

ANÁLISE DO EFEITO DO VENTO EM ESTRUTURAS DE
EDIFÍCIOS COM LAJES DEFORMÁVEIS

AUTOR: ENG. SHIGUEMITSU YOSHIDA

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ ELIAS LAIER

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ANÁLISE DO EFEITO DO VENTO EM
ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS COM LAJES DEFORMÁVEIS

ENG. SHIGUEMITSU YOSHIDA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

SÃO CARLOS, JUNHO DE 1989

À minha esposa
Maria

A meus pais e irmãos

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Elias Laier sob cuja orientação foi desenvolvido este trabalho; especialmente por sua amizade, que nos momentos difíceis e de impasse prestou grande colaboração.

Ao Sr. Rui Roberto Casale pelo excelente trabalho de datilografia; ao Sr. Francisco Carlos Guete de Brito pela excelente qualidade dos desenhos.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

E aos amigos.

R E S U M O

O presente trabalho apresenta o estudo da distri
buição de cargas horizontais devidas a ação do vento entre
os painéis de contraventamento de edifícios altos, conside-
rando-se a deformação das lajes no seu plano, sendo utilizada
do a técnica do meio contínuo.

Apresenta-se a análise do comportamento isolado
dos painéis de contraventamento mais usuais do ponto de vis
ta prático. Tanto a parede como a laje são consideradas rí-
gidas ao esforço cortante e deformáveis predominantemente
por momento fletor.

É feito um estudo de estruturas tridimensionais,
onde é analisada a interação de esforços entre os painéis
verticais, providenciada através de lajes deformáveis .

A solução do sistema de equações diferenciais é
obtida através da aplicação do método das diferenças fini-
tas.

São apresentados alguns exemplos de cálculo de es
truturas; os resultados obtidos são comparados com os encon
trados por outros autores, através de diferentes métodos de
cálculo.

A B S T R A C T

This work presents the study of the horizontal wind loads distribution among tall buildings panels. The slab deformation in its plane is considered, and continuous medium technic is applied.

The analysis of the behavior of isolated wind panels is presented by a practical point of view. As much wall as slabs are considered rigid to shear forces and deformable predominantly by flexural moment.

Tridimensional structures are treated in chapter 3, where the forces interaction among vertical panels are analysed through deformable slabs.

The solution of the differential equations system is found by using the finite difference method.

Some examples of structure design are presented; the results are compared with the results of other authors with different design methods.

Í N D I C E

pag.

CAPÍTULO 1

Introdução	1
------------------	---

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DOS PAINÉIS ISOLADOS

2.1 - Introdução	6
2.2 - Painei parede	7
2.3 - Painei pórtico	9
2.4 - Parede e pórtico ligados por barras biarticuladas	13
2.5 - Associação de paredes unidas por lintéis	15
2.6 - Pórtico e parede ligados por vigas	20
2.7 - Painei laje	30

CAPÍTULO 3

ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

3.1 - Convenções e hipóteses	36
3.2 - Associação tridimensional de painéis gerais	38
3.3 - Associação tridimensional só contendo pórticos .	45
3.4 - Associação tridimensional só contendo paredes ..	46
3.5 - Associação tridimensional com painéis gerais externos e pórticos internos	49

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - Introdução	52
4.2 - Primeiro exemplo	53
4.3 - Segundo exemplo	65
4.4 - Terceiro exemplo	76
4.5 - Quarto exemplo	84
4.6 - Quinto exemplo	90
4.7 - Exemplo com laje infinitamente rígida	96

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

5.1 - Introdução	100
5.2 - Diferenças centrais	101

5.3 - Diferenças descendentes	107
5.4 - Diferenças ascendentes	114
5.5 - Aplicação do método na solução do sistema de equações diferenciais	117

CAPÍTULO 6

PROGRAMA PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

6.1 - Introdução	123
6.2 - Listas das variáveis utilizadas	124
6.3 - Preparação dos dados de entrada	127
6.4 - Codificação dos dados e saída de resultados	128
6.5 - Programa de cálculo em linguagem FORTRAN	140

CAPÍTULO 7

Conclusões	153
Bibliografia	156

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O alto índice de crescimento populacional urbano e a modernização do sistema organizacional de trabalho, contando ainda com a falta de espaço e a supervalorização de terrenos, fizeram com que engenheiros e arquitetos buscassem espaços pelo crescimento vertical; dessa maneira os edifícios ganharam múltiplas formas espaciais.

O setor de informática tem-se desenvolvido rapidamente nesses últimos anos, de maneira que as gerações recentes de engenheiros e pesquisadores, graças as ferramentas modernas de trabalho e as necessidades, puderam desenvolver bastante o conhecimento na área da engenharia de estruturas.

Não muito tempo, por volta de duas décadas atrás, a análise do efeito do vento em estruturas de edifícios altos constituía problema de difícil solução para os engenheiros, sendo o cálculo possível somente com computadores de porte; sendo estes, de difícil acesso para os profissionais da área.

Com o desenvolvimento no setor da microinformática nesta década, os computadores ganharam ainda maior ca-

pacidade de memória, surgiram também mini e microcomputadores com grande capacidade de armazenamento em memória, antes só conseguido em grandes computadores.

Com o crescente interesse, por parte de engenheiros, na análise do efeito do vento nas estruturas de contraventamento de edifícios, foram realizados até o presente momento, diversos trabalhos sobre o assunto, enfocando ainda o problema sob diferentes aspectos e processos de cálculo.

Basicamente o problema é dividido em dois processos distintos de cálculo, um é o chamado processo discreto de análise e o outro denominado técnica do meio contínuo. Outro aspecto diferente da abordagem, é no que se refere as lajes do edifício. Estudos tradicionais, tanto no processo discreto como na análise contínua, consideram como hipótese de cálculo as lajes atuando como diafragmas ou seja, possuindo rigidez infinita em seu plano e nula transversalmente. Tal hipótese simplifica a análise da distribuição de cargas entre os painéis de contraventamento.

A técnica do meio contínuo foi o primeiro dos métodos a ser utilizado, atualmente ainda em uso. A análise de estruturas de edifícios altos por essa técnica foi o meio mais adequado, devido ao envolvimento de um número bem reduzido de parâmetros no problema, num tempo em que não se dispunha ainda de equipamento eletrônico à altura para o cálculo. A hipótese fundamental desta técnica, a consideração da estrutura como um meio contínuo de rigidez equivalente, é, no caso de edifícios, reproduzida pela existência de uma infinidade de diafragmas ao longo da altura da estrutura. A distribuição de carga horizontal entre os painéis dá-se através desses diafragmas, sendo então o quinhão de carga absorvido por cada painel proporcionalmente a sua rigidez.

O processo discreto de cálculo é mais geral, permite o cálculo de estruturas com variadas formas geométricas e físicas, tendo porém o inconveniente de envolvimento de um número elevado de incógnitas. O método de cálculo mais utilizado no processo discreto, é o dos deslocamentos, por

se adaptar melhor nesse estudo que o método dos esforços. A estrutura é discretizada por elementos de barras.

As soluções obtidas pelo processo contínuo de cálculo são bem mais sintéticas e descrevem de maneira mais simples o comportamento global da estrutura, em função de um número bem reduzido de parâmetros elásticos e geométricos.

Estudos mais avançados, utilizando o método dos elementos finitos, tem sido abordados nos últimos anos. A utilização da análise matricial no cálculo, e o surgimento de computadores mais avançados foram indispensáveis para o seu desenvolvimento prático. O método é bastante amplo, podendo-se obter discretização de elementos em formas geométricas mais variadas.

O presente trabalho tem como objetivo estudar, através da técnica do meio contínuo, a distribuição de carga horizontal devida a ação do vento entre os painéis de contraventamento de edifícios com lajes deformáveis em seu plano. Os edifícios aqui tratados tem em planta uma dimensão preponderante conforme mostra a figura 1.1. Devido a sua forma geométrica esses edifícios são bastantes solicitados pela ação do vento. A pressão, somada com a sucção na face posterior, resulta numa carga horizontal elevada.

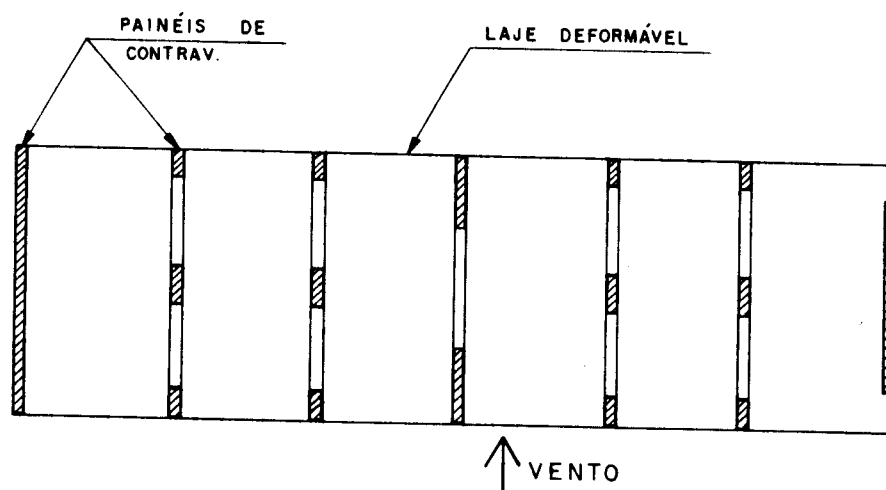


Fig. 1.1 - Planta de edifício com painéis paralelos e lajes deformáveis.

A estrutura em questão tem um comportamento semelhante ao de uma grelha em balanço engastada na base; e, de acordo com o conceito da técnica do meio contínuo, as lajes são substituídas por um meio contínuo de rigidez equivalente, consideradas neste trabalho deformáveis por momento fletor e rígidas a força cortante.

No desenvolvimento teórico ao longo deste trabalho só serão estudados painéis de contraventamento com seção transversal constante ao longo de toda a altura do edifício.

Embora a solução analítica exija que os painéis apresentem rigidezes constantes ao longo da altura, Mancini [5] propõe o método numérico das diferenças finitas na solução de problemas em que haja painéis com rigidez variável com a altura. Nesse processo, inicialmente o problema discreto é tratado como contínuo e é novamente discretizado através da aplicação da rede de pontos de diferenças finitas. Neste trabalho é utilizado também o método de diferenças finitas na solução do problema da técnica do meio contínuo aplicado à estrutura de lajes deformáveis.

Murashev [3] estuda esse problema pela técnica do meio contínuo, obtendo solução analítica para o caso de estrutura simétrica com 3 ou 4 painéis de contraventamento do tipo "parede".

Goldberg [7] e Serra [4] analisam estruturas como a mostrada na figura 1.1, pelo processo discreto, utilizando o método dos deslocamentos. No capítulo 4 são apresentados alguns exemplos resolvidos por Goldberg e Serra, para efeito de comparação dos resultados, tais exemplos, com algumas modificações, são também resolvidos pelo autor.

No capítulo 2 é estudado o comportamento isolado de alguns painéis de contraventamento mais usuais do ponto de vista prático. No capítulo 3 é analisado o comportamento tridimensional de painéis verticais e lajes deformáveis.

O capítulo 5 apresenta o método das diferenças finitas, onde são também deduzidos os operadores de diferen-

ças utilizados na solução do problema levantado no capítulo 3. Finalmente são apresentados no capítulo 6, o programa em linguagem FORTRAN versão 77, e instruções para o seu uso.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DOS PAINÉIS ISOLADOS

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados alguns dos tipos mais usuais, do ponto de vista prático, de painéis de contraventamento.

Estudos mais apurados sobre o comportamento isolados desses painéis, podem ser encontrados, em diversos trabalhos já publicados sobre a análise de estruturas por meio da técnica do meio contínuo, como por exemplo STAMATO [1], MANCINI [5] e CARDAM [8].

O painel de contraventamento, pode ser definido como sendo uma subestrutura plana, resistente em seu plano à forças horizontais e suposta de rigidez nula na direção transversal. Os elementos estruturais dessa subestrutura podem ser formados através da associação de pilares, pilares paredes e vigas.

Ainda, no item 2.7, é feito o estudo do comportamento do painel tipo laje, quando sujeito a ação de cargas horizontais devido ao vento (uma espécie de painel horizontal).

2.2 - PAINEL PAREDE

Será denominada "parede", ao painel cheio, conforme mostra a figura 2.2.1, engastada na base, com seção transversal constante ao longo da altura, sem rigidez transversal, e deformável predominantemente a ação do momento fletor. Em geral, as dimensões das paredes estruturais de edifícios altos, são relativamente esbeltas, de maneira que as deformações provocadas pelo esforço cortante se desprezadas não influem muito no resultado final.

Será usado o índice "w", para caracterizar os deslocamentos e esforços e todas as grandezas relativas à parede.

Para o carregamento externo, será admitida uma carga distribuída q_w , ao longo da altura, e uma carga concentrada F_w , aplicada no topo. A notação e sentidos positivos para os esforços são os indicados na figura 2.2.1.

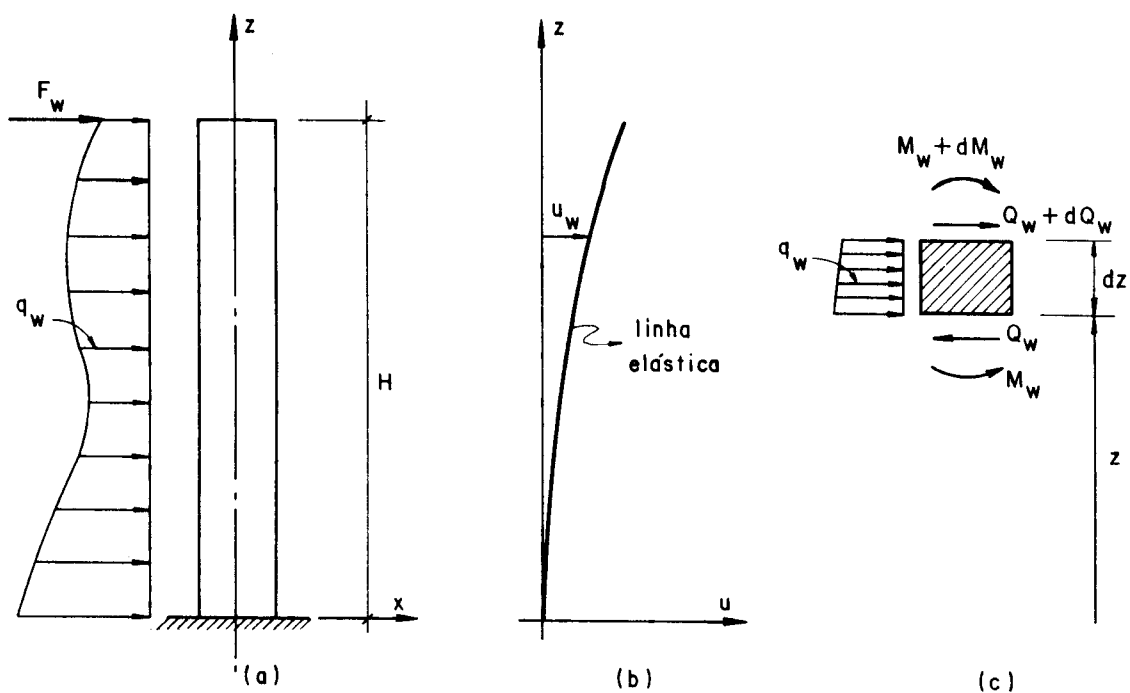


Fig. 2.2.1 - Painel parede

Do equilíbrio do elemento de altura dz da figura 2.2.1.c, obtém-se:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w \quad (2.2.1)$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = -q_w \quad (2.2.2)$$

Por outro lado, de (2.2.1) e (2.2.2) resulta:

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = q_w \quad (2.2.3)$$

Desprezando a deformação por força cortante, a equação da linha elástica pode ser expressa pela relação:

$$\frac{d^2 u_w}{dz^2} = u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad (2.2.4)$$

onde j_w representa o produto de rigidez à flexão dada por $J_w \cdot E$.

Combinando as eq.(2.2.4) com (2.2.1) tem-se:

$$Q_w = -j_w u_w''' \quad (2.2.5)$$

e da combinação de (2.2.5) e (2.2.2) vem:

$$u_w^{IV} = \frac{1}{j_w} q_w \quad (2.2.6)$$

Para um painel parede isolado, sendo o momento fletor uma função conhecida de z , pode-se por integração da eq. (2.2.4), obter os deslocamentos horizontais u_w ao longo do eixo z .

2.3 - PAINEL PÓRTICO

Será denominado painel pórtico, ao painel formado por pilares e vigas, conforme mostra a figura 2.3.1, sem rigidez transversal. O painel pórtico comporta-se elasticamente como um consolo, deformável apenas por força cortante, e extremamente rígido em seu conjunto ao momento fletor.

Será usado o índice "f" quando se referir aos deslocamentos, esforços e grandezas relativas ao painel pórtico.

Para o carregamento, será admitida uma carga distribuída q_f aplicada ao longo da altura, e uma carga concentrada F_f aplicada no topo.

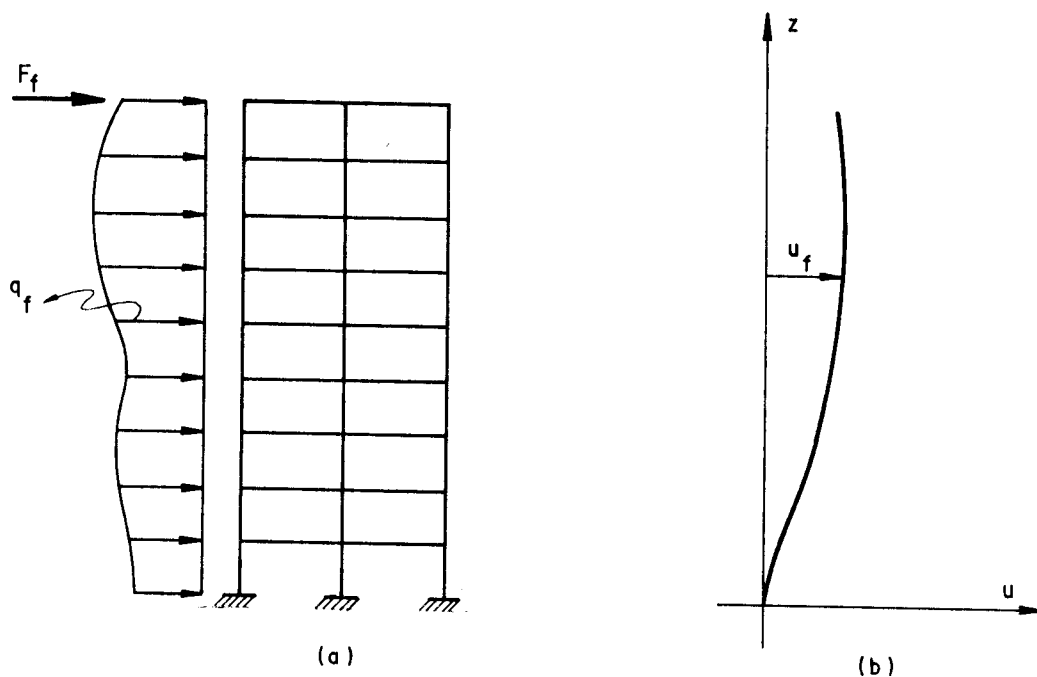


Fig. 2.3.1 - Painel pórtico

As equações de equilíbrio de um elemento genérico dz do pórtico, por independerem do comportamento elástico da estrutura, podem ser determinadas da mesma forma que as obtidas para o caso do painel parede, uma vez que foi mantida a mesma convenção de sinal, ou seja:

$$\frac{dM_f}{dz} = -Q_f \quad (2.3.1)$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = -q_f \quad (2.3.2)$$

igualmente, de (2.3.2) e (2.3.1) tem-se:

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = q_f \quad (2.3.3)$$

A equação diferencial que caracteriza o comportamento elástico do painel pórtico pode ser escrita como, STAMATO [1]:

$$\frac{du_f}{dz} = u'_f = \frac{Q_f}{s_f} \quad (2.3.4)$$

sendo s_f a rigidez do pórtico ao esforço cortante.

Derivando a eq.(2.3.4) em relação a z , e combinando com a eq.(2.3.2) obtém-se:

$$u''_f = -\frac{q_f}{s_f} \quad (2.3.5)$$

Resta agora determinar a rigidez s_f do pórtico à força cortante.

Admite-se, em pórticos regulares sujeitos a carga lateral, que os pontos de momentos nulos se situam nos centros dos vãos de vigas e pilares, o que equivale supor que as rotações de todos os nós da viga de um determinado andar sejam iguais, e que sejam próximas às rotações dos três nós consecutivos de um mesmo pilar.

A figura 2.3.2, mostra os três nós consecutivos A, B e C de viga, e os três nós D, B e E de pilar, a distorção do andar é designado por θ , e a rotação do nó B por ϕ . Expressando os momentos que as barras aplicam ao nó B (positivo no sentido horário), e indicando a rigidez de cada barra por $k = J_i/\ell_i$ tem-se:

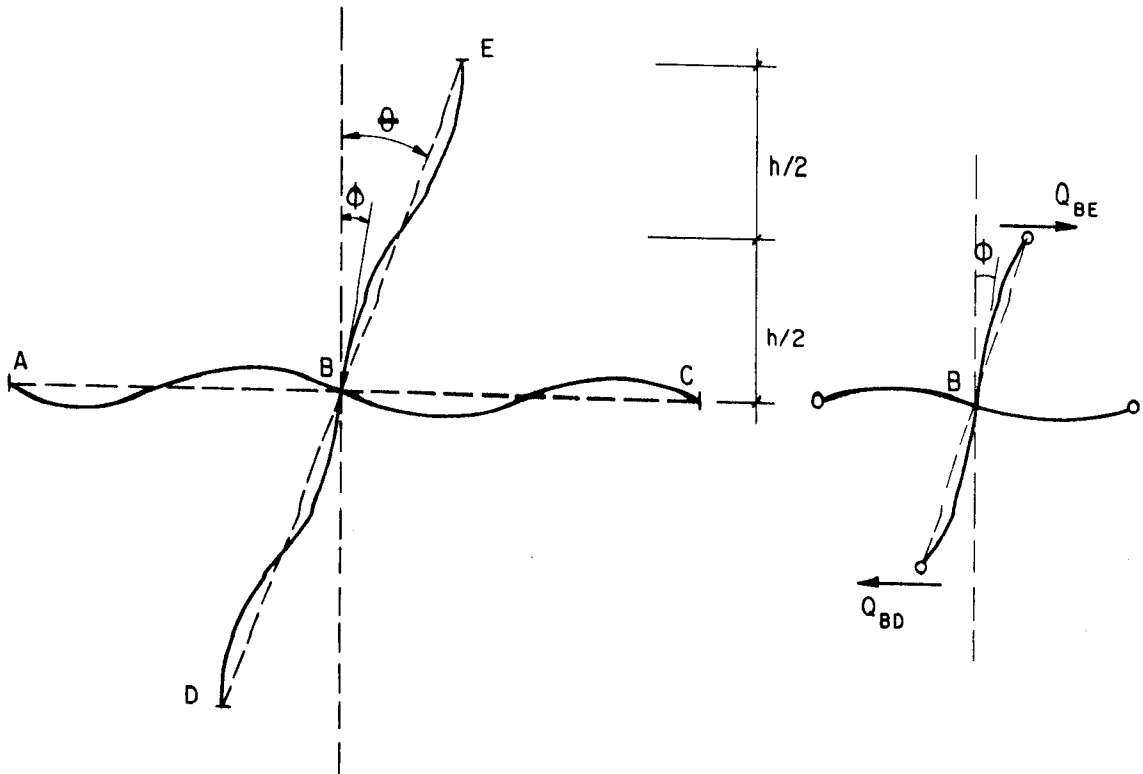


Fig. 2.3.2 - Rigidez de pórticos

$$\begin{aligned}
 M_{BA} &= -6 E k_{BA} \phi \\
 M_{BC} &= -6 E k_{BC} \phi \\
 M_{BD} &= 6 E k_{BD} (\theta - \phi) \\
 M_{BE} &= 6 E k_{BE} (\theta - \phi)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.6}$$

Pelo equilíbrio do nó obtém-se:

$$\phi = \left(\frac{k_{BE} + k_{BD}}{k_{BA} + k_{BC} + k_{BE} + k_{BD}} \right) \theta
 \tag{2.3.7}$$

Sendo a força cortante do pilar BE denominada Q_{BE} tem-se:

$$\begin{aligned}
 \frac{h}{2} Q_{BE} &= M_{BE} \\
 Q_{BE} &= \frac{2M_{BE}}{h}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.8}$$

De (2.3.6), (2.3.7) e (2.3.8) chega-se a:

$$Q_{BE} = \frac{12E}{h} k_{BE} \left(\frac{k_{BA} + k_{BC}}{k_{BA} + k_{BC} + k_{BD} + k_{BE}} \right) \theta$$

ou

$$Q_{BE} = \frac{12E}{h} k_{BE} \frac{\sum k}{\sum k} \frac{v}{t} \theta \quad (2.3.9)$$

onde os índices "v" e "t", indicam que as somatórias são estendidas às vigas e a totalidade das barras que concorrem no nó, respectivamente.

Lembrando o significado genérico de rigidez, como sendo o esforço que provoca um deslocamento unitário, de (2.3.9), a rigidez do pilar BE vale:

$$s = \frac{12E}{h} k_{BE} \frac{\sum k}{\sum k} \frac{v}{t} \quad (2.3.10)$$

A rigidez do pórtico, é obtida, somando-se as contribuições de cada pilar, resultando:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n.a} \left[k_{p.n} \frac{\sum k}{\sum k} \frac{v.n}{b.n} \right] \quad (2.3.11)$$

onde:

n.a = somatória estendida a todos os nós do andar considerado.

$k_{p.n}$ = relação J/l do pilar acima do nó considerado.

v.n = somatória estendida aos tramos (1 ou 2) de vigas que concorrem no nó.

b.n = somatória estendida aos tramos (2, 3 ou 4) de todas as barras (vigas e pilares) que concorrem no nó considerado.

Se o pórtico é regular, e os pilares e vigas têm seções constantes em toda a altura, s_f será aproximadamente constante, podendo ser estimado pela eq.(2.3.11). Sabe-se que a rigidez na base e no topo sofrem alterações, na base pela proximidade dos engastamentos dos pilares, e no topo pela falta dos tramos de pilares acima dos nós do último andar; porém, tais variações locais, não devem afetar sensivelmente o desempenho macroscópico do painel.

2.4 - PAREDE E PÓRTICO LIGADOS POR BARRAS BIARTICULADAS

A associação plana de painéis e pórticos por barras biarticuladas, constitui um painel interessante para providenciar a rigidez lateral da estrutura. As barras biarticuladas, na prática, são as lajes dos andares do edifício, que devido às suas dimensões, podem ser consideradas rígidas axialmente. Vimos nos itens 2.2 e 2.3, que os painéis isolados, têm comportamentos que diferem um do outro: a parede deforma-se predominantemente pelo momento fletor, sendo muito rígida à força cortante, enquanto que o pórtico deforma-se, por sua vez, à força cortante, sendo muito rígido ao momento fletor; as elásticas tem também concavidades contrárias. A elástica do conjunto assume uma posição intermediária.

A figura 2.4.1, mostra a associação de uma parede e um pórtico ligados por barras biarticuladas segundo os andares. O carregamento é constituído por uma carga distribuída q , aplicada ao longo da altura e de uma carga concentrada F , aplicada no topo da estrutura.

Os sentidos positivos adotados para os esforços na parede e no pórtico, são os mesmos utilizados nos itens 2.2 e 2.3.

A ligação rotulada, por barras indeformáveis axialmente, impõem que os deslocamentos da parede e do pórtico sejam iguais:

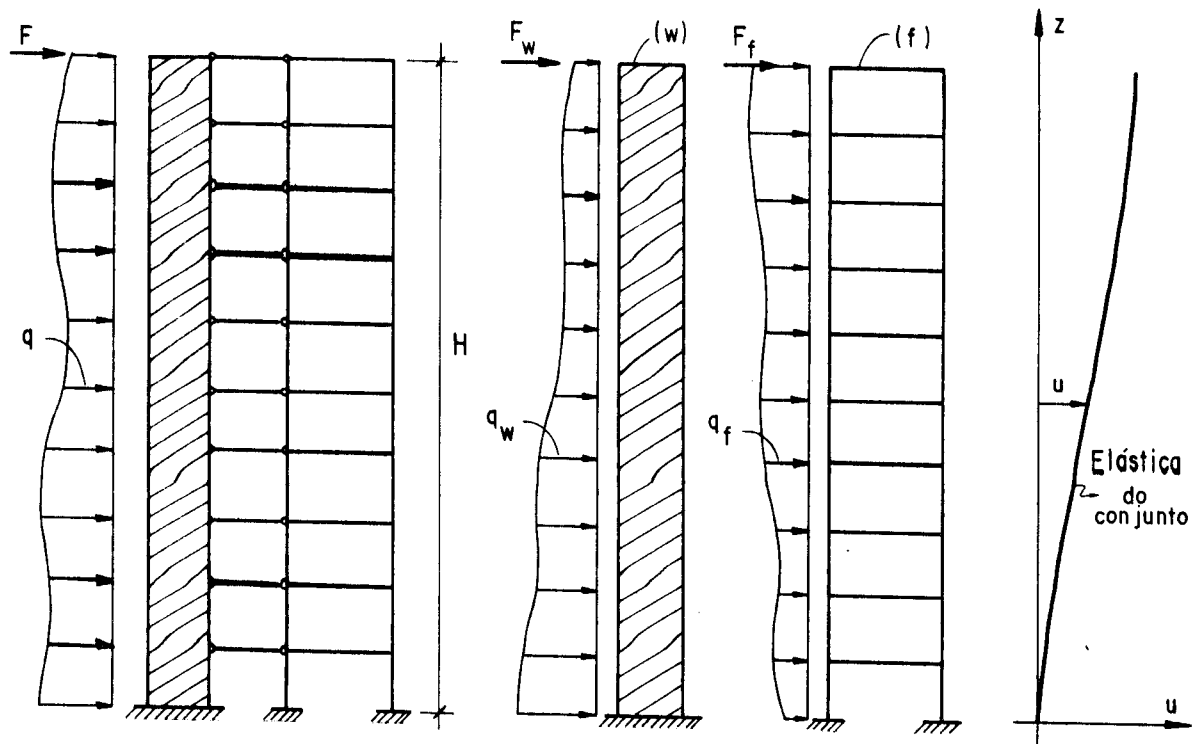


Fig. 2.4.1 - Parede e pórtico ligadas por barras biarticuladas.

$$u_w = u_f = u$$

e que ;

$$q = q_w + q_f \tag{2.4.1}$$

$$F = F_w + F_f \tag{2.4.2}$$

Numa cota genérica z , a força cortante externa " Q ", devido ao carregamento, é equilibrado pela soma das forças cortantes atuantes na parede " Q_w ", e no pórtico " Q_f "; é válido portanto escrever:

$$Q = Q_w + Q_f \tag{2.4.3}$$

Na equação (2.4.3), utilizando os valores de Q_w e Q_f dados nas equações (2.2.5) e (2.3.4) com $u_w = u_f = u$, obtém-se:

$$Q = j_w u''' + s_f u' \tag{2.4.4}$$

A relação acima, é a equação diferencial da associação, que representa o equilíbrio ao esforço cortante externo Q .

Derivando-se (2.4.4) em relação a z , e considerando (2.2.6) e (2.3.5) resulta:

$$q = q_w u^{IV} - q_f u'' \quad (2.4.5)$$

2.5 - ASSOCIAÇÃO DE PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS

Um painel de elevada rigidez às cargas verticais ou horizontais, é obtido associando-se paredes através de lintéis, aos níveis dos andares. Denominam-se lintéis às vigas de grande rigidez.

Tendo em vista a hipótese da técnica contínua, a rigidez e os esforços em cada lintel, são admitidos distribuídos ao longo do espaçamento h entre os andares.

O carregamento externo, é constituído por carga distribuída q ao longo da altura e carga concentrada F , aplicada no topo da estrutura. O sentido positivo dos esforços são os mesmos adotados nos itens anteriores.

Sendo os lintéis de rigidez pequena, frente à rigidez das paredes, admite-se como pontos de momento nulo, os centros dos vãos horizontais dos lintéis. Dessa forma, tem-se como incógnitas os esforços cortantes distribuídos $q_{L_i}(z)$, atuantes no conjunto de lintéis L_i (no caso da figura 2.5.1, $i = 1, 2$), e os esforços M_i , P_i e N_i na parede i .

O painel da figura 2.5.1, pode ser generalizado para o caso geral de " n " paredes unidas por " $n-1$ " conjuntos de lintéis. As dimensões a_1 e a_2 são os semi-vãos dos lintéis L_1 e L_2 , respectivamente.

Considerando um elemento de altura dz da estrutura tem-se:

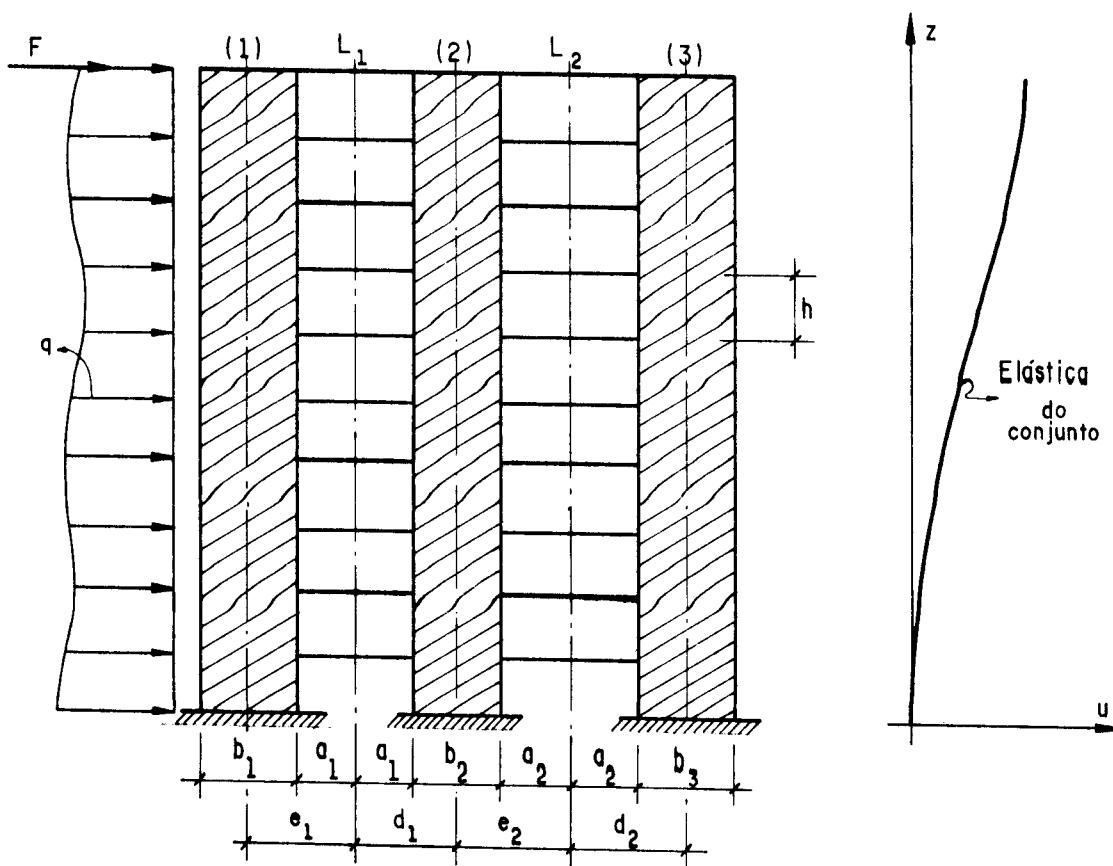


Fig. 2.5.1 - Paredes unidas por lintéis

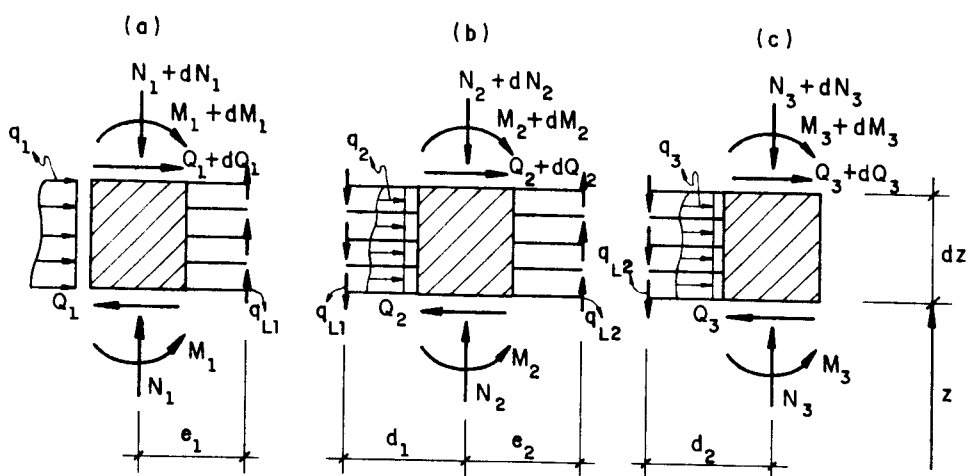


Fig. 2.5.2 - Equilíbrio de um elemento infinitesimal

Do equilíbrio do elemento genérico da parede 1 ob-
tém-se:

$$\frac{dQ_1}{dz} = - q_1 \quad (2.5.1)$$

$$\frac{dN_1}{dz} = q_{L1} \quad (2.5.2)$$

$$\frac{dM_1}{dz} = - Q_1 + e_1 q_{L1} \quad (2.5.3)$$

onde q_{L1} é o esforço cortante em um lintel dividido pelo espaçamento h , e $e_1 \cdot q_{L1}$, o momento fletor distribuído no espaçamento h aplicado pelos lintéis na linha de centro da parede.

Utilizando as eq.(2.2.1) e (2.2.5), na eq.(2.5.3), a força cortante na parede 1 vale:

$$Q_1 = - j_1 u''' + e_1 q_{L1} \quad (2.5.4)$$

Do equilíbrio do elemento da fig.(2.5.2.b) vem:

$$\frac{dQ_2}{dz} = - q_2 \quad (2.5.5)$$

$$\frac{dN_2}{dz} = - q_{L1} + q_{L2} \quad (2.5.6)$$

$$\frac{dM_2}{dz} = - Q_2 + d_1 q_{L1} + e_2 q_{L2} \quad (2.5.7)$$

Da mesma forma, utilizando as eq.(2.2.1) e (2.2.5), obtem-se para a força cortante na parede 2:

$$Q_2 = - j_2 u''' + d_1 q_{L1} + e_2 q_{L2} \quad (2.5.8)$$

E finalmente, escrevendo as equações de equilíbrio para o elemento da fig.(2.5.2.c) obtém-se:

$$\frac{dQ_3}{dz} = - q_3 \quad (2.5.9)$$

$$\frac{dN_3}{dz} = - q_{L2} \quad (2.5.10)$$

$$\frac{dM_3}{dz} = - Q_3 + d_2 q_{L2} \quad (2.5.11)$$

e novamente utilizando as eq.(2.2.1) e (2.2.5) vem:

$$Q_3 = - j_3 u''' + d_2 q_{L2} \quad (2.5.12)$$

A força cortante total no painel, é obtida somando-se a contribuição de cada parede, e tendo em conta o equilíbrio da parte do painel situado acima da cota z, pode-se escrever somando (2.5.4), (2.5.8) e (2.5.12):

$$Q = -(j_1 + j_2 + j_3) u''' + (e_1 + d_1) q_{L1} + (e_2 + d_2) q_{L2}$$

A equação acima pode ser generalizada para "n" paredes, ligadas por "n-1" conjuntos de lintéis:

$$Q = - \left(\sum_{i=1}^n j_i \right) u''' + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i q_{Li} \quad (2.5.13)$$

onde $\lambda_i = e_i + d_i$

Resta agora determinar, na eq.(2.5.13) o valor de q_{Li} . Este valor pode ser obtido através das equações de compatibilidade para os deslocamentos nos pontos médios dos vãos dos lintéis, supostos pontos de momento nulo.

A figura (2.5.3) mostra os deslocamentos nos lintéis devido, respectivamente, a deformação do lintel por fle

xão e força cortante, a flexão da parede e a deformação do pilar à força normal. Na figura, os lintéis são seccionados nos centros dos vãos.

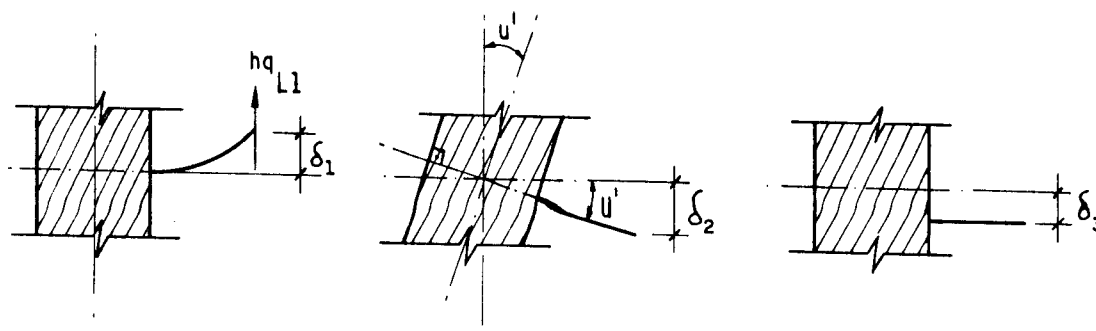


Fig. 2.5.3 - Deslocamentos no meio do vão do lintel

Desprezando as deformações por força cortante nos lintéis, e os deslocamentos devido às deformações da parede por força normal, as equações de compatibilidade para deslocamentos no meio dos vãos dos conjuntos L_1 e L_2 dos lintéis são respectivamente:

$$q_{L1} \frac{ha_1^3}{3EI_{L1}} - e_1 u' = - q_{L1} \frac{ha_1^3}{3EI_{L1}} + d_1 u' \quad (2.5.14)$$

$$q_{L2} \frac{ha_2^3}{3EI_{L2}} - e_2 u' = - q_{L2} \frac{ha_2^3}{3EI_{L2}} + d_2 u'$$

Sendo I_{Li} , o momento de inércia do lintel i .

É fácil perceber que a eq. (2.5.14), pode ser generalizada para n conjuntos de lintéis:

portanto:

$$q_{Li} \frac{ha_i^3}{3EI_{Li}} - e_i u' = - q_{Li} \frac{ha_i^3}{3EI_{Li}} + d_i u' \quad (2.5.15)$$

Explicitando q_{Li} vem:

$$q_{Li} = \frac{3EI_{Li}}{2ha_i^3} (e_i + d_i) u'$$

e lembrando que $e_i + d_i = l_i$ vem:

$$q_{Li} = \frac{3E l_i I_{Li}}{2h a_i^3} u' \quad (2.5.16)$$

que finalmente substituindo em (2.5.13) resulta:

$$Q = - \left(\sum_{i=1}^n j_i \right) u''' + \frac{3E}{2h} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{l_i^2 I_{Li}}{a_i^3} u' \quad (2.5.17)$$

A equação (2.5.17), representa o equilíbrio das forças cortantes situada numa cota genérica z , para um painel genérico com n paredes ligadas por $n-1$ conjuntos de lintéis.

2.6 - PÓRTICO E PAREDE LIGADOS POR VIGAS

Considere-se o painel da figura 2.6.1, onde mostra uma parede e um pórtico com duas prumadas de pilares, ligados por vigas aos níveis dos andares. Este painel tem um comportamento muito diferente do painel estudado no item 2.4, devido ao engastamento das vigas na parede.

Cardam [8], analisou este tipo de painel, considerando deformações da parede por momento fletor e força cortante, enquanto que MANCINI [5] e depois FERREIRA [12], estudaram tal tipo de painel considerando a deformação da parede somente por momento fletor.

MANCINI [5] obteve uma solução, embora mais trabalhosa, porém, mais precisa na obtenção dos parâmetros de rigidez do painel à força cortante, como será observado adiante.

O carregamento e os sentidos positivos para os esforços, são os mesmos adotados nos itens anteriores.

A hipótese de solução contínua, supõe as forças de interação entre o pórtico e a parede, continuamente distribuída ao longo da altura da estrutura. O pórtico reage e

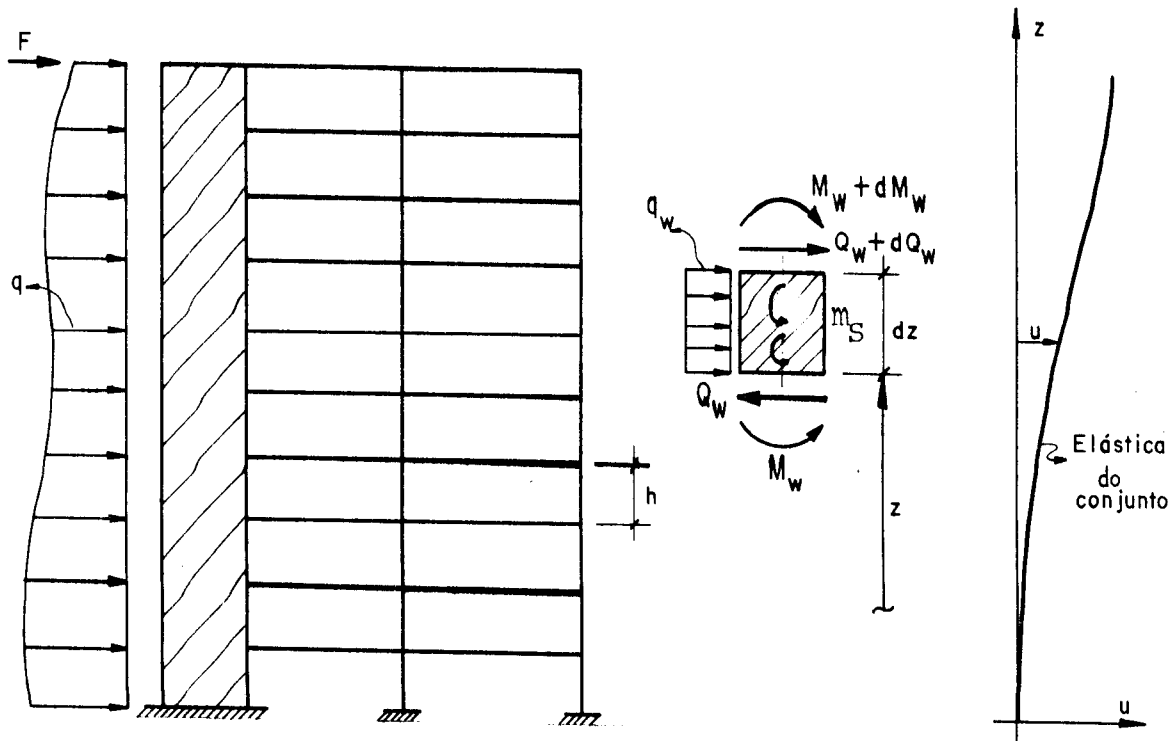


Fig. 2.6.1 - Parede e pórtico ligados por vigas

lasticamente sobre a parede, através das vigas nela engastadas, com carga horizontal distribuída, momentos fletor m_s distribuído aplicado ao longo do eixo da parede e também uma força vertical distribuída ao longo desse eixo. A força de interação vertical não está representada na figura 2.6.1, pois o seu efeito se transforma em força normal na parede, suposta indeformável axialmente; por isso não será considerada.

