

CONTRIBUIÇÃO PARA O PROJETO DE
LAJES-COGUMELO

AUTOR

ANTONIO FREDERICO VILARINHO CASTELO BRANCO

ORIENTADOR

PROF. DR. LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

"CONTRIBUIÇÃO PARA O PROJETO DE
LAJES-COGUMELO"

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

AUTOR: ANTONIO FREDERICO VILARINHO CASTELO BRANCO

ORIENTADOR: PROF. DR. LIBÂNIO MIRANDA PINHEIRO

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro (Orientador) (EESC-SET)

Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs (EESC-SET)

Prof. Dr. Aloisio Ernesto Assan (UNICAMP-FEL)

Suplentes:

Prof. Dr. José Henrique Albiero (EESC-SGS)

Prof. Dr. João Batista de Paiva (EESC-SET)

SÃO CARLOS, 28 DE JULHO DE 1989

Dedico este trabalho:

A meus pais, José e Teresa,
pelo seu amor e incentivo incondicionais;

À Ana e ao André,
parceiros na incrível aventura de
ser esposo e pai;

e aos meus sogros, Olavo e Maria de Jesus.

A G R A D E C I M E N T O S

Agradeço:

A Deus, de onde provém toda a sabedoria.

Ao Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro, pela zelosa orientação dada no decorrer deste trabalho e pela visão que me passou dos problemas da Engenharia de Estruturas e da pesquisa.

À Sra. Maria Nadir Minatel, pela dedicação ao seu trabalho de bibliotecária;

À Sra. Wilma Provinciali Vall, pelas muitas horas subtraídas do seu convívio familiar para que este trabalho fosse datilografado.

Ao Sr. Francisco Carlos Guete de Brito e à Sra. Sylvia Helena M. Villani, pela execução dos desenhos;

Aos professores Márcio R.S. Corrêa e Márcio A. Ramalho, e ao engenheiro Luiz H. Ceotto, por colocarem à minha disposição o programa para o cálculo de grelhas;

Ao Prof. Dr. João Batista de Paiva, pelas valiosas informações sobre os métodos numéricos;

À Escola Técnica Federal do Piauí e à Empresa de Obras Públicas do Piauí, pelas condições favoráveis à elaboração deste trabalho;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela bolsa de estudos concedida nos últimos dezoito meses;

Aos demais funcionários da EESC-USP, em especial aos do Departamento de Estruturas;

Aos colegas, pela amizade e o incentivo que não faltaram em todas as horas. Serão sempre lembrados de uma forma muito especial.

R E S U M O

Apresentam-se algumas etapas de um plano de pesquisa mais amplo, cujo objetivo é a elaboração de um manual para projeto de edifícios em laje-cogumelo.

Neste trabalho, são analisados aspectos relativos à punção e aos processos de cálculo elástico: Método Direto, Processo dos Pórticos Múltiplos e Analogia de Grelha. Apresenta-se, também, um roteiro para pré-dimensionamento, baseado no Método Direto, e sugestões para detalhamento das armaduras inclusive de punção, junto aos pilares, e de torção, junto às bordas livres.

Uma indicação sobre a continuação dos trabalhos também é apresentada, sugerindo-se, inclusive, outras pesquisas.

A B S T R A C T

In this work, are presented some stages of a larger research program, to obtain a handbook design of buildings in flat slabs.

Aspects about punching and elastic analysis, such as: Direct Design Method, Virtual Frame Method and Grid Analogy, are broached, and a predimensioning criterion, based on the Direct Design Method, is suggested. Details of reinforcement against bending; punching shear, near the loaded areas; and torsion, at free edges, are suggested too.

Some indications about the continuation of the research program are given.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 - Definições	1
1.2 - Histórico	3
1.3 - Vantagens das Lajes-Cogumelo	5
1.3.1 - Aspectos construtivos	5
1.3.2 - Aspectos econômicos	6
1.3.3 - Aspectos arquitetônicos e funcio- nais	6
1.4 - Desvantagens	7
1.5 - Objetivos deste Trabalho	9
1.6 - Notação Utilizada	10
2. PUNÇÃO	11
2.1 - Descrição e Causas do Fenômeno	11
2.2 - Principais Modelos Propostos	13
2.2.1 - Modelo da superfície de controle ..	13
2.2.2 - Modelo mecânico	15
2.3 - Lajes com Armaduras de Punção	17
2.4 - Prescrições de Alguns Regulamentos	18
2.5 - Considerações Complementares sobre Punção .	20
2.6 - Marcha de Cálculo para Verificação das La- jes à Punção	25
2.6.1 - Verificação a nível de pré-dimen- sionamento	25
2.6.2 - Verificação a nível de projeto de- finitivo	27
2.7 - Exemplos	31
2.8 - Prescrições do Código-Modelo CEB-FIP 1978 .	31

2.9 - Prescrições dos Complementos ao Código- Modelo CEB-FIP	39
2.10 - Prescrições do Código ACI-318/83	46
2.11 - Prescrições da NBR-6118	57
3. MÉTODO DIRETO E PRÉ-DIMENSIONAMENTO	61
3.1 - Ações a Considerar	61
3.1.1 - Carga Permanente (g)	62
3.1.2 - Cargas Acidentais (q)	65
3.2 - Considerações sobre as Armaduras de Flexão.	65
3.2.1 - Diâmetro das barras	66
3.2.2 - Cobrimento das armaduras	66
3.3 - Cálculo dos Esforços	66
3.3.1 - Notação utilizada	67
3.3.2 - Definições	67
3.3.3 - Limitações do Método Direto	69
3.3.4 - Momento Total de referência para os vãos	72
3.3.5 - Distribuição dos momentos em cada vão	73
3.3.6 - Distribuição dos momentos máximos entre as faixas	75
3.4 - Marcha de Cálculo para Pré-Dimensionamento.	76
3.4.1 - Verificação das restrições quanto à geometria	76
3.4.2 - Estimativa da espessura da laje ...	76
3.4.3 - Determinação das cargas atuantes ..	76
3.4.4 - Definição das faixas de projeto ...	77
3.4.5 - Cálculo dos momentos fletores e das reações de apoio	77
3.4.6 - Cálculo das armaduras de flexão ...	78
3.4.7 - Verificação da laje à punção	80
3.5 - Exemplo	80
3.5.1 - Verificação das restrições quanto à geometria	80
3.5.2 - Estimativa da espessura da laje ...	81
3.5.3 - Determinação das cargas atuantes ..	81
3.5.4 - Definição das faixas de projeto ...	82
3.5.5 - Cálculo dos momentos fletores e das reações de apoio	82
3.5.6 - Cálculo das armaduras de flexão ...	90
3.5.7 - Verificação da laje à punção	94
4. PROCESSO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS	99
4.1 - Fundamentos do Processo dos Pórticos Múl- tiplos	99

4.2 - Prescrições da NBR-6118	104
4.2.1 - Item 3.3.2.1 da NBR-6118	104
4.2.2 - Ítens 8.2.5 e 8.2.6 da NBR-6118 ...	104
4.2.3 - Ítem 3.3.2.11 da NBR-6118	105
4.3 - Modelo Estrutural de Acordo com a NBR-6118.	106
4.3.1 - Definição dos Pórticos	106
4.3.2 - Cálculo e distribuição dos Momentos fletores	108
4.4 - Modelo Estrutural Alternativo	109
4.4.1 - Descrição do Modelo	109
4.4.2 - Distribuição dos Momentos Fletores entre as faixas	111
4.4.3 - Vantagens do Modelo Alternativo ...	114
4.5 - Marcha de Cálculo	114
4.5.1 - Definição dos Pórticos	114
4.5.2 - Propriedades das barras	116
4.5.3 - Definição dos carregamentos	116
4.5.4 - Cálculo dos esforços solicitantes..	117
4.5.5 - Análise dos resultados	118
4.6 - Exemplo	118
4.6.1 - Definição dos Pórticos	118
4.6.2 - Propriedades das barras	118
4.6.3 - Definição dos carregamentos	123
4.6.4 - Cálculo dos esforços solicitantes..	126
4.6.5 - Distribuição no Pórtico PX-1	126
4.6.6 - Distribuição no Pórtico PX-21	128
5. PROCESSO DA ANALOGIA DE GRELHA	134
5.1 - Generalidades	134
5.2 - Modelo Estrutural	141
5.2.1 - Definição da malha	143
5.2.2 - Propriedades geométricas das barras	144
5.2.3 - Parâmetros elásticos equivalentes para o concreto	147
5.2.4 - Influência das rigidezes dos pilares no comportamento da laje	148
5.3 - Análise dos Resultados	150
5.4 - Exemplo	152
5.4.1 - Justificativa da malha proposta ...	152
5.4.2 - Dados geométricos para o cálculo da grelha	155
5.4.3 - Dados de carregamento	162
5.4.4 - Resultados do cálculo da grelha ...	165
6. CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS ARMADURAS	177

6.1 - Generalidades	177
6.2 - Armaduras de Combate à Flexão	177
6.2.1 - Cobrimento das armaduras	178
6.2.2 - Disposição das armaduras	178
6.2.3 - Disposição das armaduras em lajes- cogumelo com aberturas	180
6.3 - Armaduras de Combate à Punção	182
6.3.1 - Cálculo das armaduras	182
6.3.2 - Detalhamento das armaduras	183
6.4 - Armaduras de Combate à Torção	185
6.4.1 - Determinação do momento de Torção..	185
6.4.2 - Dimensionamento das bordas à torção	188
6.5 - Detalhamento das Armaduras de Flexão	191
6.5.1 - Dados para o cálculo	191
6.5.2 - Detalhes da distribuição das arma- ras	191
6.6 - Verificação da Punção	192
6.6.1 - Pilar P_1	192
6.6.2 - Pilar P_2	197
6.6.3 - Pilar P_6	198
6.7 - Cálculo e Detalhamento das Armaduras de Punção	200
6.7.1 - Região do pilar P_2	200
6.7.2 - Região do pilar P_6	201
6.8 - Cálculo e Detalhamento das Armaduras de Torção	201
6.8.1 - Cálculo da rigidez da faixa de laje à torção	201
6.8.2 - Cálculo do momento torçor na faixa de laje	202
6.8.3 - Obtenção da seção vazada	203
6.8.4 - Cálculo da tensão na seção vazada..	203
6.8.5 - Cálculo das armaduras	204
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	206
7.1 - Análise Crítica da verificação de Punção ..	206
7.2 - Cálculo Manual e Cálculo Computadorizado ..	208
7.3 - Comparação dos Resultados	209
7.4 - Novas Pesquisas	210
7.4.1 - Punção	210
7.4.2 - Flexão	210
7.4.3 - Estabilidade global	211
7.4.4 - Aspectos construtivos	211
7.5 - Conclusão	211
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	212

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

1.1 - Definições

Lajes-cogumelo, ou pavimentos sem vigas, são estruturas constituídas por placas de concreto armado, isoladas ou não, apoiadas diretamente sobre pilares, no topo dos quais podem existir capitéis ou não (figura 1.1).

Capitéis, que eram considerados obrigatórios nas primeiras lajes-cogumelo, são acréscimos na espessura das lajes e têm como finalidade, absorver parte das grandes tensões que ocorrem nessas regiões, principalmente as transversais.

Punção é a ruína das lajes-cogumelo ou das sapatas, devida à grande concentração de tensões de cisalhamento nas regiões próximas às áreas carregadas. Essa ruptura ocorre com predominância do deslocamento vertical da laje ao longo de uma superfície de ruína, inclinada de aproximadamente 30° , no caso das lajes, em relação ao seu plano (figura 1.2) e, geralmente, caracterizada pela não ocorrência de escoamento na armadura de flexão. Além das lajes-cogumelo e das sapatas, outras lajes também podem apresentar ruína por punção, desde que apresentem concentração de tensões transversais.

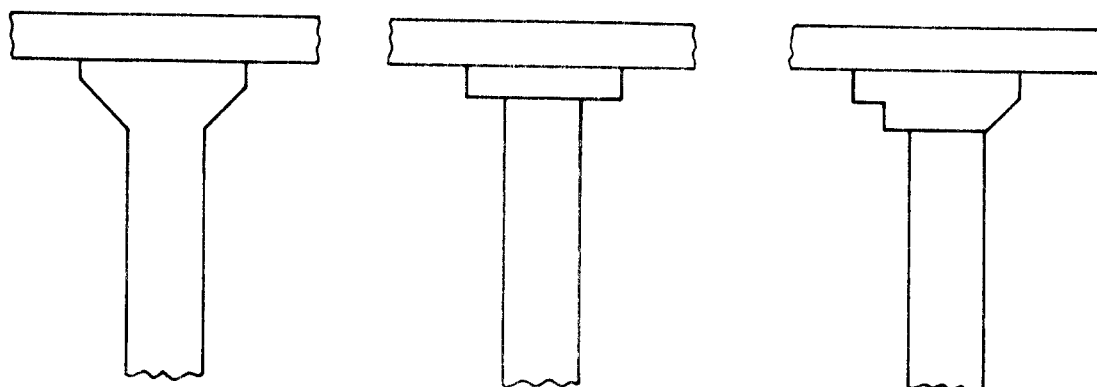


FIGURA 1.1 — TIPOS USUAIS DE CAPITÉIS

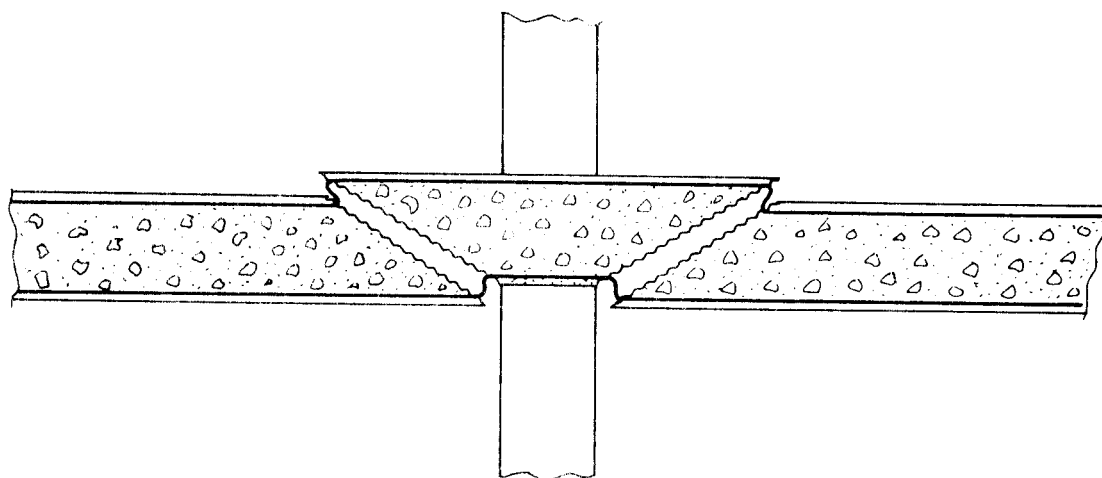


FIGURA 1.2 — ESQUEMA DE UMA LIGAÇÃO LAJE-PILAR, APÓS A OCORRÊNCIA DE PUNÇÃO

1.2 - Histórico

As lajes-cogumelo foram introduzidas por TURNER [1], em 1905, nos Estados Unidos da América, país onde ocorreu também o primeiro acidente grave com esse tipo de estrutura; o desabamento do Prest-O-Lite Building, em Indianápolis, Indiana, em dezembro de 1911, matando nove pessoas e ferindo gravemente vinte.

Nas primeiras lajes-cogumelo, eram comuns os capitéis, fazendo com que os conjuntos constituídos pelas lajes, capitéis e pilares se assemelhassem aos cogumelos, há muito utilizados na culinária européia. Dessa semelhança, nasceu a denominação laje-cogumelo, largamente utilizada nos idiomas europeus:

- plancher champignon, em francês;
- losa fungiforme, em espanhol;
- solai a fungo, em italiano e
- pilzdecke, em alemão.

Na evolução das lajes-cogumelo, os capitéis foram sendo abandonados, para se chegar aos vantajosos tetos planos. Nesses casos, a denominação do tipo lajes sem vigas é mais adequada, como as que se encontram em outros idiomas:

- flat plate, em inglês;
- dalle plane ou plancher-dalle, em francês e
- flachdecken, em alemão.

No Brasil, mesmo nas lajes sem capitéis, é usual a denominação laje-cogumelo.

Com o surgimento desse novo sistema estrutural e com a lamentável ocorrência de Indianápolis, os pesquisadores da época foram despertados pela necessidade de conhecer melhor seu comportamento, bem como, de formular processos de cálculo seguros e eficientes. Tiveram início os

primeiros estudos experimentais, realizados por TALBOT [2], em 1913, para elementos de laje sem armaduras de combate à punção.

Em seguida aos ensaios de Talbot, vieram inúmeros outros, como os de GRAF [3], em 1933; RICHART [4], em 1948; HOGNESTAD [5], em 1953; MOE [6], em 1961; KINNUNEN [7], em 1963; e muitos outros, nos Estados Unidos e na Europa.

No Brasil, por sugestão do Prof. Dr. Telêmaco H.M. van Langendonck, foi iniciado em 1972, no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, amplo projeto de pesquisa, tendo como objetivo principal o ensaio, até a ruptura, de ligações laje-pilar, para os casos de canto e de borda de lajes-cogumelo, já tendo sido publicados mais de uma dezena de trabalhos.

No campo teórico, houve grande evolução nos processos de cálculo. Em 1924, MARCUS [8] estudou as lajes-cogumelo pela Teoria da Elasticidade, resultando na formulação do Processo dos Pórticos Múltiplos. Em 1943, JOHANSEN [9] publicou sua tese de doutoramento sobre a formulação da Teoria das Linhas de Ruptura, que deu substancial contribuição ao conhecimento do cálculo das lajes-cogumelo.

Com o advento dos computadores eletrônicos digitais, foram iniciados os estudos desse sistema estrutural pelo Método dos Elementos Finitos, técnica que teve grande impulso a partir do início da década de 60.

Atualmente o Método dos Elementos Finitos é bastante difundido, tanto no meio científico, quanto no meio técnico, sendo correntemente utilizado em grandes escritórios de cálculo estrutural. O referido método tem o inconveniente de necessitar de uma malha de elementos muito densa junto às regiões dos apoios, o que pode elevar o custo de processamento; porém, quando corretamente empregado, produz resultados bastante satisfatórios.

Com o surgimento dos microcomputadores no Brasil, no final da década de 70, pesquisou-se na Escola de Engenharia de São Carlos e, posteriormente, na Universidade Federal de São Carlos, processos de cálculo mais simples, e que também produzissem resultados satisfatórios. Nessas pesquisas, ensaiou-se numericamente o processo de cálculo por Analogia de Grelha, o que apresentou, em muitos casos, resultados com precisão superior à do Método dos Elementos Finitos, para malhas com densidade de nós até oito vezes menor. Além disso, esse processo tem a vantagem de, mesmo processado em computadores de grande porte, apresentar um custo de processamento bastante baixo. (TAKEYA [41])

Atualmente, encontram-se em andamento pesquisas para o cálculo através do Método dos Elementos de Contorno. Em PAIVA [10] e VENTURINI [11], pode ser encontrado o estado-da-arte sobre o assunto.

1.3 - Vantagens das Lajes-Cogumelo

As estruturas em lajes-cogumelo apresentam uma série de vantagens em relação às estruturas convencionais, que poderiam ser agrupadas conforme os aspectos apresentados a seguir.

1.3.1 - Aspectos construtivos

- a) Maior simplicidade na execução das fôrmas.
- b) Armaduras mais simples, possibilitando o emprego de telas pré-fabricadas.
- c) Maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto.
- d) Possibilidade de supressão quase total das fôrmas, com a adoção do sistema construtivo denominado de "lift-slab", sendo as lajes moldadas

no chão, com a face superior de uma servindo de fôrma para a outra, com içamento após a moldagem de todas as lajes.

1.3.2 - Aspectos econômicos

- a) Redução nos custos das fôrmas devido ao menor consumo de material, à simplicidade na execução e ao maior reaproveitamento.
- b) Maior rapidez da obra.
- c) Consumo de aço e concreto próximos dos obtidos com adoção de estrutura convencional.

1.3.3 - Aspectos arquitetônicos e funcionais

- a) Possibilidade de obtenção de teto plano.
- b) Não delimitação de espaços, propiciando boas condições de adaptação da obra a diferentes finalidades durante sua vida útil.
- c) Melhor ventilação.
- d) Maior facilidade de limpeza do teto.
- e) Redução da altura dos edifícios.

Quanto aos aspectos construtivos e econômicos, vale salientar que, para serem usufruídos em sua totalidade, é necessário que projetistas e construtores absorvam e dominem toda a tecnologia de projeto e execução, implicando em treinamento de todas as equipes envolvidas no processo, tais como: engenheiros, desenhistas, tecnólogos, carpinteiros, ferreiros, mestres-de-obra, pedreiros e serventes.

1.4 - Desvantagens

As desvantagens da adoção das lajes - cogumelo são do ponto de vista estrutural, decorrendo da inexistência de vigas, tais como:

- Pequena rigidez das estruturas às ações laterais, quando comparadas com as estruturas convencionais.
- Puncionamento das lajes.

Quanto à reduzida rigidez da estrutura, quando solicitada por ações laterais, a adoção de painéis e núcleos rígidos combate os deslocamentos excessivos da mesma. No entanto, como a transferência dessas ações aos elementos mais rígidos se dá através das ligações destes com as lajes, há um incremento nas solicitações das lajes à punção.

Para os casos de pilares ou paredes de contraventamento situados nas bordas ou nos cantos das lajes-cogumelo, onde o problema da punção parece ser mais grave, devido à redução na seção resistente a essa solicitação (figuras 1.3.b e 1.3.c), conforme será visto no capítulo 2, os efeitos da punção poderiam ser eliminados com a adoção de vigas no contorno do pavimento. Para os pilares ou paredes de contraventamento centrais, esse problema, normalmente, preocupa menos, já que a seção resistente à punção é sempre maior que nas bordas (figura 1.3.a), para apoios de mesmas dimensões.

Para maiores esclarecimentos sobre o projeto de edifícios altos em lajes-cogumelo, ver os trabalhos de COULL & CHEE [12], DARVALL & ALLEN [13], QADEER & SMITH [14] e PAULAY & TAYLOR [15] e o Código ACI 442R-71 [16].

Quanto à punção especificamente, será feita uma abordagem suficientemente detalhada no capítulo 2.

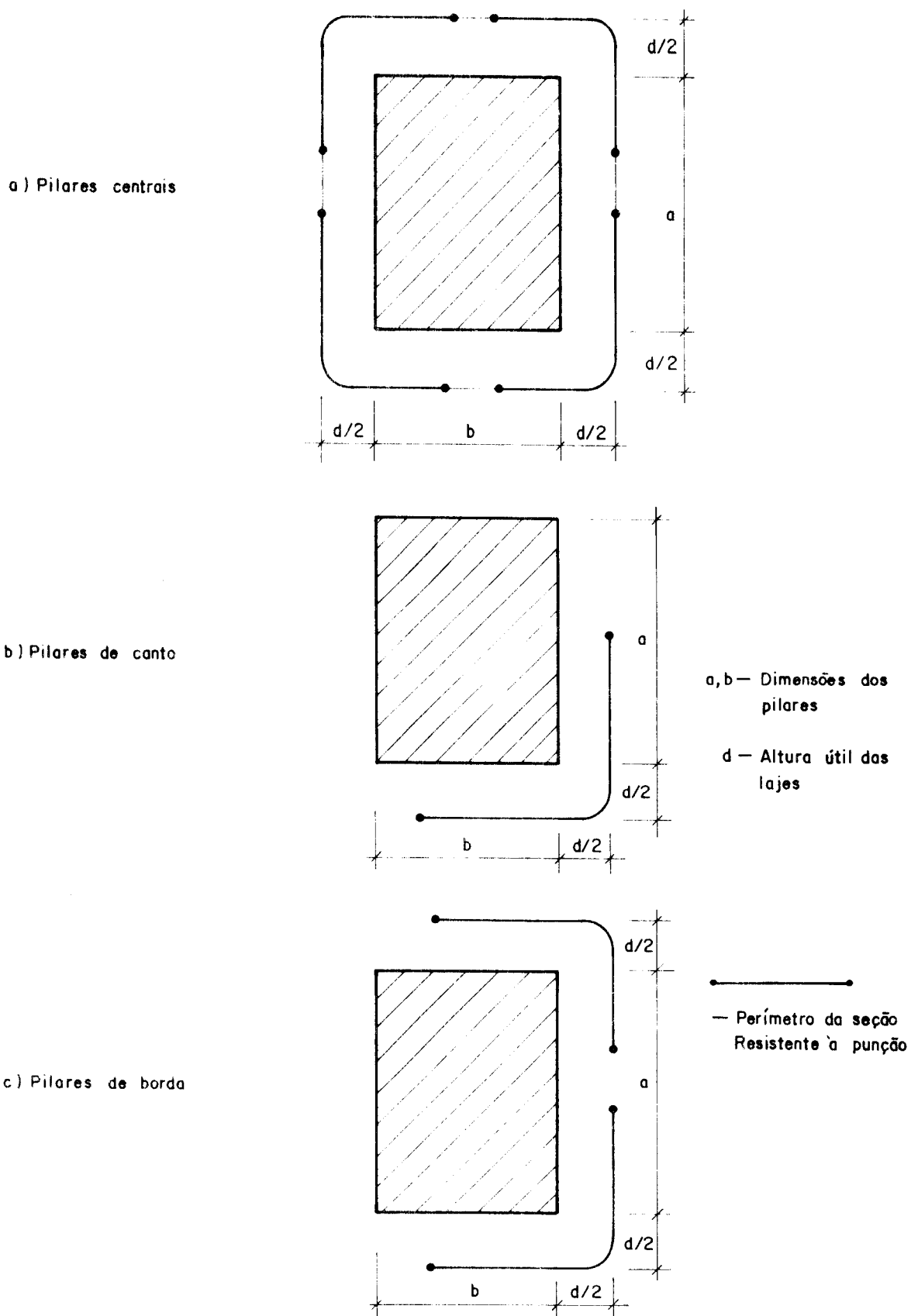


FIGURA 1.3 — SEÇÕES RESISTENTES À PUNÇÃO

1.5 - Objetivos deste Trabalho

Embora haja inúmeros trabalhos abordando diversos aspectos referentes às lajes-cogumelo, eles o fazem de maneira independente. Há carência de publicações que abor-dem os aspectos globais do cálculo e do detalhamento de lajes-cogumelo, tema para o qual se pretende contribuir, iniciando um amplo projeto de pesquisas, tendo como obje-tivo final a elaboração de um manual de projetos para edifi-cios com estruturas em laje-cogumelo e a apresentação de recomendações à Associação Brasileira de Normas Técnicas para atualização do texto da NBR-6118 [17], na parte rela-tiva ao tema.

Nesta primeira etapa do projeto, foi feito um le-vantamento de parte dos conhecimentos acumulados durante os 84 anos de utilização das lajes-cogumelo, sendo os re-sultados apresentados da forma indicada a seguir.

No capítulo 2, é tratado do problema da punção, apresentando-se: fatores que influem no fenômeno; modelos propostos; recomendações, fruto das pesquisas realizadas no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos; prescrições de alguns regulamentos e uma roti-na de cálculo para verificação de lajes-cogumelo à punção.

No capítulo 3, é apresentado um roteiro de pré-dimensionamento, baseado no Método Direto do Código ACI-318-83 [18].

No capítulo 4, é apresentado o processo prescri-to pela NBR-6118 [17] - Processo dos Pórticos Múltiplos - e uma formulação alternativa para esse processo, proposta por MONTOYA [19], ambos podendo ser executados manualmente.

No capítulo 6, são estabelecidos critérios para o detalhamento das armaduras de flexão, de punção e de tor-ção.

No capítulo 7, são apresentadas as conclusões a que se chegou durante a realização desta pesquisa.

Finalmente, são apresentadas as referências bibliográficas.

1.6 - Notações Utilizadas

Durante a elaboração deste trabalho, procurou-se, dentro do possível, seguir a notação estabelecida no item 2.3 da NBR-6118 [17]. Entretanto, essa prática nem sempre foi possível, devido às muitas transcrições de trechos de outros regulamentos, o que exigirá mais atenção do leitor ao examinar o texto. A seguir estão algumas orientações que deverão ser observadas durante a leitura.

No estudo da punção, a notação adotada foi a do Código-Modelo CEB-FIP [22], apresentada nos itens 2.8 e 2.9, à medida que foram sendo transcritos os conceitos relativos ao assunto.

No estudo do pré-dimensionamento, do Método Direto e do Processo dos Pórticos Múltiplos, a notação empregada foi baseada no Código ACI-318/83 [18], apresentada no início do capítulo 3.

Nos demais capítulos, sempre que foi introduzida uma nova grandeza, seu significado e sua representação foram imediatamente explicitados.

CAPÍTULO 2

2. PUNÇÃO

2.1 - Descrição e Causas do Fenômeno

Nas lajes-cogumelo sem capitéis, as ligações laje-pilar são as regiões mais críticas em termos de resistência, pois a concentração de momentos fletores e forças cortantes, que, entretanto, decrescem rapidamente à medida que seções mais afastadas dos pilares são consideradas, pode causar a ruína dessas lajes, o que pode ocorrer de três formas distintas:

- por flexão, com ação predominante do momento fletor, quando toda a armadura de flexão atinge a tensão de escoamento, esgotando assim a capacidade resistente da laje;
- por punção, com ação predominante da força cortante, onde a laje rompe antes que a armadura de flexão atinja a tensão de escoamento;
- por flexão e punção, quando tanto o momento fletor quanto a força cortante têm ação significativa na ruína da ligação.

A ruptura por punção em lajes-cogumelo ocorre sem aviso prévio, com a formação de uma superfície de ruína

tronco-cônica ou tronco-piramidal (figura 1.2), dependendo da seção transversal do pilar, partindo do contorno da área carregada, na face da placa em que atua a força concentrada, e se estendendo até a outra face, com uma inclinação de aproximadamente 30° em relação ao plano da placa; pode, em alguns casos, ter inclinações diferentes, sem contudo, alterar o valor da carga última de ruína.

Além das altas concentrações de esforços cortantes e momentos fletores, existem outros fatores, relativos à própria constituição das estruturas, que exercem influência na ruína das lajes, tais como:

- resistência característica do concreto;
- taxas de armadura de flexão;
- espessura da laje;
- existência ou não de armadura de combate à punção;
- dimensões e formas das seções transversais dos pilares.

A complexidade do comportamento das lajes, em relação à punção, aumenta à medida que são analisados casos assimétricos, tais como:

- pilares interiores com carregamentos assimétricos oriundos de ações horizontais, de painéis diferentes ou diversamente carregados, de recalques diferenciais, etc;
- pilares de borda;
pilares de canto.

Nesses casos, algumas pesquisas, principalmente as de GRAF [3], RICHART e KLUGE [20], MOE [6], HANSON e HANSON [21], demonstraram que a transferência de momentos da laje para os pilares causa a diminuição da resistência das ligações à força cortante, devido à fissuração da laje, causada pela flexão. Nos casos de pilares exteriores, de borda e de canto, o problema se agrava, pois, além da ocorrência de momentos não balanceados, as seções resis-

tentes à punção em torno dos pilares é diminuída pela presença das bordas livres.

Como o conhecimento dos efeitos dessas variáveis envolvidas no projeto de lajes de concreto armado, com vistas à punção, é limitado, os modelos propostos até hoje pelos pesquisadores diferem muito entre si, bem como as especificações dos diversos regulamentos existentes.

2.2 - Principais Modelos Propostos

2.2.1 - Modelo da superfície de controle

Para as vigas de concreto armado, o dimensionamento de seções ao esforço cortante é tradicionalmente executado em função das tensões nominais de cisalhamento, atuantes nessas seções. Princípio análogo foi proposto por TALBOT [2] em 1913, quando definiu a tensão nominal de cisalhamento como sendo a razão entre a força cortante V e a área da superfície cilíndrica, denominada superfície de controle, ao redor da área carregada (figura 2.1) e normal ao plano da laje.

O perímetro da seção crítica, ou superfície de controle, é definido como o lugar geométrico dos pontos situados a uma distância mínima da área carregada, que é especificada em cada regulamento. Assim, se a área carregada for um quadrado, a seção crítica será um quadrado com os cantos arredondados (figura 2.2.a); se o contorno da área carregada for côncavo, a seção crítica terá a forma de um polígono convexo, circunscrito à área carregada, com os cantos também arredondados (figura 2.2.b e 2.2.c).

A altura do cilindro, ou do prisma, da superfície de controle é tomada, dependendo do regulamento, como sendo a espessura da laje (h), a altura útil (d) ou o braço de alavanca dos momentos internos (z) (figura 2.3).

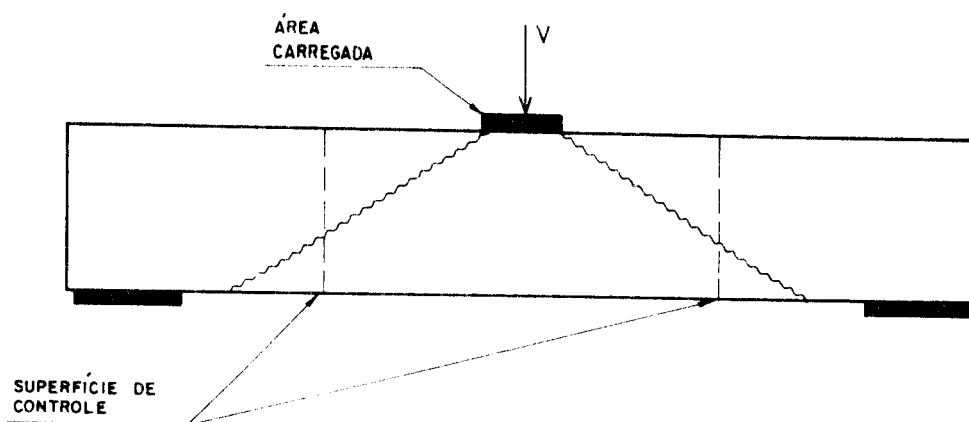


FIGURA 2.1 — ESQUEMA DE UMA SUPERFÍCIE DE CONTROLE

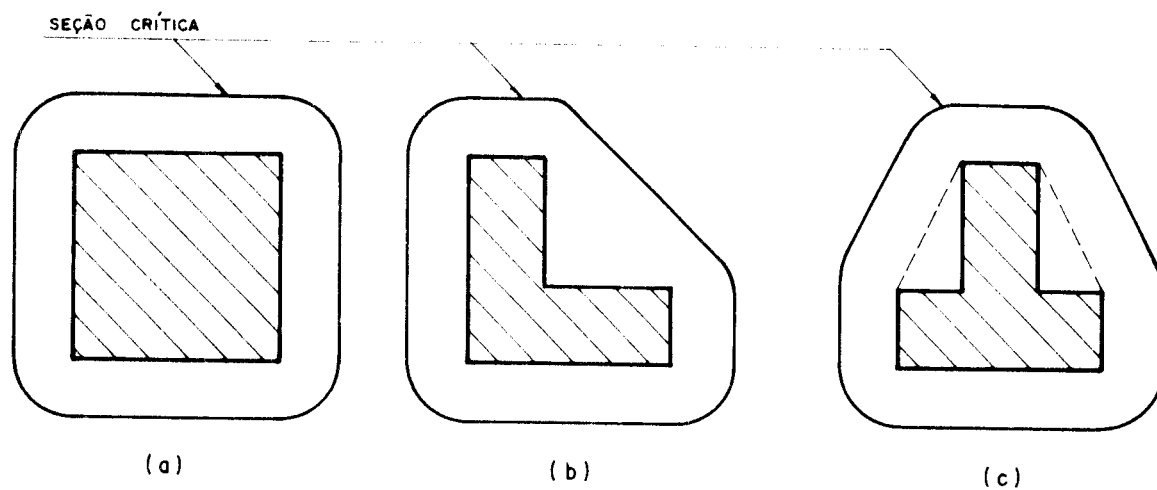


FIGURA 2.2 — FORMAS DE SEÇÕES CRÍTICAS

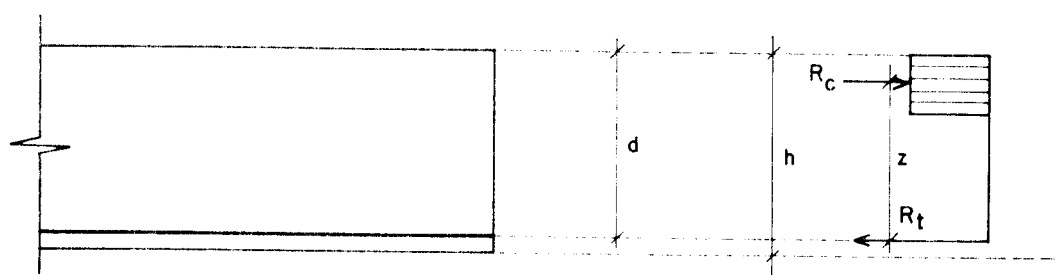


FIGURA 2.3 — ALTURA DA SUPERFÍCIE DE CONTROLE

A verificação da segurança quanto ao punção é feita comparando-se a tensão nominal de cisalhamento atuante na seção crítica, com um parâmetro de resistência do concreto ao cisalhamento, usualmente medido em função da resistência característica à compressão, f_{ck} .

Entre os regulamentos que utilizam o modelo da superfície de controle, nas prescrições em relação à punção, estão:

- Código-Modelo CEB-FIP 1978 [22];
- ACI 318-83 (revised 1986) [18];
- NBR-6118 [17].

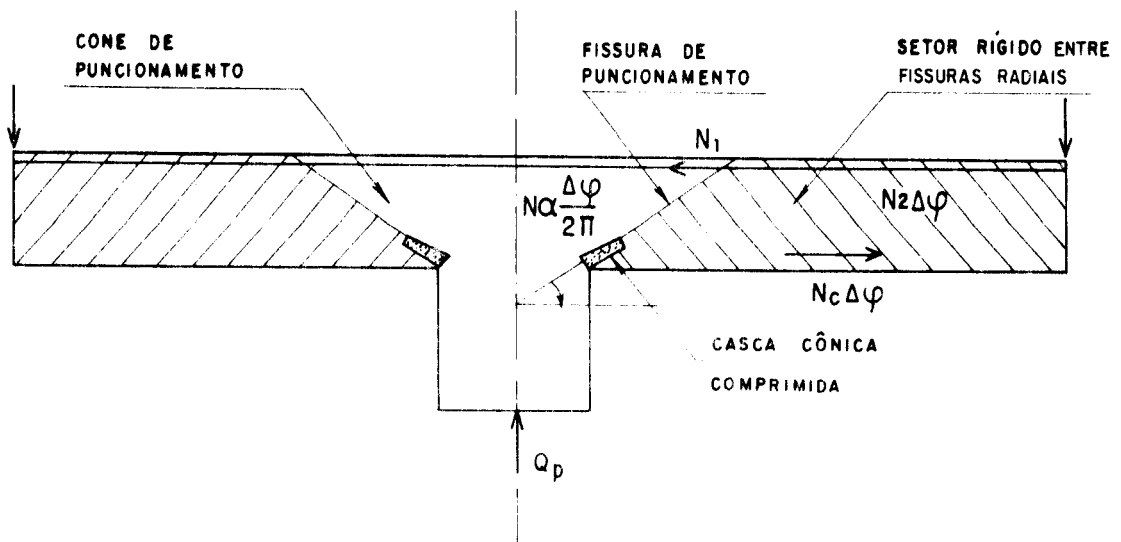
2.2.2 - Modelo mecânico

Um modelo mecânico racional, para a ruptura de lajes por punção, foi proposto por KINNUNEN e NYLANDER [23]. Foi baseado na observação de ensaios com elementos de lajes circulares, apoiadas no centro por um pilar circular e carregado na borda livre.

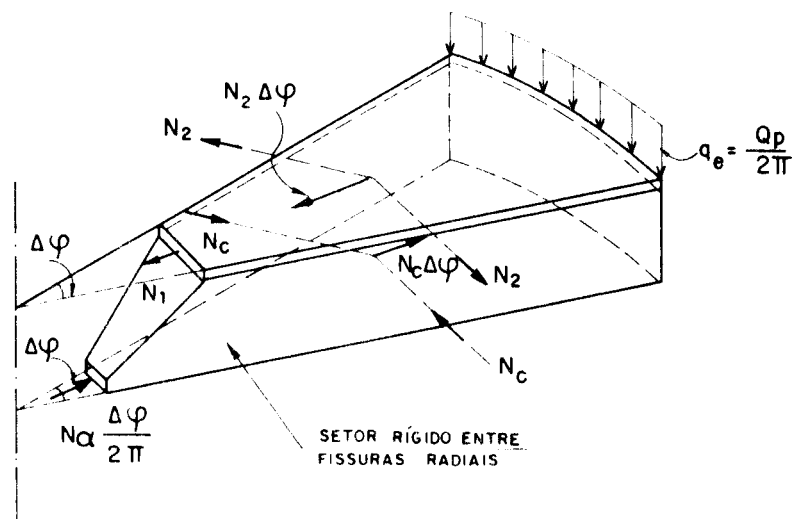
Com esse modelo, também conhecido como modelo sueco, os autores tentaram definir a influência da flexão no fenômeno do punção, representando o complexo estado de tensões na vizinhança dos pilares (figura 2.4.a).

Segundo o modelo proposto, a laje é suposta constituída de um elemento central tronco-cônico, confinado por setores circulares de laje (figura 2.4.b), que são delimitados pelas fissuras radiais e circulares. Esses setores se apóiam na parte inferior, no topo do pilar, em uma casca cônica delgada (zona comprimida na flexão). Na parte superior, a ligação com o cone de punção é feita pela armadura de flexão da laje. Cada setor está sujeito a um carregamento externo q_e e, internamente, aos seguintes esforços:

N_1 - resultante dos esforços de tração nas armaduras



(a)



(b)

FIGURA 2.4 — DETALHES DO MODELO MECÂNICO DE KINNUNEN E NYLANDER

que cruzam as fissuras circulares;

N_2 - resultante dos esforços de tração nas armaduras que cruzam as fissuras radiais;

N_c - resultante dos esforços de compressão no concreto;

N_α - força de compressão sobre o elemento de casca cônica.

Das condições de geometria e equilíbrio do conjunto, determina-se a carga de punção da laje V_p .

O modelo sueco é capaz de prever a carga última de ruína, independentemente de que venha a ocorrer por flexão ou punção, fornecendo valores, continuamente, entre os dois tipos extremos de ruína. Além disso, diferentemente dos outros processos, também fornece uma previsão das deformações das lajes.

A formulação do modelo foi proposta inicialmente para os casos de armaduras axissimétricas. Posteriormente, os efeitos da adoção de armaduras ortogonais, ao invés de axissimétricas, foram estudados por KINNUNEN [24].

Fazendo um estudo comparativo entre os modelos propostos, LANGENDONCK [25] concluiu que o modelo sueco é muito complexo, e seu uso só se justificaria se os resultados por ele obtidos fossem mais exatos que os determinados por outras teorias.

O modelo mecânico serve de base para as prescrições do regulamento do código sueco K_1 [26].

2.3 - Lajes com Armaduras de Punção

A resistência à punção, em lajes-cogumelo, pode ser aumentada com a utilização de armaduras de combate à punção, fato constatado por vários pesquisadores, como

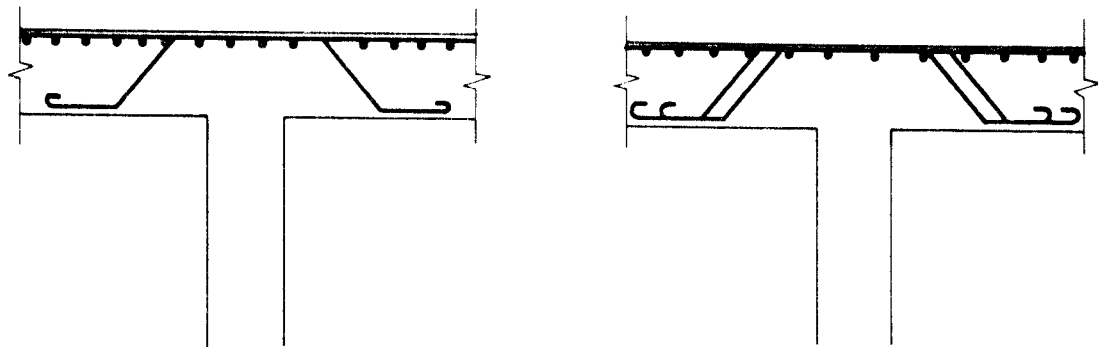
GRAF [27], ELSTNER e HOGNESTAD [28], MOE [6], FRANZ [29], YITZHAKI [30], CORLEY e HAWKINS [31]. Essas armaduras podem ser constituídas de estribos verticais, estribos inclinados, barras dobradas e perfis metálicos em forma de trilho ou seção U, que são os "shearheads" (figura 2.5). O aumento de resistência pode ser de tal ordem que eleve a resistência à punção a valores maiores que a resistência à flexão, passando essa última a governar o comportamento da laje.

Provavelmente, a maior restrição ao uso de armaduras de combate à punção, seja a dificuldade de ancorá-las, devido à pequena espessura das lajes. Essa dificuldade é mais notada no caso das barras dobradas, sendo portanto, mais conveniente o uso de estribos, pois podem ser facilmente ancorados nas armaduras longitudinais superiores e inferiores.

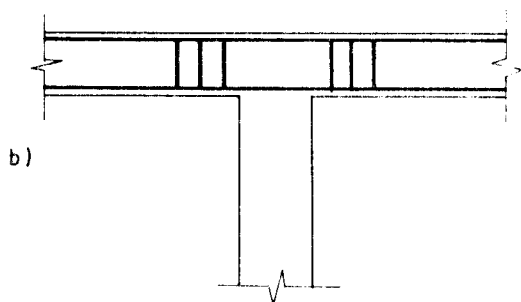
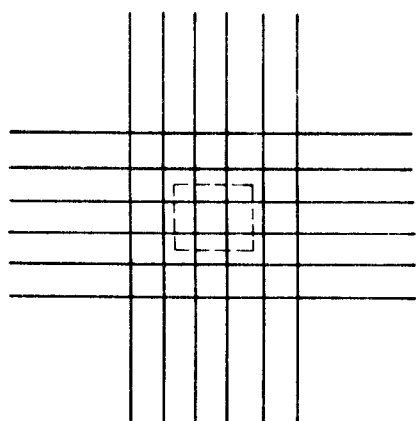
O avanço das pesquisas nesse campo fez com que alguns regulamentos passassem a adotar essas armaduras em suas prescrições. É o caso do código ACI 318-71 [32] e suas versões seguintes, que permitem um acréscimo de até 50% na resistência da laje à punção, com a adoção das armaduras; é o caso também do Código Modelo CEB-FIP 1978 [22], que permite acréscimo de até 60% na resistência de cálculo, sendo idêntico critério adotado pela norma Alemã DIN 1045 [33]. A norma brasileira NBR-6118 [17] prescreve o uso de armaduras de combate à punção, para os casos em que a tensão no concreto for maior que a metade do valor último da tensão tangencial de cálculo, dada em seu item 5.3.1.2b.

2.4 - Prescrições de Alguns Regulamentos

Em anexo, no final deste capítulo, estão transcritas as prescrições relativas à punção, dos regulamentos mais difundidos no meio técnico brasileiro, que são:

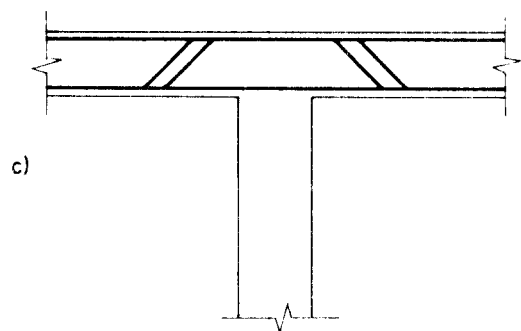


a) Barras dobradas



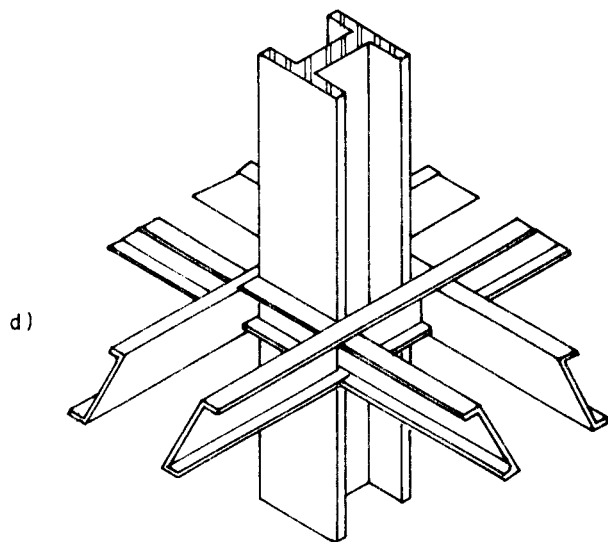
b)

Estribos verticais



c)

Estribos inclinados



d)

" shearhead "

FIGURA 2.5 - TIPOS DE ARMADURAS DE PUNÇÃO

o Código-Modelo CEB-FIP 1978 (item 2.8), os Complementos ao Código-Modelo CEB-FIP (item 2.9), o Código ACI 318 - 83 (item 2.10) e a Norma Brasileira para Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado - NBR 6118 (item 2.11).

2.5 - Considerações Complementares Sobre Punção

É oportuno levantar uma ressalva quanto ao uso das prescrições dos Complementos ao Código-Modelo CEB-FIP 1978 [34], para verificação da punção em casos de pilares de canto. Segundo esses complementos, as tensões de cisalhamento se concentram no canto interno do pilar, portanto, bastando que se verifique a punção no perímetro reduzido indicado na figura 10 do item 2.9.

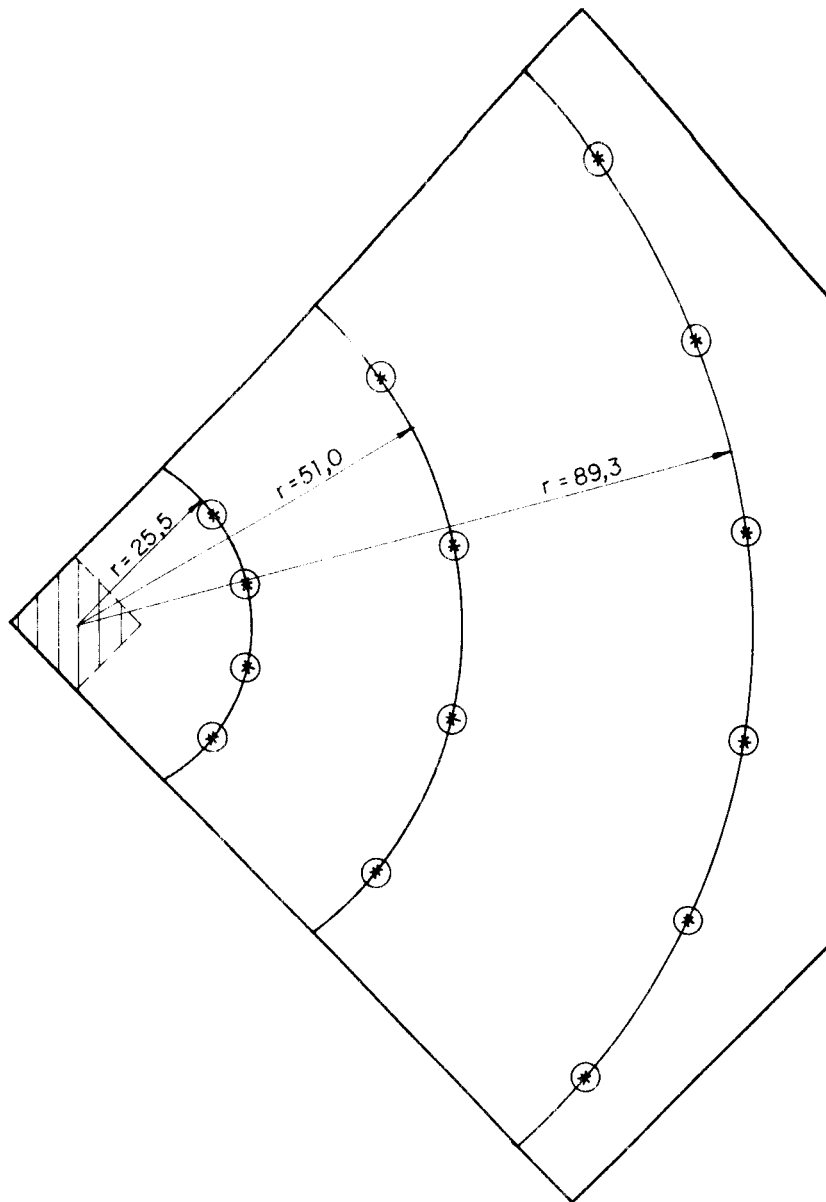
FIGUEIREDO, Fº [35], ao ensaiar elementos de canto de lajes-cogumelo, encontrou para a carga de ruína, variando o raio de aplicação do carregamento, os valores indicados na tabela 2.1, enquanto que os valores de cálculo encontrados pelo processo do CEB para os referidos elementos foram (ver figura 2.6):

- sem armaduras de punção, $V_{Rd1} = 22,54 \text{ kN}$;
- com armaduras de punção, $V_{Rd2} = 1,6 \times 22,54 = 36,06 \text{ kN}$.

TABELA 2.1 - Resultados dos ensaios de FIGUEIREDO, Fº [35].

ELEMENTO DE LAJE	ARMADURA DE PUNÇÃO	RAIO DO CARREGAMENTO (cm)	CARGA DE RUÍNA (kN)	MODO DE RUPTURA
EDL-18	SIM	25,5	199,74	por punção
EDL-19	SIM	89,3	35,98	por flexão
EDL-20	NÃO	51,0	62,03	por flexão

O autor dos ensaios fez então as considerações transcritas a seguir.



r em cm

⊛ ponto de aplicação da carga

FIGURA 2.6 - RAIOS DE APLICAÇÃO DOS CARREGAMENTOS

- a) "No caso de haver pelo menos predomínio da punção (EDL-18), mesmo tratando-se da determinação da resistência de cálculo, a fórmula do CEB é inadequada, por levar a valores demasiadamente baixos ($V_{Rd2} = 36,06$ kN, diante de $V_{exp} = 199,74$ kN)."
- b) "No caso do EDL-19 o valor de cálculo é aproximadamente igual ao valor último (36,06 kN e 35,98 kN respectivamente), o que não seria conveniente. Todavia, a ruína desse elemento de laje foi por flexão e não por punção."
- c) "No caso do EDL-20, que rompeu por flexão, o valor último observado foi de 62,03 kN, bastante maior que a resistência à punção de cálculo 22,54 kN, de terminada sem considerar armadura transversal, como é o caso deste elemento de laje".
- d) "A conclusão é que a fórmula do CEB não é adequada aos casos em questão. Os valores encontrados não são satisfatórios e, aliás, a fórmula não pode ser aplicada a partir do momento em que se sabe que a ruína dos elementos de laje não é por punção".

Corroborando esse raciocínio, ao comparar valores de previsões de carga de cálculo através de diversas normas, REGAN [36] fez as afirmações apresentadas a seguir.

- e) "A análise de dados de ruptura de lajes-cogumelo, em ligações com pilares exteriores, é consideravelmente mais difícil do que a de pilares interiores, principalmente, devido à grande influência dos efeitos da flexão e do projeto e detalhamento das armaduras de flexão."
- f) "É claro que os efeitos da excentricidade previstos pelo Código-Modelo não são corretos para o caso de pilares de canto, e o Código Inglês, que quase ignora a excentricidade, é preferível".

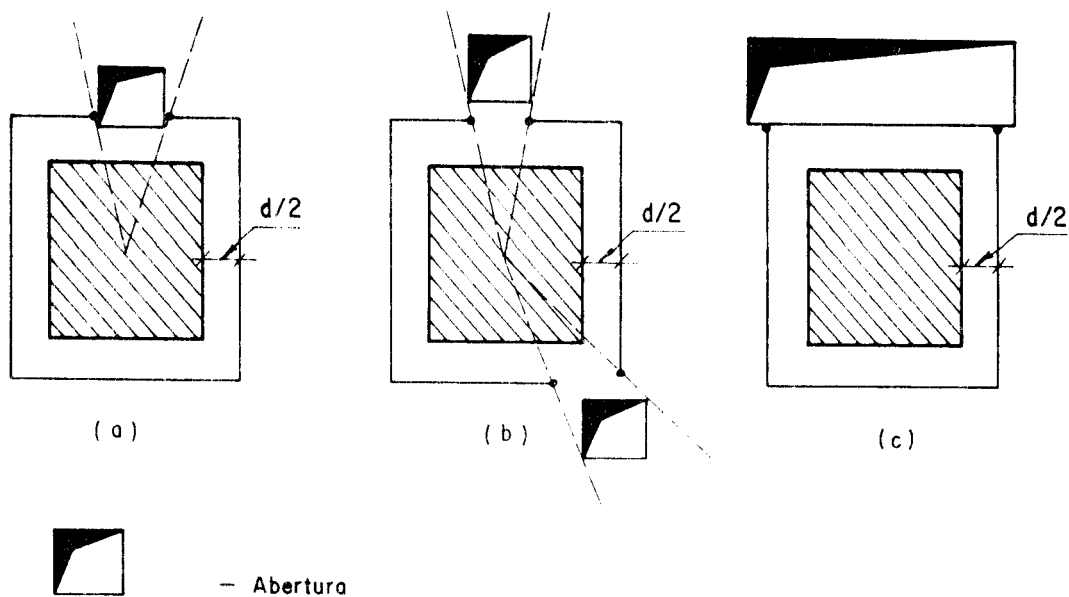
- g) "Como para pilares de canto, o CEB subestima seriamente a resistência em muitos casos, o Código Inglês não é ruim, porém superestima a resistência à punção em algumas situações."

Outra consideração que merece ser citada é a do ACI 318 R-83 [37] o qual, comentando as prescrições do item 11.11.5 do código ACI 318-83 [18], referentes a lajes com aberturas, apresenta o texto que se transcreve em seguida.

- h) "Provisões para o projeto de lajes com aberturas foram desenvolvidas pelo Comitê ACI-ASCE 426 e publicadas no ACI Journal [38], onde foram estabelecidas quais as partes efetivamente resistentes das seções críticas próximas a aberturas e bordas livres (figuras 2.7 e 2.8). Pesquisa adicional realizada pelo mesmo comitê e publicada no 'Proceedings, ASCE' [39], confirmou que as provisões do estudo anterior eram conservativas."

