

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

MADEIRA: MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL
E PROPOSTA PARA O CÁLCULO DE PEÇAS FLETIDAS

EDUARDO CHAHUD

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Doutor em Engenharia de Estruturas".

COMISSÃO JULGADORA :

Prof. Dr. FRANCISCO A. ROCCO LAHR (Orientador)	- da EESC
Prof ^a . Dr ^a HELENA MARIA C.C. ANTUNES	- da EESC
Prof. Dr. JOÃO CESAR HELLMEISTER	- da EESC
Prof. Dr. ALUÍSIO FONTANA MARGARIDO	- da EPUSP
Prof. Dr. VAHAN AGOPYAN	- da EPUSP

MADEIRA: MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL
E PROPOSTA PARA O CÁLCULO DE PEÇAS FLETIDAS

EDUARDO CHAHUD

ORIENTADOR: Prof. Dr. FRANCISCO A. ROCCO LAHR

"Adquire a sabedoria, adquiere a inteligência,
e não te esqueças nem te apartes das palavras
da minha boca".

(Provérbios 4-5)

À Eliana e à Bruna

A DEUS, sem o qual nada seria possível.

A meus pais Natal e Glória (in memorian)
e aos meus irmãos: Marisa , Margarete ,
Fernando e Ricardo.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, e em particular:

- aos Professores Doutores: João Cesar Hellmeister e Carlito Calil Junior, pelas valiosas sugestões e pela amizade demonstrada.
- ao Jaime Galindo e ao Roberto Galindo pela elaboração dos desenhos.
- à Genise S. Arruda e à Silvana Celestini pelos serviços de datilografia.
- ao Aparecido Galindo, Arnaldo Flório, Samuel Inácio e Silvio Ferro pelo apoio na confecção dos corpos de prova.
- ao José Francisco, Cláudio Ortiz e Marcos Alexandre pelo apoio inestimável na realização dos ensaios.
- às bibliotecárias Neide Goi e Nanci Rodrigues pelo apoio na realização da pesquisa bibliográfica.
- ao Joel Camargo pelos serviços de reprografia.
- às meninas Luciani Mirtis, Tânia Ferreira, Paulete Ferreira e Gizélia Soares que mesmo sem participação direta no desenvolvimento deste trabalho, nos apoiaram em todos os momentos, com uma melíflua amizade.
- aos amigos e funcionários: Andrea Elaine, Marivaldo Soares, Ramilson da Silva, Carlos Eli, Carlos Galindo, Marcos Piovezan, Luís Bragatto, pelo convívio nestes anos de trabalho no LaMEM.

- ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio financeiro.

- ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

AGRADECIMENTO ESPECIAL

Ao Professor Doutor Francisco Antonio Rocco Lahr
mais que um orientador e amigo, um irmão.

RESUMO

O presente trabalho objetiva gerar subsídios para possibilitar a revisão da NBR 7190 - Norma Brasileira para o Cálculo e a Execução de Estruturas de Madeira. Após a revisão bibliográfica é apresentada a comparação entre os valores dos módulos de elasticidade longitudinal obtidos em ensaios de tração paralela às fibras, em ensaios de compressão paralela às fibras e em ensaios de flexão $l/h \geq 21$. Na sequência é desenvolvido estudo referente à distribuição de deformações longitudinais bem como das tensões normais em uma peça de seção retangular submetida a momento fletor, durante a fase elástica de solicitação. Como consequência são apresentadas considerações sobre a posição da linha neutra nas citadas peças. Na conclusão é proposta uma nova sistemática para o dimensionamento de peças de madeira de seção retangular, submetidas a momento fletor.

ABSTRACT

The aim of the work is to generate informations to the revision of NBR 7190 (Brazilian standart for the design and the building of wooden structures). After bibliografhical revision, a comparison among moduli of elasticity obtained in tensile, compressive and bending tests when $l/h \geq 21$ is presented. A study about strain and normal stress is presented to specimens with retangular cross section, submeted to bending moment, under the elastic limit. Consequently, considerations about the neutral axe are presented. Finally, a new propose to the design of timber beams with retangular cross section is suggested.

SUMARIO

1- INTRODUÇÃO	1
2- OBJETIVOS DO TRABALHO	2
3- REVISÃO DA LITERATURA	4
4- DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DA MADEIRA	29
5- DETERMINAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÕES NORMAIS EM UMA VIGA-FASE ELÁSTICA DO CARREGAMENTO	57
6- ESTUDO SOBRE A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA EM UMA PEÇA SUBMETIDA A MOMENTO FLETOR	110
7- PROPOSTA PARA DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS ATUANTES EM UMA PEÇA SUBMETIDA A MOMENTO FLETOR	117
8- CONCLUSÕES FINAIS	129
- ANEXO	131
- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
- BIBLIOGRAFIA	139

1- INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das técnicas para a construção de estruturas de madeira tem se acelerado nos últimos anos no Brasil, difundindo-se o emprego deste material em estruturas para as mais diferentes finalidades. Entre as técnicas introduzidas devem ser mencionadas a da pré-fabricação de estruturas treliçadas, principalmente para coberturas, com ligação entre barras através de conectores metálicos com pregos estampados (chapas prego), e a da madeira laminada colada, apropriada para a construção de peças de grandes dimensões, para muitas aplicações. Ampliadas as possibilidades de empregos estruturais da madeira, são requeridos conhecimentos mais profundos a respeito das propriedades da madeira para serem alcançadas soluções mais precisas dos problemas estruturais envolvidos.

Para que todo esse conhecimento se transforme em subsídios para melhorar o nível de segurança e economia dos projetos a serem desenvolvidos, é necessário que haja sua incorporação em normas e procedimentos, atualizados e de alcance mais amplo.

No caso das estruturas de madeira, existe no país uma defasagem muito grande entre o estágio atual do conhecimento a respeito do material e as recomendações da Norma Brasileira para o Cálculo e a Execução de Estruturas de Madeira (NBR-7190) e do Método Brasileiro de Ensaio Físicos e Mecânicos de Madeiras (NBR-6230), cujos textos datam de 1951 e 1940 respectivamente.

Devido a este fato, os engenheiros e pesquisadores brasileiros muitas vezes limitam-se a utilizar parâmetros de comportamento das madeiras mencionados em trabalhos internacionais obtidos para espécies de madeiras peculiares ao local do estudo, não se conhecendo a validade das generalizações para as espécies nacionais.

Com base nos parágrafos anteriores, evidencia-se a necessidade de um conhecimento mais profundo sobre o comportamento das espécies nacionais, bem como uma revisão e atualização dos textos do método de ensaio para a caracterização de madeiras e da norma para o cálculo e a execução de peças de madeira utilizadas nas diferentes estruturas.

Com relação ao conhecimento da madeira, é urgente o estabelecimento de procedimentos compatíveis para a determinação das constantes elásticas do material, parâmetros fundamentais para a cabal aplicação da Teoria da Elasticidade a problemas envolvendo as

mais diversas estruturas de madeira; para a aplicação do Método dos Elementos Finitos visando uma análise mais completa quando aumentar a complexidade da estrutura considerada.

Além disto, a utilização racional da madeira não é perfeitamente alcançada sem o completo domínio do comportamento de peças fletidas, dada a frequência do seu emprego em situações estruturais críticas. Neste caso, além do conhecimento das constantes elásticas, é imprescindível o estabelecimento da distribuição das tensões normais, visando um dimensionamento mais sensato das referidas peças.

À vista do exposto está justificada a realização do trabalho aqui apresentado. Sabe-se que, por tratar-se ainda de uma abordagem básica, deverá haver seu imediato prosseguimento, ampliando as fronteiras do saber e contribuindo para que a tecnologia brasileira referente às estruturas de madeira alcance nível equivalente ao dos países mais evoluídos.

2. OBJETIVOS DO TRABALHO

Diante das considerações do capítulo inicial, fica evidente que o estudo completo das constantes elásticas da madeira faz parte de um obstáculo a ser vencido por parte dos pesquisadores da área possibilitando a aplicação dos métodos de cálculo mais recentes no projeto de estruturas de madeira.

O conhecimento de todas as constantes elásticas da madeira envolve uma série de pesquisas a serem desenvolvidas. Este trabalho objetiva contribuir para o avanço do estudo do módulo de elasticidade longitudinal da madeira e, com isso, para a definição de um parâmetro de elasticidade, que represente o comportamento da madeira quando solicitada por tensões normais axiais e possa ser obtido, qualquer que seja a solicitação, através de um único ensaio padronizado.

Na continuação, tendo-se determinado a distribuição de deformações de uma peça fletida e conhecendo-se suas propriedades de elasticidade, será feita a determinação da posição da linha neutra na fase elástica, buscando-se sua generalização para quaisquer peças de madeira submetidas à flexão, de seção retangular.

Deste modo, objetiva-se estabelecer a distribuição das tensões normais bem como um procedimento para se verificar o dimensionamento das peças fletidas considerando-se o estado limite referente às tensões normais.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1. Introdução

A revisão da literatura apresentada a seguir foi dividida em alguns itens para proporcionar maior clareza à sequência de assuntos, todos relacionados com a determinação das constantes elásticas da madeira e com a distribuição de tensões na flexão.

Os itens referidos são os seguintes:

- . Ortotropia da Madeira
- . Comportamento Mecânico: Uma Análise Matricial
- . Módulo de Elasticidade Longitudinal
- . Distribuição de Tensões Normais na Flexão
- . Resistência da Madeira à Flexão: obtenção de valores segundo algumas normas
- . Comentários do Autor sobre a Revisão da Literatura

3.2. Ortotropia da Madeira

A madeira pode ser considerada como o material anisotrópico de utilização mais comum. Como material estrutural, vem sendo utilizada desde os primórdios da história do homem, seja como habitação, como pontes, como estruturas bélicas (aparelhos de guerra na época medieval), etc.

O estudo da Resistência dos Materiais começou com Galileo (1564 - 1642) através de observações e experiências realizadas em peças de madeira. Segundo Timoshenko (01), Galileo apresentou os primeiros relatos sobre o assunto em seu livro "Two New Sciences". O esboço de uma viga de madeira em balanço emergindo de uma parede tornou-se ilustração de muitos trabalhos clássicos no assunto.

Desde Galileo, muitos estudos foram realizados utilizando-se a madeira, mas muitas perguntas sobre seu comportamento mecânico ainda estão sem respostas satisfatórias.

A madeira apresenta não homogeneidade distinta e um alto grau de desordem a nível microscópico, resultando um comportamento mais complexo se comparado com os materiais homogêneos.

De acordo com Ethington (02), a forma de crescimento da árvore ocasiona a orientação de comportamento da madeira segundo

determinadas direções. Durante o período de crescimento, a árvore aumenta de comprimento e de espessura. A velocidade de crescimento da árvore na direção da altura é muito maior do que a velocidade de crescimento na direção da espessura.

À análise visual da seção transversal de um tronco mostra uma série de anéis concêntricos, relacionados com o crescimento da árvore. São notadas camadas diferentes: a externa mais dura que a interna. Devido a essa estrutura, são definidas três direções para o estudo de uma peça de madeira: a longitudinal referindo-se à direção do crescimento da árvore, a radial referindo-se à direção do raio dos anéis concêntricos e a tangencial referindo-se à tangente a esses anéis, conforme mostrado na figura 3.1(a).

Dessa forma, a madeira pode ser encarada como um material de comportamento estrutural diferente segundo as direções de um sistema de três eixos mutuamente perpendiculares sendo classificada, então, como material ortotrópico.

O termo ortotropia, quando utilizado para descrever um sólido, denota uma estrutura interna caracterizada por três planos, perpendiculares entre si, de simetria estrutural.

A simetria, no caso da madeira, está presente a nível macroscópico que, segundo Jayne (03), é uma simetria devida ao arranjo das fibras ou partículas.

Essa simetria fica evidenciada retirando-se do tronco de uma árvore uma pequena amostra conforme mostrado na figura 3.1(b) apresentando três eixos de simetria. Esses eixos, paralelos às direções longitudinal (L), radial (R) e tangencial (T), são perpendiculares um ao outro.

A madeira é analisada em um sistema de coordenadas retangulares assimilando-se a superfície TL, que acompanha a curvatura dos anéis de crescimento, a uma superfície plana. O resultado dessa aproximação é a adaptação de um material ortotrópico com eixos geométricos (X1, X2, X3) e ortotrópicos (L,R,T) coincidentes.

Essa adaptação foi utilizada pelos pesquisadores Helmholtz, Carrington, Savart, conforme apresentado por Kollmann (04).

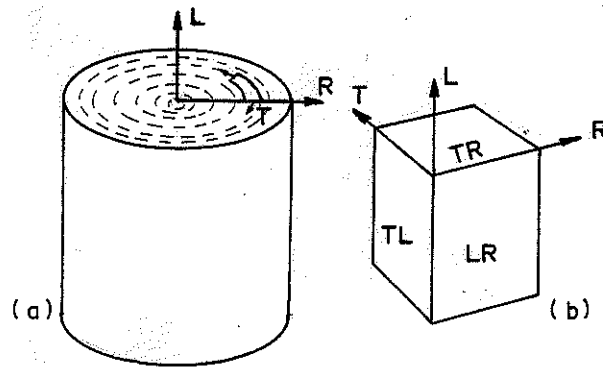


Figura 3.1 - Eixos de Simetria da Madeira

3.3. Comportamento Mecânico

Toda descrição de um sistema físico, conforme apresentado por Jayne (05), Bodig (06) e Hearmon (07), será incompleta se não for especificado um sistema de referência.

O sistema de referência mais simples é o de coordenadas retangulares, gerado por três planos mutuamente perpendiculares, com intersecção na origem. Esse sistema de referência pode ser colocado em qualquer ponto do corpo em estudo com a orientação desejada.

Quando se trabalha com a madeira deve-se considerar um segundo sistema de eixos de coordenadas ortogonais representando os três planos de simetria ortotrópica. Os dois sistemas de eixos não necessariamente são coincidentes.

O estudo do comportamento mecânico de um elemento está relacionado com as tensões e deformações do mesmo, dadas em função do sistema de referência adotado.

Supondo um elemento cúbico de um meio contínuo, submetido a um estado de tensão, as tensões relacionadas com o sistema de eixo adotado, apresentam as direções gerais mostradas na figura 3.2.

Utilizando-se a representação matricial, pode-se escrever as tensões em um elemento cúbico como:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

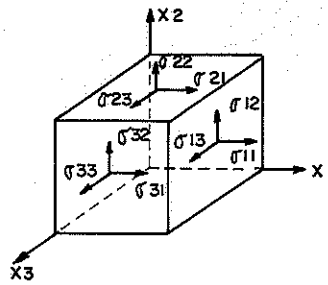


Figura 3.2 - Representação de Tensão em um Elemento

A condição de rotação nula do elemento conduz a:

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{31}$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{32}$$

Um corpo submetido a tensão sofre deformações, podendo se escrever na forma matricial como:

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Em muitos casos é mais conveniente, como apresentado por Jayne e Suddarth (08), utilizar as chamadas deformações em engenharia (γ_{ij}) em lugar das deformações tensoriais (ϵ_{ij}).

As deformações em engenharia são definidas, pelas equações apresentadas a seguir, como:

$$\gamma_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad , \quad u_i = \text{deslocamento na direção } i$$

Essas são as deformações normais γ_{11} , γ_{22} e γ_{33} , por definição idênticas às deformações normais tensoriais.

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

Essas são as deformações cisalhantes, em engenharia definidas como duas vezes às deformações cisalhantes tensoriais.

As deformações em engenharia, podem ser representadas sob a forma matricial como:

$$\gamma_{ij} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix}$$

A relação entre as tensões e as deformações, dada pela conhecida Lei de Hooke, é uma relação de proporcionalidade entre os elementos.

De uma forma condensada, pode-se escrever:

$$\sigma = C\epsilon \quad \text{e} \quad \epsilon = S\sigma$$

onde C e S são chamadas de matriz de rigidez e matriz de flexibilidade respectivamente.

Utilizando os conhecimentos da Teoria da Elasticidade conforme as menções de Timoshenko (09) e de Leknitskii (10) juntamente com as simplificações decorrentes da ortotropia, Bodig (11) apresenta a Lei de Hooke para materiais ortotrópicos como:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{22} \\ \gamma_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

A matriz S, relacionando γ com σ , é simétrica conforme demonstrado por Bodig (12). Com isso, tem-se:

$$S_{ij} = S_{ji}$$

Representando índices iguais por somente um índice, e utilizando os parâmetros elásticos do material, tem-se a Lei de Hooke para materiais ortotrópicos representada por:

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

onde:

E = módulo de elasticidade

G = módulo de elasticidade transversal

ν = coeficiente de Poisson

Utilizando-se a representação, dos eixos coordenados para a madeira como os eixos L, R e T conforme as direções Longitudinal, Radial e Tangencial, tem-se a Lei de Hooke como:

$$\begin{bmatrix} \gamma_L \\ \gamma_R \\ \gamma_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_{RL}/E_R & -\nu_{TL}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LR}/E_L & 1/E_R & -\nu_{TR}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{RT}/E_L & -\nu_{RT}/E_R & 1/E_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{RT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_{RT} \\ \sigma_{LT} \\ \sigma_{LR} \end{bmatrix}$$

Da suposição de ortotropia e de simetria resulta:

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R}$$

$$\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}$$

$$\frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T}$$

A Lei de Hooke, através da matriz de flexibilidade, permitirá melhor avaliação do comportamento do material submetido a esforços. Os parâmetros da matriz S também são fundamentais quando se quer aplicar o Método dos Elementos Finitos no cálculo de Estruturas de Madeira, conforme apresentado por Al-Dabbagh (13) e por Maki (14).

Portanto, antes de se tentar estudar o comportamento da madeira em uma estrutura deve-se conhecer seus parâmetros elásticos característicos (E, G, ν).

Neste ponto emergem grandes dificuldades referentes ao conhecimento das madeiras. Trata-se das prescrições dos métodos de ensaio para a caracterização das madeiras. Inútil tem sido segui-las na expectativa de se alcançarem resultados plenamente confiáveis, por exemplo quando se pensa em avaliar os módulos de elasticidade longitudinal na compressão paralela às fibras, na tração paralela às fibras e na flexão.

3.4. Módulo de Elasticidade Longitudinal

O módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young é por definição um parâmetro característico do material e, na fase elástica de sollicitação de uma peça, relaciona as tensões normais com as deformações na direção das tensões.

Para materiais homogêneos e isotrópicos, o módulo de elasticidade é o mesmo qualquer que seja a direção e o tipo da sollicitação. No caso da madeira, um material ortotrópico, definem-se, a princípio, três módulos de elasticidade, um para cada direção principal: longitudinal, radial e tangencial, existindo controvérsias

para as diferentes solicitações em uma mesma direção.

No presente estudo, o módulo de elasticidade longitudinal deste ponto em diante será chamado simplesmente de módulo de elasticidade da madeira.

Segundo Hearmon (15) um dos primeiros experimentos com madeira em termos da determinação dos parâmetros elásticos, foi realizado mais para comprovar a Teoria da Elasticidade do que para determinar as propriedades da madeira. Na sequência, Hearmon, inter alia, apresenta um histórico a respeito do estudo dos parâmetros elásticos, cujo resumo no tocante ao módulo de elasticidade é apresentado a seguir.

Hagen em 1842, observou considerável diferença entre o módulo de elasticidade quando calculado em diferentes direções. Mais tarde, Laccinotti e Levi (1845) concluíram que o módulo de elasticidade era proporcional à densidade. Paralelamente, estudos realizados por Lamarle levaram-no a concluir que o módulo de elasticidade à tração apresentava o mesmo valor que o módulo de elasticidade à compressão; que o ensaio de flexão simples era um método conveniente e preciso de medida do módulo de elasticidade e, por fim, que o módulo de elasticidade dependia da posição do corpo de prova na árvore e da umidade ambiente.

Chevandier e Wertheim, em 1848, apresentaram uma expressão empírica para a determinação do módulo de elasticidade em função do teor de umidade.

St. Venant apresentou, entre 1864 e 1883, alguns estudos teóricos sobre o comportamento da madeira e admitiu a necessidade de determinações experimentais dos parâmetros elásticos.

Em 1918, Griffith e Wigley apresentaram vários resultados, obtidos experimentalmente, relativos ao módulo de elasticidade e ao módulo de elasticidade transversal.

March, Kuenzi e Kommers (16), em 1942, tentaram pela primeira vez sistematizar os ensaios para a determinação dos módulos de elasticidade transversal da madeira.

Hearmon (17), em 1948, publicou trabalho referente à elasticidade da madeira, comparando-a com a das chapas de madeira compensada.

Mewtin e Trayer (18), em 1956, procuraram demonstrar a contribuição das deformações devidas aos esforços cortantes na flecha total de uma peça submetida a flexão.

Nesse mesmo ano, Norris e Mckinnon (19) fizeram a determinação de parâmetros físicos de resistência e de elasticidade de

painéis de madeira compensada.

Beghtel e Norris (20), em 1959, estudaram a variação de algumas propriedades mecânicas da madeira, em função da variação da relação entre o vão e a altura da peça considerada.

Norris (21), em 1962, baseando-se na Teoria de Henky e Von Mises, apresentou sua formulação sobre o comportamento dos materiais ortotrópicos, incluindo a madeira.

Bolza e Kloot (22), em 1963, publicaram dados relativos às propriedades mecânicas de cento e setenta e quatro espécies de madeiras australianas, tendo sido realizados os ensaios de acordo com os métodos britânicos e norte-americanos.

Johnson (23), em 1965, apresentou dados na tentativa de estabelecer uma possível relação entre o módulo de elasticidade e a tensão de ruptura na compressão paralela.

Corder (24), também em 1965, partindo das considerações de Johnson, comenta a necessidade de serem conhecidas as propriedades elásticas para possibilitar a previsão da configuração da linha elástica, quer de um elemento quer da estrutura como um todo.

Hellmeister (25), em 1965, propôs um tipo de corpo de prova para ensaios de tração paralela às fibras e apresentou resultados referentes às tensões de ruptura e do módulo de elasticidade à tração paralela obtidas neste tipo de corpo de prova.

Ethingon e Hilbrand (26), em 1966, admitiu ser a madeira material ortotrópico elástico.

March (27), logo a seguir tratou do problema sob um ponto de vista matemático, deduzindo equações, a partir da Teoria da Elasticidade, para a determinação das propriedades elásticas da madeira.

Kollmann e Côté (28), em 1968, levaram a possibilidade de os módulos de elasticidade à tração, à compressão e à flexão apresentarem valores aproximadamente iguais.

Gunnerson, Goodman e Bodig (29), em 1971, utilizaram ensaios de placa para a determinação de parâmetros elásticos da madeira, mas chegaram a resultados estatisticamente dispersos, devido às modificações sugeridas para a obtenção dos coeficientes de Poisson nos planos principais da madeira.

Hellmeister (30), em 1973, apresentou resultados de ensaios em madeiras nacionais do módulo de elasticidade à compressão variando a inclinação das fibras em relação a direção de aplicação da carga para comprovar a validade da equação de Hankinson para a variação do módulo de elasticidade.

Foudjet (31), em 1980, apresentou trabalho acerca dos

métodos de caracterização de materiais anisotrópicos, com referência à sua aplicação à madeira.

Também em 1980, Seichepine (32), publicou trabalho acerca da determinação da matriz "tensor - elástico" para materiais anisotrópicos, com aplicação particular à madeira.

Rocco Lahr (33), em 1983, apresentou expressão obtida em resultados experimentais para relacionar o módulo de elasticidade chamado de aparente, e obtido em ensaios de flexão com $l/h = 14$ e o módulo de elasticidade real obtido em ensaios de flexão com $l/h = 21$.

Complementando esse trabalho, Rocco Lahr apresenta análise estatística dos valores do módulo de elasticidade obtido em ensaios de compressão e o módulo de elasticidade obtido em ensaios de flexão com $l/h = 21$, concluindo que os mesmos são estatisticamente equivalentes.

Chahud (34), em 1985, apresentou uma proposta de corpo de prova para ensaios e determinação do módulo de elasticidade à tração com carga aplicada na direção paralela às fibras e concluiu que o referido parâmetro apresenta uma distribuição normal de frequência para os valores experimentais.

Mascia (35), em 1985, apresentou resultados experimentais evidenciando que os módulos de elasticidade obtidos em ensaios de flexão com $l/h = 21$ e carga centrada são estatisticamente equivalentes aos módulos de elasticidade obtidos com carga nos terços do vão. Na sequência, demonstrou que o tamanho dos corpos de prova não influi no resultado do módulo de elasticidade à compressão.

3.5. Distribuição de Tensões Normais na Flexão

A teoria elástica é a mais utilizada para o dimensionamento de vigas e é aceita para a caracterização das propriedades mecânicas da madeira. Essa teoria se fundamenta na Lei de Hooke, admitindo que até certos limites, as tensões são proporcionais às deformações.

O cálculo das tensões normais atuantes nas fibras (comprimidas e tracionadas) de uma viga de madeira submetida a momento fletor, é realizado utilizando-se a expressão:

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

onde: σ = tensão normal atuante na fibra

M = momento fletor na seção da peça

I = momento de inércia da seção

y = distância da fibra à linha neutra da seção

A aplicação dessa equação exige que três condições sejam satisfeitas:

- . o material apresente um comportamento elástico linear (obedece a Lei de Hooke).
- . durante a flexão as seções planas devem permanecer planas (hipótese de Bernoulli).
- . o material deve apresentar distribuição linear de deformações e de tensões em uma seção transversal qualquer, com valores nulos na linha neutra (L.N.) e máximos nas extremidades (hipótese de Navier).

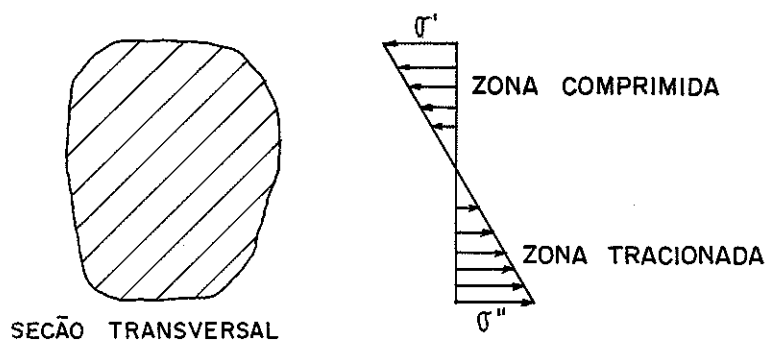


Figura 3.3 - Distribuição de Tensões Normais

Diversos autores têm admitido variação linear entre a tensão e a deformação em uma viga até o limite de proporcionalidade. Acima deste limite, tal situação não tem mais validade. Isto pode ser explicado pela diferença entre as resistências à tração e à compressão da madeira e também pelos diferentes tipos de ruptura: frágil à tração e plástica à compressão.

Por esse motivo, são sugeridas modificações na equação clássica da flexão para levar em consideração as características da madeira como material heterogêneo e ortotrópico.

Baumann em 1924, citado por Kollmann (36) em 1968, apresentou proposta para estimar a distribuição de tensões normais em um viga de madeira fletida, conforme mostrado na figura 3.4, durante as diversas fases de carregamento, desde zero até a ruptura.

Esta distribuição se justifica, segundo Baumann, pela diferença entre as resistências da madeira à tração e à compressão conforme o diagrama da figura 3.5.

Com isso fica evidenciada a diferença entre a distribuição linear de tensões normais segundo Navier.

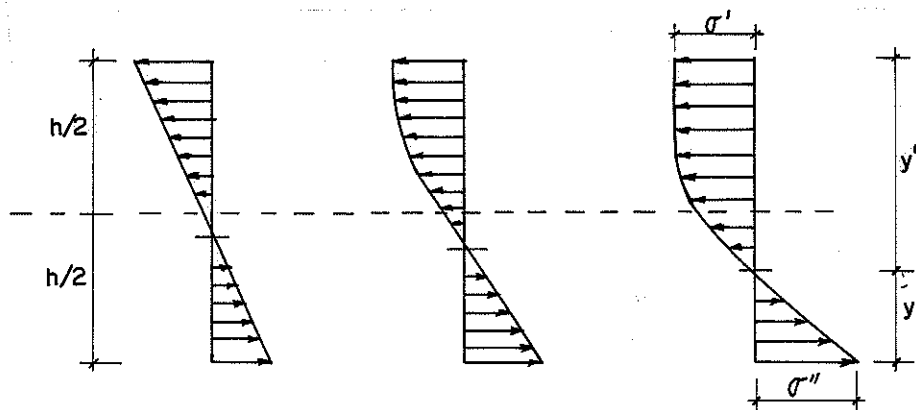


Figura 3.4 - Distribuição de Tensões Normais segundo Baumann

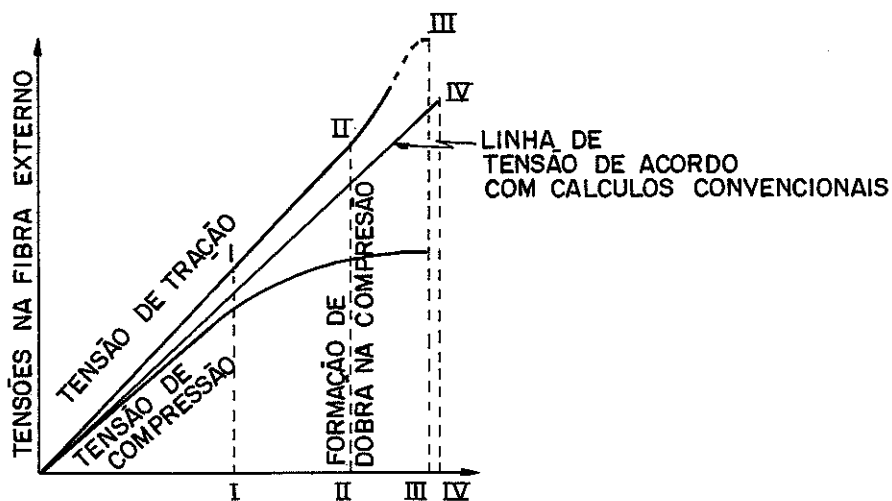


Figura 3.5 - Tensões de Tração e Compressão na Flexão segundo Baumann

Ainda segundo Kollmann (37), Ross em 1936 e Thunell em 1940 adotaram uma distribuição trapezoidal de tensões normais conforme figura 3.6.

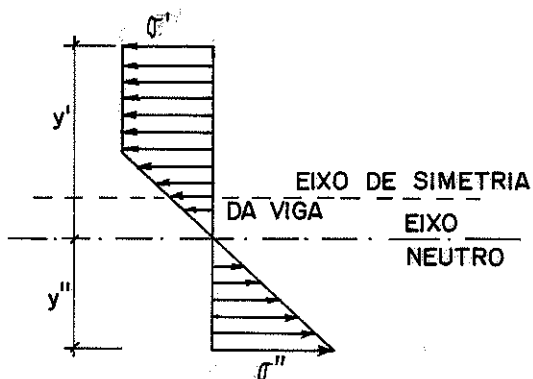


Figura 3.6 - Diagrama de Tensões Normais segundo Ross e Thunell

onde: σ' = tensão de ruptura à compressão

σ'' = tensão de ruptura à tração

h = altura da viga

y' = distância da borda mais comprimida à linha neutra

Do equilíbrio entre as resultantes de tração e compressão, e sabendo-se que $\sigma' = m \sigma''$, determina-se a posição da linha neutra como sendo:

$$y'/h = (1 + m^2) / (1 + m)^2$$

Partindo-se desta equação, pode-se escrever:

m	0,67	0,50	0,40	0,33
y'/h	0,52	0,56	0,60	0,62

Suenson em 1941, citado por Kollmann (38), substituiu a região de tensão normal de compressão por uma parábola do segundo grau com vértice na borda comprimida e mantém a distribuição linear para as tensões normais de tração.

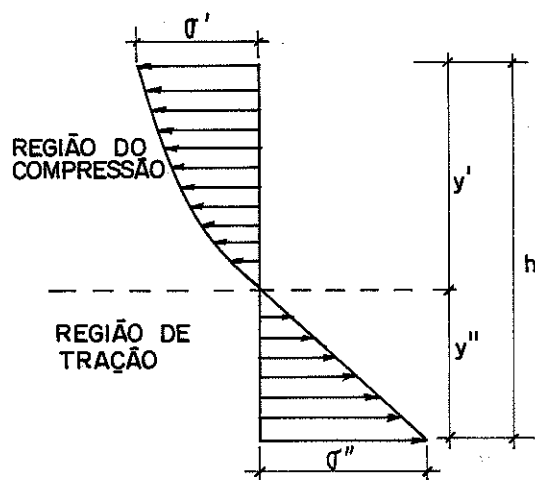


Figura 3.7 - Distribuição de Tensões Normais segundo Suenson

Do equilíbrio entre as resultantes de tração e compressão, resulta para uma viga de seção retangular de altura (h) e largura (b), com $\sigma' = m \sigma''$:

$$y'/h = 3/(2 + 4m)$$

Partindo-se dessa equação, tem-se:

m	0,67	0,50	0,40	0,33
y'/h	0,53	0,60	0,65	0,69

Ethington (39) em 1960, desenvolvendo estudo a respeito da madeira laminada, adotou a distribuição de Ross e Thunell para vigas compostas de uma só espécie.

Em 1961, Ramos (40), estudando a distribuição das tensões normais na flexão acima do limite de proporcionalidade, encontrou resultados próximos aos do diagrama de Suenson, mas adotou uma simplificação utilizando o diagrama apresentado por Ross e Thunell, admitindo o deslocamento da linha neutra para a região tracionada da viga.

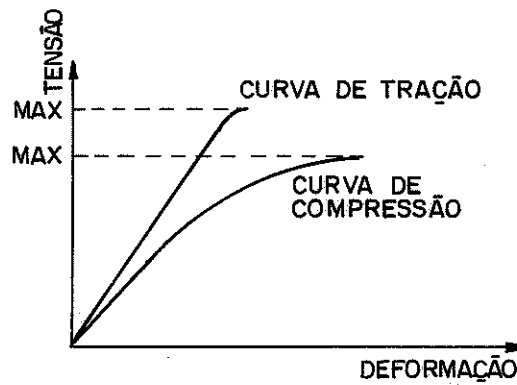


Figura 3.8 - Diagrama Tensão - Deformação segundo Ramos

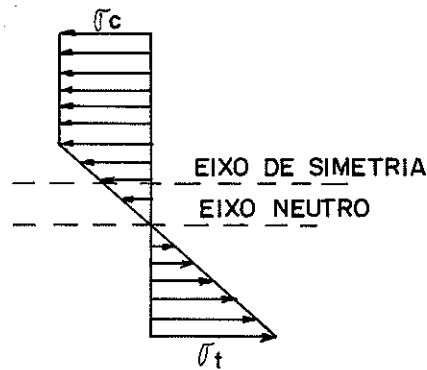


Figura 3.9 - Distribuição de Tensões Normais adotado por Ramos

Hellmeister (41), em 1973, apresentou uma aproximação, admitindo que o diagrama trapezoidal difere muito pouco de diagrama retangular, com tensão constante na zona comprimida.

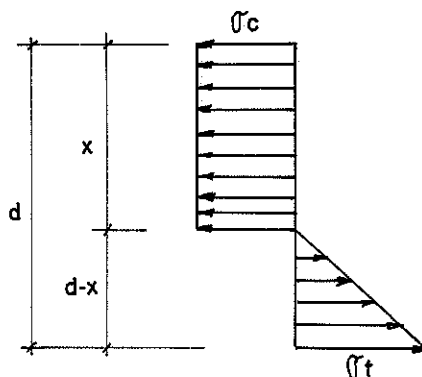


Figura 3.10 - Distribuição de Tensões Normais sugerido por Hellmeister

Zakic (42), em 1973, estudou o comportamento de uma viga de madeira submetida a momento fletor, apresentando um diagrama Tensão - Deformação, bem como a distribuição de tensões normais para a flexão.

