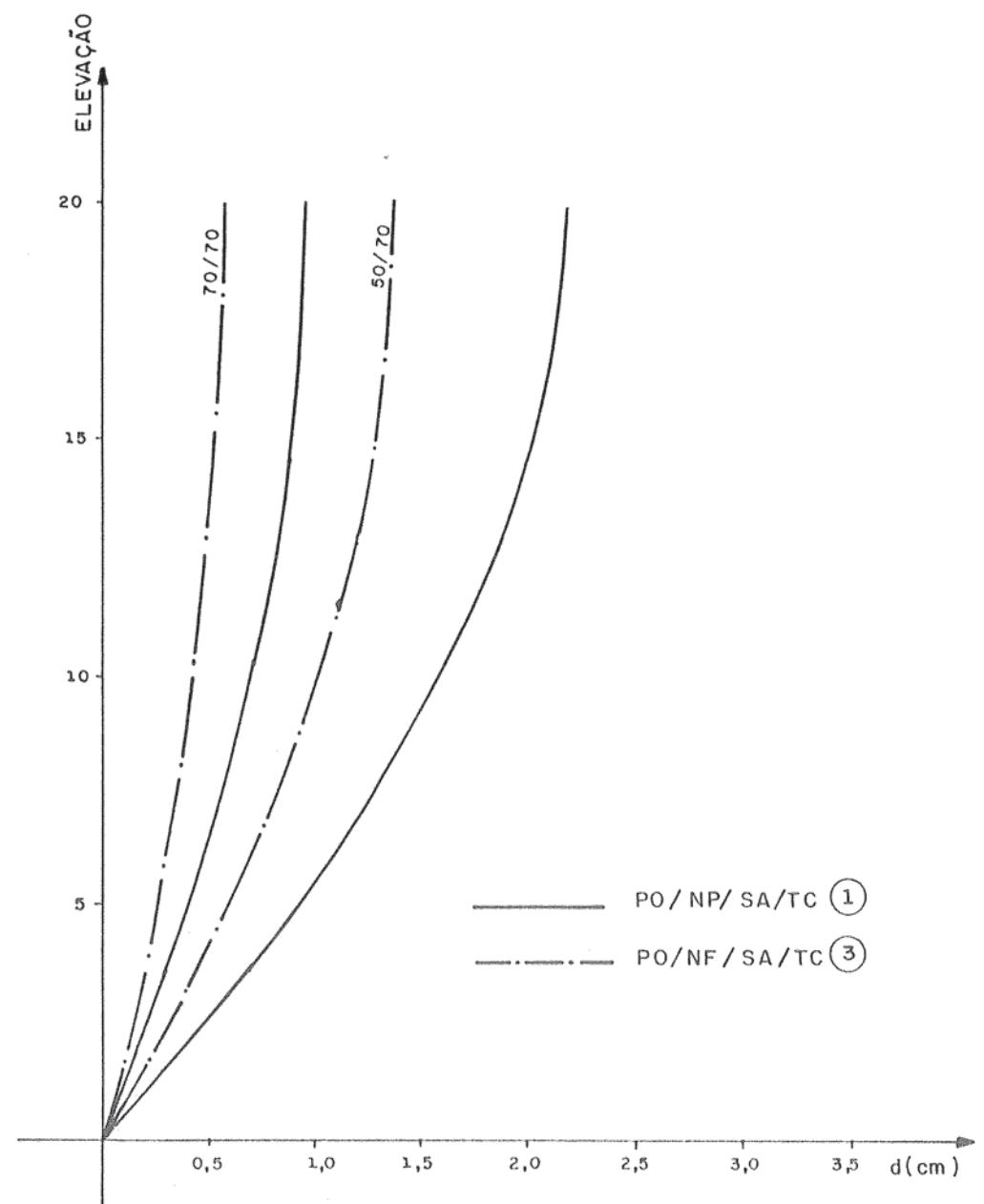
b) 7 PO/NP/CA/TD e 10 PO/NF/CA/TD

que podem ser melhor visualizadas com as figuras 4.19 a 4.22 .

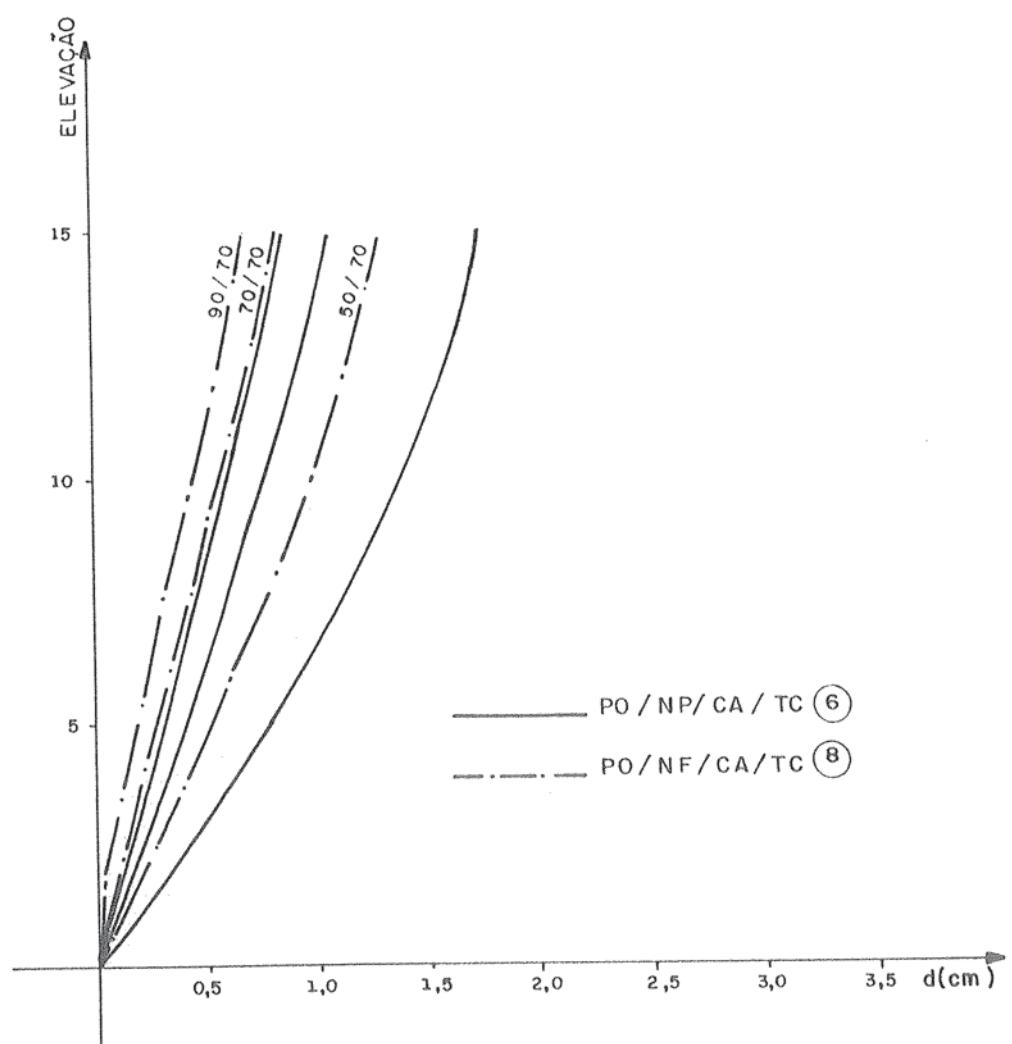
É evidente a diminuição do valor dos deslocamentos horizontais quando se passa da consideração de nó punitual para nó de dimensões finitas. Compare-se entre si as figuras 4.15, 4.16, 4.19 e 4.20 quando se considera a deformação axial dos pilares e as figuras 4.17, 4.18, 4.21 e 4.22 quando não se considera essa influência.



**Figura 4.15**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas - técnica contínua**



**Figura 4.16**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**20 andares e duas prumadas - técnica contínua**



**Figura 4.17**  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
15 andares e duas prumadas - técnica contínua

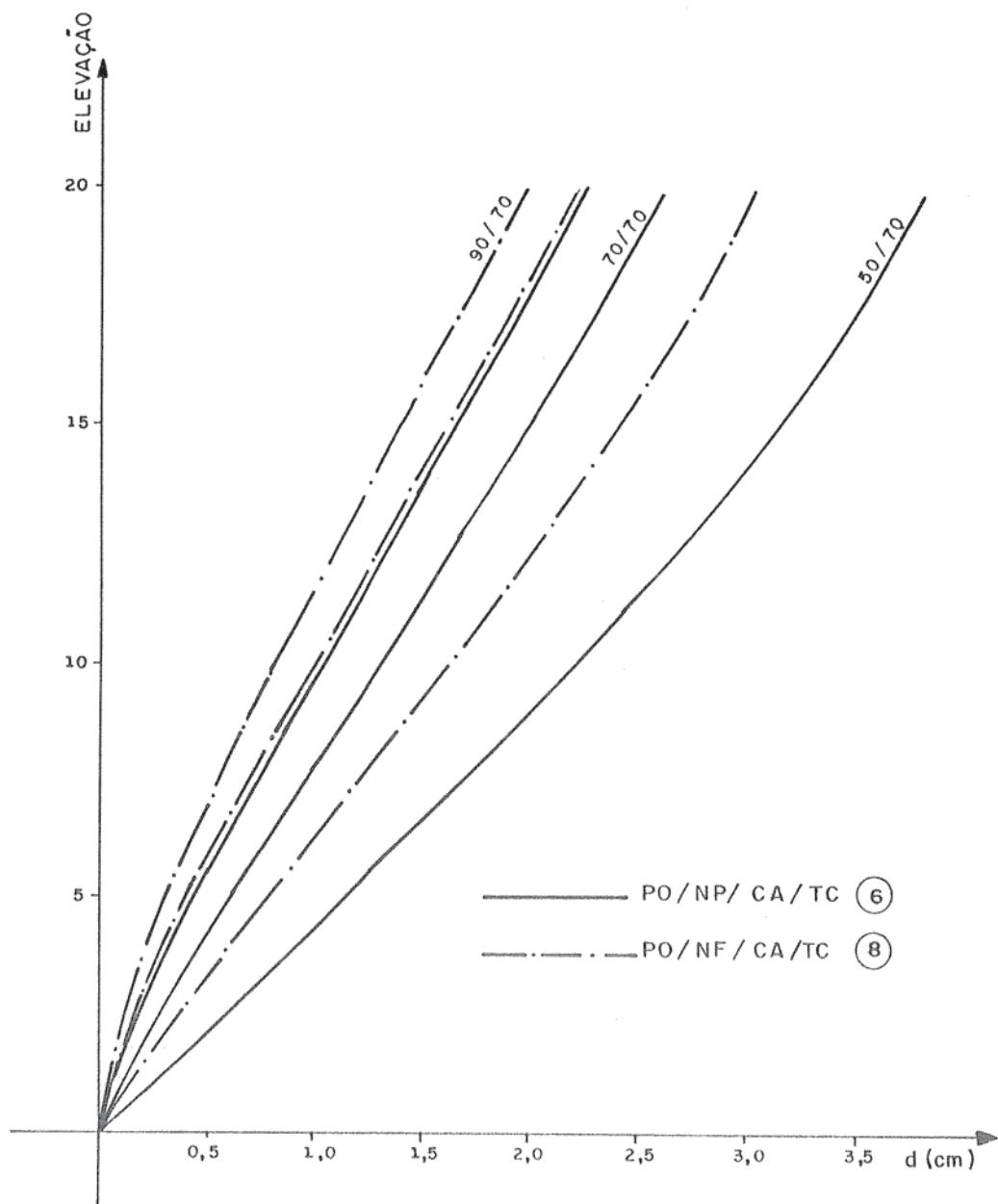


Figura 4.18  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e duas prumadas - técnica contínua

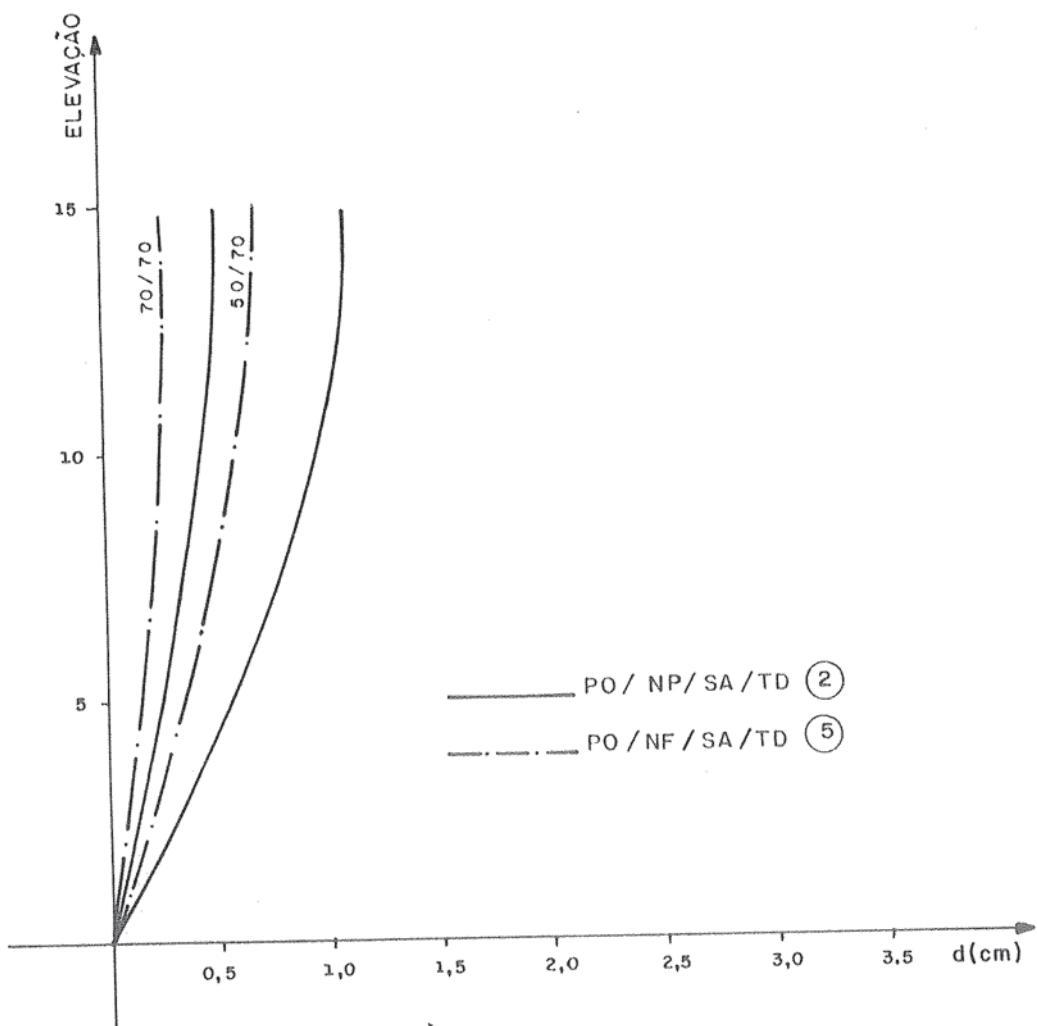


Figura 4.19  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
15 andares e duas prumadas - técnica discreta