Diante dessas afirmações, todas elas baseadas em resultados experimentais, parece claro o seguinte:

- i) É fundamental o cálculo e o detalhamento rigoroso das armaduras de flexão nos cantos de lajes-cogumelo;
- j) Os valores fornecidos pelo processo do CEB são bastante inferiores aos observados em ensaios, desde que a laje esteja corretamente armada à flexão; portanto, se, em situações de projeto, os valores das reações de apoio em pilares de canto forem inferiores aos previstos pelo CEB, esses valores serão seguros; porém, se essas reações forem superiores aos valores calculados pelo CEB, dentro de certos limites que precisam ser melhor conhecidos, a punção não deverá ser problema.



CASOS a e b - Tratamento semelhante ao CEB

CASO c - Tratar como borda livre.

FIGURA 2.7 - SEÇÕES CRÍTICAS PARA PILARES PRÓXIMOS A ABERTURAS, SEGUNDO O ACI 318-83.

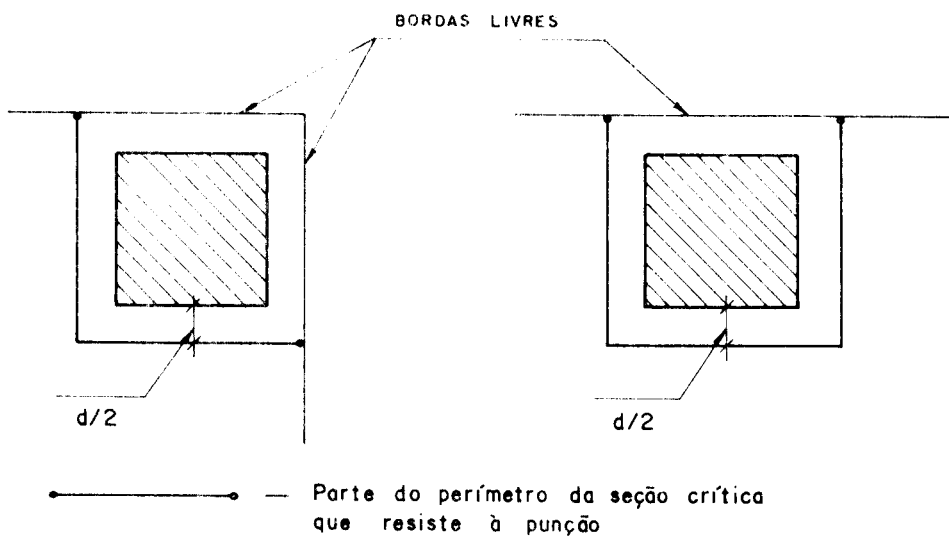


FIGURA 2.8 - SEÇÕES CRÍTICAS PARA PILARES PRÓXIMOS A BORDAS LIVRES, SEGUNDO O ACI 318-83.

2.6 - Marcha de Cálculo para Verificação das Lajes à Punção

Recomenda-se que a verificação das lajes-cogumelo à punção seja feita em duas situações distintas, no decorrer do projeto: a nível de pré-dimensionamento, e após o cálculo definitivo das armaduras de flexão.

As duas verificações deverão ser feitas segundo as prescrições do Código-Modelo CEB-FIP 1978 [22], a despeito das restrições quanto à sua aplicação em pilares de canto, bem como, dos Complementos ao Código-Modelo [34]. Porém, a nível de pré-dimensionamento, desprezar-se-ão os efeitos de eventuais excentricidades dos carregamentos e a colaboração de armaduras de combate à punção.

2.6.1 - Verificação a nível de pré-dimensionamento

a) **Determinação das seções críticas**

Para os pilares centrais, a determinação das seções críticas será feita conforme as prescrições do item 13.2.1 do Código-Modelo, seguindo-se os exemplos das figuras 13.2 e 13.3 (CEB) (ver item 2.8).

Para os pilares próximos a aberturas, deverão ser seguidas as prescrições do item 13.2.2 do referido código, conforme o modelo da figura 13.4 (CEB) (ver item 2.8).

Para os pilares próximos a bordas livres, as seções críticas serão determinadas conforme o item 13.2.3 do Código-Modelo, seguindo-se os exemplos das figuras 13.5 e 13.6 (CEB) (ver item 2.8). Nesses casos, duas situações limites poderão ocorrer: os pilares de borda e os de canto. As seções críticas a considerar serão então as mostradas na figura 10 dos complementos ao Código-Modelo (ver item 2.9).

b) Cálculo dos esforços solicitantes

Como todos os carregamentos serão supostos centrados, os esforços solicitantes serão calculados pela equação (13.3) (CEB) (ver item 2.8),

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u} \quad (\text{em kN/cm}) \quad (13.3)$$

Quando a seção transversal for alongada, então, $u = u_1$ e a equação (13.3) passa a ser,

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u_1} \quad (\text{em kN/cm}) \quad (13.3)'$$

c) Cálculo dos esforços resistentes

Os esforços resistentes serão calculados pela equação (13.8) (CEB) (ver item 2.8), para as partes u_1 das seções críticas,

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell) \cdot d \quad (\text{em kN/cm}) \quad (13.8)$$

e pela equação (11.2) do Código-Modelo CEB-FIP [22] para as partes u_2

$$v'_{Rd} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell) \cdot d \quad (\text{em kN/cm}) \quad (11.2)$$

Em qualquer das duas fórmulas, as taxas de armaduras longitudinais serão determinadas conforme o item 3 dos complementos ao Código-Modelo, seguindo-se os exemplos da figura 2 (CEB-Complementos) (ver item 2.9).

d) Verificação da segurança ao funcionamento

A verificação da segurança ao funcionamento, em qualquer parte do perímetro da seção crítica (u_1), será feita pela equação (13.1) do Código-Modelo (v. item 2.8):

$$V_{sd} \leq V_{Rd} \quad (13.1)$$

Como na primeira verificação, não serão consideradas armaduras de punção, então:

$$V_{Rd} = V_{Rd1}$$

e a equação (13.1) fica:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (13.1)'$$

e) Conclusões da verificação

Se em alguma situação a equação (13.1)' não for atendida, caberá ao projetista optar por uma medida no sentido de atendê-la, que poderá ser a adoção de capitéis, vigas, aumento da espessura da laje, etc, ou deixar a solução para a segunda verificação, onde a análise será mais rigorosa, considerando-se as excentricidades dos carregamentos, bem como, a colaboração das armaduras de punção. Porém, se a seção transversal for alongada, poderá ser considerada a colaboração das partes u_2 do perímetro da seção crítica, da forma indicada a seguir.

Seja $V_{sd1} = u_1 \cdot v_{Rd}$ e $\Delta V_{sd} = V_{sd} - V_{sd1}$; então, a verificação para os trechos u_2 seria:

$$\frac{\Delta V_{sd}}{u_2} \leq v'_{Rd} \quad (2.1)$$

2.6.2 - Verificação a nível de projeto definitivo

a) Determinação das seções críticas

Para as áreas carregadas centrais, as seções críticas serão as mesmas determinadas no pré-dimensionamento.

Nos casos de áreas centrais carregadas próximas a aberturas, será preferível determinar as seções críticas segundo as prescrições do item 8 dos Complementos ao Código-Modelo [34], conforme a figura 8 do mesmo item (ver item 2.9).

Para as áreas carregadas próximas a bordas livres, as seções críticas serão as mais desfavoráveis entre aquelas determinadas segundo as duas hipóteses do item 9 dos Complementos ao Código-Modelo (ver item 2.9). Nos casos extremos, de pilares de borda e de canto, as seções críticas terão seus perímetros reduzidos conforme o item 10 dos referidos complementos (ver figura 10, item 2.9).

b) Determinação das excentricidades dos carregamentos

A existência de excentricidade nos carregamentos deverá ser verificada segundo as duas direções do plano da laje. Caso haja momentos não balanceados, as excentricidades serão dadas por:

- segundo a direção x, $e_x = \frac{M_x}{V}$, (em cm); (2.2)

- segundo a direção y, $e_y = \frac{M_y}{V}$, (em cm). (2.3)

c) Cálculo dos esforços solicitantes para pilares centrais

Para os casos de pilares centrais, sujeitos a carregamentos centrados, os esforços solicitantes serão calculados da mesma forma que no item b) da primeira verificação (item 2.6.1b).

Quando esses pilares estiverem sujeitos a carregamentos excêntricos, os esforços solicitantes máximos serão calculados respectivamente para seções transversais

circulares e retangulares, pelas equações (13.6) e (13.7) do Código-Modelo (ver item 2.8), ou seja:

para pilares de seções transversais circulares,

$$v_{sd,m\acute{a}x} = \frac{V_{sd}}{u} \left(1 + \frac{2 \cdot |e|}{d + d_o} \right), \text{ (em kN/cm)}, \quad (13.6)$$

sendo d_o o diâmetro da área carregada;

para pilares de seções transversais retangulares,

$$v_{sd,m\acute{a}x} = \frac{V_{sd}}{u} \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x b_y}} \right), \text{ (em kN/cm)} \quad (13.7)$$

sendo b_x e b_y as dimensões do contorno u , medidas segundo as direções x e y , paralelas aos lados da área carregada.

d) Cálculo dos esforços solicitantes para pilares de borda e de canto

Nos casos de pilares de borda e de canto, os carregamentos serão supostos centrados, porém, uniformemente distribuídos apenas no perímetro reduzido mostrado na figura 10 dos Complementos ao Código-Modelo (ver item 2.9).

e) Cálculo dos esforços resistentes

Os esforços resistentes serão calculados de maneira semelhante ao cálculo feito no pré-dimensionamento, porém, como na segunda verificação será considerada a colaboração das armaduras de combate à punção, esses esforços poderão ser majorados em até 60% nos trechos resistentes à punção (u_1), conforme a equação (13.9) do Código-Modelo (ver item 2.8),

$$v_{Rd2} = 1,6 v_{Rd1} . \quad (13.9)$$

Substituindo-se nessa equação o valor de v_{Rd1} da equação (13.8), vem:

$$v_{Rd2} = 1,6 [1,6 \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d], \text{ donde}$$

$$v_{Rd2} = 2,56 \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d \text{ (em kN/cm)}$$

(13.9')

Para as partes do perímetro a serem verificadas como vigas (u_2), os valores dos esforços resistentes serão calculados pela equação (11.2) do Código-Modelo, sem serem majorados, ou seja:

$$v'_{Rd} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d \text{ (em kN/cm)} \quad (11.2)$$

f) Verificação da segurança ao puncionamento

A verificação da segurança ao puncionamento será feita pela equação (13.1) do Código-Modelo (ver item 2.8), substituindo-se nela, v_{Rd1} por v_{Rd2} , conforme segue:

$$v_{sd} \leq v_{Rd2} \cdot \quad (13.1)'$$

Se a equação (13.1)' não for atendida, a seção crítica for alongada e o carregamento for centrado, poderá ser considerada a colaboração das partes u_2 do perímetro, conforme o exposto no item 2.6.1e - Verificação a nível de pré-di^u mensionamento.

g) Conclusões da verificação

Se não forem atendidos os critérios de segurança, caberá ao projetista, ao final dessa verificação, optar por uma das medidas sugeridas no item 2.6.1e, ou ainda, tentar ajustes arquitetônicos, tais como: modificações nos comprimentos dos vãos da estrutura; prolongamento das lajes, formando balanços, o que poderá transformar

pilares de borda livre e pilares de canto em pilares centrais; substituir materiais que sejam utilizados, visando uma redução dos carregamentos; etc.

Se as alternativas apresentadas não forem suficientes para conferir à estrutura condições de segurança satisfatórias, dever-se-á optar por outro sistema estrutural.

2.7 - Exemplos

Exemplos de verificações de lajes-cogumelo quanto ao funcionamento serão apresentados ao final do capítulo 3, onde será realizada uma verificação a nível de pré-dimensionamento, segundo a rotina do item 2.6.1, bem como, ao final do capítulo 6, após o cálculo das armaduras, que será feito segundo a rotina do item 2.6.2.

2.8 - Prescrições do Código-Modelo CEB-FIP 1978 [22]

"Estado Limite Último de Resistência ao Funcionamento

O presente capítulo concerne ao funcionamento de lajes de espessura constante, munidas de armaduras de flexão determinadas segundo os capítulos 9 e 10; concerne igualmente ao funcionamento de sapatas de fundação.

13.1 - **Generalidades**

Este capítulo se aplica aos casos de áreas carregadas de formas:

- a - Circular e de diâmetro no máximo igual a $3,5 d$;
- Retangular e de perímetro no máximo igual a $11 d$, com uma relação entre o comprimento e a largura, no máximo igual a 2;

- quaisquer, sendo as dimensões limites agora fixadas por analogia com aquelas das formas anteriores,
- b - Não situadas na vizinhança de outras forças concentradas, nem dentro de zonas sujeitas a esforços cortantes importantes devido a outros fatores.

O estado limite último é caracterizado pela formação de uma superfície tronco-cônica de ruína, sendo a geratriz dessa superfície, uma reta que parte do contorno da área carregada e é inclinada em relação ao plano da laje, de um ângulo entre 30° e 35°; para sapatas, esse ângulo de inclinação é de aproximadamente 45° (figura 13.1).

Os esforços solicitantes e resistentes, por unidade de comprimento do contorno da seção crítica, definidos no artigo 13.2, deverão satisfazer à condição:

$$v_{sd} \leq v_{Rd} \quad (13.1)$$

sendo os valores determinados segundo os artigos 13.3 e 13.4.

13.2 - Seção crítica

A seção crítica é perpendicular ao plano médio da laje, se estendendo por toda a altura útil da mesma (d), sendo seu contorno definido segundo as recomendações a seguir e medido em centímetros.

13.2.1 - Áreas carregadas afastadas de aberturas ou de bordas livres

O contorno da seção crítica é formado pelo perímetro mínimo em torno da área carregada a uma distância nunca inferior a $d/2$ (ver figura 13.2).

Se a área carregada for grande ou apenas alonga

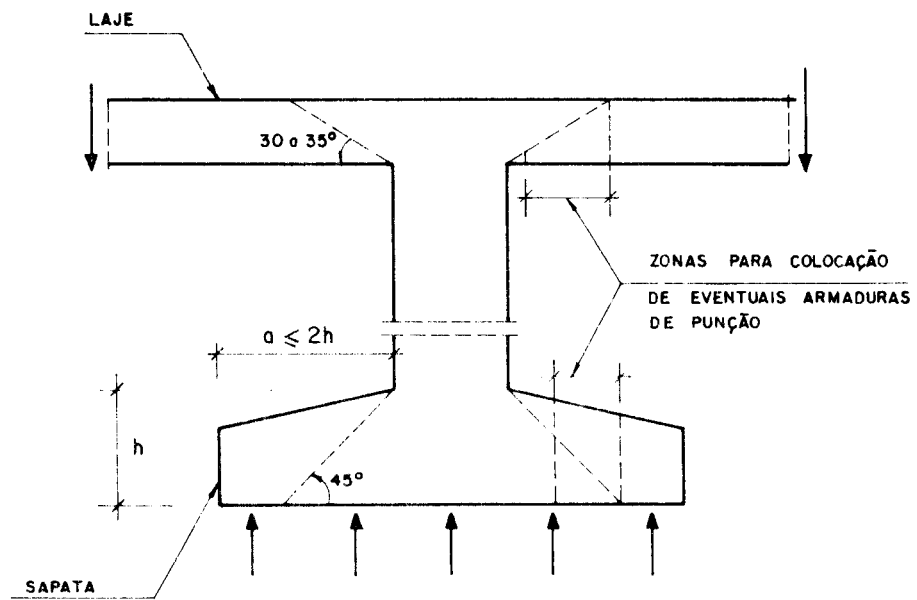


FIGURA 13.1 (CEB) – SUPERFÍCIES TRONCO-CÔNICAS DE PUNÇAMENTO

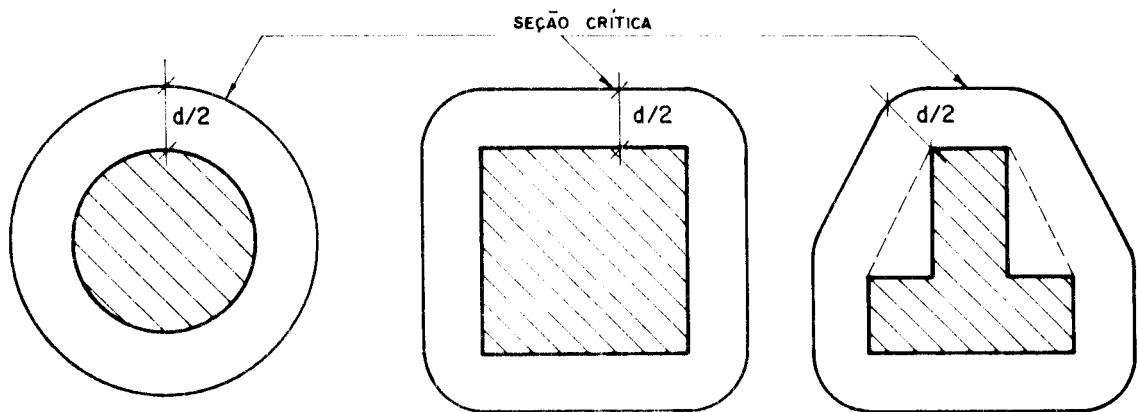


FIGURA 13.2 (CEB) – SEÇÕES CRÍTICAS AFASTADAS DE BORDAS LIVRES

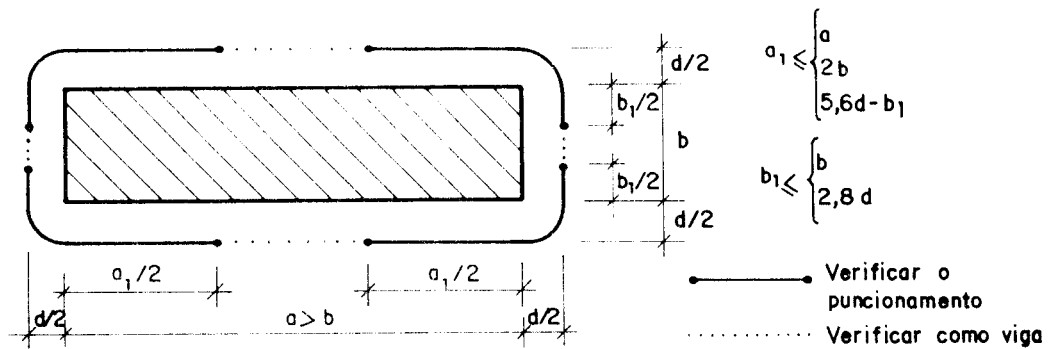


FIGURA 13.3 (CEB) – SEÇÃO CRÍTICA PARA ÁREAS ALONGADAS

da, a seção crítica corresponde apenas a uma parte do contorno. Por exemplo, no caso de uma área carregada retangular alongada (figura 13.3), a seção crítica se restringe apenas às proximidades dos cantos, ficando o restante do perímetro para ser verificado apenas como viga.

13.2.2 - Área carregada próxima a uma abertura

Se a menor distância entre o contorno da área carregada e o da abertura for menor ou igual a $5d$, deve-se reduzir, do contorno da seção crítica determinada conforme o item anterior (12.1), a parte contida entre as duas tangentes ao contorno da abertura partindo do centro de gravidade da área carregada (figura 13.4).

13.2.3 - Área carregada próxima de bordas livres

- a) Na vizinhança de bordas livres deve-se substituir certas partes do contorno da seção crítica definida no artigo 13.2.1 pelas perpendiculares a essas bordas, desde que o perímetro resultante, excluindo-se as bordas livres, seja inferior ao obtido contornando-se toda a área carregada (figura 13.5).
- b) Se a menor distância entre o contorno da área carregada e uma borda livre for no máximo igual a $2d$, deve-se tomar como contorno da seção crítica o mais desfavorável dos dois seguintes:
 - contorno determinado segundo o item a precedente;
 - contorno determinado segundo o artigo 13.2.1, eliminando-se as partes próximas às bordas livres e delimitadas por duas tangentes à área carregada, segundo um ângulo de 45° com essas bordas (figura 13.6).
- c) Na vizinhança de um ângulo formado por duas bordas livres, o contorno da seção crítica é determinado segundo princípios análogos aos do parágrafo b precedente.

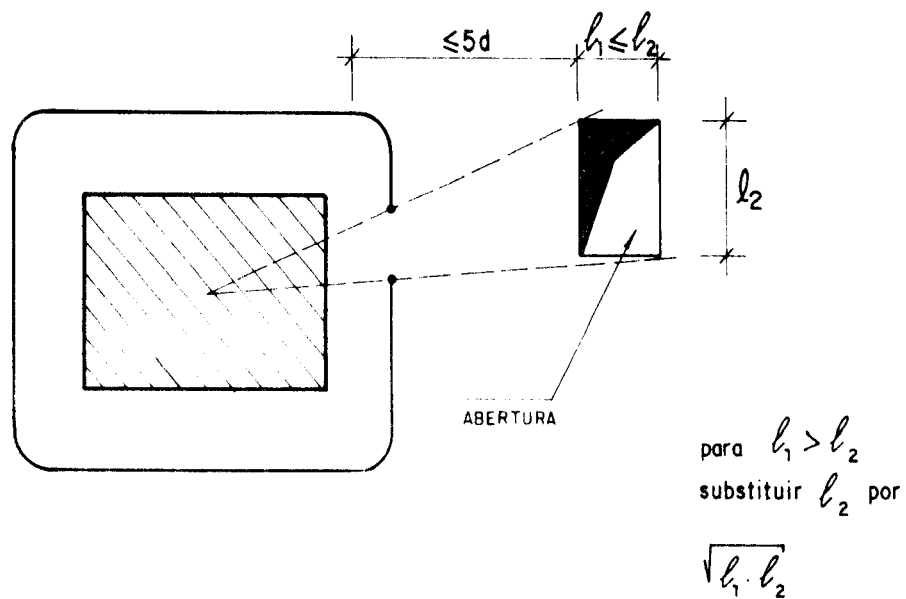


FIGURA 13.4 (CEB) — SEÇÃO CRÍTICA NA VIZINHANÇA DE UMA ABERTURA

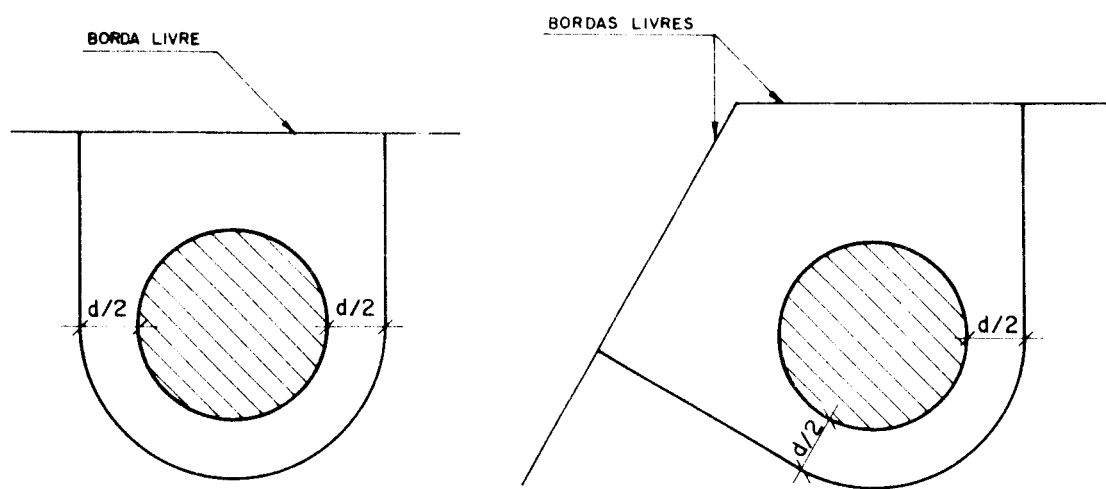


FIGURA 13.5 (CEB) — SEÇÕES CRÍTICAS NA VIZINHANÇA DE BORDAS LIVRES
(CASOS A e C)

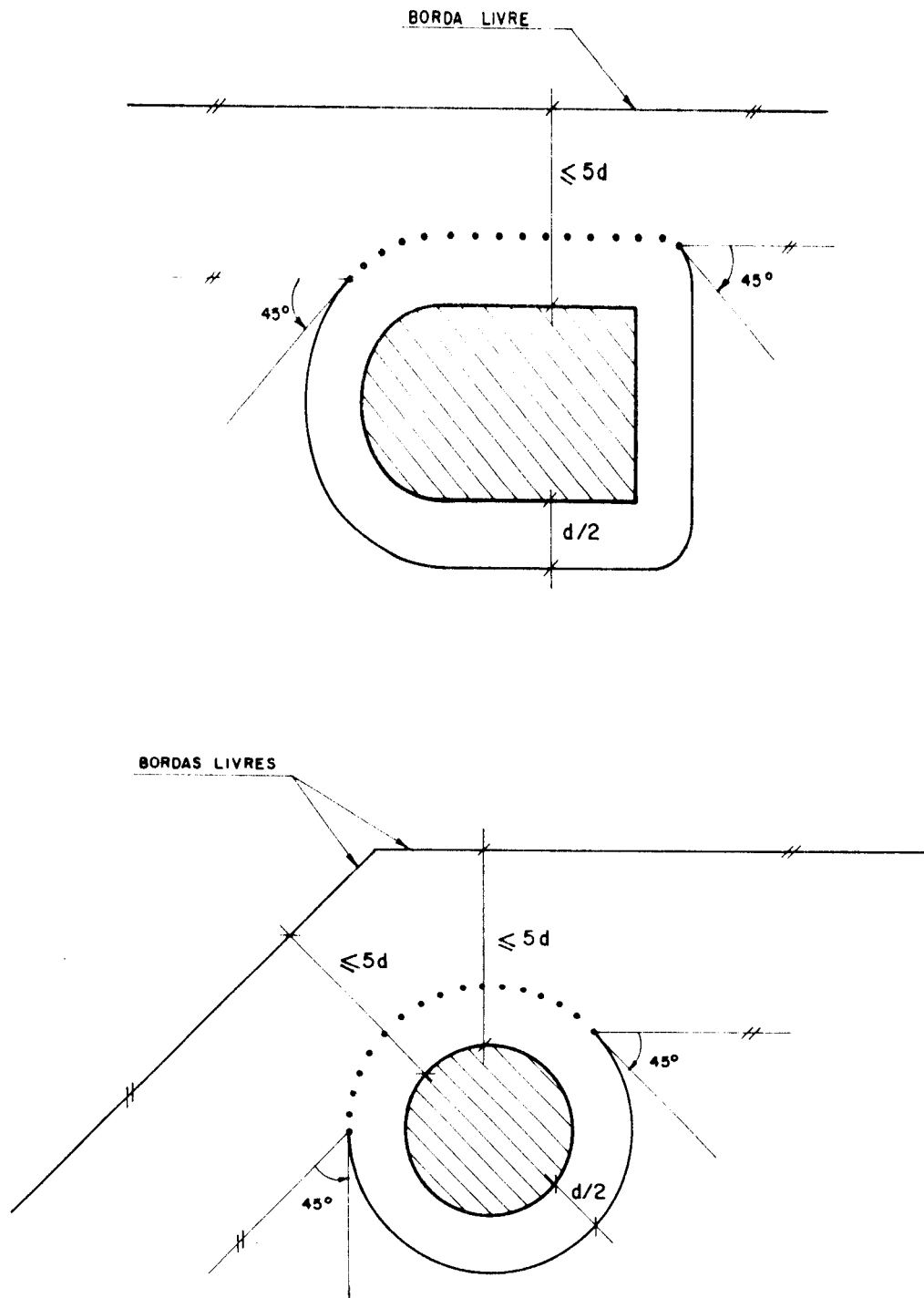


FIGURA 13.6 (CEB) — SEÇÕES CRÍTICAS NA VIZINHANÇA DE BORDAS LIVRES (CASOS B e C)

13.3 - Esforços Solicitantes

Nos casos de carregamento ou reação centrada

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u}, \quad (\text{em kN/cm}), \quad (13.3)$$

onde:

V_{sd} = esforço cortante atuando ao longo da seção crítica (Reação de apoio) (em kN);

u = perímetro da seção crítica segundo o artigo 13.2 (em cm).

Nos casos de carregamentos ou reações excêntricas, v_{sd} é determinada assumindo-se uma distribuição linear ao longo do contorno, das tensões tangenciais e $v_{sd,máx}$ é tomada como o valor médio mais desfavorável, calculado para um segmento de comprimento $2d$, ao longo do perímetro u .

A hipótese de distribuição linear conduz a:

$$v_{sd,máx} = \frac{V_{sd}}{u} + \eta \frac{V_{sd} \cdot |e|}{w} d \quad (13.4)$$

onde:

e = excentricidade da carga ou reação em relação ao centro de gravidade da seção crítica (em cm);

w = módulo de resistência da seção crítica, correspondente à direção de e ;

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{b_2/b_1}}, \quad (13.5)$$

sendo b_1 e b_2 os lados do retângulo circunscrito ao contorno u , com b_1 paralelo à direção de e .

A equação (13,4) só é válida para $b_2 \geq 0,7 b_1$.

Para as áreas carregadas situadas longe de bordas e de cantos, a equação (13.4) pode ser simplificada, assumindo uma das formas:

- Casos de áreas carregadas circulares

$$v_{sd,m\acute{a}x} = \frac{V_{sd}}{u} \left(1 + \frac{2 \cdot |e|}{d + d_o} \right) , \quad (13.6)$$

sendo d_o o diâmetro da área carregada (em cm).

- Casos de áreas carregadas retangulares

$$v_{sd,m\acute{a}x} = \frac{V_{sd}}{u} \cdot \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x \cdot b_y}} \right) \quad (13.7)$$

onde:

b_x e b_y são as dimensões do contorno u medidas segundo as direções x e y, paralelas aos lados da área carregada (em cm).

A equação (13.7) pode ser igualmente aplicada:

- Na vizinhança de uma borda livre, se esta for paralela a uma das direções x ou y;
- Na vizinhança de um canto, se as bordas forem paralelas às direções x e y.

13.4 - Esforço Resistente

13.4.1 - Lajes ou sapatas sem armaduras de punção

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_l) \cdot d \quad (13.8)$$

onde:

τ_{Rd} é dado na Tabela 11.1 (transcrita a seguir, na qual os valores de τ_{Rd} já estão transformados de MPa para kN/cm²);

$$\kappa = 1,6 - d \geq 1,0 \quad (\text{com } d \text{ em metros});$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} < 0,008;$$

ρ_{lx} e ρ_{ly} são as taxas de armadura longitudinais segundo as direções x e y, respectivamente.

$d = \frac{1}{2} (dx + dy)$, sendo dx e dy as alturas úteis segundo as direções x e y, respectivamente.

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
τ_{Rd}	0,018	0,022	0,026	0,030	0,034	0,038	0,042	0,046	0,050

TABELA 11.1 - Valores de f_{ck} em MPa e τ_{Rd} em kN/cm².

13.4.2 - Lajes ou sapatas com armaduras de combate à punção

$$v_{Rd2} = 1,6 v_{Rd1} \quad (13.9)$$

A armadura de combate à punção deve ser determinada de forma que a componente vertical da força equilibrada por essa armadura seja, pelo menos, igual a $0,75 \cdot v_{Rd2} \cdot u$, não considerando no cálculo da mesma, valores de f_{yd} superiores a 300 MPa, e colocando-a na região indicada na figura 13.1."

2.9 - Prescrições dos Complementos ao Código-Modelo CEB-FIP [34]

A seguir são transcritos os itens dos referidos complementos, julgados de interesse no âmbito deste trabalho.

2 - SEÇÃO CRÍTICA

As prescrições do Código-Modelo se referem a um contorno, denominado seção crítica, traçado a uma distância $d/2$ do contorno da área carregada, sendo esse contorno utilizado para representar a superfície de ruptura.

Calculando-se dessa maneira os esforços solici-

tantes, e utilizando-se um valor constante por unidade de comprimento em todo o perímetro da área carregada, para os esforços resistentes, independentemente das dimensões da área carregada, superestima-se a resistência das lajes à punção nos casos de áreas carregadas de grandes dimensões. Esse desvio deve ser atribuído, em parte, às grandes concentrações de tensões nos cantos da área carregada, bem como, ao fato de serem considerados valores de tensões admissíveis ou resistentes que, nem sempre, representam satisfatoriamente as situações reais.

O Código-Modelo trata esse problema de maneira convencional, decompondo em duas partes o perímetro da seção crítica quando certas dimensões forem ultrapassadas. Para uma parte do contorno u_1 , onde a distribuição dos esforços na laje se dá segundo duas direções, a resistência por unidade de comprimento é dada por $1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell)$. Para a outra parte, que só existe nos casos de áreas carregadas relativamente grandes, o mecanismo de resistência aos esforços cortantes é semelhante ao das vigas, sendo a resistência por unidade de comprimento limitada conforme as prescrições do capítulo 11 do Código-Modelo, isto é:

$$v_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell)$$

Para uma carga concentrada, ou apoio, a resistência total disponível é portanto:

$$V_{Rd} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell) \cdot d \cdot (1,6 u_1 + u_2) \quad (\text{em kN}) \quad (1)$$

supondo-se que ρ_ℓ seja constante em todos os pontos do contorno da seção crítica.

A equação (1) pode ser reescrita sob a forma:

$$\frac{V_{Rd}}{(u_1 + u_2) d} = \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell) \cdot \left[\frac{1,6 u_1 + u_2}{u_1 + u_2} \right] \quad (2)$$

Dessa forma, pode-se observar que a decomposição do perímetro do contorno crítico em duas partes é consequência da redução da capacidade resistente, proporcionalmente ao acréscimo do perímetro além de u_1 .

"3. DETERMINAÇÃO DAS TAXAS DE ARMADURA

Para as partes do contorno da seção crítica onde a resistência ao puncionamento pode ser tomada como $1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell)$, o valor de ρ_ℓ é suposto constante em todos os pontos e é dado por:

$$\rho_\ell = \sqrt{\rho_{\ell x} \cdot \rho_{\ell y}} \quad (3)$$

onde $\rho_{\ell x}$ e $\rho_{\ell y}$ são as taxas de armaduras longitudinais segundo as direções x e y, para faixas de laje de larguras iguais às dimensões correspondentes da área carregada, aumentadas de $2,5d$ para cada lado, a partir das faces da mesma, conforme figura 2.

Para as partes do contorno onde o mecanismo de resistência ao esforço cortante é semelhante ao de vigas, sendo essa resistência dada por $\tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_\ell)$, a taxa de armadura ρ_ℓ , deve ser calculada com a armadura normal às partes do contorno considerado.

A definição dessas faixas de laje que devem ser consideradas para avaliação de ρ_ℓ é baseada na hipótese de que, nas lajes planas, a distribuição das armaduras é feita conforme as variações dos momentos elásticos."

"5. APLICAÇÃO ÀS LAJES PLANAS COM CAPITÉIS PLANOS

Para as lajes com capitéis planos duas seções críticas devem ser consideradas:

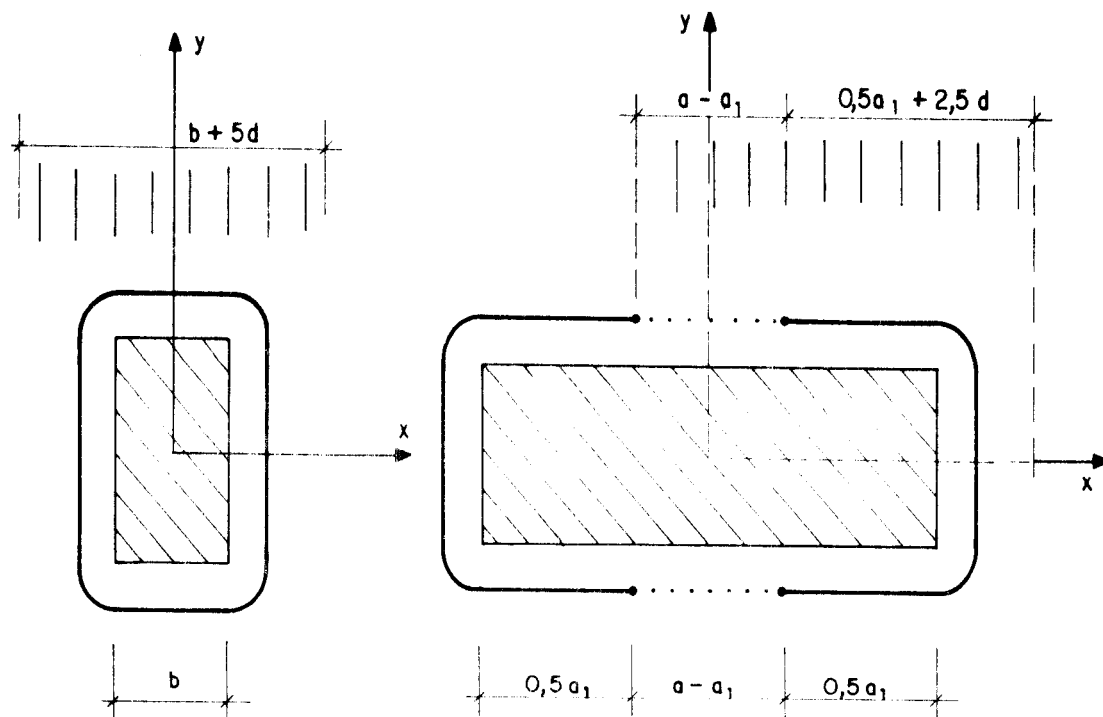


FIGURA 2 (CEB COMPLEMENTOS) – EXEMPLOS DE DETERMINAÇÃO DE TAXAS DE ARMADURAS (P_{ly})

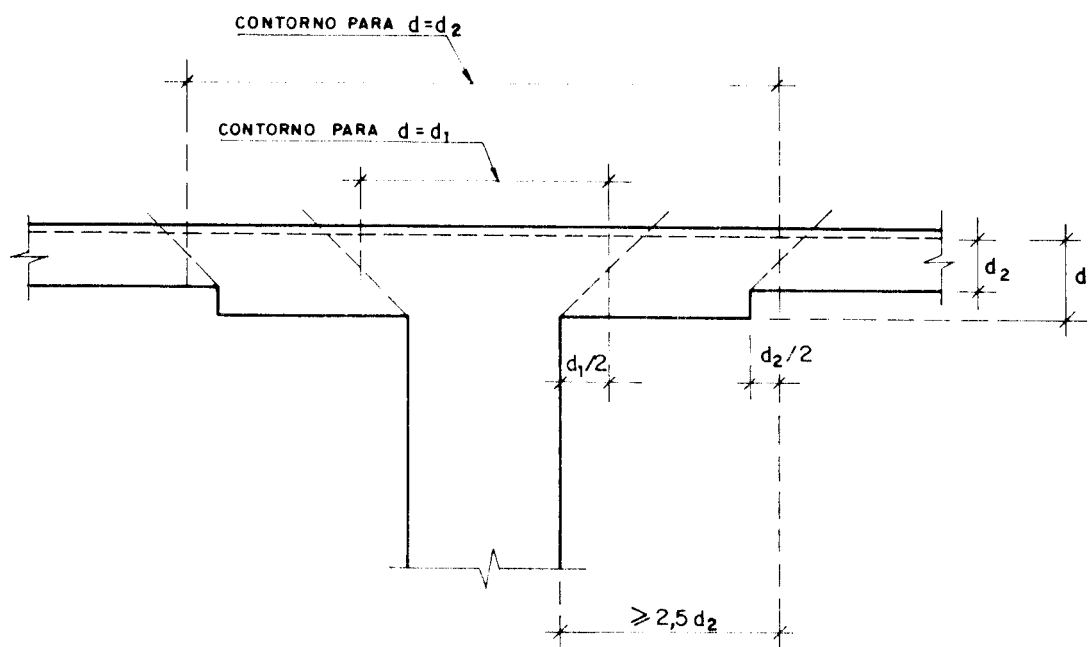


FIGURA 4 (CEB COMPLEMENTOS) – LAJES COM CAPITÉIS PLANOS – CONTORNOS A VERIFICAR A PUNÇÃO

- uma, a partir do apoio, considerando a altura útil do conjunto laje + capitel;
- outra, a partir do contorno do capitel, assumindo-o como contorno da área carregada e considerando apenas a altura útil da laje sem capitel. (figura 4).

Se a laje não possuir capitéis, nem armadura de combate à punção, a verificação será feita apenas na seção próxima ao apoio, considerando apenas a altura útil da laje.

"8. ÁREAS CARREGADAS NA VIZINHANÇA DE ABERTURAS

Deve-se notar que se, segundo as regras do artigo 13.2.2 do Código-Modelo, uma parte importante do perímetro é reduzida, a posição do centro de gravidade do contorno é afetada, de sorte que se produz uma excentricidade no carregamento. Esse fato pode ser levado em conta diretamente na aplicação do artigo 13.3, ou pode-se igualmente subtrair, de modo fictício, outra parte do contorno para restabelecer o centro de gravidade em sua posição de origem, como indicado na figura 8. Essa aproximação só é conveniente nos casos de carregamentos centrados."

"9. ÁREAS CARREGADAS NA VIZINHANÇA DE BORDAS LIVRES

O Código-Modelo definiu, de maneira relativamente complexa, as seções críticas, em torno das áreas carregadas, na vizinhança de bordas livres. Em relação às regras gerais do artigo 13.2.3, uma outra possibilidade aceitável, consiste em se considerar apenas as seções críticas indicadas na figura 9, porém, levando-se em conta a influência da excentricidade do carregamento."

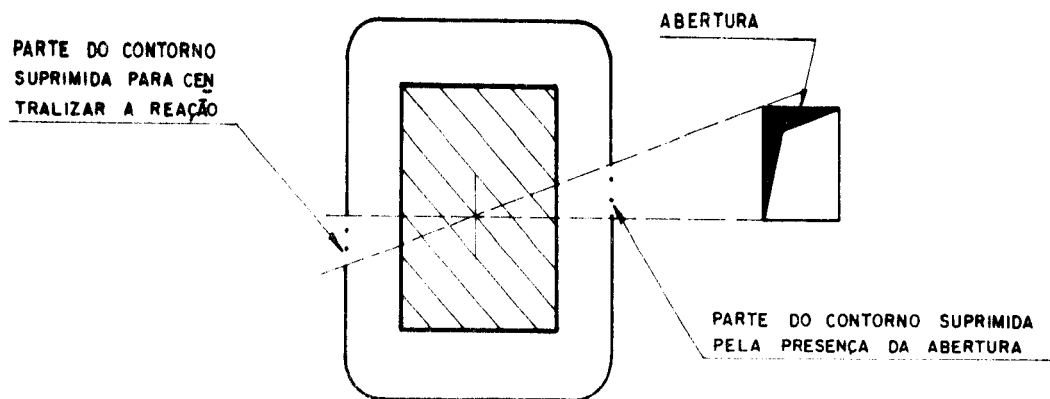


FIGURA 8 (CEB COMPLEMENTOS) — TRATAMENTO SIMPLIFICADO DO EFEITO DE UMA ABERTURA

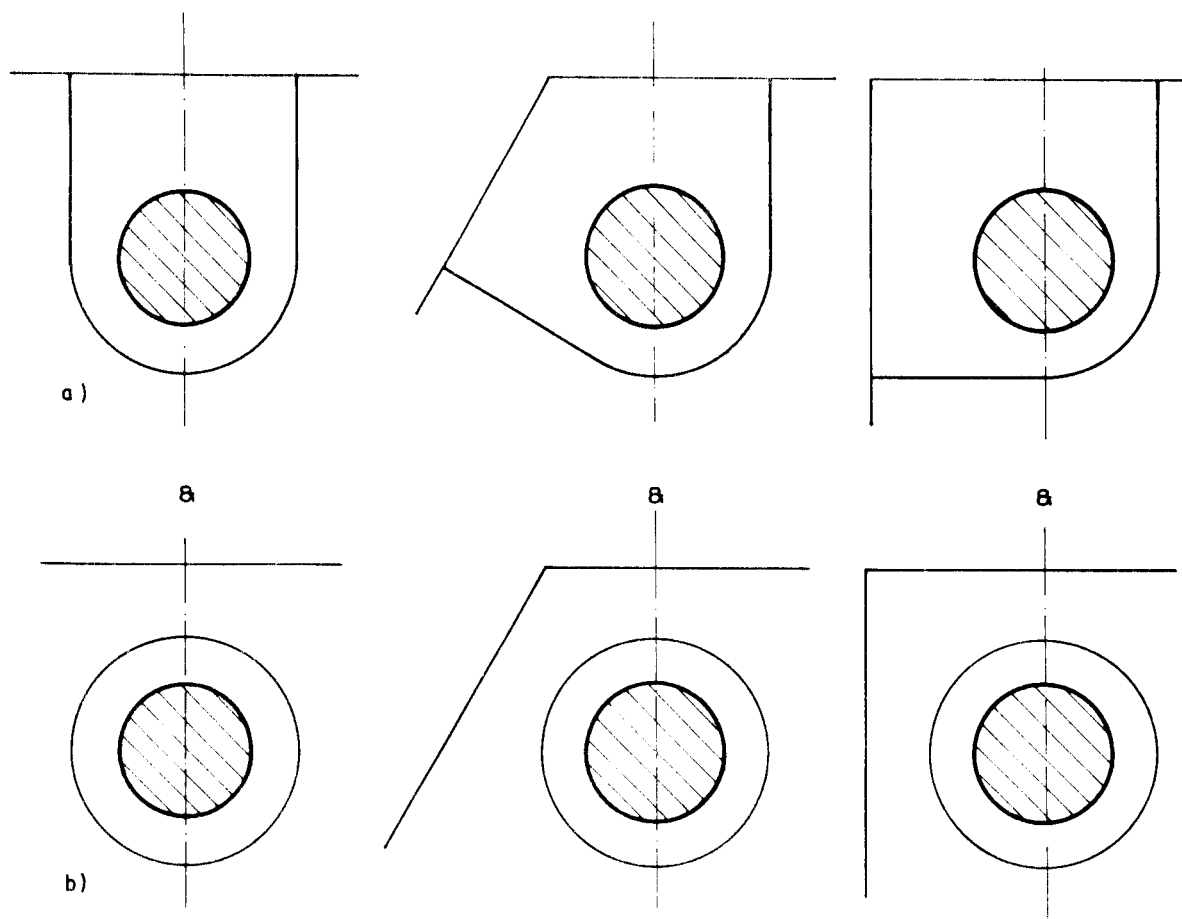


FIGURA 9 (CEB COMPLEMENTOS) — CONTO RNOS A VERIFICAR À PUNÇÃO PARA PILARES PRÓXIMOS AS BORDAS .
(ATENÇÃO : A EXCENTRICIDADE DO CARREGAMENTO DEVERÁ SER CONSIDERADA)

"10. INFLUÊNCIA DA EXCENTRICIDADE DO CARREGAMENTO

As equações (13.6) e (13.7) do Código-Modelo constituem duas expressões essencialmente empíricas, traduzindo a influência da excentricidade do carregamento e foram estabelecidas principalmente para as cargas ou apoios afastados das bordas livres. Para esses casos, elas são aplicáveis para todos os valores de b_1/b_2 , porém, quando $b_1 < b_2$, $\sqrt{b_x \cdot b_y}$ ou $\sqrt{b_1 \cdot b_2}$ devem ser substituídos por b_1 .

A aplicação direta dessas equações pode, às vezes, apresentar algumas dificuldades, porém, elas podem ser escritas sob uma outra forma, de maneira a se obter as resistências reduzidas, em lugar das solicitações máximas aplicadas, conforme indicação a seguir:

- Para áreas carregadas circulares

$$V_{Rd,e} = V_{Rd,o} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2|e|}{d + d_o}\right)} ;$$

- Para áreas carregadas retangulares

$$V_{rd,e} = V_{Rd,o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1,5(|e_x| + |e_y|)}{\sqrt{b_x b_y}}} .$$

onde:

$V_{Rd,e}$ é a resistência de cálculo para carregamento excêntrico;

$V_{Rd,o}$ é a resistência de cálculo para a mesma laje e mesma área carregada, porém, com carregamento centrado.

Essas equações são válidas para os casos onde as relações entre as dimensões da área carregada e a espessura da placa indicam que esta resiste às ações exter-

nas devido a uma distribuição interna, bidimensional, de esforços solicitantes. Nesses casos, os efeitos dos esforços solicitantes devem ser determinados diretamente, a partir da análise da laje com a resistência de cálculo por unidade de comprimento igual a:

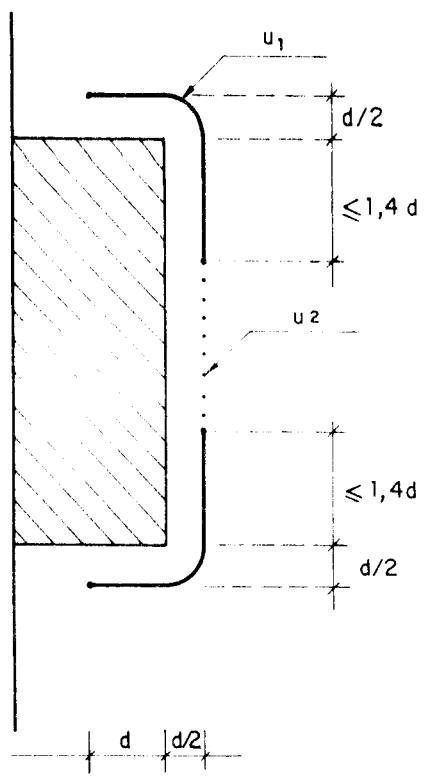
- $1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d$ nas regiões próximas aos cantos da seção transversal do apoio:
- $\tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d$ nas demais regiões."

"Para os pilares de borda e de canto, admite-se ser atingido o limite inferior de resistência do concreto ao cisalhamento, devido à concentração da totalidade dos esforços cortantes na face interna dos pilares de borda e no canto interno nos pilares de canto. Nesses casos, não é mais necessário considerar as resistências dadas pela equação (5), pois elas são inferiores às obtidas, supondo-se tensão de cisalhamento uniforme sobre os perímetros reduzidos, mostrados na figura 10. Entretanto, nos casos de pilares de canto, quando ocorrem excentricidades simultâneas, o coeficiente de minoração da equação (5) deve ser aplicado em decorrência disso.

Por fim, deve ser lembrado que as regras estabelecidas aqui, para a determinação da resistência ao cisalhamento das seções submetidas aos momentos fletores e esforços cortantes não equilibrados, supõem que as lajes estejam corretamente armadas em relação à flexão."

2.10 - Prescrições do Código ACI 318-83 [18]

As indicações para a verificação da punção segundo o código ACI 318-83 são dadas nos itens 11.11 e 11.12 do referido código e são parcialmente transcritas a seguir.



para os trechos u_1
 $v_{Rd} = f(1,6 \cdot \tau_{Rd})$

para os trechos u_2
 $v_{Rd} = f(\tau_{Rd})$

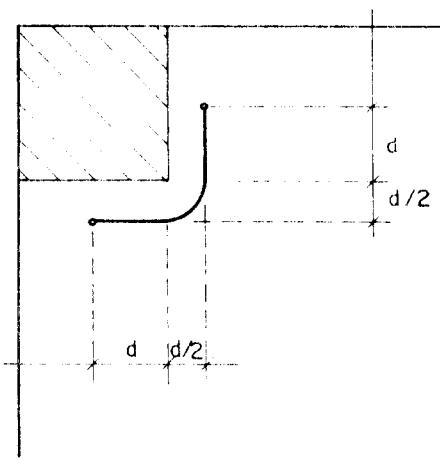


FIGURA 10 (CEB - COMPLEMENTOS) — CONTORNOS A CONSIDERAR NA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO, EM PILARES DE BORDA E DE CANTO, CONSIDERANDO DISTRIBUIÇÕES UNIFORMES DAS TENSÕES

"CAPÍTULO 11 - ESFORÇO CORTANTE E TORÇÃO

11.0 - Notação

- A_v = área de armadura de cisalhamento com espaçamento s entre as barras, ou área de armaduras de cisalhamento perpendicular à armadura de flexão com espaçamento s , para peças fletidas, em polegadas;
- b_o = perímetro da seção crítica para lajes e sapatas, em polegadas;
- b_1 = largura total da seção crítica definida na seção 11.11.1.2 medida na direção do vão para a qual estejam sendo calculados os momentos, em polegadas;
- b_2 = largura total da seção crítica definida na seção 11.11.1.2 medida na direção perpendicular a b_1 , em polegadas;
- c_1 = lado do retângulo equivalente da coluna, capitel, ou outro suporte, medido na direção do vão para o qual estejam sendo calculados os momentos, em polegadas;
- c_2 = lado do retângulo equivalente da coluna, capitel, ou outro suporte, medido perpendicularmente a c_1 , em polegadas;
- d = distância entre a fibra comprimida externa e o centro de gravidade da armadura tracionada, não devendo ser menor do que $0,8 h$ para peças protendidas, em polegadas;
- f'_c = resistência característica do concreto à compressão, em psi (libra por polegada quadrada);
- f_{pc} = tensão de compressão no concreto (depois de todas as perdas de protensão) no centro de gravidade da seção transversal, resistindo a esforços externos ou a junções de alma e aba, quando o centróide está situa

do na alma, em psi;

h_v = altura total da seção transversal dos "shearheads", em polegadas;

l_v = comprimentos dos braços dos "shearheads", medidos a partir do centro de gravidade da área carregada, em polegadas;

M_p = momento de plastificação resistente das seções transversais dos "shearheads";

V_n = resistência nominal ao cisalhamento;

V_p = componente vertical da força efetiva de compressão em uma seção;

V_s = resistência nominal ao cisalhamento provida por armaduras específicas;

V_u = força cortante atuante em uma seção;

V_c = tensão de cisalhamento admissível no concreto, em psi;

α_v = relação entre as rigidezes dos braços dos "shearheads" e as porções de laje que os envolvem;

β_c = relação entre o maior e o menor lado da área carregada;

γ_v = fração dos momentos não balanceados, transferida para os pilares por excentricidade das tensões de cisalhamento nas ligações laje-pilar;

η = número de braços idênticos em um "shearheads",

ϕ = fator de minoração da resistência."

"11.11 - Prescrições Especiais para Lajes e Sapatas

11.11.1 - A resistência à força cortante de lajes e sapatas de cargas concentradas, ou reações, é determinada pela mais desfavorável das duas condições a seguir:

- 11.11.1.1 - Comportamento de viga, com a seção crítica se estendendo em um plano transversal por toda a sua largura e localizada à distância d do contorno da carga ou reação concentrada. Para essa situação, a laje ou sapata deverá ser projetada de acordo com as seções 11.1 a 11.5 (*)
- 11.11.1.2 - Ação segundo duas direções, para lajes ou sapatas, com a seção crítica perpendicular ao plano da laje, com perímetro b_o e localizada à distância $d/2$ do contorno da carga ou reação. Para essa situação, a laje ou sapata deverá ser projetada de acordo com as seções 11.11.2 a 11.11.4.
- 11.11.2 - O cálculo de lajes ou sapatas com ação em duas direções deverá satisfazer à equação

$$V_u \leq \phi V_n ,$$

onde as tensões de cisalhamento não deverão ser tomadas como superiores às tensões admissíveis V_c , calculadas de acordo com as seções 11.11.2.1 a 11.11.2.2, a menos que sejam adicionadas armaduras de combate ao cisalhamento de acordo com as seções 11.11.3 ou 11.11.4.

- 11.11.2.1 - Para lajes ou sapatas não protendidas,

$$V_c = (2 + 4/\beta_c) \cdot \sqrt{f'_c b_o d}$$

não devendo, no entanto, assumir valores superiores a:

$$4 \sqrt{f'_c b_o d}$$

(*) Não foram transcritas aqui.

11.11.2.2 - Nos pilares de apoio de lajes ou sapatas protendidas segundo duas direções ortogonais e que satisfaçam as exigências do item 18.9.3^(*)

$$V_c = (3,5 \sqrt{f'_c} + 0,3 f_{pc}) b_o d + V_p \quad (11.37)$$

Se a resistência ao cisalhamento for calculada pela equação (11.37), as recomendações seguintes deverão ser seguidas; do contrário, deverá ser aplicada a equação (11.36):

- a) nenhuma porção das seções transversais dos pilares deverá se localizar a distâncias inferiores a 4 vezes a espessura da laje a partir das bordas livres;
- b) f'_{pc} na equação (13.37) não será superior a 500 psi;
- c) f_{pc} nas duas direções não poderá ser inferior a 125 psi, nem superior a 500 psi.

11.11.3 - Armaduras de combate ao cisalhamento, consistindo de barras ou fios deverão ser usadas em sapatas ou lajes, de acordo com o seguinte:

11.11.3.1 - A resistência nominal ao cisalhamento V_n deverá ser computada pela equação (11.2), onde a tensão admissível no concreto V_c deverá estar de acordo com a seção 11.11.3.4, e a resistência nominal das armaduras V_s , de acordo com a seção 11.11.3.3.

11.11.3.2 - A resistência nominal ao cisalhamento não deverá ter valores maiores que:

(*) não foram transcritas aqui.

$$6 \sqrt{f'_c} b_o d.$$

11.11.3.3 - A resistência da peça ao cisalhamento deverá ser investigada na seção crítica definida em 11.1.1.2 e em sucessivas seções mais distantes do apoio.

11.11.3.4 - A resistência ao cisalhamento do concreto está limitada ao valor

$$2 \sqrt{f'_c} b_o d.$$

11.11.3.5 - Quando a força cortante atuante na seção V_u , exceder ao valor V_u , dado pela seção 11.11.3.4, se faz necessária uma área de armadura A_v , com a resistência nominal do aço V_s , calculada de acordo com a seção 11.5^(*) e ancorada de acordo com 12.13^(*).

11.11.4 - Armaduras de combate ao cisalhamento consistindo de perfis de aço em forma de "I" ou "U", os "shearheads", poderão ser adotados em lajes. As prescrições das seções 11.11.4.1 a 11.11.4.9 deverão ser aplicadas quando as tensões de cisalhamento de origem gravitacional forem transferidas a pilares internos. Quando forem transferidos também momentos, deverão ser seguidas as prescrições da seção 11.12.2.5^(*)

(*) Não foram transcritas aqui.

