

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

RESISTÊNCIA, ELASTICIDADE E DISTRIBUIÇÃO
DE TENSOES NAS VIGAS RETAS DE MADEIRA
LAMINADA COLADA (MLC)

EDGAR VLADIMIRO MANTILLA CARRASCO

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos, da Universidade de São Paulo ,
como parte dos requisitos necessários à ob-
tenção do título de "Doutor em Engenharia
de Estruturas".

COMISSÃO JULGADORA:

Prof.Dr. JOÃO CESAR HELLMEISTER (Orientador)	- EESC;
Prof.Dr. MUNIR RACHID	- EESC;
Prof.Dr. FRANCISCO A. ROCCO LAHR	- EESC;
Prof.Dr. VAHAN AGOPYAN	- EPUSP;
Prof.Dr. ALUIZIO FONTANA MARGARIDO	- EPUSP.

RESISTÊNCIA, ELASTICIDADE E DISTRIBUIÇÃO
DE TENSÕES NAS VIGAS RETAS DE MADEIRA
LAMINADA COLADA (MLC)

EDGAR VLADIMIRO MANTILLA CARRASCO

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOÃO CESAR HELLMEISTER

Aos meus pais, Froilan e Blanca

aos meus adorados filhos, Edgar e Gina

e à Judy, minha esposa.

RESUMO

O estudo aqui apresentado trata da distribuição de tensões longitudinais; da distribuição de tensões de cisalhamento ao longo da viga; da linha elástica; das constantes elásticas e de alguns fatores que afetam a resistência das vigas retas de Madeira Laminada Colada (MLC).

As deformações foram medidas através de extensômetros elétricos. A distribuição de tensões foi obtida utilizando dezesseis rosetas de extensômetros elétricos, em quatro linhas verticais localizadas ao longo de meia viga, totalizando cento e vinte extensômetros elétricos. As dimensões da viga estudada foram 11,70 cm x 39,05 cm x 860,00 cm, com 11 lâminas de 3,55 cm de espessura. As tensões de cisalhamento apresentaram distribuição parabólica, com seu máximo localizado abaixo do eixo de simetria, com descontinuidade entre as lâminas. As tensões longitudinais apresentaram uma distribuição linear em cada lâmina, mas, com inclinações diferentes e com descontinuidade entre lâminas. A posição da linha neutra para cada nível de carga foi determinada em cada uma das quatro linhas verticais de extensômetros elétricos. Foram apresentadas as curvas limite entre as quais é localizada a linha neutra. Foi verificada experimentalmente a validade do princípio de St. Venant para a distribuição das tensões longitudinais e de cisalhamento. As tensões de cisalhamento não apresentam quase nenhuma perturbação na proximidade dos pontos de carga. As tensões longitudinais apresentaram perturbações desde o ponto da reação de apoio até 1,87 vezes a altura da viga. Os módulos de elasticidade e os módulos de deformação transversal foram determinados através das linhas elásticas experimentais, e o coeficiente de cisalhamento, obtido experimentalmente, foi 2,387. Ainda, foram determinados experimentalmente, os fatores de tamanho, de número de lâminas e de tipo de emendas.

ABSTRACT

The study here presented deals about: longitudinal distribution; shear stress distribution on the lengths of the beam; elastic deflection curves; elastic constants and a few factors affecting the strenghts of the laminated straight beams (Glulam).

The strains were measured through strain gages. The stresses distribution were obtained utilizing sixteen rosetts of strain gages, in four vertical lines positioned along of half beam, totalizing one hundred and twenty strain gages. The studied beam sizes was 11.70 cm x 39.05 cm x 860.00 cm with 11 lamines of 3.55 cm thickness. The shear stresses presented parabolic distribution with its maximum located bellow of the symmetric axis, having a discontinuity between laminae. Longitudinal stresses presented a linear distribution in each lamina but with different slopes and with discontinuity between laminae. The neutral axis position for each load level was determined in each one of the four vertical lines of strain gages. Were presented the limit curves between which is located the neutral axis. It was verified experimentaly the validity of Saint Venant principle for the longitudinal and shear stresses distribution. The shear stresses almost does not present perturbation close to the load points. The longitudinal stresses presented perturbation from the reaction support until 1.87 times the depth of the beam. The elasticity modulus and transverse deformation modulus were determined through the experimental elastic deflection curves. The shear coefficient obtained experimentaly was 2.387. Are determined experimentally too, the size lamines, number and joint kinds factores.

SUMÁRIO

SIMBOLOGIA

INTRODUÇÃO GERAL

I. - GENERALIDADES

1.- INTRODUÇÃO	1.01
2.- DEFINIÇÕES	1.01
3.- VANTAGENS E PECULIARIDADES DA MADEIRA LAMINADA COLADA	1.05
4.- APLICAÇÕES TÍPICAS DAS VIGAS DE MLC	1.06

II. - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.- INTRODUÇÃO	2.01
2.- RESENHA HISTÓRICA	2.02
2.1.- A ORIGEM	2.02
2.2.- UTILIZAÇÃO E PESQUISA NO ESTRANGEIRO	2.02
2.3.- UTILIZAÇÃO E PESQUISA NO BRASIL	2.05
3.- FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA DA MADEIRA LAMINADA COLADA	2.06
3.1.- A QUALIDADE E O POSICIONAMENTO DAS LÂMINAS	2.09
3.1.1.- CLASSIFICAÇÃO VISUAL DAS LÂMINAS	2.09
3.1.2.- CLASSIFICAÇÃO SEGUNDO A RIGIDEZ E A APARÊNCIA	2.14
3.1.3.- CLASSIFICAÇÃO ATRAVÉS DE PROVA DE CARGA	2.21
3.2.- AS EMENDAS DAS LÂMINAS	2.22
3.3.- OS NÓS NAS LÂMINAS	2.30
3.4.- INFLUÊNCIA DA ALTURA	2.34
3.5.- NÚMERO DE LÂMINAS	2.38
4.- DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES	2.39
4.1.- TENSÕES LONGITUDINAIS DE FLEXÃO	2.29
4.2.- TENSÕES DE CISALHAMENTO	2.46
5.- NÍVEL DO CONHECIMENTO CIENTÍFICO	2.51
6.- EXPECTATIVA DE CONTRIBUIÇÃO DO PRESENTE TRABALHO	2.53

III. - ANÁLISE TEÓRICA DAS VIGAS DE MADEIRA LAMINADA COLADA

1.- INTRODUÇÃO	3.01
2.- MÉTODOS FORMULADOS CONSIDERANDO A HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL (TEORIA CLÁSSICA DE VIGAS)	3.01
2.1.- HOMOGENEIZAÇÃO CONSIDERANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL (E)	3.02
2.1.1.- MÉTODO DE ETHINGTON (1960)	3.06
2.1.2.- MÉTODO DE BODIG E JAYNE (1982)	3.14
2.2.- HOMOGENEIZAÇÃO CONSIDERANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE (E) E O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL (G)	3.20
2.2.1.- MÉTODO DE BIBLIS (1966)	3.21
3.- MÉTODOS FORMULADOS CONSIDERANDO A TEORIA DA ELASTICIDADE	3.27
3.1.- MÉTODO EXATO DE VIGAS LAMINADAS ASSIMÉTRICAS, (RAO E GHOSH 1979 e 1980)	3.29
3.2.- MÉTODO CONSIDERANDO A TEORIA DE VIGA DE TIMOSHENKO SWIFT E HELLER (1974)	3.36
3.3.- MÉTODO DESENVOLVIDO UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO VARIACIONAL (SILVERMAN 1980)	3.43
4.- CONCLUSÕES	3.50

IV. - MATERIAIS E MÉTODOS

1.- INTRODUÇÃO	4.01
2.- O ADESIVO	4.01
2.1.- TEMPO DE PENETRAÇÃO	4.01
2.2.- NÍVEL DE PRESSÃO	4.03
2.3.- COMPORTAMENTO DA LIGAÇÃO ADESIVA AO IMPACTO	4.06
2.4.- ADESIVO UTILIZADO	4.10
3.- AS LÂMINAS	4.11
4.- AS EMENDAS	4.15
5.- PREPARAÇÃO DA SUPERFÍCIE	4.17
6.- SISTEMA DE Prensagem	4.19
6.1.- DIMENSIONAMENTO DA PRENSA	4.21
6.2.- CALIBRAÇÃO DO TORQUÍMETRO	4.27
7.- MONTAGEM	4.29
8.- APLICAÇÃO DE PRESSÃO	4.29
9.- SÉRIES DE MODELOS E FINALIDADES	4.29
10.- EQUIPAMENTOS E INSTRUMENTAÇÃO	4.30

10.1.- EQUIPAMENTOS DE APLICAÇÃO E LEITURA DE CARGA	4.31
10.2.- APARELHOS DE LEITURA DE DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES	4.32
10.3.- SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS AUTOMATIZADO	4.33

V. - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES

1.- INTRODUÇÃO	5.01
2.- TENSÃO x DEFORMAÇÃO	5.01
3.- MEDIDA DE DEFORMAÇÃO	5.04
3.1.- DEFORMAÇÃO EM UM EXTENSÔMETRO	5.04
3.2.- DEFORMAÇÃO EM UMA ROSETA TREVO	5.07
3.3.- DEFORMAÇÃO EM UMA ROSETA DELTA	5.07
4.- FABRICAÇÃO DE UMA VIGA LAMINADA DE PINHO DO PARANÁ	5.08
4.1.- ENSAIOS PRELIMINARES	5.09
4.2.- CLASSIFICAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DAS LÂMINAS	5.12
4.3.- LOCALIZAÇÃO E CONFECÇÃO DAS EMENDAS	5.12
4.4.- MONTAGEM COLAGEM, APLICAÇÃO DE PRESSÃO, CURA DO ADESIVO E ACABAMENTO DO LAMINADO	5.15
5.- INSTRUMENTAÇÃO DA VIGA	5.15
5.1.- INSTALAÇÃO DOS EXTENSÔMETROS (LEITURA DE DEFORMAÇÕES)	5.16
5.2.- INSTALAÇÃO DOS TRANSDUTORES MAGNÉTICOS, LVDTs (LEITURA DE DESLOCAMENTOS)	5.19
5.3.- INSTALAÇÃO DAS CÉLULAS DE CARGA (LEITURA DE CARGA)	5.20
6.- ENSAIO DE UMA VIGA LAMINADA DE PINHO DO PARANÁ	5.20
6.1.- ESQUEMAS DE ENSAIO	5.21
6.2.- DIMENSÕES E VALORES PREVISTOS DE CARGA	5.21
6.3.- PROCEDIMENTO DE ENSAIO	5.24
6.4.- COLETAS DE DADOS	5.24
7.- DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS DAS LÂMINAS	5.26
7.1.- SOLICITAÇÃO À COMPRESSÃO	5.27
7.2.- SOLICITAÇÃO À TRAÇÃO	5.30
7.3.- ENSAIO E COLETA DE DADOS	5.30
7.4.- APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	5.35
7.5.- CONCLUSÕES	5.37
8.- ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS	5.37
8.1.- AS DEFORMAÇÕES	5.37
8.1.1.- DEFORMAÇÕES NORMAIS ÀS FIBRAS	5.38
8.1.2.- DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS	5.38

8.1.3.- DEFORMAÇÕES ANGULARES (DISTRORÇÕES)	5.38
8.2.- AS TENSÕES	5.43
8.2.1.- TENSÕES DE CISALHAMENTO	5.48
8.2.2.- TENSÕES NORMAIS ÀS FIBRAS	5.48
8.2.3.- TENSÕES LONGITUDINAIS	5.49
8.3.- POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA	5.49
8.3.1.- LUGAR GEOMÉTRICO DA LINHA NEUTRA	5.50
8.4.- LOCALIZAÇÃO DAS TENSÕES MÁXIMAS DE CISALHAMENTO	5.50
8.4.1.- LUGAR GEOMÉTRICO DAS TENSÕES MÁXIMAS DE CISALHAMENTO	5.50
8.5.- DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES	5.50
8.6.- DIAGRAMA DE ESFORÇOS CORTANTES	5.52
9.- CONCLUSÕES	5.52
FIGURAS E GRÁFICOS	5.54
TABELAS	5.86

VI. - PERTURBAÇÕES NAS TENSÕES, LINHA ELÁSTICA E CONSTANTES ELÁSTICAS DAS VIGAS DE MLC

1.- INTRODUÇÃO	6.01
2.- PERTURBAÇÃO DAS TENSÕES DEVIDO A CONCENTRAÇÃO DA CARGA	6.01
3.- PERTURBAÇÃO DAS TENSÕES NA REGIÃO DO APOIO	6.05
3.1.- PRINCÍPIO DE SAINT.VENANT	6.06
3.2.- TENSÕES DE CISALHAMENTO	6.06
3.3.- TENSÕES LONGITUDINAIS	6.07
4.- LINHA ELÁSTICA	6.07
4.1.- EQUAÇÃO DA ELÁSTICA	6.07
4.2.- DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL	6.19
4.3.- DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS TEÓRICOS	6.20
4.4.- MÓDULOS DE ELASTICIDADE	6.23
4.5.- DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO COEFICIENTE DE CISALHAMENTO	6.25
5.- CONCLUSÕES	6.26
GRÁFICOS	6.27

VII. - INFLUÊNCIA DO TAMANHO NAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS VIGAS DE MLC

1.- INTRODUÇÃO	7.01
----------------	------

2.-	MODELOS ENSAIADOS	7.01
3.-	INFLUÊNCIA DA ESCALA	7.02
3.1.-	APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	7.02
3.2.-	O FATOR DE ESCALA	7.05
4.-	ESTUDO DE SUBREGIÕES	7.07
4.1.-	APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	7.08
5.-	CONCLUSÕES	7.11

VIII.- INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE LÂMINAS NA RESISTÊNCIA DAS VIGAS DE MLC

1.-	INTRODUÇÃO	8.01
2.-	MODELOS ENSAIADOS E INSTRUMENTAÇÃO	8.01
3.-	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	8.02
3.1.-	MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL (E)	8.02
3.2.-	MÓDULO DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL (G)	8.03
3.3.-	MÓDULO DE RUPTURA (MR)	8.04
3.4.-	RUPTURA DAS VIGAS	8.04
4.-	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	8.05
5.-	CONCLUSÕES	8.05
	TABELAS E GRÁFICOS	8.06

IX.- INFLUÊNCIA DAS EMENDAS LONGITUDINAIS NA RESISTÊNCIA DAS VIGAS DE MLC

1.-	INTRODUÇÃO	9.01
2.-	MODELOS ENSAIADOS E INSTRUMENTAÇÃO	9.01
3.-	COMPORTAMENTO DAS EMENDAS BISELADAS EM FUNÇÃO DA INCLINAÇÃO DO BISEL	9.02
3.1.-	ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	9.02
3.2.-	CONCLUSÕES	9.05
4.-	COMPORTAMENTO DAS EMENDAS NAS LÂMINAS EXTERNAS	9.06
4.1.-	ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	9.07
4.2.-	CONCLUSÕES	9.08
5.-	COMPORTAMENTO DAS EMENDAS NAS LÂMINAS INTERNAS	9.09
5.1.-	ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	9.09
5.2.-	CONCLUSÕES	9.10
6.-	INFLUÊNCIA DO ESPACAMENTO DAS EMENDAS	9.10
6.1.-	ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	9.11

6.2.- CONCLUSÕES
GRÁFICOS

9.13

9.14

CONCLUSÕES FINAIS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SIMBOLOGIA

- A = área da seção transversal
 b = largura da seção transversal
 d = altura da seção transversal
 d_t = altura da seção transversal homogeneizada verticalmente
 D_c = densidade da lâmina central
 D_f = densidade da lâmina da face
 D = rigidez da viga de MLC
 D_m = densidade média
 d_f = altura da fundação elástica
 D_{ij} = matriz das constantes elásticas, (tensor de 4ª ordem)
 E = módulo de elasticidade
 \overline{EI} = rigidez da viga homogeneizada horizontalmente
 E_a = módulo de elasticidade aparente
 E = módulo de elasticidade da viga de MLC
 e = deformação
 E_{co} = energia cinética inicial do pêndulo
 E_{ci} = energia cinética final do pêndulo
 E_{vp} = módulo de elasticidade da madeira paralela às fibras
 E_{vn} = módulo de elasticidade da madeira normal às fibras
 F_h = fator de altura
 f = flecha no meio do vão
 F = força
 F_d = fator dinâmico
 f_b = flecha devido ao momento fletor
 f_s = flecha devido à força cortante
 f_t = fator de tamanho (escala)
 f_e = fator emendas
 G = módulo de deformação transversal
 h_i = espessura da lâmina i
 I_k / I_g = proporção dos nós
 I = momento de inércia
 I = momento de inércia da viga homogeneizada horizontalmente
 k = constante de proporcionalidade
 K = coeficiente de resistência ao choque

L = vão ou direção longitudinal às fibras
 l = vão
 MR = módulo de ruptura
 M = momento fletor
 M_{ch} = momento na chave
 N = número total de lâminas, carga concentrada
 N_p = força do parafuso
 P = carga concentrada
 p = carga distribuída por m^2
 q = carga distribuída por m
 Q = esforço cortante
 R = resultante das forças
 R_s = extensômetro ativo
 S = momento estático
 S = momento estático da viga homogeneizada horizontalmente
 S_i = momento estático na interface da lâmina i e $i + 1$
 $S_{max, i}$ = momento estático no meio da lâmina i
 S_{max} = momento estático máximo da viga homogeneizada horizontalmente
 t = posição da linha neutra
 T = tenacidade
 T_o = tenacidade final carregada
 T_o = tenacidade inicial
 T_m = tenacidade final média
 U_o = energia potencial de deformação por unidade de volume
 U = energia interna de deformação
 u = deslocamento na direção paralela ao eixo longitudinal da viga
 V = esforço cortante
 v = deslocamento na direção normal ao eixo longitudinal da viga
 v = linha elástica
 v_b = linha elástica devida ao momento fletor
 v_s = linha elástica devida à força cortante
 W = módulo de ruptura
 y' = distância da linha neutra até a borda comprimida
 y'' = distância da linha neutra até a borda tracionada
 ϵ = deformação
 ϵ_h = deformação na direção horizontal
 ϵ_v = deformação na direção vertical
 ϵ_x = deformação na direção x

ϵ_y = deformação na direção y
 ϵ_{ij} = tensor das deformações
 ν = coeficiente de Poisson
 α_c = coeficiente de cisalhamento ou de forma
 $\phi(x,y)$ = função de tensão de Airy
 ϕ = giro da seção transversal em relação à linha neutra
 Π_e = energia potencial das cargas externas
 Π = energia potencial total
 $\delta\Pi$ = variação da energia potencial
 ϕ = ângulo
 δ = variação
 τ_{xy} = tensão de cisalhamento no plano xy
 τ = tensão de cisalhamento
 $\tau_{r\theta}$ = tensão de cisalhamento no plano r θ
 σ_x = tensão longitudinal de flexão
 σ' = tensão na borda comprimida
 σ'' = tensão na borda tracionada
 σ_θ = tensão tangencial
 σ_c = tensão de compressão
 σ_t = tensão de tração
 σ_r = tensão radial
 σ_e = tensão de escoamento do aço
 σ_{ij} = tensor de tensões

ÍNDICES

n = lâmina n
 i = lâmina i
 k = lâmina k
 w = madeira
 p = paralela
 n = normal
 L = longitudinal
 N = normal
 T = tangencial
 R = radial
 b = flexão
 s = cisalhamento

AGRADECIMENTOS

Ao professor João Cesar Hellmeister pela orientação prestada no desenvolvimento deste estudo, e pela minuciosa revisão do texto final do trabalho, pela amizade oferecida e principalmente pelo exemplo de persistência e dedicação às atividades de pesquisa.

Aos professores Francisco Antonio Rocco Lahr e Carlito Calil Junior, pelas valiosas sugestões e pela amizade demonstrada.

Ao professor Alfredo Américo Hamar pela valiosa orientação na revisão bibliográfica.

Aos srs. Roberto Galindo e Jaime Galindo pela elaboração dos desenhos.

A srta. Gizélia Soares pela digitação do texto.

Aos srs. Cláudio Ortiz, José Francisco do Nascimento filho e Marcos Alexandre pelo apoio inestimável na realização dos ensaios

As bibliotecárias Nanci Rodrigues e Neide Goi pelo apoio na realização da pesquisa bibliográfica.

Aos srs. Aparecido Galindo e Silvio Ferro pelo apoio na confecção dos corpos de prova

Ao sr. Joel pelos serviços de reprodução.

A todos os funcionários do LaMEM que contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Conselho nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo estímulo financeiro concedido através de um auxílio à pesquisa.

A Universidade Federal de Minas Gerais e à CAPES através do programa PICD, pelo apoio financeiro concedido.

A ALBA SA., representada pelo Dr. Mukherjee, pelo fornecimento do adesivo.

E em especial à minha esposa Judy, pela revisão do texto, pela paciência e pelo apoio inestimável nos momentos mais críticos.

INTRODUÇÃO GERAL

A madeira laminada colada (MLC) é reconhecida na atualidade como um dos melhores materiais de engenharia para construção, pela sua admirável adaptabilidade à uma grande variedade de formas, e à sua elevada resistência aos esforços mecânicos e aos produtos químicos. Ela pode ser fabricada com qualquer tamanho, comprimento e forma. O único fator limitante é a dificuldade de transporte. Atualmente as construções são feitas com vigas retas, simplesmente apoiadas, em vãos que excedem 45 m e alturas em torno de 250 cm, AITC (1985).

O termo "Madeira Laminada Colada" (MLC), se refere ao material composto de pequenas peças de madeira coladas entre si, na forma reta ou curva, com as fibras de todas as lâminas paralelas ao comprimento da viga. As lâminas podem ser: de qualquer espessura e comprimento, de peças estreitas emendadas, borda a borda, para obter maior largura e de diferentes espécies de madeira. Todas estas alternativas permitem variada escolha de condições para o projeto de uma peça estrutural de MLC, restrita apenas pelos fatores econômicos envolvidos na produção e no seu emprego.

Nas últimas décadas vários pesquisadores desenvolveram e divulgaram estudos a respeito dos fatores condicionantes da resistência das vigas de MLC, sempre com o objetivo de melhorar a sua capacidade de resistência. A ampla revisão bibliográfica realizada para apresentação deste trabalho permitiu a obtenção do conhecimento cronológico destes fatores, até as fronteiras destes conhecimentos.

Nos diversos métodos, para cálculo das solicitações nas vigas retas de MLC, são utilizadas a teoria clássica da resistência dos materiais e a teoria da elasticidade. Os métodos que utilizam esta última teoria, tornam bastante sofisticado o cálculo, mas permite resultados mais precisos. Entretanto, não se justifica a sua utilização, sem antes ter-se conhecimento, mais exato, das propriedades mecânicas da MLC. Os estudos realizados

pelos pesquisadores, apresentam apenas a determinação, do módulo de elasticidade (E) e do módulo de ruptura (MR), em ensaios à flexão de vigas de MLC. São poucos os estudos à respeito da distribuição de tensões normais e de cisalhamento e quando estudada, o assunto é abordado superficialmente.

Neste trabalho pretende-se determinar: a distribuição de deformações e de tensões normais e de cisalhamento ao longo da viga de MLC; a perturbação das tensões devidas à reação do apoio e à carga aplicada; a posição da linha neutra ao longo da viga; a posição da tensão máxima de cisalhamento; a linha elástica; as constantes elásticas; o coeficiente de cisalhamento ou fator de forma e a influência; na resistência da viga de MLC; do tamanho e do número de lâminas, do tipo, posição e espaçamento da emenda.

Para alcançar os objetivos deste trabalho foram fabricados e ensaiados vários modelos. A análise experimental de tensões foi realizada em uma viga de Pinho do Paraná [Araucária Agustifolia] de $11,70 \times 39,05 \text{ cm}^2$ de seção e 8,60 m de vão, composta por 11 lâminas de 3,55 cm de espessura. Esta viga foi instrumentada com 120 extensômetros localizados em 4 linhas ao longo da metade do vão. Foram instalados 14 transdutores magnéticos (LVDTs) ao longo do comprimento da viga e 2 células de carga sendo 1 para medir a aplicação de carga e a outra para a reação de apoio. O ensaio foi realizado com relações vão/altura iguais a 21, 18 e 14. Alguns fatores que influenciam na resistência das vigas de MLC foram determinados através de ensaios de modelos reduzidos num total de 192. O fator de tamanho (escala) foi determinado através de ensaios de modelos, reduzidos fabricados a partir das lâminas do modelo padrão utilizado no estudo de análise de tensões. As escalas utilizadas foram: 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:8, 1:10.

Com a análise dos resultados obtidos nos ensaios, foi possível definir o comportamento do material MLC e encontrar a magnitude da influência de diversos fatores na resistência das vigas de MLC.

CAP. I

GENERALIDADES

1. - INTRODUÇÃO

Para tornar mais clara a leitura dos capítulos subsequentes, neste capítulo, são apresentadas as definições relativas à madeira laminada colada (MLC), às vantagens e desvantagens da MLC em relação à madeira maciça e outros materiais e finalmente, à aplicação das vigas de MLC como elementos estruturais na construção civil.

2. - DEFINIÇÕES

A madeira laminada é constituída de lâminas de madeira de dimensões relativamente reduzidas em relação à dimensão final da peça. Estas lâminas são dispostas com as fibras paralelas ao eixo da peça e solidarizadas com um elemento de união obtendo-se, desta maneira, uma peça com seção e comprimento ilimitados, funcionando como uma só unidade estrutural.

Dependendo do elemento de união obteremos diferentes tipos de madeira laminada. Caso o elemento de união seja prego teremos a madeira laminada pregada; caso seja parafuso teremos a madeira laminada parafusada e se for adesivo teremos a madeira laminada colada (MLC).

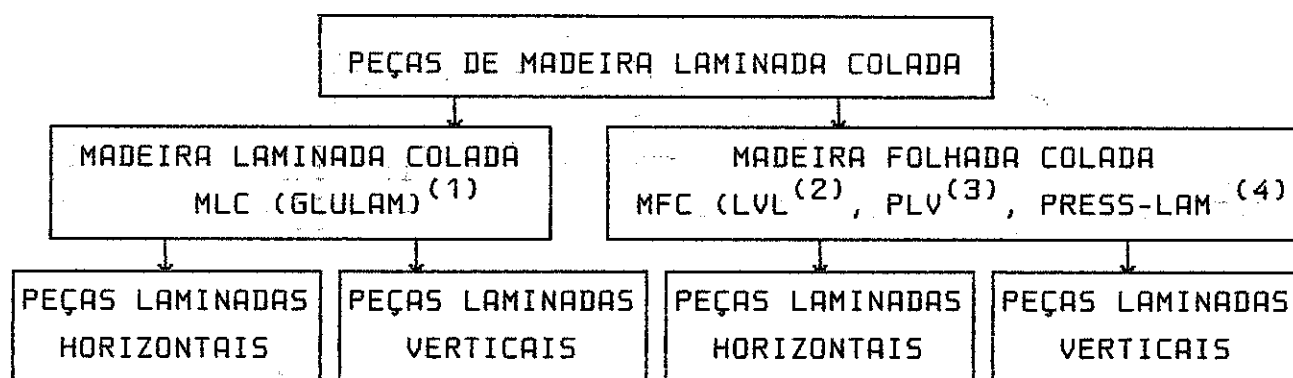
Uma das definições mais esclarecedoras, sobre a madeira laminada colada, é dada por FREAS e SELBO (1954):

"O termo, madeira laminada colada, quando aplicado a peças estruturais refere-se ao material colado em pequenas peças de madeira, na forma reta ou curva, com as fibras de todas as lâminas paralelas ao comprimento da peça. As lâminas podem ser de qualquer espessura ou comprimento, de peças estreitas coladas borda a borda, para obter uma maior largura, de diferentes espécies de madeira e de peças arqueadas para obter uma forma curva durante a colagem. Todos estes fatores

fornecem infinitas escolhas no projeto, sujeitos somente a fatores económicos envolvidos na produção e/ou uso".

Este conceito é muito abrangente, pois inclui a madeira laminada colada (MLC) e todos os tipos de compostos de madeira formados a partir de lâminas.

Com o intuito de esclarecer o conceito dos diferentes tipos de compostos de madeira colada e a partir da abrangente literatura consultada, estes compostos foram classificados da seguinte maneira.



Nas peças laminadas horizontais, as lâminas encontram-se paralelas ao plano neutro da peça flexionada. Quando as lâminas estão normais ao plano neutro se diz que a laminação é vertical, figura (1.1).

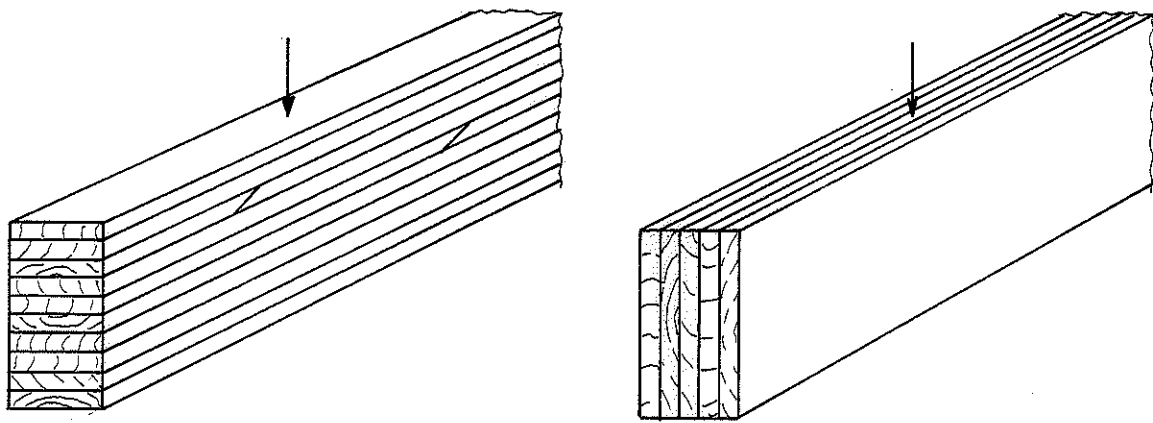
(1) O termo Glulam, segundo CHUGG(1964) é usado como uma abreviação da madeira laminada colada estrutural. Refere-se a uma forma de construção na qual as lâminas estão arranjadas paralelamente ao eixo da peça, juntados e colados para formar uma peça com a função de um único elemento estrutural.

(2) O termo LVL, segundo BOHIEN(1972), KOCH(1973), STUMP, SMITH e GRAY(1981) e outros, é uma abreviação de "laminated Veneer Lumber": laminados de folhas de madeira. Consiste na composição de folhas finas de madeira previamente selecionadas e coladas paralelamente às fibras para formar um único elemento estrutural.

(3) Segundo JUNG(1984), o termo PLV é uma abreviação de "Parallel-Laminated Veneer": laminados folhados paralelos.

(4) Segundo YOUNGQUIST et alli (1978), (1979-a) e (1979-b), o nome Preslam foi idealizado para representar o uso conjunto de pressão para a secagem das folhas de madeira e a aplicação de pressão durante a colagem. Pode ser considerado um sinónimo de PLV e LVL.

(5) O termo Micro=Lam, segundo KUNESH (1978), é um tipo de madeira folhada colada (LVL), caracterizada pela elevada resistência.



1-Laminado Horizontal

2-Laminado Vertical

Fig (1.1)- Tipos de laminados colados

As principais diferenças entre a MLC e a MFC são:

▶ A espessura das lâminas variam de 1,00 cm (1/2") a 5,00 cm (2") para MLC e de 0,25 cm (1/10") a 1,75 cm (3/4") para MFC.

▶ O nível de resistência da MFC é maior do que o da MLC, devido à seleção das lâminas e sua localização influenciar no produto final.

▶ O desvio padrão da distribuição do módulo de ruptura (MR) da MFC é menor do que da MLC, isto é devido a que existe uma maior seleção, em porcentagem das lâminas da MFC.

Estas duas últimas diferenças podem ser observadas claramente na figura (1.2).

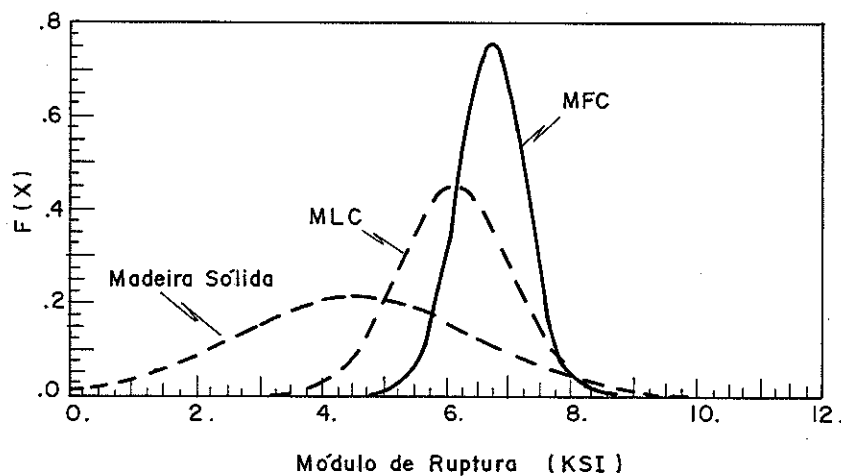


Figura (1.2) - Comparação de resistências, YOUNGQUIST (1978)

2.1.- ELEMENTOS DE UMA PEÇA LAMINADA COLADA

Na figura (1.3), é mostrado um esquema geral de uma peça de MLC com o objetivo de visualizar os elementos que a constituem.

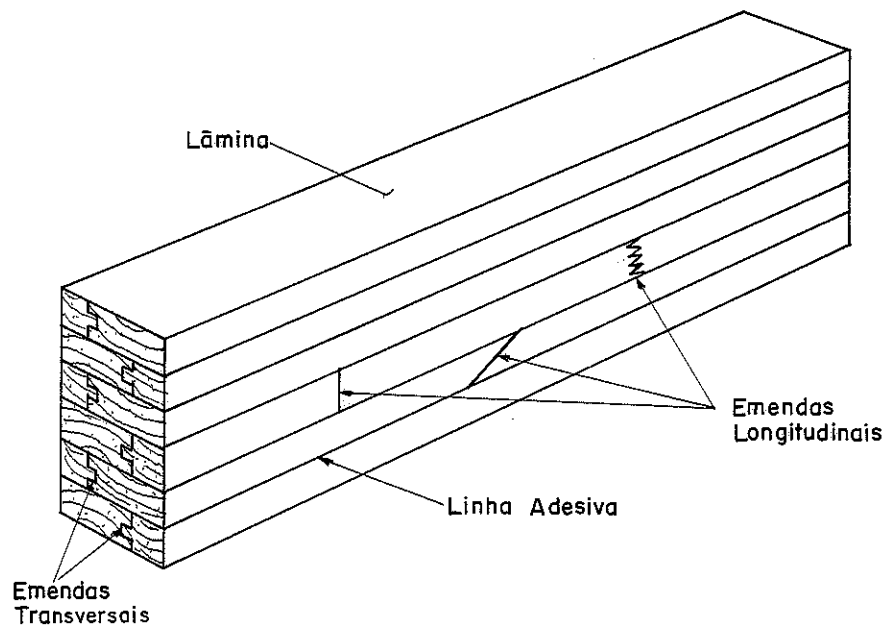


Fig.(1.3)- Esquema geral de uma peça de MLC

Sendo:

▶ **Lamina.**- apresentando espessura variável de acordo com o tipo de peça, podendo variar, nas peças retas, de 1,0 cm (1/5") até 5,0 cm (2").

▶ **Linha adesiva.**- é constituída por um tipo de adesivo compatível com a madeira e a finalidade da peça. Existem vários tipos de adesivos, os mais empregados para uso em interiores são os adesivos a base de caseína ou de uréia e para uso exterior os adesivos a base de resina resorcinol e fenol.

▶ **Emendas longitudinais.**- são utilizadas para obter lâminas com comprimento maior. Podem ser de topo, biseladas ("scarf joint") e denteadas ("finger joint").

▶ **Emendas transversais.**- são empregadas para conseguir largura superior à largura das tábuas disponíveis.

3. - VANTAGENS E PECULIARIDADES DA MLC

3.1. - VANTAGENS

Algumas das vantagens da MLC em relação às peças estruturais de madeira maciça são as seguintes:

▶ A facilidade de construir grandes estruturas a partir de peças com medidas comerciais. Os elementos estruturais de grande seção transversal podem ser facilmente produzidos, pois o adesivo permite o uso de tábuas curtas e pouco largas, as quais unidas eficientemente, podem formar peças estruturais de qualquer espessura, largura, comprimento e forma.

▶ Redução de rachaduras e outros defeitos típicos de peças de grandes dimensões. A pequena espessura das lâminas, menor do que 5.0 cm, reduz consideravelmente os defeitos de secagem das lâminas.

▶ Possibilidade de conseguir-se excelentes efeitos arquitetônicos, sendo praticamente possível a criação de qualquer forma, podendo inclusive variar a seção transversal conforme a variação da solicitação no elemento estrutural.

▶ Possibilidade de dimensionamento com base na resistência da madeira seca, para condições de serviço secos, desde que as lâminas sejam previamente secas.

▶ O método de fabricação permite o uso de lâminas de qualidade inferior (menor resistência) nas zonas de menor solicitação e madeira de melhor qualidade nas zonas de alta solicitação (maiores esforços). Além disto, permite usar combinações de distintas espécies. Tudo isto sem afetar a integridade estrutural da peça.

Com relação a outros materiais, a MLC apresenta as vantagens seguintes:

▶ A relação peso/resistência da MLC é baixa, por esta razão, as peças de MLC podem ser levantadas e colocadas em serviço com baixo custo. Segundo MILLEREUX (1986), comparativamente para uma resistência equivalente, a MLC é até cinco vezes mais leve do que o concreto.

▶ As grandes dimensões da seção transversal, tornam a MLC mais resistente ao fogo do que as construções de aço, projetadas para suportar a mesma carga. Estas estruturas queimam mais lentamente e resistem à penetração do calor. As de aço se aquecendo até



temperaturas elevadas entrando em colapso. Isto não significa que a MLC não seja combustível, mas a combustão é muito lenta variando em torno de 0,5 a 0,7 mm/min, SNCCBLC (1976) e BSI (1984).

- ▶ Resistência excelente aos materiais corrosivos.
- ▶ Fundações leves. Pré-fabricação e colocação com bastante redução de mão de obra.
- ▶ Manutenção, em uso interior, praticamente nula.

3.2. - PECULIARIDADES

Entre as principais peculiaridades podem ser citadas as seguintes:

▶ A MLC comparada com a madeira maciça é mais custosa. O fator econômico envolve o adesivo, a mão de obra e a seleção da madeira.

▶ O fator de perda durante a sua fabricação é elevado variando em torno de 13 a 33 %, tanto na madeira como no adesivo, isto devido principalmente às emendas, acabamento e considerações de projeto.

▶ A seleção do adesivo condicionado ao uso destinado do elemento estrutural. Como por exemplo os adesivos necessários para estruturas expostas à intempéries devem ser à prova d'água.

▶ É necessário para a sua fabricação equipamentos e técnicas especiais como também mão de obra especializada.

▶ Nem sempre é possível a produção em obra, isto acrescenta um custo adicional devido ao transporte, chegando algumas vezes a ser elevado, especialmente quando os elementos estruturais são grandes.

4. - APLICAÇÕES TÍPICAS

As vigas retas de seção transversal constante de MLC são as mais baratas de se produzir, independentemente da forma da seção. As seções transversais mais comuns tanto para vigas retas como curvas encontram-se na figura (1.4).

A variação da seção em uma viga, do ponto de vista arquitetônico, apresenta aspecto agradável e do ponto de vista estrutural é eficiente e econômico, à vista de se poder fazer variar a seção transversal de acordo com a distribuição de esforços na viga.

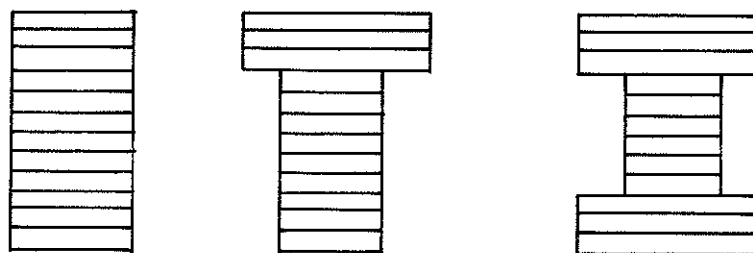


Fig. (1.4)- Seções transversais de vigas de MLC

Da infinidade de estruturas construídas com vigas retas, curvas e de seção variável a nível nacional e internacional, podem-se citar as seguintes: na figura (1.5), é mostrada uma grande viga de MLC com 24 lâminas unidas através de emendas biseladas. As dimensões são $30 \times 120 \text{ cm}^2$ de seção transversal e 30 m de vão. A viga foi projetada para suportar uma carga de $5,00 \text{ kN/m}^2$ sobre uma pista de dança nos EEUU, OBERG (1963). Na figura (1.6), é apresentado um ginásio de esportes construído em Porto Alegre, RS, Brasil, constituído por vigas de MLC com vão de 20 m e seção variável de 50 até 100 cm. Na figura (1.7), pode-se observar uma casa de campo na região de Porto Alegre, RS, Brasil, construída com vigas curvas de 10 e 18 m de vão e vigas retas de 18 m de vão central e 4 m de balanço com uma seção transversal de $14 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$. Na figura (1.8), é mostrada a estrutura da cobertura de uma piscina e pista de patinação artística no gelo, com 1600 m^2 , construída na França. A estrutura é constituída por vigas simplesmente apoiadas com vão de 48,5 m, SNCCBLC (1984).

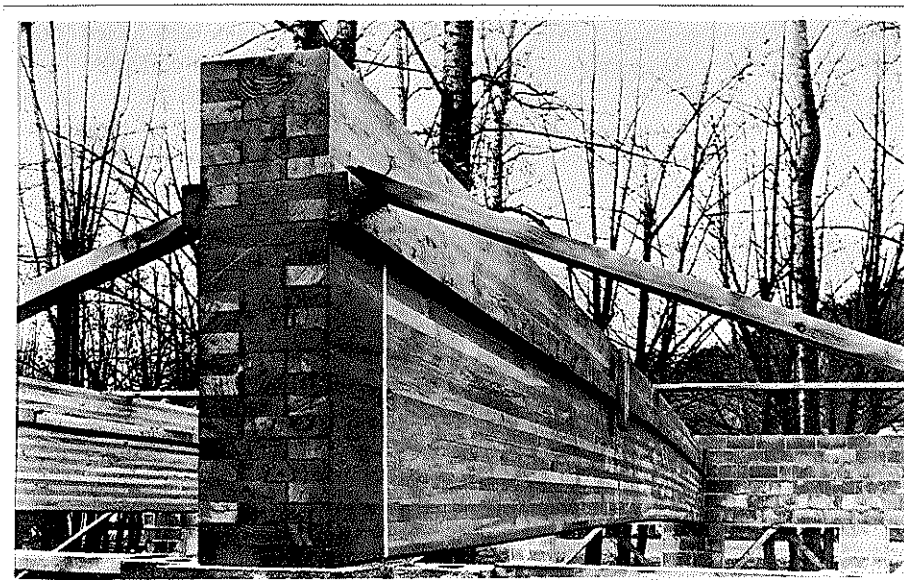


Fig. (1.5)- Viga reta de uma pista de dança ,OBERG (1963)



Fig. (1.6)- Ginásio de esportes. Porto Alegre, RS, BRASIL



Fig. (1.7)- Casa de campo. Porto Alegre, RS, BRASIL

1

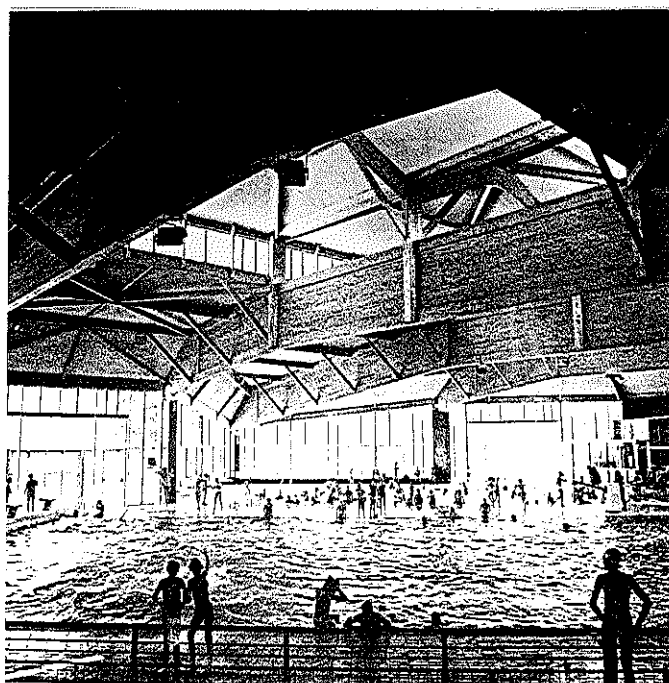


Fig. (1.8)- Piscina e pista de patinação, FRANÇA, SNCCBLC (1984)

CAP. II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1. - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo, é descrever e avaliar os fatores que influenciam na resistência das vigas de MLC, através de uma ampla revisão bibliográfica referente ao período de 1954 a 1988.

O capítulo começa com uma resenha histórica e em seguida analisa os fatores que influenciam na resistência das vigas de MLC. É dado um destaque à distribuição de tensões normais e de cisalhamento. As fronteiras do conhecimento científico, são apresentadas resumidamente e em seguida as contribuições a serem abordadas neste trabalho. Desta maneira, fica claramente definida a contribuição dada pelo autor.

A insuficiência de bibliografia existente no país, somada com a precária estrutura do sistema de informação disponível e quando disponível de elevado custo, dificultou extremamente a elaboração deste capítulo. Entretanto, com o estímulo dos professores João Cesar Hellmeister⁽¹⁾ e Alfredo Américo Hamar⁽²⁾ acrescentado à perseverança do autor, foram identificados 410 documentos necessários ao trabalho, 90% dos quais foram encontrados, aproximadamente 70% do total na Biblioteca do Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira. Os 20% remanescente na Biblioteca da Escola de Engenharia de São Carlos, ou via Serviço de Comutação Bibliográfica (COMUT).

(1)- Chefe do laboratório de Madeiras e de Estruturas de madeira, LaMEM, EESC-USP.

(2)- Professor da disciplina "Pesquisa bibliográfica", na EESC-USP

2. - RESENHA HISTÓRICA

2.1. - A ORIGEM

Segundo a ampla literatura a respeito da madeira laminada colada (MLC), a sua utilização, como elemento estrutural, iniciou-se na Europa aproximadamente 30 anos antes de ser introduzida na América.

Segundo SELBO e KNAUSS (1958), o registro mais antigo sobre as construções de MLC, encontra-se em uma publicação do setor de edificações da Suíça, datada em 14 de Outubro de 1911 e diz:

"Quando no ano de 1893, o encontro nacional de cantores foi realizado em Basel, Suíça, o auditorio com vão de 41,15 m (135 pés), construído com arcos e vigas de MLC, causou na ocasião uma grande admiração."

Os mesmos autores mencionam duas patentes na Suíça em 28 de Junho de 1901⁽¹⁾ e em 2 de Junho de 1905⁽²⁾ para o alemão OTTO HELZER a respeito da fabricação de MLC e do processo de construção de vigas de MLC, respectivamente.

A partir destas patentes as construções conhecidas como tipo Helzer ficaram consagradas. Tem-se informações da sua utilização abundante durante parte do início do século, nas estruturas de pontes e principalmente, em fábricas, oficinas e ginásios.

2.2. - A UTILIZAÇÃO E PESQUISA NO ESTRANGEIRO

Segundo SELBO e KNAUSS (1958), até o ano de 1920, já tinha sido coberta, na Suíça, uma área em torno de 140.000 m² (2 1/2 milhões de pés quadrados). Os elementos estruturais destas construções, em particular as vigas, tinham comprimentos ao redor de 21,35 m (70 pés), compostas de lâminas de espessuras variando de 0,80 cm a 3,18 cm (5/16" a 1 1/4"), largura entre 7,62 cm e 22,86 cm (3" a 9") e comprimento variável podendo ser bastante pequeno perto da linha neutra, chegando aos 183 cm (6 pés). A prensagem das lâminas foi realizada através de braçadeiras sem utilização de

(1) Patente No. 24.405. Suíça 28 de Junho de 1901

(2) Patente No. 33.871. Suíça 02 de Junho de 1905

cavilhas ou pregos.

É obvio que devido a esta tecnologia ter sido desenvolvida na Alemanha e na Suíça, a laminação difundiu-se rapidamente para os países vizinhos como a França, Bélgica, Holanda e outros países da Europa.

Ainda SELBO e KNAUSS, em uma visita técnica realizada à Europa no ano de 1958, constataram curiosamente que as maiores indústrias de MLC não se encontravam nos países de origem da MLC, Alemanha e Suíça, e sim na Holanda e na Suécia.

Esta informação, não indica que na Suíça e na Alemanha não se tenha desenvolvido a indústria de MLC. Selbo e Knauss, informam que nesse mesmo ano, existiam em torno de 40 empresas licenciadas, na Alemanha e na Suíça, para produzir estruturas de MLC.

Segundo MOODY (1970), as primeiras informações da utilização da MLC em edificações importantes nos EEUU são: um edifício do serviço de construções da Forest Products Laboratory (FPL) em Madison construído no ano de 1934, um ginásio de uma escola secundária e um clube noturno construídos em Wisconsin ao redor de 1934. Nos EEUU as pesquisas a respeito da MLC começaram no FPL, no início de 1930. Os resultados destas pesquisas iniciais abrangem fabricação e critérios de projeto e foram publicados no Boletim Técnico do FPL No. 691 em 1939 por Wilson, T.R.C. (apud. MOODY (1970)).

A partir destas informações desenvolveu-se a indústria da MLC dos EEUU e muitas destas informações ainda encontram-se em uso.

Ainda MOODY informa que nos anos de 1940 continuou a pesquisa a respeito de critérios de projeto e construção da MLC, resultando na publicação do Boletim Técnico do FPL No. 1069 em 1954 escrito por FREAS e SELBO (1954). Esta publicação pode ser considerada como sendo a base do grande crescimento da indústria da MLC nos EEUU, mantendo-se até agora como um texto básico no assunto. O estudo abrange a maioria dos fatores que influenciam na resistência da MLC.

Devido ao crescimento explosivo das construções de MLC, nos EEUU, tornou-se necessária a criação de uma instituição para fornecer informações uniformizadas a respeito da fabricação da MLC. Desta maneira, nasceu a American Institute of Timber Construction (AITC)⁽⁴⁾ no início de 1950, MOODY (1970-b). Instituições similares foram criadas em outros países da Europa

como por exemplo na Alemanha Ocidental em 1950, MILLEREUX (1986), na França o SNCCBLC (Syndicat national des constructeurs des charpentiers en bois lamellé-collé), criada em 1974 e recentemente na Inglaterra o "UK glulam manufacturers association" criada em 1987.

Com o aumento elevado do índice de crescimento da indústria da MLC, durante o fim da década de 1950 e início de 1960 a AITC desenvolveu a norma U.S. Commercial Standard CS 253-63, para estruturas de MLC, (apud. MOODY, 1970-b).

A partir da implantação desta norma e das especificações de controle de qualidade dos fabricantes, a MLC obteve dentro da engenharia uma notável aceitação como material alternativo e relevante.

CHUGG (1964), publicou um texto a respeito da fabricação da MLC. Considera os vários aspectos relevantes na manufatura das peças de MLC e analisa detalhadamente vários fatores que influenciam na resistência da MLC.

A AITC, em 1966, preparou e publicou um manual de construção em madeiras "Timber Construction Manual", AITC (1966). Este manual apresenta os dados técnicos e recomendações a respeito da Engenharia da Madeira tanto para projeto e construção com madeira maciça serrada como com a MLC. Com o propósito de atualizar as informações a AITC publicou periodicamente novas edições corrigidas e melhoradas em 1974, 1979, 1980 e 1985.

Na França, o Centro Técnico da Madeira, publicou vários cadernos sobre MLC. Sendo os mais importantes: "La fabrication des éléments de structure en bois lamellé collé", CTB (1971) e "étude technico-économique de l'aboutage", CTB (1973).

Na Inglaterra uma das maiores pesquisas começou em 1961 com CURRY, culminando com uma publicação na qual são apresentadas as bases para o dimensionamento de peças de MLC, CURRY (1967). Atualmente a TRADA (Timber Research & Development Association) juntamente com a Brighton Polytechnic e a assistência da Ciba-Geigy e Mallinson-Denny Ltda., encontram-se desenvolvendo um projeto de pesquisa relativo ao efeito das propriedades não uniformes das lâminas na otimização da MLC, ABBOTT e WHALE (1987).

A partir das várias pesquisas desenvolvidas, as normas começaram a ser elaboradas e publicadas periodicamente: A última complementação da American Society for Testing and Materials

(1) Esta instituição não tem fins lucrativos e é composta pela associação técnica dos fabricantes de MLC.

(ASTM), foi feita em 1983, ASTM-D3737 (1983). Esta norma trata da determinação das tensões últimas de cálculo de estruturas de MLC. Também são consideradas as propriedades mecânicas, as especificações de produção, inspeção e controle de qualidade. A British Standards Institution (BSI), também publicou várias especificações a respeito da MLC. Uma das últimas publicações foi a BS-5268 (1984). Outras instituições também se preocuparam com a normalização do cálculo e execução da MLC, as principais são: SABS 876-76 (1976) (Norma Sul Africana), CSA 0122-77 (1977), CSA 0177-77 (1977) (Norma canadense). Esta norma fornece bases comuns de métodos de produção, ensaios, inspeção, identificação e verificação de estruturas de MLC como também estimula a fabricação de produtos dignos de confiança adequadas às principais necessidades do comércio), (apud. MILLEREUX, 1986).

2.3. - A UTILIZAÇÃO E PESQUISA NO BRASIL

Para constatar a utilização da MLC no Brasil foram realizadas visitas às fábricas de MLC e entrevistas com os seus diretores.

Através da entrevista realizada com o Engenheiro HÖSCH FRITZ, na cidade de Porto Alegre, soube-se que a primeira indústria de MLC foi fundada em Curitiba, PR, no ano de 1934, por ele e mais um colega alemão. O nome da indústria é ESMARA (Estruturas de madeira Ltda.), alguns anos depois foi aberta uma filial em Porto Alegre.

Pelas visitas efetuadas às obras executadas pela ESMARA, pode-se dizer que estas estruturas não deixam nada a desejar às estruturas realizadas no exterior. O entrevistado HÖSCH (1988) se expressou a este respeito, assim:

"As estruturas de MLC executadas pela ESMARA, são projetadas e construídas de acordo as especificações e recomendações alemãs e obviamente em função da experiência acumulada durante mais de 50 anos".

Lamentavelmente não existem publicações a respeito desta experiência.

Tem-se conhecimento de mais duas indústrias de MLC de porte relativamente pequeno. Em São Paulo a LAMINARCO- Madeira Industrial Ltda. e a mais recente em Curitiba a PREMON- Construções

Premontadas Ltda.

Quanto à pesquisa a respeito da MLC, o Engenheiro Químico CALLIA (1961), do IPT, publicou um trabalho sobre MLC de Pinho do Paraná, na qual indica os cuidados na montagem, nas emendas e na aplicação. No ano de 1978, o Engenheiro Florestal SIMIONI (1978) defendeu uma dissertação de Mestrado na Escola de florestas da Universidade Federal do Paraná, intitulada, "Sobre a viabilidade técnica da confecção de vigas laminadas com madeira juvenil de *Pinus Elliottii* Engelm". Trata de um estudo experimental em vigas de pequenas dimensões.

O estudo a respeito da MLC no LaMEM (Laboratório de madeiras e de estruturas de madeira), na escola de Engenharia de São Carlos, USP., começou por volta de 1977. Em 1979 foi apresentada por TORRES (1979), a sua dissertação de Mestrado intitulada: "Cálculo e fabricação de peças de madeira laminada". Trata da influência de alguns fatores na resistência da MLC, do dimensionamento e esquemas de fabricação. Esta linha de pesquisa continuou por vários anos com trabalhos de iniciação científica sendo os principais: REQUENA (1981), CHAHUD (1983) e DIAS (1983). Atualmente esta linha de pesquisa encontra-se subdividida em duas: uma parte estuda a MLC e a outra os adesivos e a adesão.

3. - FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTENCIA DA MLC

Em função das informações da ampla bibliografia sobre o assunto, pode-se dizer que a fabricação de estruturas de qualidade, embora não ofereçam uma solução definitiva, foi um passo importante na maior precisão, economia e eficiência do uso da madeira. Com o aparecimento da MLC melhoraram ainda mais as perspectivas de utilização eficiente da madeira, pois as lâminas podem ter seções e comprimentos pequenos, baixo custo e combinações de qualidade baixa e alta. A realização completa destas perspectivas, depende do maior conhecimento dos fatores que afetam na resistência da MLC.

Os fatores que influenciam na resistência da MLC, estudados pelos pesquisadores, são vários, sendo os principais: a resistência da madeira, a espécie de madeira, a quantidade de nós, a direção das fibras, as emendas longitudinais e laterais das lâminas, a espessura e o número de lâminas, a qualidade e posição da lâmina, os módulos de elasticidade (E e G), as dimensões da peça e a distribuição das tensões.

Um fato a ser levado em consideração é que o grande número de fatores que exercem influência na resistência da madeira maciça estrutural, aplica-se à MLC. Entretanto, para muitos autores os nós tem efeitos mais sérios na distribuição das tensões na MLC do que nas peças de madeira maciça.

Com o intuito de melhorar a resistência das peças de MLC, as primeiras pesquisas foram baseadas na hipótese de que a resistência da MLC poderia ser controlada pela disposição seletiva da qualidade das lâminas na peça. As lâminas de qualidade inferior deveriam ser usadas nas seções de baixa tensão e as de qualidade superior nas seções de alta tensão sem afetar a integridade estrutural da peça.

Em 1939, foram publicados os resultados de uma brilhante pesquisa realizada no FPL por WILSON (1939). Este trabalho fornece informações básicas a respeito da MLC, sendo na época bastante utilizadas. FREAS (1962), afirma que após a primeira guerra mundial, tendo-se consciência de algumas deficiências de conhecimento da MLC, grandes projetos de pesquisa foram desenvolvidos. Como consequência, foi publicado um excepcional estudo feito por FREAS E SELBO (1954), abrangendo a maioria dos fatores que influenciam na resistência da MLC.

Os estudos posteriores, ainda considerando a hipótese da disposição seletiva, foram realizados seguindo várias linhas de pesquisa. ETHINGTON (1960), BIBLIS (1966) e outros, estudaram a resistência das vigas de MLC compostas de duas ou mais espécies, possuindo propriedades mecânicas diferentes, considerando o efeito da interação das propriedades externas e internas. As espécies de menor resistência foram usadas na parte central onde as tensões são menores. O estudo a respeito de vigas de MLC composta por várias espécies, aparentemente, não foi bastante explorado devido ao aumento de parâmetros que influenciam na resistência da MLC e principalmente à grande dificuldade de selecionar as lâminas de diferentes espécies inviabilizando a industrialização. Já, KOCH e BOHANNAN (1965), estudaram as vigas de MLC de uma espécie de madeira, localizando as lâminas de acordo a sua densidade, rigidez, aparência e ao acaso. Verificaram que a seleção e o posicionamento através da rigidez resultava em vigas mais resistentes.

Os estudiosos vendo grandes possibilidades de melhorar a resistência das vigas de MLC investiram nas técnicas de classificação visual e de rigidez das lâminas tracionadas, obtendo bons resultados, BOHANNAN (1966), WESTMAN e NEMETH (1968), MOODY e

BOHANNAN (1970-a), MOODY e BOHANNAN (1970-b), APLIN (1972) e outros. Alguns pesquisadores não satisfeitos desenvolveram técnicas de classificação das lâminas tracionadas através de ensaios não destrutivos (NDT) (este método determina o módulo de elasticidade de peças de madeira, existindo vários tipos, ver item 3.1.2), JOHNSON (1969), (1971), APLIN (1972), MOODY (1974) e outros. Com o intuito de melhorar ainda mais a resistência das vigas de MLC, alguns pesquisadores realizaram estudos prévios das lâminas tracionadas submetendo-as à provas de carga, antes da montagem da viga, PELLERIN e STRICKLE (1971), STRICKLE e PELLERIN (1976) e outros. Os resultados obtidos indicam a eficiência da prova de carga para assegurar altas resistências da viga a nível de projeto.

Um outro fator bastante estudado tem sido a influência dos nós. Vários pesquisadores desenvolveram critérios e técnicas para determinar a influência dos nós em função da distribuição nas lâminas, FREAS e SELBO (1954), BOHANNAN (1966), CURRY (1967) e outros.

A emenda das lâminas e a sua posição na viga de MLC, é determinante na resistência. Alguns pesquisadores, através de vários estudos determinaram a eficiência de cada tipo de emenda e o seu respectivo espaçamento. Com o objetivo de definir melhor essa eficiência, estes pesquisadores, realizaram estudos de provas de carga à tração das emendas, definindo desta maneira, com maior segurança, a sua influência na resistência das vigas de MLC, FREAS e SELBO (1954), BOHANNAN e MOODY (1969), MOODY (1970), STRICKLER e PELLERIN (1971), MOODY e BOHANNAN (1971) e outros.

Além dos fatores já mencionados vários outros foram pesquisados com o objetivo de melhorar ainda mais a resistência das vigas de MLC. A influência da umidade, DIBUZ (1970), WOLFE e MOODY (1978) e das dimensões, MUTTAQUIN e TAKEMURA (1981).

Por volta de 1973, as recomendações técnicas proibiam a utilização de madeiras moles e/ou de fibras grossas na fabricação de peças de MLC. JOHNSON (1973-a), JOHNSON (1973-b), MOODY (1974-a), MOODY (1974-b) e outros, através de estudos teóricos e experimentais tornaram possível a utilização deste tipo de madeira e contribuíram para ampliar mais as especificações sobre MLC.

Até 1981, poucos estudos tinham sido realizados a respeito de vigas de MLC de pequena altura. MARX e MOODY (1981), examinaram tres métodos de previsão da resistência a partir de 19 vigas de 2,4 e 6 lâminas com classificação uniforme. Em 1982, MARX e MOODY (1982), realizaram pesquisas a respeito da influência das

dimensões das vigas de MLC de pequena altura.

Em vista da ampla bibliografia existente pertinente ao assunto, esta revisão será subdividida, a seguir, em itens mais detalhados.

3.1.- A QUALIDADE E O POSICIONAMENTO DAS LÂMINAS

Há bastante tempo é reconhecido, pelos pesquisadores, que a qualidade das lâminas influencia significativamente na resistência das vigas de MLC.

As pesquisas iniciais mostram uma preocupação com a adoção de um critério de classificação das lâminas para posteriormente posicioná-las na viga, de acordo com a sua qualidade, colocando as de melhor qualidade na borda externa tracionada as seguintes na borda comprimida, e as demais, reduzindo a resistência, das bordas para o plano neutro.

Os primeiros critérios de classificação das lâminas foram visuais e visuais-rigidez. Posteriormente, sempre com o intuito de melhorar a resistência das vigas de MLC foi proposta uma classificação mecânica não destrutiva das lâminas tracionadas. Todavia constatou-se não ser suficiente apenas uma classificação mecânica, propondo-se então um critério combinado com a classificação visual. Nos últimos anos os pesquisadores ainda preocupados com o aproveitamento do material, de alta qualidade, nas lâminas tracionadas optaram pela utilização de provas de carga, porém, ainda utilizando os critérios de classificação visuais e mecânicos.

3.1.1.- Classificação visual das lâminas

As vigas de MLC dependem substancialmente da qualidade das lâminas externas posicionadas no lado tracionado. MOE (1961) em um estudo realizado com pequenas vigas de MLC constatou esta afirmação. No mesmo estudo, os ensaios demonstraram claramente que os nós nas vizinhanças da borda das lâminas eram mais críticos do que os nós na parte central da lâmina, especialmente quando as fibras, em torno do nó, encontravam-se avariadas pelos cortes da serra. Já MADSEN (1962), afirma, a partir de uma série de ensaios, que a ruptura de uma viga de MLC pode-se originar na lâmina tracionada, geralmente, quando as fibras da madeira são retorcidas e terminam na borda da lâmina. Caso a ruptura comece em um defeito

da borda da lâmina tracionada a ruptura continua com uma rachadura agindo através da viga e conduzindo-a ao colapso.

Devido à incorporação de lâminas limpas e com fibras retas, na parte tracionada das vigas de MLC, o módulo de elasticidade (E) e o módulo de ruptura (MR) tem um aumento pronunciado. BOHANNAN (1964) nas suas experiências com vigas de MLC, colocou na parte tracionada da viga uma lâmina limpa (isenta de defeitos) de 3,81 cm (1 1/2") de espessura, representando 14% da altura da viga, isto representou em um aumento de 32% do MR. Para uma lâmina de 1.42 cm (9/16") representando 5% da altura da viga o MR aumentou em 23%.

Estas informações indicam um potencial significativo no aumento da resistência à flexão das vigas de MLC. Dando uma especial atenção a uma pequena porção da viga, isto é; a algumas lâminas tracionadas externas podem ser obtidos melhores resultados.

Nesta altura já se tinha consciência da necessidade de um estudo mais detalhado e conclusivo da qualidade das lâminas tracionadas para grandes vigas de MLC. Uma das primeiras especificações a este respeito foi publicadado pela AITC (1967). Esta especificação foi indicada como AITC 301-67 e não exigia que as lâminas fossen limpas e de fibras retas, mas, exigia uma classificação estrutural. As especificações a respeito dos fatores de redução de resistência, dimensões, nós e direção das fibras foram proporcionalmente melhoradas. Uma das mais significantes melhorias nas especificações da qualidade das lâminas tracionadas foi a limitação da posição e localização das fibras retorcidas.

O FPL em cooperação com a AITC em um projeto de pesquisa, no ano de 1968, estudaram a resistência de grandes vigas de MLC com a classificação das lâminas através das especificações da AITC 301-67. Os resultados foram publicados por BOHANNAN e MOODY (1969), neste estudo foram ensaiados 26 grandes vigas de MLC de 13,97 cm x 80,01 cm x 12,20 cm (5 1/2" x 31 1/2" x 40 pés), sendo 16 com as lâminas tracionadas classificadas de acordo com as especificações da AITC 301-67 e as outras 10 tendo as lâminas tracionadas classificadas mais rigorosamente, com mais algumas recomendações restritivas. Esta classificação foi arbitrariamente chamada de AITC 301+. Os resultados deste estudo e de outros, JOHNSON (1969) e MOODY e BOHANNAN (1970), indicam que as vigas fabricadas com a classificação das lâminas tracionadas através das especificações da AITC 301-67 não eram adequadas para resistir as tensões elevadas das vigas de MLC requisitadas pela indústria.

Porém com o aprimoramento das especificações da AITC 301+, as vigas resistiam adequadamente às altas tensões requeridas pela indústria. Algumas informações adicionais a respeito das lâminas tracionadas indicam que era comum nas vigas de baixa resistência a existência de algumas características restritivas da resistência da viga, como por exemplo: a direção das fibras na espessura da lâmina, o tamanho dos nós, e as regiões de material pouco denso (alburno e medúla). Uma outra causa da ruptura das vigas é as emendas das lâminas contendo material pouco denso. Isto também foi verificado em um estudo subsequente no qual foram avaliadas as lâminas emendadas por dentes, MOODY (1970). Com o objetivo de melhorar ainda mais a resistência das vigas de MLC, a AITC elaborou, a partir do seu relatório de pesquisa AITC (1971) e um subsequente estudo sobre a resistência das emendas longitudinais MOODY (1970), um novo critério de classificação das lâminas tracionadas chamada AITC 301 A-69.

Na tabela (2.1), encontra-se um resumo comparativo das especificações mencionadas anteriormente. Nota-se, nas especificações dadas pela AITC 301 A-69, referidas à inclinação das fibras e aos nós, serem mais restritivas do que as especificações da AITC 301-67, porém menos restritivas do que a AITC 301+. A mesma observação é válida para a densidade e para a medúla.

O programa de cooperação de pesquisa entre o FPL e a AITC continuou em 1969 com o estudo de 15 grandes vigas de 13,97 cm x 61,59 cm (5 1/2" x 24 1/4 ") de seção e 12,20 m (40 pés) de vão, tendo as lâminas tracionadas classificadas de acordo com as especificações dadas pela AITC 301 A-69. O resultado deste estudo, publicado por MOODY e BOHANNAN (1970), indica que as vigas executadas com as recomendações da AITC 301 A-69 foram significativamente mais resistentes do que as vigas feitas com as especificações da AITC 301-67.

Em 1971, foi publicado pela AITC (1971), as especificações para MLC usando a relação dos módulos de elasticidade. Estas especificações foram baseadas nas pesquisas de JOHNSON (1968) e (1971).

As tensões de trabalho das vigas fabricadas com estas especificações não podiam ser melhoradas significativamente, principalmente, porque a proporção do E das lâminas não elimina a existência ocasional de um pedaço de madeira de baixa resistência em lâminas de E elevado, geralmente tendo alta resistência. Consequentemente, restrições visuais eram também necessários para

um critério de escolha das lâminas tracionadas de vigas montadas através do método da relação entre os Es.

JOHNSON (1973), publicou um estudo a respeito da classificação visual de lâminas para vigas de MLC. As vigas foram fabricadas com as lâminas classificadas através das especificações vigentes, nos EEUU, na época (AITC 301-26, AITC 301-22 e AITC 301-20). Os resultados indicam que as vigas de MLC podem ser construídas através de uma classificação visual tomando cuidado com as lâminas situadas em regiões de alta tensão as quais devem ser selecionadas cuidadosamente de acordo as especificações da AITC e as emendas necessárias devem ser feitas cuidadosamente.

Até este momento os pesquisadores deram maior importância às grandes vigas de MLC. Em 1981, MARX e MOODY (1981), em um programa de pesquisa avaliaram a qualidade necessária das lâminas tracionadas de pequenas vigas de MLC para obter tensões de projeto de 16,8 MPa. (2400 Psi). Para este estudo foram fabricadas um total de 120 vigas com 4, 8, 10 lâminas. Metade das vigas tinham classificação regular das lâminas, todas elas com a mesma qualidade. A outra metade tinha as lâminas tracionadas selecionadas através das especificações da AITC 302-24 (1979). Os resultados mostraram que as vigas com classificação regular tiveram em torno de 15% a menos de resistência do que as vigas com lâminas tracionadas classificadas pela AITC 302-24. Posteriormente, os mesmos pesquisadores continuando com o programa de pesquisa publicaram em 1982, um estudo realizado em 18 pequenas vigas de MLC. O objetivo era determinar a existência de alguma diferença, na resistência, entre as vigas feitas com lâminas tracionadas de qualidades diferentes, (AITC 302-20 e AITC 302-24). As vigas confeccionadas através das especificações da AITC 302-20, tiveram resistências em torno de 15% menores do que aquelas classificadas através das especificações da AITC 302-24.

TABELA (2.1)- COMPARAÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES PARA CLASSIFICAÇÃO DE LAMINAS TRACIONADAS⁽¹⁾

CARACTERÍSTICAS DE RESISTENCIA	RESTRICÇÕES DE CADA CLASSIFICAÇÃO		
	AITC 301-67	301+	AITC 301 A-69
Proporção das recomendações	aplicável em todo o compr.	aplicável em todo o compr.	aplicável em todo o compr.
densidade específica das peças	excepcionalmente excluídas, as de baixa densi.	excepcionalmente excluídas, as de baixa densi.	excepcionalmente excluídas, as de baixa densi.
nós	1/4 da seção transversal	1/4 da seção transversal	1/4 da seção transversal
inclinação das fibras	1:16	1:16	1:16
localização das fibras mais inclinadas do que 1:16	1/3 da seção transversal	2/3 da seção transversal podendo estar livre de redução da resistência.	2/3 da seção transversal podendo estar livre de redução da resistência.
nós e emendas	os nós não podem situar-se, a 2 vezes o diâmetro do nó, da emenda	os nós não podem situar-se, a 2 vezes o diâmetro do nó, da emenda	os nós não podem situar-se, a 2 vezes o diâmetro do nó, da emenda
tamanho do nó associado à inclinação das fibras	_____	1/8 da seção transversal	_____
espaçamento máximo entre caracterís. de redução de resistência	_____	4 pés	4 pés
largura dos anéis da medula	_____	_____	1/8 da seção transversal

(1) Esta tabela foi montada a partir da AITC (1967), JOHNSON (1969), MOODY e BOHANNAN (1970), BOHANNAN (1972) e AITC (1974).

3.1.2. - Classificação das lâminas segundo a rigidez e aparência

Segundo a bibliografia consultada, os pesquisadores utilizaram para a determinação do E das lâminas, diferentes métodos. Estes métodos podem ser divididos em duas categorias: através de ensaio estático ou de ensaio automatizado.

O método de medição automatizado conhecido também como método não destrutivo de ensaios (NDT) pode ainda ser dividido em dois grupos, WOLFE e MOODY (1981): o ensaio contínuo de lâminas (CLT) e o E-computer. Este último método está baseado na determinação do E, na frequência de vibração natural da peça, ensaiada sobre um vão próximo do comprimento total. O método do CLT é aplicado utilizando-se a máquina comercial de classificação (Stress-Grading-Machine, MSR), a qual indica as diferentes categorias das lâminas em função do E. O E é determinado a partir da medição do E mínimo e da média dos Es determinados em pequenos vãos sucessivos ao longo da peça.

Na determinação do E, através de ensaios estáticos, existe bastante variação entre os diferentes autores. Em algumas fontes o E foi determinado a partir de um ensaio de flexão com carga aplicada no meio do vão, entre dois apoios simples, e a medida do deslocamento também no meio do vão. Em outras fontes a aplicação de carga foi feita em dois pontos simétricos em relação ao meio do vão e o deslocamento medido no meio do vão.

Os ensaios também apresentam variação vão/altura, e isto implica em variação no E.

Aparentemente uma das primeiras investigações sobre o uso do E na localização das lâminas em uma viga de MLC tem sido feita por KOCH (1964). Nas suas pesquisas utilizou lâminas de espessuras finas, variando de 0,42 cm até 0,84 cm (1/6" - 1/3"), para fabricar vigas de 17,78 cm até 45,72 cm (7" - 18") de altura. As lâminas mais rígidas foram colocadas nos extremos, decrescendo a rigidez gradualmente até a linha neutra. Os resultados indicaram a eficiência deste tipo de disposição das lâminas.

Com o objetivo de encontrar maior eficiência na resistência das vigas de MLC, os pesquisadores, estudaram diferentes esquemas de posicionamento das lâminas na viga, partindo da seleção das mesmas feitas através de diversas características mecânicas.

KOCH e BOHANNAN (1965), estudaram vários tipos de arranjo das lâminas, destacando-se aqueles localizados em função da densidade, da rigidez (E), da aparência (visual) e ao acaso. No arranjo através da densidade, as lâminas mais densas foram colocadas nas bordas tracionadas, as seguintes pouco menos densas, nas bordas comprimidas e alternando assim sucessivamente. Desta maneira a lâmina menos densa estava posicionada na parte central, figura (2.1). No arranjo através da rigidez o procedimento foi similar, exceto que a disposição das lâminas feita em função do E, figura (2.2). No arranjo através da aparência (visual), a lâmina que apresentava menos nós foi colocada na borda tracionada e a seguinte com menos nós na borda comprimida e assim sucessivamente. Desta maneira a lâmina que apresentava maior quantidade de nós encontrava-se na parte central, figura (2.3). Nas vigas com arranjo ao acaso as lâminas foram selecionadas ao acaso e posicionadas também ao acaso em cada viga.

Os resultados dos ensaios mostraram que as vigas com lâminas arranjadas através da rigidez, apresentaram maior resistência e rigidez do que as vigas com os outros tipos de arranjo das lâminas, chegando a uma diferença de 30% ou mais.

As vigas com arranjo visual apresentaram melhor resultado do que as vigas com arranjos das lâminas pela densidade e este último melhor do que o arranjo ao acaso. Um resumo comparativo das médias dos resultados obtidos por KOCH e BOHANNAN, encontra-se na tabela (2.2).

TABELA (2.2)- RESISTÊNCIA E RIGIDEZ DAS VIGAS COM LAMINAS SELECIONADAS ATRAVÉS DE VARIOS SISTEMAS: KOCH e BOHANNAN (1965)

ARRANJO ATRAVÉS DA	DENSIDADE KN/m ³	UMIDADE %	MR MPa	E MPa
DENSIDADE	5,60	9,4	60,41	12528
RIGIDEZ	5,60	9,0	73,22	13968
APARÊNCIA	5,70	9,4	69,05	12672
AO ACASO	5,60	9,5	47,74	10656

MOODY e BOHANNAN (1970), construíram e ensaiaram dois grupos de grandes vigas de MLC, utilizando um critério visual-rigidez. Todas as lâminas passaram por uma classificação

visual. Os Es das lâminas foram determinados por um método não destrutivo de ensaio, usando a técnica da vibração (E-computer). As lâminas externas tracionadas foram selecionadas de acordo à AITC 301-67. Os resultados dos ensaios indicaram: o E das vigas com lâminas selecionadas através do critério visual-rigidez foram 12% maiores do que a obtida com a seleção visual e o MR 14% maior. No ano seguinte MOODY e BOHANNAN (1971), ensaiaram 5 grandes vigas de MLC com a finalidade de avaliar as especificações de seleção e posicionamento das lâminas através do critério densidade-visual e só visual. Os resultados mostraram que a resistência e a rigidez das vigas de MLC não foram significativamente diferentes.

Com os resultados obtidos nestas pesquisas ficou, praticamente aprovada a seleção e posicionamento das lâminas através de uma combinação de rigidez (E) e de aparência (visual), e das lâminas tracionadas externas classificadas de acordo com a AITC 301-67.

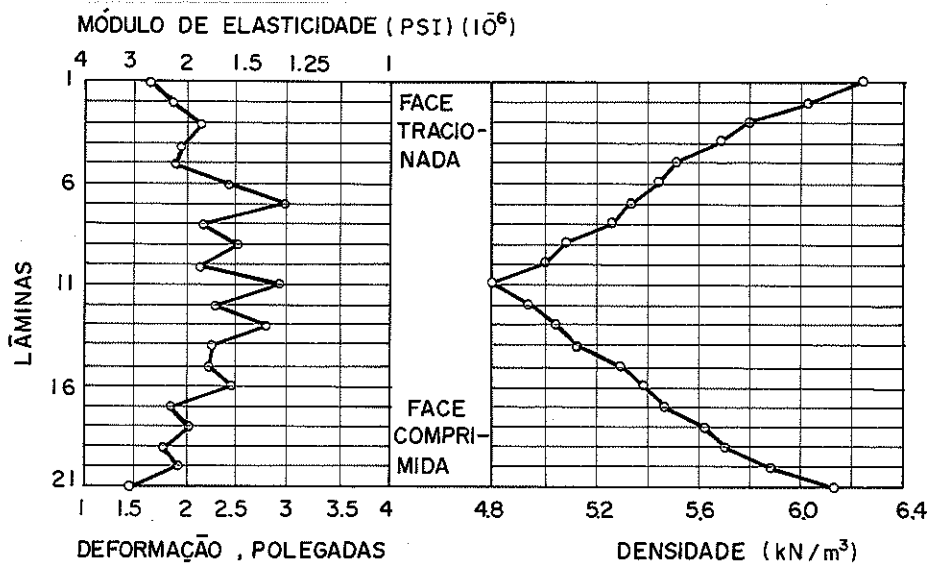


Fig. (2.1)- Arranjo através da densidade, KOCH e BOHANNAN (1965)

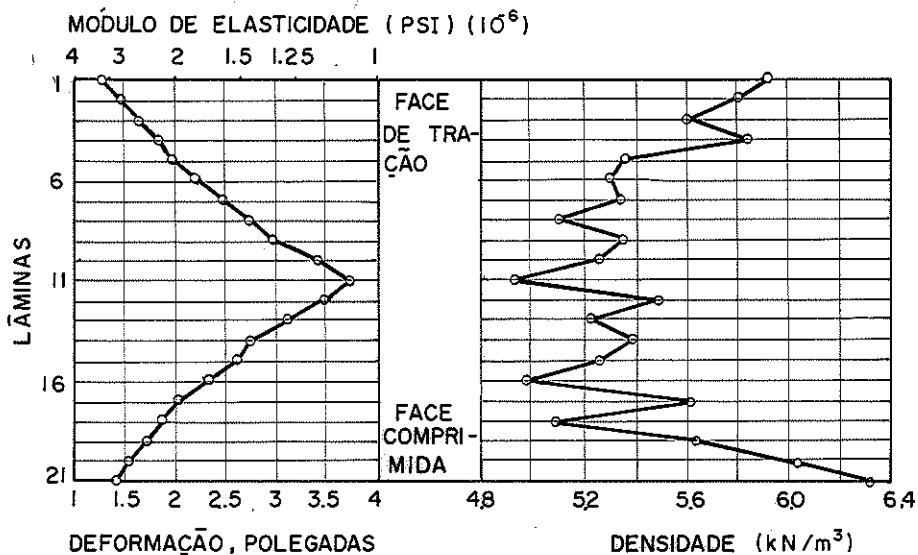


Fig. (2.2)- Arranjo através da rigidez, KOCH e BOHANNAN (1965)

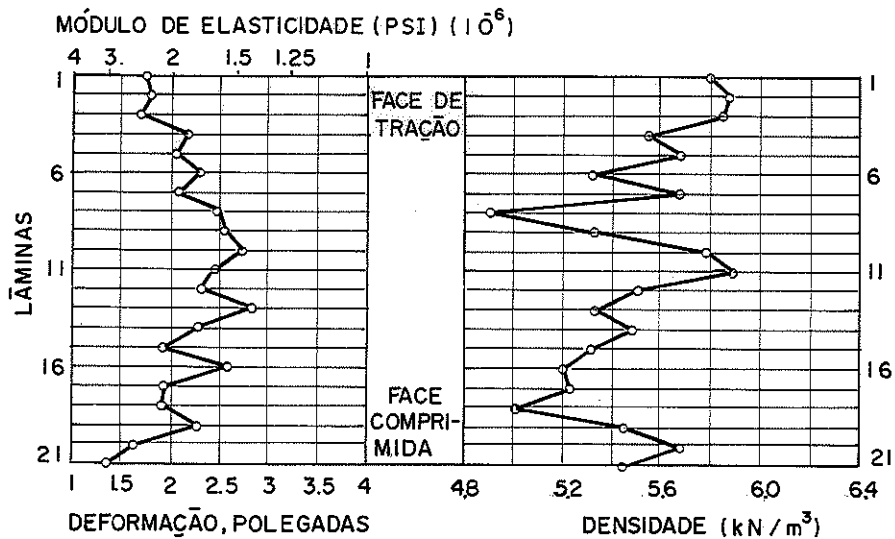


fig. (2.3) - Arranjo através da aparência, KOCH e BOHANNAN (1965)

JOHNSON (1969), em um programa de pesquisa, ensaiou 23 grandes vigas de MLC fabricadas com as lâminas selecionadas através de um método não destrutivo de ensaio (NDT), usando a técnica da vibração para determinar o E das lâminas. Estas foram dispostas de acordo a seu E, com exceção das lâminas tracionadas as quais foram dispostas de acordo com o método visual. Os ensaios mostraram que os valores dos Es das vigas de MLC podem ser previstos através dos Es determinados pelo método NDT. Todas as vigas ensaiadas tiveram valores do E maiores do que os valores médios publicados para a espécie e ainda, os valores foram maiores do que a média dos Es das madeiras com as quais as vigas foram

feitas.

Continuando com o projeto de pesquisa, JOHNSON (1971), ensaiou 54 grandes vigas de MLC com diversas espécies de madeira de diferentes resistências à flexão e níveis de rigidez distintos. A altura da viga foi dividida, em função do E das lâminas, em 5 zonas e através do momento de inércia de cada lâmina, dentro destas zonas, foi determinada a contribuição relativa de cada lâmina, na rigidez da viga. Ver tabela (2.4). Os resultados confirmam as conclusões anteriores, além de reforçar a validade da aplicação dos métodos NDT e a necessidade de um critério visual para as lâminas tracionadas externas.

TABELA (2.3) - PROJETO DE UMA VIGA DE 16 LÂMINAS POR ZONAS E A RELATIVA IMPORTÂNCIA DE CADA LÂMINA (PELO MOMENTO DE INÉRCIA) PARA A RIGIDEZ DA VIGA, JOHNSON (1971)

DESCRIÇÃO DAS ZONAS	NÚMERO LÂMINAS VIGAS ^(a)	CONTRIBUIÇÃO PARA A RIGIDEZ	
		FATOR DE EQUIVALÊNCIA ^(c)	PORCENTAGEM EM RELAÇÃO A VIGA TODA
ZONA A^(b)			
externa comprimida	16	169	16,504
duas lâminas topo	15	127	12,402
ZONA B			
compressão interme- diária lam. 14 e 13	14	91	8,887
	13	61	5,957
ZONA C			
interna ou central	12	37	9,613
oito lâminas cen- trais	11	19	1,855
	10	7	0,684
	9	1	0,098
	8	1	0,098
	7	7	0,684
	6	19	1,855
	5	37	9,613
ZONA D			
tração intermediá- ria lâminas 3 e 4	4	61	5,957
	3	91	8,887
ZONA E			
externa tracionada	2	127	12,402
duas lâminas infe- riores	1	169	16,504
			100,000

(a) Cada lâmina foi considerada de igual espessura

(b) Zonas A e E são da mesma classe de E, mas com diferentes especificações visuais, idem para as zonas B e D

(c) é a relação entre a porcentagem da lâmina central e a lâmina desejada

Um outro pesquisador de renome internacional APLIN (1972), em um estudo realizado com o objetivo de melhorar as recomendações conservadoras das especificações canadenses para vigas de MLC, CSA-0122/59 (1959), chegou às mesmas conclusões anteriores e verificou que um critério visual-rigidez garantia altas tensões admissíveis e um E substancialmente maior do que os dados pelas especificações da CSA. O estudo consistiu no projeto, fabricação e experimentação de 32 grandes vigas de MLC com as lâminas classificadas através da rigidez (E). O E foi determinado por um método de ensaio não destrutivo (NDT), através de uma máquina comercial de classificação (MSR). Três grupos de lâminas foram separados através da média do E , com 5% de exclusão ($E_{5\%}$). Algumas lâminas, do grupo de mais alta rigidez, foram ainda submetidas a uma seleção pelo critério visual, para serem usadas na parte externa tracionada. O esquema de localização das lâminas encontra-se na figura (2.4).

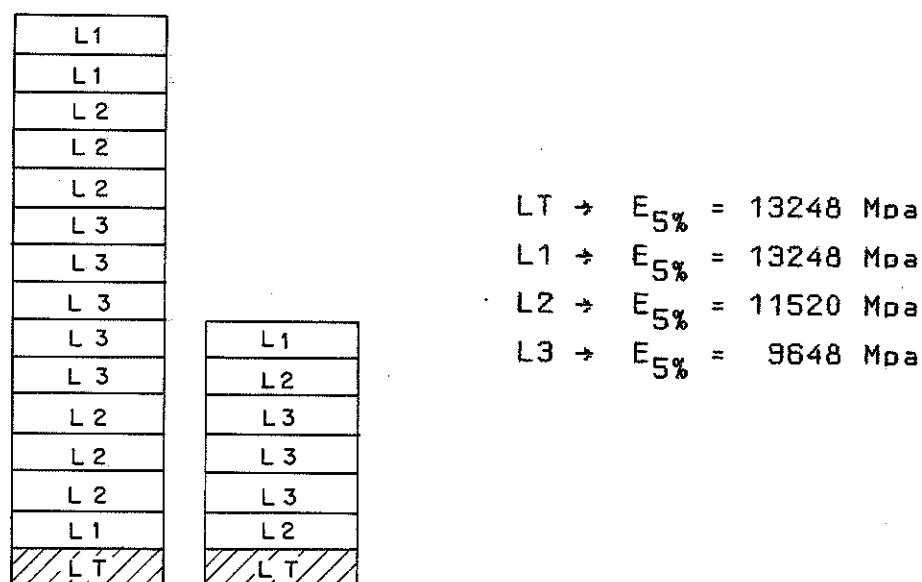


Fig. 2.4 - Localização das lâminas, APLIN (1972)

Nesta época a madeira de baixa densidade era condenada pelas especificações vigentes para utilização em MLC. Este material de baixa qualidade definido como tendo pouco mais do que quatro anéis por polegada (2,54 cm), não tinha nenhuma perspectiva de ser utilizada na fabricação de MLC. MOODY (1974), interessado na utilização deste material, realizou um programa de experimentação com 20 grandes vigas de MLC com este tipo de material. A localização das lâminas foi feita a partir de um

critério de seleção em função da densidade e da aparência. As lâminas foram classificadas em 3 grupos: anéis delgados (D) com mais de 6 anéis por polegada, anéis médios (MG) com mais de 4 anéis por polegada e anéis espessos (CG) com menos de 4 anéis por polegada. Todas as lâminas passaram por uma seleção visual, e as lâminas externas tracionadas foram classificadas também segundo a AITC 117-71 (1971). Uma combinação das lâminas é mostrada na figura (2.5). Os resultados obtidos indicam uma boa resposta às solicitações. Com a complementação de mais algumas pesquisas realizadas pela AITC, no FPL, por TCHY e BODIG (1978), em 1979 foram publicadas as especificações para o projeto e construção de laminados colados de madeiras pouco densas, AITC 117-79, (1980), sendo a sua última revisão apresentada na AITC 117-84, (1985).

MG
MG
MG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
CG
MG
D
AITC-301

Fig. 2.5 - Combinação das lâminas segundo a densidade, MOODY (1974)

Até esta época os pesquisadores não se preocuparam com a qualidade das lâminas comprimidas. MOODY (1977), ensaiou 120 vigas de MLC com a finalidade de determinar a possibilidade de diminuir a qualidade das lâminas comprimidas sem provocar mudanças, significativas, na resistência da viga. Os resultados indicam que a utilização de material de qualidade inferior no lado comprimido da viga não provoca mudanças significativas na resistência. O efeito nas propriedades das vigas, devido ao uso de lâminas com rigidez decrescente é diminuto.

Alguns pesquisadores como STRICKLER e PELLERIN (1976)

e FOX (1978), acreditavam em melhorar ainda mais a resistência das vigas de MLC, através do conhecimento mais preciso da capacidade da lâmina externa tracionada. Nos ensaios realizados posicionaram as lâminas de acordo à rigidez (E) e as lâminas externas foram selecionadas por um critério visual e ensaiadas através de uma prova de carga. Os resultados obtidos indicaram melhorias surpreendentes na resistência das vigas de MLC.

3.1.3. - Classificação através de prova de carga

Um dos métodos, para seleção de lâminas, mais eficiente é, sem dúvida alguma, a prova de carga ou o pré-ensaio da lâmina. Geralmente a prova de carga é realizada até um limite pré-estabelecido para não danificar a peça e poder ser utilizada na viga de MLC.

Até 1970, muitos pesquisadores acreditavam que as lâminas previstas para uso na tração poderiam ser verificadas com uma prova de carga na flexão. STRICKLER, PELLERIN e TALBOTT (1970), em um estudo experimental, concluíram que as peças projetadas na tração deveriam ser verificadas através de provas de carga na tração pura e não na flexão. Também afirmam que a prova de carga poderia ser usada para eliminar as peças de má qualidade de uma população de diferentes materiais de alta resistência.

Obviamente, este método poderia ser usado mais proveitosamente em conjunto e como suplemento dos critérios de classificação não destrutivos. Em essência a prova de carga poderia fornecer segurança, para as peças serem bem sucedidas, pois a prova de carga garante os requisitos mínimos de resistência.

PELLERIN e STRICKLER (1971) e (1972), preocupados em estabelecer um critério de prova de carga de tração que permitisse a fabricação de vigas de MLC assegurando os valores mínimos de resistência, projetaram, fabricaram e ensaiaram vigas de MLC com as lâminas classificadas por métodos visuais e de rigidez. As lâminas externas tracionadas foram verificadas através, de provas de carga, antes da fabricação das vigas. Os resultados dos ensaios mostraram a ocorrência de um reforço efetivo, na resistência à tração das lâminas devido à laminação. Tensões significativamente maiores foram suportadas pelas vigas de MLC do que as tensões suportadas pelas peças isoladas.

Através de um grande programa de pesquisa realizado pela Universidade Estadual de Washington (WSU), durante vários

anos, foi desenvolvido segundo, PELLERIN e STRICKLER (1971), (1972), STRICKLER e PELLERIN (1971) e (1976), um método aperfeiçoado de seleção de lâminas para vigas de MLC. O procedimento da WSU, envolve provas de carga das lâminas tracionadas mais críticas e um método de seleção não destrutivo (E-computer), antes da fabricação da viga. Os ensaios mostraram a eficiência deste sistema.

Em 1981, já se aceitava a hipótese da linha adesiva, das lâminas tracionadas nas peças fletidas, aumentar a capacidade da viga. FOX (1978) e PETERSON, MADSON e MOODY (1981), realizaram estudos a respeito de peças tracionadas com uma, duas e três lâminas. Os corpos de prova foram ensaiados à tração. Os resultados encontrados confirmam a hipótese anterior, pois a resistência das peças com duas lâminas foi maior do que a de uma lâmina. Nenhum acréscimo foi aparente para as peças de três lâminas.

3.2. - AS EMENDAS DAS LÂMINAS

As peças de MLC de dimensões consideráveis, necessitam de lâminas de comprimento suficientemente grande, isto pode ser providenciado através da emenda de tábuas. Estas emendas representam um fator importante na determinação da resistência das peças de MLC. Os peritos na arte de unir, peças estruturais de madeira com adesivos, indicam que a eficiência das emendas depende de vários fatores, a saber: a geometria da emenda, o projeto do corte da emenda, a montagem, a cura do adesivo, a pressão, a temperatura, a umidade e a densidade da madeira, a presença de madeira juvenil e a inclinação das fibras localizadas na emenda. As emendas representam uma descontinuidade na peça de MLC e consequentemente são regiões potencialmente fracas. Nas madeiras de excelente qualidade é provável a emenda ser um fator limitante da resistência e consequentemente as emendas devem ser da melhor qualidade possível.

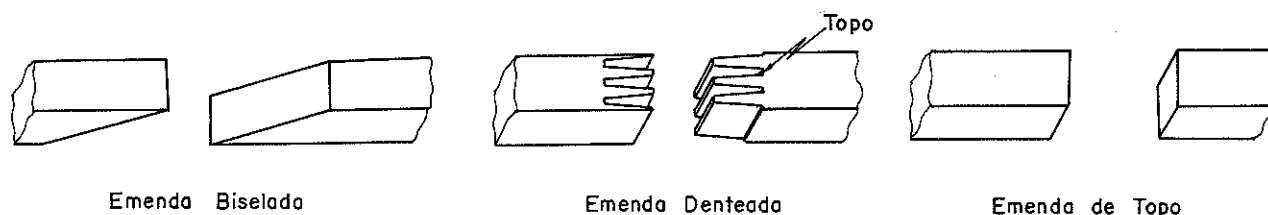


Fig. (2.6) - Tipos de emendas.

As pesquisas iniciais, a respeito das emendas, foram desenvolvidas por volta de 1946 em um estudo realizado por LUXFORD e KRONE (1946). O estudo trata de vários tipos de emendas dando grande ênfase às emendas de topo e as emendas biseladas, emenda em forma de cunha. Os autores indicam que a eficiência da emenda biselada varia com a inclinação do bisel. Obteve-se em torno de 95% de eficiência com uma inclinação de 1:20, 85% com uma inclinação de 1:10 e decrescendo rapidamente com o aumento da inclinação chegando a 70% com uma inclinação de 1:5.

O rápido crescimento da indústria de laminados possibilitou pesquisas mais detalhadas a respeito de emenda de lâminas. A emenda de topo pela facilidade de execução foi vista com maior atenção no estudo realizado por FREAS e SELBO (1954). Os ensaios mostraram que as emendas de topo, localizadas na parte externa do lado comprimido das vigas de MLC, não influenciam na resistência da viga, mas quando localizada no lado tracionado, especialmente na lâmina externa, a redução na resistência poderá ultrapassar os 40%. Uma das desvantagens maiores das emendas de topo é a grande concentração de tensões nas lâminas adjacentes, FREAS (1962).

É importante enfatizar que as emendas de topo são pouco usadas em peças estruturais importantes e quando usadas devem ser levadas em consideração: a área efetiva da emenda e os efeitos de concentração de tensões.

As emendas biseladas vistas como uma boa alternativa, na união de lâminas, foram estudadas por FREAS e SELBO (1954). Os resultados de ensaios de vigas com emendas biseladas e com lâminas contínuas indicam ter, aproximadamente, a mesma resistência. Já FREAS (1962), afirma que as emendas biseladas não são completamente eficientes na tração.

As emendas biseladas, com as suas superfícies inclinadas, são intermediárias entre as ligações adesivas paralelas às fibras, as quais podem geralmente ser feitas tão resistentes quanto a madeira, e a ligação adesiva normal às fibras é caracteristicamente fraca e variável.

Segundo FREAS (1962), as emendas biseladas devem ser feitas com um mínimo de ligação adesiva normal às fibras, isto é, com o mínimo de inclinação. A figura (2.7), ilustra o efeito da inclinação do bisel e a resistência da emenda.

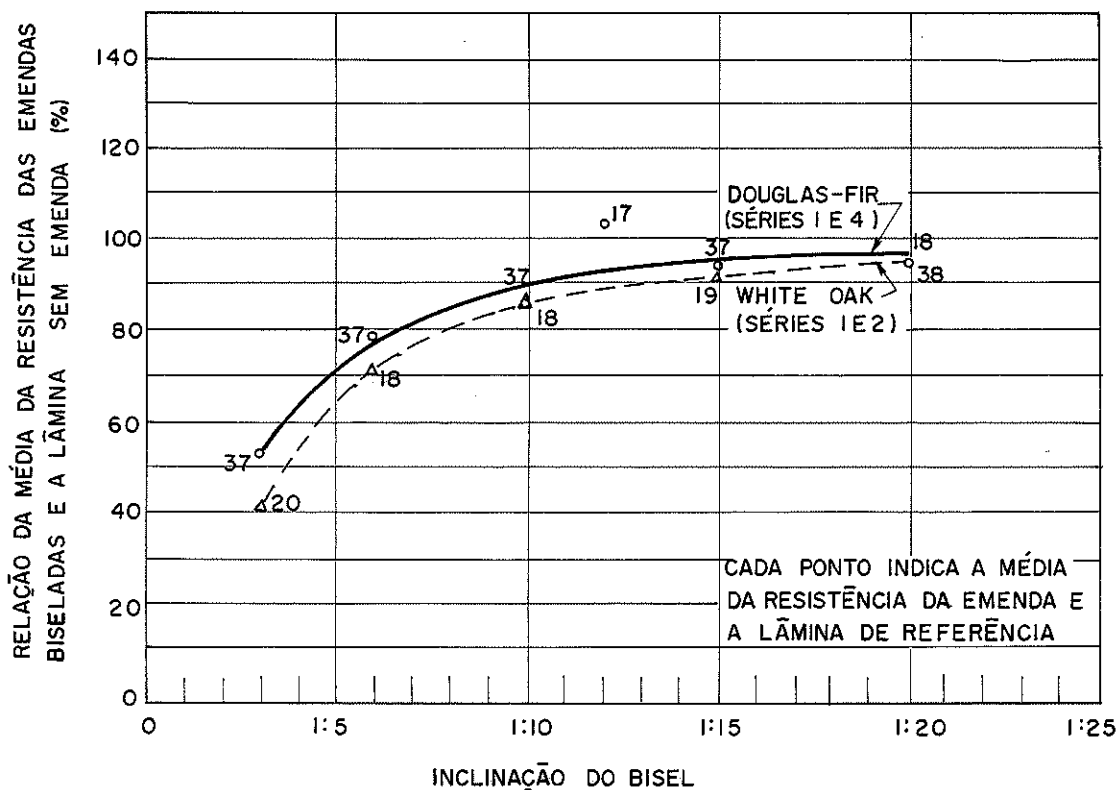


Fig.(2.7)- Máxima resistência à tração paralela às fibras x inclinação do bisel, em uma emenda biselada, FREAS e SELBO (1954).

LEWIS (1951), preocupado com o comportamento à fadiga das emendas biseladas planas, constatou que o comportamento das emendas biseladas, feitas com bastante cuidado, é aproximadamente o mesmo da madeira sólida. O autor se expressa, a este respeito, desta maneira:

"As construções de MLC podem ser usadas, com confiança, sob solicitações alternadas em aplicações onde a madeira sólida se tenha comportado satisfatoriamente. A emenda biselada com inclinação de 1:8 ou mais pronunciada comporta-se, às solicitações alternadas, tao bem quanto uma lâmina contínua. Não há nenhuma evidência que o adesivo tenda a deteriorar-se, devido à fadiga, mais do que a madeira."

Segundo a bibliografia, até antes de 1962, todas as emendas de alta resistência, utilizadas pela indústria de laminados dos EEUU, eram do tipo biselada plana. A dificuldade em cortar a inclinação do bisel, de 38,1 cm (15") a 50,8 cm (20") de comprimento, juntamente ao problema de alinhamento, durante a montagem, causava consideráveis variações na resistência da emenda.

Uma alternativa bastante promissora, para eliminar em partes as difuculdades e as desvantagens das emendas biseladas, e a

emenda denteada.

Segundo EBY (1968), 90% das indústrias de laminados nos EEUU usavam as emendas denteadas. Ele as considera como emendas intermediárias entre as biseladas e as de topo. As biseladas transferem a carga através das tensões de cisalhamento ao longo da superfície biselada. As emendas de topo, transferem de uma peça para outra apenas quando comprimidas. Conseqüentemente, segundo MOODY (1970), para garantir a resistência das emendas denteadas, estas devem ser feitas com um número de adesivos nas partes de contato de topo e com a inclinação dos dentes de maneira a garantir a transferência de carga, figura (2.6).

Algumas vantagens das emendas denteadas em relação às emendas biseladas, do ponto de vista de produção, segundo MOODY (1970), são: as emendas biseladas precisam de um comprimento em torno de 45,75 cm (1 1/2 pés) para uma espessura nominal de material de 5,00 cm (2"), enquanto uma emenda denteada precisa somente de 2,54 a 5,00 cm (1" a 2") de comprimento reduzindo, desta maneira, o consumo e economizando acima de 90% de madeira consumida na preparação dos biseis. As emendas denteadas são mais apropriadas à produção industrial, incluindo a eliminação dos nós na área da emenda, corte da emenda, espalhamento do adesivo e pressão para cura do adesivo. A distribuição das resistências das emendas denteadas se aproxima mais a uma distribuição normal do que as emendas biseladas. Nas figuras (2.8) e (2.9), encontram-se os histogramas referentes aos resultados de 548 ensaios de emendas denteadas e 485 de emendas biseladas, respectivamente.

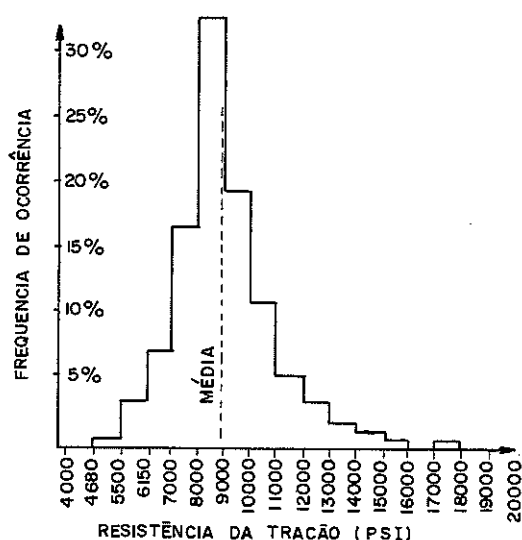


Fig (2.8) - Histograma, frequência relativa, 548 ensaios de emendas denteadas, EBY (1968)

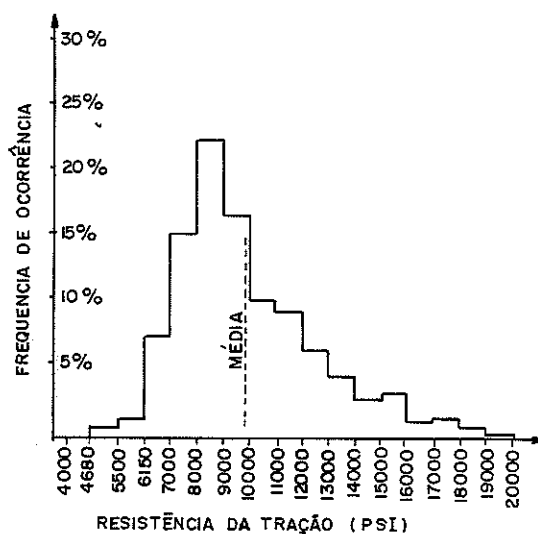


Fig (2.9) - Histograma, frequência relativa, 485 ensaios de emendas biseladas, EBY (1968).

