

ANÁLISE ELÁSTICA EM SEGUNDA – ORDEM
DE PÓRTICOS PLANOS METÁLICOS

AUTOR: ENG. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL

ORIENTADOR: PROF^a DR^a HELENA M.C.CARMO ANTUNES

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ANÁLISE ELÁSTICA EM SEGUNDA-ORDEM
DE PÓRTICOS PLANOS METÁLICOS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre" em Engenharia de Estruturas".

ENG. ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL

ORIENTADOR: PROF^a DR^a HELENA M.C. CARMO ANTUNES

Comissão Examinadora:

Prof^a Dr^a Helena M.C. Carmo Antunes
Prof. Dr. Munir Rachid
Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro Mazzili

Suplentes:

Prof. Dr. Roberto L.A. Barbato
Prof. Dr. Aloisio Ernesto Assan

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SÃO CARLOS
DEZEMBRO DE 1988

Aos meus pais e irmãos.

À Beatriz e Bruno, esposa e
filho, aos quais, com cari-
nho, dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

À Profª Drª Helena M.C. Carmo Antunes que, com sua orientação segura e objetiva, e seu apoio, tornou possível a realização deste trabalho.

Aos familiares e amigos, pelo incentivo, apoio e interesse demonstrados durante a realização desta dissertação.

Ao Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG, pelo incentivo e oportunidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, através do Programa Institucional de Capacitação Docente - PICD/UFMG, pela concessão de bolsa de estudos.

Aos colegas, professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC/USP, pela acolhida, atenção, amizade e colaboração dispensadas durante todo o decorrer do Mestrado.

Ao Sr. Rui Roberto Casale, pela datilografia eficiente do texto, ao Sr. Francisco C.G. Brito, pelo capricho na realização dos desenhos e à bibliotecária Maria Nadir Minatel pela gentileza na revisão da bibliografia apresentada.

R E S U M O

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo sobre análise elástica em segunda-ordem nos pórticos planos metálicos e apresentar um programa para microcomputadores que seja de fácil utilização e leve a bons resultados de caráter prático.

Para isto, é analisado o comportamento geral dos pórticos planos a fim de se obter um bom conhecimento básico sobre o assunto. Primeiramente, esta análise é feita sob um aspecto qualitativo, usando gráficos PARÂMETRO DE CARGA x PARÂMETRO DE DESLOCAMENTO, depois, sob um aspecto quantitativo aproximado, através de um exemplo simples.

Em seguida, apresenta-se o equacionamento do problema em segunda-ordem com tratamento matricial, visando a programação para microcomputadores, com a finalidade de se resolver estruturas mais complexas. A formulação adotada considera o equilíbrio da estrutura na sua posição deformada e, ainda, a teoria dos pequenos deslocamentos. A influência da força axial na rigidez das barras, as deformações axiais das barras e o efeito $P\Delta$, são levados em conta nesta análise. Devido a esta formulação, aparecem dificuldades numéricas que são avaliadas e evitadas e um procedimento iterati-

vo é necessário para a solução do problema porque as equações que governam esta análise são algébricas não-lineares.

Finalmente, são apresentados exemplos onde a precisão dos resultados é avaliada visando as aplicações práticas; são feitas análises comparativas com outros métodos, inclusive o recomendado pela NBR 8800/86, para análises em segunda-ordem; são mostrados recursos que o programa pode oferecer e são apresentadas algumas sugestões para análises e dimensionamentos de caráter prático.

A B S T R A C T

The aim of this work is to make a study about the second-order elastic analysis for steel plane frames and to present a microcomputer software that can be easily used and good results are expected regarding to its applicability for practical design.

For this, a general analysis of the plane frame behavior is made, in order to obtain a good knowledge about the subject. At first, this analysis is made under a qualitative form by using the Load x Displacement curves, and afterwards, under an approximated quantitative form through a simple example.

Then, the formulation of the second-order analysis by matrix methods aiming at microcomputer program, in order to solve more complex structures, is showed. The formulation adopted takes into account the equilibrium of the structure in its deformed position and, also, the theory of small displacements. The influence of the axial force on member stiffness, the member axial strain and the $P\Delta$ effect are considered in this analysis. Due to this formulation, some numerical difficulties appear and they are evaluated and avoided, and an iterative procedure is necessary to solve

the problem because the governing equations of this analysis are nonlinear algebraic equations.

At last, examples, where the accuracy of the results is evaluated aiming at practical design, are presented; comparative analysis with other methods are made, including with that one recommended by the NBR 8800/86 specification; what the microcomputer program is able to offer and some suggestions for practical design are presented.

S U M Á R I O

I.	INTRODUÇÃO	1
	1.1 - Localização do Problema	1
	1.2 - Objetivo Prático do Trabalho	3
	1.3 - O Trabalho	4
II.	UMA VISÃO GERAL DA ANÁLISE EM SEGUNDA-ORDEM DE PÓRTICOS PLANOS	7
	2.1 - O Comportamento Global dos Pórticos Planos .	7
	2.2 - Análise Quantitativa Aproximada do Compor- tamento Global dos Pórticos Planos	13
	2.3 - O Caso Específico da Análise Elástica em Segunda-Ordem	26
III.	EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA EM SEGUNDA-ORDEM	37
	3.1 - Introdução	37
	3.2 - Influência da Força Axial na Matriz de Rigi- dez de uma Barra	38
	3.3 - Consequências da Formulação Adotada	50

IV. O PROGRAMA	60
4.1 - Introdução	60
4.2 - Restrições	62
4.3 - Variáveis do Programa	64
4.4 - Modo de Usar o Programa (Informações sobre a entrada e saída de da dos)	65
4.5 - Fluxograma do Programa Principal	80
V. EXEMPLOS E CONCLUSÕES	89
5.1 - Primeiro Exemplo	89
5.2 - Segundo Exemplo	101
5.3 - Terceiro Exemplo	114
5.4 - Quarto Exemplo	123
5.5 - Conclusões Finais	128
BIBLIOGRAFIA	130
ANEXO A	132
ANEXO B	148

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - LOCALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Já há bastante tempo vem sendo notada pelos profissionais que trabalham com projetos de estrutura de aço no Brasil (engenheiros, arquitetos, professores, etc), a falta de estudos, pesquisas e publicações brasileiras específicas para o uso do Aço na engenharia civil.

Com o advento recente da publicação, pela Associação Brasileira de Normas Técnicas, da nova norma de Aço: "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios: método dos estados limites" (doravante NBR 8800/86), ficou evidenciada esta carência, pois afloraram-se temas específicos para projetos em aço que precisam ser analisados com mais profundidade para que sejam bem compreendidos e, portanto, as dúvidas existentes sejam esclarecidas e as aplicações práticas se tornem mais seguras.

Dentre os vários temas que poderiam ser tratados, o autor optou, neste trabalho, por estudos referentes aos

problemas relativos ao comportamento das estruturas em segunda-ordem, devido à sua grande importância nos projetos de estruturas de aço e também pelo gosto pessoal pelo tema.

Deve ser considerado, inicialmente, que este é um assunto abordado pela NBR 8800/86, que no item 4.9.2 trata sobre Estabilidade e Efeitos de Segunda-Ordem, onde consta que: "Deve ser garantida a estabilidade da estrutura como um todo e a de cada elemento componente". Consta, também, no Anexo L da mesma norma, uma "Orientação para o Cálculo dos Efeitos de Deslocamentos Horizontais na Estabilidade".

Além disto, observa-se atualmente, grande avanço tecnológico nas diversas áreas do conhecimento, em particular na engenharia dos materiais com o surgimento de novas ligas de aço de alta resistência que levam à utilização de perfis mais leves e esbeltos, na engenharia de projetos onde as técnicas de otimização de peso, forma, etc., acarretam construções cada vez mais econômicas e esbeltas e na engenharia da construção civil onde se observa, principalmente nos grandes centros urbanos, as construções de edifícios bastante elevados e arrojados.

Visto isto, faz-se necessário considerar os problemas relativos à estabilidade local e global nestas estruturas, assim como, os problemas de flambagem lateral com torção; devem ser feitas, também, análises que levem em conta as forças verticais interagindo com os deslocamentos laterais que ocorrem nestas estruturas, ou seja, quando a construção é esbelta estes deslocamentos podem ser relativamente grandes e assim sendo, as forças verticais existentes produzem esforços adicionais na estrutura. Quando esta interação é considerada na análise estrutural, temos a chamada "análise em segunda-ordem" e os efeitos de segunda-ordem nos esforços, nos deslocamentos, e na estabilidade da estrutura devem ser considerados. A rigor, além do efeito sucintamente descrito acima, chamado efeito $P\Delta$, existem outros efeitos de segunda-ordem que podem ser considerados na análise conforme se verá ao longo deste trabalho.

1.2 - OBJETIVO PRÁTICO DO TRABALHO

A análise elástica em primeira-ordem de pórticos deslocáveis é ainda a prática mais comum nos escritórios de cálculo e se aplica tanto ao dimensionamento pelo método das tensões admissíveis quanto ao método dos estados limites. Isto acontece porque os calculistas estão familiarizados com seus conceitos e os programas de computador são simples e diretos, isto é, sem iteração. Uma vez que os esforços solicitantes são calculados, eles podem imediatamente ser usados para verificar os elementos estruturais (barras, ligações, etc) tanto para não exceder as tensões admissíveis (método das tensões admissíveis) como para não exceder as resistências (método dos estados limites).

Em vista da disponibilidade atual e desenvolvimento futuro de mini e microcomputadores, é conveniente e realístico se desenvolverem "softwares" que façam análises mais precisas e ainda fáceis de serem implementados nestes computadores. Conforme foi dito, a maioria dos "softwares" atuais ainda consideram o equilíbrio das estruturas nas suas formas indeformadas, onde os efeitos dos carregamentos na estrutura deformada (efeitos de segunda-ordem) não são considerados.

A NBR 8800/86 apresenta métodos aproximados para se considerar a análise em segunda-ordem, como por exemplo, a análise baseada no conceito do Comprimento-Efetivo-de-Coluna que utiliza os resultados em primeira-ordem e com alguns coeficientes, muitas vezes empíricos, tenta fazer uma análise em segunda-ordem. Apresenta, também, a análise baseada no chamado método PA através do processo da Carga Lateral Equivalente ou Fictícia que dá resultados melhores que o primeiro caso, mas ainda é aproximado (estes procedimentos serão vistos com mais detalhes no item 2.3.3 deste trabalho).

Como se pode notar, estes métodos são aproximados na sua natureza e por isto nem sempre dão resultados satis-

fatórios o que torna as suas aplicações limitadas, uma vez que poderão surgir dúvidas na avaliação dos resultados quando das aplicações em estruturas mais complexas.

O objetivo principal deste trabalho é, portanto, fazer um estudo sobre a análise elástica em segunda-ordem em pórticos planos metálicos e apresentar um programa para microcomputadores, fácil de ser implementado e de grande aplicação prática, que possa ser utilizado em escritórios de cálculo auxiliando no dimensionamento e projeto dos pórticos planos, mesmo de estruturas mais complexas.

Esta análise voltada para o uso de microcomputadores, será feita considerando-se as deformações axiais das barras (desprezando-se o efeito Bowing), a influência da força normal na rigidez à flexão das barras e o efeito iterativo das forças axiais com os deslocamentos dos nós (efeito $P\Delta$). Como será visto, as equações obtidas para a solução dos problemas são algébricas não-lineares e, conseqüentemente, processos iterativos serão necessários para se obter as soluções dessas equações. É desejável entretanto, que se tenha poucos ciclos de iteração para uma maior eficiência e praticidade do programa, e espera-se que isto aconteça quando a convergência for estudada nas forças normais das barras da estrutura (ver item 3.3.2 deste trabalho).

1.3 - O TRABALHO

Para se alcançar este objetivo prático para o trabalho, que é o de se fazer um estudo sobre a análise elástica em segunda-ordem de pórticos planos metálicos e em seguida apresentar um programa para microcomputadores que forneça resultados quantitativos bem precisos desta análise, inicia-se o CAPÍTULO II com uma visão sobre o comportamento global dos pórticos planos, primeiramente, sob um aspecto qualitativo, procurando conhecer este comportamento através das curvas PARÂMETRO DE CARGA x DESLOCAMENTO, obtidas de modelos teóricos ou de ensaios em estruturas reais em labora-

tórios. Em seguida, é feita uma análise quantitativa aproximada deste comportamento em um exemplo simples visando mostrar os métodos teóricos de análises que tentam explicar todas as fases daquele comportamento real. E ainda no CAPÍTULO II, procura-se fixar mais no caso específico da análise elástica em segunda-ordem, onde são mostrados, qualitativamente, alguns processos de análise inclusive aqueles recomendados pela NBR 8800/86.

No CAPÍTULO III é feito o equacionamento do problema em segunda-ordem através do tratamento matricial visando a programação para microcomputadores e com a finalidade de se obterem resultados quantitativos apurados e eficientes. A formulação adotada considera a influência da força axial no cálculo dos coeficientes da matriz de rigidez da barra resultando num sistema de equações não-lineares para solução do problema. Por causa desta formulação, são analisados os problemas numéricos que podem ocorrer em algumas situações, a fim de evitá-los e também é feita uma suscinta descrição do método iterativo adotado para a solução do sistema de equações não-lineares, visando a obtenção de resultados confiáveis, com rapidez e eficiência.

No CAPÍTULO IV é apresentado o programa que faz a análise elástica em primeira e segunda-ordem dos pórticos planos. Neste capítulo são mostradas as suas restrições, são definidas as variáveis que são usadas, a maneira de se usar o programa com todas as informações sobre a entrada e saída dos dados e, finalmente, apresenta-se o fluxograma do programa principal. Uma listagem de todo o programa é encontrada no ANEXO A no final do trabalho.

Finalmente, no capítulo V são apresentados alguns exemplos práticos, através dos quais são feitas análises quantitativas sobre o comportamento elástico em segunda-ordem dos pórticos planos. Com estes exemplos, o equacionamento usado para tratar o problema em segunda-ordem é avaliado; os recursos que o programa oferece são mostrados; avaliações numéricas de resultados, comparativamente a outros mé-

todos de cálculo são feitas; estudos comparativos com o mé
todo sugerido pela NBR 8800/86 e algumas sugestões de cará-
ter prático são apresentados.

CAPÍTULO II

UMA VISÃO GERAL DA ANÁLISE EM SEGUNDA-ORDEM DE PÓRTICOS PLANOS

2.1 - O COMPORTAMENTO GLOBAL DOS PÓRTICOS PLANOS

2.1.1 - Definições, conceitos básicos e hipóteses para análise de pórticos

Para se fazer a análise dos pórticos são necessárias algumas definições, conceitos e hipóteses iniciais que auxiliem o desenvolvimento teórico do assunto. Para isto, estas definições, conceitos e hipóteses encontradas em GALBOS [4], atendem ao estudo que será aqui desenvolvido.

Sendo assim, os pórticos são elementos estruturais formados por barras e que, normalmente, apresentam eixo poligonal. Os pórticos, fazendo parte de uma estrutura, suportam as cargas transmitidas de outros elementos funcionais da estrutura (telhados, lajes, vigas secundárias, etc). Será considerado neste trabalho que o eixo do pórtico, as

cargas atuantes e os deslocamentos dos pontos deste pórtico estão no mesmo plano, caracterizando os PÓRTICOS PLANOS. Não se admite, portanto, cargas e deslocamentos fora do plano da estrutura.

As barras, que formam os pórticos, são elementos que têm o seu comprimento bem maior que as dimensões da sua seção transversal. Essas barras podem ser classificadas segundo vários critérios. O critério que será adotado neste trabalho e que é encontrado em várias publicações especializadas em estruturas metálicas, é aquele que classifica as barras segundo o tipo de carregamento que atua sobre elas, conforme o seguinte:

VIGAS: quando há predominância dos esforços de flexão e os efeitos dos esforços axiais são desprezíveis (BEAMS).

COLUNAS ou PILARES: quando os esforços axiais de compressão são predominantes e os efeitos de flexão são desprezíveis (COLUMNS).

VIGAS-COLUNAS: quando os esforços de flexão e axiais estão presentes e são ambos significativos (BEAM-COLUMNS).

Nos pórticos metálicos estas barras são ligadas entre si, geralmente, através de chapas soldadas ou parafusadas, de tal forma que os esforços que ocorrem nas extremidades dessas barras sejam transmitidos e que, nas estruturas de nós rígidos, a continuidade seja mantida. Deve ser dito aqui, que um estudo mais aprofundado destas ligações metálicas, no que diz respeito ao grau de flexibilidade ou rigidez que elas realmente impõem aos nós e seus consequentes efeitos nos cálculos dos esforços e deslocamentos da estrutura, não faz parte dos objetivos deste trabalho.

Em geral, o propósito de se analisar uma estrutura é determinar os seus limites de utilização, visando adequá-la ao objetivo para o qual está sendo projetada.

Na análise de pórticos, deve-se conhecer a sua geometria, as propriedades e características do material e das seções das barras, bem como as características do carregamento.

Após serem verificadas as condições de equilíbrio (onde se exige que os esforços internos e externos em cada seção do pórtico sejam compatibilizados estaticamente), e as condições de compatibilidade da estrutura (que assegura que os esforços encontrados não violam as vinculações ou outras restrições geométricas da estrutura), o comportamento dos pórticos pode ser caracterizado ao se estudar o gráfico que relaciona o carregamento atuante na estrutura (histórico do carregamento) e os deslocamentos resultantes.

O gráfico toma uma forma única se o carregamento é estático e proporcional e se os deslocamentos aumentam mo notonamente a partir de zero, como mostrado na Fig. 2.1. Es ta unicidade de forma da curva exige que:

- a) no início do carregamento o comportamento do pórtico seja elástico.
- b) mesmo atingindo-se o escoamento em algum ponto, os deslocamentos continuam a aumentar (não há deslocamento reverso).
- c) o carregamento seja estático e proporcional.

Apesar de serem hipóteses teóricas, elas levam a resultados seguros no que diz respeito à máxima resistência, ver GALAMBOS [4].

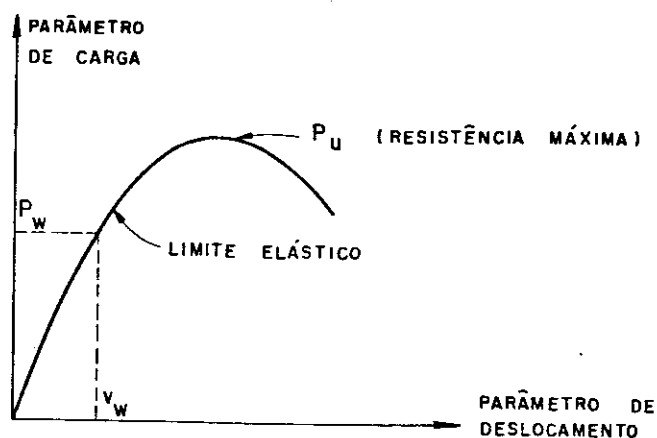


Fig. 2.1 - Curva parâmetro de carga x deslocamento mostrando o comportamento típico dos pórticos.

2.1.2 - Curva parâmetro de carga x deslocamento - comportamento típico dos pórticos

Atendendo às hipóteses anteriores, pode-se estudar modelos matemáticos teóricos com o objetivo de prever as curvas carga x deslocamento dos pórticos reais, sendo que estas curvas se aproximam ou se afastam do comportamento real, conforme o modelo matemático reflita bem o modelo físico.

a) Flambagem elástica dos pórticos

A Fig. 2.2(a) mostra um pórtico simples com cargas verticais atuando no topo das colunas. Considere o pórtico rígido, não contraventado, formado de barras geometricamente perfeitas e que não se deforma fora do plano.

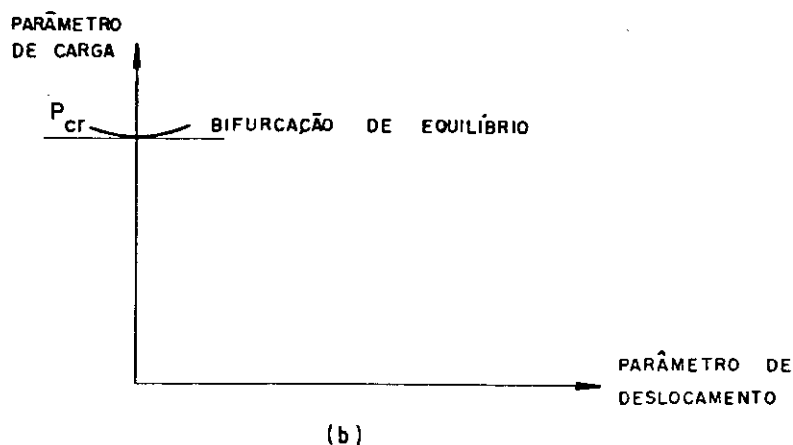
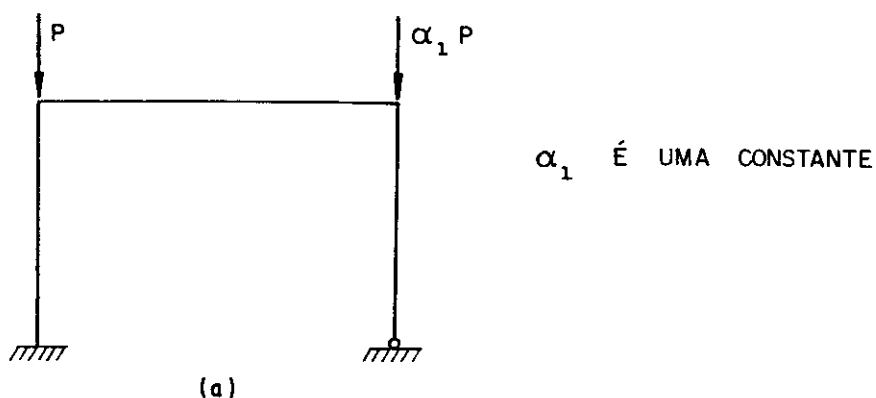


Fig. 2.2 - Curva parâmetro de carga x deslocamento para pórtico ideal com carga vertical nos nós.

Considerando que o parâmetro para medir o deslocamento seja por exemplo o deslocamento horizontal no topo do pórtico, que o carregamento seja monotonamente crescente, o modelo matemático seja linear e desprezando o encurtamento dos pilares, o deslocamento é sempre nulo para P menor que uma certa carga crítica P_{cr} . Quando $P = P_{cr}$, o deslocamento do topo do pórtico é diferente de zero, embora o seu valor fique indeterminado; ocorre a bifurcação de equilíbrio. Admitindo comportamento elástico para o pórtico, dizemos que ocorreu então a flambagem elástica quando $P = P_{cr}$.

Este tipo de comportamento, com bifurcação de equilíbrio, é comparável ao caso das colunas elásticas isoladas comprimidas axialmente (problemas de 1ª espécie).

Na análise da resistência dos pórticos planos é necessário conhecer a carga de flambagem elástica. Embora este conhecimento por si só não assegure a resistência do pórtico, é um fator importante que deve ser considerado.

b) Instabilidade dos pórticos - curva típica dos pórticos

Considere-se agora o pórtico da Fig. 2.3(a) sob ação de um carregamento qualquer atuando no plano da estrutura, e admitam-se também válidas as hipóteses para o caso anterior da Fig. 2.2.

Observa-se que, neste caso, sempre se tem deslocamento lateral para o carregamento proporcional aumentando monotonamente e as curvas que representam o comportamento do pórtico têm a forma indicada na Fig. 2.3(b), admitindo-se comportamento plano e teoria em segunda-ordem linearizada.

A curva nº 1 representa um comportamento sempre elástico do pórtico, ou seja um comportamento teórico, que tende assintoticamente para a carga crítica de flambagem elástica, P_{cr} . A curva nº 2 representa o comportamento típico dos pórticos e a discrepância entre o comportamento real e a curva nº 2 depende do modelo matemático a ser adotado, o qual deve levar em conta efeitos geométricos e a relação

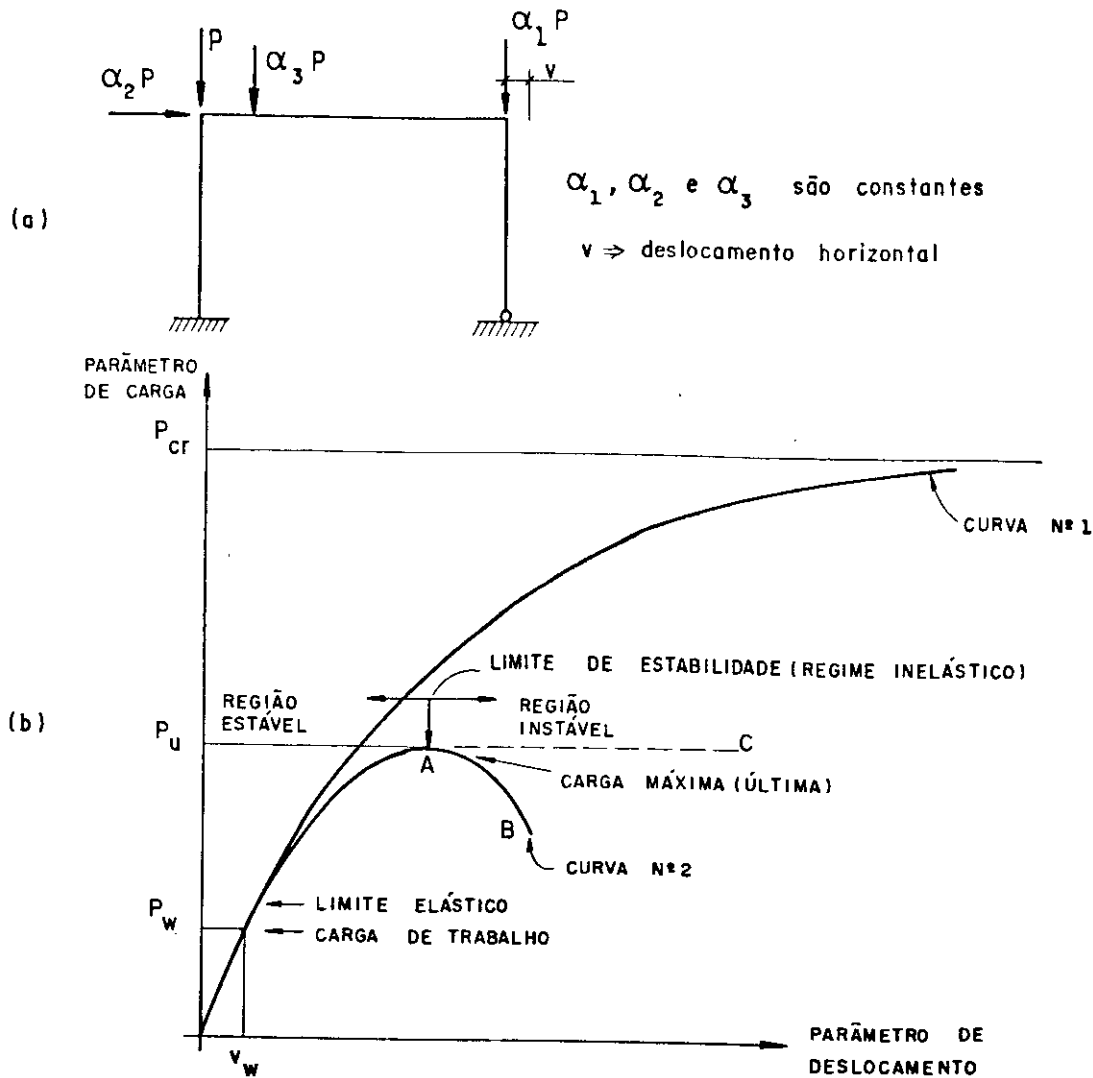


Fig. 2.3 - Curvas parâmetros de carga x deslocamento para pórticos com carregamento qualquer.

tensão x deformação do material, uma vez que o comportamento não é infinitamente elástico.

A rigor, a parte A-B, da curva nº 2, para as cargas gravitacionais não existe, porque uma vez atingida a carga máxima P_u , os deslocamentos crescem e a estrutura rompe sem decréscimo de carga (conforme a linha A-C tracejada).

Esta curva típica do comportamento dos pórticos se assemelha às curvas para barras isoladas (problemas de 2ª espécie), e podem ser observados os seguintes aspectos:

- a) A curva é não-linear desde o início por causa dos efeitos geométricos de segunda-ordem, isto é, as forças produzem deslocamentos que por sua vez influenciam nas forças. Então, até que se atinja o limite elástico, o comportamento é elástico de segunda-ordem (não-linearidade

geométrica) e para um descarregamento da estrutura nesta fase, não aparecerão deformações permanentes.

- b) Após o limite elástico, a declividade se reduz mais rapidamente devido à não-linearidade física do material, isto é, algumas seções do pórtico começam a escoar e a estrutura se torna menos rígida. Nesta fase temos então um comportamento inelástico (a rigor, elastoplástico de segunda-ordem) e para um descarregamento da estrutura aparecerão deformações permanentes.
- c) Finalmente, a declividade torna-se zero na carga máxima, P_u . A capacidade de suporte última do pórtico, P_u , corresponde a um limite de estabilidade e diz-se que o pórtico rompe por Instabilidade inelástica. Observa-se que o ramo ascendente da curva corresponde a uma região estável de equilíbrio e o ramo descendente corresponde a uma região instável.

Num projeto, a curva pode ser usada para verificar:

- a) O valor máximo da carga que o pórtico suporta.
- b) O valor do deslocamento para qualquer valor da carga.
- c) Consequentemente, pode-se verificar se a razão entre a carga última, P_u , e a carga de trabalho, P_w , é menor ou igual a um fator de carga especificado em Norma ($\frac{P_u}{P_w} \leq LF$), e também se o valor do deslocamento para a carga de trabalho, v_w , é menor ou igual a um valor também especificado por Norma.

2.2 - ANÁLISE QUANTITATIVA APROXIMADA DO COMPORTAMENTO GLOBAL DOS PÓRTICOS PLANOS.

Após esta visão qualitativa do comportamento global dos pórticos planos, o objetivo agora é descrever métodos aproximados de análise de pórticos, a fim de estimar os gráficos Parâmetro de Carga x Deslocamento e os valores de P_u , tentando compreender todo o comportamento do pórtico dentro da história do seu carregamento.

Para isto, toma-se como exemplo um pórtico simples, de nós rígidos, com um andar e um vão como mostrado na Fig. 2.4, onde admitem-se conhecidas as cargas, a geometria da estrutura e as propriedades do material e que as cargas e os deslocamentos resultantes estão no mesmo plano (pórticos planos com respostas no seu plano).

Cabe ressaltar neste momento que o exemplo que será apresentado encontra-se desenvolvido em GALAMBOS [4]. O objetivo aqui será mostrar as hipóteses principais de cada método de análise e os seus resultados, sendo que as passagens algébricas mais demoradas serão omitidas e poderão ser encontradas naquela referência.

Dados para o exemplo:

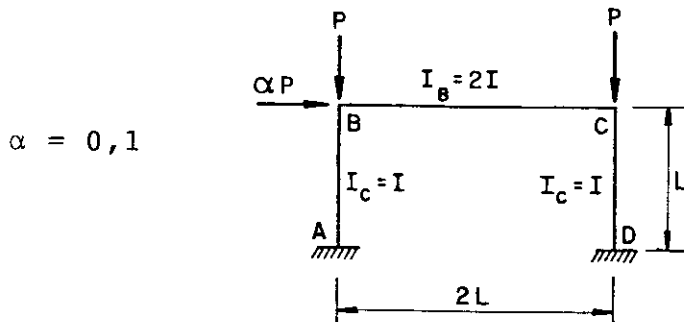
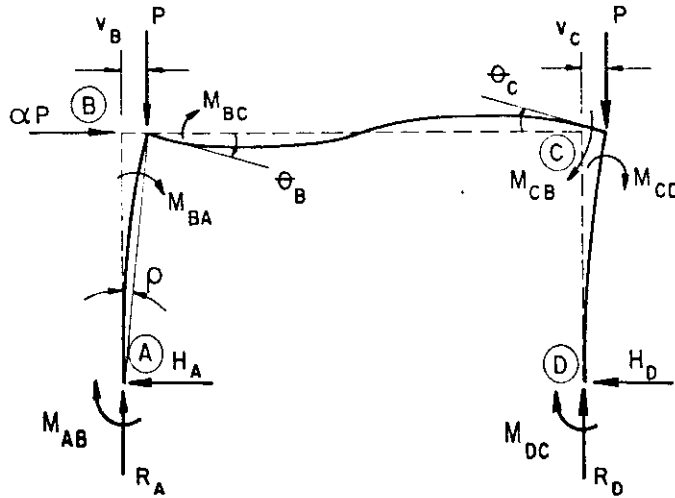


Fig. 2.4 - Dados para o exemplo

<p>índices $\left\{ \begin{array}{l} B \rightarrow \text{vigas} \\ C \rightarrow \text{vigas-colunas} \end{array} \right.$</p> <p>$\sigma_Y = 3,50 \text{tf/cm}^2$ (tensão de escoamento)</p> <p>$E = 2100 \text{tf/cm}^2$ (módulo de Young)</p> <p>$A_B \approx 1,40 A_C$ (área da seção transversal)</p> <p>$(M_P)_C < (M_P)_B$ (momento de plastificação)</p>	<p>$f = \frac{Z}{S} = 1,10$</p> <p>$\frac{r_C}{d_C} = 0,43$</p> <p>$\frac{L_C}{r_C} = 60$ (índice de esbeltez)</p> <p>$\frac{L_B}{r_B} = 100$ (índice de esbeltez)</p>	<p>$\left\{ \begin{array}{l} f \rightarrow \text{fator de forma} \\ Z \rightarrow \text{módulo de resistência plástica} \\ S \rightarrow \text{módulo de resistência elástica} \end{array} \right.$</p> <p>$\left\{ \begin{array}{l} r_C \rightarrow \text{raio de giração} \\ d_C \rightarrow \text{altura da seção} \end{array} \right.$</p>
--	--	--

A forma deformada do pórtico é mostrada na Fig.

2.5



NOTA: Os sentidos indicados para os momentos e as deformações são considerados positivos.

Fig. 2.5 - Forças e deslocamento do pórtico.

Antes de se iniciar a análise são feitas as seguintes hipóteses iniciais:

- 1) A força axial na viga é relativamente pequena.
- 2) As forças axiais nas duas vigas-colunas são aproximadamente iguais.

Como consequência dessas hipóteses iniciais, as deformações axiais nas vigas e nas vigas-colunas podem ser desprezadas, isto é, os pontos B e C permanecem no mesmo nível e $v_B = v_C$. Então, as rotações das cordas são $\rho_{AB} = \rho_{CD} = \rho = \frac{v_B}{L}$ e $\rho_{BC} = 0$.

Equações de Equilíbrio: Considerando a estrutura na sua posição deformada determinam-se as seguintes equações de equilíbrio:

$$\sum H = 0 \qquad H_A + H_D = \alpha P \qquad (2.1)$$

Combinando-se $\Sigma V = 0$ e $\Sigma M_A = 0$, determinam-se:

$$R_D = P\left(1 + \rho + \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{M_{AB} + M_{DC}}{2L} \quad (2.2)$$

$$R_A = P\left(1 - \rho - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{M_{AB} + M_{DC}}{2L} \quad (2.3)$$

Do equilíbrio dos nós:

$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \quad (2.4)$$

$$M_{CB} + M_{CD} = 0 \quad (2.5)$$

Do equilíbrio à cortante

$$\text{BARRA AB : } R_A \cdot (\rho L) + H_A(L) + M_{AB} + M_{BA} = 0$$

$$\text{BARRA CD : } R_D \cdot (\rho L) + H_D(L) + M_{DC} + M_{CD} = 0$$

Somando-se as duas equações e combinando-se com $\Sigma H = 0$ e $\Sigma V = 0$, fica:

$$PL(2\rho + \alpha) + M_{AB} + M_{BA} + M_{CD} + M_{DC} = 0 \quad (2.6)$$

Sabe-se que os momentos nas extremidades das barras, as rotações nessas extremidades e as rotações das cordas (ρ) estão relacionadas através das seguintes equações usadas no método conhecido por "SLOPE-DEFLECTION":

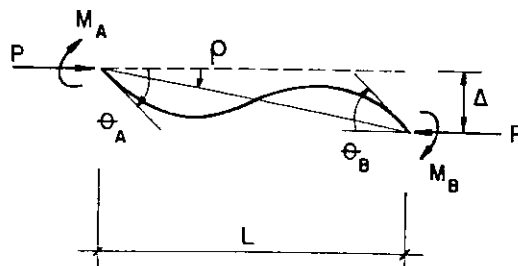


Fig. 2.6 - Momentos e deformações numa barra

$$M_A = \frac{EI_x}{L} [C\theta_A + S\theta_B - \rho(C+S)] \quad (2.7)$$

$$M_B = \frac{EI_x}{L} [S\theta_A + C\theta_B - \rho(C+S)] \quad (2.8)$$

onde, $C = \frac{c}{c^2-s^2}$ e $S = \frac{s}{c^2-s^2}$

e $c = \frac{1 - \frac{F_v \cdot L}{\operatorname{tg} F_v \cdot L}}{(F_v \cdot L)^2}$ e $s = \frac{\frac{F_v \cdot L}{\operatorname{sen} F_v \cdot L} - 1}{(F_v \cdot L)^2}$, $F_v = \frac{P}{EI_x}$

As equações (2.7) e (2.8) levam em conta o efeito da carga axial P na rigidez da barra. Os valores de C e S dependem de P. Quando P = 0, podemos mostrar que C = 4 e S = 2 e as equações ficam:

$$M_A = \frac{EI_x}{L} (4\theta_A + 2\theta_B - 6\rho) \quad (2.7.a)$$

$$M_B = \frac{EI_x}{L} (2\theta_A + 4\theta_B - 6\rho) \quad (2.8.a)$$

2.2.1 - Análise elástica em primeira-ordem

O comportamento do pórtico ficará definido se forem conhecidos ρ , θ_B , θ_C e os momentos fletores, forças cortantes e forças normais nas extremidades de cada uma das três barras. A análise elástica em primeira-ordem corresponde a:

- a) desprezar os efeitos das deformações nas equações de equilíbrio, isto é, fazer $\rho = 0$ nas equações (2.2), (2.3) e (2.6).
- b) desprezar a influência da força axial na rigidez das barras, isto é, quando P = 0, C = 4 e S = 2 nas equações (2.7) e (2.8).

Levando-se os valores dos momentos nas equações (2.4), (2.5) e (2.6), atendendo às condições de contorno do problema, $\theta_A = \theta_D = 0$ e $\rho_{BC} = 0$, determina-se:

$$\rho = \frac{5PL^2\alpha}{84EI} \quad \text{e} \quad \theta_B = \theta_C = \frac{PL^2\alpha}{28EI}$$

e os momentos nas extremidades das barras:

$$M_{AB} = M_{DC} = -\frac{2PL\alpha}{7}$$

$$M_{BA} = M_{CD} = -M_{BC} = -M_{CB} = -\frac{3PL\alpha}{14}$$

E todo o comportamento do pórtico fica definido.

A curva $P \times \rho$ será a relação entre carga e deslocamento usada para descrever o comportamento do pórtico. Da análise anterior determinou-se:

$$\rho = \frac{5PL^2\alpha}{84EI} \quad (2.9)$$

Preparando a fórmula e usando os dados iniciais do problema determina-se:

$$\begin{aligned} \frac{PL^2}{EI} &= \left(\frac{P}{A_C \sigma_Y}\right) \left(\frac{A_C L^2}{I_C}\right) \left(\frac{\sigma_Y}{E}\right) = \left(\frac{P}{P_Y}\right) \left(\frac{L^2}{r_C^2}\right) \left(\frac{\sigma_Y}{E}\right) = \left(\frac{P}{P_Y}\right) (60)^2 \left(\frac{3,50}{2100}\right) = \\ &= 6 \left(\frac{P}{P_Y}\right) \end{aligned}$$

E a equação (2.9) com $\alpha = 0,1$ fica:

$$\rho = \frac{P/P_Y}{28} \quad (2.10)$$

Resultando na linha reta mostrada na Fig. 2.7.

2.2.2 - Análise elástica em segunda-ordem

Nesta análise serão considerados aqueles efeitos que foram desprezados na análise anterior, ou seja:

- a) considerar os efeitos das deformações nas equações de equilíbrio, isto é, $\rho \neq 0$ nas equações (2.2), (2.3) e (2.6).
- b) considerar a influência da força axial na rigidez das barras, isto é, os valores de C e S deverão ser calculados.

Considerando as hipóteses iniciais do problema tem-se:

- 1) a força axial na viga BC é relativamente pequena, implica que pode-se admitir $C_{BC} = 4$ e $S_{BC} = 2$.
- 2) as forças axiais nas duas vigas-colunas são aproximadamente iguais, conseqüentemente $C_{AB} = C_{CD} = C$ e $S_{AB} = S_{CD} = S$.

Obs: A validade destas hipóteses é confirmada durante a análise conforme mostra GALAMBOS [4].

