

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

SISTEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES SEM VIGAS:
SUBSÍDIOS PARA O PROJETO E EXECUÇÃO

Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos,
da Universidade de São Paulo, como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia de Estruturas

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1989

AGRADECIMENTOS

Embora correndo o risco de esquecer pessoas ou entidades que tornaram possível a concretização deste trabalho, quero agradecer nominalmente:

— ao prof. Dante A. O. Martinelli, orientador do mestrado e na fase inicial deste trabalho, principalmente por ter me iniciado na pesquisa em estruturas;

— a Mounir Khalil El Debs, orientador, que mostrou atenção, paciência e dedicação, contribuindo com idéias e sugestões valiosas;

— aos agora engenheiros Fernando Talarico e Douglas Fernandes que, como bolsistas de iniciação científica, colaboraram na realização de alguns cálculos;

— aos colegas José Francisco P. Assumpção e Roberto Chust Carvalho, pela ajuda na determinação de custos e dimensionamento dos pavimentos, respectivamente;

— a João Batista de Paiva pela ajuda no uso do método dos elementos finitos;

— a Dimas Milanetto pela execução primorosa dos desenhos;

— a Marcos Gilson pela ajuda na elaboração do abstract;

— à Universidade Federal de São Carlos e particularmente ao Departamento de Engenharia Civil por terem facilitado e provido meios para execução deste trabalho;

— à Escola de Engenharia de São Carlos e ao Departamento de Estruturas, onde me graduei e que agora possibilitam que conclua mais uma etapa;

— à FAPESP e ao CNPq pela concessão de bolsas de iniciação científica;

— aos meus pais, pelo constante apoio e por tudo que sempre fizeram por mim;

— ao Davi e Mariangela, filho e esposa queridos, que me apoiaram e entenderam minha impossibilidade em lhes dar atenção e carinhos devidos, principalmente durante este último ano.

Finalmente devo registrar meu agradecimento a Deus que, com sua fidelidade e grandeza, nunca me desamparou estando presente em todos os momentos de minha vida.

RESUMO

Apesar dos sistemas estruturais de lajes sem vigas — placas de concreto armado ou protendido apoiadas diretamente sobre pilares sem capitéis — apresentarem várias vantagens em relação aos convencionais de lajes, vigas e pilares, eles não são muito difundidos no meio técnico, fato que decorre principalmente da falta de informações sobre os mesmos. Procurando minorar essa deficiência, este trabalho reúne os aspectos considerados essenciais para o projeto e construção desse sistema estrutural.

Especificamente, são focalizados os seguintes assuntos: a) flexão — métodos de cálculo e comparações entre eles; b) punção — métodos de verificação e comparação dos mesmos com resultados experimentais disponíveis; c) deslocamentos transversais — métodos de avaliação e comparações entre os mesmos e com limites recomendados; d) efeito de ações laterais. Também é feita uma análise comparativa de custos entre os sistemas estruturais de lajes sem vigas e os convencionais para algumas situações representativas. Finalmente, são apresentadas recomendações para o projeto e execução dos sistemas sem vigas.

ABSTRACT

Although the flat plates' structural systems — plates of reinforced or prestressed concrete supported directly by columns without capitals — show several advantages when compared to conventional systems with slabs, beams and columns, they are not well-known in the technical world, the reason being the lack of information about them. In an attempt to diminish this lack, this work brings together the aspects considered essential both to the project and to the construction of the mentioned structural systems.

Especially, this work deals with the following subjects: a) flexure — methods of calculation and a comparison between them; b) punching — methods of verification and their comparison to the experimental results available; c) deflections — methods of evaluation and comparison between them within the recommended limits; d) effects of lateral loads. It is also made a comparative analysis of the costs between flat plates' systems and the conventional ones for some representative situations. To conclude, this work provides recommendations for the project and execution of the flat plates' systems.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 — INTRODUÇÃO

| | |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. Preliminares..... | 1 |
| 1.2. Finalidades e apresentação do trabalho | 2 |
| 1.3. Panorama geral | 4 |
| 1.4. Requisitos esperados de um sistema estrutural..... | 5 |
| 1.4.1. Segurança estrutural..... | 5 |
| 1.4.2. Adaptabilidade às exigências arquitetônicas | 5 |
| 1.4.3. Compatibilidade | 6 |
| 1.4.4. Flexibilidade | 6 |
| 1.4.5. Versatilidade | 6 |
| 1.4.6. Facilidade de execução | 6 |
| 1.4.7. Rapidez de execução | 6 |
| 1.4.8. Equipamentos de construção | 7 |
| 1.4.9. Controle de qualidade..... | 7 |
| 1.4.10. Qualidade da construção | 7 |
| 1.4.11. Manutenção..... | 7 |
| 1.4.12. Durabilidade..... | 7 |
| 1.4.13. Condições de higiene | 8 |
| 1.4.14. Modificações futuras..... | 8 |
| 1.4.15. Custos | 8 |
| 1.5. Os Sistemas estruturais de lajes sem vigas | 8 |
| 1.5.1. Vantagens das lajes sem vigas | 8 |
| 1.5.1.1. Adaptabilidade a diversas formas ambientais..... | 9 |
| 1.5.1.2. Simplificação das fôrmas | 9 |
| 1.5.1.3. Simplificação das armaduras | 10 |
| 1.5.1.4. Simplificação da concretagem | 10 |
| 1.5.1.5. Diminuição de revestimentos..... | 10 |
| 1.5.1.6. Redução da quantidade de cimento | 11 |
| 1.5.1.7. Redução da altura total do edifício..... | 11 |
| 1.5.1.8. Simplificação das instalações | 11 |
| 1.5.1.9. Melhoria das condições de habitabilidade..... | 12 |
| 1.5.1.10. Redução do tempo de execução..... | 12 |
| 1.5.2. Desvantagens das lajes sem vigas | 12 |
| 1.5.2.1. Função das lajes | 12 |
| 1.5.2.2. Deslocamentos transversais das lajes | 12 |
| 1.5.2.3. Instabilidade global do edifício..... | 13 |
| 1.5.3. Indicações para a definição da estrutura | 13 |
| 1.5.3.1. Dimensões dos painéis de lajes..... | 13 |
| 1.5.3.2. Alinhamento dos pilares..... | 13 |
| 1.5.3.3. Continuidade..... | 13 |
| 1.5.4. Aspectos econômicos e outras considerações..... | 14 |
| 1.5.5. Outros tipos de lajes sem vigas | 15 |
| 1.5.5.1. Sistemas de lajes aliviadas sem vigas | 15 |
| 1.5.5.2. Sistemas de lajes protendidas sem vigas | 16 |
| 1.5.5.3. Sistemas pré—moldados de lajes sem vigas | 17 |
| 1.5.5.4. Sistemas de lajes içadas sem vigas — “lift slabs”..... | 18 |

| | |
|--------------------------------------------------------------|----|
| 1.5.5.5. Sistemas de lajes com vigas apenas nas bordas | 20 |
| 1.6. Histórico | 21 |

CAPÍTULO 2 — FLEXÃO NAS LAJES SEM VIGAS

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. Introdução | 28 |
| 2.1.1. Preliminares | 28 |
| 2.1.2. Objetivos | 29 |
| 2.1.3. Panorama | 29 |
| 2.2. Métodos de cálculo analisados | 30 |
| 2.2.1. Método direto | 30 |
| 2.2.1.1. Introdução | 30 |
| 2.2.1.2. Restrições impostas pelo método | 32 |
| 2.2.1.3. Momento total de referência para um vão | 33 |
| 2.2.1.4. Momentos positivo e negativos de referência nas seções | 33 |
| 2.2.1.5. Definição de pilar equivalente e determinação de α_{pe} | 35 |
| 2.2.1.6. Distribuição dos momentos positivo e negativos na faixa dos pilares ... | 38 |
| 2.2.1.7. Distribuição dos momentos positivo e negativos nas faixas centrais | 41 |
| 2.2.1.8. Momentos de referência nos pilares | 41 |
| 2.2.1.9. Indicações para carga acidental alternada | 42 |
| 2.2.1.10. Simplificações introduzidas pelo ACI 318—83 | 43 |
| 2.2.2. Método dos pórticos equivalentes | 45 |
| 2.2.2.1. Introdução | 45 |
| 2.2.2.2. Considerações sobre os pórticos equivalentes | 46 |
| 2.2.2.3. Carregamento | 50 |
| 2.2.2.4. Momentos de referência | 51 |
| 2.2.3. Recomendações da NBR 6118/80 | 51 |
| 2.2.4. Analogia de grelhas | 52 |
| 2.2.4.1. Definição da malha | 53 |
| 2.2.4.2. Propriedades geométricas das barras | 55 |
| 2.2.5. Método dos elementos finitos | 56 |
| 2.3. Pavimentos analisados | 57 |
| 2.4. Ações e características mecânicas do concreto | 63 |
| 2.4.1. Ações | 63 |
| 2.4.1.1. Cargas permanentes | 64 |
| 2.4.1.2. Cargas acidentais | 64 |
| 2.4.1.3. Carga total | 64 |
| 2.4.2. Características mecânicas do concreto | 65 |
| 2.5. Comparações, análises, conclusões | 66 |
| 2.5.1. Comparação do método analogia de grelhas com a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas | 66 |
| 2.5.2. Comparação entre analogia de grelhas e elementos finitos | 68 |
| 2.5.2.1. Apresentação dos resultados | 68 |
| 2.5.2.2. Análise e conclusões | 72 |
| 2.5.3. Comparação entre os métodos direto, pórticos equivalentes e grelhas | 73 |
| 2.5.3.1. Apresentação dos resultados | 73 |
| 2.5.3.2. Análise dos resultados | 79 |
| 2.5.3.3. Conclusões | 80 |
| 2.5.4. Efeitos das vigas de bordas e dos balanços | 81 |
| 2.5.4.1. Apresentação dos resultados | 81 |
| 2.5.4.2. Análise e conclusões | 84 |

CAPÍTULO 3 — PUNÇÃO NAS LAJES SEM VIGAS

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1. Introdução | 86 |
| 3.2. Parametros que interferem na punção | 88 |
| 3.2.1. Resistência do concreto | 88 |
| 3.2.2. Altura útil e relação c/d | 90 |
| 3.2.3. Relação entre o lado maior (c_1) e o lado menor (c_2) de pilares retangulares | 90 |
| 3.2.4. Armadura de flexão | 91 |
| 3.2.5. Relação momento fletor/força cortante (M/V) | 92 |
| 3.2.6. Velocidade do carregamento | 92 |
| 3.2.7. Aberturas na laje | 92 |
| 3.2.8. Armadura de cisalhamento | 92 |
| 3.3. Retrospectiva | 93 |
| 3.4. Métodos de análise da resistência à punção | 97 |
| 3.4.1. Introdução | 97 |
| 3.4.2. Principais métodos de análise | 100 |
| 3.4.2.1. Método de Elstner e Hognestad | 100 |
| 3.4.2.2. Método de Moe | 102 |
| 3.4.2.3. Método de Langendonck para lajes com armadura de punção | 102 |
| 3.4.2.4. Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander | 103 |
| 3.4.2.5. Método de Rankin e Long | 104 |
| 3.4.2.6. Recomendações do código modelo CEB—FIP 78 | 106 |
| 3.4.2.7. Recomendações da NBR 6118/80 | 106 |
| 3.4.2.8. Prescrições do ACI 318—83 | 106 |
| 3.5. Contribuição de armadura de cisalhamento | 106 |
| 3.5.1. Preliminares | 106 |
| 3.5.2. Tipos de armaduras de cisalhamento | 107 |
| 3.5.2.1. Barras dobradas e estribos | 108 |
| 3.5.2.2. Armaduras constituídas de perfis metálicos (“shearheads”) | 111 |
| 3.5.2.3. Armaduras especiais | 112 |
| 3.6. Comparações e conclusões | 116 |
| 3.6.1. Preliminares | 116 |
| 3.6.2. Métodos analisados | 116 |
| 3.6.3. Experimentação da EESC—USP | 117 |
| 3.6.3.1. Os Modelos de canto | 117 |
| 3.6.3.2. Os Modelos de borda | 118 |
| 3.6.4. Resultados | 120 |
| 3.6.5. Conclusões | 123 |
| 3.6.6. Reações dos pilares nas lajes dos pavimentos estudados | 125 |
| 3.6.6.1. Efeitos das vigas de borda e dos balanços | 125 |
| 3.6.6.2. Armadura de punção nos pavimentos | 126 |

CAPÍTULO 4 — DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS DAS LAJES SEM VIGAS

| | |
|--------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1. Introdução | 128 |
| 4.2. Problemas decorrentes de deslocamentos excessivos | 129 |
| 4.3. Fatores que têm influência nos deslocamentos | 130 |
| 4.3.1. Fatores devidos aos materiais | 131 |
| 4.3.1.1. Fissuração do concreto | 131 |
| 4.3.1.2. Retração do concreto | 131 |
| 4.3.1.3. Deformação lenta | 131 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.1.4. Resistência e módulo de deformação do concreto | 132 |
| 4.3.2. Fatores devidos ao projeto e dimensões dos elementos | 133 |
| 4.3.3. Fatores devidos à etapa de construção | 134 |
| 4.4. Deslocamentos transversais imediatos — fase de construção | 135 |
| 4.5. Deslocamentos transversais finais | 139 |
| 4.6. Métodos de cálculo | 141 |
| 4.6.1. Considerações iniciais | 141 |
| 4.6.2. Controle dos deslocamentos segundo o ACI 318-83 | 142 |
| 4.6.2.1. Bordas livres | 143 |
| 4.6.2.2. Espessuras mínimas reduzidas | 143 |
| 4.6.2.3. Deslocamentos de longo tempo | 143 |
| 4.6.3. Método do código modelo CEB-FIP 1990 — Versão inicial de 1988 | 144 |
| 4.6.3.1. Estimativa dos deslocamentos | 144 |
| 4.6.3.2. Estimativa da relação l/d | 145 |
| 4.6.3.3. Casos onde o cálculo dos deslocamentos pode ser omitido | 146 |
| 4.6.4. Método proposto por Rangan | 147 |
| 4.6.5. Cálculo dos deslocamentos pelo método dos pórticos equivalentes | 151 |
| 4.6.5.1. Fundamentos do método | 151 |
| 4.6.5.2. Deslocamento no meio do vão de um painel engastado nos extremos | 152 |
| 4.6.5.3. Deslocamento no meio do vão de um painel devido à rotação dos apoios | 156 |
| 4.6.5.4. Deslocamento total no meio do vão | 156 |
| 4.6.5.5. Deslocamento no centro de um painel | 156 |
| 4.6.5.6. Efeito da fissuração | 157 |
| 4.6.5.7. Deslocamentos de longo tempo | 158 |
| 4.6.6. Analogia de grelhas e elementos finitos | 158 |
| 4.7. Cálculo de deslocamentos e comparações | 158 |
| 4.7.1. Objetivos | 158 |
| 4.7.2. Informações adicionais sobre os métodos analisados | 159 |
| 4.7.2.1. Analogia de grelhas | 160 |
| 4.7.2.2. Método dos elementos finitos | 160 |
| 4.7.2.3. Método de Rangan | 161 |
| 4.7.2.4. Método dos pórticos equivalentes | 161 |
| 4.7.3. Comparações e conclusões | 162 |
| 4.7.3.1. Comparação entre a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas, elementos finitos e analogia de grelhas | 163 |
| 4.7.3.2. Comparação entre os métodos dos elementos finitos e analogia de grelhas | 163 |
| 4.7.3.3. Deslocamentos transversais limites de acordo com a NBR 6118/80 | 167 |
| 4.7.3.4. Comparação entre analogia de grelhas, Rangan e pórticos equivalentes | 168 |
| 4.7.3.5. Conclusões | 173 |

CAPÍTULO 5 — AÇÕES LATERAIS NOS EDIFÍCIOS SEM VIGAS

| | |
|----------------------------------------------------------------|-----|
| 5.1. Considerações gerais | 176 |
| 5.2. Edifícios em regiões sujeitas a abalos sísmicos | 180 |
| 5.3. Fatores interferentes | 184 |
| 5.3.1. Tipo de carregamento e taxa de armadura de flexão | 184 |
| 5.3.2. Fissuração do concreto | 185 |
| 5.3.3. Resistência do concreto | 185 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 5.3.4. Quantidade de armadura transversal | 185 |
| 5.3.5. Forma dos painéis | 186 |
| 5.3.6. Rigidez à flexão da laje | 186 |
| 5.3.7. Vigas de borda | 186 |
| 5.4. Método dos pórticos equivalentes para ações laterais | 187 |
| 5.4.1. Largura efetiva da laje | 188 |
| 5.4.2. Elemento de torção transversal | 190 |
| 5.5. Recomendações do ACI 318-83 | 192 |

CAPÍTULO 6 — COMPARAÇÃO DE CUSTOS ENTRE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES SEM VIGAS E SISTEMAS CONVENCIONAIS, DE CONCRETO ARMADO

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.1. Introdução | 194 |
| 6.1.1. Preliminares | 194 |
| 6.1.2. Objetivos | 195 |
| 6.2. Definição dos sistemas convencionais para o estudo | 195 |
| 6.2.1. Dimensões dos painéis | 196 |
| 6.2.2. Seções transversais das vigas | 196 |
| 6.2.3. Carregamento | 196 |
| 6.2.4. Relação dos pavimentos convencionais analisados | 197 |
| 6.3. Dimensionamento dos pisos | 197 |
| 6.4. Quantidade de materiais | 200 |
| 6.5. Levantamento dos custos | 203 |
| 6.5.1. Premissas gerais | 203 |
| 6.5.2. Fontes de referência de custos e índices | 204 |
| 6.5.3. Custo do concreto | 204 |
| 6.5.4. Custo das fôrmas | 205 |
| 6.5.5. Custo de armaduras | 205 |
| 6.5.6. Custos finais | 206 |
| 6.6. Comparação entre os custos | 209 |
| 6.6.1. Custos considerando as fôrmas utilizadas três vezes | 209 |
| 6.6.1.1. Análise dos resultados | 209 |
| 6.6.1.2. Conclusões | 211 |
| 6.6.2. Custos considerando as fôrmas utilizadas dez vezes — análises e conclusões | 212 |
| 6.6.3. Apreciações finais | 213 |

CAPÍTULO 7 — RECOMENDAÇÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

| | |
|-------------------------------------------------------|-----|
| 7.1. Introdução | 215 |
| 7.2. Recomendações de projeto | 215 |
| 7.2.1. Definição da estrutura | 215 |
| 7.2.2. Métodos de cálculo | 216 |
| 7.2.3. Espessura das lajes | 217 |
| 7.2.4. Limitação dos deslocamentos transversais | 218 |
| 7.2.5. Aberturas nas lajes | 219 |
| 7.2.6. Detalhamento das armaduras | 221 |
| 7.2.6.1. Armadura de flexão | 221 |
| 7.2.6.2. Armadura de cisalhamento | 223 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------|---------|
| 7.3. Recomendações construtivas | 227 |
| 7.3.1. Execução das canalizações | 227 |
| 7.3.2. Execução das fôrmas, escoramentos e desformas | 227 |
| 7.3.2.1. Fôrmas | 227 |
| 7.3.2.2. Escoramento | 227 |
| 7.3.2.3. Desformas | 228 |
| 7.3.3. Execução das armaduras | 229 |
| 7.3.4. Execução da concretagem | 229 |
| 7.3.5. Juntas de concretagem | 229 |
| 7.4. Considerações Finais | 230 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 233 |
| ANEXO 1 — Verificação à punção — Código Modelo CEB—FIP de 1978 | 246 |
| ANEXO 2 — Verificação à punção — NBR 6118/80 | 253 |
| ANEXO 3 — Verificação à punção — ACI 318—83 | 256 |

NOTAÇÃO

Como as informações foram obtidas de fontes de várias épocas e de diversos países, não foi possível uniformizar a notação. Os termos empregados serão definidos à medida que forem surgindo no texto.

SIGLAS

As várias siglas, que são empregadas no decorrer do trabalho, têm os seguintes significados:

ACI — American Concrete Institute

ASCE — American Society of Civil Engineers

CEB — Comité Euro—International du Béton

EESC — Escola de Engenharia de São Carlos

FIP — Federation Internationale de la Precontrainte

NBR — Norma Brasileira

USP — Universidade de São Paulo

SISTEMA DE UNIDADES

O sistema de unidades utilizado é o Sistema Internacional, salvo quando no texto se especificar o contrário.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Preliminares

As placas — folhas planas sujeitas principalmente a ações fora do seu plano médio — quando de concreto armado ou protendido são chamadas de lajes e podem ser armadas em uma ou mais direções, e são classificadas aqui em duas categorias: as lajes com vigas e as sem vigas.

No decorrer deste trabalho os sistemas estruturais usuais de lajes, vigas e pilares serão chamados de convencionais, distinguindo-os assim dos sistemas de lajes e pilares mas sem vigas. Também a expressão “sistema estrutural” para designar um conjunto de elementos estruturais será daqui em diante empregada, embora na verdade a estrutura seja um dos sub—sistemas que compõem um edifício.

As lajes sem vigas apoiam-se diretamente sobre pilares, estando a eles rigidamente ligadas. Os pilares podem ou não ter um engrossamento de sua seção transversal próximo da ligação com a laje, que é chamado de capitel (fig. 1.1) e serve de união entre a laje e o pilar; tem como finalidade principal diminuir as tensões de cisalhamento nessa região, evitando o puncionamento da laje pelo pilar. Também as lajes podem ter sua espessura aumentada na região da ligação, com a mesma finalidade do capitel. Nos Estados Unidos da América, onde esse tipo estrutural é mais empregado e de onde se originam a maioria das referências bibliográficas usadas no trabalho, esse aumento de espessura das lajes é denominado de “drop panel” (fig. 1.1), e os sistemas com capitéis ou “drop panels” (fig. 1.2) são chamados de “flat slabs”, os sem capitéis e sem “drop panels” (fig. 1.3) de “flat plates” e os convencionais (fig. 1.4) de “two—way slabs” [SOZEN e SIESS (1963)¹, ROSENTHAL (1959), etc.]. No Brasil é usual empregar-se o termo laje—cogumelo para designar qualquer sistema de laje sem vigas, embora neste trabalho se faça distinção entre as que têm capitéis ou “drop

¹ Autor e data identificam as referências bibliográficas, ordenadas alfabética e cronologicamente no final do trabalho.

panels" ou ambos (lajes – cogumelo) e os que não os têm (lajes sem vigas).

Geralmente procura-se evitar os capitéis e os "drop panels", de modo a se obter tetos lisos e, como consequência, simplificação das formas. Os sistemas estruturais de lajes sem vigas apresentam uma série de vantagens e desvantagens em relação aos convencionais, conforme se verá ainda neste capítulo.

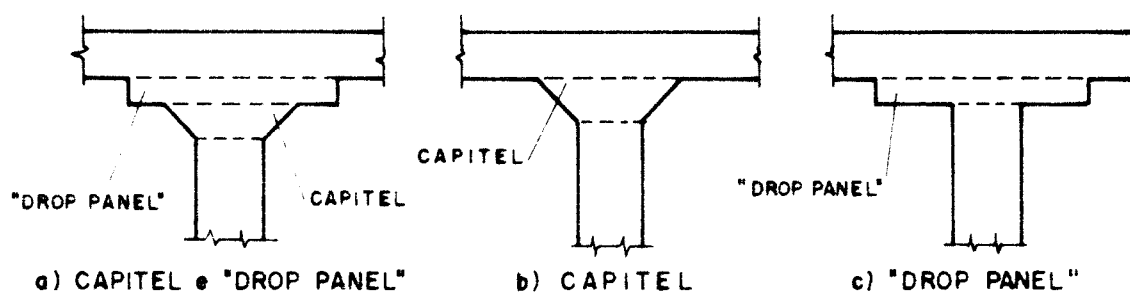


FIGURA 1.1. Capitéis e "drop panels"

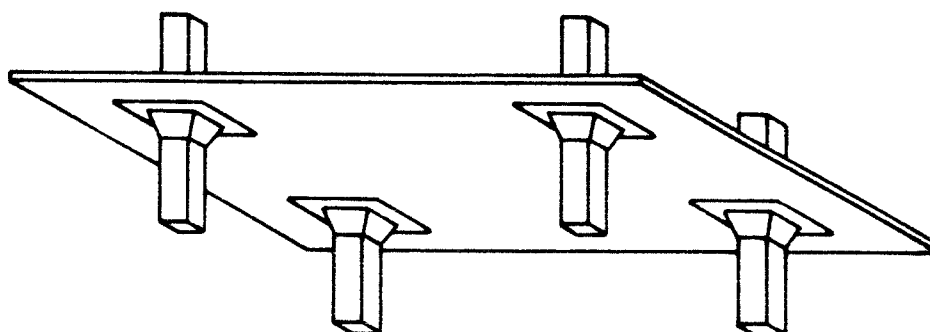
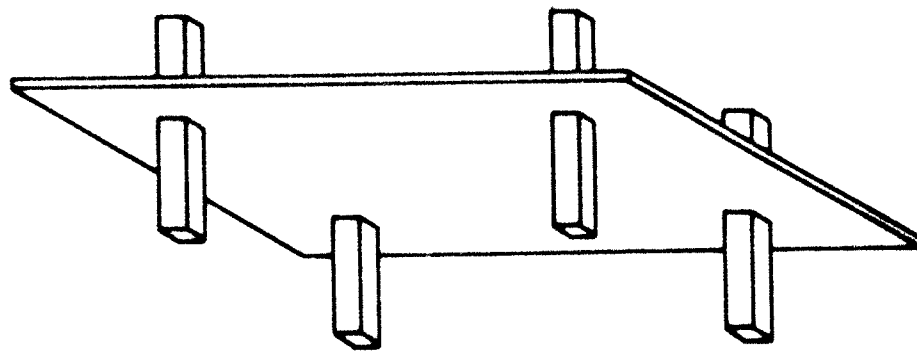


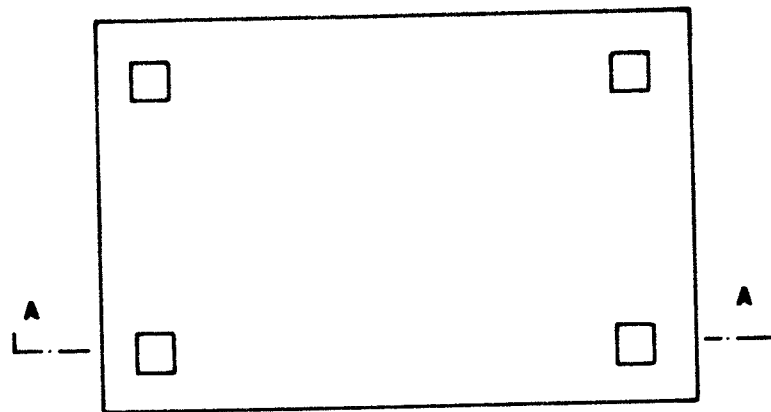
FIGURA 1.2. Laje – cogumelo (flat slab)

1.2. Finalidades e apresentação do trabalho

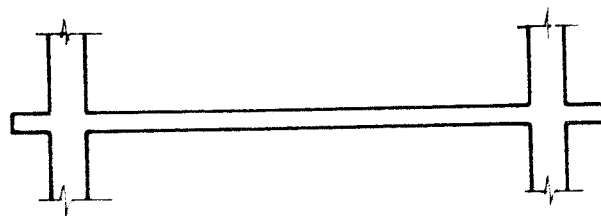
No Brasil os edifícios com sistema estrutural de lajes sem vigas não são muito utilizados, sendo poucos os projetistas que os adotam sistematicamente. O ainda pequeno emprego do sistema ocorre fundamentalmente em função das incertezas que se tem sobre suas reais vantagens em relação aos convencionais, principalmente quanto ao tempo de execução e custos finais.



a) VISTA EM PERSPECTIVA



b) PLANTA



c) CORTE A-A

FIGURA 1.3. Laje sem vigas (flat plate)

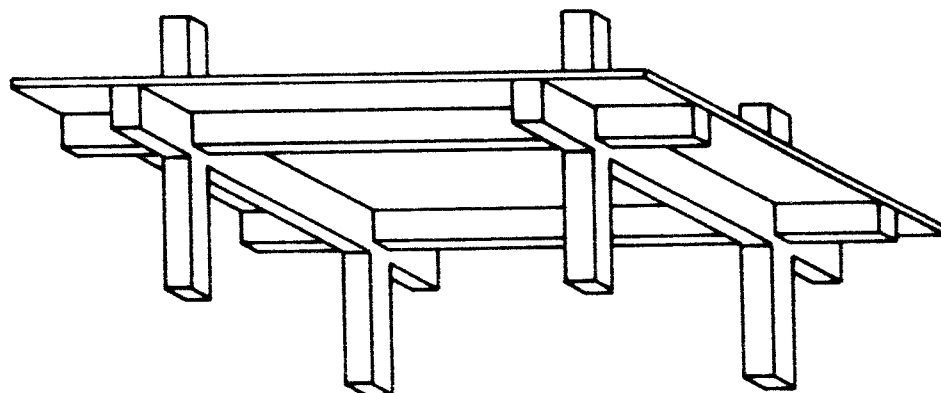


FIGURA 1.4. Laje convencional (two-way slab)

Em vista dessa constatação é que surgiu a proposta de realização deste trabalho, cuja intenção primeira é tornar mais conhecidos os sistemas estruturais de lajes sem vigas de concreto armado. Não foi objetivo desenvolver novas técnicas ou métodos de cálculo, mas apresentar o sistema como possível de ser normalmente utilizado e que pode ser calculado e executado com processos e técnicas de domínio comum entre os engenheiros, do mesmo modo que aqueles de lajes com vigas.

1.3. Panorama geral

Na sequência deste primeiro capítulo são apresentados os principais requisitos de um sistema estrutural, as vantagens e desvantagens dos sistemas de lajes sem vigas, outras possibilidades estruturais dessas lajes e um histórico do seu desenvolvimento.

São vários os métodos de cálculo à flexão existentes para as lajes sem vigas, e no segundo capítulo são fornecidas as características principais de alguns deles e feita uma comparação entre os mesmos.

O capítulo três é dedicado ao estudo de um dos principais problemas das lajes sem vigas, que é a punção da laje pelo pilar; ali é apresentado o problema, os parâmetros que interferem, os trabalhos mais significativos a respeito, os métodos de verificação mais usuais e os tipos de armaduras utilizadas para combater a punção. Completando o capítulo é feita uma breve comparação entre resultados teóricos e experimentais da resistência à punção e são determinadas, por um dos métodos, as quantidades de armadura de punção para algumas situações.

Outro aspecto importante desse sistema estrutural, considerado no capítulo quatro, é o que diz respeito aos deslocamentos transversais das lajes. No quinto capítulo se aborda o efeito das ações laterais nos edifícios sem vigas, e no capítulo seis são tratados os aspectos econômicos, onde os custos (materiais e mão-de-obra) das lajes sem vigas são comparados aos custos dos sistemas convencionais. Algumas recomendações adicionais e as considerações finais estão no sétimo capítulo.

Em seguida estão as referências bibliográficas, nem todas consultadas diretamente, mas relata-se o que delas se diz em outras fontes. Finalmente, em anexo, são apresentadas as recomendações para verificação da resistência à punção dadas pelo

CEB--FIP 78 (1978)², pela NBR 6118/80 (1980) e pelo ACI 318--83 [ACI COMMITTEE 318 (1983)] e sua revisão de 1986 [ACI COMMITTEE 318 (1986)].

1.4. *Requisitos esperados de um sistema estrutural*

A finalidade principal de uma estrutura é resistir às ações a ela aplicadas, de modo que seja possível executar uma obra de engenharia que cumpra com as finalidades que dela se requer. Entretanto, não basta a uma estrutura resistir satisfatoriamente a uma série de ações para que seja considerada boa; é preciso que o faça de uma maneira racional, com bom aproveitamento das características dos materiais e que atenda adequadamente às necessidades arquitetônicas e funcionais da edificação com custo aceitável, sem prejuízo das condições de segurança exigidas. Assim, considerando as especificidades de cada situação, espera-se que um sistema estrutural atenda, no todo ou em parte, aos requisitos que se seguem [TAKEYA et alii (1985)].

1.4.1. *Segurança estrutural*

Deve satisfazer a requisitos imprescindíveis de segurança, tanto os que dizem respeito ao estado limite último quanto aos relativos aos estados limites de utilização. Atendidos, esses limites asseguram uma utilização satisfatória do edifício, dentro das necessidades de uso para os quais ele foi projetado.

Para isso é recomendável que o projeto da estrutura, que deve ser obedecido na fase de construção, esteja de acordo com as normas brasileiras relativas ao assunto e com outras recomendações internacionais, quando for necessário.

1.4.2. *Adaptabilidade às exigências arquitetônicas*

É desejável que se adapte, dentro das possibilidades do material a ser empregado, às exigências arquitetônicas de vãos, pés-direito, fachadas, aberturas, disposição do espaço interno, conforto ambiental, etc.

²As normas serão também identificadas apenas por suas siglas, como por exemplo: CEB -- FIP 78, NBR 6118/80, ACI 318 -- 83, etc.

1.4.3. *Compatibilidade*

Em situações onde haja a necessidade do uso de dois ou mais sistemas estruturais concomitantemente (por exemplo, estrutura de concreto combinada com estrutura metálica), espera-se que o sistema estrutural principal permita essa compatibilidade. Também deve haver compatibilidade do sistema estrutural com todas as demais partes de uma edificação: vedações e aberturas, instalações, revestimentos, coberturas e outros.

1.4.4. *Flexibilidade*

É desejável que o sistema possibilite a utilização de soluções padronizadas e racionalizadas permitindo, sempre que necessário, a repetitividade da estrutura, mesmo com implantação em diferentes terrenos de diferentes topografias.

1.4.5. *Versatilidade*

Em caso de edificações de caráter provisório ou transitório, é desejável que se crie um sistema estrutural que possibilite o seu reaproveitamento total ou parcial em outro ou no mesmo local, com a mesma ou outra finalidade; neste caso devem ser empregados materiais e processos construtivos adequados, tais como estruturas metálicas ou estruturas compostas de elementos pré-moldados de concreto armado ou protendido ou de argamassa armada.

1.4.6. *Facilidade de execução*

No caso de edificações comuns, espera-se que a estrutura seja de fácil execução e não necessite de técnicas avançadas de construção, podendo ser erguida em qualquer região do país, com as técnicas, materiais e componentes existentes no próprio local de implantação.

1.4.7. *Rapidez de execução*

O sistema deve possibilitar, sempre que necessário, execução rápida da edificação, sem que haja perda das condições de segurança e da qualidade construtiva.

1.4.8. Equipamentos de construção

Preferencialmente, a construção da estrutura não deve necessitar de equipamentos muito pesados e sofisticados, que geralmente são caros e de difícil locomoção até a obra, principalmente quando em centros urbanos ou em locais distantes; também na própria obra, em canteiros pequenos ou de topografia acidentada, a localização e movimentação desses equipamentos normalmente é bastante difícil, quando não impossível.

1.4.9. Controle de qualidade

O sistema estrutural deve possibilitar eficiente controle de qualidade dos materiais e da própria estrutura, pelos métodos correntes, sem necessidade de equipamentos sofisticados.

1.4.10. Qualidade da construção

Um sistema estrutural deve propiciar uma construção de boa qualidade, com integração entre a estrutura e as demais partes do edifício, reduzindo ao mínimo a necessidade de perfurações, quebras, remendos, regularizações, recortes e outros. No caso da própria estrutura é conveniente que possibilite um bom acabamento, não apresentando vazios, armaduras aparentes, irregularidades, escorrimentos, sujeiras, ressaltos, etc.

1.4.11. Manutenção

A estrutura deve contribuir para que a manutenção (reparos, pinturas, etc.) dela própria e de toda a edificação seja facilitada e, se possível, reduzida.

1.4.12. Durabilidade

As propriedades mecânicas, físico e químicas dos materiais, assim como a segurança da estrutura, dos elementos e componentes devem ser garantidas durante a vida útil da obra em questão.

1.4.13. *Condições de higiene*

No que depender do sistema estrutural, ele deve possibilitar à edificação boas condições de higiene, dificultando o acúmulo de sujeira e insetos e facilitando a limpeza, ventilação e insolação.

1.4.14. *Modificações futuras*

Ao longo da vida útil de uma edificação é possível que haja necessidade de mudança nas finalidades iniciais para as quais ela foi concebida, o que demandará alterações futuras; pode haver também necessidade de ampliações ou de reformas, por obsolescência ou deterioração da construção primitiva.

Espera-se que um sistema estrutural permita essas modificações de modo mais abrangente possível, sem que haja consequências indesejáveis na estrutura original e incompatibilidade com outras que venham a ser levantadas em função de posteriores expansões. Em qualquer situação, a segurança deve ser preservada.

1.4.15. *Custos*

O custo é um dos aspectos mais importantes a se considerar em uma obra. Se vários sistemas estruturais apresentarem desempenho satisfatório em relação aos requisitos anteriores, será melhor aquele que proporcionar menor custo no confronto com os demais, tanto da própria estrutura quanto contribuindo para a redução dos custos dos outros elementos componentes do edifício, sem perda da qualidade construtiva e da segurança.

1.5. *Os sistemas estruturais de lajes sem vigas*

1.5.1. *Vantagens das lajes sem vigas*

Os sistemas de lajes sem vigas apresentam uma série de vantagens em relação àqueles de lajes, vigas e pilares. Essas vantagens serão discutidas em seguida, à luz dos requisitos analisados no item anterior.

1.5.1.1. *Adaptabilidade a diversas formas ambientais*

Por apresentar tetos lisos o sistema oferece ampla liberdade na definição de espaços internos, e como consequência outras vantagens podem ser relacionadas:

— permitem grande possibilidade de reformas e modificações futuras do espaço interno, pois as divisórias (de alvenaria ou outras) não estão condicionadas à rígida localização das vigas do piso (normais e invertidas) e das do teto;

— racionalização de vedações e aberturas, com uniformização de alturas, eliminando a necessidade de recortes, a coincidência de divisórias com vigas e, conseqüentemente, o espessamento de revestimentos para uniformização de espessuras de paredes e vigas;

— possibilita execução de fachadas com grande liberdade, quando não existem vigas nas bordas exteriores de painéis externos, com participação ou não da estrutura.

1.5.1.2. *Simplificação das fôrmas*

É consequência direta da ausência de vigas, o que permite substancial redução de custo das fôrmas, essencialmente em razão dos seguintes aspectos:

— menor consumo de materiais que os sistemas convencionais, em razão da menor área de fôrma por metro quadrado de piso ou forro;

— as fôrmas apresentam um plano contínuo sem obstáculos, com recortes apenas na ligação com os pilares, o que acarreta menos corte de material e conseqüentemente menor desperdício;

— as espessuras das lajes podem ser uniformizadas se houver uma certa regularidade dos vãos dos painéis, o que também simplifica as fôrmas;

— as fôrmas das lajes sem vigas são montadas e desmontadas com mais facilidade, portanto com pouca danificação, levando a um maior índice de reaproveitamento;

— menor incidência de mão-de-obra na execução;

— permite racionalização e padronização de cimbramentos, devido aos tetos lisos de altura constante.

1.5.1.3. *Simplificação das armaduras*

Também é consequência direta da ausência de vigas, pois são eliminadas todas as armaduras correspondentes, simplificando ou eliminando diversas tarefas; armaduras transversais de combate à punção, quando são necessárias, ocorrem em uma pequena região próxima aos pilares, e normalmente não causam dificuldades sérias de execução. Também em função da ausência de vigas, pode ser bastante interessante o uso de telas soldadas como armadura de flexão, que podem ser facilmente estendidas sobre as fôrmas, sem interferência da armadura das vigas. Cabe ainda destacar que:

— na preparação das armaduras são simplificadas as operações de corte, dobramento, montagem e posicionamento, que correspondem apenas às armaduras das lajes;

— com a redução das operações de cortes e eliminação de estribos, há uma maior racionalização do uso das armaduras, com melhor aproveitamento dos vergalhões e menor desperdício;

— haverá uma maior facilidade de inspeção e conferência.

1.5.1.4. *Simplificação da concretagem*

A concretagem é facilitada por existirem poucos recortes os quais, quando presentes, dificultam o acesso a determinadas regiões, mesmo de vibradores; assim é reduzida a probabilidade de aparecimento de falhas (vazios, ninhos), melhorando o acabamento final.

1.5.1.5. *Diminuição de revestimentos*

Com a simplificação das fôrmas, armaduras e concretagem, é possível obter-se estruturas com ótimo acabamento, dispensando revestimentos. No caso de eles serem necessários, com a ausência das vigas a superfície a ser revestida é diminuída; também as dificuldades para revestir superfícies planas são menores. A redução do consumo de materiais e mão-de-obra é consequência direta.

1.5.1.6. *Redução da quantidade de cimento*

Na concretagem de sistemas convencionais onde haja grande incidência de vigas, pode ser necessário um concreto mais fluido do que no caso de lajes sem vigas; desse modo a relação água-cimento do concreto dessas últimas pode ser menor e, para uma mesma resistência, a quantidade de cimento por metro cúbico de concreto é reduzida.

1.5.1.7. *Redução da altura total do edifício*

Se em uma determinada região houver, por imposição de um código de obras, a limitação da altura de um edifício, as lajes sem vigas possibilitam a diminuição da altura total ou o aumento do número de pavimentos [VASCONCELOS (1988)].

1.5.1.8. *Simplificação das instalações*

O projeto e a execução de instalações são facilitados, pois diminui a quantidade de curvas e elimina a perfuração de vigas, com as seguintes implicações positivas:

- menor quantidade de condutos e fios necessários;
- menor incidência de cortes e emendas e, portanto, menor desperdício de material;
- redução da mão-de-obra;
- melhor qualidade do produto final, diminuindo e simplificando reparos e correções necessários ao início de operação;
- modificações futuras são facilitadas, assim como a manutenção;
- racionalização das tarefas, permitindo também o emprego de "kits" hidráulicos e elétricos;
- possibilidade de perfuração da laje para passagem de tubulação, bem como a presença de dutos em seu interior, devido à maior capacidade de redistribuição de esforços, desde que com conhecimento do projetista.

1.5.1.9. *Melhoria das condições de habitabilidade*

Neste aspecto o sistema estrutural de lajes sem vigas também apresenta certas vantagens em relação aos demais, pois a ausência de vigas facilita a insolação e ventilação dos ambientes, diminuindo a umidade e tornando os ambientes mais saudáveis, o que é desejável tanto no caso de depósitos como no caso de habitações. Por outro lado, nos tetos lisos e planos diminuem as regiões recortadas que são propícias ao acúmulo de poeira e insetos, melhorando a higiene, facilitando e reduzindo as operações de limpeza e manutenção.

1.5.1.10. *Redução do tempo de execução*

Em função das simplificações das tarefas de execução de fôrmas, armaduras, concretagem e instalações, há uma considerável redução no tempo de construção da estrutura e do edifício.

1.5.2. *Desvantagens das lajes sem vigas*

Embora seja grande o rol das vantagens desse sistema, existem também algumas desvantagens que devem ser analisadas, pois são importantes e podem mesmo inviabilizar o uso das lajes sem vigas em certas situações.

1.5.2.1. *Punção das lajes*

É um dos principais problemas das lajes sem vigas, e pode ser solucionado adequando a espessura das lajes e dimensões dos pilares, ou usando armadura específica, ou ambos, conforme se poderá ver no capítulo 3.

1.5.2.2. *Deslocamentos transversais das lajes*

Para uma mesma rigidez e um mesmo vão, o deslocamento central das lajes sem vigas é maior do que aquele nas lajes sobre vigas; no caso de painéis externos há ainda o deslocamento no centro do vão das bordas exteriores das lajes, que aqui também é maior. Desse assunto trata o quarto capítulo.

1.5.2.3. *Instabilidade global do edifício*

No caso de edifícios altos, a ausência de vigas diminui a estabilidade global devido às ações horizontais; nesse caso deve-se vincular as lajes em paredes estruturais ou em núcleos rígidos, como poços de elevador ou escadas; o tema é abordado no quinto capítulo.

1.5.3. *Indicações para a definição da estrutura*

1.5.3.1. *Dimensões dos painéis de lajes*

As lajes de concreto armado sem vigas com vãos da ordem de 6m, ou com grande diferença entre os tamanhos dos vãos maior e menor (o maior deve ser no máximo o dobro do menor — fig. 1.5) podem tornar-se anti-econômicas, como se mostra no capítulo 6 para o primeiro caso.

1.5.3.2. *Alinhamento dos pilares*

Neste sistema é conveniente que os pilares estejam alinhados o mais possível, de modo a formarem uma malha ortogonal, pois isto permite executar cálculos aproximados e proporciona uma distribuição mais uniforme de esforços; para aplicação do método direto de cálculo à flexão, constante do capítulo 2 deste trabalho, o ACI 318—83 permite no máximo deslocamentos de 10% na direção do vão, em relação à linha de pilares (fig. 1.5).

1.5.3.3. *Continuidade*

É recomendável haver uma sequência de painéis para uma melhor distribuição de esforços, e para uso do método direto as recomendações do ACI 318—83 determinam no mínimo três em cada direção, sendo que os comprimentos dos sucessivos vãos não podem diferir em mais que 1/3 do maior (fig. 1.5).

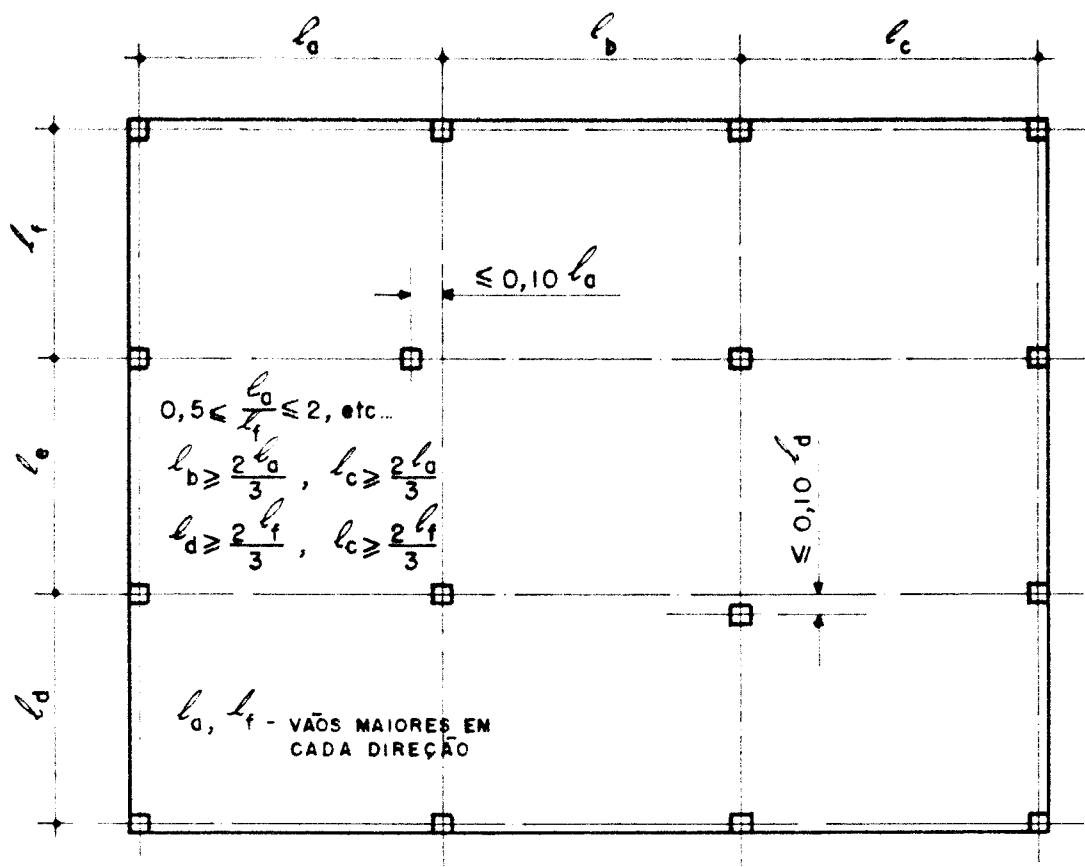


FIGURA 1.5. Condições favoráveis para utilização de lajes sem vigas

1.5.4. Aspectos econômicos e outras considerações

À vista do exposto nos itens anteriores, o sistema estrutural de lajes sem vigas melhora as condições de execução e utilização de uma edificação, com racionalização das tarefas e economia de materiais e mão-de-obra, o que pode reduzir em muito o custo final da obra e da manutenção posterior. Essa redução de custos ocorre em duas frentes: uma é o custo da própria estrutura que, adequadamente projetada pode em algumas situações ser menor que o de outros sistemas estruturais, e a outra são os custos das demais partes, que certamente são menores ou no máximo iguais.

Entre os vários fatores que favorecem o uso das lajes sem vigas, alguns estão ligados diretamente ao custo final da edificação, enquanto outros nele não interferem, tais como qualidade do acabamento, facilidade de reformas, simplificação dos ser-

viços de limpeza e manutenção, melhoria das condições de habitabilidade e aspecto estético. Com as lajes sem vigas é possível atender a quase todos os requisitos do item 1.4 e isso, para a maioria deles, fica direta ou indiretamente evidente na análise dos itens 1.5.1 e 1.5.2; abaixo estão aqueles em que essa evidência não ficou clara.

— Segurança estrutural: atende satisfatoriamente como os demais sistemas, desde que esteja de acordo com as exigências das normas brasileiras e de outras recomendações internacionais.

— Compatibilidade: apresenta grande compatibilidade com outros sistemas estruturais e com todos os demais elementos que fazem parte de um edifício.

— Equipamentos: não exige equipamentos especiais desde que não haja elementos pré-moldados.

— Durabilidade: desde que adequadamente projetadas e executadas, apresentam a mesma dos sistemas com vigas.

1.5.5. *Outros tipos de lajes sem vigas*

Além dos sistemas de lajes sem vigas de concreto armado moldados no local, outras soluções, que serão aqui sucintamente apresentadas, também podem ser empregadas com vantagens, conforme a necessidade.

1.5.5.1. *Sistemas de lajes aliviadas sem vigas*

As lajes sem vigas podem ser aliviadas — tipo nervuradas ou com vazios internos (fig. 1.6) — de modo que o peso próprio seja diminuído assim como o consumo de concreto, aliviando os pilares e fundações e tornando-as mais econômicas.

As zonas aliviadas não devem incluir a região dos apoios, pois aí há uma grande concentração de esforços, principalmente os de cisalhamento. Alguns detalhes e dimensões para esse tipo de laje podem ser encontrados em MONTROYA et alii (1976).

As lajes aliviadas são empregadas principalmente nos casos em que as ações ou vãos exigem lajes de grande espessura, mormente na região dos pilares; com essa

solução o peso pode ser diminuído, aliviando as lajes nas regiões centrais dos painéis.

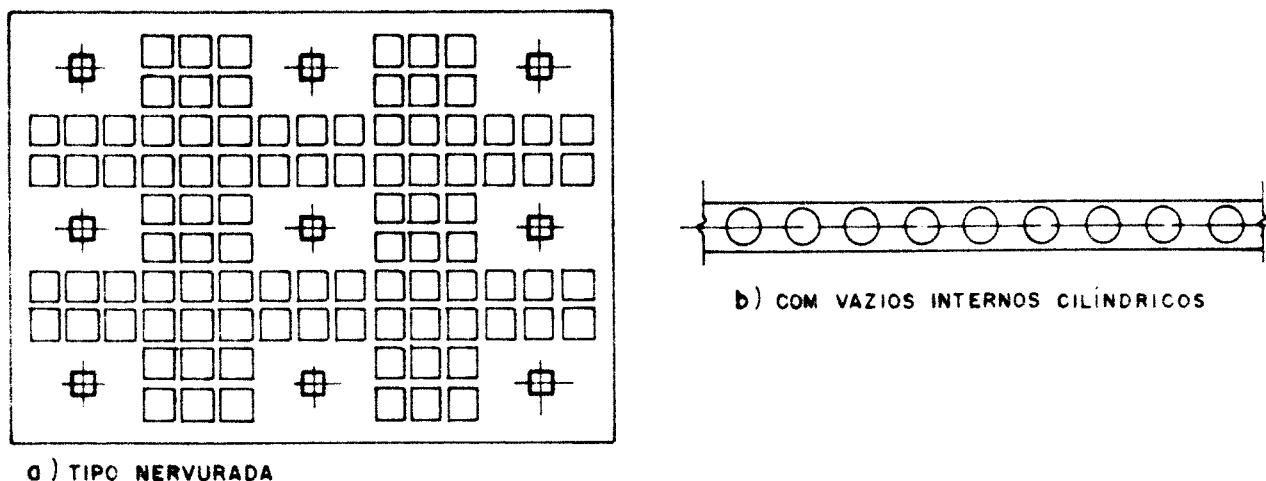


FIGURA 1.6. Lajes aliviadas sem vigas

1.5.5.2. Sistemas de lajes protendidas sem vigas

As lajes protendidas sem vigas têm sido adotadas para várias aplicações estruturais, tais como edifícios de apartamentos, comerciais, industriais, hospitais, "shopping centers", etc.; esses sistemas aliam às vantagens daqueles de concreto armado, duas outras principais:

a) a possibilidade da execução de grandes vãos (maiores que 6 m), criando um espaço interior mais funcional com pouca obstrução pelos pilares, com lajes de espessura menor que as de concreto armado, o que diminui a carga permanente e até a altura total do edifício;

b) os deslocamentos transversais das lajes devidos às ações permanentes podem ser contrabalançados pela curvatura produzida pela protensão, evitando as fissuras e os problemas devidos aos deslocamentos em outros elementos; também por esse motivo as lajes podem ser mais finas.

Em função desses dois fatores as lajes protendidas sem vigas poderão ser ainda mais econômicas que as de concreto armado, principalmente para grandes vãos. Para vãos pequenos essa vantagem pode desaparecer, em razão da técnica mais aprimorada de execução e dos equipamentos que elas exigem.

Algumas indicações quanto aos vãos (l) adequados para determinados tipos de lajes protendidas sem vigas são dadas por VASCONCELOS (1988):

— para $l < 12$ m e $q < 5$ kN/m² (q é a carga acidental) a solução preferível são as lajes totalmente lisas sem vigas, “drop panels” ou capitéis;

— para $l < 12$ m e $q > 5$ kN/m² deve-se prever “drop panels” ou capitéis;

— para $l > 12$ m e $q > 5$ kN/m² a solução viável são as lajes tipo nervuradas.

De forma geral pode-se afirmar que o conhecimento que se tem sobre as lajes protendidas contínuas sem vigas é baseado naquele que se tem dessas lajes em concreto armado [LIN (1963)], e várias das técnicas de projeto das lajes de concreto armado se aplicam às protendidas. Algumas recomendações e indicações iniciais de projeto podem ser vistas no capítulo 7, e com maiores detalhes em NASSER (1959), LIN (1963), NBR 7197/82, ACI 318—83, VASCONCELOS (1988) e ACI—ASCE COMMITTEE 423 (1974, 1989)].

1.5.5.3. *Sistemas pré—moldados de lajes sem vigas*

Os sistemas pré—moldados de lajes sem vigas, com capitéis, são muito usados na União Soviética, principalmente em edifícios de vários pavimentos [MURASHEV et alii (1971)], e normalmente apresentam pilares formando uma malha quadrada com lados da ordem de 6 m. O sistema é executado, basicamente, da seguinte maneira (fig. 1.7):

— inicialmente são executados e posicionados os pilares, ainda sem capitéis;

— em seguida os capitéis, que foram moldados separadamente, são encaixados nas cabeças dos pilares;

— nas bordas dos capitéis, ligando-os, são colocadas faixas de laje (na verdade vigas de baixa altura com larguras iguais aos lados dos capitéis), formando um reticulado;

— finalmente, nessas faixas de laje, cada uma provida de um rebaixo ao longo dos dois lados livres, são encaixadas as partes centrais dos painéis, completando o piso.

Pesquisas realizadas com esse sistema na União Soviética mostraram que eles são satisfatórios, tanto em termos da capacidade de resistir às ações quanto em

termos de rigidez.

As partes centrais dos painéis são executadas com furos ou vazios, para reduzir o peso e o consumo de concreto.

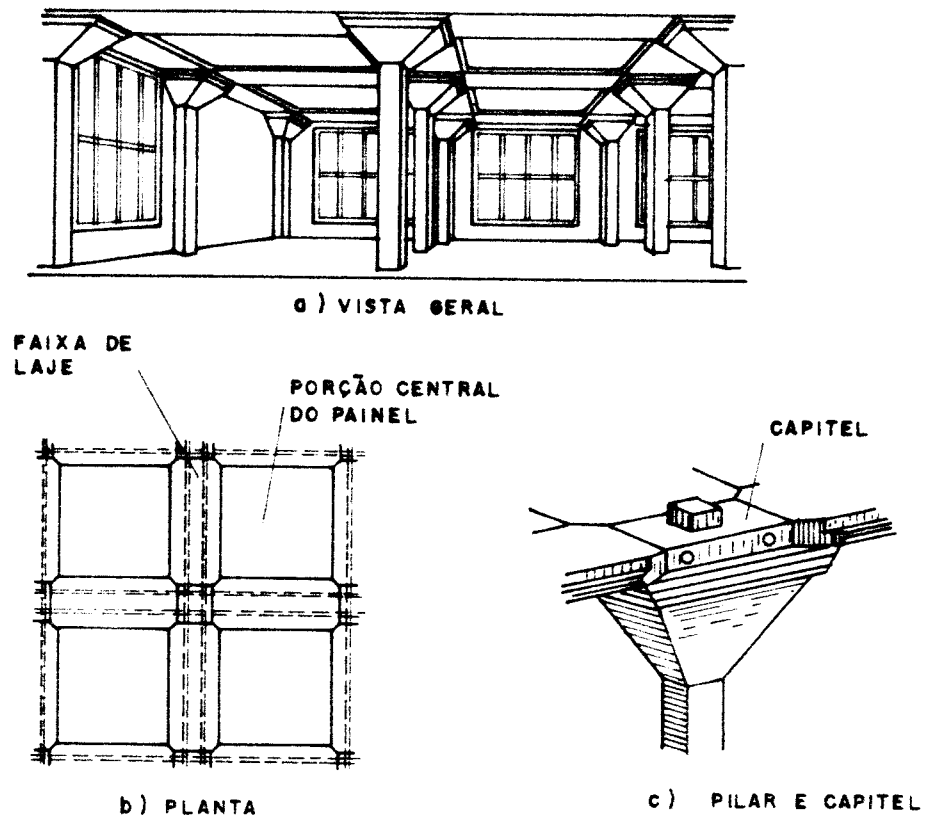


FIGURA 1.7. Sistemas pré-moldados de lajes sem vigas [MURASHEV et alii (1971)]

1.5.5.4. Sistemas de lajes içadas sem vigas — "lift slabs"

As lajes içadas ou "lift slabs" compõem um sistema sem vigas em que as lajes são concretadas ao nível do chão com aberturas nas posições de pilares previamente posicionados, e posteriormente são elevadas ao longo deles até ao ponto desejado (fig. 1.8).

Nas aberturas são concretados colares de aço, com uma pequena folga em relação à seção transversal dos pilares, para permitir a elevação da laje, efetuada

por um sistema hidráulico. Quando as lajes atingem a posição desejada, os colares são soldados aos pilares de modo que as ações nas lajes sejam a eles transferidas e daí às fundações.

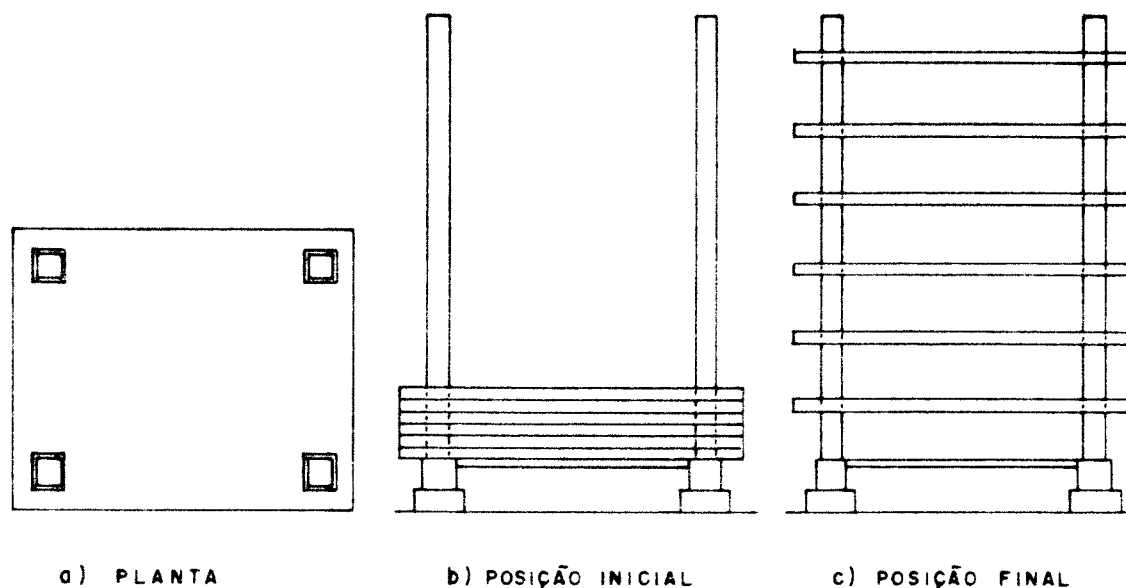


FIGURA 1.8. Lajes içadas — "lift slabs"

As lajes podem ser construídas em concreto armado ou protendido, sendo que estas últimas têm a vantagem de ser mais leves, facilitando o processo de elevação.

Deve-se tomar cuidado com a manutenção do nível da laje durante a elevação, pois existe a possibilidade de movimentos diferenciados, introduzindo esforços não previstos e conseqüente fissuração indesejada. Esse problema é mais grave nas lajes de concreto armado, pois nas protendidas mesmo se essas fissuras existirem, elas diminuirão ou mesmo desaparecerão quando a laje atingir a posição final.

Embora regulamentos como a NBR 6118/80, o Código Modelo CEB—FIP 78 [CEB—FIP (1978)] e o ACI 318—83 não dediquem atenção especial às "lift slabs", os métodos elásticos de análise de lajes sem vigas para ações verticais podem ser a elas aplicados [FERGUSON (1973)]; SCORDELIS e LIN (1959) observam que essas lajes têm se comportado bem nas situações de serviço.

Uma excelente descrição de um dos primeiros edifícios de vários pavimentos executados com "lift slabs" protendidas pode ser vista em MINGES e WILD (1957).

1.5.5.5. Sistemas de lajes com vigas apenas nas bordas

Uma alternativa interessante às lajes totalmente sem vigas é a possibilidade de se colocar vigas apenas nas bordas dos pavimentos (fig. 1.9), e embora isso possa acarretar na perda de algumas das vantagens vistas, em contrapartida melhora o comportamento do sistema em relação aos seguintes pontos:

a) como os pilares externos são mais susceptíveis de sofrerem punção em função do menor perímetro crítico que apresentam, vigas colocadas nas bordas são convenientes pois eliminam esse problema;

b) as bordas externas dos painéis apresentam grandes deslocamentos transversais em função da falta de continuidade, além de que nesses locais eles são mais perceptíveis, o que pode ser contornado com o emprego das vigas de borda;

c) as vigas de borda (não invertidas) também ajudam a evitar a propagação de fogo em caso de incêndios;

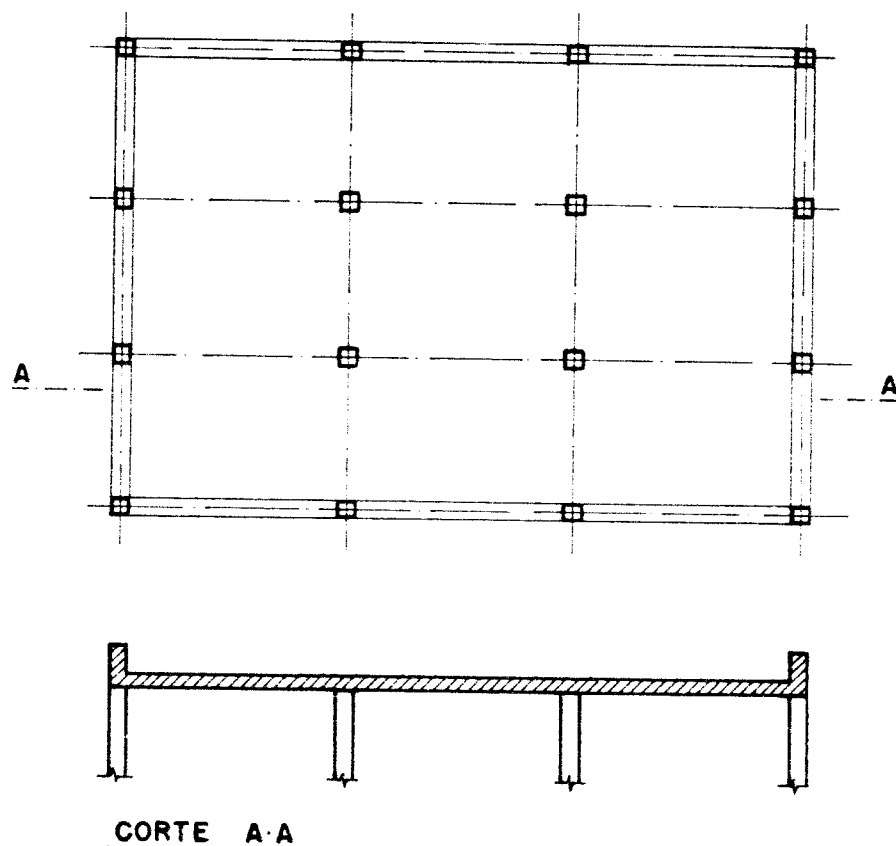


FIGURA 1.9. Sistemas estruturais com vigas, invertidas ou não, apenas nas bordas

d) a instabilidade global do edifício pode ser melhorada em função da maior rigidez que as vigas proporcionam às ações laterais.

1.6. Histórico

Desde que surgiram no início do século nos EUA, as lajes sem vigas, ao mesmo tempo em que têm sido motivo de constantes controvérsias quanto à sua viabilidade técnica e econômica, têm apresentado um constante desenvolvimento em seus métodos de cálculo à flexão e à punção. Os artigos de SOZEN e SIESS (1963), CORLEY e JIRSA (1970) e REGAN (1980) apresentam, principalmente o primeiro deles, um relato detalhado das controvérsias que existiram quando as lajes sem vigas começaram a surgir e a trajetória do desenvolvimento dos métodos de cálculo à flexão; as etapas mais significativas, até aos dias de hoje, estão descritas a seguir.

Durante séculos as construções foram executadas em pedra e madeira, onde os assoalhos recebiam as cargas que eram levadas às vigotas transversais (transversinas), desta às vigas mestras (longarinas) e daí aos pilares. Com o surgimento do concreto armado, as estruturas executadas com o novo material foram consequência natural do que se vinha fazendo até então com pedra e madeira; isso não aconteceu quando surgiram as lajes sem vigas, que tinham concepção radicalmente diferente e eram totalmente novas em relação aos sistemas convencionais da época, e que ainda hoje são os mais empregados.

O surgimento das lajes sem vigas em 1906 pela iniciativa pioneira de C. A. P. Turner com a construção do edifício C. A. Bovey Building em Minneapolis, Minnesota, causou grande polêmica entre os engenheiros, sendo cegamente endossadas por uns e selvagemmente combatidas por outros. Um dos grandes motivos dessa polêmica pode ser entendido pelos resultados apresentados nos trabalhos de McMILLAN (1910) e BRAYTON (1910), que mostraram variações de até 400% na quantidade de armadura requerida por vários métodos de cálculo, para a mesma laje e com o mesmo carregamento.

O método de Turner foi o que apresentou menor quantidade de armadura, sendo a superior calculada para momentos menores que $Ql/50$, onde Q é a carga total em um painel e l é o vão. Em razão da controvérsia, o C. A. Bovey Building foi

submetido a uma prova de carga, apresentando desempenho satisfatório; mesmo assim Turner continuou sendo questionado ainda por algum tempo, e mesmo depois de ter construído mais doze edifícios.

Na União Soviética, em 1908, o engenheiro A. F. Loleyt projetou, calculou e construiu um edifício de quatro pavimentos para depósito de produtos lácteos em Moscou [SHTAERMAN e IVIANSKI (1960)]; nos demais países europeus o primeiro exemplo parece ser devido a Maillart, que em 1910 construiu um edifício de lajes sem vigas em Zurique [REGAN (1980)]. A partir desses exemplos, a semente lançada por Turner frutificou, e até 1913 mais de mil edifícios sem vigas tinham sido erguidos em todo o mundo.

Apesar desse crescimento o questionamento continuava, e as patentes que Turner tinha obtido sobre o sistema foram revogadas em favor de J. L. Drum, o que iniciou um demorado processo e uma implacável disputa entre Turner e aqueles que eram contra o seu invento. Entretanto é inegável o fato de que esses edifícios permaneciam em pé, e mesmo em provas de carga eram aprovados.

Em 1910 LORD (1910) realizou medidas de deformações durante uma prova de carga em um piso do edifício Deere and Webber Building, em Minneapolis, Minnesota, que proporcionaram um maior entendimento sobre o comportamento das lajes sem vigas, mas ainda longe de solucionar de forma concreta o problema. Entre 1911 e 1914 BACH e GRAF (1915) realizaram os primeiros ensaios em laboratório de lajes sem vigas, com vistas ao estudo da resistência à flexão dessas lajes.

O comunicado de 1912 do Comitê Especial de Concreto e Concreto Armado, JOINT COMMITTEE (1913), tinha apenas um parágrafo sobre as lajes sem vigas: "As lajes contínuas sem vigas, armadas em várias direções têm sido extensivamente empregadas, com reconhecidas vantagens em casos especiais, como armazéns, que requerem amplo espaço de piso. Atualmente existe uma considerável diferença de opiniões entre engenheiros a respeito das constantes que devem ser usadas, mas experiência e ensaios estão acumulando dados dos quais se espera que em futuro próximo permitam a formulação de princípios de projeto para esta forma de construção".

Um engenheiro de Boston, NICHOLS (1914), apresentou um trabalho partindo das condições de equilíbrio para um painel de laje retangular simplesmente apoiado, onde criticou o método de Turner e mostrou que a soma dos momentos positivo e negativo deveria ser $Ql/8$ (não indicando as intensidades relativas dos momentos) e não $Ql/50$. No final de seu trabalho Nichols indicou que, para um painel interior com

capitel circular e admitindo que a reação seja distribuída uniformemente em torno do capitel, a equação do momento total deveria ser

$$M_o = \frac{Ql}{8} \left(1 - \frac{2c}{3l}\right)^2 \quad (1.1)$$

onde c é a dimensão do capitel na direção de M_o .

Turner criticou violentamente o artigo "por envolver a mais notável combinação de absurdos, seja do ponto de vista lógico, prático ou teórico". Parece que os fatos estavam do lado de Turner, pois embora ele tenha usado consideravelmente menos aço que o requerido pela análise de Nichols, suas estruturas se comportavam adequadamente, mesmo em provas de carga. Mas estaria errada a teoria de Nichols, quando se baseava apenas nas condições de equilíbrio?

A análise de Nichols estava certa, mas o método de cálculo de Turner não estava errado. O problema estava na determinação da carga, que era apenas uma estimativa e obviamente não importava qual dos dois deveria ser modificado, o valor da carga ou os fatores $1/8$ ou $1/50$.

O "First Joint Committee" adotou a forma da fórmula de Nichols, e no artigo final, publicado em 1917 [JOINT COMMITTEE ON CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE (1917)], o momento foi estipulado em 85% daquele da análise de Nichols.

A proposta de revisão de 1917 [ACI COMMITTEE ON REINFORCED CONCRETE AND BUILDING LAWS (1917)] e a versão de 1920 do código do ACI [ACI COMMITTEE ON REINFORCED CONCRETE AND BUILDING LAWS (1920)] adotaram para o momento total a fórmula empírica

$$M_o = 0,09q l_1 (l - nc)^2 \quad (1.2)$$

onde l é o vão na direção considerada, l_2 o vão na direção perpendicular, q a carga por unidade de área e nc é o dobro da distância do centro do capitel ao centro de gravidade do perímetro de meio capitel. O valor n foi tomado como $2/3$ para capitel redondo e $3/4$ para capitel quadrado.

As primeiras recomendações práticas apareceram no Código do ACI de 1920, o que mostra ter havido um longo período no qual o método de projeto dependia só do julgamento individual do engenheiro. Mesmo após o Código de 1920, as lajes sem vigas continuavam sendo um mistério para boa parte dos profissionais da engenharia, e ainda existiam muitos conflitos a serem resolvidos, principalmente entre os

resultados das provas de carga e as diversas teorias.

Em 1921 surgiu um ótimo trabalho sobre análise e projeto de lajes, publicado por WESTERGAARD e SLATER (1921). O artigo incluía uma minuciosa exposição da teoria elástica das placas, engenhosas projeções das soluções teóricas disponíveis para a resolução de problemas práticos e um claro estudo das implicações dos ensaios até então realizados. Os autores também explicaram as razões para os bons resultados obtidos por estruturas inadequadamente projetadas, em provas de carga: na maioria das vezes a carga foi aplicada em alguns poucos painéis e com valor não muito acima da carga de serviço.

O "Second Joint Committee" [JOINT COMMITTEE ON STANDARD SPECIFICATIONS FOR CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE (1925)] adotou uma versão levemente modificada da equação (1.2), na qual não se reconhecia capitel retangular

$$M_o = 0,09 Q l \left(1 - \frac{2c}{3l}\right)^2 \quad (1.3)$$

e com uma pequena nota de rodapé com letras miúdas, "a soma dos momentos negativo e positivo dada por esta equação é aproximadamente 72% do momento encontrado por análises baseadas nos princípios da mecânica; muitos testes e experiências em estruturas existentes têm mostrado que as recomendações aqui estabelecidas proporcionam adequada resistência".

A equação 1.3 foi mantida no código de 1928, mas sem a nota de rodapé.

O Código de 1956 [ACI COMMITTEE 318 (1956)], no que chamou de método empírico, adotou também a equação 1.3 para o cálculo do momento total, mas introduziu um fator F em razão do receio de que os resultados de antigos testes em lajes-cogumelo, as quais tinham relação c/l da ordem de 0,2, podiam não se aplicar às modernas lajes sem vigas e sem capitéis, que têm relações c/l um pouco menores; a equação passou a ser

$$M_o = 0,09 Q l F \left(1 - \frac{2c}{3l}\right)^2 \quad (1.4)$$

com $F = 1,15 - c/l \geq 1$.

A partir de 1971, no ACI 318-71 [ACI COMMITTEE 318 (1971)], o método empírico passou a ser chamado de método direto, e no ACI 318-83 foi simplificado de modo que a transformação do momento total em momentos positivos e negativos,

para vãos extremos, deixou de ser feita em função das rigidezes à flexão e torção dos elementos presentes na ligação laje, viga (se houver), pilar, e passou a ser feita por meio de coeficientes com valores fixos, apresentados em uma tabela que leva em conta as condições de apoio e a existência ou não de vigas, conforme pode ser visto no capítulo 2. A revisão de 1986 do código de 1983 [ACI COMMITTEE 318 (1986)] não altera em nada o método. Por fornecerem simples coeficientes para determinação dos momentos fletores positivos e negativos, sem levar em consideração os detalhes da estrutura, estes métodos são de aplicação limitada, impondo ao sistema uma série de restrições.

Para superar as restrições do método empírico, os fundamentos de um novo método, que partia de uma análise elástica bidimensional de placas, foram lançados em 1929 e adotado inicialmente no código californiano de 1933. No ACI o método de análise elástica apareceu pela primeira vez no código de 1941 [ACI COMMITTEE 318 (1945)], que o adotou com base em um trabalho de DEWELL e HAMMILL (1938) que, por sua vez, estavam alicerçados no código californiano.

A análise elástica, que apresenta apenas uma tabela para distribuição de momentos e não considera rigidez à torção dos elementos, foi mantida até o ACI 318-63 [ACI COMMITTEE 318 (1963)] e tem duas desvantagens principais: primeiramente não leva em conta a deficiência de continuidade entre a laje e os pilares, e em segundo lugar não oferece possibilidade de aplicação também no caso de lajes apoiadas em vigas ou paredes.

Em vista dessas deficiências, um grande programa de pesquisa foi iniciado em 1956 na Universidade de Illinois e na Associação de Cimento Portland dos Estados Unidos, que produziu uma série de trabalhos, podendo-se destacar os de HATCHER et alii (1961), SOZEN e SIESS (1963), GURALNICK e LA FRAUGH (1963) e HATCHER et alii (1969). Como resultado desse programa as recomendações do ACI foram revisadas, e no Código de 1971 [ACI COMMITTEE 318 (1971)] a análise elástica recebeu o nome de Método dos Pórticos Equivalentes, e unificou o cálculo para todos os sistemas de lajes em duas direções, com ou sem vigas entre os apoios.

Com algumas revisões e pequenas modificações o mesmo procedimento, apresentado no capítulo 2, foi adotado nos códigos de 1977 [ACI COMMITTEE 318 (1977)] e de 1983 (ACI 318-83); a revisão de 1986 do código de 1983 não introduz modificação alguma no método.

A principal alternativa para o Código do ACI é o Código Modelo CEB-FIP de

1978, que não fornece recomendações detalhadas para o cálculo à flexão de lajes sem vigas, mas permite o uso da Teoria das Linhas de Ruptura ("Yield-Line Theory") também chamada de Teoria das Charneiras Plásticas. O primeiro esboço de 1988 do novo Código Modelo CEB-FIP 1990 [CEB-FIP MODEL CODE 1990 — FIRST PREDRAFT 1988 (1988)], recomenda que o campo de momentos e a armadura das lajes sem vigas sejam determinados por análise linear — considera-se materiais não fissurados com comportamento elástico linear; diz que como simplificação, o método dos pórticos equivalentes pode ser utilizado, mas não entra em detalhes sobre sua aplicação.

A Teoria das Linhas de Ruptura — inicialmente desenvolvida de maneira elementar por INGERSLEV (1921), e posteriormente de forma consistente por JOHANSEN (1962) para quaisquer tipos de lajes, tem sido largamente aceita em vários países e é uma alternativa para os casos de lajes não retangulares, para as quais os Códigos do ACI não dão orientação, e para as lajes sem vigas com malha irregular de pilares. Várias facetas do problema das linhas de ruptura têm sido estudadas por vários autores [WOOD (1961), LENSLOW e SOZEN (1967), KINNUNEN (1973), GOLI e GESUND (1982), etc.].

A NBR 6118/80 recomenda o cálculo das lajes sem vigas pela Teoria das Charneiras Plásticas, e quando os pilares estiverem dispostos em malha ortogonal e a espessura da laje não for menor que 12 cm nos casos de coberturas não em balanço e 15 cm nos demais casos, é permitido que se calcule pelo Método dos Pórticos Múltiplos, conforme se apresenta no item 2.2.3.

Os códigos de recomendações não são os únicos meios de informação para os projetistas, e existem outras literaturas sobre as lajes sem vigas, a maioria concernente às análises elásticas. Apesar das deficiências inerentes da aplicação da teoria elástica ao concreto armado, o principal problema é apresentar os resultados de modo que eles possam ter uso direto em projeto. Alguns trabalhos têm procurado fazer isso [PECNOLD (1975), ALLEN e DARVALL (1977), DARVALL e ALLEN (1984), VANDERBILT (1979), VANDERBILT e CORLEY (1983), ELIAS (1983), MOEHLE e DIEBOLD (1985), etc.] modificando o método do Código do ACI mesmo nos casos de ações verticais, e determinando larguras efetivas para casos de análise de pórticos sob ações horizontais.

Em uma interessante série de artigos, Brotchie [BROTCHIE (1957, 1959, 1961), BROTCHIE e RUSSEL (1964)] desenvolveu uma alternativa geral para o método dos

pórticos equivalentes e usou o conceito de lajes sobre apoio elástico, no qual ações e reações são aplicadas separadamente; este método tem a vantagem de se aplicar a casos com arranjos não retangulares de pilares.

Um método plástico, ainda pouco divulgado, é o método das faixas, desenvolvido por HILLERBORG (1975) e também apresentado, com modificações, por KEMP e FERNANDO (1979), PUCKETT e GUTKOWSKI (1986) entre outros.

Com a introdução dos computadores e atualmente dos microcomputadores, o método clássico da teoria das placas pode ser aplicado de maneira aproximada, mas com precisão satisfatória, utilizando-se as técnicas das diferenças finitas, elementos finitos e outros, com a grande vantagem de permitir a análise de sistemas de placas com condições irregulares de forma, disposição dos pilares e carregamentos.

No Brasil, só nos últimos anos é que as lajes sem vigas começaram a ser utilizadas, e mesmo assim por poucos profissionais. Um deles é o engenheiro Antonio Pinto Rodrigues, que segundo a revista A CONSTRUÇÃO (1985) já havia construído, desde 1978, por volta de 100 edifícios onde as vigas são substituídas por faixas reforçadas de lajes. Algumas outras empresas de construção também têm executado essas lajes, mas não em grande número.

Entretanto o engenheiro José Augusto Gante, também adepto das estruturas sem vigas, está convencido de que, em função das vantagens do sistema, mais cedo ou mais tarde os edifícios com essa modalidade estrutural deslançarão no país, mas alerta que, como toda nova evolução prática do desenvolvimento científico, eles deverão ser rigorosamente fiscalizados na sua execução, para que abusos e desinformação não coloquem em risco a segurança [DIRIGENTE CONSTRUTOR (1987)]. Com isso concorda o prof. Augusto Carlos Vasconcelos, que manifestou preocupação com os problemas que o uso indiscriminado dessas lajes pode trazer (principalmente quanto à estabilidade global da construção), e afirmou que todas as idéias utilizadas na prática precisam ser comprovadas teoricamente [A CONSTRUÇÃO (1985)].

CAPÍTULO 2

FLEXÃO NAS LAJES SEM VIGAS

2.1. Introdução

2.1.1. Preliminares

No projeto estrutural de edifícios de concreto armado, a análise deve englobar fundamentalmente a determinação de solicitações e deslocamentos. As solicitações são usadas no dimensionamento da estrutura de modo que ela tenha resistência suficiente quanto ao estado limite último; os deslocamentos são empregados para verificar se ela não atinge o estado limite de utilização no tocante à deformação excessiva.

Para isso, no caso das lajes, o projetista precisa obter por meio de algum método de cálculo, em função das ações, a distribuição de momentos em cada painel, o que possibilita determinar a espessura da laje e a armadura.

As lajes de concreto armado sem vigas podem ser calculadas por fórmulas empíricas, teoria das placas elásticas delgadas [TIMOSHENKO e KRIGER (1959)] e métodos aproximados. As fórmulas empíricas surgiram juntamente com as lajes sem vigas, transformaram-se no método empírico e daí no método direto do ACI, sendo que este é de aplicação restrita a situações particulares. O cálculo pela teoria das placas exige a solução analítica da equação diferencial das placas, que só existe para placas circulares.

É possível, porém, obter soluções aproximadas para essa equação diferencial, com a utilização das séries de Fourier para certos tipos de placas ou por integração numérica (método das diferenças finitas), mas são muito trabalhosas para cálculo manual de situações mais complexas.

Um outro método aproximado para o cálculo das lajes, recomendado pelo ACI 318-83 e pela NBR 6118/80, é o dos pórticos equivalentes ou múltiplos, que trata o sistema de lajes e pilares como composto por uma série de pórticos em duas direções.

Com o advento, nos últimos anos, das técnicas computacionais e a disseminação de computadores e microcomputadores, grandes avanços têm ocorrido na análise das placas, tornando possível calcular, aproximadamente, sistemas de lajes com condições irregulares de forma, carregamento e espessura, com resultados satisfatórios; entre os métodos que, para sua efetiva aplicação a problemas reais, requerem o emprego de computadores, destacam-se as próprias diferenças finitas, os elementos finitos, que se apresenta no item 2.2.5, e a analogia de grelhas, que se encontra no item 2.2.4.

2.1.2. *Objetivos*

Os objetivos principais deste capítulo são:

a) apresentar alguns dos métodos de cálculo e compará-los para várias situações representativas;

b) como vigas de borda, balanços e dimensões dos painéis afetam os valores dos momentos.

Para isso serão calculados uma série de pavimentos, que são apresentados no item 2.3, com os seguintes métodos:

— método direto, proposto pelos códigos do ACI (ACI 318—83, revisão de 1986, e versões anteriores);

— método dos pórticos equivalentes ou múltiplos: ACI 318—83 e NBR 6118/80; o CEB—FIP MODEL CODE 1990, no esboço inicial de 1988, também admite o uso desse método, mas ainda não fornece nenhuma informação a respeito;

— analogia de grelhas;

— elementos finitos.

2.1.3. *Panorama*

No capítulo 1 deu-se uma idéia de como os métodos de cálculo à flexão para sistemas de lajes sem vigas se transformaram ao longo dos anos; neste capítulo alguns deles serão vistos em detalhes.

No item 2.2 apresentam-se os métodos, dando-se maior destaque àqueles recomendados pelos códigos do ACI e pela NBR 6118/80. O item 2.3 mostra os pavimentos estudados e no 2.4 estão a determinação do carregamento e as características mecânicas adotadas para o concreto. Os resultados, as comparações, as análises e as conclusões foram colocadas no item 2.5.

2.2. Métodos de cálculo analisados

2.2.1. Método direto

2.2.1.1. Introdução

O método direto para a determinação de momentos em lajes resulta daquele que, nos códigos do ACI anteriores ao de 1971, se chamava de método empírico, conforme se viu no capítulo primeiro. O que se apresenta a seguir é baseado no código ACI 318-83, capítulo 13, e nos seus comentários [ACI COMMITTEE 318 (1983) — ACI 318R-83], e também em MONTOYA et alii (1976).

Nesse método os momentos são determinados a partir de um momento total de referência, calculado para cada painel nas duas direções. Esse momento total de referência é transformado, por meio de coeficientes, em um momento de referência positivo e dois negativos nas seções central e dos apoios respectivamente; em seguida os momentos nas seções são divididos entre as faixas dos pilares e centrais de cada painel (fig. 2.1).