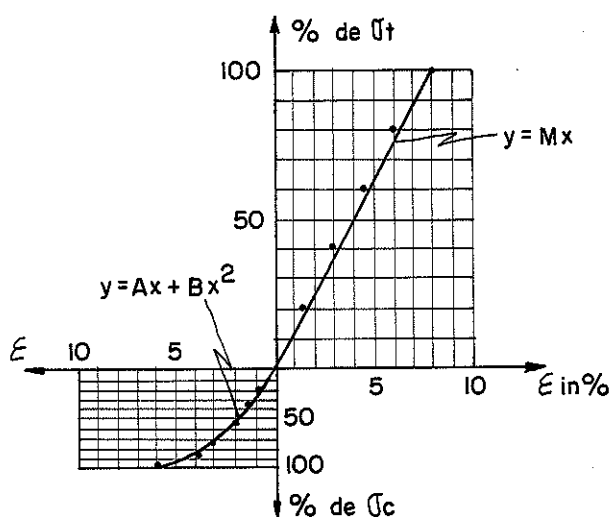


Figura 3.11 - Diagrama Tensão - Deformação segundo Zakic

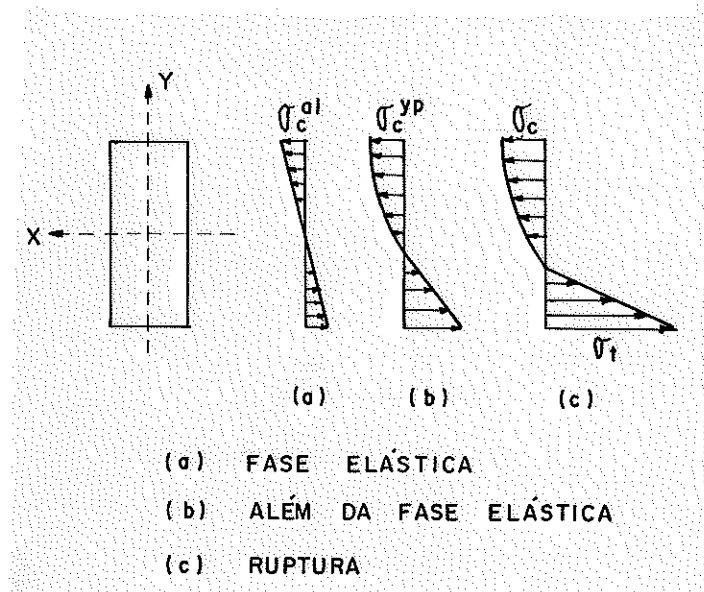


Figura 3.12 - Distribuição de Tensões Normais segundo Zakic

Um outro aspecto tratado por Zakic está relacionado com um equacionamento da distribuição de tensões normais em peças de madeira fletidas. Com base na figura 3.12, é verificado que as tensões normais da região comprimida distribuem-se segundo uma função polinomial do segundo grau, enquanto as da região tracionada a uma função do primeiro grau.

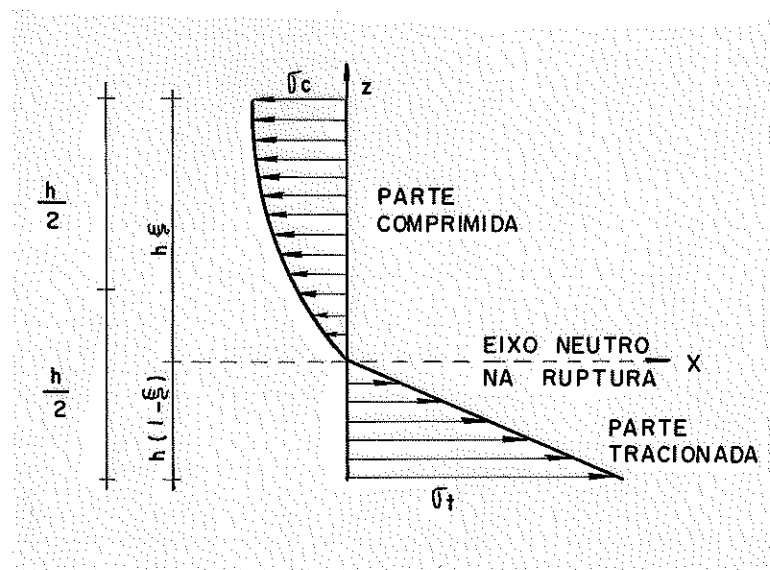


Figura 3.13 - Distribuição de Tensões Normais na Ruptura segundo Zakic

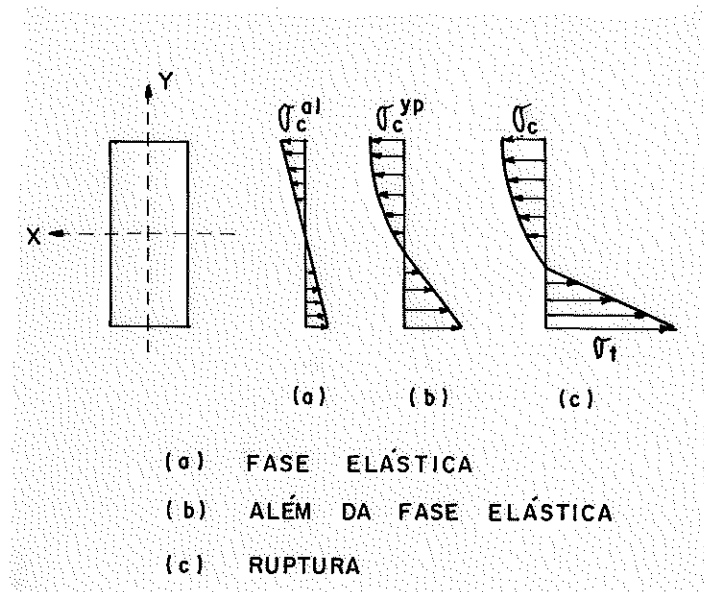


Figura 3.12 - Distribuição de Tensões Normais segundo Zakic

Um outro aspecto tratado por Zakic está relacionado com um equacionamento da distribuição de tensões normais em peças de madeira fletidas. Com base na figura 3.12, é verificado que as tensões normais da região comprimida distribuem-se segundo uma função polinomial do segundo grau, enquanto as da região tracionada a uma função do primeiro grau.

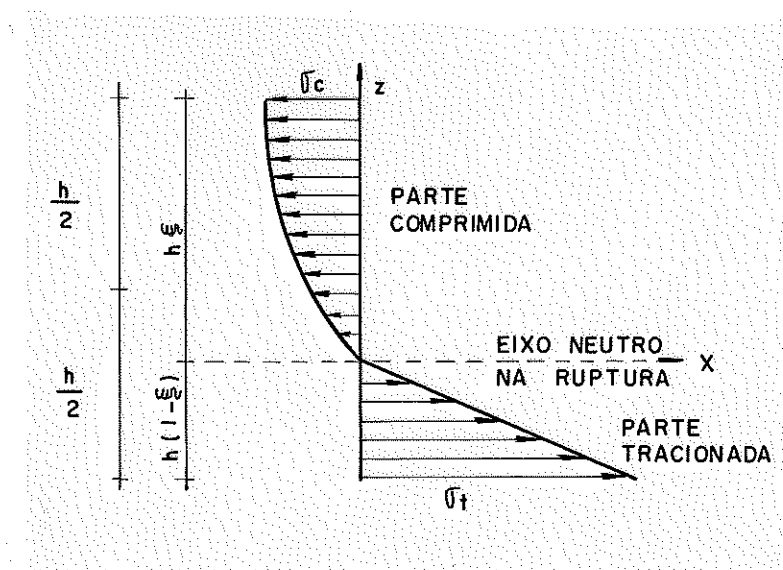


Figura 3.13 - Distribuição de Tensões Normais na Ruptura segundo Zakic

Assim, são estabelecidas duas equações:

$$x = \frac{\sigma_c}{\xi^2 h^2} z^2 - 2 \frac{\sigma_c}{\xi h} z$$

$$x = \frac{\sigma_t}{h(1 - \xi)} z$$

Através dessas equações, Zakic propôs relações entre o momento fletor interno no limite elástico (M_{eL}^{uL}) e no limite plás- (M_{pL}^{uL}), obtendo, para a relação $\sigma_t = 3 \sigma_c$:

$$\frac{M_{pL}^{uL}}{M_{eL}^{uL}} = 1,76$$

Na continuação do trabalho Zakic apresenta uma comparação entre o momento fletor interno último e o momento fletor externo último em corpos de prova de madeira.

Lara Pinto (43), em 1983, estudando o comportamento de vigas de madeira de Pinho do Paraná submetidas a momento fletor sugeriu a seguinte distribuição de tensões normais na flexão:

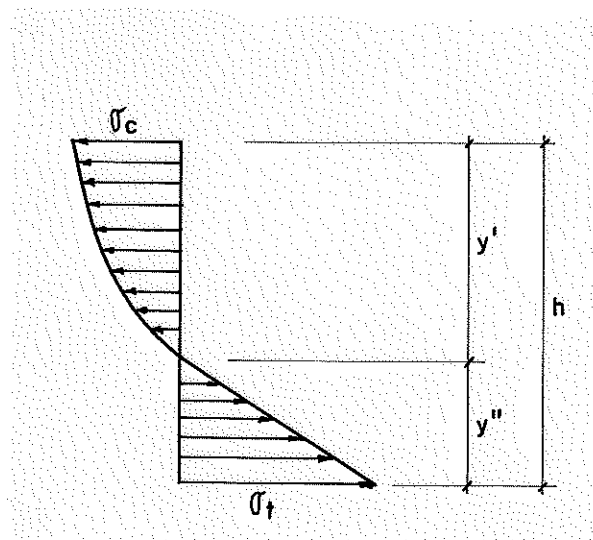


Figura 3.14 - Distribuição de Tensões Normais para o Pinho do Paraná segundo Lara Pinto.

Através desse diagrama, Lara Pinto, apresentou a expressão de cálculo da Tensão de Ruptura como segue:

$$\sigma_F^R = (2.P.l.y')/b.h$$

sendo: σ_F^R = tensão de ruptura na flexão

P = carga que provocou a ruptura

l = vão da viga

b = largura da seção da viga

h = altura da seção da viga

y' = distância da linha neutra até a borda comprimida

3.6. Resistência da Madeira à Flexão: obtenção de valores segundo algumas normas

Os valores de resistência da madeira à flexão são obtidos com base em resultados de ensaios em pequenos corpos de prova isentos de defeitos.

Em alguns países onde o estudo e a utilização da madeira para fins estruturais apresentam-se em estágio mais avançado, também são empregados ensaios em peças de dimensões estruturais.

Nos itens subsequentes são feitas referências a alguns métodos de ensaios para a obtenção dos valores de resistência da madeira à flexão.

3.6.1 - Brasil: NBR 6230

- . módulo de resistência à flexão: σ_F
- . corpo de prova: (2 x 2 x 30)cm³
- . número de corpos de prova: 80 (40 com umidade acima do ponto de saturação e 40 secos no ar)
- . esquema de ensaio: ver figura 3.15
- . cálculo:

$$\sigma_F = (3PL)/(2bh^2)$$

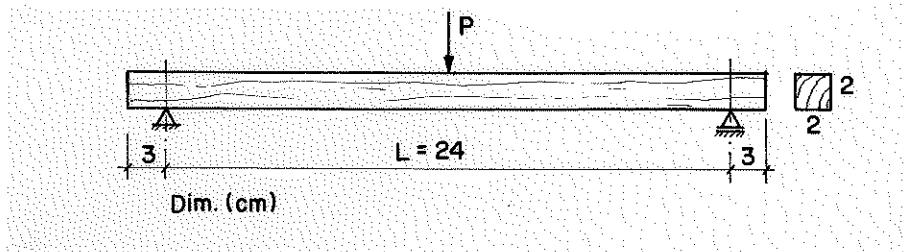


Figura 3.15 - Esquema de Ensaio segundo NBR 6230

3.6.2 - Alemanha Ocidental: DIN 52-186

- . módulo de resistência flexão: σ_B
- . corpo de prova: $b = h = (20 \pm 1) \text{ mm}$
- . comprimento do corpo de prova: $L = \ell + 3h$
- . distância entre apoios (ℓ) $> 3h$
- . esquema de ensaio:

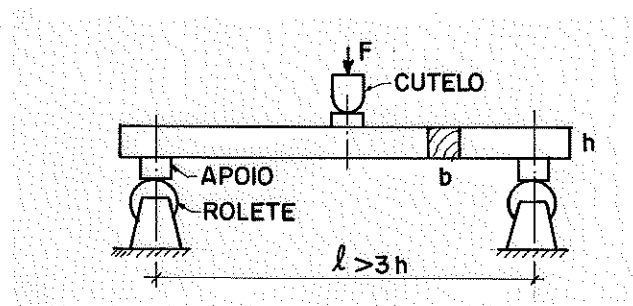


Figura 3.16 - Esquema de Ensaio com Carga Central segundo DIN 52-186

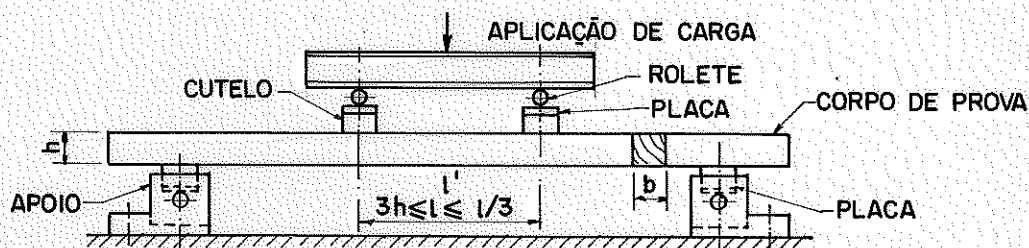


Figura 3.17 - Esquema de Ensaio com duas cargas segundo DIN 52-186

. cálculo com carga central:

$$\sigma_B = (3FL) / (2bh^2)$$

. cálculo de duas cargas:

$$\sigma_B = 3F(l - l') / (3bh^2)$$

3.6.3 - Inglaterra: BS 5820

. módulo de ruptura à flexão: f_m

. corpo de prova: $(b \times d)$ mm, sem valores fixos

. comprimento: $18d + 150$ mm

. distância entre os apoios: $18d$

. esquema de ensaio:

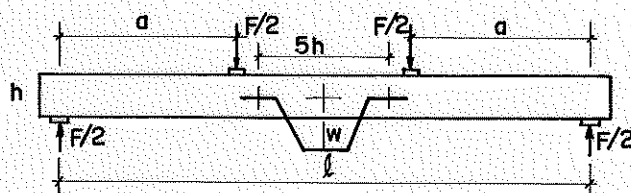


Figura 3.18 - Esquema de Ensaio segundo BS 5820

. cálculo:

$$f_m = F_{\max} / (2w)$$

3.6.4 - Estados Unidos:

3.6.4.1 - ASTM D143 - flexão estática em pequenos corpos de prova

- . módulo de resistência à flexão: MOR
- . corpo de prova: (5 x 5 x 76)cm
- . distância entre os apoios: 70cm
- . esquema de ensaio:

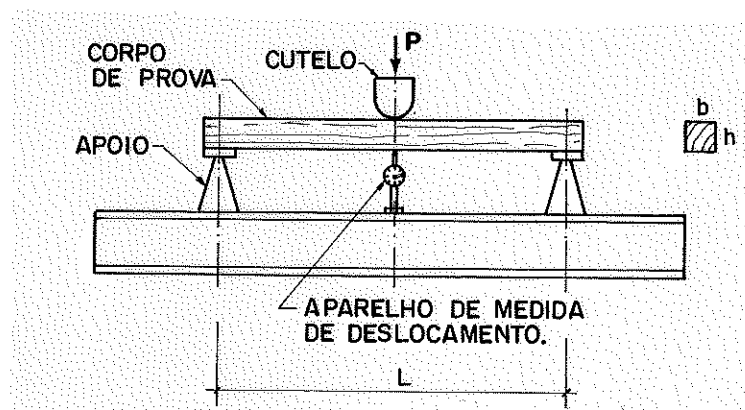


Figura 3.19 - Esquema de Ensaio segundo ASTM D143

. cálculo:

$$MOR = (3PL) / (2bh^2)$$

3.6.4.2 - ASTM D198 - flexão estática em peças de dimensões estruturais.

- . módulo de resistência à flexão: MOR
- . corpo de prova: (b x h) > (5 x 5)cm
- . comprimento do corpo de prova: l
- . cálculo:

$$MOR = (3Pa) / (bh)$$

. esquema de ensaio:

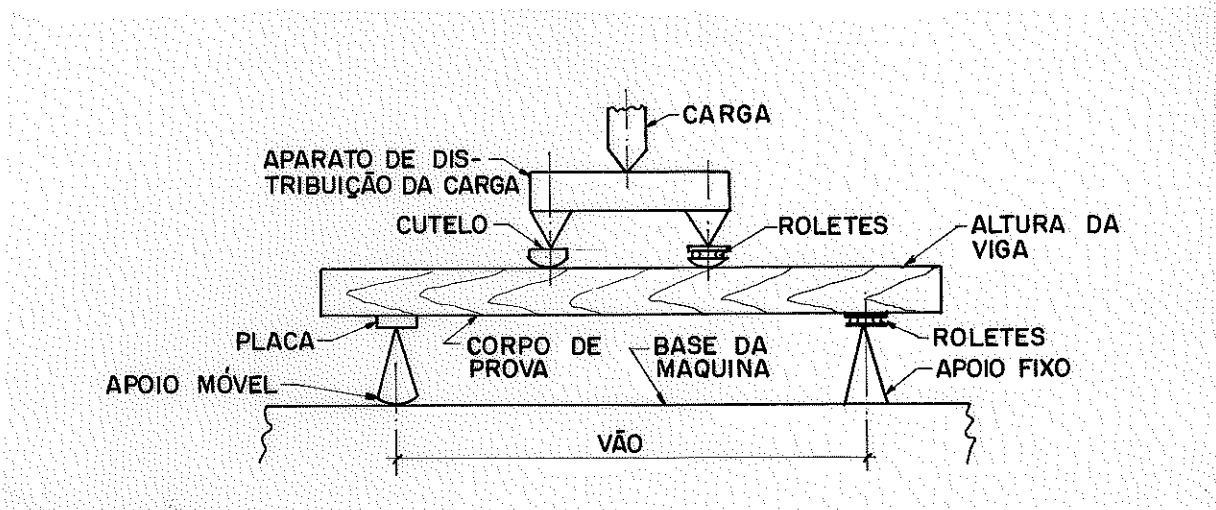


Figura 3.20 - Esquema de Ensaio segundo ASTM D198

3.6.5 - França: AFNOR - B5-28

- . módulo de resistência à flexão: F_H
- . corpo de prova: (2 x 2 x 30)cm
- . distância entre os apoios: 28cm
- . esquema de ensaio:

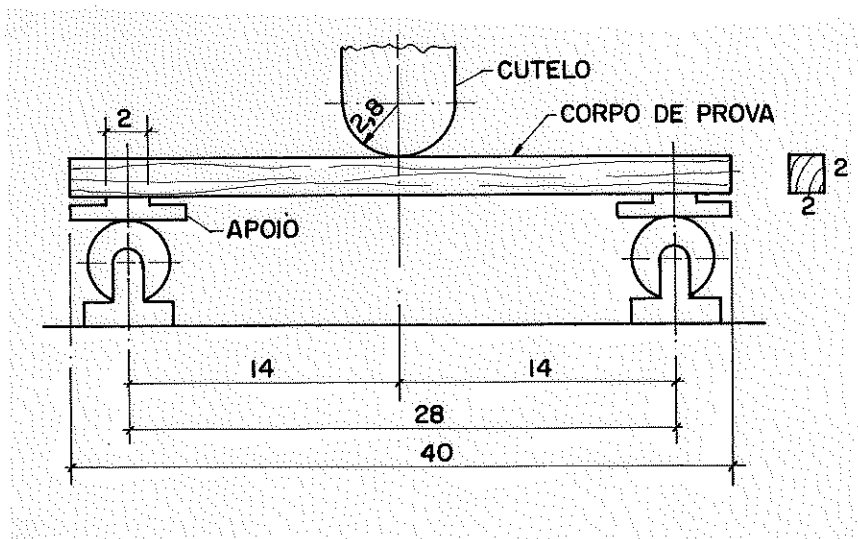


Figura 3.21 - Esquema de Ensaio segundo AFNOR B5-28

. cálculo:

$$F_H = (3PL) / (2bh^{10/6})$$

3.6.7 - Portugal: E.74

- . módulo de resistência à flexão: σ_{FR}
- . corpo de prova: idem AFNOR B5-28
- . esquema de ensaio: idem AFNOR B5-28
- . cálculo: idem B5-28

3.7. Comentários do Autor sobre a Revisão da Literatura

Dentro do exposto nos itens anteriores, fica claro o nível de conhecimento a respeito do comportamento das peças de madeira quando submetidas a solicitações mecânicas, se comparadas aos outros materiais mais utilizados em estruturas (concreto armado e aço).

Entre os assuntos pouco estudados encontra-se o tema deste trabalho, a busca de um melhor conhecimento do módulo de elasticidade da madeira e de seu comportamento quando solicitada a momento fletor. O pouco conhecimento do comportamento a nível de tensões normais da madeira fletida, leva as diversas normas adotarem critérios de dimensionamentos fundamentados em valores que vieram de ensaios em pequenos corpos de prova os quais nem sempre representam o que realmente está ocorrendo na peça.

Esses problemas levam as normas a adotarem coeficientes de segurança altos que não medem realmente a segurança da estrutura, mas representam o grau de desconhecimento do material madeira.

Uma consequência imediata desse desconhecimento é o encarecimento da estrutura de madeira tornando-a em muitos casos inviável quando comparada com outros materiais.

Dentre os trabalhos apresentados nos itens 3.1 a 3.6, dois deles merecem um pequeno comentário adicional:

. Zakic (44), ao realizar a experimentação para a determinação do diagrama de tensões normais de flexão nas proximidades da ruptura, utilizou uma viga de madeira laminada com diminuição da seção transversal na linha dos medidores de deformação.

Esse procedimento teve como objetivo diminuir os defeitos da madeira e provocar a ruptura da peça na linha dos medidores de deformação e ao mesmo tempo diminuir a possibilidade de ocorrer perda de estabilidade da peça.

Os resultados obtidos com essa experimentação foram

apresentados por Zakic como sendo válidos para as vigas maciças , o que não é verdadeiro pois estudos já realizados, mostram que uma peça laminada sofre influência do número de lâminas que a compõem , bem como da espessura dessas lâminas, entre outros parâmetros.

. Lara Pinto (45), apresenta resultados referentes aos ensaios de quatro vigas de Pinho do Paraná, com $l/h = 7$, menor do que 21, tornando o efeito da força cortante considerável. Paralelamente, a teoria de vigas começa a ter sua precisão diminuída com a diminuição da relação l/h .

Na experimentação realizada com pequenos corpos de prova , a deformação na fibra mais tracionada e a deformação na fibra mais comprimida foram obtidas com a utilização de relógios comparadores, sem levar em consideração a posição real dos relógios. A não consideração desse fato proporciona valores de deformações totalmente diferentes do que realmente está ocorrendo.

Pelos aspectos comentados nos parágrafos anteriores , parece para o autor ser de fundamental importância a busca de um melhor conhecimento sobre o comportamento da madeira a nível estrutural sendo esse trabalho uma contribuição para a busca desse conhecimento.

4. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DA MADEIRA

4.1. Introdução

Atualmente, como já mencionado no item anterior, o Método Brasileiro para Ensaio Físicos e Mecânicos de Madeiras recomenda - da dois tipos de ensaios para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal para a madeira: o ensaio de compressão paralela às fibras e o ensaio de flexão com carga centrada e relação vão da viga/altura (l/h) = 14.

Com a realização desses ensaios, obtem-se dois valores para o módulo de elasticidade: o módulo de elasticidade à compressão (E_C) e o módulo de elasticidade obtido em um ensaio de flexão (E_f). O Método de Ensaio recomenda que "para o cálculo estrutural o módulo de elasticidade a ser utilizado deve ser o E_C enquanto que o E_f deve ser utilizado somente para comparação de espécies".

Segundo Rocco Lahr (46), a partir de $l/h \geq 21$ o módulo de elasticidade obtido em um ensaio de flexão, através da expressão: $f = \frac{P l^3}{48E_f I}$, onde: f = flecha no centro da viga; P = carga aplicada no centro da viga; l = vão da viga; E_f = módulo de elasticidade obtido em um ensaio de flexão e I = momento de inércia da seção transversal da viga, é estatisticamente equivalente ao módulo de elasticidade à compressão (E_C).

Essa conclusão, apresentada por Rocco Lahr, padroniza o ensaio para obtenção do módulo de elasticidade longitudinal, pois a partir desse momento, qualquer que seja o ensaio (compressão ou flexão), o valor obtido é estatisticamente equivalente, representando o módulo de elasticidade da madeira.

Por essas considerações, uma pergunta surgiu ao autor: ao se realizar um ensaio de tração, o módulo de elasticidade obtido apresentará um valor igual ou diferente ao módulo de elasticidade da madeira, definido no parágrafo anterior? Sabe-se que a madeira, apresenta um comportamento diferente quando submetida a um esforço de tração comparada a seu comportamento quando o esforço é de compressão.

Essa pergunta, em função do apresentado no Método Brasileiro, fica sem resposta visto que o mesmo é totalmente omissivo em relação ao ensaio de tração.

4.2. Objetivos

Este capítulo tem por objetivo comparar os módulos de elasticidade obtidos em ensaios de compressão (E_c), em ensaios de flexão com $l/h = 21$ (E_f) e em ensaios de tração (E_t) para, na sequência, propor uma metodologia geral de obtenção do módulo de elasticidade da madeira.

4.3 Realização dos Ensaios

A parte experimental, referente ao estudo do módulo de elasticidade, se constitui de três tipos de ensaios:

- . ensaio de flexão para obtenção de E_f .
- . ensaio de compressão para obtenção de E_c .
- . ensaio de tração para obtenção de E_t .

Foi feita para seis espécies de madeira nacionais: Castanheira, Cambará, Cumaru, Jatobá, Garapa e Peroba Rosa. Tais espécies apresentam resistência compatível para aplicação estrutural e suficiente homogeneidade ao longo do comprimento em peças serradas.

4.3.1. Retirada dos Corpos de Prova

A aquisição das peças serradas (caibros e vigas) se deu nas serrarias de São Carlos (SP), tendo sido preferidas peças com a configuração de fibras mostradas na figura 4.1.

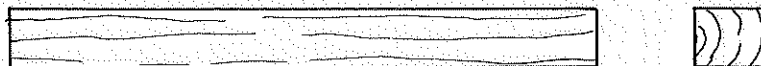


Figura 4.1. Posição das Fibras

Dos lotes de madeira adquiridos, foram retirados corpos de prova de dimensões $(180 \times 8 \times 6) \text{ cm}^3$, de preferência um por peça do lote para ensaio de flexão. Após a realização deste ensaio foram retirados quatro outros corpos de prova sendo dois para os ensaios de compressão e dois para os ensaios de tração.

Da parte superior, que foi comprimida no ensaio de flexão, retirou-se um corpo de prova de compressão e um de tração, o mesmo acontecendo com a parte inferior da viga que foi tracionada no referido ensaio.

A figura 4.2 esquematiza a posição de retirada dos corpos de prova.

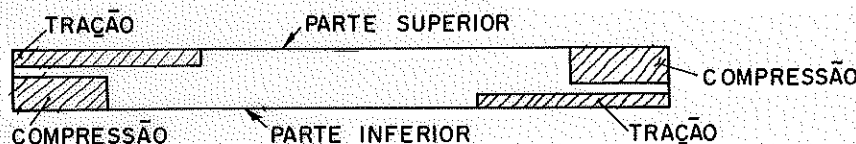


Figura 4.2. Posição de retirada dos corpos de prova de tração e compressão.

4.3.2. Ensaio de Flexão

Os ensaios de flexão foram realizados nos corpos de prova de $(180 \times 8 \times 6) \text{ cm}^3$ e consistiram de uma viga biapoiada de seção retangular de dimensão $(8 \times 6) \text{ cm}^2$ e vão entre apoios de 170 cm , submetida a uma carga concentrada no centro do vão.

A aplicação da carga P foi executada de maneira contínua partindo-se de zero até atingir um valor que provoca na viga tensões próximas ao limite de proporcionalidade.

Para acréscimos constantes de carga, anotaram-se os valores da flecha no centro da viga pela leitura de um relógio comparador instalado na altura média da seção.

Ao se atingir as proximidades do limite de proporcionalidade, a carga P era retirada recuperando o corpo de prova sua posição inicial. Após a recuperação, a carga P era novamente aplicada e as flechas anotadas pela leitura do relógio comparador.

Para cada corpo de prova ensaiado, esse procedimento foi realizado por três vezes. Com os valores das flechas obtidas nos três ensaios, determinou-se a flecha que ocorre no corpo de prova, para cada intervalo de carga, através da média das três leituras obtidas.

Utilizando-se os valores da flecha média e a expressão $f = \frac{Pl^3}{48E_f I}$ obteve-se o valor do módulo de elasticidade em um ensaio de flexão (E_f).

A figura 4.3 esquematiza o ensaio de flexão realizado.

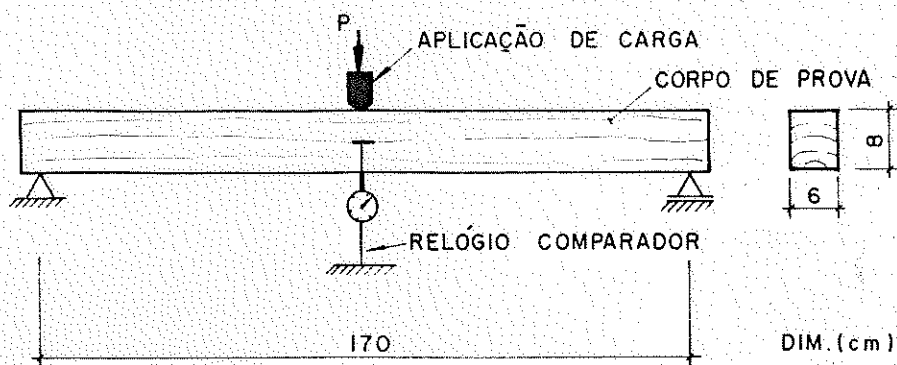


Figura 4.3. Esquema do ensaio de flexão

4.3.3. Ensaio de Compressão

Após a execução do ensaio de flexão, foram retirados, das posições indicadas na figura 4.2, os dois corpos de prova de dimensões nominais (5 x 5 x 20) cm³ para a realização dos ensaios de compressão.

Os ensaios foram realizados com a colocação de dois relógios comparadores, em faces opostas, conforme esquematizado na figura 4.4.

A distância entre os pontos de fixação dos relógios comparadores no corpo de prova é de 10 cm (distância nominal para o cálculo das deformações específicas). Foram utilizados relógios comparadores com precisão de milésimo de milímetro.

Durante o transcorrer dos ensaios, para acréscimo de carga constante, anotaram-se os valores dos encurtamentos registrados pelos dois relógios comparadores. Esse procedimento foi utilizado no intervalo de carregamento compreendido entre zero e um valor de carga que provocou no corpo de prova tensões abaixo do limite de proporcionalidade.

Com os valores "lidos" nos relógios comparadores, obtem-se a deformação específica (ϵ) média para cada acréscimo de carga no corpo de prova.

Plotando-se os valores de ϵ e das tensões correspondentes a cada acréscimo de carga obtem-se um gráfico com a seguinte configuração, figura 4.5.

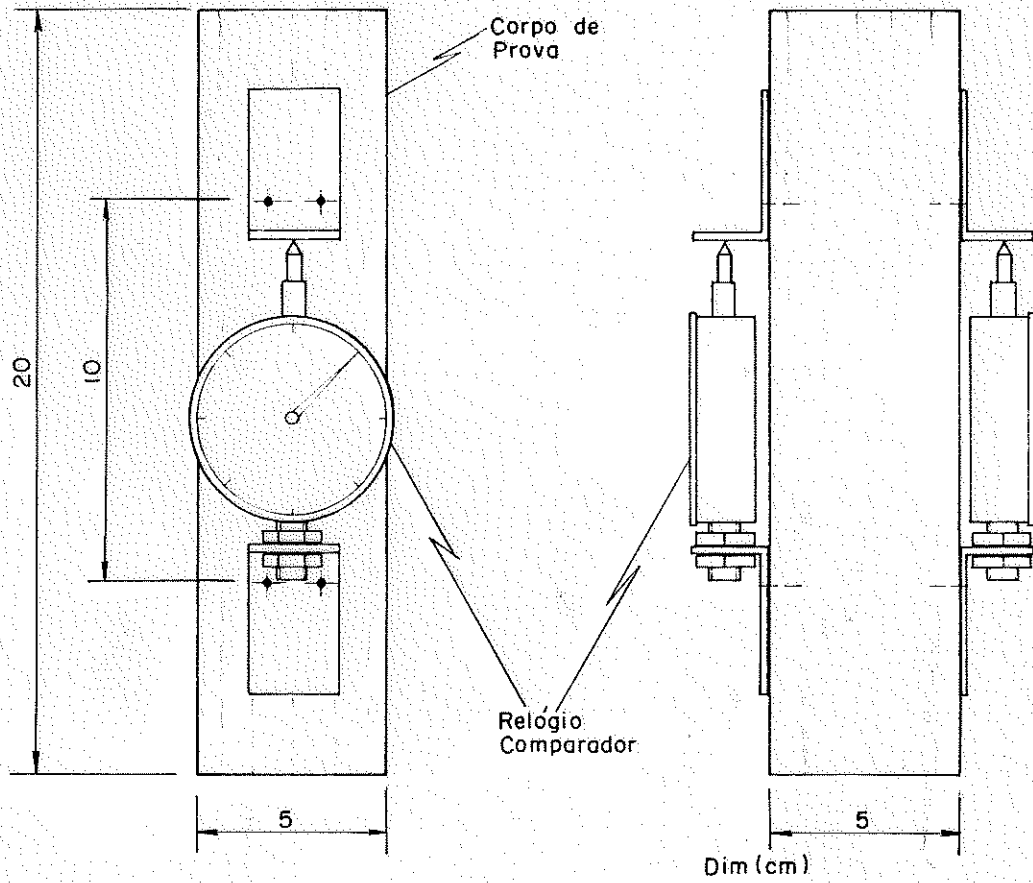


Figura 4.4. Esquema do Ensaio de Compressão

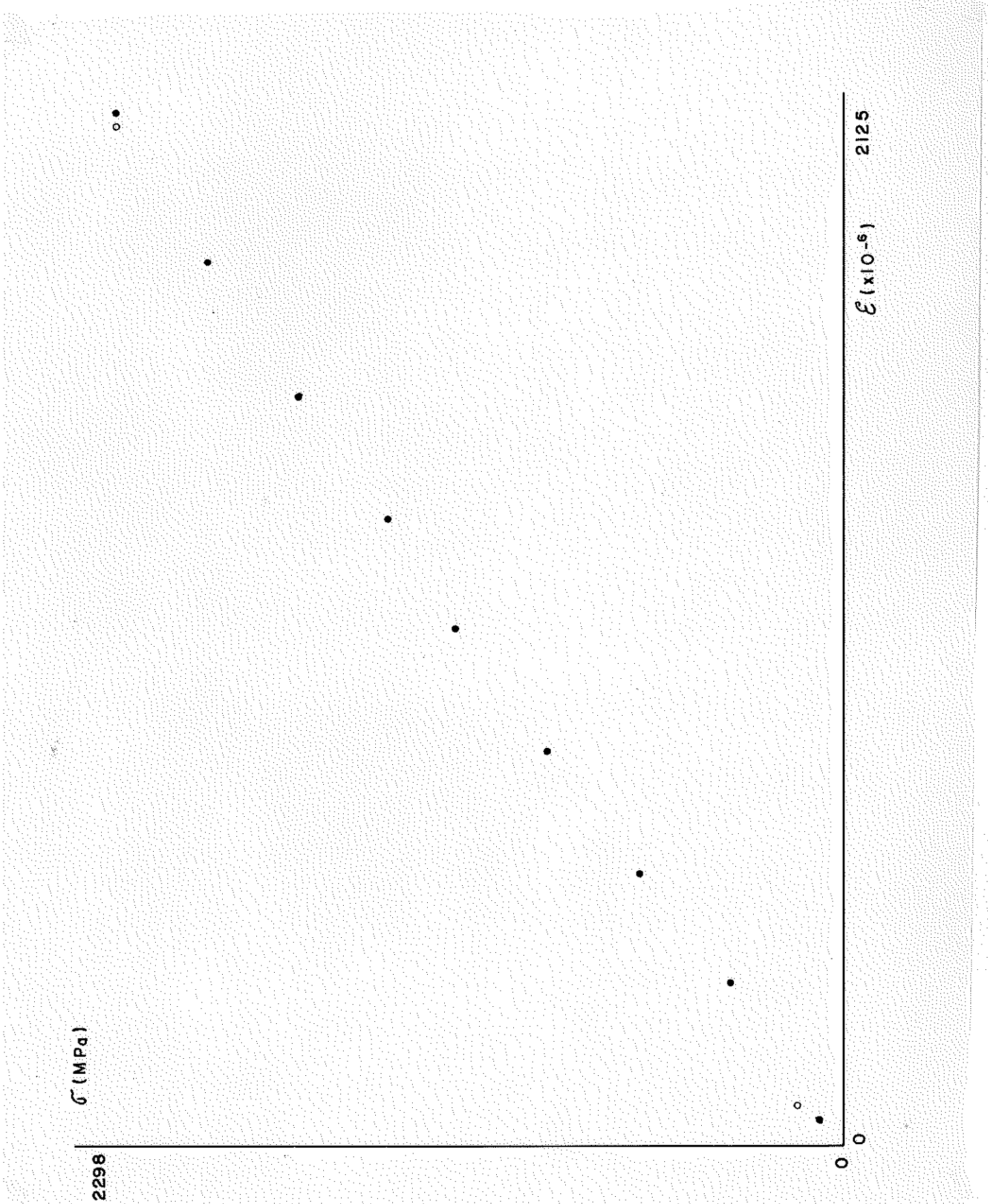


Figura 4.5. Exemplo de gráfico tensão x deformação para en saio de compressão

Relacionando-se os valores da tensão e da deformação específica através de uma regressão linear obtém-se o módulo de elasticidade em um ensaio de compressão (E_C).