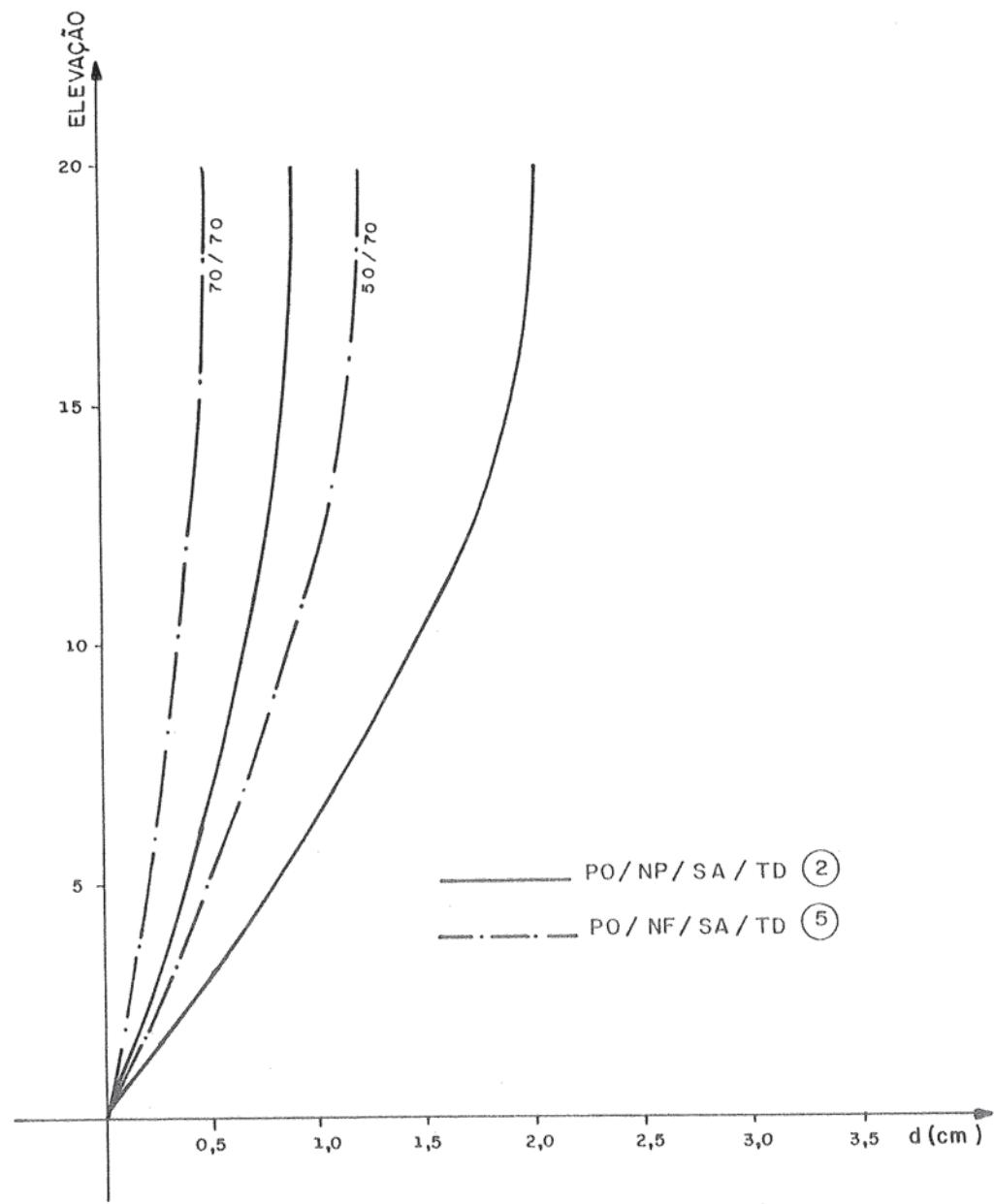
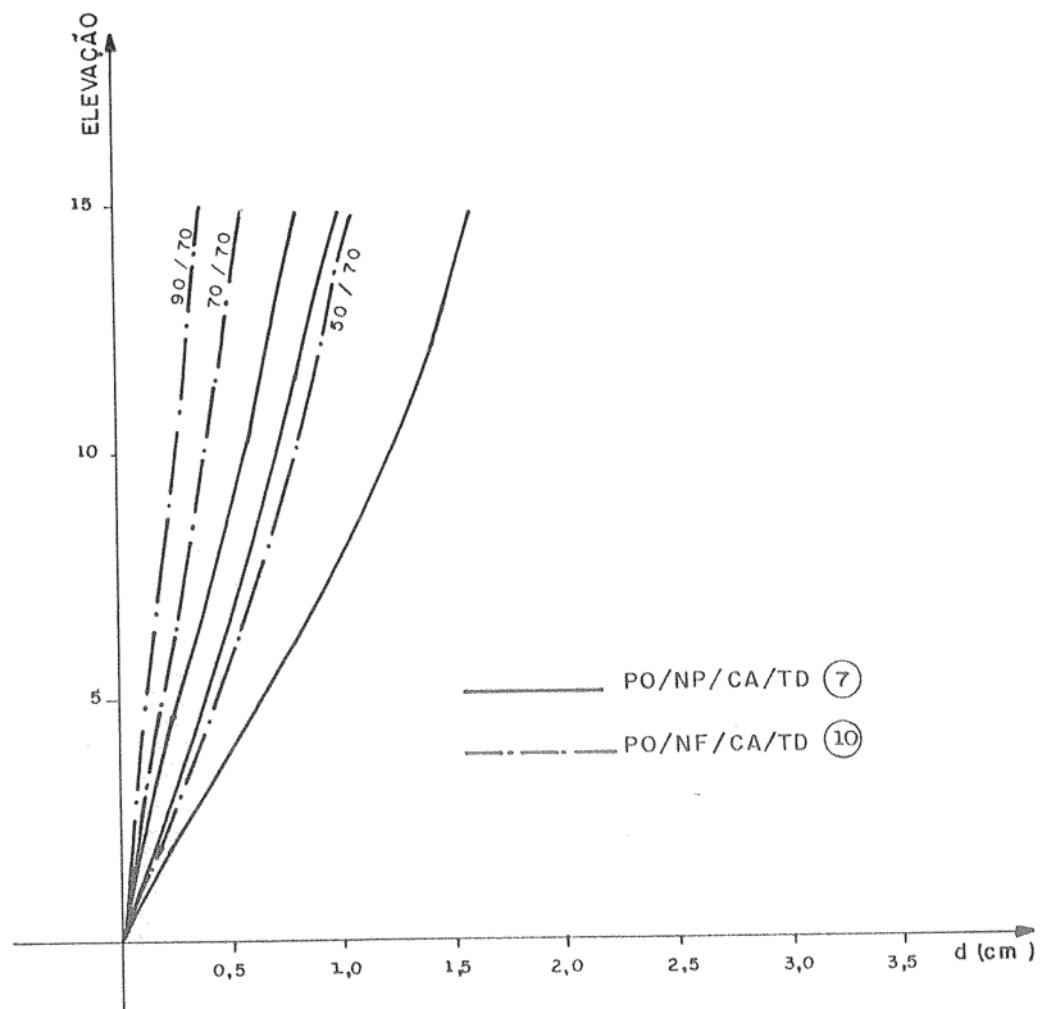
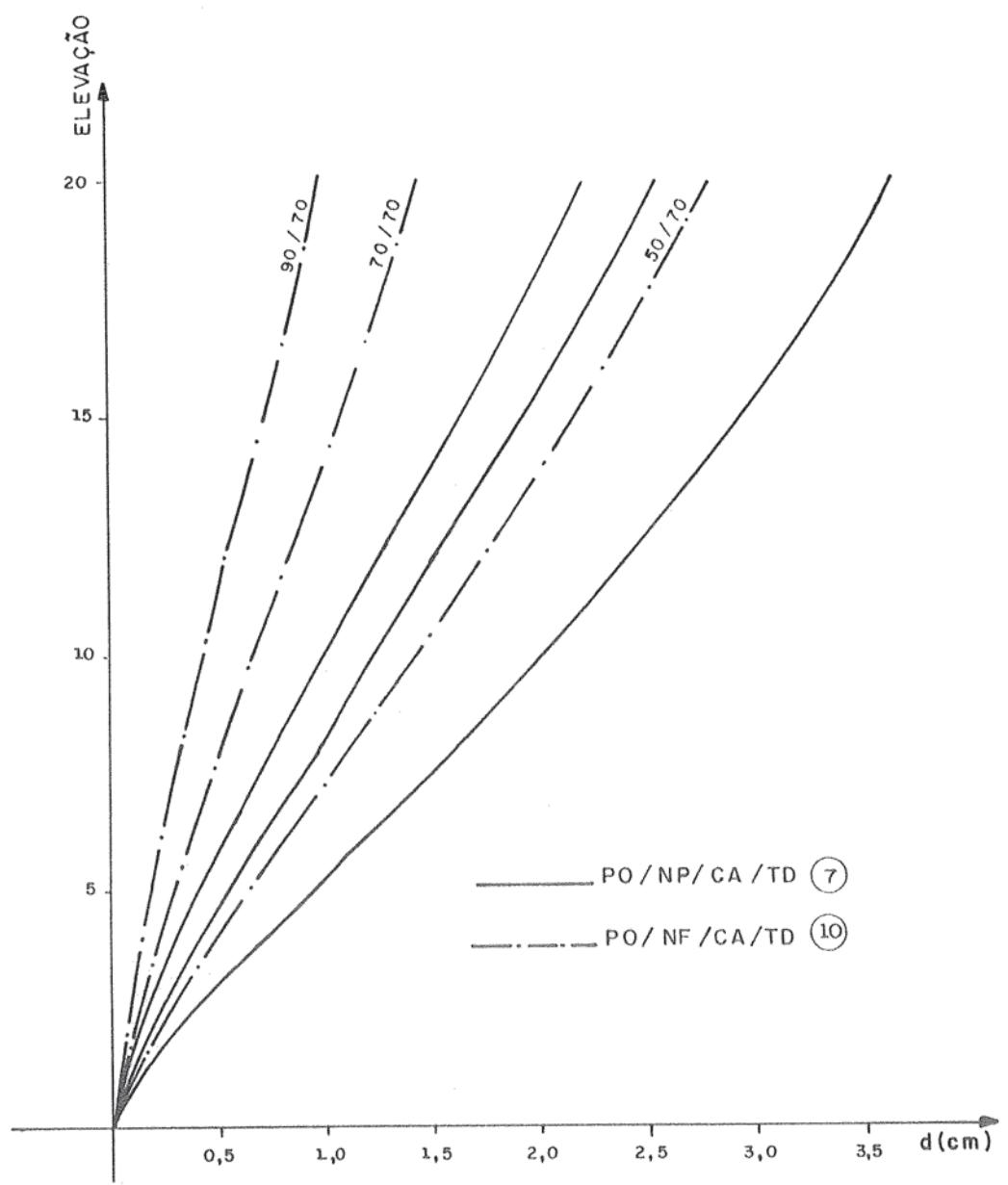


Figura 4.20  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e duas prumadas - técnica discreta



**Figura 4.21**  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
15 andares e duas prumadas - técnica discreta



**Figura 4.22**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**20 andares e duas prumadas - técnica discreta**

#### 4.4.3 - Verificação do enrijecimento crescente dos painéis

Para este tipo de consideração agrupem-se as seguintes colunas, respectivamente, para técnicas contínuas e discretas :

a) 3 PO/NF/SA/TC, 1 PO/NP/SA/TC,

8 PO/NF/CA/TC e 6 PO/NP/CA/TC

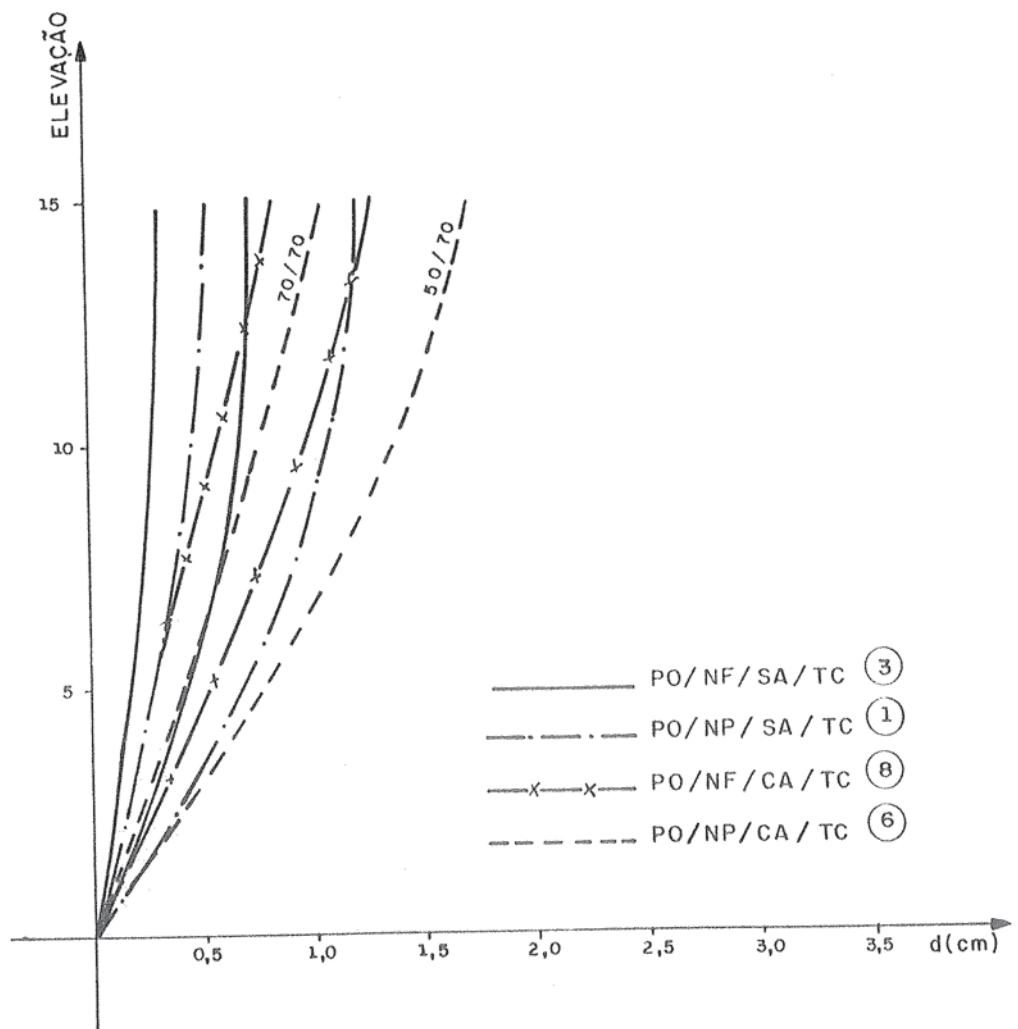
b) 5 PO/NF/SA/TD, 2 PO/NPF/SA/TD,

10 PO/NF/CA/TD e 7 PO/NP/CA/TD

A evolução indicada nos itens a e b está mostrada nos gráficos das figuras 4.23 e 4.24 .

Nota-se o aumento dos deslocamentos horizontais dos painéis quando se leva em conta a deformabilidade axial de seus pilares simultaneamente com a consideração de nós puntuais, obedecendo a sequência NF/SA, NP/SA, NF/CA e NP/CA.

Essa sequência, no entanto, não se configura integralmente nos andares intermediários obedecendo, por conseguinte, a sequência NF/SA, NF/CA, NP/SA e NP/CA.



**Figura 4.23**  
**Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados**  
**15 andares e duas prumadas - técnica contínua**

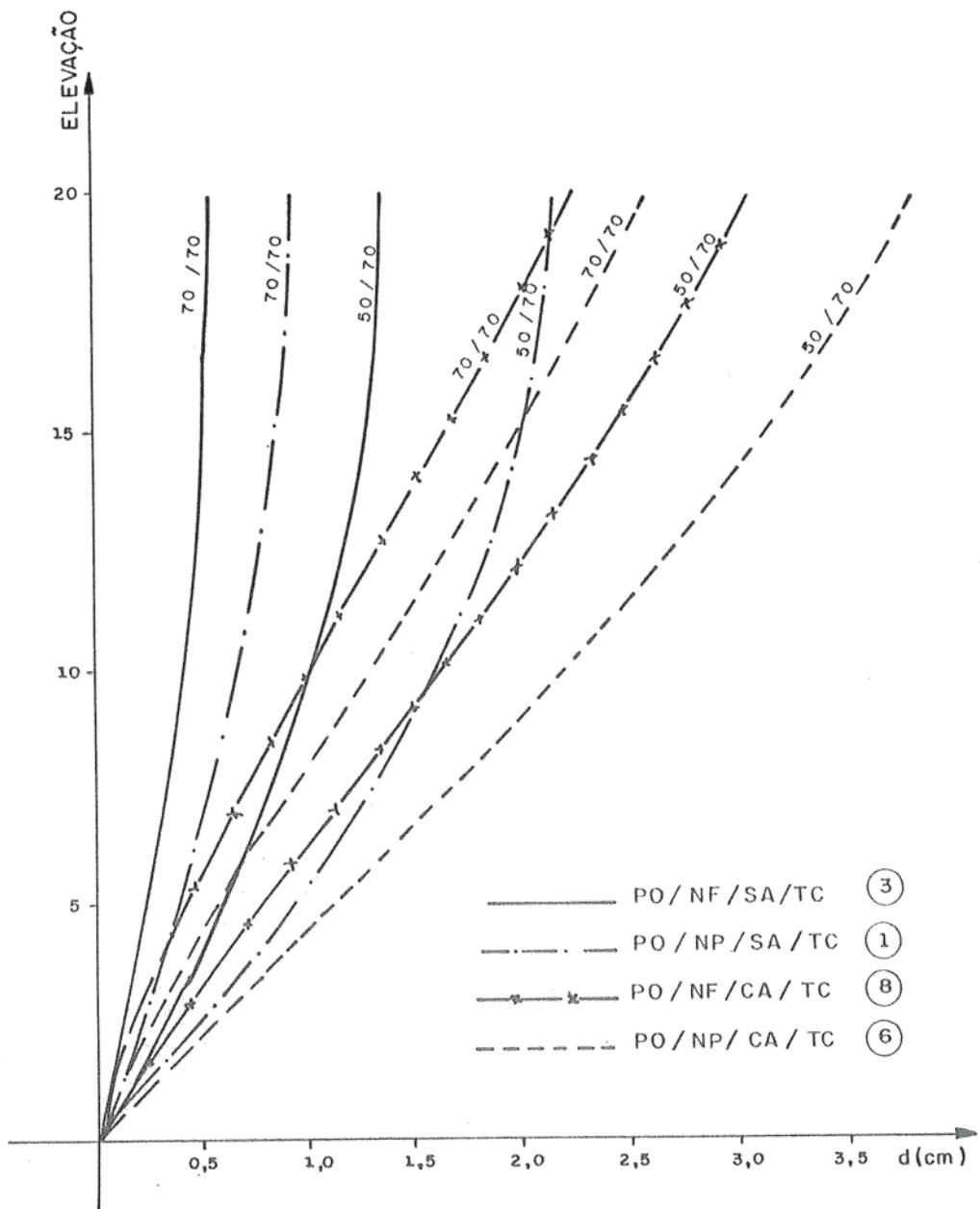


Figura 4.24  
Deslocamentos horizontais dos pórticos indicados  
20 andares e duas prumadas - técnica contínua

#### 4.4.4 - Efeito das deformações normais nos elementos verticais

Comparem-se as colunas abaixo, respectivamente, para o processo contínuo e discreto :

a) 1 PO/NP/SA/TC, 6 PO/NP/CA/TC

3 PO/NF/SA/TC e 8 PO/NF/CA/TC

b) 2 PO/NP/SA/TD, 7 PO/NP/CA/TD

5 PO/NF/SA/TD e 10 PO/NF/CA/TD

Com o exame das tabelas 4.1 e 4.2 e ainda as figuras 4.3 a 4.14 pode-se perceber que, tanto para o processo contínuo como para o discreto, à medida que cresce a altura da viga cresce a diferença relativa entre os deslocamentos horizontais, o que evidencia crescimento da força normal nos pilares do painel.

#### **4.4.5 - Análise comparativa com os painéis parede**

Comparando-se diretamente as colunas 4 PA/\_/SA/TC e 5 PO/NF/SA/TD, onde não se considera a deformabilidade axial de seus elementos verticais e comparando-se, também, as colunas 9 PA/\_/CA/TC e 10 PO/NF/CA/TD, agora considerando a deformabilidade axial de seus elementos verticais, verifica-se que os resultados são muito bons notadamente quando as alturas de vigas (lintéis) assumem valores próximos da largura dos pilares (paredes), seja para mais ou para menos o que vem confirmar as hipóteses assumidas por ALBAGES E GOULET [4].

#### **4.4.6 - Comparação direta entre os processos contínuo e discreto**

Analizando os números das tabelas 4.1 e 4.2 e ainda as figuras 4.3 a 4.14 pode-se notar que os dois processos conduzem a resultados bastante próximos, desde que, entretanto, os modelos obedeçam a hipóteses semelhantes e as alturas das vigas (lintéis) assumam valores próximos dos atribuídos à largura dos pilares (paredes).

## V - CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo é desejo do autor apontar algumas conclusões a que se pode chegar após a análise feita com os números tirados dos modelos analisados no presente trabalho.

### 5.2 - CONCLUSÕES

É possível afirmar, à luz dos resultados obtidos e da própria expectativa que se poderia esperar de um estudo comparativo como o proposto neste trabalho, que:

a) A técnica do meio contínuo para pórticos, quer com nós puntuais quer com nós de dimensões finitas, fornece resultados satisfatórios quando comparados com os do processo discreto, para os casos em que a rigidez da viga é próxima à do pilar, notadamente quando a altura do painel cresce.

b) A técnica do meio contínuo para paredes associadas por lintéis apresentou resultados excelentes comparados com a técnica discreta para pórtico com nós de dimensões finitas, considerando ou não a deformabilidade axial das paredes. Esses resultados são notados independentemente da altura do painel. Isso recomenda o uso da técnica do meio contínuo pois é ferramenta de utilização mais cômoda por envolver pequeno número de parâmetros e permitir emprego de soluções analíticas, consequentemente com pouco uso da memória do computador.

Além dessas conclusões gerais, outras de cunho mais específico já foram apresentadas no capítulo 4.

Finalmente, é desejo do autor registrar que, embora a análise desenvolvida neste trabalho tenha utilizado apenas 10 modelos estruturais, ela poderia ser estendida concebendo mais alguns modelos, como os a seguir descritos :

1 - Associação de uma parede e um pórtico de duas prumadas de pilares, ligados por lintéis engastados às suas extremidades, usando o processo contínuo. Esse modelo, da forma acima concebido, se enquadraria na análise com os demais modelos de três prumadas.

2 - Aplicar a alguns dos modelos utilizados neste trabalho, o método dos elementos finitos.

## VI - REFERÉNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - STAMATO, M. C. e STAFFORD-SMITH, B. - Análise Aproximada de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Elevados. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1980
- 2 - FERRY BORGES, J. e RAVARA, A. - Estudo do Comportamento de Estruturas de Edifícios Elevados Sob a Ação de Forças Horizontais. II Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil, Rio - São Paulo, AGO/1967.
- 3 - STAMATO, M. C. - Associação Contínua de Painéis de Contraventamento, Publ. nº 157, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, S.P., 1971.
- 4 - ALBAGES, M. e GOULET, J. - Contreventement des Bâtiments. Annales de L'Institute Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, no. 149, MAI/1960.
- 5 - FRANCO, M. - Alguns Problemas Relativos à Ação do Vento em Edifícios de Grande Altura, tese de Doutoramento. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, S.P., 1966.
- 6 - MANCINI, E. - Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitos a Ação do Vento, tese de doutoramento, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1973.
- 7 - QUEZADA, P., C.A. - Parâmetros Característicos para a Definição de um Modelo Estático : "pilar de pórtico" ou "pilar-parede", Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, S.P., 1987.