Até o código de 1977 (ACI 318-77) os coeficientes para a distribuição do momento em painéis extremos eram obtidos a partir da rigidez dos elementos presentes na ligação laje-pilar externa, calculada a partir de um pilar equivalente, definido no item 2.2.1.5 deste trabalho. No código de 1983 (ACI 318-83) os valores dos coeficientes para painéis externos são fixos, eliminando portanto todos os cálculos envolvidos; os seus comentários [ACI COMMITTEE 318 (1983) — ACI 318R-83], entretanto, apresentam também a versão anterior, que pode ser usada como opção e que aqui será apresentada, pois o conceito de pilar equivalente também é usado no método dos pórticos equivalentes e no cálculo de deslocamentos transversais, que será visto no capítulo 4. As simplificações introduzidas pelo

ACI 318-83 são dadas no item 2.2.1.10.

O método direto consiste em procedimentos que possibilitam a determinação de forma simples e rápida dos esforços de flexão em lajes e vigas de um painel, sem considerar as dimensões e cargas dos vãos restantes. Ele se aplica a sistemas de lajes armadas em duas direções, tanto para aqueles com vigas entre todos os apoios como para os sem vigas; aqui serão destacadas apenas as lajes sem vigas ou com vigas só nas bordas dos pavimentos. A utilização do método envolve três passos fundamentais:

- determinação de um momento total de referência M_0 ;
- transformação do momento M_0 em momentos de referência negativos nas seções A e C na face dos apoios, e positivo na seção B no meio do vão (fig. 2.1);
- distribuição dos momentos positivo e negativos de referência para as faixas de laje que contém os pilares, para as centrais e para as vigas, se houver (fig. 2.1).

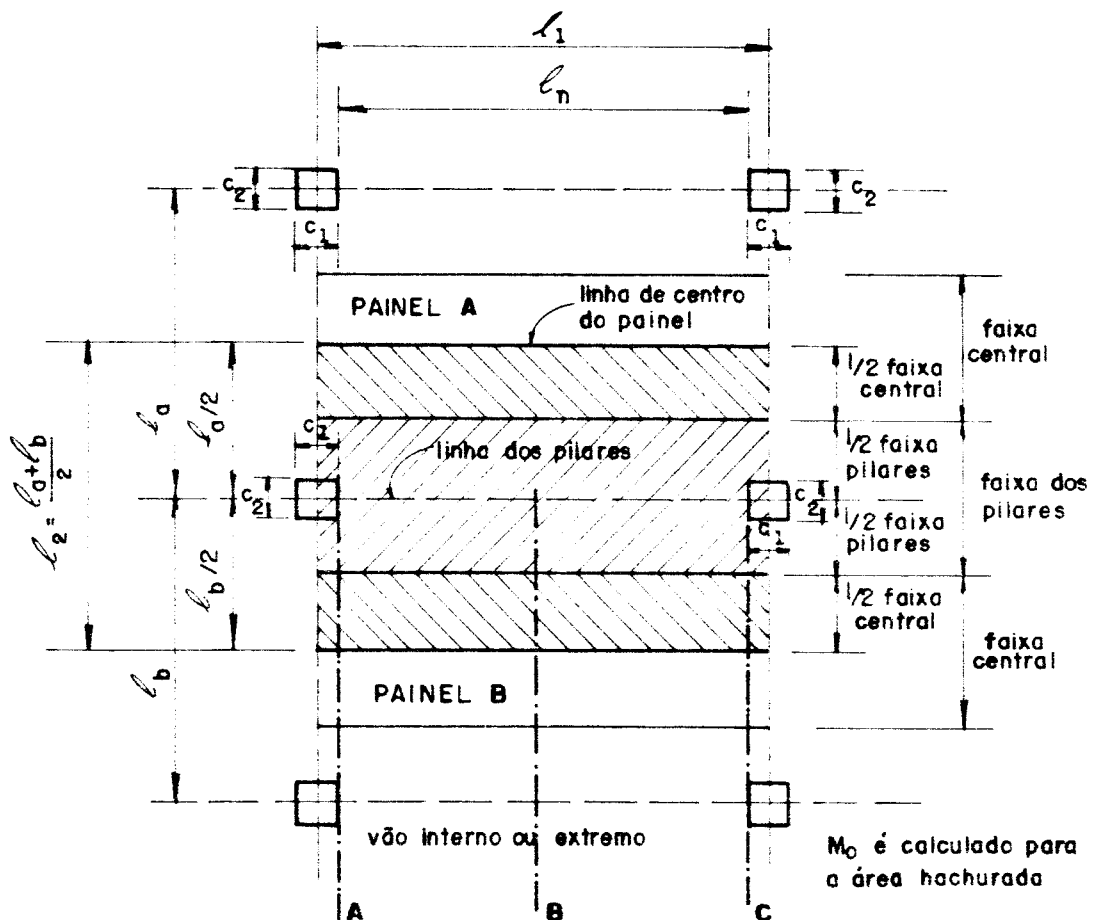


FIGURA 2.1. Divisão de painéis para uso do método direto [ACI 318R-83]

2.2.1.2. Restrições impostas pelo método

Por ser este um método aproximado, para que se possa aplicá-lo impõem-se algumas restrições aos pavimentos (ver fig. 1.6):

a) deve haver ao menos três vãos em cada direção; a razão para essa limitação é o maior valor dos momentos negativos em apoios interiores em estruturas com apenas dois vãos contínuos;

b) os painéis devem ser retangulares, com relação entre o vão maior e o vão menor, medidos de centro a centro dos pilares, não maior que 2; caso contrário a laje trabalhará essencialmente em uma direção, situação para a qual o método não se aplica;

c) os comprimentos dos sucessivos vãos em cada direção, medidos de centro a centro dos pilares, não podem diferir em mais que 1/3 do maior vão; essa limitação se relaciona à possibilidade do desenvolvimento de momentos negativos em regiões sem armadura para esse fim;

d) os pilares podem ser deslocados no máximo 10% do vão, na direção do deslocamento, em relação ao eixo central dos sucessivos pilares;

e) todas as ações devem ser somente devidas à gravidade, e uniformemente distribuídas sobre todo o painel, pois o método se baseia em informações obtidas só de ações gravitacionais uniformes, sendo que ações laterais requerem análise de pórtico;

f) se um painel for suportado por vigas a rigidez relativa das mesmas nas duas direções perpendiculares

$$\frac{\alpha_1 l_1^3}{\alpha_2 l_2^3} \quad (2.1)$$

não deve ser menor que 0,2 nem maior que 5,0, onde:

l_1 — vão do painel na direção em que os momentos estão sendo calculados, medido de centro a centro dos pilares;

l_2 — vão do painel na direção perpendicular a l_1 , medido de centro a centro dos pilares;

α — relação entre a rigidez à flexão da viga e a rigidez à flexão de uma largura da laje (sem as vigas) delimitada pelas linhas centrais dos painéis adjacentes a cada lado da viga; os índices 1 e 2 referem-se às direções de l_1 e l_2 respectivamente:

$$\alpha = \frac{E_c I_v}{E_c I_l} \quad (2.2)$$

2.2.1.3. Momento total de referência para um vão

O momento total de referência M_o para um vão (l_n) deve ser determinado para o carregamento total em uma faixa de laje de largura l_2 , delimitada de cada lado da linha de centro dos pilares pela linha central dos dois painéis adjacentes (fig. 2.1).

A soma dos valores absolutos do momento positivo de referência (M_B na fig. 2.1) com a média dos momentos negativos de referência (M_A e M_C na fig. 2.1), $\frac{M_A + M_C}{2} + M_B$, não deve ser menor que o momento total de referência M_o dado por

$$M_o = \frac{(g + q) l_2 l_n^2}{8} \quad (2.3)$$

onde:

- (g + q) — carga total (permanente + acidental) por unidade de área;
- l_2 — largura da faixa (área de contribuição da carga);
- l_n — comprimento do vão livre na direção em que os momentos estão sendo determinados, medido de face a face dos pilares (fig. 2.1).

Se o vão considerado é em uma borda livre, o valor l_2 deve ser substituído pela distância da borda à linha de centro do painel.

O valor de l_n na equação 2.3 não deve ser menor que $0,65 l_1$, e pilares circulares ou poligonais devem ser tratados como sendo quadrados de mesma área (fig. 2.2).

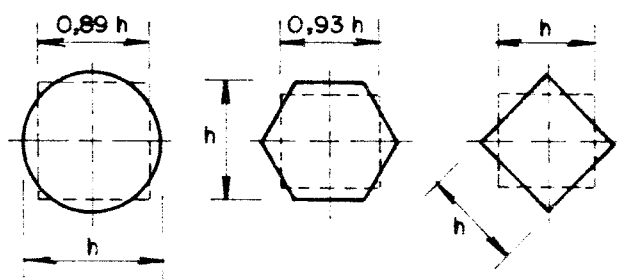


FIGURA 2.2. Seções quadradas equivalentes para pilares [ACI 318R-83]

2.2.1.4. Momentos positivo e negativos de referência nas seções

Os momentos de referência negativos, considerados na face de pilares retangulares (seções A e C, fig. 2.1) ou equivalentes, e o positivo no meio do vão (seção B, fig. 2.1), para vãos internos e vãos extremos, são obtidos a partir do momento

total de referência M_o .

a) Vão interno: em um vão interno o momento total M_o deve ser distribuído da seguinte forma:

momento negativo (seções A e C) $M_A = M_C = 0,65 M_o$ (2.4)

momento positivo (seção B) $M_B = 0,35 M_o$ (2.5)

b) Vão extremo: em um vão extremo, o momento total M_o deve ser distribuído como se segue:

momento negativo externo (seção A) $M_A = \left[\frac{0,65}{1 + \frac{1}{\alpha_{pe}}} \right] M_o$ (2.6)

momento positivo (seção B) $M_B = \left[0,63 - \frac{0,28}{1 + \frac{1}{\alpha_{pe}}} \right] M_o$ (2.7)

momento negativo interior (seção C) $M_C = \left[0,75 - \frac{0,10}{1 + \frac{1}{\alpha_{pe}}} \right] M_o$ (2.8)

onde α_{pe} , rigidez relativa entre o pilar externo equivalente e a laje (e viga, se houver), deve ser calculado conforme o item 2.2.1.5 a seguir. A figura 2.3 ilustra as distribuições do momento M_o definidas em a) e b).

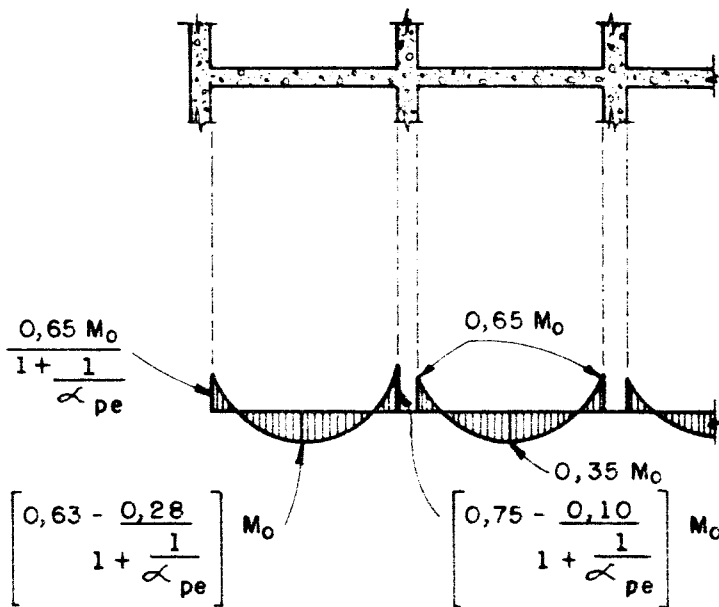


FIGURA 2.3. Momentos de referência nas seções [ACI 318R-83]

c) As seções interiores de momento negativo devem ser calculadas para resistir ao maior dos dois momentos negativos de referência determinados para vãos que terminem em um apoio comum.

2.2.1.5. Definição de pilar equivalente e determinação de α_{pe}

Na determinação da rigidez da ligação da laje com o pilar considera-se, além da flexibilidade do pilar, a flexibilidade à torção da ligação, a qual reduz a eficiência da ligação na transmissão dos momentos. Obtém-se assim um "pilar equivalente", que consiste das partes superior e inferior do pilar em relação à laje mais elementos de torção, cujo conceito é ilustrado pelo modelo simplificado da figura 2.4. Nessa figura AB representa os pilares inferior e superior e CD a porção da laje ("viga transversal") ligada nas faces laterais do pilar. Um momento M aplicado ao longo de CD causará uma rotação devida à torção da "viga transversal CD (laje com largura c_1)" e uma rotação devida à flexão dos pilares. Dessa forma, a restrição à rotação da laje (E na figura 2.5), e viga se houver (F na figura 2.5), perpendiculares a AB e CD, depende das rotações de AB e CD, ou seja, da rigidez à torção de CD e da rigidez à flexão de AB (rigidez do pilar equivalente).

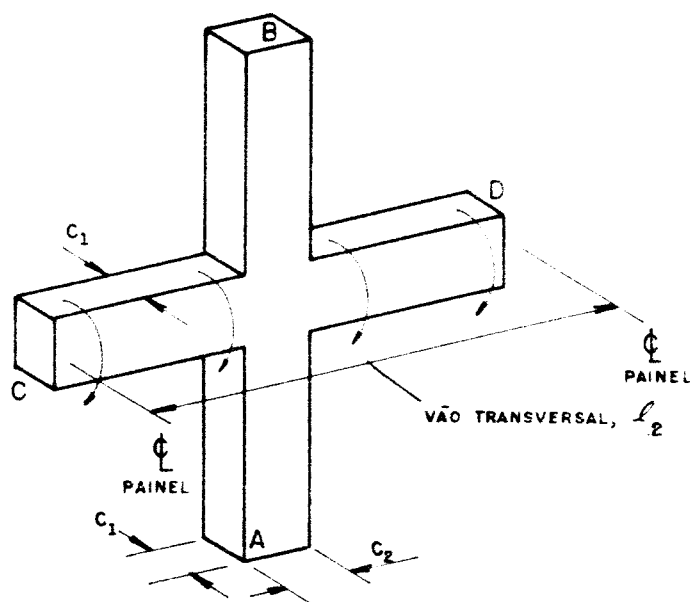


FIGURA 2.4. Modelo simplificado do pilar equivalente [ACI 318R-83]

Os elementos de torção são transversais à direção em que os momentos estão sendo calculados e se estendem até a linha de centro dos painéis adjacentes a cada lado dos pilares (figs. 2.4 e 2.5).

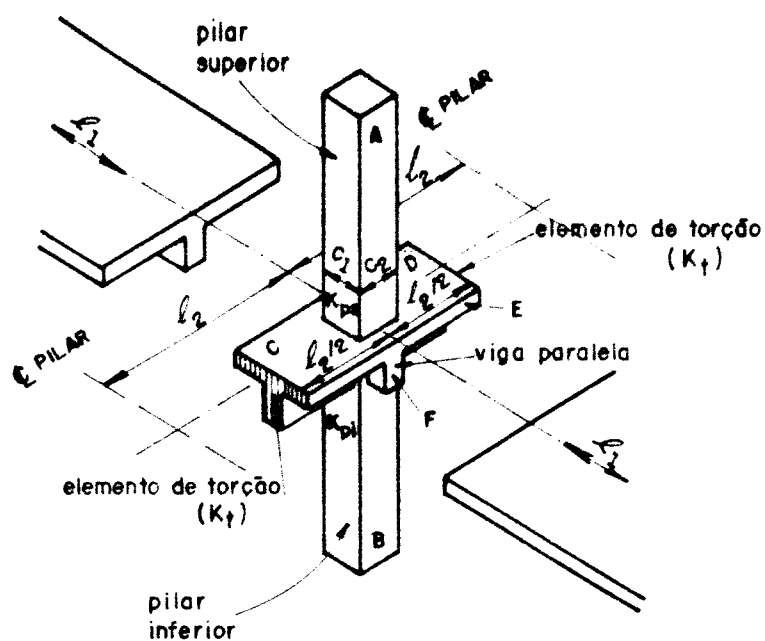


FIGURA 2.5. Pilar equivalente — pilares mais elementos de torção [ACI 318R-83]

A relação entre a rigidez à flexão de um pilar equivalente extremo e a rigidez à flexão combinada da laje e viga (se houver) é o fator α_{pe} calculado por:

$$\alpha_{pe} = \frac{K_{pe}}{K_t + K_v} \quad (2.9)$$

onde:

K_{pe} é a rigidez à flexão do pilar equivalente (momento que corresponde a um giro unitário);

K_t é a rigidez à flexão (momento que corresponde a um giro unitário) da laje, de espessura h e largura l_2 (E na figura 2.5), dada por

$$K_t = \frac{4E_c I_t}{l_2}, \quad I_t = \frac{l_2 h^3}{12} \quad (2.10)$$

K_v é a rigidez à flexão de uma viga paralela a l_1 (F na figura 2.5) chegando nos pilares (se não houver, $K_v = 0$), de momento de inércia I_v , dada por

$$K_v = \frac{4E_c I_v}{l_1} \quad (2.11)$$

A seção da viga, para o cálculo de I , em relação ao eixo centroidal, inclui também porções da laje de cada lado da viga, cada porção tendo o tamanho da projeção da altura da viga acima ou abaixo da laje, qual for maior, mas não maior que 4 vezes a espessura da laje (fig. 2.6).

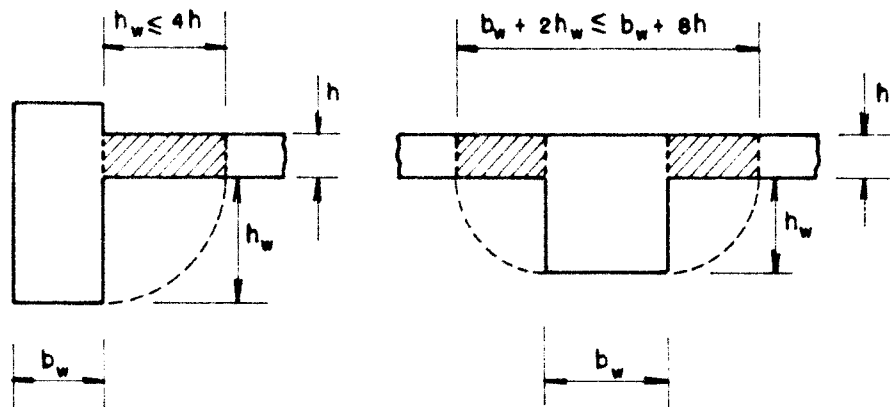


FIGURA 2.6. Porções de laje a serem consideradas junto com a viga [ACI 318R-83]

a) Cálculo de K_{pe}

Considera-se que o elemento de torção e os pilares atuem como molas em série, e assim a flexibilidade (inverso da rigidez) do pilar equivalente deve ser tomada como a soma das flexibilidades dos pilares superior e inferior, mais a flexibilidade do elemento de torção:

$$\frac{1}{K_{pe}} = \frac{1}{\Sigma K_f} + \frac{1}{K_t} \quad (2.12)$$

onde:

ΣK_f é a soma das rigidezes à flexão dos pilares superior e inferior, com

$$K_f = \frac{4EI_f}{h_f} \quad (2.13)$$

sendo I_f e h_f o momento de inércia e a altura dos pilares correspondentes, respectivamente;

K_t é a rigidez à rotação do elemento de torção.

b) Cálculo de K_1

A rigidez à rotação do elemento de torção é definida como a relação entre o momento de torção dividido pela rotação, quando ambos ocorrem no mesmo ponto. Na situação em questão, o momento e a rotação são distribuídos no comprimento l_2 , e K_1 pode ser determinado a partir da integração da curva obtida da relação momento/rotação no comprimento l_2 , resultando na expressão

$$K_1 = \Sigma \frac{9E_s C}{l_2 \left[1 - c_2/l_2\right]^3} \quad (2.14)$$

que foi ajustada através de comparações entre momentos calculados e medidos na universidade de de Illinois [VANDERBILT E CORLEY (1983)].

Na equação 2.14 C é o momento de inércia à torção dos elementos (similar ao momento polar de inércia para um elemento circular sob torção), e para seções transversais retangulares (fig. 2.7a), é dado pela expressão 2.15 onde, sempre, $x \leq y$:

$$C = \Sigma \left(1 - 0,63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad (2.15)$$

O valor de C é computado dividindo-se a seção transversal do elemento de torção em partes retangulares isoladas (fig. 2.7b), e somando os valores obtidos para cada retângulo. Os retângulos devem ser escolhidos de modo que o comprimento da parte dos lados em comum seja mínimo; no exemplo referente aos dois desenhos à direita na figura 2.7b, entre as situações 1 e 2 de uma mesma seção, C deve ser calculado para o caso 1.

2.2.1.6. Distribuição dos momentos positivo e negativos na faixa dos pilares

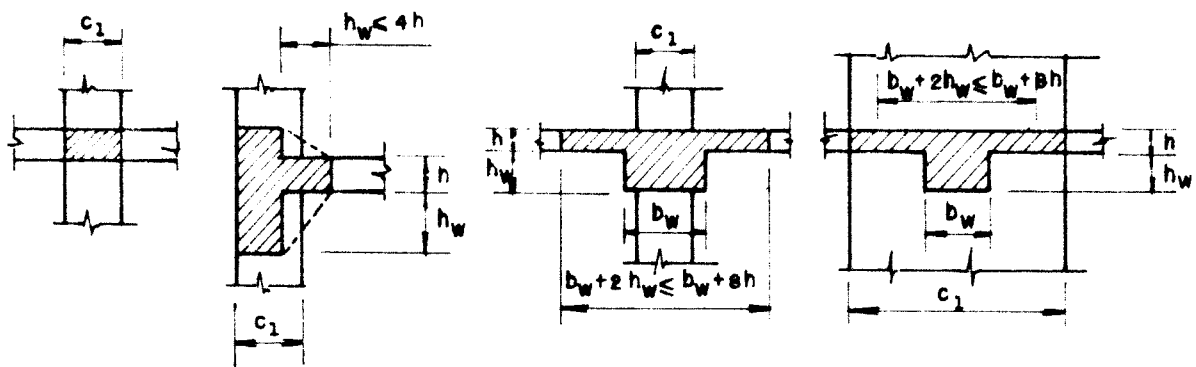
Os momentos positivo e negativos de referência serão distribuídos na porção da laje contida na faixa dos pilares, como se segue.

a) Momento negativo interno

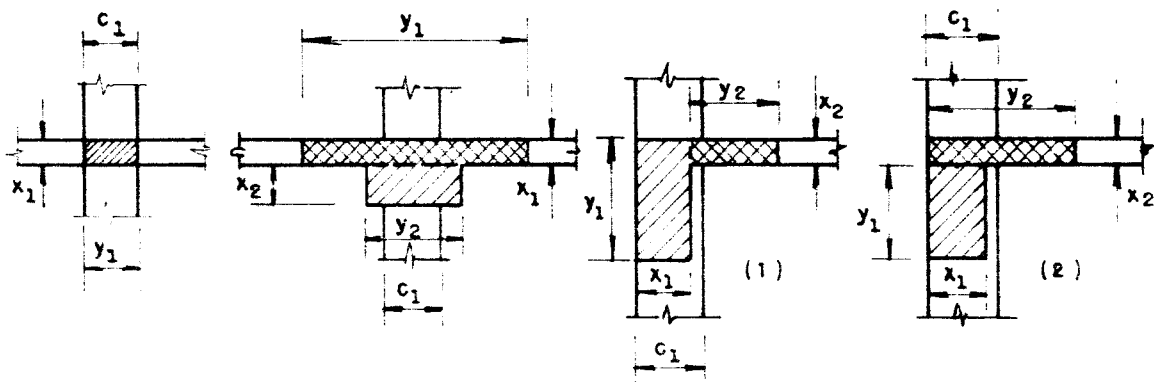
A faixa dos pilares deve resistir às seguintes porcentagens do momento negativo interno de referência (M_c , equações 2.4 e 2.8), devendo-se fazer interpolação linear entre os valores da tabela 2.1, sendo α_1 dado pela equação 2.2.

TABELA 2.1. Porcentagem de M_c resistido pela faixa dos pilares [ACI 318-83]

| l_2/l_1 | 0,5 | 1,0 | 2,0 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|
| $(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$ | 75 | 75 | 75 |
| $(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1,0$ | 90 | 75 | 45 |



a) Seções transversais de elementos de torção



C deve ser calculado, como abaixo, para o caso 1

$$C = \left[\left(1 - 0,63 \frac{x_2}{y_1} \right) \frac{x_1^3 y_1}{3} \right] + \left[\left(1 - 0,63 \frac{x_2}{y_2} \right) \frac{x_2^3}{3} \right]$$

b) Exemplos para cálculo da constante C

FIGURA 2.7. Seções transversais de elementos de torção e exemplos para cálculo da constante C [ACI 318R-83]

b) Momento negativo externo

A faixa dos pilares deve resistir às porcentagens do momento negativo externo de referência (M_A , equações 2.4 e 2.6) dadas na tabela 2.2, devendo-se fazer interpolação linear entre os valores. Na tabela β_1 é a relação entre a rigidez à torção da viga de borda (se houver) perpendicular à direção em que os momentos estão sendo calculados, e a rigidez à flexão da laje com largura igual ao vão da viga, medido de centro a centro dos pilares, sendo dada por:

$$\beta_1 = \frac{E_c C}{2E_c I_1} = \frac{C}{2I_1} \quad (2.16)$$

Nesta expressão o módulo de deformação transversal do concreto foi tomado como $E_c/2$, considerando o coeficiente de Poisson μ nulo para lajes de concreto [CORLEY e JIRSA (1970)].

TABELA 2.2. Porcentagem de M_A na faixa dos pilares [ACI 318-83]

| l_2/l_1 | | 0,5 | 1,0 | 2,0 |
|-----------------------------|--------------------|-----|-----|-----|
| $(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$ | $\beta_1 = 0$ | 100 | 100 | 100 |
| | $\beta_1 \geq 2,5$ | 75 | 75 | 75 |
| $(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 0$ | $\beta_1 = 0$ | 100 | 100 | 100 |
| | $\beta_1 \geq 2,5$ | 90 | 75 | 45 |

Quando os apoios consistem de pilares ou paredes que se estendem por uma distância igual ou maior que 3/4 do vão de comprimento l_2 usado no cálculo de M_A , o momento negativo de referência deve ser considerado uniformemente distribuído em l_2 .

c) Momento positivo

A faixa dos pilares deve resistir às seguintes porcentagens do momento positivo de referência (M_E , equações 2.5 e 2.7) dadas na tabela 2.3, devendo ser feitas interpolações lineares entre os valores.

TABELA 2.3. Porcentagem de M_B na faixa dos pilares [ACI 318-83]

| l_2/l_1 | 0,5 | 1,0 | 2,0 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|
| $(\alpha_1 l_2/l_1) = 0$ | 60 | 60 | 60 |
| $(\alpha_1 l_2/l_1) \geq 1,0$ | 90 | 75 | 45 |

2.2.1.7. Distribuição dos momentos positivo e negativos nas faixas centrais

a) A porção dos momentos positivo e negativos de referência não resistida pela faixa dos pilares deve ser proporcionalmente distribuída para a correspondente meia faixa central.

b) Cada faixa central deve resistir à soma dos momentos distribuídos para cada uma de suas meia faixas.

c) A faixa central adjacente e paralela a uma borda apoiada em parede deve resistir ao dobro do momento transmitido à meia faixa central correspondente à primeira linha de pilares interiores.

2.2.1.8. Momentos de referência nos pilares

Pilares externos e internos e paredes ligados monoliticamente com a laje devem resistir aos momentos causados pelas ações nas lajes. A equação 2.17 diz respeito a dois vãos consecutivos diferentes, com carga permanente total mais metade da acidental aplicada no vão maior e só a permanente no menor; desse modo os pilares internos, superior e inferior à laje, devem resistir ao momento dado pela equação na proporção direta de suas rigidezes, onde g , l_1^2 e l_2^2 são referentes ao menor dos dois vãos adjacentes aos pilares, e α_{pe} se refere a esses pilares.

$$M = \frac{0,08 [g + 0,5q] l_2 l_1^2 - g l_2^2 l_1^2}{1 + 1/\alpha_{pe}} \quad (2.17)$$

Em pilares externos o momento fletor será igual ao momento negativo externo de referência calculado para o vão correspondente.

2.2.1.9. Indicações para carga acidental alternada

Em um pavimento qualquer, se os pilares forem bastante rígidos, cargas acidentais atuando alternadamente nos painéis terão pouca influência nos momentos máximos, que serão próximos daqueles obtidos com carregamento total (permanente + acidental) em todos os painéis. Se, por outro lado, os pilares forem pouco rígidos, e a carga acidental representar uma parcela significativa da carga total, a alternância da acidental alterará os momentos máximos, diminuindo os negativos e aumentando os positivos.

Em algumas situações a possibilidade de alternância da carga acidental deve ser levada em conta, e o ACI 318-83, baseado no trabalho de JIRSA et alii (1969), estabelece que o momento positivo de referência em um vão deve ser aumentado quando a relação (β_s) entre a carga permanente e a acidental for menor que 2, da seguinte maneira:

a) a soma das rigidezes à flexão das partes superior e inferior do pilar deve ser tal que α_r (rigidez relativa dos pilares) da equação 2.18 não seja menor que $\alpha_{r, \text{mín}}$ da tabela 2.4, cujos valores foram determinados de modo a impedir que o momento positivo de referência tenha acréscimo maior que 33%:

$$\alpha_r = \frac{\sum K_t}{\sum K_c + K_s} \quad (2.18)$$

estando K_t , K_c e K_s definidos nas equações 2.13, 2.10 e 2.11 respectivamente;

b) se α_r for menor que $\alpha_{r, \text{mín}}$, os momentos positivos de referência, nos painéis suportados por esses pilares, devem ser multiplicados pelo coeficiente δ_s , determinado por

$$\delta_s = 1 + \frac{2 - \beta_s}{4 + \beta_s} \left(1 - \frac{\alpha_r}{\alpha_{r, \text{mín}}} \right) \quad (2.19)$$

TABELA 2.4. Valores de $\alpha_{p, \min}$ [ACI 318-83]

| $\beta_s = g/q$ | l_2/l_1 | Rigidez relativa da viga (α) | | | | |
|-----------------|-----------|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
| | | 0 | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 4,0 |
| | | $\alpha_{p, \min}$ | | | | |
| 2,0 | 0,5 a 2,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,0 | 0,5 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0,8 | 0,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1,0 | 0,7 | 0,1 | 0 | 0 | 0 |
| | 1,25 | 0,8 | 0,4 | 0 | 0 | 0 |
| | 2,0 | 1,2 | 0,5 | 0,2 | 0 | 0 |
| 0,5 | 0,5 | 1,3 | 0,3 | 0 | 0 | 0 |
| | 0,8 | 1,5 | 0,5 | 0,2 | 0 | 0 |
| | 1,0 | 1,6 | 0,6 | 0,2 | 0 | 0 |
| | 1,25 | 1,9 | 1,0 | 0,5 | 0 | 0 |
| | 2,0 | 4,9 | 1,6 | 0,8 | 0,3 | 0 |
| 0,33 | 0,5 | 1,8 | 0,5 | 0,1 | 0 | 0 |
| | 0,8 | 2,0 | 0,9 | 0,3 | 0 | 0 |
| | 1,0 | 2,3 | 0,9 | 0,4 | 0 | 0 |
| | 1,25 | 2,8 | 1,5 | 0,8 | 0,2 | 0 |
| | 2,0 | 13,0 | 2,6 | 1,2 | 0,5 | 0,3 |

2.2.1.10. Simplificações introduzidas pelo ACI 318-83

O ACI 318-83 apresenta uma versão simplificada do método direto, onde a principal mudança introduzida é na determinação dos momentos de referência positivos e negativos em um vão extremo, com grande simplificação nos cálculos.

a) Momentos positivo e negativos de referência em um vão extremo

As expressões dadas nos códigos anteriores para a distribuição do momento total de referência em um vão extremo (eqs. 2.6, 2.7 e 2.8), que eram função das rigidezes dos elementos, foram substituídas pelos coeficientes da tabela 2.5, o que elimina todos os cálculos para a determinação da rigidez do pilar equivalente.

Os coeficientes das colunas 1 e 5 (tab. 2.5) para bordas exteriores simplesmente apoiadas e totalmente engastadas, são baseados nas expressões originais de α_{pe} , que se encontram no item 2.2.1.5, para distribuição de momentos, com α_{pe} igual a zero e infinito respectivamente.

Os coeficientes dos momentos para as outras situações foram estabelecidos pela análise de diversos sistemas de lajes, com diferentes geometrias e condições de

apoio, usando o método dos pórticos equivalentes, apresentado no item 2.2.2, que transforma o sistema tridimensional em uma série de pórticos bidimensionais.

Finalmente todos os coeficientes foram ajustados de modo que a soma dos valores absolutos do momento positivo com a média dos negativos fosse igual a M_0 .

A figura 2.8 ilustra a distribuição do momento total de referência em momentos negativos e positivo em um vão extremo e um interno, com e sem vigas de borda. O vão extremo é referente ao caso de laje sem vigas entre pilares interiores.

TABELA 2.5. Coeficientes para distribuição de momentos [ACI 318-83]

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------------|-------------------|--------------------------|
| | Borda exterior simplesmente apoiada | Laje com vigas entre os pilares | Laje sem vigas entre pilares interiores | | Borda exterior engastada |
| | | | Sem viga de borda | Com viga de borda | |
| Momento interior negativo | 0,75 | 0,70 | 0,70 | 0,70 | 0,65 |
| Momento positivo | 0,63 | 0,57 | 0,52 | 0,50 | 0,35 |
| Momento exterior negativo | 0 | 0,16 | 0,26 | 0,30 | 0,65 |

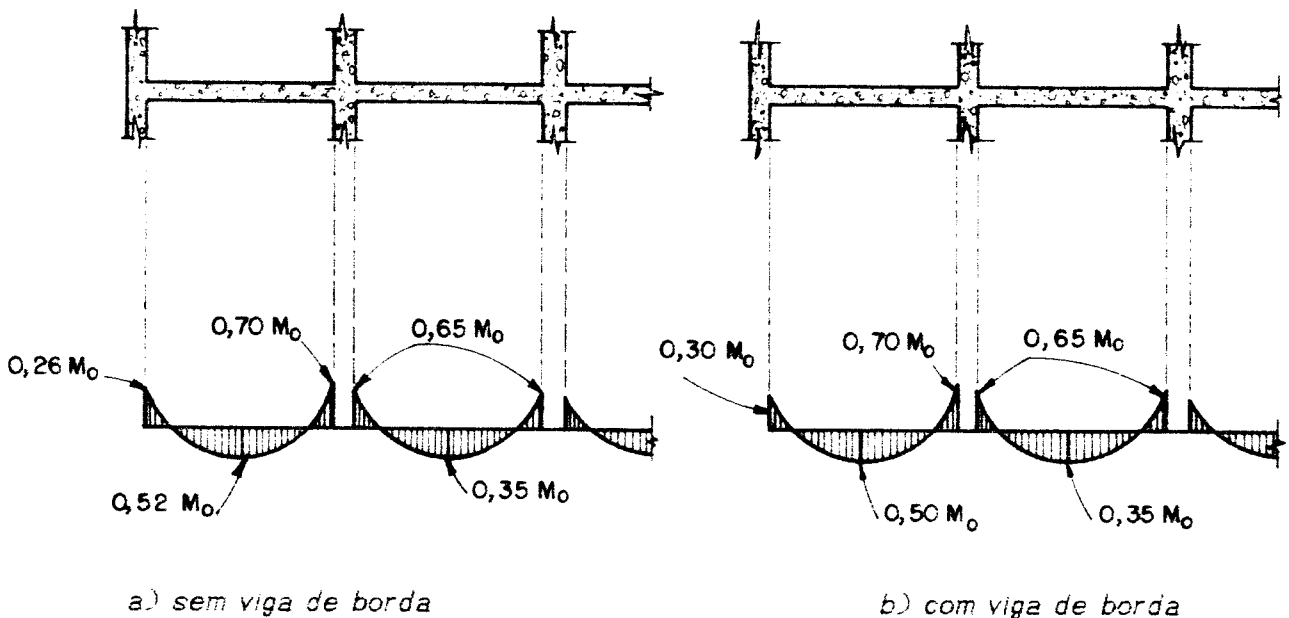


FIGURA 2.8. Distribuição do momento total de referência M_0 .

b) Momentos de referência nos pilares

A expressão que determina o momento a ser resistido pelos pilares internos também passou a ser independente de α_{pe} , e é dada por

$$M = 0,07[(g + 0,5q)l_2l_1 - g'l_2(l_1')^2] \quad (2.20)$$

onde g' , l_1' e l_1 referem-se ao menor dos dois vãos adjacentes ao pilar considerado.

Em pilares externos o momento fletor será, como no caso anterior, igual ao momento negativo externo de referência, calculado para o vão correspondente.

2.2.2. Método dos pórticos equivalentes

2.2.2.1. Introdução

Nos primeiros códigos do ACI, o método empírico para o cálculo de lajes era o único permitido, e só para lajes com dimensões similares àquelas que tinham sido construídas no início do século. Era portanto necessário um novo método de análise para lajes com diferentes dimensões, formas e carregamentos daquelas para as quais o método empírico era aplicável. Conforme já dito no primeiro capítulo, para superar essas limitações foi lançado um método que a partir de 1971, no ACI 318—71, recebeu o nome de método dos pórticos equivalentes.

O método dos pórticos equivalentes consiste em representar uma estrutura de lajes, pilares e vigas (se houver) através de uma série de pórticos — pórticos equivalentes — tomados nas duas direções dos planos ortogonais às bordas da laje. Considera-se que os pórticos correspondentes a cada direção recebam a totalidade da carga nas lajes, e cada um deles é então calculado para as ações verticais contidas em sua área de influência, agindo no seu plano. Esses pórticos devem ser centrados nas linhas que unem os centros dos pilares e ter largura delimitada pelas linhas centrais dos painéis adjacentes.

A aplicação do método à estrutura esquematizada na figura 2.9a, requer o cálculo separado de seis pórticos equivalentes, três em uma direção e três na outra (fig. 2.9b e 2.9c), obtidos do corte da estrutura por planos verticais no meio dos vãos; posteriormente é feita a superposição dos resultados.

Os momentos determinados são utilizados na sequência do projeto. Deve-se entretanto estar atento para a força axial nos pilares, pois a carga aplicada no pavimento foi considerada duas vezes na análise dos pórticos (uma vez em cada direção); recomenda-se por isso que a média das forças obtidas em um pilar pertencente a dois pórticos distintos, seja dividida por dois [VANDERBILT e CORLEY (1983)].

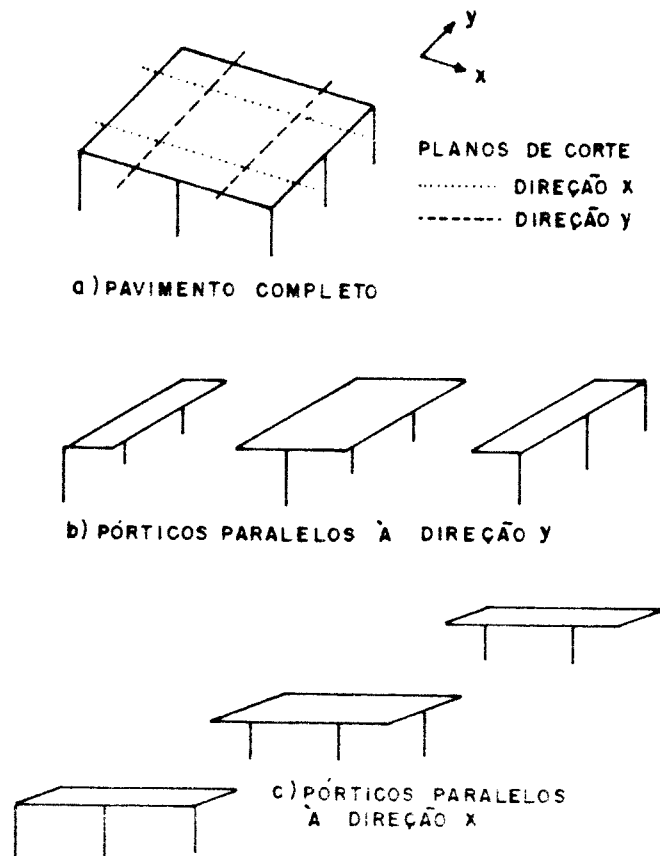


FIGURA 2.9. Divisão de um pavimento em pórticos paralelos às direções x e y

2.2.2.2. Considerações sobre os pórticos equivalentes

No caso de ações gravitacionais somente, pode-se admitir cada pórtico como apenas de um piso, com as extremidades dos pilares engastadas nos pavimentos superior e inferior. As áreas hachuradas na figura 2.10 representam um pórtico interno e um extremo, ambos transversais ao edifício. Cada pórtico equivalente é composto de três partes:

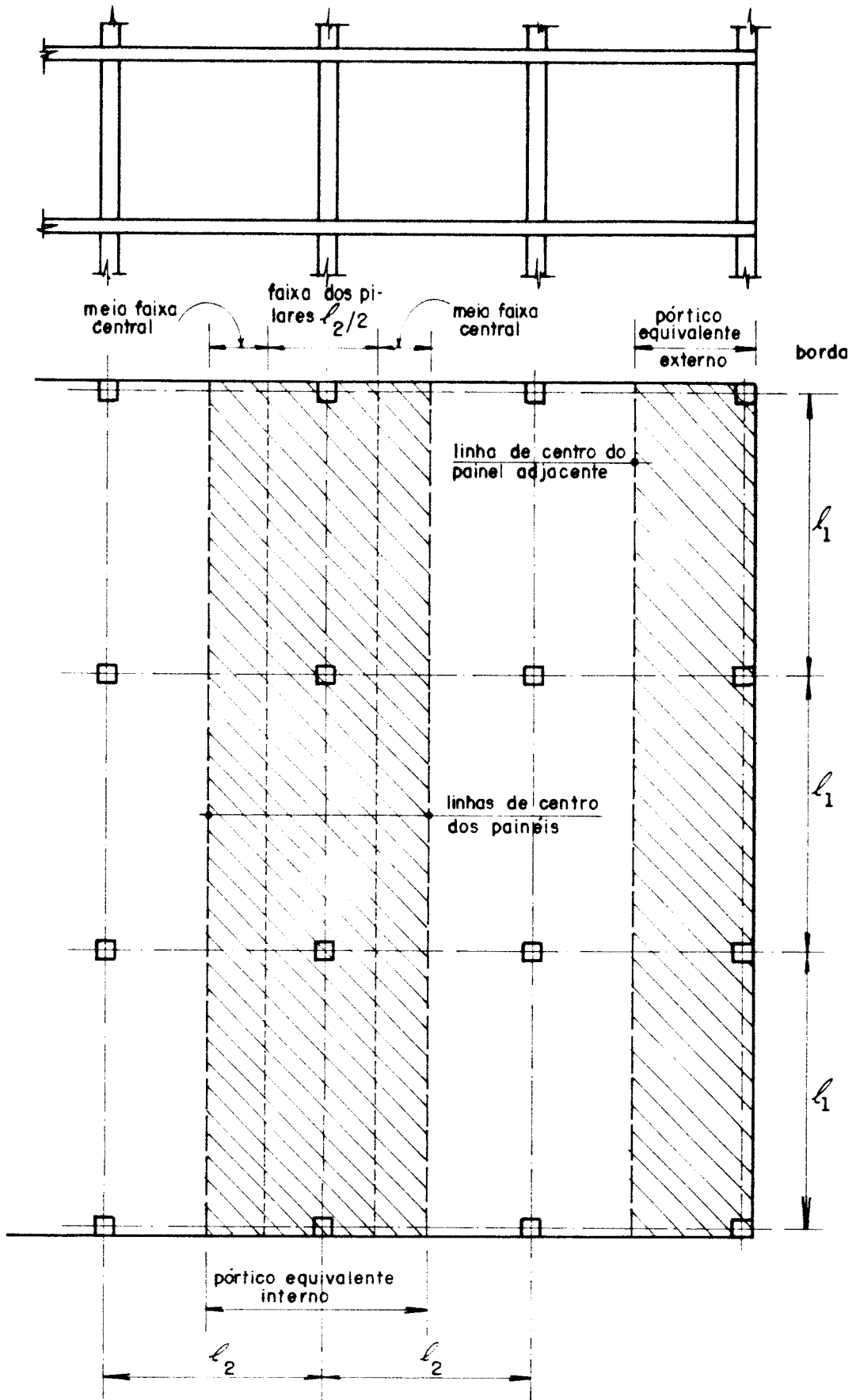


FIGURA 2.10. Pórticos equivalentes

a) a faixa de laje horizontal, incluindo vigas se existirem, na direção em que os momentos estão sendo calculados;

b) os pilares, ou outros apoios verticais, acima e abaixo da laje;

c) elementos da estrutura que possibilitam a transferência de momentos entre as partes horizontal e vertical.

Se os elementos verticais forem paredes que abrangem toda a largura da faixa de laje, como na figura 2.11 a, a ligação é cem por cento efetiva na transferência dos momentos entre a laje e a parede, e o pórtico equivalente pode ser tratado como um pórtico plano convencional; no outro extremo, se o apoio for um pilar ligado à faixa de laje apenas na largura c_2 , como mostra a figura 2.11 c, a capacidade da conexão em transferir os momentos é bastante pequena.

Para os casos intermediários, conforme a figura 2.11 b, a eficácia da ligação na transmissão dos momentos é parcial, e sua flexibilidade deve ser considerada na análise do pórtico equivalente para ações gravitacionais. Isso é feito admitindo-se os pilares, ou apoios, vinculados à laje (e viga, se houver) através de elementos de torção, transversais à direção em que os momentos estão sendo calculados; a rigidez da ligação é determinada considerando a rigidez desses elementos mais a dos pilares superior e inferior — rigidez do pilar equivalente, cuja definição e cálculo se encontram no item 2.2.1.5. No caso de ações laterais, procedimento correspondente pode ser adotado, conforme se mostra no capítulo 5.

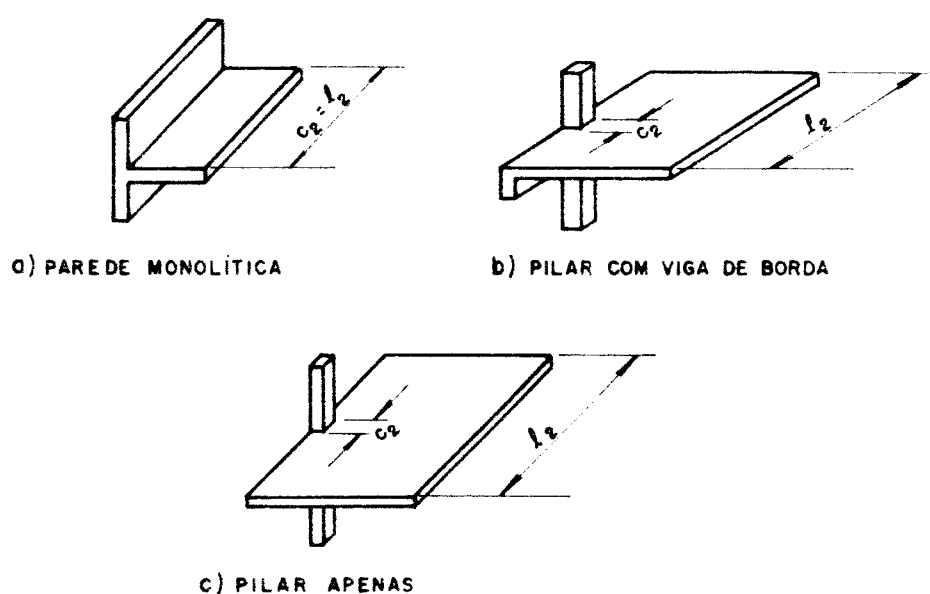


FIGURA 2.11. Modelos de ligações para transferência de momentos [ACI 318R-83]

Se o painel contiver uma viga na direção em que os momentos estão sendo calculados, o valor da rigidez do elemento de torção K_t , determinado segundo 2.2.1.5 b e que é utilizado na determinação da rigidez do pilar equivalente, deve ser aumentado, devido à presença da viga, para $K_{t,v}$, dada por (essa correção não é necessária no método direto):

$$K_{t,v} = K_t \frac{I_{t,v}}{I_t} \quad (2.21)$$

onde:

I_t é o momento de inércia da porção da laje de largura l_2 (expressão 2.10) sem considerar a viga (fig. 2.12a);

$I_{t,v}$ é o momento de inércia da seção composta pela laje, de largura l_2 , mais a viga, tanto a porção acima quanto abaixo da laje (fig. 2.12b).

Os momentos de inércia das lajes, vigas e pilares devem ser determinados para a área total da seção transversal, e variações de seções ao longo das peças precisam ser consideradas. No caso de pilares com capitéis considera-se que o momento de inércia varie linearmente desde a base do capitel até a face inferior da laje.

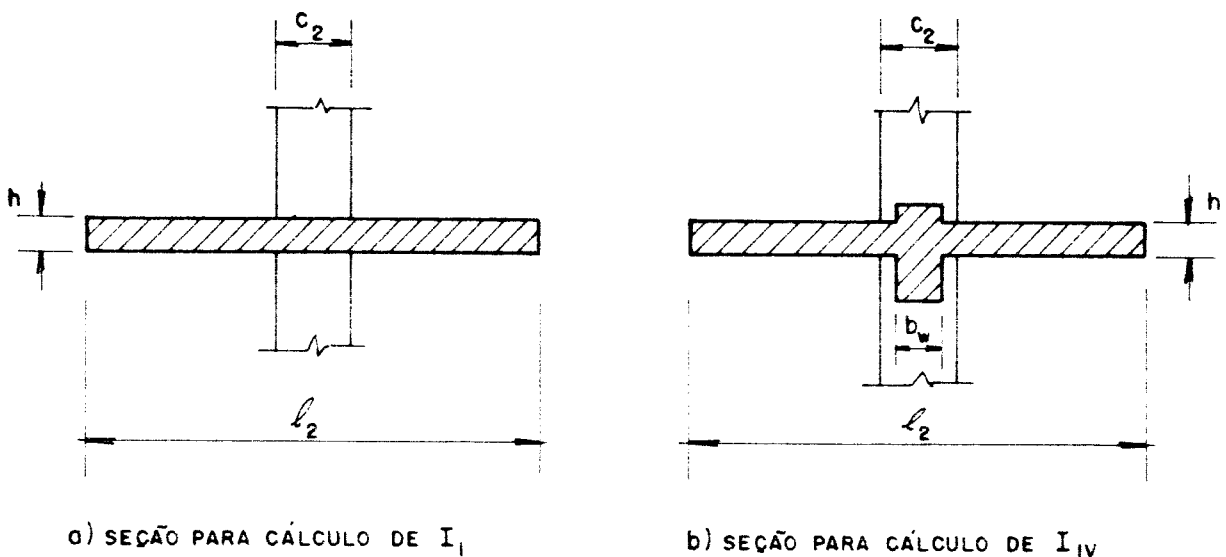


FIGURA 2.12. Exemplo de seções transversais para cálculo de I_t e $I_{t,v}$.

O código do ACI recomenda que o momento de inércia da laje (e viga se houver) deve ser aumentado na região que vai da face do pilar (ou capitel) até o centro do pilar, dividindo-o pelo fator $(1 - c_2/l_2)^2$; nos cálculos efetuados para comparação entre os métodos essa prática foi adotada inicialmente mas logo abandonada,

pois os valores dos momentos foram praticamente iguais aos provenientes da consideração de barras com rigidez constante; também esse procedimento leva a uma complicação do cálculo, e é um refinamento que não condiz com o caráter aproximado e prático do método, com o que concordam também MONTROYA et alii (1976).

O método de cálculo do pórtico não é definido pelo ACI, podendo ser empregado qualquer um, de forma manual ou por meio de computador.

2.2.2.3. Carregamento

Para a distribuição do carregamento nos painéis devem ser consideradas as seguintes situações:

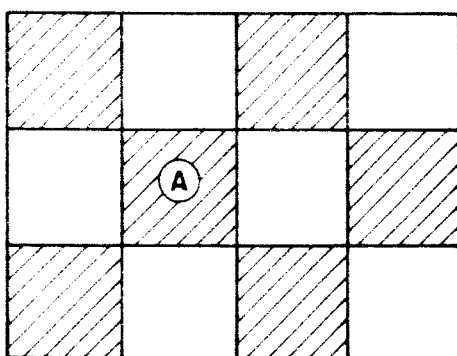
a) se a carga acidental não for maior que $3/4$ da permanente, pode-se admitir que os máximos momentos de referência ocorrem com carga total em todos os painéis;

b) nos demais casos deve-se considerar duas hipóteses:

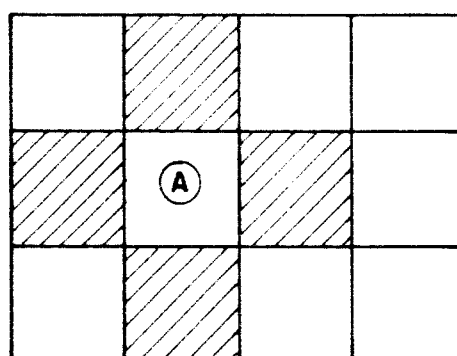
— que o máximo momento positivo de referência em um painel ocorre com $3/4$ da carga acidental atuando no painel (painel A, fig. 2.13a) e em painéis alternados, além da carga permanente em todos eles;

— que o máximo momento negativo de referência em um apoio ocorre com $3/4$ da carga acidental atuando apenas nos painéis adjacentes ao considerado (painel A, fig. 2.13b), além da carga permanente em todos eles;

c) não se pode tomar momentos de referência, determinados para as situações acima, menores que os obtidos com carga total em todos os painéis.



a) MOMENTO POSITIVO



b) MOMENTO NEGATIVO

FIGURA 2.13. Distribuição de $3/4$ da carga acidental nos painéis para determinação dos momentos máximos de referência em um painel

2.2.2.4. Momentos de referência

Em relação aos momentos de referência nas seções, obtidos da análise dos pórticos, é importante observar ainda que:

a) em apoios interiores, a seção crítica para os momentos negativos de referência (nas faixas dos pilares e centrais) deve ser tomada na face do apoio, mas não distante mais que $0,175 l_1$ do centro do pilar; apoios circulares ou poligonais devem ser tratados como quadrados de mesma área;

b) os sistemas de lajes que atendam às limitações do método direto, quando calculados pelo método dos pórticos equivalentes, podem ter os momentos resultantes reduzidos em proporção tal que a soma dos valores absolutos do momento positivo com a média dos momentos negativos em um painel não exceda o valor M_c obtido da equação 2.3;

c) os momentos positivos e negativos nas seções críticas, obtidos do cálculo de cada pórtico, devem ser distribuídos para as faixas dos pilares, vigas e faixas centrais do mesmo modo que no método direto (com os mesmos coeficientes); no caso de vigas entre todos os pilares, a rigidez relativa das vigas nas duas direções perpendiculares, dada pela equação 2.1, também não deve ser menor que 0,2 nem maior que 5,0.

2.2.3. Recomendações da NBR 6118/80

A NBR 6118/80, no item 3.3.2.11, determina que as lajes apoiadas sobre pilares e com ações normais ao seu plano médio devem ser calculadas à flexão como placas em regime elástico, ou rígido plástico, pela teoria das charneiras plásticas, conforme o estabelecido nos seus itens 3.3.2.1 e 3.3.2.2.

Quando os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais e a espessura da laje não for menor que 15 cm (12 cm em lajes de cobertura não em balanço), é permitido calcular em regime elástico o conjunto laje — pilares como pórticos múltiplos, admitindo-se a laje dividida em duas séries ortogonais de pórticos e considerando-se no cálculo de cada série o total das cargas.

A distribuição dos momentos, com os painéis divididos em quatro faixas iguais e os cantos correspondendo aos pilares (fig. 2.14), será feita da seguinte maneira:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Os coeficientes de distribuição dos momentos são fixos, não variando em função da relação entre as dimensões dos vãos do painel e da posição do apoio (externo ou interno).

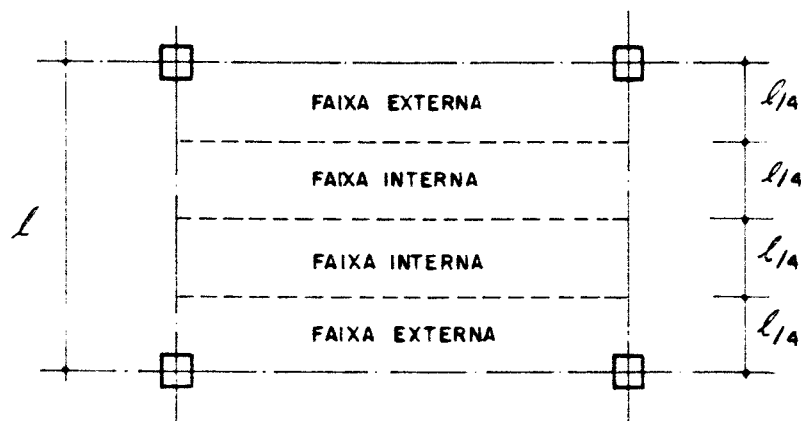


FIGURA 2.14. Divisão do painel conforme a NBR 6118/80

2.2.4. Analogia de grelhas

Um processo não muito difundido entre os projetistas de estruturas é o que analisa placas por analogia de grelhas, embora seja de fácil compreensão e aplicação, apresente custos de processamento bastante baixos e tenha se mostrado preciso para uma grande variedade de placas. Nos cálculos aqui efetuados foi utilizado o programa denominado ANSER — Análise de Sistemas Estruturais Reticulados, desenvolvido na EESC — USP.

Pioneiramente usado em computadores por LIGHTFOOT e SAWKO (1959), o processo consiste em substituir uma placa por uma malha equivalente (fig. 2.15) de vigas (grelha análoga).

As cargas distribuídas se dividem entre as vigas de acordo com a área de influência de cada uma; não causa diferença admitir uniformemente carregadas apenas as vigas em uma direção, com a carga total. Cargas concentradas que não possam ser consideradas como distribuídas devem ser aplicadas diretamente às vigas ou aos nós, adequando-se a malha. As rigidezes à torção e flexão da placa nas duas direções são tratadas na análise como concentradas nas vigas longitudinais e transversais do reticulado equivalente.

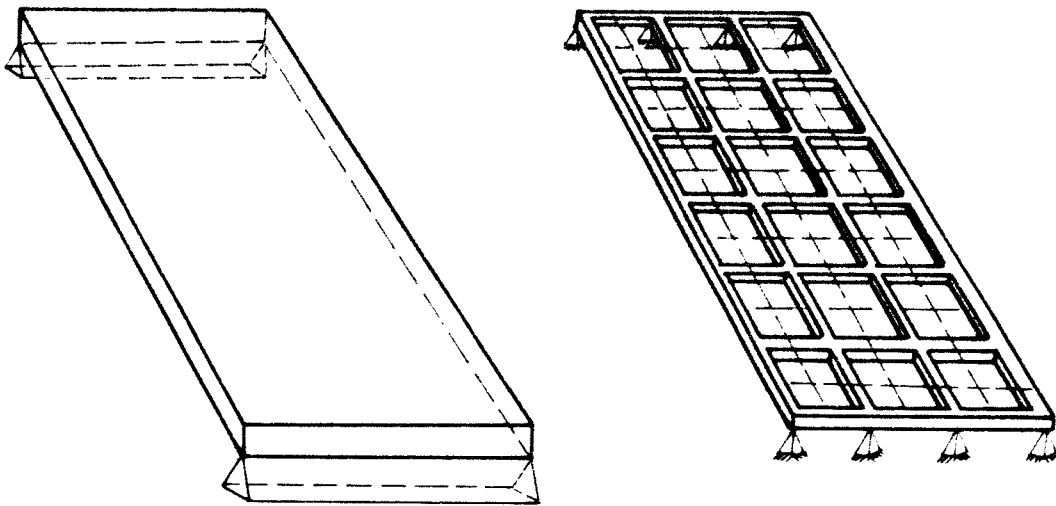


FIGURA 2.15. Placa e grelha análoga

Idealmente, as rigidezes das vigas devem ser tais que quando a placa e o reticulado equivalente são submetidos ao mesmo carregamento, as duas estruturas se deformem de modo idêntico; momentos fletores, forças cortantes e momentos torçores em qualquer viga da malha devem ser iguais às resultantes dos esforços na seção transversal da parte da laje que a viga representa. Esse ideal pode, de fato, ser apenas aproximado, em razão das diferenças características dos dois tipos de estruturas, mas se cuidados forem tomados na definição da malha e se às barras forem conferidas propriedades adequadas, os dois sistemas se comportarão de modo bastante próximo nas situações usuais de malhas uniformes.

2.2.4.1. Definição da malha

Em razão da variedade de formas, dimensões e condições de apoio da placa

original, é difícil estabelecer regras rígidas para a definição da malha mais adequada do reticulado equivalente; entretanto as regras abaixo, contidas em HAMBLY (1976) e TAKEYA et alii (1985) devem ser seguidas e adaptadas a cada situação de projeto:

a) procurar colocar vigas do reticulado em posições pré-determinadas pelo projeto tais como em linhas de apoio, ao longo de vigas de borda ou de outras que existirem, que contenham uma ação específica, etc;

b) para placas isotrópicas, cada barra deve ter uma largura no máximo igual a 1/4 do vão transversal ao seu eixo;

c) para placas ortótropas, na direção da menor inércia, deve-se considerar a largura das barras no máximo igual a 40% do vão transversal ao seu eixo;

d) quanto menores forem a largura e o comprimento das barras, e portanto mais densa a malha, melhores serão os resultados; entretanto, essa melhora cessa quando a largura das barras for menor que 2 ou 3 vezes a espessura da placa;

e) para as porções em balanço das lajes é necessário se colocar pelo menos duas barras transversais ao seu vão;

f) deve-se sempre colocar uma barra no contorno livre da placa, cuja largura para o cálculo do momento de inércia à torção deve ser diminuída de $0,3h$, pois é nessa distância, a partir da borda que, aproximadamente, a força cortante vertical, resultante das tensões verticais de cisalhamento devidas à torção, atua; h é a altura da placa nessa região (fig. 2.16);

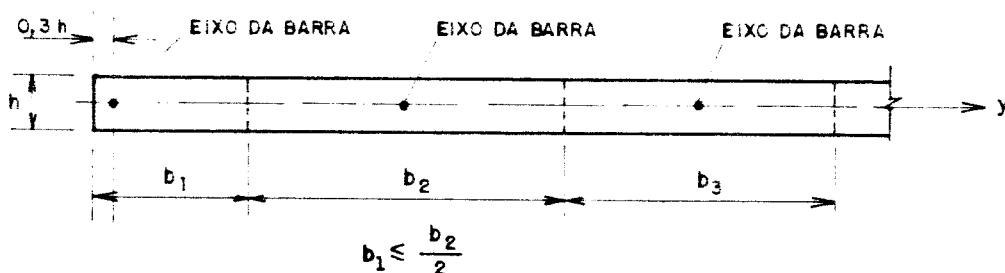


FIGURA 2.16. Detalhe da barra de borda [TAKEYA et alii (1985)]

g) junto às regiões de grande concentração de esforços, tais como apoios ou cargas concentradas, é recomendável que a largura das barras não seja superior a 3 ou 4 vezes a espessura da placa;

h) orifícios na laje cuja maior dimensão não exceda a $3h$ não precisam ser considerados, a não ser que estejam muito próximos dos pilares;

i) aberturas de grande tamanho na laje devem ser tratadas como borda livre, valendo as recomendações anteriores;

j) os espaçamentos das barras em cada uma das direções não devem ser muito diferentes, para permitir uma distribuição uniforme de cargas.

2.2.4.2. Propriedades geométricas das barras

Na utilização do processo de analogia de grelhas, para o cálculo das estruturas em lajes sem vigas, as seguintes propriedades geométricas dos elementos devem ser consideradas, também conforme Hambly e Takeya:

a) o momento de inércia à flexão dos elementos longitudinais e transversais é calculado considerando que cada um representa uma largura b de laje igual à distância entre os centros dos vãos adjacentes ao elemento (b_1 e b_2 na fig. 2.16); assim,

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (2.22)$$

b) o momento de inércia à torção, por unidade de largura de uma placa isotrópica é dado por

$$c = \frac{h^3}{6} \quad (2.23)$$

e para uma viga do reticulado que representa uma largura b de laje,

$$C = \frac{bh^3}{6} \quad (2.24)$$

e sendo esse valor o dobro do momento de inércia, toma-se $C = 2I$ para as vigas do reticulado;

c) o momento de inércia à torção por unidade de largura de uma placa ortótropa deve ser igual nas duas direções, e portanto também para as barras da grelha equivalente [HAMBLY (1976)], e pode ser tomado como

$$c = 2\sqrt{I_x I_y} \quad (2.25)$$

onde:

I_x — momento de inércia, por unidade de largura, das barras na direção x ;

I_y — momento de inércia, por unidade de largura, das barras na direção y ;

e, dessa forma,

$C_x = b_y c$ para barras paralelas ao eixo x ;

$C_y = b_x c$ para barras paralelas ao eixo y ;

b_x — largura das barras paralelas ao eixo y ;

b_y — largura das barras paralelas ao eixo x ;

no caso das barras junto ao contorno livre da placa deve-se considerar a largura de cálculo igual a $b - 0,3h$, e então

$C_x = (b_y - 0,3h)c$ para borda paralela ao eixo x ;

$C_y = (b_x - 0,3h)c$ para borda paralela ao eixo y .

2.2.5. Método dos elementos finitos

A análise de uma estrutura qualquer pela teoria da elasticidade requer a solução de equações diferenciais a derivadas parciais que só é possível para casos simples. Com o surgimento do método dos elementos finitos esse problema foi contornado: a estrutura é dividida (discretizada) em elementos de dimensões finitas — elementos finitos — de formas quaisquer (a figura 2.17 representa uma placa subdividida em elementos retangulares), para os quais se estabelecem relações entre esforços e deslocamentos em um certo número de pontos (nós), geralmente no contorno do elemento, resultando num sistema de equações lineares.

Esse sistema de equações pode então ser resolvido com a correta consideração das condições de contorno, resultando nos deslocamentos procurados. Os deslocamentos em pontos internos aos elementos ficam determinados exclusivamente em função dos deslocamentos nodais.

O método se aplica a diversos tipos de estruturas, e em particular às placas, desde as mais simples até aquelas de formas variadas (nesse caso é aconselhável o uso de elementos finitos triangulares, que se adaptam melhor ao contorno de placas

não retangulares) e com distintas condições de apoio.

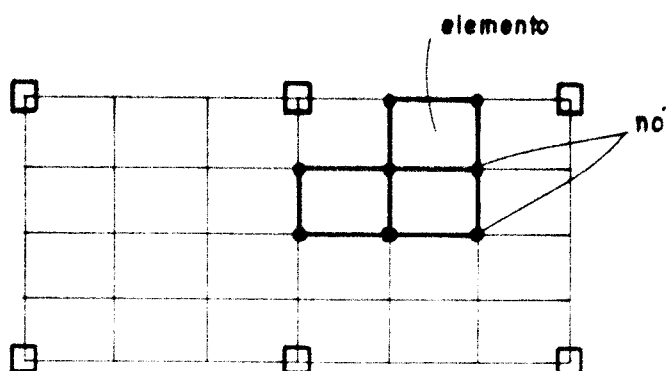


FIGURA 2.17. Subdivisão da placa — método dos elementos finitos

No caso das placas é possível calcular os esforços solicitantes e as tensões em vários pontos da estrutura, a partir dos deslocamentos, através de relações pré-estabelecidas pela teoria das placas elásticas. Neste trabalho, para aplicação do método, foi utilizado um programa computacional que emprega elementos triangulares de 18 graus de liberdade (T-18), e é apresentado em PAIVA (1980).

2.3. Pavimentos analisados

Para que os objetivos do item 2.1.2 pudessem ser atingidos, uma série de pavimentos de lajes sem vigas, que procuraram refletir algumas situações possíveis de serem encontradas em edifícios correntes com estrutura de concreto armado, foram estudados.

A definição dos pavimentos procurou atender as restrições impostas pela NBR 6118/80, pelo ACI 318-83 para aplicação do método direto de cálculo, e outras resultantes da experiência de projetistas com esse tipo de estrutura [TAKEYA et alii (1985)]. Desse modo tem-se para os diversos pisos:

— pilares: são todos alinhados, formando painéis de lajes retangulares (6 m \times 4 m, com relação entre o lado maior e o menor igual a 1,5) ou quadrados (4 m \times 4 m);

— balanços: todos têm vão de 1,5 m sendo, portanto, a relação entre o vão do balanço e o vão interno do painel (l) na direção perpendicular ao balanço igual a 0,375 para $l = 4$ m e 0,25 para $l = 6$ m;

— espessura das lajes: todas as lajes têm espessura de 15 cm, independentemente do tamanho dos painéis;

— vãos consecutivos: os vãos em uma mesma direção têm todos a mesma dimensão;

— número de painéis consecutivos em uma direção: em cada uma das direções existem no mínimo três painéis.

É recomendável ainda que as lajes sem vigas tenham todos os painéis com cargas da mesma ordem de grandeza, para não ocorrerem grandes assimetrias de carregamentos que provoquem altos momentos a serem transferidos das lajes para os pilares; em todos os casos analisados foi considerado um carregamento uniforme sobre todos os painéis, determinado no item 2.4.1.

É também recomendável o uso de vigas de borda, para evitar deslocamentos transversais inaceitáveis nas bordas de painéis externos, e para proporcionar condições adequadas de resistência às ações laterais. Nos casos sem balanços é recomendável que essas vigas sejam invertidas, o que mantém as vantagens de se ter um teto liso.

Na escolha das seções transversais das vigas foram adotadas dimensões únicas para todas aquelas de uma dada linha de pilares, de forma a simplificar as operações de execução e montagem das formas e aproveitar melhor os materiais; adotou-se também largura fixa de 20 cm, para compatibilização com alvenarias quando for o caso; dessa maneira as dimensões ficaram sendo:

— 20 cm \times 60 cm para as vigas com tramos de 6 m;

— 20 cm \times 45 cm para as vigas com tramos de 4 m.

Foram então definidos e analisados os seguinte pisos:

a) piso A1 — composto de doze painéis retangulares (6 m \times 4 m), sendo quatro na direção maior e três na menor, apoiados diretamente sobre os pilares — figura 2.18;

b) piso AV1 — idêntico ao anterior mas com vigas de borda invertidas entre

todos os pilares externos — figura 2.19;

c) piso A2 — composto também de doze painéis retangulares (6 m / 4 m) mas com balanços de 1,5 m em todo o contorno do pavimento — figura 2.20;

d) piso AV2 — como A2 mas com vigas nas bordas, entre todos os pilares externos — figura 2.21;

e) piso B1 — semelhante ao A1 mas composto de painéis quadrados (4 m x 4 m), com quatro em uma direção e três na outra — figura 2.22;

f) piso BV1 — como B1 mas com vigas invertidas nas bordas, entre todos os pilares externos — figura 2.23;

g) piso B2 — como B1 mas com balanços de 1,5 m em todo contorno — figura 2.24;

h) piso BV2 — como B2 mas com vigas de borda entre todos os pilares externos — figura 2.25.

Resumindo, os pisos tipo A têm painéis retangulares (4 m x 6 m) e os tipo B têm painéis quadrados (4 m x 4 m); os números 1 ou 2 indicam pisos sem ou com balanços respectivamente, e a letra V refere-se aos casos com vigas de borda.

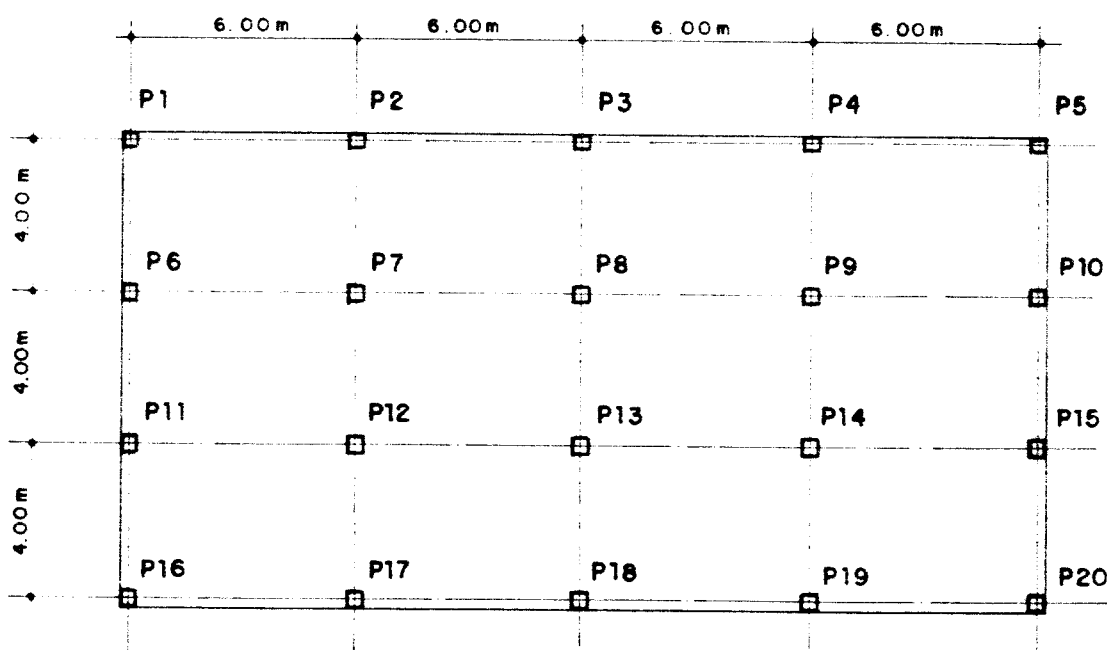


FIGURA 2.18. Piso A1

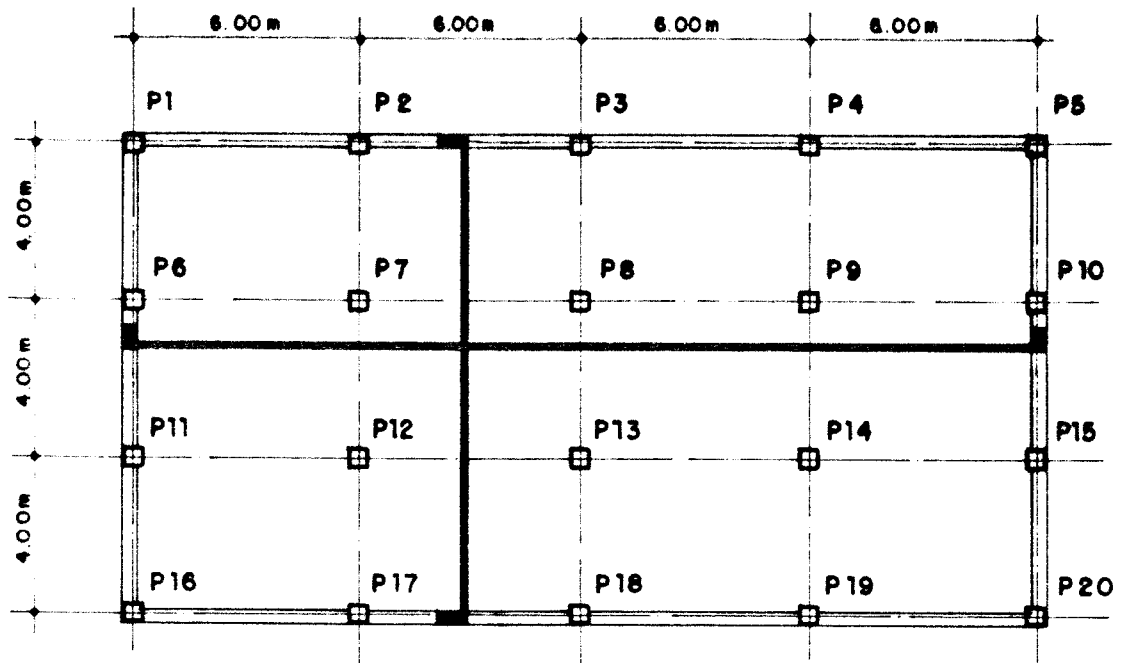


FIGURA 2.19. Piso AV 1

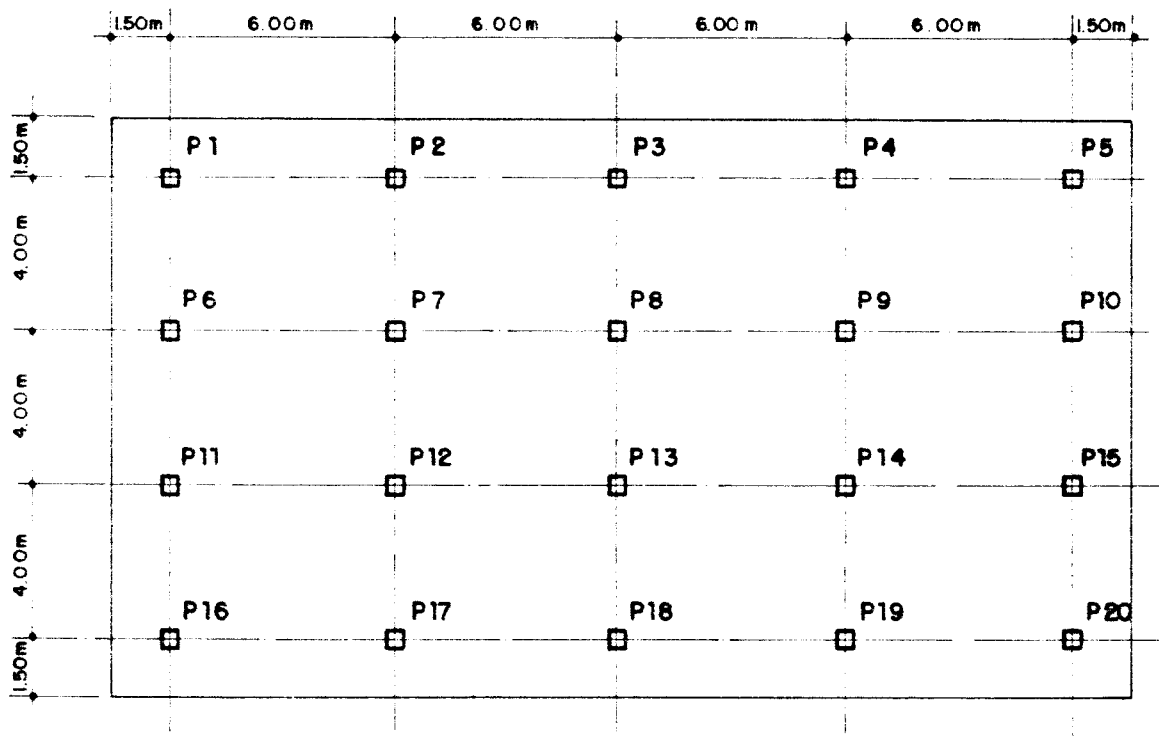


FIGURA 2.20. Piso A 2

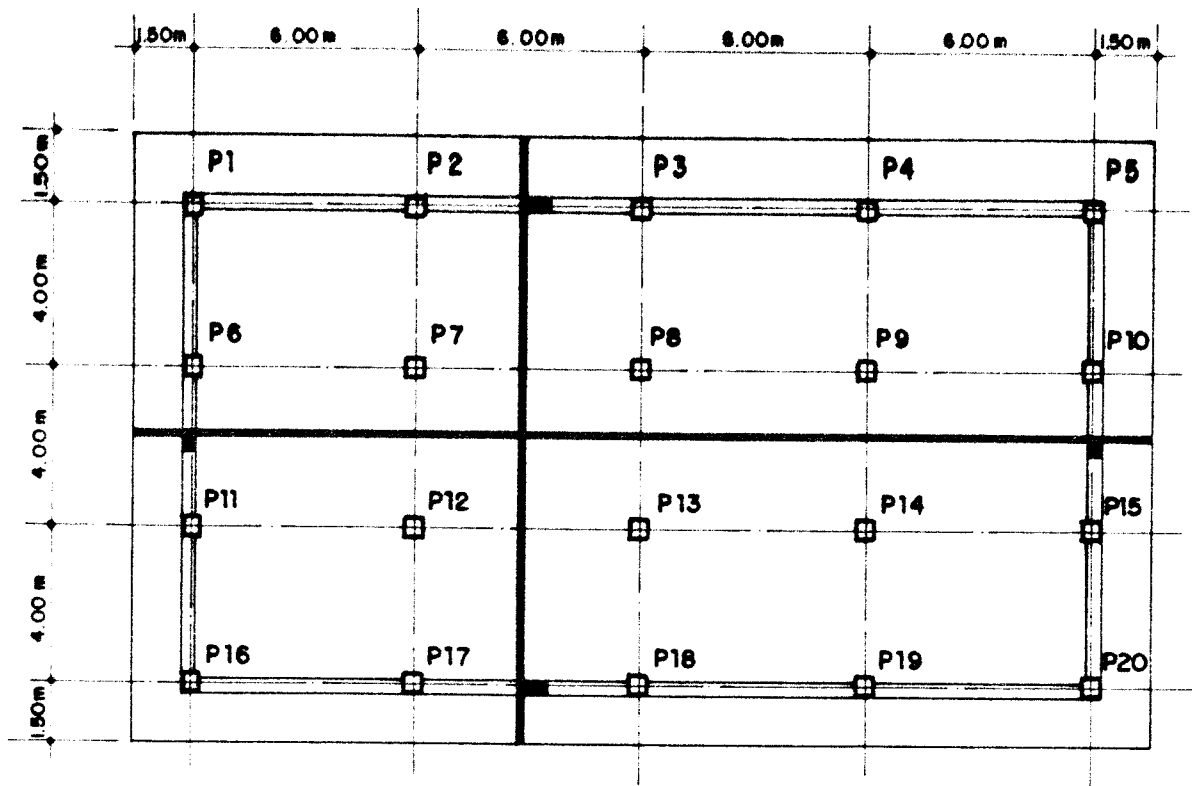


FIGURA 2.21. Piso AV 2

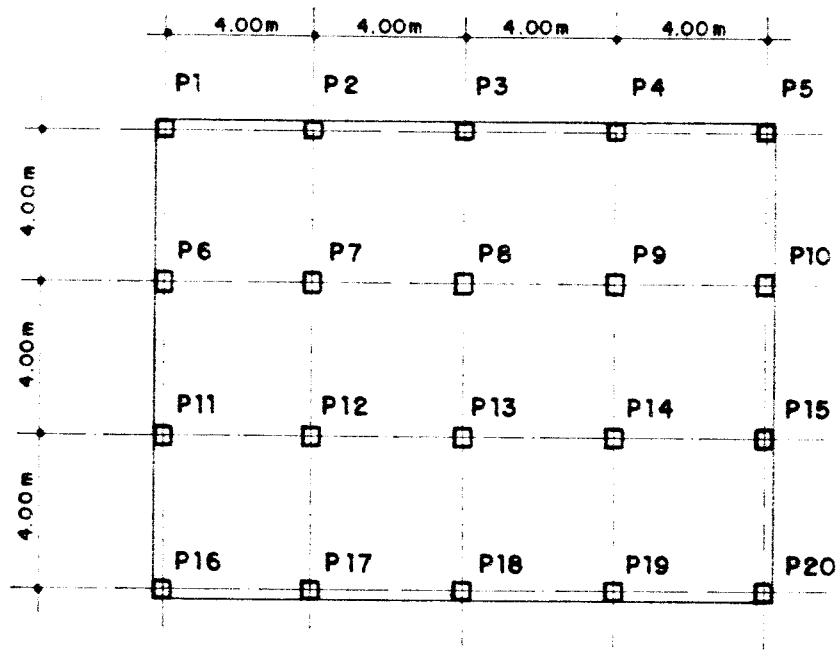


FIGURA 2.22. Piso B 1

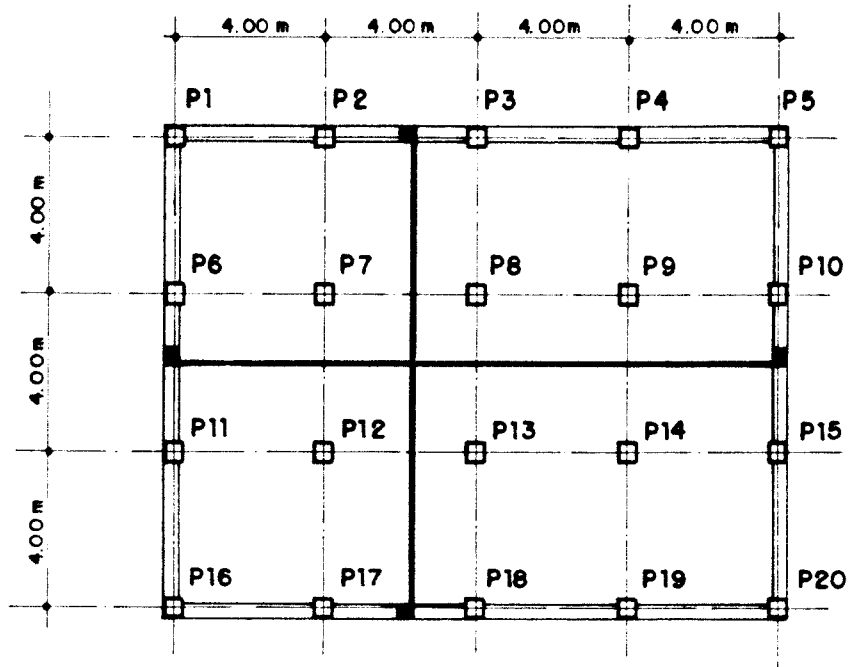


FIGURA 2.23. Piso BV 1

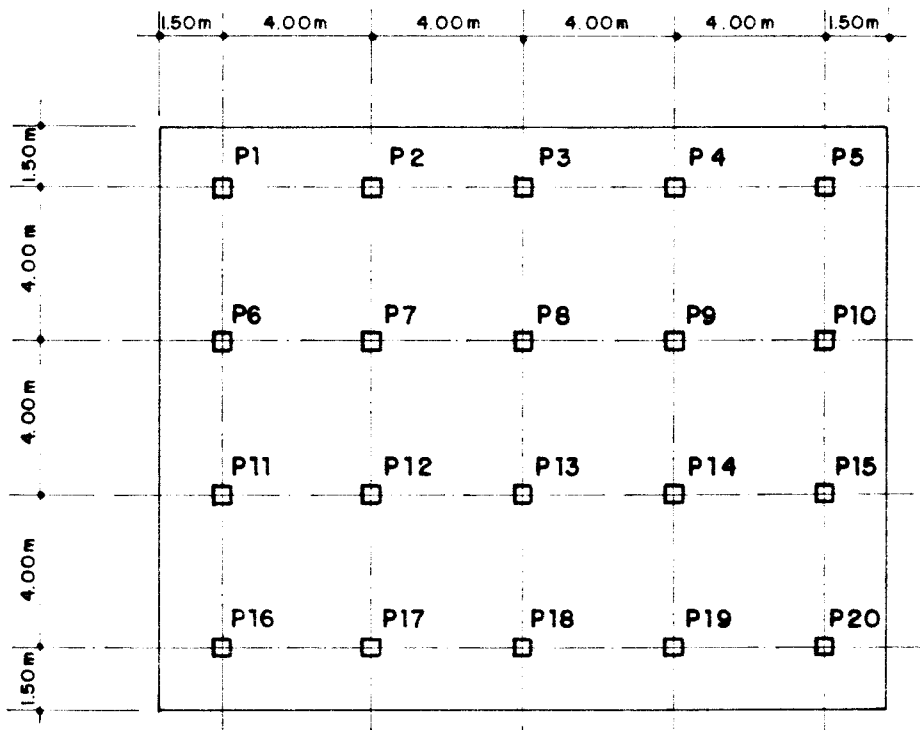


FIGURA 2.24. Piso B 2

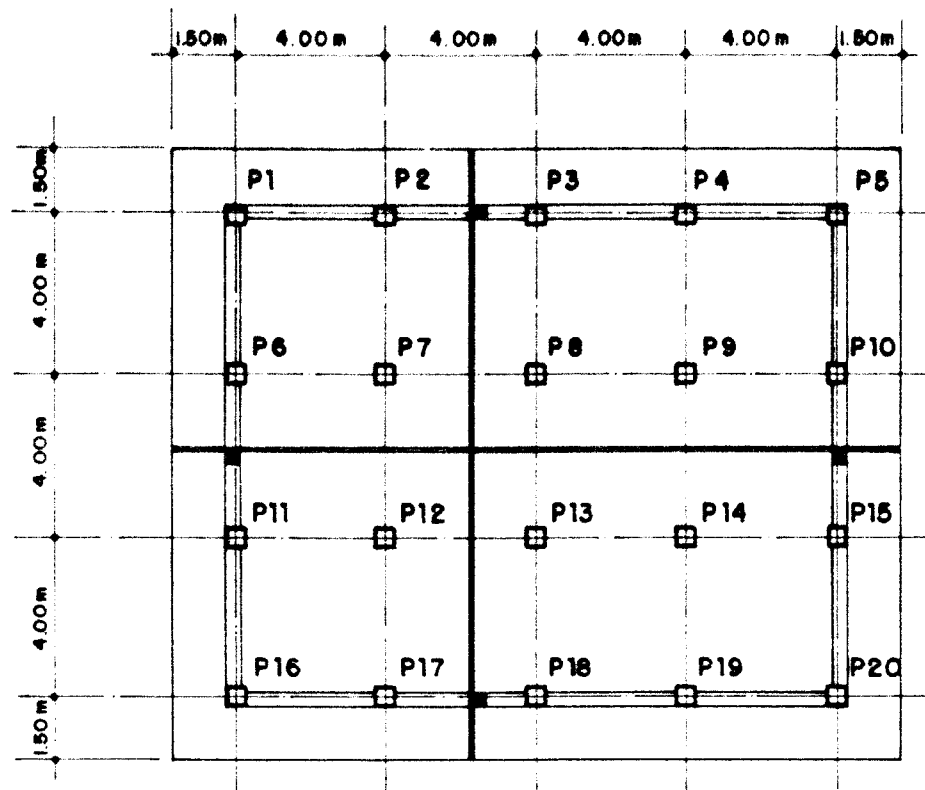


FIGURA 2.25. Piso BV2

2.4. Ações e características mecânicas do concreto

Neste item serão consideradas as ações que compoem o carregamento atuante sobre os pavimentos em estudo, e os valores das características mecânicas do concreto.