4.3.4. Ensaio de Tração

Das posições indicadas na figura 4.2, foram retirados os corpos de prova para a realização dos ensaios de tração, cuja forma final, com os relógios comparadores está esquematizada na figura 4.6, e apresentada por Chahud (47) em sua Dissertação de Mestrado.

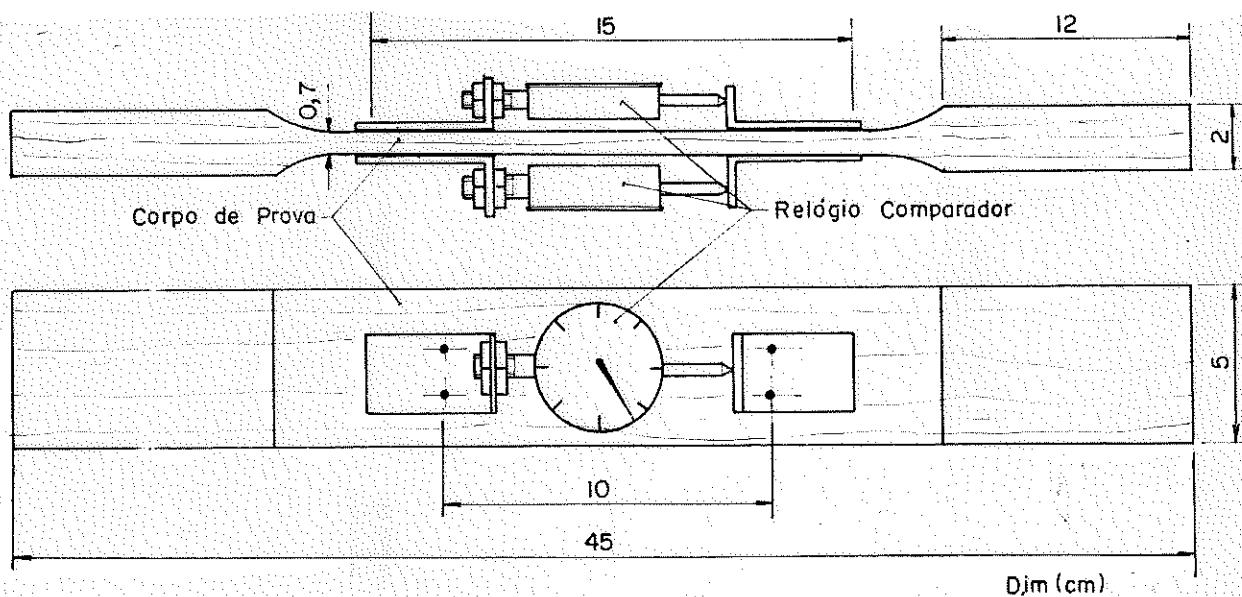


Figura 4.6. Esquema de ensaio de tração

O procedimento de ensaio e a metodologia de análise dos valores obtidos é a mesma citada no item 4.3.3, obtendo-se o valor do módulo de elasticidade em um ensaio de tração (E_T), correspondente a um gráfico com a seguinte configuração:



Figura 4.7. Exemplo de gráfico tensão x deformação para en-
saio de tração.

4.3.5. Apresentação dos Resultados

Os resultados dos ensaios para determinar os módulos de elasticidade obtidos em ensaios de flexão, módulos de elasticidade obtidos em ensaios de compressão e módulos de elasticidade obtidos em ensaios de tração estão apresentados nas tabelas seguintes, separados por espécies.

A terminologia utilizada foi a seguinte:

E_f = módulo de elasticidade obtido no ensaio de flexão

E_c = módulo de elasticidade obtido no ensaio de compressão (valor da média nos dois corpos de prova retirados de um corpo de prova de flexão).

E_t = módulo de elasticidade obtido no ensaio de tração (valor da média nos dois corpos de prova retirados de um corpo de prova de flexão).

4.3.5.1. Resultados para o Jatobá

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	12471	10841	11247
02	8801	9194	9989
03	8738	10147	9094
04	11881	12433	12521
05	15286	15467	15826
06	12178	14334	14981
07	18678	18024	23109
08	11515	11635	11247
09	18722	19689	18073
10	10633	10574	13960

4.3.5.2. Resultados para o Cumaru

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	24269	24950	21523
02	22944	22260	16991
03	22738	22841	23166
04	21627	24479	24784

4.3.5.3- Resultados para o Cambará

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	12341	11997	12742
02	10265	10848	11754
03	10030	9869	11129
04	8263	9122	9761
05	9672	8462	9704
06	8542	8988	9937
07	9578	8296	8585

4.3.5.4- Resultados para a Garapa

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	11928	13684	12735
02	14810	16639	12414
03	14365	15457	18867
04	15642	16048	13565
05	16598	14823	15565

4.3.5.5- Resultados para a Peroba Rosa

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	8777	10330	11364
02	9868	9194	11176
03	11144	11718	11392
04	13830	10700	15555
05	12747	10640	12592

4.3.5.6. Resultados para a Castanheira

CP	E_f (MPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)
01	12213	9807	11350
02	9446	10592	11974
03	9441	11148	10801
04	12913	11628	11170
05	7429	8588	8916
06	8272	8951	8913
07	13725	14233	12875
08	14877	13856	12613
09	7161	9044	7421
10	14081	14679	12860
11	10717	11164	11393
12	9645	11159	10777
13	9680	10267	11269
14	8963	10843	10330
15	9091	8702	10375
16	6924	9061	7331
17	7826	9643	10241
18	8258	9964	10505
19	7377	8512	7598
20	6673	8361	8043
21	9041	10789	11441
22	9395	10799	10392
23	8835	10387	9818
24	9651	10786	11194
25	13913	11403	11263
26	15507	11451	11363

4.4. Comparação dos Resultados

A comparação dos resultados foi feita por intermédio de dois testes, envolvendo dois dos módulos (E_f , E_c e E_t) por vez. O primeiro teste, citado por Fusco (18), permite verificar se as duas amostras foram retiradas do mesmo universo. O segundo teste, citado por Snedecor (49), permite verificar se as médias são estatisticamente equivalentes, a um dado nível de segurança.

4.4.1. Jatobá

4.4.1.1. Comparação entre E_f e E_c

1º Teste

$$\bar{E}_f = 12890 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_c = 13234 \text{ MPa}$$

$$n_f = 10 - \text{número de elemento da amostra de } E_f$$

$$n_c = 10 - \text{número de elemento da amostra de } E_c$$

$$\emptyset_f = 9 - \text{graus de liberdade da amostra de } E_f$$

$$\emptyset_c = 9 - \text{graus de liberdade da amostra de } E_c$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_c| = 344$$

$$a = \sum_{i=1}^{n_f} (E_{fi} - \bar{E}_f)^2 = 115.898.000$$

$$b = \sum_{i=1}^{n_c} (E_{ci} - \bar{E}_c)^2 = 112.659.000$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b) \cdot (n_f + n_c)}{(\emptyset_f + \emptyset_c) (n_f \cdot n_c)}} = \sqrt{\frac{115.898.000 + 112.659.000(10+10)}{(9 + 9) (10 \cdot 10)}}$$

$$K = 1594$$

$$t \text{ dados} = \frac{|\bar{E}_f - \bar{E}_c|}{K} = \frac{344}{1594} = 0,216$$

$$t \emptyset = 2,262 \rightarrow \text{tabelado para } \emptyset = 9 \text{ e } 95\% \text{ de segurança}$$

$t \text{ dados} < t \emptyset \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como re
tirados do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = - 344$$

$$sd = 1053$$

$$t_{05} = 2,262$$

$$\bar{d} - t_{05} \cdot \frac{sd}{\sqrt{n}} \leq \mu d \leq \bar{d} + t_{05} \frac{sd}{\sqrt{n}}$$

$$- 1097 \leq \mu d \leq 409$$

O intervalo de média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.1.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 12890 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 14005 \text{ MPa}$$

$$n_f = 10$$

$$n_t = 10$$

$$\emptyset_f = 9$$

$$\emptyset_t = 9$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 1115$$

$$a = 115.898.000$$

$$c = \sum_{i=1}^{nt} (E_{ti} - \bar{E}_t)^2 = 161.363.000$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + c) (n_f + n_c)}{(\emptyset_f + \emptyset_t) (n_f \cdot n_c)}} = 1755$$

$$t \text{ dados} = \frac{1115}{1755} = 0,635 < t \emptyset = 2,262 \rightarrow \text{as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo}$$

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_t = - 1115$$

$$sd = 1837$$

$$t_{05} = 2,262$$

$$- 2429 \leq \mu d \leq 199$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.1.3. Comparação entre E_c e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_c = 13234 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 14005 \text{ MPa}$$

$$n_c = 10$$

$$n_t = 10$$

$$\sigma_c = 9$$

$$\sigma_t = 9$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 771$$

$$b = 112.659.000$$

$$c = 161.363.000$$

$$K = \sqrt{\frac{(b + c) (n_c + n_t)}{(\sigma_c + \sigma_t) (n_c \cdot n_t)}} = 1745$$

tdados = $\frac{771}{1745} = 0,442 < t_0 = 2,262 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_c - \bar{E}_t = - 771$$

$$sd = 2017$$

$$- 2214 \leq \mu d \leq 672$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.2. Cambará

4.4.2.1. Comparação entre E_f e E_c

1º Teste

$$\bar{E}_f = 9813 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_c = 9655 \text{ MPa}$$

$$n_f = 7$$

$$n_c = 7$$

$$\sigma_f = 6$$

$$\sigma_c = 6$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_c| = 158$$

$$a = 10.735.224$$

$$b = 10.953.116$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b) (n_f + n_c)}{(\emptyset_f + \emptyset_c) (n_f \cdot n_c)}} = 719$$

$$t \text{ dados} = \frac{158}{719} = 0,230$$

$t\emptyset = 2,447 \rightarrow$ tabelado para $\emptyset = 6$ e 95% de confiança

$t \text{ dados} < t\emptyset \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = 158$$

$$sd = 852$$

$$- 630 \leq \mu d \leq 946$$

O intervalo da média contém o zero, portanto aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.2.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 9813 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 10516 \text{ MPa}$$

$$n_f = 7$$

$$n_t = 7$$

$$\emptyset_f = 6$$

$$\emptyset_t = 6$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 703$$

$$a = 10.735.224$$

$$c = 12.156.860$$

$$k = \sqrt{\frac{(a + c) (n_f + n_t)}{(\emptyset_f + \emptyset_t) (n_f \cdot n_t)}} = 738$$

$t \text{ dados} = \frac{703}{738} = 0,953 < t\emptyset = 2,447 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_t = -703$$

$$sd = 940$$

$$- 1572 \leq \mu d \leq 166$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.2.3. Comparação entre E_c e E_t

$$\bar{E}_c = 9655 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 10516 \text{ MPa}$$

$$n_c = 7$$

$$n_t = 7$$

$$\emptyset_c = 6$$

$$\emptyset_t = 6$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 861$$

$$b = 10.953.116$$

$$c = 12.156.860$$

$$k = \sqrt{\frac{(b + c) (n_c + n_t)}{(\emptyset_c + \emptyset_t) (n_c \cdot n_t)}} = 740$$

$t \text{ dados} = \frac{861}{740} = 1,164 < t\emptyset = 2,447 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_c - \bar{E}_t = - 861$$

$$sd = 342$$

$$- 1177 \leq \mu d \leq - 544$$

O intervalo da média não contém o zero, portanto não pode ser aceita a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.3. Garapa

4.4.3.1. Comparação entre E_f e E_c

1º Teste

$$\bar{E}_f = 14669 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_c = 15330 \text{ MPa}$$

$$n_f = 5$$

$$n_c = 5$$

$$\emptyset_f = 4$$

$$\emptyset_c = 4$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_c| = 661$$

$$a = 12.293.147$$

$$b = 5.211.499$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b)(n_f + n_c)}{(\emptyset_f + \emptyset_c)(n_f \cdot n_c)}} = 938$$

$$t \text{ dados} = \frac{661}{936} = 0,706$$

$t\emptyset = 2,776 \rightarrow$ tabelado ára $\emptyset = 4$ e 95% de confiança

$t \text{ dados} < t\emptyset \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = - 661$$

$$sd = 1480$$

$$-2498 \leq \mu d \leq 1176$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.3.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 14669 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 14629 \text{ MPa}$$

$$n_f = 5$$

$$n_t = 5$$

$$\emptyset_f = 4$$

$$\emptyset_t = 4$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 40$$

$$a = 12.293.147$$

$$c = 28.462.297$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + c) (n_f + n_t)}{(\phi_f + \phi_t) (n_f \cdot n_t)}} = 1428$$

$$t \text{ dados} = \frac{40}{1428} = 0,028 < t\phi = 2,776 \rightarrow \text{as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.}$$

2º Teste

$$\bar{d} = 40$$

$$- 3473 \leq \mu d \leq 3553$$

$$sd = 2830$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.3.3. Comparação entre E_c e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_c = 15330 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 14629 \text{ MPa}$$

$$n_c = 5$$

$$n_t = 5$$

$$\phi_c = 4$$

$$\phi_t = 4$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 701$$

$$b = 5.211.499$$

$$c = 28.462.297$$

$$K = \sqrt{\frac{(b + c) (n_c + n_t)}{(\phi_c + \phi_t) (n_c \cdot n_t)}} = 1298$$

$$t \text{ dados} = \frac{701}{1298} = 0,540 < t\phi = 2,776 \rightarrow \text{as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.}$$

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_C - \bar{E}_t = 701$$

$$sd = 2943$$

$$- 2953 \leq \mu d \leq 4355$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.4. Peroba Rosa

4.4.4.1. Comparação entre E_f e E_C

1º Teste

$$\bar{E}_f = 11273 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_C = 10516 \text{ MPa}$$

$$n_f = 5$$

$$n_C = 5$$

$$\emptyset_f = 4$$

$$\emptyset_C = 4$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_C| = 757$$

$$a = 16.931.607$$

$$b = 3.276.315$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b)(n_f + n_C)}{(\emptyset_f + \emptyset_C)(n_f \cdot n_C)}} = 1005$$

$t \text{ dados} = \frac{757}{1005} = 0,753 < t\emptyset = 2,776 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_C = 757$$

$$sd = 1908$$

$$-1612 \leq \mu d \leq 3126$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.4.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 11273 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 12416 \text{ MPa}$$

$$n_f = 5$$

$$n_t = 5$$

$$\emptyset_f = 4$$

$$\emptyset_t = 4$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 1143$$

$$a = 16.931.607$$

$$c = 13.577.177$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + c) (n_f + n_t)}{(\emptyset_f + \emptyset_t) (n_f \cdot n_t)}} = 1235$$

$$t \text{ dados} = \frac{1143}{1235} = 0,926 < t\emptyset = 2,776 \rightarrow \text{as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.}$$

2º Teste

$$\bar{d} = E_f - E_t = - 1143$$

$$sd = 1111$$

$$- 2522 \leq \mu d \leq 236$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.4.3. Comparação entre E_c e E_t

$$\bar{E}_c = 10516 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 12416 \text{ MPa}$$

$$n_c = 5$$

$$n_t = 5$$

$$\emptyset_c = 4$$

$$\emptyset_t = 4$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 1900$$

$$b = 3.276.315$$

$$c = 13.577.177$$

$$k = \sqrt{\frac{(b + c)(n_c + n_t)}{(\phi_c + \phi_t)(n_c \cdot n_t)}} = 918$$

$t \text{ dados} = \frac{1900}{918} = 2,070 < t\phi = 2,776 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_c - \bar{E}_f = - 1900$$

$$sd = 1900$$

$$- 4259 \leq \mu d \leq 459$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.5. Cumaru

4.4.5.1. Comparação entre E_f e E_c

1º Teste

$$\bar{E}_f = 22895 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_c = 23633 \text{ MPa}$$

$$n_f = 4$$

$$n_c = 4$$

$$\phi_f = 3$$

$$\phi_c = 3$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_c| = 738$$

$$a = 3.422.749$$

$$b = 4.692.597$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b)(n_f + n_c)}{(\phi_f + \phi_c)(n_f \cdot n_c)}} = 841$$

$$t \text{ dados} = \frac{738}{841} = 0,878$$

$t\phi = 3,182 \rightarrow$ tabelado com $\phi = 3$ e 95% de confiança

$t \text{ dados} < t\phi \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = - 738$$

$$sd = 1516$$

$$- 3150 \leq \mu d \leq 1674$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.5.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 22895 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 21616 \text{ MPa}$$

$$n_f = 4$$

$$n_t = 4$$

$$\emptyset_f = 3$$

$$\emptyset_t = 3$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 1279$$

$$a = 3.522.749$$

$$b = 33.837.998$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + c)(n_f + n_t)}{(\emptyset_f + \emptyset_t)(n_f \cdot n_t)}} = 1764$$

$t \text{ dados} = \frac{1279}{1764} = 0,725 < t\emptyset = 3,182 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como re tiradas do mesmo uni verso.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_t = 1279$$

$$sd = 3941$$

$$- 4991 \leq \mu d \leq 7549$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.5.3. Comparação entre E_c e E_t

1º Teste

$$\begin{aligned}\bar{E}_C &= 23.633 \text{ MPa} \\ \bar{E}_t &= 21.616 \text{ MPa} \\ n_C &= 4 \\ n_t &= 4 \\ \emptyset_C &= 3 \\ \emptyset_t &= 3 \\ |\bar{E}_C - \bar{E}_t| &= 2017 \\ b &= 4.962.749 \\ c &= 33.837.998\end{aligned}$$

$$k = \sqrt{\frac{(b + c)(n_C + n_t)}{(\emptyset_C + \emptyset_t)(n_C \cdot n_t)}} = 1798$$

$t \text{ dados} = \frac{2017}{1798} = 1,122 < t_{\emptyset} = 3,182 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\begin{aligned}\bar{d} &= \bar{E}_C - \bar{E}_t = 2017 \\ sd &= 2795\end{aligned}$$

$$- 2430 \leq \mu d \leq 6464$$

O intervalo da média contém o zero, portanto aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.6. Castanheira

4.4.6.1. Comparação entre E_f e E_C

1º Teste

$$\begin{aligned}\bar{E}_f &= 10023 \text{ MPa} \\ \bar{E}_C &= 10608 \text{ MPa} \\ n_f &= 26 \\ n_C &= 26 \\ \emptyset_f &= 25 \\ \emptyset_C &= 25\end{aligned}$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_c| = 585$$

$$a = 167.424.000$$

$$b = 70.600.084$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + b)(n_f + n_c)}{(\phi_f + \phi_c)(n_f \cdot n_c)}} = 605$$

$$t \text{ dados} = \frac{585}{605} = 0,967$$

$t\phi = 2,060 \rightarrow$ tabelado para $\phi = 25$ e 95% de confiança
 $t \text{ dados} < t\phi \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como re-
tiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = - 585$$

$$sd = 1539$$

$$- 1207 \leq \mu d \leq 37$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.6.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 10023 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 10470 \text{ MPa}$$

$$n_f = 26$$

$$n_t = 26$$

$$\phi_f = 25$$

$$\phi_t = 25$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 447$$

$$a = 167.424.000$$

$$c = 62.843.523$$

$$k = \sqrt{\frac{(a + c)(n_f + n_t)}{(\phi_f + \phi_t)(n_f \cdot n_t)}} = 595$$

$t \text{ dados} = \frac{447}{595} = 0,751 < t\phi = 2,060 \rightarrow$ as amostras podem ser
consideradas como re-
tiradas do mesmo uni-
verso.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E}_c = - 447$$

$$sd = 1654$$

$$- 1115 \leq \mu d \leq 221$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.6.3. Comparação entre E_c e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_c = 10.608 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 10.470 \text{ MPa}$$

$$n_c = 26$$

$$n_t = 26$$

$$\emptyset_c = 25$$

$$\emptyset_t = 25$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 138$$

$$b = 70.600.084$$

$$c = 62.843.523$$

$$K = \sqrt{\frac{(b + c) (n_c + n_t)}{(\emptyset_c + \emptyset_t) (n_c \cdot n_t)}} = 453$$

$t \text{ dados} = \frac{138}{453} = 0,305 < t\emptyset = 2,060 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_c - \bar{E}_t = 138$$

$$sd = 970$$

$$- 254 \leq \mu d \leq 530$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.7. Todas as Espécies Estudadas

4.4.7.1. Comparação entre E_f e E_C

1º Teste

$$\bar{E}_f = 11921 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_C = 12272 \text{ MPa}$$

$$n_f = 57$$

$$n_C = 57$$

$$\emptyset_f = 56$$

$$\emptyset_C = 56$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_C| = 351$$

$$a = 982.462.000$$

$$b = 915.250.000$$

$$k = \sqrt{\frac{(a + b)(n_f + n_C)}{(\emptyset_f + \emptyset_C)(n_f \cdot n_C)}} = 771$$

$$t \text{ dados} = \frac{351}{771} = 0,455$$

$t\emptyset = 2,002 \rightarrow$ tabelado para $\emptyset = 56$ e 95% de confiança

$t \text{ dados} < t\emptyset \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo

2º Teste

$$\bar{d} = - 351$$

$$sd = 1433$$

$$- 731 \leq \mu d \leq 29$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.7.2. Comparação entre E_f e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_f = 11921 \text{ MPa}$$

$$\bar{E}_t = 12414 \text{ MPa}$$

$$n_f = 57$$

$$n_t = 57$$

$$\emptyset_f = 56$$

$$\emptyset_t = 56$$

$$|\bar{E}_f - \bar{E}_t| = 493$$

$$a = 982.462.000$$

$$c = 824.238.000$$

$$K = \sqrt{\frac{(a + c) (n_f + n_t)}{(\phi_f + \phi_t) (n_f \cdot n_t)}} = 752$$

$t \text{ dados} = \frac{493}{752} = 0,656 < t_{05} = 2,002 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retirado do mesmo universo.

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_f - \bar{E} = - 493$$

$$sd = 1930$$

$$- 1011 \leq \mu d \leq 25$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.4.7.3. Comparação entre E_c e E_t

1º Teste

$$\bar{E}_c = 12.272$$

$$\bar{E}_t = 12.414 \text{ MPa}$$

$$n_c = 57$$

$$n_t = 57$$

$$\phi_c = 56$$

$$\phi_t = 56$$

$$|\bar{E}_c - \bar{E}_t| = 142$$

$$b = 915.250.000$$

$$c = 824.238.000$$

$$K = \frac{(b + c) (n_c + n_t)}{(\phi_c + \phi_t) (n_c \cdot n_t)} = 738$$

$t \text{ dados} = \frac{142}{738} = 0,192 < t_0 = 2,002 \rightarrow$ as amostras podem ser consideradas como retiradas do mesmo universo

2º Teste

$$\bar{d} = \bar{E}_C - \bar{E}_t = - 142$$

$$sd = 1796$$

$$- 618 \leq \mu d \leq 334$$

O intervalo da média contém o zero, portanto, aceita-se a hipótese de que as médias sejam iguais.

4.5. Outros Resultados

Para ampliar o número de espécies analisadas, neste item são considerados os resultados dos corpos de prova, de diversas espécies de Eucalipto, ensaiados no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira, atendendo ao Convênio USP-Secretaria de Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo.

Ao todo foram analisados 32 ternos de valores dos módulos de elasticidade à flexão, à compressão paralela e à tração paralela. Foram empregados os mesmos dois testes já mencionados em 4.4. Os primeiros testes entre E_f e E_C ; E_f e E_t ; E_C e E_t mostraram que as amostras podem ser admitidas como retiradas do mesmo universo. As comparações de pares conduziram aos seguintes intervalos de confiança das médias das diferenças:

$$\cdot E_f \text{ e } E_C \rightarrow -158 \leq \mu d \leq 1727$$

$$\cdot E_f \text{ e } E_t \rightarrow -1363 \leq \mu d \leq 1641$$

$$\cdot E_C \text{ e } E_t \rightarrow -1983 \leq \mu d \leq 691$$

4.6. Conclusões

Pelas comparações apresentadas no item 4.4. e 4.5, pode ser admitida a equivalência estatística entre os módulos de elasticidade obtidos em ensaios de flexão com $l/h \geq 21$ (E_f), em ensaios de compressão (E_C) e em ensaios de tração (E_t) para todas as espécies estudadas, analisadas isoladamente ou em conjunto. A exceção observada no Cambará, entre E_C e E_t , é explicada pela anatomia da espécie, caracterizada pela ocorrência de grande quantidade de células de parênquima, admitidas como origem de descontinuidades fragilizantes.

Diante do exposto, evidencia-se a viabilidade de se estimar, com suficiente precisão, o módulo de elasticidade da madeira através da realização de apenas um entre os ensaios de flexão, compressão paralela e tração paralela.

5. DETERMINAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÕES NORMAIS EM UMA VIGA - FASE ELÁSTICA DO CARREGAMENTO

5.1. Introdução

As hipóteses da NBR 7190 para o cálculo de peças de madeira submetidas à flexão não são totalmente adequadas dadas as singularidades inerentes ao material. Admitir isotropia e homogeneidade para a madeira é, no mínimo, impróprio. Por esta razão evidencia-se como de fundamental importância melhorar os conhecimentos a respeito do assunto.

5.2. Objetivos

Este capítulo objetiva a verificação da hipótese de Bernoulli, da hipótese de Navier e da Lei de Hooke com a consequente determinação do diagrama de deformação e de tensões normais e da posição da linha neutra em uma secção transversal submetida a momento fletor.

5.3. Retirada dos Corpos de Prova

A aquisição das peças serradas, realizou-se nas serrarias de São Carlos (SP), tendo sido preferidas peças com a configuração das fibras mostradas na figura 4.1.

Dos lotes de madeira adquiridos foram retirados 7 corpos de prova com as seguintes dimensões:

- . corpo de prova nº 01 (CP01): (580x26,1x5,5) cm³
- . corpo de prova nº 02 (CP02): (580x26,8x5,5) cm³
- . corpo de prova nº 03 (CP03): (580x27,0x5,5) cm³
- . corpo de prova nº 04 (CP04): (305x13,5x5,1) cm³
- . corpo de prova nº 05 (CP05): (305x13,5x5,1) cm³
- . corpo de prova nº 06 (CP06): (550x24,5x5,4) cm³
- . corpo de prova nº 07 (CP07): (550x24,9x5,4) cm³

sendo a Castanheira a espécie de madeira utilizada.

5.4. Procedimento para a Realização dos Ensaios de Flexão

Os corpos de prova citados em 5.3, foram ensaiados à fle -

xão, com o intuito de obter os valores das deformações longitudinais em vários pontos ao longo de uma seção transversal e também os valores das flechas em três (3) pontos, conforme esquematizados nas figuras 5.1 e 5.2.

Para obtenção desses valores, os ensaios foram realizados com as solicitações abaixo do limite de proporcionalidade conforme esquema mostrado nas figuras acima citadas.

Na determinação dos valores das deformações longitudinais foram utilizados extensômetros elétricos de resistência, enquanto que para determinação da flecha utilizou-se relógios comparadores com precisão de centésimo de milímetro.

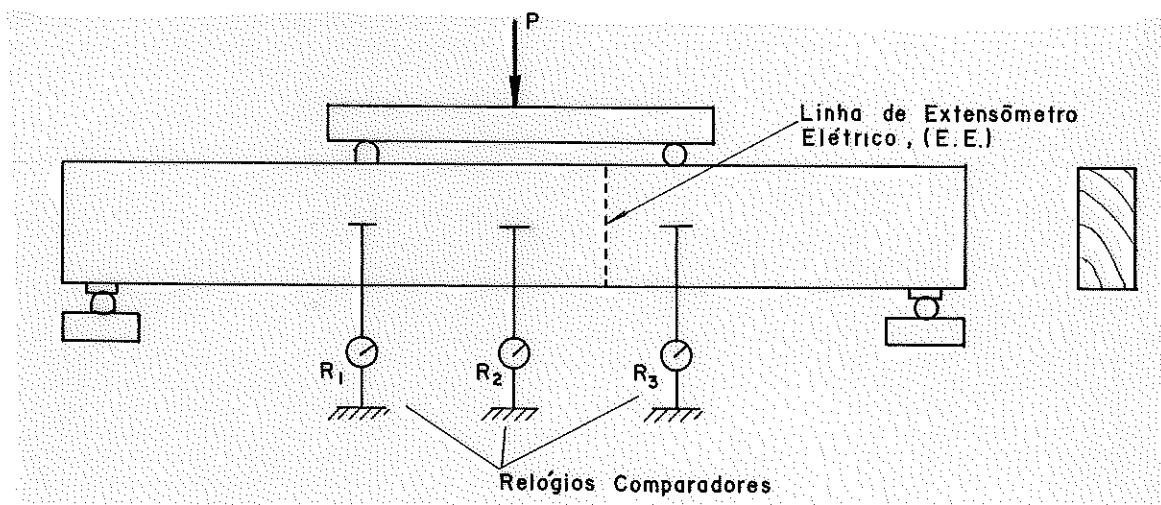


Figura 5.1. Esquema de Ensaio: Tipo I

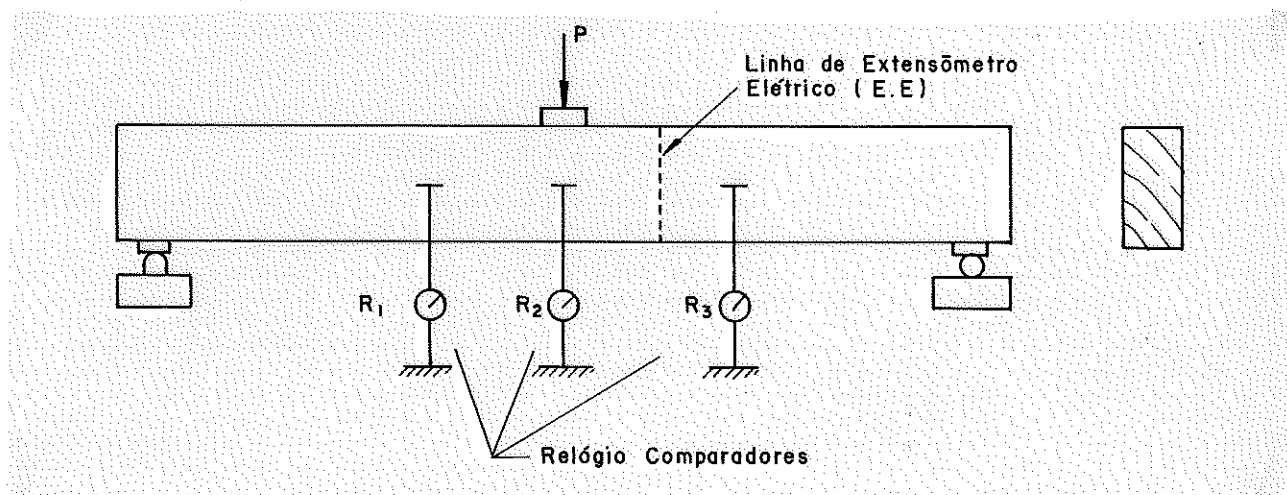


Figura 5.2. Esquema de Ensaio: Tipo II

5.5. Realização dos Ensaios

A parte experimental realizada com a intenção de cumprir os objetivos citados em 5.2, foi desenvolvida em sete (7) corpos de prova conforme explicitado nos itens subsequentes.