Segundo EBY (1968), uma das primeiras pesquisas sobre emendas denteadas começou por volta de 1957 e foi realizada pela RILCO Laminated Products, através de um projeto, para execução de emendas denteadas, no qual as emendas deveriam atingir de 80 a 90% da resistência da madeira.

No período de 1957 a 1962, vários estudos foram realizados em relação à resistência das emendas denteadas, em função da largura, do comprimento e da inclinação dos dentes. Emendas denteadas, dos mais variados tipos, tem sido propostas e usadas, principalmente em aplicações não estruturais. Sua eficiência varia consideravelmente dependendo da forma e da inclinação dos dentes. FREAS (1962), apresenta ilustrações nas quais mostra emendas típicas, com sua respectiva eficiência, quando solicitadas à tração e à compressão, figuras (2.10) e (2.11), respectivamente.

Segundo EBY (1962), um comitê da indústria dos EEUU, desenvolveu especificações para a padronização da MLC, CS 253-63, antes do manual de inspeção da AITC. Esta padronização propõe que cada fabricante qualifique suas emendas estruturais através de um ensaio de tração. Para reduzir este critério a um valor específico é recomendado, afim de obter as tensões de trabalho, a aplicação de um fator de redução no MR.

Devido à configuração das emendas denteadas, assim como as abruptas mudanças na seção, é provável a ocorrência de maior concentração de tensões do que nas emendas biseladas.

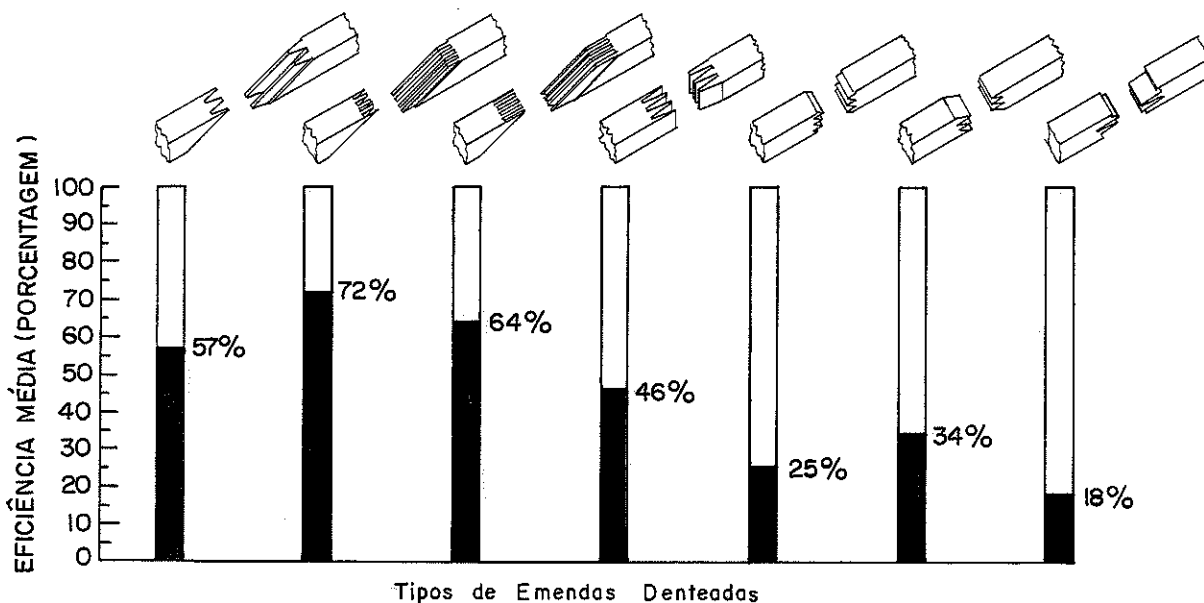


Fig (2.10) - Comparação da resistência à tração de vários tipos de emendas denteadas, FREAS (1962).

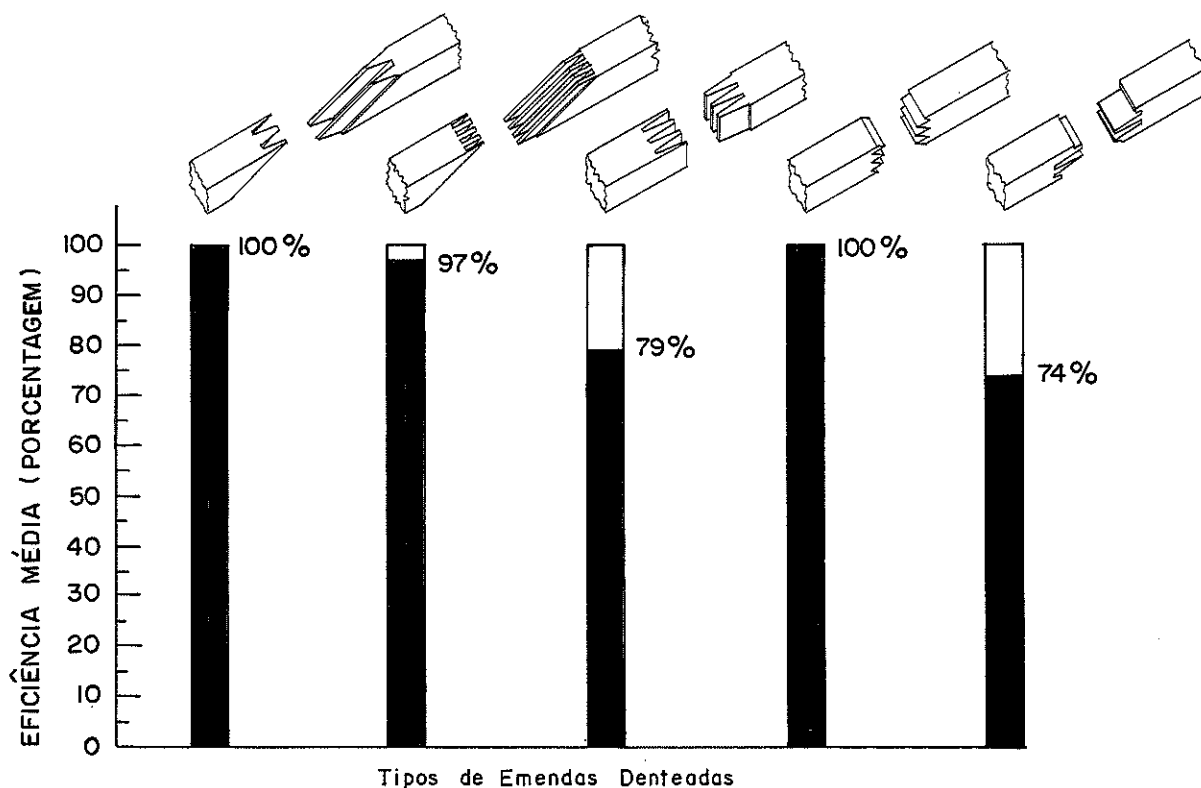


Fig (2.11) - Comparação da resistência à compressão de vários tipos de emendas denteadas, FREAS (1962).

A suspeita anterior, foi confirmada através dos ensaios realizados por BOHANNAN e KANVIC (1969), sobre a resistência à fadiga das emendas denteadas, na publicação eles afirmam:



"As emendas carregadas com 40% da sua resistência estática à tração resistiram aproximadamente 30 milhões de ciclos. Este comportamento é consideravelmente inferior àquele achado para uma emenda biselada com inclinação 1:8, chegando a 80% da resistência com 3 milhões de ciclos."

Um outro fator que influencia na capacidade de uma emenda denteada é, obviamente, a qualidade da madeira na região da mesma.

MOODY (1970), realizou um estudo com a finalidade de avaliar a resistência à tração paralela às fibras, das emendas denteadas de madeira estrutural com medula e sem medula. A madeira contendo medula perde notavelmente a resistência à tração, tanto nas emendas denteadas como na madeira. A média da resistência à tração das emendas, com madeira sem medula, foi significativamente maior do que as emendas contendo medula, em torno de 34%. Segundo MOODY, esta diferença pode ser atribuída, metade aos efeitos da qualidade e da densidade do material e a outra metade à baixa resistência da madeira com medula.

Com a finalidade de verificar a resistência das emendas denteadas quando colocadas nas regiões de alta tensão de trabalho, MOODY e BOHANNAN (1970), ensaiaram 5 grandes vigas de MLC com emendas denteadas na metade do comprimento das lâminas tracionadas. Comparando-se os resultados dos ensaios, as vigas com emendas na região central foram tão resistentes e rígidas quanto as vigas sem emendas na região central. Assim concluíram que, emendas denteadas de resistência aceitável poderiam ser produzidas providenciando um controle de qualidade da madeira na região da emenda.

Uma outra maneira de melhorar a estimativa da capacidade de resistência das emendas, solicitadas à esforços de tração, é a prova de carga. Ela é considerada atualmente a única possibilidade de providenciar a necessária segurança da resistência de qualquer emenda presente na lâmina, além de oferecer um notável controle de qualidade das emendas.

Uma das primeiras pesquisas sobre as provas de carga de emendas foi realizada por STRICKLER, et alii (1970). O estudo trata de provas de carga à flexão de emendas denteadas. A principal conclusão foi que as peças solicitadas à tração deveriam ser ensaiadas à tração.

STRICKLER e PELLERIN (1971), realizaram um estudo com

o objetivo de verificar se a prova de carga podia indicar uma máxima segurança da resistência última de projeto de peças emendadas e assim permitir sem perigo, altas solicitações de trabalho. Os resultados indicam que a prova de carga à tração constitui um método aperfeiçoado de controle de qualidade e oferece um potencial para maior eficiência e confiabilidade das emendas denteadas, permitindo inclusive um acréscimo de tensões de trabalho das vigas de MLC.

Um outro assunto, que preocupou bastante os pesquisadores, foi a influência do espaçamento entre as emendas nas lâminas adjacentes. Várias pesquisas foram realizadas até 1973. Neste ano, foram publicadas as especificações para padronização de produtos, PS 56-73 (apud. EBY, 1980⁽¹⁾). As especificações a respeito do espaçamento das emendas indicam que, em peças solicitadas à tração ou em posições críticas de tração (em peças fletidas), sejam espaçadas no mínimo de 15,24 cm (6") das emendas das lâminas adjacentes.

É claro que o espaçamento entre as emendas representa um custo adicional de produção. Este fator de custo e o desejo de melhorar a confiabilidade do produto foram responsáveis para a Weyerhaeuser (apud. EBY, 1980⁽²⁾) iniciar um estudo sobre prova de carga das emendas, em 1973. O objetivo deste estudo foi, selecionar um sistema de prova de carga que aceita-se carregar as emendas a um nível de tensão significativo, rejeitando as emendas que não resistam àquele nível de tensão. Isto cortaria a extremidade inferior da distribuição de resistência das emendas e desta maneira, com confiança, todas as emendas teriam um nível mínimo de resistência. Resumindo estes objetivos, obter-se-ia confiança significativamente alta na estrutura integral do produto e se eliminariam os espaçamentos das emendas especificadas pelas padronizações de produto.

A Companhia Weyerhaeuser desenvolveu um sistema de prova de carga à flexão, que consiste na aplicação de uma carga pontual, em um sistema de laminação contínua, no fim da saída do túnel de radio frequência para cura dos adesivos. Uma célula de carga foi usada para leitura da aplicação de carga, a qual variou para cada largura e espessura da lâmina, a fim de manter um nível

(1) Este artigo foi preparado para ser encaminhado ao governo dos EEUU.

(2) Robert E Eby era diretor técnico da seção de produtos laminados da Companhia Weyerhaeuser nos EEUU.

de tensão de 28,12 MPa. Centenas de ensaios foram realizados para verificar a funcionabilidade do sistema de prova de carga para produtos de engenharia. Em Dezembro de 1977, transformou-se no primeiro sistema de prova de carga aprovado e utilizado pela indústria de MLC dos EEUU.

Pode-se considerar na atualidade, este sistema de prova de carga, a ferramenta mais significativa no controle de qualidade providenciando 100% de ensaios e uma segurança mínima de resistência para todas as emendas, nas zonas críticas, das peças de MLC.

3.3. - OS NÓS NAS LÂMINAS

Nas diferentes fontes de informação consultadas, várias técnicas foram usadas para medir o tamanho dos nós, podendo ser resumidos em quatro métodos: o método do deslocamento, da pior face, da superfície ao acaso e da superfície carregada.

O método usado nos estudos mais recentes é o método do deslocamento, ele envolve as dimensões da largura de cada nó (dimensão paralela à largura da lâmina), em ambas as faces da peça de madeira e toma o valor médio como estimativa da área projetada ocupada pelo nó. O método da pior face registra a maior largura para um dado nó. No método da superfície carregada os diâmetros dos nós são medidos nas superfícies das lâminas mais distantes do eixo de simetria da viga.

Segundo BOHANNAN (1973), a demanda de peças de madeira de grande seção (madeira pesada), durante a II guerra mundial era elevada e o controle do efeito dos fatores que influenciam na resistência da madeira sendo inadequado, incentivou o desenvolvimento das pesquisas relacionadas com a influência dos nós na resistência da MLC.

No fim dos anos 40, vários autores lançaram a hipótese de que a combinação do tamanho dos nós e a posição, teria bastante influência na resistência da MLC. Segundo WILSON e COTTINGHAM (1952), esta combinação podia ser relacionada com uma propriedade geométrica da seção transversal da viga, isto é, o momento de inércia. Para a verificação desta hipótese foram realizados ensaios em vigas de 39,48 cm (12") de altura. A resistência da viga foi relacionada a um fator adimensional chamado I_k / I_g (proporção dos nós), sendo I_k o momento de inércia da área

transversal dos nós, dentro de um comprimento de 15,24cm (6") de cada lado da seção transversal crítica e I_g o momento de inércia bruto da seção. Desta maneira conhecida as dimensões e a localização dos nós, na viga laminada, a proporção de resistência poderia ser calculada através do fator I_k/I_g .

Nesta época já se tinha consciência de que era impraticável projetar uma peça de MLC sem o conhecimento da resistência, das dimensões e da localização dos nós nas lâminas, com as quais seriam montadas as peças de MLC. Da mesma maneira, do ponto de vista de produção, seria igualmente impraticável, a escolha do posicionamento dos nós, de certas dimensões, na seção crítica da peça. Consequentemente, era necessário um método para estimar a resistência das peças de MLC, montadas com uma série de lâminas selecionadas ao acaso. Indiscutivelmente neste método deveria ser utilizada uma análise estatística.

No brilhante estudo realizado por FREAS e SELBO (1954), foi desenvolvido um método para estimar o fator I_k/I_g , a partir de uma análise estatística dos resultados de 90 ensaios de vigas com nós nas lâminas. Os dados examinados foram: as dimensões dos nós, a localização dos nós e o valor do momento de inércia, das áreas ocupadas pelos nós, em um comprimento de 30,5 cm (1 pé), para qualquer combinação de qualidade e número de lâminas dentro de uma peça laminada. Com estes dados e utilizando processos estatísticos, considerando um nível de probabilidade adequado, foi possível calcular a relação I_k/I_g .

A partir da relação I_k/I_g e uma ampla série de ensaios de vigas de MLC, FREAS e SELBO (1954), propuseram uma curva para a determinação da porcentagem de redução da resistência, em uma peça fletida, devido à presença dos nós nas lâminas (fator dos nós F_n), figura (2.11). A abscissa desta curva é $X = I_k/I_g$, onde I_g é o momento de inércia de toda a seção transversal e I_k é a soma dos momentos de inércia das áreas da seção transversal de todos os nós dentro de um comprimento de 15,24 cm (6") de uma única seção da viga, ambos valores calculados em relação ao plano de simetria da seção. Não existem restrições quanto à localização dos nós dentro das peças.

Os mesmos autores mostraram, através de ensaios, que o E das peças de MLC, sujeitas à flexão, decrescem com o aumento da relação I_k/I_g . A redução em alguns casos foi da ordem de ⁵⁰50% para menos. Na figura (2.13), compilada de FREAS e SELBO (1954), é apresentada uma curva relativa ao fator de redução do módulo de

elasticidade. Este fator é importante quando é necessária maior precisão no cálculo do E.

Em vista da posição dos nós, em uma viga de MLC, influenciar no fator I_k/I_g , portanto na resistência à flexão, é possível a utilização de lâminas contendo nós grandes, na parte central da viga e lâminas externas com pequenos nós sem uma considerável perda de resistência, quando comparada com uma viga na qual, todas as lâminas contenham nós pequenos. Esta afirmação foi confirmada por vários pesquisadores.

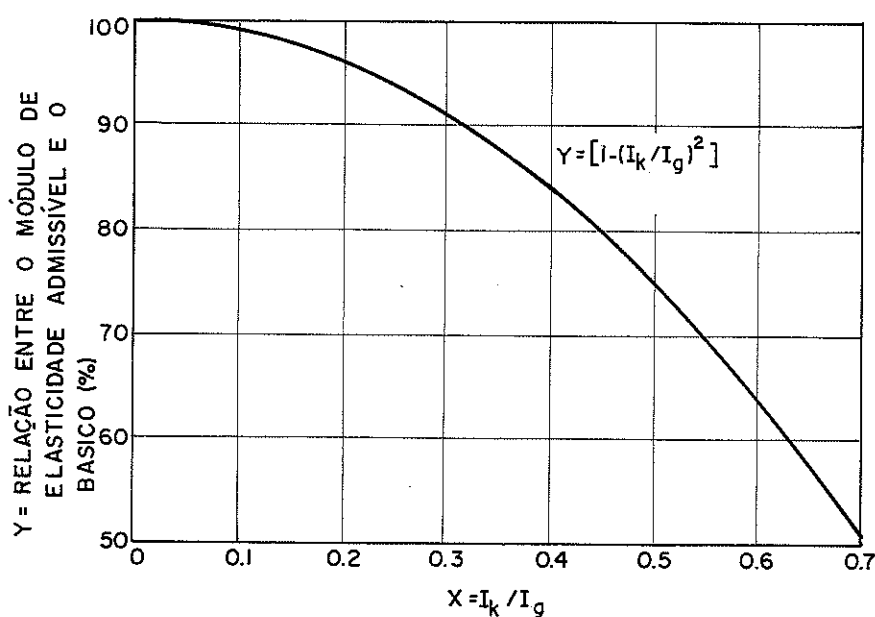


Fig (2.12) - Curva relacionando a relação de resistência à flexão com o fator I_k/I_g das vigas de MLC, FREAS e SELBO (1954)

BOHANNAN (1966), realizou vários ensaios de grandes vigas de MLC, chegando à conclusão de que o conceito da relação I_k/I_g tende a subestimar o efeito dos nós no lado tracionado da viga.

A afirmação da inadequação do conceito da relação I_k/I_g , para definir exatamente a resistência das grandes vigas de MLC, tem incentivado as pesquisas para definir melhor os critérios de projeto destas vigas.

Com a finalidade de verificar a validade do conceito da relação I_k/I_g , BOHANNAN (1962), (1972), BOHANNAN e MOODY (1969), MOODY e BOHANNAN (1972) e MOODY (1977), realizaram vários ensaios de grandes vigas de MLC. Na fabricação das vigas levaram em

consideração os conceitos da relação I_k/I_g e as especificações das lâminas tracionadas. A melhoria da qualidade das lâminas não introduz mudança da relação I_k/I_g da viga. Chegaram à conclusão de que a teoria da proporção I_k/I_g , estima com suficiente precisão o efeito dos nós na resistência de uma viga de MLC, caso as lâminas externas tracionadas sejam de melhor qualidade. Uma combinação da teoria da relação I_k/I_g com as especificações de qualidade das lâminas tracionadas resultará em um critério de cálculo seguro para vigas de MLC.

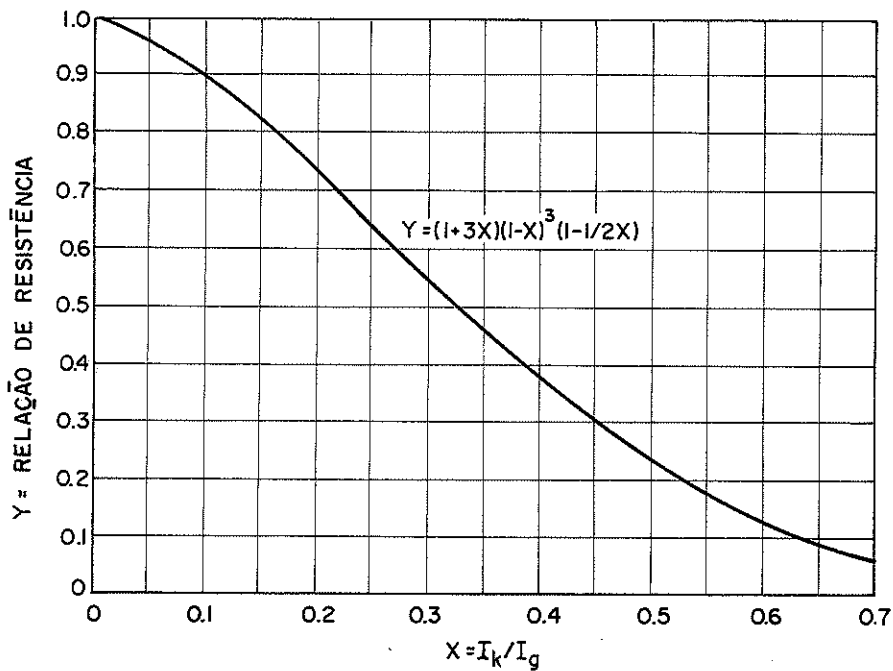


Fig (2.13) - Fator de redução do módulo de elasticidade, com o fator I_k/I_g , FREAS e SELBO (1954)

CURRY (1967), estudou também detalhadamente o conceito da relação I_k/I_g , através de uma análise estatística e de regressão dos dados das dimensões, da localização dos nós e dos resultados de ensaio de vigas de MLC. Nas conclusões apresenta equações de regressão para estimar a resistência à flexão e o módulo de elasticidade das vigas em função da densidade e a relação I_k/I_g . Os valores previstos confirmam a validade da relação I_k/I_g .

É oportuno lembrar que a utilização dos resultados da pesquisa realizada por CURRY (1967) é restrita às espécies estudadas.

Nesta altura, o conceito da relação I_k/I_g encontra-se consagrado.

No ano de 1981, WOLFE e MOODY (1981), publicaram um trabalho no qual sumarizaram os valores do E e do tamanho dos nós

referentes a 30 estudos realizados em 16 anos. Os dados dos nós foram apresentados na forma de mapas de nós com as coordenadas de cada nó em cada pedaço de lâmina. A terceira coordenada, indica a distância da face da lâmina ao centro do nó. Para interpretação destes mapas de nós, os autores utilizaram um programa para o computador seguindo os procedimentos indicados por FREAS e SELBO (1954). O programa adota, para todos os nós, uma configuração cilíndrica com um diâmetro igual a largura do nó. As áreas dos nós (comprimento x largura) em cada intervalo de 30,5 cm (1 pé) foram projetadas sobre a seção transversal, ver figura (2.14). A área ocupada pelos nós, na seção transversal da lâmina, é a soma dos nós em um intervalo de 30,5 cm, tomando incrementos de 6,10 cm ao longo do comprimento. Após a determinação das várias somas dos tamanhos dos nós e a média da soma do tamanho dos nós, através de uma análise estatística determinaram uma estimativa para a máxima soma dos nós para obter a qualidade das lâminas.

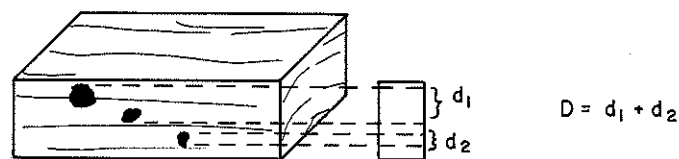


Fig (2.14) - Área da seção transversal considerada para cálculo, WOLFE e MOODY (1981)

3.4. - INFLUENCIA DA ALTURA.

Segundo a bibliografia, o efeito da altura e da forma da seção transversal na madeira maciça é bastante conhecida há muito tempo. Isto tem levado ao desenvolvimento de fatores empíricos de forma e altura para serem aplicados nas equações usuais de cálculo de flexão. O efeito da altura até pouco tempo, tem tido pouca importância, pois a altura obtida em peças de madeira sólida era limitada. Na construção de laminados esta limitação tem sido eliminada, vigas de considerável altura são bastante comuns. As considerações deste efeito assume maior importância nas estruturas laminadas.

A introdução do fator de altura é explicada por FREAS e SELBO (1954) através da hipótese chamada "ação suportadora". Esta hipótese considera os elementos da estrutura anatômica da madeira, fibras ou traqueídes, como sendo pequenas colunas esbeltas sujeitas

a esforços de compressão não uniforme. Analogamente, como acontece em uma viga ou peça comprimida, carregada excêntrica, na qual as fibras mais solicitadas são impedidas de flambar por aquelas menos carregadas. Segundo FREAS e SELBO, por este motivo as vigas de maior altura dão valores de resistência menores do que as vigas de menor altura, isto devido à menor proporção do decréscimo de tensões com a distância das fibras mais afastadas.

Desde 1924, vários pesquisadores se mostraram interessados na influência da altura nas peças fletidas. Newllin e Trayer (apud. MASCIA, 1985), em 1924, apresentaram a equação (2.1), na qual F_h , representa a relação de resistência (fator de altura) em relação a uma viga de $5 \times 5 \times 70 \text{ cm}^3$ e, d , altura da viga. Esta relação empírica foi desenvolvida a partir de dados obtidos em ensaios de vigas tendo alturas até 30,48 cm (12").

$$F_h = 1,07 + 0,07 \frac{d}{2} \quad (2.1)$$

Através desta equação, observa-se um decréscimo da resistência à flexão com a altura da peça fletida.

Com o desenvolvimento da fabricação de MLC, a influência do fator de altura no projeto de laminados, devido ao tamanho considerável das peças de MLC, em 1947, Dawley e Youngquist (apud. BOHANNAN (1968)), reavaliaram este fator para vigas com até 40,64 cm (16") de altura. Os resultados dos ensaios foram publicados por FREAS e SELBO (1954). A equação (2.2) apresentada a continuação, desenvolvida por Dawley e Youngquist, toma como referência vigas de $5 \times 5 \times 70 \text{ cm}^3$, com carga concentrada no meio do vão, sendo, d , a altura da viga.

$$F_h = 0,625 \left(\frac{d^2 + 143}{d^2 + 88} \right) \quad (2.2)$$

Muitas publicações e alguns manuais de dimensionamento adotam como altura padrão de referência 30,58 cm (12"). Desta maneira a equação (2.2), se transforma na (2.3); a qual era utilizada em projetos de vigas de altura diferente de 30,48cm. A equação (2.2) é igual a (2.3), exceto que a altura de

referência muda de 5,00 cm (2") para 30,48 cm (12").

$$F_h = 0,81 \left(\frac{d^2 + 143}{d^2 + 88} \right) \quad (2.3)$$

Em vista destas equações empíricas terem sido formuladas a partir do melhor ajuste dos dados de ensaio, de um número relativamente pequeno de vigas, considerando a elevada utilização, e o aumento do tamanho das vigas de MLC, excedendo alturas de 203,2 cm (80"), os pesquisadores questionaram, se o número de dados era suficiente e se a relação altura-resistência, desenvolvida para vigas com alturas até 40,64 cm, podia ser estendida para aplicação em grandes vigas. Notaram a necessidade de uma melhor definição do fenômeno tamanho-resistência.

BOHANNAN (1966) e (1968), com o propósito de cobrir as indefinições existentes sobre este assunto, desenvolveu uma nova formulação baseado na teoria estatística da resistência dos materiais, proposta por Weibull em 1923 (apud. BOHANNAN, 1968). BOHANNAN, utilizou os resultados de mais de 2000 pequenas vigas de MLC, com variação da altura até 40,64 cm (16") e os resultados de ensaio de várias grandes vigas de MLC, realizados em cooperação com a AITC e o FPL, com a finalidade de verificar a formulação proposta. Os resultados demonstraram excelente aproximação entre os valores teóricos e experimentais, tanto para as vigas pequenas como para as vigas relativamente grandes.

Para efeito de comparação, da equação proposta por BOHANNAN (1966), com as equações anteriores, foi considerada como referência uma viga de 5 x 5 x 70 cm^a, com carga concentrada no meio do vão, assim tem-se:

$$F_h = \left[\frac{d_e L_e \left(1 - \frac{a}{L}\right) m}{3,876 d_u L_u} \right]^{(L/m)} \quad (2.4)$$

Onde o índice, c, indica valores de referência e u, os valores para os quais deseja-se calcular. O fator, m, é uma constante obtida da distribuição de frequência das resistências sendo igual a 18.

Fazendo $d_e = 5,08$ cm (2"), $L_e = 71,12$ cm (28"), $a = 0$ (carga central) e $L/d = 21$, tem-se, $L_u = 21 d_u$. Desta maneira a equação (2.3), com referência a uma altura padronizada de 5,00 cm

(2") fica:

$$F_h = \left[\frac{0,688}{d_u^2} \right]^{(1/18)} \tag{2.5}$$

No gráfico da figura (2.14), encontram-se as curvas comparativas destas equações para uma altura padrão de 5,00 cm (2").

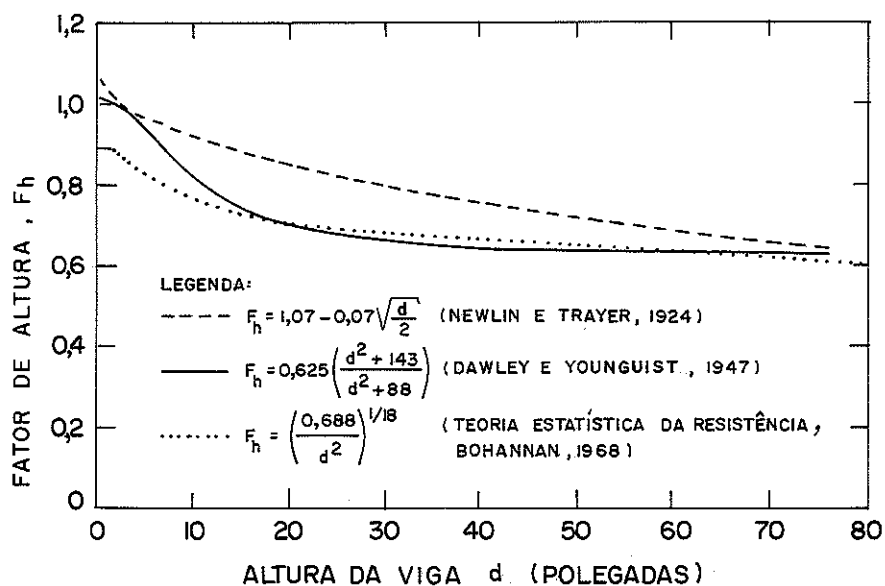


Fig (2.15) - Comparação de fórmulas empíricas do fator de altura. Figura montada a partir de BOHANNAN (1966) e (1968)

A equação (2.5), é normalmente apresentada com algumas modificações; geralmente se refere a uma altura padrão de 30,48cm (12"), a uma relação altura/vão de 21 e a carga uniformemente distribuída, como na equação (2.6).

$$F_h = \left[\frac{12}{d} \right]^{(1/9)} \tag{2.6}$$

Para diferentes alturas, relação altura/vão e diversas cargas, a AITC (1985), apresenta o gráfico da figura (2.16) e a tabela (2.4).

KEENAN (1974), MUTTAQIN e TAKEMURA (1981) e MARX e

MOODY (1982), constatarem as afirmações anteriores, através de um grande número de ensaios. Nestes ensaios foram utilizadas várias madeiras, número, e largura de lâminas.

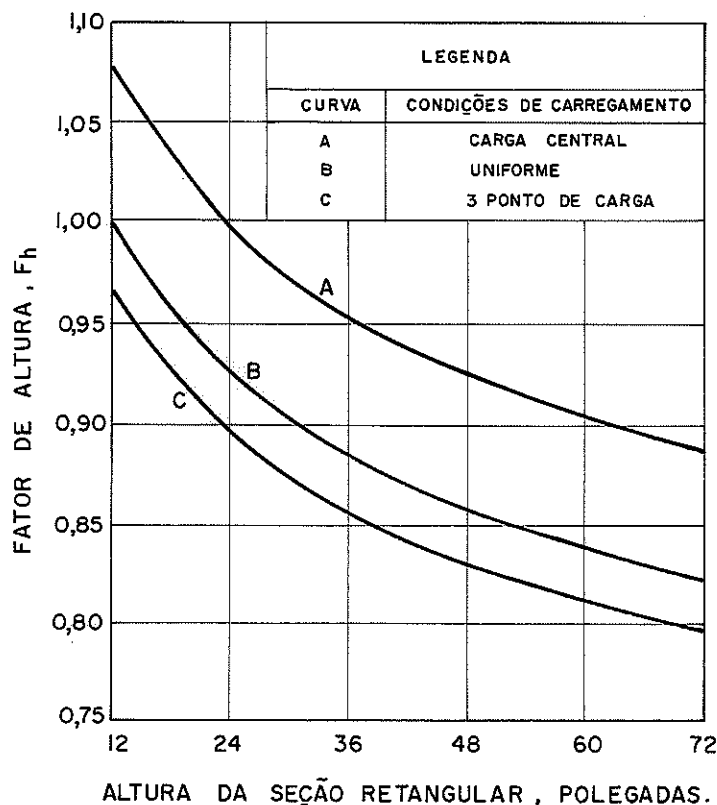


Fig (2.16) - Fator de altura x altura da viga, AITC (1985)

TABELA (2.6) - INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO VÃO/ALTURA NO FATOR DE ALTURA: AITC (1985)

RELAÇÃO VÃO/ALTURA (L/d)	PORCENTAGEM DE MUDANÇA
7	+6,3
14	+2,3
21	0
28	-1,6
35	-2,8

3.5. - NÚMERO DE LÂMINAS

Segundo FREAS (1962), a espessura das lâminas não tem nenhum efeito nas características mecânicas da MLC.

Já WOLFE e MOODY (1979), em um brilhante estudo, constatarem a existência de uma pequena variação do módulo de elasticidade e do módulo de ruptura, com a variação da espessura das lâminas.

MUTTAQIN e TAKEMURA (1981), realizaram um estudo sobre o efeito do número de lâminas nas propriedades mecânicas de vigas de MLC, com espécies tropicais. Foram montadas vigas com 2, 3, 4, 5 e 6 lâminas de 1.6 cm de espessura. Em cada série de vigas aumentava o número de lâminas e a altura. A composição das vigas foi realizada através de uma classificação do E das lâminas. Os resultados encontrados, indicam a existência de variação do E e do MR com o número de lâminas.

Este último estudo esclarece nitidamente a existência da influência do número de lâminas e da altura no E e no MR das vigas de MLC. Entretanto, não distingue a influência do número de lâminas e da altura separadamente. O estudo experimental não foi feito nas mesmas peças da madeira, podendo por este motivo confundir os resultados.

4. - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES

Poucos pesquisadores estudaram a distribuição de tensões em vigas retas de MLC. Muitos preocuparam-se mais com a resistência à flexão e ao cisalhamento. Nos itens a seguir serão apresentados, inicialmente, a distribuição de tensões normais e de cisalhamento, em peças de madeira maciça, e posteriormente em peças de MLC.

4.1. - TENSÕES LONGITUDINAIS DE FLEXÃO (NORMAIS)

A teoria elástica, representada pela equação de Navier, equação (2.7), válida no comportamento elástico de um material homogêneo, isotrópico, continua sendo utilizada para a determinação das tensões na madeira.

$$\sigma_x = \frac{M}{I} Y \quad (2.7)$$

As hipóteses exigidas para a utilização da equação acima são:

- ▶ material elástico linear (lei de Hooke)
- ▶ as seções planas permanecem planas após a deformação, permanecendo sempre normais às fibras longitudinais (Bernoulli)
- ▶ o material deve apresentar uma distribuição linear de

deformações e tensões, com valores nulos na linha neutra (L.N.) (Navier).

Diversas pesquisas experimentais, realizadas por vários autores, comprovaram o deslocamento da linha neutra do eixo simétrico da seção e a não linearidade das tensões para tensões acima do limite de elasticidade do material.

Bauma (1924), (apud. KOLLMANN, 1968), apresentou uma proposta para estimar a distribuição de tensões longitudinais de flexão em uma viga de madeira maciça, figura (2.17).

Ross (1936) e Thunell (1940) (apud. KOLLMANN 1968), adotaram uma distribuição trapezoidal, figura (2.18)

Suenson (1941), (apud. KOLLMANN, 1968), substituiu a região de tensões longitudinais de compressão por uma parábola de segundo grau, com vértice na borda comprimida e mantém a distribuição linear para as tensões longitudinais de tração, figura (2.19).

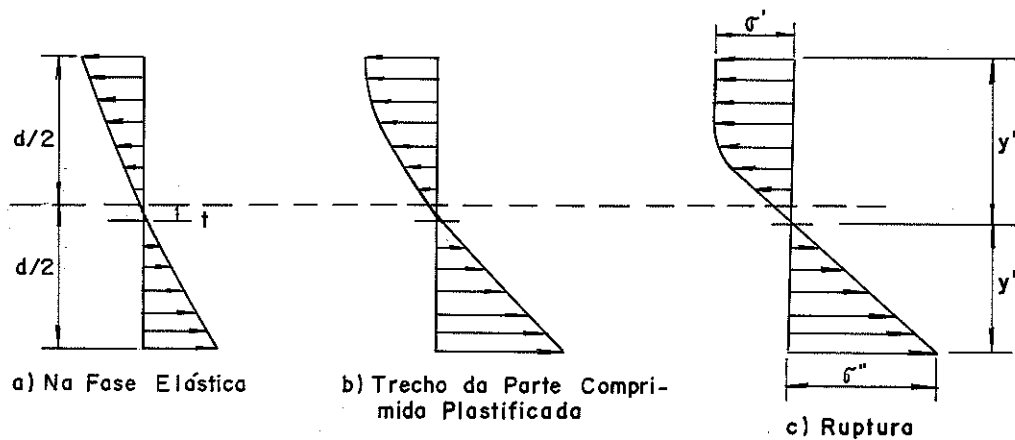
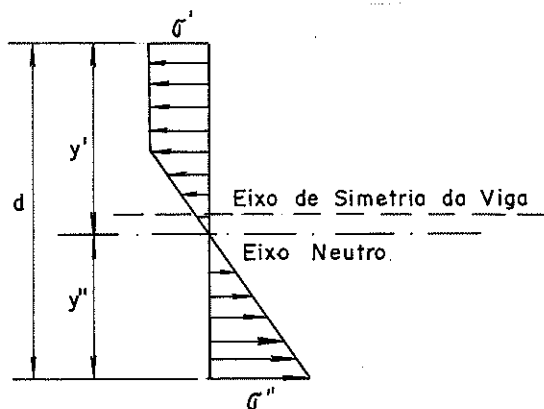


Fig. (2.17)- Distribuição de tensões longitudinais de flexão; madeira maciça, Bauman (1924)



σ' = tensão de ruptura à compressão
 σ'' = tensão de ruptura à tração
 d = altura da viga
 y' = distância da borda mais comprimida à linha neutra.

Fig. (2.18)- Diagrama de tensões longitudinais de flexão, madeira maciça Ross (1936) e Thunell (1940)

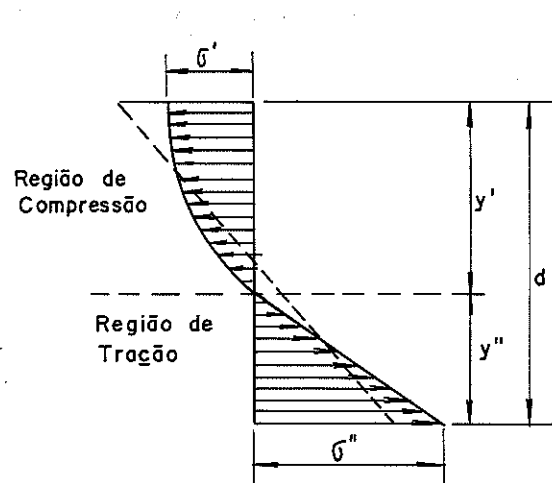
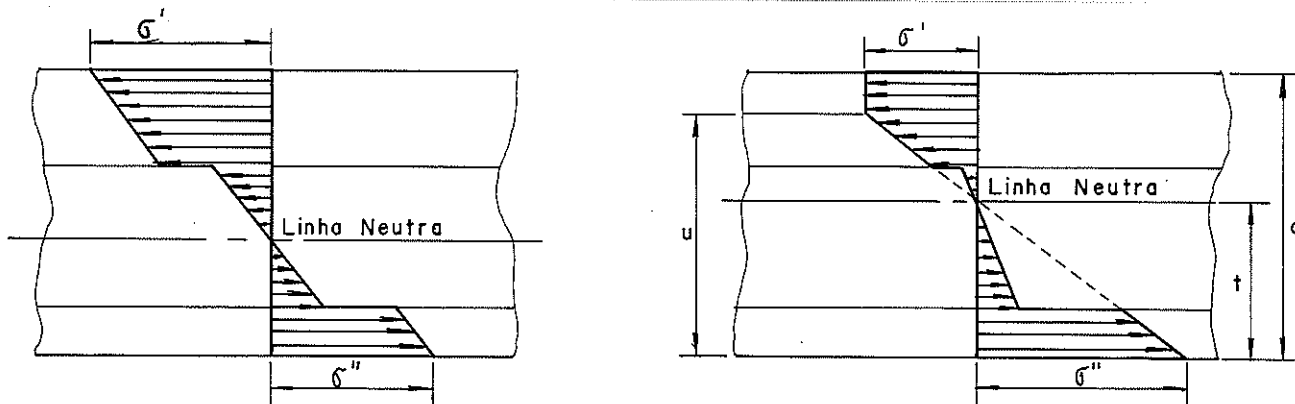


Fig. (2.19)- Distribuição de tensões longitudinais de flexão: madeira maciça, Suenson (1941)

ETHINGTON (1960), desenvolveu um estudo teórico a respeito da viga MLC. Adotou a distribuição de Ross e Thunell para as lâminas isoladas, entretanto, para o conjunto de lâminas adotou o formato apresentado na figura (2.20).



a) até o limite de elasticidade b) além do limite de elasticidade

Fig.(2.20)- Distribuição de tensões longitudinais de flexão em vigas de MLC, ETHINGTON (1960)

BIBLIS (1966), no seu estudo a respeito de vigas laminadas admite uma distribuição de tensões linear em cada lâmina e paralelas entre elas, com uma descontinuidade na linha adesiva. Esta distribuição foi adotada por vários autores, CURRY (1967), JOHNSON (1969), BOHANNAN e MOODY (1969), (1973), e outros. Como também algumas normas, AITC (1985), ASTM (1984), BSI (1984) e outras.

Os estudos experimentais para a determinação da

distribuição de tensões longitudinais de flexão, em vigas retas de MLC, foram poucos. Os pesquisadores deram maior ênfase às vigas curvas.

FOSHI (1971), determinou experimentalmente a distribuição das deformações, verticais e horizontais, na seção transversal de vigas curvas. As deformações foram lidas por extensômetros elétricos tipo roseta. As constantes elásticas foram determinadas através de ensaios de corpos de prova retirados das vigas. Na figura (2.21) é mostrada a distribuição de deformações encontradas e a respectiva distribuição de tensões.

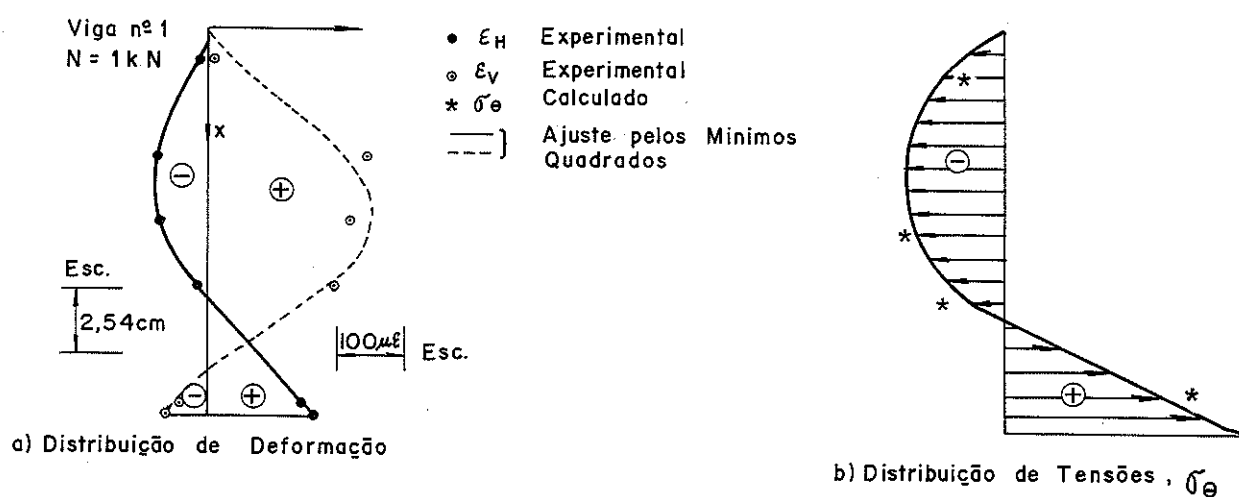


Fig. (2.21)- Distribuição de tensões e deformações em vigas curvas de MLC, FOSHI (1971)

Um dos poucos trabalhos a respeito de vigas retas de MLC, foi realizada por ZAKIC (1973). Foram confeccionadas 3 vigas de MLC de 3,80 cm x 20,00 cm x 270,0 cm com 11 lâminas de 1,90 cm de espessura. No meio do vão foram instalados 12 extensômetros elétricos. Os resultados encontrados estão apresentados na figura (2.22). A distribuição de tensões, figura (2.22-a), apresenta uma distribuição linear na parte tracionada e na comprimida uma curva que pode ser representada por uma parábola de 2^o grau. A distribuição de deformações mostra uma certa validade da hipótese das seções planas permanecerem planas durante a flexão. ZAKIC, mostrou também que a linha neutra muda de posição gradualmente com a carga. Esta mudança chegou a 19% da altura no momento da ruptura, figura (2.22-b) e (2.23).

Fox (1974-a), estudou vigas laminadas de seções variáveis, (Pitched - Tapered). Apresenta curvas de nível de

tensões através de fatores de intensidade de tensão, em um trecho definido da viga, figura (2.24). Esta distribuição foi verificada por GUTKOWSKI, DEWEY e GOODMAN (1982-a) e (1982-b).

GOPU e GOODMAN (1975), analisaram experimentalmente vigas curvas e de seções variáveis de MLC. Na figura (2.25), é apresentada a distribuição de tensões radial e tangencial.

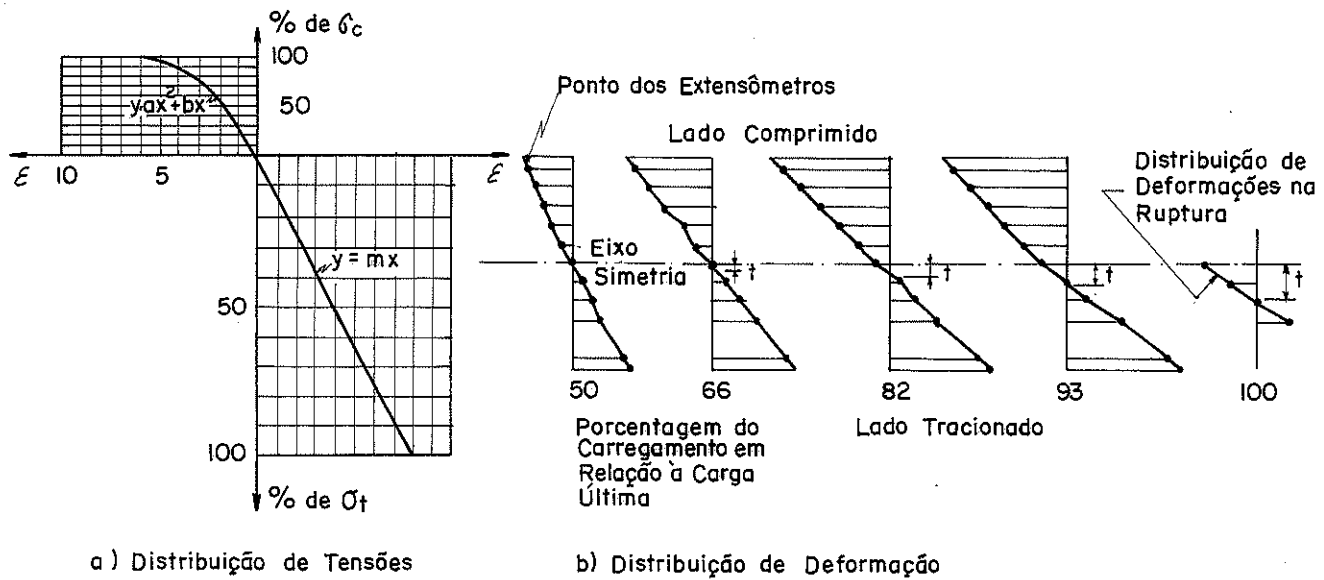


Fig. (2.22)- Distribuição de tensões e deformações em vigas de MLC, ZAKIC (1973)

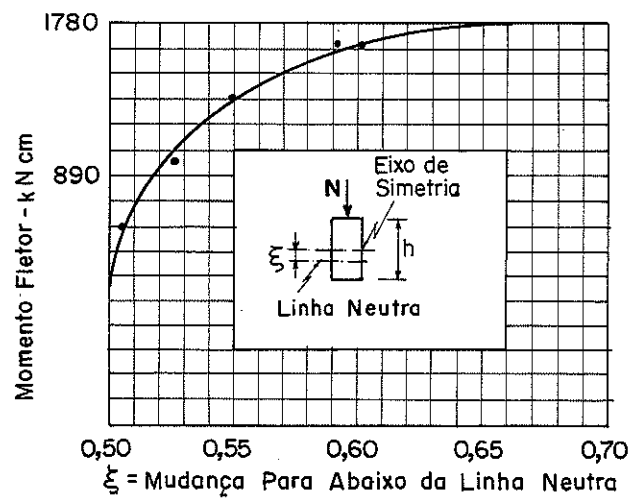


Fig. (2.23)- Mudança de posição da linha neutra com o nível de carga, ZAKIC (1973).

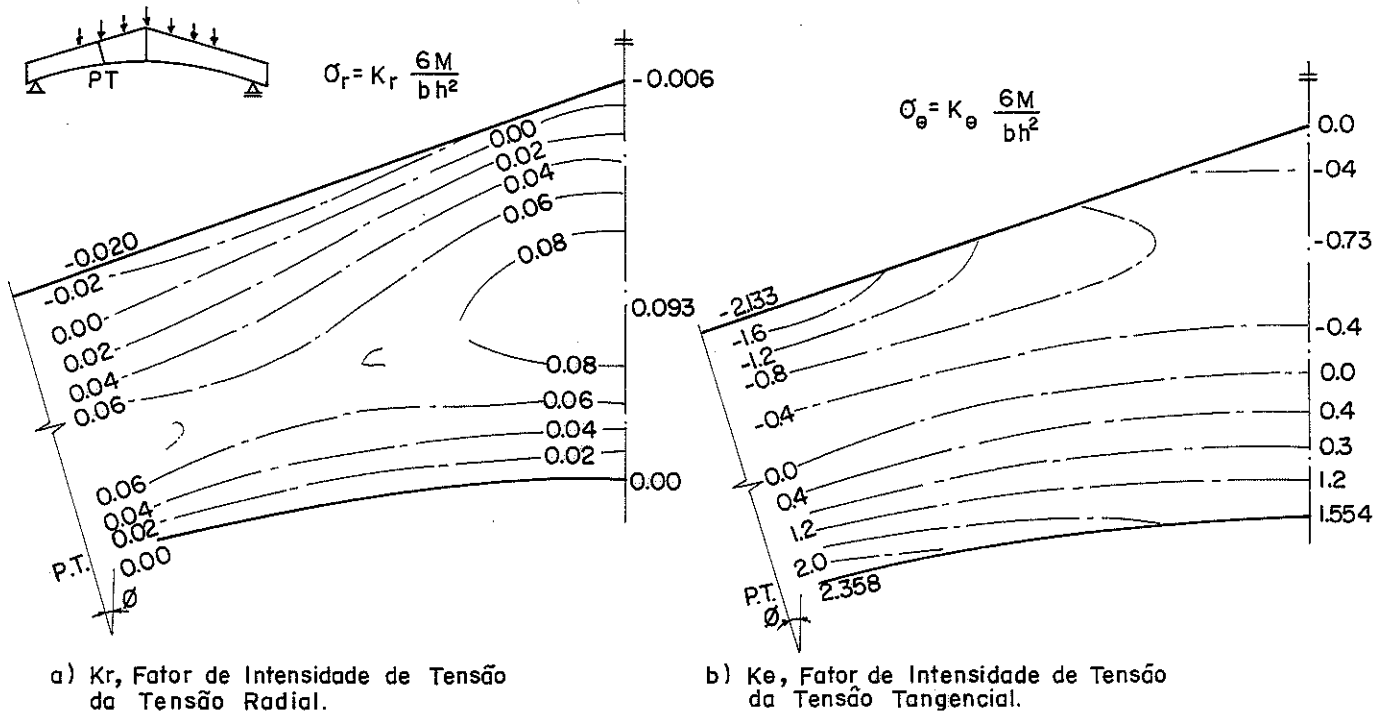


Fig. (2.24)- Curvas de níveis de tensão, Fox (1974).

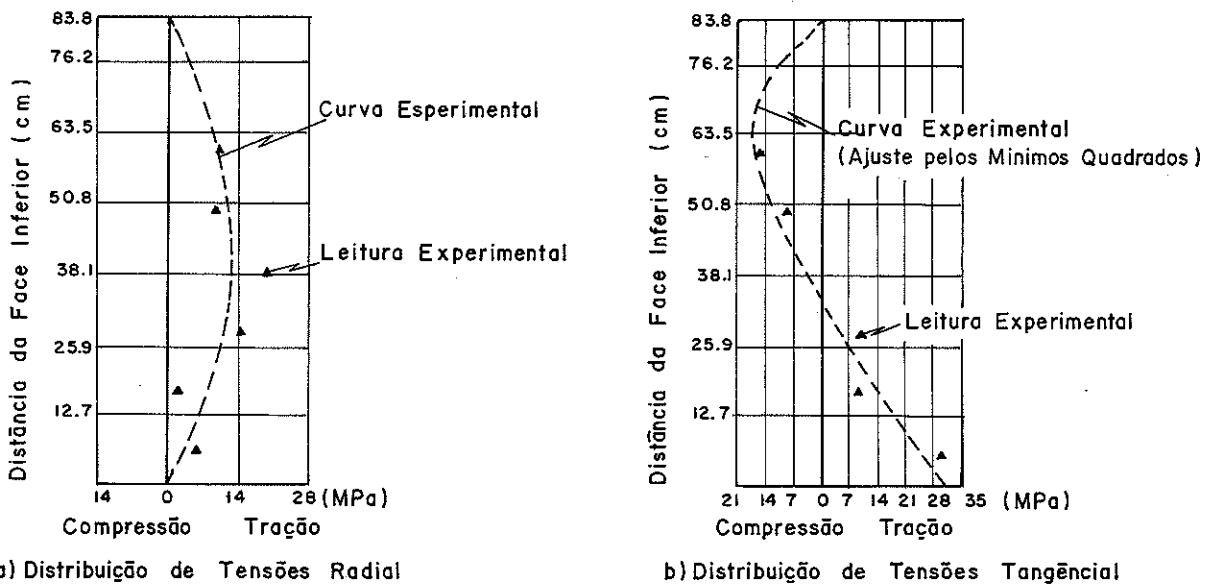


Fig. (2.25)- Distribuição de tensões, vigas de MLC, GOPU e GOODMAN (1975).

IKUTA (1983), instrumentou vigas curvas de MLC, com 20 extensômetros na direção horizontal e vertical, figura (2.26-a). As vigas foram solicitadas com esforços de compressão e de tração, fig. (2.26-b). A distribuição de deformações estão apresentadas na

figura (2.27-a) e (b), e de tensão na figura (2.27-c). No desenvolvimento teórico para a determinação da distribuição de tensões, utiliza as duas deformações sendo a normal às fibras modificada pelo coeficiente de Poisson.

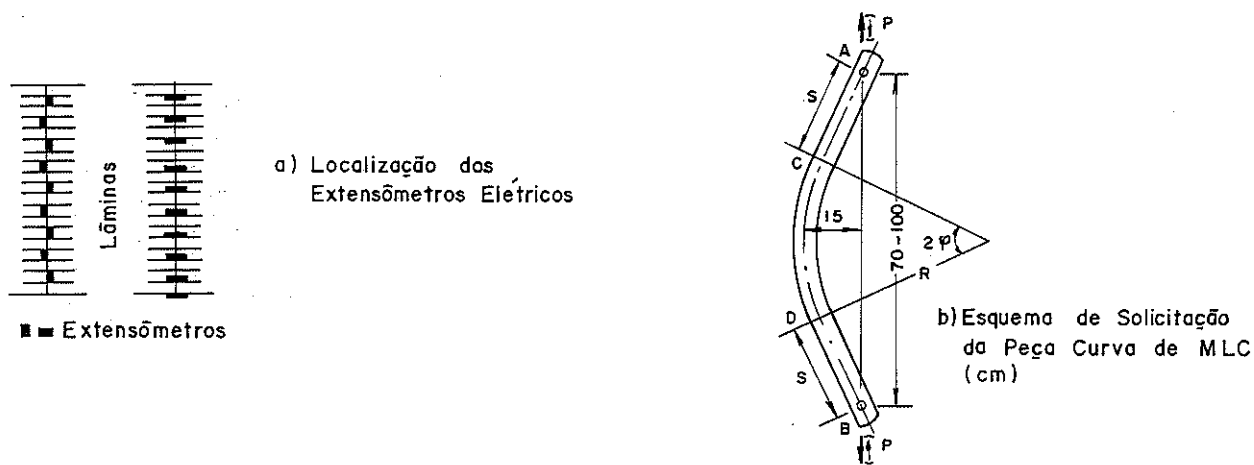


Fig. (2.26)- Esquema de ensaio, viga curva de MLC, IKUTA (1983)

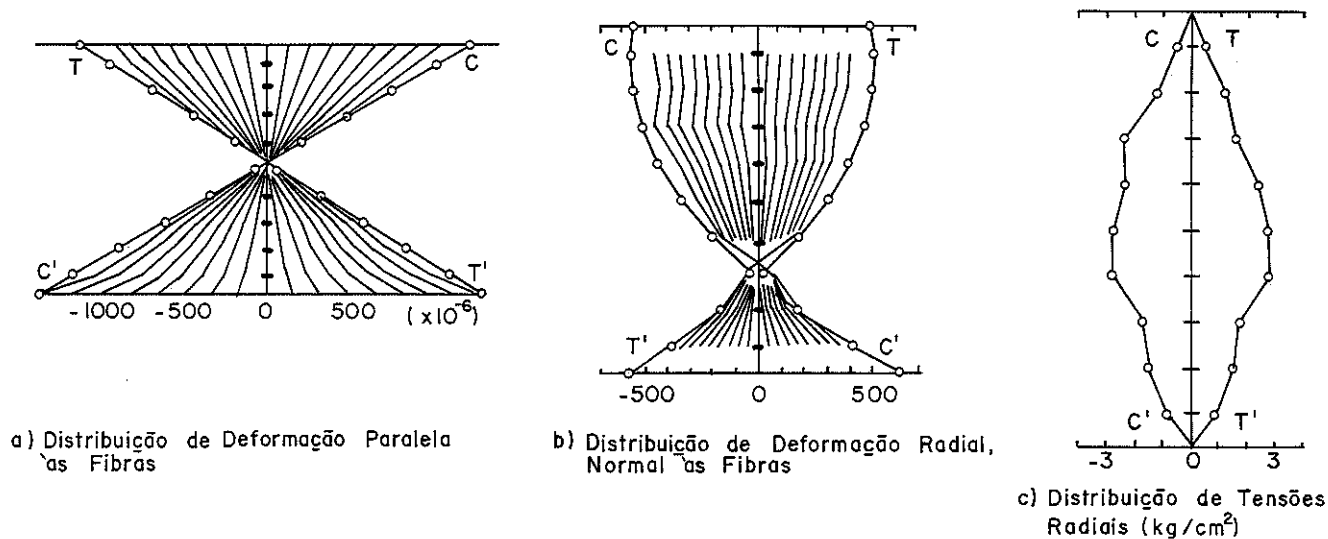


Fig. (2.27)- Distribuição de tensões e deformações, vigas curvas de MLC, IKUTA (1983)

Um dos últimos trabalhos a este respeito foi realizado por IKUTA (1984). Instrumentou, uma viga composta de duas lâminas, com extensômetros na direção horizontal e vertical, figura (2.28-a), ensaiado segundo o esquema de carregamento da figura (2.28-b). A distribuição de deformações encontradas é mostrada na figura (2.28-c). A influência da deformação vertical na

distribuição de tensões longitudinais, representada pelo coeficiente de Poisson, foi verificada.

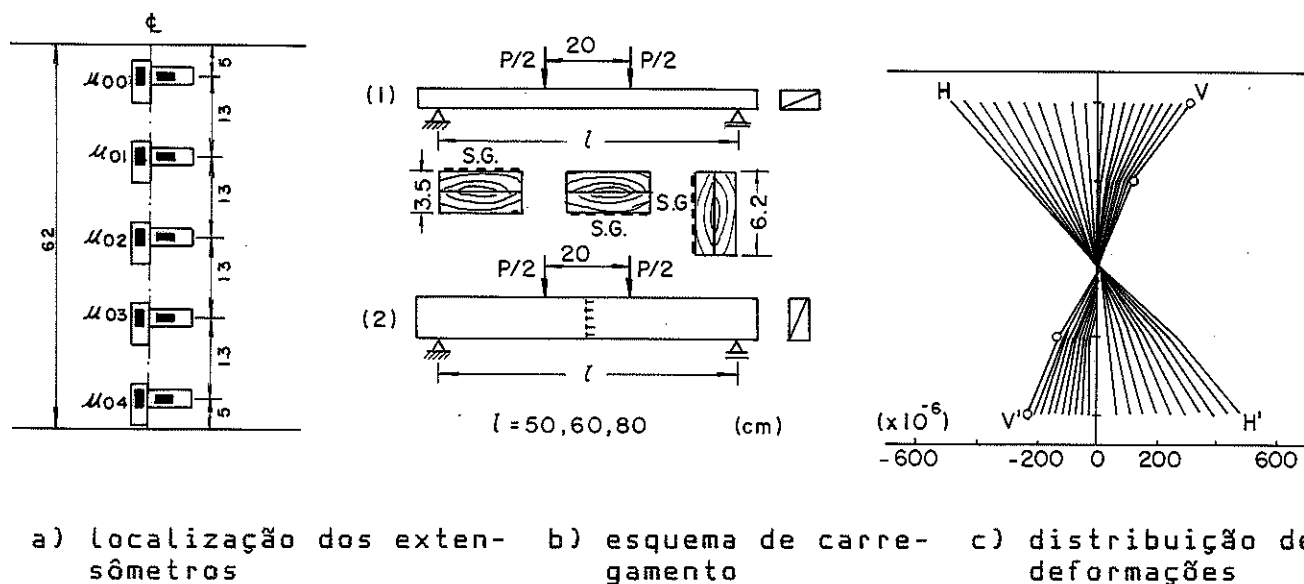


Fig. (2.28)- Viga instrumentada de MLC, IKUTA (1984).

4.2. - TENSOES DE CISALHAMENTO

A fórmula apresentada por Jourawski, em (1856), equação (2.8), de acordo à teoria da elasticidade, válida até o limite elástico para um material homogêneo isotrópico, continua sendo utilizada para a determinação das tensões na madeira.

$$\tau_{xy} = \frac{VS}{bI} \quad (2.8)$$

Segundo LIU (1980), a resistência ao cisalhamento da madeira é encontrada a partir de corpos de prova pequenos, isentos de defeitos e com as fibras retas. Esta resistência tem sido significativamente maior quando comparada com a de ensaios de vigas rompidas por cisalhamento. A disparidade destes resultados tem sido objeto de muitas pesquisas.

Newlin, Hick e March (1934) (apud. LIU, 1980), sugeriram, a fim de verificar o efeito da resistência ao cisalhamento, a "teoria das duas vigas" para o cálculo das forças de cisalhamento. Esta teoria não satisfaz o equilíbrio estático.

ETHINGTON (1960), em um estudo teórico, adotou uma distribuição parabólica de tensões de cisalhamento, em cada lâmina, entretanto, com equações diferentes para cada lâmina, figura (2.29).

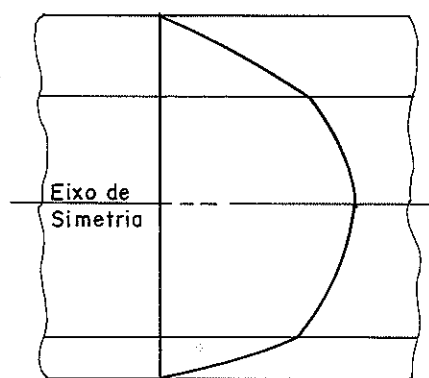


Fig. (2.29)- Distribuição de tensões de cisalhamento- viga MLC, ETHINGTON (1960).

Em 1962, COWAN (1962), publicou um trabalho experimental no qual determinou a distribuição de tensões de cisalhamento na seção transversal de vigas de madeira maciça. Conclui que a distribuição de tensões de cisalhamento convencional (parabólica) não se ajusta aos resultados experimentais. Ele propôs uma distribuição triangular de tensões de cisalhamento, figura (2.30).

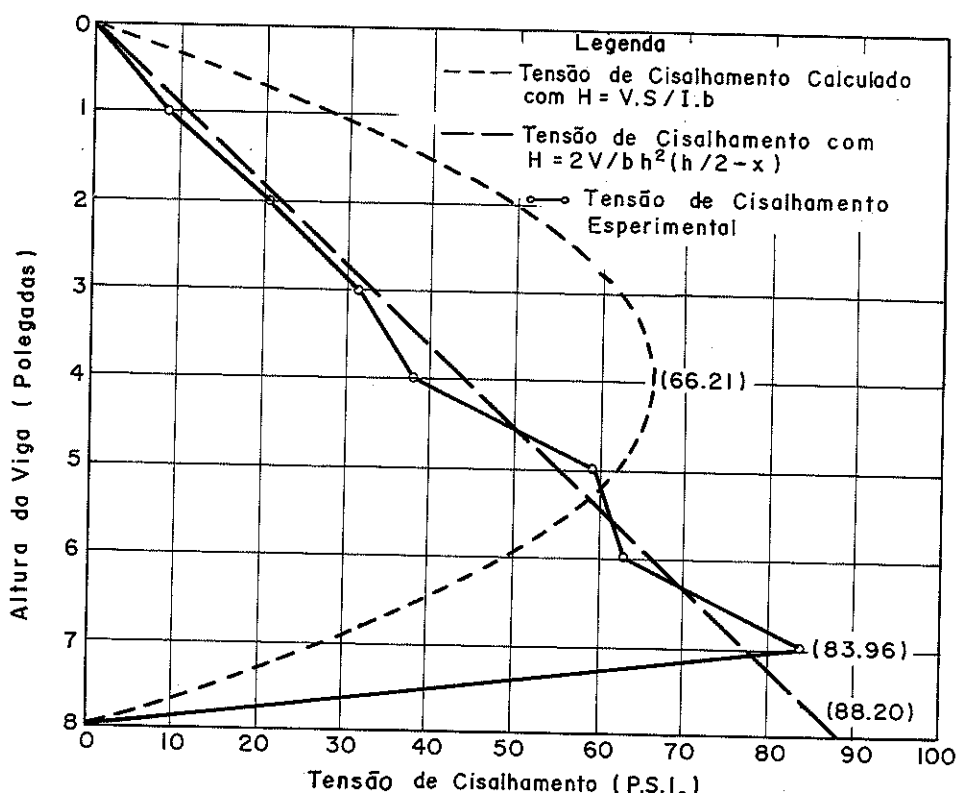


Fig. (2.30)- Distribuição de tensões de cisalhamento, madeira maciça. COWAN (1962).

BOHANNAN (1966-b), instrumentou com extensômetros elétricos, (rosetas), 3 vigas de MLC compostas por 21 lâminas. As linhas de extensômetros foram colocados: a primeira na metade entre o apoio e o ponto de aplicação da carga e os demais a 45,7 cm, 76,2 cm, 137,2 cm do apoio nas vigas A, B e C, respectivamente. Concluiu que a distribuição das deformações por cisalhamento se aproximam razoavelmente a uma parábola. Na figura (2.31), são apresentadas as deformações medidas (pontos) das 3 vigas e as deformações calculadas com um módulo transversal de 800 MPa (11.4000 PSI).

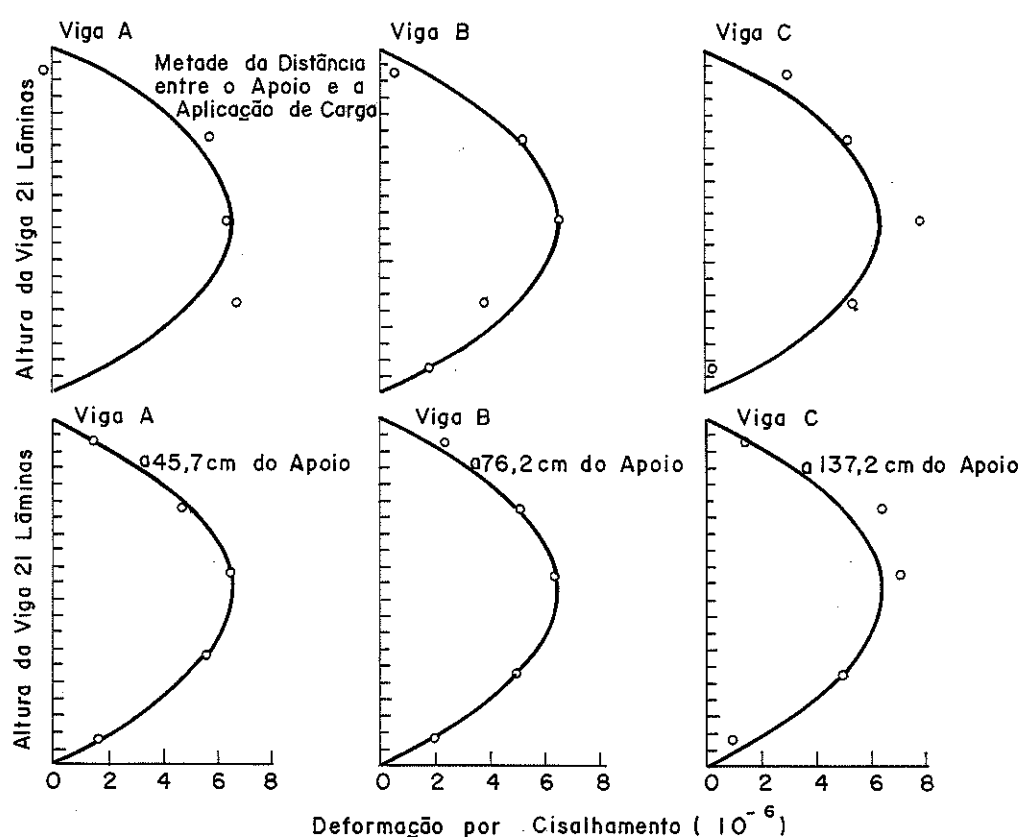


Fig. (2.31)- Deformações por cisalhamento em diversas secções transversais, BOHANNAN (1966)

KEENAM (1974), no seu estudo, apresenta curvas de nível da tensão de cisalhamento e de tensão de compressão normal às fibras, próximas do apoio. Concluiu que existe apenas uma pequena perturbação perto do apoio, figura (2.32).

Ainda KEENAM (1974), analisando os resultados de

ensaio de diversas pesquisas indica que a resistência ao cisalhamento de uma viga está relacionada com a área cisalhante, a qual é definida como uma função da tensão de cisalhamento, do vão, do comprimento e da largura da viga. Estas sugestões foram consideradas inadequadas por LONGWORTH (1977), ele propôs um modelo relacionando a resistência ao cisalhamento com o volume, da madeira da viga, sob cisalhamento.

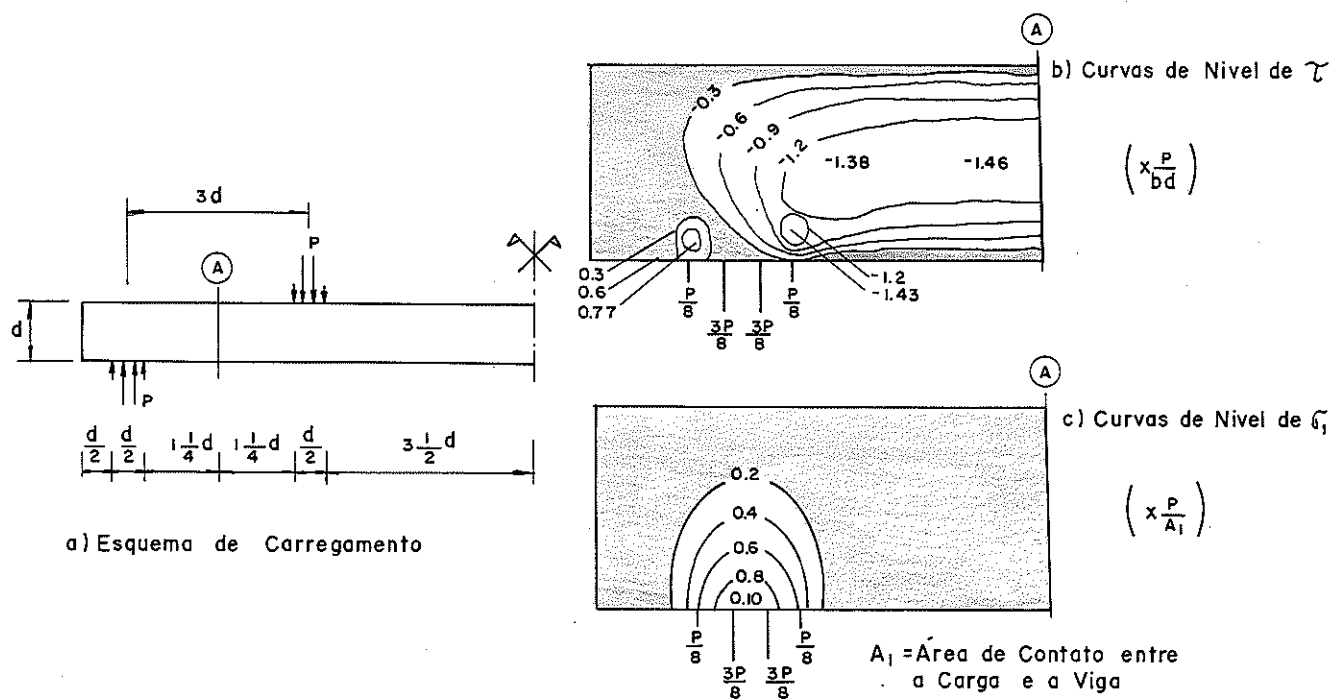


Fig. (2.32)- Curvas de nível de tensões de cisalhamento e de compressão normal no apoio KEZNNAM (1974)

Fox (1974-a), pesquisou vigas laminadas de seção variável (Pitched - tapered). Apresentou curvas de nível de tensões, através de fatores de intensidade de tensão, em um trecho pré-definido da viga, figura (2.33).

Foshi e Barrett (1976), (apud. LIU, 1980), aplicaram a teoria estatística da resistência dos materiais de Weibull, para determinar a resistência ao cisalhamento de vigas de madeira. Eles usaram os resultados dos ensaios de Longworth, para determinar as constantes da equação do modelo de Weibull. Para determinar a distribuição de tensões, utilizaram o método dos elementos finitos. Baseados nos resultados de pesquisas anteriores propuseram um método de dimensionamento para vigas de outras espécies de madeira.

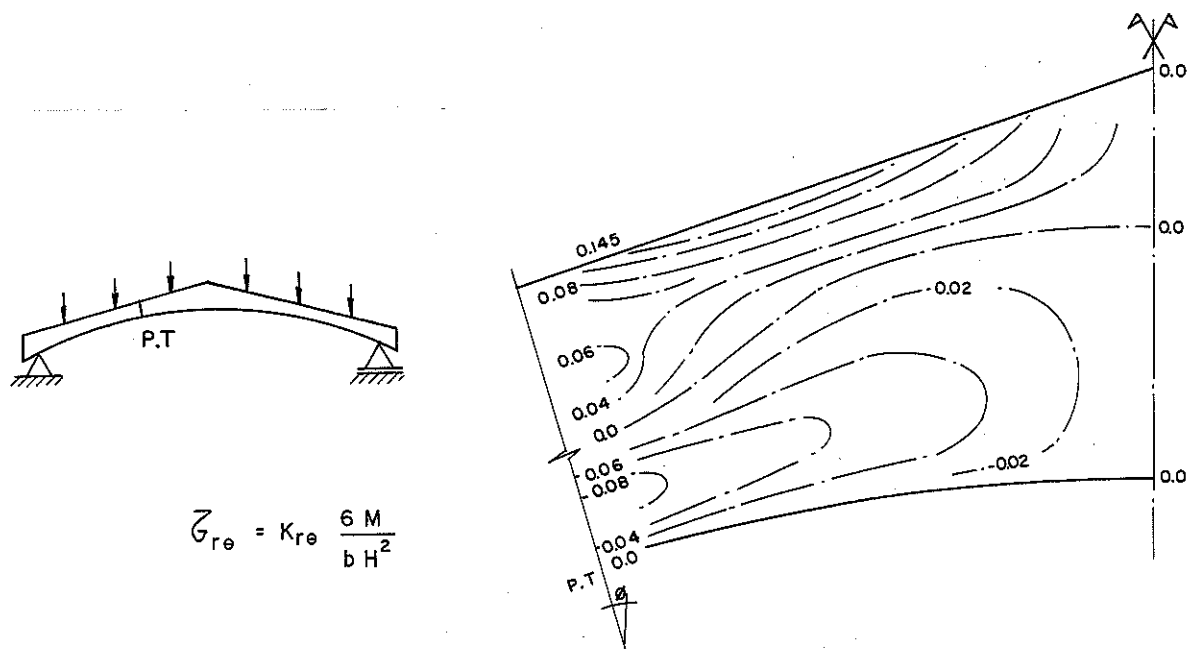


Fig. (2.33)- Curvas de nível de tensão, τ_{re} : Fox (1974)

Segundo LIU e CHENG (1979), a distribuição das tensões de cisalhamento, em uma viga, nas regiões próximas do apoio depende, basicamente, das tensões devidas às reações dos apoios. Essas tensões ocasionadas pela reação dos apoios são muito difíceis de estimar, mesmo sob condições de controle de laboratório. Para uma pequena distância, aproximadamente a altura da viga, fora do apoio, as tensões de cisalhamento, em uma seção transversal da viga, seguem essencialmente uma distribuição parabólica.

LIU (1980), no seu estudo, calcula as forças de cisalhamento supondo que as tensões de contato, entre os blocos de reação ou de carga e a viga, sejam uniformemente distribuídas, e a tensão de cisalhamento atuando em qualquer seção transversal segue a distribuição parabólica. Ele apresenta um desenvolvimento estatístico para a previsão da ruptura de um elemento estrutural, usando a estimativa da resistência ao cisalhamento de vigas de madeira.

ZAKIC (1983), realizou um estudo sobre a resistência ao cisalhamento em vigas de MLC fletida no regime plástico.

YAN e DOWELL (1984), em um estudo teórico apresentaram um esquema da distribuição de tensões de cisalhamento em uma seção homogeneizada, figura (2.34).

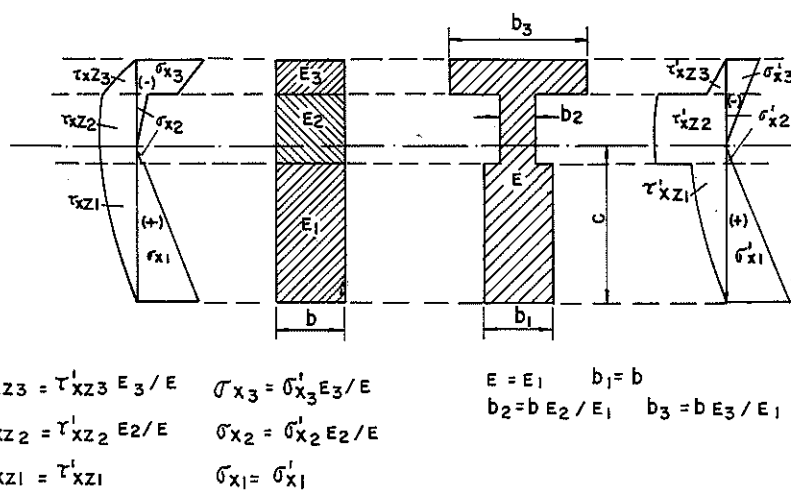


Fig. (3.4) - Distribuição de tensões longitudinais e de cisalhamento, YAN e DOWELL (1984)

5. - NÍVEL DO CONHECIMENTO CIENTIFICO

Para a fabricação de vigas de MLC, com resistência consideravelmente alta e economia de material de qualidade é necessário otimizar a utilização das lâminas de madeira. Através da revisão bibliográfica, observou-se que esta otimização depende de vários fatores, os quais são apresentados a seguir, indicando inclusive o nível de conhecimento, na atualidade.

a). - Posicionamento das lâminas- este fator pode ser considerado um dos mais significativos à vista da resistência final da viga de MLC depender da resistência das lâminas e da solicitação das mesmas. Praticamente todos os pesquisadores concordam com o posicionamento das lâminas de acordo com o nível de solicitação e com a resistência das mesmas. As lâminas de maior resistência devem ser localizados nos níveis de mais alta tensão e as lâminas de menor resistência nos níveis de baixa tensão. A verificação da qualidade das lâminas e sua respectiva classificação é obtida com maior segurança através de uma classificação rigidez-visual. Na fase de industrialização, praticamente, todas as lâminas são classificadas através de testes não destrutivos (NDT).

b). - Lâminas externas traçionadas - para obter maior eficiência, no comportamento das vigas de MLC, as lâminas externas devem ser selecionadas através de indicadores de qualidade específicos para este fim, além de serem classificadas por critérios de rigidez-visual. Em casos de maior responsabilidade as lâminas são submetidas à classificação mecânica. Vigas com as lâminas selecionadas através de prova de carga, suportam tensões de

flexão mais elevadas do que as lâminas isoladas podem suportar. A linha adesiva nas lâminas tracionadas aumenta a resistência da lâmina à tração na flexão.

c). - Lâminas externas comprimidas - a utilização de lâminas de qualidade inferior, não afeta significativamente a resistência da viga de MLC. O efeito nas propriedades mecânicas do uso de lâminas com rigidez decrescente é pequeno.

d). - Emenda das lâminas - a união de lâminas com a finalidade de obter lâminas de maior comprimento é feita através de vários tipos de emendas, sendo as mais comuns as emendas de topo, as biseladas e as denteadas. As emendas de topo são geralmente utilizadas nas uniões das lâminas situadas na parte comprimida da viga de MLC, pelo fato das mesmas apresentarem menor resistência. Entre as emendas biseladas e as denteadas, cada uma tem as suas vantagens. Com as emendas biseladas é possível conseguir recuperar quase toda a resistência da lâmina o que não ocorre com a emenda denteada, mas em compensação, a perda de material, devido ao corte do bisel para dar a inclinação desejada, é muito maior do que a emenda denteada, sendo mais oneroso. Atualmente a melhor maneira de prever a resistência de uma emenda é a prova de carga.

e). - Espacamento das lâminas - é consenso entre os pesquisadores que as emendas sejam afastadas, no mínimo, de 15,24 cm (6"), das emendas das lâminas adjacentes. Este espaçamento introduz um custo adicional de produção. Na atualidade, a recomendação do espaçamento das emendas, pode ser eliminado através de um sistema de prova de carga, o qual consiste na aplicação de uma carga pontual em laminação contínua.

f). - Os nós - a influência dos nós na resistência das vigas de MLC, pode ser considerada através do fator dos nós, F_n . Este fator é definido a partir da relação I_k/I_g , na qual I_k é o momento de inércia da área ocupada pelos nós no comprimento 15.24 cm, na seção crítica e I_g o momento de inércia da seção toda. A estimativa da proporção dos nós, para cada espécie ou para cada lote de madeira, a ser utilizada na fabricação de MLC, deve ser feita estatisticamente.

g). - Altura da viga de MLC - a influência da altura na resistência da viga de MLC, é um assunto já consagrado. A equação que leva em consideração esta influência é:

$$F_n = \left[\frac{12}{d} \right]^{(1/9)} \quad (2.9)$$

sendo:

12 = altura de referência 30,48 cm (12")

d = altura da viga

a equação acima é válida para uma carga uniformemente distribuída e uma relação vão/altura (L/d) de 21. Para outras condições de carregamento e relações vão/altura diferentes de 21, a AITC (1985), apresenta coeficientes de correção.

h). - Numero de lâminas - O número de lâminas em uma viga de MLC influencia na resistência e na rigidez da viga. Entretanto, essa influencia é pequena podendo ser desprezada.

i). - Distribuição de tensões - Praticamente todas os pesquisadores consideram, linear, a distribuição de deformações longitudinais na seção transversal da viga de MLC. A distribuição de tensões longitudinais é considerada linear, mas, tem a forma de dente de serra.

A linha neutra, desloca-se para baixo do eixo de simetria em função do nível de carga. Este deslocamento é maior para cargas elevadas.

Em uma viga curva fletida, a deformação normal às fibras é da ordem de grandeza da deformação paralela às fibras, entretanto, na distribuição de tensões tangenciais (σ_{θ}) o efeito é pequeno, devido ao coeficiente de Poisson.

Curvas de nível de tensão longitudinal e de cisalhamento foram determinadas apenas para trechos de vigas curvas de MLC.

A distribuição de tensões de cisalhamento não é estritamente parabólica na seção transversal da viga. As tensões máximas encontram-se na parte inferior ao eixo de simetria.

Existe uma pequena perturbação da distribuição de tensões de cisalhamento perto do apoio.

6. - EXPECTATIVA DE CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO

A seguir são apresentadas, resumidamente, as contribuições esperadas neste trabalho:

a). - Quanto a distribuição de tensões

► Determinação da distribuição de deformações e tensões (longitudinais, normais às fibras e de cisalhamento) em cada lâmina

e na seção transversal de uma viga reta de MLC.

▶ Determinação das curvas limites, do lugar geométrico da linha neutra, ao longo da viga, em função do nível de carga.

▶ Influência da deformação normal às fibras (ϵ_y) na tensão longitudinal (σ_x).

▶ Influência da deformação longitudinal (ϵ_x) na tensão normal às fibras (σ_y).

▶ Curvas de nível de tensão, longitudinal e de cisalhamento, ao longo de toda a viga de MLC.

▶ Determinação das curvas limites, do lugar geométrico da tensão máxima de cisalhamento, ao longo da viga em função do nível de carga.

▶ Determinação experimental dos diagramas de esforço cortante e momento fletor.

▶ Estudo da perturbação de tensões longitudinais e de cisalhamento próximos do apoio. Verificação do princípio de Saint Venant.

▶ Determinação experimental da linha elástica. Verificação da influência, no E, das parcelas devidas ao momento fletor e esforço cortante.

b). - Quanto a influência na resistência das vigas - as contribuições esperadas neste trabalho, são:

▶ Determinação da influência de escala.

▶ Estudo da influência do número de lâminas no E e no MR das vigas de MLC.

▶ Estudo da influência das emendas longitudinais na resistência das vigas de MLC. Resistência das emendas biseladas em função da inclinação do bisel. Resistência das emendas de topo, biseladas e encaixadas na compressão e na tração, tanto nas lâminas externas como nas internas.

▶ Influência do espaçamento das emendas de topo e biseladas tanto na tração como na compressão.

c). - Quanto ao cálculo de tensões nas vigas de MLC - as contribuições esperadas são:

▶ Apresentação de diversas teorias; considerando a teoria da homogeneização e a teoria da elasticidade. Generalização das teorias de homogeneização.

CAP. III ANÁLISE TEÓRICA DE VIGAS DE MLC

1. - INTRODUÇÃO

A finalidade deste capítulo é, após um levantamento bibliográfico das diversas teorias sobre a análise de vigas de MLC, apresentar detalhadamente a formulação dos métodos mais precisos, mas, de fácil utilização, no cálculo das vigas.

A análise teórica de vigas de MLC, pode ser feita de duas maneiras: utilizando a teoria clássica de vigas e a teoria da elasticidade. As duas linhas de análise, em alguns casos, se preocupam com os efeitos da deformação devida ao esforço cortante.

A análise teórica começa utilizando a teoria de Navier para vigas, melhorada através da teoria de Bernoulli-Euler e mais recentemente utilizando a teoria de viga de Timoshenko e métodos energéticos.

2. - MÉTODOS FORMULADOS CONSIDERANDO A HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL (TEORIA CLÁSSICA DE VIGAS)

Diversos pesquisadores, Dietz (1949), Jorgensen (1955) (apud. BIBLIS, 1966), usaram o método da homogeneização das seções, para o cálculo dos esforços nas vigas de MLC, determinando um módulo de elasticidade homogeneizado a partir dos módulos de elasticidade das lâminas, através da equação (3.1).

$$E = \frac{\sum (E_i I_i)}{I} \quad (3.1)$$

sendo:

- E_i = E da lâmina i
- I_i = momento de inércia da lâmina i
- E = E da viga de MLC
- I = momento de inércia da viga de MLC

Segundo ETHINGTON (1960), a equação clássica da flexão modificada através da equação (3.1), era normalmente usada para determinar o módulo de ruptura a partir das propriedades dos materiais.

Obviamente o valor do MR é apenas um valor de referência, já que as equações utilizadas para determinar este valor são válidas somente até o limite de elasticidade.

A equação (3.1), considera unicamente o efeito das deformações provocadas pelo momento fletor. O efeito da deformação por cisalhamento na flexão estática é muito importante principalmente nas vigas com pequena relação vão/altura (L/d). É claro que para relações, L/d , altas, os efeitos da deformação por cisalhamento são pequenos, e ignorá-los não traz consequências sérias. Newlin e Trayer (1924), (apud. BIBLIS, 1966), sustentam esta afirmação. Já KUENZI (1959), prefere a determinação da rigidez considerando a deformação devida ao esforço cortante. Esta afirmação é sustentada por Wangard (1964) e por Biblis (1965). (apud. BIBLIS, 1966).

As hipóteses consideradas para homogeneização da seção são:

- ▶ as seções planas permanecem planas após a solicitação, (KIRCHHOFF)
- ▶ as deformações são diretamente proporcionais às distâncias da linha neutra (NAVIER)
- ▶ é válida a lei de Hooke.

A homogeneização da seção é baseada na equivalência da força total interna e na proporcionalidade dessa força em relação aos parâmetros elásticos dos materiais que fazem parte da seção transversal. Esta homogeneização pode ser dividida em dois aspectos; desprezando o efeito das deformações devido ao esforço cortante, isto é, considerando apenas o E (transformação horizontal) e considerando o efeito das deformações devido ao esforço cortante, ou seja, considerando o E e o módulo de deformação transversal (G) (transformação vertical). Nos itens seguintes serão detalhadas estas duas linhas de homogeneização.

2.1. - HOMOGENEIZAÇÃO CONSIDERANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL (E)

Jorguesen (1949), (apud. BIBLIS, 1966), usando a teoria da "transformação da seção" (homogeneização através do E),

para determinar o MR de vigas de MLC confeccionadas com duas espécies de madeira, concluiu que este método não prevê com exatidão a rigidez ou a resistência das vigas de MLC. A média do erro encontrado entre o valor do E previsto e o determinado experimentalmente, foi de 7%. E em relação ao MR este erro foi em torno de 12%. Nos valores individuais a variação do erro foi maior, chegando a 19% e 32% respectivamente.

O erro encontrado por Jorguesen, pode ter ocorrido devido à não consideração, no método da "transformação da seção", a influência da deformação por cisalhamento, pois a relação vão/altura das vigas ensaiadas era pequena.

Poletika (1950) (apud. BIBLIS, 1966), em um estudo realizado em viga de MLC com lâminas de diferentes densidades, usando também o método da "transformação da seção" para prever o E, encontrou um erro de 5% na média e 12% nos valores individuais.

Esta diferença pode ser atribuída, nas vigas usadas por Poletika, à relação máxima das densidades e do E das lâminas da face e do interior, bastante inferior às encontradas nas vigas de duas espécies de madeira, usadas por Jorguesen, ver tabela (3.1). Em vista disto, nas vigas usadas por Poletika o efeito do esforço cortante, introduzindo no método da "transformação da seção", foi menor e conseqüentemente o erro foi menor.

TABELA (3.1) - COMPARAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS, BIBLIS (1966).

	$\frac{D_f}{D_a}$	$\frac{E_f}{E_a}$	$\frac{MOR_f}{MOR_a}$
Poletika	1,16	1,23	1,29
Jorguesen	2,14	2,38	2,23

Curry (1955) (apud. Biblis, 1966), desenvolveu uma teoria para o projeto de vigas de MLC, formadas por duas espécies de madeira. Considerou o momento externo equilibrado por um momento interno, determinado através das resultantes na face tracionada e e na face comprimida de seção transversal da viga. A diferença entre os valores previstos e experimentais foi de 10%, na média, e 22% em alguns valores individuais.

ETHINGTON (1960), desenvolveu uma análise de vigas de MLC baseado na teoria da ruptura de Henky-von Mises⁽⁴⁾, modificada por NORRIS (1950). Esta análise ignora a influência da deformação devida ao esforço cortante. Através desta análise é possível

determinar o E e MR além do limite de proporcionalidade. A diferença da média dos valores do E previstos e experimentais foi de 5% e do MR de 15%.

Estes dois últimos pesquisadores não consideraram a influência do esforço cortante, provavelmente porque nos seus estudos a relação vão/altura era relativamente alta, acima de 21. O fato da influência do esforço cortante ser desprezado quando a relação vão/altura é acima de 21 é bastante aceito na atualidade.

Os desenvolvimentos teóricos feitos por ETHINGTON (1960), MOODY (1974), MOODY (1977), BRAUN (1977), BODIG E JAYNE (1982) e outros, podem ser claramente explicados pela formulação desenvolvida por SWIET e HELLER (1974), utilizando a notação da figura (3.1) é apresentada a seguir.

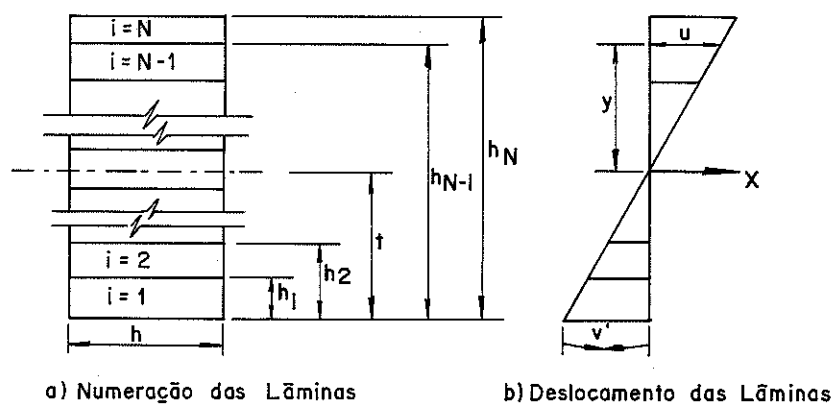


Fig. (3.1) - Teoria clássica de vigas - MLC , SWIFT e HELLER (1974).

O momento resultante na lâmina i é :

$$M_i = - E_i I_i v'' \tag{3.2}$$

sendo:

E_i = Módulo de elasticidade da lâmina i

I_i = Momento de inércia da lâmina i

v = Deslocamento na direção de y

$$v'' = d^2 v / dx^2$$

(1).- Esta teoria considera a ruptura devida a máxima energia para a mudança de forma

A reação interna da força cortante é dada por:

$$V = -Dv''' \quad (3.3)$$

sendo D, a rigidez da viga de MLC, dada por:

$$D = \frac{b}{3} \sum_{i=1}^N E_i [(h_i - t)^3 - (h_{i-1} - t)^3] \quad (3.4)$$

sendo:

b = largura das lâminas

h_i = distância do topo da lâmina i até a borda inferior da viga

t = distância da linha neutra até a borda inferior da viga.

A posição da linha neutra (L.N) é dada pela equação:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^N A_i E_i \left(\frac{h_i + h_{i-1}}{2} \right)}{2 \sum_{i=1}^N A_i E_i} \quad (3.5)$$

Finalmente a tensão de cisalhamento inter-laminar será:

$$\tau_m = \frac{VS_m}{D b} \quad (3.6)$$

sendo:

$$S_m = \sum_{i=m+1}^N E_i A_i \left(\frac{h_{i+1} + h_i}{2} - t \right) \quad (3.7)$$

A_i = seção transversal

S_m = momento estático na posição m

N = número total de lâminas.

Nos métodos utilizados para homogeneização da seção, chamado também homogeneização horizontal, distinguem-se duas abordagens: em uma a largura é constante fazendo-se a homogeneização através dos Es das lâminas e na outra a largura é modificada (largura homogeneizada) mantendo-se constantes os Es das às lâminas.

Em geral todas as normas internacionais utilizam este método de homogeneização com algumas modificações dos parâmetros que influenciam na resistência das lâminas.

A seguir serão apresentadas duas teorias completas relativas a este assunto, a primeira efetua a homogeneização através dos E_s e a segunda através das larguras das lâminas.

2.1.1.- Método de ETHINGTON (1960)

O método de Ethington foi desenvolvido para vigas compostas de duas espécies de madeira, com 3 lâminas. Com a finalidade de torna-lo válido para vigas com várias lâminas, de características mecânicas diferentes, foi refeita a formulação generalizando-a.

Considera-se uma viga suficientemente longa em relação à altura (L/d acima de 21) e em consequência o efeito do esforço cortante é desconsiderado.

Todas as hipóteses referentes à flexão clássica são válidas exceto aquela que restringe o material como sendo homogêneo e isotrópico, embora, Dietz (1942) e Stern (1941) (apud. ETHINGTON, 1960), mostraram que esta restrição pode ser desprezada.

Considera-se o E na compressão paralela às fibras igual ao E na tração paralela.

O estudo considera duas situações: abaixo do limite de proporcionalidade e acima do limite de proporcionalidade. Este estudo se restringe à fase linear.

2.1.1.1.- A teoria

A formulação desenvolvida por ETHINGTON (1960) é apresentada a seguir.

Considere-se uma viga de seção transversal retangular, na figura (3.2), formada de lâminas de propriedades diferentes, submetidas à esforços, no plano vertical simétrico perpendicular à seção transversal.

As hipóteses principais são: o efeito da concentração de tensões devido à linha adesiva é desprezado, as seções planas permanecem planas e o limite de proporcionalidade não é ultrapassado.

A deformação em qualquer ponto da seção transversal é dada pela equação:

$$\epsilon_x = ky \tag{3.8}$$

A tensão, correspondente, na lâmina i, aplicando a lei de Hooke é:

$$\sigma_x = k E_i y \tag{3.9}$$

sendo:

- K = constante de proporcionalidade
- E_i = E da lâmina i
- y = posição na qual se deseja a tensão.

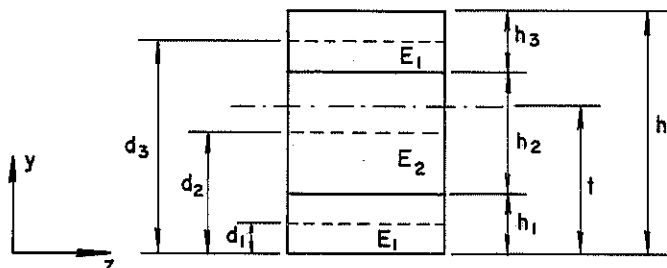


Fig. 3.2 - Seção transversal - viga de duas espécies, ETHINGTON (1960)

O momento resistente interno, sendo o momento resultante de todas as forças atuantes em qualquer seção, será:

$$M = \int_{\text{area}} \sigma_x y \, dA \tag{3.10}$$

isto é,

$$M = k \int_{\text{area}} E_i y^2 \, dA \tag{3.11}$$

A integral da equação (3.11), contendo o produto do E pelo momento de inércia, pode ser definido como rigidez da viga composta, EI. Substituindo a equação (3.11) em (3.9), obtem-se a tensão em um ponto da lâmina i, assim:

$$\sigma_x = \frac{M E_i}{EI} (t-y) \tag{3.12}$$

A rigidez da viga composta, \overline{EI} , poderá ser determinada através da somatória da rigidez de cada lâmina em relação à linha neutra. A linha neutra se encontra, em posição na qual a energia interna da viga é mínima, isto é, na posição na qual o momento estático da seção homogeneizada é máxima. Assim, a posição da linha neutra com referência à parte inferior da viga é dada pela equação:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i h_i d_i}{\sum_{i=1}^n E_i h_i} \quad (3.13)$$

e a rigidez da viga composta é dada por:

$$D = \overline{EI} = \sum_{i=1}^n E_i I_i + b \sum_{i=1}^n E_i b_i (t - d_i)^2 \quad (3.14)$$

na qual, I_i , representa o momento de inércia da lâmina i , em relação ao centro de gravidade.

Em uma viga homogênea, a distribuição de tensões de cisalhamento na seção transversal é parabólica, sendo nula na face inferior e na face superior, e máxima na linha neutra. A determinação é feita a partir do equilíbrio horizontal de um elemento, da seção transversal da viga, figura (3.3). Os passos intermediários serão apresentados durante a generalização desta teoria.

As equações das três parábolas a seguir, são válidas para vigas simplesmente apoiadas. Outras condições de contorno poderão ser impostas e determinadas outras equações.

$$\tau_1 = \frac{RE}{2EI} (t-y)^2 \quad \text{válida para } (t-h_1) \leq y \leq t \quad (3.15)$$

$$\tau_2 = \frac{R}{EI} \left\{ E_1 \left[t h_1 - \frac{h_1^2}{2} \right] + E_2 \left[t(t-y-h_1) - \frac{1}{2} \{ (t-y)^2 + h_1^2 \} \right] \right\} \quad (3.16)$$

$$\text{válida para } -(t_1 + t_2 - t) \leq y \leq (t - t_1)$$

$$\tau_s = \frac{R}{EI} \left\{ E_1 \left[t(h_1 - t - h_2 - y) - \frac{1}{2}(h_1^2 - h_2^2 + (t-y)^2) \right] + E_2 \left[th_2 - \frac{1}{2}(h_1 + h_2)^2 + \frac{1}{2}h_1^2 \right] \right\}$$

válida para $-(h-t) \leq y \leq -(h_1 + h_2 - t)$ (3.17)

As equações (3.12) até (3.17) foram desenvolvidas por ETHINGTON (1960).

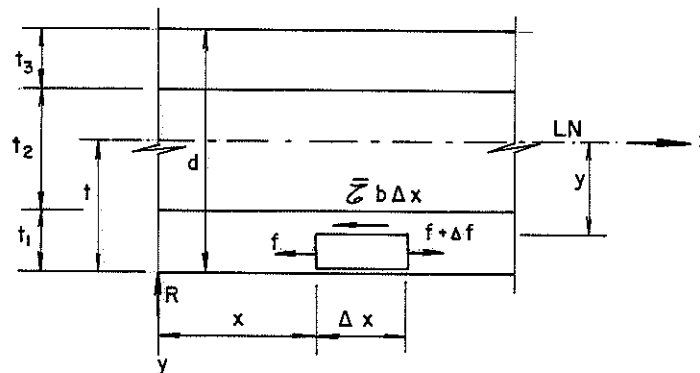


Fig. (3.3) - Determinação de τ - equilíbrio de um elemento infinitesimal.

2.1.1.2.- A generalização da teoria

As equações de Ethington são válidas para três lâminas, mas, podem ser generalizadas para n lâminas, como é apresentado a seguir.