2.4.1. Ações

No cálculo dos painéis foi utilizado o carregamento descrito abaixo, de acordo com a NBR 6120/80 — Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações. Esse carregamento foi adotado para uma situação fictícia, visando principalmente à comparação de resultados.

2.4.1.1. Cargas permanentes

a) piso: adotou-se o valor único de $0,40 \text{ kN/m}^2$, que inclui camada de regularização se necessário;

b) revestimento do teto: admitiu-se tetos de concreto aparente;

c) peso próprio da laje: com a espessura de 15 cm adotada para a laje e concreto de peso específico de 25 kN/m^3 , acarreta uma carga de $3,75 \text{ kN/m}^2$;

d) paredes: considerando paredes com 2,65 m de pé-direito, executadas com blocos aparentes de cimento de $20 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ sendo a altura 15 cm (peso de cada bloco igual a 120 N e consumo de 11,9 unidades por m^2 de parede), chega-se ao valor de 3,96 kN por metro linear de parede, já incluída a argamassa de assentamento; de acordo com a NBR 6120/80, quando as paredes não têm posições definidas, deve-se considerar uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado não inferior a um terço do peso por metro linear de parede pronta, o que aqui significa uma carga de $1,32 \text{ kN/m}^2$ sobre a laje.

2.4.1.2. Cargas acidentais

A NBR 6120/80 recomenda para os casos de edifícios residenciais uma carga acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$ para dormitórios, salas, copa, cozinha e banheiros, e $2,0 \text{ kN/m}^2$ para despensa, área de serviço e lavanderia; adotou-se aqui o valor único de $1,5 \text{ kN/m}^2$ por ser a área dos cômodos onde se exige $2,0 \text{ kN/m}^2$ muito menor que as demais e para se manter a uniformidade do carregamento.

2.4.1.3. Carga total

Desse modo, considerando todos os valores, a carga sobre um pavimento será:

| | |
|------------------------------|-----------------------------------------|
| — piso | $0,40 \text{ kN/m}^2$ |
| — peso próprio da laje | $3,75 \text{ kN/m}^2$ |
| — peso de paredes | $1,32 \text{ kN/m}^2$ |
| — carga acidental | <u>$1,50 \text{ kN/m}^2$</u> |
| — total | $6,97 \text{ kN/m}^2$ |

Essa carga também é representativa para edifícios comerciais, hospitalares ou similares. Neles é possível utilizar divisórias de madeira ou semelhantes, que resulta num peso aproximado de 0,50 kN por metro linear para o pé-direito de 2,65 m, acarretando sobre a laje uma carga uniformemente distribuída que pode ser tomada como 0,20 kN/m²; com essa redução na carga permanente, a carga acidental pode ser elevada para um valor em torno de 2,50 kN/m², o que satisfaz a NBR 6120/80 na maioria dos casos.

2.4.2. Características mecânicas do concreto

Para que os deslocamentos transversais das lajes obtidos analiticamente fossem razoavelmente próximos dos deslocamentos reais, usou-se o artifício de reduzir, para efeitos de cálculo, as características mecânicas do concreto [TAKEYA et alii (1985)]. Isso se recomenda porque a ocorrência da fissuração e dos fenômenos da retração e deformação lenta torna muito difícil a obtenção exata das flechas, conforme se mostra no capítulo 4. Para considerar esses fenômenos pode-se utilizar para o concreto módulos de deformação longitudinal (E_c) em função da resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}) segundo a tabela 2.6. Esses valores são próximos dos recomendados por MONTROYA et alii (1976), que apresenta uma expressão onde o módulo de deformação é determinado em função da resistência média do concreto e do grau higrométrico do ambiente, distinguindo climas úmidos, médios e secos.

TABELA 2.6. Módulos de deformação fictícios do concreto [TAKEYA et alii (1985)]

| f_{ck} (MPa) | E_c (GPa) |
|----------------|-------------|
| 15 | 14,0 |
| 18 | 16,6 |
| 20 | 17,5 |

Para regiões com umidade relativa do ar muito baixa, os valores de E_c da tabela 2.6 devem ser multiplicados por 0,75.

Para a determinação do módulo de deformação transversal recomenda-se adotar a relação

$$G_c = 0,15 E_c$$

aqui empregada e que leva em conta, de maneira aproximada, o efeito da fissuração da laje como um todo [TAKEYA et alii (1985)].

Nos cálculos utilizou-se para resistência característica à compressão do concreto $f_{ck} = 15$ MPa; portanto, $E_c = 14,0$ GPa e $G_c = 2,1$ GPa para aplicação do método de analogia de grelhas nas comparações do item 2.5.3.

2.5. Comparações, análises, conclusões

2.5.1. Comparação do método analogia de grelhas com a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas

A finalidade deste item é verificar se a análise de uma estrutura bidimensional plana através de um reticulado de barras, transformando-a em uma grelha, é satisfatória. Assim comparou-se para um caso simples, apresentado por MARTINELLI et alii (1986), resultados obtidos da solução da equação diferencial das placas elásticas isotrópicas com os determinados pela analogia de grelhas.

A solução desta equação diferencial — equação de Sophie Germain—Lagrange — é obtida com carregamento bi-senoidal desenvolvido em séries de Fourier; os resultados apresentados foram determinados considerando os primeiros quatro termos da série, que já fornecem valores satisfatórios — diferença de 0,37% em relação ao valor obtido com quarenta e nove termos da série, para uma placa quadrada sob carga uniforme.

Foi considerada uma placa isotrópica quadrada, de lado $l = 4$ m, simplesmente apoiada em todo o seu contorno e sujeita a uma carga uniforme de 5 kN/m², com coeficiente de Poisson $\nu = 0,10$, $E_c = 30,0$ GPa e $G_c = E_c/2(1+\nu) = 13,64$ GPa; os momentos são os da tabela 2.7, calculados nos pontos 1 a 4 indicados na figura 2.26.

Observa-se que os valores obtidos com a analogia de grelhas estão bem próximos dos valores exatos, com diferença máxima de 7,3% no momento m_x do ponto

1 e média de 2,7%; pode-se afirmar que o método, neste caso, apresenta bons resultados. Ele também é satisfatório quando confrontado com o método dos elementos finitos, conforme se verifica no próximo item. Deve-se ressaltar que o método não apresentou valores iguais para os momentos onde isso deveria acontecer, em função da simetria da placa em questão (M_x do ponto 2 igual a M_x do ponto 3 e M_y de 2 igual a M_y de 3, e M_x igual a M_x para o ponto 4).

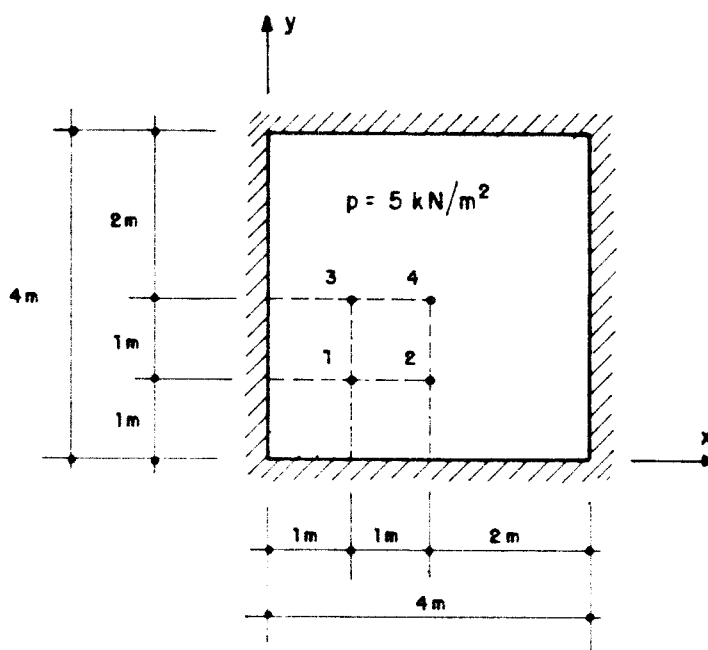


FIGURA 2.26. Placa quadrada apoiada no contorno

TABELA 2.7. Momentos fletores (kNm/m) nos pontos da figura 2.2E

| Método | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | m_x | m_y | m_x | m_y | m_x | m_y | m_x | m_y |
| Eq. Placas (a) | 2,07 | 2,07 | 2,32 | 2,76 | 2,76 | 2,32 | 3,18 | 3,18 |
| Grelhas (b) | 1,93 | 2,04 | 2,22 | 2,77 | 2,68 | 2,34 | 3,15 | 3,28 |
| (a)/(b) | 1,073 | 1,015 | 1,045 | 0,996 | 1,030 | 0,991 | 1,010 | 0,970 |

2.5.2. Comparação entre analogia de grelhas e elementos finitos

2.5.2.1. Apresentação dos resultados

A finalidade deste item é também avaliar o método de analogia de grelhas, pela comparação com um método reconhecidamente tido como confiável muito empregado em todo o mundo, que é o dos elementos finitos.

O programa aqui utilizado, por suas características, não permite o uso do módulo de deformação transversal adotado no trabalho ($G_c = 0,15 E_c$), e por isso a comparação entre ele e grelhas foi feita em separado, com $G_c = E_c / 2(1 + \nu)$ e $\nu = 0,2$ para ambos, o que com $E_c = 14,0$ GPa resulta $G_c = 5,8$ GPa.

Para que os resultados obtidos pelos métodos dos elementos finitos e analogia de grelhas fossem mais precisos, seria necessário um melhor refinamento das malhas, com a análise de diversas densidades; na região dos pilares uma malha menor poderia ser usada, considerando-se inclusive as dimensões da seção transversal dos mesmos, de modo a se obter uma distribuição de momentos mais exata. Entretanto interesse aqui, mais que valores altamente precisos, uma estimativa dos valores relativos entre os métodos, que permita uma comparação razoável entre eles; portanto, entendendo-se que para as finalidades do trabalho os resultados atendem às necessidades.

Foram então calculados momentos fletores para todos os pisos relacionados no item 2.3, mas serão apresentados apenas alguns gráficos comparativos (figs. 2.27 a 2.36) para faixas dos pilares e centrais (fig. 2.1) de painéis externos e internos dos pisos tipo A, entretanto suficientes para a comparação proposta. Nos casos em que os momentos nos pontos dados pelos métodos não coincidiram com os centros das faixas de laje definidas pela figura 2.1, foram consideradas as médias dos momentos de pontos dentro das mesmas ou, quando os pontos estavam posicionados nas linhas divisórias, considerou-se a média dos momentos em duas meia faixas.

Na aplicação da analogia de grelhas não se levou em conta nos cálculos a rigidez da ligação da laje com os pilares; essa consideração, principalmente no caso de pilares de bordas e cantos, levaria a uma distribuição mais uniforme dos esforços. Para isso o conceito de pilar equivalente, conforme apresentado pelo ACI 318—83, poderia ser utilizado, e esse é um ponto que deverá ser analisado futuramente.

Os diagramas foram feitos ligando os valores dos momentos por retas, e portanto eles têm forma diferente da correta, mas aqui interessam principalmente os valores nos pontos, e apenas uma idéia aproximada da forma de cada um.

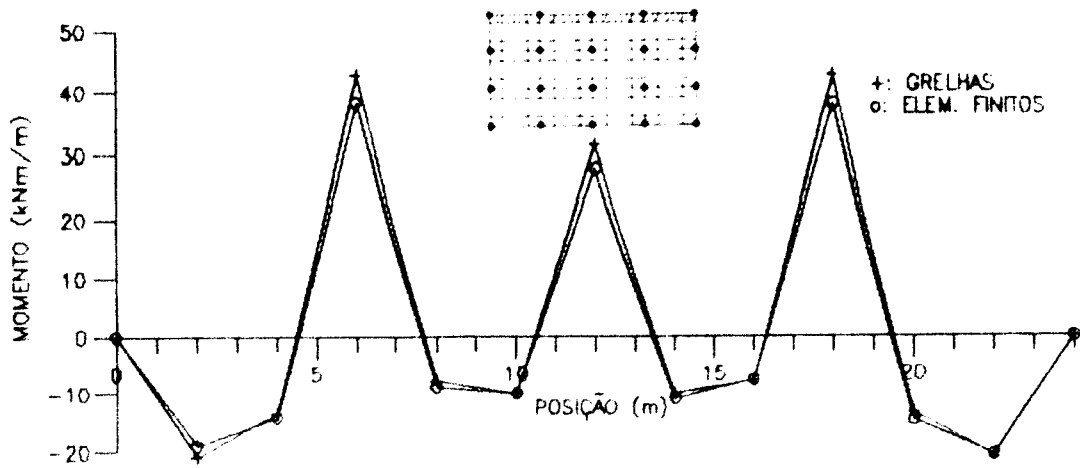


FIGURA 2.27. Piso A1 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

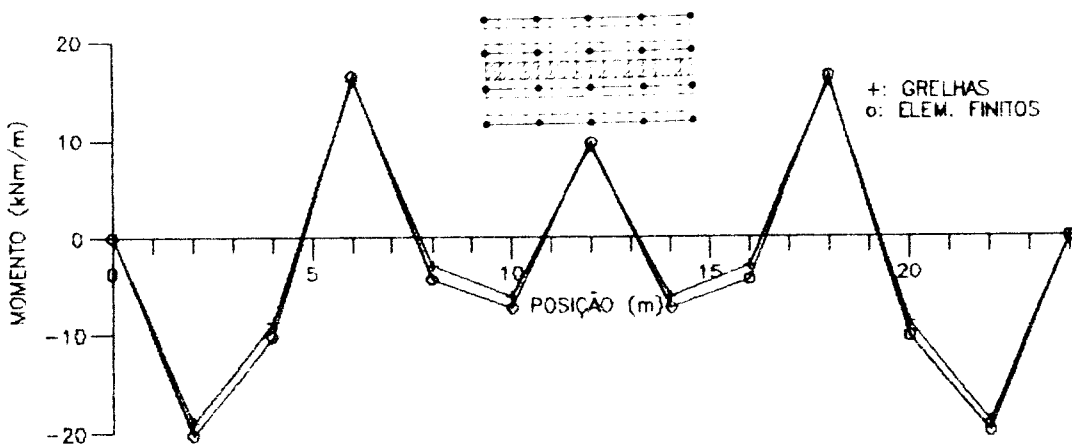


FIGURA 2.28. Piso A1 — Momentos na faixa central interna, direção maior

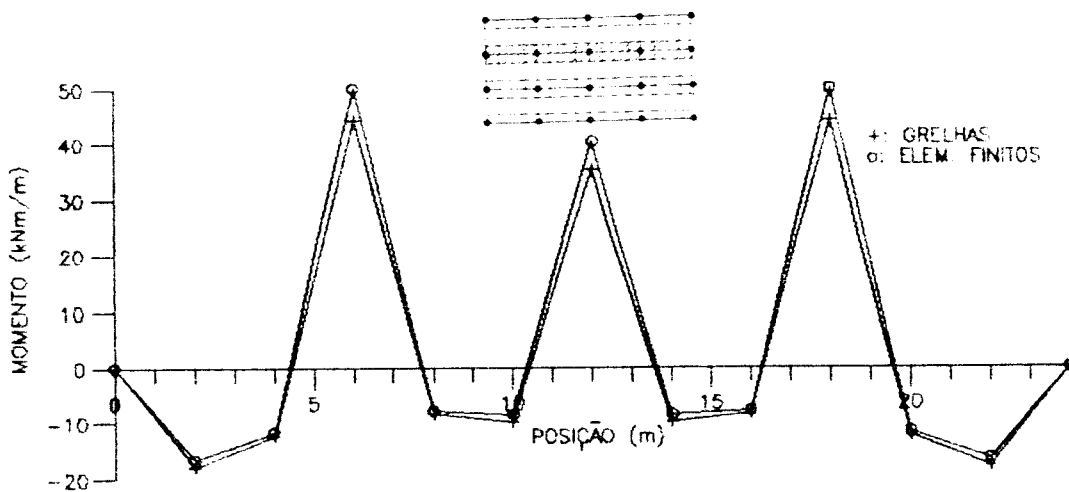


FIGURA 2.29. Piso AV1 — Momentos na faixa dos pilares internos, direção maior

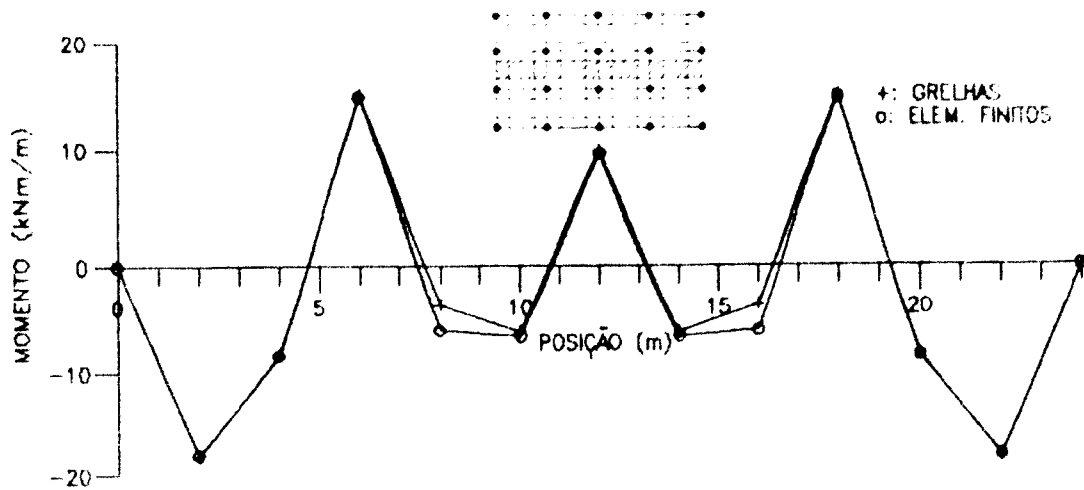


FIGURA 2.30. Piso AV1 — Momentos na faixa central interna, direção maior

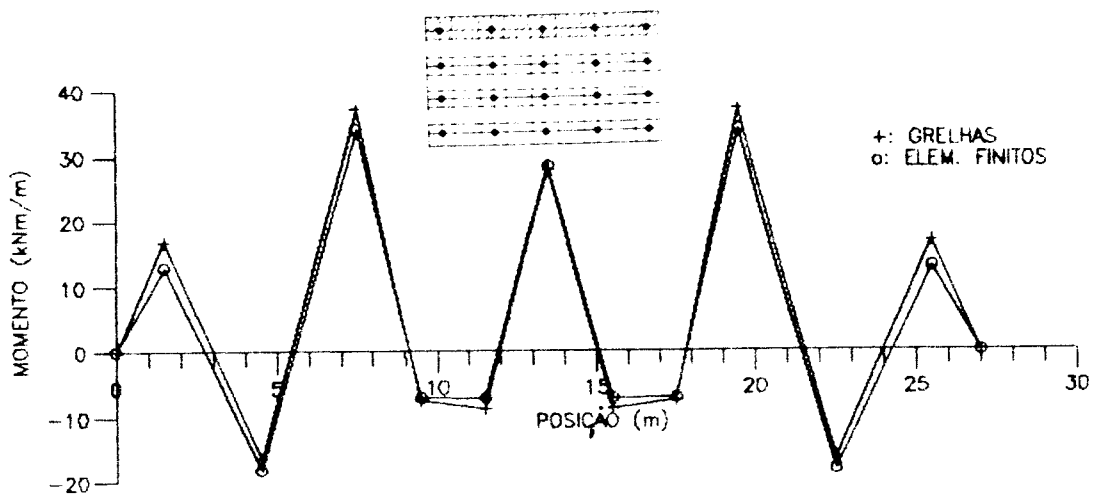


FIGURA 2.31. Piso A2 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

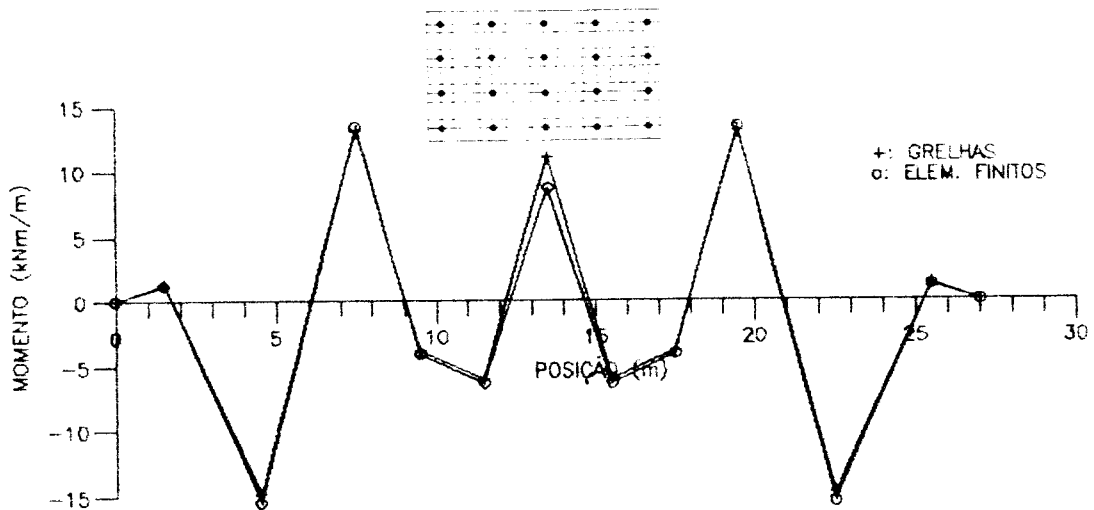


FIGURA 2.32. Piso A2 — Momentos na faixa central interna, direção maior

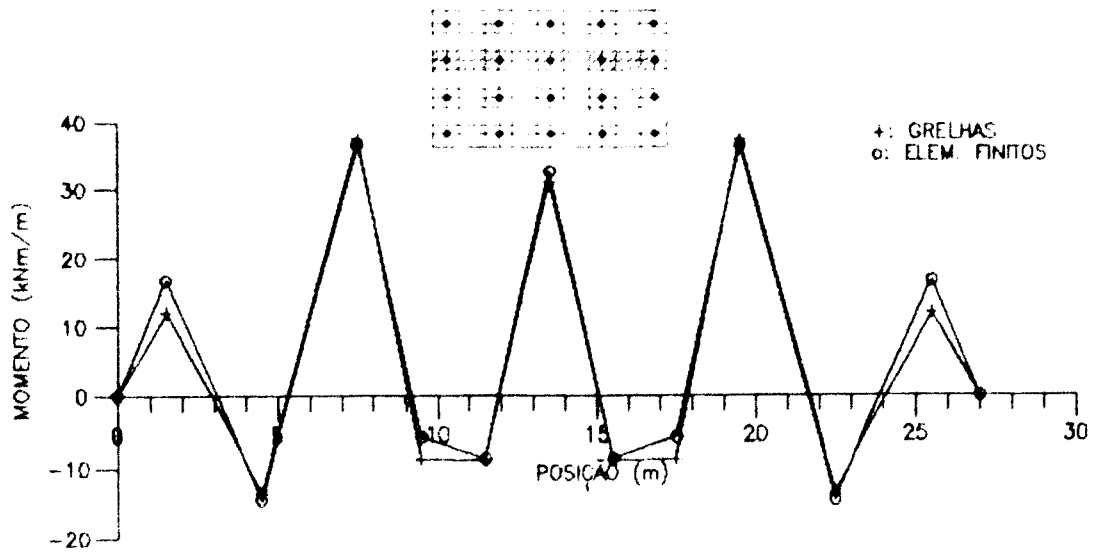


FIGURA 2.33. Piso AV 2 — Momentos na faixa dos pilares internos, direção maior

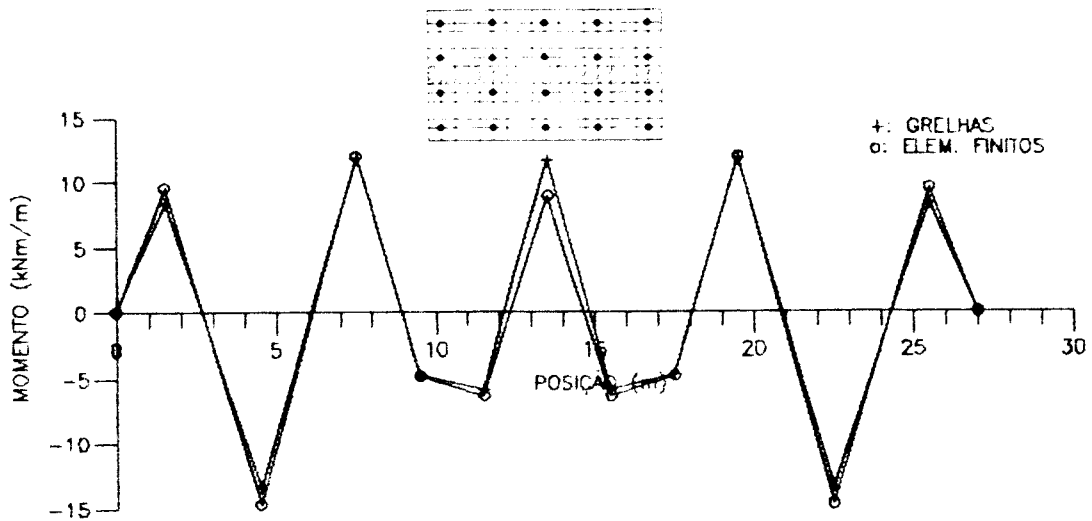


FIGURA 2.34. Piso AV 2 — Momentos na faixa central interna, direção maior

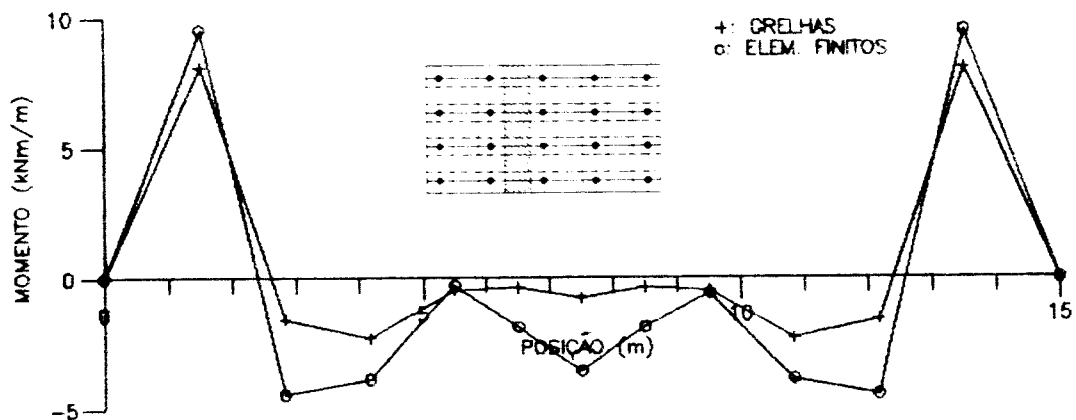


FIGURA 2.35. Piso AV 2 — Momentos na faixa central interna, direção menor

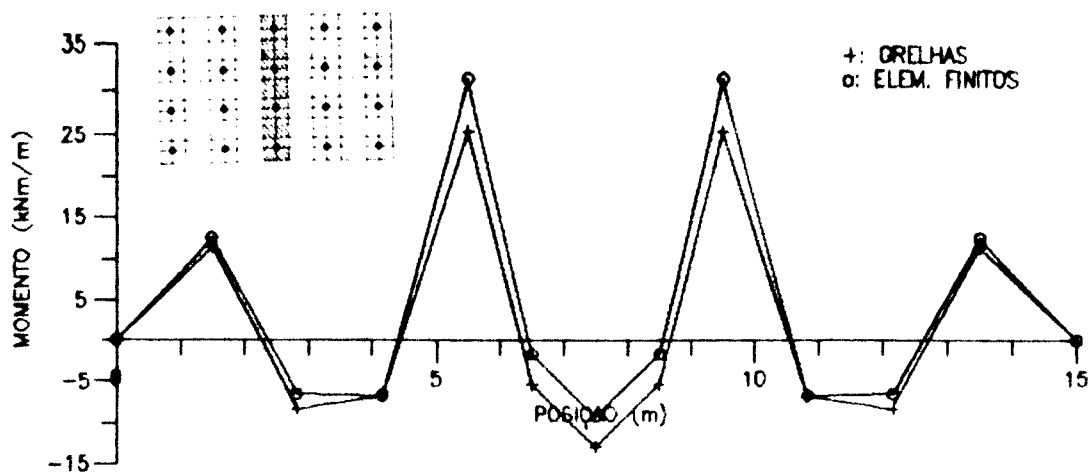


FIGURA 2.36. Piso AV2 — Momentos na faixa dos pilares centrais internos, direção menor

2.5.2.2. Análise e conclusões

Em vista dos gráficos apresentados e dos outros resultados não mostrados aqui, algumas observações e conclusões podem ser relacionadas:

a) os dois métodos apresentam resultados próximos, com diagramas parecidos; alguns poucos pontos têm valores com diferenças grandes entre eles, mas não existe tendência em um método sempre apresentar valores maiores que o outro;

b) as diferenças entre os valores dos momentos na direção maior (x), para faixas dos pilares e centrais, de cada um dos pisos mostrados tem uma média absoluta de 12,80%, sendo a maior — 17,8% — na faixa central interna do piso A1 (fig. 2.28), e a menor — 8,30% — também no piso A1, na faixa dos pilares externos (fig. 2.27);

c) os pontos que mostraram maior discrepância entre os resultados na direção maior, foram o ponto na posição $x = 8,0$ m da faixa central interna de A1 (fig. 2.28) — diferença de 51,0% — e o mesmo ponto em AV1 (fig. 2.30) — diferença de 72,2%; no entanto esses pontos são os de menores momentos em valores absolutos em suas faixas, e portanto essa grande diferença é pouco significativa;

d) também na faixa central interna do piso AV2 (fig. 2.35), na direção menor, os momentos apresentam grandes diferenças, com porcentagem média entre todos os pontos de 128%, e máxima de 370%; entretanto os valores dos momentos são bastan-

tes pequenos — o maior é de 9,56 kNm/m na seção sobre a viga, provocado principalmente pelo balanço; no caso da faixa dos pilares centrais, também na direção menor (fig. 2.36), as diferenças entre os métodos são menores, mas ainda grandes nos momentos pequenos, sendo a maior no ponto $x = 6,5$ m, com o resultado dado pelo método das grelhas 221% maior que o dos elementos finitos (5,36 kNm/m para 1,67 kNm/m);

e) nos pavimentos tipo B observou-se o mesmo que nos tipo A, obviamente com valores absolutos menores, mas com diferenças um pouco maiores entre os métodos.

Pode-se afirmar que os resultados indicam uma conformidade aceitável entre os dois métodos, principalmente em relação aos maiores momentos, que são os que efetivamente irão influir no dimensionamento, e além disso tratam-se ambos de métodos aproximados; optou-se então pelo emprego do método de analogia de grelhas em outras fases do trabalho por se dispor de programa para uso em microcomputador e já ter sido utilizado por este autor em algumas outras situações.

2.5.3. Comparação entre os métodos direto, pórticos equivalentes e grelhas

Serão agora analisados os resultados obtidos para os pisos do item 2.3 com os métodos direto, pórticos equivalentes e grelhas.

2.5.3.1. Apresentação dos resultados

Também aqui os resultados são apresentados apenas para os pavimentos tipo A, e para algumas faixas centrais e dos pilares (figs. 2.37 a 2.51). Cabem aqui as mesmas observações do item 2.5.2.1 quanto à obtenção dos momentos nas faixas pela analogia de grelhas e quanto à forma dos diagramas, os quais, por serem simétricos, foram divididos ao meio, nas direções maiores, para melhor clareza.

No início os momentos foram calculados pelo método direto sem simplificações e com aquelas introduzidas pelo ACI 318—83, mas os valores obtidos pelos dois modos foram tão próximos que os cálculos prosseguiram apenas com a versão simplificada.

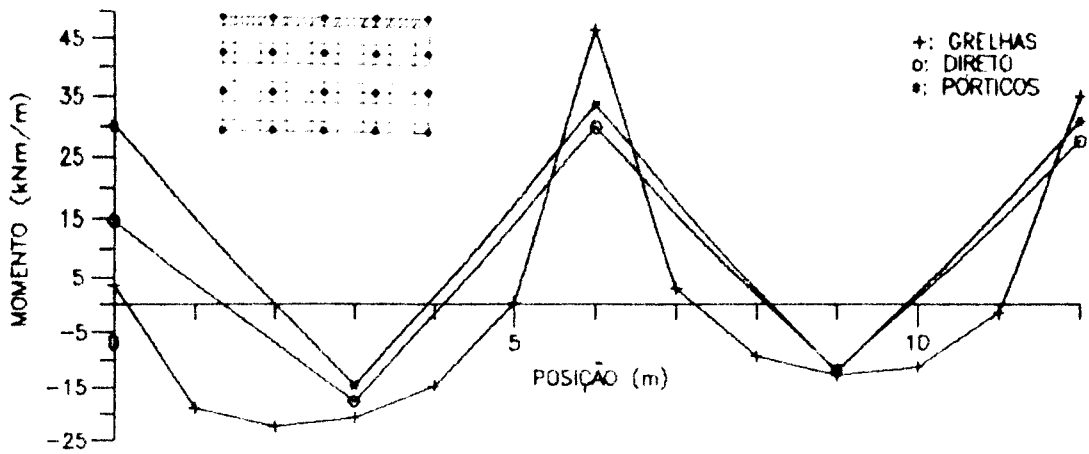


FIGURA 2.37. Piso A1 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

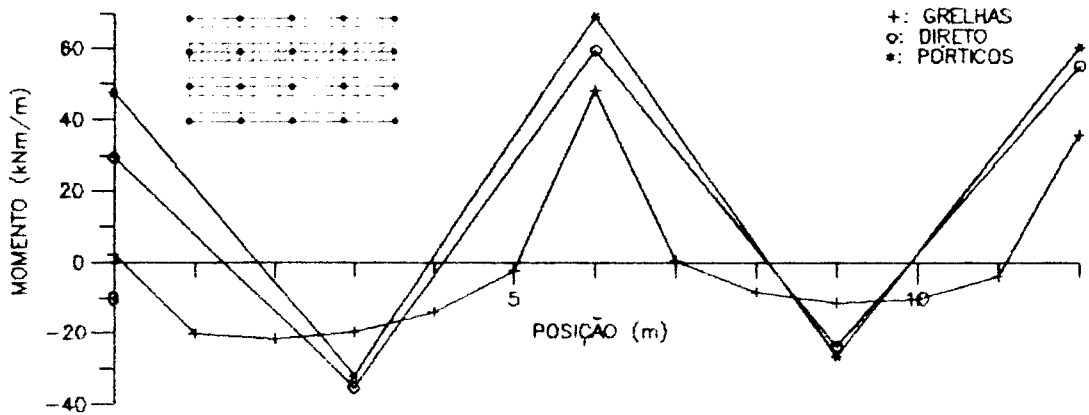


FIGURA 2.38. Piso A1 — Momentos na faixa dos pilares internos, direção maior

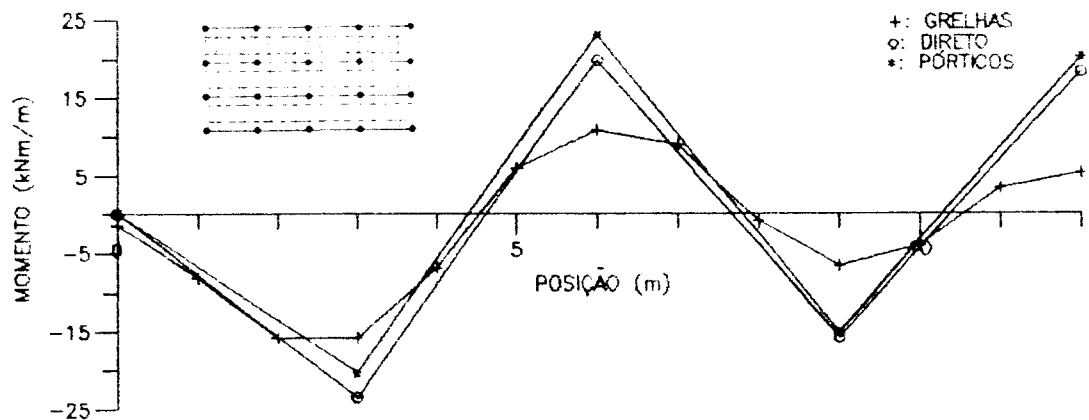


FIGURA 2.39. Piso A1 — Momentos na faixa central externa, direção maior

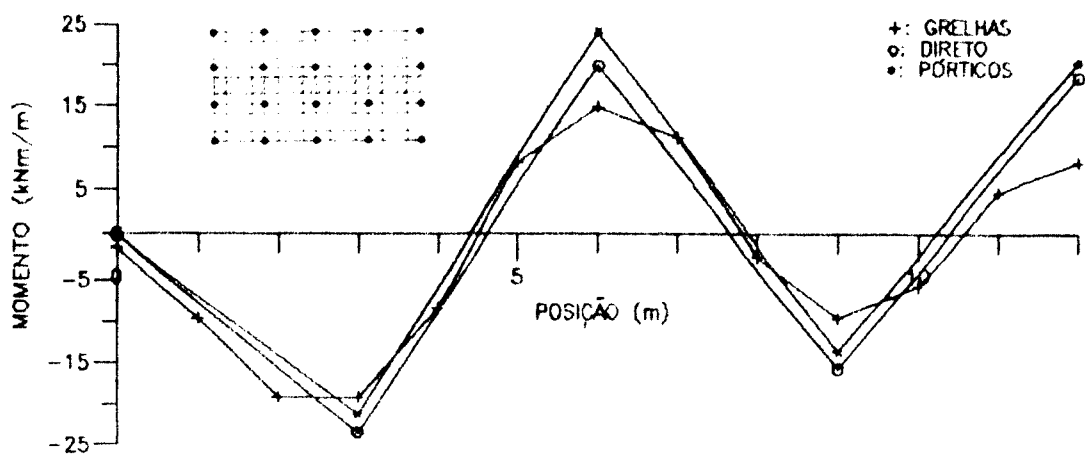


FIGURA 2.40. Piso A1 — Momentos na faixa central interna, direção maior

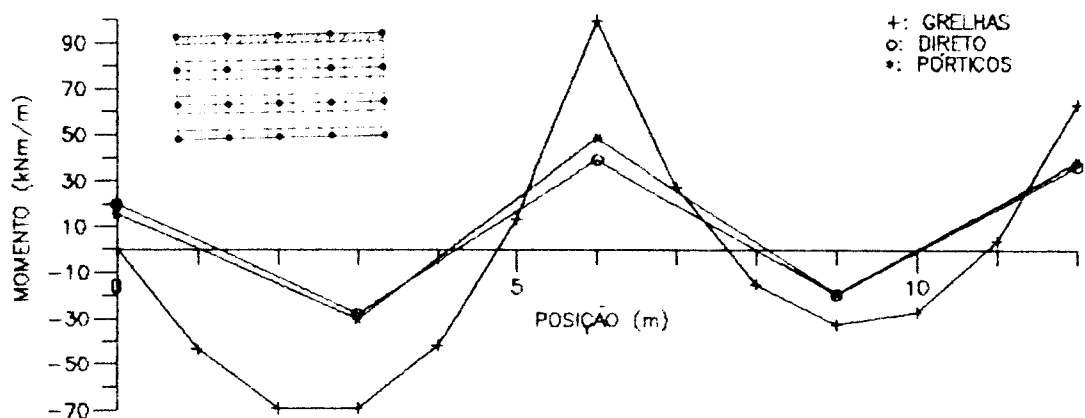


FIGURA 2.41. Piso AV1 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

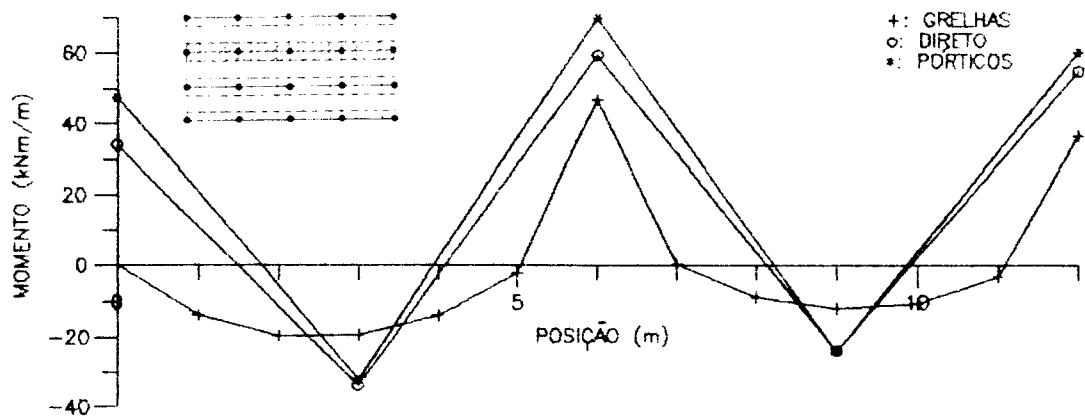


FIGURA 2.42. Piso AV1 — Momentos na faixa dos pilares internos, direção maior

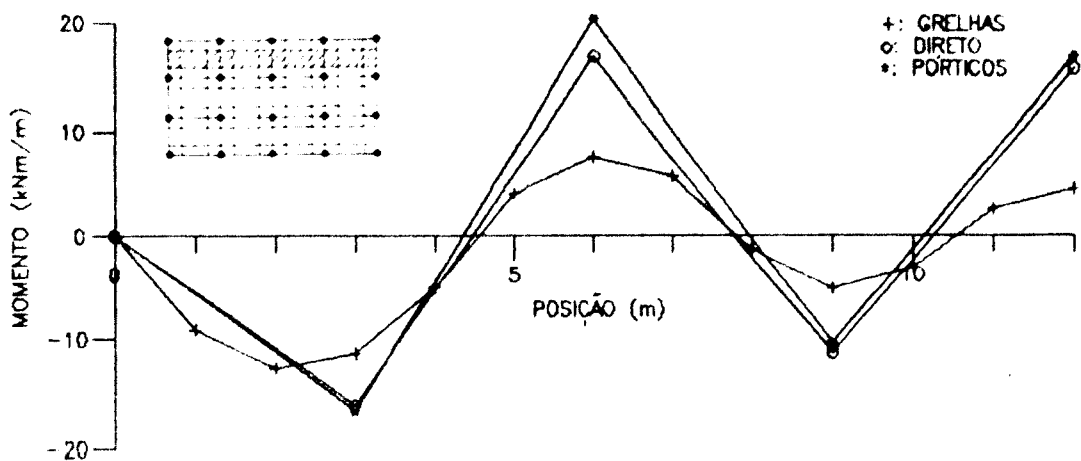


FIGURA 2.43. Piso AV 1 — Momentos na faixa central externa, direção maior

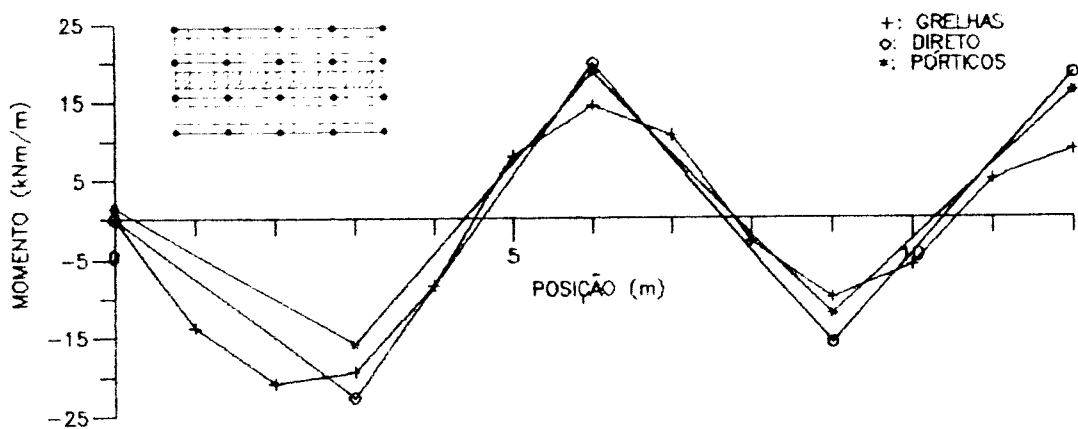


FIGURA 2.44. Piso AV 1 — Momentos na faixa central interna, direção maior

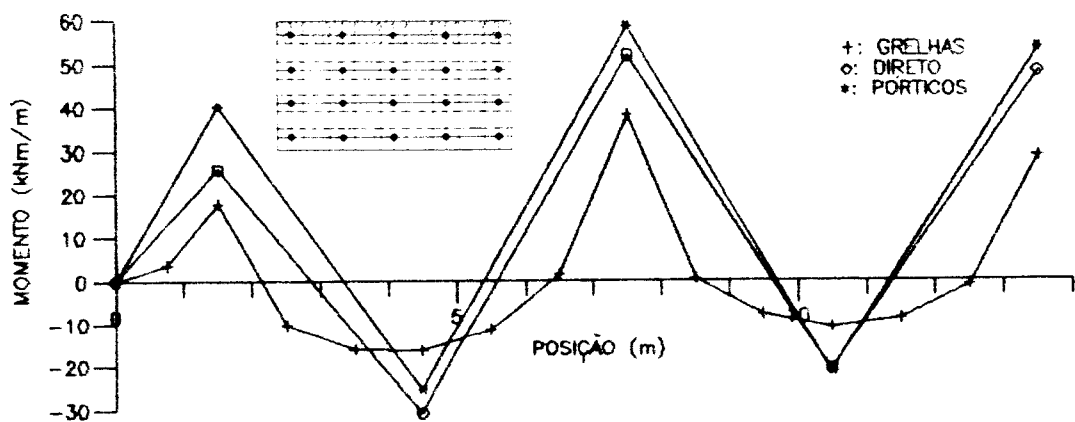


FIGURA 2.45. Piso A2 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

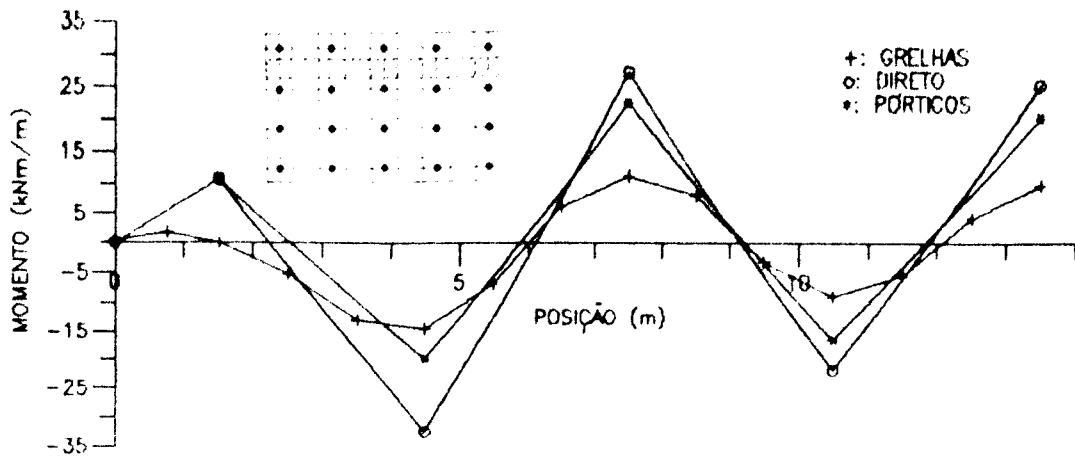


FIGURA 2.46. Piso A2 — Momentos na faixa central externa, direção maior

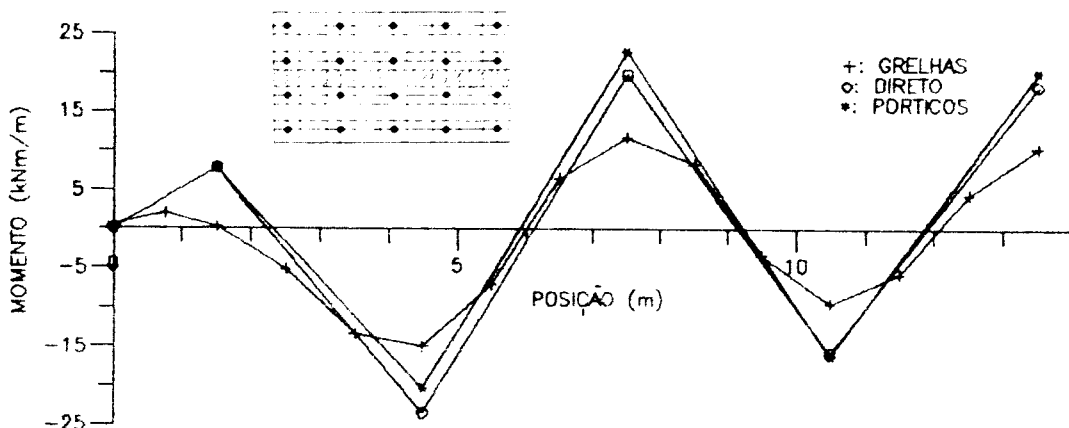


FIGURA 2.47. Piso A2 — Momentos na faixa central interna, direção maior

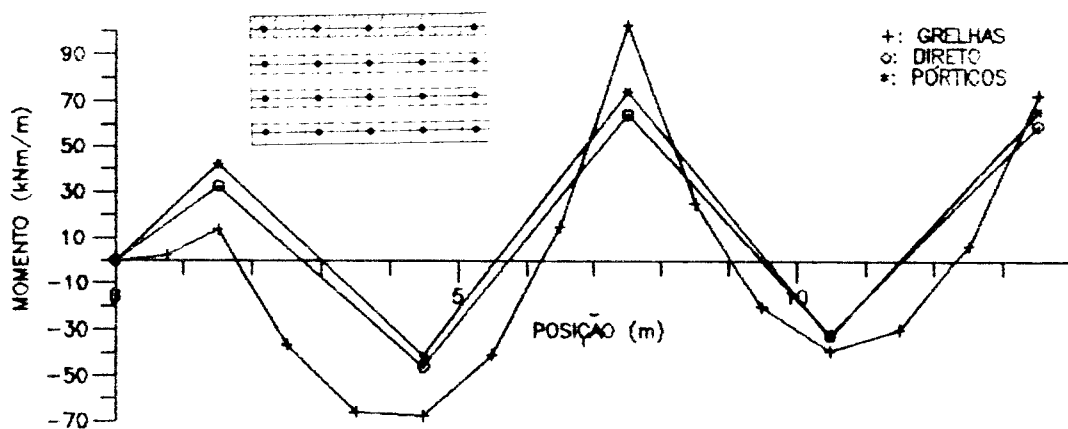


FIGURA 2.48. Piso AV2 — Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior

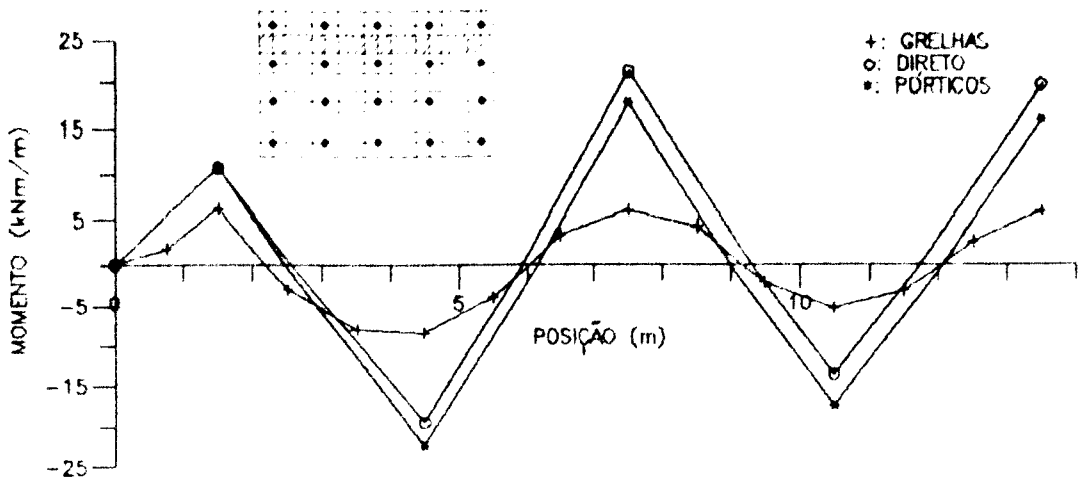


FIGURA 2.49. Piso AV2 — Momentos na faixa central externa, direção maior

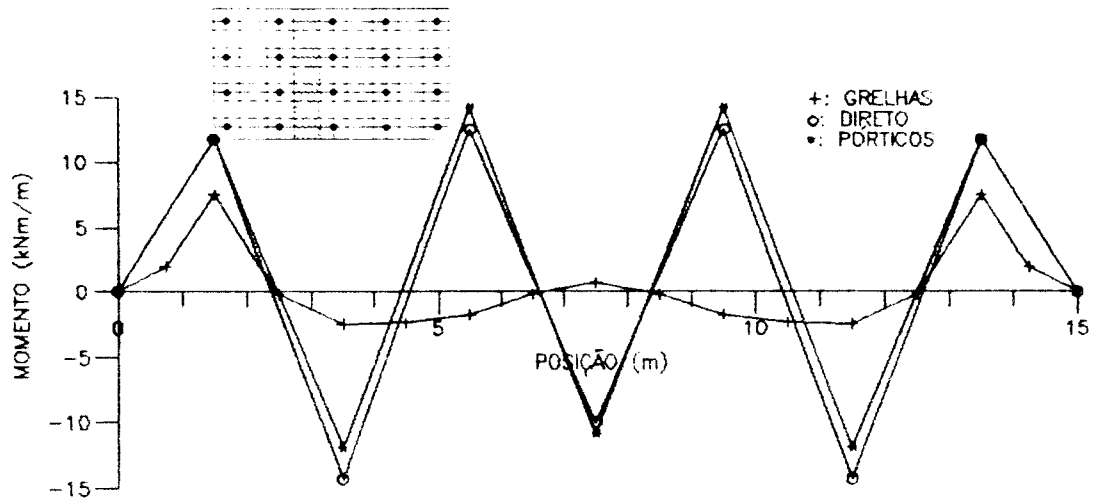


FIGURA 2.50. Piso AV2 — Momentos na faixa central interna, direção menor

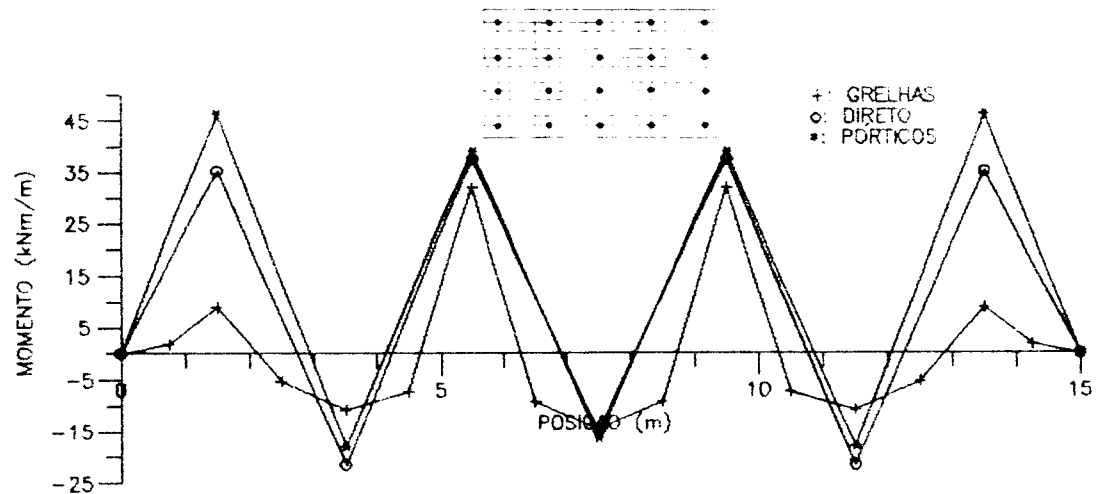


FIGURA 2.51. Piso AV2 — Momentos na faixa pilares internos, direção menor

2.5.3.2. *Análise dos resultados*

Os resultados obtidos permitem as seguintes considerações:

a) não existe um método que apresente sempre resultados maiores que os demais para todas as faixas de lajes;

b) nas faixas de pilares externos, com e sem vigas entre eles, o método de analogia de grelhas, que considera o pavimento como uma estrutura única, com completa integração entre todos os painéis que a compõem, apresentou quase sempre valores maiores que os dois outros métodos (que têm valores próximos entre si, sendo geralmente maior o dos pórticos), tanto para os momentos positivos quanto para os negativos. Isto provavelmente porque nos métodos direto e dos pórticos equivalentes admite-se que as faixas e pórticos, respectivamente, não apresentam continuidade, sendo independentes uns dos outros; para o cálculo dos momentos na faixa dos pilares externos a carga atuante se refere unicamente à contribuição de metade do painel, resultando momentos muito menores que nas faixas centrais. As exceções ficaram por conta dos pisos A2 e B2 nas duas direções, mas aí os balanços também contribuem para o carregamento, aumentando-o;

c) nas faixas dos pilares internos, nos vãos maiores dos pisos tipo A (figs. 2.38 e 2.42), os métodos direto e dos pórticos, que novamente têm valores próximos, apresentam sempre resultados maiores que o das grelhas; isso é coerente com o que se disse no caso das faixas dos pilares externos, pois enquanto lá, para os métodos direto e dos pórticos equivalentes, a área de influência das cargas se refere a meia faixa, aqui a carga é referente à faixa com largura total;

d) ainda nas faixas dos pilares internos, nos vãos menores dos pisos A (fig. 2.51) e em todos os do tipo B, os três métodos apresentam valores mais próximos entre si; nos momentos negativos o método dos pórticos continuou apresentando valores maiores que os outros, e momentos positivos próximos do direto, e o das grelhas valores ora próximos de um ora próximos do outro;

e) nas faixas centrais de painéis externos (figs. 2.39, 2.43, 2.46 e 2.49), na direção dos vãos maiores, os métodos simplificados do ACI também apresentam valores próximos, os dos pórticos pouco maiores, e ambos superiores aos das grelhas, mais uma vez por esses métodos considerarem os pórticos isoladamente, e ainda por exigirem para uma faixa central a soma dos momentos obtidos para cada meia faixa

central dos pórticos adjacentes; na direção dos vãos menores dos pisos tipo A e nas duas direções dos tipo B verifica-se o mesmo, só que aqui a diferença entre os métodos do ACI e o das grelhas é mais acentuada;

f) nas faixas centrais dos painéis internos os valores dos momentos são da mesma ordem que nas faixas centrais externas, mas na direção maior dos pisos tipo A (figs. 2.40, 2.44 e 2.47) as diferenças entre os métodos são menores, com as grelhas ainda com valores inferiores; nas duas direções dos pisos do tipo B e na menor dos do tipo A (fig. 2.50) novamente a diferença entre o método das grelhas e os do ACI é maior.

2.5.3.3. Conclusões

À luz dessas observações pode-se dizer inicialmente que a analogia de grelhas oferece resultados mais coerentes, com momentos maiores nas faixas dos pilares, principalmente nas externas com vigas, e momentos menores nas faixas centrais; entretanto é um método nem sempre disponível e de utilização possível só com o uso de computadores, como o dos elementos finitos.

No caso de obras de maior responsabilidade, contudo, é aconselhável o uso da analogia de grelhas ou dos elementos finitos, dado o caráter menos simplificado destes métodos. A entrada de dados do método das grelhas é de dificuldade idêntica à dos elementos finitos, e nada se pode afirmar com precisão sobre o tempo de processamento em cada um, pois depende do computador (ou microcomputador) e do número de elementos escolhidos — barras no primeiro e elementos no segundo.

Em projetos de pequena responsabilidade ou a nível de ante-projeto os métodos simplificados podem ser empregados, pois geralmente apresentam valores dos momentos maiores que a analogia de grelhas, com exceção das faixas dos pilares externos. Como o método direto é mais simples, por não necessitar de qualquer cálculo estático complicado, e apresenta valores próximos aos do método dos pórticos equivalentes, recomenda-se o seu uso quando o pavimento a ser calculado atende às restrições impostas pelo código do ACI para o uso do método; caso contrário é recomendável o método das grelhas ou dos elementos finitos.

Em vista da natureza aproximada do método direto e da grande redistribuição de momentos em lajes, RANGAN e HALL (1984) consideram que o uso de coeficientes de distribuição com duas casas decimais, como no ACI 318—83 (0,26, 0,52 e 0,70), indi-

ca um grau de refinamento descabido, e sugerem os valores de $0,3 M_0$, $0,5 M_0$ e $0,7 M_0$ para os momentos no pilar exterior, no centro e no pilar interior de painéis externos, respectivamente.

Entretanto é importante ter sempre em mente que o método direto apresenta algumas deficiências que não devem ser esquecidas quando for utilizado; as principais são:

— os momentos nas faixas externas sobre os pilares são menores que os obtidos com o método das grelhas;

— o método não dá orientação específica quanto aos balanços, que deverão ser considerados à parte;

— as faixas centrais são super dimensionadas, em função dos coeficientes de distribuição e da recomendação de que os momentos em cada meia faixa, provenientes de pórticos distintos, devem ser somados.

2.5.4. *Efeitos das vigas de borda e dos balanços*

2.5.4.1. *Apresentação dos resultados*

Vigas de borda e balanços carregados influem no comportamento das lajes quanto aos momentos fletores, e isso será brevemente analisado em função dos resultados obtidos com o método das grelhas. Para que fosse possível comparar pontos semelhantes de pisos com e sem balanços, os momentos nos balanços não estão nos gráficos apresentados nas figuras 2.52 a 2.55; nessas figuras cada desenho contém curvas para uma mesma faixa dos quatro pisos tipo A ou B, de modo que o comportamento devido às vigas e aos balanços possa ser melhor visualizado.

As malhas dos pisos B1 e BV1 tiveram dimensões diferentes das malhas de B2 e BV2, de modo que as curvas desses quatro pisos não puderam ser colocadas juntas, e assim decidiu-se agrupar os momentos de duas faixas — B1 e BV1 ou B2 e BV2, figuras 2.56 e 2.57 — em um mesmo desenho. Valem também aqui as observações feitas para os diagramas dos itens anteriores.

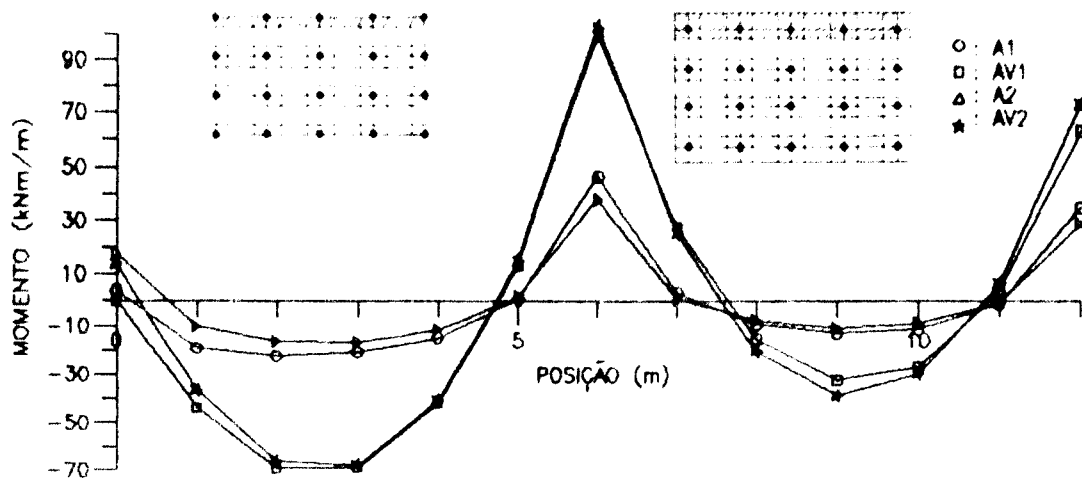


FIGURA 2.52. Momentos na faixa dos pilares externos, direção maior
Pisos A1, AV1, A2, AV2

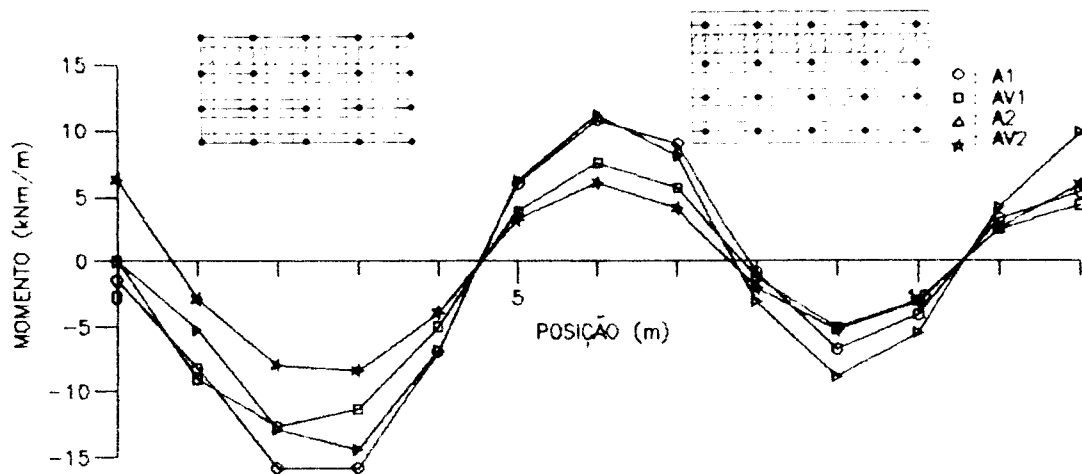


FIGURA 2.53. Momentos na faixa central, painéis externos, direção maior
Pisos A1, AV1, A2, AV2

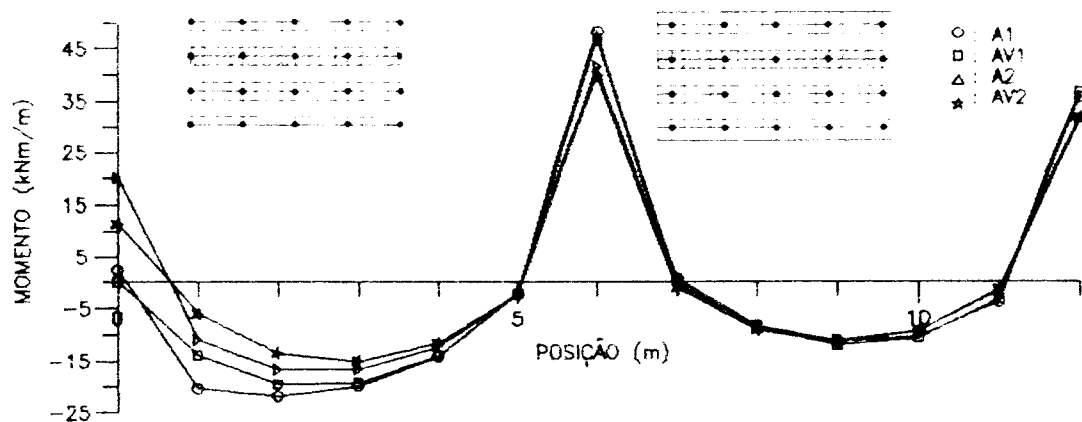


FIGURA 2.54. Momentos na faixa dos pilares internos, direção maior
Pisos A1, AV1, A2, AV2

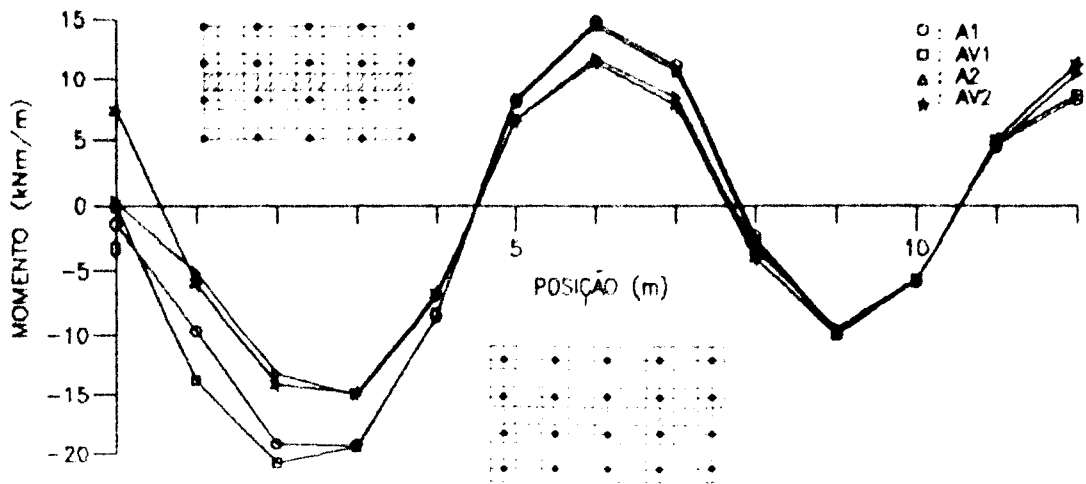


FIGURA 2.55. Momentos na faixa central, painéis internos, direção maior
Pisos A1, AV1, A2, AV2

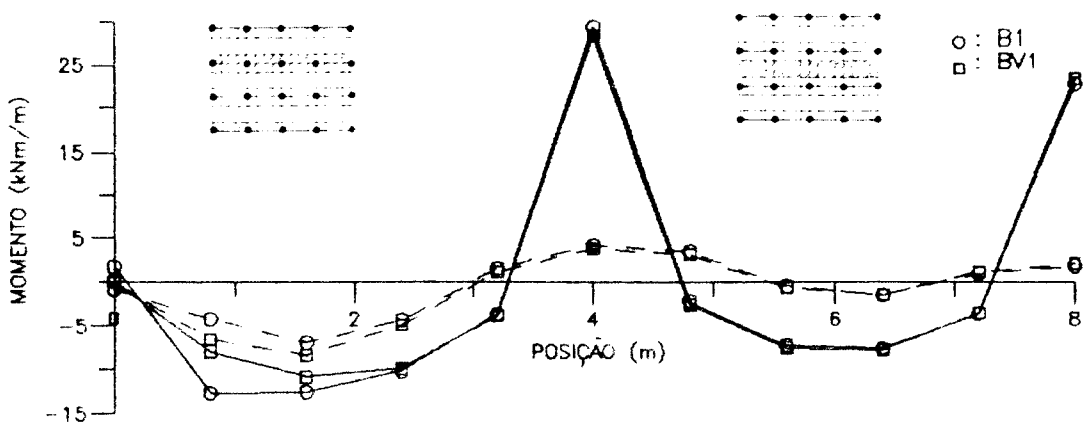


FIGURA 2.56. Pisos B1 e BV1 — Momentos na direção maior, faixa dos pilares
internos (linhas contínuas) e faixa central interna (linhas tracejadas)

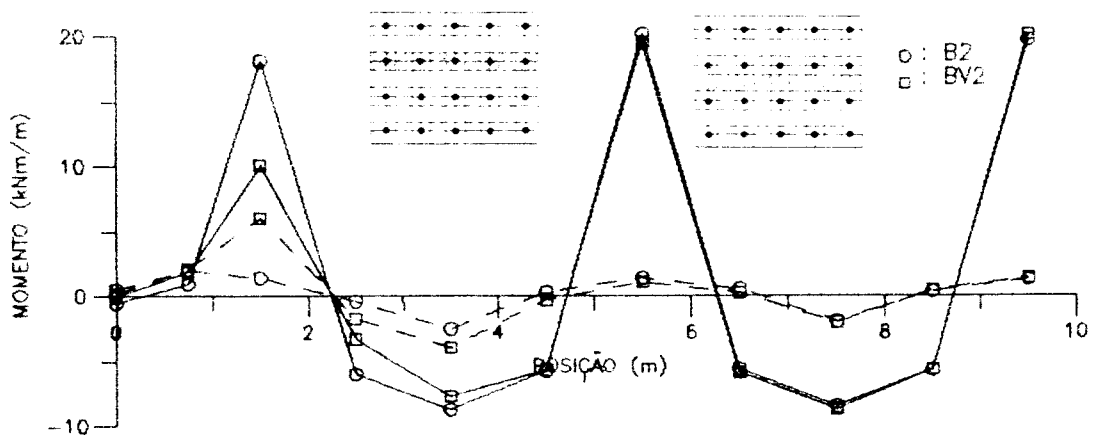


FIGURA 2.57. Pisos B2 e BV2 — Momentos na direção maior, faixa dos pilares
internos (linhas contínuas) e faixa central interna (linhas tracejadas)

2.5.4.2. Análise e conclusões

Algumas observações podem ser destacadas:

a) as faixas dos pilares com vigas são mais solicitadas, tanto para os casos com balanços quanto para aqueles sem; nesses últimos a diferença entre os momentos é ainda maior;

b) como as faixas com vigas são mais solicitadas, nas correspondentes faixas centrais dos painéis externos os momentos são menores que os das mesmas faixas dos pisos sem vigas; os momentos nas faixas dos pilares internos e nas faixas centrais internas praticamente não sofreram alteração em função da existência das vigas nas bordas, tanto nos pisos A como nos B;

c) os balanços diminuíram um pouco os momentos nas faixas dos pilares externos nos pisos sem vigas (A1 e A2, fig. 2.52), excluindo-se a extremidade interna do balanço na direção dos momentos; já nos casos com vigas (AV1 e AV2, fig. 2.52) isso não ocorreu, pois nos painéis externos AV1 apresentou momentos levemente maiores, e nos internos a situação se inverteu; se por um lado os balanços aumentam a carga nas faixas dos pilares externos, por outro aumentam a rigidez dessas faixas, daí os momentos quase iguais;

d) na faixa dos pilares internos os balanços diminuíram os momentos, tanto nos pisos sem vigas como naqueles com vigas (fig. 2.54), pois nessa faixa a influência das vigas é pequena; as maiores diferenças se dão nos painéis extremos, com os balanços reduzindo os momentos positivos;

e) nas faixas centrais, nos painéis extremos (fig. 2.53) e nos internos (fig. 2.55), os balanços também diminuíram os momentos em geral, particularmente os positivos dos painéis extremos, tanto nos casos com vigas (AV1, AV2), como naqueles sem vigas de borda (A1, A2); também nos pisos B isso se verificou.

De maneira geral conclui-se que a influência de vigas de bordas nos momentos fletores dos pavimentos restringe-se às faixas dos painéis externos, tanto a dos pilares como a central, pouco afetando os momentos nas faixas dos painéis internos; ELSTNER (1970), experimentalmente, também verificou um efeito localizado das vigas de bordas sobre os momentos, apenas nas lajes externas na direção paralela às vigas. Os balanços provocam uma melhor distribuição de momentos, afetando levemente também os painéis internos.

Entretanto, a maior contribuição das vigas de bordas e dos balanços se

relacione com a punção (não há punção nos pilares de borda e canto com vigas, e os balanços transformam pilares externos em internos) e com os deslocamentos transversais das lajes. As vigas ainda contribuem para o aumento da resistência do edifício às ações laterais.

CAPÍTULO 3

PUNÇÃO NAS LAJES SEM VIGAS

3.1. Introdução

Nos sistemas de lajes sem vigas, provavelmente os dois maiores problemas práticos são:

a) impedir que deslocamentos transversais façam a estrutura atingir o estado limite de utilização por deformação excessiva;

b) impedir que, no caso de a estrutura atingir o estado limite último, a ruína seja devida à punção na ligação da laje com o pilar.

O fenômeno da punção ocorre quando uma força concentrada (ou agindo em uma pequena área) aplicada em uma placa provoca a sua perfuração. No caso dos sistemas estruturais de lajes sem vigas o pilar aplica, diretamente na laje, uma força concentrada de alta intensidade, o que pode causar a punção da laje pelo pilar e, conseqüentemente, a ruína da estrutura. Essa ruína ocorre na forma de uma ruptura frágil e abrupta, sem qualquer aviso prévio, o que impossibilita a tomada de medidas preventivas.

Como se pode perceber a punção é uma ruptura de cisalhamento, e os dois termos, punção e cisalhamento, serão daqui por diante empregados indistintamente.

Casos de edifícios sem vigas que atingiram a ruína durante a construção [ACI-ASCE COMMITTEE 426 (1973, 1974), HAWKINS e MITCHELL (1979), SWAMY e ALI (1982)] mostraram claramente as possíveis conseqüências desastrosas devido a esse tipo de ruptura e a importância da ductilidade dos elementos da estrutura.

Ductilidade é a característica que podem ter os elementos estruturais de sofrer deformação antes que a resistência última seja atingida. Segundo DILGER et alii (1978) ductilidade, no caso de uma laje, é a relação entre a rotação da laje no momento em que a primeira barra de flexão começar a escoar, e a rotação final na

ruptura. Assim, quanto mais dúctil for a laje maior será a diferença entre as duas rotações.

Na região da ligação da laje com o pilar, além da força cortante de alta intensidade atuante, pode ocorrer também a ação de grandes momentos fletores, que só não causam problemas em pilares interiores de lajes simétricas, carregadas também simetricamente e não sujeitas a esforços laterais, pois nesse caso os momentos na laje se auto equilibram.

São diversas as ocasiões em que os momentos não estão balanceados, causando a transferência de uma parte deles da laje para o pilar. Isso acontece principalmente devido a:

— esforços laterais causados por ação do vento e terremotos — neste caso certa parcela dos esforços pode ser resistida por paredes estruturais;

— espaçamentos desiguais de pilares, produzindo painéis consecutivos de diferentes dimensões;

— cargas acidentais, ou mesmo permanentes, diferentes em painéis adjacentes;

— esforços produzidos por recalques diferenciais, variações de temperatura, retração e deformação lenta;

— pilares colocados nas bordas e nos cantos das lajes.

Os casos de pilares de bordas e cantos são os mais críticos pois aí os momentos fletores não balanceados são ainda maiores, a área em torno do pilar em contato com a laje é menor e há torção nas bordas da laje junto da ligação com os pilares.

Diversos pesquisadores [GRAF (1933), RICHART e KLUGE (1939), MOE (1961) e HANSON e HANSON (1968)] concluíram que a transferência de momentos fletores da laje para o pilar cause a diminuição da resistência da ligação à força cortante, devida às fissuras provocadas pela flexão.

No caso de pilares interiores e lajes carregadas simetricamente, foi observado por diversos autores que primeiramente surgem fissuras radiais e, somente para elevados estágios de carga, algumas poucas fissuras circulares; a partir da mais externa destas é que se desenvolvem as superfícies de ruptura por cisalhamento em torno da carga ou pilar; essas superfícies têm a forma de um tronco de cone (cone de punção), cuja inclinação das geratrizes em relação ao plano médio da laje varia de 30° a 35° (45° no caso de sapatas). A ruptura se caracteriza por um movimento

predominantemente vertical da laje na formação do cone devida à área carregada ou reação do pilar (fig. 3.1).

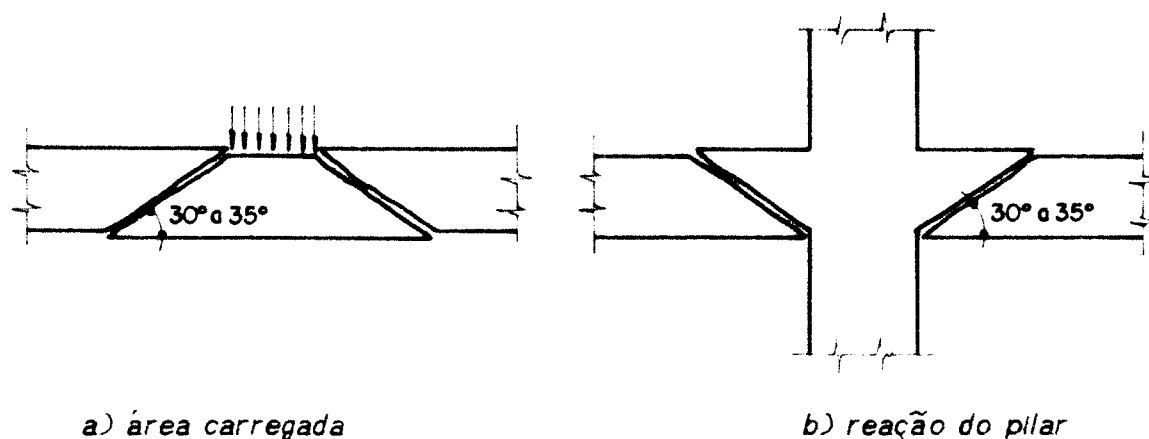


FIGURA 3.1. Forma da superfície de punção para casos simétricos

Em ensaios realizados em São Carlos na EESC—USP para situações nitidamente assimétricas, MARTINELLI (1974) verificou que nos pilares de canto a superfície de ruptura à punção é, junto ao canto interior do pilar, idêntica à dos casos simétricos, mas radicalmente contrária junto às bordas da laje, e TAKEYA (1983) observou que nos pilares de borda a superfície de ruptura é semelhante à dos pilares de canto (fig. 3.2).

3.2. Parâmetros que interferem na punção

Os parâmetros que podem influir na resistência à punção das ligações laje—pilar nas lajes sem vigas são relacionados a seguir.

3.2.1. Resistência do concreto

A resistência da ligação laje—pilar parece estar ligada à resistência à tração do concreto, apesar de que, a esse respeito, exista uma divergência muito grande entre os pesquisadores. Como exemplo, já no início do uso das lajes sem vigas, pode-

3.2.2. *Altura útil e relação c/d*

A resistência ao cisalhamento está relacionada com o quadrado da altura útil da laje [ACI 318-71, CORLEY (1979), ACI 318-83, RANKIN e LONG (1987), etc.], e dessa maneira ela aumenta significativamente com o aumento da espessura da laje; entretanto, ao se aumentar a espessura também a carga permanente é acrescida, e quando ela se torna uma porção substancial da carga total, o ganho real em resistência passa a ser aproximadamente linear com a espessura.

A relação entre o lado do pilar quadrado (ou diâmetro do circular) e a altura útil, c/d , também afeta a resistência da ligação, como se pode observar pela expressão 3.7 de MOE (1961), onde um aumento nessa relação leva a um decréscimo da resistência à punção; o ACI-ASCE COMMITTEE 426 (1973, 1974) alerta para o fato de que essa expressão é satisfatória para relações c/d menores ou iguais a 3,0.