5.5.1. Ensaio realizado com o CP01

O corpo de prova 01 (CP01), foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

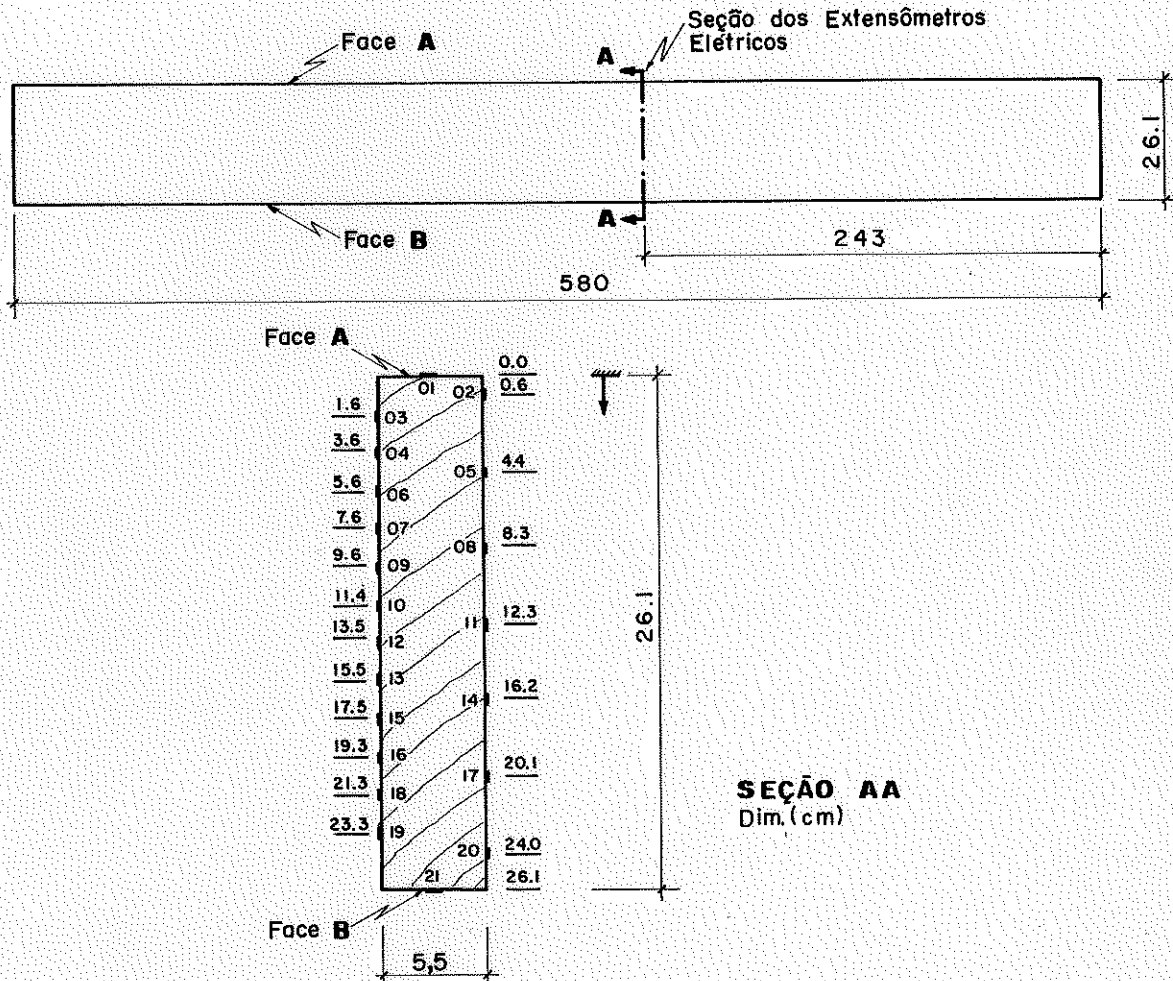


Figura 5.3. Esquema do CP01 Preparado para o Ensaio

A viga CP01 foi submetida a oito (8) ensaios (dois (2) do tipo I e seis (6) do tipo II) variando a relação vão/altura (l/h) da peça e a face (A ou B) na qual as cargas foram aplicadas.

Os esquemas de ensaio estão apresentados nas figuras subsequentes, onde todos os carregamentos ocorreram abaixo do limite de proporcionalidade

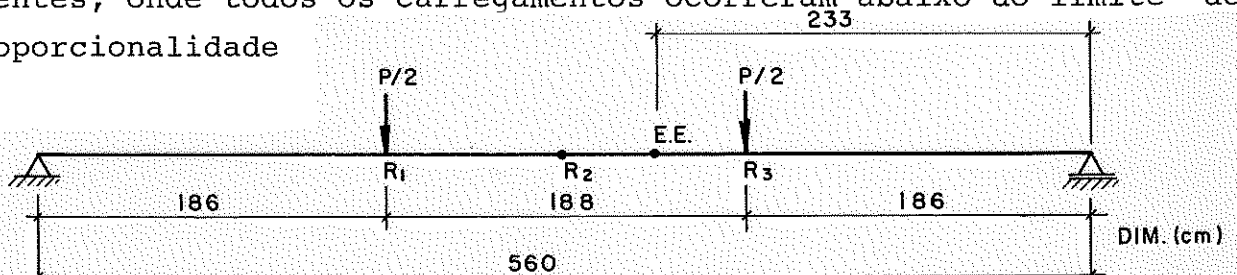


Figura 5.4. Ensaio 01-Carregamento na Face A - $l/H = 21,5$

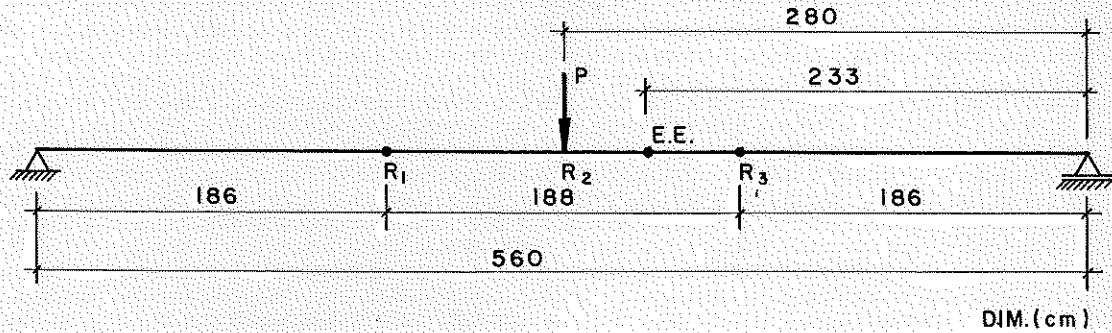


Figura 5.5. Ensaio 02-Carregamento na Face A - $l/H = 21,5$

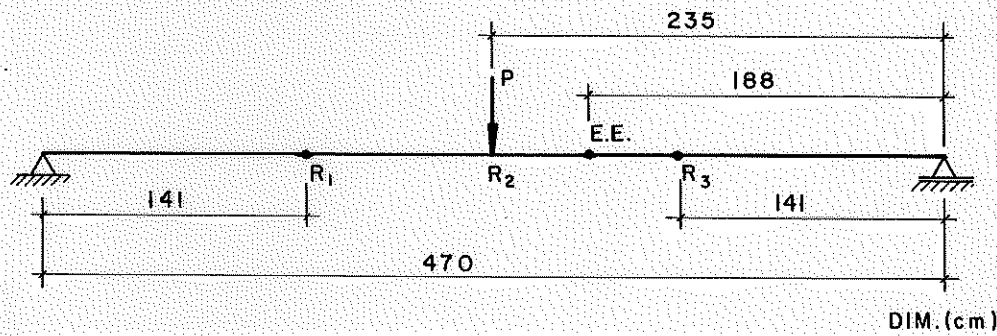


Figura 5.6. Ensaio 03-Carregamento na Face A - $l/h = 18$

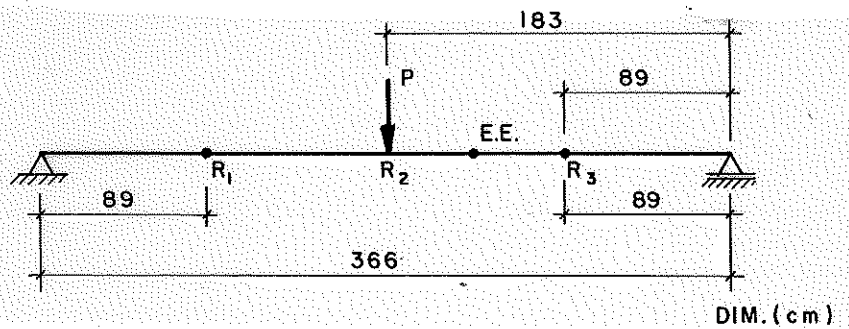


Figura 5.7. Ensaio 04-Carregamento na Face A - $l/H = 14$

Os ensaios 05, 06, 07 e 08 correspondem aos ensaios 01, 02, 03 e 04 respectivamente, com o carregamento aplicado na face B do corpo de prova.

5.5.2. Ensaio realizado com o CP02.

O corpo de prova 02 (CP02), foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

A viga CP02, foi submetida a mesma sequência de ensaios utilizados para o CP01, cujos esquemas estão representados na sequência.

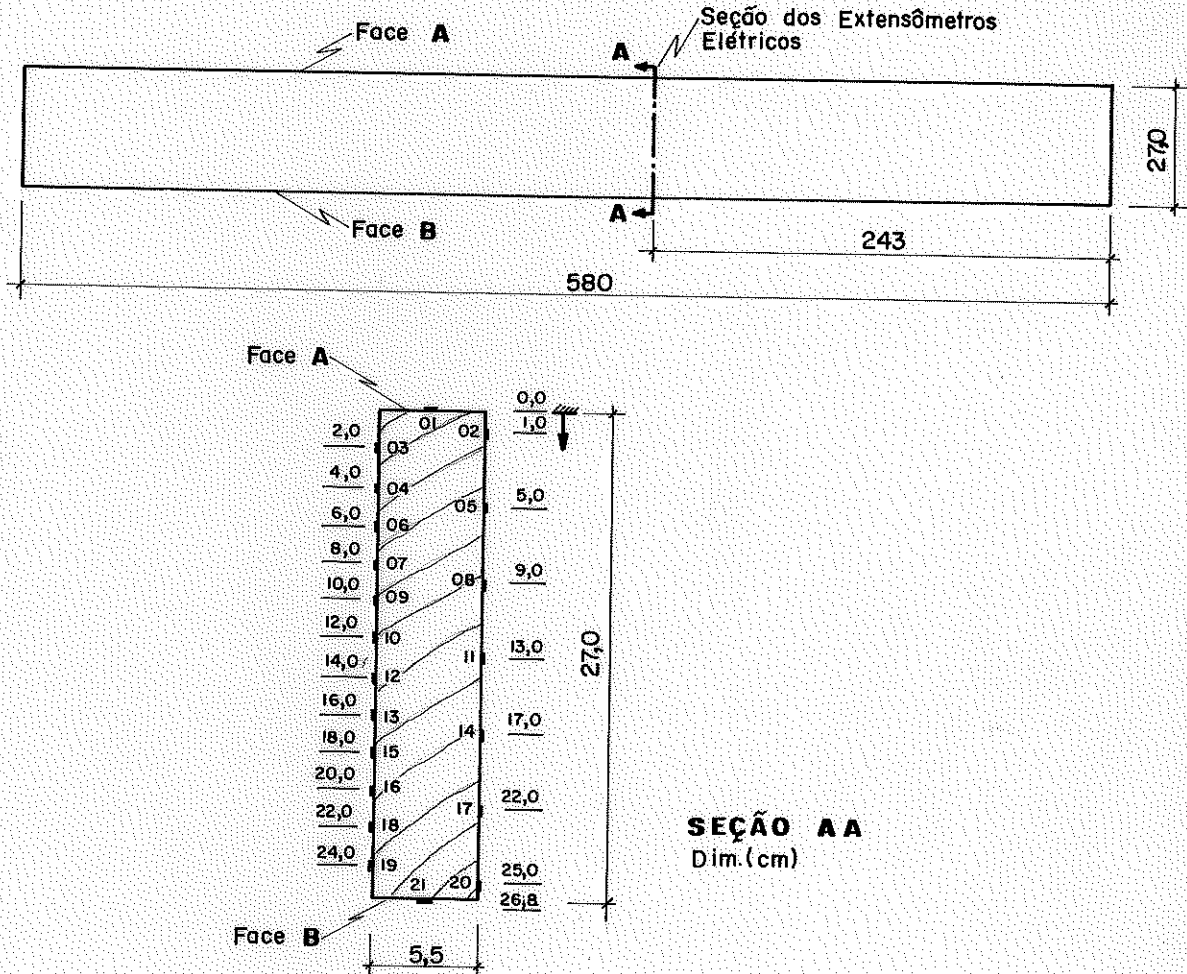


Figura 5.8. Esquema do CP02 Preparado para o Ensaio

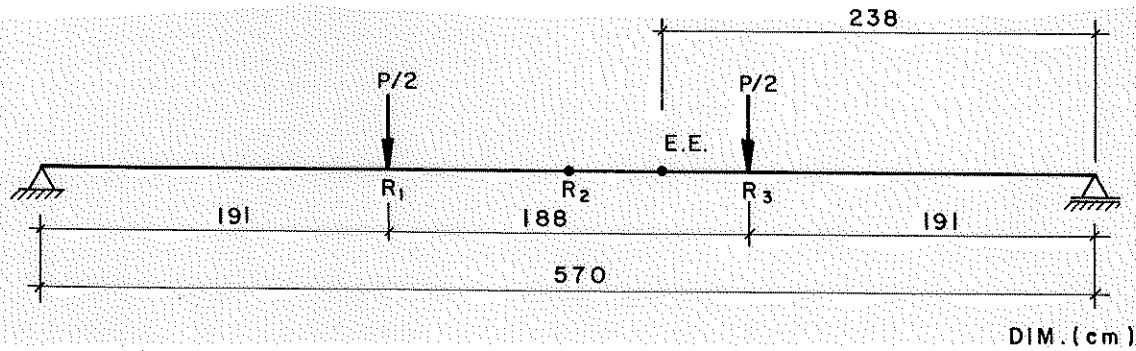


Figura 5.9. Ensaio 01-Carregamento na Face A - $l/H = 21$

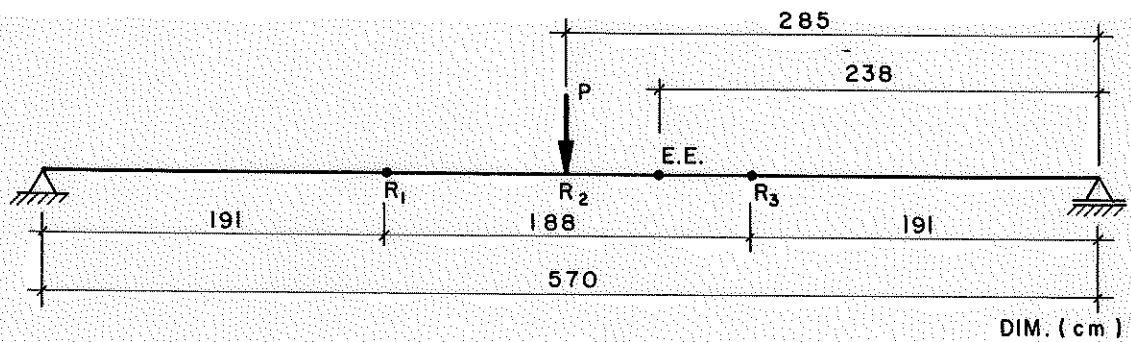


Figura 5.10. Ensaio 02-Carregamento na Face A - $l/H = 21$

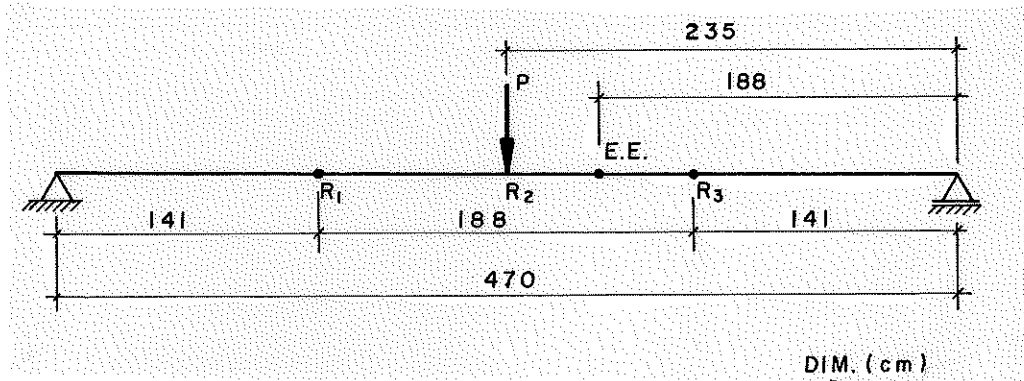


Figura 5.11. Ensaio 03-Carregamento na Face A - $l/H = 18$

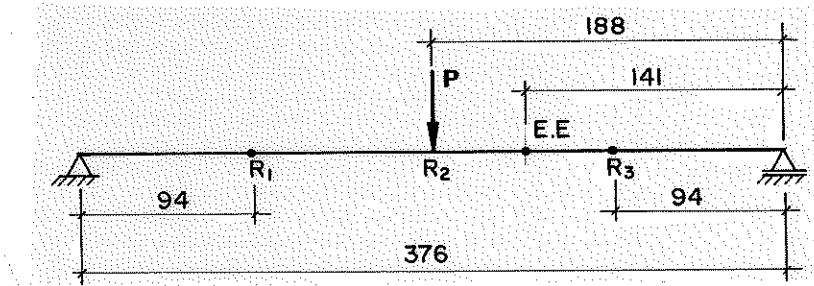


Figura 5.12. Ensaio 04-Carregamento na Face A - $l/H = 14$

Os ensaios 05, 06, 07 e 08 correspondem aos ensaios 01,02, 03 e 04 respectivamente, com carregamento aplicado na face B do corpo de prova.

5.5.3. Ensaio realizado com o CP03

O corpo de prova 03 (CP03) foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

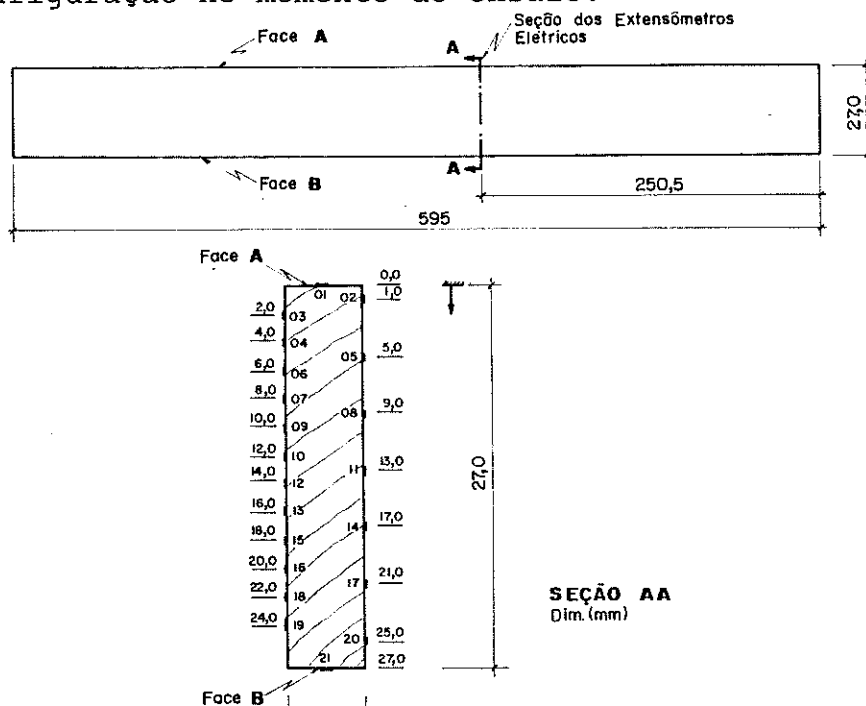


Figura 5.13. Esquema do CP03 Preparado para o Ensaio

O corpo de prova CP03 foi submetido a quatro (4) ensaios dois (2) do tipo I e dois (2) do tipo II mantendo-se a relação $l/H = 21$ e variando-se a face (A ou B) na qual as cargas foram aplicadas.

Na sequência os esquemas dos ensaios estão apresentados.

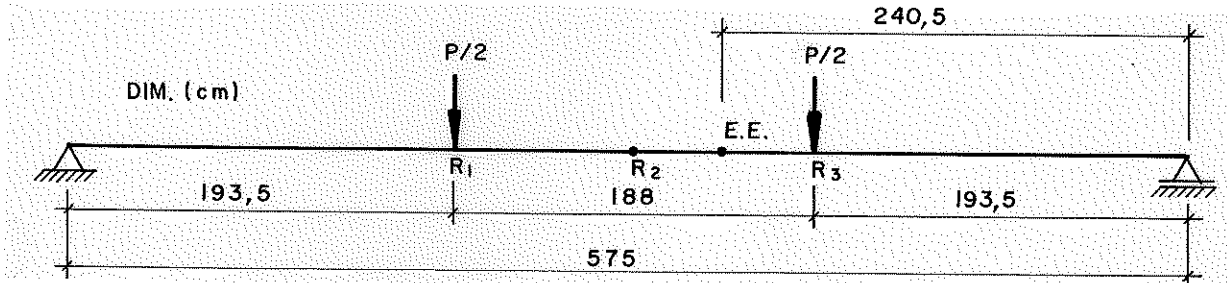


Figura 5.14. Ensaio 01-Carregamento na Face A - $l/H = 21,3$

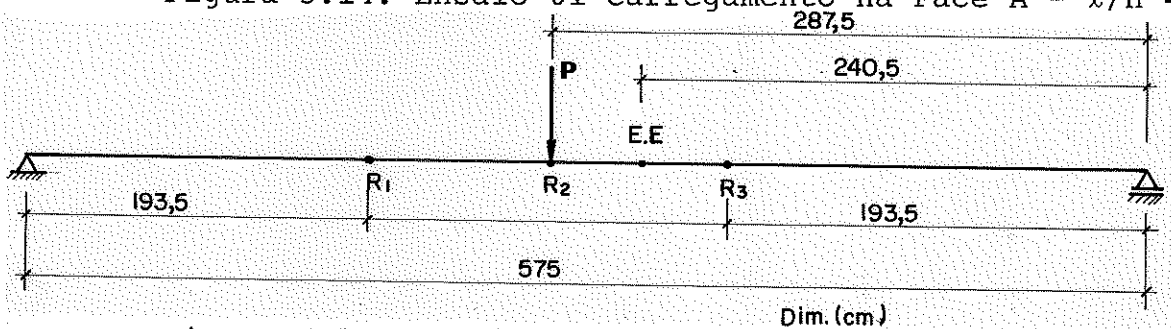


Figura 5.15. Ensaio 02-Carregamento na Face A - $l/H = 21,3$

Os ensaios 03 e 04 correspondem aos ensaios 01 e 02 respectivamente, com o carregamento aplicado na face B do corpo de prova.

5.5.4. Ensaio realizado com o CP04

O corpo de prova 04 (CP04) foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

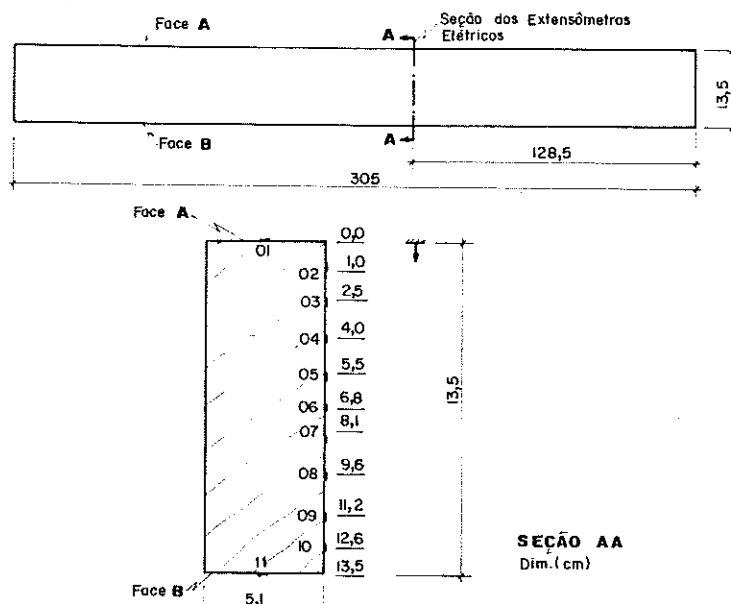


Figura 5.16. Esquema do CP04 Preparado para o Ensaio

O corpo de prova 04, foi submetido a dois (2) ensaios (os dois tipo II), mantendo-se a relação $l/h = 21$ e variando-se as faces (A ou B) na qual as cargas foram aplicadas.

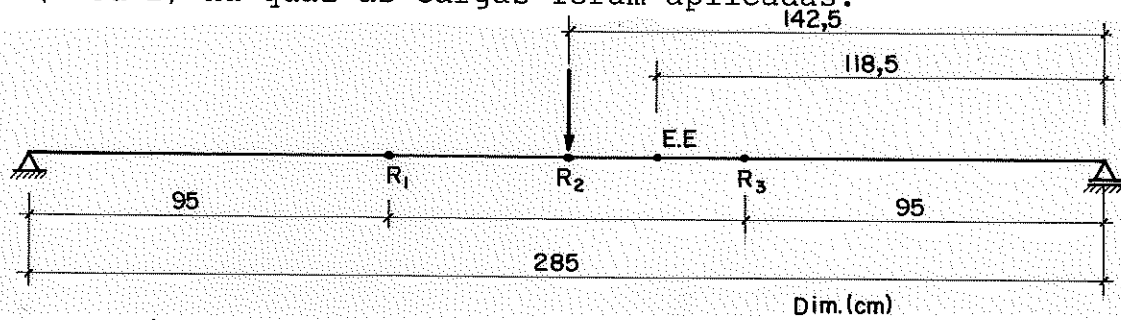


Figura 5.17. Ensaio 01-Carregamento na Face A - $l/H = 21,1$

O ensaio 02 corresponde ao ensaio 01 com o carregamento aplicado na face B do corpo de prova.

5.5.5. Ensaio realizado com CP05

O corpo de prova 05 (CP05) foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

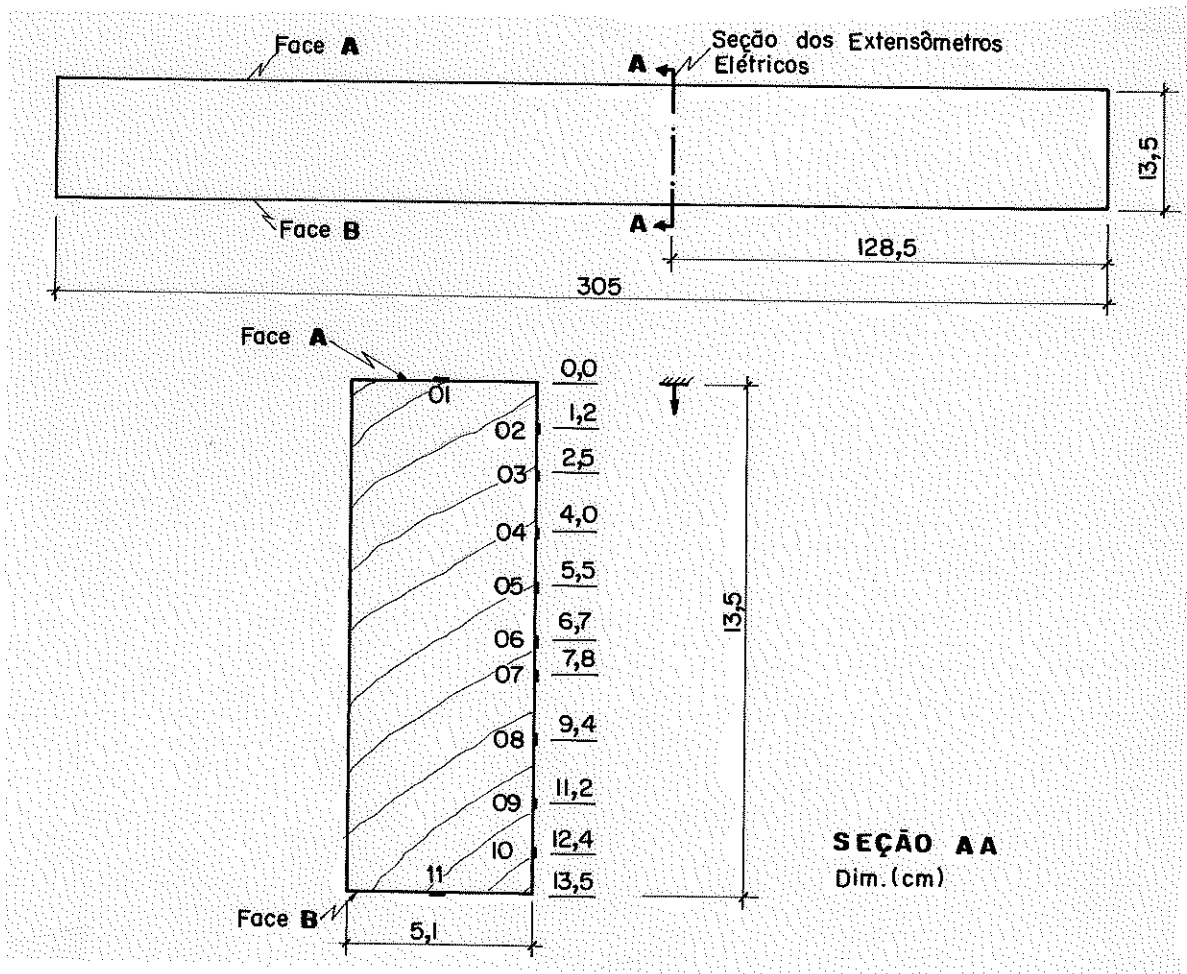


Figura 5.18. Esquema do CP05 Preparado para o Ensaio

Os esquemas dos ensaios realizados com o CP05, correspondem aos realizados com o CP04, sendo, dispensável sua reprodução, pois os mesmos apresentam a mesma geometria.

5.5.6. Ensaio Realizado com o CP06

O corpo de prova 06 (CP06) foi preparado, apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio:

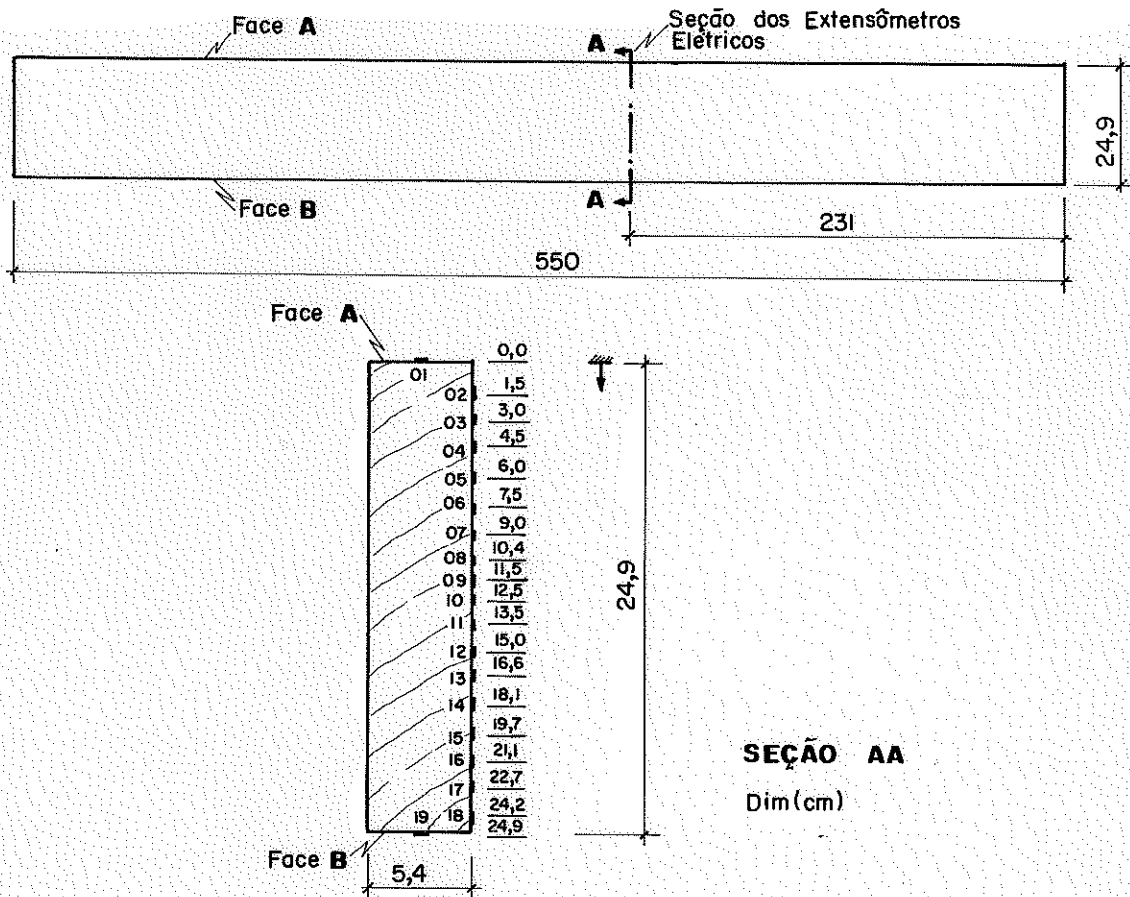


Figura 5.19. Esquema do CP06 Preparado para o Ensaio

O corpo de prova CP06 foi submetido a dois (2) ensaios (os dois do tipo I) mantendo-se a relação $l/H = 21$ e variando-se a face (A ou B) na qual as cargas foram aplicadas.

Na sequência, os esquemas dos ensaios estão apresentados.

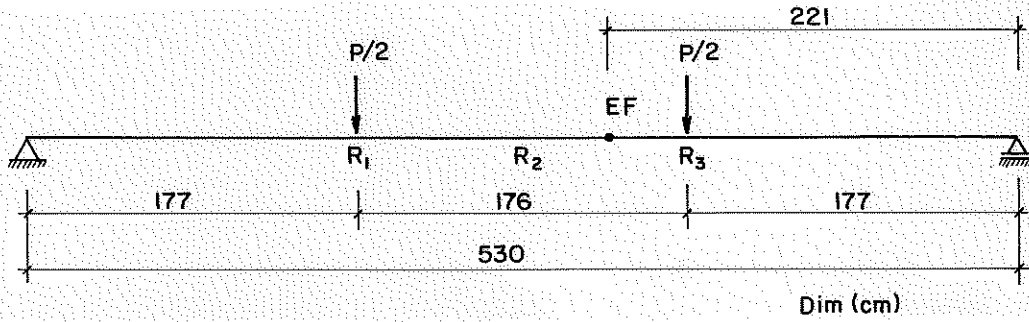


Figura 5.20. Ensaio 01 - Carregamento na Face A - $l/H = 21,3$

O ensaio 02 corresponde ao ensaio 01, com o carregamento aplicado na face B do corpo de prova.

5.5.7. Ensaio Realizado com o CP07

O corpo de prova 07 (CP07) foi preparado apresentando a seguinte configuração no momento do ensaio.