Usando novamente as equações de equilíbrio (2.4), (2.5) e (2.6) e as equações (2.7) e (2.8), determinam-se:

$$\theta_B = \theta_C = \frac{\alpha (PL^2/EI) (C+S)}{2(C+S) (C-S+12) - 2(PL^2/EI) (C+6)}$$
$$\rho = \frac{\alpha (PL^2/EI) (C+6)}{2(C+S) (C-S+12) - 2(PL^2/EI) (C+6)} \quad (2.11)$$

E os momentos serão iguais à:

$$M_{AB} = M_{DC} = \alpha PL \left[\frac{S(C+S) - (C+S)(C+6)}{2(C+S) (C-S+12) - 2(PL^2/EI) (C+6)} \right] \quad (2.12)$$

$$M_{BA} = M_{CD} = -M_{BC} = -M_{CB} = \alpha PL \left[\frac{C(C+S) - C(C+S)(C+6)}{2(C+S)(C-S+12) - 2(PL^2/EI)(C+6)} \right] \quad (2.13)$$

E o comportamento do pórtico fica definido.

A relação carga x deslocamento que será usada para descrever o comportamento do pórtico é a curva $\rho = f(P)$ da equação (2.11), a qual com $\alpha = 0,1$ e $\frac{PL^2}{EI} = 6\left(\frac{P}{Py}\right)$, fica:

$$\rho = \frac{6\left(\frac{P}{Py}\right)(C+6)}{20(C+S)(C-S+12) - 20 \times 6\left(\frac{P}{Py}\right)(C+6)} \quad (2.14)$$

Caracteriza a análise elástica em segunda-ordem, levando-se em conta as deformações ρ e as forças axiais na rigidez das barras. Ver Fig. 2.7

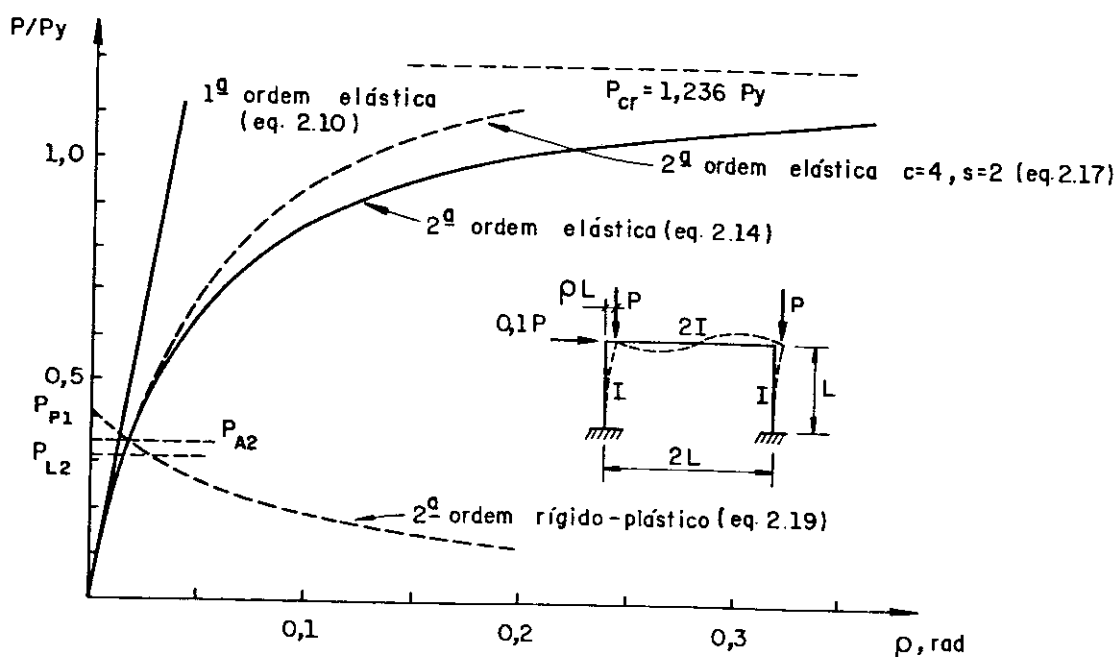


Fig. 2.7 - Curvas $\rho = f\left(\frac{P}{Py}\right)$ das análises elásticas e rígido-plásticas.

Observações:

Para qualquer valor constante de P , $\rho_{1aord.} < \rho_{2aord.}$

No caso da análise em primeira-ordem: $\rho \rightarrow \infty$ quando $\frac{P}{P_Y} \rightarrow \infty$.

Na análise em segunda-ordem: $\rho \rightarrow \infty$ quando $\frac{P}{P_Y} = 1,236$; valor encontrado quando o denominador da equação (2.14) é igual a zero. Esta carga $P = P_{cr} = 1,236 P_Y$ é a carga de flambagem elástica do pórtico e é a maior carga que o pórtico pode suportar admitindo-se comportamento elástico ilimitado.

Observação: Se nesta análise elástica em segunda-ordem forem feitas as seguintes considerações:

- a) levar em conta os efeitos das deformações nas equações de equilíbrio, isto é, $\rho \neq 0$ nas equações (2.2), (2.3) e (2.6).
- b) desprezar os efeitos da força axial na rigidez das barras, ou seja, $C = 4$ e $S = 2$ para todas as barras.

As equações (2.12), (2.13) e (2.14) simplificam-se bastante, ficando:

$$M_{AB} = M_{DC} = \frac{-0,4 (P/P_Y) P_Y L}{14-10 (P/P_Y)} \quad (2.15)$$

$$M_{BA} = M_{CD} = -M_{BC} = -M_{CB} = \frac{-0,3 (P/P_Y) P_Y L}{14-10 (P/P_Y)} \quad (2.16)$$

$$\rho = \frac{(P/P_Y)}{28-20 (P/P_Y)} \quad (\text{ver Fig. 2.7}) \quad (2.17)$$

Para $28-20 (P/P_Y) = 0 \rightarrow \frac{P}{P_Y} = 1,4 \rightarrow P = P_{cr} = 1,40 P_Y$

2.2.3 - Análise rígido-plástica (em primeira e segunda ordem)

Todavia as estruturas reais da prática não possuem este comportamento elástico ilimitado, podendo ocorrer

escoamento em um ou mais pontos da estrutura e o comportamento elástico não ser mais válido. Através da análise rígido-plástica pode-se estimar a carga máxima a ser suportada pelo pórtico do exemplo.

Teoria Rígido-Plástica: conforme esta teoria, a estrutura permanece indeslocável até que o momento fletor seja igual a M_p em locais suficientes da estrutura de tal forma a originar um Mecanismo Plástico.

O momento M_p depende da carga axial que atua na barra e para perfil "wide-flange" fletido em torno do maior eixo este momento é estimado por:

$$\frac{M_{PC}}{M_p} = 1,18 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \leq 1,00 \quad (2.18)$$

onde $M_p = Z\sigma_y$ quando $P = 0$

No exemplo dado o mecanismo se desenvolverá quando as rótulas se formarem nas extremidades das duas vigas colunas, porque a força axial na viga é suposta ser pequena e M_p da viga é maior do que M_p da coluna (ver Fig. 2.8).

$$M_{AB} = M_{BA} = - (M_{PC})_{AB}$$

$$M_{CD} = M_{DC} = - (M_{PC})_{CD}$$

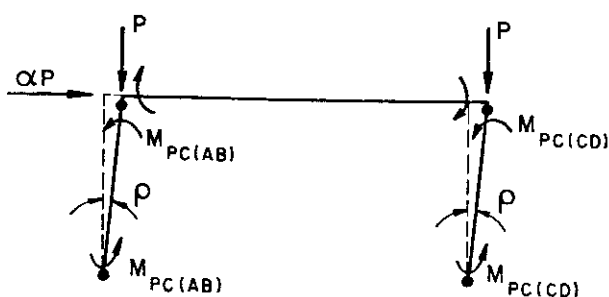


Fig. 2.8 - Mecanismo plástico do pórtico

Para simplificar o problema, será admitido que a força axial nas duas vigas colunas é igual a P, ficando:

$$M_{AB} = M_{BA} = M_{CD} = M_{DC} = -M_{PC} = -1,18M_p \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)$$

onde P é a carga aplicada no pórtico.

Levando na equação (2.6), resolvendo para a carga P e usando os dados iniciais do problema, chega-se à:

$$\frac{P}{P_y} = \frac{1}{2,342 + 26,84\rho} \quad (\text{ver Fig. 2.7}) \quad (2.19)$$

Esta corresponde à Análise Rígido-Plástica em Segunda-Ordem uma vez que envolve ρ . Quando $\rho = 0$, está se começando o movimento do mecanismo e a análise é chamada Rígido-Plástica em Primeira-Ordem. Neste momento:

$$\frac{P}{P_y} = \frac{1}{2,342} \quad \rightarrow \quad P_{p1} = 0,426 P_y \quad (2.20)$$

que é a carga máxima de primeira-ordem rígido-plástica.

Observando os gráficos da Fig. 2.7 percebe-se que o comportamento real do pórtico está limitado pelas curvas das análises elástica em segunda-ordem e rígido-plástica em segunda-ordem. Igualando-se as equações (2.14) e (2.19) em ρ , de termina-se:

$$P_{A2} = 0,356 P_y \quad (2.21)$$

que é o limite superior da carga que o pórtico pode suportar.

Um limite inferior surge quando é determinada a carga na qual a primeira rótula plástica se forma, pois a partir daí, a análise elástica em segunda-ordem se torna inválida.

Comparando-se as equações (2.15) e (2.16) é visto que o momento é maior nas bases, pois $|M_{AB}| > |M_{BA}|$, e então, as primeiras rótulas se formam nas bases. Logo, a análise elástica em segunda-ordem torna-se inválida a partir daí quando:

$$M_{AB} = -M_{PC}$$

$$\frac{-0,4(P/P_y)P_y L}{14-10(P/P_y)} = -1,18 M_p \left(1 - \frac{P}{P_y}\right), \text{ donde vem}$$

$$P = P_{L2} = 0,332 P_y \quad (2.22)$$

A carga máxima que o pórtico suporta estará, portanto, limitada por:

$$0,332 P_y < P_u < 0,356 P_y \quad (2.23)$$

2.2.4 - Análise elasto-plástica em segunda-ordem

É a análise baseada na formação sucessiva de rótulas plásticas até a formação de um mecanismo. Nesta análise o comportamento elástico é admitido até a formação da rótula onde $M = M_p$ e os segmentos do pórtico, entre rótulas, permanecem elásticos.

No exemplo dado, já foi visto que as primeiras rótulas se formam nas bases do pórtico. Após a formação destas rótulas o pórtico funciona como se existissem rótulas reais (com M_p) nestes pontos. Ver fig. 2.9.

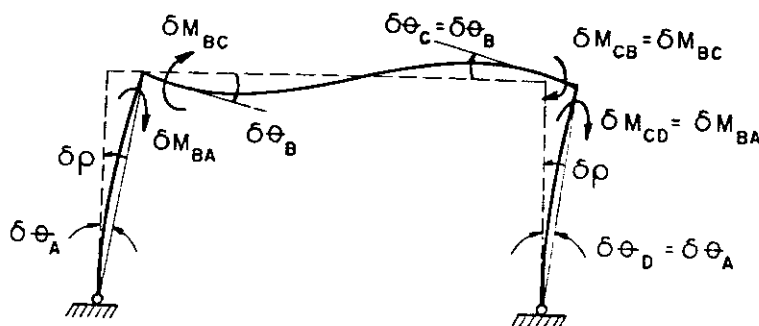


Fig. 2.9 - Forças e deformações do pórtico após a formação das primeiras rótulas plásticas.

$\delta\theta_A, \delta\theta_B, \delta\rho$ são as deformações correspondentes adicionais. O pórtico é admitido elástico em toda a barra exceto nas rótulas e então, as equações de equilíbrio anteriores podem ser usadas. Como hipóteses bem próximas da realidade neste caso, admitem-se $C = 4, S = 2$ e $\delta\theta_A = \delta\theta_{D'}, \delta\theta_B = \delta\theta_C, \delta M_{BA} = \delta M_{CD}$.

Após a análise do pórtico usando o equacionamento dado, a equação que representa a análise elasto-plástica em segunda-ordem, onde já se formaram as primeiras rótulas nas bases mas ainda não se formou o mecanismo é dada por:

$$\frac{P}{P_y} = \frac{0,667\rho + 0,0455}{2\rho + 0,1372} \quad (2.24)$$

Ainda, $\frac{P}{P_y} = \frac{455(1+14,62\rho)}{1372(1+14,56\rho)} \approx 0,332$, e o comportamento elasto-plástico é praticamente linear neste caso. (Ver Fig. 2.10).

A carga máxima é então estimada em $P_u = P_{L2} = 0,332 P_y$, sendo que a carga máxima real deve estar bem próxima deste valor.

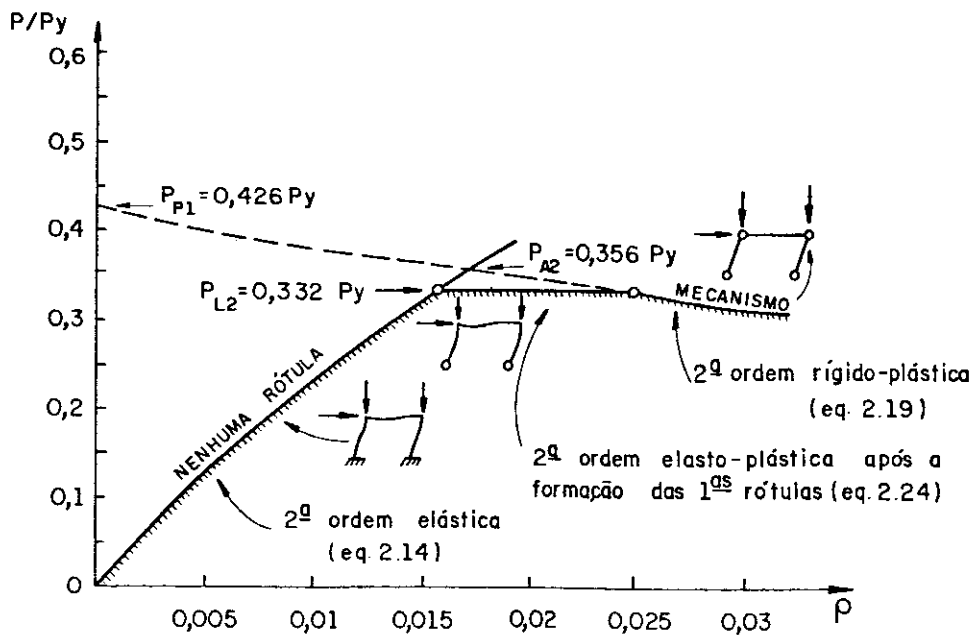


Fig. 2.10 - Curva parâmetro de carga x deslocamento do pórtico do exemplo dado.

Como foi dito no início do item 2.2, o objetivo deste exemplo era apresentar um estudo que permitisse um bom entendimento geral do comportamento dos pórticos planos. Para isto foram apresentados vários métodos teóricos de análise na tentativa de explicar este comportamento real. Para o exemplo dado, foi visto que o comportamento dos pórticos ficou limitado por três curvas representando:

- a) comportamento elástico em segunda-ordem.
- b) comportamento elástico em segunda-ordem após a formação das primeiras rótulas plásticas (comportamento elasto-plástico em segunda-ordem).
- c) comportamento rígido-plástico em segunda-ordem.

Pode-se concluir que a hipótese teórica que mais se adapta à realidade é a da análise elasto-plástica em segunda-ordem, mas a rigor, tem sido demonstrado experimentalmente, que os pórticos de edifícios estruturais de aço de proporções usuais provavelmente se rompem por Instabilidade antes que um Mecanismo de Colapso seja alcançado e isto devido aos vários fatores que influenciam no colapso de um pórtico (ver item 2.3.2).

2.3 - O CASO ESPECÍFICO DA ANÁLISE ELÁSTICA EM SEGUNDA-ORDEM

No item anterior foi feito um estudo de um pórtico simples segundo vários métodos aproximados de análise, com o objetivo de compreender o comportamento global dos pórticos. A Fig. 2.11 mostra as curvas esquemáticas dos diversos métodos utilizados na análise.

Este trabalho tem como objetivo estudar especificamente a análise elástica em segunda-ordem (que é recomendada pela NBR 8800/86), e inclusive apresentar um "software" que possa ser utilizado em microcomputadores dos escritórios de cálculo. Torna-se importante então, que os calcu-

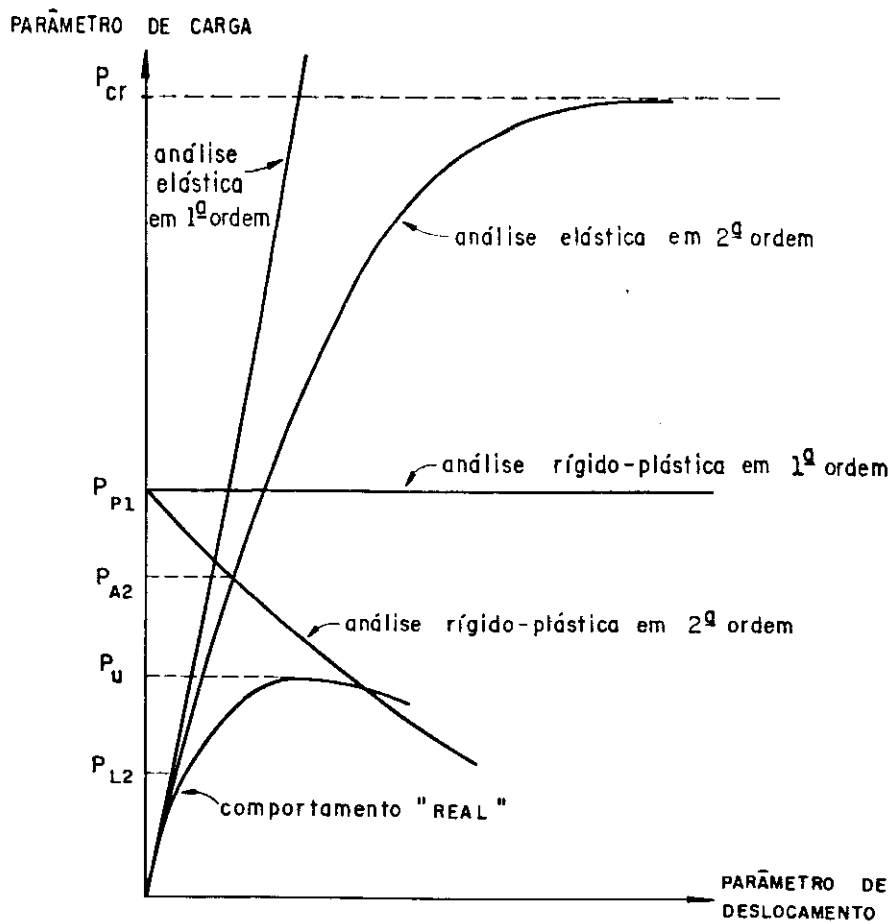


Fig. 2.11 - Curvas esquemáticas que ilustram o comportamento dos pórticos.

listas conheçam bem o comportamento estrutural para que possam interpretar convenientemente os resultados obtidos e utilizá-los dentro dos limites especificados pelas normas.

2.3.1 - Análise elástica em segunda-ordem

Nesta análise admite-se que o pórtico tenha um comportamento sempre elástico e que as equações de equilíbrio sejam formuladas para a estrutura na posição deformada. Como o pórtico se desloca lateralmente, as forças verticais atuantes interagem com estes deslocamentos, (efeito $P\Delta$), produzindo momentos adicionais que aumentam os deslocamentos numa razão mais rápida do que o aumento de cargas, chegando-se teoricamente a uma condição limite de que o deslocamento ten

de ao infinito quando a carga vertical tende à carga de flambagem P_{cr} . (Teoria em 2ª ordem linearizada - ver Fig.2.11).

Na análise elástica em segunda-ordem ainda será considerada a teoria de pequenos deslocamentos, ou seja, a curvatura $\frac{1}{R} = v''$. Além do efeito $P\Delta$ mencionado acima, é levado em conta também o efeito das forças axiais na rigidez das barras. Como a princípio não se conhecem os valores destas forças, o procedimento passa a ser iterativo, ou seja, num primeiro ciclo de cálculo as forças axiais podem ser estimadas através de análise em primeira-ordem e em seguida fazendo-se a iteração nas forças axiais chega-se a bons resultados após poucos ciclos de cálculos.

Os resultados da análise elástica em segunda-ordem são, então, a curva parâmetro de carga x deslocamento que inclui não-linearidade geométrica e a carga crítica elástica P_{cr} , como pode ser visto na Fig. 2.11. Esta carga é importante, porque ela representa a maior carga que o pórtico pode suportar. Tem um valor teórico dentro da análise elástica em segunda-ordem, pois admite um comportamento elástico ilimitado para a estrutura e na prática é visto que isto não ocorre. Além disso, para que esta carga seja determinada é necessário que os deslocamentos se tornem bastante grandes tendendo ao infinito quando $P = P_{cr}$, ou seja, a teoria de pequenos deslocamentos já não vale mais na vizinhança de $P = P_{cr}$. Contudo, esta carga é a mesma encontrada numa análise de flambagem elástica de pórticos, usando teoria de pequenos deslocamentos (problema de bifurcação). Logo, os grandes deslocamentos encontrados na vizinhança de $P = P_{cr}$ na análise elástica em segunda-ordem têm apenas valor teórico.

Uma outra importante carga de referência é a carga P_{L2} que define quando o comportamento elástico da estrutura está terminado, ou seja, representa um limite elástico. Sob esta carga alguma rótula plástica já se formou, ou seja, em algum ponto do pórtico $M_{m\acute{a}x} = M_p$. Esta carga é um limite inferior da máxima resistência do pórtico.

Os cálculos usando teoria de segunda-ordem são geralmente mais complicadas do que os cálculos em teoria de primeira-ordem e mesmo para estruturas mais simples o uso do computador torna-se indispensável, pois os processos iterativos normalmente são necessários. É importante salientar também que, quando análises mais complexas e rigorosas são feitas, os calculistas devem procurar se manter aptos para usar com segurança as ferramentas disponíveis.

2.3.2 - Fatores que influenciam no colapso de um pórtico

Como foi dito, observa-se das experiências de laboratórios, que os edifícios de aço provavelmente se rompem por instabilidade antes que um mecanismo de colapso plástico seja alcançado e isto, porque vários são os fatores que influenciam o colapso de um pórtico tornando prematura a sua ruptura [6]. Grande número destes fatores podem ser subdivididos nos seguintes grupos:

a) Efeitos Geométricos:

1. O efeito dos deslocamentos horizontais dos nós ao nível dos andares, comumente chamado de efeito $P\Delta$.
2. A influência da força axial na rigidez das barras.
3. Mudança no comprimento das barras devido às deformações axiais.
4. Mudança no comprimento de corda das barras resultante da deformação por flexão.
5. Imperfeições geométricas iniciais acidentais das barras.
6. Variações nas dimensões da geometria dos pórticos devidas às tolerâncias de montagem.
7. Variações das dimensões das seções transversais teóricas para as dimensões reais.

8. Deformação por cortante
9. Flambagem local e lateral-torsional das barras
10. Deslocamentos do pórtico, fora do seu plano

b) Efeitos dos Materiais:

1. Relação tensão x deformação não-linear
2. Presença de tensões residuais nas barras, antes do carregamento, resultantes dos processos de fabricação.
3. Espalhamento da zona inelástica nas barras.

c) Efeitos de Carregamento:

1. Carregamento não proporcional
2. Carregamento variável e repetido

Estes fatores são objetos de estudos dos pesquisadores, na tentativa de se conhecer cada vez melhor, a influência de cada um deles nas diversas análises para projetos de estruturas. Este trabalho tem por objetivo estudar apenas os efeitos de segunda-ordem em pórticos planos, ou seja, será considerada apenas a não-linearidade geométrica da estrutura. As equações de equilíbrio são formuladas para a estrutura na posição deformada, considerando-se os itens 1, 2 e 3 do grupo dos efeitos geométricos dados anteriormente. As análises mais profundas sobre a formação sucessiva de rotulas plásticas e consequente formação de mecanismos plásticos, sobre carga e descarga da estrutura, sobre a influência de ligações semi-rígidas, sobre imperfeições geométricas, etc, não farão parte deste trabalho.

Devido aos aprimoramentos e facilidades de acesso aos computadores e micro-computadores, muitos métodos de análise em segunda-ordem, têm sido desenvolvidos. Serão apresentados, de forma sucinta, aqueles recomendados pela NBR 8800/86.

2.3.3 - Procedimentos de análise em segunda-ordem recomendados pela NBR 8800/86.

a) Projetos Baseados no Conceito do Comprimento Efetivo de Coluna

Este é um método aproximado para se considerar os efeitos de segunda-ordem no cálculo dos pórticos, usando-se os resultados da análise elástica de primeira-ordem. Os momentos fletores obtidos são usados diretamente para dimensionar as vigas, enquanto que as equações de interação entre os momentos fletores e as forças axiais são usadas para verificar as vigas-colunas. Por exemplo, para perfis "I" e "H" simétricos com compressão e flexão segundo o eixo x, a NBR 8800/86 fornece a seguinte equação para verificação da estabilidade das vigas-colunas:

$$\frac{N_d}{\phi_c N} + \frac{C_{mx} M_{dx}}{\left(1 - \frac{N_d}{0,73 N_{ex}}\right) \phi_b M_{nx}} \leq 1,0 \quad (2.25)$$

onde, N_d = força normal de cálculo na barra

M_{dx} = momento fletor de cálculo, na seção considerada, em torno do eixo x.

$\phi_c N$ = resistência de cálculo à compressão

$\phi_b M_{nx}$ = resistência de cálculo ao momento fletor em torno do eixo x.

C_{mx} = coeficiente de redução (empírico)

N_{ex} = carga de flambagem elástica por flexão em torno do eixo x.

Obs: Ver item 5.6.1.3.2 da NBR 8800/86 para definições mais completas destes dados.

O primeiro termo na eq. 2.25 leva em conta a redução na rigidez da barra devido à carga axial e o termo seguinte leva em conta a majoração dos momentos, resultantes do efeito $P\Delta$, (segunda-ordem). O cálculo do comprimento efetivo da coluna influi tanto em $\phi_c N$ quanto em N_{ex} , ou seja, em todos os termos da equação.

O comprimento efetivo pode ser calculado usando-se os âbacos baseados nas relações de rigidez de vigas e colunas conforme ANEXO I da NBR 8800/86. Estes âbacos são baseados nas hipóteses dos pórticos serem elásticos e simétricos, com todas as colunas tendo igual rigidez e igual carregamento. Muitas dessas hipóteses não são válidas nos casos da prática podendo levar a erros sérios nos dimensionamentos das barras. Algumas modificações no cálculo do comprimento efetivo têm sido sugeridas para levar em conta carregamentos diferentes e variações na rigidez das colunas dentro do andar, flexibilidade das ligações, comportamento inelástico, tensões residuais, etc. Ver JOHNSTON [6].

Apesar dessas recomendações, o método apresenta ainda duas grandes falhas, a saber: o método despreza a majoração dos momentos devido aos efeitos de segunda-ordem, no dimensionamento das vigas e ainda, esta majoração dos momentos que é feita para as colunas é realizada pelo fator de amplificação $C_m / (1 - \frac{N_d}{0,73N_e})$, que tem justificativa teórica e empírica extremamente fracas.

Por causa disto, a utilização do método que é muito cômoda e por isto bastante difundida, deve ser feita com cuidado. Usualmente, este método resulta em projetos nos quais as colunas são mais "pesadas" e as vigas mais "leves" comparando-se com os resultados obtidos de análises mais exatas.

b) Método da Carga Lateral Equivalente ou "Fictícia"

O método apresentado pela NBR 8800/86 para se considerar os efeitos $P\Delta$ na análise de pórticos planos é o da

Carga Lateral Equivalente. Este método combina as cargas laterais atuantes na estrutura com as forças laterais equivalentes ou "fictícias" induzidas pelos momentos $Px\Delta$ através de um processo iterativo. Ver Fig. 2.12.

A cortante "fictícia", V_i' , no andar i , devida à força lateral fictícia resultante do efeito $Px\Delta$ é dada pela seguinte equação:

$$V_i' = \frac{\Sigma P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (2.26)$$

onde: ΣP_i = somatório das forças normais nos pilares do andar i , inclusive nos pilares que não pertençam ao sistema resistente a cargas horizontais.

h_i = altura do andar i

Δ_{i+1} , Δ_i = deslocamentos horizontais dos níveis $i+1$ e i , respectivamente.

A força lateral "fictícia", H_i' , no nível i é calculada por:

$$H_i' = V_{i-1}' - V_i' \quad (2.27)$$

Esta força lateral "fictícia" deve ser somada à uma outra carga lateral inicial que poderá existir no mesmo nível e o pórtico deve ser reanalisado. Este processo, é iterativo uma vez que após cada análise a força lateral "fictícia" difere da força do ciclo anterior devido à variações nos deslocamentos. Contudo o método geralmente converge rapidamente após um ou dois ciclos de iteração para estruturas elásticas de rigidez adequada.

A NBR 8800/86, no seu anexo L, apresenta um roteiro para aplicação deste método na verificação do efeito $Px\Delta$, e que será resumido aqui.

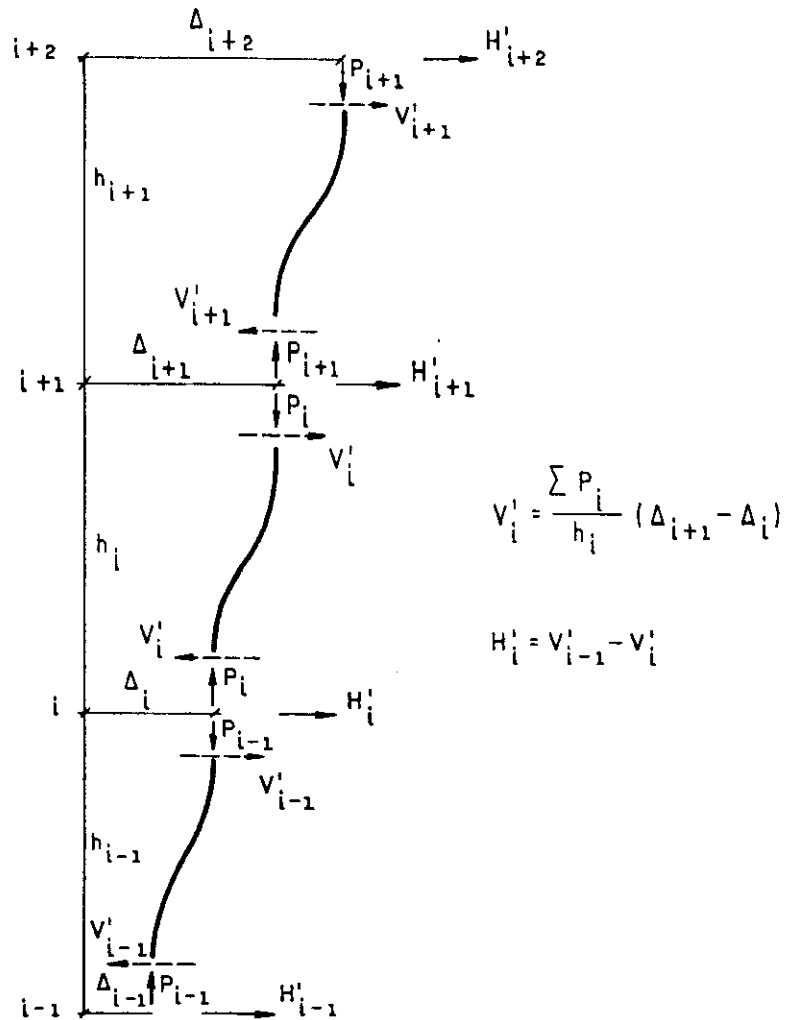


Fig. 2.12 - Esquema de equilíbrio da estrutura deformada.

ETAPA 1 - Aplicar à estrutura a combinação apropriada de ações de cálculo.

ETAPA 2 - Fazer a análise elástica em primeira ordem da estrutura, determinando os deslocamentos horizontais " Δ_i " ao nível de cada andar (ver Fig. 2.12).

ETAPA 3 - Calcular os valores das forças cortantes "fictícias" " V'_i "

$$V'_i = \frac{\sum P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (2.26)$$

ETAPA 4 - Calcular os valores das forças horizontais fictícias H'_i :

$$H'_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (2.27)$$

ETAPA 5 - Aplicar novamente o carregamento inicial à estrutura como na ETAPA 1, incluindo agora as forças " H_1' ".

ETAPA 6 - Repetir as ETAPAS 2 até 5, até que os resultados sejam convergentes. Se após 5 ciclos de iteração os resultados não convergirem, pode ser que a estrutura seja excessivamente flexível.

Esta análise, considerando o efeito $P\Delta$ é mais apurada do que a análise pelo processo do comprimento-efetivo-de-coluna, uma vez que ao incluir as forças que são causadas por efeitos de segunda-ordem em todas as barras, prevê mais acertadamente os momentos nas vigas e colunas. Contudo, este processo leva a incorreções nos esforços cortantes das colunas. (Ver segundo exemplo do capítulo V).

Geralmente, ao se usarem os métodos $P\Delta$, obtêm-se projetos com colunas de seções transversais mais esbeltas e vigas de seções transversais mais rígidas aproximando-se dos casos obtidos das soluções mais exatas.

Observações: Dentre os fatores de segunda-ordem que influenciam no colapso de uma estrutura, o fator $P\Delta$ é de grande importância. São vários os processos de cálculo que usam este efeito, como o das Forças Laterais Equivalentes ou Fictícias recomendado pela NBR 8800/86 e outros como os citados em KALYANARAMAM [7], por exemplo, método Slope-Deflection, o conceito de rigidez-de-andar, o método da rigidez negativa.

Entretanto, estes "métodos" $P\Delta$ admitem que o colapso seja devido ao fato de que as forças nas barras, obtidas incluindo-se o efeito $P\Delta$, ultrapassam a capacidade destas. Isto é bastante razoável para estruturas mais rígidas (por exemplo, aquelas cujo projeto é baseado em limitações de flechas). Já para estruturas flexíveis, (cuja preocupação maior não é a limitação de flechas) o colapso pode se dar por instabilidade antes que a resistência das barras seja alcançada pela combinação das cargas.

Também nos métodos citados anteriormente, inclusive aquele recomendado pela NBR 8800/86, o efeito da força axial na rigidez das barras tem sido admitido pequeno. Na grande maioria dos casos isto é verdade, mas em algumas situações o efeito da força axial na rigidez das barras passa a ser significativo. Segundo JOHNSTON [6], para edifícios altos, é recomendado que $\sqrt{Pl^2/EI}$ seja calculado para as colunas adotadas e se exceder 0,9 uma análise seja feita que inclua a influência da força axial sobre a rigidez das colunas. (No tratamento matemático que se dará ao problema neste trabalho, este efeito já estará sendo sempre considerado).

CAPÍTULO III

EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA EM SEGUNDA-ORDEM

3.1 - INTRODUÇÃO

Após a visão geral sobre o comportamento dos pórticos planos e sentindo a necessidade de se fazer a análise elástica em segunda-ordem nos pórticos de aço, principalmente após o advento da NBR 8800/86, encaminha-se agora para a solução do problema usando a análise matricial, visando a elaboração de um "software" para microcomputadores. Sendo assim, o tratamento que aqui será dado ao método de análise em segunda-ordem deverá ser bastante apurado e ainda bastante simples para o uso prático em escritórios.

A análise considerará o efeito da força axial no cálculo dos coeficientes de rigidez das barras, sendo que a matriz de rigidez faz uso, então, das conhecidas funções de estabilidade. Logo, as equações obtidas são algébricas não-lineares e processos iterativos são necessários para se encontrarem as soluções. Contudo o número de iterações deverá ser pequeno dentro de análise que será feita.

3.2 - INFLUÊNCIA DA FORÇA AXIAL NA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UMA BARRA

Sabe-se que para uma barra AB, prismática, com módulo de elasticidade E , área da seção transversal A_x , momento de inércia I_z , em relação ao eixo z , e comprimento L , a matriz de rigidez $[r]$, referida ao sistema de coordenadas da Fig. 3.1, tem a forma apresentada na equação (3.1), quando não se considera a influência da força axial.

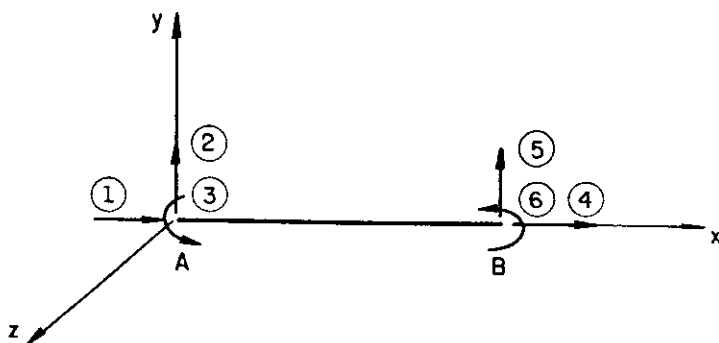


Fig. 3.1 - Sistema de coordenadas de uma barra

$[r] =$

$\frac{EA_x}{L}$	0	0	$-\frac{EA_x}{L}$	0	0
$\frac{12EI_z}{L^3}$	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$-\frac{12EI_z}{L^3}$	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0
$\frac{4EI_z}{L}$	0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	$\frac{2EI_z}{L}$	0
$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
$\frac{12EI_z}{L^3}$	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0
$\frac{4EI_z}{L}$	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$	0	0

SIMÉTRICO

(3.1)

Quando se considera a influência de uma força axial P , constante, de compressão ou tração, atuando nesta mesma barra AB , os elementos da matriz de rigidez $[r]$ passam a depender desta força P e podem ser calculados através de um pequeno número de coeficientes como se verá a seguir.

3.2.1 - Força axial de compressão

a) Coeficientes "S" e "C"

Considere-se a barra reta AB da Fig. 3.2(a). Há uma compressão axial P .

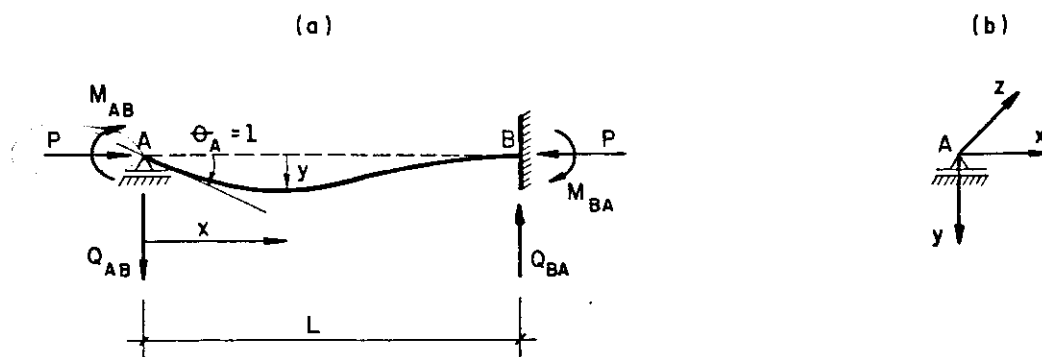


Fig. 3.2 - Esforços na barra com deslocamento θ_A e orientação positiva para os eixos (P de compressão).

Adotando-se a convenção clássica para os momentos fletores (tração na borda inferior positivo) e com o sistema de referência da Fig. 3.2(b) conhece-se a equação diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M}{EI_z} \quad (3.2)$$

onde
$$M = M_{AB} + Py - Q_{AB}x \quad (3.3)$$

A Fig. 3.2(a) mostra os sentidos corretos dos esforços que atuam na barra. Mais tarde os resultados aqui obtidos serão adaptados à convenção de sinais da Fig. 3.1.

$$\text{Portanto, } \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{EI_z} (M_{AB} + P_y - Q_{AB}x)$$

Sendo $Q_{AB} = Q_{BA} = Q$, vem:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI_z} y = -\frac{M_{AB}}{EI_z} + \frac{Q}{EI_z} x$$

$$\text{Fazendo a transformação } \frac{P}{EI_z} = k^2 \quad (3.4)$$

podemos escrever:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y = -\frac{M_{AB}}{EI_z} + \frac{Q}{EI_z} x \quad (3.5)$$

cuja solução geral é:

$$y = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + \frac{Q}{P} x - \frac{M_{AB}}{P} \quad (3.6)$$

Para a barra AB, da Fig. 3.2(a), as condições de contorno são:

$$1) \text{ Para } x = 0 \rightarrow \begin{cases} y = y_A = 0 \\ \frac{dy}{dx} = \theta_A = 1 \end{cases}$$

$$2) \text{ Para } x = L \rightarrow \begin{cases} y = y_B = 0 \\ \frac{dy}{dx} = \theta_B = 0 \end{cases}$$

Com estas quatro condições de contorno calculam-se as quatro incógnitas do problema, C_1 , C_2 , M_{AB} e Q , em função da força axial P .