WALKER e REGAN (1987) indicam que o método do ACI 318-83 para o cálculo da tensão de cisalhamento é seguro e conservador, exceto quando a relação c/d é muito grande. Isso pode ser explicado pelo fato de que para relações maiores que algum valor crítico, teoricamente é a resistência à flexão que passa a controlar a resistência das lajes sem vigas.

3.2.3. *Relação entre o lado maior (c_1) e o menor (c_2) de pilares retangulares*

Em ensaios realizados por HAWKINS et alii (1971) em modelos de lajes apoiadas diretamente sobre os pilares, todos romperam por punção. A resistência foi compatível com a tensão nominal de cisalhamento proposta pelo ACI 318-71, de $0,335\sqrt{f'_c}$ (MPa), para modelos com relações c_1/c_2 dos pilares menores que 2; à medida que a relação c_1/c_2 aumentava, a ruptura se tornava mais abrupta e o tamanho do cone de punção e a resistência diminuíam. Os autores propuseram então que a tensão nominal de cisalhamento seja determinada pela expressão abaixo, que reflete o efeito da relação c_1/c_2 :

$$\frac{V}{b_0d} = (0,209 + 0,251 c_2/c_1)\sqrt{f'_c} \leq 0,335\sqrt{f'_c} \quad (\text{MPa}) \quad (3.1)$$

onde:

V — força cortante;

b_c — perímetro do contorno crítico situado a uma distância nunca inferior a $d/2$ do contorno da carga ou reação;

f'_c — resistência característica do concreto segundo o ACI.

Essa consideração foi introduzida nos regulamentos do ACI em 1977 (ACI 318—77), e se mantém no ACI 318—83; O CEB—FIP 78 simplesmente limita a relação c_1/c_2 a 2.

Também é interessante observar que as ligações com pilares circulares são mais resistentes que aquelas com pilares quadrados de igual área, devido à concentração de esforços nos cantos dos últimos. REGAN (1980) verificou que as ligações com pilares circulares são aproximadamente 15% mais resistentes que as com pilares quadrados de perímetros equivalentes.

3.2.4. Armadura de flexão

Há uma concordância entre os pesquisadores de que a resistência à cortante da ligação laje—pilar em lajes sem vigas depende da resistência à flexão, e esta, por sua vez, tem como um dos fatores determinantes a taxa de armadura de flexão.

TALBOT (1913) em seu trabalho pioneiro, ao ensaiar 197 sapatas, verificou que os maiores valores da resistência à punção foram encontrados nas sapatas mais armadas à flexão, o que também foi observado por RICHART e KLUGE (1939), RICHART (1948), FRANZ (1964), ZAGHILOOL e PAIVA (1973) e WALKER e REGAN (1987). Da mesma forma YITZHAKI (1966) e LONG (1973) concluíram que a resistência à punção é fortemente dependente da resistência à flexão, e que o aumento do produto ρf_s (ρ é a taxa geométrica de armadura e f_s é a resistência de escoamento do aço à tração) até certos limites, é um modo efetivo de se aumentar essa resistência.

Por outro lado, ELSTNER e HOGNESTAD (1956) e MOE (1961) em ensaios de modelos em laboratórios, verificaram que a concentração da armadura de flexão em faixas próximas aos pilares não aumenta a resistência última dos modelos; entretanto essa prática é recomendável, pois melhora o comportamento à flexão da laje até à carga de serviço.

3.2.5. Relação momento fletor / força cortante (M/V)

Tem sido observado que a transferência de momentos fletores da laje para o pilar afeta a resistência última da ligação. GRAF (1933) observou em seus ensaios que a capacidade ao cisalhamento da ligação decrescia à medida que a carga era movida para longe do pilar.

Em uma série de ensaios onde a relação M/V foi o principal aspecto estudado, FIGUEIREDO FILHO (1983) verificou que para relações M/V grandes as lajes tiveram ruptura nitidamente devida à flexão, antes que sua capacidade ao cisalhamento fosse esgotada (com carga de ruína muito menor que nos modelos com M/V pequenos). Como a ruptura se deu por flexão não foi possível determinar até que ponto a presença do momento fletor não balanceado na ligação reduz sua resistência ao punção; isso só seria possível em rupturas nitidamente de punção.

3.2.6. Velocidade do carregamento

Em um ensaio com carregamento rápido no qual a máxima carga foi atingida em 20 msec, CRISWELL (1970) encontrou aumento de 26% na resistência ao cisalhamento e de 18% na resistência à flexão de uma laje sem vigas, quando comparadas com as resistências para modelos similares em ensaios estáticos costumeiros.

3.2.7. Aberturas na laje

Aberturas na laje diminuem a resistência ao cisalhamento quando próximas de áreas carregadas ou pilares. Desse assunto tratam os itens 13.2.2 do CEB-FIP 78, 4.1.5.1 da NBR 6118/80 e 11.11.5 do ACI 318-83, transcritos nos anexos 1, 2 e 3.

3.2.8. Armadura de cisalhamento

Um dos principais fatores a determinar a resistência da ligação à punção em lajes sem vigas é a armadura de cisalhamento colocada na região da ligação, e a esse assunto, pela sua importância e variáveis envolvidas, dedica-se o item 3.5. Na

sequencia, os termos armadura de cisalhamento, armadura transversal e armadura de punção tem o mesmo significado.

3.3. Retrospectiva

Um dos grandes problemas no projeto e uso das lajes sem vigas tem sido a maneira de avaliar sua capacidade de carga. A dificuldade em representar com modelos matemáticos o comportamento de lajes com características não elásticas e apoiadas em pilares, tem levado à realização de inúmeras pesquisas em modelos físicos, para estabelecer princípios de cálculo e projeto no que se refere à punção.

O início dos estudos pode ser atribuído à TALBOT (1913) que ensaiou 197 sapatas de concreto armado, sendo 114 sob paredes e 83 sob pilares, até a ruptura. Das últimas, aproximadamente 20 romperam devido ao puncionamento, com a superfície de ruptura tendo a forma de um tronco de cone, com as faces inclinadas a aproximadamente 45°. Talbot propôs que a carga de punção V_u fosse calculada a partir de uma tensão "convencional" ou "nominal" dada pela expressão

$$\tau = \frac{V_u}{r d} \quad (3.2)$$

onde r é o perímetro de um contorno crítico com lados paralelos aos lados do pilar e, segundo ele, distantes de um valor igual à altura útil d da laje (fig. 3.3). O estudo de Talbot, que se pode classificar de "clássico" e separa o cálculo à flexão do cálculo ao cisalhamento, se refletiu nas práticas de projeto em vários países do mundo. Entretanto, nos seus ensaios, ele observou que as cargas de punção foram maiores nas sapatas mais armadas à flexão.

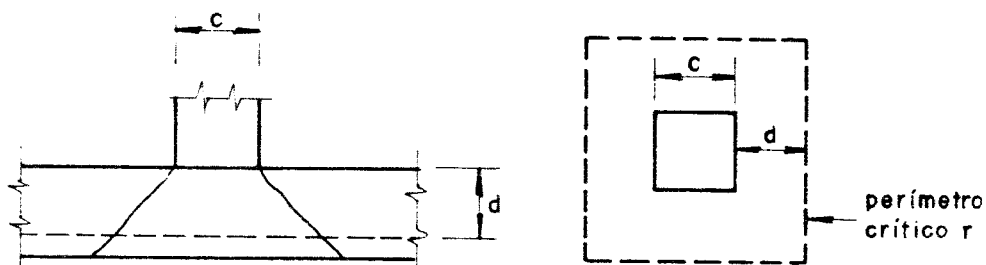


FIGURA 3.3. Tronco de cone e contorno crítico para pilar quadrado segundo Talbot

Logo em seguida BACH e GRAF (1915) relataram um grande número de ensaios de lajes, cujo objetivo principal era o estudo da flexão; algumas lajes carregadas unicamente no centro, entretanto, romperam devido à punção, e uma porção da laje, com a forma de um tronco de cone, foi arrancada pela carga.

Com o objetivo de estudar resistência ao cisalhamento em lajes sob a ação de cargas concentradas próximas ao pilar, GRAF (1933) realizou uma série de ensaios. Ele percebeu que as fissuras de flexão provavelmente afetaram a resistência ao cisalhamento, que foi calculada como

$$\tau = \frac{V_u}{4ch} \quad (3.3)$$

onde c é o lado do pilar quadrado e h a espessura da laje.

Também RICHART e KLUGE (1939) constataram, em um estudo de lajes de concreto armado de pontes rodoviárias sujeitas a cargas concentradas, que nas lajes pouco armadas à flexão a resistência ao cisalhamento foi bastante reduzida em razão das fissuras causadas pela flexão.

Além disso, numa extensa pesquisa, onde foram ensaiadas 164 sapatas (24 sob paredes e 140 sob pilares), RICHART (1948) pôde observar que é o cisalhamento, e não a flexão, que frequentemente causa situação crítica no projeto de sapatas.

Até aqui todos autores verificaram que, de alguma forma, a resistência à força cortante é influenciada pela resistência à flexão, mas foi apenas em 1953 que essa influência foi quantificada pela primeira vez quando HOGNESTAD (1953) reanalisou os resultados obtidos por Richart; posteriormente ele realizou uma série de ensaios em 38 lajes quadradas carregadas no centro juntamente com Elstner [ELSTNER e HOGNESTAD (1956)]. Desses estudos resultaram as equações que se apresenta no item 3.4.2.1.

Um dos trabalhos mais significativos sobre o assunto deve-se a MOE (1961) que apresentou os resultados de uma extensa e importante pesquisa, incluindo o ensaio de 43 lajes similares às de Elstner e Hognestad e uma análise estatística de 260 lajes e sapatas ensaiadas anteriormente por outros pesquisadores. Moe desenvolveu expressões, mostradas no item 3.4.2.2, para a determinação da resistência ao cisalhamento, e suas conclusões mais significativas foram:

a) a seção crítica que governa a resistência última ao cisalhamento em lajes e sapatas deve ser medida ao longo do perímetro da área carregada (pilar);

se confrontar as conclusões de TALBOT (1913), que considerou a tensão nominal de cisalhamento como função exclusiva da resistência do concreto, com as de GRAF (1933) que percebeu que a resistência à força cortante aumentava muito pouco com o aumento da resistência do concreto, talvez devido à fissuração provocada pela flexão. Do mesmo modo, YITZHAKI (1966) verificou ser o efeito da resistência do concreto muito pequeno, comparável ao seu efeito na resistência à flexão, ao passo que JIRSA et alii (1966) observaram, em ensaio de uma laje sem vigas em laboratório, que até à carga de serviço o comportamento da estrutura se caracterizou por pequenos deslocamentos e esforços, isto principalmente devido à contribuição da resistência à tração do concreto na resistência à flexão.

A NBR 6118/80 e o ACI 318-83 consideram a resistência última ao cisalhamento dependente da resistência do concreto à tração, que é tomada como proporcional à raiz quadrada da resistência característica do concreto à compressão (anexos 2 e 3); o CEB-FIP 78 também considera essa dependência mas de uma maneira diferente (anexo 1).

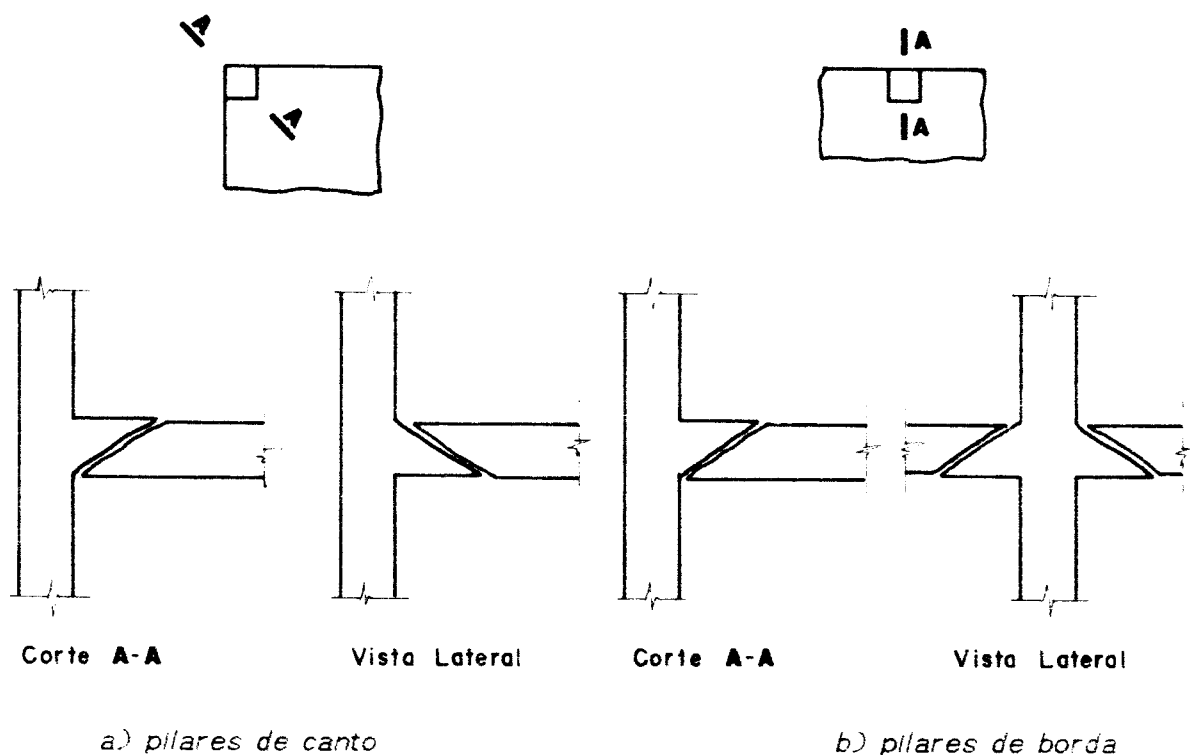


FIGURA 3.2. Formas das superfícies de punção nos casos de cantos e bordas

b) a resistência ao cisalhamento de lajes e sapatas depende da resistência à flexão;

c) a resistência ao cisalhamento é maior quando as dimensões da seção transversal do pilar são pequenas comparadas com a espessura da laje;

d) a concentração de armadura de flexão em faixas próximas ao pilar não aumenta a resistência ao cisalhamento;

e) as fissuras inclinadas se desenvolvem nas lajes com cargas menores que 50% da carga última;

f) a resistência ao cisalhamento pode ser aumentada pela colocação de uma armadura transversal, embora o seu uso não seja recomendado em lajes muito finas pela dificuldade de ancoragem.

FRANZ (1964, 1965) ensaiou uma série de lajes circulares, algumas carregadas excentricamente, que tinham como armadura de punção barras dobradas e estribos, e concluiu que:

a) a configuração de ruína tem a forma de um tronco de cone;

b) as fissuras, que surgem com cargas elevadas, são radiais;

c) os estribos aumentaram aproximadamente 25% a carga de ruína, e as barras dobradas a metade desse valor;

d) um aumento da armadura de flexão conduz, dentro de certos limites, a um acréscimo da resistência à punção;

e) para uma excentricidade de carga igual a um quarto do diâmetro do pilar, a resistência da laje foi reduzida, em relação à laje sob carregamento central, em 10%.

Em 1966 YITZHAKI (1966) propôs um método de cálculo onde estabelece claramente a correlação entre resistência à punção e resistência à flexão, e mostra que a primeira depende principalmente do produto ρf_y , e que o efeito da resistência do concreto é pequeno, da mesma ordem que seu efeito na resistência à flexão; ele mostra também que a carga de ruína é aumentada pela presença de armadura de punção.

HANSON e HANSON (1968) ensaiaram 17 lajes, 16 retangulares com pilar central e uma quadrada com pilar na borda; as cargas foram aplicadas excentricamente em relação ao pilar. Comparando os resultados obtidos com vários métodos de cálculo, eles concluíram que o de Moe determina com maior precisão a resistência última da ligação.

Em fins de 1972 teve início no Laboratório de Estruturas da EESC-USP um amplo projeto de pesquisa, sugerido pelo prof. Telemaco Van Längendonck e implantado pelo prof. Dante A. O. Martinelli e que visava, principalmente, o estudo de ligações laje-pilar em cantos e bordas de lajes sem vigas. A primeira fase da pesquisa, dedicada ao estudo da influência de armadura transversal (estribos verticais) na resistência das ligações de canto, foi executada e relatada por MARTINELLI (1974); posteriormente, em uma segunda fase, TAKEYA (1983) analisou a influência de armadura transversal (estribos verticais) na resistência das ligações de borda e, na terceira fase, FIGUEIREDO FILHO (1983) estudou novamente ligações de canto, para verificar como a relação M/V afeta a resistência da ligação e se os ganchos de ancoragem da armadura de flexão trabalham como armadura transversal. A pesquisa prosseguiu com a análise de outros tópicos: HALAH (1984) estudou ligações de canto com variação da espessura da laje e da quantidade da armadura de flexão; LIBÓRIO (1985) analisou casos de borda variando a relação entre o lado maior e o lado menor do pilar; GONÇALVES (1986) verificou o efeito de armadura de cisalhamento constituída de perfis metálicos colocados em torno do pilar em situações de borda, e MODOTTE (1986) aplicou carregamento assimétrico em ligações de cantos e bordas.

Verificou-se, entre outras coisas, que a carga de ruína aumentou apreciavelmente como consequência da presença dos estribos (cerca de 14% nos casos de cantos e até 64% nos casos de bordas); que a variação da relação momento fletor -- força cortante produziu grande alteração no valor da carga de ruína, que decresceu com o aumento da relação (a ruptura, nesses casos, foi predominantemente devida à flexão), e que a variação da relação entre os tamanhos dos lados do pilar não alterou o modo de ruptura das bordas, que se deu sempre por punção. Conclusões a respeito das superfícies de ruptura e armaduras transversais encontram-se nos itens 3.1 e 3.5.2 respectivamente.

No ano de 1975 LONG (1975) apresentou um método de cálculo da resistência da ligação que considera a interação dos efeitos da flexão e cisalhamento para lajes quadradas apoiadas em pilares quadrados centrais; posteriormente RANKIN e LONG (apr. 1987, dec. 1987) apresentaram, em dois trabalhos, uma extensão do método, que é exposto no item 3.4.2.5.

WALKER e REGAN (1987) realizaram um estudo experimental em 11 lajes sem vigas apoiadas em pilares colocados apenas nos cantos, obtendo uma representação realista dessa região. Eles argumentam que, além de os resultados disponíveis sobre o assunto serem limitados, as informações existentes são obtidas de ensaios que não

representam de forma adequada a região do canto: ou são resultados obtidos de painéis completos com vigas nas bordas [GURALNICK e LA FRAUGH (1963); JIÉSA, SOZEN e SIESS (1969), etc.], que não são lajes sem vigas verdadeiras, ou são resultados obtidos de modelos que reproduzem apenas o canto e uma pequena área referente à região de momentos negativos, e não são capazes de acomodar a redistribuição de momentos após o escoamento da armadura superior, e tendem a romper por flexão com ações verticais muito baixas. Outros ainda, embora sejam modelos semelhantes aos de Walker e Regan, representam apenas lajes de pavimentos intermediários. Todos os modelos ensaiados apresentaram ruptura por punção, embora em alguns casos as lajes tenham atingido a capacidade resistente à flexão dada pela teoria das linhas de ruptura; as tensões de cisalhamento últimas medidas mostraram-se conservadoras, quando comparadas com as previstas pelo ACI 318-83.

3.4. Métodos de análise da resistência à punção

3.4.1. Introdução

São muitos os métodos de análise propostos para o cálculo da resistência ao cisalhamento das ligações laje-pilar nas lajes sem vigas de concreto armado, como também são vários os parâmetros envolvidos.

A complexa configuração física da laje fissurada na ruptura, na região da ligação, dificulta o desenvolvimento de procedimentos simples e que estimem realisticamente as tensões de cisalhamento. Como consequência a maioria das análises é feita pelo chamado método clássico, que separa o cálculo à flexão do cálculo ao cisalhamento, e foi utilizado já por TALBOT (1913) em seu trabalho. Assim, a resistência à punção das lajes de concreto armado sem vigas é usualmente verificada considerando-se como seção crítica uma superfície vertical em torno do pilar cuja distância em relação a ele tem sido tomada como função da altura útil da laje. A tensão média nominal de cisalhamento τ_w obtida nessa superfície deve então ser limitada a uma fração da resistência do concreto, fração esta determinada com base em valores obtidos em ensaios de modelos físicos.

Geralmente os métodos para avaliar a resistência à punção de lajes se vigas baseiam-se nos modos possíveis de início da ruptura: se por escoamento da armadura

ou por esmagamento do concreto — ruptura por flexão; se por fissuração diagonal interna do concreto — ruptura por cisalhamento. Os métodos que consideram que a resistência da ligação é governada pela flexão têm, geralmente, a taxa de armadura de flexão como a principal variável, e aqueles que consideram apenas o cisalhamento têm como principal variável a resistência do concreto.

O conhecimento que se tem sobre a ruptura à punção em lajes de concreto armado sem vigas é fundamentado quase sempre em estudos experimentais sobre o comportamento da região da ligação que vai do pilar até a linha de momentos nulos (no caso de pilares interiores formando painéis quadrados de lado l e carregados uniformemente, os pontos de momento nulo em torno do pilar, pela teoria elástica, estão situados em uma circunferência de raio aproximadamente igual a $0,22l$, fig. 3.4). Por essa razão as recomendações para projeto incorporadas em vários códigos de edificações são resultado direto de procedimentos empíricos, obtidos de ensaios de modelos representando essa região. Deve-se ter em mente, entretanto, que as condições de deformação em modelos e em uma situação real, para uma mesma região, podem diferir grandemente, e também a redistribuição de momentos não pode ocorrer em modelos isolados.

Enquanto em alguns métodos de projeto é usual desenvolverem-se equações ou procedimentos que sejam adequados para sistematização, em outros desenvolvem-se modelos que proporcionam razoável identidade com o comportamento real da ligação. Esses modelos podem fornecer um quadro conceitual realista do mecanismo de ruptura e da transição de situações onde o cisalhamento governa para aquelas onde os efeitos da flexão são predominantes. Modelos interessantes são os de KINNUNEN e NYLANDER (1960), subsequentemente modificado por KINNUNEN (1963), e o de Reimann [REIMANN (1964), BERNAERT e PUECH (1966)].

No caso de ligações com transferência de momentos da laje para o pilar, os métodos de análise podem ser enquadrados em três grupos:

- a) análises baseadas na variação linear da tensão de cisalhamento;
- b) análises baseadas na teoria elástica de placas finas;
- c) analogia de vigas.

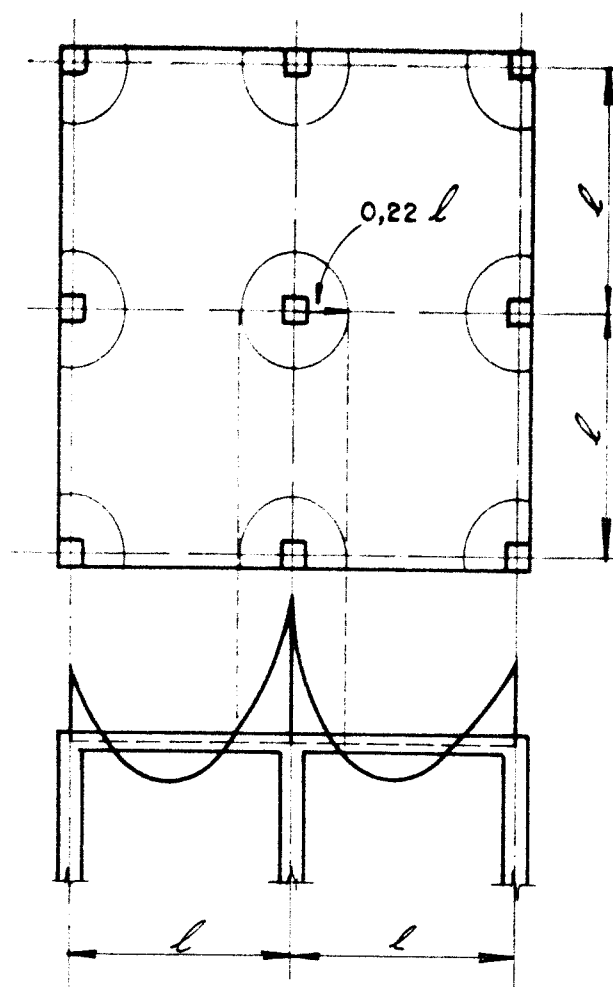


FIGURA 3.4. Pontos de momento nulo em painéis quadrados e simétricos

Análises do primeiro tipo são típicas das especificadas pelos Códigos do ACI a partir de 1971, e baseiam-se principalmente nos trabalhos de DI STASIO e VAN BUREN (1960), MOE (1961), HANSON e HANSON (1968) e ZAGHLOOL e PAIVA (1973). Considera-se que as tensões de cisalhamento em uma região crítica variam linearmente com a distância ao eixo centroidal do perímetro dessa região (fig. 11.3, anexo 3) e são produzidas pela força cortante e parte do momento fletor não balanceado; é um método semi—empírico. MOEHLE (1988), analisando resultados obtidos por diversos pesquisadores, concluiu que o método é razoavelmente correto para ligações interiores, mas não é adequado para pilares nas bordas, pois além de ser excessivamente a favor da segurança na média de todos os resultados estudados, as relações entre as resistências medidas e as previstas apresentaram grande dispersão.

As análises baseadas na teoria elástica de placas finas apresentam distribui-

ções de cortantes e momentos marcadamente não lineares, principalmente para pilares retangulares; este tipo de análise é encontrada nos trabalhos de LONG e BOND (1967) e MAST (oct. 1970, nov. 1970). No caso de análises elasto-plásticas de placas finas podem ser citados os estudos de BLAKEY (1966) e LONG (1967).

Nas análises baseadas em analogia de vigas, a laje é dividida em faixas que chegam nas faces de cada pilar em duas direções ortogonais. As faixas de lajes, consideradas então como vigas cuja largura é igual ao lado do perímetro efetivo distante $d/2$ da face do pilar, são sujeitas a momentos fletores, momentos torçores e forças cortantes; a resistência da ligação é determinada pela soma das contribuições das resistências das vigas a esses esforços. Esse procedimento leva a equações complicadas e é inconveniente para uso prático. Os trabalhos mais significativos a esse respeito são os de ANDERSON (1963), HAWKINS (1971, 1974), ZAGHLOOL (1971) e PARK e ISLAM (1976).

3.4.2. Principais métodos de análise

A seguir são relacionados alguns dos mais significativos métodos de análise da resistência ao cisalhamento de lajes de concreto armado sem vigas, sendo que as recomendações do CEB-FIP 78, da NBR 6118/80 e do ACI 318-83 estão em detalhes nos anexos 1, 2 e 3 respectivamente; o primeiro esboço de 1988 do CEB-FIP 1990 não apresenta o capítulo sobre punção.

3.4.2.1. Método de Elstner e Hognestad

Após uma série de ensaios e a análise de resultados de outros autores, ELSTNER e HOGNESTAD (1956) propuseram a seguinte expressão para o cálculo da força cortante última na ruptura por cisalhamento (V_c) em lajes sem armadura de punção, considerando como perímetro crítico p o próprio perímetro do pilar, descontando os lados não em contato com a laje:

$$\frac{V_c}{pd} = 20 + 0,04 \frac{f_c}{(V_c/V_f)} \quad (3.4)$$

onde:

V_c — força cortante última na ruptura à flexão (kgf);

f_c — resistência à compressão do concreto (kgf/cm²);
 d — altura útil da laje (cm).

V_r pode ser calculada pelas expressões 3.5 provenientes da teoria das linhas de ruptura (charneiras plásticas) para o caso de laje quadrada de lado l , apoiada nos quatro cantos com carregamento uniformemente distribuído e com pilar central, também quadrado, de lado c (fig. 3.5).

$$V_r = 8\omega\left(1 - \frac{\omega}{2}\right)d^2f_c, \quad \text{para } c \geq \frac{l}{5} \quad (3.5)$$

$$V_r = 4\omega\left(1 - \frac{\omega}{2}\right)d^2f_c\left[1 + \frac{4}{(l/c) - 1}\right], \quad \text{para } c \leq \frac{l}{5}$$

onde ω é a taxa mecânica de armadura e as unidades são as mesmas da equação 3.4.

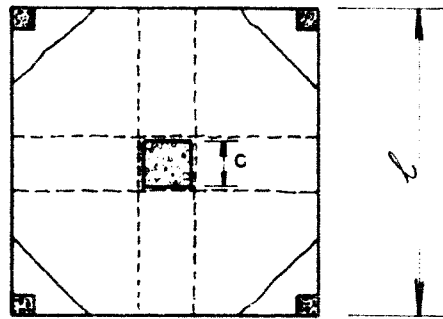


FIGURA 3.5. Condições de apoio e linhas de ruptura da laje para as equações 3.5

No caso de lajes com armadura transversal, com base em novos ensaios e com os resultados experimentais de GRAF (1933, 1938), à equação 3.4 foi adicionado o termo

$$(q_s = 0,044)f_c \quad (3.6)$$

onde:

$$q_s = \frac{A_s f_s \operatorname{sen} \alpha}{pd - f_c};$$

A_s — área da armadura transversal (cm²);

f_s — tensão de escoamento do aço à tração (kgf/cm²);

α — inclinação da armadura transversal em relação ao plano médio da laje.

3.4.2.2. Método de Moe

O trabalho de MOE (1961), um dos mais importantes já realizados sobre este assunto, possibilitou analisar a influência da resistência à flexão na resistência ao cisalhamento, que pode ser determinada pela equação empírica

$$V_s = \frac{4(1 - 0,075c/d)}{1 + [1,4pd\sqrt{f_c}]/V_s} pd\sqrt{f_c} \quad (3.7)$$

onde V_s pode ser determinado pelas equações 3.5, sendo as unidades as mesmas das equações anteriores.

Existindo armadura transversal, a resistência ao cisalhamento é dada pela equação 3.8:

$$\frac{V_s}{pd\sqrt{f_c}} = \frac{4(1 - 0,075c/d) + [V_s pd\sqrt{f_c} - 0,08]}{1 + [1,4pd\sqrt{f_c}]/V_s} \quad (3.8)$$

onde $V_s = A_s f_s \sin \alpha$ (os demais termos já foram definidos nas equações anteriores).

Para os casos de transferência de momentos entre a laje e pilares quadrados, Moe deduziu a expressão 3.9 que determina a carga de punção V_{pe} para uma laje sujeita a um carregamento com excentricidade e em relação ao pilar em função da carga de punção V_s de uma laje idêntica mas submetida a um carregamento simétrico:

$$V_{pe} = \frac{V_s}{1 + e/c} \quad (3.9)$$

3.4.2.3. Método de Langendonck para lajes com armadura de punção

LANGENDONCK (1966) observou que a fórmula de Moe, embora bastante simples, forneceu resultados mais próximos dos experimentais que os métodos de YITZHAKI (1966) e Kinnunen e Nylander, que se verá no próximo item. Langendonck ressalta ainda que para as lajes com armadura de punção os resultados são afetados por uma grande dispersão, e que nenhuma das teorias têm apresentado vantagens sobre as outras; nessas condições ele sugere que se adicione à expressão 3.6 de Moe uma parcela V_{os} que considere a contribuição dessa armadura de modo diferente da proposta por aquele autor, onde

$$V_{os} = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{A_s}}{d} f_s A_s \sin \alpha \quad (3.10)$$

com todos os termos já definidos anteriormente, assim como as unidades.

3.4.2.4. Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander

Através de um modelo mecânico que procura mostrar fisicamente, de maneira esquemática, as deformações da laje sob a influência do complexo estado de tensões na vizinhança do pilar, e como interagem os diversos parâmetros envolvidos no problema da punção, KINNUNEN e NYLANDER (1960) e KINNUNEN (1963) procuraram definir mais exatamente a participação da flexão na capacidade resistente da laje ao puncionamento.

Essa teoria apresenta uma concepção global da segurança sob influência combinada da flexão e do cisalhamento, e embora seja a base do regulamento sueco e apresente bons resultados, é de aplicação bastante complicada; por isso não se apresenta aqui o método propriamente dito, mas apenas e resumidamente sua concepção.

Kinnunen e Nylander, com base em observações do estado de fissuração (fissuras radiais e, para elevados estágios de carga, algumas circulares) e em medidas efetuadas ao longo de seus ensaios, estabeleceram o modelo representado na figura 3.6 que é formado por:

- um elemento central infinitamente rígido (cone de puncionamento);
- setores circulares formados da decomposição da laje devido às fissuras tangenciais (fissuras inclinadas de cisalhamento) e radiais;
- uma casca cônica delgada (zona comprimida na flexão), onde esses setores se apoiam em baixo, no topo do pilar, e que assegura a transmissão dos esforços de compressão entre o elemento central e os setores circulares;
- armaduras que atravessam a fissura inclinada, e que asseguram a transmissão dos esforços de tração entre o elemento central e os setores circulares.

Cada setor está sujeito a um carregamento externo q_e e, internamente, aos seguintes esforços:

N_1 — resultante dos esforços de tração nas armaduras que cruzam as fissuras tangenciais;

N_2 — resultante dos esforços de tração nas armaduras que cruzam as fissuras radiais;

N_c — resultante dos esforços de compressão no concreto;

$N_c \frac{\Delta\phi}{2\pi}$ — força de compressão sobre o elemento de casca cônica.

Das condições de geometria e equilíbrio de um setor determina-se a carga de punção.

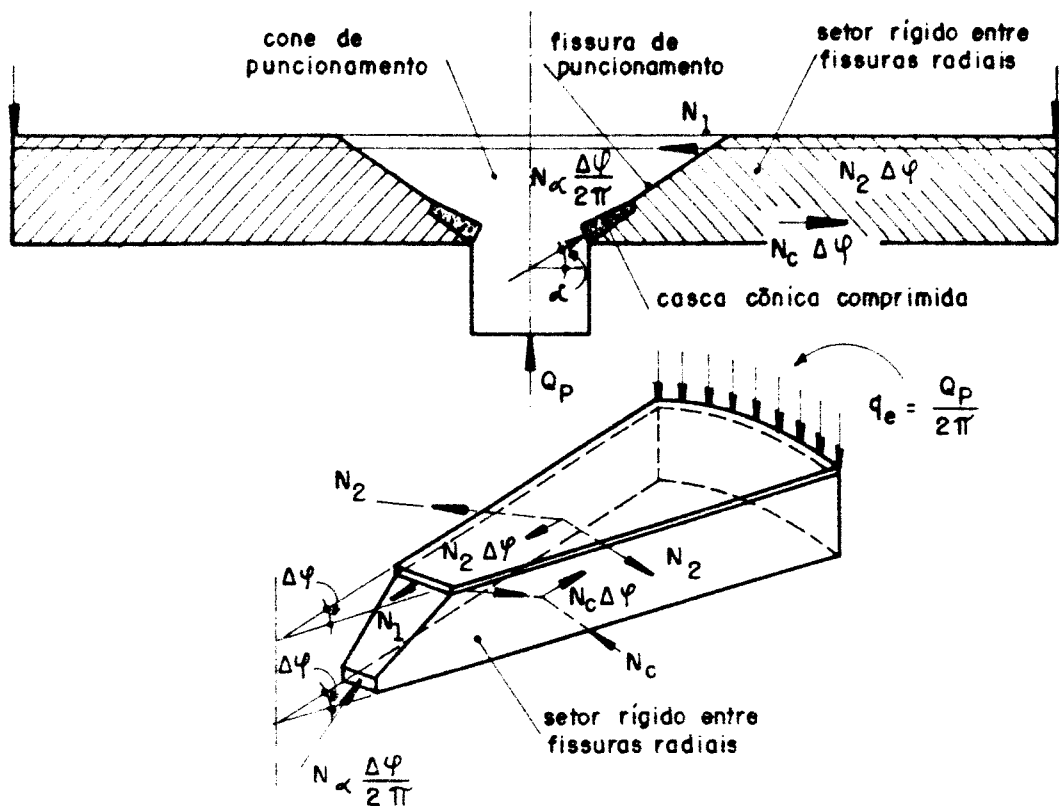


FIGURA 3.5. Modelo mecânico de Kinnunen e Nylander [BERNAERT (1965)]

3.4.2.5. Método de Rankin e Long

Um método simples para a determinação da resistência à punção de lajes quadradas, com a mesma taxa de armadura nas duas direções e apoiadas em pilares interiores quadrados, que considera a interação dos efeitos da flexão e cisalhamento, foi proposto por LONG (1975).

As expressões para a resistência da ligação foram determinadas por métodos analíticos e representam uma significativa melhora em relação aos métodos empíricos. Fundamentam-se no fato de que são dois, basicamente, os modos de ruptura: o

primeiro quando a armadura atinge a tensão de escoamento antes da ruptura do concreto, sendo portanto fortemente influenciada pela flexão e corresponde à carga última V_{uf} ; o segundo quando primeiro ocorre a ruptura do concreto, caracterizando ruptura por cisalhamento e que corresponde à carga última V_{uc} . A carga de ruptura da laje, V_u , é tomada como o menor valor entre V_{uf} e V_{uc} . No caso de lajes com baixas taxas de armadura houve discrepância entre os valores calculados e os encontrados em ensaios.

Em dois trabalhos posteriores, RANKIN e LONG (1987) apresentaram uma nova versão do método de Long. No primeiro deles novas expressões para V_{uf} e V_{uc} foram encontradas, a partir de conceitos mais racionais dos modos de ruptura exibidos por lajes sem vigas e, principalmente no caso de lajes com baixas taxas de armadura de flexão, apresentam melhores resultados. No segundo trabalho, partindo das mesmas hipóteses do primeiro, as equações foram novamente modificadas, agora para considerar o efeito de membrana na laje, com base em estudo anterior de RANKIN (1982). O efeito de membrana, que não é considerado em nenhum dos atuais códigos de construção quando tratam da punção, aumenta a resistência à punção de painéis completos em relação a valores obtidos em ensaios de modelos (30% a 50% dependendo da quantidade de armadura e da relação l/d), conforme resultados obtidos pelos autores. A ação de membrana se desenvolve na porção da laje impedida de se expandir lateralmente pela parte restante que a circunda, a partir da linha de momentos nulos.

Considerando esses efeitos os autores desenvolveram as expressões 3.11, onde a carga última V_u é a menor entre V_{uf} (resistência à punção na ruptura por flexão) e V_{uc} (resistência à punção na ruptura por cisalhamento), em unidades do SI:

$$V_{uf} = \left[3 + 16 \frac{e}{l} - \left(3 - 8 \frac{e}{l} \right) \omega^{0.5} \right] \omega^{0.5} f_c d^2 \quad (3.11)$$

$$V_{uc} = 2,66 \sqrt{f_c} (c + d) d \omega^{0.5}$$

onde c é o lado do pilar, l é o vão do painel e ω é a taxa mecânica da armadura.

No caso de carregamento excêntrico, com transferência de momento da laje para o pilar, RANKIN (1982) mostrou que a carga de ruptura V_{ue} é obtida pela equação 3.12, corrigindo V_u já determinado pelas equações 3.11:

$$V_{ue} = \frac{V_u}{1 + 10e/l} \quad (3.12)$$

onde e é a excentricidade da carga.

3.4.2.6. *Recomendações do código modelo CEB-FIP 78*

As recomendações do CEB-FIP 78 relativas à punção em lajes de espessura constante e a sapatas de fundação encontram-se no seu capítulo 13 e nos seus complementos [COMPLEMENTS AU CODE-MODELE CEB-FIP 1978 (1980)], são bastante completas e abrangem diversas situações que podem ocorrer com as lajes sem vigas; estão reproduzidas no anexo 1.

3.4.2.7. *Recomendações da NBR 6118/80*

Na NBR 6118/80 o procedimento para a verificação da punção está considerado no item 4.1.5, e não contempla casos de pilares em bordas e cantos nem casos de cargas excêntricas. Esse item da norma, assim como alguns outros que dizem respeito às lajes sem vigas, estão transcritos no anexo 2.

3.4.2.8. *Prescrições do ACI 318-83*

As indicações do ACI 318-83 para a verificação da punção também são bastante amplas, e estão no capítulo 11, itens 11.11 e 11.12, do código e dos comentários [ACI COMMITTEE 318 (1983) — ACI 318R-83]; as principais estão repetidas no anexo 3, ressaltando que as figuras apresentadas encontram-se somente nos comentários.

3.5. *Contribuição de armadura de cisalhamento*

3.5.1. *Preliminares*

O cálculo à flexão de lajes de concreto armado sem vigas pode resultar em espessuras pequenas, agravando os problemas de punção e deslocamentos transversais.

Na flexão, as lajes de concreto possuem uma grande ductilidade, mas no caso da punção isso não ocorre, pois a ruptura por cisalhamento, quando não existe

armadura adequada, é frágil e abrupta; portanto é importante que se evite a punção.

Se uma laje está projetada adequadamente no que concerne à flexão, mas não oferece resistência suficiente à punção, quatro possibilidades existem para aumentar a resistência ao cisalhamento da ligação laje—pilar:

- a) aumentar a espessura da laje na vizinhança do pilar;
- b) aumentar as dimensões da cabeça do pilar — capitel — e, conseqüentemente, o perímetro crítico;
- c) utilizar um concreto de maior resistência;
- d) utilizar uma armadura de cisalhamento.

Geralmente as duas primeiras soluções são inaceitáveis pelos problemas estéticos, funcionais e construtivos decorrentes, e também por não elevarem adequadamente a ductilidade da ligação, e a terceira nem sempre pode aumentar a resistência o suficiente. Assim o uso de armadura de cisalhamento é a alternativa mais adequada para elevar a resistência à punção da ligação a um valor maior que a capacidade teórica da laje à flexão; neste caso, se houver ruptura ela se dará por flexão, com escoamento da armadura longitudinal e grandes deslocamentos transversais, portanto com aviso.

3.5.2. Tipos de armaduras de cisalhamento

Quaisquer que sejam as armaduras de cisalhamento utilizadas nas lajes sem vigas, os seguintes requisitos devem ser alcançados:

- efetiva ancoragem nas duas extremidades da armadura, mesmo em lajes finas;
- não devem dificultar a colocação das demais armaduras (flexão e pilar), e interferir o mínimo possível no seu posicionamento;
- devem ser possíveis de colocar mesmo em lajes finas;
- placas de ancoragem não devem se projetar acima da superfície da laje;
- devem ser econômicas.

Com o objetivo de desenvolver armaduras de cisalhamento que sejam efetivas

no aumento da resistência à punção, várias pesquisas têm sido realizadas com diversos tipos de armaduras, as quais podem ser agrupadas basicamente em três categorias:

a) barras dobradas (fig. 3.7) e estribos (fechados, em forma de U ou simples barras verticais com ganchos de ancoragem nas extremidades, figs. 3.8, 3.11 e 3.12);

b) perfis metálicos ("shearheads"), fig. 3.9;

c) armaduras especiais, constituídas de fatias de perfis metálicos, barras redondas ou "pregos", fig. 3.10.

3.5.2.1. Barras dobradas e estribos

Muitos pesquisadores têm verificado que armaduras de cisalhamento constituídas de barras não são totalmente eficazes no combate à punção, ou seja, que a tensão de escoamento dessas barras não é atingida na ruptura. A razão é que não existe altura suficiente nas lajes para a efetiva ancoragem das barras dobradas e estribos, impedindo o desenvolvimento de sua capacidade total; é por isso que os códigos do ACI anteriores a 1971 consideravam que a armadura de cisalhamento só traria resultados positivos em lajes de espessuras maiores que 10" (25,4 cm).

No caso das barras dobradas (fig. 3.7), a força de tração nos ramos inclinados causa, nas curvas, tensões de compressão no concreto maiores que sua resistência e, como consequência, a porção horizontal das barras pode ser arrancada. Isso leva a um aumento na largura das fissuras de cisalhamento, as quais quando atingem a zona de compressão destroem a resistência do concreto, causando a ruptura antes que a tensão nessas barras atinja a de escoamento (ruptura abrupta). São pois necessários cuidados especiais no detalhamento da ancoragem dessas armaduras.

Em situações de pilares de canto MARTINELLI (1974) verificou que a configuração de ruína é, junto às bordas do canto, radicalmente diferente daquelas observadas em casos simétricos (ver fig. 3.2), e por isso, segundo suas palavras, "as armaduras diagonais 'clássicas' (análogas às empregadas para pilares interiores, ascendentes a 45° do paramento inferior da laje para as faces internas do pilar) seriam absolutamente inadequadas: junto às bordas do canto seriam aproximadamente paralelas à superfície de separação, somente podendo ter alguma utilidade nas vizinhanças do canto interior do pilar". No caso de pilares de borda, TAKEYA (1983) chegou a conclusões semelhantes.

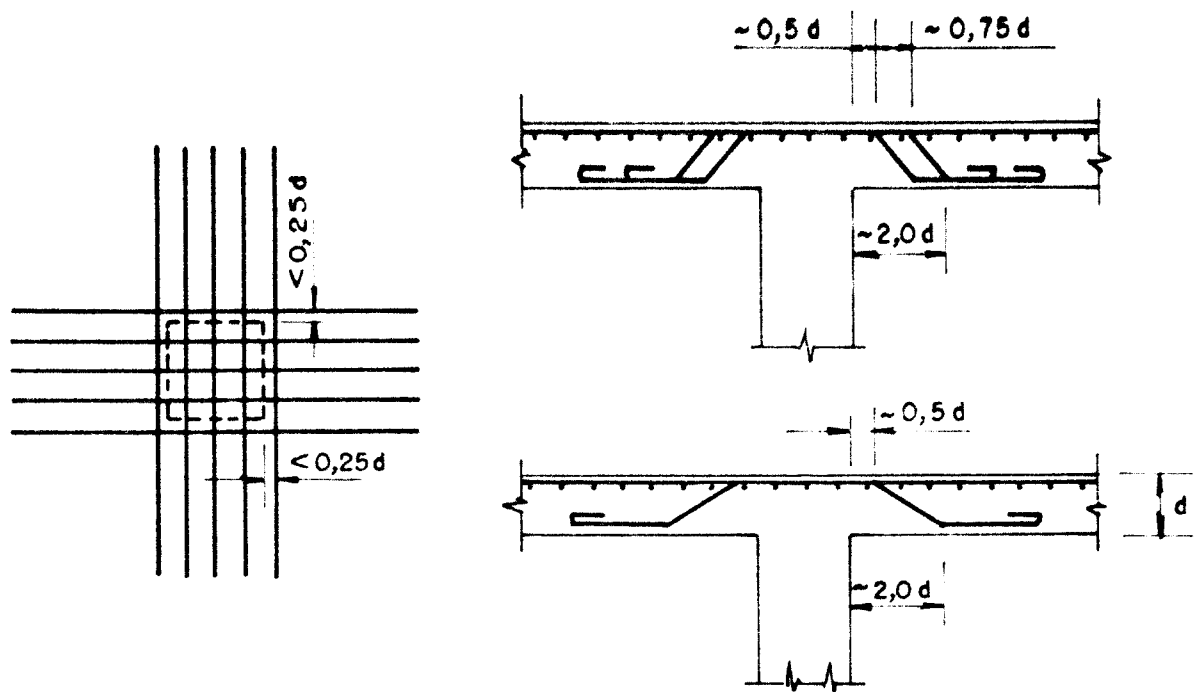


FIGURA 3.7. Armadura de cisalhamento constituída de barras dobradas

Em vista das dificuldades apontadas para o total aproveitamento das barras dobradas, alguns trabalhos [ANDERSON (1963), CARPENTER et alii (1970), FRANZ (1965), ISLAM (1973), MARTINELLI (1974), ISLAM e PARK (1976), TAKEYA (1983), etc.] indicam que estribos (fig. 3.8) verticais enlaçando as armaduras longitudinais superiores e inferiores são mais efetivos em aumentar a resistência à punção e a ductilidade da ligação laje—pilar. Os estribos devem ser de fácil colocação e não interferir na armadura de flexão pois, em lajes finas, incorreções no seu posicionamento podem trazer problemas sérios. Inconvenientes dessa natureza acontecem principalmente no caso de estribos do tipo dos utilizados em vigas, em forma de U ou fechados.

Nos ensaios realizados em São Carlos, Martinelli e Takeya estudaram ligações de canto e borda, respectivamente, onde empregaram uma armadura transversal que, embora bastante simples, apresentou desempenho absolutamente satisfatório — são barras de pequeno diâmetro dotadas de ganchos nas duas extremidades que se ancoram em barras horizontais e são de fácil montagem, podendo ser amarradas com arame nessas barras. Na extremidade superior é natural que essas barras sejam as da armadura de flexão, e na inferior elas podem ser o prolongamento dos ganchos dessas mesmas barras de flexão (figs. 3.11 e 3.12). Esses estribos não interferem de

modo algum nas demais armaduras.

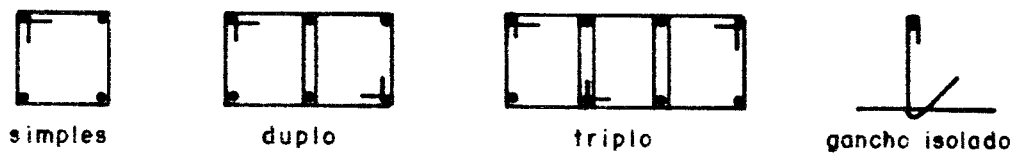
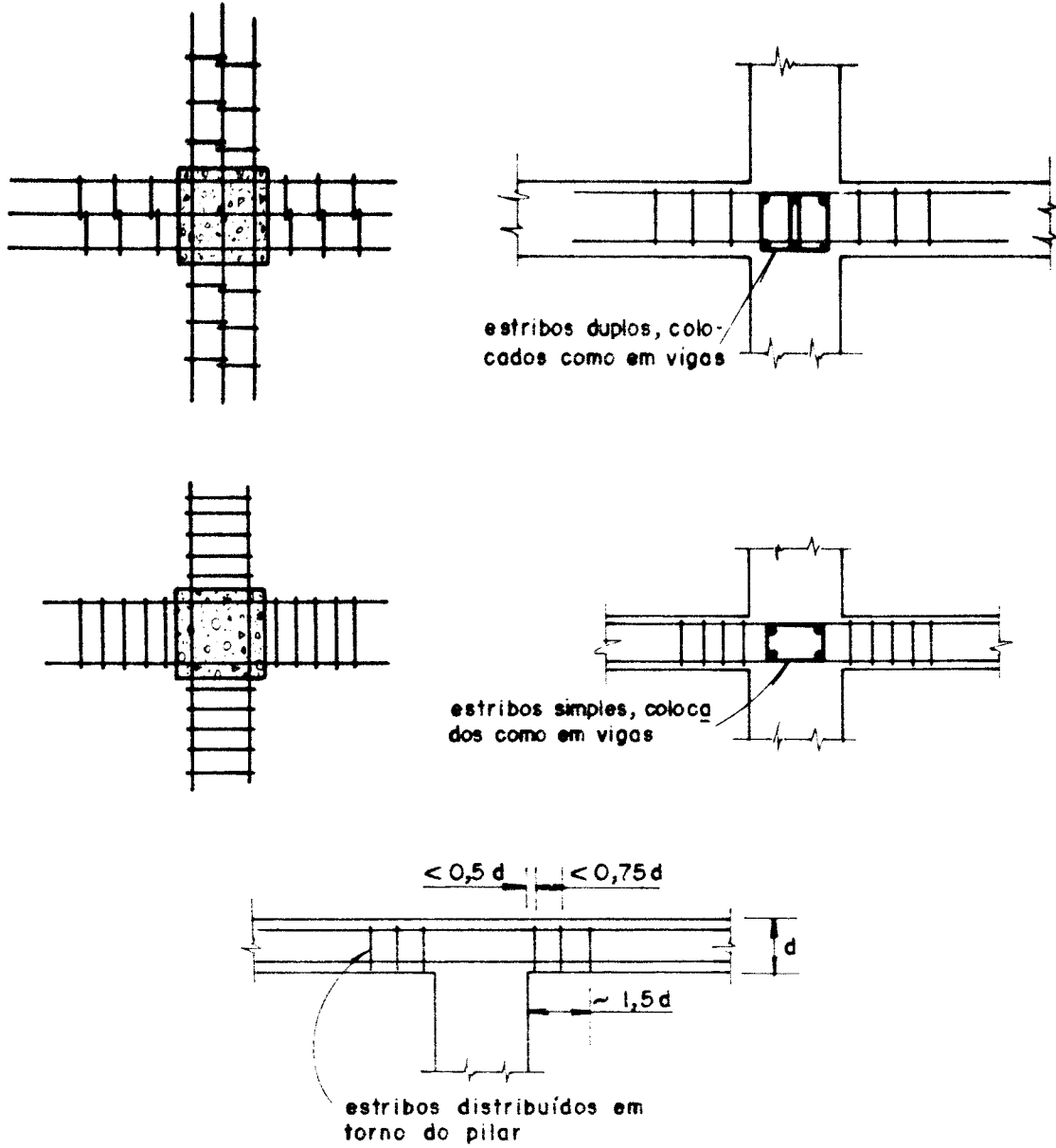


FIGURA 3.8. Armadura de cisalhamento constituída de estribos verticais

Martinelli e Takeya recomendam que esses estribos verticais sejam distribuídos de maneira aproximadamente uniforme pela região crítica (figs. 3.11 e 3.12), delimitada pelas faces interiores do pilar e pelas paralelas a essas faces à distância $2h$ (ou no mínimo, $1,5h$), com taxa $\rho_s = A_s/A_{cr}$ (A_s é a área de estribos e A_{cr} a da região crítica) entre 1,5 a 2,0%. Os ensaios de FIGUEIREDO FILHO (1983) mostraram que os ganchos de ancoragem da armadura de flexão próximos de pilares de canto praticamente não trabalham como armadura transversal.

ISLAM e PARK (1976) efetuaram uma série de ensaios em modelos com vários tipos de armadura de cisalhamento (barras dobradas, estribos, "shearheads") e em modelos sem nenhuma armadura transversal; alguns deles foram carregados ciclicamente simulando efeito de terremotos, e outros sujeitos a momentos não balanceados crescentes. As seguintes conclusões foram apontadas pelos autores:

a) os modelos sem armadura de cisalhamento têm ductilidade limitada, com ruptura repentina;

b) o uso de barras dobradas resultou em acréscimo na capacidade resistente da ligação, mas não melhorou a ductilidade;

c) o uso de "shearhead" resultou em acréscimo na resistência da ligação, mas só um limitado aumento na ductilidade;

d) o uso de estribos fechados em torno das barras de flexão que passam através do pilar resultaram em um acréscimo na resistência e uma substancial melhora na ductilidade de ligação sujeita a carregamento cíclico, com grandes deslocamentos. Os estribos prendem as armaduras de flexão superior e inferior, fazendo-as trabalhar juntas na vizinhança do pilar, o que previne contra a ruptura do cobrimento e punção da laje.

3.5.2.2. Armaduras constituídas de perfis metálicos ("shearheads")

As armaduras de cisalhamento do tipo "shearhead" foram introduzidas por WHEELER (1936) nos EUA em 1930, mas recomendações de projeto só foram incorporadas nos códigos de ACI em 1971 (ACI 318-71), com base no trabalho de CORLEY e HAWKINS (1968). Essa armadura, que recebe a carga das lajes e as transfere para os pilares, é constituída de chapas e perfis metálicos estruturais, arranjadas basicamente de duas maneiras:

a) pares de perfis na forma de U que cruzam os pilares (fig. 3.9 a);

b) perfis I atravessando os pilares, consideravelmente mais simples de construir que os anteriores (fig. 3.9 b).

Os ensaios realizados por CORLEY e HAWKINS (1968), em modelos com pilares centrais, indicaram que a capacidade de lajes com "shearheads" foi até 75% maior em relação às lajes sem armadura de cisalhamento; entretanto GONÇALVES (1986) em uma série de ensaios, realizados na EESC-USP, em modelos com pilares na borda da laje e reforçados com perfis metálicos colocados na região da ligação laje-pilar, constatou que a carga de ruína nesses casos foi menor que nos modelos sem qualquer armadura transversal. Além da dúvida quanto à sua real eficácia, esse tipo de armadura apresenta alguns inconvenientes que prejudicam o seu uso:

— aumentam pouco a ductilidade da ligação, não impedindo ruptura abrupta [ISLAM e PARK (1976)];

— interferem na armadura do pilar e podem dificultar sua colocação;

— a altura dessas armaduras tem que ser bem menor que a espessura das lajes, pois existem duas camadas de armaduras (de flexão) a serem colocadas acima e abaixo dos perfis, e no caso de lajes finas a altura possível pode não ser suficiente para a seção de aço requerida; nesse caso pode-se soldar nos perfis a armadura interrompida, mantendo a altura necessária, mas essa operação é muito trabalhosa;

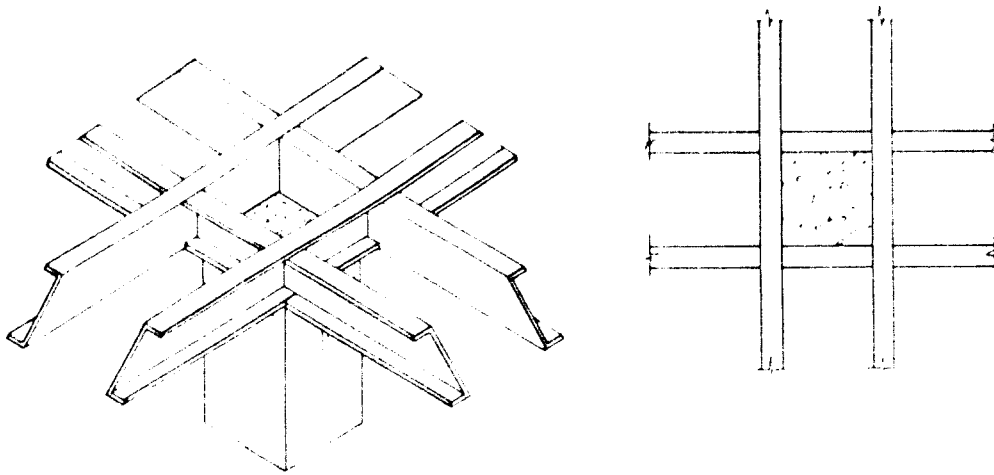
— são indicadas apenas para pilares centrais;

— têm custo elevado.

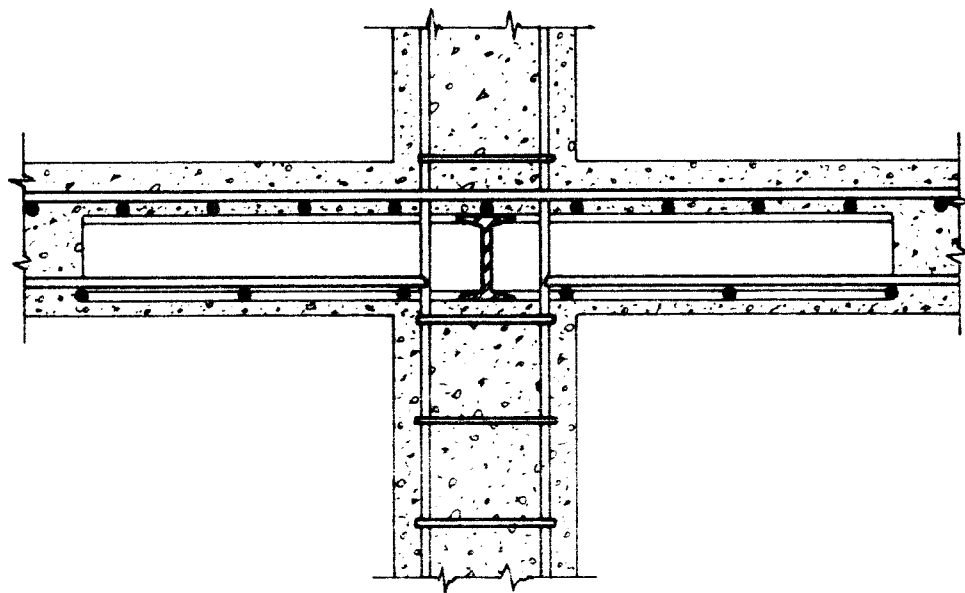
3.5.2.3. Armaduras especiais

Já se viu que o uso de armaduras de cisalhamento na forma de estribos, barras dobradas ou "shearheads" aumentam a resistência de ligações laje-pilar, mas podem ser difíceis de colocar e ancorar em lajes relativamente finas (150 a 250 mm), e não proporcionam uma boa ductilidade, com exceção dos estribos.

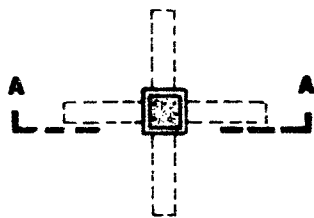
Por essa razão, na Universidade de Calgary, no Canadá, foram realizados vários ensaios de modelos de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento diferentes das convencionais [LANGHOR, GHALI e DILGER (1976); DILGER, ELMASRI e GHALI (1978); SEIBLE, GHALI e DILGER (1980); GHALI (1989)].



a) pares de perfis U



CORTE A-A



PLANTA

b) perfis I

FIGURA 3.9. Armaduras de cisalhamento tipo "shearhead"

Os ensaios levaram DILGER e GHALI (1981) a concluir que os requisitos desejáveis de uma boa armadura de cisalhamento são atingidos quando ela se constitui de elementos individuais com pequenas placas de ancoragem nas extremidades, e interconectados por barras finas ou faixas de chapas de aço, para que sua colocação nas formas seja fácil, sem que haja interferência com a armadura de flexão. Foram estudados:

a) segmentos cortados de perfis metálicos I com pequenos furos na mesa inferior para fixação nas formas (fig. 3.10 a);

b) pregos soldados em faixas de chapa de aço, também perfurados para fixação nas formas (fig. 3.10 b);

c) elementos com placas de ancoragem redondas ou quadradas nas duas extremidades, ou faixa contínua de chapa de aço na extremidade inferior (fig. 3.10 c);

d) barras de aço dobradas e soldadas em fábrica.

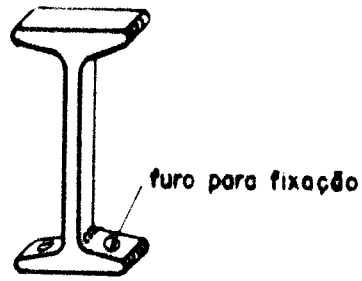
Dessas, a que resultou melhor foram os elementos com placas de ancoragem nas extremidades, as placas tendo área de 9 a 10 vezes a área das barras. Os elementos cortados de perfis I também deram bons resultados, mas são inadequados do ponto de vista de produção e de economia. Os pregos apresentaram área insuficiente de ancoragem, e as barras dobradas e soldadas na fábrica também não foram satisfatórias.

Com a boa ancoragem obtida, altas tensões de cisalhamento nas lajes são possíveis, e isto permite que lajes mais finas sejam utilizadas. Os autores indicam que as tensões limites do ACI 318-77 e mantidas no ACI 318-83 são muito seguras, e concordam com HAWKINS (1974) que mostra que a tensão nominal limite pode ser da ordem de $0,83\sqrt{f_c}$ (MPa).

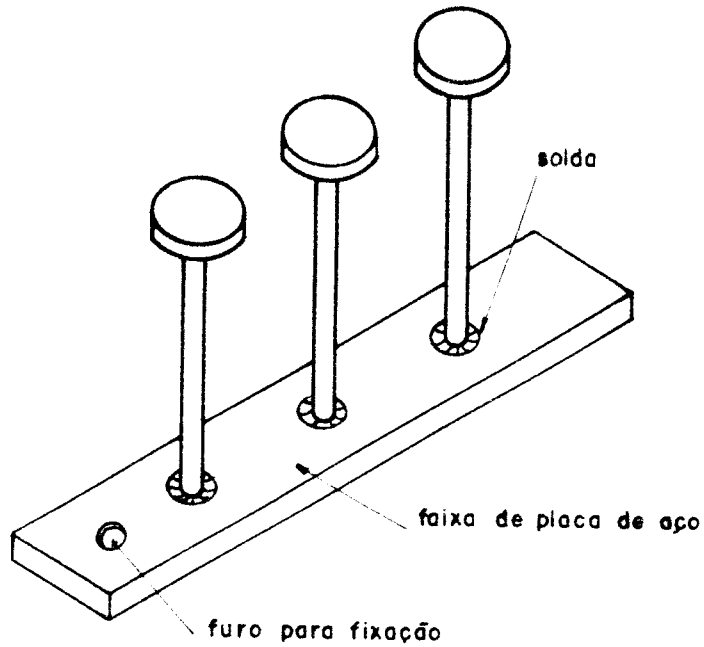
Ainda, no mesmo trabalho, Dilger e Ghali propõem um método de cálculo e dão recomendações para colocação e espaçamento desses elementos, as quais foram confirmadas por um estudo posterior de MOKHTAR, GHALI e DILGER (1985), mesmo para lajes finas (150 mm) com cobrimento na parte superior e inferior de 24 mm.

Pode-se, assim, relacionar as seguintes vantagens no uso desses elementos como armadura transversal:

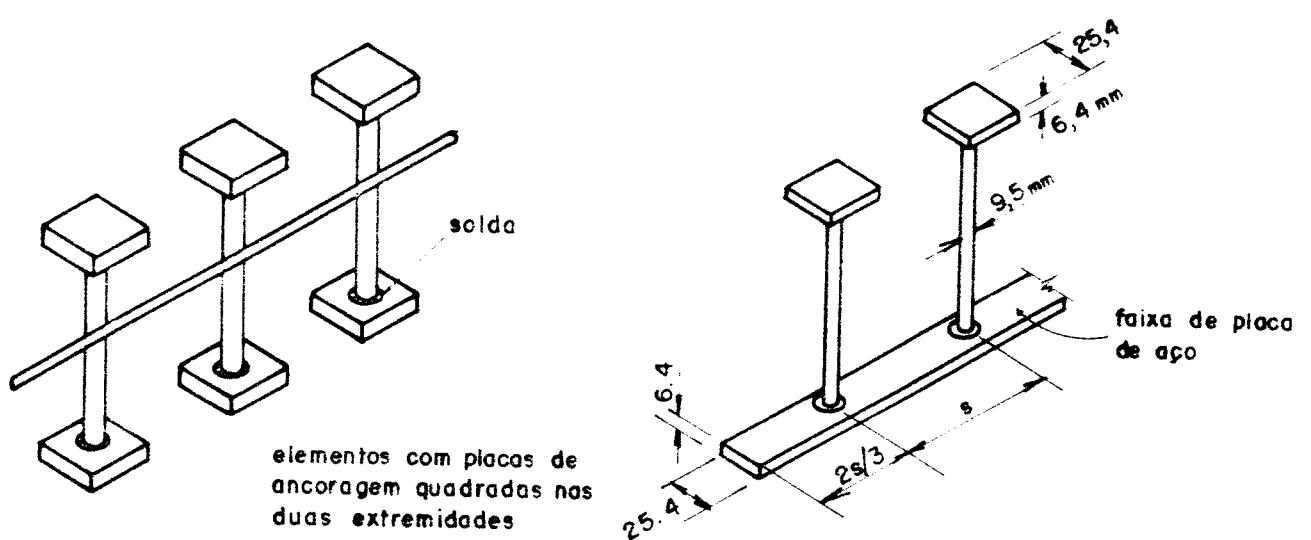
— são fáceis de instalar, mesmo em lajes relativamente finas;



a) segmentos de perfis metálicos



b) elementos tipo pregos soldados em faixas de chapas de aço



c) elementos com placas de ancoragem nas extremidades

FIGURA 3.10. Tipos de armaduras especiais estudadas em Calgary

não interferem na colocação e posicionamento das armaduras de flexão e dos pilares;

— possibilitam ancoragem satisfatória nas duas extremidades, de modo que a armadura atinja toda sua capacidade resistente antes da ruptura;

— consequentemente aumentam a resistência e ductilidade da ligação.

3.6. Comparações e conclusões.

3.6.1. Preliminares

Inicialmente resultados experimentais obtidos por MARTINELLI (1974) e TAKEYA (1983) para os valores da carga de ruína em modelos de lajes sem vigas com pilares em cantos e bordas, respectivamente, servirão para comparação entre as cargas de punção previstas por alguns dos métodos apresentados no item 3.4. Em seguida será feita uma breve análise dos resultados da reação dos pilares nas lajes dos pavimentos já considerados no capítulo 2, para avaliar a influência das vigas de borda e dos balanços e verificar a resistência à punção para os mesmos.

3.6.2. Métodos analisados

Dos métodos abordados no item 3.4 serão analisados aqui o de Elstner e Hog-nestad, por ser o primeiro a quantificar a interação entre força cortante e momento fletor e ser de fácil aplicação, o de Moe em razão de estar baseado em extenso programa experimental e ser reconhecido por vários pesquisadores como um dos trabalhos mais importantes já realizados sobre a punção, e o de Moe juntamente com o de Langendonck para os casos de lajes armadas transversalmente; também se analisa os métodos propostos pelos regulamentos — CEB—FIP 78, NBR 6118/80 e ACI 318—83.

Os demais métodos não foram apreciados por serem mais complexos, como é o caso do método de Kinnunen e Nylander, ou por não apresentarem meios para se verificar a contribuição da armadura de cisalhamento, como no caso do de Rankin e Long.

3.6.3. Experimentação da EESC - USP

Os resultados experimentais que serão empregados nas comparações foram obtidos nas duas primeiras fases da pesquisa, já citada no item 3.3, iniciada em 1972 no Laboratório de Estruturas do Departamento de Estruturas da EESC-USP que visavam principalmente o estudo da influência de armadura transversal — estribos perpendiculares ao plano médio da laje — na resistência da ligação laje—pilar à punção em cantos e bordas de lajes sem vigas (lajes—cogumelo sem capitéis).

Os resultados foram obtidos do ensaio de modelos que representavam apenas a porção da laje próxima ao pilar (elementos-de-laje), suficiente entretanto para a observação do comportamento da ligação laje—pilar e para a simulação do carregamento.

Na primeira fase, os resultados para cada situação — lajes sem armadura transversal, lajes pouco armadas transversalmente ou lajes com armadura transversal abundante — representam a média dos valores oriundos do ensaio de quatro modelos semelhantes, e nas fases seguintes, em função da experiência adquirida, foram ensaiados apenas três modelos para cada caso.

3.6.3.1. Os Modelos de canto

MARTINELLI (1974), na primeira fase, estudou modelos de canto variando a quantidade de armadura transversal na região da ligação laje—pilar; essa armadura transversal é constituída pelos estribos e pelos ganchos de ancoragem das barras de flexão, estes sempre presentes. Entretanto, na terceira fase do projeto, FIGUEIREDO FILHO (1983) estudou lajes onde esses ganchos foram eliminados, ancorando-se as barras longitudinais em placas metálicas colocadas nas bordas das lajes; os resultados indicaram que os ganchos não influíram na resistência da ligação, e portanto eles não serão tomados como armadura de cisalhamento na aplicação dos métodos de cálculo.

Nesses modelos, as barras de flexão (ϕ 10, CA—50A) foram dispostas em rede de malhas retangulares de $5,7 \times 4,5$ cm², resultando altura útil de 9 cm na direção das barras espaçadas de 5,7 cm e de 8 cm na outra direção. Os estribos (ϕ 6,3, CA—25) foram distribuídos numa “região crítica” delimitada por retas distantes $h/\text{tg } 30^\circ \cong 17,5$ cm das faces do pilar, onde $h = 10$ cm é a espessura da laje dos modelos; os pilares são quadrados com lados de 20 cm.

Dos casos estudados por Martinelli, três serão aqui utilizados (A_t é a área total da seção transversal dos estribos):

— modelos sem estribos: $A_t = 0$;

— modelos com 9 estribos (um em cada nó central da região crítica):
 $A_t = 2,7 \text{ cm}^2$;

— modelos com 29 estribos (um em cada cruzamento de duas barras de flexão dentro da região crítica): $A_t = 8,8 \text{ cm}^2$.

A figura 3.11 mostra as dimensões dos modelos, as armaduras de flexão e transversal e a região crítica.

O carregamento, obtido com prensas hidráulicas, foi aplicado à laje através de placas dispostas em arco de circunferência com raio de 51 cm em relação ao centro do pilar, com resultante no plano bissetor do canto a 45 cm desse mesmo centro. Os modelos, na escala 1:1, representam painéis de lajes com vãos de 232 cm. Outros dados de interesse são:

— resistência do concreto à compressão: $f_{c,28} = 38,4 \text{ MPa}$;

— tensão de escoamento do aço (CA-50A) da armadura de flexão:
 $f_y = 510,7 \text{ MPa}$;

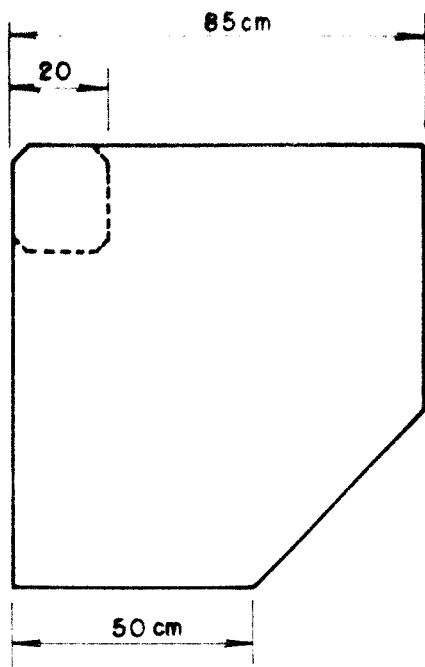
— tensão de escoamento do aço (CA-25) da armadura transversal:
 $f_y = 295,4 \text{ MPa}$;

— taxa geométrica da armadura de flexão na direção x: $\rho_x = 0,0222$;

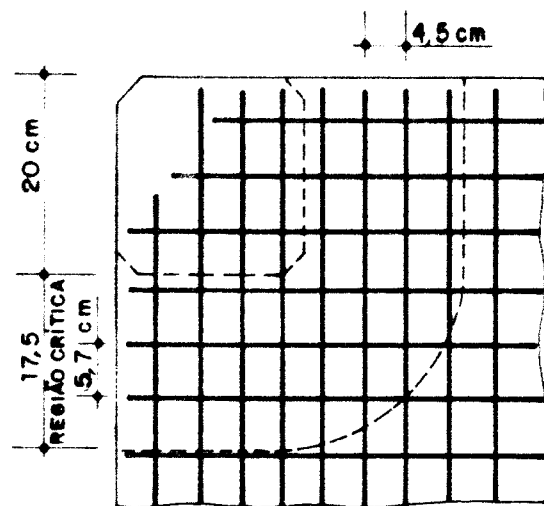
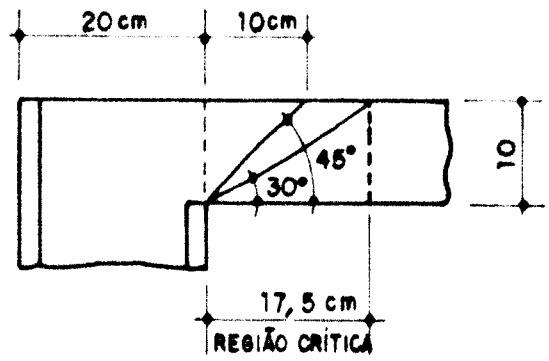
— taxa geométrica da armadura de flexão na direção y: $\rho_y = 0,0156$.

3.6.3.2. Os Modelos de borda

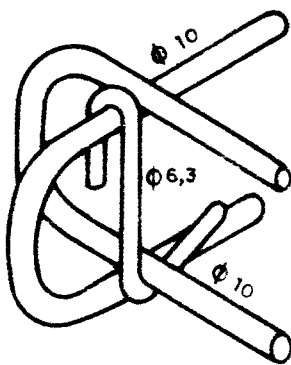
Os modelos com pilares nas bordas das lajes, que foram estudados por TAKEYA (1983), também representam apenas a região da ligação laje—pilar, com carregamento igualmente aplicado com prensas hidráulicas através de placas dispostas em uma coroa de círculo de raio 51 cm em relação ao centro do pilar, com resultante no plano normal à borda a 28,5 cm desse centro; considerando os modelos na escala 1:1 eles, da mesma forma que os de canto, representam painéis de lajes com vãos de 232 cm.



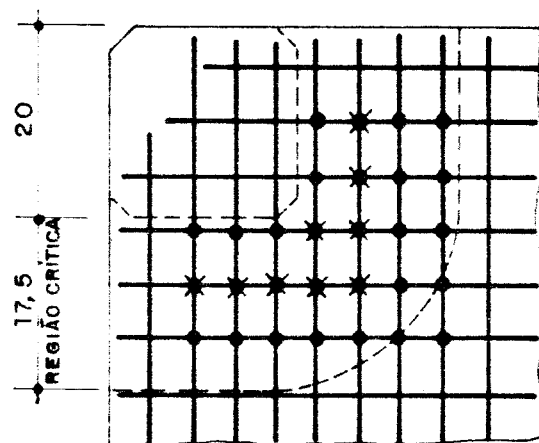
a) PLANTA



SEM ESTRIBOS - $A_t = 0$



b) COLOCAÇÃO DOS ESTRIBOS



✱ ESTRIBOS NOS NÓS CENTRAIS DA REGIÃO CRÍTICA - $A_t = 2,7 \text{ cm}^2$

● + ✱ UM ESTRIBO EM CADA NÓ DA REGIÃO CRÍTICA - $A_t = 8,8 \text{ cm}^2$

c) POSIÇÃO E QUANTIDADE DOS ESTRIBOS

FIGURA 3.11. Modelos de canto [MARTINELLI (1974)]

Serão aproveitadas aqui duas das situações:

- modelos sem estribos: $A_s = 0$;
- modelos com 80 estribos (um em cada cruzamento de duas barras de flexão dentro da região crítica): $A_s = 24,4 \text{ cm}^2$.

Nesses modelos, a armadura de flexão é idêntica à dos cantos, bem como os estribos, a espessura das lajes e as dimensões dos pilares; assim, as taxas de armadura nas duas direções também são iguais às dos cantos.

A figura 3.12 mostra as dimensões dos modelos, as armaduras de flexão e transversal e a região crítica.

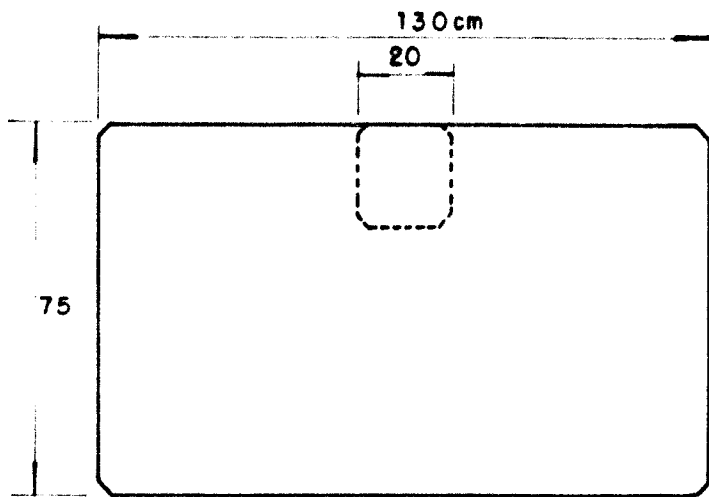
Para os modelos de borda tem-se ainda:

- resistência do concreto à compressão: $f_{c,28} = 39,3 \text{ MPa}$;
- tensão de escoamento do aço (CA-50A) da armadura de flexão: $f_y = 512,8 \text{ MPa}$;
- tensão de escoamento do aço (CA-25) da armadura transversal: $f_y = 354,7 \text{ MPa}$.

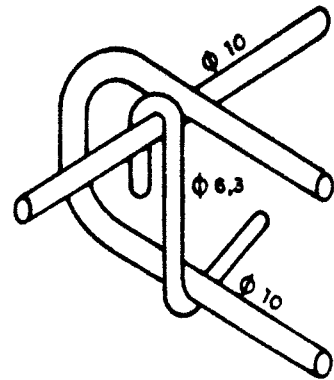
3.6.4. Resultados

Antes da apresentação dos resultados, é importante esclarecer algumas medidas tomadas a respeito da utilização de alguns dos métodos:

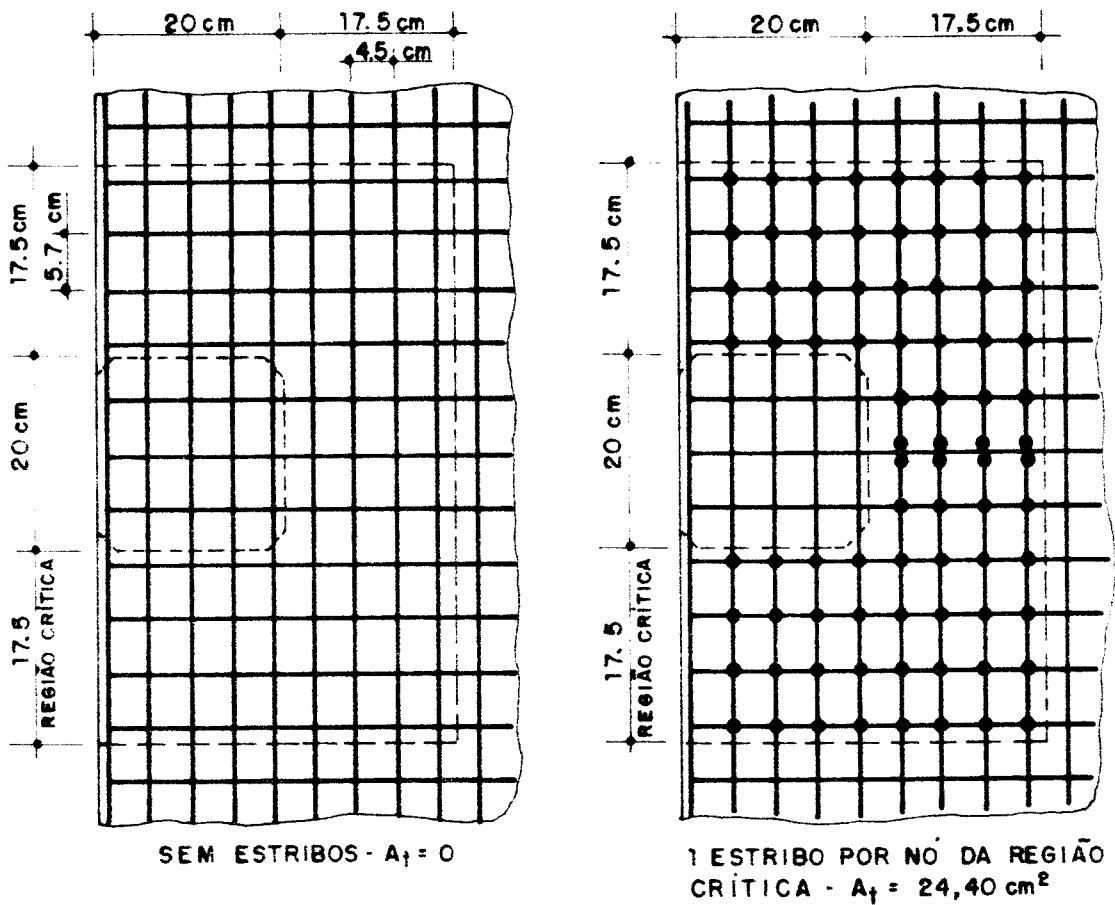
- o método de Elstner e Hognestad foi desenvolvido para casos simétricos, e assim, para aplicação às situações de canto e borda adotou-se a fórmula (3.8) de Moe;
- a expressão de Langendonck foi desenvolvida para melhorar o método de Moe apenas nos casos com armadura de cisalhamento e portanto, onde ela não existe, os valores são os obtidos por Moe;
- o método da NBR 6118/80 não considera situações de pilares em cantos e bordas, e para o seu uso nesses casos foram adotadas as recomendações dos complementos do CEB, que se encontram no anexo 1;



a) PLANTA



b) COLOCAÇÃO DOS ESTRIBOS



c) POSIÇÃO E QUANTIDADE DOS ESTRIBOS

FIGURA 3.12. Modelos de borda [TAKEYA (1983)]

no ACI 318-83 a consideração de cargas excêntricas, segundo MOHELE (1988), é adequada para ligações interiores mas incorreto e complexo para casos de pilares em bordas; por isso, para os casos de pilares de bordas e cantos, o método do ACI 318-83 também foi utilizado juntamente com as recomendações dos complementos do CEB.

Na tabela 3.1 estão os resultados experimentais ($V_{u,obs}$) da carga de ruína dos modelos de borda e canto, e os resultados da força cortante resistente última determinados pelos vários métodos para esses mesmos modelos.

Convém observar que nem todos os modelos apresentaram ruptura com características exclusivas do punção, e nesses casos a carga de ruína poderia ser até maior, caso não houvesse esgotado a capacidade à flexão dos modelos, e não é possível determinar quanto maior ela seria. Isso poderia ser definido com a realização de novos ensaios, onde a resistência à flexão dos modelos fosse maior, de modo a haver ruptura causada pela punção. Mesmo assim os resultados apresentados dão uma boa idéia de como os métodos avaliam a capacidade dos modelos.

TABELA 3.1. Cargas de ruína, em kN, experimentais e calculadas

| Modelo | A_t (cm ²) | $V_{u,obs}$ | $V_{u,Moe}$ | $V_{u,ML}$ | $V_{u,ELH}$ | $V_{u,CEB}$ | $V_{u,NBR}$ | $V_{u,ACI}$ |
|--------|--------------------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| canto | 0 | 63,45 | 52,70 | 52,70 | 52,27 | 27,80 | 39,44 | 35,52 |
| canto | 2,7 | 68,02 | 70,57 | 56,25 | 56,69 | 44,48 | 78,88 | 53,00 |
| canto | 8,8 | 72,98 | 113,84 | 73,63 | 99,63 | 44,48 | 78,88 | 53,00 |
| borda | 0 | 124,16 | 96,43 | 96,43 | 91,67 | 60,13 | 84,85 | 76,38 |
| borda | 24,4 | 189,68 | 344,65 | 251,98 | 374,88 | 96,20 | 169,69 | 114,03 |

onde A_t : área total da seção transversal dos estribos
 $V_{u,obs}$: resultados experimentais
 $V_{u,Moe}$: carga de ruína dada por Moe
 $V_{u,ML}$: carga de ruína dada por Moe e Langendonck
 $V_{u,ELH}$: carga de ruína dada por Elstner e Hognestad (carga excêntrica conforme Moe)
 $V_{u,CEB}$: carga de ruína segundo o CEB-FIP 78
 $V_{u,NBR}$: carga de ruína segundo a NBR 6118/80 (casos de pilares de canto e borda conforme os complementos do CEB)
 $V_{u,ACI}$: carga de ruína segundo o ACI 318-83 (pilares de borda e canto conforme o CEB)

A tabela 3.2 mostra a relação entre as cargas obtidas pelos métodos e os valores observados experimentalmente, e na última linha está a média para cada método.