- 8 - SAVASSI, W. e MANCINI, E. - Breve Estudo Comparativo Sobre o Comportamento de Pórticos Planos Sob a Ação de Cargas Horizontais, 6º Congresso Latino Americano sobre métodos computacionais em Engenharia, Santa Fé, Argentina, 1985
- 9 - STAMATO, M. C. - Distribuição das Cargas do Vento Entre os Painéis de Contraventamento, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, S.P., 1978
- 10 - STAMATO, M. C. e LUCCHESE, J. A. - Cargas do Vento nas Construções, Publ. nº 130, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, S.P., 1971.
- 11 - ABNT - Forças Devidas ao Vento em Edificações, NBR-6123, Rio de Janeiro, RJ, 1978.
- 12 - PITTA, J.A.A - Ações Devidas ao Vento em Edifícios de Andares Múltiplos, Edifícios com Coberturas do Tipo Shed e do Tipo Duas Águas com Lanternim, Publ. nº 022/88, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, S.P., 1988.
- 13 - COULL, A. e SUBEDI, N. K. - Coupled Shear Walls with Two and Three Bands of Openings, build sci, vol 7, pergammon press, 1972.
- 14 - GERE, J. W. e WEAVER, W. Jr. - Analysis of Framed Structures, Van Nostrand Reinhold, New York, 1980.
- 15 - RUBINSTEIN, M. F. - Matrix Computer Analysis of Structures, Englewood Cliffs, New Jersey, 1966.

- 16 - FIGUEIREDO, R. G. - Sobre a Instabilidade Elástica de Pórticos Tridimensionais de Edifícios, tese de Doutoramento, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, S.P., public. 074/83 reimpressão.
- 17 - SORIANO, H. L. - Sistemas de Equações Algébricas Lineares em Problemas Estruturais, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1981.

ESTUDO COMPARATIVO SOBRE  
PAINEIS ESTRUTURAIS PLANOS,  
SOB CARGA HORIZONTAL

A N E X O

AUTOR : ENG. JOSAFÁ DE OLIVEIRA FILHO  
ORIENTADOR : PROF. DR. WALTER SAVASSI

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ESTUDO COMPARATIVO SOBRE  
PAINÉIS ESTRUTURAIS PLANOS,  
SOB CARGA HORIZONTAL

ENG. JOSAFÁ DE OLIVEIRA FILHO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia  
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,  
como parte dos requisitos para a obtenção do  
título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ORIENTADOR :  
PROF. DR. WALTER SAVASSI

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

## **SUMÁRIO**

<b>I - INTRODUÇÃO</b>	<b>01</b>
<b>II - PARTES COMUNS A TODOS OS PROGRAMAS</b>	<b>03</b>
<b>III - MODELO I</b>	<b>18</b>
<b>IV - MODELO II</b>	<b>22</b>
<b>V - MODELO III</b>	<b>28</b>
<b>VI - MODELO IV</b>	<b>32</b>
<b>VII - MODELO V</b>	<b>36</b>
<b>VIII - MODELO VI</b>	<b>40</b>
<b>IX - MODELO VII</b>	<b>44</b>
<b>X - MODELO VIII</b>	<b>53</b>
<b>XI - MODELO IX</b>	<b>62</b>
<b>XII - MODELO X</b>	<b>72</b>

## I - INTRODUÇÃO

O estudo comparativo sobre painéis estruturais planos, sob a ação de cargas horizontais, assunto abordado neste trabalho, requereu a elaboração de alguns programas automáticos de cálculo. A finalidade deste anexo é apresentar ao leitor a listagem dos citados programas, desenvolvidos pelo autor, com base na teoria apresentada.

Foram elaborados ao todo dez programas de cálculo, um para cada modelo analisado, utilizando-se, para tanto, a linguagem TURBO PASCAL versão 3.1, para micro-computadores digitais.

Cada programa foi elaborado com o propósito, além do específico pretendido no trabalho, de proporcionar maior facilidade na sua manipulação, tornando-o auto-instrutivo. Embora já citadas, as limitações quanto às dimensões da estrutura se resumem a :

número máximo de andares = 20

número máximo de prumadas de pilares (paredes) = 3

Lembrar que essas limitações podem ser facilmente contornadas bastando alterar alguns comandos dos programas bem como a dimensão de algumas variáveis.

Com o intuito de tornar mais acessível, este anexo foi organizado da seguinte forma :

No ítem II são apresentadas as partes comuns a cada um dos dez programas, denominadas procedimentos; esses procedimentos permitem ler os dados de entrada da estrutura, imprimir resultados, títulos e comentários.

No ítem III se apresenta a listagem da parte do programa referente ao modelo I, tais como variáveis empregadas, títulos específicos e o corpo do programa principal.

No ítem IV é apresentada a listagem da parte do programa referente ao modelo II, e assim sucessivamente até o modelo X.

## II - PARTES COMUNS A TODOS OS PROGRAMAS

```
procedure caracteristicas_gerais_impressao (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'-----':51);
writeln(can,' PAINEL NUMERO':45,i:3,' ');
writeln(can,'-----':51);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'***      CARACTERISTICAS      GERAIS      ***':60);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'NUMERO DE ANDARES':50,na:3);
writeln(can);
writeln(can,'NUMERO DE PRUMADAS':50,nc:3);
writeln(can);
writeln(can,'PE-DIREITO DOS ANDARES':50,pd:5:2,' (m)');
writeln(can);
writeln(can,'ALTURA TOTAL DO PAINEL':50,h:5:2,' (m)');
writeln(can);
writeln(can,'MODULO DE ELAST. DO MATERIAL':50,e:12:2,' (t/m2)');
end;
procedure caracteristicas_elementos_impressao (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'**  DIMENSOES DE PILARES (PAREDES)  E  VIGAS
VIGAS (LINTEIS)  **':30);writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'PILARES (PAREDES) :  espessura':48,ep:5:2,' (m)');
writeln(can,'largura':48,lp:5:2,' (m)');
writeln(can,'altura':48,pd:5:2,' (m)');
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'VIGAS (LINTEIS) :  espessura':48,ev:5:2,' (m)');
writeln(can,'altura':48,hv:5:2,' (m)');
writeln(can,'vao livre':48,vl:5:2,' (m)');
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'** DADOS SOBRE O  CARREGAMENTO HORIZONTAL **':62);
writeln(can);
writeln(can,'hipotese de carga numero':53,ncar:3);
writeln(can);
writeln(can,'valor da carga':41,qf:8:5,' (t/m)');
end;
```

```

procedure resumo_deslocamentos (imp:conexao);
begin
  u[1]:=100*u[1];
  umax:=100*umax;
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can, '*****:58);
  writeln(can, '* DESLOCAMENTO HORIZONTAL *:58);
  writeln(can, '* AO NIVEL DE ALGUNS ANDARES *:58);
  writeln(can, '*****:58);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can, 'andar':20, 'nivel':10, 'cota':10, 'deslocamento':25);
  writeln(can, '(m)':40, '(cm)':21);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,na:18,'topo':11,h:12:2,u[1]:20:2);
  writeln(can);
  writeln(can,n1:18,'--':10,z1:13:2,umax:20:2,'[maximo]':9);
  writeln(can);
  writeln(can,'0':18,'base':11,'0.00':12,'0.00':20);
  u[1]:=u[1]/100;
end;

procedure resumo_esforcos_pilares (imp:conexao);
begin
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can, '*****:60);
  writeln(can, '* ESFORCOS NOS ELEMENTOS DO PAINEL *:60);
  writeln(can, '* AO NIVEL DE ALGUNS ANDARES *:60);
  writeln(can, '*****:60);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'-- P I L A R E S ( P A R E D E S ) --':50);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'*** fletores *** *** cortantes ***':72);
  write(can,'andar':13,'cota':7,'prumada':9,'superior inferior':21);
  writeln(can,'superior inferior':22);
  writeln(can,'(m)':20,'(tm)':18,'(tm)':10,'(tf)':12,'(tf)':10);
  writeln(can);
  for k:=1 to 3 do
    begin
      writeln(can);
      case k of
        1: begin
          aa:=na;
          bb:=h;
          cc:=1;
          end;
        2: begin
          aa:=n1;
          bb:=z1;

```

```

        cc:=k1;
      end;
    3: begin
      aa:=1;
      bb:=pd;
      cc:=na;
      end;
    end;
  for l:= 1 to nc do
    begin
      writeln(can,aa:12,bb:9:2,l:5,p[cc,1]:13:2,p[cc,1]:10:2,
              p[cc,1]:12:2,p[cc,1]:10:2);
      writeln(can);
    end;
  end;
procedure resumo_esforcos_vigas (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can,'* ESFORCOS NOS ELEMENTOS DO PAINEL *':60);
writeln(can,'*          AO NIVEL DE ALGUNS ANDARES          *':60);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'--- V I G A S ( L I N T E I S ) ---':50);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*** fletores *** *** cortantes ***':72);
write(can,'andar':13,'cota':7,'tramo ':9,'ext. esq ext. dir':21);
writeln(can,'ext. esq ext. dir':22);
writeln(can,'(m)':20,'(tm)':18,'(tm)':10,'(tf)':12,'(tf)':10);
writeln(can);
for k:= 1 to 3 do
  begin
    case k of
      1: begin
        aa:=na;
        bb:=h;
        cc:=1;
      end;
      2: begin
        aa:=n1;
        bb:=z1;
        cc:=k1;
      end;
      3: begin
        aa:=1;
        bb:=pd;
        cc:=na;
      end;
    end;
  end;

```

```

for l:= 1 to (nc-1) do
begin
writeln(can,aa:12,bb:9:2,l:5,p[cc,1]:13:2,p[cc,1]:10:2,
        p[cc,1]:12:2,p[cc,1]:10:2);
writeln(can);
end;
end;
procedure reacoes (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can,'*          *':60);
writeln(can,'*  R E A C O E S      D E      A P O I O  *':60);
writeln(can,'*          *':60);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'prumada':22,'reacao':16,'reacao':13,'reacao':13);
writeln(can,'momento':39,'horizontal':14,'vertical':12);
writeln(can,'(tm)':37,'(tf)':13,'(tf)':13);
writeln(can);
writeln(can);
for l:= 1 to nc do
begin
writeln(can,l:19,rm[l]:19:2,rh[l]:13:2,rv[l]:13:2);
writeln(can);
end;
end;
procedure deslocamentos (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*****:58);
writeln(can,'*      DESLOCAMENTO HORIZONTAL      *':58);
writeln(can,'*      AO NIVEL DE CADA ANDAR      *':58);
writeln(can,'*****:58);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'andar':25,'cota':9,'deslocamento':26);
writeln(can,'(m)':34,'(cm)':22);
writeln(can);
writeln(can);
l:=2*na*nc+1;
for kkk:= 1 to ( na+1 ) do
begin
u[l]:=100*u[l];
m:=kkk-1;
n:=na-m;
z:=h-m*pd;
if kkk = na+1 then u[l]:=0;

```

```

writeln(can,n:24,z:11:2,u[1]:21:2);
writeln(can);
l:=l+1;
end;
end;
procedure esforcos_pilares (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can,'* ESFORCOS NOS ELEMENTOS DO PAINEL *':60);
writeln(can,'*          AO NIVEL DE CADA ANDAR          *':60);
writeln(can,'*****:60);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'-- P I L A R E S ( P A R E D E S ) --':50);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'*** fletores *** *** cortantes ***':72);
write(can,'andar':13,'cota':7,'prumada':9,'superior inferior':21);
writeln(can,'superior inferior':22);
writeln(can,'(m)':20,'(tm)':18,'(tm)':10,'(tf)':12,'(tf)':10);
writeln(can);
bv:=nbh+1;
for kkk:= 1 to na do
begin
writeln(can);
m:=kkk-1;
n:=na-m;
z:=h-m*pd;
for l:= 1 to nc do
begin
if l=1 then writeln(can,n:12,z:9:2,l:5,p[bv,3]:13:2,
p[bv,6]:10:2,p[bv,2]:12:2,p[bv,5]:10:2)
else writeln(can,l:26,p[bv,3]:13:2,p[bv,6]:10:2,
p[bv,2]:12:2,p[bv,5]:10:2);
writeln(can);
bv:=bv+1;
end;
end;
end;

```

```

procedure esforcos_vigas (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can, '*****:60);
writeln(can, '* ESFORCOS NOS ELEMENTOS DO PAINEL *':60);
writeln(can, '*          AO NIVEL DE CADA ANDAR          *':60);
writeln(can, '*****:60);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can, '--- V I G A S ( L I N T E I S ) ---':50);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can, '*** fletores *** *** cortantes ***':72);
write(can,'and.':13,'cota':7,'tramo ':9,'ext. esq ext. dir':21);
writeln(can,'ext. esq ext. dir':22);
writeln(can,'(m)':20,'(tm)':18,'(tm)':10,'(tf)':12,'(tf)':10);
writeln(can);
bh:=1;
for kkk:= 1 to na do
begin
writeln(can);
m:=kkk-1;
n:=na-m;
z:=h-m*pd;
for l:= 1 to ( nc-1 ) do
begin
if l=1 then writeln(can,n:12,z:9:2,l:5,p[bh,3]:13:2,
                    p[bh,6]:10:2,p[bh,2]:12:2,p[bh,5]:10:2)
else writeln(can,l:26,p[bh,3]:13:2,p[bh,6]:10:2,
                    p[bh,2]:12:2,p[bh,5]:10:2);
writeln(can);
bh:=bh+1;
end;
end;
end;
{.....}
procedure writeslow(s1:frase_um);
begin
for kkk:= 1 to length(s1) do
begin
write(s1[kkk]);
delay(50);
end;
end;
function teste: boolean;
BEGIN
writeln;
write('quer alterar o(s) dado(s) fornecido(s) ? S/N ? ');
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S') then teste := false
else teste := true
END;

```

```

function teste2: boolean;
begin
  writeln;
  write('quer retornar ao *** MENU DE SAIDA *** ? S/N ? ');
  readln(sn);
  if (sn='s') or (sn='S') then teste2:=false
    else teste2:=true
end;
procedure pisca_frase;
BEGIN
  gotoxy(63,9);writeln('Quer');
  gotoxy(61,10);writeln('alterar ?');
  gotoxy(64,11);writeln('S/N');
END;
procedure pisca_frase_dois;
BEGIN
  gotoxy(63,12);writeln('Quer');
  gotoxy(61,13);writeln('alterar ?');
  gotoxy(64,14);writeln('S/N');
END;
procedure apaga_pisca;
BEGIN
  gotoxy(64,11);writeln('    ');
END;
procedure controle;
BEGIN
  gotoxy(1,25);
  write;
  readln(kbd);
END;
procedure titulo;
BEGIN
  clrscr;
  gotoxy(28,3);writeln('PROGRAMA PARA CALCULO');
  gotoxy(23,4);writeln('DE PORTICOS PLANOS');
  gotoxy(32,8);writeln('MODELO ....');
  gotoxy(30,12);writeln('METODO ....');
  gotoxy(42,19);writeln('dissertacao de mestrado');
  gotoxy(53,20);writeln('outubro/1987');
  gotoxy(41,21);
  writeln('Josafa de Oliveira Filho');
  delay(1500);
END;

```

```

procedure hipoteses;
BEGIN
  clrscr;
  gotoxy(24,3);writeln('HIPOTESES ASSUMIDAS NO PROGRAMA:');
  gotoxy(15,8);
  writeln('1 - Todos os pil. (paredes) do painel tem secao ');
  gotoxy(19,9);writeln('transv. const. ao longo da altura.');
  gotoxy(15,11);
  writeln('2 - O pe-direito e` igual para todos os andares.');
  gotoxy(15,13);
  writeln('3 - Todas as vigas (linteis)tem secao
          transversal constante.');//gotoxy(15,15);
  writeln('4 - Todos os pil. (paredes) estao engast. na base.');
  gotoxy(15,17);
  writeln('5 - O carregam. horizontal aplicado e`
          uniformemente');//gotoxy(19,18);
  writeln('distribuido ao longo da altura.');
  delay(1500);
END;
procedure iniciando_dados;
BEGIN
  clrscr;
  gotoxy(20,2);
  writeln('-----');
  gotoxy(20,3);
  writeln('I   N   I   C   I   O   D   O   S   D   A   D   O   S   I');
  gotoxy(20,4);
  writeln('-----');
  delay(1500);gotoxy(10,6);
  writeln('ATENCAO !');delay(1500);
  gotoxy(20,6);
  writeln('O video vai mostrar, sequencialmente, cada variavel');
  gotoxy(20,7);
  writeln('utilizada no programa e seu respectivo valor.');
  gotoxy(20,8);
  writeln('Para fazer alguma alteracao, tecle s < enter >');
  gotoxy(20,9);
  writeln('Do contrario, basta apertar a tecla < enter >');
  np:=15;
  delay(1500);
  gotoxy(24,17);
  writeln('NUMERO DE PAINEIS A CALCULAR : ',np:3);delay(2000);
  pisca_frase_dois;gotoxy(65,17);
  readln(sn);
  if (sn='s') or (sn='S')
    then begin
      gotoxy(55,17);
      readln(np);
    end;
END;

```

```

procedure entrada_auxiliar;
BEGIN
    clrscr;
    gotoxy(1,3);
    writeln('-----:60);
    writeln('-----:60);
    writeln('I     P A I N E L      N U M E R O ':52,i:3,'  I');
    writeln('I                               I:60);
    writeln('-----:60);
    gotoxy(16,10);delay(1000);
    writeln('programa elaborado considerando duas opcoes');
    gotoxy(16,11);
    writeln('possiveis quanto `a geometria do painel:');
    gotoxy(12,13);delay(1000);
    writeln('1 - O painel possui TODAS as prumadas de pilares
           (paredes)');gotoxy(16,14);
    writeln('e tramos de vigas (linteis) IGUAIS.');
    delay(1000);
    gotoxy(12,17);
    writeln('2 - Painel possui PELO MENOS uma prumada de pilares');
    gotoxy(16,18);
    writeln(' (paredes) e tramo de vigas (linteis) DESIGUAIS.');
    delay(1000);
repeat
    gotoxy(16,21);
    write('DIGITE o numero correspondente `a sua opcao: ');
    readln(opcao);
    gotoxy(16,23);
until teste;
END;
procedure caracteristicas_gerais_painel;
BEGIN
    clrscr;
    gotoxy(19,4);
    writeln('.....');gotoxy(19,5);
    writeln('.  CARACTERISTICAS GERAIS DO PAINEL .');gotoxy(19,6);
    writeln('.....');
    delay(1500);gotoxy(27,13);
    writeln('NUMERO DE ANDARES :',na:5);delay(1000);
    pisca_frase;gotoxy(65,13);
    readln(sn);
    if (sn='s') or (sn='S')
        then begin
            gotoxy(49,13);
            readln(na);
        end;
    (apaga_pisca;)gotoxy(26,16);
    writeln('NUMERO DE PRUMADAS : ',nc:4);delay(1000);
    pisca_frase;gotoxy(65,16);
    readln(sn);
    if (sn='s') or (sn='S')
        then begin
            gotoxy(49,16);
            readln(nc);
        end;

```

```

(apaga_pisca;)gotoxy(31,19);
writeln('PE-DIREITO (m):',pd:7:2);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,19);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(49,19);
    readln(pd);
  end;
(apaga_pisca;)gotoxy(16,22);
writeln('MODULO DE ELASTICIDADE (t/m2):',e:13:2);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,22);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(49,22);
    readln(e);
  end;
END;
procedure dados_entrada_pilar;
BEGIN
  gotoxy(20,13);
  writeln('PILARES => espessura (m):',ep:6:2);delay(1000);
  writeln('(PAREDES)');
  pisca_frase;gotoxy(65,13);
  readln(sn);
  if (sn='s') or (sn='S')
    then begin
      gotoxy(49,13);
      readln(ep);
    end;
(apaga_pisca;)gotoxy(35,15);
writeln('largura (m):',lp:6:2);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,15);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(49,15);
    readln(lp);
  end;
(apaga_pisca;)
END;
procedure dados_entrada_viga;
BEGIN
  gotoxy(22,18);
  writeln('VIGAS => espessura (m):',ev:6:2);delay(1000);
  writeln('(LINTEIS)');
  pisca_frase;gotoxy(65,18);
  readln(sn);
  if (sn='s') or (sn='S')
    then begin
      gotoxy(49,18);
      readln(ev);
    end;
(apaga_pisca;)gotoxy(36,20);