- 11.11.4.1 - Cada "shearhead" deverá consistir de perfis metálicos fabricados por soldagem de chapas, com solda de penetração profunda em todos os braços, que deverão formar ângulos retos. Os "shearheads" não deverão ser interrompidos no interior das colunas.
- 11.11.4.2 - A altura dos "shearheads" será limitada a 70 vezes a espessura da chapa da alma.
- 11.11.4.3 - As pontas de cada braço dos "shearheads" deverão ser cortadas formando ângulos não inferiores a 30° com a horizontal, proporcionando a existência de momentos de plastificação resistente nos braços do "shearhead".
- 11.11.4.4 - Todos os flanges comprimidos dos perfis metálicos deverão estar imersos na massa do concreto e afastados no mínimo 0,3 d da borda comprimida da laje.
- 11.11.4.5 - A relação entre as rigidezes de cada braço de "shearhead" e da porção de laje que os envolve, de seção com largura igual a $(c_2 + d)$, não deverá ser inferior a 0,15.
- 11.11.4.6 - O momento de plastificação resistente M_p requerido para cada braço de "shearhead" deverá ser computado por:

$$\phi M_p = \frac{V_u}{2\eta} \left[h_v + \alpha_v \left(v - \frac{c_1}{2} \right) \right] \quad (11.38)$$

- 11.11.4.7 - As seções críticas das lajes para o cisalhamento deverão ser perpendiculares ao plano da laje e deverão cruzar cada braço de "shear-

head" a 3/4 da distância ($\ell_v - (c_1/2)$) a partir das faces dos pilares, e em direção às extremidades das mesmas. As seções críticas deverão ser localizadas de maneira que seus perímetros sejam mínimos, não devendo, no entanto, se aproximar a menos de $d/2$ do perímetro das colunas.

11.11.4.8 - A resistência nominal ao cisalhamento V_u não deverá ter valores maiores que

$$4 \sqrt{f'_c} b_o d$$

na seção crítica definida em 11.11.4.7. Quando forem adotadas armaduras do tipo "shearhead", o valor de V_u , agora na seção crítica definida em 11.11.1.2, estará limitado a

$$7 \sqrt{f'_c} b_o d$$

11.11.4.9 - Um "shearhead" pode contribuir para o momento resistente M_v em cada faixa de pilares, sendo essa contribuição dada por:

$$M_v = \frac{\phi \alpha_v V_n}{2 \eta} \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \quad (11.39)$$

No entanto, M_v não poderá ser superior ao menor dos valores a seguir:

- a) 30% do momento atuante em cada faixa de pilares;
- b) variações no momento na faixa de pilares além do comprimento ℓ_v ;
- c) valor de M_p computado pelas equações (11.38).

11.11.4.10 - Quando momentos não balanceados forem considerados, os "shearheads" deverão ser ancorados convenientemente para transmitir M_p aos pilares.

11.11.5 - Aberturas em Lajes

Quando houver aberturas nas lajes-cogumelo, e essas se localizarem a distâncias menores que 10 vezes a espessura da laje em relação às áreas carregadas, ou quando forem localizadas dentro das faixas de pilares, conforme definidos no capítulo 13, a seção crítica definida nas seções 11.11.1.2 e 11.11.1.7, deverá ser modificada da seguinte forma:

11.11.5.1 - Para lajes sem "shearheads", as partes do perímetro da seção crítica que estiverem delimitadas por retas passando pelo centróide da área carregada e tangentes ao contorno da abertura serão consideradas sem efeito.

11.11.5.2 - Para lajes com "shearheads" a porção considerada sem efeito em 11.11.5.1 será reduzida à metade.

11.12 - Transferência de Momentos para os Pilares

11.12.1 - Generalidades

11.12.1.1 - Quando cargas de origem gravitacional, vento, terremotos ou outros carregamentos laterais causarem transferência de momentos através das ligações laje-pilar, a resultante das tensões de cisalhamento devidas a essa transferência, deverá ser considerada no cálculo das armaduras dos pilares.

11.12.1.2 - Armaduras laterais, não inferiores às fornecidas pela equação (11.14), deverão ser acrescentadas às ligações laje-pilar.

11.12.2 - Prescrições Especiais para Lajes

11.12.2.1 - Quando cargas de origem gravitacional, vento, terremotos, ou outras forças laterais causarem a transferência de momentos através das ligações laje-pilar, uma fração dos momentos não balanceados deverá ser transferida pela excentricidade das tensões de cisalhamento de acordo com as seções 11.12.2.3 a 11.12.2.5.

11.12.2.2 - Frações dos momentos não balanceados não transferidos por excentricidade das tensões de cisalhamento deverão ser transferidas de acordo com a seção 13.3.3^(*).

11.12.2.3 - A fração dos momentos não balanceados dada por $\gamma_v M_u$ deverá ser considerada como transferida por excentricidade da força cortante em relação ao centróide da seção crítica definida em 11.11.1.2, onde M_u é o momento a ser transferido e

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + 2/3\sqrt{b_1/b_2}} \quad (11.40)$$

11.12.2.4 - Tensões de cisalhamento resultantes de transferência de momentos fletores por excentricidade da força cortante deverão ser assumidas como variando linearmente em relação ao cen-

(*) Não foi transcrita aqui.

tróide da seção crítica definida em 11.12.2.3. O valor máximo para as tensões de cisalhamento de qualquer origem não poderá ser superior à tensão admissível V_c computado de acordo com as seções 11.12.2.4.1 ou 11.12.2.4.2.

11.12.2.4.1 - **Para lajes não protendidas**

$$V_c = \phi (2 + 4/\beta_c) \sqrt{f'_c} \quad (11.41)$$

não superando o valor:

$$\phi 4 \sqrt{f'_c}$$

11.12.2.4.2 - Para pilares de lajes protendidas em duas direções e que cumpram os requisitos da seção 18.9.3^(*)

$$V_c = \phi (3,5 \sqrt{f'_c} + 0,3 f_{pc} + V_p/b_o d) \quad (11.42)''$$

2.11 - Prescrições da NBR-6118 [17]

As prescrições da norma brasileira relativas à punção em placas de concreto armado são as do item 4.1.5, que são transcritas a seguir.

"4.1.5 - Punção

4.1.5.1 - **Tensão no Concreto**

No caso de punção, salvo cálculo rigoroso, supõe-se que a carga produza tensão uniformemente distribuída na área u_d (figura 12) em que:

(*) Não foi transcrita aqui.

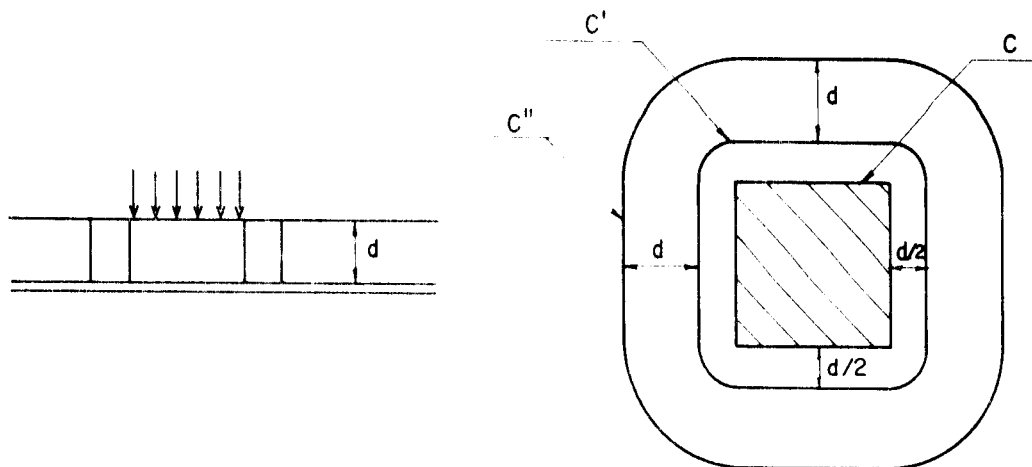


FIGURA 12 (NBR - 6118) — SEÇÃO CRÍTICA SEGUNDO A NBR - 6118

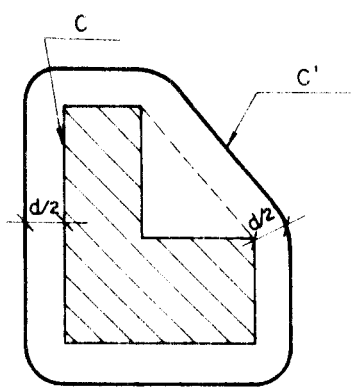


FIGURA 13 (NBR - 6118) — ÁREA CARREGADA COM CONTOURO CÔNCAVO

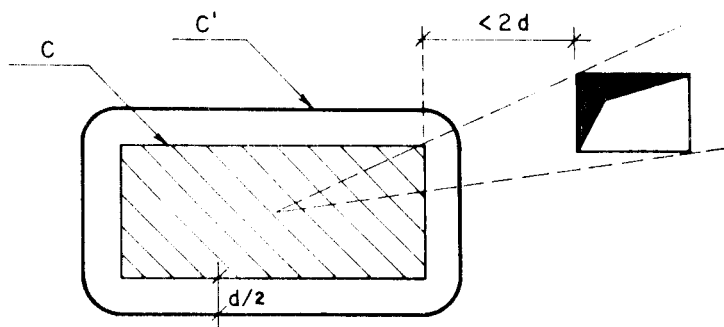


FIGURA 15 (NBR - 6118) — ÁREA CARREGADA PRÓXIMA A ABERTURA

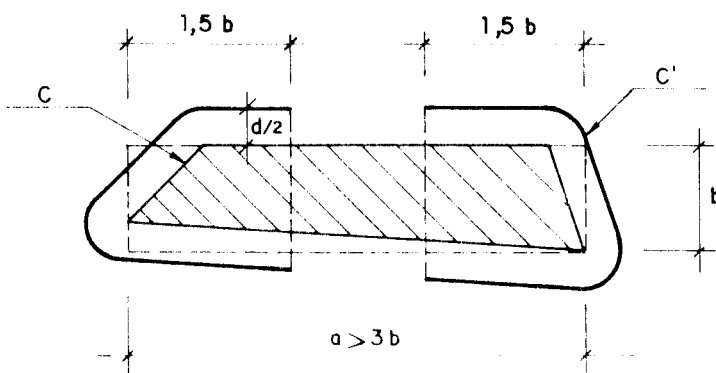


FIGURA 14 (NBR - 6118) — ÁREA CARREGADA COM UMA DAS DIMENSÕES MAIOR QUE TRÊS VEZES A OUTRA

d = altura útil da laje ao longo do contorno C da área de aplicação da carga;

u = perímetro do contorno C' externo ao contorno C e deste distante $d/2$ no plano da laje (figura 12).

A tensão determinada com a carga de cálculo não poderá ultrapassar o valor último dado em 5.3.1.2b, mesmo quando for colocada armadura (item 4.1.5.2).

Se o contorno C apresentar reentrâncias (figura 13), o contorno C' será paralelo ao polígono convexo circunscrito ao contorno C .

No caso em que o maior lado a do mais estreito retângulo circunscrito ao contorno C (figura 14) for maior que 3 vezes o lado b desse retângulo, não serão considerados os segmentos do contorno C' contidos entre as duas paralelas aos lados menores b e destes distantes $1,5 b$.

Se existir na laje uma abertura situada a menos de $2d$ do contorno C , não será considerado o trecho do contorno C' entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da carga e tangenciam o contorno da abertura (figura 15). Em qualquer caso, os segmentos do contorno C' situados a uma distância inferior a $3d$ de uma borda livre da laje não serão considerados no valor de u ."

"4.1.5.2 - Armadura

deverá ser calculada e colocada na face tracionada, armadura de flexão que atravesse a projeção da área em que se aplica a carga e que seja suficientemente ancorada além do perímetro C " (figura 12). Sempre que a tensão no concreto, calculada de acordo com o item 4.1.5.1, for igual ao valor último dado em 5.3.1.2b mas inferior à metade desse valor, dever-se-á dispor uma armadura transversal tal que a componente dos esforços que ela absorva,

perpendicular à laje, corresponda no mínimo a 75% do valor de cálculo da força concentrada aplicada à laje. Essa armadura será calculada com a resistência de cálculo f_{yd} , não se tomando porém, valores superiores a 300 MPa, e será constituída por estribos distribuídos na faixa contida pelos perímetros C' e C" da figura 12."

"5.3.1.2 - Valores últimos das tensões de cálculo

Para torção, cisalhamento, aderência, estado múltiplo de tensões com uma das tensões principais nula ou de tração, e pressões em área reduzida, os valores últimos das tensões de cálculo (valores limites das tensões determinadas com as solicitações atuantes de cálculo) são os dados a seguir.

Quando a peça estiver exposta à ação prejudicial de agentes externos, tais como ácidos, álcalis, águas agressivas, óleos e gases nocivos, temperatura muito alta ou muito baixa, os valores últimos das tensões de cálculo serão divididos por 1,2, mantidos, porém, os limites absolutos."

"b) Cisalhamento ...

... Tratando-se de punção, o valor último da tensão tangencial de cálculo é $0,63 \sqrt{f_{ck}/\gamma_c}$ (em MPa)."

CAPÍTULO 3

MÉTODO DIRETO E PRÉ-DIMENSIONAMENTO

3. MÉTODO DIRETO E PRÉ-DIMENSIONAMENTO

O presente capítulo tem como objetivo o estabelecimento de uma rotina de cálculo que possa ser seguida a nível de pré-dimensionamento de lajes-cogumelo. Nele são abordados aspectos referentes às ações a considerar no cálculo, às armaduras de flexão, ao método sugerido para o cálculo dos esforços de flexão, além de um exemplo completo de pré-dimensionamento.

3.1 - Ações a Considerar

Conforme já foi mencionado no primeiro capítulo deste trabalho, não serão abordados aspectos relativos ao comportamento das estruturas, quando sujeitas à ação do vento, a variações de temperatura, a terremotos, bem como a todos os demais carregamentos que não forem de origem gravitacional. Portanto, a determinação das ações a considerar será de acordo com a NBR-6120 [40], bem como, com as disposições construtivas recomendadas por TAKEYA [41]; estas considerações são apresentadas a seguir.

3.1.1 - Carga Permanente (g)

Segundo a norma brasileira NBR-6120 - Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações, esse tipo de carga é constituído pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes.

No caso das edificações com pavimentos em lajes-cogumelo, as parcelas da carga permanente são as apresentadas a seguir.

a) **Peso próprio**

Teoricamente, só seria possível conhecer o valor do peso próprio ao final do projeto, já que é função da espessura da laje e esta, por sua vez, está sujeita a modificações no decorrer do cálculo à flexão, das verificações à punção e na verificação das deformações excessivas. No entanto, é possível se chegar a uma primeira aproximação para o valor da espessura das lajes-cogumelo, utilizando-se o critério a seguir.

Segundo a NBR-6118 [17], em seu item 6.1.1.1, a espessura das lajes-cogumelo não poderá ser inferior a:

- 12 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- 15 cm para lajes de piso e lajes sujeitas à passagem de veículos.

Segundo BAYCOV [42] e BARKER [43], para que os pavimentos em lajes-cogumelo tenham a rigidez necessária ao seu bom desempenho, é necessário que tenham uma espessura entre $1/32$ a $1/35$ da medida do maior vão dos painéis. Portanto, o critério consiste em se calcular a espessura conforme sugere BAYCOV [42], obedecendo-se os limites mínimos prescritos pela NBR-6118 [17].

b) Contrapiso (ou camada de regularização)

Normalmente, os contrapisos são constituídos de argamassa de cimento e areia, com alto teor de cimento, o que lhes confere um peso específico em torno de $21,0 \text{ kN/m}^3$. Recomenda-se adotar espessura não inferior a $4,0 \text{ cm}$.

a) Revestimento do teto

Uma boa prática, em obras com lajes-cogumelo, seria não utilizar revestimento, já que as possibilidades de obtenção de teto bem acabado com concreto aparente são bastante grandes. Porém, recomenda-se considerar no cálculo, espessuras de revestimentos não inferiores a $2,0 \text{ cm}$, prevenindo-se a sua utilização no futuro.

Os revestimentos de teto são normalmente constituídos de argamassas mais leves, com peso específico em torno de $19,0 \text{ kN/m}^3$.

d) Piso

A parcela de carga permanente devida ao piso varia bastante, podendo assumir valores entre $0,05 \text{ kN/m}^2$, no caso de pisos de borracha (tipo paviflex), e $0,60 \text{ kN/m}^2$, no caso de pisos de mármore ou granitos com espessura de $2,0 \text{ cm}$.

Como, durante sua vida útil, uma obra pode vir a ter os mais variados tipos de acabamento, recomenda-se a adoção do maior dos valores citados.

e) Paredes

Em relação à parcela de carga permanente devida à existência de paredes divisórias, a NBR-6120 [40] prescreve o seguinte:

"2.1.2 Quando forem previstas paredes divisórias, cuja posição não esteja definida no projeto, o cálculo de pisos com suficiente capacidade de distribuição transversal da carga, quando não for feito por processo exato, pode ser feito admitindo, além dos demais carregamentos, uma carga uniformemente distribuída por metro quadrado de piso não menor que um terço do peso linear de parede pronta, observado o valor mínimo de 1,0 kN/m²".

No caso de as paredes serem constituídas de blocos de concreto de 15 cm x 20 cm x 40 cm (altura igual a 20 cm), assentados com argamassa de cimento, areia e cal, revestidos por uma camada de argamassa com espessura de 1,5 cm por face, chega-se a uma carga de 2,06 kN/m² de parede. Caso sejam adotados tijolos cerâmicos furados, esse valor passa a ser de 1,80 kN/m² de parede.

Levando-se em conta as prescrições da NBR-6120 [40], o peso por metro quadrado de parede pronta para os dois tipos citados, o fato de ser muito pouco provável a utilização de blocos de concreto em simples divisórias e um pé-direito de 3,0 m, chega-se ao seguinte valor para a carga distribuída devida à existência de paredes divisórias (p_{par}):

$$p_{par} = \frac{1}{3} \cdot 1,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 3,0 \text{ m} ,$$

$$p_{par} = 1,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \text{ de piso.}$$

Dessa maneira, pode-se estimar uma carga permanente mínima atuando sobre a estrutura, que deverá ser adicionada ao peso próprio, da ordem de:

$$\text{- contrapiso} \quad = 21,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,04 \text{ m} = 0,84 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{- revestimento do teto} \quad = 19,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,02 \text{ m} = 0,38 \text{ kN/m}^2$$

- piso	= 0,60 kN/m ²
- paredes	= 1,80 kN/m ²
Sub-total	= 3,62 kN/m ²

3.1.2 - Cargas Acidentais (q)

Segundo a NBR-6120, "carga acidental é toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc)."

Para cada situação específica de natureza de obra, os valores das cargas acidentais a considerar estão na tabela 2 - Valores mínimos das cargas verticais, da referida norma.

Nos casos específicos de armazéns ou depósitos, e na falta de valores experimentais, ao invés dos valores da tabela 2, as cargas verticais deverão ser determinadas através dos pesos específicos aparentes que constam da tabela 3 - Características dos materiais de armazenagem, da mesma norma.

3.2 - Considerações sobre as armaduras de flexão

A seguir são apresentadas algumas prescrições da NBR-6118 [17] sobre o cálculo das armaduras de flexão, considerados de grande valia para o pré-dimensionamento das lajes-cogumelo. É oportuno lembrar, que o cálculo e o detalhamento definitivos de todas as armaduras, só serão abordados no capítulo 6.

3.2.1 - Diâmetro das barras

O diâmetro máximo das barras das armaduras de flexão não deverá ultrapassar o valor $\phi_{\text{máx}} \leq 1/10 h$, sendo h a espessura da laje. Geralmente, mesmo em lajes de cobertura, os valores obtidos para h são superiores aos 12,0 cm fixados no item 6.1.1.1 da NBR-6118; portanto, para o cálculo das alturas úteis da laje, d , poder-se-á adotar para ϕ qualquer valor menor ou igual a 12,5 mm.

3.2.2 - Cobrimento das armaduras

Em relação ao cobrimento das armaduras, há duas situações a considerar:

a) Armaduras de combate aos momentos positivos

A situação ideal, e usual, é se trabalhar com concreto aparente na superfície inferior das lajes - cogumelo, e para esse caso o cobrimento prescrito é $c = 2,0$ cm.

b) Armaduras de combate aos momentos negativos

Essas armaduras têm como cobrimento, além do concreto da laje, o contrapiso e o piso, portanto o cobrimento prescrito é $c = 0,5$ cm.

3.3 - Cálculo dos Esforços

O cálculo dos momentos fletores e esforços cortantes, a nível de pré-dimensionamento, pode ser feito através da rotina descrita a seguir, que é uma versão simplificada do Método Direto de Projeto, apresentado no Código ACI 318-83 [18].

3.3.1 - Notação utilizada

- FP - faixa de projeto;
- l_n - comprimento do vão livre, medido na direção em que se estiver calculando os esforços (figura 3.1);
- l_1 - comprimento do vão teórico, medido na mesma direção de l_n (figura 3.1);
- l_2 - comprimento do vão teórico, medido segundo a direção perpendicular a l_1 (figura 3.1); quando as larguras de dois painéis adjacentes forem diferentes l_2 será tomado como a média dessas duas larguras (figura 3.2); quando se tratar de vão adjacente e paralelo a uma borda, l_2 será igual à distância entre essa borda e o centro do painel (figura 3.2);
- M_O - momento total de referência para o vão;
- M_C - momento positivo máximo no centro do vão;
- M_A, M_B - momentos negativos nas extremidades dos vãos livres;
- p - carga uniformemente distribuída total sobre a laje (g + q).

3.3.2 - Definições

a) **Painel** - região, geralmente de forma retangular, delimitada pelas retas que unem os centros de pilares alinhados. Por exemplo, na figura 3.1, as retas que unem os centros dos pilares P_1, P_2, P_3 e P_4 delimitam um painel.

b) **Faixas de pilares ou faixas laterais** - são faixas definidas para fins de projeto, constituídas de duas partes; uma de cada lado da reta que delimita dois painéis

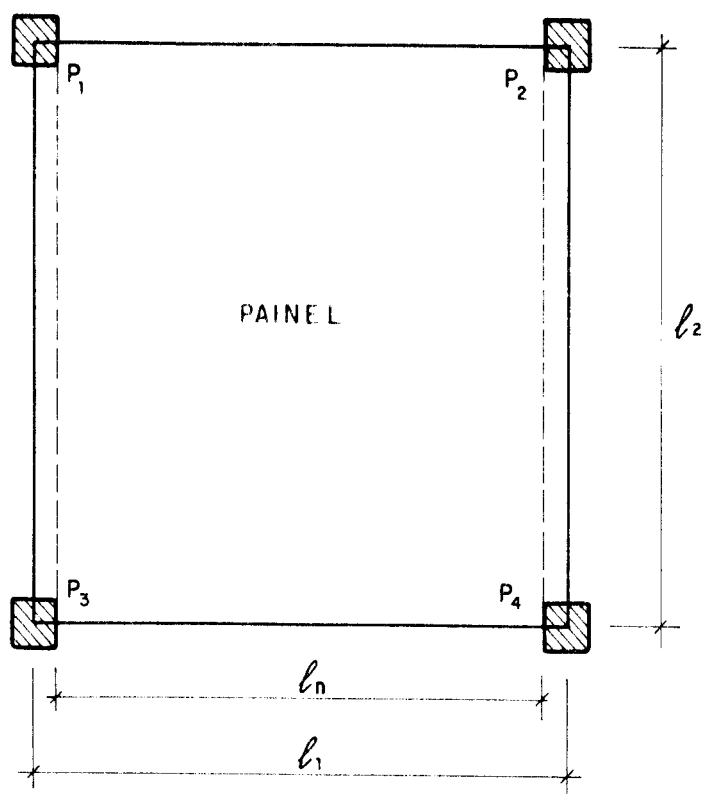


FIGURA 3.1 -- IDENTIFICAÇÃO DO VÃO LIVRE (l_n), VÃO TEÓRICO (l_1), E DE l_2 PARA O CASO DE VÃOS ADJACENTES IGUAIS.

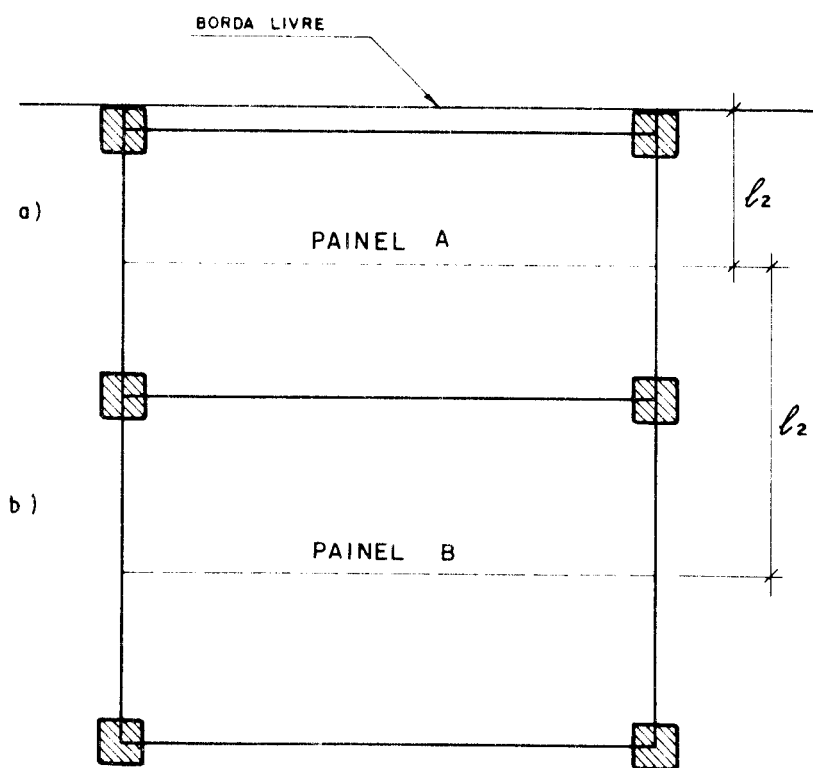


FIGURA 3.2 -- l_2 PARA OS CASOS DE VÃOS ADJACENTES À BORDA (a) E DE VÃOS ADJACENTES DIFERENTES (b).

adjacentes, cada uma com largura igual ao menor dos dois valores; $0,25 \ell_1$ ou $0,25 \ell_2$, e incluindo a viga, caso exista (figura 3.3).

c) **Faixas centrais** - são as faixas limitadas por duas faixas laterais (figura 3.3).

d) **Faixas de projeto** - são faixas delimitadas pelos eixos de simetria de dois painéis adjacentes (figura 3.4), sendo formadas por uma faixa lateral e duas meias-faixas centrais. Quando se tratar de vãos adjacentes e paralelos às bordas, as faixas de projeto serão delimitadas pelo eixo de simetria do painel de extremidade e pela borda do pavimento.

3.3.3 - Limitações do Método Direto

Segundo o código ACI 318-83 [18], o Método Direto possui as seguintes limitações:

- a) O pavimento a ser analisado deve ser formado por, pelo menos, três painéis, segundo cada direção.
- b) Os painéis devem ser retangulares e a razão entre o maior e o menor vão teórico de cada painel não poderá ser superior a 2.
- c) Vãos teóricos sucessivos, segundo as duas direções ortogonais do plano do pavimento, não poderão diferir em mais de um terço do comprimento do maior vão, segundo cada direção.
- d) O desalinhamento máximo permitido para um pilar, em relação aos demais, é de 10% do vão teórico, medido em relação ao alinhamento dos demais pilares e segundo a direção em que ocorrer o desalinhamento (figura 3.5).

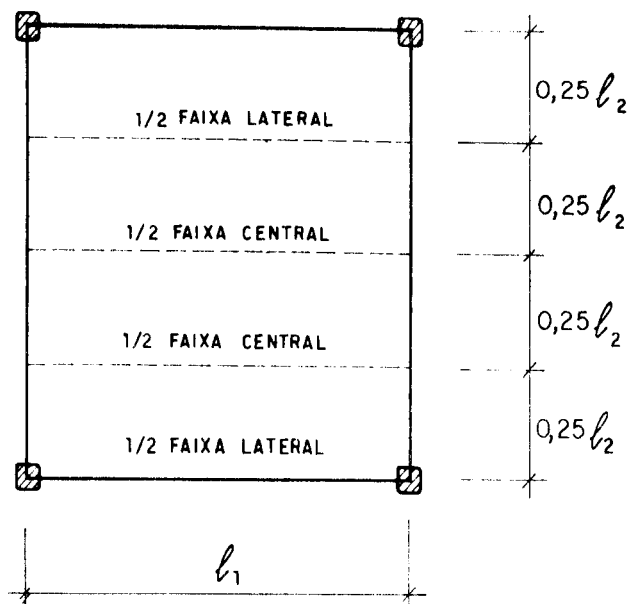


FIGURA 3.3 - IDENTIFICAÇÃO DAS MEIAS-FAIXAS CENTRAIS E LATERAIS EM UM PAINEL .

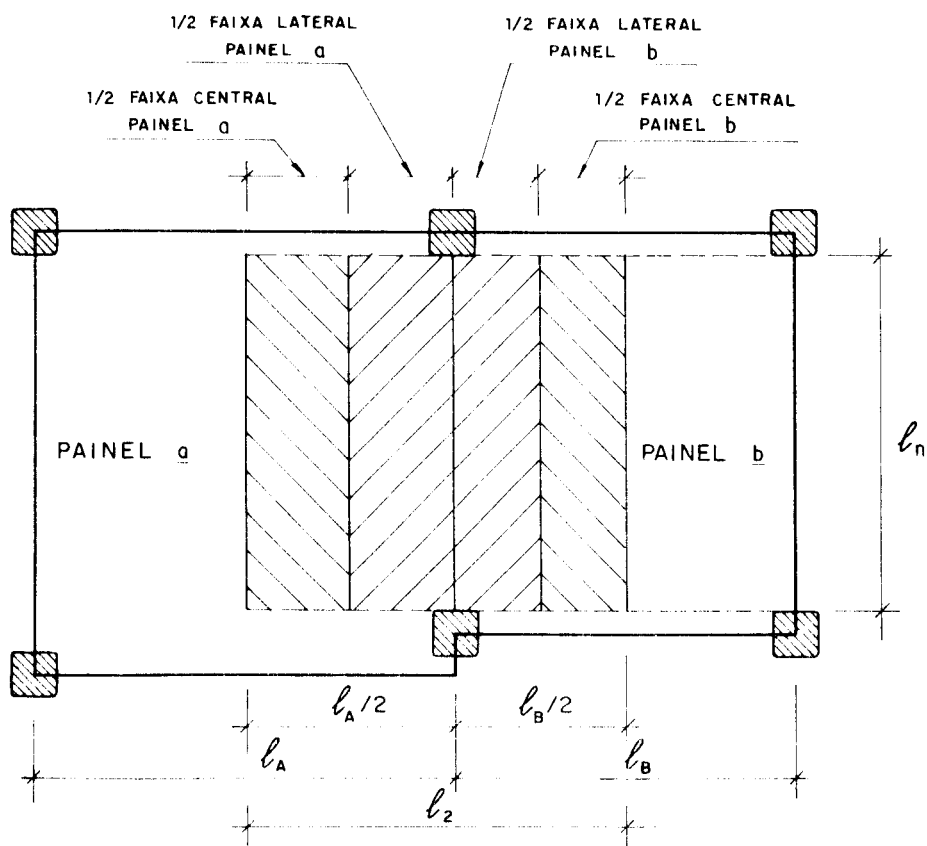


FIGURA 3.4 - FAIXA DE PROJETO PARA A QUAL SE CALCULA O MOMENTO DE REFERÊNCIA TOTAL. (M_0).

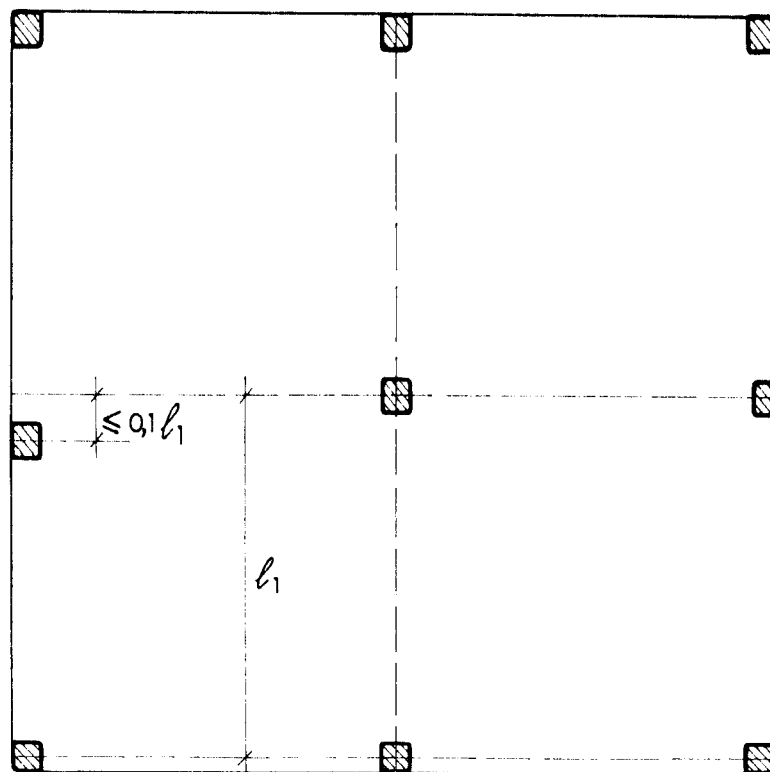


FIGURA 3.5 — DESALINHAMENTO MÁXIMO PERMITIDO PARA UM PILAR .

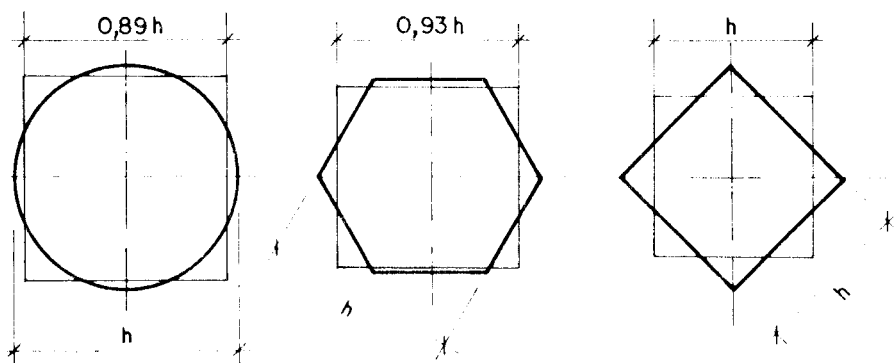


FIGURA 3.6 — EXEMPLOS DE SEÇÕES QUADRADAS EQUIVALENTES PARA PILARES DE SEÇÕES NÃO RETANGULARES.

e) Todas as ações devem ser de origem gravitacional, e uniformemente distribuídas em toda a extensão de cada painel. O valor máximo permitido para a carga acidental é limitado ao triplo do valor da carga permanente.

Segundo o ACI 318R-83 [37] - Comentários sobre o Código de Edifícios de Concreto Armado, o Método Direto foi desenvolvido a partir de considerações feitas sobre procedimentos para a determinação de momentos em lajes com e sem vigas, requisitos de procedimentos para projetos e construções, e observações do comportamento de lajes existentes. Consequentemente, para se utilizar o método a nível de projeto definitivo, as limitações do item 3.3.3 deverão ser atendidas. No entanto, a nível de pré-dimensionamento, o Método Direto poderá ser utilizado mesmo que nem todas as limitações sejam atendidas.

3.3.4 - Momento total de referência para os vãos

O momento total de referência para cada vão é determinado para a faixa de projeto, conforme a figura 3.4 e é dado por:

$$M_o = \frac{p \cdot l_2 \cdot l_n^2}{8} \quad (3.1)$$

O momento M_o tem o mesmo valor da soma dos valores absolutos do momento positivo, no centro do vão, e a média dos momentos negativos, nas extremidades do vão livre.

No cálculo de M_o , não deverão ser considerados valores de l_n menores que $0,65 l_1$. Nos casos de pilares de seções transversais circulares, ou com a forma de polígonos regulares, esses deverão ser substituídos, para efeito de cálculo, por pilares de seções transversais quadradas

de igual área (figura 3.6), chamados de pilares equivalentes.

3.3.5 - Distribuição dos momentos em cada vão

Para cada vão, seja ele um vão de extremidade ou central, são calculados os momentos negativos, que são supostos como atuando junto às faces dos pilares, seções A_i e B_i da figura 3.7a e o momento máximo positivo, suposto atuando no centro do vão, seções C_i da mesma figura.

a) Vãos centrais

Nos casos de vãos centrais, essa distribuição de momentos é feita conforme o seguinte critério:

- Momentos negativos

$$M_A = M_B = 0,65 \cdot M_O \quad (\text{figura 3.7b}) \quad (3.2)$$

- Momentos positivos

$$M_C = 0,35 \cdot M_O \quad (\text{figura 3.7b}) \quad (3.3)$$

b) Vãos extremos

Nos casos de vãos extremos, os momentos negativos assumem valores diferentes nas duas extremidades, dependendo do tipo de apoio. Os fatores de multiplicação para as diversas situações se encontram na tabela 3.1.

Em relação à utilização dessa tabela, cabem as seguintes observações:

- Os coeficientes da coluna 1, deverão ser utilizados quando a borda externa da laje for apoiada sobre paredes de alvenaria, ou sobre paredes de concreto com articulação;

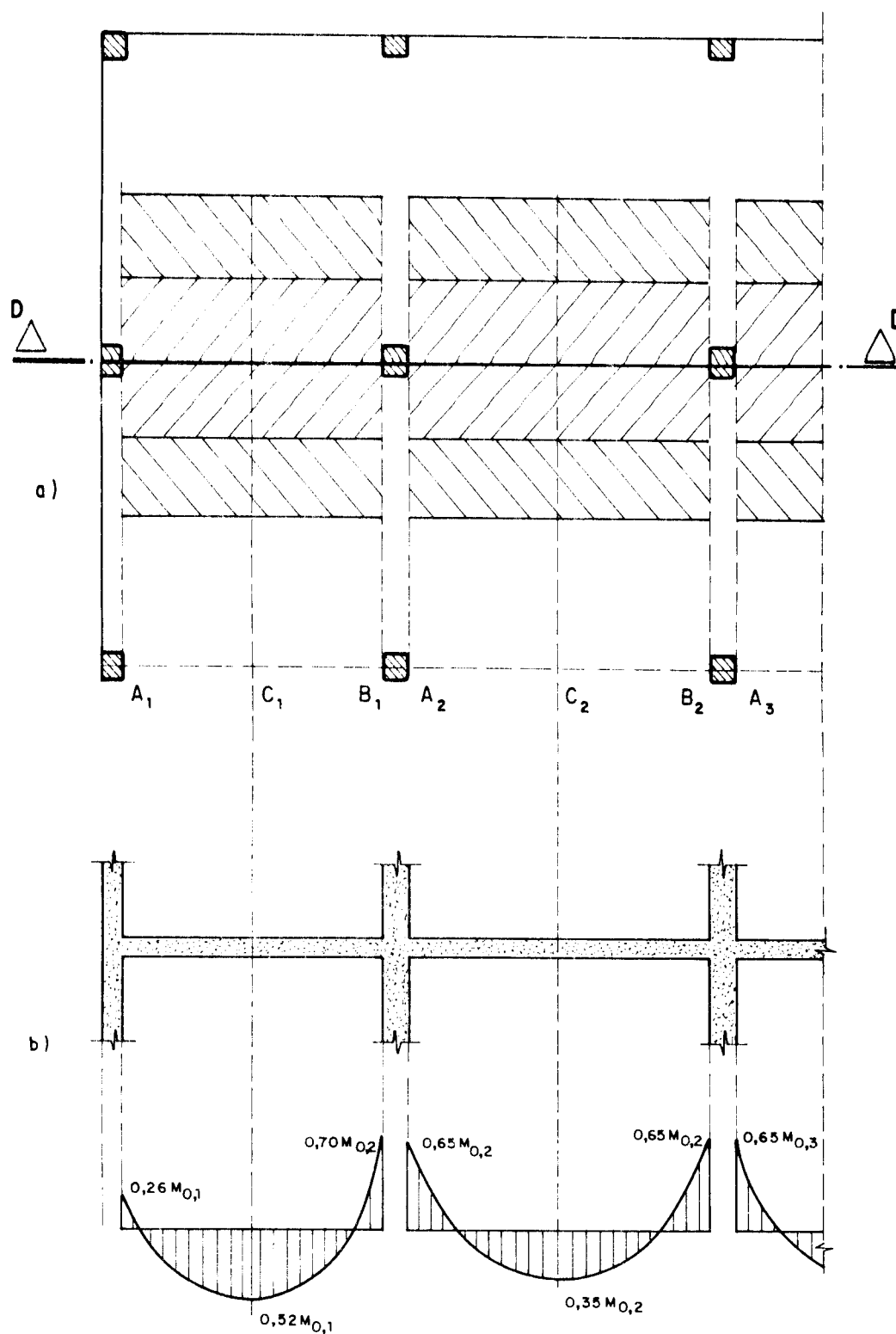


FIGURA 3.7 — DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS TOTAIS DE REFERÊNCIA PARA CADA VÃO. O VÃO DA EXTREMIDADE APRESENTA DIAGRAMA TÍPICO DAS SITUAÇÕES ONDE NÃO EXISTEM VIGAS NAS BORDAS.

- Os coeficientes da coluna 5, deverão ser utilizados quando a borda externa da laje for apoiada em uma parede de concreto, formando um conjunto monolítico, e a rigidez da parede à flexão for infinitamente grande em relação à da placa.

TABELA 3.1 - Fatores de multiplicação para M_o .

	1	2	3		4	5
	LAJES COM BORDA EXTERNA LIVRE	LAJES COM VIGAS EM TODOS OS LADOS	LAJES SEM VIGAS ENTRE OS APOIOS INTERNOS		SEM VIGA NA BORDA EXTERNA	COM VIGA NA BORDA EXTERNA
Nomento negativo interno	0,75	0,70	0,70	0,70	0,70	0,65
Momento positivo no centro do vão	0,63	0,57	0,52	0,50	0,50	0,35
Momento negativo na borda	0,0	0,16	0,26	0,30	0,30	0,65

3.3.6 - Distribuição dos momentos máximos entre as faixas

Além da distribuição de momentos já exposta, se faz necessária uma outra, onde os momentos M_A , M_B e M_C são distribuídos entre as faixas dos pilares, ou laterais, e as faixas centrais.

a) Momentos negativos

Quando o apoio em estudo for um pilar interno, 75% do momento negativo serão absorvidos pela faixa dos pilares e os 25% restantes serão divididos pelas duas meias-faixas centrais adjacentes a ela. Quando o apoio for externo, pilar de canto ou pilar de borda, o momento negativo será absorvido, em sua totalidade, pela faixa de pilares.

b) Momentos positivos

Em relação ao momento positivo, no centro do vão, independentemente de ser um vão central ou externo, 60% do seu valor serão absorvidos pela faixa de pilares e os 40% restantes, divididos pelas duas meias-faixas centrais.

3.4 - Marcha de Cálculo para Pré-Dimensionamento

Nos itens seguintes estão detalhadas todas as etapas a serem seguidas na execução do pré-dimensionamento de lajes-cogumelo.

3.4.1 - Verificação das restrições quanto à geometria

Antes de proceder-se à determinação dos esforços, é necessário que se verifique as condições a, b, c e d do item 3.3.3, onde são estabelecidas restrições quanto às formas, dimensões e quantidades dos painéis para que o método direto possa ser aplicado.

3.4.2 - Estimativa da espessura da laje

Uma vez preenchidos os requisitos do item 3.4.1, o passo seguinte é a estimativa da espessura da laje, o que deverá ser feito conforme o item 3.1.1 a.

3.4.3 - Determinação das cargas atuantes

Para a determinação dos dois grupos de cargas atuantes, cargas permanentes (g) e cargas acidentais (q), deverão ser seguidas as recomendações do itens 3.1.1 e 3.1.2 respectivamente.

Na alínea a do item 3.1.1, referente à determinação do peso próprio da laje, salvo algumas situações especiais em que estejam sendo utilizados agregados leves ou pesados, deverá ser adotado, para o peso específico do concreto, o valor 25 kN/m³.

Depois de completada a estimativa de todas as parcelas do carregamento, deverá ser feita a verificação do item 3.3.3 e:

$$q \leq 3 g \quad (3.4)$$

3.4.4 - Definição das faixas de projeto

Na definição das faixas de projeto, deverá ser observada a existência de simetria na estrutura, o que poderá reduzir substancialmente a quantidade de cálculos.

Com a conclusão desta etapa, deverão estar caracterizados todos os elementos da geometria, necessários ao cálculo dos esforços: faixas centrais, faixas laterais, vãos livres (l_n), vãos teóricos (l_1, l_2) e as seções A_i , B_i e C_i . A caracterização de todos estes elementos deverá seguir as indicações da notação (item 3.3.1), das definições (item 3.3.2) e das figuras 3.1, 3.2, 3.3, 3.5 e 3.7a.

3.4.5 - Cálculo dos momentos fletores e das reações de apoio

Para cada vão, de cada faixa de projeto, deverá ser calculado o momento total de referência M_0 , pela equação (3.1), e a seguir feita a primeira distribuição, descrita no item 3.3.5.

A etapa seguinte deverá ser o cálculo das reações de apoio para cada vão, o que será feito considerando-se as faixas de projeto como vigas biapoiadas, com vão teóri-

co l_1 , submetida ao carregamento uniforme $p \cdot l_2$ e aos momentos $M_{A,i}$ e $M_{B,i}$ nas extremidades, conforme figura 3.8.

Em relação ao cálculo das reações de apoio, é necessário que se tenha em mente o problema a seguir.

Inicialmente, deve ser lembrado que o cálculo das faixas de projeto tem que ser efetuado segundo as duas direções ortogonais (X e Y) do plano do pavimento, considerando-se, segundo cada direção, a totalidade das cargas, procedimento esse não seguido neste exemplo, devido à dupla simetria do pavimento. Ao final do cálculo, chega-se, para cada pilar, a dois valores para a reação de apoio, um segundo cada direção de cálculo. Em alguns casos, esses valores são iguais, não havendo, portanto, dúvidas quanto ao valor da reação. Em outros, porém, esses valores são diferentes, o que pode causar dúvidas quanto ao valor a ser considerado.

Nos casos em que as reações de apoio, segundo as duas direções ortogonais de cálculo, forem diferentes, deve-se tomar para valor dessa reação a média dos valores obtidos no cálculo das faixas de projeto.

Depois de calculadas as reações de apoio, prossegue-se o pré-dimensionamento, com a distribuição dos momentos máximos entre as faixas, conforme o item 3.3.6.

3.4.6 - Cálculo das armaduras de flexão

A nível de pré-dimensionamento, é suficiente que se calculem as armaduras de flexão somente nas faixas de pilares e para os momentos negativos, já que essas armaduras servirão apenas para o cálculo da capacidade resistente da laje à punção, v_{Rd1} .

O momento fletor negativo, destinado a cada faixa de pilares pela distribuição do item 3.3.6, deverá ser

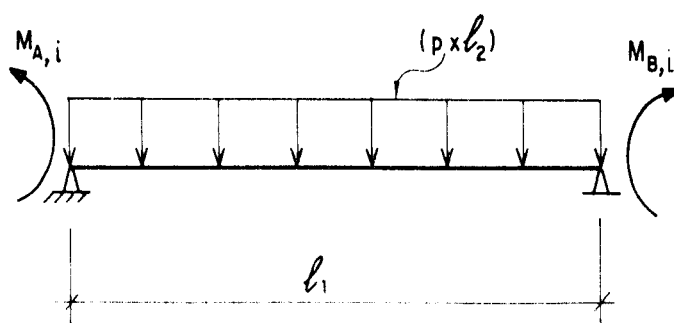


FIGURA 3.8 - VIGA UTILIZADA PARA O CÁLCULO DAS REAÇÕES DE APOIO EM LAJES-COGUELOS PELO MÉTODO DIRETO .

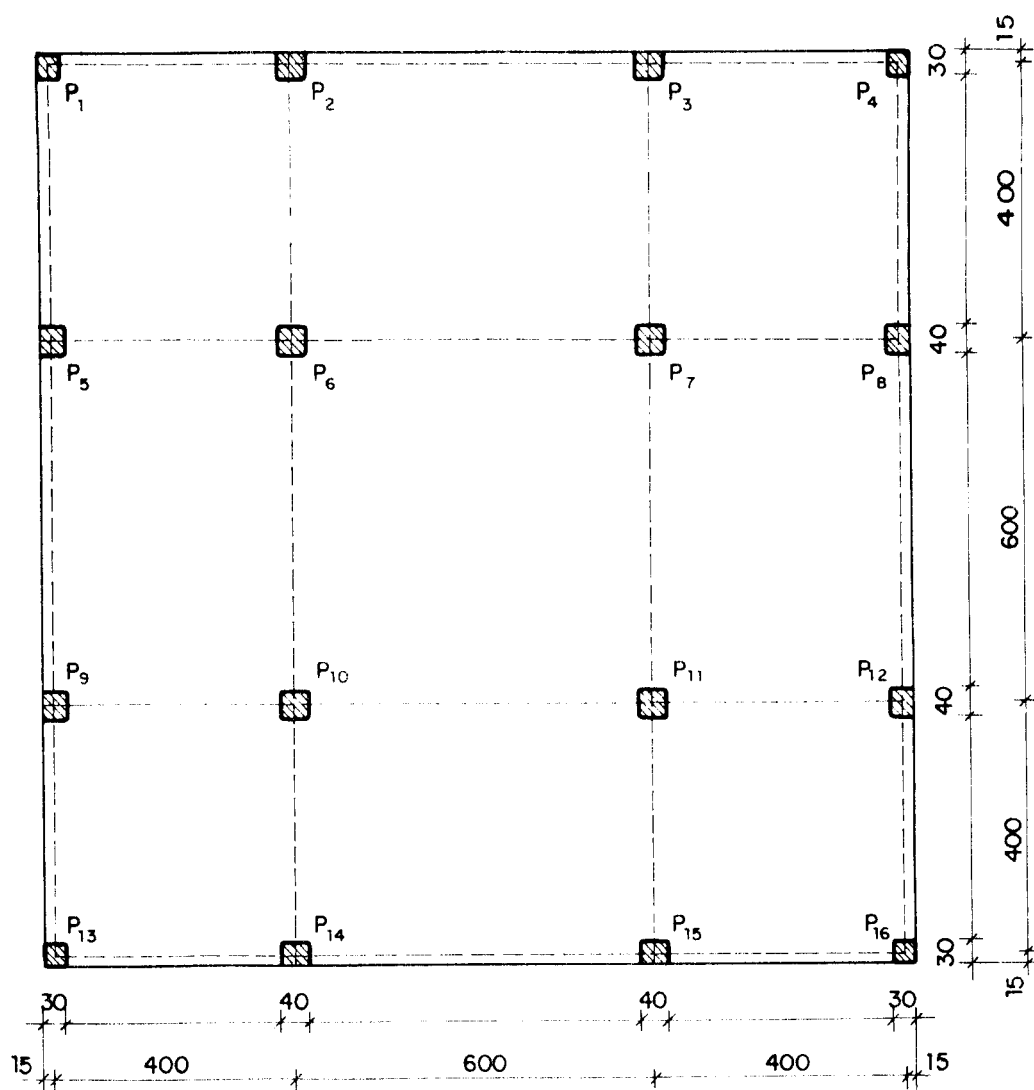


FIGURA 3.9 - PAVIMENTO DO EXEMPLO RESOLVIDO .

dividido pela largura da faixa em metros, obtendo-se assim o seu valor em $\text{kN} \cdot \text{m}$ por m, valor que será utilizado no cálculo das armaduras.

3.4.7 - Verificação da laje à punção

Em seguida ao cálculo das armaduras de flexão, deverá ser realizada a primeira verificação da laje à punção, de acordo com os critérios estabelecidos no item 2.6 deste trabalho.

3.5 - Exemplo

A seguir é desenvolvido o processo de pré-dimensionamento do pavimento mostrado na figura 3.9.

3.5.1 - Verificação das restrições quanto à geometria

- a) Número mínimo de painéis segundo cada direção igual a 3, portanto, restrição atendida.
- b) Os painéis são todos retangulares e o maior valor para a razão entre o maior e o menor vão teórico de cada painel é $6,00/4,00 = 1,50$, portanto, restrição atendida.
- c) A maior diferença entre vãos teóricos sucessivos, segundo as duas direções é $6,00 \text{ m} - 4,00 \text{ m} = 2,00 \text{ m}$ que dividida pelo maior vão teórico, segundo cada direção, que mede $6,00 \text{ m}$, dá: $2,00/6,00 = 1/3$; portanto, esta restrição também está atendida.
- d) Finalmente, quanto ao desalinhamento máximo permitido para os pilares, a restrição também está satisfeita, pois não há nenhum pilar desalinhado.

3.5.2 - Estimativa da espessura da laje

O maior vão teórico do pavimento mede 6,00 m; então, pelo critério proposto, $h \approx 600 \text{ cm}/35 \approx 17,43 \text{ cm}$, valor que será aproximado para $h \approx 18,00 \text{ cm}$. Esta espessura está de acordo com as prescrições da NBR-6118 [17].

3.5.3 - Determinação das cargas atuantes

a) Cargas Permanentes

$$\begin{aligned} \text{peso próprio} &= 0,18 \text{ m} \times 25,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} &= 4,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ \text{contrapiso} &= 0,04 \times 21,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} &= 0,84 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ \text{revestimento do teto} &= 0,02 \times 19,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} &= 0,38 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ \text{piso} &&= 0,60 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ \text{paredes} &&= 1,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ \text{Carga Permanente Total} &g &= 8,12 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

b) Cargas Permanentes nas bordas livres

Deverá, ainda, ser considerada uma carga linear nas bordas livres das lajes, devida à existência de paredes e da faixa de laje situada fora dos painéis, trecho em balanço.

Nos casos de faixas de projeto adjacentes às bordas, esta carga linear será acrescida à carga distribuída total no vão, $p \cdot \ell_2$. Quando se tratar de faixas normais às bordas e a largura da faixa em balanço for apenas metade da largura da seção do pilar, como é o caso do exemplo analisado neste trabalho, a parcela do carregamento será considerada apenas para o cálculo da reação de apoio, despre-

zando-se, a nível de pré-dimensionamento, o momento devido à existência de balanço. Esta carga para uma faixa de 15,0 cm, vale:

$$\begin{aligned} \text{peso por metro linear de parede } (p'_{\text{par}}) &= 1,80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \\ &\cdot 3,0 \text{ m} = 5,40 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \end{aligned}$$

c) Cargas Acidentais

Para a avaliação das cargas acidentais, o pavimento será suposto como de um edifício de escritórios, o que, segundo a tabela 2 - Valores mínimos das cargas verticais, da NBR-6120 [40], implica em uma carga distribuída no valor de $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$. Portanto, a carga distribuída total p , vale:

$$p = g + q = 8,12 + 2,00 = 10,12 \text{ kN/m}^2$$

Procedendo-se à verificação do item 3.3.3 e, vem:
 $3 \cdot g = 3 \cdot 8,12 = 24,36 \text{ kN/m}^2$ e $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$, portanto, $q \leq 3g$ e a restrição está obedecida.

3.5.4 - Definição das faixas de projeto

Devido à dupla simetria da estrutura, basta que se defina as duas faixas de projeto mostradas na figura 3.10, FP-X1 e FP-X2, o que possibilita o preenchimento das cinco primeiras colunas da tabela 3.2 (pág. 87).

3.5.5 - Cálculo dos momentos fletores e das reações de apoio

A seguir é apresentado o cálculo dos momentos fletores para um vão de extremidade e um vão central da faixa de projeto FP-X1 e para um vão de extremidade da fai

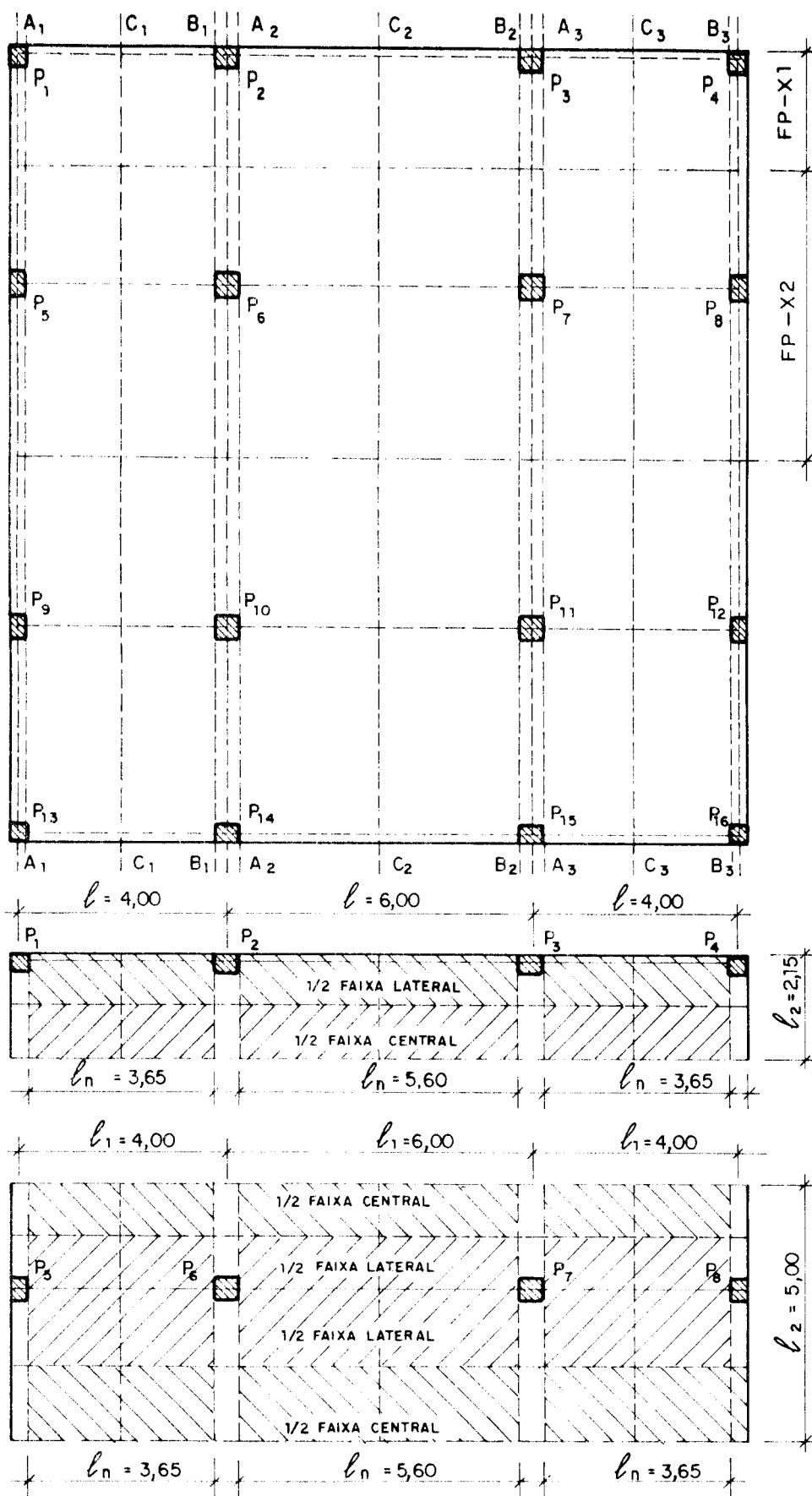


FIGURA 3.10 — DEFINIÇÃO DAS FAIXAS DE PROJETO

xa FP-X2. É apresentado ainda o cálculo das reações de apoio para um pilar de canto e para um pilar de borda. Os demais valores dos momentos fletores e das reações de apoio foram calculados em separado e lançados diretamente nas tabelas 3.2 e 3.3 (páginas 87 e 88).

a) Cálculo dos momentos fletores para o primeiro vão da faixa FP-X1

Dados:

$$l_1 = 4,00 \text{ m},$$

$$l_n = 3,65 \text{ m},$$

$$l_2 = 2,15 \text{ m},$$

$$p = 10,12 \text{ kN/m}^2; \quad p'_{\text{par}} = 5,40 \text{ kN/m}$$

$$M_O = \frac{[(p \cdot l_2) + p'_{\text{par}}] \cdot l_n^2}{8} = \frac{[(10,12 \cdot 2,15) + 5,40] \cdot 3,65^2}{8} =$$
$$= 45,226 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_A = -0,26 \cdot M_O = -0,26 \times 45,226 = -11,759 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_B = -0,70 \times M_O = -0,70 \times 45,226 = -31,659 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_C = 0,52 \times M_O = 0,52 \times 45,226 = 23,518 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

b) Cálculo dos momentos fletores para o segundo vão da faixa FP-X1

Dados:

$$l_1 = 6,00 \text{ m},$$

$$l_n = 5,60 \text{ m},$$

$$l_2 = 2,15 \text{ m}$$

$$p = 10,12 \text{ kN/m}^2; \quad p'_{\text{par}} = 5,4 \text{ kN/m},$$

$$M_O = \frac{[(p \cdot \ell_2) + p'_{\text{par}}] \ell_n^2}{8} = \frac{[(10,12 \times 2,15) + 5,40] \times 5,60^2}{8} =$$
$$= 106,459 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_A = M_B = -0,65 \times M_O = -0,65 \times 106,459 = -69,198 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_C = 0,35 \times M_O = 0,35 \times 106,459 = 37,261 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

c) **Cálculo dos momentos fletores para o primeiro vão da faixa FP-X2**

Dados:

$$\ell_1 = 4,00 \text{ m,}$$

$$\ell_n = 3,65 \text{ m,}$$

$$\ell_2 = 5,00 \text{ m,}$$

$$p = 10,12 \text{ kN/m}^2,$$

$$M_O = \frac{p \cdot \ell_2 \cdot \ell_n^2}{8} = \frac{10,12 \times 5,00 \times 3,65^2}{8} = 84,265 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_A = -0,26 \times M_O = -0,26 \times 84,265 = -21,909 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_B = -0,70 \times M_O = -0,70 \times 84,265 = -58,985 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_C = 0,52 \times M_O = 0,52 \times 84,265 = 43,818 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

d) **Cálculo da reação de apoio no pilar P₁**

No pilar P₁ se apóia apenas uma faixa segundo ca da direção; portanto, a reação de apoio em P₁ será a reação R_A calculada a seguir, já que, por simetria, as reações são iguais segundo as duas direções ortogonais.