TABELA 3.2. Relação entre valores calculados e experimentais da carga de ruína

| Modelo | A_t (cm ²) | $\frac{V_{u,ML}}{V_{u,obs}}$ | $\frac{V_{u,ML}}{V_{u,obs}}$ | $\frac{V_{u,FM}}{V_{u,obs}}$ | $\frac{V_{u,CEB}}{V_{u,obs}}$ | $\frac{V_{u,NBR}}{V_{u,obs}}$ | $\frac{V_{u,AC}}{V_{u,obs}}$ |
|--------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| canto | 0 | 0,831 | 0,831 | 0,824 | 0,438 | 0,622 | 0,560 |
| canto | 2,7 | 1,037 | 0,827 | 0,833 | 0,654 | 1,160 | 0,779 |
| canto | 8,8 | 1,560 | 1,009 | 1,365 | 0,609 | 1,081 | 0,726 |
| borda | 0 | 0,777 | 0,777 | 0,738 | 0,484 | 0,683 | 0,615 |
| borda | 24,4 | 1,817 | 1,328 | 1,976 | 0,507 | 0,895 | 0,601 |
| média | | 1,204 | 0,954 | 1,147 | 0,417 | 0,888 | 0,656 |

3.6.5. Conclusões

Em vista dos resultados, algumas observações podem ser destacadas:

a) o método que fornece os valores mais desfavoráveis é o de Moe, chegando a prever força cortante última 81,7% maior que a observada experimentalmente; nota-se que as maiores diferenças ocorrem nos modelos mais armados transversalmente;

b) a contribuição de Langendonck realmente melhora os resultados dados pelo método de Moe para casos com armadura transversal, embora no caso de pilar na borda o método ainda apresente valor 32,8% maior que o experimental;

c) o método de Elstner e Hognestad apresenta valor médio mais próximo do experimental que o de Moe, mas no caso de borda com armadura de cisalhamento a diferença é de 97,6%, maior ainda que a dada por Moe;

d) a aplicação do método do CEB aos modelos ensaiados resulta em valores muito abaixo dos experimentais (média de 58,3% menor), e nenhum valor é maior que o correspondente experimental; é portanto um método bastante seguro, para os casos sem e com armadura de cisalhamento, sendo que essa armadura, de acordo com o CEB, pode elevar a resistência à força cortante no máximo em 60%;

e) dos três métodos de normas a NBR 6118/80, usando as recomendações do CEB para casos de canto e borda, é a que apresenta melhores resultados (11,2% menores que os experimentais), mas em dois casos os valores são maiores, chegando a 16,0% no caso de canto com $A_t = 2,7 \text{ cm}^2$;

f) finalmente, o método do ACI, também usando as recomendações do CEB para casos de canto e borda é, como o CEB, bastante seguro, mas prediz forças cortantes últimas um pouco mais próximas — 34,4% menores na média — das experimentais.

Observa-se inicialmente que as adaptações feitas nos métodos para os casos de pilares em bordas e cantos parecem coerentes, apresentando valores até certo ponto satisfatórios; e, embora os resultados experimentais analisados sejam poucos para permitir uma conclusão definitiva, e o estudo de outros resultados porventura existentes na literatura ou a realização de novos experimentos seja desejável, pode-se ter uma razoável avaliação sobre os métodos.

Os resultados mostram que as diferenças mais desfavoráveis entre os valores calculados e os experimentais ocorreram nos modelos com maior taxa de armadura transversal, evidenciando que nesses casos atribui-se à armadura de cisalhamento uma contribuição maior do que ela é capaz de proporcionar. Nos métodos de normas isso não ocorre, pois a parcela da resistência devida a armadura é limitada a um determinado valor. Se a partir do método proposto por Langendonck for feito um estudo para estabelecer um limite superior à influência da armadura transversal na força cortante resistente, ele poderá ser o que melhor reflita as situações reais.

Enquanto isso não acontece, é aconselhável o uso dos métodos de normas que, embora muito a favor da segurança, limitam o efeito da armadura de cisalhamento, mesmo que ela exista em grande quantidade. Dentre eles, é mais indicado o método proposto pela NBR 6118/80 juntamente com as recomendações dos complementos do CEB para pilares em bordas e cantos, pois foi o que apresentou melhores resultados, apesar de que em dois modelos eles tenham sido maiores que os experimentais, mas nesses casos a ruptura não se deu exclusivamente pela punção.

O método do CEB também é indicado, pois é o que maior informações oferece e mais situações abrange, além de ser de fácil aplicação. Entretanto é um método muito cauteloso, e o seu uso pode mesmo inviabilizar as lajes sem vigas em algumas situações.

O método do ACI, juntamente com as recomendações dos complementos do CEB, apresentou resultados melhores que os do CEB, mas ainda muito seguros e inferiores aos de NBR.

3.6.6. Reações dos pilares nas lajes dos pavimentos estudados

A figura 3.13 indica a numeração dos pilares nos pavimentos considerados no capítulo 2, e a tabela 3.3 contém as reações, determinadas pelo método de analogia de grelhas, que esses pilares — por simetria, apenas os destacados na figura — aplicam às lajes.

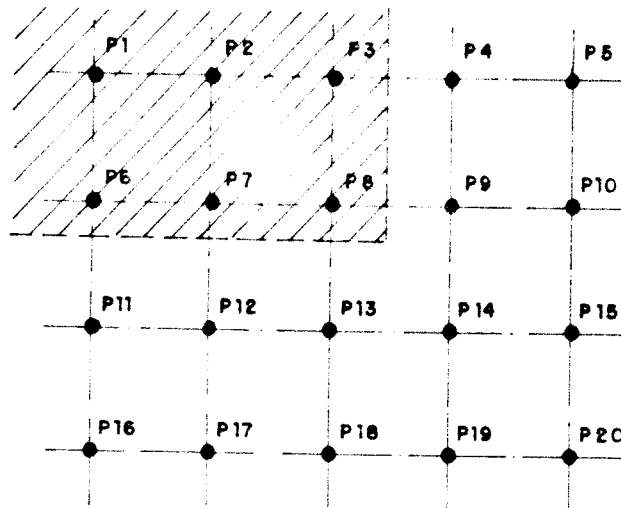


FIGURA 3.13. Numeração dos pilares nos pavimentos

TABELA 3.3. Reações dos pilares (kN) nas lajes

| Pilar | Piso | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | A1 | AV1 | A2 | AV2 | B1 | BV1 | B2 | BV2 |
| 1 | 26,79 | 35,41 | 98,83 | 105,18 | 18,02 | 22,38 | 83,01 | 87,08 |
| 2 | 75,72 | 95,81 | 155,73 | 176,73 | 50,80 | 59,15 | 96,99 | 104,96 |
| 3 | 62,58 | 75,20 | 162,32 | 173,55 | 42,58 | 47,69 | 95,43 | 101,03 |
| 6 | 72,72 | 78,76 | 116,73 | 124,69 | 48,12 | 55,86 | 97,98 | 105,70 |
| 7 | 209,36 | 203,83 | 183,49 | 178,01 | 139,02 | 135,92 | 114,56 | 112,42 |
| 8 | 171,89 | 172,74 | 191,83 | 192,96 | 114,84 | 117,04 | 112,71 | 113,89 |

3.6.6.1. Efeitos das vigas de borda e dos balanços

Dos valores da tabela 3.3 pode-se avaliar a influência das vigas de borda e dos balanços nas reações dos pilares nas lajes:

a) nos pavimentos com vigas de borda elas pouco influem nas reações dos pilares internos, diminuindo ou aumentando muito pouco os valores, e portanto não diminuem

a possibilidade de punção nesses locais; nos casos de pilares externos não existe punção, pois eles estão sob as vigas;

b) nos painéis de vãos grandes, quando as reações também o serão, pode ser interessante a colocação de vigas de borda que eliminarão a possibilidade de punção em regiões críticas como os cantos e as bordas;

c) os balanços propiciam uma distribuição mais uniforme das reações entre os pilares, e embora as reações sejam maiores nos pilares periféricos, estes passam a ter um perímetro crítico maior.

3.6.6.2. Armadura de punção nos pavimentos

A partir das reações dos pilares foram feitas as verificações das tensões de cisalhamento nas ligações laje—pilar e, quando necessário, calculadas as quantidades de estribos verticais. Para cada pavimento sem vigas de borda foram verificados um pilar de canto, o pilar mais crítico das bordas e o mais crítico interno; naqueles com vigas de borda a verificação foi feita apenas no pilar interno mais desfavorável. Os valores zero na tabela 3.4 indicam que nesses pontos não é necessária armadura de punção, e os locais com traço indicam pontos onde ou os pilares estão sob as vigas ou a situação não é a crítica.

A verificação foi efetuada segundo a NBR 6118/80, com a consideração de pilares de canto e borda segundo os complementos do CEB. O método é de aplicação simples, e a armadura de punção pode elevar a resistência da ligação no máximo a duas vezes a resistência do similar não armado à punção.

Para os estribos adotou-se aço CA-25 com diâmetro $\phi = 6,3$ e para o concreto $f_{ct} = 15$ MPa; na tabela 3.4 estão os resultados obtidos para cada um dos pavimentos. Observa-se que:

a) em todos os casos foi possível resistir à força cortante; caso contrário, algumas medidas poderiam ter sido tomadas, isoladas ou conjuntamente, tais como aumentar as dimensões dos pilares, aumentar a espessura das lajes, aumentar a resistência do concreto;

b) em nenhum dos pavimentos é necessário colocar estribos nos cantos;

c) em função das altas forças cortantes, a maioria das ligações internas devem ser armadas transversalmente;

TABELA 3.4. Estribos nos pavimentos – pilares mais desfavoráveis

| Pisos | Pilares | | | | | |
|-------|---------|---------------|---------------|----|---------------|---------------|
| | P1 | P2 | P3 | P6 | P7 | P8 |
| A1 | 0 | 12 ϕ 6,3 | — | — | 33 ϕ 6,3 | — |
| AV1 | — | — | — | — | 32 ϕ 6,3 | — |
| A2 | 0 | — | 25 ϕ 6,3 | — | — | 30 ϕ 6,3 |
| AV2 | — | — | — | — | — | 30 ϕ 6,3 |
| B1 | 0 | 0 | — | — | 22 ϕ 6,3 | — |
| BV1 | — | — | — | — | 21 ϕ 6,3 | — |
| B2 | 0 | — | — | 0 | 0 | — |
| BV2 | — | — | — | — | — | 0 |

d) os pavimentos com painéis quadrados (4 m \times 4 m) com balanços não necessitam de estribos em nenhuma ligação, pois a carga total sobre o pavimento é menor em relação aos pisos tipo A (área total menor), há uma melhor distribuição das reações e todos os pilares podem ser considerados como internos, em razão dos balanços, portanto com maior perímetro crítico;

e) nos pavimentos com painéis retangulares (vãos maiores) sem vigas é necessária a colocação de estribos nas regiões dos pilares de bordas, mesmo naqueles com balanços, e nesses casos as vigas de borda podem ser indicadas; nos quadrados (vãos menores) as vigas de borda não são necessárias com vistas à punção;

f) se a verificação fosse efetuada segundo o CEE, algumas das ligações não suportariam as forças cortantes, mesmo colocando-se estribos;

g) ressalta-se novamente que as vigas de borda só tem alguma utilidade nos pilares externos, mas nada significam para os internos, que neste caso são os mais críticos em função das altas reações que aplicam nas lajes; isso indica que, quanto à punção, essas vigas não possibilitam uma ampliação dos vãos dos painéis;

h) no cálculo das reações não foi considerada, como já dito no capítulo 2, a rigidez da ligação da laje com os pilares, o que se feito proporcionaria uma distribuição mais uniforme dos valores, com algum aumento naqueles dos pilares externos e uma redução nos dos pilares internos; entretanto, como as ligações externas estão resistindo com certa folga às tensões de cisalhamento, esse fato não deverá causar maiores problemas.

CAPÍTULO 4

DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS DAS LAJES SEM VIGAS

4.1. *Introdução*

Como já foi dito, um dos problemas que os sistemas estruturais de lajes sem vigas apresentam, e que pode mesmo tornar inviável seu uso, é a ocorrência de deslocamentos transversais das lajes além de limites aceitáveis, tanto na fase de construção como ao longo de um tempo maior, durante a vida útil da estrutura.

Os projetos atuais, ao empregarem técnicas refinadas de cálculo e materiais de altas resistências, resultam em estruturas bastante leves e esbeltas, com elementos de flexão de pouca altura; uma das consequências disto é o agravamento do problema dos deslocamentos das lajes de pisos e forros o que, nas estruturas sem vigas, pode ser até mais importante que a própria resistência à flexão das lajes. Assim, mesmo que os requisitos quanto à resistência sejam satisfeitos, é possível que a espessura resultante da laje não atenda aos requisitos mínimos exigidos quanto aos deslocamentos transversais, impedindo a perfeita utilização do edifício.

O problema não é tratado com a devida atenção pelas normas, pois enquanto dedicam especial destaque no que diz respeito à resistência, dão aos projetistas pouca orientação sobre os deslocamentos. Como exemplos citam-se a NBR 6118/80, que não fornece recomendações específicas sobre deslocamentos em lajes sem vigas, e o ACI 318-83, que indica que se a espessura for maior que a mínima estabelecida, os deslocamentos não precisam ser calculados; isto induz à conclusão de que os deslocamentos ao longo do tempo estarão sempre dentro de limites aceitáveis, o que não é corroborado pelas observações em laboratórios e em edifícios [RANGAN e McMULLEN (1978)]; deslocamentos até 45% maiores que o limite permitido foram observados por HEIMAN (1974), quando a espessura das lajes era a mínima estabelecida pelo ACI 318-71.

Por isso muitos projetistas acabam usando espessuras maiores que a mínima, mas sem saber qual será o deslocamento resultante em função da espessura escolhida. Por outro lado, aumentar a espessura da laje para reduzir os deslocamentos pode levar a custos adicionais desnecessários. É portanto importante procurar obter uma estimativa razoável do deslocamento final.

Os deslocamentos finais dependem principalmente dos efeitos das cargas de construção (que podem ser até maiores que as de serviço e ocorrem em concretos de pouca idade) e das permanentes. Uma adequada consideração do problema para a elaboração do projeto, requer:

a) um correto conhecimento das ações atuantes na estrutura;

b) métodos de cálculo que relacionem de maneira simples cargas e deslocamentos e que, com a consideração correta das propriedades dos materiais envolvidos, forneçam estimativas realistas dos deslocamentos finais esperados;

c) informações definitivas do que constituem deslocamentos inadequados, pois eles dependem também da natureza do edifício em foco.

Neste capítulo faz-se, inicialmente, uma abordagem qualitativa sobre os deslocamentos transversais, imediatos e ao longo do tempo, apontando os problemas decorrentes e os fatores que influem no desempenho de uma estrutura. Em seguida são apresentados alguns métodos para determinar as espessuras de lajes visando o controle de deslocamentos e outros para o cálculo dos mesmos.

Para os pavimentos de lajes sem vigas já considerados no capítulo 2 são, então, calculados os deslocamentos transversais com esses métodos e com os métodos dos elementos finitos e analogia de grelhas para uma posterior comparação dos resultados.

4.2. Problemas decorrentes de deslocamentos excessivos

A ocorrência de deslocamentos excessivos em elementos estruturais, e em particular nas lajes, acarreta uma série de problemas que prejudicam o desempenho satisfatório da estrutura. Deslocamentos excessivos podem ocorrer tanto na fase de construção quanto ao longo da vida útil da edificação, e é importante que os limites

máximos permitidos sejam obedecidos.

Estudos detalhados de edifícios de vários pavimentos na Austrália [TAYLOR e HEIMAN (1977)] que sofreram deslocamentos excessivos, mostram uma série de problemas comuns decorrentes, que são relacionados a seguir:

a) nas bordas externas, devido à falta de continuidade, os deslocamentos podem ser maiores que nas demais partes, além de serem mais perceptíveis;

b) a inclinação dos pisos causa desconforto aos ocupantes dos edifícios e aos observadores;

c) problemas em esquadrias de portas e janelas, que passam a ter desempenho insatisfatório de suas funções (impedidas de correr ou deslizar, abrir e fechar), ou mesmo deformação ou quebra dos seus elementos componentes;

d) em alguns mobiliários há prejuízo das suas funções normais tais como emperramento de gavetas, dificuldades em abrir e fechar portas e instabilidade;

e) divisórias leves de madeira apresentam problemas como aberturas nas juntas, que abalam o sistema de fixação dos elementos entre si;

f) divisórias de tijolos cerâmicos ou de blocos podem apresentar rachaduras que acarretam problemas tais como infiltração de água nas paredes externas, danificação dos acabamentos e até de instalações e desconforto visual;

g) estragos nas ligações, principalmente superiores, entre as lajes e as paredes, e nos acabamentos das próprias lajes (rebôco na face inferior e pisos na face superior);

h) problemas em juntas e ligações existentes entre os próprios elementos estruturais.

4.3. Fatores que têm influência nos deslocamentos

O cálculo de deslocamentos transversais em elementos estruturais, especialmente nas lajes sem vigas em duas direções, tanto na fase de construção como na de utilização, é dificultado pelo grande número de fatores envolvidos. São fatores que estão relacionados com o projeto e dimensões dos elementos, com a

construção e utilização e com os materiais, e permeando todos, com as ações aplicadas [TAYLOR e HEIMAN (1977), ACI COMMITTEE 435 (1985), GALAMBOS e ELLINGWOOD (1986) e THOMPSON e SCANLON (1988)].

4.3.1. *Fatores devidos aos materiais*

Os deslocamentos transversais das lajes são influenciados de forma decisiva por fatores referentes aos materiais, relacionados nos próximos itens.

4.3.1.1. *Fissuração do concreto*

A fissuração do concreto influi nos deslocamentos finais da laje devido à transformação de seções não fissuradas em seções parcialmente fissuradas, a partir do instante em que cargas de construção e permanentes passam a atuar, causando diminuição da rigidez das mesmas pela redução do momento de inércia.

4.3.1.2. *Retração do concreto*

O deslocamento neste caso ocorre em função do arqueamento da laje, provocado pela restrição imposta à retração pelas diferentes quantidades de aço na face superior e inferior da laje. Assim, concretos com elevadas concentrações de armadura em apenas uma face não são convenientes.

4.3.1.3. *Deformação lenta*

Deslocamentos devidos à deformação lenta ocorrem quando o elemento estrutural de concreto sofre a ação de cargas durante a construção, de seu próprio peso, e de outras cargas de pequena variação ao longo do tempo. As cargas de construção atuam em concretos novos, que sofrem deformação lenta maior do que quando carregados após um tempo maior, e causam deslocamentos que aumentam com a sua permanência; embora essas cargas sejam retiradas após um determinado período, elas ainda causam um efeito adverso nos deslocamentos, pois a deformação lenta não é um fenômeno totalmente reversível [ACI COMMITTEE 435 (1985)].

EL-SHEIKH e CHEN (1988) verificaram que uma grande parcela dos deslocamentos ao longo do tempo devidos à deformação lenta ocorrem no primeiro ano de vida útil da estrutura, e posteriormente crescem em uma proporção muito pequena.

Os principais fatores que controlam as deformações no concreto sob tensões constantes, devidas à deformação lenta são, segundo RUSCH e JUNGWIRTH (1983):

- idade do concreto quando a carga é aplicada pela primeira vez;
- duração de aplicação da carga;
- taxa de hidratação do cimento;
- condições ambientais — umidade relativa e temperatura;
- condições de cura do concreto;
- tamanho e forma da seção transversal do elemento estrutural em consideração.

4.3.1.4. Resistência e módulo de deformação do concreto

Um aumento na resistência à compressão do concreto produz acréscimos, não lineares, no módulo de deformação e resistência à tração, e isso causa um aumento na rigidez, com uma correspondente redução no deslocamento imediato; mesmo no caso de zonas totalmente fissuradas, a resistência à tração do concreto entre fissuras e próximo da linha neutra aumenta a rigidez efetiva [ACI COMMITTEE 435 (1966)].

THOMPSON e SCANLON (1988) indicam que deslocamentos em lajes sem vigas calculados por eles para concretos de resistência de 30 MPa foram aproximadamente 35% menores que aqueles encontrados para concretos de 20 MPa, o que mostra que a melhora na qualidade do concreto pode reduzir significativamente os deslocamentos. Entretanto, TAYLOR e HEIMAN (1977) observam que quando o concreto atinge altas resistências, altas características de retração podem ser produzidas, de forma que os benefícios obtidos pelo aumento da resistência e do módulo de deformação passam a ser pequenos ou mesmo nulos.

4.3.2. Fatores devidos ao projeto e dimensões dos elementos

Decisões corretas tomadas na fase de projeto e a adoção de dimensões adequadas das lajes podem reduzir os deslocamentos finais das mesmas ou minimizar seus efeitos. Podem ser citados:

a) projetos desenvolvidos buscando máxima economia com vistas apenas à obtenção de resistência satisfatória, ao invés de projetos que procurem atender adequadamente também aos deslocamentos, podem produzir estruturas inadequadas;

b) ensaios em lajes sem vigas têm mostrado que a maioria das fissuras ocorrem nas regiões de momentos negativos próximas aos pilares e que, a níveis de carga de serviço, essas lajes são muito pouco fissuradas [NILSON e WALTERS (1975)]; desse modo, na maioria dos casos é satisfatório calcular os deslocamentos com o momento de inércia de toda a seção. Entretanto, para um maior refinamento, o cálculo pode ser efetuado considerando um momento de inércia efetivo, dado no item 4.6.5.6, para a seção fissurada;

c) a não colocação de vigas de borda nas lajes exteriores, pode resultar em deslocamentos finais visíveis e, portanto, esteticamente inaceitáveis; ensaios realizados por ELSTNER (1970) em modelos de pequena escala, para comparação com os realizados na Universidade de Illinois e na Associação de Cimento Portland dos EUA, mostraram que o uso de vigas de borda em sistemas de lajes sem vigas efetivamente diminuem os deslocamentos nas bordas da laje, mas têm um efeito pequeno naqueles no centro de painéis de bordas e de cantos; os resultados apresentados no item 4.7.3.4 também confirmam a positiva influência das vigas de borda nos deslocamentos transversais;

d) ensaios realizados por JENKINS et alii (1965) em lajes na escala 1:1, mostraram que uma considerável redução nos deslocamentos pode ser obtida pelo uso de uma quantidade adequada de armadura superior de compressão; MONTOYA et alii (1976) recomendam o uso dessa armadura para redução das flechas, embora isso possa prejudicar o sistema quanto ao aspecto econômico;

e) o uso de métodos inadequados de cálculo de deslocamentos finais tem feito com que eles sejam bem maiores que os valores esperados;

f) pouca atenção na avaliação das características do concreto em termos de retração e deformação lenta;

g) a construção de longas paredes pouco flexíveis sobre lajes flexíveis resulta

na rachadura dessas paredes;

h) os espaços especificados entre a parte superior de divisórias ou esquadrias têm sido muito pequenos para impedir que ao longo do tempo a laje se apóie nesses elementos;

i) condições de apoio das lajes e restrições impostas às suas bordas: a deformação das bordas é função da rigidez à torção e flexão das vigas de suporte quando elas existem, ou da porção da laje ligada ao pilar, do tamanho e rigidez dos pilares e da continuidade dos painéis; no caso de painéis externos a falta de continuidade em uma ou duas bordas é fator importante e nem sempre considerado. Esses fatores afetam os deslocamentos não só das próprias bordas mas também os do centro dos painéis;

j) tamanho e forma dos painéis (relação lado maior/lado menor) e relação vão/espessura das lajes influem nos deslocamentos finais esperados;

k) através de análise elástica, SIMMONDS (1970) demonstra que os máximos deslocamentos em lajes sem vigas são reduzidos à medida que a seção transversal dos pilares se torna mais alongada na direção do maior vão do painel;

l) existência de "drop panels" ou capitéis reduzem os deslocamentos das lajes, mas dificultam a execução de fôrmas e armaduras e há a perda da vantagem dos tetos planos e lisos.

4.3.3. Fatores devidos à etapa de construção

Durante a construção podem ocorrer situações, relacionadas abaixo, que contribuem para agravar o problema dos deslocamentos:

a) lajes do primeiro piso quando suportadas por escoras que, no solo, se apoiam em placas de tamanho insuficiente para prevenir recalques, sofrem deslocamentos mesmo antes da desforma;

b) cargas de construção devidas às escoras ou armazenamento de materiais em lajes de pouca idade podem ser altas o suficiente para causar grandes fissuras nas lajes, que aumentam os deslocamentos iniciais e finais;

c) o método construtivo utilizado pode resultar em cargas de construção que ultrapassem as de serviço, e até mesmo se aproximem da resistência última da laje;

os deslocamentos e fissuras resultantes podem também ser maiores que os esperados para cargas de serviço;

d) cura inadequada acarreta excessivas fissuras devidas à retração, com suas consequências.

4.4. Deslocamentos transversais imediatos — fase de construção

Deslocamentos imediatos ou instantâneos são aqueles que ocorrem imediatamente após a aplicação da carga (peso próprio da laje) quando as escoras são removidas ou sob outras ações de curta duração; são também chamados de deslocamentos elásticos, pois nessa fase as lajes praticamente não são fissuradas, salvo se as cargas de construção forem elevadas, podendo-se portanto admitir comportamento elástico do concreto.

O cálculo dos deslocamentos elásticos em edifícios sob condições normais é feito, principalmente, para propiciar uma base para a previsão dos deslocamentos finais. Medidas de deslocamentos elásticos iniciais efetuadas na Austrália [TAYLOR e HEIMAN (1977)] mostraram que esses deslocamentos são aproximadamente 13% do deslocamento total final; neste caso, quando as escoras foram removidas não havia escoras acima nem armazenamento de material de construção na laje.

Entretanto, as cargas durante a construção podem ser maiores que apenas o peso próprio da laje, causando uma fissuração inesperada e danosa, que acarreta grandes deslocamentos iniciais. É portanto importante que cuidados com os deslocamentos sejam tomados já no início da obra, e para isso muito influir o método construtivo empregado e a velocidade de construção e, conseqüentemente, como e quando as ações passam a solicitar os elementos da estrutura.

Sob o ponto de vista econômico é interessante que a desforma se dê em pouco tempo, pois isto reduz o custo das fôrmas, o número de dias de trabalho e torna possível o uso da estrutura em um tempo curto; entretanto, a remoção prematura das fôrmas pode causar ruptura ou aumentar os deslocamentos imediatos e de longo tempo.

EL—SHEIKH e CHEN (1988) analisaram a influência da velocidade de construção nos deslocamentos, através do método dos elementos finitos, incluindo

efeitos de deformação lenta e fissuração. Eles verificaram que uma velocidade rápida (um piso a cada dois dias) em relação a uma velocidade mais lenta (um piso a cada sete dias) não aumentaram os deslocamentos, imediatos ou de longo tempo, quando se utilizou concreto produzido com cimento de alta resistência inicial; no caso de concretos com cimentos normais, os deslocamentos aumentaram em mais de 50% .

Os edifícios de vários pavimentos de concreto armado são usualmente executados de modo que cada nova laje concretada seja suportada por um determinado número de lajes inferiores, anteriormente concretadas. Essa estrutura de suporte consiste de lajes de diversas idades, fôrmas, dois ou mais níveis de escoras e um certo número de níveis cujas lajes foram desformadas e novamente escoradas (fig. 4.1); dessa maneira é possível remover as fôrmas dos pavimentos inferiores em pouco tempo, para que imediatamente sejam usadas nos pavimentos superiores.

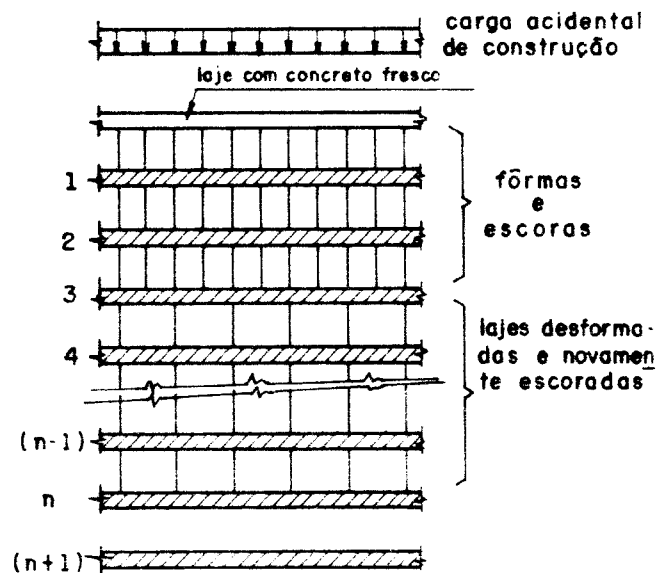


FIGURA 4.1. Esquema típico de suporte das lajes em edifícios de vários pavimentos [SBAROUNIS (feb. 1984)]

As ações envolvidas na fase construtiva da estrutura consistem do peso das lajes endurecidas, do peso das lajes recém concretadas, do peso das fôrmas, do peso do sistema de escoramento e de uma carga acidental de construção. Desse modo as cargas nas lajes inferiores da estrutura (nem todas tendo ainda atingido a idade de 28 dias) podem mesmo exceder aquelas de serviço. Se isso acontecer, o ACI 318-83 determina que a estrutura deve ter suficiente resistência para suportar tais cargas

com segurança.

Observações realizadas em edifícios por TAYLOR (1967) e por SBAROUNIS (feb. 1984 e aug. 1984) mostram que os deslocamentos em lajes sem vigas são significativamente afetados por cargas aplicadas durante os estágios de construção (no caso elas representavam mais que duas vezes o peso próprio das lajes); SBAROUNIS (apr. 1984) também verificou que aproximadamente 60% dos deslocamentos finais de uma laje ocorrem durante o período de construção, antes do concreto atingir a resistência de 28 dias. Dessa forma a adoção de um método construtivo apropriado faz-se necessária.

Uma sequência de construção comumente utilizada envolve dois estágios em cada ciclo de concretagem. No estágio inicial o primeiro nível de escoras e fôrmas vai sendo retirado, enquanto a laje é simultaneamente "re-escorada" e as fôrmas colocadas no nível mais alto, ao mesmo tempo em que são retiradas as escoras da laje (já desformada) do nível mais baixo do sistema de escoramento. No segundo estágio uma nova laje é concretada.

No início de cada ciclo a última laje concretada ainda está fresca e não recebe carga. Quando as escoras são removidas da laje mais inferior, a primeira parcela de carga é introduzida na laje recém concretada; a concretagem de uma nova laje no segundo estágio introduz uma nova parcela de carga na laje em questão. A cada nova laje concretada um incremento no carregamento é introduzido. O incremento de carga em cada ciclo acontece enquanto a laje permanece na estrutura de suporte, e quando ela for a mais baixa no esquema receberá a parcela máxima.

A distribuição de cargas entre lajes da estrutura de suporte é determinada pela rigidez à flexão relativa das lajes (valores diferentes do módulo de deformação em razão da idade diferente das lajes), e a máxima carga depende também do número de lajes existentes na estrutura de suporte. Entretanto, uma aproximação razoável pode ser obtida considerando que todas as lajes têm rigidez igual. A carga acidental a ser considerada durante a construção deve estar de acordo com o método construtivo aplicado e com os equipamentos de construção utilizados.

Se o método construtivo adotado resultar em cargas de construção que excedam as de serviço, deve-se buscar um método alternativo que reverta a situação, ou proceder a um reforço nos elementos sobrecarregados da estrutura.

Resumindo, os vários fatores que influenciam no desempenho da estrutura durante a construção podem ser divididos em três categorias [WEBSTER (1980)]:

a) decisões tomadas pelo projetista, incluindo resistência à compressão do concreto, tamanho dos pilares, espessura da laje, porcentagem de armadura, etc.;

b) procedimentos de controle praticados pelo construtor, incluindo tempo de ciclo de construção, tempo de remoção dos escoramentos, número de níveis (pavimentos) a serem escorados e "re-escorados", cura, etc.;

c) condições naturais do meio ambiente, incluindo temperatura do ar, umidade relativa e velocidade do vento durante a construção.

Finalmente é importante lembrar que as considerações deste item admitem que são concretadas uma ou duas lajes por semana, e que se disponha no mínimo de dois jogos de fôrmas, dependendo do esquema de construção utilizado. Em edificações onde a velocidade de construção seja menor, as lajes receberão cargas com uma idade maior, o que reduzirá a proporção dos problemas apresentados.

A NBR 6118/80 no seu capítulo 9 — Fôrmas e Escoramentos, traz diversas recomendações sobre os cuidados no dimensionamento e execução das fôrmas e escoramentos; no capítulo 14 — Cura, Retirada das Fôrmas e do Escoramento, ela indica os prazos e precauções a serem observados na desforma, nem sempre atendidos pelos construtores.

No que se refere aos prazos, ela estabelece que a retirada das fôrmas e do escoramento só poderá ser feita quando o concreto se achar suficientemente endurecido para resistir às ações que sobre ele atuarem e não conduzir a deformações inaceitáveis, tendo em vista o valor baixo de E_c e a maior probabilidade de grande deformação lenta quando o concreto é solicitado com pouca idade.

Se não for demonstrado o atendimento das condições acima e não se tendo usado cimento de alta resistência inicial ou processo que acelere o endurecimento, a NBR 6118/80 determina que a retirada das fôrmas e do escoramento não deverá se dar antes dos seguintes prazos:

— faces laterais: 3 dias;

— faces inferiores, deixando-se pontaletes bem cunhados e convenientemente espaçados: 14 dias;

— faces inferiores, sem pontaletes: 21 dias.

Como precaução a retirada do escoramento e das fôrmas deverá ser efetuada sem choques e obedecer a um programa elaborado de acordo com o tipo da estrutura.

4.5. Deslocamentos transversais finais

Os deslocamentos transversais em elementos de concreto armado crescem com o decorrer do tempo devido à deformação lenta, sob ações de longa duração, e à retração; entretanto espera-se que eles estejam dentro de limites aceitáveis na fase de utilização (serviço) do edifício. A avaliação precisa desses deslocamentos ao longo do tempo em lajes sem vigas é um problema bastante complexo, principalmente em vista do grande número de variáveis humanas, materiais e ambientais que operam em conjunto; também têm influência a prática construtiva utilizada e a história do carregamento — como e quais ações solicitam a estrutura durante sua vida [TAYLOR e HEIMAN (1977)].

Considerando que as técnicas de projeto disponíveis não possibilitam a determinação exata dos deslocamentos finais, é de se esperar diferenças entre os valores medidos e os previstos; contudo os problemas que grandes deslocamentos têm causado em muitas lajes evidenciam que eles devem ter sido muito maiores que os determinados pelo cálculo [TAYLOR (1970), TAYLOR e HEIMAN (1977)].

No caso de vigas e lajes armadas em uma direção, os deslocamentos devidos à retração e deformação lenta são, no máximo, aproximadamente 3 vezes os deslocamentos imediatos, como mostraram os resultados de cinco pesquisas diferentes feitas nos EUA, em 68 vigas de pequena escala, com variação da armadura de compressão e por períodos de 1/2, 2½ e 5 anos [YU e WINTER (1960)]. Assim, para estimar esses deslocamentos os códigos usualmente recomendam multiplicadores a serem aplicados aos deslocamentos imediatos, tais como o que se mostra no item 4.6.2.3.

Todavia a aplicação de multiplicadores que foram determinados para vigas aos deslocamentos iniciais de lajes sem vigas, pode levar a grandes erros, pois o comportamento destas sob ações de longa duração é diferente daquele das vigas e das lajes armadas em uma direção. Sob carregamento inicial as lajes sem vigas mantêm-se praticamente sem fissuras, e os deslocamentos iniciais são portanto pequenos. Com o passar do tempo, entretanto, grandes fissuras se desenvolvem, o que provoca grandes deslocamentos finais, bem maiores que os encontrados pela aplicação dos multiplicadores aos iniciais.

Por outro lado, sob cargas de construção apreciáveis, uma parcela ponderável da deformação lenta ocorrerá ainda nessa fase, em concretos novos, causando deslocamentos que permanecerão mesmo após a retirada das cargas, pois a deformação

lenta é um fenômeno não totalmente reversível; também neste caso os deslocamentos finais poderão ser maiores que os previstos.

Vários autores têm encontrado, para lajes sem vigas, valores bem maiores que 3 para a relação entre os deslocamentos finais e os medidos para carregamentos iniciais. TAYLOR e HEIMAN (1977) encontraram valores de 6,7 e 8,7 para medidas realizadas durante nove anos em lajes de forro; BLAKEY (1961) em um ensaio que durou 200 dias encontrou, no meio de um painel sob carga permanente executado com concreto leve, relação igual a 7. Em medidas efetuadas em lajes de edifícios de apartamentos na Escócia, JENKINS et alii (1965) encontraram deslocamentos finais até 12 vezes maiores que os deslocamentos instantâneos.

Um outro fator a ser considerado no cálculo dos deslocamentos de longo tempo é a rigidez relativa dos vários componentes do sistema estrutural, antes e após as fissuras. Como exemplo cita-se o estudo de GURALNICK e LA FRAUGH (1963), que mostrou que a diferença entre deslocamentos de painéis externos e internos é grande só na condição não fissurada e que, sob fissuração intensa, essa diferença começa a diminuir substancialmente. Conclui-se então que as rigidezes relativas dos vários elementos utilizados para os cálculos de deslocamentos instantâneos não são válidas para a avaliação de deslocamentos finais.

Para cobrir esses fatores, GRAHAM e SACANLON (1986) indicam que, para o caso de edifícios de vários pavimentos, construídos usando procedimentos típicos de escoramento, os deslocamentos de longo tempo podem ser calculados a partir dos imediatos, utilizando um multiplicador de valor 3,5, quando se emprega para a resistência do concreto à tração na flexão a relação $0,32\sqrt{f'_c}$ (MPa); quando se usa $0,63\sqrt{f'_c}$, dado pelo ACI, Graham e Scanlon e também Sbarounis indicam o fator de multiplicação 5,0.

Sabe-se que é importante um controle satisfatório dos deslocamentos finais, e para isso cuidados têm que ser tomados já na fase de projeto, escolhendo métodos de cálculo apropriados, e continuando na fase de construção, que é onde esses deslocamentos começarão a ser formados, através de um processo construtivo satisfatório.

Uma estimativa realista dos deslocamentos finais permitirá que se desenvolvam detalhes construtivos adequados e que se tenha claro quais são as tolerâncias possíveis e que não comprometem a utilização do edifício ao longo de sua vida útil.

4.6. Métodos de cálculo

4.6.1. Considerações iniciais

O cálculo de deslocamentos elásticos imediatos pode ser feito pela teoria das placas elásticas que, no entanto, é precisa apenas dentro dos limites das suposições feitas. Outros métodos aproximados também podem ser utilizados, como os baseados na analogia de grelhas e o dos elementos finitos. No caso da aplicação desses métodos para o cálculo dos deslocamentos finais, devem ser modificadas as propriedades elásticas do concreto para refletir a redução da rigidez do elemento; entretanto a escolha dos valores dessas propriedades é feita sem um critério muito preciso, baseado mais na experiência do projetista.

Portanto as discrepâncias detectadas entre valores calculados e medidos não são devidas apenas à qualidade da construção e dos materiais, mas também aos métodos de cálculo utilizados. Em razão disto, o que se deseja são métodos de cálculo simples e que dêem uma estimativa razoável do deslocamento final; vários deles têm sido desenvolvidos por diversos autores.

Dois desses métodos são apresentados (Rangan e pórticos equivalentes), assim como as recomendações do ACI 318-83 para cálculo de espessuras limites de lajes, e o método aproximado de cálculo do primeiro esboço do Código Modelo CEB-FIP 1990. Os dois últimos não são específicos para lajes sem vigas, mas as englobam.

O Código Modelo CEB-FIP 78 e a NBR 6118/80 fornecem princípios gerais, indicando que as flechas devem ser calculadas a partir da curvatura ao longo do elemento; também apontam que para determinadas situações de vãos e condições de apoio os deslocamentos não precisam ser calculados, mas essas recomendações nada dizem a respeito das lajes sem vigas.

Verifica-se então que as normas recomendam dois procedimentos distintos para o controle dos deslocamentos em elementos de concreto armado:

a) os deslocamentos podem ser calculados diretamente por métodos aproximados (apenas a versão inicial do CEB-FIP 1990 apresenta um método) e comparados com valores limites especificados; esse procedimento exige que os métodos empregados sejam confiáveis;

b) os deslocamentos não precisam ser calculados se a espessura da laje for maior que um valor mínimo determinado por expressões empíricas, baseadas apenas na experiência, e que são simples para uso rotineiro em projeto.

4.6.2. Controle dos deslocamentos segundo o ACI 318-83

A espessura mínima das lajes não protendidas armadas em duas direções, com momentos calculados pelos métodos direto ou dos pórticos equivalentes do ACI, e tendo relação entre o vão maior e o vão menor que não exceda a 2, deve ser determinada pelas seguintes equações, dadas no capítulo 9 do código, item 9.5 (medidas em polegadas, e tensões em libras por polegada quadrada — psi):

$$h = \frac{l_n(800 + 0,005f_y)}{36000 + 5000\beta[\alpha_m - 0,5(1 - \beta_s)(1 + 1/\beta)]} \quad (4.1)$$

mas não menor que

$$h = \frac{l_n(800 + 0,005f_y)}{36000 + 5000\beta(1 + \beta_s)} \quad (4.2)$$

e não necessita ser maior que

$$h = \frac{l_n(800 + 0,005f_y)}{36000} \quad (4.3)$$

onde:

- β — relação entre os vãos livres na maior e menor direção das lajes;
- β_s — relação entre o comprimento das bordas contínuas e o perímetro total do painel de laje;
- α_m — valor médio de α , definido no capítulo 2 deste trabalho, item 2.2.1.2, para todas as vigas nas bordas do painel;
- l_n — vão do painel na direção dos momentos, medido de face a face dos pilares;
- f_y — tensão de escoamento do aço à tração.

No caso de lajes sem vigas ou "drop panels" h não deve ser menor que 5" (12,7 cm).

4.6.2.1. Bordas livres

No caso de bordas livres, uma viga de borda deve ser colocada, com relação de rigidez α não menor que 0,80; caso contrário a espessura mínima requerida pelas equações 4.1 a 4.3 deve ser elevada em 10% no painel com a borda livre.

4.6.2.2. Espessuras mínimas reduzidas

Espessuras mínimas menores que as especificadas nos itens anteriores podem ser usadas se ficar provado, por meio de cálculo, que os deslocamentos não serão maiores que os limites estabelecidos pela tabela 9.5 (b) do ACI 318-83 (não será aqui reproduzida). O código não indica métodos para o cálculo desses deslocamentos.

4.6.2.3. Deslocamentos de longo tempo

Os deslocamentos adicionais em função do tempo, devidos à retração e deformação lenta em elementos submetidos à flexão, devem ser obtidos multiplicando-se os deslocamentos imediatos causados pelas cargas iniciais (peso próprio mais parcela da carga acidental) pelo fator

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 \rho'} \quad (4.4)$$

onde:

$\rho' = A'_s / bd$ deve ser tomado no meio do vão para vãos isolados ou contínuos, e nos apoios para balanços;

A'_s — área da armadura de compressão em polegadas quadradas;

ξ — fator dependente do tempo de atuação das cargas dado pela tabela 4.1.

TABELA 4.1. Valores do fator ξ [ACI 318-83]

| Tempo de atuação da carga | Fator ξ |
|---------------------------|-------------|
| 5 anos ou mais | 2,0 |
| 12 meses | 1,4 |
| 6 meses | 1,2 |
| 3 meses | 1,0 |

4.6.3. Método do código modelo CEB-FIP 1990 -- Versão inicial de 1988

Deverá vigorar em 1990 o novo Código Modelo CEB-FIP, e na versão inicial de 1988 é apresentado um método simplificado para evitar deslocamentos intoleráveis.

4.6.3.1. Estimativa dos deslocamentos

Os deslocamentos ao longo do tempo em edifícios, ou em casos análogos, podem ser avaliados pelas equações abaixo, baseadas na relação entre carga e deslocamento:

$$\Delta = (1 + \phi) \Delta_c \quad \text{se } M < M_r \quad (4.5)$$

$$\Delta = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta (1 - 20 \rho'_m) \Delta_c \quad \text{se } M \geq M_r \quad (4.6)$$

onde:

- ϕ — coeficiente de deformação lenta;
- Δ_c — deslocamento elástico calculado com a rigidez $E_c I_c$ da seção homogênea, desprezando a armadura;
- M — momento fletor no meio do vão da viga ou laje, ou na extremidade engastada de um balanço, sob ações frequentes;
- M_r — momento de fissuração, conforme o item 4.6.5.6;
- η — fator de correção (tab. 4.2), que inclui os efeitos da armadura, fissuração e deformação lenta;
- ρ_m — porcentagem geométrica de armadura (tab. 4.2) da armadura tracionada;
- ρ'_m — porcentagem geométrica da armadura comprimida;
- h — altura ou espessura do elemento;
- d — altura útil.

TABELA 4.2. Fator de correção η

| | | | | | | | |
|--------------|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| ρ_m (%) | 0,15 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,75 | 1,0 | 1,5 |
| η | 10 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2,5 | 2 |

A porcentagem média ρ_m da armadura é determinada, com base no diagrama de momentos fletores da figura 4.2, pela expressão

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho_o \frac{l_o}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l} \quad (4.7)$$

sendo:

ρ_a, ρ_b — porcentagem da armadura de tração nos apoios esquerdo e direito respectivamente (fig. 4.2);

ρ — porcentagem da armadura de tração no vão.

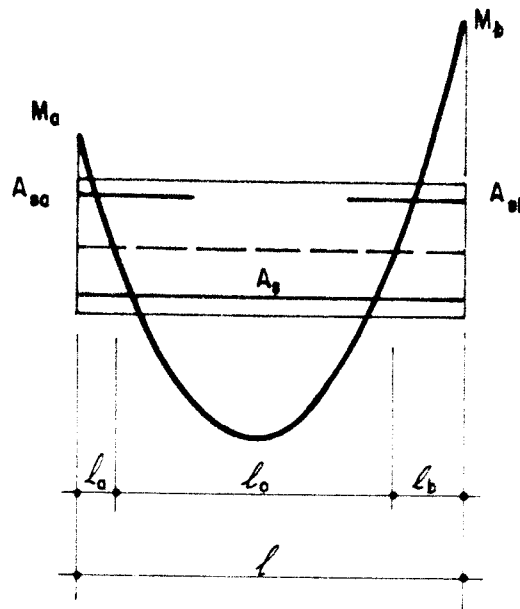


FIGURA 4.2. Porcentagens médias de armadura

Obs.: é suficiente uma estimativa dos comprimentos l_a e l_b .

4.6.3.2. Estimativa da relação l/d

O deslocamento de longo tempo não precisa ser avaliado se a relação l/d for limitada de acordo com a equação

$$\left(\frac{l}{d}\right)^2 \leq \frac{1}{\delta \tau} \frac{E_c}{g(l/\Delta)} \quad (4.8)$$

onde:

δ — coeficiente que caracteriza o sistema, dado por

$$\delta = \Delta_c \frac{E_c h^3}{g l^3} \quad (4.9)$$

g — carga permanente;

$\frac{l}{\Delta}$ — relação vão/deslocamento escolhida pelo projetista (p. ex. 250).

É permitido transformar qualquer forma de seção transversal em uma retangular equivalente, com a mesma altura e o mesmo momento de inércia. O momento de fissuração M_f deve ser calculado para a seção transversal original.

Para lajes convencionais armadas em duas direções, a verificação deve ser feita considerando o menor vão. Para lajes sem vigas deve ser tomado o vão maior.

4.6.3.3. Casos onde o cálculo dos deslocamentos pode ser omitido

Geralmente não é necessário o cálculo explícito dos deslocamentos, se a relação vão/espessura obedecer a certos limites, de modo a evitar problemas devidos aos deslocamentos em circunstâncias normais. Verificações mais rigorosas são necessárias quando os limites permitidos não são observados, ou quando outros limites, distintos daqueles implícitos nos métodos simplificados, forem mais apropriados.

No caso de lajes sem vigas, dimensionadas de modo que os valores básicos da relação vão/altura útil da tabela 4.3 (no CEB—FIP a tabela apresenta valores para outros elementos estruturais) sejam respeitados, os deslocamentos normalmente não excederão ao limite, pouco rigoroso, de $l/250$, no meio do vão entre pilares; a experiência tem mostrado que esse limite é satisfatório.

TABELA 4.3. Valores básicos da relação vão/altura útil para lajes sem vigas

| | Concreto fortemente armado | Concreto levemente armado |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Painéis de borda e canto | 22 | 31 |
| Painel interior | 20 | 28 |

Observações:

a) para vãos acima de 7m que suportam divisórias possíveis de serem danificadas por deslocamentos excessivos, os valores da tabela 4.3 devem ser multiplicados pela relação $7/vão$;

b) os valores dados na tabela frequentemente são conservadores, e cálculos podem mostrar que elementos de menor espessura são possíveis;

c) no caso em que divisórias, instalações ou acabamentos possam ser

danificados por causa de deslocamentos, a parcela que ocorrer após a colocação desses elementos deve ser limitada a 1/500; se os elementos tiverem sido projetados para se acomodar a grandes deslocamentos, ou se reconhecidamente eles forem capazes de suportar grandes deformações, esse limite pode ser mais flexível;

d) concreto levemente armado é aquele onde $\rho \leq 0,5\%$ ($\rho = A_s/bd$); normalmente considera-se as lajes nessa situação;

e) se a taxa de armadura for conhecida, valores intermediários entre os casos de concretos fortemente armados ($\rho \geq 1,5\%$) e levemente armados ($\rho \leq 0,5\%$) podem ser obtidos por interpolação.

4.6.4. Método proposto por Rangan

A maioria dos métodos para o cálculo de deslocamentos transversais em peças fletidas de concreto armado são complexos em função da grande quantidade de variáveis envolvidas; além disso, medidas efetuadas têm apresentado grande dispersão de resultados [SBAROUNIS (apr. 1984)]. O método aqui exposto é fruto de estudos desenvolvidos por RANGAN (1976, 1986) e RANGAN e McMULLEN (1978) e, de modo simples, estima o deslocamento final.

O método se baseia no modelo da figura 4.3, onde o deslocamento Δ_u em um ponto no centro de um painel de laje retangular é obtido pela soma dos deslocamentos centrais de duas faixas da laje, consideradas como vigas de largura unitária: uma faixa na linha dos pilares, na direção do vão maior que sofre um deslocamento Δ_p no meio do vão, e uma faixa central, na outra direção, que sofre um deslocamento Δ_c , também no meio do vão.

O deslocamento total Δ_u do ponto u, no centro do painel, é

$$\Delta_u = \Delta_p + \Delta_c \quad (4.10)$$

e os deslocamentos Δ_p e Δ_c são expressos por

$$\Delta_p = \frac{\beta_p l_1 l_2^3}{E_c I_p} (F_1 + \lambda F_2) \quad (4.11)$$

$$\Delta_c = \frac{\beta_c l_c l_{2c}^3}{E_c I_c} (F_i + \lambda F_i) \quad (4.12)$$

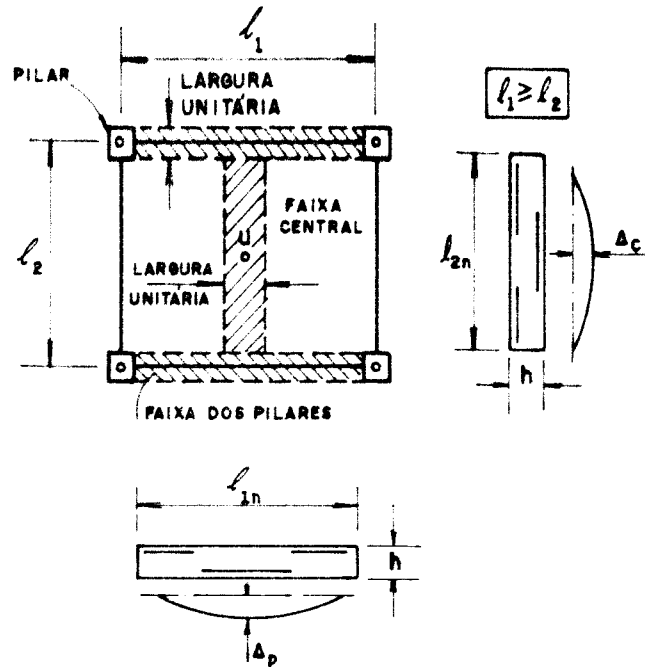


FIGURA 4.3. Modelo, segundo RANGAN (1976), para cálculo de deslocamentos

onde:

I_p e I_c — momentos de inércia, por unidade de largura, das faixas dos pilares e central, respectivamente;

β_p e β_c — coeficientes de deslocamento elástico em um painel interior de laje sem vigas, para as porções da laje (vigas de largura unitária) nas faixas dos pilares e central, respectivamente, sendo $\beta_p = 1/384$ e $\beta_c = 2/384$;

l_1, l_{1c} — vãos maiores, figura 4.3;

l_2, l_{2c} — vãos menores, figura 4.3;

E_c — módulo de deformação longitudinal do concreto;

g — carga permanente por unidade de área;

q — carga acidental por unidade de área;

Δq — parcela da carga acidental, de ação permanente, por unidade de área;

F_i — carga inicial atuante por unidade de área ($g + q$);

F_f — carga de longa duração ($g + \Delta q$);

λ — fator de multiplicação, aplicado aos deslocamentos iniciais, para a determinação dos deslocamentos finais, segundo o ACI 318-83 (ver item 4.6.2.3).

Substituindo as equações 4.11 e 4.12 na equação 4.10, resulta

$$\Delta_u = \frac{\beta_r l_1 l_{1r}^3}{E_c I_p} (F_1 + \lambda F_r) \left[1 + \frac{I_p \beta_c l_2}{I_c \beta_r l_1} \left(\frac{l_{2r}}{l_{1r}} \right)^3 \right] \quad (4.13)$$

Rangan também levou em conta a redução do momento de inércia que ocorre em função da fissuração, principalmente em lajes de pouca idade, o que pode levar a grandes deslocamentos finais. Baseado em observações de Taylor e Heiman [TAYLOR (1970, 1971); HEIMAN e TAYLOR (1972); HEIMAN (1974)], de que a intensidade das fissuras na faixa dos pilares é maior que nas faixas centrais, Rangan admitiu a faixa dos pilares totalmente fissurada, e a faixa central parcialmente fissurada.

Desse modo, na equação 4.13, I_p é tomado como o momento de inércia da seção fissurada (I_r) e I_c como a média simples entre o momento de inércia da seção geométrica I_g e o da seção fissurada.

Para intervalos usuais dos valores de α_e (razão entre E_s e E_c) e a taxa geométrica da armadura ρ , o momento de inércia I_r de uma faixa de laje fissurada, por unidade de largura é, aproximadamente, $5\rho d^3$ e, portanto, $I_p = 5\rho_p d^3$, onde ρ_p é a taxa média de armadura de tração na faixa dos pilares.

Para a faixa central, de largura unitária, o momento de inércia é tomado como $I_c = (I_g + I_r)/2$, e pode ser aproximado para $0,6I_g$, pois I_r é pequeno quando comparado com I_g , onde $I_g = h^3/12$; assim $I_c = 0,6h^3/12$, e admitindo-se $h = 1,2d$ resulta $I_c = 0,0864d^3$.

Substituindo os valores de I_p e I_c na equação 4.13, tem-se

$$\Delta_u = \frac{\beta_r (F_1 + \lambda F_r) l_1}{5\rho_r E_c} \left(\frac{l_{1r}}{d} \right)^3 \left[1 + 58\rho_r \frac{\beta_c l_2}{\beta_r l_1} \left(\frac{l_{2r}}{l_{1r}} \right)^3 \right] \quad (4.14)$$

Um estudo paramétrico [RANGAN e McMULLEN (1978)], mostrou que a equação 4.14 é relativamente insensível à maioria dos parâmetros, e com uma reavaliação dos resultados lá obtidos ela pôde ser simplificada para

$$\Delta_u = K_1 K_2 \frac{(F_1 + \lambda F_r) l_1}{90\sqrt{\rho_r} E_c} \left(\frac{l_{1r}}{d} \right)^3 \quad (4.15)$$

onde $K_1 = 1,0$ para painéis interiores;

= 1,3 para painéis exteriores com vigas de borda rígidas; uma viga de borda é considerada rígida pelo autor do método se a parte que se projeta abaixo da laje e a sua largura medem, no mínimo, $1,5h$ (fig. 4.4).

= 1,6 para painéis sem vigas de borda;

$$K_2 = \left(\frac{l_{1r}}{l_{1c}} \right) \geq 0,5 .$$

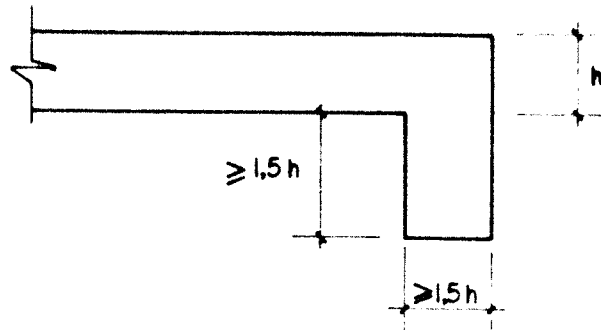


FIGURA 4.4. Dimensões mínimas de uma viga de borda rígida

Tomando-se ρ_r , que não varia muito e nem altera substancialmente o valor de Δ_u na equação 4.15, como 0,006 (o código australiano AS 1480 recomenda que a relação entre a área de aço e a área total de concreto deve estar compreendida entre 0,0035 e 0,0063 quando for necessário um adequado controle da fissuração), tem-se finalmente,

$$\Delta_u = K_1 K_2 \frac{(F_i + \lambda F_r) l_1}{7 E_c} \left(\frac{l_{1r}}{d} \right)^3 \quad (4.16)$$

onde d é a média das alturas úteis das duas faixas, e λ pode ser tomado de acordo com o ACI 318-83 (eq. 4.4 deste capítulo), em que ρ' é a média entre as taxas de armadura de compressão das faixas dos pilares e central no meio dos vãos.

A equação 4.16 também pode ser usada para estimar o deslocamento incremental Δ_{incr} , que é a parcela do deslocamento total que ocorre após a colocação das unidades não estruturais, e deve ser limitado para que elas não sejam danificadas. Pode-se admitir que

$$\Delta_{incr} = \Delta_u - \Delta_{perm} \quad (4.17)$$

onde Δ_{perm} é o deslocamento imediato devido à carga permanente (peso próprio da laje) e pode ser determinado pela equação 4.16, onde todos os termos, com exceção da carga, são os mesmos que para o cálculo de Δ_u , e assim pode-se fazer

$$\Delta_{perm} = \left(\frac{g}{F_i + \lambda F_r} \right) \Delta_u \quad (4.18)$$

Os valores dos deslocamentos determinados por este método devem ser comparados com valores máximos permitidos; o ACI 318—83 no seu capítulo 9 fornece uma tabela com esses limites.

Rangen comparou resultados obtidos pelo método com valores medidos em edifícios [TAYLOR (1971); HEIMAN (1974); JENKINS (1974); TAYLOR e HEIMAN (1977); SBAROUNIS (ago. 1984)], encontrando como média da relação $\Delta_{calc}/\Delta_{med}$ o valor de 1,07.

4.6.5. Cálculo de deslocamentos pelo método dos pórticos equivalentes

O método dos pórticos equivalentes para cálculo de momentos fletores (apresentado no capítulo 2, item 2.2.2) e deslocamentos, surgiu após o extenso trabalho de pesquisa realizado na Universidade de Illinois, e foi incorporado no ACI no código de 1971 (ACI 318—71) apenas para os momentos fletores, não havendo qualquer recomendação sobre o uso do método para o cálculo de deslocamentos; isso ocorre mesmo na versão mais atual do código, a revisão de 1986 do ACI 318—83. Entretanto ele pode também ser aplicado à estimativa de deslocamentos em qualquer sistema de lajes, e o que se encontra na sequência baseia-se nos trabalhos de NILSON e WALTERS (1975) e KRIPANARAYANAN e BRANSON (1976). Deve-se salientar que o método também se aplica quando os momentos fletores são determinados pelo método direto do ACI, que se relata no item 2.2.1 do capítulo 2.

4.6.5.1. Fundamentos do método

O método considera que os deslocamentos transversais em qualquer ponto de interesse de um painel submetido a um carregamento vertical, são o resultado da soma dos deslocamentos obtidos da deformação do painel em cada uma das direções dos seus vãos. Para isso admite-se que a laje se comporte como uma viga larga e baixa, primeiramente com largura igual à dimensão l_y do painel e com vão igual a l_x , apoiada em linhas “não deformadas” em $x = 0$ e em $x = l_x$, com flexão na direção x (pórtico equivalente na direção x) e os deslocamentos correspondentes (fig. 4.5a). Em seguida admite-se que a laje tenha largura l_x e vão l_y , e que se apoie em linhas “não deformadas” em $y = 0$ e $y = l_y$, com flexão na direção y (pórtico equivalente na direção y) e os consequentes deslocamentos (fig. 4.5b). O deslocamento no centro do

painel, por exemplo, é a soma do deslocamento central da faixa dos pilares em uma direção com o do centro do painel na outra direção (fig. 4.5c).

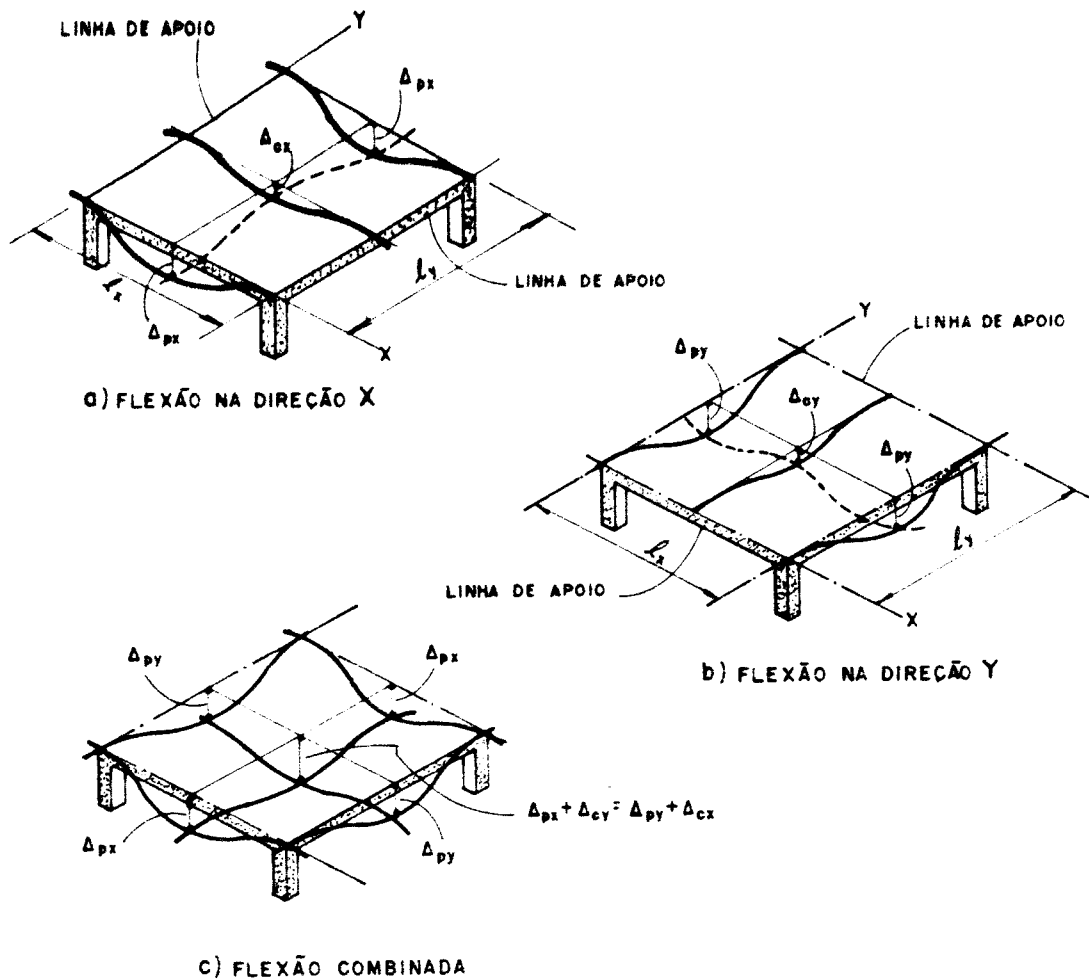


FIGURA 4.5. Representação esquemática para o cálculo do deslocamento no centro de um painel quadrado (NILSON e WALTERS (1975)).

Considerando-se agora a flexão em uma das direções, o deslocamento no meio do vão de um painel pode ser obtido pela soma de três parcelas: uma quando se considera o painel fixo nas duas extremidades opostas, e as outras duas devidas à rotação de cada uma das linhas de apoio.

4.6.5.2. Deslocamento no meio do vão de um painel engastado nos extremos

O deslocamento no meio do vão de uma viga uniformemente carregada (no

caso, pórtico equivalente com largura igual à do painel), com extremidades engastadas, aqui chamado "deslocamento de referência", é

$$\Delta_{ref} = \frac{pl^4}{384 E_c I_{port}} \quad (4.19)$$

onde:

I_{port} — momento de inércia da largura total do pórtico (largura do painel), incluindo vigas se houverem;

p — carga uniformemente distribuída, por unidade de comprimento, aplicada ao pórtico equivalente;

l — vão do painel na direção considerada.

O deslocamento de referência (Δ_{ref}) do pórtico equivalente é a base para o cálculo do deslocamento no meio do vão para a faixa dos pilares ou para a faixa central (Δ_{faixa}), com extremidades fixas, e são proporcionais à relação $M_{faixa} / E_c I_{faixa}$ da faixa e à relação $M_{port} / E_c I_{port}$ da largura total do painel (pórtico equivalente); isso ocorre porque as faixas são solicitadas por quantidades diferentes do momento total (a faixa dos pilares é mais solicitada), e sofrem deslocamentos diferentes. Então

$$\frac{\Delta_{faixa}}{\Delta_{ref}} = \frac{\frac{M_{faixa}}{E_c I_{faixa}}}{\frac{M_{port}}{E_c I_{port}}} \quad (4.20)$$

ou

$$\Delta_{faixa} = \Delta_{ref} \frac{M_{faixa}}{M_{port}} \frac{E_c I_{port}}{E_c I_{faixa}} \quad (4.21)$$

onde M_{port} e M_{faixa} referem-se tanto às seções dos momentos negativos quanto à seção do momento positivo.

No cálculo à flexão dos painéis os momentos (de referência) nos pórticos, obtidos pelos métodos direto ou dos pórticos equivalentes, são distribuídos às faixas de laje por coeficientes dados pelo código do ACI e nos itens 2.2.1.6 e 2.2.1.7 deste trabalho, em porcentagem, e que dependem:

a) das dimensões relativas dos lados do painel;

b) da relação entre a rigidez à flexão das vigas (se houver) e das lajes (com larguras delimitadas pelas linhas centrais dos painéis adjacentes a cada lado da linha dos pilares);

c) da relação entre a rigidez à torção das vigas de borda (caso existam) perpendiculares à direção em que os momentos estão sendo calculados e a rigidez à flexão da laje, com largura igual ao vão da viga de borda, medido de centro a centro dos apoios;

d) da posição do painel — externo ou interno.

Assim, o momento em uma faixa (dos pilares ou central) é encontrado multiplicando-se o momento do pórtico pelo coeficiente respectivo, aqui chamado de fator de distribuição lateral (fdl), ou seja

$$M_{\text{faixa}} = (\text{fdl}) M_{\text{port}} \quad (4.22)$$

e deste modo a relação $M_{\text{faixa}}/M_{\text{port}}$ pode ser substituída na equação 4.21 pelo fator (fdl).

Aqui aparece uma dificuldade: é que as porcentagens de distribuição do ACI, que se encontram nas tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 do capítulo 2, não são os mesmos para as seções críticas de momentos negativos e positivo; entretanto, em função da precisão requerida para os deslocamentos, e por se tratar de um método aproximado, é razoável usar como fator de distribuição lateral a média dos valores dos coeficientes para essas seções, tanto para a faixa dos pilares como para a faixa central. Esses fatores são dados na tabela 4.4, em porcentagem, de acordo com a figura 4.6, para lajes sem qualquer tipo de vigas.

Como exemplo calcula-se o fator de distribuição lateral na direção y para a faixa dos pilares do painel b da figura 4.6. A porcentagem de distribuição do momento negativo externo é 100 (todo o momento na seção é resistido pela faixa dos pilares), e o do momento negativo interno é 75, com média igual a $(100 + 75)/2$; a porcentagem para o momento positivo é 60. O fator de distribuição lateral resultante será a média entre o coeficiente de distribuição dos momentos negativos e o do momento positivo, ou seja

$$(\text{fdl}) = \frac{(100 + 75)/2 + 60}{2} = 73,75$$

que pode ser aproximado para 73,8.

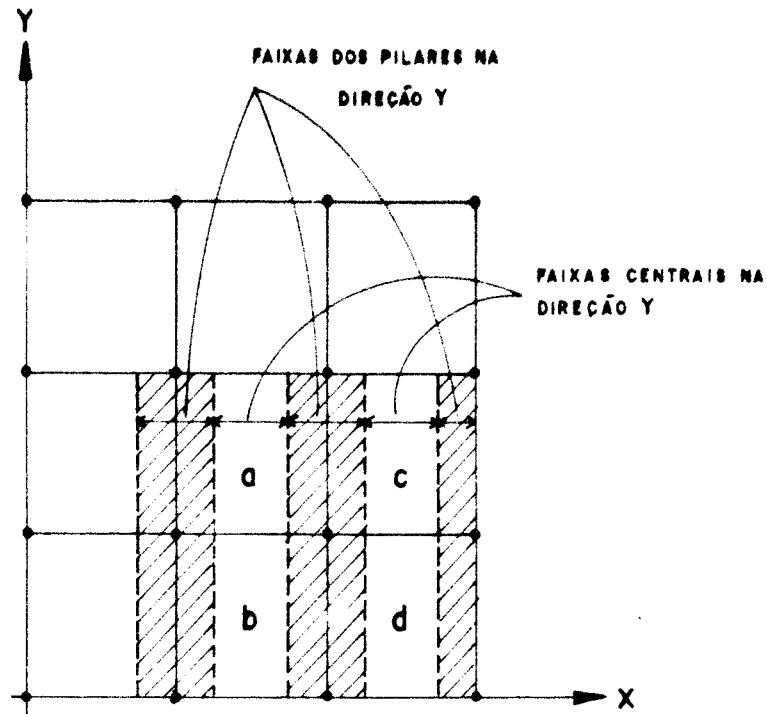


FIGURA 4.6. Posição dos painéis (Interno, bordas e canto) e faixas na direção y

TABELA 4.4. Fatores médios de distribuição lateral

| Posição do painel | Direção | Faixa dos pilares | Faixa central |
|---------------------|---------|---------------------------------------|------------------------|
| Painel a — interior | X | $(60 + 75) / 2 = 67,5 \%$ | $100 - 67,5 = 32,5 \%$ |
| | Y | 67,5 % | 32,5 % |
| Painel b — borda | X | 67,5 % | 32,5 % |
| | Y | $\frac{60 + (100 + 75)}{2} = 73,8 \%$ | $100 - 73,8 = 26,2 \%$ |
| Painel c — borda | X | 73,8 % | 26,2 % |
| | Y | 67,5 % | 32,5 % |
| Painel d — canto | X | 73,8 % | 26,2 % |
| | Y | 73,8 % | 26,2 % |

obs.: 60% é a porcentagem de distribuição para momentos positivos em painéis internos e externos, para a faixa dos pilares;

75% é a porcentagem de distribuição para momentos negativos em painéis internos, para a faixa dos pilares;

100% é a porcentagem de distribuição para momentos negativos, para a faixa dos pilares, na seção do pilar exterior de painéis externos.

4.6.5.3. Deslocamento no meio do vão de um painel devido à rotação dos apoios

A rotação da linha dos apoios, tanto para a faixa central como dos pilares, pode ser tomada como a rotação dos pilares do pórtico em função do momento a que estão submetidos; para isso eles são considerados como engastados nos pisos superior e inferior (como usual no cálculo pelos pórticos equivalentes). A rotação θ do pilar, no piso em questão, é igual ao momento atuante dividido pela rigidez do pilar equivalente, este definido no capítulo 2, item 2.2.1.5:

$$\theta = \frac{M}{K_{pe}} \quad (4.23)$$

e o deslocamento transversal Δ_θ no centro de uma viga de vão l (no caso l_x ou l_y dependendo da direção considerada) que sofre uma rotação de θ radianos em uma das extremidades, sendo a outra engastada, é

$$\Delta_\theta = \frac{\theta l}{8} \quad (4.24)$$

4.6.5.4. Deslocamento total no meio do vão

O deslocamento total no meio do vão, para a faixa dos pilares ou central, é a soma de três parcelas:

$$\Delta_{tot} = \Delta_{faixa} + \Delta_{\theta_e} + \Delta_{\theta_c} \quad (4.25)$$

onde:

- Δ_{θ_e} — rotação da extremidade esquerda;
- Δ_{θ_c} — rotação da extremidade direita.
- Δ_{faixa} — dado pela equação 4.21.

4.6.5.5. Deslocamento no centro de um painel

O deslocamento da laje no centro de um painel quadrado é agora facilmente obtido pela soma do deslocamento da faixa dos pilares em uma direção com o deslocamento da faixa central na outra direção (fig. 4.5):

$$\Delta_{\text{cent}} = \Delta_{py} + \Delta_{cx} = \Delta_{px} + \Delta_{cy} \quad (4.26)$$

onde Δ_{py} , Δ_{cx} , Δ_{px} e Δ_{cy} são os deslocamentos totais Δ_{tot} , determinados conforme a equação 4.25, para cada uma das direções e faixas respectivas.

No caso de um painel retangular, o deslocamento no centro será a média entre o obtido com o deslocamento da faixa dos pilares em uma direção e o da faixa central na outra ($\Delta_{py} + \Delta_{cx}$) e o obtido considerando a situação inversa ($\Delta_{px} + \Delta_{cy}$), pois como os vãos são diferentes, os deslocamentos considerando flexão em cada direção também o serão:

$$\Delta_{\text{cent}} = \frac{(\Delta_{py} + \Delta_{cx}) + (\Delta_{px} + \Delta_{cy})}{2} \quad (4.27)$$

4.6.5.6. Efeito da fissuração

As fissuras nas lajes, como nas vigas, reduzem a rigidez à flexão, com um conseqüente aumento nos deslocamentos. Antes das fissuras, os deslocamentos são determinados com base no momento de inércia da seção geométrica de concreto; após a fissuração o momento de inércia é reduzido pela diminuição da seção, embora o concreto tracionado entre fissuras continue a ter influência na rigidez.

A expressão empírica seguinte (4.28), devida à BRANSON (1963, 1968), e especificada no ACI 318-83 e também nos códigos anteriores, permite calcular o momento de inércia efetivo (I_{efet}) para elementos parcialmente fissurados, e o uso da largura total da laje nesse cálculo indica que se está considerando a média dos efeitos da fissuração para as faixas dos pilares e central; para vãos contínuos pode-se usar como I_{efet} a média entre os valores encontrados nas seções de momentos positivo e negativo. I_{efet} será usado na equação (4.19) no lugar de I_{port} para encontrar o deslocamento de referência.

$$I_{\text{efet}} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^3\right] I_r \quad (4.28)$$

sendo:

I_g — momento de inércia da seção geométrica de concreto;

M — momento fletor máximo na seção considerada;

I_r — momento de inércia da seção fissurada de concreto, dado aproximadamente por $5\rho d^3$, onde ρ é a taxa média da armadura tracionada na seção;

M_r — momento de fissuração.

O momento de fissuração pode ser determinado por:

$$M_r = \frac{f_t I_g}{y_t} \quad (4.29)$$

onde:

f_t — resistência do concreto à tração, determinada em ensaios de flexão;

y_t — distancia do centróide da seção total, não se considerando a armadura, à fibra mais tracionada.

A respeito das fissuras em lajes é oportuno ver o que dizem os autores, no item 4.3.2 b.

4.6.5.7. Deslocamentos de longo tempo

Podem ser estimados de acordo com o processo do ACI, através do multiplicador λ aplicado aos deslocamentos imediatos, conforme se encontra no item 4.6.2.3.

4.6.6. Analogia de grelhas e elementos finitos

Deslocamentos transversais também podem ser obtidos pelos métodos de analogia de grelhas e dos elementos finitos, que já foram apresentados no segundo capítulo quando se tratou dos momentos fletores; nenhum novo conceito é necessário ser aqui introduzido.

4.7. Cálculo de deslocamentos e comparações

4.7.1. Objetivos

O objetivo principal é comparar os resultados e analisar quais métodos são mais indicados para uma avaliação dos deslocamentos, em função dos resultados que fornecem e da facilidade de aplicação. Também se procurará verificar a influência das vigas de borda, dos balanços e do tamanho dos vãos nos deslocamentos dos pisos.

Foram então calculados os deslocamentos transversais para todos os pavi-

mentos considerados no capítulo 2 (figs. 2.18 a 2.25) pelos métodos de Rangan, pórticos equivalentes, analogia de grelhas e elementos finitos, nos oito pontos indicados na figura 4.7, que englobam as situações mais desfavoráveis e representativas.

Inicialmente também se pretendia comparar deslocamentos obtidos em pavimentos de edifícios existentes, ou obtidos de ensaios em laboratórios constantes da bibliografia especializada, com os resultantes da aplicação dos métodos em questão a esses mesmos pavimentos; entretanto isto não foi possível pois ou os dados fornecidos ou a forma de apresentação dos deslocamentos não são claros, impossibilitando as comparações.

O que se fez então foi comparar, no item 4.7.3.1, para um caso simples, valores obtidos da solução da equação diferencial das placas com os encontrados pelos elementos finitos e analogia de grelhas, no centro de uma placa simplesmente apoiada no contorno, para uma idéia da precisão desses dois métodos.

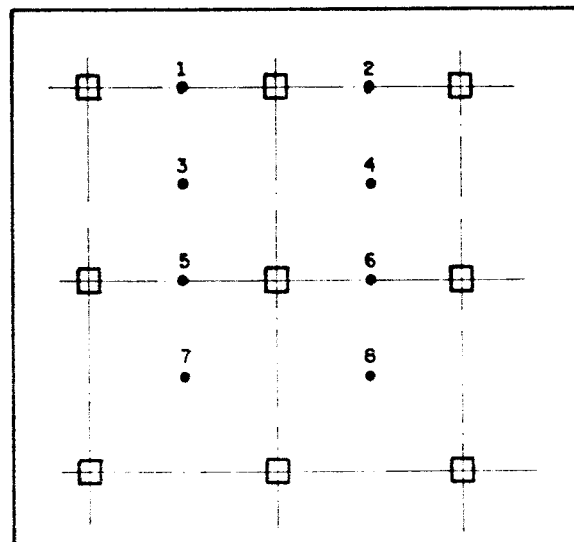


FIGURA 4.7. Pontos para cálculo dos deslocamentos transversais

4.7.2. Informações adicionais sobre os métodos analisados

A seguir, apresentam-se os dados necessários à aplicação de cada um dos métodos, que já foram apresentados anteriormente: o de analogia de grelhas e o dos elementos finitos no capítulo 2 (itens 2.2.4 e 2.2.5 respectivamente) quando foram

utilizados para o cálculo dos momentos fletores (os deslocamentos são obtidos juntamente com eles); o de Rangan e o dos pórticos equivalentes estão detalhados neste capítulo.

Não foram utilizados os métodos do ACI 318-83 e CEB-FIP 1990; o método do ACI possibilita apenas o cálculo da espessura mínima das lajes para o controle dos deslocamentos, e aqui foi empregada espessura de 15 cm, a mínima de acordo com a NBR 6118/80 quando o cálculo à flexão é feito pelo método dos pórticos múltiplos.

O método do CEB-FIP, que ainda poderá sofrer modificações até a versão definitiva, exige que se conheça, para cada caso particular, a umidade relativa do ambiente onde a estrutura será implantada, o perímetro dos elementos estruturais em contato com a atmosfera, a idade do concreto para a qual se deseja o deslocamento e o instante de aplicação do carregamento, em dias, para a determinação do coeficiente de deformação lenta e daí dos deslocamentos; portanto comparações de resultados obtidos com esse método não seriam significativas para situações hipotéticas, como as que aqui estão sendo consideradas.

4.7.2.1. Analogia de grelhas

Para a aplicação deste método foi utilizado o programa computacional ANSER, já comentado no item 2.2.4, com resistência característica à compressão do concreto $f_{ck} = 15$ MPa, módulo de deformação longitudinal $E_c = 14,0$ GPa e módulo de deformação transversal $G_c = 0,15 E_c = 2,1$ GPa, de acordo com o item 2.4.2.

No caso da comparação com o método dos elementos finitos foi utilizado, como no capítulo 2, o módulo de deformação transversal $G_c = E_c / 2(1 + \nu) = 5,8$ GPa da teoria da elasticidade com coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$, pois o programa utilizado não possibilita o uso de $G_c = 0,15 E_c$.

O carregamento empregado é a carga uniformemente distribuída de $6,97$ kN/m², determinada no item 2.4.1.

4.7.2.2. Método dos elementos finitos

O programa utilizado é o mesmo descrito no item 2.2.5, e a comparação do método será feita apenas com o de analogia de grelhas utilizando $G_c = E_c / 2(1 + \nu) = 5,8$ GPa com $\nu = 0,2$. A carga e os demais parâmetros são os

mesmos do item anterior.

4.7.2.3. Método de Rangan

Na aplicação do método, detalhado no item 4.6.4, foi utilizada a expressão 4.11 para o cálculo dos deslocamentos nas faixas dos pilares, e a expressão 4.15 para os deslocamentos no centro dos painéis, pois a taxa de armadura, que foi determinada para a análise de custos do capítulo 6, era conhecida; a expressão 4.16 deve ser empregada quando a taxa de armadura não é conhecida, para que se tenha uma primeira idéia, grosseira, dos deslocamentos finais.

A carga total de $6,97 \text{ kN/m}^2$ é composta da parte permanente de $5,47 \text{ kN/m}^2$ e da acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$; para aplicação do método considerou-se que $2/3$ da carga acidental (1 kN/m^2) tenha atuação constante, portanto com caráter permanente.

Nesse método a fissuração é levada em conta reduzindo-se o momento de inércia das seções das faixas dos pilares e central, e o módulo de deformação longitudinal secante foi tomado como $25,7 \text{ GPa}$, determinado de acordo com o item 4.2.3.1 A da NBR 6118/80 para concretos com $f_{ck} = 15 \text{ MPa}$.

O fator de multiplicação λ para a determinação dos deslocamentos de longo tempo foi tomado de acordo com o ACI 318-83 e reproduzido no item 4.6.2.3; como geralmente as lajes não apresentam armadura comprimida, e as aqui calculadas confirmaram esse fato, adotou-se o valor $\lambda = 2$, que corresponde a um tempo de atuação da carga maior que cinco anos.

4.7.2.4. Método dos pórticos equivalentes

Os valores das grandezas utilizadas no método dos pórticos equivalentes para o cálculo dos deslocamentos foram os mesmos do método de Rangan, ou seja, $E_c = 25,7 \text{ GPa}$, carga de $6,97 \text{ kN/m}^2$ e $\lambda = 2$.

O momento de inércia efetivo dos elementos foi determinado pela expressão 4.28 do item 4.6.5.6, devida a Branson e adotada também no ACI 318-83, que considera a redução da rigidez dos elementos estruturais devida à fissuração. Também foram calculados os deslocamentos considerando-se o momento de inércia da seção geométrica dos elementos, para verificar qual a influência de se usar um ou outro, já que na apresentação do método os autores indicam que isso causa pouca

variação nos deslocamentos, pois as lajes geralmente são pouco fissuradas.

Na determinação da rigidez do pilar equivalente, os pilares superior e inferior foram considerados engastados nas extremidades afastadas do piso em questão, com seção transversal de 30 cm \times 30 cm e comprimento de 2,80 m, medido de centro a centro das espessuras das lajes superior e inferior.

4.7.3. Comparações e conclusões

4.7.3.1. Comparação entre a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas, elementos finitos e analogia de grelhas

Os deslocamentos, obtidos para o exemplo dado em MARTINELLI et alii (1986) pelos métodos dos elementos finitos, com elementos retangulares (rede 8 \times 8, com 81 nós) e analogia de grelhas, serão comparados com o obtido pela solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas isótropas; entretanto, principalmente quanto aos deslocamentos, a aproximação é bastante boa, e a diferença entre os valores obtidos com o primeiro termo da série e com os nove primeiros termos, para a flecha no centro de uma placa quadrada sob carga uniforme, é de 2,5%, e entre os quatro primeiros e os mesmos nove a diferença é de apenas 0,099%. No exemplo foram considerados os primeiros quatro termos da série.

Analisa-se então o deslocamento no centro da placa quadrada da figura 4.8, de lado 4 m, isótropa e simplesmente apoiada em todo o contorno, sob uma carga uniforme de 5 kN/m², coeficiente de Poisson $\nu = 0,10$, módulo de deformação longitudinal do concreto $E_c = 30,0$ GPa e transversal $G_c = E_c / 2(1 + \nu) = 13,6$ GPa para os três métodos, e espessura de 0,15 m. Com esses dados resultaram os valores dados na tabela 4.5 para o deslocamento transversal, em cm, no centro da placa.