Do elemento infinitesimal da figura 2.6.1, através do equilíbrio a rotação tem-se:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w + m_s \quad (2.6.1)$$

Por sua vez, a equação da elástica da parede, desprezando-se a deformação por força cortante, fornece:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w = j_w u''' \quad (2.6.2)$$

De (2.6.1) e (2.6.2), a força cortante na parede pode ser expressa por:

$$Q_w = -j_w u''' + m_s \quad (2.6.3)$$

Considerando as rotações ϕ_B e ϕ_S , da seção genérica da parede, devido ao momento fletor e força cortante respectivamente, pode-se escrever conforme CARDAN [8]:

$$m_s = K_1 \phi_B + K_2 \phi_S \quad (2.6.4)$$

onde a rotação total da seção genérica é dada por:

$$\phi = \phi_B + \phi_S \quad (2.6.5)$$

em (2.6.4), fazendo $\phi_B = \phi - \phi_S$ vem:

$$m_s = K_1 \phi + (K_2 - K_1) \phi_S \quad (2.6.6)$$

Adotando uma expressão aproximada para ϕ_S :

$$\phi_S = \frac{3Q_w}{AE} \quad (2.6.7)$$

onde A é a área da parede e E o módulo de elasticidade. que substituindo em (2.6.6), e trocando ϕ por u' :

$$m_s = K_1 u' + \frac{3Q_w}{AE} (K_2 - K_1) \quad (2.6.8)$$

Substituindo (2.6.8) em (2.6.3), tem-se:

$$Q_w = -j_w u''' + K_1 u' + \frac{3Q_w}{AE} (K_2 - K_1)$$

fazendo:

$$\alpha = 1 - \frac{3}{AE} (K_2 - K_1) \quad (2.6.9)$$

fica

$$Q_w = - \frac{j_w u'''}{\alpha} + \frac{K_1}{\alpha} u' \quad (2.6.10)$$

Por sua vez, a força cortante no pórtico é dada por:

$$Q_f = s u' \quad (2.6.11)$$

O equilíbrio das forças cortantes externas e internas, numa cota genérica, pode ser obtida das eq.(2.6.10) e (2.6.11) como:

$$Q = Q_w + Q_f = - \frac{j_w}{\alpha} u''' + \left(\frac{K_1}{\alpha} + s \right) u' \quad (2.6.12)$$

portanto, os parâmetros de rigidez ao momento fletor e a força cortante são dados respectivamente por:

$$j_g = \frac{j_w}{\alpha} \quad (2.6.13)$$

$$s_g = \frac{K_1}{\alpha} + s \quad (2.6.14)$$

Da equação (2.6.12), resta determinar os coeficientes K_1 e K_2 ; o valor de α é dado em (2.6.9).

O valor de K_1 pode ser obtido a partir da estrutura deformada, correspondente a rotação ϕ_B da parede devido ao momento fletor, conforme mostra a figura 2.6.2.

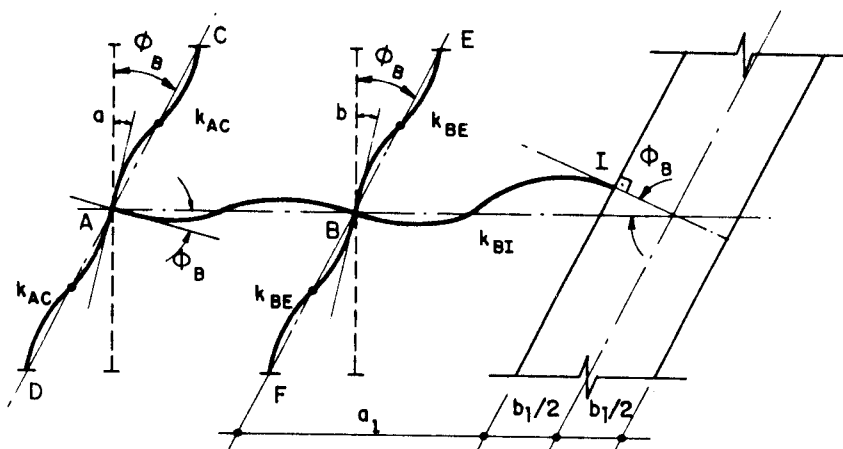


Fig. 2.6.2 - Deformação devido a rotação ϕ_B

Devido ao giro ϕ_B do andar, a viga reage elasticamente sobre a parede, com uma força vertical q distribuída (suposta positiva se comprime a parede), e um momento fletor distribuído aplicado no eixo da parede (suposto positivo no sentido anti-horário).

Do equilíbrio ilustrado na figura 2.6.2, tem-se para a cortante na extremidade I da barra BI:

$$q = \frac{M_{BI} + M_{IB}}{a_1 h} \quad (2.6.15)$$

e para o momento fletor:

$$m = \frac{M_{IB}}{h} + q \frac{b_1}{2} \quad (2.6.16)$$

Sendo "a" e "b", as rotações dos nós A e B respectivamente, e com a rigidez de cada barra dada por $k_i = J_i / \lambda_i$, e admitindo ainda que os nós consecutivos de um mesmo pilar sofram as mesmas rotações, os momentos fletores aplicados pelas barras ao nó A (supondo positivo no sentido horário), podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} M_{AD} &= 6 E k_{AC} (\phi_B - a) \\ M_{AC} &= 6 E k_{AC} (\phi_B - a) \\ M_{AB} &= - E k_{AB} (4a + 2b) \end{aligned} \quad (2.6.17)$$

e, do equilíbrio do nó, tem-se:

$$(12k_{AC} + 4k_{AB}) a + 2k_{AB} b = 12k_{AC} \phi_B \quad (2.6.18)$$

E os momentos fletores aplicados pelas barras ao nó B são expressos por:

$$M_{BF} = 6 E k_{BE} (\phi_B - b)$$

$$M_{BE} = 6 E k_{BE} (\phi_B - b)$$

$$M_{BA} = - E k_{AB} (4b + 2a)$$

$$M_{BI} = - E k_{BI} \left(4b + 2\phi_B + 6\phi_B \frac{b_1}{2a_1} \right) \quad (2.6.19)$$

Do equilíbrio desse nó vem:

$$2k_{AB}a + (12k_{BE} + 4k_{AB} + 4k_{BI})b = \left[12k_{BE} - 2k_{BI} \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right] \phi_B \quad (2.6.20)$$

Das equações de equilíbrio dos nós, (2.6.18) e (2.6.20), obtém-se para os giros "a" e "b":

$$a = \alpha \phi_B \quad (2.6.21)$$

$$b = \beta \phi_B \quad (2.6.22)$$

sendo:

$$\alpha = \frac{12(k_{BE} - k_{AC}\theta_1) - 2k_{BI} \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right)}{2k_{AB} - (12k_{AC} + 4k_{AB})\theta_1} \quad (2.6.23)$$

e

$$\beta = \frac{12k_{AC} - \left[12k_{BE} - 2k_{BI} \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right] \theta_2}{2k_{AB} - (12k_{BE} + 4k_{AB} + 4k_{BI})\theta_2} \quad (2.6.24)$$

e assim, os valores de θ_1 e θ_2 são dados por:

$$\theta_1 = \frac{6k_{BE} + 2k_{AB} + 2k_{BI}}{k_{AB}} \quad (2.6.25)$$

e

$$\theta_2 = \frac{6k_{BE} + 2k_{AB}}{k_{AB}} \quad (2.6.26)$$

As forças cortantes nos pilares A e B são dadas por:

$$V_A = \frac{2M_{AC}}{h} \quad (2.6.27)$$

$$V_B = \frac{2M_{BE}}{h} \quad (2.6.28)$$

Em (2.6.27) substituindo M_{AC} encontrado em (2.6.17):

$$V_A = \frac{12Ek_{AC}}{h} (\phi_B - a)$$

sendo $a = \alpha\phi_B$ resulta:

$$V_A = \frac{12Ek_{AC}}{h} (1-\alpha)\phi_B \quad (2.6.29)$$

onde o valor de α é dado em (2.6.23).

E na eq. (2.6.28) substituindo M_{BE} dado em (2.6.19):

$$V_B = \frac{12Ek_{BE}}{h} (\phi_B - b)$$

e sendo $b = \beta\phi_B$ vem:

$$V_B = \frac{12Ek_{BE}}{h} (1-\beta)\phi_B \quad (2.6.30)$$

onde o valor de β é dado em (2.6.24).

Portanto, a rigidez à força cortante dos pilares A e B pode ser expressa por:

$$s_A = \frac{12Ek_{AC}}{h} (1-\alpha) \quad (2.6.31)$$

$$s_B = \frac{12Ek_{BE}}{h} (1-\beta) \quad (2.6.32)$$

A rigidez do pórtico à força cortante é obtida pela soma das contribuições de cada pilar, portanto:

$$s = s_A + s_B = \frac{12E}{h} \left[k_{AC} (1-\alpha) + k_{BE} (1-\beta) \right] \quad (2.6.33)$$

Tendo em conta a expressão do momento fletor na extremidade I do tramo BI da viga dada por:

$$M_{IB} = Ek_{BI} \left(2b + 4\phi_B + 6\phi_B \frac{b_1}{2a_1} \right) \quad (2.6.34)$$

e na extremidade B, dada em (2.6.19) por:

$$M_{BI} = - Ek_{BI} \left(4b + 2\phi_B + 6\phi_B \frac{b_1}{2a_1} \right)$$

A força cortante vertical distribuída, pode ser escrita de (2.6.15) como:

$$q = \frac{6Ek_{BI}}{a_1 h} \left(b + \phi_B + \phi_B \frac{b_1}{a_1} \right)$$

substituindo $b = \beta\phi_B$, dado em (2.6.22) vem:

$$q = \frac{6Ek_{BI}}{a_1 h} \left(\beta + 1 + \frac{b_1}{a_1} \right) \phi_B \quad (2.6.35)$$

onde β é dado em (2.6.24)

Finalmente tem-se para o momento fletor distribuído, substituindo na eq. (2.6.16), os valores de M_{IB} e q dados respectivamente nas eq. (2.6.34) e (2.6.35):

$$m = \frac{Ek_{BI}}{h} \left[4 + 2\beta + \frac{3b_1}{a_1} \left(2 + \beta + \frac{b_1}{a_1} \right) \right] \phi_B \quad (2.6.36)$$

fazendo:

$$K_1 = \frac{Ek_{BI}}{h} \left[4 + 2\beta + \frac{3b_1}{a_1} \left(2 + \beta + \frac{b_1}{a_1} \right) \right] \quad (2.6.37)$$

fica:

$$m = K_1 \phi_B \quad (2.6.38)$$

Para o caso do painel da figura 2.6.3, com uma prumada de pilar, encontra-se de maneira análoga, o valor do coeficiente K_1 .

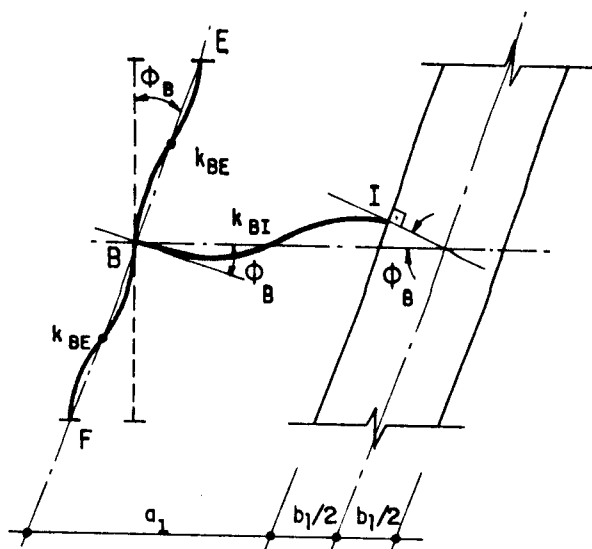


Fig. 2.6.3 - Deformação devido a rotação ϕ_B

Pelo equilíbrio do nó B, encontra-se para a rigidez à força cortante do pilar B:

$$s = \frac{18Ek_{BE}}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1} \right) \frac{k_{BI}}{\Sigma k_i} \quad (2.6.39)$$

onde $k_i = \frac{J_i}{\ell_i}$

e

$$\Sigma k_i = 3k_{BE} + k_{BI} \quad (2.6.40)$$

Tendo em conta a eq. (2.6.40), encontra-se para o coef. K_1 :

$$K_1 = \frac{6Ek_{BI}}{h} \left(1 + \frac{b_1}{2a_1}\right) \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \frac{k_{BI}}{2\sum k_i} \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1}\right)\right] \quad (2.6.41)$$

Para o cálculo do coeficiente K_2 , considere-se a figura 2.6.4, onde é dada a deformação da estrutura, quando este sofre a rotação ϕ_S , devido à força cortante.

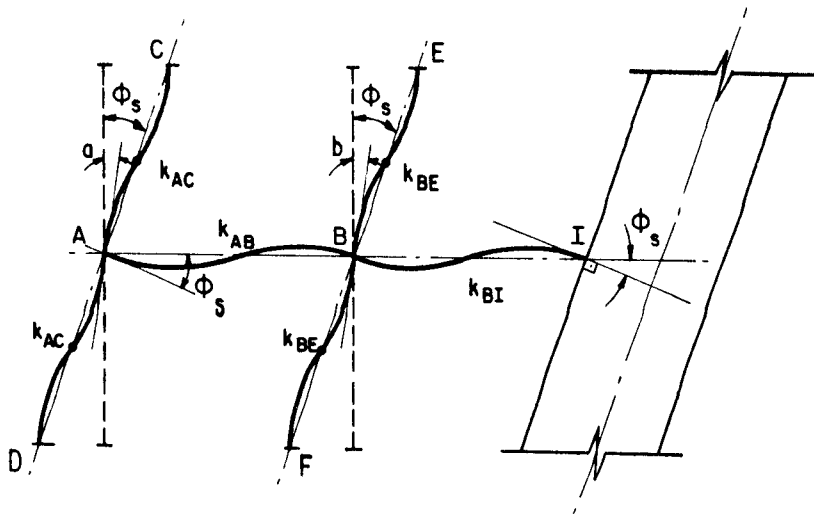


Fig. 2.6.4 - Deformação do painel devido a rotação ϕ_S

O momento fletor aplicado pela viga na parede, \underline{m} de ser escrito como:

$$m = K_2 \phi_S \quad (2.6.42)$$

Supondo que as rotações de três nós consecutivos de um mesmo pilar sejam iguais, pelo equilíbrio dos nós A e B, chega-se a:

$$a = \alpha \phi_S \quad (2.6.43)$$

$$b = \beta \phi_S \quad (2.6.44)$$

onde α e β valem:

$$\alpha = \frac{6(k_{BE} - k_{AC}) - k_{BI}}{k_{AB} - (6k_{AC} + 2k_{AB})} \theta_1 \quad (2.6.45)$$

$$\beta = \frac{6k_{AC} - (6k_{BE} - k_{BI})\theta_2}{k_{AB} - (6k_{BE} + 2k_{BI} + 2k_{AB})\theta_2} \quad (2.6.46)$$

onde θ_1 e θ_2 são obtidos respectivamente pelas eq.(2.6.25) e (2.6.26).

Para o coeficiente K_2 chega-se a:

$$K_2 = \frac{Ek_{BI}}{h} \left[4 + 2\beta \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) + \frac{3b_1}{a_1} \right] \quad (2.6.47)$$

Para o caso de painel com uma prumada de pilar (figura 2.6.3), devido a rotação ϕ_S da estrutura, encontra-se para o coeficiente K_2 :

$$K_2 = \frac{6Ek_{BI}}{h} \left[1 + \frac{b_1}{a_1} - \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \frac{k_{BI}}{2\Sigma k_i} \right] \quad (2.6.48)$$

onde $\Sigma k_i = 3k_{BE} + k_{BI}$

2.7 - PAINEL LAJE

As lajes do edifício serão tratadas, neste trabalho, como painéis horizontais planos sem rigidez transversal, e deformáveis em seu plano, predominantemente por momento fletor. De acordo com o conceito da técnica do meio contínuo, as lajes serão substituídas por um meio elástico contínuo de rigidez equivalente, figura 2.7.1.

Sob a ação de cargas horizontais, devido ao vento, as lajes comportam-se estruturalmente em seu plano, como vigas, transmitindo aos elementos resistentes verticais, apenas esforços horizontais, uma vez admitida nula, a rigidez transversal das lajes e também dos painéis verticais de contraventamento.

Para o carregamento externo, será admitida uma carga uniformemente distribuída, aplicada ao longo da laje no sentido do eixo y, conforme mostra a figura 2.7.1.b.

Será usado o índice "l" (laje), para representar parâmetros e grandezas relativas ao painel laje.

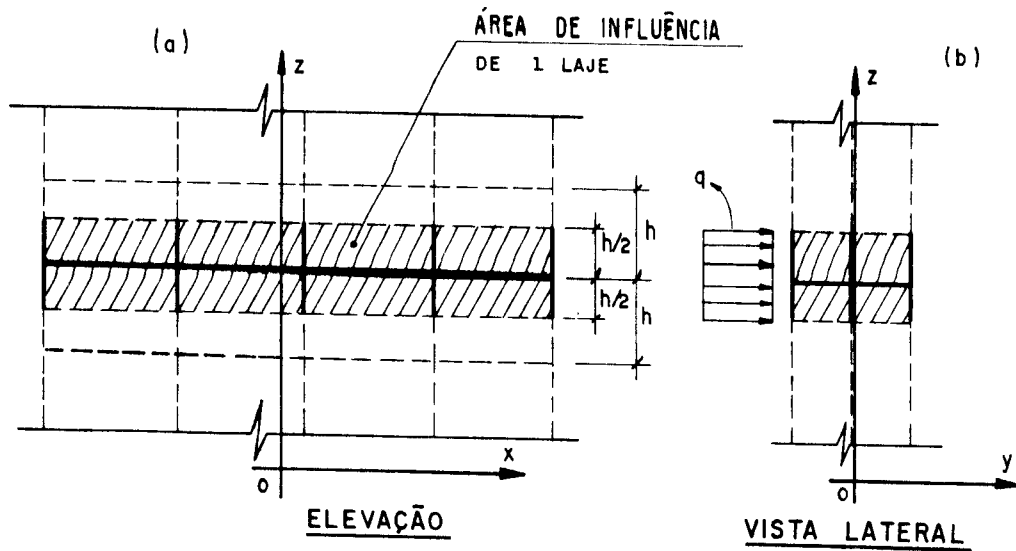


Fig. 2.7.1 - Painel laje

O painel laje será assimilado a uma viga contínua sobre fundação elástica, onde os painéis verticais de contraventamento que interceptam as lajes atuam como apoios elásticos destas, conforme mostra a figura 2.7.2. Os apoios elásticos são todos equivalentes estaticamente ao apoio do primeiro gênero, isto é, transmite apenas uma reação horizontal, devido a consideração de rigidez transversal nula, tanto para os painéis verticais como para as lajes.

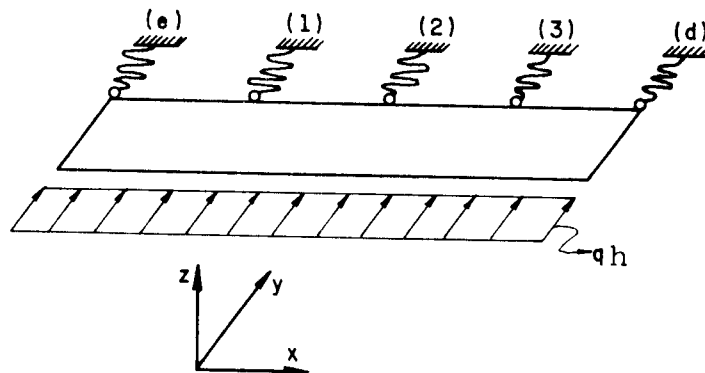


Fig. 2.7.2 - Esquema estático da laje

A análise estrutural será feita segundo o método da flexibilidade. Para ilustrar o procedimento, considere-se a figura 2.7.3. A laje como é mostrada na figura, é estaticamente indeterminada do segundo grau, já que há quatro reações possíveis, e dispõe-se de duas equações de equilíbrio, uma à translação e outra à rotação. A numeração dos vínculos elásticos (painéis verticais de contraventamento), é feita da esquerda para a direita, onde os números de "1" "n" representam os n vínculos internos e as letras "e" e "d" representam os vínculos da esquerda e da direita respectivamente.

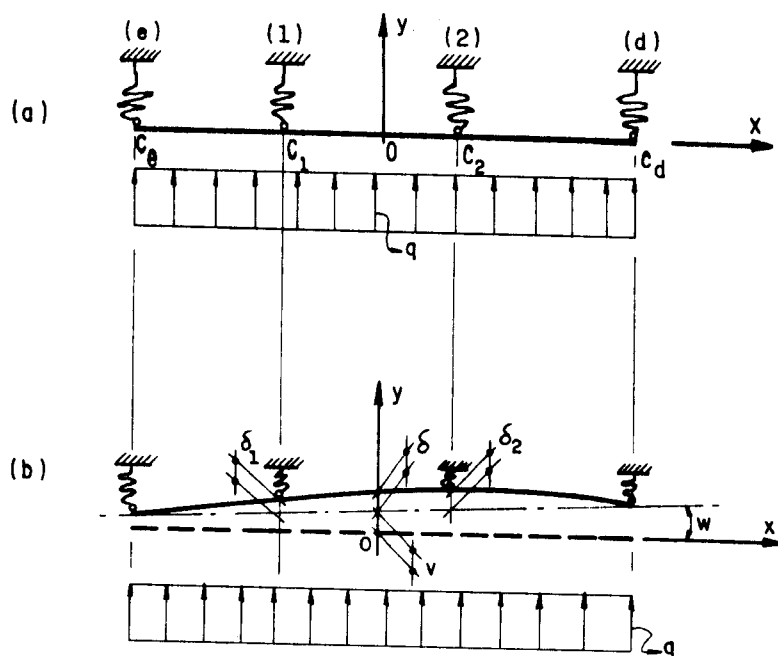


Fig. 2.7.3 - Ilustração do método de cálculo

A figura 2.7.3.b, mostra a laje na posição deformada sob a ação da carga externa q distribuída. O ponto "o" sofre um deslocamento $(v + \delta)$, e o eixo reto da laje sofre uma rotação w em relação ao eixo ox .

Chamando de u_e , u_1 , u_2 e u_d , os deslocamentos dos nós "e", "1", "2" e "d" respectivamente, na direção do eixo y , tem-se de acordo com a convenção da fig. 2.7.3:

$$u_e = v + c_e w$$

$$u_1 = v + c_1 w + \delta_1$$

$$u_2 = v + c_2 w + \delta_2$$

$$u_d = v + c_d w$$

(2.7.1)

onde c_e , c_1 , c_2 e c_d , são as abcissas dos nós onde se encontram as molas, estes deslocamentos podem ser entendidos como recalques dos apoios elásticos, e dependem da rigidez destes apoios e também da rigidez da laje. Os deslocamentos δ_1 e δ_2 , podem ser determinados resolvendo-se a estrutura pelo método da flexibilidade, conforme o esquema indicado na figura 2.7.4, onde foram escolhidos para as ações redundantes, as reações q_1 e q_2 das molas (1) e (2) respectivamente.

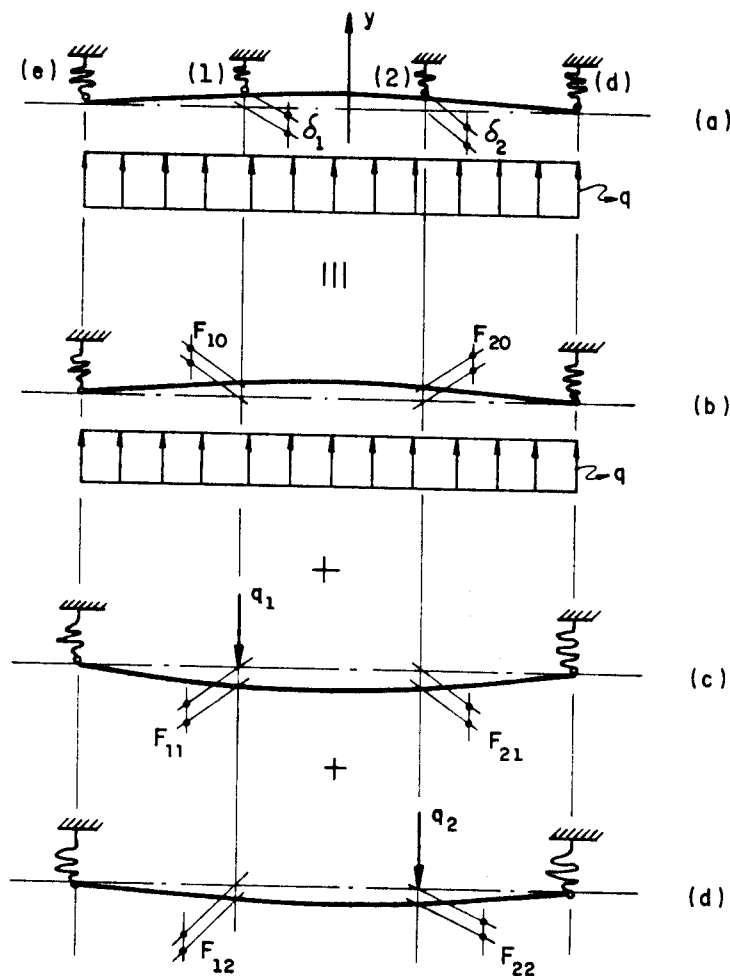


Fig. 2.7.4 - Etapas de cálculo

Na figura 2.7.4.b, tem-se a estrutura fundamental submetida ao carregamento unitário q . Esta carga produz na estrutura liberada sem os apoios elásticos (1) e (2) (escolhidos como vínculos redundantes), deslocamentos que correspondem a q_1 e q_2 , e esses deslocamentos são denominados por F_{10} e F_{20} respectivamente.

Para obter os coeficientes de flexibilidade da laje, aplicam-se separadamente à estrutura liberada, valores unitários das redundantes q_1 e q_2 , figura 2.7.4.c e 2.7.4.d, respectivamente. Os coeficientes de flexibilidade F_{11} e F_{21} , são os deslocamentos correspondente a $q_1 = 1$, nos nós (1) e (2) respectivamente, e os coeficientes de flexibilidade F_{12} e F_{22} , são os deslocamentos correspondentes a $q_2 = 1$, nos nós (1) e (2) respectivamente.

As equações de superposição de efeitos, que exprimem as condições de compatibilidade para os deslocamentos nos nós (1) e (2) da estrutura, podem ser escritas respectivamente por:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= F_{10}q + F_{11}q_1 + F_{12}q_2 \\ \delta_2 &= F_{20}q + F_{21}q_1 + F_{22}q_2\end{aligned}\tag{2.7.2}$$

Como se observa nas eq. 2.7.2, os deslocamentos δ_1 e δ_2 , nos nós (1) e (2), são constituídos de três partes, o deslocamento devido a carga externa q , o deslocamento devido a reação q_1 , e o deslocamento devido a reação q_2 .

Os deslocamentos totais nos nós, para a laje mostrada na figura 2.7.3, são obtidos das equações (2.7.1) e (2.7.2) por:

$$\begin{aligned}u_e &= v + c_e w \\ u_1 &= v + c_1 w + F_{10}q + F_{11}q_1 + F_{12}q_2 \\ u_2 &= v + c_2 w + F_{20}q + F_{21}q_1 + F_{22}q_2 \\ u_d &= v + c_d w\end{aligned}\tag{2.7.3}$$

No caso geral, para uma laje com "n" apoios elásticos internos (n+2 painéis verticais de contraventamento), os deslocamentos nos nós são dados por:

$$u_e = v + c_e w$$

$$u_1 = v + c_1 w + F_{10} q + F_{11} q_1 + F_{12} q_2 + \dots + F_{1n} q_n$$

$$u_2 = v + c_2 w + F_{20} q + F_{21} q_1 + F_{22} q_2 + \dots + F_{2n} q_n$$

⋮

$$u_n = v + c_n w + F_{n0} q + F_{n1} q_1 + F_{n2} q_2 + \dots + F_{nn} q_n$$

$$u_d = v + c_d w$$

(2.7.4)

CAPÍTULO 3

ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

3.1 - CONVENÇÕES E HIPÓTESES

Neste capítulo é feito um estudo do comportamento global de estruturas de edifício altos sujeitas a cargas horizontais devidas à ação do vento. Os edifícios aqui tratados têm em sua planta, uma dimensão preponderante sobre a outra. Os painéis verticais de contraventamento são dos tipos apresentados no capítulo 2, sendo a ligação entre os diversos painéis feitas através de lajes deformáveis em seu plano, e com rigidez nula na direção transversal, também abordada naquele capítulo.

O conjunto de lajes do edifício será substituído da base ao topo, por um único meio contínuo de rigidez equivalente. O comportamento do conjunto painéis verticais e lajes é semelhante ao de uma grelha vertical em balanço e engastada na base.

Em geral, para edifícios esbeltos em planta, é suficiente analisar o efeito do vento somente na direção mais

desfavorável, uma vez que na direção da maior dimensão, a força de arrasto do vento é bem menor, e o número de prumadas de pilares, por sua vez, é elevado.

Para o carregamento externo, será considerada uma carga q uniformemente distribuída por unidade de área na direção do eixo y , e aplicada diretamente nas lajes, supostas um meio contínuo de rigidez equivalente, ao longo de toda a altura do edifício.

A figura 3.1.1, mostra a estrutura de um edifício, onde os eixos globais de referência são dados por x , y e z , sendo o eixo y perpendicular à maior dimensão em planta, e o eixo z segundo a altura, passando pelo centro geométrico das lajes.

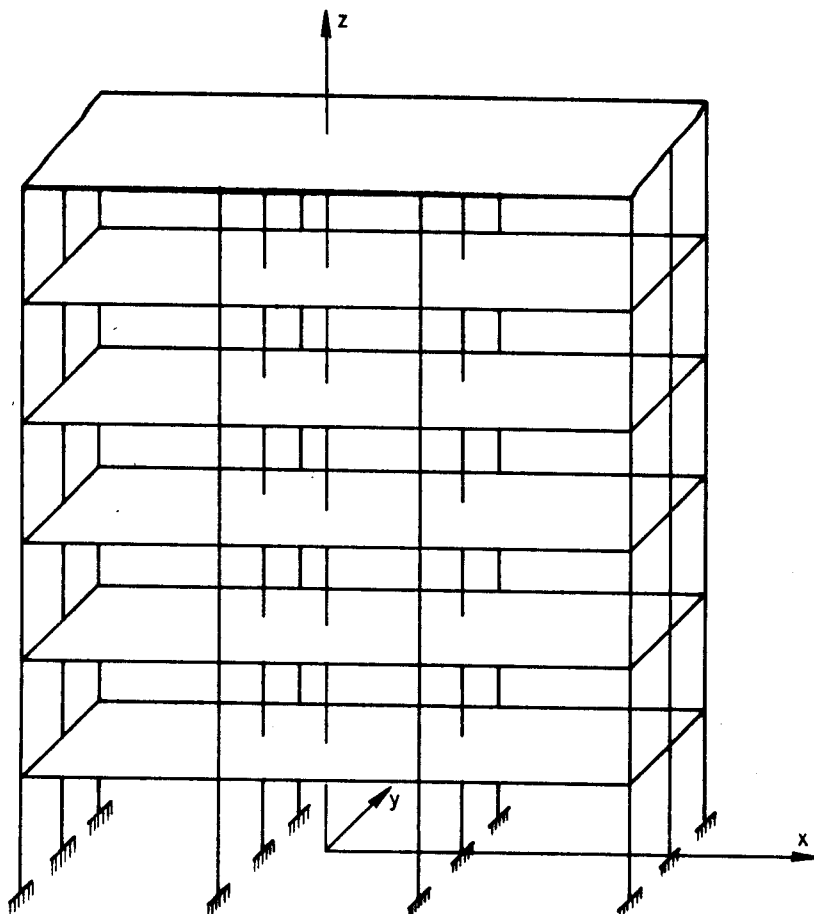


Fig. 3.1.1- Coordenadas globais de referência

A numeração dos painéis é feita da esquerda para a direita, e os painéis internos são numerados de "1" a "n"; os painéis externos são denominados por (e) e (d), painel

esquerdo e direito respectivamente. As distancias dos painéis em relação ao eixo oy , são dados por c_e , c_1 , c_2 , c_3 , c_4 e c_d , conforme indicado na figura 3.1.2.

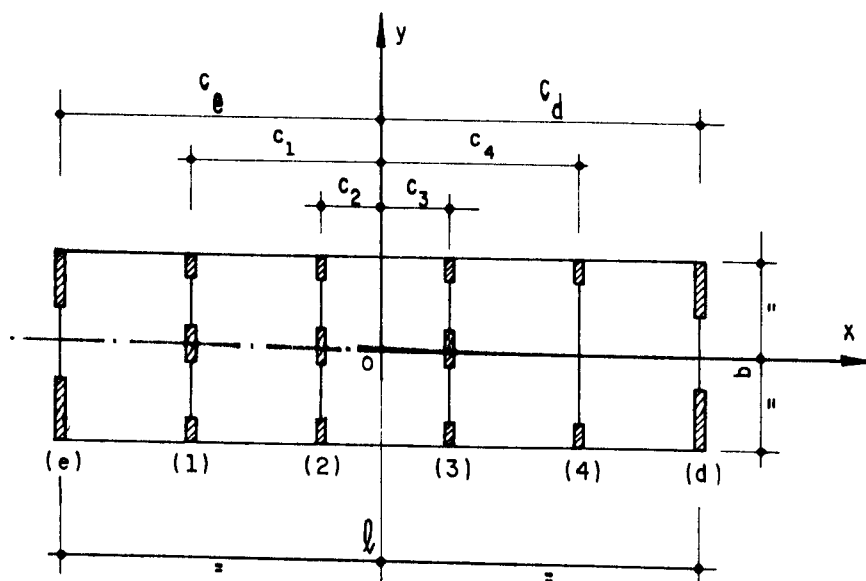


Fig. 3.1.2 - Numeração dos painéis verticais

Para definir o sentido positivo das cargas, deslocamentos e forças horizontais transmitidas pelas lajes sobre cada painel de contraventamento, convencionou-se um vetor unitário b , segundo o eixo oy . As distâncias c_i , definem junto com os vetores unitários b , a posição de cada painel no sistema global de referência, onde o valor de c_i é suposto positivo se for destrorso, o momento do vetor unitário em relação a oz .

3.2. ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS GERAIS

Numa cota genérica z , a estrutura, quando sujeita à ação de forças horizontais q , distribuídas uniformemente no plano xz , atuando na direção e sentido de y , sofre um deslocamento v no sentido de y , um giro w em torno do eixo z , marcado em relação ao eixo ox , e mais um acréscimo de deslocamento na direção do eixo y , devido a deformação da laje no seu plano. Denominando-se δ_1 , δ_2 e δ_3 , os deslocamentos dos painéis (1), (2) e (3) respectivamente, devido a deformação da laje, conforme mostra a figura 3.2.1.

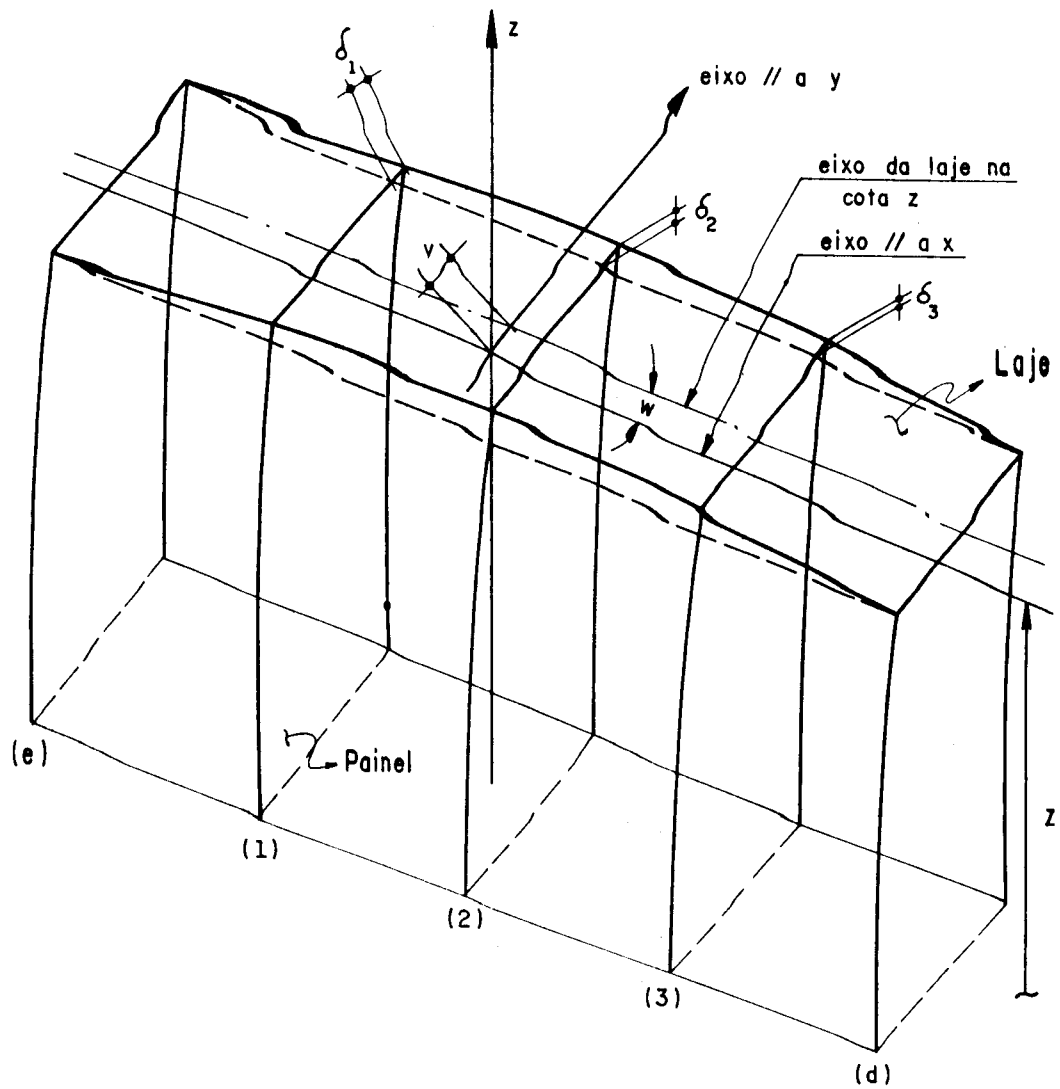


Fig. 3.2.1 - Deformação da laje na cota z

As elásticas de cada painel vertical de contraventamento, são dadas por:

$$u_e = v + c_e w$$

$$u_1 = v + c_1 w + \delta_1$$

$$u_2 = v + c_2 w + \delta_2$$

$$u_3 = v + c_3 w + \delta_3$$

$$u_d = v + c_d w$$

(3.2.1)

Sendo a equação para o painel geral dada por:

$$Q_i = -j_i u''' + s_i u' \quad (3.2.2)$$

e tendo em conta o equilíbrio das forças cortantes externas e internas, tem-se, numa cota genérica z , a equação de equilíbrio a translação, utilizando as equações (3.2.1) e (3.2.2):

$$-J_{bb} v''' - J_{bc} w''' - \sum_{k=1}^3 j_k \delta_k''' + S_{bb} v' + S_{bc} w' + \sum_{k=1}^3 s_k \delta_k' = p(H-z) \quad (3.2.3)$$

onde; $p = q \times$ comprimento da laje.

$$J_{bb} = j_e + j_d + \sum_{k=1}^3 j_k$$

$$J_{bc} = j_e^c e + j_d^c d + \sum_{k=1}^3 j_k^c k$$

$$S_{bb} = s_e + s_d + \sum_{k=1}^3 s_k$$

$$e \quad S_{bc} = s_e^c e + s_d^c d + \sum_{k=1}^3 s_k^c k \quad (3.2.4)$$

E pelo equilíbrio a rotação, numa cota genérica z , tem-se:

$$\begin{aligned} -J_{bc} v''' - J_{cc} w''' - \sum_{k=1}^3 j_k^c k \delta_k''' + S_{bc} v' + S_{cc} w' + \sum_{k=1}^3 s_k^c k \delta_k' &= \\ = pc(H-z) & \quad (3.2.5) \end{aligned}$$

sendo; $c =$ distância da carga p ao eixo Y .

$$J_{cc} = j_e^c e^c e + j_d^c d^c d + \sum_{k=1}^3 j_k^c k^c k$$

$$S_{cc} = s_e^c e^c e + s_d^c d^c d + \sum_{k=1}^3 s_k^c k^c k$$

e J_{bc} e S_{bc} , dados em 3.2.4

(3.2.6)

Das equações (3.2.3) e (3.2.5), têm-se cinco incógnitas envolvidas no problema, v , w , δ_1 , δ_2 e δ_3 , e, para resolver o problema, resta obter três equações de compatibilidade envolvendo os deslocamentos em δ_1 , δ_2 e δ_3 .

A equação de compatibilidade no nó "1", pode ser escrita a partir de (2.7.4), (3.2.1) e (3.2.2) como:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 F_{1k} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{1k} j_k c_k w^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{1k} j_k \delta_k^{IV} \\ & - \sum_{k=1}^3 F_{1k} s_k v'' - \sum_{k=1}^3 F_{1k} s_k c_k w'' - \sum_{k=1}^3 F_{1k} s_k \delta_k'' + \delta_1 = F_{10}^Q \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

E por sua vez, no nó "2" tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 F_{2k} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{2k} j_k c_k w^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{2k} j_k \delta_k^{IV} \\ & - \sum_{k=1}^3 F_{2k} s_k v'' - \sum_{k=1}^3 F_{2k} s_k c_k w'' - \sum_{k=1}^3 F_{2k} s_k \delta_k'' + \delta_2 = F_{20}^Q \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

E finalmente para o nó "3":

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 F_{3k} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{3k} j_k c_k w^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{3k} j_k \delta_k^{IV} \\ & - \sum_{k=1}^3 F_{3k} s_k v'' - \sum_{k=1}^3 F_{3k} s_k c_k w'' - \sum_{k=1}^3 F_{3k} s_k \delta_k'' + \delta_3 = F_{30}^Q \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

As equações (3.2.7) a (3.2.9), podem ser agrupadas, escrevendo-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 F_{ik} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{ik} j_k^c w^{IV} + \sum_{k=1}^3 F_{ik} j_k \delta_k^{IV} \\ & - \sum_{k=1}^3 F_{ik} s_k v'' - \sum_{k=1}^3 F_{ik} s_k^c w'' - \sum_{k=1}^3 F_{ik} s_k \delta_k'' + \delta_i = F_{i0} q \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Na equação (3.2.10), F_{ik} são as deformações devidas aos valores unitários das redundantes hiperestáticas, ou seja, os coeficientes de flexibilidade da laje da estrutura, conforme visto no item 2.7, e F_{i0} representa as deformações das lajes nos nós considerados, devida a carga distribuída q , com a estrutura liberada sem as redundantes hiperestáticas q_1 , q_2 e q_3 , e finalmente, δ_i representa os deslocamentos nos nós considerados, devido a deformação da laje numa cota genérica z .

As equações (3.2.3), (3.2.5) e (3.2.10), foram deduzidas para o caso de estruturas com três painéis internos, para o caso geral com n painéis internos, de acordo com a figura 3.2.2 tem-se;

Equação de equilíbrio a translação na cota genérica z :

De (3.2.3) vem:

$$-J_{bb} v''' - J_{bc} w''' - \sum_{k=1}^n j_k \delta_k''' + S_{bb} v' + S_{bc} w' + \sum_{k=1}^n s_k \delta_k' = p(H-z) \quad (3.2.11)$$

sendo:

$$\begin{aligned} J_{bb} &= j_e + j_d + \sum_{k=1}^n j_k \\ J_{bc} &= j_e^c + j_d^c + \sum_{k=1}^n j_k^c \\ S_{bb} &= s_e + s_d + \sum_{k=1}^n s_k \\ S_{bc} &= s_e^c + s_d^c + \sum_{k=1}^n s_k^c \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

E de (3.2.5), tem-se para a equação do equilíbrio a rotação na cota z:

$$\begin{aligned}
 -J_{bc} v''' - J_{cc} w''' - \sum_{k=1}^n j_k c_k \delta_k''' - S_{bc} v' + S_{cc} w' + \sum_{k=1}^n s_k c_k \delta_k' = \\
 = pc(H-z)
 \end{aligned}
 \tag{3.2.13}$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 J_{cc} &= j_e c_e c_e + j_d c_d c_d + \sum_{k=1}^n j_k c_k c_k \\
 S_{cc} &= s_e c_e c_e + s_d c_d c_d + \sum_{k=1}^n s_k c_k c_k
 \end{aligned}$$

e J_{bc} e S_{bc} , dados em (3.2.12).

$$\tag{3.2.14}$$

E finalmente, de (3.2.10), obtém-se para a equação de compatibilidade para o caso geral com n painéis internos:

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k w^{IV} + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k \delta_k^{IV} \\
 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k v'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k c_k w'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k \delta_k'' + \delta_i = F_{io}^q
 \end{aligned}
 \tag{3.2.15}$$

Representando-se as derivadas em relação a z, pelo símbolo D, tal que:

$$\begin{aligned}
 u^{IV} &= D^4 u \\
 u''' &= D^3 u \\
 u'' &= D^2 u \\
 u' &= D u
 \end{aligned}
 \tag{3.2.16}$$

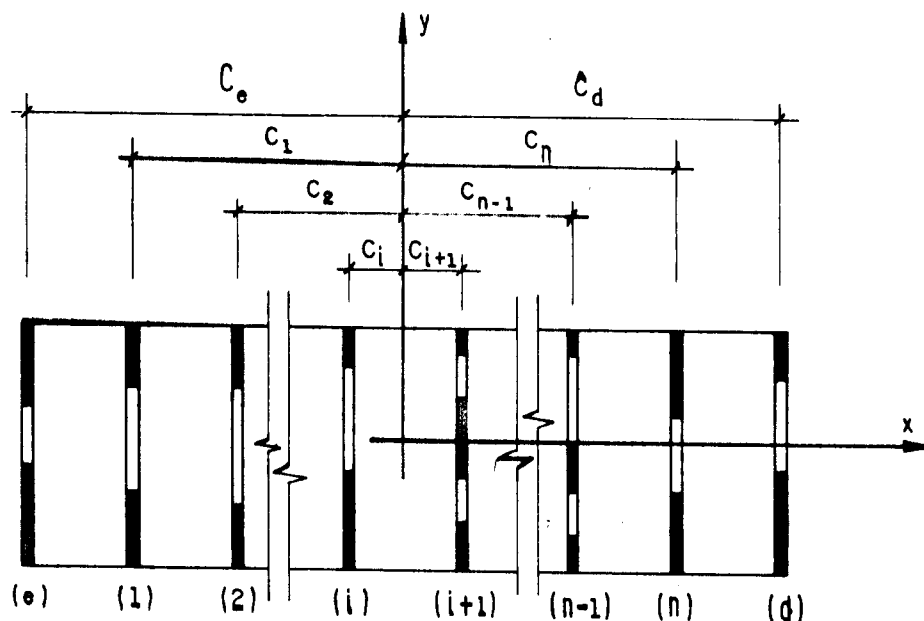


Fig. 3.2.2 - Associação tridimensional com (n+2) painéis gerais.

As equações (3.2.11), (3.2.13) e (3.2.15), podem ser escritas na forma matricial; utilizando (3.2.16) como:

$$\begin{bmatrix} -J_{bb}D^3 + S_{bb}D & -J_{bc}D^3 + S_{bc}D & -\sum_{k=1}^n j_k D^3 + \sum_{k=1}^n s_k D \\ -J_{bc}D^3 + S_{bc}D & -J_{cc}D^3 + S_{cc}D & -\sum_{k=1}^n j_k c_k D^3 + \sum_{k=1}^n s_k c_k D \\ \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k c_k D^2 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(H-z) \\ pc(H-z) \\ F_{io}^q \end{bmatrix} \quad (3.2.17)$$

As condições de contorno são dadas por:

a) Na base para $z = 0$, por serem nulos os deslocamentos obtém-se:

$$v(0) = w(0) = \delta_i(0) = 0 \quad (3.2.18)$$

e ainda, devido ao engastamento das paredes na base tem-se:

$$v'(0) = w'(0) = \delta_i'(0) = 0 \quad (3.2.19)$$

b) No topo para $z = H$, por serem nulos os momentos fletores nas paredes tem-se:

$$v''(H) = w''(H) = \delta_i''(H) = 0 \quad (3.2.20)$$

3.3 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL SÓ CONTENDO PÓRTICOS

A figura 3.3.1, mostra a planta de um edifício onde os painéis de contraventamento são pórticos planos. Estes tipos de estruturas são comuns para edifícios não muito elevados.