Considere-se a seção da figura (3.4). A deformação em qualquer ponto da seção transformada é dada por:

$$\epsilon_x = ky \tag{3.18}$$

A tensão em um ponto, da lâmina j, é dada por:

$$\sigma_i^j = \frac{ME_j}{EI} y \tag{3.19}$$

A posição da linha neutra é:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i h_i d_i}{\sum_{i=1}^n E_i h_i} \tag{3.20}$$

sendo,
$$d_i = \sum_{j=1}^{i-1} h_j + \left(\frac{h_i}{2}\right) \tag{3.21}$$

e finalmente,
$$t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i h_i \left[\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \left(\frac{h_i}{2}\right) \right]}{\sum_{i=1}^n E_i h_i} \tag{3.22}$$

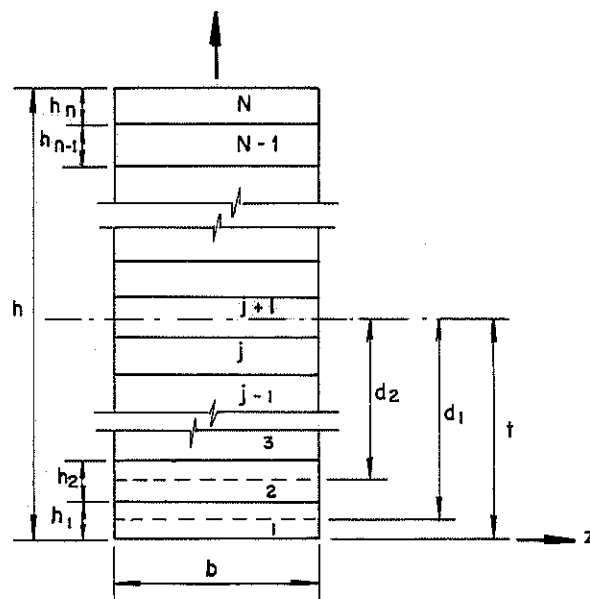


Fig. (3.4)- Dimensões e esquema da seção de uma viga de MLC

A rigidez da viga é dada por:

$$EI = \sum_{i=1}^n E_i I_i + b \sum_{i=1}^n E_i h_i (d_i)^2 \tag{3.23}$$

sendo: $d_i = t - d_i$

Finalmente a rigidez da viga de MLC é:

$$EI = \sum_{i=1}^n E_i I_i + b \sum_{i=1}^n E_i h_i \left[\left(t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right)^2 \right] \tag{3.24}$$

Substituindo a equação (3.24) em (3.19) e fazendo $y = t - y_j$, obtem-se a tensão em um ponto da lâmina j .

$$\sigma_x^j = \frac{ME_j}{EI} (t - y_j) \tag{3.25}$$

Para determinar as tensões de cisalhamento, em cada lâmina, foi feito o equilíbrio estático de um elemento de cada lâmina.

Na figura (3.5), é apresentado o equilíbrio estático de um elemento na lâmina 1.

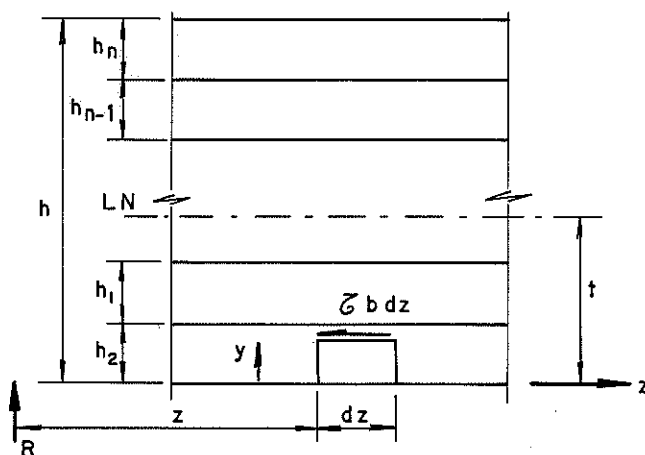


Fig. (3.5) - Equilíbrio de um elemento na lâmina 1.

A tensão à distância z , do apoio e altura, em relação à linha neutra é dada por:

$$\sigma_x^1 = \frac{R z E_1}{EI} (t - y) \tag{3.26}$$

A força, f , no elemento da figura (3.5), com $dA = b dy$ é:

$$f = \int_{\text{area}} \sigma_x dA = b \int_0^y \sigma_x dy \tag{3.27}$$

Substituindo a equação (3.26) em (3.27) obtem-se:

$$f = \frac{b R z}{EI} \int_0^y E_1 (t-y) dy \quad (3.28)$$

Fazendo o equilíbrio das forças na horizontal, tem-se:

$$\tau_1 b dz = df \rightarrow \tau_1 = \frac{1}{b} \frac{df}{dz} \quad (3.29)$$

Derivando a equação (3.28) em relação a z e substituindo na equação (3.24), obtem-se:

$$\tau_1 = \frac{R}{EI} E_1 \int_0^y (t-y) dy \quad (3.30)$$

Resolvendo a integral obtem-se, finalmente, a equação da tensão de cisalhamento na lâmina 1, válida para o intervalo $0 \leq y \leq h_1$.

$$\tau_1 = \frac{RE_1}{EI} \left(ty - \frac{y^2}{2} \right) \quad (3.31)$$

Para encontrar a tensão de cisalhamento na lâmina 2, fazemos o equilíbrio de um elemento da lâmina 2, figura (3.6), na qual, $\tau_1^{h_1}$ é a tensão de cisalhamento na interface da lâmina 1 e 2, com $y = h_1$. A tensão na lâmina 2 é:

$$\sigma_x^2 = \frac{RzE_2}{EI} (t-y) \quad (3.32)$$

A força, f , no elemento da lâmina 2 é:

$$f = \frac{bRzE_2}{EI} \int_{h_1}^y (t-y) dy \quad (3.33)$$

Fazendo o equilíbrio das forças na horizontal, tem-se:

$$\tau_2 b dz = \tau_1^{h_1} b dz + df$$

$$\tau_2 = \tau_1 + \frac{1}{b} \frac{df}{dz}$$

$$\tau_2 = \tau_1 + \frac{R}{EI} E_2 \int_{h_1}^y (t-y) dy \quad (3.34)$$

Resolvendo a integral obtém-se a equação da tensão de cisalhamento na lâmina 2, válida para o intervalo $h_1 \leq y \leq h_1 + h_2$.

$$\tau = \tau_2 + \frac{R}{EI} E_2 \left[t(y-h_1) - \frac{y^2}{2} + \frac{h_1^2}{2} \right] \quad (3.35)$$

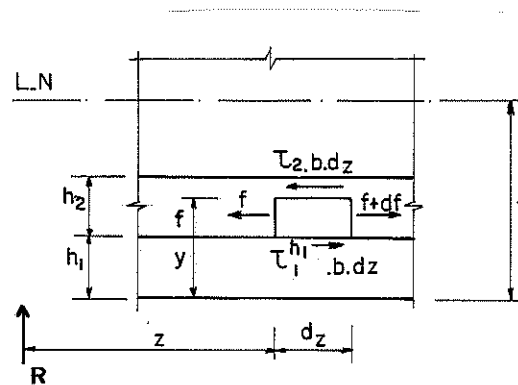


Fig. (3.6) - Equilíbrio de um elemento na lâmina 2.

Analogamente para encontrar a tensão de cisalhamento na lâmina 3, fazemos o equilíbrio de um elemento da lâmina 3, figura (3.7), sendo $\tau_2^{h_2}$, a tensão de cisalhamento na interface da lâmina 2 e 3, com $y = h_1 + h_2$.

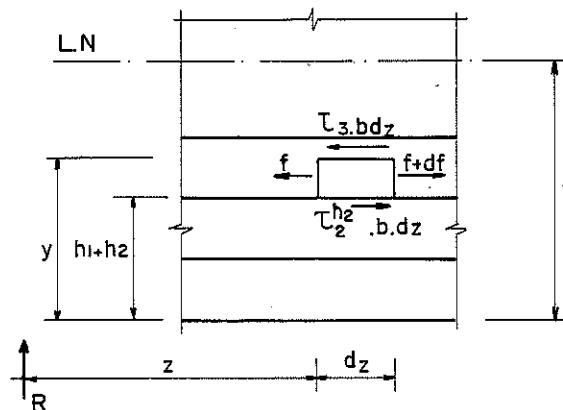


Fig. (3.7) - Equilíbrio de um elemento na lâmina 3

Após o desenvolvimento algébrico análogo ao das lâminas anteriores, obtem-se a equação da tensão de cisalhamento na lâmina 3, válida para o intervalo $h_1 + h_2 \leq y \leq h_1 + h_2 + h_3$.

$$\tau_3 = \tau_2 + \frac{R}{EI} E_3 \left[t(y - h_1 - h_2) - \frac{y^2}{2} + \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)^2 \right] \quad (3.36)$$

Finalmente, analisando e verificando as equações das tensões de cisalhamento encontrados para as lâminas 1, 2 e 3, foi possível generalizar estas equações, isto é, foi encontrada uma única equação, representando as tensões de cisalhamento de todas as lâminas, apresentada a seguir:

$$\tau_i = \frac{R}{EI} \left\{ \sum_{j=1}^{i-1} E_j \left[t h_j - \left(\sum_{l=1}^j h_l \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k \right)^2 \right] + E_i \left[t \left\{ y - \sum_{j=1}^{i-1} h_j \right\} - \frac{y^2}{2} + \frac{\left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j \right)^2}{2} \right] \right\} \quad (3.37)$$

2.1.2.- Método de BODIG e JAYNE (1982)

As hipóteses adotadas por Bodig e Jayne são:

- ▶ A linha adesiva é rígida e de espessura infinitesimal
- ▶ A lâmina é homogênea e ortotrópica. Os eixos ortotrópicos e geométricos coincidem.
- ▶ As hipóteses da flexão clássica são aceitas.

Embora a homogeneidade se aceita para a análise estática da lâmina, a presença de defeitos e anormalidades deve ser considerada para a avaliação da resistência última da viga.

A formulação foi desenvolvida para laminados ortotrópicos simétricos e assimétricos. Nesta formulação é utilizada a largura homogeneizada.

2.1.1.1.- Laminados simétricos ortotrópicos de múltiplas camadas

Considere-se o laminado simétrico ortotrópico de múltiplas camadas mostrado na figura (3.8), solicitado à flexão no plano (x_2, x_3) . Um sistema em camadas como este, pode ser substituído por um material equivalente, para todas as lâminas, considerando-se o E na direção do vão constante. O laminado consiste em um número par ou ímpar de lâminas, simetricamente localizadas. Esta simetria refere-se às dimensões e às características mecânicas elásticas das lâminas.

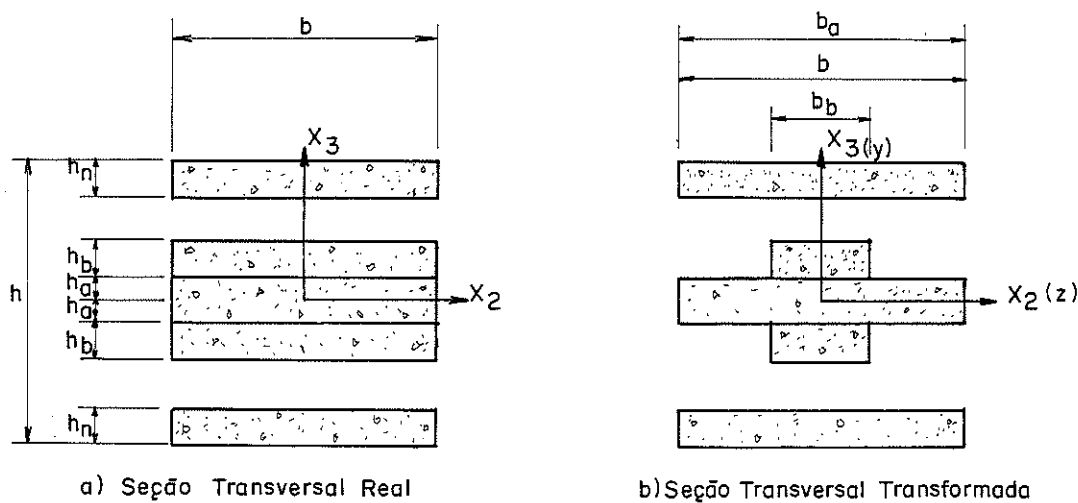


Fig. (3.8) - Laminado simétrico ortotrópico de 3 camadas, BODIG e JAYNE (1982).

Geralmente uma das lâminas da borda é selecionada como referência para a transformação da seção, embora não seja necessário. Assim a largura transformada com referência à lâmina da borda inferior é:

$$b_i = b_n \left(\frac{E_i}{E_n} \right) \tag{3.38}$$

sendo:

- b = largura da lâmina da borda inferior ou de referência
- b_i = largura da lâmina i
- E_i = E da lâmina i
- E_n = E da lâmina da borda inferior ou de referência

A posição da linha neutra quando o laminado é composto por um número ímpar de lâminas, encontra-se no plano médio da lâmina central e quando é composto por um número par de lâminas, na interface das lâminas centrais.

O momento de inércia em relação à linha neutra é:

$$I = 2 \sum_{i=1}^n [I_i + A_i (d_i)^2] \tag{3.39}$$

onde

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \frac{b_i (h_i)^3}{12} ; & A_i &= b_i h_i \\ d_i &= \sum_{j=1}^{i-1} h_j + \left(\frac{h_i}{2}\right) \end{aligned} \right\} \tag{3.40}$$

sendo:

- \bar{I} = momento de inércia da seção homogeneizada
- I_i = momento de inércia da lâmina i
- A_i = área da lâmina i
- b_i, h_i = altura e largura da lâmina i
- d_i = distância do centro de gravidade da lâmina i até a linha neutra da seção.

Substituindo as equações (3.40) em (3.39), obtem-se:

$$I = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{b_i (h_i)^3}{12} + b_i h_i \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right)^2 \right] \tag{3.41}$$

O momento estático máximo tem a forma geral apresentada na equação (3.42), mostrada a seguir:

$$\bar{S}_{\max} = \sum_{i=1}^n R_i d_i \tag{3.42}$$

Substituindo as equações (3.40) em (3.42) tem-se:

$$S_{\max} = \sum_{i=1}^n h_i d_i \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \tag{3.43}$$

sendo S_{\max} = momento estático máximo da viga homogeneizada.

A equação (3.43), pode ser subdividida em duas. A primeira para determinar a tensão de cisalhamento na metade de cada lâmina e a segunda na interface das lâminas. Esta subdivisão foi acrescentada para melhorar o entendimento.

$$S_i = \sum_{j=i}^n b_j h_j \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k + \frac{h_j}{2} \right) \tag{3.44}$$

$$S_i = b_i h_i \left(\sum_{k=1}^{i-1} h_k + \frac{3}{4} h_i \right) + \sum_{j=i+1}^n b_j h_j \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k + \frac{h_j}{2} \right)$$

sendo:

S_i = momento estático na interface da lâmina i e i-1
 \bar{S}_i = momento estático no meio da lâmina i

Utilizando as expressões das vigas fletidas, tem-se:

$$\sigma_i = \frac{M}{I} \left(\frac{E_i}{E_n} \right) y$$

$$\tau_i = \frac{VS_i}{Ib} \quad e \quad \bar{\tau}_i = \frac{V\bar{S}_i}{Ib} \tag{3.45}$$

$$f = \frac{PL^3}{48E_n I}$$

sendo:

E_n = E da lâmina de referência para a homogeneização

P = carga concentrada

f = flecha no meio do vão, em uma viga simplesmente apoiada, com carga concentrada no meio do vão.

2.1.2.2.- Laminados assimétricos ortotrópicos de múltiplas camadas

Considere-se o laminado assimétrico mostrado na figura (3.9-a). Devido à ausência de simetria, é possível simplificar a análise através da localização do plano (x_1, x_2) , na superfície inferior da viga. O sistema é considerado com n lâminas de espessuras diferentes, sendo igual a largura delas. A lâmina de referência para a homogeneização poderá ser qualquer. Para o desenvolvimento desta análise foi selecionada, como referência, a lâmina inferior, figura (3.9-b). A largura homogeneizada de todas as outras lâminas, é obtida usando à equação (3.38). Devido à assimetria, o plano neutro não se encontra mais na metade da altura da viga.

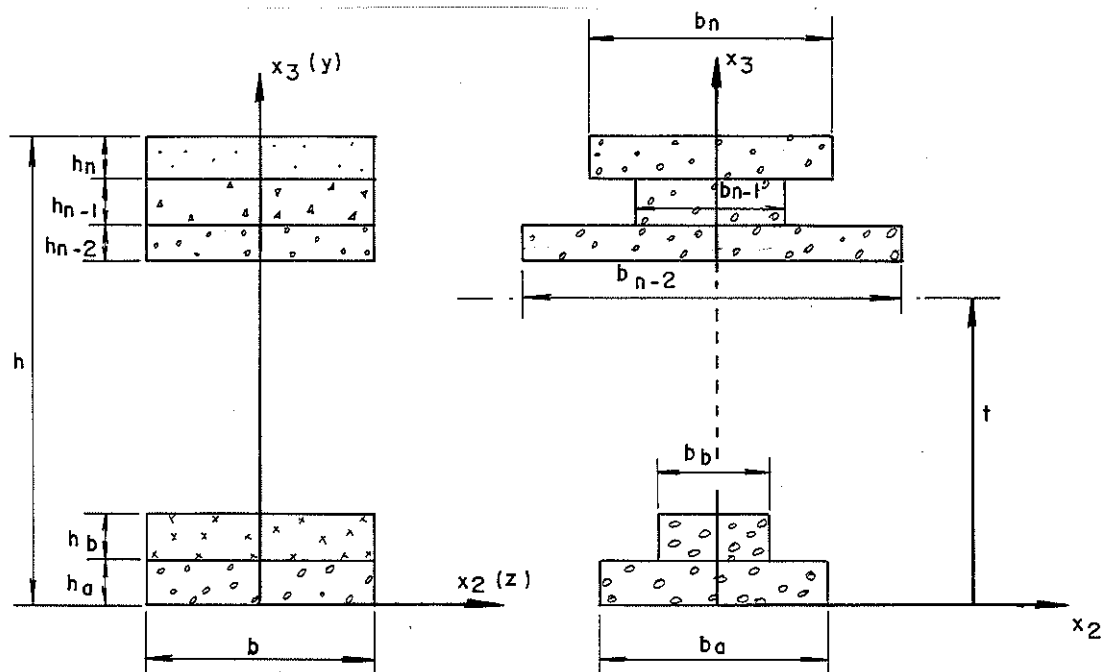


Fig. (3.9) - Laminado assimétrico de múltiplas camadas, BODIG e JAYNE (1982)

A posição do CG (centro de gravidade), considerando que o E na tração é o mesmo na compressão, é dada pela relação:

$$t = \frac{\int y dA}{\int dA} \tag{3.46}$$

A equação (3.46), pode ser escrita como uma somatória, obtendo-se:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n A_i d_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (3.47)$$

Substituindo as equações (3.38) e (3.40) na equação (3.47), obtem-se finalmente, a posição da linha neutra:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i h_i \left[\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \left(\frac{h_i}{2} \right) \right]}{\sum_{i=1}^n E_i h_i} \quad (3.48)$$

O momento de inércia, usando a teoria dos eixos paralelos é:

$$\bar{I} = \sum_{i=1}^n [I_i + A_i (\bar{d}_i)^2] \quad (3.49)$$

Sendo: $\bar{d}_i = t - d_i$

Substituindo as equações (3.40) na equação (3.49), obtem-se o momento de inércia da peça homogeneizada.

$$\bar{I} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{b_i h_i^3}{12} + b_i h_i \left\{ \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right]^2 \right\} \right] \quad (3.50)$$

O momento estático homogeneizado é dado por:

$$\bar{S}_{\max} = \sum_{i=1}^n A_i \bar{d}_i$$

ou

$$\bar{S}_{\max} = \sum_{i=1}^n h_i b_i \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right] \quad (3.51)$$

$$\bar{S}_i = \sum_{j=1}^i h_j b_j \left[t - \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k + \frac{h_j}{2} \right) \right] \quad (3.52)$$

$$S_{\max, i} = h_i b_i \left[t - \left(\sum_{k=1}^{i-1} h_k + \frac{h_i}{4} \right) + \sum_{j=1}^{i-1} h_j d_j \left[t - \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k + \frac{h_j}{2} \right) \right] \right] \quad (3.53)$$

sendo:

- \bar{S}_{\max} = momento estático máximo
- \bar{S}_i = momento estático na interface da lâmina i e i+1
- $S_{\max, i}$ = momento estático no meio da lâmina i

Finalmente, as tensões normais e de cisalhamento na lâmina i e a flecha no meio do vão de uma viga simplesmente apoiada com carga central, são dadas por:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \frac{M}{I} \left(\frac{E_i}{E_n} \right) (t-y) \\ \tau_i &= \frac{VS_i}{\bar{I}b} \\ \bar{\tau}_i &= \frac{VS_i}{Ib} \end{aligned} \right\} \quad (3.54)$$

$$f = \frac{PL^3}{48E_n I} \quad (3.55)$$

2.2. - HOMOGENEIZAÇÃO CONSIDERANDO O MÓDULO DE ELASTICIDADE (E) O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL (G)

Alguns pesquisadores provaram, em alguns casos, que a fórmula convencional da tensão de cisalhamento, equação 3.56, com as devidas transformações da seção, prevê razoavelmente as tensões de cisalhamento das peças de MLC.

$$\tau = \frac{VS}{\bar{I}b} \quad (3.56)$$

sendo:

- \bar{S} = momento estático com transformação horizontal da seção
- \bar{I} = momento de inércia com transformação horizontal da seção

Segundo BIBLIS (1966), a equação (3.56), apresenta resultados incorretos quando a relação vão/altura é menor do que 21, pois, neste caso, a influência da deformação devido ao cisalhamento é significativa.

BIBLIS analisou vigas laminadas compostas por duas espécies de madeira, mas com apenas três lâminas. A seguir será apresentado o desenvolvimento desta teoria.

2.2.1. - Método de BIBLIS (1966)

O estudo foi feito para uma viga de MLC formada por duas espécies de madeira, com três lâminas, figura. (3.10).

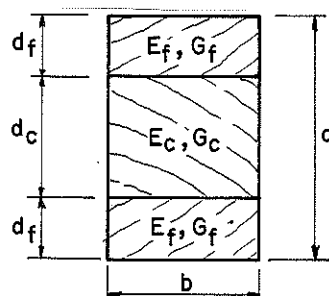


Fig. (3.10)- Seção transversal-viga de MLC de duas espécies de madeira, BIBLIS (1966).

2.2.1.1. - A teoria

A análise é baseada na introdução de deformação por cisalhamento, na teoria clássica de flexão, tanto para as lâminas externas como para central, através do uso da homogeneização da seção pela transformação da altura e do E.

a) Determinação do E da viga laminada.

Para a determinação do E da viga de MLC, considera-se uma viga simplesmente apoiada solicitada por uma carga concentrada no meio do vão, calculado a partir da equação da flecha, dada pela resistência dos materiais, equação (3.57)

$$\bar{E} = \frac{PL^3}{48If} \tag{3.57}$$

sendo:

\bar{E} = módulo de elasticidade da viga de MLC

f = flecha no meio do vão

I = momento de inércia da viga de MLC (considerada como homogênea)

A flecha, f , é composta por duas parcelas, uma devida à deformação por flexão, dada pela equação (3.58),

$$f_1 = \frac{PL^3}{48EI} \quad (3.58)$$

sendo: $EI = E_f I_f + E_c I_c$

e outra devida à deformação por cisalhamento, dada pela equação (3.59):

$$f_2 = \frac{3PL}{10AG} = \frac{3PL}{10bdG} \quad (3.59)$$

Transformando esta viga em uma viga hipotética, composta pelo material da lâmina central tendo a mesma largura, porém altura maior e igual tensão de cisalhamento máxima, a equação (3.59) transforma-se na equação (3.60).

$$f_2 = \frac{3PL}{10bd_t G_c} \quad (3.60)$$

Em consequência desta transformação vertical, tem-se:

$$I = \frac{bd_t^3}{12} \quad (3.61)$$

sendo: $I = I_c + I_f \left(\frac{G_f}{G_c} \right)$

resolvendo as equações (3.61), obtém-se:

$$d_t = \sqrt[3]{\frac{12 \left[I_c + I_f \left(\frac{G_f}{G_c} \right) \right]}{b}} \quad (3.62)$$

sendo:

d_t = altura transformada.

O uso do fator, (G_f/G_c) , para se obter a transformação vertical da altura, d_t , é justificado pelo fato das duas seções desenvolverem igual tensão de cisalhamento máximo.

Finalmente a flecha total é:

$$\left. \begin{aligned} f &= f_1 + f_2 \\ f &= \frac{PL^3}{48EI} + \frac{3PL}{10bd_t G_c} \end{aligned} \right\} (3.63)$$

Substituindo a equação (3.63) na (3.57), obtém-se:

$$E = \frac{PL^3}{48I \left(\frac{PL^3}{48EI} + \frac{3PL}{10bd_t G_c} \right)} \quad (3.64)$$

sendo:

I = momento de inércia da viga considerada homogênea

EI = rigidez da viga considerada homogênea.

b) Momento no Limite de Proporcionalidade (M_{LP})

A equação do momento no limite de proporcionalidade está baseada na fórmula de flexão clássica modificada, pelo fator (\bar{E}/E_f^*) ou (\bar{E}/E_c^*) , dependendo, qual das lâminas atinge primeiro o limite de elasticidade. Portanto o momento no limite de proporcionalidade será calculado por uma das fórmulas a seguir:

$$M_{LP} = \frac{\sigma_f EI}{C_f E_f} \quad (3.65)$$

$$M_{LP} = \frac{\sigma_f EI}{C_c E_c} \quad (3.66)$$

sendo:

M = momento no limite de proporcionalidade

E_f^* , E_c^* = E aparente da face e do centro, respectivamente

C_f , C_c = distância da LN até a borda da lâmina da face e do centro, respectivamente.

O E aparente da madeira varia de acordo com a relação vão/altura (L/d), conforme figura (3.11), ROCCO (1983)

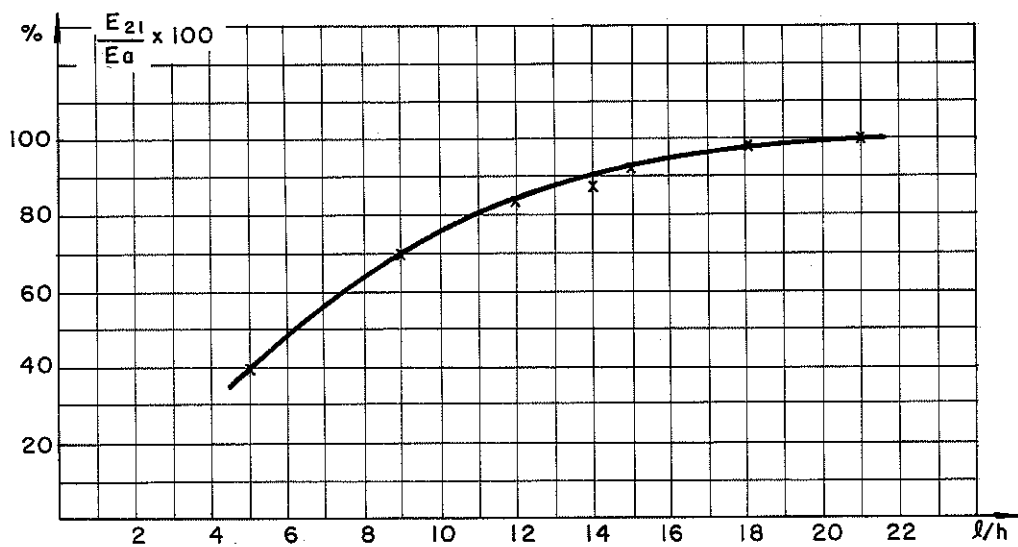


Fig. (3.110) - Diagrama de variação de E em relação L/d, ROCCO (1983).

Como um exemplo para a determinação de um E aparente será realizado o cálculo do E_a^{*}. A relação vão/altura, efetiva, corresponde à relação vão/altura de uma viga tendo a mesma largura porém, com as lâminas externas substituídas por um material equivalente. Com a transformação da seção feita através das equações (3.61) e (3.62), determina-se d_t. Conhecendo-se a relação vão/altura equivalente (L/d_t), determina-se o E aparente correspondente da lâmina interna, através da curva da figura (3.11) ou da equação (3.67), apresentada por ROCCO (1983), para madeiras brasileiras.

$$E_a(\%)^2 = 14262(\log.L/d_t) - 8589 \tag{3.67}$$

A determinação do E_f^{*} é análoga, mas as equações a serem usadas para determinar a altura efetiva, d_t, são:

$$I = I_f + I_c \left(\frac{G_c}{G_f} \right) \tag{3.68}$$

$$d_t = \sqrt[3]{\frac{12 [I_f + I_c \left(\frac{G_c}{G_f} \right)]}{b}}$$

Finalmente para a determinação do momento no limite de proporcionalidade, aplicam-se as equações (3.65) e (3.66),

adotando-se o menor resultado. Pois a lâmina que tem menor momento no limite de proporcionalidade atinge antes o limite de elasticidade. Este momento no limite de proporcionalidade indica até onde está teoria é válida.

A tensão em cada lâmina pode ser calculada através das equações (3.65) e (3.66).

c) Cisalhamento horizontal

A distribuição das deformações por cisalhamento tem uma forma parabólica atingindo a máxima deformação na linha neutra. A equação convencional da tensão de cisalhamento, com algumas modificações, é válida, BIBLIS (1966).

$$\tau = \frac{VS}{Ib} \tag{3.69}$$

sendo:

- V= esforço cortante
- \bar{S} = momento estático com transformação horizontal
- \bar{I} = momento de inércia com transformação horizontal
- b= largura homogeneizada

As equações (3.56), (3.57), (3.60) até (3.66), (3.68) e (3.69) foram determinadas por BIBLIS (1966).

2.2.1.2.- A generalização da teoria

As equações de BIBLIS são válidas para vigas laminadas de três lâminas, mas, podem ser generalizadas para n lâminas, como é apresentada a seguir.

Considere-se a seção transversal da viga de MLC, mostrada na figura (3.12).

A flecha é dada por duas parcelas: f_1 e f_2 .

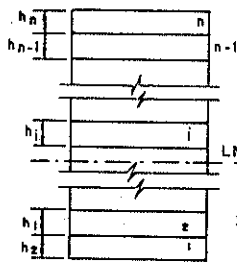


Fig.(3.12) - Dimensões da Seção Transversal de uma Viga de MLC

$$f = \frac{PL^3}{48EI} = f_1 + f_2 \Rightarrow \begin{cases} f_1 = \frac{PL^3}{48EI} \\ f_2 = \frac{3PL}{10bd_t G} \end{cases} \tag{3.70}$$

sendo:



$$EI = \sum_{i=1}^n E_i I_i + b \sum_{i=1}^n E_i h_i \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right]^2$$

$$t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i h_i \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right)}{\sum_{i=1}^n E_i h_i} \quad (3.71)$$

Adotando como referência a lâmina 1, tem-se:

$$I = \frac{bd_t^3}{12} \quad (3.72)$$

$$I = \sum_{i=1}^n I_i \left(\frac{G_i}{G_1} \right) + b \sum_{i=1}^n b_i \left(\frac{G_i}{G_1} \right) \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right]^2$$

$$d_t = \sqrt[3]{\frac{12 \left\{ \sum_{i=1}^n I_i \left(\frac{G_i}{G_1} \right) + b \sum_{i=1}^n b_i \left(\frac{G_i}{G_1} \right) \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right]^2 \right\}}{b}} \quad (3.73)$$

o módulo de elasticidade da viga de MLC será:

$$E = \frac{PL^3}{48 \left(\frac{PL^3}{48EI} + \frac{3PL}{10bd_t G_1} \right)} \quad (3.74)$$

O momento no limite de proporcionalidade para uma lâmina i é:

$$M_{Lpi} = \frac{\sigma_i \bar{E} I}{(t-y) E_i^*} \quad (3.75)$$

O valor do E_i^* é determinado como segue:

► Calcula-se

$$I^i = \sum_{j=i}^n \left\{ I_j \left(\frac{G_j}{G_i} \right) + b h_j \left(\frac{G_j}{G_i} \right) \left[t - \left(\sum_{k=1}^{j-1} h_k + \frac{h_j}{2} \right) \right]^2 \right\} \quad (3.76)$$

$$d_t^i = \sqrt[3]{\frac{12I^i}{b}}$$

Com a relação, L/d_t , efetiva e através do gráfico da figura (3.11) ou a equação (3.67) determina-se o valor de E_i^* .

Para determinar até que valor é válida a teoria, determinam-se os M_{LP} para cada lâmina. O menor valor de M_{LP} indicará este limite.

As tensões longitudinais de flexão são determinadas a partir da equação (3.75)

3. - MÉTODOS FORMULADOS CONSIDERANDO A TEORIA DA ELASTICIDADE

O cálculo de peças estruturais de MLC era normalmente baseado em resultados aproximados, determinados através de teorias elementares. Os primeiros estudos mais exatos, foram desenvolvidos a partir das investigações do comportamento estático de vigas laminadas compostas por 3 lâminas simétricas em relação ao centro de gravidade. Estas vigas são normalmente chamadas "vigas sandwich"

Segundo KRAJCINOVIC (1971), a maioria dos estudos a respeito das "vigas sandwich" são baseados nas pesquisas de Hoff e Mantner (1948) e Yu (1959). Estudos com aproximações menos rigorosas podem ser encontrados nos textos de Plantema (1966) e ALLEN (1964), (apud. KRAJCINOVIC, 1971), HELLER (1969). (apud. SWIFT e HELLER, 1974) e outros.

Em todos os casos, as equações gerais formuladas, são relativamente complicadas e/ou incompletas, ou até com uma certa deficiência matemática.

KRAJCINOVIC, em 1971, usando um método variacional com a finalidade de reduzir o sistema de equações diferenciais parciais que define o problema, a um sistema correspondente de equações diferenciais ordinárias, formulou uma teoria consistente e simples para "vigas sandwich", solicitadas com cargas estáticas. A teoria é consistente porque as hipóteses utilizadas são as normalmente adotadas, em relação à deformação da seção transversal (cinemática). Em 1975, o mesmo autor apresentou um estudo sobre este mesmo assunto, considerando uma análise genérica dos apoios das 2 "Vigas Sandwich". Utiliza as mesmas equações gerais variacionais, solucionando-as por processos matriciais.

DITARANTO (1973), analisou uma "viga sandwich" pelo

método variacional, na qual a lâmina intermediária era uma viga com elevado deslocamento devido ao esforço cortante. As duas lâminas externas, eram vigas que se comportavam de acordo com a teoria das vigas de Bernoulli-Euler, além da condição de possível ocorrência de deformação no plano médio.

Existem poucas referências a respeito da análise estática de vigas laminadas com tratamentos elásticos. Sayigh e Ogarkiewilz, (1964) (apud. RAO e GHOSH), (1979), analisaram "vigas sandwich" simplesmente apoiadas, solicitadas com carga em 3 pontos, 4 pontos e uniformemente distribuída, até o regime plástico. O problema foi resolvido com a hipótese das lâminas externas serem finas e de igual espessura. A espessura das lâminas externas, em relação à altura da lâmina central, foi desprezada, como também o efeito das deformações de cisalhamento.

FOSCHI (1970) e HELLER e SWIFT (1971) generalizaram a formulação desenvolvida por HELLER (1969), (apud. SWIFT e HELLER, 1974), para "vigas sandwich". O método considera cada lâmina como uma "viga de Timoshenko", na qual a deformação devida ao esforço cortante é incluída nas equações gerais do problema.

Gerstner (1968) e Sierakowske e Ebcioğlu (1970), (apud. RAO e GHOSH, 1979), estudaram o problema de vigas de múltiplas lâminas engastadas. Calcote (1969), (apud. RAO e GHOSH, 1979), substituíram, a viga laminada por uma viga homogênea anisotrópica, tendo propriedades mecânicas efetivas de vigas laminadas. A função de tensão necessária para resolver a viga homogênea anisotrópica, equivalente, foi escolhida usando a teoria de HASHIN (1967).

PAGANO (1969), (1970-a) e (1970-b), (apud. SWIFT e HELLER 1974), apresentaram uma solução exata para placas laminadas entretanto, o método é em geral de difícil aplicação.

FOSHI e FOX (1970), desenvolveram soluções para vigas laminadas curvas. Para a solução geral de problemas planos de tensão em corpos ortotrópicos, foram usadas funções de AIRY.

PIPES e PAGANO (1974), desenvolveram uma solução elástica aproximada, para um laminado de largura finita solicitado por tensão normal. A solução fornece as componentes do vetor de deslocamentos, do tensor de deformações e das tensões, na forma de séries hiperbólicas senoidais.

Um dos primeiros estudos completos relativos à viga de múltiplas lâminas foi desenvolvido por SWIFF e HELLER (1974). Neste estudo consideram o caso mais geral de laminados

assimétricos. As equações gerais do problema foram desenvolvidos para uma sequência arbitrária de empilhamento das lâminas homogêneas, isotrópicas.

RAO e GHOSH (1979), apresentaram uma análise exata, de uma viga laminada, por métodos elásticos. A solução utiliza as funções de tensão de AIRY. O problema é considerado como um estado plano de tensões. As lâminas são consideradas meios ortotrópicos.

SILVERMAN (1980) no seu estudo, abandona o modelo de viga Bernoulli-Euler. O problema é formulado a partir de um estado plano de tensões. A solução do problema é desenvolvido usando um método variacional.

MURAKAMI (1986), desenvolveu uma formulação mais precisa para placas laminadas, baseada no princípio variacional proposto por RUSSNER (1984). A melhora se deve à inclusão da função "Zig Zag-Shaped C^{ω} ", para a aproximação da variação da espessura no plano dos deslocamentos.

BUCKNER e GOPU (1987), estudaram laminados com o objetivo de otimizá-los estruturalmente, reduzindo o volume de madeira. Várias soluções foram apresentadas.

Serão apresentados a seguir três métodos de cálculo, sendo o primeiro, um método que utiliza, para a formulação do problema, a teoria da elasticidade, a partir de um estado plano de tensões e para a solução funções de tensão de AIRY. O segundo, considera para a formulação a teoria da "viga de Timoshenko", e para a solução utiliza o método das diferenças finitas. O terceiro, desenvolve uma formulação através de um método variacional, introduzindo uma função de deslocamentos, desconhecida. Na solução, das equações diferenciais, considera os deslocamentos devido à flexão e devido ao esforço cortante.

3.1.- MÉTODO EXATO DE VIGAS LAMINADAS ASSIMÉTRICAS

(RAO e GHOSH, 1979 e 1980)

Esta análise foi desenvolvida por RAO e GHOSH (1979), os quais consideraram, para a formulação, um estado plano de tensões. Utilizam uma técnica simples e direta para a escolha da função de tensão de AIRY, adequada para a solução da viga laminada solicitada por carga polinomial.

a). - Formulação

Considere-se a viga laminada mostrada na figura (3.13), composta por N lâminas, sendo cada lâmina considerada como um meio ortotrópico. Sendo a largura do laminado pequena, quando comparada com a altura e o vão, cada lâmina e, conseqüentemente, a viga inteira podem ser consideradas como um problema no estado plano generalizado. A ligação entre as lâminas é considerada perfeita.

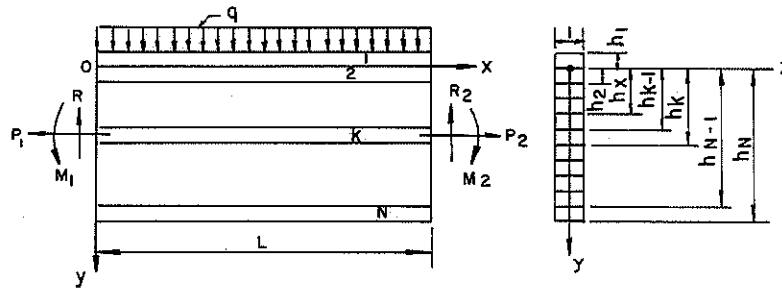


Fig. (3.13) - Geometria da viga de MLC, RAO e GHOSH (1979).

As condições de compatibilidade da lâmina n, considerada como um meio ortotrópico e no estado plano geral de tensão, são dadas pela equação (3.77).

$$\frac{\partial^4 \phi_n}{\partial x^4} + (K_{1n}^2 + K_{2n}^2) \frac{\partial^4 \phi_n}{\partial x^2 \partial y^2} + K_{1n}^2 K_{2n}^2 \frac{\partial^4 \phi_n}{\partial y^4} = 0 \quad (3.77)$$

sendo:

$\phi_n(x,y)$ = função de tensão de AIRY da lâmina n

$$\left. \begin{aligned} K_{1n}^2 + K_{2n}^2 &= \frac{2S_{12n} + S_{33n}}{S_{22n}}; & K_{1n}^2 K_{2n}^2 &= \frac{S_{11n}}{S_{22n}}; \\ p_{10} &= \frac{2S_{12n} + S_{33n}}{S_{11n}}; & p_2 &= \frac{S_{111}}{S_{112}}; & p_3 &= \frac{S_{111}}{S_{113}} \\ p_4 &= S_{121} + S_{331} - S_{122} - S_{332} \end{aligned} \right\} (3.78)$$

nas quais: S_{11n} , S_{22n} , S_{12n} , e S_{33n} as constantes elásticas, as quais são referidas às direções principais do material da lâmina n,

e definidas como segue:

$$\begin{aligned} e_{x_n} &= S_{11n} \sigma_{x_n} + S_{12n} \sigma_{y_n} ; & e_{y_n} &= S_{12n} \sigma_{x_n} + S_{22n} \sigma_{y_n} \\ e_{x_{yn}} &= S_{22n} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (3.79)$$

sendo, e_{x_n} , e_{y_n} e $e_{x_{yn}}$ as deformações de engenharia; e σ_{x_n} , σ_{y_n} , $\tau_{x_{yn}}$ as tensões na lâmina n

A função de tensão, ϕ_n , é definida, por:

$$\sigma_{x_n} = \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial y^2} ; \quad \sigma_{y_n} = \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} ; \quad \tau_{x_{yn}} = \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x \partial y} \quad (3.80)$$

e as deformações são:

$$e_{x_n} = \frac{\partial u_n}{\partial x} ; \quad e_{y_n} = \frac{\partial v_n}{\partial y} ; \quad e_{x_{yn}} = \frac{\partial u_n}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial x} \quad (3.81)$$

Nesta equação, u_n e v_n são os componentes de deslocamento, na lâmina n, ao longo dos eixos x e y, respectivamente.

b). - Seleção da função de tensão de Airy

Neon (1957) e Niedenfuhr (1957), (apud. RAO e GHOSH, 1974), cada um independentemente, desenvolveu um método para a determinação do polinômio da função de tensão de AIRY com a finalidade de resolver vigas homogêneas, consideradas como um problema de elasticidade no estado plano de tensões. Posteriormente estendido por Silvermam (1964), (apud. RAO e GHOSH, 1979), para materiais ortotrópicos, e por HASHIN (1967) para materiais anisotrópicos. Outros métodos para selecionar a função de tensão de AIRY, mais direto e simples de se utilizar, foram propostos por RAO (1977) para vigas homogêneas.

Neste trabalho foi adotada, para a solução de vigas laminadas, de acordo com esta técnica, a função de tensão, ϕ_n , da lâmina n é dada por:

$$\phi_n(x, y) = \sum_{i=2}^n \phi_{in}(x, y) \quad (3.82)$$

Sendo, ϕ_{i_n} , o polinômio de grau i , como definido por THIMOSHENKO e GOODIER (1980) e N_z , é um valor que depende do carregamento, sendo definido pela equação (3.83),

$$N_2 = N_1 + 2 \quad (3.83)$$

Na qual, N_1 é a soma dos expoentes, de x e y , dos termos de maior grau da tensão axial, $\sigma_z(x,y)$ é determinada através da teoria da resistência dos materiais. Para avaliar, $\sigma_z(x,y)$, a viga laminada é considerada como uma viga homogênea.

c). - Análise e solução

A viga mostrada na figura (3.13), está solicitada, na borda superior, tracionada, por uma carga uniformemente distribuída, q . Para avaliar, $\sigma_z(x,y)$, considera-se uma viga laminada homogênea. Através da teoria da resistência dos materiais tem-se:

$$\sigma_z(x,y) = \frac{(-M_1 + R_1 x - \frac{qx^2}{2})}{I} y + \frac{P_1}{(h_1 + h_N)} \quad (3.84)$$

sendo:

I = momento de inércia.

R_1, P_1 e M_1 = esforços solicitantes

h_n ($n=1,2,\dots,N$) = distância do eixo x , até a face mais afastada da lâmina.

N = número de lâminas.

Da expressão de σ_z obtemos $N_1 = 3$ e $N_2 = 5$. Conseqüentemente, a função de tensão $\phi_n(x,y)$ da lâmina N , para uma carga uniformemente distribuída será:

$$\phi_n(x,y) = \sum_{i=2}^5 \phi_{i_n}(x,y) ; \quad n = 1,2,\dots,N \quad (3.85)$$

explicitamente apresentada por SILVERMAN (1964) como segue:

$$\phi_n = \frac{a_{2n}x^2}{2} + b_{2n}xv + \frac{c_{2n}v^2}{2} + \frac{a_{3n}x^3}{6} + \frac{b_{3n}x^2v}{2} + \frac{c_{3n}xy^2}{2} + \frac{d_{3n}y^3}{6} + \frac{a_{4n}x^4}{12} + \frac{b_{4n}x^3v}{6} + \frac{c_{4n}x^2v^2}{2} + \frac{d_{4n}xv^3}{6} + \frac{e_{4n}v^4}{12} + \frac{a_{5n}x^5}{20} + b_{5n}\frac{x^4y}{12} + \frac{c_{5n}x^3v^2}{6} + \frac{d_{5n}x^2v^3}{6} + \frac{e_{5n}xy^4}{12} + \frac{f_{5n}v^5}{20} \quad (3.86)$$

Na qual:

$$e_{4n} = -\frac{a_{4n} + (K_{1n}^2 + K_{2n}^2)c_{4n}}{K_{1n}^2 K_{2n}^2}; \quad e_{5n} = -\frac{3a_{5n} + (K_{1n}^2 + K_{2n}^2)c_{5n}}{K_{1n}^2 K_{2n}^2};$$

$$f_{5n} = -\frac{b_{5n} + (K_{1n}^2 + K_{2n}^2)d_{5n}}{3K_{1n}^2 K_{2n}^2} \quad (3.87)$$

sendo, $a_{2n}, b_{2n}, \dots, f_{5n}$ ($n=1,2,\dots,N$) os coeficientes das funções de tensão ϕ_n ($n=1,2,\dots,N$).

Se o carregamento polinomial na viga não é constante, σ_a é modificada, obtendo-se um novo valor de N_2 e alterando adequadamente a função ϕ_n .

Quando a função de AIRY é selecionada de acordo com o esquema das equações (3.82) e (3.83), os elementos localizados nas três diagonais paralelas (representadas pelas linhas tracejada na figura (3.14)), contadas a partir do vértice inferior esquerdo da matriz dos coeficientes da função de tensão ϕ_{in} , tornam-se iguais a zero. Desta maneira esta matriz é formada pelos coeficientes independentes de σ_{in} , como é apresentada na figura (3.14), na qual:

$$a_{5n} = b_{5n} = c_{5n} = a_{4n} = b_{4n} = a_{3n} = 0 \quad (3.88)$$

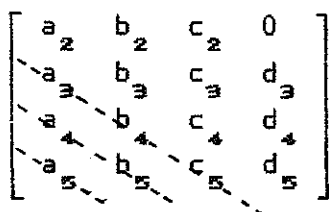


Fig.(3.14) - Arranjo dos coeficientes independentes do polinômio.

As tensões e deslocamentos da lâmina n, obtêm-se por meio das equações (3.78) e (3.88) e tem a forma apresentada a seguir:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xn} &= c_{2n} + c_{3n}x + d_{3n}y + c_{4n}x^2 + d_{4n}xy + e_{4n}y^2 + d_{5n}x^2y + f_{5n}y^3; \\ \sigma_{yn} &= a_{2n} + b_{3n}y + c_{4n}y^2 + \frac{d_{5n}y^3}{3}; \\ \tau_{xyn} &= -b_{2n} - b_{3n}x - c_{3n}y - 2c_{4n}xy - \frac{d_{4n}y^2}{2} - d_{5n}xy^2 \end{aligned} \right\} (3.89)$$

$$\left. \begin{aligned} u_n &= S_{11n}x \left(c_{2n} + \frac{c_{3n}x}{2} + d_{3n}y + \frac{c_{4n}x^2}{3} + \frac{d_{4n}xy}{2} + e_{4n}y^2 + \frac{d_{5n}x^2y}{3} + f_{5n}y^3 \right) + \\ &+ S_{12n}x \left(a_{2n} + b_{3n}y + c_{4n}y^2 + \frac{d_{5n}y^3}{3} \right) + F_n y - \frac{B_{1n}y^2}{2} - \frac{B_{2n}y^3}{3} + j_n; \\ v_n &= S_{12n}y \left(c_{2n} + c_{3n}x + \frac{d_{3n}y}{2} + c_{4n}x^2 + \frac{d_{4n}xy}{2} + \frac{e_{4n}y^2}{3} + \frac{d_{5n}x^2y}{2} + \right. \\ &+ \left. \frac{f_{5n}y^3}{4} \right) + S_{22n}y \left(a_{2n} + \frac{b_{3n}y}{2} + \frac{c_{4n}y^2}{3} + \frac{d_{5n}y^3}{12} \right) + G_n x - \frac{A_{1n}x^2}{2} - \\ &- \frac{A_{2n}x^3}{3} - \frac{A_{3n}x^4}{4} + H_n \end{aligned} \right\} (3.90)$$

Sendo:

$$\left. \begin{aligned} A_{1n} &= S_{11n}d_{3n} + (S_{12n} + S_{33n})b_{3n}; \quad A_{2n} = \frac{S_{11n}d_{4n}}{2}; \quad A_{3n} = \frac{S_{11n}d_{5n}}{3}; \\ B_{1n} &= (S_{12n} + S_{33n})c_{3n}; \quad B_{2n} = \frac{(S_{12n} + S_{33n})d_{4n}}{2}; \quad G_n + F_n = -S_{33n}b_{2n} \end{aligned} \right\} (3.91)$$

e H_n e J_n , constantes de integração.

Os coeficientes da função de tensão, e as constantes de integração F_n , G_n , H_n e J_n , das equações (3.86) e (3.91) devem ser determinados a partir da equação de compatibilidade (3.77), e das condições de contorno do problema.

As condições de contorno e continuidade de uma viga

simplesmente apoiada, figura (3.13), são dadas por:

$$\left. \begin{aligned}
 &\sigma_{y1} = -q; \tau_{xy1} = 0 && \text{para } y = -h_1 \\
 &\sigma_{y1} = \sigma_{y2}; \tau_{xy1} = \tau_{xy2}; u_1 = u_2; v_1 = v_2 && \text{para } y = 0 \\
 &\sigma_{xn} = \sigma_{xn+1}; \tau_{xy_n} = \tau_{xy_{n+1}}; && \\
 &u_n = u_{n+1}; v_n = v_{n+1} && \text{para } y = h_n \\
 &&& (n=2, 3, \dots, N-1) \\
 &\sigma_{yN} = 0; \tau_{xyN} = 0 && \text{para } y = h_N \\
 &\sum_{n=1}^N \int_{y_{n-1}}^{y_n} \sigma_{xn} dy = P_1 && \text{para } x = 0 \\
 &\sum_{n=1}^N \int_{y_{n-1}}^{y_n} \sigma_{xn} (y-H) dy = -M_1 && \text{para } x = 0 \\
 &\sum_{n=1}^N \int_{y_{n-1}}^{y_n} \tau_{xy_n} dy = R_1 && \text{para } x = 0
 \end{aligned} \right\} (3.92)$$

sendo: $y_1 = 0$; $y_n = h_n$, quando $n = 2, 3, \dots, N$; $y'_0 = -h_1$; $y'_1 = 0$; $y'_{n-1} = h_{n-1}$, quando $n = 2, 3, \dots, N$ e $H = (h_{k-1} + h_k)/2$, indica o último ponto na lâmina K na qual está cinematicamente comprimida. As últimas 3 condições de contorno dadas nas equações (3.92), foram escritas pela aplicação do princípio de St. Venant para o extremo da viga. No caso de uma viga simplesmente apoiada, tem-se:

$$P_1 = M_1 = 0 \text{ e } R_1 = \frac{qL}{2} \tag{3.93}$$

e as condições cinemáticas são:

$$\left. \begin{aligned}
 &u_k = v_k = 0 && \text{para } x = 0 \text{ e } y = H \\
 &v_k = 0 && \text{para } x = L \text{ e } y = H
 \end{aligned} \right\} (3.94)$$

na qual, L , é o vão da viga.

Com a função de tensão ϕ_n , as tensões σ_{x_n} , σ_{y_n} e $\tau_{x_y_n}$, e os deslocamentos u_n e v_n , aplicados na equação de compatibilidade (3.77) e na equação (3.91), considerando as condições de contorno dadas pelas equações, (3.92) até (3.94), obtem-se suficiente número de equações algébricas para determinar as constantes $a_{2n}, \dots, f_{5n}, F_n, G_n, H_n$, e J_n , e obviamente solucionar o problema.

3.2. - MÉTODO CONSIDERANDO A TEORIA DE VIGA DE TIMOSHENKO, SWIFT e HELLER (1974)

Neste desenvolvimento teórico é considerado o caso mais geral de vigas laminadas assimétricas. A formulação das equações gerais do problema foi desenvolvida para uma localização arbitrária, de lâminas homogêneas isotrópicas. As equações são expressas em diferenças finitas e resolvidas numericamente. Foi acrescentado ao estudo realizado por SWIFF (1971), (apud. SWIFF e HELLER, 1974), aprimoramentos que permitem variação das propriedades elásticas do material, ao longo do comprimento da viga, e manipulação não-linear.

Embora a formulação das equações gerais para vigas laminadas assimétricas, seja similar para o caso simétrico, há bastante diferença entre os dois sistemas, o que justifica uma formulação independente.

a) Formulação

Um dos parâmetros que dificulta esta formulação é a descoberta do caminho percorrido pela posição da linha neutra (LN). Esta posição pode mudar de ponto para ponto ao longo do comprimento da viga (na direção x). Devido a esta incerteza, a numeração das lâminas inicia-se a partir da lâmina k , considerando-se que ela contenha a LN, obviamente esta lâmina k é desconhecida. Portanto usando este esquema para identificar as lâminas, figura (3.14), pode-se escrever expressões separadas, para o deslocamento horizontal, u , para cima e para baixo da LN. Estas expressões, devem também satisfazer a continuidade entre os deslocamentos das lâminas.

Os deslocamentos são dados por:

$$u_{k+i} = \varphi_{k+i}(z+t-h_{k+i-1}) + \varphi_k(h_k-t) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \cdot \varphi_{k+l} \quad i=1,2,\dots, N-K, \quad N > K \quad (3.95)$$

$$u_k = \varphi_{kz} \quad (3.96)$$

$$u_{k-j} = \varphi_{k-j}(z+t-h_{k-j-1}) + \varphi_{k-1}(h_{k-1}-t) + \sum_{l=1}^{j-1} a_{k-l} \varphi_{k-l} \quad i=1,2,\dots, k-1, \quad k > 1 \quad (3.97)$$

Sendo:

$\sum_{l=p}^q$, somatória omitindo p>q;
 $l=p$

$$a_{k+l} = h_{k+l} - h_{k+l-1};$$

$$a_{k-l} = h_{k-l} - h_{k-l-1};$$

z = distância da LN até a posição onde se deseja calcular o deslocamento

$$\varphi_i = \partial u_i / \partial x.$$

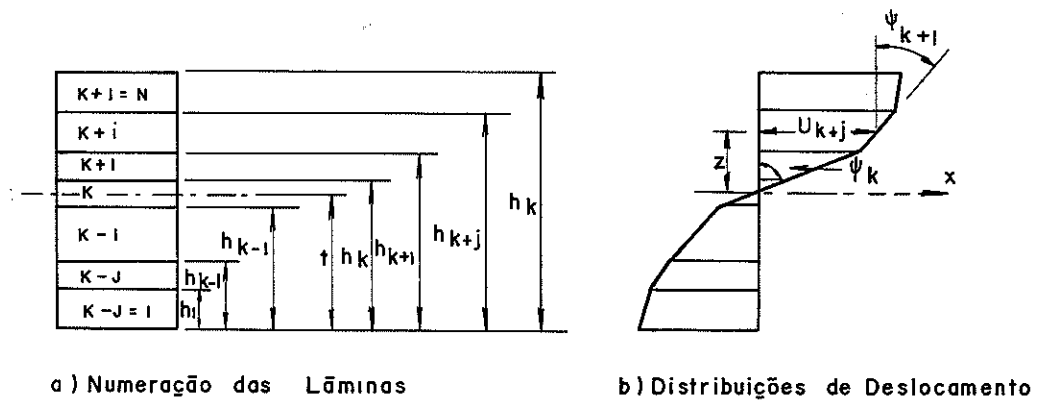


Fig. (3.14)- Numeração e deslocamentos das lâminas de um laminado, SWIFT e HELLER (1974)

As tensões normais atuando na seção transversal da viga são:

$$\sigma_{k+i} = E_{k+i} \frac{\partial u_{k+i}}{\partial x} \quad (3.98)$$

$$\sigma_k = E_k \frac{\partial u_k}{\partial x} \quad (3.99)$$

$$\sigma_{k-j} = E_{k-j} \frac{\partial u_{k-j}}{\partial x} \quad (3.100)$$

Com as expressões das tensões podem ser obtidos os esforços, N_i e M_i , Assim, para as lâminas acima da K são:

$$N_{k+i} = \int_{A_{k+i}} \sigma_{k+i} dA = E_{k+i} b \int_{h_{k+i-1}}^{h_{k+i-1}+h_{k+i-1}} [\varphi'_{k+i}(z+t-h_{k+i-1}) + \varphi'_k(h_k-t) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \varphi'_{k+l}] dz = E_{k+i} A_{k+i} [\varphi'_{k+i} \frac{a_{k+i}}{2} + \varphi'_k(h_k-t) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \varphi'_{k+l}]; \quad i = 1, 2, \dots, N-K, \quad N > K \quad (3.101)$$

$$M_{k+i} = \int_{A_{k+i}} \sigma_{k+i} z dz = E_{k+i} b \int_{h_{k+i-1}}^{h_{k+i-1}+h_{k+i-1}} \{\varphi'_{k+i} [z^2 + z(t-h_{k+i-1})] + z[\varphi'_k(h_k-t) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \varphi'_{k+l}]\} dz = E_{k+i} \{\varphi'_{k+i} [I_{k+i} + F_{k+i}(t-h_{k+i-1})] + F_{k+i} [\varphi'_k(h_k-t) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \varphi'_{k+l}]\} \quad (3.102)$$

com $i = 1, 2, \dots, N-K$ para $N > K$

Sendo:

$$F_n = \frac{(h_n - t)^2 - (h_{n-1} - t)^2}{2} \quad (3.103)$$

$$I_n = \frac{(h_n - t)^3 - (h_{n-1} - t)^3}{3} \quad (3.104)$$

Analogamente obtem-se:

$$N_k = F_k E_k \varphi'_k \tag{3.105}$$

$$M_k = E_k I_k \varphi'_k \tag{3.106}$$

$$N_{k-j} = -E_{k-j} A_{k-j} \left[\varphi'_{k-j} \frac{a_{k-j}}{2} + \varphi'_k (t-h_{k-1}) + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k-l} \varphi'_{k-l} \right]; \quad j = 1, 2, \dots, K-1, \quad K > 1 \tag{3.107}$$

$$M_{k-j} = E_{k-j} \left\{ \varphi'_{k-j} [I_{k-j} + F_{k-j} (t-h_{k-j})] - F_{k-j} [\varphi'_k (t-h_{k-1}) + \sum_{l=1}^{j-1} a_{k-l} \varphi'_{k-l}] \right\}; \quad j = 1, 2, \dots, K-1, \quad K > 1 \tag{3.108}$$

O esforço cortante pode ser obtido da seguinte maneira:

$$Q_{k-j} = \int_{A_{k+i}} \tau dA = G_{k+i} A_{k+i} (\varphi_{k-i} + w'); \quad i=1, 2, \dots, N-K, \quad N > K \tag{3.109}$$

$$Q_k = \int_{A_k} \tau dA = G_k A_k (\varphi_k + w') \tag{3.110}$$

$$Q_{k-j} = \int_{A_{k-j}} \tau dA = G_{k-j} A_{k-j} (\varphi_{k-j} + w'); \quad j=1, 2, \dots, K-1, \quad K > 1 \tag{3.111}$$

sendo:

$$\tau = \tau_{xy}$$

G_i = módulo de deformação transversal da lâmina i

w' = giro da viga.

Considerando o equilíbrio do elemento mostrado na figura (3.15) tem-se:

$$\sum F_z = 0 = P + \sum_{j=1}^{n-k} Q'_{k+i} + Q'_k - \sum_{j=1}^{k-1} Q'_{k-j} \quad (3.112)$$

$$\sum F_x = 0 = b(\tau_N - \tau_0) + \sum_{i=1}^{N-k} N'_{k+i} + N'_k + \sum_{j=1}^{k-1} N'_{k-j} \quad (3.113)$$

$$\sum M_{NA} = 0 = b\tau_{k+i}(h_{k+i} - t) - b\tau_{k+i-1}(h_{k+i-1} - t) + \quad (3.114)$$

$$+ M'_{k+i} - Q_{k+i}; \quad i = 1, 2, \dots, N-K, \quad N > K$$

$$\sum M_{NA} = 0 = b\tau_k(h_k - t) - b\tau_{k-1}(h_{k-1} - t) - M'_k - Q_k \quad (3.115)$$

$$\sum M_{NA} = 0 = b\tau_{k-j}(h_{k-j} - t) - b\tau_{k-j-1}(h_{k-j-1} - t) + M'_{k-j} - Q_{k-j}; \quad j = 1, 2, \dots, K-1, \quad K > 1 \quad (3.116)$$

sendo:

P = força transversal na viga.

τ_N e τ_0 = tensões de cisalhamento na borda superior e inferior da viga, respectivamente.

O equilíbrio de momentos é feito para cada lâmina em torno da linha neutra.

As tensões de cisalhamento entre as lâminas, na equação dos momentos, podem ser eliminadas utilizando a condição de continuidade das tensões de cisalhamento entre as lâminas. Assim as tensões entre as lâminas acima e abaixo da lâmina, $k+1$, são:

$$\sum F_x = 0 = (\tau_N - \tau_{k+1})b = \sum_{l=1}^{N-k} N'_{k+l} \quad (3.117)$$

$$\sum F_x = 0 = (\tau_{k+i-1} - \tau_0) + \sum_{l=1}^{i-1} N'_{k+l} + N'_K + \sum_{l=1}^{k-1} N'_{N-l} \quad (3.118)$$

$$\tau_{k+i} b = \tau_n b - \sum_{l=i+1}^{N-k} N'_{k+l} \quad (3.119)$$

$$\tau_{k+i} b = \tau_o b - \sum_{l=1}^{i-1} N'_{k-l} - N'_k - \sum_{l=1}^{k-i} N'_{k-l} \quad (3.120)$$

Analogamente as tensões entre as lâminas atuando acima da lâmina k e k-j, e abaixo da linha neutra são respectivamente:

$$\tau_k b = \tau_n b + \sum_{l=1}^{N-k} N'_{k+l} \quad (3.121)$$

$$\tau_{k-1} b = \tau_o b - \sum_{l=1}^{k-1} N'_{k+l} \quad (3.122)$$

$$\tau_{k-1} b = \tau_n b + \sum_{l=1}^{j-1} N'_{k-l} + N'_k + \sum_{l=1}^{N-k} N'_{k-l} \quad (3.123)$$

$$\tau_{k-j-1} b = \tau_o b - \sum_{l=j+1}^{k-1} N'_{k-l} \quad (3.124)$$

Substituindo as equações (3.119) e (3.120), nas equações (3.104) e (3.121) e a equação (3.122) na equação (3.115) e as equações (3.123) e (3.125) na equação (3.116), as 3 versões das equações do momento se transformam em:

$$(\tau_n b + \sum_{l=i+1}^{N-k} N'_{k+l})(h_{k+i} - t) + M'_{k+i} - Q_{k+i} - (\tau_o b - \sum_{l=1}^{i-1} N'_{k-l} - N'_k - \sum_{l=1}^{k-i} N'_{k-l})(h_{k-i} - t) = 0 \quad (3.125)$$

$$-\sum_{l=1}^{k-1} N'_{k-l}(h_{k+l-1} - t) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, N-K, \quad N > K$$

$$(\tau_n b + \sum_{l=1}^{N-k} N'_{k+l})(h_k - t) + M'_k - Q_k - (\tau_o b - \sum_{l=1}^{k-1} N'_{k+l})(h_{k-1} - t) = 0 \quad (3.126)$$

$$(\tau_n b + \sum_{l=1}^{j-1} N'_{k-l} + N'_K + \sum_{l=1}^{N-k} N'_{k-l})(h_{k-l} - t) + M'_{k-j} - Q_{k-j} - (\tau_0 b - \sum_{l=j+1}^{k-1} N'_{k-l})(h_{k-j} - t) = 0; \quad j = 1, 2, \dots, K-1, \quad K > 1 \quad (3.127)$$

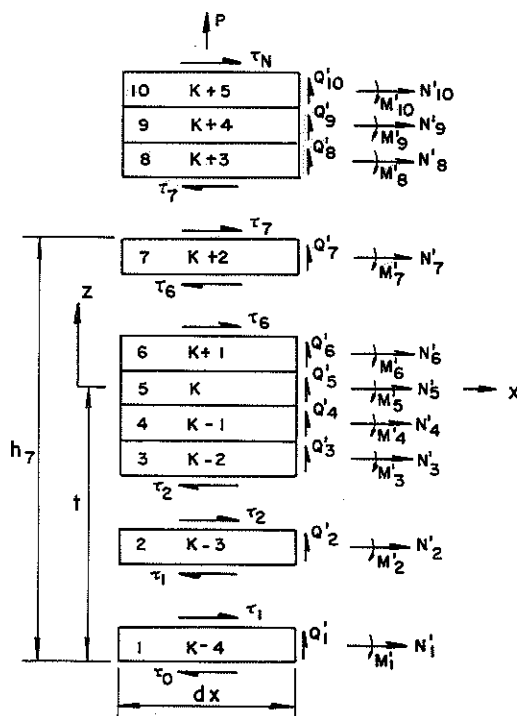


Fig.(3.15) - Elementos diferenciais de uma viga de MLC, SWIFT e HELLER (1974)

As equações gerais do problema são obtidas substituindo-se os deslocamentos nas equações de equilíbrio. Estas equações são constituídas de N+1 equações diferenciais simultâneas, sendo necessário, para a resolução, N valores de, ϕ , e o valor de w, para uma viga de N lâminas.

Quando resolvida a equação (3.113) para a distância inferior da viga encontra-se a posição da LN, t

$$t = \left\{ \sum_{i=1}^{N-k} E_{k+i} A_{k+i} \left(\phi''_{k+i} \frac{a_{k+i}}{2} + \sum_{l=1}^{i-1} a_{k+l} \phi''_{k+l} \right) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -: \sum_{j=1}^{k-1} E_{k-j} A_{k-j} (\varphi_{k-j}'' \frac{a_{k-j}}{2} + \sum_{l=1}^{j-1} a_{k-l} \varphi_{k-l}'') \\
 & + \varphi_k'' [h_k \sum_{i=1}^{N-k} E_{k+i} A_{k+i} + h_{k-1} \sum_{j=1}^{k-1} E_{k-j} A_{k-j} \\
 & + (h_k + h_{k-1}) \frac{E_k A_k}{2}] (\varphi_k'' \sum_{i=1}^N E_i A_i)^{-1} \tag{3.128}
 \end{aligned}$$

A equação (3.128) não pode ser resolvida diretamente, (para determinar t), porque aparece φ_k'' . Consequentemente é necessário um processo iterativo partindo de um valor para t, determinado pela teoria clássica de vigas, $(t = \frac{\sum_{i=1}^N A_i E_i (\frac{h_i + h_{i-1}}{2})}{(2 \sum_{i=1}^N A_i E_i)})$, é calculado φ_i através das equações gerais do problema. Para encontrar o novo t usa-se a equação (3.128). Efetua-se este processo iterativo até conseguir a convergência.

Os autores deste método de cálculo SWIFT e HELLER (1974) utilizam o método das diferenças finitas para resolver, as equações gerais e consequentemente determinar as tensões e deformações.

3.3- MÉTODO DESENVOLVIDO UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO VARIACIONAL (SILVERMAN, 1980)

O método formulado considerando as hipóteses das vigas de Bernoulli - Euler, foi abandonado. O problema é tratado como um estado plano de tensões.

A análise se baseia na minimização da energia potencial do sistema, entretanto, em lugar de escolher um tipo de função de deslocamento, expressado em termos de parâmetros indeterminados, para utilização do método de Rayleigh-Ritz, uma função de deslocamento desconhecida é introduzida. Estas funções de deslocamento são determinadas usando um método variacional. O funcional, sendo minimizado obtém-se a energia potencial. A partir das equações de Euler, resultam duas equações diferenciais de quarta ordem, as quais podem ser resolvidas simultaneamente, com as condições naturais e de equilíbrio do problema.

SILVERMAN (1980), considera no seu estudo vigas engastadas em balanço e bi-apoiadas, considerando também vários tipos de apoio. Neste estudo será considerada apenas a viga bi-apoiada.

a). - Função de deslocamento.

As funções para os deslocamentos vertical, v , e horizontal, u , em uma viga retangular, simétrica de largura unitária, como apresentado na figura (3.16), são dadas por:

$$u = \alpha'(x)y - \frac{1}{3}\beta'(x)y^3 \tag{3.130}$$

$$v = -\alpha(x) + c^2\beta(x) \tag{3.131}$$

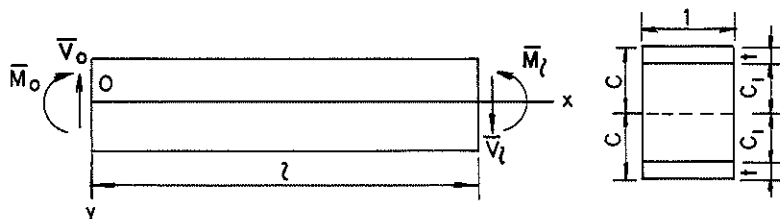


Fig. (3.16)- Sistema de coordenadas e dimensões SILVERMAN (1980)

O deslocamento, v , é independente de y , indicando ser constante para cada y . O efeito da deformação normal às fibras ϵ_y , e o efeito do coeficiente de Poisson na tensão normal às fibras, σ_y , é desta maneira desprezado. O deslocamento, u , é composto por um termo linear em, y , e um termo cúbico y^3 . As deformações são:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \alpha''(x)y - \frac{1}{3}\beta''(x)y^3 \tag{3.132}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3.133}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \beta'(x)(c^2 - y^2) \tag{3.134}$$

b). - Condições de contorno geométricas e naturais

As condições geométricas no apoio (articulado ou fixo), são condições de contorno forçadas pela ausência ou presença dos esforços solicitantes aplicados, (momento e/ou força cortante),

sendo descrito como condições de contorno naturais. Na teoria clássica de, Bernoulli-Euler, as condições de contorno naturais são expressas em termos da derivada das funções do deslocamento vertical.

As condições geométricas de contorno para um apoio articulado são: no apoio para qualquer $v = 0$:

$$\begin{aligned} v = 0 &\rightarrow \alpha(0) = 0 \\ v = 0 &\rightarrow \beta(0) = 0 \end{aligned} \quad (3.135)$$

As condições naturais são determinadas a partir da minimização do funcional de acordo com o teorema da energia potencial.

c). - Funcional da energia potencial

A energia potencial de deformação por unidade de volume em um estado plano de tensões é:

$$U_{\alpha} = \frac{E}{2(1-\nu)^2} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_y) + \frac{G}{2} \gamma_{xy}^2 \quad (3.136)$$

Desprezando a deformação, ε_y , obtem-se:

$$U_{\alpha} = \frac{E}{2} \varepsilon_x^2 + \frac{G}{2} \gamma_{xy}^2 \quad (3.137)$$

Para efeito de demonstração do método adota-se, uma viga laminada composta de 3 lâminas, figura (3.16). Na qual os módulos de elasticidade, das lâminas das faces, são representadas por E_f e G_f e as do centro por E_c e G_c . A altura da lâmina central é $2c_c$, das lâminas das faces, t , e da viga $2c$.

A energia interna de deformação é:

$$U = \int_c^L [(\alpha'')^2 \frac{EI}{2} - \frac{2}{15} A_s C^2 \alpha'' \beta'' + \frac{C^2 A_f}{63} (\beta'')^2 + \frac{8}{15} G_c^5 (\beta')^2] dx \quad (3.138)$$

sendo:

$$EI = I \left[E_f + (E_c - E_f) \gamma^3 \right]$$

$$A_s = [E_f + (E_c - E_f) \gamma^5]$$

$$\left. \begin{aligned}
 A_7 &= [E_f + (E_c - E_f)\gamma^2] \\
 I_1 &= 2C_1^3/3; I_2 = 2C^3/3; \gamma = C_1/C_c \\
 G &= G_f + \frac{15}{8} [(G_c - G_f)(\gamma - \frac{2}{3}\gamma^3 + \frac{1}{5}\gamma^5)]
 \end{aligned} \right\} \quad (3.139)$$

A energia potencial das cargas externas, considerando uma carga uniformemente distribuída ao longo da viga e esforços solicitantes nos extremos da viga (momento e cortante), é dada por:

$$\Pi_e = (\bar{M}_v')_0^1 - (\bar{V}_v)_0^1 - \int_0^1 p(x) v dx \quad (3.140)$$

A energia potencial total é $\Pi \equiv U + \Pi_e$, isto é a soma das equações (3.141) e (3.143).

A condição para minimizar a energia potencial total é a variação do funcional.

$$\begin{aligned}
 \delta\Pi = 0 = & \int_0^1 \{ [EI\alpha^{iv} - \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta^{iv} + p] \delta\alpha + [\frac{2c^5}{63} A_7 \beta^{iv} - \frac{2c^3}{15} A_5 \alpha^{iv} - \\
 & - \frac{16}{15} c^3 G \beta'' - p] c^2 \delta\beta \} dx + [(-EI\alpha''' + \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta''' + \bar{V}) \delta\alpha]_0^1 + \\
 & + [(EI\alpha'' - \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta'' - M) \delta\alpha']_0^1 + [(-\frac{16}{15} c^5 G \beta' + \frac{2}{15} c^5 A_5 \alpha''' \\
 & - \frac{2}{63} c^7 A_7 \beta''' - \bar{V}_c^2) \delta\beta]_0^1 + [(-\frac{2}{15} c^5 A_5 \alpha''' + \\
 & + \frac{2}{63} c^7 A_7 \beta''' + M_c^2) \delta\beta']_0^1 \quad (3.141)
 \end{aligned}$$

Da equação de Euler, tem-se:

$$EI\alpha^{iv} - \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta^{iv} + p = 0 \quad (3.142)$$

$$\frac{2c^5}{63} A_7 \beta^{iv} - \frac{2c^3}{15} A_5 \alpha^{iv} - \frac{16}{15} c^3 G \beta'' - p = 0 \quad (3.143)$$

As condições naturais são obtidas dos coeficientes de $\delta\alpha$, $\delta\alpha'$, $\delta\beta$ e $\delta\beta'$, sendo:

$$\left. \begin{aligned} \bar{V} - EI\alpha'''' + \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta'''' &= 0 \\ \bar{M} - EI\alpha'''' + \frac{2}{15} c^5 A_5 \beta'''' &= 0 \\ \bar{V} - \frac{16}{15} c^3 G \beta' - \frac{2}{15} c^3 A_5 \alpha'''' + \frac{2}{63} c^5 A_7 \beta'''' &= 0 \\ \bar{M} - \frac{2}{15} c^3 A_5 \alpha'''' + \frac{2}{63} c^5 A_7 \beta'''' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.144)$$

d). - Solução das equações de EULER.

As equações conjugadas de EULER devem ser resolvidas simultaneamente. A solução simultânea das equações (3.142) e (3.146) em termos de β é:

$$\beta^{IV} - K^2 \beta'' = pK_4 \quad (3.145)$$

Na qual a função β é dada por:

$$\beta = d_1 + d_2 x + d_3 \cosh Kx + d_4 \sinh Kx + \beta_p \quad (3.146)$$

sendo:

β_p = solução particular.

d_1, \dots, d_4 = constantes de integração.

Com $\beta(x)$ conhecido, $\alpha(x)$ é determinado através da equação (3.145):

$$\alpha(x) = \frac{c^2 A_5 I}{5 EI} [d_3 \cosh Kx + d_4 \sinh Kx] - \iiint \frac{p dx dx dx}{EI} + \frac{d_5 c^2 x^3}{6} + \frac{d_6}{2} c^2 x^2 + d_7 c^2 x + d_8 c^2 \quad (3.147)$$

sendo:

d_5, \dots, d_8 = constante de integração.

Finalmente a elástica é dada por:

$$v(x) = -\alpha(x) + c^2 \beta(x) = (d_3 \cosh kx + d_4 \sinh kx) \left(c^2 - \frac{c^2}{5} \frac{A_5 I_2}{5 EI} \right) +$$

$$+ c^2 (d_1 - d_6) + c^2 (d_2 - d_7) x -$$

$$- c^2 \frac{d_5}{2} x^2 - c^2 d_5 \frac{x^3}{6} + \frac{1}{EI} \int p dx dx dx dx + c^2 \beta p \quad (3.148)$$

e). - Viga simplesmente apoiada - elástica

Considere-se uma viga simplesmente apoiada, solicitada por uma carga uniformemente distribuída, com vão igual a 2.L. Considera-se a origem dos eixos no meio do vão. As condições de contorno são:

$$\alpha(\pm l) = \beta(\pm l) = \alpha''(\pm l) = \beta''(\pm l) = 0 \quad (3.149)$$

Com as equações (3.142) a (3.144) são determinadas as constantes de integração da equação (3.148), assim:

$$d_1 = -p \frac{k_1}{k^4} + p \frac{k_1}{2k^2} l ; d_2 = 0$$

$$d_3 = \frac{p}{\cosh kl} \frac{k_1}{k^4} ; d_4 = 0$$

$$d_5 = 0 ; d_6 = \frac{pl^2}{2EIc^2} - \frac{A_5 I_2}{5EI} p \frac{k_1}{k^2}$$

$$d_7 = 0 ; d_8 = \frac{A_5 I_2}{EI} pl^2 \frac{k_1}{k^2} \left(0,1 - \frac{1}{k^2 l^2} \right) - \frac{5}{24} \frac{pl^4}{EI}$$

$$k^2 = \frac{840 GEI}{c^2 (25A_7 EI - 21A_5^2 I_2)} ; k_1 = \frac{105(5EI - A_5 I_2)}{I_2 c^2 (25A_7 EI - 21A_5^2 I_2)}$$

$$\frac{k_1}{k^2} = \frac{5EI - A_5 I_2}{8GEI I_2}$$



A máxima flecha no meio do vão é dada por:

$$v(0) = \frac{5}{24} \frac{pl^4}{EI} \left\{ 1 + \frac{12}{5} EI \phi \left(\frac{c}{l} \right)^2 \left[1 - \frac{2}{k^2 l^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh kl} \right) \right] \right\} \quad (3.151)$$

O segundo termo dentro do parênteses da equação (3.151), representa o deslocamento adicional devido ao esforço cortante. Nota-se que kl é proporcional a (l/c) portanto para um vão suficientemente grande da viga o termo contendo kl torna-se pequeno, podendo ser desprezado com relação à unidade. Assim tem-se:

$$v(0) = \frac{5}{24} \frac{pl^4}{EI} \left[1 + \frac{12}{5} EI \phi \left(\frac{c}{l} \right)^2 \right] \quad (3.152)$$

Quando a viga é solicitada por uma carga concentrada, obtem-se:

$$v(0) = \frac{W l^3}{6EI} \left[1 + 3EI \phi \left(\frac{c}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{\tanh kl}{kl} \right) \right] \quad (3.153)$$

f). - Tensões longitudinais - (σ_x) e de cisalhamento (τ_{xy})

Pela lei de Hooke tem-se:

$$\sigma_x = E \frac{\partial u}{\partial x} = E \left[y \alpha'' - \frac{y^3}{3} \beta'' \right] \quad (3.154)$$

Considerando o extremo da fibra na qual $y=c$, tem-se:

$$\frac{\sigma_x}{E} = c^3 \left[k^2 \phi \left(\frac{A}{5EI} - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \beta'' p \right] + c^3 (d_{sx} + d_s) - c \iint \frac{p}{EI} dx dx \quad (3.155)$$

sendo, $\phi = d_3 \cosh kx + d_4 \sinh kx$ (3.156)

A tensão de cisalhamento é determinada a partir da equação (3.157).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (3.157)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -E \left[y \alpha''' - \frac{y^3}{3} \beta''' \right]$$

Integrando-se, obtem-se:

$$\tau_{xy} = -E \left[\left(\frac{y^2}{2} \right) \alpha''' - \frac{y^4}{12} \beta''' \right] + f(x); \quad \text{para a face } c_1 \leq y \leq c.$$

$$\tau_{xy}(x, c) = 0$$

E assim, tem-se:

$$\tau_{xy} = E_f \left[\alpha''' \left(\frac{c^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) - \frac{1}{12} (c^4 - y^4) \beta''' \right] \quad (3.158)$$

A resultante da cortante na lâmina da face é:

$$V_f = \int_{c_1}^c \tau_{xy} dy = E_f \left[C^3 \alpha''' \left(\frac{1}{3} - \frac{\gamma}{2} + \frac{\gamma^3}{6} \right) - \frac{\beta}{12} c^5 \left(\frac{4}{5} - \gamma + \frac{\gamma}{5} \right) \right] \quad (3.159)$$

e a cortante na lâmina central é:

$$V_c = V - 2V_f$$

4. - CONCLUSÕES

A partir desta abrangente revisão das diversas teorias à respeito do cálculo das solicitações nas vigas de MLC, pode-se concluir que não adianta sofisticar demais o cálculo, sem antes ter conhecimento mais preciso das características mecânicas da madeira. Os métodos considerando a homogeneização das lâminas já apresentam uma boa aproximação em relação aos métodos exatos, chegando ao máximo de 3,5% de diferença. Entretanto a diferença dos módulos de elasticidade, dentro de uma mesma espécie de madeira, chegando a mais de 50%, indica, que é mais importante a determinação precisa das características mecânicas das lâminas e da viga de MLC do que uma maior sofisticação no cálculo teórico das solicitações.

CAP IV

MATERIAIS E METODOS

1. - INTRODUÇÃO

Os materiais utilizados na parte experimental deste trabalho foram sempre examinados antes da sua utilização e os equipamentos calibrados para evitar qualquer interferência, de defeitos do material ou mal funcionamento dos equipamentos, nos resultados obtidos.

O adesivo, sendo um dos elementos mais importantes na MLC, foi selecionado a partir de ensaios de resistência e compatibilidade com a madeira.

A madeira foi previamente selecionada, secada e classificada.

A metodologia de fabricação, levando em consideração todos os cuidados necessários, foi a indicada em MANTILLA, CARRASCO (1989).

Os equipamentos de ensaio e de leitura de dados existentes no LaMEM, foram utilizados ao máximo de sua capacidade, conseguindo-se a automatização dos ensaios, com a qual, foi possível realizar um número elevado de ensaios.

2. - ADESIVO

Para a escolha do adesivo adequado ao tipo de madeira a ser utilizada na parte experimental deste trabalho, foram seguidos as recomendações de MANTILLA, CARRASCO (1985) e (1989) e realizadas algumas pesquisas adicionais com a ajuda dos bolsistas de Iniciação Científica, NEIVA (1987) e FERREIRA (1988), sob a coorientação do autor. Nos itens seguintes serão apresentados a metodologia da pesquisa e os resultados obtidos.

2.1. - TEMPO DE PENETRAÇÃO DO ADESIVO NA MADEIRA.

A finalidade deste item é analisar a influência, do

tempo de penetração do adesivo, isto é, tempo compreendido entre o espalhamento do adesivo até a aplicação da pressão final, na resistência da linha adesiva, em função da espécie de madeira. Nos ensaios foram utilizados corpos de prova solicitados ao cisalhamento na compressão, figura (4.1), com velocidade de carga de 3.0 MPa por minuto. Os adesivos empregados foram: a base de resina resorcinol e acetato de polivinila (PVA). As espécies de madeira utilizadas foram: a Castanheira [Berholletia Excelsa] Pinus [Pinus Elliottii], Pinho do Paraná [Araucária Agustifolia] e Peroba Rosa [Apidosperma Polyneuron]. A preparação e aplicação do adesivo e a montagem dos corpos de prova foram feitos de acordo com a metodologia descrita em MANTILLA (1984). Os tempos de espera foram de 1, 3, 5, 10 e 15 minutos.

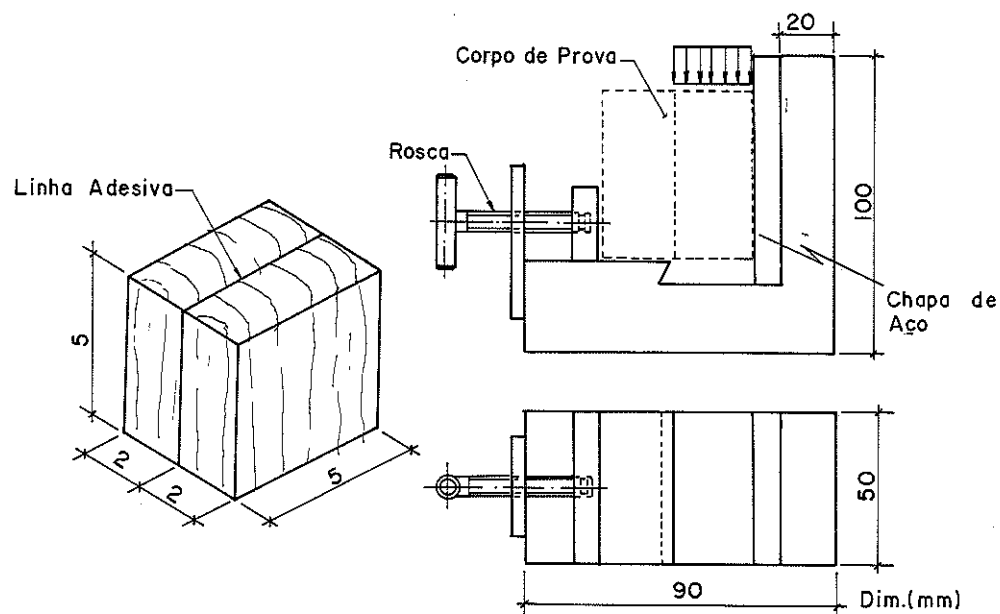


Fig. (4.1)- Corpo de prova de cisalhamento e dispositivo de ensaio.

A escolha das vigas foi aleatória, sendo 4 de cada espécie de madeira. Foram preparados 10 corpos de prova (CPs) de cada viga, sendo 5 colados com adesivo resorcinol e 5 com PVA. Cada CP teve um tempo de penetração diferente. Foram ensaiados 80 CPs para cada adesivo. A pressão aplicada em todos os CPs foi constante.

São apresentados na figura (4.2) resultados dos ensaios para o resorcinol e para o PVA através da resistência média ao cisalhamento em função do tempo de penetração para as quatro madeiras ensaiadas. Pode-se concluir que o tempo de penetração ótimo, para o resorcinol, varia em torno de 10 minutos para a Peroba Rosa e o Cambará; 5 minutos para o Pinho do Paraná.

Para o Pinus há necessidade de utilização de um extensor. Para o PVA o tempo de penetração ótimo é de 10 minutos para o Cambará e indefinido para as outras madeiras ensaiadas.

2.2. - NÍVEL DE PRESSÃO

A finalidade deste item é avaliar a influência, na resistência de uma ligação adesiva e da variação da pressão aplicada na colagem dos CPs.

As madeiras e os adesivos utilizados foram os mesmos do item anterior. A série de ensaios atingiu 240 CPs, sendo 80 de cada espécie de madeira, não tendo sido ensaiado o Cambará. Os CPs foram colados com pressões de 0, 200, 400, 600, 800, e 1000 kPa, definindo-se a pressão de 0 kPa como colagem de contato. Os tempos de penetração utilizados foram aqueles, ótimos, encontrados no item anterior. A umidade da madeira variou entre 12,5% e 13,55.

Na figura(4.3), são apresentados os resultados. Através de uma análise de regressão múltipla foi possível determinar modelos matemáticos altamente satisfatórios, os quais representam a totalidade dos ensaios realizados.

As conclusões encontradas foram:

▶ A aplicação de pressão, antes da cura, do adesivo produz melhor penetração do adesivo nos poros da madeira, eliminando as bolhas de ar existentes na interface adesivo-madeira, contribuindo para a formação de uma película delgada, obtendo-se uma ligação adesiva resistente.

▶ A pressão ideal representa um aumento na resistência ao cisalhamento, em média de 45% para o PVA e 30% para o resorcinol, em relação à menor resistência determinada, utilizando a mesma quantidade de adesivo.

▶ A pressão de colagem tem influência muito grande nas ligações adesivas a base de PVA, isto se deve, em parte, à alta viscosidade do adesivo, necessitando de pressão externa para que possa penetrar nos poros da madeira. A ausência de pressão provoca uma sensível queda na resistência da linha adesiva.

▶ O adesivo a base de resorcinol, apresenta uma resistência razoável na ausência de pressão, devido à sua maior fluidez e penetração nos poros da madeira. Entretanto a falta de pressão durante a cura das peças de madeira colada ocasiona menor penetração do adesivo e formação de uma película mais espessa. Por outro lado para pressões elevadas, ocorre uma penetração excessiva

do adesivo na madeira, enfraquecendo a película adesiva e diminuindo a sua resistência.

▶ A pressão ideal varia no intervalo de 550 a 650 kPa para os dois adesivos e para as diversas espécies de madeira estudadas.

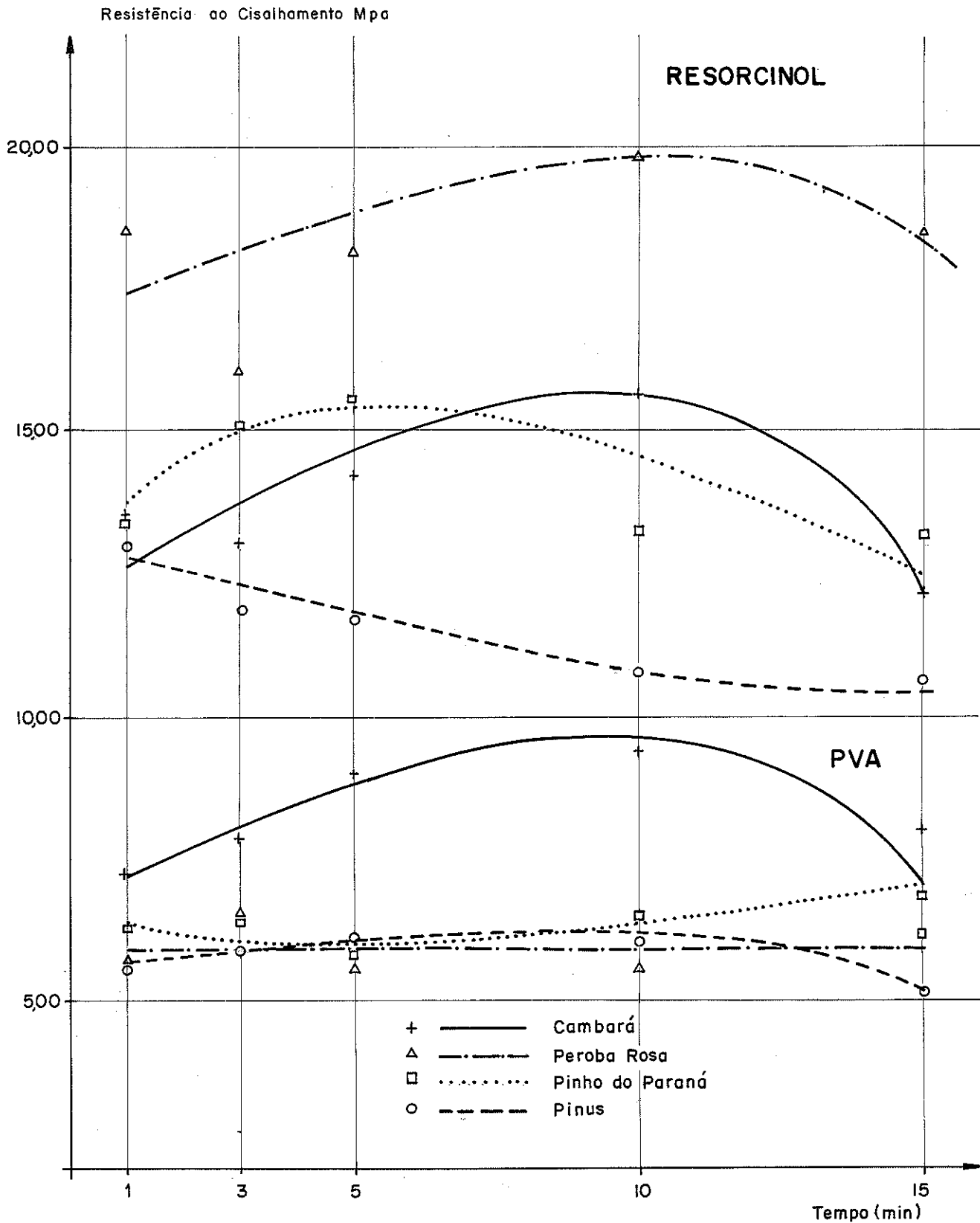


Fig. (4.2) - Resistência ao cisalhamento x tempo de penetração

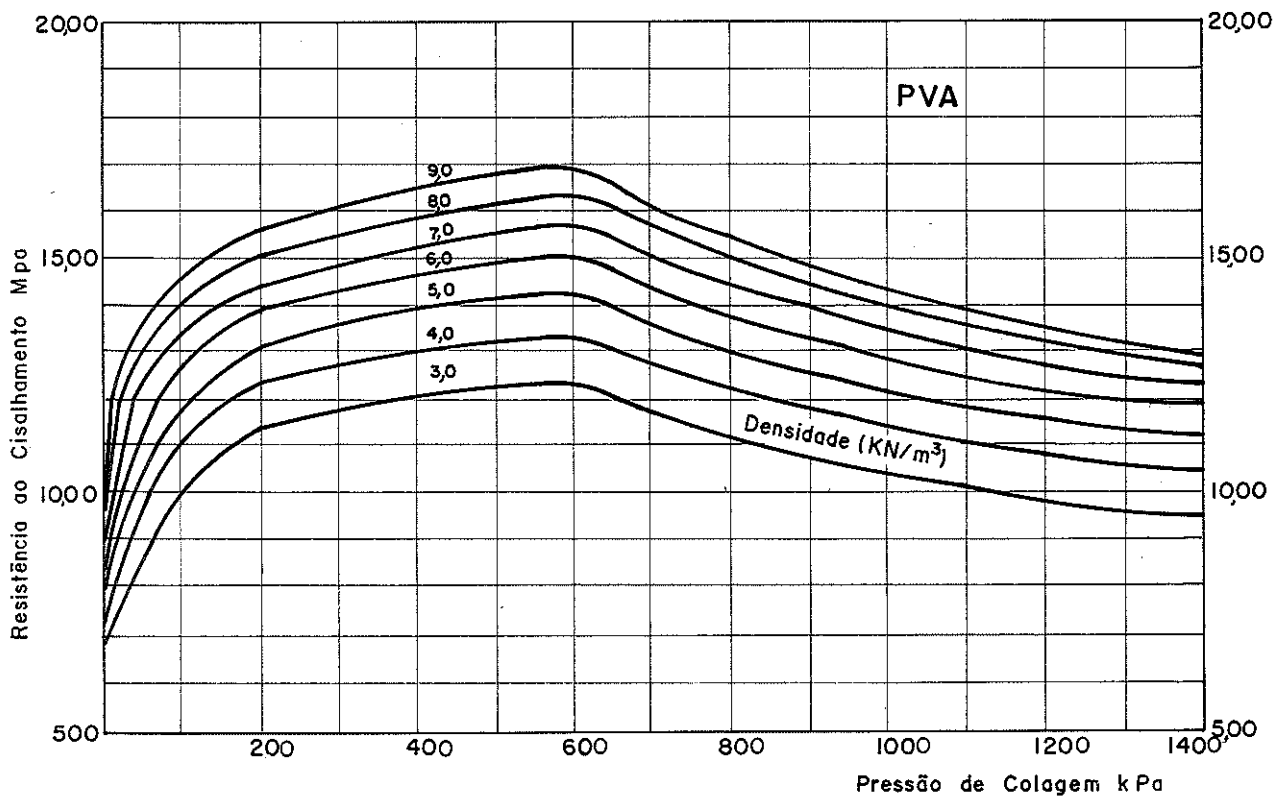
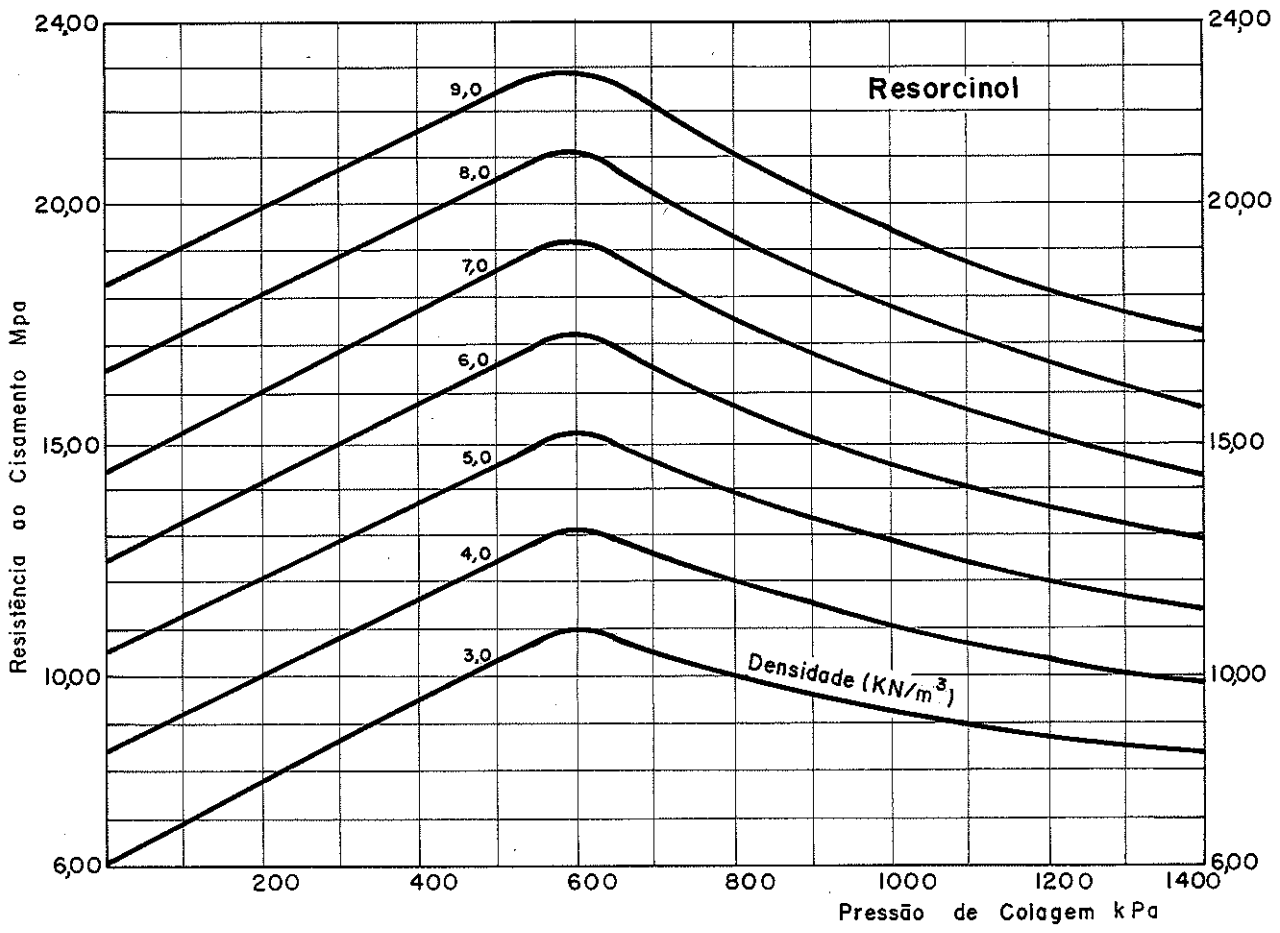


Fig. (4.3) - Resistência ao cisalhamento x pressão de colagem

2.3. - COMPORTAMENTO DA LIGACÃO ADESIVA AO IMPACTO

A capacidade de um corpo de prova sólido resistir ao choque, depende diretamente da propriedade que o mesmo tem de absorver a energia recebida e dissipá-la na forma de deformação. Uma peça de madeira tenaz é aquela que suporta grande deformação antes de romper-se (não rompe bruscamente).

O objetivo deste item é analisar experimentalmente a relação entre a tenacidade da madeira maciça e a tenacidade da madeira colada, (com 2 lâminas), a fim de entender o comportamento do adesivo.

As madeiras e os adesivos utilizados foram os mesmos mencionados no item anterior, assim como a pressão de colagem e o tempo de penetração. Foram ensaiados, no total, 90 CPs, sendo 30 de cada espécie de madeira: Peroba Rosa, Pinho do Paraná e Pinus. As amostras não apresentavam, visivelmente, qualquer sinal de degradação por fungos ou agentes químicos. A umidade variou entre 11 e 12 %. A série de ensaios, para cada espécie, foi composta de 10 CPs de madeira maciça e 20 CPs de madeira colada sendo 10 com resorcinol e 10 com PVA. Na figura (4.4), são apresentados os modelos dos CPs e o esquema de ensaio de tenacidade, ASTM (1984).

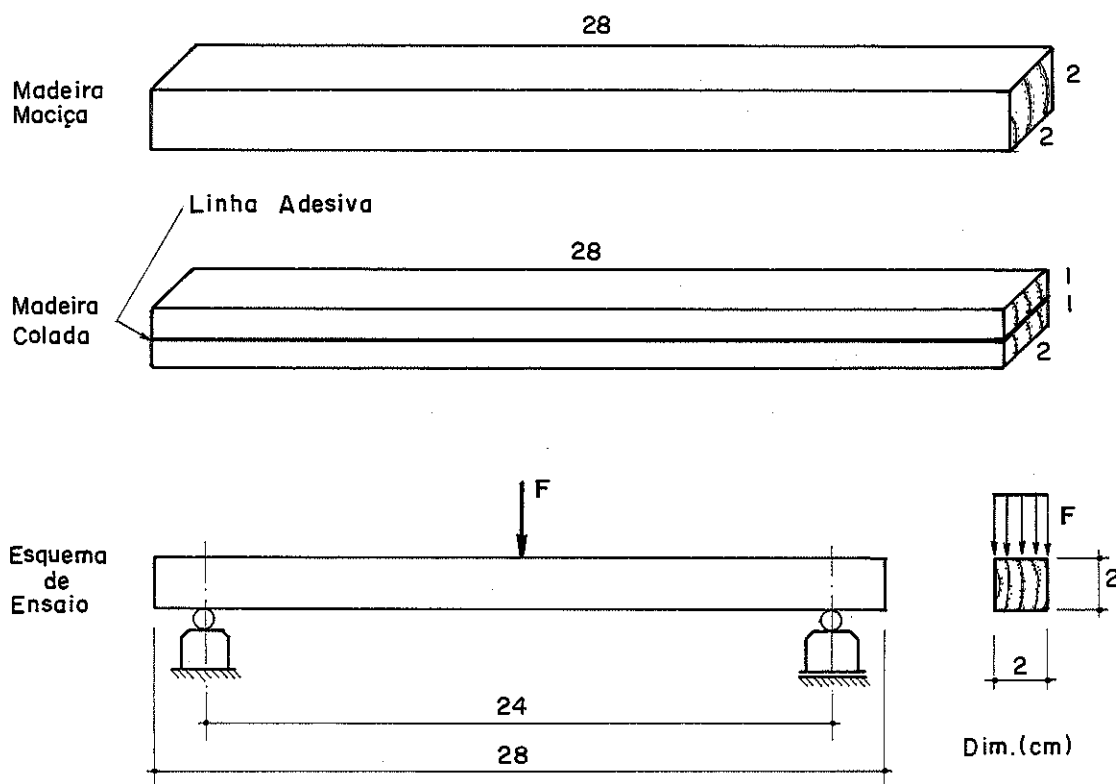


Fig. (4.4) Corpos de prova e esquema de ensaio de tenacidade.

Os ensaios foram realizados, na máquina projetada por SIQUEIRA (1986), a qual opera através de um pêndulo. O princípio básico de funcionamento, desta máquina, consiste na transmissão da energia cinética, fornecida pelo pêndulo, através de uma corrente flexível, figura (4.4).