Dos resultados percebe-se que o método dos elementos finitos apresentou valor bem próximo do obtido pela equação das placas (0,66% menor), e o de analogia de grelhas foi 9,18% maior. Essa análise, superficial, apenas fornece uma estimativa da confiabilidade que se pode ter nesses métodos, que na sequência são utilizados.

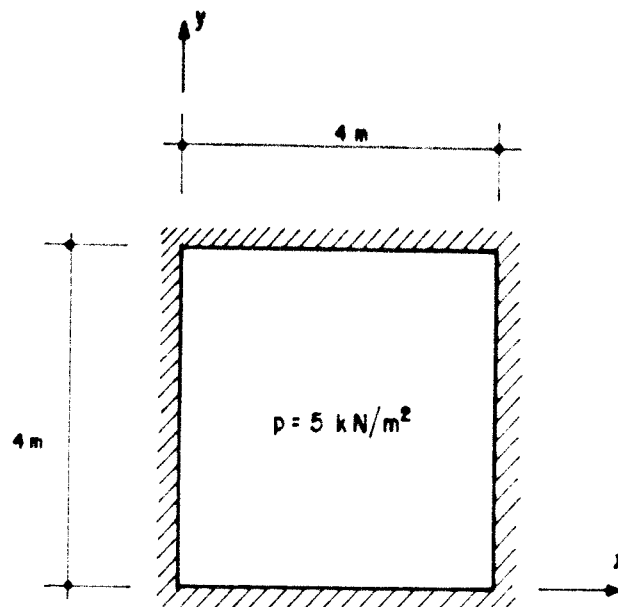


FIGURA 4.8. Placa quadrada simplesmente apoiada sob carga uniforme

TABELA 4.5. Deslocamento no centro da placa

| Método | Deslocamento (cm) |
|-------------|-------------------|
| eq. placas | 0,0610 |
| el. finitos | 0,0606 |
| grelhas | 0,0666 |

4.7.3.2. Comparação entre os métodos dos elementos finitos e analogia de grelhas

Na comparação entre os métodos dos elementos finitos, aqui empregando elementos triangulares, e o de analogia de grelhas para os pavimentos estudados no capítulo 2 ($E_c = 14,0 \text{ GPa}$, $\nu = 0,2$, $G_c = 5,8 \text{ GPa}$), verifica-se que em quase todos os casos os deslocamentos maiores foram gerados pelo segundo método (tabela 4.6 e gráficos das figuras 4.9 a 4.16): considerando sempre a diferença média entre os deslocamentos de todos os pontos, os valores variaram de 3,28% no piso AV2 a 29,14% no B2; no piso BV2 os deslocamentos calculados pelo método das grelhas foram menores, com diferença média entre os pontos de 3,18%. Entre todos os pisos a diferença média foi de 14,7%. As lacunas na tabela são em razão de que a malha utilizada não permitiu a obtenção desses deslocamentos.

Essas diferenças podem ser atribuídas ao caráter dos métodos, pois nos elementos finitos há uma compatibilização entre os elementos (de placa), e no caso das grelhas a estrutura é considerada composta de barras que se apoiam nas outras apenas nas suas extremidades.

Também são diferentes os pontos em que os dois métodos fornecem os valores dos deslocamentos (as malhas são diferentes), e para que se tornasse possível a comparação, algumas interpolações lineares foram necessárias para obter os deslocamentos em pontos comuns.

TABELA 4.6. Deslocamentos ($E_c = 14,0 \text{ GPa}$, $G_c = 6,04 \text{ GPa}$)

| Piso | Método | Deslocamentos (cm) nos pontos | | | | | | | |
|------|----------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| A1 | Grelhas | 1,552 | 0,596 | 1,740 | 0,778 | 1,631 | 0,634 | 1,564 | 0,555 |
| | El. Fin. | 1,395 | 0,521 | 1,514 | 0,685 | 1,333 | 0,456 | 1,297 | 0,406 |
| AV1 | Grelhas | 0,164 | 0,036 | 1,060 | 0,617 | 1,379 | 0,664 | 1,449 | 0,641 |
| | El. Fin. | 0,185 | 0,030 | 0,868 | 0,532 | 1,061 | 0,485 | 1,133 | 0,495 |
| A2 | Grelhas | 1,193 | 0,591 | 1,253 | 0,651 | 1,234 | 0,630 | 1,237 | 0,633 |
| | El. Fin. | 1,148 | 0,418 | — | — | 1,162 | 0,459 | 1,178 | 0,501 |
| AV2 | Grelhas | 0,166 | 0,057 | 0,659 | 0,465 | 0,955 | 0,647 | 1,051 | 0,705 |
| | El. Fin. | 0,292 | 0,076 | 0,680 | 0,383 | 0,919 | 0,468 | 0,994 | 0,550 |
| B1 | Grelhas | 0,363 | 0,164 | 0,576 | 0,391 | 0,387 | 0,175 | 0,350 | 0,142 |
| | El. Fin. | 0,329 | 0,154 | 0,551 | 0,391 | 0,325 | 0,131 | 0,314 | 0,119 |
| BV1 | Grelhas | 0,057 | 0,018 | 0,387 | 0,351 | 0,336 | 0,184 | 0,332 | 0,169 |
| | El. Fin. | 0,060 | 0,016 | 0,355 | 0,347 | 0,273 | 0,140 | 0,285 | 0,148 |
| B2 | Grelhas | 0,194 | 0,178 | 0,285 | 0,272 | 0,217 | 0,201 | 0,252 | 0,238 |
| | El. Fin. | 0,176 | 0,109 | — | — | 0,190 | 0,126 | 0,236 | 0,197 |
| BV2 | Grelhas | 0,052 | 0,038 | 0,167 | 0,201 | 0,130 | 0,147 | 0,180 | 0,230 |
| | El. Fin. | 0,064 | 0,035 | — | — | 0,167 | 0,130 | 0,206 | 0,211 |

Considerando que os resultados apresentados pelo método da analogia de grelhas são pouco maiores que o dos elementos finitos e portanto mais conservadores, o primeiro deles será usado, no próximo item, para comparação de resultados obtidos com os métodos de Rangan e dos pórticos equivalentes.

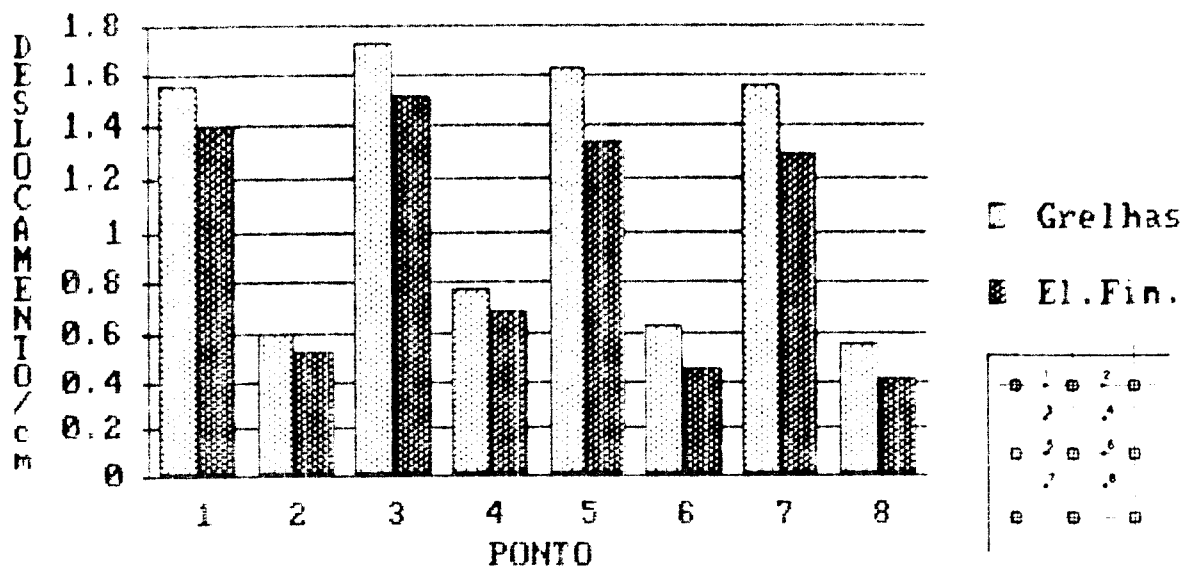


FIGURA 4.9. Deslocamentos (cm) — piso A1

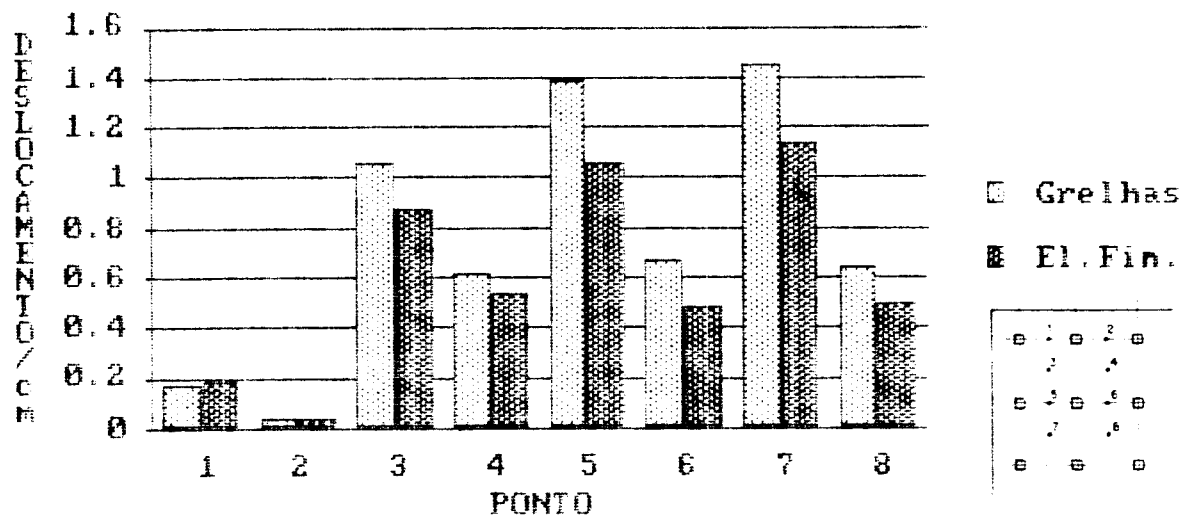


FIGURA 4.10. Deslocamentos (cm) — piso AV1

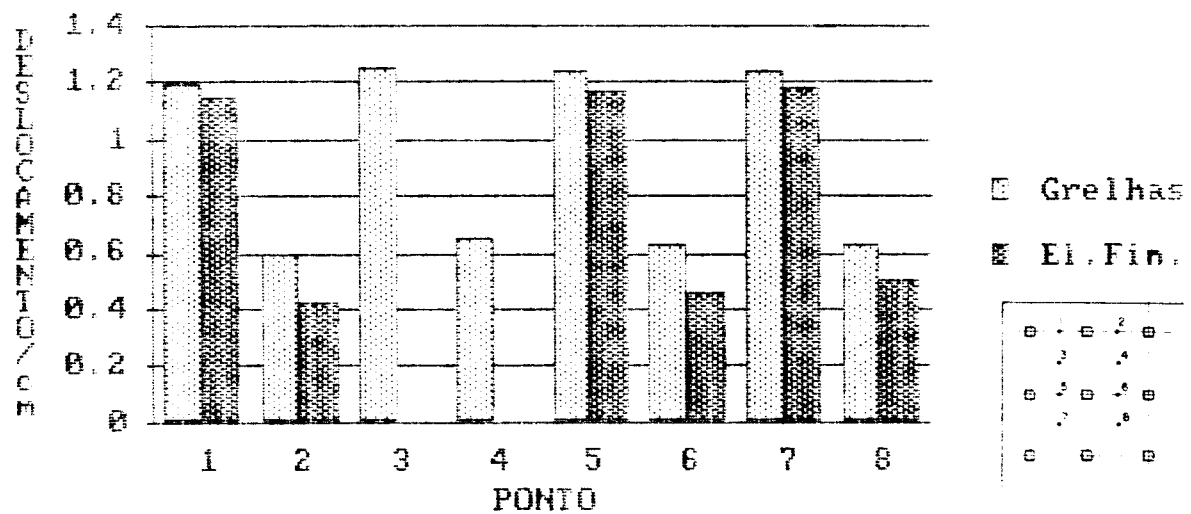


FIGURA 4.11. Deslocamentos (cm) — piso A2

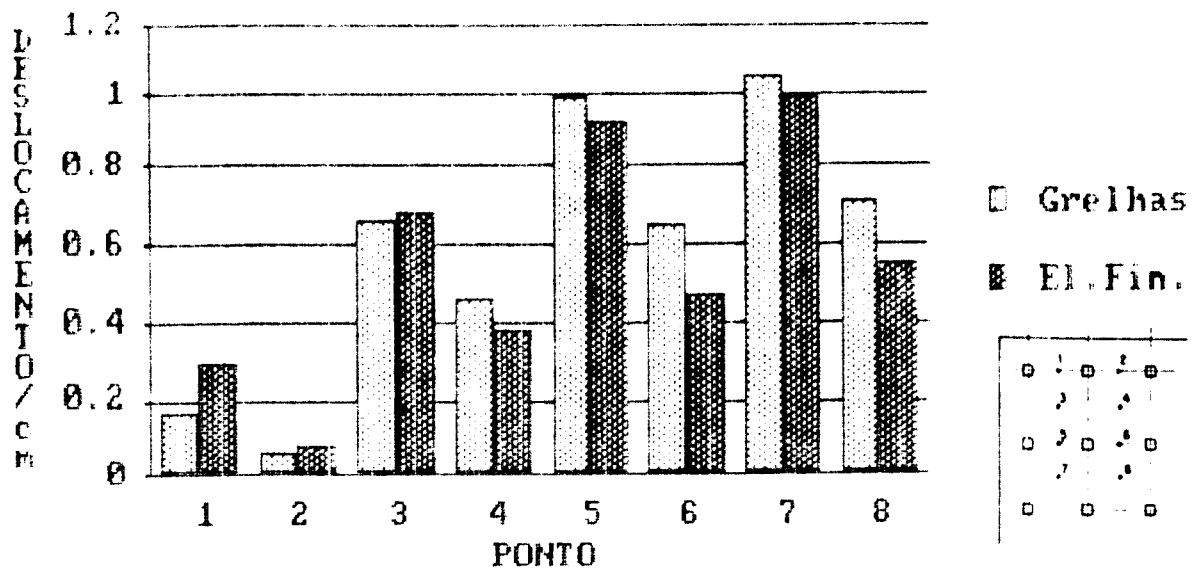


FIGURA 4.12. Deslocamentos (cm) — piso AV2

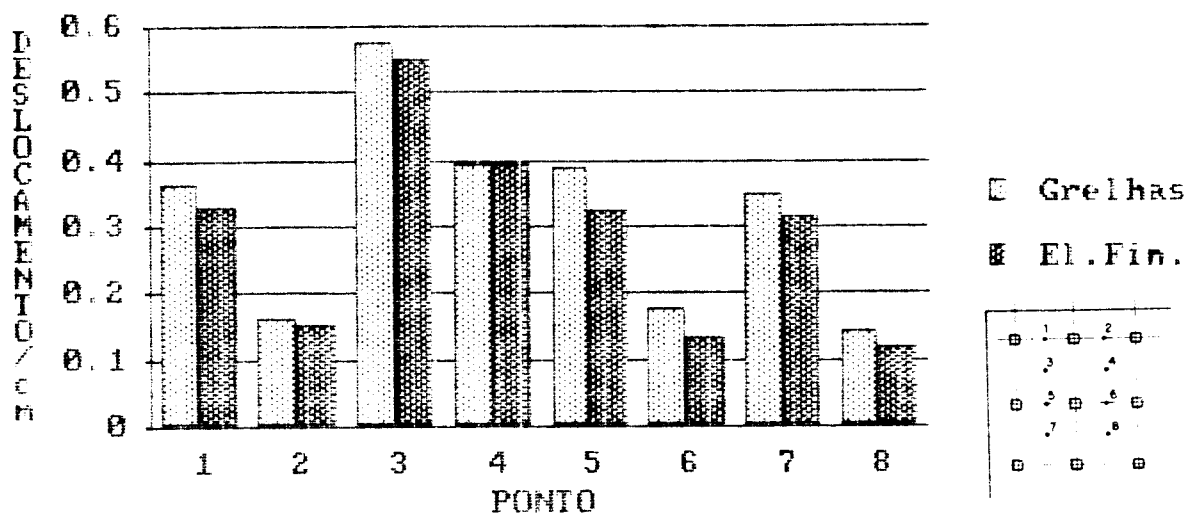


FIGURA 4.13. Deslocamentos (cm) — piso B1

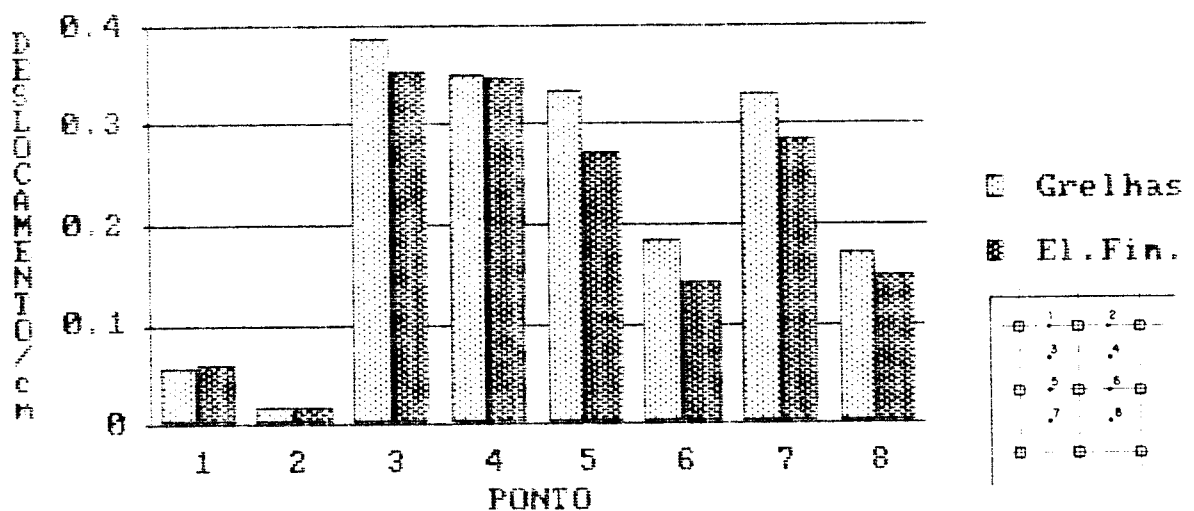


FIGURA 4.14. Deslocamentos (cm) — piso BV1

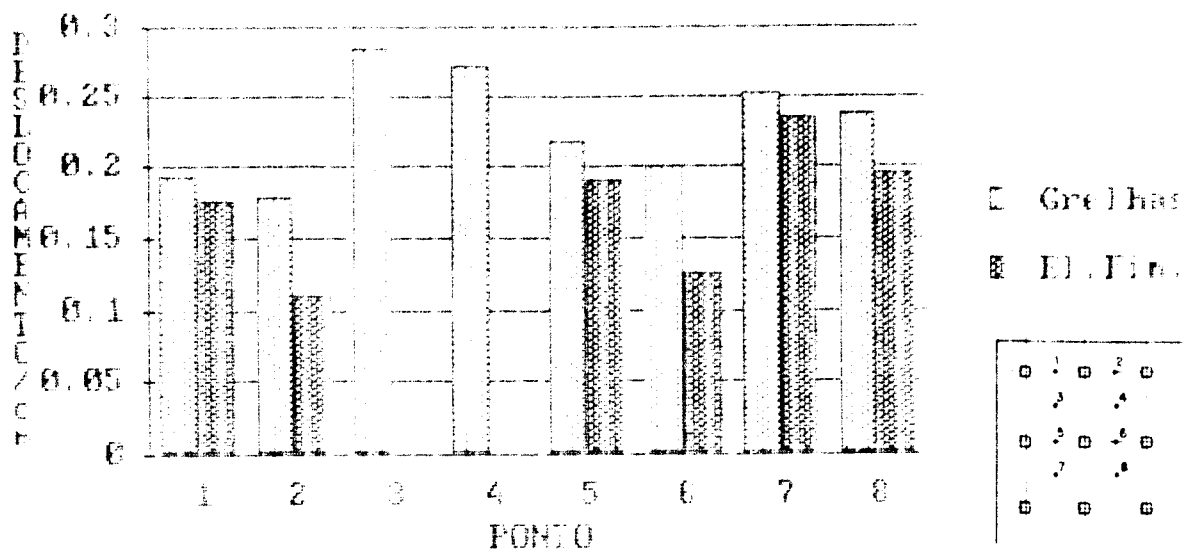


FIGURA 4.15. Deslocamentos (cm) — piso B2

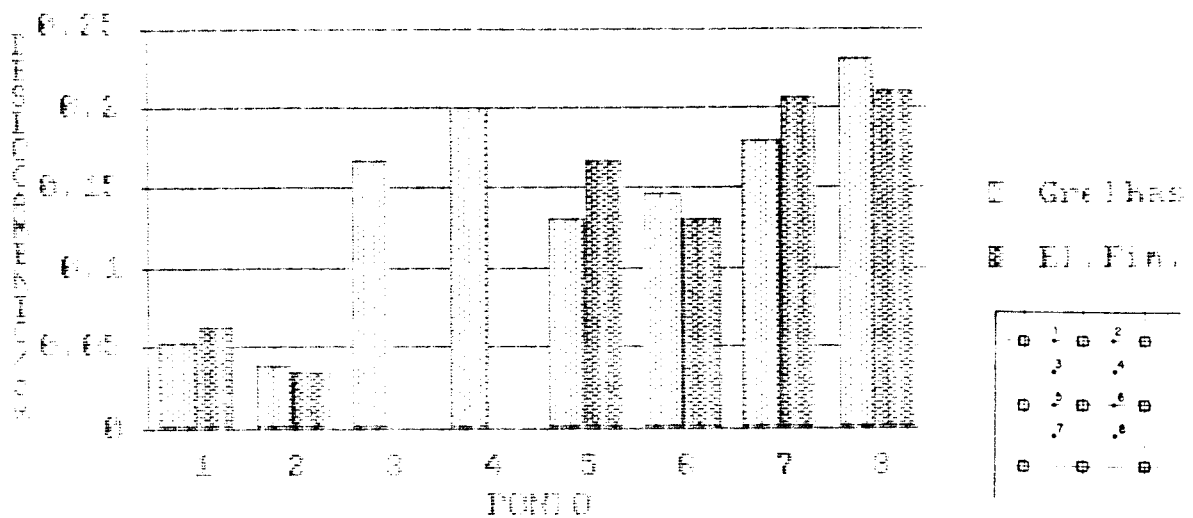


FIGURA 4.16. Deslocamentos (cm) — piso BV2

4.7.3.3. Deslocamentos transversais limites de acordo com a NBR 6118/80

Um dos parâmetros para a aferição dos deslocamentos transversais obtidos pelos métodos, seria a comparação dos mesmos com resultados experimentais provenientes do ensaio de protótipos de lajes idênticas às aqui enfocadas, o que tornaria as conclusões mais consistentes. Entretanto ensaios dessa natureza fogem ao âmbito do presente trabalho, mas poderão ser objeto de estudos futuros, pelo menos em casos mais simples.

Um outro modo de analisar os resultados é compará-los aos valores limites impostos pelas normas existentes; será considerado o limite definido pela NBR

6118/80 a qual indica, no seu item 4.2.3.1c, que nas vigas e nas lajes de estruturas de edifícios deverá ser obedecida a limitação de $l/300$ para as flechas, medidas a partir do plano que contém os apoios, quando atuarem todas as ações, onde l é o vão teórico de acordo com 3.3.2.3 da norma; para os pontos no centro dos painéis, l foi aqui tomado como a distância entre os pilares na diagonal [THOMPSON e SCANLON (1988)]. Aplicando essas recomendações aos pavimentos em estudo, nos oito pontos da figura 4.7, resultam os valores limites da tabela 4.7.

TABELA 4.7. Flechas limites (em cm) nos pontos 1 a 8 da figura 4.7

| Pavimento | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Retangular (6m×4m) | 2,00 | 2,00 | 2,40 | 2,40 | 2,00 | 2,00 | 2,40 | 2,40 |
| Quadrado (4m×4m) | 1,33 | 1,33 | 1,89 | 1,89 | 1,33 | 1,33 | 1,89 | 1,89 |

4.7.3.4. Comparação entre analogia de grelhas, Rangan e pórticos equivalentes

A tabela 4.8 e os gráficos das figuras 4.17 a 4.24 apresentam os valores dos deslocamentos para os pavimentos estudados, nos oito pontos indicados, calculados pelos métodos de analogia de grelhas, Rangan e pórticos equivalentes; nos gráficos estão também os valores limites da NBR 6118/80 dados na tabela 4.7. A partir desses resultados podem ser feitas algumas considerações:

a) o método de Rangan apresenta os maiores valores dos deslocamentos em relação aos outros métodos (exceção aos pontos 1 e 2 dos pisos A1, AV1, AV2, BV1 e BV2); nos painéis retangulares esses valores são quase sempre maiores que os limites da NBR 6118/80, atingindo o máximo de 2,24 vezes nos pontos 3 e 7 do piso A2 (na média de todos os pontos eles são 44% maiores); são menores apenas nos pontos sobre as vigas em AV1 e AV2;

b) nos painéis quadrados os valores dados por Rangan ficam próximos dos limites, ultrapassando-os em cinco pontos (1,17 vezes maior nos pontos 3 e 7 do pisos BV1 e 1,14 vezes nos pontos 3, 4 e 7 de B2); é portanto um método bastante seguro podendo servir para uma primeira estimativa dos deslocamentos e, se para uma espessura escolhida da laje os deslocamentos obtidos com ele já forem adequados, uma análise mais rigorosa poderá reduzir essa espessura;

TABELA 4.8. Deslocamentos ($E_c = 14,0 \text{ GPa}$, $G_c = 0,15 E_c$)

| Piso | Método | Deslocamentos (cm) nos pontos | | | | | | | |
|------|----------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| A1 | Grelhas | 1,686 | 0,710 | 1,764 | 0,790 | 1,688 | 0,674 | 1,594 | 0,563 |
| | Rangan | 3,230 | 2,785 | 5,543 | 5,543 | 3,230 | 2,785 | 5,543 | 3,465 |
| | Pórticos | 4,334 | 3,590 | 2,564 | 2,080 | 1,840 | 1,290 | 1,464 | 1,034 |
| AV1 | Grelhas | 0,137 | 0,037 | 1,133 | 0,623 | 1,538 | 0,714 | 1,602 | 0,617 |
| | Rangan | 0,175 | 0,118 | 4,662 | 3,900 | 3,461 | 2,423 | 3,900 | 3,000 |
| | Pórticos | 0,270 | 0,142 | 1,680 | 1,160 | 1,564 | 1,292 | 1,456 | 1,028 |
| A2 | Grelhas | 1,219 | 0,616 | 1,261 | 0,656 | 1,270 | 0,660 | 1,251 | 0,639 |
| | Rangan | 3,589 | 3,029 | 5,843 | 5,367 | 3,589 | 3,029 | 5,843 | 3,355 |
| | Pórticos | 0,812 | 0,896 | 0,968 | 1,058 | 1,164 | 1,272 | 0,944 | 1,052 |
| AV2 | Grelhas | 0,153 | 0,056 | 0,721 | 0,474 | 1,093 | 0,693 | 1,188 | 0,721 |
| | Rangan | 0,150 | 0,085 | 5,036 | 4,431 | 4,038 | 3,126 | 5,036 | 3,408 |
| | Pórticos | 0,398 | 0,158 | 1,978 | 1,242 | 1,210 | 1,250 | 1,166 | 1,036 |
| B1 | Grelhas | 0,438 | 0,210 | 0,596 | 0,401 | 0,421 | 0,199 | 0,363 | 0,146 |
| | Rangan | 1,178 | 0,884 | 2,203 | 1,908 | 1,178 | 0,884 | 2,203 | 1,192 |
| | Pórticos | 0,590 | 0,426 | 0,686 | 0,468 | 0,330 | 0,174 | 0,466 | 0,240 |
| BV1 | Grelhas | 0,052 | 0,020 | 0,404 | 0,360 | 0,367 | 0,210 | 0,348 | 0,173 |
| | Rangan | 0,089 | 0,065 | 1,790 | 1,549 | 1,178 | 0,884 | 1,790 | 1,192 |
| | Pórticos | 0,138 | 0,090 | 0,610 | 0,420 | 0,266 | 0,194 | 0,352 | 0,260 |
| B2 | Grelhas | 0,211 | 0,196 | 0,287 | 0,274 | 0,238 | 0,222 | 0,254 | 0,240 |
| | Rangan | 1,140 | 1,140 | 2,167 | 2,167 | 1,140 | 1,140 | 2,167 | 1,354 |
| | Pórticos | 0,104 | 0,112 | 0,232 | 0,244 | 0,150 | 0,160 | 0,230 | 0,236 |
| BV2 | Grelhas | 0,047 | 0,036 | 0,186 | 0,234 | 0,202 | 0,230 | 0,224 | 0,262 |
| | Rangan | 0,041 | 0,038 | 1,886 | 1,790 | 1,306 | 1,178 | 1,886 | 1,376 |
| | Pórticos | 0,092 | 0,084 | 0,456 | 0,330 | 0,154 | 0,160 | 0,330 | 0,236 |

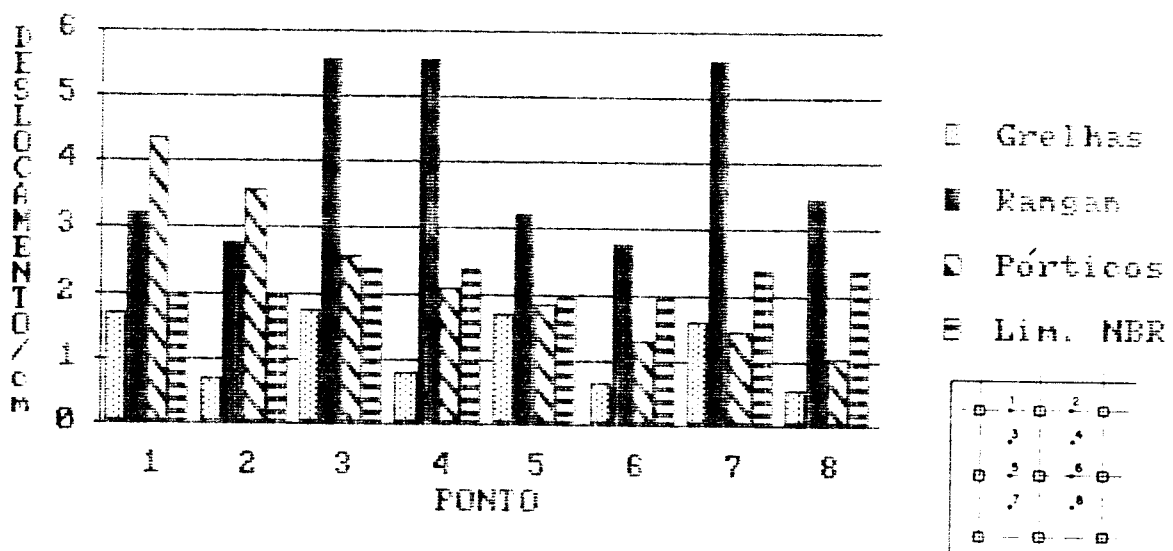


FIGURA 4.17. Deslocamentos (cm) — piso A1

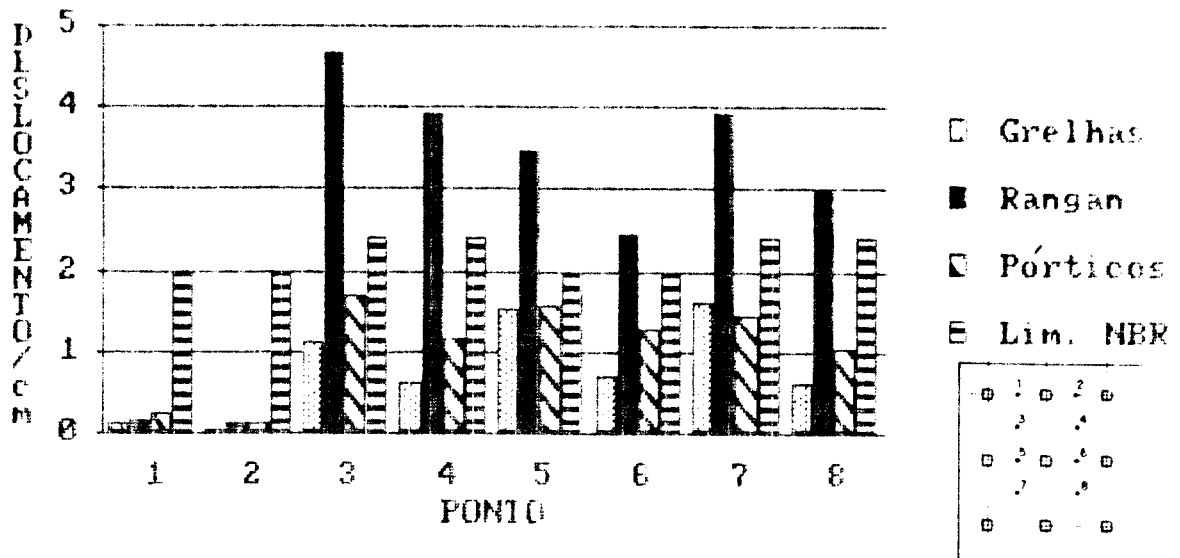


FIGURA 4.18. Deslocamentos (cm) — piso AV1

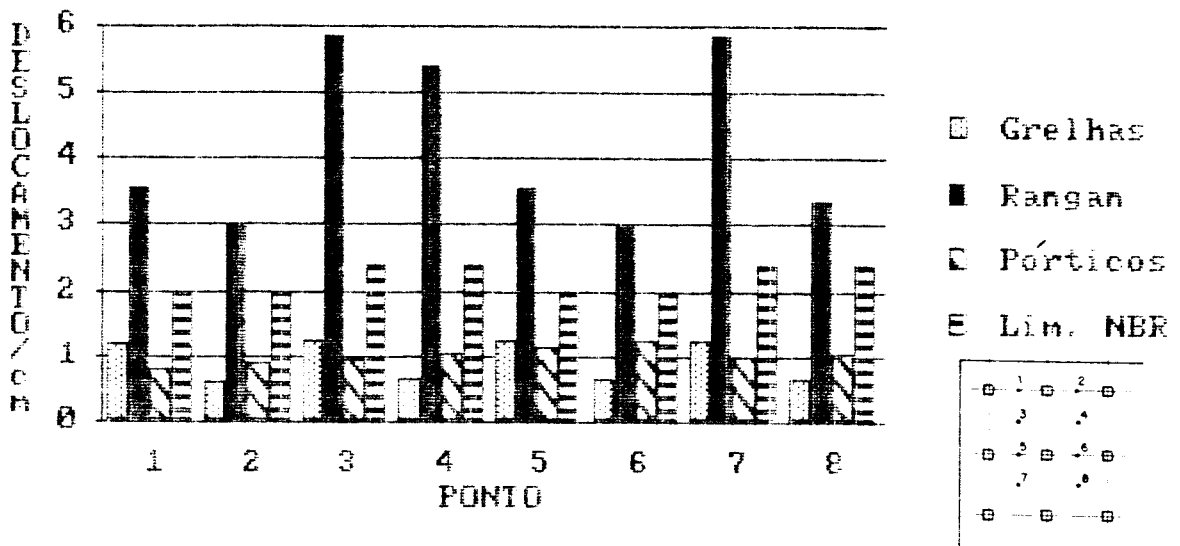


FIGURA 4.19. Deslocamentos (cm) — piso A2

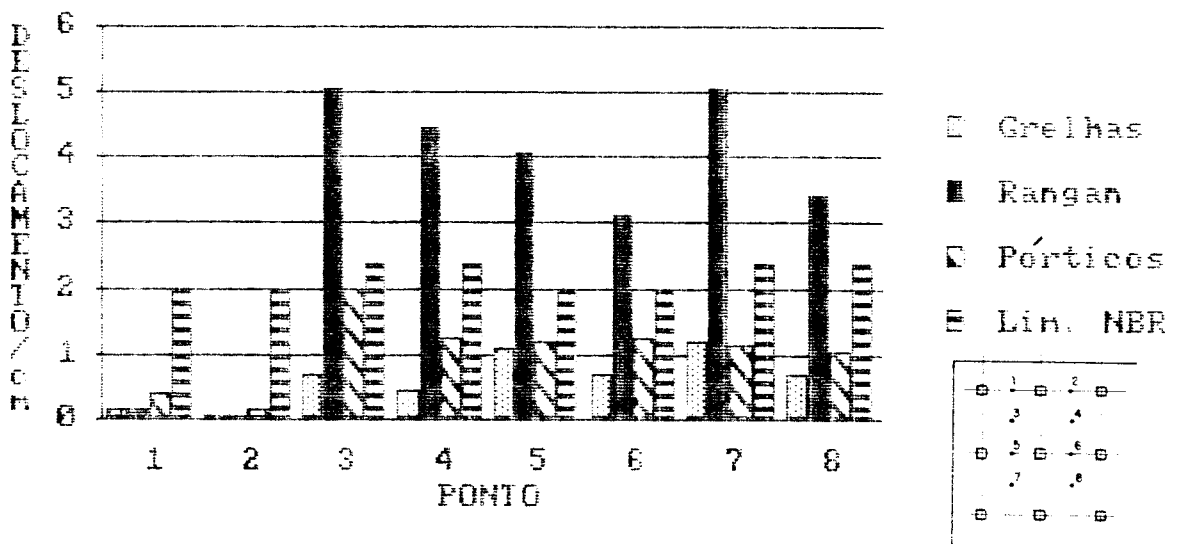


FIGURA 4.20. Deslocamentos (cm) — piso AV2

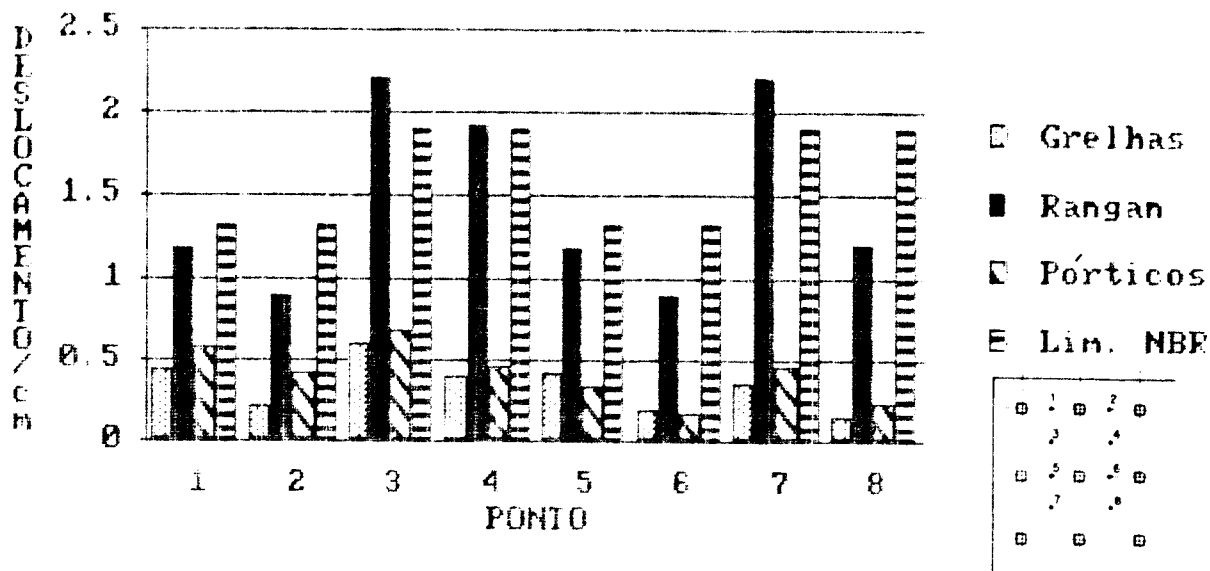


FIGURA 4.21. Deslocamentos (cm) — piso B1

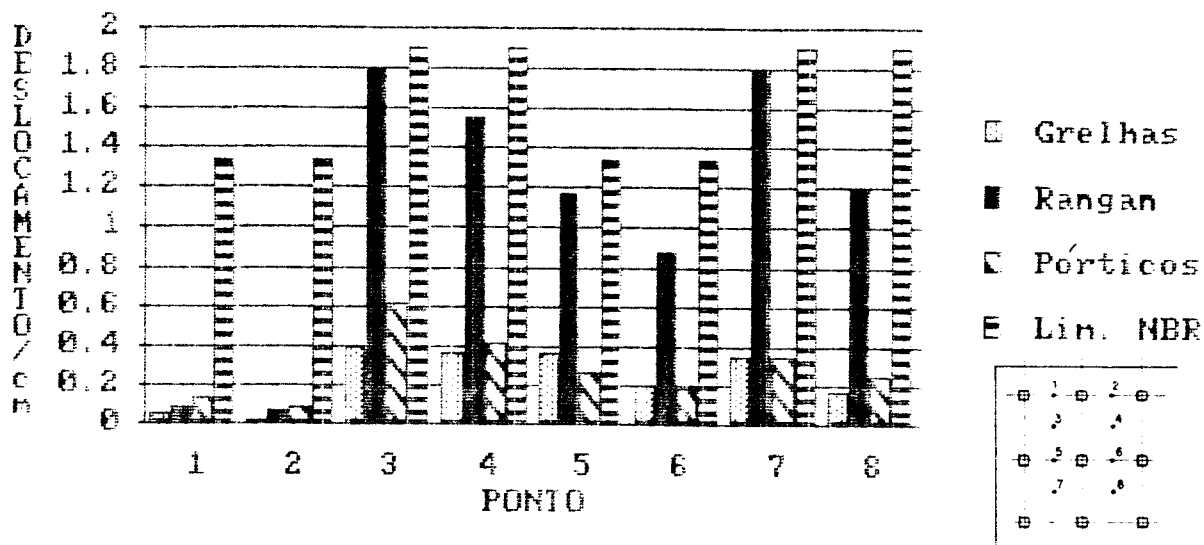


FIGURA 4.22. Deslocamentos (cm) — piso BV1

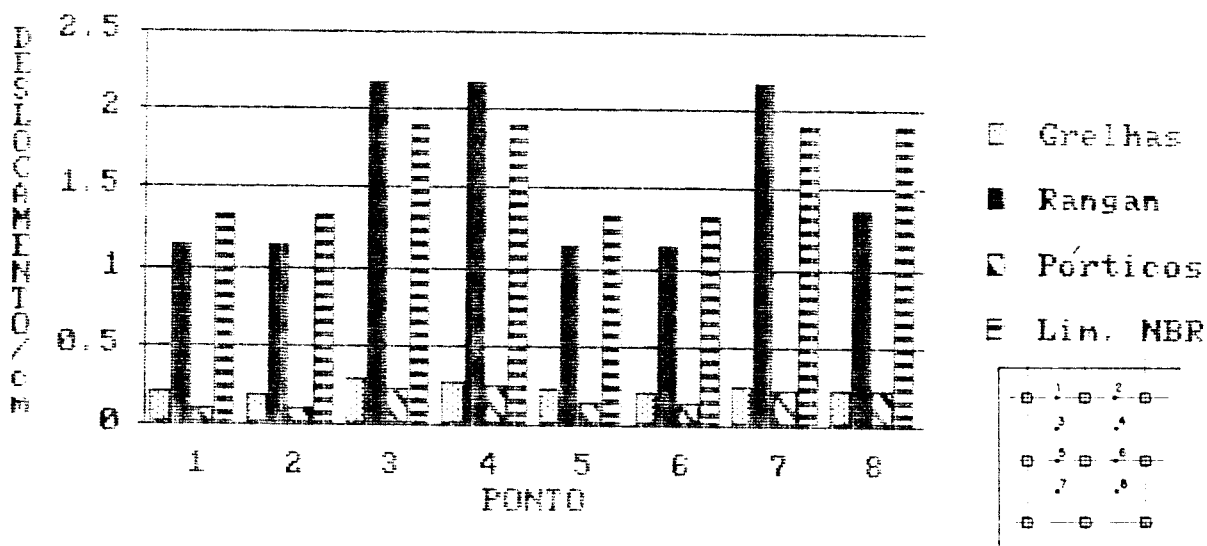


FIGURA 4.23. Deslocamentos (cm) — piso B2

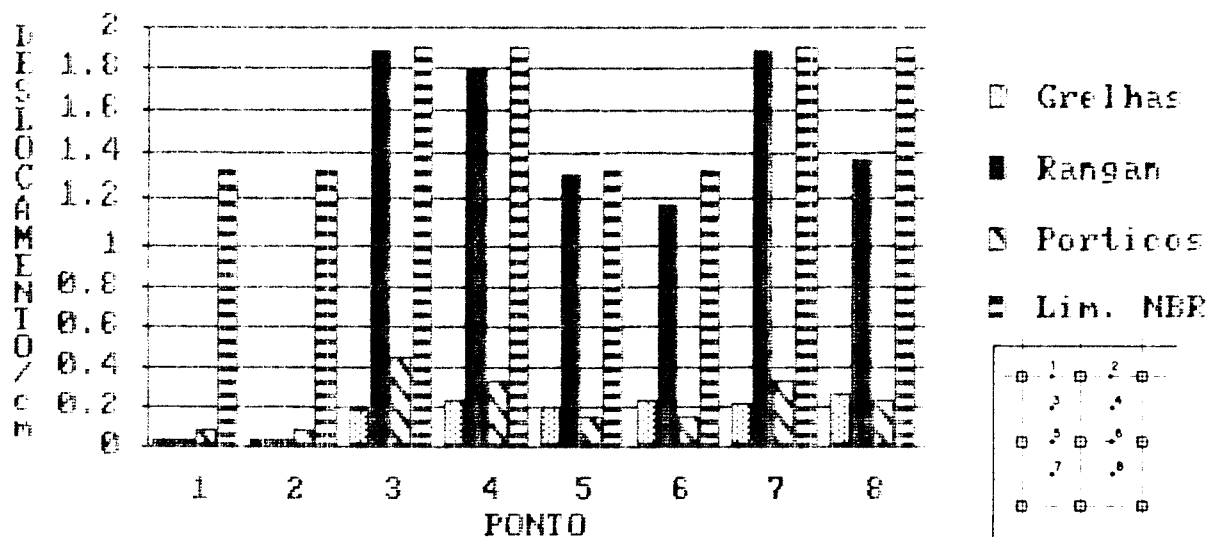


FIGURA 4.24. Deslocamentos (cm) — piso BV2

c) o método dos pórticos equivalentes apresenta resultados quase sempre menores que os limites (as exceções ficam por conta dos pontos 1, 2 e 3 do piso A1, que tem vão de 6 m e não dispõe de balanços ou vigas de borda); em relação à analogia de grelhas, o método dos pórticos equivalentes geralmente apresentou resultados maiores, com exceção de alguns pontos esparsos e de todo o piso B2 (deslocamentos 25% menores na média de todos os pontos do piso), onde os momentos de inércia efetivos das faixas foram iguais aos momentos totais, indicando não haver regiões fissuradas, resultando portanto em deslocamentos pequenos;

d) os resultados obtidos da analogia de grelhas são sempre menores que os limites, sendo o ponto 5 de AV1 o mais próximo, menor em 15,6%; também os valores encontrados para os pavimentos com painéis retangulares são maiores e mais próximos dos limites (diferença de 58,6% na média de todos os pontos) que naqueles com painéis quadrados (84,4% menores que os limites);

e) os pavimentos com painéis quadrados, que têm vãos menores, apresentaram deslocamentos inferiores aos retangulares, tanto em valores absolutos quanto em relação aos deslocamentos limites, isso nos três métodos, o que pode ser visto na tabela 4.9, elaborada considerando a média de todos os pontos; os resultados parecem indicar um melhor comportamento dos pavimentos com lajes quadradas em relação aos compostos de lajes retangulares;

TABELA 4.9. Diferenças entre os deslocamentos calculados e os limites da NBR 6118/80

| Método | Pavimentos com Painéis | |
|----------|------------------------|-----------|
| | Retangulares | Quadrados |
| Grelhas | - 58,6% | - 84,4% |
| Rangan | + 48,0% | - 27,5% |
| Pórticos | - 40,5% | - 82,7% |

obs.: os sinais negativos indicam que esses valores estão abaixo dos limites, e o sinal positivo o contrário

f) nos pavimentos sem balanços, tanto nos casos com painéis retangulares como naqueles com quadrados, as vigas de borda provocaram uma substancial redução nos deslocamentos em todos os pontos dos painéis externos (faixas dos pilares e centrais), fato observado nos resultados dos três métodos; considerando a analogia de grelhas, a redução média em todos os pontos foi de 29,6% nos retangulares (A1 e AV1), e 26,8% nos quadrados (B1 e BV1). Nos pavimentos com balanços verificou-se a mesma tendência, com redução média de 31,3% e 30,7% nos casos retangulares (A2 e AV2) e quadrados (B2 e BV2) respectivamente;

g) os balanços também provocaram uma diminuição nos deslocamentos calculados para os painéis externos, embora a contribuição não tenha sido tão acentuada como com as vigas e, inclusive, o método de Rangan apresenta resultados até piores em função dos balanços; com o método das grelhas observou-se redução de 15,2% e 4,8% nos pisos com painéis retangulares e quadrados sem vigas (A2 e B2), e 17,4% e 4,8% nos com painéis retangulares e quadrados com vigas (AV2 e BV2), respectivamente;

h) considerando finalmente as vigas de borda e os balanços, podem ser comparados os pisos A1 com AV2 e B1 com BV2, e aqui os três métodos atestam a influência positiva desses dois elementos quando presentes conjuntamente, principalmente nos painéis externos; considerando novamente a analogia de grelhas, observou-se redução média de 39,0% nos pisos com painéis retangulares e 34,7% nos quadrados.

4.7.3.5. Conclusões

Embora os resultados obtidos para os deslocamentos sejam poucos em razão do número e variedade de pisos analisados e, principalmente, não se disponha de

resultados experimentais, algumas conclusões preliminares podem ser alinhavadas:

a) os métodos analisados apresentam resultados bastante diferentes, o que indica a necessidade de maiores estudos sobre o assunto;

b) o método de Rangan, que independe do método de cálculo à flexão empregado, é o que fornece maiores valores para os deslocamentos;

c) no método dos pórticos equivalentes os autores indicam que o uso de momentos de inércia da seção fissurada não altera muito os resultados, e que se pode empregar nos cálculos o momento de inércia da seção geométrica; para verificar esse fato foram calculados os deslocamentos com momentos de inércia da seção geométrica (Δ_{I_g}) e com momentos de inércia efetivos (Δ_{I_e}), determinados de acordo com a equação 4.28 de Branson, e os resultados da média da relação $\Delta_{I_e}/\Delta_{I_g}$, para todos os pontos de um mesmo pavimento, estão na tabela 4.10; nota-se que a influência é grande, aumentando os deslocamentos em mais de 100% em quatro painéis, e em valores significativos em outros três; apenas no piso B2 não houve alteração, provavelmente por esse piso apresentar uma distribuição mais uniforme de momentos, em razão da existência dos balanços e por ter os dois vãos menores. Recomenda-se pois que no método dos pórticos equivalentes em particular, e em qualquer outro para cálculo de deslocamentos, sejam sempre utilizados momentos de inércia da seção parcialmente fissurada;

TABELA 4.10. Média das relações entre os deslocamentos calculados com I_{efet} (Δ_{I_e}) e com I_g (Δ_{I_g}) pelo método dos pórticos equivalentes

| Pisos | A1 | AV1 | A2 | AV2 | B1 | BV1 | B2 | BV2 |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\Delta_{I_e} / \Delta_{I_g}$ | 2,38 | 2,12 | 1,54 | 2,12 | 1,73 | 2,14 | 1,00 | 1,64 |

d) a espessura de 15 cm das lajes foi escolhida em função de ser este o valor mínimo especificado pela NBR 6118/80 quando o cálculo é efetuado pelo método dos pórticos múltiplos, e que atende aos requisitos de resistência à flexão e também aos de punção. Entretanto, em função dos valores encontrados para os deslocamentos transversais, principalmente com o método de Rangan, que ultrapassaram em várias situações os limites estabelecidos, ela talvez devesse ser aumentada.

Finalizando pode-se dizer que as diferenças dos resultados apresentados pelos métodos poderiam ser esperadas, dado o caráter aproximado de cada um e as

incertezas que acompanham a determinação de deslocamentos transversais em estruturas de concreto armado. Por essa razão pode-se afirmar que a escolha de métodos sofisticados de cálculo não se justifica se concomitantemente alguns cuidados não forem tomados, tais como a adoção de um processo construtivo adequado e uma satisfatória avaliação das cargas de construção e serviço e quando elas começarem a atuar.

CAPÍTULO 5

AÇÕES LATERAIS NOS EDIFÍCIOS SEM VIGAS

5.1. Considerações gerais

Tradicionalmente, a primeira preocupação do engenheiro estrutural é tornar a estrutura de edifícios um sistema seguro e adequado para ações verticais. Como consequência, a consideração de ações laterais tem sido frequentemente superficial e isolada, e não é entendida como uma parte integrante e importante do projeto. Neste capítulo será feita uma exposição, apenas qualitativa, de alguns dos aspectos principais a respeito das ações laterais em edifícios sem vigas de concreto armado. Em função da ausência das vigas, esse sistema estrutural apresenta pequena rigidez à essas ações, o que se constitui num problema que pode mesmo comprometer a sua utilização em determinadas situações (edifícios muito esbeltos, regiões sujeitas a ventos fortes e terremotos).

Quando uma estrutura regular de lajes sem vigas é submetida a esforços horizontais, a forma deslocada de um pórtico formado por uma linha de pilares em uma direção e as lajes ao longo dessa linha, é a mostrada na figura 5.1. Há pontos de inflexão aproximadamente a meia altura dos pilares e no meio dos vãos das placas, admitindo no caso que as ações verticais sejam desprezadas.

É importante entender que existem grandes incertezas a respeito da atuação das ações laterais em uma estrutura durante sua vida útil. Enquanto ações permanentes e acidentais devidas à gravidade, que ocorrerão durante a utilização normal da estrutura, podem ser definidas com razoável grau de certeza, o mesmo não acontece com as ações laterais, que por serem resultado principalmente dos fenômenos da natureza, ocorrem de forma bastante aleatória, tanto em termos de intensidade como de frequência. Essas ações não podem, assim, ser determinadas com exatidão nem ser distribuídas exatamente entre os diversos elementos.

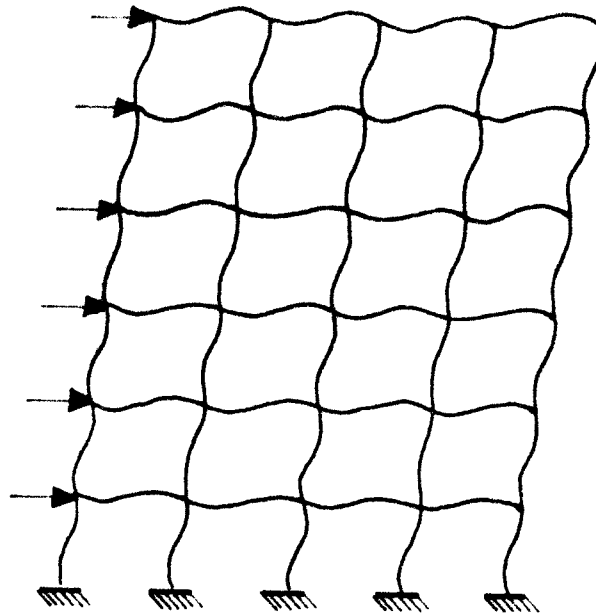


FIGURA 5.1. Forma típica de uma estrutura deslocada no plano dos pilares sob ação lateral [DARVALL e ALLEN (1984)]

É certo que poucas estruturas serão sujeitas a ações extremas (furacões ou terremotos de altas intensidades) durante sua vida útil. Entretanto, a possibilidade da ocorrência uma única vez de uma dessas catástrofes, que poderá causar grandes estragos na estrutura ou em outros componentes do edifício, requer que ela seja projetada para tais situações. Em contrapartida, tentar projetar uma estrutura buscando torná-la totalmente indestrutível fará com que seja economicamente inviável, e mesmo assim as incertezas continuam presentes e não garantem segurança total.

Portanto, projetos com vistas às ações laterais sempre requerem um intercâmbio entre acréscimos previstos de custos e melhoras menos previsíveis no desempenho. Em adição aos requisitos de estabilidade e resistência, certas condições de serviço devem ser consideradas no projeto para ações laterais. Essas condições são necessárias para assegurar um bom desempenho da estrutura, e se relacionam a [ACI COMMITTEE 442 (1973)]:

- deslocamento lateral da estrutura, particularmente quando afeta a estabilidade e fissuração dos elementos;
- movimentos verticais relativos entre pilares, principalmente quando afetam

a fissuração dos elementos e das divisórias;

— movimento de oscilação da estrutura de edifícios altos quando afeta o conforto dos ocupantes.

Os esforços laterais, estáticos ou dinâmicos, causam a transferência de momentos de altas intensidades entre as lajes e os pilares de estruturas sem vigas, principalmente naqueles localizados nas bordas e nos cantos de painéis externos, podendo causar a ruptura do sistema por deslocamentos horizontais excessivos, por flexão ou punção da ligação laje—pilar.

A concentração de esforços na união laje—pilar faz com que um comportamento não linear seja iniciado, em razão da fissuração do concreto e escoamento da armadura. Mesmo assim ELIAS (1983) indica que, embora os dados experimentais sejam limitados, nas ligações adequadamente projetadas para comportamento lateral, o modelo elástico—linear baseado na seção total de concreto é adequado para prever os deslocamentos horizontais a nível de cargas de serviço.

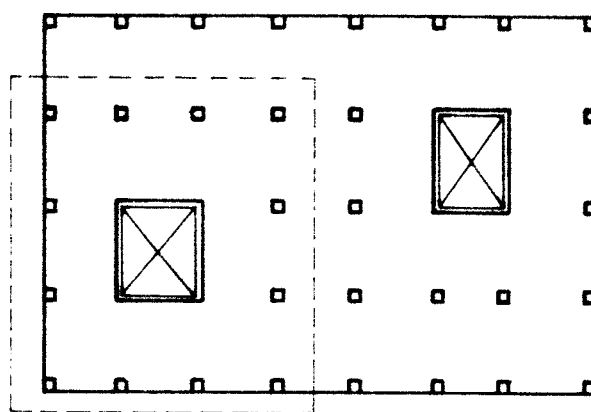
Uma das maneiras de se combater os efeitos desses esforços é construir sistemas estruturais múltiplos, onde um deles pode ser fixo em outro, como por exemplo sistemas de lajes sem vigas onde os elementos horizontais e verticais podem ser ligados, praticamente por simples articulações, a sistemas de núcleos rígidos (poços de elevadores, caixas de escada, etc.) compostos de paredes estruturais (fig. 5.2) que por si só absorvam as forças horizontais. Nesse caso as lajes e os pilares resistiriam apenas às ações verticais. Entretanto pode não ser desejável, principalmente em edifícios de grande extensão em planta, a colocação de núcleos em número suficiente e em lugares adequados de modo a evitar a torção das estruturas circundantes.

Por essas razões, tem muito interesse a consideração de estruturas em que os elementos de pisos, juntamente com os pilares, constituam estruturas espaciais aporticadas, que por si só resistam às ações laterais.

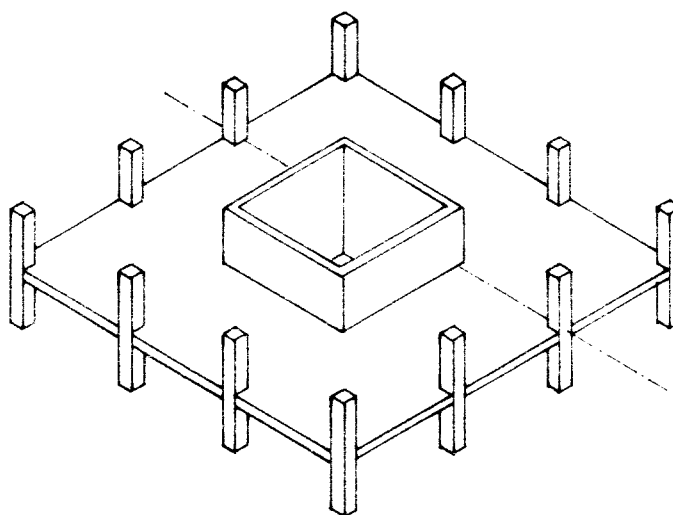
Isso pode ser conseguido projetando adequadamente as ligações laje—pilar (a laje é considerada com uma largura efetiva, resultando em um pórtico equivalente, item 5.4.1), principalmente as de bordas e cantos, para que tenham rigidez suficiente de modo a suportar os momentos resultantes.

O momento resistente último na cabeça do pilar apenas sob força horizontal é

devido à ação combinada da resistência à flexão (desenvolvida na interface vertical laje-pilar normal ao plano do momento — face 1, fig. 5.3), e da resistência à torção (desenvolvida nas interfaces verticais laje-pilar paralelas ao plano do momento — faces 2 e 3, fig. 5.3). A resistência à torção depende da área da interface laje-pilar, da resistência do concreto e da quantidade da armadura de cisalhamento [STAMENKOVIC e CHAPMAN (1974)].

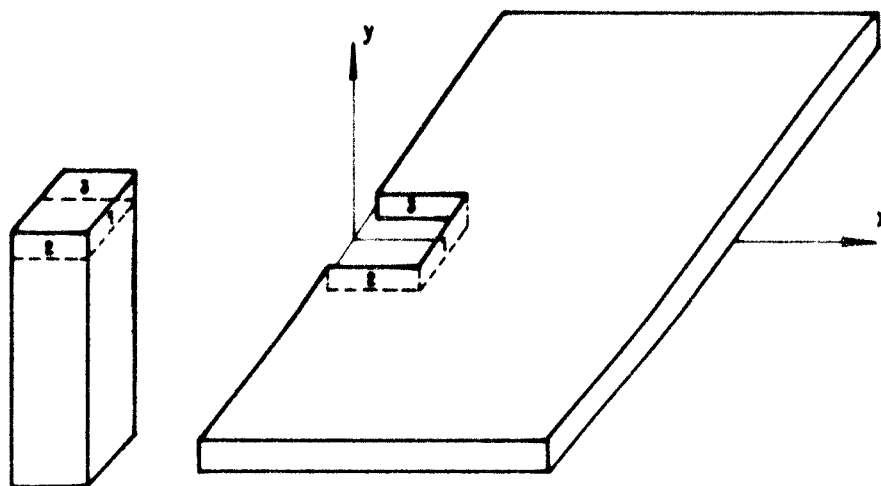


a) planta



b) perspectiva da região indicada na planta

FIGURA 5.2. Sistema de lajes sem vigas associado com paredes estruturais



x - y - PLANO DE ATUAÇÃO DO MOMENTO FLETOR

FIGURA 5.3. Interfaces da ligação laje—pilar em uma borda

5.2. Edifícios em regiões sujeitas a abalos sísmicos

As forças devidas a terremotos, resultam diretamente das distorções induzidas à estrutura pelo movimento do solo sobre o qual ela está implantada. O movimento da base é caracterizado por deslocamentos, velocidades e acelerações que não têm direção, duração, intensidades e sequência determinados. Nessas situações a ductilidade da estrutura é um fator importante a ser considerado no projeto.

Considerando que é economicamente impraticável projetar uma estrutura para resistir ao máximo terremoto esperado dentro da fase elástica de esforços, é requerido que em regiões passíveis de sismos ela atenda a três critérios fundamentais:

- a) deve resistir a pequenos abalos sem sofrer danos;
- b) para abalos moderados e frequentes ela pode sofrer pequenos estragos e deve ser capaz de minimizar aqueles dos elementos não estruturais do edifício, que representam uma grande parcela do seu custo total;
- c) no caso de abalos de grande intensidade, a estrutura deve ter suficiente ductilidade para suportar grandes deslocamentos laterais sem perda significativa da

capacidade de resistir às ações, ou seja, sem entrar em colapso.

Quando uma estrutura é adequadamente projetada e construída espera-se que os estragos, devidos à maioria dos terremotos que possam ocorrer ao longo de sua existência, sejam possíveis de sofrer reparos.

Durante um terremoto, a conexão da laje com o pilar em um sistema estrutural de lajes sem vigas estará submetida a repetidas inversões de momentos, e nesse caso consideráveis deslocamentos diferenciais entre pavimentos poderão ocorrer, resultando em sérias avarias nos elementos não estruturais. Atenção especial deve ser dada à ligação das lajes com os pilares, que terão sua resistência ao cisalhamento diminuída pelo aparecimento de grandes fissuras.

ISLAM e PARK (1976) realizaram uma série de ensaios onde ficou evidente que estribos duplos fechados, colocados em torno das barras de flexão nas faixas da laje que chegam nas faces do pilar (fig. 3.8, cap. 3), produziram uma conexão mais resistente ao cisalhamento e relativamente dúctil, mesmo na fase inelástica, com grandes deslocamentos; esses estribos “prenderam” as armaduras de flexão superior e inferior, fazendo-as trabalhar juntas na vizinhança do pilar, evitando que as barras longitudinais na face tracionada da laje fossem arrancadas violentamente, causando a separação do cobrimento; a punção da laje pelo pilar pode, dessa maneira, ser prevenida.

Ensaio realizado por MOHELE e DIEBOLD (1985) em um protótipo de laje sem vigas de dois pavimentos, mostraram uma alta capacidade da estrutura de sofrer grandes deslocamentos laterais, o que indica que a observância de detalhes adequados na construção da ligação laje—pilar, tais como a concentração de armadura de flexão nas faixas dos pilares e nas faces superior e inferior da laje na região da ligação, podem produzir estruturas de bom desempenho frente a abalos sísmicos.

O ACI 318—83 contém um apêndice (apêndice A) com recomendações especiais para projeto e construção de elementos de concreto armado em estruturas passíveis de sofrerem abalos sísmicos. Todas as especificações contidas nos capítulos de 1 a 18 do código também devem ser observadas, exceto aquelas modificadas no apêndice.

No caso de estruturas em regiões de moderado risco de abalos, os pórticos que devem resistir às forças induzidas pelo terremoto devem ser projetados satisfazendo apenas às indicações da seção A.9, além das contidas nos capítulos de 1 a 18 do código.

go. É nessa seção, item A.9.6, que são fornecidas indicações especiais para sistemas de lajes sem vigas, em seguida descritas:

a) os momentos de referência nos apoios devem ser determinados para as combinações de ações definidas de acordo com o capítulo 9 do código, o que deve resultar em momentos que requerem armaduras nas faces superior e inferior nessa região;

b) toda a armadura necessária para resistir ao momento M_s deve ser colocada na faixa dos pilares conforme a figura 5.4, onde M_s é a parcela do momento na laje equilibrado pelo momento no apoio;

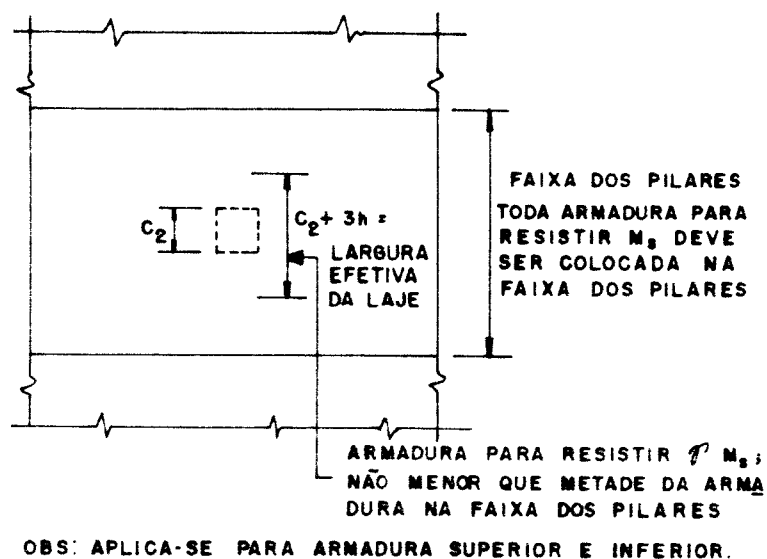


FIGURA 5.4. Localização da armadura de flexão nas lajes [ACI 318R-83]

c) uma fração, determinada pela equação 13.1 do código (5.1 deste capítulo), do momento M_s deve ser resistida pela armadura colocada dentro da largura efetiva da laje (fig. 5.4) especificada no item 13.3.3.2 do ACI 318-83 e repetida no item 5.5 f deste capítulo;

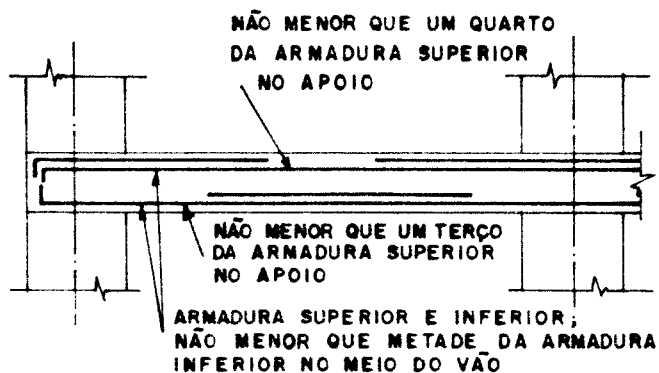
d) pelo menos um quarto da armadura superior determinada para os apoios deve, na faixa dos pilares, se estender em todo o vão (fig. 5.5 a);

e) a armadura inferior na faixa dos pilares não deve ser menor que um terço da armadura superior nos apoios, também na faixa dos pilares (fig. 5.5 a);

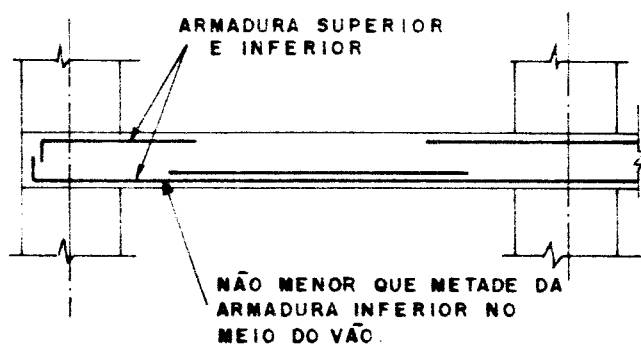
f) pelo menos metade de toda a armadura inferior necessária no meio do vão, nas faixas centrais, deve atravessar todo o vão (fig. 5.5) e ser ancorada a partir da face do apoio;

g) na faixa dos pilares, tanto a armadura superior quanto a inferior devem ser, na face do apoio, pelo menos a metade da armadura inferior no meio do vão;

h) em bordas descontínuas da laje, toda armadura superior e inferior no apoio deve ser ancorada a partir da face do apoio.



a) faixa dos pilares



b) faixa central

FIGURA 5.5. Arranjo da armadura de flexão nas lajes [ACI 318R-83]

5.3. Fatores interferentes

Apesar das incertezas em todas as fases do projeto para ações laterais, os edifícios sem vigas de concreto armado de vários pavimentos têm, geralmente, tido um desempenho satisfatório que, entretanto, pode ser melhorado pela habilidade do projetista em avaliar essas ações e em prover meios para que elas sejam resistidas. A capacidade de edifícios de concreto armado, e particularmente os sem vigas, de resistir a forças horizontais, depende de uma série de fatores, em seguida relacionados.

5.3.1. Tipo de carregamento e taxa de armadura de flexão

O conhecimento que se tem sobre o comportamento das ligações laje—pilar sob ações horizontais estáticas e dinâmicas é limitado. GHALI et alii (1976) e DILGER et alii (1978), ensaiaram modelos representando uma região interior de andar intermediário de um sistema sem vigas com painéis quadrados, na escala 1:1, sem armadura de cisalhamento na ligação; os modelos foram submetidos a forças verticais constantes e a ações horizontais crescentes, estáticas e dinâmicas. Concluíram principalmente que:

a) aparentemente a fissuração e o tipo de ruptura não foram afetados pelo tipo de carregamento;

b) ensaios de aço e concreto [NEWMARK (1962)], submetidos a um carregamento rápido, mostraram que a resistência do aço aumentou em torno de 15% e do concreto 25%, quando comparados com resultados de ensaios com forças aplicadas lentamente. Nos modelos onde a força horizontal foi aplicada de modo rápido, aproximadamente com a mesma velocidade dos ensaios dos materiais, as ligações laje—pilar exibiram alta resistência quando comparadas com ensaios estáticos; o aumento foi 15%, 18% e 28% para $\rho_x = 0,5\%$, 1,0% e 1,5% (ρ_x é a taxa de armadura superior na direção x, mesma direção das ações aplicadas) respectivamente, ou seja, nos modelos onde a ruptura foi provocada pelo escoamento da armadura de flexão ($\rho_x = 0,5\%$), o carregamento dinâmico causou um aumento na resistência compatível com o aumento observado nos ensaios do aço;

c) a ductilidade decresceu com o aumento de ρ_s , indicando não ser conveniente o uso de altas taxas de armadura de flexão em lajes quando estas devem resistir a terremotos ou furacões.

5.3.2. Fissuração do concreto

Muitos autores concordam que a fissuração do concreto, causada pelas forças laterais, cargas de gravidade ou retração, afeta a rigidez da região laje—pilar. Em ensaios realizados, MORRISON et alii (1983) verificaram que as fissuras causadas pelas ações verticais tiveram uma perceptível influência na rigidez lateral dos modelos.

5.3.3. Resistência do concreto

STAMENKOVIC e CHAPMAN (1974) e MORRISON et alii (1983) indicam que a resistência da ligação laje—pilar é sensível a todos os fatores ligados ao cisalhamento e à fissuração, e entre eles está a resistência do concreto.

5.3.4. Quantidade de armadura transversal

Um dos problemas que se agravam com a ação de esforços horizontais, em função de momentos não balanceados na ligação, é a perda da resistência ao cisalhamento, com possibilidade de haver punção e, portanto, uma armadura transversal de cisalhamento aumentará a resistência da ligação e também sua ductilidade, fazendo com que a ruptura, se houver, se dê com prévio aviso; o aumento da ductilidade é essencial no caso de ligações que devam resistir a terremotos.

5.3.5. *Forma dos painéis*

A rigidez de uma laje depende, também, das suas características geométricas, e ALLEN e DARVALL (1977) concluíram que, quando na análise de lajes sem vigas se usa o método dos pórticos equivalentes para ações laterais, ao se mudar de um painel quadrado para um retangular, com o lado maior na direção da força lateral, há um acréscimo no coeficiente de largura efetiva e, conseqüentemente, um acréscimo na rigidez do pórtico equivalente para esforços horizontais.

5.3.6. *Rigidez à flexão da laje*

Em seus ensaios MORRISON et alii (1983) verificaram que a resistência das ligações laje—pilar foi principalmente função da rigidez das lajes à flexão. Assim, ao se considerar a rigidez transversal das lajes há um enrijecimento global do edifício, o que reduz consideravelmente os deslocamentos horizontais da estrutura, e à medida que a espessura das lajes aumenta, o mesmo ocorre com o enrijecimento.

BRUNELLI (1987) analisou analiticamente, por meio de um programa utilizando o método dos elementos finitos, o comportamento de edifícios sem vigas sob carregamento lateral, onde considerou a influência da rigidez transversal à flexão dos elementos horizontais (lajes); em um edifício de dez pavimentos, a análise mostrou que o deslocamento horizontal máximo no topo passou de 14,56 cm para 8,84 cm quando a espessura das lajes foi aumentada de 15 cm para 20 cm.

5.3.7. *Vigas de borda*

Vigas de borda, quando possíveis de serem utilizadas, aumentam a rigidez da estrutura às ações laterais e, por isso, são recomendadas; nos capítulos anteriores foram vistas outras utilidades dessas vigas.

5.4. Método dos pórticos equivalentes para ações laterais

Os edifícios sem vigas sob ações laterais podem ser calculados fazendo com que a estrutura de lajes e pilares seja tratada de forma global, tridimensionalmente, pelo método dos elementos finitos. A presença de capitéis, "drop panels", vigas, aberturas e os efeitos da fissuração podem ser considerados. Mas o uso do método pode não ser economicamente viável para casos usuais ou ante-projetos, e o programa nem sempre é disponível. Assim, é interessante que alguma forma não complexa de modelo analítico seja adotada para simplificar a análise, e um método indicado é o dos pórticos equivalentes.

O método dos pórticos equivalentes, como apresentado por CORLEY e JIRSA (1970) e introduzido no código do ACI em 1971 (ACI 318-71) não foi originalmente concebido para uso na análise de sistemas estruturais carregados lateralmente, mas apenas para sistemas sob ação de cargas de gravidade. Entretanto alguns autores [ALLEN e DARVALL (1977), ELIAS e GEORGIADIS (1979), VANDERBILT e CORLEY (1983), MOEHLE e DIEBOLD (1985), etc.] entendem que o método pode ser aplicado para forças horizontais, desde que a ligação da laje com o pilar seja convenientemente considerada quanto à sua rigidez.

Para aplicação do método, após o edifício ser dividido em vários pórticos planos (ver cap. 2, item 2.2.2), o projetista deve distribuir a ação lateral entre os pórticos de modo que fiquem minimizados os erros de compatibilidade de deslocamentos entre eles. Uma maneira de fazer isto é estimar a distribuição das forças, calcular os pórticos e então redistribuí-las de modo que os deslocamentos laterais de cada um sejam mais próximos possíveis. VANDERBILT (1979), entretanto, indica que o uso de áreas de influência para a distribuição das ações é mais simples e fornece uma aproximação razoável.

O processo para a determinação da rigidez da ligação da viga equivalente com o pilar dos pórticos é dificultado por não ser possível definir corretamente como o momento não balanceado presente na junção é dividido entre a laje e o pilar (em outras palavras, como se considera que a laje, agindo como viga no pórtico equivalente, se liga ao pilar).

Dois modelos que procuram representar realisticamente o comportamento da

ligação são os mais usuais: largura efetiva da laje e elemento de torção transversal. O método dos pórticos equivalentes do ACI utiliza o modelo de torção transversal. Cada modelo será brevemente discutido.

5.4.1. *Largura efetiva da laje*

Em um sistema de lajes sem vigas, a laje não consegue contribuir com sua largura total — definida pelas linhas centrais dos painéis adjacentes à linha dos pilares — para a resistência da ligação laje—pilar. Surge então o conceito de “largura efetiva da laje”, que é a porção da largura (faixa) da laje que de fato influi na rigidez da ligação.

Essa porção de laje — considerada como uma viga de largura equivalente — juntamente com os pilares, forma um pórtico plano que resiste aos esforços atuantes e limita a rotação do sistema laje—pilar devida à torção e à flexão. A estrutura real é composta por uma série desses pórticos.

Alguns autores [KHAN e SBAROUNIS (1964), PECKNOLD (1975), ELIAS (1979), ELIAS e GEORGIADIS (1979), WONG e COULL (1980), DARVALL e ALLEN (1984)] têm avaliado a rigidez ou largura efetiva usando a teoria das placas elásticas, mas as considerações usadas nesta teoria quando aplicadas às lajes de concreto podem causar erros significativos, principalmente por não levar em conta a redução da rigidez devida à fissuração. LONG e KIRK (1980) após ensaiarem três modelos com pilares interiores e de bordas, verificaram que a análise elástica havia superestimado as rigidezes, em comparação com os valores medidos, entre 30% e 130%.

Isolando-se um elemento da estrutura entre os pontos de inflexão da figura 5.1, e admitindo-se que as duas extremidades da laje, perpendiculares aos planos de atuação dos momentos fletores, estão fixas sem sofrer deslocamentos, a sua forma será como na figura 5.6. Na figura 5.7 é mostrada esquematicamente uma parte desse elemento, onde se observa que o pilar sofre uma rotação θ e a placa uma rotação ao longo de A—A que varia, conforme indicado, de θ junto ao pilar até valores pequenos em pontos mais distantes, podendo mesmo chegar a zero se l_2 for suficientemente grande. Desse modo a largura efetiva da laje é obtida multiplicando-

se sua largura total por um fator α menor que a unidade, que pode ser obtido igualando as áreas sob os dois diagramas da figura 5.7; assim a viga equivalente terá uma largura αl_2 , com a mesma rigidez da laje (fig. 5.8).

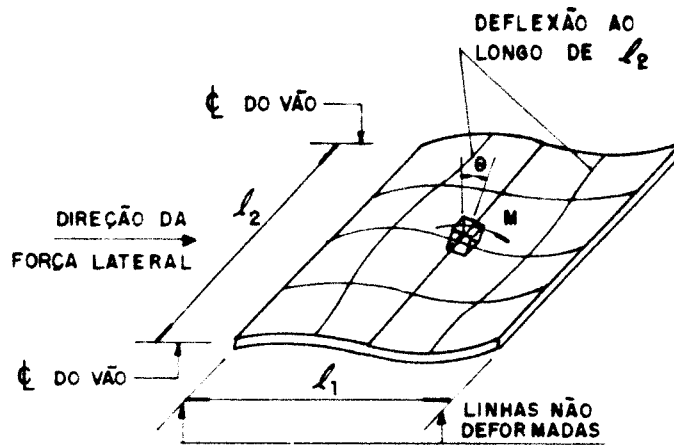


FIGURA 5.6. Forma fletida de um elemento de laje e pilar para um giro θ do pilar [VANDERBILT e CORLEY (1983)]

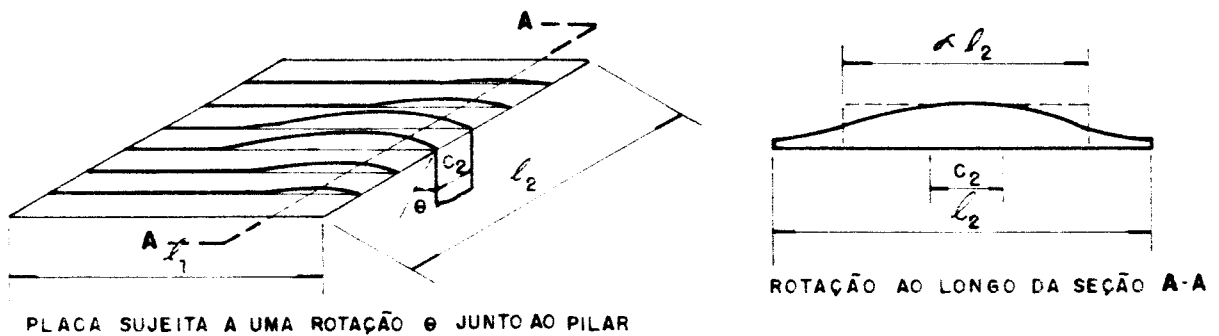


FIGURA 5.7. Vista esquemática de parte do elemento [VANDERBILT e CORLEY (1983)]

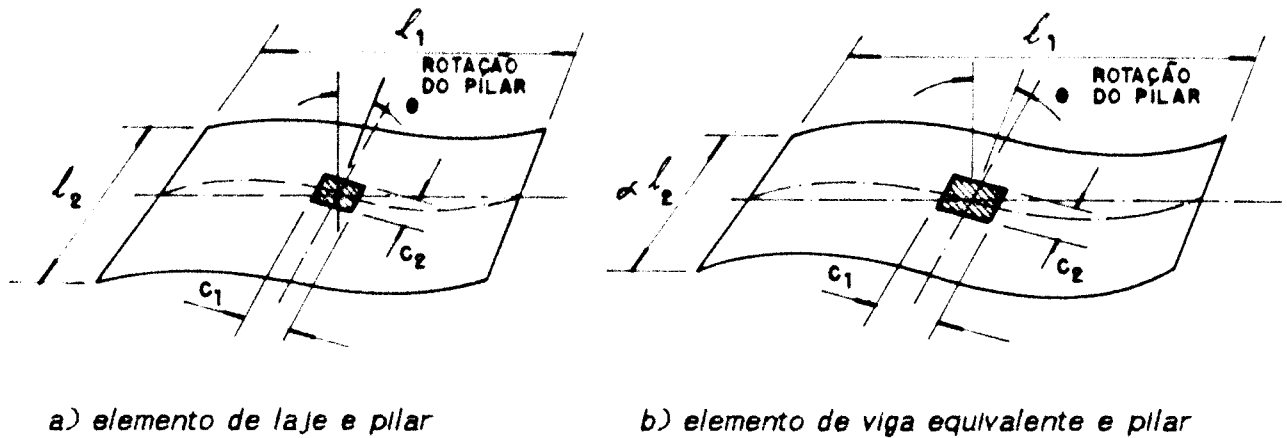


FIGURA 5.8. Laje e viga equivalente para uma rotação θ do pilar [ALLEN e DARVALL(1977)]

Valores de α têm sido calculados por diversos pesquisadores, apresentados em gráficos ou tabelas, e podem ser encontrados em PECKNOLD (1975), ALLEN e DARVALL (1977), DARVALL e ALLEN (1984), etc. O método é de aplicação simples, pois só é necessário multiplicar l_2 por α e proceder à análise do pórtico por qualquer meio.

5.4.2. Elemento de torção transversal

Para que a transferência de momentos entre a laje e o pilar se efetue, o método dos pórticos equivalentes do ACI utiliza um elemento de torção, chamado de pilar equivalente, que trata conjuntamente a rigidez da laje e do pilar na junção entre eles.

As fórmulas recomendadas para a determinação da rigidez desse elemento são bastante intuitivas na sua natureza, e foram derivadas de teorias simplificadas, resultantes de diversos estudos de lajes de concreto, com algum suporte experimental, mas as estruturas sendo carregadas apenas com ações gravitacionais; essas estruturas incluíram lajes sem vigas, lajes sem vigas mas com capitéis e lajes convencionais, e portanto o modelo de torção é de aplicação mais geral que o modelo de viga equivalente. Embora inicialmente desenvolvido apenas para ações verticais o

modelo, pelas suas características, pode e tem sido empregado para análise de esforços horizontais.

O modelo de torção se baseia na consideração de que as porções da laje (CD) ligadas às duas faces dos pilares (AB) que se estendem acima e abaixo da laje, mais vigas transversais, se houverem, compõem o elemento de torção (pilar equivalente), mostrado na figura 2.5 e definido detalhadamente no item 2.2.1.5 do capítulo 2.