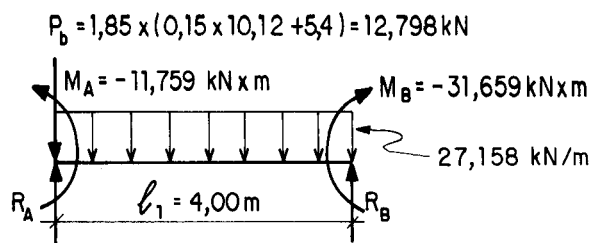


FIG. 3.11 - Esquema dos carregamentos no primeiro vão da FP-X1.

1) $R_A + R_B = 4,0 \cdot 27,158 + 12,798 = 121,430 \text{ kN}$

2) $11,759 + 4 \cdot R_B - 31,659 - \frac{27,158 \cdot 4,0^2}{2} = 0$

De 2) , $R_B = 59,291 \text{ kN}$;

Substituindo R_B em 1) vem,

$R_A = 121,430 - 59,291 = 62,139 \text{ kN}$.

Então, $R_{p1} = R_A = 62,139 \text{ kN}$.

e) Cálculo da reação de apoio no pilar P_2

Para o pilar P_2 , o cálculo da reação de apoio é um pouco mais trabalhoso, já que, segundo a direção X, serve de apoio para mais de um vão. Esquemáticamente a situação de P_2 é a seguinte:

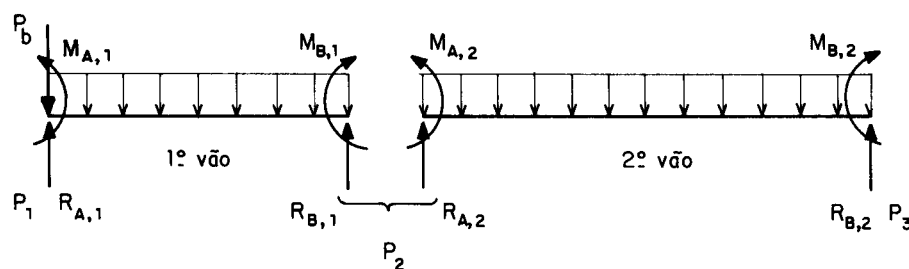


FIG. 3.12 - Identificação das barras que se apóiam no pilar P_2 , segundo a direção X.

Então, a reação de apoio em P_2 é a soma das reações obtidas para os dois vãos adjacentes ($R_{B,1} + R_{A,2}$), conforme a figura 3.11. Como as reações para o primeiro vão já são conhecidas, basta calcular as do segundo.

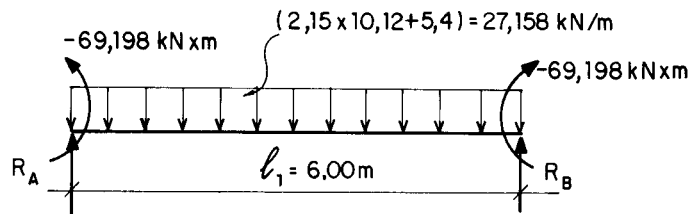


FIG. 3.13 - Esquema dos carregamentos no segundo vão da FP-X1.

Como há simetria de carregamento e de forma,

$$R_A = R_B = \frac{6,00 \cdot 27,158}{2,00} = 81,474\text{ kN.}$$

Então, a reação, segundo a direção X, no pilar P_2 vale:

$$R_{x,P_2} = 59,414 + 81,474 = 140,888\text{ kN}$$

Quanto à reação da faixa segundo a direção Y, é igual à reação R_A do primeiro vão da faixa FP-X2, que é dada por:

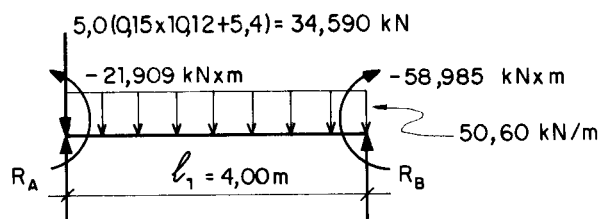


FIG. 3.14 - Esquema dos carregamentos no primeiro vão da FP-X2.

$$1) R_A + R_B = 50,60 \cdot 4,00 + 34,590 = 236,99\text{ kN}$$

$$2) 4,0 R_B + 21,909 - 58,985 - \frac{50,6 \cdot 4,0^2}{2} = 0,0$$

De 2), $R_B = 110,469 \text{ kN}$.

Substituindo R_B em 1), vem

$$R_A = 50,6 \times 4,00 - 110,469 + 34,590 = 126,521 \text{ kN} = R_{Y,P_2}$$

Portanto, a reação de apoio no pilar P_2 , cujo valor será considerado na verificação da laje à punção (V_{sd}) é:

$$V_{sd} = \frac{R_x + R_y}{2} = \frac{140,888 + 126,521}{2} = 133,704 \text{ kN}.$$

TABELA 3.2 - Dados relativos às faixas de projeto.

FAIXA DE PROJETO	l_2 (m)	VÃO	l_1 (m)	l_n (m)	M_O (kN·m)	M_A (kN·m)	M_B (kN·m)	M_C (kN·m)
FP-X1	2,15	1	4,00	3,65	45,226	-11,759	-31,659	23,518
	2,15	2	6,00	5,60	106,459	-69,198	-69,198	37,261
	2,15	3	4,00	3,65	45,226	-31,659	-11,759	23,518
FP-X2	5,00	1	4,00	3,65	84,265	-21,909	-58,985	43,818
	5,00	2	6,00	5,60	198,352	-128,929	-128,929	69,423
	5,00	3	4,00	3,65	84,265	-58,985	-21,909	43,818

TABELA 3.3 - Dados e resultados relativos à verificação da laje à punção (1ª parte)

PILAR	R_x (kN)	R_y (kN)	V_{sd} (kN)	u (cm)	v_{sd} (kN/cm)	M_x (kN.m)	M_y (kN.m)
P ₁	62,139	62,139	62,139	50,140	1,239	-11,759	-11,759
P ₂	140,888	126,521	133,704	104,270	1,282	-69,198	-21,909
P ₃	140,888	126,521	133,704	104,270	1,282	-69,198	-21,909
P ₄	62,139	62,139	62,139	50,140	1,239	-11,759	-11,759
P ₅	126,521	140,888	133,704	104,270	1,282	-21,909	-69,198
P ₆	262,269	262,269	262,269	216,550	1,211	-128,929	-128,929
P ₇	262,269	262,269	262,269	216,550	1,211	-128,929	-128,909
P ₈	126,521	140,888	133,704	104,270	1,282	-21,909	-69,198

3.5.6 - Cálculo das armaduras de flexão

Inicialmente, deve-se calcular a área de armadura mínima que, segundo o Código-Modelo CEB-FIP [22], para o caso das lajes, deve ser dado por:

$$A_{s_{\min}} = 0,001 \cdot b_w \cdot h \quad (\text{cm}^2);$$

Como o cálculo será feito para faixas de largura igual a 1,0 m, a taxa de armadura mínima admissível será:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = \frac{0,001 \cdot b_w \cdot h}{b_w \cdot h} \quad ; \text{ então}$$

$$\rho_{\min} = 0,001.$$

Para o cálculo das taxas de armaduras, pode-se utilizar qualquer tabela de dimensionamento à flexão ou programa de computador. Neste trabalho, foram utilizadas as tabelas de PINHEIRO [44].

A seguir, é apresentada, como exemplo de cálculo da taxa de armadura, a região do pilar P_2 , sendo que as regiões dos demais pilares foram calculadas em separado e lançadas diretamente na tabela 3.4.

a) Taxa de armadura segundo a direção x (ρ_{lx})

$$M_x = -69,198 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Distribuindo-se este valor conforme o critério do item 3.3.6 a, obtém-se a parte do momento a ser absorvida pela faixa de pilares, que é:

$$M'_x = 0,75 \cdot (-69,198) \text{ kN}\cdot\text{m} = -51,898 \text{ kN}\cdot\text{m} = -5189,85 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Dividindo-se M'_x pela largura da faixa de pilares,

vem:

$$b = 1,15 \text{ m} \quad ; \quad \text{então}$$

$$m_x = \frac{M'_x}{b} = \frac{-5189,85 \text{ kN}\cdot\text{cm}}{1,15} = -4512,913 \text{ kN}\cdot\text{cm/m}.$$

Para o cálculo da armadura negativa, para uma faixa de 1,0 m de largura, utiliza-se os seguintes dados:

$$b_w = 100,00 \text{ cm},$$

$$d_x = 18,00 - c - \frac{\phi}{2} = 18,00 - 0,5 - 0,625 = 16,875 \text{ cm},$$

$$m_{xd} = 1,4 \cdot m_x = 1,4 \times (-4512,913) = -6318,078 \text{ kN}\cdot\text{cm/m};$$

entra-se na tabela 1.1 de PINHEIRO [44] com o valor de $f_{ck} = 18,0 \text{ MPa}$ e k_c , que é dado por:

$$k_c = \frac{b_w \cdot d_x^2}{m_d} = \frac{100,00 \cdot 16,875^2}{6318,078} = 4,507 \text{ cm}^2/\text{kN};$$

da tabela obtém-se o valor de $k_s = A_s \cdot d / m_d$ (cm^2/kN), que para este caso, utilizando-se aço CA-50B, vale:

$$k_s = 0,026 \text{ cm}^2/\text{kN}; \text{ então,}$$

$$A_s = \frac{k_s \cdot m_d}{d} = \frac{0,026 \times 6318,078}{16,875} = 9,734 \text{ cm}^2.$$

A taxa de armadura vale, portanto,

$$\rho_{lx} = \frac{A_{sx}}{b_w \cdot h} = \frac{9,734}{100 \times 18} = 0,0054$$

b) Taxa de armadura segundo a direção y (ρ_{ly})

Pelo critério de distribuição dos momentos do item 3.3.6 a, em casos de pilares de extremidade, as faixas de pilares devem absorver a totalidade dos momentos; então,

$$M'_y = M_y = 21,909 \text{ kN}\cdot\text{m} = 2190,90 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

A partir deste ponto, o procedimento é idêntico ao seguido para a direção x:

$$b = 2,50 \text{ m},$$

$$m_Y = \frac{M'_Y}{b} = \frac{2190,90}{2,50} = 876,36 \text{ kN}\cdot\text{cm}/\text{m},$$

$$b_w = 100,00 \text{ cm},$$

$$d_Y = 18,00 - c - 1,5\phi = 18,00 - 0,5 - 1,5 \times 1,25 = 15,625 \text{ cm},$$

$$m_{Yd} = 1,4 \times 876,36 = 1226,904 \text{ kN}\cdot\text{cm}/\text{m},$$

$$k_c = \frac{b_w \cdot d^2}{m_d} = \frac{100 \times 15,625^2}{1226,904} = 19,899 \text{ cm}^2/\text{kN},$$

$$k_s = 0,024 \text{ cm}^2/\text{kN},$$

$$A_s = \frac{k_s \cdot m_d}{d} = \frac{0,024 \times 1226,904}{15,625} = 1,884 \text{ cm}^2/\text{m},$$

$$\rho_{ly} = \frac{A_{sy}}{b_w \cdot h} = \frac{1,884}{100,00 \times 18,00} = 0,001 ;$$

que é igual ao valor mínimo prescrito pelo Código-Modelo.

A taxa de armadura que será considerada no cálculo da capacidade resistente da laje na região do pilar P₂ é dada por:

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = \sqrt{0,0054 \times 0,001} = 0,0024 ;$$

e o valor da altura útil é:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{16,875 + 15,625}{2} = 16,25 \text{ cm}.$$

Para as demais regiões de pilares, as taxas de armaduras foram calculadas em separado e lançadas diretamente na tabela 3.4.

TABELA 3.4 - Dados e resultados relativos à verificação da laje à punção (2ª parte)

PILAR	m_x (kN·cm/m)	m_y (kN·cm/m)	ρ_{lx}	ρ_{ly}	ρ_l	d (cm)	V_{RdL} (kN/cm)	$V_{RdL} : v_{sd}$
P ₁	1022,522	1022,522	0,0011	0,0012	0,0011	16,250	0,9463	0,764
P ₂	4512,913	876,360	0,0054	0,001	0,0023	16,250	1,0002	0,780
P ₃	4512,913	876,360	0,0054	0,001	0,0023	16,250	1,0002	0,780
P ₄	1022,522	1022,522	0,0011	0,0012	0,0011	16,250	0,9463	0,764
P ₅	876,360	4512,913	0,001	0,0054	0,0023	16,250	1,0002	0,780
P ₆	3867,870	3867,870	0,00446	0,005	0,0047	16,250	1,1078	0,915
P ₇	3876,870	3867,870	0,00446	0,005	0,0047	16,250	1,1078	0,915
P ₈	876,360	4512,913	0,001	0,0054	0,0023	16,250	1,0002	0,780

3.5.7 - Verificação da laje à punção

a) Determinação das seções críticas

As seções críticas para todos os pilares e o cálculo dos perímetros das mesmas são apresentados na figura 3.15.

b) Cálculo dos esforços solicitantes

O cálculo das reações de apoio V_{sd} foi exemplificado, para o caso do pilar P_2 , no item 3.5.5 e. Para os demais pilares, o cálculo foi efetuado em separado e os resultados lançados diretamente na tabela 3.3.

Quanto aos esforços solicitantes por unidade de comprimento do perímetro da seção crítica, v_{sd} , seu cálculo não apresenta qualquer dificuldade, sendo uma aplicação direta da equação 13.3 do CEB [22].

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u} \quad (13.3)$$

Para o caso do pilar P_2 , por exemplo,

$$V_{sd} = 133,704 \text{ kN},$$

$$u = 104,27 \text{ cm}; \text{ então,}$$

$$v_{sd} = \frac{133,704}{104,27} = 1,282 \text{ kN/cm.}$$

Os valores de v_{sd} para os demais pilares foram calculados em separado e os resultados lançados diretamente na tabela 3.3.

c) Cálculo dos esforços resistentes

O esforço resistente por unidade de comprimento, (v_{Rd1}), para cada seção crítica deste exemplo, é dado dire

tamente pela aplicação da equação 13.8 do CEB [22], o que é mostrado a seguir para os três tipos de seção crítica da figura 3.15.

Pilar P₁ (= P₄ = P₁₃ = P₁₆)

$$\kappa = 1,6 - d = 1,6 - 0,1625 = 1,4375 \text{ (com } d \text{ em m)}$$

$$d = 16,25 \text{ cm (da tabela 3.4)}$$

$$\rho_{\ell} = 0,0011 \text{ (da tabela 3.4)}$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2 \text{ (da tabela 11.1 - CEB [22])}$$

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50 \rho_{\ell}) \cdot d \quad (13.8)$$

Substituindo-se os valores em (13.8), vem:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,4375 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0011) \cdot 16,25 ,$$

$$v_{Rd1} = 0,9463 \text{ kN/cm}$$

Pilar P₂ (= P₃ = P₅ = P₈ = P₉ = P₁₂ = P₁₄ = P₁₅)

$$\kappa = 1,4375,$$

$$d = 16,25 \text{ cm,}$$

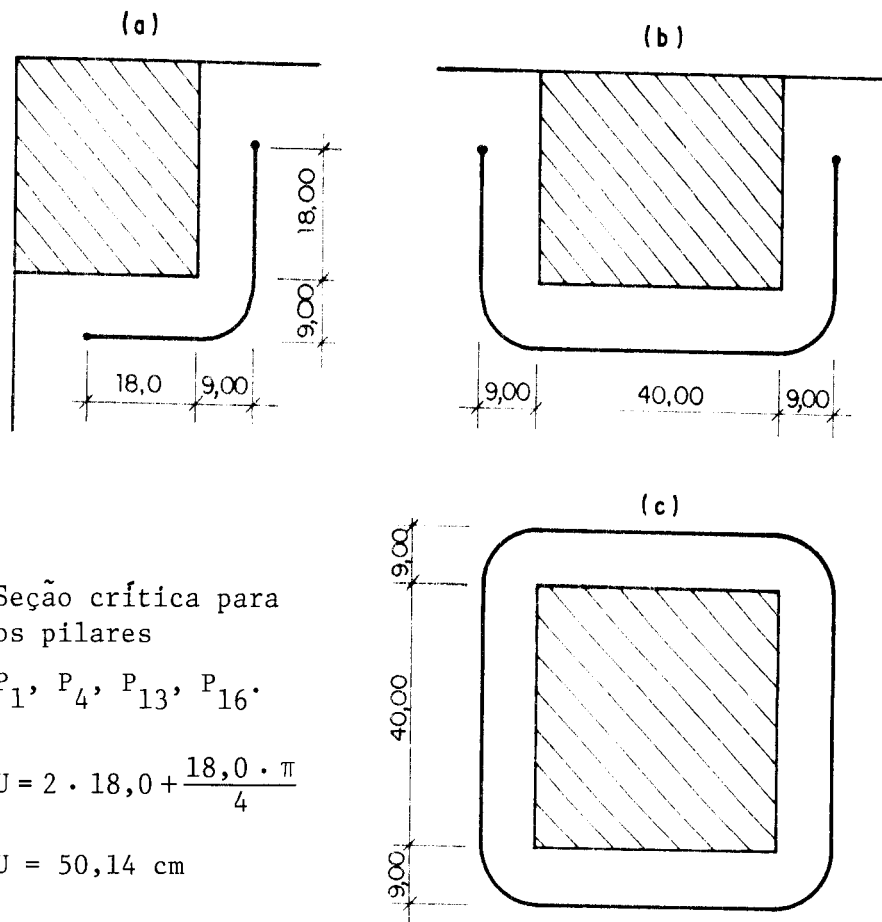
$$\rho_{\ell} = 0,0023 \text{ (da tabela 3.4)}$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2,$$

Substituindo-se os valores em (13.8), vem:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,4375 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0023) \cdot 16,25 ,$$

$$v_{Rd1} = 1,0002 \text{ kN/cm}$$



a) - Seção crítica para os pilares

P_1, P_4, P_{13}, P_{16}

$$U = 2 \cdot 18,0 + \frac{18,0 \cdot \pi}{4}$$

$$U = 50,14 \text{ cm}$$

b) - Seção crítica para os pilares

$P_2, P_3, P_5, P_8, P_9, P_{12}, P_{14}, P_{15}$

$$U = 2 \cdot 18,0 + 40,0 + \frac{18,0 \cdot \pi}{2} = 104,27 \text{ cm}$$

c) - Seção crítica para os pilares

P_6, P_7, P_{10}, P_{11}

$$U = 4 \cdot 40,0 + 18,0 \cdot \pi = 216,55 \text{ cm}$$

FIGURA 3.15 — SEÇÕES CRÍTICAS PARA OS PILARES.

Pilar P₆ (= P₇ = P₁₀ = P₁₁)

$$\kappa = 1,4375,$$

$$d = 16,25 \text{ cm},$$

$$\rho_{\ell} = 0,0047 \quad (\text{da tabela 3.4})$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2;$$

Substituindo-se os valores em (13.8), vem:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,4375 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0047) \cdot 16,25$$

$$v_{Rd1} = 1,1078 \text{ kN/cm}.$$

d) Verificação da segurança ao puncionamento

A verificação da segurança das lajes quanto ao puncionamento é feita com a aplicação direta da equação (13.1) do CEB [22], que é:

$$v_{sd} \leq v_{Rd1} \quad (13.1)$$

Aplicando-se a equação (13.1) aos três casos de pilares do problema, vem:

Pilar P₁ (= P₄ = P₁₃ = P₁₆)

$$v_{sd} = 1,239 \text{ kN/cm},$$

$$v_{Rd1} = 0,9463 \text{ kN/cm}; \text{ então, como}$$

$$v_{Rd1} < v_{sd},$$

a estrutura não resiste aos esforços de punção nestas ligações laje-pilar;

Pilar P₂ (= P₃ = P₅ = P₈ = P₉ = P₁₂ = P₁₄ = P₁₅)

$$v_{sd} = 1,282 \text{ kN/cm},$$

$$v_{Rd1} = 1,0002 \text{ kN/cm}; \text{ então, como}$$

$$v_{Rd1} < v_{sd} ,$$

a estrutura é instável para estas ligações laje-pilar, quanto à punção;

Pilar P₆ (= P₇ = P₁₀ = P₁₁)

$$v_{sd} = 1,211 \text{ kN/cm},$$

$$v_{Rd1} = 1,1078 \text{ kN/cm}; \text{ então, como}$$

$$v_{Rd1} < v_{sd} ,$$

a estrutura também é instável nestas ligações laje-pilar, quanto à punção.

e) Conclusões da verificação

Em todas as regiões dos pilares as ligações laje-pilar são instáveis quanto ao puncionamento. É importante lembrar que não foram considerados os efeitos de eventuais excentricidades nos carregamentos em pilares internos, bem como, a contribuição de armaduras especiais de combate à punção.

C A P Í T U L O 4

PROCESSO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

4. PROCESSO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

O primeiro processo de cálculo de esforços em lajes-cogumelo, a ser apresentado, será o preconizado pela norma brasileira NBR-6118 [17], conhecido por Processo dos Pórticos Múltiplos.

O referido processo é fundamentado em estudo realizado por MARCUS [8], pela Teoria da Elasticidade, sobre pavimentos com painéis quadrados, em quantidade infinita segundo as duas direções ortogonais do plano da laje e apoiados em pontos isolados.

4.1 - Fundamentos do Processo dos Pórticos Múltiplos

Em seu estudo, Marcus destacou um dos painéis e estudou as superfícies representativas dos momentos fletores, segundo duas direções ortogonais (x-y), paralelas aos lados do painel.

Analisando essas superfícies segundo uma das direções, observou que, se fossem seccionadas por um plano passando pela linha dos apoios (seção I-I, figura 4.1), por outro, equidistante dos apoios (seção II-II), e por um terceiro, intermediário (seção III-III), as seções teriam

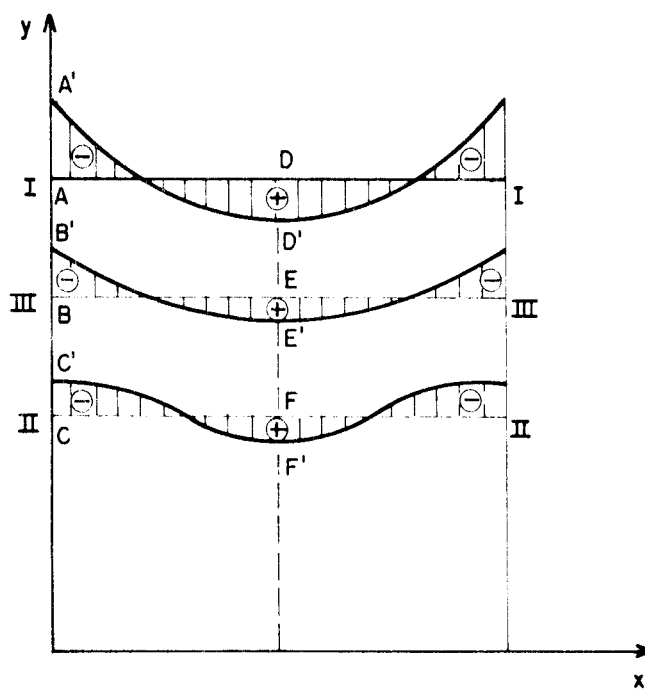


FIGURA 4.1 — MOMENTOS FLETORES NA DIREÇÃO \underline{x}

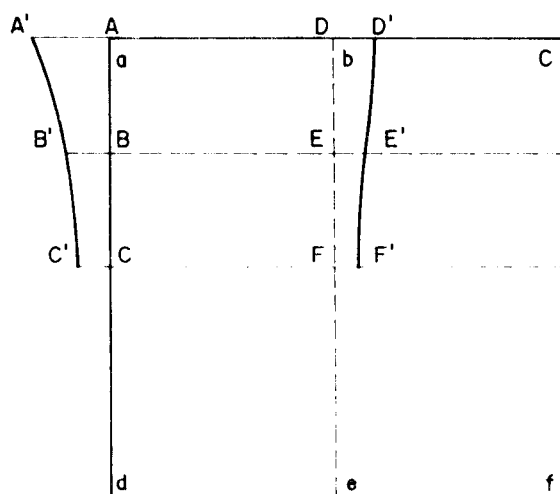


FIGURA 4.2 — DISTRIBUIÇÃO LATERAL DOS MOMENTOS FLETORES DA DIREÇÃO \underline{x}

o aspecto mostrado na figura 4.1. Dessa maneira, a linha de variação dos momentos negativos, segundo a direção x , na extremidade do painel, seria semelhante à linha A'B'C' (figura 4.2). Da mesma forma, a linha de variação dos momentos positivos, no centro do painel e segundo a mesma direção, seria semelhante à linha D'E'F' (figura 4.2).

Se fosse considerada toda a extensão da borda $\bar{a}\bar{d}$ (figura 4.2), a distribuição lateral dos momentos negativos teria a forma mostrada na figura 4.3.a. Assim sendo, o valor médio (\bar{X}) do momento fletor negativo seria a altura de um retângulo (figura 4.3.b), de área equivalente à área hachurada da figura 4.3.a. Efetuando essa operação, MARCUS [8] obteve:

$$\bar{X} = \frac{p\ell^2}{12} , \quad \dots (4.1)$$

onde:

p = carga uniforme, distribuída no painel;

ℓ = vão teórico do painel, na direção em que se estiver calculando os esforços.

Seguindo procedimento análogo, para a distribuição lateral dos momentos positivos (figura 4.4.a), o resultado obtido foi:

$$\bar{M} = \frac{p\ell^2}{24} \quad \dots (4.2)$$

Observando-se os valores médios \bar{X} e \bar{M} , pode-se notar grande semelhança com os valores obtidos para os momentos negativos (X) e positivos (M), em uma viga contínua, com um número infinito de vãos de mesmo comprimento e submetidos ao mesmo carregamento uniformemente distribuído. Portanto, para se ter uma idéia dos valores médios dos momentos existentes em uma laje-cogumelo, basta calcular uma viga contínua, com vãos iguais aos vãos teóricos dos painéis da laje, e submetidos ao carregamento uniforme equivalente.

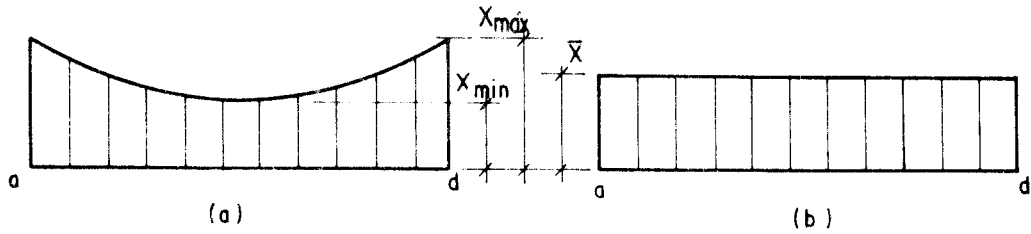


FIGURA 4.3 — ESQUEMA PARA O CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR NEGATIVO MÉDIO (\bar{X})

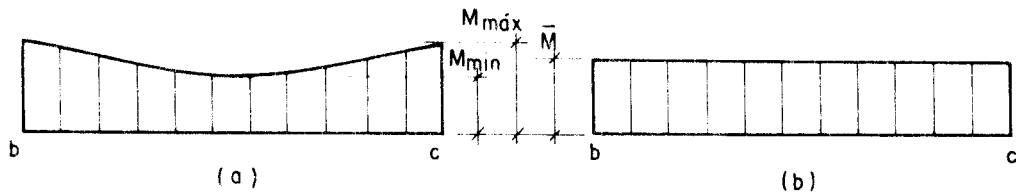


FIGURA 4.4 — ESQUEMA PARA O CÁLCULO DO MOMENTO FLETOR POSITIVO MÉDIO (\bar{M})

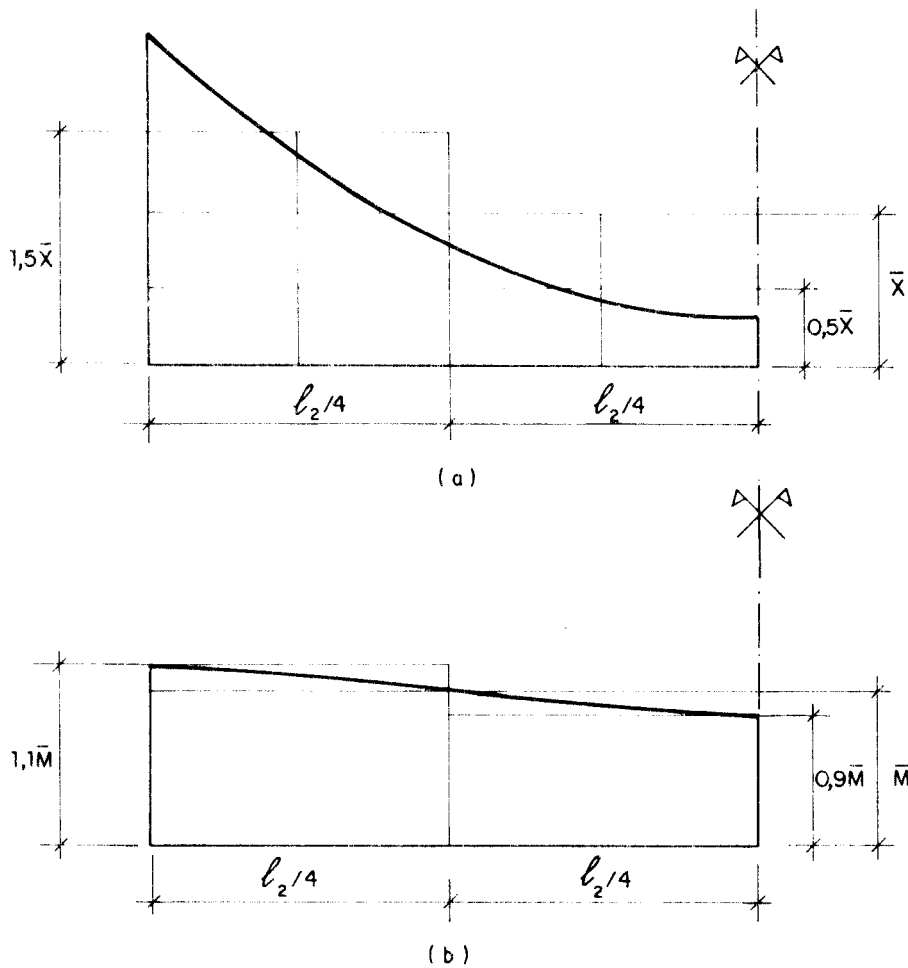


FIGURA 4.5 — ESQUEMA PARA O CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES MÉDIOS

No entanto, não seria seguro dimensionar e detalhar as armaduras das lajes-cogumelo para os valores médios dos momentos fletores. Para contornar o problema, divide-se cada painel da mesma maneira que no Método Direto, em quatro faixas de igual largura (figura 3.3), sendo duas meias-faixas centrais, ou faixas internas e duas meias-faixas laterais, ou faixas externas, e seguindo-se o mesmo procedimento usado para calcular os momentos médios \bar{X} e \bar{M} , calculam-se os valores médios para cada uma das quatro faixas (figura 4.5).

Para os momentos fletores negativos (figura 4.5.a), os valores encontrados são:

a) Nas meias-faixas laterais, ou externas,

$$\bar{X}_\ell = 1,5 \bar{X} ; \quad \dots (4.3)$$

b) Nas meias-faixas centrais, ou internas,

$$\bar{X}_c = 0,5 \bar{X}.$$

Para os momentos fletores positivos (figura 4.5.b), os valores encontrados são:

a) Nas meias-faixas laterais,

$$\bar{M}_\ell = 1,1 \bar{M} ; \quad \dots (4.5)$$

b) Nas meias-faixas centrais,

$$\bar{M}_c = 0,9 \bar{M} . \quad \dots (4.6)$$

Feita essa análise, o projetista poderia se sentir tentado a concluir que uma distribuição satisfatória dos momentos fletores em lajes-cogumelo, poderia ser feita a partir daquela obtida para uma viga contínua, com vãos iguais aos dos painéis. Acontece, porém, que normalmente os vãos não têm o mesmo comprimento; além disso, as ações tam-

bém podem diferir de um vão para outro, o que faz variar as solicitações nas ligações laje-pilar. Portanto, no caso mais geral, essas ligações não podem ser desprezadas, devendo-se calcular a estrutura como pórtico.

4.2 - Prescrições da NBR-6118

As prescrições da NBR-6118 [17], referentes às lajes-cogumelo, já foram, em parte, transcritas neste trabalho. A parte relativa à punção foi transcrita no capítulo 2. No capítulo 3, apresentou-se a parte relativa à espessura das lajes, ao diâmetro máximo das barras e ao cobrimento das armaduras. A seguir, serão apresentadas as prescrições relativas ao cálculo dos esforços de flexão em regime elástico.

4.2.1 - Item 3.3.2.1 da NBR-6118

"3.3.2.1 - Cálculo no Regime Elástico

As placas poderão ser calculadas como placa no regime elástico com os valores do módulo de deformação e do coeficiente de Poisson prescritos em 8.2.5 e 8.2.6, permitindo-se processos simplificados, devidamente justificados".

4.2.2 - Itens 8.2.5. e 8.2.6 da NBR-6118

"8.2.5 - Módulo de Deformação Longitudinal à Compressão

Na falta de determinação experimental, o módulo de deformação longitudinal à compressão, no início da curva tensão-deformação efetiva, correspondente ao primeiro carregamento, será suposto igual a :

$$E = 6600 \sqrt{f_{cj}} \quad (\text{MPa})$$

No projeto tomar-se-á, para o cálculo do módulo de deformação,

$$f_{cj} = f_{ck} + 3,5 \text{ MPa} \quad (\text{MPa})."$$

"8.2.6 - Coeficiente de Poisson

O coeficiente de Poisson, relativo às deformações elásticas, será suposto igual a 0,2."

No âmbito deste trabalho, porém, o módulo de deformação longitudinal para o concreto será sempre fixado de acordo com o item 5.2.3 (ver capítulo 5).

4.2.3 - Item 3.3.2.11 da NBR-6118

"As lajes, apoiadas diretamente sobre os pilares, serão calculadas em regime elástico ou rígido-plástico de acordo com os itens 3.3.2.1 e 3.3.2.2 respectivamente.

Quando os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais e a espessura da laje respeitar o mínimo do item 6.1.1.1, será permitido calcular em regime elástico o conjunto laje-pilares como pórticos múltiplos, admitindo-se a laje dividida em duas séries ortogonais de vigas e considerando-se no cálculo de cada série o total das cargas. A distribuição dos momentos, se se dividirem os painéis das lajes, com os cantos correspondendo aos pilares, em quatro faixas iguais, será feita do seguinte modo:

45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;

27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;

25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;

37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Deverão ser estudadas cuidadosamente as ligações das lajes com os pilares, com especial atenção nos casos em que não haja simetria de forma ou de carregamento de laje em relação ao apoio. A punção será verificada de acordo com o item 4.1.5."

4.3 - Modelo Estrutural de Acordo com a NBR-6118

A descrição a seguir é desenvolvida na íntegra em POLILLO, Jr. [45] e em ROCHA [46]. Para sua inclusão neste trabalho, foram suprimidos os tópicos relativos à estimativa de carregamentos, às dimensões das peças estruturais e à verificação à punção, aspectos já tratados em outros capítulos.

4.3.1 - Definição dos Pórticos

Seja o pavimento-tipo de edifício da figura 4.6. Para a divisão do mesmo nas duas séries ortogonais de vigas, prescritas no texto da NBR-6118 [17], traçam-se retas pelos centros dos pilares alinhados (seções 1-1, 2-2, 3-3, e 4-4 da figura 4.6), de modo a dividir o pavimento em faixas com larguras (l_2) iguais aos vãos teóricos dos painéis segundo a direção perpendicular à que se estiver calculando os momentos.

As faixas de larguras (l_2) serão as vigas dos pórticos e terão as alturas iguais às espessuras dos respectivos painéis e as larguras iguais a $l_{2,i}$. Assim, para o pavimento-tipo do pórtico genérico i , a viga terá as seguintes características:

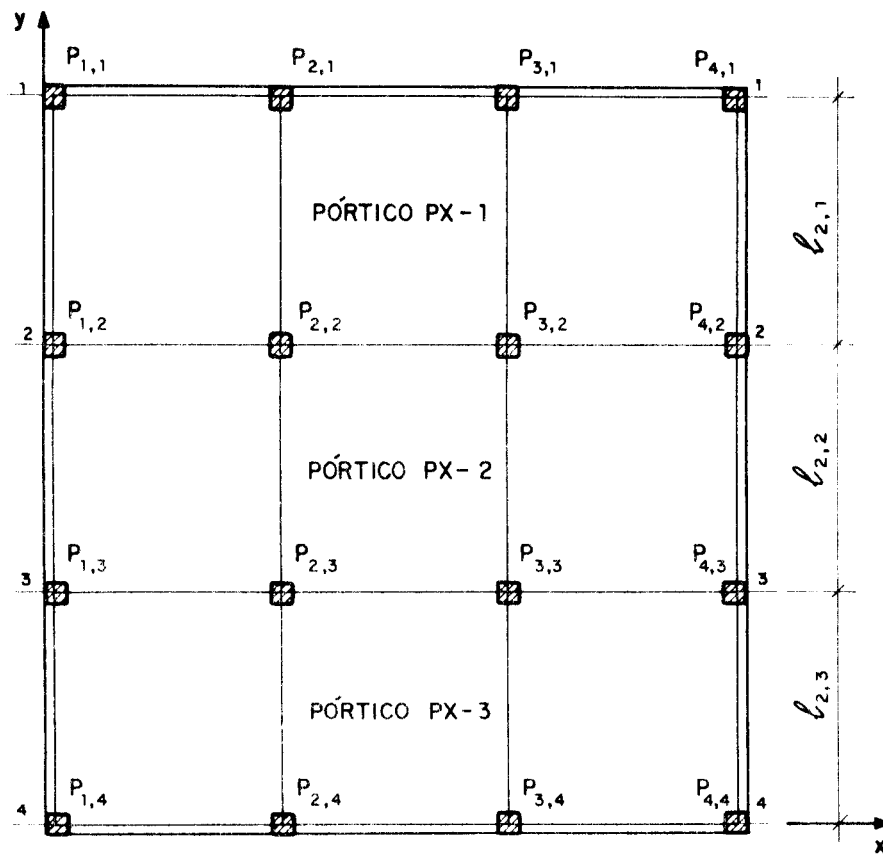


FIGURA 4.6 — DEFINIÇÃO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS, SEGUNDO A DIREÇÃO x , DE ACORDO COM A NBR - 6118.

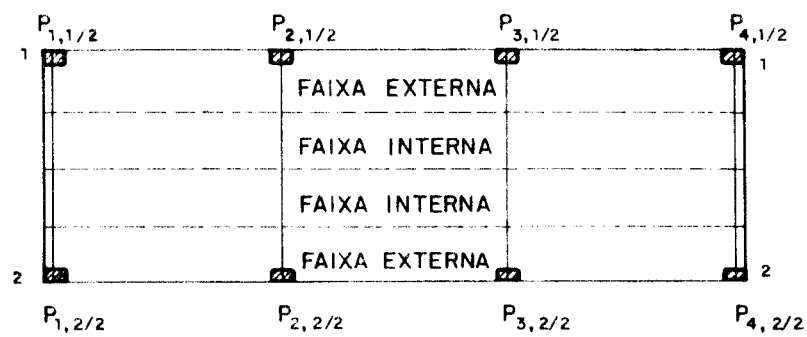


FIGURA 4.7 — VISTA EM PLANTA DE UM PÓRTICO TÍPICO, SEGUNDO A DIREÇÃO x (PÓRTICO PX-1), DE ACORDO COM A NBR - 6118.

$$a) \text{ \u00e1rea da se\u00e7\u00e3o transversal } A_i = l_{2,i} \cdot h; \dots (4.7)$$

$$b) \text{ momento de in\u00e9rcia } I_i = \frac{l_{2,i} \cdot h^3}{12} \dots (4.8)$$

Como as retas que delimitam os p\u00f3rticos dividem os pilares ao meio, o c\u00e1lculo da \u00e1rea da se\u00e7\u00e3o transversal e do momento de in\u00e9rcia do pilar i , do p\u00f3rtico j , ser\u00e1 feito pelas equa\u00e7\u00f5es a seguir:

$$c) \text{ \u00e1rea da se\u00e7\u00e3o transversal } A_{i,j} = \frac{A_{i,j} + A_{i,j+1}}{2} \quad (4.9)$$

$$d) \text{ momento de in\u00e9rcia } I_{i,j} = \frac{I_{i,j} + I_{i,j+1}}{2} \dots (4.10)$$

onde o \u00edndice j , no segundo membro das equa\u00e7\u00f5es 4.9 e 4.10, se refere ao n\u00famero da linha de pilares.

Na figura 4.7 \u00e9 mostrado, em planta, o p\u00f3rtico PX-1, do pavimento-tipo da figura 4.6.

4.3.2 - C\u00e1lculo e Distribui\u00e7\u00e3o dos Momentos Fletores

O c\u00e1lculo dos esfor\u00e7os em p\u00f3rticos planos, dependendo do n\u00famero de barras, pode ser feito at\u00e9 manualmente, atrav\u00e9s do processo dos esfor\u00e7os ou do processo dos deslocamentos. No entanto, se o projetista dispuser de um computador com um programa espec\u00edfico para resolu\u00e7\u00e3o de p\u00f3rticos planos ou p\u00f3rticos espaciais, esse processo de c\u00e1lculo ser\u00e1 incomparavelmente mais r\u00e1pido e as probabilidades de ocorr\u00eancia de erros de c\u00e1lculo bastante diminuídas.

Ap\u00f3s o c\u00e1lculo dos momentos fletores, \u00e9 necess\u00e1rio que se proceda \u00e0 distribui\u00e7\u00e3o dos valores obtidos, entre as quatro faixas em que cada painel foi dividido, o que deve ser feito conforme as prescri\u00e7\u00f5es do item 3.3.2.11 da NBR-6118, transcritas no item 4.2.3 deste trabalho.

Em seguida \u00e0 distribui\u00e7\u00e3o dos momentos entre as faixas, deve-se dividir os valores referentes a cada faixa

por suas respectivas larguras, obtendo-se os valores dos momentos para faixas de 1,0 m de largura.

4.4 - Modelo Estrutural Alternativo

Um modelo estrutural alternativo para o Processo dos Pórticos Múltiplos é proposto em MONTROYA [19], e é baseado nas prescrições do código ACI 318-71 [32].

4.4.1 - Descrição do Modelo

Da mesma forma que o modelo já apresentado, o modelo alternativo consiste em se supor a estrutura dividida em faixas (figura 4.8), segundo as direções ortogonais x e y , formando duas séries de pórticos de vários pisos. Esses pórticos seriam constituídos por linhas de pilares e vigas, que são as mesmas faixas de laje do Método Direto, recomendado para pré-dimensionamento (figura 4.9), e os pórticos correspondentes a cada direção seriam calculados independentemente para o total das cargas.

Para o cálculo dos momentos, desde que a soma das cargas acidentais não ultrapasse a 75% da carga permanente, pode-se considerar como única hipótese de carregamento, a de carga total em todos os vãos, não necessitando que se procurem as situações mais desfavoráveis. No entanto, se essa condição não for atendida, as seguintes hipóteses deverão ser estudadas:

- a) Carga permanente em todos os vãos e 75% da carga acidental em vãos alternados, para se determinar os momentos positivos;
- b) Carga permanente em todos os vãos e 75% da carga acidental em vãos adjacentes, para se determinar os momentos negativos.

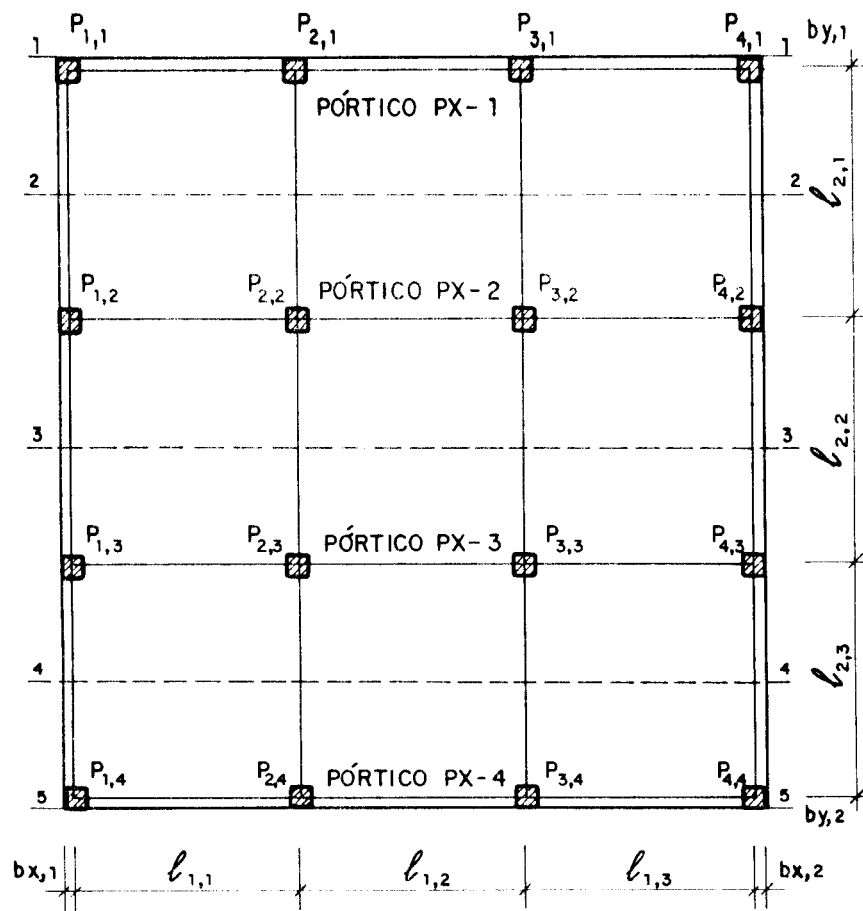


FIGURA 4.8 — DEFINIÇÃO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS SEGUNDO A DIREÇÃO x, DE ACORDO COM O MODELO ALTERNATIVO

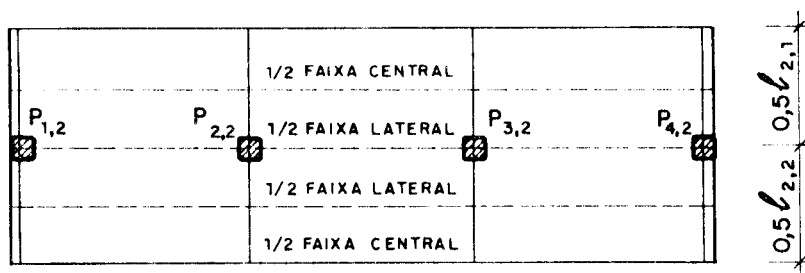


FIGURA 4.9 — VISTA EM PLANTA DE UM PÓRTICO TÍPICO, SEGUNDO A DIREÇÃO x, (PÓRTICO PX-2) DE ACORDO COM O MODELO ALTERNATIVO.

Se os vãos não forem muito diferentes entre si, e se forem consideradas apenas cargas verticais, poder-se-á calcular cada pórtico piso a piso, supondo-se os pilares engastados nos pisos contíguos. Dessa forma, e para edifícios regulares, bastará, normalmente, calcular-se apenas alguns pórticos em cada direção.

4.4.2 - Distribuição dos Momentos Fletores entre as Faixas

Segundo MONTROYA [19], a distribuição dos momentos fletores, entre as quatro faixas de laje de cada pórtico, deve ser feita conforme os critérios descritos a seguir.

Se a relação entre os vãos teóricos de um painel, a sendo o maior vão e b o menor, for menor ou igual a 4/3 (figura 4.10.a), ou seja,

$$\frac{a}{b} \leq \frac{4}{3} , \quad \dots (4.11)$$

os momentos serão distribuídos de acordo com a tabela 4.1.a.

Por outro lado, quando a relação a/b for maior que 4/3, duas situações precisarão ser analisadas:

- a) Se os momentos estiverem sendo calculados na direção do lado menor (figura 4.10.b), a distribuição será feita conforme a tabela 4.1.a;
- b) Se os momentos estiverem sendo calculados na direção do lado maior (figura 4.10.c), a distribuição dos momentos será de acordo com a tabela 4.1.b.

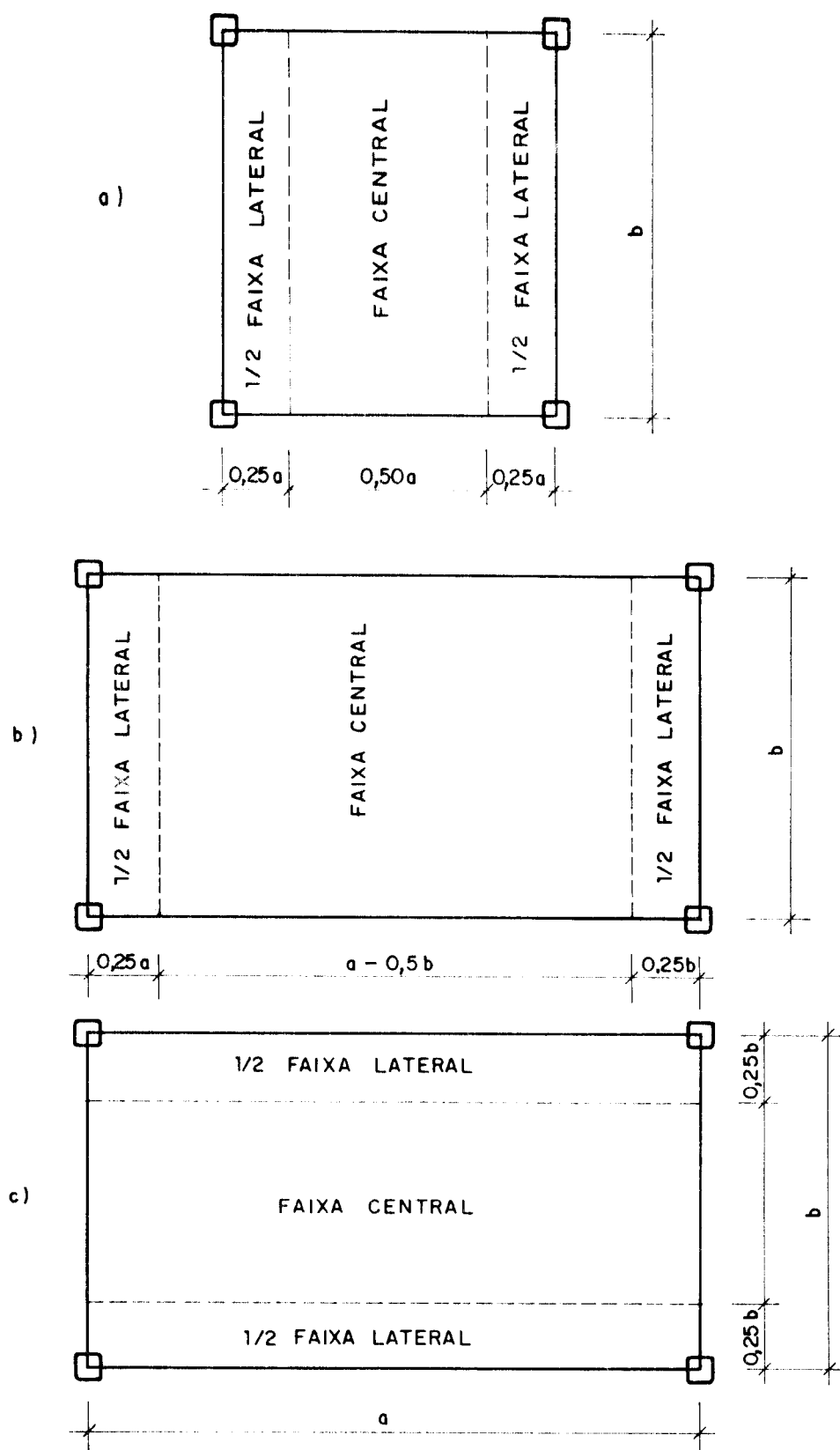


FIGURA 4. 10 — ESQUEMA DE DIVISÃO DOS PAINÉIS EM FAIXAS PARA DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTO FLETORES.

TABELA 4.1.a - Fatores de multiplicação dos momentos obtidos no cálculo dos pórticos para distribuição entre as faixas.

CAMPO DE VALIDADE - PARA $a/b \leq 4/3$ E MOMENTOS CALCULADOS NA DIREÇÃO DO LADO MAIOR (FIGURA 4.10.c) - PARA $a/b > 4/3$ E MOMENTOS CALCULADOS NA DIREÇÃO DO MENOR LADO (FIGURA 4.10.b)	CASOS DE PAINÉIS INTERNOS		CASOS DE PAINÉIS EXTERNOS (MOMENTOS NEGATIVOS SOBRE O APOIO EXTERNO)*	
	MOMENTOS NEGATIVOS	MOMENTOS POSITIVOS	CASO A	CASO B
FAIXA DE PILARES	0,76	0,60	0,80	0,60
FAIXA CENTRAL**	0,24	0,40	0,20	0,40

TABELA 4.1.b - Fatores de multiplicação dos momentos obtidos no cálculo dos pórticos para distribuição entre as faixas.

CAMPO DE VALIDADE - PARA $a/b > 4/3$ E MOMENTOS CALCULADOS NA DIREÇÃO DO LADO MAIOR (FIGURA 4.10.c)	CASOS DE PAINÉIS INTERNOS		CASOS DE PAINÉIS EXTERNOS (MOMENTOS NEGATIVOS SOBRE O APOIO EXTERNO)*	
	MOMENTOS NEGATIVOS	MOMENTOS POSITIVOS	CASO A	CASO B
FAIXA DE PILARES	0,66	0,50	0,73	0,50
FAIXA CENTRAL**	0,34	0,50	0,27	0,50

* - Os demais momentos devem ser distribuídos como nos painéis internos.

** - Neste caso, faixa central se refere às duas meias-faixas centrais de cada pórtico múltiplo, cabendo, portanto, a cada uma a metade dos valores obtidos com o uso desta tabela.

CASO A - Placa apoiada na borda sobre pilares.

CASO B - Placa apoiada na borda sobre parede de concreto armado, ou sobre viga com altura maior ou igual a três vezes a espessura da placa.

4.4.3 - Vantagens do Modelo Alternativo

A adoção do modelo alternativo, ao invés do modelo baseado na NBR-6118, traria as seguintes vantagens de ordem prática para o projetista:

- a) Na definição dos pórticos, as faixas de laje seriam as mesmas adotadas no pré-dimensionamento, conforme as figuras 4.8 e 4.9, e estariam sujeitas ao mesmo carregamento uniformemente distribuído;
- b) Não seria necessário dividir nem somar as áreas e os momentos de inércia das seções transversais dos pilares, já que os mesmos estariam situados inteiramente dentro das faixas de projeto.

4.5 - Marcha de Cálculo

A seguir são detalhadas as etapas que devem ser seguidas no cálculo de esforços em lajes-cogumelo pelo processo dos pórticos múltiplos, segundo o modelo estrutural alternativo.

4.5.1 - Definição dos Pórticos

Os pórticos múltiplos são praticamente definidos no pré-dimensionamento, já que cada faixa de projeto, corresponde a um pavimento do respectivo pórtico. Como, no cálculo dos pórticos, pode-se analisar cada pavimento em separado, duas situações podem ocorrer.

a) Lajes de Cobertura

Nesses casos, o pórtico a ser considerado tem o aspecto mostrado na figura 4.11.a, com os pilares engastados na base.