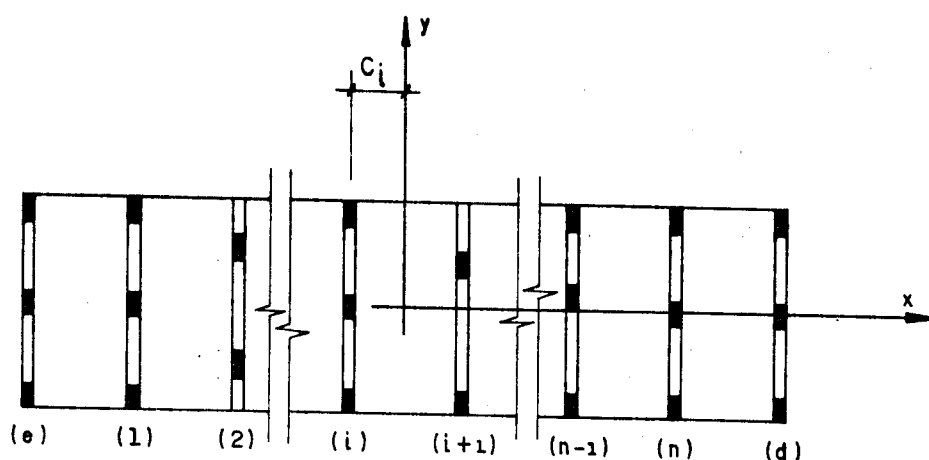


Fig. 3.3.1 - Associação tridimensional só contendo pórticos.

Sendo a equação do painel pórtico dada em (2.2.4), por:

$$Q_i = s_i u' \quad (3.3.1)$$

A equação de equilíbrio a translação, numa cota genérica z , pode ser escrita de (3.2.11), tomando $J_{bb} = J_{bc} = \sum_{k=1}^n j_k = 0$, como:

$$S_{bb} v'' + S_{bc} w' + \sum_{k=1}^n s_k \delta_k' = p(H-z) \quad (3.3.2)$$

onde, S_{bb} e S_{bc} , são os mesmos dados em (3.2.12).

Por sua vez, o equilíbrio a rotação se escreve de (3.2.13), através da equação:

$$S_{bc} v' + S_{cc} w' + \sum_{k=1}^n s_k^c \delta_k' = pc(H-z) \quad (3.3.3)$$

sendo, S_{bc} e S_{cc} , os mesmos dados em (3.2.14).

Finalmente as equações de compatibilidade para os deslocamentos, são escritas de (3.2.15) como:

$$-\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k v'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k^c w'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k \delta_k'' + \delta_i = F_{io} q \quad (3.3.4)$$

Da mesma forma que em (3.2.16), adotando-se o símbolo D , para representar as derivadas, as equações (3.3.2) a (3.3.4), podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} S_{bb}^D & S_{bc}^D & \sum_{k=1}^n s_k^D \\ S_{bc}^D & S_{cc}^D & \sum_{k=1}^n s_k^c D \\ -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 & -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k^c D^2 & -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^{2+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(H-z) \\ pc(H-z) \\ F_{io} q \end{bmatrix} \quad (3.3.5)$$

As condições de contorno para a associação só contendo pórticos são dadas por:

$$v(o) = w(o) = \delta_i(o) = 0 \quad (3.3.6)$$

3.4 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL SÓ CONTENDO PAREDES

Este tipo de estrutura é bastante rígido às cargas verticais e horizontais. Os painéis da figura 3.4.1, são todos painéis paredes, os painéis com dois ou mais pilares

paredes ligados por barras biarticuladas são menos rígidos que os painéis cheios. A inexistência de vigas ligando os pilares paredes, caracteriza estes tipos de painéis como uma associação em série de pilares paredes, onde as barras biarticuladas de interligação são feitas através das lajes, suposta nula sua rigidez transversal.

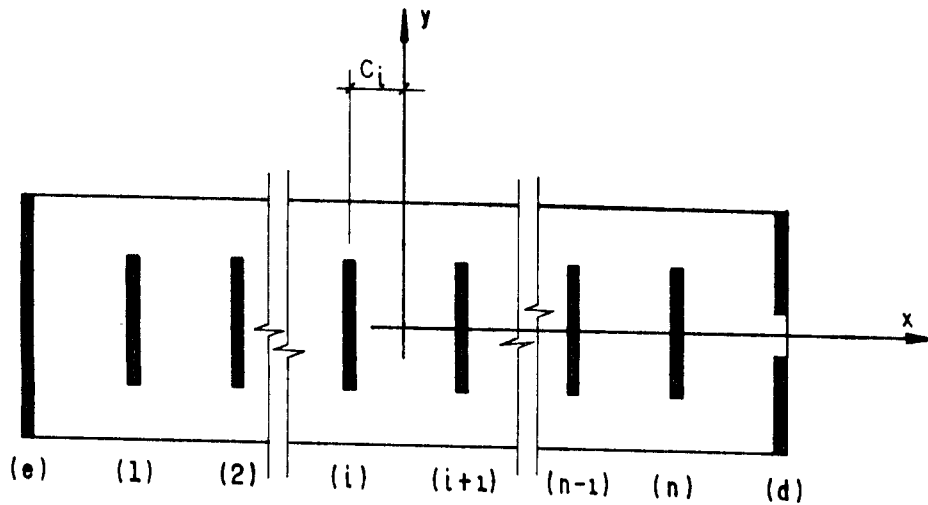


Fig. 3.4.1 - Associação tridimensional só contendo paredes.

A equação do painel parede é dada através de (2.1.5) como:

$$Q_i = -j_i u''' \quad (3.4.1)$$

Ou através da equação (2.5.14), devido a inexistência dos lintéis, unindo os pilares paredes, pode-se escrever:

$$Q_i = -\Sigma j u''' \quad (3.4.2)$$

onde Σj , estende-se a todos os pilares paredes pertencentes ao painel i .

Como são nulos todos os coeficientes s_i (rigidez a força cortante), as equações de equilíbrios e de compatibilidades, podem ser escritas de (3.2.11), (3.2.13) e (3.2.15), a seguir:

Equilíbrio a translação:

$$-J_{bb}v''' - J_{bc}w''' - \sum_{k=1}^n j_k \delta_k''' = p(H-z) \quad (3.4.3)$$

sendo, J_{bb} e J_{bc} , dados na eq. (3.2.12).

Equilíbrio a rotação:

$$-J_{bc}V''' - J_{cc}W''' - \sum_{k=1}^n j_k c_k \delta_k''' = pc(H-z) \quad (3.4.4)$$

onde, J_{bc} e J_{cc} , são dadas na eq. (2.4.14).

E finalmente para as equações de compatibilidade têm-se:

$$\sum_{k=1}^n F_{ik} j_k v^{IV} + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k w^{IV} + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k \delta_k^{IV} + \delta_i = F_{io}^q \quad (3.4.5)$$

Com a utilização do símbolo D , para indicar as derivadas, as equações (3.4.3) a (3.4.5) podem ser agrupadas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} -J_{bb}D^3 & -J_{bc}D^3 & -\sum_{k=1}^n j_k D^3 \\ -J_{bc}D^3 & -J_{cc}D^3 & -\sum_{k=1}^n j_k c_k D^3 \\ \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^4 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k D^4 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^{4+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(H-z) \\ pc(H-z) \\ F_{io}^q \end{bmatrix} \quad (3.4.6)$$

As condições de contorno para este caso, são dadas por:

a) Na base

$$v(o) = w(o) = \delta_i(o) = 0 \quad (3.4.7)$$

$$v'(0) = w'(0) = \delta_i'(0) = 0 \quad (3.4.8)$$

b) No topo

$$v''(H) = w''(H) = \delta_i''(H) = 0 \quad (3.4.9)$$

3.5 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL COM PAINÉIS GERAIS EXTERNOS E PÓRTICOS INTERNOS

Os painéis externos podem ser enrijecidos através de lintéis, e, esses tipos de painéis são muito rígidos às cargas laterais. A associação conforme mostra a figura 3.5.1, é encontrada na prática com frequência.

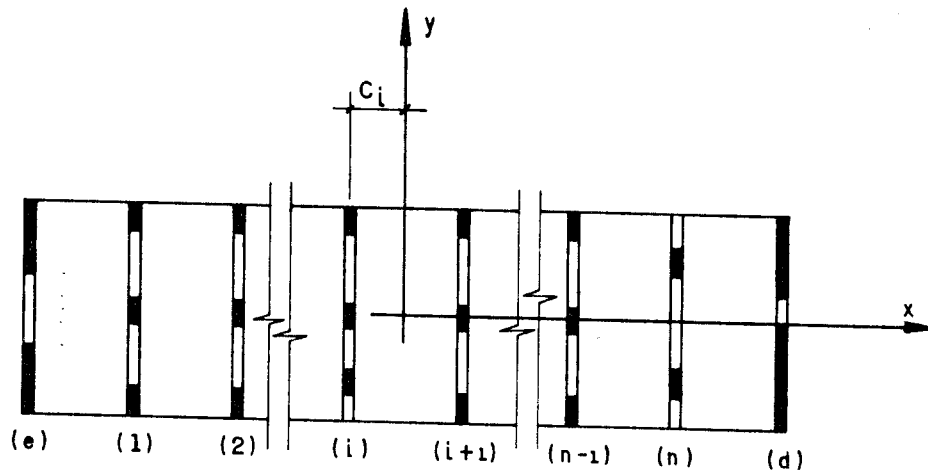


Fig. 3.5.1 - Associação tridimensional de painéis gerais externos e pórticos internos.

A equação para os painéis das extremidades, são dadas por:

$$Q_i = -j_i u''' + s_i u' \quad (3.5.1)$$

E por sua vez para os pórticos internos:

$$Q_i = s_i u' \quad (3.5.2)$$

A equação de equilíbrio, de (3.2.11) se escreve:

$$-J_{bb}v'''' - J_{bc}w'''' + S_{bb}v' + S_{bc}w' + \sum_{k=1}^n s_k \delta_k' = p(H-z) \quad (3.5.3)$$

sendo:

$$J_{bb} = j_e + j_d$$

$$J_{bc} = j_e^c + j_d^c$$

S_{bb} e S_{bc} , são dados em 3.2.11.

E a equação de equilíbrio a rotação, de (3.2.13), vem:

$$-J_{bc}v'''' - J_{cc}w'''' + S_{bc}v' + S_{cc}w' + \sum_{k=1}^n s_k^c \delta_k' = pc(H-z) \quad (3.5.4)$$

De (3.2.15), as equações de compatibilidade são escritas como:

$$-\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k v'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k^c w'' - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k \delta_k'' + \delta_i = F_{io}^q \quad (3.5.5)$$

E substituindo-se as derivadas em relação a z, pelo símbolo D, as equações (3.5.3) a (3.5.5), podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} -J_{bb}D^3 + S_{bb}D & -J_{bc}D^3 + S_{bc}D & \sum_{k=1}^n s_k D \\ -J_{bc}D^3 + S_{bc}D & -J_{cc}D^3 + S_{cc}D & \sum_{k=1}^n s_k^c D \\ -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 & -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k^c D^2 & -\sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^{2+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \\ \delta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(H-z) \\ pc(H-z) \\ F_{io}^q \end{bmatrix} \quad (3.5.6)$$

As condições de contorno para a associação são da das por:

a) Na base

$$v(o) = w(o) = \delta_i(o) = 0 \quad (3.5.7)$$

$$v'(o) = w'(o) = 0 \quad (3.5.8)$$

b) No topo

$$v''(H) = w''(H) = 0 \quad (3.5.9)$$

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo são apresentados alguns exemplos numéricos de aplicação. Os cálculos foram feitos através de programa escrito em linguagem Fortran 77, baseado nas hipóteses de cálculo apresentados neste trabalho, sendo o equipamento utilizado um microcomputador PC-XT, compatível com IBM PC. Maiores detalhes sobre a programação são dados no capítulo 6.

As estruturas dos dois primeiros exemplos são adaptadas dos exemplos analisados por GOLDBERG [7], as paredes, vigas e lajes foram mantidas com suas características físicas e geométricas, porém, foram alteradas as alturas dos andares de modo a obter espaçamentos iguais entre as lajes, sendo também considerados pórticos com rigidezes constantes da base até ao topo dos edifícios.

Para os pórticos típicos do primeiro e segundo exemplos, foram consideradas rigidezes médias aproximadas. Com

a adoção dessa rigidez média há um enfraquecimento considerável nos andares inferiores, e por sua vez, um enrijecimento nos andares próximos ao topo do edifício, comparadas às estruturas analisadas por Goldberg.

Os resultados são apresentados em tabelas e gráficos, e são discutidos no final de cada exemplo.

São ainda apresentados mais três exemplos de estruturas, variando de uma para a outra estrutura, apenas a dimensão menor em planta das lajes, tendo portanto as três estruturas os mesmos painéis verticais de contraventamento e o mesmo carregamento horizontal devido ao vento.

Os resultados do cálculo destes três exemplos, variando apenas a rigidez das lajes, permite analisar melhor a influência das deformações destas, na distribuição das cargas horizontais aos painéis verticais de contraventamento.

4.2 - PRIMEIRO EXEMPLO

Trata-se de uma estrutura adaptada do exemplo analisado por GOLDBERG [7], conforme mencionado no item anterior.

A estrutura é de um edifício de 10 pavimentos. As paredes verticais externas e as lajes são em concreto armado com módulo de elasticidade longitudinal $E = 3 \times 10^6$ psi (libra/pol²). Os painéis tipo pórtico são de aço com $E = 3 \times 10^7$ psi.

Os dados necessários para o cálculo foram conservados no sistema de unidades inglesa.

Para o carregamento, foi mantido o mesmo valor da pressão do vento $q = 0,1736$ libra/pol², atuando sobre a face do edifício voltada ao barlavento.

Para melhor compreensão e análise dos resultados são apresentados nas figs. 4.2.1 e 4.2.2, as estruturas calculadas por Goldberg e pelo autor, respectivamente.

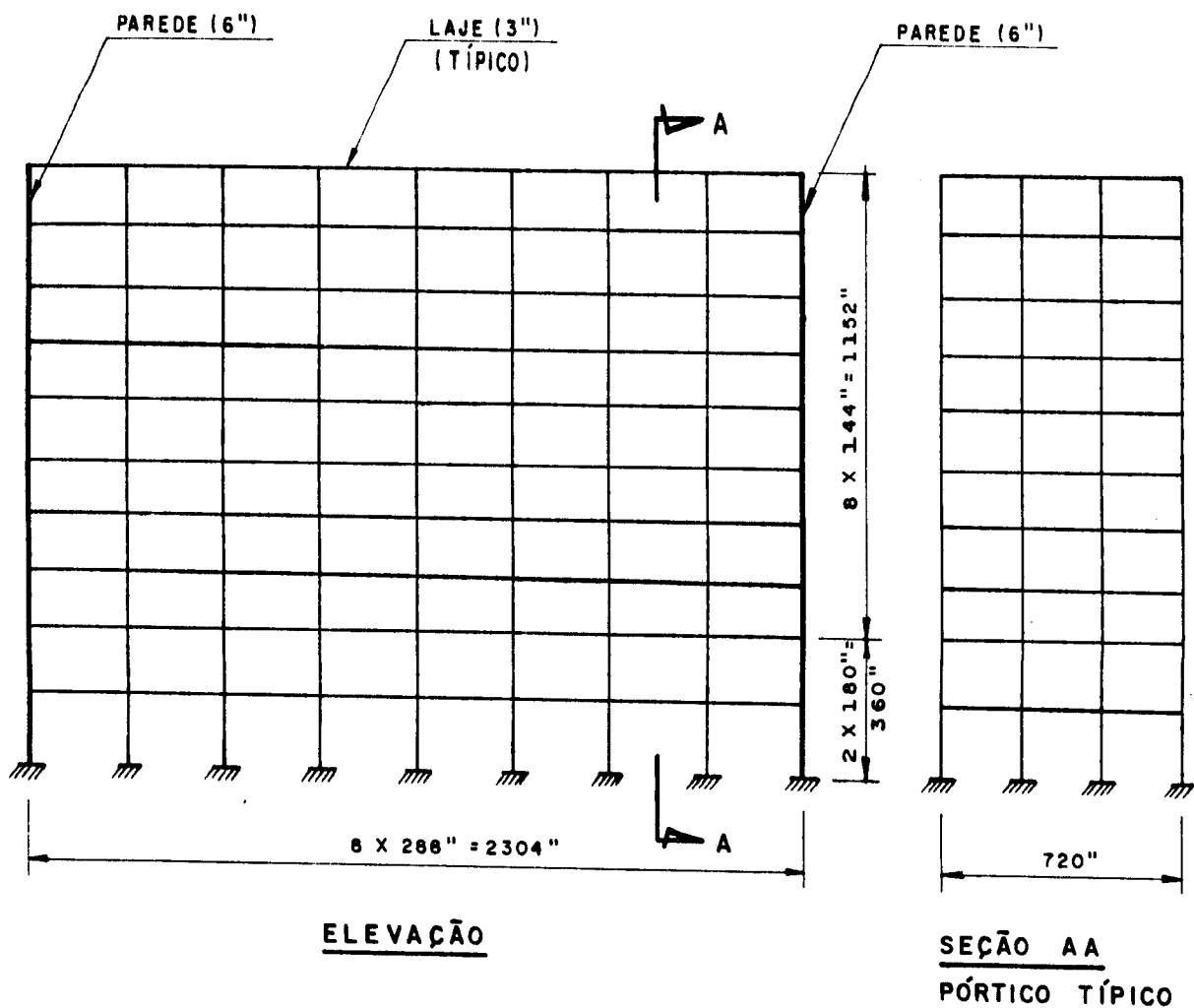


Fig. 4.2.1 - Estrutura do edifício de 10 andares (Goldberg)

Tabela 4.2.1 - Momentos de inércia das barras dos pórticos (Pol.⁴).

ANDAR	VIGAS	COLUNAS
10	1380	254
9	1380	443
8	1380	739
7	1380	927
6	1380	1152
5	1380	1414
4	1380	1708
3	1380	2168
2	1380	2477
1	1380	2627

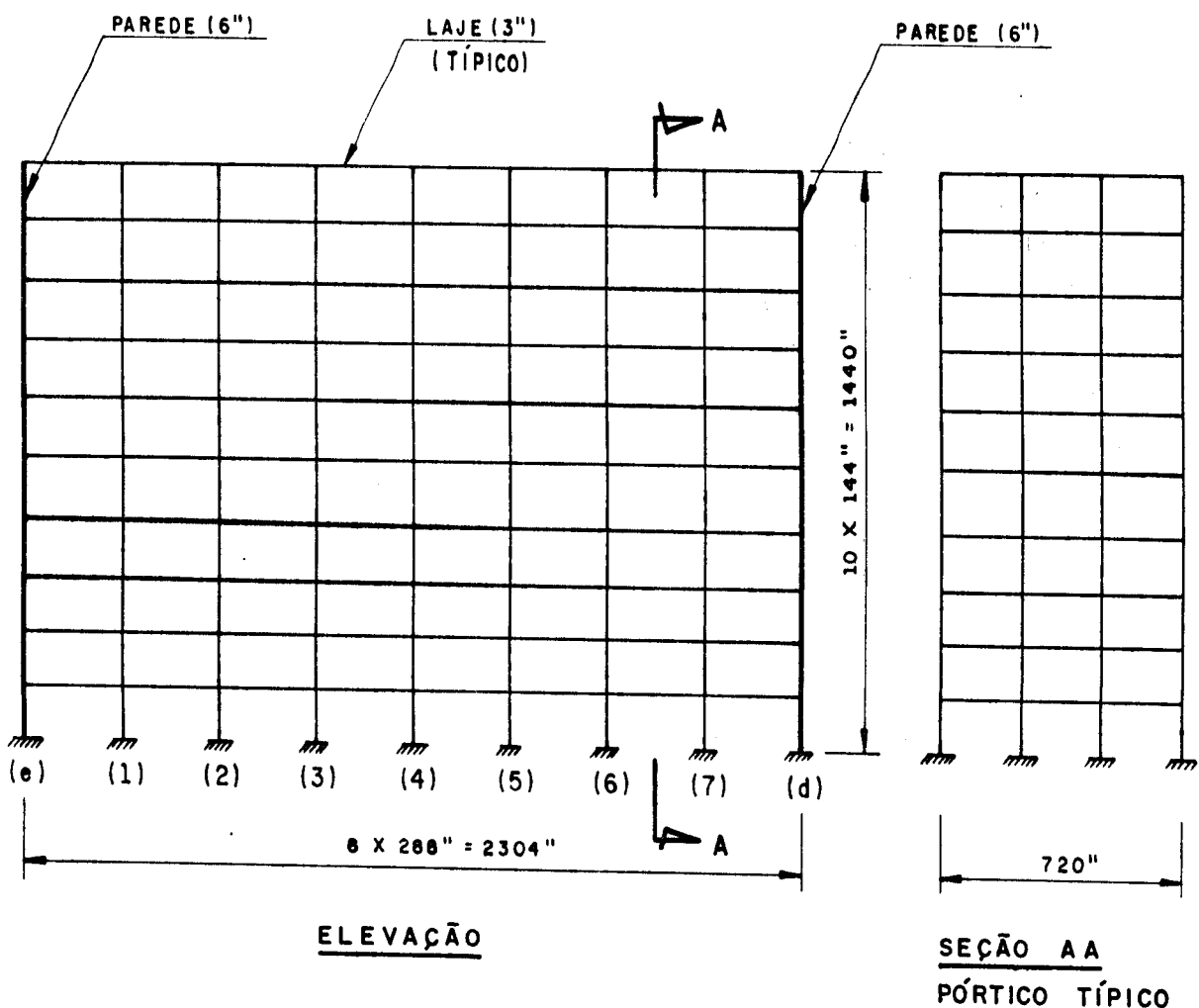


Fig. 4.2.2 - Estrutura do edifício de 10 andares (autor).

Determinação dos parâmetros de rigidez dos painéis:

a) Painéis paredes (painéis (e) e (d))

$$j_e = j_d = J_e \cdot E = \frac{6 \times 720^3}{12} \times 3 \times 10^6 = 5,59872 \times 10^{14} \text{ libra} \times \text{pol}^2$$

b) Painéis pórticos (1) a (7)

Supondo um pórtico equivalente com rigidez constante ao longo de toda a altura do edifício e adotando-se para essa rigidez um valor médio, já que foge ao escopo deste trabalho uma determinação mais precisa.

Rigidez à força cortante dos andares do pórtico da figura 4.2.1:

$$9^{\circ} - 0,647.E$$

$$8^{\circ} - 0,862.E$$

$$7^{\circ} - 0,903.E$$

$$6^{\circ} - 0,984.E$$

$$5^{\circ} - 1,055.E$$

$$4^{\circ} - 1,114.E$$

$$3^{\circ} - 1,209.E$$

$$2^{\circ} - 0,840.E$$

$$1^{\circ} - 0,866.E$$

Adotando-se então para a rigidez do pórtico da fig. 4.2.2, um valor médio aproximado entre o primeiro e o sétimo andar tem-se:

$$s_f = 0,996.E = 0,996 \times 3 \times 10^7 = 2,98800 \times 10^7 \text{ libra}$$

c) Momento de inércia da laje típica

$$J_{\lambda} = \frac{3 \times 720^3}{12} = 9,33120 \times 10^9 \text{ pol}^4$$

$$E = 3 \times 10^6 \text{ psi}$$

Nas tabelas 4.2.2 e 4.2.3 são apresentados três resultados de cálculo sob diferentes aspectos; um de solução discreta obtido por Goldberg, onde são considerados as deformações das lajes, e outros dois obtidos pelo autor, pela técnica do meio contínuo; sendo um resultado com lajes deformáveis e outro, impondo às lajes uma rigidez infinita.

Lembrando ainda que os painéis pórticos da estrutura analisada por Goldberg tem rigidez variável ao longo da

altura e que, por sua vez, os pórticos da estrutura calculada pelo autor tem rigidez constante ao longo da altura.

Considerando tal alteração imposta na estrutura, a suposição de uma rigidez média equivalente, chega-se a resultados satisfatórios para este exemplo, conforme pôde-se verificar através dos resultados obtidos.

Verifica-se que os deslocamentos obtidos pelo autor são menores; isto deve-se principalmente ao enrijecimento nos andares mais altos dos pórticos, lembrando ao leitor que este tipo de painel tem em sua elástica a concavidade voltada para o barlavento. O deslocamento no topo do painel parede chega-se a 80% do deslocamento obtido por Goldberg, e para o painel (4) chega-se a 91%.

Os esforços cortantes no meio dos painéis são próximos, divergindo um pouco na base e com diferença maior no topo dos painéis tipo pórtico. Conforme foi dito anteriormente, isto deve-se ao fato da estrutura calculada pelo processo discreto, terem os pórticos menor rigidez nos andares mais altos.

Verifica-se também que os painéis pórticos mais internos ao edifício absorvem esforços cortantes maiores na base, que os pórticos próximos a parede; isso deve-se a deformação das lajes dos andares do edifício.

Comparando os resultados obtidos pelo autor, verifica-se que os esforços cortantes são bastante próximos, exceto na base, onde há uma grande diferença, divergindo ainda mais nos pórticos mais afastados das extremidades do edifício. Para os momentos fletores os resultados praticamente coincidem.

Tabela 4.2.2 - Deslocamentos horizontais

		DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (POL.)												
		GOLDBERG (DISCRETO)						AUTOR (CONTÍNUO)						
ANDAR		PAINEL						PAINEL						LAJE RÍGIDA
		(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	TODOS OS PAINÉIS		
10		0,2066	0,2107	0,2141	0,2164	0,2172	0,1653	0,1780	0,1887	0,1957	0,1981	0,1656		
9		0,1805	0,1901	0,1980	0,2033	0,2051	0,1437	0,1565	0,1672	0,1742	0,1766	0,1441		
8		0,1546	0,1655	0,1745	0,1805	0,1826	0,1222	0,1350	0,1457	0,1528	0,1552	0,1225		
7		0,1289	0,1407	0,1505	0,1570	0,1593	0,1008	0,1138	0,1246	0,1317	0,1341	0,1011		
6		0,1038	0,1160	0,1262	0,1329	0,1353	0,0799	0,0930	0,1039	0,1111	0,1136	0,0801		
5		0,0796	0,0922	0,1028	0,1097	0,1121	0,0599	0,0731	0,0842	0,0915	0,0941	0,0601		
4		0,0571	0,0702	0,0810	0,0882	0,0907	0,0413	0,0548	0,0660	0,0734	0,0760	0,0415		
3		0,0370	0,0503	0,0614	0,0687	0,0712	0,0250	0,0385	0,0497	0,0570	0,0596	0,0252		
2		0,0202	0,0328	0,0434	0,0503	0,0527	0,0120	0,0246	0,0352	0,0421	0,0445	0,0121		
1		0,0055	0,0127	0,0186	0,0224	0,0238	0,0032	0,0127	0,0206	0,0257	0,0275	0,0033		
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Tabela 4.2.3 - Forças cortantes

		FORÇAS CORTANTES (LIBRA)											
		GOLDBERG (DISCRETO)					AUTOR (CONTÍNUO)						
ANDAR		PAINEL					PAINEL					LAJE RÍGIDA	
		(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	IGUAIS (1) a (4)
10		9654	1815	1363	1069	967	- 16979	4734	4739	4742	4743	- 16571	4735
9		32644	3116	3018	2945	2920	12409	4727	4722	4719	4718	12215	4739
8		58033	4134	3993	3902	3870	41438	4705	4690	4679	4676	41050	4728
7		85338	4465	4416	4382	4370	70021	4634	4609	4592	4586	70055	4670
6		113445	4672	4612	4572	4558	99402	4483	4449	4427	4419	99346	4530
5		142234	4670	4587	4534	4515	129830	4222	4185	4160	4152	129040	4273
4		172082	4397	4322	4267	4247	159160	3828	3804	3789	3784	159270	3865
3		202257	4082	3923	3830	3800	189740	3310	3353	3383	3393	190150	3271
2		231869	3612	3666	4112	4269	220500	2772	3056	3247	3317	221810	2453
1		251158	3986	6358	7887	8413	244760	2676	3885	4679	4955	254870	1236
							270610	2870	4898	6218	6674	286530	420

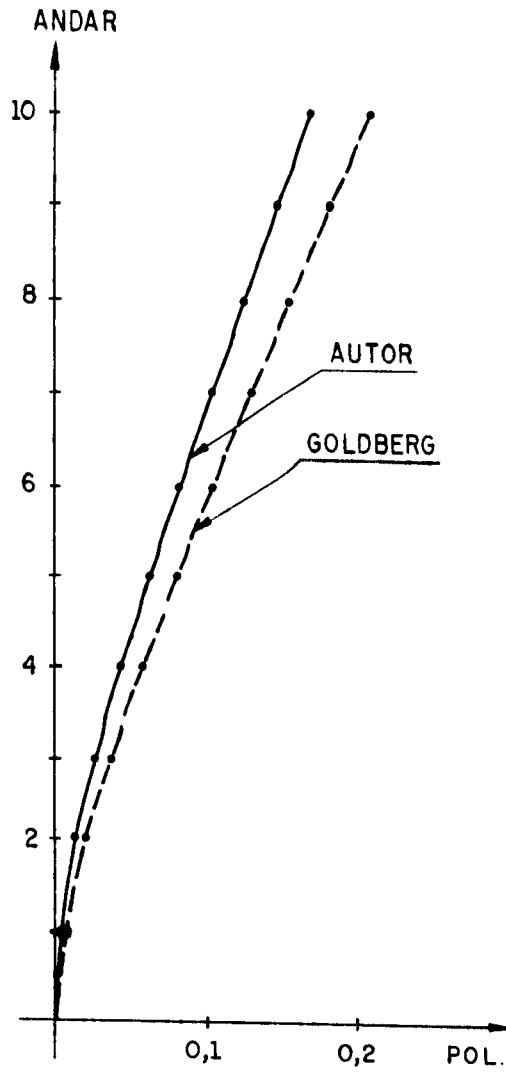


Fig. 4.2.3 - Deslocamentos nos painéis (e) = (d)

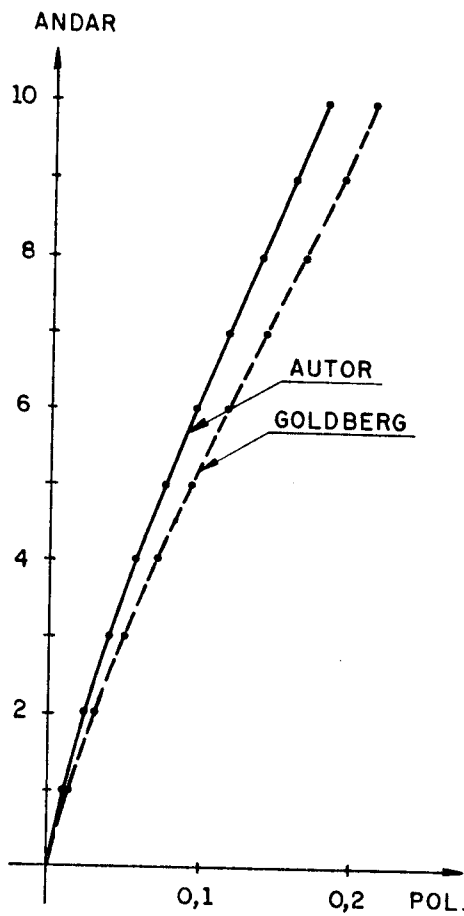


Fig. 4.2.4 - Deslocamentos nos painéis (1) = (7)

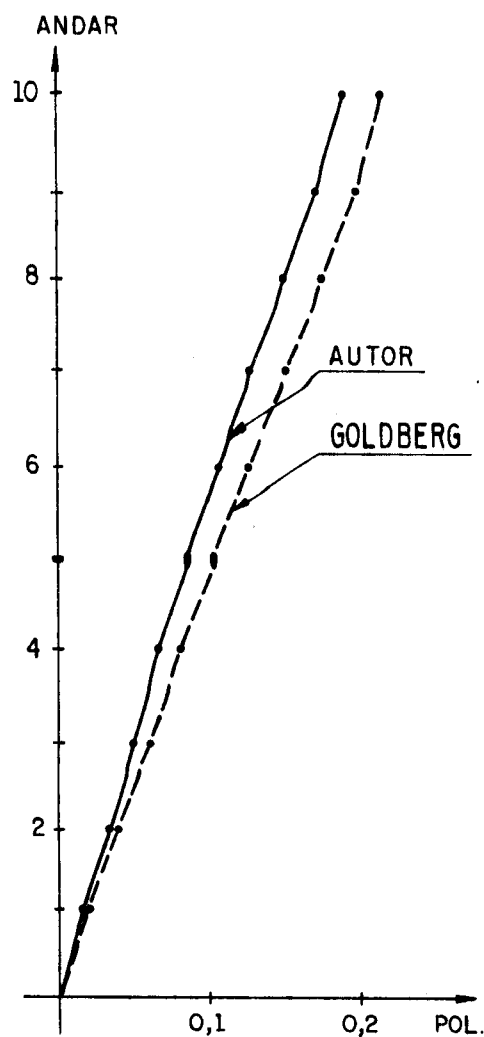


Fig. 4.2.5 - Deslocamentos nos painéis (2) = (6)

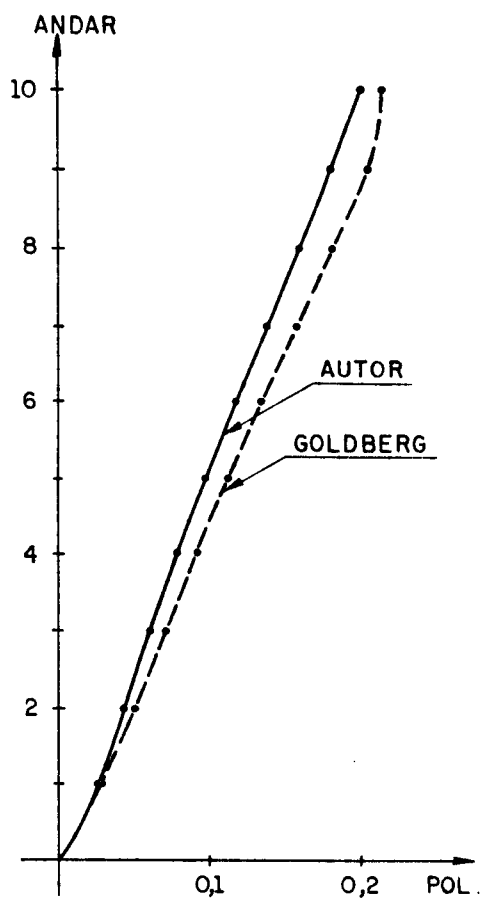


Fig. 4.2.6 - Deslocamento no painel (4)

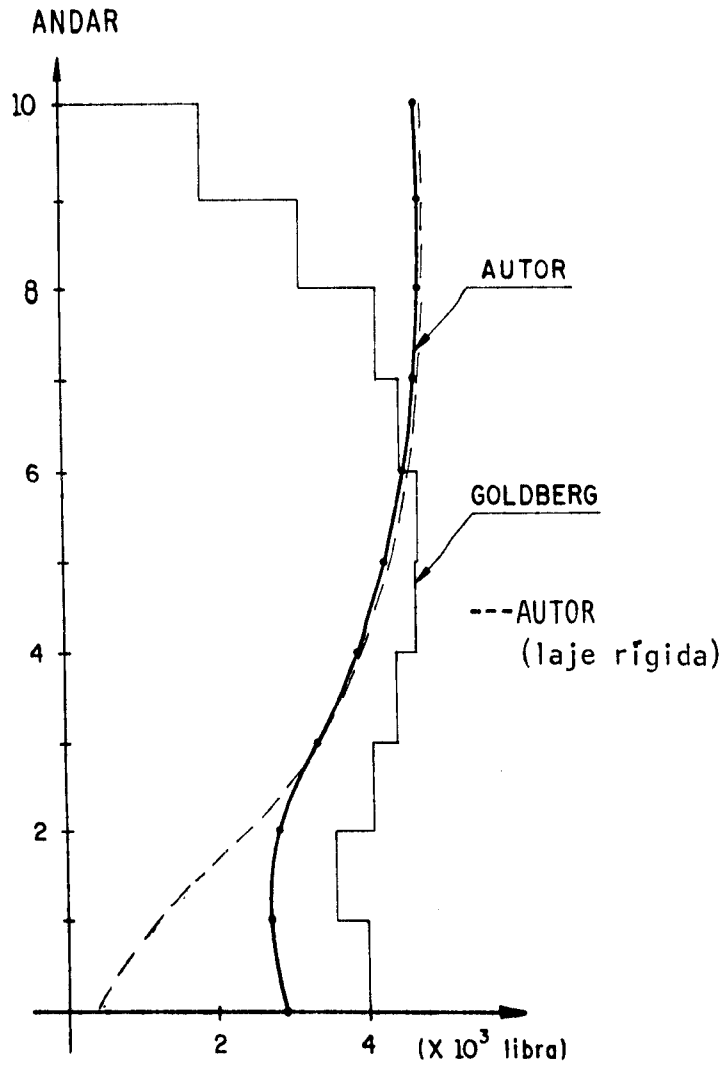


Fig. 4.2.7 - Forças cortantes nos painéis (1) = (7)

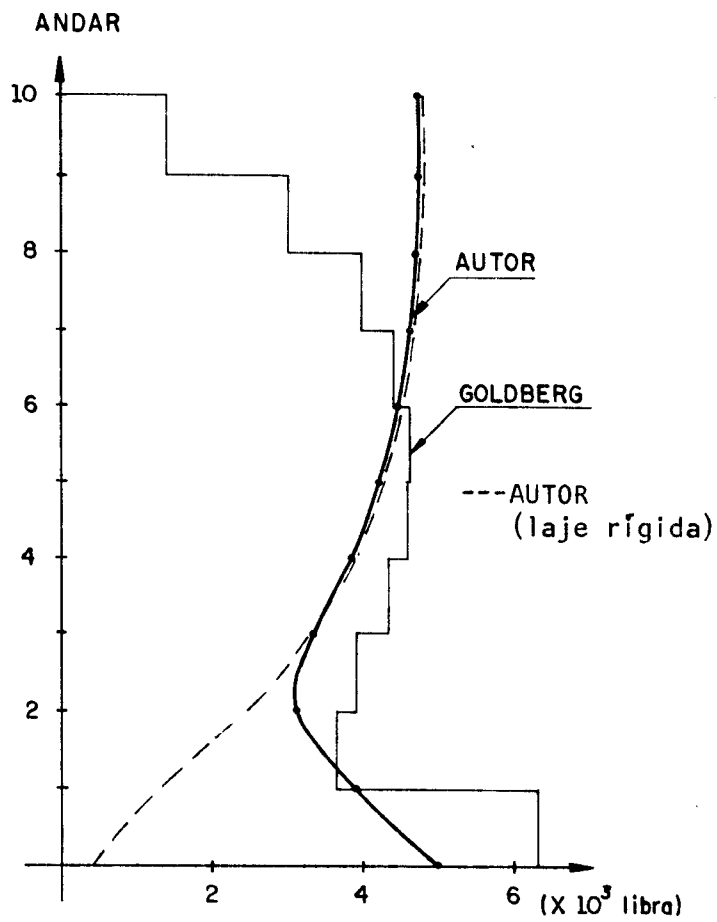


Fig. 4.2.8 - Forças cortantes nos painéis (2) = (6)

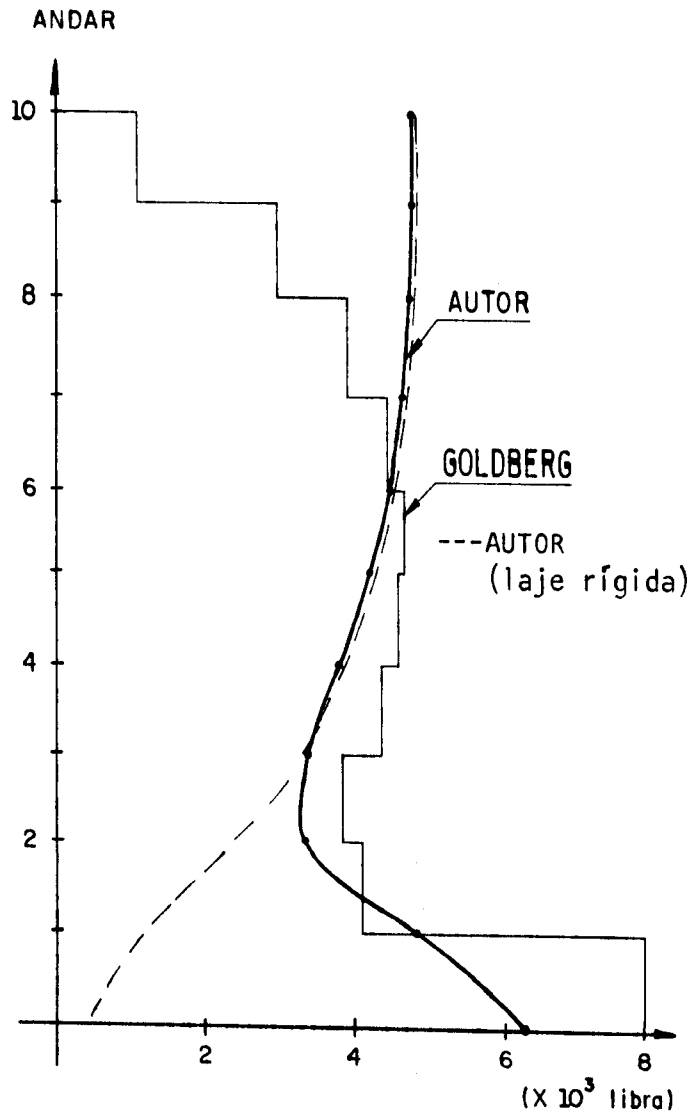


Fig. 4.2.9 - Forças cortantes nos painéis (3) = (5)

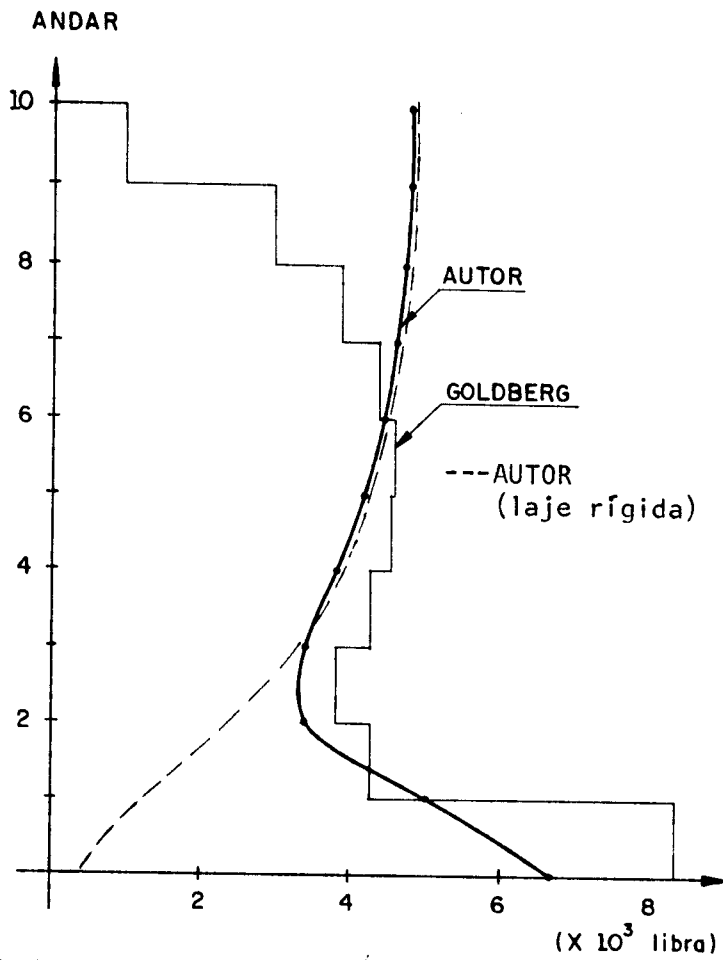


Fig. 4.2.10 - Forças cortantes no painel (4)

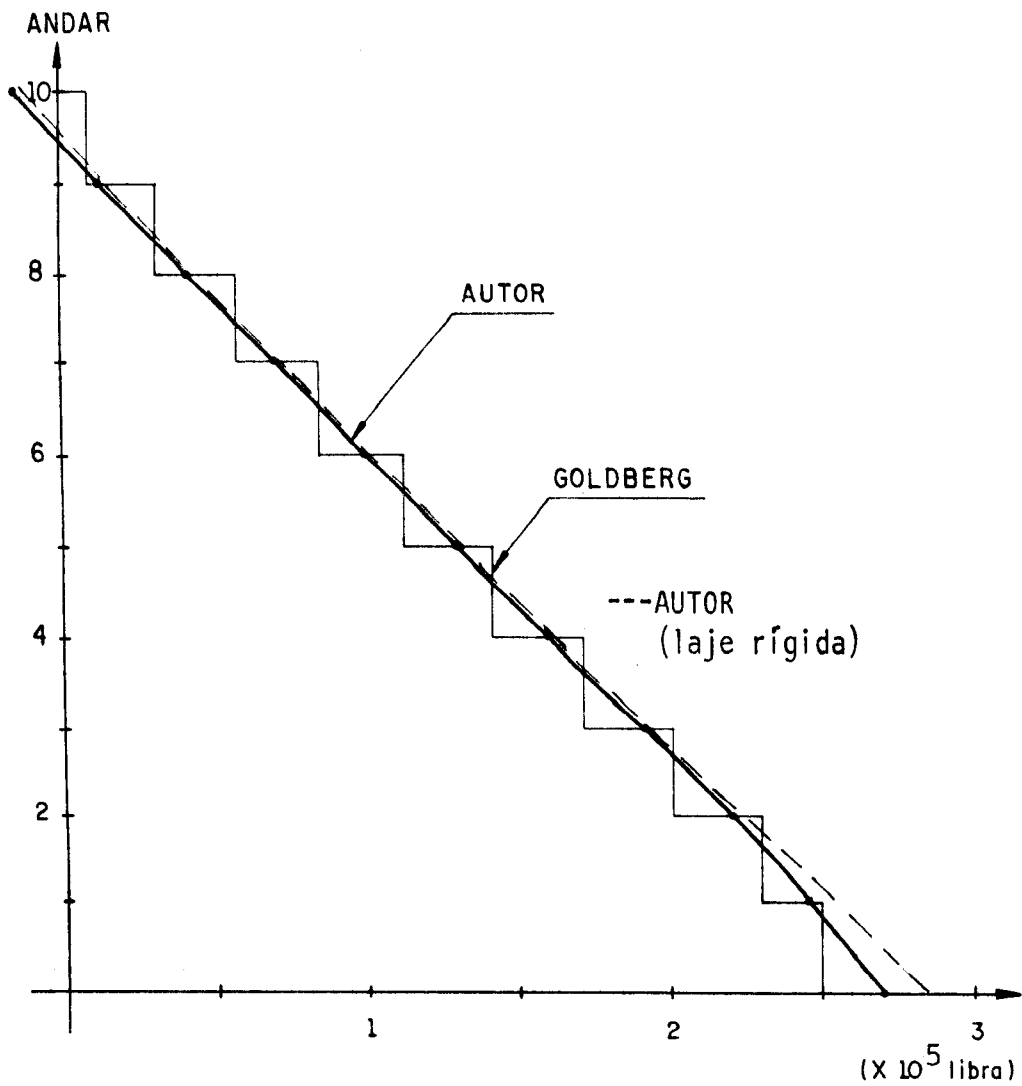


Fig. 4.2.11 - Forças cortantes nos painéis (e) = (d)

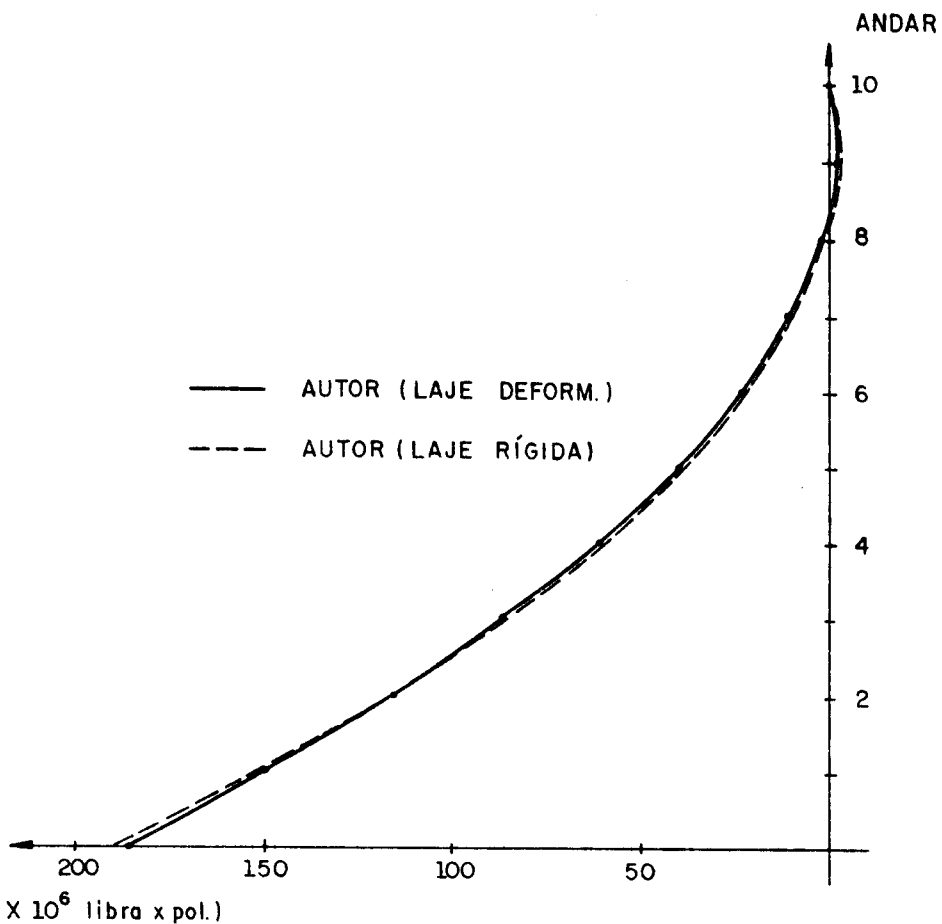


Fig. 4.2.12 - Momentos fletores nas paredes (e) = (d)

4.3 - SEGUNDO EXEMPLO

A estrutura deste exemplo é de um edifício de 20 andares, que, como no primeiro exemplo, foi adaptada do exemplo analisado por GOLDBERG [7].