Seja P_e tal que:
$$P_e = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \quad (3.7)$$

e μ tal que:
$$\mu = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_e}} \quad (3.8)$$

Das equações (3.4), (3.7) e (3.8) tiramos que

$$k = \frac{2\mu}{L} \quad (3.9)$$

A solução geral fica então:

$$y = C_1 \cos \frac{2\mu}{L} x + C_2 \sin \frac{2\mu}{L} x + \frac{Q}{P} x - \frac{M_{AB}}{P} \quad (3.10)$$

Usando-se as condições de contorno, determinam-se:

$$C_1 = \frac{M_{AB}}{P} \quad (3.11)$$

$$C_2 = \frac{(P-Q)L}{2P\mu} \quad (3.12)$$

$$M_{AB} = \left(\frac{1-2\mu \cot 2\mu}{\operatorname{tg} \mu - \mu} \right) \mu \frac{EI_z}{L} \quad (3.13)$$

$$Q = \left(\frac{2\mu - \operatorname{sen} 2\mu}{\operatorname{sen} 2\mu - 2\mu \cos 2\mu} + 1 \right) \left(\frac{1-2\mu \cot 2\mu}{\operatorname{tg} \mu - \mu} \right) \mu \frac{EI_z}{L^2} \quad (3.14)$$

Chamando

$$S = \left(\frac{1-2\mu \cot 2\mu}{\operatorname{tg} \mu - \mu} \right) \mu \quad (3.15)$$

$$C = \frac{2\mu - \operatorname{sen} 2\mu}{\operatorname{sen} 2\mu - 2\mu \cos 2\mu} \quad (3.16)$$

Obs: Estes coeficientes, S e C, assim definidos, têm significados diferentes dos coeficientes S e C da pág. 17.

E voltando à Fig. 3.2(a)

$$M_{AB} = S \frac{EI_z}{L} \theta_A, \quad \text{para } \theta_A = 1$$

$$M_{AB} = S \frac{EI}{L} z \quad (3.17)$$

$$M_{BA} = SC \frac{EI}{L} z \quad (3.18)$$

$$Q = Q_{AB} = Q_{BA} = S(1+C) \frac{EI}{L^2} z \quad (3.19)$$

Os coeficientes S e C são assim definidos e analisando-se as equações (3.15) e (3.16) observa-se que eles só dependem da relação entre P (força axial atuante) e P_e (carga crítica de Euler, supondo a barra AB bi-articulada).

b) Coeficiente "m"

Para o cálculo deste coeficiente, toma-se agora a barra AB conforme a Fig. 3.3, onde se aplica uma translação unitária no apoio A.

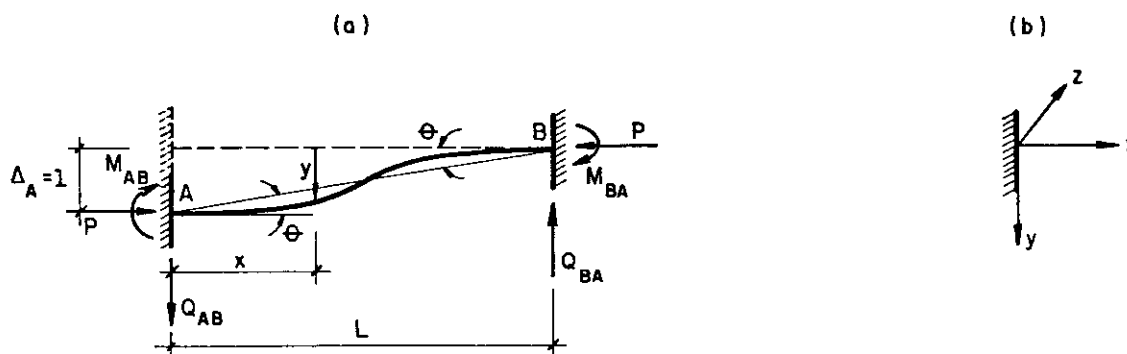


Fig. 3.3 - Esforços na barra com deslocamento Δ_A e orientação positiva para os eixos.

Neste caso, para se determinarem os valores de M_{AB} , M_{BA} , Q_{AB} e Q_{BA} e, conseqüentemente, o valor do coeficiente m, serão usadas as equações de equilíbrio e os resultados da formulação anterior.

$$\sum V = 0 \rightarrow Q_{AB} - Q_{BA} = 0 \rightarrow Q_{AB} = Q_{BA} = Q \quad (3.20)$$

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow M_{AB} - P \cdot \Delta_A - Q_{AB} \cdot L + M_{BA} = 0$$

de (3.20) e sendo $\Delta_A = 1$, vem que:

$$M_{AB} + M_{BA} - P = QL$$

$$Q = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} - \frac{P}{L} \quad (3.21)$$

Admitindo-se que os apoios A e B tenham sofrido o giro $\theta_A = \theta_B = \theta = \frac{\Delta_A}{L} = \frac{1}{L}$ e usando-se as equações (3.17) e (3.18), teremos

$$M_{AB} = S \frac{EI_z}{L} \theta_A + SC \frac{EI_z}{L} \theta_B = (S+SC) \frac{EI_z}{L} \cdot \frac{1}{L}$$

$$M_{AB} = S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} \quad (3.22)$$

$$M_{BA} = M_{AB} = S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} \quad (3.23)$$

$$\text{Sendo } P_e = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_e}}$$

$$\mu^2 = \frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{P}{P_e} \rightarrow P = \frac{4\mu^2 P_e}{\pi^2} \rightarrow P = \frac{4\mu^2}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}$$

$$P = \frac{4\mu^2 EI_z}{L^2} \quad (3.24)$$

Levando estes valores na expressão de Q, equação (3.21)

$$Q = \frac{2S(1+C)EI_z}{L^3} - \frac{4\mu^2 EI_z}{L^3}$$

$$Q = [2S(1+C) - 4\mu^2] \frac{EI_z}{L^3} \quad (3.25)$$

$$\text{Chamando } m = [2S(1+C) - 4\mu^2] \quad (3.26)$$

$$\text{fica } Q = m \frac{EI}{L^3} \quad (3.27)$$

Observando-se a equação (3.26) verifica-se que o coeficiente m só depende da relação P/P_e , uma vez que é função de S , C e μ que por sua vez só dependem daquela relação.

Uma vez calculados os coeficientes S , C , m , pode-se agora obter a matriz de rigidez completa do elemento influenciado pela força axial de compressão P . Essa matriz será denominada $[r^*]$.

c) Determinação da matriz de rigidez de uma barra sujeita à força axial de compressão

Na determinação desta matriz $[r^*]$ será usado o sistema de coordenadas locais indicado na Fig. 3.1 e sabe-se da análise matricial que, para a determinação dos coeficientes de uma coluna genérica j , da matriz de rigidez $[r^*]$, impõe-se um deslocamento unitário na direção j , mantendo nulos os deslocamentos segundo todas as outras direções. Os elementos r_{ij}^* corresponderão aos esforços em cada uma das direções i , necessários para manter tal configuração de deslocamentos. Proceder-se assim, coluna por coluna.

C.1 - 1ª e 4ª colunas de $[r^*]$

Neste caso, estas colunas coincidem com aqueles da matriz $[r]$ da equação (3.1), pois esteja ou não P atuando na barra AB da Fig. 3.4, os valores dos coeficientes r_{ij} e r_{ij}^* serão os mesmos já que para produzir a variação de deformação $\Delta = 1$ no comprimento AB , é necessário um esforço $\frac{EAx}{L}$, considerando-se que o material esteja no regime elástico.

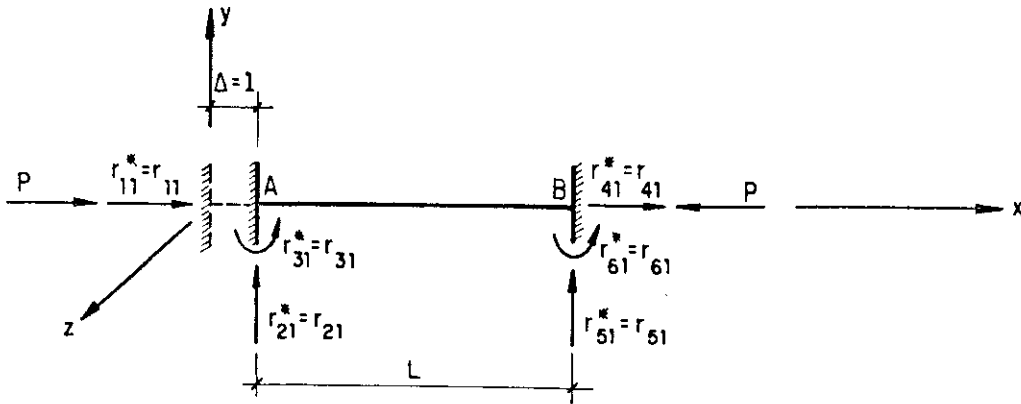


Fig. 3.4 - Elementos r_{i1}^* da matriz $[r^*]$

$$\left. \begin{aligned} r_{11}^* = r_{11} = \frac{EA_x}{L} & ; r_{21}^* = r_{21} = 0 ; r_{31}^* = r_{31} = 0 \\ r_{41}^* = r_{41} = -\frac{EA_x}{L} & ; r_{51}^* = r_{51} = 0 ; r_{61}^* = r_{61} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

c.2) 2ª coluna de $[r^*]$

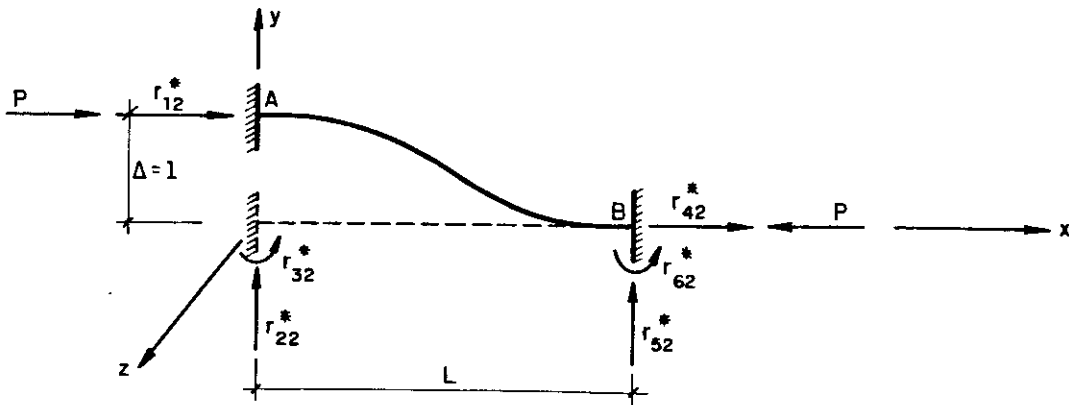


Fig. 3.5 - Elementos r_{i2}^* da matriz $[r^*]$

Introduzindo-se os coeficientes S , C , m , através das equações (3.22), (3.23) e (3.27), tem-se:

$$\left. \begin{aligned} r_{12}^* = 0 & ; r_{22}^* = m \frac{EI_z}{L^3} ; r_{32}^* = S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} \\ r_{42}^* = 0 & ; r_{52}^* = -m \frac{EI_z}{L^3} ; r_{62}^* = S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Obs: Apesar de a barra AB estar submetida a uma força axial P, encontra-se $r_{12}^* = r_{42}^* = 0$. Isto acontece porque r_{12}^* e r_{42}^* são forças que aparecem devido à variação de comprimento (deformação axial) da barra, que no caso é su posto nulo, por se desprezarem as deformações axiais devidas à flexão.

e.3) 3ª coluna de $[r^*]$

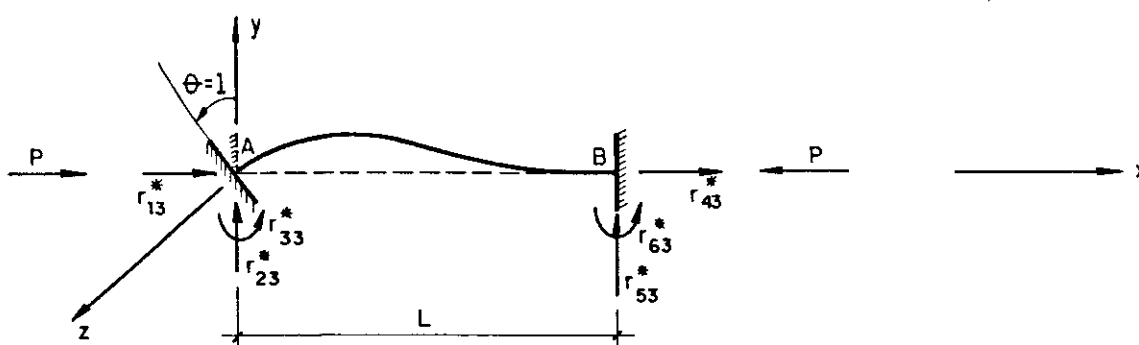


Fig. 3.6 - Elementos r_{i3}^* da matriz $[r^*]$

Com os coeficientes S, C, através das equações (3.17), (3.18), (3.19), constrói-se:

$$\left. \begin{aligned} r_{13}^* &= 0 ; & r_{23}^* &= S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} ; & r_{33}^* &= S \frac{EI_z}{L} \\ r_{43}^* &= 0 ; & r_{53}^* &= -S(1+C) \frac{EI_z}{L^2} ; & r_{63}^* &= SC \frac{EI_z}{L} \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

As colunas 5 e 6 são análogas às colunas 2 e 3, considerando-se os sinais adequados para cada caso.

Obtém-se assim a matriz $[r^*]$ conforme equação (3.31)

$$[r^*] = \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{|c|} \hline \frac{EA}{L} x \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline m \frac{EI}{L^3} z \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline S \frac{EI}{L} z \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \frac{EA}{L} x \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline m \frac{EI}{L^3} z \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline S \frac{EI}{L} z \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -\frac{EA}{L} x \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline S(1+C) \frac{EI}{L^2} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -m \frac{EI}{L^3} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -S(1+C) \frac{EI}{L^2} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline SC \frac{EI}{L} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \frac{EA}{L} x \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline m \frac{EI}{L^3} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -S(1+C) \frac{EI}{L^2} z \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline S \frac{EI}{L} z \\ \hline \end{array} \end{array}$$

SIMÉTRICO

(3.31)

3.2.2 - Força axial de tração

Deve-se verificar agora o que acontece com a matriz de rigidez, quando a força P é de tração.

a) Coeficientes S' e C'

Seja a barra AB, carregada axialmente pela força P de tração conforme a Fig. 3.7(a)

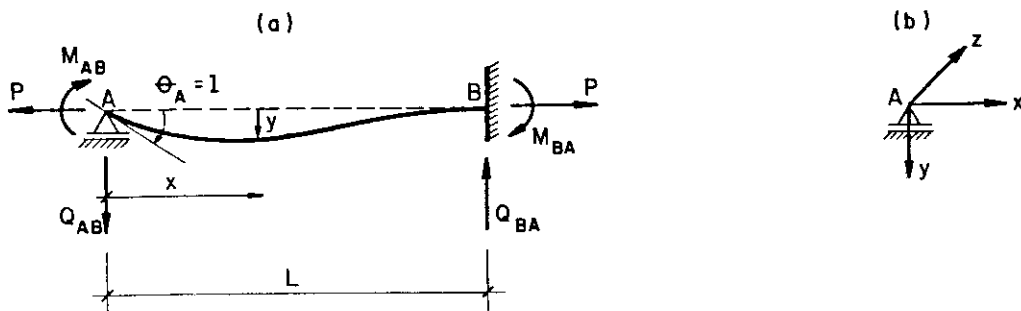


Fig. 3.7 - Esforços na barra com deslocamento θ_A e orientação positiva para os eixos (P é de tração).

Fazendo-se estudo análogo ao caso da determinação de S e C quando P era de compressão, (item 3.2.1a), teremos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M}{EI_z} \quad , \quad \text{onde}$$

$$M = M_{AB} - Py - Q_{AB}x \quad (3.32)$$

Sendo $Q_{AB} = Q_{BA} = Q$ e chamando $k^2 = \frac{P}{EI_z}$, temos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - k^2y = \frac{Q}{EI_z} x - \frac{M_{AB}}{EI_z} \quad (3.33)$$

cuja solução geral é:

$$y = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} - \frac{Q}{P} x + \frac{M_{AB}}{P} \quad (3.34)$$

Usando a transformação da equação (3.9), $k = \frac{2\mu}{L}$, a solução geral fica então:

$$y = C_1 e^{\frac{2\mu}{L} x} + C_2 e^{-\frac{2\mu}{L} x} - \frac{Q}{P} x + \frac{M_{AB}}{P}$$

Usando-se as condições de contorno que são as mesmas consideradas no caso de compressão, determinam-se as constantes C_1 , C_2 e os valores de M_{AB} e Q .

$$C_1 = \frac{L}{4\mu} + \frac{QL}{4\mu P} - \frac{M_{AB}}{2P} \quad (3.35)$$

$$C_2 = - \frac{L}{4\mu} - \frac{QL}{4\mu P} - \frac{M_{AB}}{2P} \quad (3.36)$$

$$M_{AB} = \left(\frac{1 - 2\mu \operatorname{cotgh} 2\mu}{\operatorname{tgh} \mu - \mu} \right) \mu \frac{EI_z}{L} \quad (3.37)$$

$$Q = \left(\frac{2\mu - \sinh 2\mu}{\sinh 2\mu - 2\mu \cosh 2\mu} + 1 \right) S' \frac{EI}{L^2} z \quad (3.38)$$

Chamando

$$S' = \left(\frac{1 - 2\mu \operatorname{cotgh} 2\mu}{\operatorname{tgh} \mu - \mu} \right) \mu \quad (3.39)$$

$$C' = \frac{2\mu - \sinh 2\mu}{\sinh 2\mu - 2\mu \cosh 2\mu} \quad (3.40)$$

Comparando-se as equações (3.15) e (3.16) com as equações (3.39) e (3.40), nota-se que os coeficientes S e C para P de compressão e S' e C' para P de tração têm semelhança formal, bastando substituir as funções trigonométricas pelas hiperbólicas do mesmo nome.

Voltando à Fig. 3.7(a), são determinados:

$$M_{AB} = S' \frac{EI}{L} z \quad (3.41)$$

$$M_{BA} = S' C' \frac{EI}{L} z \quad (3.42)$$

$$Q = Q_{AB} = Q_{BA} = S' (1 + C') \frac{EI}{L^2} z \quad (3.43)$$

b) Coeficiente m'

Para o cálculo deste coeficiente, o processo é análogo ao caso da determinação de m com força de compressão, bastando alterar a equação (3.21) que vem de :

$$\Sigma M_B = 0 \quad \rightarrow \quad M_{AB} + P \cdot \Delta_A - Q_{AB} \cdot L + M_{BA} = 0 \quad , \quad \text{e chega-se à:}$$

$$Q = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} + \frac{P}{L} \quad (3.44)$$

Após tratamento análogo, determina-se:

$$Q = [2S'(1+C') + 4\mu^2] \frac{EI}{L^3} z$$

Chamando $m' = [2S'(1+C') + 4\mu^2]$ (3.45)

Resulta então para a barra da Fig. 3.3(a) com P de tração:

$$M_{AB} = M_{BA} = S'(1+C') \frac{EI}{L^2} z$$
 (3.46)

$$Q = m' \frac{EI}{L^3} z$$
 (3.47)

Conclui-se portanto, que a matriz de rigidez para a barra AB com força axial de tração P é a mesma [r*] da equação (3.31), observando-se entretanto, que se P for de compressão, os coeficientes S, C, m devem ser calculados com as equações (3.15), (3.16) e (3.26) e se P for de tração estes coeficientes devem ser calculados através das equações (3.39), (3.40) e (3.45).

3.3 - CONSEQUÊNCIAS DA FORMULAÇÃO ADOTADA

3.3.1 - Instabilidade numérica nas equações

Do equacionamento adotado na seção 3.2 obteve-se a matriz de rigidez de uma barra prismática sujeita à forças axiais de compressão ou tração, eq.(3.31).

Observa-se que, com aquela formulação, a matriz é diferente se a força axial P é de compressão ou de tração. Além disso, se a força axial aproxima-se de zero, os coeficientes de estabilidade tornam-se indefinidos, causando instabilidade numérica na análise estrutural. Sendo assim, três ti

pos diferentes de matriz de rigidez devem ser usadas conforme o valor da força axial, para evitar dificuldades numéricas. Estes três tipos seriam: um tipo para P de compressão, com os coeficientes S, C e m da eq.(3.31) calculados com as equações (3.15), (3.16) e (3.26), outro tipo, quando P é de tração, com os coeficientes calculados através das equações (3.39), (3.40) e (3.45), e finalmente, o terceiro tipo quando P aproxima de zero, para evitar instabilidade numérica, conforme eq.(3.1).

Esta instabilidade numérica pode ser verificada da seguinte forma:

a) Quando a força axial P é de compressão os coeficientes podem ser expressos por:

$$S = \left(\frac{1-2\mu \cotg 2\mu}{\operatorname{tg} \mu - \mu} \right) \mu = \left(\frac{2\mu \cos 2\mu - \operatorname{sen} 2\mu}{-2\operatorname{sen}^2 \mu + \mu \operatorname{sen} 2\mu} \right) \mu \quad (3.48)$$

$$SC = \left(\frac{2\mu - \operatorname{sen} 2\mu}{2\operatorname{sen}^2 \mu - \mu \operatorname{sen} 2\mu} \right) \mu \quad (3.49)$$

$$S(1+C) = \left(\frac{2\mu \cos 2\mu - 2\mu}{-2\operatorname{sen}^2 \mu + \mu \operatorname{sen} 2\mu} \right) \mu \quad (3.50)$$

Os denominadores das equações (3.48) e (3.50) são os mesmos e diferem da equação (3.49) somente quanto ao sinal. Para se evitar problemas numéricos o denominador de quaisquer das três equações não pode se anular.

$$\begin{aligned} \text{Deve-se ter} \quad & 2\operatorname{sen}^2 \mu - \mu \operatorname{sen} 2\mu \neq 0 \\ & 2\operatorname{sen}^2 \mu - 2\mu \operatorname{sen} \mu \cos \mu \neq 0 \\ & 2\operatorname{sen} \mu (\operatorname{sen} \mu - \mu \cos \mu) \neq 0 \end{aligned}$$

$$\text{donde} \quad \operatorname{sen} \mu \neq 0 \quad , \quad \text{então} \quad , \quad \begin{cases} \mu \neq 0 \\ \mu \neq \pi \end{cases}$$

para as condições reais do problema.

Também $\text{sen}\mu - \mu \text{cos}\mu \neq 0$, donde $\text{tg}\mu \neq \mu$

Sendo $\mu = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_e}}$, estas três condições implicam em:

$$1. \mu \neq 0 \rightarrow \frac{P}{P_e} \neq 0$$

2. $\mu \neq \text{tg}\mu$, significa que devem-se evitar valores pequenos de μ , ou seja, valores de $\frac{P}{P_e}$ próximos de zero.

3. $\mu \neq \pi$ $\rightarrow \frac{P}{P_e} \neq 4$, ou seja , para as condições físicas do problema, deve-se ter $\frac{P}{P_e} < 4$.

Conclui-se que quando P é de compressão, as condições numéricas e físicas do problema exigem que a relação $\frac{P}{P_e}$ não possa ser zero e nem assumir valores próximos a zero, e também, deve-se ter $\frac{P}{P_e} < 4$.

b) Quando a força axial P é de tração, os coeficientes de estabilidade podem ser expressos por:

$$S' = \left(\frac{1 - 2\mu \text{cotgh}2\mu}{\text{tgh}\mu - \mu} \right) \mu = \left(\frac{2\mu \text{cosh}2\mu - \text{senh}2\mu}{-2\text{senh}^2\mu + \mu \text{senh}2\mu} \right) \mu \quad (3.51)$$

$$S'C' = \left(\frac{2\mu - \text{senh}2\mu}{2\text{senh}^2\mu - \mu \text{senh}2\mu} \right) \mu \quad (3.52)$$

$$S'(1+C') = \left(\frac{2\mu \text{cosh}2\mu - 2\mu}{-2\text{senh}^2\mu + \mu \text{senh}2\mu} \right) \mu \quad (3.53)$$

Fazendo-se um estudo análogo ao anterior, deve-se ter:

$$2\sinh^2\mu - \mu\sinh 2\mu \neq 0$$

$$2\sinh^2\mu - 2\mu\sinh\mu\cosh\mu \neq 0$$

$$2\sinh\mu(\sinh\mu - \mu\cosh\mu) \neq 0$$

ou seja, $\sinh\mu \neq 0$, implica em $\mu \neq 0$

$$\sinh\mu - \mu\cosh\mu \neq 0, \text{ donde } \mu \neq \operatorname{tgh}\mu$$

Estas duas condições indicam que deve-se evitar valores de $\frac{P}{P_e}$ iguais a zero e próximos a zero. Nota-se que neste caso, com P de tração, não há um limite teórico inferior para $\frac{P}{P_e}$.

Após estas verificações e considerando que no caso dos pórticos de edifícios as forças de tração raramente excedem as forças de compressão, pode-se concluir que:

1. $-4 < \frac{P}{P_e} < 4$, ou seja $|\frac{P}{P_e}| < 4$
2. Devem ser evitados valores de $\frac{P}{P_e}$ próximos a zero ao se usarem os coeficientes de estabilidade.

A tabela 3.1 ajuda a definir valores mínimos práticos para a relação P/P_e . Observando-se os resultados, principalmente os seus valores superiores, nota-se que para $\mu < 0,07$ ocorre uma oscilação maior nestes valores. Então, atendendo aos objetivos práticos do problema de edifícios admite-se que $\mu < 0,07$ deve ser evitado.

$$\text{De } \mu = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_e}} \rightarrow \frac{P}{P_e} = \frac{4}{\pi^2} \mu^2 \quad (3.54)$$

$$\text{para } \mu = 0,07 \rightarrow \frac{P}{P_e} \cong 0,0020$$

Ou seja, para barras com $\frac{P}{P_e} < 0,002$ não se deve usar os coeficientes de estabilidade e sim, adotar a matriz de rigidez obtida com $P = 0$.

μ	P/P_e	S	SC	S(1+C)	m
0,01	0,000041	4,085711	2,051428	6,137139	12,273878
		3,999947	2,000013	5,999960	11,999520
0,02	0,000162	4,008753	2,005426	6,014179	12,026758
		3,999787	2,000053	5,999840	11,998080
0,03	0,000365	4,000276	2,001173	6,001449	11,999297
		3,999520	2,000120	5,999640	11,995680
0,04	0,000648	3,995723	1,999956	5,995679	11,984958
		3,999147	2,000213	5,999360	11,992320
0,05	0,001013	4,004301	2,004300	6,008601	12,007202
		3,998667	2,000334	5,999000	11,988000
0,06	0,001459	3,994411	1,999482	5,993894	11,973387
		3,998080	2,000480	5,998560	11,982720
0,07	0,001986	4,002051	2,003246	6,005298	11,990994
		3,997386	2,000654	5,998040	11,976480
0,08	0,002594	3,997833	2,001803	5,999637	11,973673
		3,996586	2,000854	5,997439	11,969280
0,09	0,003283	3,997688	2,002226	5,999914	11,967428
		3,995678	2,001081	5,996759	11,961120
0,10	0,004053	3,995962	2,002106	5,998068	11,956136
		3,994664	2,001335	5,995999	11,952000

Nota: Os resultados superiores foram encontrados usando-se o computador IBM 4341 e os resultados inferiores através do micro PC Microtec XT.

Tab. 3.1 - Valores de S, SC, S(1+C), m para P/P_e próximo de zero.

3.3.2 - Procedimento iterativo

Da formulação adotada, que considera a influência da força axial na rigidez das barras e usa o processo dos

deslocamentos da análise matricial de barras, obtém-se um sistema de equações algébricas não-lineares e, conseqüentemente, um procedimento iterativo é necessário para resolver o sistema de equações resultante.

A solução destas equações exige iteração somente para cálculo dos deslocamentos nodais. Isto porque estas equações são não-lineares somente em termos de força axial P_a , que têm uma relação linear com os deslocamentos dos nós.

A expressão do sistema de equações do processo dos deslocamentos é conhecida:

$$\{F\} = [R]\{u\} \quad (3.55)$$

onde: $\{F\}$ é o vetor das forças externas

$\{u\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais

$[R]$ é a matriz de rigidez global da estrutura que é obtida da contribuição de cada barra da estrutura.

Por sua vez, cada barra que compõe o sistema estrutural tem a equação:

$$\{P\}_i = [r(P_{ai})]_i \{\delta\}_i \quad i = 1, \text{ n}^\circ \text{ de barras} \quad (3.56)$$

onde: $\{P\}_i$ é o vetor das forças internas de cada barra que tem um dos elementos igual a P_{ai} .

$\{\delta\}_i$ é o vetor das deformações de cada barra, que está relacionado com os deslocamentos nodais através de $\{\delta\}_i = [\beta]_i \{u\}$.

$[r(P_{ai})]_i$ é a matriz de rigidez de cada barra, função da força axial P_a que atua sobre ela e que por sua vez é função de u .

$$\text{Logo, } \{F\} = [R(\{P_a\})]\{u\} \quad (3.57)$$

tratando-se de um sistema de equações não-lineares, uma vez que $\{P_a\}$ é função de u .

Para se obter uma solução convergente, o procedimento iterativo é continuado até que as forças desequilibradas ficam dentro de uma tolerância pré-estabelecida. Tal iteração é essencial para problemas não lineares. Contudo, é desejável reduzir o número de ciclos de iteração tão logo a solução obtida seja "exata" o bastante para ser aplicada ao cálculo prático.

Considerando que as equações obtidas são não-lineares somente em termos da força axial P_a e que P_a não é muito influenciado pela mudança de geometria (caso dos pórticos dos edifícios), é de se esperar que o procedimento iterativo nas forças normais levará à uma solução rápida e eficiente para aplicação ao cálculo prático.

Isto acontece porque sendo P_a uma função linear dos deslocamentos, a convergência das forças axiais implica na convergência dos deslocamentos e no equilíbrio das forças desbalanceadas.

Uma descrição rápida do processo iterativo será feita a seguir, e a Fig. 3.8 ilustra o método usado.

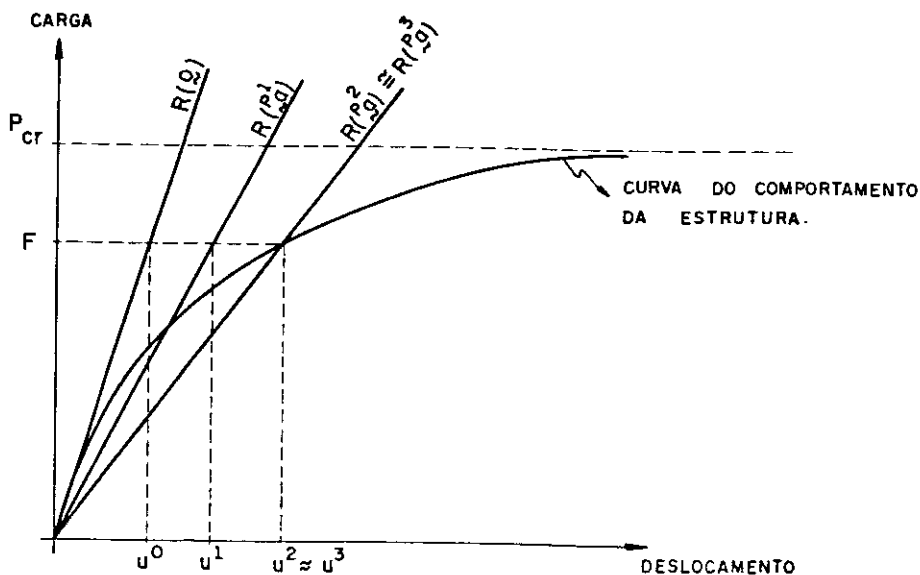


Fig. 3.8 - Ilustração do método iterativo direto usado.

Pode ser dito que, inicialmente, o método faz uso do resultado da análise em primeira-ordem para avaliar as forças axiais que formam os termos não-lineares e em seguida processa-se a análise em segunda-ordem propriamente dita. Ou seja, com $\{P_a\}^0 = 0$, calcula-se $[R(\{P_a\}^0)] = [R(0)]$. Levando na equação de rigidez da estrutura, $\{F\} = [R(0)]\{u\}$, determina-se $\{u\}^0$. Admite-se que um elemento deste vetor seja u^0 .

Sendo $\{\delta\}_i^0 = [\beta]_i \{u\}^0$, calcula-se para cada barra $\{P\}_i = [r(0)]_i \{\delta\}_i^0$.

donde se tira $P_{ai} = P_{ai}^1 \neq 0$ (força axial na barra).

Seguindo o processo esquematicamente, tem-se:

$$\text{para } P_{ai} = P_{ai}^1 \neq 0 \rightarrow [R(\underline{P}_a^1)] \rightarrow \{F\} = [R(\underline{P}_a^1)]\{u\}^1 \rightarrow u^1$$

$$\downarrow$$

$$\{P\}_i = [r(P_{ai}^1)]_i \{\delta\}_i^1 \rightarrow P_{ai} = P_{ai}^2 \neq 0$$

Admite-se nesta passagem, P_{ai}^1 de compressão e $u^1 > u^0$ pois há diminuição de rigidez da estrutura.

Comparando-se P_{ai}^2 com P_{ai}^1 , supõe-se para efeito didático, $(P_{ai}^2 - P_{ai}^1) >$ tolerância pré-estabelecida.

Deve-se então, continuar o processo:

$$\text{com } P_{ai} = P_{ai}^2 \neq 0 \rightarrow [R(\underline{P}_a^2)] \rightarrow \{F\} = [R(\underline{P}_a^2)]\{u\}^2 \rightarrow u^2 > u^1$$

$$\downarrow$$

$$\{P\}_i = [r(P_{ai}^2)]_i \{\delta\}_i^2 \rightarrow P_{ai} = P_{ai}^3 = 0$$

Comparando-se P_{ai}^3 com P_{ai}^2 , admite-se que $(P_{ai}^3 - P_{ai}^2) <$ tolerância, ou seja, $P_{ai}^3 \approx P_{ai}^2$. Neste momento cessa o processo iterativo pois os deslocamentos convergiram e os esforços estão equilibrados.

Confirmando, tem-se:

com $P_{ai} = P_{ai}^3 \neq 0 + [R(P_{\bar{a}}^3)] \cong [R(P_{\bar{a}}^2)]$ e $\{F\} = [R(P_{\bar{a}}^3)]\{u\}^3$.

Sendo o vetor $\{F\}$ sempre o mesmo, conclui-se que $\{u\}^3 \cong \{u\}^2$.

De $\{P\}_i = [r(P_{ai}^3)]_i \{\delta\}_i^3$, determina-se $P_{ai} = P_{ai}^4 \neq 0$

Sendo $[r(P_{ai}^3)]_i \cong [r(P_{ai}^2)]_i$ e $\{\delta\}_i^3 \cong \{\delta\}_i^2$, conclui-se que

$P_{ai}^4 \cong P_{ai}^3$ e o processo está paralisado.

O resultado final convergiu em $\{F\} = [R(P_{\bar{a}}^2)]\{u\}^2$ e equilibrou com $\{P\}_i = [r(P_{ai}^2)]_i \{\delta\}_i^2$ com $P_{ai} = P_{ai}^3$.

Um último aspecto que deve ser abordado em todo este processo é o fato de que, por estar se buscando a convergência na força normal de cada barra, a matriz de rigidez de cada uma delas deve ser sempre determinada, sendo portanto necessário se preocupar com os problemas numéricos anteriormente levantados, pois as barras com relação P_a/P_e muito pequena poderiam causar dificuldades no processo iterativo.

De fato, em alguns casos estudados, observou-se que o número de iterações crescia quando se verificava a convergência em barras com relação P_a/P_e muito pequena. Contudo, observou-se também, que as barras com relação P_a/P_e maiores não tinham seus valores praticamente alterados de um ciclo para outro de cálculo. O que ficou claro foi a dificuldade de convergência das barras com esforço normal pequeno sem, entretanto, alterar sensivelmente os resultados da análise no que dizia respeito aos deslocamentos e esforços considerados mais "importantes".

Do estudo realizado no item 3.3.1, conclui-se que valores de μ menores que 0,07 devem ser evitados, o que implica em se evitar $P_a/P_e < 2.10^{-3}$. Então, ao se fazer o teste de convergência na força axial P_a , tem-se dois grupos de barras:

1) Barras com $P_a/P_e \geq 2.10^{-3}$

2) Barras com $P_a/P_e < 2.10^{-3}$

Verificou-se ser necessário fazer o teste de convergência a penas para as barras do primeiro grupo, pois os erros cometidos nas barras com $P_a < 0,002 P_e$ são irrelevantes dentro do contexto prático do problema que ora se estuda. Com isto, se consegue aumentar a velocidade do processo iterativo sem afetar os resultados da análise.

CAPÍTULO IV

O PROGRAMA

4.1 - INTRODUÇÃO

Com o objetivo de se conhecer o comportamento dos pórticos planos metálicos considerando-se a análise elástica em segunda-ordem, o trabalho tem sido apresentado até o momento conforme as seguintes fases.

Numa primeira fase, foi feita uma análise qualitativa do problema com o intuito de se colocar inicialmente a necessidade do seu estudo e os conceitos básicos inerentes ao assunto. Depois, analisou-se o problema quantitativamente, aproveitando-se de um modelo simples, com a finalidade de se firmar bem os conceitos iniciais e de se conhecer bem o comportamento destas estruturas. Foram estudados métodos teóricos de análise que procuram explicar o comportamento real daquelas estruturas. E finalmente, com o objetivo de se resolverem os problemas práticos que geralmente são bem mais complexos do que aquele modelo simples apresentado, foi desenvolvido um estudo utilizando análise matri-

cial visando a programação em micro-computadores, com o objetivo de se obter um programa eficiente, cujos resultados fossem bastante precisos, ainda simples de ser usado mesmo em pequenos escritórios de cálculo e que fornecesse os dados necessários para um bom dimensionamento e projeto dos pórticos planos (esforços solicitantes nas barras do pórtico, deslocamento dos pontos da estrutura, reações nos apoios, etc.).

É conveniente então, que se reiterem aqui, as hipóteses que foram feitas para a análise do problema. A análise feita considera o equilíbrio da estrutura na posição deformada, admitindo comportamento sempre elástico e regime de pequenos deslocamentos (análise elástica em segunda-ordem). A estrutura é plana com cargas atuantes no seu plano, as barras são prismáticas com dupla simetria; com isto não se admitem deslocamentos fora do plano da estrutura e nem a ocorrência de flambagem lateral por torção.

São consideradas as deformações axiais das barras, a influência da força normal na rigidez à flexão destas e o efeito interativo das forças axiais com os deslocamentos dos nós (o chamado efeito PA), no equacionamento do problema.

A finalidade maior do programa é então fazer a análise elástica em segunda-ordem para pórticos planos, e para isto ele oferece alguns recursos que serão mostrados no decorrer deste capítulo e no capítulo seguinte.

Resumidamente, poderíamos adiantar que o programa oferece os resultados em primeira-ordem (deslocamentos dos nós da estrutura, esforços solicitantes nas extremidades das barras e reações de apoio) e em seguida os resultados em segunda-ordem. Como o programa permite o processamento de um número qualquer de carregamentos, pode-se, com facilidade, uma vez obtidos os resultados, traçar gráficos PARÂMETROS DE CARGA x DESLOCAMENTO para se conhecer melhor o comportamento da estrutura. Se o carregamento é monotonamente crescente desde zero e representa o histórico do carregamento na estrutura, uma vez traçado o gráfico, pode-se estimar o valor da carga crítica P_{cr} , que corresponderá a grandes des

locamentos da estrutura. Estes deslocamentos tendem ao infinito quando P tende a P_{cr} . Outro dado importante que se pode tirar do gráfico neste caso, é o valor, também estimado, da carga que corresponde à formação das primeiras rótulas plásticas, PL_2 , que representa o limite elástico da estrutura. Esta carga é importante, pois ela corresponde a um limite inferior da resistência do pórtico. Segundo alguns autores, por exemplo, JOHNSTON [6], nos casos reais da prática a carga última do pórtico, que leva a estrutura ao colapso, fica em torno de 15% acima de PL_2 , quando o carregamento é proporcional.

Como são apresentados resultados em primeira e segunda-ordem, estudos comparativos destas análises também podem ser feitos.

Como observação final nesta introdução, convém lembrar ao leitor que embora o uso do programa e obtenção dos resultados sejam de fácil acesso, é conveniente uma leitura atenta do trabalho, principalmente nos capítulos II, IV e V para que a finalidade seja atingida, isto é, um bom conhecimento teórico sobre o assunto de maneira que o uso prático seja feito corretamente.

4.2 - RESTRIÇÕES

- O programa foi escrito em linguagem de programação FORTRAN dentro das padronizações do FORTRAN 77.

- Da maneira como está apresentado, o programa resolve estruturas com até 85 nós, 150 barras, e 10 tipos de barras com propriedades geométricas (SX, IZ e ZX) diferentes, sendo que estas restrições podem ser alteradas, mudando-se os dimensionamentos das matrizes usadas no programa.