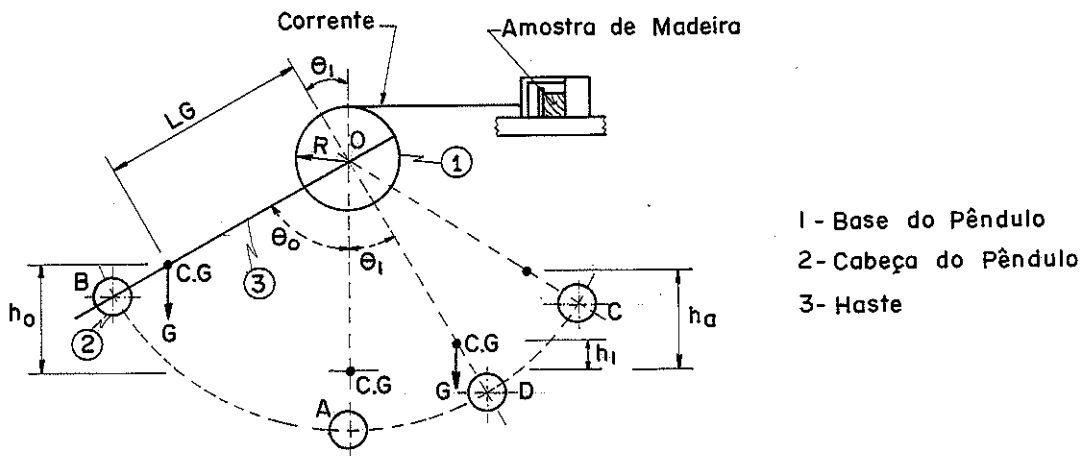


Fig. (4.3) Esquema do ensaio de tenacidade. SIQUEIRA (1986)

O centro de gravidade da haste e da cabeça do pêndulo, se localiza no ponto C.G., a uma distância L.G. do eixo de rotação (o). No início do movimento, o centro de massa é posicionado a uma altura h_0 em relação a seu ponto mais baixo. Se o pêndulo for solto livremente chegará à máxima posição do lado direito, onde $h_1 \leq h_0$, esta perda de energia pode ser atribuída: aos atritos que agem nos elementos móveis, à resistência do ar ao deslocamento do pêndulo e a outros fatores. A amostra, ao ser rompida pelo pêndulo, absorverá parte da energia contida no pêndulo e a energia remanescente fará o pêndulo atingir uma altura h_1 . A diferença entre a energia adquirida pelo pêndulo antes do impacto e energia absorvida pelo CP representa a energia necessária para produzir a ruptura do CP. Considerando $h_0 = h_1$, a tenacidade será:

$$T \equiv E_{eo} - E_{ei} \tag{4.1}$$

sendo E_{eo} e E_{ei} as energias cinéticas inicial e final do pêndulo. A energia necessária para causar a ruptura do CP pode também ser expressa como sendo a diferença da energia potencial inicial e final do pêndulo.

$$T = Gh_0 - Gh_1 = (h_0 - h_1)G \tag{4.2}$$

Finalmente as alturas h_0 e h_1 podem ser expressas em termos dos ângulos θ_0 e θ_1 :

$$h_0 = LG(1 - \cos \theta_0) ; \quad h_1 = LG(1 - \cos \theta_1)$$

$$T = HLG(\cos \theta_0 - \cos \theta_1) \quad (4.3)$$

Para obter a tenacidade é necessário conhecer o peso do pêndulo G , a distância, LG , do eixo de rotação ao centro de gravidade, CG , e os ângulos θ_0 e θ_1 . Normalmente o pêso é definido em, N , o comprimento em, m , ou, cm , e a tenacidade em, Nm , ou Ncm .

A carga aplicada na amostra se dá através de uma corrente que se enrola num tambor, tendo o mesmo eixo de rotação do pêndulo. O pêso inicial e o comprimento do braço podem ser ajustados para fornecer vários níveis de energia, SIQUEIRA (1986), apresenta uma tabela que fornece valores de tenacidade para vários ângulos, iniciais (60, 45 e 30 graus), peso da cabeça do pêndulo de 153 N e diferentes posições de pesos adicionais na haste do pêndulo. Os valores fornecidos por esta tabela são válidos para amostras com seções de 2 cm x 2 cm. Entretanto, na confecção dos modelos de ensaio, é impossível obter seções exatas de 2 cm x 2 cm, por este motivo, a tenacidade deve ser corrigida em função das dimensões das amostras. A tenacidade final obedece à seguinte equação:

$$T_c = (T_o / r) 100 \quad (Ncm) \quad (4.4)$$

na qual T_c e T_o são as tenacidades, final corrigida e inicial, respectivamente, obtidas através da tabela e, r , o coeficiente de correção da seção transversal da amostra.

O coeficiente de resistência ao choque (K) e o fator dinâmico (F_d) são importantes para classificar a madeira quanto à sua capacidade de absorver energia, isto é, classificá-la em mais ou menos tenaz.

O coeficiente de resistência ao choque (K) define a relação entre a tenacidade final média obtida nos ensaios e as dimensões da amostra com 2 cm x 2 cm:

$$K = \frac{T_m}{bh^{(10/8)}} \quad (4.5)$$

sendo:

- b = base da amostra = 2 cm
- h = altura da amostra = 2 cm
- T_m = tenacidade média (Ncm)

Substituindo os valores na equação (4.5), tem-se:

$$K = 0,157 T_m$$

Finalmente o fator dinâmico é dado por:

$$F_d = \frac{K}{D_m^2} \tag{4.6}$$

na qual:

D_m = densidade média das amostras

Na tabela (4.1), são apresentados os resultados médios dos 90 ensaios realizados, os coeficientes de resistência ao choque e os fatores dinâmicos que representam a tenacidade para as madeiras ensaiadas. Nos ensaios o vão entre os apoios foi 24 cm, o ângulo inicial 60°, a posição da cabeça 1 e o peso da cabeça 153 N.

O ponto de referência para a análise da tenacidade de um material é o fator dinâmico (F_d). Quanto maior o fator dinâmico, maior será a tenacidade do material, isto é, maior será a sua deformação antes da ruptura. A partir do fator dinâmico da tabela (4.1), pode-se concluir: que as peças coladas com adesivo PVA, apresentam maior absorção de energia do que as coladas com resorcinol, e ainda maior do que a madeira maciça. Isto devido ao adesivo ser bastante elástico. Já as peças coladas com adesivo a base de resorcinol absorvem menos energia, devido ao fato do adesivo ser um material vítreo em composição com a madeira, não sendo indicado para impacto.

TABELA (4.1) - COEFICIENTE K E FATOR DINÂMICO F_d

MADEIRA	PINUS		PINHO PARANÁ		PEROBA ROSA	
	K	F_d	K	F_d	K	F_d
MACIÇA	277	1238	375	1126	581	894
COLADA (RESORCINDL)	248	1109	296	889	528	813
COLADA (PVA)	282	1261	446	1340	593	913

2.4. - ADESIVO UTILIZADO

O adesivo escolhido para a confecção dos modelos, de vigas de MLC, foi o adesivo a base de resina resorcinol, devido principalmente, à resistência que apresenta aos esforços, à sua cura na temperatura ambiente e aos resultados obtidos na experimentação realizada. Este adesivo é denominado comercialmente por Cascophen RS-216, fabricado pela Alba S.A. Indústrias Químicas. É uma resina sintética à base de resorcinol em solução de álcool e água, resistente a água fria ou fervida, aos micro-organismos e a produtos químicos.

Conforme as especificações do fabricante, este adesivo à temperatura de 20°C, tem vida útil de 4 horas. Os tempos de montagem e prensagem variam em função da temperatura como apresentados a seguir:

▶ Tempo de montagem em minutos:

20°C	27°C	32°C
75'	50'	32'

▶ Tempo mínimo de prensagem

20°C	24°C	27°C	32°C
8 à 10h.	6 à 8h.	4 à 6h.	4 à 5h.

As recomendações seguidas na utilização deste adesivo foram:

- ▶ Tempo de penetração - mínima 10 minutos para madeira dura e 6 minutos para madeira mole
- ▶ Pressão mínima - de 600 kPA
- ▶ Tempo de pressão - de 4 a 10 horas
- ▶ Quantidade a utilizar - 350 a 400 g/m², com aplicação em ambas faces.
- ▶ Tempo requerido após a prensagem - para alcançar o máximo de resistência da linha adesiva, é de 8 a 10 dias na temperatura ambiente.

O espalhamento do adesivo foi feito através de um rolo, com reservatório próprio, e pincel. O adesivo foi aplicado nas duas faces da lâmina.

3. - AS LÂMINAS

As características das peças de MLC, dependem também da adesividade das espécies, da qualidade das lâminas (inclinação das fibras, fendas, nós, rachaduras, buracos, etc.), da espessura, da umidade, do sistema de secagem das lâminas e principalmente da preparação da superfície antes da colagem. Este estudo pormenorizado, encontra-se em MANTILLA, CARRASCO (1989).

3.1. - ESPECIE DE MADEIRA

Para a escolha da espécie de madeira a ser utilizada nas lâminas, foram realizados estudos sobre a adesividade de quatro espécies de madeira sob condições favoráveis de colagem. Na tabela (4.2), são apresentadas as resistências médias ao cisalhamento da linha adesiva e da madeira maciça de mais de 70 CPs de cada espécie. A espécie escolhida para execução do programa experimental foi o Pinho do Paraná.

TABELA (4.2)- Resistência média ao cisalhamento da madeira maciça e colada (Mpa), 280 CPs

MADEIRA	MACIÇA	COLADA
Castanheira	15,15	15,63
Pinus	11,78	12,49
Pinho do Paraná	16,01	16,94
Peroba Rosa	21,71	20,71

A norma brasileira NBR-7190/82, regulamenta o uso da madeira e suas aplicações estruturais, mas não especifica ainda a "Classificação Visual" e apenas recomenda o "Boletim - 185" do Forest Products Laboratory, para classificar as peças. A "Classificação Visual", consiste em avaliar a presença de defeitos naturais através de inspeção visual, e em seguida, classificar a madeira segundo regras normalizadas. Todavia, não há especificações de defeitos citados na NBR-7190/82 e por este motivo torna-se necessário recorrer a outras normas.

No LaMEM, foi desenvolvida uma Dissertação de Mestrado com o objetivo de estudar a classificação das peças de madeira para estruturas. O autor do trabalho FURIATI (1981), verificou ser possível classificar a madeira de acordo com a sua resistência, através do conhecimento do módulo de elasticidade, à vista do valor efetivo do E definir a resistência do material. O E

é determinado através do ensaio de flexão, não destrutivo, chamado "ensaio de obra". A partir de uma distribuição normal, foram definidas as categorias. Assim, a classificação da madeira pela resistência, como indica a figura (4.6) é definida em três categorias, a saber:

- ▶ 1ª categoria- $E \geq 10528 \text{ MPa}$
- ▶ 2ª categoria- $8496 \text{ MPa} \leq E < 10528 \text{ MPa}$
- ▶ 3ª categoria- $6666 \text{ MPa} \leq E < 8496 \text{ MPa}$
- ▶ -- refugo -- $E < 6666 \text{ MPa}$

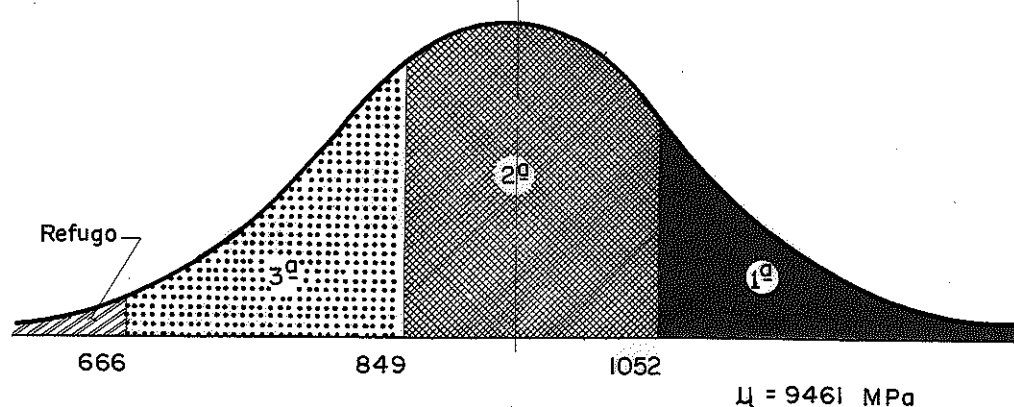


Fig. (4.6)- Classificação através do E. (FURIATI (1981))

Para a confecção das vigas, as lâminas foram classificadas através de "ensaios de obra" e de ensaios de laboratório. Os critérios visuais especificados pelas normas foram respeitados.

3.2. - ESPESSURA

É evidente que, do ponto de vista econômico pode-se utilizar, lâminas de grandes espessuras para a composição de vigas de MLC. O custo de produção é menor, Pois existe uma economia no consumo de adesivo, das horas de trabalho e das horas de máquina utilizadas. Por razões tecnológicas a espessura é limitada, segundo CHUGG (1964), a 50 mm. De fato a única razão para não usar lâminas de maior espessura é a dificuldade de sua obtenção e o custo da secagem das tábuas, com espessura acima de 50 mm, com um mínimo de prejuízo das lâminas. Este prejuízo se refere às rachaduras e empenamentos normalmente associados à secagem de grandes secções de

madeira, as quais, em certas condições, podem ter efeitos negativos sobre a resistência.

Este limite é entretanto discutível, pois outros autores tem opiniões diversas. Na tabela (4.3), são apresentadas as restrições impostas por algumas normas e autores.

TABELA (4.3)- ESPESSURA MÁXIMA PERMITIDA NAS LÂMINAS

AUTOR	PAÍS	ESPESSURA* (mm)	OBSERVAÇÕES
FREAS e SELBO (1954)	USA	55	- não fazem restrições
CHUGG (1964)	USA	50	- faz restrições em função da variação da umidade ambiente:
CSA-0122 (1953)	CANADA	50	- permite o uso de espessuras maiores tomando cuidados especiais em relação à umidade e pressão de colagem.
SIA (apud. CTBA.1971)	SUIÇA	20-25	- não fazem restrições
CTBA (1971)	FRANÇA	VARIA.	- toma em consideração a seção da lâmina. Para coníferas: máximo 60 cm ² e para dicotiledôneas máximo 40 cm ² .
BS-5268 (1984)	INGLAT.	40	- não faz restrições
ASTM D-3737 (1984)	USA	51	- não fazem restrições

* Esta espessura máxima refere-se a peças retas.

A espessura adotada para as lâminas do modelo estrutural foi de 3,55 cm. Nos modelos reduzidos utilizaram-se espessuras não inferiores a 0,3 cm.

3.3.- UMIDADE DAS LÂMINAS

Um dos fatores mais importantes na fabricação de peças de MLC é o conteúdo de umidade das lâminas.

Segundo FREAS e SELBO (1954), um nível satisfatório de umidade das lâminas, no instante da colagem para uso em interior é de 8 a 10% e para uso exterior em torno de 12 a 15%. Recomendam entretanto uma diferença de umidade entre as lâminas, na peça laminada, não deve ser maior do que 5%, pois as tensões criadas por esta diferença maior prejudicam a resistência do laminado. CHUGG (1964) admite só uma diferença de 3%.

A umidade ótima é aquela na qual se produz uma ligação resistente, sendo geralmente, a umidade de equilíbrio da peça quando em serviço.

Segundo CHUGG (1964), quando nas lâminas é esparramado o adesivo, a umidade provavelmente aumentará. A

porcentagem de aumento dependerá da espessura da lâmina, do tipo de adesivo, da espécie de madeira e da quantidade de adesivo esparramado. Este aumento de umidade devido ao esparramento do adesivo não é um problema quando são usadas lâminas com espessura máxima de 5,0 cm, mas podem ter uma influência significativa quando são usadas lâminas bastante delgadas.

É de suma importância reduzir, tanto quanto possível, qualquer alteração no conteúdo de umidade da peça laminada, após a fabricação, devido à retração da madeira quando diminui sua umidade e ao inchamento quando aumenta. Estes movimentos produzem tensões na madeira e na linha adesiva podendo ocasionar a delaminação.

A determinação de umidade da madeira, utilizada na experimentação, foi feita através de secagem de pequenos CPs, em estufa e de aparelho elétrico, a cada metro de lâmina. A umidade das lâminas variou de 12,4% a 15,4%.

3.4. - SECAGEM

Entre os vários métodos existentes para a secagem, os mais comuns e os mais utilizados são a secagem ao ar livre e a secagem convencional em estufa. A secagem ao ar livre é usada, com frequência, como pré-secagem, quando adotados métodos de secagem artificial.

Um método de secagem intermediário é a secagem solar. Segundo HENRIQUES (1986) a secagem da madeira por este método baseia-se no chamado "efeito estufa", o qual ocorre em decorrência das propriedades dos materiais transparentes. Estes, como o vidro e o plástico, deixam-se atravessar pela luz solar visível, mas não pelas radiações infravermelhas. Atravessando o material transparente, a luz chega ao interior, por exemplo, da estufa, aquecendo suas paredes, pisos e a carga de madeira existente. Estes elementos, aquecidos, passam a emitir radiações infravermelhas. Como essas radiações não conseguem atravessar o material transparente, são refletidas, voltando ao interior da estufa, aquecendo o ar e estabelecendo uma corrente de convecção.

Durante o processo de secagem, a variação dimensional na madeira, não é igual em todas as direções devido à sua estrutura anisotrópica. Isto provoca o inevitável surgimento de tensões internas. Se estas assumirem valores muito elevados, ultrapassando o limite de resistência do material, surgirão defeitos de secagem os quais, dependendo do tipo e da magnitude, podem tornar a madeira

imprópria para utilização em MLC. Segundo HENRIQUES (1986), os principais defeitos são: o empenamento, as rechaduras e as manchas. Mais detalhes a este respeito podem ser encontrados em MANTILLA, CARRASCO (1989).

Na experimentação, as tábuas de pinho do paraná foram secas no secador solar, montado por HENRIQUES (1986).

3.5.- LIMPEZA DOS DEFEITOS

Os fabricantes de MLC geralmente substituem os nós e outras partes defeituosas das tábuas por madeira sã. Esta operação é conhecida como "PATCHING" (remendo). A remoção é feita por duas razões. A principal razão é garantir que a peça laminada acabada tenha uma boa aparência. A outra razão é proporcionar a formação de uma linha adesiva resistente, pois os defeitos frequentemente parecem ser causa da delaminação da linha adesiva. Segundo CHUGG (1964), a delaminação da linha adesiva se inicia na linha adjacente aos nós, e desenvolve-se ao longo da linha adesiva de cada lado do nó.

O processo de remoção do defeito é simples quando é utilizado equipamento adequado, figura (4.7-a). Primeiro remove-se o defeito e em seguida um pedaço de madeira sã com as dimensões exatas da seção removida, é inserida sob pressão, figura (4.7-b). Geralmente nenhum adesivo é utilizado.

4.- AS EMENDAS

As emendas utilizadas com o intuito de aumentar o comprimento das lâminas, neste estudo, foram a biselada e a de topo. As emendas denteadas não foram utilizadas devido à falta de equipamento para confeccioná-las. A fabricação de uma emenda biselada, pode ser realizada com uma serra circular, uma serra de fita e uma plaina. Primeiramente prepara-se um gabarito conforme a figura (4.8-a) e (4.8-b), coloca-se a tábua no gabarito e em seguida a face é serrada e aplainada nas dimensões e ângulo estipulados. Para garantir um correto alinhamento, entre as faces da tábua, é perfurado um orifício através dos dois biseis e introduzido um tarugo para ficarem travadas, impedindo qualquer deslizamento, figura (4.8-c). Qualquer inexatidão que possa ter resultado na manufatura é geralmente removida quando as lâminas são desempenadas até atingirem a espessura correta. Caso a emenda

esteja sendo feita em tábuas aplainadas em sua espessura nominal é necessário muito mais cuidado em todas estas operações.

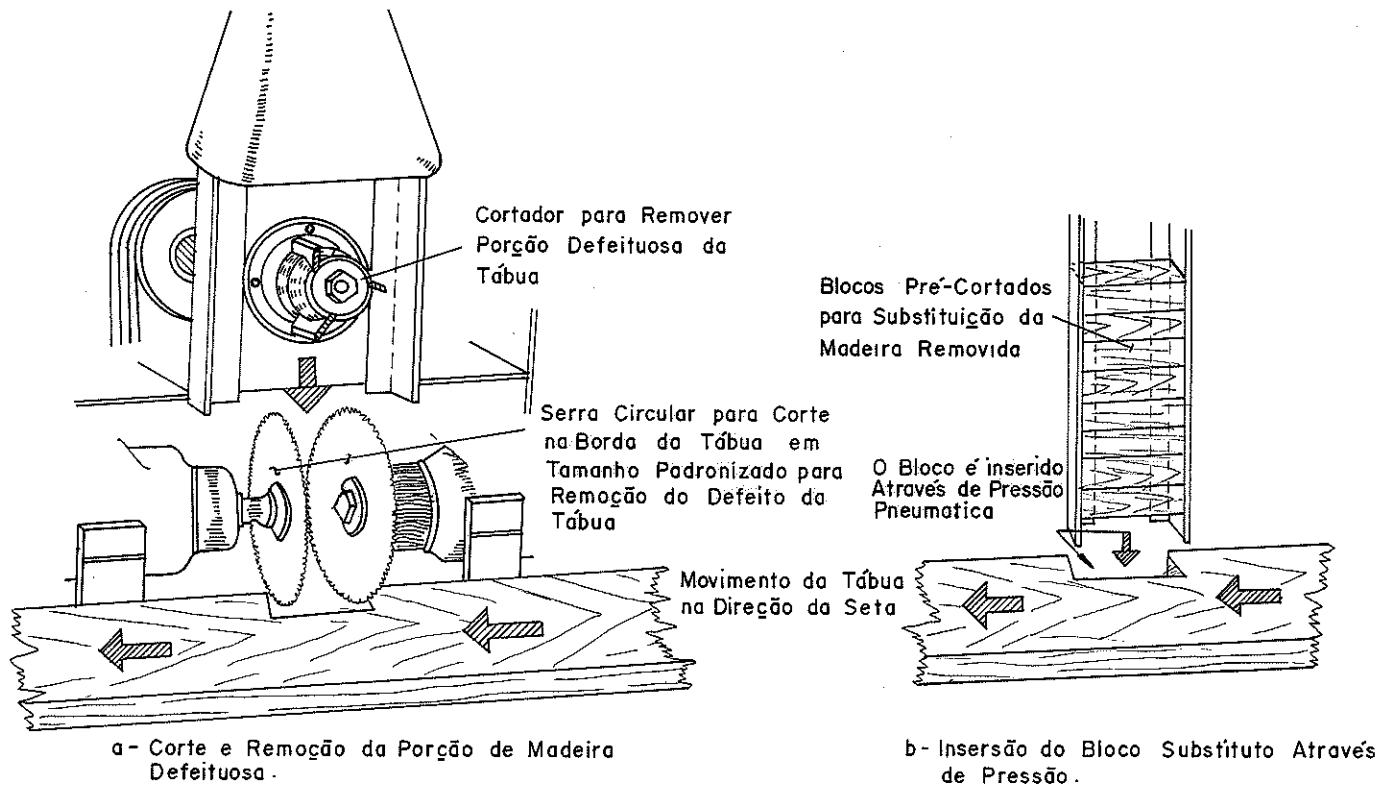


Fig. (4.7)- Esquema de remoção e substituição de defeitos das tábuas, CHUGG (1964)

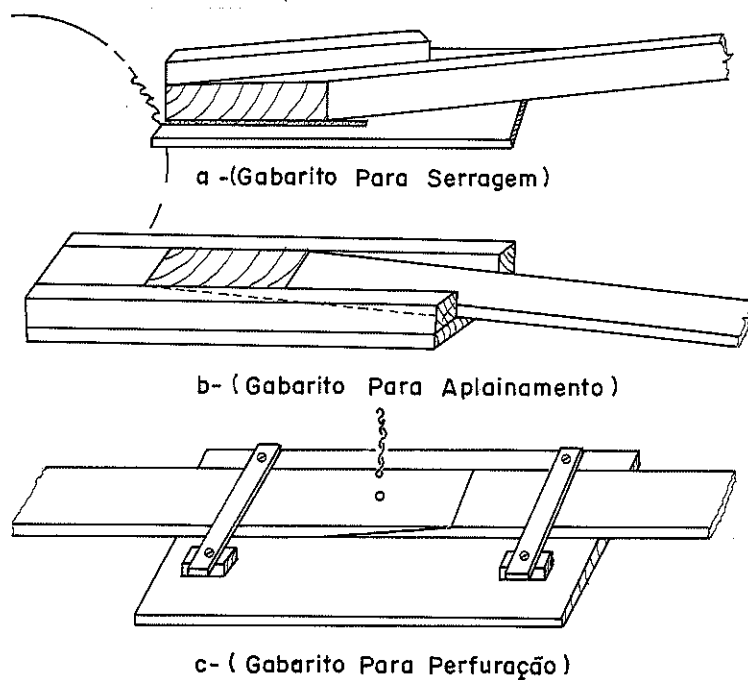


Fig. (4.8)- Gabaritos para fabricação de emenda biselada CHUGG (1964).

Antes de confeccionar as emendas, as superfícies das lâminas foram devidamente preparadas. Os gabaritos apresentados na figura (4.8), foram fabricados com a inclinação estipulada.

As emendas biseladas foram fabricadas separadamente dos laminados. Após a preparação dos biseis e dos grampos para aplicação de pressão, aplicou-se adesivo nas duas faces dos biseis de cada emenda e depois de juntados, introduziu-se um tarugo de eucalipto, (no orifício previamente perfurado nos dois biseis) e finalmente aplicou-se a pressão necessária, através de dois grampos e de um torquímetro, figura (4.9).

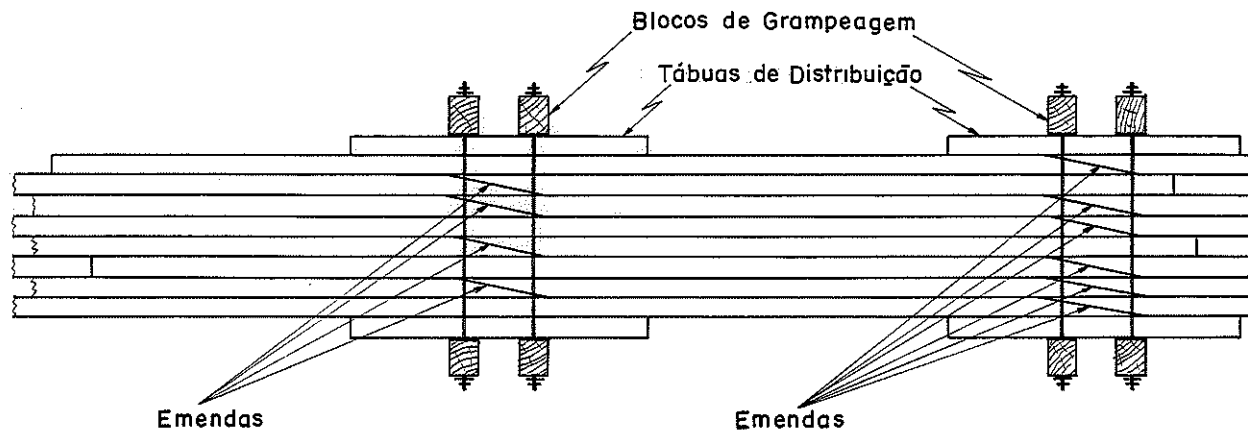


Fig. (4.9)- Sistema de pressão para as emendas biseladas.

As emendas de topo foram executadas juntamente com a montagem do laminado, tomando o cuidado de aplicar um pouco de adesivo na referida emenda.

5. - PREPARAÇÃO DA SUPERFÍCIE

A preparação da superfície das lâminas antes de esparramar o adesivo, montar e aplicar a pressão, é uma das operações mais importantes na fabricação de peças de MLC. A qualidade do produto final dependerá da precisão e do cuidado dispensado a este estágio da fabricação. Com o objetivo de desenvolver a máxima resistência da linha adesiva, as superfícies da madeira, antes de serem coladas, devem ser preparadas mecanicamente, de maneira a se ajustarem exatamente. Na publicação MANTILLA, CARRASCO (1989), encontram-se diversas considerações a este respeito.

Para ilustrar a variação da resistência das ligações adesivas em função do tipo de superfície, é apresentado o gráfico da figura (4.10). O aumento intencional da rugosidade da superfície (arranhamento), não traz o efeito desejado e o lixamento enche a

superfície da madeira com poeira, prejudicando a ligação. O lixamento da superfície é frequentemente proibido pelas especificações, pois por este método, a madeira menos densa é removida tendendo a deixar grandes cristas de madeira de inverno. Também pode ser removida a madeira das bordas, produzindo um contorno irregular prejudicando a ligação, devido ao não paralelismo das lâminas, produzindo uma linha adesiva insuficiente.

O aplainamento final deve reduzir as lâminas às espessuras desejadas, removendo o excesso do adesivo e as irregularidades das emendas. As lâminas com falha excessiva devem ser rejeitadas.

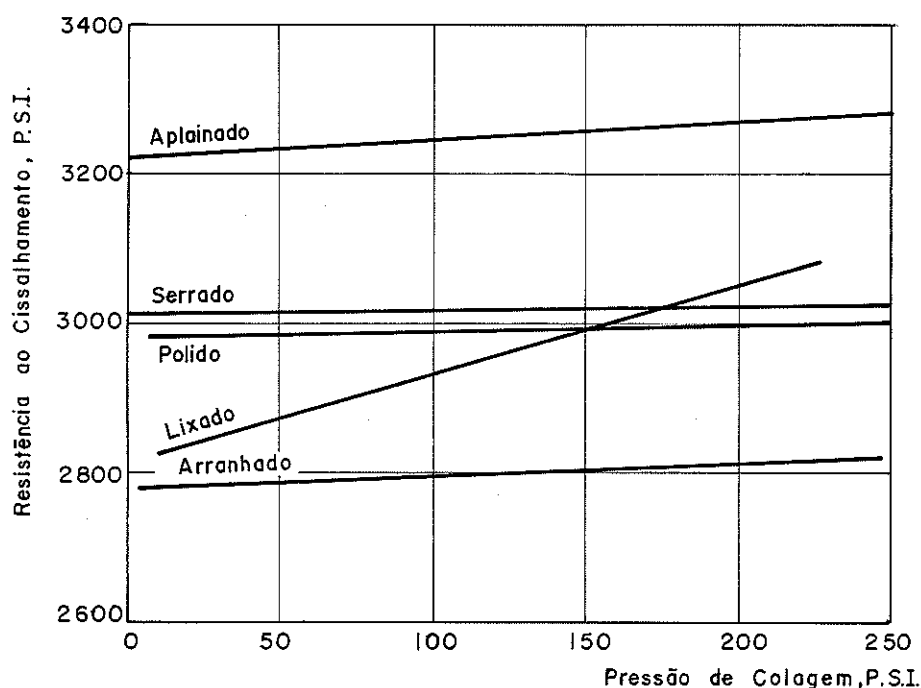


Fig. (4.10)- Influência da superfície na resistência da ligação adesiva, Marx Well (1944) (apud. CHUGG, 1964).

Para ilustrar os diversos tratamentos da superfície da madeira, é apresentada uma fotografia da superfície do Pinho do Paraná com 3 tratamentos, figura (4.11).

Na experimentação as lâminas já emendadas, foram devidamente aparelhadas e aplainadas, nas espessuras especificadas horas antes da colagem. A espessura, foi rigorosamente preparada e controlada através de paquímetros e gabaritos.

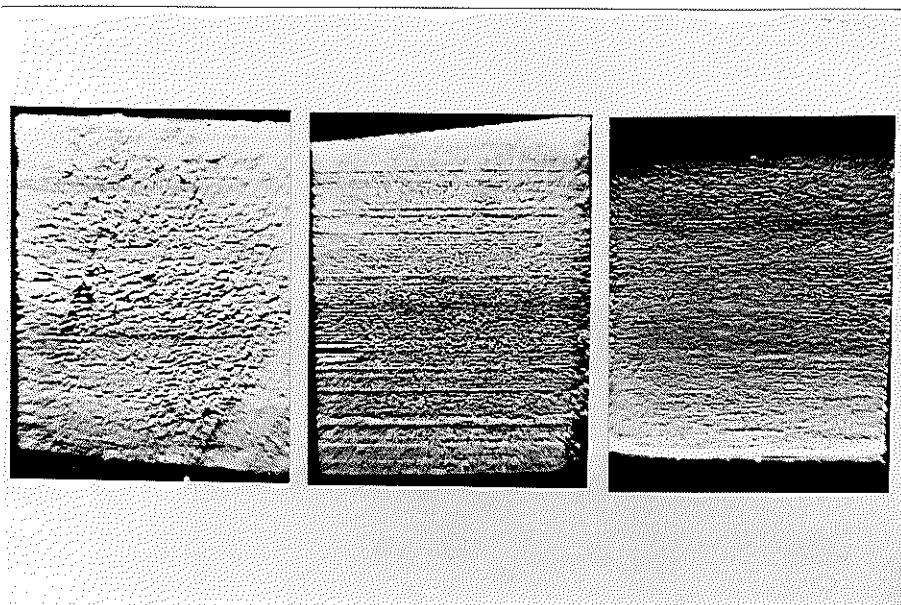


Fig. (4.11) - Pinho do Paraná: serrada, aplainada e lixada.

6.- SISTEMA DE PRENSAGEM.

As prensas para confecção das vigas de MLC foram fabricadas no LaMEM, com base no estudo realizado por MANTILLA, CARRASCO (1989). O projeto e a montagem das prensas, foram desenvolvidos com a finalidade de confeccionar todas as vigas do presente estudo.

As prensas são basicamente constituídas de suportes compostos de parafusos que fazem, ao mesmo tempo, parte dos grampos. A aplicação da pressão é feita através de uma viga de madeira colocada transversalmente à peça de MLC (travessa), presa a dois parafusos com arruelas e porcas. Para melhor distribuição da pressão, foi colocada na parte superior e inferior uma tábua de madeira aparelhada. Nas figuras (4.12) e (4.13), estão apresentados os esquemas para prensagem das vigas em escala natural e em modelos reduzidos, respectivamente.

O dimensionamento dos elementos que compõem a prensa, foi feito considerando uma pressão mínima em qualquer ponto de qualquer linha adesiva nunca inferior a 600 kPa.

A pressão foi aplicada e medida através de um torquímetro previamente calibrado.

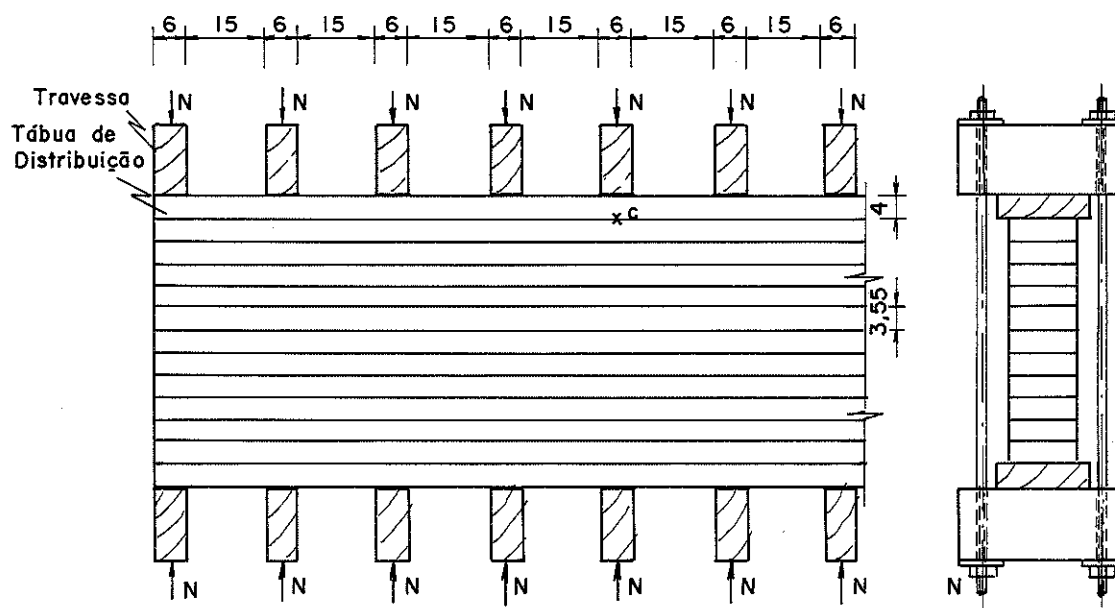


Fig. (4.12)- Prensa para vigas em modelos naturais.

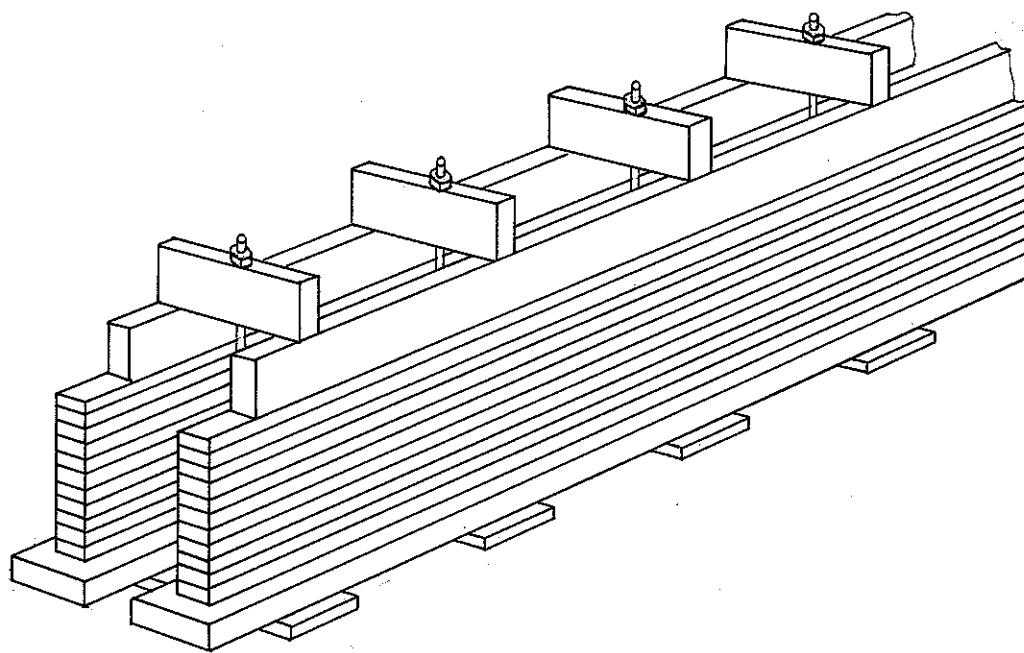


Fig. (4.13) Prensa para vigas em modelos reduzidos.

6.1 .- DIMENSIONAMENTO DA PRENSA

A madeira utilizada para confecção das vigas de MLC tinha densidade variando de $4,55 \text{ kN/m}^3$ a $6,90 \text{ kN/m}^3$, conseqüentemente, pelas experiências realizadas com o adesivo a base de resorcinol, a pressão mínima recomendada encontra-se entre 550 kPa e 650 kPa.

Para o dimensionamento das prensas foi fixada uma pressão mínima de 700 kPa, para poder-se desenvolver uma razoável adesão nas linhas adesivas e uma pressão máxima de 1600 kPa, resistência de cálculo, à compressão normal, do Pinho do Paraná. O dimensionamento foi realizado pelo método de SMITH (1962), descrito em MANTILLA, CARRASCO (1989), considerando as lâminas como vigas sobre apoio elástico.

6.1.1.- Prensa para o modelo em escala natural

As dimensões adotadas para os elementos de distribuição de pressão foram:

- ▶ Travessa de peroba rosa (6 x 12 x 30) cm.
- ▶ Tábua de distribuição de peroba rosa com 6 cm de espessura e largura variável.

a)- Pressão necessária na viga de MLC de Pinho do Paraná

As dimensões da viga de MLC de Pinho do Paraná, foram:

- | | |
|-------------------------|-----------|
| ▶ Comprimento | 880,00 cm |
| ▶ Largura | 120,00 cm |
| ▶ Altura | 40,00 cm |
| ▶ Espessura das lâminas | 3,55 cm |

O espaçamento entre as travessas foi de 20,00 cm.

Para determinar a pressão exercida sobre a viga de MLC, determina-se a força, N, aplicada nas travessas. As pressões produzidas por esta força não devem ser inferiores à mínima estipulada e nem superiores à resistência à compressão normal das fibras da madeira. O esquema de aplicação de carga é apresentado na figura (4.14).

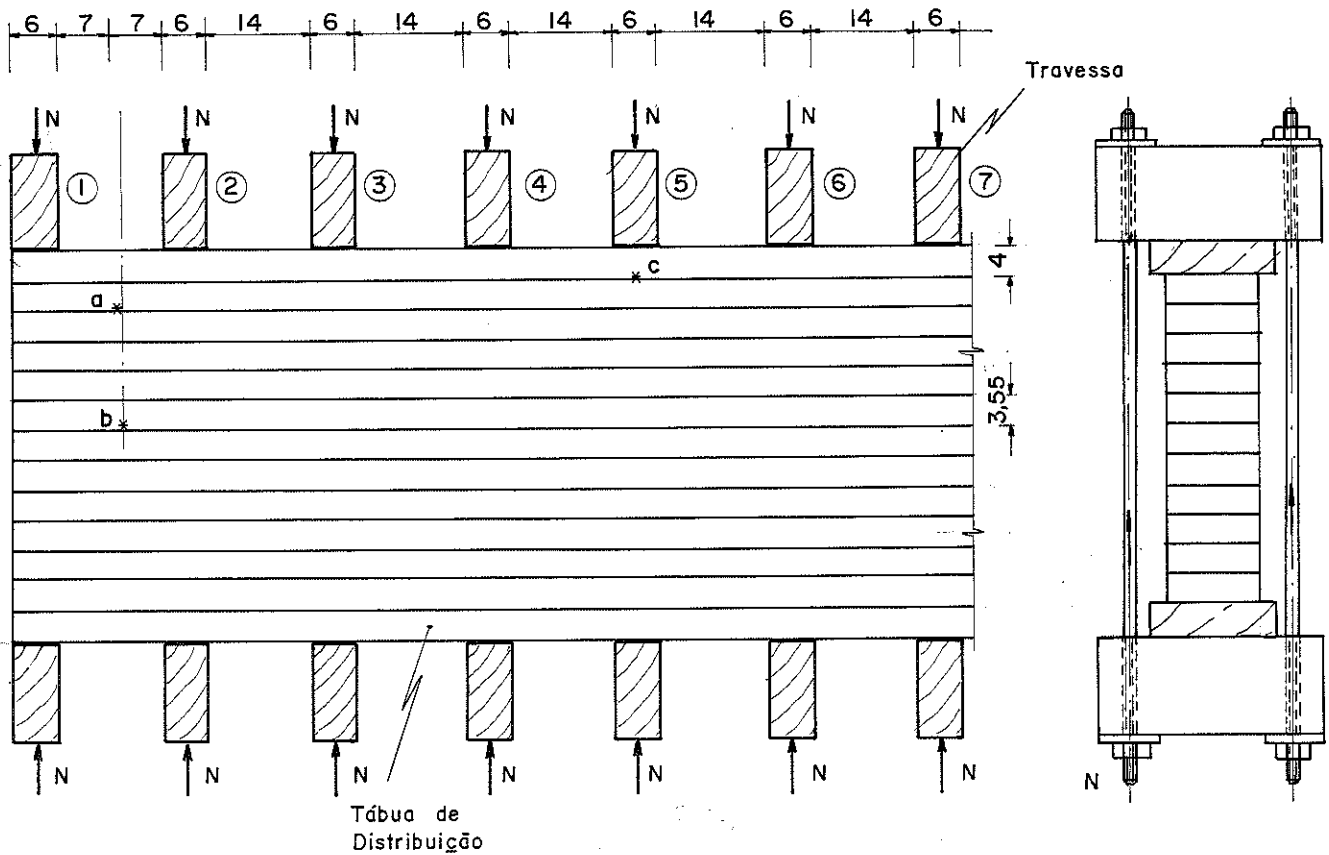


Fig. (4.14) - Esquema de aplicação da carga.

A média do módulo de elasticidade na compressão paralela fornecido pelo Boletim 31 do IPT, para Pinho do Paraná é de $E_{\parallel} \approx 13780$ MPa. Considerando o valor do E normal às fibras igual a 6,5% do E paralelo (média do E radial e o E tangencial) obtém-se, $E_{\perp} = 896$ MPa, SMITH, (1962).

Os pontos mais críticos encontram-se na linha central, normal ao eixo da viga, entre duas travessas e as linhas adesivas da 1ª e 2ª lâmina (ponto a), e a última e penúltima lâmina. Um outro ponto que deve ser verificado é aquele situado exatamente sob a travessa, (ponto c). As coordenadas destes pontos encontram-se esquematizadas na figura (4.14).

▶ pressões no ponto a

No ponto a, tem-se:

- "altura da fundação" $d_f = 36$ cm
- "largura da viga" $d = 12$ cm

a constante elástica da fundação será:

$$K = \left(\frac{E_{\perp n}}{d_f} \right) b = \frac{896}{36} \times 12 = 298,67 \text{ MPa.}$$

o valor de β será:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4 E_{vp} I}}$$

sendo I = momento de inércia da "viga", dado por:

$$I = \frac{b d^3}{12} = \frac{12 \times 9,6^3}{12} = 885 \text{ cm}^4$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{298,67}{4 \times 13780 \times 885}} = 0,0497 \text{ (1/cm)}$$

Para determinar a pressão no ponto desejado aplicamos a equação (4.7).

$$q' = \frac{P}{2b} (D_{\beta m} - D_{\beta n}) \tag{4.7}$$

sendo: $D_{\beta x} = e^{-\beta \cdot x} (\text{Cos} \beta x)$ com $x = m$ ou n (coordenadas do ponto na qual se deseja a pressão, ver figura (4.14)). Entretanto, antes de calcular q' , deve-se determinar os valores de $D_{\beta x}$ no ponto a, para poder levar em consideração a contribuição de cada carga. Na tabela (4.4) são apresentados estes cálculos.

TABELA (4.4)- CONTRIBUIÇÃO DA PRESSÃO DE CADA TRAVESSA NOS PONTOS (a) E (b)

TRAVESSA			PONTO a			PONTO b		
Nº	inic. final	X cm	βx	$D_{\beta x}$	$D_{\beta m} - D_{\beta n}$	βx	$D_{\beta x}$	$D_{\beta m} - D_{\beta n}$
1	m ¹	7	0,348	0,6639		0,212	0,7908	
	n ¹	13	0,646	0,4181	0,2455	0,394	0,6228	0,1680
2	m ²	7	0,415	0,6639		0,212	0,7908	
	n ²	13	0,646	0,4184	0,2455	0,394	0,6228	0,1680
3	m ³	27	1,342	0,0593		0,818	0,3016	
	n ³	33	1,640	-0,0134	0,0727	1,000	0,1988	0,1028
4	m ⁴	47	2,336	-0,0670		1,424	0,0352	
	n ⁴	53	2,634	-0,0627	-0,0043	1,606	-0,0070	0,0422
5	m ⁵	67	3,330	-0,0352		2,030	-0,0582	
	n ⁵	73	3,628	-0,0235	-0,0117	2,212	-0,0655	0,0073
6	m ⁶	87	4,324	-0,0050		2,636	-0,0627	
	n ⁶	93	4,622	-0,0009	-0,0041	2,818	-0,0566	-0,0061
7	m ⁷	107	5,318	0,0028		3,242	-0,0389	
	n ⁷	113	5,616	0,0028	0	3,424	-0,0313	-0,0076
8	m ⁸	127	6,312	0,0018		3,848	-0,0162	
	n ⁸	133	6,610	0,0013	+0,0005	4,030	-0,0112	-0,0050
Σ					0,5441	Σ 0,4696		

Assim a pressão no ponto, a, é dado por:

$$q' \equiv \frac{P}{2b} [\sum (D_{\beta_m} - D_{\beta_m})] \equiv \frac{P}{2 \times 12} (0,5441)$$

impondo uma pressão mínima igual a $q' = 700$ kPa tem-se:

$$p = \frac{24 \times 70}{0,5441} = 3087 \text{ kN/m}$$

a força a ser aplicada na travessa deverá ser:

$$p = \frac{N}{6} \rightarrow N \geq 3087 \times 6 = 18.53 \text{ kN}$$

▶ pressões no ponto b

Fazendo as mesmas considerações e cálculos análogos aos realizados para o ponto a, tem-se $d_f = 21,6$ cm; $b = 12$ cm; $K = 497,78$ MPa; $I = 10648$ cm⁴ e $\beta = 0,0303$. O cálculo da contribuição das travessas encontra-se na tabela (4.4). Finalmente a força a ser aplicada nas travessas será:

$$p = \frac{24 \times 70}{0,4696} = 3577 \text{ kN/m} \rightarrow N \geq 21,47 = \text{kN}$$

▶ pressões no ponto c

Através de cálculos análogos tem-se: $d_f = 39,6$ cm $b = 12$ cm, $K = 271,51$ MPa, $I = 64$ cm² e $\beta = 0,09366$. O cálculo da contribuição das travessas será determinada através da equação (4.8).

$$q' = \frac{f}{2b} [2 - D_{\beta_{ms}} - D_{\beta_{ms}} + \sum (D_{\beta_m} - D_{\beta_m})] \quad (4.8)$$

Na tabela (4.4) encontram-se as contribuições de cada travessa.

TABELA (4.4) - CONTRIBUIÇÃO DA PRESSÃO DE CADA TRAVESSA NO PONTO C

N	TRAVESSA		X (cm)	$\beta \cdot x$	PONTO	
	Inicial	Final			$\Delta \beta_x$	$\Delta \beta_m - \Delta \beta_n$
5	m ₅		3	0,281	0,7254	
	n ₅		3	0,281	0,7254	
4	m ₄		17	1,592	-0,0043	
	n ₄		23	2,154	-0,0639	0,0596
6	m ₆		17	1,592	-0,0043	
	n ₆		23	2,152	-0,0639	0,0596
3	m ₃		37	3,465	-0,0296	
	n ₃		43	4,027	-0,0113	-0,0183
7	m ₇		37	3,465	-0,0296	
	n ₇		43	4,027	-0,0113	-0,0183
2	m ₂		57	5,338	0,0028	
	n ₂		63	5,900	0,0025	0,0003
8	m ₈		57	5,338	0,0028	
	n ₈		63	6,900	0,0025	0,0003
						Σ 0,0832

Logo, impondo uma pressão máxima de 1600 kPa, (resistência de cálculo, normal às fibras do Pinho do Paraná), tem-se:

$$q' \equiv \frac{P}{2 \times b} [2 \cdot 0,7254 - 0,7254 + (0,0832)] \equiv \frac{P}{2 \times 12} (0,6324) \leq 1600$$

assim: $P \leq 36,43$ kN

Desta maneira, conclui-se que o valor da força, aplicada nas travessas, deve encontrar-se no intervalo (21,47 kN; a 36,43 kN). Assim foi adotado, $N = 25,00$ kN.

b) Verificação dos parafusos

A força aplicada na travessa será originada pelos dois parafusos que formam o grampo, figura (4.7). Assim a força de um parafuso é $N_p = 12,50$ kN.

A força admissível no parafuso pode ser calculada pela equação (4.9), SCHULTE e YAGUI (1977). Esta equação já leva em consideração a ação simultânea da força e do momento torçor.

$$N_p = 0,72 \times \sigma_e \times \frac{\pi \cdot d_{ef}^2}{4} \tag{4.9}$$

sendo:

$\sigma_s = 240,00 \text{ MPa}$, tensão de escoamento aço-carbono.

d_{liq} = diâmetro líquido do parafuso.

como, $N \leq N$, obtem-se:

$$d_{liq} \geq \sqrt{\frac{4 N_p}{0,72 \sigma_s \pi}} = 0,96 \text{ cm}$$

Os parafusos disponíveis no LaMEM são de 1" (2,54 cm), portanto quanto à resistência são satisfatórios.

O momento torçor necessário, aplicado na porca para produzir uma força de, 12,50 kN no parafuso pode ser calculado pela equação (4.10). Esta equação já leva em consideração o atrito entre a porca e a rosca e entre a porca e a arruela. Assim tem-se:

$$M_{ch} = 0,2 \times 1,1 N d \tag{4.10}$$

$$M_{ch} = 69,85 \text{ N}\cdot\text{m}$$

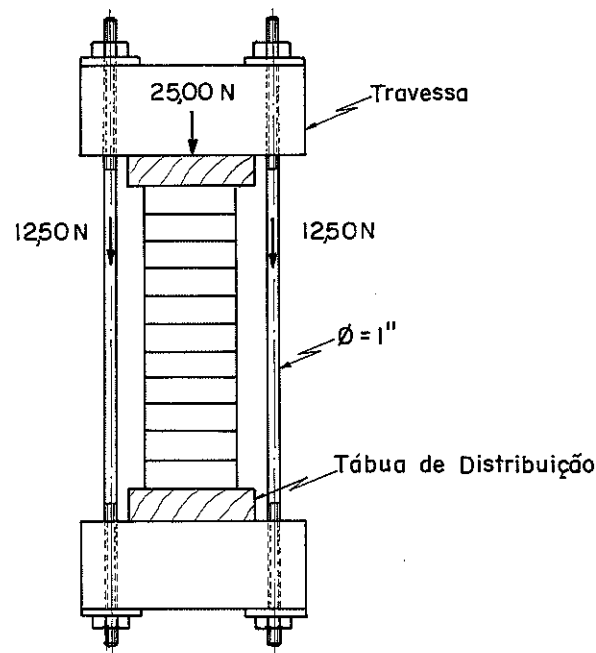


Fig. (4.7) - Grampo do sistema de pressão.

▶ esquema das travessas

As dimensões e o esquema de solicitação das travessas são mostradas na figura (4.15)

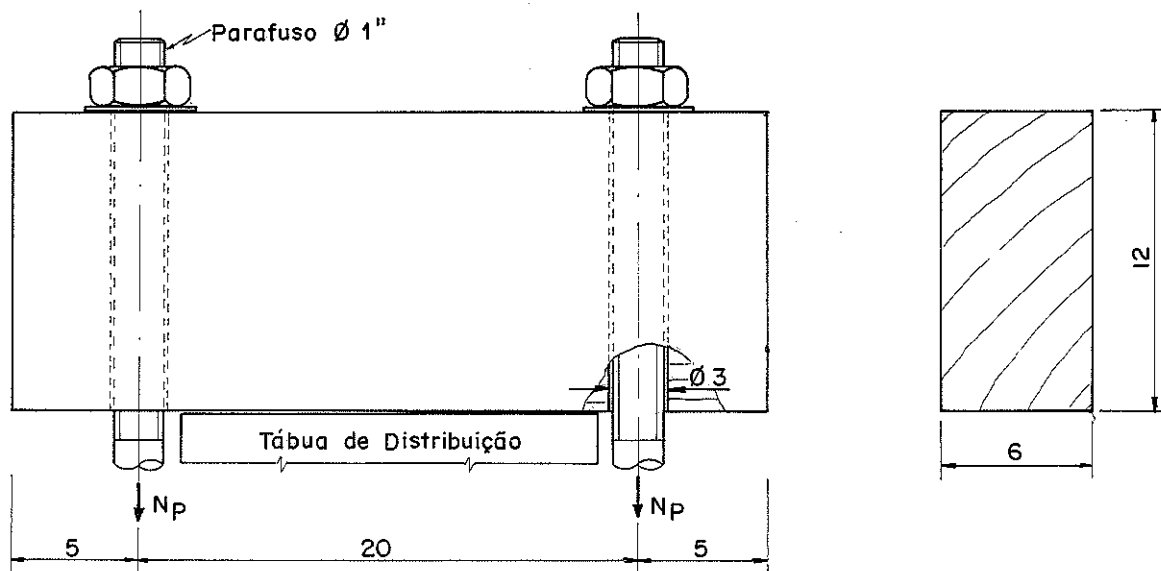


Fig. (4.15)- Dimensões da travessa.

O esquema geral desta prensa se encontra na figura (4.12).

6.1.2. - Prensa para modelos em escala reduzida.

Quanto à prensa para os modelos reduzidos, foi calculada analogamente. O seu esquema geral encontra-se na figura (4.13).

6.2. - CALIBRAÇÃO DO TORQUÍMETRO

A aplicação da pressão foi realizada através do torquímetro mostrado na fotografia da figura (4.16). Para verificar a pressão aplicada, o torquímetro foi calibrado aplicando pressão contra dois anéis dinamométricos, determinando através destes a carga aplicada. Na figura (4.17), é mostrado o esquema desta calibração e o resultado do ensaio.

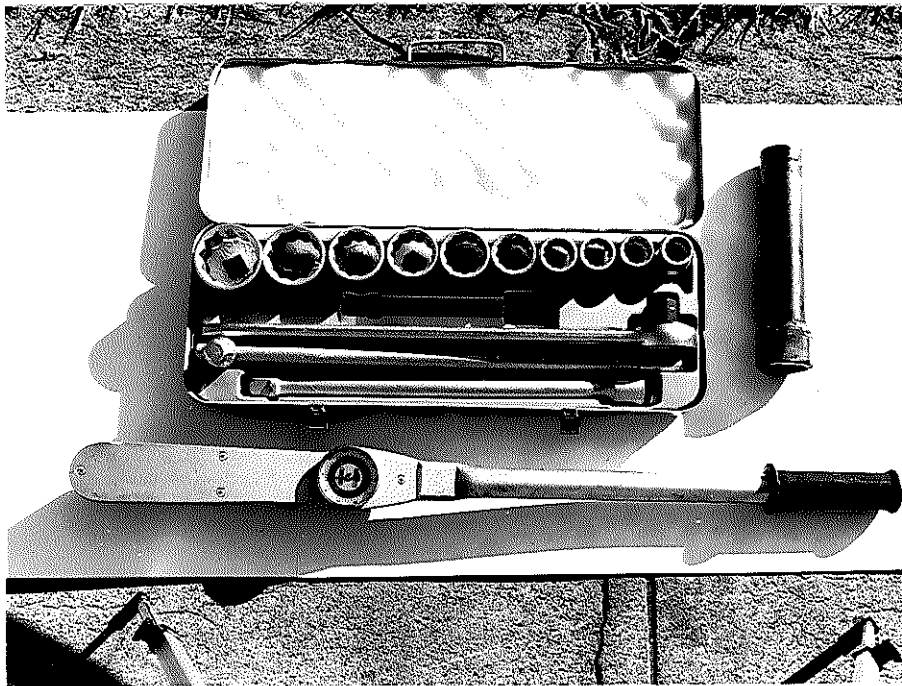
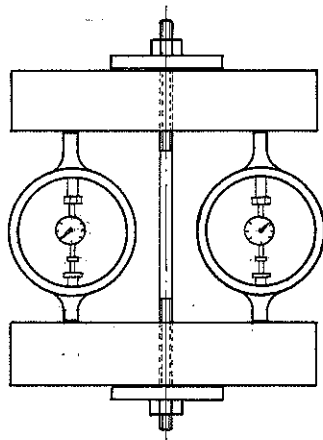
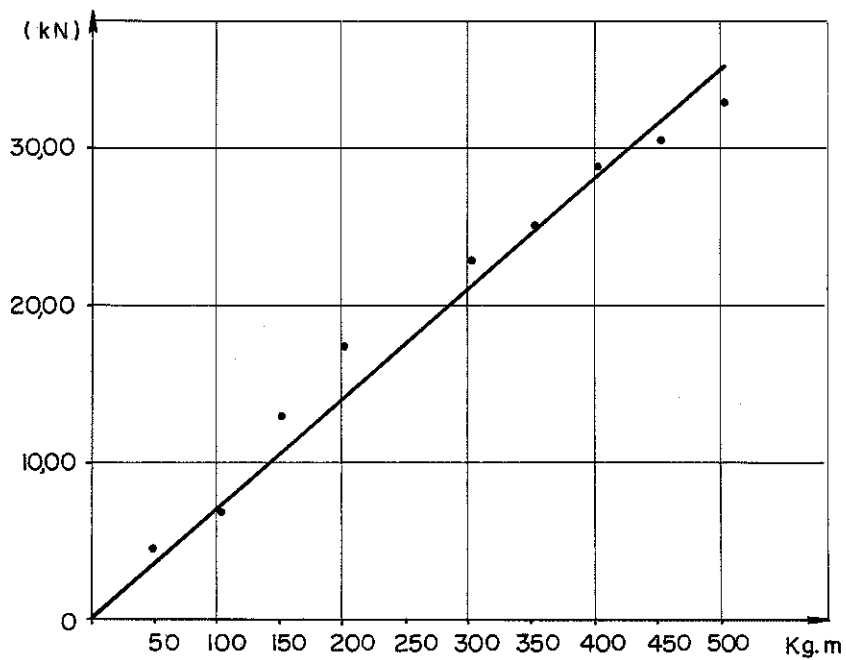


Fig.(4.16) - Torquímetro e acessórios.



a) Esquema de Calibragem



b) Curva Carga x Momento na Porca

Fig. (4.17) - Esquema de calibração do torquímetro e o resultado obtido.

7. - MONTAGEM

Antes de aplicar o adesivo e após a preparação das superfícies das lâminas, elas foram localizadas no laminado de acordo com a sua qualidade. As emendas também foram posicionadas segundo as especificações dos modelos. Após esta montagem "em seco", o adesivo foi aplicado nas duas faces das lâminas com êncolador (composto de rolos e reservatório) e um pincel para homogeneizar a aplicação do adesivo, nos extremos da superfície das lâminas.

As lâminas com adesivo foram colocadas na prensa uma sobre a outra, tomando-se o cuidado de não ultrapassar o tempo de espera ou tempo de montagem aberta.

8. - APLICAÇÃO DE PRESSÃO

Após o período de montagem (variando em função da temperatura, sendo em média 60 minutos), foram colocadas as tábuas de distribuição, os grampos, e em seguida aplicada a pressão estipulada para cada modelo.

A aplicação de pressão nos modelos em escala natural foi realizada por dois técnicos, iniciando-se no meio da peça e seguindo em direção às extremidades. Após uns 20 minutos, a pressão no parafuso foi verificada e quando necessário, apertado novamente.

A peça ficou sob pressão durante um período de 10 horas e nunca foi ensaiada antes de 10 dias (período necessário para a cura completa do adesivo).

9. - SÉRIES DE MODELOS E FINALIDADES

Para a análise dos diferentes fatores que afetam a resistência das vigas de MLC, à distribuição de tensões e a elástica, foram elaboradas as séries de modelos apresentadas na tabela (4.6).

As finalidades destes modelos foram as seguintes:

▶ O modelo em escala natural de pinho do paraná foi confeccionado para determinar a distribuição de tensões de cisalhamento e normais, as diversas perturbações nas tensões devido à concentração da carga, a linha elástica, as constantes e os esforços solicitantes.

▶ Os modelos em escala 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:8, e 1:10 da viga

de Pinho do Paraná foram ensaiados para determinar a influência de escala na resistência e nas constantes elásticas do laminado

▶ Os modelos em escala 1:4, foram confeccionados para determinar a influência da mudança de número de lâminas e de escala, (estudo de subregiões).

▶ Os modelos em escala 1:4 servem para o estudo da influência do número de lâminas.

▶ Os modelos em escala 1:10 foram confeccionados para estudar a influência do espaçamento e do tipo de emenda.

Além dos modelos foram realizados mais de uma centena de ensaios de caracterização das lâminas e dos laminados.

TABELA (4.8) - SÉRIES DE MODELOS

MODELOS	COMPRIMENTO	LARGURA	ALTURA	ESPS. LAM	NÚMERO LAMINAS	QUANT. MODELOS
ESCALA NATURAL, PINHO DO PARANA	880	11,7	39,05	3,55	11	1
ESCALA 1:2 VIGA PINHO	436	5,85	19,53	1,77	11	1
ESCALA 1:3 DA VIGA DO PINHO	290	3,90	13,07	1,16	11	1
ESCALA 1:4 DA VIGA DO PINHO	225	2,93	9,76	VARIÁVEL	VARIÁVEL	6
ESCALA 1:5 DA VIGA DO PINHO	180	2,34	7,82	VARIÁVEL	VARIÁVEL	
ESCALA 1:8 DA VIGA DO PINHO	117	1,46	4,90	VARIÁVEL		
ESCALA 1:10 DA VIGA DO PINHO	96	1,17	3,91	VARIÁVEL		

10. - EQUIPAMENTOS E INSTRUMENTAÇÃO

Todos os ensaios foram realizados no LaMEM. A maioria dos modelos foi ensaiada em um conjunto de reação montado sobre a laje de reação do LaMEM, com rigidez e capacidade suficiente para romper todos os modelos, figura (4.18). Alguns modelos e todos os CPs de caracterização das lâminas foram ensaiados na máquina universal AMSLER com capacidade de 250 kN.

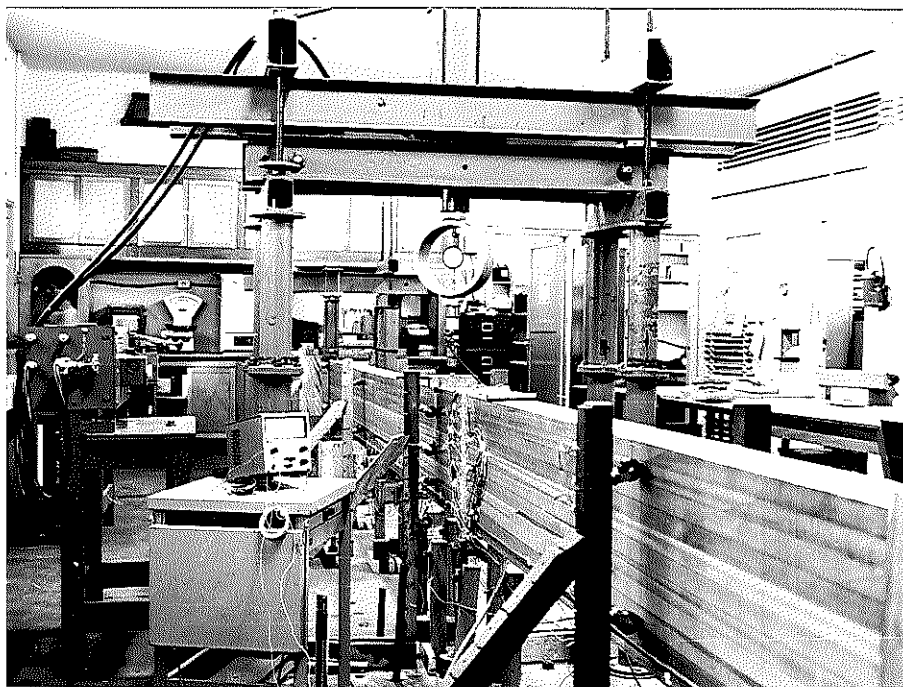


Fig. (4.18) - Vista do Esquema do conjunto de aplicação de carga.

10.1.- EQUIPAMENTOS DE APLICAÇÃO E LEITURA DE CARGA

A aplicação de carga, no conjunto de reação, foi feita através de um cilindro hidráulico conectado a um painel de controle, no qual um conjunto de válvulas permite alteração da vazão e pressão de óleo, possibilitando a regulagem da velocidade de carregamento. A carga aplicada no modelo foi medida através de uma célula de carga, previamente calibrada, e algumas vezes através de um anel dinamométrico.

10.1.1.- Células de carga

A célula de carga consiste essencialmente de um tarugo de aço, instrumentado com quatro extensômetros elétricos instalados em circuito do tipo ponte de Wheatstone para aumentar a sensibilidade da medida.

As células de carga utilizadas nos ensaios foram construídas no LaMEM. A calibração foi feita na máquina universal. Os pares de pontos, (máquina universal x leitura da célula de carga), possibilitam o cálculo da constante de proporcionalidade, através de uma regressão linear.

10.2.- APARELHOS DE LEITURA DE DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES

Os deslocamentos foram medidos através de relógios comparadores, com precisão de 0.01 mm e curso de 10 mm , e de transdutores diferenciais, da marca Hewlett Packard modelo HP-24 DCDT 500, com precisão de milésimo de milímetro e curso de 25,4 mm. Na fotografia da figura (4.19), encontra-se o relógio comparador e um transdutor diferencial, (LVDT)

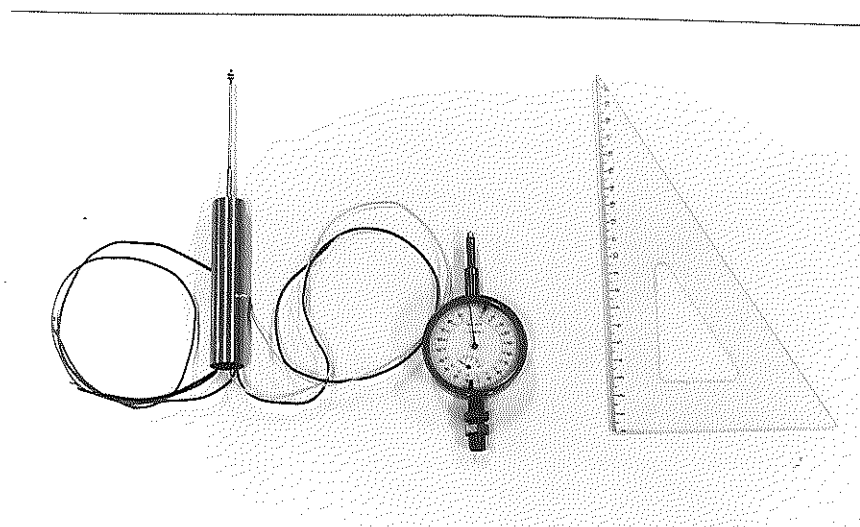


Fig. (4.19)- Relógio comparador e transdutor diferencial.

Para a medida das deformações foram utilizados extensômetros elétricos (Strain Gages) da marca KYOWA, tipo KL-10-A4 com 10 mm. de comprimento e resistência elétrica de 120 Ω . A leitura foi feita através de um circuito balanceado em ponte de Wheatstone, quando um extensômetro é ativo R_g e os outros 3 são resistores fixos ou extensômetros indeformados temos 1/4 de ponte, figura (4.20).

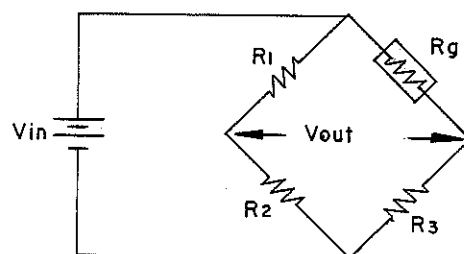


Fig. (4.20)- Ponte balanceada (1/4) de extensômetros elétricos.

10.3. - SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS AUTOMATIZADO.

A leitura foi automatizada via micro-computador, ligado ao sistema de aquisição de dados (SAP), extensômetros elétricos, transdutores diferenciais e células de carga.

A figura (4.21), esquematiza o sistema, e a figura (4.22), apresenta uma fotografia do sistema.

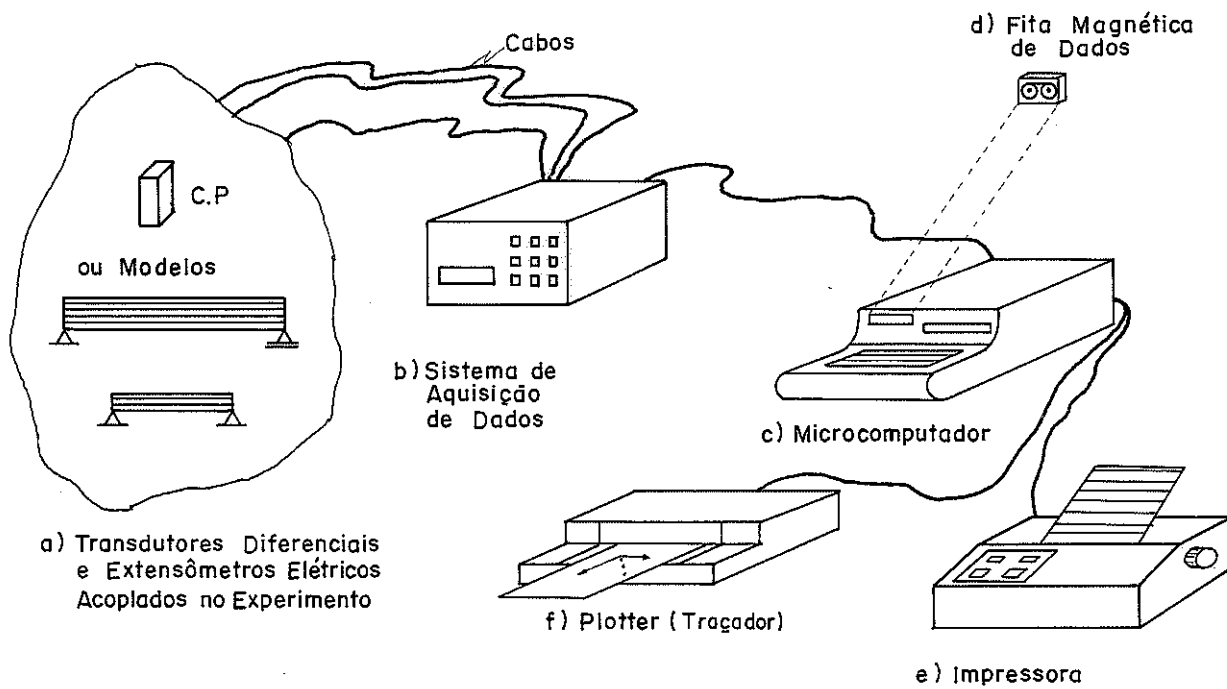


Fig. (4.21)- Sistema de leitura de dados.



Fig. (4.22) - Vista geral do sistema de leitura de dados.

O micro-computador, modelo HP-9825T com 64K, de memória, a impressora HP-2631G, traçador de diagramas ou plotter HP-7470A e o comutador (Scanner) HP 3497A, constituem o sistema de aquisição de dados.

O SAD é composto de um voltímetro digital de 5 e 1/2 dígitos, fonte de corrente e placas de rele para conexão de extensômetros elétricos, transdutores diferenciais e células de carga.

Foram utilizadas 3 placas HP-44427A para extensômetros elétricos com 10 quartos de pontes cada uma, dispendo desta maneira, de 30 pontos de medida de deformação. Também foi utilizada uma placa HP-44421A para leitura de transdutores diferenciais e células de carga com 20 pontos de leitura.

Os programas utilizados, especificamente para cada ensaio foram desenvolvidos pelo autor.

CAP V **DISTRIBUIÇÃO DE TENSOES**

1. - INTRODUÇÃO

A análise experimental de tensões é uma ferramenta, sem dúvida, das mais esclarecedoras do comportamento do material a solicitações externas. Este capítulo tem por finalidade explicar o comportamento das vigas de MLC quando solicitadas a esforços de flexão. Inicialmente são apresentadas as relações, tensões x deformações, em material ortotrópico tri-ortogonal e em seguida são deduzidas as expressões relativas às deformações nos extensômetros das rosetas.

Antes da fabricação as lâminas foram classificadas segundo a sua rigidez. Primeiro através de "ensaios de obra" e depois através de ensaios de caracterização da madeira.

A instrumentação da viga de MLC, foi feita utilizando-se extensômetros elétricos, transdutores LVDTs e células de carga. Toda esta instrumentação foi utilizada para determinar a distribuição de tensões longitudinais, normais às fibras e de cisalhamento ao longo da viga, o lugar geométrico da posição da linha neutra e da tensão máxima de cisalhamento.

As constantes elásticas das lâminas foram determinadas para cada ponto onde foram colocadas as rosetas, no total de 64.

2. - TENSAO x DEFORMAÇÃO

A madeira pode ser considerada como um material ortotrópico tri-ortogonal (com 3 planos de simetria ortogonais entre si).

As tensões, σ_{ij} , em um meio contínuo, são mostradas no elemento volumétrico da figura (5.1).

As componentes de deformação, ϵ_{ij} , são determinadas a partir do deslocamento de um ponto interno num meio contínuo.

A relação tensão x deformação expressa pela lei de HOOKE, está baseada em um comportamento elástico-linear do

material. Para aplicação desta lei na madeira são necessárias as seguintes condições: são consideradas pequenas deformações; o material é homogêneo, a densidade constante e não há interferência entre as componentes de tensão.

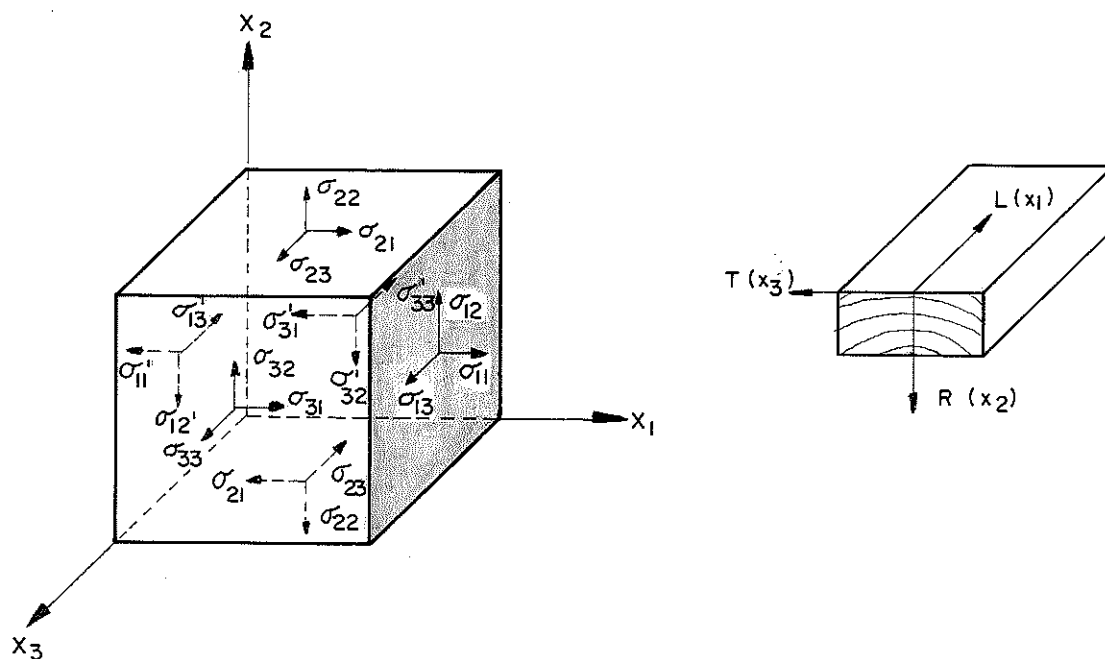


Figura (5.1)- Componentes de tensão em um sistema dextrógiro, ortogonal.

A lei de HOOKE, generalizada, pode ser escrita, em notação indicial, da seguinte maneira.

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \tag{6.1}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

sendo:

ϵ_{kl} = componentes de deformação

σ_{ij} = componentes de tensão.

C_{ijkl} = tensor de rigidez e S_{ijkl} sua inversa.

A forma tensorial da lei de HOOKE tem 9 componentes de tensão, σ_{ij} e 9 componentes de deformação, ϵ_{kl} . Consequentemente, o tensor de rigidez, C_{ijkl} , tem 81 constantes elásticas independentes, fazendo parte de 9 equações sendo 3 em relação às tensões normais e 6 em relações às tensões de cisalhamento. Considerando-se a simetria das tensões σ_{ij} e ϵ_{kl} as

componentes de cisalhamento passam de 6 para 3, restando portanto, no tensor de rigidez 36 constantes. Com a existência de um plano de simetria (as constantes elásticas tem os mesmos valores para qualquer par de pontos que são imagens um do outro em relação ao plano), anulam-se os coeficientes de influência mútua de primeira espécie, (influência da tensão de cisalhamento na tensão normal), restando 13 constantes. Admitindo dois planos de simetria (material ortotrópico trí-ortogonal), anulam-se os coeficientes de influência mútua da segunda espécie, (influência da tensão normal na tensão de cisalhamento), restando apenas 9 constantes. Finalmente as relações tensão-deformação escrita matricialmente e considerando $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$, segundo BOODIG e JAYNE (1982): são:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} & 1/E_y & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Admitindo um estado plano de tensões (x,y) tem-se:

$$\sigma_{zz} = 0 ; \quad \tau_{yx} = 0 ; \quad \gamma_{xz} = 0 ; \quad \gamma_{yz} = 0$$

e a equação (5.2), transforma-se na equação (5.3).

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} & 1/E_y & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 \\ \frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & 1/E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Desprezando a deformação ϵ_z , à vista de sua influência na flexão ser pequena, obtém-se a relação tensão deformação, no estado plano, a ser utilizado:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Considerando a simetria da matriz, tem-se:

$$-\frac{\nu_{yx}}{E_y} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}$$

Segundo KEENAN (1973), o coeficiente de Poisson pode ser determinado através da equação (5.5).

$$\nu_{ab} = \frac{\sigma_b}{\sigma_a} \quad (5.5)$$

3. - MEDIDA DE DEFORMAÇÃO

As deformações, tanto no ensaio das vigas como nos corpos de prova de tração e compressão simples, foram medidas através de extensômetros elétricos posicionados em lugares pré-estabelecidos. Com a composição de alguns extensômetros foram determinadas as deformações nas direções x,y e a distorção ou deformação por cisalhamento. A seguir será apresentado uma descrição dos esquemas do grupo de extensômetros utilizados (Rosetas) e a formulação para determinar as deformações.

3.1. - DEFORMAÇÃO DE UM EXTENSÔMETRO

Na figura (5.2) é mostrado um extensômetro na linha \overline{OB} , formando um ângulo ϕ com o eixo x. Após aplicação de um deslocamento ϵ_x na direção x, figura (5.2-a); a linha \overline{OA} passa a ser \overline{OA}' e a linha \overline{OB} cresce de ϵ_e passando a ser a linha \overline{OB}' .

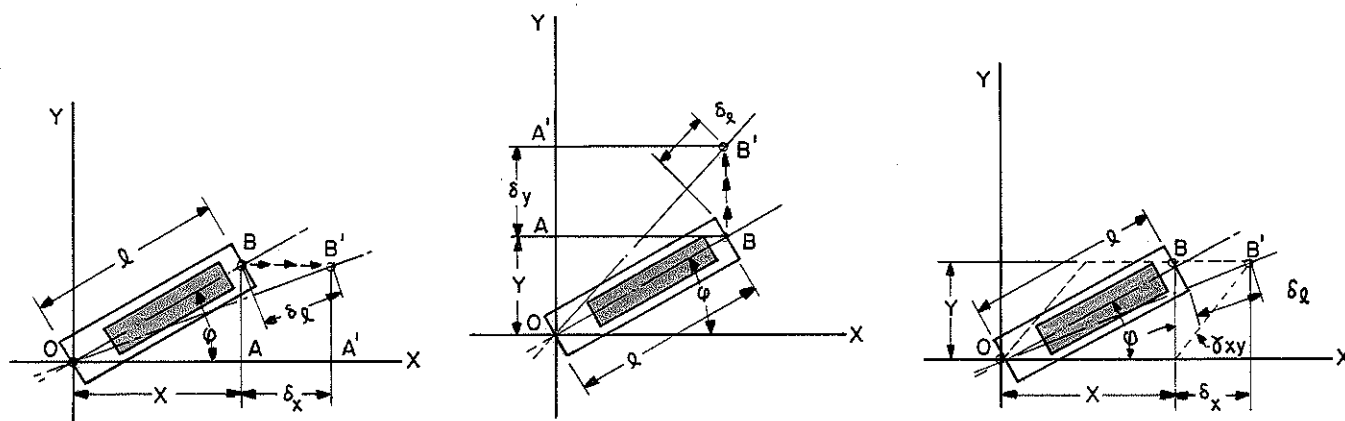


Fig. (5.2)- Esquema das deformações em um extensômetro.

A deformação na direção x é:

$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{x}$$

A deformação medida pelo extensômetro é:

$$\epsilon_\varphi = \frac{\delta_l}{l}$$

sendo: $l = \frac{x}{\cos\varphi}$; $\delta_l = \delta_x \cos\varphi$

tem-se: $\epsilon_\varphi = \frac{\delta_x \cos^2\varphi}{x} = \epsilon_x \cos^2\varphi$ (5.6)

A seguir aplicamos um deslocamento na direção y, figura (5.2-b), através de relações geométricas análogas entre ϵ_y e ϵ_φ e com o ângulo $90-\varphi$, tem-se:

$$\epsilon_\varphi = \epsilon_y \cos^2(90-\varphi) = \epsilon_y \sin^2\varphi$$
 (5.7)

Finalmente aplica-se um deslocamento devido à tensão de cisalhamento, τ_{xy} , figura (5.2-c). A deformação na direção do extensômetro devido ao alongamento δ_l é:

$$\epsilon_\varphi = \frac{\delta_l}{l}$$

com: $l = \frac{y}{\sin\varphi}$

e $\delta_L = \delta_y \cos \varphi$

sendo: $\delta_y = y \operatorname{tg} \gamma_{xy} \cong y \gamma_{xy}$

tem-se: $\delta_L = y \gamma_{xy} \cos \varphi$

e $\varepsilon_\varphi = \frac{y \gamma_{xy} \cos \varphi}{y / \operatorname{sen} \varphi} = \gamma_{xy} \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi$ (5.8)

Agora, atuando simultaneamente ε_x , ε_y e γ_{xy} , a deformação do extensômetro será a soma algébrica das equações (5.6), (5.7) e (5.8). Desta maneira obtém-se:

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \varepsilon_y \operatorname{sen}^2 \varphi + \gamma_{xy} \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \quad (5.9)$$

Escrevendo em termos de ângulo duplo, tem-se:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos^2 \varphi + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi \quad (5.10)$$

Para conhecer as deformações ε_x , ε_y e γ_{xy} , é necessário efetuar medidas de 3 deformações, ε_1 , ε_2 , e ε_3 , em três direções φ_1 , φ_2 e φ_3 em relação ao eixo x. Assim:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos^2 \varphi_1 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi_1 \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos^2 \varphi_2 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi_2 \\ \varepsilon_3 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos^2 \varphi_3 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi_3 \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Com as equações (5.11), pode se determinar ε_x , ε_y e γ_{xy} .

Caso seja necessário determinar as deformações em outras direções, a partir das deformações nas direções x e y, a transformação tensorial das componentes de deformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \vartheta & \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta & \operatorname{sen}^2 \vartheta \\ \operatorname{sen}^2 \vartheta & - \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta & \cos^2 \vartheta \\ - 2 \cos \vartheta \operatorname{sen} \vartheta & (\cos^2 \vartheta - \operatorname{sen}^2 \vartheta) & 2 \operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

3.2. - DEFORMAÇÃO EM UMA ROSETA TREVO

Considere-se a roseta da figura (5.3), formada por 3 extensômetros. Os ângulos de inclinação em relação ao eixo x são: $\varphi_1 = 0^\circ$, $\varphi_2 = \theta$ e $\varphi_3 = 90^\circ$, substituindo na equação (5.11).

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_x \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta \\ \varepsilon_3 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_y \end{aligned} \right\} (5.13)$$

resolvendo para, ε_x , ε_y e γ_{xy} , tem-se:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_3 \\ \gamma_{xy} &= \frac{2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cos 2\theta}{\sin 2\theta} \end{aligned} \right\} (5.14)$$

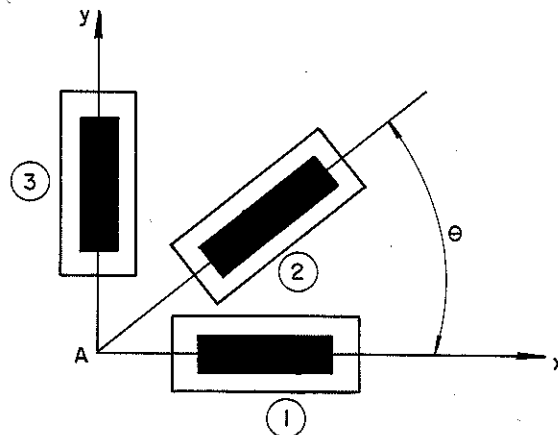


Fig. (5.3)- Roseta trevo.

3.3. - DEFORMAÇÃO EM UMA ROSETA DELTA.

A roseta delta utilizada na experimentação é apresentada na figura (5.4). Os ângulos de inclinação dos extensômetros em relação ao eixo x são: $\varphi_1 = 180^\circ$, $\varphi_2 = \theta$ e $\varphi_3 = 90^\circ$. Substituindo, na equação (5.11), tem-se:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_x \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta \\ \varepsilon_4 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} = \varepsilon_y \end{aligned} \right\} (5.15)$$

Assim:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_4 \\ \gamma_{xy} &= \frac{2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_4) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_4) \cos 2\theta}{\sin 2\theta} \end{aligned} \right\} (5.16)$$

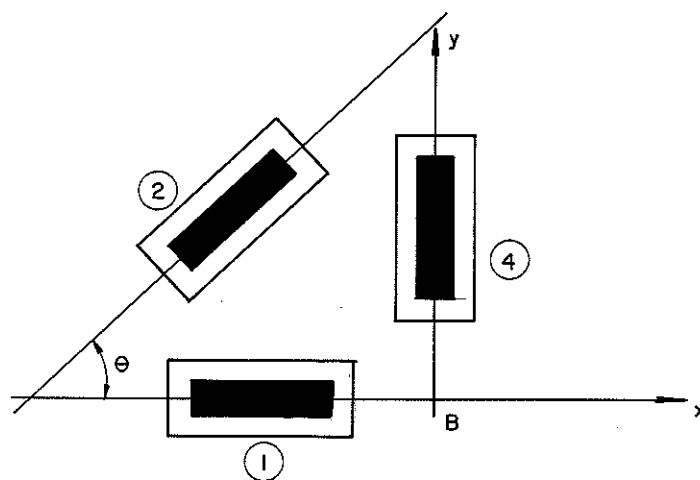


Fig. (5.4)- Roseta delta.

4. - FABRICAÇÃO DE UMA VIGA DE PINHO DO PARANÁ

Para a fabricação da viga de pinho do paraná foram selecionadas 12 tábuas, seguindo um critério visual, de um lote de aproximadamente 50 tábuas. A classificação das tábuas foi realizada a partir de uma série de ensaios mecânicos, preliminares, descritos mais adiante. À vista do comprimento das tábuas não exceder os 4,50 m, as tábuas foram divididas em duas ao longo do seu comprimento e posteriormente, após preparação das superfícies, foram emendadas atingindo um comprimento de 8,80m. A localização das lâminas foi feita através do critério da rigidez. As emendas foram biseladas, a inclinação do bisel e o espaçamento entre as emendas foram adotadas de acordo à AITC (1985). Após o posicionamento prévio das lâminas,

foram coladas, prensadas e curadas segundo as recomendações de fabricação. Finalmente, a viga foi aparelhada, até atingir as dimensões de 11,70 cm x 39,05 cm x 880 cm, ficando pronta para ser instrumentada.

4.1. - ENSAIOS PRELIMINARES.

O objetivo destes ensaios preliminares foi classificar as lâminas segundo a rigidez.

Nas 12 tábuas escolhidas, foi realizado um "ensaio de obra", primeiro com as tábuas sem aparelhar, e depois com as tábuas aparelhadas.

A seguir foram retiradas de cada tábua corpos de prova para determinação da umidade, da densidade, do módulo de elasticidade à tração e à compressão, das resistências à tração, compressão, flexão e cisalhamento, das resistências ao cisalhamento das ligações adesivas, das emendas de topo e biseladas.

Os ensaios de obra foram realizados colocando as tábuas sobre apoios, em vãos definidos. Os pesos previamente selecionados, foram colocados sucessivamente no meio do vão, e a flecha foi lida através de um relógio comparador. Para realizar os "ensaios de obra" com as tábuas sem aparelhar, elas foram divididas em duas ao longo do seu comprimento e ensaiadas as duas partes, A e B, com uma relação L/d variando entre 19 e 30. Em seguida as tábuas foram aparelhadas e logo ensaiadas com um relação L/d , em torno de 26,5 e L/d igual a 14, para poder determinar os módulos de elasticidade longitudinal e transversal respectivamente. O esquema de ensaio encontra-se na figura (5.5).

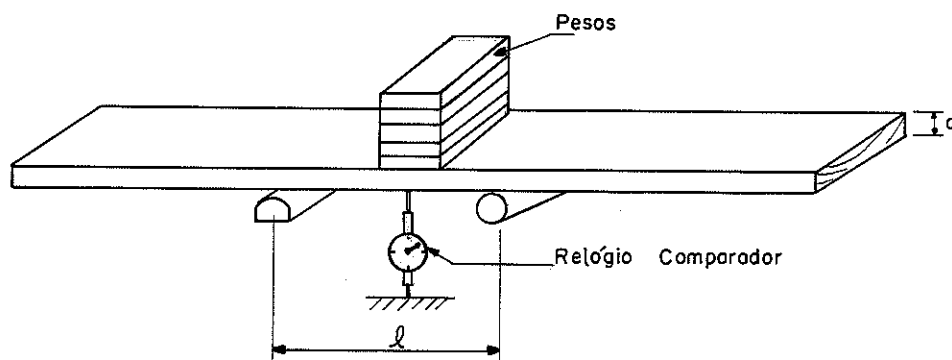
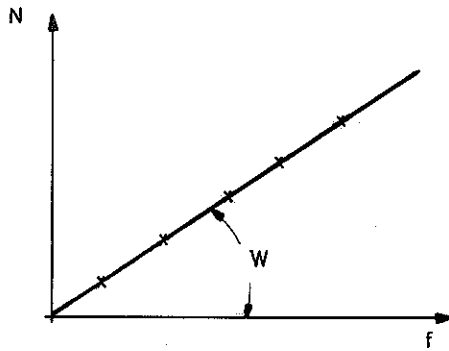


Fig. (5.5)- Esquema do "ensaio de obra"

A determinação do E foi feita através de uma regressão linear com pares de valores carga x flecha ($N_i; f_i$), obtidos do ensaios de flexão, com uma relação $L/d = 21$. Através da fórmula tradicional da resistência dos materiais desprezando a influência da força cortante, obteve-se o E como é apresentado a seguir:

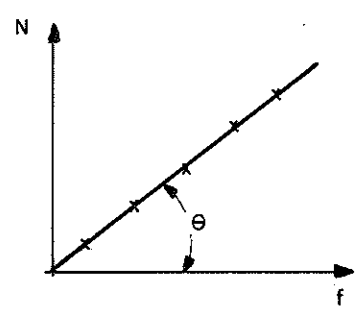


$$f = \frac{L^3}{48EI} N \implies N = \frac{48EI}{L^3} f$$

assim $W = \frac{48EI}{L^3}$

portanto $E = \frac{WL^3}{48I} \quad (5.17)$

A determinação do G foi feita também através de uma regressão linear, mas com pares de valores obtidos no ensaio de flexão com a relação de $L/d = 14$. Segundo ROCCO (1983) a influência da cortante na elástica quando a relação L/d é menor que 21 não pode ser desprezada. O valor de G foi obtido através da equação (5.18), deduzida a seguir.



$$f = \frac{L^3}{48EI} N + \frac{3L}{10GA} N \implies f = \left(\frac{L^3}{48EI} + \frac{3L}{10GA} \right) N$$

assim $\theta = \frac{1}{\left(\frac{L^3}{48EI} + \frac{3L}{10GA} \right)}$

portanto $G = \frac{3L}{\left(\frac{1}{\theta} - \frac{L^3}{48EI} \right)} 10A \quad (5.18)$

Os ensaios de caracterização da madeira foram realizados seguindo um método de ensaio brasileiro revisto no LaMEM (1988). Os corpos de prova das emendas de topo e biseladas (bisel de 1:10), foram confeccionados a partir dos modelos de tração normal e tração paralela, respectivamente, como é apresentado na figura (5.6).

TABELA (5.1) - RESULTADOS DOS "ENSAIOS DE OBRA"

TAB.	SEM APARELHAR			APARELHADAS			MÉDIA MÓDULO ELAST. MPa	CLASSIFIC.	
	LADO	L/d	E MPa	PEDAÇO	L/d	E MPa			G MPa
1	A	26,51	12249	A	26,67	10698	89,4	11223	6 ^º
1	B	26,08	11839	B	26,67	11748	71,3		
2	A	25,35	9135	A	26,46	9052	149,4	9042	—
2	B	25,98	8993	B	26,32	9033	156,0		
4	A	29,75	14223	A	26,67	13641	68,5	11375	5 ^º
4	B	29,69	11028	B	28,18	9110	73,7		
5	A	28,43	15024	A	26,60	15656	102,8	14931	1 ^º
5	B	28,54	14322	B	26,67	14207	69,7		
6	A	28,08	8025	A	26,18	7369	14,3	7300	11 ^º
6	B	27,96	7325	B	26,39	7231	83,1		
7	A	26,95	11953	A	26,18	12012	91,0	12444	3 ^º
7	B	27,51	12959	B	26,39	12877	89,7		
8	A	29,26	12621	A	25,91	12339	68,7	11698	7 ^º
8	B	29,26	11127	B	26,53	11057	184,6		
9	A	25,87	13150	A	26,25	12711	118,0	13364	2 ^º
9	B	25,15	13546	B	26,67	14018	99,6		
10	A	19,29	10532	A	26,11	10041	77,2	10752	8 ^º
10	B	19,14	10939	B	26,60	11463	85,1		
11	A	20,20	8780	A	26,46	10607	72,0	9446	9 ^º
11	B	20,82	10711	B	26,39	8285	101,6		
12	A	29,26	11615	A	26,53	10261	106,4	9325	10 ^º
12	B	30,00	11903	B	26,46	8389	90,4		
13	A	27,56	12939	A	25,97	14174	47,9	12387	4 ^º
13	B	27,56	11145	B	26,11	10600	84,5		

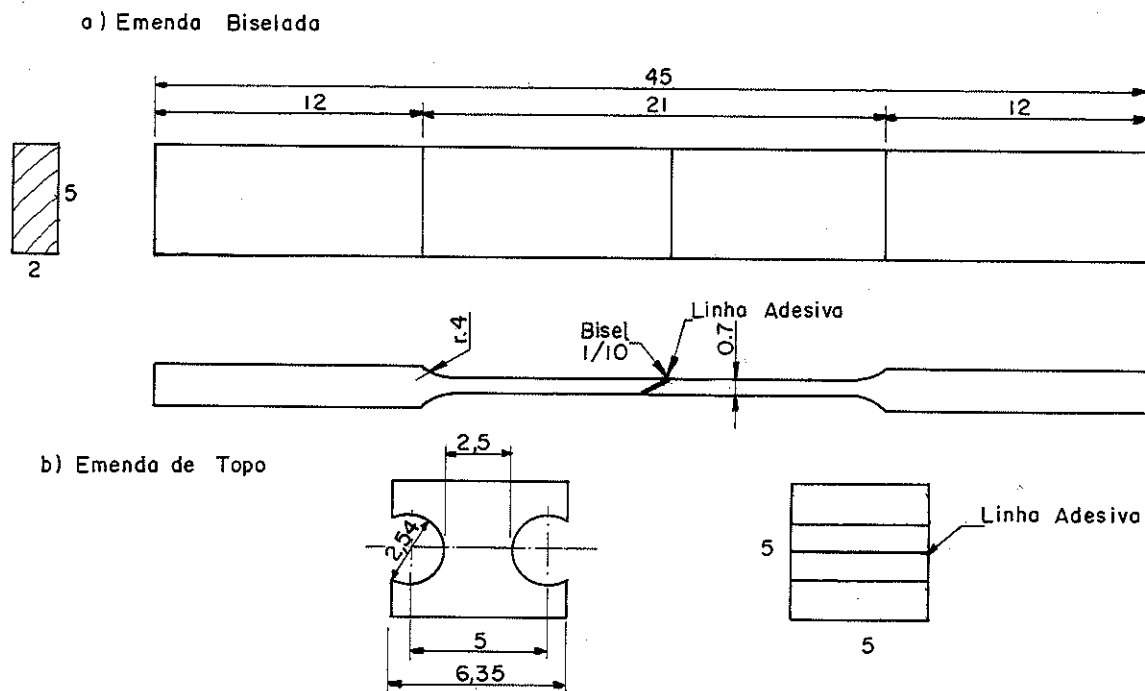


Fig. (6.6)- Corpos de prova de madeira de topo e

Os resultados dos ensaios de caracterização das lâminas, são apresentados na tabela (5.2).

TABELA (5.2)- CARACTERIZAÇÃO DA MADEIRA DAS LÂMINAS DA VIGA DE MLC.

L A M I N A	U M I D A D A (%)	D E N S I D A D E (KN/m^3)	TRAÇÃO		FLEX. σ_{rup} MPa	COMPRESSÃO		τ_v MPa	τ_{va} MPa	EMENDAS		C L A S S
			σ_{rup} MPa	E MPa		σ_{rup} MPa	E MPa			σ_{top} MPa	σ_{bis} MPa	
1	12,8	6,1	105,0	19600	117,0	47,4	17585	16,0	15,8	4,21	83,5	1 ^o
2	12,4	4,1	49,7	11700	65,8	34,0	9380	12,3	13,1	3,50	51,3	-
3	13,4	4,3	45,2	12579	68,3	35,6	10285	14,3	13,2	3,63	42,8	-
4	13,8	6,3	109,0	11988	82,9	38,9	10392	15,3	14,1	3,92	93,5	9 ^o
5	12,9	4,8	74,3	18480	73,1	34,0	16530	14,7	14,0	3,25	69,8	3 ^o
6	14,8	6,2	71,5	74630	99,9	44,7	6932	17,6	16,5	4,50	69,9	11 ^o
7	14,0	6,1	102,5	18400	104,8	50,6	15953	17,6	15,2	5,10	98,5	4 ^o
8	14,6	5,6	91,9	16237	92,6	38,8	14859	16,6	16,0	3,25	93,2	7 ^o
9	14,0	5,6	102,4	18684	112,1	50,4	16953	15,7	15,9	4,99	92,8	2 ^o
10	13,8	6,9	103,0	14678	102,4	47,4	14125	17,7	17,1	4,73	99,9	8 ^o
11	12,5	4,5	77,0	10478	78,0	40,6	9280	16,8	16,8	3,98	78,0	10 ^o
12	13,0	6,0	81,8	17100	104,8	49,7	15586	17,0	16,2	4,35	89,3	6 ^o
13	13,1	5,9	83,0	17293	114,6	52,6	15586	16,5	15,9	5,32	82,8	5 ^o

4.2. - CLASSIFICAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DAS LÂMINAS

A partir dos ensaios preliminares foram classificadas as lâminas segundo a sua rigidez. Inicialmente, com os ensaios de campo, através do E, como é mostrado na tabela (5.1) e depois com os ensaios de caracterização, também através do E, como apresentado na tabela (5.2). A lâmina n^o 2 foi eliminada devido a apresentar defeitos ao longo do seu comprimento.

O posicionamento das lâminas, na viga, segundo a sua rigidez (E) e a sua densidade, encontram-se nas figuras (5.7-a) e (5.7-b), respectivamente. As lâminas de maior rigidez, no caso (a), e de maior densidade no caso (b), foram colocadas nas partes submetidas a valores maiores de tensões, isto é nas partes externas da viga e as seguintes alternativamente como indicado na figura (5.7)

Para a fabricação da viga de MLC, foi adotado o posicionamento das lâminas segundo a sua rigidez.

4.3. - LOCALIZAÇÃO E CONFECCÃO DAS EMENDAS

Para atingir o comprimento desejado da lâmina, os

dois pedaços da tábua foram unidos através de emendas biseladas, com inclinação do bisel de 1:5, valor este, estipulado pela AITC (1985).

Com o objetivo de se obter uma viga simétrica em relação ao comprimento, foi necessário realizar em cada lâmina mais de uma emenda. O espaçamento mínimo entre as emendas estipulado pela AITC (1985) (6x espessura) foi respeitado. A localização das emendas está apresentada na figura (5.8).

Na confecção das emendas foram seguidas as recomendações indicadas no item 4 do capítulo IV e em MANTILLA, CARRASCO (1989).