Para o cálculo através da técnica do meio contínuo, foram feitas as seguintes alterações na estrutura original analisada por Goldberg; as alturas dos andares foram considerados constantes e iguais a 157", as vigas e pilares dos pórticos tem seção constante em todos os andares da estrutura.

As paredes verticais de contraventamento e as lajes são de concreto armado ($E = 3 \times 10^6$ psi), e tem de espessura 6" e 4" respectivamente.

Os painéis de contraventamento tipo pórtico, são de aço ($E = 3 \times 10^7$ psi).

Para o carregamento, foi mantido o mesmo valor $q = 0,1042$ libra/pol² devido ao vento, adotado por Goldberg.

As figuras 4.3.1 e 4.3.2, mostram as estruturas analisadas por Goldberg e pelo autor respectivamente. Os pórticos da estrutura (fig.4.3.1), tem as inércias listadas na tab. 4.3.1.

Tabela 4.3.1 - Momentos de inércia das barras dos pórticos (pol.⁴).

Andar	Vigas	Pilares	
		externos	internos
20 a 17	2025	1891	1896
16 e 15	2025	2025	2106
14 e 13	2025	2634	2684
12 e 11	2025	2707	2866
10 e 9	2025	3036	3758
8	2025	4132	4325
7	3387	4132	4325
6	3717	4926	5106
5	5161	4926	5106

Andar	Vigas	Pilares	
		externos	internos
4	5321	5946	5946
3	5641	5546	5946
2	5862	6816	6816
1	8058	6816	6816

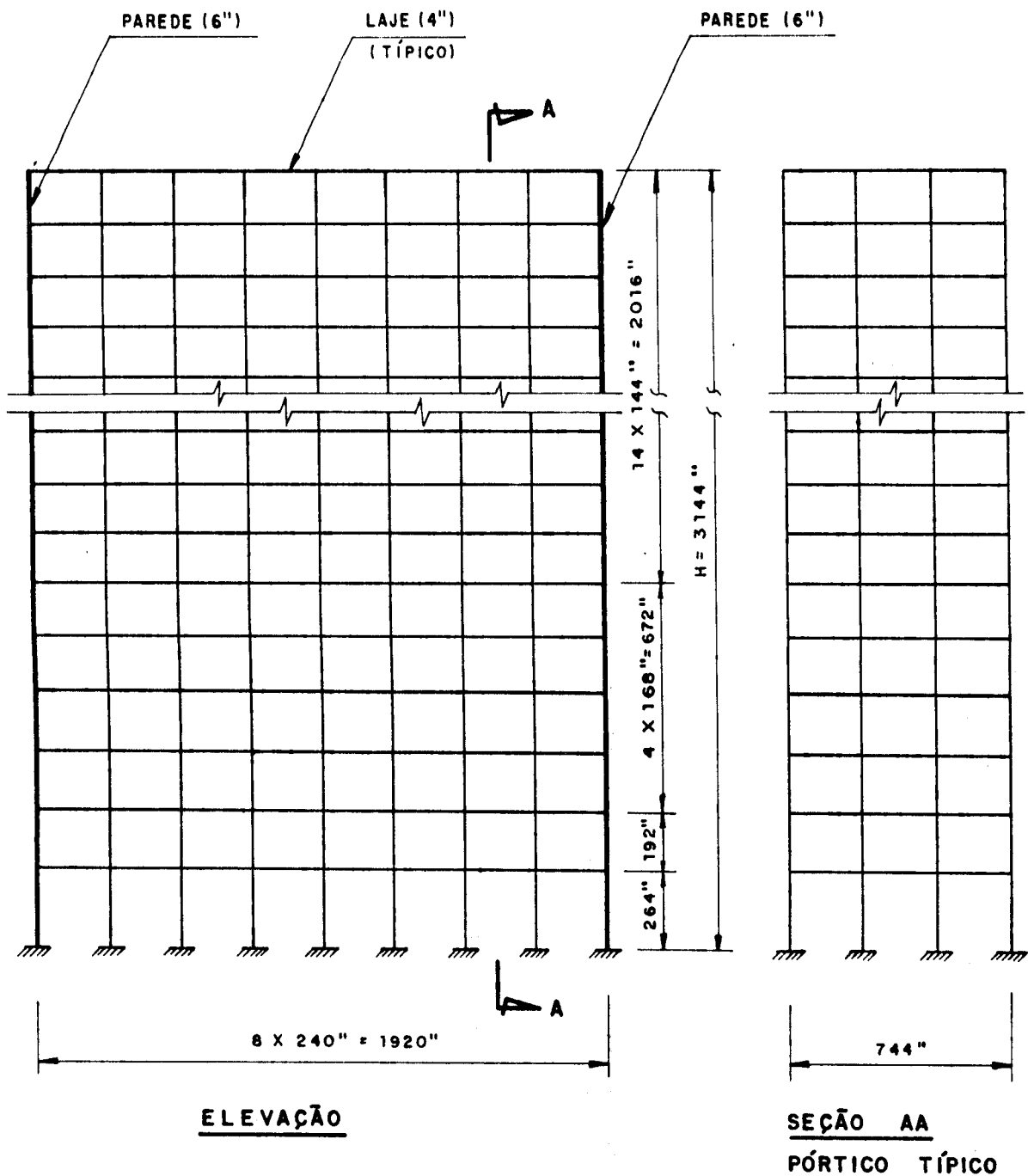


Fig. 4.3.1 - Estrutura do edifício de 20 andares (Goldberg)

Determinação dos parâmetros de rigidez dos painéis:

a) Painéis paredes (painéis (e) e (d))

$$j_e = j_d = J_e \cdot E = \frac{6 \times 744^3}{12} \times 3 \times 10^6 = 6,18000 \times 10^{16} \text{ libra} \times \text{pol}^2$$

b) Painéis p \acute{o} rticos (pain \acute{e} is (1) a (7))

Com o mesmo procedimento do primeiro exemplo calcula-se a rigidez nos v \acute{a} rios andares, no caso, do p \acute{o} rtico da figura 4.3.1, e adota-se para a rigidez do p \acute{o} rtico da fig. 4.3.2, uma m \acute{e} dia aproximada.

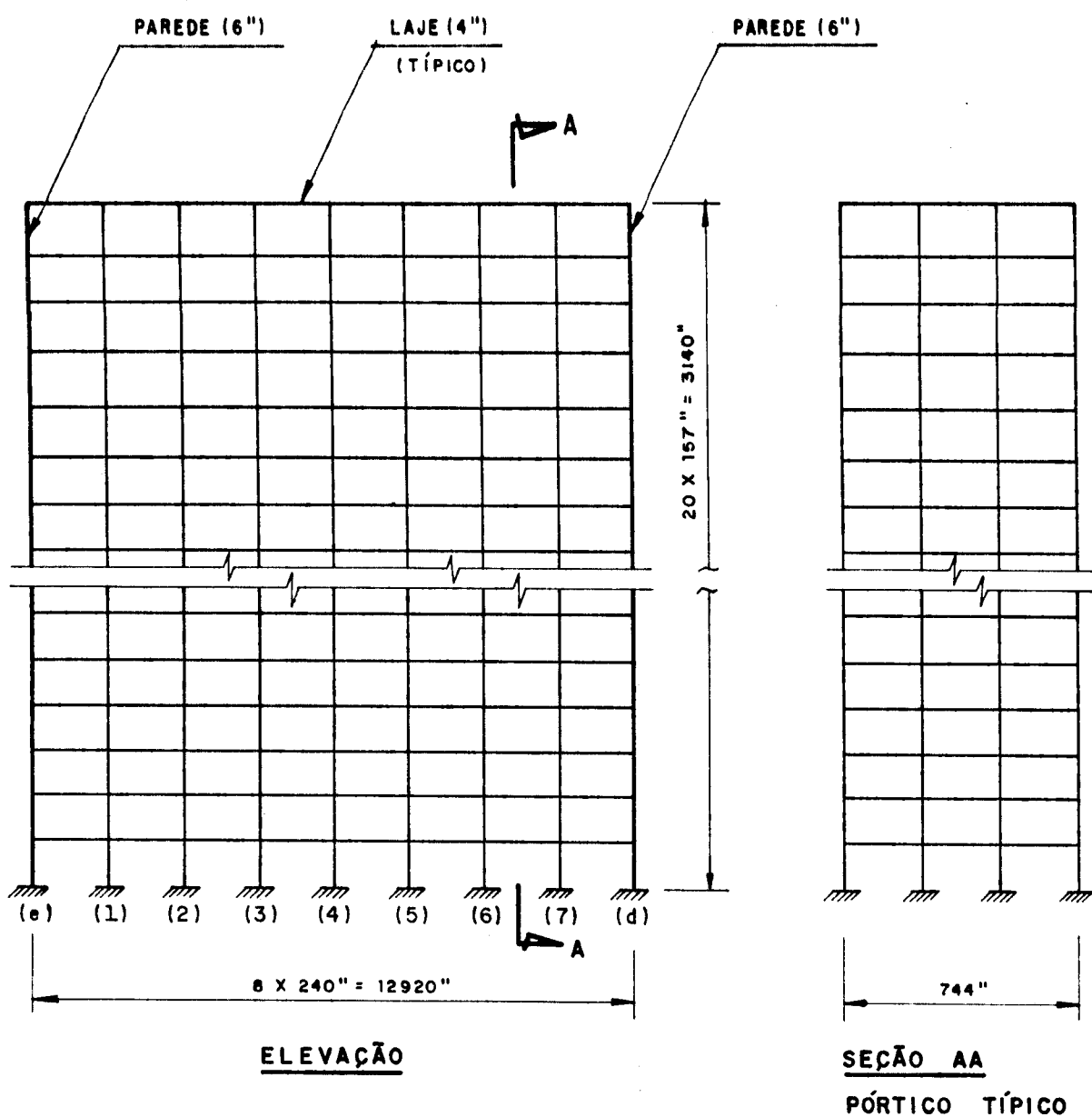


Fig. 4.3.2 - Estrutura do edifício de 20 andares (autor)

Rigidez à força cortante dos andares do pórtico típico:

19ºa 17º - 1,359.E	8º - 1,802.E
16º - 1,443.E	7º - 2,484.E
15º - 1,401.E	6º - 2,300.E
14º - 1,637.E	5º - 2,862.E
13º - 1,503.E	4º - 3,255.E
12º - 1,553.E	3º - 3,208.E
11º - 1,524.E	2º - 2,885.E
10º - 1,737.E	1º - 2,021.E
9º - 1,607.E	

Adotando-se então para a rigidez, a média entre os andares, tem-se:

$$s_f \cong 1,963.E = 1,963 \times 3 \times 10^7 \cong 5,88900 \times 10^7 \text{ libra}$$

c) Momento de inércia da laje típica

$$J_e = \frac{4 \times 744^3}{12} = 1,37278 \times 10^8 \text{ pol}^4$$

$$E = 3 \times 10^6 \text{ psi}$$

Nas tabelas 4.3.2 e 4.3.3, são mostrados os resultados de cálculos obtidos por Goldberg e pelo autor, sendo também ilustrados nos gráficos das figuras 4.3.3 a 4.3.11.

Com a consideração de uma rigidez constante dos pórticos em toda a altura do edifício, o autor obtém um resultado interessante do ponto de vista do comportamento global da estrutura, quando comparados ao resultado obtido por Goldberg.

Conforme pode-se notar através dos gráficos das figuras 4.3.3 a 4.3.5, os deslocamentos obtidos pelo autor, para os painéis de contraventamento, são ligeiramente menores que os valores obtidos por Goldberg, chegando-se aproximadamente a 94% no topo do painel parede e por sua vez a 96% no painel "4".

Quanto aos esforços cortantes nos pórticos, verifica-se pelos gráficos das figuras 4.3.6 a 4.3.9, um aumento desses esforços desde o topo até o 8º andar, decrescendo em seguida até a base da estrutura, em relação aos valores obtidos por Goldberg, tal resultado deve-se também ao fato da estrutura calculada pelo processo discreto, terem os pórticos menores rigidezes nos andares superiores, e por sua vez, maiores nos andares inferiores em relação a estrutura analisada pelo processo contínuo.

Verifica-se ainda pelos gráficos da figura 4.3.10, que as forças cortantes nas paredes são próximas, tanto num como noutro processo de cálculo, divergindo abaixo do 8º andar, onde os valores obtidos pelo autor são maiores.

Neste exemplo, é interessante notar que a deformação das lajes da estrutura teve pouca influência na distribuição de cargas aos painéis de contraventamento, resultando em esforços cortantes praticamente iguais para todos os pórticos, com pequena variação somente na região bem próxima à base da estrutura, conforme pode-se verificar através dos resultados obtidos pelo autor utilizando a técnica do meio contínuo, considerando ou não as deformações das lajes. Isto deve-se principalmente ao fato da existência de um elevado número de lajes da estrutura.

Tabela 4.3.2 - Deslocamentos horizontais

DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (POL.)													
AUTOR (CONTÍNUO)													
ANDAR	GOLDBERG (DISCRETO)					PAINEL					Laje Rígida	Todos os painéis	
	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)			
20	0,9451	0,9381	0,9323	0,9285	0,9272	0,8834	0,8861	0,8884	0,8899	0,8904	0,8823		
19	0,8935	0,8941	0,8945	0,8947	0,8948	0,8342	0,8369	0,8391	0,8406	0,8411	0,8332		
18	0,8417	0,8439	0,8457	0,8460	0,8474	0,7848	0,7873	0,7895	0,7909	0,7914	0,7838		
17	0,7896	0,7920	0,7940	0,7953	0,7957	0,7347	0,7372	0,7393	0,7407	0,7412	0,7337		
16	0,7371	0,7393	0,7411	0,7423	0,7427	0,6838	0,6863	0,6884	0,6898	0,6903	0,6829		
15	0,6842	0,6865	0,6884	0,6896	0,6900	0,6321	0,6346	0,6367	0,6381	0,6386	0,6312		
14	0,6309	0,6327	0,6343	0,6353	0,6357	0,5795	0,5821	0,5842	0,5856	0,5861	0,5738		
13	0,5773	0,5797	0,5816	0,5829	0,5834	0,5263	0,5289	0,5311	0,5325	0,5330	0,5255		
12	0,5237	0,5261	0,5281	0,5294	0,5299	0,4725	0,4752	0,4774	0,4789	0,4794	0,4718		
11	0,4702	0,4726	0,4747	0,4761	0,4766	0,4185	0,4213	0,4236	0,4251	0,4256	0,4179		
10	0,4171	0,4192	0,4210	0,4222	0,4226	0,3646	0,3675	0,3699	0,3716	0,3721	0,3641		
9	0,3648	0,3667	0,3667	0,3684	0,3698	0,3114	0,3145	0,3171	0,3188	0,3193	0,3110		
8	0,3137	0,3142	0,3147	0,3150	0,3151	0,2595	0,2628	0,2655	0,2673	0,2679	0,2593		
7	0,2643	0,2652	0,2660	0,2665	0,2667	0,2096	0,2130	0,2159	0,2178	0,2185	0,2093		
6	0,2171	0,2194	0,2214	0,2226	0,2230	0,1624	0,1661	0,1692	0,1712	0,1719	0,1622		
5	0,1656	0,1687	0,1712	0,1729	0,1735	0,1189	0,1229	0,1262	0,1284	0,1291	0,1188		
4	0,1188	0,1227	0,1260	0,1282	0,1289	0,0825	0,0845	0,0881	0,0904	0,0912	0,0802		
3	0,0778	0,0831	0,0876	0,0904	0,0915	0,0476	0,0513	0,0559	0,0584	0,0593	0,0476		
2	0,0439	0,0503	0,0553	0,0592	0,0604	0,0223	0,0269	0,0308	0,0333	0,0342	0,0223		
1	0,0156	0,0222	0,0276	0,0311	0,0323	0,0059	0,0097	0,0129	0,0150	0,0158	0,0059		

Tabela 4.3.3 - Forças cortantes

		FORÇAS CORTANTES (LIBRA)													
		GOLDBERG (DISCRETO)						AUTOR (CONTÍNUO)							
ANDAR		PAINEL						PAINEL						LAJE RÍGIDA	
		(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	Iguais (1) a (4)		
20	-	30257	15555	12675	10823	10188	-	64683	18446	18480	18502	18510	64368	18391	
19	-	30544	14611	14749	14806	14818	-	49162	18506	18531	18548	18554	48912	18461	
18	-	17549	15186	15158	15150	15149	-	34050	18682	18699	18711	18715	33857	18465	
17	-	3665	15153	15279	15355	15381	-	19219	18938	18948	18954	18957	19080	18908	
16	-	8983	15932	15786	15699	15671	-	4546	19239	19242	19243	19244	4459	19217	
15	22817	15677	15978	15978	16162	16224	10089	19551	19546	19543	19543	19542	10125	19536	
14	33473	17361	17024	17024	16816	16747	24807	19840	19827	19819	19816	19816	24792	19831	
13	47490	17037	17127	17127	17174	17188	39729	20070	20049	20036	20032	20032	39662	20068	
12	61201	17401	17247	17247	17203	17181	54979	20206	20178	20160	20154	20154	54858	20212	
11	75937	16938	17198	17198	17333	17380	70682	20213	20178	20154	20146	20146	70505	20227	
10	88148	18109	17796	17796	17626	17573	86968	20055	20011	19982	19971	19971	86730	20077	
9	100946	17224	18258	18258	18897	19111	103970	19691	19639	19604	19592	19592	103670	19724	
8	104405	21748	21387	21387	21167	21094	121830	19084	19022	18981	18967	18967	121460	19127	
7	110369	24784	23809	23809	23187	22975	140690	18190	18119	18072	18056	18056	140240	18247	
6	124700	24278	24170	24170	24083	24049	160710	16966	16885	16831	16813	16813	160180	17035	
5	142166	24313	23988	23988	23772	23696	182050	15365	15275	15216	15195	15195	181430	15449	
4	163878	23430	22598	22598	22063	21879	204840	13343	13248	13186	13165	13165	204170	13437	
3	193345	19560	18987	18987	18594	18455	229150	10865	10788	10737	10719	10719	228590	10946	
2	228409	14611	14084	14084	13776	13676	254610	7959	7994	8020	8030	8030	254880	7919	
1	266811	7118	9571	9571	11628	11712	278840	4778	5537	6036	6210	6210	284750	3872	
							298140	3030	4493	5446	5777	5777	309560	1270	

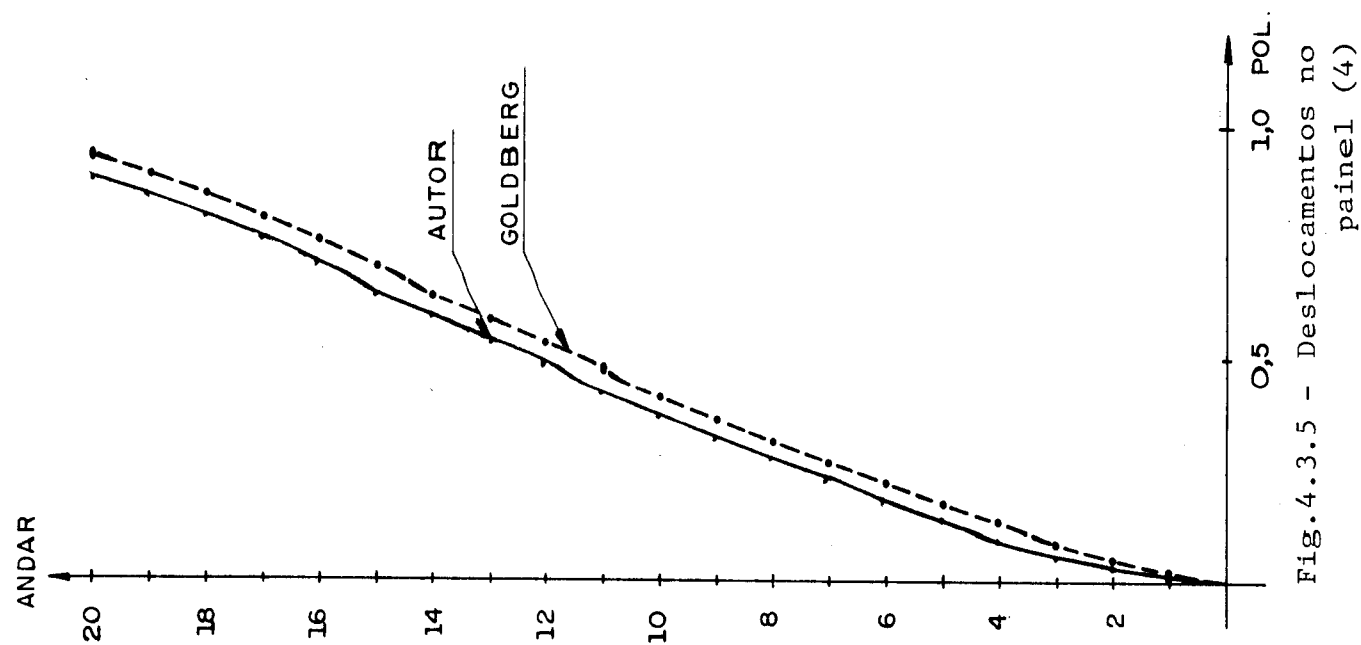


Fig.4.3.5 - Deslocamentos no painel (4)

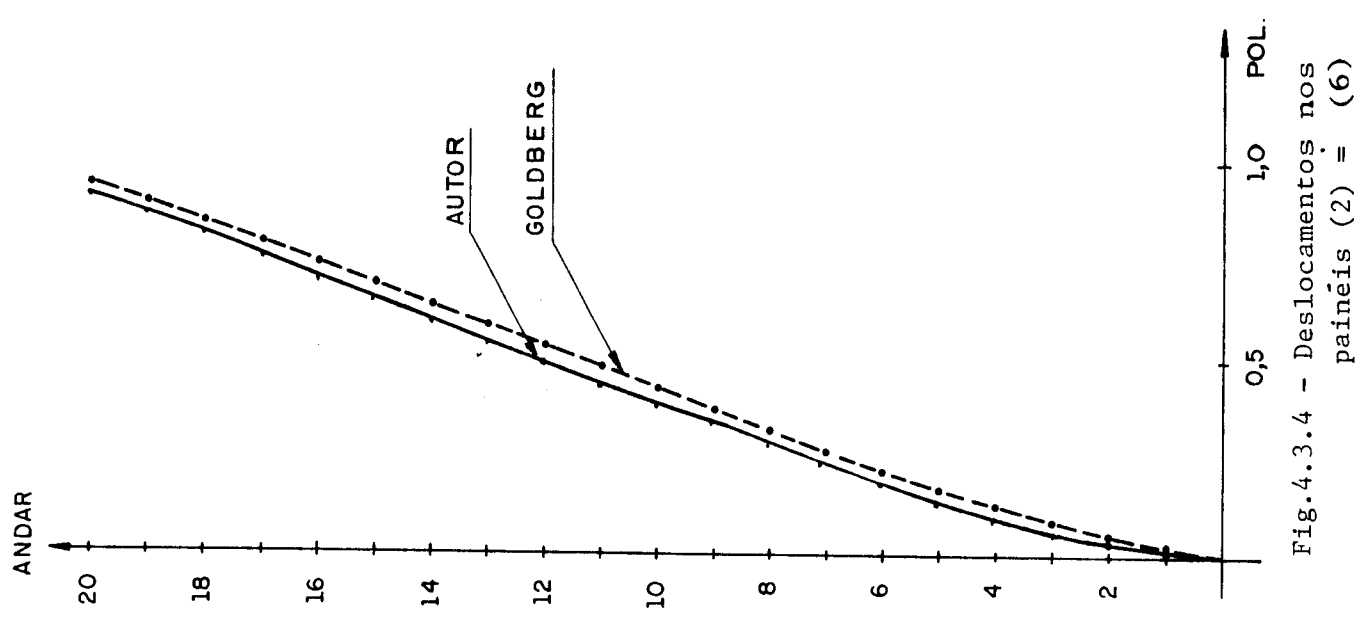


Fig.4.3.4 - Deslocamentos nos painéis (2) = (6)

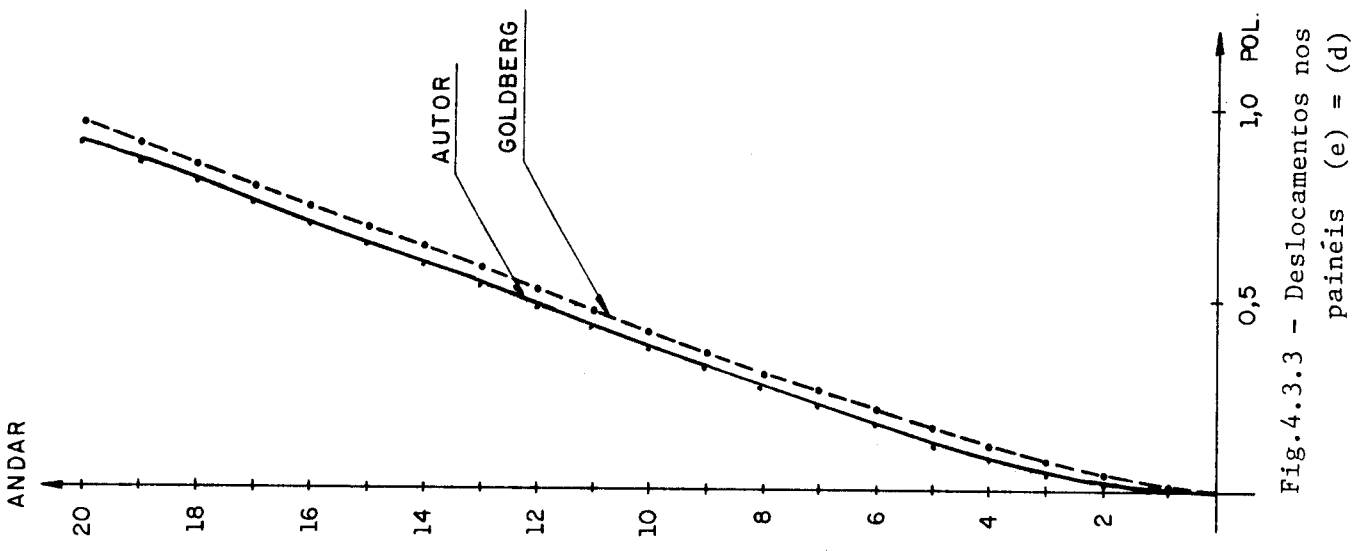


Fig.4.3.3 - Deslocamentos nos painéis (e) = (d)

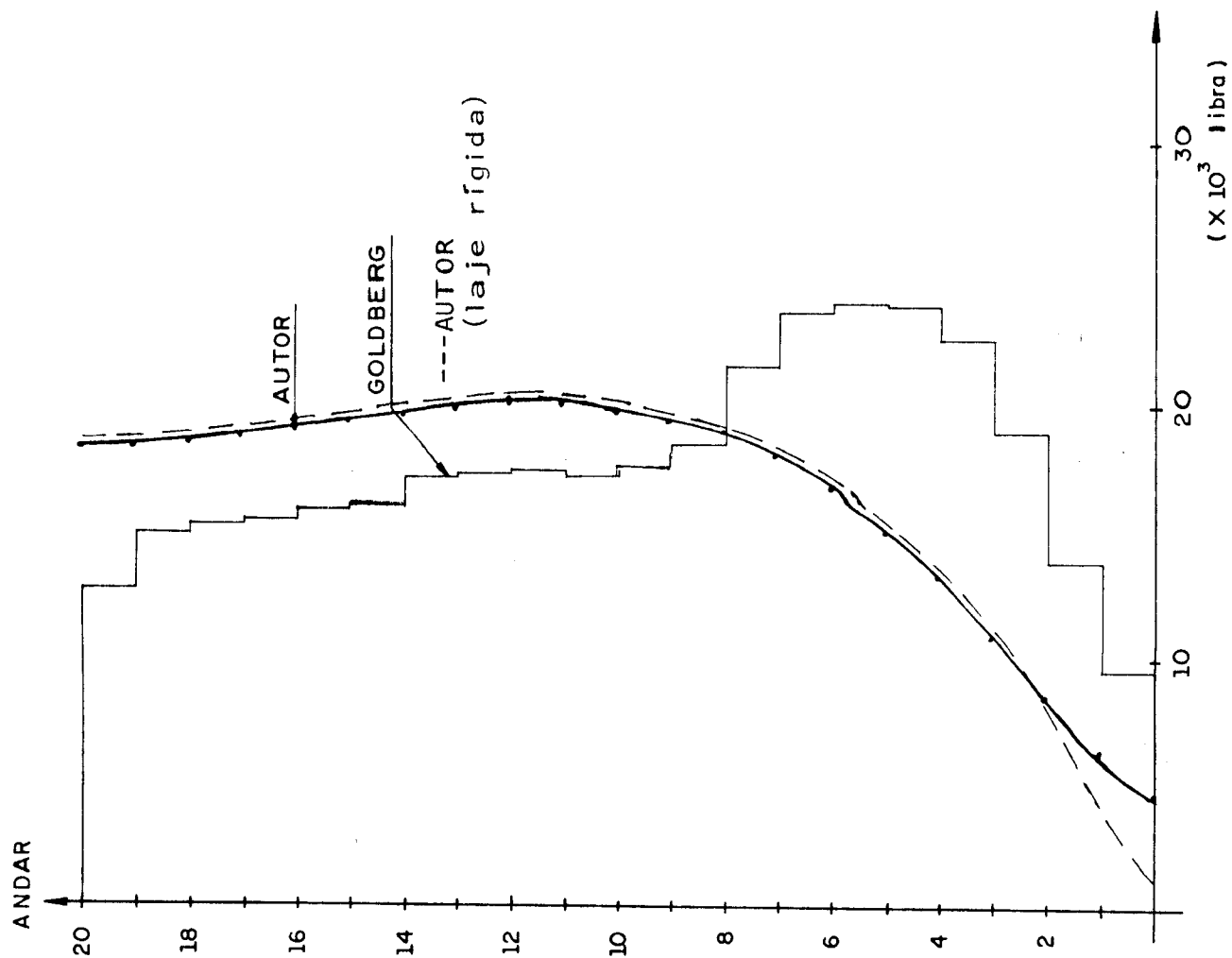


Fig. 4.3.7 - Forças cortantes nos painéis (2) = (6)

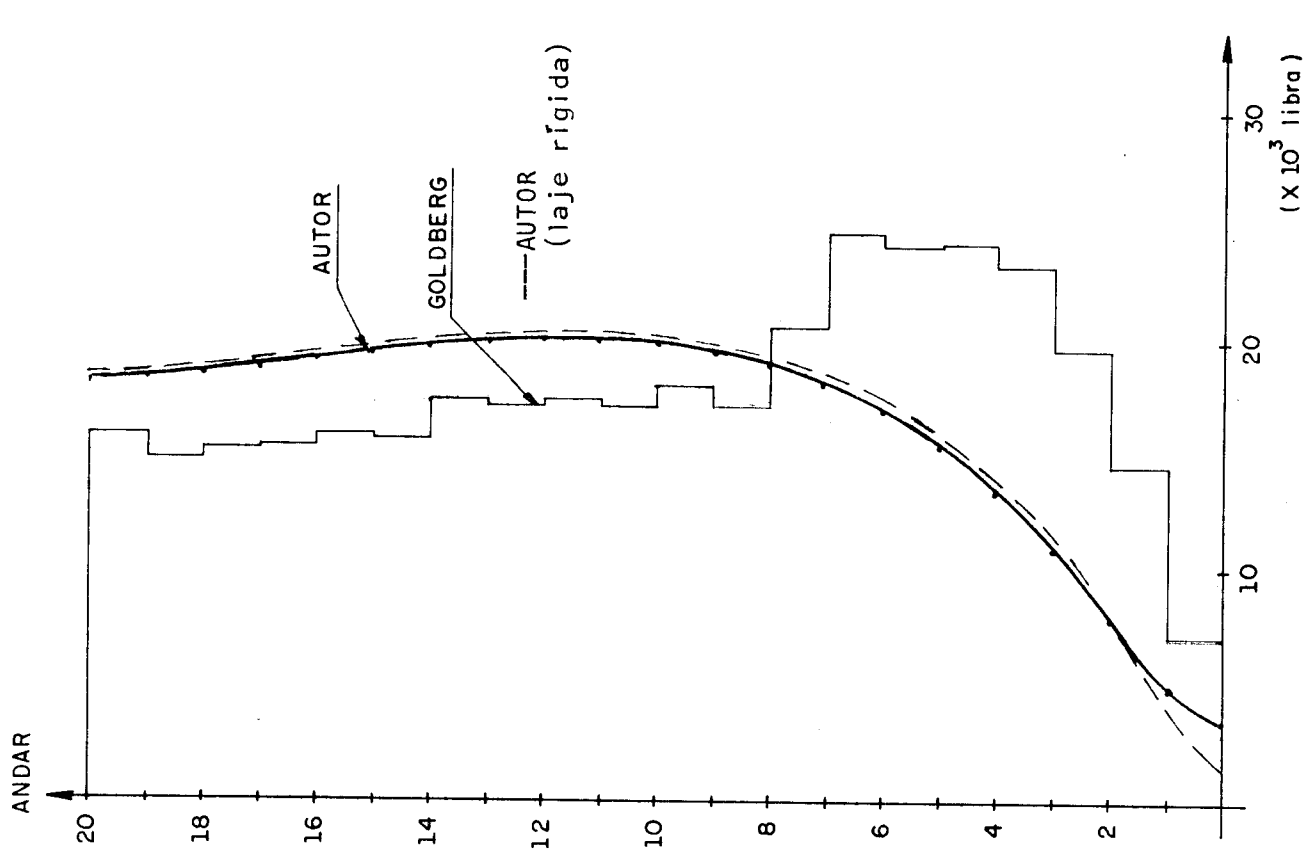


Fig.4.3.6 - Forças cortantes nos painéis (1) = (7)

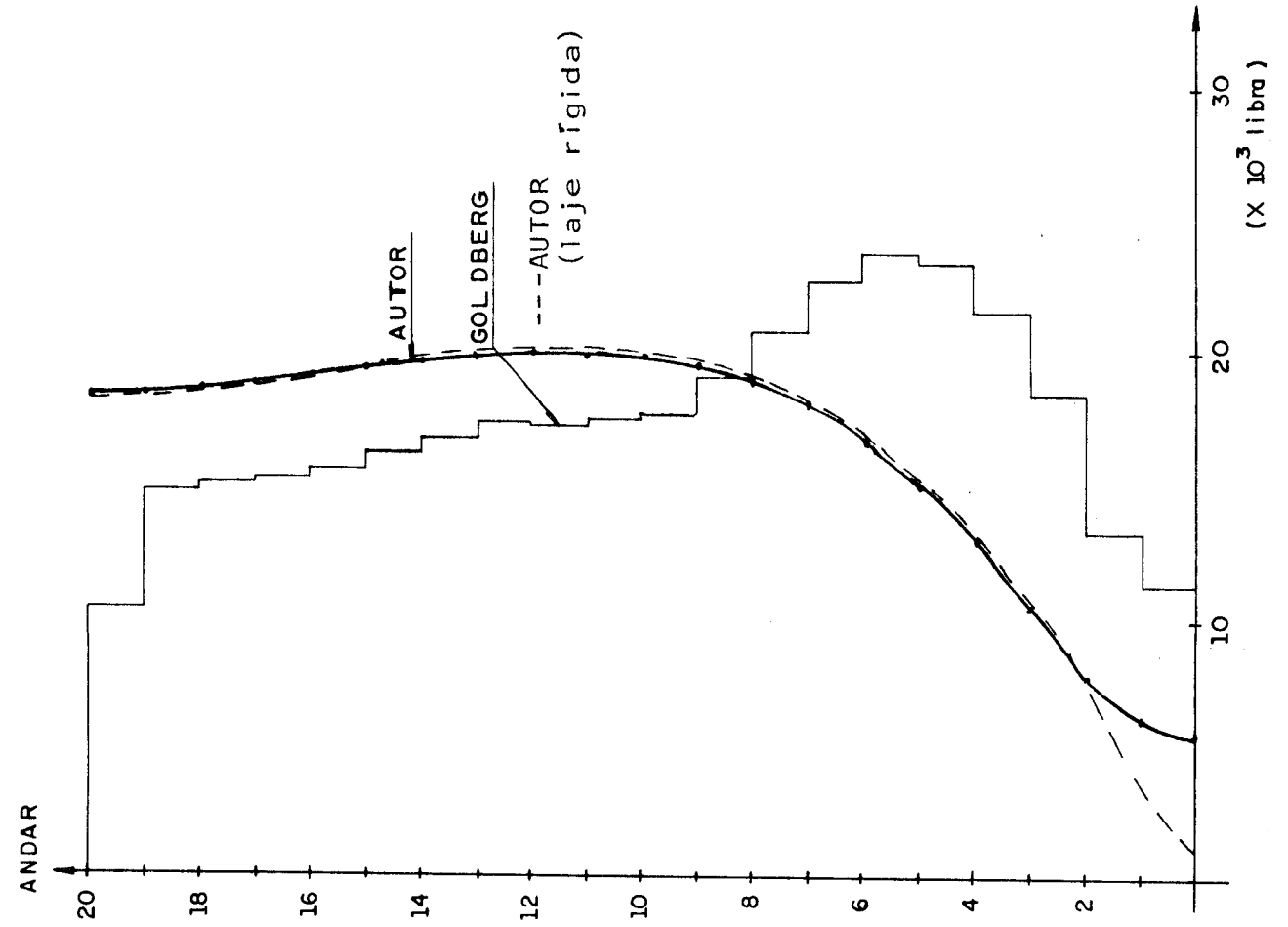


Fig. 4.3.9 - Forças cortantes no painel (4)

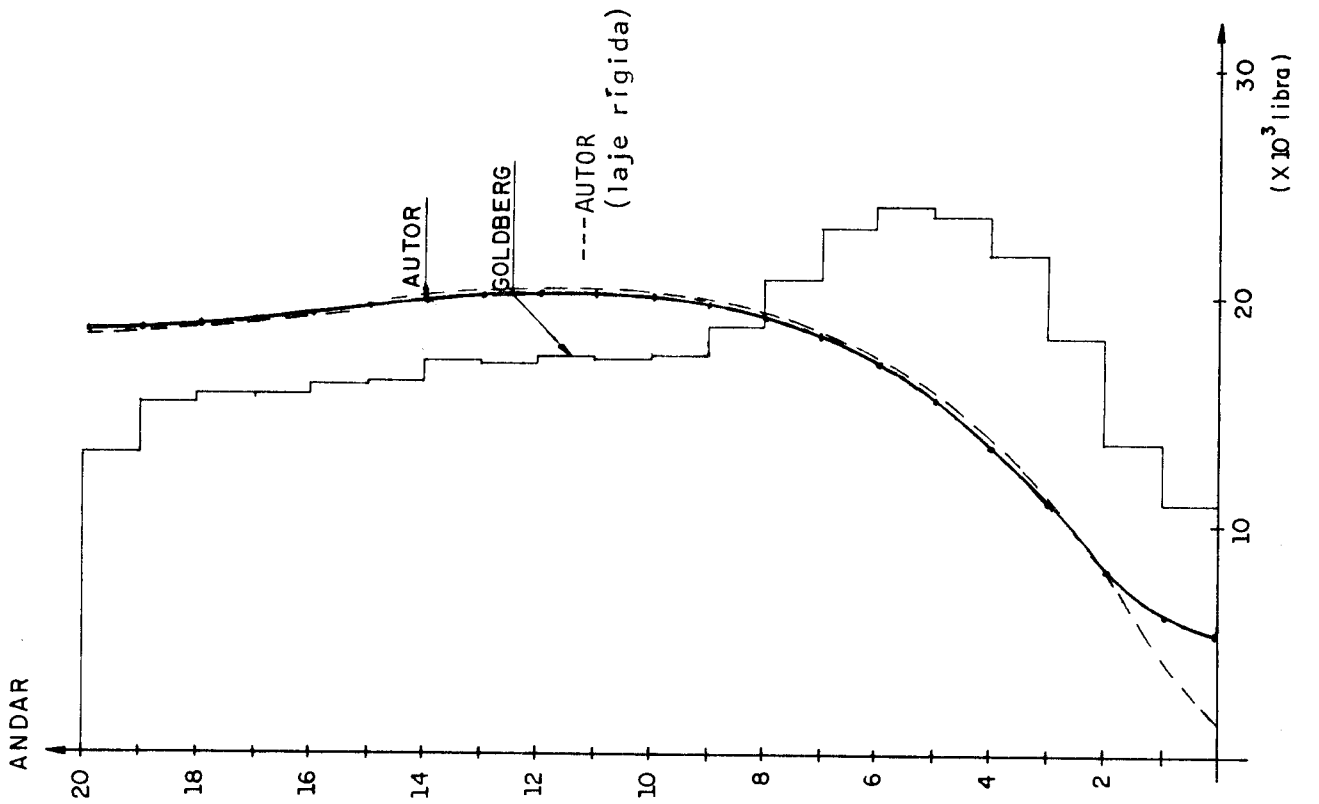


Fig. 4.3.8 - Forças cortantes nos painéis (3) = (5)

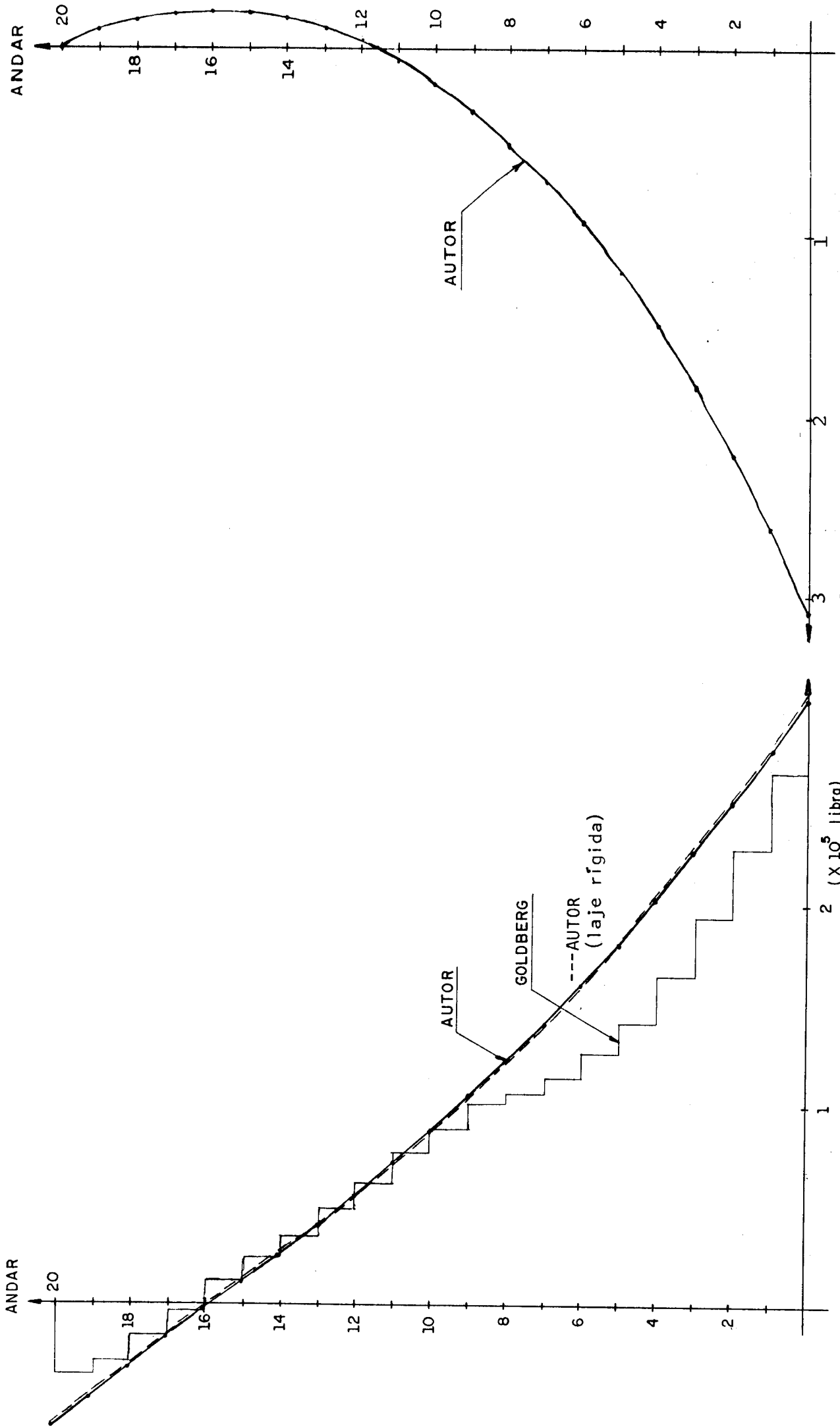


Fig. 4.3.10 Forças cortantes nos painéis (e) = (d)

Fig. 4.3.11 - Momentos fletores nas paredes (e) = (d)

4.4 - TERCEIRO EXEMPLO

A estrutura deste exemplo (Fig. 4.4.1), é de um edifício com 10 pavimentos, em concreto armado com módulo de elasticidade longitudinal $E = 3 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$. As paredes verticais e as lajes têm espessura de 21,464cm e 10cm respectivamente; as vigas têm seção transversal de 20x60cm e os pilares 20x120cm.

Para o carregamento, é considerado uma carga horizontal distribuída $q = 0,133 \text{ tf/m}^2$, atuando na face do edifício voltada à barlavento.