- O programa admite que todos os nós são rígidos, não havendo portanto liberações totais ou parciais nas junções de barras ou extremidades das mesmas. (Deve-se ressaltar, então, que as reais condições de vinculação que as ligações metálicas oferecem devem ser avaliadas pelo calculus

ta, baseado em sua experiência e outras informações de fontes confiáveis).

- Os esforços e deslocamentos que aparecem na estrutura provenientes de recalques, variação de temperatura, deformações iniciais, apoios elásticos, não são considerados nesta versão do programa.

- Os carregamentos são considerados estáticos, sendo que os carregamentos repetidos, efeitos dinâmicos, carga e descarga, efeitos de acomodação não fazem parte desta análise.

- Os dimensionamentos das matrizes usadas no programa são apresentados a seguir. As definições das variáveis utilizadas são dadas no item seguinte, 4.3 - Variáveis do Programa.

Programa Principal

X (NJ); Y (NJ); SX (NTIPO); IZ (NTIPO); NI (NB); NF (NB) ;
TIPO (NB); L (NB); CX (NB); CY (NB); R (3*NJ;LF); RS (21);
RV (3*NJ); F (3*NJ); FO (3*NJ); PO (NB,6); RAP (3*NJ);
DS (6); PS (6); PEULER (NB); PAXIAL (NB); PAX2OR (NB);
P1 (NB); P2 (NB); P3 (NB); P4 (NB); P5 (NB); P6 (NB);
ZX (NTIPO); SIGMAY (NTIPO); PY (NB); MP (NB).

Subrotina RIG2

RS (21)

Subrotina ENGAP

PO (NB,6)

Subrotina SOLUC

R (3*NJ, LF) ; F (3*NJ)

- Outras restrições de caráter mais particulares do programa, como unidades a serem usadas, incidências de barras, carregamentos, etc, serão apresentadas no item 4.4 - MODO DE USAR O PROGRAMA (Informações sobre a entrada e saída de dados).

4.3 - VARIÁVEIS DO PROGRAMA

As variáveis serão definidas, segundo a ordem que aparecem na entrada de dados.

NB = número de barras da estrutura
NJ = número de nós da estrutura
NAP = número de apoios da estrutura
E = módulo de elasticidade do material
NC = número de carregamento atuantes na estrutura
X = coordenada do nó na direção global x
Y = coordenada do nó na direção global y
NTIPO = número de tipos de barras com propriedades geométricas diferentes (número de grupos de barras com SX, IZ, ZX, SIGMAY diferentes).
SX = área da seção transversal da barra
IZ = momento de inércia principal segundo o eixo Z
ZX = módulo plástico
SIGMAY = tensão de escoamento do aço
NI = nó inicial de uma barra
NF = nó final de uma barra
TIPO = número do grupo (de SX, IZ, ZX, SIGMAY) ao qual pertence a barra.
RV = restrição dos vínculos nodais
NNC = número de nós carregados
NBC = número de barras carregadas
F = ações externas aplicadas aos nós
CTIPO = número do tipo de carregamento atuante na barra
Q = valor da carga aplicada na barra

- A1 = distância da carga Q ao nó inicial da barra
- A2 = distância da carga Q ao nó final da barra
- LF = largura de faixa

4.4 - MODO DE USAR O PROGRAMA

(Informações sobre a entrada e saída de dados).

Neste item serão dadas todas as informações necessárias para a utilização do programa. Recomenda-se a leitura atenta.

4.4.1 - Sistema de eixos

Para uma correta entrada de dados e uma correta interpretação dos resultados é necessário definir os sistemas globais e locais de referência.

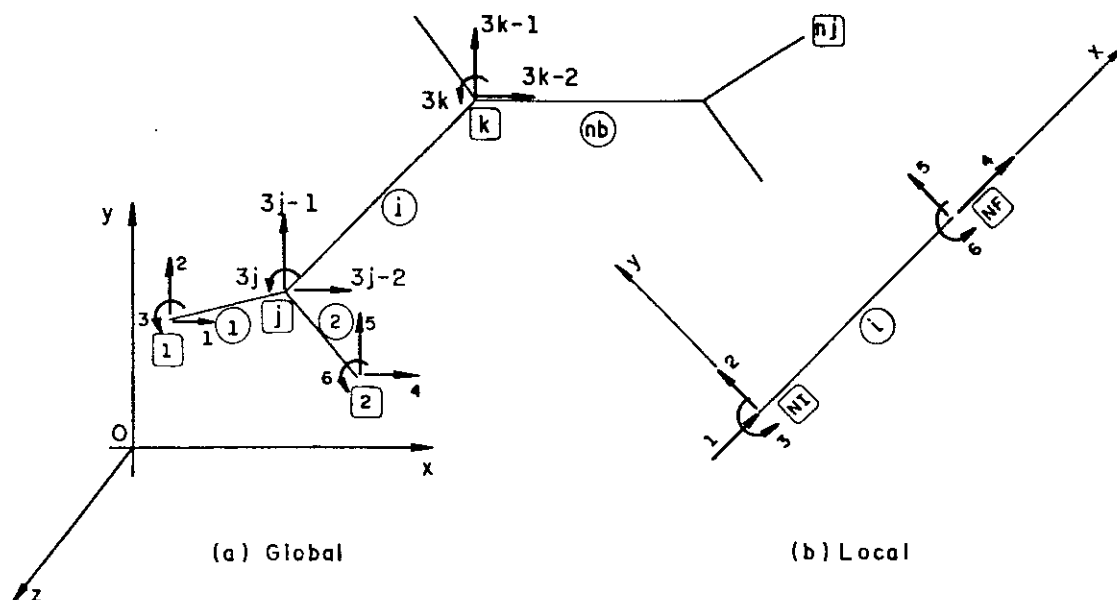


Fig. 4.1 - Sistemas de eixos para referências globais e locais. (Estrutura no plano xy).

Sistema global de referência

Definem-se os eixos X, Y, Z, conforme Fig. 4.1(a), que deixam a estrutura no 1º quadrante do plano XY, de forma a facilitar a interpretação de todos os dados.

Numeração dos nós

Os nós serão interpretados como todos aqueles pontos da estrutura dos quais se deseja obter algum resultado. Sendo assim, podem ser considerados nós os pontos de interseção de barras, os pontos de apoio, extremidades de balanços, pontos de variação de inércia, etc.

No caso de pórticos, não precisa haver sequência na numeração dos nós, mas deve-se procurar minimizar a diferença $|n_{j\text{final}} - n_{j\text{inicial}}|$ da barra que influi na largura de banda. Ver item 4.4.3(a).

Numeração das barras

As barras ficam definidas por dois nós consecutivos; também não precisa haver sequência na sua numeração.

$$\text{Tem-se então } \begin{cases} nj \text{ nós} & \rightarrow \text{nº de nós} \\ nb \text{ barras} & \rightarrow \text{nº de barras} \end{cases}$$

Coordenadas globais

Associam-se a cada nó as coordenadas possíveis, referentes aos deslocamentos possíveis de ocorrer (para o pórtico plano teremos três coordenadas por nó). Escolhem-se estas coordenadas segundo o sentido positivo dos eixos do sistema global de referência.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{coordenada horizontal} \rightarrow \text{positiva para a direita} \\ \hspace{15em} (\text{X positivo}) \\ \text{coordenada vertical} \rightarrow \text{positiva para cima} \quad (\text{Y} \\ \hspace{15em} \text{positivo}) \\ \text{coordenada de rota\c{c}o} \rightarrow \text{positiva segundo a re-} \\ \hspace{15em} \text{gra da m\~{a}o-direita} \quad (\text{Z} \\ \hspace{15em} \text{positivo}) \end{array} \right.$$

A numera\c{c}o das coordenadas seguir\~{a} o seguinte (Fig.4.1-a).

$$\text{N\~{O} 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{coord. X} \rightarrow 3.1-2 = 1 \\ \text{coord. Y} \rightarrow 3.1-1 = 2 \\ \text{coord. Z} \rightarrow 3.1 = 3 \end{array} \right.$$

$$\text{N\~{O} J} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{coord. X} \rightarrow 3.j-2 \\ \text{coord. Y} \rightarrow 3.j-1 \\ \text{coord. Z} \rightarrow 3.j \end{array} \right.$$

$$\text{N\~{O} K} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{coord. X} \rightarrow 3.k-2 \\ \text{coord. Y} \rightarrow 3.k-1 \\ \text{coord. Z} \rightarrow 3.k \end{array} \right.$$

Coordenadas locais de cada barra (Fig. 4.1-b)

Os eixos locais (sistema local de refer\~{e}ncia) s\~{a}o definidos por x na dire\c{c}o da barra (do n\~{o} inicial para o n\~{o} final), y perpendicular \~{a} barra (passando pelo n\~{o} inicial com sentido anti-hor\~{a}rio com x) e z perpendicular ao plano definido por xy (segundo a regra-da-m\~{a}o-direita).

As coordenadas locais s\~{a}o, ent\~{a}o, escritas segundo estes eixos (no caso de barra de p\~{o}rtico s\~{a}o tr\~{e}s coordenadas por n\~{o}).

4.4.2 - Entrada de dados

A entrada de dados será feita através de um arquivo de dados, "ENTRADA.DAD", em formato fixo, na sequência a seguir (ver as definições das variáveis no item 4.3).

1) NB , NJ , NAP , E , NC - 3I5 , F10.0 , I5

0		5		10		15		25		30
C	N	B	N	J	N	A	P	E	N	C
I5			I5		I5			F10.0		I5

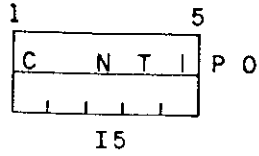
- Obs:
- Serão usadas estas duas linhas para estes dados. Na primeira linha o carácter C deve ser colocado na primeira coluna. Na segunda linha vêm os dados propriamente dito.
 - Nos formatos inteiros o preenchimento dos campos deve ser da direita para a esquerda, enquanto no formato real o preenchimento é livre.
 - As unidades mais apropriadas são tf e cm, podendo entretanto, outras unidades serem usadas.

2) J , X(J) , Y(J) - I5 , 2F10.0

0		5		15		25
C	J	X	Y	X	Y	Y
C						
C						
C						
I5		F10.0			F10.0	

- Obs:
- nº de linhas igual a 2*NJ, pois o carácter C deve estar sempre entre um dado e outro.
 - dados segundo o sistema global de referência.

3) NTIPO - I5



Obs: - nº de linhas igual a 2.

4) K, SX(K), IZ(K), ZX(K), SIGMAY(K) - I5, 4F10.0

nº do tipo		área	mom. de inércia	mód. plástico	tensão de escoam.
1	5	15	25	35	45
C	K	SX	IZ	ZX	SIGMAY
C					
I5	F10.0	F10.0	F10.0	F10.0	F10.0

Obs: - nº de linhas igual a 2*NTIPO (nº de grupos de barras com SX, IZ, ZX, SIGMAY diferentes).

5) I, NI(I), NF(I), TIPO(I) - 4I5

nº da barra	nó inicial	nó final	tipo	
1	5	10	15	20
C	I	NI	NF	TIP O
C				
I5	I5	I5	I5	

Obs: - nº de linhas igual a 2*NB
 - a incidência das barras deve ser sempre da esquerda para a direita e de baixo para cima, procurando sempre esta ordem.

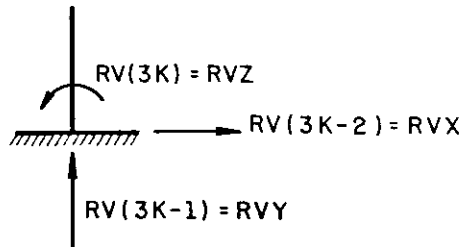
6) K, RV(3*K-2), RV(3*K-1), RV(3*K) - 4I5

nº do nó	vinc. x	vinc. y	vinc. à rotação	
1	5	10	15	20
C	K	R V X	R V Y	R V Z
C				

I5 I5 I5 I5

Obs: - nº de linhas igual a 2*NAP

$$\left\{ \begin{array}{l} RV(K) = 0 \rightarrow \text{deslocamento livre} \\ RV(K) = 1 \rightarrow \text{deslocamento impedido} \end{array} \right.$$



7) NNC, NBC - 2I5

1	5	10
C	N N C	N B C

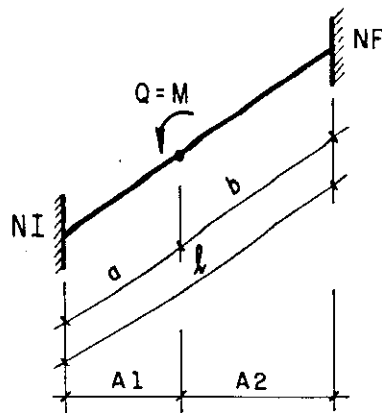
I5 I5

Obs: - nº de linhas igual a 2

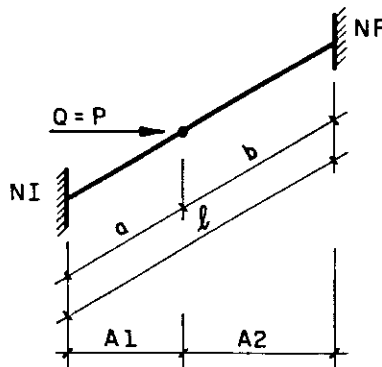
- ao definir o valor para NBC (nº de barras carregadas) lembrar que uma barra poderá ser contada mais de uma vez, tantas vezes, quanto for o número de tipos de carregamento diferentes que nela atuar.

O programa permite que se analise a estrutura para sete tipos diferentes de carregamentos nas barras (CTIPO varia de 1 a 7). Estes carregamentos são introduzidos através da subrotina ENGAP e são apresentados da seguinte forma:

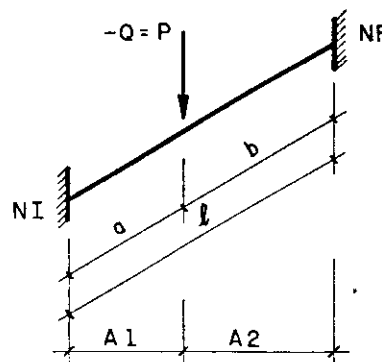
CARREGAMENTO CTIPO 1



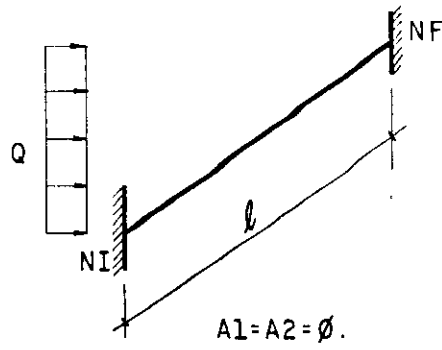
CARREGAMENTO CTIPO 2



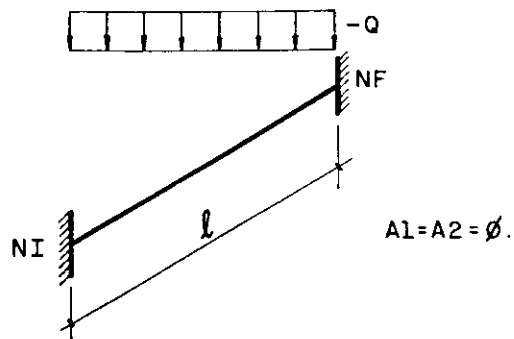
CARREGAMENTO CTIPO 3



CARREGAMENTO CTIPO 4

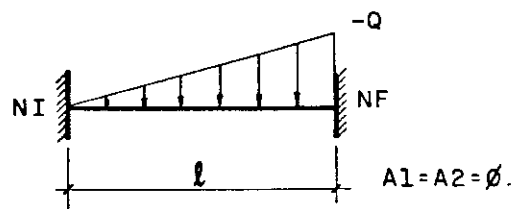


CARREGAMENTO CTIPO 5



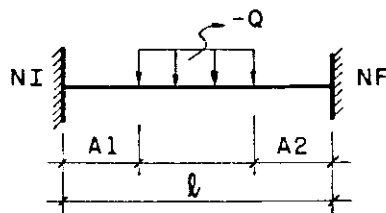
CARREGAMENTO CTIPO 6

(barra horizontal)



CARREGAMENTO CTIPO 7

(barra horizontal)



Obs: Lembrar que se o número de carregamentos NC for maior que 1, devemos repetir os itens 7, 8 e 9 tantas vezes quanto for NC.

4.4.3 - Saída de dados

A saída de dados será feita através de um arquivo de dados "SAIDA-DAD". Além dos dados da estrutura, dados geométricos e elásticos, coordenadas de nós, incidência de barras, vinculação da estrutura e carregamentos, os resultados que são apresentados após as análises propriamente ditas são os seguintes:

1) DESLOCAMENTOS DOS NÓS

São 3 deslocamentos por nó, cujos sinais estão de acordo com o sistema global de referência.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{DESL. X} = \text{translação segundo X} \\ \text{DESL. Y} = \text{translação segundo Y} \\ \text{ROT. Z} = \text{rotação segundo Z} \end{array} \right.$$

2) ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

São apresentados os esforços em cada barra; no nó inicial e no nó final, que devem ser interpretados de acordo com o seguinte:

FORÇA NORMAL

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{tração } \oplus \\ \text{compressão } \ominus \end{array} \right.$$

FORÇA CORTANTE

CONVENÇÃO CLÁSSICA $\left\{ \begin{array}{l} \uparrow \boxed{+} \downarrow \rightarrow \text{positivo} \\ \downarrow \boxed{-} \uparrow \rightarrow \text{negativo} \end{array} \right.$

MOMENTO FLETOR

Convenção de Grinter: $\left\{ \begin{array}{l} \text{sentido horário: } \oplus \\ \text{(ação da barra no nó) sentido anti-horário: } \ominus \end{array} \right.$

Obs: Os momentos fletores em pontos intermediários das barras da estrutura , quando da análise em segunda-ordem, devem ser calculados levando-se em conta as forças axiais atuantes nas barras. O traçado do diagrama de momentos fletores torna-se então muito trabalhoso ao se fazer esta consideração. Em termos práticos, recomenda-se dividir as barras de maior importância, em um número maior de partes considerando-se nós intermediários. Uma vez obtidos os momentos fletores nestes nós, procede-se da forma convencional sabendo-se que os erros cometidos são toleráveis para uma análise prática em engenharia de projetos.

3) REAÇÕES NOS APOIOS

De acordo com o sistema global de referência

$\left\{ \begin{array}{l} \text{REAC. X} \rightarrow \text{reação horizontal} \\ \text{REAC. Y} \rightarrow \text{reação vertical} \\ \text{MOM. Z} \rightarrow \text{momento de engastamento} \end{array} \right.$

Obs: Estes resultados valem tanto para a análise de primeira ordem quanto para a análise de segunda-ordem.

Além destes resultados, outras mensagens podem ser encontradas durante o processamento da análise, e que devem ser explicadas agora.

a) Largura de faixa (LF):

Neste programa a matriz de rigidez da estrutura está armazenada de forma a aproveitar as suas características de faixa (ou banda).

Nesta versão, está previsto $LF_{\text{máx}} = 21$.

Sendo $LF = (|NF - NI|_{\text{máx}} + 1) \times NGL$, onde

LF = largura de faixa

NF = nº do nó final da barra

NI = nº do nó inicial da barra

NGL = nº de graus de liberdade por nó (igual a 3 no caso de pórticos planos).

tem-se: $(|NF - NI|_{\text{máx}} + 1) \times 3 = 21$, donde se tira

$$|NF - NI|_{\text{máx}} = 6$$

ou seja, a diferença máxima, em módulo, na numeração dos nós de uma barra da estrutura está prevista para 6. Caso esta diferença seja maior, o programa escreve a seguinte mensagem e pára o processamento:

```
*** A BARRA ____ TEM LF = ____ ***
```

```
*** DEVEMOS REDEFINIR LF ***
```

Esta redefinição requer três alterações no programa:

1º) Alterar no programa principal o dimension $R(3*NJ; LF)$

2º) Alterar na subrotina SOLUC o dimension $R(3*NJ; LF)$

39) Alterar no programa principal, entre os comandos 80 e 85, o segundo teste: IF(LF.LT.21) GO TO 86

↓
LF

(alterar para o novo valor de LF)

b) Verificação da relação P/P_e

Aparece neste caso a mensagem:

*** A BARRA _____ TEM A RELAÇÃO PAXIAL/PEULER = _____

*** VERIFICAR AS CONDIÇÕES DESTA BARRA NA ESTRUTURA

Como foi estudado no capítulo III, a relação P/P_e tem um valor limite. Ficou demonstrado que a natureza física do problema exige que $|\frac{P}{P_e}| \leq 4$ (a rigor o programa limita em 3,85 para evitar instabilidade numérica quando se aproxima do valor 4). Quando a relação $|P/P_e|$ é maior que 3,85 aparece aquela mensagem. Isto pode significar que:

- 1) A barra em questão tem alguma característica geométrica errada, o que deve ser verificado.
- 2) Ocorreu de fato a flambagem da barra o que nos dá um indicativo de que a carga de flambagem elástica do pórtico, P_{cr} , está próxima ou já está acontecendo.

Neste caso, o programa apresenta os resultados em primeira-ordem mas não faz a análise em segunda-ordem. Se houver novo carregamento, o processamento continua normalmente não havendo paralisação.

c) Verificação da convergência do processo iterativo

Esta é uma verificação óbvia dentro do programa, uma vez que a formulação usada no equacionamento do proble-

ma em segunda-ordem leva a um sistema de equações algébricas não-lineares que exige um processo iterativo para a sua solução. Como foi estudado no capítulo III, esta convergência é verificada em relação às forças normais atuantes nas barras, e espera-se, por isto, que o número de ciclos de iterações seja pequeno. O programa fixa em 5 o número máximo de ciclos admissíveis. Quando este número é ultrapassado, a seguinte mensagem é impressa:

"NÚMERO DE ITERAÇÕES = 5"

"ÚLTIMA BARRA A SER TESTADA = _____"

"PARA O CARREGAMENTO NÚMERO _____ O NÚMERO DE ITERAÇÕES NA ANÁLISE EM SEGUNDA-ORDEM É EXCESSIVO. VERIFICAR AS CONDIÇÕES DA ESTRUTURA"

Neste caso, deve-se realmente verificar as condições da estrutura e em geral este número excessivo de iterações significa que a estrutura é bastante flexível para o carregamento aplicado, ou seja, pode-se já estar trabalhando com deslocamentos bastante grandes, o que dificulta a convergência, indicando provavelmente que a carga crítica de flambagem elástica já está próxima.

O programa apresenta os resultados em primeira-ordem mas não faz a análise em segunda-ordem, e o processamento continua normalmente, não havendo paralisação, se houver novo carregamento para ser analisado.

d) Verificação da formação de rótulas plásticas

Como já ficou claro desde o início do trabalho, o objetivo é o de se fazer uma análise elástica em segunda-ordem e não uma análise elasto-plástica em segunda-ordem. Sendo assim, esta verificação não pretende ser uma análise elasto-plástica em segunda-ordem por mais simplificada que possa parecer, mas tem duas finalidades práticas importantes:

1a) Verificar se a estrutura ainda se encontra no regime elástico para um dado carregamento. Neste caso, aparece a seguinte mensagem:

"A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME
ELÁSTICO, NÃO HÁ FORMAÇÃO DE RÓTULA PLÁSTICA".

Esta informação é importante para um projeto da prática, pois todos os resultados obtidos são teoricamente e praticamente corretos. Quando há a formação de pelo menos uma rótula plástica, é sinal de que a estrutura já não se encontra mais no regime elástico e os resultados obtidos da análise de segunda-ordem têm apenas valor teórico, não correspondendo aos valores reais que a estrutura teria na prática, pois haveria necessidade de uma análise elasto-plástica.

2a) A outra finalidade prática importante é que numa análise de um carregamento monotonamente crescente, pode-se estimar com bastante precisão o instante da formação das primeiras rótulas plásticas. Neste momento define-se o carregamento PL_2 que representa um limite inferior da resistência última do pórtico.

Observações finais:

A verificação da formação de rótulas plásticas nas barras da estrutura é feita levando-se em conta a interação das forças normais e momentos fletores atuantes, através da fórmula empírica conforme GALAMBOS [4].

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M}{1,18M_p} \leq 1,00$$

onde: $P \rightarrow$ é a força normal atuante na barra

$P_y = A \cdot \sigma_y$; corresponde à máxima resistência à força normal que a barra pode assumir.

$M \rightarrow$ é o momento fletor atuante

$M_p = Z \cdot \sigma_y$; corresponde ao momento de plastificação da barra quando $P = 0$.

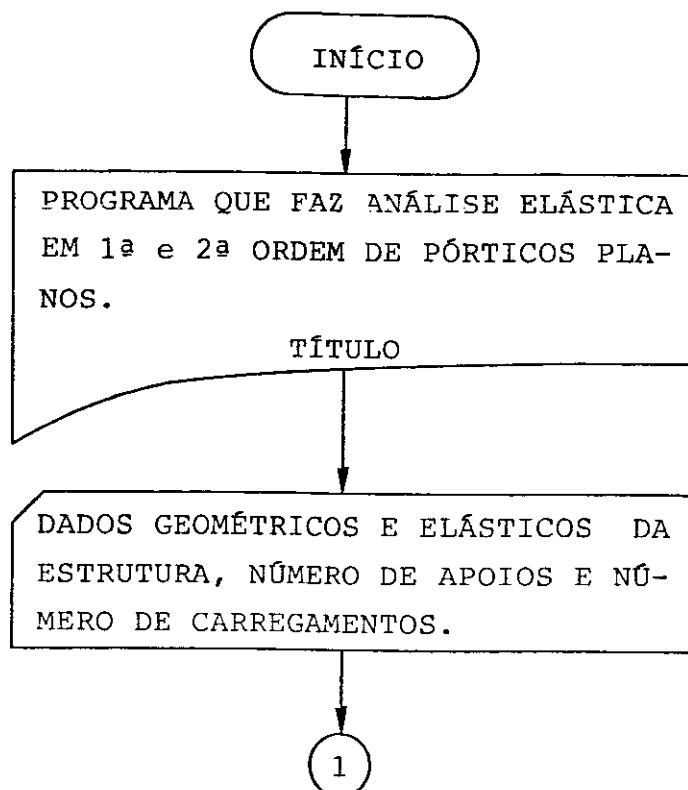
1,18 é um fator empírico

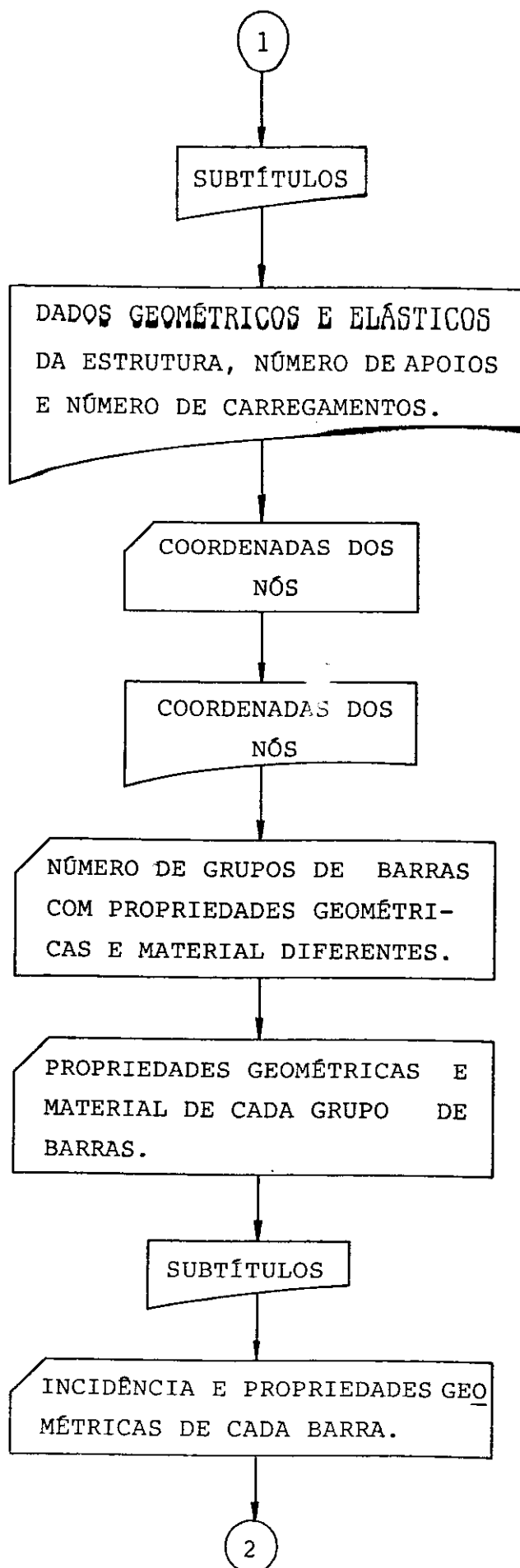
Além disso, observa-se que quando a contribuição das forças normais é pequena, ou seja, $P/P_y \leq 0,15$, a verificação é feita apenas em relação ao momento fletor, através de:

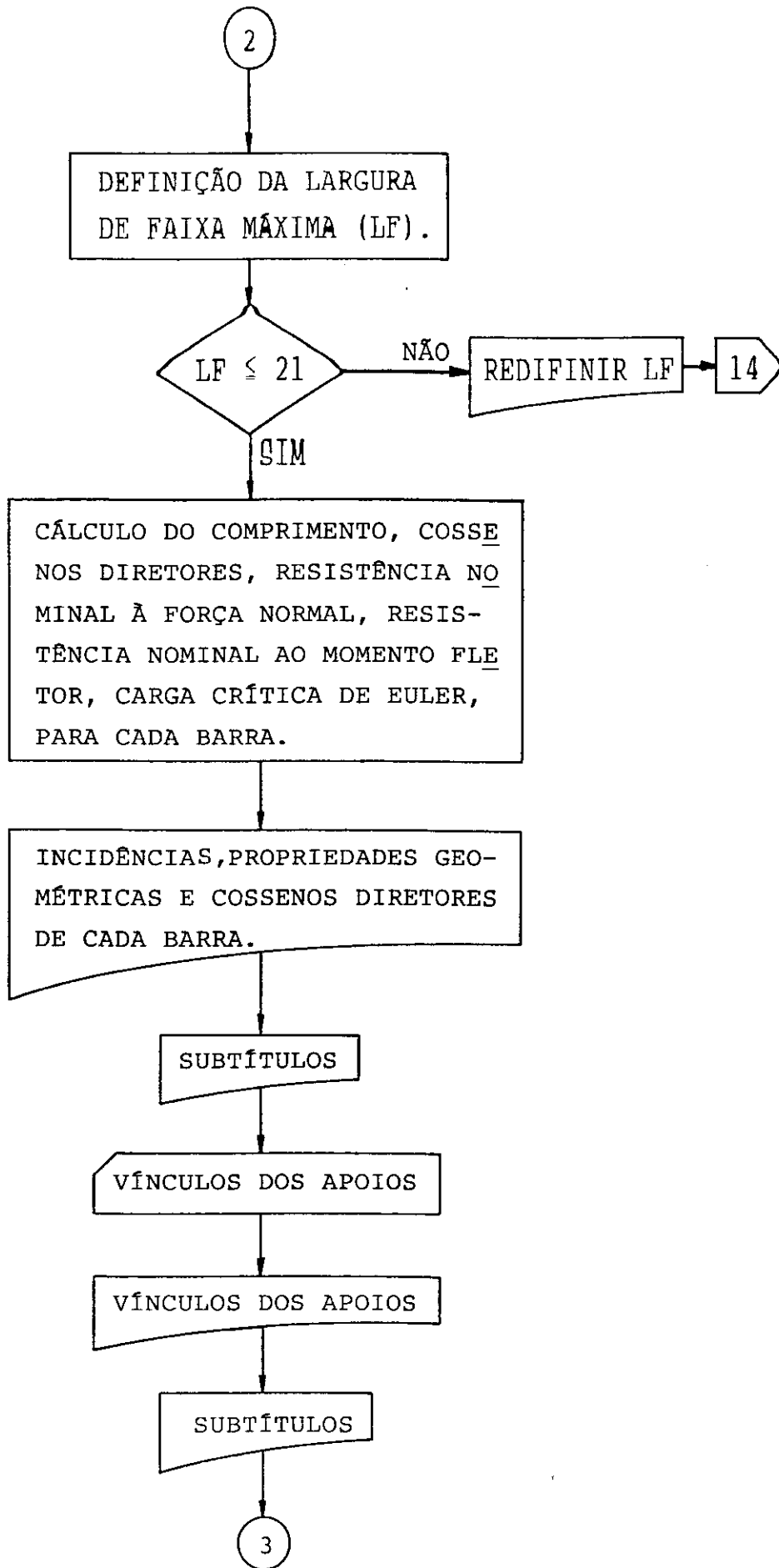
$$\frac{M}{M_p} \leq 1,00$$

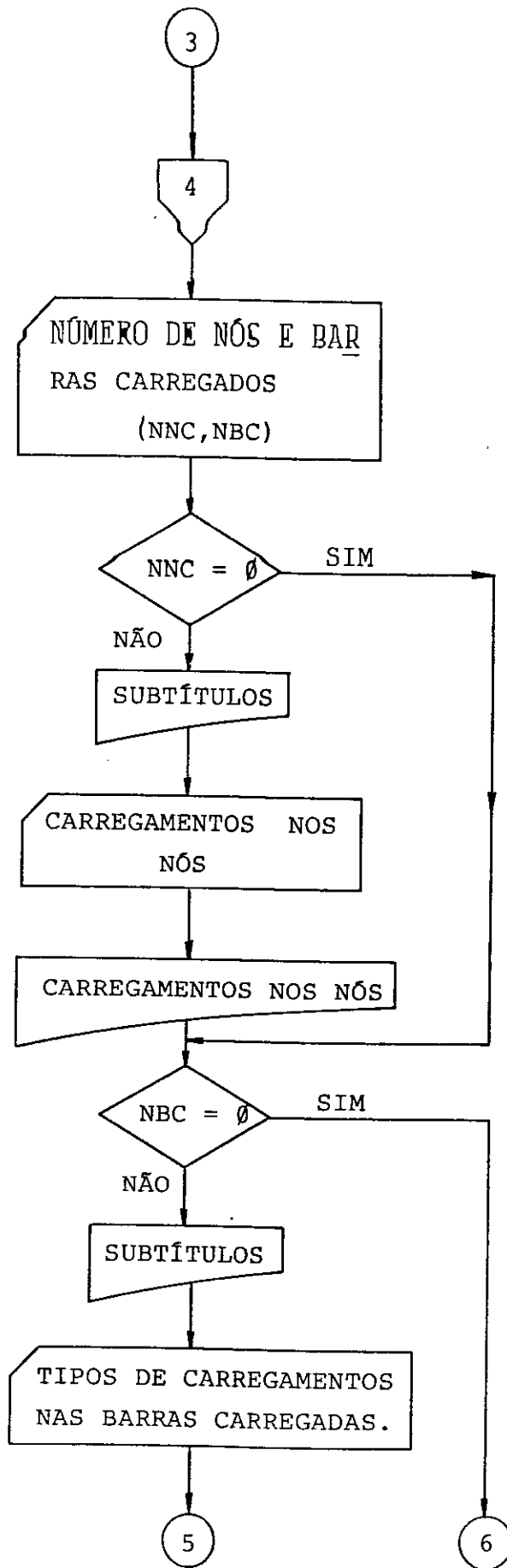
Finalmente, convém reafirmar que a verificação da formação de rótulas plásticas só é feita nas extremidades das barras. Sendo assim, se para alguma barra se deseja estudar a formação de rótula em algum ponto intermediário, deve-se criar neste ponto um nó para que tal verificação se realize.