```

```

writeln('altura (m): ',hv:6:2);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,20);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(49,20);
    readln(hv);
  end;
(apaga_pisca;)gotoxy(33,22);
writeln('vao livre (m): ',vl:6:2);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,22);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(49,22);
    readln(vl);
  end;
END;
procedure entrada_um;
BEGIN
  clrscr;
  gotoxy(1,4);
  writeln('* CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DOS ELEMENTOS
          DO PAINEL *':70);
  writeln('***' :70);
  writeln('***** PARA TODAS AS PRUMADAS' :70);
  for kkk:= 1 to nc do
    begin
      if kkk = 1
        then begin
          dados_entrada_pilar;
          dados_entrada_viga;
          jxv[1]:=ev*hv*hv*hv/12;
          lxv[1]:=vl;
          axp[1]:=ep*lp;
          jxp[1]:=ep*lp*lp*lp/12;
          lxp[1]:=lp;
        end
      else begin
        if kkk < nc
          then begin
            jxv[kkk]:=jxv[1];
            lxv[kkk]:=lxv[1];
          end;
        jxp[kkk]:=jxp[1];
        axp[kkk]:=axp[1];
        lxp[kkk]:=lxp[1];
      end;
    end;
END;

```

```

procedure entrada_dois;
BEGIN
  clrscr;
  gotoxy(1,4);
  writeln('* CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DOS ELEMENTOS
          DO PAINEL *':70);
  writeln('***'':70);
  writeln('***** PRUMADA NUMERO 1 *****'':70);
  dados_entrada_pilar;
  dados_entrada_viga;
  kkk:=1;
    jxv[1]:=ev*hv*hv*hv/12;
    lxv[1]:=vl;
    axp[1]:=ep*lp;
    jxp[1]:=ep*lp*lp*lp/12;
    lxp[1]:=lp;
  for kkk:= 2 to nc do
  begin
    clrscr;
    gotoxy(1,4);writeln('* PRUMADA NUMERO':46, kkk:3, ' *');
    gotoxy(15,6);
    write('esta prumada e` igual a alguma anterior? S/N ? ');
    readln(sn);
    if (sn='s') or (sn='S')
      then begin
        gotoxy(18,9);
        write('digite o numero de UMA prumada igual: ');
        readln(l);
        if kkk < nc
        then begin
          jxv[kkk]:=jxv[1];
          lxv[kkk]:=lxv[1];
        end;
        axp[kkk]:=axp[1];
        jxp[kkk]:=jxp[1];
      end
    else begin
      if kkk < nc
      then begin
        dados_entrada_viga;
        jxv[kkk]:=ev*hv*hv*hv/12;
        lxv[kkk]:=vl;
      end;
      dados_entrada_pilar;
      axp[kkk]:=ep*lp;
      jxp[kkk]:=ep*lp*lp*lp/12;
      lxp[kkk]:=lp;
    end;
  end;
END;

```

```

procedure menu_de_saida (imp:conexao);
BEGIN
repeat
clrscr;
writeln;
writeln('*****:52);
writeln('* MENU DE SAIDA *:52);
writeln('*****:52);
writeln;
writeln;
writeln(' O computador ja processou os dados.
Os resultados podem);
writeln(' ser fornecidos de acordo com as seguintes
opcoes:');
writeln;
writeln;
writeln(' 1- Saida resum. de result. somente
pela tela.);writeln;
writeln(' 2- Saida resumida de resultados somente
pela impressora.);writeln;
writeln(' 3- Saida completa de resultados somente
pela tela.);writeln;
writeln(' 4- Saida completa de resultados somente
pela impressora.);writeln;
writeln(' 5- Saida completa de resultados para gravacao
em arquivo.);writeln;
writeln;
write(' DIGITE O NUMERO CORRESPONDENTE A SUA OPCAO: ');
readln(opcao);
case opcao of
  1: begin
        imp:='con:';
        end;
  2: begin
        imp:='lst:';
        end;
  3: begin
        imp:='con:';
        end;
  4: begin
        imp:='lst:';
        end;
  5: begin
        imp:='usr:';
        end;
end;
if ( opcao = 1 ) or ( opcao = 2 )
then begin
  assign (can,imp);
  clrscr;
  cabecalho (imp);
  controle;
  clrscr;
  caracteristicas_gerais_impressao (imp);
  controle;

```

```

clrscr;
caracteristicas_elementos_impressao (imp);
controle;
clrscr;
resumo_deslocamentos (imp);
controle;
clrscr;
resumo_esforcos_pilares (imp);
controle;
clrscr;
resumo_esforcos_vigas (imp);
controle;
clrscr;
reacoes (imp);
controle;
clrscr;
gotoxy(20,20);
writeln('FIM DA EDICAO DO PAINEL N. ',i:2);
delay(1000);
end
else begin
  if opcao = 5
    then begin
      str(i,painel);
      arq:='PAINEL.O'+painel;
      assign(can,arq);
      rewrite(can);
      cabecalho (imp);
      caracteristicas_gerais_impressao (imp);
      caracteristicas_elementos_impressao (imp);
      deslocamentos (imp);
      esforcos_pilares (imp);
      esforcos_vigas (imp);
      reacoes (imp);
      close(can);
      clrscr;
      gotoxy(20,18);
      writeln('ARQUIVADO O PAINEL N. ',i:2);
      gotoxy(20,20);
      writeln('NO ARQUIVO DE NOME: PAINEL.O',i:2);
      delay(1000);
    end
  else begin
    assign (can,imp);
    clrscr;
    cabecalho (imp);
    controle;
    clrscr;
    caracteristicas_gerais_impressao (imp);
    controle;
    clrscr;
    caracteristicas_elementos_impressao (imp);
    controle;
    clrscr;
    deslocamentos (imp);

```

```

        controle;
        clrscr;
        esforcos_pilares (imp);
        controle;
        clrscr;
        esforcos_vigas (imp);
        controle;
        clrscr;
        reacoes (imp);
        controle;
        clrscr;
        gotoxy(20,20);
        writeln('FIM DA EDICAO DO PAINEL N. ',i:2);
        delay(2000);
        end;
    end;
until teste2;
clrscr;
END;
procedure carga_horizontal (imp:conexao);
BEGIN
{entrando com os dados do carregamento}
clrscr;
gotoxy(1,4);
writeln('*****:70);
writeln('* DADOS REFERENTE AO CARREGAMENTO HORIZONTAL **':70);
writeln('***** QUE ATUA NO PAINEL *****':70);
ncar:=1;
gotoxy(19,14);
writeln('numero de casos de carregamento :',ncar:3);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,14);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(54,14);
    readln(ncar);
  end;
apaga_pisca;
qw:=0.03888;
gotoxy(18,17);
writeln('valor da carga distribuida (t/m) :',qw:8:5);delay(1000);
pisca_frase;gotoxy(65,17);
readln(sn);
if (sn='s') or (sn='S')
  then begin
    gotoxy(53,17);
    readln(qw);
  end;
clrscr;
gotoxy(33,10);
writeln('A G U A R D E');delay(500);
gotoxy(18,13);
writeln('O computador esta resolvendo o seu problema.');
delay(3000);
END;

```

```

program modelo01;
  {associacao de paredes axialmente indeformaveis}
  {ligadas por linteis}

{definicao do tipo das variaveis}
type esfpar = array [1..20,1..3] of real;
  esflin = array [1..20,1..2] of real;
  dois = array [1..2] of real;
  tres = array [1..3] of real;
  quatro = array [1..22] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,saida,contador,k1,m1,
n1,aa,cc,opcao:integer;
imp,arq: conexao;
painel: string [2];
can: text;
sn: char;
s1: frase_um;
v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qw,umax,z1,bb,jw,kk,
kk2,cc1,cc2,cc3,aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,
aux6,aux7,aux8,aux9,aux10,aux11,aux12,aux13,
aux14,aux15,aux16,aux17,aux18,aux19,aux20,
aux21,aux22,auxia,aux2a:real;
j1,b,cd,ce,c:dois;
Jp,rv,rh,rm,xxx:tres;
u:quatro;
mps,vps: esfpar;
mve,vve: esflin;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO':62);
writeln(can,'DE PAREDES AXIALMENTE INDEFORMAVEIS':62);
writeln(can,'LIGADAS POR LINTEIS':62);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'-----':51);
writeln(can,'|      MODELO HUM      |':51);
writeln(can,'-----':51);
writeln(can);
writeln(can);
writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
writeln(can,'agosto/1987':62);
writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
END;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1
                then begin      ( criando o DEFAULT )
                    na:=10;
                    nc:=2;
                    pd:=3.:
                    e:=2000000.:
                    ep:=0.22;
                    lp:=0.70;
                    ev:=0.22;
                    hv:=0.50;
                    vl:=4.30;
                    for kkk:= 1 to 3 do
                        begin
                            jp[kkk]:=0.:
                            jl[kkk]:=0.:
                            b[kkk]:=0.:
                            ce[kkk]:=0;
                            cd[kkk]:=0;
                            c[kkk]:=0;
                        end;
                    end;
            caracteristicas_gerais_painel;
            (
            escolha da geometria do painel
            )
            case opcao of
                1: begin
                    jw:=0;
                    sg:=0;
                    entrada_um;
                end;
                2: begin
                    jw:=0;
                    sg:=0;
                    entrada_dois;
                end;
            end;
        ( calculo de alguns parametros )
        h:=na*pd;
        jw:=e*jw;
        sg:=12*e*sg/pd;
        kk2:=sg/jw;
        kk:=sqrt(kk2);
        aux1a:=kk*h;
        aux2a:=2*aux1a;
        if aux1a > 35.0
            then begin

```

```

        aux3:=0.;
        aux4:=0.;
        aux5:=1.;
    end
else begin
    aux1:=exp(aux1a);
    aux2:=exp(aux2a);
    aux3:=1/aux1;
    aux4:=1/aux2;
    aux5:=1+aux4;
end;
{entrando com os dados do carregamento}
for j:= 1 to ncar do
begin
carga_horizontal;
{calculo de mais alguns parametros}
for kkk:= 1 to nc do
    rv[kkk]:=0;
aux6:=qw/(kkkkkk*jw);
aux7:=aux6/(kkkkkk*aux5);
aux10:=kkkkk;
aux11:=aux6/aux10;
{constantes de integracao}
cc1:=-kkkh*aux7-2*aux3*aux7+kkkh*aux4*aux7;
cc2:=aux3*aux7-kkhh*aux4*aux7;
cc3:=kkhh*aux7+aux3*aux7;
contador:=0;
u[contador]:=0.;

for k:= 1 to na+1 do
begin
m:=k-1;
n:=na-m;
z:=h-m*pd;
{calculo dos desloc. horizontais do painel}
aux8:=exp(kkk*z);
aux9:=1/aux8;
aux15:=cc2*aux8;
aux16:=cc3*aux9;
aux17:=aux15+aux16;
aux18:=aux15-aux16;
u[k]:=(cc1+aux17+hkz*aux6-(z*z*aux6/2))*100;
if k = na+1 then u[na+1]:=0.;

if u[k] > u[k-1] {pesquisa do desloc. maximo}
then begin
umax:= u[k];
k1:= k;
m1:=k1-1;
n1:=na-m1;
z1:=h-m1*pd;
end;

```

```

for l:= 1 to nc do  (esforcos nas paredes)
begin
aux12:=jp[l]*ek*aux10;
aux13:=kk*sg*cd[l]/c[l];
aux14:=aux12*kk;
aux21:=aux6*aux13/kk;
mps[k,1]:=(aux12*aux17)-(aux11*aux12);
vps[k,1]:=(aux13*aux18)+(aux21*h)
          -(aux21*z)-(aux14*aux18);
end;
vve[k,contador]:=0.;  (esforcos nos linteiros)
vve[k,nc]:=0.;

if k < na+1
then begin
for l:= 1 to nc-1 do
begin
aux22:=sg*kk*pd/c[l];
vve[k,1]:=(aux18*aux22)+(aux6*aux22*h/kk)-
          -(aux6*aux22*z/kk);
mve[k,1]:=vve[k,1]*b[l]/2;
end;
for l:= 1 to nc do
begin
rv[l]:=rv[l]+vve[k,l-1]-vve[k,1];
end;
end;
end;
for l:= 1 to nc do  (reacoes de apoio)
begin
rm[l]:= mps[na+1,l];
rh[l]:= vps[na+1,l];
if l = 1
then begin
aux19:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
rv[1]:=rv[1]-(aux19/c[1]);
end
else begin
if l = nc
then begin
aux20:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
rv[nc]:= rv[nc]+(aux20/c[nc-1]);
end
else begin
aux19:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1+1];
aux20:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1-1];
rv[1]:= rv[1]-(aux19/c[1])+(aux20/c[1]);
end;
end;
menu_de_saida;
end; (fim do looping j)
end; (fim do looping i)
end. ( fim do programa )

```

IV - MODELO II (PA/\_\_\_/CA/TC)

```

program modelo02;
  (associacao de paredes axialmente deformaveis)
  (ligadas por linteis)
{definicao do tipo das variaveis}
type esfpar = array [1..21,1..3] of real;
  esflin = array [1..20,0..2] of real;
  dois = array [1..2] of real;
  tres = array [1..3] of real;
  quatro = array [0..21] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,ncar,i,j,k,l,m,n,opcao,kkk,k1,m1,n1,aa,cc: integer;
  imp,arq: conexao;
  painel: string[2];
  can: text;
  sn: char;
  s1: frase_um;
  v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qw,umax,z1,bb,jw,ejw,sg,kk2,kk,cc1,
  cc2,cc3,cc4,cc5,ares,alfa,aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,
  aux8,aux9,aux10,aux11,aux12,aux13,aux14,aux15,aux16,aux17,
  aux18,aux19,aux20,aux21,aux22,sg1,sg2,aux23,aux24,aux25,
  aux26,aux27,aux28,aux29,aux30,aux31,aux32,aux33,aux34,aux35,
  aux36,aux37,aux38,aux39,aux40,aux41,aux42,aux43,aux44,aux45,
  aux46,aux47,aux48,aux49,aux50,aux51,aux52,aux53,aux54,aux55,
  aux56,aux57,gama1,gama2,alfa1,alfa2,beta1,beta2,lambda1,
  lambda2,lambda3,raizi,raiz2,aux58,aux59:real;
  j1,b,cd,ce,c:dois;
  ap,JP,rv,rh,rm,xxx:tres;
  u,u2,u3,q1:quatro;
  mps,vps: esfpar;
  mve,mvd,vve: esflin;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
  writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO':62);
  writeln(can,'DE PAREDES AXIALMENTE DEFORMAVEIS':62);
  writeln(can,'LIGADAS POR LINTEIS':62);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can,'| MODELO DOIS |':51);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,' PELO METODO CONTINUO ':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
  writeln(can,'setembro/1987':62);
  writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
end;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1      ( criando o DEFAULT )
            then begin
                na:=10;
                nc:=2;
                pd:=3.:
                e:=2000000.:
                ep:=0.22;
                lp:=0.70;
                ev:=0.22;
                hv:=0.50;
                vl:=4.30;
                qw:=0.03888;
                for kkk:= 1 to 3 do
                    begin
                        jp[kkk]:=0.:
                        jl[kkk]:=0.:
                        b[kkk]:=0.:
                        ce[kkk]:=0;
                        cd[kkk]:=0;
                        c[kkk]:=0;
                    end;
                end;
            caracteristicas_gerais_painel;
            { escolha da geometria do painel }
            case opcao of
                1: begin
                    jw:=0;
                    if nc < 3  ( caso de duas prumadas )
                    then begin
                        sg1:=0;
                        sg2:=0;
                    end;
                    entrada_um;
                end;
                2: begin
                    jw:=0;
                    if nc < 3  ( caso de duas prumadas )
                    then begin
                        sg1:=0;
                        sg2:=0;
                    end;
                    entrada_dois;
                end;
            end;
        end;

```

```

(calculo de alguns parametros )
h:=na*pd;
ejw:=e*jw; (modulo de rigidez do conjunto de paredes)
if nc < 3 ( caso de duas paredes )
then begin
    aux17:=12*e/pd;
    sg1:=aux17*sg1;
    sg2:=aux17*sg2;
    sg:=sg1+sg2;
    alfa:=sg2/(e*jw);
    kk2:=sg/ejw;
    kk:=sqrt(kk2);
    aux1:=exp(kk*h);
    aux2:=1/aux1;
    aux3:=aux1+aux2;
    aux4:=kk2*kk2*kk2;
    aux5:=kk2-alfa;
    end;
for j:= 1 to ncar do ( dados do carregamento )
begin
carga_horizontal;
for kkk:= 1 to nc do ( mais alguns parametros )
    rv[kkk]:=0;
u[0]:=0;
if nc < 3 ( caso de duas paredes )
then begin
    aux6:=qw/(aux4*e*jw);
    aux7:=aux6/aux3;
    aux8:=kk*h;
    aux10:=alfa*qw/(24*kk2*e*jw);
    cc1:=aux7*(aux5*(aux8*aux2-aux8*aux1-2));
    cc2:=aux6*aux5*aux8*kk;
    cc3:=aux6*(alfa*kk2*aux8*aux8-kk2*aux5*2)/4;
    cc4:=aux7*aux5*(1-aux8*aux2);
    cc5:=aux7*aux5*(1+aux8*aux1);
    for k:= 1 to na+1 do
begin
    m:=k-1;
    n:=na-m;
    z:=h-m*pd;
    aux11:=exp(kk*z);
    aux12:=1/aux11;
    aux13:=cc4*aux11;
    aux14:=cc5*aux12;
    aux21:=cc1+cc2*z+cc3*z*z+aux13+aux14;
    aux22:=kk2*(aux13+aux14);
    u[k]:=(aux21+(aux10*z*z*z*(z-4*h)))*100;
    u2[k]:=2*cc3+aux22+(12*aux10*z*(z-2*h));
    u3[k]:=kk*kk2*(aux13-aux14)+24*aux10*(z-h);
    q1[k]:=(ejw*u3[k]+qw*(h-z))/c[1];
    if k = na+1 then u[na+1]:=0. ;
end;
end

```

```

else begin {caso de tres prumadas}
aux1:=12/(pd*jw);
gama1:=aux1*c[1]*j1[1]/(b[1]*b[1]*b[1]);
gama2:=aux1*c[2]*j1[2]/(b[2]*b[2]*b[2]);
aux58:=((1/ap[1])+(1/ap[2]))*(jw/c[1]);
alfa1:=(aux58+c[1])*gama1;
aux59:=((1/ap[2])+(1/ap[3]))*(jw/c[2]);
alfa2:=(aux59+c[2])*gama2;
beta1:=gama1*((jw/(c[1]*ap[2]))-c[2]);
beta2:=gama2*((jw/(c[2]*ap[2]))-c[1]);
lambda1:=alfa1+alfa2;
lambda2:=(alfa1*alfa2)-(beta1*beta2);
lambda3:=(alfa2*gama1)+(beta1*gama2);
aux2:=(lambda1*lambda1)-(4*lambda2);
aux3:=sqrt(aux2);
aux4:=(lambda1+aux3)/2;
aux5:=(lambda1-aux3)/2;
raiz1:=sqrt(aux4);
raiz2:=sqrt(aux5);
aux6:=exp(raiz1*h);
aux7:=1/aux6;
aux8:=aux6;           (sinh r1)
aux9:=aux7;           (cosh r1)
aux10:=aux8/aux9;     (tanh r1)
aux11:=raiz1*raiz1;
aux12:=raiz2*raiz2;
aux13:=aux11-aux12;
aux14:=(lambda3*aux12/lambda2)-gama1;
aux15:=raiz1*aux9*aux13;
aux16:=aux10/aux13;
aux17:=exp(raiz2*h);
aux18:=1/aux17;
aux19:=aux17;           (sinh r2)
aux20:=aux18;           (cosh r2)
aux21:=aux19/aux20;     (tanh r2)
aux22:=aux12-aux11;
aux23:=raiz2*aux20*aux22;
aux24:=aux21/aux22;
aux25:=(lambda3*aux11/lambda2)-gama1;
cc1:=-(((qw/aux15)+(qw*h*aux16))*aux14);
cc2:=qw*h*aux14/aux13;
cc3:=-(((qw/aux23)+(qw*h*aux24))*aux25);
cc4:=qw*h*aux25/aux22;
aux29:=c[1]+(c[2]*alfa1)/beta1;
aux30:=1-(lambda3*aux29/lambda2)-gama1;
aux31:=(alfa1-raiz1)*c[2]/(raiz1*beta1);
aux32:=(c[1]/raiz1)+aux31;
for k:= 1 to na+1 do
begin
m:=k-1;
n:=na-m;
z:=(h-m*pd);
aux26:=z*z;
aux27:=2*h*aux26;