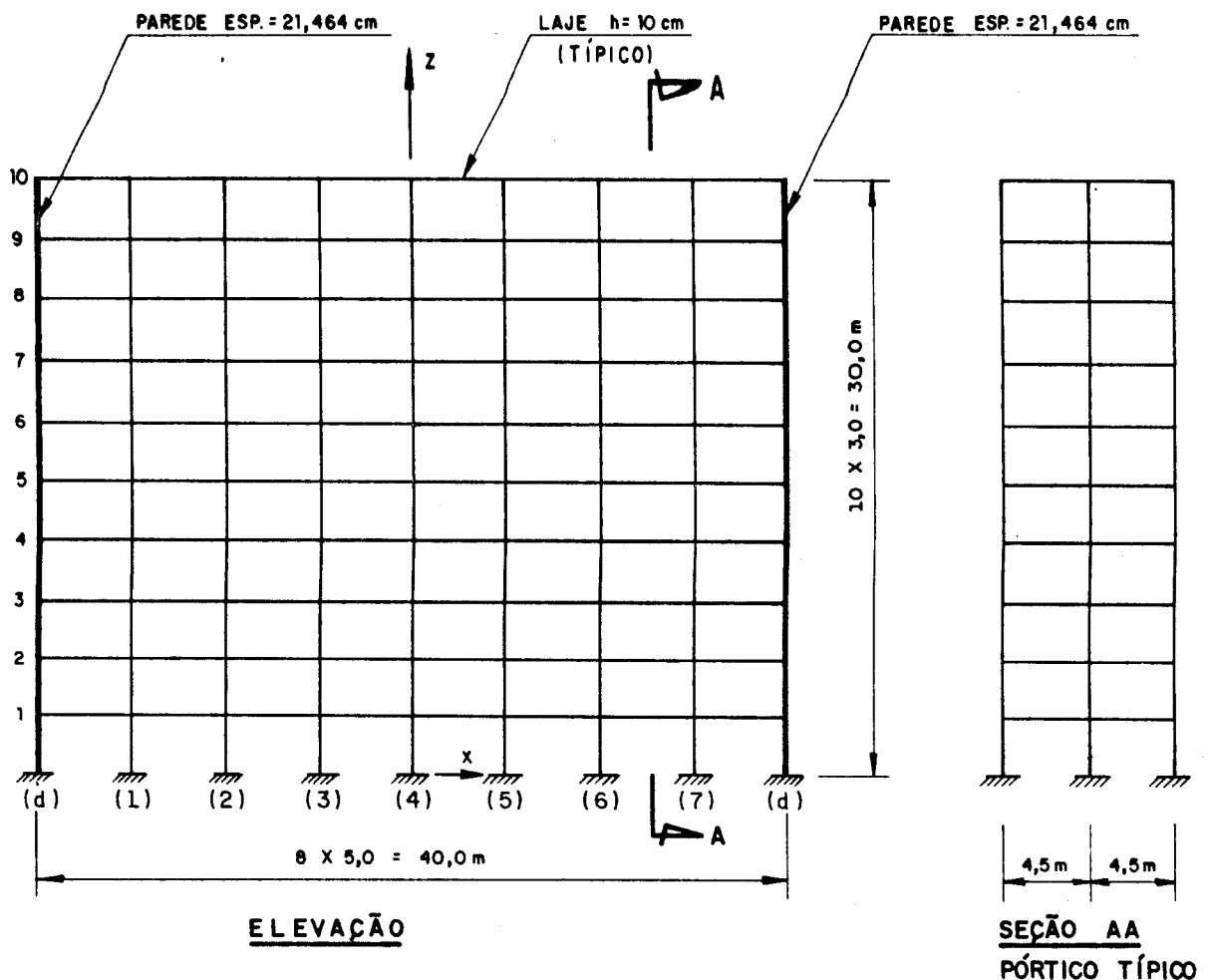


Fig. 4.4.1.a - Estrutura do edifício de 10 andares

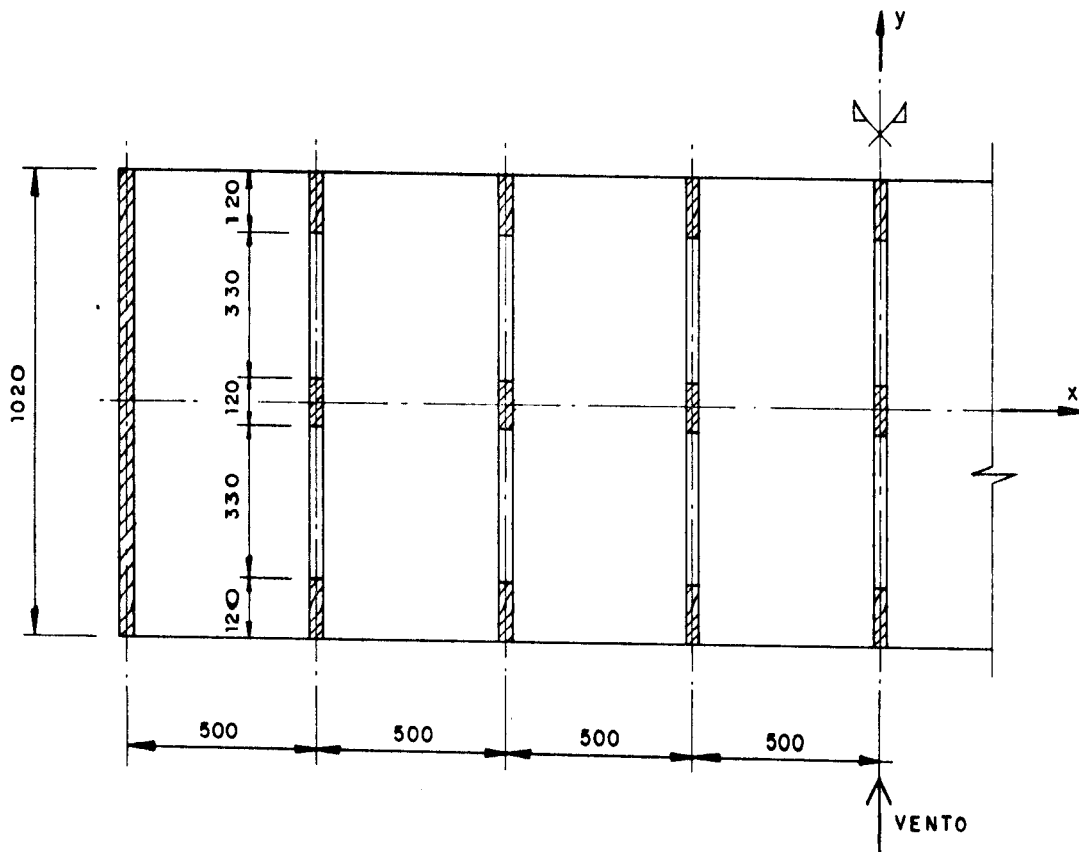


Fig. 4.4.1.b - Planta do andar típico (medidas em cm)

Determinação dos parâmetros de rigidez da estrutura.

a) Painéis paredes (painéis (e) e (d))

$$j_e = j_d = J_e \cdot E = \frac{0,21464 \times 10,2^3}{12} \times 3 \times 10^6 = 5,69444 \times 10^7 \text{ tf.m}^2$$

b) Painéis pórticos (painéis (1) a (7))

$$s_f = \frac{12 \times 3 \times 10^6}{3,0} \left[2 \times 0,0096 \times \frac{0,0008}{0,0200} + 0,0096 \times \frac{0,0016}{0,02080} \right]$$

$$s_f = 12 \times 10^6 (0,0007680 + 0,0007385) = 1,80780 \times 10^4 \text{ tf}$$

$$k_v = \frac{0,2 \times 0,6^3}{12 \times 4,5} = 0,0008 \text{ m}^3$$

$$k_p = \frac{0,2 \times 1,2^3}{12 \times 3,0} = 0,0096 \text{ m}^3$$

c) Momento de inércia da laje típica

$$J_{\ell} = \frac{0,1 \times 10,2^3}{12} = 8,84340 \text{m}^4$$

$$E = 3 \times 10^6 \text{tf/m}^2$$

Comparando os resultados obtidos pela técnica do meio contínuo com aqueles obtidos pelo processo discreto, ambos considerando deformações das lajes, verifica-se que praticamente coincidem no meio da estrutura, divergindo no topo e na base do edifício.

Nota-se que as forças cortantes na base dos painéis mais internos são maiores que as dos painéis mais externos, devido as deformações das lajes, conforme observação já feita no primeiro exemplo.

Tabela 4.4.2 - Forças cortantes

FORÇAS CORTANTES (tf)														
ANDAR	SERRA (DISCRETO)				AUTOR (CONTÍNUO)									
	PAINEL				PAINEL						LAJE RÍGIDA			
	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(4)	IGUAIS (1)a(4)	
10	-0,8098	2,4985	1,3381	0,6841	0,4781	-9,1445	2,6020	2,6124	2,6193	2,6216	-9,0695	2,5913	2,5913	
9	4,1701	2,3965	2,2743	2,0806	1,9918	-1,1032	2,5998	2,6007	2,6013	2,6015	-1,1021	2,6005	2,6005	
8	10,9825	2,6396	2,5742	2,5624	2,5651	6,9317	2,6001	2,5909	2,5849	2,5828	6,8543	2,6128	2,6128	
7	18,6383	2,6672	2,6534	2,6377	2,6307	15,0330	2,5811	2,5622	2,5497	2,5454	14,8790	2,6055	2,6055	
6	26,8444	2,5958	2,5651	2,5478	2,5457	23,2710	2,5211	2,4942	2,4765	2,4703	23,0530	2,5558	2,5558	
5	35,2225	2,4542	2,4182	2,3939	2,3845	31,7050	2,4004	2,3702	2,3504	2,3436	31,4560	2,4404	2,4404	
4	43,5191	2,2833	2,3012	2,3124	2,3177	40,3590	2,2039	2,1828	2,1692	2,1646	40,1740	2,2352	2,2352	
3	51,1324	2,1573	2,3755	2,5247	2,5793	49,1710	1,9295	1,9492	1,9631	1,9681	49,2920	1,9155	1,9155	
2	57,2428	2,1611	2,8704	3,3765	3,5602	57,8400	1,6097	1,7528	1,8506	1,8853	58,9030	1,4551	1,4551	
1	60,8058	2,6682	4,1851	5,0877	5,3839	65,3030	1,3680	1,8974	2,2446	2,3651	69,3990	0,7417	0,7417	
						72,4110	1,2903	2,1468	2,7012	2,8923	79,1010	0,2555	0,2555	

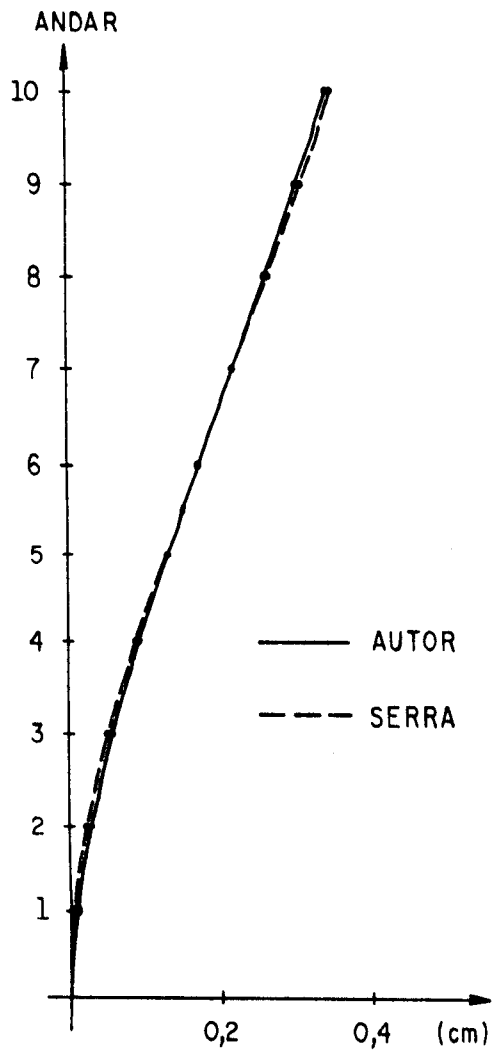


Fig. 4.4.2 - Deslocamentos nos painéis (e) = (d).

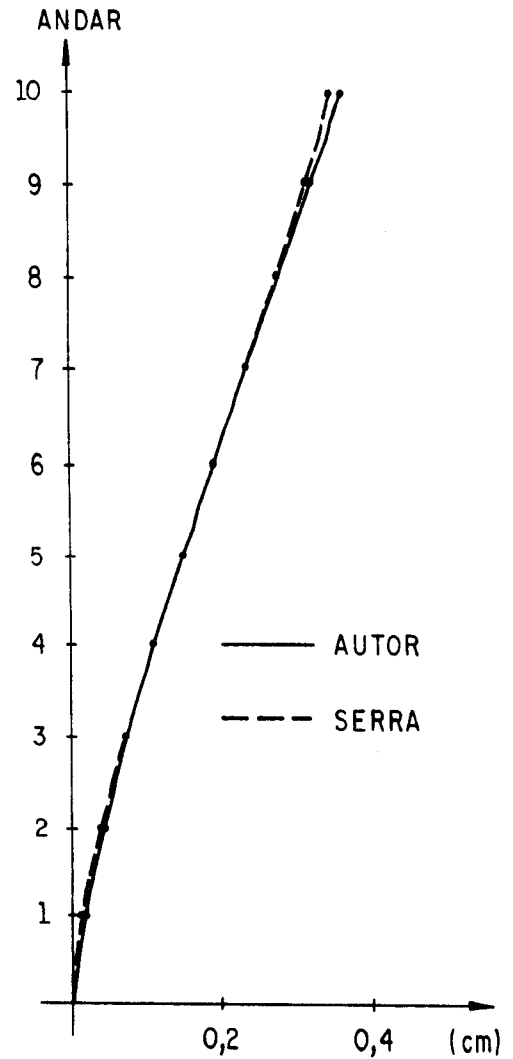


Fig. 4.4.3 - Deslocamentos nos painéis (1) = (7).

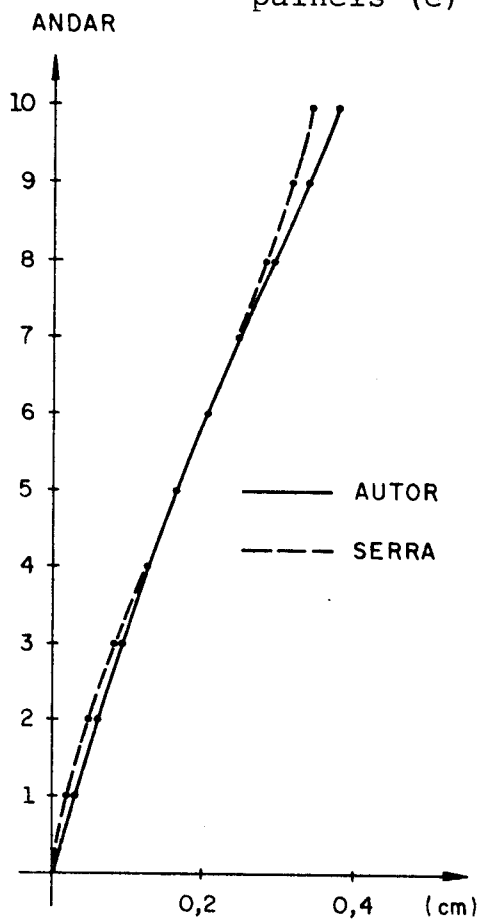


Fig. 4.4.4 - Deslocamentos nos painéis (2) = (6).

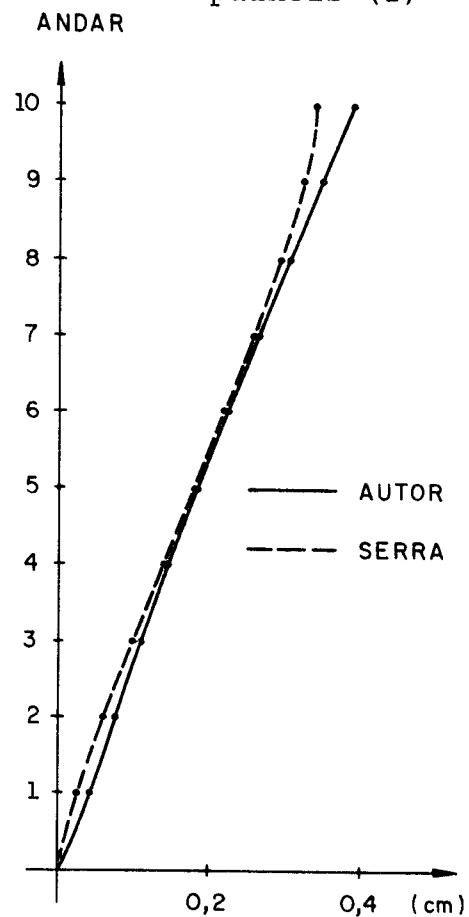


Fig. 4.4.5 - Deslocamentos no painel (4).

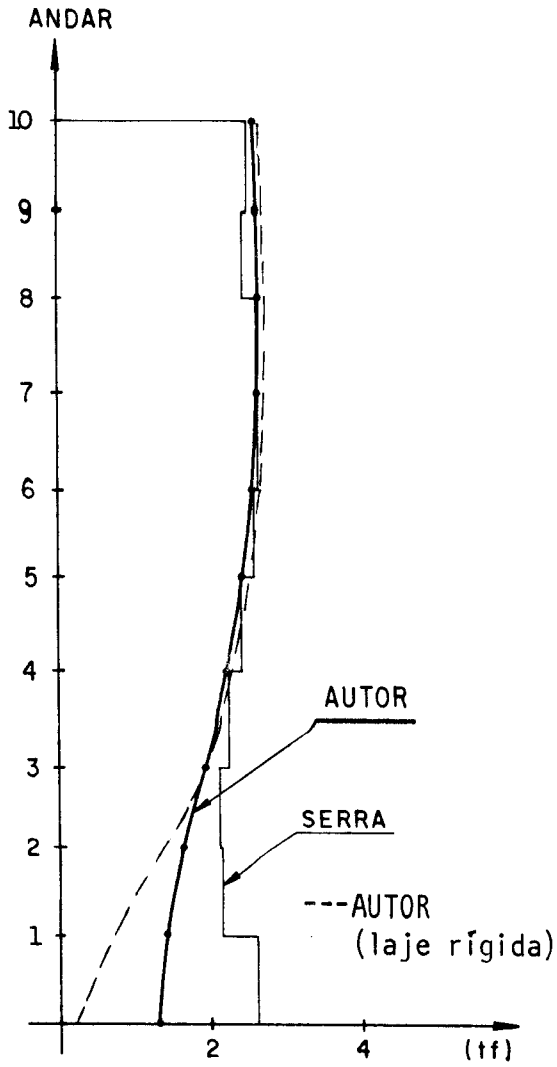


Fig. 4.4.6 - Forças cortantes nos painéis (1) = (7).

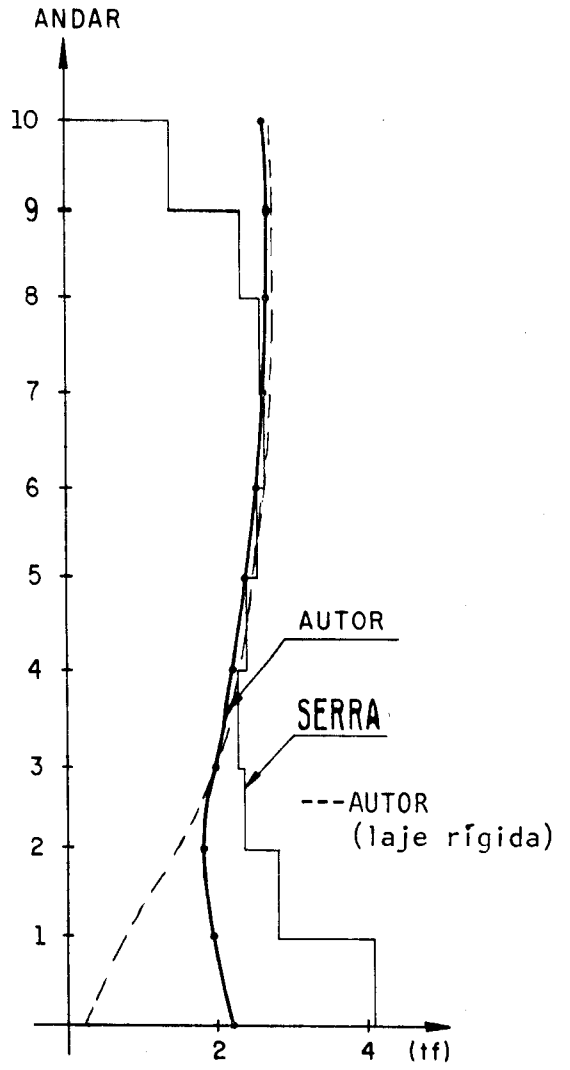


Fig. 4.4.7 - Forças cortantes nos painéis (2) = (6).

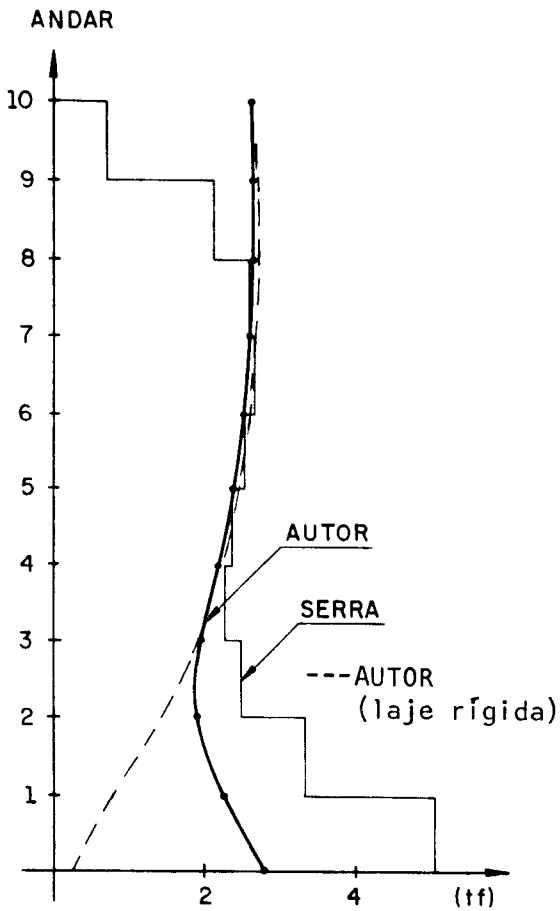


Fig. 4.4.8 - Forças cortantes nos painéis (3) = (5).

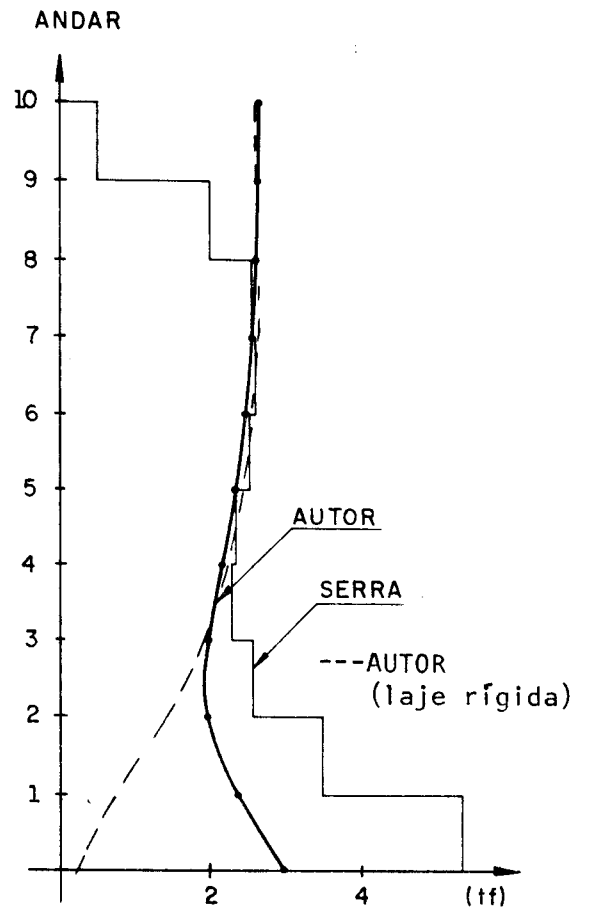


Fig. 4.4.9 - Forças cortantes no painel (4).

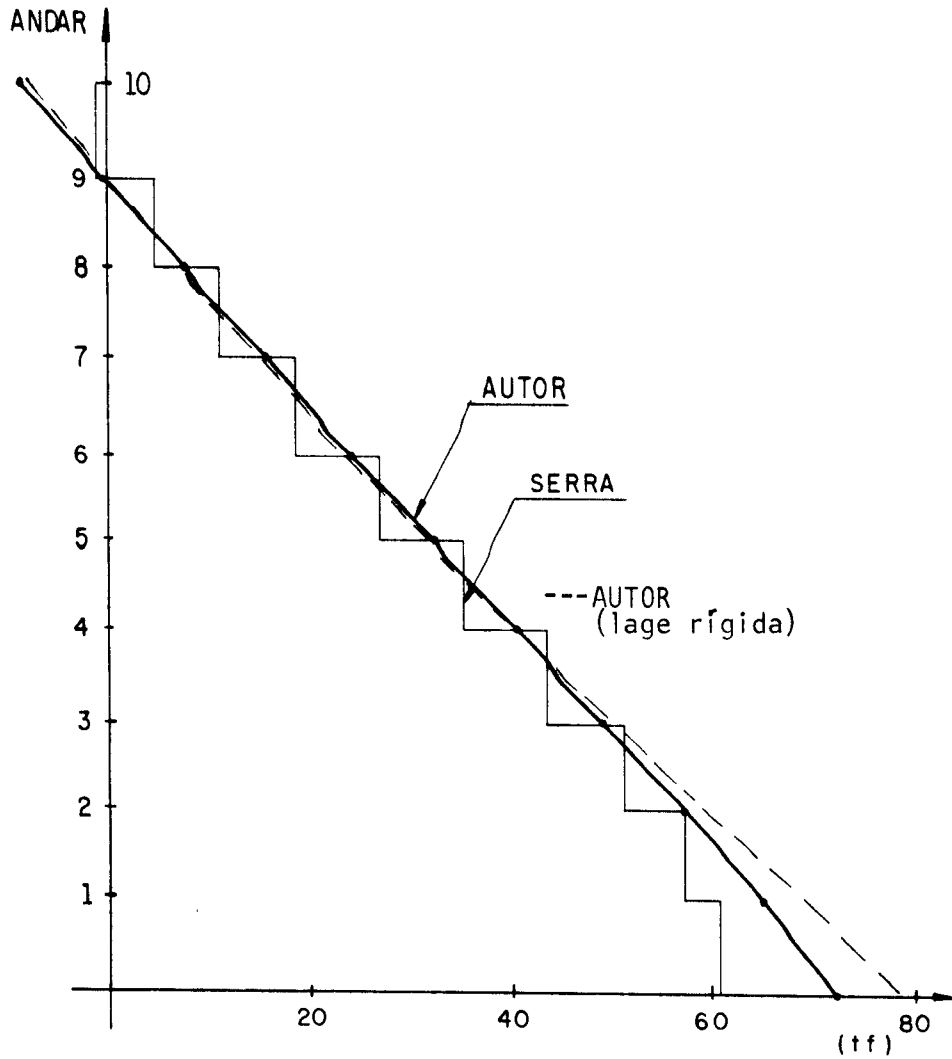


Fig. 4.4.10 - Forças cortantes nos painéis (e) = (d)

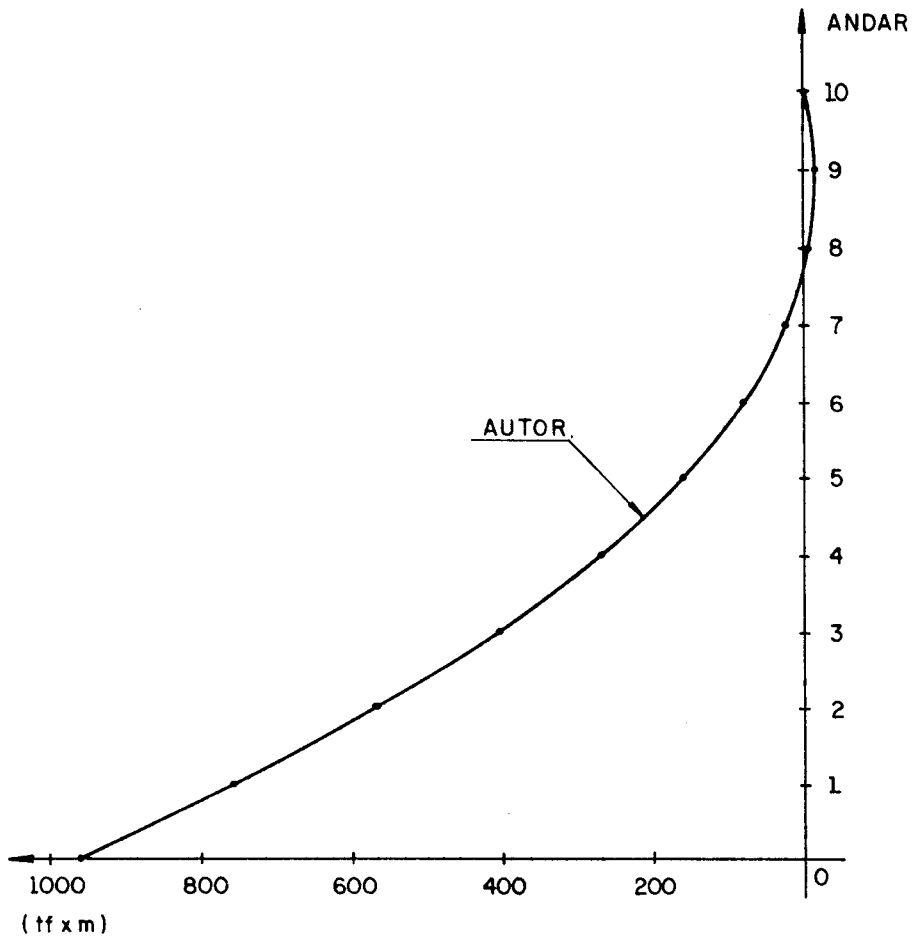


Fig. 4.4.11 - Momentos fletores nas paredes (e) = (d)

4.5 - QUARTO EXEMPLO

A estrutura deste exemplo é a mesma do exemplo anterior, exceto pela dimensão menor em planta da laje típica, que foi alterada de 1020 para 900cm, conforme mostra a fig. 4.5.1.

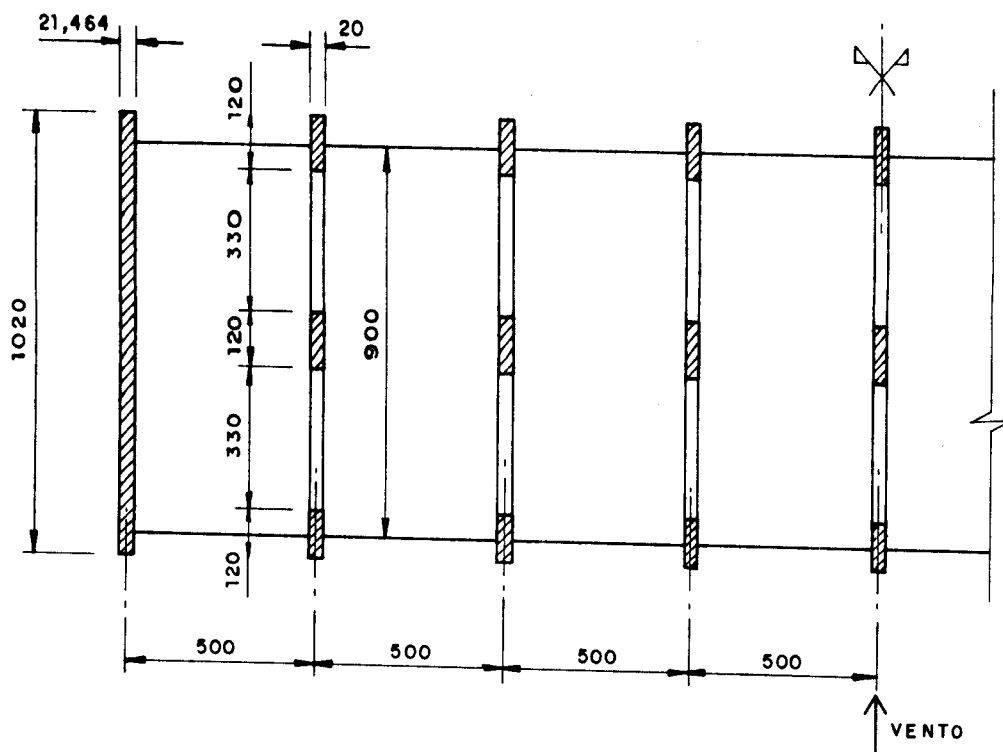


Fig. 4.5.1 - Planta do andar típico (medidas em cm)

Os parâmetros de rigidez da estrutura são os mesmos do terceiro exemplo, exceto para a laje típica onde:

$$J_{\ell} = \frac{0,1 \times 9,0^3}{12} = 6,075 \text{m}^4$$

$$E = 3 \times 10^6 \text{tf/m}^2$$

Dos resultados de cálculo apresentados nas tabelas e gráficos, valem os comentários feitos no exemplo anterior, já que se trata praticamente da mesma estrutura. Nota-se no entanto que devido a diminuição da rigidez das lajes, os painéis internos sofrem deslocamentos maiores em relação aos painéis mais externos ao edifício, o mesmo acontecendo para as forças cortantes na base dos painéis pórticos.

Tabela 4.5.1 - Deslocamentos horizontais

DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (cm)													
ANDAR	SERRA (DISCRETO)					AUTOR (CONTÍNUO)					LAJE RÍGIDA		
	PAINEL					PAINEL					(4)	TODOS OS PAINÉIS	
	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)			
10	0,3434	0,3452	0,3471	0,3488	0,3497	0,3401	0,3688	0,3928	0,4085	0,4140	0,3222		
9	0,2989	0,3128	0,3243	0,3317	0,3345	0,2972	0,3258	0,3497	0,3654	0,3709	0,2992		
8	0,2544	0,2760	0,2941	0,3060	0,3103	0,2541	0,2828	0,3068	0,3226	0,3281	0,2559		
7	0,2101	0,2363	0,2582	0,2727	0,2778	0,2109	0,2400	0,2643	0,2802	0,2858	0,2126		
6	0,1668	0,1952	0,2190	0,2347	0,2403	0,1681	0,1978	0,2225	0,2388	0,2445	0,1696		
5	0,1251	0,1541	0,1784	0,1944	0,2001	0,2668	0,1570	0,1822	0,1988	0,2046	0,1281		
4	0,0864	0,1142	0,1375	0,1528	0,1582	0,0880	0,1186	0,1442	0,1609	0,1668	0,0891		
3	0,0524	0,0765	0,0965	0,1096	0,1142	0,0537	0,0837	0,1088	0,1252	0,1309	0,0545		
2	0,0251	0,0420	0,0559	0,0649	0,0680	0,0258	0,0597	0,0753	0,0903	0,0954	0,0263		
1	0,0067	0,0136	0,0191	0,0226	0,0238	0,0069	0,0260	0,0416	0,0317	0,0552	0,0072		
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Tabela 4.5.2 - Forças cortantes

		FORÇAS CORTANTES (tf)													
		SERRA (DISCRETO)						AUTOR (CONTÍNUO)							
ANDAR		PAINEL						PAINEL						LAJE RÍGIDA	
		(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(4)	(e)	IGUAIS (1) a (4)
10		-0,0368	2,3563	1,1023	0,4250	0,2171	0,2171	-9,1181	2,5947	2,6049	2,6115	2,6138	2,6138	-9,0695	2,5913
9		4,9161	2,3219	2,0740	1,7706	1,6416	1,6416	-1,0686	2,5912	2,5909	2,5907	2,5906	2,5906	-1,1021	2,6005
8		11,4642	2,5567	2,4111	2,3457	2,3305	2,3305	6,9825	2,5889	2,5765	2,5683	2,5655	2,5655	6,8543	2,6128
7		18,8557	2,6247	2,5633	2,5201	2,5031	2,5031	15,0960	2,5679	2,5443	2,5289	2,5235	2,5235	14,8790	2,6055
6		26,7605	2,5873	2,5457	2,5216	2,5181	2,5181	23,3327	2,5087	2,4782	2,4582	2,4513	2,4513	23,0530	2,5558
5		34,8449	2,4861	2,4798	2,4772	2,4761	2,4761	31,7140	2,3947	2,3672	2,3495	2,3434	2,3434	31,4560	2,4404
4		42,7874	2,3750	2,4780	2,5471	2,5728	2,5728	40,2470	2,2162	2,2139	2,2131	2,2130	2,2130	40,1740	2,2352
3		49,8844	2,3209	2,6952	2,9554	3,0503	3,0503	48,8110	1,9793	2,0501	2,0984	2,1156	2,1156	49,2920	1,9155
2		55,4786	2,4010	3,3376	3,9992	4,2371	4,2371	57,0510	1,7246	1,9742	2,1439	2,2040	2,2040	58,9030	1,4551
1		58,7279	3,0027	4,7591	5,7897	6,1251	6,1251	63,9260	1,5781	2,2861	2,7497	2,9105	2,9105	69,3990	0,7417
								70,6860	1,5601	2,6360	3,3293	3,5676	3,5676	79,1010	0,2555

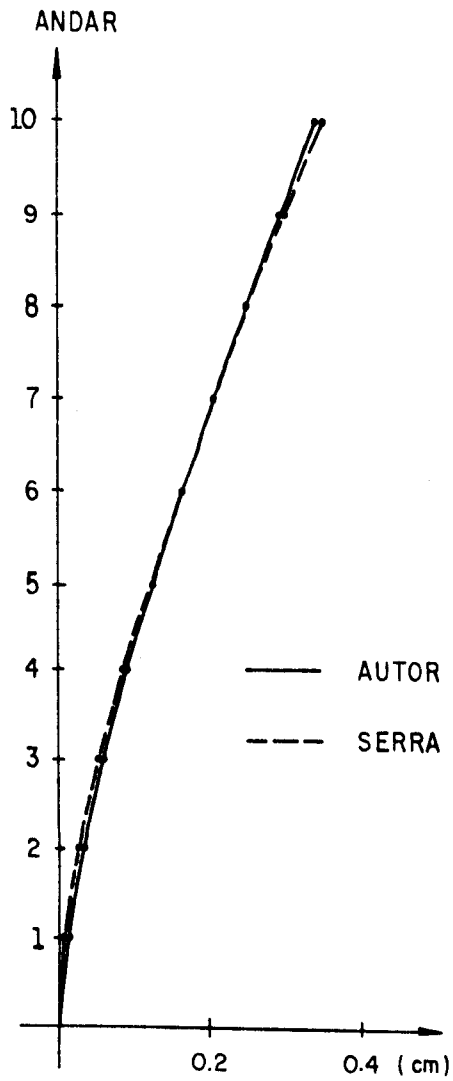


Fig. 4.5.2 - Deslocamentos nos painéis (e) = (d).

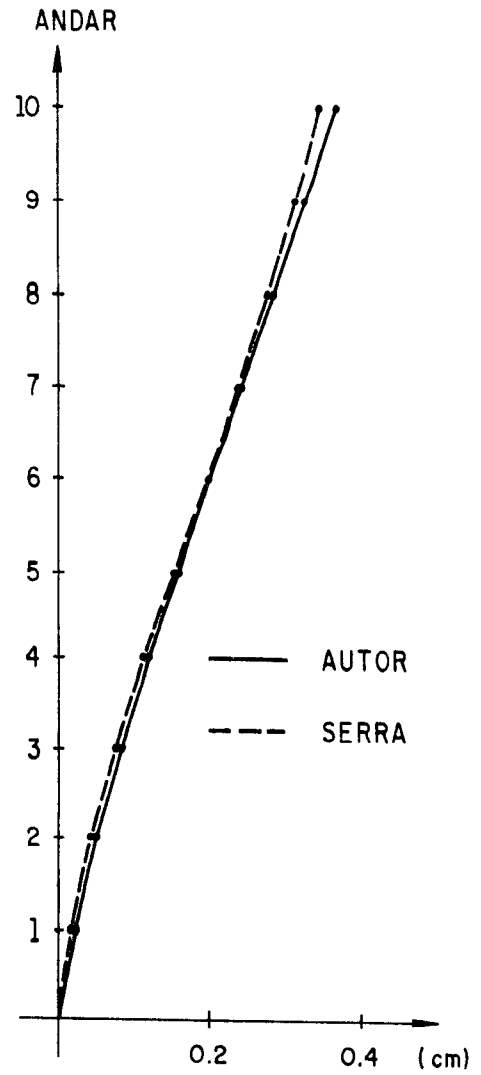


Fig. 4.5.3 - Deslocamentos nos painéis (1) = (7).

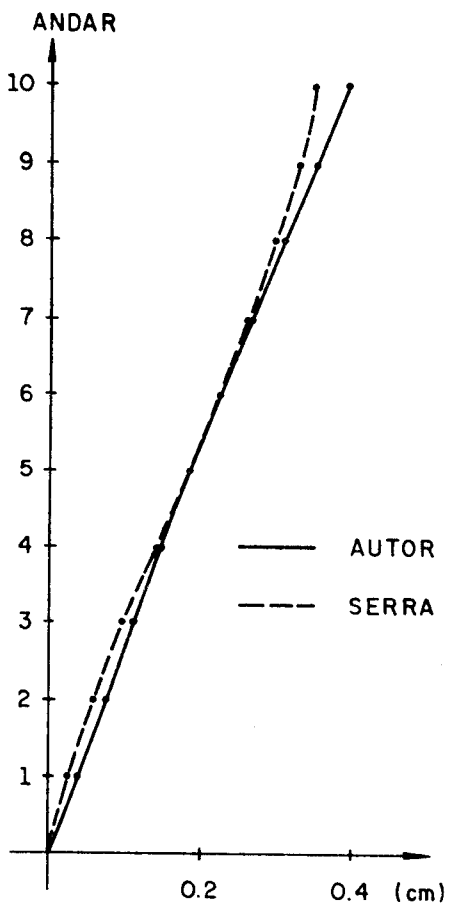


Fig. 4.5.4 - Deslocamentos nos painéis (2) = (6).

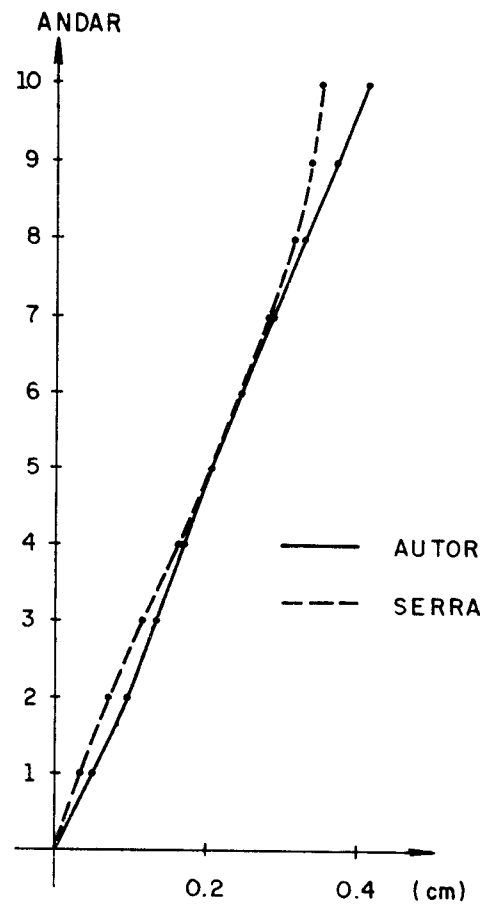


Fig. 4.5.5 - Deslocamentos no painel (4).

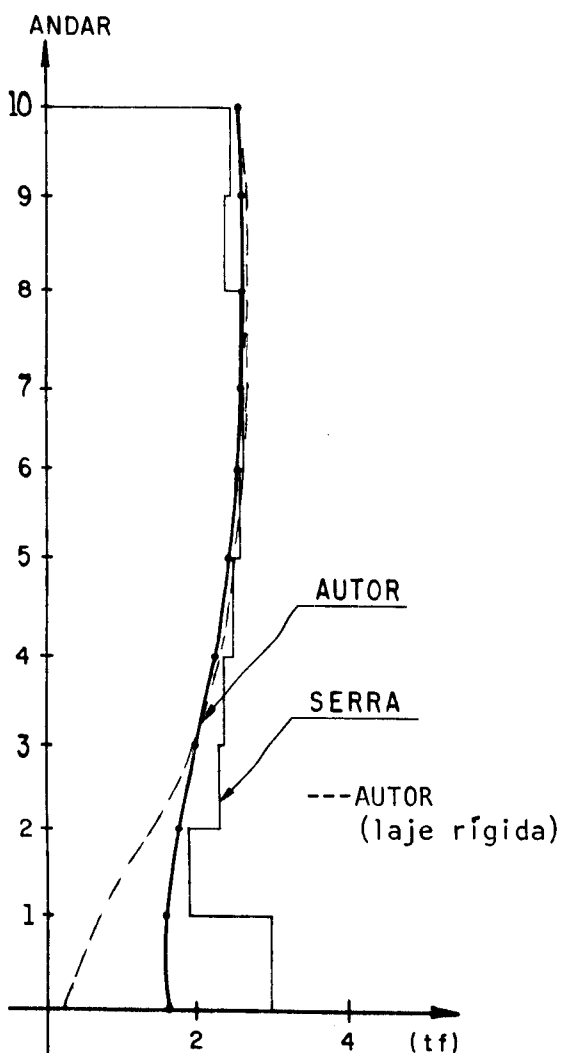


Fig. 4.5.6 - Forças cortantes nos painéis (1) = (7).

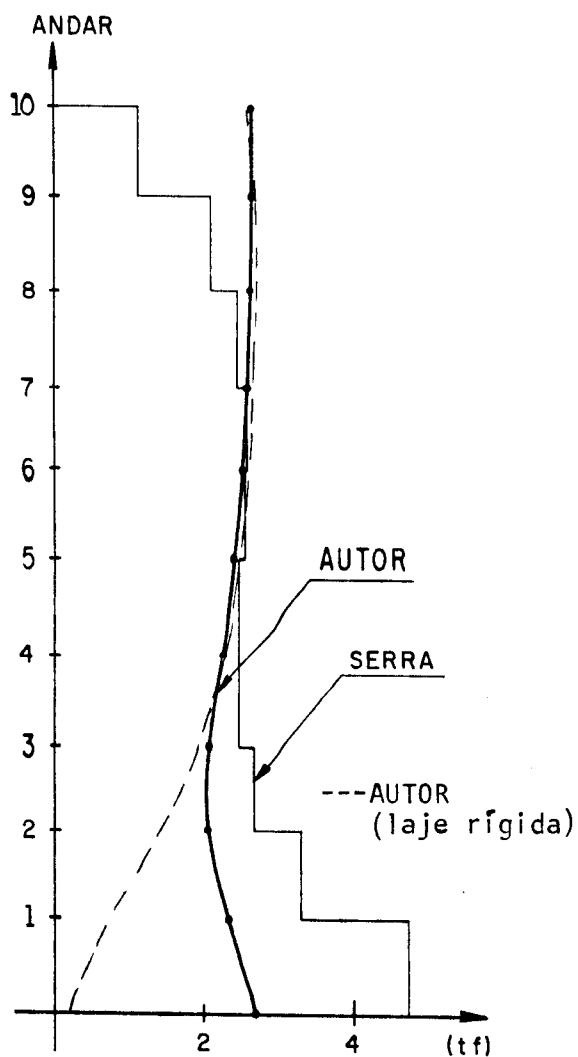


Fig. 4.5.7 - Forças cortantes nos painéis (2) = (6).

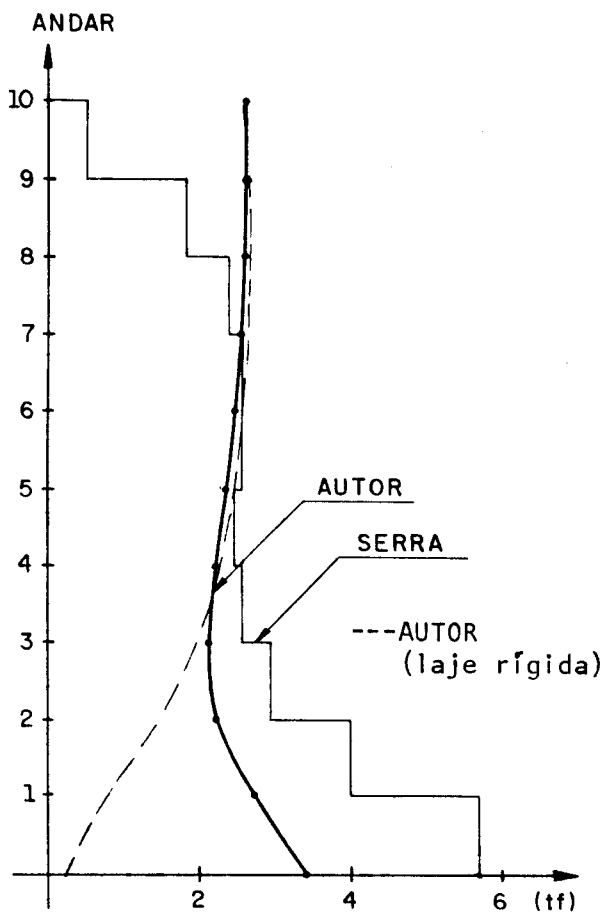


Fig. 4.5.8 - Forças cortantes nos painéis (3) = (5).