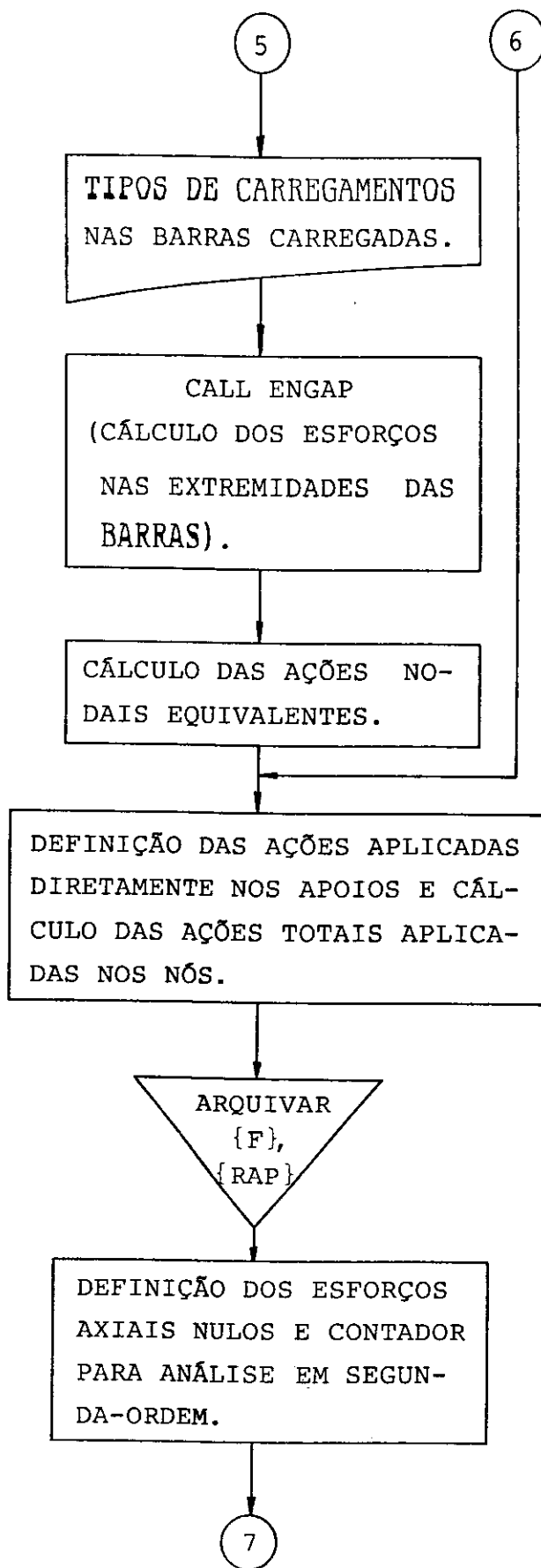
4.5 - FLUXOGRAMA DO PROGRAMA PRINCIPAL

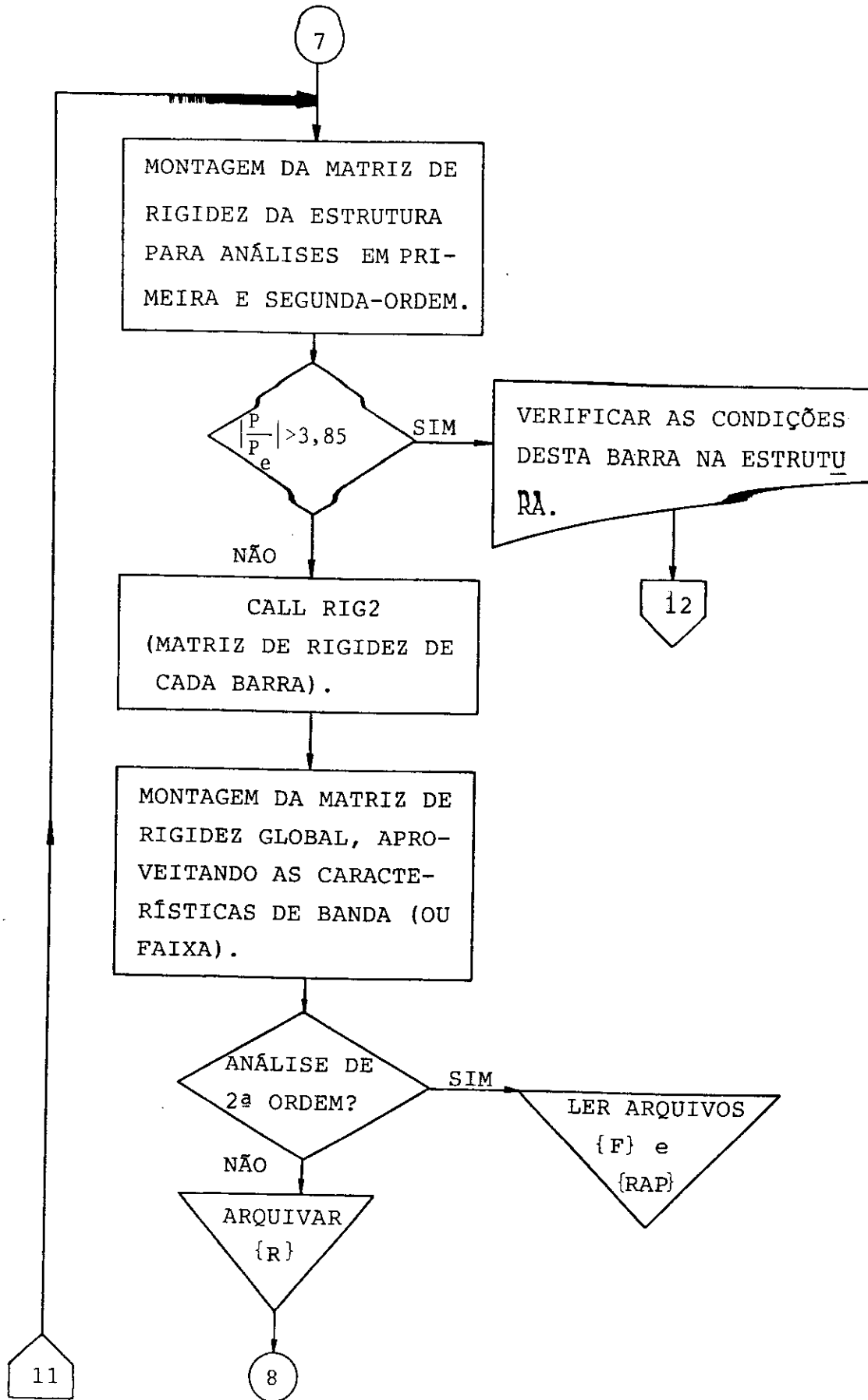


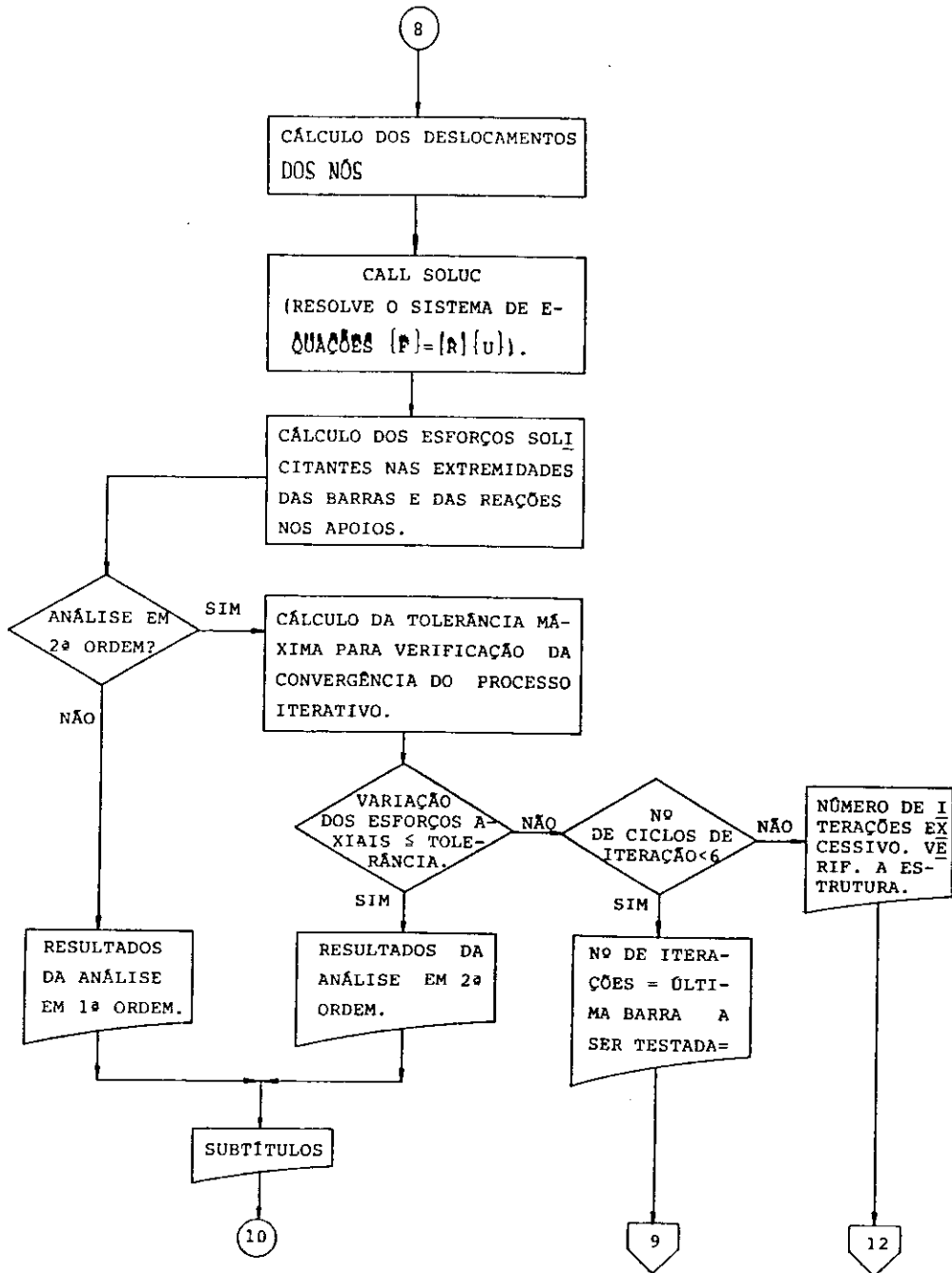


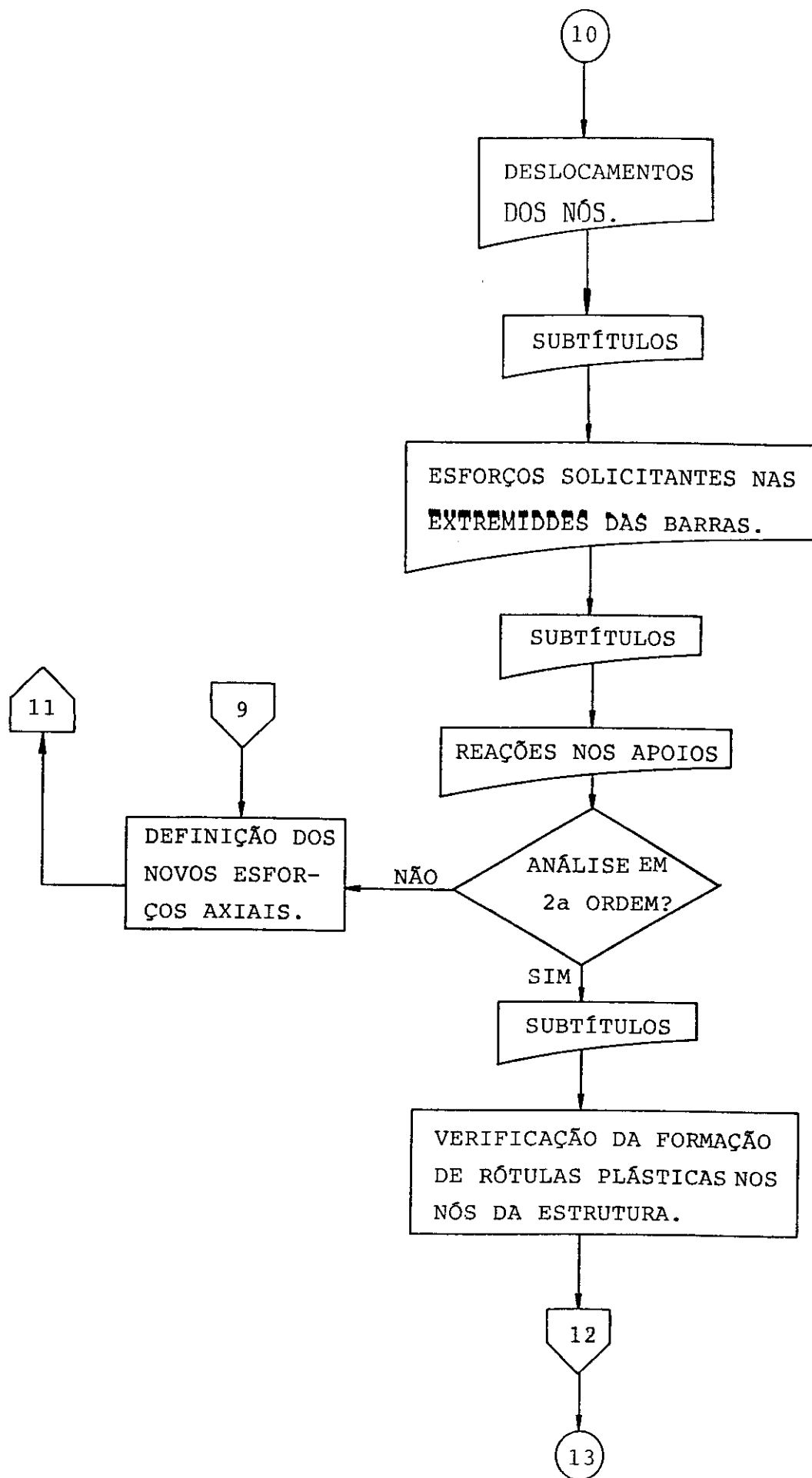


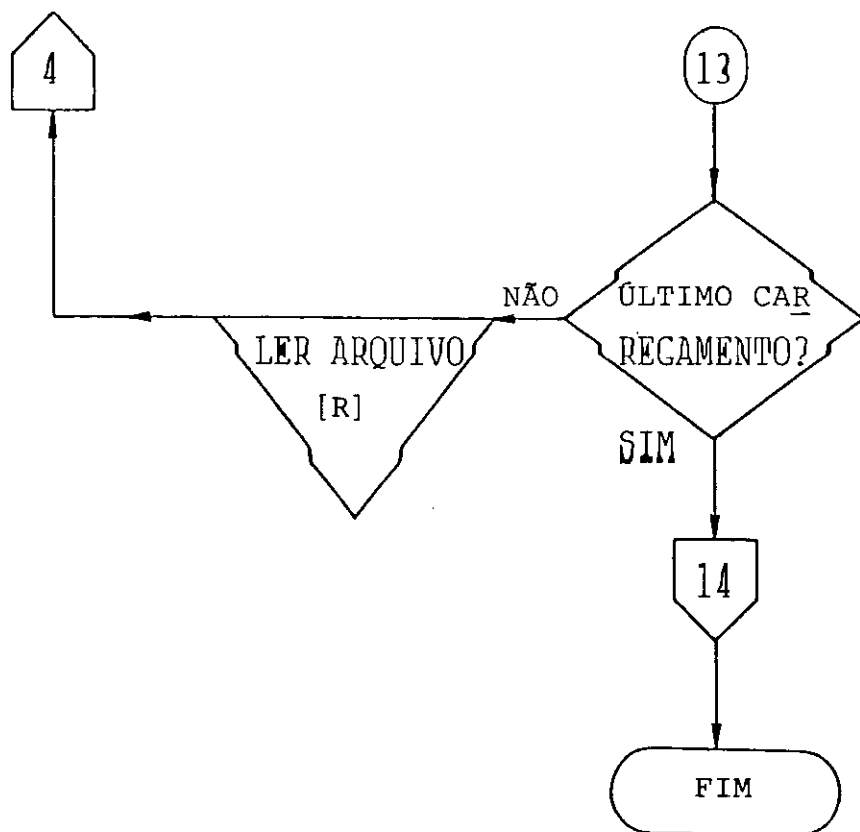












CAPÍTULO V

EXEMPLOS E CONCLUSÕES

5.1 - PRIMEIRO EXEMPLO

Este primeiro exemplo será apresentado com a finalidade de mostrar a utilização do programa, os seus recursos e interpretar os seus resultados. Sendo assim, a estrutura que será escolhida para análise, será ainda, aquele pórtico simples, que foi estudado no capítulo II segundo modelos teóricos aproximados. Com esta estrutura simples, além de se ter uma referência para comparação dos resultados, pretende-se obter um número grande de informações que o programa oferece para se concluir melhor algumas observações teóricas feitas anteriormente.

O pórtico analisado no capítulo II é mostrado novamente na Fig. 5.1.

Os demais dados que foram utilizados na análise do capítulo II podem ser vistos, após a Fig. (2.3).

Para que o exemplo a ser analisado adquira um sentido mais prático e real, os perfis serão escolhidos segun-

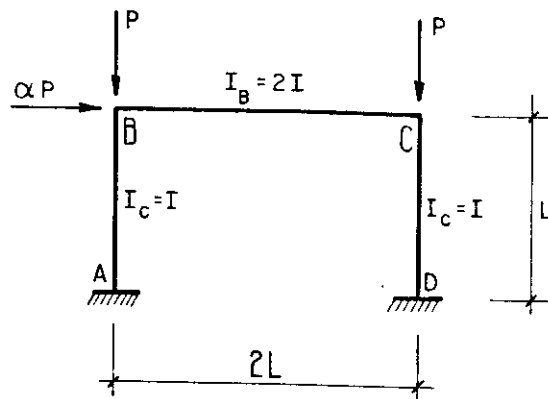


Fig. 5.1 - Pórtico que foi analisado no capítulo II

do as tabelas da AÇOMINAS, de maneira a apresentarem, praticamente, as mesmas relações adotadas no capítulo II. Serão adotados o perfil HPL 200 para as colunas e o perfil HPL 240 para as vigas.

a) Dados para a estrutura. Ver Fig. 5.2.

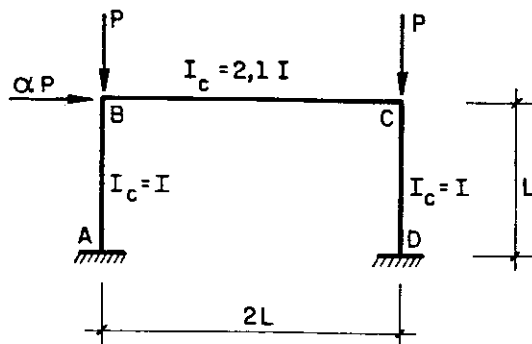


Fig. 5.2 - Dados para o primeiro exemplo

índices $\left\{ \begin{array}{l} B \rightarrow \text{vigas} \\ C \rightarrow \text{colunas} \end{array} \right.$

$$\sigma_y = 3,50 \text{tf/cm}^2$$

$$E = 2100 \text{tf/cm}^2$$

$$f_c = \frac{Z_c}{S_c} = \frac{430}{389} = 1,11$$

$$f_B = \frac{Z_B}{S_B} = \frac{744}{675} = 1,10$$

Fatores de forma

Z → módulo de resistência plástica

S → módulo de resistência elástico

$$\frac{r_c}{d_c} = \frac{8,28}{19} = 0,44$$

raio de giração (r_c)

altura da coluna (d_c)

$$\frac{L_c}{r_c} = \frac{500}{8,28} = 60,4$$

índices de

esbeltez

$$\frac{L_B}{r_B} = \frac{1000}{10,1} = 99$$

$$A_c = 53,8 \text{ cm}^2$$

$$A_B = 76,8 \text{ cm}^2$$

$$\frac{I_B}{I_c} = \frac{7760}{3690} = 2,10$$

$$(M_p)_c < (M_p)_B \text{ (momento de plastificação)}$$

$$\alpha = 0,1$$

b) Dados para o carregamento:

Serão analisados 18 valores de cargas neste caso (NC=18), apresentados de acordo com a tabela (5.1). O carregamento cresce monotonamente e o objetivo é conhecer o comportamento da estrutura durante a história do carregamento. As cargas são função da carga P_y da coluna e algumas cargas teóricas de referência serão também analisadas, esperando-se resultados bastante coerentes.

$$P_{YC} = A_c \times \sigma_y = 53,8 \times 3,50 = 188,30\text{tf}$$

$$P_{cr}^* = 1,236 \times P_y = 1,236 \times 188,30 = 232,74\text{tf} \quad (\text{pág.21})$$

$$PL_2^* = 0,332 \times P_y = 0,332 \times 188,30 = 62,52\text{tf} \quad (\text{eq.2.22})$$

$$PA_2^* = 0,356 \times P_y = 0,356 \times 188,30 = 67,03\text{tf} \quad (\text{eq.2.21})$$

$$PP_1^* = 0,426 \times P_y = 0,426 \times 188,30 = 80,22\text{tf} \quad (\text{eq.2.20})$$

Obs: o asterisco indica as cargas teóricas do exemplo do capítulo II, das quais se espera a confirmação neste exemplo.

NC	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P/P _y	0,1	0,2	0,3	0,332	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6
NC	10	11	12	13	14	15	16	17	18
P/P _y	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,236	1,25	1,30

NC = número do carregamento

P/P_y = relação entre a carga P aplicada e a carga P_y

Tab. 5.1 - Tabela das relações entre as cargas P e P_y aplicadas à estrutura.

c) Resultados

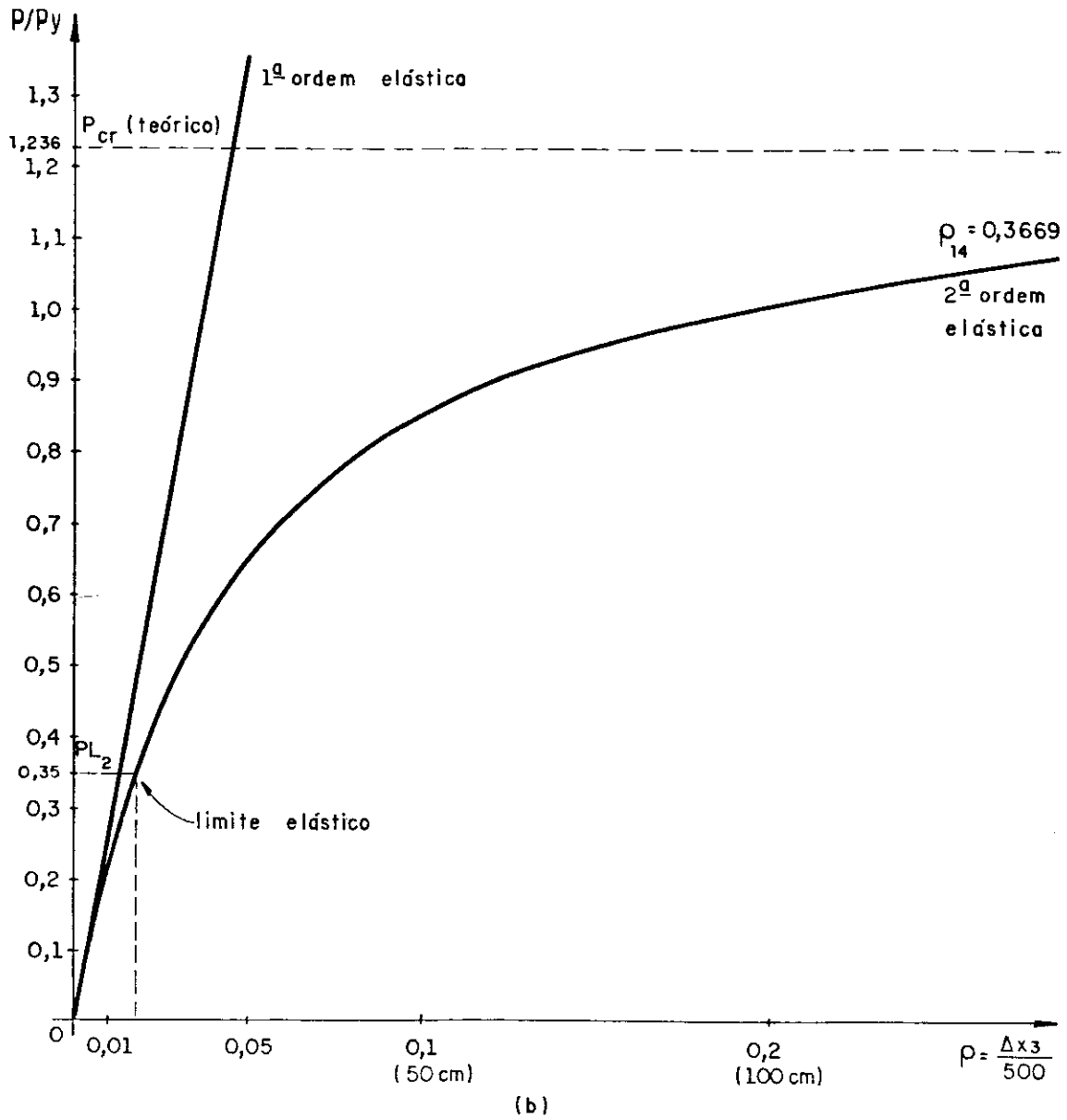
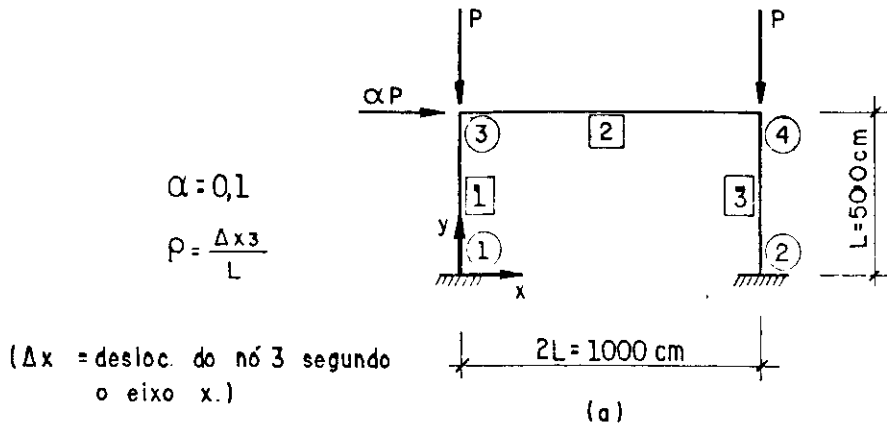


Fig. 5.3 - Curvas $\rho = f(P/P_y)$ das análises elásticas em primeira e segunda-ordem.

d) Conclusões

1. Para este primeiro exemplo, serão apresentadas as listagens dos arquivos de "ENTRADA" de dados e "SAÍDA" de dados, juntamente com a listagem final do programa (ver ANEXO B). Logo, os resultados, observações, comentários que aqui forem feitos poderão ser verificados naquelas listagens.

2. Como primeiras observações imediatas, pode-se ver no gráfico que os deslocamentos em primeira-ordem são sempre menores que os deslocamentos em segunda-ordem, para qualquer valor de $P \neq 0$ ($\rho_{1a\text{ ord}} < \rho_{2a\text{ ord}}$) e que o comportamento do pórtico é não-linear (não-linearidade geométrica) desde o início da análise em segunda-ordem.

Observa-se também, que a curva da análise elástica em segunda-ordem tende assintoticamente para a carga P_{cr} quando os deslocamentos tendem para o infinito ($\rho \rightarrow \infty$), constituindo-se assim, a carga P_{cr} , num limite superior da resistência do pórtico, admitido comportamento elástico ilimitado.

3. Carga de referência PL_2

Carga que representa um limite inferior da resistência elástica da estrutura, pois é definida como aquela que corresponde à formação das primeiras rótulas plásticas.

No exemplo do capítulo II encontrou-se $PL_2^* = 0,332 P_y$, e pelo programa encontrou-se $PL_2 = 0,35 P_y$, (NC=5). Quando $P = 0,332 P_y$ (NC=4), a mensagem do programa era a de que a estrutura ainda se encontrava no regime elástico e não havia formação de rótulas plásticas, e para $P = 0,35 P_y$ (NC=5) já haviam se formado duas rótulas plásticas nos nós 1 e 2 das barras 1 e 3 respectivamente. Observando-se a Fig. 5.3(a), estas rótulas se formam nas bases do pórtico, confirmando os resultados teóricos esperados.

Uma estimativa ainda mais exata seria possível se fossem estudados carregamentos entre $P = 0,332 P_y$ e $P = 0,35 P_y$, mas admite-se, neste exemplo, que $PL_2 = 0,35 P_y$ é "bastante" apurado.

Esta carga é importante, pois ela representa de fato, um limite inferior para a resistência do pórtico. Para valores de carga menores do que PL_2 a estrutura realmente tem comportamento elástico. Os deslocamentos encontrados ainda estão dentro dos limites dos pequenos deslocamentos (rotações menores que 5° ou $0,0875$ rad).

$$\rho = \frac{8,737236}{500} = 0,0175 \text{ rad} \rightarrow \rho \cong 1^\circ < 5^\circ$$

$$\text{Rotação no nó 3} = 0,010134 \text{ rad} \rightarrow \theta \cong 0,58 < 5$$

Conclui-se, então, que até PL_2 o comportamento do pórtico é elástico de segunda-ordem e os resultados encontrados são "exatos".

Neste exemplo com apenas um cálculo em segunda-ordem os resultados convergiram e espera-se para outros exemplos da prática que, para as cargas de trabalho, sejam necessários, realmente, poucos ciclos de iteração.

Ao atingir a carga PL_2 observa-se, neste caso, um aumento de aproximadamente 40% nos resultados dos deslocamentos segundo os eixos x e z, comparando-se a análise em segunda-ordem com os resultados da análise em primeira-ordem, e um aumento em torno de 35% para os momentos fletores, que representam porcentagens bastante elevadas.

Os esforços normais praticamente não se alteram; variam apenas em torno de 1%.

Os esforços cortantes, também variam pouco para as colunas (aproximadamente 1%) mas variam bastante no caso da viga, em torno de 38%.

Conclui-se assim que nas proximidades da carga PL_2 as diferenças, nos resultados das análises em primeira-ordem e segunda-ordem, são bastante significativas, principalmente nos casos de deslocamentos, esforços cortantes nas vigas e momentos fletores.

Outra conclusão importante, tendo como referência a carga PL_2 , é que segundo a literatura especializada, é de

se esperar que a carga última da estrutura, P_u , seja aproximadamente 15% maior do que PL_2 , quando todas as cargas crescem proporcionalmente e monotonamente desde zero.

A carga PL_2 representa então uma referência de grande importância na análise prática, pois ela é uma carga teoricamente correta e em sendo o carregamento atuante, monótono e proporcional, ela está pouco abaixo da carga última da estrutura.

Finalmente, cabe observar que a partir da carga PL_2 , os resultados fornecidos pelo programa têm apenas valor teórico, pois a rigor, a análise deveria ser elasto-plástica de segunda ordem, uma vez que já se formaram as primeiras rótulas plásticas. Também quando P aumenta tendendo a P_{cr} , os deslocamentos crescem bastante, não sendo mais válida a hipótese de pequenos deslocamentos.

4. Carga de referência PP_1

É o carregamento correspondente à formação de um mecanismo plástico. No exemplo teórico esta carga foi determinada em $P = 0,426 P_y$, em teoria rígido-plástica. No caso agora estudado, quando $P = 0,4 P_y$ ($NC=6$), a mensagem enviada é a de que se formaram 4 rótulas plásticas. Estas rótulas aconteceram nas extremidades das colunas 1 e 3 do pórtico da Fig. 5.3(a), o que caracteriza realmente a formação de um mecanismo lateral. Esta carga corresponde então, à carga última que o pórtico poderia suportar, P_u .

Sendo $P_u = 0,4 P_y$, a relação $\frac{P_u}{PL_2} = \frac{0,4}{0,35} \approx 1,15$, como era esperado. Como foi dito, esta é uma carga teórica, aproximada, pois ocorre após o limite elástico PL_2 ; mas neste exemplo pode ser considerada como bastante próxima do valor real, e pode-se admitir também que tal carga última ocorre ainda em regime de pequenos deslocamentos.

5. Carga de referência P_{cr}

É a carga que corresponde à carga de flambagem elástica do pórtico. Teoricamente, ela foi determinada em

$P_{cr} = 1,236 P_y$, no exemplo do capítulo II. No cálculo através do programa, ela corresponde ao carregamento $NC = 16$.

Nota-se entretanto, na listagem do arquivo "SAÍDA. DAD" (ANEXO B), que a última análise em segunda-ordem foi feita para $NC = 14$, que correspondia a $P = 1,1 P_y$. Para este carregamento, várias observações podem ser feitas:

a) Os deslocamentos resultantes são bastante grandes, sendo que o deslocamento horizontal do nó 3 alcança aproximadamente $\Delta x_3 \approx 183\text{cm}$. Este é um valor que já ultrapassa os limites da teoria dos pequenos deslocamentos e não tem interesse prático.

b) O número de iterações necessárias para a análise foi igual a 4, o que permite observar que o número de iterações aumenta quando a estrutura se torna mais flexível. Espera-se então, que nos casos da prática, para estruturas com rigidez adequada e carregamento de trabalho se tenha poucos ciclos de iteração.

c) Outra informação, também teórica, mas que mostra a ruína completa da estrutura é a formação de 6 rótulas plásticas, ou seja, em todo nó se formaria uma rótula plástica. A rigor, sabe-se que o mecanismo lateral já foi alcançado para $NC = 6$, quando houve a formação de 4 rótulas plásticas, sendo duas em cada extremidade de cada coluna.

Conclui-se portanto, que apesar da carga P_{cr} não ficar determinada exatamente, a análise de todas as informações que o programa oferece permite que se faça uma boa estimativa do seu valor. De fato, para $NC = 15$ ($P=1,2P_y$), $NC = 16$ ($P=1,236P_y$), $NC = 17$ ($P=1,25P_y$), $NC = 18$ ($P=1,30P_y$), o número de iterações para análise de segunda-ordem é excessivo e as condições da estrutura para estes carregamentos devem ser analisadas. Se o programa não limitasse o número de iterações, provavelmente se obteria, num determinado ciclo do cálculo, a informação de que em alguma barra a relação P/P_e ultrapassaria quatro ($|P/P_e| \geq 4$), indicando a proximidade de flambagem elástica da estrutura.

6. Conclusões

Conclui-se portanto, que a carga $P = P_{cr}$ não fica determinada exatamente, mas percebe-se claramente, que ela é um limite superior para a resistência da estrutura dentro da análise elástica em segunda-ordem (quando $\rho \rightarrow \infty$, $P \rightarrow P_{cr}$). Nas proximidades de P_{crit} os deslocamentos ρ crescem muito, tendo valor apenas teórico dentro da análise. A estrutura torna-se bastante flexível e o número de iterações necessárias para a solução do problema vai aumentando consideravelmente.

Neste exemplo a carga última da estrutura poderia ser considerada para o carregamento NC=6, quando $P_u = PP_1 = 0,4 P_y$. Neste instante há a formação de um mecanismo lateral e a ruptura ocorre ainda dentro dos limites de pequenos deslocamentos.

$$\rho = \frac{10,584510}{500} = 0,021 \rightarrow \rho = 1,213^\circ \ll 5^\circ$$

Pensando-se num dimensionamento expedito para este pórtico, pode-se fazer a verificação da carga máxima, P , que pode ser aplicada.

Adotando-se o coeficiente de segurança igual a 1,70 (usado quando se admite a análise pelo Método Plástico), tem-se:

$$P = \frac{P_u}{1,70} = \frac{0,4P_y}{1,70} = 0,235P_y$$

Dentro do carregamento dado, adota-se então $P = 0,2P_y$ (NC=2), o que forneceria um coeficiente de segurança igual a:

$$\text{coef. de seg.} = \frac{0,4P_y}{0,2P_y} = 2 > 1,70 \rightarrow \text{ok!}$$

Para NC=2 ($P/P_y=0,2$) a estrutura ainda se encontra em regime elástico, não havendo formação de rótulas plásticas.

Comparando-se alguns resultados entre as análises de primeira-ordem e segunda-ordem obtém-se o seguinte:

desloc. x do nó 3 em 1ª ordem = 3,5776cm

desloc. x do nó 3 em 2ª ordem = 4,2678cm

$$\frac{\Delta_{2a}}{\Delta_{1a}} = \frac{4,2678}{3,5776} \cong 1,19$$

ou seja, há um aumento de aproximadamente 19% no deslocamento lateral do pórtico.

Em relação aos momentos fletores tem-se:

$$\text{NÓ } \textcircled{1} \quad \frac{M_{2a}}{M_{1a}} = \frac{620,876}{535,990} \cong 1,16 \rightarrow 16\%$$

$$\text{NÓ } \textcircled{3} \quad \frac{M_{2a}}{M_{1a}} = \frac{482,614}{406,626} \cong 1,19 \rightarrow 19\%$$

Em relação aos esforços normais não há variação considerável e em relação aos esforços cortantes, apenas no caso da viga há uma variação de aproximadamente 19%.

Como se percebe, neste caso, há uma variação bem sensível entre os resultados em primeira-ordem para os resultados em segunda-ordem que não podem ser desprezados.

Obs: Num dimensionamento mais rigoroso, dever-se-ia verificar se os deslocamentos encontrados estão dentro dos limites aceitáveis pela NORMA. Caso não estivessem, a determinação da relação de carga P/P_y a ser aplicada poderia ser feita a partir da limitação das flechas, da seguinte maneira:

a) Seria calculada a flecha máxima admissível para este caso, conforme valores estabelecidos pela NORMA.

b) De posse deste valor máximo, voltar-se-ia ao gráfico da Fig. 5.3(b) e determinar-se-ia o valor de P/P_y que correspondesse a este deslocamento.

Voltando-se ao dimensionamento expedito e admitindo-se que para $NC=2$, ($P/P_y=0,2$), a flecha encontrada seja admissível para a utilização daquela estrutura, tem-se os diagramas dos esforços solicitantes para a análise em segunda-ordem. Ver Fig. 5.4.

DIAGRAMA DE NORMAL (tf)

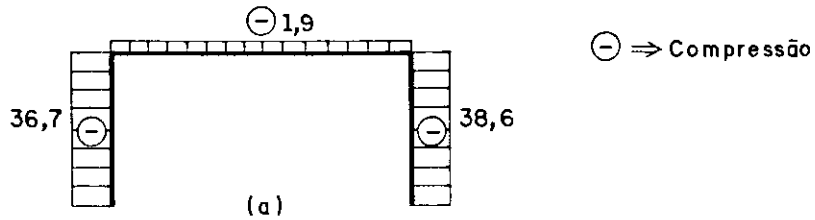


DIAGRAMA DE CORTANTE (tf)

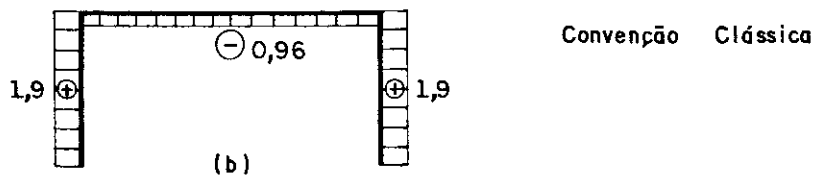


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES (tf X cm)

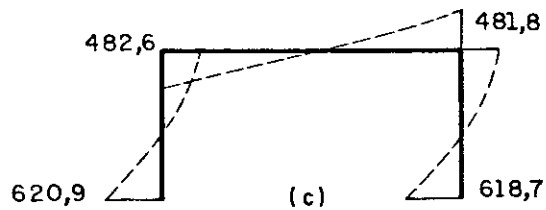


Fig. 5.4 - Diagramas dos esforços solicitantes

5.2 - SEGUNDO EXEMPLO

O exemplo a seguir tem, como objetivo principal, fazer-se a comparação dos resultados numéricos obtidos da formulação apresentada neste trabalho com os resultados de outros métodos, inclusive o da Carga-Lateral-Equivalente ou Fictícia, recomendado pela NBR 8800/86. Pretende-se avaliar a precisão dos resultados encontrados, principalmente comparando-se com aqueles obtidos do método recomendado pela NORMA e tirar conclusões de caráter prático que poderão servir como sugestões para projetos e dimensionamentos das estruturas da prática.

Para isto, serão analisados três pórticos de um vão, com um, dois e três andares, conforme a Fig. 5.5, ref. [5].

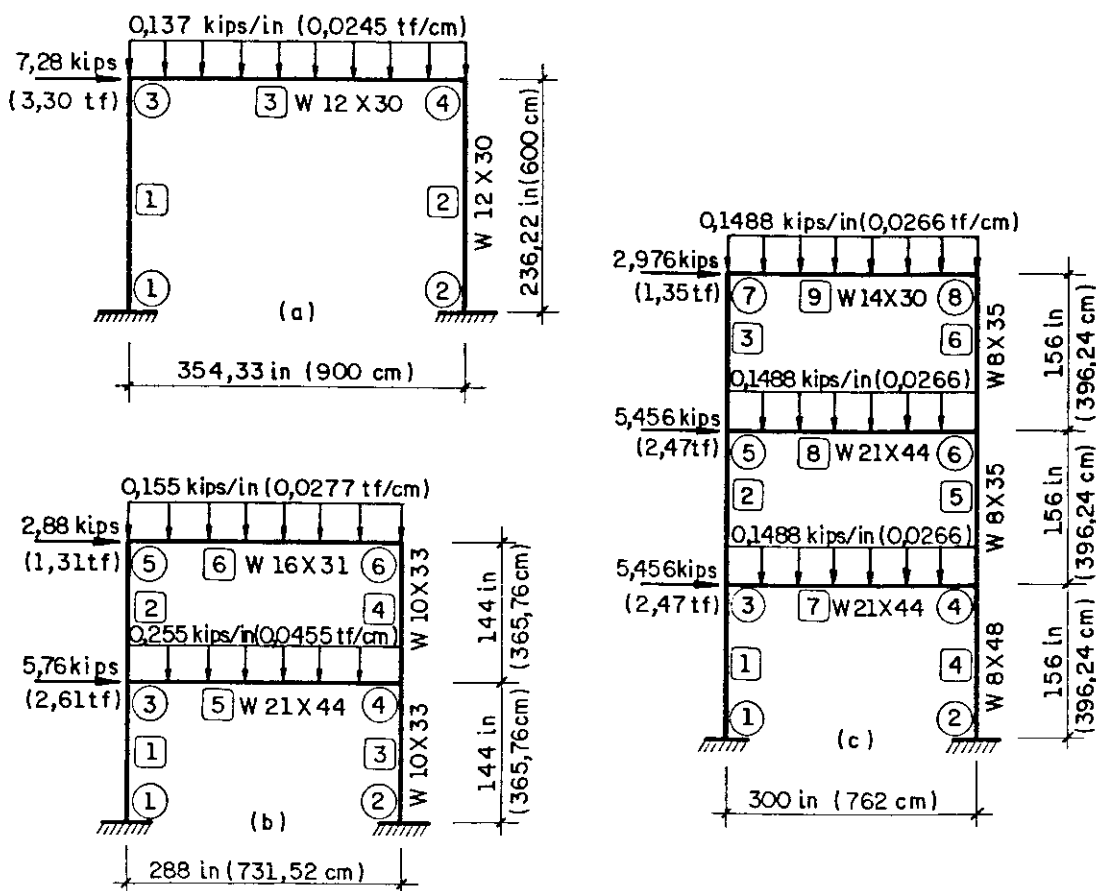


Fig. 5.5 - Pórticos a serem analisados no segundo exemplo.

Na Fig. 5.5, além das dimensões dos pórticos e dos perfis adotados (conforme padrão americano), estão indicadas as numerações das barras (referenciadas dentro de pequenos retângulos) e os nós de extremidades destas barras (dentro dos círculos).

As cargas indicadas são as de trabalho dos pórticos e serão designadas por P_w . Os pórticos serão analisados para cinco tipos de carregamentos variando até cinco vezes o carregamento indicado, conforme a tabela 5.2.

NC	1	2	3	4	5
P/P_w	1	2	3	4	5

NC = número do carregamento

P/P_w = relação entre o carregamento atuante e o carregamento de trabalho mostrado na Fig. 5.5.

Tab. 5.2 - Carregamentos aplicados às estruturas para análise.

Conclusões:

1) As primeiras conclusões que podem ser tiradas deste exemplo estão relacionadas com as tabelas 5.3 a 5.5 apresentadas a seguir e dizem respeito à avaliação numérica dos resultados.

Foram calculados os momentos máximos nas colunas para cada andar dos pórticos. As relações entre os momentos obtidos das análises em segunda-ordem e em primeira-ordem, para os três pórticos dados, estão resumidas nas tabelas e estão ordenadas de acordo com o método de análise.

Foram usados três métodos para análise dos pórticos. O primeiro deles é encontrado em GOTO e CHEN [5], no qual, além dos efeitos geométricos de segunda-ordem que são a-

nalizados neste trabalho, é considerado, também, o efeito Bowing (que leva em conta os efeitos das deformações axiais causadas pela flexão das barras). O segundo método de análise é o que foi equacionado neste trabalho (despreza os efeitos Bowing), e o terceiro é aquele recomendado pela NBR 8800/86, ou seja, o processo iterativo que considera apenas o efeito $P.\Delta$ e é conhecido como Carga-Lateral-Equivalente ou Fictícia.

Relação P/P_w (1)	Método da referência [5] (2)	Método deste trabalho (3)	Método da NBR 8800/86 (4)
1	1,010	1,009	1,007
2	1,020	1,018	1,013
3	1,032	1,028	1,021
4	1,043	1,038	1,029
5	1,056	1,050	1,037

NOTA: Os momentos são adimensionalizados pelos correspondentes momentos obtidos da análise em primeira-ordem. (NÓ 4)

Tab. 5.3 - Momento máximo nas colunas do pórtico de um andar.

Observando-se as tabelas algumas conclusões podem ser tiradas. Do que foi exposto, pode-se admitir que os resultados apresentados pelo método da referência [5], que leva em conta na sua formulação, entre outros, os efeitos "bowing", seja considerado entre os três métodos de análise usados, como o mais "exato". Assim sendo, avaliando-se numericamente os resultados apresentados pelo método formulado neste trabalho, quando comparados àqueles da referência [5], pode-se concluir que são bastante satisfatórios.