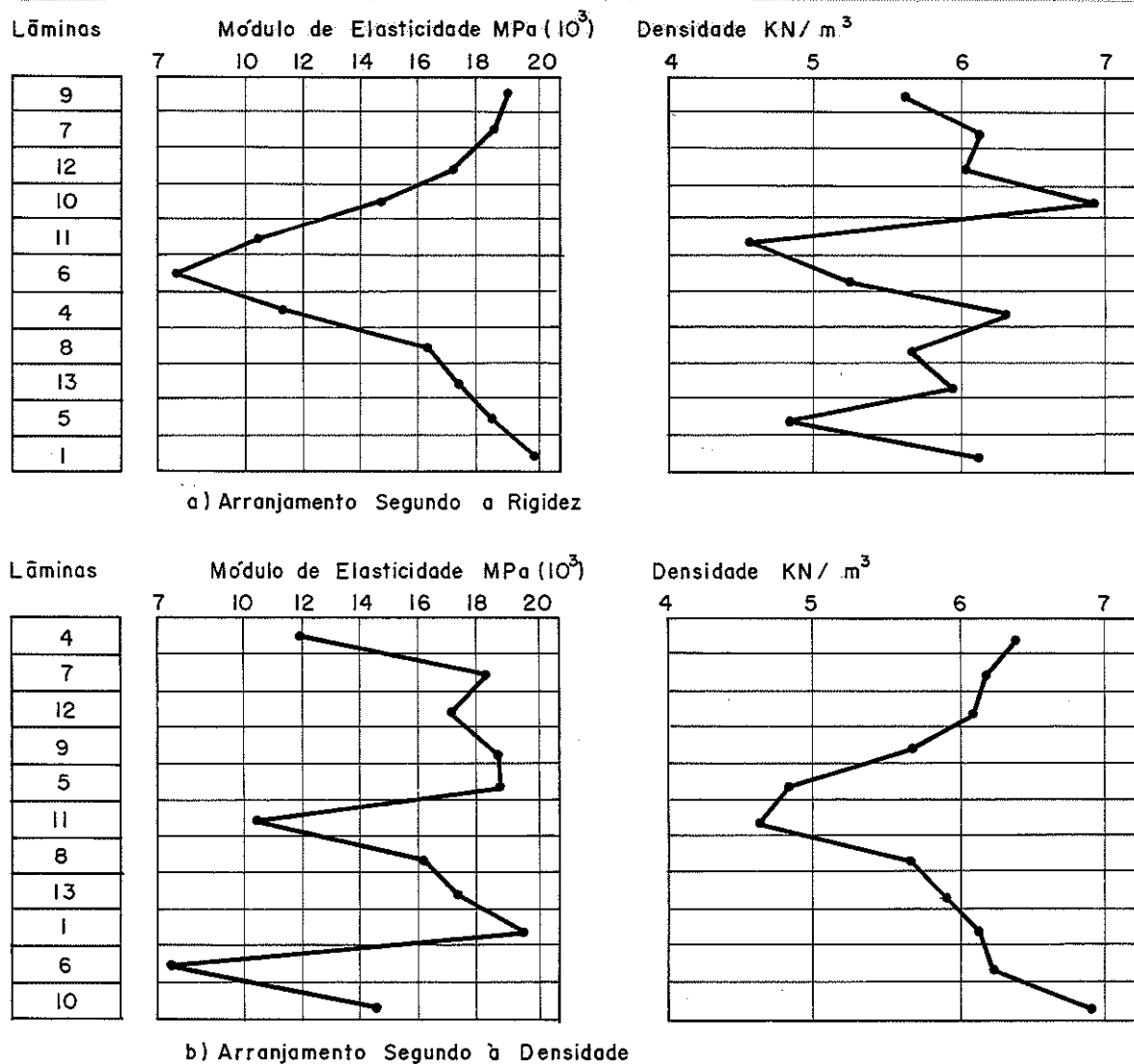


Fig. (5.7)- Localização das lâminas na viga.

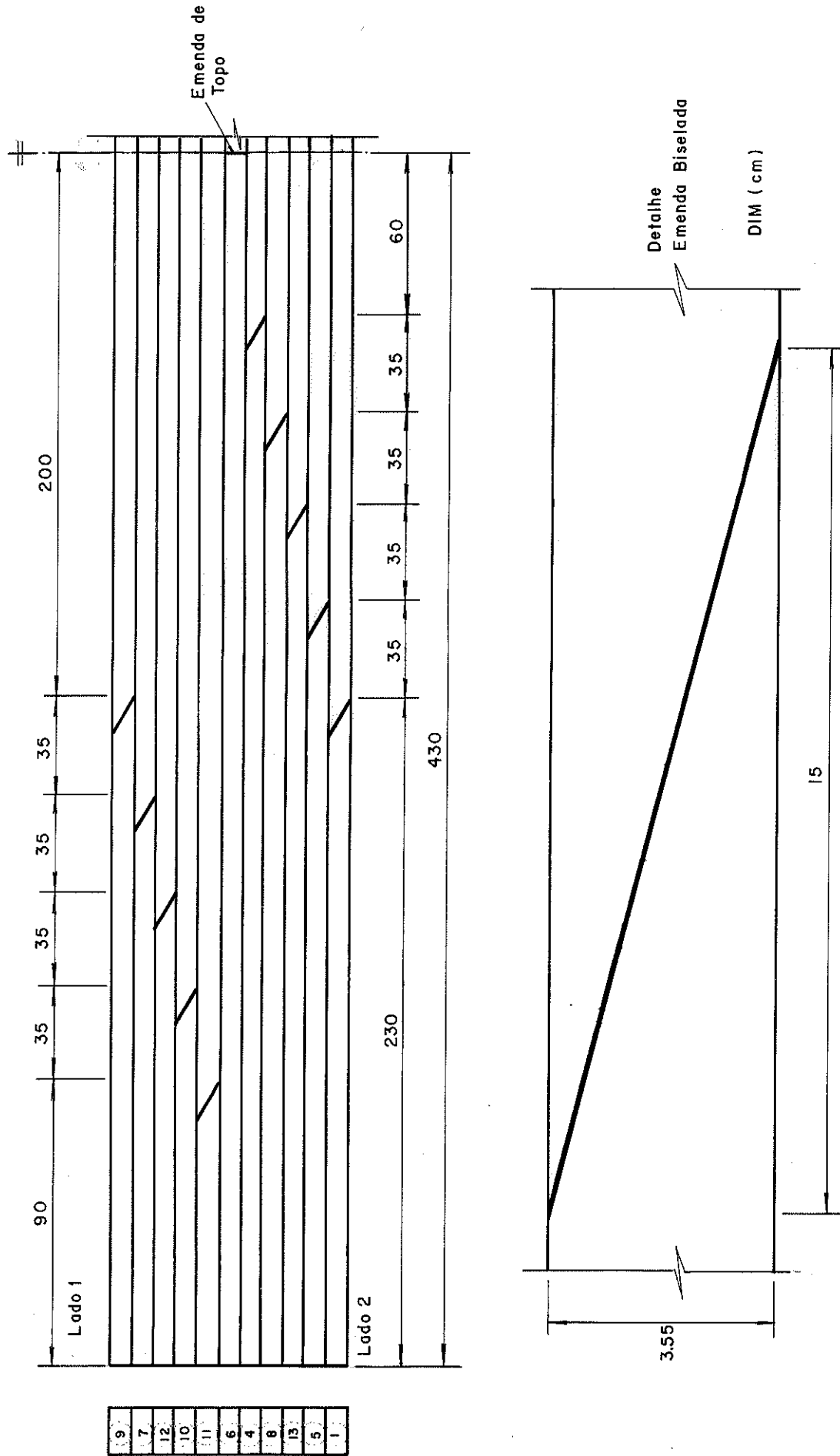


Fig. (5.8) - Localização das emendas

4.4. - MONTAGEM, COLAGEM, APLICAÇÃO DE PRESSÃO, CURA DO ADESIVO E ACABAMENTO DO LAMINADO.

Inicialmente o laminado foi "montado a seco". Consiste na colocação das lâminas na sua posição final sem utilização de adesivo. A seguir foi passado adesivo, em ambas as faces de cada lâmina, e logo justapostas no sistema de prensagem, com aplicação da pressão necessária (mínima de 600 KPa em qualquer ponto). Todos estes passos foram realizados seguindo as recomendações indicadas nos itens 6 e 7, do capítulo IV, e em MANTILLA, CARRASCO (1989).

Após o período de cura completa do adesivo, de 7 a 10 dias, a viga laminada foi aparelhada, nas faces laterais, até ficar no esquadro e com as dimensões uniformes. As dimensões finais foram:

- ▶ largura: 11,70 cm
- ▶ altura: 39,05 cm
- ▶ comprimento 870,00 cm
- ▶ espessuras das lâminas 3,55 cm

5. - INSTRUMENTAÇÃO DA VIGA

Para a determinação do módulo de elasticidade sem a influência do esforço cortante, foi fixado um suporte especial, para a leitura das flechas, entre os pontos de aplicação das cargas (2 cargas) e o ponto central da viga. A leitura das flechas foi realizada através de dois transdutores magnéticos (LVDT), ver figura (5.9-a) e (5.10-a).

Para a determinação da elástica e o módulo de elasticidade considerando a influência do esforço cortante, foram instalados quatorze (14) transdutores magnéticos na borda inferior de ambos lados e ao longo da viga, figura (5.9-a).

A transferência de carga para o apoio e a aplicação de carga foram medidas através de duas células de carga, figura (5.9-b).

Para a determinação da distribuição de tensões normais e de cisalhamento, do estado plano de tensões e das curvas de nível de tensão, foram instalados 120 extensômetros elétricos.

A seguir será detalhada a metodologia utilizada para a instalação dos extensômetros, dos LVDTs e das células de carga.

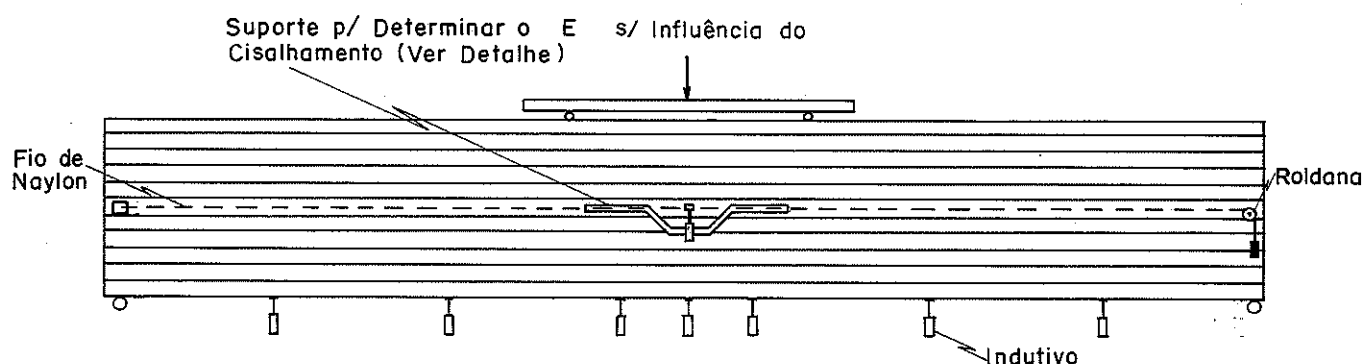
5.1.- INSTALAÇÕES DOS EXTENSÔMETROS (LEITURA DE DEFORMAÇÃO)

Foram colocadas 4 linhas de extensômetros e em cada linha 30 extensômetros formando 14 rosetas, figura (5.10-a) e (d).

A posição de cada extensômetro foi marcada com a máxima precisão. As superfícies nas quais deveriam ser colados os extensômetros foram lixadas, limpadas, para em seguida colar os extensômetros, com adesivo superbonder (a base de resina de cianoacrilato), sempre seguindo as recomendações dos fabricantes. Após 8 horas o extensômetro estava pronto para ser utilizado.

As rosetas foram formadas com três extensômetros sendo que alguns extensômetros fazem parte de duas rosetas. A inclinação do extensômetro da roseta delta e trevo foi de 30° , figura (5.10-b). Na figura (5.11) é mostrada uma vista parcial de uma linha de extensômetros devidamente instalados e soldados a um fio de 10,48 mm. Cada extensômetro foi ligado a um canal das placas, (SLOTS), do sistema de aquisição de dados e no último canal foi instalado um extensômetro de compensação de temperatura, ver figura (5.12). Cada placa, foi alimentada por uma fonte de corrente contínua de 2 Volts, a qual excitava cada um dos extensômetros.

a) Esquema da Posição de Indutivos Para Determinar o ϵ Com e Sem Influência do Cisalhamento.



b) Esquema da Colocação das Linhas de Extensômetros e Células de Carga

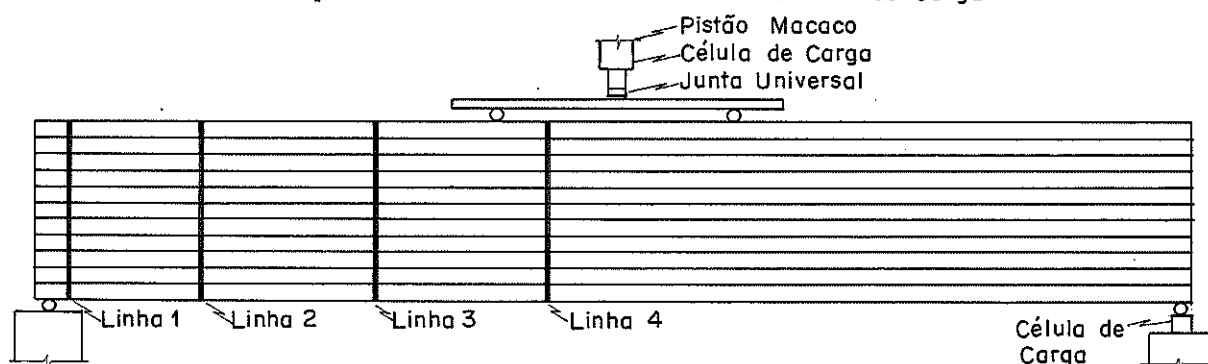
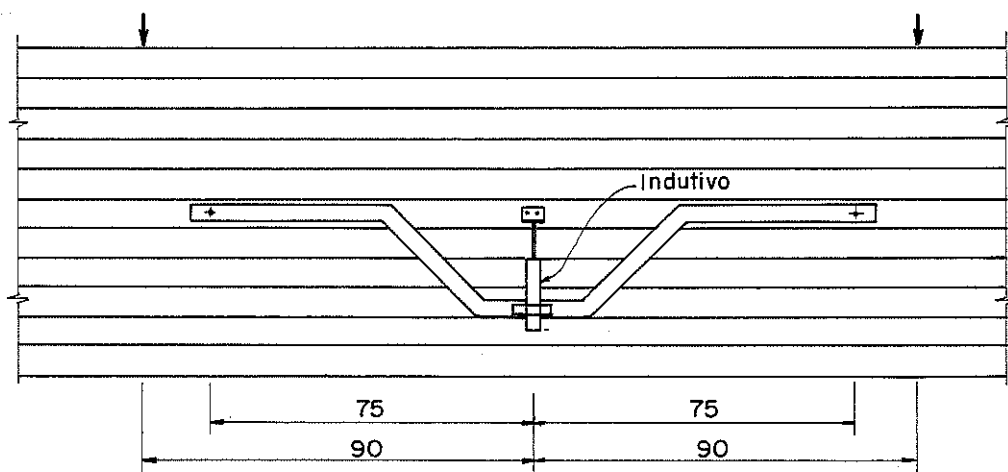


Fig. (5.9) Posição dos indutivos, células de carga e extensômetros.

a) Detalhe A - Suporte p/ E s/ Cisalhamento



b) Roseta Delta e Trevo

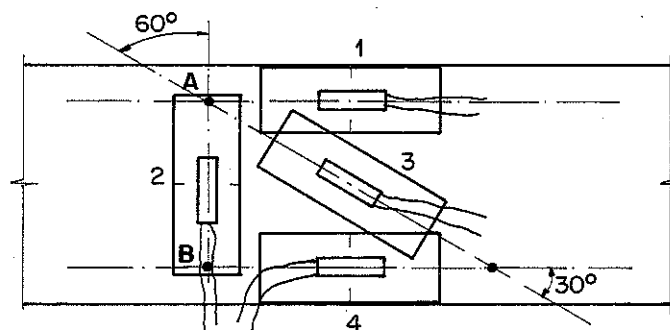


Fig. (5.10) - Detalhes das rosetas e do suporte para medida do E, sem influência do cisalhamento.

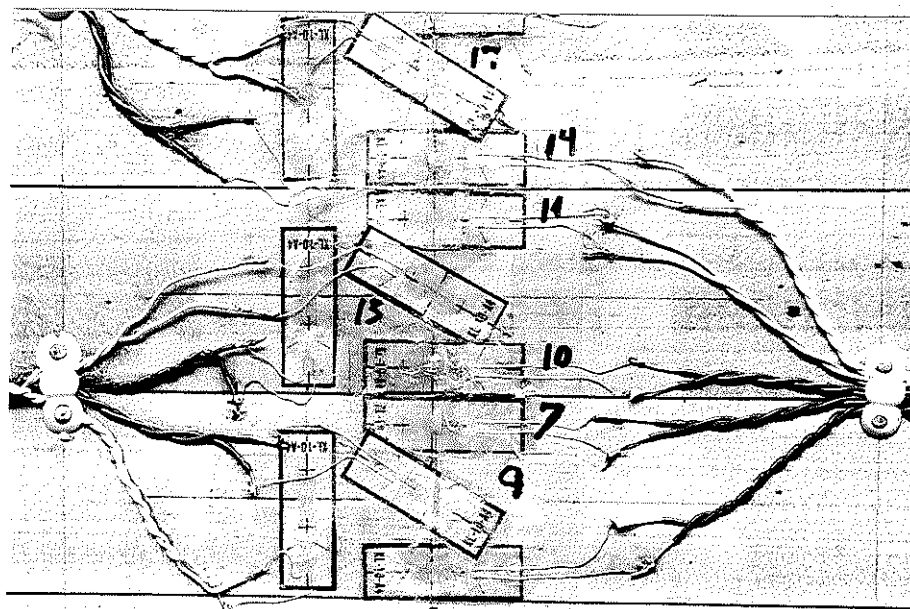


Fig. (5.11)- Vista parcial de uma linha de extensômetros.

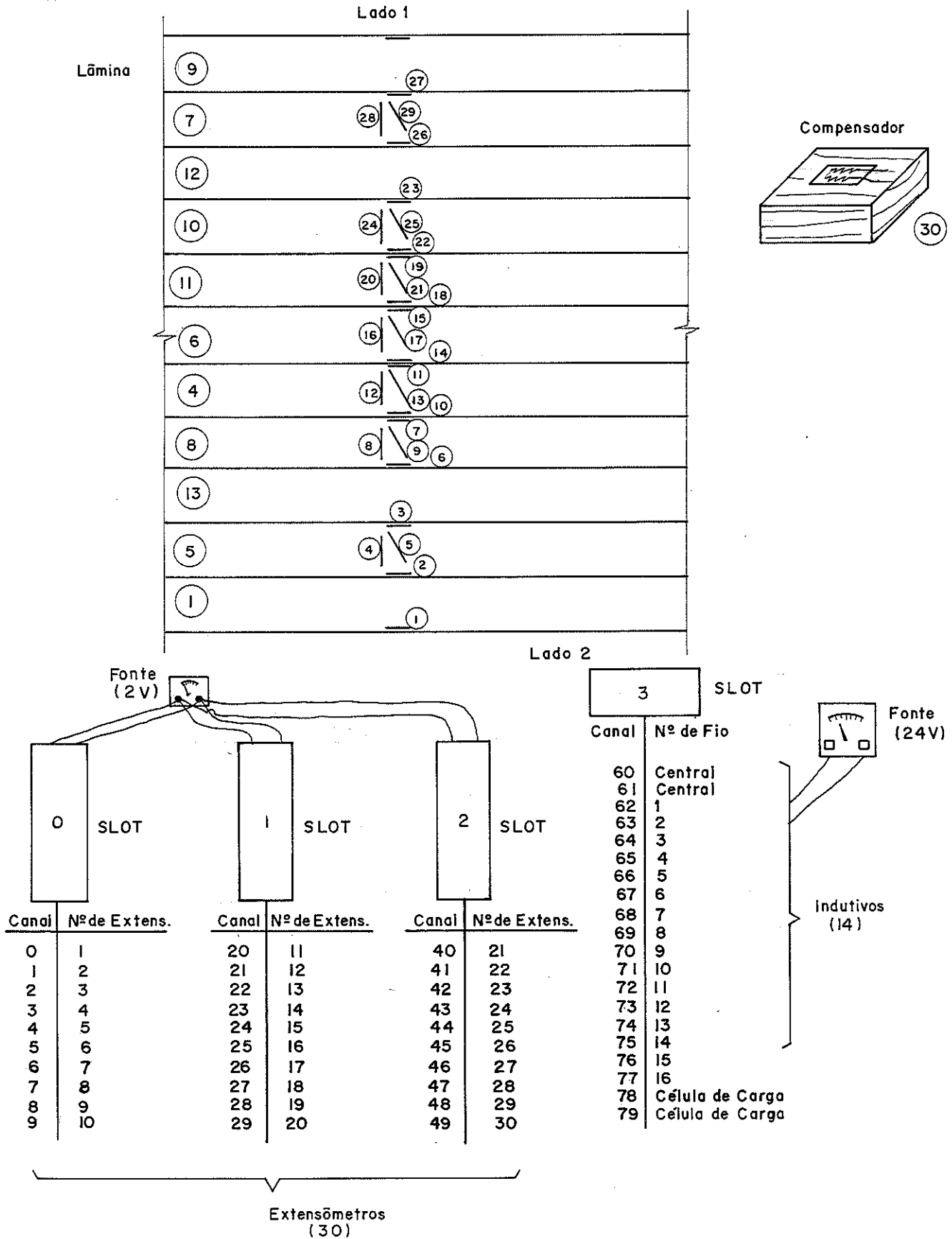


Fig. (5.12) - Instalação dos extensômetros, LVDTs e células de carga nas placas do sistema de aquisição de dados.

5.2. - INSTALAÇÃO DOS TRANSDUTORES MAGNÉTICOS (LVDT) (LEITURA DE DESLOCAMENTOS)

Dos 14 LVDTs instalados foram colocados 12 ao longo do comprimento localizados sempre a baixo das linhas de extensômetros, de ambas faces da viga exceto nas linhas de extensômetros próximas dos apoios. Os 2 LVDTs restantes, foram colocados nos suportes instalados no meio do vão, figura (5.10-c), quando se desejava determinar o MDE sem influência da cortante e quando se desejava determinar a elástica, foram colocados na parte inferior das duas faces da viga, no meio do vão.

Os LVDTs instalados ao longo do comprimento da viga foram fixados através de suportes metálicos presos em blocos de madeira, tendo um sistema de apoio no piso. Na fotografia da figura (5.13) são apresentados os dois LVDTs instalados.

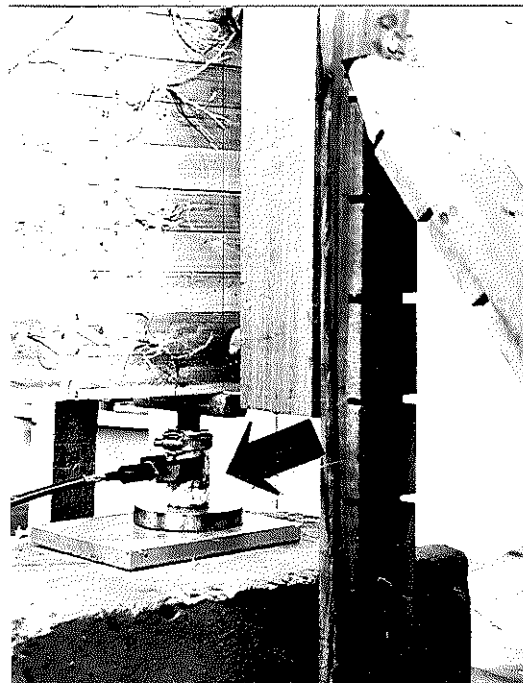
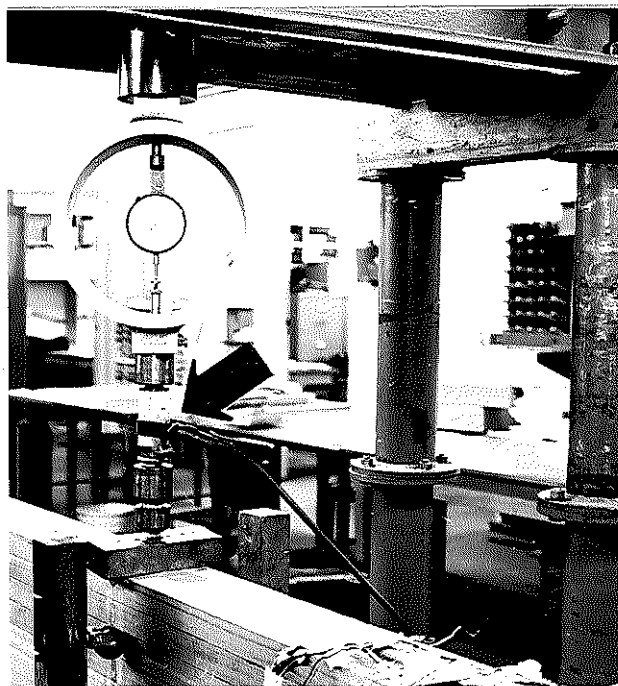


Fig. (5.13)- Instalação dos LVDTs.

Os LVDTs foram alimentados por uma fonte de 24 Volts de corrente contínua conectados à placa (SLOT), do sistema de aquisição de dados, conforme o esquema da figura (5.12).

5.3. - INSTALAÇÃO DAS CÉLULAS DE CARGA (LEITURA DE CARGA)

Foram instaladas 2 células de carga, uma para a determinação da carga aplicada no centro da viga de capacidade de 100 KN, e a outra para a determinação da reação no apoio esquerdo da viga de MLC, com capacidade de 50 KN. Nas fotografias da figura (5.14) são apresentados esquemas de instalação das células de carga.



a) célula de aplicação de carga

b) célula de reação

Fig. (5.14)- Esquema de instalação das células de carga.

As células de carga foram excitadas por uma fonte de 2 Volts de corrente contínua e conectada à placa do sistema de aquisição de dados, como indicado na figura (5.12).

8. - ENSAIO DE UMA VIGA LAMINADA DE PINHO DO PARANÁ

A viga de MLC instrumentada foi ensaiada 12 vezes, com diferentes esquemas de carregamento e relação L/d. A viga foi ensaiada do lado 1 e depois do lado 2. A seguir são apresentados detalhadamente os esquemas de carregamento e os procedimentos de ensaio.

6.1. - ESQUEMAS DE ENSAIO

Os ensaios foram realizados com vários esquemas seguindo basicamente dois padrões. O primeiro com uma carga aplicada no meio do vão e outro com duas cargas equidistantes como apresentados na figura (5.15). A relação altura/vão, teve três variações, $L/d = 21, 18$ e 14 .

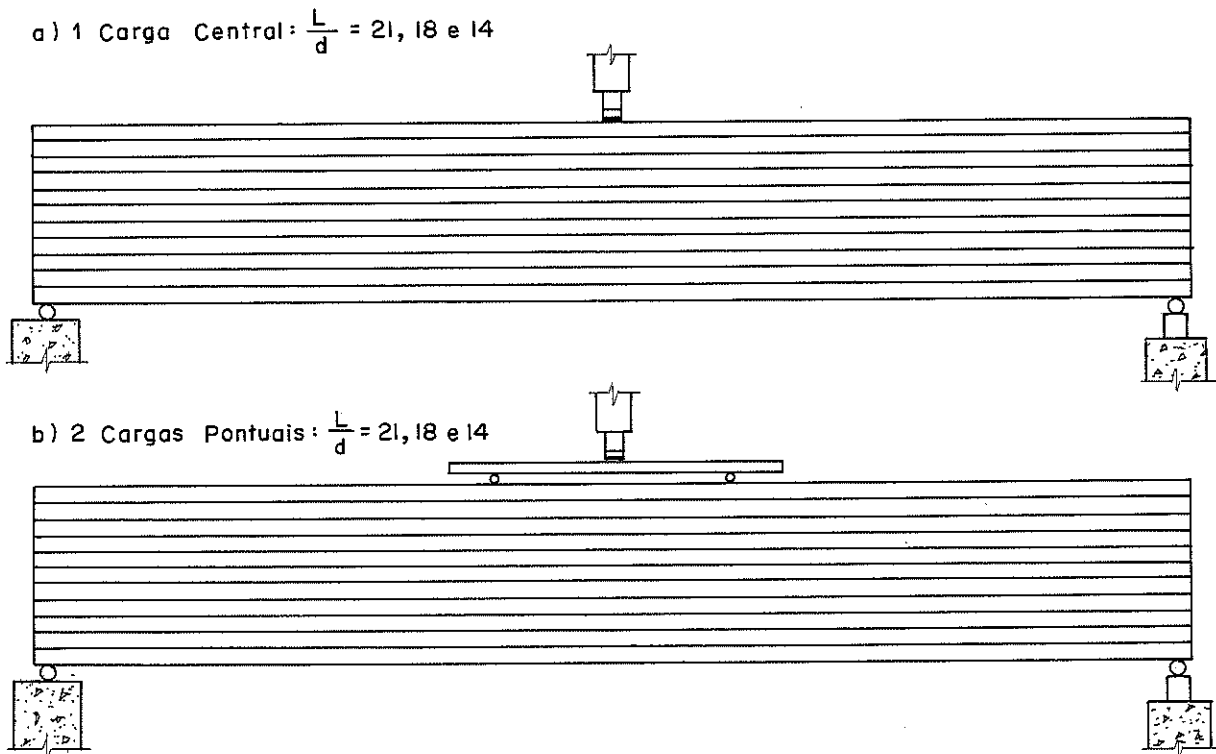


Fig. (5.15)- Esquemas de ensaio.

A viga foi contraventada em 5 pontos para evitar perda de estabilidade lateral. Na fotografia, da figura (5.16), é mostrado o tipo de contraventamento adotado e o esquema de aplicação de carga.

6.2. - DIMENSÕES E VALORES PREVISTOS DE CARGA

As dimensões dos vários esquemas de ensaios e as distâncias relativas das linhas de extensômetros indutivos e de aplicação de carga encontram-se na figura (5.17).

O valor da carga aplicada em cada ensaio foi determinado de maneira a não ultrapassar o limite de elasticidade da viga de MLC. Para a determinação deste valor foi tomado o valor

médio do MOE das lâminas, e a tensão no limite de elasticidade como sendo 2/3 da resistência característica. Estes valores foram determinados da seguinte maneira:

$$\sigma_{Lp} = \frac{2}{3} 44,09 = 29,40 \text{ Mpa}$$

$$E = 15000 \text{ Mpa. ; } f = \frac{L}{250} = \frac{860}{250} = 3,44 \text{ cm}$$

$$I = 59319 \text{ cm}^4$$

$$y = 19,5 \text{ cm}$$

Para uma carga central tem-se:

$$N = \frac{48EI}{L^3} f = \frac{48EI}{250L^2}$$

e para duas cargas equidistantes, sendo a a distância do apoio até a carga.

$$2N = \frac{12EI}{aL^2} \times f = \frac{12EI}{250aL}$$

Com esta flecha, a tensão no limite de elasticidade não é atingida.

Na tabela (5.3), é apresentada a carga máxima a ser aplicada e aquela aplicada em cada ensaio.

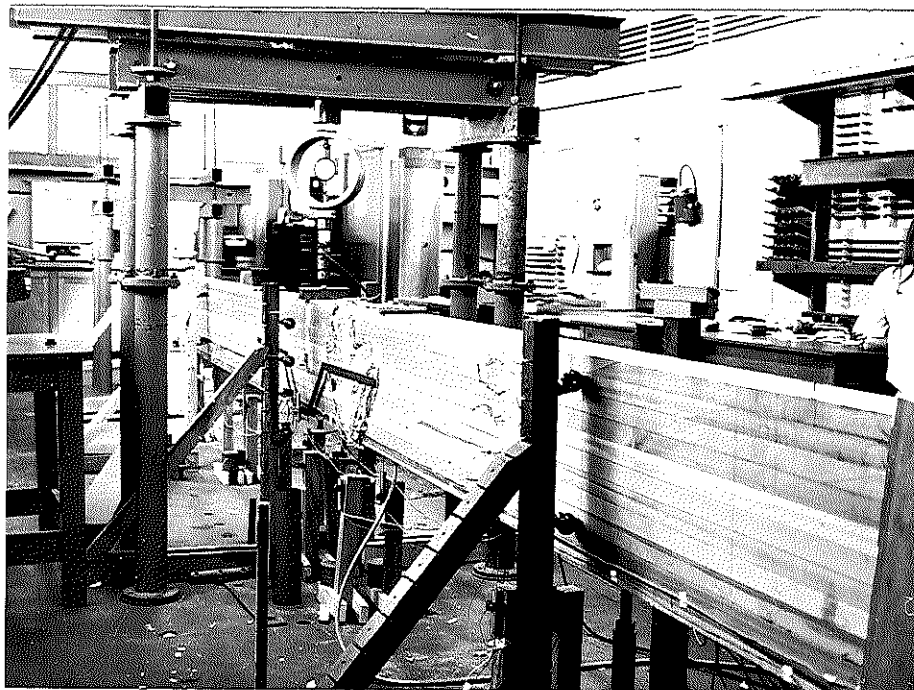


Fig. (5.16)- Contraventamento e sistema de carregamento.

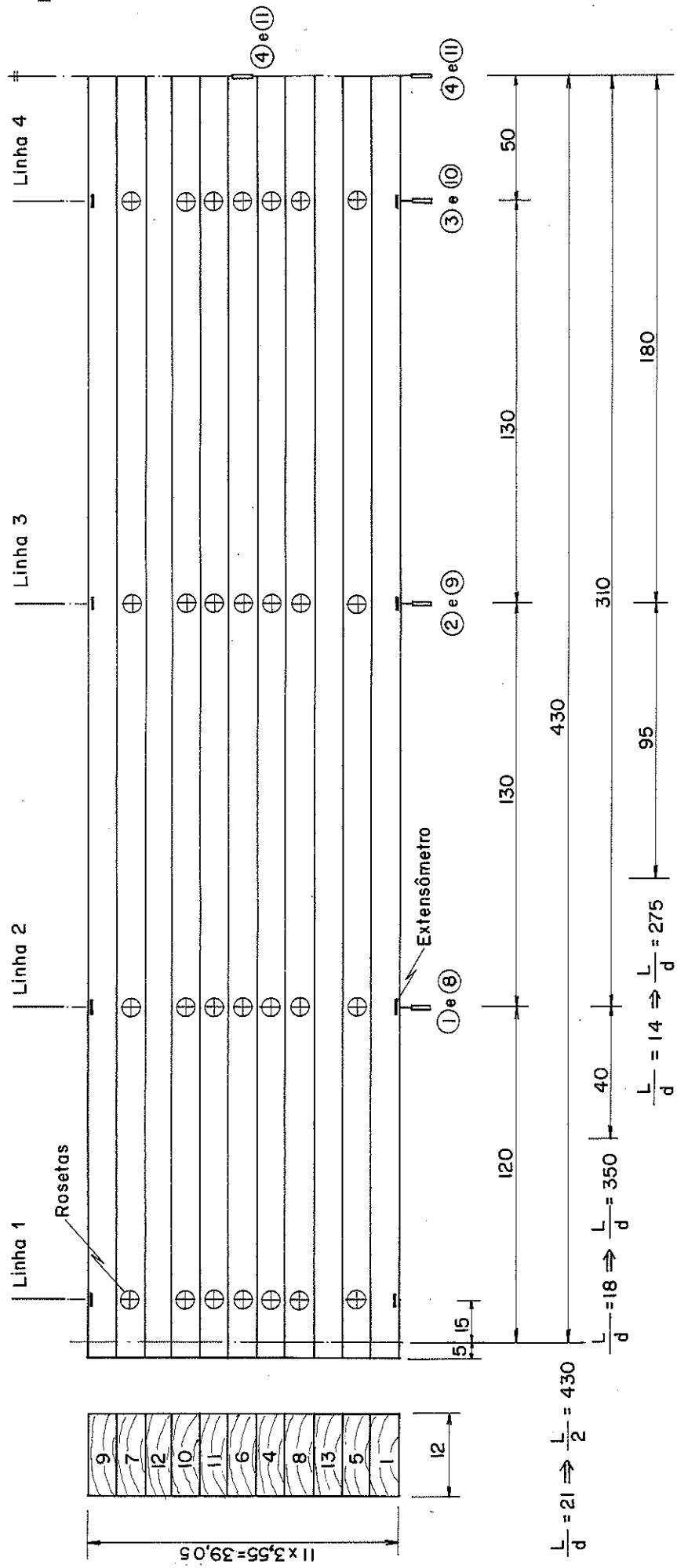


Fig. (5.17) - Dimensões das vigas

TABELA 5.3- CARGAS APLICADAS EM CADA ENSAIO.

Nº DO ENSAIO	LADO VIGA	NÚM. CARG.	L/D	LINHA EXTRAS	CARGA MAX. KN	INTERVALO P/LEITURA KN	Nº DE LEITURAS	CARGA APLICADA KN
1	1	1	21	4	23,10	1,00	24	23,00
2	1	2	21	4	29,20	0,75	24	18,00
3	1	1	18	3	34,90	1,25	24	30,00
4	1	2	18	3	46,90	1,50	24	36,00
5	1	1	14	2	56,40	1,50	24	36,00
6	1	2	14	2	83,95	2,25	24	54,00
7	2	1	21	4	23,10	1,00	24	24,00
8	2	2	21	4	29,20	1,25	19	23,75
9	2	1	18	3	34,90	1,25	24	30,00
10	2	2	18	3	46,90	1,50	24	36,00
11	2	1	14	2	56,40	1,50	24	36,00
12	2	2	14	2	83,95	2,25	19	42,75

6.3. - PROCEDIMENTO DE ENSAIO

Devido ao sistema de aquisição de dados do LaMEM ainda ter capacidade para leitura de apenas 30 extensômetros elétricos e de apenas 40 transdutores indutivos, mas principalmente pela impossibilidade da utilização simultânea de extensômetros elétricos e de LVDTs, por causa da perturbação das leituras dos extensômetros ocasionada pelo campo magnético produzido pelos LVDTs, cada ensaio foi sub-dividido em 5 etapas. Em todas as etapas, o intervalo de carregamento para leitura foi o mesmo. Em cada etapa uma linha de extensômetros (30 extensômetros) era lida. Na última fase somente os deslocamentos medidos pelos LVDTs e as células de carga foram lidas.

Os ensaios e a aquisição de dados foram totalmente automatizados. Foi programada a utilização de uma célula de carga, instalada na haste do cilindro hidráulico, para comandar a leitura, a intervalos constantes de carga, a cada 1/5 de segundo.

6.4. - COLETA DE DADOS.

As leituras dos extensômetros a cada intervalo de carga foram armazenadas em fita magnética, para posterior utilização. Em cada ensaio foram lidos 24 intervalos de carga e para cada intervalo de carga 134 leituras de deformações, de deslocamentos e de cargas. Na tabela (5.4), é apresentada como exemplo, uma das planilhas de leituras feitas durante um ensaio.

TABELA (5.4) - PLANILHA DE LEITURAS DO ENSAIO DA VIGA DE MLC

Table with columns: CARGAS (kg) APLIC. REAC., 1-24, and DEFORMACAO (10^-6) 11-24. It contains a grid of numerical data for the first set of tests.

Linha 1

Table with columns: CARGAS (kg) APLIC. REAC., 1-24, and DEFORMACAO (10^-6) 11-24. It contains a grid of numerical data for the second set of tests.

Linha 2

Table with columns: CARGAS (kg) APLIC. REAC., 1-24, and DEFORMACAO (10^-6) 11-24. It contains a grid of numerical data for the third set of tests.

Linha 3

Table with columns: CARGAS (kg) APLIC. REAC., 1-24, and DEFORMACAO (10^-6) 11-24. It contains a grid of numerical data for the fourth set of tests.

Linha 4

7. - DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS DAS LÂMINAS

Após a ruptura da viga de MLC, comprovada a inexistência de deformação residual, foram retirados corpos de prova de cada lâmina e de cada linha de extensômetros. Inicialmente foram confeccionados corpos de prova de compressão aproveitando os extensômetros instalados nas lâminas. Após os ensaios, foram retirados corpos de prova de tração também aproveitando os extensômetros instalados. Na figura (5.18) é mostrado um esquema da retirada dos corpos de prova de compressão e tração. Foram confeccionados no total 32 CPs de compressão e 32 de tração.

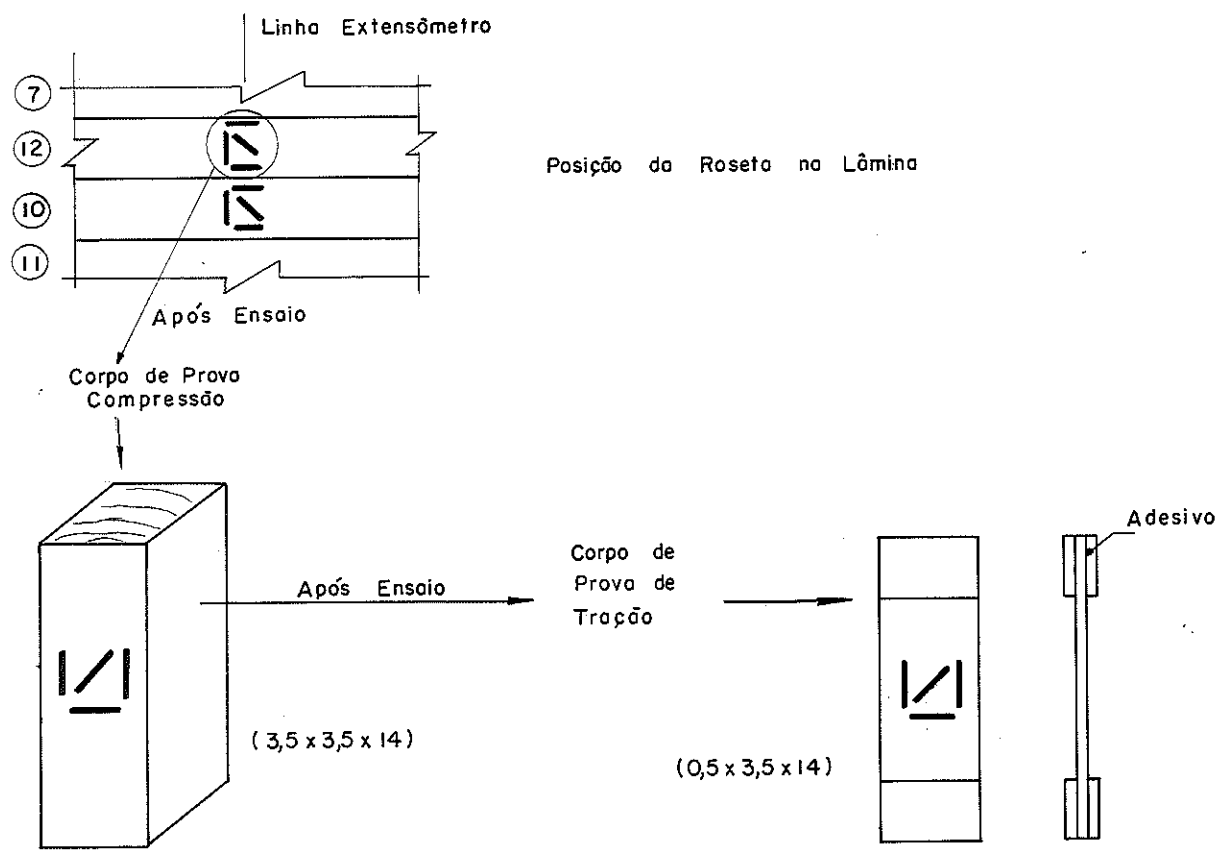


Fig. (5.18) - Esquema de retirada dos corpos de prova de compressão e de tração.

A partir das relações deduzidas no item 3 deste capítulo e dos ensaios de tração e compressão, foi possível determinar todas as constantes elásticas necessárias para poder definir o estado de tensões na viga de MLC.

7.1.- SOLICITAÇÃO À COMPRESSÃO.

Considere-se o corpo de prova da figura (5.19), sollicitado pelas tensões σ_x e σ_y , uma de cada vez. Os quatro extensômetros instalados formam uma roseta trevo, no ponto A, e uma roseta delta no ponto B.

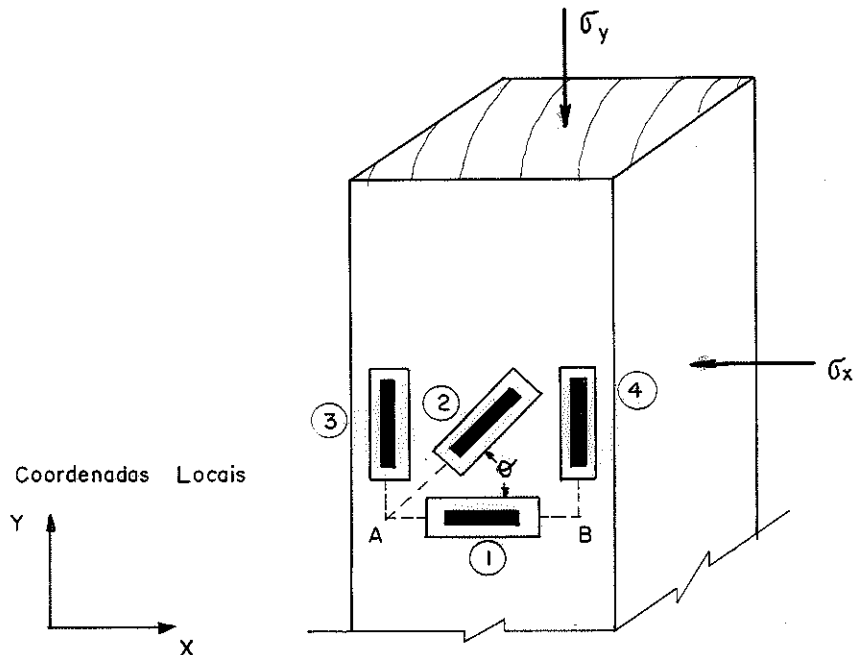


Fig. (5.19)- Esquema de carga do CP de compressão.

A seguir apresenta-se o cálculo das constantes elásticas nos pontos A e B

7.1.1.- Tensões e constantes elásticas no ponto A

Seja inicialmente aplicada a tensão σ_y paralela às fibras. Com as tensões $\sigma_x = 0$ e $\tau_{xy} = 0$ e as equações (5.4), (5.9) e (5.13) tem-se:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x = \varepsilon_1 &= -\frac{\nu_{yx}}{E_y} \sigma_y \\ \varepsilon_y = \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_y}{E_y} \\ \gamma_{xy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \cos^2 \theta + \varepsilon_3 \sin^2 \theta$$

assim:

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\epsilon_3} \quad (5.20)$$

$$\frac{E_y}{\nu_{yx}} = - \frac{\sigma_y}{\epsilon_1} \quad (5.21)$$

As transformações tensoriais das componentes de tensão e de deformação, são:

$$\gamma_\theta = 2(\epsilon_x - \epsilon_y) \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta + \gamma_{xy} (\text{cos}^2\theta - \text{sen}^2\theta)$$

$$\tau_\theta = \tau_{xy} (\text{cos}^2\theta - \text{sen}^2\theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \text{ sen}\theta \text{ cos}\theta$$

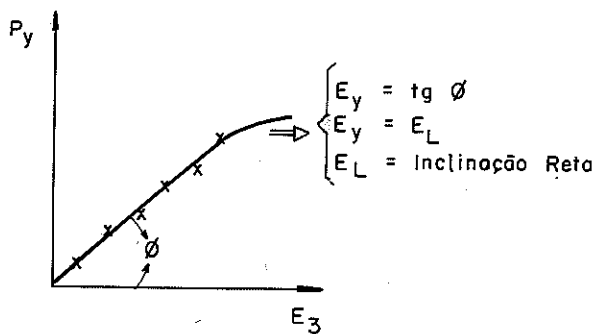
e com:
$$G_\theta = \frac{\tau_\theta}{\gamma_\theta}$$

tem-se:
$$G_\theta = \frac{\sigma_y}{2(\epsilon_1 - \epsilon_3)} \quad (5.22)$$

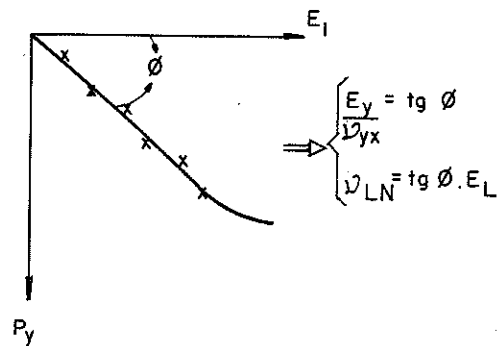
Para efeito de cálculo será admitido $G_{xy} = G_\theta$. Isto se justifica devido a variação do G com o ângulo θ ser muito pequena, equação (5.32) e tabela (5.8).

Estas constantes elásticas podem ser determinadas graficamente, através de uma regressão linear, da maneira apresentada a seguir:

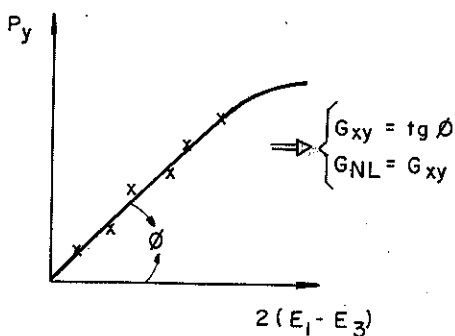
da equação (5.20)



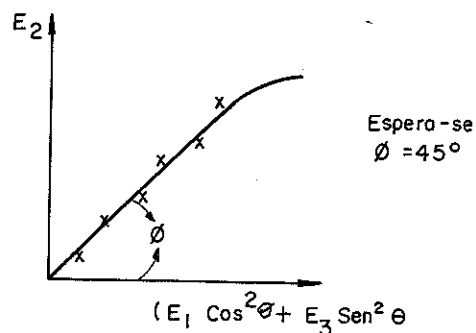
da equação (5.21)



da equação (5.22)



da equação (5.19)



Este último gráfico pode ser utilizado para verificar os resultados.

Aplica-se, agora, uma tensão σ_x normal às fibras. Com as tensões, $\sigma_y = 0$ e $\varepsilon_{xy} = 0$, tem-se, analogamente às deduções anteriores:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_1} \tag{5.23}$$

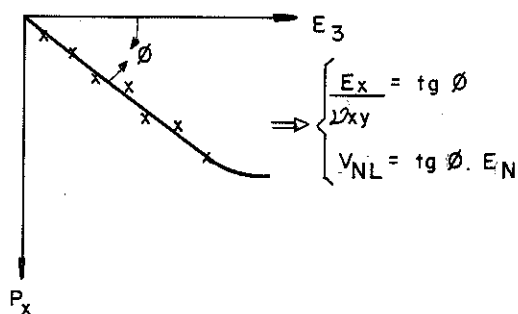
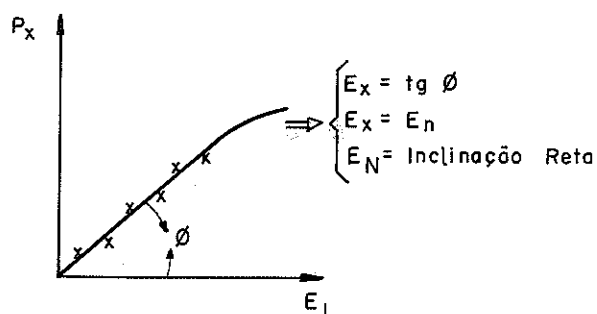
$$\frac{E_x}{\nu_{xy}} = - \frac{\sigma_x}{\varepsilon_3} \tag{5.24}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 \cos^2 \theta + \varepsilon_1 \sin^2 \theta \tag{5.25}$$

$$G_{yx} = \frac{\sigma_x}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)} \tag{5.26}$$

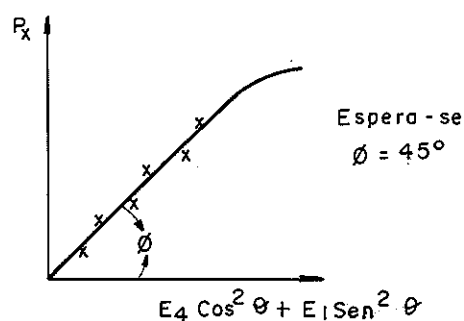
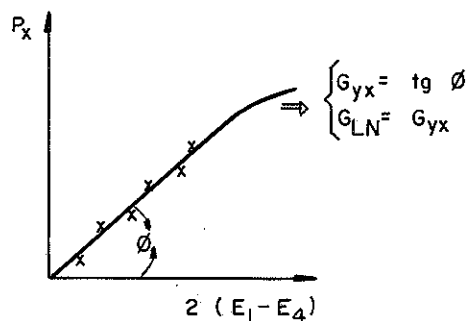
da equação (5.23)

da equação (5.24)



da equação (5.25)

da equação (5.26)



7.1.2.- Tensões e constantes elasticas no ponto B.

Analogamente ao item anterior e usando as relações obtidas para uma roseta delta, tem-se:

$$\begin{aligned}
 E_y &= E_L = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_4} \\
 \frac{E_y}{\nu_{yx}} &= \frac{E_L}{\nu_{LN}} = - \frac{\sigma_y}{\varepsilon_4} \\
 G_{xy} &= G_{LN} = - \frac{\sigma_y}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_4)} \\
 E_x &= E_N = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_1} \\
 \frac{E_x}{\nu_{xy}} &= \frac{E_N}{\nu_{NL}} = - \frac{\sigma_x}{\varepsilon_4} \\
 G_{xy} &= G_{LN} = \frac{\sigma_x}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_4)} \\
 \varepsilon_2 &= \varepsilon_1 \cos^2 \theta + \varepsilon_4 \sin^2 \theta \\
 \varepsilon_3 &= \varepsilon_4 \cos^2 \theta + \varepsilon_1 \sin^2 \theta
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

A determinação gráfica das constantes elásticas pode ser feita pelas equações (5.27), bastando para isto, trocar as deformações do extensômetro 3 pelo extensômetro 4 e usar os gráficos do item anterior.

7.2. - SOLICITAÇÃO À TRACÇÃO.

Tanto no ponto A como no ponto B, as equações e as considerações são idênticas às do caso da compressão.

7.3. - ENSAIO E COLETA DE DADOS.

Os ensaios foram realizados na máquina universal AMSLER, figura (5.19), do LaMEM.

A leitura de deformação foi realizada, para cada intervalo de carga, através do sistema de aquisição de dados. (SAD). Com a utilização de um programa, para o micro computador do LaMEM, foi possível traçar os gráficos e as regressões para determinar as constantes elásticas em cada ponto num total de 680 gráficos e regressões. Na figura (5.20) é apresentado um esquema da aquisição e da manipulação de dados.

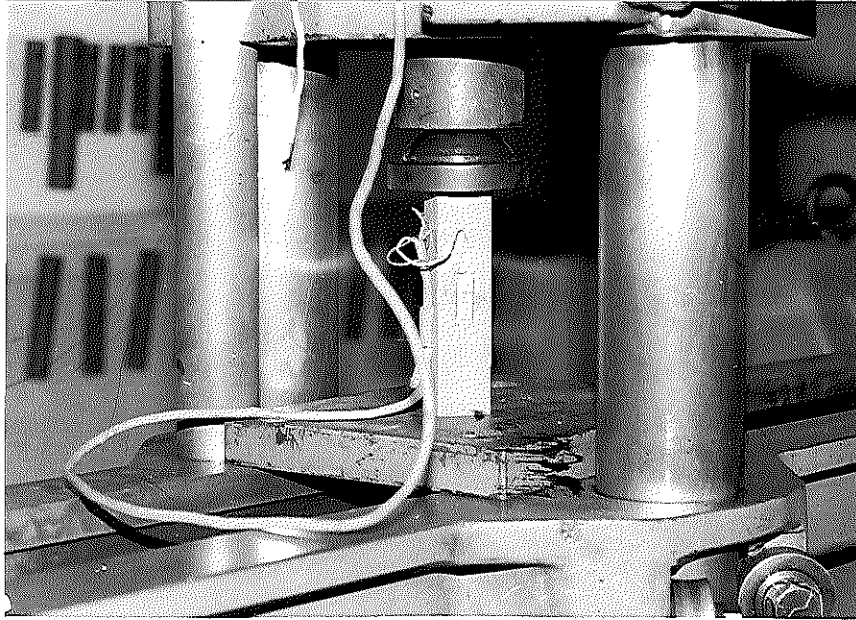


Fig. (5.19)- Ensaio de compressão paralela às fibras.

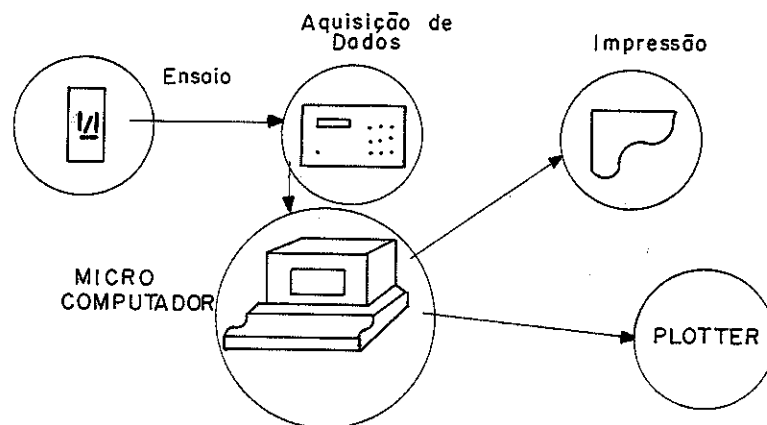


Fig. (5.20)- Esquema de aquisição e manipulação de dados.

Na tabela (5.5), são apresentadas duas planilhas como exemplo das leituras de um ensaio à compressão paralela e à compressão normal. Nas figuras (5.21) e (5.22) são apresentados os gráficos, as regressões e as constantes elásticas destes ensaios.

TABELA (5.5) - PLANILHA DE LEITURAS DE ENSAIO A COMPRESSÃO.

CORPO DE PROVA : LIN 3-LAM 6

FATOR GAGE 1.91

ANGULO INCLINACAO ROSETA: 30.00 GRAUS

N CARC. N	TENSÃO N/cm ²	DEFORMACAO 10 ⁻⁶				DIFERENCA 10 ⁻⁶			
		1	DIFERENCA	2	DIFERENCA	3	DIFERENCA	4	DIFERENCA
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	33.1	-163.3	-163.3	55.2	55.2	87.8	87.8	14.4	14.4
3	66.2	-239.0	-75.7	63.6	8.4	139.3	51.5	28.1	13.7
4	99.3	-329.4	-90.4	93.1	29.4	175.1	35.8	47.0	18.9
5	132.4	-426.1	-96.7	123.6	30.5	202.4	27.4	67.0	20.0
6	165.5	-538.5	-112.4	139.4	15.8	215.1	12.6	67.0	20.0
7	198.5	-660.3	-121.8	138.3	-1.1	219.3	4.2	113.3	26.3
8	231.6	-780.4	-120.1	133.6	-4.7	217.7	-1.6	137.1	23.9
9	264.7	-908.1	-127.7	136.2	2.6	213.0	-4.7	162.7	25.6
10	297.8	-1050.9	-142.7	139.4	3.2	207.7	-5.3	192.1	29.5
11	330.9	-1202.0	-151.1	139.4	0.0	199.3	-8.4	219.5	27.4
12	364.0	-1352.0	-150.0	135.1	-4.2	197.2	-2.1	249.0	29.5
13	397.1	-1510.8	-158.8	126.2	-8.9	194.5	-2.7	280.2	31.2
14	430.2	-1669.1	-158.3	118.8	-7.4	194.5	0.0	308.6	28.4
15	463.3	-1840.0	-170.8	110.4	-8.4	200.8	6.3	342.3	33.7
16	496.4	-2011.8	-171.8	93.6	-16.8	204.0	3.2	374.9	32.6
17	529.4	-2194.1	-182.3	70.5	-23.1	208.2	4.2	411.7	36.8
18	562.5	-2372.1	-178.0	54.7	-15.8	215.6	7.4	450.7	38.9
19	595.6	-2546.9	-174.8	54.7	0.0	225.0	9.5	487.5	36.8
20	628.7	-2716.4	-169.5	36.8	-17.9	232.4	7.4	524.4	36.8

	1	DIFERENCA	2	DIFERENCA	3	DIFERENCA	4	DIFERENCA
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	115.1	22.1	22.1	-1.1	-1.1	-44.2	-44.2	-59.9
3	230.3	50.5	28.4	-24.2	-23.1	-110.4	-66.2	-148.3
4	345.4	86.2	35.8	-51.5	-27.3	-181.9	-71.5	-233.4
5	460.6	122.3	36.1	-90.9	-39.4	-261.2	-79.3	-324.5
6	575.7	162.0	39.6	-145.1	-54.2	-354.3	-93.1	-425.8
7	690.9	210.4	48.4	-199.8	-54.7	-447.8	-93.5	-528.7
8	806.0	254.6	44.2	-256.6	-56.8	-542.4	-94.6	-629.6
9	921.2	306.1	51.6	-324.9	-68.3	-647.5	-105.1	-742.0
10	1036.3	359.8	53.7	-393.2	-68.3	-735.6	-108.2	-852.2
11	1151.5	413.5	53.7	-464.7	-71.5	-862.7	-107.1	-964.6
12	1266.6	466.1	52.6	-544.5	-79.9	-980.3	-117.6	-1083.2
13	1381.8	524.0	57.9	-622.2	-77.7	-1094.7	-114.4	-1194.4
14	1496.9	583.0	59.0	-704.2	-81.9	-1214.4	-119.6	-1314.1
15	1612.0	639.5	56.6	-785.6	-81.5	-1335.7	-121.3	-1433.0
16	1727.2	703.8	64.2	-873.8	-88.2	-1463.7	-128.0	-1555.7
17	1842.3	763.8	60.0	-956.8	-82.9	-1583.2	-119.6	-1671.0
18	1957.5	824.9	61.1	-1046.0	-89.2	-1714.3	-131.1	-1793.7
19	2072.6	886.0	61.1	-1135.2	-89.2	-1844.3	-130.0	-1914.2
20	2187.8	954.5	68.5	-1226.5	-91.3	-1978.4	-134.1	-2038.9

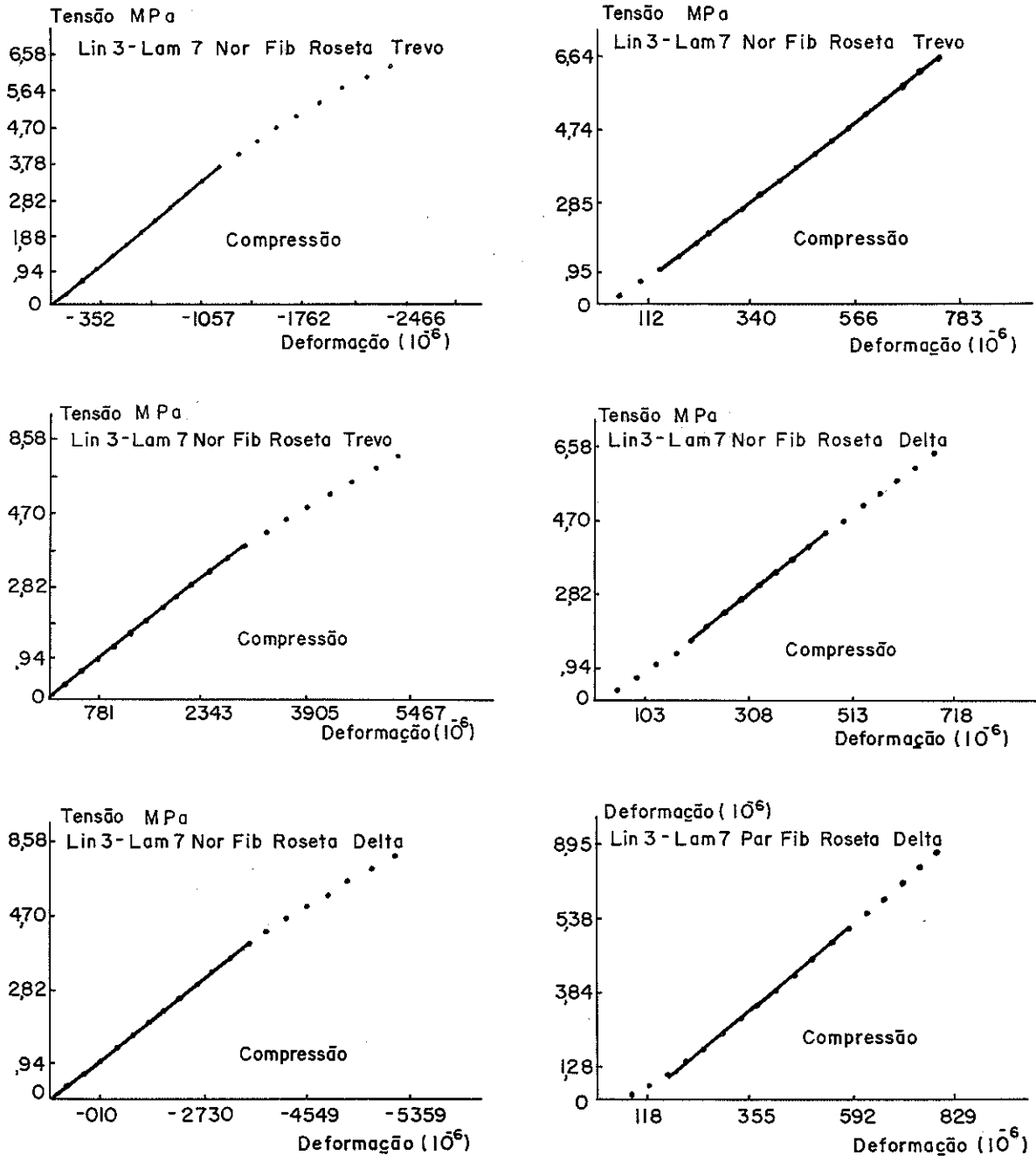


Fig. (5.21) - Gráficos do ensaio à compressão paralela às fibras.

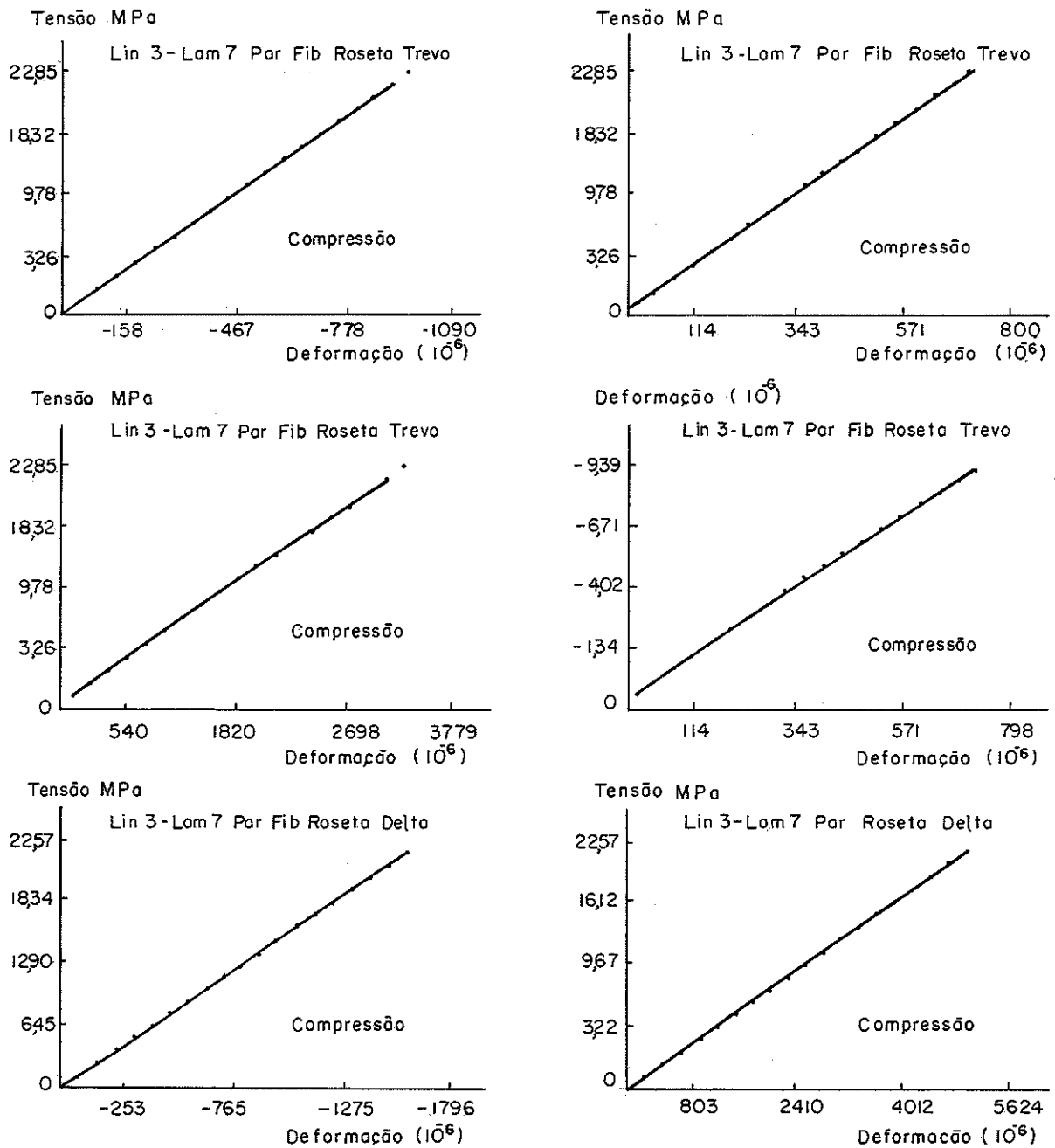


Fig. (5.22) - Gráficos do ensaio à compressão normal às fibras

TABELA (5.7)- CONSTANTES ELÁSTICAS NA TRAÇÃO -
VIGA DE PINHO DO PARANÁ

L I N H	L A M I	ROSETA TREVO - PONTO - A			ROSETA DELTA - PONTO B		
		E_{Log}	G	ν_{yz}	E_{Long}	G	ν_{yz}
1	9	16324	—	—	—	—	—
	7	10010	5305	—	8688	4306	—
	10	15606	4350	0.53	13473	—	0.53
	11	11817	2983	—	18778	3996	—
	6	15735	4095	0.61	11568	4011	0.61
	4	16059	4860	0.53	24913	6365	0.53
	8	17780	5680	0.43	19513	7380	0.51
	5	16357	6336	0.49	16342	8499	0.49
1	23881	—	—	—	—	—	
2	9	18121	—	—	—	—	—
	7	19439	5965	0.29	13224	—	0.29
	10	19734	5877	0.74	17448	5501	0.74
	11	22154	4274	—	8596	2748	—
	6	9299	3107	0.60	10144	3253	0.60
	4	22308	9678	—	16174	7824	—
	8	21050	8928	0.57	11071	5568	0.57
	5	16424	6024	0.36	19926	8814	0.36
1	10568	—	—	—	—	—	
3	9	16436	—	—	—	—	—
	7	16013	4390	0.82	14522	4180	0.82
	10	12884	4718	—	10799	—	—
	11	11592	3071	0.72	16929	3826	0.72
	6	9019	2810	0.59	8306	2576	0.59
	4	20030	4960	—	15230	9710	—
	8	18579	—	—	16040	—	—
	5	22123	5564	0.77	20454	4752	0.77
1	12497	—	—	—	—	—	
4	9	26908	—	—	—	—	—
	7	19536	6383	0.69	20350	5362	0.83
	10	20326	5325	0.25	19303	4295	0.69
	11	22176	6318	0.73	17178	3218	0.54
	6	9835	9350	0.52	10250	9720	0.78
	4	16896	5164	0.68	10030	3395	0.68
	8	20295	8504	0.61	16741	6395	—
	5	12951	4772	0.42	16500	5313	0.42
1	12141	—	—	—	—	—	

7.5. - CONCLUSÕES

Os valores obtidos nos ensaios para a determinação das constantes elásticas quando solicitados a tração não foram satisfatórios. Houve muita discrepância nos valores obtidos, provavelmente, devido ao CP de tração ser bastante pequeno e ao sistema de ensaio.

8. - ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

8.1. - AS DEFORMAÇÕES

A partir das leituras dos extensômetros, durante os ensaios, foram determinadas as deformações longitudinais, normais ao eixo da viga, e as distorções em cada parte onde se formam as rosetas, para cada linha de extensômetros.

Em cada linha de extensômetros foram definidos 16 pontos como indicado na figura (5.23).

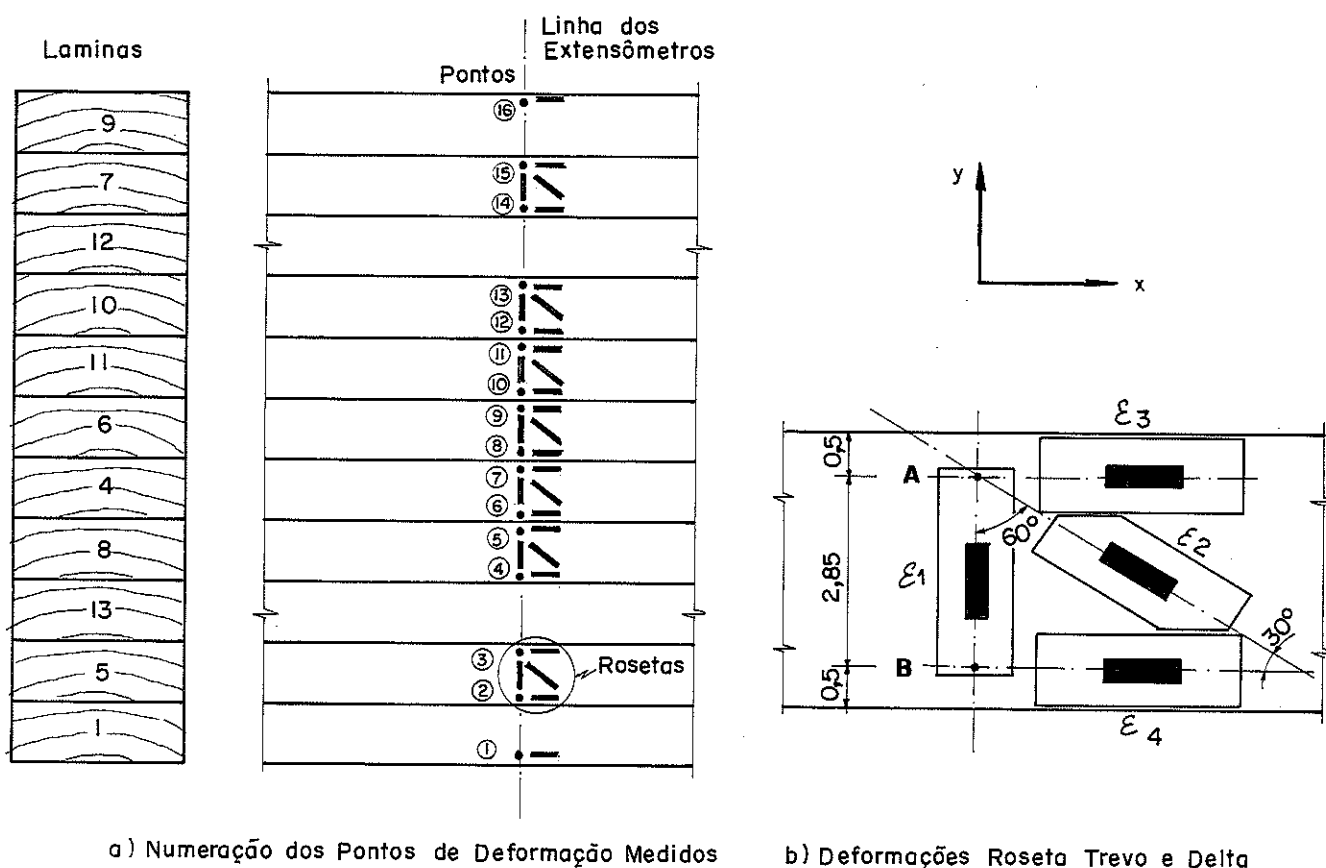


Fig. (5.23)- Definição dos pontos de deformação.

8.1.1. - Deformações normais às fibras (ϵ_y)

As leituras dos extensômetros instalados normalmente ao eixo da viga dão diretamente as deformações normais às fibras. Na figura (5.24), são apresentados exemplos dos diagramas das deformações normais às fibras, nas quatro linhas de extensômetros, de um ensaio com níveis de carregamento de 5,0 kN, 11,5 kN, 18,0 kN e 25,0 kN. Pode-se observar, nestes diagramas, que as deformações normais em uma lâmina são constantes, isto é, devido ao fato de se ter feito apenas uma leitura da deformação normal às fibras, (extensômetros 1 (ϵ_1) da figura (5.23-b), em cada lâmina e provavelmente também se justifique por isto, a discontinuidade da deformação na interface das lâminas. Na linha 1 de extensômetros, observa-se, uma concentração de deformações nas lâminas abaixo do eixo de simetria. Isto pode ser atribuído à perturbação devida ao apoio, pois a linha 1, encontra-se a 15 cm do apoio.

8.1.2. - Deformações longitudinais (ϵ_x)

Os extensômetros instalados paralelamente ao eixo da viga permitem obter diretamente as deformações longitudinais. Na figura (5.25), são apresentados exemplos dos diagramas de deformações longitudinais nas quatro linhas de extensômetros de um dado ensaio, com diversos níveis de carregamento (5 kN, 11,5 kN, 18 kN, 25 kN).

A distribuição de deformações longitudinais e normais às fibras tem a mesma ordem de grandeza. As deformações longitudinais são lineares na espessura da lâmina porém entre as lâminas não existe esta linearidade, isto indica que existe uma pequena distorção entre as lâminas. As deformações longitudinais perto do apoio sofrem grande perturbação.

8.1.3. - Deformações angulares (distorções)

As deformações por cisalhamento foram determinadas através das deformações dos extensômetros das rosetas trevo e delta, figura (5.23-b). Estas deformações foram calculadas nos pontos A e B a partir das equações (5.14) e (5.16) e transcritas a seguir:

Para o ponto A - roseta trevo;

$$\gamma_{xy} = \frac{2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \cos^2 \theta}{\text{sen}^2 \theta} \quad (5.28)$$

Para o ponto B - roseta delta;

$$\gamma_{xy} = \frac{2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_4) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_4) \cos^2 \theta}{\text{sen}^2 \theta} \quad (5.29)$$

sendo θ = ângulo das rosetas.

Com as distorções calculadas em todos os pontos das linhas de extensômetros, obtem-se os diagramas de deformação angular de cada linha de extensômetros. Na figura (5.26), são apresentados exemplos das deformações angulares nas 4 linhas de extensômetros de um ensaio, com diversos níveis de carregamento.

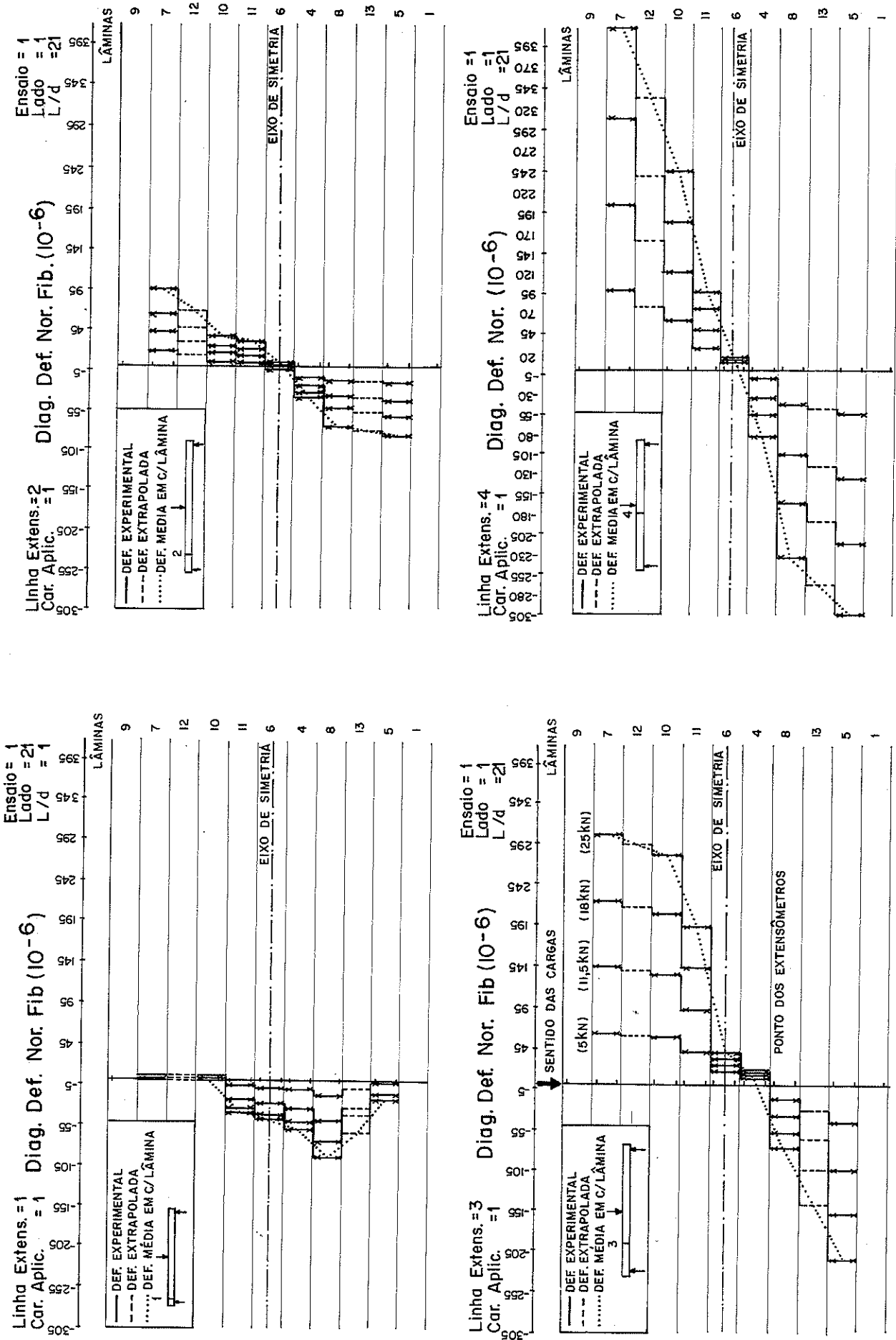


Fig. (5.24) - Deformações normais às fibras (ϵ_y), em 4 linhas de extensômetros

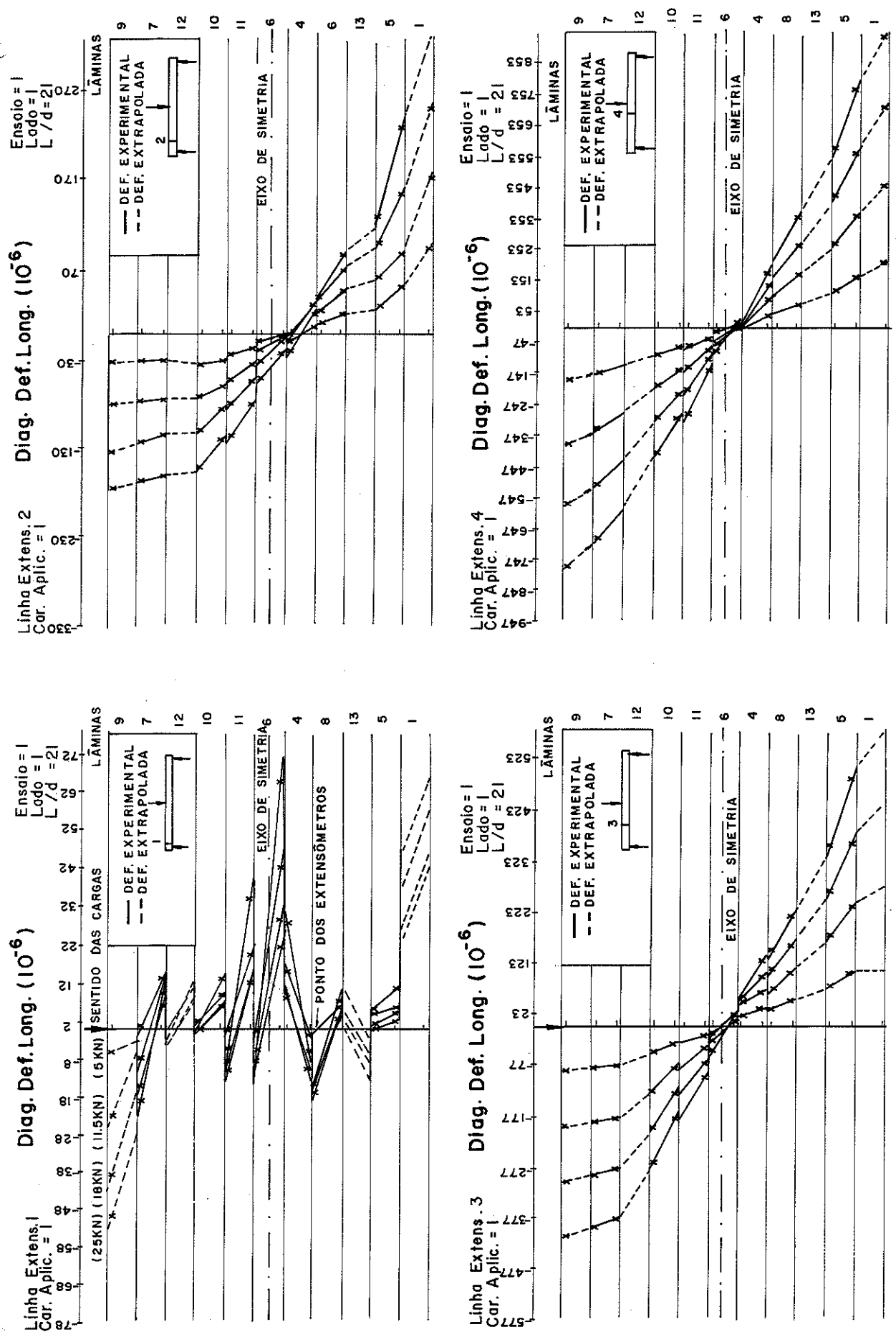


Fig. (5.25) - Distribuição de deformações longitudinais (ϵ_x), em 4 linhas de extensômetros

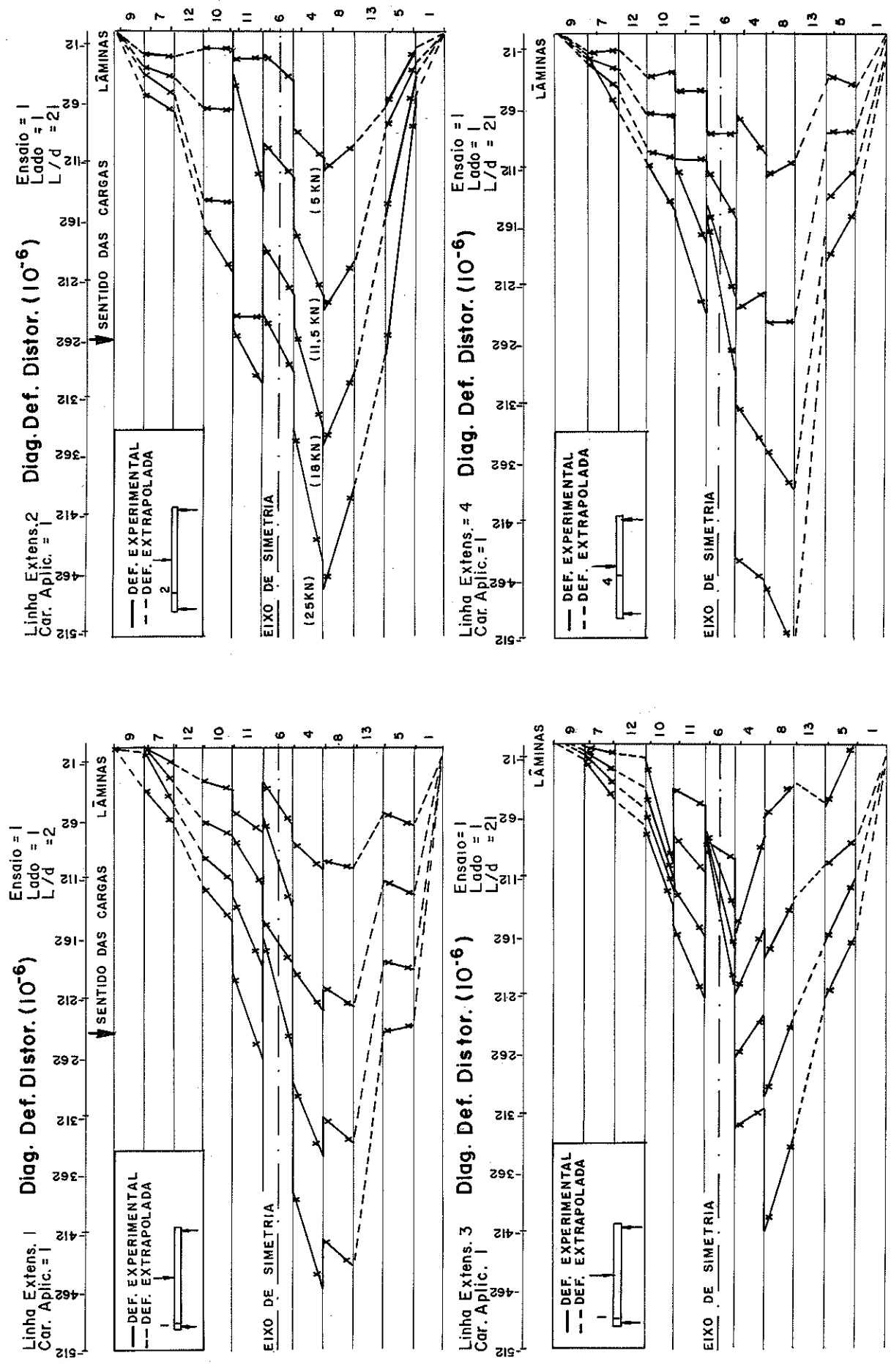


Fig. (5.26) - Distribuição de deformações angulares (γ_{xy}), em 4 linhas de extensômetros

8.2. - AS TENSOES

Com as deformações em todos os pontos e com as constantes elásticas em cada ponto se define um estado plano de tensões em cada ponto de cada linha de extensômetros.

O estado plano, definido pela equação (5.4) transcrita a seguir:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} - \frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

é válida para um material ortotrópico. A madeira pode ser considerada ortotrópica sempre que as direções longitudinal, radial e tangencial coincidam em todos os pontos com os eixos x,y e z, figura (5.27-a). Como as lâminas foram escolhidas ao acaso e a própria madeira tem geralmente as fibras retorcidas, as direções longitudinal, radial e tangencial não coincidem com os eixos x e y, figura (5.27-b). Isto indica que a matriz de constantes elásticas deve sofrer um giro em torno do eixo z, figura (5.27-c).

Segundo LEKHNITSKI (1981) este tensor de 4^a ordem, sofrendo um giro Θ , sofre a transformação seguinte:

Sejam os tensores de 4^a ordem mostrados abaixo;

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{12} & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{nos eixos. L e T}]{\substack{\text{DEFORMAÇÃO} \\ \text{DEVIDA AO GIRO}}} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \text{ nos eixos. x e y}$$

os elementos do novo tensor após o giro são dados por:

$$\left. \begin{aligned}
 a_{11} &= b_{11} \cos^4 \theta + (2b_{12} + b_{33}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + b_{22} \sin^4 \theta \\
 a_{22} &= b_{11} \sin^4 \theta + (2b_{12} + b_{33}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + b_{22} \cos^2 \theta \\
 a_{12} &= (b_{11} + b_{22} - 2b_{12} - b_{33}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + b_{12} \\
 a_{33} &= 4(b_{11} + b_{22} - 2b_{12} - b_{33}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + b_{33}
 \end{aligned} \right\} (5.31)$$

substituindo os elementos a_{ij} pelos correspondentes da equação (5.30) tem-se:

$$\left. \begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LN}} - \frac{2\nu_{LN}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{E_N} \\
 a_{22} &= \frac{\sin^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LN}} - 2 \frac{\nu_{LN}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_N} \\
 a_{12} &= \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_N} + \frac{2\nu_{LN}}{E_L} - \frac{1}{G_{LN}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta - \frac{\nu_{LN}}{E_L} \\
 a_{33} &= 4 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_N} + 2 \frac{\nu_{LN}}{E_L} - \frac{1}{G_{LN}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{G_{LN}}
 \end{aligned} \right\} (5.32)$$

sendo:

θ = ângulo de eixo

E_L = módulo de elasticidade longitudinal (paralelo às fibras)

E_N = módulo de elasticidade radial ou tangencial (perpendicular às fibras)

Para determinar o intervalo de variação das constantes elásticas foi realizada uma exploração numérica variando a inclinação do ângulo, θ , de zero à sessenta graus para cada ponto das rosetas, na tabela (5.8) encontra-se um exemplo desta exploração numérica. observando os valores numéricos, nota-se uma grande variação dos módulos de elasticidade longitudinal e normal às fibras com a inclinação das fibras e uma pequena variação do módulo de deformação transversal. Assim admitindo-se uma inclinação máxima, das fibras das lâminas, de 5° tem-se $G_\theta = G_{xy}$.

TABELA (5.8) - EXPLORAÇÃO NUMÉRICA DO TENSOR DE 4^ª ORDEM.

LINHA DE EXTENSÔMETROS 3

GRAUS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
ϵ_x	19535	18425	19996	17058	17128	12564	12635	10370	10197	11016	11136	16715	15177	17950	18010	20013
ϵ_y	1500	1286	1286	1098	1098	1203	1263	1100	1100	987	987	1100	1100	1530	1530	1500
γ_{xy}	1500	1175	1075	1005	980	1110	1010	1410	1520	825	816	902	935	930	890	1500
5	18148	16824	17895	15402	15411	11790	11756	10810	9889	10174	10264	14926	13763	15969	15920	18553
5	1512	1296	1295	1106	1106	1212	1211	1111	1111	993	993	1107	1107	1535	1534	1512
5	1493	1173	1077	1004	980	1108	1011	1389	1492	826	818	904	936	930	899	1493
10	14972	13368	13644	11954	11877	9962	9746	9854	9052	8296	8331	11334	10784	12859	11875	15235
10	1550	1325	1321	1131	1130	1240	1236	1144	1146	1013	1012	1128	1130	1551	1547	1550
10	1474	1168	1081	1002	980	1101	1013	1331	1416	830	822	911	940	963	925	1474
15	11615	10001	9841	8750	8642	7940	7622	7784	7897	6380	6379	8151	7975	8665	8450	11760
15	1615	1377	1367	1173	1171	1287	1278	1202	1206	1047	1046	1165	1169	1579	1572	1615
15	1445	1160	1088	999	981	1091	1017	1252	1314	837	830	922	946	1003	968	1446
20	8870	7442	7150	6412	6310	6215	5886	6474	6651	4864	4848	5916	5899	6325	6131	8946
20	1712	1452	1434	1237	1232	1357	1340	1287	1296	1096	1095	1220	1226	1623	1610	1712
20	1411	1151	1097	996	982	1078	1021	1166	1207	844	839	935	953	1058	1028	1412
25	6837	5648	5356	4820	4735	4891	4600	5291	5481	3769	3749	4434	4473	4794	4635	6875
25	1845	1558	1528	1324	1317	1454	1427	1406	1420	1165	1162	1296	1306	1687	1666	1846
25	1377	1141	1107	992	982	1065	1026	1087	1111	853	849	950	960	1123	1099	1379
30	5374	4407	4158	3740	3674	3914	3674	4303	4474	2995	2976	3448	3500	3786	3659	5394
30	2825	1699	1655	1442	1432	1584	1543	1566	1590	1258	1254	1399	1414	1776	1747	2825
30	1347	1131	1116	986	983	1054	1031	1022	1034	861	859	964	968	1191	1176	1348
35	4323	3539	3339	2994	2944	3198	3008	3513	3651	2445	2429	2775	2825	3108	3006	4333
35	2263	1887	1824	1599	1584	1755	1696	1777	1814	1388	1375	1537	1557	1900	1861	2264
35	1323	1124	1124	985	983	1044	1035	975	979	867	867	976	974	1253	1247	1325
40	3559	2919	2764	2468	2430	2669	2523	2896	3001	2049	2036	2305	2347	2639	2558	3565
40	2578	2136	2049	1808	1787	1980	1898	2056	2109	1543	1535	1720	1747	2071	2021	2580
40	1308	1119	1129	983	984	1038	1037	946	945	872	873	984	978	1296	1298	1310
45	2997	2469	2351	2088	2060	2276	2165	2420	2497	1758	1748	1967	2002	2308	2244	3000
45	2997	2469	2351	2088	2060	2276	2165	2420	2497	1758	1748	1967	2002	2308	2244	3000
45	1302	1118	1131	983	984	1038	1038	937	935	873	874	987	979	1314	1317	1304

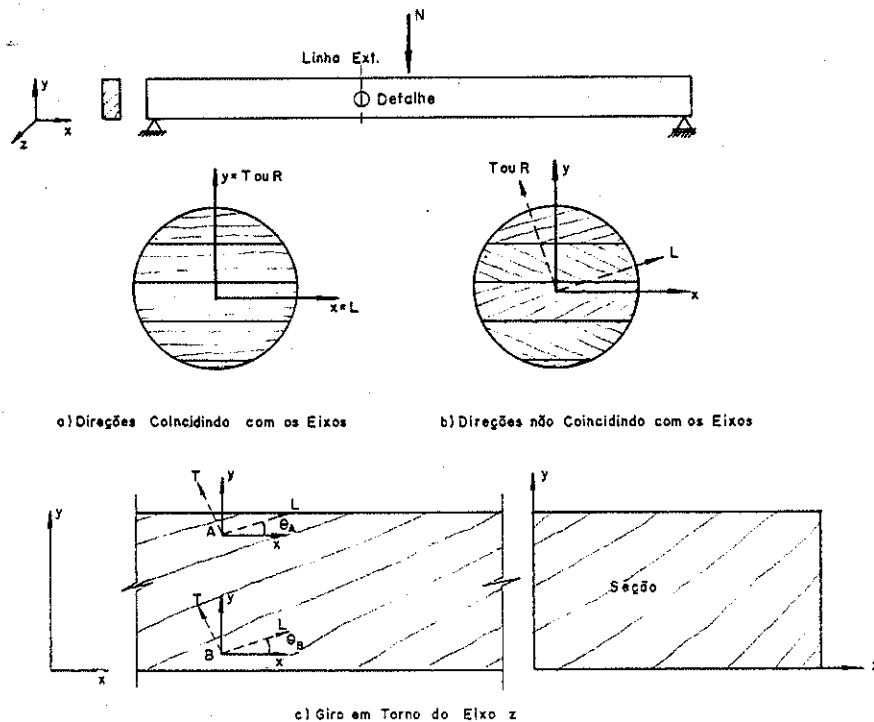


Fig. (5.27) - Transformações da Matriz de Constantes Elásticas

Finalmente o estado plano, em cada ponto, fica definido pelas equações (5.33):

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

$$[\epsilon_{ij}] = [D_{ij}][\sigma_{ij}]$$

Os elementos da matriz de constantes "elásticas", D_{ij} , foram determinadas nos ensaios de compressão e de tração realizados em cada roseta, tabela (5.6) e (5.7). A inclinação das fibras em um ponto de uma roseta era a mesma na lâmina e no corpo de prova de compressão e de tração.

Para determinar as tensões a partir das deformações basta calcular a inversa da matriz, D_{ij} . Assim a inversa da matriz D_{ij} com as respectivas simplificações é dada por:

$$D_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{12} & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

sendo:

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \frac{a_{22}}{(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)} \\ b_{12} &= \frac{-a_{12}}{(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)} \\ b_{22} &= \frac{a_{11}}{(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)} \\ b_{33} &= \frac{1}{a_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

finalmente as tensões são dadas pelas equações (5.36):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{12} & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

ou

$$\sigma_x = b_{11} \varepsilon_x + b_{12} \varepsilon_y \quad (5.37)$$

$$\sigma_y = b_{12} \varepsilon_x + b_{22} \varepsilon_y \quad (5.38)$$

$$\tau_{xy} = b_{33} \tau_{xy} \quad (5.39)$$

O estado plano de tensões para cada ponto em cada linha de extensômetros encontra-se definido pela equação (5.37) e esquematizado na figura (5.28).

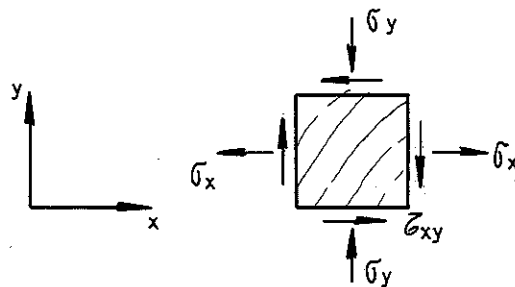


Fig. (5.28) esquema do estado plano de tensões.

O cálculo das tensões em cada ponto foi feita com a ajuda de um programa para o micro computador do SAD-LaMEM, programado especificamente para este fim, pois o cálculo normal não é impossível, mas é extremamente trabalhoso e demorado. Foram calculados em média 1500 estados planos para cada ensaio, totalizando, nos 12 ensaios, em torno de 18.000 estados planos.

Para evitar interrupção na leitura do texto, a partir de agora, as figuras e as tabelas serão apresentadas no final deste capítulo.

8.2.1.- Tensões de cisalhamento

As tensões de cisalhamento foram determinadas pela equação (5.39). Na figura (5.29) são apresentados dois gráficos das tensões de cisalhamento como exemplo de um ensaio, com uma carga concentrada e na figura (5.30) com duas cargas concentradas. Nestes gráficos pode-se observar um deslocamento do diagrama de tensões para baixo do eixo de simetria com o ponto de máxima tensão também abaixo do eixo de simetria. A distribuição em cada lâmina é parabólica, existindo uma discontinuidade na inter-face das lâminas.

Na figura (5.31) é apresentado um diagrama de exemplo de níveis de tensão de um ensaio com uma e duas cargas concentradas.

8.2.2.- Tensões normais às fibras (σ_y)

As tensões normais às fibras foram determinadas através da equação (5.38) transcrita a seguir:

$$\sigma_y = \frac{\frac{\nu_{xy}}{E_x}}{\left(\frac{1}{E_x} - \frac{1}{E_y} - \left(\frac{\nu_{xy}}{E_x}\right)^2\right)} \varepsilon_x + \frac{\frac{1}{E_x}}{\left(\frac{1}{E_x} - \frac{1}{E_y} - \left(\frac{\nu_{xy}}{E_x}\right)^2\right)} \varepsilon_y \quad (5.40)$$

As parcelas que contribuem para a tensão normal às fibras tem sinal oposto, portanto, a resultante é reduzida. Na figura (5.32) são apresentadas as tensões normais de um exemplo de ensaio com uma carga aplicada. Nestes gráficos são representadas as contribuições de ambas parcelas e a resultante final. Na figura (5.33) encontram-se os gráficos das tensões de um ensaio com 2 cargas concentradas.

Na tabela (5.9), são apresentadas como exemplo, as contribuições de cada parcela na tensão normal às fibras e a somatória das parcelas, de ensaios com $L/d = 21, 18$ e 14 .

8.2.3. - Tensões longitudinais (σ_x)

As tensões longitudinais foram determinadas através da equação (5.37), transcrita a seguir:

$$\sigma_x = \frac{\frac{1}{E_y}}{\frac{1}{E_x} \cdot \frac{1}{E_y} - \left(\frac{\nu_{xy}}{E_x}\right)^2} \varepsilon_x + \frac{\frac{\nu_{xy}}{E_x}}{\left(\frac{1}{E_x} \cdot \frac{1}{E_y} - \frac{\nu_{xy}}{E_x}\right)^2} \varepsilon_y \quad (5.41)$$

As parcelas que contribuem para a tensão longitudinal tem sinal contrário, portanto o resultado será menor. A contribuição da deformação normal às fibras, segunda parcela da equação (5.41), se acentua nas seções próximas ao meio do vão porém é muito pequena, chegando no máximo a 5,5 %. Nos gráficos das figuras (5.34) e (5.35) são apresentados exemplos destas contribuições e a resultante, quando solicitada com 1 e 2 cargas.

Na tabela (5.10), são apresentados exemplos destas contribuições e a porcentagem das mesmas.

Na figura (5.36), são mostradas as curvas de nível das tensões longitudinais.

8.3. - POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

A posição da linha neutra, em todos os ensaios e na maioria dos intervalos de carregamento, localizou-se na parte inferior do eixo de simetria da viga. Nas figuras (5.37) até (5.41), são apresentados os diagramas de tensões longitudinais, para cada nível de carregamento e para cada linha de extensômetros de ensaios com 1 e 2 cargas concentradas e $l/d=21,18$ e 14 . A posição da L.N., encontra-se na parte inferior do eixo de simetria, ficando mais perto do eixo, próxima do meio do vão e mais afastada perto do apoio. Quando a viga foi ensaiada com o carregamento na outra borda (viga invertida), a posição da L.N., permaneceu abaixo do eixo de simetria, mesmo sabendo-se que os MOEs da parte inferior eram menores do que da parte superior, figuras (5.42) até (5.46). Resta concluir que este é um comportamento intrínscico da madeira. Os resultados obtidos confirmam as conclusões encontradas em trabalhos anteriores (revisão da literatura).