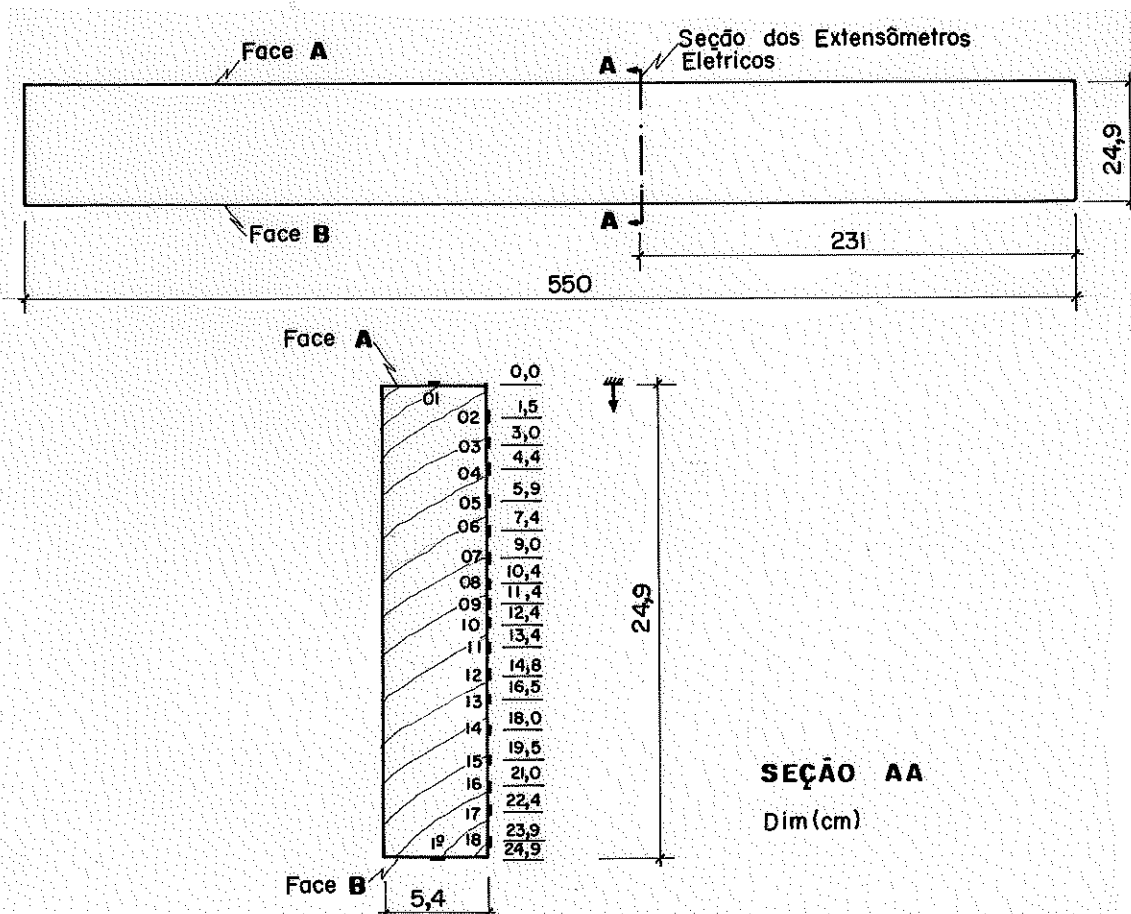


Figura 5.21. Esquema do CP07 Preparado para o Ensaio

O corpo de prova 07 foi submetido a dois (2) ensaios (os dois do tipo II) mantendo-se a relação $l/H = 21$ e variando-se a face (A ou B) na qual as cargas foram aplicadas.

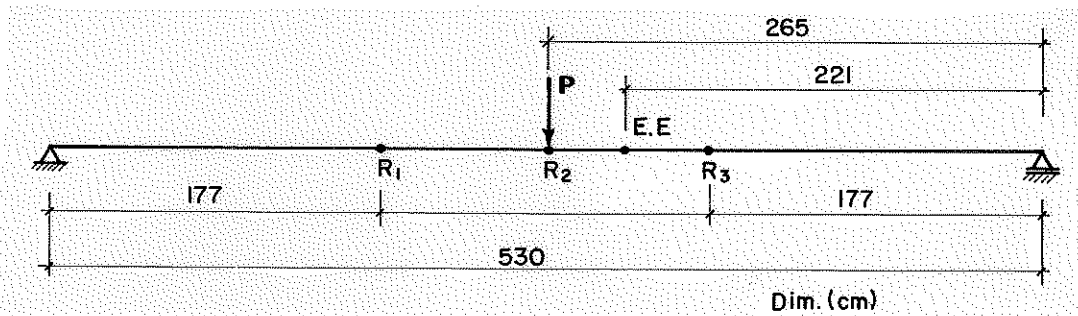


Figura 5.22. Ensaio 01-Carregamento na Face A - $l/H = 21,3$

O ensaio 02 corresponde ao ensaio 01, com o carregamento aplicado na face B.

5.5.8. Ensaios comuns a todos os corpos de prova

Após a realização de todos os ensaios, de cada corpo de prova de flexão foram retirados dois (2) corpos de prova de compressão paralela e dois (2) corpos de prova de tração paralela, conforme esquema da Figura 5.23.

O procedimento para os ensaios de compressão paralela e de tração paralela foram os mesmos já citados no capítulo 4, e apresentados nas figuras 4.4 e 4.6.

Esses ensaios foram realizados com o objetivo de determinar-se os valores dos módulos de elasticidade à compressão paralela e à tração paralela do corpo de prova de flexão.

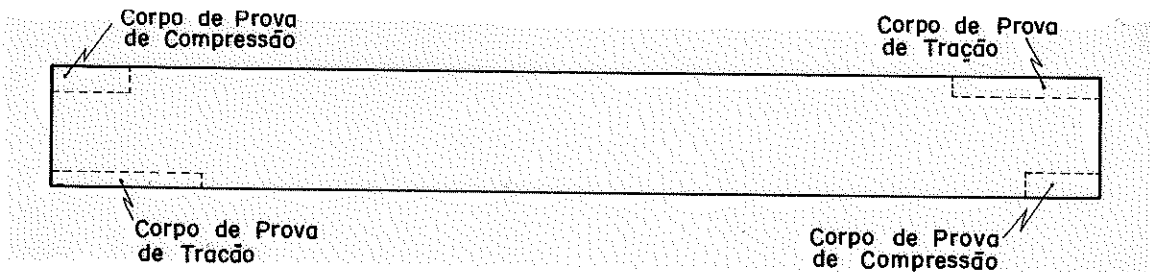


Figura 5.23. Esquema de Retirada dos Corpos de Prova de Tração e de Compressão

5.6. Resultados dos Ensaios de Flexão

Os resultados apresentados neste item, referem-se as deformações detectadas nos extensômetros elétricos, para diversos valores de momento fletor agindo na seção dos extensômetros.

5.6.1. Corpo de Prova 1

5.6.1.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=1,09$	$M_2=2,18$	$M_3=3,26$	$M_4=4,35$	$M_5=5,44$
01	- 133	- 283	- 424	- 563	- 703
02	- 123	- 256	- 386	- 518	- 649
03	- 97	- 203	- 301	- 392	- 489
04	- 97	- 203	- 301	- 391	- 493
05	- 87	- 185	- 277	- 347	- 467
06	- 77	- 164	- 244	- 315	- 395
07	- 54	- 112	- 169	- 213	- 272
08	- 52	- 106	- 156	- 213	- 272
09	- 34	- 73	- 104	- 132	- 170
10	- 10	- 22	- 35	- 38	- 51
11	- 4	- 8	- 15	- 26	- 37
12	8	19	33	52	57
13	28	62	98	126	153
14	37	75	112	156	190
15	47	103	153	213	257
16	72	152	232	316	388
17	76	163	242	319	393
18	87	185	275	374	460
19	100	213	317	418	515
20	117	245	365	492	608
21	154	327	487	650	802

5.6.1.2. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)				
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)			
	M ₁ =1,36	M ₂ =2,72	M ₃ =4,09	M ₄ =5,45
01	- 172	- 354	- 533	- 705
02	- 157	- 325	- 489	- 651
03	- 122	- 251	- 379	- 495
04	- 123	- 251	- 374	- 493
05	- 122	- 228	- 347	- 464
06	- 104	- 209	- 314	- 414
07	- 71	- 141	- 213	- 276
08	- 65	- 132	- 204	- 271
09	- 45	- 87	- 129	- 169
10	- 15	- 22	- 35	- 45
11	- 7	- 9	- 21	- 31
12	14	32	49	66
13	40	86	122	156
14	44	98	148	197
15	59	130	194	260
16	94	201	301	399
17	99	214	312	412
18	113	242	357	476
19	129	274	404	532
20	145	314	471	625
21	197	418	621	823

5.6.1.3. Ensaio 03

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=1,10$	$M_2=2,20$	$M_3=3,30$	$M_4=4,40$	$M_5=5,28$
01	- 143	- 291	- 435	- 574	- 689
02	- 134	- 274	- 407	- 530	- 632
03	- 98	- 207	- 307	- 404	- 481
04	- 94	- 199	- 299	- 395	- 473
05	- 96	- 196	- 291	- 381	- 453
06	- 85	- 174	- 265	- 351	- 419
07	- 51	- 111	- 170	- 223	- 267
08	- 56	- 116	- 173	- 221	- 261
09	- 28	- 64	- 98	- 131	- 159
10	- 4	- 14	- 27	- 34	- 37
11	- 8	- 18	- 29	- 31	- 35
12	22	35	46	60	67
13	29	59	84	116	143
14	45	85	121	158	190
15	60	111	156	211	252
16	84	166	242	327	395
17	88	173	249	328	392
18	103	202	291	388	464
19	105	216	315	427	511
20	132	264	385	512	610
21	175	344	504	674	810

5.6.1.4. Ensaio 04

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =1,59	M ₂ =3,18	M ₃ =3,98	M ₄ =4,77	M ₅ =5,41
01	- 222	- 426	- 526	- 632	- 711
02	- 203	- 391	- 485	- 581	- 659
03	- 149	- 288	- 353	- 422	- 480
04	- 152	- 283	- 349	- 419	- 487
05	- 157	- 294	- 363	- 433	- 472
06	- 154	- 275	- 337	- 396	- 444
07	- 86	- 160	- 196	- 233	- 265
08	- 92	- 172	- 213	- 257	- 288
09	- 58	- 99	- 120	- 144	- 161
10	- 24	- 35	- 38	- 39	- 47
11	- 26	- 43	- 52	- 55	- 60
12	16	41	51	51	49
13	17	58	80	103	120
14	50	109	141	174	195
15	72	144	184	223	248
16	115	235	294	355	405
17	102	211	269	330	376
18	136	275	349	426	479
19	144	290	365	443	504
20	177	359	451	547	620
21	240	476	597	722	814

5.6.1.5. Ensaio 05

Deformações ($\times 10^{-6}$)			
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)		
	$M_1=3,48$	$M_2=6,09$	$M_3=8,70$
01	448	786	874
02	415	724	878
03	308	545	683
04	301	532	672
05	297	516	623
06	240	428	539
07	164	291	373
08	176	302	356
09	92	165	220
10	22	41	63
11	32	49	41
12	- 48	- 81	- 85
13	- 89	- 161	- 216
14	- 127	- 221	- 257
15	- 166	- 291	- 350
16	- 248	- 431	- 515
17	- 230	- 411	- 530
18	- 291	- 510	- 617
19	- 310	- 547	- 689
20	- 390	- 681	- 826
21	- 496	- 872	-1079

5.6.1.6. Ensaio 06

Deformações ($\times 10^{-6}$)				
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)			
	$M_1=2,72$	$M_2=5,45$	$M_3=8,17$	$M_4=11,44$
01	360	709	1076	1506
02	323	635	960	1342
03	257	507	768	1075
04	249	492	742	1038
05	225	443	671	940
06	207	410	631	881
07	138	270	411	574
08	126	248	378	535
09	75	151	231	322
10	19	35	58	77
11	8	10	21	34
12	- 43	- 80	- 116	- 161
13	- 91	- 180	- 267	- 366
14	- 104	- 205	- 305	- 430
15	- 135	- 265	- 394	- 551
16	- 200	- 398	- 599	- 845
17	- 216	- 425	- 634	- 875
18	- 242	- 479	- 719	-1003
19	- 279	- 547	- 814	-1122
20	- 321	- 633	- 949	-1326
21	- 426	- 836	-1253	-1739

5.6.1.7. Ensaio 07

Deformações ($\times 10^{-6}$)				
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)			
	$M_1=4,40$	$M_2=8,79$	$M_3=10,99$	$M_4=13,19$
01	566	1142	1437	1732
02	493	997	1252	1506
03	420	838	1050	1262
04	413	819	1025	1233
05	335	687	863	1045
06	345	691	863	1037
07	228	458	571	687
08	180	376	472	575
09	190	275	339	407
10	38	79	90	109
11	- 16	- 12	- 15	- 7
12	- 44	- 95	- 126	- 150
13	- 150	- 299	- 385	- 461
14	- 166	- 316	- 399	- 471
15	- 202	- 398	- 506	- 605
16	- 302	- 612	- 782	- 941
17	- 373	- 714	- 899	-1066
18	- 375	- 743	- 947	-1132
19	- 465	- 900	-1129	-1341
20	- 493	- 982	-1243	-1488
21	- 676	-1333	-1679	-2004

5.6.1.8. Ensaio 08

Deformação ($\times 10^{-6}$)				
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)			
	$M_1=3,18$	$M_2=6,36$	$M_3=9,54$	$M_4=12,72$
01	405	816	1234	1657
02	362	724	1088	1455
03	299	598	902	1211
04	286	573	867	1159
05	243	493	747	999
06	240	490	746	1005
07	157	320	483	648
08	135	272	415	556
09	87	180	276	367
10	15	40	62	83
11	- 13	- 10	- 7	- 9
12	- 43	- 81	- 123	- 172
13	- 121	- 231	- 346	- 470
14	- 126	- 242	- 348	- 468
15	- 146	- 286	- 431	- 583
16	- 231	- 457	- 691	- 946
17	- 268	- 520	- 773	-1031
18	- 288	- 559	- 836	-1122
19	- 332	- 651	- 968	-1291
20	- 368	- 722	-1085	-1457
21	-493	- 970	-1454	-1942

5.6.2. Corpo de Prova 02

5.6.2.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =2,23	M ₂ =4,47	M ₃ =6,48	M ₄ =7,50	M ₅ =8,49
01	- 292	- 565	- 807	- 955	-1059
02	- 291	- 564	- 805	- 957	-1062
03	- 290	- 565	- 820	- 967	-1075
04	- 227	- 447	- 645	- 770	- 854
05	- 229	- 441	- 634	- 758	- 845
06	- 168	- 312	- 475	- 569	- 634
07	- 108	- 212	- 299	- 360	- 397
08	- 101	- 191	- 268	- 329	- 362
09	- 63	- 124	- 173	- 217	- 239
10	- 12	- 27	- 33	- 46	- 50
11	- 13	- 22	- 24	- 38	- 39
12	33	65	99	108	127
13	82	160	237	269	301
14	77	158	236	268	304
15	124	239	353	405	460
16	180	349	510	591	659
17	182	360	531	612	691
18	230	453	664	774	872
19	283	566	811	939	1052
20	306	598	871	1018	1040
21	324	635	922	1075	1028

5.6.2.2. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,78$	$M_2=5,57$	$M_3=8,35$	$M_4=11,13$	$M_5=13,92$
01	- 375	- 737	-1084	-1422	-1776
02	- 378	- 746	-1105	-1460	-1841
03	- 357	- 700	-1053	-1399	-1778
04	- 288	- 572	- 849	-1125	-1432
05	- 306	- 602	- 895	-1192	-1517
06	- 212	- 424	- 622	- 826	-1049
07	- 128	- 254	- 371	- 495	- 636
08	- 126	- 250	- 356	- 470	- 597
09	- 79	- 162	- 227	- 304	- 394
10	- 7	- 21	- 20	- 31	- 52
11	- 25	- 48	- 59	- 80	- 105
12	49	92	147	192	230
13	102	194	304	399	448
14	92	188	289	384	481
15	158	306	470	619	767
16	229	442	677	889	1108
17	224	445	679	901	1126
18	300	598	901	1189	1482
19	344	678	1035	1367	1715
20	386	761	1152	1519	1898
21	403	794	1200	1586	1982

5.6.2.3. Ensaio 03

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,64$	$M_2=5,28$	$M_3=8,79$	$M_4=10,99$	$M_5=13,19$
01	- 341	- 678	-1123	-1404	-1673
02	- 333	- 666	-1117	-1407	-1687
03	- 337	- 674	-1127	-1425	-1719
04	- 271	- 542	- 910	-1152	-1390
05	- 266	- 534	- 902	-1139	-1377
06	- 202	- 405	- 682	- 860	-1040
07	- 123	- 251	- 422	- 536	- 645
08	- 100	- 202	- 341	- 433	- 518
09	- 81	- 140	- 273	- 347	- 421
10	- 10	- 29	- 54	- 70	- 84
11	- 9	- 23	- 44	- 55	- 64
12	37	71	117	142	170
13	85	167	274	342	410
14	100	194	320	397	478
15	139	271	449	559	675
16	204	403	669	837	1003
17	221	433	719	902	1088
18	275	539	898	1126	1357
19	331	655	1088	1362	1637
20	352	693	1154	1450	1744
21	375	737	1226	1537	1852

5.6.2.4. Ensaio 04

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=5,28$	$M_2=8,57$	$M_3=11,21$	$M_4=13,19$	$M_5=13,85$
01	- 687	-1113	-1443	-1692	-1776
02	- 702	-1137	-1483	-1750	-1840
03	- 659	-1087	-1433	-1698	-1791
04	- 532	- 879	-1157	-1370	-1447
05	- 570	- 943	-1218	-1446	-1521
06	- 388	- 645	- 855	-1014	-1072
07	- 228	- 390	- 517	- 619	- 654
08	- 222	- 358	- 462	- 545	- 573
09	- 144	- 249	- 332	- 398	- 424
10	- 3	- 23	- 39	- 57	- 63
11	- 43	- 66	- 88	- 106	- 109
12	91	135	171	194	198
13	182	284	362	421	442
14	176	290	383	452	475
15	285	453	589	688	721
16	419	672	875	1028	1080
17	418	684	899	1060	1120
18	560	898	1171	1374	1448
19	641	1046	1370	1617	1704
20	710	1144	1492	1756	1849
21	736	1194	1565	1843	1940

5.6.2.5. Ensaio 05

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =2,23	M ₂ =5,36	M ₃ =6,48	M ₄ =7,37	M ₅ =8,26
01	383	669	827	934	1047
02	267	636	783	885	994
03	267	601	805	911	1025
04	219	527	652	740	832
05	213	502	619	699	783
06	166	389	480	541	606
07	107	247	304	346	384
08	84	193	238	272	305
09	65	144	178	204	226
10	20	36	43	49	53
11	5	5	5	8	6
12	- 30	- 80	- 101	- 109	- 123
13	- 75	- 190	- 234	- 262	- 299
14	- 84	- 206	- 255	- 283	- 321
15	- 118	- 289	- 357	- 397	- 449
16	- 166	- 408	- 503	- 564	- 638
17	- 183	- 441	- 546	- 609	- 686
18	- 231	- 552	- 686	- 769	- 869
19	- 274	- 660	- 816	- 913	-1029
20	- 290	- 703	- 874	- 980	-1108
21	- 311	- 747	- 925	-1034	-1167

5.6.2.6. Ensaio 06

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =2,23	M ₂ =5,57	M ₃ =8,35	M ₄ =11,13	M ₅ =13,92
01	276	719	1104	1469	1857
02	276	687	1059	1404	1849
03	290	719	1097	1458	1775
04	216	565	869	1156	1465
05	208	549	848	1129	1432
06	151	407	635	843	1069
07	98	256	403	529	669
08	59	181	293	388	492
09	50	150	240	320	406
10	1	18	46	57	74
11	- 13	- 8	10	10	17
12	- 39	- 88	- 124	- 169	- 210
13	- 89	- 205	- 295	- 395	- 497
14	- 99	- 231	- 336	- 445	- 558
15	- 128	- 311	- 456	- 610	- 765
16	- 188	- 488	- 664	- 882	-1107
17	- 200	- 480	- 717	- 956	-1199
18	- 239	- 597	- 886	-1183	-1488
19	- 299	- 722	-1074	-1424	-1780
20	- 308	- 760	-1132	-1506	-1892
21	- 320	- 794	-1194	-1587	-1992

5.6.2.7. Ensaio 07

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,64$	$M_2=5,28$	$M_3=8,35$	$M_4=10,99$	$M_5=13,19$
01	360	703	1123	1488	1788
02	347	675	1079	1422	1755
03	338	672	1083	1451	1706
04	272	538	873	1162	1403
05	282	549	879	1158	1390
06	202	401	647	863	1042
07	129	248	401	539	653
08	98	190	305	397	473
09	76	151	249	335	408
10	15	45	46	69	88
11	16	21	34	36	40
12	- 41	- 83	- 126	- 162	- 188
13	- 95	- 188	- 289	- 377	- 445
14	- 95	- 197	- 314	- 426	- 515
15	- 145	- 290	- 453	- 593	- 703
16	- 212	- 417	- 657	- 865	-1033
17	- 219	- 441	- 698	- 932	-1121
18	- 283	- 563	- 887	-1166	-1391
19	- 327	- 655	-1040	-1385	-1661
20	- 361	- 714	-1128	-1484	-1771
21	- 375	- 748	-1179	-1558	-1865

5.6.2.7. Ensaio 08

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,64$	$M_2=5,28$	$M_3=8,57$	$M_4=11,57$	$M_5=13,85$
01	355	715	1161	1575	1901
02	345	695	1133	1532	1894
03	342	700	1148	1565	1845
04	274	561	921	1252	1512
05	279	656	923	1254	1515
06	202	415	676	917	1106
07	125	257	419	561	671
08	97	197	323	429	505
09	77	164	268	362	431
10	8	26	43	51	55
11	12	25	43	49	50
12	- 41	- 77	- 125	- 174	- 218
13	- 91	- 175	- 280	- 386	- 474
14	- 100	- 199	- 320	- 438	- 538
15	- 142	- 282	- 453	- 621	- 756
16	- 211	- 416	- 673	- 914	-1109
17	- 219	- 440	- 708	- 965	-1168
18	- 285	- 563	- 906	-1232	-1490
19	- 326	- 653	-1051	-1420	-1708
20	- 356	- 705	-1135	-1540	-1855
21	- 371	- 742	-1192	-1611	-1937

5.6.3. Corpo de Prova 03

5.6.3.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ = 3,17	M ₂ =4,53	M ₃ =5,66	M ₄ =6,56	M ₅ =7,69
01	- 423	- 599	- 746	- 865	-1008
02	- 429	- 610	- 761	- 882	- 937
03	- 395	- 561	- 690	- 800	-1035
04	- 372	- 521	- 642	- 742	- 867
05	- 309	- 439	- 546	- 632	- 738
06	- 261	- 363	- 450	- 518	- 601
07	- 160	- 217	- 258	- 292	- 344
08	- 187	- 260	- 322	- 372	- 438
09	- 108	- 143	- 172	- 194	- 227
10	- 69	- 96	- 115	- 129	- 146
11	- 53	- 73	- 90	- 99	- 114
12	- 34	41	52	62	69
13	- 45	73	94	117	143
14	89	134	171	203	238
15	99	149	194	231	272
16	146	217	274	324	383
17	235	337	424	499	586
18	241	345	439	515	610
19	295	423	533	626	739
20	366	524	658	768	904
21	392	561	703	820	960

5.6.2.3. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =3,38	M ₂ =5,63	M ₃ =8,44	M ₄ =11,25	M ₅ =14,06
01	- 470	- 764	-11143	-1513	-1891
02	- 483	- 782	-1176	-1567	-1971
03	- 441	- 715	-1059	-1395	-1732
04	- 409	- 657	- 973	-1284	-1600
05	- 338	- 552	- 829	-1106	- 897
06	- 288	- 463	- 685	- 901	-1122
07	- 156	- 246	- 356	- 467	- 579
08	- 198	- 315	- 474	- 640	- 810
09	- 115	- 180	- 261	- 339	- 418
10	- 81	- 121	- 168	- 218	- 263
11	- 62	- 97	- 144	- 200	- 257
12	15	- 27	- 48	- 63	- 84
13	51	95	159	219	287
14	110	181	273	358	447
15	107	192	304	408	527
16	172	290	446	601	764
17	260	434	656	865	1083
18	267	451	696	931	1189
19	328	548	840	1122	1423
20	399	662	999	1325	1666
21	430	716	1081	1428	1797

5.6.3.3. Ensaio 03

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =3,17	M ₂ =4,53	M ₃ =5,66	M ₄ =6,56	M ₅ =7,47
01	426	572	741	906	1025
02	428	587	743	902	1024
03	413	591	739	891	1023
04	367	495	638	777	886
05	299	417	519	625	708
06	250	353	444	540	617
07	135	152	223	282	320
08	172	219	286	349	392
09	89	95	145	187	211
10	61	56	96	129	143
11	35	18	43	58	58
12	18	48	37	35	50
13	70	- 114	- 129	- 148	- 172
14	- 108	- 195	- 221	- 256	- 304
15	- 116	- 173	- 213	- 256	- 290
16	- 164	- 262	- 302	- 349	- 402
17	- 250	- 385	- 455	- 535	- 613
18	- 253	- 400	- 477	- 565	- 656
19	- 305	- 474	- 559	- 655	- 754
20	- 380	- 575	- 700	- 834	- 963
21	- 398	- 598	- 726	- 864	- 991

5.6.3.4. Ensaio 04

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=3,38$	$M_2=6,19$	$M_3=8,44$	$M_4=11,25$	$M_5=14,06$
01	468	844	1154	1551	1946
02	468	844	1154	1533	1920
03	454	820	1134	1519	1948
04	402	726	996	1340	1692
05	326	584	797	1048	1312
06	280	506	698	932	1188
07	141	258	357	499	614
08	180	321	435	578	697
09	102	187	256	363	441
10	68	124	173	247	302
11	41	69	93	122	115
12	11	14	29	28	57
13	- 68	- 124	- 166	- 209	- 270
14	- 128	- 232	- 326	- 427	- 597
15	- 126	- 230	- 308	- 401	- 402
16	- 185	- 325	- 442	- 564	- 719
17	- 277	- 497	- 673	- 871	-1103
18	- 282	- 512	- 708	- 934	-1236
19	- 338	- 607	- 825	-1062	-1348
20	- 419	- 755	-1039	-1373	-1781
21	- 446	- 801	-1092	-1429	-1822

5.6.4. Corpo de Prova 04

5.6.4.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,01$	$M_2=2,23$	$M_3=2,45$	$M_4=2,79$	$M_5=3,12$
01	- 734	- 815	- 898	-1028	-1144
02	- 687	- 764	- 841	- 959	-1074
03	- 601	- 670	- 738	- 846	- 945
04	- 357	- 395	- 433	- 496	- 554
05	- 140	- 156	- 171	- 200	- 222
06	0	5	8	5	9
07	156	174	193	218	245
08	339	380	422	476	539
09	427	479	528	601	675
10	556	622	685	776	871
11	655	731	806	911	1025

5.6.4.2. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,01$	$M_2=2,34$	$M_3=2,45$	$M_4=2,79$	$M_5=3,12$
01	712	835	878	997	1115
02	643	750	787	889	993
03	554	645	679	767	857
04	317	367	384	432	480
05	104	118	126	136	148
06	- 38	- 49	- 50	- 63	- 79
07	- 185	- 222	- 233	- 273	- 309
08	- 363	- 429	- 449	- 517	- 587
09	- 451	- 533	- 559	- 643	- 723
10	- 573	- 673	- 704	- 805	- 904
11	- 649	- 760	- 794	- 908	-1016

5.6.5. Corpo de Prova 05

5.6.5.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =1,59	M ₂ =1,93	M ₃ =2,27	M ₄ =2,72	M ₅ =3,18
01	- 714	- 868	-1023	-1224	-1436
02	- 520	- 631	- 741	- 888	-1040
03	- 413	- 504	- 592	- 706	- 827
04	- 306	- 374	- 436	- 521	- 611
05	- 171	- 210	- 245	- 292	- 340
06	- 9	- 14	- 15	- 15	- 15
07	92	109	131	159	191
08	324	389	459	553	655
09	416	502	593	712	840
10	534	643	760	913	1077
11	672	809	954	1143	1341

5.6.5.2. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =1,59	M ₂ =1,93	M ₃ =2,27	M ₄ =2,72	M ₅ =3,18
01	711	857	1033	1202	1413
02	518	623	728	871	1021
03	420	504	584	700	823
04	311	376	438	524	615
05	177	215	246	294	351
06	17	20	20	23	29
07	- 90	- 111	- 133	- 157	- 179
08	- 310	- 373	- 446	- 532	- 622
09	- 416	- 501	- 591	- 708	- 825
10	- 525	- 637	- 753	- 900	-1050
11	- 669	- 810	- 959	-1147	-1342

5.6.6. Corpo de Prova 06

5.6.6.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=3,35$	$M_2=4,79$	$M_3=7,18$	$M_4=9,10$	$M_5=11,02$
01	- 398	- 565	- 844	-1058	-1320
02	- 402	- 571	- 859	-1078	-1349
03	- 352	- 498	- 747	- 939	-1177
04	- 291	- 415	- 622	- 780	- 980
05	- 237	- 337	- 508	- 643	- 810
06	- 177	- 250	- 376	- 474	- 598
07	- 132	- 187	- 283	- 360	- 456
08	- 87	- 124	- 184	- 234	- 302
09	- 57	- 79	- 119	- 152	- 194
10	- 36	- 45	- 65	- 84	- 107
11	- 1	5	6	8	8
12	57	84	130	162	197
13	113	162	243	304	379
14	152	216	322	403	501
15	180	262	392	494	616
16	271	383	579	730	916
17	316	450	679	854	1066
18	397	564	850	1069	1337
19	445	645	985	1251	1590

5.6.6.2, Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=3,35$	$M_2=4,79$	$M_3=7,18$	$M_4=9,10$	$M_5=11,02$
01	412	590	878	1118	1381
02	402	579	867	1107	1367
03	343	496	748	954	1177
04	288	417	626	802	988
05	231	333	507	647	802
06	166	245	371	475	590
07	118	173	268	348	433
08	67	103	162	211	269
09	34	56	94	128	163
10	7	16	35	50	68
11	- 37	- 46	- 57	- 64	- 70
12	- 80	- 106	- 145	- 177	- 211
13	- 134	- 185	- 264	- 328	- 396
14	- 171	- 238	- 342	- 430	- 522
15	- 205	- 285	- 413	- 515	- 625
16	- 292	- 413	- 606	- 766	- 940
17	- 343	- 483	- 708	- 897	-1100
18	- 417	- 590	- 865	-1090	-1334
19	- 526	- 758	-1132	-1442	-1793

5.6.7. Corpo de Prova 07

5.6.7.1. Ensaio 01

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	$M_1=2,99$	$M_2=4,78$	$M_3=7,18$	$M_4=9,57$	$M_5=11,96$
01	- 434	- 658	- 935	-1286	-1675
02	- 360	- 552	- 757	-1002	-1271
03	- 334	- 510	- 699	- 928	-1174
04	- 293	- 453	- 625	- 834	-1078
05	- 222	- 342	- 471	- 634	- 823
06	- 165	- 254	- 351	- 480	- 630
07	- 135	- 209	- 291	- 394	- 526
08	- 66	- 102	- 144	- 211	- 297
09	- 18	- 34	- 48	- 82	- 135
10	13	15	17	3	- 23
11	36	47	62	69	69
12	86	126	171	204	244
13	127	187	257	328	404
14	184	273	376	477	599
15	248	368	509	657	826
16	339	507	697	903	1140
17	386	577	797	1027	1300
18	387	576	795	1033	1312
19	380	581	802	1048	1340

5.6.7.2. Ensaio 02

Deformações ($\times 10^{-6}$)					
EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS	Momento (kN.m)				
	M ₁ =2,99	M ₂ =4,78	M ₃ =7,18	M ₄ =9,57	M ₅ =10,76
01	444	695	1046	1369	1440
02	330	519	776	1029	1148
03	310	492	738	984	1104
04	268	426	643	855	956
05	209	332	498	667	748
06	150	243	373	500	561
07	131	212	328	441	497
08	61	101	163	227	257
09	16	26	51	76	87
10	- 6	- 5	4	18	28
11	- 20	- 28	- 28	- 23	- 22
12	- 73	- 105	- 140	- 170	- 186
13	- 104	- 160	- 220	- 277	- 304
14	- 155	- 235	- 331	- 421	- 461
15	- 219	- 340	- 483	- 623	- 691
16	- 295	- 463	- 666	- 861	- 954
17	- 341	- 530	- 758	- 979	-1058
18	- 333	- 519	- 742	- 956	-1087
19	- 354	- 556	- 819	-1078	-1209

5.7. Resultados dos Ensaio de Tração/Compressão

Neste ítem são apresentados os valores dos módulos de elasticidade obtidos nos corpos de prova de tração e de compressão retirados como mostrado na figura 5.23, através de ensaios realizados conforme itens 4.4. e 4.6.

Corpo de Prova	Face A		Face B	
	E_t (MPa)	E_C (MPa)	E_t (MPa)	E_C (MPa)
01	13.546,8	12.912,7	11.338,3	11.187,6
02	10.969,2	10.921,6	9.560,7	9.694,4
03	10.041,2	10,037,0	11.917,6	11.243,2
04	17.175,0	15.732,4	19.488,4	18.317,8
05	15.005,2	14.718,4	14.246,5	15.347,2
06	12.929,2	12.882,4	15.621,0	14.038,8
07	12.978,6	14.042,6	13.893,1	14.945,7

E_t = módulo de elasticidade à tração

E_C = módulo de elasticidade à compressão

5.8. Diagrama de Deformações

Para a análise dos resultados, obtidos nos ensaios de flexão plotou-se, para cada valor de momento fletor atuante na seção dos extensômetros elétricos, os valores das deformações contra a posição dos extensômetros elétricos na altura da seção do corpo de prova, valores esses apresentados nas tabelas anteriores.

Esse procedimento mostrou uma tendência de linearidade das deformações ao longo da seção transversal em todos os casos considerados, conforme exemplificado na figura 5.24 a 5.31.

Para esses conjuntos de pontos, foram determinadas as regressões lineares e calculados os coeficientes de correlação (r^2).

Pelos resultados obtidos, todos com a ordem de grandeza dos r^2 apresentados nos exemplos, pode-se concluir pela linearidade do diagrama de deformações em uma seção transversal qualquer que seja o carregamento (I ou II) e a relação l/H .