```

```

aux28:=3*h*aux27-2*aux27*z+aux26*aux26;
aux33:=aux26*aux9/2;
aux34:=exp(raiz1*z);
aux35:=1/aux34;
aux36:=aux34;                                (sinh z1)
aux37:=aux35;                                (cosh z1)
aux38:=(aux37+1)/aux11;
aux39:=cc1*(aux33-aux38);
aux40:=aux26*aux8/2;
aux41:=(aux36/aux11)+(z/raiz1);
aux42:=cc2*(aux40-aux41);
aux43:=aux31*raiz1/raiz2;
aux44:=(c[1]/raiz2)+aux43;
aux45:=aux26*aux20/2;
aux46:=exp(raiz2*z);
aux47:=1/aux46;
aux48:=aux46;                                (sinh z2)
aux49:=aux47;                                (cosh z2)
aux50:=(aux49+1)/aux12;
aux51:=cc3*(aux45-aux50);
aux52:=aux26*aux19/2;
aux53:=(aux20/aux11)+(z/raiz2);
aux54:=cc4*(aux52-aux53);
aux55:=(qw*aux28/24)*aux30;
aux56:=aux32*(aux39+aux42);
aux57:=aux44*(aux51+aux54);
u[k]:=((aux55-aux56-aux57)/ejw)*100;
if k = na+1 then u[na+1]:=0;
end;
end;
for k:= 1 to na+1 do
begin
if u[k] > u[k-1] {pesquisa do deslocamento maximo}
then begin
umax:= u[k];
k1:= k;
m1:=k1-1;
n1:=na-m1;
z1:=h-m1*pd;
end;
{calculo dos esforcos nas paredes}
if nc < 3
then begin
for l:= 1 to nc do
begin
aux15:=ekjp[l];
mps[k,l]:=aux15*ku2[k];
vps[k,l]:=q1[k]*c[1]/2-aux15*ku3[k];
end;

```

```

(calculo dos esforcos nos linteis)
vve[k,0]:=0.:
vve[k,nc]:=0.:
if k < na+1
  then begin
    for l:= 1 to nc-1 do
      begin
        vve[k,l]:=q1[k]*pd;
        mve[k,l]:=vve[k,l]*b[l]/2;
        mvd[k,l]:=-mve[k,l];
      end;
    for l:= 1 to nc do
      begin
        rv[l]:=rv[l]+vve[k,l-1]-vve[k,l];
      end;
    end;
  end;
(calculo das reacoes de apoio)
for l:= 1 to nc do
  begin
    rm[l]:= mps[na+1,l];
    rh[l]:= vps[na+1,l];
    if l = 1
      then begin
        aux19:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
        rv[1]:=rv[1]-(aux19/c[1]);
      end
    else begin
      if l = nc
        then begin
          aux20:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
          rv[nc]:= rv[nc]+(aux20/c[nc-1]);
        end
      else begin
        aux19:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1+1];
        aux20:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1-1];
        rv[1]:= rv[1]-(aux19/c[1])+(aux20/c[1]);
      end;
    end;
  end;
menu_de_saida;
end; (fim do looping j)
end; (fim do looping i)
end. ( fim do programa)

```

V - MODELO III (PO/NP/SA/TC)

```

program modelo03;
  (porticos planos de nos puntuais sem considerar)
  (a deformacao axial dos pilares)
{definicao do tipo das variaveis}
type esfpilar = array [1..20,1..3] of real;
  esfvigas = array [1..20,0..21] of real;
  dois    = array [1..21] of real;
  tres    = array [1..3] of real;
  quatro  = array [0..4] of real;
  cinco   = array [1..20] of real;
  seis    = array [1..22] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,k1,m1,n1,aa,cc: integer;
  imp,arq: conexao;
  painel: string [2];
  can: text;
  sn: char;
  si: frase_um;
  v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,
  aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux9,aux10,aux11,aux12:real;
  lv,jv:dois;
  jp,kp,rv,rh,rm,1xp,aux6,aux7,aux8:tres;
  kv:quatro;
  sf,angb:cinco;
  u:seis;
  mps,mpi,vps,vpi,anga,angba: esfpilar;
  mve,mvd,vve,vvd: esfvigas;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
  writeln(can);
  writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO':52);
  writeln(can,'DE PORTICO PLANO DE NOS PUNTUAIS':56);
  writeln(can,'SEM CONSIDERAR A DEFORMACAO AXIAL DOS PILARES':62);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can,'| MODELO TRES |':51);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'METODO CONTINUO':48);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
  writeln(can,'agosto/1987':62);
  writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
end;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1
                then begin      (criando o DEFAULT)
                    na:=10;
                    nc:=2;
                    pd:=3. ;
                    e:=2000000. ;
                    ep:=0.22;
                    lp:=0.70;
                    ev:=0.22;
                    hv:=0.50;
                    vl:=4.30;
                    for kkk:= 1 to 3 do
                        begin
                            jv[kkk]:=0. ;
                            lv[kkk]:=0. ;
                            kv[kkk]:=0;
                            jp[kkk]:=0. ;
                            kp[kkk]:=0;
                            lxp[kkk]:=0. ;
                        end;
                    end;
            caracteristicas_gerais_painel;
            ( escolha da geometria do painel )
            case opcao of
                1: begin
                    entrada_um;
                end;
                2: begin
                    entrada_dois;
                end;
            end;
            ( calculo da altura total do painel )
            h:=nakpd;
            (entrando com os dados do carregamento)
            for j:= 1 to ncar do
                begin
                    carga_horizontal;

```

```

{calculo dos deslocamentos horizontais do painel}
for kkk:= 1 to nc do
  rv[kkk]:=0.:
aux1:=12*e/pd;
aux2:=qf*h/2;
kv[0]:=0.:
kv[nc]:=0.:
vve[k,nc]:=0.:
vvd[k,0]:=0.:
u[na+1]:=0.:
for k:= 1 to na do
begin
  sf[k]:=0;
  m:=k-1;
  n:=na-m;
  z:=h-m*pd;
  for l:= 1 to nc do
  begin
    aux3:=2*kp[l];
    aux4:=kv[l-1]+kv[l];
    aux5:=aux3+aux4;
    aux6[l]:=aux3/aux5;
    aux7[l]:=aux4/aux5;
    aux8[l]:=kp[l]*aux1*aux7[l];
    sf[k]:=sf[k]+aux8[l];
  end;
  u[k]:=((aux2*((2*z)-(z*z)/h))/sf[k])*100;
  angb[k]:=(qf*(h-z))/sf[k];
  if u[k] > u[k-1]      {pesquisa do deslocamento maximo}
    then begin
      umax:= u[k];
      k1:= k;
      m1:= k1-1;
      n1:= na-m1;
      z1:= h-m1*pd;
    end;
  end;
for k:= 1 to na do { esforcos nos pilares }
begin
  for l:= 1 to nc do
  begin
    angal[k,l]:=aux6[l]*angb[k];
    angbal[k,l]:=aux7[l]*angb[k];
    aux9:=6*e*kp[l];
    mps[k,l]:=aux9*angba[k,l];
    mpi[k,l]:=- (mps[k,l]);
    vps[k,l]:=aux8[l]*angb[k];
    vpi[k,l]:=vps[k,l];
    if (k=na)
      then begin {reacoes de apoio}
        mps[na+1,l]:=4*mps[na,l]/3;
        vps[na+1,l]:=vps[na,l]+(qf*pd/2);
      end;
  end;

```

```

        end;(fim do looping i)
    end;
{calculo dos esforcos nas vigas}
for k:= 1 to na do
begin
for l:= 1 to (nc-1) do
begin
aux10:=6*e*kv[l];
mve[k,l]:=aux10*kanga[k,l];
mvd[k,l]:=-aux10*kanga[k,l+1];
vve[k,l]:=(mve[k,l]-mvd[k,l])/lv[l];
vvd[k,l]:=vve[k,l];
end;(fim do looping i)
for l:= 1 to nc do
begin
rv[l]:=rv[l]+vvd[k,l-1]-vve[k,l]; {reacoes de apoio}
end; (fim do looping l)
end;(fim do looping k)
{calculo das reacoes de apoio}
for l:= 1 to nc do
begin
rm[l]:= mps[na+1,l];
rh[l]:= -vps[na+1,l];
if l = 1
then begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
rv[1]:=rv[1]-(aux11/lv[1]);
end
else begin
if l = nc
then begin
aux12:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
rv[nc]:=rv[nc]+(aux12/lv[nc-1]);
end
else begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1+1];
aux12:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1-1];
rv[l]:=rv[l]-(aux11/lv[l])+(aux12/lv[l-1]);
end;
end;
end;
menu_de_saida;
end; (fim do looping j)
end; (fim do looping i)
end.  (fim do programa)

```

```

program modelo04;
  {porticos planos de nos puntuais}
  {considerando a deformacao axial dos pilares}
{definicao do tipo das variaveis}
type esfpilar = array [1..20,1..3] of real;
  esfvigas = array [1..20,0..3] of real;
  dois    = array [1..2] of real;
  tres    = array [1..3] of real;
  quatro  = array [0..4] of real;
  cinco   = array [1..20] of real;
  seis    = array [1..22] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var  np,na,nc,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,k1,m1,n1,aa,cc:integer;
     imp,arq: conexao;
     painel: string [2];
     can: text;
     sn: char;
     s1: frase_um;
     v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qf,ulinha,umax,z1,bb,rhor,rver,
     aux1,aux2,aux2a,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8,aux9,aux10,
     aux11,aux12:real;
     lv,jv:dois;
     ap,jp,kp,rv,rh,rm,1xp:tres;
     kv:quatro;
     sf,teta,anga,angba:cinco;
     u:seis;
     mps,mpi,vps,vpi: esfpilar;
     mve,mvd,vve,vvd: esfvigas;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
  writeln(can);
  writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO':62);
  writeln(can,'DE PORTICO PLANO DE NOS PUNTUAIS':62);
  writeln(can,'CONSIDERANDO A DEFORMACAO AXIAL DOS PILARES':62);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'metodo continuo':47);
  writeln(can);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can,'| MODELO QUATRO |':51);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
  writeln(can,'agosto/1987':62);
  writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
end;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1
                then begin      { criando o DEFAULT }
                    na:=20;
                    nc:=2;
                    pd:=3. ;
                    e:=2000000. ;
                    ep:=0.22;
                    lp:=0.70;
                    ev:=0.22;
                    hv:=0.30;
                    v1:=4.30;
                    for kkk:= 1 to 3 do
                        begin
                            jv[kkk]:=0. ;
                            lv[kkk]:=0. ;
                            kv[kkk]:=0;
                            ap[kkk]:=0. ;
                            jp[kkk]:=0. ;
                            kp[kkk]:=0;
                            lxp[kkk]:=0. ;
                        end;
                end;
            caracteristicas_gerais_painel;
            { escolha da geometria do painel }
            case opcao of
                1: begin
                    entrada_um;
                end;
                2: begin
                    entrada_dois;
                end;
            end;
        (calculo da altura total do painel)
        h:=na*pd;
        (entrando com os dados do carregamento)
        for j:= 1 to ncar do
            begin
                carga_horizontal;

```

```

(calculo dos deslocamentos horizontais do painel)
for kkk:= 1 to nc do
    rv[kkk]:=0. ;
aux1:=12*ke/pd;
kv[0]:=0.;kv[nc]:=0. ;
vvel[k,nc]:=0.;vvdl[k,0]:=0. ;
u[na+1]:=0. ;
for k:= 1 to na do
begin
sf[k]:=0;
m:=k-1;
n:=na-m;
z:=h-m*pd;
for l:= 1 to nc do
begin
aux2:=kv[l]+kv[l-1];
aux2a:=2*kp[l];
aux3:=aux2+aux2a;
sf[k]:=sf[k]+(kp[l])*aux1*aux2/aux3;
end;
aux4:=((qf*z)/(2*sf[k]))*((2*h)-z);
aux5:=(qf*z*z)/(12*ke*ap[l]*l*v[l]*l*v[l]);
aux6:=(z*z)-(4*h*z)+(6*h*h);
aux7:=aux5*4/z;
aux8:=(z*z)-(3*h*z)+(3*h*h);
u[k]:=(aux4+(aux5*aux6))*100;
teta[k]:=-((aux7)*(aux8));
ulinha:=((qf/sf[k])*(h-z))-teta[k];
angal[k]:=((aux2*kulinha)-(aux2*teta[k]))/aux3;
angba[k]:=((ulinha+teta[k])*aux2)/aux3;
if u[k] > u[k-1]
then begin
umax:= u[k];
k1:= k;
m1:= k1-1;
n1:= na-m1;
z1:= h-m1*pd;
end;
end;
for k:= 1 to na do { esforcos nos pilares }
begin
for l:= 1 to nc do
begin
aux9:=6*ke*kp[l];
mps[k,l]:=aux9*angba[k];
mpi[k,l]:=- (mps[k,l]);
vps[k,l]:=2*aux9*angba[k]/pd;
vpi[k,l]:=vps[k,l];
if k = na
then begin
mps[na+1,l]:=4*mps[na,l]/3. ;
vps[na+1,l]:=vps[na,l]+(qf*pd/2);
end;

```

```

        end;(fim do looping i)
    end; (fim do looping k)
{calculo dos esforcos nas vigas}
for k:= 1 to na do
begin
    for l:= 1 to (nc-1) do
begin
    aux10:=6*ekkv[l];
    mve[k,l]:=aux10*(anga[k]+teta[k]);
    mvd[k,l]:=-mve[k,l];
    vve[k,l]:=(mve[k,l]-mvd[k,l])/lv[l];
    vvd[k,l]:=vve[k,l];
end;(fim do looping l)
    for l:= 1 to nc do
begin
    rv[l]:=rv[l]+(vvdl[k,l-1]-vvel[k,l]); {reac. de apoio}
end; (fim do looping l)
end;(fim do looping k)
{calculo das reacoes de apoio}
for l:= 1 to nc do
begin
    rm[l]:=mps[na+1,l];
    rh[l]:=vps[na+1,l];
    if l = 1
    then begin
        aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
        rv[1]:=rv[1]-(aux11/lv[1]);
        end
    else begin
        if l = nc
        then begin
            aux12:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
            rv[nc]:=rv[nc]+(aux12/lv[nc-1]);
            end
        else begin
            aux11:=mps[na+1,l]+mps[na+1,l+1];
            aux12:=mps[na+1,l]+mps[na+1,l-1];
            rv[l]:=rv[l]-(aux11/lv[l])+(aux12/lv[l-1]);
            end;
        end;
    end;
    rhor:= qf*h/2;
    rver:= qf*h*h/(2*vl+2*lp);
    menu_de_saida;
end; (fim do looping j)
end; (fim do looping i)
end. { fim do programa }

```

VII - MODELO V (PO/NF/SA/TC)

```

program modelo05;
  (porticos planos de nos de dimensoes finitas)
  (sem considerar a deformacao axial dos pilares)
{definicao do tipo das variaveis}
type esfpilar = array [1..20,0..4] of real;
  esfvigas = array [1..20,0..3] of real;
  dois = array [1..2] of real;
  tres = array [1..3] of real;
  quatro = array [0..4] of real;
  cinco = array [1..20] of real;
  seis = array [1..22] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,ncar,i,j,k,ddd,l,m,n,opcao,k1,m1,n1,aa,cc:integer;
  imp,arq:conexao;
  painel: string [2];
  can: text;
  sn: char;
  s1: frase_um;
  v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,
  aux1,aux2,aux2a,aux3,aux4,aux5,aux9,aux10,aux11,aux12:real;
  lv,jv:dois;
  ap,jp,rv,rh,rm,aux6,aux7,aux8,lp:tres;
  kbap,kbav:quatro;
  sf,angb:cinco;
  u:seis;
  mps,mpi,vps,vpi,anga,angba: esfpilar;
  mve,mvd,vve,vvd: esfvigas;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
  writeln(can);
  writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO DE':62);
  writeln(can,'PORTICO PLANO DE NOS DE DIMENSOES FINITAS':62);
  writeln(can,'SEM CONSIDERAR A DEFORMACAO AXIAL DOS PILARES':62);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can,'I MODELO CINCO I':51);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'PELO METODO CONTINUO':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
  writeln(can,'setembro/1987':62);
  writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
end;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1
                .then begin      { criando o DEFAULT }
                    na:=10;
                    nc:=2;
                    pd:=3. ;
                    e:=2000000. ;
                    ep:=0.22;
                    lp:=0.70;
                    ev:=0.22;
                    hv:=0.50;
                    vl:=4.30;
                    for kkk:= 1 to 3 do
                        begin
                            jv[kkk]:=0. ;
                            lv[kkk]:=0. ;
                            kbav[kkk]:=0;
                            ap[kkk]:=0. ;
                            jp[kkk]:=0. ;
                            kbap[kkk]:=0;
                            lxp[kkk]:=0. ;
                        end;
                end;
            caracteristicas_gerais_painel;
            { escolha da geometria do painel }
            case opcao of
                1: begin
                    entrada_um;
                end;
                2: begin
                    entrada_dois;
                end;
            end;
        (calculo da altura total do painel)
        h:=na*pd;
        (entrando com os dados do carregamento)
        for j:= 1 to ncar do
            begin
                carga_horizontal;

```

```

(calculo dos deslocamentos horizontais do painel)
for kkk:= 1 to nc do
  rv[kkk]:=0;
  aux1:=12*e/pd;
  aux2:=qf*h/2;
  kbav[0]:=0. ;
  kbav[nc]:=0. ;
  vve[k,nc]:=0. ;
  vvd[k,0]:=0. ;
  u[na+1]:=0. ;
  for k:= 1 to na do
    begin
      sf[k]:=0;
      m:=k-1;
      n:=na-m;
      z:=h-m*pd;
      for l:= 1 to nc do
        begin
          aux3:=2*kbap[l];
          aux4:=kbav[l-1]+kbav[l];
          aux5:=aux3+aux4;
          aux6[l]:=aux3/aux5;
          aux7[l]:=aux4/aux5;
          aux8[l]:=kbap[l]*aux1*aux7[l];
          sf[k]:=sf[k]+aux8[l];
        end;
      u[k]:=((aux2*((2*z)-(z*z)/h))/sf[k])*100;
      angb[k]:=(qf*(h-z))/sf[k];
      if u[k] > u[k-1] {pesquisa do deslocamento maximo}
        then begin
          umax:= u[k];
          k1:= k;
          m1:= k1-1;
          n1:= na-m1;
          z1:= h-m1*pd;
        end;
    end;
  for k:= 1 to na do { esforcos nos pilares }
    begin
      for l:= 1 to nc do
        begin
          anga[k,l]:=aux6[l]*angb[k];
          angba[k,l]:=aux7[l]*angb[k];
          aux9:=6*e*kbap[l];
          mps[k,l]:=aux9*angba[k,l];
          mpi[k,l]:=-mps[k,l];
          vps[k,l]:=aux8[l]*angb[k];
          vpi[k,l]:=vps[k,l];
          if (k=na)
            then begin {reacoes de apoio}
              mps[na+1,l]:=4*mps[na,l]/3;
              vps[na+1,l]:=vps[na,l]+(qf*pd/2);
            end;
        end;
    end;