P/P _w (1)	Método da referência [5] (2)	Método deste trabalho (3)	Método da NBR 8800/86 (4)
(a) Primeiro andar (NÓ 4)			
1	1,006	1,007	1,004
2	1,012	1,015	1,007
3	1,019	1,023	1,010
4	1,027	1,032	1,014
5	1,036	1,042	1,018
(b) Segundo andar (NÓ 6)			
1	1,005	1,004	1,006
2	1,009	1,008	1,012
3	1,014	1,012	1,018
4	1,019	1,016	1,026
5	1,025	1,020	1,033

Tab. 5.4 - Momento máximo nas colunas do pórtico de dois andares.

Por outro lado, a precisão do método apresentado pela NBR 8800/86 varia para cada caso, levando a resultados ora mais aproximados, ora menos aproximados quando comparados aos dois métodos anteriores. Observa-se por exemplo, para os pórticos de um e dois andares que os resultados são pouco apurados em relação ao primeiro e segundo métodos apresentados.

Pode-se dizer que o método da NBR 8800/86 é mais simplificado na sua formulação, pois apesar de ser um processo iterativo, ele leva em conta, como efeito de segunda-ordem, apenas o efeito $P\Delta$, o que acarreta uma aproximação menor em relação aos outros dois métodos apresenta-

P/P _W (1)	Método da referência [5] (2)	Método deste trabalho (3)	Método da NBR 8800/86 (4)
(a) Primeiro andar (NÓ 4)			
1	1,021	1,019	1,006
2	1,043	1,040	1,012
3	1,068	1,063	1,018
4	1,095	1,088	1,024
5	1,126	1,116	1,030
(b) Segundo andar (NÓ 6)			
1	1,022	1,019	1,020
2	1,046	1,040	1,041
3	1,073	1,064	1,064
4	1,103	1,089	1,089
5	1,137	1,117	1,115
(c) Terceiro andar (NÓ 8)			
1	1,005	1,005	1,011
2	1,010	1,010	1,024
3	1,016	1,015	1,025
4	1,022	1,021	1,055
5	1,028	1,027	1,075

Tab. 5.5 - Momento máximo nas colunas do pórtico de três andares.

dos. Além disso, o método desenvolvido no trabalho apresentou resposta com uma ou duas iterações apenas, mesmo para os casos de relações de carga P/P_w iguais a cinco, enquanto que o método da NBR 8800/86 exigiu às vezes até cinco iterações para a convergência do processo, para as relações P/P_w maiores, caso em que as estruturas se tornaram mais flexíveis.

Pode-se concluir portanto, que o método apresentado neste trabalho, leva a bons resultados práticos, que se aproximam do valor "real" e bastante eficiente pois exige poucos ciclos de cálculos para a convergência do processo iterativo.

- 2) Ainda com relação a este segundo exemplo, comparando-se novamente o método desenvolvido no trabalho com o método $P\Delta$ da NBR 8800/86, pode-se tirar conclusões com respeito aos deslocamentos obtidos destas análises. Para isto apresentam-se as figuras 5.6, 5.7 e 5.8 e as tabelas 5.6, 5.7 e 5.8 referentes aos pórticos com um, dois e três andares respectivamente.

As figuras mostram os gráficos entre as relações de carga aplicadas aos pórticos, $\frac{P}{P_w}$, e as rotações $\rho = \frac{\Delta x}{l}$, onde Δx é o deslocamento lateral dos nós superiores de cada estrutura e l é a altura total destes pórticos. As figuras apresentam as curvas das análises em primeira-ordem e em segunda-ordem. Observa-se que as curvas da análise em segunda-ordem, referem-se apenas aos resultados utilizando o método desenvolvido neste trabalho pois os gráficos com os resultados do método da NBR 8800/86 teriam seus traçados praticamente superpostos aos anteriores, conforme se pode ver dos dados mostrados nas tabelas.

As tabelas 5.6 a 5.7 mostram as relações P/P_w e as rotações $\rho = \frac{\Delta x}{l}$, para as análises em primeira-ordem e segunda-ordem do método deste trabalho e $P\Delta$ da NBR 8800/86. Além disso, as colunas (5) e (6) mostram as relações entre os deslocamentos de segunda-ordem e primeira-ordem, tanto para o método do trabalho quanto o da NBR 8800/86.

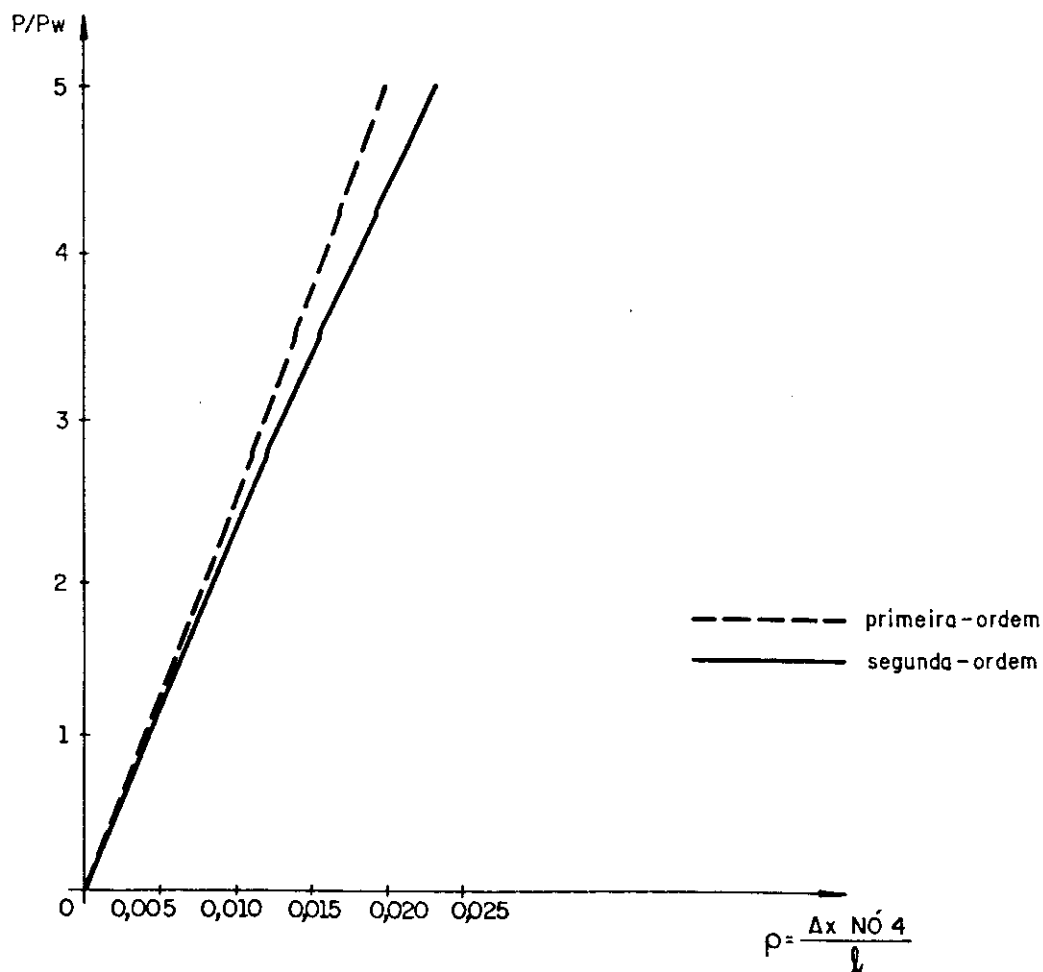


Fig. 5.6 - Gráfico P/P_w x ρ para o pórtico de um andar

$\frac{P}{P_w}$	$\rho = \frac{\Delta x}{l}$ (NÓ 4)			%	
	1ª ordem	2ª ordem Trabalho	$P\Delta$ NBR 8800/86	$\frac{(3)}{(2)}$	$\frac{(4)}{(2)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0,0039	0,0040	0,0040	1,0256	1,0256
2	0,0078	0,0083	0,0082	1,0641	1,0513
3	0,0117	0,0129	0,0127	1,1026	1,0855
4	0,0156	0,0178	0,0174	1,1410	1,1154
5	0,0195	0,0230	0,0225	1,1795	1,1538

Tab. 5.6 - Tabela para comparação dos deslocamentos em segunda-ordem entre os métodos do trabalho e da NBR 8800/86. Pórtico de um andar.

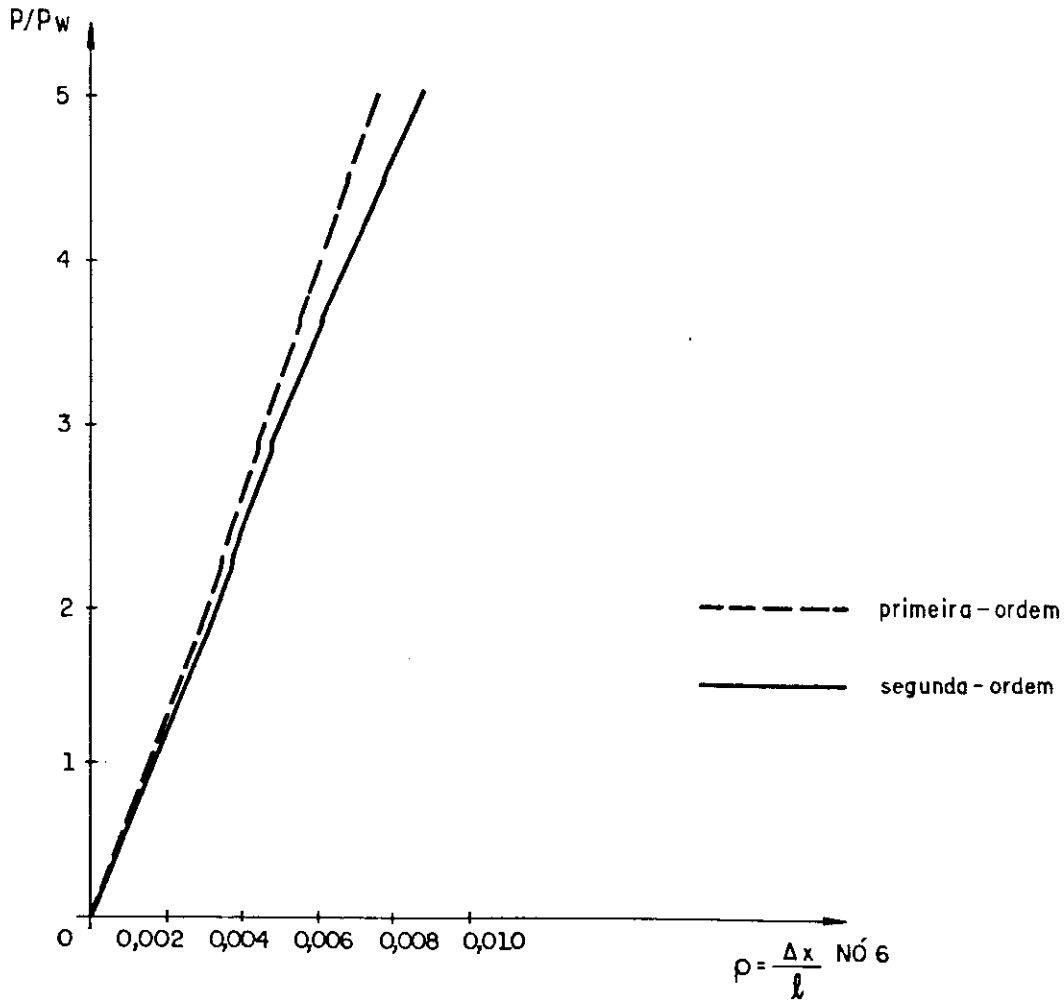


Fig. 5.7 - Gráfico P/P_w x ρ para o pórtico de dois andares.

$\frac{P}{P_w}$	$\rho = \frac{\Delta x}{l}$ (NÓ 6)			%	
	1ª ordem	2ª ordem Trabalho	$P\Delta$ NBR 8800/86	$\frac{(3)}{(2)}$	$\frac{(4)}{(2)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0,0015	0,0015	0,0015	1,0000	1,0000
2	0,0030	0,0032	0,0031	1,0667	1,0333
3	0,0045	0,0049	0,0048	1,0889	1,0667
4	0,0060	0,0067	0,0066	1,1167	1,1000
5	0,0075	0,0086	0,0084	1,1467	1,1200

Tab. 5.7 - Tabela para comparação dos deslocamentos em segunda-ordem entre os métodos do trabalho e da NBR 8800/86. Pórtico de dois andares.

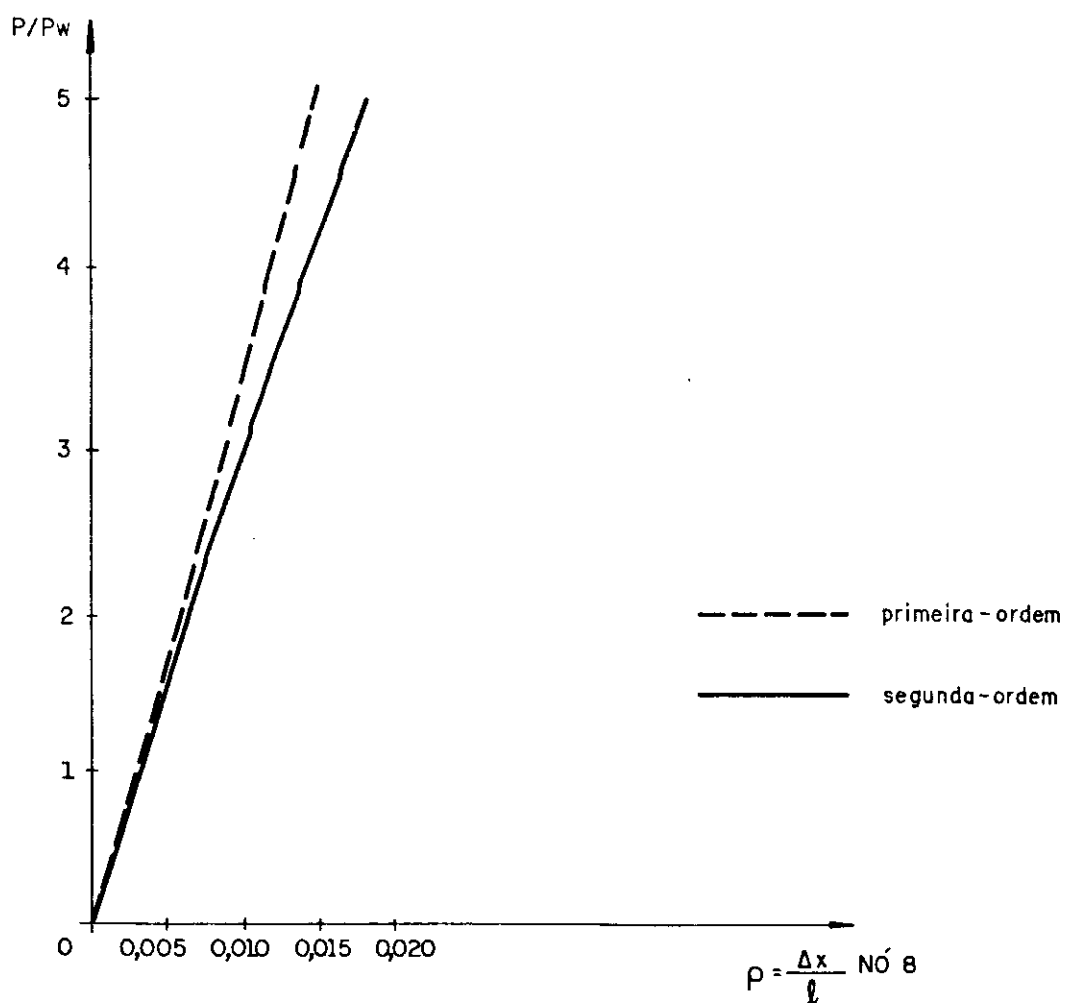


Fig. 5.8 - Gráfico P/P_w x ρ para o pórtico de três andares

$\frac{P}{P_w}$	$\rho = \frac{\Delta x}{l}$ (NÓ 8)			%	
	1ª ordem	2ª ordem Trabalho	$P\Delta$ NBR 8800/86	$\frac{(3)}{(2)}$	$\frac{(4)}{(2)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	0,0029	0,0030	0,0030	1,0345	1,0345
2	0,0058	0,0063	0,0063	1,0862	1,0862
3	0,0087	0,0099	0,0096	1,1379	1,1034
4	0,0117	0,0138	0,0136	1,1795	1,1624
5	0,0146	0,0180	0,0177	1,2329	1,2123

Tab. 5.8 - Tabela para comparação dos deslocamentos em segunda-ordem entre os métodos do trabalho e da NBR 8800/86. Pórtico de dois andares.

Avaliando-se os dados mostrados, nota-se que os deslocamentos em segunda-ordem dos dois métodos de análise estão bem próximos o que permite concluir que, em relação aos deslocamentos, os resultados do método da NBR 8800/86 são satisfatórios; e como era esperado estes deslocamentos são menores do que aqueles do método do trabalho, uma vez que o método da NBR 8800/86 tem uma formulação mais simplificada.

Além disso, observa-se que os deslocamentos em segunda-ordem crescem, em relação a análise em primeira-ordem, quando $\frac{P}{P_w}$ aumenta, podendo chegar a valores que realmente não podem ser desprezados. Alguns autores, como JOHNSTON [6], recomendam que para edifício altos $\sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$ deve ser calculado para as colunas e se exceder 0,9 uma análise mais rigorosa, como a formulada neste trabalho, deve ser feita. Ver tabela 5.9.

$\frac{P}{P_w}$	$\sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$		
	Pórt.c/ 1 andar Barra 2	Pórt.c/ 2 andares Barra 3	Pórt.c/ 3 andares Barra 4
1	0,46	0,51	0,59
2	0,65	0,72	0,83
3	0,80	0,89	1,02
4	0,92	1,03	1,18
5	1,03	1,15	1,32

NOTA: P tem valor da análise em primeira-ordem

Tab. 5.9 - Valores de $\sqrt{Pl^2/EI}$ para os pórticos analisados.

Como um dado prático, observa-se de todos os resultados apresentados que para $\sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$ em torno de 0,9, os valores

em segunda-ordem começam a se tornar "importantes". Recomenda-se então uma análise mais precisa em segunda-ordem, como a que é apresentada neste trabalho.

3) Finalmente, este segundo exemplo ainda permite que se tire algumas conclusões a respeito das "incorreções" cometidas em relação às forças horizontais, que atuam em cada andar dos pórticos e se propagam para as suas barras, quando se faz a análise em segunda-ordem através do método simplificado da Carga-Lateral-Equivalente ou "Fictícia", recomendado pela NBR 8800/86.

Os modelos estruturais simples apresentados nas Figs. 5.9 ajudam a esclarecer estas conclusões.

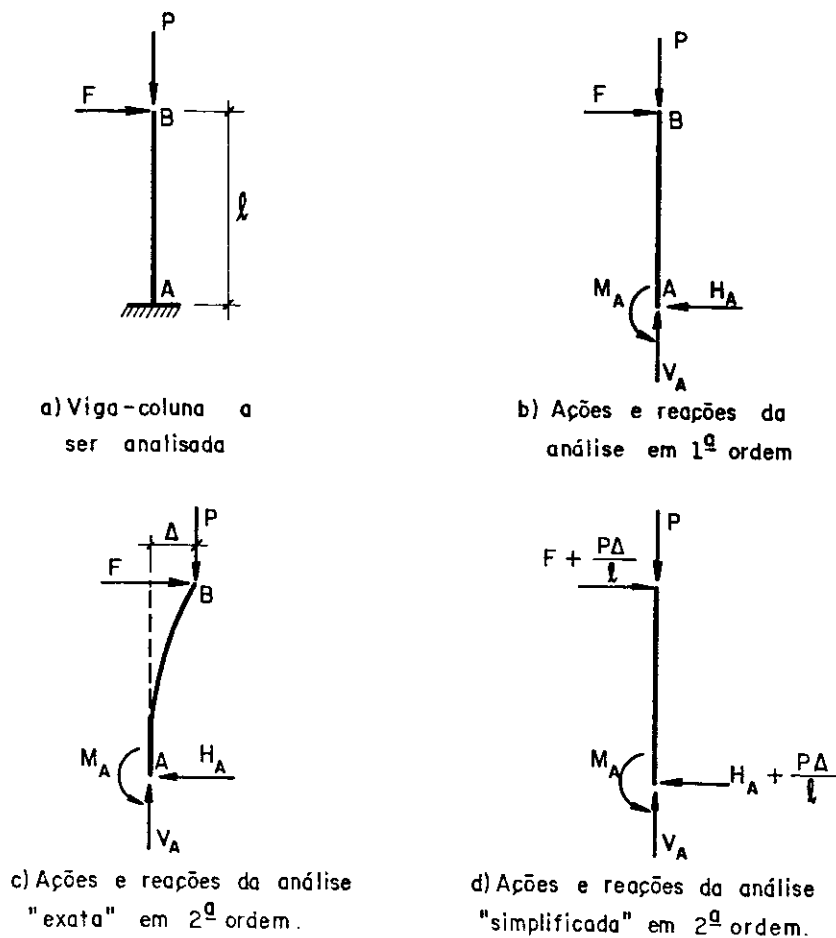


Fig. 5.9 - Modelos estruturais a serem analisados

A Fig. 5.9(a) mostra a viga-coluna AB de altura ℓ na qual atuam as forças P e F, em B, conforme indicado.

Fazendo-se a análise em primeira-ordem da barra AB da Fig. 5.9(b), determinam-se as reações de apoio:

$$V_A = P \quad ; \quad H_A = F \quad ; \quad M_A = F \cdot \ell \quad ;$$

que levam aos seguintes esforços solicitantes:

$$\text{NORMAL} \quad \rightarrow \quad N = P \text{ (comp.)}$$

$$\text{CORTANTE} \quad \rightarrow \quad Q = F$$

$$\text{MOM.FLETOR} \quad \rightarrow \quad M = F \times \ell$$

Considerando o equilíbrio da estrutura na sua posição deformada, Fig. 5.9(c), ou seja, fazendo-se a análise em segunda-ordem "exata", tem-se:

$$V_A = P \quad ; \quad H_A = F \quad ; \quad M_A = F\ell + P\Delta$$

e os esforços solicitantes são:

$$N = P \text{ (comp.)} \quad ; \quad Q = F \quad ; \quad M = F\ell + P\Delta$$

Na Fig. 5.9(d) estão as ações e reações para uma análise "simplificada" em segunda-ordem, ou seja, a análise considera a estrutura na sua posição indeformada mas as forças horizontais são acrescidas de $\frac{P\Delta}{\ell}$, referentes ao efeito $P\Delta$. As parcelas $\frac{P\Delta}{\ell}$ são "fictícias". Tem-se neste caso:

$$V_A = P \quad ; \quad H_A = F \quad ; \quad M_A = \left(F + \frac{P\Delta}{\ell}\right)\ell = F\ell + P\Delta \quad ,$$

levando aos esforços solicitantes:

$$N = P \text{ (comp.)} \quad ; \quad Q = F + \frac{P\Delta}{\ell} \quad ; \quad M = F\ell + P\Delta$$

Conclui-se, portanto, que a análise simplificada, com a carga-Lateral-Equivalente ou "Fictícia", que corresponde ao método de análise recomendado pela NBR 8800/86, leva a um esforço cortante "incorreto" na viga-coluna AB.

As tabelas 5.10 a 5.12, mostram as forças horizontais nos andares dos pórticos da Fig. 5.5 após as análises pelos métodos deste trabalho e o recomendado pela NBR 8800/86.

MÉTODO DE ANÁLISE \ P/P _w	1	2	3	4	5
	TRABALHO	7,28	14,56	21,84	29,12
NBR 8800/86	7,48	15,37	23,72	32,55	41,93

Tab. 5.10 - Forças horizontais (tf) no topo do pórtico de um andar.

MÉTODO DE ANÁLISE \ P/P _w	1		2		3		4		5	
	1º andar	2º andar	1º andar	2º andar	1º andar	2º andar	1º andar	2º andar	1º andar	2º andar
TRABALHO	5,76	2,88	11,52	5,76	17,28	8,64	23,04	11,52	28,80	14,40
NBR 8800/86	5,70	3,03	11,26	6,37	16,65	10,06	21,82	14,15	26,75	18,70

Tab. 5.11 - Forças horizontais (tf) ao nível de cada andar do pórtico de dois andares.

MÉTODO DE ANÁLISE \ P/P _w	1			2			3			4			5		
	1º andar	2º andar	3º andar	1º andar	2º andar	3º andar	1º andar	2º andar	3º andar	1º andar	2º andar	3º andar	1º andar	2º andar	3º andar
TRABALHO	5,456	5,456	2,976	10,912	10,912	5,952	16,368	16,368	8,928	21,824	21,824	11,904	27,28	27,28	14,88
NBR 8800/86	5,277	5,545	3,223	10,154	11,248	7,012	14,568	18,018	10,534	18,392	22,908	16,880	21,556	21,679	23,376

Tab. 5.12 - Forças horizontais (tf) ao nível de cada andar do pórtico de três andares.

As tabelas 5.10 a 5.12 confirmam, como era de se esperar, que as forças horizontais ao nível de cada andar dos pórticos ficam alteradas na análise simplificada sugerida pela NBR 8800/86, e que, por sua vez, levam a incorreções, principalmente, nos esforços cortantes dos pilares. Além disso, caso esta análise não seja feita corretamente, o erro pode se propagar para as cargas laterais atuantes nas fundações destes pórticos.

Após todas estas considerações feitas a partir deste segundo exemplo pode-se concluir que:

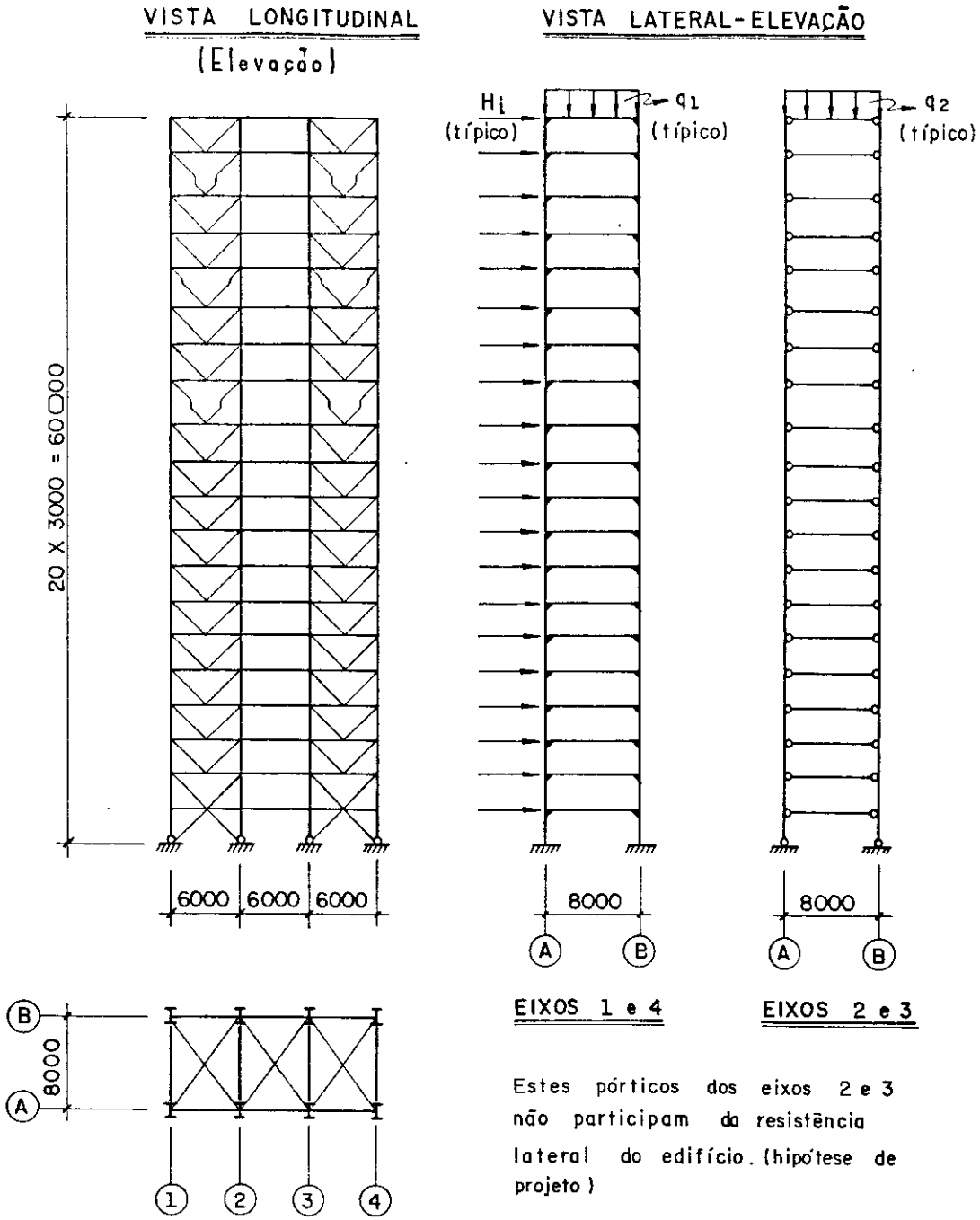
- a) O método de análise em segunda-ordem desenvolvido neste trabalho leva a bons resultados tanto para os deslocamento, quanto aos esforços solicitantes e reações nos apoios das estruturas, sendo portanto recomendado para análises mais precisas de pórticos planos dos edifícios em estruturas de aço.
- b) O método PA recomendado pela NBR 8800/86 deve ser usado com cautela, pois sendo um método simplificado, leva a algumas imprecisões nos resultados. Os deslocamentos dos nós, momentos fletores e forças normais nas barras são aproximados e os esforços cortantes nos pilares são incorretos.

Como dado prático, recomenda-se calcular $\sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$ para as colunas do pórtico, e se exceder 0,9, uma análise em segunda-ordem mais precisa deve ser feita.

5.3 - TERCEIRO EXEMPLO

Neste exemplo será feita a avaliação dos efeitos de segunda-ordem para o caso prático a seguir, onde inicialmente se mostram o esquema estático, as cargas atuantes e as dimensões básicas da estrutura.

Como se pode ver na Fig. 5.10, trata-se de uma estrutura tridimensional de um edifício em aço com 20 andares e pé-direito de 3m de altura.



NOTAS: - Cotas em mm

- Mod. de elasticidade (E) = 2100 tf/cm²

- As cargas indicadas são típicas para todos os andares.

Fig. 5.10 - Esquema estrutural de um edifício de 20 andares de estrutura de aço, cargas atuantes e dimensões básicas.

Este exemplo tem como objetivo, além de apresentar mais uma aplicação prática do programa ora desenvolvido, mostrar que mesmo um arranjo tridimensional pode ser por ele analisado, desde que, em casos particulares como este, algumas hipóteses simplificadoras possam ser feitas e com isto reduzir o problema a um caso plano.

Para isto, convém observar que as cargas indicadas são últimas, ou seja, já estão multiplicadas pelos fatores de segurança correspondentes e valem:

- carga de vento: $H_i = 3,78\text{tf}$, atuando em cada andar.
- as cargas q_1 e q_2 também são cargas últimas, incluem as cargas permanentes e sobrecargas, atuam em todos os andares e apresentam os seguintes valores:

$$q_1 = 2,13\text{tf/m}$$

$$q_2 = 15,63\text{tf/m}$$

No sentido longitudinal, dos eixos (A) e (B), a estrutura é contraventada como mostra a Fig. 5.10.

No sentido transversal, dos eixos (1) a (4), admite-se como hipótese de projeto, que os pórticos dos eixos (2) e (3) não participam da resistência lateral do edifício, ficando a estaticidade por conta apenas dos pórticos dos eixos (1) e (4) (no que se refere às cargas laterais).

Serão adotados perfis soldados estruturais da USIMEC, sendo que todas as vigas serão do tipo VS-750x140 e as colunas do tipo CVS-550x329. Consequentemente, o arranjo tridimensional apresentará simetria tanto na sua geometria quanto no carregamento.

Considera-se também que as lajes possam ser tratadas como diafragmas horizontais rígidos no seu plano e sem rigidez transversal, e assim, em cada andar tem-se deslocamentos de corpo rígido.

Aproveitando-se, então, das simetrias geométrica e de carregamento da estrutura e do fato de que os deslocamentos

mentos laterais em cada andar devem ser os mesmos em todos os pórticos, uma vez que são compatibilizados pelas lajes, o arranjo espacial pode ser transformado no arranjo plano da Fig. 5.11.

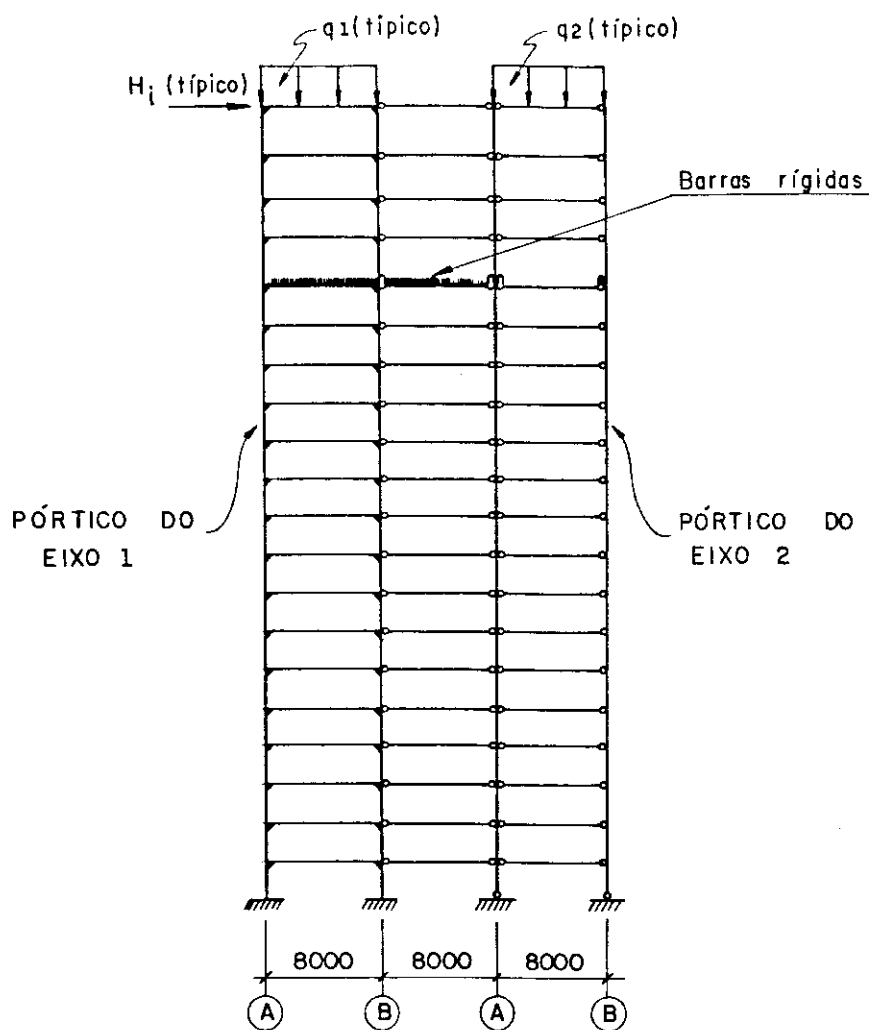


Fig. 5.11 - Arranjo plano inicial

Como se observa na Fig. 5.11, os deslocamentos dos pórticos dos eixos ① e eixo ② são compatibilizados através de barras consideradas rígidas.

Levando-se em conta a hipótese inicial de que o pórtico do eixo ② não participa da resistência lateral do conjunto, outro arranjo plano pode ser idealizado, admitindo-se o seguinte:

- as vigas deste pórtico do eixo (2) são consideradas isostáticas, devendo resistir a

$$M_{\text{máx}} = \frac{q_2 \cdot \ell^2}{8} = \frac{15,63 \cdot 8^2}{8} = 125,04 \text{tf.m}$$

$$Q_{\text{máx}} = \frac{q_2 \cdot \ell}{2} = \frac{15,63 \cdot 8}{2} = 62,52 \text{tf}$$

- os pilares deverão resistir às reações verticais $R = 62,52 \text{tf}$, que são somadas para cada andar.

Assim, os efeitos em segunda-ordem serão absorvidos apenas pelo pórtico rígido do eixo (1) e o arranjo final para a análise a ser feita pelo programa desenvolvido neste trabalho é mostrado na Fig. 5.12.

Alguns dados geométricos das barras deverão ser alterados, para que o arranjo plano da Fig. 5.12 represente bem a estrutura espacial inicialmente adotada.

a) Barras de 1 a 40

$$SX = 419 \text{cm}^2 ; IZ = 219700 \text{cm}^4 ; ZX = 9098 \text{cm}^3$$

b) Barras de 41 a 60

$$SX = 179 \text{cm}^2 ; IZ = 186500 \text{cm}^4 ; ZX = 5458 \text{cm}^3$$

c) Barras de 61 a 80

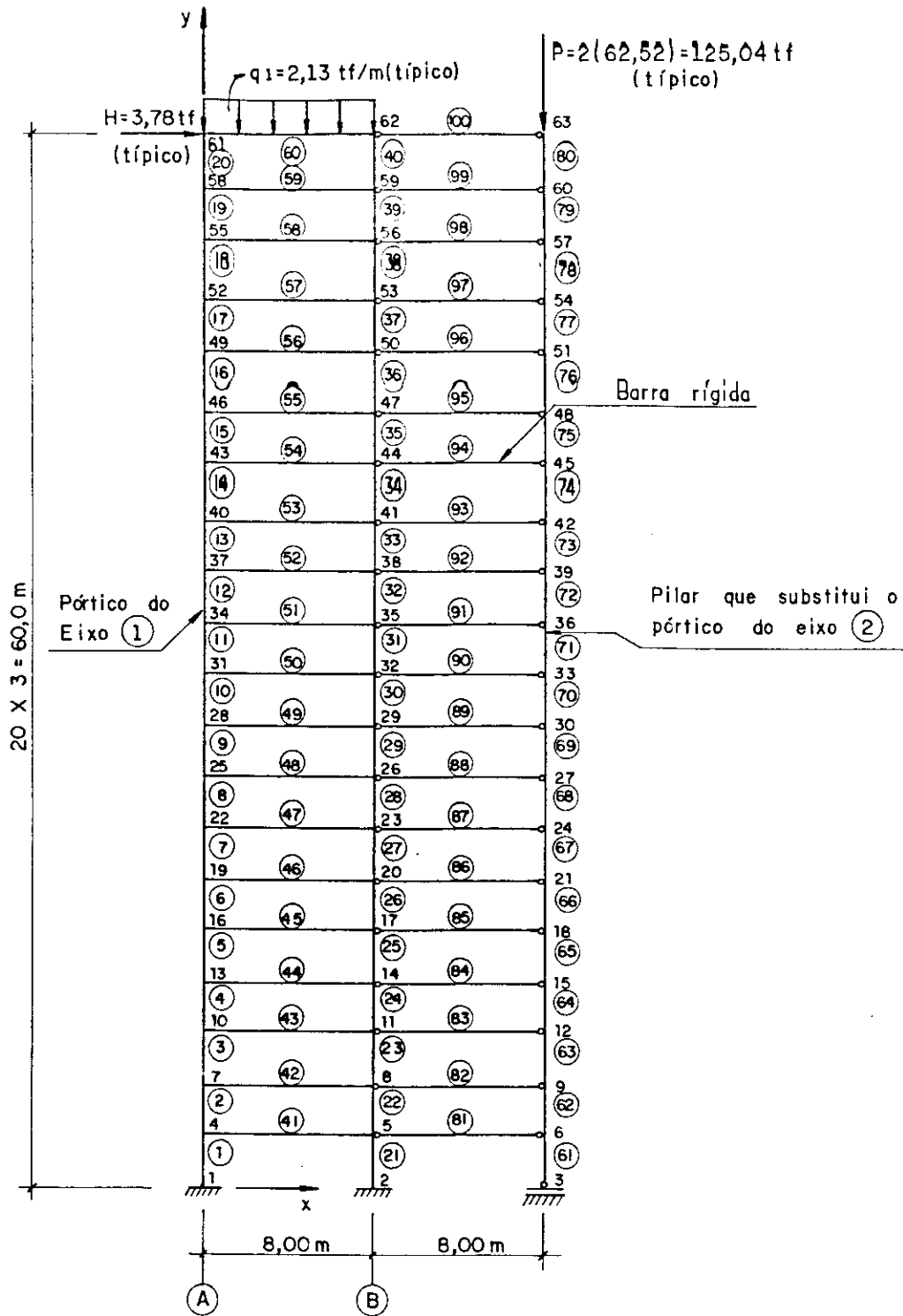
Estas barras substituirão o pórtico do eixo (2), portanto serão adotados:

$$SX = 2 \times 419 = 838 \text{cm}^2 ; IZ = 219700 \text{cm}^4 ; ZX = 9098 \text{cm}^3$$

d) Barras de 81 a 100

Estas barras serão consideradas rígidas e simularão o comportamento das lajes em cada andar, compatibilizando os deslocamentos laterais. Serão adotados:

$$SX = 10 \times 179 = 1790 \text{cm}^2 ; IZ = 186500 \div 100 = 1865 \text{cm}^4 ;$$
$$ZX = 5458 \text{cm}^3$$



NOTAS:- Os efeitos de segunda-ordem serão avaliados para este arranjo estrutural.