8.3.1.- Lugar geométrico da linha neutra

O lugar geométrico da linha neutra ao longo do comprimento da viga foi determinado para cada ensaio e para alguns níveis de carregamento, tabela (5.11). Com estes lugares geométricos de todos os ensaios, foram determinadas as curvas limites dos lugares geométricos, da L.N., para todos os ensaios com 1 e 2 carregamentos, na figura (5.47-a) e (5.47-b), respectivamente.

8.4.- LOCALIZAÇÃO DAS TENSÕES MÁXIMAS DE CISALHAMENTO

Nas figuras (5.48) até (5.52) são apresentados os gráficos de tensão de cisalhamento para cada nível de carregamento, cada linha de extensômetros, 1 e 2 cargas concentradas e $l/d = 21,18$ e 14. A tensão máxima de cisalhamento em todas os ensaios e níveis de carregamento se encontram na parte inferior do eixo de simetria, na altura da 1^a e 2^a lâminas abaixo da lâmina central. Quando a viga foi ensaiada com carregamento na outra borda (viga invertida), a tensão máxima de cisalhamento permaneceu na parte inferior do eixo de simetria, figuras (5.53) até (5.57).

8.4.1.- Lugar geométrico das tensões máximas de cisalhamento.

O lugar geométrico das tensões máximas de cisalhamento, ao longo do comprimento da viga, foi determinado para cada ensaio e para alguns níveis de carregamento, tabela (5.12). As curvas limite, dos lugares geométricos das tensões máximas de cisalhamento, para cada nível de carregamento e para cada ensaio com 1 e 2 cargas concentradas são apresentadas nas figuras (5.58-a) e (5.58-b) respectivamente.

8.5.- DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES

Considere-se a figura (5.59), o momento interno é o produto da resultante das tensões de compressão e de tração pelos braços de alavanca da posição das resultantes à L.N. e é dada pela expressão:

$$M_{int} = R_c \cdot t_2 + R_t \cdot t_1 \tag{5.42}$$

sendo:

$$R_c = b \cdot A_c \text{ e } R_t = b \cdot A_t$$

A_c = área do diagrama de tensões de compressão

A_t = área do diagrama de tensões de tração

onde:

$$A_t = \sum_{i=1}^{j-1} \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \right) (v_{i+1} - v_i) + x_j \left(\frac{t - v_j}{2} \right) \tag{5.43}$$

$$A_c = \sum_{i=j+1}^{n-1} \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \right) (v_{i+1} - v_i) + x_{j+1} \left(\frac{v_{j+1} - t}{2} \right)$$

A posição da resultante é o centro de gravidade das áreas do diagrama de tensões, entretanto para determiná-la, é necessário calcular a contribuição de cada trecho de trapezoidal do diagrama, assim tem-se:

$$t_1 = \frac{\sum_{i=1}^{j-1} \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \right) (v_{i+1} - v_i) \left[t - v_{i+1} + \frac{v_{i+1} + 2v_i}{3(v_{i+1} + v_i)} (v_{i+1} - v_i) \right] + x_j \left(\frac{t - v_j}{3} \right)^2}{A_t}$$

$$t_2 = \frac{\sum_{i=j+1}^{n-1} \left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2} \right) (v_{i+1} - v_i) \left[v_i - t + \frac{v_i + 2v_{i+1}}{3(v_i + v_{i+1})} (v_{i+1} - v_i) \right] + x_{j+1} \left(\frac{v_{j+1} - t}{3} \right)^2}{A_c}$$

..... (5.44)

substituindo as equações (5.44) e (5.43) na equação (5.42) encontra-se o momento interno. Fazendo isto para alguns níveis de carregamento e para cada linha de extensômetros encontra-se o diagrama de momentos internos. Na tabela (5.13), encontram-se os valores calculados de R_c , t_1 , t_2 e o momento para cada linha de extensômetros e para todos os ensaios. Na figura (5.61-a), é apresentado um exemplo de diagrama de momentos internos determinados experimentalmente e o diagrama de momentos fletores teórico.

8.6. - DIAGRAMA DE ESFORÇOS CORTANTES.

Considere-se o diagrama da figura (5.60). o esforço cortante é a soma das áreas descritas pelos paralelogramas do diagrama de tensões de cisalhamento, multiplicado pela largura da peça.

$$V = A \cdot b \quad (5.45)$$

sendo:

V = esforço cortante interno

A = área do diagrama de tensões de cisalhamento.

onde:

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) (h_{i+1} - h_i) \quad (5.46)$$

substituindo a equação (5.46) na equação (5.45) tem-se:

$$V = b \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) (h_{i+1} - h_i) \quad (5.47)$$

Fazendo isto para alguns níveis de carregamento e para cada linha de extensômetros, considerando o teorema de Cauchy, obtém-se o diagrama de esforço cortantes. Na tabela (5.12), encontram-se os valores das cortantes para alguns níveis de carregamento e para todos os ensaios. Na figura (5.61-b) é apresentado o diagrama de esforços cortantes, determinados, experimentalmente e o teórico

9. - CONCLUSÕES

▶ A distribuição de deformações longitudinais é linear na espessura de cada lâmina. Entretanto, na seção transversal, a inclinação das seções planas de cada lâmina é diferente. As deformações longitudinais (ε_x) são da mesma ordem de grandeza que as deformações normais às fibras.

▶ As deformações angulares e as tensões de cisalhamento assumem uma distribuição aproximadamente parabólica, com a máxima deformação ou tensão localizada abaixo do eixo de simetria, apresentando descontinuidade na interface das lâminas.

▶ A distribuição de tensões longitudinais (σ_x) é aproximadamente linear apresentando discontinuidade na interface das lâminas e inclinações diferentes da distribuição de tensões em cada lâmina.

▶ A linha neutra, para solicitações em torno de 50% da resistência à flexão, encontra-se na parte inferior do eixo de simetria, mantendo-se mais próxima deste eixo, no meio do vão, afastando-se gradativamente na direção dos apoios.

▶ A contribuição das deformações longitudinais (ϵ_x) e normais às fibras (ϵ_y), na tensão normal às fibras (σ_y), tem a mesma ordem de grandeza, mas, de sinais opostos. Entretanto estas contribuições na tensão longitudinal (σ_x), são também de sinal oposto, mas o valor da deformação normal às fibras (ϵ_y), é apenas 5% do total.

▶ Nas tensões longitudinais (σ_x), não existem perturbações devidas à concentração de carga. Nas tensões de cisalhamento ocorrem perturbações em toda a altura da seção transversal.

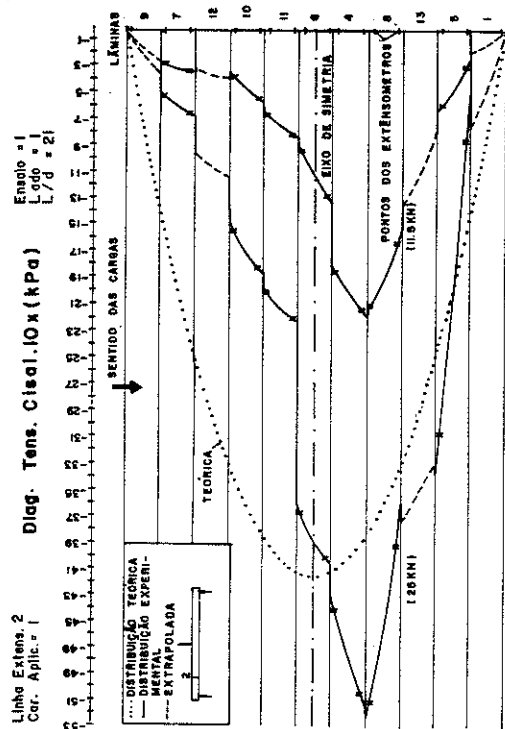
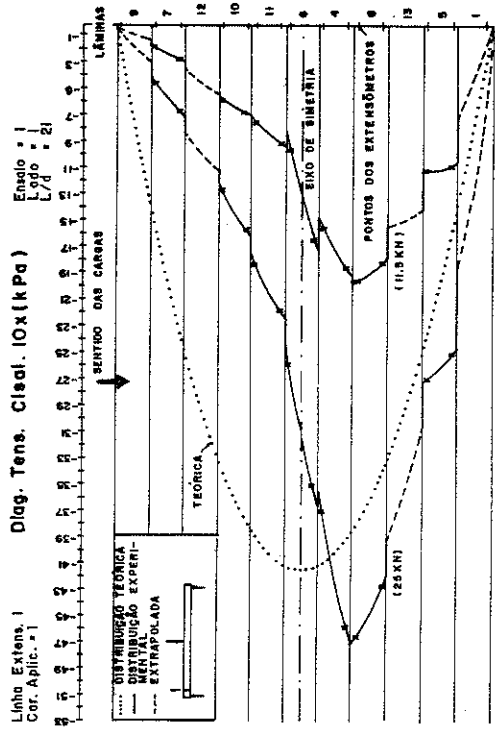
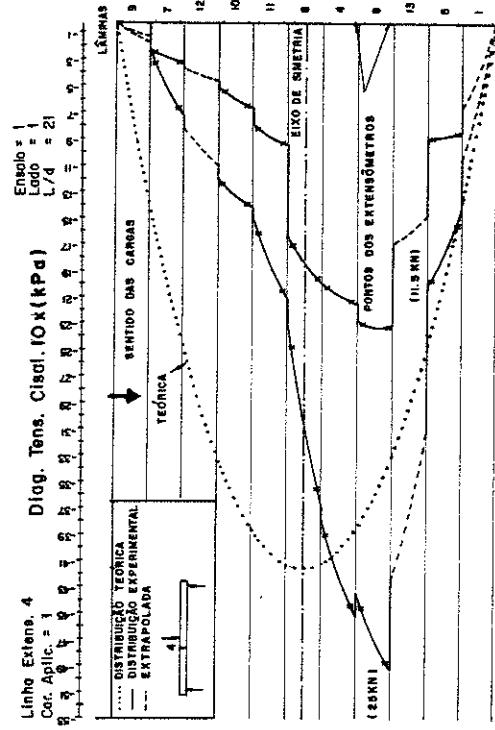
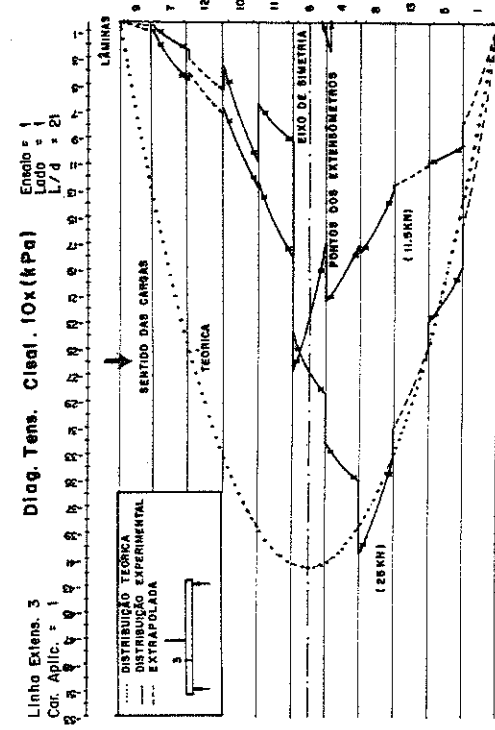


Fig. (5.29) - Distribuição de tensões de cisalhamento com 1 carga aplicada

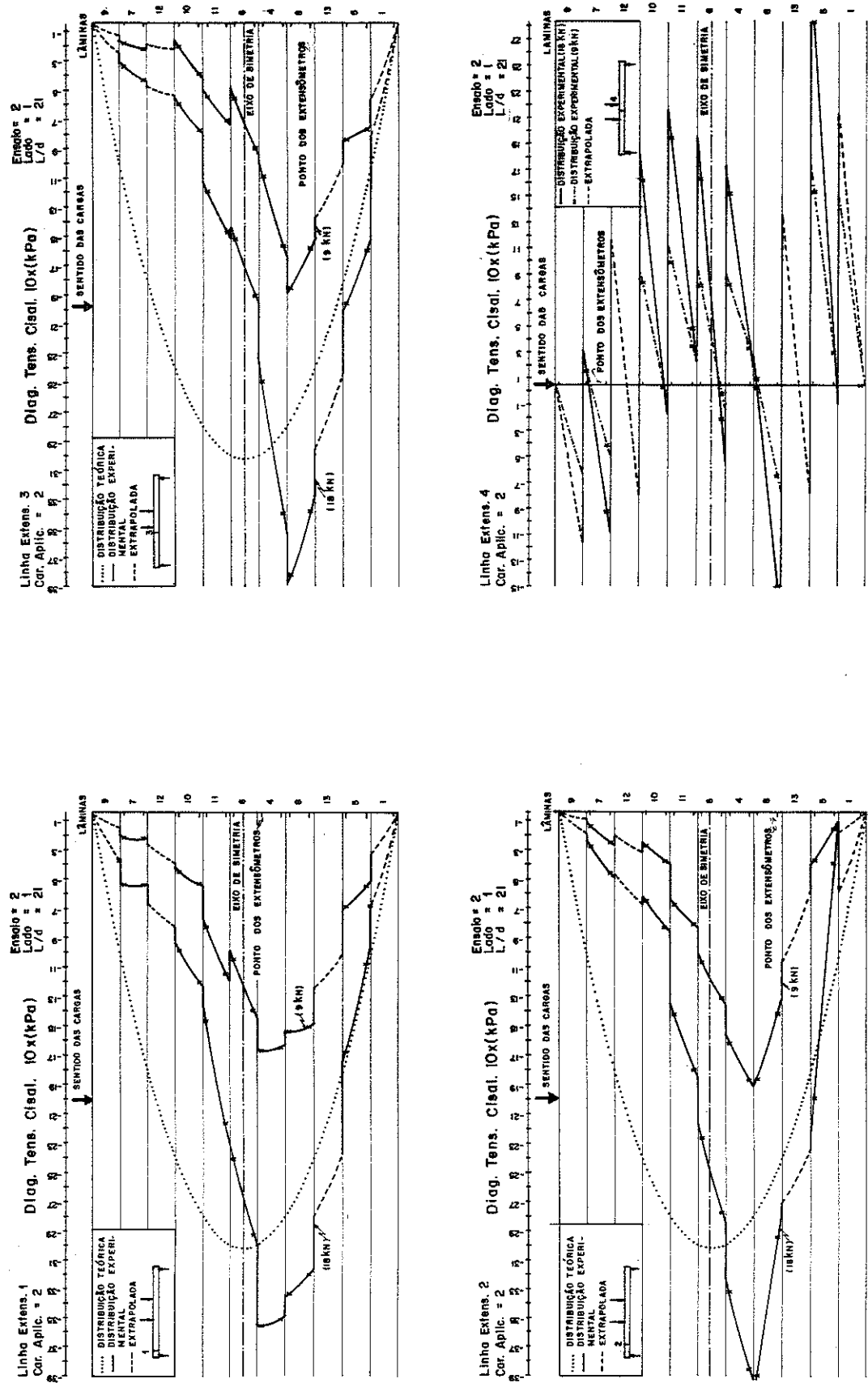


Fig. (5.30) - Distribuição de tensões de cisalhamento com 2 cargas aplicadas

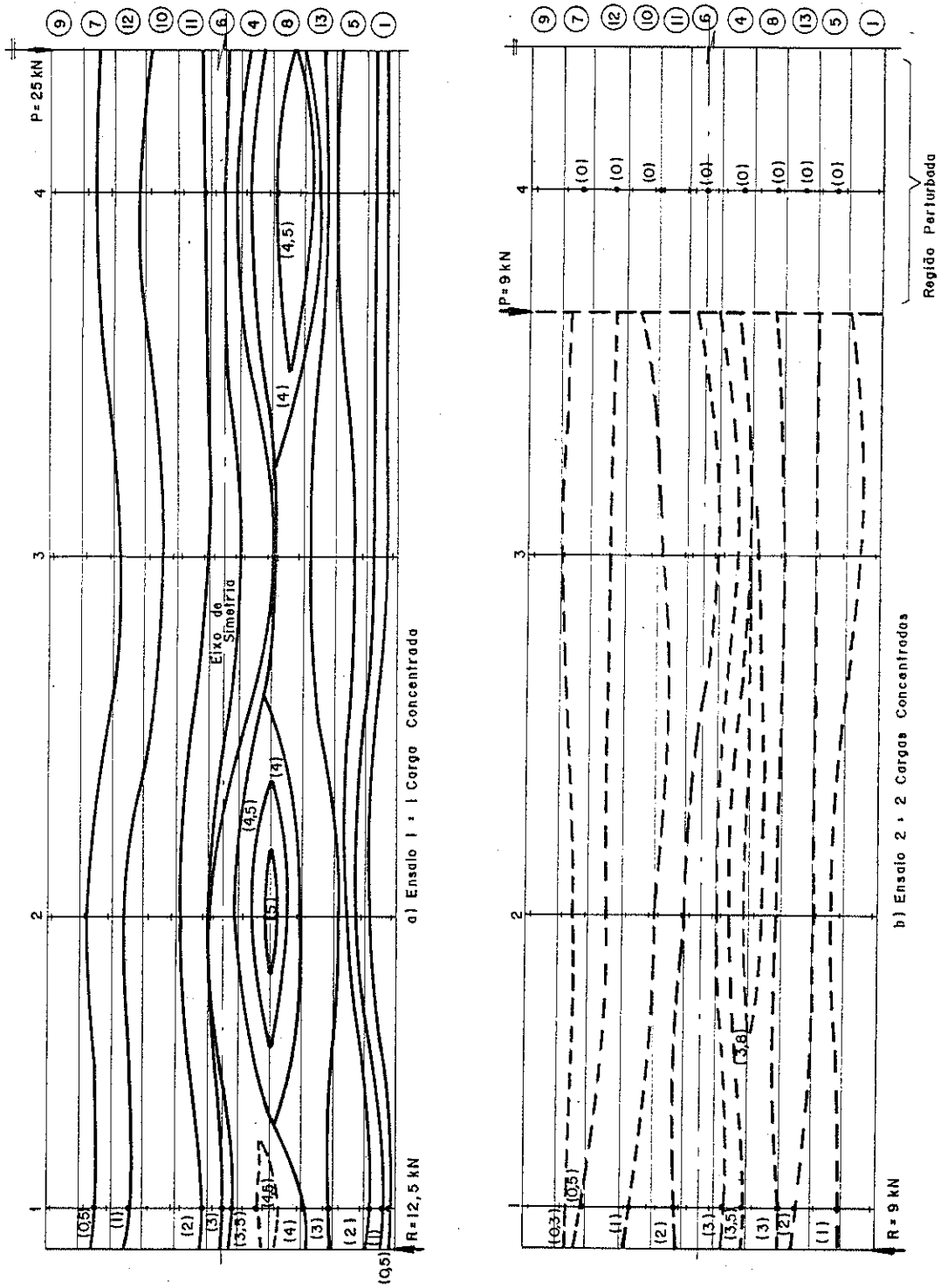


Fig. (5.31) - Curvas de níveis de tensões de cisalhamento

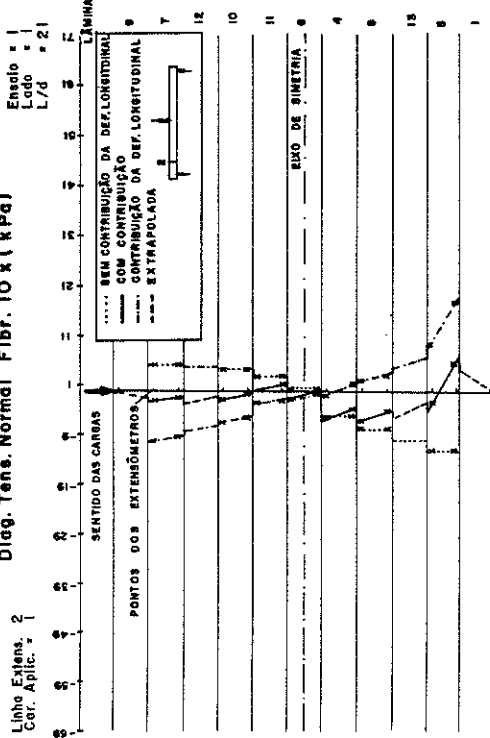
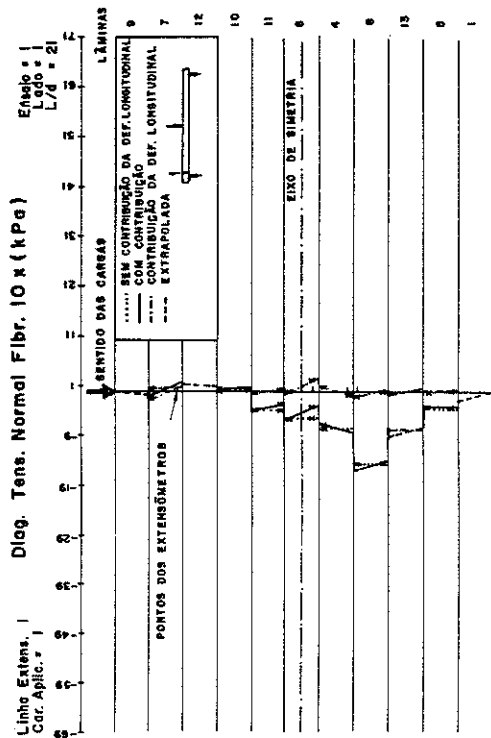
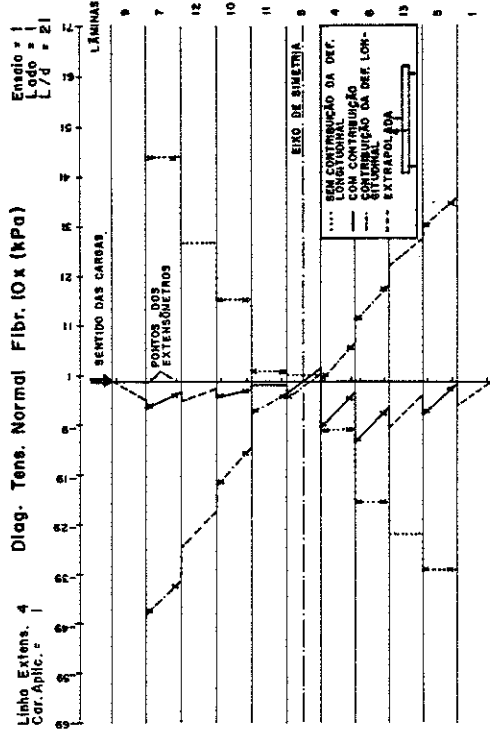
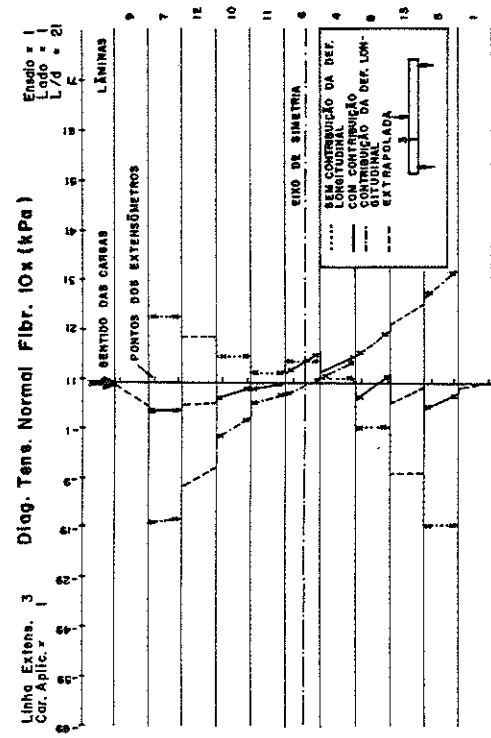


Fig. (5.32) - Distribuição de tensões normais com 1 carga aplicada

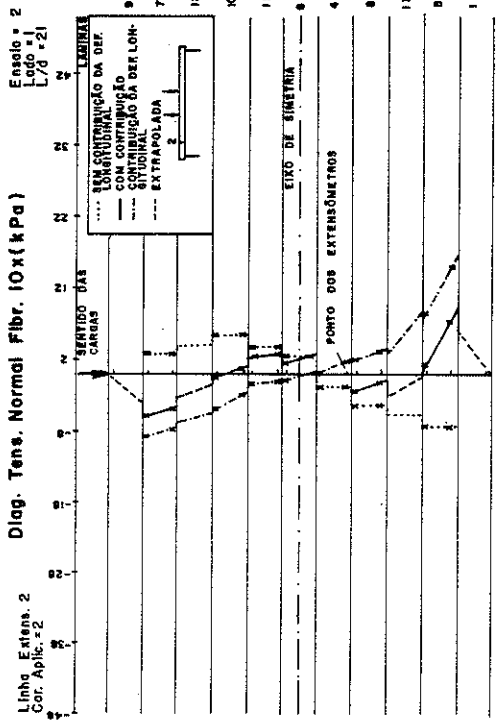
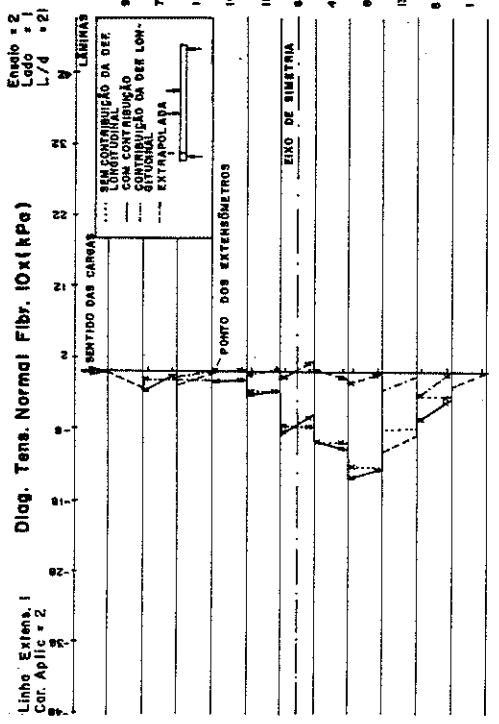
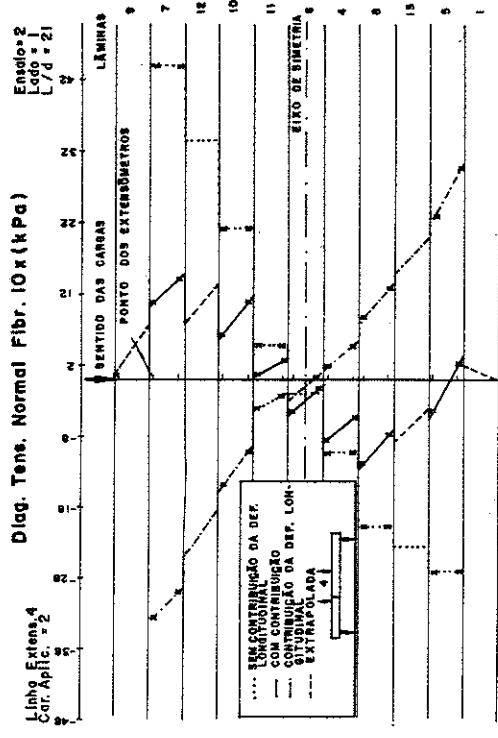
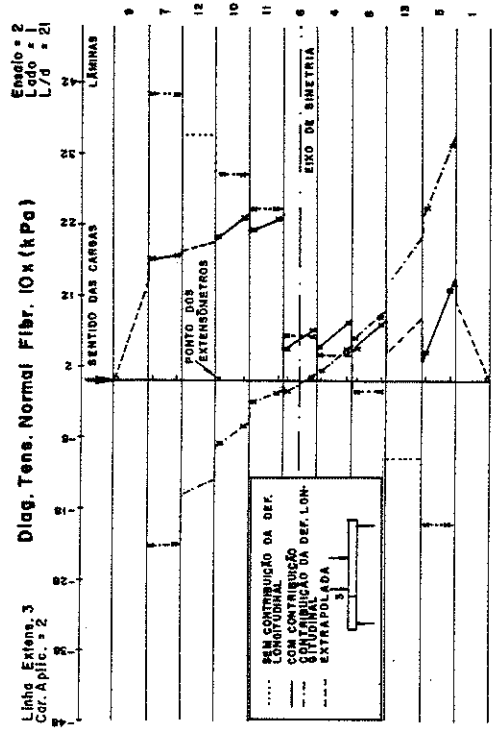


Fig. (5.33) - Distribuição de tensões normais com 2 cargas aplicadas

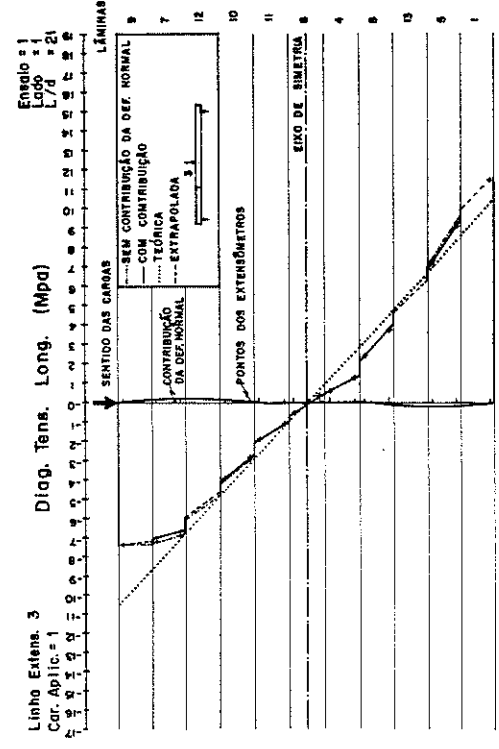
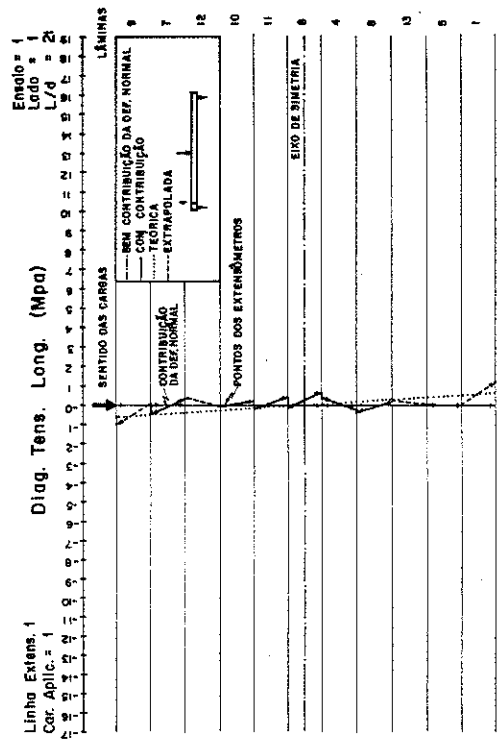
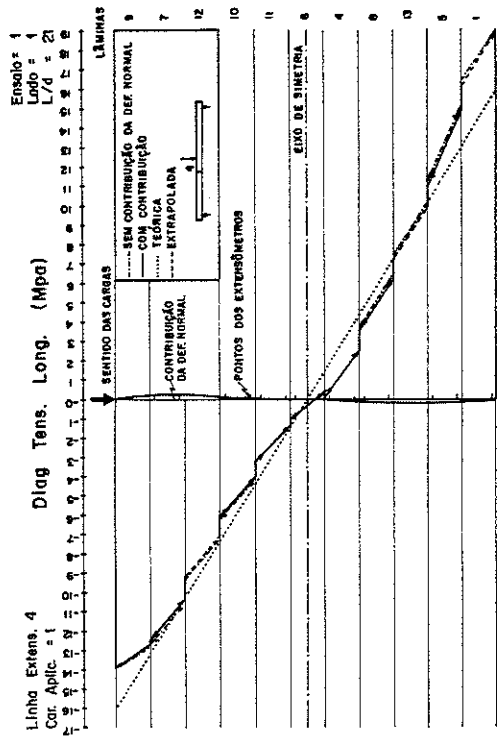
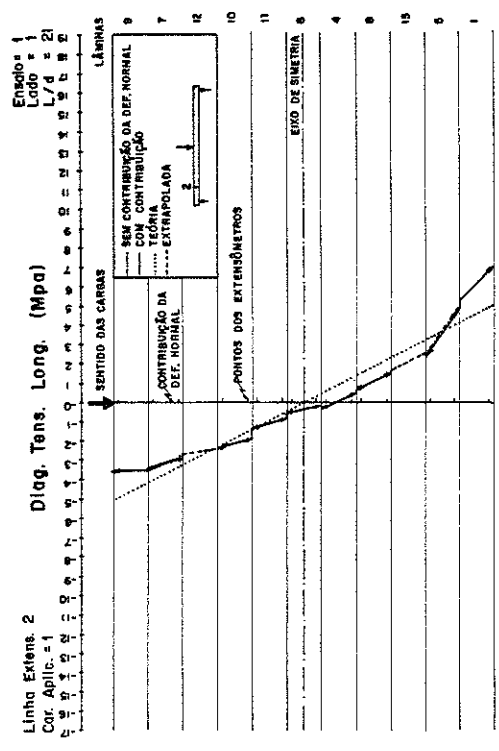


Fig. (5.34) - Distribuição de tensões longitudinais com 1 carga aplicada

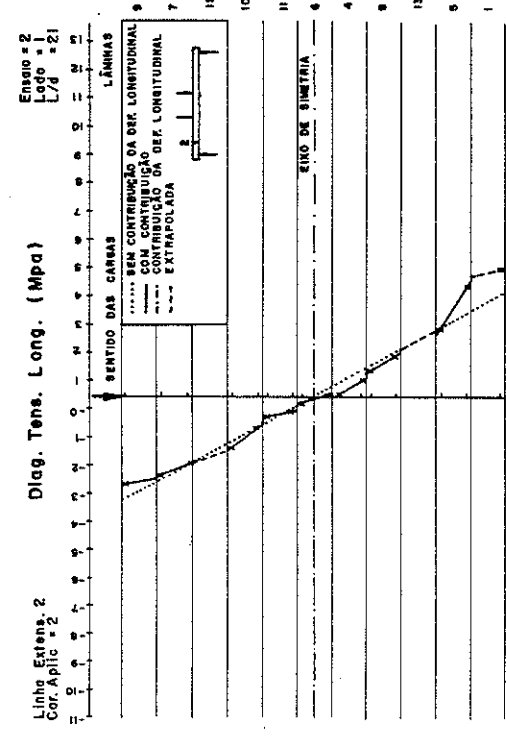
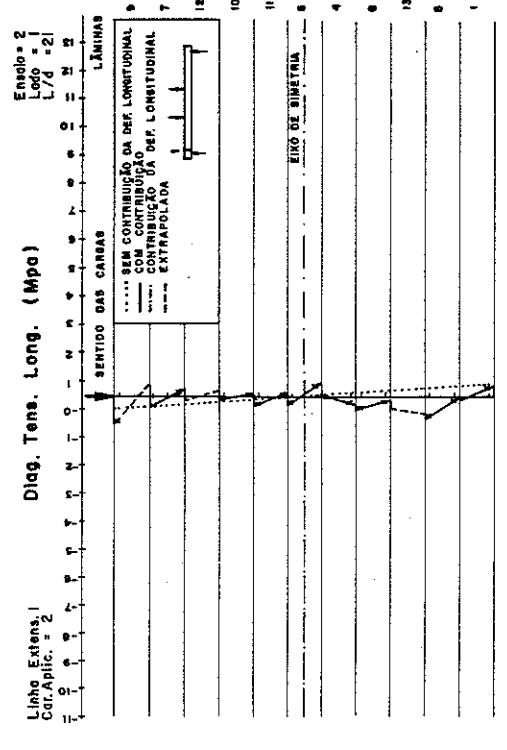
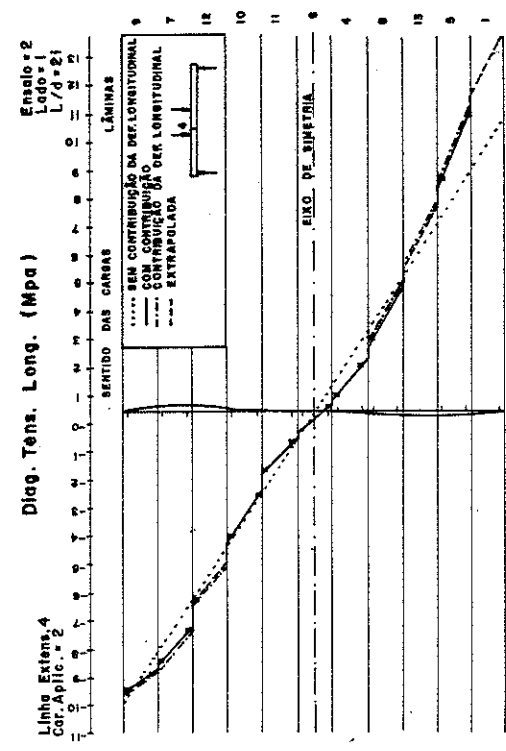
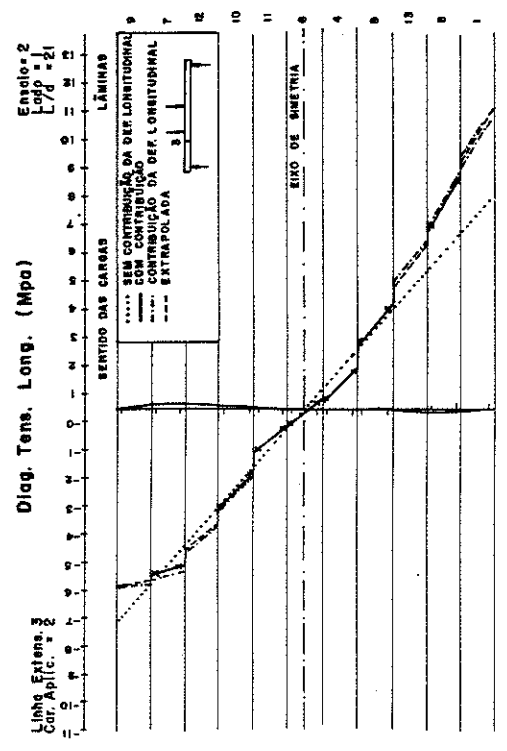


Fig. (5.35) - Distribuição de tensões longitudinais com 2 cargas aplicadas

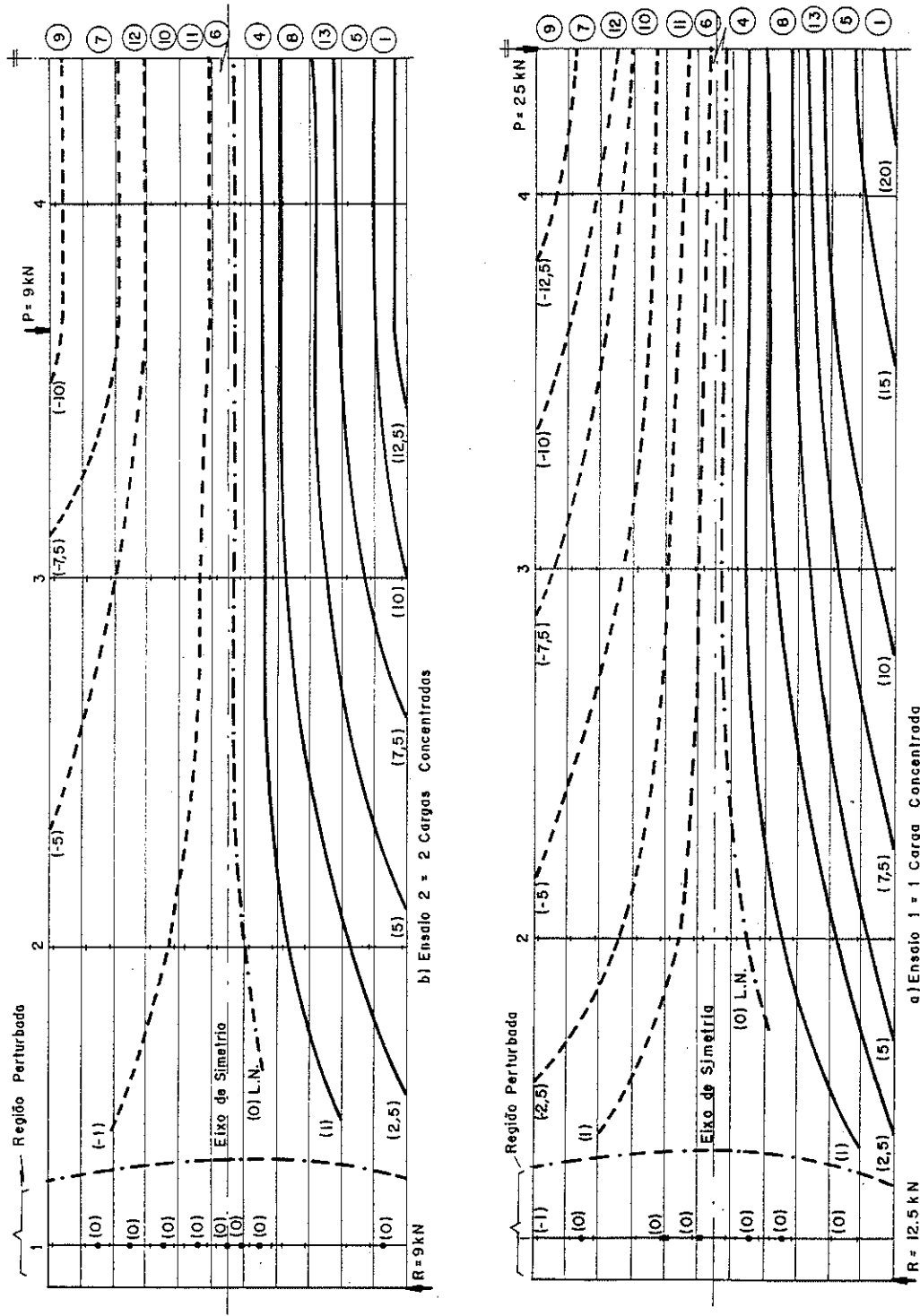


Fig. (5.36) - Curvas de níveis de tensões longitudinais

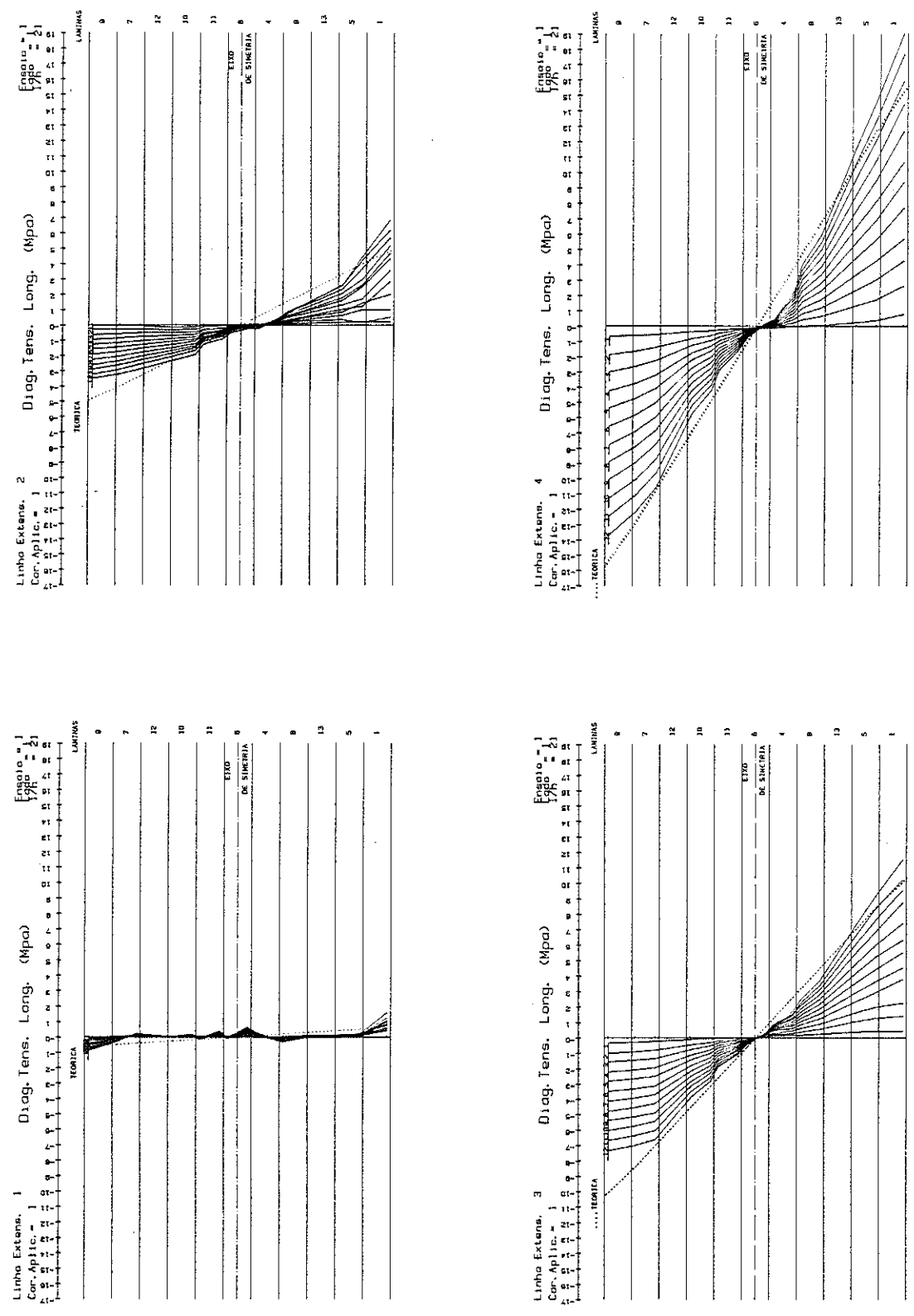


Fig. (5.37) - Distribuição de tensões longitudinais, com $L/d = 21$ e uma carga aplicada. Lado I

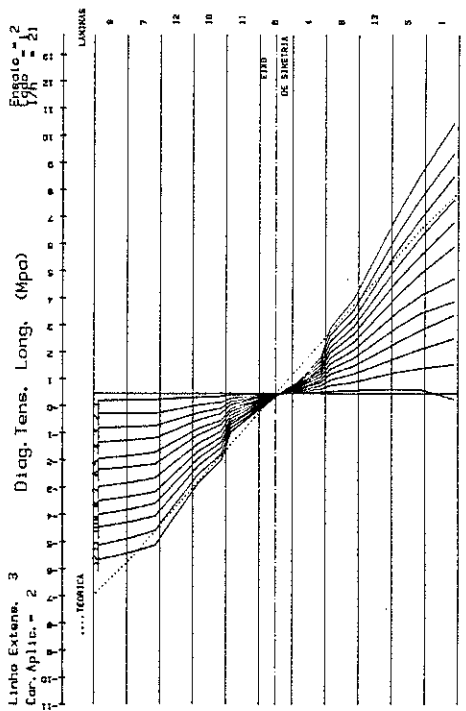
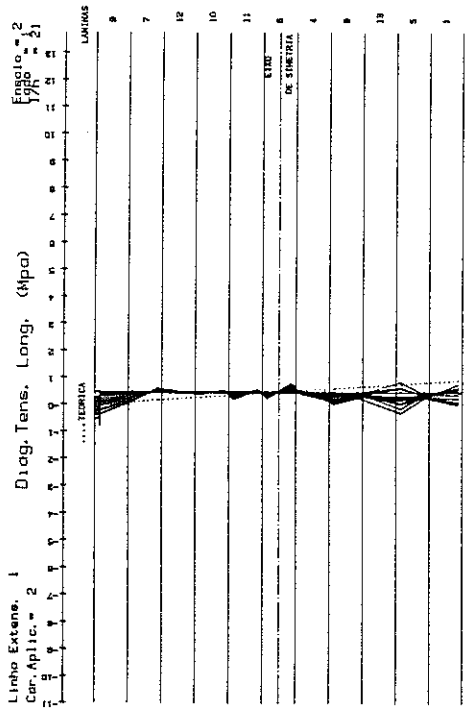
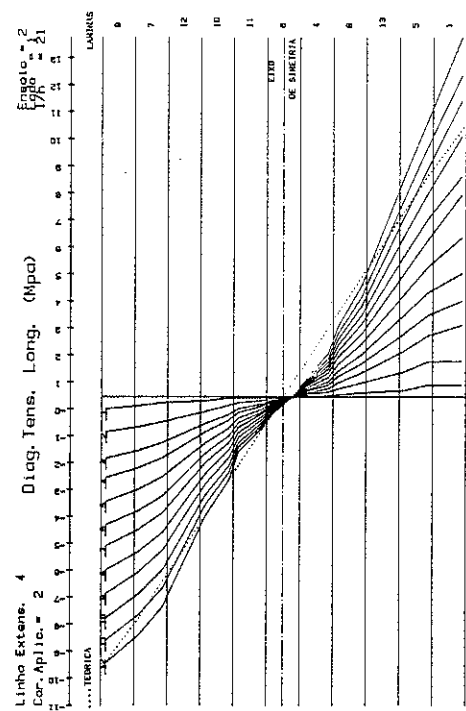
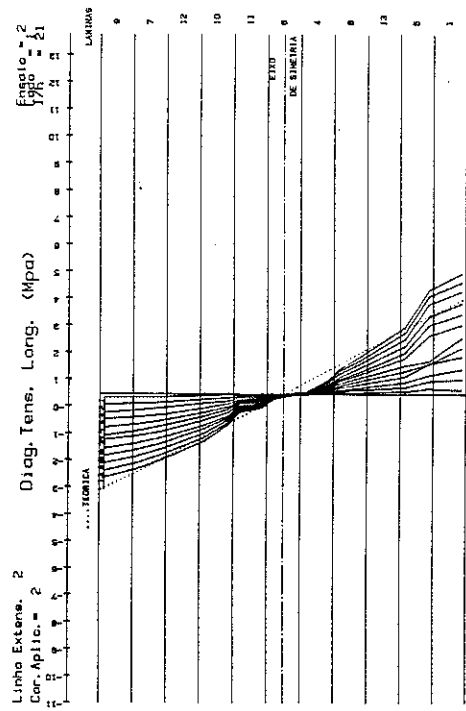


Fig. (5.38) - Distribuição de tensões longitudinais com $L/d = 21$ e 2 cargas aplicadas. Lado 1

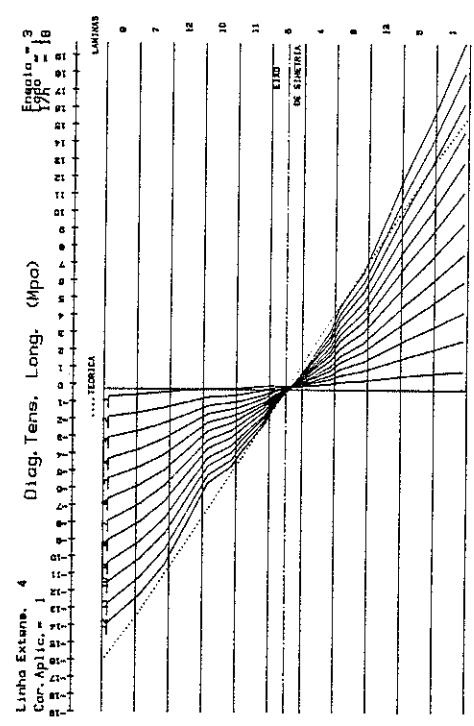
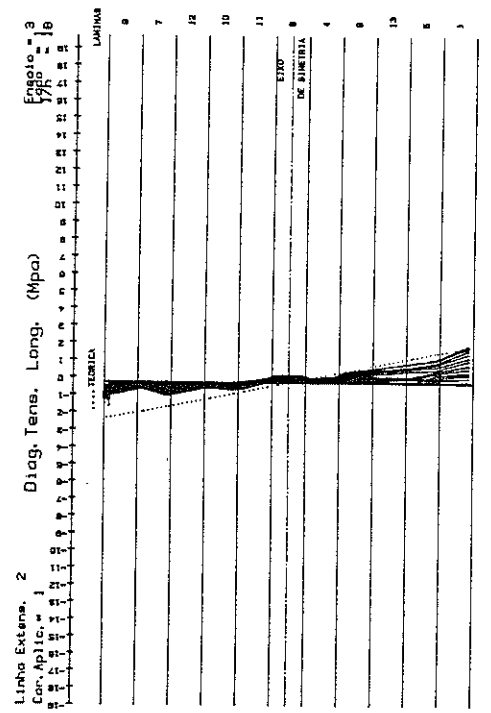
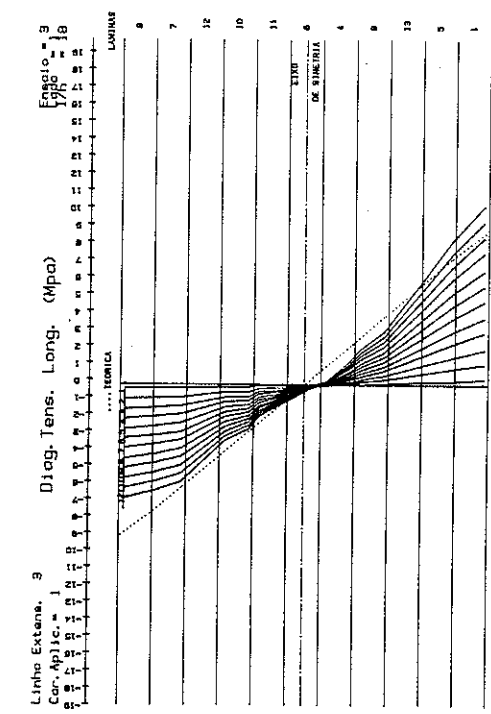


Fig. (5.39) - Distribuição de tensões longitudinais com L/d = 18 e 1 carga aplicada. Lado 1

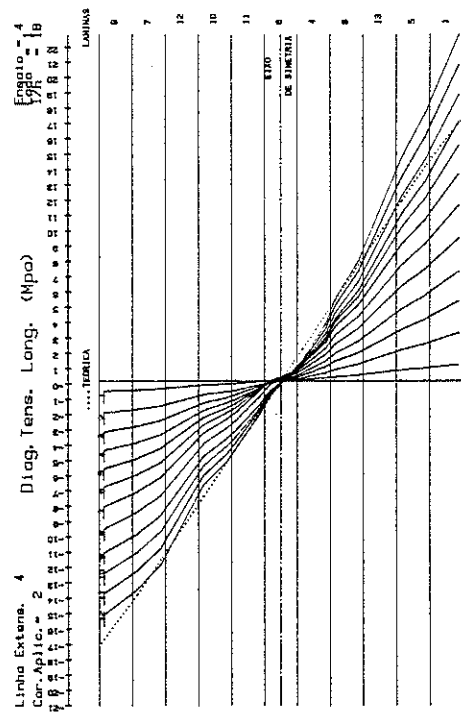
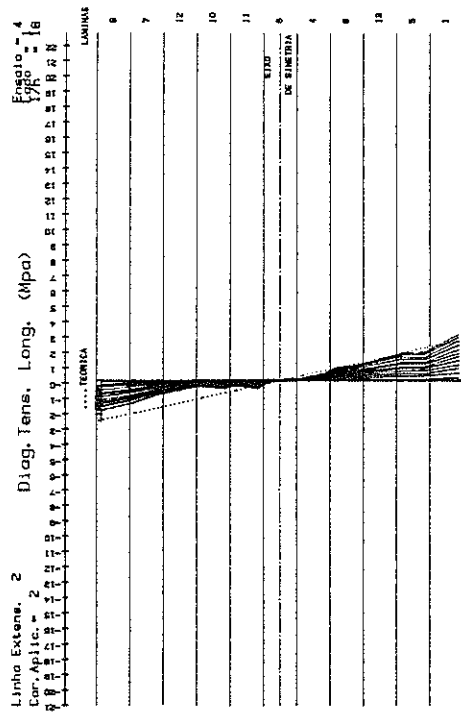
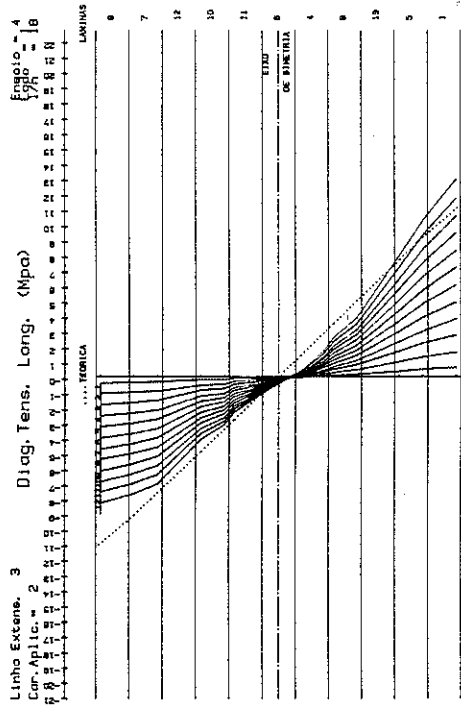


Fig. (5.40) - Distribuição de tensões longitudinais com $L/d = 18$ e 2 cargas aplicadas Lado 1

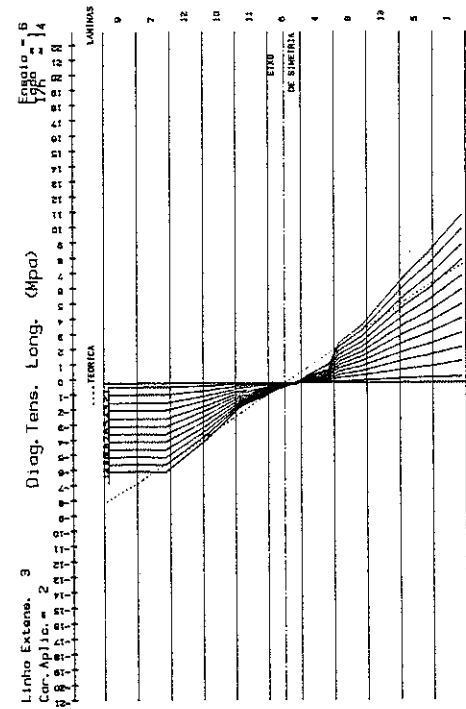
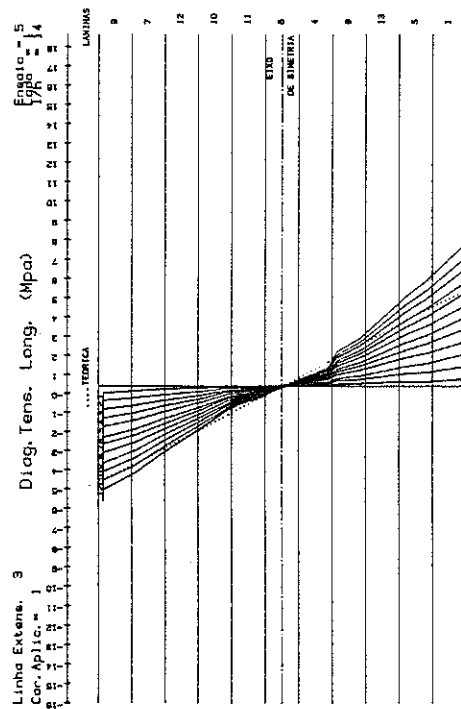
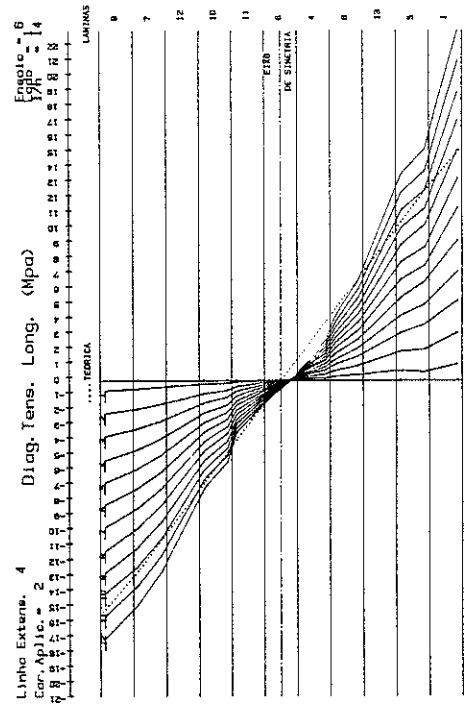
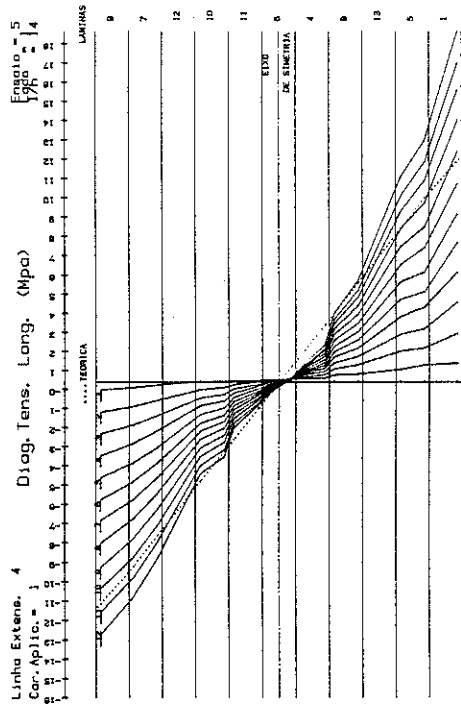


Fig. (5.41) - Distribuição de tensões longitudinais com $L/d = 14$ e com 1 e 2 cargas aplicadas. Lado 1

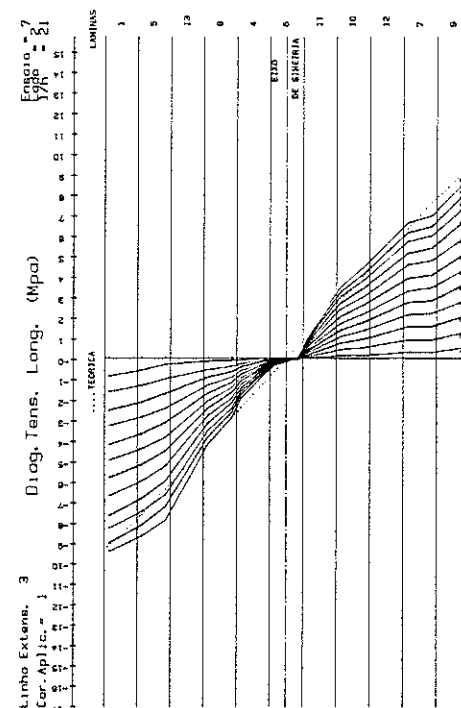
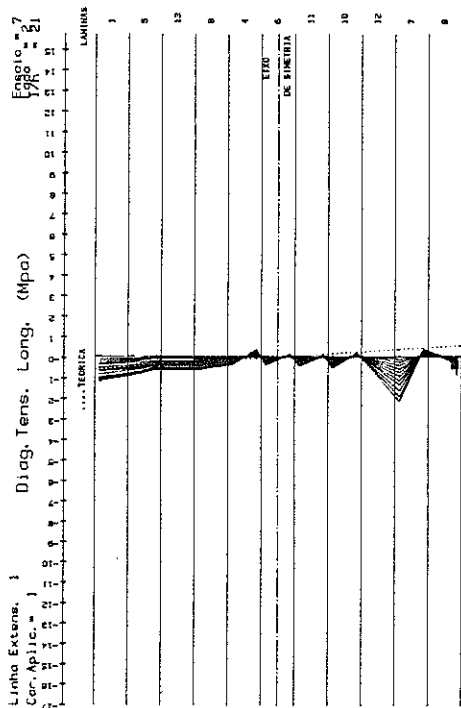
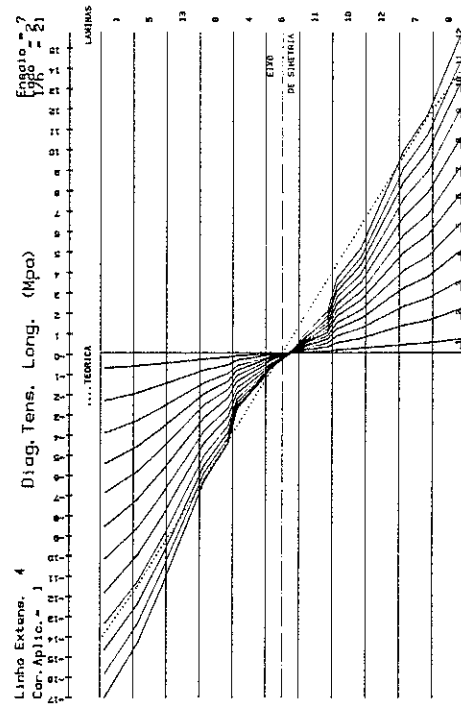
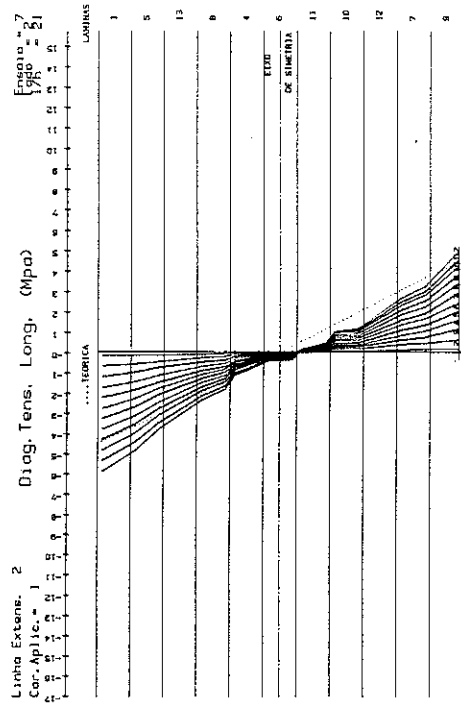


Fig. (5.42) - Distribuição de tensões longitudinais com L/d = 21 e 1 carga aplicada.
Lado 2

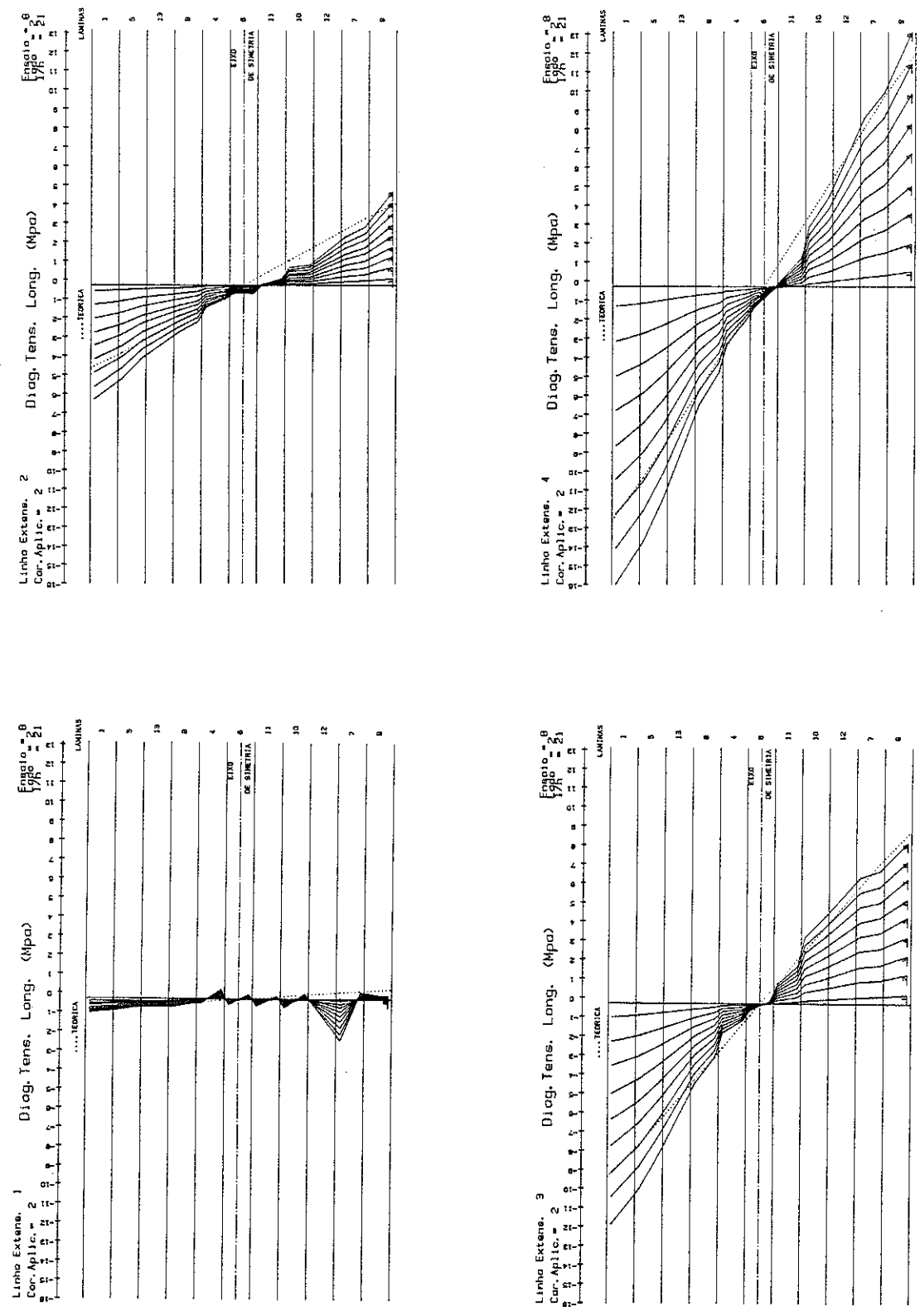


Fig. (5.43) - Distribuição de tensões longitudinais com L/d = 21 e 2 cargas aplicada Lado 2

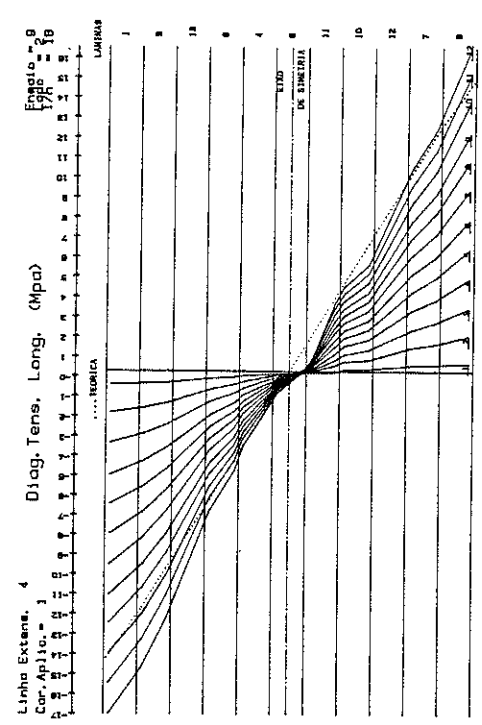
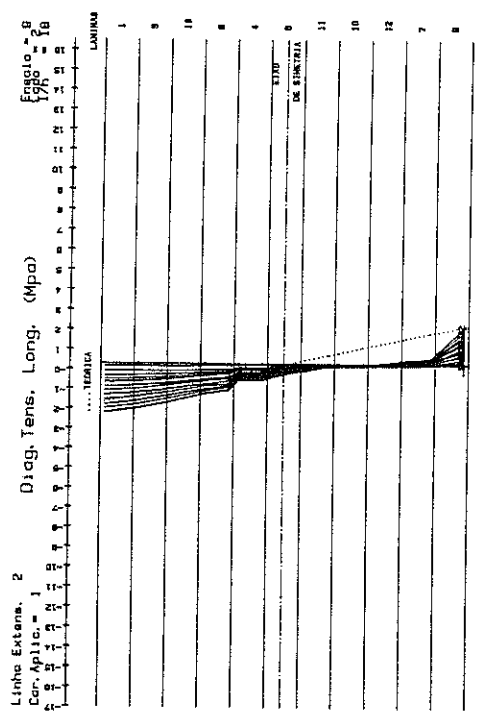
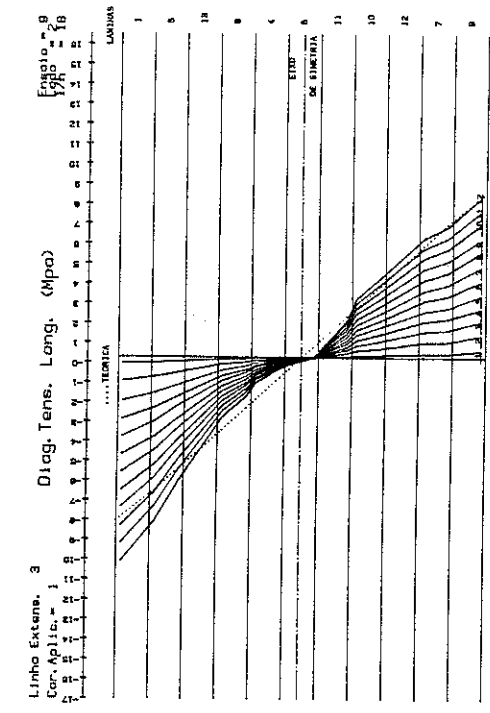


Fig. (5.44) - Distribuição de tensões longitudinais com L/d = 18 e 1 carga aplicada Lado 2

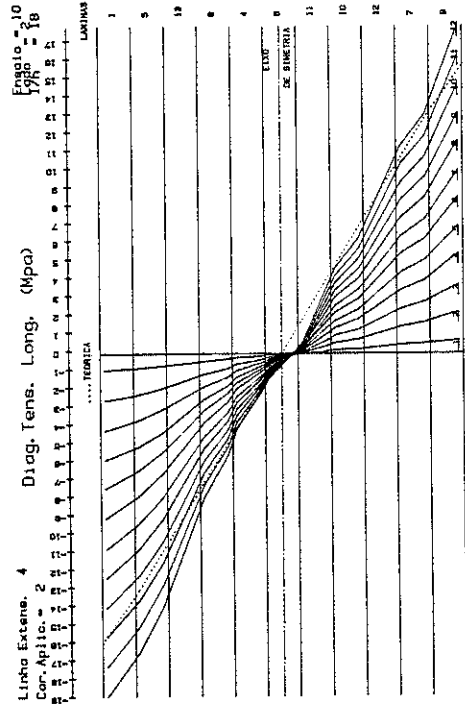
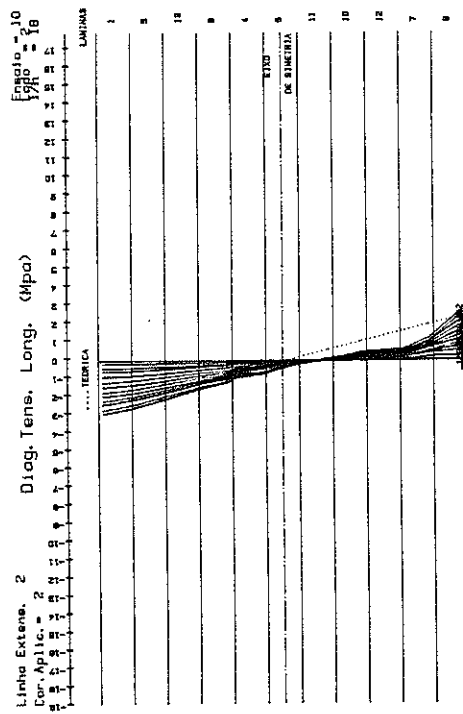
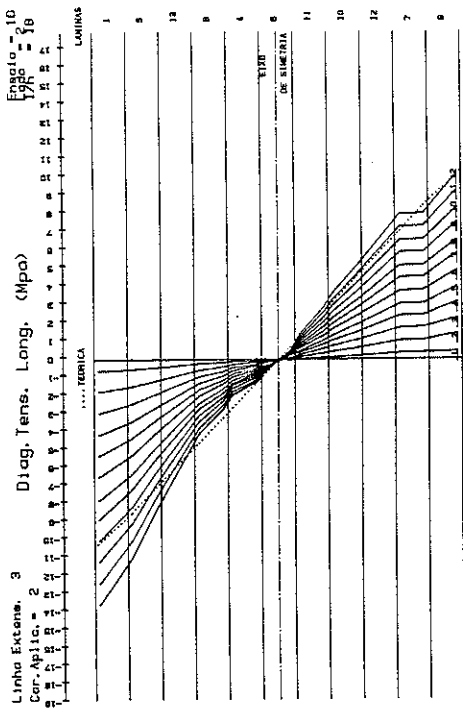


Fig. (5.45) - Distribuição de tensões longitudinais com $L/d = 18$ e 2 cargas aplicada
 Lado 2

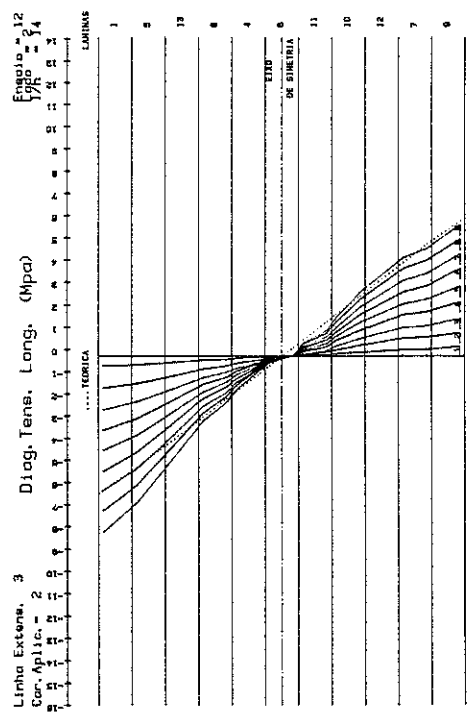
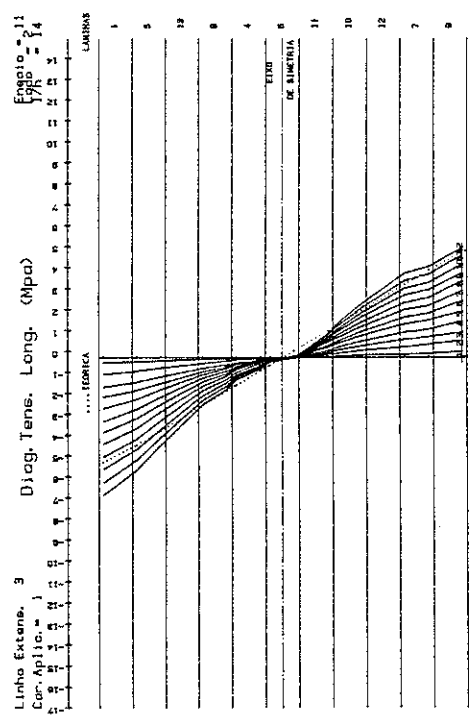
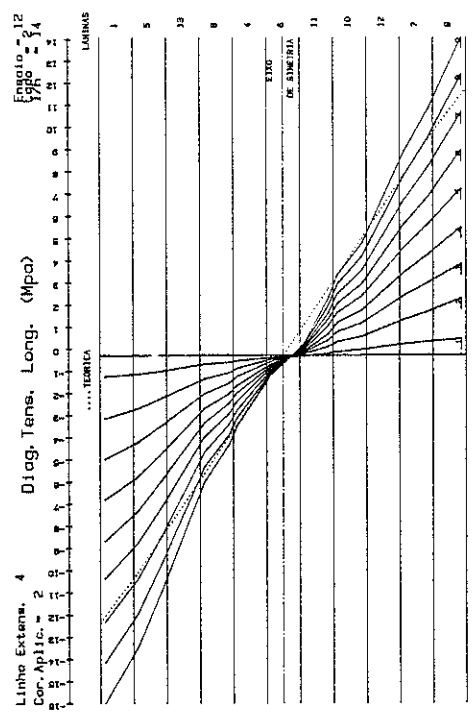
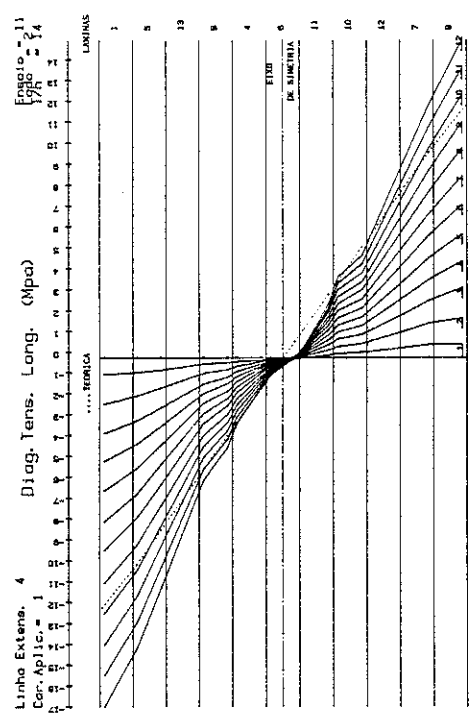
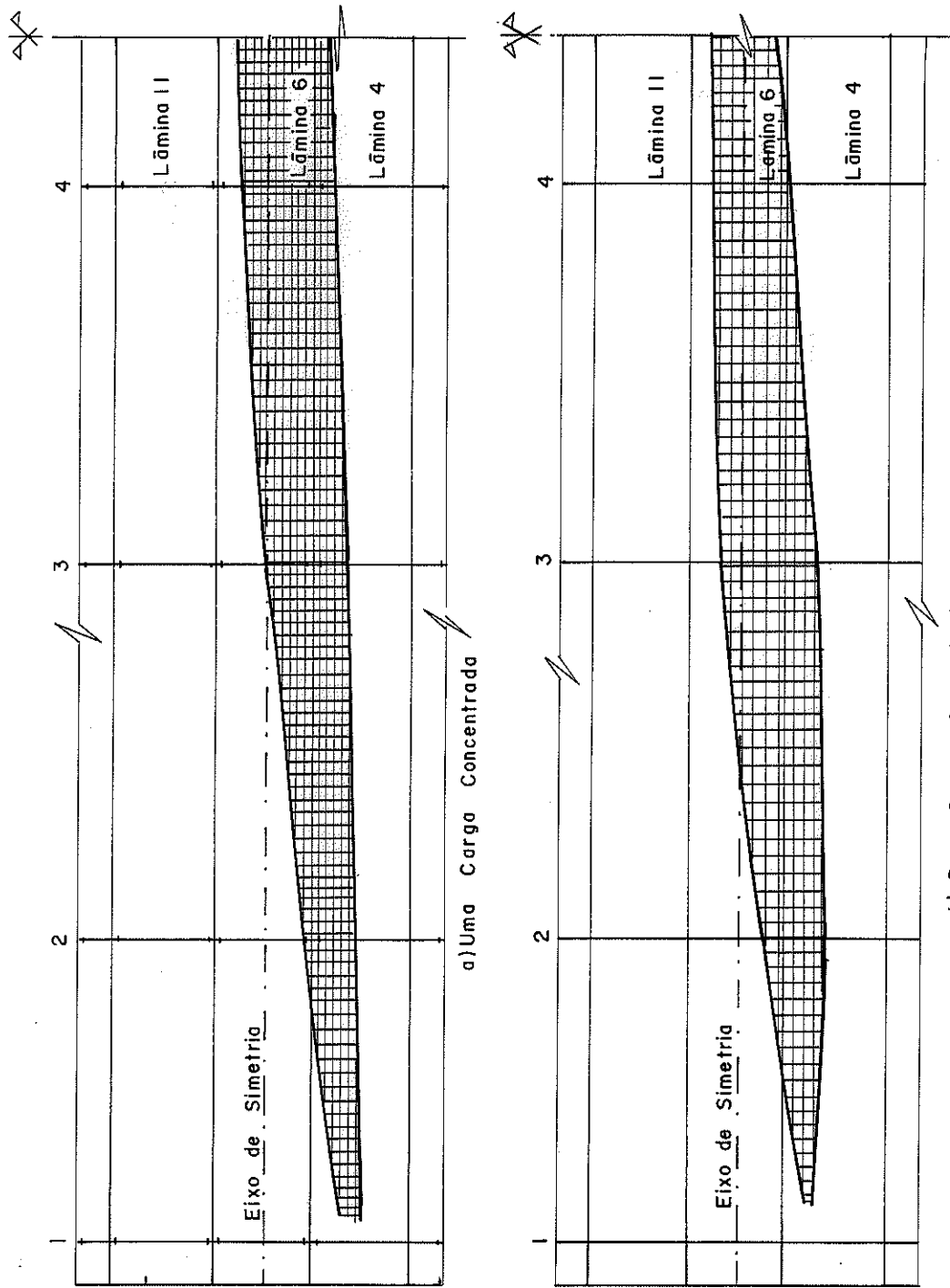


Fig. (5.46) - Distribuição de tensões longitudinais com $L/d = 14$ e com cargas aplicadas Lado 2



b) Duas Cargas Concentradas
 Fig. (5.47) - Curvas Limites dos Lugares Geométricos da Linha Neutra

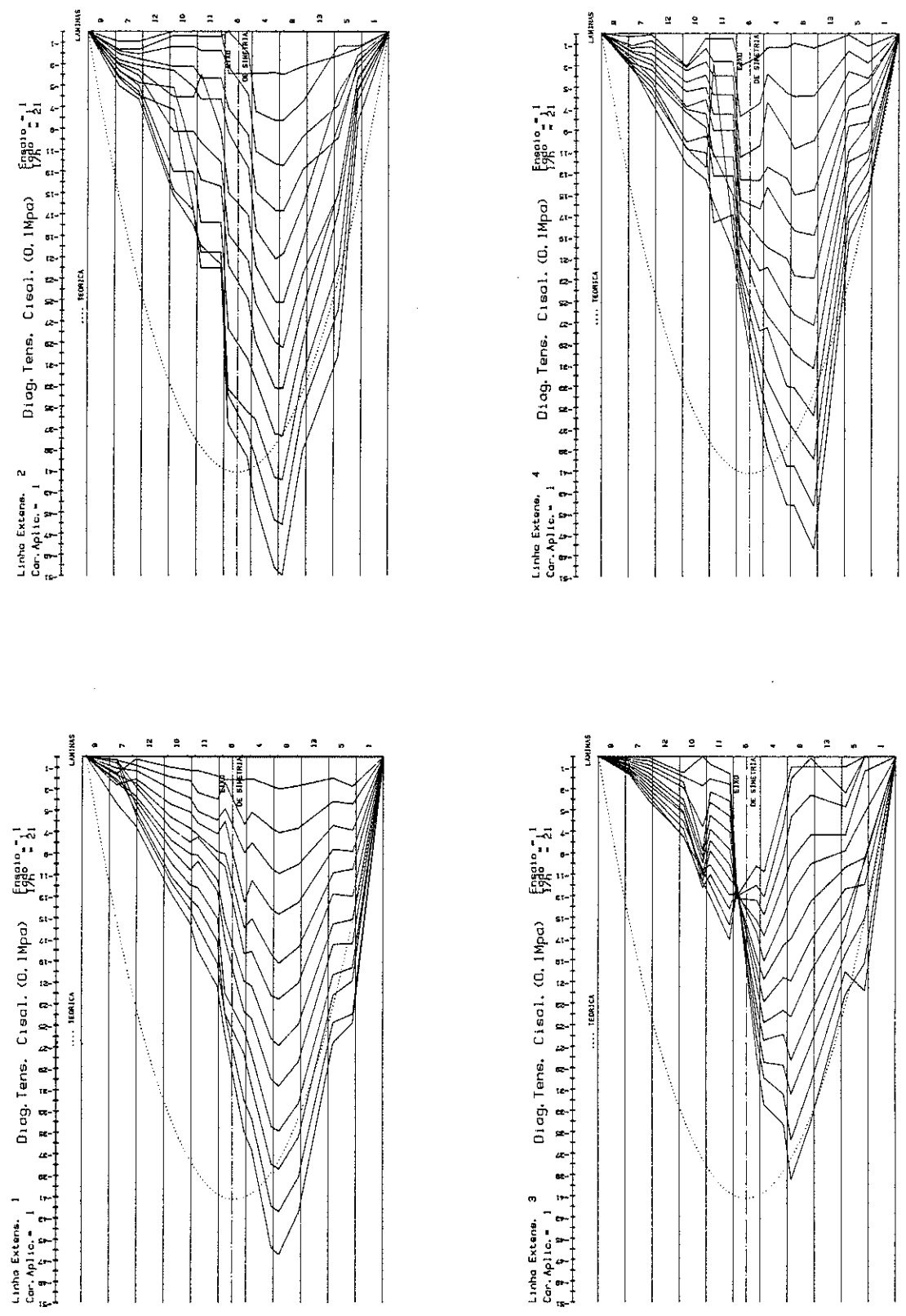


Fig. (5.48) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 21$ e 1 carga aplicada Lado 1

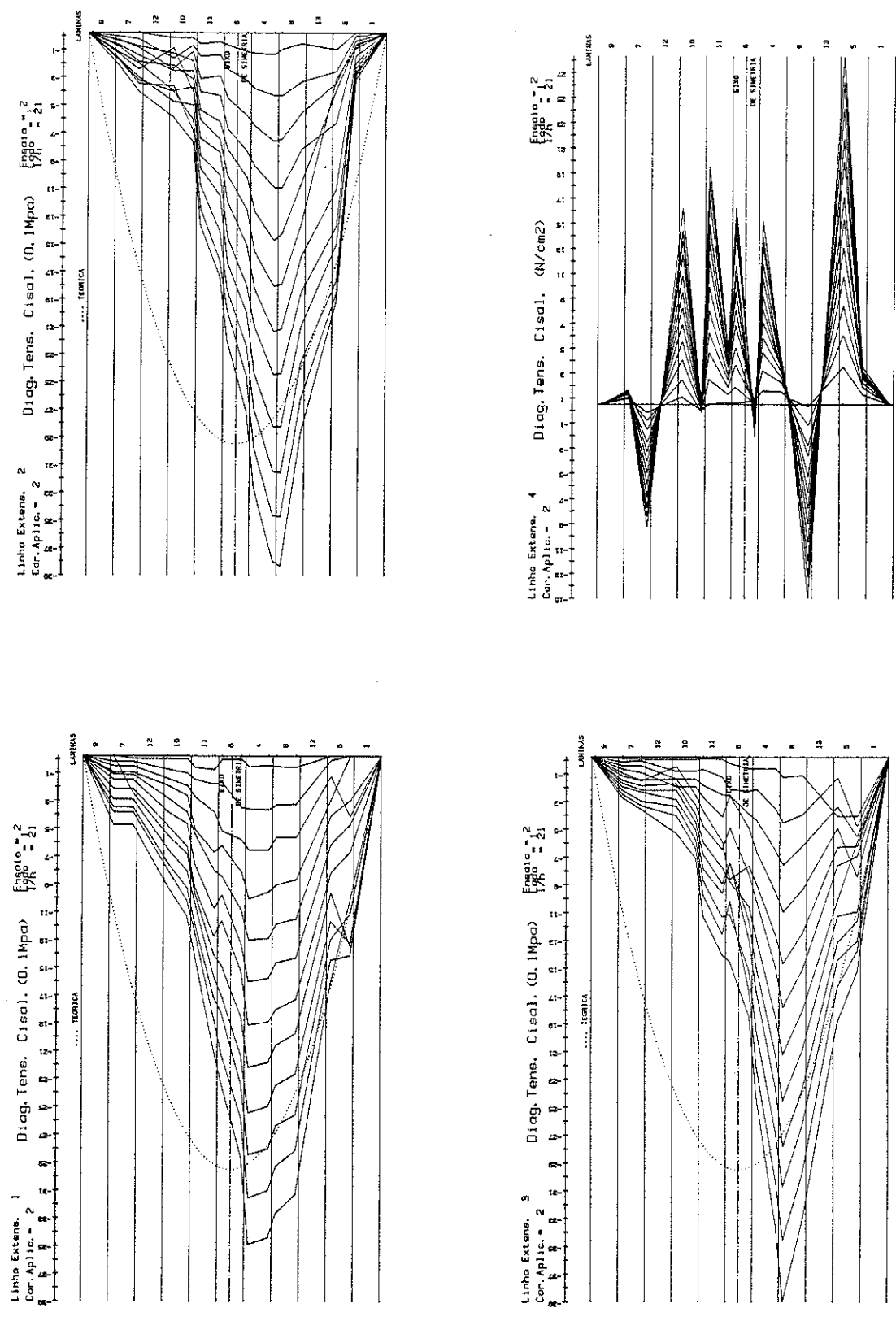


Fig. (5.49) - Distribuição de tensões de cisalhamento com L/d = 21 e 2 cargas aplicadas Lado 1

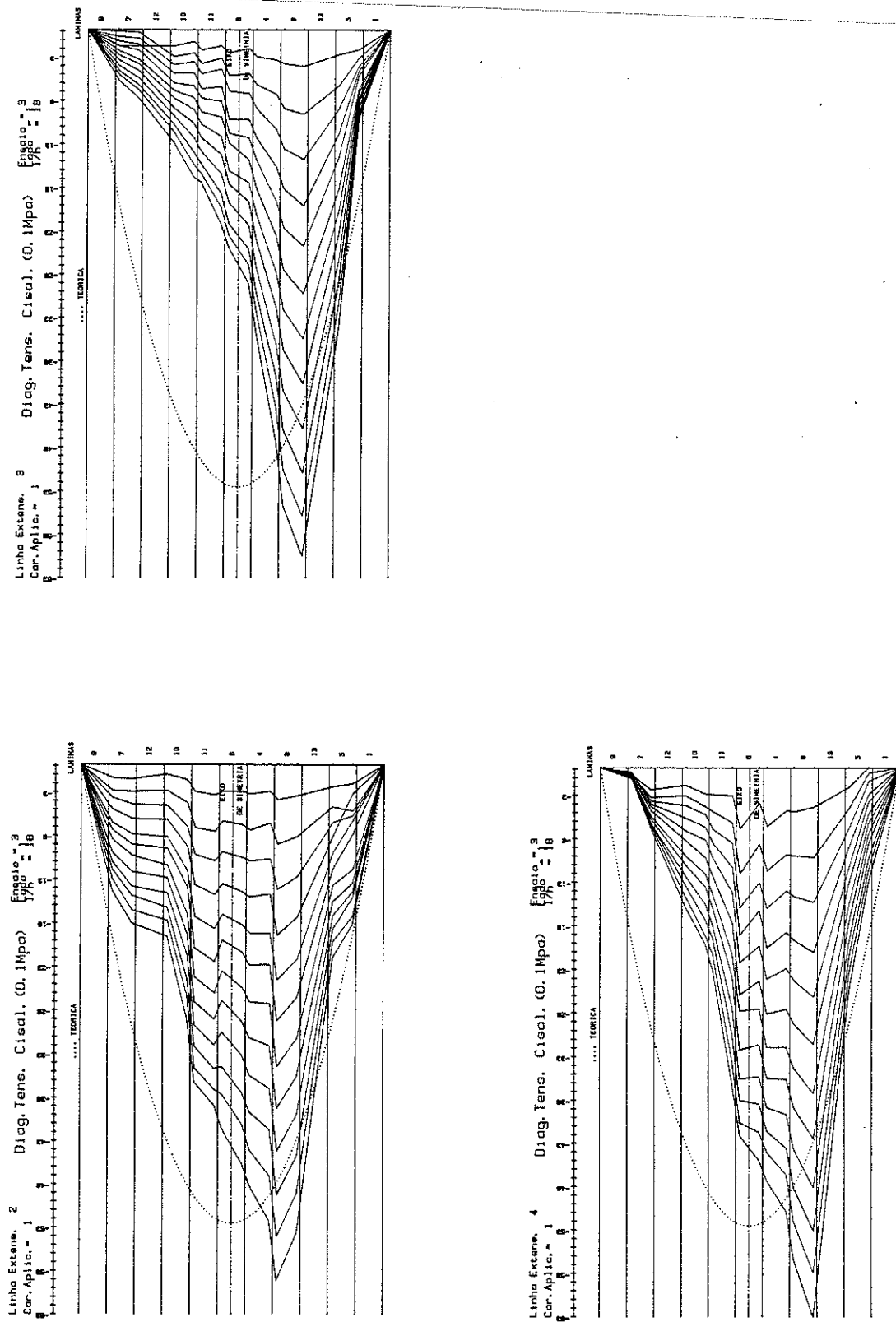


Fig. (5.50) - Distribuição de tensões de cisalhamento com L/d = 18 e 1 carga aplicada Lado 1

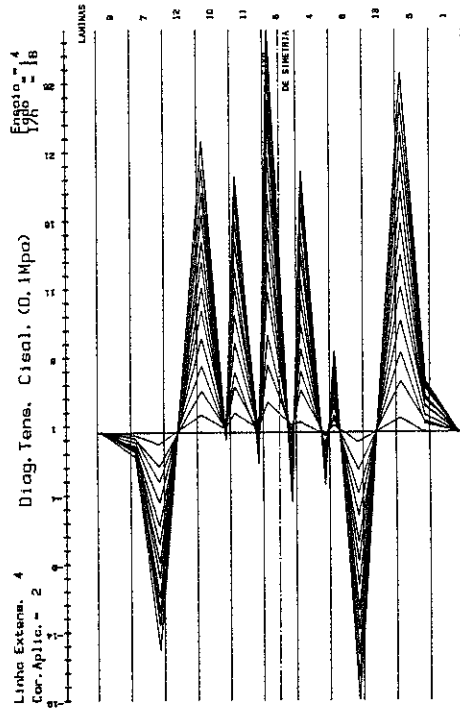
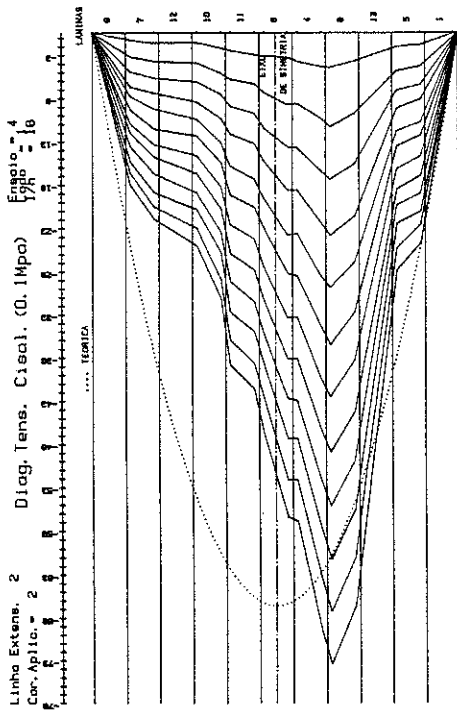
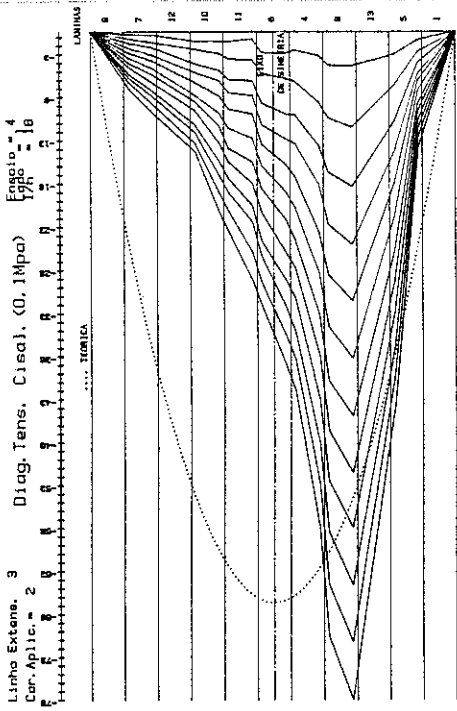


Fig. (5.51) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 18$ e 2 cargas aplicada
 Lado I

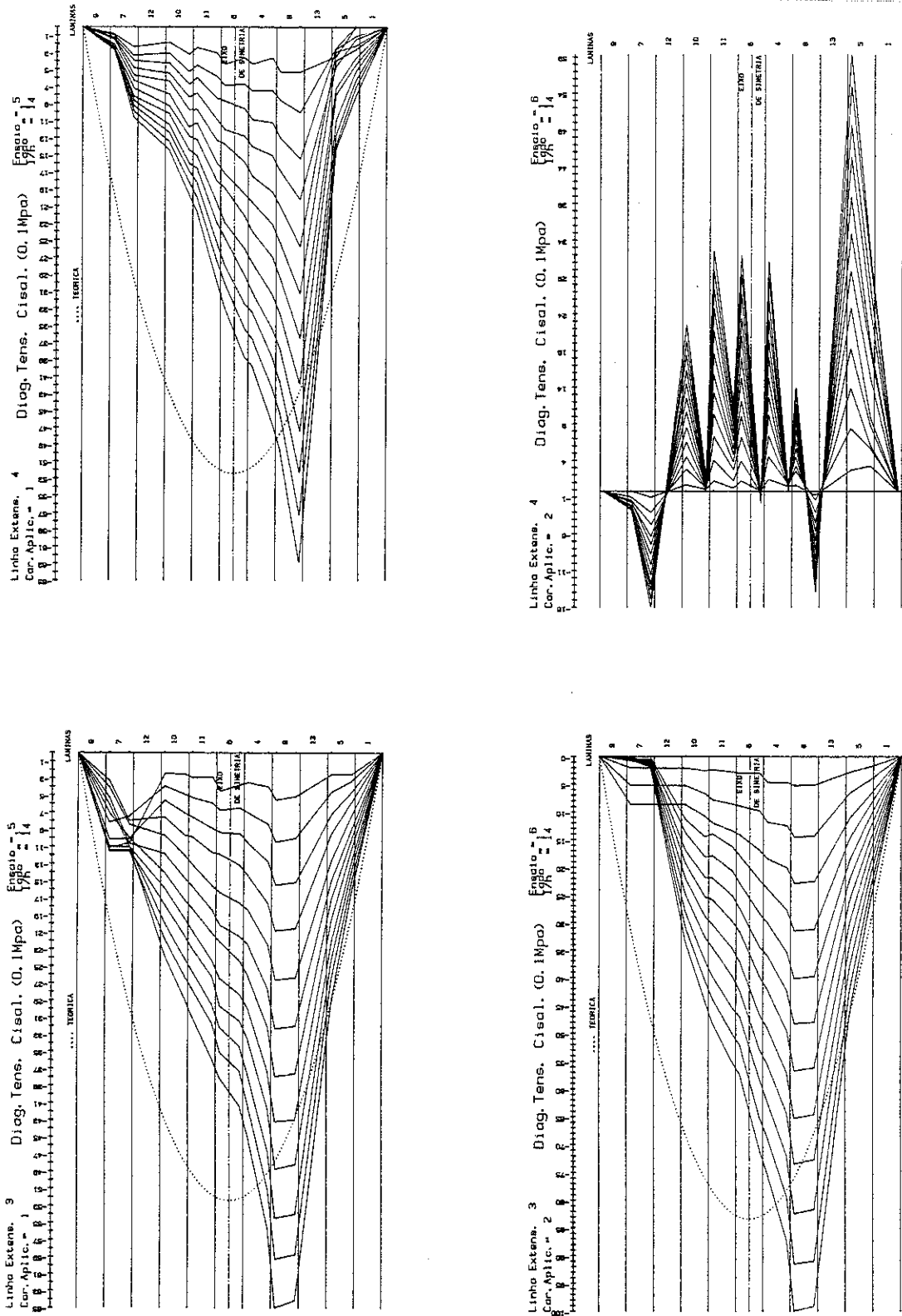


Fig. (5.52) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = e 1$ e 2 cargas aplicadas Lado 1