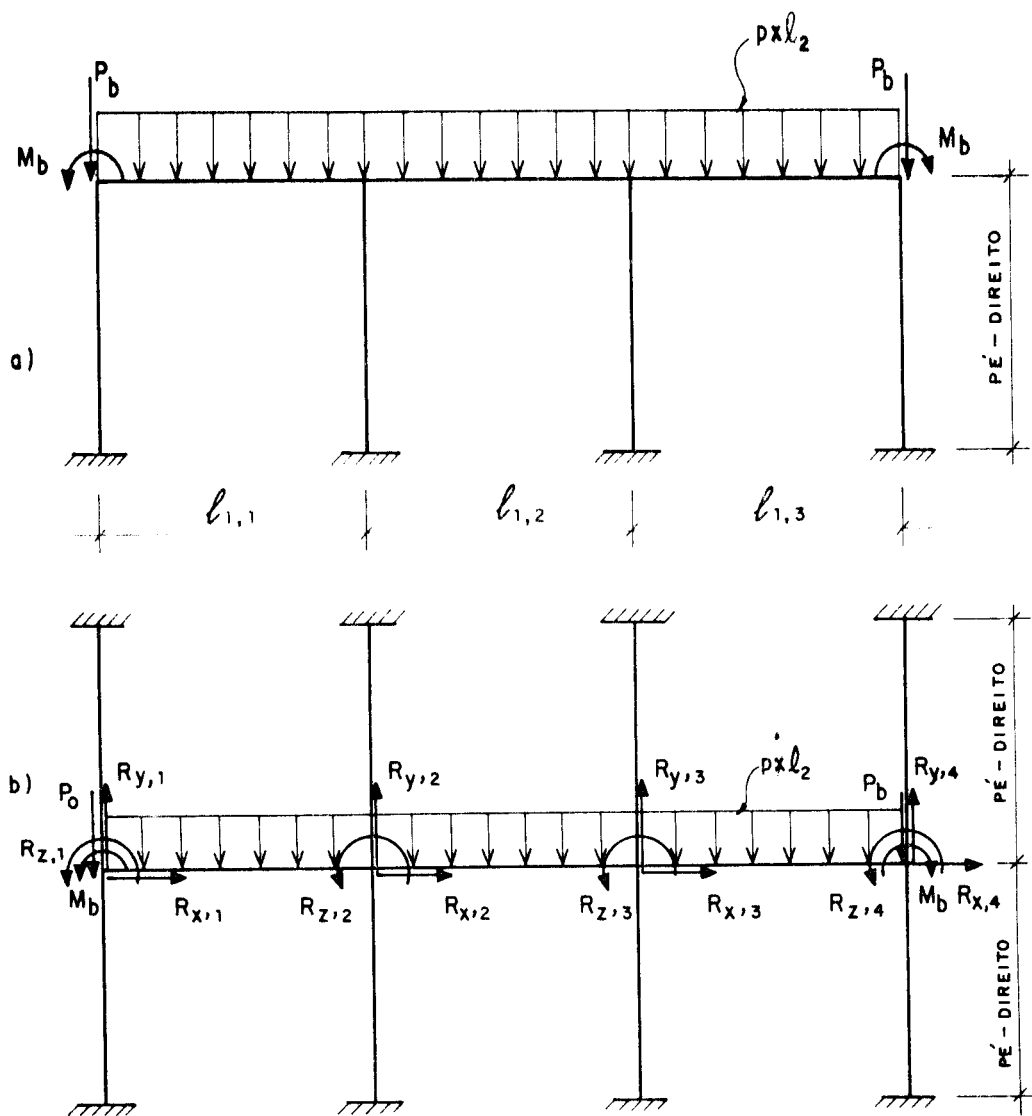


FIGURA 4.11 — ESQUEMAS ADOTADAS PARA O CÁLCULO DE LAJES-COGUMELO

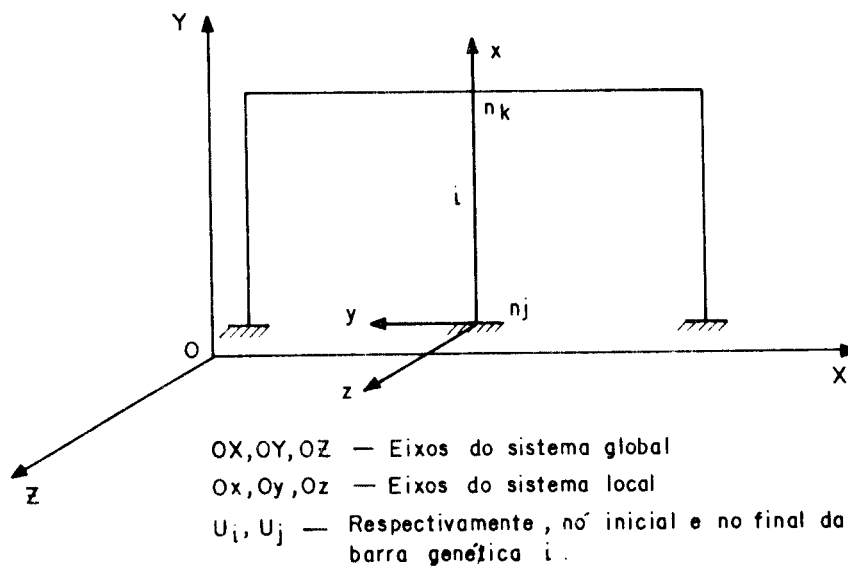


FIGURA 4.12 — ESQUEMA DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA.

b) Lajes Intermediárias

Nos casos de lajes intermediárias, o pórtico assume o aspecto da figura 4.11.b, com os pilares engastados na base e no topo.

4.5.2 - Propriedades das Barras

Para a execução do cálculo elástico das lajes-cogumelo pelo Processo dos Pórticos Múltiplos, é necessário o conhecimento das áreas e momentos de inércia das seções transversais, bem como, das propriedades elásticas do concreto de que são constituídas. As áreas e os momentos de inércia deverão ser calculados pelas fórmulas (4.7) e (4.8), respectivamente, adotando-se, para as vigas, $l_{2,i}$ igual à largura da faixa de projeto genérica i , definida no pré-dimensionamento. Quanto às propriedades elásticas do concreto, estas deverão ser determinadas conforme critério estabelecido no item 5.2.3 deste trabalho.

4.5.3 - Definição dos Carregamentos

Nos casos de lajes de cobertura, os carregamentos serão os mesmos determinados para o pré-dimensionamento, no item 3.4.3, acrescentando-se o momento M_b nas extremidades, caso haja balanço nas lajes. No entanto, quando se tratar de lajes intermediárias, deverão ser consideradas, além dos carregamentos já citados para as lajes de cobertura, as reações de apoio dos pavimentos superiores, conforme esquema da figura 4.11.b, onde:

$R_{x,i}$ - reação de apoio na direção x , do pilar superior i ;

$R_{y,i}$ - reação de apoio na direção y , do pilar superior i ;

$R_{z,i}$ - reação de apoio na direção z , do pilar superior i .

4.5.4 - Cálculo dos Esforços Solicitantes

O cálculo dos esforços solicitantes pode ser efetuado manualmente, pelo processo dos esforços ou dos deslocamentos, ou com o uso de computadores, o que é sempre preferível. No decorrer deste trabalho, supõe-se que o cálculo seja com o uso de computadores, o que implica na definição dos itens adicionais a seguir.

a) Sistema de Referência Global

É um sistema de coordenadas cartesianas com eixos OX e OY, ortogonais, contidos no plano do pórtico e o eixo OZ normal a esse plano. A origem desse sistema de coordenadas poderá ser posicionada em qualquer ponto do plano, sendo, porém, preferível posicioná-la de forma que toda a estrutura fique situada no primeiro quadrante. Quanto ao eixo OZ, este tem o seu sentido fixado de modo a definir o sistema global como dextrorso (ver figura 4.12).

São referidos em relação ao sistema global de coordenadas os dados e resultados relativos aos nós (coordenadas, cargas, deslocamentos e reações) e os cossenos diretores das barras.

b) Sistema de Referência Local

O sistema de referência local é também um sistema de eixos cartesianos, associado a cada barra da estrutura e com origem no nó inicial da barra. O eixo ox tem sentido definido do nó inicial para o nó final; o eixo oz é paralelo e tem o mesmo sentido que o eixo global OZ, e o eixo oy é fixado de modo a definir o sistema local como dextrorso (ver figura 4.12).

4.5.5 - Análise dos Resultados

Em geral, a menos que o programa tenha sido desenvolvido especificamente para cálculo de lajes-cogumelo, os esforços solicitantes são obtidos para as barras do pórtico, pilares e vigas, necessitando, então, no caso das vigas, de serem distribuídos entre as faixas laterais e centrais; essa distribuição deve ser feita segundo o item 4.4.2 deste trabalho. Após essa distribuição, deve-se proceder à divisão das porcentagens de momentos relativos a cada uma das faixas por suas respectivas larguras, obtendo-se os momentos distribuídos por unidade de largura.

4.6 - Exemplo

Obter os diagramas de momentos fletores pelo processo dos pórticos múltiplos, segundo os dois modelos estruturais apresentados, e pelo método direto para o pavimento-tipo da figura 3.9.

4.6.1 - Definição dos Pórticos

Devido à dupla simetria do pavimento, será necessário calcular apenas dois pórticos, os quais estão indicados na figura 4.13, sendo os pórticos PX-1 e PX-2 definidos segundo o modelo estrutural alternativo, e os pórticos PX-21 e PX-22 definidos segundo a NBR-6118 [17].

Como esse problema serve apenas para demonstração, a laje foi admitida como sendo intermediária e as reações dos pavimentos superiores consideradas nulas.

4.6.2 - Propriedades das barras

Os nós e as barras de todos os pórticos foram numeradas, conforme esquema da figura 4.14.

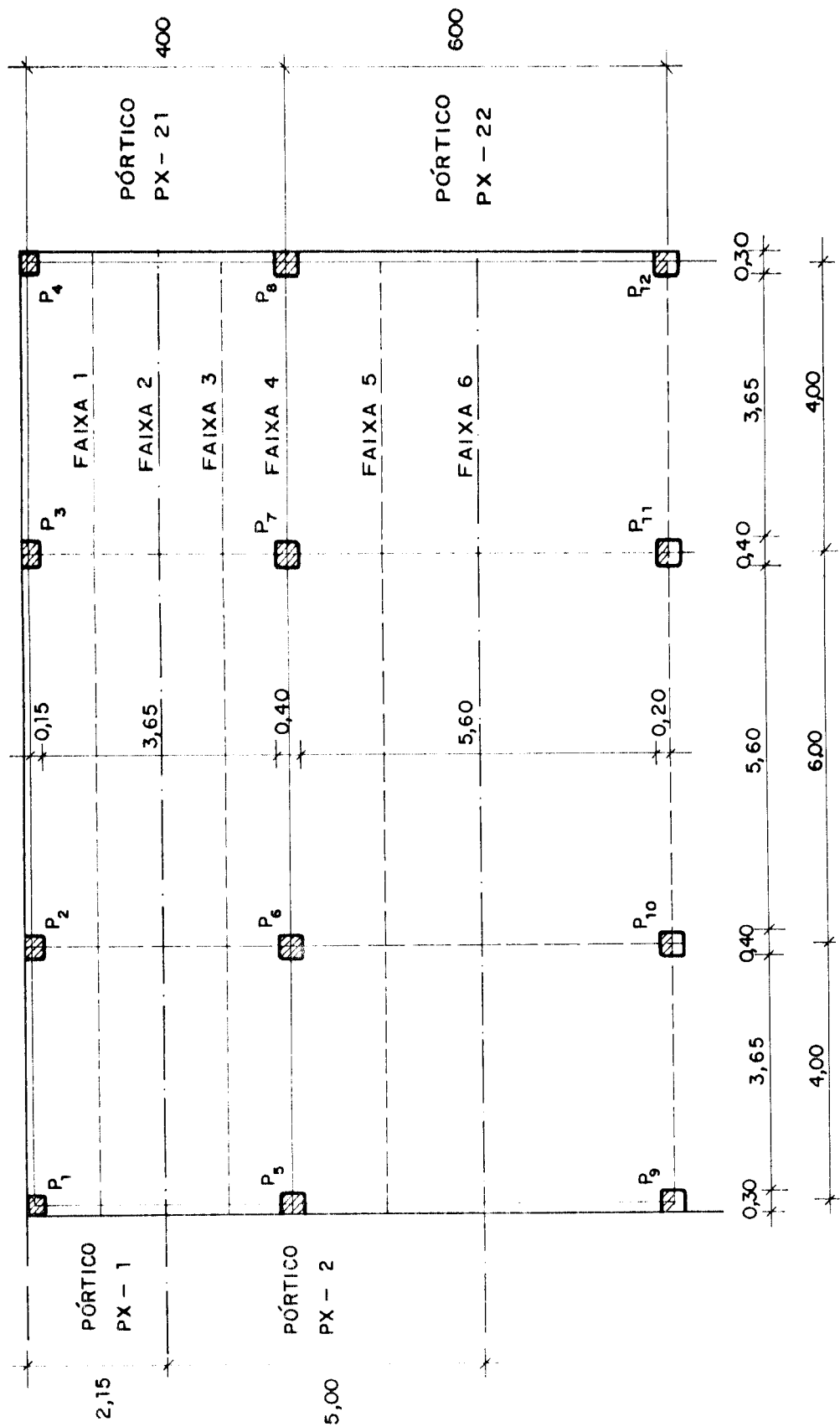


FIGURA 4.13 - DEFINIÇÃO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS CONFORME OS DOIS MODELOS ESTRUTURAIS PROPOSTOS.

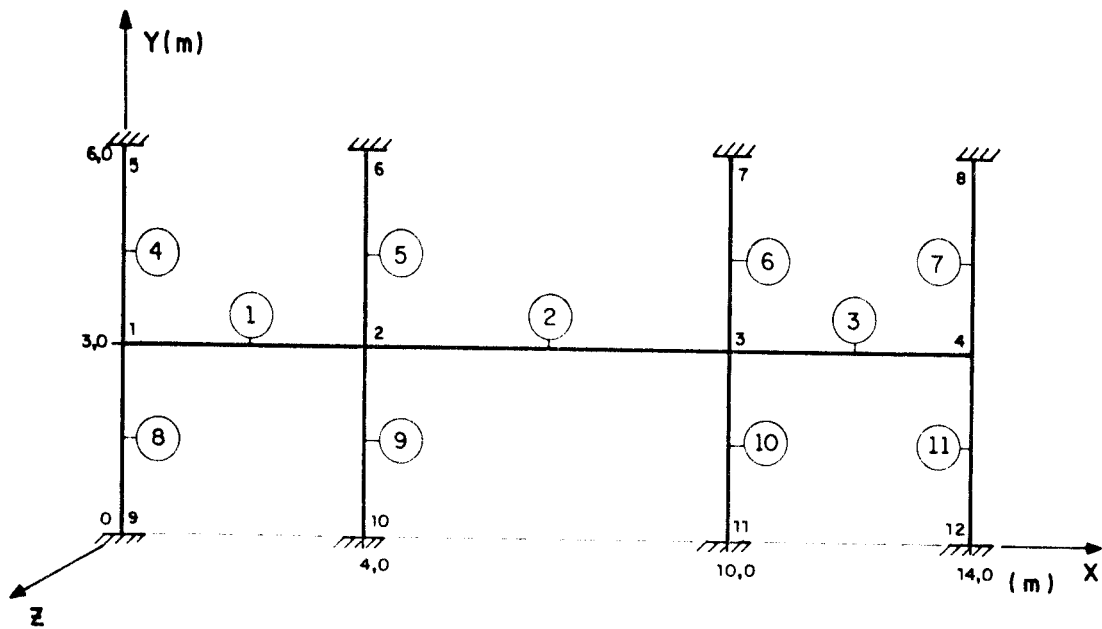


FIGURA 4.14 — NUMERAÇÃO DOS NÓS E DAS BARRAS

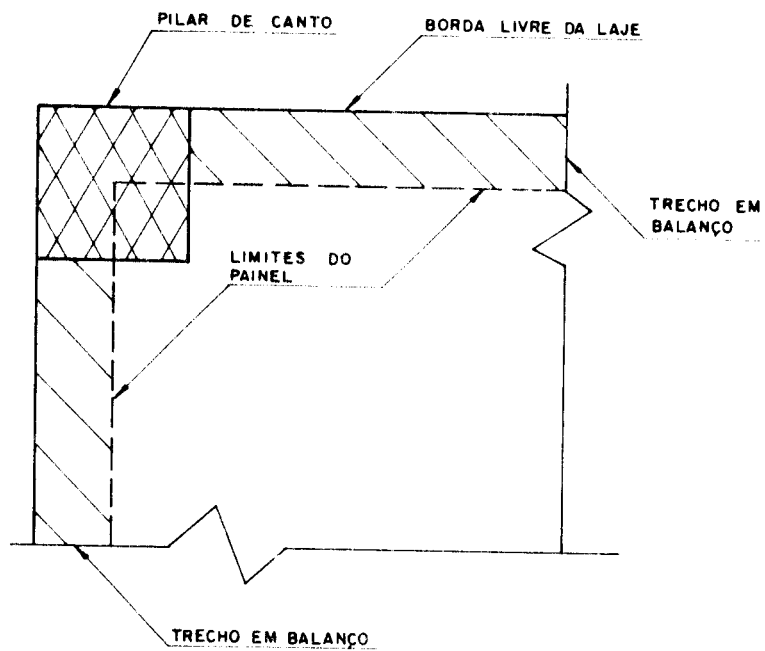


FIGURA 4.15 — ESQUEMA DAS PARTES DA LAJE EM BALANÇO

A seguir são apresentados exemplos de cálculo das propriedades de algumas barras.

a) Barras do Pórtico PX-1

Barra 1

$$\text{largura } (\ell_2) = 2,15 \text{ m};$$

$$\text{altura } (h) = 0,18 \text{ m};$$

Levando-se estes valores às fórmulas (4.7) e (4.8), vem:

$$A_1 = \ell_{2,1} \cdot h = 2,15 \cdot 0,18 = 0,387 \text{ m}^2$$

$$I_1 = \frac{\ell_2 \cdot h^3}{12} = \frac{2,15 \cdot 0,18^3}{12} = 1,045 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Barra 4

$$\text{largura } (b) = 0,30 \text{ m},$$

$$\text{altura } (h) = 0,30 \text{ m};$$

Fazendo-se $b = \ell_2$ e levando-se estes valores às fórmulas (4.7) e (4.8), vem:

$$A_4 = b \cdot h = 0,30 \times 0,30 = 0,09 \text{ m}^2$$

$$I_4 = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,30 \times 0,30^3}{12} = 6,75 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

b) Barras do Pórtico PX-21

Barra 1

$$\text{largura } (\ell_2) = 4,00 \text{ m},$$

$$\text{altura } (h) = 0,18 \text{ m};$$

Pelas equações (4.7) e (4.8), vem:

$$A_1 = \ell_2 \cdot h = 4,00 \cdot 0,18 = 0,72 \text{ m}^2$$

$$I_1 = \frac{\ell_2 \cdot h^3}{12} = \frac{4,00 \cdot 0,18^3}{12} = 1,944 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4.$$

Barra 4 (Pilares P_1 e P_5)

Neste caso, deverão ser utilizadas as fórmulas,

$$A_{i,j} = \frac{A_{i,j} + A_{i,j+1}}{2}, \quad e \quad \dots (4.9)$$

$$I_{i,j} = \frac{I_{i,j} + I_{i,j+1}}{2}. \quad \dots (4.10)$$

Dados:

Área da seção transversal do pilar $P_1 = 0,09 \text{ m}^2$,

Área da seção transversal do pilar $P_5 = 0,12 \text{ m}^2$,

Momento de inércia da seção transversal do pilar P_1

$$I_{p1} = 6,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4,$$

Momento de inércia da seção transversal do pilar P_5

$$I_{p5} = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4;$$

Levando-se estes valores às fórmulas (4.9) e (4.10), vem:

$$A_{4,21} = \frac{0,09 \cdot 0,12}{2} = 0,105 \text{ m}^2$$

$$I_{4,21} = \frac{6,75 \cdot 10^{-4} + 9,00 \cdot 10^{-4}}{2} = 7,875 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

As propriedades das demais barras foram calculadas em separado e foram lançadas na tabela 4.2.

4.6.3 - Definição dos Carregamentos

Conforme já foi enunciado no item 4.6.1, as reações de apoio dos pavimentos superiores, $R_{x,i}$, $R_{y,i}$, $R_{z,i}$, foram consideradas nulas; portanto, os carregamentos atuantes sobre os pórticos são os mesmos considerados no pré-dimensionamento, acrescidos das parcelas relativas aos balanços, que são obtidas como segue.

Nesse exemplo, os balanços considerados são as faixas de laje situadas fora da linha que limita os painéis externos (ver detalhe na figura 4.15), cuja largura é 0,15 m. No caso do pórtico PX-1, por exemplo, P_b e M_b são calculados como se indica a seguir.

a) P_b

Carga da faixa de laje = $0,15 \cdot 10,12 = 1,518$ kN/m,

peso próprio da parede = $3,0 \times 1,80 = 5,4$ kN/m;

Como o pórtico tem 2,15 m de largura, então,

$$P_b = 2,15 \cdot (1,518 + 5,4) = 14,874 \text{ kN}$$

b) M_b

A distância entre a linha de ação da resultante P_b e a borda livre do painel é 0,075 m, portanto,

$$M_b = 14,874 \cdot 0,075 = 1,115 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Para os demais pórticos, P_b e M_b foram calculados em separado e lançados diretamente na tabela 4.3, juntamente com os valores das cargas distribuídas $p \cdot \ell_2$.

Em relação aos sistemas de coordenadas global e local, as coordenadas (X,Y) de todos os nós, foram obtidas a partir da figura 4.14 e foi montada a tabela 4.4, estando as incidências das barras (n_j , n_k) na tabela 4.5.

TABELA 4.2.a - Áreas das seções transversais das barras (m²)

BARRA	PX-1	PX-2	PX-21	PX-22
1, 2, 3	0,387	0,900	0,720	1,080
4, 7, 8, 11	0,090	0,120	0,105	0,120
5, 6, 9, 12	0,120	0,160	0,280	0,160

TABELA 4.2.b - Momentos de inércia das seções transversais das barras ($\times 10^{-3}$ m⁴)

BARRA	PX-1	PX-2	PX-21	PX-22
1, 2, 3	1,045	2,43	1,944	2,916
4, 7, 8, 11	0,675	0,90	0,788	0,90
5, 6, 9, 10	1,600	2,13	1,865	2,13

TABELA 4.3 - Valores de P_b e M_b para todos os pórticos.

	PX-1	PX-2	PX-21	PX-22
P_b (kN)	-14,874	-34,590	-27,672	-41,508
M_b (kN·m)	() 1,115	() 2,594	() 2,075	() 3,1131

TABELA 4.4 - Coordenadas dos nós no sistema de referência global.

NÓ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
COORDENADA X (m)	0,00	4,00	10,00	14,00	0,00	4,00	10,00	14,00	0,00	4,00	10,00	14,00
COORDENADA Y (m)	3,00	3,00	3,00	3,00	6,00	6,00	6,00	6,00	0,00	0,00	0,00	0,00

TABELA 4.5 - Incidências das barras.

BARRA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
NÓ INICIAL (n _j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
NÓ FINAL (n _k)	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4

4.6.4 - Cálculo dos Esforços Solicitantes

Os esforços solicitantes foram calculados por um microcomputador de 16 bits, com a utilização de um programa, desenvolvido em linguagem FORTRAN, pelo mesmo autor deste trabalho. Esses esforços foram obtidos para as barras dos pórticos; portanto, nos casos das barras que representam as faixas de laje, se faz necessária a distribuição dos mesmos entre as meias-faixas laterais e centrais de cada uma dessas barras, conforme o item 4.4.2. Nos itens a seguir, serão apresentados alguns exemplos de distribuição dos momentos fletores.

4.6.5 - Distribuição no Pórtico PX-1

No caso do pórtico PX-1, conforme a figura 4.13, os momentos obtidos têm que ser distribuídos entre uma meia-faixa lateral e uma meia-faixa central, respectivamente as faixas 1 e 2 da figura 4.13. Os valores calculados ao longo das barras 1 e 2 do pórtico, a cada metro, estão apresentados na tabela 4.6.

TABELA 4.6 - Momentos nas barras 1 e 2 de PX-1.

X (m)	M (kN.m)
0,00	-21,180
1,00	12,681
2,00	19,184
3,00	-1,371
4,00	-49,080
	-79,030
5,00	-11,139
6,00	29,594
7,00	43,169

Exemplos para distribuição de M são apresentados a seguir.

a) Para $x = 0,0$; $M = -21,180 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Como o painel é externo e a laje é apoiada em pilares isolados, para a meia-faixa lateral, a porção do momento fletor vale:

$$\Delta M = 0,8 \cdot M = 0,8 \cdot (-21,180) = -16,944 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Dividindo-se este valor pela largura da faixa, $b = 1,15 \text{ m}$, vem:

$$m = \frac{-16,944}{1,15} = -14,734 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m}.$$

No caso da meia-faixa central, a porção do momento fletor que esta deve absorver vale: $\Delta M' = 0,2 \cdot M$,

$$\Delta M' = 0,2 \cdot (-21,180) = -4,236 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Como a largura da meia-faixa é $b = 1,00 \text{ m}$, o momento distribuído por metro de largura da faixa vale:

$$m = -4,236 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m}.$$

b) Para $x = 1,0 \text{ m}$; $M = 12,581 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Segundo o critério da tabela 4.1.a, no caso da meia-faixa lateral, $\Delta M = 0,60 \cdot M$.

Substituindo-se o valor de M, tem-se:

$$\Delta M = 0,60 \cdot 12,581 = 7,549 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Dividindo-se este valor pela largura da faixa, $b = 1,15 \text{ m}$, resulta:

$$m = \frac{7,549}{1,15} = 6,564 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m}.$$

Para o caso da meia-faixa central, $\Delta M' = 0,40 \cdot M$.

Substituindo-se o valor de M, vem:

$$M' = 0,40 \cdot 12,581 = 5,030 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Como a largura da meia-faixa central é $b = 1,00 \text{ m}$, o momento distribuído por unidade de largura vale:

$$m = 5,030 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m}.$$

4.6.6 - Distribuição no Pórtico PX-21

Com o cálculo do pórtico PX-21, os momentos obtidos para as barras 1 e 2 foram os da tabela 4.7.

TABELA 4.7 - Momentos nas barras 1 e 2 do pórtico pX-21.

x (m)	M (kN.m)
0,00	-25,57
1,00	21,83
2,00	28,79
3,00	-4,81
4,00	-78,89
	-116,50
5,00	-15,34
6,00	45,34
7,00	65,54

Apresenta-se, a seguir, exemplos de distribuição destes valores de M, segundo as prescrições da NBR-6118 [17].

a) Para $x = 0,00 \text{ m}$; $M = -25,57 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Como o momento é negativo, a porção que deverá ser absorvida por cada meia-faixa lateral vale:

$$\Delta M = 0,375 \cdot M = 0,375 \cdot (-25,57) = -9,544 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Como a largura de cada meia-faixa lateral é $b = 1,00 \text{ m}$, o momento distribuído por metro de largura da faixa resulta:

$$m = -9,544 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m} \text{ (momento nas faixas 1 e 4).}$$

Para as meias-faixas centrais, a porção do momento fletor a ser absorvida por cada uma vale:

$$\Delta M' = 0,125 \cdot M = 0,125 \cdot (-25,57) = -3,196 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Como cada meia-faixa central tem $1,00 \text{ m}$ de largura, o momento distribuído por metro resulta:

$$m = -3,196 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m} \text{ (momento nas faixas 2 e 3).}$$

b) Para $x = 1,00 \text{ m}$; $M = 21,83 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Como o momento é positivo, cada meia-faixa lateral deverá absorver uma parte desse valor, equivalente a:

$$\Delta M = 0,275 \cdot M = 0,275 \cdot 21,83 = 6,003 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Como as larguras destas meias-faixas também valem $b = 1,00 \text{ m}$, o momento fletor distribuído, por metro de largura resulta:

$$m = 6,003 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m} \text{ (momento nas faixas 1 e 4).}$$

No caso das meias-faixas centrais, a porção do momento fletor que deverá ser absorvido por cada uma delas vale:

$$\Delta M' = 0,225 \cdot M = 0,225 \cdot 21,83 = 4,91 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Dividindo-se este valor pela largura de cada meia-faixa, $b = 1,00 \text{ m}$, o momento fletor distribuído, por metro de largura resulta:

$$m = 4,91 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{m} \text{ (momento nas faixas 2 e 3).}$$

A seguir, nas figuras 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19,

estão traçados os diagramas de momentos fletores, por metro de largura de faixa, para as faixas 1, 2, 5 e 6, onde se pode ter uma boa visualização da semelhança entre os valores dos esforços fornecidos pelos dois modelos.

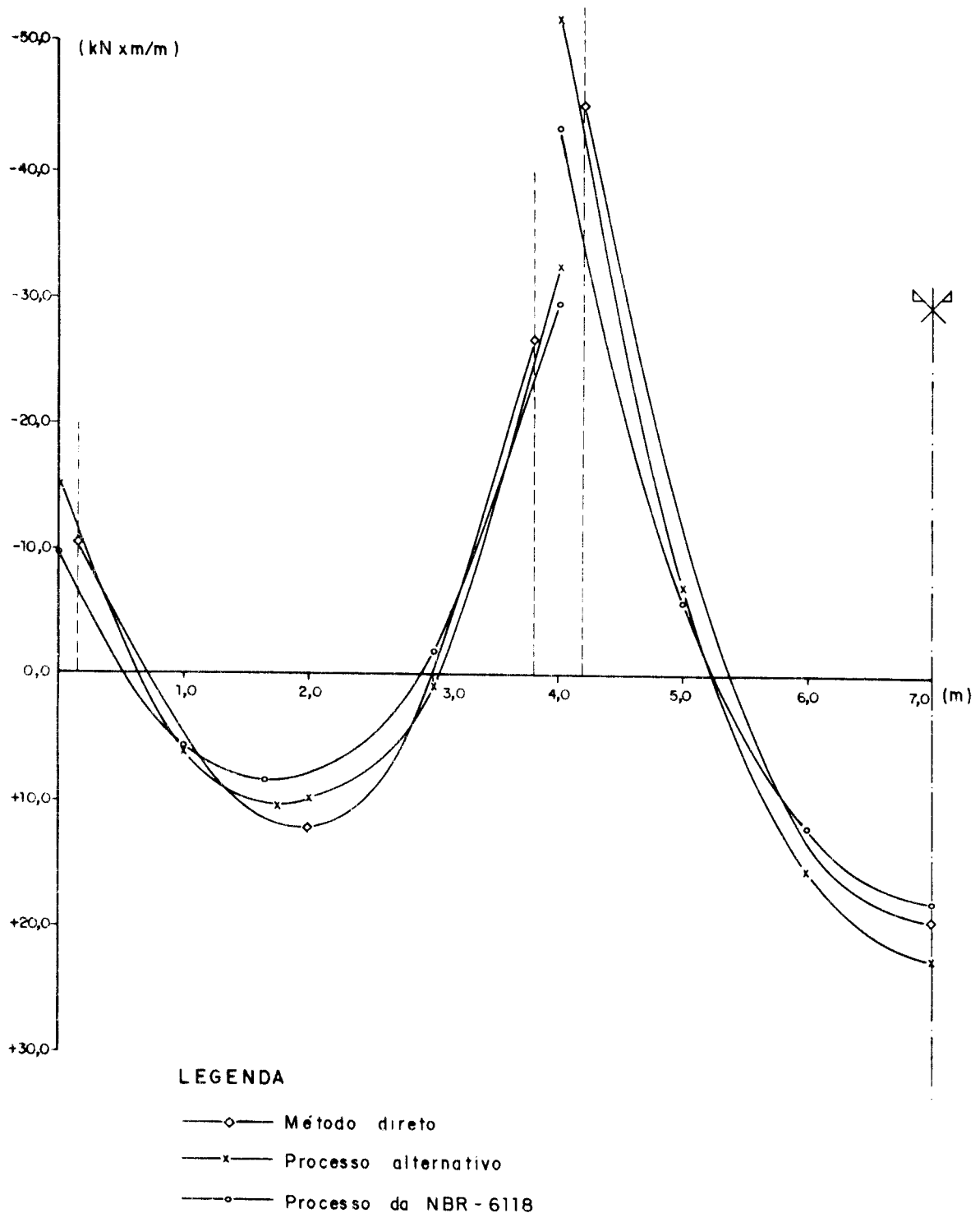


FIGURA 4.16 - DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES PARA A FAIXA 1.

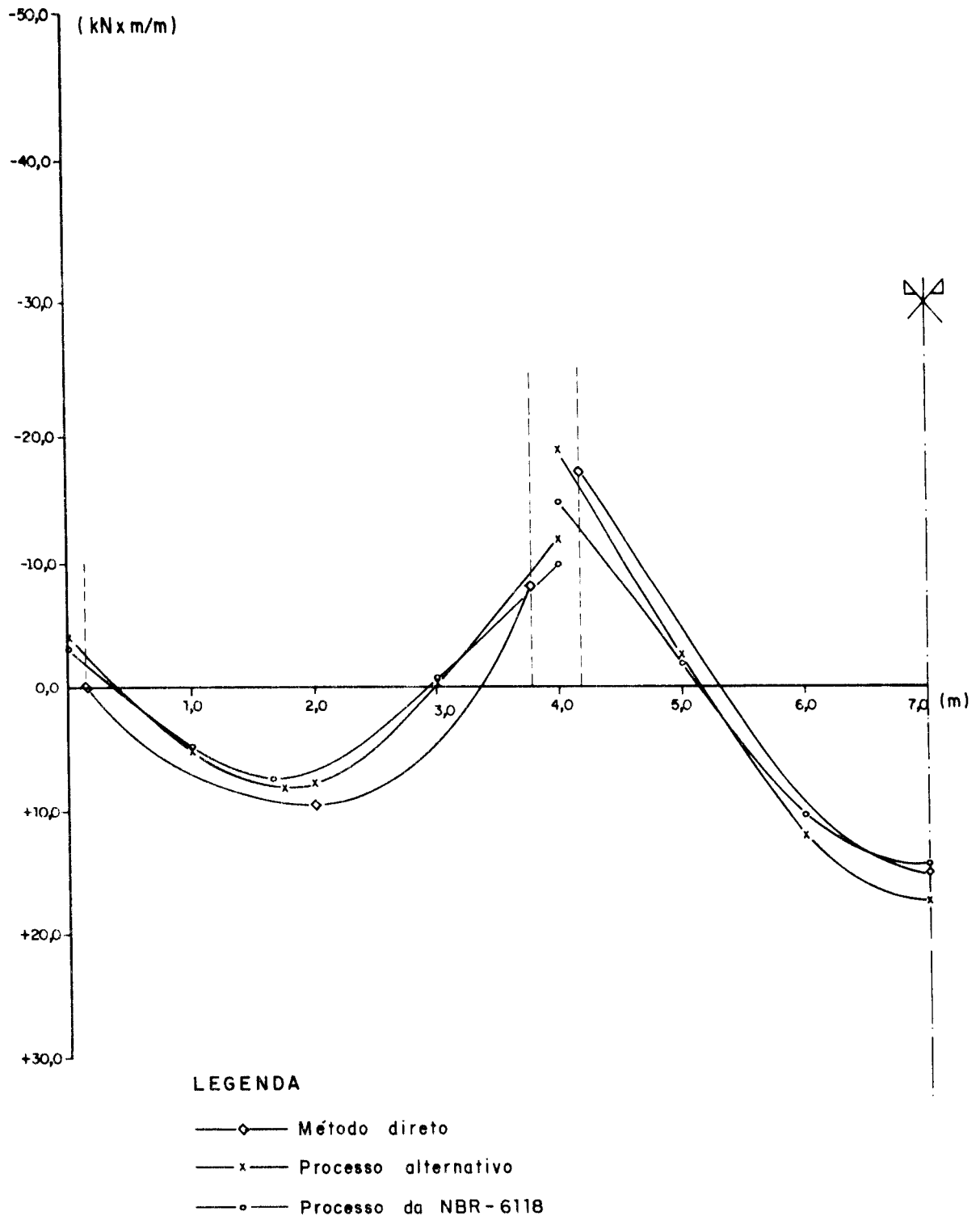


FIGURA 4.17 - DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES PARA A FAIXA 2.

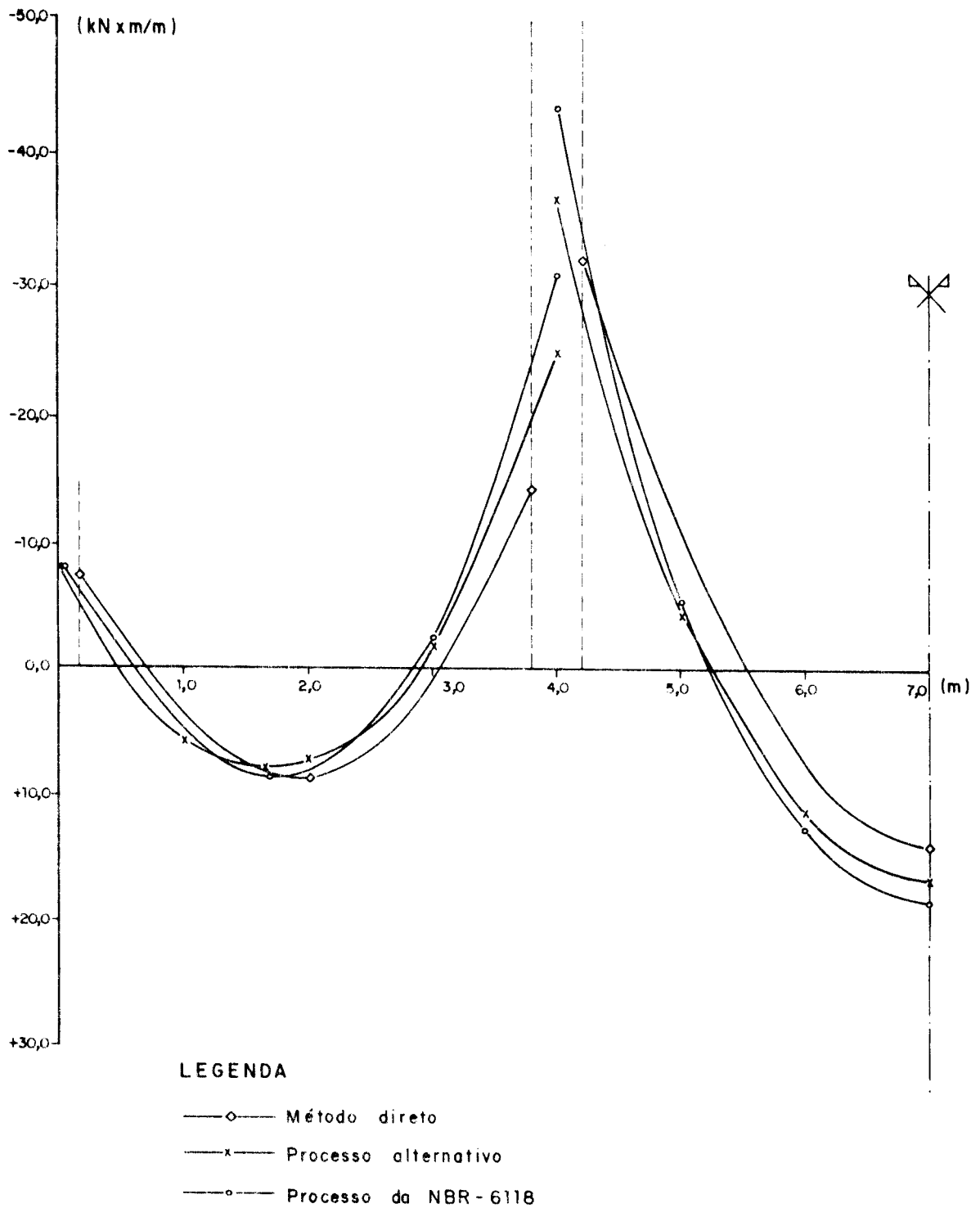


FIGURA 4.18 - DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES PARA A FAIXA 5.

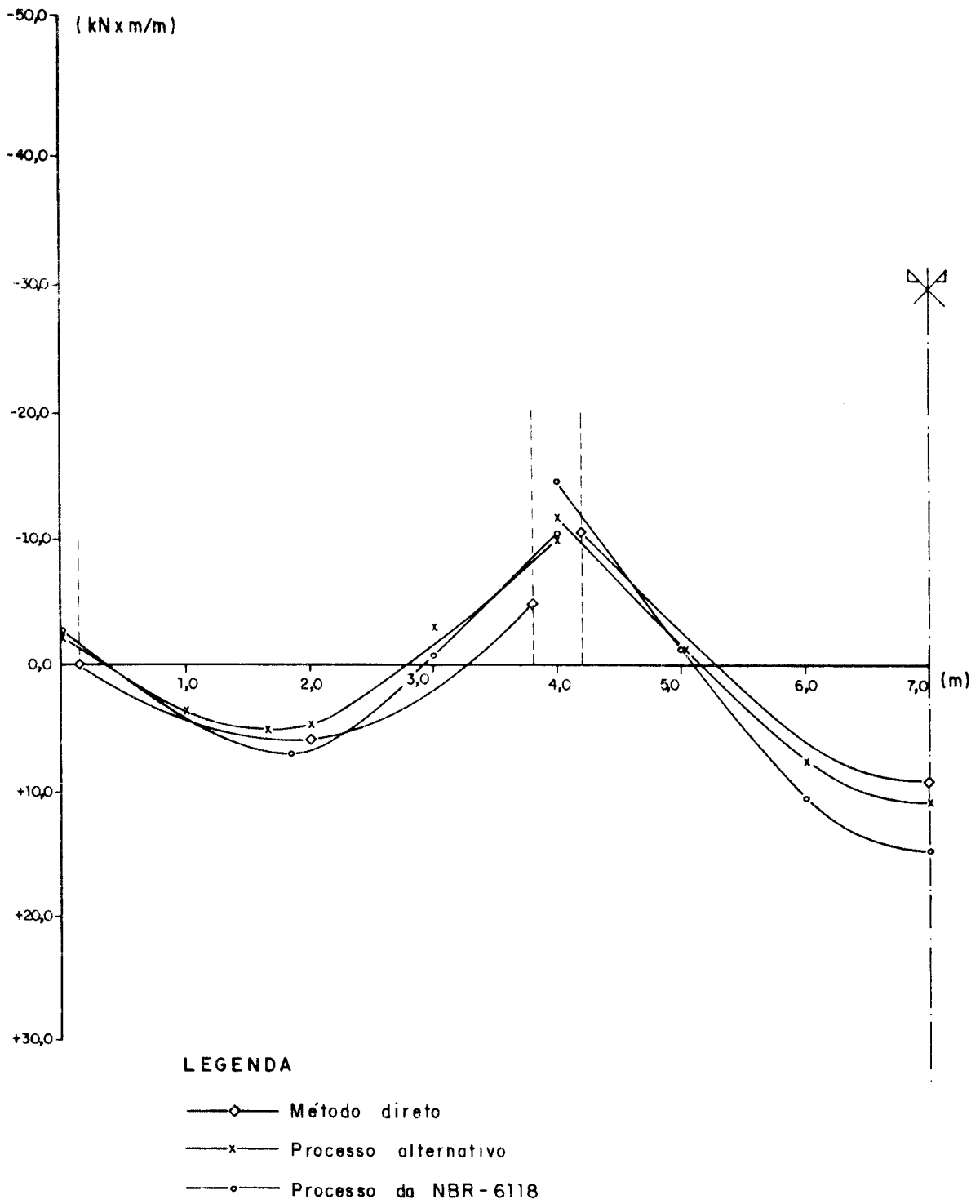


FIGURA 4.19 - DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES PARA A FAIXA 6.

CAPÍTULO 5

ANALOGIA DE GRELHA

5. PROCESSO DA ANALOGIA DE GRELHA

5.1 - Generalidades

Nos capítulos anteriores, relativos ao pré-dimensionamento e ao cálculo pelo Processo dos Pórticos Múltiplos, as lajes-cogumelo foram tratadas como pórticos ou como vigas, isto é, sendo submetidas a carregamentos segundo os planos que continham essas estruturas. No entanto, a situação real é que as lajes em geral, e não apenas as lajes-cogumelo, são estruturas planas, cujos carregamentos, na sua maioria, atuam perpendicularmente ao plano da estrutura.

Pelo fato de as placas serem meios contínuos planos, qualquer carregamento aplicado a essas estruturas é suportado por uma distribuição tridimensional de tensões normais e tangenciais (figura 5.1). Dessa forma, se tomado um pequeno elemento da estrutura para estudo de seu equilíbrio, nas equações aparecerão parcelas referentes aos esforços cortantes, momentos fletores e momentos torçores, todos eles segundo duas direções ortogonais (x-y), além de parcelas relativas ao carregamento aplicado. Examinando-se essas equações (equações 5.6, 5.7 e 5.8), pode-se perceber que são bastante diferentes das obtidas quando se estuda o

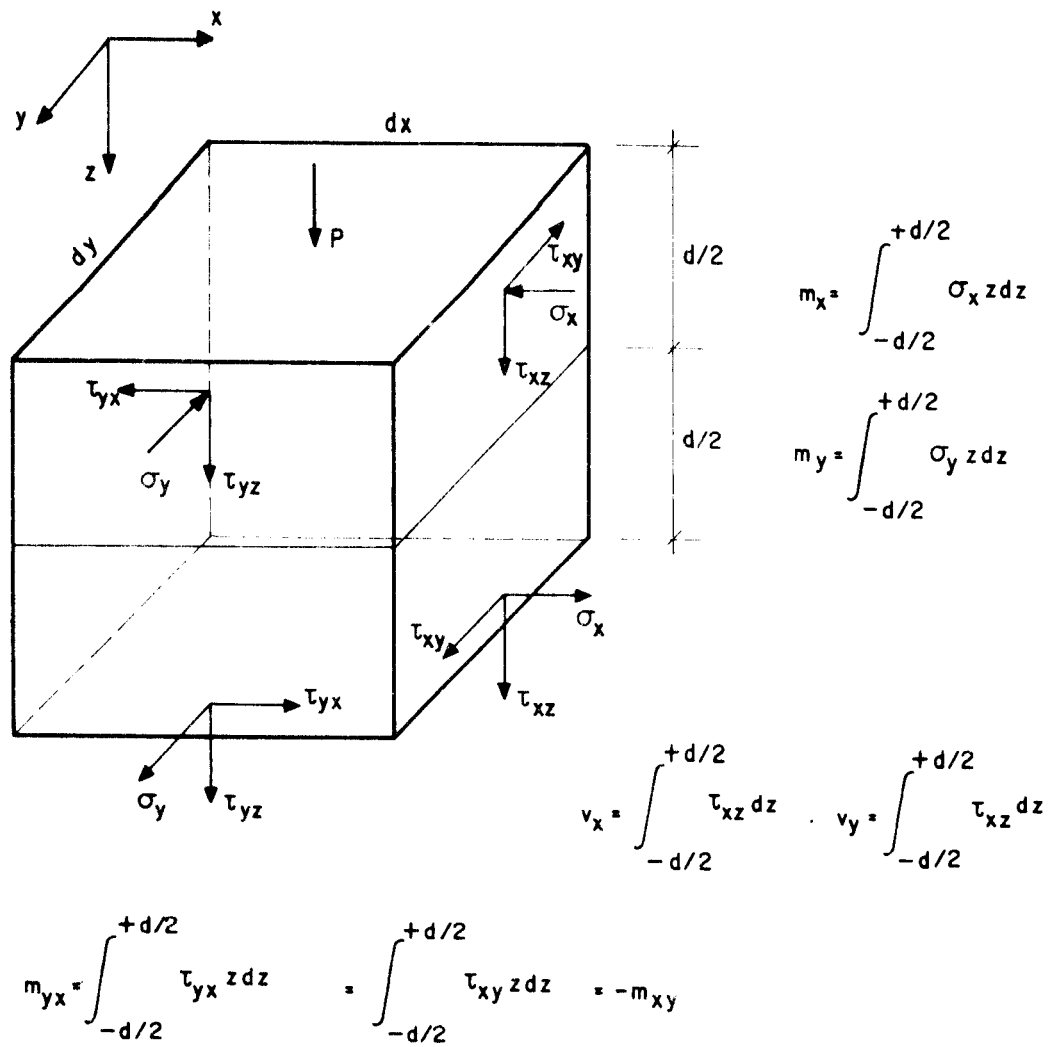


FIGURA 5.1 — ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM UM ELEMENTO INFINITESIMAL DE PLACA

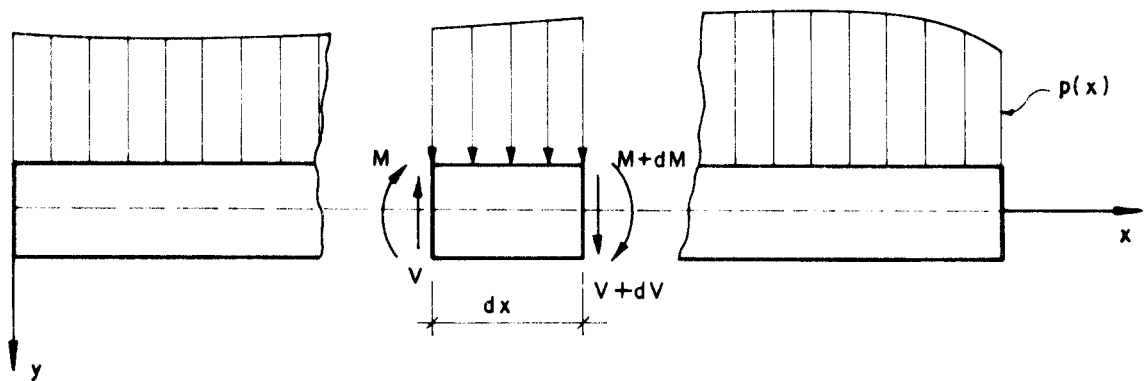


FIGURA 5.2 — ELEMENTO INFINITESIMAL DE VIGA (dx) EM EQUILÍBRIO SOB A AÇÃO DA CARGA $p(x)$

equilíbrio do mesmo elementos de laje, admitindo-se que essa se comporte como parte de um pórtico.

Para que se visualize a diferença entre o comportamento de um elemento infinitesimal de pórtico e um de placa, a seguir é feito um estudo sumário do equilíbrio de ambos.

Inicialmente, para o caso de pórticos ou vigas, submetidos a um carregamento distribuído $p(x)$ (figura 5.2), um elemento de comprimento infinitesimal dx tem seu equilíbrio descrito pelas seguintes equações:

a) O equilíbrio à translação impõe,

$$p(x) dx + dV = 0,$$

donde,

$$\frac{dV}{dx} = -p(x) ; \quad (5.1)$$

b) O equilíbrio à rotação impõe,

$$dM - V dx = 0,$$

donde,

$$\frac{dM}{dx} = V ; \quad (5.2)$$

eliminando-se V ,

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -p(x) . \quad (5.3)$$

Estudando-se as deformações da barra pela resistência dos materiais, obtém-se a relação entre a curvatura d^2y/dx^2 e o momento fletor M , que é a conhecida equação da linha elástica,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M}{EI} . \quad (5.4)$$

Para esse caso em estudo, em que a ação externa é $p(x)$ e não M , a equação (5.4) fica:

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{p(x)}{EI}. \quad (5.5)$$

Antes de se estudar o equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa, é oportuno lembrar alguns conceitos relativos ao comportamento elástico das placas.

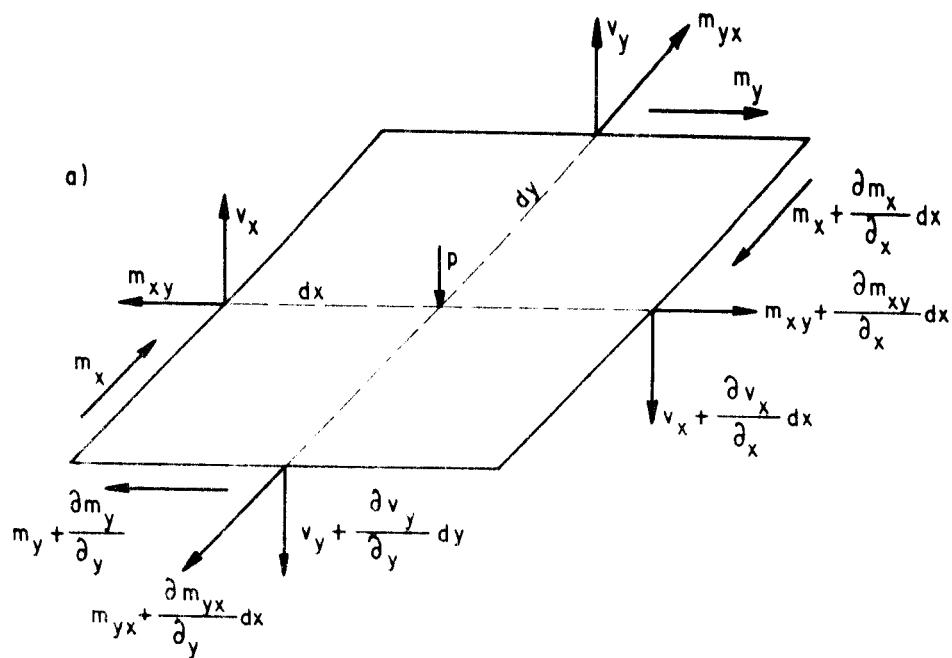
- **Placas isótropas** - são placas que possuem idênticas propriedades elásticas segundo todas as direções no seu plano.
- **Placas ortótropas** - são placas que possuem diferentes propriedades elásticas em duas direções ortogonais no seu plano.

Uma análise da natureza das placas ortótropas leva a uma divisão do universo dessas estruturas em dois grupos, como se segue.

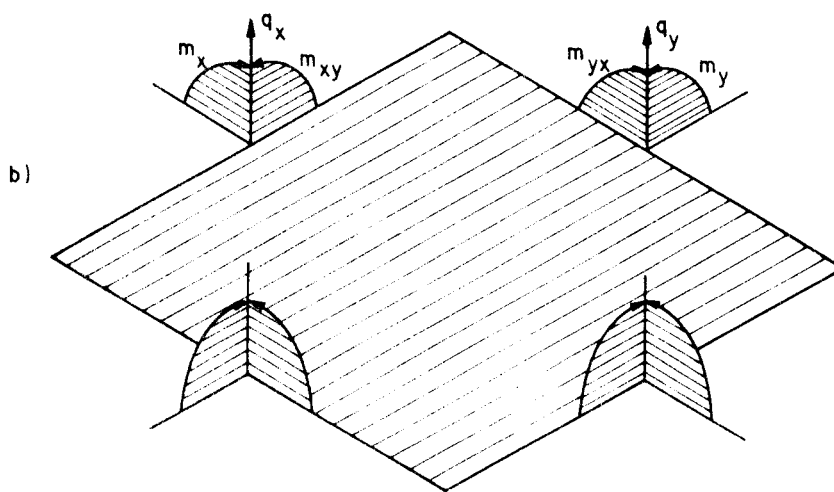
O primeiro apresenta ortotropia resultante de diferenças nas propriedades físicas do material, por exemplo, a estrutura cristalina do material é orientada em duas direções perpendiculares. As estruturas enquadradas nesse grupo são denominadas de naturalmente ortótropas.

O segundo grupo inclui elementos que são reforçados, para lhes conferir resistência e estabilidade, adaptando sua geometria ou acrescentando peças de diferentes materiais. Em alguns casos, os elementos, apesar de serem formados por materiais isótropos, devem ser considerados como ortótropos, devido às suas formas geométricas. Um caso típico é o das lajes nervuradas. Os elementos pertencentes a esse segundo grupo são denominados de estruturalmente ou tecnicamente ortótropo.

Retomando o estudo do equilíbrio do elemento infinitesimal de placa (figura 5.3), submetido ao carregamento distribuído segundo a lei $p(x,y)$, as relações que des-



- Esforços solicitantes por unidade de largura



- Sentidos convecionados positivos para os esforços solicitantes

FIGURA 5.3 - EQUILÍBRIO DE UM ELEMENTO INFINITESIMAL DA PLACA

crevem seu equilíbrio, supondo a placa isotrópica, são:

a) Equilíbrio à translação vertical impõe:

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} dx\right) dy + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} dy\right) dx + p dx dy = 0$$

isto é,

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = -p \quad (5.6)$$

b) A rotação em torno do eixo x impõe:

$$(v_y dx) dy - \left(\frac{\partial m_y}{\partial y} dy\right) dx + \left(\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} dx\right) dy = 0$$

isto é,

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} - \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = v_y \quad (5.7)$$

c) A rotação em torno do eixo y impõe:

$$-(v_x dy) dx + \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} dx\right) dy + \left(\frac{\partial m_{xy}}{\partial y} dy\right) dx = 0$$

isto é,

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = v_x \quad (5.8)$$

Agrupando as equações (5.6), (5.7) e (5.8) em uma só, fica:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p \quad (5.9)$$

Como o problema é hiperestático, já que existem cinco incógnitas a determinar, m_x , m_y , m_{xy} , v_x e v_y , e apenas três equações, faz-se necessário o estudo das deformações (estudo detalhado sobre o assunto pode ser encontrado em TROITSKY [47]), o que conduz às expressões apresentadas a seguir.

$$a) \frac{\sigma_x}{z} = \frac{M_x}{i} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{R_x} + \nu \frac{1}{R_y} \right), \text{ donde}$$

$$M_x = - \frac{E h^3}{(1-\nu^2) 12} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right); \quad (5.10)$$

$$b) \frac{\sigma_y}{z} = \frac{M_y}{i} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{R_y} + \nu \frac{1}{R_x} \right), \text{ donde}$$

$$M_y = - \frac{E h^3}{(1-\nu^2) 12} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right); \quad (5.11)$$

$$c) \frac{\tau_{xy}}{z} = \frac{M_{xy}}{i} = \frac{E h^3}{(1+\nu) 12} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \right), \text{ donde,}$$

fazendo-se $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ e $C = \frac{h^3}{6}$, vem,

$$M_{xy} = c G \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \right), \quad (5.12)$$

onde:

z = distância vertical de um ponto da placa em relação ao eixo neutro;

i = $h^3/12$ = momento de inércia da placa à flexão por unidade de largura;

R_x, R_y = raios de curvatura da placa fletida segundo as direções x e y , respectivamente;

C = momento de inércia da placa à torção por unidade de largura.