- As cargas indicadas são típicas para todos os andares.

Fig. 5.12 - Arranjo plano final para análise

RESULTADOS DA ANÁLISE

ANDAR	NÓ	DESLOC. x (m) (1ª ordem)	DESLOC. x (m) (2ª ordem) TRABALHO	DESLOC. x (m) (2ª ordem) NBR 8800/86
BASE	2	0	0	0
1º	5	0,0063	0,0072	0,0070
2º	8	0,0182	0,0223	0,0206
3º	11	0,0311	0,0380	0,0362
4º	14	0,0444	0,0540	0,0522
5º	17	0,0576	0,0698	0,0682
6º	20	0,0708	0,0854	0,0839
7º	23	0,0836	0,1007	0,0992
8º	26	0,0962	0,1155	0,1140
9º	29	0,1083	0,1298	0,1284
10º	32	0,1201	0,1435	0,1421
11º	35	0,1314	0,1567	0,1552
12º	38	0,1422	0,1692	0,1677
13º	41	0,1525	0,1811	0,1791
14º	44	0,1622	0,1922	0,1897
15º	47	0,1714	0,2027	0,1996
16º	50	0,1799	0,2125	0,2088
17º	53	0,1878	0,2216	0,2174
18º	56	0,1951	0,2299	0,2253
19º	59	0,2019	0,2376	0,2327
20º	62	0,2081	0,2448	0,2394

Obs:- A numeração dos nós dos andares e a orientação dos deslocamentos segundo x, estão de acordo com a Fig. 5.12.

- Os resultados do método da NBR 8800/86 servem apenas como dados comparativos.

Tab. 5.13 - Tabela dos deslocamentos horizontais em cada andar das análises em 1ª e 2ª ordem.

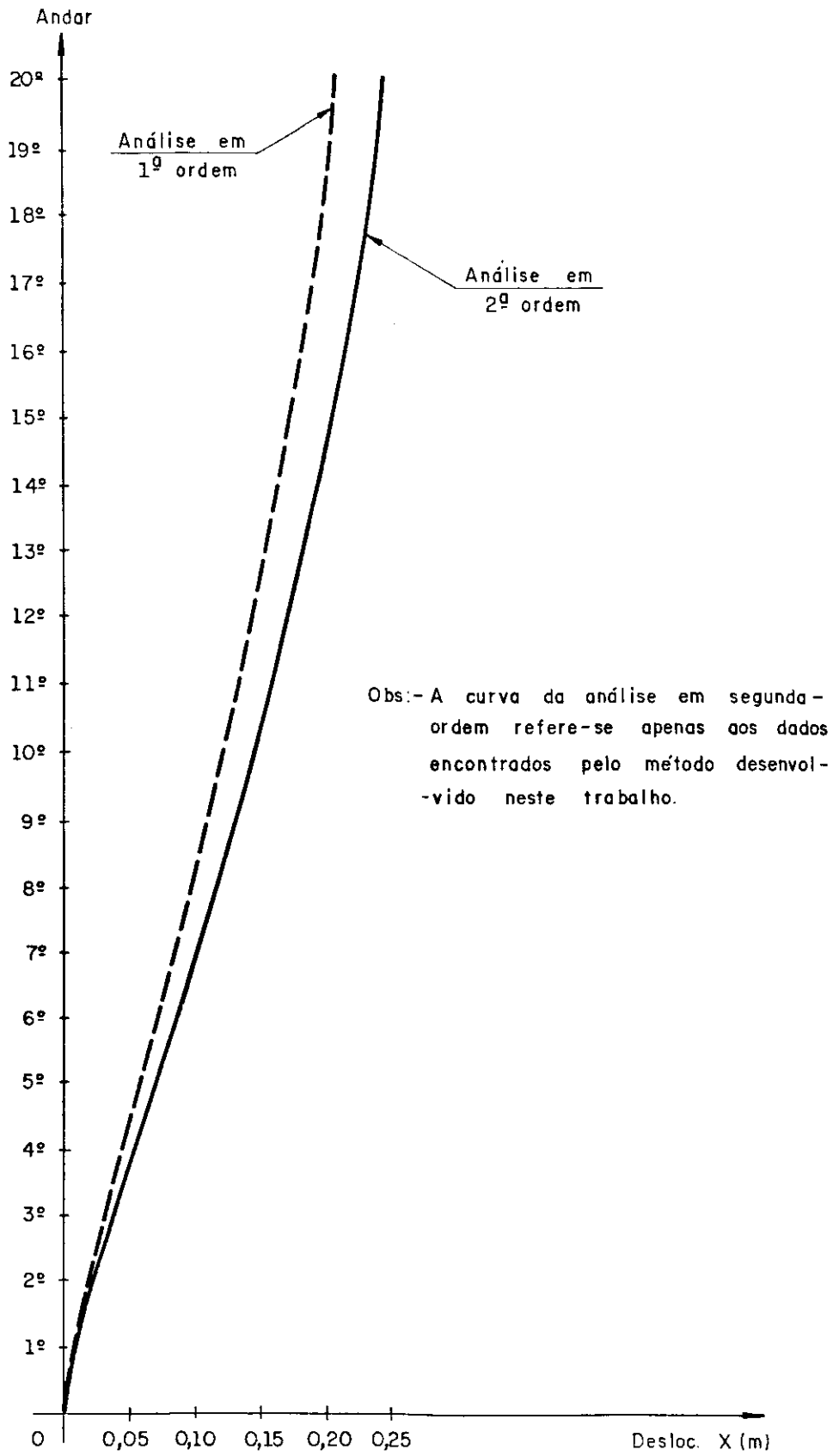


Fig. 5.13 - Gráfico dos deslocamentos horizontais em cada andar das análises em 1ª e 2ª ordem conforme dados da tabela 5.13.

Os esforços solicitantes de cálculo no pilar mais solicitado (barra 21, nó 2) são:

$$1^{\text{a}} \text{ ordem: } \begin{cases} N = 443,337\text{tf} \\ Q = 39,877\text{tf} \\ M = 104,301\text{tf.m} \end{cases}$$

$$2^{\text{a}} \text{ ordem: } \begin{cases} N = 493,164\text{tf} \\ Q = 36,662\text{tf} \\ M = 110,750\text{tf.m} \end{cases} \text{ (TRABALHO)}$$

Conclusões:

- Foram necessárias apenas duas iterações de cálculo para que se obtivessem os resultados da análise em segunda-ordem.
- A relação entre os deslocamentos encontrados $\left(\frac{\Delta_{2^{\text{a}}\text{ord.}}}{\Delta_{1^{\text{a}}\text{ord.}}}\right)$ está em torno de 20%.
- No caso do pilar mais solicitado, a relação entre os momentos fletores ficou em torno de apenas 6%, neste caso.
- Não houve a formação de rótulas plásticas, e a estrutura se encontra ainda em regime elástico.
- Admitindo-se que os deslocamentos encontrados estão dentro de limites de utilização aceitáveis e que a estabilidade fora do plano esteja garantida, pode-se afirmar que esta estrutura satisfaz aos requisitos de resistência e estabilidade para este carregamento.

Observações:

- A rigor as barras correspondentes a (61) a (64) deverão ser de aço especial com $\sigma_y = 3,50\text{tf/cm}^2$.
- Os esforços solicitantes na barra (21), encontrados pelo método da NBR 8800/86 após 5 iterações de cálculo foram os seguintes:

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 490,323\text{tf} \\ Q = 43,922\text{tf} \\ M = 116,013\text{tf.m} \end{array} \right.$$

5.4 - QUARTO EXEMPLO

Neste exemplo será mostrado que se pode estimar a carga crítica de um pórtico de andares múltiplos para um carregamento vertical crescente desde zero. Em seguida, será mostrado que o deslocamento do edifício na iminência da flambagem (modo de flambagem) é o esperado para este tipo de estrutura conforme FIGUEIREDO [3].

Dados para a estrutura

- número de andares = 15
 - pé-direito = 3m
- } altura total do edifício = 45m
- seções transversais: vigas - $(0,3 \times 0,7)\text{m}^2$
pilares - $(0,3 \times 0,8)\text{m}^2$
 - mód. de elasticidade (E) = $2.000.000\text{tf/m}^2$
 - a fig. 5.14 nos mostra 32 nós (NJ) e 45 barras (NB). As barras estão indicadas dentro dos círculos.
 - carregamentos: a) carga de vento (q) = $0,36\text{tf/m}$. Será mantida constante para todas as combinações de cargas.
b) carga vertical p (tf/m). Este carregamento é distribuído ao longo da altura do edifício e crescerá desde zero até 130tf/m conforme tabela 5.14, num total de NC = 14 combinações de carga.

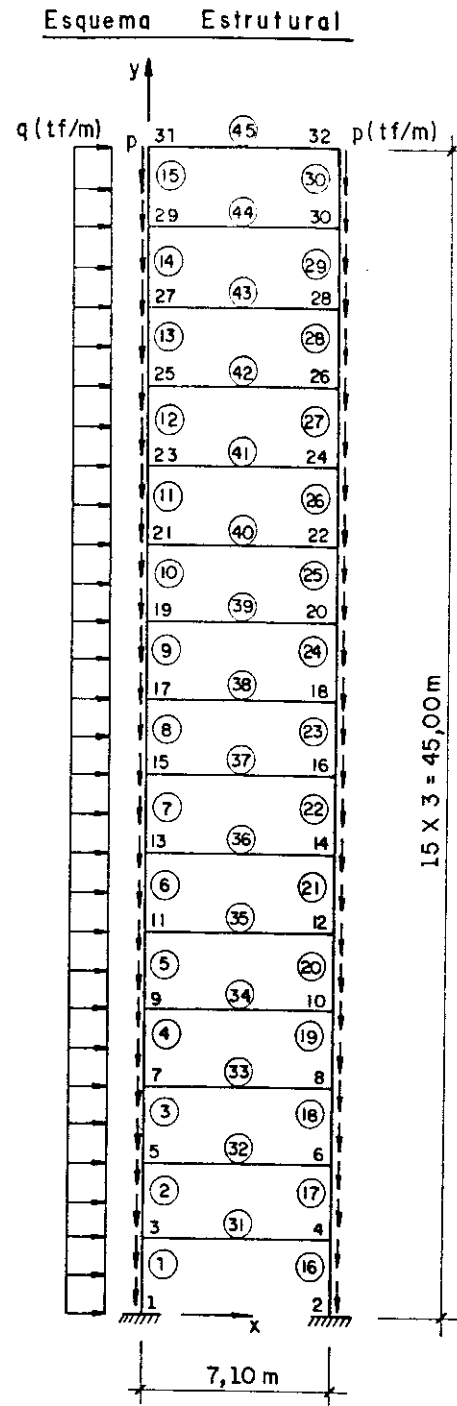


Fig. 5.14 - Esquema estrutural de um edifício de 15 andares - Carregamentos e dimensões básicas.

Resultados da análise em segunda-ordem

NC	p (tf/m)	Desloc. X no topo - nó 32 (m)	NC	p (tf/m)	Desloc. X no topo - nó 32 (m)
1	0	0,0535	8	100	0,2836
2	4	0,0552	9	105	0,3732
3	20	0,0633	10	110	0,5529
4	40	0,0777	11	115	1,0884
5	60	0,1013	12	120	indeterm.
6	80	0,1475	13	125	-
7	90	0,1932	14	130	-

Tab. 5.15 - Deslocamentos no topo do edifício, em metros.

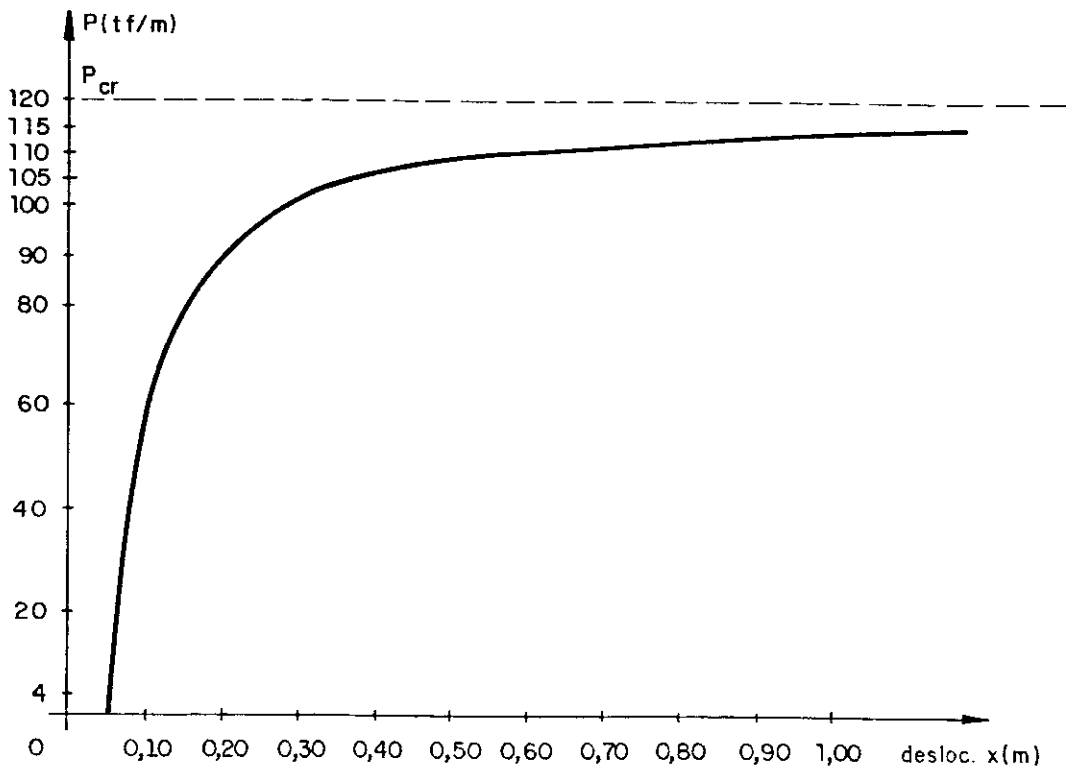


Fig. 5.15 - Gráfico p x desloc. X - estimativa para p crítico.

Andar (n ^o)	desloc. X (m)	modo de flamb. (estimado)	Andar (n ^o)	desloc. X (m)	modo de flamb. (estimado)
Base (2)	0	0	8 ^o (18)	0,8182	0,7517
1 ^o (4)	0,0418	0,0038	9 ^o (20)	0,8763	0,8051
2 ^o (6)	0,1486	0,1365	10 ^o (22)	0,9249	0,8498
3 ^o (8)	0,2866	0,2633	11 ^o (24)	0,9664	0,8879
4 ^o (10)	0,4273	0,3926	12 ^o (26)	1,0023	0,9209
5 ^o (12)	0,5539	0,5089	13 ^o (28)	1,0340	0,9500
6 ^o (14)	0,6604	0,6067	14 ^o (30)	1,0624	0,9761
7 ^o (16)	0,7475	0,6868	15 ^o (32)	1,0884	1,0000

NOTAS: a) Valores encontrados quando $NC = 11$, $p = 115\text{tf/m}$

b) O modo de flambagem foi estimado dividindo-se os deslocamentos por 1,0884 (desloc. X do 15^o andar).

Tab. 5.16 - Deslocamento lateral do edifício na iminência de flambagem.

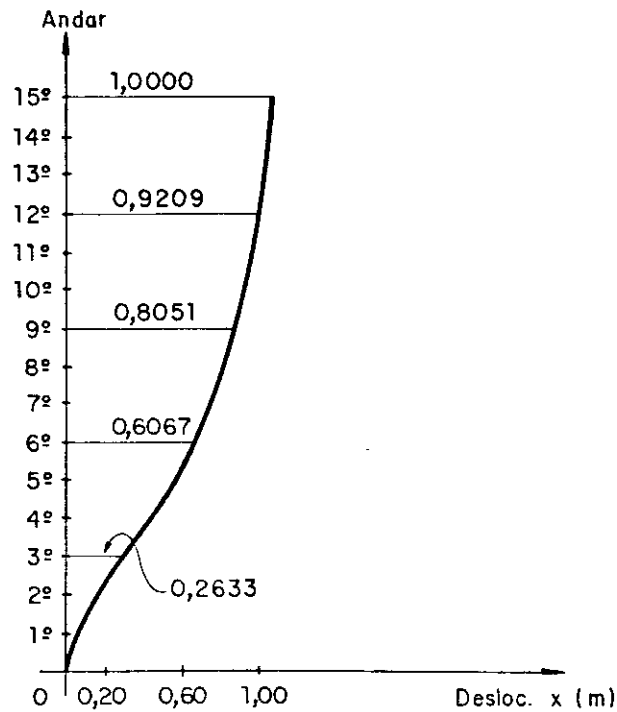


Fig. 5.16 - Gráfico do deslocamento do edifício. Modo de flambagem estimado, como era esperado para pórticos deslocáveis.

5.5 - CONCLUSÕES FINAIS

Na introdução deste trabalho, foi visto que, com o advento recente da NBR 8800/86, evidenciou-se a carência de estudos e publicações específicas para o uso do aço em estruturas, no nosso país. Temas como este, da análise em segunda-ordem, precisavam ser melhor estudados. Sendo assim, o objetivo deste trabalho era o de se fazer um estudo sobre a análise elástica em segunda-ordem dos pórticos planos metálicos e apresentar um programa para microcomputadores que pudesse ser facilmente implementado, de fácil acesso para os engenheiros dos escritórios de cálculo e projeto e que levasse a bons resultados práticos, mesmo para as estruturas de pórticos mais complexas.

Para isto, analisou-se o comportamento global dos pórticos planos, de forma qualitativa, através de gráficos PARÂMETRO DE CARGA x PARÂMETRO DE DESLOCAMENTO e de forma quantitativa aproximada, através de um exemplo de um modelo simples, com o intuito de se ter um conhecimento básico do assunto. Em seguida, fixou-se apenas no caso específico de análise elástica em segunda-ordem destes pórticos e foram feitos comentários sucintos, sobre os processos de análise em segunda-ordem que a NBR 8800/86 sugere.

Após esta análise, passou-se ao equacionamento do problema em segunda-ordem, com um tratamento matricial visando sua implementação em microcomputadores. Neste equacionamento, o equilíbrio da estrutura é feito na sua posição deformada e ainda são válidas as hipóteses da teoria dos pequenos deslocamentos. Foram consideradas na análise: a influência da força axial na rigidez das barras, as deformações axiais das barras, e o chamado efeito PA. Os problemas numéricos que surgiram desta formulação foram avaliados e evitados. O processo iterativo, necessário para a solução do problema, foi descrito e mostrou-se que a iteração nas forças normais, para o caso dos pórticos de edifícios, leva a poucos ciclos de cálculo na convergência do processo iterativo,

para as cargas de trabalho, aumentando assim a velocidade e eficiência do programa.

Finalmente, alguns exemplos práticos foram apresentados com várias finalidades. No primeiro exemplo, procurou-se mostrar os recursos que o programa oferece e fazer uma interpretação dos resultados e mensagens que o programa envia. Pretendeu-se mostrar também, que a correta interpretação dos resultados leva as boas análises em segunda-ordem e mostrar a facilidade do uso do programa nos problemas práticos.

No segundo exemplo, compararam-se os resultados do programa desenvolvido neste trabalho com os de outros métodos para a análise em segunda-ordem, com o objetivo de se verificar a validade dos resultados. Foi feita também a comparação com o método $P\Delta$ sugerido pela NBR 8800/86, que é mais simplificado na sua formulação e concluiu-se que este deve ser usado com cautela e que numa análise de maior responsabilidade, um método mais preciso deve ser usado.

No terceiro exemplo, o objetivo era mostrar a versatilidade do programa e que este não dispensa o engenheiro, ao contrário, exige maior conhecimento sobre o assunto para que análises corretas sejam feitas, por isto, recomenda-se a leitura atenta do trabalho, principalmente dos capítulos II, IV e V.

No quarto exemplo, a intenção era estimar a carga crítica de flambagem do pórtico e confirmar o modo de flambagem.

Considerando tudo isto, conclui-se que o método é simples e bem preciso para aplicação aos casos práticos. O programa pode ser facilmente implementado em microcomputadores da linha IBM PC, com no mínimo 128 Kb de memória RAM, e recomenda-se para uso geral.

BIBLIOGRAFIA

- 1) ANTUNES, H.M.C.C. Instabilidade elástica de estruturas lineares planas usuais. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1972. 101 p. (Dissertação de mestrado).
- 2) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (NBR 8800/1986). Rio de Janeiro, ABNT, 1986. 200 p.
- 3) FIGUEIREDO, R.G. Sobre a instabilidade elástica de pórticos tridimensionais de edifícios. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1972. 160 p. (Tese de doutorado).
- 4) GALAMBOS, T.V. Structural members and frames. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1968. 373 p.
- 5) GOTO, Y. & CHEN, W.F. Second-order elastic analysis for frame design. Journal of Structural Engineering, ASCE, 113 (7): 1501-1519, July, 1987.
- 6) JOHNSTON, B.G., ed. Guide to stability design criteria for metal structures, by Structural Stability Research Council. 3rd. ed. New York, John Wiley & Sons, 1976. 616 p.

- 7) KALYANARAMAN, V. P-Delta analysis of tall buildings. In: SEMINAR OF TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED CONCRETE IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, India, May 24-26, 1984. Prelyminary Publication. P.I-231-245.
- 8) LU, L.-W. et al. Strength and drift characteristics of steel frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 103 (11): 2225-2241, Nov. 1977.
- 9) MACGREGOR, J.G. & HAGE, S.E. Stability analysis and design of concrete frames. Journal of the Structural Division, ASCE, 103 (10): 1953-1970, Oct. 1977.
- 10) MOREIRA, D.F. Análise matricial das estruturas. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, São Paulo, Ed. da Universidade de São Paulo, 1977. 390 p.
- 11) NEAL, B.G. The plastic methods of structural analysis. 3rd. ed. London, Chapman and Hall, 1977. 205 p.
- 12) OWEN, D.R.J. & HINTON, E. One-dimensional nonlinear problems. In: _____. Finite elements in plasticity: theory and practice. Swansea, UK, Pineridge Press, 1980. Chapter 2, p. 13-31.
- 13) SCHOLZ, H. P-Delta effect elastic analysis of sway frames. Journal of Structural Engineering, ASCE, 113 (3): 534-545, Mar. 1987.
- 14) VASCONCELLOS, FILHO, A. Teoria das estruturas: tabelas. Belo Horizonte, Escola de Engenharia da UFMG, 1980. 93 p. (Edições Engenharia 04/80).

ANEXO A

LISTAGEM DO PROGRAMA

```
C
C
C      *
C      * PROGRAMA PARA CALCULO DE PORTICOS PLANOS CONSIDERANDO      *
C      * ANALISES ELASTICAS EM PRIMEIRA E SEGUNDA ORDEM            *
C      *
C      * AUTOR - ARMANDO CESAR CAMPOS LAVALL                       *
C      *
C      *
C      *
C
C      *****
C      *
C      *****
C      DECLARACAO DAS VARIAVEIS E SUAS DIMENSOES
C      *****
C      INTEGER TIPO,RV,CTIPO
C      REAL IZ,L,MP
C      DIMENSION X(85),Y(85),SX(10),IZ(10),NI(150),NF(150),TIPO(150),L(15
C      10),CX(150),CY(150),R(255,21),RS(21),RV(255),F(255),FO(255),PO(150,
C      26),RAP(255),DS(6),PS(6),PEULER(150),PAXIAL(150),PAX2OR(150),P1(150
C      3),P2(150),P3(150),P4(150),P5(150),P6(150),SIGMAY(10),ZX(10),PY(150
C      4),MP(150)
C      DIMENSION X(NJ),Y(NJ),SX(NT),IZ(NT),NI(NB),NF(NB),TIPO(NB),L(NB),C
C      1X(NB),CY(NB),R(NCORD,LF),RS(21),RV(NCORD),F(NCORD),FO(NCORD),PO(NB
C      2,6),RAP(NCORD),PS(6),PEULER(NB),PAXIAL(NB),PAX2OR(NB),P1(NB),P2(NB
C      3),P3(NB),P4(NB),P5(NB),P6(NB),SIGMAY(NTIPO),ZX(NTIPO),PY(NB),MP(NB
C      4),DS(6)
C      OPEN(1,FILE='ENTRADA.DAD',STATUS='OLD',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='F
C      1ORMATTED')
C      OPEN(2,FILE='SAIDA.DAD',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FOR
C      1MATTED')
C      OPEN(3,FILE='FORCNOS.DAD',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='U
C      1NFORMATTED')
C      OPEN(4,FILE='REACAPO.DAD',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='U
C      1NFORMATTED')
C      OPEN(5,FILE='MATRIG1.DAD',STATUS='NEW',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='U
C      1NFORMATTED')
C      *****
C      ALOCACAO DE ARQUIVOS
C      *****
C      IN=1
C      IOUT=2
C      *****
C      LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS GEOMETRICOS,ELASTICOS E DOS
C      VINCULOS NODAIS
C      *****
C      *****
C      LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS DA ESTRUTURA
C      *****
C      READ(IN,10)NB,NJ,NAP,E,KC
C      10 FORMAT(//,3I5,F10.0,15)
C      WRITE(IOUT,20)NB,NJ,NAP,E
C      20 FORMAT(1H1, //,70(//), //,57H, DADOS DA ESTRUTURA //,50(//), ///,21X
C      1, NUMERO DE BARRAS (NB) = //,16, //,21X, NUMERO DE NODOS (NJ) = //,1
C      26, //,21X, NUMERO DE APOIOS (NAP) = //,16, //,21X, NUMERO DE CARREG. (
C      3) = //,16, //,21X, MOD. DE ELAST. (E) = //,70.0, ///,25X,23(//), //
```

```

4,27X, 'COORDENADAS DOS NOS',/,25X,23(' '),///,25X, 'NO'      X
5  'Y')
C *****
C      LEITURA E IMPRESSAO DOS NOS E SUAS COORDENADAS
C *****
DO 40 K=1,NJ
  READ (IN,20) J,X(J),Y(J)
20 FORMAT (/,15,2F10.0)
40 WRITE (IOUT,41) J,X(J),Y(J) /
41 FORMAT (/,22X,15,2F10.3)
C *****
C      NUMERO DE BARRAS COM PROPRIEDADES GEOMETRICAS (SX E IZ)
C      DIFERENTES E SEUS RESPECTIVOS VALORES
C *****
  READ (IN,50) NTIPO
50 FORMAT (/,15)
  DO 60 J=1,NTIPO
60 READ (IN,61) K,SX(K),IZ(K),ZX(K),SIGMAY(K)
61 FORMAT (/,15,4F10.0)
C *****
C      LEITURA E IMPRESSAO DAS INCIDENCIAS E PROPRIEDADES GEOMETRICAS
C      DAS BARRAS
C *****
  WRITE (IOUT,70)
70 FORMAT(1H1,/,10X,53('*'),/,12X, 'INCIDENCIAS E PROPRIEDADES GEOMET
1RICAS DAS BARRAS',/,10X,53('*'),///,2X, 'BARRA NOIN NOFI'  L',8
2X, 'SX',10X, 'IZ',8X, 'CX',8X, 'CY')
  LF=0
  PI=3.1416
  NCORD=3*NJ
  DO 90 K=1,NE
  READ (IN,80) I,NI(I),NF(I),TIPO(I)
80 FORMAT (/,4I5)
  JI=NI(I)
  JK=NF(I)
C *****
C      VERIFICACAO DA LARGURA DE FAIXA
C *****
  I1=(ABS(JK-JI)+1)*3
  IF(LF.LT.I1)LF=I1
  IF(LF.LE.21)GO TO 86
  WRITE(IOUT,85)I,LF
85 FORMAT(//, '*** A BARRA ',13, ' TEM LF=',13, ' *** DEVEMOS REDEFINIR
1 LF ***')
  GO TO 530
86 NT=TIPO(I)
  A1=Y(JK)-Y(JI)
  A2=X(JK)-X(JI)
  L(I)=SQRT(A1*A1+A2*A2)
  CX(I)=A2/L(I)
  CY(I)=A1/L(I)
  PY(I)=SX(NT)+SIGMAY(NT)

```

```
MP(I)=ZX(NT)*SICHAY(NT)
PEULER(I)=PI*PI*E*IZ(NT)/(L(I)*L(I))
90 WRITE(IOUT,91)I,JI,JK,L(I),CX(NT),IZ(NT),CX(I),CY(I)
91 FORMAT(/,2X,14,2I6,2F10.3,F12.3,2F10.3)
C *****
C     DEFINICAO DOS APOIOS- LEITURA DOS VINCULOS NODAIS
C *****
DO 100 J=1,NCORD
100 RV(J)=0
    WRITE(IOUT,110)
110 FORMAT(///,24X,23('*'),/,26X,'VINCULOS DOS APOIOS',/,24X,23('*'),/
1/,23X,'NO RV(X) RV(Y) RV(Z)')
    DO 130 J=1,NAP
        READ(IN,120)K,RV(3*K-2),RV(3*K-1),RV(3*K)
120 FORMAT(/,4I5)
130 WRITE(IOUT,131)K,RV(3*K-2),RV(3*K-1),RV(3*K)
131 FORMAT(/,19X,2I6,2I8)
C *****
C     LEITURA E IMPRESSAO DOS CARREGAMENTOS
C *****
DO 520 M=1,NC
    WRITE(IOUT,140)M
140 FORMAT(1H1,/,70('*'),/,23X,'CARREGAMENTO NUMERO',15,/,70('*'))
    DO 150 J=1,NCORD
        F(J)=0.
150 FO(J)=0.
        DO 160 I=1,NB
            DO 160 J=1,6
160 PO(I,J)=0.
        READ(IN,165)NNC,NBC
165 FORMAT(/,2I5)
C *****
C     DEFINICAO DAS CARGAS NODAIS - LEITURA E IMPRESSAO DOS NOS
C     CARREGADOS E SUAS ACOES NAS COORDENADAS GLOBAIS.
C *****
IF(NNC.EQ.0) GO TO 200
WRITE(IOUT,170)
170 FORMAT(///,27X,17('*'),/,29X,'ACOES NOS NOS',/,27X,17('*'),//,17X,
1'NC ACAO X ACAO Y ACAO Z')
    DO 190 J=1,HNC
        READ(IN,180)K,F(3*K-2),F(3*K-1),F(3*K)
180 FORMAT(/,15,3F10.0)
190 WRITE(IOUT,191)K,F(3*K-2),F(3*K-1),F(3*K)
191 FORMAT(/,14X,15,3F12.3)
C *****
C     DEFINICAO DOS CARREGAMENTOS NAS BARRAS - LEITURA E IMPRESSAO
C     DAS BARRAS CARREGADAS , TIPOS DE CARREGAMENTOS , VALORES DAS
C     CARGAS NAS COORDENADAS GLOBAIS E DISTANCIAS DOS PONTOS DE APLI-
C     CACAO DAS CARGAS AS EXTREMIDADES INICIAL E FINAL DA BARRA
C *****
200 IF(NBC.EQ.0) GO TO 210
    WRITE(IOUT,210)
210 FORMAT(1H1,/,26X,20('*'),/,26X,'ACOES NAS BARRAS',/,26X,20('*'),/
1//,2X,'CARREGAMENTO TIPO 1 - MOMENTO APLICADO NUM PONTO QUALQUER D
```



```

2E UHA',/,24X, BARRA INCLINADA',//,2X, 'CARREGAMENTO TIPO 2 - CARGA
3HORIZONTAL CONCENTRADA, APLICADA NUM PONTO',/,24X, 'QUALQUER DE UMA
4BARRA INCLINADA',//,2X, 'CARREGAMENTO TIPO 3 - CARGA VERTICAL CONCE
5NTRADA , APLICADA NUM PONTO',/,24X, 'QUALQUER DE UMA BARRA INCLINAD
6A',//,2X, 'CARREGAMENTO TIPO 4 - CARREGAMENTO HORIZONTAL, UNIFORMEME
7NTE DISTRIBUI-',/,24X, 'TUANDO EM TODA A BARRA INCLINADA ,//,2X
8, 'CARREGAMENTO TIPO 5 - CARREGAMENTO VERTICAL , UNIFORMEMENTE DIST
9RIBUI-',/,24X, 'TUANDO EM TODA A BARRA INCLINADA ,//,2X, 'CARREG
0AMENTO TIPO 6 - CARREGAMENTO TRIANGULAR CRESCENTE EM TODA A',/,24X
1, 'BARRA (BARRA HORIZONTAL)',//,2X, 'CARREGAMENTO TIPO 7 - CARREGAME
2NTO PARCIAL, UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDO',/,24X, 'EM BARRA HORIZONTAL'
3,5(/),15X, 'BARRA TIPO Q DIST A1 DIST A2')
DO 240 J=1,NBC
READ(IN,220)I,CTIPO,Q,A1,A2
220 FORMAT(/,2I5,3F10.0)
WRITE(1OUT,230)I,CTIPO,Q,A1,A2
230 FORMAT(/,15X,14,16,F12.5,2F10.3)
A3=L(I)
A4=CX(I)
A5=CY(I)
C
240 CALL ENGAP(I,CTIPO,Q,A1,A2,A3,A4,A5,PO)
C
DO 250 I=1,NE
J1=3*N1(I)-2
J2=J1+1
J3=J2+1
K1=3*N2(I)-2
K2=K1+1
K3=K2+1
FO(J1)=FO(J1)+PO(I,1)*CX(I)-PO(I,2)*CY(I)
FO(J2)=FO(J2)+PO(I,1)*CY(I)+PO(I,2)*CX(I)
FO(J3)=FO(J3)+PO(I,3)
FO(K1)=FO(K1)+PO(I,4)*CX(I)-PO(I,5)*CY(I)
FO(K2)=FO(K2)+PO(I,4)*CY(I)+PO(I,5)*CX(I)
250 FO(K3)=FO(K3)+PO(I,6)
260 DO 270 J=1,NCORD
RAP(J)=-F(J)
F(J)=F(J)-FO(J)
IF(RV(J).NE.O)F(J)=O.
270 CONTINUE
REWIND 3
WRITE(3)F
REWIND 4
WRITE(4)RAP
C
*****
C
DEFINICAO DOS ESFORÇOS AXIAIS E TESTES PARA ANALISES DE
C
PRIMEIRA E SEGUNDA ORDEM
C
*****
NCONT=0
DO 280 I=1,NE
FAXIAL(I)=0.
280 FANGER(I)=0.
C
*****

```

```
C      MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ (PRIMEIRA E SEGUNDA ORDEM)
C      ****
285 IF((M.GT.1).AND.(NONT.EQ.0))GO TO 340
      DO 290 J=1,NCOORD
      DO 290 K=1,LF
290 R(J,K)=0.
      DO 300 I=1,NE
      NT=TIPD(I)
      A1=L(I)
      A2=EX(NT)
      A3=IZ(NT)
      A4=CX(I)
      A5=CY(I)
      A6=PAXIAL(I)
      RELAC=A6/PEULER(I)
      REL=ABS(RELAC)
      XMI=PI/2*SQRT(REL)
C
C      ****
C      VERIF. DA RELACAO PAXIAL/PEULER
C      ****
C
      IF(REL.GT.3.85)THEN
      WRITE(IOUT,295)I,RELAC
295 FORMAT(/, '*** A BARRA ',I3,' TEM A RELACAO PAXIAL/PEULER = ',F7.
      13,/, '*** VERIFICAR AS CONDICÕES DESTA BARRA NA ESTRUTURA. ')
      GO TO 518
      END IF
296 CONTINUE
C      ****
C      O CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE CADA BARRA ,(RS),QUE VAI
C      CONTRIBUIR PARA A FORMACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DA
C      ESTRUTURA, SERA FEITO ATRAVES DA SUBROTINA RIG2.
C      ****
C
      CALL RIG2(E,RELAC,XMI,A1,A2,A3,A4,A5,A6,RS)
C
      J1=3*NI(I)-2
      J2=J1+1
      J3=J2+1
      K1=3*NF(I)-2
      K2=K1+1
      K3=K2+1
      R(J1,1)=RS(1)+R(J1,1)
      R(J1,2)=RS(2)+R(J1,2)
      R(J1,3)=RS(4)+R(J1,3)
      R(J2,1)=RS(3)+R(J2,1)
      R(J2,2)=RS(5)+R(J2,2)
      R(J3,1)=RS(6)+R(J3,1)
      R(K1,1)=RS(10)+R(K1,1)
      R(K1,2)=RS(14)+R(K1,2)
      R(K1,3)=RS(18)+R(K1,3)
      R(K2,1)=RS(15)+R(K2,1)
      R(K2,2)=RS(20)+R(K2,2)
```

```
R(K3,1)=RS(21)-R(K3,1)
IF(J1.GT.K1)THEN
R(K1,J1-K1+1)=RS(7)
R(K1,J2-K1+1)=RS(8)
R(K1,J3-K1+1)=RS(9)
R(K2,J1-K2+1)=RS(11)
R(K2,J2-K2+1)=RS(12)
R(K2,J3-K2+1)=RS(13)
R(K3,J1-K3+1)=RS(16)
R(K3,J2-K3+1)=RS(17)
R(K3,J3-K3+1)=RS(18)
ELSE
R(J1,K1-J1+1)=RS(7)
R(J1,K2-J1+1)=RS(11)
R(J1,K3-J1+1)=RS(16)
R(J2,K1-J2+1)=RS(8)
R(J2,K2-J2+1)=RS(12)
R(J2,K3-J2+1)=RS(17)
R(J3,K1-J3+1)=RS(9)
R(J3,K2-J3+1)=RS(13)
R(J3,K3-J3+1)=RS(18)
END IF
300 CONTINUE
DO 330 J=1,NCORD
IF(RV(J).EQ.0) GO TO 330
DO 310 K=2,LF
310 R(J,K)=0.
IF(J.EQ.1)GO TO 330
IF(J.LT.LF)THEN
KA=J-1
ELSE
KA=LF-1
END IF
NCO=1
DO 320 K=1,KA
NCO=NCO+1
N=J-K
320 R(N,NCO)=0.
330 CONTINUE
IF(KONT.NE.0)THEN
REWIND 3
READ(3)F
REWIND 4
READ(4)RAP
ELSE
C *****
C GRAVACAO EM DISCO DA MATRIZ DE RIGIDEZ,JA COM LINHAS E COLUNAS
C DEVIDAMENTE ZERADAS.
C *****
REWIND 1
PRINT(5)R
END IF
C *****
C CALCULOS DOS DESLOCAMENTOS , ESFORÇOS E REACÇÕES NOS APOIOS
```

```
C      *****
340 N=NCORD
    CALL SOLUC(R,F,LF,N)
    DO 260 I=1,NE
      NT=TIPO(I)
      J1=3*NI(I)-2
      J2=J1+1
      J3=J2+1
      K1=3*NF(I)-2
      K2=K1+1
      K3=K2+1
      A1=L(I)
      A2=SX(NT)
      A3=IZ(NT)
      A4=CX(I)
      A5=CY(I)
      A6=PAXIAL(I)
      RELAC=A6/PEULER(I)
      REL=ABS(RELAC)
      XMI=PI/2*SQRT(REL)
      DS(1)=F(J1)
      DS(2)=F(J2)
      DS(3)=F(J3)
      DS(4)=F(K1)
      DS(5)=F(K2)
      DS(6)=F(K3)

C
    CALL RIG2(E,RELAC,XMI,A1,A2,A3,A4,A5,A6,RS)

C
C      *****
C      CALCULO DE PS(1)- ESFORCOS NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS
C      SISTEMA GLOBAL DE REFERENCIA
C      ESTES ESFORCOS NAO TEM O EFEITO DOS CARREGAMENTOS NAS BARRAS
C      PS(1)=RS(1)*DS(!)
C      *****
C
    DO 350 J=1,6
      PS(J)=0.
      DO 350 K=1,6
        IF(J.GT.K)THEN
          LA=J*(J-1)/2+K
        ELSE
          LA=K*(K-1)/2+J
        END IF
350 PS(J)=PS(J)+RS(LA)*DS(K)

C
C      *****
C      CALCULO DE P - ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREM. DAS BARRAS
C      SISTEMA LOCAL DE REFERENCIA
C      ESTES ESFORCOS TEM O EFEITO DOS CARREGAMENTOS NAS BARRAS
C      P=PC(1)+PC(1)
C      *****
C
P1(I)=PO(I,1)+PS(1)*A4+PS(2)*A5
```

```
P2(1)=PO(1,2)+PS(1)*A5+PS(2)*A4
P3(1)=PO(1,3)+PS(3)
P4(1)=PO(1,4)+PS(4)*A4+PS(5)*A5
P5(1)=PO(1,5)+PS(4)*A5+PS(5)*A4
P6(1)=PO(1,6)+PS(6)
C
C *****
C          CALCULO DAS REACOES DE APOIO- RAP(J) (SISTEMA GLOBAL)
C *****
C
RAP(J1)=RAP(J1)+P1(1)*A4-P2(1)*A5
RAP(J2)=RAP(J2)+P1(1)*A5+P2(1)*A4
RAP(J3)=RAP(J3)+P3(1)
RAP(K1)=RAP(K1)+P4(1)*A4-P5(1)*A5
RAP(K2)=RAP(K2)+P4(1)*A5+P5(1)*A4
RAP(K3)=RAP(K3)+P6(1)
P1(1)=-P1(1)
P5(1)=-P5(1)
360 PAXIAL(1)=P1(1)
C *****
C          TESTES E IMPRESSAO DOS RESULTADOS
C *****
IF(KONT.NE.0)GO TO 375
WRITE(IOUT,370)
370 FORMAT(1H1,/,70('*'),/,15X,'RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORD
1EM',/,70('*'))
GO TO 420
375 DO 400 I=1,NE
IF(ABS(PAXIAL(I)/PEULER(I)).LT.0.002)GO TO 400
DIFER=ABS(PAXIAL(I)/50.)
IF((ABS(PAXIAL(I)-PAX2OR(I))-DIFER).LE.0.)GO TO 400
IF(KONT.LT.6)GO TO 385
WRITE(IOUT,380)M
380 FORMAT(1H1,/,70('*'),/,4X,'PARA O CARREGAMENTO NUMERO ',I2,' O N
1UMERO DE ITERACOES NA ANALISE DE',/,4X,'SEGUNDA ORDEM E EXCESSIVO.
2VERIFICAR AS CONDICOOES DA ESTRUTURA',/,70('*'))
GO TO 518
385 WRITE(IOUT,390)KONT,1
390 FORMAT(/,17X,37('*'),/,20X,'NUMERO DE ITERACOES =',I2,/,20X,'ULTI
1MA BARRA A SER TESTADA =',I3,/,17X,37('*'))
GO TO 490
400 CONTINUE
WRITE(IOUT,410)
410 FORMAT(1H1,/,70('*'),/,15X,'RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDE
1M',/,70('*'))
C *****
C          IMPRESSAO DOS DESLOCAMENTOS NODAIS
C *****
420 WRITE(IOUT,421)
421 FORMAT(/,15X,25('*'),/,25X,'DESLOCAMENTOS DOS NODS',/,15X,25('*')
1,/,15X,25('*')
DO 490 J=1,NJ
490 WRITE(IOUT,491)J,F(3*J-2),F(3*J-1),F(3*J)
491 FORMAT(/,15X,15,3F10.6)
```

```
C *****
C      IMPRESSAO DOS ESFORCOS SOLICITANTES NAS BARRAS
C      *****
WRITE(IOUT,440)
440 FORMAT(1H1,/,/,10X,53('*'),/,12X,'ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMI
1DADES DAS BARRAS',/,10X,53('*'),///,9X,'BARRA NO FOR. NORMAL
2 FOR. CORTANTE MOM. FLETOR')
DO 450 I=1,NB
450 WRITE(IOUT,451)I,NI(1),P1(1),P2(1),P3(1),NF(1),F4(1),P5(1),P6(1)
451 FORMAT(/,8X,15,17,F13.3,2F15.3,/,15X,15,F13.3,2F15.3)
C *****
C      IMPRESSAO DAS REACOES DE APOIO
C      *****
DO 460 J=1,NCORD
IF(RV(J).EQ.0)RAP(J)=0.
460 CONTINUE
WRITE(IOUT,470)
470 FORMAT(1H1,/,/,25X,22('*'),/,27X,'REACOES NOS APOIOS',/,25X,22('*')
1,///,14X,'NO',7X,'REAC X',7X,'REAC Y',9X,'MOM. Z')
DO 480 J=1,NJ
480 WRITE(IOUT,481)J,RAP(3*J-2),RAP(3*J-1),RAP(3*J)
481 FORMAT(/,11X,15,2F13.3,F15.3)
IF(KONT.NE.0)GO TO 510
490 KONT=KONT+1
DO 500 I=1,NB
500 PAX2OR(I)=PAXIAL(I)
GO TO 285
510 CONTINUE
WRITE(IOUT,511)
511 FORHAT(//,12X,48('*'),/,14X,'VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PL
1ASTICAS',/,12X,48('*'))
NROT=0
DO 515 I=1,NB
RNORM=ABS(P1(I))/PY(I)
RMOM1=ABS(P3(I))/MP(I)
RMOMF=ABS(P6(I))/MP(I)
IF(RNORM.GE.1.)THEN
WRITE(IOUT,512)I,NI(1),NF(1)
512 FORMAT(/,10X,'A BARRA ',13,' TEM ROTULAS NOS NOS ',13,' E ',13)
NROT=NROT+2
GO TO 515
ELSE IF(RNORM.LE.0.15)THEN
RPLA1=RMOM1
RPLAF=RMOMF
ELSE
RPLA1=RNORM+RMOM1/1.18
RPLAF=RNORM+RMOMF/1.18
END IF
IF(RPLA1.GE.1.)THEN
WRITE(IOUT,513)I,NI(1)
513 FORMAT(/,10X,'A BARRA ',13,' TEM ROTULA NO NO ',13)
NROT=NROT+1
END IF
IF(RPLAF.GE.1.)THEN
```

```

WRITE(IOUT,514)I,NF(1)
514 FORMAT(/,10X,'A BARRA ',13,' TEM ROTULA NO NO ',13)
NRCT=NRCT+1
END IF
515 CONTINUE
IF(NRCT.EQ.0)THEN
WRITE(IOUT,516)
516 FORMAT(/,10X,'A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME ELASTICO',/
1,10X,'NAO HA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS')
ELSE
WRITE(IOUT,517)NRCT
517 FORMAT(/,10X,'NUMERO DE ROTULAS = ',13)
END IF
518 CONTINUE
IF(NC.EQ.M)GO TO 530
REWIND 5
READ(5)R
520 CONTINUE
530 CLOSE(3)
CLOSE(4)
CLOSE(5)
END