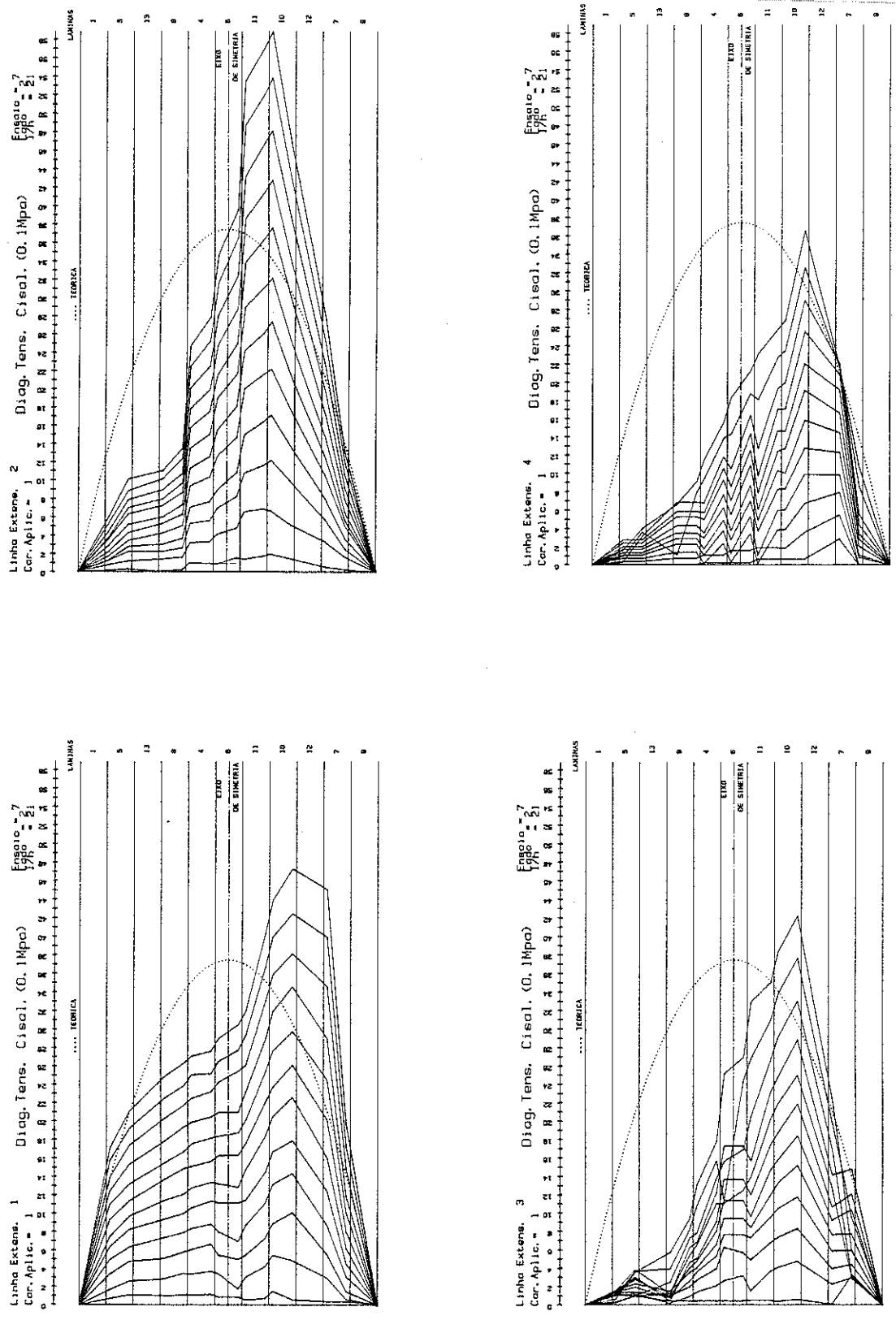


Fig. (5.53) - Distribuição de tensões de cisalhamento, com $L/d = 21$ e 1 carga aplicada Lado 2

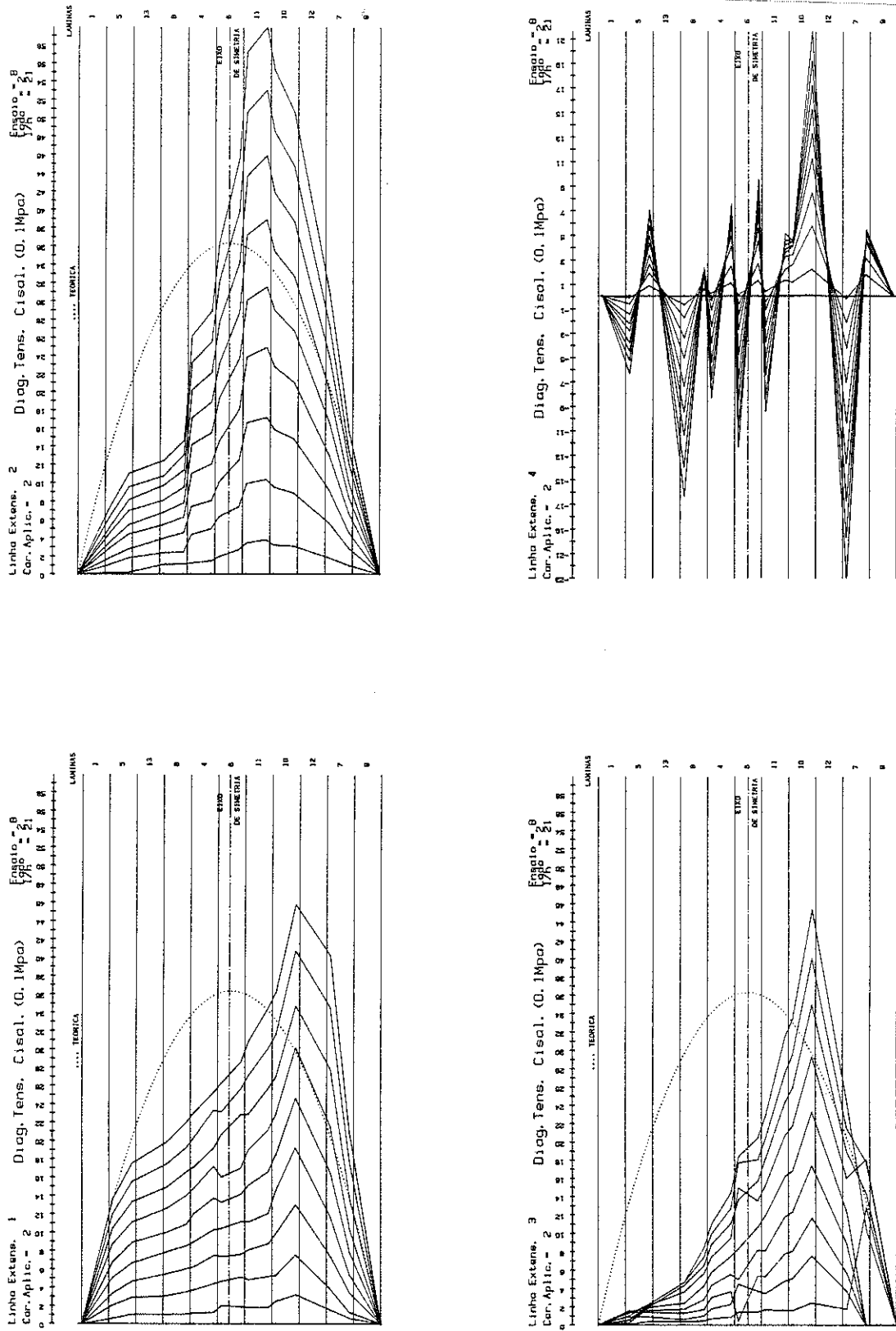


Fig. (5.54) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 21$ e 2 cargas aplicadas

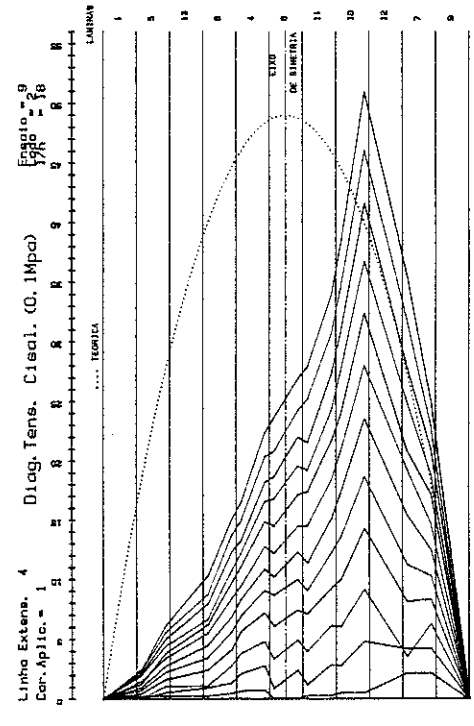
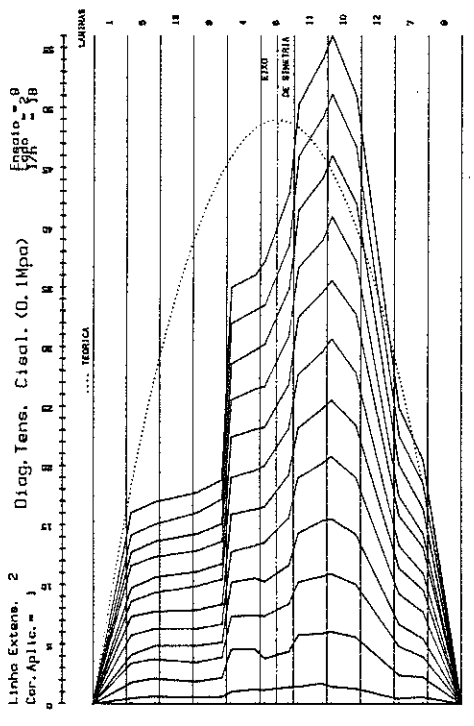
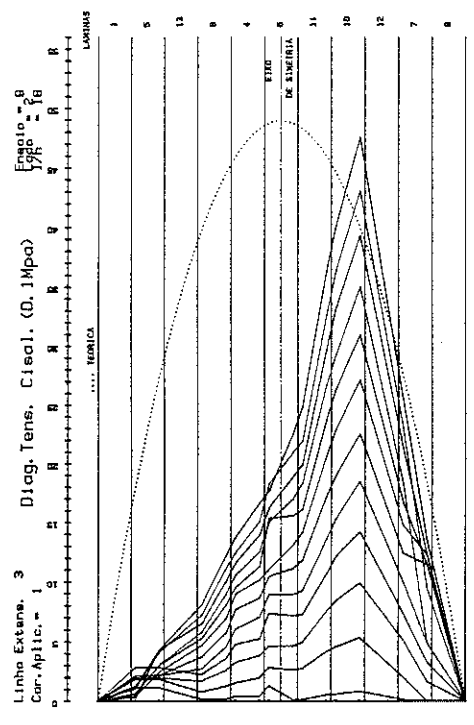


Fig. (5.55) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 18$ e 1 carga aplicada Lado 2

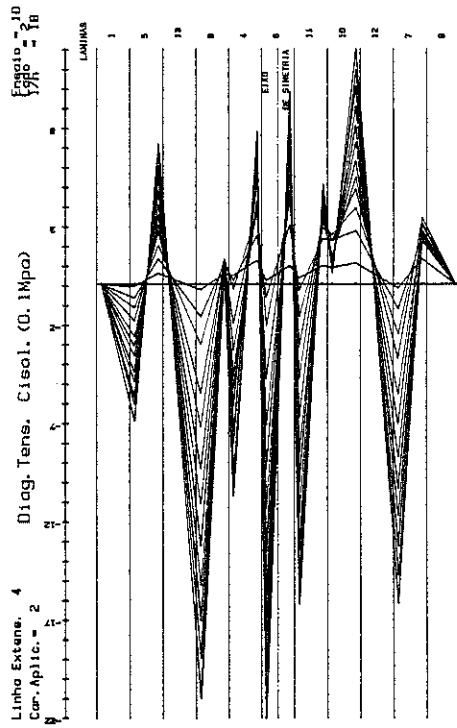
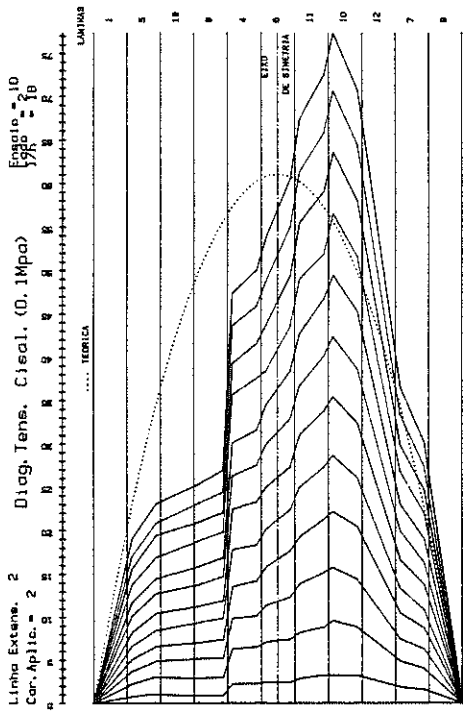
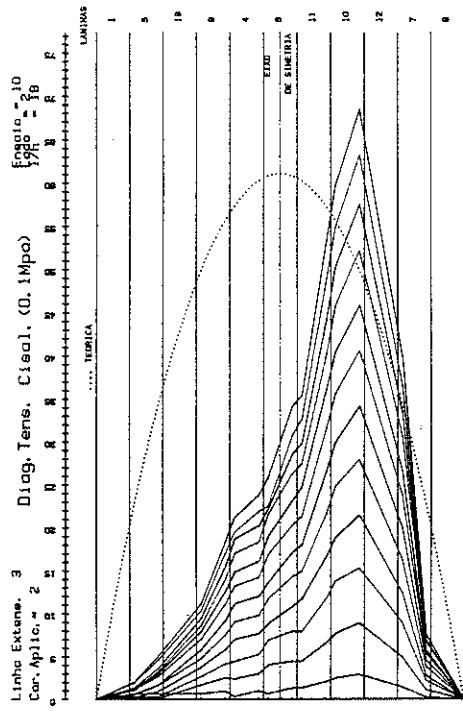


Fig. (5.56) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 1$ carga aplicada Lado 2

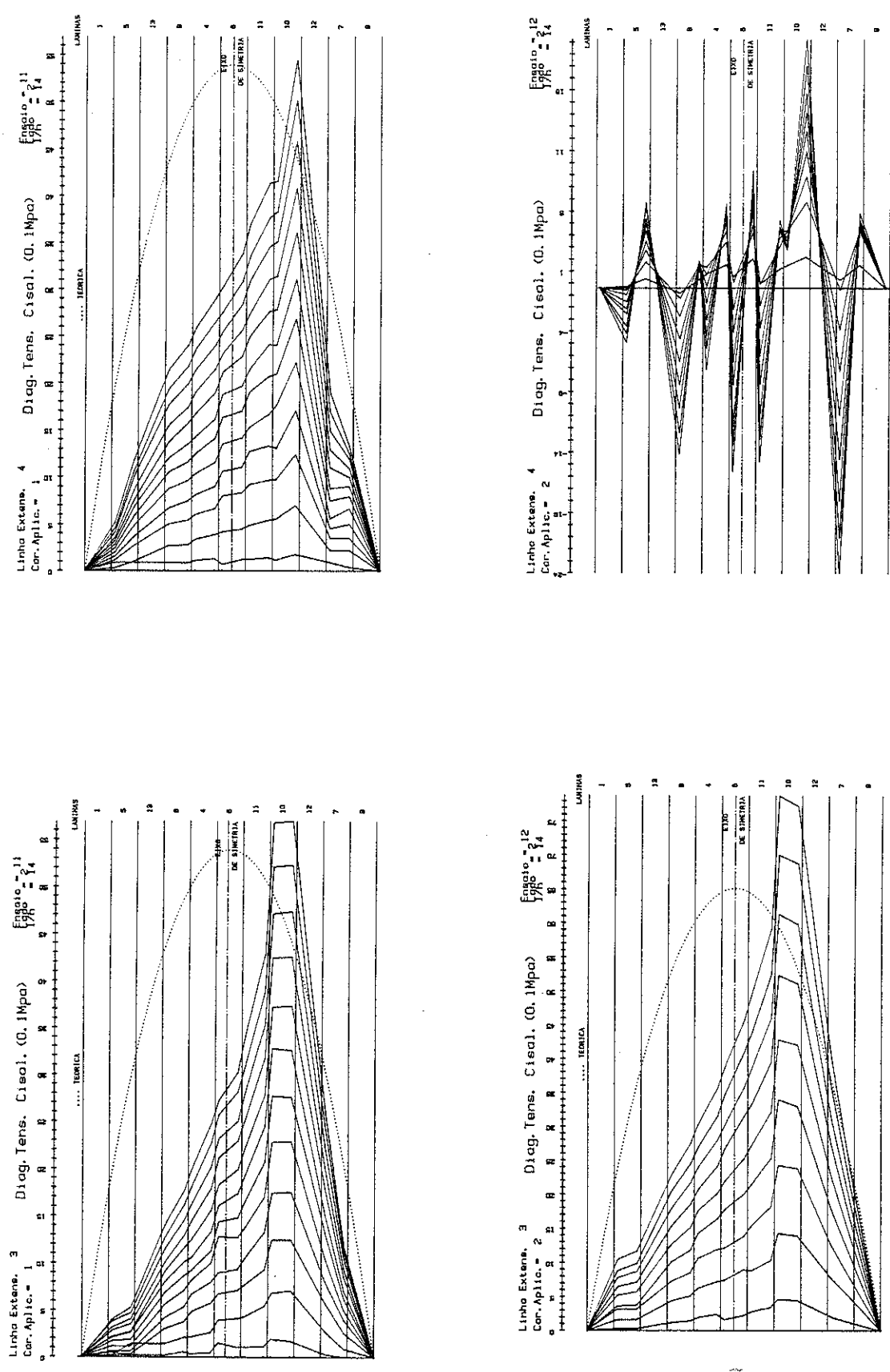


Fig. (5.57) - Distribuição de tensões de cisalhamento com $L/d = 14$, 1 e 2 cargas aplicadas Lado 2

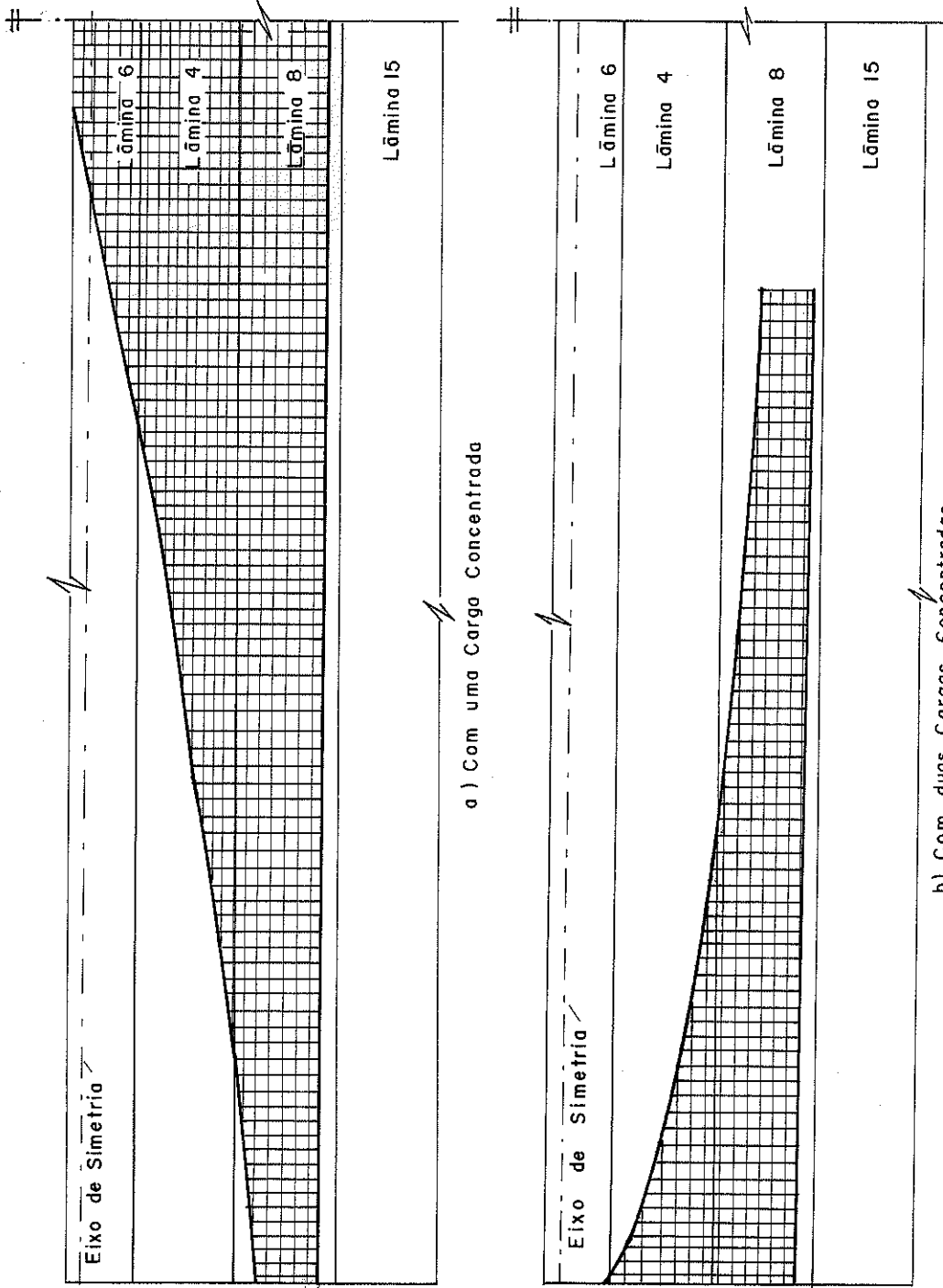


Fig. (5,58) - Curvas Limites dos Lugares Geométricos das Tensões Máximas de Cisalhamento

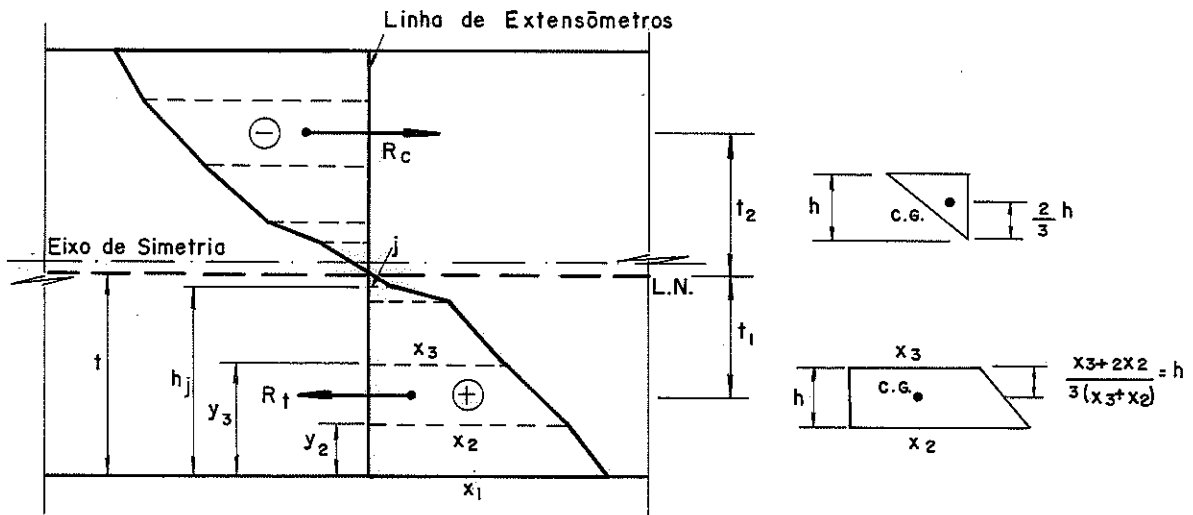


Fig. (5.59) - Resultante da tensão longitudinal

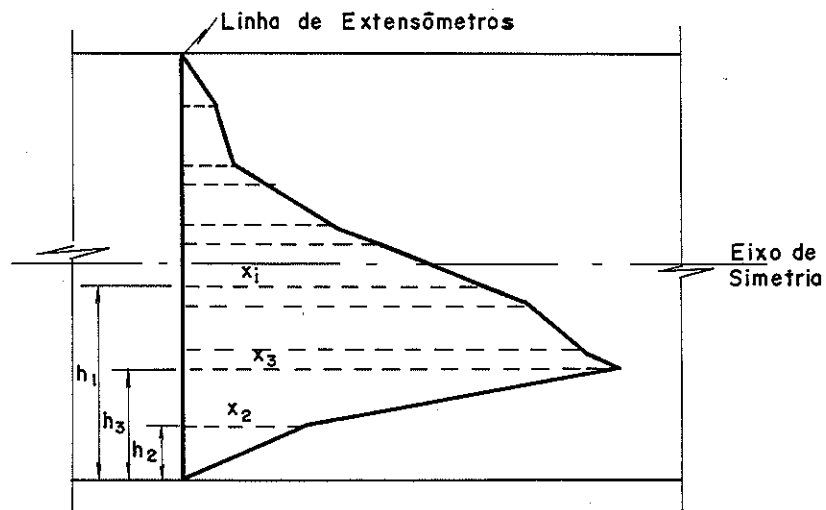


Fig. (5.60) - Resultante das tensões de cisalhamento

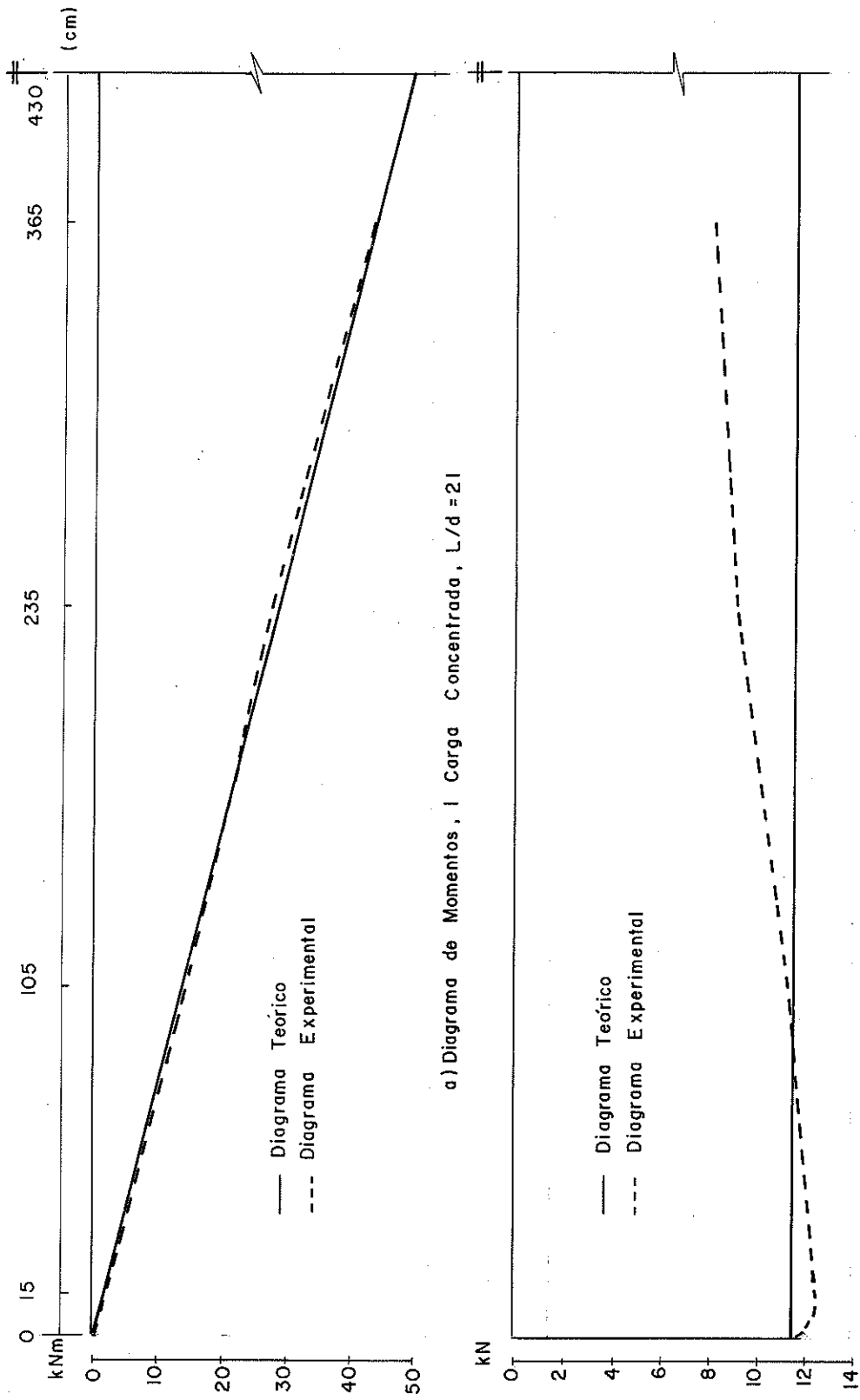


Fig. (5,61) - Diagrama de Esforços Cortantes e Momento Fleitor, Teórico e Experimental.

TABELA (6.9) - TENSÕES NORMAIS AS FIBRAS, (σ_y), CONTRIBUIÇÕES (kPa)

ENSAIO 1- CARGA APLICADA 25.1 kN, l/d= 21, 1 CARGA

PONTO	LINHA 1			LINHA 2			LINHA 3			LINHA 4		
	ϵ_x	ϵ_y	Σ	ϵ_x	ϵ_y	Σ	ϵ_x	ϵ_y	Σ	ϵ_x	ϵ_y	Σ
1	37	—	—	257	—	—	430	—	—	714	—	—
2	1	-32	-31	179	-118	61	375	-284	91	411	-377	34
3	3	-32	-29	95	-117	-22	270	-284	-14	222	-335	-55
4	5	-145	-140	34	-75	-41	100	-86	14	183	-242	-59
5	-8	-145	-153	19	-75	-56	64	-86	-22	131	-242	-111
6	-4	-72	-76	13	-44	-36	42	10	52	67	-95	-28
7	11	-72	-61	-7	-44	-56	19	10	29	13	-95	-82
8	23	-51	-28	-8	6	-2	12	45	57	6	13	19
9	-1	-51	-52	-20	6	-14	-18	45	27	-31	13	-18
10	7	-35	-28	-18	30	12	-23	190	167	-30	92	62
11	-2	-35	-37	-27	30	3	-38	190	152	-59	92	33
12	5	5	10	-52	44	-8	-72	312	240	-142	335	193
13	0	5	5	-63	44	-19	-102	312	210	198	335	137
14	9	7	16	-91	116	25	-271	476	205	-410	628	218
15	-12	7	-5	-101	116	15	-278	475	197	-460	628	168
16	-39	—	—	-253	—	—	-442	—	—	-687	—	—

ENSAIO 3 - CARGA APLICADA 32.1 kN, l/d= 18 - 1 carga

1				76	—	—	390	—	—	750	—	—
2				61	-45	16	331	-251	80	635	-436	199
3				48	-45	3	228	-250	-22	468	-434	34
4				28	-41	-13	74	-61	13	182	-266	-84
5				23	-41	-18	48	-61	-13	126	-266	-140
6				11	-6	5	36	2	38	88	-101	-13
7				6	-6	0	5	2	7	44	-101	-57
8				13	47	60	0	16	16	22	-112	-90
9				12	47	59	33	16	-17	-16	-112	-128
10				3	52	55	-22	201	179	-22	92	70
11				-7	52	45	-32	201	169	-49	92	43
12				-11	70	59	-72	334	262	-111	248	137
13				-7	70	63	-93	334	241	142	248	106
14				-28	-73	-101	-180	326	146	-414	564	150
15				-12	-73	-85	-97	327	130	-469	564	95
16				-80	—	—	-243	—	—	-520	—	—

ENSAIO 5 - l/d= 14 CARGA APLICADA 32 kN - 1 carga

1	151	—	—	685	—	—						
2	247	-159	88	506	-439	67						
3	193	-158	35	382	-437	-55						
4	91	-41	50	128	-222	-94						
5	66	-41	25	86	-222	-136						
6	32	7	39	64	-98	-34						
7	15	7	22	25	-98	-73						
8	7	28	35	9	-23	-14						
9	7	28	21	-27	-23	-50						
10	-9	152	142	-25	91	66						
11	-16	152	136	-50	91	41						
12	-33	231	198	-107	267	160						
13	56	231	175	-134	267	133						
14	-141	248	107	-288	390	108						
15	-137	248	111	-351	391	140						
16	-265	—	—	-436	—	—						

TABELA C.10 - TENSÕES LONGITUDINAIS, (σ_x), CONTRIBUIÇÕES

ENSAIO 1 - CARGA APLICADA 25,0 KN, l/d= 21 - 1 carga

PONTO	LINHA 1			LINHA 2			LINHA 3			LINHA 4			Média
	ϵ_x	ϵ_y	%	ϵ_x	ϵ_y	%	ϵ_x	ϵ_y	%	ϵ_x	ϵ_y	%	
1	107	0	0.00	685	0	0.00	1149	0	0.00	1904	0	0.00	0.00
2	4	-2	1.55	452	-7	1.55	927	-16	1.73	1469	-16	1.08	1.46
3	8	-2	2.22	270	-6	2.22	739	-16	2.16	1177	-17	1.44	1.94
4	14	-6	2.11	142	-3	2.11	376	-4	1.06	606	-12	1.98	1.72
5	-22	-6	3.75	80	-3	3.75	246	-3	1.21	406	-13	3.20	2.72
6	-21	-3	4.49	41	-2	4.49	129	0	0.00	227	-3	1.32	1.94
7	34	-3	9.52	-21	-2	9.52	60	0	0.00	45	-3	6.66	5.39
8	66	-2	0.00	-19	0	0.00	34	1	2.94	18	0	0.00	0.98
9	3	-2	0.00	-49	0	0.00	-52	1	1.92	-83	0	0.00	0.64
10	39	-1	1.12	-89	1	1.12	-112	4	3.57	-159	2	1.26	1.98
11	-9	-1	0.78	-128	1	0.78	-192	4	2.08	-295	2	0.68	1.18
12	19	0	1.02	-196	2	1.02	-296	12	4.05	-437	12	2.74	2.60
13	-1	0	0.86	-231	2	0.86	-402	11	2.74	-593	12	2.02	1.87
14	24	0	1.69	-296	5	1.69	-686	22	3.21	1089	29	2.66	2.52
15	-33	0	1.83	-227	6	1.83	-723	22	3.03	1244	28	2.25	2.37
16	-105	0	0.00	-674	0	0.00	-759	0	0.00	1834	0	0.00	0.00
Med.			1.93						1.86			1.71	1.83

ENSAIO 3 - CARGA APLICADA 32.1 KN, l/d= 18 - 1 carga

2			138	-3	2.17	839	-14	1.67	1569	-25	1.59	1.81
3			115	-3	2.61	649	-13	2.00	1882	-25	1.95	2.19
4			80	-2	2.50	310	-2	0.65	687	-11	1.60	1.58
5			62	-2	3.23	205	-2	0.98	483	-11	2.28	2.16
6			34	0	0	112	0	0	271	-3	1.11	0.37
7			17	0	0	17	0	0	137	-3	2.19	0.73
8			37	2	5.41	0	1	0	64	0	0	1.80
9			34	2	5.88	-80	1	1.25	-45	0	0	2.38
10			2	1	50.00	-109	5	4.59	-106	2	1.89	18.83
11			-39	1	2.56	-154	5	3.25	-246	2	0.81	2.21
12			-44	2	4.55	-270	12	4.44	-456	9	1.97	3.65
13			-30	2	6.67	-341	12	3.52	-557	9	1.62	3.94
14			-73	-3	4.11	-588	15	2.55	-1046	26	2.49	3.05
15			-33	-3	9.09	-637	16	2.51	-1217	26	2.14	4.58
16			-73	0	0	-687	0	0	-1388	0	0	0
Méd.					6.17			1.71			1.35	3.08

ENSAIO 5 - l/d= 14 CARGA APLICADA 26.0 - 1 carga

1	719	0	0	1828	0	0
2	564	-9	1.60	1281	-25	1.95
3	465	-9	1.94	1089	23	2.11
4	255	-2	0.78	539	-9	1.67
5	180	-2	1.11	370	-9	2.43
6	95	0	0	198	-3	1.52
7	44	0	0	76	-3	3.95
8	20	1	5.00	21	-1	4.76
9	-22	1	4.55	-66	-1	1.52
10	-50	4	8.00	-126	2	1.59
11	-90	4	4.44	-243	2	0.82
12	-135	8	5.93	-400	10	2.50
13	-223	8	3.59	-492	9	1.83
14	-373	11	2.95	-937	18	1.92
15	-376	10	2.66	-1134	19	1.68
16	-379	0	0	-1332	0	0
Média			2.66			1.89

TABELA C.11 - POSIÇÃO DA LINHA NEUTRA

LIN	EXT.1	LINHA EXT.2			LINHA EXT.3			LINHA EXT.4			
		REACÇÃO (kN)	RES. TRAÇ. (+) kN	RES. COM. (-) kN	LN (mm)	RES. TRAÇ. (+) kN	RES. TRAÇ. (-) kN	LN (cm)	RES. TRAÇ. (+) kN	RES. TRAÇ. (-) kN	LN (cm)
1		2.55	1.06	0.97	16.96	2.49	2.14	19.41	3.68	3.74	17.09
		5.75	2.38	2.26	16.78	5.53	4.99	19.59	8.59	8.14	18.61
		9.07	3.71	3.59	16.72	8.49	7.83	19.44	13.29	12.48	18.83
		12.57	4.40	5.05	16.30	11.24	9.70	19.17	17.81	15.96	18.71
2		1.86	0.77	0.91	16.56	2.05	1.88	19.06	2.61	2.61	18.18
		4.13	1.70	2.02	17.11	4.49	4.06	19.04	5.78	5.58	18.42
		6.51	3.09	3.13	17.24	7.12	6.48	18.93	9.14	8.62	18.57
		9.06	4.25	3.90	18.77	10.01	8.09	19.01	12.50	11.73	18.62
3		3.42	0.54	0.21	24.42	1.79	1.98	16.57	4.57	3.02	20.47
		7.62	1.10	0.42	44.35	4.37	4.26	17.20	9.56	7.24	19.52
		11.78	1.75	0.63	23.38	7.09	6.45	17.94	14.68	11.65	19.26
		16.06	2.12	0.88	21.99	9.77	8.66	18.26	19.72	15.84	19.27
4		4.23	0.76	0.30	21.17	2.50	2.44	16.95	5.24	3.89	19.85
		9.36	1.45	0.78	20.90	5.55	5.25	17.18	11.78	7.93	20.75
		14.82	2.14	1.22	20.15	8.75	8.03	17.83	16.78	13.48	19.31
		20.19	2.74	1.74	18.36	12.17	10.71	18.32	22.46	18.44	19.25
5		3.40	—	—	—	1.58	1.26	19.53	3.88	2.68	20.37
		7.76	—	—	—	3.47	2.84	19.45	7.83	6.51	19.29
		11.80	—	—	—	5.24	4.27	19.21	12.18	10.27	19.10
		15.79	—	—	—	7.10	5.78	19.26	16.23	14.21	18.84
6		5.63	—	—	—	2.30	1.86	18.62	4.84	4.07	19.20
		12.10	—	—	—	4.96	4.12	17.88	10.07	9.32	18.69
		18.72	—	—	—	7.76	6.29	18.16	15.06	14.42	18.52
		25.41	—	—	—	10.73	8.36	18.38	20.27	19.45	18.49
7		2.76	1.26	0.98	17.88	2.57	2.38	18.66	4.14	3.49	19.03
		5.73	2.98	2.09	17.72	5.58	5.18	18.76	9.07	7.50	18.89
		8.79	4.61	3.24	17.70	8.64	8.10	18.82	14.35	11.43	18.58
		11.40	6.42	4.10	17.52	11.23	10.45	18.68	18.06	15.04	18.58
8		3.37	1.87	1.20	17.43	3.38	2.98	18.63	5.22	3.79	17.79
		5.94	3.42	2.12	17.31	6.28	5.46	18.78	9.28	6.89	17.92
		8.52	5.00	3.03	17.36	9.16	7.87	18.95	13.25	9.93	18.00
		11.06	6.54	3.93	17.36	12.01	10.26	18.98	17.38	13.16	18.07
9		13.14	1.03	0.07	5.56	2.11	2.03	18.55	4.16	13.16	17.65
		6.87	1.81	0.25	9.70	4.68	4.44	18.27	9.28	7.51	18.04
		10.82	2.73	0.41	10.00	7.18	6.94	18.55	14.28	11.68	18.14
		14.91	3.64	0.58	10.48	9.82	9.38	18.30	3.44	15.86	18.14
10		3.78	0.72	0.43	17.86	2.88	2.67	19.47	4.71	3.77	18.07
		8.57	1.89	0.74	16.36	6.33	5.75	19.43	10.16	8.44	18.39
		13.67	2.87	1.07	15.71	9.74	8.93	19.49	15.88	13.00	18.26
		18.59	3.70	1.54	16.28	13.12	12.13	19.43	21.40	17.61	18.33
11		3.54	—	—	—	1.40	1.33	18.12	3.69	3.42	18.89
		7.78	—	—	—	2.89	2.97	19.34	7.95	7.32	18.81
		12.15	—	—	—	4.56	4.55	19.00	12.51	11.15	18.54
		16.41	—	—	—	6.59	6.01	18.38	17.42	14.96	18.35
12		5.90	—	—	—	2.62	1.91	20.32	4.97	4.20	18.43
		10.59	—	—	—	4.50	3.57	18.98	8.66	7.60	18.57
		15.27	—	—	—	6.40	5.16	18.86	12.76	10.92	18.59
		19.82	—	—	—	8.32	6.72	18.76	16.66	14.32	18.61

TABELA (6.12) - POSIÇÃO DAS TENSÕES MÁXIMAS DE CISALHAMENTO E ESFORÇOS CORTANTES EXPERIMENTAIS

E S A I	LINHA EXT.1				LINHA EXT.2			LINHA EXT.3			LINHA EXT.4		
	Q_{ex}	Q_{lin}	$T_{y_{max}}^{ex}$	$Y_{y_{max}}^{ex}$	Q_{lin}	$T_{y_{max}}^{ex}$	$Y_{y_{max}}^{ex}$	Q_{lin}	$T_{y_{max}}^{ex}$	$Y_{y_{max}}^{ex}$	Q_{lin}	$T_{y_{max}}^{ex}$	$Y_{y_{max}}^{ex}$
	(kN)	(kN)	(kN)	cm	(kN)	(kN)	cm	(kN)	(kN)	cm	(kN)	(kN)	cm
1	255	235	109	137	155	125	137	200	148	173	83	615	244
	575	470	226	137	401	253	137	397	208	173	336	537	244
	907	730	349	137	617	378	137	558	320	137	693	358	112
	1257	978	464	137	1011	510	137	983	440	137	916	484	112
2	186	139	69	173	144	79	147	134	78	137	6	70	—
	413	323	163	173	290	183	147	291	181	137	-9	-88	—
	651	541	257	173	503	285	147	463	281	137	8	45	—
	906	715	351	173	677	386	147	663	393	137	-5	-63	—
3	342	—	—	—	332	143	137	267	149	112	333	162	173
	762	—	—	—	656	294	137	539	304	112	632	317	112
	1178	—	—	—	1000	444	137	806	460	112	928	483	112
	1606	—	—	—	1321	593	137	1055	607	112	1186	632	112
4	423	—	—	—	374	170	137	310	180	112	4	70	—
	936	—	—	—	780	361	137	641	379	112	10	120	—
	1482	—	—	—	1189	548	137	982	576	112	-15	-200	—
	2019	—	—	—	1585	731	137	1321	776	112	-8	-80	—
5	340	—	—	—	—	—	—	381	155	137	375	155	112
	776	—	—	—	—	—	—	701	324	137	524	313	112
	1180	—	—	—	—	—	—	985	488	137	798	474	112
	1597	—	—	—	—	—	—	1280	650	137	1043	629	112
6	563	—	—	—	—	—	—	467	230	137	12	13	—
	1210	—	—	—	—	—	—	946	484	137	28	31	—
	1872	—	—	—	—	—	—	1451	736	137	-31	-42	—
	2541	—	—	—	—	—	—	1970	1001	137	-10	-10	—
7	276	228	101	112	226	122	137	163	83	112	72	79	112
	573	541	226	112	501	274	137	269	209	173	216	158	112
	879	874	345	112	794	428	137	370	517	173	383	256	112
	1140	1237	473	112	1108	589	137	742	625	173	644	366	112
8	337	281	130	112	341	171	147	68	26	112	5	83	—
	594	543	246	112	627	315	147	260	233	112	2	35	—
	852	827	347	112	906	459	147	561	350	112	0	2	—
	1106	1116	457	112	1189	599	147	694	454	112	5	48	—
9	314	—	—	—	253	109	137	162	99	112	158	91	112
	687	—	—	—	579	255	137	400	225	112	430	235	112
	1082	—	—	—	919	409	137	565	350	112	680	367	112
	1491	—	—	—	1273	560	137	789	475	112	949	509	112
10	378	—	—	—	362	157	137	249	153	112	3	42	—
	857	—	—	—	807	354	137	559	342	112	-4	-56	—
	1367	—	—	—	1290	565	137	858	521	112	11	82	—
	1859	—	—	—	1769	774	137	1114	684	112	-10	-73	—
11	354	—	—	—	—	—	—	220	124	112	244	124	112
	778	—	—	—	—	—	—	489	277	112	520	268	112
	1215	—	—	—	—	—	—	750	425	112	781	407	112
	1641	—	—	—	—	—	—	1007	569	112	1053	544	112
12	390	—	—	—	—	—	—	469	242	137	8	9	—
	1059	—	—	—	—	—	—	829	48	137	4	13	—
	1527	—	—	—	—	—	—	1172	613	137	-2	-17	—
	1982	—	—	—	—	—	—	1508	788	137	-5	-22	—

TABELA 5.13 - MOMENTOS INTERNOS EXPERIMENTAIS

E N S A I D O	CARG. REAC. 100 (KN)	LINHA EXT.2			LINHA EXT.3			LINHA EXT.4			MÉDIA
		MON.	MON	%	MON	MON	%	MON	MON	%	
		EX.	IN	DIF	EX.	EX.		EX.	EX.		
		KN.C.	KN		KN	cm	KN	cm	KN	cm	
1	255	3.05	2.50	18.03	6.36	5.90	7.23	9.67	9.75	0.83	8.70
	575	6.90	5.87	14.93	14.38	13.56	5.70	21.86	21.78	0.37	7.00
	907	10.88	9.30	14.52	22.66	21.13	6.75	34.45	23.73	2.09	7.79
	1257	15.08	12.74	15.52	31.42	26.64	15.21	47.76	43.65	8.61	13.11
2	186	2.23	2.22	0.45	4.65	5.07	9.03	3.32	6.78	7.28	5.59
	413	4.96	4.88	1.61	10.33	11.01	6.58	14.84	14.66	4.42	4.20
	651	7.81	8.13	4.10	16.28	17.61	8.17	22.13	22.93	3.62	5.30
	906	10.87	10.47	3.68	22.65	23.04	1.72	30.80	31.27	1.53	2.31
3	342	1.37	0.95	30.66	5.81	4.83	16.87	10.26	9.84	4.09	17.21
	762	3.05	1.95	36.06	12.95	11.00	15.06	22.85	21.45	6.13	19.08
	1178	4.71	3.14	33.33	20.03	17.22	14.03	36.35	33.49	7.87	18.41
	1606	6.42	3.85	40.03	27.30	23.46	14.07	48.18	45.23	6.12	20.07
4	423	—	—	—	7.20	6.29	12.64	11.01	11.69	6.18	9.41
	936	—	—	—	15.91	13.76	13.51	54.33	25.60	5.22	9.365
	1482	—	—	—	25.19	21.38	15.13	38.53	38.44	0.23	7.28
	2019	—	—	—	34.32	29.15	15.06	52.49	51.92	1.09	8.08
5	340	—	—	—	3.23	3.68	13.93	7.65	8.64	12.94	13.44
	776	—	—	—	7.37	8.14	10.45	17.46	18.65	6.82	8.64
	1180	—	—	—	11.21	21.24	9.19	26.55	29.21	10.02	9.61
	1597	—	—	—	15.71	16.59	5.60	35.93	39.56	10.10	7.85
6	563	—	—	—	5.35	5.25	1.87	10.42	11.53	10.65	6.26
	1210	—	—	—	11.50	11.38	1.04	22.39	25.03	11.79	6.415
	1872	—	—	—	17.78	17.65	0.73	34.63	38.10	10.02	2.375
	2541	—	—	—	24.14	24.03	0.46	47.01	51.31	9.15	4.805
7	276	3.31	2.95	10.88	6.89	6.32	8.27	10.47	9.94	5.06	8.07
	573	6.87	6.69	6.62	14.32	13.56	5.31	21.76	21.62	0.64	2.86
	879	10.54	10.37	1.61	21.96	21.08	4.01	33.38	37.71	0.99	2.20
	1140	13.68	13.97	2.12	28.51	27.15	4.77	43.33	43.20	0.30	2.40
8	337	4.04	4.10	1.49	8.42	8.11	3.68	11.45	11.82	3.23	2.80
	294	7.13	7.41	3.93	14.84	14.98	0.94	20.19	21.16	4.80	3.22
	852	10.22	10.74	5.09	21.29	21.27	2.02	28.95	30.32	4.73	3.95
	1106	13.28	14.01	5.50	27.66	28.41	2.71	37.61	39.89	6.06	4.76
9	314	1.26	2.44	93.65	5.34	5.38	0.75	9.42	9.50	0.85	13.75
	687	2.27	3.82	38.91	11.68	11.83	1.28	20.61	21.69	5.24	15.14
	1082	4.33	5.77	33.26	18.39	18.24	0.82	32.46	33.53	3.30	37.38
	1491	5.06	7.62	27.85	25.34	24.85	1.93	44.72	45.58	1.92	10.57
10	378	1.51	1.50	0.66	6.42	7.07	10.12	9.82	10.94	11.41	7.40
	857	3.43	3.60	4.96	14.57	15.34	5.28	22.29	23.93	7.36	5.87
	1367	5.47	5.52	0.91	23.24	23.74	2.15	35.54	37.15	4.53	0.53
	1859	7.44	7.20	3.23	31.61	32.08	1.49	48.34	50.19	2.83	2.85
11	354	—	—	—	3.36	3.51	4.46	7.97	2.22	15.68	10.07
	778	—	—	—	7.39	7.55	2.17	17.51	19.85	13.36	7.77
	1215	—	—	—	11.54	11.67	1.13	27.34	30.75	12.47	6.80
	1641	—	—	—	15.59	16.25	4.23	26.92	42.25	14.44	9.34
12	590	—	—	—	5.60	5.71	1.96	10.91	11.89	8.98	5.47
	1059	—	—	—	10.06	10.34	2.78	19.59	21.33	8.88	5.83
	1527	—	—	—	14.50	14.83	2.28	28.24	30.68	8.64	5.46
	1982	—	—	—	18.83	19.31	2.55	36.67	40.14	9.46	6.01

CAP VI
PERTURBAÇÕES NAS TENSOES, LINHA ELASTICA E CONSTANTES ELASTICAS DA VIGA DE MLC.

1. - INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão estudadas as perturbações nas tensões de flexão e de cisalhamento devidos à concentração da carga aplicada e à reação de apoio. Será determinada a distância do apoio até o lugar, no qual, as tensões não sofrem mais perturbações devido à reação do apoio. A validade do princípio de St. Venant será verificado.

A linha elástica será determinada experimentalmente a partir da leitura dos deslocamentos através de 14 LVDTs. Será apresentado um estudo comparativo entre a linha elástica experimental e a linha elástica teórica, considerando as respectivas contribuições devido ao momento fletor e a força cortante. As constantes elásticas serão determinadas de diversas maneiras.

O coeficiente de cisalhamento ou de forma para vigas de MLC, será determinado experimentalmente.

2. - PERTURBAÇÃO DAS TENSOES DEVIDO À CONCENTRAÇÃO DA CARGA

O ensaio foi realizado na viga de MLC de Pinho do Paraná com toda a instrumentação instalada. Primeiramente a carga foi aplicada sobre a linha de extensômetros, de acordo com o esquema da figura (6.1-a), e a seguir o apoio foi deslocado de maneira a ficar sob, uma linha de extensômetros como é indicado no esquema da figura (6.1-b).

A análise dos dados para obter as tensões foi a mesma do capítulo V.

Para um ensaio com carga sobre a linha de extensômetros, a distribuição de tensões longitudinais, (σ_x), é apresentada no gráfico da figura (6.2-a). Observando-se este gráfico, pode-se afirmar que não existe perturbação na tensão

longitudinal devido à concentração da carga. Na distribuição de tensões normais às fibras, (σ_y), praticamente, não existe perturbação com exceção de uma concentração na parte superior, figura (6.2-b). Na figura (6.2-c), é apresentada a distribuição de tensões de cisalhamento. Observa-se uma grande perturbação em toda a altura da seção, devida, provavelmente, à descontinuidade do esforço cortante no ponto de aplicação da carga.

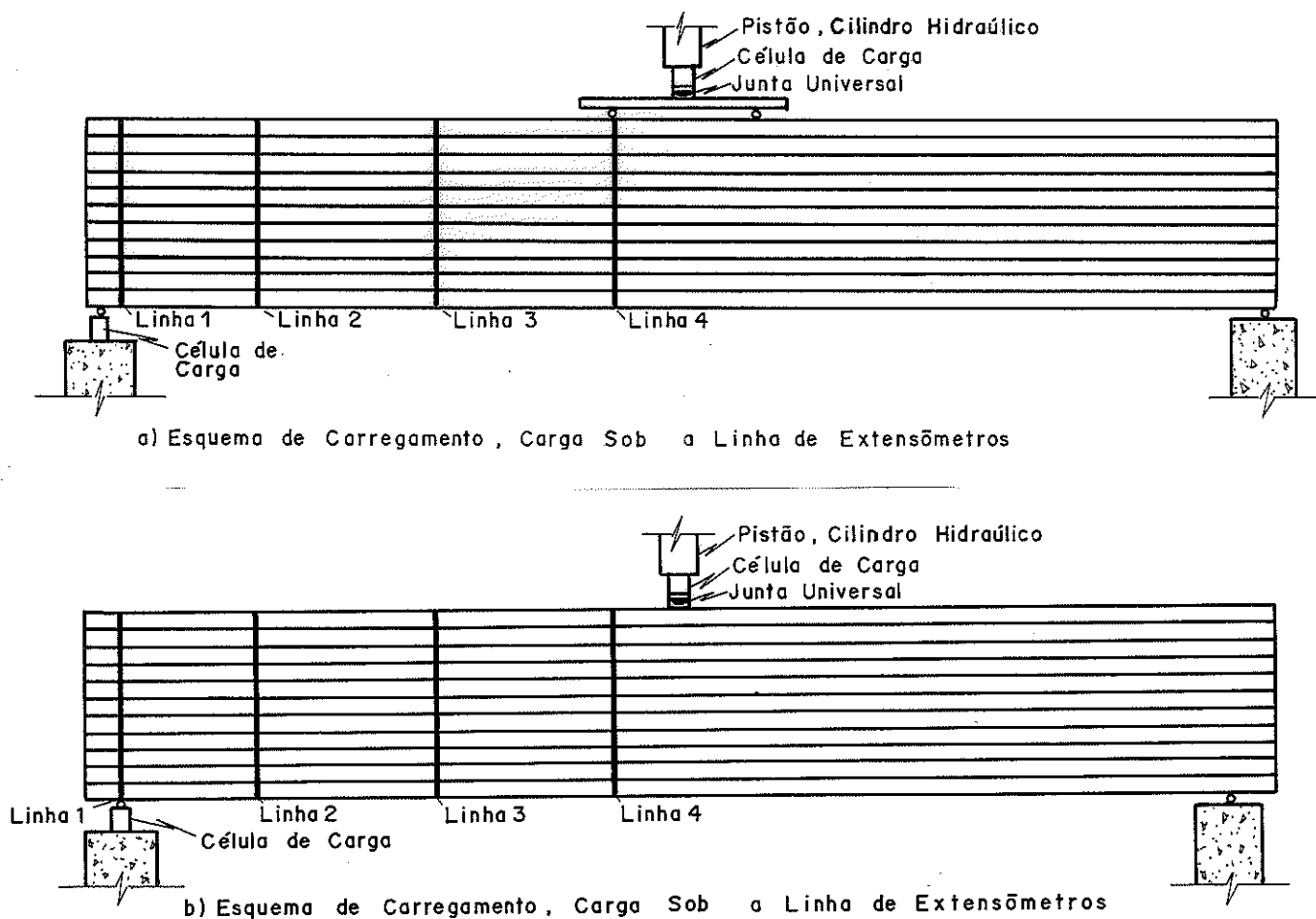
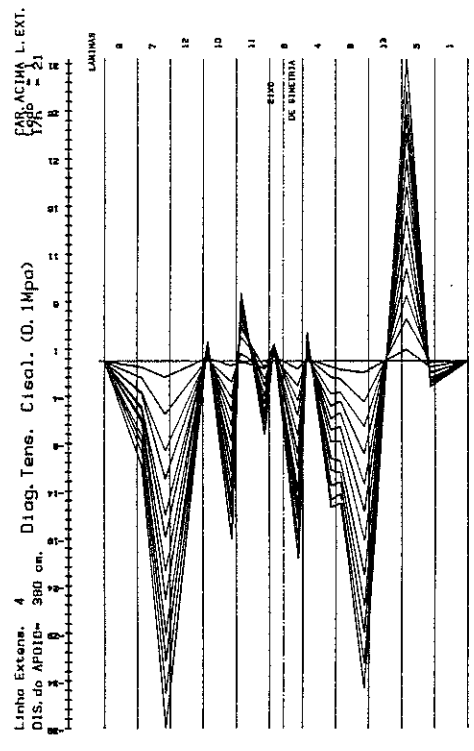
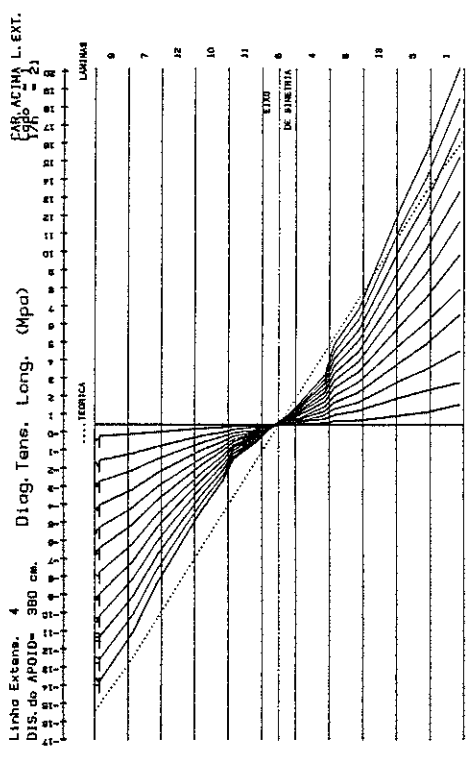


Fig. (6.1)- Esquemas de carregamento e perturbação devido à concentração de carga.

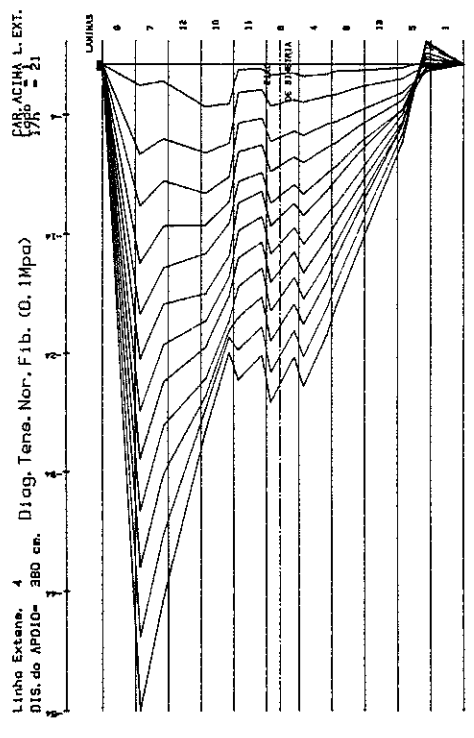
Nas figuras (6.3-a), (6.3-b) e (6.3-c), são apresentadas as distribuições de tensões longitudinais, normais às fibras e de cisalhamento, quando a linha de extensômetros encontra-se acima do apoio. Observando estes gráficos nota-se uma pequena perturbação da distribuição de tensões de cisalhamento com uma grande concentração na 1ª lâmina abaixo do eixo de simetria. As tensões longitudinais são completamente perturbadas pela reação de apoio, aparecendo várias linhas neutras e uma grande concentração na borda inferior. As tensões normais às fibras não sofrem muita perturbação, apenas aparece uma concentração na parte inferior.



(a)



(b)



(c)

Fig. (6.2) - Perturbação da distribuição de tensões, devido à reação de apoio

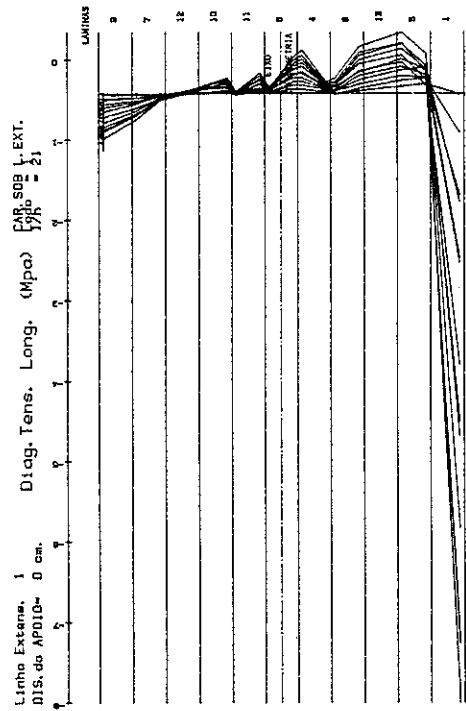
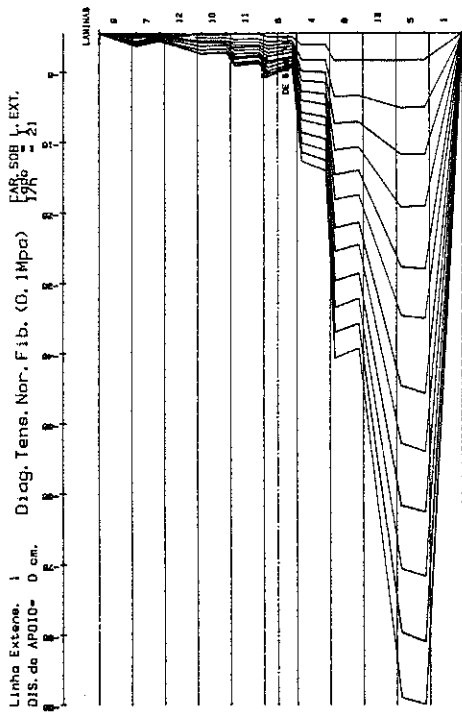
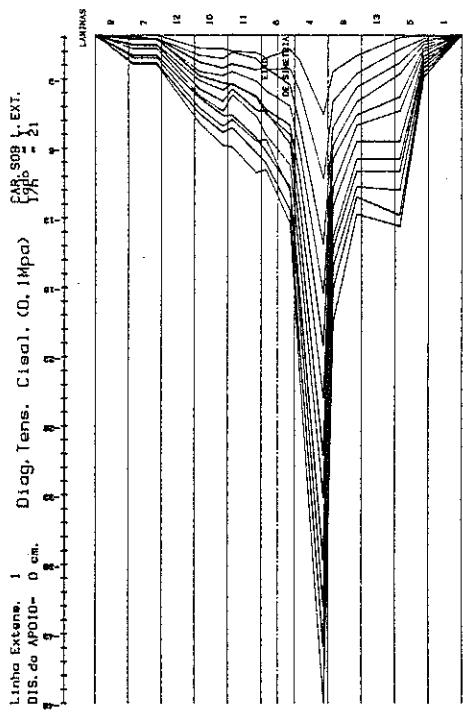


Fig. (6.3) - Perturbação da distribuição de tensões, devida à carga concentra da sobre a linha de extensômetros

3. - PERTURBAÇÃO DAS TENSOES NA REGIÃO DO APOIO

O esquema de ensaio e de carregamento é apresentado na figura (6.4). Foram realizados 10 ensaios, variando a distância do apoio até a linha de extensômetros. Na tabela (6.1), são apresentadas, estas distâncias, o vão da viga ensaiada, o intervalo de carga e a relação L/d de cada ensaio.

TABELA (6.1) - DISTÂNCIAS E CARGAS

ENSAIO	BRAÇO		INTERVALO DE CARGA (KN)	VÃO DA VIGA (cm)	L/d
	ALAVANCA (cm)	CARGA DE REAÇÃO MÁXIMA (KN)			
1	10	12,50	0,50	860	22,02
2	20	15,50	0,50	820	21,00
3	30	14,50	0,50	800	20,49
4	40	14,20	0,50	780	19,97
5	45	14,00	0,50	770	19,72
6	60	14,00	0,50	740	18,95
7	75	13,19	0,50	710	18,18
8	90	12,86	0,50	680	17,41
9	105	13,03	0,50	635	16,26
10	120	12,57	0,50	620	15,87

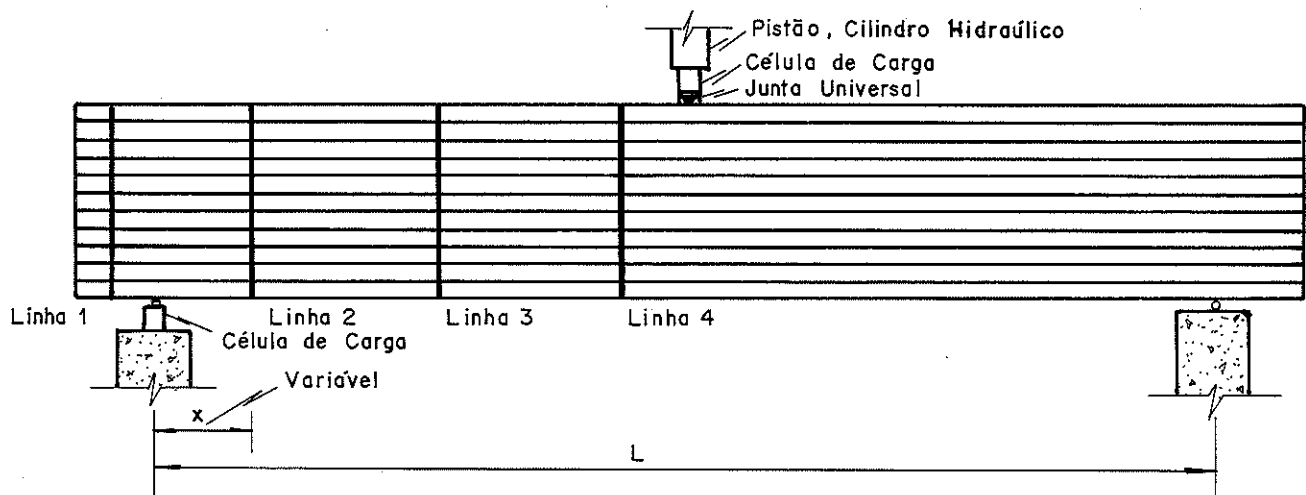


Fig. (6.4)- Esquema de ensaio e carregamento, para estuda das perturbações próximas do apoio.

3.1. - PRINCÍPIO DE SAINT-VENANT

Este princípio trata da perturbação das tensões perto de um apoio e perto da região de aplicação de carga. Segundo TIMOSHENKO GOODIER (1980), apresentam os enunciados deste princípio da seguinte maneira:

1º Enunciado:

"substituindo-se um grupo de força por outro estaticamente equivalente, as variações criadas no estado de tensões, praticamente desaparecem, depois de uma extensão cuja ordem de grandeza é igual à extensão na qual são aplicadas as forças", figura (6.5).

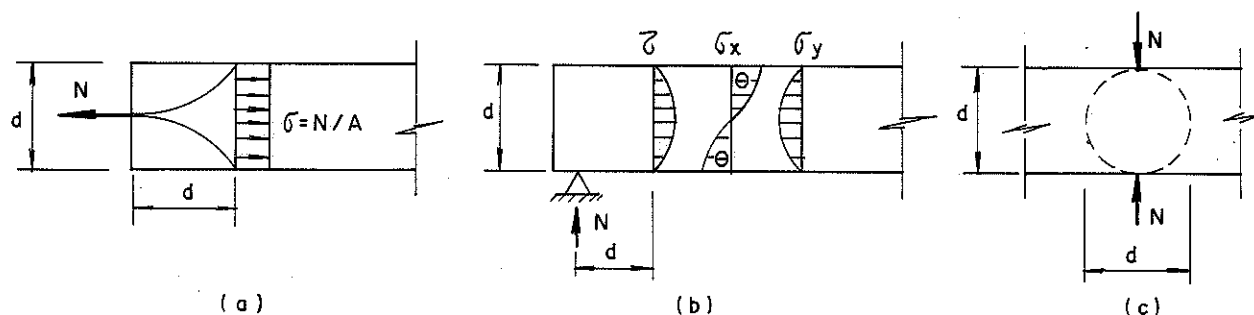


Fig. (6.5)- Regiões perturbadas, princípio de SAINT VENANT.

2º Enunciado:

"as tensões criadas por forças em equilíbrio aplicadas em uma região pequena de um corpo, praticamente desaparecem em uma região cuja ordem de grandeza é igual a da região na qual foram aplicadas as forças", figura (6.5-c).

3.2. - TENSOES DE CISALHAMENTO (τ_{xy})

Nas figuras (6.6), (6.7) e (6.8-a), são apresentados os diagramas das tensões de cisalhamento em secções próximas do apoio, variando de 0 até 120 cm, como indicado na tabela (6.1). Apenas a secção sobre o apoio sofre uma pequena perturbação, as restantes permanecem com a mesma distribuição de tensões de cisalhamento. Desta maneira, pode-se afirmar que não foram detectadas perturbações.

3.3. - TENSÕES LONGITUDINAIS (σ_x)

Nas figuras (6.8-b), (6.9), (6.10) são apresentados os diagramas das tensões longitudinais, σ_x , a várias distâncias do apoio, variando de 0 até 120 cm. As perturbações nas tensões, σ_x , devido à reacção de apoio são grandes, na proximidade do apoio, inclusive aparecem vários pontos onde as tensões se anulam. A partir de 30 cm do apoio, começa a ser definida a posição da linha neutra. Entretanto, a distribuição de tensões ainda sofre perturbações, principalmente na parte comprimida da viga de MLC, tendo inclusive a borda superior tracionada (inversão de tensões). A partir dos 40 cm de distância do apoio, esta inversão de tensão desaparece, entretanto, a perturbação na parte comprimida, continua, aparentando ter uma distribuição parabólica com a tensão máxima na altura média da parte comprimida. Esta perturbação permanece até uma distância de 60 cm do apoio. A partir de uma distância de 75 cm a distribuição de tensões longitudinais não sofre mais perturbação devido à reacção do apoio.

Através deste estudo experimental pode-se concluir que o principio de Saint. Venant se aplica, para as tensões longitudinais σ_x . Entretanto, a distância a partir da qual estas tensões não sofrem perturbações do apoio, encontra-se entre 60 cm e 75 cm ou seja 1,50d e 1,87d.

4. - LINHA ELÁSTICA

4.1. - EQUACÃO DA ELÁSTICA

A equação da linha elástica é composta por 3 parcelas, a primeira parcela é devida às deformações decorrente do momento fletor; a segunda parcela devido às deformações angulares ocasionadas pela força cortante e a última devida ao empenamento da secção transversal. Esta última parcela é muito pequena quando se trata de secções cheias e pouco esbeltas, portanto, não será levada em consideração neste estudo. Assim a equação da elástica será a soma algébrica das duas primeiras parcelas e é dada pela equação (6.1).

$$v = v_b + v_s \quad (6.1)$$

Sendo: v_b = elástica devida à flexão
 v_s = elástica devida à força cortante.

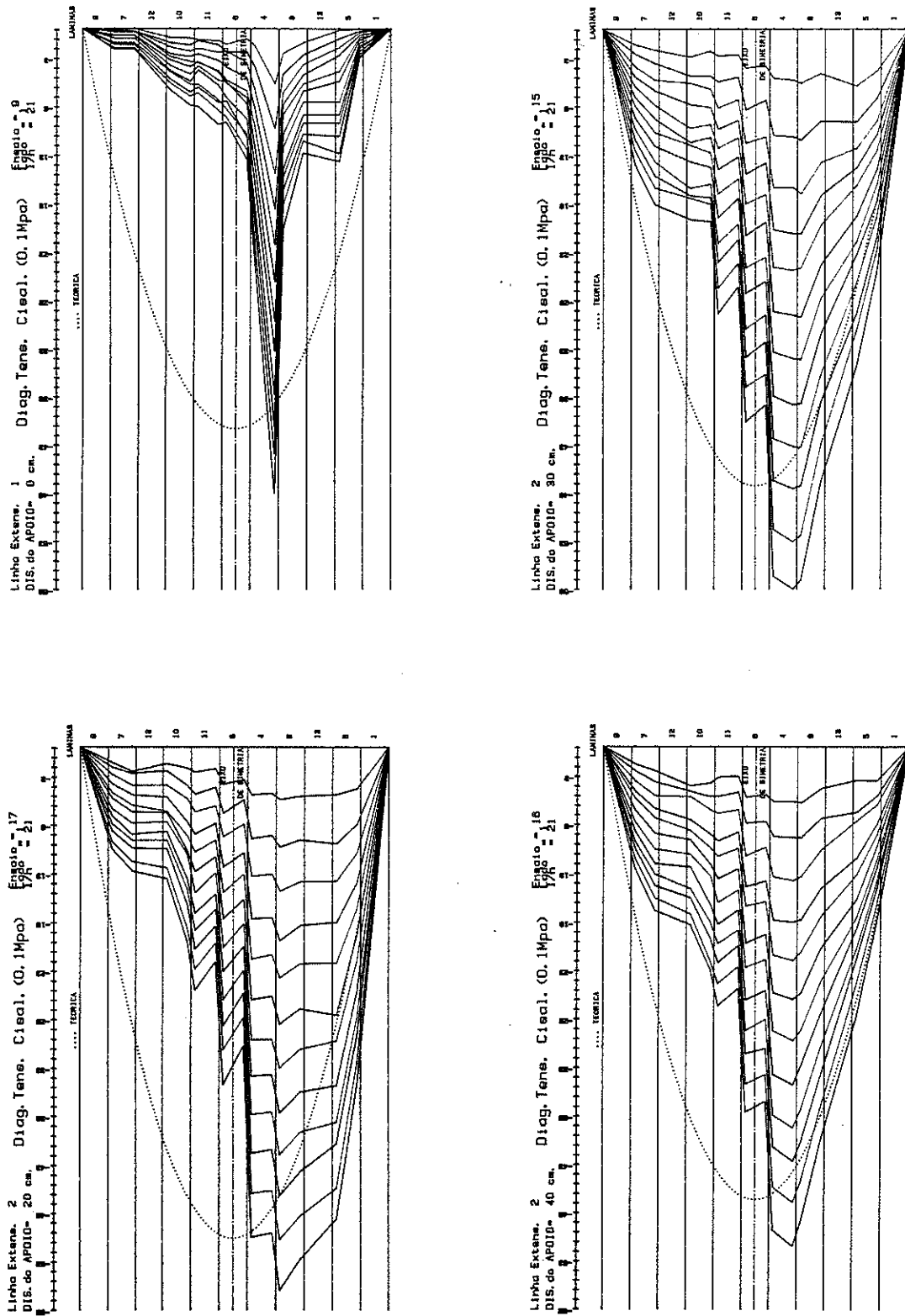


Fig. (6.6) - Perturbação da distribuição de tensões de cisalhamento na região próxima do apoio

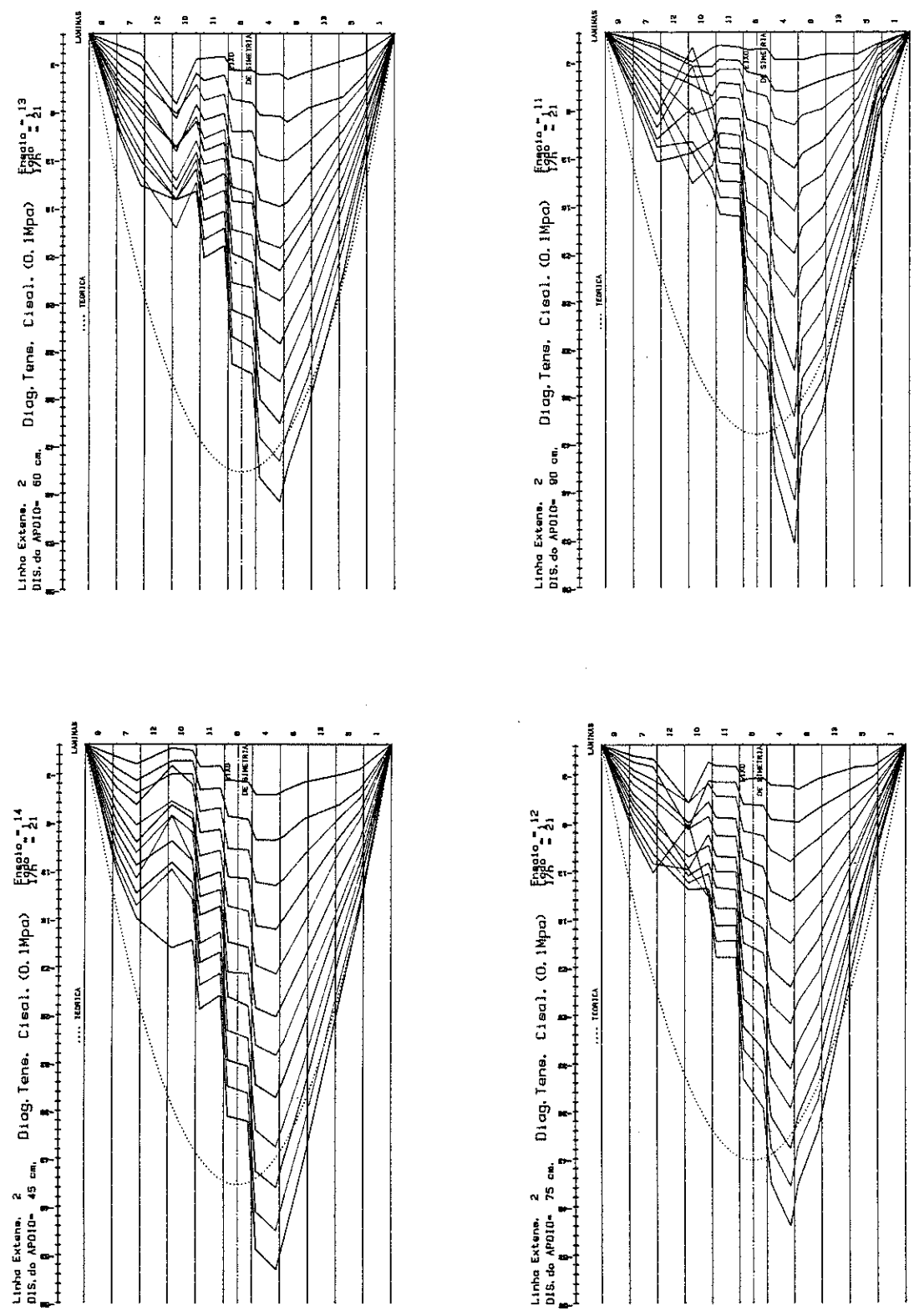
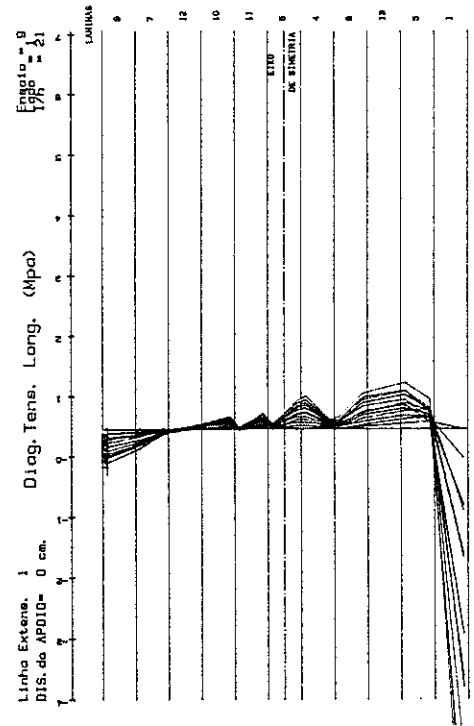
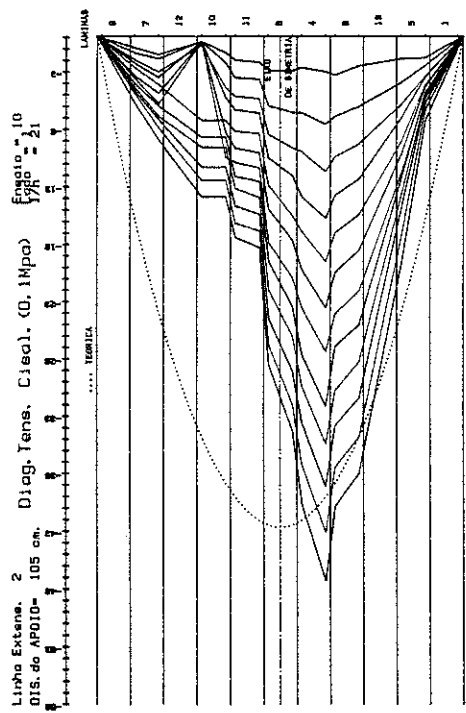
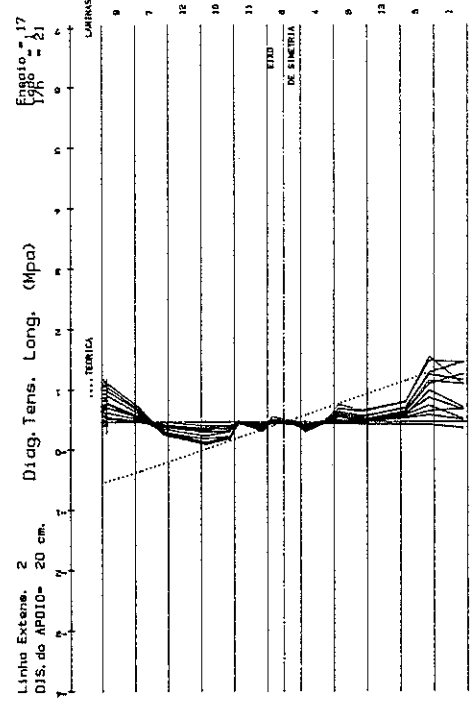
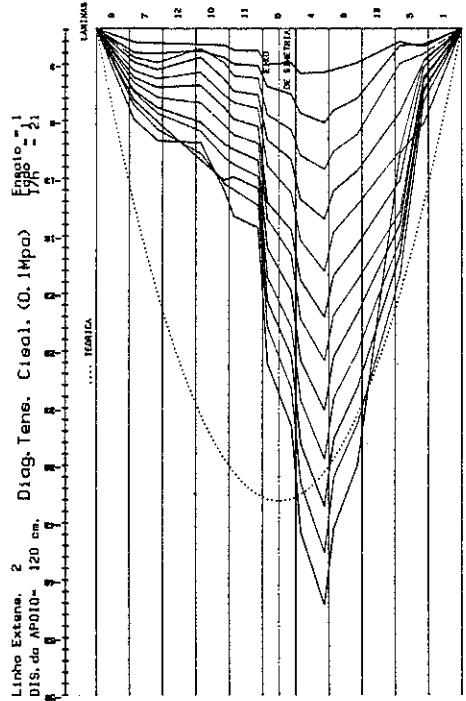


Fig. (6.7) - Perturbação da distribuição de tensões de cisalhamento na região próxima do apoio



a)

b)

Fig. (6.8) - Perturbação da distribuição de tensões de cisalhamento e longitudinais na região próxima do apoio

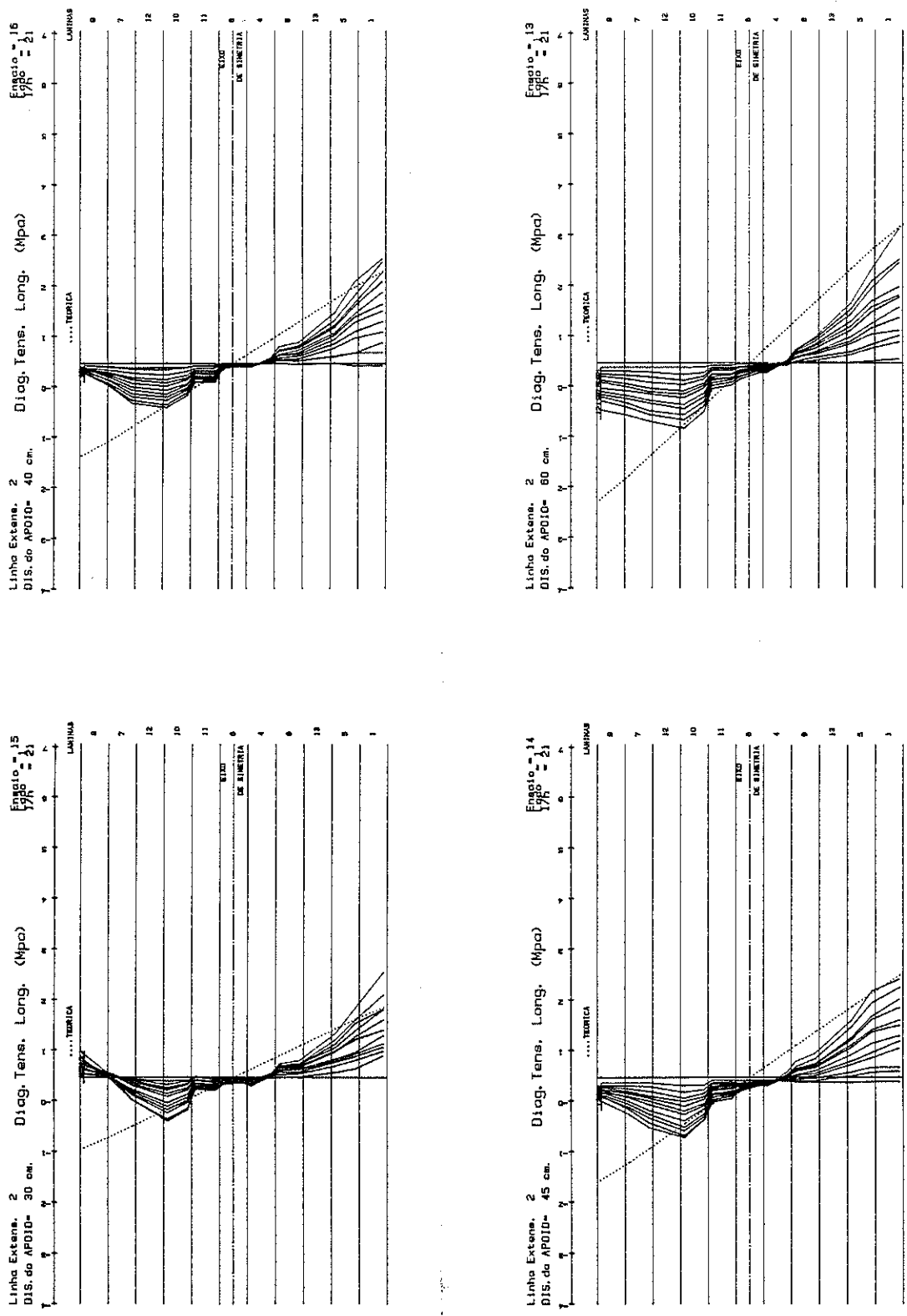


Fig. (6.9) - Perturbação da distribuição de tensões longitudinais na região próxima do apoio

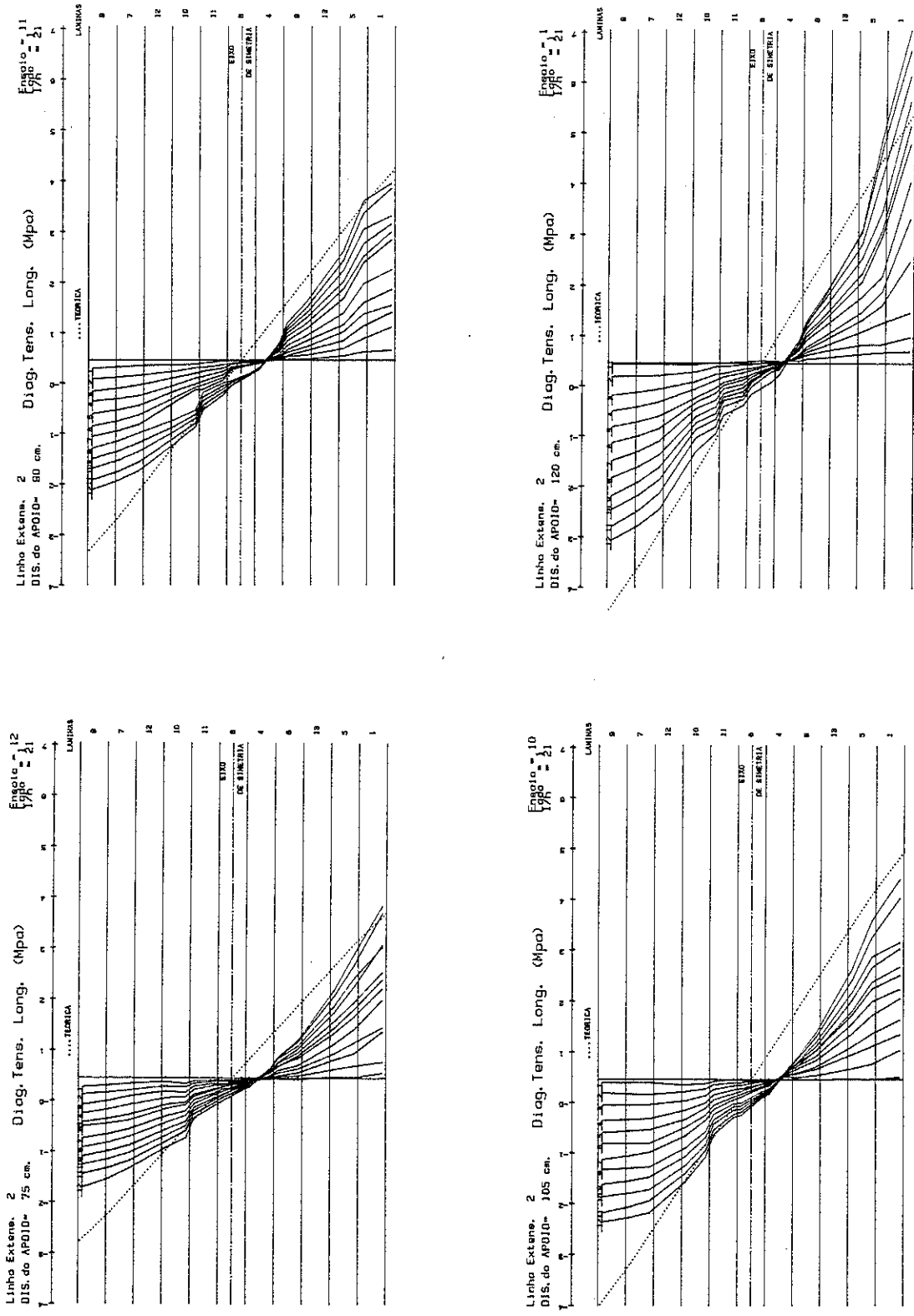


Fig. (6.10) - Perturbação da distribuição de tensões longitudinais na região próxima do apoio

4.1.1. - Equação da linha elástica: contribuição do momento fletor (v_b)

Considere-se o esquema da figura (6.11), representando a viga de MLC ensaiada com 1 carga concentrada.

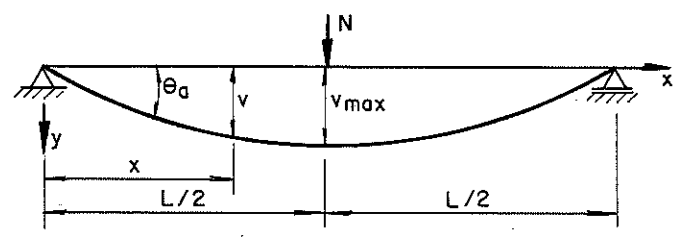


Fig. (6.11)- Linha elástica de viga fletida, 1 carga .

A equação básica da linha elástica, considerando apenas a contribuição do momento fletor, e pequenas deformações, é dada por:

$$\frac{d^2 v_b}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad \text{ou} \quad EI v_b'' = -M \quad (6.2)$$

Devido a descontinuidade do momento, a equação (6.2), divide-se em duas parcelas, equações (6.3).

$$\left. \begin{aligned} EI v_b'' &= -\frac{Nx}{2} && ; 0 \leq x \leq L/2 \\ EI v_b'' &= -\frac{Nx}{2} + N(x - \frac{L}{2}) && ; L/2 \leq x \leq L \end{aligned} \right\} (6.3)$$

Integrando duas vezes a equação acima, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} EI v_b' &= -\frac{Nx^2}{4} + C_1 && ; 0 \leq x \leq L/2 \\ EI v_b' &= -\frac{Nx^2}{4} + N(x - \frac{L}{2})^2 + C_2 && ; L/2 \leq x \leq L \end{aligned} \right\} (6.4)$$

$$\left. \begin{aligned}
 EIV_b &= -\frac{Nx^3}{12} + C_1x + C_3 & ; 0 \leq x \leq L/2 \\
 EIV_b &= -\frac{Nx^3}{12} + N\frac{(N-\frac{L}{2})^3}{6} + C_2x + C_4 & ; L/2 \leq x \leq L
 \end{aligned} \right\} (6.5)$$

Sendo C_1, C_2, C_3 e C_4 constantes de integração, determinadas através das condições de contorno apresentadas a seguir:

- ▶ para $x = L/2$; a inclinação da elástica para as duas equações (6.3) são iguais $\Rightarrow C_1 = C_2$.
- ▶ para $x = L/2$; os deslocamentos são os mesmos $\Rightarrow C_3 = C_4$.
- ▶ para $x = 0$ e $x = L/2$ os deslocamentos são nulos, assim tem-se:

$$C_3 = 0 \text{ e } -\frac{NL^3}{12} + \frac{NL^3}{48} + C_2L + C_4 = 0$$

finalmente, as constantes de integração são:

$$\left. \begin{aligned}
 C_1 = C_2 = \frac{3NL^2}{48} & ; C_3 = C_4 = 0
 \end{aligned} \right\}$$

e a linha elástica é dada por:

$$\left. \begin{aligned}
 v_b &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3\frac{x}{L} - 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] & ; 0 \leq x \leq L/2 \\
 v_b &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3\frac{x}{L} - 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + 8\left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2}\right)^3 \right] & ; L/2 \leq x \leq L \\
 f_{b, \max} &= \frac{NL^3}{48EI} & ; x = L/2
 \end{aligned} \right\} (6.6)$$

Analogamente para uma viga com duas cargas ($N/2$), simétricas, figura (6.12), tem-se:



$$\left. \begin{aligned}
 v_b &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3\left(1+\frac{b}{a}\right)\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^3 \right] & ; & \quad a \leq x \leq a \\
 v_b &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3\left(1+\frac{b}{a}\right)\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{x}{a} - 1\right)^3 \right] & ; & \quad a \leq x \leq a+b \\
 v_b &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3\left(1+\frac{b}{a}\right)\frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{x}{a} - 1\right)^3 + \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a} - 1\right)^3 \right] & ; & \quad a+b \leq x \leq L \\
 f_{b, \max} &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3\frac{a}{L} - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3 \right] & ; & \quad x=L/2
 \end{aligned} \right\} (6.7)$$

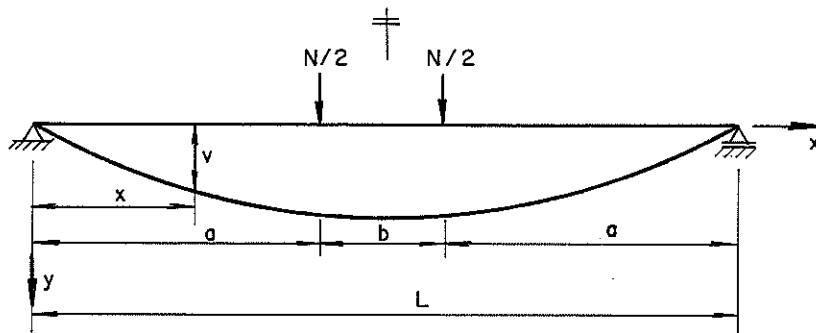


Fig. (6.12)- Linha elástica de viga fletida, 2 cargas.

4.1.2. - Equação da linha elástica: contribuição da força cortante (v_s)

As tensões de cisalhamento, no caso de vigas de seção retangular, fazem com que um elemento de comprimento dx seja deformado, figura (6.13-a). Como as tensões de cisalhamento variam ao longo da altura da viga, as seções transversais tornam-se superfícies curvas. A linha mn representa o eixo original da viga, supostamente horizontal, enquanto mp mostra a posição daquele eixo após a deformação angular.

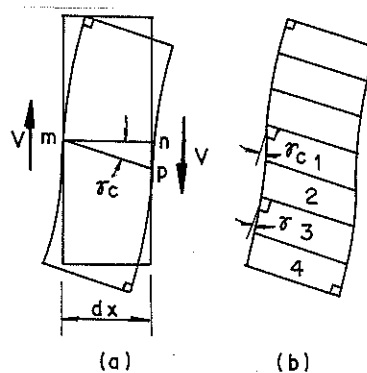


Fig. (6.13)- Deformações angulares, TIMOSHENKO/GERE (1983)

Admitindo-se que os lados do elemento, nos pontos m e n, permaneçam na vertical, as bordas superior e inferior ficarão paralelas à linha mp, fazendo um ângulo γ_c com a horizontal (γ_c é a deformação angular no eixo neutro). A deformação do elemento pode ser facilmente visualizada, dividindo-o em faixas, cada uma delas sofrendo cisalhamento puro, figura (6.13-b). A deformação na faixa 1 é γ_c . Na faixa mais afastada, 4, a deformação deve ser nula e os lados desta faixa formarão ângulos retos.

A inclinação da linha elástica da viga decorrente apenas do cisalhamento é aproximadamente igual à deformação angular no eixo neutro, figura (6.13-a), e é dada por:

$$\frac{dv_s}{dx} = \gamma_c = \frac{\alpha_c V}{GA} \tag{6.8}$$

sendo V/A a tensão média de cisalhamento; α_c um fator numérico (coeficiente de cisalhamento ou fator de forma de cisalhamento) definido como sendo, a relação entre a tensão de cisalhamento no plano neutro e a tensão média de cisalhamento e G o módulo de deformação transversal.

Segundo TIMOSHENKO e GERE (1983), para uma seção transversal retangular, o valor de α_c é 3/2. Já COWPER (1966), determinou, através da integração das equações tri-dimensionais da teoria da elasticidade, um valor equivalente a 1,18.

Para a viga simplesmente apoiada com uma carga concentrada no meio do vão, figura (6.4), a equação da elástica decorrente da força cortante é:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 v_s}{dx^2} &= 0 && ; 0 \leq x \leq L/2 \\ \frac{d^2 v_s}{dx^2} &= 0 && ; L/2 \leq x \leq L \end{aligned} \right\} \tag{6.9}$$

Integrando-se a equação (6.9) tem-se:



$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_s}{dx} &= C_1 & ; 0 \leq x \leq L/2 \\ \frac{dv_s}{dx} &= C_2 & ; L/2 \leq x \leq L \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

Isto indica que a inclinação da elástica, ao longo da viga devida ao cisalhamento é constante. Esta inclinação segundo a equação (6.8) é, $\alpha V/GA$. Pela condição de continuidade as constantes C_1 e C_2 são iguais. Integrando novamente tem-se:

$$\left. \begin{aligned} v_s &= C_1 x + C_3 & ; 0 \leq x \leq L/2 \\ v_s &= C_1 x + C_4 & ; L/2 \leq x \leq L \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Impondo as condições: $v_s = 0$ para $x = 0$, $v_s = 0$ para $x = L$ e os deslocamentos no meio do vão iguais, e sabendo-se que $V = N/2$ para $x \leq L/2$ e $V = -N/2$ para $x \geq L/2$, as constantes assumem os seguintes valores:

$$C_1 = C_2 = \frac{\alpha V}{2GA} \quad ; \quad C_3 = 0 \quad ; \quad C_4 = -\frac{\alpha V}{GS} L$$

Finalmente a equação da elástica decorrente do cisalhamento é:

$$\left. \begin{aligned} v_s &= \frac{\alpha N}{2GA} x & ; 0 \leq x \leq L/2 \\ v_s &= \frac{\alpha N}{2GA} (L-x) & ; L/2 \leq x \leq L \\ v_{smax} &= \frac{\alpha N}{4GA} L & ; x=L/2 \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Analogamente para a viga com duas cargas, figura (6.5), tem-se:

$$\left. \begin{aligned}
 v_s &= \frac{\alpha_c N}{2GA} x && ; 0 \leq x \leq L/2 \\
 v_s &= \frac{\alpha_c N}{2GA} a && ; a \leq x \leq (a+b) \\
 v_s &= \frac{\alpha_c N}{2GA} (L-x) && ; a+b \leq x \leq L \\
 v_{s \max} &= \frac{\alpha_c N}{2GA} a && ; a \leq x \leq (a+b)
 \end{aligned} \right\} (6.13)$$

Finalmente a equação da elástica considerando a contribuição da flexão e do cisalhamento ($v = v_b + v_s$), com uma carga concentrada, N, no meio do vão é dada por:

$$\left. \begin{aligned}
 v &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3 \frac{x}{L} - 4 \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} x && ; 0 \leq x \leq L/2 \\
 v &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3 \frac{x}{L} - 4 \left(\frac{x}{L} \right)^3 + 8 \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} (L-x) && ; L/2 \leq x \leq L \\
 v_{\max} &= \frac{NL^3}{48EI} + \frac{\alpha_c N}{4GA} L && ; x=L/2
 \end{aligned} \right\} (6.14)$$

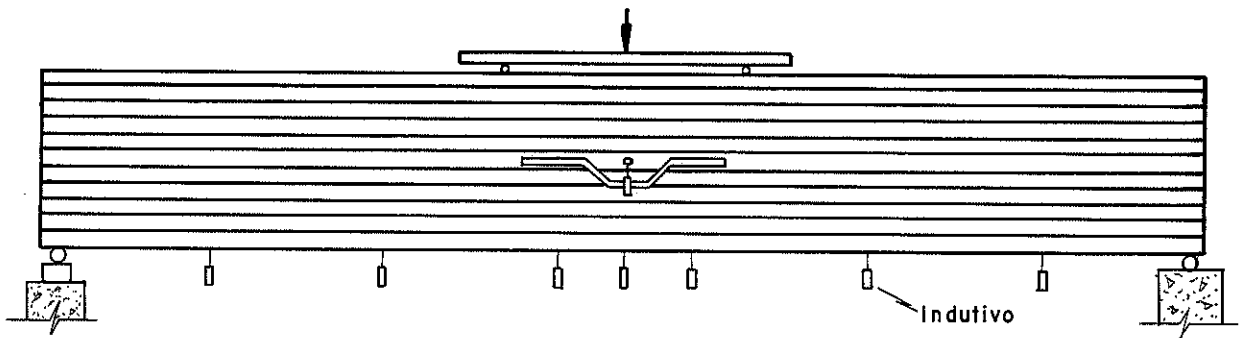
Para duas cargas simétricas, N/2, a equação da elástica é dada por:

$$\left. \begin{aligned}
 v &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a} \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} x && ; 0 \leq x \leq a \\
 v &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a} \right)^3 + \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} a && ; a \leq x \leq (a+b) \\
 v &= \frac{Na^3}{12EI} \left[3 \left(1 + \frac{b}{a} \right) \frac{x}{a} - \left(\frac{x}{a} \right)^3 + \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^3 + \left(\frac{x}{a} - \frac{b}{a} - 1 \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} (L-x) && ; (a+b) \leq x \leq L \\
 v_{\max} &= \frac{NL^3}{48EI} \left[3 \left(\frac{a}{L} \right) - 4 \left(\frac{a}{L} \right)^3 \right] + \frac{\alpha_c N}{2GA} a && ; a \leq x \leq (a+b)
 \end{aligned} \right\} (6.15)$$

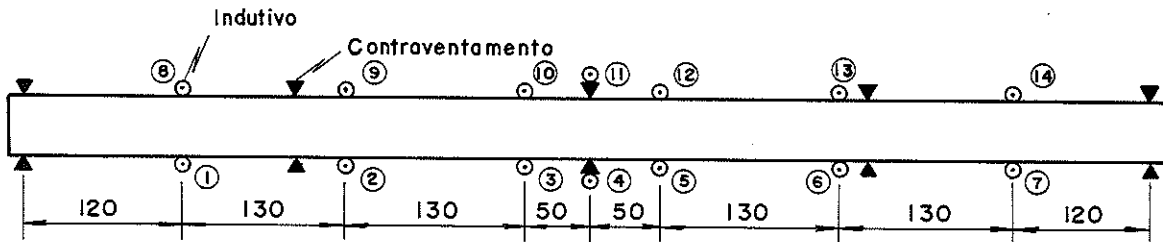
4.2. - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL.

Os ensaios para a determinação experimental da linha elástica fazem parte de uma etapa dos ensaios realizados no capítulo V.

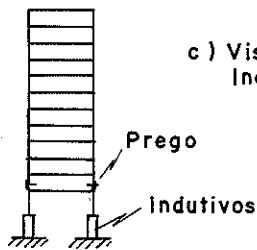
Para a leitura dos pontos da elástica, foram colocados 14 indutivos magnéticos (LVDTs), ao longo da viga, sendo 7 colocados na parte inferior da face esquerda e os outros 7 na parte inferior da face direita, figura (6.14-b). Isto para eliminar qualquer leitura incorreta devido a uma possível torção da viga, não obstante terem sido colocados 5 pontos de contraventamento ao longo da viga, figura (6.14-b) e (c). O esquema geral da posição dos LVDTs e dos contraventamentos encontra-se na figura (6.14).