Para a determinação da rigidez da ligação, considera-se que os elementos de torção sofram somente rotações devidas à torção, e são rígidos para quaisquer outras situações.

Parte da transferência de momentos ocorre diretamente entre o pilar e a largura c_2 da laje, enquanto o restante é transferido através do elemento de torção.

VANDERBILT e CORLEY (1983) recomendam que, para a determinação da rigidez do elemento, seu comprimento (l_2) tenha como limite superior o valor do vão do painel na direção dos momentos (l_1), isto porque para valores de l_2 maiores que l_1 , deslocamentos horizontais por eles calculados foram consideravelmente maiores que os medidos, e para valores de l_2 iguais a l_1 uma boa harmonia entre os deslocamentos foi obtida.

No cálculo da rigidez do elemento de torção deve-se considerar ainda o momento de inércia efetivo da laje, com vistas à fissuração. Vanderbilt e Corley recomendam que o momento de inércia efetivo seja tomado como 1/3 do momento total, e não ser que uma análise detalhada seja feita. Já MOEHLE e DIEBOLD (1985) consideram que o método do ACI para o cálculo do momento de inércia efetivo é mais correto, pois a redução proposta acima produz estimativas muito conservadoras dos deslocamentos horizontais.

Se houver uma viga que chega no pilar, paralela aos planos de atuação dos momentos fletores, a rigidez do elemento de torção deve ser aumentada na mesma proporção da relação entre o momento de inércia da seção total (viga mais laje) e o momento de inércia apenas da laje.

5.5. Recomendações do ACI 318-83

A NBR 6118/80, o Código Modelo CEB/FIP de 1978 e a nova proposta para o Código Modelo de 1990 não trazem quaisquer considerações a respeito de esforços horizontais em sistemas de lajes sem vigas. O comitê 442 do ACI está preparando um artigo sobre forças laterais em edifícios de concreto, do qual já se tem um resumo [ACI COMMITTEE 442 (1988)].

O ACI 318-83, além das especificações do apêndice A já mencionadas, traz algumas recomendações, a seguir relacionadas, constantes no seu capítulo 13 e nos comentários do mesmo:

a) o método direto de cálculo não pode ser empregado para a análise de sistemas sob ação de ações laterais;

b) esforços horizontais podem ser considerados apenas quando o método de cálculo empregado é o dos pórticos equivalentes;

c) a análise da ação de forças laterais em pórticos não fixos em algum outro sistema estrutural, deve considerar os efeitos da fissuração causada por cargas permanentes e acidentais agindo durante a fase construtiva e cargas de utilização, para que os deslocamentos horizontais, causados por ventos ou pequenos terremotos, e agravados pelas fissuras, não sejam subestimados;

d) a fissuração da laje deve ser considerada na determinação da rigidez dos elementos; se essa rigidez não for obtida por uma análise que considere os efeitos da fissuração e armaduras, um momento de inércia efetivo deve ser usado, podendo ser calculado conforme se fez no capítulo 4 na análise dos deslocamentos transversais;

e) as análises para ações verticais e horizontais podem ser feitas separadamente, e depois os resultados combinados;

f) quando cargas de gravidade, vento, terremotos ou outras forças laterais causam transferência de momentos entre a laje e o pilar, a fração γM_u do momento não balanceado deve ser resistida por flexão dentro de uma largura efetiva da laje definida por linhas distantes $1,5h$ das faces opostas dos pilares, onde M_u é o momento a ser resistido, e

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{b_1/b_2}} \quad (5.1)$$

onde:

b_1 — dimensão da seção crítica à punção na direção do vão para o qual os momentos estão sendo calculados;

b_2 — dimensão da seção crítica na direção perpendicular a b_1 ;

g) a concentração de armadura, por diminuição do espaçamento ou pela colocação de uma armadura adicional na largura efetiva de laje, aumentará a rigidez da região da laje e pilar, e poderá ser utilizada para resistir ao momento atuante na largura efetiva da laje;

h) considera-se que os pilares ou elementos de apoio sejam ligados às lajes (ou faixas de lajes, consideradas como vigas) pelos elementos de torção;

i) pórticos sob ações horizontais devem ser analisados inteiramente, com todos os pisos, diferentemente dos pórticos apenas sob cargas de gravidade, em que basta analisar cada piso separadamente, considerando que os pilares estejam fixos em suas extremidades.

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÃO DE CUSTOS ENTRE SISTEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES SEM VIGAS E SISTEMAS CONVENCIONAIS, DE CONCRETO ARMADO

6.1. Introdução

6.1.1. Preliminares

Em um edifício a estrutura constitui, na verdade, um sub-sistema que guarda estreitas relações com os demais, quais sejam: fundações, vedações e divisórias, instalações em geral, revestimentos, acabamentos e coberturas.

Nesse sentido, como já visto no primeiro capítulo, o sistema estrutural não responde sozinho pelo desempenho global do edifício, que depende muito mais da integração entre as diversas partes que o compõem e das necessidades ambientais, funcionais e estéticas, do que das qualidades isoladas de cada uma delas. Como consequência os custos dos vários sub-sistemas, em função do sistema estrutural adotado, podem tornar um edifício mais econômico que outro, mesmo que a estrutura em particular não o seja. No caso das lajes sem vigas certamente esses demais sub-sistemas terão custo final menor e, se a estrutura for mais econômica, o custo global do edifício também o será.

Embora seja evidente que na análise do custo final de uma edificação deva ser considerada a parcela de cada um dos sub-sistemas integrantes, neste capítulo será enfocado apenas o custo da estrutura; caso contrário haveria um trabalho exaustivo sem representar uma situação real, pois são aspectos que variam de edifício a edifício, e em cada caso particular eles devem ser cuidadosamente apreciados.

Todos os engenheiros que executam edifícios com lajes sem vigas são unânimes em afirmar que esse sistema estrutural é mais econômico que o conven-

cional, mas há divergência quanto ao percentual de redução. O engenheiro Gilberto Pinto Rodrigues afirma que o custo global da estrutura é barateado em 15% (Dirigente Construtor, março de 1987), enquanto que o engenheiro José Augusto Gante releza, no mesmo artigo que, em um edifício por ele executado, a economia total da estrutura ficou em 30%; HANAI et alii (1985) encontraram, para algumas situações, redução média de 16,5% nos custos.

6.1.2. *Objetivos*

Vários fatores podem influir na composição do custo de uma determinada estrutura, tais como dimensões e formas dos painéis componentes, aberturas nas lajes, número de pavimentos, cargas atuantes, existência de balanços e vigas de borda, etc.

O objetivo neste capítulo é fazer uma comparação dos custos dos sistemas estruturais de lajes sem vigas e dos convencionais de modo que, para pavimentos semelhantes, seja possível saber qual é o mais viável economicamente; além disso para os casos sem vigas se verificará a influência das vigas de borda, dos balanços e das dimensões dos vãos.

Como já foi dito, no cálculo dos custos serão considerados apenas os materiais empregados na execução do sistema estrutural — madeira para fôrmas e escoramentos, arames, barras de aço, concreto — e a mão-de-obra correspondente — carpinteiros, armadores, pedreiros, serventes — sem levar em conta os demais sub-sistemas componentes do edifício.

6.2. *Definição dos sistemas convencionais para o estudo*

As dimensões dos diversos elementos que compõem os sistemas estruturais de lajes, vigas e pilares, que serão comparados àqueles sem vigas já definidos no capítulo 2, foram estabelecidas respeitando a NBR 6118/80 e, em alguns casos, o ACI 318—83.

6.2.1. Dimensões dos painéis

Para que o estudo comparativo seja possível, as dimensões dos painéis dos sistemas convencionais serão as mesmas dos sistemas sem vigas:

- painéis retangulares de lados 6 m \times 4 m;
- painéis quadrados de lados 4 m;
- balanços de vão 1,5 m.

As espessuras das lajes foram fixadas tendo em vista a resistência mecânica e a limitação das flechas de acordo com o item 4.2.3.1 da NBR 6118/80, cuidando para que as lajes de um mesmo pavimento tivessem espessura uniforme:

- espessura das lajes dos painéis retangulares: $h = 10$ cm;
- espessura das lajes dos painéis quadrados: $h = 9$ cm.

É possível que em algumas das situações em foco essas espessuras possam ser reduzidas, mas isso provavelmente não alterará muito o custo, conforme se verá nas conclusões.

6.2.2. Seções transversais das vigas

As dimensões das seções transversais das vigas do sistema estrutural tradicional são as mesmas das vigas de borda dos sistemas sem vigas:

- 20 cm de largura e 60 cm de altura para os vãos de 6 m;
- 20 cm de largura e 45 cm de altura para os vãos de 4 m.

6.2.3. Carregamento

O carregamento foi definido no capítulo 2, item 2.4.1, em função de diversas variáveis, para os sistemas de lajes sem vigas. No caso dos sistemas tradicionais essas cargas deveriam ser um pouco maiores em função de revestimentos e regularizações; entretanto, para efeito comparativo, adotou-se para os dois sistemas o mesmo carregamento. Dessa forma os pavimentos foram carregados uniformemente com uma carga de 3,22 kN/m², excluído o peso próprio, que foi considerado separadamente em

cada caso particular.

6.2.4. Relação dos pavimentos convencionais analisados

Serão então estudados os seguintes pisos com vigas para a comparação dos custos:

a) piso VTA1 — composto de doze painéis retangulares (6 m × 4 m), com sequência de quatro na direção maior e três na menor, sem balanços e com vigas entre todos os pilares — figura 6.1;

b) piso VTA2 — idêntico ao anterior mas com balanços de 1,5 m em todo o contorno do pavimento — figura 6.2;

c) piso VTB1 — composto por doze painéis quadrados (4 m × 4 m), com sequência de quatro em uma direção e três na outra, sem balanços e com vigas entre todos os pilares — figura 6.3;

d) piso VTB2 — idêntico ao anterior mas com balanços de 1,5 m em todo o contorno do pavimento — figura 6.4.

6.3. Dimensionamento dos pisos

O cálculo estático dos sistemas de lajes convencionais foi efetuado em microcomputador com o método de analogia de grelhas para haver uniformidade em relação aos pavimentos sem vigas, já calculados por esse método para as análises do capítulo 2 e cujos resultados foram utilizados também neste capítulo.

O dimensionamento e armação foi feito de acordo com a norma NBR 6118/80. Também foram consideradas algumas recomendações do ACI 318-83 e adotados procedimentos usuais para análise de estruturas correntes de concreto armado.

Foram adotados concreto com resistência característica à compressão $f_{ck} = 15$ MPa, aço tipo CA-50B para a armadura de flexão e CA-25 para os estribos das vigas (onde só foi necessária armadura transversal mínima) e das lajes.

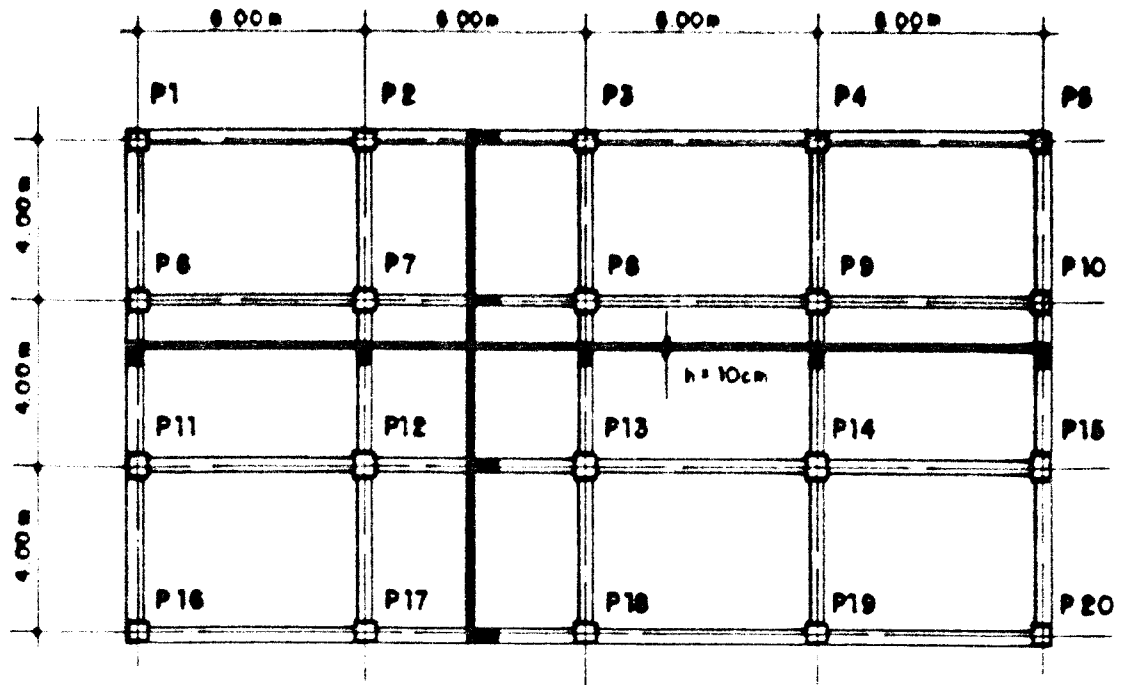


FIGURA 6.1. Piso VT A 1

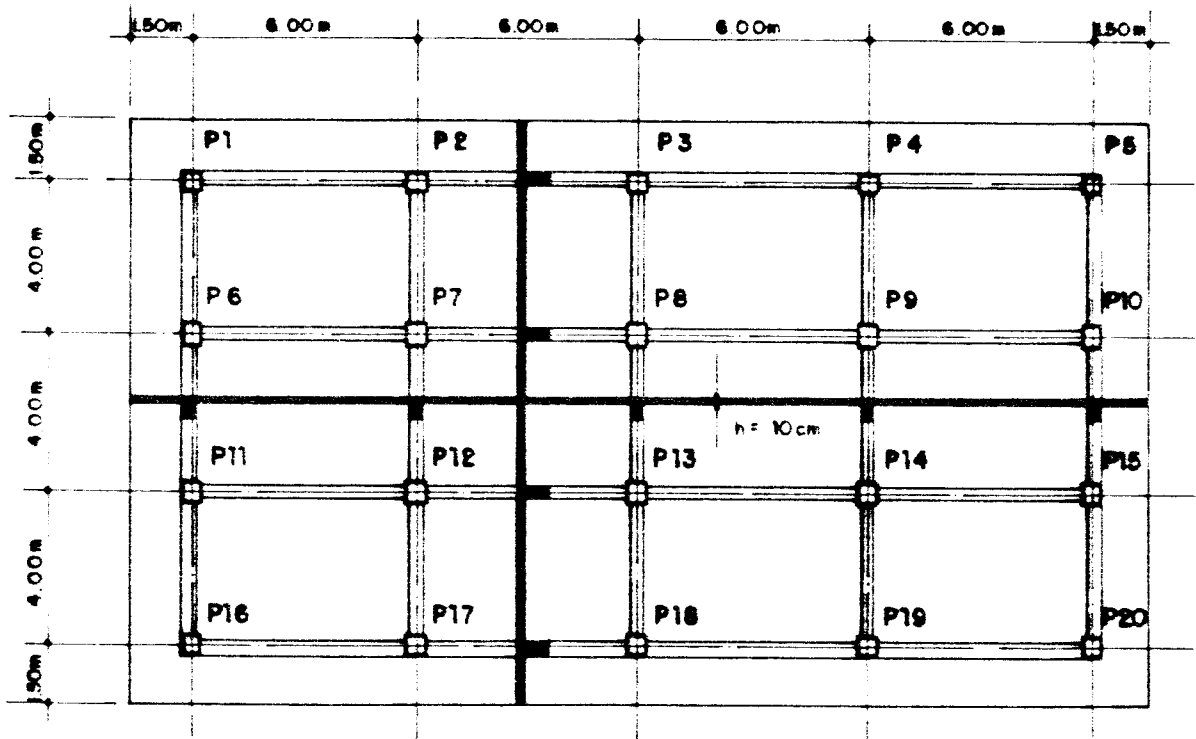


FIGURA 6.2. Piso VT A 2

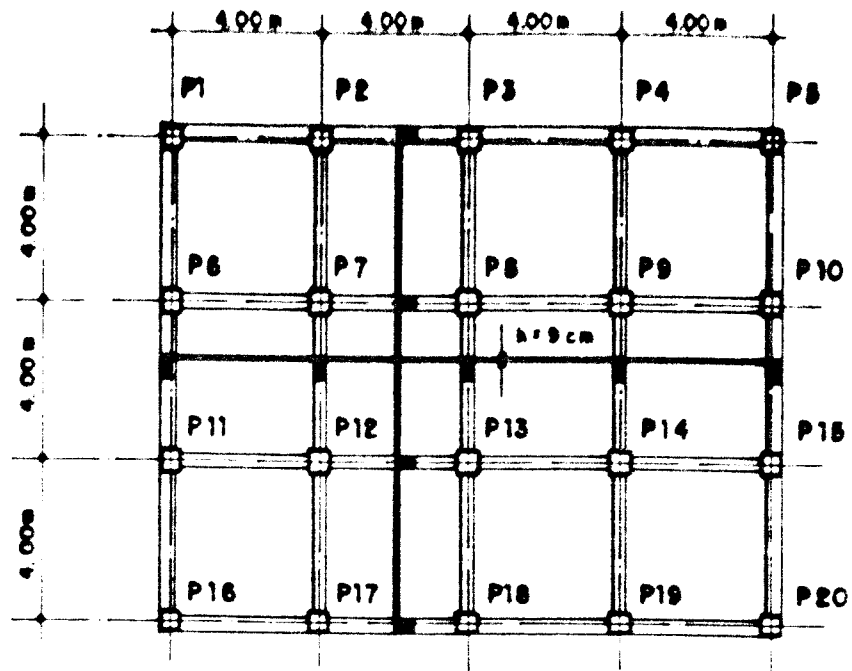


FIGURA 6.3. Piso VTB 1

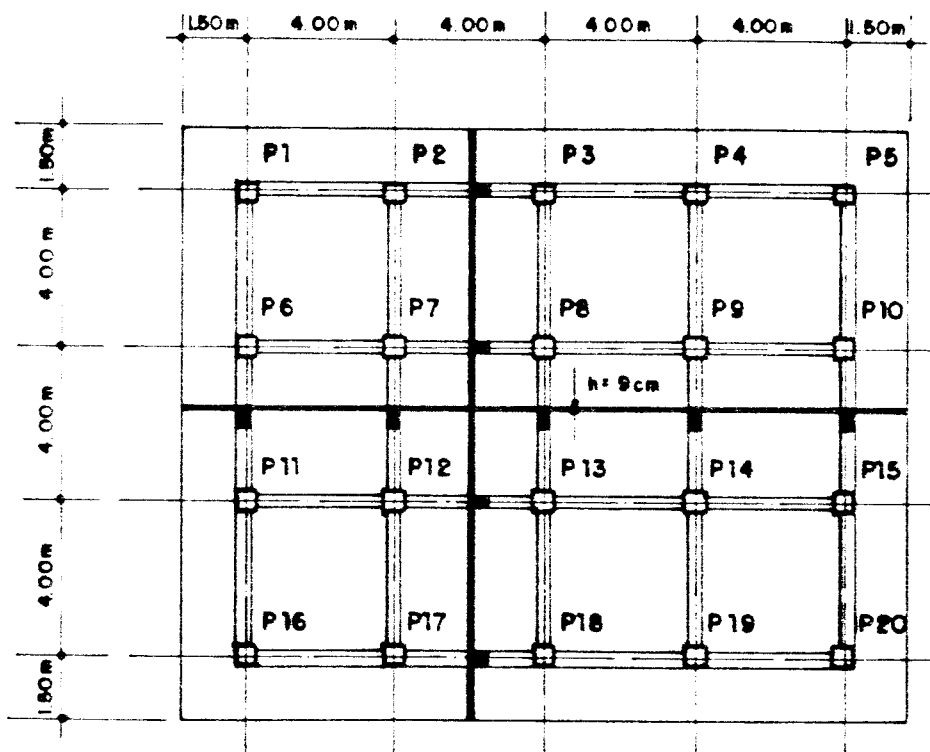


FIGURA 6.4. Piso VTB 2

6.4. Quantidade de materiais

Dimensionados os pisos do sistema sem vigas e do sistema convencional, foram levantados os consumos de materiais (fórmulas de lajes e vigas, armadura de lajes e de vigas e concreto) para todos eles, que são apresentados nas tabelas 6.1, 6.2 e 6.3 (os números abaixo do nome dos pisos indicam a área, em planta, em m^2), e nas figuras 6.5 a 6.8.

TABELA 6.1. Consumo de concreto dos pisos sem vigas e convencionais

| PISO | CONSUMO DE CONCRETO POR PISO | | | | | | | | | | | |
|------|------------------------------|------|------|-----------|------|------|-----------|------|------|-----------|------|------|
| | A1 | AV1 | VTA1 | A2 | AV2 | VTA2 | B1 | BV1 | VTB1 | B2 | BV2 | VTB2 |
| | 295 m^2 | | | 405 m^2 | | | 198 m^2 | | | 285 m^2 | | |
| (A) | 44,3 | 50,1 | 43,2 | 60,8 | 66,5 | 54,2 | 29,7 | 33,0 | 26,6 | 42,8 | 46,1 | 34,4 |
| (B) | 0,15 | 0,17 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,13 | 0,15 | 0,17 | 0,13 | 0,15 | 0,16 | 0,12 |

ONDE (A) — CONSUMO DE CONCRETO (m^3)
 (B) — CONSUMO DE CONCRETO POR m^2 DE PISO (m^3/m^2)

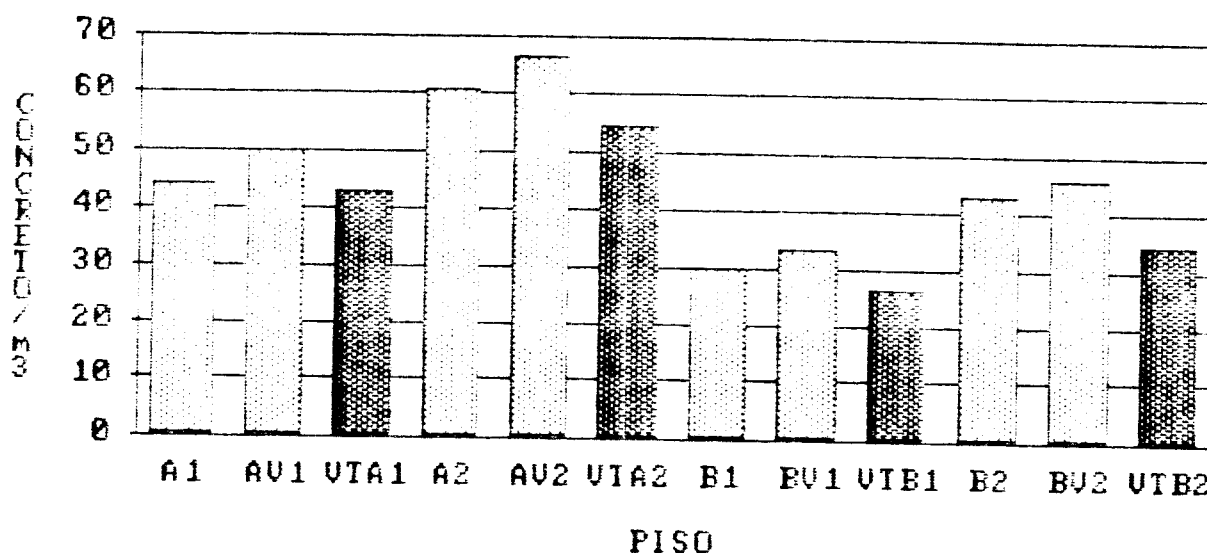


FIGURA 6.5. Consumo de concreto (m^3) por piso

TABELA 6.2. Consumo de fôrmas dos pisos sem vigas e convencionais

| CONC. | CONSUMO DE FÔRMAS POR PISO | | | | | | | | | | | |
|-------|----------------------------|------|------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|
| | A1 | AV1 | VTA1 | A2 | AV2 | VTA2 | B1 | BV1 | VTB1 | B2 | BV2 | VTB2 |
| | 295 m ² | | | 405 m ² | | | 195 m ² | | | 285 m ² | | |
| (A) | 306 | 281 | 264 | 416 | 403 | 383 | 206 | 186 | 173 | 285 | 284 | 267 |
| (B) | 1,04 | 0,95 | 0,90 | 1,03 | 1,00 | 0,95 | 1,04 | 0,94 | 0,87 | 1,04 | 1,00 | 0,94 |
| (C) | — | 83,7 | 176 | — | 74,5 | 167 | — | 53,2 | 117 | — | 44,8 | 112 |
| (D) | — | 0,26 | 0,59 | — | 0,18 | 0,41 | — | 0,27 | 0,54 | — | 0,16 | 0,39 |
| (E) | 306 | 365 | 439 | 416 | 476 | 550 | 206 | 239 | 290 | 285 | 329 | 379 |
| (F) | 1,04 | 1,24 | 1,49 | 1,03 | 1,16 | 1,36 | 1,04 | 1,21 | 1,46 | 1,04 | 1,15 | 1,33 |
| (G) | 6,91 | 7,29 | 10,2 | 6,66 | 7,19 | 10,1 | 6,94 | 7,24 | 10,9 | 6,89 | 7,14 | 11,0 |

- ONDE (A) — FÔRMAS DE LAJES (m²)
 (B) — FÔRMAS DE LAJES POR m² DE PISO (m²/m²)
 (C) — FÔRMAS DE VIGAS (m²)
 (D) — FÔRMAS DE VIGAS POR m² DE PISO (m²/m²)
 (E) — TOTAL DE FÔRMAS (m²)
 (F) — TOTAL DE FÔRMAS POR m² DE PISO (m²/m²)
 (G) — TOTAL DE FÔRMAS POR m³ DE CONCRETO (m²/m³)

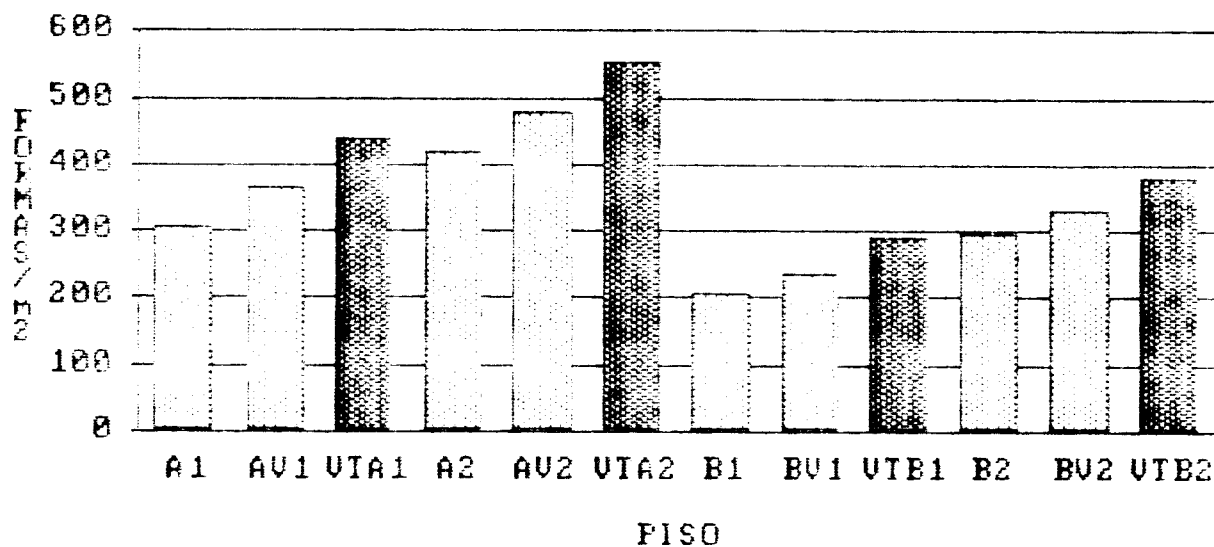


FIGURA 6.5. Consumo total de fôrmas (m²) por piso

TABELA 6.3. Consumo de aço dos pisos sem vigas e convencionais

| CONCRETO | CONSUMO DE AÇO POR PISO | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------------------|------|------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|--------------------|------|------|
| | A1 | AV1 | VTA1 | A2 | AV2 | VTA2 | B1 | BV1 | VTB1 | B2 | BV2 | VTB2 |
| | 285 m ² | | | 405 m ² | | | 198 m ² | | | 285 m ² | | |
| (A) | 4868 | 3818 | 1213 | 6646 | 4142 | 2421 | 2632 | 1836 | 654 | 2422 | 2097 | 1789 |
| (B) | 16,6 | 12,3 | 4,11 | 16,4 | 10,2 | 6,98 | 13,3 | 9,27 | 3,30 | 8,50 | 7,36 | 6,21 |
| (C) | — | 811 | 1224 | — | 617 | 765 | — | 466 | 687 | — | 302 | 387 |
| (D) | — | 2,75 | 4,15 | — | 1,62 | 1,86 | — | 2,36 | 3,47 | — | 1,06 | 1,38 |
| (E) | 4868 | 4429 | 2437 | 6646 | 4759 | 3176 | 2632 | 2302 | 1341 | 2422 | 2399 | 2166 |
| (F) | 16,6 | 15,1 | 8,26 | 16,4 | 11,7 | 7,84 | 13,3 | 11,6 | 6,77 | 8,50 | 8,41 | 7,60 |
| (G) | 110 | 86,4 | 66,4 | 109 | 71,6 | 56,6 | 86,6 | 69,8 | 50,4 | 56,6 | 52,0 | 43,0 |

ONDE (A) — ARMADURA DAS LAJES (kg);
 (B) — ARMADURA DAS LAJES POR m² DE PISO (kg/m²);
 (C) — ARMADURA DAS VIGAS (kg);
 (D) — ARMADURA DAS VIGAS POR m² DE PISO (kg/m²);
 (E) — TOTAL DAS ARMADURAS (kg);
 (F) — TOTAL DAS ARMADURAS POR m² DE PISO (kg/m²);
 (G) — TOTAL DAS ARMADURAS POR m³ DE CONCRETO (kg/m³).

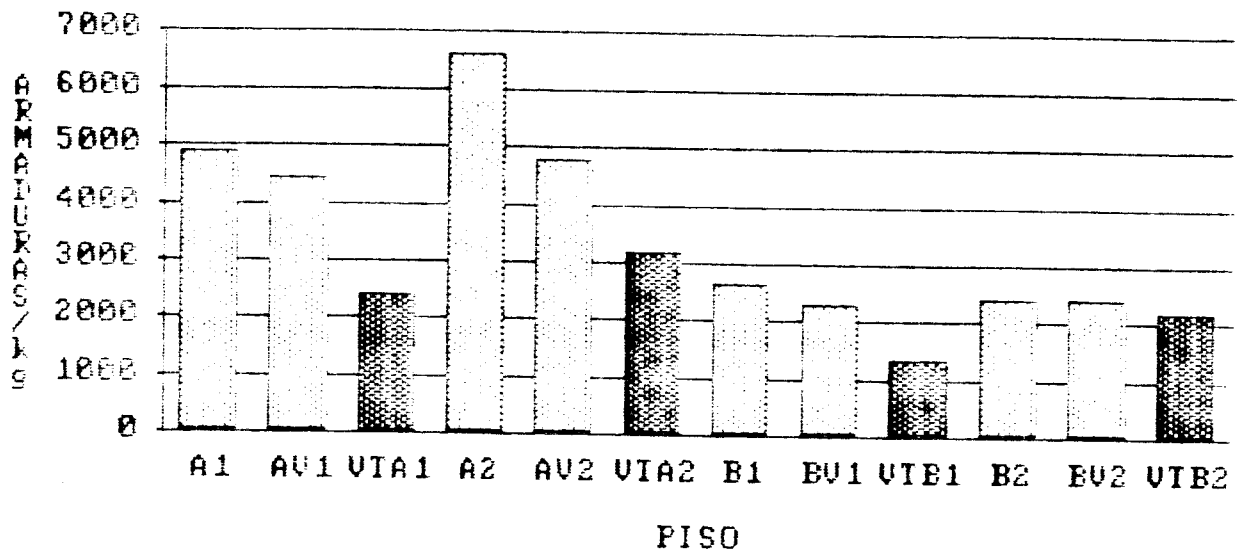


FIGURA 6.7. Consumo total das armaduras (kg) por piso

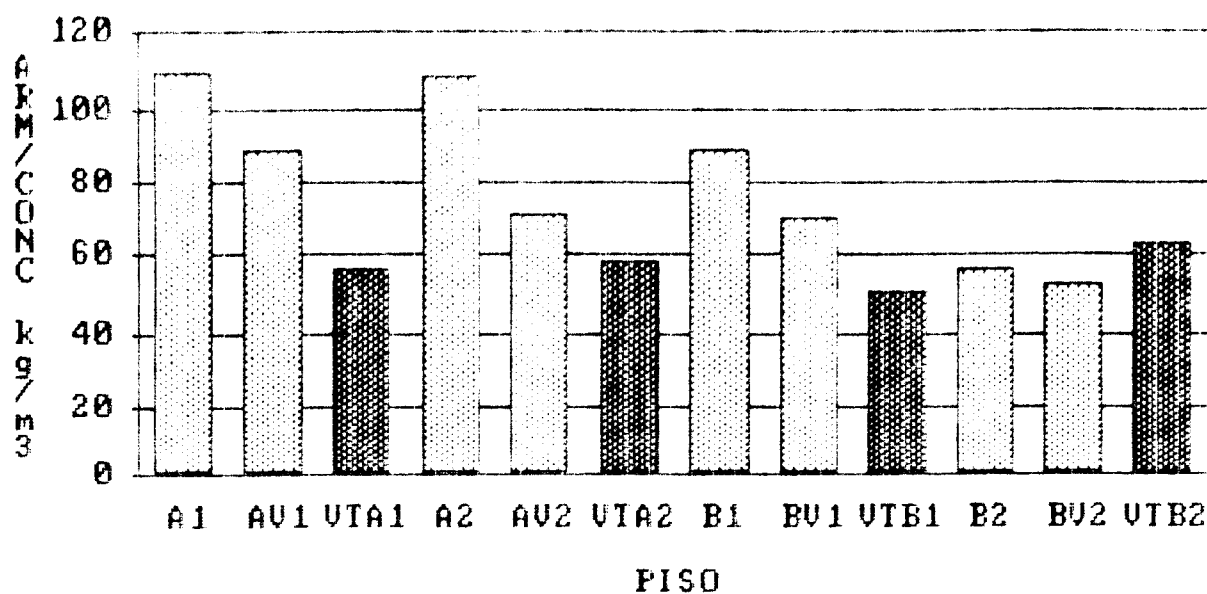


FIGURA 6.8. Consumo das armaduras por m^3 de concreto (kg/m^3)

6.5. Levantamento dos custos

6.5.1. Premissas gerais

Para o levantamento dos custos algumas premissas gerais, discriminadas a seguir, tiveram que ser consideradas, de modo que a análise de custos fosse realizada satisfatoriamente:

a) na composição dos custos unitários foram consideradas:

- as quantidades de materiais utilizados para as fôrmas, armaduras e concreto;
- a mão-de-obra necessária para a realização dos trabalhos;
- os equipamentos empregados na execução;

b) no cálculo do custo das fôrmas considerou-se utilização de três e de dez vezes para as mesmas, tanto nos sistemas convencionais como nos sem vigas, embora nestes últimos o reaproveitamento possa ser maior, pois a existência de muitos recortes e regiões de difícil acesso nos primeiros pode dificultar a desforma e danificar mais as fôrmas;

c) desprezou-se a influência dos pilares na composição dos custos, admitindo-se que eles tenham custo igual em qualquer das duas alternativas estruturais;

d) os custos foram determinados em cruzados novos e convertidos em BTN do mês de julho de 1989 (1 BTN = NC₂\$ 1,6186);

e) esses custos têm validade apenas para comparação, e deverão ser re-elaborados para cada situação distinta.

6.5.2. Fontes de referência de custos e índices

Os consumos unitários de materiais para fôrmas, armaduras e concreto dos dois sistemas forma extraídos da TCPO8 (1986) (Tabelas de Composição de Preços para Orçamento) da Editora Pini, e os custos de mão-de-obra e equipamentos e os preços de materiais foram obtidos da revista "A Construção" números 2161 e 2162 de 10 e 17 de julho de 1989. Cabe lembrar que esses são índices médios, entretanto adequados para uma análise apenas comparativa, como a aqui realizada.

Os índices de diferenças de custos e produtividade de mão-de-obra para fôrmas de lajes e vigas e para as armaduras foram obtidos junto à construtora ENCOL S.A. e no trabalho de HANAI et alii (1985).

6.5.3. Custo do concreto

Os custos relacionados à preparação, lançamento e adensamento do concreto foram agrupados em um índice único, que foi utilizado tanto para os sistemas sem vigas como para os convencionais; entretanto, nos casos sem vigas poderia haver alguma redução no custo da mão-de-obra em função da maior facilidade de execução da concretagem. Tem-se então para os dois sistemas:

$$\text{— custo do concreto} = 76,4 \text{ BTN/m}^3.$$

6.5.4. Custo das fôrmas

Os custos das fôrmas e respectivos cimbramentos para as vigas e lajes foram diferenciados, pelos seguintes pesos, em função do grau de complexidade de execução e consumo de materiais e de elementos de fixação e posicionamento:

- fôrmas de vigas: peso 1;
- fôrmas de lajes: peso 0,65.

Esses pesos, aplicados ao custo médio de fôrmas por m^2 obtido, conduzem aos custos das fôrmas de vigas e lajes por m^2 :

a) considerando utilização de três vezes:

- custo de fôrmas de vigas = 21,7 BTN/ m^2 ;
- custo de fôrmas de lajes = 14,1 BTN/ m^2 ;

b) considerando utilização de dez vezes:

- custo de fôrmas de vigas = 9,78 BTN/ m^2 ;
- custo de fôrmas de lajes = 6,36 BTN/ m^2 .

6.5.5. Custo de armaduras

O custo das armaduras também deve ser diferenciado entre os sistemas de lajes sem vigas e os convencionais. De acordo com estudos realizados, há uma redução de 40% na mão-de-obra necessária para execução das armaduras no caso das lajes sem vigas [HANAI et alii (1985)]; considerando esse índice na composição do custo por kg de aço colocado, chega-se aos custos diferenciados para os dois sistemas:

- custo das armaduras (convencional) = 0,989 BTN/kg;
- custo das armaduras (sem vigas) = 0,939 BTN/kg.

No caso das lajes com vigas apenas nas bordas, foi usado o mesmo valor do sistema sem vigas, em função da pequena diferença entre o custo final das armaduras por kg (o do sistema sem vigas é 5,06% menor) e, principalmente, por ser pouca a quantidade de aço das vigas em comparação à quantidade total de aço nesses pisos: a maior incidência é no piso BV1, onde a armadura das vigas de borda é 20,3% do total, e na média de todos os pisos com vigas de borda, essa porcentagem cai para 16%.

6.5.6. Custos finais

Em função dos custos levantados e da quantidade dos materiais apurada no dimensionamento, foi feita a composição para todos os pisos dos dois tipos de sistemas estruturais, considerando-se que as fôrmas sejam utilizadas três vezes (tabela 6.4) e dez vezes (tabela 6.5). Os custos parciais e finais também estão apresentados nos gráficos das figuras 6.9 a 6.12, lembrando que para as duas situações o custo do aço e do concreto é o mesmo.

TABELA 6.4. Custos parciais e finais, em BTN, dos sistemas estruturais considerando que as fôrmas sejam utilizadas três vezes

| Piso | Área (m ²) | Fôrmas Lajes (BTN) | Fôrmas Vigas (BTN) | Total Fôrmas (BTN) | Armadura (BTN) | Concreto (BTN) | Custo Total (BTN) | Custo por m ² (BTN/m ²) |
|------|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------------------------|
| A1 | 295 | 4320 | — | 4320 | 4568 | 3383 | 12271 | 41,6 |
| AV1 | 295 | 3962 | 1816 | 5778 | 4157 | 3824 | 13759 | 46,6 |
| VTA1 | 295 | 3732 | 3794 | 7526 | 2410 | 3299 | 13235 | 44,8 |
| A2 | 405 | 5892 | — | 5892 | 6237 | 4641 | 16770 | 41,4 |
| AV2 | 405 | 5689 | 1617 | 7306 | 4466 | 5082 | 16853 | 41,6 |
| VTA2 | 405 | 5399 | 3635 | 9034 | 3141 | 4138 | 16313 | 40,3 |
| B1 | 198 | 2909 | — | 2909 | 2470 | 2265 | 7644 | 38,6 |
| BV1 | 198 | 2630 | 1155 | 3785 | 2160 | 2522 | 8467 | 42,8 |
| VTB1 | 198 | 2445 | 2535 | 4980 | 1327 | 2029 | 8336 | 42,1 |
| B2 | 285 | 4165 | — | 4165 | 2273 | 3266 | 9704 | 34,0 |
| BV2 | 285 | 4007 | 972 | 4979 | 2251 | 3522 | 10752 | 37,7 |
| VTB2 | 285 | 3764 | 2432 | 6196 | 2142 | 2629 | 10967 | 38,5 |

TABELA 6.5. Custos parciais e finais, em BTN, dos sistemas estruturais considerando que as fôrmas sejam utilizadas dez vezes

| Piso | Área (m ²) | Fôrmas Lajes (BTN) | Fôrmas Vigas (BTN) | Total Fôrmas (BTN) | Armadura (BTN) | Concreto (BTN) | Custo Total (BTN) | Custo por m ² (BTN/m ²) |
|------|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|----------------|-------------------|------------------------------------------------|
| A1 | 295 | 1946 | — | 1946 | 4568 | 3383 | 9897 | 33,5 |
| AV1 | 295 | 1785 | 818 | 2603 | 4157 | 3824 | 10584 | 35,9 |
| VTA1 | 295 | 1681 | 1709 | 3390 | 2410 | 3299 | 9909 | 30,8 |
| A2 | 405 | 2654 | — | 2654 | 6237 | 4641 | 13532 | 33,4 |
| AV2 | 405 | 2563 | 728 | 3291 | 4466 | 5082 | 12839 | 31,7 |
| VTA2 | 405 | 2432 | 1638 | 4070 | 3141 | 4138 | 11349 | 28,0 |
| B1 | 198 | 1310 | — | 1310 | 2470 | 2265 | 6045 | 30,5 |
| BV1 | 198 | 1185 | 520 | 1705 | 2160 | 2522 | 6387 | 32,3 |
| VTB1 | 198 | 1101 | 1142 | 2243 | 1327 | 2029 | 5699 | 28,3 |
| B2 | 285 | 1876 | — | 1876 | 2273 | 3266 | 7415 | 26,0 |
| BV2 | 285 | 1805 | 438 | 2243 | 2251 | 3522 | 8016 | 28,1 |
| VTB2 | 285 | 1696 | 1096 | 2792 | 2142 | 2629 | 7563 | 26,5 |

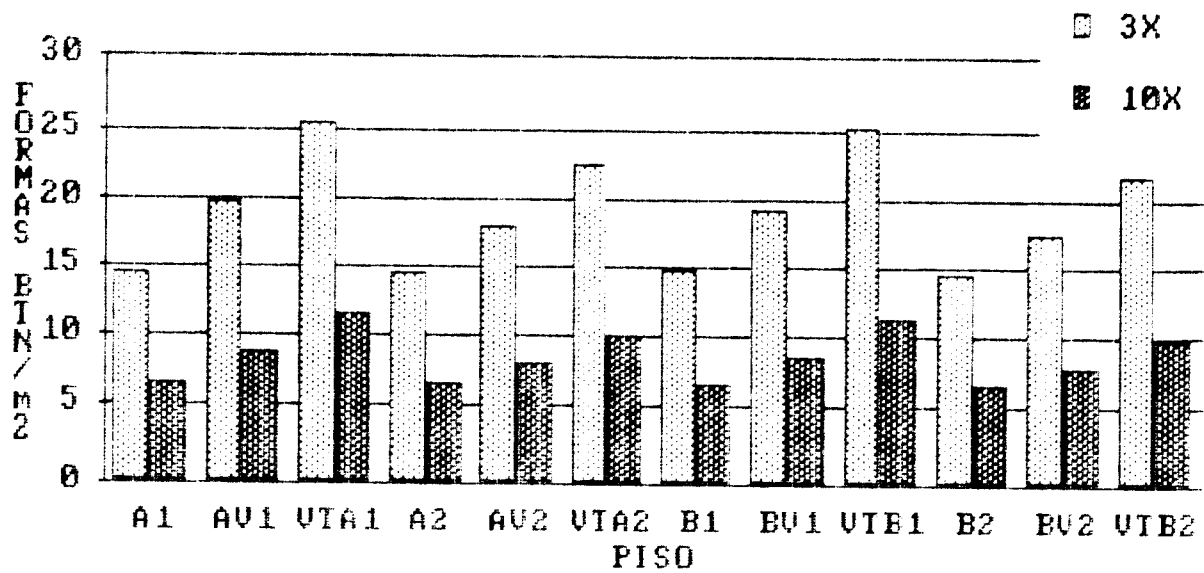


FIGURA 6.9. Custo total das fôrmas (BTN/m²) considerando utilização de três e de dez vezes

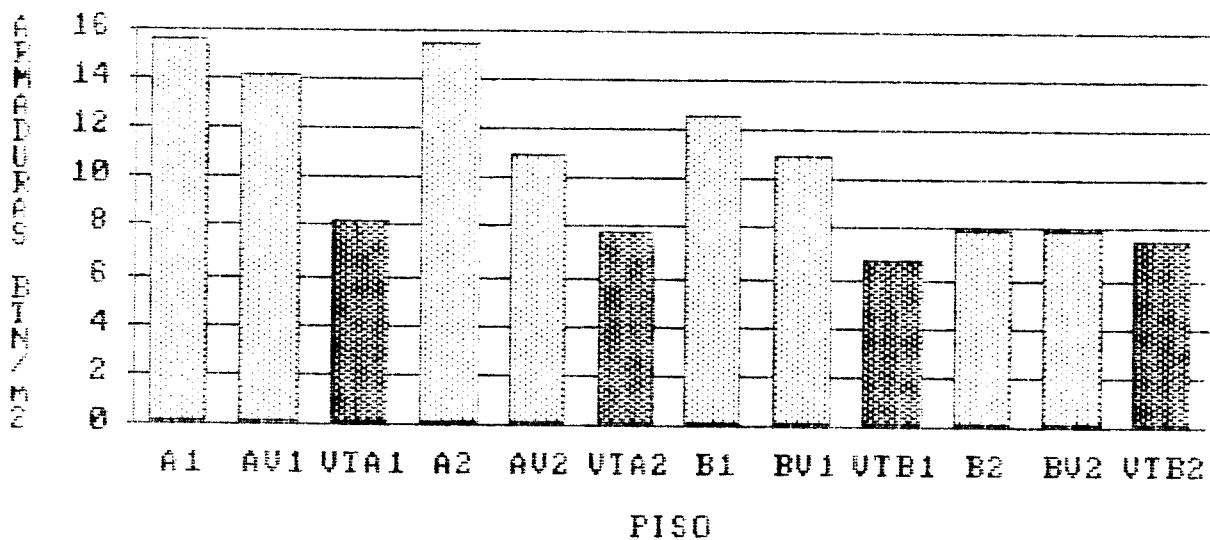


FIGURA 6.10. Custo das armaduras (BTN/m²)

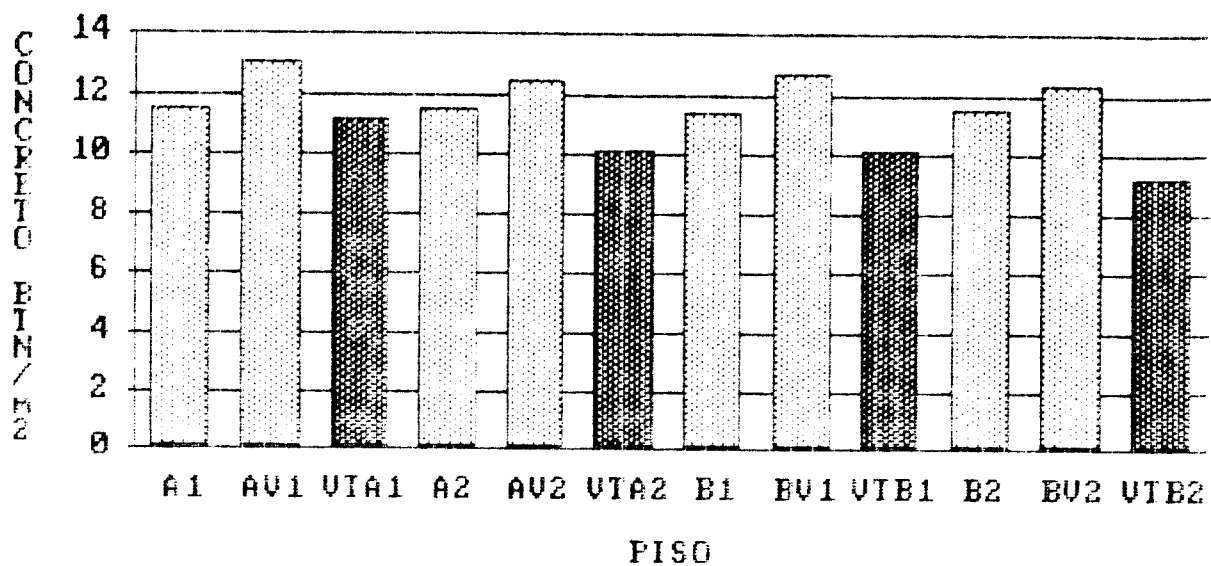


FIGURA 6.11. Custo do concreto (BTN/m²)

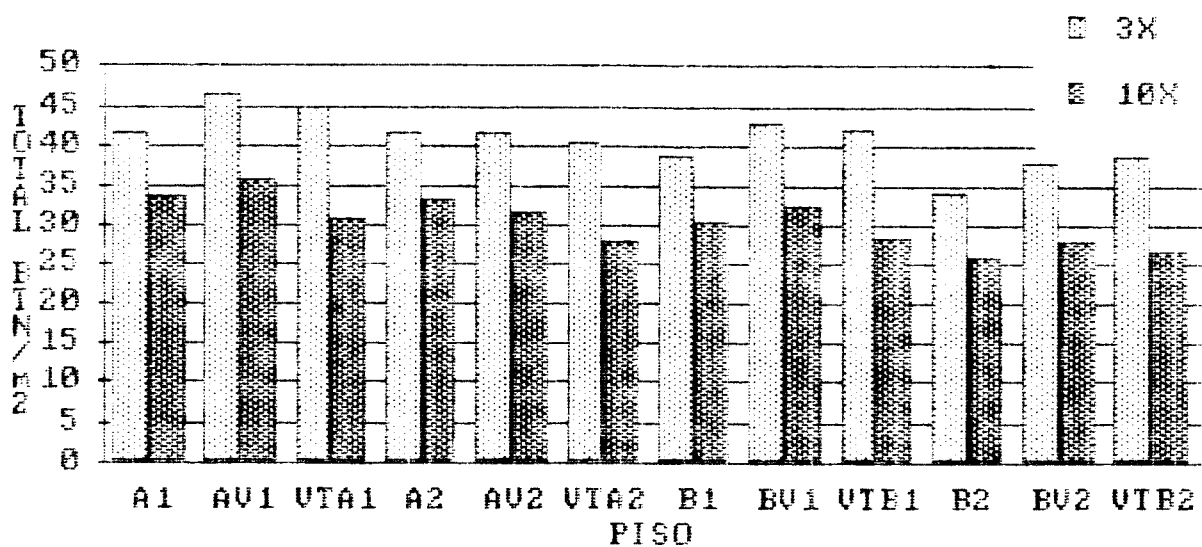


FIGURA 6.12. Custo total dos pisos (BTN/m²) considerando utilização de três e de dez vezes para as fôrmas

6.6. *Comparações entre os custos*

A análise de custos considera apenas os aspectos econômicos diretamente mensuráveis, mas não tem como contemplar situações particulares que, dependendo das necessidades e funções às quais o edifício deva atender, podem fazer com que soluções economicamente desfavoráveis sejam preferidas.

Um outro ponto a ser destacado é a variação descontrolada de preços que ocorre atualmente, principalmente no campo da construção civil, o que pode fazer com que uma solução economicamente viável hoje não o seja amanhã. Por isso os custos foram transformados em BTN, tentando minimizar o problema mas não eliminá-lo, pois até em BTN os custos podem variar diferenciadamente de um material a outro, e também na mão-de-obra.

Também os tipos de casos estudados não permitem uma ampla generalização dos resultados obtidos, mas dão uma idéia razoável do comportamento dos dois sistemas quanto aos custos e podem servir de diretriz para uma decisão em um caso real. Outras situações e dimensões poderão ser avaliadas, de modo a se estabelecer índices de custos mais representativos e abrangentes.

6.6.1. *Custos considerando as fôrmas utilizadas três vezes*

6.6.1.1. *Análise dos resultados*

Salienta-se inicialmente que diferenças muito pequenas de custos podem nada representar em situações reais, em função de todas as variáveis envolvidas; entretanto, como não se tem indicações que permitem saber a partir de que valores essas diferenças passam a ser significativas, na análise a seguir, baseada nos valores da tabela 6.4 e figuras 6.9 a 6.12, todas as diferenças são consideradas:

a) o único piso sem qualquer tipo de vigas que apresentou custo maior que o convencional correspondente foi o A2 — apenas 2,73% maior — que tem painéis retangulares cujos vãos maiores são de 6 m e possui balanços; nos demais casos eles são mais econômicos, com custo 7,14% menor em A1, 8,31% em B1 e 11,7% em B2; nota-se que nos pisos com painéis quadrados a diferença a favor dos sistemas sem vigas é maior;

b) os casos com vigas de borda apresentaram, com exceção de BV2, custos levemente maiores que os convencionais: 4,02% em AV1, 3,23% em AV2 e 1,66% em BV1, e em BV2 ele é 2,08% menor; logicamente, eles também têm custos maiores em relação aos seus congêneres sem qualquer viga — AV1 12,2% maior que A1, AV2 0,48% maior que A2, BV1 10,9% que B1 e BV2 10,9% maior que B2;

c) os pisos com balanços, nos casos retangulares, apresentaram custos próximos entre si, sendo o convencional o de menor custo — 2,66% em relação ao A2 e 3,13% em relação ao AV2; nos casos com painéis quadrados os pisos sem vigas, ou com vigas de borda, são mais favoráveis — em relação a VTB2 o custo de B2 é 11,7% menor, e o de BV2 é 2,08%;

d) os efeitos dos balanços em confronto com as situações em que eles não existem, nos sistemas sem vigas ou com vigas de borda, só podem ser avaliados considerando o custo por metro quadrado de piso já que os pisos com e sem balanços têm áreas diferentes; nos casos com painéis retangulares a diferença entre A1 e A2 é praticamente nula, e entre AV1 e AV2 o custo do último é 10,7% menor; nos casos quadrados a diferença foi de 11,9% a favor dos balanços tanto para os pisos sem vigas (B1 com B2) como para os com vigas de borda (BV1 com BV2);

e) também considerando o custo por metro quadrado, os pisos com menores vãos (4 m) foram mais econômicos que aqueles cujo vão maior é de 6 m — B1 é 7,21% menor que A1, BV1 8,15% menor que AV1, B2 17,9% menor que A2 e BV2 9,38% menor que AV2;

f) os pisos com vigas de borda e balanços apresentaram custo/m² praticamente igual àqueles que não os têm; o de AV2 foi igual ao de A1, e o de BV2 foi 2,33% menor que o de B1;

g) nos pisos com painéis retangulares sem quaisquer vigas, o custo da armadura é responsável pela maior parcela do custo final, ficando em seguida o custo das fôrmas e, finalmente, o custo do concreto (fig. 6.13); nas situações com vigas de borda o maior custo é o das fôrmas, com alternância entre os demais;

h) nos pavimentos compostos de painéis quadrados e sem vigas, a maior parcela do custo é devida às fôrmas, tanto em B1 (seguido pela armação) como em B2 (seguido pelo concreto); nos pisos com vigas de borda também a maior incidência é das fôrmas, depois do concreto e por último das armaduras (fig. 6.13);

i) nos casos convencionais sempre o maior custo é das fôrmas, com parcela con-

siderável em relação ao total, vindo em seguida o concreto e depois as armaduras (fig. 6.13).

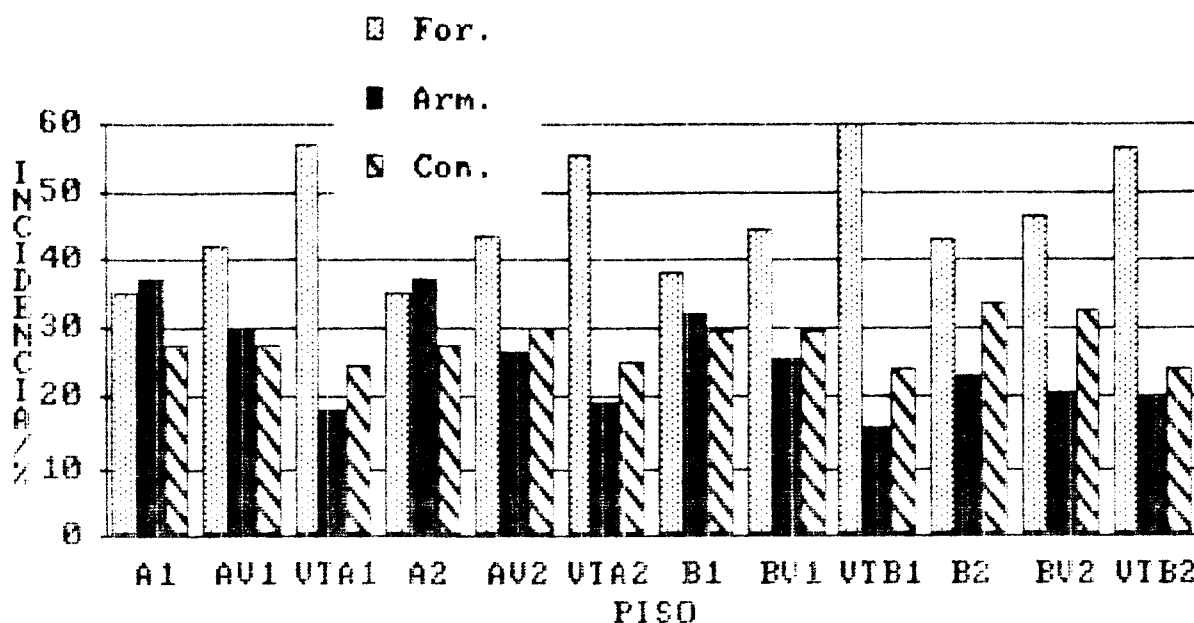


FIGURA 6.13. Incidência do custo dos componentes, em porcentagem, no custo final de cada piso

6.6.1.2. Conclusões

Apesar das limitações apontadas no início do item 6.6, a análise dos resultados de custos permitem tecer algumas conclusões iniciais, relacionadas a seguir:

a) de modo geral os sistemas sem quaisquer vigas são levemente mais econômicos que os convencionais; em apenas um caso o sistema convencional apresentou vantagem — VTA2 tem custo 2,66% menor que A2;

b) as vigas de borda não contribuíram para reduzir os custos, com exceção de BV2 (2,08% menor que VTB2), mas também não os elevaram muito — a média da diferença entre os custos de AV1, AV2 e BV1 e os convencionais correspondentes é de 2,95%; mesmo assim vigas de borda são importantes em função dos demais fatores já analisados nos capítulos anteriores;

c) os balanços contribuíram na redução dos custos e devem ser utilizados mas, para conclusões mais sólidas, é necessário que se proceda a um estudo mais representativo, com pisos de mesma área com e sem balanços;

d) os sistemas sem vigas com painéis quadrados (vãos de 4 m), são mais econômicos que os convencionais (custo médio 9,92% menor), e aqueles com vigas de borda têm custos próximos a eles, maior nos pisos sem balanços e menor naqueles com balanços; contudo não é possível afirmar que quanto menor o vão menor será o custo dos sistemas sem vigas, e também aqui novos estudos são necessários;

e) a afirmação feita no capítulo primeiro de que sistemas sem vigas em concreto armado podem ser anti-econômicos para vãos maiores que 6 m parece fazer sentido, pois apenas A1, quando comparado ao convencional teve diferença de custo a favor — 7,14% menor que VTA1; nos demais casos a diferença, embora pequena (média de 3,25%), foi a favor dos pisos com vigas; entretanto, para uma conclusão mais precisa, outros vãos deverão ser estudados;

f) já se mostrou que nos pisos A1 e A2 a armadura foi responsável pela maior parcela do custo, e o concreto pela menor; portanto um aumento na espessura desses pisos, com melhoria das condições de resistência à punção e deslocamentos transversais, poderá diminuir a quantidade de aço e, talvez, o custo final; nos demais pisos onde a maior contribuição ao custo final se deve às fôrmas, pequenas alterações nos outros componentes não deverão influir significativamente no custo final, mesmo no caso de se reduzir as espessuras das lajes dos sistemas convencionais. Entretanto outras combinações de vãos e espessuras poderão ser analisadas.

6.6.2. Custos considerando as fôrmas utilizadas dez vezes — análises e conclusões

Com um maior aproveitamento das fôrmas, seu custo passa a ter uma incidência menor no custo total, o que prejudica as lajes sem vigas — que gastam menos fôrmas — e favorece os sistemas convencionais. Cabe aqui a mesma consideração colocada no início do item 6.6.1.1. Os resultados da tabela 6.5 e os gráficos das figuras 6.9 a 6.12 permitem observar que:

a) nos pisos com vãos maiores os sistemas convencionais passaram a apresentar um custo menor que aqueles totalmente sem vigas — o de VTA1 é 8,06% menor que o de A1 e o de VTA2 é 16,2% menor que o de A2 — mostrando que nesses casos os sistemas convencionais, em termos da estrutura, são mais vantajosos;

b) nos pisos com painéis quadrados a situação se inverte naqueles com

balanços, onde o sem vigas apresenta custo levemente menor que o convencional — o de B2 é 1,9% menor que o de VTB2; já naqueles sem balanços o custo de VTB1 é 7,21% menor que o de B1;

c) os pisos com vigas de borda são os que apresentam custos maiores (com exceção de AV2 quando comparado com A2) — AV1 é 7,16% maior que A1 e 16,6% maior que VTA1; AV2 é 5,09% menor que A2 e 13,2% maior que VTA2; BV1 é 5,9% maior que B1 e 14,1% maior que VTB1; BV2 é 8,07% maior que B2 e 6,04% maior que VTB2.

Pode-se concluir, portanto, que no caso de um maior aproveitamento das fôrmas as vantagens das lajes sem vigas, em termos de custo da estrutura, principalmente para os vãos maiores, desaparecem.

Quando se compara os pisos com balanços (com e sem vigas de borda) com aqueles sem balanços, nota-se o mesmo que nos casos de fôrmas utilizadas três vezes, ou seja, os pisos com balanços são sempre um pouco mais econômicos. As vigas de borda encareceram os sistemas sem vigas e seu uso, considerando apenas os custos, não é recomendado.

É importante lembrar que nos sistemas sem vigas as fôrmas podem ser utilizadas mais vezes que naqueles com vigas, o que as favorece em edifícios com um número maior de pavimentos.

6.6.3. *Apreciações finais*

É possível concluir que os sistemas sem vigas podem competir com vantagens, em determinadas situações, com os sistemas convencionais. Como indicação preliminar pode-se dizer que as lajes sem vigas são economicamente vantajosas para vãos da ordem de 4 m tanto em edifícios com poucos pavimentos (da ordem de três) quanto com muitos. No primeiro caso, como as fôrmas são um fator importante do custo, a redução no consumo que as estruturas sem vigas proporcionam faz bastante diferença; no segundo caso elas possibilitam um melhor reaproveitamento, podendo-se fazer com um jogo de fôrmas mais pavimentos do que se faria nos casos convencionais.

Finalmente, ressaltando mais uma vez, os custos aqui levantados dizem respeito apenas à estrutura, sem considerar os demais fatores e custos, alguns não mensuráveis, e que podem fazer a diferença a favor de um sistema ou outro.

CAPÍTULO 7

RECOMENDAÇÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1. Introdução

Neste capítulo final são apresentadas diversas recomendações a respeito do projeto e execução dos sistemas estruturais de lajes sem vigas. Elas procuram complementar as dos demais capítulos deste trabalho, que se referem à flexão, punção, deslocamentos e ações laterais, as quais só serão aqui repetidas quando se julgar necessário.

Somam-se a essas recomendações aquelas inerentes a quaisquer sistemas estruturais de concreto armado, que em nada são modificadas em função do sistema estrutural ter ou não vigas. Com algumas exceções elas não serão relatadas aqui, pois são do conhecimento do engenheiro estrutural e constam de normas e bibliografias especializadas. No caso de edifícios correntes e condições normais de projeto e implantação, elas referem-se a:

- execução de fôrmas, escoras e cimbramentos;
- dosagem, execução, transporte, lançamento, adensamento e cura do concreto;
- execução da armadura e cuidados referentes à estocagem, dobramentos (genchos, estribos, barras dobradas), emendas, ancoragens, colocação e proteção contra a flambagem das barras;
- cuidados na retirada dos cimbramentos e desforma.

Como fonte de informações para este capítulo foram utilizadas principalmente as normas NBR 6118/80 e ACI 318-83, e os trabalhos de MONTROYA et alii (1976), MARTINELLI (1974) e TAKEYA et alii (1985).

Convém também lembrar que as instruções aqui contidas não têm a pretensão de esgotar o assunto, mas nortear aqueles que almejam conhecer e utilizar as lajes

sem vigas. Muitas delas são decorrentes da prática de engenheiros e pesquisadores obtidas em projetos, acompanhamento de obras, ensaios em laboratórios e experimentação neste tipo de sistema estrutural.

7.2. Recomendações de projeto

7.2.1. Definição da estrutura

Nos capítulos anteriores foram traçadas várias diretrizes que possibilitam uma boa definição de estruturas de edifícios sem vigas. Resumidamente, aconselha-se que:

a) os pilares sejam alinhados em duas direções ortogonais, formando uma malha retangular; se os momentos forem calculados pelo método direto do ACI o alinhamento é obrigatório, podendo haver no máximo um deslocamento, em relação à linha dos pilares, de 10% do vão na direção do deslocamento (fig. 1.6);

b) os lados dos painéis formados pelos pilares tenham relação entre o vão maior e o menor, medidos de centro a centro dos pilares, não maior que 2;

c) exista uma continuidade, com pelo menos dois painéis em cada direção; para o uso do método direto de cálculo à flexão, esse número passa a três;

d) existam balanços carregados com a mesma carga dos painéis, para uma melhor distribuição dos momentos; esse cuidado é ainda mais importante se não houver continuidade; os vãos dos balanços devem ser da ordem de 0,25 a 0,30 l , sendo l o vão interno do primeiro painel adjacente, na direção do vão do balanço [TAKEYA et alii (1985)];

e) os comprimentos dos sucessivos vãos em cada direção, medidos de centro a centro dos pilares, não difiram em mais que 1/3 do maior vão;

f) os vãos tenham dimensão em torno de 5 a 6 metros, pois vãos muito grandes ou muito pequenos podem tornar as lajes sem vigas anti-econômicas além de, no caso dos vãos maiores, os deslocamentos transversais poderem inviabilizar o sistema; no caso de concreto protendido os vãos chegam a 12 m, conforme o item 1.5.4.2;

g) que a relação entre o lado maior e o lado menor de pilares retangulares seja menor que 2; pilares circulares proporcionam ligações mais resistentes à punção.

As indicações a) b) c) e) são obrigatórias ao se usar o método direto de cálculo à flexão mas, mesmo que o cálculo seja efetuado por outro método, se forem respeitadas proporcionarão uma distribuição mais equilibrada de esforços, com conseqüente simplificação das armaduras e padronização das espessuras das lajes.

7.2.2. Métodos de cálculo

Os métodos de cálculo à flexão e punção das lajes sem vigas em concreto armado foram discutidos com detalhes nos capítulos 2 e 3.

No caso das lajes protendidas sem vigas os esforços de flexão podem ser determinados pelos mesmos métodos elásticos que se aplicam às lajes sem vigas de concreto armado, levando-se em conta a presença da protensão; o mais usado tem sido o dos pórticos equivalentes [ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1974, 1989), ACI 318-83, VASCONCELOS (1988)] que conduz a bons resultados com comprovação inclusive experimental [KOSUT et alii 1985]. O método direto não se aplica a essas lajes. Um interessante histórico do desenvolvimento das lajes sem vigas protendidas e dos métodos de cálculo é feito por NASSER (1959).

Nessas lajes também existe a possibilidade de ocorrer a punção na região do pilar. O problema é semelhante ao que ocorre com as lajes sem vigas de concreto armado, inclusive quanto à superfície de ruptura, e a NBR 7197/82 estabelece que a verificação da resistência à punção deve obedecer o que prescreve a NBR 6118/80. Embora seja claro que as forças inclinadas nos cabos contribuem, com suas componentes verticais, na redução das tensões de cisalhamento na região crítica, não se tem uma maneira definitiva de avaliar a influência da protensão na carga última de ruína. O ACI 318-83 considera essa influência, mas limita as tensões últimas de cisalhamento aos mesmos valores dados para as lajes de concreto armado. A NBR 7197/82 também admite essa influência favorável, mas não indica como ela deve ser considerada. Em função do estado atual das pesquisas, com poucos dados disponíveis [CARVALHO et alii (1982)], projetistas aconselham desprezar a contribuição da protensão por medida de segurança. Desse modo devem ser utilizados os métodos de verificação à punção para lajes de concreto armado; SCORDELIS et alii (1958) verificaram que as expressões propostas por ELSTNER e HOGNESTAD (1956), apresentadas no item 3.4.2.1, e WHITNEY (1957) são suficientemente adequadas para lajes protendidas.

7.2.3. Espessura das lajes

A NBR 6118/80 no item 6.1.1.1 recomenda que as lajes--cogumelo (lajes sem vigas) — de piso, ou em balanço, ou ainda, destinadas à passagem de veículos — quando calculadas como pórticos múltiplos, tenham no mínimo 15 cm de espessura, e as de cobertura não em balanços, 12 cm. O Código Modelo CEB—FIP de 1978 também recomenda espessura no mínimo igual a 15 cm.

Com vistas à limitação das flechas, TAKEYA et alii (1985) apresentam um método prático, desenvolvido a partir de diversas observações feitas em edifícios com estrutura de lajes sem vigas; para a estimativa da espessura das lajes com vãos até 6,0 metros em edifícios de uso residencial, hospitalar ou comercial, pode-se usar a expressão

$$d \geq \frac{\sqrt{l_x \cdot l_y}}{k_1}$$

onde:

- d — altura útil média recomendada para a laje;
- l_x e l_y — distância entre eixos dos pilares nas duas direções, em metros;
- k_1 — constante que depende da vinculação dos painéis de lajes, conforme a figura 7.1, com valores dados na tabela 7.1.

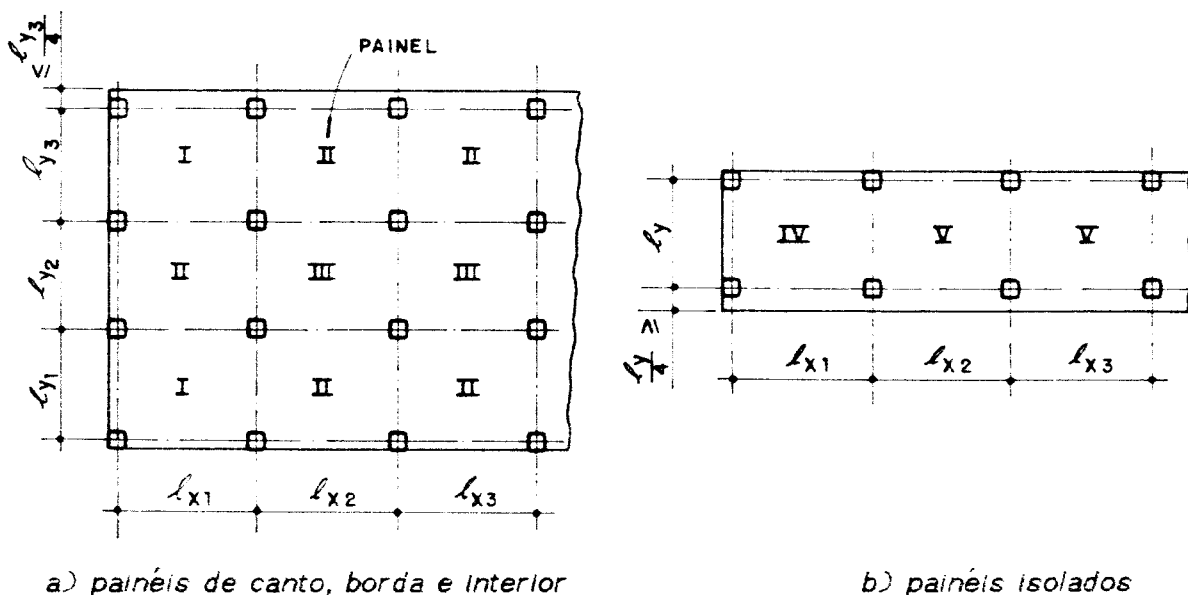


FIGURA 7.1. Vinculação dos painéis de lajes para determinação de k_1 [TAKEYA et alii (1985)]

TABELA 7.1. Valores de k_1 , em função do tipo de vinculação dos painéis de laje

| Posição do Pannel | k_1 |
|-------------------|----------------------|
| Canto (I) | 33 |
| Borda (II) | 37 |
| Interno (III) | 40 |
| Isolado (IV) | 28 se $l_y < l_x$ |
| | 26 se $l_y \geq l_x$ |
| Isolado (V) | 31 se $l_y < l_x$ |
| | 29 se $l_y \geq l_x$ |

Se um painel possuir uma lateral em balanço, cujo vão seja no mínimo um quarto do vão do painel na mesma direção, pode-se considerar esse lado do painel como interno, desde que as cargas permanentes que atuam no balanço sejam iguais ou maiores que as atuantes no pavimento. A esta estimativa da espessura das lajes pode-se adicionar aquelas apresentadas pelo ACI 318-83 e a primeira versão (1988) do CEB-FIP de 1990, constantes do capítulo quatro deste trabalho.

No que se refere às lajes protendidas sem vigas, a relação vão/espessura para lajes contínuas com dois ou mais vãos deve estar entre 40 e 48 para um controle adequado dos deslocamentos [ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1974, 1989), BROTHIE (1980)]. A NBR 7197/82, que dedica um item exclusivo às lajes protendidas sem vigas, determina que essa relação não deve ser superior a 60, e que a espessura das lajes não deve ser inferior a 16 cm.

7.2.4. Limitação dos deslocamentos transversais

Para um pavimento de lajes sem vigas, deve-se verificar o deslocamento transversal na linha dos pilares e no centro de cada painel. Para a verificação no centro dos painéis toma-se como "vão de referência" a menor diagonal entre seus cantos. As flechas não deverão ultrapassar os limites dados no item 4.2.3.1c da NBR 6118/80. Recomenda-se, porém, que ao se usar alvenarias de blocos de concreto o limite seja mais rigoroso, não se permitindo flechas superiores a 1/400 do "vão de referência" quando todas as ações estiverem atuando, pois observou-se que essas paredes apresentavam mais fissuras que as de tijolos cerâmicos, para lajes de mesma esbeltez [TAKEYA et alii (1985)].

7.2.5. Aberturas nas lajes

As aberturas em lajes dão lugar a concentração de esforços que podem ser prejudiciais, principalmente nos sistemas sem vigas. Entretanto essas aberturas são com frequência necessárias por razões funcionais de comunicação entre os distintos pavimentos do edifício, ou para passagem de instalações prediais.

Nos anexos 1, 2 e 3 mostram-se as recomendações do CEB-FIP 1978, NBR 6118/80 e ACI 318-83, respectivamente, a respeito do problema da punção em lajes sem vigas e, em particular, sobre aberturas nas lajes quando se localizam próximas das áreas carregadas ou apoios, que são as zonas submetidas às solicitações mais importantes, e das bordas livres.

O ACI 318-83, no seu item 13.5, agora com vistas aos esforços de flexão, indica ainda que:

— na interseção de duas faixas centrais podem se localizar aberturas de qualquer tamanho, desde que a quantidade de armadura de flexão requerida para o painel sem abertura seja mantida (fig. 7.2);

— na área de interseção de duas faixas de pilares, não mais que $1/8$ da largura da faixa pode ser interrompida por aberturas na direção correspondente (fig. 7.2); uma quantidade de armadura de flexão, igual àquela interrompida pela abertura, deve ser adicionada nos lados da abertura;

— na área comum a uma faixa de pilares e a uma faixa central, não mais que $1/4$ da armadura de flexão pode ser interrompida por aberturas na direção correspondente (fig. 7.2); a quantidade de armadura que for interrompida pela abertura deve ser adicionada nos lados da mesma.

A NBR 6118/80 no item 6.2.1 c recomenda que no caso de não se verificar o efeito das aberturas na resistência e deformação, seja observado o seguinte:

— a dimensão das aberturas, normais ao plano médio de lajes armadas em cruz, não deve ultrapassar $1/10$ do menor vão, em cada direção da armadura (fig. 7.3);

— não deve haver entre duas aberturas distância inferior a $1/2$ do vão (fig. 7.3);

— entre uma borda livre e a abertura a distância não deve ser menor que $1/4$ do vão (fig. 7.3).

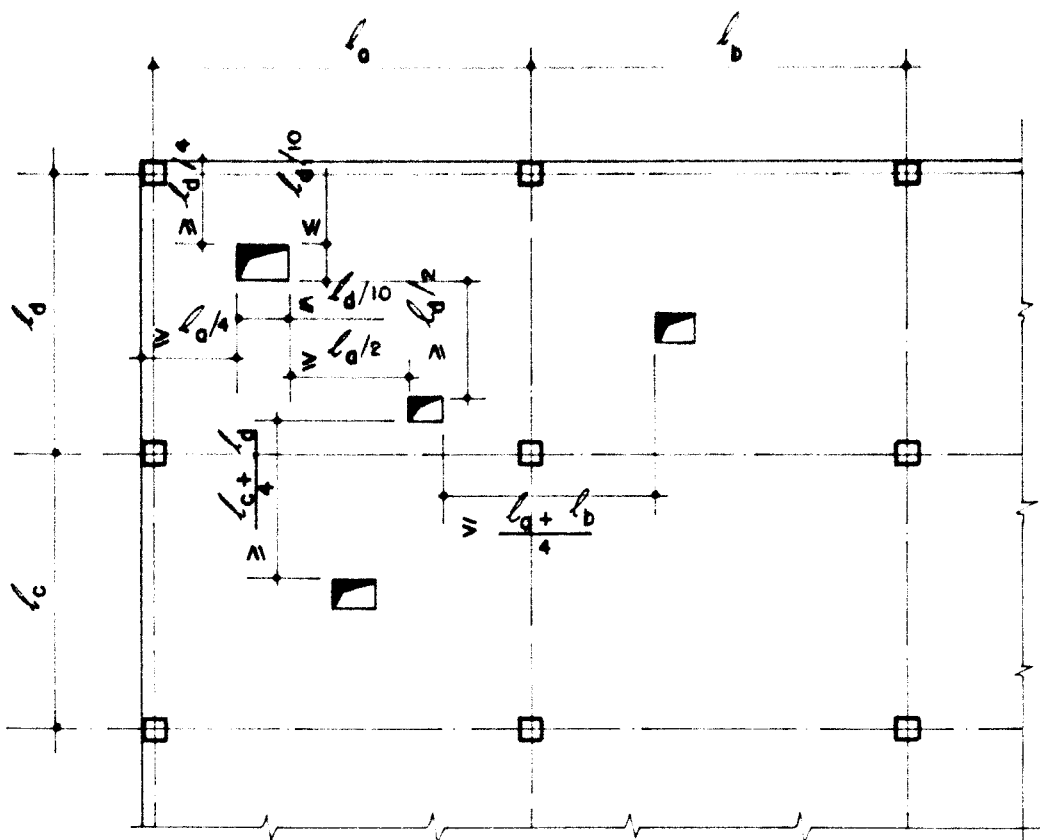


FIGURA 7.3. Aberturas nas lajes segundo a NBR 6118/80

7.2.6. Detalhamento das armaduras

7.2.6.1. Armadura de flexão

a) Cobrimento

Recomendam-se os cobrimentos mínimos constantes no item 6.3.3.1 da NBR 6118/80.

É importante que seja claramente especificado no projeto em que camada se encontra cada barra da armadura; no caso de pavimentos regulares (pilares alinhados e vãos de mesma ordem de grandeza), pode-se dispor as barras correspondentes à direção dos esforços maiores nas camadas mais externas, e as restantes (direção ortogonal às anteriores) nas camadas mais internas.

b) Diâmetro das barras

O diâmetro das barras das armaduras principais não deve ser superior a um décimo da espessura da placa — $\phi \leq h/10$ — segundo o item 6.3.1.1 da NBR 6118/80.

Para que as barras não sejam amassadas durante a concretagem, TAKEYA et alii (1985) recomendam que se utilize para a armadura negativa bitola mínima de 10 mm.

c) Seção transversal das armaduras

As armaduras positivas e negativas na direção menos solicitada em cada painel, segundo MONTOYA et alii (1976), deverão ter seções não inferiores à quarta parte das armaduras correspondentes na direção mais solicitada.

d) Armadura mínima

Deve ser colocada na face inferior da laje armadura mínima (cm^2/m) de acordo com o item 6.3.1 da NBR 6118/80, sendo h em centímetros:

- 0,25h para CA-50 e CA-32;
- 0,15h para CA-40, CA-50 e CA-60.

Na face superior deve-se atender a esse limite nas regiões de momentos negativos.

e) Espaçamento máximo entre as barras das armaduras

No caso de lajes maciças sem vigas, MONTOYA et alii (1976) e TAKEYA et alii (1985) recomendam que o espaçamento máximo entre barras da armadura principal não deve ser superior a:

- 1,5 vezes a altura útil d da laje;
- 20 cm para barras lisas;
- 15 cm para barras corrugadas.

As armaduras positivas das faixas centrais e das faixas dos pilares, deverão ser distribuídas uniformemente na largura da faixa.

Nas faixas dos pilares, nas zonas de momentos negativos, aconselha-se que uma parte da armadura ($\approx 60\%$) seja distribuída uniformemente em toda a faixa, e a

restante, quando possível, seja distribuída na região correspondente ao pilar mais duas vezes a altura útil de cada lado (fig. 7.4) [MONTROYA et alii (1976)].

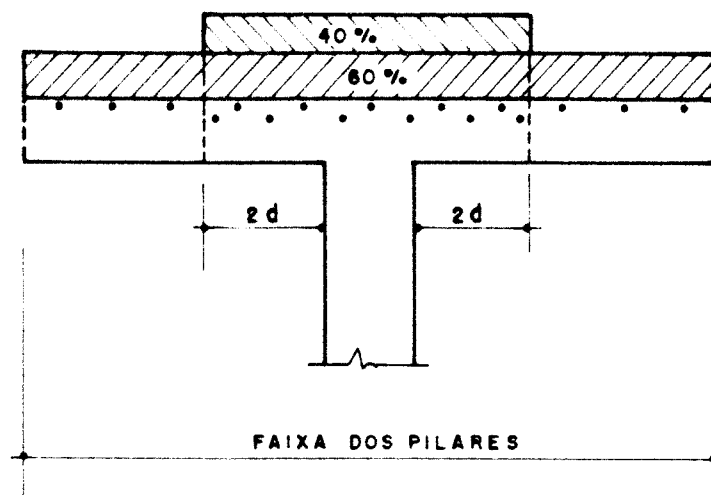


FIGURA 7.4. Distribuição da armadura negativa na faixa dos pilares

O espaçamento das barras da armadura de distribuição (armadura mínima) não deve ser maior que 33 cm, embora dificilmente ocorrerão casos onde somente essa armadura seja necessária.

f) Disposição das armaduras

Os comprimentos mínimos das barras das armaduras, assim como a sua disposição construtiva estão esquematizados na figura 7.5; na direção y vale o mesmo que para a direção x .

7.2.6.2. Armadura de cisalhamento

As recomendações a respeito das armaduras de cisalhamento encontram-se detalhadas no capítulo 3. Nos itens iniciais daquele capítulo explica-se o fenômeno da punção, os parâmetros envolvidos e os métodos de verificação, e no item 3.5 discorre-se especificamente sobre as armaduras transversais (cisalhamento), onde é aconselhado o uso de estribos verticais, que aumentam a resistência e a ductilidade da ligação, ao contrário das barras dobradas, que apenas, e em alguns casos, aumentam a resistência.