```

```

C
C *****
C * SUBROTINA RIG2 *
C * SUBROTINA QUE CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ DE CADA BARRA DO *
C * PORTICO PLANO,(RS),E VAI CONTRIBUIR NA FORMACAO DA MATRIZ DE *
C * RIGIDEZ GLOBAL DA ESTRUTURA,(R). *
C *****
C

```

```

SUBROUTINE RIG2(E,RELAC,XM1,L,SX,IZ,CX,CY,PAXIAL,RS)
C *****
C DECLARACAO DAS VARIAVEIS E SUAS DIMENSOES
C *****
REAL L,IZ
DIMENSION RS(21)

```

```

C *****
C AVALIACAO DOS COEFICIENTES DE INSTABILIDADE
C *****

```

```

IF(PAXIAL.GT.0.)GO TO 3
IF(XM1.GE.0.07)GO TO 1
S=4.
SC=2.
SMSC=6.
EME=12.
GO TO 10
1 CONTINUE
IF((-1.01.LE.RELAC).AND.(RELAC.LE.-0.99))GO TO 2
S=((2*XM1*COS(2*XM1)-SIN(2*XM1))/(XM1*SIN(2*XM1)-2*SIN(XM1)*SIN(XM
1)))*XM1
SC=((COS(XM1)-COS(XM1))/((SIN(XM1)*SIN(XM1)-XM1*SIN(XM1)))*XM1
SMSC=S*SC
EME=2*SMSC-4*XM1*XM1
GO TO 10

```

```
2 S=((2*XMI*COS(2*XMI)-SIN(2*XMI))/(XMI*ASIN(2*XMI)-2*SIN(XMI)-SIN(XM
1))) *XMI
SC=((2*XMI-SIN(2*XMI))/(2*SIN(XMI)*SIN(XMI)-XMI*SIN(2*XMI))) *XMI
SMSC=S+SC
EME=0.
GO TO 10
3 IF(XMI.GE.0.07)GO TO 4
S=4.
SC=2.
SMSC=6.
EME=12.
GO TO 10
4 S=((2*XMI*COSH(2*XMI)-SINH(2*XMI))/(XMI*SINH(2*XMI)-2*SINH(XMI)*SI
1NH(XMI))) *XMI
SC=((2*XMI-SINH(2*XMI))/(2*SINH(XMI)*SINH(XMI)-XMI*SINH(2*XMI))) *X
1M!
SMSC=S+SC
EME=2*SMSC+4*XMI*XMI
C *****
C DETERMINACAO DA MATRIZ RS - MATRIZ DE CADA BARRA(COORD. GLOEAL)
C ( ARMAZENADA EM VETOR )
C *****
10 A1=E*SX/L
A2=EME*E*IZ/(L*L*L)
A3=SMSC*E*IZ/(L*L)
A4=S*E*IZ/L
A5=SC*E*IZ/L
RS(1)=A1*CX*CX+A2*CY*CY
RS(2)=(A1-A2)*CX*CY
RS(3)=A1*CY*CY+A2*CX*CX
RS(4)=- (A3*CY)
RS(5)=A3*CX
RS(6)=A4
RS(7)=-RS(1)
RS(8)=-RS(2)
RS(9)=-RS(4)
RS(10)=RS(1)
RS(11)=-RS(2)
RS(12)=-RS(3)
RS(13)=-RS(5)
RS(14)=RS(2)
RS(15)=RS(3)
RS(16)=RS(4)
RS(17)=RS(5)
RS(18)=A5
RS(19)=-RS(4)
RS(20)=-RS(5)
RS(21)=A4
RETURN
END
C
C *****
C * SUBROTINA ENGAF *
C * SUBROTINA PARA CALCULO DOS REFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO *
```



```
C      *****
C      SUBROUTINE ENGAP(I,CTIPO,Q,A1,A2,L,CX,CY,PO)
C      *****
C      DECLARACAO DAS VARIAVEIS E SUAS DIMENSOES
C      *****
C      INTEGER CTIPO
C      REAL L,MA,MB
C      DIMENSION PO(150,6)
C      IF(CTIPO-6)10,80,90
10  IF(CTIPO-4)20,60,70
20  IF(CTIPO-2)30,40,50
C
C      *****
C      CARREGAMENTO TIPO 1 - MOMENTO APLICADO NUM PONTO QUALQUER DE
C      UMA BARRA INCLINADA
C      *****
30  IF(CX.EQ.0)A=A1
    IF(CX.NE.0)A=A1/CX
    B=L-A
    MA=+Q*B*(2*A-B)/L**2
    MB=+Q*A*(2*B-A)/L**2
    VA=Q*CX/L+(MA+MB)*CX/L
    VB=-VA
    HA=-Q*CY/L-(MA+MB)*CY/L
    HB=-HA
    PO(I,1)=PO(I,1)+HA*CX+VA*CY
    PO(I,2)=PO(I,2)+VA*CX-HA*CY
    PO(I,3)=PO(I,3)+MA
    PO(I,4)=PO(I,4)+HB*CX+VB*CY
    PO(I,5)=PO(I,5)+VB*CX-HB*CY
    PO(I,6)=PO(I,6)+MB
    RETURN
C      *****
C      CARREGAMENTO TIPO 2 - CARGA HORIZONTAL CONCENTRADA, APLICADA NUM
C      PONTO QUALQUER DE UMA BARRA INCLINADA.
C      *****
40  IF(CX.EQ.0)A=A1
    IF(CX.NE.0)A=A1/CX
    B=L-A
    MA=+Q*CY*A*B**2/L**2
    MB=-Q*CY*A**2*B/L**2
    VA=(MA+MB)*CX/L
    VB=-VA
    HA=-Q*B/L-(MA+MB)*CY/L
    HB=-Q-HA
    PO(I,1)=PO(I,1)+HA*CX+VA*CY
    PO(I,2)=PO(I,2)+VA*CX-HA*CY
    PO(I,3)=PO(I,3)+MA
    PO(I,4)=PO(I,4)+HB*CX+VB*CY
    PO(I,5)=PO(I,5)+VB*CX-HB*CY
    PO(I,6)=PO(I,6)+MB
    RETURN
C
```

```

C
C
C      CARREGAMENTO TIPO 3 - CARGA VERTICAL CONCENTRADA, APLICADA NUM
C      PONTO QUALQUER DE UMA BARRA INCLINADA.
C
C      ****
C

```

```

50 IF(CX.EQ.0)A=A1
   IF(CX.NE.0)A=A1/CX
   E=L-A
   MA=-(Q*CX*A*A**2)/L**2
   MB=+(Q*CX*A**2*B)/L**2
   VA=-Q*B/L+(MA+MB)*CX/L
   VB=-Q-VA
   HA=-(MA+MB)*CY/L
   HB=-HA
   PO(1,1)=PO(1,1)+HA*CX+VA*CY
   PO(1,2)=PO(1,2)+VA*CX-HA*CY
   PO(1,3)=PO(1,3)+MA
   PO(1,4)=PO(1,4)+HB*CX+VB*CY
   PO(1,5)=PO(1,5)+VB*CX-HB*CY
   PO(1,6)=PO(1,6)+MB
   RETURN

```

```

C
C      ****
C      CARREGAMENTO TIPO 4 - CARREGAMENTO HORIZONTAL, UNIFORMEMENTE
C      DIST., ATUANDO EM TODA A BARRA INCLINADA.
C
C      ****
C

```

```

60 Q1=Q*(ABS(CY))
   MA=Q1*CY*L**2/12
   MB=-MA
   HA=-Q1*L/2
   PO(1,1)=PO(1,1)+HA*CX
   PO(1,2)=PO(1,2)-HA*CY
   PO(1,3)=PO(1,3)+MA
   PO(1,4)=PO(1,4)+HA*CX
   PO(1,5)=PO(1,5)-HA*CY
   PO(1,6)=PO(1,6)+MB
   RETURN

```

```

C
C      ****
C      CARREGAMENTO TIPO 5 - CARREGAMENTO VERTICAL UNIFORMEMENTE DIS-
C      TRIB., ATUANDO EM TODA A BARRA INCLINADA.
C
C      ****
C

```

```

70 Q1=Q*(ABS(CX))
   MA=-Q1*CX*L**2/12
   MB=-MA
   VA=-Q1*L/2
   PO(1,1)=PO(1,1)+VA*CY
   PO(1,2)=PO(1,2)+VA*CX
   PO(1,3)=PO(1,3)+MA
   PO(1,4)=PO(1,4)+VA*CY
   PO(1,5)=PO(1,5)+VA*CX
   PO(1,6)=PO(1,6)+MB

```

RETURN

C
C
C
C
C
C

CARREGAMENTO TIPO 6 - CARREGAMENTO TRIANGULAR CRESCENTE EM TODA
A BARRA (BARRA HORIZONTAL).

```
80 MA=-Q*L**2/30
   ME=+Q*L**2/20
   VA=-Q*L/6+(MA+ME)/L
   VB=-Q*L/2-VA
   PO(1,1)=0.
   PO(1,2)=PO(1,2)+VA
   PO(1,3)=PO(1,3)+MA
   PO(1,4)=0.
   PO(1,5)=PO(1,5)+VB
   PO(1,6)=PO(1,6)+MB
RETURN
```

C
C
C
C
C
C

CARREGAMENTO TIPO 7 - CARREGAMENTO PARCIAL UNIFORMEMENTE DIS-
TRIBUIDO EM BARRA HORIZONTAL

```
90 C=L-A1-A2
   A=A1+C/2
   B=A2+C/2
   MA=-Q*C*(12*A*B**2+C**2*(L-3*B))/(12*L**2)
   MB=+Q*C*(12*A**2*B+C**2*(L-3*A))/(12*L**2)
   VA=-Q*C*B/L+(MA+MB)/L
   VB=-Q*C-VA
   PO(1,1)=0.
   PO(1,2)=PO(1,2)+VA
   PO(1,3)=PO(1,3)+MA
   PO(1,4)=0.
   PO(1,5)=PO(1,5)+VB
   PO(1,6)=PO(1,6)+MB
RETURN
END
```

C
C
C
C
C
C
C

* SUBROTINA SOLUC *
* SUBROTINA PARA SOLUCAO DE SISTEMA DE EQUACOES LINEARES PELO *
* METODO DE ELIMINACAO DE GAUSS *

SUBROUTINE SOLUC(R,F,LF,N)

C
C
C
C
C
C

R - MATRIZ DO SISTEMA
F - ORIGINALMENTE, CONTEX OS COEFICIENTES INDEPENDENTES,
DEPOIS DA SOLUCAO CONTEX OS VALORES DAS INCOGNITAS
LF- LARGURA DE FAIXA
N - NUMBER REAL DE INCOGNITAS

DIMENSION R(255,21),F(1)

```
C
C *****
C     FASE DE TRIANGULARIZACAO
C *****
C
DO 20 I=N-1,N-1
  I1=N+LF-1
  IF(I1.GT.N)I1=N
  DO 20 I=M+1,I1
  AUX=R(M,I-M+1)/R(M,I)
  I2=N-I+1
  I3=M+LF-1
  IF(I3.GT.I2)I3=I2
  DO 10 J=1,I3
10 R(I,J)=R(I,J)-AUX*R(M,J-M+1)
20 F(I)=F(I)-AUX*F(M)
C
C *****
C     FASE DE RETROSUBSTITUICAO
C *****
C
F(N)=F(N)/R(N,1)
DO 40 I1=1,N-1
  I=N-I1
  AUX=F(I)
  I2=I+LF-1
  IF(I2.GT.N)I2=N
  DO 30 K=I+1,I2
30 AUX=AUX-R(I,K-I+1)*F(K)
40 F(I)=AUX/R(I,1)
  RETURN
  EHD
```

ANEXO B

ARQUIVOS DE ENTRADA E SAÍDA DE
DADOS REFERENTES AO PRIMEIRO EXEMPLO

*** ENTRADA.DAD ***

C	NE	HU	NAP	E	NC			
	3	4	2	2100.	18			
C	J		X	Y				
	1		0.	0.				
C								
	2		1000.	0.				
C								
	3		0.	500.				
C								
	4		1000.	500.				
C	NTIPO							
	2							
C	K		SX	IZ	ZX	SIGMAY		
	1		53.8	3690.	430.	3.50		
C								
	2		76.8	7760.	744.	3.50		
C	I	KI	NF	TIPO				
	1	1	3	1				
C								
	2	3	4	2				
C								
	3	2	4	1				
C	K	RVX	RVY	RVZ				
	1	1	1	1				
C								
	2	1	1	1				
C	NNC	NBC						
	2	0						
C	K		FX	FY	FZ			
	3		1.833	-18.830	0.			
C								
	4		0.	-18.830	0.			
C	NNC	NBC						
	2	0						
C	K		FX	FY	FZ			
	3		3.766	-37.660	0.			
C								
	4		0.	-37.660	0.			
C	NNC	NBC						
	2	0						
C	K		FX	FY	FZ			
	3		5.649	-56.490	0.			
C								
	4		0.	-56.490	0.			
C	NNC	NBC						
	2	0						
C	K		FX	FY	FZ			
	3		6.516	-62.516	0.			
C								
	4		0.	-62.516	0.			
C	NNC	NBC						
	2	0						

C	K		FX		FY	FZ
	3		6.591		-65.905	0.
C						
	4		0.		-65.905	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		7.532		-75.320	0.
C						
	4		0.		-75.320	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		8.474		-84.735	0.
C						
	4		0.		-84.735	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		9.415		-94.150	0.
C						
	4		0.		-94.150	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		11.298		-112.980	0.
C						
	4		0.		-112.980	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		13.181		-131.810	0.
C						
	4		0.		-131.810	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		15.064		-150.640	0.
C						
	4		0.		-150.640	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		16.947		-169.470	0.
C						
	4		0.		-169.470	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				
C	K		FX		FY	FZ
	3		18.830		-188.300	0.
C						
	4		0.		-188.300	0.
C	NNC	NBC				
	2	0				

C	K		FX		FY		FZ
	2	20.713		-207.130		0.	
C							
	4	0.		-207.130		0.	
C	NNC	NBC					
	2	0					
C	K		FX		FY		FZ
	3	22.596		-225.960		0.	
C							
	4	0.		-225.960		0.	
C	NNC	NBC					
	2	0					
C	K		FX		FY		FZ
	3	23.274		-232.739		0.	
C							
	4	0.		-232.739		0.	
C	NNC	NBC					
	2	0					
C	K		FX		FY		FZ
	3	23.538		-235.375		0.	
C							
	4	0.		-235.375		0.	
C	NNC	NBC					
	2	0					
C	K		FX		FY		FZ
	3	24.479		-244.790		0.	
C							
	4	0.		-244.790		0.	

*** SAIDA.DAD ***

DADOS DA ESTRUTURA

NUMERO DE BARRAS (NB) = 3
NUMERO DE NOS (NJ) = 4
NUMERO DE APOIOS (NAP) = 2
NUMERO DE CARREG. (NC) = 18
MOD. DE ELAST. (E) = 2100.

COORDENADAS DOS NOS

NO	X	Y
1	.000	.000
2	1000.000	.000
3	.000	500.000
4	1000.000	500.000

1

INCIDENCIAS E PROPRIEDADES GEOMETRICAS DAS BARRAS

BARRA	NOIN	NOFI	L	SX	IZ	CX	CY
1	1	3	500.000	53.800	3690.000	.000	1.000
2	3	4	1000.000	76.800	7750.000	1.000	.000
3	2	4	500.000	53.800	3690.000	.000	1.000

VINCULOS DOS APOIOS

NO EV(X) EV(Y) EV(Z)

1 1 1 1

2 1 1 1

1

 CARREGAMENTO NUMERO 1

 ACOES NOS NOS

NO ACAO X ACAO Y ACAO Z

3 1.833 -18.830 .000

4 .000 -18.830 .000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO DESL X DESL Y ROT Z

1 .000000 .000000 .000000

2 .000000 .000000 .000000

3 1.741320 -.081583 -.002031

4 1.735644 -.085083 -.002020

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA NO FOR. NORMAL FOR. CONSTANTE MOM. FLETOR

1 1 -18.485 .918 260.876
 3 -18.485 .918 197.914

2	3	-.915	-.395	-197.914
	4	-.915	-.395	-197.551
3	2	-19.225	.915	260.169
	4	-19.225	.915	197.551

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-.918	18.435	260.879
2	-.915	19.225	260.169
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	1.894353	-.081434	-.002206
4	1.898687	-.085293	-.002195

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-18.401	.919	279.789
	2	-18.401	.919	214.768

2	3	-0.914	-0.429	-214.763
	4	-0.914	-0.429	-214.329
3	2	-19.259	.914	278.861
	4	-19.259	.914	214.329

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-0.919	18.401	279.723
2	-0.914	19.259	278.861
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME ELASTICO
 NAO HA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

1

 CARREGAMENTO NUMERO 2

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	3.766	-37.660	.000
4	.000	-37.660	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE FEMELPA ORDEN

DESLOCAMENTOS NOS

NO	DESL Y	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	3.577637	-.163071	-.004174
4	3.565976	-.170262	-.004151

1

ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-36.847	1.885	535.990
	3	-36.847	1.885	406.626
2	3	-1.881	-.813	-406.626
	4	-1.881	-.813	-405.879
3	2	-38.473	1.881	534.532
	4	-38.473	1.881	405.879

1

REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-1.885	36.847	535.990
2	-1.881	38.473	534.532
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	4.267808	-.162398	-.004962
4	4.256192	-.170935	-.004938

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-36.696	1.892	620.876
	3	-36.696	1.892	482.614
2	3	-1.874	-.964	-482.614
	4	-1.874	-.964	-481.816
3	2	-38.624	1.874	618.692
	4	-38.624	1.874	481.816

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-1.892	36.696	620.876
2	-1.874	38.624	618.692
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME ELASTICO
NAO HA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

1

CARREGAMENTO NUMERO 3

ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	5.649	-56.490	.000
4	.000	-56.490	.000

1

RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	5.366456	-.244606	-.006260
4	5.348964	-.255394	-.006226

1

ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-55.171	2.808	609.989
	3	-55.171	2.808	609.989
2	3	-2.801	-1.219	-609.989

	4	-2.821	-1.219	-608.818
3	2	-57.709	2.821	801.798
	4	-57.709	2.821	608.818

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-2.828	55.271	803.985
2	-2.821	57.709	801.798
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	7.087144	-.242930	-.008227
4	7.069765	-.257070	-.008188

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-14.998	2.846	1015.340
	2	-34.998	2.846	799.412
2	3	-2.998	-1.598	-799.412

	4	-2.803	-1.588	-798.165
3	2	-58.088	2.803	1011.305
	4	-58.088	2.803	798.165

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-2.846	54.892	1015.342
2	-2.803	58.088	1011.305
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME ELASTICO
 NAO HA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

1

 CARREGAMENTO NUMERO 4

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	6.252	-62.516	.000
4	.000	-62.516	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	5.939296	-.270699	-.006929
4	5.919936	-.282638	-.006891

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETGR
1	1	-61.167	3.130	889.806
	3	-61.167	3.130	675.046
2	3	-3.122	-1.349	-675.046
	4	-3.122	-1.349	-673.806
3	2	-63.865	3.122	887.386
	4	-63.865	3.122	673.806

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-3.130	61.167	889.806
2	-3.122	63.865	887.386
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	8.122150	-.268572	-.009423
4	8.102937	-.284765	-.009380

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-60.687	3.153	1157.816
	3	-60.687	3.153	915.422
2	3	-3.099	-1.829	-915.422
	4	-3.099	-1.829	-914.022
3	2	-64.345	3.099	1153.031
	4	-64.345	3.099	914.022

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-3.153	60.687	1157.816
2	-3.099	64.345	1153.031
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A ESTRUTURA AINDA SE ENCONTRA NO REGIME ELASTICO

NÃO HA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

 CABREGAMENTO NUMERO 5

 ACCES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	6.591	-65.905	.000
4	.000	-65.905	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	6.261341	-.285374	-.007304
4	6.240932	-.297960	-.007264

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NOEMAL	FOR. CORTANTE	MDM. FLETOR
1	1	-64.483	3.299	938.054
	2	-64.483	3.299	711.649
2	3	-3.292	-1.422	-711.649
	4	-3.292	-1.422	-710.241

3	2	-67.327	3.292	935.502
	4	-67.327	3.292	710.341

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-3.299	64.483	938.054
2	-3.292	67.327	935.502
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	8.737236	-.282961	-.010134
4	8.716990	-.300373	-.010087

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-63.938	3.292	1041.971
	3	-63.938	3.329	984.301
2	3	-3.265	-1.907	-984.301
	4	-3.265	-1.997	-980.813

3	2	-67.872	3.265	1236.727
	4	-67.872	3.265	983.913

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MDM. Z
1	-3.326	63.938	1241.971
2	-3.265	67.872	1236.727
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
 A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2

NUMERO DE ROTULAS = 2

1

 CARREGAMENTO NUMERO 6

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	7.532	-75.320	.000
4	.000	-75.320	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	7.155275	-.326142	-.008347
4	7.131951	-.340525	-.008301

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-73.695	3.770	1071.981
	3	-73.695	3.770	813.252
2	3	-3.762	-1.625	-813.252
	4	-3.762	-1.625	-811.757
3	2	-76.945	3.762	1069.064
	4	-76.945	3.762	811.757

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-3.770	73.695	1071.981
2	-3.762	76.945	1069.064
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS NOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	10.584510	-.322800	-.012267
4	10.561410	-.343867	-.012212

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-72.940	3.807	1492.632
	3	-72.940	3.807	1190.915
2	3	-3.725	-2.380	-1190.915
	4	-3.725	-2.380	-1189.171
3	2	-77.700	3.725	1485.945
	4	-77.700	3.725	1189.171

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-3.807	72.940	1492.632
2	-3.725	77.700	1485.945
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
 A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2
 A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 4

1

 CARREGAMENTO NUMERO 7

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	8.474	-84.735	.000
4	.000	-84.735	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	8.050159	-.366909	-.009391
4	8.023919	-.388091	-.009340

1

 DEFORMACOES SECCIONARIAS NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

PARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CONSTANTE	MOM. PLETOR
1	1	-82.907	4.242	1206.049
	3	-82.907	4.242	914.919
2	3	-4.232	-1.828	-914.962
	4	-4.232	-1.828	-913.281
3	2	-86.563	4.232	1202.768
	4	-86.563	4.232	913.281

1

 REACCIONES APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-4.242	82.907	1206.049
2	-4.232	86.563	1202.768
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	12.670030	-.362406	-.014672
4	12.644090	-.387594	-.014608

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS PARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-81.889	4.291	1772.360
	3	-81.889	4.291	1423.790
2	3	-4.182	-2.846	-1423.790
	4	-4.182	-2.846	-1421.773
3	2	-87.581	4.182	1763.939
	4	-87.581	4.182	1421.773

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-4.291	81.889	1772.360
2	-4.182	87.581	1763.939
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 4

1

 CARREGAMENTO NUMERO 8

 REACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	9.415	-94.150	.000
4	.000	-94.150	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	8.944093	-.407677	-.010434
4	8.914939	-.425656	-.010377

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-92.119	4.713	1339.976
	3	-92.119	4.713	1016.565
2	3	-4.702	-2.031	-1016.565
	4	-4.702	-2.031	-1014.696
3	2	-96.181	4.702	1336.331
	4	-96.181	4.702	1014.696

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	REAC Z
1	-4.713	92.119	1339.976

2	-4.702	96.181	1836.321
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	15.040500	-.401735	-.017403
4	15.011750	-.431598	-.017330

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-90.776	4.779	2086.768
	3	-90.776	4.779	1688.073
2	3	-4.637	-3.374	-1688.073
	4	-4.637	-3.374	-1685.763
3	2	-97.524	4.636	2076.263
	4	-97.524	4.636	1685.763

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-4.779	90.776	2086.768

2	-4.636	97.524	2076.266
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A BARRA	1	TEM ROTULA NO NO	1
A BARRA	1	TEM ROTULA NO NO	3
A BARRA	3	TEM ROTULA NO NO	2
A BARRA	3	TEM ROTULA NO NO	4

NUMERO DE ROTULAS = 4

1

 CARREGAMENTO NUMERO 9

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	11.298	-112.980	.000
4	.000	-112.980	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000

2	.000000	.000000	.000000
3	10.732910	-.489212	-.012501
4	10.697930	-.510787	-.012452

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-110.542	5.656	1607.971
	3	-110.542	5.656	1219.878
2	3	-5.642	-2.438	-1219.878
	4	-5.642	-2.438	-1217.636
3	2	-115.418	5.642	1603.597
	4	-115.418	5.642	1217.636

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-5.656	110.542	1607.971
2	-5.642	115.418	1603.597
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	20.912620	-.479287	-.024167
4	20.978970	-.520713	-.024053

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-108.300	5.872	2858.933
	3	-108.300	5.872	2341.808
2	3	-5.426	-4.680	-2341.808
	4	-5.426	-4.680	-2338.174
3	2	-117.660	5.426	2831.463
	4	-117.660	5.426	2338.173

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-5.872	108.300	2858.933
2	-5.426	117.660	2831.463
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3

A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2

A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 4

1

 CARREGAMENTO NUMERO 10

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	13.181	-131.810	.000
4	.000	-131.810	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	12.521730	-.570748	-.014608
4	12.480920	-.595919	-.014527

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOX. FLETOR
1	1	-128.966	6.598	1875.966

	3	-128.966	6.598	1423.191
2	3	-6.583	-2.844	-1423.191
	4	-6.583	-2.844	-1420.575
3	3	-134.654	6.583	1870.863
	4	-134.654	6.583	1420.575

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-6.598	128.966	1875.966
2	-6.583	134.654	1870.863
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS NOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	29.008440	-1.554667	-1.033473

4 28.970220 -1.611999 -1.033306

1

ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-125.333	7.017	3902.983
	3	-125.333	7.017	3241.139
2	3	-6.164	-6.477	-3241.139
	4	-6.164	-6.477	-3235.875
3	2	-138.287	6.164	3852.464
	4	-138.287	6.164	3235.875

1

REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-7.017	125.333	3902.983
2	-6.164	138.287	3852.464
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 3
A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 4
A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2
A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 6

1

 CARREGAMENTO NUMERO 11

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	15.064	-150.640	.000
4	.000	-150.640	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	14.310550	-.652284	-.016694
4	14.263900	-.681050	-.016603

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-147.390	7.541	2143.961
	3	-147.390	7.541	1626.503
2	2	-7.522	-3.250	-1626.503
	4	-7.522	-3.250	-1633.514

3	2	-153.890	7.523	2138.129
	4	-153.890	7.523	1623.514

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-7.541	147.390	2143.961
2	-7.523	153.890	2138.129
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	40.938860	-.626348	-.047118
4	40.948400	-.706385	-.046355

1

ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-141.530	8.377	5416.321
	3	-141.530	8.377	4559.042
2	3	-6.687	-9.110	-4559.042
	4	-6.687	-9.110	-4550.866
3	2	-159.750	6.687	5318.338
	4	-159.750	6.687	4550.866

1

REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-8.377	141.530	5416.321
2	-6.687	159.750	5318.338
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 4
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 6

1

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	16.947	-169.470	.000
4	.000	-169.470	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	16.099370	-.733819	-.018781
4	16.046890	-.766181	-.018678

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-165.814	8.484	2411.956
	3	-165.814	8.484	1829.816
2	3	-8.463	-3.656	-1829.817
	4	-8.463	-3.656	-1829.454
3	2	-173.126	8.464	2405.395
	4	-173.126	8.464	1829.453

1

REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MDM. Z
1	-8.484	165.814	2411.956
2	-8.464	173.126	2405.395
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	60.015680	-1.690938	-1.069058
4	59.974420	-1.809062	-1.068601

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA NO FOR. NORMAL FOR. CONSTANTE MOM. FLETOR

1	1	-156.124	10.293	7836.021
	3	-156.124	10.293	6679.671
2	3	-6.654	-13.346	-6679.670
	4	-6.654	-13.346	-6665.276
3	2	-182.816	6.654	7626.780
	4	-182.816	6.654	6665.276

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-10.293	156.124	7836.021
2	-6.654	182.816	7626.780
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 4
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 2
- A BARRA 3 TEM ROTULA NO NO 4

NUMERO DE ROTULAS = 6

1

 CARREGAMENTO NUMERO 12

ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	18.830	-188.300	.000
4	.000	-188.300	.000

1

RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	17.888190	-.815354	-.020868
4	17.829880	-.851312	-.020753

1

ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-184.237	9.426	2679.951
	3	-184.237	9.426	2033.129
2	3	-9.404	-4.063	-2033.129
	4	-9.404	-4.063	-2029.392
3	2	-192.363	9.404	2672.661
	4	-192.363	9.404	2029.392

1

REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
----	--------	--------	--------

1	-9.426	184.237	2679.951
2	-9.404	192.363	2672.661
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	95.766200	-.739207	-.109978
4	95.736660	-.927460	-.108978

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOX. FLETOR
1	1	-167.091	14.065	10370.970
	3	-167.091	14.065	10049.190
2	3	-4.768	-01.209	-10143.690

	4	-4.766	-21.269	-10618.080
3	2	-209.569	4.766	11835.800
	4	-209.569	4.766	10618.080

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-14.065	167.031	12370.970
2	-4.766	209.569	11835.800
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 4
- A BARRA 3 TEM ROTULAS NOS NOS 2 E 4

NUMERO DE ROTULAS = 6

1

 CARREGAMENTO NUMERO 14

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
2	20.713	-297.130	.000

4 .000 -207.130 .000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	19.677010	-.896890	-.022955
4	19.612870	-.936444	-.022829

1

 ESFORCOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-202.661	10.369	2947.946
	2	-202.661	10.369	2236.442
2	3	-10.344	-4.469	-2236.442
	4	-10.344	-4.469	-2232.332
3	2	-211.599	10.345	2939.927
	4	-211.599	10.345	2232.332

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-10.369	202.661	2947.946
2	-10.345	211.599	2939.927
3	.000	.000	.000

4 .000 .000 .000

NUMERO DE ITERACOES = 1
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 2
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

NUMERO DE ITERACOES = 3
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

NUMERO DE ITERACOES = 4
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

1

RESULTADOS DA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM

DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	183.465500	-.735999	-.209399
4	183.507100	-1.097334	-.209050

1

ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA NO FOR. NORMAL FOR. CORTANTE MOM. FLETOR

1	1	-166.306	27.419	23759.230
	3	-166.306	27.419	20469.440
2	3	6.707	-40.824	-20469.440
	4	6.707	-40.824	-20356.570
3	2	-247.954	-6.706	21783.870
	4	-247.954	-6.706	20356.570

1

 REACDES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MDM. Z
1	-27.419	166.306	23759.230
2	6.706	247.954	21783.870
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 VERIFICACAO DA FORMACAO DE ROTULAS PLASTICAS

- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 1
- A BARRA 1 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 3
- A BARRA 2 TEM ROTULA NO NO 4
- A BARRA 3 TEM ROTULAS NOS NOS 2 E 4

NUMERO DE ROTULAS = 6

1

 CARREGAMENTO NUMERO 15

 ADOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	22.596	-225.960	.000
4	.000	-225.960	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	21.465820	-.978425	-.025042
4	21.395850	-1.021575	-.024904

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-221.085	11.311	3215.942
	3	-221.085	11.311	2439.755
2	3	-11.285	-4.875	-2439.755
	4	-11.285	-4.875	-2435.271
3	2	-230.835	11.285	3207.193
	4	-230.835	11.285	2435.271

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	REAC Z
1	-11.311	221.085	3215.942

2	-11.285	230.835	3207.193
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 3

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

*** A BARRA 2 TEM A RELACAO PAXIAL/PEULER = 6.519
 *** VERIFICAR AS CONDICÕES DESTA BARRA NA ESTRUTURA.
 1

 CARREGAMENTO NUMERO 16

 ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	23.274	-232.739	.000
4	.000	-232.739	.000

1

 RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

 DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	DESL Z
1	.000000	.000000	.000000

2	.000000	.000000	.000000
3	22.108910	-1.007779	-.025793
4	22.037840	-1.052223	-.025651

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-227.718	11.651	3312.437
	3	-227.718	11.651	2512.961
2	3	-11.623	-5.021	-2512.961
	4	-11.623	-5.021	-2508.342
3	2	-237.760	11.624	3303.426
	4	-237.760	11.624	2508.342

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-11.651	227.718	3312.437
2	-11.624	237.760	3303.426
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 3
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 4
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 5
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

1

PARA O CARREGAMENTO NUMERO 16 O NUMERO DE ITERACOES NA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM E EXCESSIVO.VERIFICAR AS CONDICÕES DA ESTRUTURA

1

CARREGAMENTO NUMERO 17

ACOES NOS NOS

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	23.538	-235.375	.000
4	.000	-235.375	.000

1

RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM

DESLACEMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
----	--------	--------	-------

1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	22.360710	-1.019193	-.026085
4	22.287820	-1.064141	-.025942

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-230.297	11.783	3350.010
	3	-230.297	11.783	2541.466
2	3	-11.755	-5.078	-2541.465
	4	-11.755	-5.078	-2536.795
3	2	-240.453	11.755	3340.897
	4	-240.453	11.755	2536.794

1

 REACÕES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-11.783	230.297	3350.010
2	-11.755	240.453	3340.897
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

```

*****
NUMERO DE ITERACOES = 3
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1
*****

```

```

*****
NUMERO DE ITERACOES = 4
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1
*****

```

```

*****
NUMERO DE ITERACOES = 5
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1
*****

```

1

```

*****

```

PARA O CARREGAMENTO NUMERO 17 O NUMERO DE ITERACOES NA ANALISE DE SEGUNDA ORDEM E EXCESSIVO.VERIFICAR AS CONDICIONES DA ESTRUTURA

```

*****
1

```

```

*****
CARREGAMENTO NUMERO 10
*****

```

```

*****
ACOES NOS NOS
*****

```

NO	ACAO X	ACAO Y	ACAO Z
3	24.479	-244.790	.000
4	.000	-244.790	.000

1

```

*****
RESULTADOS DA ANALISE DE PRIMEIRA ORDEM
*****

```

```

*****
DESLOCAMENTOS NOS NOS
*****

```

NO	DESL X	DESL Y	ROT Z
----	--------	--------	-------

1	.000000	.000000	.000000
2	.000000	.000000	.000000
3	23.254640	-1.059961	-.027128
4	23.179840	-1.106706	-.026979

1

 ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

BARRA	NO	FOR. NORMAL	FOR. CORTANTE	MOM. FLETOR
1	1	-239.509	12.254	3483.937
	3	-239.509	12.254	2643.068
2	3	-12.225	-5.281	-2643.068
	4	-12.225	-5.281	-2638.210
3	3	-250.071	12.225	3474.459
	4	-250.071	12.225	2638.210

1

 REACOES NOS APOIOS

NO	REAC X	REAC Y	MOM. Z
1	-12.254	239.509	3483.937
2	-12.225	250.071	3474.459
3	.000	.000	.000
4	.000	.000	.000

 NUMERO DE ITERACOES = 1
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

 NUMERO DE ITERACOES = 2
 ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 2

NUMERO DE ITERACOES = 3
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 4
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

NUMERO DE ITERACOES = 5
ULTIMA BARRA A SER TESTADA = 1

1

PARA O CARREGAMENTO NUMERO 18 O NUMERO DE ITERACOES NA ANALISE DE
SEGUNDA ORDEM E EXCESSIVO. VERIFICAR AS CONDICÕES DA ESTRUTURA