```

```

        end;
    end; {fim do looping 1}
end;
{calculo dos esforcos nas vigas}
for k:= 1 to na do
begin
for l:= 1 to (nc-1) do
begin
aux10:=6*e*kba[k];
mve[k,1]:=aux10*kanga[k,l];
mvd[k,1]:=-aux10*kanga[k,l+1];
vve[k,1]:=(mve[k,1]-mvd[k,1])/lv[l];
vvd[k,1]:=vve[k,1];
end; {fim do looping 1}
for l:= 1 to nc do
begin
rv[l]:=rv[l]+vvd[k,l-1]-vve[k,l]; {reac. de apoio}
end; {fim do looping 1}
end; {fim do looping k}
{calculo das reacoes de apoio}
for l:= 1 to nc do
begin
rm[l]:= mps[na+1,l];
rh[l]:= -vps[na+1,l];
if l = 1
then begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
rv[1]:=rv[1]-(aux11/lv[1]);
end
else begin
if l = nc
then begin
aux12:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
rv[nc]:=rv[nc]+(aux12/lv[nc-1]);
end
else begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1+1];
aux12:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1-1];
rv[l]:=rv[l]-(aux11/lv[l])+(aux12/lv[l-1]);
end;
end;
end;
menu_de_saida;
end; {fim do looping j}
end; {fim do looping i}
end. { fim do programa }

```

## VIII - MODELO VI

(PO/NF/CA/TC)

```

program modelo06;
  {porticos planos de nos de dimensoes finitas}
  {considerando a deformacao axial dos pilares}
{definicao do tipo das variaveis}
type esfpilar = array [1..20,0..4] of real;
  esfvigas = array [1..20,0..3] of real;
  dois    = array [1..2] of real;
  tres   = array [1..3] of real;
  quatro  = array [0..4] of real;
  cinco   = array [1..20] of real;
  seis    = array [1..22] of real;
 conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,k1,m1,n1,aa,cc:integer;
  imp,arq: conexao;
  painel: string [2];
  can: text;
  sn: char;
  s1: frase_um;
  v1,ev,hv,ep,lp,pd,h,e,z,qf,ulinha,umax,z1,bb,rhor,rver,
  aux1,aux2,aux2a,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8,aux9,aux10,
  aux11,aux12:real;
  lv,jv:dois;
  ap,jp,rv,rh,rm,lxp:tres;
  kbap,kbav:quatro;
  sf,teta,anga,angba:cinco;
  u:seis;
  mps,mpi,vps,vpi: esfpilar;
  mve,mvd,vve,vvd: esfvigas;
procedure cabecalho (imp:conexao);
begin
  writeln(can);
  writeln(can,'PROGRAMA PARA CALCULO DE':62);
  writeln(can,'PORTICO PLANO DE NOS DE DIMENSOES FINITAS':62);
  writeln(can,'CONSIDERANDO A DEFORMACAO AXIAL DOS PILARES':62);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'pelo metodo continuo':51);
  writeln(can);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can,'| MODELO SEIS |':51);
  writeln(can,'-----':51);
  writeln(can);
  writeln(can);
  writeln(can,'dissertacao de mestrado':62);
  writeln(can,'setembro/1987':62);
  writeln(can,'Josafa de Oliveira Filho':62);
end;

```

```

(iniciando o programa principal)
BEGIN
    titulo;
    hipoteses;
    iniciando_dados;
    for i:= 1 to np do
        BEGIN
            entrada_auxiliar;
            if i = 1
                .then begin    ( criando o DEFAULT )
                    na:=20;
                    nc:=2;
                    pd:=3.:
                    e:=2000000.:
                    ep:=0.22;
                    lp:=0.70;
                    ev:=0.22;
                    hv:=0.30;
                    vl:=4.30;
                    for kkk:= 1 to 3 do
                        begin
                            jv[kkk]:=0.:
                            lv[kkk]:=0.:
                            kbav[kkk]:=0;
                            ap[kkk]:=0.:
                            jp[kkk]:=0.:
                            kbap[kkk]:=0;
                            lxpl[kkk]:=0.:
                        end;
                    end;
                caracteristicas_gerais_painel;
                { escolha da geometria do painel }
                case opcao of
                    1: begin
                        entrada_um;
                    end;
                    2: begin
                        entrada_dois;
                    end;
                end;
            ( calculo da altura total do painel )
            h:=na*pd;
            { entrando com os dados do carregamento }
            for j:= 1 to ncar do
                begin
                    carga_horizontal;

```

```

(calculo dos deslocamentos horizontais do painel)
for kkk:= 1 to nc do
    rv[kkk]:=0;
aux1:=12*e/pd;
kbav[0]:=0.;kbav[nc]:=0;
vve[k,nc]:=0.;vvd[k,0]:=0.;
u[n+1]:=0.;

for k:= 1 to na do
begin
    sf[k]:=0;
    m:=k-1;
    n:=na-m;
    z:=h-m*pd;
    for l:= 1 to nc do
begin
    aux2:=kbav[l]+kbav[l-1];
    aux2a:=2*kbap[l];
    aux3:=aux2+aux2a;
    sf[k]:=sf[k]+(kbap[l]*aux1*aux2/aux3);
end;
aux4:=((qf*kz)/(2*sf[k]))*((2*h)-z);
aux5:=(qf*kzkz)/(12*ekap[1]*l*v[1]*l*v[1]);
aux6:=(z*kz)-(4*h*kz)+(6*h*h);
aux7:=aux5*k4/z;
aux8:=(z*kz)-(3*h*kz)+(3*h*h);
u[k]:=(aux4+(aux5*aux6))*100;
teta[k]:=-((aux7)*(aux8));
ulinha:=((qf/sf[k])*(h-z))-teta[k];
anga[k]:=((aux2*ulinha)-(aux2*teta[k]))/aux3;
angba[k]:=((ulinha+teta[k])*aux2)/aux3;
if u[k] > u[k-1]
then begin
    umax:= u[k];
    k1:= k;
    m1:= k1-1;
    n1:= na-m1;
    z1:= h-m1*pd;
end;
end;
for k:= 1 to na do { esforcos nos pilares }
begin
for l:= 1 to nc do
begin
    aux9:=6*ekkbap[l];
    mps[k,l]:=aux9*angba[k];
    mpi[k,l]:=-mps[k,l];
    vps[k,l]:=2*aux9*angba[k]/pd;
    vpi[k,l]:=vps[k,l];
    if k = na
    then begin
        mps[na+1,l]:=4*mps[na,l]/3. ;
        vps[na+1,l]:=vps[na,l]+(qf*pd/2);
    end;
end;
end;

```

```

        end;
    end; {fim do looping 1}
end; {fim do looping k}
{calculo dos esforcos nas vigas}
for k:= 1 to na do
begin
for l:= 1 to (nc-1) do
begin
aux10:=6*k*kbav[l];
mve[k,l]:=aux10*(angal[k]+tetak]);
mvd[k,l]:=-mve[k,l];
vvel[k,l]:=(mve[k,l]-mvd[k,l])/lv[l];
vvdl[k,l]:=vvel[k,l];
end; {fim do looping 1}
for l:= 1 to nc do
begin
rv[l]:=rv[l]+(vvdl[k,l-1]-vvel[k,l]); {reac. de apoio}
end; {fim do looping 1}
end; {fim do looping k}
{calculo das reacoes de apoio}
for l:= 1 to nc do
begin
rm[l]:= mps[na+1,l];
rh[l]:= -vps[na+1,l];
if l = 1
then begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,2];
rv[1]:=rv[1]-(aux11/lv[1]);
end
else begin
if l = nc
then begin
aux12:=mps[na+1,nc]+mps[na+1,nc-1];
rv[nc]:=rv[nc]+(aux12/lv[nc-1]);
end
else begin
aux11:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1+1];
aux12:=mps[na+1,1]+mps[na+1,1-1];
rv[l]:=rv[l]-(aux11/lv[l])+(aux12/lv[l-1]);
end;
end;
end;
end;
rhor:= qf*h/2;
rver:= qf*h*h/(2*vl+2*lp);
menu_de_saida;
end; {fim do looping j}
end; {fim do looping i}
end. { fim do programa }

```

IX - MODELO VII (PO/NP/CA/TD)

```
program modelo07;
  {porticos planos de nos puntuais considerando}
  {a deformacao axial dos pilares}
  {pelo metodo discreto}

  {definicao de constante}
  const vmin : real = 1E-20;

  {definicao do tipo das variaveis}
  type esforcos = array [1..100,1..6] of real;
    dois' = array [1..100] of real;
    tres = array [1..6] of real;
    quatro = array [1..6] of integer;
    cinco = array [1..100] of integer;
    seis = array [1..190] of integer;
    sete = array [1..21] of real;
    oito = array [1..2300] of real;
    nove = array [1..190] of real;
    conexao = string [10];
    frase_um = string [60];
  var np,na,nc,nb,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,m1,n1,aa,cc,bh,bv,
      nbh,nbv,nbc,jj,jk,j1,j2,j3,k1,k2,k3,nnos,ncord,maxd,
      a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,lb,lm,il,ii:integer;
      imp,arq: conexao;
      painel: string[2];
      can: text;
      sn: char;
      s1: frase_um;
      pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,ms,mi,vs,vi,ep,lp,ev,hv,vl,
      aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8:real;
      lv,jv,av,ap,jp:dois;
      d,rv,rh,rm,axv,jxv,lxv,axp,jxp,lxp:tres;
      jn:quatro;
      ni,nf:cinco;
      restcord:seis;
      rb:sete;
      re:oito;
      u,f,feq:nove;
      p,po: esforcos;

  {.....}
  {.. programa dimensionado para 20 andares e 3 prumadas ..}
  {.....}
```



```

caracteristicas_gerais_painel;
{ calculo do numero de no's, de coordenadas e de barras}
numero_nos_coordenadas_barras;
{ escolha da geometria do painel}
case opcao of
  1: begin
      entrada_um;
    end;
  2: begin
      entrada_dois;
    end;
end;
{
numeracao automatica de cada no' do painel com
a incidencia e caracteristicas de suas barras.
}
{zerando alguns vetores}
for kkk:= 1 to nb do
begin
  lv[kkk]:=0;
  av[kkk]:=0;
  jv[kkk]:=0;
  ap[kkk]:=0;
  jp[kkk]:=0;
  ni[kkk]:=0;
  nf[kkk]:=0;
end;
{..... barras horizontais .....}
for l:= 1 to na do
begin
  a1:=(l-1)*nc;
  a2:=(l-1)*(nc-1);
  for kkk:= 1 to (nc-1) do
  begin
    m:=a1+kkk;
    n:=a2+kkk;
    jv[n]:=jxv[kkk];
    lv[n]:=lxv[kkk]+(lxp[kkk]+lxp[kkk+1])/2;
    av[n]:=100*kaxv[kkk];
    ni[n]:=m;
    nf[n]:=m+1;
  end;
end;
{..... barras verticais .....}
n:=0;
for kkk:= 1 to nbv do
begin
  m:=nbh+kkk;
  n:=n+1;
  ap[m]:=axp[n];
  jp[m]:=jxp[n];
  ni[m]:=kkk;
  nf[m]:=kkk+nc;
  if n = nc then n:=0;
end;

```

```

{
  calculo dos parametros para armazenar a matriz
  de rigidez do painel em forma de vetor.
}

maxd:=nc;
lb:=3+(3*maxd);
lm:=lb*(2*ncord+1-lb) div 2;
{
  .....
    lb = largura da banda da matriz
    lm = numero de elementos do vetor de
          rigidez do painel
  .....
}

{zerando o vetor de rigidez}
for l:= 1 to lm do
  re[l]:=0;
{contribuicao de cada barra na formacao
  do vetor de rigidez em relacao as
  coordenadas do sistema global}
a3:=nb-nc+1;
for k:= 1 to nb do
  begin
    {zerando o vetor de rigidez de cada barra}
    for l:= 1 to 21 do
      rb[l]:=0;
    if k <= nbh
      then begin {contribuicao das vigas }
        aux1:=lv[k];
        aux2:=av[k];
        aux3:=jv[k];
        aux4:=1; {co-seno de 0 grau}
        aux5:=0; {seno de 0 grau}
      end
    else begin {contribuicao dos pilares }
      aux1:=pd;
      aux2:=ap[k];
      aux3:=jp[k];
      aux4:=0; {co-seno de 90 graus}
      aux5:=1; {seno de 90 graus}
    end;
    aux6:=e*aux2/aux1;
    aux7:=12*ekaux3/(aux1*aux1*aux1);
    aux8:=aux1*aux7/2;
    rb[1]:=aux6*aux4*aux4+aux7*aux5*aux5;
    rb[2]:=-(aux6-aux7)*aux4*aux5;
    rb[3]:=-aux5*aux8;
    rb[7]:=aux6*aux5*aux5+aux7*aux4*aux4;
    rb[8]:=aux4*aux8;
    rb[12]:=4*ekaux3/aux1;
    jn[1]:=3*ni[k]-2;
    jn[2]:=jn[1]+1;
    jn[3]:=jn[2]+1;
    a1:=3;
    if k < a3

```



```

for k:= 1 to na do
begin
  po[1,2]:=po[1,2]+ve;
  po[1,3]:=po[1,3]+me;
  po[1,5]:=po[1,5]+vi;
  po[1,6]:=po[1,6]+mi;
  l:=l+nc; { l = numero da barra vertical carregada}
end;
{acoes nodais equivalentes}
l:=nbh+1; {numero da barra carregada}
for k:= 1 to na do
begin
  j1:=3*kni[l]-2;
  j3:=j1+2;
  k1:=3*knf[l]-2;
  k3:=k1+2;
  feq[j1]:=feq[j1]-po[1,2];
  feq[j3]:=feq[j3]+po[1,3];
  feq[k1]:=feq[k1]-po[1,5];
  feq[k3]:=feq[k3]+po[1,6];
  l:=l+nc;
end;
{acao total aplicada na direcao de cada coordenada}
for k:= 1 to ncord do
begin
  f[k]:=f[k]-feq[k];
end;
{.....}
{solucao do sistema de equacoes pelo metodo de GAUSS }
{.....}
{.....}
for k:= 1 to (ncord-1) do {fase de triangularizacao}
begin
  a1:=k+1b-1;
  if a1 <= ncord
    then n:=a1
    else n:=ncord;
  for l:= (k+1) to n do
  begin
    a2:=l+ncord*(l-k)- (l-k+1)*(l-k) div 2;
    if ( abs(re[k]) ) < vmin {teste de estab. numerica}
      then begin
        writeln('ROTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
        halt;
      end;
    aux1:=re[a2]/re[k];
    for m:= 1 to n do
    begin
      a3:=m+ncord*(m-1)-(m-1+1)*(m-1) div 2;
      a4:=m+ncord*(m-k)-(m-k+1)*(m-k) div 2;
      re[a3]:=re[a3]-aux1*re[a4];
    end;
    f[l]:=f[l]-aux1*f[k]; {fase de substituicao}
  end;
end;
if ( abs(re[ncord]) ) < vmin {teste de singular. do sistema}

```

```

    then begin
        writeln('ROTTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
        halt;
    end;
    f[ncord]:=f[ncord]/re[ncord]; {fase de retrosubstituicao}
    u[ncord]:=f[ncord];
    for m:= 1 to (ncord-1) do
    begin
        k:=ncord-m;
        aux1:=f[k];
        a1:=k+lb-1;
        if a1 <= ncord
            then n:=a1
            else n:=ncord;
        for l:= (k+1) to n do
        begin
            a2:=l+ncord*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
            aux1:=aux1-re[a2]*f[l];
        end;
        f[k]:=aux1/re[k];
        u[k]:=f[k];
    end;
{pesquisa do deslocamento horizontal maximo}
l:=1;
for k:= 1 to na do
begin
    if k = 1
        then begin
            umax:=u[1];
            n1:= na;
            z1:= h;
        end
    else begin
        if u[1] > u[l-3*knc]
            then begin
                umax:= u[1];
                k1:=k;
                m1:=k1-1;
                n1:=na-m1;
                z1:=h-m1*pd;
            end;
        end;
    l:=l+3*knc;
end;
{calculo dos esforcos nas extremidades das barras}
n:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
    for l:= 1 to 21 do
        rb[l]:=0;
    if k <= nbh

```

```

    then begin          { vigas }
        aux1:=lv[k];
        aux2:=av[k];
        aux3:=jv[k];
        aux4:=1;
        aux5:=0;
    end
    else begin          { pilares }
        aux1:=pd;
        aux2:=ap[k];
        aux3:=jp[k];
        aux4:=0;
        aux5:=1;
    end;
    j1:=3*kn1[k]-2;
    j2:=j1+1;
    j3:=j2+1;
    k1:=3*knf[k]-2;
    k2:=k1+1;
    k3:=k2+1;
    d[1]:=u[j1]*aux4+u[j2]*aux5;
    d[2]:=-u[j1]*aux5+u[j2]*aux4;
    d[3]:=u[j3];
    d[4]:=0.:
    d[5]:=0.:
    d[6]:=0.:
    aux6:=4*ke*aux3/aux1;
    aux7:=6*ke*aux3/(aux1*aux1);
    aux8:=2*aux7/aux1;
    rb[1]:=e*aux2/aux1;
    rb[4]:=-rb[1];
    rb[7]:=aux8;
    rb[8]:=aux7;
    rb[10]:=-aux8;
    rb[11]:=aux7;
    rb[12]:=aux6;
    rb[14]:=-aux7;
    rb[15]:=aux6/2;
    rb[16]:=rb[1];
    rb[19]:=aux8;
    rb[20]:=-aux7;
    rb[21]:=aux6;
    if k < (nb-nc+1)
        then begin
            d[4]:=u[k1]*aux4+u[k2]*aux5;
            d[5]:=-u[k1]*aux5+u[k2]*aux4;
            d[6]:=u[k3];
        end;

```

```

for l:= 1 to 6 do
begin
p[k,1]:=po[k,1];
for m:= 1 to 6 do
begin
if ( l-m ) <= 0
then a1:=m+(6*(l-1))-(l*(l-1) div 2)
else a1:=l+(6*(m-1))-(m*(m-1) div 2);
if a1 <= 1m
then p[k,1]:=p[k,1]+rb[a1]*d[m];
end;
end;
if k > (nb-nc)
then begin (calculo das reacoes de apoio)
n:=n+1;
rv[n]:=-p[k,4];
rh[n]:=-p[k,5];
rm[n]:=-p[k,6];
end;
p[k,1]:=-p[k,1];
p[k,5]:=-p[k,5];
end;
menu_de_saida;
clrscr;
end; {fim do looping J}
end; {fim do looping I}
end.