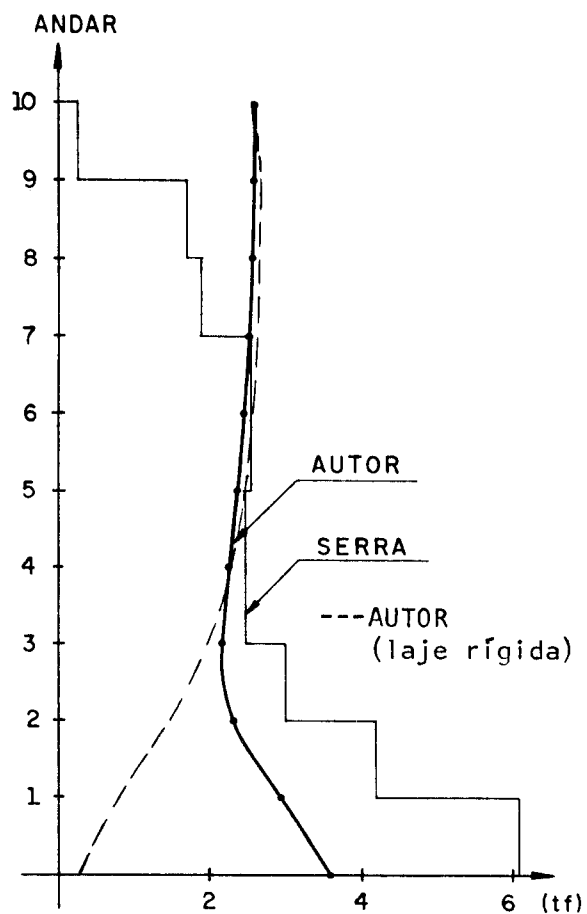


Fig. 4.5.9 - Forças cortantes nos painel (4).

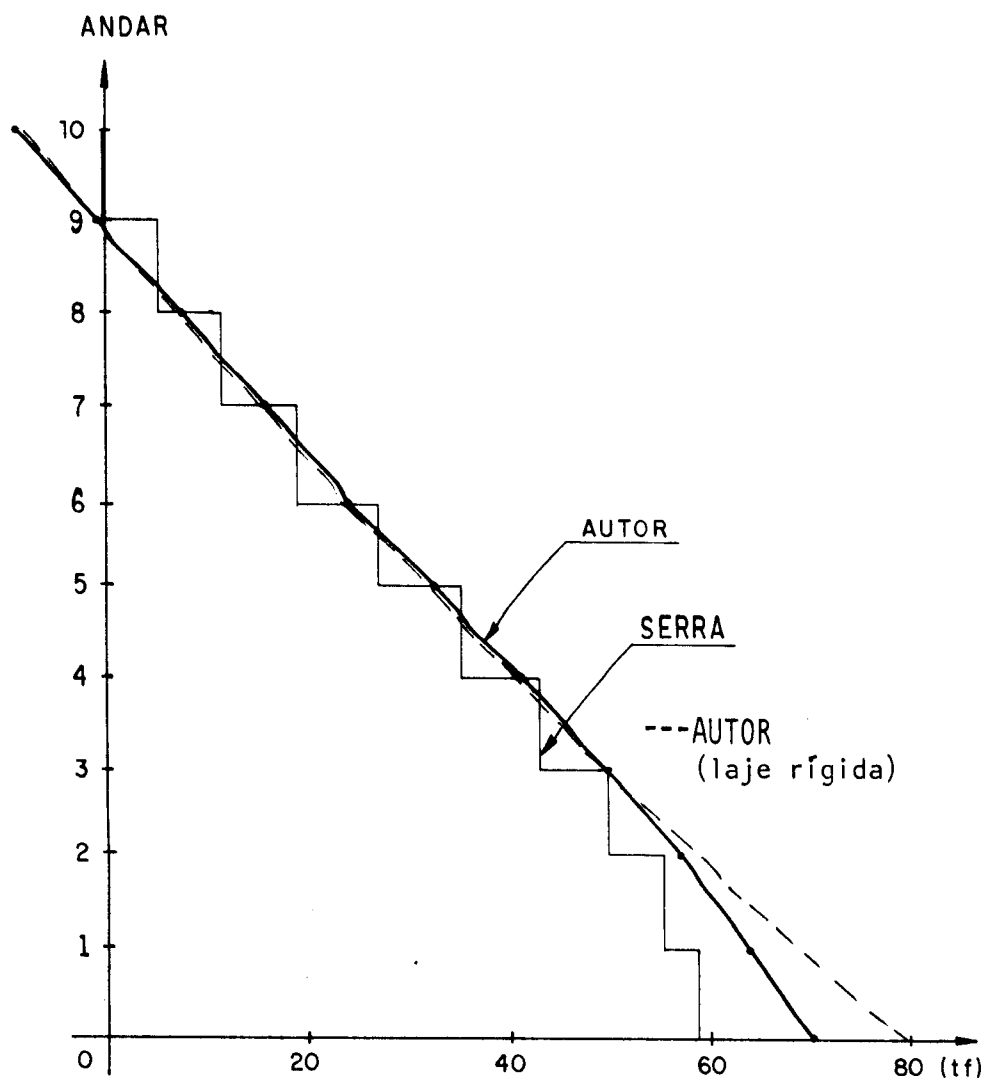


Fig. 4.5.10 - Forças cortantes no painel (e) = (d)

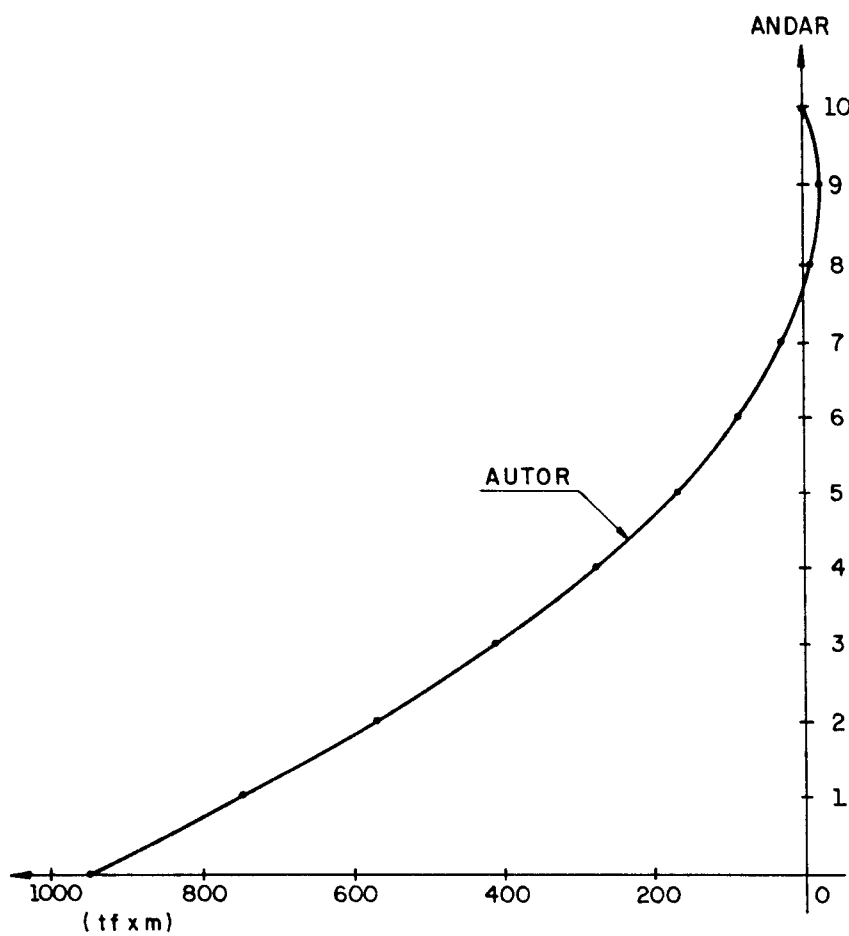


Fig. 4.5.11 - Momentos fletores nas paredes (2) = (d)

4.6 - QUINTO EXEMPLO

Trata-se também da estrutura do terceiro exemplo, alterando a dimensão em planta da laje típica de 1020cm para 800cm, conforme mostra a fig. 4.6.1.

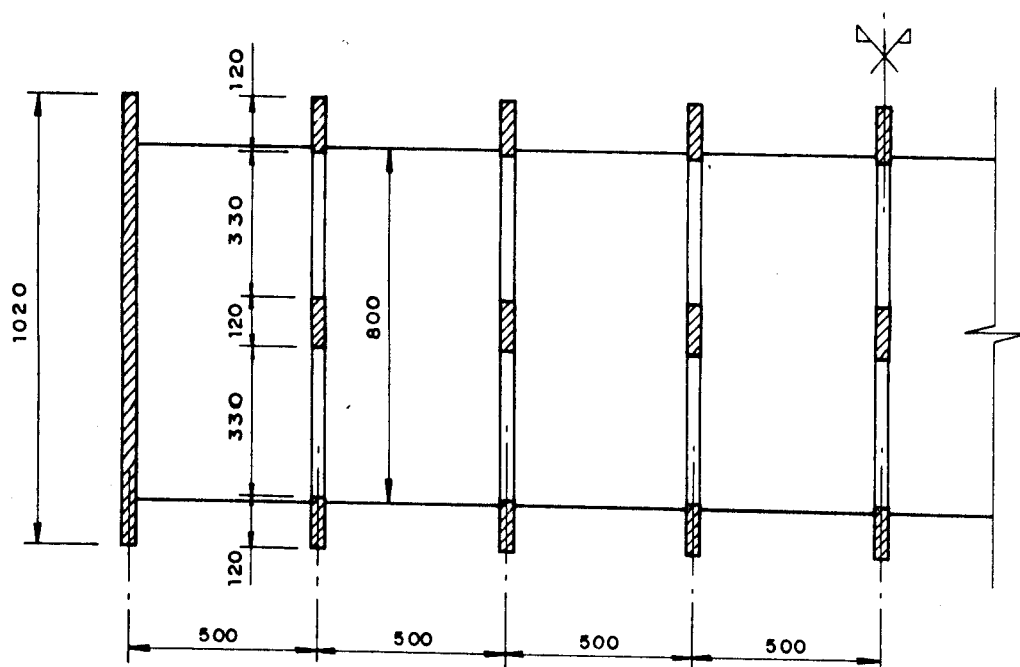


Fig. 4.6.1 - Planta do andar típico (medidas em cm)

Momentos de inércia da laje típica:

$$J_{\lambda} = \frac{0,1 \times 8,0^3}{12} = 4,26667 \text{m}^4$$

$$E = 3 \times 10^6 \text{tf/m}^2$$

Tabela 4.6.2 - Forças cortantes

		FORÇAS CORTANTES (tf)															
		SERRA (DISCRETO)							AUTOR (CONTÍNUO)								
ANDAR		PAINEL							PAINEL							LAJE RÍGIDA	
		(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(1)	(2)	(3)	(4)	(e)	(4)	(e)	IGUAIS (1)a(4)		
10		0,6565	2,2154	0,8893	0,2045	0,0006	-9,0242	2,5747	2,5783	2,5805	2,5813	-9,0695	2,5913				
9		5,6311	2,2552	1,8789	1,4717	1,3056	-0,9931	2,5739	2,5695	2,5665	2,5655	-1,1021	2,6005				
8		12,0306	2,4737	2,2475	2,1194	2,0774	7,0523	2,5722	2,5566	2,5464	2,5429	6,8543	2,6128				
7		19,1976	2,5757	2,4647	2,3922	2,3655	15,1530	2,5527	2,5279	2,5117	2,5061	14,8790	2,6055				
6		26,7646	2,5824	2,5359	2,5083	2,5046	23,3450	2,4992	2,4729	2,4560	2,4502	23,0530	2,5558				
5		34,4819	2,5367	2,5781	2,6070	2,6162	31,6370	2,3992	2,3883	2,3823	2,3803	31,4560	2,4404				
4		41,9141	2,4910	2,7055	2,8485	2,8989	39,9860	2,2484	2,2870	2,3139	2,3235	40,1740	2,2352				
3		48,4498	2,5075	3,0634	3,4517	3,5939	48,2360	2,0592	2,2115	2,3147	2,3512	49,2920	1,9155				
2		53,5482	2,6597	3,8408	4,6634	4,9563	56,0080	1,8759	2,2670	2,5321	2,6260	58,9030	1,4551				
1		56,5179	3,3530	5,3558	6,5140	6,8882	62,3200	1,8232	2,7401	3,3391	3,5467	69,3990	0,7417				
							68,7670	1,8617	3,1810	4,0267	4,3166	79,1010	0,2555				

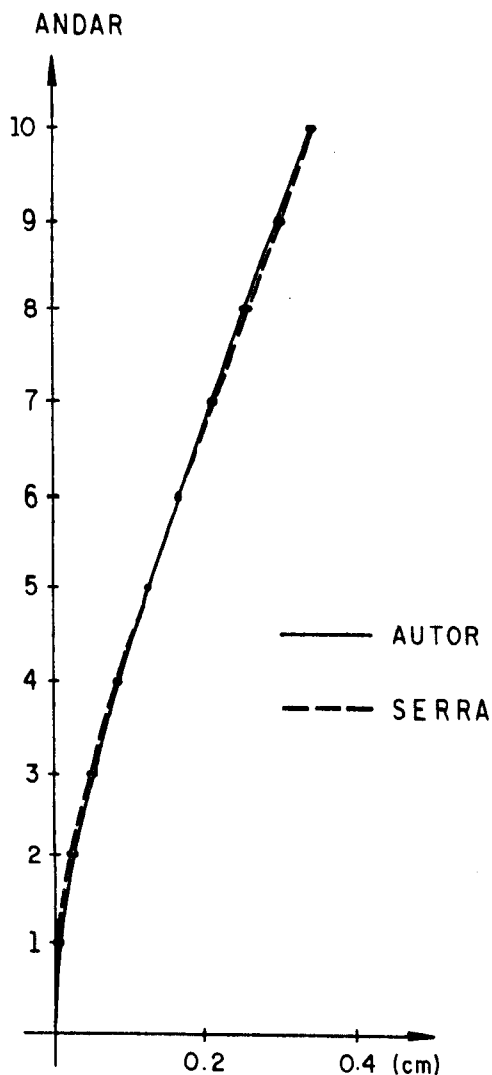


Fig. 4.6.2 - Deslocamentos nos painéis (e) = (d).

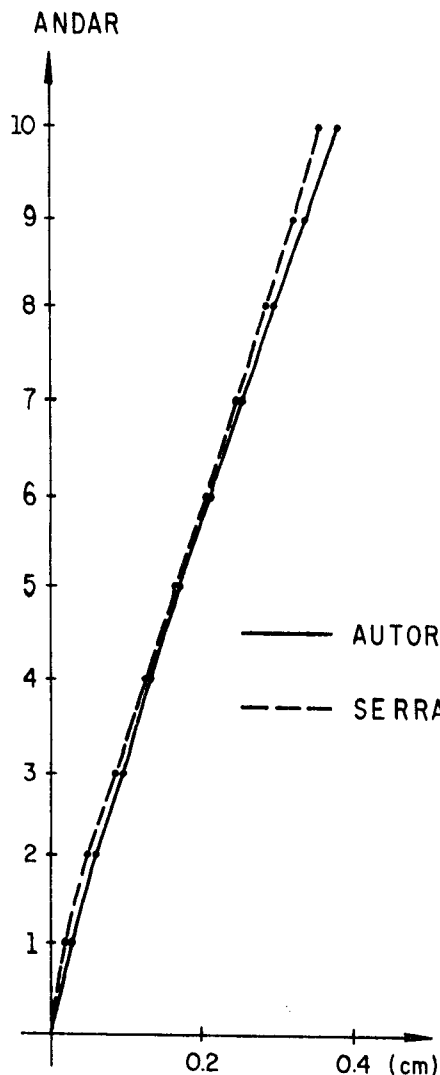


Fig. 4.6.3 - Deslocamentos nos painéis (1) = (7).

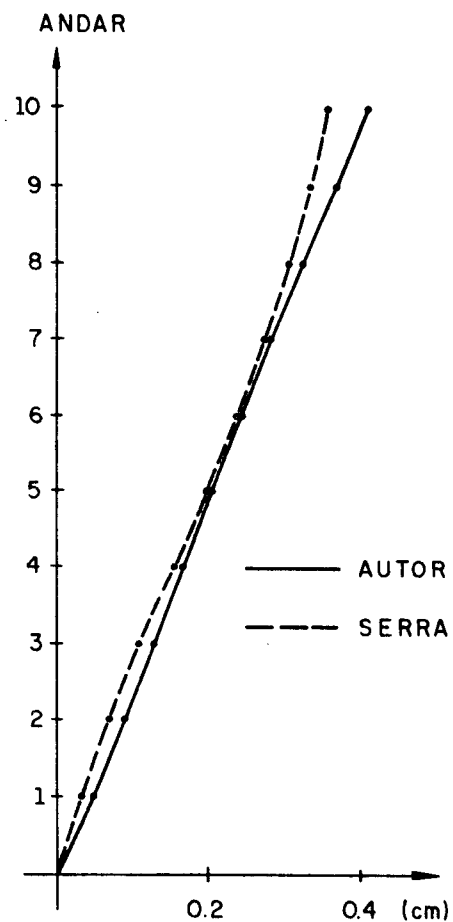


Fig. 4.6.4 - Deslocamentos nos painéis (2) = (6).

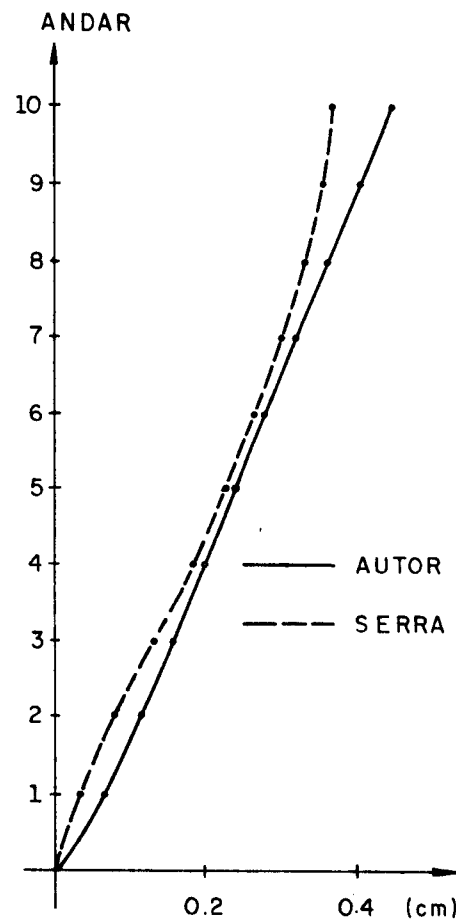


Fig. 4.6.5 - Deslocamentos no painel (4).

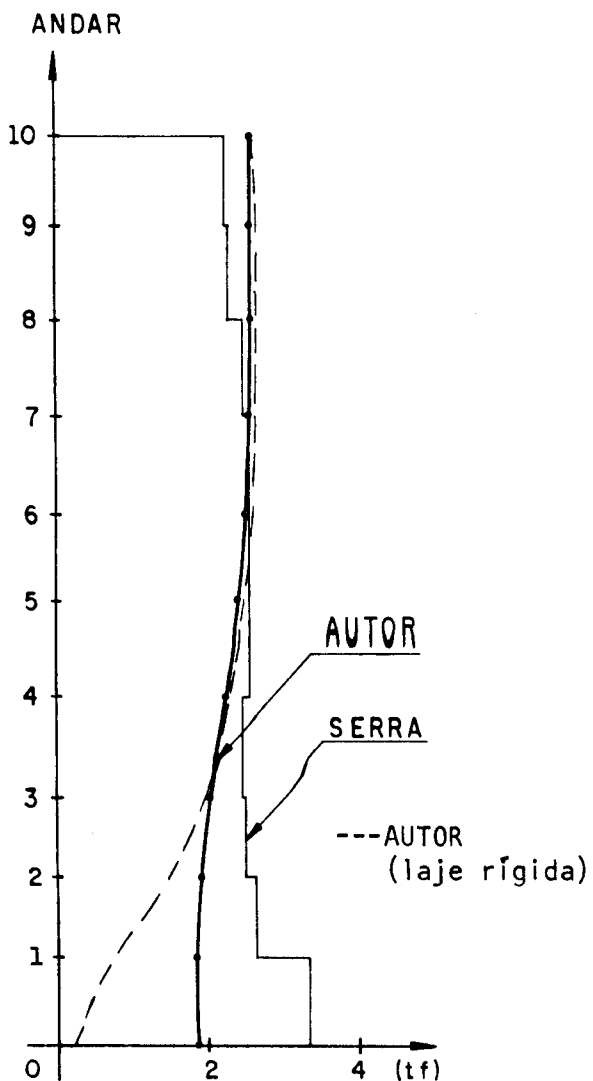


Fig. 4.6.6 - Forças cortantes nos painéis (1) = (7).

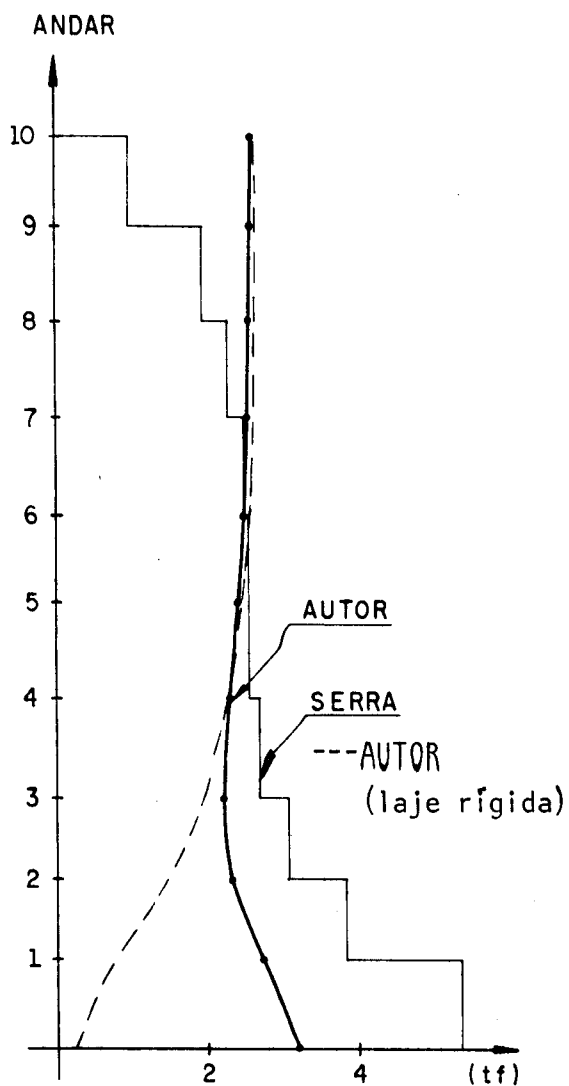


Fig. 4.6.7 - Forças cortantes nos painéis (2) = (6).

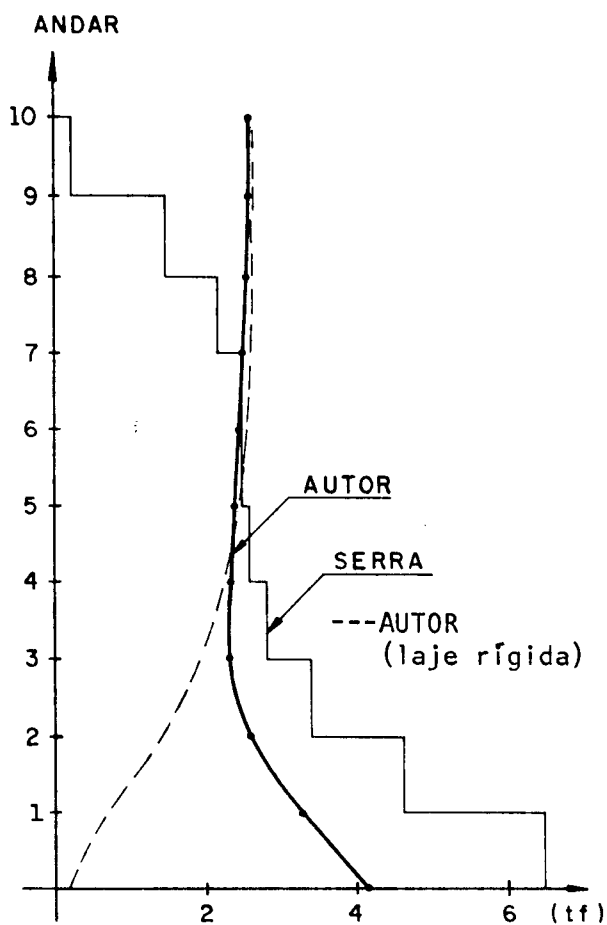


Fig. 4.6.8 - Forças Cortantes nos painéis (3) = (5).

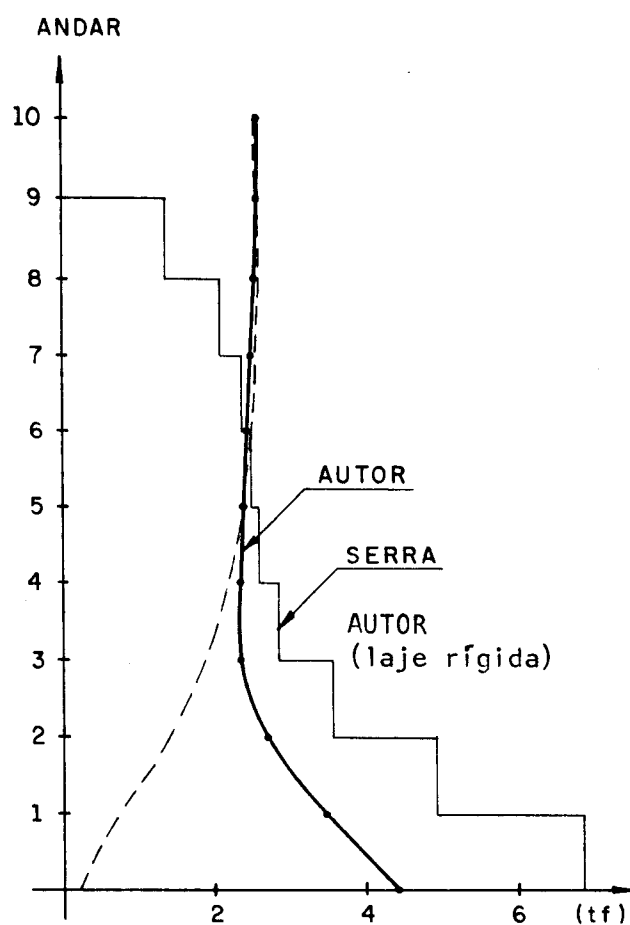


Fig. 4.6.9 - Forças cortantes no painel (4).

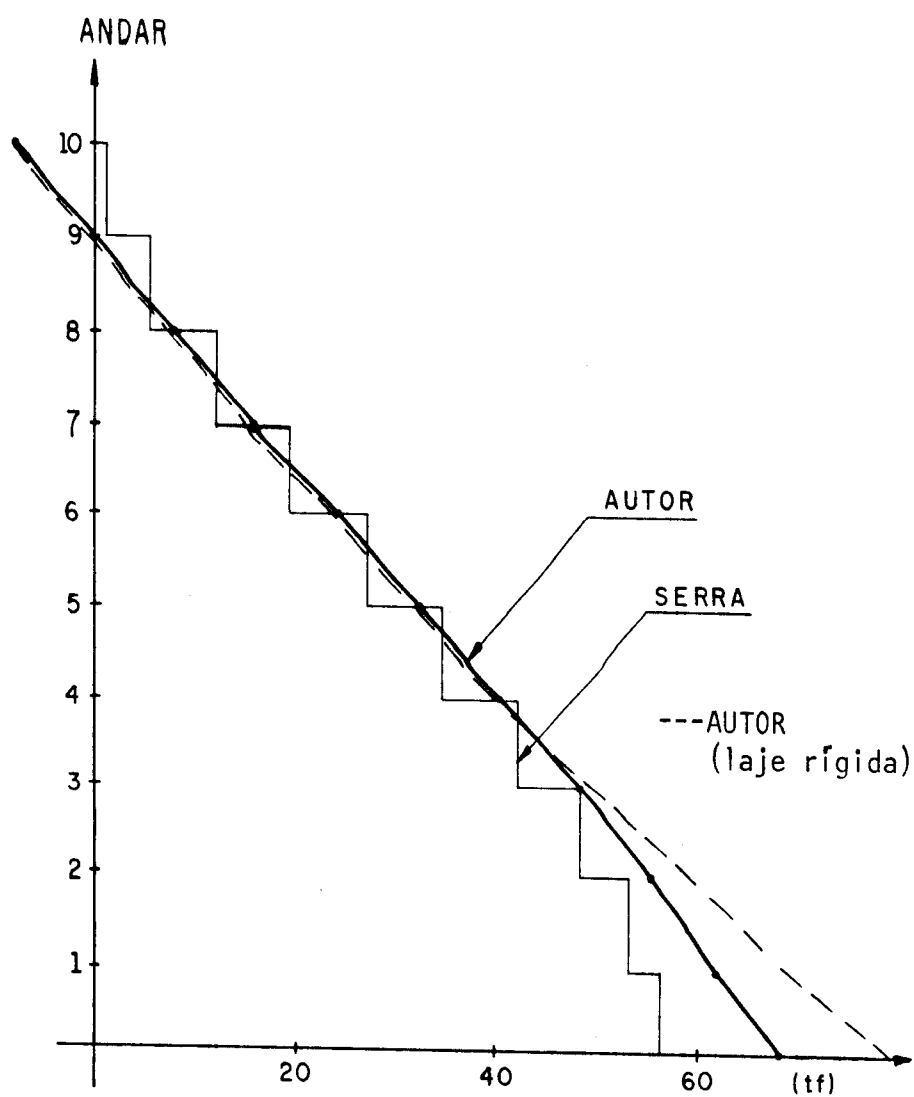


Fig. 4.6.10 - Forças cortantes nos painéis (e) = (d)

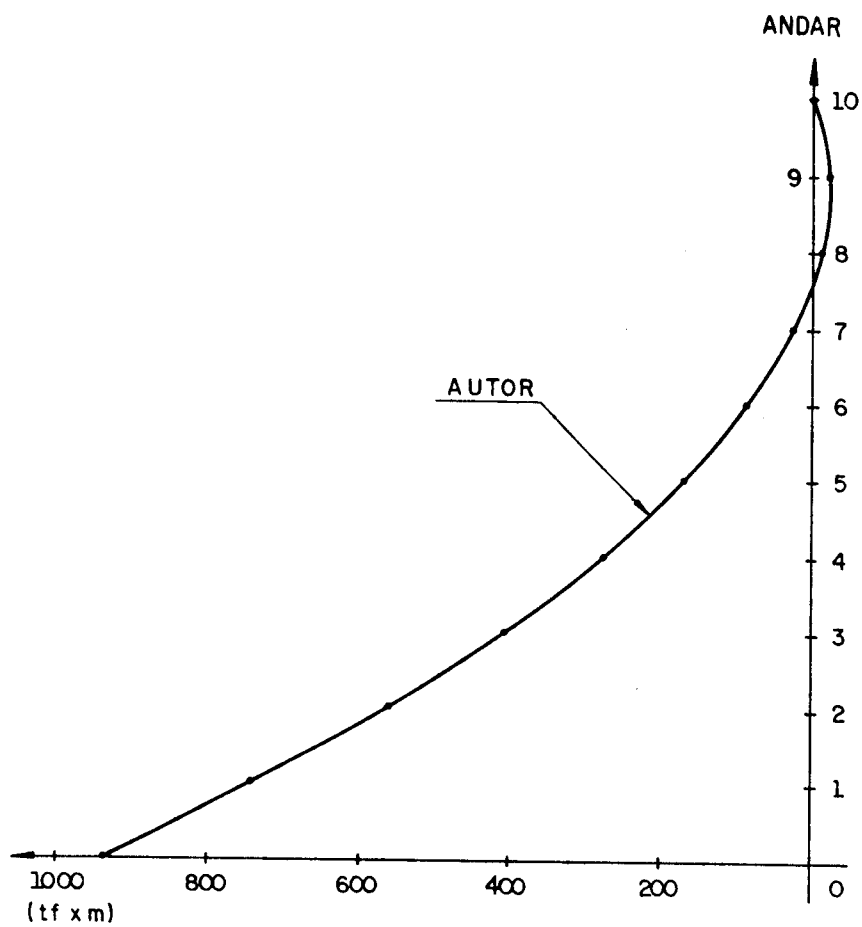


Fig. 4.6.11 - Momentos fletores nas paredes (e) = (d)

4.7 - EXEMPLO COM LAJE INFINITAMENTE RÍGIDA

Neste item, são apresentados os resultados da estrutura do terceiro exemplo, impondo às lajes uma rigidez elevada, e a título de comparação são mostrados também os valores obtidos pela tabela dada por Stamato [1], para o valor de rigidez relativa entre o pórtico e a parede dado abaixo:

$$K = k.H = \sqrt{\frac{s_f}{j_w}} \cdot H$$

onde:

s_f : soma da rigidez dos painéis à força cortante

j_w : soma da rigidez dos painéis ao momento fletor

H : altura do edifício

do exemplo tem-se:

$$K = \sqrt{\frac{7 \times 18077,5}{2 \times 56944420,0}} \times 30,0 = 1,0$$

Da análise dos resultados dados na tabela 4.7.1 e nos gráficos 4.7.1 a 4.7.4, verifica-se que os resultados praticamente coincidem com aqueles obtidos pelo processo analítico através das tabelas de STAMATO [1].

Nota-se somente uma pequena diferença nas forças cortantes na base dos painéis pórticos, conforme mostra o gráfico 4.7.2.

Tabela 4.7.1 - Deslocamentos e esforços nos painéis

RESULTADOS DO TERCEIRO, QUARTO E QUINTO EXEMPLOS COM LAJE RÍGIDA										
ANDAR	STAMATO (CONTÍNUO)					AUTOR (CONTÍNUO)				
	DESLOC.HOR. NOS PAINÉIS (cm)	FORÇAS CORTANTES (tf)		M(e) (tf.m)	DESLOC.HOR. NOS PAINÉIS (cm)	FORÇAS CORTANTES (tf)	M(e) (tf.m)	FORÇAS CORTANTES (tf)		M(e) (tf.m)
		Q(e)	IGUAIS(1) a (4)					Q(e)	IGUAIS(1) a (4)	
10	0,3414	-9,1196	2,6056	0	0,3422	-9,0695	2,5913	0	0	
9	0,2996	-1,1201	2,6056	-14,399	0,2992	-1,1021	2,6005	-15,257	-15,257	
8	0,2579	6,8798	2,6056	-7,199	0,2559	6,8543	2,6128	-6,607	-6,607	
7	0,2124	14,8789	2,6056	26,398	0,2126	14,8790	2,6055	25,834	25,834	
6	0,1707	23,0384	2,5599	81,595	0,1696	23,0530	2,5558	82,594	82,594	
5	0,1290	31,4379	2,4456	163,190	0,1281	31,4560	2,4404	164,030	164,030	
4	0,0910	40,1574	2,2399	271,183	0,0891	40,1740	2,2352	271,170	271,170	
3	0,0531	49,2769	1,9199	405,575	0,0545	49,2920	1,9155	404,880	404,880	
2	0,0266	58,8762	1,4628	568,764	0,0263	58,9030	1,4551	566,680	566,680	
1	0,0076	69,1157	0,8228	758,353	0,0072	69,3990	0,7417	757,850	757,850	
	0	79,9950	0	983,939	0	79,1010	0,2555	983,480	983,480	

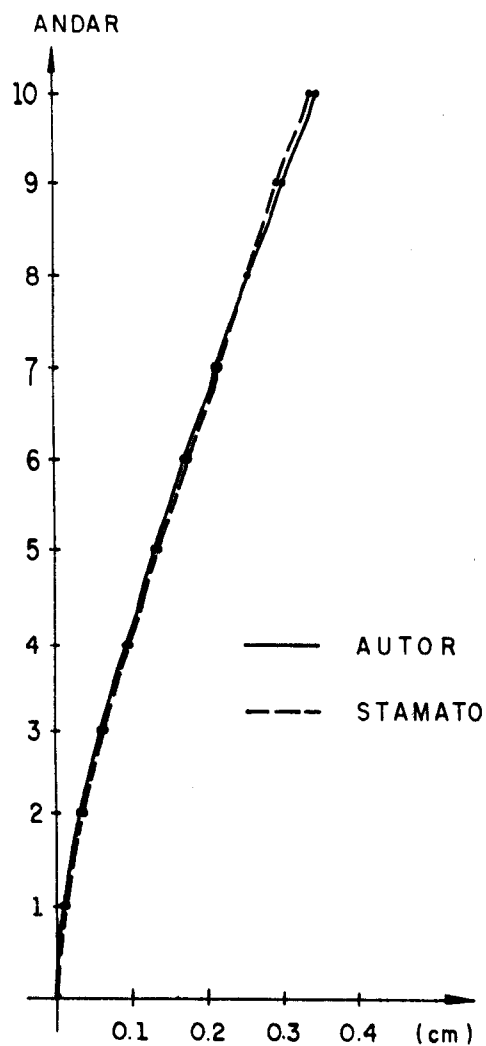


Fig. 4.7.1 - Deslocamentos nos painéis

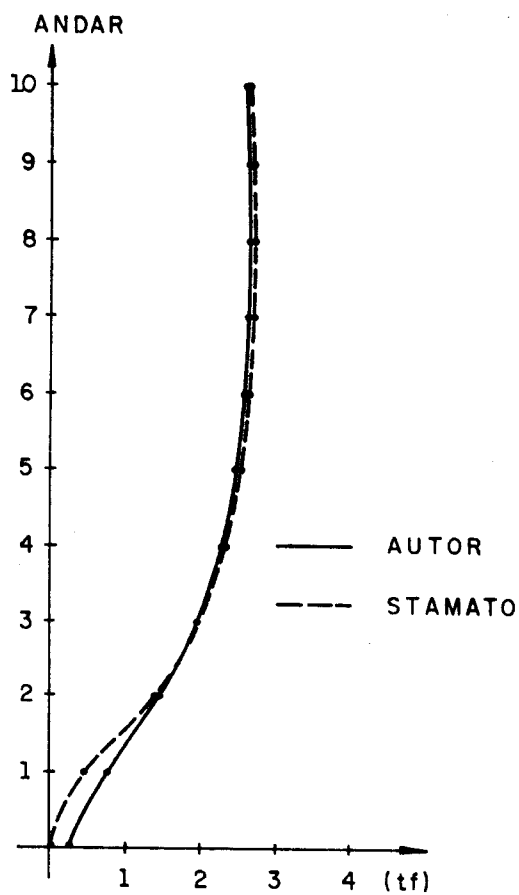


Fig. 4.7.2 - Forças cortantes nos painéis (1) a (7)

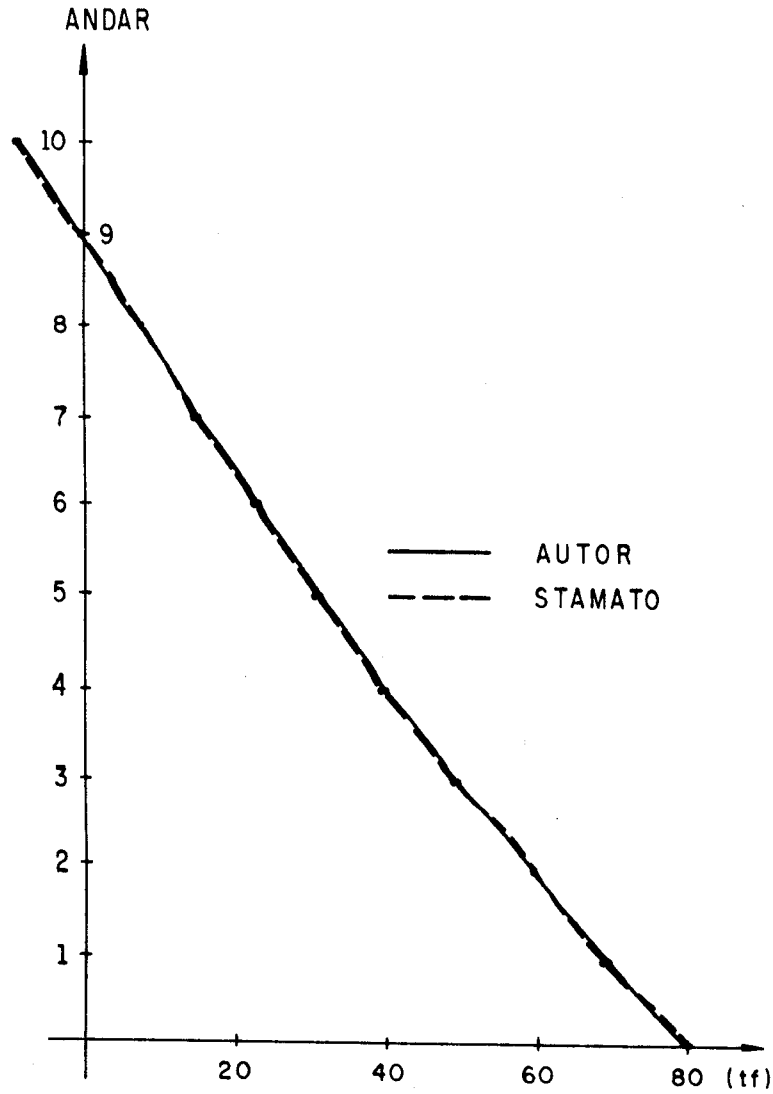


Fig. 4.7.3 - Forças cortantes nos painéis (e) = (d)

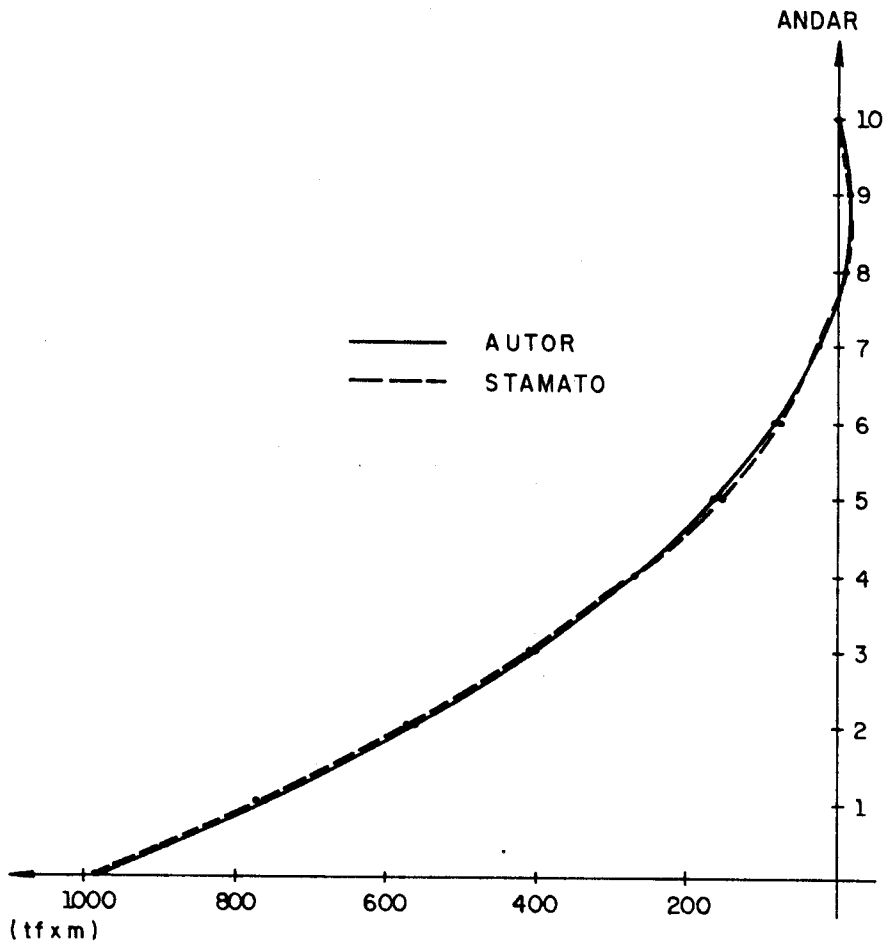


Fig. 4.7.4 - Momentos fletores nas paredes (e) = (d)

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

5.1 - INTRODUÇÃO

Muitos problemas técnicos no campo da engenharia, conduzem a equações diferenciais de difícil solução pelo método analítico. Nesses casos devem ser adotados, para a sua solução, métodos numéricos aproximados de cálculo.

Um dos métodos numéricos muito utilizado e dos mais antigos nas soluções de equações diferenciais, é o método das diferenças finitas.

Uma das grandes vantagens deste método decorre da sua simplicidade, podendo ser desenvolvido por pessoas sem grande conhecimento de matemática superior; dessa forma economizando-se tempo para maior dedicação aos problemas em questão.

O método das diferenças finitas, de uma maneira geral, baseia-se na definição geométrica da derivada, negligenciando-se a passagem ao limite do argumento, obtendo dessa forma operadores de derivadas, que aplicados aos valores da função incógnita, permitem de maneira aproximada exprimir as derivadas dessa função.

Os operadores aqui desenvolvidos, são obtidos através de interpolação polinomial de grau n . Assim, as derivadas da função desconhecida passam a ser expressa de maneira aproximada, em termos das correspondentes derivadas dessa função interpoladora.

5.2 - DIFERENÇAS CENTRAIS

São chamadas diferenças centrais as expressões das derivadas em relação ao ponto médio, de uma sequência de pontos utilizados na interpolação. Para ilustrar a exposição, considere-se a figura 5.2.1, onde se mostra uma função $y(x)$, da qual se conhecem três valores distintos, em pontos igualmente espaçados de h , ao longo do eixo x . Considere-se também um polinômio interpolador $p(\bar{x})$, do segundo grau, que assume os mesmos valores de $y(x)$ nos pontos de interpolação.

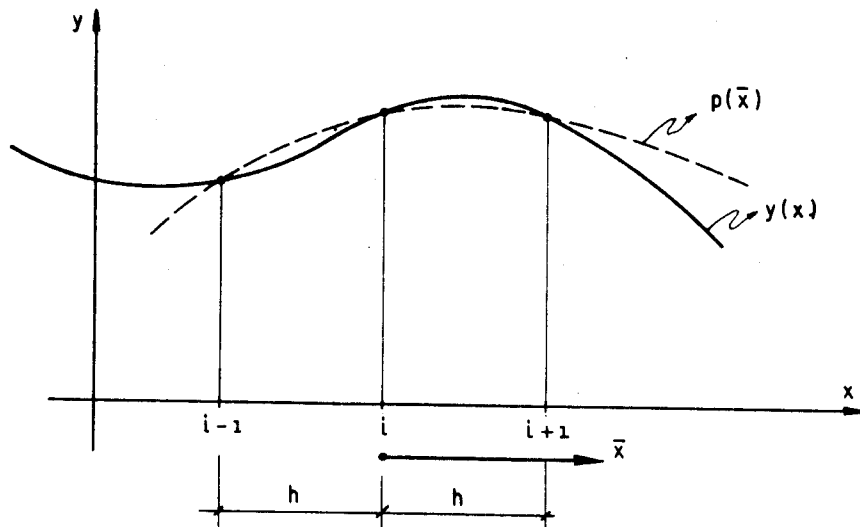


Fig. 5.2.1 - Interpolação por parábola quadrática

Sendo $p(\bar{x})$ um polinômio interpolador, e \bar{x} uma nova variável relacionada com o eixo x , com origem no ponto i , a expressão do polinômio passa a ser expressa por:

$$p(\bar{x}) = a_2 \bar{x}^2 + a_1 \bar{x} + a_0 \quad (5.2.1)$$

Nos pontos de interpolação (i-1), i e (i+1) tem-se:

$$p(-h) = y_{i-1} = a_2 h^2 - a_1 h + a_0$$

$$p(0) = y_i = a_0$$

$$p(h) = y_{i+1} = a_2 h^2 + a_1 h + a_0$$

(5.2.2)

que resolvidas, determinam-se para os coeficientes do polinômio, os valores:

$$a_2 = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{2h^2}$$

$$a_1 = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$$

$$a_0 = y_i$$

(5.2.3)

substituindo os valores encontrados em (5.2.3) em $p(\bar{x})$, resulta:

$$p(\bar{x}) = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{2h^2} \bar{x}^2 + \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \bar{x} + y_i$$

(5.2.4)

Derivando-se $p(\bar{x})$, e de acordo com a condição de interpolação, obtêm-se para a primeira e segunda derivadas, lembrando que no ponto i, \bar{x} vale zero, as seguintes expressões:

$$y'(x) \cong p'(\bar{x}) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \quad (5.2.5)$$

$$y''(x) \cong p''(\bar{x}) = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{2h^2} \quad (5.2.6)$$

Embora haja um erro inerente ao método, nas expressões das derivadas $y'(x)$ e $y''(x)$, obtidas em (5.2.5) e

(5.2.6), esse erro diminuirá a medida que o espaçamento h , entre os pontos de interpolação se tornar cada vez menor. Para determinar a variação do erro em função dos espaçamentos h , é conveniente deduzir novamente estas fórmulas, pelo desenvolvimento em série de Taylor.