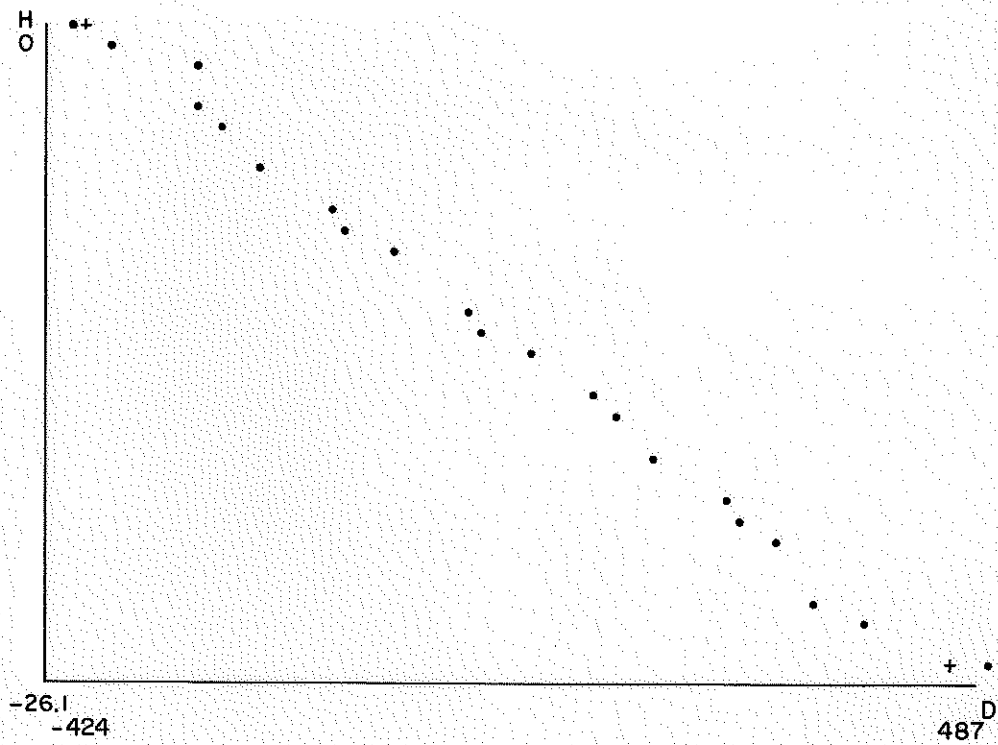


Figura 5.24. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP01, Ensaio 01, $M = 3,26$ kN.m
 $H = -12,609 - 0,0305 D$; $r^2 = 0,9944$

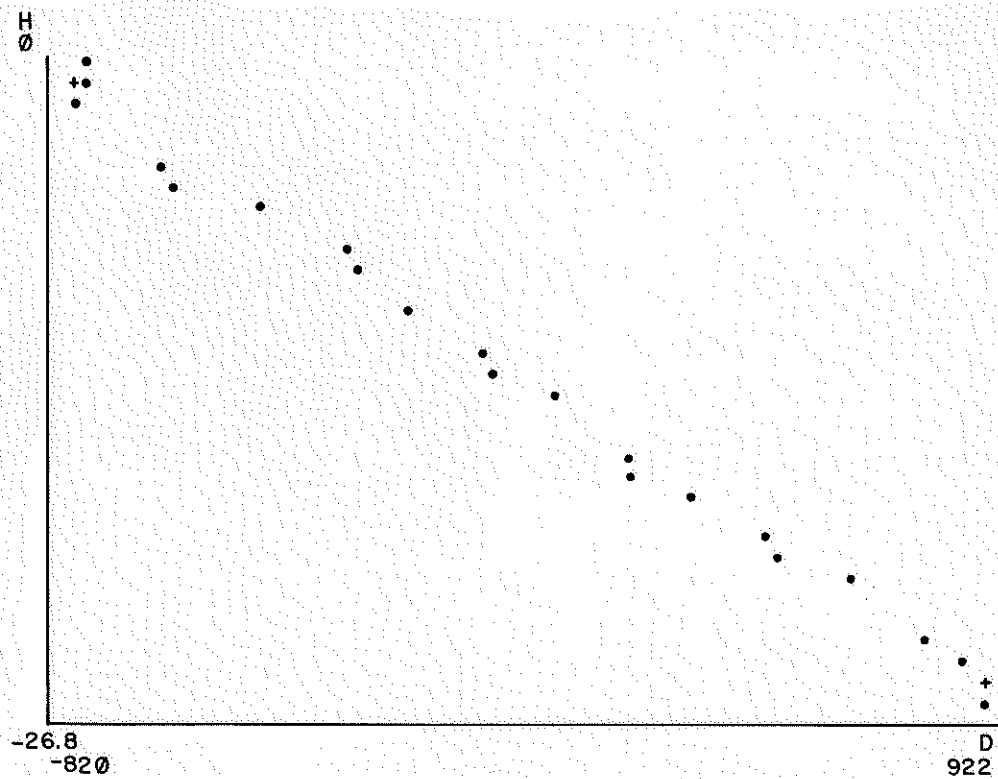


Figura 5.25. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP02, Ensaio 01, $M = 6,48$ kN.m
 $H = 12,867 - 0,0143 D$; $r^2 = 0,9948$

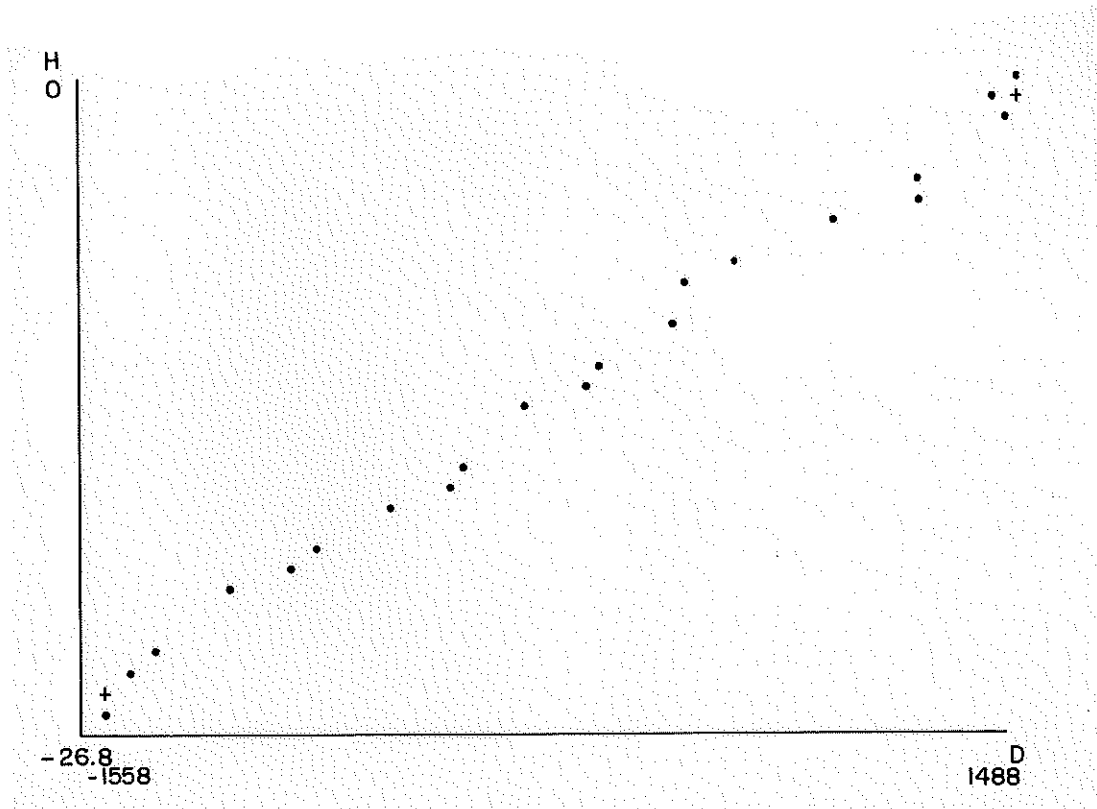


Figura 5.26. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP02, Ensaio 07, $M = 10,99 \text{ kN.m}$
 $H = -13,0272 + 0,0082 D$; $r^2 = 0,9947$

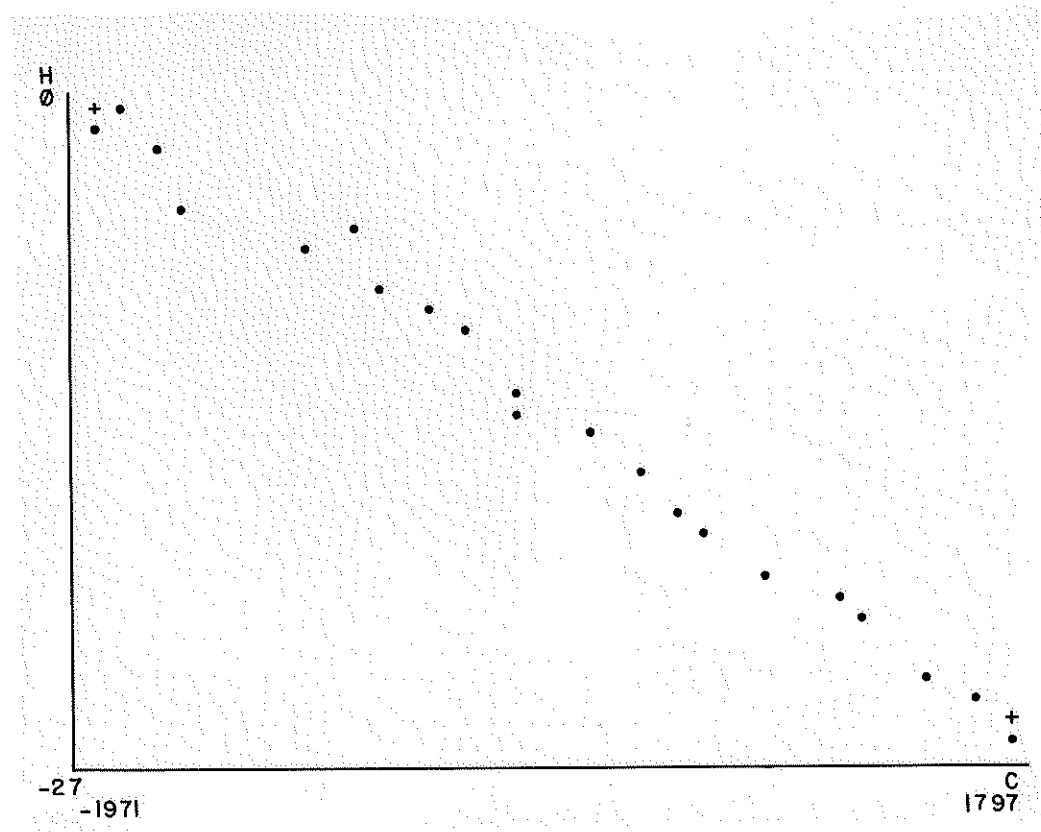


Figura 5.27. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP03, Ensaio 02, $M = 14,06 \text{ kN.m}$
 $H = -13,806 - 0,00701 C$; $r^2 = 0,9898$

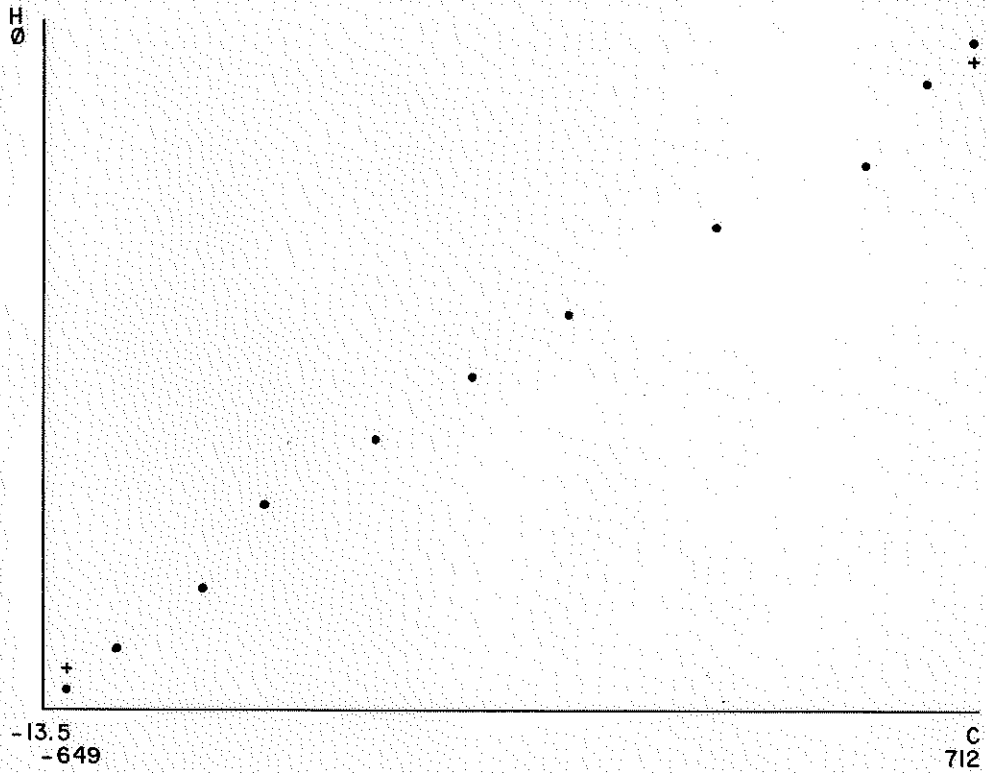


Figura 5.28. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP04, Ensaio 02, M = 2,01 kN.m
 $H = -6,860 + 0,00931 D$; $r^2 = 0,9897$

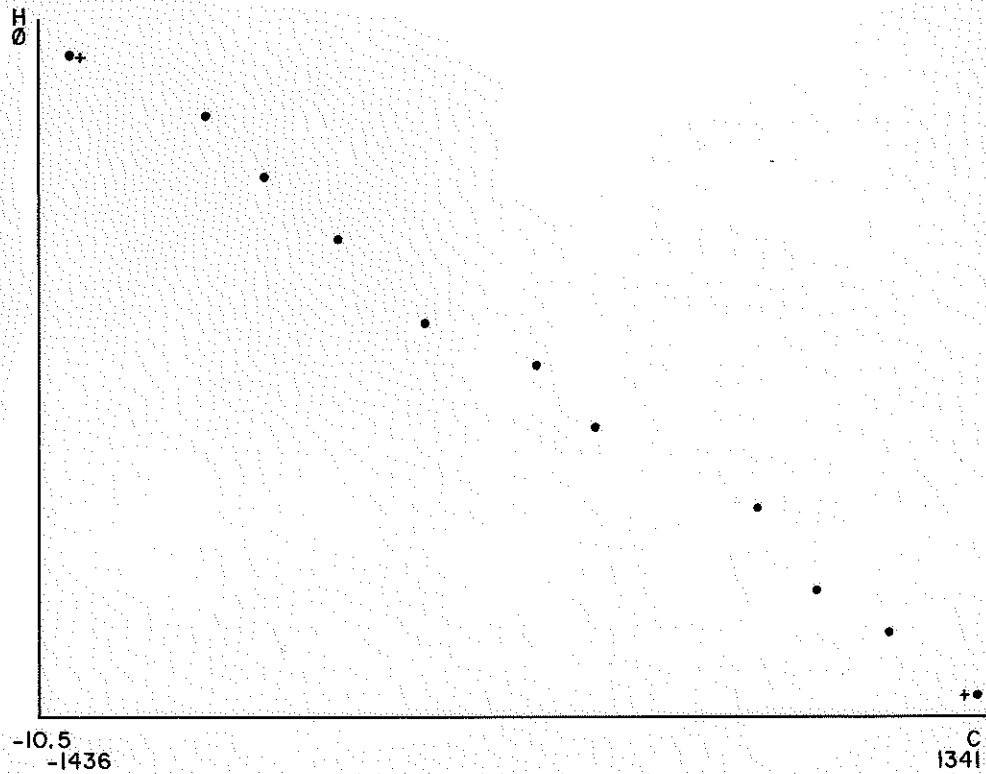


Figura 5.29. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP05, Ensaio 01, M = 3,18 kN.m
 $H = 6,8199 - 0,00492 D$; $r^2 = 0,9948$

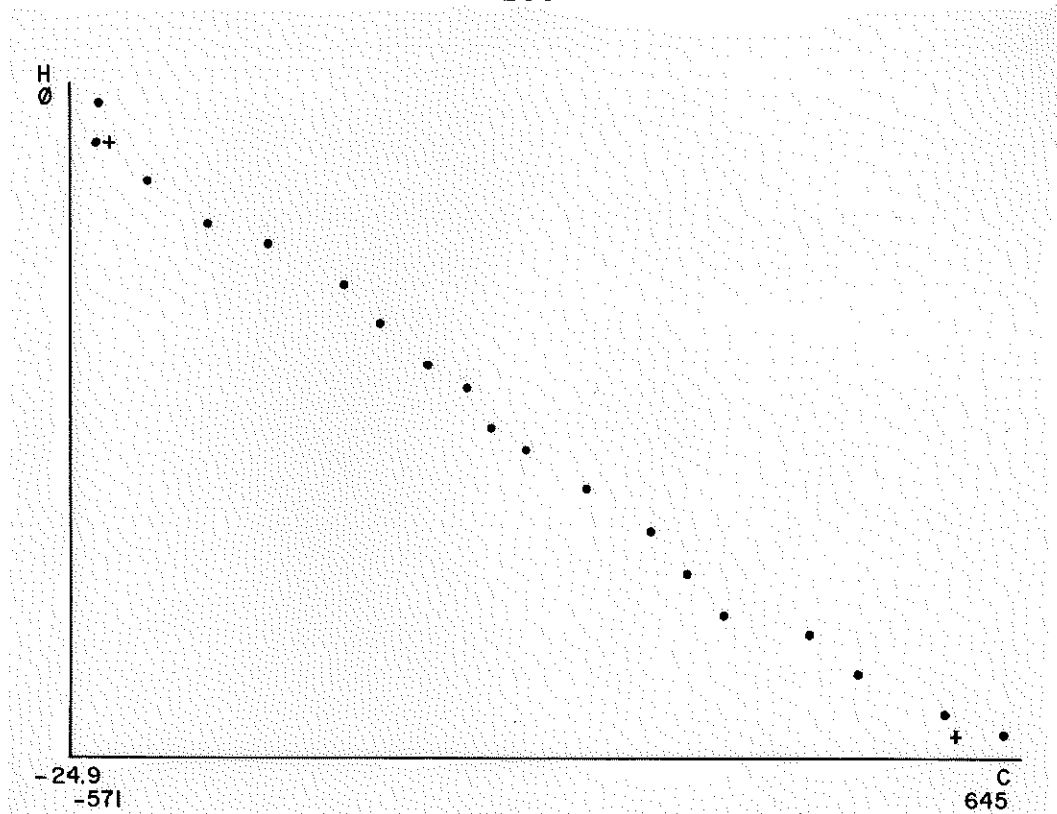


Figura 5.30. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP06, Ensaio 01, M = 4,79 kN.m
 $H = - 13,053 - 0,0207 D; r^2 = 0,9936$

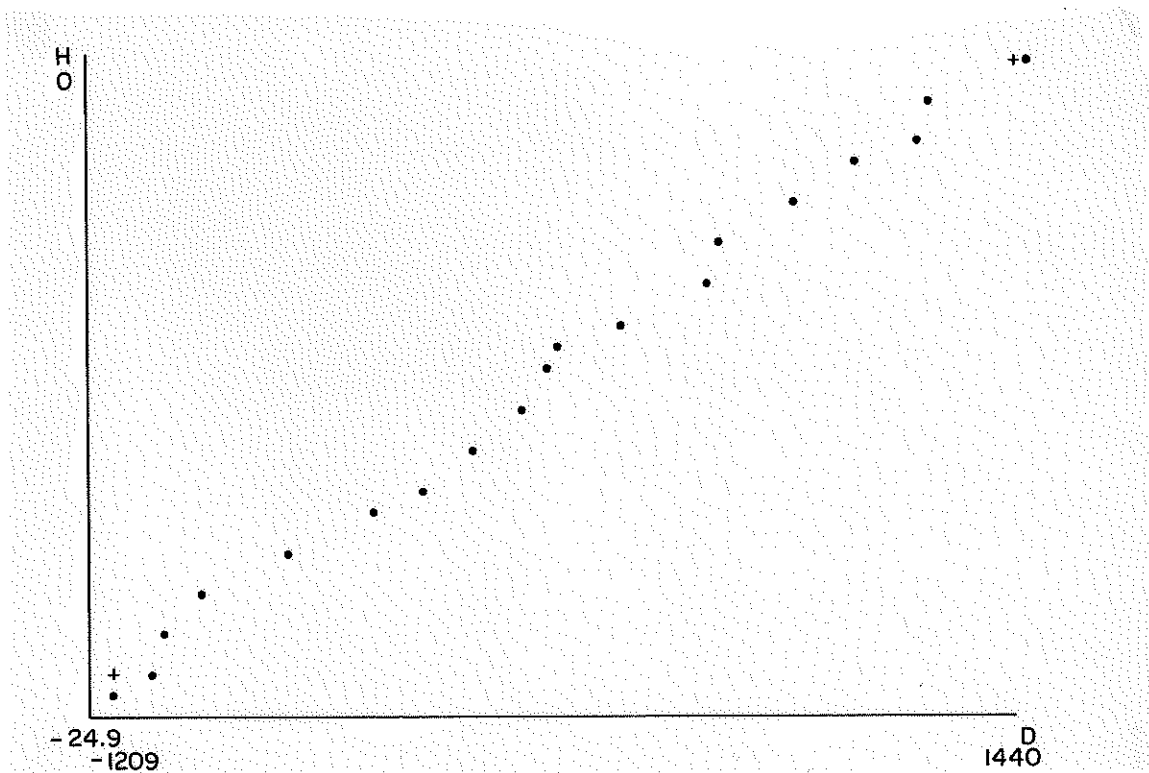


Figura 5.31. Deformações ao Longo da Seção Transversal, CP07, Ensaio 07, M = 10,76 kN.m
 $H = 13.048 + 0,00938 D; r^2 = 0,9951$

5.9. Diagrama de Tensões

Pelos resultados apresentados no ítem 5.8, verifica-se, para a fase elástica de solicitação que as deformações variam linearmente na seção transversal de uma peça de madeira, submetida a momento fletor.

Para análise da distribuição de tensões normais em uma seção transversal submetida a momento fletor, partiu-se da suposição de distribuição linear para em seguida verificar-se a ocorrência ou não do equilíbrio.

A hipótese básica para esse procedimento, fundamenta-se na proporcionalidade entre as tensões e as deformações (validade da Lei de Hooke), como segue:

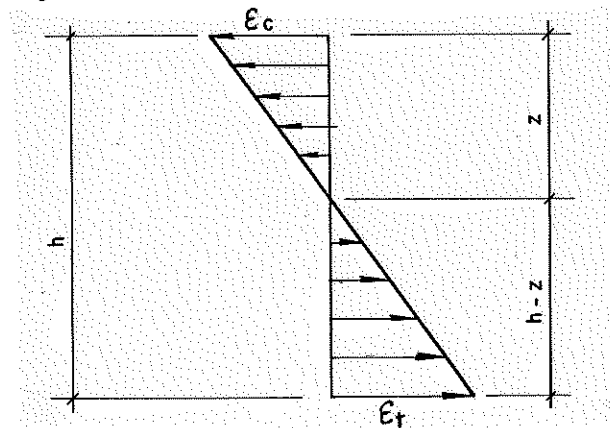


Figura 5.32. Diagrama de Deformações

- com:
- h = altura da viga
 - z = distância da fibra mais comprimida ao ponto de deformação nula
 - ϵ_c = deformação de compressão
 - ϵ_t = deformação de tração

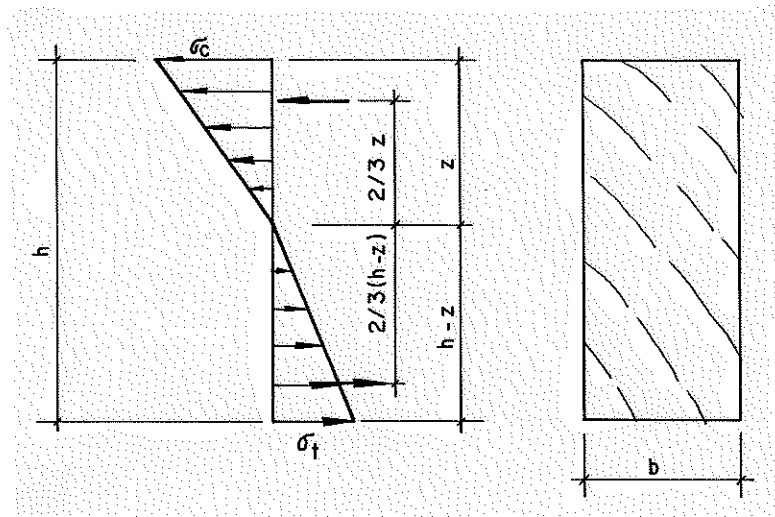


Figura 5.33. Diagrama de Tensões

com: σ_c = tensão de compressão = $E_c \cdot \epsilon_c$
 σ_t = tensão de tração = $E_t \cdot \epsilon_t$
 F_c = força resultante de compressão
 F_t = força resultante de tração
 b = largura da seção transversal

$$F_c = \frac{\sigma_c \cdot z \cdot b}{2} = \frac{E_c \cdot \epsilon_c \cdot z \cdot b}{2}$$

$$F_t = \frac{\sigma_t \cdot (h-z) \cdot b}{2} = \frac{E_t \cdot \epsilon_t \cdot (h-z) \cdot b}{2}$$

Pelo equilíbrio:

1) $F_c = F_t$

$$\frac{E_c \epsilon_c z b}{2} = \frac{E_t \epsilon_t (h-z) b}{2}$$

$$\frac{z}{h} = \frac{E_t \cdot \epsilon_t}{E_t \epsilon_t + E_c \epsilon_c}$$

2) $M_{ext} = M_{int}$, M_{ext} = momento externo
 M_{int} = momento interno

$$M_{intc} = F_c \cdot \frac{2}{3} h = \frac{\sigma_c \cdot z \cdot b}{2} \cdot \frac{2}{3} h$$

$$M_{intc} = \frac{E_c \cdot \epsilon_c \cdot z \cdot b \cdot h}{3}$$

→ momento interno calculado pela deformação de compressão

$$M_{intT} = F_t \cdot \frac{2}{3} h = \frac{\sigma_t \cdot (h-z) \cdot b}{2} \cdot \frac{2}{3} h$$

$$M_{intT} = \frac{E_t \cdot \epsilon_t \cdot h \cdot b \cdot (h-z)}{3}$$

→ momento interno calculado pela deformação de tração.

Nas tabelas seguintes, estão apresentados os momentos internos, calculados pelas deformações de compressão e pelas deforma-

ções de tração para cada fase de carregamento listados nas tabelas do item 5.6.

Os valores das deformações de compressão e de tração utilizados bem como o valor de z , foram determinados através das regressões lineares obtidas pelos valores de ensaio, como apresentadas no item 5.8.

As duas últimas colunas das tabelas apresentam o erro, em porcentagem, dos momentos internos obtidos pela hipótese de ser linear a variação das tensões ao longo da altura da seção transversal e o momento externo calculado pelo ensaio. Os erros são calculados por:

$$e_c = \frac{M_{ext} - M_{intc}}{M_{ext}} \times 100, \text{ erro pelo momento interno devido às deformações de compressão}$$

$$e_t = \frac{M_{ext} - M_{intT}}{M_{ext}} \times 100, \text{ erro pelo momento interno devido às deformações de tração}$$

5.9.1. Corpo de Prova 01: $b = 5,5 \text{ cm}$ e $h = 26,1 \text{ cm}$

Carregamento na Face A $E_{cA} = 12.912,7 \text{ MPa}$ $E_{tA} = 11.383,3 \text{ MPa}$							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ_c ($\times 10^{-6}$)	ϵ_t ($\times 10^{-6}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	1,09	132	140	12,659	1,032	1,025	5,32	5,96
	2,18	277	296	12,626	2,161	2,172	0,87	0,37
	3,26	413	442	12,609	3,218	3,248	1,29	0,37
	4,35	548	593	12,532	4,243	4,382	2,46	-0,74
	5,44	685	732	12,620	5,341	5,375	1,82	1,19
02	1,36	169	179	12,678	1,324	1,309	2,65	3,75
	2,72	348	381	12,462	2,679	2,830	1,51	-4,04
	4,09	524	567	12,535	4,059	4,189	0,76	-2,42
	5,45	693	751	12,524	5,363	5,553	160	-1,89
03	1,10	140	158	12,273	1,062	1,190	3,45	-8,18
	2,20	288	314	12,485	2,222	2,329	-1,00	-5,86
	3,30	429	459	12,617	3,344	3,371	-1,33	-2,15
	4,40	566	611	12,547	4,388	4,511	0,27	-2,52
	5,28	676	732	12,533	5,235	5,409	0,85	-2,44

Ensaio	M _{ext} (KN.m)	ε _c (x10 ⁻⁶)	ε _t (x10 ⁻⁶)	z (cm)	M _{intc} (KN.m)	M _{intT} (KN.m)	e _c (%)	e _t (%)
04	1,59	220	215	13,192	1,793	1,512	-12,72	4,91
	3,18	418	430	12,857	3,331	3,102	- 475	2,45
	3,98	517	540	12,760	4,076	3,924	- 2,41	1,41
	4,77	619	654	12,696	4,856	4,775	- 1,80	-0,10
	5,41	699	738	12,694	5,482	5,389	- 1,33	0,39

Carregamento na Face B E_{CB} = 11.187,6MPa
E_{tB} = 13.546,8MPa

05	3,48	459	429	13,493	3,315	3,506	4,74	-0,75
	6,09	807	753	13,496	5,830	6,152	4,27	-1,02
	8,70	991	930	13,465	7,143	7,617	17,90	12,45
06	2,72	387	348	12,748	2,848	2,786	- 4,71	-2,43
	5,45	763	685	13,453	5,495	5,616	- 0,83	-0,03
	8,17	1144	1037	13,693	8,386	8,340	- 2,64	-2,08
	11,44	1594	1449	13,672	11,667	11,673	- 1,98	2,04
07	4,40	614	552	13,745	4,518	4,421	- 2,68	-0,48
	8,79	1213	1106	13,656	8,868	8,921	- 0,89	-1,49
	10,99	1532	1388	13,696	11,232	11,160	- 2,20	-1,55
	13,19	1832	1669	13,659	13,396	13,460	- 1,56	-2,05
08	3,18	451	394	13,930	3,363	3,108	- 5,75	2,26
	6,36	887	791	13,797	6,551	6,308	- 3,00	0,82
	9,54	1330	1194	13,752	9,791	9,557	- 2,63	-0,18
	12,72	1785	1600	13,762	13,150	12,796	- 3,38	-0,60

5.9.2. Corpo de Prova 02: b = 5,5 cm e h = 26,8 cm

Carregamento na Face A E _{CA} = 10.921,6MPa E _{tB} = 9.560,7MPa							ERRO	
Ensaio	M _{ext} (KN.m)	ε _c (x10 ⁻⁶)	ε _t (x10 ⁻⁶)	z (cm)	M _{intc} (KN.m)	M _{intT} (KN.m)	e _c (%)	e _t (%)
01	2,23	321	342	12,987	2,237	2,219	- 0,31	0,49
	4,47	626	670	12,945	4,348	4,361	2,73	2,44
	6,48	900	974	12,867	6,214	6,375	4,10	1,62
	7,50	1067	1135	12,984	7,434	7,366	0,88	1,79
	8,49	1170	1227	13,082	8,213	7,907	3,26	6,87
02	2,78	408	431	13,029	2,853	2,788	- 2,63	-0,29
	5,57	1116	1175	13,052	7,816	7,588	-40,30	136,2
	8,35	1197	1284	12,929	8,305	8,366	0,54	-0,19
	11,13	1585	1696	12,944	11,009	11,039	1,09	0,82
	13,92	2003	2120	13,020	13,994	13,723	- 0,53	1,42

Ensaio	M _{ext} (KN.m)	ε _c (x10 ⁻⁶)	ε _t (x10 ⁻⁶)	z (cm)	M _{intc} (KN.m)	M _{intT} (KN.m)	e _c (%)	e _t (%)
03	2,64	392	440	12,628	2,656	2,929	- 0,61	-10,95
	5,28	780	866	12,704	5,317	5,734	- 0,70	- 8,60
	8,79	1306	1441	12,742	8,930	9,516	- 1,59	- 8,26
	10,99	1645	1808	12,769	11,272	11,917	- 2,57	- 8,34
	13,19	1875	1973	13,106	13,187	12,692	0,02	3,78
	5,28	751	797	13,005	5,241	5,165	0,74	2,18
04	8,57	1230	1289	13,084	8,636	10,841	- 0,77	3,09
	11,21	1609	1684	13,096	11,307	10,841	- 0,87	3,29
	13,19	1902	1982	13,124	13,395	12,733	- 1,55	3,46
	13,85	2004	9086	13,130	14,120	13,395	- 1,95	3,29

Carregamento na Face B E_{CB} = 9.694,4MPa

E_{tA} = 10.969,2MPa

05	2,23	338	323	13,693	2,205	2,282	1,12	2,33
	5,36	789	717	14,039	5,276	4,931	1,57	8,00
	6,48	869	896	14,009	5,799	6,177	10,51	4,68
	7,37	1099	1011	13,962	7,309	6,995	0,83	5,09
	8,26	1240	1135	13,992	8,264	7,835	-0,05	5,15
06	2,23	350	304	14,342	2,391	2,041	-7,22	8,48
	5,57	860	778	14,068	5,763	5,339	-3,46	4,15
	8,35	1287	1194	13,903	8,523	8,299	-2,07	0,61
	11,13	1712	1586	13,914	11,346	11,015	-1,94	1,03
	13,92	2153	2005	13,879	14,233	13,962	-2,25	-0,30
07	2,64	405	382	13,791	2,660	2,678	-0,76	-1,44
	5,28	797	781	13,541	5,141	5,581	2,63	-5,70
	8,35	1276	1204	13,879	8,435	8,384	-1,02	-0,41
	10,99	1680	1589	13,973	11,181	11,841	-1,74	-7,74
	13,19	2021	1919	13,745	13,231	13,502	-0,31	-2,37
08	2,64	404	380	13,804	2,656	2,662	-0,61	-0,83
	5,28	806	770	13,707	5,262	5,434	0,34	-2,92
	8,57	1303	1253	13,655	8,475	8,877	1,11	-3,58
	11,54	1769	1699	13,671	11,519	12,022	0,18	-4,18
	13,85	2138	2047	13,691	13,442	14,462	-0,66	-4,42

5.9.3. Corpo de Prova 03: b = 5,5 cm e h = 27,0 cm

Carregamento na Face A $E_{CA} = 10.037,0\text{MPa}$ $E_{tB} = 11.917,6\text{MPa}$							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ_c ($\times 10^{-6}$)	ϵ_t ($\times 10^{-6}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	3,17	455	405	14,279	3,228	3,039	-1,83	4,13
	4,53	643	582	14,181	4,530	4,401	0,0	2,85
	5,66	798	730	14,100	5,590	5,555	1,24	1,86
	6,56	924	855	14,030	6,441	6,542	1,81	0,27
	7,69	1082	1004	14,004	7,528	7,697	2,11	-0,09
02	3,38	503	449	14,263	3,564	3,374	-5,44	0,18
	5,63	816	745	14,113	5,722	5,664	-1,63	-0,60
	8,44	1220	1130	14,015	8,495	8,656	-0,65	-2,56
	11,25	1617	1501	14,000	11,247	11,511	0,03	-2,32
	14,06	1969	1853	13,806	13,505	14,423	3,95	-2,58
Carregamento na Face B $E_{CB} = 11.243,2\text{MPa}$ $E_{tA} = 10.041,2\text{MPa}$								
03	3,17	421	453	12,999	3,045	3,152	3,94	0,57
	4,53	635	633	13,522	4,779	4,241	-0,50	6,38
	5,66	768	798	13,237	5,658	5,459	0,04	3,55
	6,56	913	966	13,121	6,667	6,664	-1,63	-1,59
	7,47	1049	1102	13,167	7,687	7,577	-2,90	-1,43
04	3,38	467	498	13,057	3,394	3,451	-0,51	-2,10
	6,19	840	897	13,055	6,103	6,217	1,41	-0,44
	8,44	1150	1231	13,037	8,344	8,605	1,14	-1,95
	11,25	1511	1642	12,937	10,879	11,477	3,30	-2,02
	14,06	1939	2076	13,039	14,071	14,406	-0,08	-2,46

5.9.4. Corpo de Prova 04: $b = 0,1 \text{ cm}$ e $h = 3,5 \text{ cm}$

Carregamento na Face A $E_{cA} = 15.732,4\text{MPa}$ $E_{tB} = 19.488,4\text{MPa}$							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ_c ($\times 10^{-6}$)	ϵ_t ($\times 10^{-6}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	2,01	781	702	7,110	2,005	2,006	0,25	0,20
	2,23	868	784	7,095	2,224	2,246	2,27	-0,72
	2,45	956	865	7,087	2,446	2,481	0,16	-1,27
	2,79	1093	981	7,112	2,807	2,803	-0,61	-0,47
	3,12	1221	1102	7,095	3,128	3,157	-0,26	-1,19
Carregamento na Face B $E_{cB} = 18.317,8\text{MPa}$ $E_{tA} = 17.175,0\text{MPa}$								
02	2,01	713	737	6,640	1,990	1,192	1,00	0,90
	2,34	841	860	6,674	2,360	2,314	-0,85	1,11
	2,45	881	903	6,664	2,468	2,433	-0,73	0,69
	2,79	1008	1023	6,702	2,840	2,741	-1,79	1,76
	3,12	1133	1142	6,723	3,202	3,051	-2,63	2,21

5.9.5. Corpo de Prova 05: $b = 5,1$ cm e $h = 13,5$ cm

Carregamento na Face A $E_{CA} = 14.718,4$ MPa $E_{tB} = 15.426,5$ MPa							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ_c ($\times 10^{-6}$)	ϵ_t ($\times 10^{-6}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	1,59	686	670	6,827	1,582	1,583	0,50	0,44
	1,93	833	808	6,852	1,928	1,902	0,10	1,45
	2,27	979	954	6,839	2,262	2,250	0,35	0,88
	2,72	1172	1145	6,829	2,704	2,704	0,59	0,59
	3,18	1374	1348	6,819	3,163	3,190	0,53	-0,31

Carregamento na Face B $E_{CB} = 15.347,2$ MPa $E_{tA} = 15.005,2$ MPa								
02	1,59	669	680	6,692	1,577	1,594	0,82	-0,25
	1,93	808	820	6,700	1,907	1,920	1,19	0,52
	2,27	955	959	6,735	2,265	2,234	0,22	1,59
	2,72	1142	1148	6,731	2,707	2,676	0,48	1,62
	3,18	1335	1349	6,716	3,158	3,152	0,69	0,88

5.9.6. Corpo de Prova 06: $b = 5,4$ cm e $h = 24,9$ cm

Carregamento na Face A $E_{CA} = 12.882,4$ MPa $E_{tB} = 15.621,0$ MPa							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ_c ($\times 10^{-6}$)	ϵ_t ($\times 10^{-6}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	3,35	444	400	13,098	3,358	3,305	-0,24	1,34
	4,79	630	572	13,053	4,748	4,744	0,88	0,96
	7,18	948	864	13,031	7,133	7,180	0,65	0,0
	9,10	1195	1089	13,029	8,990	9,051	1,21	0,54
	11,02	1502	1366	13,038	11,307	11,345	-2,60	-2,95

Carregamento na Face B $E_{CB} = 14.038,8$ MPa $E_{tA} = 12.929,2$ MPa								
02	3,35	442	448	12,375	3,442	3,252	-2,75	2,92
	4,79	628	647	12,272	4,849	4,735	1,23	1,15
	7,18	926	970	12,157	7,083	7,163	1,35	0,24
	9,10	1173	1240	12,105	8,934	9,194	1,82	-1,03
	11,02	1442	1534	12,065	10,947	11,409	0,66	-3,53

5.9.7. Corpo de Prova 07: $b = 5,4 \text{ cm}$ e $h = 24,9 \text{ cm}$

Carregamento na Face A $E_{cA} = 14.042,6\text{MPa}$ $E_{tB} = 13.893,1\text{MPa}$							ERRO	
Ensaio	M_{ext} (KN.m)	ϵ ($\times 10^{-}$)	ϵ ($\times 10^{-}$)	z (cm)	M_{intc} (KN.m)	M_{intT} (KN.m)	e_c (%)	e_t (%)
01	2,99	413	429	12,221	3,177	3,387	-6,25	-13,28
	4,78	631	644	12,321	4,893	5,044	-2,36	-5,52
	7,18	875	890	12,348	6,800	6,956	5,29	3,12
	9,57	1174	1160	12,526	9,255	8,938	3,29	6,60
	11,96	1515	1469	12,643	12,055	11,212	-0,79	6,25

Carregamento na Face B $E_{cB} = 14.945,7\text{MPa}$ $E_{tA} = 12.978,6\text{MPa}$								
02	2,99	391	404	12,242	3,206	2,975	-7,22	0,50
	4,78	609	638	12,163	4,962	4,727	-3,81	1,11
	7,18	883	955	11,965	7,077	7,186	1,43	-0,08
	9,57	1185	1305	11,850	9,406	9,907	1,71	-3,52
	10,76	1274	1392	11,852	10,035	10,565	6,74	1,81

5.10. Conclusões

A análise do item 5.6 através das regressões lineares e dos valores do r^2 permite concluir pela linearidade das deformações ao longo da altura da seção transversal dos corpos de prova ensaiados.