Para as placas ortótropas, as equações (5.10), (5.11) e (5.12) tomam uma forma mais complicada, já que os valores de E e ν são diferentes segundo duas direções ortogonais. Assim, segundo TROITSKY [47], essas equações se transformam em:

$$a) M_x = -D_x \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right); \quad (5.13)$$

$$b) M_y = -D_y \left(\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right); \quad (5.14)$$

$$c) M_{xy} = -2 D_{xy} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \right). \quad (5.15)$$

Nestas equações, tem-se:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{(1-\nu_x \nu_y) 12} ;$$

$$D_y = \frac{E_y h^3}{(1-\nu_x \nu_y) 12} ;$$

$$D_{xy} = \frac{E_x E_y h^3}{[E_x (1+\nu_{yx}) + E_y (1+\nu_{xy})] 12} .$$

A manipulação das equações vistas aqui, para obtenção das distribuições das solicitações, é bastante complexa, de tal forma que a solução rigorosa dos problemas só foi possível para poucos casos de placas, com formatos e carregamentos particulares. Algumas dessas soluções podem ser encontradas em ROWE [48], JAEGER [49] e PUCHER [50]. Por outro lado, as placas encontradas na prática também não possuem propriedades que sejam exatamente as de placas ortótropas ou isótropas, resultando na necessidade de se adotar modelos estruturais aproximados e com formulações matemáticas mais simples, para se poder analisar o comportamento dessas estruturas.

Entre todos os modelos propostos, provavelmente, o que consegue aliar simplicidade, baixo custo de processamento e acurácia nos resultados é o da Analogia de Grelha, cuja formulação, com o nível de detalhamento necessário ao seu uso em projetos, é apresentado a seguir.

5.2 - Modelo Estrutural

O modelo, utilizado inicialmente em computadores por LIGHTFOOT e SAWKO [51], consiste em se representar o tabuleiro por uma grelha (figura 5.4), chamada de grelha equivalente, de forma que as rigidezes à flexão e à torção, dispersas por toda a placa, sejam supostas concentradas nas barras dessa grelha.

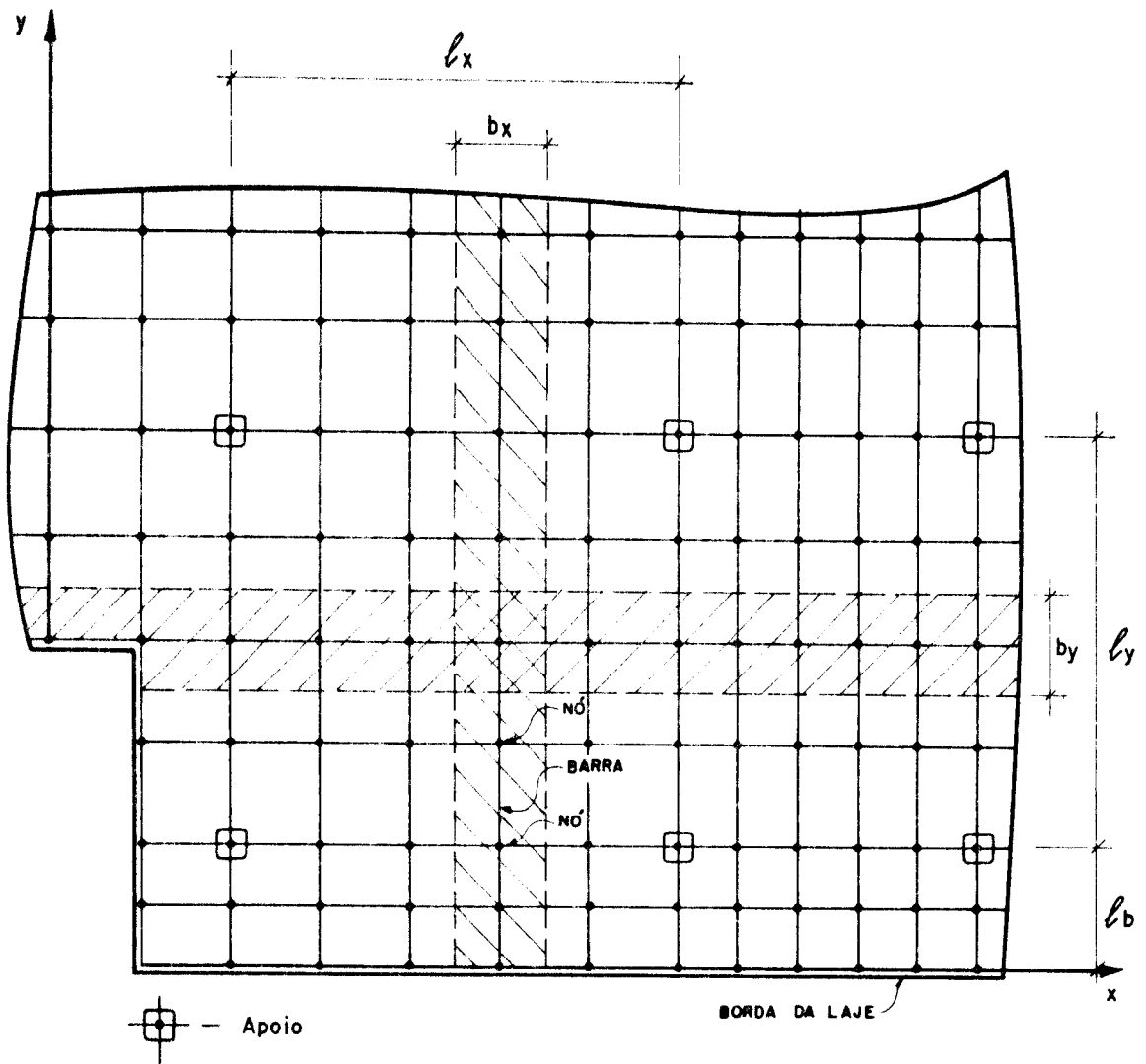


FIGURA 5.4 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UMA LAJE POR ANALOGIA DE GRELHA

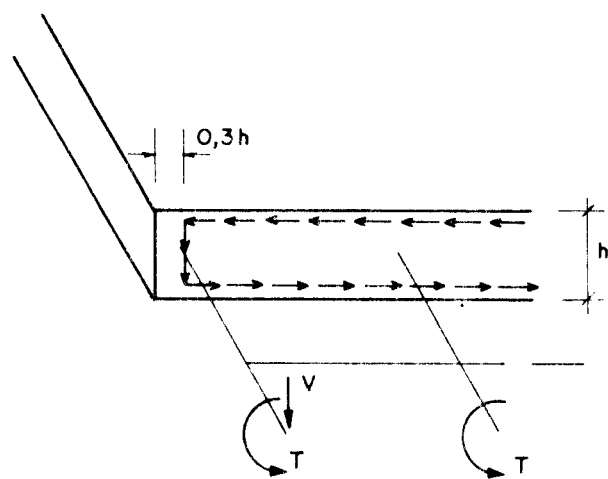


FIGURA 5.5 — TRAJETÓRIA DA RESULTANTE DAS TENSÕES DE CISCALHAMENTO (V) PRÓXIMAS ÀS BORDAS LIVRES

A grelha ideal seria aquela que, quando solicitada pelo mesmo carregamento que a laje equivalente, apresentasse as mesmas deformações, bem como, os esforços solicitantes, em qualquer barra da grelha, fossem iguais às resultantes nas seções transversais das porções de placa que essas barras representassem. No entanto, esse comportamento pode apenas ser aproximado, devido às diferentes características dos dois tipos de estrutura.

Para que a aproximação do comportamento da laje seja a melhor possível, é necessário dispor a malha de maneira apropriada, bem como, conferir a cada barra propriedades adequadas.

5.2.1 - Definição da malha

Devido à grande variedade na forma e no carregamento das lajes-cogumelo, não há um processo determinístico, que conduza sempre à malha adequada. O que há são regras gerais, que devem ser obedecidas e adaptadas a cada situação de projeto, e que são descritas a seguir.

- a) Para placas isótropas, cada barra deverá ter uma largura no máximo igual a 1/4 do vão transversal a seu eixo (figura 5.4).

$$b_x \leq \frac{l_x}{4} ;$$

$$b_y \leq \frac{l_y}{4} .$$

- b) Para placas ortótropas, na direção da menor inércia, dever-se-á tomar barras com larguras no máximo iguais a 40% do vão transversal ao seu eixo. Se houver dúvida quanto à isotropia ou ortotropia da placa a ser analisada, adotar-se-á o critério da letra a.
- c) Quanto menores forem a largura e o comprimento das bar-

ras e, portanto, mais densa a malha, melhores serão os resultados. Entretanto, essa melhora cessará, quando a largura das barras for menor que 2 ou 3 vezes a espessura da placa. Para lajes-cogumelo com pilares articulados, uma densidade de 1 a 2 nós/m² de laje será suficiente para um dimensionamento seguro e econômico.

- d) Para as partes das lajes em balanço, será necessário alocar-se ao menos duas barras transversais a seu vão (ver figura 5.4, no trecho em balanço l_b).
- e) Dever-se-á sempre, colocar uma linha de barras no contorno livre da placa, a uma distância da borda igual a $0,3h$. Essa linha de barras é necessária, segundo HAMBLY [52], porque a resultante vertical das tensões de cisalhamento devidas à torção, passam por esse ponto (ver figura 5.5).
- f) Junto às regiões de grandes concentrações de esforços, tais como apoios ou cargas concentradas, é recomendável dispor-se uma malha, cuja largura das barras não seja superior a 3 ou 4 vezes a espessura da placa.
- g) Orifícios na laje, cuja maior dimensão não exceda a $3h$, não precisam ser discretizados, a menos que estejam muito próximos dos pilares, interrompendo um importante fluxo de esforços. Para aberturas maiores, o tratamento deve ser o mesmo das bordas livres, valendo as mesmas recomendações anteriores.

5.2.2 - Propriedades geométricas das barras

a) Momento de inércia à flexão

Sendo i_x e i_y os momentos de inércia de uma placa ortótropa por unidade de largura, segundo as direções x e y , respectivamente, tal que:

$$i_x = \frac{h^3}{12} ; \quad (5.16)$$

$$i_y = \frac{h^3}{12} ; \quad (5.17)$$

o momento de inércia de barras paralelas ao eixo x será (sendo b_y a largura da linha de barras):

$$I_x = b_y \cdot i_x \quad (5.18a)$$

e para uma linha de barras de largura b_x , paralela ao eixo y , será:

$$I_y = b_x \cdot i_y \quad (5.19a)$$

Para os casos de lajes isotrópicas,

$$i_x = i_y = i = \frac{h^3}{12} \quad (5.20)$$

e as equações (5.18a) e (5.19a) se tornam

$$I_x = b_y \cdot i \quad (5.18b)$$

$$I_y = b_x \cdot i \quad (5.19b)$$

b) Momento de inércia à torção

Foi visto nas integrais indicadas na figura 5.1, que o equilíbrio do elemento de laje implica na igualdade $M_{xy} = M_{yx}$, bem como, a equação (5.12) mostra que as deformações que ocorrem na laje devidas ao momento torçor são dadas por $\partial^2 p / \partial x \partial y$.

Conseqüentemente, as barras transversais e longitudinais da grelha equivalente devem ter o mesmo momento de inércia à torção por unidade de largura, segundo as duas direções. Uma aproximação para esse valor foi proposta por HUBER [53] e é dada por:

$$c = 2 \sqrt{(i_x \cdot i_y)} \quad (5.21)$$

Portanto, os momentos de inércia à torção de barras da grelha equivalente de uma laje ortótropa, são dados por:

- Para uma linha de barras de largura b_x , paralela ao eixo y ,

$$C_x = b_y \cdot C ; \quad (5.22)$$

- Para uma linha de barras de largura b_y , paralela ao eixo x ,

$$C_y = b_x \cdot C . \quad (5.23)$$

Para as placas isótropas, o valor da constante C dado pela equação (5.12) é:

$$C = \frac{h^3}{6} , \quad (5.24)$$

que é o dobro do valor do momento de inércia à flexão por unidade de largura, dado na equação (5.20) por:

$$i = \frac{h^3}{12} .$$

Comparando-se os valores de C e i para as lajes isótropas tem-se:

$$C = 2 i \quad (5.25)$$

relação que seria obtida pela equação (5.21) com $i_x = i_y$.

Para as linhas de barras junto ao contorno livre da placa, no cálculo do momento de inércia à torção, deve-se considerar a largura de cálculo igual a $b - 0,3 \cdot h$, ou seja:

$$C_x = (b_y - 0,3 \cdot h) \cdot C , \quad (5.26)$$

$$C_y = (b_x - 0,3 \cdot h) \cdot C , \quad (5.27)$$

respectivamente para as bordas paralelas aos eixos x e y.

5.2.3 - Parâmetros elásticos equivalentes para o concreto

O principal objetivo da fixação dos parâmetros elásticos equivalentes para o concreto, consiste na avaliação aproximada das flechas que acontecem na laje, além da correta proporção entre momentos flettores e momentos torçores. Essa é uma tarefa particularmente difícil, pelo fato de que parte da laje trabalha no Estádio I e parte no Estádio II, somando-se a isso o efeito da retração e deformação lenta do concreto. Entretanto, segundo TAKEYA [41], verificou-se que, a nível de pré-dimensionamento, se pode ter uma avaliação razoavelmente segura das flechas, em lajes-cogumelo, considerando para módulo de deformação do concreto os valores da tabela 5.1, já incluído o efeito da deformação lenta.

TABELA 5.1 - Módulo de deformação do concreto em função da resistência característica

f_{ck} (MPa)	E_c (MPa)
15	14.000
18	16.600
20	17.500

Em regiões onde a umidade relativa do ar é muito baixa, os valores de E_c anteriores devem ser multiplicados por 0,75.

Segundo o mesmo autor, para a determinação do módulo de deformação transversal, pode-se utilizar a seguinte relação:

$$G_c = 0,15 E_c \quad (5.28)$$

que leva em conta, de maneira aproximada, os efeitos da fissuração da laje.

5.2.4 - Influência das rigidezes dos pilares no comportamento da laje

A consideração do efeito das rigidezes dos pilares nas lajes-cogumelo pode ser feita através de um processo aproximado, que consiste em se acrescentar, aos apoios da grelha equivalente, molas ortogonais (figura 5.6), com rigidezes equivalentes às do pilar, conforme o critério a seguir.

a) Rigidezes dos pilares à flexão

- lajes do primeiro pavimento

$$K = \frac{7 E_c I}{\ell} ; \quad (5.29)$$

- lajes de cobertura

$$K = \frac{3 E_c I}{\ell} ; \quad (5.30)$$

- lajes intermediárias

$$K = \frac{6 E_c I}{\ell} . \quad (5.31)$$

onde:

ℓ é o pé direito médio entre os pavimentos;

K é a rigidez do pilar à flexão segundo a direção considerada.

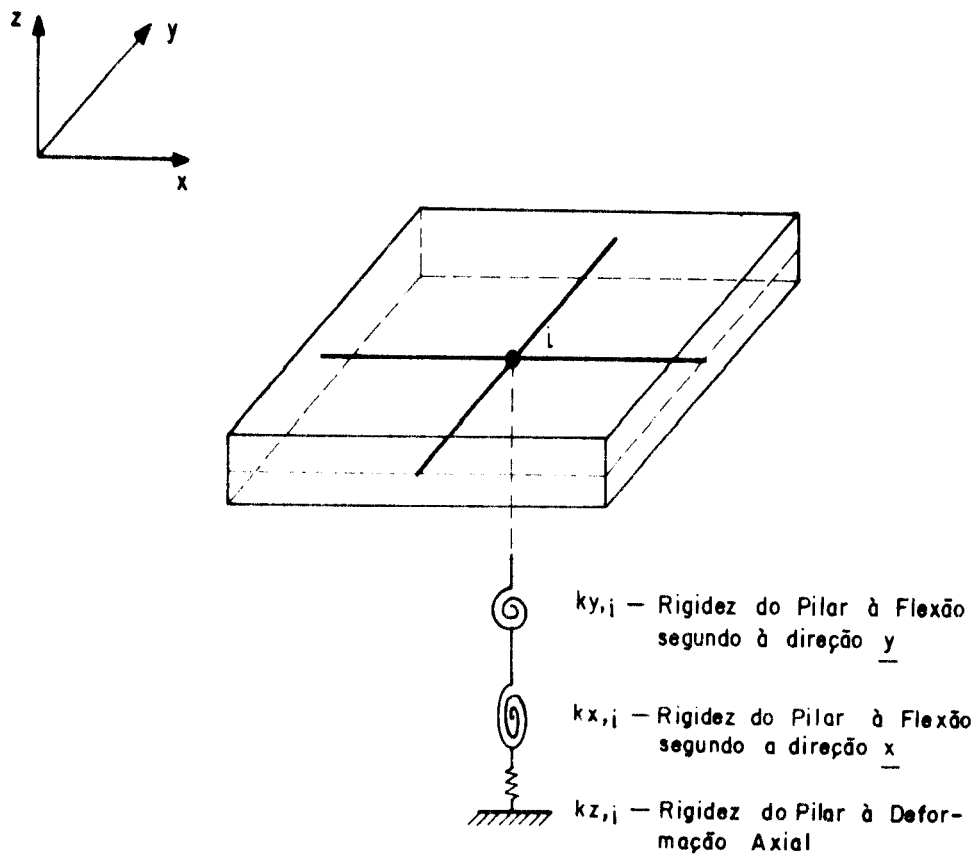


FIGURA 5.6 — MOLAS COM RIGIDESES EQUIVALENTES ÀS DO PILAR DE APOIO, NO NÓ i DA GRELHA EQUIVALENTE

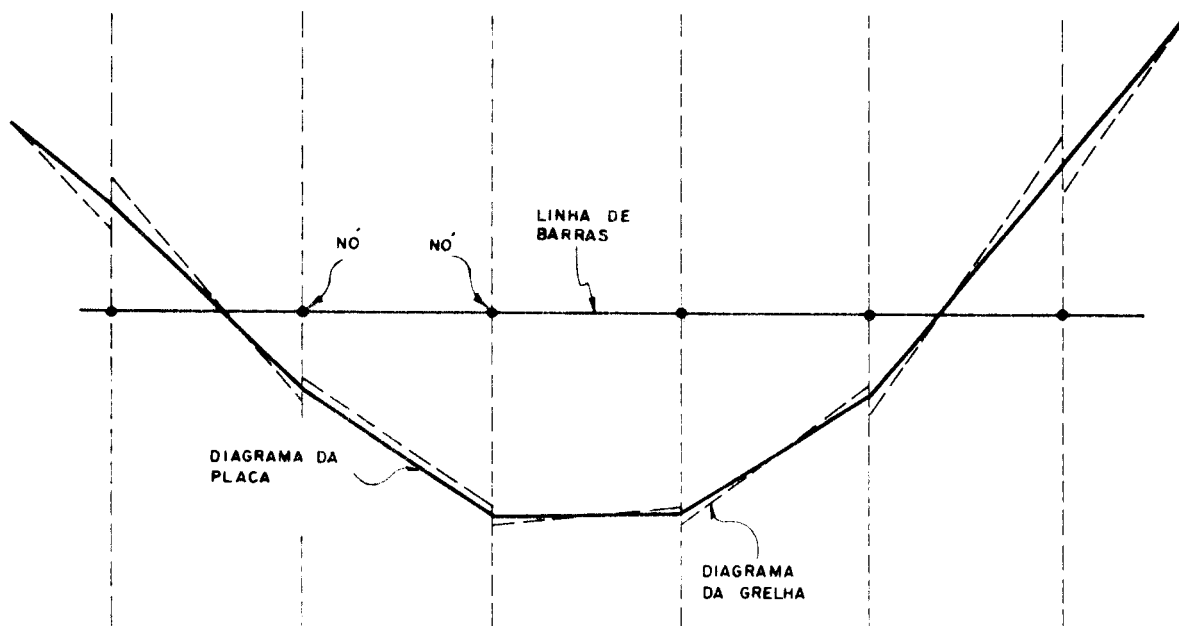


FIGURA 5.7 — OBTENÇÃO DO DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES DA PLACA A PARTIR DO DIAGRAMA DA GRELHA

b) Rigidez dos pilares às deformações axiais

Devido à natureza aproximada do método, bem como a magnitude dessas deformações, sua influência não será considerada no cálculo.

5.3 - Análise dos Resultados

Uma vez calculados os esforços que atuam na grelha, deve-se dividi-los pela largura das barras correspondentes, de maneira a se obter os esforços por unidade de largura, que atuam na placa.

Ao se desenhar os diagramas de momentos fletores da grelha, percebe-se descontinuidades do tipo "dente de serra" junto aos nós (figura 5.7), provocados pelo efeito do momento torçor das barras transversais à linha de barras consideradas. Deve-se tomar, então, o momento fletor médio nesses pontos, fazendo o diagrama da placa passar por esses pontos médios.

O diagrama de momentos fletores da laje poderá ser "arredondado" junto aos apoios, já que a grelha é calculada supondo apoios pontuais, o que na realidade não acontece. Essa modificação do diagrama pode ser feita utilizando-se o critério a seguir. Sejam M_a e M_b os momentos fletores que atuam nos pontos a e b da figura 5.8 e $M_{m\acute{a}x}$ o momento junto ao nó de apoio. O momento fletor a ser considerado no dimensionamento será:

$$M_{arred} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{2} + \frac{M_A + M_B}{4} \quad (5.32)$$

Pode-se, ainda, fazer uma consideração de plasticificação da laje junto ao pilar, reduzindo-se de 25 a 30% a rigidez das barras da grelha que concorrem em um nó de apoio. Verificou-se, segundo TAKEYA [41], em diversas lajes já construídas, que tal procedimento não provoca o apareci

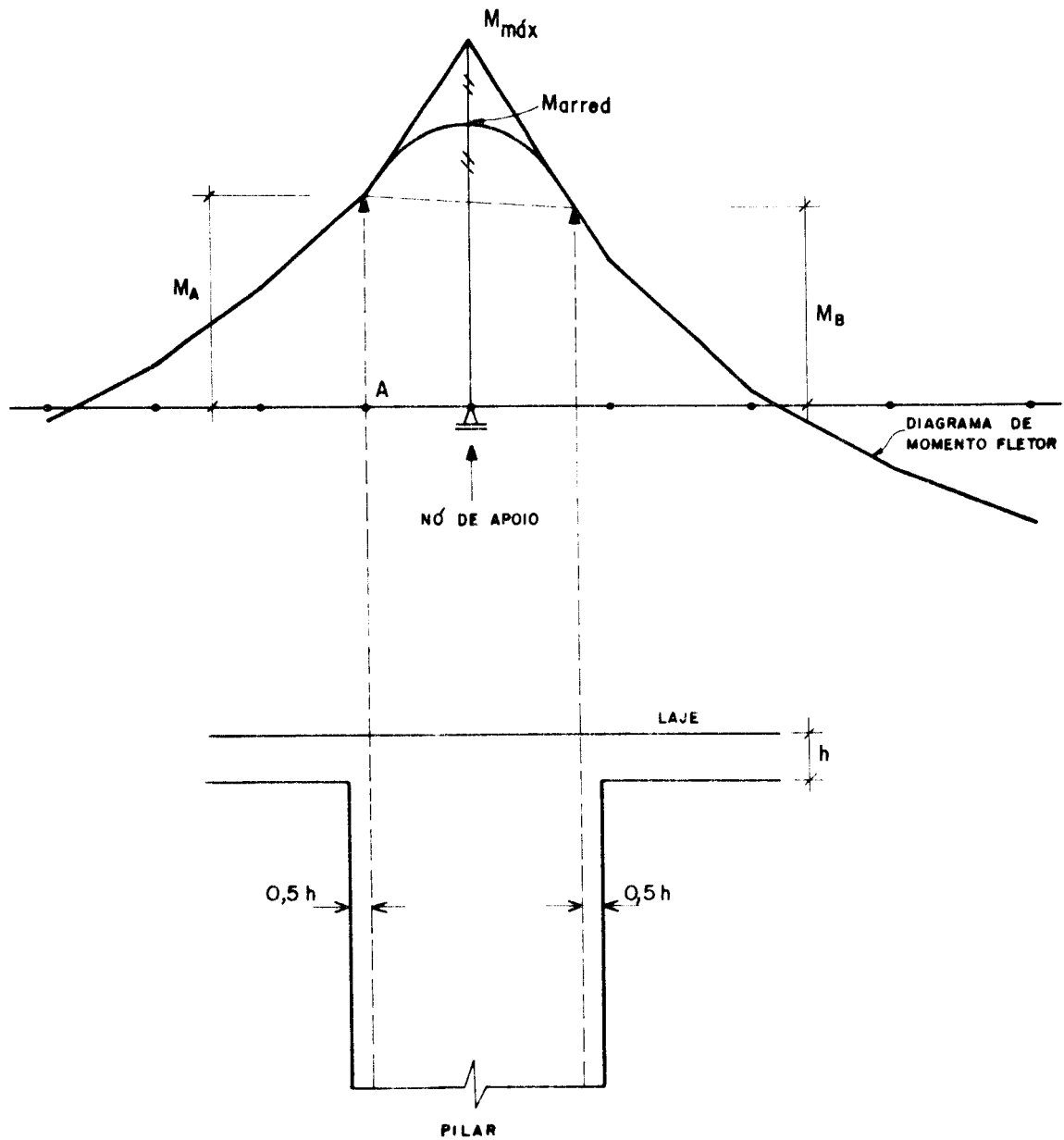


FIGURA 5.8 — ARREDONDAMENTO DOS DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES JUNTO AOS APOIOS.

mento de fissuras na face superior e melhora bastante a proporção entre os máximos momentos negativos e os máximos positivos, motivando uma significativa redução na taxa de armadura da laje.

5.4 - Exemplo

Seguindo as recomendações dos itens 5.2 e 5.3, anteriores, traçar a malha da grelha equivalente e calcular os esforços solicitantes para o pavimento mostrado na figura 3.9.

Como o pavimento em questão possui dupla simetria, poderá ser analisada apenas a parte indicada na figura 5.9.

5.4.1 - **Justificativa da malha proposta**

Ao se traçar a malha da grelha equivalente (figura 5.10), levou-se em consideração, além das recomendações dos itens 5.2 e 5.3 anteriores, que os valores obtidos para os esforços seriam comparados com os valores obtidos através dos demais processos de cálculo, propostos neste trabalho. Nesse sentido, procurou-se, sempre que possível, trabalhar com barras de larguras aproximadamente iguais a 1/4 das larguras dos vãos dos painéis, conforme prescrições da NBR-6118 [17] para o cálculo de lajes-cogumelo pelo Processo dos Pórticos Múltiplos (capítulo 4 deste trabalho).

No entanto, devido às características do processo da Analogia de Grelha, ocorreram as seguintes exceções:

- a) As barras que devem ser colocadas a uma distância de 0,3 h a partir das bordas, conforme item 5.2.1e, que ficaram com largura 0,6 h. A existência dessas barras, no

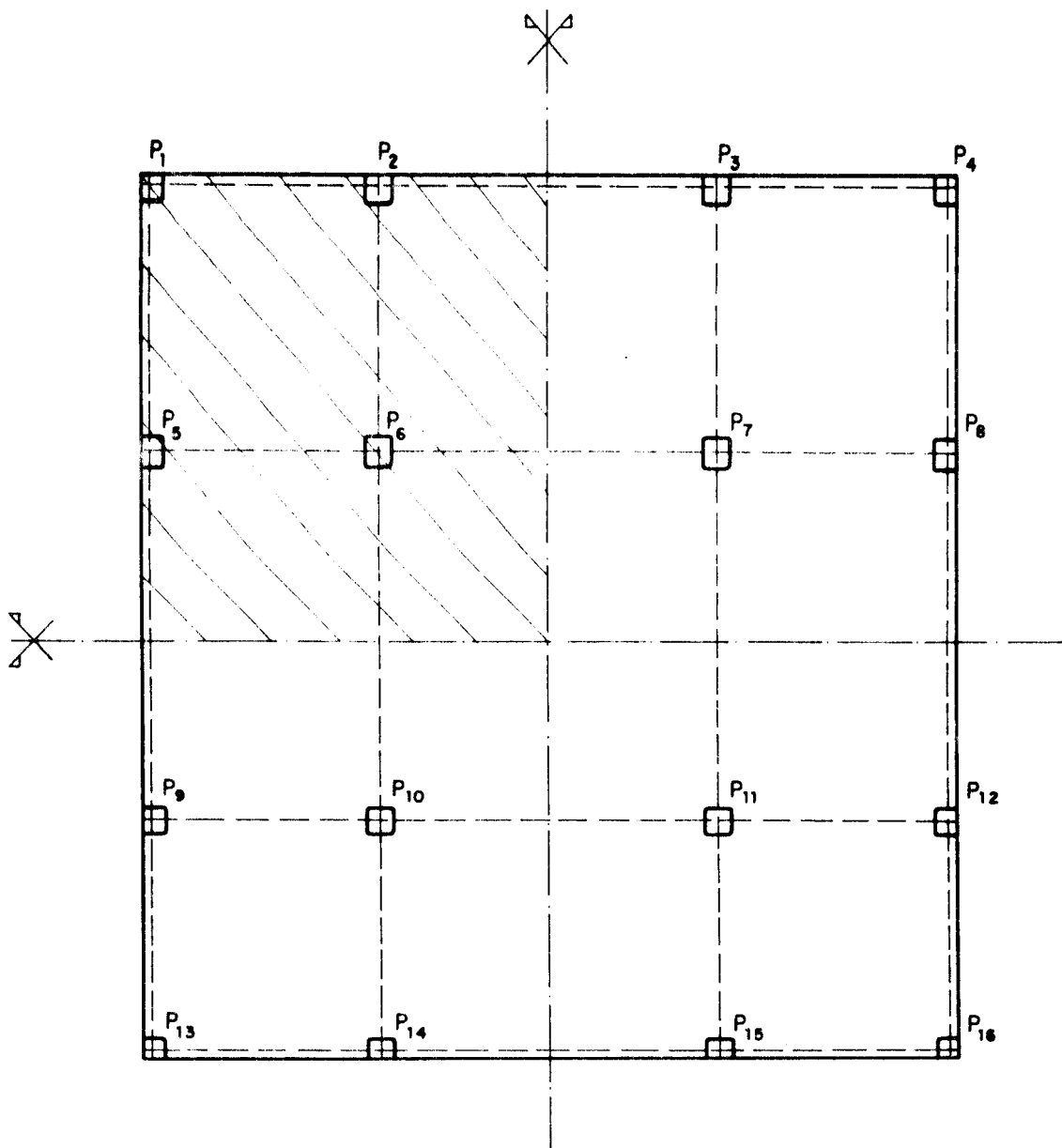
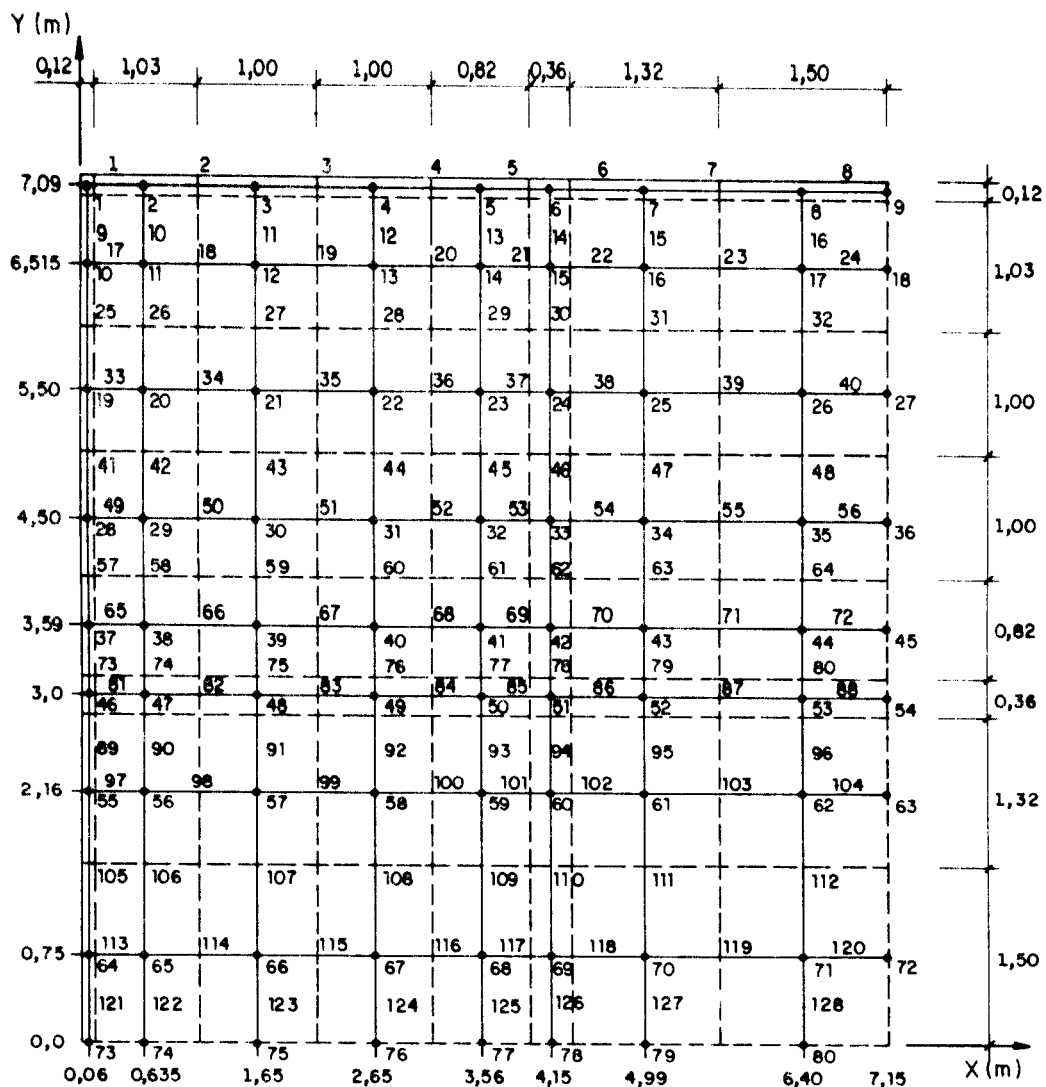


FIGURA 5.9 — PARTE DO PAVIMENTO (ÁREA HACHURADA) A SER CALCULADA , DEVIDO À DUPLA SIMETRIA .



NOTAS :

- Os números dos nós estão à direita e abaixo dos mesmos ;
- Os números das barras estão à direita dos mesmos, nos casos de barras verticais, e acima, nos casos de barras horizontais.

FIGURA 5.10 - MALHA DA GRELHA EQUIVALENTE PARA A ÁREA HACHURADA DA FIGURA 5.9

entanto, não modificou significativamente as demais, já que ficaram totalmente dentro de uma faixa fora dos painéis, em balanço.

- b) As barras que passam pelos apoios internos, já que é necessário, conforme item 5.2.1f, que se disponha uma malha, cujas larguras das barras não sejam superiores a 3 ou 4 vezes a espessura da placa. Adotou-se, então, passando por esses apoios, barras com largura igual a $2h$, o que implicou em redução nas larguras das barras adjacentes a essas.

Em relação aos balanços mencionados na exceção a, cabe justificar que não foram adotadas as duas barras transversais aos seus vãos, devido às suas reduzidas dimensões, menores do que a espessura da placa.

5.4.2 - Dados geométricos para o cálculo da grelha

Os dados de geometria são obtidos em função dos sistemas de coordenadas utilizados, das propriedades geométricas das seções transversais das barras, das propriedades elásticas dos materiais constituintes da estrutura e dos vínculos da mesma. A seguir, são descritos todos esses fatores e sua influência na resolução do problema.

a) Sistemas de Coordenadas

São utilizados dois sistemas de coordenadas, sistema global e sistema local.

O sistema global de coordenadas cartesianas é formado por dois eixos ortogonais OX e OY, contidos no plano da grelha, e um terceiro eixo, OZ, perpendicular aos outros dois, fixado de forma a definir o sistema global como dextrorso (figura 5.11). A origem do sistema pode ser posicionada em qualquer ponto do plano.

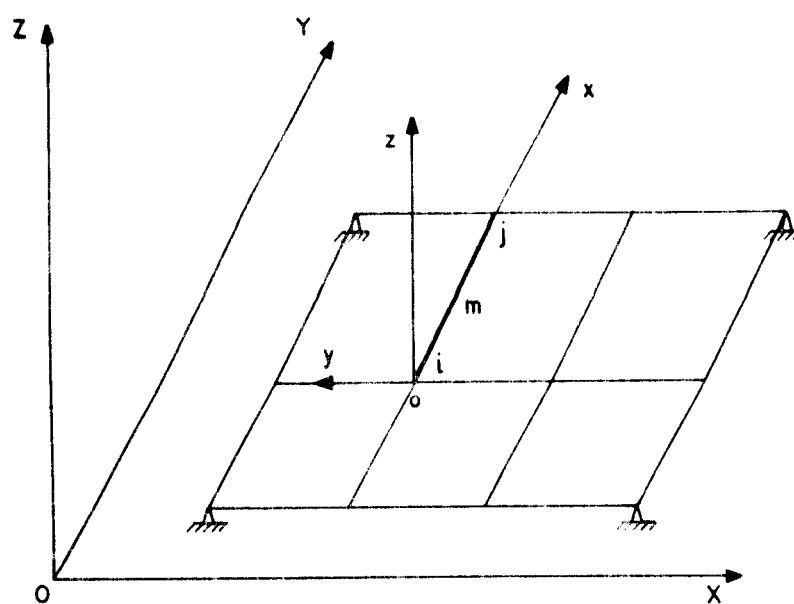
O sistema local de coordenadas cartesianas é associado a cada barra da estrutura e compõe-se de três eixos, com origem no nó inicial da barra. O eixo ox tem sentido definido do nó inicial para o nó final, o eixo oz tem direção e sentido iguais ao do seu homônimo global (OZ) e o eixo oy, de modo a definir o sistema local como dextrorso (figura 5.11).

Estabelecidos os sistemas de coordenadas, são numerados os nós e as barras, determinadas as coordenadas dos nós no sistema global e as incidências das barras (figura 5.11).

Nas tabelas 5.2 e 5.3 estão alguns exemplos de coordenadas dos nós e incidências de barras do problema proposto.

TABELA 5.2 - Coordenadas dos nós.

NÓ	COORDENADA X (m)	COORDENADA Y (m)
1	0,060	7,090
.	.	.
.	.	.
.	.	.
2	0,635	7,090
.	.	.
.	.	.
.	.	.
35	6,400	4,500
.	.	.
.	.	.
.	.	.
80	6,400	0,000



- m — Barra genérica da grelha ;
- i — Nó inicial da barra genérica m ;
- j — Nó final da barra genérica m .

FIGURA 5.11 — SISTEMAS DE COORDENADAS E INCIDÊNCIAS DAS BARRAS

TABELA 5.3 - Incidências das barras.

BARRA	NÓ INICIAL (i)	NÓ FINAL (j)
1	1	2
2	2	3
.	.	.
.	.	.
.	.	.
25	19	10
.	.	.
.	.	.
.	.	.
78	51	42
.	.	.
.	.	.
.	.	.
128	80	71

b) Propriedades geométricas das seções transversais das barras

As propriedades geométricas das seções transversais das barras, necessárias para o cálculo da estrutura, são as seguintes: área, momento de inércia à flexão e momento de inércia à torção. As fórmulas para o cálculo destas propriedades são apresentadas no item 5.2.2 deste trabalho.

A seguir, na tabela 5.4 são apresentadas as propriedades geométricas das seções transversais de algumas barras.

c) Propriedades elásticas dos materiais

As propriedades elásticas dos materiais que constituem as estruturas, necessárias para o cálculo são: o módulo de deformação longitudinal (E), o módulo de deforma-

TABELA 5.4 - Propriedades geométricas das seções transversais das barras.

BARRA	ÁREA	MOMENTO DE INÉRCIA À FLEXÃO (m ⁴)	MOMENTO DE INÉRCIA À TORÇÃO (m ⁴)
1	0,216 x 10 ⁻⁰¹	0,5832 x 10 ⁻⁰⁴	0111664 x 10 ⁻⁰³
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
10	0,185 x 10 ⁰⁰	0,5006 x 10 ⁻⁰³	0,10012 x 10 ⁻⁰²
.	.	.	.
.	.	.	.
13	0,148 x 10 ⁰⁰	0,395 x 10 ⁻⁰³	0,7970 x 10 ⁻⁰³
.	.	.	.
.	.	.	.
32	0,270 x 10 ⁰⁰	0,7290 x 10 ⁻⁰³	0,1458 x 10 ⁻⁰²
.	.	.	.
.	.	.	.
68	0,148 x 10 ⁰⁰	0,3985 x 10 ⁻⁰³	0,797 x 10 ⁻⁰³
.	.	.	.
.	.	.	.
128	0,270 x 10 ⁰⁰	0,7290 x 10 ⁻⁰³	0,1458 x 10 ⁻⁰²

ção transversal (G) e o coeficiente de Poisson (μ). Como a estrutura em estudo é totalmente constituída de concreto armado, cuja resistência característica (f_{ck}) para este exemplo foi tomado como igual a 18 MPa, obtém-se, segundo TAKEYA [41],

- $E_c = 1,66 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$,

- $G_c = 0,15 E_c = 2,49 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$,

- $\mu = 0,2$

d) Vínculos da estrutura

É indispensável, antes que se inicie o cálculo de uma estrutura, que se formule um modelo estrutural coerente com o comportamento real da mesma. Para isso, é necessário o conhecimento das condições de vinculação da estrutura com a fundação ou com outros sistemas estruturais.

No caso específico do problema em análise, existem os vínculos devidos aos pilares e os vínculos devidos à continuidade da laje, que foi subdividida em virtude da dupla simetria. Esses vínculos foram levados em consideração conforme descrição a seguir.

Nos casos dos nós correspondentes aos apoios, esses foram considerados indeslocáveis segundo o eixo OZ, bem como, as rotações em torno dos eixos OX e OY foram restringidas parcialmente pela introdução de molas com rigidezes equivalentes às rigidezes à flexão dos pilares, segundo esses dois eixos, conforme a figura 5.6.

Nos casos dos nós situados sobre os eixos de simetria, com o objetivo de assegurar-lhes o mesmo comportamento que teriam, caso a estrutura fosse analisada sem ser dividida, foram consideradas as seguintes restrições:

- nós pertencentes ao eixo de simetria, paralelo ao eixo global OX, não giram em torno desse eixo;
- nós pertencentes ao eixo de simetria, paralelo ao eixo global OY, não giram em torno desse eixo.

Exemplos de nós onde foram consideradas vinculações, estão na tabela 5.5.

As rigidezes K_x e K_y foram calculadas supondo que a laje é de um pavimento intermediário, sendo para esse caso, dadas por:

$$K_x = \frac{6 E_c I_x}{\ell} \quad e \quad K_y = \frac{6 E_c I_y}{\ell} .$$

TABELA 5.5 - Nós com deslocamentos restringidos

NÓ	LOCALIZAÇÃO	RESTRIÇÃO X	RESTRIÇÃO Y	RESTRIÇÃO Z
1	APOIO	K_x	K_y	1
9	BORDA	0	1	1
.
.
46	APOIO	K_x	K_y	1
.
.
80	BORDA	1	0	0

Legenda: 0 - Livre; 1 - Indeslocável; K_x, K_y - Molas

Para o pilar P_1 , que corresponde ao nó 01 da grelha equivalente, os valores de K_x e K_y são:

- Seção transversal (30 cm x 30 cm)

$$I_x = I_y = \frac{0,3 \times 0,3^3}{12} = 6,75 \times 10^{-4} \text{ m}^4,$$

$$E_c = 1,66 \times 10^7 \text{ kN/m}^2,$$

$$l = 3,00 \text{ m}$$

então,

$$K_x = K_y = \frac{6 \times 1,66 \times 10^7 \times 6,75 \times 10^{-4}}{3,00} = 2,241 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Para o pilar P_2 , que corresponde ao nó 06 da grelha equivalente, os valores de K_x e K_y são:

- Seção transversal (30 cm x 40 cm)

$$I_x = \frac{0,4 \times 0,3^3}{12} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}^4,$$

$$I_y = \frac{0,3 \times 0,4^3}{12} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ m}^4,$$

$$E_C = 1,66 \times 10^7 \text{ kN/m}^2 ,$$

$$l = 3,00 \text{ m.}$$

então,

$$K_x = \frac{6 \times 1,66 \times 10^7 \times 9 \times 10^{-4}}{3,0} = 2,988 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m} ,$$

$$K_y = \frac{6 \times 1,66 \times 10^7 \times 1,6 \times 10^{-3}}{3,0} = 5,312 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Por simetria, para o pilar P_5 , que corresponde ao nó 46 da grelha equivalente, os valores de K_x e K_y são:

$$K_x = 5,312 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m} ,$$

$$K_y = 2,988 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m} .$$

Para o pilar P_6 , que corresponde ao nó 51 da grelha equivalente, os valores de K_x e K_y são:

- Seção transversal (40 cm x 40 cm)

$$I_x = I_y = \frac{0,4 \times 0,4^3}{12} = 2,133 \times 10^{-3} \text{ m}^4 ,$$

$$E_C = 1,66 \times 10^7 \text{ kN/m}^2 ,$$

$$l = 3,0 \text{ m.}$$

então,

$$K_x = K_y = \frac{6 \times 1,66 \times 10^7 \times 2,133 \times 10^{-3}}{3,0} = 7,0816 \times 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m} .$$

5.4.3 - Dados de carregamento

No âmbito deste trabalho, estão sendo considerados, apenas carregamentos de origem gravitacional, sendo portanto, desprezadas as ações devidas ao vento, às ocorrências sísmicas, às variações de temperatura e aos recalques diferenciais.

Na solução deste exemplo, os carregamentos considerados constaram das duas parcelas descritas a seguir.

- a) Carregamento uniformemente distribuído por todo o pavimento, $p = 10,12 \text{ kN/m}^2$, obtido no capítulo 3 deste trabalho.
- b) Carregamento distribuído linearmente nas bordas livres da laje, devido à existência de paredes, $p = 5,4 \text{ kN/m}$, supondo alvenaria de tijolos furados com $0,15 \text{ m}$ de espessura e $3,0 \text{ m}$ de pé direito, e devido às faixas de lajes correspondentes às linhas de barras da borda. o que equivale a uma carga de:

$$p = 10,12 \cdot 0,12 = 1,214 \text{ kN/m};$$

$$p'_{\text{par}} = 1,80 \cdot 3,00 = 5,400 \text{ kN/m};$$

então, a carga distribuída total na borda livre vale:

$$p_b = 5,40 + 1,214 = 6,614 \text{ kN/m}.$$

Todo o carregamento foi suposto como aplicado aos nós de grelha, utilizando-se para a determinação dos valores desses carregamentos nodais o processo de áreas de influência (figura 5.12). Nos casos dos nós correspondentes aos apoios, nós 1, 6, 46 e 51, os esforços correspondentes a essas áreas de influência foram supostos como aplicados diretamente sobre os pilares, já que esses nós foram admitidos como indeslocáveis, segundo a direção vertical.

Observando-se a espessura das paredes previstas nas bordas livres da laje ($0,15 \text{ m}$), e a largura das barras próximas das bordas, que suportam esse carregamento, encontra-se uma excentricidade e na ação do mesmo (figura 5.13), provocando o surgimento de momentos torçores nessas barras, os quais, também por áreas de influência, foram considerados como aplicados aos nós.

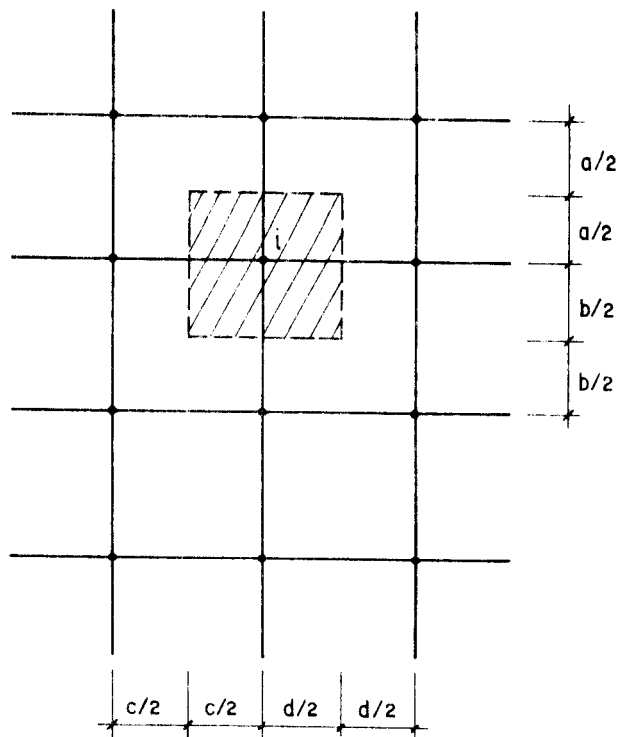


FIGURA 5.12 - ÁREA DE INFLUÊNCIA PARA DETERMINAÇÃO DO CARREGAMENTO EM UM NÓ GENÉRICO i .

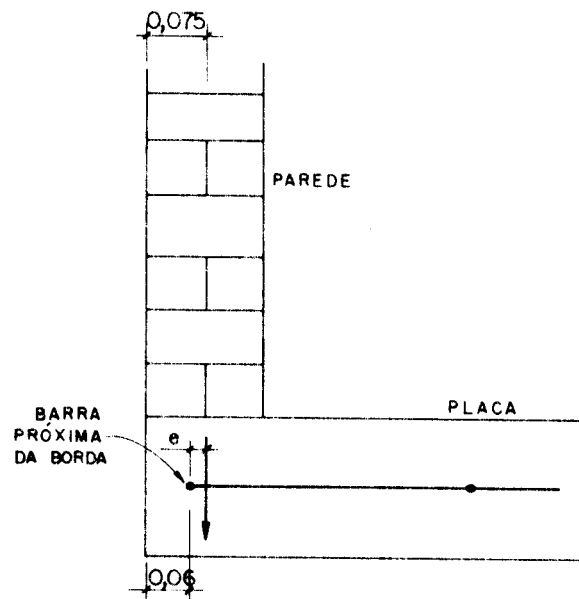


FIGURA 5.13 - APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO DA PAREDE EXTERNA, ÀS BARRAS PRÓXIMAS DA BORDA

5.4.4 - Resultados do cálculo da grelha

a) Diagramas de esforços solicitantes

Os resultados apresentados aqui estão sob a forma de diagramas de esforços solicitantes (figuras 5.14 a 5.21), tendo sido traçados para todas as linhas de barras, os diagramas de esforços cortantes, momentos fletores e momentos torçores, os quais, após o arredondamento dos diagramas de momentos fletores, serão utilizados no dimensionamento e detalhamento das armaduras. Listagens completas de dados e resultados do exemplo resolvido, encontram-se à disposição de qualquer pessoa, a quem possa interessar, na biblioteca do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos.

Na identificação das figuras onde estão traçados os diagramas dos esforços solicitantes, as linhas de barras são referidas através das ordenadas dos seus nós iniciais, quando paralelos ao eixo OX, ou das abscissas paralelas ao eixo OY.

b) Arredondamento dos diagramas de momentos fletores

Quando se considera a influência das rigidezes dos pilares no comportamento da laje, não se pode aplicar diretamente a equação (5.32) para o arredondamento dos diagramas de momentos fletores, pois os referidos diagramas apresentam descontinuidades junto aos apoios (figura 5.22), sendo, portanto, necessária a adaptação da equação a essas situações, o que é indicado a seguir.

As armaduras de flexão nas regiões dos apoios são calculadas para combater o maior momento atuante; portanto, para o caso da figura 5.22 a, seriam calculadas para combater $M_{m\acute{a}x}$. Para proceder-se ao arredondamento do diagrama, substitui-se a parte relativa aos momentos nega-

tivos do menor valor (à esquerda do apoio na figura 5.22a), pela imagem especular da parte relativa aos de maior valor (à direita do apoio), obtendo-se um diagrama semelhante aos das situações em que a influência dos pilares não é considerada (figura 5.22 b). Assim, $M_A = M_B$ e levando-se esse valor à equação(5.32), vem:

$$M_{\text{arred}} = \frac{M_{\text{máx}}}{2} + \frac{2M_b}{4}, \quad \text{donde} \quad (5.32)$$

$$M_{\text{arred}} = \frac{M_{\text{máx}} + M_B}{2} \quad (5.32')$$

c) Exemplo de arredondamento

A seguir, é exemplificado o arredondamento de diagramas de momentos fletores para as linhas de barras $Y = 7,09 \text{ m}$ e $X = 0,06 \text{ m}$ (invertida) (figura 5.23).