A série de Taylor de $y(x+h)$ no entorno de x é dada por:

$$y(x+h) = y(x) + \frac{h}{1!} y'(x) + \frac{h^2}{2!} y''(x) + \frac{h^3}{3!} y'''(x) + \dots$$

$$y(x+h) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^n}{n!} y^{(n)}(x) \quad (5.2.7)$$

onde $y^{(n)}$ representa $\frac{d^n}{dx^n}$; $y^{(0)}(x) = y(x)$

Considere-se a figura 5.2.2, onde mostra uma função $y(x)$, da qual se conhecem os valores nos pontos igualmente espaçados, $(i-1)$, i e $(i+1)$.

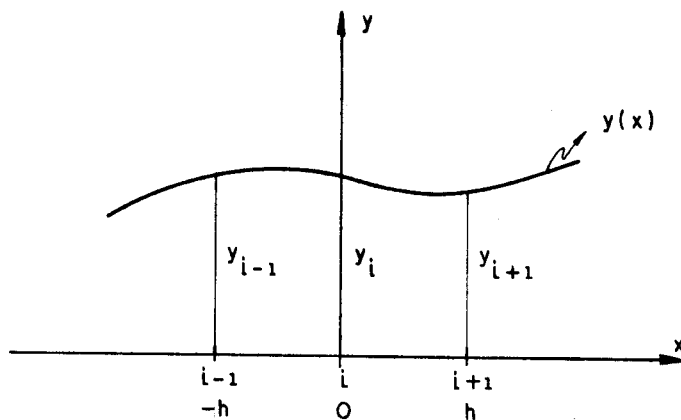


Fig. 5.2.2 - Espaçamentos iguais dos pontos de subdivisão

Aplicando a equação (5.2.6), na função $y(x)$, de acordo com a figura 5.2.2, obtém-se para os desenvolvimentos nos pontos $(x+h)$ e $(x-h)$, as expressões:

$$\begin{aligned}
 y_{i+1} &= y_i + \frac{h}{1!} y'_i + \frac{h^2}{2!} y''_i + \frac{h^3}{3!} y'''_i + \dots \\
 y_{i-1} &= y_i - \frac{h}{1!} y'_i + \frac{h^2}{2!} y''_i - \frac{h^3}{3!} y'''_i + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5.2.8}$$

Das equações (5.2.8), eliminando-se y''_i , obtém-se de maneira aproximada a expressão da primeira derivada.

$$\begin{aligned}
 y_{i+1} - y_{i-1} &= 2hy'_i + \frac{2h^3}{3!} y'''_i + \dots \\
 y'_i &= \frac{1}{2h} (y_{i+1} - y_{i-1}) - \frac{2h^2}{6} y'''_i + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5.2.9}$$

ou

$$y'_i = \frac{1}{2h} (y_{i+1} - y_{i-1}) - 0(h^2)$$

onde o símbolo $0(h^2)$ representa que o erro é da ordem de h^2 , sendo a soma de todos os termos desprezados na equação (5.2.9), para a obtenção desta derivada, foram tomados os dois primeiros termos dos desenvolvimentos em série dados em (5.2.8). Em geral, se forem tomados os m primeiros termos dos desenvolvimentos em série, as fórmulas tem erro da ordem de h^m .

Analogamente, eliminando-se y'_i de (5.2.8), obtém-se de maneira aproximada a expressão da segunda derivada:

$$\begin{aligned}
 y_{i+1} + y_{i-1} &= 2y_i + h^2 y''_i + \frac{h^4}{2} y^{IV}_i + \dots \\
 y''_i &= \frac{1}{h^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) + \frac{h^2}{2} y^{IV}_i + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5.2.10}$$

ou

$$y''_i = \frac{1}{h^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) + 0(h^2)$$

A equação (5.2.10), demonstra que tomados os dois primeiros termos da série, na obtenção da segunda derivada, o seu erro é da ordem de h^2 .

Os operadores de terceira e quarta derivadas, com ordem de erro de $O(h^2)$, são deduzidos, a partir de um polinômio do quarto grau.

A figura 5.2.3, mostra uma função $y(x)$ da qual se conhecem cinco valores distintos, em pontos igualmente espaçados de h , ao longo do eixo x ; mostra também um polinômio $p(\bar{x})$ do quarto grau, que assume tais valores nos pontos de interpolação, sendo \bar{x} uma nova variável relacionada com o eixo x , com origem no ponto i , o polinômio pode ser expresso através dessa nova variável como:

$$p(\bar{x}) = a_4 \bar{x}^4 + a_3 \bar{x}^3 + a_2 \bar{x}^2 + a_1 \bar{x} + a_0 \quad (5.2.11)$$

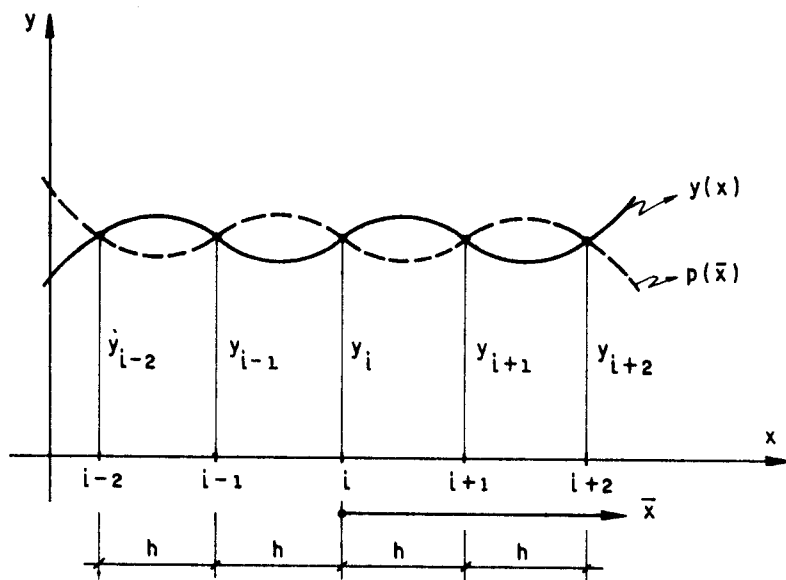


Fig. 5.2.3 - Interpolação por polinômio do quarto grau

Substituindo-se os valores de \bar{x} , nos pontos $(i-2)$, $(i-1)$, i , $(i+1)$ e $(i+2)$, e de acordo com a condição de interpolação tem-se para o polinômio $p(\bar{x})$:

$$p(-2h) = y_{i-2} = 16h^4 a_4 - 8h^3 a_3 + 4h^2 a_2 - 2ha_1 + a_0$$

$$p(-h) = y_{i-1} = h^4 a_4 - h^3 a_3 + h^2 a_2 - ha_1 + a_0$$

$$p(0) = y_i = a_0$$

$$p(h) = y_{i+1} = h^4 a_4 + h^3 a_3 + h^2 a_2 + ha_1 + a_0$$

$$p(2h) = y_{i+2} = 16h^4 a_4 + 8h^3 a_3 + 4h^2 a_2 + 2ha_1 + a_0$$

(5.2.12)

Resolvendo-se o sistema de equações dado em (5.2.12), chega-se para os coeficientes do polinômio interpolador, aos seguintes valores:

$$a_4 = \frac{1}{24h^4} (y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2})$$

$$a_3 = \frac{1}{12h^3} (-y_{i-2} + 2y_{i-1} - 2y_{i+1} + y_{i+2})$$

$$a_2 = \frac{1}{24h^2} (-y_{i-2} + 16y_{i-1} - 30y_i + 16y_{i+1} - y_{i+2})$$

$$a_1 = \frac{1}{12h} (y_{i-2} - 8y_{i-1} + 8y_{i+1} - y_{i+2})$$

$$a_0 = y_i$$

(5.2.13)

Derivando-se $p(\bar{x})$ dado em (5.2.11), em relação a \bar{x} , obtêm-se para as derivadas, as expressões:

$$y'(x) \cong p'(\bar{x}) = 4a_4 \bar{x}^3 + 3a_3 \bar{x}^2 + 2a_2 \bar{x} + a_1$$

$$y''(x) \cong p''(\bar{x}) = 12a_4 \bar{x}^2 + 6a_3 \bar{x} + 2a_2$$

$$y'''(x) \cong p'(\bar{x}) = 24a_4\bar{x} + 6a_3$$

$$y^{IV}(x) \cong p''(\bar{x}) = 24a_4 \quad (5.2.14)$$

Substituindo-se os valores encontrados em (5.2.13), nas equações (5.2.14), obtêm-se, de maneira aproximada as derivadas no ponto $\bar{x} = 0$, mediante as seguintes expressões:

$$y'(x) \cong p'(\bar{x}) = \frac{1}{12h} (y_{i-2} - 8y_{i-1} + 8y_{i+1} - y_{i+2}) \quad (5.2.15)$$

$$y''(x) \cong p''(\bar{x}) = \frac{1}{12h^2} (-y_{i-2} + 16y_{i-1} - 30y_i + 16y_{i+1} - y_{i+2}) \quad (5.2.16)$$

$$y'''(x) \cong p'''(\bar{x}) = \frac{1}{2h^3} (-y_{i-2} + 2y_{i-1} - 2y_{i+1} + y_{i+2}) \quad (5.2.17)$$

$$y^{IV}(x) \cong p^{IV}(\bar{x}) = \frac{1}{h^4} (y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}) \quad (5.2.18)$$

Os operadores de primeira e segunda derivadas dados em (5.2.15) e (5.2.16), têm erro de ordem de h^4 , e os operadores de terceira e quarta derivadas dados em (5.2.17) e (5.2.18), têm erro de ordem de h^2 .

Em combinação com o conceito de diferenças, pode ser aplicado simbolicamente os métodos de série de Taylor, e dessa forma obter uma grande variedade de operadores de diferenças, e os correspondentes erros, conforme será visto nas deduções de operadores de diferenças descendentes.

5.3 - DIFERENÇAS DESCENDENTES

Dados os valores y_{i-2} , y_{i-1} e y_i , de uma função $y(x)$, nos pontos de subdivisão, igualmente espaçados de h ao longo do eixo x , no intervalo de definição, chama-se diferença descendente primeira de y no ponto i , a expressão:

$$\nabla y_i = y_i - y_{i-1} \quad (5.3.1)$$

O delta maiúsculo invertido, será usado para representar a diferença descendente.

A diferença descendente segunda, é obtida tomando-se a diferença da diferença primeira:

$$\begin{aligned}\nabla(\nabla y_i) &= \nabla^2 y_i = (y_i - y_{i-1}) - (y_{i-1} - y_{i-2}) \\ \nabla^2 y_i &= y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}\end{aligned}\quad (5.3.2)$$

A figura 5.3.1, mostra uma função $y(x)$, da qual se conhecem quatro valores distintos em pontos igualmente espaçados de h , ao longo do eixo x .

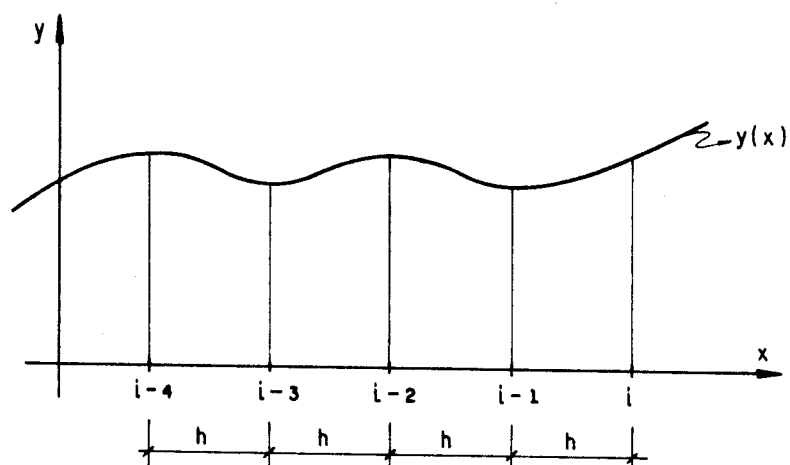


Fig. 5.3.1 - Espaçamentos iguais dos pontos de subdivisão

De maneira análoga, a diferença descendente terceira é obtida tomando-se a diferença da diferença segunda:

$$\begin{aligned}\nabla(\nabla^2 y_i) &= (y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}) - (y_{i-1} - 2y_{i-2} + y_{i-3}) \\ \nabla^3 y_i &= y_i - 3y_{i-1} + 3y_{i-2} - y_{i-3}\end{aligned}\quad (5.3.3)$$

E para a diferença descendente quarta tem-se:

$$\begin{aligned}\nabla(\nabla^3 y_i) &= (y_i - 3y_{i-1} + 3y_{i-2} - y_{i-3}) - (y_{i-1} - 3y_{i-2} + 3y_{i-3} - y_{i-4}) \\ \nabla^4 y_i &= y_i - 4y_{i-1} + 6y_{i-2} - 4y_{i-3} + y_{i-4}\end{aligned}\quad (5.3.4)$$

E fácil verificar que os coeficientes na diferença descendente n , são os coeficientes do desenvolvimento do binômio $(a-b)^n$.

O operador de diferença ∇ , tem as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}\nabla(y_i - y_j) &= \nabla y_i + \nabla y_j \\ \nabla(cy_i) &= c\nabla y_i \\ \nabla^m(\nabla^n y_i) &= \nabla^{m+n} y_i\end{aligned}\tag{5.3.5}$$

Do desenvolvimento em série de Taylor, de $y(x+h)$ no entorno de x , tem-se:

$$y(x+h) = y(x) + \frac{h}{1!} y'(x) + \frac{h^2}{2!} y''(x) + \frac{h^3}{3!} y'''(x) \dots\tag{5.3.6}$$

Utilizando o operador simbólico D , para indicar as derivadas de y , a eq. (5.3.6), pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned}y(x+h) &= (1 + \frac{h}{1!} Dy(x) + \frac{h^2}{2!} D^2 y(x) + \frac{h^3}{3!} D^3 y(x) + \dots) \\ y(x+h) &= (1 + \frac{h}{1!} D + \frac{h^2}{2!} D^2 + \frac{h^3}{3!} D^3 + \dots) y(x)\end{aligned}\tag{5.3.7}$$

Tendo em conta, que o desenvolvimento em série de e^x , é dado por:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots\tag{5.3.8}$$

O operador diferencial do segundo membro da equação (5.3.7), pode ser escrito como:

$$1 + \frac{hD}{1!} + \frac{h^2 D^2}{2!} + \frac{h^3 D^3}{3!} + \dots = e^{hD}\tag{5.3.9}$$

de maneira que a equação (5.3.7), pode ser escrita simbolicamente como:

$$y(x+h) = e^{hD} y(x) \quad (5.3.10)$$

Fazendo $y_{i+1} = y(x_i+h)$ e $y_i = y(x_i)$, de (5.3.10)

vem:

$$y_{i+1} = e^{hD} y_i \quad (5.3.11)$$

De (5.3.10), substituindo h por $-h$ vem:

$$y(x-h) = e^{-hD} y(x) \quad (5.3.12)$$

como

$y_{i-1} = y(x_i-h)$, torna-se:

$$y_{i-1} = e^{-hD} y_i \quad (5.3.13)$$

Substituindo-se (5.3.13) em (5.3.1) vem:

$$\nabla y_i = y_i - e^{-hD} y_i$$

$$\nabla y_i = (1 - e^{-hD}) y_i \quad (5.3.14)$$

Do desenvolvimento em série de e^{-hD} tem-se:

$$e^{-hD} = 1 - \frac{hD}{1!} + \frac{h^2 D^2}{2!} - \frac{h^3 D^3}{3!} + \dots \quad (5.3.15)$$

que substituindo em (5.3.14), resulta:

$$\nabla y_i = 1 - \left(1 - \frac{hD}{1!} + \frac{h^2 D^2}{2!} - \frac{h^3 D^3}{3!} + \dots\right) y_i$$

$$\nabla y_i = \left(1 - \frac{hD}{2!} + \frac{h^2 D^2}{3!} - \frac{h^3 D^3}{4!} + \dots\right) hD y_i$$

$$\nabla = hD - \frac{h^2 D^2}{2!} + \frac{h^3 D^3}{3!} - \dots \quad (5.3.16)$$

A equação (5.3.16), dá o desenvolvimento de diferença descendente primeira ∇y_i , por meio de série infinita de todas as derivadas de $y(x)$ no ponto x_i .

Eliminando-se y_i de ambos os membros, a equação (5.3.14), pode ser escrita numa forma inteiramente operacional, como:

$$\nabla = 1 - e^{-hD} \quad (5.3.17)$$

Tomando as potências de (5.3.17), pode-se avaliar o desenvolvimento em série das diferenças sucessivas de uma função. A diferença segunda, pode ser obtida, quadrando (5.3.17):

$$\nabla^2 = (1 - e^{-hD})^2 = (1 + e^{-2hD} - 2e^{-hD})$$

Utilizando o valor de e^{-hD} , dado em (5.3.15), vem:

$$\begin{aligned} \nabla^2 &= 1 + \left(1 - \frac{2hD}{1!} + \frac{4h^2 D^2}{2!} - \frac{8h^3 D^3}{3!} + \frac{16h^4 D^4}{4!} - \dots\right) \\ &\quad - 2\left(1 - \frac{hD}{1!} + \frac{h^2 D^2}{2!} - \frac{h^3 D^3}{3!} + \frac{h^4 D^4}{4!} - \dots\right) \\ \nabla^2 &= h^2 D^2 - h^3 D^3 + \frac{7h^4}{12} D^4 - \dots \end{aligned} \quad (5.3.18)$$

Analogamente, elevando ao cubo a equação (5.3.17), obtém-se para a diferença terceira:

$$\nabla^3 = h^3 D^3 - \frac{3h^4}{2} D^4 + \frac{5h^5}{4} D^5 - \dots \quad (5.3.19)$$

E para a diferença enésima, tem-se:

$$\nabla^n = (1 - e^{-hD})^n \quad (5.3.20)$$

Para se obter agora as expressões das derivadas de $y(x)$, em termos de suas diferenças, basta tomar o valor de D na equação (5.3.17):

$$e^{-hD} = 1 - \nabla \quad (5.3.21)$$

e tomando os logaritmos, de ambos os membros, obtém-se para a derivada primeira, numa série infinita de diferenças:

$$\begin{aligned} \ln e^{-hD} &= \ln(1-\nabla) \\ -hD &= - \left(\nabla + \frac{\nabla^2}{2} + \frac{\nabla^3}{3} + \frac{\nabla^4}{4} + \dots \right) \\ hD &= \nabla + \frac{\nabla^2}{2} + \frac{\nabla^3}{3} + \frac{\nabla^4}{4} + \dots \end{aligned} \quad (5.3.22)$$

Tomando as potências sucessivas de (5.3.22), obtém-se as expressões das derivadas de ordem superior, em termos das derivadas:

$$h^2 D^2 = \nabla^2 + \nabla^3 + \frac{11}{12} \nabla^4 + \frac{5}{6} \nabla^5 + \dots \quad (5.3.23)$$

$$h^3 D^3 = \nabla^3 + \frac{3}{2} \nabla^4 + \frac{21}{12} \nabla^5 + \frac{45}{24} \nabla^6 + \dots \quad (5.3.24)$$

$$h^4 D^4 = \nabla^4 + 2\nabla^5 + \frac{17}{6} \nabla^6 + \frac{41}{6} \nabla^7 + \dots \quad (5.3.25)$$

Das equações (5.3.16) e (5.3.18), eliminando-se $h^2 D^2$, obtém-se:

$$2hD = - 2\nabla - \nabla^2 + \frac{2h^3}{3} D^3 + \dots$$

e substituindo-se os valores de ∇ e ∇^2 , das equações (5.3.1) e (5.3.2), respectivamente, encontra-se para a derivada descendente primeira:

$$D = \frac{1}{2h} (3y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}) + \frac{h^2}{3} D^2$$

ou

$$D = \frac{1}{2h} (3y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}) + O(h^2) \quad (5.3.26)$$

De maneira análoga, de (5.3.18) e (5.3.19) eliminando-se $h^3 D^3$ tem-se:

$$h^2 D^2 = \nabla^2 + \nabla^3 + \frac{11}{12} h^4 D^4 - \dots$$

e substituindo-se ∇^2 e ∇^3 , dados em (5.3.2) e (5.3.3), obtêm-se para a derivada descendente segunda:

$$D^2 = \frac{1}{h^2} (2y_i - 5y_{i-1} + 4y_{i-2} - y_{i-3}) + \frac{11}{12} h^2 D^4 - \dots$$

ou

$$D^2 = \frac{1}{h^2} (2y_i - 5y_{i-1} + 4y_{i-2} - y_{i-3}) + O(h^2) \quad (5.3.27)$$

Nas equações (5.3.26) e (5.3.27), foram tomados os dois primeiros termos do desenvolvimento das derivadas, em série de diferença, o termo $O(h^2)$, indica que o erro é da ordem de h elevado ao quadrado. Em geral, se forem tomados os n primeiros termos, as fórmulas tem erro da ordem de h^n .

De maneira análoga, chega-se para a derivada terceira e quarta, em termos de diferenças, com erro da ordem de $O(h^2)$, nas seguintes expressões:

$$D^3 = \frac{1}{2h^3} (5y_i - 18y_{i-1} + 24y_{i-2} - 14y_{i-3} + 3y_{i-4}) + O(h^2) \quad (5.3.28)$$

$$D^4 = \frac{1}{h^4} (3y_i - 14y_{i-1} + 26y_{i-2} - 24y_{i-3} + 11y_{i-4} - 2y_{i-5}) + O(h^2) \quad (5.3.29)$$

5.4 - DIFERENÇAS ASCENDENTES

As diferenças ascendentes, são definidas pelos pontos a direita de x_i .

A diferença ascendente primeira de $y(x)$, no ponto x_i é dada por:

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i \quad (5.4.1)$$

O delta maiúsculo, será usado para indicar a diferença ascendente.

Utilizando a equação (5.3.11), a equação (5.4.1), pode ser escrita como:

$$\Delta = e^{hD} - 1 \quad (5.4.2)$$

As diferenças sucessivas têm como coeficientes os coeficientes do binômio $(a-b)^n$; desse maneira obtém-se:

$$\Delta^2 y_i = y_i - 2y_{i+1} + y_{i+2} \quad (5.4.3)$$

$$\Delta^3 y_i = -y_i + 3y_{i+1} - 3y_{i+2} + y_{i+3} \quad (5.4.4)$$

$$\Delta^4 y_i = y_i - 4y_{i+1} + 6y_{i+2} - 4y_{i+3} + y_{i+4} \quad (5.4.5)$$

Para desenvolver a derivada primeira de $y(x)$, em termos de suas diferenças, resolve-se a equação (5.4.2) para e^{hD} , e tomam-se os logaritmos naturais de ambos os membros:

$$e^{hD} = \Delta + 1$$

$$\ln e^{hD} = \ln(\Delta + 1)$$

$$hD = \Delta - \frac{\Delta^2}{2!} + \frac{\Delta^3}{3!} - \frac{\Delta^4}{4!} + \dots \quad (5.4.6)$$

Para se obter as expressões das derivadas sucessivas de $y(x)$, em termos de série de diferenças, tomam-se as potências de (5.4.6), encontrando-se para as derivadas sucessivas as expressões:

$$h^2_D{}^2 = \Delta^2 - \Delta^3 + \frac{11}{12} \Delta^4 - \frac{5}{6} \Delta^5 + \dots \quad (5.4.7)$$

$$h^3_D{}^3 = \Delta^3 - \frac{3}{2} \Delta^4 + \frac{7}{4} \Delta^5 - \dots \quad (5.4.8)$$

$$h^4_D{}^4 = \Delta^4 - 2\Delta^5 + \frac{17}{6} \Delta^6 - \dots \quad (5.4.9)$$

$$h^5_D{}^5 = \Delta^5 - \frac{5}{2} \Delta^6 + \frac{25}{6} \Delta^7 - \dots \quad (5.4.10)$$

De (5.4.2), desenvolvendo-se, obtém-se para a diferença descendente primeira, em termos de série de derivadas:

$$\Delta = hD + \frac{h^2_D{}^2}{2!} + \frac{h^3_D{}^3}{3!} + \frac{h^4_D{}^4}{4!} + \dots \quad (5.4.11)$$

Para se obter as diferenças sucessivas de $y(x)$, tomam-se as potências de (5.4.11), onde obtém-se:

$$\Delta^2 = h^2_D{}^2 + h^3_D{}^3 + \frac{7}{12} h^4_D{}^4 + \dots \quad (5.4.12)$$

$$\Delta^3 = h^3_D{}^3 + \frac{3}{2} h^4_D{}^4 + \frac{5}{4} h^5_D{}^5 + \dots \quad (5.4.13)$$

$$\Delta^4 = h^4_D{}^4 + 2h^5_D{}^5 + \frac{13}{2} h^6_D{}^6 + \dots \quad (5.4.14)$$

De (5.4.11) e (5.4.12), eliminando-se $h^2_D{}^2$, vem:

$$2hD = 2\Delta - \Delta^2 + \frac{2}{3} h^3_D{}^3 - \dots$$

e substituindo-se (5.4.1) e (5.4.3), obtém-se para a derivada primeira:

$$D = \frac{1}{2h} (-3y_i + 4y_{i+1} - y_{i+2}) - \frac{1}{3} h^2 D^3 - \dots$$

ou

$$D = \frac{1}{2h} (-3y_i + 4y_{i+1} - y_{i+2}) + O(h^2) \quad (5.4.15)$$

De maneira análoga, eliminando-se $h^3 D^3$, de (5.4.12) e (5.4.13), obtém-se:

$$h^2 D^2 = \Delta^2 - \Delta^3 - \frac{11}{12} h^4 D^4 + \dots$$

e utilizando (5.4.3) e (5.4.4), obtém-se para a derivada se gunda:

$$D^2 = \frac{1}{h^2} (2y_i - 5y_{i+1} + 4y_{i+2} - y_{i+3}) + \frac{11}{12} h^2 D^4$$

ou

$$D^2 = \frac{1}{h^2} (2h_i - 5y_{i+1} + 4y_{i+2} - y_{i+3}) + O(h^2) \quad (5.4.16)$$

Da mesma forma de (5.4.13) e (5.4.14), eliminando-se $h^4 D^4$ vem:

$$2h^3 D^3 = 2\Delta^3 - 3\Delta^4 - \frac{7}{2} h^5 D^5 + \dots$$

e substituindo-se (5.4.4) e (5.4.5), obtém-se a expressão da derivada terceira:

$$D^3 = \frac{1}{2h^3} (-5y_i + 18y_{i+1} - 24y_{i+2} + 14y_{i+3} - 3y_{i+4}) - \frac{7}{4} h^2 D^5$$

ou

$$D^3 = \frac{1}{2h^3} (-5y_i + 18y_{i+1} - 24y_{i+2} + 14y_{i+3} - 3y_{i+4}) + O(h^2) \quad (5.4.17)$$

5.5 - APLICAÇÃO DO MÉTODO NA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Serão aplicadas, na solução do sistema de equações diferenciais, obtido pela técnica do meio contínuo, para o caso de associação tridimensional de painéis gerais, as expressões das diferenças finitas, apresentadas nos itens anteriores.

A malha a ser adotada é constituída de pontos igualmente espaçados de h , coincidindo com a medida da altura de cada andar suposto constante. A numeração é feita de baixo para cima de 1 a NM pontos, conforme mostra a figura 5.5.1. Os pontos 1, 2, $(NM-1)$ e NM , por não pertencerem ao sistema físico, são chamados de pontos fictícios.

A configuração da malha foi adotada em função da utilização de expressões de diferenças centrais obtidas por polinômio interpolador do 4º grau.

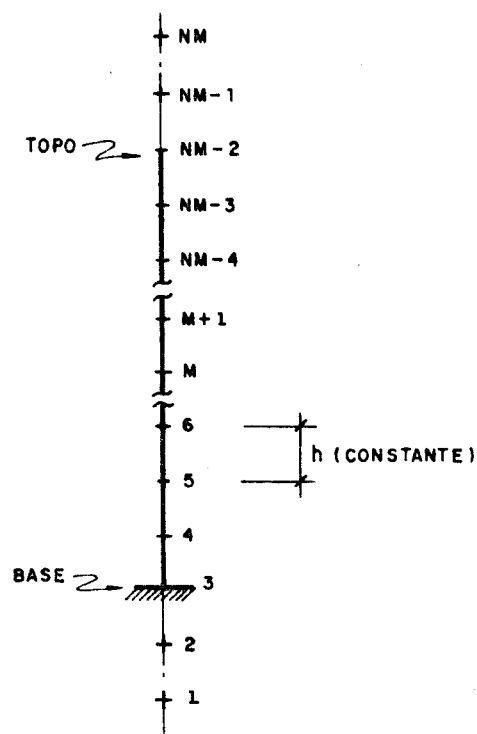


Fig. 5.5.1 - Malha de pontos

A equação (3.2.16), base do exposto, tem a seguinte formulação matricial:

$$\begin{bmatrix}
 -J_{bb}D^3+S_{bb}D & -J_{bc}D^3+S_{bc}D & -\sum_{k=1}^n j_k D^3 + \sum_{k=1}^n s_k D \\
 -J_{bc}D^3+S_{bc}D & -J_{cc}D^3+S_{cc}D & -\sum_{k=1}^n j_k c_k D^3 + \sum_{k=1}^n s_k c_k D \\
 \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k c_k D^2 & \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k D^4 - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k D^2 + 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 v \\
 w \\
 \delta_i
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 p(H-z) \\
 pc(H-z) \\
 F_{io^q}
 \end{bmatrix}
 \tag{5.5.1}$$

Com os deslocamentos v , w e δ_i em um determinado ponto M da malha, segundo a figura 5.5.1, sendo representados respectivamente por Y_M , Y_{NM+M} e $Y_{(i+1)NM+M}$; substituindo as derivadas D , D^2 , D^3 e D^4 , pelas respectivas expressões das diferenças dadas em (5.2.15) a (5.2.18), a equação (5.5.1) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 & - J_{bb} \left(-\frac{1}{2} Y_{M-2} + Y_{M-1} - Y_{M+1} + \frac{1}{2} Y_{M+2} \right) + S_{bb} h^2 \left(\frac{1}{12} Y_{M-2} - \frac{8}{12} Y_{M-1} + \right. \\
 & + \frac{8}{12} Y_{M+1} - \frac{1}{12} Y_{M+2} \left. \right) - J_{bc} \left(-\frac{1}{2} Y_{NM+M-2} + Y_{NM+M-1} - Y_{NM+M+1} + \right. \\
 & + \frac{1}{2} Y_{NM+M+2} \left. \right) + S_{bc} h^2 \left(\frac{1}{12} Y_{NM+M-2} - \frac{8}{12} Y_{NM+M-1} + \frac{8}{12} Y_{NM+M+1} - \right. \\
 & - \frac{1}{12} Y_{NM+M+2} \left. \right) - \sum_{k=1}^n j_k \left(-\frac{1}{2} Y_{(i+1)NM+M-2} + Y_{(i+1)NM+M-1} - \right. \\
 & - Y_{(i+1)NM+M+1} + \frac{1}{2} Y_{(i+1)NM+M+2} \left. \right) + \sum_{k=1}^n s_k h^2 \left(\frac{1}{12} Y_{(i+1)NM+M-2} - \right. \\
 & - \frac{8}{12} Y_{(i+1)NM+M-1} + \frac{8}{12} Y_{(i+1)NM+M+1} - \frac{1}{12} Y_{(i+1)NM+M+2} \left. \right) = \\
 & = ph^3 [H - (M-3)h]
 \end{aligned}
 \tag{5.5.2}$$

$$\begin{aligned}
 & - J_{bc} \left(-\frac{1}{2} y_{M-2} + y_{M-1} - y_{M+1} + \frac{1}{2} y_{M+2} \right) + S_{bc} h^2 \left(\frac{1}{12} y_{M-2} - \frac{8}{12} y_{M-1} + \right. \\
 & + \frac{8}{12} y_{M+1} - \frac{1}{12} y_{M+2} \left. \right) - J_{cc} \left(-\frac{1}{2} y_{NM+M-2} + y_{NM+M-1} - y_{NM+M+1} + \right. \\
 & + \frac{1}{12} y_{NM+M+2} \left. \right) + S_{cc} h^2 \left(\frac{1}{12} y_{NM+M-2} - \frac{8}{12} y_{NM+M-1} + \frac{8}{12} y_{NM+M+1} - \right. \\
 & - \frac{1}{12} y_{NM+M+2} \left. \right) - \sum_{k=1}^n j_k c_k \left(-\frac{1}{2} y_{(i+1)NM+M-2} + y_{(i+1)NM+M-1} - \right. \\
 & - y_{(i+1)NM+M+1} + \frac{1}{2} y_{(i+1)NM+M+2} \left. \right) + \sum_{k=1}^n s_k c_k h^2 \left(\frac{1}{12} y_{(i+1)NM+M-2} - \right. \\
 & - \frac{8}{12} y_{(i+1)NM+M-1} + \frac{8}{12} y_{(i+1)NM+M+1} - \frac{1}{12} y_{(i+1)NM+M+2} \left. \right) = \\
 & = pch^3 [H - (M-3)h] \tag{5.5.3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{h=1}^n F_{ik} j_k (y_{M-2} - 4y_{M-1} + 6y_M - 4y_{M+1} + y_{M+2}) - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k h^2 \left(-\frac{1}{12} y_{M-2} + \right. \\
 & + \frac{16}{12} y_{M-1} - \frac{30}{12} y_M + \frac{16}{12} y_{M+1} - \frac{1}{12} y_{M+2} \left. \right) + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k c_k (y_{NM+M-2} - \\
 & - 4y_{NM+M-1} + 6y_{NM+M} - 4y_{NM+M+1} + y_{NM+M+2}) - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k c_k h^2 \cdot \\
 & \cdot \left(-\frac{1}{12} y_{NM+M-2} + \frac{16}{12} y_{NM+M-1} - \frac{30}{12} y_{NM+M} + \frac{16}{12} y_{NM+M+1} - \right. \\
 & - \frac{1}{12} y_{NM+M+2} \left. \right) + \sum_{k=1}^n F_{ik} j_k (y_{(i+1)NM+M-2} - 4y_{(i+1)NM+M-1} + \\
 & + 6y_{(i+1)NM+M} - 4y_{(i+1)NM+M+1} - y_{(i+1)NM+M+2}) - \sum_{k=1}^n F_{ik} s_k h^2 \cdot \\
 & \cdot \left(-\frac{1}{12} y_{(i+1)NM+M-2} + \frac{16}{12} y_{(i+1)NM+M-1} - \frac{30}{12} y_{(i+1)NM+M} + \right. \\
 & + \frac{16}{12} y_{(i+1)NM+M+1} - \frac{1}{12} y_{(i+1)NM+M+2} \left. \right) + h^4 = F_{io} h^4 q \tag{5.5.4}
 \end{aligned}$$

As condições de contorno dadas nas equações 3.2.17 a 3.2.19, podem ser escritas substituindo-se as derivadas pelos operadores de diferenças dadas nas expressões 5.2.15 e 5.2.16. Das condições de contorno $v(o) = w(o) = \delta_i(o) = 0$ resultam:

$$Y_3 = Y_{NM+3} = Y_{(i+1)NM+3} = 0 \quad (5.5.5)$$

e das condições de contorno $v'(o) = w'(o) = \delta_i'(o)$:

$$Y_1 - 8Y_2 + 8Y_3 - Y_4 = 0 \quad (5.5.6)$$

$$Y_{NM+1} - 8Y_{NM+2} + 8Y_{NM+3} - Y_{NM+4} = 0 \quad (5.5.7)$$

$$Y_{(i+1)NM+1} - 8Y_{(i+1)NM+2} + 8Y_{(i+1)NM+3} - Y_{(i+1)NM+4} = 0 \quad (5.5.8)$$

e finalmente das condições de contorno $v''(H) = w''(H) = \delta_i''(H) = 0$:

$$- Y_{NM-4} + 16Y_{NM-3} - 30Y_{NM-2} + 16Y_{NM-1} - Y_{NM} = 0 \quad (5.5.9)$$

$$- Y_{2NM-4} + 16Y_{2NM-3} - 30Y_{2NM-2} + 16Y_{2NM-1} - Y_{2NM} = 0 \quad (5.5.10)$$

$$\begin{aligned} & - Y_{(i+2)NM-4} + 16Y_{(i+2)NM-3} - 30Y_{(i+2)NM-2} + \\ & + 16Y_{(i+2)NM-1} - Y_{(i+2)NM} = 0 \end{aligned} \quad (5.5.11)$$

As condições de contorno $v'(o) = w'(o) = v''(H) = w''(H) = 0$, são aplicadas se existir pelo menos uma parede em qualquer um dos painéis (e) ou (d), e, da mesma forma, $\delta_i'(o) = \delta_i''(H) = 0$ podem ser aplicadas, se o painel "i" tiver pelo menos uma parede.

Fazendo-se um levantamento do número de incógnitas e o número de equações obtidas; supondo-se a existência de pilares paredes em todos os painéis de contraventamento, tem-se:

	Nº de incógnitas	Nº de equações
Aplicação de 5.5.2 a 5.5.4 nos pontos 3 a (NM-2)	$(i+2)NM$	$(i+2)(NM-4)$
Condições de contorno 5.5.5 a 5.5.11	-	$3(i+2)$
TOTAL	$(i+2)NM$	$(i+2)(NM-1)$

No caso de associação só contendo pórticos o número de condições de contorno é reduzido para $(i+2)$, resultando em um total de $(i+2)(NM-3)$ equações, contra $(i+2)NM$ incógnitas.

Dos balanços acima, verifica-se que o número de equações é inferior ao número de incógnitas, isto deve-se ao fato da existência de 4 pontos fictícios e a disponibilidade de no máximo 3 condições de contorno. Nesse caso, poderia-se reduzir o número de pontos fictícios, em número igual ao de condições de contorno, e utilizar-se no topo e na base operadores de diferenças assimétricas ao invés de operadores em diferenças centrais. Optou-se no entanto por uma outra alternativa, mantendo-se os 4 pontos fictícios e a adoção de equações suplementares, sem a introdução de novas incógnitas.

Estas equações suplementares podem ser obtidas, calculando-se os valores do polinômio interpolador do quarto grau, nos pontos 1, $(NM-1)$ e NM , a partir dos valores em 5 pontos anteriores a estes.

Tomando-se $i = 4$ nas expressões 5.2.13 e obtendo de 5.2.11 o valor para $x = -3h$, obtêm-se para o ponto 1:

$$y_1 = \frac{81}{24} (y_2 - 4y_3 + 6y_4 - 4y_5 + y_6) - \frac{27}{12} (-y_2 + 2y_3 - 5y_5 + y_6) + \frac{9}{24} (-y_2 + 16y_3 - 30y_4 + 16y_5 - y_6) - \frac{3}{12} (y_2 - 8y_3 + 8y_5 - y_6)$$

resultando em:

$$y_1 = 5y_2 - 10y_3 + 10y_4 - 5y_5 + y_6 \quad (5.5.12)$$

De maneira análoga, para $i = (NM-4)$ em (5.2.13) e $x = 3h$ em (5.2.11), obtém-se para o ponto (NM-1).

$$y_{NM-1} = 5y_{NM-2} - 10y_{NM-3} + 10y_{NM-4} - 5y_{NM-5} + y_{NM-6} \quad (5.5.13)$$

E finalmente, fazendo $i = NM-4$ e $x = 3h$, resulta para o ponto NM:

$$y_{NM} = 5y_{NM-1} - 10y_{NM-2} + 10y_{NM-3} - 5y_{NM-4} + y_{NM-5} \quad (5.5.14)$$

De maneira análoga, são obtidos os esforços nos painéis de contraventamento, substituindo-se as derivadas, pelas respectivas expressões das diferenças dadas em (5.2.15) a (5.2.18).

CAPÍTULO 6

PROGRAMA PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

6.1 - INTRODUÇÃO

Com base nos procedimentos descritos nos capítulos anteriores, foi elaborado um programa para o cálculo automático, em linguagem Fortran, versão 77, para o microcomputador PC-XT, compatível com o computador IBM-PC com 640 K bytes de memória interna.

Os dados de entrada sobre a estrutura, são: altura do edifício, espaçamento entre as lajes, número de painéis verticais de contraventamento, número de subdivisões de pontos da rede de diferenças finitas ao longo do eixo z, produto de rigidez à flexão dos painéis, rigidez ao esforço cortante dos painéis, posição em plantas dos painéis verticais de contraventamento, características físicas e geométricas da laje típica e dados relativos ao carregamento.

O programa principal lê e imprime os dados fornecidos, calcula os coeficientes de flexibilidade da laje, calcula e monta o sistema de equações lineares de acordo com o exposto no capítulo 3.2, na sua forma matricial.

Após montado o sistema de equações, o programa utiliza uma subrotina para a resolução do sistema, onde determina as incógnitas do problema, ou seja, os deslocamentos dos nós da estrutura definidos pela malha de diferenças finitas.

Uma vez obtidos os deslocamentos, o programa principal calcula e imprime os deslocamentos totais, e os esforços em cada painel vertical de contraventamento.

Entre as vantagens do cálculo pela técnica do meio contínuo sobre o processo discreto de cálculo está nos dados de entrada que são bem reduzidos; portanto, tornando bastante simples e rápidas eventuais alterações, caso haja necessidade. Podendo de maneira rápida chegar a uma estrutura suficientemente otimizada.

O programa pode ser estendido para a determinação dos esforços aproximados nas extremidades das barras, a partir dos esforços obtidos para os painéis, conforme demonstram COELHO [14] e FERREIRA [12], dentre alguns autores. Tornando dessa forma mais ampla, a técnica do meio contínuo, como ferramenta para o cálculo de estruturas de edifícios altos sujeitos a ação do vento. Neste trabalho, o cálculo é feito até a determinação dos esforços nos painéis, já que foge do escopo do trabalho, a determinação dos esforços ao nível de barras.

6.2 - LISTA DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS

VARIÁVEIS	DISCRIMINAÇÃO
HE	Altura do edifício
HA	Espaçamento entre as lajes
NP	Número de painéis verticais de contraventamento
NM	Número de subdivisões de pontos ao longo do eixo z.
JE	Produto de rigidez à flexão do painel externo à esquerda ($J_e.E$).

VARIÁVEIS	DISCRIMINAÇÃO
JD	Idem para o painel externo à direita.
JI(K)	Idem para os painéis internos, com K variando de 1 a (NP-2).
SE	Rigidez ao esforço cortante do painel externo à esquerda.
SD	Idem para o painel externo à direita.
SI(K)	idem para os painéis internos, com K variando de 1 a (NP-2).
CE	Coordenada x, do painel externo à esquerda.
CD	Idem para o painel externo à direita.
CI(K)	Idem para os painéis internos, com K variando de 1 a (NP-2).
EL	Módulo de elasticidade longitudinal da laje típica.
JL	Momento de inércia da laje típica, em relação ao seu plano.
LL	Comprimento da laje típica (direção x).
P	Carga linear, resultante da carga uniformemente distribuída.
B	Projeção no eixo y, do vetor unitário que define a direção da carga distribuída P.
c	Coordenada x, do ponto de aplicação da carga linear P.
F(I,K)	Coefficientes de flexibilidade, da laje típica.
JBB	Somatória dos produtos de rigidez à flexão j_i de todos os painéis verticais de contraventamento.
JBC	Somatória dos produtos $j_i c_i$ de todos os painéis verticais de contraventamento.
JCC	Somatória dos produtos $j_i \cdot c_i \cdot c_i$ de todos os painéis verticais de contraventamento.
SBB	Somatória da rigidez s_i (rigidez à força cortante), de todos os painéis verticais de contraventamento.

VARIÁVEIS	DISCRIMINAÇÃO
SBC	Somatória dos produtos $s_i \cdot c_i$, de todos os painéis verticais de contraventamento.
SCC	Somatória dos produtos $s_i \cdot c_i \cdot c_i$, de todos os painéis verticais de contraventamento.
FJBB	Somatória dos produtos $F(I,K) \cdot j_i(K)$.
FJBC	Somatória dos produtos $F(I,K) \cdot j_i(K) \cdot c_i(K)$.
FSBB	Somatória dos produtos $F(I,K) \cdot s_i(K)$.
FSBC	Somatória dos produtos $F(I,K) \cdot s_i(K) \cdot c_i(K)$.
EMC(I,J)	Elementos da matriz dos coeficientes de rigidez.
ECT(I)	Elementos da matriz dos termos conhecidos.
FO(I)	Idem acima.
DD(M)	Elementos do vetor deslocamento v nos pontos da rede.
DD(NMW)	Elementos do vetor deslocamento w nos pontos da rede.
DD(NMD)	Elementos do vetor deslocamento δ nos pontos da rede.
VE(M)	Elementos do vetor deslocamento u_e , do painel externo à esquerda.
VD(M)	Elementos do vetor deslocamento u_d , do painel externo à direita.
VI(I,M)	Elementos do vetor deslocamento u_i , dos painéis internos i .
NWE(M)	Elementos do vetor momento fletor, na parede externa à esquerda, nos pontos $M = 3$ a $M = (NM-2)$.
MWD(M)	Idem para a parede à direita.
MWI(I,M)	Idem para as paredes dos painéis internos.
QPE(M)	Elementos do vetor esforço cortante do painel externo à esquerda.
QPD(M)	Idem para o painel externo à direita.
QPI(I,M)	Idem para os painéis internos.

6.3 - PREPARAÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA

Como exemplo de codificação de dados, para o cálculo através do programa, considere-se a estrutura do terceiro exemplo. O sistema global de referência e a numeração dos painéis de contraventamento são mostrados nas figuras 4.4.1.a e 4.4.1.b.

A tabela abaixo indica a sequência de dados a serem fornecidos. A coluna 2 indica a linha onde deve ser fornecido o dado, a coluna 3 indica a variável numérica e alfanumérica (), lida.

Tabela 6.3.1 - Sequência dos dados

DADOS	LINHA Nº	VARIÁVEIS
Identificação da estrutura	1	(EXEMPLO 03)
Unidades utilizadas	2	(UNIDADES: m, tf)
Altura do edifício	3	HE
Altura do andar	3	HA
Nº de painéis de contraventamento	3	NP
Nº de pontos da rede	3	NM
Rigidez à flexão do painel (e)	4	j(e)
Rigidez à força cortante do painel (e)	4	s(e)
Posição em planta do painel(e)	4	c(e)
↕ Idem para o painel (d)	5	j(d)
	5	s(d)
	5	c(d)
↕ Idem para o painel (1)	6	j(1)
	6	s(1)
	6	c(1)
↕ Idem para o painel (2)	7	j(2)
	7	s(2)
	7	c(2)

Continuação da Tabela 6.3.1

DADOS	LINHA Nº	VARIÁVEIS
↕ Idem para o painel (3)	8	j(3)
	8	s(3)
	8	c(3)
↕ Idem para o painel (4)	9	j(4)
	9	s(4)
	9	c(4)
↕ Idem para o painel (5)	10	j(5)
	10	s(5)
	10	c(5)
↕ Idem para o painel (6)	11	j(6)
	11	s(6)
	11	c(6)
↕ Idem para o painel (7)	12	j(7)
	12	s(7)
	12	c(7)
Mod. de elastic. longit. da laje	13	EL
Momento de inércia da laje	13	JL
Comprimento da laje	13	LL
Carga linear	14	P
Direção da carga linear	14	b
Coordenada x da carga linear	14	c

6.4 - CODIFICAÇÃO DOS DADOS E SAÍDA DE RESULTADOS

As variáveis descritas na tabela 6.3.1, devem ser codificadas e ordenadas na sequência e dentro do campo limitado através de traços cheios, preenchendo sempre da direita para a esquerda, conforme mostra a tabela 6.4.1.