Com base nos resultados do item 5.8, observa-se que o erro existente entre o M_{ext} e o M_{intc} e o M_{intT} é pequeno, podendo ser atribuído a erros na leituras dos extensômetros bem como nos valores dos módulos de elasticidade, que não foram medidos exatamente na fibra onde foi colado o extensômetro elétrico.

Por essas razões pode-se concluir que as tensões se distribuem linearmente ao longo da seção transversal do corpo de prova.

6. ESTUDO SOBRE A POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA EM UMA PEÇA SUBMETIDA A MOMENTO FLETOR

6.1. Introdução

Como já citado no capítulo 3, a metodologia de dimensionamento atualmente empregada em peças de madeira, admite que em um elemento submetido a momento fletor a linha neutra passa pelo centro de gravidade da seção e que o diagrama de deformações normais apresenta variação linear ao longo da altura da mesma,

Pelas conclusões do capítulo 5, em uma determinada peça de madeira, a variação das deformações normais devida ao momento fletor é linear, mas a linha neutra não passa pelo centro de gravidade da seção, consideradas diversas espécies de madeira, tipos de carregamento e o valor da relação l/h .

Devido a esse fato, surge de imediato uma pergunta a ser respondida antes de qualquer outro estudo, sobre o comportamento estrutural de uma peça fletida de madeira: qual é a posição da linha neutra em uma peça de madeira submetida a momento fletor?

6.2. Objetivos

Este capítulo tem por objetivo apresentar os procedimentos adotados na tentativa de definir a posição da linha neutra em uma peça de madeira submetida a momento fletor.

6.3. Retirada dos Corpos de Prova

Os corpos de prova foram retirados de peças com a configuração das fibras mostradas na figura 4.1 e as espécies estudadas foram: a Castanheira, o Cambará, o Cumaru, e o Angelim. Os corpos de prova apresentam as dimensões nominais de (6 x 8 x 180) cm³.

6.4. Realização dos Ensaios

Com o intuito de atingir o objetivo citado em 6.2, realizou-se uma série de ensaios do tipo I, conforme esquema apresentado na figura 5.1.

Admitindo-se linear a variação das deformações ao longo da seção transversal da peça, nos ensaios realizados foram medidas as

deformações na fibra mais comprimida e na fibra mais tracionada, através de relógios comparadores com precisão de milésimo de milímetro.

A figura 6.1, mostra o esquema de um corpo de prova, com os dois relógios comparadores instalados, preparado para o ensaio.

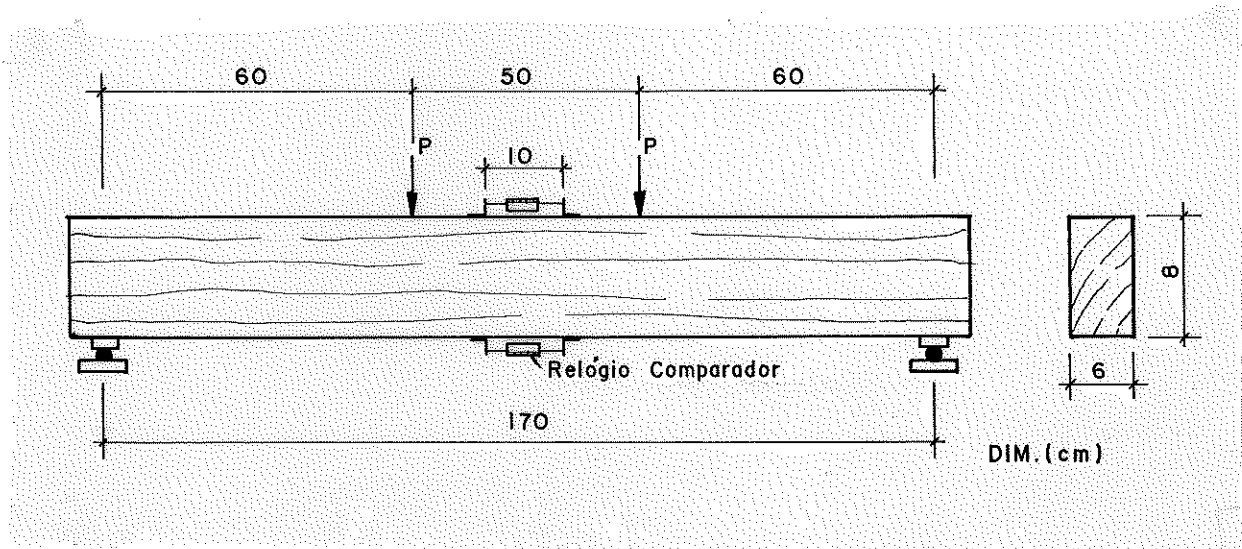


Figura 6.1. Esquema de corpo de prova preparado para o ensaio

O carregamento máximo aplicado introduziu na viga tensões sempre inferiores ao limite de proporcionalidade. Para cada acréscimo de carga aplicada, as leituras nos relógios foram anotados e as deformações calculadas como: $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

ϵ = deformação na fibra

Δl = leitura no relógio

l_0 = comprimento de referência = 10cm

As chapas de fixação dos relógios comparadores são consideradas como peças rígidas e posicionam os relógios a uma distância de 1,2 cm da fibra onde se quer medir as deformações. Por esse motivo, as deformações ϵ citadas não representam o valor real da deformação (ϵ_r) da fibra a ser analisada. O esquema da figura 6.2. representa essa influência.

Por esse motivo, as deformações ϵ foram corrigidas para as deformações ϵ_r representando as deformações reais das fibras.

Com os valores de ϵ_r , a posição da linha neutra, foi determinada, e os resultados apresentados no item subsequente.

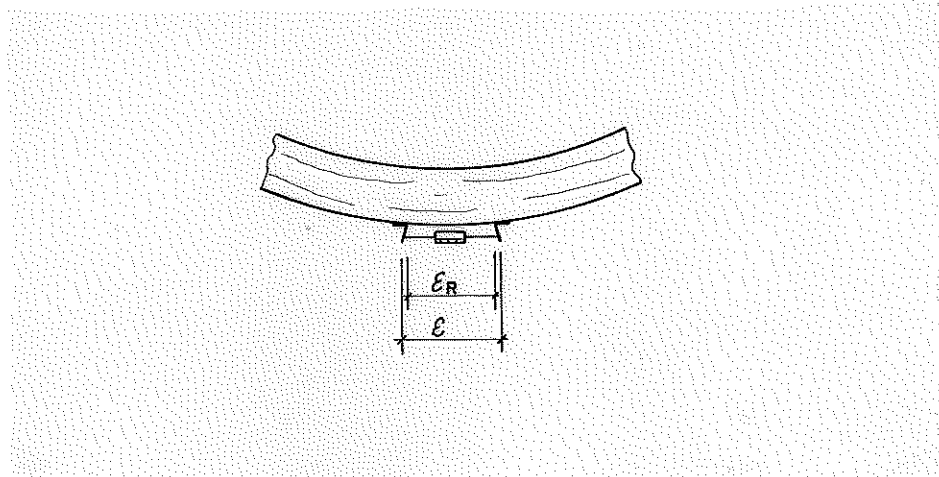


Figura 6.2. Esquema de um trecho deformado

6.5. Apresentação dos Resultados

Partindo-se da constatação de linearidade das deformações longitudinais ao longo da seção transversal determinou-se a posição da linha neutra apresentada pelo valor Z , indicado na figura 6.3.

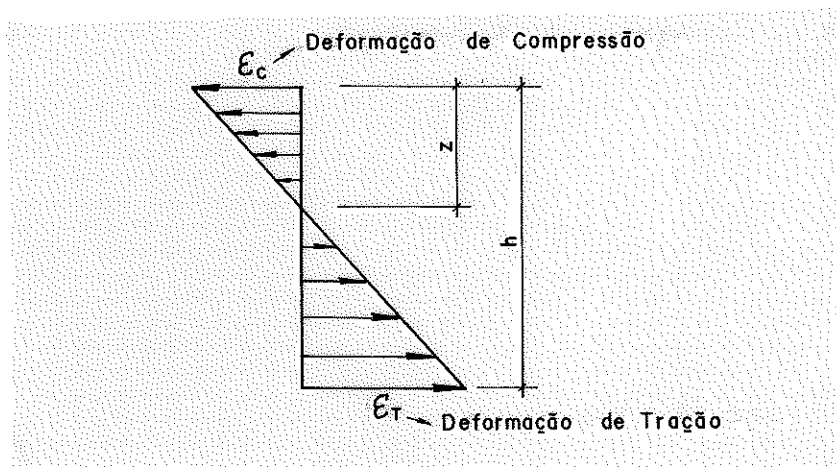


Figura 6.3. Diagrama de deformações longitudinais

Para cada parcela de carregamento aplicado, determinou-se o momento fletor atuante no centro da viga bem como as deformações (ϵ_r) nas fibras mais tracionadas e mais comprimidas. Com os ϵ_r determinou-se a posição da linha neutra (Z) que apresentou valores diferentes a cada parcela do carregamento, como exemplificado na tabela abaixo, para o corpo de prova número três (03) de Castanheira com uma altura (h) de 8,2 cm.

Momento (KN.m)	Z (cm)
281	4,34
561	4,24
841	4,14
1123	4,13
1403	4,09
1684	4,09
1965	4,09
2245	4,12
2526	4,09
2807	4,10

Em função do exposto, para cada corpo de prova determinou-se o valor médiodos Z obtidos bem como seu desvio padrão. Esses resultados são apresentados nos ítems subsequentes.

6.5.1. Resultados para o Cambarã

CP	H (cm)	Z (cm)	s_z	$\alpha = Z/H$
01	7,4	3,42	0,099	0,462
02	7,3	3,55	0,124	0,486
03	7,4	3,16	0,169	0,427
04	7,4	3,64	0,055	0,492
05	7,5	3,71	0,064	0,495
06	7,5	3,35	0,041	0,447
07	7,4	3,79	0,175	0,512
08	7,5	4,37	0,181	0,583
09	7,5	3,43	0,091	0,457
10	7,4	3,43	0,067	0,464

$$\bar{\alpha} = 0,483$$

$$s_{\alpha} = 0,043$$

6.5.2. Resultados para a Castanheira

CP	h (cm)	Z (cm)	s _Z	α = Z/h
01	8,1	3,50	0,055	0,432
02	8,2	3,32	0,329	0,405
03	8,2	4,14	0,086	0,505
04	8,2	3,72	0,359	0,454
05	8,0	3,85	0,088	0,481
06	8,0	3,63	0,168	0,454
07	8,1	3,76	0,060	0,464
08	8,0	3,47	0,092	0,434
09	7,6	3,76	0,106	0,495
10	7,6	3,77	0,151	0,496
11	8,1	3,92	0,140	0,484
12	7,8	3,88	0,542	0,497
13	7,8	3,56	0,376	0,456
14	7,8	4,46	0,211	0,572
15	8,0	3,99	0,620	0,499
16	8,0	3,54	0,226	0,443
17	8,1	3,57	0,080	0,441
18	8,0	3,99	0,169	0,499
19	8,1	4,15	0,101	0,152
20	8,0	4,11	0,122	0,153
21	8,0	3,76	0,091	0,470
22	8,0	3,27	0,141	0,409
23	7,9	4,10	0,116	0,519
24	8,0	3,96	0,113	0,495
25	8,0	3,75	0,167	0,469
26	8,0	4,02	0,094	0,503
27	6,6	3,23	0,076	0,489
28	7,4	3,41	0,209	0,461
29	7,4	4,06	0,141	0,549
30	7,4	4,00	0,161	0,541
31	7,2	3,08	0,259	0,428
32	7,4	3,38	0,287	0,457

$\bar{\alpha} = 0,479$

sa = 0,039

6.5.3. Resultados para o Cumaru

CP	H (cm)	Z (cm)	s_z	$\alpha = Z/H$
01	8,0	3,61	0,134	0,451
02	8,1	3,27	0,050	0,404
03	7,7	3,27	0,120	0,425
04	7,7	4,07	0,065	0,529
05	7,8	3,72	0,202	0,477

$$\bar{\alpha} = 0,457$$

$$s\alpha = 0,043$$

6.5.4. Resultados para o Angelim

CP	H (cm)	Z (cm)	s_z	$\alpha = Z/H$
01	8,0	4,03	0,139	0,504
02	7,8	3,79	0,162	0,486
03	8,0	3,59	0,120	0,449
04	8,0	3,64	0,138	0,455
05	8,1	3,52	0,206	0,435
06	7,9	3,88	0,052	0,491

$$\bar{\alpha} = 0,470$$

$$s\alpha = 0,027$$

6.6. Análise dos Resultados

6.6.1. Introdução

A análise dos resultados se baseou nos conceitos estatísticos usualmente adotados em casos análogos. Um dos testes de aderência mais utilizados é o de Kolmogorov-Smirnov, para a verificação da validade da hipótese de distribuição normal de frequência do parâmetro α .

6.6.2. Castanheira

Aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para 32 elementos e 95% de significância, obtem-se $d = 0,097$, sendo o valor crítico igual a 0,224.

Como $d < 0,224$, não se rejeita a hipótese de os dados apresentarem distribuição normal de frequência.

6.6.3. Cambará

Aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov, para 10 elementos e 95% de significância, obtem-se $d = 0,1859$, sendo o valor crítico igual a $0,4090$.

Como $d < 0,4090$, não se rejeita a hipótese de os dados apresentarem uma distribuição normal de frequência.

6.6.4. Cumarú

Aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para 5 elementos e 95% de significância, obtem-se $d = 0,1517$, sendo o valor crítico igual a $0,5630$.

Como $d < 0,5630$, não se rejeita a hipótese de os dados apresentarem uma distribuição normal de frequência.

6.6.5. Angelim

Aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para 6 elementos e 95% de significância, obtem-se $d = 0,219$, sendo o valor crítico igual a $0,519$.

Como $d < 0,519$, não se rejeita a hipótese de os dados apresentarem distribuição normal de frequência.

6.7. Conclusões

Os resultados apresentados nos itens anteriores permitem concluir que a posição da linha neutra em peças submetidas a momento fletor é uma variável aleatória com distribuição normal de frequência.

Assim sendo, é possível questionar a validade do cálculo recomendado pela NBR 7190, segundo o qual a linha neutra passa pelo centro de gravidade da seção.

7. PROPOSTA PARA DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS ATUANTES EM UMA PEÇA SUBMETIDA A MOMENTO FLETOR

7.1. Introdução

As peças de madeira submetidas a momento fletor, atualmente são dimensionadas em relação às tensões normais através do Método das Tensões Admissíveis: as tensões atuantes devem ser menores ou iguais a um valor admissível ($\sigma_{at} \leq \bar{\sigma}_f$), conforme recomenda a Norma Brasileira para o Cálculo e a Execução de Estruturas de Madeira (NBR 7190).

Por essa Norma para uma determinada peça, as tensões atuantes (σ_{at}) são determinadas pela expressão $\sigma_{at} = \frac{M}{I} y$, onde: M = momento fletor atuante na seção, I = momento de inércia da seção e y = distância do centro de gravidade da peça ao ponto de máxima tensão normal.

A tensão admissível de flexão ($\bar{\sigma}_f$) é determinada para cada espécie de madeira como sendo: $\bar{\sigma}_f = \frac{\bar{\sigma}_F}{s}$, onde: $\bar{\sigma}_F$ = tensão média de ruptura à flexão de um conjunto de 40 corpos de prova ensaiados segundo o Método Brasileiro para Ensaios Físicos e Mecânicos de Madeiras (NBR-6230) calculada como: $\sigma_F = \frac{M}{I} y$, onde: M = momento fletor na seção quando da ocorrência da ruptura e s = coeficiente de segurança a flexão igual a 6,67, recomendada pela NBR 7190.

Pelo exposto nos parágrafos anteriores pode-se concluir pela ocorrência de uma série de falhas no dimensionamento de peças de madeira submetidas a momento fletor, como segue:

. a determinação das tensões atuantes conforme proposto, assume que a linha neutra passa pelo centro de gravidade da peça.

. a expressão utilizada para a determinação da tensão de ruptura a flexão (σ_F) só deveria ser aceita na região de validade da Lei de Hooke, mas não no instante da ruptura da peça submetida a momento fletor.

. o dimensionamento proposto pela NBR-7190 não leva em consideração as eventuais diferenças de resistência da madeira quando submetida ao esforço de compressão paralela às fibras e ao esforço de tração paralela às fibras.

7.2. Objetivos

Este capítulo tem por objetivo principal a tentativa de

quebrar a inércia existente em relação aos cálculos para a modificação da metodologia de dimensionamento de peças de madeira submetida a momento fletor, com a apresentação de uma nova proposta de dimensionamento para essas peças de madeira. Obviamente não se pretende considerá-la como formulação definitiva mas sim uma contribuição no sentido de serem expandidas as discussões sobre o assunto.

7.3. Determinação da Máxima Tensão de Compressão e da Máxima Tensão de Tração

As conclusões do capítulo 6 evidenciam que a posição de linha neutra de peças de madeira submetidas a momento fletor tem distribuição normal de frequência, para diversas espécies analisadas. O esquema apresentado na figura 7.1 ilustra este pormenor.

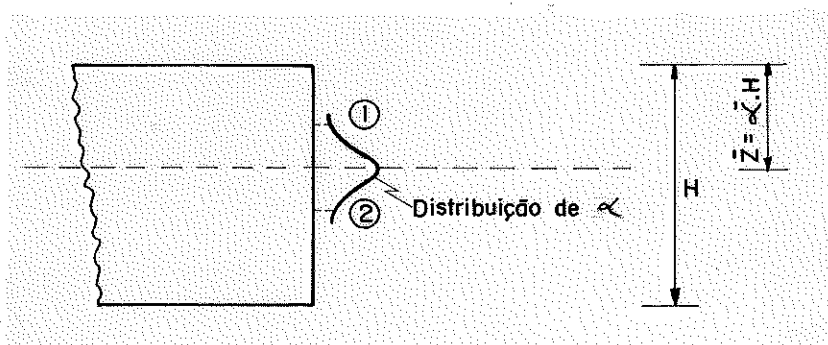


Figura 7.1. Esquema de distribuição de frequência da posição da linha neutra

Ainda pelo capítulo 6, foram definidos para as espécies em estudo os valores de $\bar{\alpha}$ e s_{α} . Como esses valores apresentam a distribuição de frequência acima, pode-se determinar os valores de α para o ponto 1 e para o ponto 2 mostrados na figura 7.1.

O ponto 1, representa o valor de α abaixo do qual, somente ocorreriam 5% dos dados enquanto o ponto 2 representa o valor de α acima do qual somente ocorreriam 5% dos dados. A figura 7.2. representa esquematicamente esses valores:

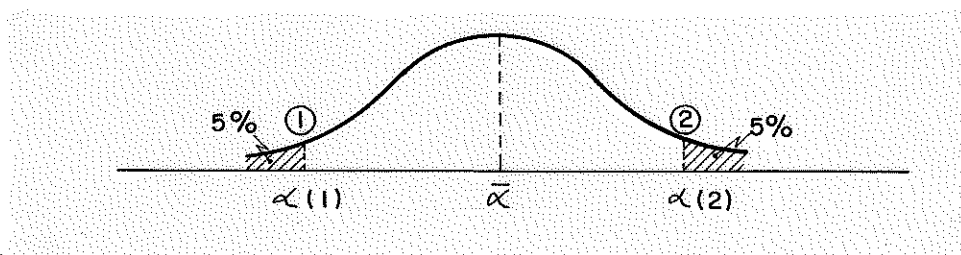


Figura 7.2. Representação dos pontos 1 e 2

Chamando-se os valores de α para o ponto 1 ($\alpha(1)$) de $\alpha_{kc} = \alpha$ característico de compressão e para o ponto 2 ($\alpha(2)$) de $\alpha_{kt} = \alpha$ característico de tração, esses valores serão determinados como:

$$\alpha_{kc} = \bar{\alpha} - 1,645 \text{ sa}$$

$$\alpha_{kt} = \bar{\alpha} + 1,645 \text{ sa}$$

O valor de α_{kc} determinará uma posição de forma que somente 5% dos elementos deverão apresentar linha neutra abaixo desse ponto e será definido como o ponto crítico para a consideração da zona comprimida (o ponto que fornecerá o maior valor da tensão de compressão com 95% de probabilidade).

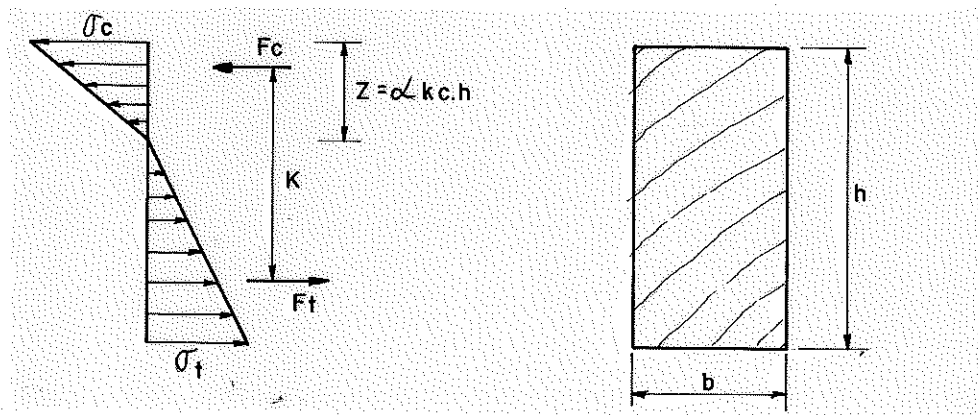


Figura 7.3. Distribuição de tensões com α_{kc}

$$k = \frac{2}{3} h$$

$$* F_C \cdot K = M$$

$$\frac{\sigma_c z}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} h = M$$

$$\sigma_c = \frac{3 M}{z \cdot b \cdot h}$$

$$\sigma_c = \frac{3 M}{\frac{z \cdot b \cdot h^2}{h}}$$

$$\sigma_c = \frac{3 M}{\alpha_{kc} \cdot b \cdot h^2} \quad (I)$$

$$* F_t \cdot k = M$$

$$\frac{\sigma_t \cdot (h-z)}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} h = M$$

$$\sigma_t = \frac{3 M}{(h-z) H \cdot b}$$

$$\sigma_t = \frac{3 M}{\left(1 - \frac{z}{m}\right) h^2 b}$$

$$\sigma_t = \frac{3 M}{(1 - \alpha k c) h^2 b} \quad (II)$$

As expressões (I) e (II) definem as tensões atuantes de compressão (σ_c) e de tração (σ_t) quando determina-se a linha neutra através de $\alpha k c$.

O valor de $\alpha k t$ determinará a posição de forma que somente 5% dos elementos deverão apresentar linha neutra acima desse ponto e será definido como o ponto crítico para a consideração da zona tracionada (o ponto que fornecerá o maior valor da tensão de tração com 95% de probabilidade).

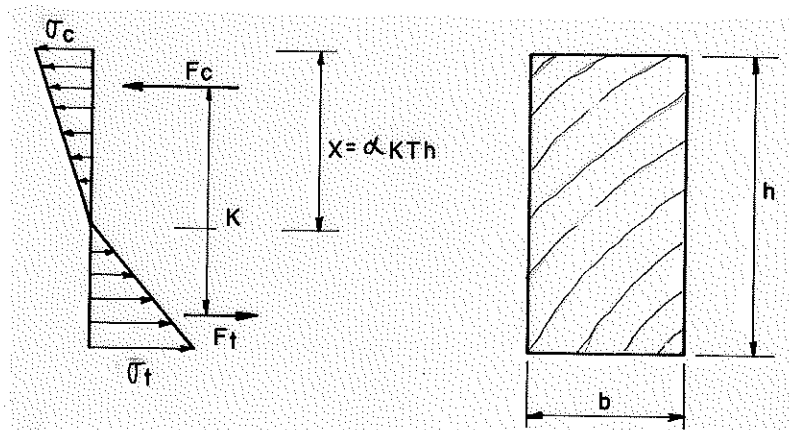


Figura 7.4. Distribuição de Tensões com $\alpha k t$

$$k = \frac{2}{3} h$$

$$* F_C \cdot k = M$$

$$\frac{\sigma_c \cdot z}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} h = M$$

$$\sigma_c = \frac{3 M}{\frac{z}{h} \cdot h^2 \cdot b}$$

$$\sigma_c = \frac{3 M}{\alpha k t \cdot b \cdot h^2} \quad (\text{III})$$

$$* F_t \cdot k = M$$

$$\frac{\sigma_t (h-z)}{2} \cdot b \cdot \frac{2}{3} h = M$$

$$\sigma_t = \frac{3 M}{(1-\alpha k t) \cdot b \cdot h^2} \quad (\text{IV})$$

As expressões (III) e (IV) definem as tensões atuantes de compressão (σ_c) e de tração (σ_t) quando determina-se a linha neutra através de $\alpha k t$.

No dimensionamento de uma peça de madeira submetida a momento fletor, o projetista deve determinar as máximas tensões atuantes de compressão e de tração devido a um determinado momento fletor M.

Para esse dimensionamento faz-se necessário o conhecimento da posição da linha neutra. Assim, utilizando-se as expressões (I) e (IV) com os valores de σ_{kc} e σ_{kt} para a espécie considerada, determina-se a máxima tensão de compressão e a máxima tensão de tração que irão ocorrer na seção.

Portanto, propõe-se que as tensões atuantes de compressão e de tração para uma peça de madeira devem ser determinadas utilizando-se as expressões (I) e (IV).

7.4. Dimensionamento de uma Peça Retangular Submetida a Momento-Fletor

O dimensionamento de peças de madeira conforme comentado no capítulo 3, é realizado atualmente através do Método das Tensões Admissíveis, segundo indicação da NBR 7190.

A constatação de diversas Limitações do Método das Tensões Admissíveis para a determinação da segurança efetiva das estruturas gerou a necessidade do estabelecimento de outros métodos, entre eles o Método semi-probabilístico, já utilizado no Brasil nas estruturas de concreto e nas estruturas de aço.

O método semi-probabilístico apresenta como ideais básicas definir valores:

- . das ações com pequenas probabilidade de serem alcançados;

. dos esforços solicitantes, com pequena probabilidade de serem ultrapassados;

. das resistências dos materiais e das condições solicitantes limites, com pequena probabilidade de não serem alcançadas.

No caso das estruturas de madeira, encontra-se em fase inicial todo um conjunto de investigação teórico e experimental: para a geração de subsídios necessários a redação de uma nova norma também baseada nas idéias do método semi-probabilístico.

Dessa forma, o presente item tem como idéia principal apresentar uma proposta para o dimensionamento de uma peça retangular de madeira submetida o momento fletor.

Em função das idéias do método semi-probabilístico, o momento fletor atuante (M) deve ser majorado, determinando-se o momento de cálculo (Md) como sendo: $Md = \gamma_f \cdot M$, onde $\gamma_f = 1,4$ segundo a Norma Brasileira de Ações e Segurança (50).

A tensão atuante deve ser determinada através das expressões (I) e (IV) com Md no lugar de M.

Essas tensões devem ser comparadas com a resistência de cálculo à compressão paralela (fcd) e a resistência de cálculo à tração paralela (ftd) da madeira.

$$\sigma_c = \frac{3 Md}{\alpha k \cdot b \cdot h^2} \leq fcd \quad (V)$$

$$\sigma_t = \frac{3Md}{(1-\alpha k)b \cdot d^2} \leq ftd \quad (VI)$$

Através das expressões acima, dimensiona-se uma peça retangular de madeira submetida a momento fletor M.

7.5. Exemplo de Dimensionamento para a Castanheira

Como exemplo de dimensionamento, será determinada a seção retangular de uma peça de Castanheira submetida a um momento fletor M.

Para a realização desse dimensionamento, necessita-se conhecer os valores de: αk_c , αk_t , fcd, ftd, para a Castanheira.

Dos resultados apresentados no item 6.5.1, tem-se:

$$\bar{\alpha} = 0,479$$

$$s\alpha = 0,039$$

com esses valores através das expressões apresentadas no item 7.3 ,

calculou-se os valores de α_{kc} e α_{kt} como segue:

$$\begin{aligned} \alpha_{kc} &= \bar{\alpha} - 1,645 \cdot s_{\alpha} \\ \alpha_{kc} &= 0,479 - 1,645 \times 0,039 \\ \alpha_{kc} &= 0,415 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{kt} &= \bar{\alpha} + 1,645 \cdot s_{\alpha} \\ \alpha_{kt} &= 0,479 + 1,645 \times 0,0039 \\ \alpha_{kt} &= 0,543 \end{aligned}$$

Para a determinação dos valores de f_{cd} e f_{td} foram realizados 60 ensaios de compressão e 59 ensaios de tração com carregamento conduzido até a ruptura. Os resultados obtidos estão apresentados nas tabelas 7.1 e 7.2.

CP	f_c (MPa)	CP	f_c (MPa)	CP	f_c (MPa)	CP	f_c (MPa)
01	31,40	16	32,70	30	28,40	46	27,90
02	32,30	17	32,10	31	27,40	47	34,80
03	31,20	18	32,80	33	29,20	48	32,10
04	31,60	19	33,10	34	27,10	49	25,10
05	32,60	20	32,20	35	27,20	50	26,60
06	31,70	21	33,40	36	29,40	51	29,50
07	32,40	22	32,10	37	28,60	52	31,20
08	30,60	23	30,20	38	29,20	53	24,80
09	34,30	24	26,30	39	30,10	54	27,90
10	31,60	25	31,80	40	29,00	55	26,20
11	35,50	26	32,40	41	30,30	56	25,30
12	32,60	27	29,80	42	30,20	57	26,80
13	32,50	28	32,80	43	23,60	58	31,20
14	33,40	29	28,80	44	24,40	59	26,30
15	33,10	30	26,40	45	27,50	60	27,90

Tabela 7.1. Valores das Resistências à Compressão Paralela às Fibras - Castanheira.

CP	fc (MPa)	CP	fc (MPa)	CP	fc (MPa)	CP	fc (MPa)
01	101,80	16	94,70	31	48,20	46	116,00
02	85,10	17	97,40	32	77,00	47	93,60
03	106,40	18	117,10	33	76,60	48	74,60
04	93,30	19	70,70	34	49,20	49	68,50
05	82,50	20	93,90	35	76,90	50	50,90
06	83,60	21	140,60	36	47,60	51	39,76
07	84,90	22	113,80	37	81,60	52	49,30
08	103,20	23	81,30	38	60,00	53	41,80
09	68,70	24	96,70	39	72,50	54	71,70
10	99,40	25	106,00	40	110,00	55	55,30
11	97,10	26	79,10	41	75,90	56	44,40
12	114,90	27	74,70	42	68,90	57	78,60
13	127,90	28	110,30	43	69,50	58	50,10
14	121,80	29	76,70	44	68,90	59	66,10
15	121,50	30	61,10	45	78,40		

Tabela 7.2. Valores das Resistências à Tração Paralela às Fibras - Castanheira.

Com os valores das tabelas 7.1 e 7.2, calculam-se as médias e os desvios-padrão:

\bar{f}_c = resistência média à compressão: 30 MPa

s_{fc} = 2,85 MPa

\bar{f}_t = resistência média à tração: 82,5 MPa

s_{ft} = 23,8 MPa

Segundo as idéias do método semi-probabilístico, agora devem ser determinados a resistência característica à compressão (f_{ck}) e a resistência característica à tração paralela (f_{tk}) como sendo:

$$f_{ck} = \bar{f}_c - 1,645 s_{fc}$$

$$f_{ck} = 30 - 1,645 \times 2,85$$

$$f_{ck} = 25,3 \text{ MPa}$$

$$f_{tk} = \bar{f}_t - 1,645 s_{ft}$$

$$f_{tk} = 82,5 - 1,645 \times 23,8$$

$$f_{tk} = 43,3 \text{ MPa}$$

Utilizando-se os valores característicos determinam-se os valores de cálculo como sendo: $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_m$ e $f_{td} = f_{tk}/\gamma_m$, onde o

coeficiente de minoração γ_m é determinado por: $\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3}$.