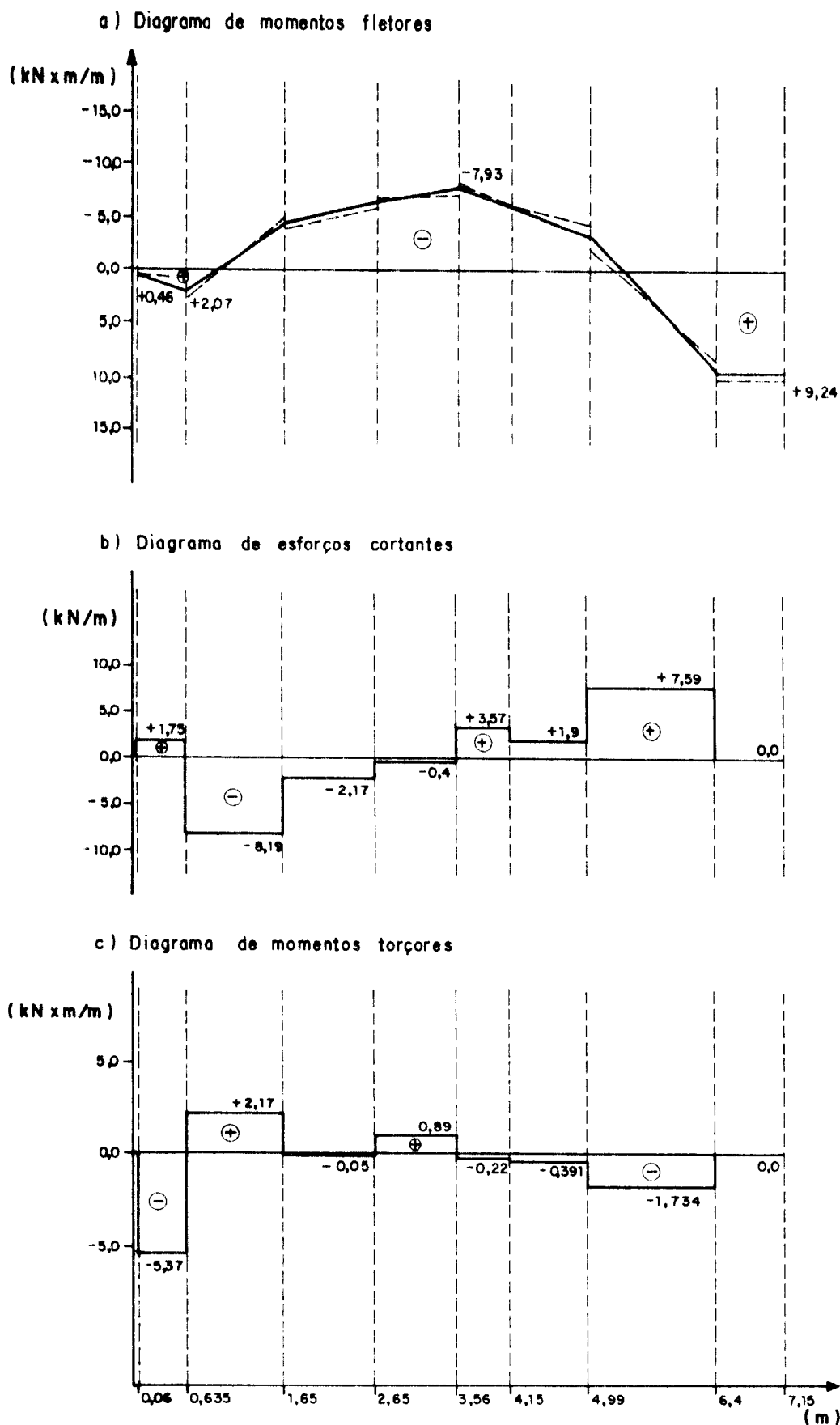


FIGURA 5.14 — DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y=0,75\text{ m}$ e $X=6,40\text{ m}$ (invertida) ($b_w=1,50\text{ m}$)

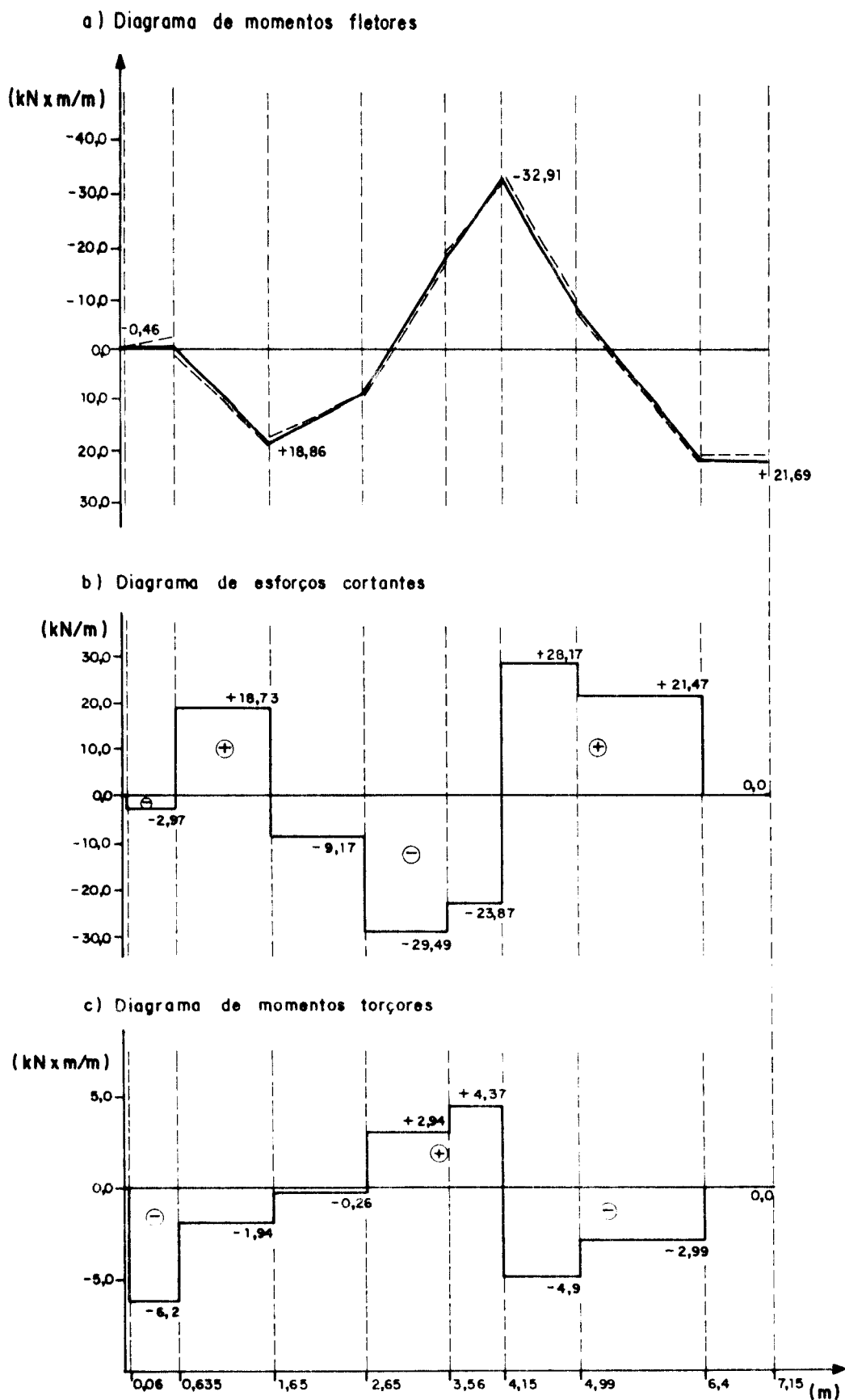
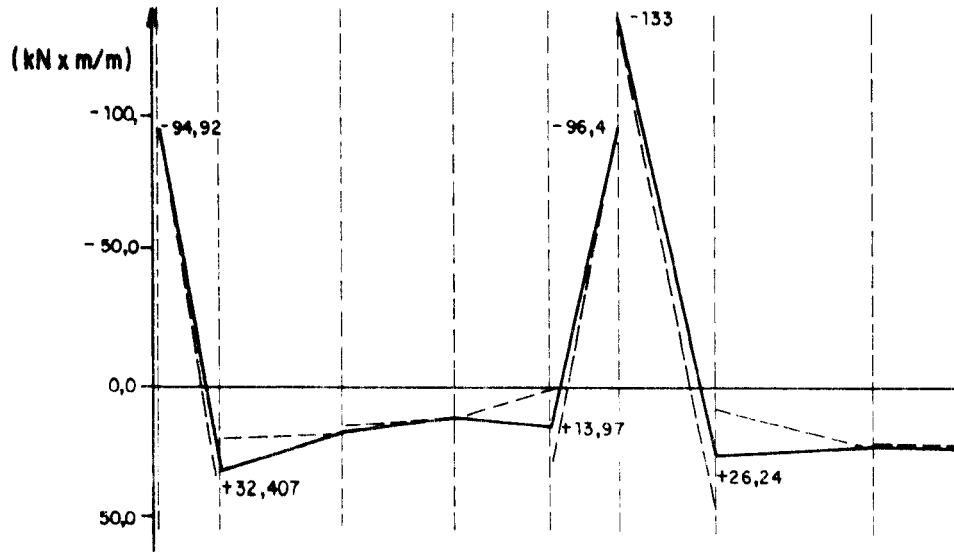
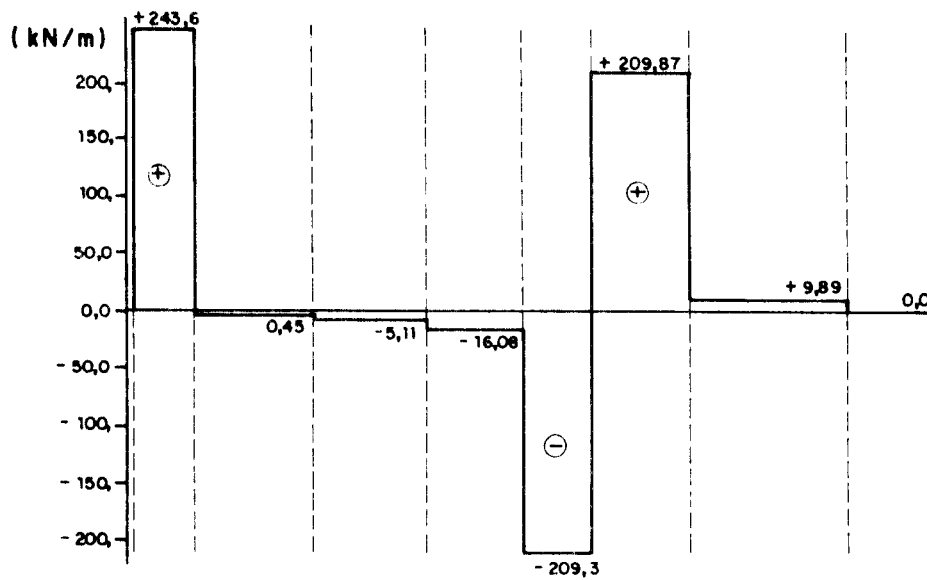


FIGURA 5.15 — DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y = 2,16\text{m}$ e $X = 4,99\text{m}$ (invertido) ($b_w = 1,32\text{m}$)

a) Diagrama de momentos fletores



b) Diagrama de esforços cortantes



c) Diagrama de momentos torçores

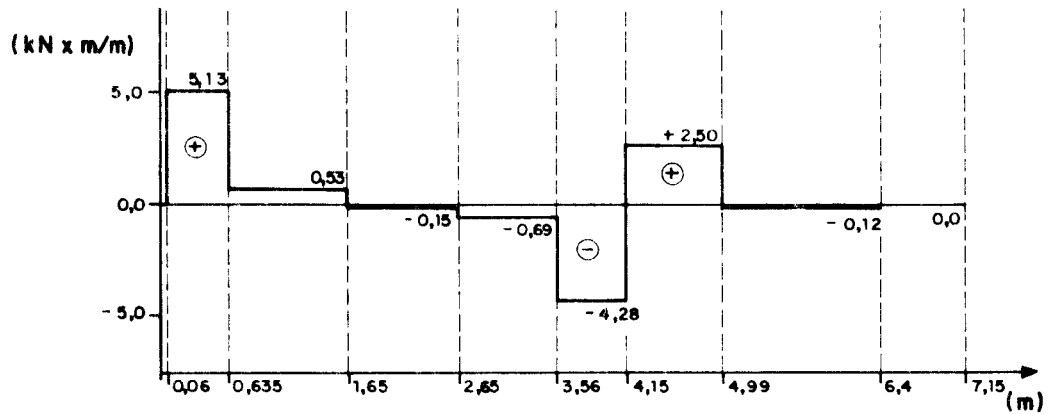
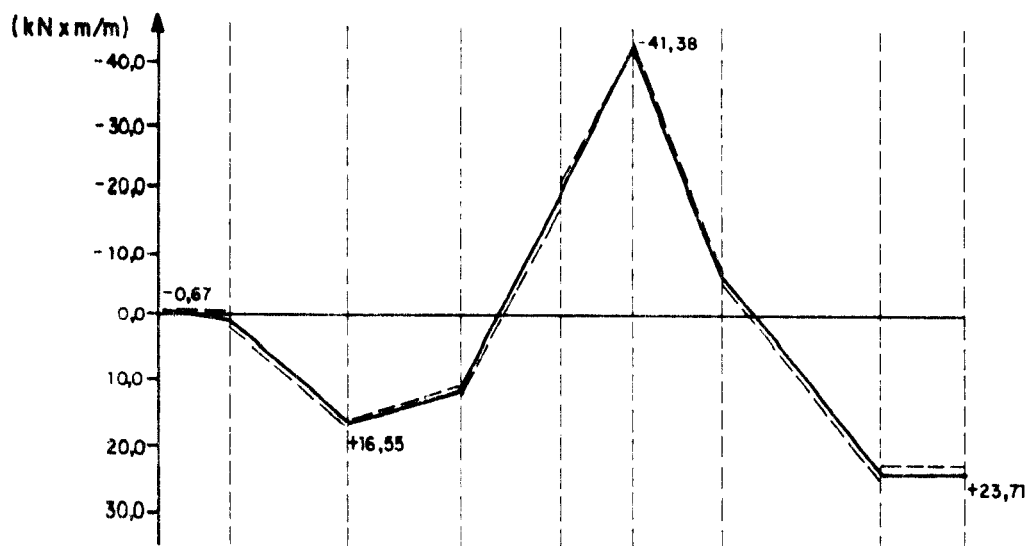
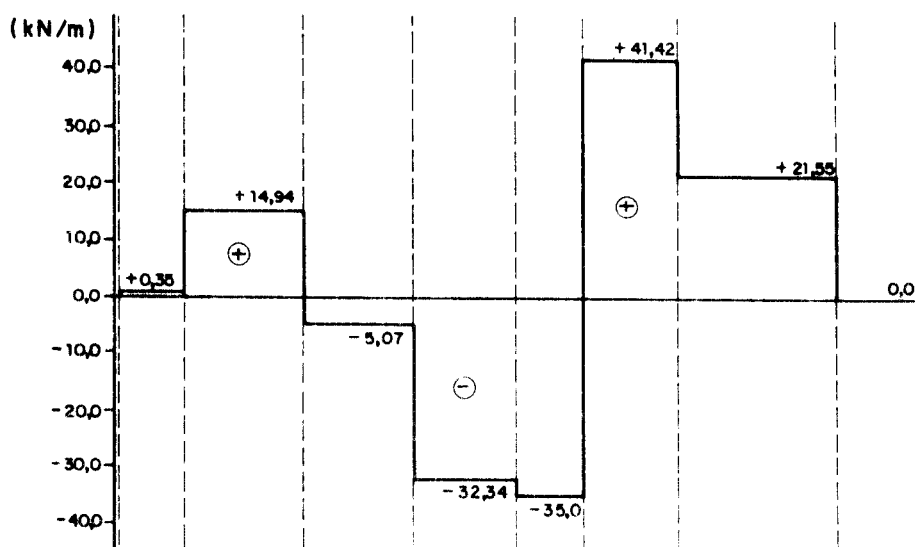


FIGURA 5.16 — DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y = 3,00$ m e $X = 4,15$ m (invertida) ($b_w = 0,36$ m)

a) Diagrama de momentos fletores



b) Diagrama de esforços cortantes



c) Diagrama de momentos torçores

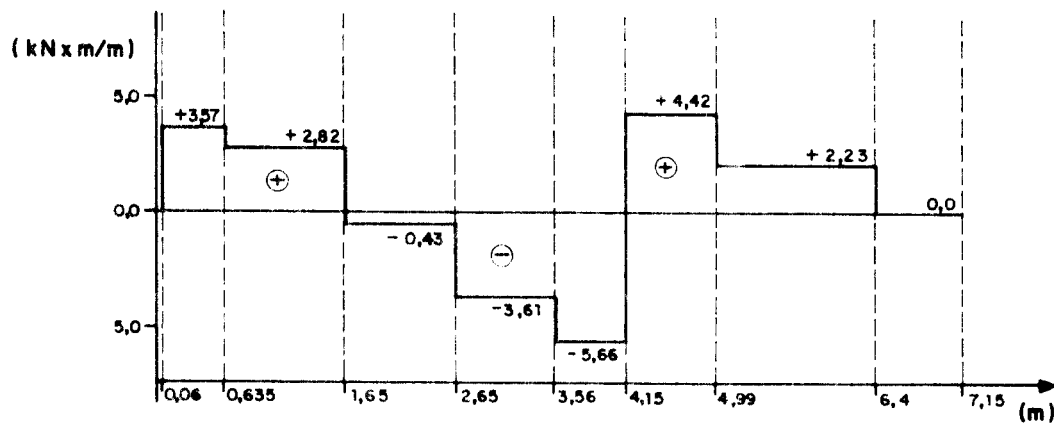
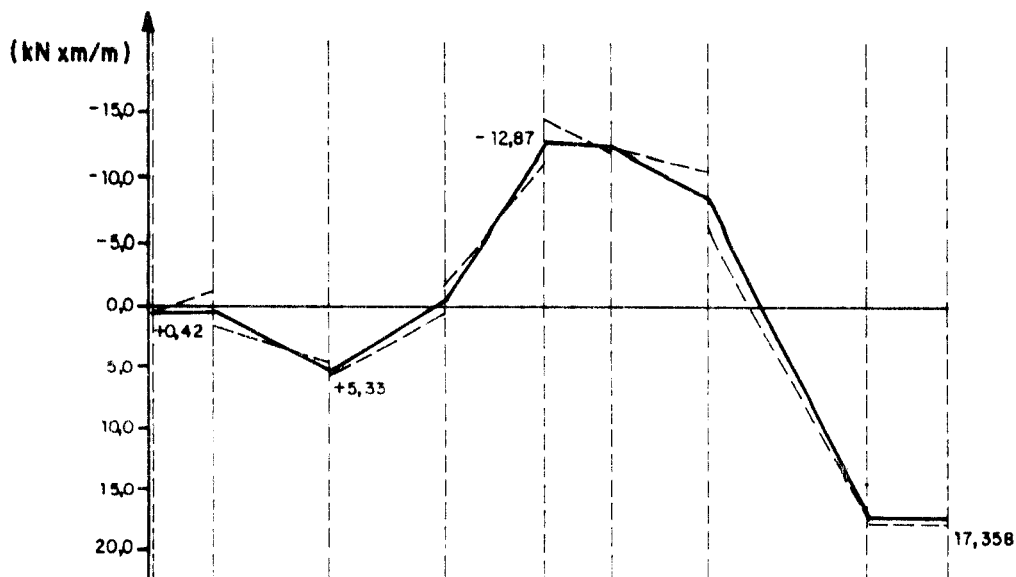
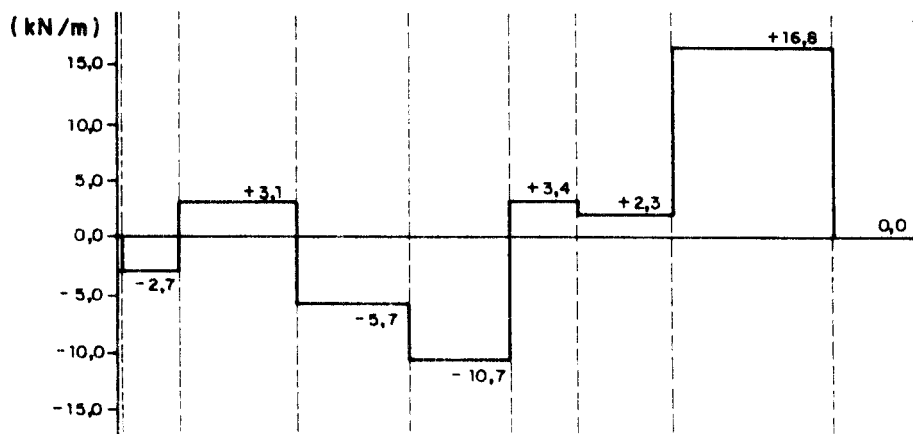


FIGURA 5.17- DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS Y = 3,59 m e X = 3,56 m (invertida) ($b_w = 0,82$ m)

a) Diagrama de momentos fletores



b) Diagrama de esforços cortantes



c) Diagrama de momentos torçores

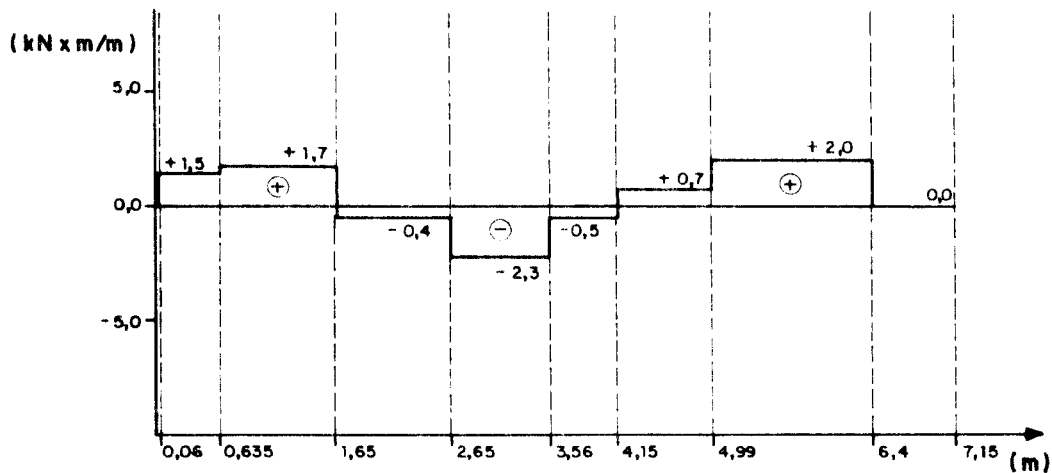
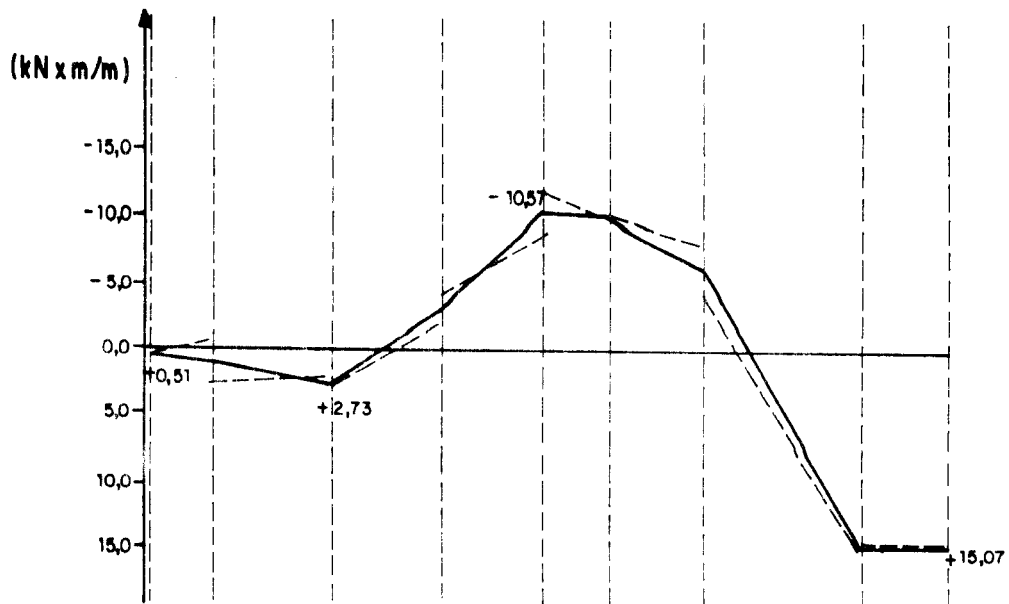
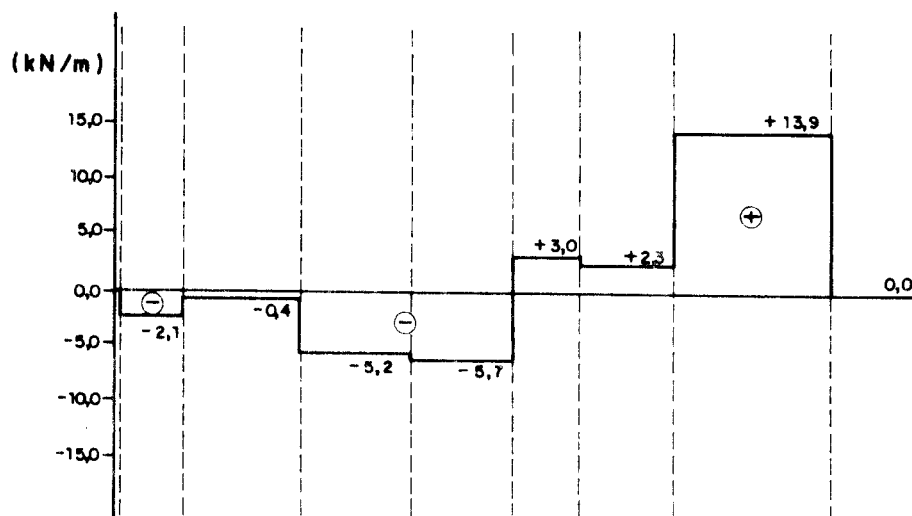


FIGURA 5.18 — DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y = 4,50\text{m}$ e $X = 2,65\text{m}$ (invertida), ($b_w = 1,00\text{m}$).

a) Diagrama de momentos fletores



b) Diagrama de esforços cortantes



c) Diagrama de momentos torçores

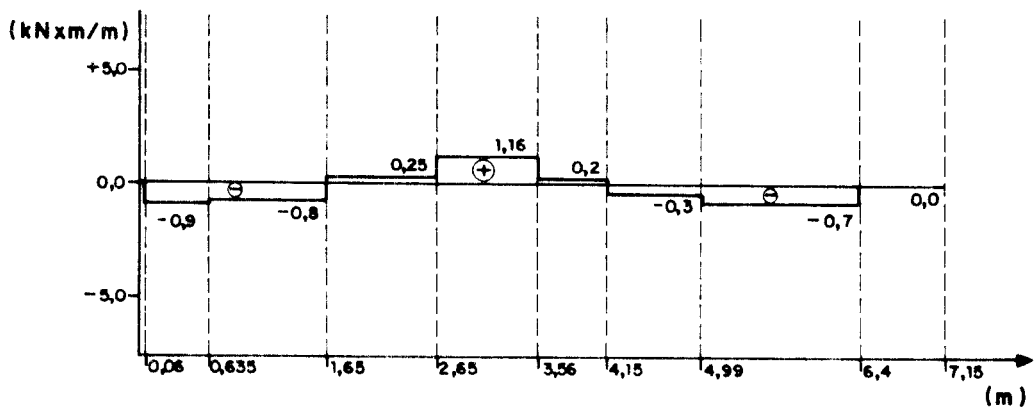


FIGURA 5.19 — DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y = 5,50\text{ m}$ e $X = 1,65\text{ m}$ (invertida) $d_w = 1,00\text{ m}$

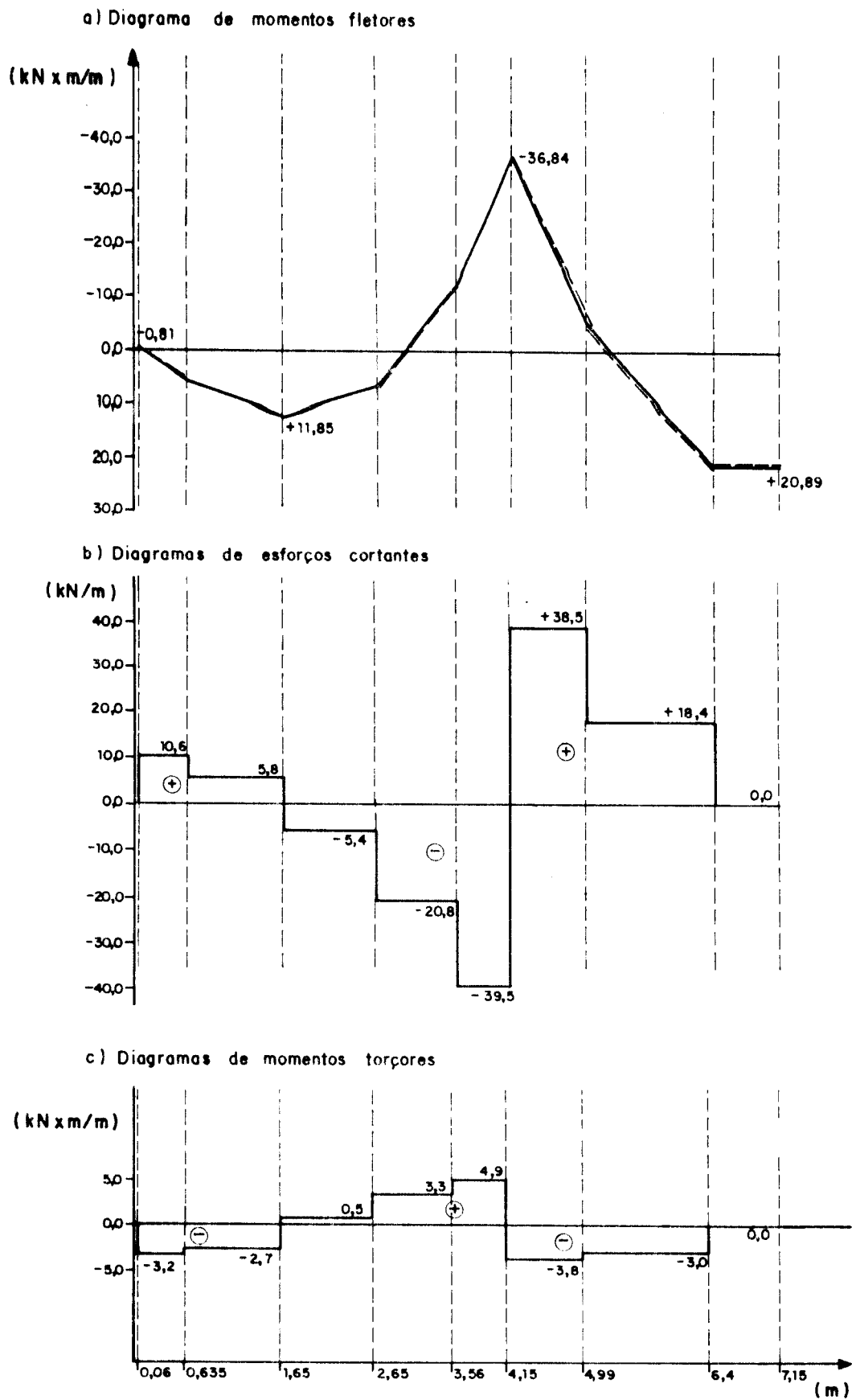
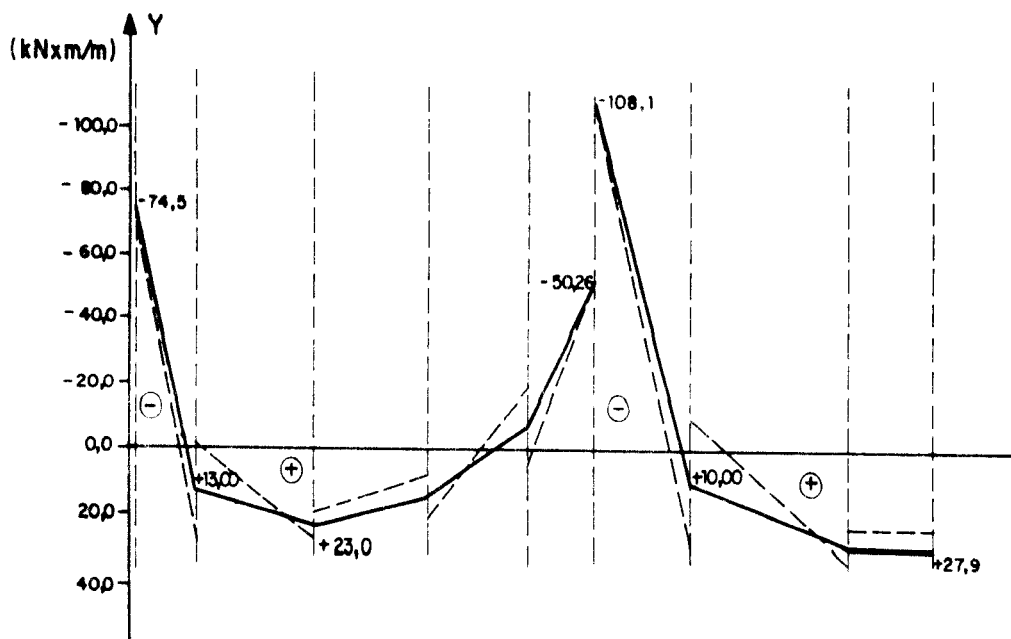
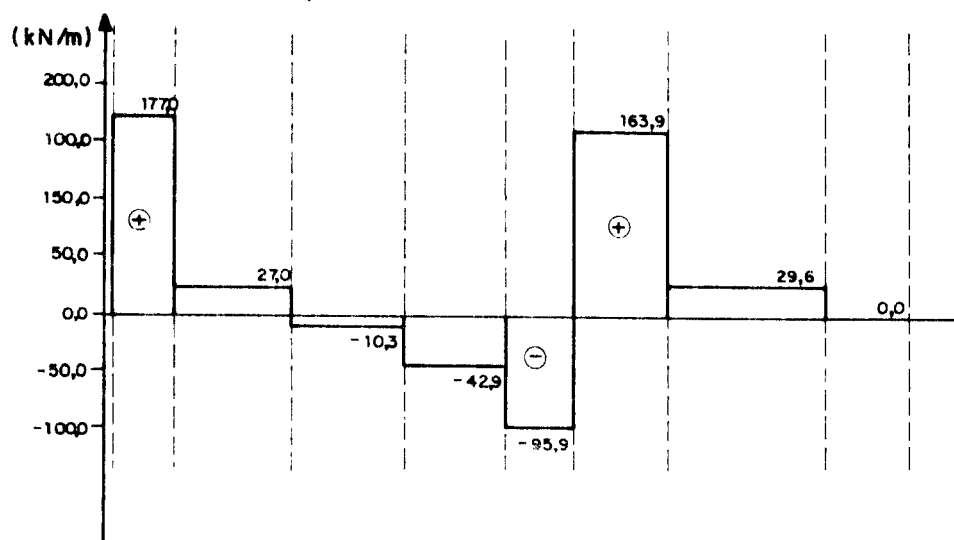


FIGURA 5.20 - DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS $Y=6,515$ m e $X=0,635$ m (invertida) ($b_w=1,03$ m)

a) Diagrama de momentos fletores



b) Diagrama de esforços cortantes



c) Diagrama de momentos torçores

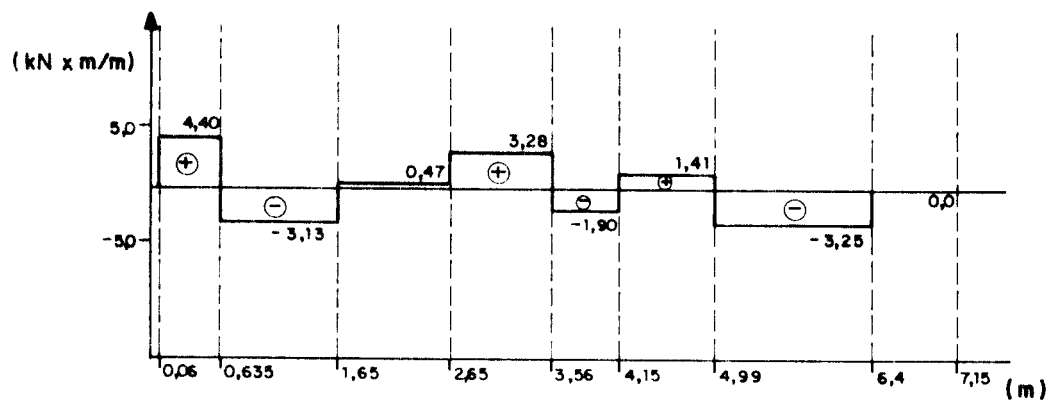


FIGURA 5.21— DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS SOLICITANTES PARA AS LINHAS DE BARRAS Y = 7,09 m e X = 0,06 (invertida), ($b_w = 0,12$ m)

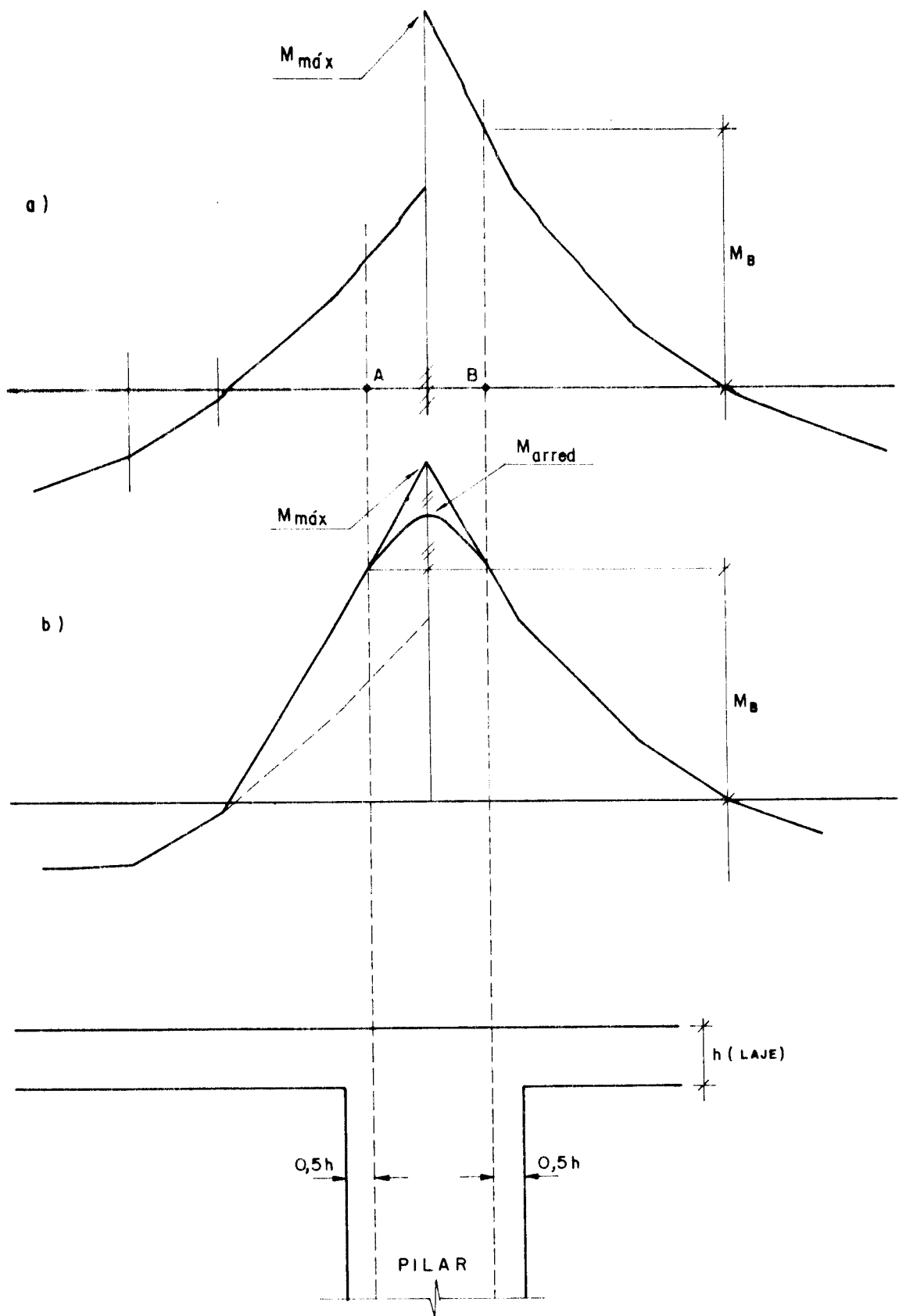
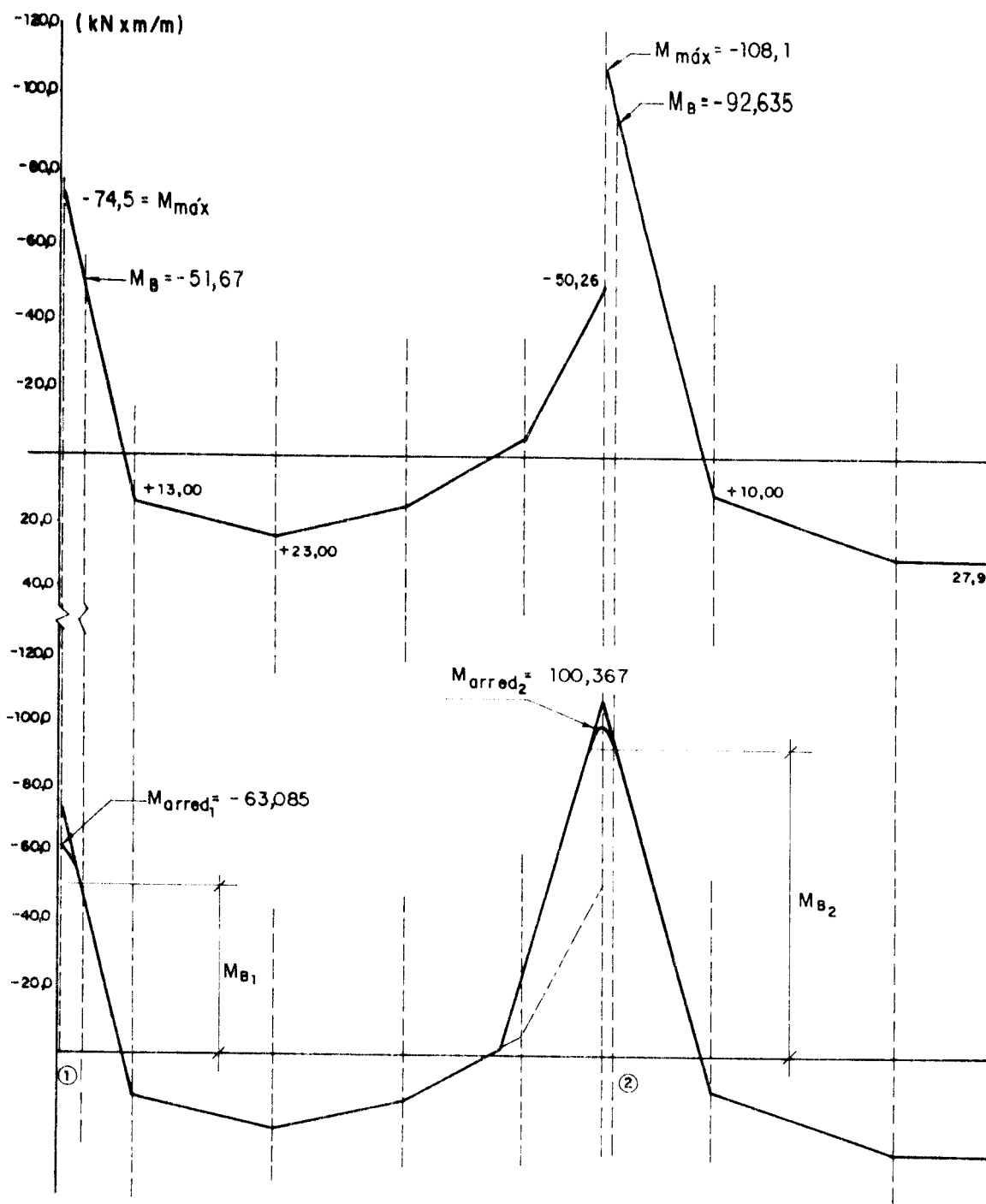


FIGURA 5.22 — ARREDONDAMENTO DE DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES EM CASOS COM DESCONTINUIDADES.



$$\textcircled{1} \quad M_{\text{arred}_1} = \frac{M_{\text{máx}_1} + M_{B_1}}{2} = \frac{-74,5 - 51,67}{2} = -63,085 \text{ kNxm/m}$$

$$\textcircled{2} \quad M_{\text{arred}_2} = \frac{M_{\text{máx}_2} + M_{B_2}}{2} = \frac{-108,1 - 92,635}{2} = -100,367 \text{ kNxm/m}$$

FIGURA 5.23 — ARREDONDAMENTO DO DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES PARA AS LINHAS DE BARRAS Y = 7,09m e X = 0,06m (INVERTIDA)

C A P Í T U L O 6

CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

6. CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

6.1 - Generalidades

Neste capítulo são tratados aspectos relativos ao cálculo e ao detalhamento das armaduras das lajes-cogumelo. Como pré-requisito para o entendimento do mesmo, supõe-se que o leitor conheça o processo de dimensionamento de seções de concreto armado à flexão.

A abordagem do tema é feita através da apresentação de recomendações e detalhes construtivos, baseados nas prescrições da NBR-6118 [17], do Código-Modelo CEB-FIP 1978 [22] e do código ACI-318/83 [18], bem como, nas recomendações apresentadas em MONTOYA [19], TAKEYA [41] e FERGUSSON [54].

6.2 - Armaduras de Combate à Flexão

Como está se supondo que o processo de dimensionamento dessas armaduras seja conhecido, as recomendações a seguir referem-se apenas ao detalhamento.

6.2.1 - Cobrimento das armaduras

No item 3.2.2 deste trabalho, foram apresentadas as prescrições da NBR-6118 sobre o cobrimento das armaduras; no entanto, é oportuno que se faça a consideração a seguir. Normalmente, os diâmetros das barras que constituem as armaduras das lajes-cogumelo são grandes, da ordem de 12,5mm para as armaduras negativas e 8mm para as positivas. Recomenda-se, portanto, que seja especificado, com a maior clareza, em qual camada se encontra cada conjunto de barras. Nos casos em que a estrutura for regular, com os pilares alinhados e os painéis de dimensões semelhantes, as barras correspondentes à direção dos esforços predominantes deverão ser dispostas nas camadas mais externas e as restantes, segundo a direção ortogonal, nas camadas mais internas.

6.2.2 - Disposição das armaduras

Para a correta distribuição das armaduras nas lajes, seria necessário fazer a envoltória dos momentos flettores correspondentes às diversas hipóteses de carregamento da laje. No entanto, se as cargas acidentais não superarem os 75% da carga total atuante sobre a estrutura (MONTROYA [19]), pode-se desprezar este procedimento, desde que sejam obedecidas as disposições construtivas indicadas na figura 6.1.

Em relação à disposição das armaduras, deverão ainda ser atendidas as recomendações a seguir.

- a) Deve-se, sempre, dispor uma armadura mínima junto à face inferior da laje, igual a $0,10 h$ (cm^2/m , com h em cm), conforme as prescrições do CEB [22], e na face superior, nas regiões em que for tracionada. No sentido de racionalizar a execução da armadura positiva, deve-se, inicialmente, dispor a armadura míni-

ma em toda a laje, o que poderia ser feito inclusive com o uso de telas soldadas, e em seguida, acrescentar barras suplementares intercaladas, nas regiões onde elas se fizerem necessárias.

- b) O espaçamento entre as barras da armadura principal não deverá exceder o dobro da altura útil d da laje, nem a 25 cm, nas regiões dos menores momentos. Para se evitar uma fissuração excessiva, nas regiões dos maiores momentos, esse espaçamento deverá ser limitado a 20 cm, no caso de barras lisas, e a 15 cm para as barras corrugadas.
- c) As armaduras positivas e negativas, segundo a direção menos solicitada em cada painel, não poderão ser inferiores a 1/4 das armaduras segundo a direção mais solicitada, nem à armadura mínima determinada em 6.2.2.a.
- d) Nas bordas livres das lajes, deverão ser colocadas barras longitudinais suplementares na face inferior, de igual diâmetro ao utilizado no restante dos painéis e em número não inferior a dois.
- e) Nas regiões das ligações laje-pilar, ao menos três barras, localizadas na face inferior da laje, deverão cruzar por dentro do espaço entre as armaduras dos pilares.

6.2.3 - Disposição das armaduras em lajes-cogumelo com aberturas

No capítulo 2 deste trabalho, foi abordado o problema das aberturas em lajes-cogumelo, com vistas ao estudo da punção. Em relação à flexão, a existência de aberturas causa igualmente problemas. No entanto, segundo o código ACI-318/83 [18], desde que as dimensões máximas especificadas a seguir sejam satisfeitas, não haverá maiores consequências (figura 6.2).

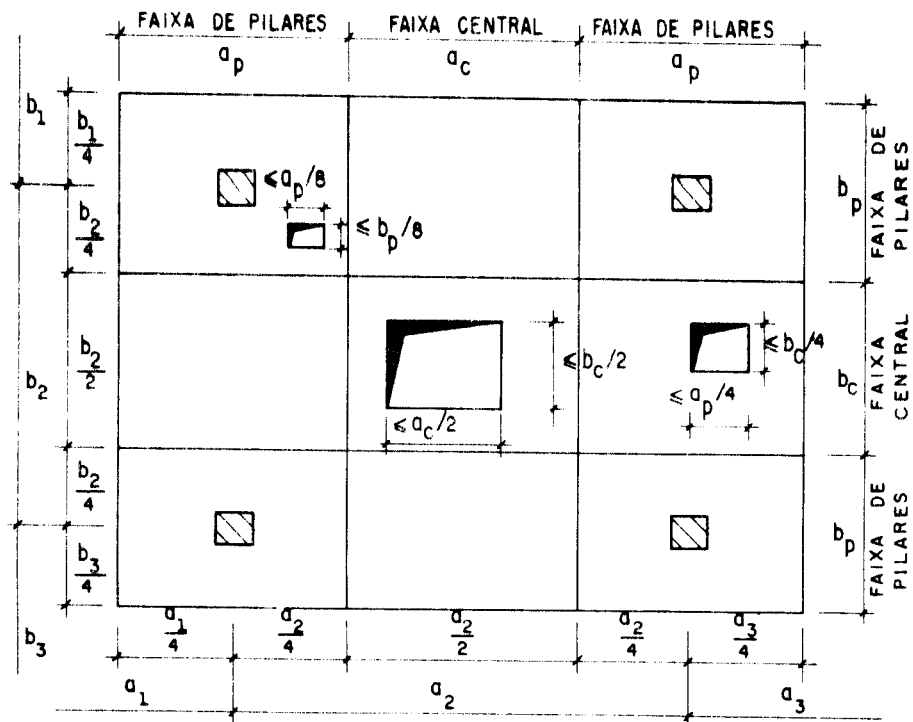
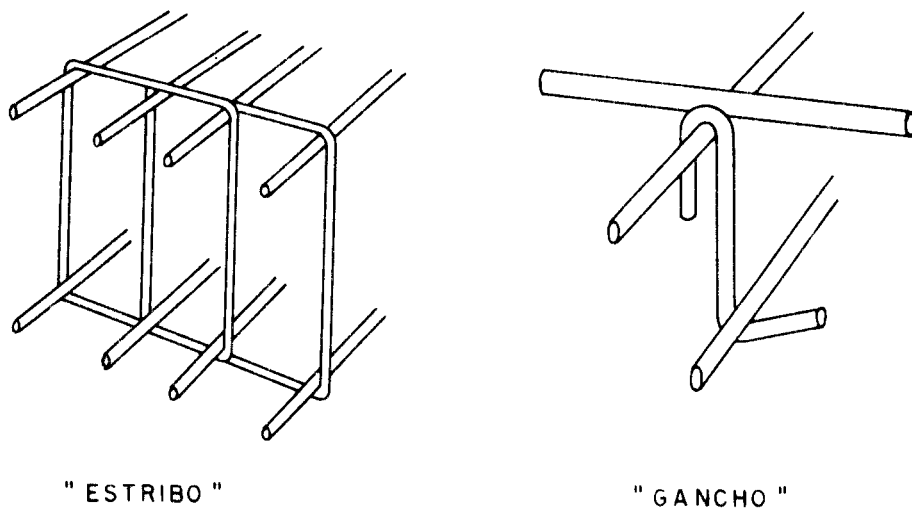


FIGURA 6.2 - LIMITES MÁXIMOS PARA AS ABERTURAS NAS LAJES-COGUMELO



" ESTRIBO "

" GANCHO "

FIGURA 6.3 - DETALHES RECOMENDADOS PARA A ARMADURA TRANSVERSAL

- a) Nas zonas comuns a duas faixas centrais, as aberturas poderão medir até a metade das larguras das faixas correspondentes.
- b) Nas zonas comuns a uma faixa de pilares e uma faixa central, as aberturas poderão medir até a quarta parte das larguras das respectivas faixas.
- c) Nas zonas comuns a duas faixas de pilares, as aberturas poderão medir até a oitava parte da largura das respectivas faixas.

Quando essas condições forem atendidas, será suficiente que se concentre nas bordas das aberturas, uma quantidade de armadura equivalente à armadura interrompida.

Quando forem necessárias aberturas de maiores dimensões, é conveniente que se disponham pilares junto aos cantos dessas aberturas, que passarão a ser tratadas como bordas livres.

6.3 - Armaduras de Combate à Punção

6.3.1 - Cálculo das armaduras

Segundo as prescrições do Código-Modelo CEB-FIP [22], transcritas no item 2.8 deste trabalho, quando em uma verificação de sapata de fundação ou laje-cogumelo à punção, resultar que a tensão solicitante v_{sd} seja maior ou igual à tensão admissível v_{Rd1} , essa ligação deverá ser armada para combater a punção.

A armadura de combate à punção deve ser determinada, de forma que a componente vertical da força equilibrada por essa armadura seja pelo menos igual a

$$0,75 \cdot v_{Rd2} \cdot u ,$$

com a resistência característica do aço limitada a 30kN/cm².

Assim, a armadura transversal vale,

$$A_{st} = \frac{0,75 \cdot v_{Rd2} \cdot u}{f_{yd}}, \quad \dots (6.1)$$

onde:

A_{st} é a seção da armadura transversal, em cm^2 ;

v_{Rd2} e u possuem os mesmos significados já indicados nos anexos do capítulo 2 deste trabalho, sendo medidos, respectivamente, em kN/cm e cm .

6.3.2 - Detalhamento das armaduras

Baseado na observação de numerosos ensaios com elementos de lajes-cogumelo até a ruína, TAKEYA [41] fez algumas considerações a respeito do detalhamento das armaduras nas ligações laje-pilar, estando algumas delas transcritas a seguir.

- a) As armaduras transversais devem ser constituídas preferencialmente por estribos ou ganchos espaçadores (figura 6.3), para que a ligação seja dúctil, evitando-se a ocorrência de ruptura brusca. A utilização de barras dobradas não produz esse efeito.
- b) Deve-se evitar o uso de ligações laje-pilar não armadas transversalmente, mesmo quando as verificações assim indicarem. É que a armadura transversal fornece uma segurança adicional, atenuando os efeitos de eventuais perdas de capacidade da ligação, devidas a problemas construtivos, muito comuns nessas regiões, devidos à grande quantidade de armaduras de flexão.

As armaduras transversais de combate à punção devem ser distribuídas de maneira uniforme nas regiões indicadas na figura 6.4.

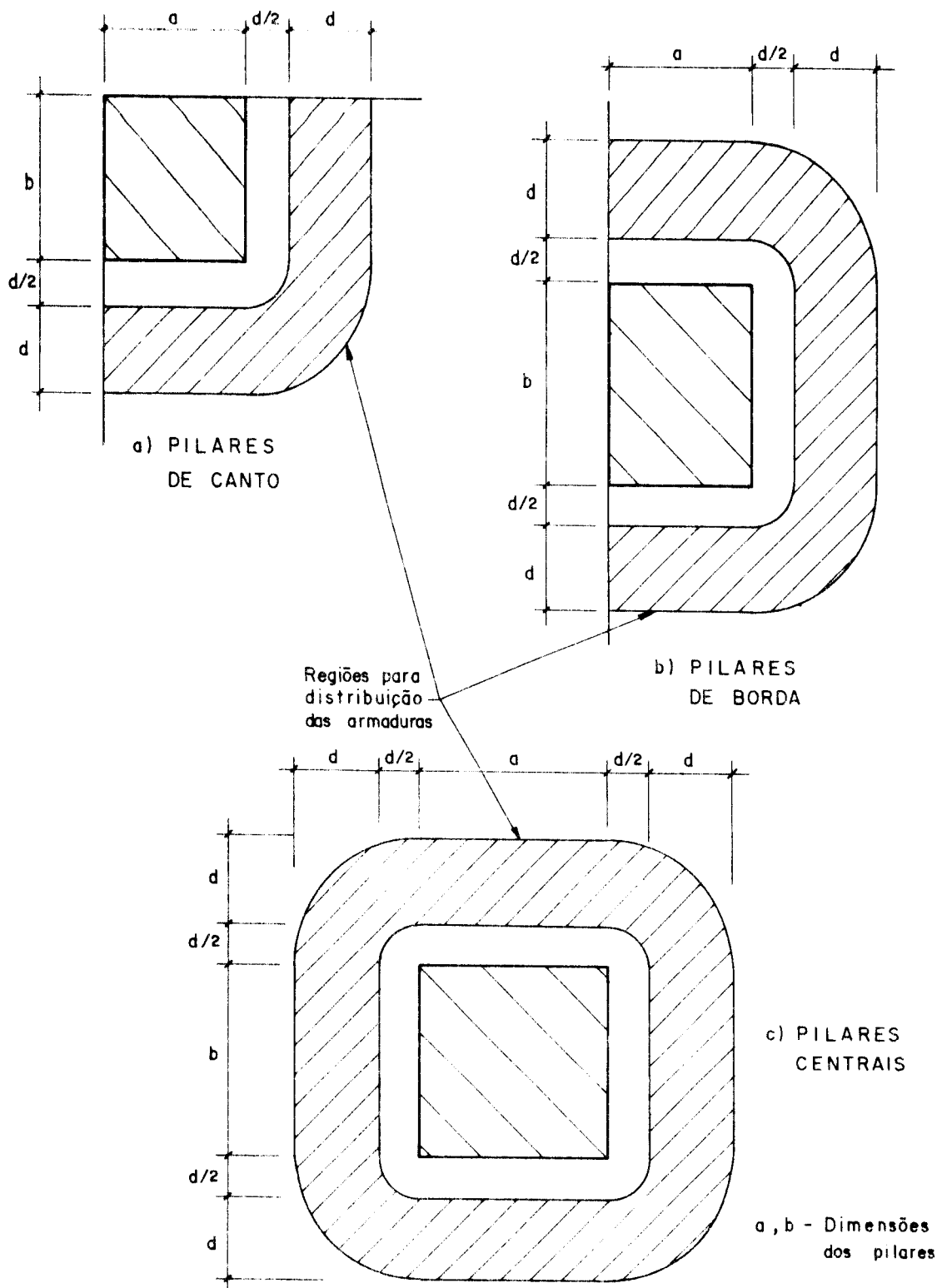


FIGURA 6.4 - REGIÕES PARA DISTRIBUIÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL.

6.4 - Armaduras de Combate à Torção

Além das armaduras já tratadas nos itens anteriores, deve-se também armar as bordas livres das lajes-cogumelo à torção, principalmente junto aos pilares de borda, onde o quadro de fissuração observado possui características diferentes das verificadas para os pilares interiores. Para esses casos, o quadro de fissuração sugere a solicitação da faixa de laje, junto à borda livre, por torção.

A armadura de combate à torção deve ser calculada para a faixa de laje de largura b , indicada na figura 6.5, e deve ser formada por estribos verticais, montados conforme a figura 6.6, devendo-se evitar a utilização das barras dobradas, pelo mesmo motivo já mencionado em 6.3.2.a.

6.4.1 - Determinação do Momento de Torção

Quando se estiver calculando os esforços pelo processo da Analogia de grelha, a solução do problema é imediata, já que esse processo fornece o valor do momento torçor, para qualquer seção da barra que é colocada junto à borda livre, bastando apenas que se disponha convenientemente a malha. Quando, porém, não se dispuser desse processo ou de um método numérico, elementos finitos ou elementos de contorno por exemplo, a alternativa é obter-se o momento torçor a partir dos momentos fletores, calculados pelo Método Direto, no pré-dimensionamento.

Esse processo alternativo consiste em se usar as equações (6.12) e (6.13) a seguir, retiradas do Código ACI-318/83 [18], para calcular a rigidez à torção K_t , da faixa de laje, e, em seguida, dividir proporcionalmente às rigidezes, o momento fletor obtido para a seção situada na face do pilar (seção A-A, figura 6.5) em duas partes: uma, que será absorvida pelo pilar diretamente, M_p , e a outra, que será transmitida ao pilar pela torção da faixa de laje, M_t .

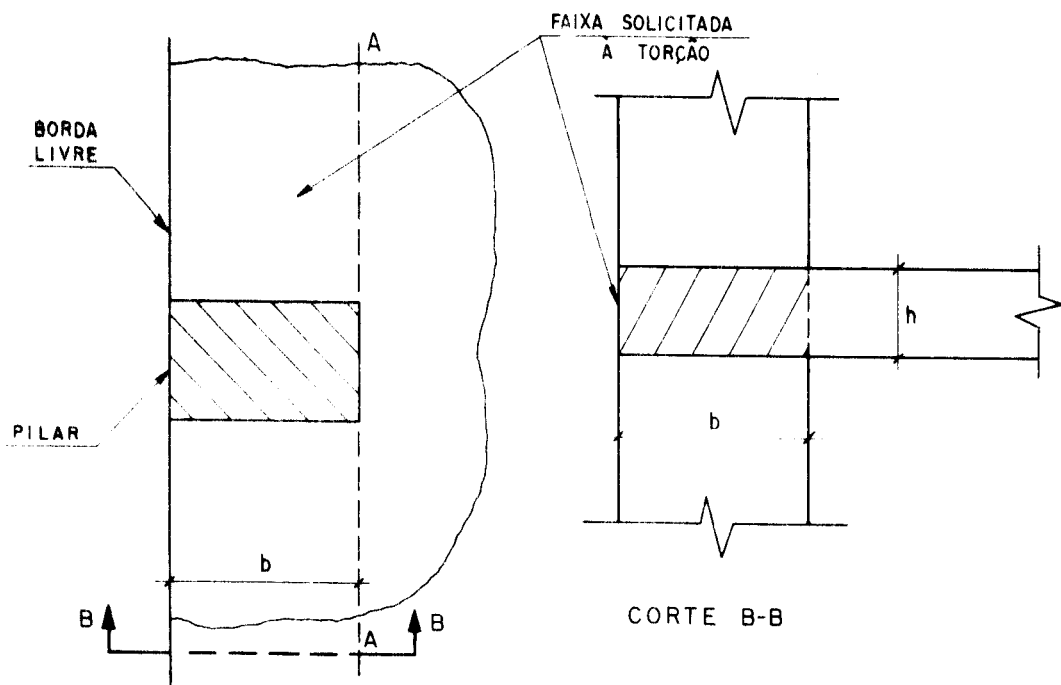


FIGURA 6.5 - ESQUEMA DA FAIXA SOLICITADA À TORÇÃO NAS BORDAS LIVRES

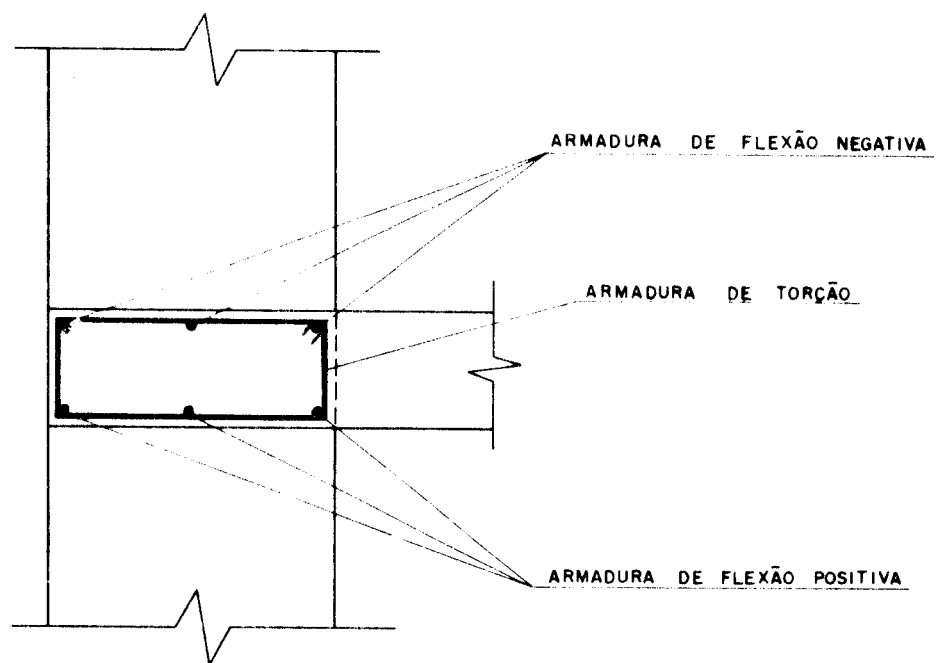


FIGURA 6.6 - DETALHE DA ARMADURA DAS BORDAS LIVRES

As equações para o cálculo da rigidez à torção, da barra correspondente à faixa de laje da borda livre, são:

$$a) \quad C_1 = \left(1 - 0,63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad \dots (6.12)$$

$$b) \quad K_t = \frac{9 E C_1}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad \dots (6.13)$$

onde:

l_2 é a largura da faixa de projeto para a qual se calculou M_0 (figura 6.7.a);

c_2 é a medida da seção do pilar, paralela à borda livre (figura 6.7.a);

x e y são, respectivamente, o menor e o maior lado da seção transversal da faixa de laje (figura 6.7.b).