```

X - MODELO VIII (PO/NP/SA/TD)

```
program modelo08;
  {porticos planos de nos puntuais}
  {desconsiderando a deformacao axial dos pilares}
  {pelo metodo discreto}

{definicao de constantes}
const vmin : real = 1E-20;

{definicao do tipo das variaveis}
type esforcos = array [1..100,1..6] of real;
  dois   = array [1..100] of real;
  tres   = array [1..6] of real;
  quatro = array [1..6] of integer;
  cinco  = array [1..100] of integer;
  seis   = array [1..190] of integer;
  sete   = array [1..21] of real;
  oito   = array [1..2300] of real;
  nove   = array [1..190] of real;
 conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,nb,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,m1,n1,aa,cc,bh,bv,
  nbh,nbv,nbc,JJ,Jk,J1,J2,J3,k1,k2,k3,nnos,ncord,maxd,
  a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,lb,lm,il,ii:integer;
  imp,arq: conexao;
  painel: string[2];
  can: text;
  sn: char;
  s1: frase_um;
  pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,ms,m1,vs,v1,ep,lp,ev,hv,vl,
  aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8:real;
  lv,jv,av,ap,jp:dois;
  d,rv,rh,rm,axv,jxv,lxv,axp,jxp,lxp:tres;
  jn:quatro;
  ni,nf:cinco;
  restcord:seis;
  rb:sete;
  re:oito;
  u,f,feq:nove;
  p,po: esforcos;
  .....}
{.. programa dimensionado para 20 andares e 3 prumadas ..}
{.....}
```



```

        for kkk:= 1 to 3 do
            begin
                axv[kkk]:=0. ;
                jxv[kkk]:=0. ;
                lxv[kkk]:=0. ;
                exp[kkk]:=0. ;
                jxp[kkk]:=0. ;
                lxp[kkk]:=0. ;
            end;
        end;
caracteristicas_gerais_painel:
{ calculo do numero de no's, de coordenadas e de barras}
numero_nos_coordenadas_barras;
{
escolha da geometria do painel
}
case opcao of
    1: begin
        entrada_um;
        end;
    2: begin
        entrada_dois;
        end;
    end;
{
numeracao automatica de cada no' do painel com
a incidencia e caracteristicas de suas barras.
}
(zerando alguns vetores)
for kkk:= 1 to nb do
begin
    lv[kkk]:=0;
    av[kkk]:=0;
    Jv[kkk]:=0;
    ap[kkk]:=0;
    Jp[kkk]:=0;
    ni[kkk]:=0;
    nf[kkk]:=0;
end;
{..... barras horizontais .....}
for l:= 1 to na do
begin
    a1:=(l-1)*nc;
    a2:=(l-1)*(nc-1);
    for kkk:= 1 to (nc-1) do
        begin
            m:=a1+kkk;
            n:=a2+kkk;
            Jv[n]:=jxv[kkk];
            lv[n]:=lxv[kkk]+(lxp[kkk]+lxp[kkk+1])/2;
            av[n]:=100*axv[kkk];
            ni[n]:=m;
            nf[n]:=m+1;
        end;
end;

```

```

{..... barras verticais .....}
n:=0;
for kkk:= 1 to nbv do
begin
  m:=nbh+kkk;
  n:=n+1;
  ap[m]:=100*xap[n];
  jp[m]:=jxp[n];
  ni[m]:=kkk;
  nf[m]:=kkk+nc;
  if n = nc then n:=0;
end;
{
  calculo dos parametros para armazenar a matriz
  de rigidez do painel em forma de vetor.
}
maxd:=nc;
lb:=3+(3*maxd);
lm:=lb*(2*ncord+1-lb) div 2;
{
  lb = largura da banda da matriz
  lm = numero de elementos do vetor de
        rigidez do painel
}
{
  (zerando o vetor de rigidez)
  for l:= 1 to lm do
    rell:=0;
  {contribuicao de cada barra na formacao
    do vetor de rigidez em relacao as
    coordenadas do sistema global}
  a3:=nb-nc+1;
  for k:= 1 to nb do
begin
  (zerando o vetor de rigidez de cada barra)
  for l:= 1 to 21 do
    rb[l]:=0;
  if k <= nbh
  then begin  (contribuicao das vigas )
    aux1:=lv[k];
    aux2:=av[k];
    aux3:=jv[k];
    aux4:=1;      (co-seno de 0 grau)
    aux5:=0;      (seno de 0 grau)
  end
  else begin (contribuicao dos pilares )
    aux1:=pd;
    aux2:=ap[k];
    aux3:=jp[k];
    aux4:=0;      (co-seno de 90 graus)
    aux5:=1;      (seno de 90 graus)
  end;
end;
}

```



```

{entrando com os dados do carregamento}
for j:= 1 to ncar do;
begin
carga_horizontal;
{calculo dos esforcos de engastamento perfeito}
    mi:=qf*pd*pd/12;
    ms:=-mi;
    vi:=qf*pd/2;
    vs:=vi;
    for k:= 1 to nb do
        begin
            for l:= 1 to 6 do
                po[k,l]:=0;
            end;
    l:= nbh + 1;
    for k:= 1 to na do
        begin
            po[l,2]:=po[l,2]+vs;
            po[l,3]:=po[l,3]+ms;
            po[l,5]:=po[l,5]+vi;
            po[l,6]:=po[l,6]+mi;
            l:=l+nc; { l = numero da barra vertical carregada}
        end;
    {acoes nodais equivalentes}
    l:=nbh+1; {numero da barra carregada}
    for k:= 1 to na do
        begin
            j1:=3*ni[1]-2;
            j3:=j1+2;
            k1:=3*nf[1]-2;
            k3:=k1+2;
            feq[j1]:=feq[j1]-po[l,2];
            feq[j3]:=feq[j3]+po[l,3];
            feq[k1]:=feq[k1]-po[l,5];
            feq[k3]:=feq[k3]+po[l,6];
            l:=l+nc;
        end;
    {acao total aplicada na direcao de cada coordenada}
    for k:= 1 to ncord do
        begin
            f[k]:=f[k]-feq[k];
        end;
{.....}
{solucao do sistema de equacoes pelo metodo de GAUSS }
{.....}
for k:= 1 to (ncord-1) do {fase de triangularizacao}
    begin
        a1:=k+lb-1;
        if a1 <= ncord
            then n:=a1
        else n:=ncord;

```

```

for l:= (k+1) to n do
begin
  a2:=l+ncord*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
  if ( abs(re[k]) ) < vmin {teste de
    estabilidade de numerica}
  then begin
    writeln('ROTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
    halt;
  end;
  aux1:=re[a2]/re[k];
  for m:= 1 to n do
  begin
    a3:=m+ncord*(m-1)-(m-1+1)*(m-1) div 2;
    a4:=m+ncord*(m-k)-(m-k+1)*(m-k) div 2;
    re[a3]:=re[a3]-aux1*re[a4];
  end;
  f[l]:=f[l]-aux1*f[k]; {fase de substituicao}
end;
if ( abs(re[ncord]) ) < vmin {teste de singular do sistema}
then begin
  writeln('ROTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
  halt;
end;
f[ncord]:=f[ncord]/re[ncord]; {fase de retrosubstituicao}
u[ncord]:=f[ncord];
for m:= 1 to (ncord-1) do
begin
  k:=ncord-m;
  aux1:=f[k];
  a1:=k+1b-1;
  if a1 <= ncord
  then n:=a1
  else n:=ncord;
  for l:= (k+1) to n do
  begin
    a2:=l+ncord*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
    aux1:=aux1-re[a2]*f[l];
  end;
  f[k]:=aux1/re[k];
  u[k]:=f[k];
end;
{pesquisa do deslocamento horizontal maximo}
l:=1;
for k:= 1 to na do
begin
  if k = 1
  then begin
    umax:=u[1];
    ni:= na;
    z1:= h;
  end

```

```

    else begin
        if u[1] > u[1-3*knc]
            then begin
                umax:= u[1];
                k1:=k;
                m1:=k1-1;
                n1:=na-m1;
                z1:=h-m1*pd;
            end;
        end;
        l:=l+3*knc;
    end;
{calculo dos esforcos nas extremidades das barras}
n:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
    for l:= 1 to 21 do
        rb[l]:=0;
    if k <= nbh
        then begin
            aux1:=lv[k];
            aux2:=av[k];
            aux3:=jv[k];
            aux4:=1;
            aux5:=0;
        end
    else begin
            aux1:=pd;
            aux2:=ap[k];
            aux3:=jp[k];
            aux4:=0;
            aux5:=1;
        end;
    j1:=3*ni[k]-2;
    j2:=j1+1;
    j3:=j2+1;
    k1:=3*nf[k]-2;
    k2:=k1+1;
    k3:=k2+1;
    d[1]:=u[j1]*aux4+u[j2]*aux5;
    d[2]:=-u[j1]*aux5+u[j2]*aux4;
    d[3]:=u[j3];
    d[4]:=0. ;
    d[5]:=0. ;
    d[6]:=0. ;
    aux6:=4*e*aux3/aux1;
    aux7:=6*e*aux3/(aux1*aux1);
    aux8:=2*aux7/aux1;
    rb[1]:=e*aux2/aux1;
    rb[4]:=-rb[1];
    rb[7]:=aux8;
    rb[8]:=aux7;
    rb[10]:=-aux8;
    rb[11]:=aux7;
    rb[12]:=aux6;
    rb[14]:=-aux7;

```

```

rb[15]:=aux6/2;
rb[16]:=rb[1];
rb[19]:=aux8;
rb[20]:=-aux7;
rb[21]:=aux6;
if k < (nb-nc+1)
  then begin
    d[4]:=u[k1]*aux4+u[k2]*aux5;
    d[5]:=-u[k1]*aux5+u[k2]*aux4;
    d[6]:=u[k3];
  end;
for l:= 1 to 6 do
begin
  p[k,1]:=po[k,1];
  for m:= 1 to 6 do
  begin
    if ( l-m ) <= 0
      then a1:=m+(6*(l-1))-(l*(l-1) div 2)
      else a1:=l+(6*(m-1))-(m*(m-1) div 2);
    if a1 <= lm
      then p[k,1]:=p[k,1]+rb[a1]*d[m];
  end;
end;
if k > (nb-nc)
  then begin  (calculo das reacoes de apoio)
    n:=n+1;
    rv[n]:=-p[k,4];
    rh[n]:=-p[k,5];
    rm[n]:=-p[k,6];
  end;
  p[k,1]:=-p[k,1];
  p[k,5]:=-p[k,5];
end;
menu_de_saida;
clrscr;
end; (fim do looping J)
end; (fim do looping I)
end.

```

```

program modelo09;
  (porticos planos de nos de DIMENSOES)
  (FINITAS CONSIDERANDO a deformacao)
  (AXIAL dos pilares - metodo discreto)

{definicao de constante}
const vmin : real = 1E-20;

{definicao do tipo das variaveis}
type esforcos = array [1..100,1..6] of real;
  dois    = array [1..100] of real;
  tres    = array [1..6] of real;
  quatro  = array [1..6] of integer;
  cinco   = array [1..100] of integer;
  sete    = array [1..21] of real;
  oito    = array [1..1700] of real;
  nove    = array [1..190] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,nb,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,m1,n1,aa,cc,bh,bv,
nbh,nbv,nbc,JJ,jk,j1,j2,j3,k1,k2,k3,nnos,ncord,maxd,
a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,lb,lm,il,ii:integer;
imp,arq: conexao;
painel: string[2];
can: text;
sn: char;
s1: frase_um;
pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,ms,m1,vs,v1,ep,lp,ev,hv,v1,
aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8,aux9,aux10,
aux11,aux12,aux13:real;
lv,jv,av,ap,jp:dois;
d,rv,rh,rm,hxv,axv,jxv,lxv,axp,jxp,lxp:tres;
jn:quatro;
n1,nf:cinco;
rb:sete;
re:oito;
u,f,feq:nove;
p,po: esforcos;
{.....}
{.. programa dimensionado para 20 andares e 3 prumadas ..}
{.....}

```



```

        for kkk:= 1 to 3 do
            begin
                hxv[kkk]:=0;
                axv[kkk]:=0. ;
                jxv[kkk]:=0. ;
                lxv[kkk]:=0. ;
                axp[kkk]:=0. ;
                jxp[kkk]:=0. ;
                lxp[kkk]:=0. ;
            end;
        end;
caracteristicas_gerais_painel;
{ calculo do numero de no's, de coordenadas e de barras}
numero_nos_coordenadas_barras;
{
escolha da geometria do painel
}
case opcao of
    1: begin
        entrada_um;
    end;
    2: begin
        entrada_dois;
    end;
end;
{
numeracao automatica de cada no' do painel com
a incidencia e caracteristicas de suas barras.
}
{zerando alguns vetores}
for kkk:= 1 to nb do
begin
    lv[kkk]:=0;
    av[kkk]:=0;
    jv[kkk]:=0;
    ap[kkk]:=0;
    Jp[kkk]:=0;
    ni[kkk]:=0;
    nf[kkk]:=0;
end;
{..... barras horizontais .....}
for l:= 1 to na do
begin
    a1:=(l-1)*nc;
    a2:=(l-1)*(nc-1);
    for kkk:= 1 to (nc-1) do
        begin
            m:=a1+kkk;
            n:=a2+kkk;
            jv[n]:=jxv[kkk];
            lv[n]:=lxv[kkk]+(lxp[kkk]+lxp[kkk+1])/2;
            av[n]:=100*axv[kkk];
            ni[n]:=m;
            nf[n]:=m+1;
        end;
end;

```

```

{..... barras verticais .....}
n:=0;
for kkk:= 1 to nbv do
begin
  m:=nbh+kkk;
  n:=n+1;
  ap[m]:=axp[n];
  jp[m]:=jxp[n];
  ni[m]:=kkk;
  nf[m]:=kkk+nc;
  if n = nc then n:=0;
end;
{
  calculo dos parametros para armazenar a matriz
  de rigidez do painel em forma de vetor.
}
maxd:=nc;
lb:=3+(3*maxd);
lm:=lb*(2*ncord+1-lb) div 2;
{.....}
  lb = largura da banda da matriz
  lm = numero de elementos do vetor de
        rigidez do painel
{.....}
(zerando o vetor de rigidez)
for l:= 1 to lm do
  re[l]:=0;
{contribuicao de cada barra na formacao
  do vetor de rigidez em relacao as
  coordenadas do sistema global)
a3:=nb-nc+1;
a4:=0;
n:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
  (zerando o vetor de rigidez de cada barra)
  for l:= 1 to 21 do
    rb[l]:=0;
  if k <= nbh
    then begin  (contribuicao das vigas )
      aux1:=lv[k];
      aux2:=av[k];
      aux3:=jv[k];
      aux4:=1;   (co-seno de 0 grau)
      aux5:=0;   (seno de 0 grau)
      if nc = 2
      then begin
        aux9:= lxp[1]/2;
        aux10:=lxp[2]/2;
      end
}

```

```

        else begin
            a4:=2*(k-1)-a4;
            if k = a4
            then begin
                aux9:= lxp[nc-2]/2;
                aux10:=lxp[nc-1]/2;
                end
            else begin
                aux9:= lxp[nc-1]/2;
                aux10:=lxp[nc]/2;
                end;
            end;
        end
    else begin  (contribuicao dos pilares )
        aux1:=pd;
        aux2:=ap[k];
        aux3:=jp[k];
        aux4:=0;  (co-seno de 90 graus)
        aux5:=1;  (seno de 90 graus)
        n:=n+1;
        if n = nc
        then begin
            n:= n-1;
            aux9:=hxv[n]/2;
            aux10:=aux9;
            if n = (nc-1) then n:=0;
            end
        else begin
            aux9:=hxv[n]/2;
            aux10:=aux9;
            end;
        end;
        aux6:=e*aux2/aux1;
        aux7:=12*e*aux3/(aux1*aux1*aux1);
        aux8:=aux1*aux7/2;
        rb[1]:=aux6*aux4*aux4+aux7*aux5*aux5;
        rb[2]:=(aux6-aux7)*aux4*aux5;
        aux11:=-aux5*aux8;
        rb[3]:=aux11+aux9*rb[2];
        rb[7]:=aux6*aux5*aux5+aux7*aux4*aux4;
        aux12:=aux4*aux8;
        rb[8]:=aux12+aux9*rb[7];
        aux13:=4*e*aux3/aux1;
        rb[12]:=aux13+aux9*aux9*rb[7]+2*aux9*aux12;
        jn[1]:=3*kni[k]-2;
        jn[2]:=jn[1]+1;
        jn[3]:=jn[2]+1;
        a1:=3;
        if k < a3
        then begin
            rb[4]:=-rb[1];
            rb[5]:=-rb[2];
            rb[6]:=aux11-aux10*rb[5];
            rb[9]:=rb[5];
            rb[10]:=-rb[7];
            rb[11]:=aux12-aux10*rb[10];

```

```

        rb[13]:=-aux11+aux9*rb[9];
        rb[14]:=-aux12+aux9*rb[10];
        rb[15]:= (aux13/2)+aux9*aux12-
                  aux9*aux10*rb[10]-aux10*aux12;
        rb[16]:=rb[1];
        rb[17]:=rb[2];
        rb[18]:=-aux11-aux10*rb[2];
        rb[19]:=rb[7];
        rb[20]:=-aux12-aux10*rb[19];
        rb[21]:=aux13+aux10*aux10*rb[19]
                  -2*aux10*(-aux12);
        jn[4]:=3*knf[k]-2;
        jn[5]:=jn[4]+1;
        jn[6]:=jn[5]+1;
        a1:=6;
        end;
        {.....}
        {montagem do vetor de rigidez do painel}
        {.....}
        a2:=1;
        for m:= 1 to a1 do
          begin
            jj:= jn[m];
            for n:= m to a1 do
              begin
                jk:= jn[n];
                l:=jk+(ncord*(jk-jj))-((jk-jj+1)*
                  (jk-jj) div 2;
                re[l]:= re[l] + rb[a2];
                a2:=a2 + 1;
              end;
            if a1 = 3 then a2:=a2+3;
            end;
        end;
        {entrando com os dados do carregamento}
        for j:= 1 to ncar do
          begin
            carga_horizontal:
            mi:=qf*pd*pd/12; {esforcos de engastamento perfeito}
            ms:=-mi;
            vi:=qf*pd/2;
            vs:=vi;
            for k:= 1 to nb do
              begin
                for l:= 1 to 6 do
                  po[k,l]:=0;
                end;
            l:= nbh + 1;
            for k:= 1 to na do
              begin
                po[l,2]:=po[l,2]+vs;
                po[l,3]:=po[l,3]+ms+vs*hv/2;
                po[l,5]:=po[l,5]+vi;
                po[l,6]:=po[l,6]+mi-vi*hv/2;
              l:=l+nc; { l = numero da barra vertical carregada}
              end;

```

```

{acoes nodais equivalentes}
for k:= 1 to ncord do
begin
  feq[k]:=0;
  f[k]:=0;
  u[k]:=0;
end;
l:=nbh+1;           {numero da barra carregada}
for k:= 1 to na do
begin
  j1:=3*ni[1]-2;
  j3:=j1+2;
  k1:=3*nf[1]-2;
  k3:=k1+2;
  feq[j1]:=feq[j1]-po[1,2];
  feq[j3]:=feq[j3]+po[1,3];
  feq[k1]:=feq[k1]-po[1,5];
  feq[k3]:=feq[k3]+po[1,6];
  l:=l+nc;
end;
{acao total aplicada na direcao de cada coordenada}
for k:= 1 to ncord do
begin
  f[k]:=f[k]-feq[k];
end;
{.....}
{solucao do sistema de equacoes pelo metodo de GAUSS }
{.....}
for k:= 1 to (ncord-1) do   {fase de triangularizacao}
begin
  a1:=k+lb-1;
  if a1 <= ncord
    then n:=a1
    else n:=ncord;
  for l:= (k+1) to n do
  begin
    a2:=l+ncord*(1-k)-(1-k+1)*(1-k) div 2;
    if ( abs(re[k]) ) < vmin  {teste de estabilidade
                                numerica}
      then begin
        writeln('ROTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
        halt;
      end;
    aux1:=re[a2]/re[k];
    for m:= 1 to n do
    begin
      a3:=m+ncord*(m-1)-(m-1+1)*(m-1) div 2;
      a4:=m+ncord*(m-k)-(m-k+1)*(m-k) div 2;
      re[a3]:=re[a3]-aux1*re[a4];
    end;
    f[l]:=f[l]-aux1*f[k];  {fase de substituicao}
  end;
end;