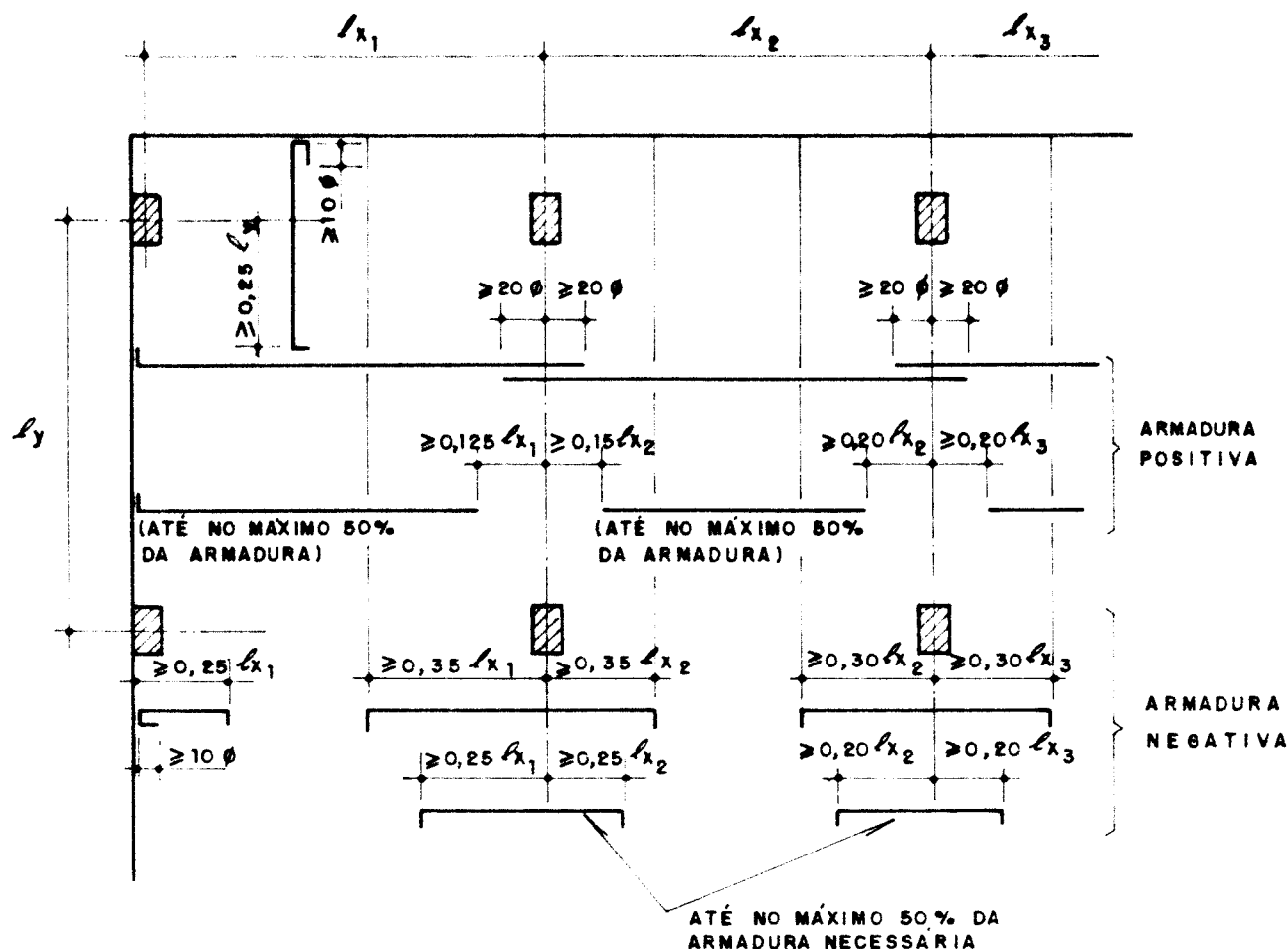


FIGURA 7.5. Comprimentos mínimos e disposição das armaduras, TAKEYA et alii (1985)

TAKEYA et alii (1985) indicam que as ligações laje-pilar sejam sempre armadas transversalmente, mesmo quando não for necessário em termos de resistência, pois essa armadura provoca segurança adicional, evitando o rompimento do concreto ao longo das barras na face superior da laje na região do pilar e, principalmente, evitando ruptura brusca; também a resistência às ações laterais fica melhorada.

Os trabalhos experimentais de MARTINELLI (1974) e TAKEYA (1983) revelaram que a armadura de cisalhamento deve ser distribuída uniformemente na região da ligação; de uma maneira prática, a partir das superfícies de ruptura observadas nesses ensaios, TAKEYA et alii (1985) apontam que é boa providência dispô-la nas porções A' e A'' das regiões críticas da figura 7.6, com valores não inferiores aos indicados a seguir para pilares de centro, borda e canto, onde h é a espessura da

leje, c_1 e c_2 as dimensões do pilar, A a área total aproximada da "região crítica" e A_{st} a área total da armadura de cisalhamento a ser colocada em A' ou A'' :

— pilares de centro: $A = (3,4h + c_1)(3,4h + c_2) - c_1c_2$

$c_1 \leq 3c_2 \rightarrow A_{st} = 0,01A$ em A'

$c_1 > 3c_2 \rightarrow \begin{cases} A_{st} = 0,0075A & \text{em } A' \\ A_{st} = 0,0025A & \text{em } A'' \end{cases}$

— pilares de borda: $A = (1,7h + c_1)(3,4h + c_2) - c_1c_2$

$A_{st} = 0,015A$ em A'

$A_{st} = 0,005A$ em A''

— pilares de canto: $A = (1,7h + c_1)(1,7h + c_2) - c_1c_2$

$A_{st} = 0,015A$ em A'

$A_{st} = 0,005A$ em A''

Algumas outras recomendações, referentes principalmente aos estribos verticais são relacionadas a seguir:

a) as armaduras de cisalhamento não devem interferir na colocação e posicionamento das armaduras de flexão e dos pilares;

b) devem ser adequadamente ancoradas nas extremidades;

c) estribos simples, com ganchos nas duas extremidades, podem ser ancorados nas barras de flexão da face superior e no prolongamento dos ganchos dessas mesmas barras de flexão na face inferior, no caso de pilares de bordas e cantos; nos pilares centrais pode-se dispor, na face inferior, uma tela adicional de barras para esse fim;

d) a resistência deve ser verificada em todo o plano adjacente ao pilar onde as tensões de cisalhamento excedam a tensão resistente de cisalhamento nominal do concreto;

e) os complementos do CEB—FIP 1978 indicam que os estribos devem ser colocados a uma distância menor que $0,5d$ das faces do pilar, e espaçados no máximo de $0,75d$ (fig. 3.8); os diâmetros devem ser pequenos, não maiores que $h/20$.

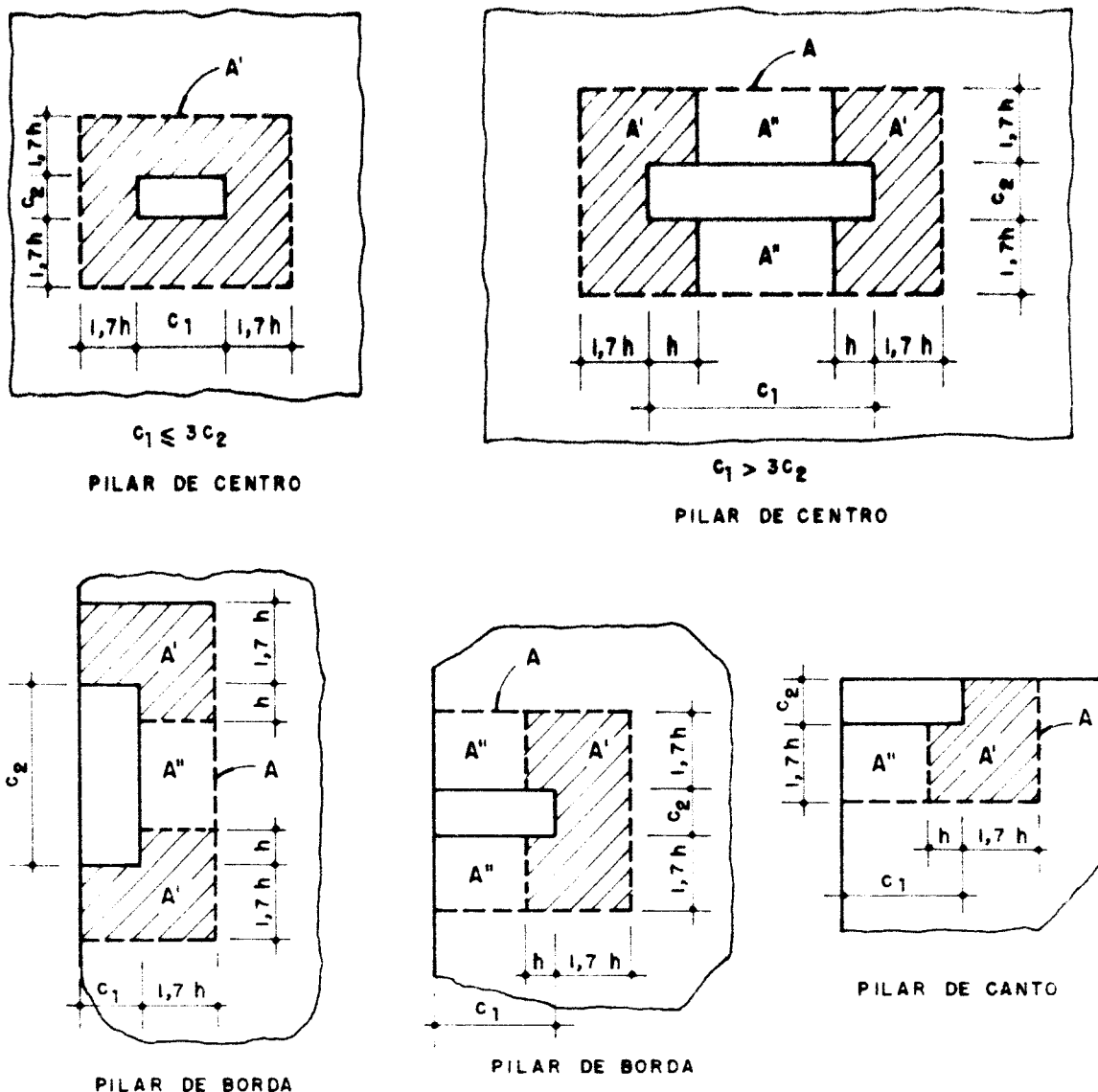


FIGURA 7.6. Regiões de distribuição da armadura transversal [TAKEYA et alii (1985)]

Finalmente, deve-se armar à torção as bordas das lajes sem vigas junto aos pilares, em função da forte fissuração por torção observada nos ensaios realizados na EESC-USP por TAKEYA (1983). FERGUSON (1973) considera que as tensões de cisalhamento devidas à torção, causadas pelo momento atuante na ligação da laje com o pilar, nas bordas de painéis externos sem vigas e sem balanços é um problema desse sistema estrutural, e nesses casos ele também recomenda que se coloque na borda da laje, a partir da face do apoio, uma armadura de torção constituída de estribos verticais fechados, e apresenta um exemplo de cálculo. Uma sequência de cálculo de uma laje sem vigas, para um caso simples, onde também há um exemplo de determinação da armadura de torção, pode ser encontrado em CASTELO BRANCO (1989).

7.3. Recomendações construtivas

Neste item estão as recomendações construtivas mais importantes que devem ser observadas na execução das lajes sem vigas. Muitas delas são as usuais para as estruturas convencionais em concreto armado, e outras são específicas; encontram-se na NBR 6118/80, nos capítulos 9, 10, 13 e 14 (alguns itens da norma são aqui simplesmente transcritos), e no trabalho de TAKEYA et alii (1985).

7.3.1. Execução das canalizações

As canalizações nas lajes devem ser posicionadas distantes do perímetro da área carregada ou do final da armadura de cisalhamento, de um valor igual a duas vezes ou mais a altura útil, para que não afetem a resistência ao cisalhamento [ACI-ASCE COMMITTEE 426 (1974)].

7.3.2. Execução das fôrmas, escoramentos e desformas

As fôrmas e os escoramentos deverão ser dimensionados e construídos obedecendo às prescrições das normas brasileiras NBR 7190 e NBR 8800, respectivamente para estruturas de madeira e estruturas metálicas.

7.3.2.1. Fôrmas

As fôrmas para lajes sem vigas são as mesmas das estruturas convencionais, diferindo apenas pela maior simplicidade nas operações envolvidas. Elas deverão ser dimensionadas de modo que não sofram deformações prejudiciais, quer sob a ação dos fatores ambientes, quer sob a carga (essas lajes têm espessura aproximadamente 50% maior que a das estruturas convencionais).

7.3.2.2. Escoramento

As prescrições deste item, que se aplicam também aos sistemas convencionais,

são as do capítulo 9 da NBR 6118/80:

a) o escoramento deverá ser projetado de modo a não sofrer, sob a ação do seu peso, do peso da estrutura e das cargas acidentais que possam atuar durante a execução da obra, deformações prejudiciais à forma da estrutura ou que possam causar esforços no concreto na fase de endurecimento;

b) não se admitem pontaletes de madeira com diâmetro ou menor lado da seção retangular inferior a 5 cm, para as madeiras duras, e 7 cm para madeiras moles;

c) os pontaletes com mais de 3 m de comprimento deverão ser contraventados, salvo se ficar demonstrado que essa medida não é necessária para evitar a flambagem;

d) deve-se tomar as precauções necessárias para evitar recalques prejudiciais dos pontaletes, principalmente quando eles se apoiam no solo;

e) cada pontalete de madeira só poderá ter uma emenda, a qual não deverá ser feita no terço médio do seu comprimento; os topos das duas peças a emendar devem ser planos e normais ao eixo comum, e é necessário pregar cobrejuntas em toda a volta das emendas.

7.3.2.3. Desformas

A retirada das fôrmas e do escoramento só poderá ser feita quando o concreto se achar suficientemente endurecido para resistir às ações que sobre ele atuarem e não conduzir a deformações inaceitáveis, tendo em vista o baixo valor de E_c e a maior probabilidade de grande deformação lenta quando o concreto é solicitado com pouca idade.

Atendida essa recomendação, aconselha-se ainda que a desforma da laje aconteça no mínimo após 5 dias, mantendo-se a "re-escora" durante pelo menos 21 dias, a qual não deverá ser retirada antes da concretagem do pavimento seguinte. As fôrmas devem ser projetadas de tal modo que possam ser retiradas por etapas, sem a remoção de todas as escoras simultaneamente.

Para que se possa fazer a retirada das fôrmas sem choques, o escoramento deverá ser apoiado sobre cunhas, caixas de areia ou outros dispositivos apropriados a esse fim.

7.3.3. Execução das armaduras

Não poderão ser empregados aços de qualidades diferentes das especificadas no projeto, sem aprovação prévia do projetista, e quando isso acontecer deve-se ter cuidado dobrado. É fundamental que o posicionamento das barras esteja de acordo com o projeto estrutural, e recomenda-se cautela especial para o posicionamento das barras nas camadas especificadas no projeto. A armadura deverá ser colocada no interior das fôrmas de modo que, durante o lançamento do concreto:

— a armadura negativa se mantenha na posição correta e não sofra amassamento, mantendo-se inalterados os cobrimentos exigidos;

— os espaçamentos especificados entre as barras de flexão sejam obedecidos;

— as distâncias entre as barras da armadura positiva e a face interna das fôrmas devem ser mantidas fixas, para que os cobrimentos estabelecidos sejam respeitados.

7.3.4. Execução da concretagem

Executar a concretagem de sistemas de lajes sem vigas é tarefa bem mais simples e rápida que nos sistemas tradicionais; mesmo assim, cuidados devem ser tomados junto aos pilares, onde a densidade de armadura é bastante grande, o que pode acarretar problemas de adensamento, com o aparecimento de falhas justamente em uma região de esforços importantes.

7.3.5. Juntas de concretagem

Quando o lançamento do concreto for interrompido, formando então uma junta de concretagem, deverão ser tomadas as precauções necessárias para garantir, ao reiniciar-se o lançamento, a suficiente ligação do concreto já endurecido com o novo trecho, devendo ser removida a nata e feita a limpeza da superfície da junta, que deverá estar úmida.

As juntas deverão ser localizadas onde forem menores os esforços e, no caso das lajes sem vigas, recomenda-se que a junta nunca se localize a uma distância

inferior a $0,22l$ do apoio, sendo l o vão do painel em questão (fig. 7.7), e deverá ter sua superfície inclinada de 45° em relação ao plano da laje.

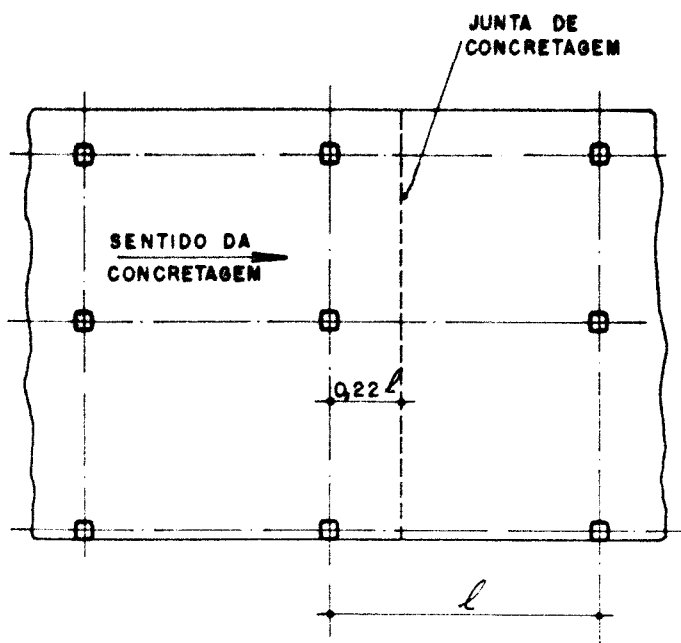


FIGURA 7.7. Posição correta da junta de concretagem [TAKEYA et alii (1985)]

7.4. Considerações finais

Com o presente trabalho espera-se ter contribuído, ainda que de forma modesta, à melhor compreensão dos benefícios e problemas que apresentam os sistemas de lajes sem vigas, principalmente em relação aos convencionais, de modo que passem a ser vistos como um sistema com amplas possibilidades de uso, contanto que certos cuidados sejam observados.

Não se teve a intenção de analisar e aprofundar todas as possibilidades de uso e técnicas de cálculo dos diversos fatores que afetam os sistemas sem vigas; o que se pretendia, e se espera ter conseguido, era dar uma idéia geral sobre o comportamento desse sistema, mostrando que é possível utilizá-lo com técnicas correntes de cálculo e execução.

Pode-se dizer que o intuito fundamental não foi apresentar somente soluções, mas também levantar dúvidas, que gerem buscas de novas ferramentas para o cálculo

e execução dos sistemas sem vigas; isso é importante porque como eles são sistemas bastante versáteis e se aplicam, em muitos casos com vantagens, a edifícios comerciais, escolares, hospitalares, creches, postos de saúde e até mesmo habitacionais (desde que os vãos permitam um aproveitamento racional do sistema), podem vir a ser cada vez mais utilizados. A partir dos temas enfocados no trabalho observou-se que alguns aspectos merecem mais estudos, que serão a seguir brevemente comentados.

a) Flexão

O cálculo à flexão pelos métodos de analogia de grelha e dos elementos finitos, ou mesmo por outros para cálculo de placas, deve levar em conta o engastamento parcial da laje com os pilares de extremidade.

Como continuidade de pesquisas no assunto sugere-se considerar nesses métodos de cálculo a não linearidade do material, de modo a avaliar adequadamente os efeitos da fissuração, plastificação e deformação lenta.

b) Punção

A punção é um dos assuntos que mais tem sido objeto de preocupação de pesquisadores, mas mesmo assim o problema não está solucionado, e ainda é necessário investir em pesquisas nessa área. Algumas possibilidades interessantes de estudo, que embora não solucionem o problema podem ajudar a esclarecer alguns tópicos são:

— ensaios de modelos com variação da excentricidade da carga e com elevada resistência da laje à flexão, de modo que se consiga ruptura por punção para avaliar a influência do momento fletor na resistência ao cisalhamento da laje;

— realização de ensaios procurando avaliar de mais precisamente qual o limite da influência da armadura transversal na resistência ao cisalhamento da laje;

— busca de métodos de verificação mais confiáveis e não exageradamente conservadores; nesse sentido é interessante avaliar com mais precisão, a partir de resultados experimentais mais representativos, a associação do método de verificação para pilares internos da NBR 6118/80 com a consideração de pilares externos dos complementos do código modelo CEB—FIP 78.

c) Deslocamentos transversais

Esse assunto ainda merece bastante atenção, pois são muitos os fenômenos que interferem no problema, e percebeu-se uma grande variação nos valores dos deslocamentos calculados pelos vários métodos; é portanto necessário que os deslocamentos sejam avaliados com mais precisão; para isso sugere-se que os deslocamentos transversais sejam calculados pelos próprios métodos de cálculo à flexão, desde que nesses se considere a não linearidade do material. Para aferir a precisão dos métodos sugere-se:

— a realização de ensaios em painéis completos, com medidas de deslocamentos imediatos e ao longo do tempo;

— medidas de deslocamentos em edifícios executados com lajes sem vigas, durante a construção e na fase de utilização.

d) Ações laterais

Embora existam indicações para o cálculo do efeito das ações laterais nas lajes sem vigas, o mecanismo de transferência de esforços entre a laje e o pilar merece maiores estudos.

e) Custos

Como não há unanimidade em relação à real redução de custos que as lajes sem vigas proporcionam, é conveniente que se busque junto a construtoras índices de produtividade de mão-de-obra e de consumo de materiais, principalmente das fôrmas, para a obtenção de números mais representativos que sirvam de ponto de partida para uma avaliação razoável dos custos, em função apenas de alguns parâmetros iniciais, como por exemplo vãos, cargas e número de pavimentos.

Como continuidade, é objetivo do autor estudar algumas das questões em aberto relacionadas acima ou outras que futuramente surjam, seja individualmente, seja em orientação de trabalhos a respeito deste assunto, seja em grupos de pesquisa que porventura venham a se formar em função de interesse comum.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A CONSTRUÇÃO (1985). Novas propostas para o cálculo estrutural. *Revista A Construção*, n. 1948, 10-06-85, São Paulo.
- AALAMI, BIJAN (1972). Moment-rotation relation between column and slab. *ACI Journal*, 69 (5): 263-69.
- ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1974). Tentative recommendations for prestressed concrete flat plates. *ACI Journal*, 71 (2): 61-71.
- ACI-ASCE COMMITTEE 426 (1973). The shear strength of reinforced concrete members. *Journal of Structural Division, ASCE*, 99 (ST6): 1091-187.
- ACI-ASCE COMMITTEE 426 (1974). The shear strength of reinforced concrete members. *Journal of Structural Division, ASCE*, 100 (ST8): 1543-91.
- ACI-ASCE COMMITTEE 442 (1988). Abstract of: response of concrete buildings to lateral forces. *ACI Structural Journal*, 85 (4): 472-4.
- ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1989). Recommendations for concrete members prestressed with unbonded tendons. *ACI Structural Journal*, 86 (3): 301-18.
- ACI COMMITTEE 318 (1945). ACI Standard building regulations for reinforced concrete (ACI 318-41). *ACI Journal*, 41 (4): 559-619.
- ACI COMMITTEE 318 (1956). Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-56). *ACI Journal*, 52 (9): 913-986.
- ACI COMMITTEE 318 (1963). *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318-63). American Concrete Institute, Detroit. 144p.
- ACI COMMITTEE 435 (1966). Deflections of Reinforced Members. *ACI Journal*, 63 (6): 637-74.
- ACI COMMITTEE 318 (1971). *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318-71). American Concrete Institute, Detroit. 84p.
- ACI COMMITTEE 318 (1977). *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318-77). American Concrete Institute, Detroit. 102p.
- ACI COMMITTEE 318 (1983). *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318-83). American Concrete Institute, Detroit. 111p.
- ACI COMMITTEE 318 (1983). *Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete* (ACI 318R-83). American Concrete Institute, Detroit. 155p.

- ACI COMMITTEE 435 (1985). Observed deflections of reinforced concrete slab systems, and causes of large deflections. In: *Deflections of concrete structures*. ACI Publication SP-86. p. 15-61.
- ACI COMMITTEE 318 (1986). *Building code requirements for reinforced concrete* (ACI 318-83 — Revised 1986). American Concrete Institute, Detroit. 113p.
- ACI COMMITTEE ON REINFORCED CONCRETE AND BUILDING LAWS (1917). Proposed standard building regulations for the use of reinforced concrete. *Proceedings, ACI*, 13: 410-23.
- ACI COMMITTEE ON REINFORCED CONCRETE AND BUILDING LAWS (1920). Standard building regulations for the use of reinforced concrete. *Proceedings, ACI*, 16: 283-302.
- ALLEN, F. H. & DARVALL, P. (1977). Lateral load equivalent frame. *ACI Journal*, 74 (7): 294-99.
- ANDERSON, J. L. (1963). Punching of Concrete Slabs With Shear Reinforcement. *Kugl. Tekniska Högskolans Handlingar*, 212.
- BACH, C. & GRAF, O. (1915). Tests of square and rectangular reinforced concrete slabs supported on all sides (Versuche mit allseitig aufliegenden quadratischen und rechteckigen eisenbetonplatten). *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, Berlin, 30. 309p.
- BERNAERT, S. (1965). Le poinçonnement des planchers—dalles; état de la question. *Bulletin d'Information, CEB*, Paris, 50: 53-101.
- BERNAERT, S. & PUECH, C. (1966). Compte rendu des travaux du groupe "poinçonnement" et des propositions élaborées en vue d'un projet de recommandations. *Bulletin d'Information, CEB*, Paris, 57: 9-140.
- BLAKEY, F. A. (1961). Deformations of an experimental lightweight flat plate structure. *Civil Engineering Transactions, Sydney, CE3* (1): 18-22.
- BLAKEY, F. A. (1966). A review of some experimental studies of slab—column junctions. *Constructional Review, Sydney*, 39 (8): 17-24.
- BLUME, J. A.; NEWMARK, N. M.; CORNING, L. H. (1961). *Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions*. Portland Cement Association, Skokie, Illinois. 318p.
- BRANSON, D. E. (1963). Instantaneous and time—dependent deflections on simple and continuous reinforced concrete beams. Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, *HPR Report*, 7 (1): 1-78.
- BRANSON, D. E. (1968). Design procedures for computing deflections. *ACI Journal*, 65 (9): 730-42.
- BRAYTON, L. F. (1910). Methods for the computation of reinforced concrete flat slabs. *Engineering News*, 64 (8): 210-11.

- BROTCHIE, J. F. (1957). General method for analysis of flat slabs and plates. *ACI Journal*, 54 (1): 31-50.
- BROTCHIE, J. F. (1959). General elastic analysis of flat slabs and plates. *ACI Journal*, 56 (2): 127-52.
- BROTCHIE, J. F. (1961). Elastic-plastic analysis of transversely loaded plates. *Transactions, ASCE*, 126 (parte 1): 928-61.
- BROTCHIE, J. F. (1961). *On elastic-plastic behavior in flat plate structures*. Berkeley, University of California. (D. Eng. Thesis).
- BROTCHIE, J. F. (1980). Experimental studies of prestressed thin plate structures. *ACI Journal*, 77 (12): 87-95.
- BROTCHIE, J. F. & RUSSEL, J. J. (1964). Flat plate structures: I. Elastic plastic analysis. II. Direct Design for optimum criteria. *ACI Journal*, 61 (8): 959-96.
- BRUNELI, A. C. (1987). *Análise estrutural de edifícios sujeitos a carregamento horizontal, considerando a rigidez das lajes, com o método dos elementos finitos*. São Carlos, EESC—USP. 240p. (Dissertação de Mestrado).
- CARPENTER, J. E.; KAAR, P. H.; HANSON, N. W. (1970). Discussion of proposed revision of ACI 318—83 Building Code Requirements for Reinforced Concrete. *ACI Journal*, 68 (6): 696-7.
- CARVALHO, E. M. L.; MAIA, A. C. F.; CARNEIRO, F. L. L. B. (1982). Essais de poinçonnement de dalles précontraintes. In: CONGRES FIP/82, reference II—6. 21p.
- CASTELO BRANCO, A. F. V. (1989). *Contribuição para o projeto de lajes—cogumelo*. São Carlos, EESC—USP. 217p. (Dissertação de Mestrado).
- CEB-FIP (1978). Système international de réglementation technique unifiée des structures - Code-moèle CEB-FIP pour les structures en béton, v.II. *Bulletin d'Information, CEB*, (124/125-F).
- CEB-FIP MODEL CODE 1990 - First Predraft 1988 (1988). *Bulletin d'Information, CEB*, (190a/190b).
- COMPLEMENTS AU CODE—MODELE CEB—FIP 1978 (1980). *Bulletin d'Information, CEB*, (137).
- CORLEY, W. G. (1979). Shear in two—way slabs — ACI approach. *Bulletin d'Information, CEB*, (113): 177-91.
- CORLEY, W. G. & HAWKINS, N. M. (1968). Shearhead reinforcement for slabs. *ACI Journal*, 65 (10): 811-24.
- CORLEY, W. G. & JIRSA, J. O. (1970). Equivalent frame analysis for slab design. *ACI Journal*, 67 (11): 875-84.

- CORLEY, W. G.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1961). The equivalente-frame analysis for reinforced concrete slabs. *Civil Engineering Studies, Structural Research Series* (218). University of Illinois. 168p.
- CRISWELL, M. E. (1970). Strength and behavior of reinforced concrete slab-column connections subjected to static and dynamic loadings. *Technical report N-70-1, U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg*. 170p.
- DARVALL & ALLEN (1984). Lateral load effective width for flat plates with drop panels. *ACI Journal*, 81 (6): 613-17.
- DEWELL, H. T. & HAMMILL, H. B. (1938). Flat slabs and supporting columns in walls designed as indeterminate structural frames. *ACI Journal*, 34 (3): 321-43.
- DI STASIO, J. & VAN BUREN, M. P. (1960). Transfer of bending moment between flat plate floor and column. *ACI Journal*, 32 (3): 299-314.
- DILGER, W. H.; ELMASRI, M. Z.; GHALI, A. (1978). Flat plates with special shear reinforcement subjected to static and dynamic moment transfer. *ACI Journal*, 75 (10): 543-9.
- DILGER, W. H.; GHALI, A. (1981). Shear reinforcement for concrete slabs. *Journal of Structural Division, ASCE*, 107 (ST12): 2403-20.
- DIRIGENTE CONSTRUTOR (1987). Vigas são dispensáveis? Especialistas dizem que sim. v. XXIII (3), São Paulo, p. 22-4.
- ELIAS, Z. M. (1979). Sidesway analysis of flat plate structures. *ACI Journal*, 76 (3): 421-42.
- ELIAS, Z. M. (1983). Lateral stiffness of flat plate structures. *ACI Journal*, 80 (1): 50-4.
- ELIAS, Z. M. & GEORGIADIS, C. (1979). Flat slab analysis using equivalent beams. *ACI Journal*, 76 (10): 1063-78.
- EL-SHEIK, M. & CHEN, WAI-FAH (1988). Effects of fast construction rate on deflections of R. C. buildings. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 114 (10): 2225-38.
- ELSTNER, R. C. (1970). Tests of elastic models of flat plate and flat slab floor system. In: *Models for Concrete Structures*. ACI Publication SP-24. p. 289-320.
- ELSTNER, R. C. & HOGNESTAD, E. (1956). Shearing strength of reinforced concrete slabs. *ACI Journal*, 53 (1): 29-58.
- FERGUSON, PHIL M. (1973). *Reinforced Concrete Fundamentals*. 3. ed. John Wiley & Sons, Inc., New York. 750p.
- FIGUEIREDO FILHO, J. R. (1983). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes-cogumelo*. São Carlos, EESC-USP, Publicação EESC-USP, 073/83. 175p. (Dissertação de Mestrado).

- FRANZ, G. (1964). Remarques préliminaires sur les recherches concernant l'influence de l'armature d'effort tranchant sur la résistance des dalles planes dans la zone des appuis. *Bulletin d'Information, CEB*, (44): 219-27.
- FRANZ, G. (1965). Recherche en vue d'augmenter sécurité au poinçonnement des planchers—dalles au moyen d'étriers. *Bulletin d'Information, CEB*, (50): 131-8.
- GALAMBOS, T. V. & ELLINGWOOD, B. (1986). Serviceability limit states: deflection. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 112 (1): 67-84.
- GAMBLE, W. L.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1969). Tests of a two-way reinforced concrete floor slab. *Journal of Structural Division, ASCE*, 95 (ST6): 1073-96.
- GHALI, AMIN (1989). An efficient solution to punching of slabs. *Concrete International: Design & Construction*, 11 (6): 50-4.
- GHALI, A.; ELMASRI, M. Z.; DILGER, W. (1976). Punching of flat plates under static and dynamic horizontal forces. *ACI Journal*, 73 (10): 566-72.
- GOLI, H. B. & GESUND, H. (1982). Flexural strength of flat slabs at exterior columns. *Journal of Structural Division, ASCE*, 108 (ST11): 2479-95.
- GONÇALVES, R. M. (1986). *Estudo experimental da ruína de ligações laje—pilar em bordas de lajes—cogumelo com reforço transversal constituído de perfis metálicos*. São Carlos, EESC—USP. (Dissertação de Mestrado).
- GRAF, O. (1933). Tests of reinforced concrete slabs under concentrated load applied near one support (versuche über die widerstands fähigkeit von eisenbetonplatten unter konzentrierter last nahe einem auflager). *Deutscher Ausschuss für eisenbeton. Berlin*, (73). 28p.
- GRAHAM, C. J. & SCANLON, A. (1986). Long-time multipliers for estimating two-way slab deflections. *ACI Journal*, 83 (6): 899-908.
- GURALNICK, S. A. & LA FRAUGH, R. W. (1963). Laboratory study of a 45 - foot square flat plate structure. *ACI Journal*, 60 (9): 1107-85.
- HALAH, A. I. I. (1984). Estudo experimental da punção em cantos e bordas de lajes-cogumelo: casos 25 e 26. *Relatório CNPq*.
- HALL, A. S. & RANGAN, B. V. (1983). Moments in edge panels of flat plate floors. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 109 (11): 2638-50.
- HAMBLY, E. C. (1976). *Bridge deck behaviour*. Chapman and Hall, London. 272p.
- HANAI, J. B., et alii (1985). *Estudo comparativo de sistemas estruturais para construção de unidades básicas de saúde do programa metropolitano de saúde de São Paulo*. Relatório. 14p.
- HANSON, N. W. & HANSON, J. M. (1968). Shear and moment transfer between concrete slabs and columns. *Journal, PCA Research and Development Laboratories*, 10 (1): 2-16.

- HATCHER, D. S.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1961). *A study of tests on a flat plate and a flat slab*. Structural Research Series n. 217. Urbana, University of Illinois. 143p.
- HATCHER, D. S.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1965). Test of a reinforced concrete flat plate. *Journal of Structural Division, ASCE*, 91 (ST5): 205-31.
- HAWKINS, N. M. (1971). Shear and moment transfer between concrete flat plates and columns. *Progress Report, NSF Grant GK-16375*. Department of Civil Engineering, University of Washington.
- HAWKINS, N. M. (1974). Shear strength of slabs with moment transferred to columns. In: *Shear in Reinforced Concrete*. ACI Publication SP-42. p. 817-46.
- HAWKINS, N. M. (1974). Shear strength of slabs with shear reinforcement. In: *Shear in Reinforced Concrete*. ACI Publication SP-42. p. 785-816.
- HAWKINS, N. M. & MITCHELL, D. (1979). Progressive collapse of flat plate structures. *ACI Journal*, 76 (7): 775-808.
- HATCHER, D. S.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1969). Test of a reinforced concrete flat slab. *Journal of Structural Division, ASCE*, 95 (ST6): 1051-72.
- HEIMAN, J. L. (1974). A comparison of measured and calculated deflections of flexural members in four reinforced concrete buildings. In: *Deflections of Concrete Structures*. ACI Publication SP-43. 515-45.
- HEIMAN, J. L. & TAYLOR, P. J. (1972). Long-term deflections of a reinforced concrete flat plate. *Architectural Science Review, Sydney*, 15 (2): 25-9.
- HILLERBORG, A. (1975). Strip method of design. *Cement and Concrete Association*. London.
- HOGNESTAD, E. (1953). Yield-line theory for the ultimate flexural strength of reinforced concrete slabs. *ACI Journal*, 49 (7): 637-56.
- INGERSLEV, Aa. (1921). Om en elementar Beregningsmaade av Krydsarmered Plader. *Ingenioren*, 27. 507p.
- ISLAM, S. (1973). *Limit design of reinforced concrete slabs—openings and slab—column connections*. Christchurch, New Zealand, University of Canterbury. (PhD Thesis).
- ISLAM, S. & PARK, R. (1976). Tests on slab—column connections with shear and unbalanced flexure. *Journal of Structural Division, ASCE*, 102 (ST3): 549-68.
- JENKINS, B. R. (1974). Tests on a flat plate floor. *Civil Engineering Transactions, Barton*, CE16 (2): 164-7.
- JENKINS, R. A. S.; PLOWMAN, J. M.; HASELTINE, B. A. (1965). Investigation into the causes of the deflection of heated concrete floors, including shrinkage. *The Structural Engineer, London*, 43 (4): 105-17.

- JIRSA, J. O.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1966). Test of a flat slab reinforced with welded wire fabric. *Journal of Structural Division, ASCE*, 92 (ST3): 199-224.
- JIRSA, J. O.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1969). Pattern loadings on reinforced concrete floor slabs. *Journal of Structural Division, ASCE*, 95 (ST6): 1117-37.
- JOHANSEN, K. W. (1962). *Yield-line theory (english translation)*. Cement and Concrete Association. London. 181p.
- JOINT COMMITTEE (1913). Progress report of special committee on concrete and reinforced concrete. *Proceedings, ASCE*, 39 (part 1): 117-68.
- JOINT COMMITTEE ON CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE (1917). Final Report. *Proceedings, ACI*, 13: 509-66.
- JOINT COMMITTEE ON STANDARD SPECIFICATIONS FOR CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE (1925). Standard specifications for concrete and reinforced concrete. *Proceedings, ACI*, 21: 329-425.
- KEMP, K. O. & FERNANDO, J. S. (1979). Reinforced concrete slab design - a generalized strip method including concentrated loads and supports. In: CONFERENCE ON REINFORCED CONCRETE SLABS, University of Dundee.
- KHAN, F. R. & SBAROUNIS, J. A. (1964). Interaction of shear walls and frames. *Journal of Structural Division, ASCE*, 90 (ST3), part 1: 285-335.
- KINNUNEN, S. (1963). Punching of concrete slabs with two-way reinforcement. *Transactions of the Royal Institute of Technology*, Stockholm, Sweden, n. 198. 108p.
- KINNUNEN, S. & NYLANDER, H. (1960). Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Transactions of the Royal Institute of Technology*, Stockholm, Sweden, n. 158.
- KRIFANARAYANAN, K. M. & BRANSON, D. E. (1976). Short-time deflections of flat plates, flat slabs, and two-way slabs. *ACI Journal*, 73 (11): 686-90.
- LANGENDONCK, T. v. (1966). Remarques sur le calcul des dalles au poinçonnement. *Bulletin d'Information, CEB*, (57): 141-4.
- LANGOHR, H.; GHALI, A.; DILGER, W. H. (1976). Special shear reinforcement for concrete flat plates. *ACI Journal*, 73 (3): 141-6.
- LIBÓRIO, J. B. L. (1985). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas com pilares de seção retangular*. São Carlos, EESC-USP. (Dissertação de Mestrado).
- LIGHTFOOT, E. & SAWKO, F. (1959). Structural frame analysis by electronic computer: grid frameworks resolved by generalised slope deflection. *Engineering*, 187 (18-20).
- LIN, T. Y. (1963). *Design of prestressed concrete structures*. 2. ed. John Wiley & Sons, Inc., New York.

- LENSHOW, R. & SOZEN, M. A. (1967). A yield criterion for reinforced concrete slabs. *ACI Journal*, 64 (5): 266-73.
- LONG, A. E. (1967). *Punching failure of reinforced concrete slabs*. Belfast, The Queen's University of Belfast. (PhD Thesis).
- LONG, A. E. (1973). Punching failure of slabs—transfer of moment and shear. *Journal of Structural Division, ASCE*, 99 (ST4): 665-85.
- LONG, A. E. (1975). A two—phase approach to the prediction of the punching strength of slabs. *ACI Journal*, 72 (2): 37-45.
- LONG, A. E. & BOND, D. (1967). Punching failure of reinforced concrete slabs. *The Institution of Civil Engineers, Proceedings*, 37: 109-35.
- LONG, A. E. & KIRK, D. W. (1980). Lateral load stiffness of slab—column structures. In: *Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind and Earthquake Forces*. ACI Publication SP—63. p. 197-220.
- LORD, A. R. (1910). A test of a flat slab floor in a reinforced concrete building. *National Association of Cement Users (ACI)*, 7: 156-79.
- MARTINELLI, D. A. O. (1974). *Sobre a ruína das ligações laje—pilar nos cantos de lajes—cogumelo*. Publicação EESC—USP, 187. (Tese de Livre—Docência).
- MARTINELLI, D. A. O.; MONTANARI, I.; SAVASSI, W. (1986). *Placas elásticas*. Publicação EESC—USP, 026/86.
- MAST, P. E. (oct. 1970). Stresses in flat plates near columns. *ACI Journal*, 67 (10): 761-8.
- MAST, P. E. (nov. 1970). Plate stresses at column near the free edge. *ACI Journal*, 67 (11): 898-902.
- Mc MILLAN, A. B. (1910). A Comparison of methods of computing the strength of flat reinforced plates. *Engineering News*, 63 (13): 364-67.
- MEHARAIN, M. & AALAMI, B. (1974). Rotational stiffness of concrete slabs. *ACI Journal*, 71 (9): 429-35.
- MINGES, J. S. & WILD, D. S. (1957). Six stories of prestressed slabs erected by lift—slab method. *ACI Journal*, 53 (8): 751-68.
- MODOTTE, W. P. (1986). *Estudo experimental da ruína de ligações laje—pilar em bordas de lajes—cogumelo com carregamento assimétrico*. São Carlos, EESC—USP. (Dissertação de Mestrado).
- MOEHLE, J. P. (1988). Strength of slab—column edge connections. *ACI Structural Journal*, 85 (1): 89-98.
- MOEHLE, J. P. & DIEBOLD, J. W. (1985). Lateral load response of flat-plate frame. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 111 (10): 2149-64.

- MOE, J. (1961). Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. *Bulletin n. D47, Development Department, Portland Cement Association, Skokie*. 130 p.
- MOKHTAR; GHALI; DILGER. (1985). Stud shear reinforcement for flat concrete plates. *ACI Journal*, 82 (5): 676-83.
- MONTOYA, P. J.; MESSEGUER, A. G.; CABRE, F. M. (1976). *Hormigón Armado*. 8. ed. Editorial Gustavo Gili S/A, Barcelona. 2v.
- MORRISON, D. G.; HIRASAWA, I.; SOZEN, M. A. (1983). Lateral-load tests of R/C slab-column connections. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 109 (11): 2698-714.
- MURASHEV, V.; SIGALOV, E.; BAIKOV, V. (1971). *Design of reinforced concrete structures*. Mir Publishers, Moscow. 597p.
- NASSER, G. D. (1969). A look at prestressed flat plate design and construction. *Journal, Prestressed Concrete Institute*, 14 (6): 62-77.
- NBR 6118/80 (1980). *Projeto e execução de obras de concreto armado*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. 76p.
- NBR 6120/80 (1980). *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. 6p.
- NBR 7197/82 (1982). *Cálculo e execução de obras de concreto protendido*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. 22p.
- NETH, V. W.; PAIVA, H. A. R.; LONG, A. E. (1981). Behavior of models of a reinforced concrete flat plate edge-column connection. *ACI Journal*, 78 (4): 269-75.
- NEWMARK, N. M. (1962). Air force design manual: principles and practices for design of hardened structures. *Technical Documentary Report n. AFSWCTDR-62-138, Air Force Special Weapons Center, Kirtland Air Force Base, New Mexico*. 570p.
- NICHOLS, J. R. (1914). Statical limitations upon the steel requirement in reinforced concrete flat slab floors. *Transactions, ASCE*, 77: 1670-736.
- NILSON, A. A.; ARTHUR, A.; WALTERS, D. B. Jr. (1975). Deflection of two-way floor systems by the equivalent frame method. *ACI Journal*, 72 (5): 210-8.
- PAIVA, J. B. (1980). *Instabilidade de folhas planas com vinculações elásticas*. São Carlos, EESC-USP. (Dissertação de Mestrado).
- PARK, R. & SHAFIQU, I. (1976). Strength of slab-column connections with shear and unbalanced flexure. *Journal of Structural Division, ASCE*, 102 (ST9): 1879-1901.
- PECKNOLD, D. A. (1975). Slab effective width for equivalent frame analysis. *ACI Journal*, 72 (4): 135-7.

- BUCKETT, J. A. & GUTKOWSKI, R. M. (1986). Compound strip method for analysis of plate systems. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 112 (1): 121-38.
- RANGAN, B. V. (1976). Prediction on long-term deflections of flat plates and slabs. *ACI Journal*, 73 (4): 223-6.
- RANGAN, B. V. (1986). Estimation of slab deflections in flat plate buildings. *ACI Journal*, 83 (2): 269-73.
- RANGAN, B. V. & HALL, A. S. (1983). Moment and shear transfer between slab and edge column. *ACI Journal*, 80 (3): 183-91.
- RANGAN, B. V. & HALL, A. S. (1984). Moment redistribution in flat plate floors. *ACI Journal*, 81 (6): 613-7.
- RANGAN, B. V. & McMULLEN, A. E. (1978). A rational approach to the control of slab deflections. *ACI Journal*, 75 (6): 256-62.
- RANKIN, G. I. B. (1982). *Punching failure and compressive membrane action in reinforced concrete slabs*. Belfast, The Queen's University of Belfast. (PhD Thesis).
- RANKIN, G. I. B. & LONG, A. E. (apr. 1987). Predicting the punching strength of conventional slab-column specimens. *The Institution of Civil Engineers, Proceedings*, 82, part 1: 327-46.
- RANKIN, G. I. B. & LONG, A. E. (dec. 1987). Predicting the enhanced punching strength of interior slab-column connections. *The Institution of Civil Engineers, Proceedings*, 82, part 1: 1165-86.
- REGAN, P. E. (1980). Behaviour of reinforced concrete flat slabs. *Ciria Report 89*, Londres. 87p.
- REIMANN, H. (1964). Zur bemessung von dünnen plattendecken auf stützen ohne kopf gegen durchtanzen. Otto Graf Institut, Stuttgart. (Thèse de Doctorat).
- RICHART, F. E. (1948). Reinforced concrete wall and column footings. *ACI Journal*, 45: n. 2, pp. 97-127; n. 3, pp. 237-60.
- RICHART, F. E. & KLUGE, R. W. (1939). Tests of reinforced concrete slabs subjected to concentrated loads. *University of Illinois, Engineering Experiment Station, Bull. n. 314*. 75p.
- ROSENTHAL, I. (aug. 1959). Experimental investigation of flat plate floors. *ACI Journal*, 56: 153-66.
- RUSCH, H.; JUNGWIRTH, D.; HILSDORF, H. (1983). *Creep and shrinkage: their effects on behavior of concrete structures*. Springer-Verlag, New York.
- SBAROUNIS, J. A. (feb. 1984). Multistory flat plate buildings — construction loads and immediate deflections. *Concrete International: Design & Construction*, 6 (2): 70-7.

- SBAROUNIS, J. A. (apr. 1984). Multistory flat plate buildings: effect of construction loads on long-term deflections. *Concrete International: Design & Construction*, 6 (4): 62-70.
- SBAROUNIS, J. A. (aug. 1984). Multistory flat plate buildings — measured and computed one-year deflections. *Concrete International: Design & Construction*, 6 (8): 31-5.
- SCORDELIS, A. C.; LIN, T. Y.; ITAYA, R. (1959). Behavior of a continuous slab prestressed in two directions. *ACI Journal*, 56 (6), part 1: 441-59.
- SCORDELIS, A. C.; LIN, T. Y.; MAY, H. R. (1958). Shearing strength of prestressed lift slabs. *ACI Journal*, 55 (10): 485-506.
- SEIBLE, F.; GHALI, A.; DILGER, W. H. (1980). Preassembled shear reinforcing units for flat plates. *ACI Journal*, 77 (1): 28-35.
- SHTAERMAN, M. I. & IVIANSKI, A. M. (1960). *Entrepisos sin vigas*. Montevideo, Editora Interciência. 485p.
- SIMMONDS, S. H. (1970). Flat slabs supported on columns elongated in plan. *ACI Journal*, 67 (12): 967-75.
- SOZEN, M. A. & SIESS, C. P. (1963). Investigation of multi-panel reinforced concrete floor slabs: design methods - their evolution and comparison. *ACI Journal*, 60 (8): 999-1028.
- STAMENKOVIC, A. & CHAPMAN, J. C. (1974). Local strength at columns heads in flat slabs subjected to a combined vertical and horizontal loadings. *The Institution of Civil Engineers, Proceedings*, 57: 205-31.
- SWAMY, R. N. & ALI, S. A. R. (1982). Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete. *ACI Journal*, 79 (41): 392-406.
- TAKEYA, T. (1983). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo*. São Carlos, EESC-USP. (Dissertação de Mestrado).
- TAKEYA, T. et alii (1985). Recomendações para o projeto e a execução da estrutura em lajes-cogumelo pertencentes às UBS do plano metropolitano de saúde. *Relatório*. São Carlos, EESC-USP. 31p.
- TALBOT, A. N. (1913). Reinforced concrete wall footings and column footings. *University of Illinois, Engineering Experiment Station, Bull. n. 67*. 114p.
- TAYLOR, P. J. (1967). Effects of formwork stripping time on deflections of flat slabs and plates. *Australian Civil Engineering and Construction*, Melbourne, 8 (2): 31-5.
- TAYLOR, P. J. (1970). Initial and long-term deflections of a reinforced concrete flat plate structure. *Civil Engineering Transactions*, Sydney, CE12 (1): 14-20.

- TAYLOR, P. J. (1971). *The initial and long-term deflection of reinforced concrete flat slabs and plates*. Kensington, School of Civil Engineering, University of New South Wales. 179p. (ME Thesis).
- TAYLOR, P. J. & HEIMAN, J. L. (1977). Long-term deflection of reinforced concrete flat slabs and plates. *ACI Journal*, 74 (11): 556-61.
- TCPO 8 (1986). *Tabelas de composições de preços para orçamentos*. 8 ed. Editora Pini, São Paulo.
- THOMPSON, D. P. & SCANLON, A. (1988). Minimum thickness requirements for control of two-way slab deflections. *ACI Structural Journal*, 85 (1):12-22.
- TIMOSHENKO, S. & WOINOWSKY-KRIEGER, S. (1959). *Theory of plates and shells*. 2. ed. McGraw-Hill, New York.
- VANDERBILT, M. D. (1979). Frame analysis for lateral loads. *Journal of Structural Division, ASCE*, 105 (ST10): 1981-98.
- VANDERBILT, M. D. & CORLEY, W. G. (1983). Frame analysis of concrete buildings. *Concrete International: Design & Construction*, 5 (12): 33-43.
- VANDERBILT, M. D.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1969). Test of a modified reinforced concrete two-way slab. *Journal of Structural Division, ASCE*, 95 (ST6): 1097-1116.
- VASCONCELOS, A. C. (1988). A protensão em lajes de edifícios. In: *10 Anos de Simpatcon*. ed. Pini, São Paulo. p. 181-9.
- WALKER, P. R. & REGAN, P. E. (1987). Corner column-slab connections in concrete flat plates. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 113 (4): 704-20.
- WEBSTER, F. A. (1980). Reliability of multistory slab structures against progressive collapse during construction. *ACI Journal*, 77 (6): 449-57.
- WESTERGAARD, H. M. & SLATER, W. A. (1921). Moments and stresses in slabs. *ACI Journal*, 17: 415-538.
- WHEELER, W. H. (1936). Thin flat-slab floors prove rigid under test. *Engineering News-Record*, 116 (2): 49-50.
- WONG, Y. C. & COULL, A. (1980). Effective slab stiffness in flat plate structures. *The Institution of Civil Engineers, Proceedings*, 69, part 2: 721-35.
- WOOD, R. H. (1961). *Plastic and elastic design of slabs and plates*. Ronald Press Co., New York. p. 12-4.
- YITZHAKI, D. (1966). Punching strength of reinforced slabs. *ACI Journal*, 63 (5): 527-42.
- YU, WEI-WEI & WINTER, G. (1960). Instantaneous and long-time deflections of reinforced concrete beams under working loads. *ACI Journal*, 57 (1): 29-50.

- ZAGHLOOL, E. R. F. (1971). *Strength and behavior of corner and edge column-slab connections in reinforced concrete flat plates*. Alberta, University of Calgary. (PhD Thesis).
- ZAGHLOOL, E. R. F. & PAIVA, H. A. R. (1973). Tests of flat plate corner column-slab connections. *Journal of Structural Division, ASCE*, 99 (ST3): 551-72.

ANEXO 1

VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO -- CÓDIGO MODELO CEB - FIP DE 1978

As indicações para a verificação à punção segundo o Código Modelo são dadas no seu capítulo 13, aqui transcrito.

13 — ESTADO LIMITE DE RESISTÊNCIA AO PUNCIAMENTO

13.1 — Generalidades

O puncionamento pode ocorrer devido a uma carga ou a uma reação concentradas sobre uma pequena área (área carregada) de lajes ou sapatas. O capítulo se aplica às seguintes áreas carregadas:

- circulares, com diâmetro no máximo igual a 3,5d;
- retangulares, com perímetro máximo igual 11d e razão entre o lado maior e o lado menor não maior que 2;
- quaisquer, com as dimensões limites fixadas por analogia com as formas precedentes;
- não situadas na vizinhança de outras forças concentradas nem dentro de zonas sujeitas a esforços cortantes importantes de outras origens.

O estado limite último é caracterizado pela formação de um tronco de cone de puncionamento cuja diretriz é o contorno da área carregada e as geratrizes são inclinadas de 30° a 35° (45° em sapatas) em relação ao plano da laje (fig. 13.1).

Os esforços cortantes solicitantes e resistentes por unidade de comprimento do contorno da seção crítica definida em 13.2 devem satisfazer a condição

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (13.1)$$

com os valores determinados segundo os artigos 13.3 e 13.4. A equação (13.1) pode ser substituída, em muitos casos práticos, por

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (13.2)$$

sendo V a força cortante ao longo da seção crítica.

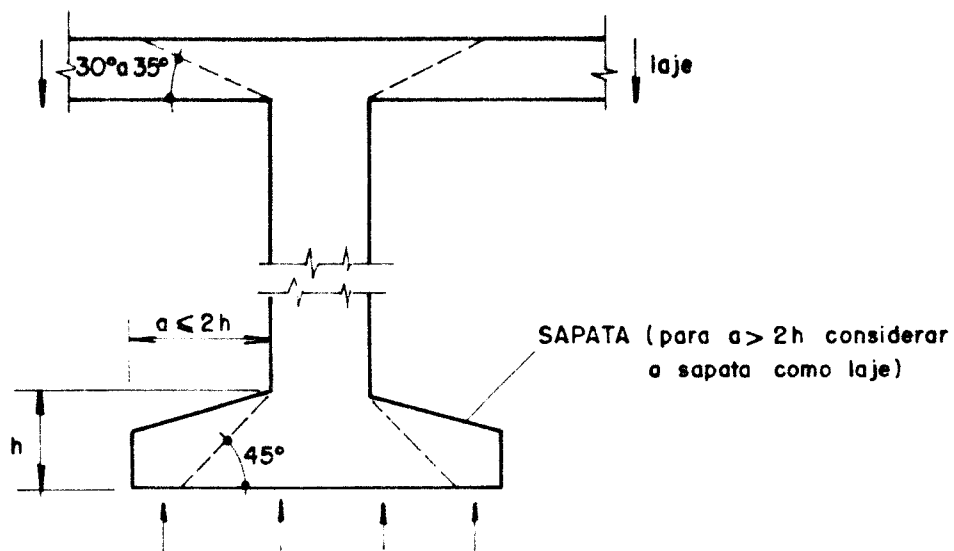


Figura 13.1 — Troncos de cones de punção

13.2 — Seção crítica

A seção crítica é perpendicular ao plano médio da laje, e se estende na altura útil d da laje. Seu contorno é definido como indicam os artigos abaixo.

13.2.1 — Área carregada afastada de aberturas ou de bordas livres

O contorno da seção crítica é o perímetro mínimo distante de um valor nunca inferior a $d/2$ da área carregada (fig. 13.2).

Se a área carregada é grande ou alongada, a seção crítica corresponde apenas à parte do contorno definido no artigo anterior (por exemplo, para uma área retangular, a seção crítica se estende apenas à vizinhança dos cantos — fig. 13.3). Para as outras partes da seção crítica faz-se a verificação como em vigas (capítulo 11 do código).

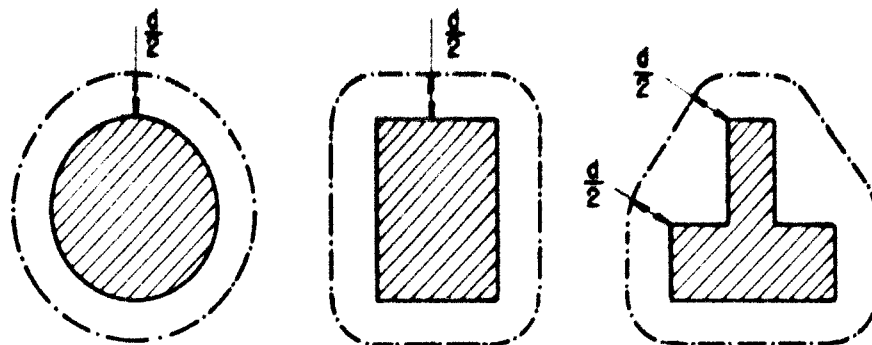


Figura 13.2 — Seções críticas distantes de uma borda livre

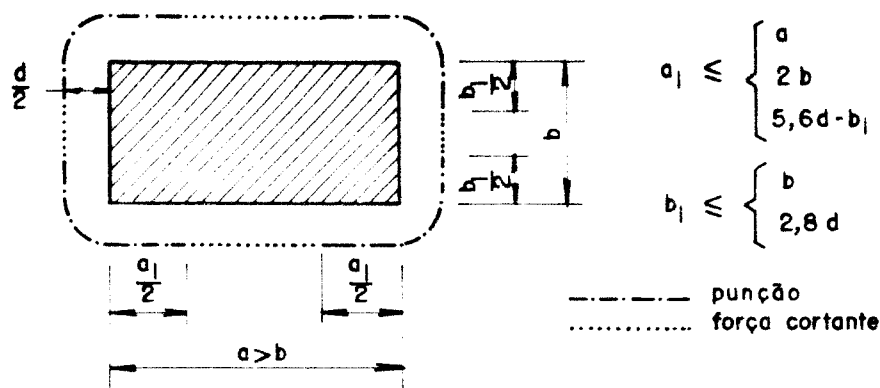


Figura 13.3 — Seção crítica para uma área alongada

13.2.2 — Área carregada próxima de uma abertura

Se a menor distância entre o contorno da área carregada e o da abertura é no máximo igual a $5d$, se deduz do contorno determinado segundo 13.2.1, a parte contida entre as duas tangentes ao contorno da abertura e que partem do centro de gravidade da área carregada (fig. 13.4).

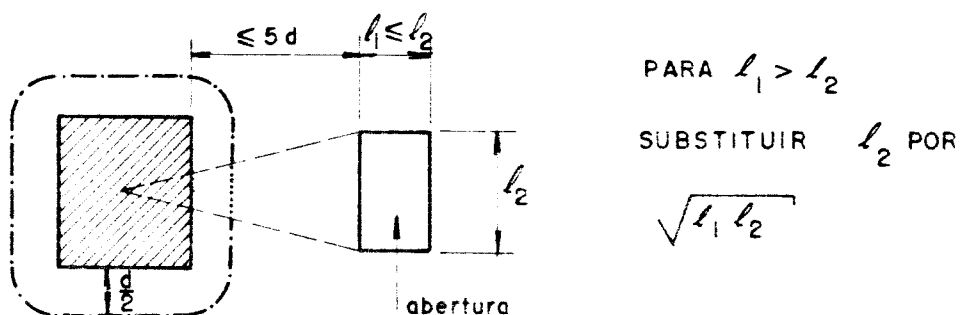


Figura 13.4 — Seção crítica na vizinhança de uma abertura

13.2.3 – Área carregada próxima de bordas livres

a) Na vizinhança de bordas livres, deve-se substituir certas partes do contorno definido em 13.2.1 por perpendiculares a essas bordas, se o contorno assim obtido (excluindo as bordas livres) for menor que o contorno que envolve totalmente a área carregada (fig. 13.5).

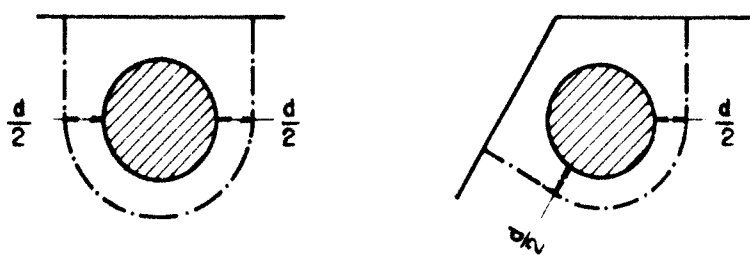


Figura 13.5 – Seções críticas na vizinhança de bordas livres (casos a e c)

b) Se a menor distância entre o contorno da área carregada e a borda livre é no máximo igual a $5d$, adotar como contorno crítico o mais desfavorável entre os dois seguintes:

- contorno determinado segundo o parágrafo a) precedente;
- contorno segundo o artigo 13.2.1, suprimindose a parte vizinha da borda livre delimitada por duas tangentes ao contorno e que formam um ângulo de 45° com a borda (fig. 13.6).

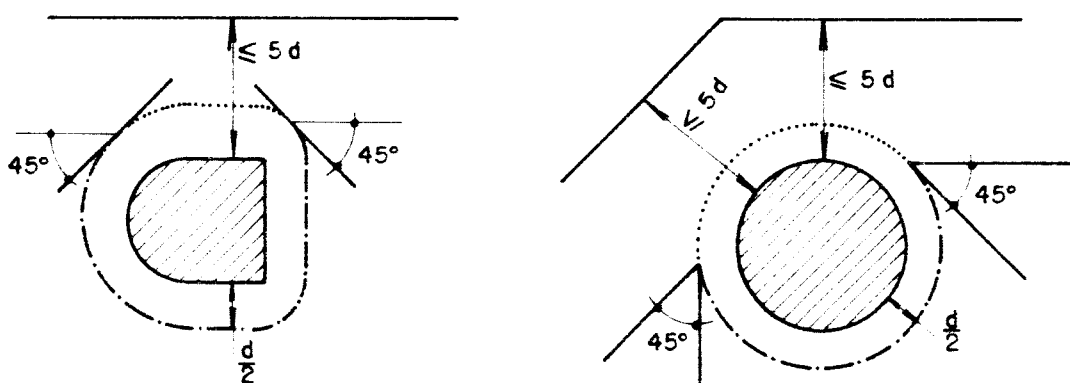


Figura 13.6 – Seções críticas na vizinhança de bordas livres (casos b e c)

c) Na vizinhança de cantos formados por duas bordas livres, o contorno da seção crítica é determinado segundo princípios análogos aos do parágrafo b) precedente.

13.3 – Solicitação atuante

No caso de carga ou reação centrada, a solicitação atuante por unidade de comprimento é dada por

$$v_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{u} \quad (13.3)$$

sendo:

V_{Sd} – resultante da força cortante ao longo do perímetro u no caso de lajes, e ao longo do perímetro da base maior do tronco do cone de punção no caso de sapatas;

u – perímetro da seção segundo o artigo 13.2.

No caso de carga excêntrica, v_{Sd} é determinada supondo distribuição plana das tensões tangenciais, podendo a solicitação atuante máxima $v_{Sd,máx}$ ser determinada por:

$$v_{Sd,máx} = \frac{V_{Sd}}{u} + \eta \frac{V_{Sd} \cdot |e|}{W} d \quad (13.4)$$

sendo:

e – excentricidade da carga ou reação em relação ao centro de gravidade da seção crítica;

W – módulo de resistência da seção crítica, correspondente à direção de e ;

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{b_2/b_1}} \quad (13.5)$$

onde b_1 e b_2 são os lados do retângulo circunscrito ao contorno u , com b_1 paralelo à direção da excentricidade e . A equação (13.4) não é válida para $b_2 \geq 0,7 b_1$.

Para os casos de áreas carregadas afastadas de bordas livres e de cantos, a equação (13.4) pode ser simplificada nos seguintes casos:

— áreas carregadas circulares:

$$v_{Sd,máx} = \frac{V_{Sd}}{u} \left(1 + \frac{2 \cdot |e|}{d + d_c} \right) \quad (13.6)$$

sendo d_c o diâmetro da área carregada;

— áreas carregadas retangulares:

$$v_{Sd,máx} = \frac{V_{Sd}}{u} \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x b_y}} \right) \quad (13.7)$$

sendo b_x e b_y as dimensões do contorno u medidas nas direções x e y paralelas aos lados da área carregada.

A equação (13.7) pode ser igualmente aplicada aos casos de áreas carregadas próximas a bordas livres e cantos se:

- a borda livre é paralela a uma das direções x ou y;
- as bordas do canto são paralelas às direções x e y.

Os Complementos do Código Modelo [COMPLEMENTS AU CODE—MODELE CEB—FIP 1978 (1980)] indicam uma maneira simplificada de verificação da punção no caso de pilares em bordas ou cantos de lajes, pois nesses casos a força cortante fica praticamente concentrada na face interior do pilar de borda ou no canto interior do pilar de canto. A simplificação consiste em admitir distribuição uniforme da força cortante no perímetro reduzido indicado na figura 13.7 (fig. 4.4 dos complementos).

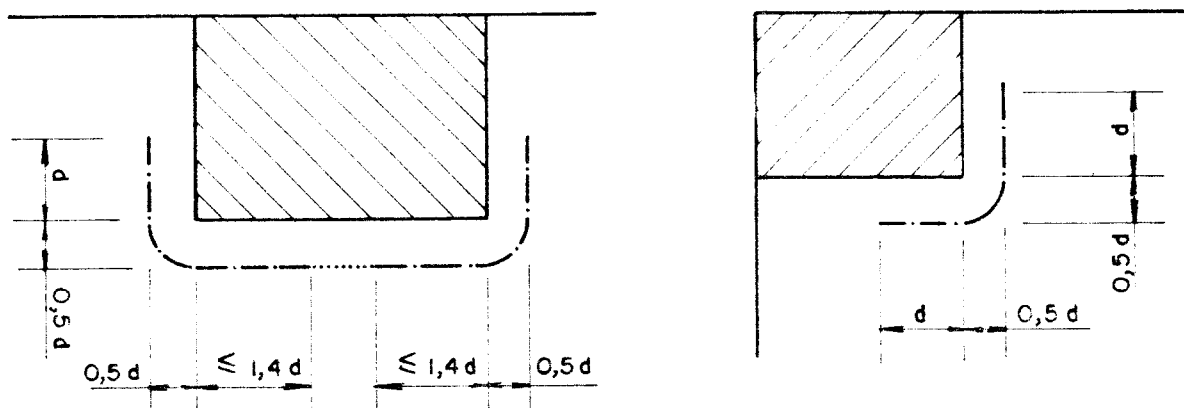


Figura 13.7 — Perímetros reduzidos para pilares de bordas e cantos

13.4 – Solicitação resistente

13.4.1 – Lajes ou sapatas sem armadura de punção

$$V_{Rd1} = 1,6 \tau_{Rd} \kappa (1 + 50 \rho_t) d \quad (13.8)$$

onde τ_{Rd} é dado na tabela seguinte em função de f_{ct} (τ_{Rd} e f_{ct} em MPa).

| | | | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| f_{ct} | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| τ_{Rd} | 0,18 | 0,22 | 0,26 | 0,30 | 0,34 | 0,38 | 0,42 | 0,46 | 0,50 |

e,

$$\kappa = (1,6 - d) \geq 1,0 \quad (\text{com } d \text{ em metros});$$

$$\rho_t = \sqrt{\rho_{tx} \cdot \rho_{ty}} \leq 0,008;$$

ρ_{tx} e ρ_{ty} – são as taxas geométricas das armaduras longitudinais paralelas às direções x e y;

$$d = \frac{1}{2}(d_x + d_y);$$

d_x e d_y – são as alturas úteis para as direções x e y.

13.4.2 – Lajes ou sapatas com armadura de punção

$$V_{Rd2} = 1,6 V_{Rd1} \quad (13.9)$$

A armadura de punção deve ser determinada de modo que a componente vertical da força equilibrada por essa armadura seja no mínimo igual a $0,75 V_{Rd2} \cdot u$, adotando como tensão no aço o menor valor entre f_{ve} e 300 MPa.

Segundo o artigo 18.1.2.3.3, somente podem ser consideradas como armadura de punção:

— as armaduras contidas na zona delimitada por um contorno situado a uma distância no máximo igual a $1,5d$ ou 800 mm do contorno da área carregada;

— as barras dobradas que passam pela área definida por um contorno situado à distância $d/4$ do contorno da área carregada.

ANEXO 2

VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO — NBR 6118/80

Na NBR 6118/80 o procedimento para a verificação da punção se encontra no item 4.1.5.

4.1.5 — Punção

4.1.5.1 — Tensão no concreto

No caso de punção, salvo cálculo rigoroso, supõe-se que a carga produza tensão tangencial uniformemente distribuída na área $u d$ (fig. 12) em que:

d — altura útil da laje ao longo do contorno C da área de aplicação da carga;

u — perímetro de um contorno C' externo ao contorno C e deste distante $d/2$ no plano da laje (fig. 12).

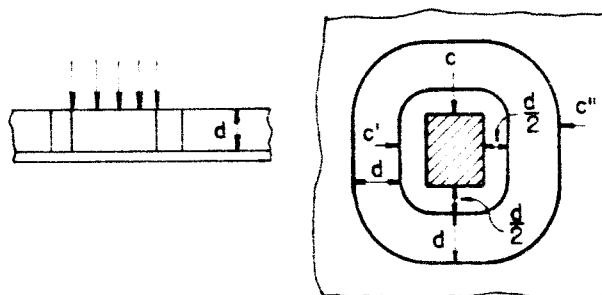


FIGURA 12

A tensão determinada com a carga de cálculo não poderá ultrapassar o valor último $0,63 \sqrt{f_{ct}} / \gamma_c$ (MPa) dado em 5.3.1.2.b, mesmo quando for colocada armadura (§ 4.1.5.2).

Se o contorno C apresentar reentrâncias (fig. 13), o contorno C' será paralelo

mínimo a 75% do valor de cálculo da força concentrada aplicada à laje. Essa armadura será calculada com a resistência de cálculo f_{yd} , não se tomando valores superiores a 300 MPa, e será constituída por estribos distribuídos na faixa contida pelos perímetros C' e C'' da figura 12.

Quando se tratar de lajes—cogumelo (aqui entende-se como lajes—cogumelo aquelas sem vigas apoiadas em pilares sem capitéis), cabe ainda lembrar as dimensões mínimas de lajes e pilares exigidas em 6.1.1.1 e em 6.1.3.1, embora essas prescrições não decorram apenas da preocupação com a punção.

Segundo 6.1.1.1, em lajes—cogumelo calculadas como pórticos múltiplos (§ 3.3.2.10 da norma), as espessuras não devem ser menores que:

- 12 cm em lajes de cobertura não em balanço;
- 15 cm em lajes de piso, lajes em balanço e lajes destinadas a passagem de veículos.

De acordo com 6.1.3.1 a menor dimensão de pilares não cintados que suportam lajes—cogumelo não deve ser inferior a 30 cm nem a 1/15 de sua altura livre, e 30 cm e 1/10 para os cintados; ainda, a espessura em cada direção não deve ser inferior a 1/20 da distância entre eixos dos pilares nessa direção.

ANEXO 3

VERIFICAÇÃO À PUNÇÃO — ACI 318/83

As prescrições do ACI 318/83 para verificação da punção em lajes sem vigas são dadas no capítulo no capítulo 11, itens 11.11 e 11.12, do código e dos seus comentários.

11.11 — Prescrições especiais para lajes e sapatas

11.11.1 — A resistência à força cortante de lajes e sapatas na vizinhança de cargas ou reações concentradas é governada pela condição mais desfavorável entre as duas seguintes:

11.11.1.1 — lajes ou sapatas comportando-se como viga, sendo a seção crítica definida, em toda a sua largura, por um plano vertical a uma distância d da face da carga concentrada ou reação. Nestas condições devem ser calculadas de acordo com os itens 11.1 a 11.5, que não serão aqui relacionados pois fogem do assunto em questão;

11.11.1.2 — lajes ou sapatas com ação em duas direções, com a seção crítica perpendicular ao plano da laje e localizada a uma distância nunca inferior a $d/2$ do contorno da carga ou reação, de modo que seu perímetro b_o seja mínimo. Devem ser calculadas de acordo com os itens 11.11.2 a 11.11.4.

11.11.2 — O cálculo de lajes ou sapatas com ação em duas direções deve ser feito com a expressão (11.1)

$$V_u \leq \phi V_n \quad (11.1)$$

onde:

V_u — força cortante atuante na seção considerada;

$\phi = 0,85$ é um fator de redução da resistência que considera as incertezas

nos procedimentos de cálculo, importância relativa dos elementos na estrutura, variações nas dimensões e nas resistências dos materiais;

V_n — força cortante resistente; não deve ser maior que V_c (resistência ao cisalhamento devida ao concreto) calculada de acordo com 11.11.2.1, a não ser que exista armadura de cisalhamento determinada de acordo com os itens 11.11.3 ou 11.11.4.

11.11.2.1 — Para lajes não protendidas e sapatas

$$V_c = \left(0,167 + \frac{0,335}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d \leq 0,335 \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11.36)$$

onde:

- f'_c — resistência (MPa), especificada à compressão do concreto — resistência característica — determinada de acordo com o capítulo 4 deste código;
- β_c — razão entre o lado maior e o lado menor da área da carga ou reação para áreas retangulares; nos outros casos β_c é a razão entre o maior comprimento pela maior largura, perpendiculares entre si (figura 11.1);
- b_o — perímetro crítico definido em 11.11.1.2.

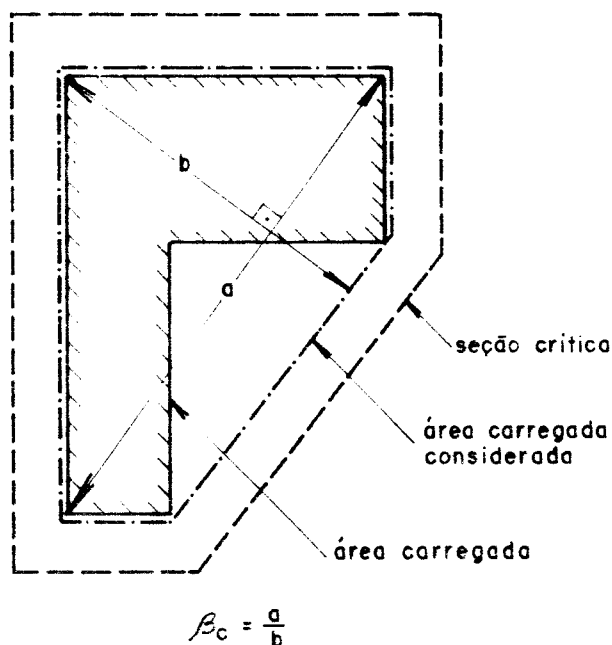


Figura 11.1 — Determinação de β_c para área carregada não retangular

11.11.3 – Armadura de cisalhamento composta de barras ou fios pode ser usada em lajes e sapatas obedecendo ao que se segue:

11.11.3.1 – a força cortante resistente V_n , neste caso, deve ser calculada pela equação (11.2), onde a resistência ao cisalhamento V_c , que deve estar de acordo com 11.11.3.4, adiciona-se a resistência ao cisalhamento V_s , devida à armadura transversal, de acordo com 11.11.3.5;

$$V_n = V_c + V_s \quad (11.2)$$

11.11.3.2 – a força cortante resistente V_n não deve ser maior que $0,5\sqrt{f'_c} b_o d$, onde b_o é o perímetro da seção crítica definida em 11.11.3.3;

11.11.3.3 – a força cortante deve ser verificada na seção crítica definida em 11.11.1.2 e em sucessivas seções distantes do apoio;

11.11.3.4 – a força cortante resistente V_c , em qualquer seção, não deve ser maior que $0,167\sqrt{f'_c} b_o d$, b_o conforme 11.11.3.3;

11.11.3.5 – quando a força cortante atuante V_u exceder a força resistente ϕV_c dada em 11.11.3.4, a área necessária A_s e a força resistente V_s da armadura de cisalhamento devem ser calculadas de acordo com o item 11.5 (no final deste anexo estão reproduzidos os itens 11.5.6.2 e 11.5.6.4, que tratam de estribos verticais e estribos constituídos de simples barras) e ancoradas segundo 12.13 (este item trata de casos gerais de ancoragem de armadura transversal, e não será aqui relatado).

11.11.4 – Armadura de cisalhamento composta de perfis metálicos ("shearheads") pode ser usada em lajes, devendo ser calculada de acordo com os itens 11.11.4.1 a 11.11.4.10 (esses itens não serão aqui relacionados). No caso de transferência de momentos da laje para o pilar o item 11.12.2.5 deve ser considerado.

11.11.5 – Aberturas em lajes

Se a distância entre uma abertura e a carga concentrada ou reação for menor

que 10 vezes a espessura da laje, ou se a abertura estiver localizada dentro das faixas das colunas (ver cap. 13 do ACI ou 2 deste trabalho), a seção crítica definida segundo 11.11.1.2 e 11.11.4.7 deve ser modificada do seguinte modo:

11.11.5.1 — para lajes sem “shearheads,” a parte do perímetro da seção crítica que ficar contida entre as retas traçadas do centróide da área da carga ou reação e tangentes às bordas da abertura, não deve ser considerada (figura 11.2);

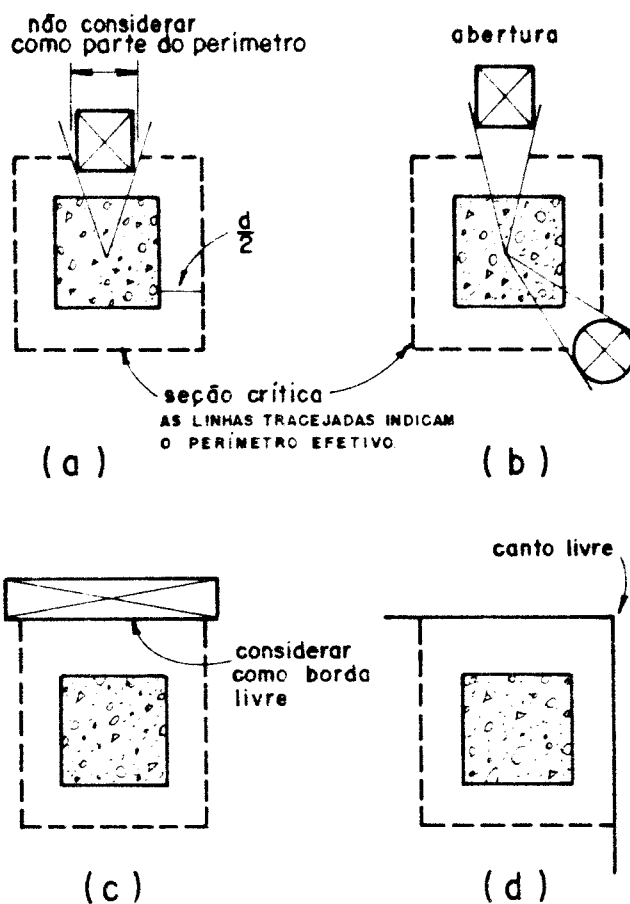


FIGURA 11.2 — Aberturas próximas de áreas carregadas ou pilares

11.11.5.2 — para lajes com “shearheads,” a parte do perímetro não considerada é a metade da definida em 11.11.5.1.

11.12 – Transferência de momentos para o pilar

11.12.2 – Prescrições especiais para lajes

11.12.2.1 – Quando cargas de gravidade, vento, terremoto ou outras forças laterais causam transferência de momentos entre a laje e o pilar, uma fração do momento não balanceado deve ser transferida pela excentricidade da força cortante de acordo com os itens 11.12.2.3 a 11.12.2.5, ou seja, considera-se que as tensões de cisalhamento na seção crítica sejam causadas pela força cortante e por uma parcela do momento fletor.

11.12.2.2 – A fração do momento fletor não transferida pela excentricidade da força cortante deve ser transferida pela flexão de acordo com o item 13.3.3 do capítulo 13 (cap. 5 deste trabalho, item 5.5 f).

11.12.2.3 – A fração do momento fletor não balanceado dada por $\gamma_v M_u$, onde M_u é o momento a ser transferido e

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{b_1/b_2}} \quad (11.40)$$

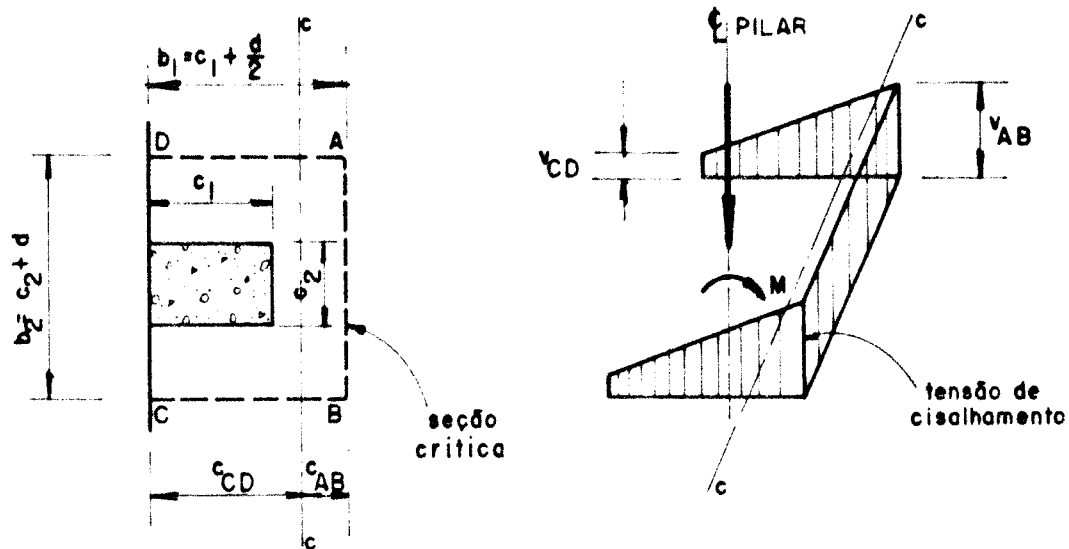
considera-se que seja transferida pela excentricidade da força cortante em relação ao centróide da seção crítica definida em 11.11.1.2, onde:

b_1 – dimensão da seção crítica na direção do vão para o qual os momentos estão sendo calculados;

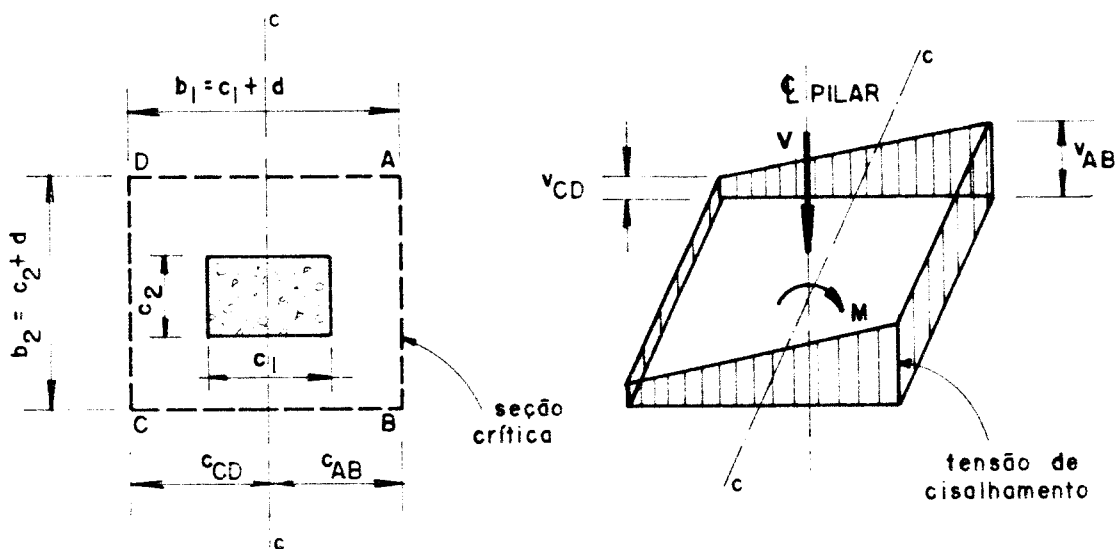
b_2 – dimensão da seção crítica na direção perpendicular a b_1 .

11.12.2.4 – Deve-se supor que as tensões de cisalhamento, resultantes do momento transferido pela excentricidade da força cortante, variam linearmente em relação ao centróide da seção crítica dada em 11.11.1.2. A máxima tensão de cisalhamento v_u devida às forças cortantes e aos momentos atuantes não deve exceder a v_c calculada de acordo com 11.12.2.4.1.

A distribuição linear de esforços é ilustrada na figura 11.3 para um pilar interior e um pilar de borda, onde ABCD é a seção crítica, e a máxima tensão de cisalhamento v_u , em relação ao eixo centroidal c-c, pode ser determinada por



(b) PILAR DE BORDA



(d) PILAR INTERNO

Figura 11.3 — Distribuição linear das tensões de cisalhamento

$$V_{u(AE)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_{u(AE)}}{J_c}$$

ou

$$V_{u(CD)} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_{u(CD)}}{J_c}$$

onde para um pilar interior A_c é a área de concreto da seção crítica e J_c uma propriedade da seção crítica análoga ao momento polar de inércia, calculadas por

$$A_c = 2d(b_1 + b_2)$$

e

$$J_c = \frac{d(b_1)^3}{6} + \frac{(b_1)d^3}{6} + \frac{d(b_2)(b_1)^2}{2}$$

sendo:

- c_1 — dimensão do pilar retangular, ou equivalente, na direção do vão para o qual os momentos estão sendo determinados;
- c_2 — dimensão do pilar retangular, ou equivalente, na direção perpendicular a c_1 .

Equações similares podem ser desenvolvidas para pilares localizados nas bordas e nos cantos das lajes. As expressões apresentadas neste item encontram-se nos comentários do ACI 318-83.

11.12.2.4.1 — Para lajes não protendidas v_c , dada abaixo, não deve ser maior que $\phi 0,335\sqrt{f'_c}$.

$$v_c = \phi(0,167 + 0,335/\beta_c)\sqrt{f'_c}$$

11.12.2.5 — Quando armadura de cisalhamento consistindo de perfis metálicos ("shearheads") for utilizada, a soma das tensões de cisalhamento devido à ação vertical da carga na seção crítica definida em 11.11.4.7 e ao momento transferido pela excentricidade da cortante em relação ao centróide da seção crítica de acordo com a seção 11.11.1.2 não deve exceder a $\phi 0,335\sqrt{f'_c}$.