TITULO: ESTRUTURA DO EXEMPLO 03

UNIDADES UTILIZADAS: (m,tf)

ALTURA DO EDIFICIO 30.000
ALTURA DO ANDAR 3.000
NUMERO DE PAINES DE CONTRAV. .. 9
NUMERO DE PONTOS DA REDE 15

CARACTERISTICAS DOS PAINES DE CONTRAVENTAMENTO:

j(e)= .5694442D+08	s(e)= .0000000D+00	c(e)= -20.000
j(d)= .5694442D+08	s(d)= .0000000D+00	c(d)= 20.000
j(1)= .0000000D+00	s(1)= .1807750D+05	c(1)= -15.000
j(2)= .0000000D+00	s(2)= .1807750D+05	c(2)= -10.000
j(3)= .0000000D+00	s(3)= .1807750D+05	c(3)= -5.000
j(4)= .0000000D+00	s(4)= .1807750D+05	c(4)= .000
j(5)= .0000000D+00	s(5)= .1807750D+05	c(5)= 5.000
j(6)= .0000000D+00	s(6)= .1807750D+05	c(6)= 10.000
j(7)= .0000000D+00	s(7)= .1807750D+05	c(7)= 15.000

CARACTERISTICAS DA LAJE TIPICA:

MOD. DE ELAST. LONGIT.E= .3000000D+07
MOMENTO DE INERCIA J= .8843400D+01
COMPRIMENTO L= 40.000

DADOS DO CARREGAMENTO:

P= 5.333 b= 1.000 c= .000

ESPACAMENTO ENTRE OS PONTOS DA REDE ; D= 3.000

DISTANCIA LI DOS PAINES INTERNOS AO PAINEL(e)

5.000

10.000

15.000

20.000

25.000

30.000

35.000

DESLOCAMENTO "V" E ROTACAO "W" :

Z	V	W
.000000D+00	-.170020-17	-.113420-17
.300000D+01	.703510-04	-.435650-18
.600000D+01	.260350-03	-.225730-17
.900000D+01	.540580-03	-.445060-17
.120000D+02	.885600-03	-.945420-17
.150000D+02	.127420-02	-.113520-16
.180000D+02	.168940-02	-.708220-17
.210000D+02	.211800-02	-.945160-17
.240000D+02	.255120-02	-.401940-16
.270000D+02	.298360-02	-.185090-16
.300000D+02	.341390-02	-.315370-16

DESLOCAMENTOS TOTAIS NOS PAINES :

Z	V(e)	V(d)
.000000D+00	.209840-16	-.243850-16
.300000D+01	.703510-04	.703510-04
.600000D+01	.260350-03	.260350-03
.900000D+01	.540580-03	.540580-03
.120000D+02	.885600-03	.885600-03
.150000D+02	.127420-02	.127420-02
.180000D+02	.168940-02	.168940-02
.210000D+02	.211800-02	.211800-02

.24000D+02	.25512D-02	.25512D-02
.27000D+02	.29836D-02	.29836D-02
.30000D+02	.34139D-02	.34139D-02

Z	V(1)
.00000D+00	.15610D-16
.30000D+01	.21842D-03
.60000D+01	.46244D-03
.90000D+01	.75674D-03
.12000D+02	.11010D-02
.15000D+02	.14842D-02
.18000D+02	.18936D-02
.21000D+02	.23177D-02
.24000D+02	.27480D-02
.27000D+02	.31796D-02
.30000D+02	.36111D-02

Z	V(2)
.00000D+00	.10021D-16
.30000D+01	.34066D-03
.60000D+01	.63070D-03
.90000D+01	.93709D-03
.12000D+02	.12808D-02
.15000D+02	.16596D-02
.18000D+02	.20642D-02
.21000D+02	.24845D-02
.24000D+02	.29125D-02
.27000D+02	.33434D-02
.30000D+02	.37758D-02

Z	V(3)
.000000+00	.388930-17
.300000+01	.420080-03
.600000+01	.741010-03
.900000+01	.105560-02
.120000+02	.139900-02
.150000+02	.177500-02
.180000+02	.217650-02
.210000+02	.259420-02
.240000+02	.302070-02
.270000+02	.345110-02
.300000+02	.388410-02

Z	V(4)
.000000+00	-.164550-17
.300000+01	.447510-03
.600000+01	.779320-03
.900000+01	.109680-02
.120000+02	.144020-02
.150000+02	.181520-02
.180000+02	.221550-02
.210000+02	.263240-02
.240000+02	.305830-02
.270000+02	.348860-02
.300000+02	.392180-02

Z	V(5)
.000000+00	-.751620-17
.300000+01	.420080-03

.60000D+01	.74101D-03
.90000D+01	.10556D-02
.12000D+02	.13990D-02
.15000D+02	.17750D-02
.18000D+02	.21765D-02
.21000D+02	.25942D-02
.24000D+02	.30207D-02
.27000D+02	.34511D-02
.30000D+02	.38841D-02

Z

V(6)

.00000D+00	-.12250D-16
.30000D+01	.34066D-03
.60000D+01	.63070D-03
.90000D+01	.93709D-03
.12000D+02	.12808D-02
.15000D+02	.16596D-02
.18000D+02	.20642D-02
.21000D+02	.24845D-02
.24000D+02	.29125D-02
.27000D+02	.33434D-02
.30000D+02	.37758D-02

Z

V(7)

.00000D+00	-.19526D-16
.30000D+01	.21842D-03
.60000D+01	.46244D-03
.90000D+01	.75674D-03
.12000D+02	.11010D-02
.15000D+02	.14842D-02

.18000D+02	.18936D-02
.21000D+02	.23177D-02
.24000D+02	.27480D-02
.27000D+02	.31796D-02
.30000D+02	.36111D-02

MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES DOS PAINEIS:

Z	MW(e)	MW(d)
.00000D+00	.96072D+03	.96072D+03
.30000D+01	.75543D+03	.75543D+03
.60000D+01	.56873D+03	.56873D+03
.90000D+01	.40779D+03	.40779D+03
.12000D+02	.27363D+03	.27363D+03
.15000D+02	.16571D+03	.16571D+03
.18000D+02	.83513D+02	.83513D+02
.21000D+02	.26185D+02	.26185D+02
.24000D+02	-.66159D+01	-.66159D+01
.27000D+02	-.15371D+02	-.15371D+02
.30000D+02	-.90620D-09	.16375D-08

FORÇAS CORTANTES NOS PAINEIS DE CONTRAV.

Z	Q(e)	Q(d)
.00000D+00	.72411D+02	.72411D+02
.30000D+01	.65303D+02	.65303D+02
.60000D+01	.57840D+02	.57840D+02
.90000D+01	.49171D+02	.49171D+02
.12000D+02	.40359D+02	.40359D+02
.15000D+02	.31705D+02	.31705D+02
.18000D+02	.23271D+02	.23271D+02
.21000D+02	.15033D+02	.15033D+02

.24000D+02	.69317D+01	.69317D+01
.27000D+02	-.11032D+01	-.11032D+01
.30000D+02	-.91445D+01	-.91445D+01

Z	Q(1)
.00000D+00	.12903D+01
.30000D+01	.13680D+01
.60000D+01	.16097D+01
.90000D+01	.19295D+01
.12000D+02	.22039D+01
.15000D+02	.24004D+01
.18000D+02	.25211D+01
.21000D+02	.25811D+01
.24000D+02	.26001D+01
.27000D+02	.25998D+01
.30000D+02	.26020D+01

Z	Q(2)
.00000D+00	.21468D+01
.30000D+01	.18974D+01
.60000D+01	.17529D+01
.90000D+01	.19492D+01
.12000D+02	.21828D+01
.15000D+02	.23702D+01
.18000D+02	.24942D+01
.21000D+02	.25622D+01
.24000D+02	.25909D+01
.27000D+02	.26007D+01
.30000D+02	.26124D+01

Z	Q(3)
.000000D+00	.270120D+01
.300000D+01	.224460D+01
.600000D+01	.185060D+01
.900000D+01	.196310D+01
.120000D+02	.216920D+01
.150000D+02	.235040D+01
.180000D+02	.247650D+01
.210000D+02	.254970D+01
.240000D+02	.258490D+01
.270000D+02	.260130D+01
.300000D+02	.261930D+01

Z	Q(4)
.000000D+00	.289230D+01
.300000D+01	.236510D+01
.600000D+01	.188530D+01
.900000D+01	.196810D+01
.120000D+02	.216460D+01
.150000D+02	.234360D+01
.180000D+02	.247030D+01
.210000D+02	.254540D+01
.240000D+02	.258280D+01
.270000D+02	.260150D+01
.300000D+02	.262160D+01

Z	Q(5)
.000000D+00	.270120D+01
.300000D+01	.224460D+01
.600000D+01	.185060D+01

.90000D+01	.19631D+01
.12000D+02	.21692D+01
.15000D+02	.23504D+01
.18000D+02	.24765D+01
.21000D+02	.25497D+01
.24000D+02	.25849D+01
.27000D+02	.26013D+01
.30000D+02	.26193D+01

Z Q(6)

.00000D+00	.21468D+01
.30000D+01	.18974D+01
.60000D+01	.17529D+01
.90000D+01	.19492D+01
.12000D+02	.21828D+01
.15000D+02	.23702D+01
.18000D+02	.24942D+01
.21000D+02	.25622D+01
.24000D+02	.25909D+01
.27000D+02	.26007D+01
.30000D+02	.26124D+01

Z Q(7)

.00000D+00	.12903D+01
.30000D+01	.13680D+01
.60000D+01	.16097D+01
.90000D+01	.19295D+01
.12000D+02	.22039D+01
.15000D+02	.24004D+01
.18000D+02	.25211D+01

.21000D+02	.25811D+01
.24000D+02	.26001D+01
.27000D+02	.25998D+01
.30000D+02	.26020D+01

FIM DO ARQUIVO DE SAIDA DE RESULTADOS.

6.5 - PROGRAMA DE CÁLCULO EM LINGUAGEM FORTRAN

Para melhor entendimento do programa, adiante listado, são feitas algumas explicações resumidas sobre o mesmo:

PROGRAMA PRINCIPAL

- 1 - Linhas 1 a 7 - Título do programa.
- 2 - Linhas 8 a 10 - Definições dos tipos de variáveis.
- 3 - Linhas 11 a 13 - Definidas as dimensões das matrizes e vetores.
- 4 - Linhas 14 e 15 - Cria o arquivo para que as operações de entrada possam ser realizadas sobre ele.
- 5 - Linhas 16 e 17 - Cria o arquivo de saída result onde são impresso os resultados.
- 6 - Linhas 18 e 19 - Identifica as unidades de entrada e saída.
- 7 - Linhas 20 a 32 - São lidos e impressos o título, unidades, altura do edifício, altura do andar, nº de painéis e o nº de pontos da rede.
- 8 - Linhas 33 a 40 - São lidos e impressos as características dos painéis externos.
- 9 - Linhas 41 a 47 - São lidos e impressos as características dos painéis internos.
- 10 - Linhas 48 a 55 - São lidos e impressos as características da laje.
- 11 - Linhas 56 a 61 - São lidos e impressos os dados sobre o carregamento.
- 12 - Linhas 62 a 64 - É calculado e impresso o espaçamento entre os pontos da rede de diferenças finitas.

- 13 - Linhas 65 a 78 - São calculados os parâmetros de rigidez da estrutura.
- 14 - Linhas 79 a 86 - São calculados e impressos as distâncias dos painéis internos ao painel (e).
- 15 - Linhas 87 a 108 - São calculados os coeficientes de flexibilidade da laje.
- 16 - Linhas 109 a 112 - Zerado o campo de memória da matriz dos coeficientes.
- 17 - Linhas 113 a 165 - Impostas na matriz dos coeficientes as condições de contorno da base e também as equações suplementares.
- 18 - Linhas 166 a 221 - Impostas na matriz dos coeficientes as condições de contorno no topo e também as equações suplementares.
- 19 - Linhas 222 a 331 - São calculados os elementos da matriz dos coeficientes.
- 20 - Linhas 332 a 358 - São calculados os elementos da matriz dos termos conhecidos.
- 21 - Linhas 359 a 360 - É chamada a subrotina RESIS para a solução do sistema de equações lineares, onde são determinadas todas as incógnitas.
- 22 - Linhas 361 a 370 - São impressos os deslocamentos v e a rotação w .
- 23 - Linhas 371 a 395 - São calculados e impressos os deslocamentos totais em cada painel de contraventamento.
- 24 - Linhas 396 a 430 - São calculados e impressos os momentos fletores nas paredes dos painéis.
- 25 - Linhas 431 a 474 - São calculadas e impressas as forças cortantes nos painéis.

- 26 - Linhas 475 e 476 - É impressa a mensagem "fim de arqui
vo de saída de resultados".
- 27 - Linhas 477 e 478 - São fechados os arquivos.
- 28 - Linhas 479 e 480 - Fim do programa principal.

```

0 Line# 1      7      Microsoft FORTRAN77 V3.31 August 1985
1 *****
2 *
3 *      ANALISE DE ESTRUTURAS DE EDIFICIOS ALTOS SUJEITO A CARGAS *
4 *      HORIZONTAIS DEVIDO AO VENTO ,CONSIDERANDO DEFORMACAO DAS LAJES *
5 *      EM SEU PLANO. *
6 *
7 *****
8      IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
9      REAL*8 MWE,MWD,MWI,JE,JD,JI,JL,LL,I1,JBB,JBC,JCC
10     CHARACTER*40 NOME,UNID
11     DIMENSION EMC(250,250),ETC(250),DD(250),MWE(35),MWD(35),MWI(12,35)
12     *,GPE(35),APD(35),QPI(12,35),JI(12),SI(12),CI(12),LI(12),F0(12),
13     *F(12,12),VE(35),VD(35),VI(12,35)
14     OPEN(1,STATUS='OLD',FILE='DACONT',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM=
15     *'FORMATTED')
16     OPEN(2,STATUS='NEW',FILE='RESULT',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM=
17     *'FORMATTED')
18     NREAD=1
19     NWRT=2
20 C     =====LEITURA E IMPRESSAO DAS DIMENSOES DO EDIFICIO E DO NUMERO DE
21 C     PONTOS DA REDE.
22     READ(NREAD,3)NOME,UNID
23     3  FORMAT(A40,/,A40)
24     WRITE(NWRT,4)NOME,UNID
25     4  FORMAT(/,T11,'TITULO:',2X,A40,///,T11,'UNIDADES UTILIZADAS:',
26     *2X,A40,///)
27     READ(NREAD,11)HE,HA,NP,NM
28     11 FORMAT(2D15.7,2I5)
29     WRITE(NWRT,5)HE,HA,NP,NM
30     5  FORMAT(T11,'ALTURA DO EDIFICIO',2X,13(' '),F8.3,/,T11,'ALTURA DO
31     *ANDAR',2X,15(' '),F8.3,/,T11,'NUMERO DE PAINES DE CONTRAV.',2X,
32     *2(' '),I4,/,T11,'NUMERO DE PONTOS DA REDE',2X,7(' '),I4)
33 C     =====LEITURA E IMPRESSAO DAS CARACTERISTICAS FISICAS E GEOMETRICAS
34 C     DOS PAINES VERTICAIS.
35     READ(NREAD,8)JE,SE,CE,JO,SD,CO
36     8  FORMAT(2D15.7,F10.3)
37     WRITE(NWRT,10)JE,SE,CE,JO,SD,CO
38     10 FORMAT(///,T11,'CARACTERISTICAS DOS PAINES DE CONTRAVENTAMENTO:'
39     *,/,T11,'j( e)=' ,D13.7,4X,'s( e)=' ,D13.7,4X,'c( e)=' ,F9.3,/,T11,
40     *'j( d)=' ,D13.7,4X,'s( d)=' ,D13.7,4X,'c( d)=' ,F9.3)
41     N=NP-2
42     DO 13 K=1,N
1  43     READ(NREAD,14)JI(K),SI(K),CI(K)
1  44     14 FORMAT(2D15.7,F10.3)
1  45     13 WRITE(NWRT,15)K,JI(K),K,SI(K),K,CI(K)
46     15 FORMAT(/,T11,'j(' ,12,' )=' ,D13.7,4X,'s(' ,12,' )=' ,D13.7,4X,
47     *'c(' ,12,' )=' ,F9.3)
48 C     =====LEITURA E IMPRESSAO DAS CARACTERISTICAS FISICAS E GEOMETRICAS
49 C     DA LAJE TIPICA.
50     READ(NREAD,17)EL,JL,LL
51     17 FORMAT(2D15.7,F10.3)
52     WRITE(NWRT,18)EL,JL,LL
53     18 FORMAT(///,T11,'CARACTERISTICAS DA LAJE TIPICA:',/,T11,'MOD. DE
54     *ELAST. LONGIT.',T34,'E=' ,D13.7,/,T11,'MOMENTO DE INERCIA',
55     *T34,'J=' ,D13.7,/,T11,'COMPRIMENTO',T34,'L=' ,F8.3,/)
56 C     =====LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS DO CARREGAMENTO.

```

```

D Line# 1      7
57      READ(NREAD,20)P,B,C
58 20     FORMAT(20A5.7,F10.3)
59      WRITE(NWRIT,21)P,B,C
60 21     FORMAT(//,T11,'DADOS DO CARREGAMENTO:',//,T11,'P=',F8.3,5X,'b=',
61      *F8.3,5X,'c=',F8.3)
62      D=HE/(NM-5)
63      WRITE(NWRIT,22)D
64 22     FORMAT(//,T11,'ESPACAMENTO ENTRE OS PONTOS DA REDE ; D=',F7.3)
65      JBB=JE+JD
66      SBB=SE+SD
67      JBC=JE*CE+JD*CD
68      SBC=SE*CE+SD*CD
69      JCC=JE*CE*CE+JD*CD*CD
70      SCC=SE*CE*CE+SD*CD*CD
71      DO 23 K=1,N
1 72      JBB=JBB+JI(K)
1 73      SBB=SBB+SI(K)
1 74      JBC=JBC+JI(K)*CI(K)
1 75      SBC=SBC+SI(K)*CI(K)
1 76      JCC=JCC+JI(K)*CI(K)*CI(K)
1 77      SCC=SCC+SI(K)*CI(K)*CI(K)
1 78 23    CONTINUE
79 C     =====CALCULO DA MATRIZ DE FLEXIBILIDADE DA LAJE.
80      DO 24 K=1,N
1 81      LI(K)=CI(K)+(LL/2.)
1 82 24    CONTINUE
83      WRITE(NWRIT,27)
84 27     FORMAT(//,T11,'DISTANCIA LI DOS PAINES INTERNOS AO PAINEL(c)')
85      WRITE(NWRIT,28)(LI(I),I=1,N)
86 28     FORMAT(/T11,F8.3)
87      DO 30 I=1,N
1 88      DO 30 K=1,N
2 89 30    F(I,K)=0.
90      AUX0=6.*LL**4
91      AUX1=(HA*LL**3)/(JL*EL)
92      DO 31 I=1,N
1 93      DO 32 K=1,N
2 94      IF(I-K)33,34,35
2 95 34    F(I,K)=-AUX1*((LI(I)/AUX0)*(4.*LL*LI(I)**2-2.*LI(I)**S
2 96      *-2.*LI(I)*LI**2))
2 97      GO TO 32
2 98 33    F(I,K)=-((AUX1/AUX0)*(LL-LI(K))*(LI(I)**3-2.*LI(I)*LI(K)*LL
2 99      **+LI(I)*LI(K)**2)
2 100     GO TO 32
2 101 35    F(I,K)=-((AUX1/AUX0)*((LL-LI(K))*(LI(I)**3-2.*LL*LI(K)*LI(I)
2 102      **+LI(I)*LI(K)**2)-LL*(LI(I)-LI(K))**3)
2 103 32    CONTINUE
1 104     IF(I-N)39,40,39
1 105 39    CONTINUE
1 106 31    CONTINUE
107 40    GO TO 41
108 41    CONTINUE
109      FJBB=0.
110      FSBB=0.
111      FJBC=0.
112      FSBC=0.

```


Microsoft FORTRAN77 V3.31 August 1985

```

D Line# 1      7
113      DO 49 I=1,N
1 114      DO 49 K=1,N
2 115      FJBB=FJBB+F(I,K)*JI(K)
2 116      FSBB=FSBB+F(I,K)*SI(K)
2 117      FJBC=FJBC+F(I,K)*JI(K)*CI(K)
2 118      49 FSBC=FSBC+F(I,K)*SI(K)*CI(K)
119 C =====GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES.
120      NOM=NP*NM
121      NOM1=NOM+1
122      DO 51 I=1,NOM1
1 123      DO 51 J=1,NOM
2 124      51 EMC(I,J)=0.
125 C =====CONDICOES DE CONTORNO NA BASE ; V=W=D(i)=0.
126      DO 53 I=1,NP
1 127      NLW=I
1 128      NCVW=NM*(I-1)+3
1 129      53 EMC(NLW,NCVW)=1.
130 C =====CONDICOES DE CONTORNO NA BASE ; V'=W'=D(i)'=0 ,
131 C      OU EQUACOES SUPLEMENTARES.
132      DO 55 I=1,2
1 133      NL11=NP+I
1 134      NA11=NM*(I-1)+1
1 135      NA12=NA11+1
1 136      NA14=NA11+3
1 137      NA15=NA11+4
1 138      EMC(NL11,NA11)=1.0
1 139      EMC(NL11,NA12)=-8.0
1 140      EMC(NL11,NA14)=8.0
1 141      EMC(NL11,NA15)=-1.0
1 142      55 CONTINUE
143      DO 56 K=1,N
1 144      NL21=NP+2+K
1 145      NA21=NM*(K+1)+1
1 146      NA22=NA21+1
1 147      NA23=NA21+2
1 148      NA24=NA21+3
1 149      NA25=NA21+4
1 150      NA26=NA21+5
1 151      IF(JI(K))57,58,57
1 152      57 EMC(NL21,NA21)=1.0
1 153      EMC(NL21,NA22)=-8.0
1 154      EMC(NL21,NA24)=8.0
1 155      EMC(NL21,NA25)=-1.0
1 156      GO TO 59
1 157      58 CONTINUE
1 158      EMC(NL21,NA21)=-1.0
1 159      EMC(NL21,NA22)=5.0
1 160      EMC(NL21,NA23)=-10.0
1 161      EMC(NL21,NA24)=10.0
1 162      EMC(NL21,NA25)=-5.0
1 163      EMC(NL21,NA26)=1.0
1 164      59 CONTINUE
1 165      56 CONTINUE
166 C =====CONDICOES DE CONTORNO NO TOPO; V'=W'=D(i)''=0 ,
167 C      OU EQUACOES SUPLEMENTARES.
168      DO 60 I=1,2

```

```

D Line# 1      7
1  169      NL32=2*NP+1
1  170      NA31=I*NM
1  171      NA32=NA31-1
1  172      NA33=NA31-2
1  173      NA34=NA31-3
1  174      NA35=NA31-4
1  175      EMC(NL32,NA35)=-1.0
1  176      EMC(NL32,NA34)=16.0
1  177      EMC(NL32,NA33)=-30.0
1  178      EMC(NL32,NA32)=16.0
1  179      EMC(NL32,NA31)=-1.0
1  180      60 CONTINUE
1  181      DO 61 K=1,N
1  182      NL42=2*NP+2+K
1  183      NA41=NM*(K+2)
1  184      NA42=NA41-1
1  185      NA43=NA41-2
1  186      NA44=NA41-3
1  187      NA45=NA41-4
1  188      NA46=NA41-5
1  189      NA47=NA41-6
1  190      IF(JI(K))62,63,62
1  191      62 EMC(NL42,NA45)=-1.0
1  192      EMC(NL42,NA44)=16.0
1  193      EMC(NL42,NA43)=-30.0
1  194      EMC(NL42,NA42)=16.0
1  195      EMC(NL42,NA41)=-1.0
1  196      GO TO 64
1  197      63 CONTINUE
1  198      EMC(NL42,NA47)=1.0
1  199      EMC(NL42,NA46)=-5.0
1  200      EMC(NL42,NA45)=10.0
1  201      EMC(NL42,NA44)=-10.0
1  202      EMC(NL42,NA43)=5.0
1  203      EMC(NL42,NA42)=-1.0
1  204      64 CONTINUE
1  205      61 CONTINUE
206 C =====EQUACOES SUPLEMENTARES.
207      DO 90 I=1,NP
1  208      NL6=3*NP+I
1  209      N31=I*NM
1  210      N32=N31-1
1  211      N33=N31-2
1  212      N34=N31-3
1  213      N35=N31-4
1  214      N36=N31-5
1  215      EMC(NL6,N36)=1.0
1  216      EMC(NL6,N35)=-5.0
1  217      EMC(NL6,N34)=10.0
1  218      EMC(NL6,N33)=-10.0
1  219      EMC(NL6,N32)=5.0
1  220      EMC(NL6,N31)=-1.0
1  221      90 CONTINUE
222 C =====COEFICIENTES DAS EQUACOES APLICADAS NOS PONTOS 3 A (NM-2).
223      CQC1=1.0
224      CQC2=-4.0

```

```

0 Line# 1      7
225      CSC3=6.0
226      CSC4=-4.0
227      CSC5=1.0
228      CTC1=-0.5
229      CTC2=1.0
230      CTC4=-1.0
231      CTC5=0.5
232      CSC1=(-1./12.)*D**2
233      CSC2=(16./12.)*D**2
234      CSC3=-2.5*D**2
235      CSC4=(16./12.)*D**2
236      CSC5=(-1./12.)*D**2
237      CPC1=(1./12.)*D**2
238      CPC2=(-8./12.)*D**2
239      CPC4=(8./12.)*D**2
240      CPC5=(-1./12.)*D**2
241      NM2=NM-2
242      DO 110 M=3,NM2
1 243      NLV2=(M+1)*NP+1
1 244      NLW2=(M+1)*NP+2
1 245      NCV1=M-2
1 246      NCV2=NCV1+1
1 247      NCV3=NCV1+2
1 248      NCV4=NCV1+3
1 249      NCV5=NCV1+4
1 250      NCW1=NM+M-2
1 251      NCW2=NCW1+1
1 252      NCW3=NCW1+2
1 253      NCW4=NCW1+3
1 254      NCW5=NCW1+4
1 255      EMC(NLV2,NCV1)=-CTC1*JBB+CPC1*SBB
1 256      EMC(NLV2,NCV2)=-CTC2*JBB+CPC2*SB3
1 257      EMC(NLV2,NCV4)=-CTC4*JBB+CPC4*SBB
1 258      EMC(NLV2,NCV5)=-CTC5*JBB+CPC5*SB3
1 259      EMC(NLV2,NCW1)=-CTC1*JBC+CPC1*SBC
1 260      EMC(NLV2,NCW2)=-CTC2*JBC+CPC2*SB3
1 261      EMC(NLV2,NCW4)=-CTC4*JBC+CPC4*SBC
1 262      EMC(NLV2,NCW5)=-CTC5*JBC+CPC5*SB3
1 263      EMC(NLV2,NCV1)=-CTC1*JCC+CPC1*SCC
1 264      EMC(NLV2,NCV2)=-CTC2*JCC+CPC2*SCC
1 265      EMC(NLV2,NCV4)=-CTC4*JCC+CPC4*SCC
1 266      EMC(NLV2,NCV5)=-CTC5*JCC+CPC5*SCC
1 267      EMC(NLV2,NCW1)=-CTC1*JCC+CPC1*SCC
1 268      EMC(NLV2,NCW2)=-CTC2*JCC+CPC2*SCC
1 269      EMC(NLV2,NCW4)=-CTC4*JCC+CPC4*SCC
1 270      EMC(NLV2,NCW5)=-CTC5*JCC+CPC5*SCC
1 271      DO 120 K=1,N
2 272      NCD1=2*NM+(K-1)*NM+M-2
2 273      NCD2=NCD1+1
2 274      NCD3=NCD1+2
2 275      NCD4=NCD1+3
2 276      NCD5=NCD1+4
2 277      DJBB=J1(K)
2 278      DSBB=S1(K)
2 279      EMC(NLV2,NCD1)=-CTC1*DJBBC+CPC1*DSBB
2 280      EMC(NLV2,NCD2)=-CTC2*DJBBC+CPC2*DSBB

```

```

0 Line# 1      7
2 281      EMC(NLV2, NCD4)=-CTC4*DJBB+CPC4*DSBB
2 282      EMC(NLV2, NCD5)=-CTC5*DJBB+CPC5*DSBB
2 283      DJBC=JI(K)*CI(K)
2 284      DSBC=SI(K)*CI(K)
2 285      EMC(NLV2, NCD1)=-CTC1*DJBC+CPC1*DSBC
2 286      EMC(NLV2, NCD2)=-CTC2*DJBC+CPC2*DSBC
2 287      EMC(NLV2, NCD4)=-CTC4*DJBC+CPC4*DSBC
2 288      EMC(NLV2, NCD5)=-CTC5*DJBC+CPC5*DSBC
2 289 120 CONTINUE
1 290      GO 130 I=1,N
2 291      NLD2=(M+1)*NP+2+I
2 292      DFJBB=0.
2 293      DFSBB=0.
2 294      DFJBC=0.
2 295      DFSBC=0.
2 296      GO 135 K=1,N
3 297      DFJBB=DFJBB+F(I,K)*JI(K)
3 298      DFSBB=DFSBB+F(I,K)*SI(K)
3 299      DFJBC=DFJBC+F(I,K)*JI(K)*CI(K)
3 300      DFSBC=DFSBC+F(I,K)*SI(K)*CI(K)
3 301 135 CONTINUE
2 302      EMC(NLD2, NCV1)=CQC1*DFJBB-CSC1*DFSBB
2 303      EMC(NLD2, NCV2)=CQC2*DFJBB-CSC2*DFSBB
2 304      EMC(NLD2, NCV3)=CQC3*DFJBB-CSC3*DFSBB
2 305      EMC(NLD2, NCV4)=CQC4*DFJBB-CSC4*DFSBB
2 306      EMC(NLD2, NCV5)=CQC5*DFJBB-CSC5*DFSBB
2 307      EMC(NLD2, NCW1)=CQC1*DFJBC-CSC1*DFSBC
2 308      EMC(NLD2, NCW2)=CQC2*DFJBC-CSC2*DFSBC
2 309      EMC(NLD2, NCW3)=CQC3*DFJBC-CSC3*DFSBC
2 310      EMC(NLD2, NCW4)=CQC4*DFJBC-CSC4*DFSBC
2 311      EMC(NLD2, NCW5)=CQC5*DFJBC-CSC5*DFSBC
2 312      GO 140 K=1,N
3 313      NCD1=2*NM+(K-1)*NM+M-2
3 314      NCD2=NCD1+1
3 315      NCD3=NCD1+2
3 316      NCD4=NCD1+3
3 317      NCD5=NCD1+4
3 318      DFJKB=F(I,K)*JI(K)
3 319      DFSKB=F(I,K)*SI(K)
3 320      EMC(NLD2, NCD1)=CQC1*DFJKB-CSC1*DFSKB
3 321      EMC(NLD2, NCD2)=CQC2*DFJKB-CSC2*DFSKB
3 322      IF(I-K)136,137,136
3 323 137 EMC(NLD2, NCD3)=CQC3*DFJKB-CSC3*DFSKB+D**4
3 324      GO TO 130
3 325 136 EMC(NLD2, NCD3)=CQC3*DFJKB-CSC3*DFSKB
3 326 138 CONTINUE
3 327      EMC(NLD2, NCD4)=CQC4*DFJKB-CSC4*DFSKB
3 328      EMC(NLD2, NCD5)=CQC5*DFJKB-CSC5*DFSKB
3 329 140 CONTINUE
2 330 130 CONTINUE
1 331 110 CONTINUE
332 C =====GERACAO DA MATRIZ DOS TERMOS CONHECIDOS.
333 C -----CALCULO DE F0(I).
334      DO 174 I=1,N
1 335 174 F0(I)=0.
336      AUX2=(HA*LL**3)/(JL*EL*24.)

```

```

0 Line# 1 /
337 DO 176 I=1,N
1 338 AUX3=LI(I)/LL
1 339 176 F0(I)=AUX2*AUX3*(1.-2.*AUX3**2+AUX3**3)
340 NOM=NP*NM
341 DO 180 J=1,NOM
1 342 180 ETC(J)=0.
343 NT=NM-2
344 DO 210 M=3,NT
1 345 NSV2=(M+1)*NP+1
1 346 NSW2=(M+1)*NP+2
1 347 ETC(NSV2)=P*(HE-(M-3)*D)*D**3
1 348 ETC(NSW2)=P*(HE-(M-3)*D)*D**3
1 349 DO 220 I=1,N
2 350 NSD2=(M+1)*NP+2+I
2 351 IF(M-3)222,221,222
2 352 221 ETC(NSD2)=0.
2 353 GO TO 223
2 354 222 CONTINUE
2 355 ETC(NSD2)=P*F0(I)*D**4
2 356 223 CONTINUE
2 357 220 CONTINUE
1 358 210 CONTINUE
359 C =====CALCULO DAS INCOGNITAS.
360 CALL RESIS(EMC,DD,NOM,ETC)
361 C =====IMPRESSAO DO DESLOC. 'V', E DA ROTACAO 'W'.
362 WRITE(NWRIT,233)
363 233 FORMAT(///,T11,'DESLOCAMENTO "V" E ROTACAO "W" :',//,T20,
364 *'Z',T35,'V',T50,'W')
365 DO 234 M=3,(NM-2)
1 366 Z=(M-3)*D
1 367 NMW=NM+M
1 368 WRITE(NWRIT,235)Z,DD(M),DD(NMW)
1 369 235 FORMAT(/,T11,3(3X,D12.5))
1 370 234 CONTINUE
371 C =====CALCULO E IMPRESSAO DOS DESLOCAMENTOS TOTAIS NOS PAINELIS.
372 WRITE(NWRIT,240)
373 240 FORMAT(///,T11,'DESLOCAMENTOS TOTAIS NOS PAINELIS :',//,T20,'Z',
374 *T34,'V(2)',T49,'V(d)')
375 DO 250 M=1,NM
1 376 NMW=NM+M
1 377 VE(M)=DD(M)+CE*DD(NMW)
1 378 VD(M)=DD(M)+CD*DD(NMW)
1 379 250 CONTINUE
380 DO 252 M=3,(NM-2)
1 381 Z=(M-3)*D
1 382 252 WRITE(NWRIT,260)Z,VE(M),VD(M)
383 260 FORMAT(/,T11,3(3X,D12.5))
384 DO 270 I=1,N
1 385 WRITE(NWRIT,280)I
1 386 280 FORMAT(///,T20,'Z',T34,'V(',I2,')')
1 387 DO 290 M=1,NM
2 388 NMW=NM+M
2 389 NMD=2*NM+(1-I)*NM+M
2 390 290 VI(I,M)=DD(M)+CI(I)*DD(NMW)+DD(NMD)
1 391 DO 295 M=3,(NM-2)
2 392 Z=(M-3)*D

```

```

0 Line# 1      7
2 393 295 WRITE(NWRIT,300)Z,VI(I,M)
1 394 300 FORMAT(/,T11,2(3X,D12.5))
1 395 270 CONTINUE
396 C =====MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES.
397     DO 500 M=3,(NM-2)
1 398     MC1=M-2
1 399     MC2=MC1+1
1 400     MC3=MC1+2
1 401     MC4=MC1+3
1 402     MC5=MC1+4
1 403     MWE(M)=JEW*(-1.*VE(MC1)+16.*VE(MC2)-30.*VE(MC3)+16.*VE(MC4)
1 404     *      -1.*VE(MC5))/(12.*D**2)
1 405     MWD(M)=JWD*(-1.*VD(MC1)+16.*VD(MC2)-30.*VD(MC3)+16.*VD(MC4)
1 406     *      -1.*VD(MC5))/(12.*D**2)
1 407     DO 510 I=1,N
2 408     IF(JI(I))511,512,511
2 409 511 MWI(I,M)=JI(I)*((-1.*VI(I,MC1)+16.*VI(I,MC2)-30.*VI(I,MC3)
2 410     *      +16.*VI(I,MC4)-1.*VI(I,MC5))/(12.*D**2)
2 411 512 CONTINUE
2 412 510 CONTINUE
1 413 500 CONTINUE
414     WRITE(NWRIT,535)
415 535 FORMAT(////,T11,'MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES DOS PAINELIS:',//,
416     *T20,'Z',T33,'MW(e)',T48,'MW(d)')
417     DO 537 M=3,(NM-2)
1 418     Z=(M-3)*D
1 419 537 WRITE(NWRIT,539)Z,MWE(M),MWD(M)
420 539 FORMAT(/,T11,3(3X,D12.5))
421     DO 540 I=1,N
1 422     IF(JI(I))541,542,541
1 423 541 WRITE(NWRIT,543)I
1 424 543 FORMAT(////,T20,'Z',T33,'MWI(',I2,')')
1 425     DO 544 M=3,(NM-2)
2 426     Z=(M-3)*D
2 427 544 WRITE(NWRIT,545)Z,MWI(I,M)
1 428 545 FORMAT(/,T11,2(3X,D12.5))
1 429 542 CONTINUE
1 430 540 CONTINUE
431 C =====FORÇAS CORTANTES NOS PAINELIS.
432     DO 560 M=3,(NM-2)
1 433     NQC1=M-2
1 434     NQC2=NQC1+1
1 435     NQC3=NQC1+2
1 436     NQC4=NQC1+3
1 437     NQC5=NQC1+4
1 438     QPJEC=(-1.*VE(NQC1)+2.*VE(NQC2)-2.*VE(NQC4)+1.*VE(NQC5))/(2.*D**3)
1 439     QPSEC=(1.*VE(NQC1)-8.*VE(NQC2)+6.*VE(NQC4)-1.*VE(NQC5))/(12.*D)
1 440     QPJDC=(-1.*VD(NQC1)+2.*VD(NQC2)-2.*VD(NQC4)+1.*VD(NQC5))/(2.*D**3)
1 441     QPSDC=(1.*VD(NQC1)-8.*VD(NQC2)+6.*VD(NQC4)-1.*VD(NQC5))/(12.*D)
1 442     QPE(M)=-JE*QPJEC+SE*QPSEC
1 443     QPD(M)=-JD*QPJDC+SD*QPSDC
1 444     DO 570 I=1,N
2 445     IF(JI(I))571,572,571
2 446 571 QPJIC=(-1.*VI(I,NQC1)+2.*VI(I,NQC2)-2.*VI(I,NQC4)
2 447     *      +1.*VI(I,NQC5))/(2.*D**3)
2 448     QPSIC=(1.*VI(I,NQC1)-8.*VI(I,NQC2)+6.*VI(I,NQC4)

```

```
0 Line# 1      7
2  449      *      -1.*V1(I,NQC5))/(12.*D)
2  450      QPI(I,M)=-J1(I)*QJIC+SI(I)*QPSIC
2  451      GO TO 573
2  452 572 CONTINUE
2  453      QPSIC=(1.*V1(I,NQC1)-0.*V1(I,NQC2)+0.*V1(I,NQC4)
2  454      *      -1.*V1(I,NQC5))/(12.*D)
2  455      QPI(I,M)=SI(I)*QPSIC
2  456 573 CONTINUE
2  457 570 CONTINUE
1  458 560 CONTINUE
      459      WRITE(NWRIT,600)
      460 600 FORMAT(////,T11,'FORCAS CORTANTES NOS PAINEXIS DE CONTRAV.',//,
      461      *T20,'Z',T34,'Q(e)',T49,'Q(d)')
      462      DO 610 M=3,(NM-2)
1  463      Z=(M-3)*D
1  464 610 WRITE(NWRIT,620)Z,QPE(M),QPD(M)
      465 620 FORMAT(/,T11,3(3X,D12.5))
      466      DO 630 I=1,N
1  467      WRITE(NWRIT,640)I
1  468 640 FORMAT(////,T20,'Z',T34,'Q(',T12,')')
1  469      DO 650 M=3,(NM-2)
2  470      Z=(M-3)*D
2  471      WRITE(NWRIT,660)Z,QPI(I,M)
2  472 660 FORMAT(/,T11,2(3X,D12.5))
2  473 650 CONTINUE
1  474 630 CONTINUE
      475      WRITE(NWRIT,670)
      476 670 FORMAT(//,T11,'FIM DO ARQUIVO DE SAIDA DE RESULTADOS.')
      477      CLOSE(1,STATUS='KEEP')
      478      CLOSE(2,STATUS='KEEP')
      479      STOP
      480      END
```

```
480 C = - - - SUBROTINA PARA RESOLUCAO DE SISTEMA.
482 SUBROUTINE RESIS(C,D,N,ETC)
485 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
486 DIMENSION S(250,250),D(250),ETC(250)
488 NWRIT=2
489 NN=N+1
490 DO 1 L=1,N
1 490 1 S(L,NN)=ETC(L)
491 DO 20 L=1,N
1 491 LP=L
1 491 PIVO=0.
1 492 DO 0 LL=L,N
2 493 IF (DABS(S(LL,1))-DABS(PIVO))5,0.4
2 494 4 LP=LL
2 495 PIVO=S(LL,L)
2 496 8 CONTINUE
1 497 IF (DABS(PIVO))5,5,6
1 498 5 WRITE(NWRIT,7)
1 499 7 FORMAT(///,10X,'SISTEMA SINGULAR',///)
1 500 RETURN
1 501 6 DO 9 K=L,NN
2 502 AUX=S(L,K)
2 503 S(L,K)=S(LP,K)
2 504 9 S(LP,K)=AUX
1 505 13 DO 10 K=L,NN
2 506 10 S(L,K)=S(L,K)/PIVO
1 507 DO 20 LL=L,N
2 508 IF (LL-L)11,20,11
2 509 11 AUX=S(LL,L)
2 510 DO 14 K=L,NN
3 511 14 S(LL,K)=S(LL,K)-AUX*S(L,K)
2 512 20 CONTINUE
1 513 DO 15 I=1,N
1 514 15 O(I)=0
1 515 DO 12 L=1,N
1 516 12 O(L)=S(L,NN)
517 RETURN
518 END
```


CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

A análise de estruturas de edifícios altos sujeitos às ações do vento pela técnica do meio contínuo, considerando deformações das lajes em seu plano, em edifícios que tenham suas lajes com uma dimensão preponderante, produz bons resultados, conforme pôde-se ver ao longo deste trabalho.

Comparando com o estudo tradicional da técnica do meio contínuo com hipótese de laje infinitamente rígida, a análise feita pelo autor tirando essa hipótese, sem dúvida nenhuma exige nas equações diferenciais que regem o comportamento estrutural, um número maior de incógnitas. No entanto, deve-se salientar que foram mantidas as características de análise global e macroscópica da estrutura. Deve-se observar ainda que as introduções das incógnitas originadas pelas deformações das lajes, não acarreta grandes dificuldades no cálculo, mesmo em edifício como o do terceiro exemplo, com 10 pavimentos e nove painéis de contraventamento, onde foram gastos aproximadamente 5 minutos de tempo para o processamento da estrutura em um microcomputador PC-XT, com

versão 3.2 do DOS. Nota-se ainda, a grande facilidade na introdução de dados para o programa de cálculo automático, como observa-se no item 6.3 para a estrutura do terceiro exemplo. Fica portanto, mantida mais esta vantagem da técnica do meio contínuo sobre os processos discretos de cálculo.

Da análise dos resultados dos exemplos apresentados no capítulo 4, verifica-se que a deformação das lajes influi na distribuição de cargas horizontais nos painéis de contraventamento. Nota-se um grande aumento das forças cortantes na base dos painéis mais internos ao edifício, como pode ser visto nas tabelas e gráficos dos itens 4.4 a 4.6, onde esse aumento é mais acentuado no painel central da estrutura do item 4.6, devido a maior deformação das lajes. Conclui-se também que, no caso de edifícios com muitos andares, como no caso da estrutura de 20 andares do segundo exemplo, o comportamento da estrutura é praticamente o mesmo, considerando ou não a deformabilidade da laje. Verifica-se portanto que a influência da deformação das lajes sobre a distribuição de cargas horizontais, depende também do número de andares do edifício.

O cálculo pelo método tradicional da técnica do meio contínuo, com hipótese de lajes indeformáveis, atuando como diafragmas, em particular nos edifícios de planta alongada, leva a resultados contra a segurança na base dos painéis de contraventamento, sendo portanto conveniente considerar a rigidez das lajes no cálculo, por corresponder melhor o comportamento real da estrutura.

Com a utilização de diferenças finitas na solução do sistema de equações diferenciais, deduzidas para a associação tridimensional de painéis gerais de contraventamento, tratados no capítulo 3, chega-se a resultados bem satisfatórios, praticamente coincidindo com resultados obtidos através de solução analítica. Isto pode ser observado na tabela e gráficos do item 4.7, onde são apresentados os resultados obtidos pelos dois processos de cálculo.

O programa de cálculo automático elaborado para o caso geral de associação, mostrou ser bastante útil e eficiente para a análise do efeito do vento nas estruturas de edifícios altos com lajes deformáveis. Podendo também ser utilizado para a análise do vento em uma direção, em edifícios com lajes de forma regular em planta, desde que possam ser desprezadas as interações de esforços nas interseções com os painéis perpendiculares a estas.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - Stamato, M.C. - Associação Contínua de Painéis de Contraventamento, Publ. nº 157, Escola de Engenharia de São Carlos, S.P., 1971.
- 2 - Stamato, M.C. - Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1966.
- 3 - Murashev, V.I.; Sigalov, E.E.; Baikov, V.H. - Design of Reinforced Concrete Structures, Publ. MIR, 2ª Ed., Moscou, 1971.
- 4 - Serra, J.L.F.A. - Ação do Vento em Edifícios com Lajes Deformáveis, Dissertação de Mestrado, Esc. Eng. de São Carlos, S.P., 1974.
- 5 - Mancini, E. - Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitos à Ação do Vento, Publ. nº 184, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1973.
- 6 - Mancini, E. - Associação Contínua Tridimensional de Pórticos e Paredes com Engastamentos Elásticos, Publ. nº 166, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1972.
- 7 - Goldberg, J.E. - Analysis of multistorey buildings considering shear wall and floor deformations, in "Symposium on tall building", Southampton, Pergamon Press, 1967, pp. 349-373.
- 8 - Cardan, B. - Concrete Shear Walls Combined with Rigid Frames in Multistory Buildings Subject to Lateral Loads, A.C.I. Journal, vol. 58, nº 3, Sept., 1961, pp.299-315.
- 9 - Gluck, J. - Lateral Load Analysis of Multistory Structures Comprising Shear Walls With Sudden Changes in Stiffness, A.C.I. Journal, Sept., 1969, pp. 729-736.

- 10 - Gluck, J. - Lateral Load Analysis of irregular Shear Wall Multistory Structures, A.C.I., Journal, Vol. 67, July, 1970, pp. 548-553.
- 11 - Coull, A. e Subedi, N.K. - Coupled Shear Walls With Tho end Three Bands of openings, Build. Sci., Vol. 7, Pergamon Press, 1972, pp. 81-86.
- 12 - Ferreira, L.F.O. - Associação Plana de Pórticos com Pilares Paredes, Publ., Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1975.
- 13 - Laier, J.E. - Análise Tridimensional dos Efeitos de Temperatura em Edifícios Altos, Publ., Escola de Engenharia de São carlos, São Carlos, 1975.
- 14 - Coelho, E.J.P. - Análise do Efeito do Vento em Estruturas de Edifícios de Planta Circular, Publ., Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1981.
- 15 - Barbosa, J.A. - Edifícios com Paredes de Secção Aberta Contraventadas por Lintéis, sob Carga Lateral, Publ., Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1980.
- 16 - Stamato, M.C. - Estado Atual da Análise de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos, Publ. nº 163, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1972.
- 17 - Salvadori, M.G., and Baron, M.L. - Métodos Numéricos en Ingenieria. México, Compañia Editorial Continental, Abril, 1961.
- 18 - Laier, J.E., e Barreiro, J.C. - Complementos de Resistência dos Materiais, Publ., Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1983.
- 19 - Perilo, J.R.N. - Associação de Pórticos com Paredes De formáveis por Momento Fletor e Força Cortante, Publ. nº 036, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, S.P., 1984.
- 20 - Süsskind, J.C. - Curso de Análise Estrutural, Vol. 2, 4ª edição, Ed. Globo, Porto Alegre, R.S., 1980.

- 21 - Gere, J.M., e Weaver, W. - Análise de Estruturas Reti-
culares, Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, R.J. 1981.