```

```

if ( abs(re[ncord]) ) < vmin  (teste de singul. do sistema)
then begin
    writeln('ROTTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
    halt;
end;
f[ncord]:=f[ncord]/re[ncord];      (fase de retrosubstituicao)
u[ncord]:=f[ncord];
for m:= 1 to (ncord-1) do
begin
    k:=ncord-m;
    aux1:=f[k];
    a1:=k+1b-1;
    if a1 <= ncord
        then n:=a1
        else n:=ncord;
    for l:= (k+1) to n do
begin
    a2:=l+ncord*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
    aux1:=aux1-re[a2]*f[l];
end;
    f[k]:=aux1/re[k];
    u[k]:=f[k];
end;
{pesquisa do deslocamento horizontal maximo}
l:=1;
for k:= 1 to na do
begin
    if k = 1
        then begin
            umax:=u[1];
            n1:= na;
            z1:= h;
        end
    else begin
        if u[1] > u[l-3*knc]
            then begin
                umax:= u[1];
                k1:=k;
                m1:=k1-1;
                n1:=na-m1;
                z1:=h-m1*pd;
            end;
        end;
    l:=l+3*knc;
end;
{calculo dos esforcos nas extremidades das barras}
n:=0;
a2:=0;
a3:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
    for l:= 1 to 21 do
        rb[l]:=0;

```

```

if k <= nbh
  then begin          ( vigas )
    aux1:=lv[k];
    aux2:=av[k];
    aux3:=jv[k];
    aux4:=1;
    aux5:=0;
    if nc = 2
    then begin
      aux9:=lxp[1]/2;
      aux10:=lxp[2]/2;
      end
    else begin
      a2:=2*(k-1)-a2;
      if k = a4
      then begin
        aux9:=lxp[nc-2]/2;
        aux10:=lxp[nc-1]/2;
        end
      else begin
        aux9:=lxp[nc-1]/2;
        aux10:=lxp[nc]/2;
        end;
      end;
    end
  else begin          ( pilares )
    aux1:=pd;
    aux2:=ap[k];
    aux3:=jp[k];
    aux4:=0;
    aux5:=1;
    a3:=a3+1;
    if a3 = nc
    then begin
      a3:=a3-1;
      aux9:=hxv[a3]/2;
      aux10:=aux9;
      if a3 = (nc-1) then a3:=0;
      end
    else begin
      aux9:=hxv[a3]/2;
      aux10:=aux9;
      end;
    end;
  j1:=3*kni[k]-2;
  j2:=j1+1;
  j3:=j2+1;
  k1:=3*knf[k]-2;
  k2:=k1+1;
  k3:=k2+1;
  d[1]:=u[j1]*aux4+u[j2]*aux5;
  d[2]:=-u[j1]*aux5+u[j2]*aux4;
  d[3]:=u[j3];
  d[4]:=0.:
  d[5]:=0.:
  d[6]:=0.:

```

```

aux6:=4*k*aux3/aux1;
aux7:=6*k*aux3/(aux1*aux1);
aux8:=2*aux7/aux1;
rb[1]:=e*aux2/aux1;
rb[4]:=-rb[1];
rb[7]:=aux8;
rb[8]:=aux7+aux9*rb[7];
rb[10]:=-aux8;
rb[11]:=aux7-aux10*rb[10];
rb[12]:=aux6+aux9*aux9*aux8+2*aux9*aux7;
rb[14]:=-aux7+aux9*rb[10];
rb[15]:= (aux6/2)+aux9*aux7-aux9*aux10*rb[10]
          -aux10*aux7;
rb[16]:=rb[1];
rb[19]:=aux8;
rb[20]:=-aux7-aux10*rb[19];
rb[21]:=aux6+aux10*aux10*rb[19]-2*aux10*(-aux7);
if k < (nb-nc+1)
  then begin
    d[4]:=u[k1]*aux4+u[k2]*aux5;
    d[5]:=-u[k1]*aux5+u[k2]*aux4;
    d[6]:=u[k3];
  end;
for l:= 1 to 6 do
begin
  p[k,1]:=po[k,1];
  for m:= 1 to 6 do
  begin
    begin
      if ( l-m )  <= 0
        then a1:=m+(6*(l-1))-(l*(l-1) div 2)
        else a1:=l+(6*(m-1))-(m*(m-1) div 2);
      if a1 <= lm
        then p[k,1]:=p[k,1]+rb[a1]*d[m];
    end;
  end;
end;
if k > (nb-nc)
  then begin { calculo das reacoes de apoio}
    n:=n+1;
    rv[n]:=-p[k,4];
    rh[n]:=-p[k,5];
    rm[n]:=-p[k,6];
  end;
  p[k,1]:=-p[k,1];
  p[k,5]:=-p[k,5];
end;
menu_de_saida;
end; {fim do looping j}
end; {fim do looping i}
end.

```

XII - MODELO X (PO/NF/SA/TD)

```
program modelo10;
  {porticos planos de nos de DIMENSOES}
  {FINITAS DESCONSIDERANDO a deformacao}
  {AXIAL dos pilares - metodo discreto}

{definicao de constante}
const vmin : real = 1E-20;

{definicao do tipo das variaveis}
type esforcos = array [1..100,1..6] of real;
  dois    = array [1..100] of real;
  tres    = array [1..6] of real;
  quatro  = array [1..6] of integer;
  cinco   = array [1..100] of integer;
  sete    = array [1..21] of real;
  oito    = array [1..1700] of real;
  nove    = array [1..190] of real;
  conexao = string [10];
  frase_um = string [60];
var np,na,nc,nb,ncar,i,j,k,kkk,l,m,n,opcao,m1,n1,aa,cc,bh,bv,
nbh,nbv,nbc,jj,jk,j1,j2,j3,k1,k2,k3,nnos,ncord,maxd,
a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7,a8,lb,lm,il,ii:integer;
imp,arq: conexao;
painel: string[2];
can: text;
sn: char;
s1: frase_um;
pd,h,e,z,qf,umax,z1,bb,ms,m1,vs,v1,ep,lp,ev,hv,v1,
aux1,aux2,aux3,aux4,aux5,aux6,aux7,aux8,aux9,aux10,
aux11,aux12,aux13:real;
lv,jv,av,ap,jp:dois;
d,rv,rh,rm,hxv,axv,jxv,lxv,axp,jxp,lxp:tres;
jn:quatro;
n1,nf:cinco;
rb:sete;
re:oito;
u,f,feq:nove;
p,po: esforcos;

{.....}
{.. programa dimensionado para 20 andares e 3 prumadas ..}
{.....}
```



```

        for kkk:= 1 to 3 do
            begin
                hxv[kkk]:=0;
                axv[kkk]:=0.0;
                jxv[kkk]:=0.0;
                lxv[kkk]:=0.0;
                axp[kkk]:=0.0;
                jxp[kkk]:=0.0;
                lxp[kkk]:=0.0;
            end;
        end;
caracteristicas_gerais_painel:
{ calculo do numero de no's, de coordenadas e de barras}
numero_nos_coordenadas_barras;
{
escolha da geometria do painel
}
case opcao of
    1: begin
        entrada_um;
    end;
    2: begin
        entrada_dois;
    end;
end;
{
numeracao automatica de cada no' do painel com
a incidencia e caracteristicas de suas barras.
}
(zerando alguns vetores)
for kkk:= 1 to nb do
begin
    lv[kkk]:=0;
    av[kkk]:=0;
    jv[kkk]:=0;
    ap[kkk]:=0;
    jp[kkk]:=0;
    ni[kkk]:=0;
    nf[kkk]:=0;
end;
{..... barras horizontais .....}
for l:= 1 to na do
begin
    a1:=(l-1)*nc;
    a2:=(l-1)*(nc-1);
    for kkk:= 1 to (nc-1) do
        begin
            m:=a1+kkk;
            n:=a2+kkk;
            jv[n]:=jxv[kkk];
            lv[n]:=lxv[kkk]+(lxp[kkk]+lxp[kkk+1])/2;
            av[n]:=100*axv[kkk];
            ni[n]:=m;
            nf[n]:=m+1;
        end;
end;

```

```

{..... barras verticais .....}
n:=0;
for kkk:= 1 to nbv do
begin
  m:=nbh+kkk;
  n:=n+1;
  ap[m]:=100*axp[n];
  jp[m]:=jxp[n];
  ni[m]:=kkk;
  nf[m]:=kkk+nc;
  if n = nc then n:=0;
end;
{
calculo dos parametros para armazenar a matriz
de rigidez do painel em forma de vetor.
}
maxd:=nc;
lb:=3+(3*maxd);
lm:=lb*(2*ncord+1-lb) div 2;
{
..... lb = largura da banda da matriz
      lm = numero de elementos do vetor de
            rigidez do painel
}
{zerando o vetor de rigidez}
for l:= 1 to lm do
  re[l]:=0;
{contribuicao de cada barra na formacao
  do vetor de rigidez em relacao as
  coordenadas do sistema global}
a3:=nb-nc+1;
a4:=0;
n:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
  {zerando o vetor de rigidez de cada barra}
  for l:= 1 to 21 do
    rb[l]:=0;
  if k <= nbh
  then begin {contribuicao das vigas }
    aux1:=lv[k];
    aux2:=av[k];
    aux3:=jv[k];
    aux4:=1; {co-seno de 0 grau}
    aux5:=0; {seno de 0 grau}
    if nc = 2
    then begin
      aux9:=lxp[1]/2;
      aux10:=lxp[2]/2;
    end
  end
}

```

```

        else begin
            a4:=2*k*(k-1)-a4;
            if k = a4
                then begin
                    aux9:= lxp[nc-2]/2;
                    aux10:=lxp[nc-1]/2;
                end
            else begin
                aux9:= lxp[nc-1]/2;
                aux10:=lxp[nc]/2;
            end;
        end;
    end
else begin {contribuicao dos pilares }
    aux1:=pd;
    aux2:=ap[k];
    aux3:=jp[k];
    aux4:=0; {co-seno de 90 graus}
    aux5:=1; {seno de 90 graus}
    n:=n+1;
    if n = nc
        then begin
            n:= n-1;
            aux9:=hxv[n]/2;
            aux10:=aux9;
            if n = (nc-1) then n:=0;
        end
    else begin
        aux9:=hxv[n]/2;
        aux10:=aux9;
    end;
end;
aux6:=e*aux2/aux1;
aux7:=12*e*aux3/(aux1*aux1*aux1);
aux8:=aux1*aux7/2;
rb[1]:=aux6*aux4*aux4+aux7*aux5*aux5;
rb[2]:= (aux6-aux7)*aux4*aux5;
aux11:=-aux5*aux8;
rb[3]:=aux11+aux9*rb[2];
rb[7]:=aux6*aux5*aux5+aux7*aux4*aux4;
aux12:=aux4*aux8;
rb[8]:=aux12+aux9*rb[7];
aux13:=4*e*aux3/aux1;
rb[12]:=aux13+aux9*aux9*rb[7]+2*aux9*aux12;
jn[1]:=3*ni[k]-2;
jn[2]:=jn[1]+1;
jn[3]:=jn[2]+1;
ai:=3;
if k < a3
    then begin
        rb[4]:=-rb[1];
        rb[5]:=-rb[2];
        rb[6]:=aux11-aux10*rb[5];
        rb[9]:=rb[5];
        rb[10]:=-rb[7];
        rb[11]:=aux12-aux10*rb[10];

```

```

        rb[13]:= -aux11+aux9*rb[9];
        rb[14]:= -aux12+aux9*rb[10];
        rb[15]:= (aux13/2)+aux9*aux12-
                    aux9*aux10*rb[10]-aux10*aux12;
        rb[16]:=rb[1];
        rb[17]:=rb[2];
        rb[18]:= -aux11-aux10*rb[2];
        rb[19]:=rb[7];
        rb[20]:= -aux12-aux10*rb[19];
        rb[21]:=aux13+aux10*aux10*rb[19]
                    -2*aux10*(-aux12);
        jn[4]:=3*nf[k]-2;
        jn[5]:=jn[4]+1;
        jn[6]:=jn[5]+1;
        a1:=6;
        end;
        {.....}
        {montagem do vetor de rigidez do painel}
        {.....}
        a2:=i;
        for m:= 1 to a1 do
            begin
                jj:= jn[m];
                for n:= m to a1 do
                    begin
                        jk:= jn[n];
                        l:=jk+(ncord*(jk-jj))-((jk-jj+1)*
                            (jk-jj) div 2;
                        re[l]:= re[l] + rb[a2];
                        a2:=a2 + 1;
                    end;
                if a1 = 3 then a2:=a2+3;
            end;
        end;
{entrando com os dados do carregamento}
for j:= 1 to ncar do
begin
    carga_horizontal;
    mi:=qf*pd*pd/12; {esforcos de engastamento perfeito}
    ms:=-mi;
    vi:=qf*pd/2;
    vs:=vi;
    for k:= 1 to nb do
        begin
            for l:= 1 to 6 do
                po[k,l]:=0;
            end;
    l:= nbh + 1;
    for k:= 1 to na do
        begin
            po[l,2]:=po[l,2]+vs;
            po[l,3]:=po[l,3]+ms+vs*hv/2;
            po[l,5]:=po[l,5]+vi;
            po[l,6]:=po[l,6]+mi-vi*hv/2;
            l:=l+nc; { l = numero da barra vertical carregada}
        end;

```

```

( acoes nodais equivalentes )
for k:= 1 to ncord do
begin
  feq[k]:=0;
  f[k]:=0;
  u[k]:=0;
end;
l:=nbh+1;           ( numero da barra carregada )
for k:= 1 to na do
begin
  j1:=3*n1[l]-2;
  j3:=j1+2;
  k1:=3*nf[l]-2;
  k3:=k1+2;
  feq[j1]:=feq[j1]-po[l,2];
  feq[j3]:=feq[j3]+po[l,3];
  feq[k1]:=feq[k1]-po[l,5];
  feq[k3]:=feq[k3]+po[l,6];
  l:=l+nc;
end;
{acao total aplicada na direcao de cada coordenada}
for k:= 1 to ncord do
begin
  f[k]:=f[k]-feq[k];
end;
{.....}
{solucao do sistema de equacoes pelo metodo de GAUSS }
{.....}
for k:= 1 to (ncord-1) do   {fase de triangularizacao}
begin
  a1:=k+lb-1;
  if a1 <= ncord
    then n:=a1
    else n:=ncord;
  for l:= (k+1) to n do
  begin
    a2:=l+ncord*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
    if ( abs(re[k]) ) < vmin {teste de estabilidade
                               numerica}
      then begin
        writeln('ROTTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
        halt;
      end;
    aux1:=re[a2]/re[k];
    for m:= l to n do
    begin
      a3:=m+ncord*(m-1)-(m-1+1)*(m-1) div 2;
      a4:=m+ncord*(m-k)-(m-k+1)*(m-k) div 2;
      re[a3]:=re[a3]-aux1*re[a4];
    end;
    f[l]:=f[l]-aux1*f[k]; {fase de substituicao}
  end;
end;

```

```

if ( abs(re[nCORD]) ) < vMin (teste de singul. do sistema)
then begin
  writeln('ROTTINA INADEQUADA PARA RESOL. DO SISTEMA');
  halt;
end;
f[nCORD]:=f[nCORD]/re[nCORD];      (fase de retrosubstituicao)
u[nCORD]:=f[nCORD];
for m:= 1 to (nCORD-1) do
begin
  k:=nCORD-m;
  aux1:=f[k];
  a1:=k+1b-1;
  if a1 <= nCORD
    then n:=a1
    else n:=nCORD;
  for l:= (k+1) to n do
  begin
    a2:=l+nCORD*(l-k)-(l-k+1)*(l-k) div 2;
    aux1:=aux1-re[a2]*f[l];
  end;
  f[k]:=aux1/re[k];
  u[k]:=f[k];
end;
{pesquisa do deslocamento horizontal maximo}
l:=1;
for k:= 1 to na do
begin
  if k = 1
    then begin
      umax:=u[1];
      n1:= na;
      z1:= h;
    end
  else begin
    if u[1] > u[1-3*nc]
      then begin
        umax:= u[1];
        k1:=k;
        m1:=k1-1;
        n1:=na-m1;
        z1:=h-m1*pd;
      end;
    end;
  l:=l+3*nc;
end;
{calculo dos esforcos nas extremidades das barras}
n:=0;
a2:=0;
a3:=0;
for k:= 1 to nb do
begin
  for l:= 1 to 21 do
    rb[l]:=0;

```

```

if k <= nbh
  then begin          ( viga )
    aux1:=lv[k];
    aux2:=av[k];
    aux3:=jv[k];
    aux4:=1;
    aux5:=0;
    if nc = 2
    then begin
      aux9:=lxp[1]/2;
      aux10:=lxp[2]/2;
      end
    else begin
      a2:=2*k(k-1)-a2;
      if k = a4
      then begin
        aux9:=lxp[nc-2]/2;
        aux10:=lxp[nc-1]/2;
        end
      else begin
        aux9:=lxp[nc-1]/2;
        aux10:=lxp[nc]/2;
        end;
      end;
    end
  else begin          ( pilares )
    aux1:=pd;
    aux2:=ap[k];
    aux3:=jp[k];
    aux4:=0;
    aux5:=1;
    a3:=a3+1;
    if a3 = nc
    then begin
      a3:=a3-1;
      aux9:=hxv[a3]/2;
      aux10:=aux9;
      if a3 = (nc-1) then a3:=0;
      end
    else begin
      aux9:=hxv[a3]/2;
      aux10:=aux9;
      end;
    end;
  end;
j1:=3*ni[k]-2;
j2:=j1+1;
j3:=j2+1;
k1:=3*nf[k]-2;
k2:=k1+1;
k3:=k2+1;
d[1]:=u[j1]*aux4+u[j2]*aux5;
d[2]:=-u[j1]*aux5+u[j2]*aux4;
d[3]:=u[j3];
d[4]:=0. ;
d[5]:=0. ;
d[6]:=0. ;

```

```

aux6:=4*e*aux3/aux1;
aux7:=6*e*aux3/(aux1*aux1);
aux8:=2*aux7/aux1;
rb[1]:=e*aux2/aux1;
rb[4]:=-rb[1];
rb[7]:=aux8;
rb[8]:=aux7+aux9*rb[7];
rb[10]:=-aux8;
rb[11]:=aux7-aux10*rb[10];
rb[12]:=aux6+aux9*aux9*aux8+2*aux9*aux7;
rb[14]:=-aux7+aux9*rb[10];
rb[15]:=(aux6/2)+aux9*aux7-aux9*aux10*rb[10]
          -aux10*aux7;
rb[16]:=rb[1];
rb[19]:=aux8;
rb[20]:=-aux7-aux10*rb[19];
rb[21]:=aux6+aux10*aux10*rb[19]-2*aux10*(-aux7);
if k < (nb-nc+1)
  then begin
    d[4]:=u[k1]*aux4+u[k2]*aux5;
    d[5]:=-u[k1]*aux5+u[k2]*aux4;
    d[6]:=u[k3];
  end;
for l:= 1 to 6 do
begin
  p[k,l]:=po[k,l];
  for m:= 1 to 6 do
  begin
    begin
      if ( l-m ) <= 0
        then a1:=m+(6*(l-1))-(l*(l-1) div 2)
        else a1:=l+(6*(m-1))-(m*(m-1) div 2);
      if a1 <= lm
        then p[k,l]:=p[k,l]+rb[a1]*d[m];
    end;
  end;
end;
if k > (nb-nc)
  then begin { calculo das reacoes de apoio}
    n:=n+1;
    rv[n]:=-p[k,4];
    rh[n]:=-p[k,5];
    rm[n]:=-p[k,6];
  end;
  p[k,1]:=-p[k,1];
  p[k,5]:=-p[k,5];
end;
menu_de_saida;
clrscr;
end; {fim do looping j}
end; {fim do looping i}
end.

```