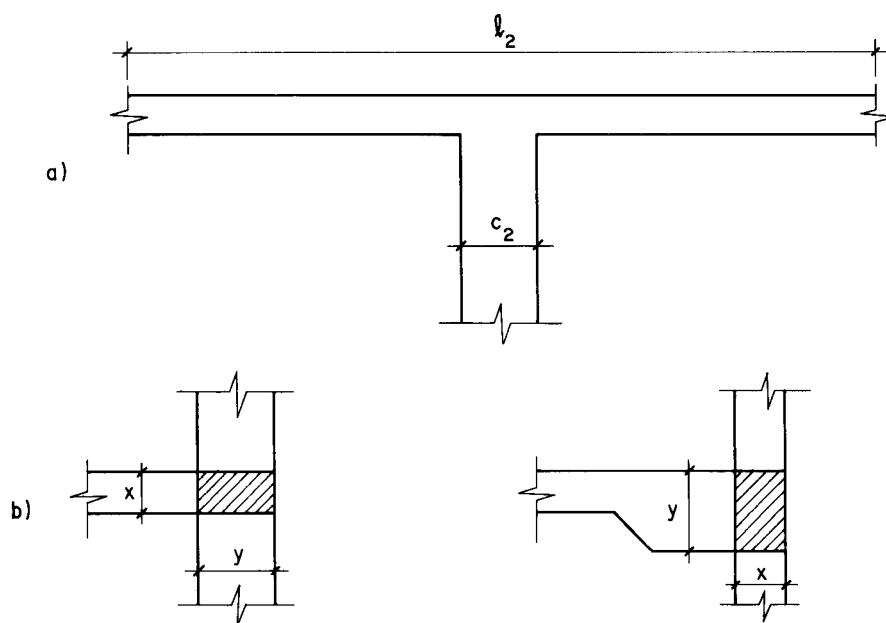


FIGURA 6.7- IDENTIFICAÇÃO DAS GRANDEZAS x, y, c_2 e l_2

As duas porções de momentos, M_p e M_t , são portanto dadas por:

$$M_p = \frac{K_p}{K_p + K_t} \cdot M_{AA} \quad \dots (6.14)$$

$$M_t = \frac{K_t}{K_p + K_t} \cdot M_{AA} \quad \dots (6.15)$$

A etapa seguinte é o cálculo das armaduras de torção, para combater o momento M_t , obtido da equação (6.15).

6.4.2 - Dimensionamento das bordas à torção

O processo de cálculo das armaduras de combate à torção é o prescrito pela NBR-6118, no item 4.1.3, para o qual se apresenta a marcha de cálculo a seguir, supondo-se que toda a armadura de torção seja composta por estribos verticais e que a resistência característica do aço seja limitada a 435 MPa.

a) Obtenção da seção vazada para seções retangulares

Sendo b e h , respectivamente, a largura e a altura da seção retangular que representa a faixa de laje junto à borda livre, e b_s e h_s as distâncias entre os eixos das barras da armadura longitudinal dos cantos (figura 6.8.a), a seção vazada a considerar será:

Se $b_s \geq \frac{5}{6} b$, a espessura h_1 da parede fictícia será tomada como $b/6$ sobre todo o contorno do retângulo, considerando-se o contorno externo da parede fictícia coincidente com o contorno da seção (figura 6.8.b);

Se $b_s < \frac{5}{6} b$, a espessura h_1 da parede fictícia será tomada como $b_s/5$, sobre todo o contorno do retângulo,

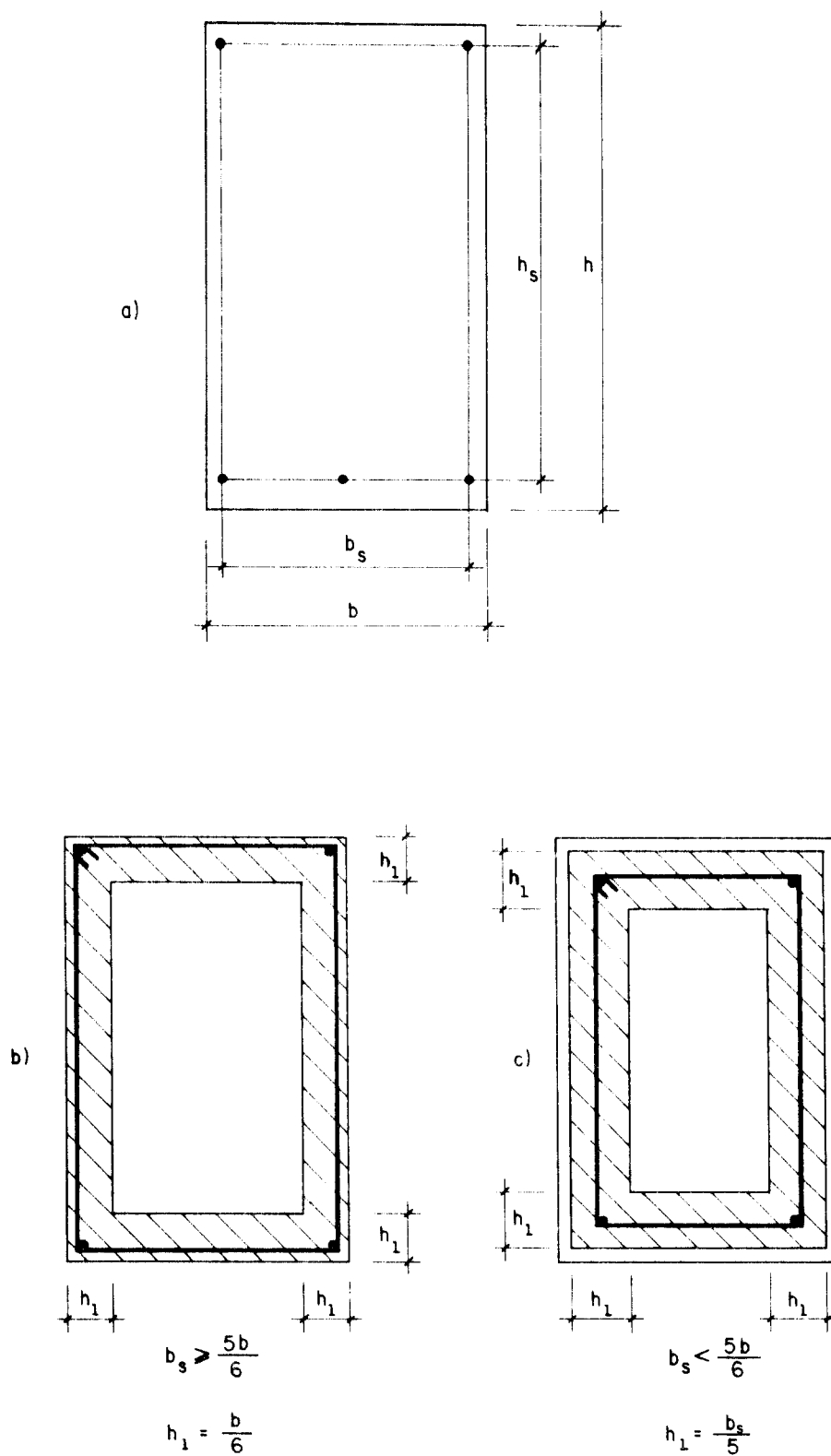


FIGURA 6.8 - ESQUEMA DA SEÇÃO VAZADA RESISTENTE À TORÇÃO

com a linha média desta parede coincidindo com o retângulo cujos vértices são os centros das seções das barras de canto da armadura longitudinal (figura 6.8.c);

Se o lado horizontal da seção retangular for maior que o lado vertical, então a seção deverá ser invertida, com b passando a ser o lado vertical e h o lado horizontal; a partir daí, se procede normalmente à determinação da seção vazada.

b) Cálculo da tensão na seção vazada

A tensão tangencial oriunda da torção é dada por:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2 A_e h_e}, \quad \text{onde:} \quad \dots (6.16)$$

A_e = área limitada pela linha média da parede, incluindo a parte vazada;

h_e = espessura da parede no ponto considerado.

O valor obtido para τ_{td} , pela expressão (6.16), deverá obedecer à relação:

$$\tau_{td} \leq \tau_{tu}, \quad \text{com} \quad \dots (6.17a)$$

$$\tau_{tu} = 0,22 f_{cd} \leq 4 \text{ MPa.} \quad \dots (6.17b)$$

c) Cálculo das armaduras

A seção de armadura de combate à torção, composta por estribos verticais de dois ramos, é dada por:

$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{yd}}, \quad \text{onde:} \quad \dots (6.18)$$

A_{90} = área da seção transversal dos estribos, simples ou múltiplos, normais ao eixo da peça;

s = espaçamento entre os estribos.

6.5 - Detalhamento das Armaduras de Flexão

A apresentação do cálculo das armaduras de flexão foi omitida, porém, a seguir são apresentados os dados utilizados, tanto para as armaduras positivas, quanto para as negativas.

6.5.1 - Dados para o cálculo

a) Armaduras positivas

- largura das seções, $b = 100,00$ cm ,

- altura da laje, $h = 18,00$ cm ,

- altura útil da laje:

$$\begin{aligned} \text{com barras de } 8,0 \text{ mm, } d_x &= 18,00 - 2,0 - \frac{0,80}{2} = \\ &= 15,600 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{com barras de } 6,3 \text{ mm, } d_x &= 18,00 - 2,0 - \frac{0,63}{2} = \\ &= 15,685 \text{ cm} \end{aligned}$$

- concreto C-18 ($f_{ck} = 18$ MPa),

- aço CA-50B.

b) Armaduras negativas

Os mesmos dados das armaduras positivas, exceto:

- altura útil da laje,

$$\begin{aligned} \text{com barras de } 12,5 \text{ mm, } d_x &= 18,00 - 0,5 - \frac{1,25}{2} = \\ &= 16,875 \text{ cm .} \end{aligned}$$

6.5.2 - Detalhes da distribuição das armaduras

As armaduras de flexão foram calculadas para combater os momentos fletores obtidos pelo processo da Analo-

gia de Grelha, enquanto que o seu detalhamento foi feito conforme as disposições construtivas mínimas, apresentadas na figura 6.1. Os detalhes estão nas figuras 6.10 e 6.11.

6.6 - Verificação de Punção

A seguir é feita a verificação de punção a nível de projeto definitivo, sendo considerados os efeitos das excentricidades das reações para os pilares centrais e a colaboração das armaduras de combate à punção.

Na tabela 6.1, estão os dados para a verificação, lembrando que as reações de apoio adotadas são as obtidas pelo Processo da Analogia de Grelha, e as taxas de armadura, de acordo com o item 3 dos Complementos ao Código Modelo CEB-FIP (item 2.9 deste trabalho).

TABELA 6.1 - Dados para a verificação de punção.

PILAR	V_{sd} (kN)	M_x (kN·m)	M_y (kN·m)	e_x (cm)	e_y (cm)	ρ_ℓ	u (cm)
P ₁	40,477	9,186	9,186	22,694	22,694	0,0018	50,140
P ₂	114,855	33,517	8,483	29,182	7,386	0,0029	104,27
P ₅	114,855	8,483	33,517	7,386	29,182	0,0029	104,27
P ₆	307,246	18,870	18,870	6,142	6,142	0,0037	216,55

6.6.1 - Pilar P₁

A nível de projeto definitivo, as alterações na verificação de punção para a região do pilar P₁ ocorreram no valor de V_{sd} , que, pelo Processo da Analogia de Grelha, o valor obtido foi $V_{sd} = 40,477$ kN, na altura útil, já que as taxas de armadura $\rho_{\ell x}$ e $\rho_{\ell y}$ foram calculadas para as li

nhas de barras $Y = 6,515$ m e $X = 0,635$ m (invertida), e na taxa de armadura longitudinal ρ_ℓ . Os novos valores são:

$$d_x = 18,00 - 0,5 - \frac{0,8}{2} = 17,10 \text{ cm},$$

$$d_y = 18,00 - 0,5 - 1,5 - 0,8 = 16,30 \text{ cm},$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{17,10 + 16,30}{2} = 16,70 \text{ cm};$$

$$\rho_\ell = 0,018 ;$$

$$\kappa = 1,6 - d = 1,6 - 0,167 = 1,433 \text{ (com } d \text{ em m)},$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2 \text{ (da tabela 11.1 - CEB [22])}.$$

Levando-se estes valores à equação (13.8) do CEB; resulta:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot \tau_{Rd} \cdot \kappa \cdot (1 + 50\rho_\ell) \cdot d \quad \dots (13.8)$$

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,433 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0018) \cdot 16,70$$

$$v_{Rd1} = 1,0017 \text{ kN/cm}.$$

O esforço solicitante v_{sd} , vale:

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u} = \frac{40,477}{50,140} = 0,807 \text{ kN/cm}.$$

Aplicando-se a equação (13.1) do CEB, resulta:

$$v_{sd} \leq v_{Rd1} \quad \dots (13.1)$$

Substituindo-se os valores,

$0,807 \leq 1,0017$, então, a região do pilar P_1 e, por simetria, as dos pilares P_4 , P_{13} e P_{16} , não necessitam de armaduras de combate à punção.

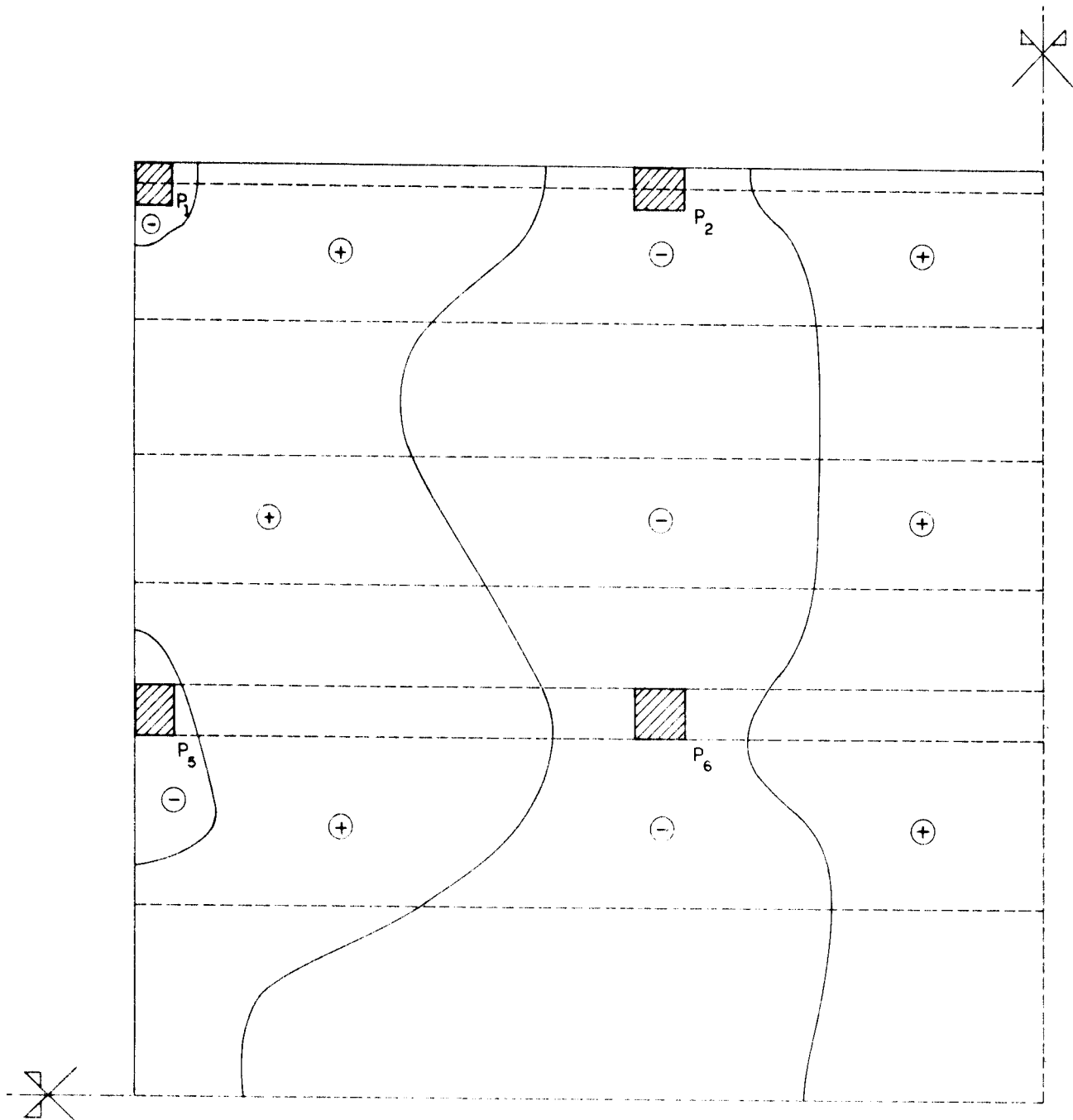


FIGURA 6.9 - VARIAÇÃO DO SINAL DO MOMENTO FLETOR
SEGUNDO A DIREÇÃO X.

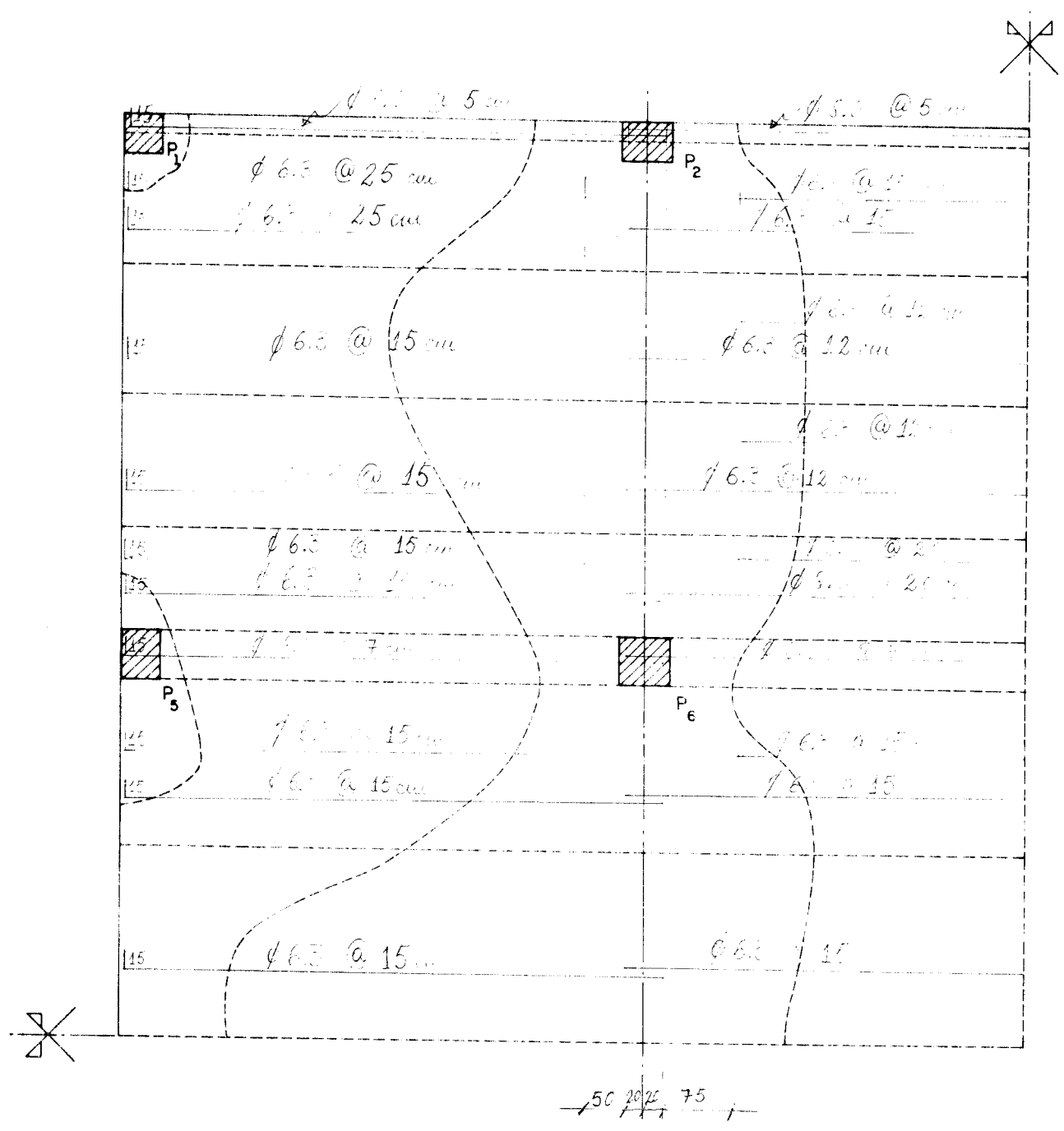


FIGURA 6.10 - ARMADURAS LONGITUDINAIS POSITIVAS SEGUNDO A DIREÇÃO X.

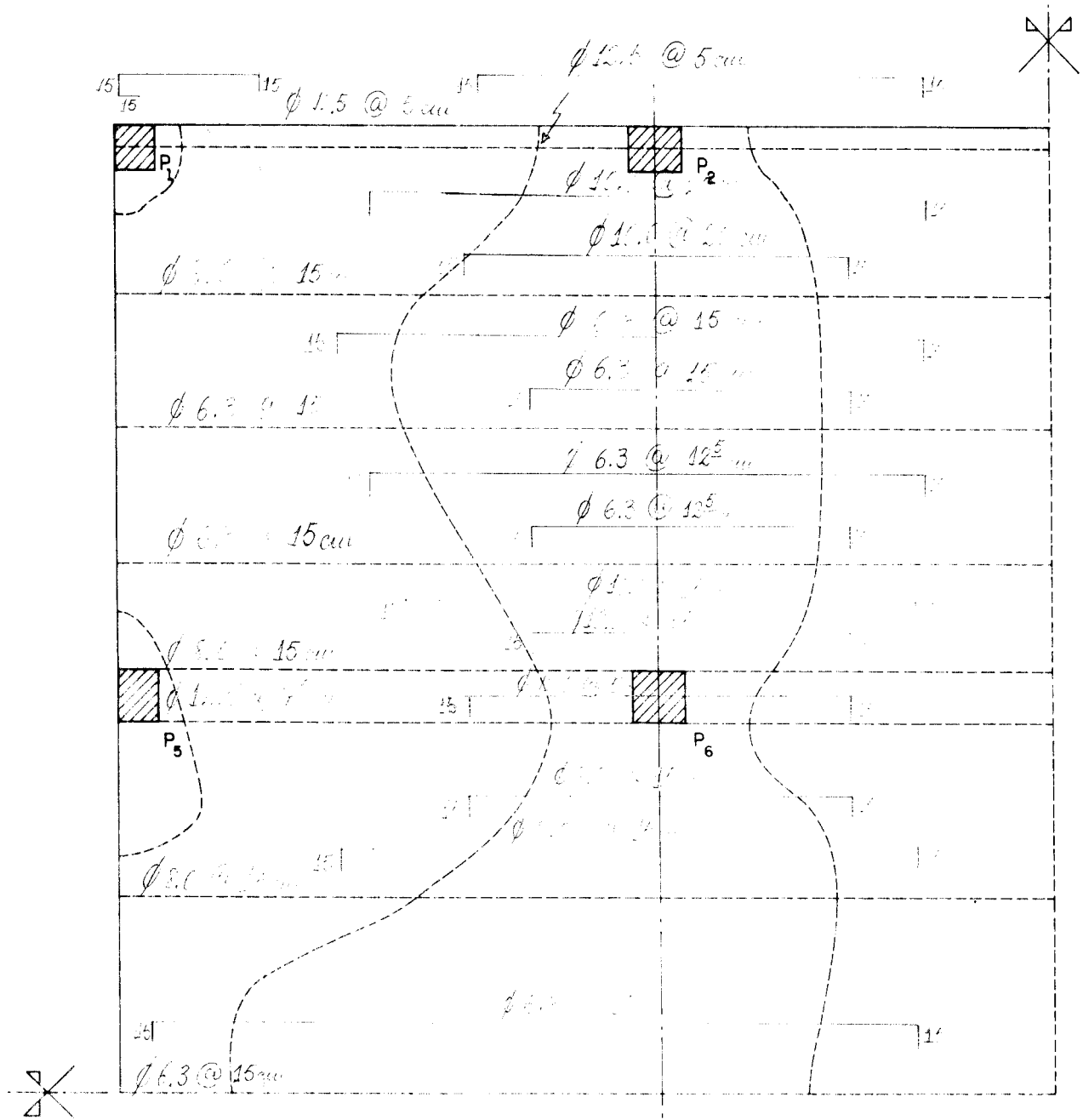


FIGURA 6.11 - ARMADURAS LONGITUDINAIS NEGATIVAS SEGUNDO A DIREÇÃO X.

6.6.2 - Pilar P₂

Para a região do pilar P₂, as alterações na verificação de punção também são no valor de V_{sd} , na altura \underline{u} til e na taxa de armadura. Para essa região os novos valores são:

$$V_{sd} = 114,855 \text{ kN},$$

$$d_x = 18,00 - 0,5 - \frac{1,00}{2} = 17,00 \text{ cm},$$

$$d_y = 18,00 - 0,5 - 1,5 \cdot 1,00 = 16,00 \text{ cm},$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{17,00 + 16,00}{2} = 16,50 \text{ cm},$$

$$\rho_l = 0,0029;$$

$$\kappa = 1,6 - d = 1,6 - 0,165 = 1,435 \text{ (com } d \text{ em m)},$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2 \text{ (da tabela 11.1 - CEB [22])}.$$

Levando-se estes valores à equação (13.8) do CEB, vem:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,435 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0029) \cdot 16,50$$

$$v_{Rd1} = 1,041 \text{ kN/cm}.$$

O esforço solicitante, v_{sd} , vale;

$$v_{sd} = \frac{V_{sd}}{u} = \frac{114,855}{104,270} = 1,101.$$

Levando-se os valores de v_{Rd1} e v_{sd} à equação (13.1) do CEB, a relação $v_{sd} \leq v_{Rd1}$ não se verifica, portanto, a região do pilar P₂ e, por simetria, as dos pilares P₃, P₅, P₈, P₁₂, P₁₄ e P₁₅, necessitam de armaduras de combate à punção.

6.6.3 - Pilar P₆

Na região do pilar P₆ as alterações também são as mesmas, sendo os novos valores de V_{sd}, d e ρ_ℓ, os dados a seguir:

$$V_{sd} = 307,246 \text{ kN},$$

$$d_x = 18,00 - 0,5 - \frac{0,80}{2} = 17,10 \text{ cm},$$

$$d_y = 18,00 - 0,5 - 1,5 \cdot 0,80 = 16,30 \text{ cm},$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{17,10 + 16,30}{2} = 16,70 \text{ cm},$$

$$\rho_\ell = 0,0037;$$

$$\kappa = 1,6 - 0,167 = 1,433,$$

$$\tau_{Rd} = 0,024 \text{ kN/cm}^2.$$

Levando-se estes valores à equação (13.8) do CEB, vem:

$$v_{Rd1} = 1,6 \cdot 0,024 \cdot 1,433 \cdot (1 + 50 \cdot 0,0037) \cdot 16,70$$

$$v_{Rd1} = 1,089 \text{ kN/cm}.$$

O esforço solicitante v_{sd,máx}, é obtido através da equação (13.7) do Código-Modelo, transcrito a seguir:

$$v_{sd,máx} = \frac{V_{sd}}{u} \cdot \left(1 + 1,5 \cdot \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x \cdot b_y}} \right) \quad \dots (13.7)$$

onde:

b_x e b_y são as dimensões do contorno da área carregada u, medidas segundo as direções x e y respectivamente. Para o caso do pilar P₆,

$$b_x = b_y = 40,00 \text{ cm}.$$

Substituindo-se os valores na equação (13.7), vem:

$$v_{sd,m\acute{a}x} = \frac{307,246}{216,550} \cdot \left(1 + 1,5 \cdot \frac{6,142 + 6,142}{\sqrt{40,00 \cdot 40,00}} \right)$$

$$v_{sd,m\acute{a}x} = 2,072 \text{ kN/cm.}$$

Considerando-se a contribuição das armaduras de punção, a capacidade resistente da laje, $v_{Rd2} = 1,6 v_{Rd1}$, vale:

$$v_{Rd2} = 1,6 \cdot 1,089 = 1,7424 \text{ kN/cm.}$$

Comparando-se este valor, com o da solicitação, v_{sd} , vem:

$$v_{sd} > v_{Rd1},$$

portanto, a região do pilar P_6 e, por simetria, as regiões dos pilares P_7 , P_{10} e P_{11} , não são seguras em relação à punção, mesmo sendo armadas para combater essa solicitação.

Em relação aos resultados da verificação de punção, é preciso que sejam recebidos com alguma ressalva. Acontece que, nas regiões dos pilares, a fissuração do concreto é bastante intensa, alterando substancialmente os módulos de deformação do concreto, o que, se levado em conta, causa uma redistribuição nos valores dos momentos fletores; diminuindo os momentos negativos e aumentando os positivos. Essa redistribuição dos momentos, implica na redução das excentricidades (e_x e e_y), na redistribuição das reações V_{sd} e, em consequência, na redução de v_{sd} para alguns pilares, como o pilar P_6 deste exemplo.

No final deste trabalho, onde são apresentadas sugestões para novas pesquisas, está incluída a consideração dos efeitos da fissuração.

6.7 - Cálculo e Detalhamento das Armaduras de Punção

Embora a região do pilar P_4 não tenha passado na verificação de punção, a título de demonstração, serão calculadas as armaduras de punção para as regiões dos pilares P_2 e P_6 .

6.7.1 - Região do pilar P_2

Da equação (13.9) do Código-Modelo,

$$v_{Rd2} = 1,6 \cdot v_{Rd1}.$$

Para o pilar P_2 ,

$$v_{Rd1} = 1,041 \text{ kN/cm, então,}$$

$$v_{Rd2} = 1,6 \cdot 1,041 = 1,666 \text{ kN/cm.}$$

A armadura transversal de combate à punção, A_{st} , é dada por:

$$A_{st} = \frac{0,75 \cdot v_{Rd2} \cdot u}{f_{yd}}, \text{ com } f_{yd} \leq 30 \text{ kN/cm}^2;$$

Substituindo-se os valores na equação, vem:

$$A_{st} = \frac{0,75 \cdot 1,666 \cdot 104,27}{30} = 4,34 \text{ cm}^2 = 22 \phi 5,0 \text{ mm}.$$

Esta armadura deverá ser distribuída de maneira uniforme na região indicada na figura 6.4.b, com os seguintes valores:

$$a = 30,00 \text{ cm,}$$

$$b = 40,00 \text{ cm,}$$

$$d = 16,5 \text{ cm,}$$

e dobrada em forma de ganchos, conforme o detalhe da figura 6.3.

6.7.2 - Região do pilar P₆

Para o pilar P₆,

$$V_{Rd2} = 1,7424 \text{ kN/cm, e}$$

$$u = 216,55 \text{ cm.}$$

A armadura de combate à punção vale, portanto,

$$A_{st} = \frac{0,75 \cdot 1,7424 \cdot 216,55}{30} = 9,433 \text{ cm}^2 = 47 \phi 5,0 \text{ mm,}$$

Esta armadura deverá ser distribuída de maneira uniforme na região indicada na figura 6.4.c, com os seguintes valores:

$$a = 40,00 \text{ cm;}$$

$$b = 40,00 \text{ cm,}$$

$$d = 16,70 \text{ cm,}$$

e dobrada em forma de ganchos, conforme o detalhe da figura 6.3.

6.8 - Cálculo e Detalhamento das Armaduras de Torção

A seguir é exemplificado o cálculo das armaduras de torção para as faixas de laje junto à borda livre, para o caso da FP-X1, com os valores dos momentos obtidos pelo Método Direto no capítulo 3 e apresentados na tabela 3.2.

6.8.1 - Cálculo da rigidez da faixa de laje à torção

De acordo com a figura 6.7,

$$x = 18,00 \text{ cm,}$$

$$y = 30,00 \text{ cm,}$$

$$c_2 = 30,00 \text{ cm},$$

$$l_2 = 215,00 \text{ cm, então,}$$

pela equação (6.12), vem:

$$C_1 = (1 - 0,63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3}, \quad \dots (6.12)$$

substituindo-se os valores,

$$C_1 = (1 - 0,63 \cdot \frac{18,00}{30,00}) \cdot \frac{18,00^3 \cdot 30,00}{3} =$$

$$C_1 = 36275 \text{ cm}^4.$$

Levando-se este valor à equação (6.13), vem:

$$K_t = \frac{9 E C_1}{l_2 (1 - \frac{c_2}{l_2})^3} \quad \dots (6.13)$$

$$K_t = \frac{9 \cdot 1,66 \cdot 10^7 \cdot 36275}{215 (1 - \frac{30,00}{215,00})^3} = 2,929 \cdot 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

6.8.2 - Cálculo do momento torçor na faixa de laje

A rigidez à flexão do pilar P_1 , considerando - se o módulo de deformação longitudinal $E = 1,66 \cdot 10^7 \text{ kN/cm}$ e um pé-direito de 3,00 m, vale:

$$K_{P,P1} = 2,988 \cdot 10^{10} \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Levando-se este valor, juntamente com o valor obtido para K_t em (6.8.1), e o valor de M_{AA} dado na tabela 3.2, às equações (6.14) e (6.15), resulta:

$$M_p = \frac{K_p}{K_p + K_t} \cdot M_{AA}, \quad \dots (6.14)$$

$$M_t = \frac{K_t}{K_p - K_t} \cdot M_{AA} \quad \dots (6.15)$$

$$M_P = \frac{2,988 \cdot 10^{10}}{2,988 \cdot 10^{10} + 2,929 \cdot 10^{10}} \cdot 1175,9 = 593,81 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

$$M_t = \frac{2,929 \cdot 10^{10}}{2,988 \cdot 10^{10} + 2,929 \cdot 10^{10}} \cdot 1175,9 = 582,09 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

6.8.3 - Obtenção da seção vazada

Para o exemplo que está sendo resolvido, na figura 6.8, as grandezas h , b , h_s e b_s assumem os seguintes valores:

$$h = 30,00 \text{ cm},$$

$$b = 18,00 \text{ cm},$$

$$h_s = 26,75 \text{ cm},$$

$$b_s = 14,75 \text{ cm}.$$

$$\frac{5 \cdot b}{6} = \frac{5 \cdot 18,00}{6} = 15,00 \text{ cm} > b_s, \text{ então,}$$

a espessura h_1 da parede fictícia será tomada como $b/5$,

$$h_1 = \frac{b}{5} = \frac{18,00}{5} = 3,6 \text{ cm},$$

sobre todo o contorno do retângulo.

6.8.4 - Cálculo da tensão na seção vazada

A tensão tangencial, τ_{td} , é dada por:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2 A_e \cdot h_e}, \text{ onde:}$$

$$T_d = 1,4 \cdot M_t = 1,4 \cdot 582,09 = 814,93 \text{ kN}\cdot\text{cm},$$

$$A_e = b_s \cdot h_s = 14,75 \cdot 26,75 = 394,56 \text{ cm}^2,$$

$$h_e = 3,425 \text{ cm.}$$

Substituindo-se os valores na equação, resulta:

$$\tau_{td} = \frac{814,93}{2 \cdot 394,56 \cdot 3,425} = 0,302 \text{ kN/cm}^2.$$

$$\tau_{tu} = 0,22 \cdot f_{cd} = 0,22 \cdot \frac{1,8}{1,4} = 0,283 \text{ kN/cm}^2 \leq 0,4 \text{ kN/cm}^2$$

Então, a relação $\tau_{dt} \leq \tau_{tu}$ se verifica.

6.8.5 - Cálculo das armaduras

Dados:

A_{90} = estribos de 5,0 mm, de dois ramos,
 s = 30,0 cm, espaçamento entre os estribos.

$$f_{yd} = \frac{43,5}{1,15} = 37,83 \text{ kN/cm}^2.$$

Substituindo-se os valores na equação (6.18), resulta:

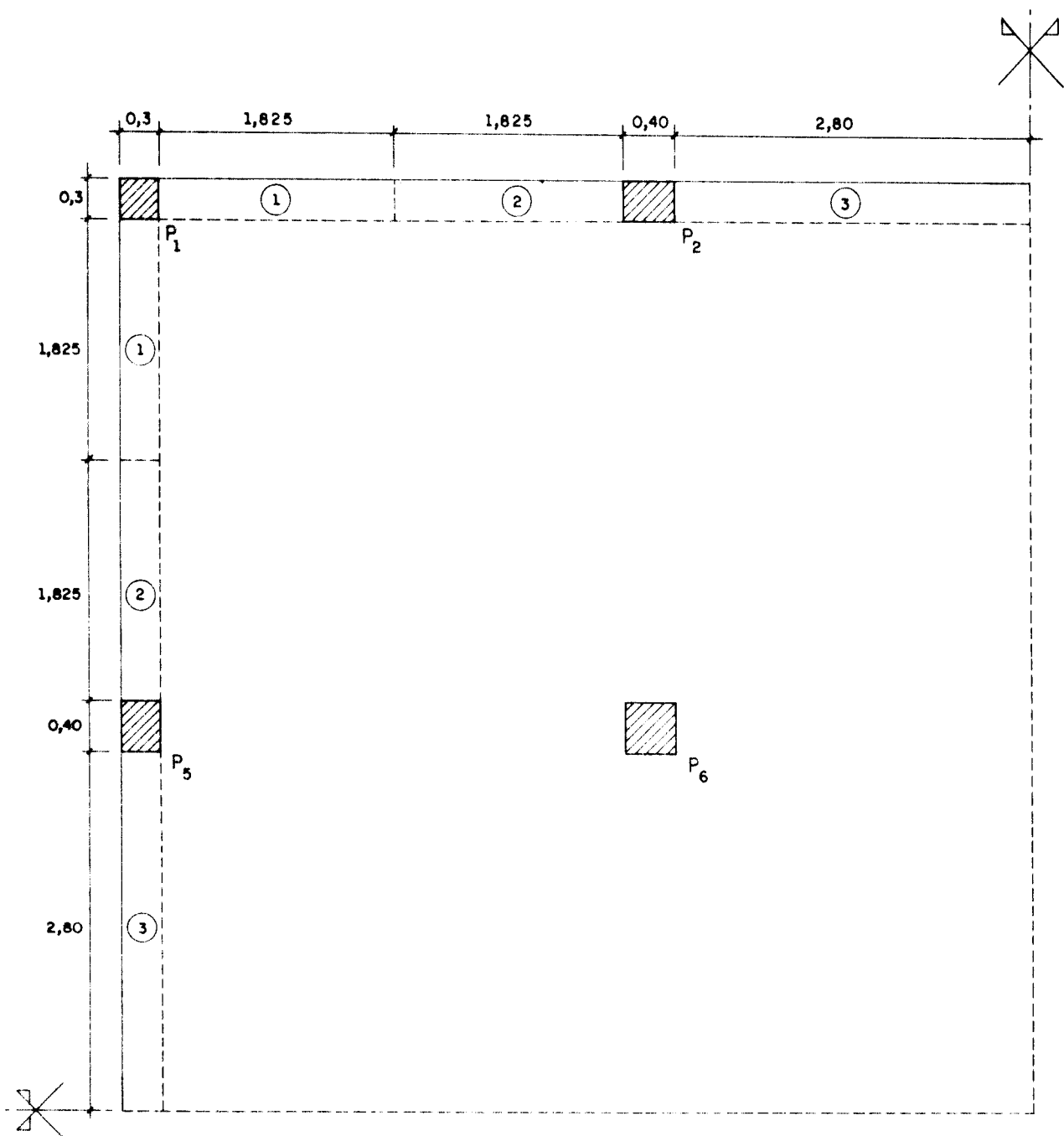
$$\frac{A_{90}}{s} = \frac{T_d}{2 A_e f_{yd}} = \frac{814,93}{2 \cdot 394,56 \cdot 37,83} = 0,0273 \text{ cm,}$$

como $s = 30,0 \text{ cm}$,

$$A_{90} = 30,00 \cdot 0,0273 = 0,82 \text{ cm}^2 = 4 \phi 5,0 \text{ mm.}$$

Pode-se observar que a armadura é muito pequena e deverá ser formada por dois estribos de dois ramos, colocados conforme o detalhe da figura 6.6, em cada uma das regiões nº 1, mostradas na figura 6.12, a partir das faces do pilar P_1 .

As armaduras de torção para as regiões nº 2 e nº 3 foram calculadas em separado e as quantidades indicadas diretamente na figura 6.12.



REGIÕES Nº 1 - 2 ESTRIBOS DE 5.0 mm @ 30 cm

REGIÕES Nº 2 - 2 ESTRIBOS DE 5.0 mm @ 30 cm

REGIÕES Nº 3 - 3 ESTRIBOS DE 5.0 mm @ 30 cm

FIGURA 6.12 - REGIÕES PARA DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS DE TORÇÃO.

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A seguir, são apresentadas algumas considerações sobre esta etapa das pesquisas idealizadas, visando a obtenção de um manual de projetos de edifícios, com pavimentos em lajes-cogumelo. Procura-se reforçar alguns aspectos, tratados durante a execução do trabalho e sugerem-se caminhos para o prosseguimento das pesquisas sobre o tema.

7.1 - Análise Crítica da Verificação de Punção

Dentre os aspectos relativos ao comportamento das lajes-cogumelo, provavelmente, o mais obscuro seja o da punção, principalmente nos casos de pilares de canto e pilares de borda, onde os efeitos da excentricidade da reação conferem, a essas situações, características bem diferentes dos casos de pilares centrais.

Quanto às alternativas pesquisadas para o tratamento do problema, baseadas nas prescrições da NBR-6118 [17], do Código ACI-318/83 [18] e do Código-Modelo CEB-FIP 1978 [22], cabem algumas ponderações, já levadas a efeito no decorrer do trabalho, que são repetidas a seguir, de forma resumida.

Em relação à norma brasileira, NBR-6118, as res-

trições quanto ao seu uso são consideráveis, pois seu texto sobre o problema da punção é muito pobre, já que não indica procedimentos para os casos de reações excêntricas, bem como, exclui os casos de pilares de borda e pilares de canto.

Em relação ao código ACI-318/83, as restrições são diferentes, ficando por conta do sistema de unidades empregado e da definição da resistência característica do concreto, que é feita de uma forma diferente da empregada no Brasil, necessitando, portanto, de um estudo adicional.

Quanto às prescrições do Código-Modelo CEB-FIP, em que se baseiam os roteiros de cálculo aqui sugeridos para a verificação da punção, está claro o que segue.

Segundo os ensaios de FIGUEIREDO, Fº [35] e as considerações feitas por REGAN [36], as prescrições do Código-Modelo não são satisfatórias, por levarem a valores bastante baixos para a resistência das lajes à punção, principalmente para as ligações com pilares de canto. Porém, parece claro que, desde que as lajes estejam corretamente armadas à flexão, os valores obtidos para os casos de pilares de canto são seguros.

Apesar das ressalvas apresentadas, as prescrições do Código-Modelo foram seguidas e recomendadas neste trabalho, pois as restrições relativas aos demais regulamentos consultados, NBR-6118 e ACI-318/83, foram considerados mais difíceis de serem contornadas.

Em situações correntes de projeto, nos casos de pilares de borda e de canto, nos quais, segundo as prescrições do CEB, as ligações laje-pilar não apresentarem resistência suficiente, sugerem-se os procedimentos indicados nos itens 2.6.1.e e 2.6.2.g deste trabalho, que são repetidos a seguir.

a) **Procedimentos estruturais**

- Adoção de capitéis para aumentar a espessura da laje,

nas regiões das áreas carregadas;

- Adoção de vigas no contorno, eliminando-se as bordas livres e as situações de pilares de borda e de canto.

b) Procedimentos arquitetônicos

- Modificação nos comprimentos dos vãos;
- Prolongamento das lajes, formando balanços, o que transforma os pilares de borda e de canto em pilares centrais.

c) Procedimentos construtivos

- Substituição de materiais de construção a serem utilizados, para redução das ações permanentes;
- Utilização de concretos de alta resistência, nas regiões das ligações laje-pilar.

7.2 - Cálculo Manual e Cálculo Computadorizado

Entre os processos apresentados neste trabalho, um é indicado para cálculo manual - o Método Direto -, ou outro para cálculo computadorizado - o Processo da Analogia de Grelha -, sendo o Processo dos Pórticos Múltiplos indicado para as duas situações, isto é, tanto para cálculo manual quanto para o cálculo computadorizado.

Pode-se observar, através dos resultados obtidos para o exemplo analisado, nas figuras 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19, bem como na tabela 7.1, que o Método Direto dá resultados bem semelhantes aos do Processo dos Pórticos Múltiplos, tanto em relação aos momentos fletores, quanto às reações de apoio, sendo que o Método Direto, além de fornecer os valores dos esforços de flexão de maneira imediata e sem necessidade de cálculos hiperestáticos, possui a vantagem de se poder obter o momento torçor junto às bordas livres, de uma forma, também, bastante cômoda, como se indica no item 6.4.1.

Quanto ao cálculo computadorizado, o processo da Analogia de Grelha é preferível em relação ao dos Pórticos Múltiplos, pois trata as lajes de uma maneira mais próxima do seu comportamento real.

TABELA 7.1 - Reações de apoio obtidas pelos diversos processos apresentados (em kN).

PILAR	MÉTODO DIRETO			PÓRTICOS MÚLTIPLOS			ANALOGIA DE GRELHA V _{sd}
	R _x	R _y	V _{sd}	R _x	R _y	V _{sd}	
P ₁	62,139	62,139	62,139	62,220	62,220	62,220	40,477
P ₂	140,888	126,521	133,704	142,760	118,420	130,590	115,144
P ₅	126,521	140,888	133,704	118,420	142,760	130,590	115,144
P ₆	262,269	262,269	262,269	270,400	270,400	270,400	307,246

7.3 - Comparação dos Resultados

O fato de ter sido resolvido apenas um exemplo, e com características bem particulares, não permite que se chegue a maiores conclusões em relação aos processos apresentados, além das mencionadas no item 7.2, em relação ao Método Direto.

Novos exemplos deverão se resolvidos, variando-se a forma e o carregamento, já que a carga acidental adotada foi muito baixa, 2,0 kN/m², aproximadamente 25% do total das cargas permanentes, enquanto que o Método Direto pode ser aplicado a casos em que as cargas acidentais tenham o triplo do valor das cargas permanentes (ACI-318/83 [18]).

7.4 - Novas Pesquisas

Dando prosseguimento ao programa de pesquisas, visando a obtenção do manual de projetos de edifícios com lajes-cogumelo, sugere-se que sejam desenvolvidos estudos sobre os aspectos indicados a seguir.

7.4.1 - Punção

Em relação à punção, deve-se tentar a utilização das prescrições do código ACI-318/83, além de prosseguir com os estudos experimentais, buscando um modelo matemático mais preciso, para as diversas situações de localização das áreas carregadas.

7.4.2 - Flexão

Sugere-se o desenvolvimento de estudos, utilizando outros métodos numéricos, como o dos elementos finitos e dos elementos de contorno, buscando, principalmente, um tratamento eficiente das regiões de ligações laje-pilar, para se conhecer melhor o comportamento dos esforços nessas regiões.

Poderá ser de grande utilidade, também, o desenvolvimento de um programa para verificação da punção, integrado com os programas de cálculo à flexão.

Outros aspectos que precisam ser analisados são: o cálculo plástico, pois, em relação à sua aplicação ao projeto de lajes-cogumelo, muito pouco se conhece; a consideração dos efeitos da fissuração, no cálculo dos esforços, e o cálculo de flechas.

7.4.3 - Estabilidade global

O comportamento global de edifícios, com pavimentos em lajes-cogumelo, precisa ser analisado, já que as considerações levadas a efeito durante este trabalho só se aplicam aos casos de edifícios submetidos, apenas, a carregamentos de origem gravitacional.

7.4.4 - Aspectos construtivos

No campo construtivo, sugere-se a pesquisa da utilização de concretos com agregados leves, concretos de alta resistência e o uso de telas soldadas, para agilizar a execução das armaduras.

Sugere-se ainda uma análise econômica comparativa, levando-se em conta não apenas os custos de materiais e mão-de-obra, como se faz habitualmente, mas incluindo o treinamento de toda uma equipe de trabalho, por se tratar de um sistema que foge do convencional.

7.5 - Conclusão

Finalizando, conclui-se que foram analisadas importantes etapas do projeto de lajes-cogumelo, devendo-se destacar os roteiros sugeridos para o pré-dimensionamento, para o cálculo dos momentos torçores junto às bordas livres e para o detalhamento das armaduras, inclusive de torção e de punção.

Para a obtenção de um manual de projeto de edifícios em lajes-cogumelo, porém, os estudos deverão ser complementados com a realização de outros trabalhos correlatos, abordando os aspectos indicados no item 7.4.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] TURNER, C. Discussion of Reinforced concrete warehouse for Northwest Knitting Co. Engineering news, 54(15), Oct. 1905.
- [2] TALBOT, A. Reinforced concrete walls, footings and column footings". University of Illinois - Engineering Experiment Station, Bull.nº 67, Mar. 1913. 144p.
- [3] GRAF, O. Tests of reinforced concrete slabs under concentrated load applied near one support. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, n. 73, 1933, 28 p.
- [4] RICHART, F. Reinforced concrete wall and column footings. ACI Journal, 45(2):97-127, Oct. 1948; 45(3):237-260, Nov. 1948.
- [5] HOGNESTAD, E. Shearing strength of reinforced column footings. ACI Journal, 50(3):189-208, Nov. 1953.
- [6] MOE, J. Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, Bull. D47, Apr. 1961. 130 p.
- [7] KINNUNEN, S. Punching of concrete slabs with two-way reinforcement. Kungliga Tekniska Högskolan, n. 158, 1960.

- [8] MARCUS, H. Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten (A teoria elástica e sua aplicação ao cálculo de placas fletidas). Berlin, Julius Springer, 1924.
- [9] JOHANSEN, K. Brudlinieteorier. Genoptrykt, Polyteknisk Forening, 1943. 189 p.
- [10] PAIVA, J.B. Formulação do método dos elementos de contorno para flexão de placas e suas aplicações em engenharia de estruturas. São Carlos, EESC-USP, 1987. 195 p. (Tese de doutoramento).
- [11] VENTURINI, W.S. Um estudo sobre o método dos elementos de contorno e suas aplicações em problemas de engenharia. São carlos, EESC-USP, 1988. (Tese de Livre-docência).
- [12] COULL, A. & CHEE, W.Y. Design of floor slabs coupling shear walls. Journal of Structural Engineering, 109(1):109-125, Jan. 1983.
- [13] DARVALL, P. & ALLEN, F. Lateral load effective width of flat plates with drop panels. ACI Journal, 81(6):613-617, Nov.-Dec. 1984.
- [14] QADEER, A. & SMITH, B.S. The bendings stiffnes of slab conecting shear walls. ACI Journal, 66(6):464-473, June, 1969.
- [15] PAULAY, T. & TAYLOR, R.G. Slab coupling of earthquake-resisting shear walls. ACI Journal, 78(2):130-140, Mar.-Apr. 1981.
- [16] ACI COMITTEE 442. Response of buildings to lateral forces (ACI 442R-71) (Revised 1982). Detroit, American Concrete Institute, 1982.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e

execução de obras de concreto armado: (NBR-6118).
Rio de Janeiro, ABNT, 1978.

- [18] ACI COMMITTEE 318. Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-83) (Revised 1986) Detroit, American Concrete Institute, 1986.
- [19] MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A.G.; CABRE, F.M. Hormigon armado. 8. ed. Barcelona, Gustavo Gili, 1976.
- [20] RICHART, F.E. & KLUGE, R.W. Tests of reinforced concrete slabs subjected to concentrated loads. University of Illinois - Engineering Experiment Station, Bull., n. 314, Jun. 1939. 75 p.
- [21] HANSON, N.W. & HANSON, J.H. Shear on moment transfer between concrete slabs and columns. Journal of the PCA, Research and Development Laboratories: 2-16, Jan. 1968.
- [22] COMITÉ EUROPÉEN DU BETON. Code-modele CEB-FIP pour les structures en beton. CEB: Bulletin d'Information, Paris, n. 124/125-F, Juin, 1978.
- [23] KINNUNEN, S. & NYLANDER, H. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Kungliga Tekniska Hogskolans Handlingar, n. 158, 1960.
- [24] KINNUNEN, S. Punching of concrete slabs with two-way reinforcement with special reference to dowel effect and deviation of reinforcement from polar symmetry. Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Hogskolan, Meddeland, Stockholm, n. 41, 1963.
- [25] LANGENDONCK, T. Remarques sur le Calcul des dalles au poinçonnement. CEB: Bulletin d'Information, Paris, (57):141-144, 1966.

- [26] STATENS BETONGKOMMITTÉ. Förslag till bestämmelser för dimensionering av betongplattor på pelare jämte utdrag ur kommentarer. Publikation K1 1964, Svensk Byggtjänst, Stockholm, 1964.
- [27] GRAF, O. Strength tests of thick reinforced concrete slabs supported on all sides under concentrated loads. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, n.88, 1938. 22 p.
- [28] ELSTNER, R.C. & HOGNESTAD, E. Shearing strength of reinforced concrete slabs. ACI Journal, 53(1): 29-58, July, 1956.
- [29] FRANZ, G. Remarques préliminaires sur les recherches concernant l'influence de l'armature d'effort tranchant sur la résistance des dalles planes dans la zone des appuis. CEB: Bulletin d'Information, Paris, (44):219-227, Oct. 1964.
- [30] YITZHAKI, D. Punching strength of reinforced concrete slabs. ACI Journal, 63(5):527-540, May, 1966.
- [31] CORLEY, W.G. & HAWKINS, N.M. Shearhead reinforcement for slabs. ACI Journal, 65:811-824, Oct. 1968.
- [32] ACI COMMITTEE 318. Building code requirements for reinforced concrete. (ACI 318-71). Detroit, American Concrete Institute, 1971. 78 p.
- [33] DIN 1045. Beton und Stahlbetonbau Bemessung und Ausführung. In: Beton - Kalender 1972. vol. I, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1972.
- [34] COMITÉ EUROPÉEN DU BETON. Compléments au code modèle CEB-FIP 1978 (version finale). CEB - Bulletin d'Information, Paris, n. 139, 1981.

- [35] FIGUEIREDO Fº, J.R. Estudo experimental da ruína das ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes-cogumelo. São Carlos, EESC-USP, 1981. 122 p. (Dissertação de mestrado).
- [36] REGAN, P.E. & BRAESTRUP, M.W. Punching shear in reinforced concrete. CEB: Bulletin d'Information, Paris, n. 168, 1985. 232 p.
- [37] ACI COMMITTEE 318. Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI-318R-83). Detroit, American Concrete Institute, 1986. 171 p.
- [38] ACI COMMITTEE 326 (now 426). Shear and diagonal tension. ACI Journal, Proceedings, 59(1):1-30, Jan. 1962; (2):277-334, Feb. 1962; (3):352-396, Mar. 1962.
- [39] ASCE-ACI TASK COMMITTEE 426. The shear strength of reinforced concrete members: slabs. Journal of the Structural Division, ASCE, 100(8):1543 - 1591, Aug. 1974.
- [40] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações: (NBR-6120). Rio de Janeiro, ABNT, 1980.
- [41] TAKEYA, T. et alii. Recomendações para o projeto e a execução da estrutura em lajes-cogumelo pertencentes às unidades básicas de saúde do plano metropolitano de saúde. São Carlos, Departamento de Estruturas da EESC-USP, 1985. (Relatório Técnico).
- [42] BAYCOV, V.N. & SIGALOV, E.E. Estructuras de hormigon armado: curso general. Moscou, MIR, 1980.
- [43] BARKER, J.A. Reinforced concrete detailing. Oxford, Oxford University Press, 1967.

- [44] PINHEIRO, L.M. Concreto armado: tabelas e ábacos.
São Carlos, EESC-USP, 1986. 66 p.
- [45] POLILLO JR., A. Dimensionamento de concreto armado.
Rio de Janeiro, Científica, 1973.
- [46] ROCHA, A.M. Novo curso prático de concreto armado.
Rio de Janeiro, Científica, 1972.
- [47] TROITSKY, M.S. Orthotropic bridges: theory and design. Cleveland, Ohio, the James F. Lincoln Arc Welding Foundation, 1967.
- [48] ROWE, R.E. Concrete bridge design. London, C.R. Books, 1962.
- [49] JAEGER, L.G. Elementary theory of elastic plates. Oxford, Pergamon Press, 1964.
- [50] PUCHER, A. Influence surfaces of elastic plates. Wiew/New York, Springer-Verlag, 1964.
- [51] LIGHTFOOT, E. & SAWKO, F. Structural frame analysis by electronic computer: grid frameworks resolved by generalised slope deflection. Engineering, 187:18-20, 1959.
- [52] HAMBLEY, E.C. Bridge deck behavior. New York, John Wiley & Sons, 1976.
- [53] HUBER, M.T. Problems der statik technisch wichtiger orthotropen platten. Warsaw, 1929.
- [54] FERGUSSON, P.M. Reinforced concrete fundamentals, SI version. SI conversion by Henry J. Cowan. 4. ed. New York, John Wiley & Sons, 1981. 694 p.