Chahud (51), em 1985, apresentou sugestões iniciais de valores para γ_{m1} , γ_{m2} e γ_{m3} visando a determinação da resistência de cálculo à tração paralela.

Estudos em desenvolvimento no LaMEM por Rocco Lahr, levam aos seguintes valores.

. compressão paralela:

$$\gamma_{m1} = 1,05$$

$$\gamma_{m2} = 1,10$$

$$\gamma_{m3} = 1,10 \rightarrow \text{idêntico ao apresentado por Chahud}$$

. tração paralela:

$$\gamma_{m1} = 1,10$$

$$\gamma_{m2} = 1,18$$

$$\gamma_{m3} = 1,10 \rightarrow \text{idêntico ao apresentado por Chahud}$$

Em vista do exposto, será adotado, para exemplificar, $\gamma_m = 1,05 \times 1,10 \times 1,10 = 1,27$ para a determinação da resistência de cálculo à compressão paralela e $\gamma_m = 1,10 \times 1,18 \times 1,10 = 1,43$ para a determinação da resistência de cálculo à tração paralela.

Com isto, tem-se:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_m}$$

$$f_{cd} = \frac{25,3}{1,27}$$

$$f_{cd} = 20 \text{ MPa}$$

$$f_{td} = \frac{f_{tk}}{\gamma_m}$$

$$f_{td} = \frac{43,3}{1,43}$$

$$f_{td} = 30 \text{ MPa}$$

Determinados os valores de α_{kc} , α_{kt} , f_{cd} e f_{td} , torna-se extremamente simples dimensionar uma peça retangular, com b e h , submetida, por exemplo, a um momento atuante de 1350 N.m ($M = 1350 \text{ N.m}$), como segue:

$$M_d = 1,4 \times M = 1,4 \times 1350 = 1890 \text{ N.m}$$

$$\sigma_c = \frac{3 \times M_d}{\alpha_{kc} \times b \times h^2} \leq f_{cd}$$

$$\frac{3 \times 1890}{0,415 \times b \times h^2} \leq 20 \times 10^6$$

$$b \times h^2 \geq \frac{3 \times 1890}{0,415 \times 20 \times 10^6}$$

$$\boxed{b \times h^2 \geq 6,831 \times 10^{-4}} \quad (\text{VII})$$

$$\sigma_t = \frac{3 \times M_d}{(1-\alpha_{kt}) \times b \times h^2} \leq f_{td}$$

$$\frac{3 \times 1890}{(1-0,543) \times b \times h^2} \leq 30 \times 10^6$$

$$\boxed{b \times h^2 \geq 4,136 \times 10^{-4}} \quad (\text{VIII})$$

Adotando-se uma peça de largura $b = 6\text{cm}$, pela equação (VII), tem-se a necessidade de $h = 11\text{cm}$ enquanto pela equação (VIII) tem-se a necessidade de $h = 8,5\text{cm}$.

Portanto, segundo essa metodologia, para resistir um momento fletor atuante de 1350 N.m é necessária uma peça de Castanheira de largura igual a 6cm e altura igual a 11cm .

7.6. Exemplo de Dimensionamento para Castanheira Segundo a Metodologia Atual

Segundo a metodologia de dimensionamento atualmente utilizada, que consta da Norma Brasileira para o Cálculo e a Execução de Estruturas de Madeira, a tensão normal atuante em uma peça submetida a momento fletor é calculada como $\sigma = \frac{M}{I}$ y e deve ser menor que a tensão admissível a flexão ($\bar{\sigma}_f$).

A tensão admissível a flexão é determinada como: $\bar{\sigma}_f = \frac{\sigma_f}{6,67}$ onde σ_f = média das tensões de ruptura a flexão calculada conforme citado no item 3.

Para a Castanheira, foram realizados 32 ensaios, cujos re-

sultados das tensão de ruptura estão apresentados na tabela 73.

CP	σ_f (MPa)	CP	σ_f (MPa)	CP	σ_f (MPa)	CP	σ_f (MPa)
01	67,5	09	63,1	17	62,0	25	46,3
02	65,1	10	54,6	18	52,6	26	57,5
03	64,3	11	61,3	19	62,8	27	61,5
04	62,9	12	68,3	20	68,7	28	53,8
05	64,7	13	60,5	21	53,5	29	47,8
06	72,9	14	63,6	22	59,0	30	65,9
07	66,2	15	59,3	23	69,5	31	61,3
08	68,7	16	60,9	24	54,3	32	72,7

Tabela 7.3- Valores de Tensão da Ruptura a Flexão

Com os valores da tabela 7.3, determina-se o valor da tensão média de ruptura a flexão como sendo: $\bar{\sigma}_f = 61,3$ MPa.

Portanto, a tensão admissível a flexão vale:

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\bar{\sigma}_f}{6,67}$$

$$\bar{\sigma}_f = \frac{61,3}{6,67}$$

$$\bar{\sigma}_f = 9,2 \text{ MPa}$$

Pela metodologia, atual, o dimensionamento de uma peça submetida a um momento fletor $M = 1350$ N.m, resulta em:

$$\bar{\sigma}_{at} \leq \bar{\sigma}_f$$

$$\frac{M}{I} y \leq \bar{\sigma}_f$$

$$\frac{M}{\frac{bxh^3}{12}} \times \frac{h}{2} \leq \bar{\sigma}_f$$

$$\frac{6M}{bxh^2} \leq \bar{\sigma}_f$$

$$\frac{6 \times 1350}{b \times h^2} \leq 9,2 \times 10^6$$

$$b \times h^2 \geq \frac{6 \times 1350}{9,2 \times 10^6}$$

$$\boxed{b \times h^2 \geq 8,804 \times 10^{-4}} \quad (\text{IX})$$

Adotando-se uma peça de largura $b = 6\text{cm}$ pela equação (IX), tem-se a necessidade de uma altura $h = 12\text{ cm}$.

7.7. Conclusões

Pelo exposto nos itens anteriores pode-se concluir que a proposta de dimensionamento apresentada conduz a seções transversais praticamente equivalentes às obtidas através do cálculo recomendado pela NBR 7190.

Esta situação é particularmente interessante na atual fase de transição, onde os antigos conceitos associados ao método das tensões admissíveis, ainda vigentes no texto da NBR 7190, estão sendo substituídos pelos conceitos associados ao método semi-probabilístico de cálculo estrutural. Resultados equivalentes conduzirão, com certeza, a uma facilidade de assimilação e aceitação da nova sistemática de cálculo. Posteriormente com o desenvolvimento de pesquisas mais conclusivas referentes aos coeficientes de ponderação γ_m , os valores a eles atribuídos deverão ser mais baixos, proporcionando, então, níveis de economia consideráveis, asseguradas as condições necessárias de segurança.

8. CONCLUSÕES FINAIS

Com base na revisão bibliográfica desenvolvida, na experimentação realizada e na análise estatística dos resultados obtidos, as conclusões finais são aqui resumidas. Ao longo do trabalho, foram sendo apresentadas as conclusões referentes a cada capítulo. Entretanto, agrupá-las no final se constitui em facilidade para permitir a observação do desenrolar dos estudos.

8.1. São estatisticamente equivalentes os módulos de elasticidade da madeira obtidos nos ensaios de compressão paralela às fibras, de tração paralela às fibras e de flexão com $l/h \geq 21$. Esta constatação deverá possibilitar a racionalização dos ensaios para caracterizar a madeira.

8.2. Em peças de madeira submetidas a momento fletor, é linear a distribuição das deformações e das tensões normais quer na região tracionada quer na região comprimida das seções transversais. Esta constatação é válida na fase elástica de solicitações.

8.3. Em peças fletidas de madeira com seção retangular, os pontos de tensões normais nulas não coincidem, necessariamente, com os pontos médios da altura da seção transversal. Esta constatação é válida na fase elástica de solicitações.

8.4. Em peças fletidas de madeira, com seção retangular, os pontos de tensões normais nulas se constituem em uma variável aleatória com distribuição normal de frequência. Esta constatação é válida na fase elástica de solicitações.

8.5. A expressão usual para a determinação das tensões normais atuantes em peças fletidas de madeira, com seção retangular, não é plenamente válida, mesmo na fase elástica de solicitações.

8.6. O cálculo das tensões normais atuantes, na fase elástica, em peças fletidas de madeira de seção retangular, deve ser feito de acordo com as expressões (I) e (IV) do item 7.3.

8.7. O cálculo das dimensões de uma peça fletida de madeira, com seção retangular, feito utilizando-se as expressões (V) e (VI) do item 7.3 e os coeficientes de ponderação mencionados no item 7.4, conduz

a resultados praticamente equivalentes aos obtidos através do cálculo recomendado pela NBR 7190.

A conclusão 8.7. foi apresentada assumindo-se, para os coeficientes de ponderação γ_m , valores ainda não definitivos, produto de resultados preliminares da pesquisa a respeito do assunto, em desenvolvimento no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira. Tais valores foram adotados, inclusive pela não existência de referências a γ_m nas publicações internacionais disponíveis para consulta.

ANEXO

Neste anexo, estão sucintamente apresentados diversos dos conceitos estatísticos utilizados do decorrer do trabalho.

1. População

Dado um experimento para estudo, define-se população como sendo o conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento.

2. Amostra

Da população em estudo, define-se uma amostra como sendo sub-conjunto da população cujos elementos são obtidos aleatoriamente (ou seja, todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de fazerem parte da amostra).

3. Média da População

A média de uma população que apresenta uma função densidade de probabilidade $f(x)$ é definida como sendo o valor:

$$\mu_x = \frac{\int_{x_{\text{mín}}}^{x_{\text{máx}}} x \cdot f(x) \, dx}{\int_{x_{\text{mín}}}^{x_{\text{máx}}} f(x) \, dx}$$

4. Desvio Padrão

O desvio padrão de uma população que apresenta uma função de densidade de probabilidade $f(x)$ e média μ_x é definido como sendo o valor:

$$\sigma_x = \frac{\int_{x_{\text{mín}}}^{x_{\text{máx}}} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) \, dx}{\int_{x_{\text{mín}}}^{x_{\text{máx}}} f(x) \, dx}$$

5. Média da Amostra

Dada uma amostra de n elementos x_i , define-se a média da amostra como sendo o valor:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

6. Desvio Padrão da Amostra

Dada uma amostra de n elementos x_i e média \bar{x} , define-se o desvio padrão da amostra como sendo o valor:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

7. Intervalo de Confiança da Média

Dada uma amostra de n elementos x_i , com média \bar{x} e desvio padrão s , defini-se o intervalo de confiança da média com $P\%$ de probabilidade como sendo:

$$\bar{x} - u(P\%) \cdot s \leq \mu_x \leq \bar{x} + u(P\%) \cdot s$$

8. Testes de Aderência

Em muitos estudos estatísticos, dada uma variável aleatória, assume-se a hipótese de a mesma apresentar uma certa distribuição especificada.

Os testes de aderência são realizados para se testar a hipótese assumida. Vários são os testes encontrados na literatura, e no presente trabalho, utilizou-se o Teste de Kolmogorov-Smirnov a seguir mencionado.

8.1. Teste de Kolmogorov - Smirnov

Kolmogorov e Smirnov desenvolveram um método para testar a aderência, em que a variável de teste é a maior diferença observada entre a função de distribuição acumulada do modelo e a da amostra.

A função da distribuição acumulada do modelo dá as probabilidades acumuladas em cada ponto.

$F(x) = P(X \leq x)$. A função de distribuição acumulada da amostra corresponderá ao gráfico das frequências relativas acumuladas, designadas por $G(x)$.

O teste consiste da comparação do valor:

$$d = \text{máx} |F(x) - G(x)|$$

com um valor crítico tabelado em função do número de elementos da amostra e do nível de significância.

9. Regressão Linear

É um processo pelo qual os dados em estudo são ajustados a uma função linear de uma ou mais variáveis, das quais os dados são dependentes.

10. Coeficiente de Correlação Linear

O coeficiente de correlação determina o nível de dependência linear entre variáveis, e é dado por:

$$r^2 = \frac{[n \sum x y - (\sum x) (\sum y)]^2}{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}, \quad 0 \leq r^2 \leq 1$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01- TIMOSHENKO, S. P. - History of strength of materials. New York, McGraw - Hill, 1953. 452p.
- 02- ETHINGTON, R. L. & HILBRAND, H. C. - Anisotropy in Wood. ASTM STP 405, Am. Soc. Testing Mats., 1966. p.21-38.
- 03- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix - Tensor Mathematics, in Orthotropic Elasticity. ASTM STP 405, Am. Soc. Testing Mats., 1966. p.39-58.
- 04- KOLLMANN, F. F. P. & CÔTÉ, W. A. - Principles of Wood Science and Techonology. Germany, Springer-Verlag, 1968. cap. 7, p. 293.
- 05- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix - Tensor Mathematics in Orthotropic Elasticity. ASTM STP 405, Am. Soc. Testing Mats., 1966. p.39-58.
- 06- BODIG, J. & JAYNE, B. A. - Mechanics of Wood and Wood Composites. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1982. 711p.
- 07- HEARMON, R. F. S. - The Elasticity of Wood and Plywood. Forest Products Research. S. R. nº 7, 1948. 87p.
- 08- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix - Tensor Mathematics, in Orthotropic Elasticity. ASTM STP 405, Am. Soc. Testing Mats; 1966. p.45
- 09- TIMOSHENKO, S. P. & GOODIER, J. N. - Teoria de La Elasticidad. Bilbao, Ediciones Urmo, 1968, 549p.
- 10- LEKHNITSKII, S. G. - Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. Moscow, Mir Publishers, 1981. 430p.
- 11- BODIG, J. & JAYNE, B. A. - Mechanics of Wood and Wood Composites. New York. Van Nostrand Reinhold Company, 1982. cap. 3 , p.87-126.
- 12- Id., *ibid.* p.109.

- 13- AL-DABBAGH, A. & GOODMAN, J. R. & BODIG, J. - Finite Element Method for Wood Mechanics. Journal of the Structural Division, March 1972. p.569-586.
- 14- MAKI, A. C. - Finite Element Techniques for Orthotropic Plane Stress and Orthotropic Plate Analysis. Forest Products Laboratory, FPL-87, 1968. 48p.
- 15- HEARMON, R. F. S. - The Elasticity of Wood and Plywood. Forest Products Research, S. R. n^o 7, 1948. p.5.
- 16- MARCH, H. W. & KUENZI, E. W. & KOMMERS, W. J. - Method of Measuring the Shearing Moduli in Wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis. (1301), June, 1942.
- 17- HEARMON, R. F. S. - The Elasticity of Wood and Plywood. Forest Products Research, S. R. n^o 7, 1948. 87p.
- 18- NEWLIN, J. A. & TRAYER, G. W. - Deflection of Beams With Special reference to Shear Deformations. USDA-FS-FPL, Mad. Wis (1309), March, 1956.
- 19- NORRIS, C. B. & MCKINNON, P. F. - Compression, Tension and Shear Tests on Yellow - Poplar Plywood Panel of Sizes that do not Buckle With Tests made at Varugus Angles, to the face grain. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1328), 1962.
- 20- BEGHTEL, S. C. & NORRIS, Charles B. - Strength of Wood Beams of Rectangular Cross Section as Affected by Span-Depth Ratio. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1910), Jan. 1959.
- 21- NORRIS, Charles B. - Strength of Orthotropic Materials Subjected to Combined Stresses. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1816), May, 1962.
- 22- BOLZA, E. & KLOOT N. H. - The Mechanical Properties of 174 Australian Timbers. Australia Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, 1963. (Division of Forest Products Technological Paper n^o 25).

- 23- JOHNSON, J. W. - Relationships Among Moduli of Elasticity and Rupture: Seasoned unseasoned Coast-Type Douglas fir and seasoned Western Hemlock. Sep. de: Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 2. - Prodeedings Washington, April, 1965.
- 24- CORDER, S. E. - Localized Deflection Related to Bending Strength of Lumber. Sep. de: Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 2. - Proceedings - Washington, April, 1965.
- 25- HELLMEISTER, J. C. - Tension and Related Properties of Douglas-Fir. New York, College of Forestry at Syracuse, 1966.
- 26- ETHINGTON, R. L. & HILBRAND, H. C. - Anisotropy in Wood. ASTM STP 405, Am. Soc. Testing Mats., 1966. p.21-38.
- 27- MARCH, H. W. - Stress - Strain Relations in Wood and Plywood Considered as Orthotropic Materials. USDA-FS-FPL, Mad., Wisconsin/d. (Mimeo nº 1503).
- 28- KOLLMANN, F. F. P. & CÔTÉ, W. A. - Principles of Wood Science and Technology. Germany, Springer-Verlag, 1968. cap.7, p.293.
- 29- GUNNERSON, R. A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J. - Plate Tests for determination of Elastic Parameters of Wood. Wood Science 5(4), April, 1973.
- 30- HELLMEISTER, J. C. - Sobre a Determinação das Características Físicas da Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1973. 119p. Tese (Doutor-Engenheiro).
- 31- FOUDJET, A. - Methodes de Caracterisation de Materiaux Anisotropes Application ad bois. Lyon, L'Institut National des Sciences Appliquees de Lyon, 1980. (These Docteur Ingenieur).
- 32- SETCHEPINE, J. L. - Mise au Point d'une Methode Experimentals Destinee a L'identification de La Matrice des Complaisances Elastiques de Solides Anisotropes: Application aux Materiaux Bois. Lorraine Institut National Polytechnique de Lorraine, 1980. (These Doctor-Ingenieur).

- 33- ROCCO LAHR, F. A. - Sobre a Determinação de Propriedades de Elasticidade da Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1983. 221p. (Tese Doutor-Engenheiro).
- 34- CHAHUD, E. - Tração Paralela em Peças de Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1985. 127p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- 35- MASCIA, N. T. - Contribuição ao Estudo da Flexão Estática em Peças de Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1985. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- 36- KOLLMANN, F. F. L. & CÔTÉ, W. A. - Principles of Wood Science and Technology. Germany, Springer-Verlag, 1968. cap. 7, p.222.
- 37- Id., ibid. p.363
- 38- Loc., Cit.
- 39- ETHINGTON, R. L. - Stiffness and Bending Strength of Beams Laminated from two species of Wood. FPL-FS-USDA. Madison, Wis., Set. 1960.
- 40- RAMOS, A. N. - A Preliminary Study of the Feasibility of Plastic Concept of design in Wood Structures. Doctoral Thesis in Civil Engineering, University of Wisconsin, 1961.
- 41- HELLMEISTER, J. C. - Sobre a determinação das Características Físicas da Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1973. p.89. (Tese Doutor-Engenheiro).
- 42- ZAKIC, B. D. - Inelastic Bending of Wood Beams. Journal of the Structural Division, ASTM, 99 (10), October, 1973. p.2079-2095.
- 43- LARA PINTO, M. - Flexão em Peças de Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1983. 126p. Dissertação (Mestre Engenharia de Estruturas).

- 44- ZAKIC, B. B. D. - Inelastic Bending of Wood Beams. Journal of the Structural Division Forest Products Laboratory, october 1973 p.2079-2095.
- 45- LARA PINTO; M. - Flexão em Peças de Madeira LaMEM-EESC-USP, 1983. Dissertação (Mestre-Arquiteto) 126p.
- 46- ROCCO LAHR, Francisco A. - Sobre a Determinação das Propriedades de Elasticidade da Madeira. LaMEM-EESC-USP, 1983. Tese (Doutor-Engenheiro) 221p.
- 47- CHAHUD, Eduardo - Tração Paralela em Peças de Madeira. LaMEM-EESC-USP 1985. Dissertação (Mestre-Engenheiro) p.65
- 48- FUSCO, Péricles Brasiliense - Estruturas de Concreto: Fundamentos Estatísticos da Segurança das Estruturas. São Paulo McGraw-Hill do Brasil, EDUSP, 1976 p.50-54
- 49- SNEDECOR, G. W. - Statistical Methods: Applied to Experiments in Agriculture and Biology. 5ed. Ames, Iowa, The Iowa State University, 1956. cap.4, p. 85-101.
- 50- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Ações e Segurança nas Estruturas - NBR- 8681 Rio de Janeiro, ABNT.
- 51- CHAHUD, Eduardo - Tração Paralela em Peças de Madeiras. LaMEM-EESC-USP, 1985. Dissertação (Mestre-Engenheiro) p.87-91.

BIBLIOGRAFIA

- AL-DABBAGH, A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J. - Finiteelement method for wood mechanis. Journal of the Structural Division, 98 (3), March, 1972.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS - Standart methods of testing small clear specimens of timber. Philadelphia, ASTM, 1952. (ASTM Designation: D 143-52).
- _____ - Standard methods of testing veneer, plywood, and other glued veneer constructions. Philadelphia, ASTM, 1952. (ASTM Designation: D 805-52).
- APLIN, E. N. & KEENAN, F. J. - Limit states design in wood: a canadian perspective. Forest Products Journal, 27.
- ASSOCIAÇÃO DE ALUNOS DA ESCOLA POLITÉCNICA DE SÃO PAULO - Manual de resistência dos materiais. São paulo, Grêmio Politécnico, 1905.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Cálculo e execução de estruturas de madeira - NB-11. Rio de Janeiro, ABNT, 1951.
- _____ - Ensaio físicos e mecânicos de madeiras - MB-26. Rio de Janeiro, ABNT, 1940.
- _____ - Ações e segurança nas estruturas - NBR - 8681. Rio de Janeiro, ABNT.
- BECKER, Helmut F. - Messung der schubmoduln von volholz mit akustischen torsionsschwingungen. Holz als Roh-und Werkstoff, 31, 1973.
- BECKER, helmut F. & NOACK, Detlev - Studies on dynamic torsional viscoelasticity of wood. Wood Scicence and Technology, 2, 1968
- BEGHTEL, S. C. & NORRIS, Charles B. - Strength of wood beams of rectangular cross section as affected by span-depth ratio. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1910), Jan. 1959.
- BODIG, Jozsef - Linearized deformation at failure: a proposed design tool. Wood Science, 11(3), Jan. 1979.

- BODIG, Jozsef & GOODMAN, James R. - Prediction of elastic parameters for wood. Wood Science, 5 (4), April, 1973.
- BODIG, J. & JAYNE, B. A. - Mechanics of wood Composites. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1982. 711p.
- BOLZA; E. & KLOOT, H. H. - The mechanical properties of 174 Australian timbers. Australia, Commonwealth Scientific and Industrial Research organization, 1963. (Division of Forest Products Technological paper nº 25).
- BOOTH, L. G. - The strength testing of timber during the 17th and 18th centuries. Journal of the Institute of Wood Science, London, (13):9, nov. 1964.
- BROTERO, Frederico A. - Métodos de ensaios adotados no I.P.T. para o estudo de madeiras nacionais. 2.ed. São Paulo, Instituto de Pesquisa Tecnológicas, 1956. (Boletim nº 31).
- BROTERO, frederico A. & LARRABURE, Fernando J. - Tubos de aduelas de madeira (dados para o cálculo e execução). Sep. do: Boletim da Inspetoria de Serviços Públicos, (6), maio, 1941.
- BROWN, Kenneth M. - A glue laminated beam analyzer for convection or reliability based engineering design. West Lafayette, Indiana, Purdue University; Agricultural Experiment Station, july, 1977. (Research Bulletin nº 940).
- CHAHUD, Eduardo - Tração paralela em peças de madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1985. 127p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- CHOW, Poo - Deflection in bending of birch-veneered wood-base composite Shelving panels. Forest Products Journal, 29 (12), Dec. 1979. (Technical Note).
- _____ - Modulus of elasticity and shear deflection of walnut-veneered-particleboard composite beams in flexure. Forest Products Journal, 22 (11), nov. 1972.

- CHOW, Poo & HANSON, Richard C. - Shelling ratio and core density effects on stiffness, ultimate strength, and toughness of veneered-hardboard beams. Forest Products Journal, 30 (1), Jan. 1980.
- COCHRAN, W. & COX, G. M. - Experimental designs. 2.ed. New York, John Wiley & Sons, 1957. 611p. (A Wiley Publications in Statistics).
- CORDER, S. E. - Localized deflection related to bending strength of lumber. Sep. de: Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 2. PROCEEDING. Washington, April, 1965.
- COSTA NETO, P. L. O. - Estatística. São Paulo, BLÜCHER Ltda. 1977. 264p.
- COUTINHO, A. de Souza - Fabrico e propriedades de betão. Lisboa, Lab. Nacional de Engenharia Civil, 1974. p.4.
- CURRY, W. T. & FEWELL, A. R. - The relations between the ultimate tension and ultimate compression strength of timber and its modulus of elasticity. Building Research Establishment; Princes Risborough Laboratory, May, 1977. (Current Paper, 22/27).
- DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG - Kennwerte von Holzarten: Festigkeit, Elastizität, Resistenz - DIN 68364. Berlin, Verlag, Nov. 1979.
- DOYLE, D. V.; DROW, J. T.; McBURNEY, R. S. - Elastic properties of wood: The young's moduli, moduli of rigidity, and Poisson's ratios of Balsa and Quipo. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., s/d. (Report nº 1528)
- ECKELMAN, Carl A. - Effect of holes on the bending strength of wood and particleboard parts. West Lafayette, Indiana, Purdue University; Agricultural Experiment Station, June, 1975. (Research Bulletin nº 922).
- ETHINGTON, Robert L. - Stiffness and bending strength of beams laminated from two species of wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (2156), Sept. 1960.

- ETHINGTON, R. L. & HILBRAND, H. C. - Anistropy in wood. Orientation effects in the mechanical behavior of anisotropic structural materials, ASTM, 1966. (Special Technical Publication nº 405).
- FERNANDEZ, Virgilio A. & POLENSEK, Anton - Model for predictin strength and stiffness of wood studs. Wood Science, 12 (2), October, 1979.
- FOUDJET, Amos - Methodes de caracterisation de materiaux anisotropes: applicarion ad bois. Lyon, L'Institut National des Sciences Appliques de Lyon, 1980. (Theses-Docteur-Ingenieur).
- FREITAS, Amantino Ramos de - Probabilistic approach in the design of wood structures in Brazil based on the variability of 23 species. São Paulo, IPT/Divisão de Madeiras, 1978. 79p. Dissertation-Doctor of Philosophy. (Publicação nº 1198).
- FUSCO, Péricles Brasiliense - Estruturas de concreto: fundamentos estatísticos da segurança das estruturas. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, EDUSP, 1976. 274p.
- GOPU, Vijaya K.A. & GOODMAN, James R. - Full-scale tests on tapered and curved glulam beams. Journal of the Structural Division, 101 (12) Dec. 1975.
- GOULET, Marcel & LAFOREST, Pierre - Étude de l'application de la théorie de l'élasticité aux déformations du bois sous pression. Québec, Département d'Exploitation et Utilisation des Bois, Université Laval, Décembre, 1974. (Note de Recherches nº 11).
- GUNNERSON, R. A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J. - Plate tests for determination of elastic parameters of wood. Wood Science, 5(4), April, 1973.
- HEARMON, R. F. S. - The elasticity of wood and plywood. London, His Majesty's Stationery office; Department of Scientific and Industrial Research, 1948. (Forest Products Research Special Report nº 7)
- HELLMEISTER, João Cesar - Sobre a determinação das características físicas da madeira. São Carlos, EESC-USP, 1973. Tese (Doutor-Engenheiro). p.8.

- HOFFMAN, R. & VIEIRA, S - Análise de regressão: uma introdução à economia. São Paulo, HUCITEC, EDUSP, 1977. 399p.
- HELLMEISTER, João Cesar - Tension and related properties of Douglas-fir. New York, College of Forestry Syracuse, 1966.
- HUNT, Michael O. & SENFT, John F. - Derivation of stress grades for structural lumber. Lafayette, Indiana, Purdue University; Cooperative Extension Service, May, 1965. (Mimeo F-50).
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS - Boletim informativo das cerimônias do cincoentenário do IPT e da inauguração de suas instalações experimentais de metalurgia, na cidade Universitária, sob a presidência de V.Excia. o governador do Estado e do Magnífico Reitor da Universidade. São Paulo, IPT, julho, 1949. (Boletim nº 35).
- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix-tensor mathematics in orthotropic elasticity. Orientation Effects in the Mechanical Behavior of Anisotropic Materials, ASTM: 39-58, 1966. (Special Technical Publication nº 405).
- JOHNSON, J. W. - Relationships among moduli of elasticity and rupture: seasoned and unseasoned coast-type douglas fir and seasoned Western hemlock. sep. de: Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 2. - PROCEEDINGS. Washington, April, 1965.
- JOHNSON, J. W. & KUNESH, R. H. - Tensile strength of special douglas-fir and hem-fir 2-inch dimension lumber. Sep. de: Wood and Fiber, 6 (4), 1975.
- KARLSEN, G. G. - Wooden structures. Moscou, Mir Publisher, 1967. 638p.
- KEENAN, F. J. - "Project D: poisson's ratios and orthotropic of Douglas fir". In: _____ - The shear strength of glued laminated timber beams. Toronto, Canadá, Department of Civil Engineering; University of Toronto, 1973. (Ph. D. Thesis).
- KOEHLER, Arthur - The shrinking and swelling of wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., July, 1931.

- KOLLMANN, Franz - Tecnologia de la madera y sus aplicaciones. Madri Insituto Florestal de Investigaciones y Experiencias y Servicio de la Madera, 1959. v.l.
- KOLLMANN, F. F. P. & CÔTÉ, W. A. - Principles of Wood Science and Technology. Germany, Springer-Verlag, 1968. cap. 7, p. 293.
- KUENZI, E. W.-Methods for deterring the elastic constants of non-metallic materials. Sep. de: American Society for Testing Materials, Philadelphia, PA, (160), 1952.
- LARA PINTO, M. - Flexão em Peças de Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1983. 126p. Dissertação (Mestre Engenharia de Estruturas).
- LEKNISTSKII, S. G. - Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. Moscow, Mir Publishers, 1981. 430p.
- LIU, J. Y. & CHENG, S. - Analisis of orthotropic beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., May, 1979. (Research Paper, FPL 343).
- MAKI, A. C. - Finite Element Techniques for Orthotropic Plane Stress and orthotropic Plate Analysis. Forest Products laboratory, FPL-87, 1968. 48p.
- MARCH, H. W. - Stress-strain relations in wood and plywood considered as orthotropic materials. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., s/d (Mimeo nº 1503).
- MARCH, H. W.; KUENZI, E. W.; KOMMERS, W. J. - Methods of measuring the shearing moduli in wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1301), June, 1942.
- MARKWARDT, L. J. - New toughness machine is aid in wood slection. Wood Working Industries, Jan. 1926.
- MASCIA, N. T. - Contribuição ao estudo da flexão estática em peças de madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1985. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).

- McGOWAN, W. M. - Tensile and flexural properties of a Douglas-fir lumber/veneer composite. Vancouver, British Columbia, Department of the Environment; Canadian Forestry Service, Western Forest Products Laboratory, April, 1973. (Information Report VP-X-108).
- McGOWAN, W. M. & SMITH, W. J. - Strength and related properties of western red cedar poles. Canada, Department of Forestry, 1965. (publication nº 1108).
- McLAIN, Thomas E. & BODIG, Jozsef - Determination of elastic parameters of full-size wood composite boards. Forest Products Journal, 24 (4), April, 1974.
- MEILLER, João L. & SILVA, Francisco I. A. - Meio século de tecnologia (1899-1949). São paulo, Instituto de Pesquisa Tecnológicas, Junho, 1949. (Boletim nº 34).
- MEYER, Paul L. - Probabilidade: aplicações à estatística. Trad. do Prof. Ruy de C. B. Lorenço Filho. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1972.
- MONNIN, M. - Essais physiques, statiques et dynamiques des bois. Bulletin de La Section Technique de L' Aéronautique Militaire, (29), Juin, 1919.
- MONNIN, M. - Leçons sur les bois de construction. Ecole Nationale Supérieure de L'Aéronautique, 1930/31.
- NATIONAL FOREST PRODUCTS ASSOCIATION - Design values for wood construction. Washington, NFPA, July, 1981. (Supplement to the 1977 edition of National Design Specification for wood Construction).
- National design specification for wood construction. Washington, NFPA, 1977. (6d - Lumber).
- NEMETH, L. J. - Correlation between tensile strength and modulus of elasticity for dimension lumber. Sep. de: Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 2. PROCEEDING. Washington, April, 1965.

- NEWLIN, J. A. & TRAYER, G. W. - Deflection of beams with special reference to shear deformations. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1309), March, 1956. (Reprint from National Advisory Committee for Aeronautics, report 180, 1924).
- NOACK, D. & ROTH, W. von- On the theory of elasticity of the orthotropic material wood. Wood Science and Technology, 10, 1976.
- NORRIS, Charles B.- Strength of orthotropic materials subjected to combined stress. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1816), May, 1962.
- NORRIS, C. B. & MCKINNON, P. F.- Compression, tension and shear tests on yellow-poplar plywood panels of sizes that do not buckle with tests made at various angles to the face grain. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1328), 1962.
- OROSZ, Ivan - Modulus of elasticity and bending - strength ratio as indications of tensile strength of lumber. Journal of materials, 4 (4): 864, Dec. 1969.
- POLENSEK, Anton - Properties of components and joints for rational design procedure of wood-stud walls. Wood Science, 10 (4), April, 1978.
- ROCCO LAHR, F. A. - Sobre a Determinação de Propriedades de Elasticidade da Madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1983. 221p. (Tese Doutor-Engenheiro).
- ROTH, Walter von - Zur kennzeichnung der elastomechanischen eigenschaften von holzwerkstoffen: ein weiterer vorschlag. Holz als Roh-und Werkstoff, 31, 1973.
- SCHWAB, E. & POLACZEK, P. - Bestimmung der schubmoduln von holz durch statische torsionsversuche: beitrag zur neufassung DIN 52 190. Holz als Roh-und Werkstoff, 35, 1977.

- SEICHEPINE, Jean Louis - Mise au point d'une methode experimentale destinee a l'identification de la matrice des complaisances elastiques de solides anisotropes: application aux materiaux bois. Lorraine, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1980. (These - Docteur Ingenieur).
- SENFT, John F. & DELLA LUCIA, Ricardo M. - Increased utilization of tropical hardwood through species - independent structural grading. Forest Products Journal, 29 (6), June, 1979. (Technical Section).
- SNEDECOR, G. W. - Statistical methods: applied to experiments in agriculture and biology. 5. ed. Ames, Iowa, The Iowa State University, 1956. 534p.
- STEEL, R. G. D. & TORRIE, J. H. - Principles and procedures of statistics. New York, McGraw-Hill, 1960. 481p.
- SUDDARTH, S. K. & WOESTE, F. E. - Influences of variability in loads and modulus of elasticity on wood column strengty. Wood Science, 10 (2), Oct. 1977.
- SUDDARTH, S. K. & WOESTE, F. E. - Influences of variability in loads and modulus of elasticity on wood column strength. Wood Science, 10 (2), Oct. 1977.
- TIMOSHENKO, S. P. & GOODIER, J. N. - Theory of elasticity. 3. ed. New York, McGraw-Hill; Tokyo, Kogakusha, 1970. 567p. (International Student Edition).
- TIMOSHENKO, S. P. - History of strength of materials. New York, McGraw - Hill, 1953. 452p.
- WILSON, T. R. C.; CARLSON, T. A.; LUXFORD, R. F. - The effect of partial seasoning on the strength of wood. In: AMERICAN WOOD PRESERVER'S ASSOCIATION - Proceedings. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1930.
- WOOD, Lyman W. - Factor of safety in design of timber structures. Sep. de: Transaction, 125, P.I., 1960. (Paper n° 3051).

ZAKIC, B. D. - Inelastic Bending of Wood Beams. Journal of the Structural Division, ASTM, 99 (10), October, 1973. p.2079-2095.