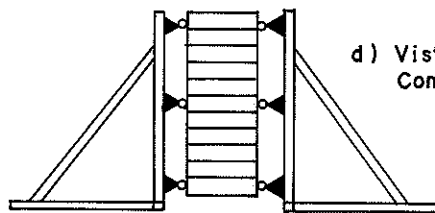
a) Esquema de Ensaio e Posição dos Indutivos



b) Planta dos Indutivos e Contraventamento



c) Vista Lateral Indutivos



d) Vista Lateral Contraventamento

Fig. (6.14) - Esquema e instrumentação do ensaio para determinação da linha elástica.

Foram realizados 12 ensaios, 6 com uma carga concentrada no meio do vão, sendo 2 com relação $L/d = 21$, 2 com $L/d = 18$ e 2 com $L/d = 14$ e os outros 6 com 2 cargas simétricas espaçadas de 180 cm uma da outra, sendo 2 com $L/d = 21$, 2 com $L/d = 18$ e 2 com $L/d = 14$. Os dois ensaios foram realizados, em cada caso, com a viga em posição inicial direta e a seguir invertida.

4.3. - DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

As figuras serão apresentadas no final deste capítulo.

Na tabela (6.2), são apresentadas as leituras dos deslocamentos medidos pelos, LVDTs com 3 níveis de carga para cada ensaio. Na figura (6.15) até (6.17) são apresentados, os gráficos da elástica para vários níveis de carregamento, com uma e duas cargas e $L/d = 21, 18$ e 14 . Observando estes gráficos nota-se uma tendência parabólica da elástica.

Para comparação da elástica experimental com a elástica teórica foram utilizadas as equações (6.6) e (6.7) para determinar a contribuição decorrente do momento fletor, as equações (6.12) e (6.13) para determinar as contribuições da força cortante e finalmente, as equações (6.14) e (6.15) para levar em consideração a contribuição tanto do momento fletor como da força cortante. Esta comparação foi feita primeiro considerando a média dos E_s dos 64 pontos da viga de MLC onde foram determinados os E_s e os G_s e depois utilizando um E homogeneizado horizontal e verticalmente, conforme os itens (2.1) e (2.2) do capítulo III. As equações utilizadas para homogeneizar são apresentadas a seguir:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^m E_i h_i \left[\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \left(\frac{h_i}{2} \right) \right]}{\sum_{i=1}^m E_i h_i} ; \quad \overline{GA} = G_{\pm} d b$$

$$\overline{EI} = b \sum_{i=1}^m \left[E_i \frac{h_i^3}{12} + E_i h_i \left\{ \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right]^2 \right\} \right] \quad (6.16)$$

$$dt = \sqrt[3]{12 \sum_{i=1}^m \left[\frac{h_i^3}{12} \left(\frac{G_i}{G_1} \right) + h_i \left(\frac{G_i}{G_1} \right) \left[t - \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_j + \frac{h_i}{2} \right) \right] \right]^2}$$

Sendo:

- t = posição do plano neutro
- \overline{EI} = rigidez da viga homogeneizada horizontalmente
- \overline{GA} = rigidez transversal da viga homogeneizada verticalmente
- dt = altura da viga homogeneizada verticalmente.

A média dos módulos de elasticidade de todas as lâminas praticamente coincidiu com o módulo homogeneizado da viga MLC (a diferença dos valores foi 1,18%). Na figura (6.18) são apresentados dois diagramas das elásticas. O primeiro com o módulo de elasticidade médio das lâminas e o segundo com o módulo homogeneizado. Não existe, praticamente, nenhuma diferença. Nas figuras (6.19) até (6.21), são apresentados os diagramas das elásticas experimentais, representados pelo símbolo, o, e teóricos sendo: a linha tracejada (---) a contribuição do momento fletor, a linha ponto e traço (— · —) a contribuição da força cortante e a linha pontilhada (....) a soma das duas contribuições. A linha (---) representa a regressão simples linear dos resultados experimentais (460 dados para cada ensaio). Observando e comparando as figuras nota-se que, a medida que diminui a relação L/d, a influência da força cortante aumenta. Entretanto este aumento não ultrapassa os 6 %. A análise da diferença entre os valores dos módulos determinados através da regressão, equação (6.17), e os valores da elástica, devidas à contribuição do momento fletor, evidencia que diminui esta diferença a medida que aumenta a relação L/d, podendo ser desprezado a partir de valores de L/d maiores a 21. Assim conclui-se que a linha elástica e a flecha no meio do vão podem ser determinadas, através de um ensaio à flexão com $L/d \geq 21$.

TABELA (6.2) - RESULTADOS DE ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DA LINHA ELASTICA

E N S A	L/d	CARGA kN	PONTOS DE LEITURA (mm)								
			1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	21	502	0,00	2,88	5,45	6,94	7,24	6,87	5,48	2,88	0,00
		1102	0,00	6,55	12,37	15,79	16,30	15,38	12,33	6,55	0,00
		1704	0,00	10,00	18,95	23,45	24,84	23,59	18,85	10,00	0,00
		2303	0,00	13,94	25,91	31,00	33,20	31,01	25,83	13,94	0,00
2	21	579	0,00	1,97	3,70	4,69	4,80	4,58	3,67	2,05	0,00
		830	0,00	4,81	8,99	11,33	11,62	11,03	8,89	4,99	0,00
		1281	0,00	7,62	14,23	17,91	18,41	17,90	14,05	7,88	0,00
		1733	0,00	10,36	19,39	24,47	24,90	24,40	19,18	10,64	0,00
3	18	629	0,00	1,09	3,56	5,13	5,39	5,15	3,59	1,07	0,00
		1377	0,00	2,32	7,71	11,12	11,65	11,15	7,77	2,31	0,00
		2128	0,00	3,55	11,86	17,13	17,84	17,16	11,90	3,53	0,00
		2878	0,00	4,81	16,14	23,36	24,27	23,41	16,15	4,80	0,00
4	18	753	0,00	1,16	3,98	5,62	5,87	5,68	4,05	1,25	0,00
		1654	0,00	2,55	8,73	12,31	12,80	12,40	8,82	2,65	0,00
		2552	0,00	3,87	13,41	18,95	19,60	19,08	13,44	3,95	0,00
		3454	0,00	5,36	18,41	25,89	26,66	25,96	18,36	5,40	0,00
5	14	752	0,00	1,60	2,98	3,19	2,99	1,62	0,00		
		1657	0,00	3,59	6,66	7,10	6,70	3,68	0,00		
		2554	0,00	5,53	10,26	10,92	10,29	5,68	0,00		
		3454	0,00	7,47	13,84	14,69	13,80	7,65	0,00		
6	14	1126	0,00	2,39	4,21	4,44	4,29	2,48	0,00		
		2477	0,00	5,17	9,10	9,55	9,19	5,33	0,00		
		3831	0,00	7,84	13,87	14,48	13,90	8,01	0,00		
		5177	0,00	10,50	18,75	19,44	18,70	10,62	0,00		
7	21	502	0,00	2,28	4,20	5,34	5,60	5,41	4,20	2,00	0,00
		1104	0,00	7,09	12,94	16,45	17,05	16,53	13,04	6,31	0,00
		1702	0,00	10,43	19,15	24,31	25,21	24,42	19,32	9,39	0,00
		2304	0,00	13,49	24,65	29,30	30,70	29,18	24,86	13,10	0,00
8	21	631	0,00	3,91	6,98	8,68	9,10	8,77	7,05	3,90	0,00
		1377	0,00	8,60	15,52	19,37	20,00	19,41	15,56	8,78	0,00
		2131	0,00	13,32	24,04	29,10	29,57	29,13	24,25	13,30	0,00
9	18	630	0,00	0,93	3,21	4,61	4,85	4,62	3,26	0,90	0,00
		1381	0,00	2,20	7,40	10,74	10,90	10,85	7,50	2,20	0,00
		2126	0,00	3,49	11,53	16,62	17,33	16,72	11,75	3,51	0,00
		2878	0,00	4,85	15,81	22,91	23,81	23,00	15,80	4,40	0,00
10	18	758	0,00	1,03	3,94	5,55	5,84	5,64	4,06	1,75	0,00
		1657	0,00	2,42	8,79	12,38	12,95	12,47	9,05	3,02	0,00
		2554	0,00	3,78	13,48	19,06	19,87	19,16	13,79	5,55	0,00
		3454	0,00	5,23	18,44	26,07	26,89	26,10	18,81	7,38	0,00
11	14	752	0,00	1,46	2,79	2,97	2,79	1,61	0,00		
		1657	0,00	3,56	6,57	7,01	6,55	3,78	0,00		
		2554	0,00	5,70	10,39	11,07	10,33	6,00	0,00		
		3454	0,00	7,83	14,18	15,08	14,10	8,20	0,00		
12	14	1131	0,00	2,18	4,11	4,33	4,11	2,42	0,00		
		2481	0,00	4,66	8,62	9,07	8,59	5,01	0,00		
		3827	0,00	7,48	13,74	14,41	13,67	7,84	0,00		

4.4. - MÓDULOS DE ELASTICIDADE

A partir dos 64 ensaios de compressão simples das lâminas da viga de MLC, instrumentadas com extensômetros elétricos (ver item 7, do capítulo V) determinou-se um valor médio do E à compressão e do módulo de deformação transversal, G, da Viga de MLC. Com estes valores e utilizando a técnica da homogeneização foram determinados os valores dos módulos da viga de MLC homogeneizada.

Com os dados da linha elástica, obtidos no ensaio à flexão com L/d= 21, e através de uma regressão linear simples, usando o modelo da equação (6.17), obteve-se o E na flexão.

$$v = \frac{L^3}{48EI} \left[3\left(\frac{x}{L}\right) + 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \dots \right] \cdot N \quad \left. \vphantom{\frac{L^3}{48EI}} \right\} \quad (6.17)$$

$$v = \epsilon N$$

Sendo:

$$\epsilon = \text{constante de regressão} = \frac{L^3}{48EI} \rightarrow E = \frac{L^3}{48L\epsilon} \quad (6.18)$$

Através de uma regressão linear usando, o modelo da equação (6.19), os valores da linha elástica obtidos no ensaio à flexão com L/d=4 e o módulo de elasticidade à flexão obtido através da regressão linear do modelo da equação (6.17), obtem-se o módulo de deformação transversal. Considerou-se para este cálculo o coeficiente de cisalhamento igual a 1,18

$$v = \left(\frac{L^3}{48EI} \left[3\left(\frac{x}{L}\right) + 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \dots \right] + \frac{d}{2GA} \right) N \quad (6.19)$$

$$v = kN \rightarrow N = \epsilon v$$

Fazendo x=L/2, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \text{para 1 carga} \quad \Rightarrow \quad \varphi &= \frac{1}{\frac{L^3}{48EI} + \frac{\alpha_c L}{4GA}} \\
 G &= \frac{3L}{\left(\frac{1}{\varphi} - \frac{L^3}{48EI}\right)} 10A \\
 \\
 \text{para 2 cargas} \quad \Rightarrow \quad \varphi &= \frac{1}{\frac{L^3}{48EI} \left(3 - \frac{a}{L}\right) - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3 + \frac{\alpha_c L}{4GA}} \\
 G &= \frac{3L}{\left[\frac{1}{\varphi} - \frac{L^3}{48EI} \left(3 - \frac{a}{L}\right) - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3\right]} 10A
 \end{aligned}
 \tag{6.20}$$

Sendo: φ = constante de regressão

Os modelos das equações (6.17) e (6.19) são apenas esquemáticos, e estão de acordo com as equações das elásticas (6.14) e (6.15). O menor coeficiente de regressão linear obtido foi 98%.

Na tabela (6.3) são apresentados uma relação de todos os módulos de elasticidade.

TABELA (6.3) - MÓDULOS DE ELASTICIDADE (MPa)

ENSAIO	N ^o	L/d	CARG. LADO	MÉDIA		REGRESSÃO			
				E comp.	G	HOMOGENEIZAÇÃO	FLEXÃO		
						E	G	E	G
1	21	1	1	15424	1104	15480	1203	15841	—
2	21	2	1	15424	1104	15480	1203	15060	—
5	14	1	1	15424	1104	15480	1203	—	835
6	14	2	1	15424	1104	15480	1203	—	903
7	21	1	2	15424	1104	15473	1190	15013	—
8	21	2	2	15424	1104	15473	1190	14932	—
11	14	1	2	15424	1104	15473	1190	—	793
12	14	2	2	15424	1104	15473	1190	—	635

Pela observação da tabela (6.3), pode-se concluir que os módulos de elasticidade na flexão e na compressão são equivalentes quando a relação L/d é maior ou igual a 21.

4.5. - DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO COEFICIENTE DE CISALHAMENTO
(α_2)

Para a determinação do coeficiente de cisalhamento, α_2 , foram realizadas regressões lineares simples entre a elástica experimental e as contribuições do momento fletor e da força cortante. O modelo matemático, esquemático utilizado é apresentado na equação (6.21).

$$v = \left(\frac{L^3}{48EI} \left[3\left(\frac{x}{L}\right) + 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \dots \right] + \frac{\alpha_c}{4GA}(L-x) \right) \left. \vphantom{\frac{L^3}{48EI}} \right\} \quad (6.21)$$

$$v = kN \quad \rightarrow \quad N = \varnothing f$$

Fazendo $x=L/2$ tem-se:

$$\text{para 1 carga } \alpha_c = \frac{\left(\frac{1}{\varnothing} - \frac{L^3}{48EI} \right) 4GA}{L} ;$$

$$\text{para 2 carga } \alpha_c = \frac{\left(\frac{1}{\varnothing} - \frac{L^3}{48EI} \left[3\left(\frac{a}{L}\right) - 4\left(\frac{a}{L}\right)^3 \right] \right) 4GA}{L}$$

Sendo: \varnothing = constante da regressão.

Na tabela (6.4), são apresentadas na terceira coluna as porcentagens médias entre o deslocamento devido ao cisalhamento e os experimentais; na quarta coluna as porcentagens médias entre os deslocamentos devidos ao cisalhamento e os deslocamentos da elástica teórica.

O valor do coeficiente de cisalhamento foi determinado de duas maneiras: considerando o valor médio dos valores achados através de regressão para cada ensaio ($\alpha_2 = 2,019$) e através da definição do coeficiente de cisalhamento (tensão de cisalhamento máxima/tensão média da seção), o valor médio de 3000 valores, foi 2,387.

TABELA (6.4) - COEFICIENTE DE CISALHAMENTO

ENSAIO	L/d	MEDIA INFLUEN. CORTANTE EM REL. A ELAST. EXPERIMENTAL	MÉDIA DA INF. DA CORTANJE EM REL. A ELASTI. TEÓRICA	COEFIC. DE CISA- LHAMENTO	$\tau_{max}/\tau_{méd.}$
1	21	4,12	3,41	2,003	2,213
2	21	2,65	2,82	1,906	2,315
3	18	3,82	4,98	1,902	2,384
4	18	3,19	4,21	1,953	2,496
5	14	2,93	7,58	1,923	2,415
6	14	4,56	6,01	2,142	2,486
7	21	4,03	3,41	2,028	2,245
8	21	2,35	2,82	1,903	2,398
9	18	3,98	4,98	2,138	2,399
10	18	4,05	4,21	2,143	2,435
11	14	3,49	7,58	7,998	2,418
12	14	4,15	6,01	2,189	2,432
Média		3,61	—	2,019	2,387

4.5. - CONCLUSÕES

A partir do estudo experimental e da análise dos resultados de ensaio pode-se concluir:

▶ A distribuição das tensões de cisalhamento sofre perturbações, apenas, em uma seção transversal sobre ou sob uma carga concentrada.

▶ A distribuição de tensões longitudinais sofre bastante perturbação significativa devido à concentração da carga, desde o ponto de aplicação até uma distância de 1,50d a 1,87d.

▶ Os módulos de elasticidade longitudinal e transversal de uma viga de MLC podem ser estimados a partir de um ensaio de flexão com L/d= 21 e L/d= 14 com um erro médio de 3,8%. Estes módulos também podem ser estimados através da homogeneização das lâminas.

▶ O coeficiente de cisalhamento médio considerando os resultados de ensaio da elástica é 2,019 e considerando o ensaio para determinação de tensões de cisalhamento foi 2,387.

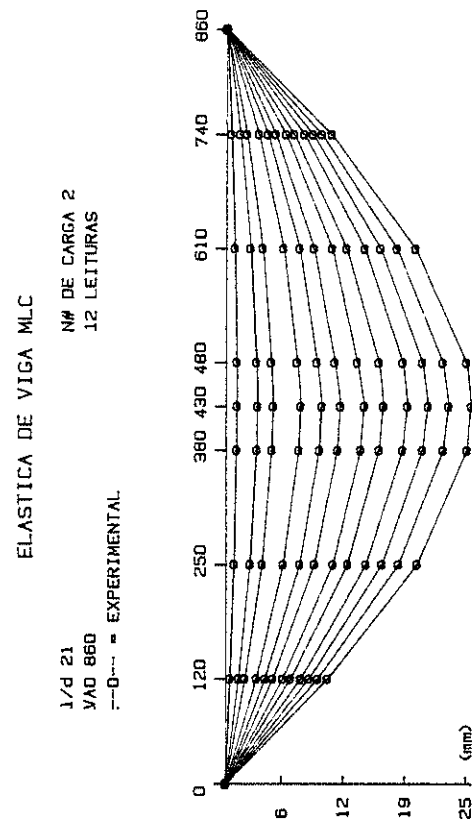
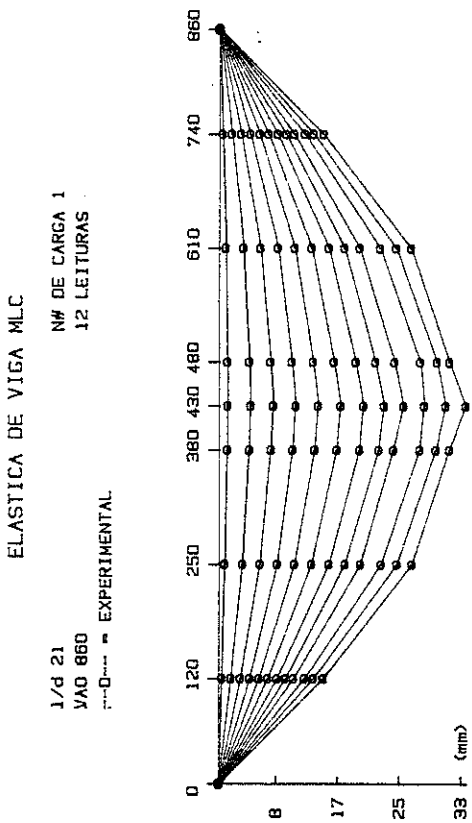
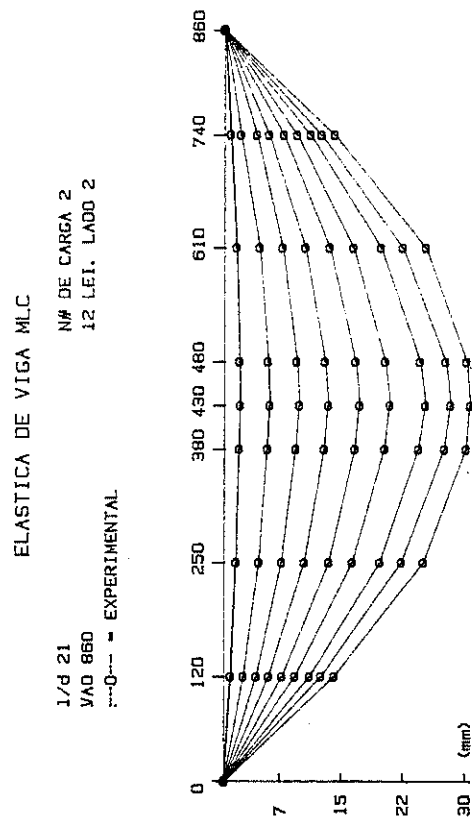
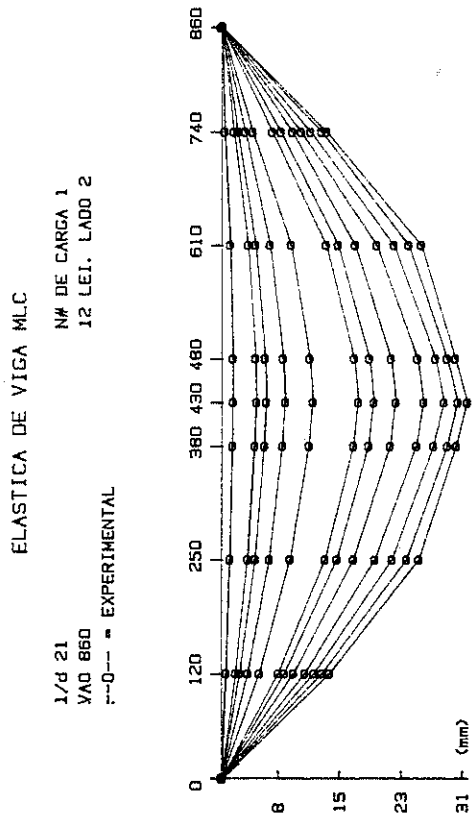


Fig. (6.15) - Gráficos das elásticas para vários níveis de carga

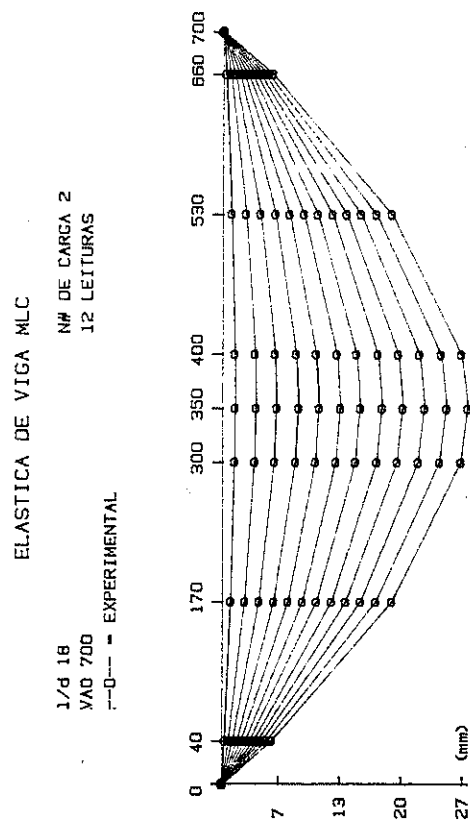
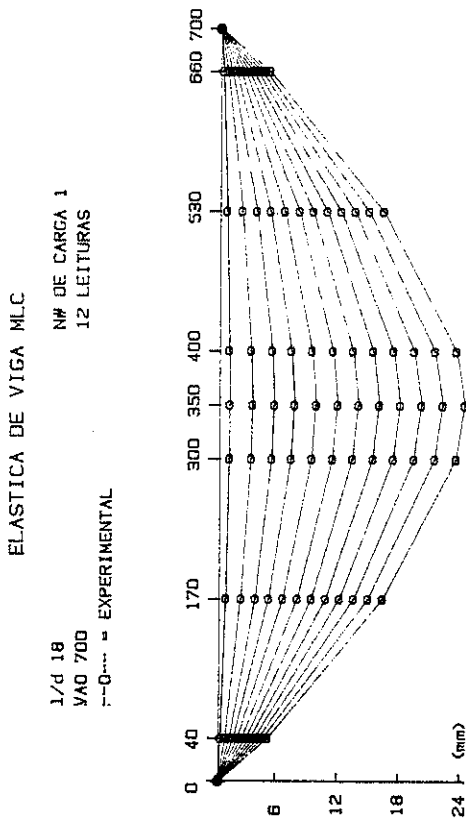
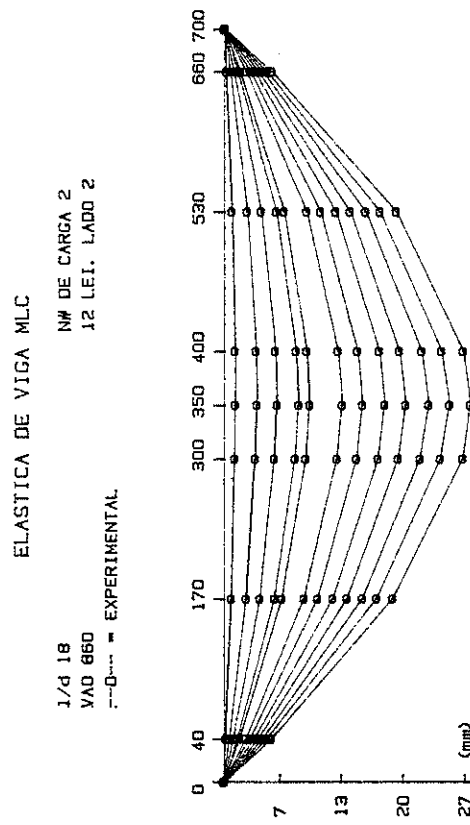
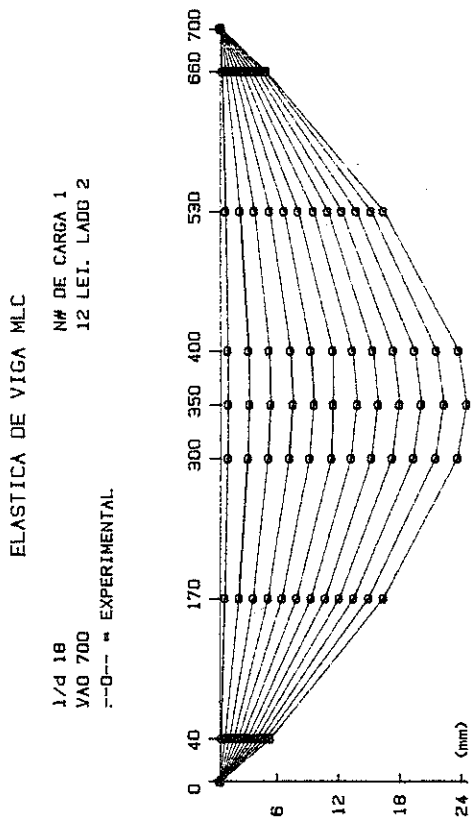


Fig. (6.16) - Gráficos das elásticas para vários níveis de carga

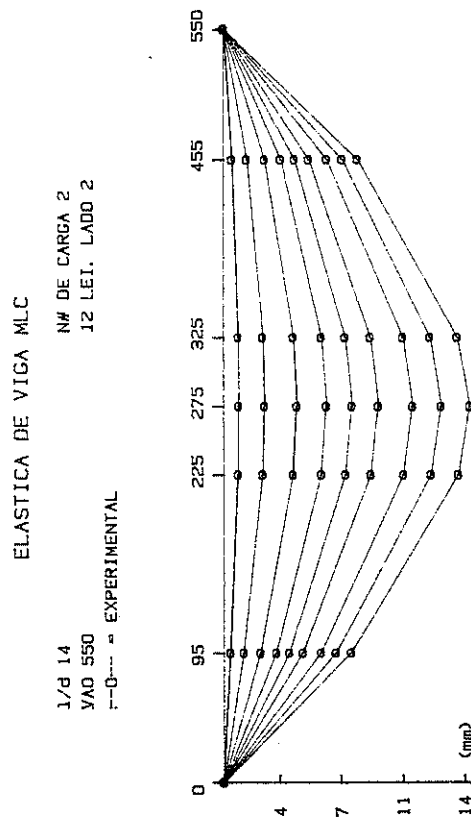
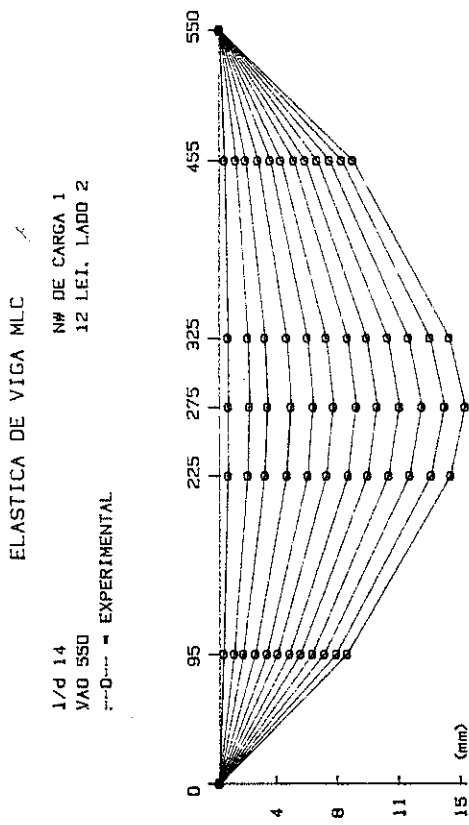
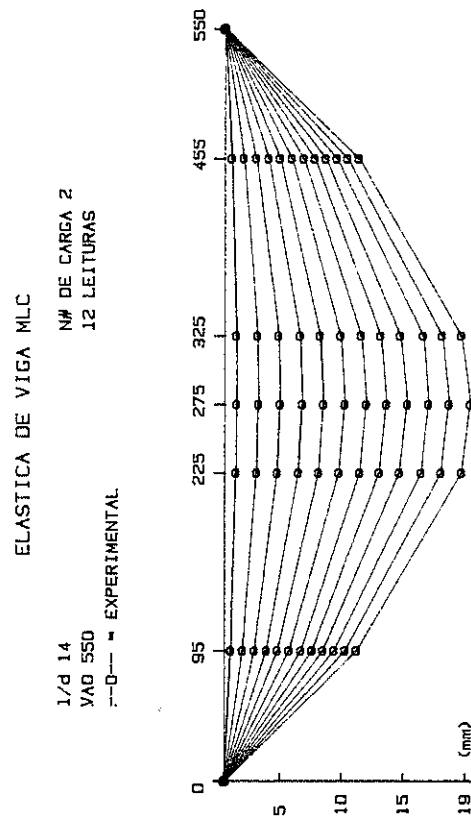
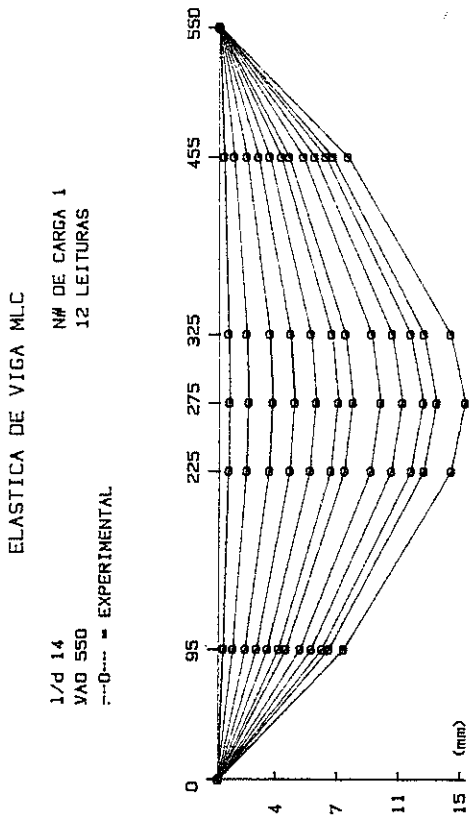


Fig. (6.17) - Gráficos das elásticas para vários níveis de carga

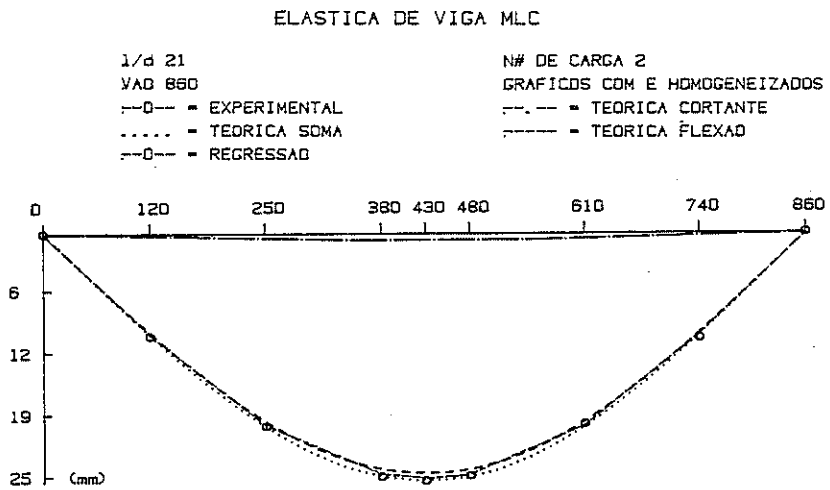
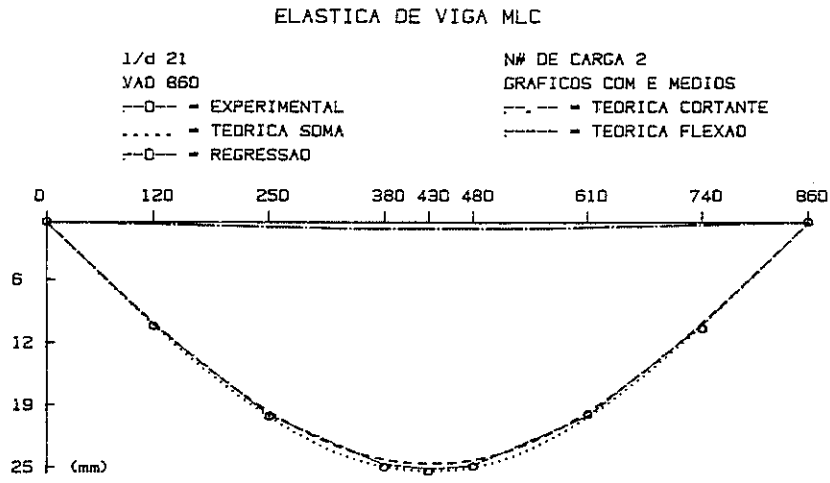


Fig. (6.18) - Comparação das elásticas com E médio e homogeneizado

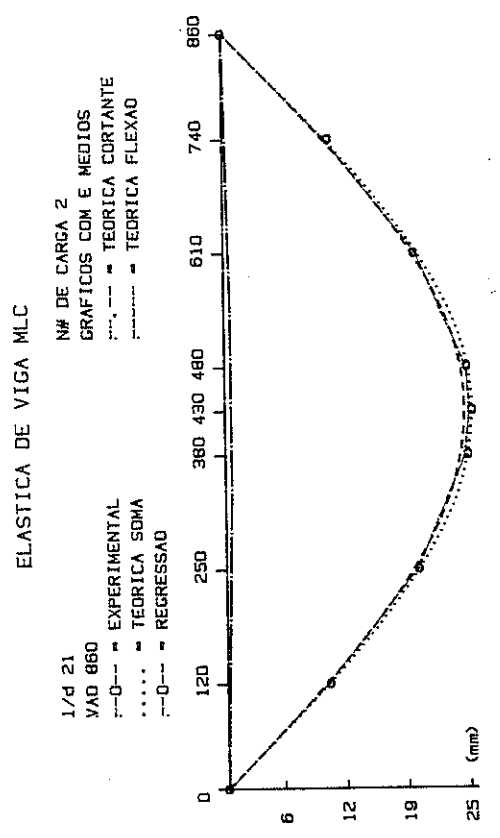
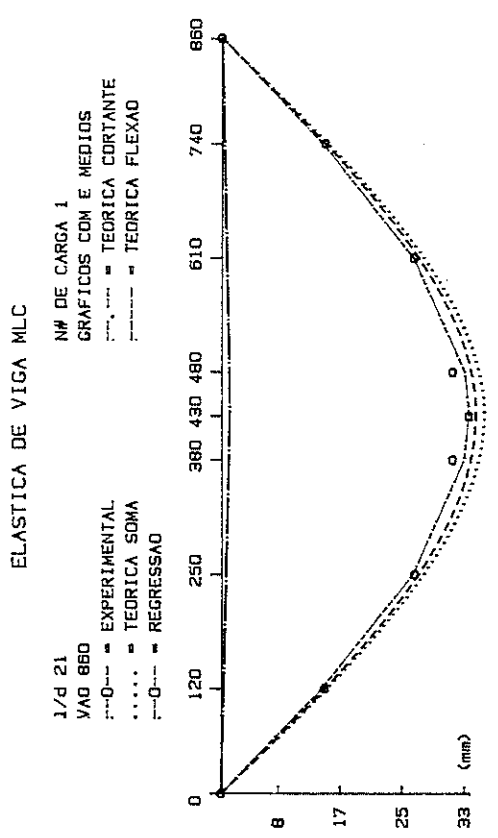
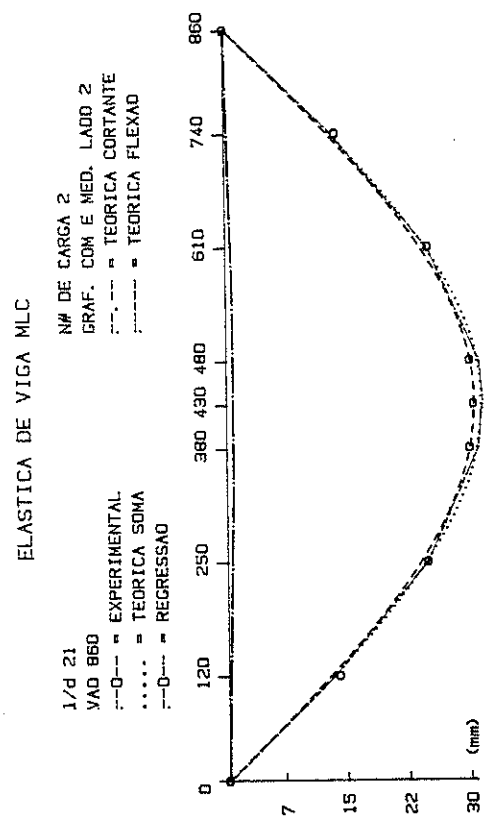
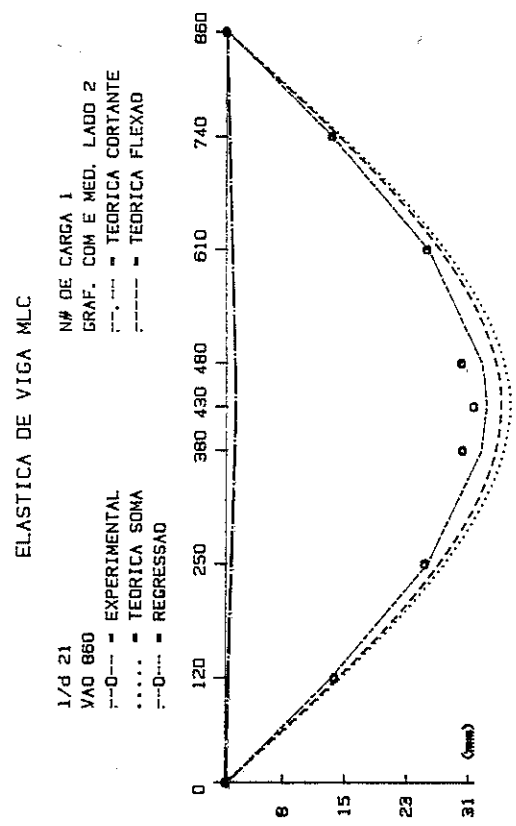


Fig. (6.19) - Gráficos dos elásticos experimentais e teóricos

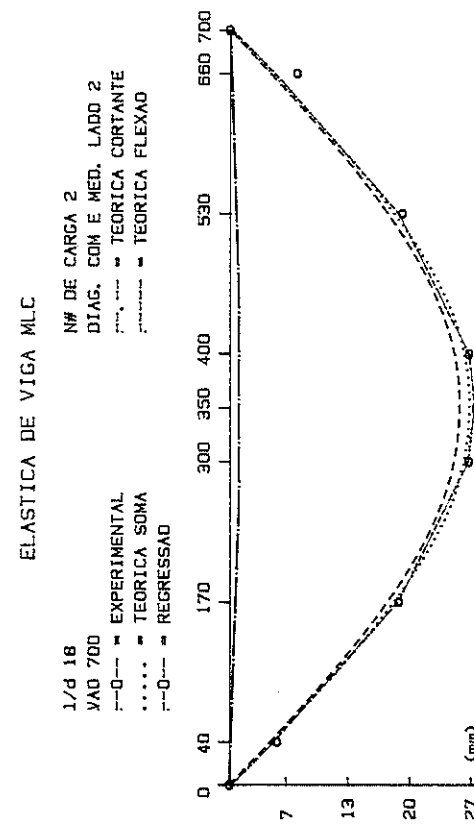
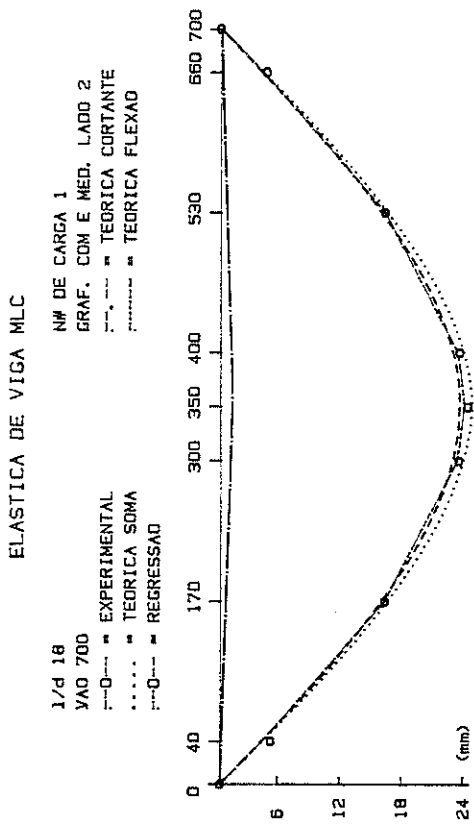
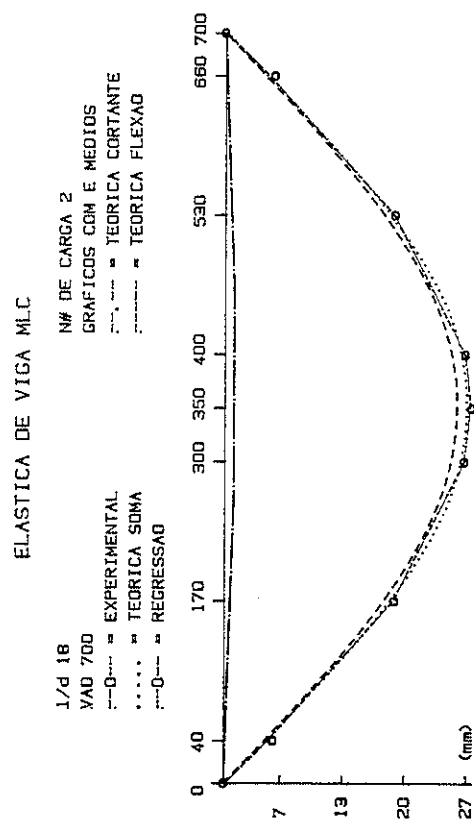
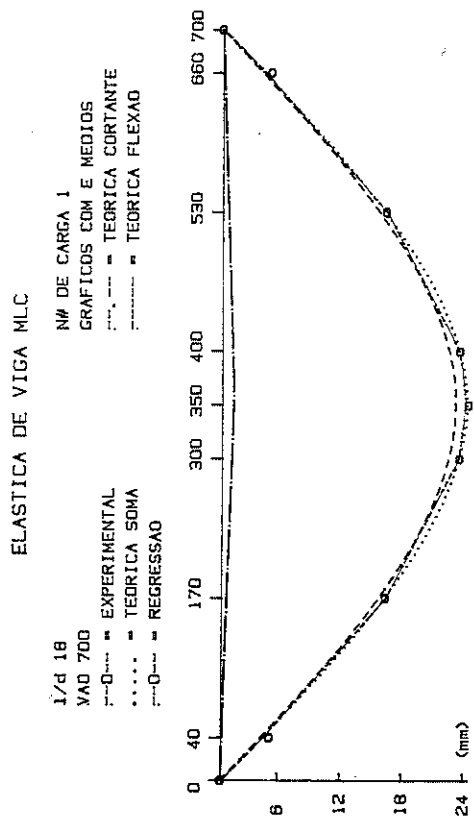


Fig. (6.21) - Gráficos das elásticas experimentais e teóricas

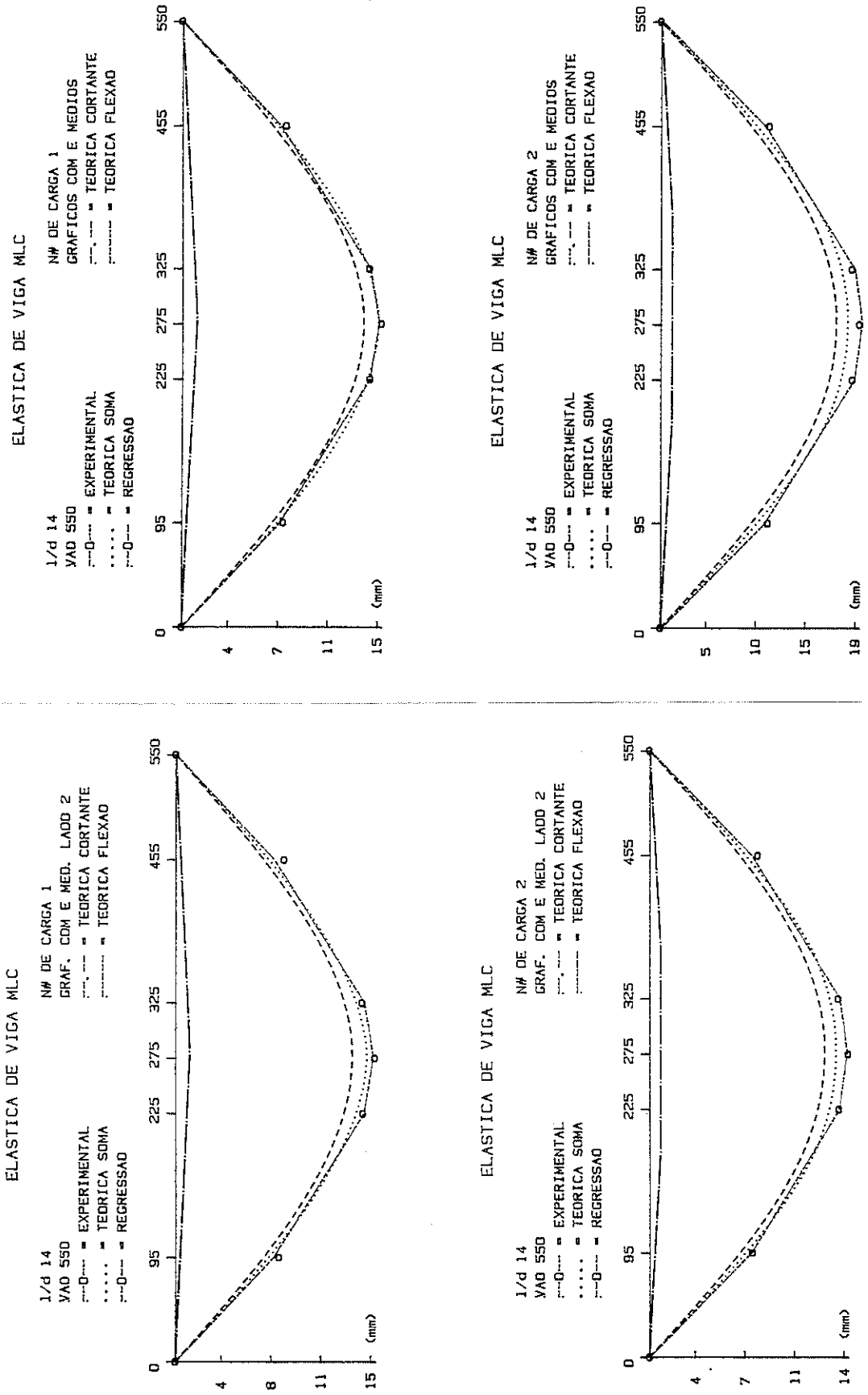


Fig. (6.21) - Gráficos dos elásticos experimentais e teóricos

CAP. VII

INFLUENCIA DA ESCALA NAS PROPRIEDADES MECANICAS DAS VIGAS DE MLC

1. - INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se determinar, através de ensaios, um fator de escala, para viabilizar ensaios em modelos reduzidos com a obtenção de resultados válidos para o protótipo (tamanho padrão).

É apresentado um estudo de sub-regiões, o qual consiste em substituir um número determinado de lâminas por uma só lâmina. O objetivo deste estudo é poder considerar os resultados válidos para o número de lâminas do protótipo (modelo original).

Os ensaios foram realizados em um dispositivo de aplicação de carga. O deslocamento foi lido a cada intervalo de carga, através de extensômetros indutivos por intermédio do SAD. Os dados foram processados em micro computador.

2. - MODELOS ENSAIADOS

Para o estudo da influência da escala nas propriedades mecânicas das vigas de MLC, foi adotada como tamanho padrão a viga de 11,70 cm x 39,05 cm x 860,00 cm, apresentada no capítulo V. Após todos os ensaios realizados com esta viga, foram confeccionados, utilizando as lâminas da viga, dois modelos idênticos, respeitando inclusive o posicionamento das lâminas e o espaçamento das emendas. Estes modelos foram preparados na escala 1:2 e 1:3, figura (7.1). Após os ensaios dos modelos, foram ainda confeccionados, das lâminas dos modelos 1:2 e do modelo padrão, 4 modelos em escala 1:4, 1:5, 1:8 e 1:10.

Para o estudo das sub-regiões foram confeccionadas 12 vigas de MLC, sendo 6 em escala 1:10 e 6 em escala 1:4. Todas as vigas foram retiradas de 3 tábuas de Pinho do Paraná.

3. - INFLUÊNCIA DA ESCALA

Para a determinação da influência da escala nas características mecânicas das vigas, de MLC, foram lidos os deslocamentos ao longo das vigas, para posteriormente determinar o E, o G e o MR.

No modelo em escala 1:1, foram colocados 14 LVDTs ao longo da viga, figura (7.1-a). Nos modelos em escala 1:2 e 1:3, foram colocados 5 LVDTs, ao longo da viga, figura (7.1-b) e (c). Nos modelos 1:4, 1:5, 1:8 e 1:10, foi colocado somente um indutivo na parte central da viga, figura (7.2).

3.1. - APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

As vigas em escala 1:1, 1:2 e 1:3 foram ensaiadas, cada uma, 12 vezes, sendo 6 ensaios com uma carga concentrada no meio do vão e 6 com duas cargas concentradas equidistantes em relação ao meio do vão. Dos 6 ensaios, 3 foram de um lado da viga e 3 invertendo a viga, sendo estes 3 ensaios com relações $L/d = 21, 18$ e 14 .

As vigas em escala 1:4, 1:5, 1:8 e 1:10 foram ensaiadas, cada uma, 8 vezes, sendo 4 com uma carga concentrada no meio do vão e 4 com duas cargas concentradas equidistantes em relação ao meio do vão. Dos 4 ensaios 2 foram de um lado da viga e dois invertendo a viga, sendo estes 2 ensaios com relações $L/d = 21$ e 14 .

A partir das leituras dos LVDTs, foram traçadas as elásticas de cada ensaio. Na figura (7.3), são apresentadas as elásticas de alguns ensaios. Através de regressões lineares simples, utilizando os modelos apresentados nas equações (6.17) até (6.20) e os esquemas de cálculo apresentados no item 4.4, do capítulo VII, foram calculados os E longitudinais, os Gs e os MRs. Na tabela (7.1), são apresentados todos estes resultados. A partir dos quais pode-se afirmar que diminuindo a escala, as constantes elásticas e o módulo de ruptura aumentam, isto pode ser devido a rigidez do adesivo ser maior do que a madeira e nos modelos em escala menor a relação madeira/adesivo é maior, e devido à probabilidade de defeitos da madeira ser menor nos modelos em escala reduzida.

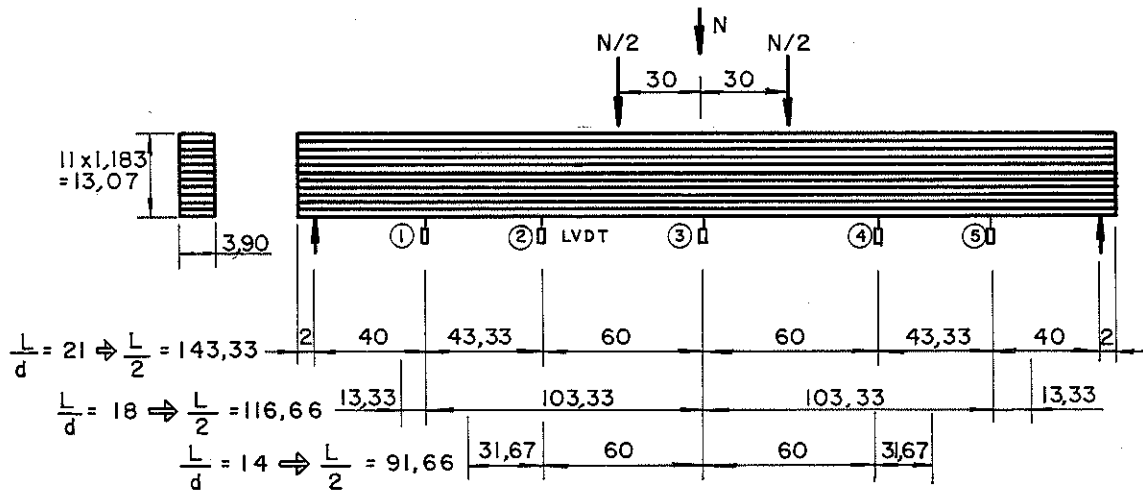
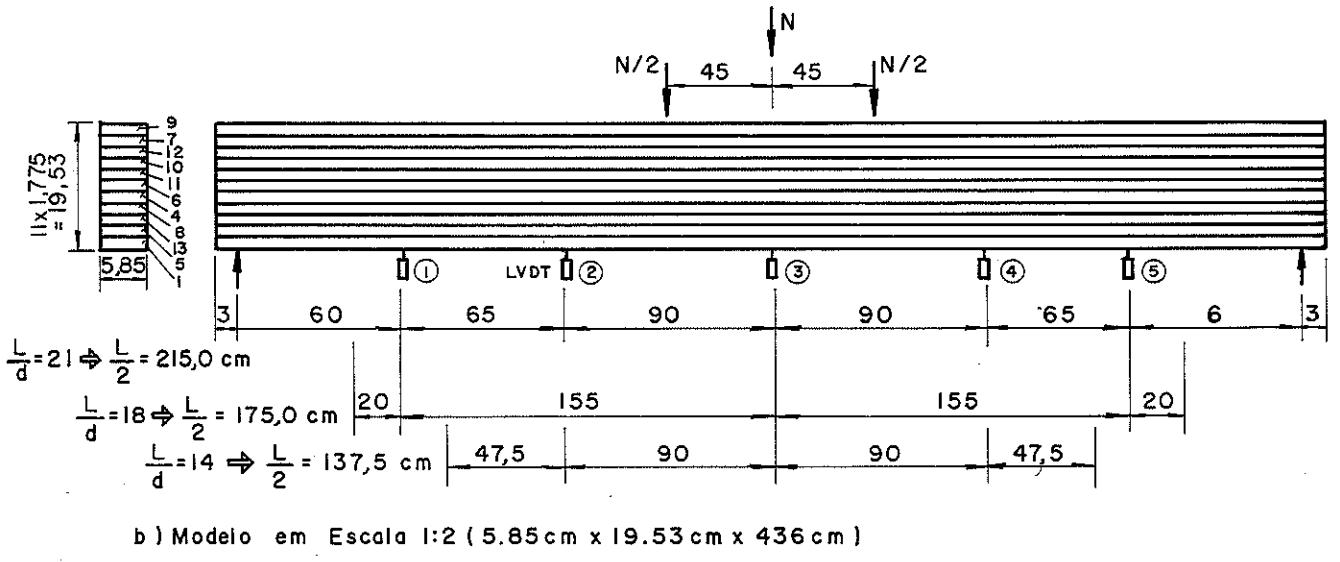
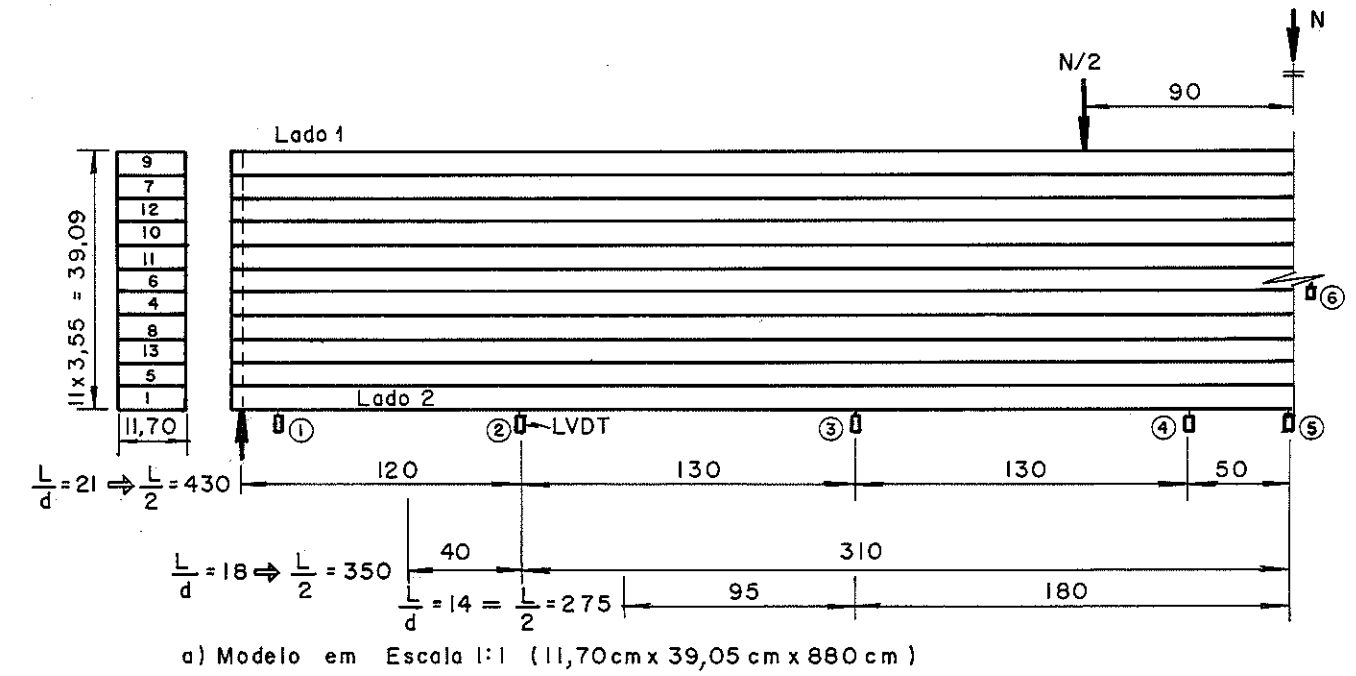


Fig. (7.1) - Esquema do ensaio e localização dos LVDTs.

3.2. - O FATOR DE ESCALA

Para a determinação do fator de escala foi calculada a relação das propriedades mecânicas do modelo em escala 1:1 com as propriedades mecânicas dos outros modelos em escalas menores. Estas relações foram colocadas em gráficos em função da escala.

No gráfico da figura (7.5-a) é apresentada a relação dos módulos de elasticidade obtidos nos ensaios em escala 1:1 e nas outras escalas (E_{esc} / E_{padr}), em função do momento de inércia. Nos gráficos da figura (7.5-b) e da figura (7.4) são apresentadas as relações do módulo de deformação transversal do modelo em escala 1:1 e as restantes escalas (G_{esc} / G_{padr}) e a relação do MR em escala 1:1 e nas outras escalas (MR_{esc} / MO_{padr}), respectivamente, em função da escala.

Será denominado de fator de tamanho do modelo Ft, o valor da relação entre a propriedade mecânica em escala reduzida (1:2,....,1:10) e a do modelo padrão (1:1). Este fator de tamanho aumenta quando a escala do modelo diminui alcançando à porcentagem de 10% para E, 15% para G e 40% para o MR.

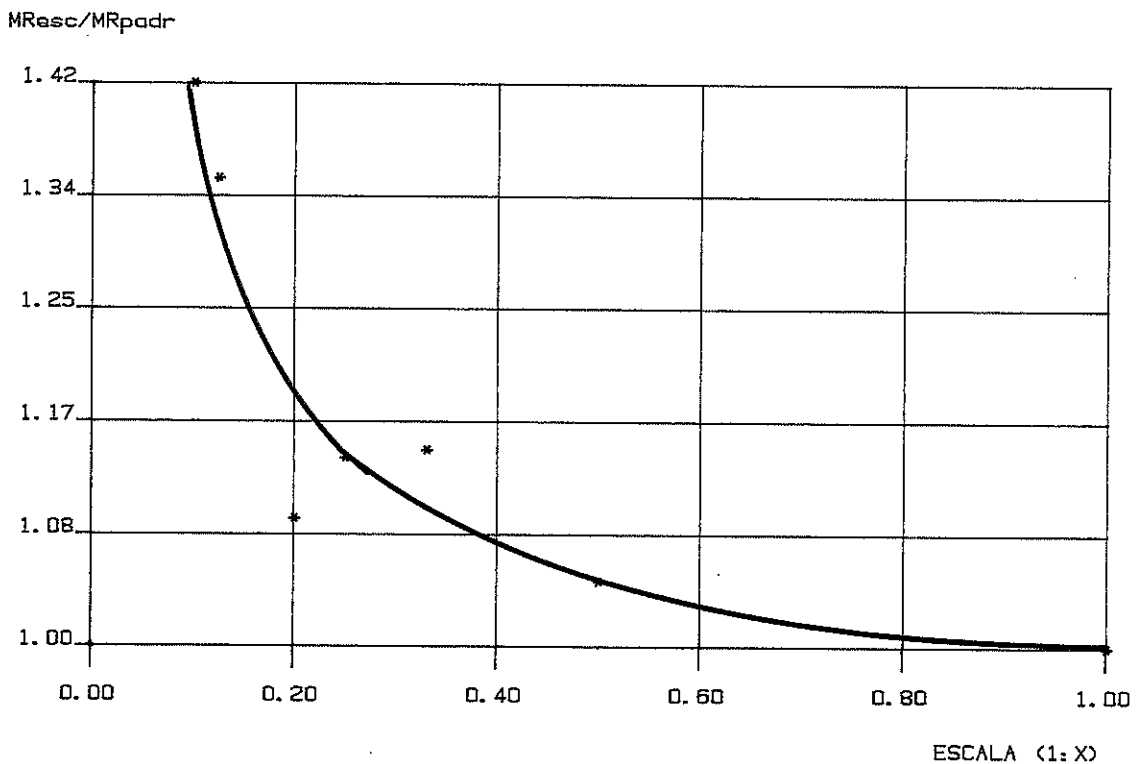
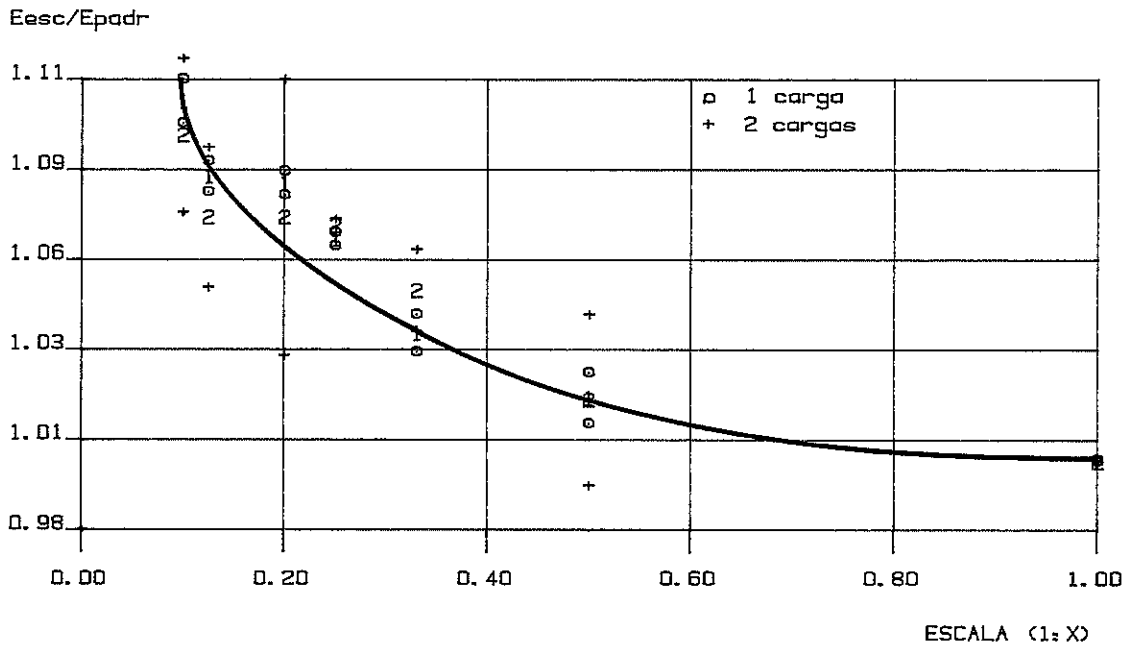
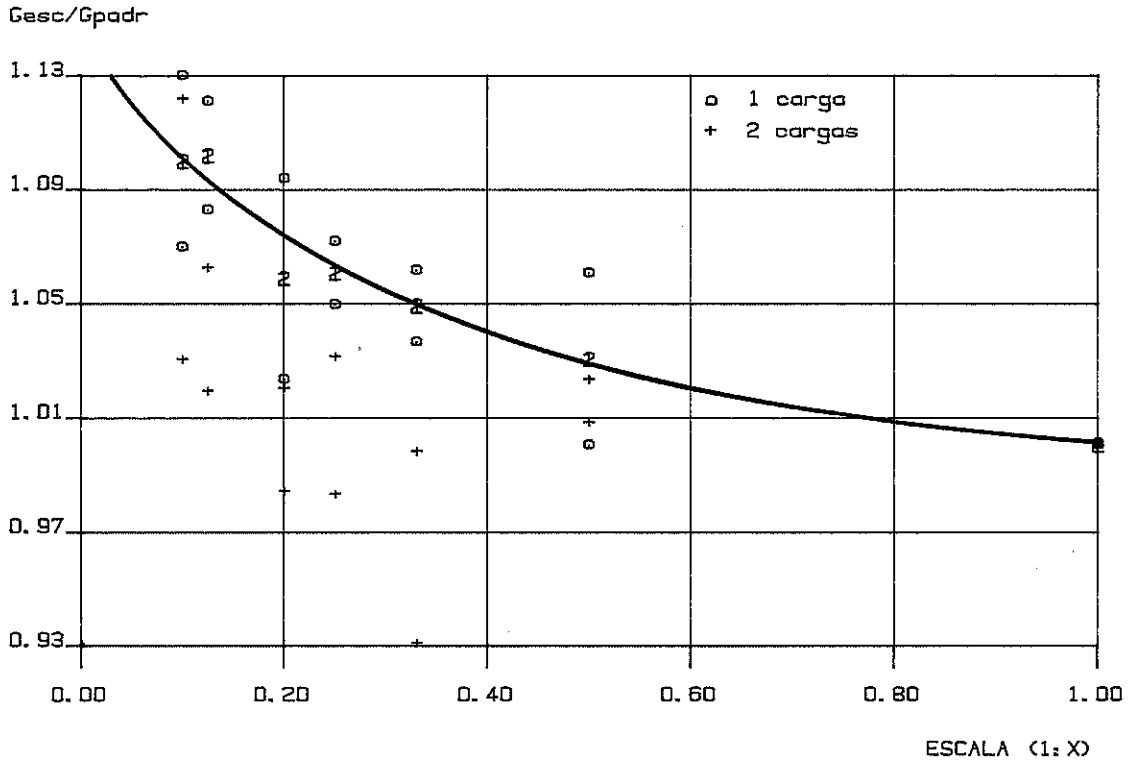


Fig. (7.4) - fator de escala do MR



a) Fator de escala do modulo de elasticidade



b) Fator de escala do modulo de deformacao transversal.

Fig. (7.5) - Fator de escala das constantes elásticas

TABELA (7.1) - PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS VIGAS DE MLC COM ESCALAS DIFERENTES

E S C A L	ENSAIO LADO L/d		1 CARGA		2 CARGAS		MR
			E	G	E	G	
			(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	
1:1	1	21	14950	—	15060	—	85,35
	2	18	14654	436	14654	583	—
	3	14	14222	1235	13521	1338	—
	4	21	14325	—	14932	—	—
	5	18	13927	629	14606	385	—
	6	14	13686	1321	13778	1219	—
1:2	1	21	15340	—	15712	—	89,51
	2	18	14409	635	14833	728	—
	3	14	12921	1235	13500	1267	—
	4	21	14481	—	14829	—	—
	5	18	14188	—	14847	—	—
	6	14	12795	1188	13911	1229	—
1:3	1	21	15430	—	15998	—	97,93
	2	18	15187	322	15935	115	—
	3	14	13586	1280	13995	1236	—
	4	21	15243	—	15505	—	—
	5	18	15620	—	14425	586	—
	6	14	13140	1190	13830	1135	—
1:4	1	21	15950	—	16130	—	97,35
	2	14	13546	1296	13135	1276	—
	3	21	14950	—	15936	—	—
	4	14	12196	1201	13785	1198	—
1:5	1	21	16223	—	16753	—	93,66
	2	14	14183	1263	14639	1218	—
	3	21	15439	—	15395	—	—
	4	14	13925	1225	13785	1242	—
1:8	1	21	16115	—	16453	—	115,16
	2	14	13295	1336	14103	1315	—
	3	21	15325	—	15135	—	—
	4	14	12986	1256	13985	1242	—
1:10	1	21	16438	—	16843	—	121,18
	2	14	14136	1395	14386	1388	—
	3	21	15935	—	16030	—	—
	4	14	13625	1199	13789	1256	—

4. - ESTUDO DE SUB-REGIÕES

O objetivo deste estudo foi determinar um fator para reduzir o número de lâminas de um modelo sem afetar a resistência da viga. Este modelo com lâminas reduzidas, será usado no estudo das emendas.

A análise baseia-se na importância relativa de cada lâmina, na resistência da viga de MLC, feita com relação ao momento

de inércia da lâmina e da viga.

Para a verificação experimental foram confeccionadas 12 vigas de MLC de 3 tábuas de Pinho do Paraná. Na figura (7.6), encontram-se os esquemas das vigas e do ensaio. Nas figuras (7.6-b) e (d), observa-se as sub-regiões adotadas, sendo a região 1,2,4 e 5, composta por duas lâminas e a região central por 3 lâminas. Na tabela (7.2), encontram-se as especificações de cada ensaio.

Os ensaios foram realizados de acordo com as recomendações apresentadas no capítulo IV. com relação vão/altura 21.

TABELA (7.2) - ENSAIOS PARA ESTUDO DAS SUB-REGIÕES, (Dim. cm)

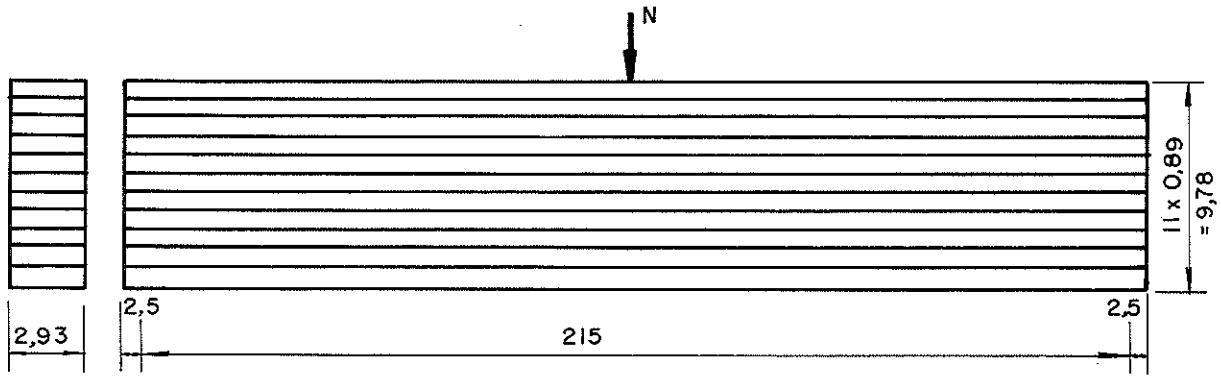
ENSAIO	ESCALA	TÁBUA	NÚMERO LAMI.	ESPESS. LAM. INT.	ESPESS. LAM. EX.	LARGURA	ALTURA	VÃO
1	1:4	1	11	0,89	0,89	2,93	9,76	215
2	1:4	2	11	0,89	0,89	2,93	9,76	215
3	1:4	3	11	0,89	0,89	2,93	9,76	215
4	1:4	1	5	2,67	1,78	2,93	9,76	215
5	1:4	2	5	2,67	1,78	2,93	9,76	215
6	1:4	3	5	2,67	1,78	2,93	9,76	215
7	1:10	1	11	0,355	0,355	1,17	3,90	86
8	1:10	2	11	0,355	0,355	1,17	3,90	86
9	1:10	3	11	0,355	0,355	1,17	3,90	86
10	1:10	1	5	0,71	1,06	1,17	3,90	86
11	1:10	2	5	0,71	1,06	1,17	3,90	86
12	1:10	3	5	0,71	1,06	1,17	3,90	86

4.1. - APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

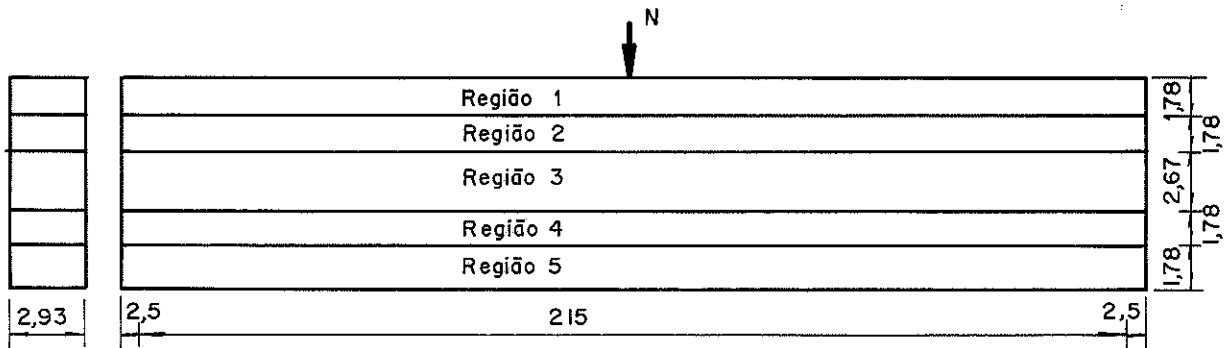
Com o intuito de verificar a importância de cada lâmina em uma viga de MLC, é apresentada a tabela (7.3) contendo uma análise da importância de cada lâmina na viga de MLC, em escala 1:4. O fator apresentado nas 2^a e 6^a coluna, se refere à relação da lâmina estudada e a lâmina central. As lâminas 1 e 11 são responsáveis por 45,22% da resistência da viga de MLC. As regiões 1 e 5 são responsáveis por 74,22% da resistência da viga, embora estas duas regiões representem apenas 36% da madeira da viga.

Na figura (7.7), é apresentado o gráfico carga x flecha de 4 ensaios sendo: um em escala 1:4 com 11 lâminas, escala 1:4 com 5 lâminas, 1:10 com 11 lâminas e 1:10 com 5 lâminas.

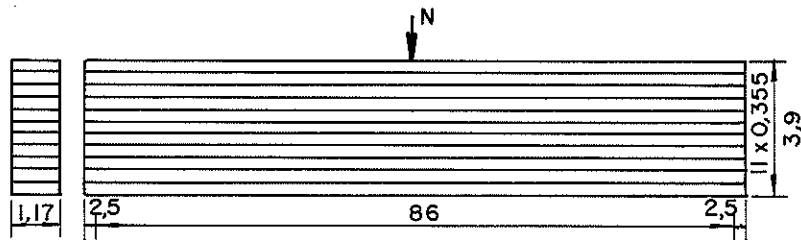
Nota-se um certo enrijecimento da viga provavelmente devido ao número de lâminas e à quantidade de adesivo ser maior, nas vigas com 11 lâminas.



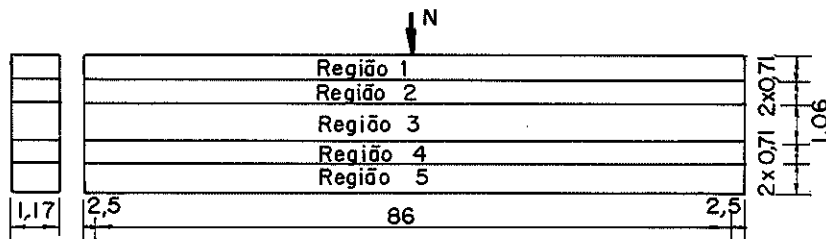
a) Modelo Escala 1:4 , com 11 Lâminas



b) Modelo Escala 1:4 , com 5 Lâminas



c) Modelo Escala 1:10, com 11 Lâminas



d) Modelo Escala 1:10 , com 5 Lâminas

Fig. (7.6) .- Vigas para estudos das sub-regiões.

TABELA (7.3) - ANÁLISE DA IMPORTÂNCIA DE CADA LÂMINA NA VIGA DE MLC EM ESCALA 1:4

LÂMINA	FATOR	PORCEN.	REG.LAM.	FATOR	PORCENTAGEM
1	283	22,61	1	1	12,12 37,11
2	181	14,50	—	2	—
3	102	8,19	2	3	3,85 11,87
4	46	3,68	—	4	—
5	12	0,98	—	5	—
6	1	0,08	3	6	1,50 2,04
7	12	3,98	—	7	—
8	46	3,68	4	8	3,85 11,87
9	102	14,50	5	10	12,12 37,11
10	181	14,50	5	10	12,12 37,11
11	283	22,61	—	11	—

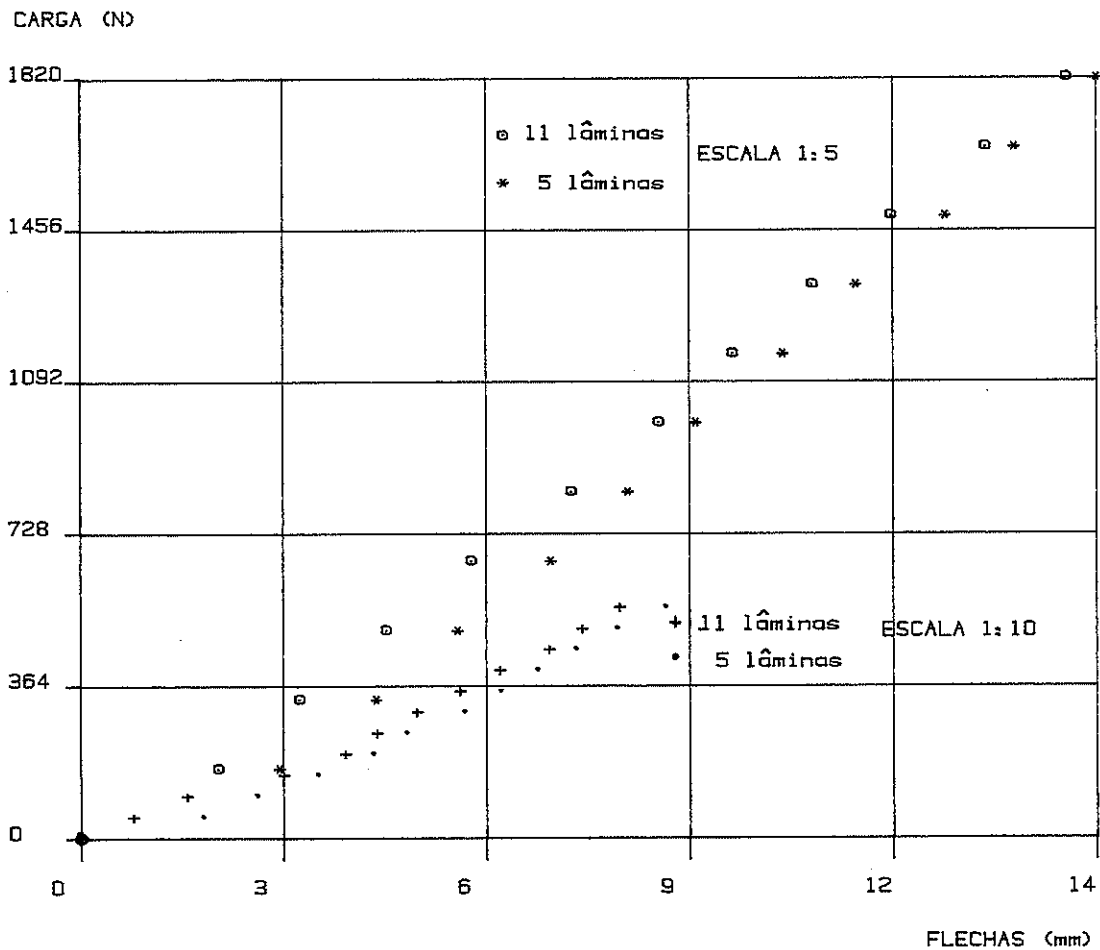


Fig. (7.7) - Gráfico, carga x flecha. Modelos para estudo de sub-regiões

Na tabela (7.4), encontram-se os módulos de elasticidade, determinados através de uma regressão linear, os módulos de ruptura e os fatores de ponderação de cada ensaio.

TABELA (7.4) - RESULTADOS DE ENSAIO E CÁLCULO DO FATOR DE PONDERAÇÃO DOS ENSAIOS DE SUB-REGIÕES

ESCALA	TÁBUA	NÚMERO LAMINA	E MPa	MR MPa	FATOR DO E	FATOR DO MR
		1	12845	92,15	—	—
		2	12486	79,36	—	—
		3	13386	96,48	—	—
1:4	MED	—	12905	89,33	0,974	0,878
		1	12586	81,68	—	—
		2	12349	69,38	—	—
		3	12789	84,40	—	—
	MED	—	12575	78,49	—	—
		1	16054	95,80	—	—
		2	16642	102,16	—	—
		3	17042	99,58	—	—
1:10	MED	—	16579	99,18	0,956	0,940
		1	15534	88,74	—	—
		2	15524	89,62	—	—
		3	16509	101,37	—	—
	MED	—	15856	93,24	—	—
MÉDIA GERAL					0,965	0,909

5- CONCLUSÕES

O tamanho influi nas propriedades mecânicas da madeira (E, G e MR). Esta influência é devida ao enrijecimento ocasionado pelo adesivo e a redução da influência de alguns defeitos da madeira em função da escala. O valor desta influência, é dada pelo fator de tamanho (Ft), apresentado nas figuras (7.4) e (7.5).

Os modelos em escala 1:4 com 11 lâminas podem ser substituídos por modelos em escala 1:10 com 5 lâminas, considerando fatores de ponderação iguais a 0,965 para E e 0,909 para o MR.

CAP VIII

INFLUENCIA DO NUMERO DE LAMINAS NA RESISTENCIA
DAS VIGAS DE MLC1. - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é verificar se existe influência do número de lâminas nas propriedades mecânicas das vigas de MLC.

Através de um planejamento experimental de modelos reduzidos e dos resultados dos ensaios, foram determinados coeficientes de ponderação relativos à influência do número de lâminas nas vigas de MLC.

2. - MODELOS ENSAIADOS E INSTRUMENTAÇÃO

As vigas MLC foram fabricadas, em escala 1:5 do modelo original ou padrão e de 3 tábuas de Pinho do Paraná. Foram escolhidas tábuas isentas de defeitos visíveis. De cada tábua foram fabricadas 6 vigas, sendo uma maciça e as outras com 6, 10, 20, e 25 lâminas. As dimensões das vigas foram mantidas tão próximas quanto possível. Na tabela (8.1), são apresentadas as dimensões das vigas e as espessuras das lâminas. As lâminas foram cuidadosamente cortadas na espessura necessária, largura de 2,34 cm e comprimento de 200,00 cm. Imediatamente após o corte das lâminas, as vigas foram montadas, ainda sem aplicação do adesivo, para evitar qualquer troca nas lâminas. O adesivo, à base de resorcinol, foi aplicado nas lâminas através de um rolo. Esperou-se 20 minutos para ocorrer a penetração do adesivo, a seguir juntaram-se as lâminas e aplicou-se pressão, através do sistema indicado, na figura (6.5), do capítulo IV.

O controle de pressão, cura do adesivo e acabamento das vigas de MLC, foi feita de acordo com as recomendações apresentadas no capítulo IV.

A umidade das vigas variou de 12,26% a 12,67% e a densidade de 5,53 kN/m³ a 6,42 kN/m³.

Para cada uma das 18 vigas foram realizados 4 ensaios de flexão: o primeiro em todo o vão da viga com uma relação $L/d = 21$, fig. (8.1-a), isto para determinar o E da viga desprezando a deformação devida ao esforço cortante, e o segundo com um vão correspondente à relação $L/d = 14$, fig. (8.1-b), isto para se levar em consideração a deformação devida ao esforço cortante e para determinar o módulo de deformação transversal (G). Os outros 2 ensaios foram realizados invertendo a viga.

Para a medida dos deslocamentos foi instalado no meio do vão um LVDT. A aplicação da carga foi feita através de um cilindro hidráulico instalado em um conjunto de reação. A medição da carga concentrada no meio do vão foi realizada através de um anel dinamométrico.

As vigas de MLC, sobre apoios articulados, foram contraventadas em sua parte superior (apoios de garfo) para evitar perda de estabilidade. A carga foi aplicada no meio do vão à razão de 10 MPa/minuto, os deslocamentos foram lidos a intervalos de 200N, no caso de $L/d = 21$ e 300N no caso a $L/d = 14$, até o limite de proporcionalidade.

Atingindo o limite de proporcionalidade foi retirado o LVDT para evitar um possível dano. Em seguida a viga foi levada até a ruptura.

3. - CÁLCULOS E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

As equações para determinar as constantes elásticas foram as equações da elástica apresentadas no capítulo VI, equações (6.17) e (6.19).

3.1. - MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL (E)

A partir dos pares de valores (carga x flecha), determinados, no ensaio com a relação $L/d = 21$, e através de uma regressão linear obteve-se a inclinação θ da reta. Com a equação (8.1), da flecha, desprezando a contribuição da cortante, tem-se:

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{L^3}{48EI} N & \Rightarrow & & N &= \frac{48EI}{L^3} f \\
 N &= \theta f & ; & & E &= \frac{\theta L^3}{48I}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f &= \frac{L^3}{48EI} N \\ N &= \theta f \end{aligned}} \right\} (8.1)$$

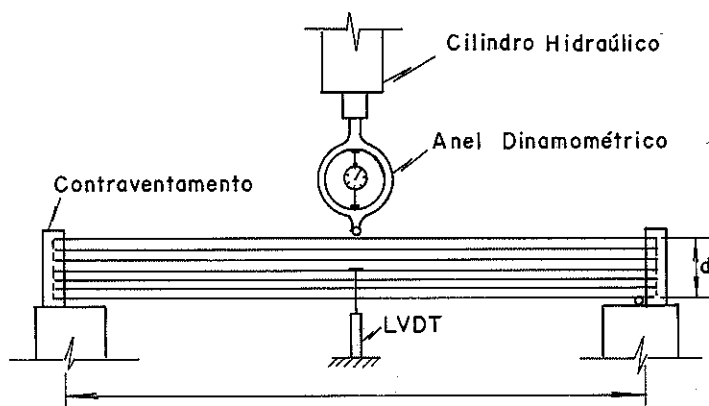
Sendo:

f = flecha da viga

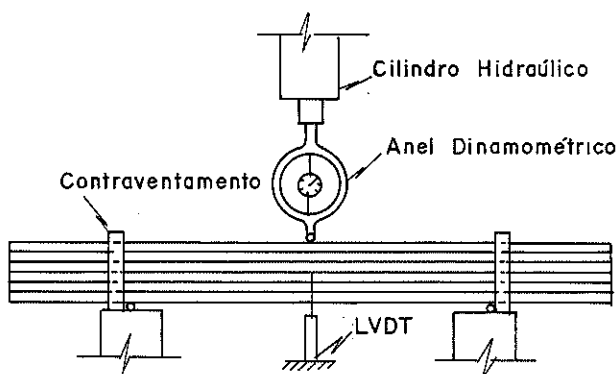
N = carga aplicada

α = inclinação da curva carga x flecha.

Na tabela (8.1), na 7^a coluna são apresentados os valores de E para todas as vigas.



a) Esquema de Ensaio com $L/d = 21$



b) Esquema de Ensaio com $L/d = 14$

Fig. (8.1) - Esquema de ensaio para a determinação da influência do número de lâminas.

3.2. - MÓDULO DE DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL (G)

Com os pares de valores (carga x flecha), obtidos do ensaio à flexão com $L/d = 14$, determinou-se, através de uma regressão linear, o coeficiente de inclinação da curva, carga x flecha. Com a equação (8.2) da flecha, considerando a contribuição da cortante e o fator de cisalhamento obtido no capítulo VI, ($\alpha_c =$

2,387), obtem-se o módulo de deformação transversal como segue:

$$\left. \begin{aligned}
 f &= \frac{L^3}{48EI} N + \frac{\alpha_c L}{4GA} N \Rightarrow N = \frac{1}{\left(\frac{L^3}{48EI} + \frac{\alpha_c L}{4GA}\right)} f \\
 \varphi &= \frac{1}{\left(\frac{L^3}{48EI} + \frac{\alpha_c L}{4GA}\right)} \Rightarrow G = \frac{\alpha_c L}{4A \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{L^3}{48EI}\right)}
 \end{aligned} \right\} (8.2)$$

Sendo:

E= módulo de elasticidade determinado a partir do ensaio com L/d = 21

ϕ= inclinação da curva, carga x flecha, com L/d = 14

Na tabela (8.1), na 8ª coluna, são apresentados os valores de G.

3.3. - MÓDULO DE RUPTURA (MR)

Como já mencionado anteriormente o valor do módulo de ruptura é apenas comparativo e convencionalmente pode ser calculado pela equação (8.3).

$$MR = \frac{M}{W} = \frac{3(L/d)}{4bd} N_{rup} \quad (8.3)$$

Sendo:

M= momento solicitante

W= módulo de resistência

Na tabela (8.1), na 9ª coluna são apresentados os valores do MR calculados para 18 vigas.

3.4. - RUPTURA DAS VIGAS

Ocorreram 4 tipos de ruptura: por tracção, na lâmina externa tracionada da viga; por compressão, exatamente no ponto de aplicação da carga; por cisalhamento, ao longo do eixo longitudinal da viga e por delaminação da linha adesiva. Frequentemente,

ocorreram combinações destes tipos de ruptura. A ruptura por tração ocorreu em todas as vigas. Entretanto a causa da ruína da viga não ocorreu somente por tração, mas também por cisalhamento e por de laminação da viga.

Na ruptura das vigas a primeira falha ocorreu exatamente na lâmina mais afastada do eixo de simetria e em seguida desenvolveu-se a falha, ao longo das lâminas vizinhas. O ângulo entre a primeira falha e o plano axial foi próximo de 50° .

4. - ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na figura (8.2), é apresentado um gráfico relacionando o quociente do E_{MLC} / E_{MACICA} , (módulo de elasticidade da viga de MLC e da viga maciça), em função do número de lâminas. A reta representa a regressão linear entre este quociente e o número de lâminas. Nota-se um aumento de rigidez da viga de MLC quando aumenta o número de lâminas, em média de 25% para 25 lâminas. Isto ocorre, provavelmente, devido ao número de linhas adesivas na viga de MLC, tornando-a mais rígida, evidenciando ser maior o E do adesivo.

Nas figuras (8.3) e (8.4) são apresentados os gráficos relacionando o quociente G_{MLC} / G_{MACICA} em função do número de lâminas e o quociente Mor_{MLC} / G_{MACICA} em função do número de lâminas, respectivamente. As retas representam as regressões lineares. Nota-se um ligeiro aumento destes quocientes com o número de lâminas. Obviamente isto pode ser atribuído, também, ao aumento do número de linhas adesivas na viga de MLC. O aumento médio para 25 lâminas ocorreu em torno de 35% para o G e de 15% para o MR.

5. - CONCLUSÕES

Os resultados experimentais revelam que o número de lâminas exerce influência no módulo de elasticidade, no módulo de deformação transversal e no módulo de ruptura. Esta influência pode ser determinada através dos coeficientes de ponderação determinados nas figuras (8.2), (8.3) e (8.4).

TABELA (8.1) - DADOS E RESULTADOS DAS VIGAS PARA ESTUDO DA INFLUENCIA DO NUMERO DE LAMINAS.

TABUA LADO	VIGA	Nº LAMINAS	ESPESSURA (cm)	ALTURA (cm)	L/d	E MPA	G MPa	MR MPa
1	v1	0	—	8,34	21,22	11411	743	48,03
	v2	6	1,42	8,57	20,73	9400	461	50,38
	v3	10	0,83	8,35	20,90	11803	967	53,92
	v4	13	0,66	8,63	20,97	9501	624	57,22
	v5	20	0,42	8,43	21,45	9597	432	59,92
	v6	25	0,33	8,47	21,00	11639	878	61,93
2	v1	0	—	8,34	20,87	12537	871	66,30
	v2	6	1,40	8,43	21,00	12335	874	66,64
	v3	10	0,85	8,52	20,48	12409	934	67,16
	v4	13	0,65	8,54	20,54	12440	822	68,85
	v5	20	0,42	8,42	20,78	12348	1090	70,00
	v6	25	0,34	8,57	20,83	12375	823	71,06
3	v1	0	—	8,33	21,01	12463	815	81,93
	v2	6	1,43	8,56	20,65	14144	1081	82,80
	v3	10	0,86	8,57	20,64	12521	957	88,21
	v4	13	0,66	8,56	20,51	15575	610	99,35
	v5	20	0,42	8,42	20,87	17979	1276	99,76
	v6	25	0,34	8,56	21,03	16209	1074	99,00
1	v1	0	—	8,34	21,22	11047	716	—
	v2	6	1,42	8,54	20,73	9547	434	—
	v3	10	0,83	8,35	20,90	11946	984	—
	v4	13	0,66	8,63	20,97	10375	708	—
	v5	20	0,42	8,43	21,45	10011	484	—
	v6	25	0,33	8,47	21,00	12239	1262	—
3	v1	0	—	8,34	20,37	12626	817	—
	v2	6	1,40	8,43	21,00	11441	837	—
	v3	10	0,85	8,52	20,48	12246	904	—
	v4	13	0,65	8,54	20,54	12307	778	—
	v5	20	0,42	8,42	20,78	12342	810	—
	v6	25	0,34	8,57	20,83	12472	888	—
3	v1	0	—	8,33	21,01	13186	869	—
	v2	6	1,42	8,56	20,65	14326	1266	—
	v3	10	0,83	8,57	20,64	12550	1285	—
	v4	13	0,66	8,56	20,57	15475	1169	—
	v5	20	0,42	8,42	20,87	16298	1014	—
	v6	25	0,33	8,56	21,03	15439	892	—

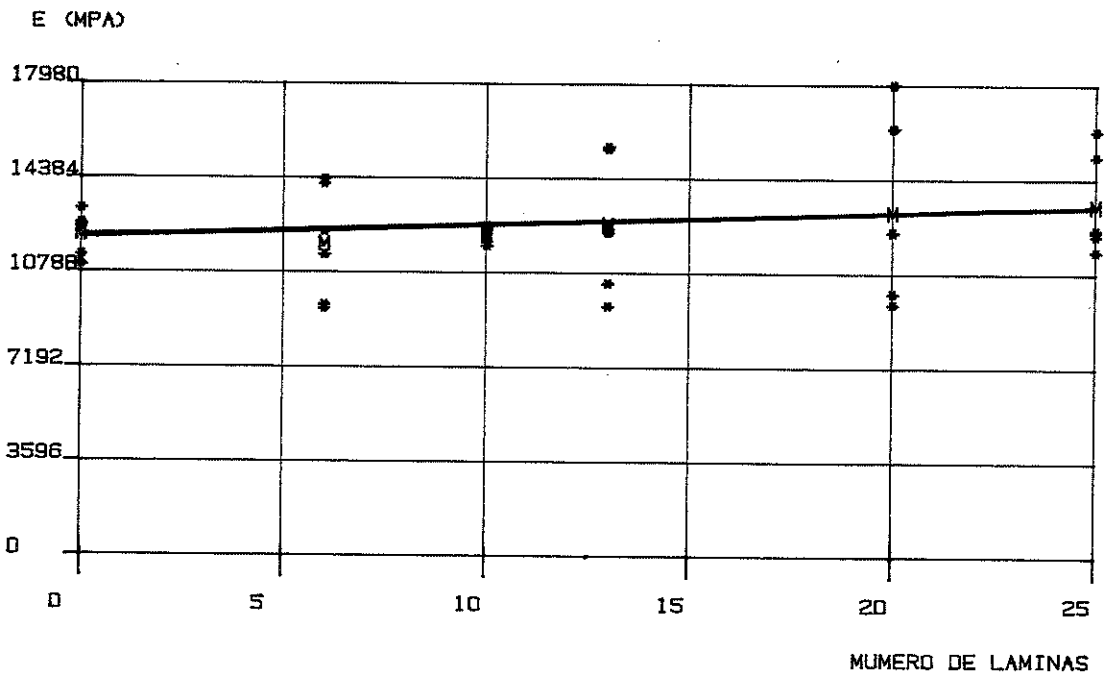


Figura (8.2) - Influência do número de lâminas no módulo de elasticidade

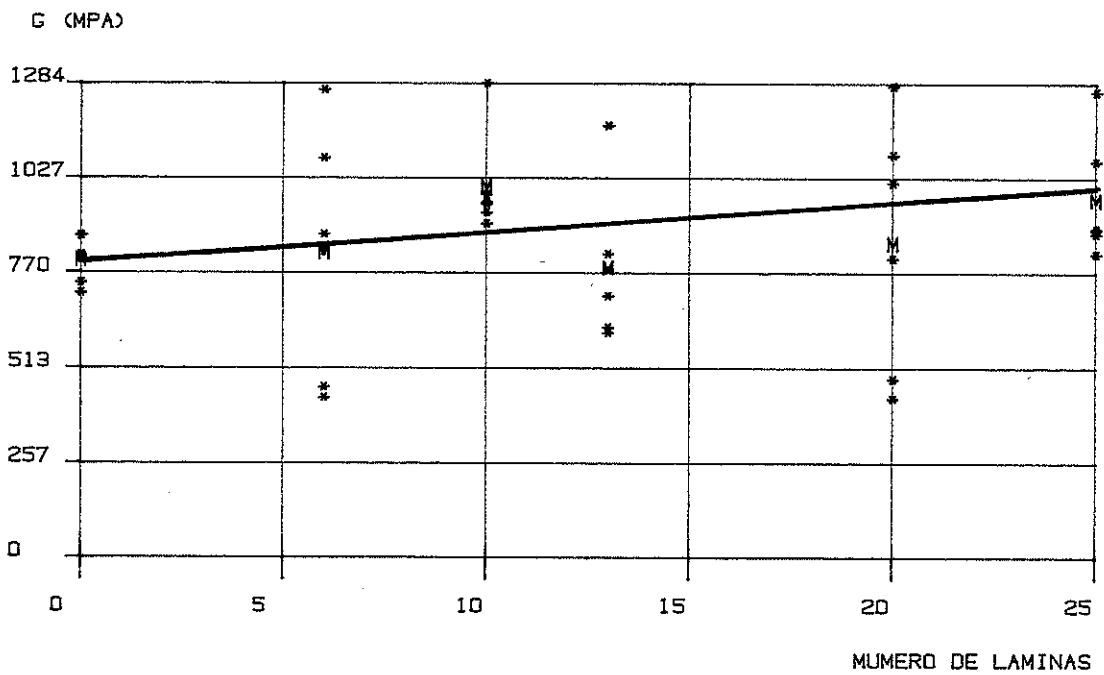


Fig. (8.3) - Influência do número de lâminas no módulo de deformação transversal

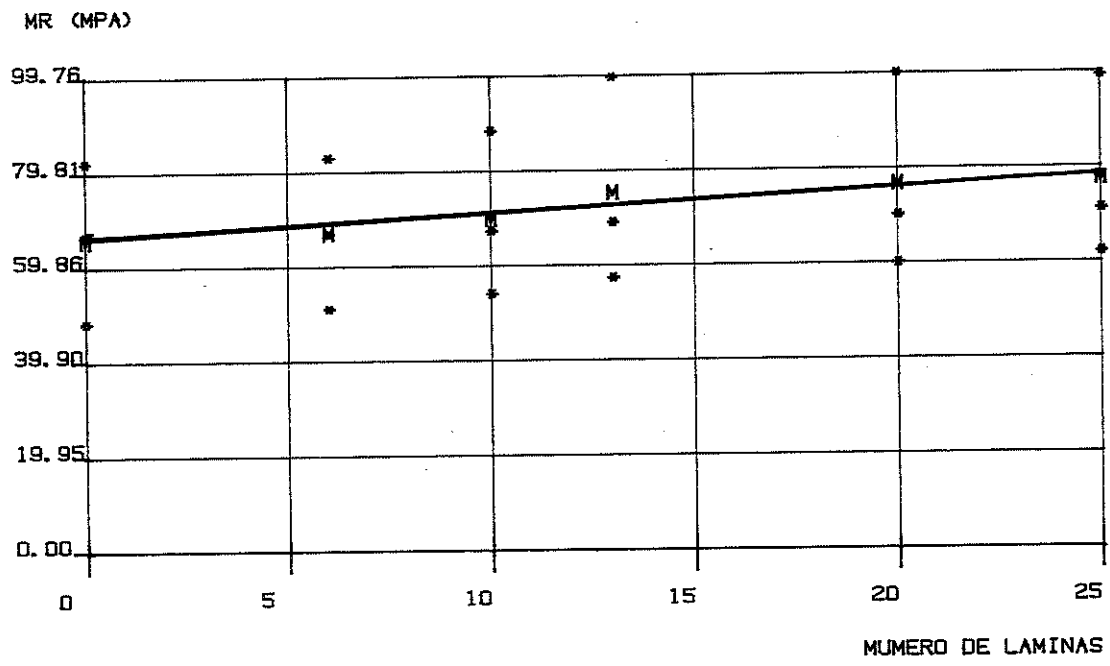


Fig. (8.4) - Influência do número de lâminas no MR

CAP IX

INFLUENCIA DAS EMENDAS LONGITUDINAIS NA RESISTENCIA DAS VIGAS DE MLC.

1. - INTRODUÇÃO

A finalidade deste capítulo é determinar a influência das emendas na resistência e no módulo de elasticidade das vigas de MLC. Para determinar esta influência foram realizadas várias séries de ensaios.

A análise dos resultados do ensaio das vigas com emendas foi feita comparando-se com os resultados de ensaio das vigas sem emendas, confeccionadas da mesma tábua.

São apresentados vários gráficos indicando esta influência.

2. - MODELOS ENSAIADOS E INSTRUMENTAÇÃO

Todos os modelos ensaiados neste capítulo foram montados na escala 1:10. O número de lâminas de todos os modelos foi 5. As 4 lâminas externas representam, cada uma, 2 lâminas do modelo original da viga e a lâmina central representa 3, ver item 4, do capítulo 8 (estudo de sub-regiões). Cada lâmina posicionada na parte externa da viga é responsável por 74,22% da resistência da viga representando apenas 36% da madeira da viga.

Todas as vigas foram ensaiadas à flexão com carga concentrada no meio do vão. Para a leitura das flechas foi instalado um LVDT, no meio do vão. Com os pares de valores (carga x flecha), para cada intervalo de carregamento pré-estabelecido e através de uma regressão linear simples, foram determinados os módulos de elasticidade. Após a leitura de todos os pares de valores, foi retirado o LVDT e a viga foi carregada até a ruptura. Com a carga de ruptura determinou-se o MR.

Foram realizados no total 156 ensaios. Destes, 30 foram realizados para definir o comportamento da inclinação do

bisel de uma emenda biselada, 42 para estudar o comportamento das emendas biseladas, de topo e encaixadas quando localizadas nas lâminas externas, 18 quando localizadas nas lâminas internas e 66 ensaios para o estudo do espaçamento das emendas biseladas e de topo.

3. - COMPORTAMENTO DAS EMENDAS BISELADAS EM FUNÇÃO DA INCLINAÇÃO DO BISEL

É objetivo deste item é determinar a inclinação do bisel, de uma emenda biselada, com a qual a lâmina recupera sua capacidade de resistência, quando a lâmina é solicitada à tração ou à compressão.

As vigas foram confeccionadas de três tábuas de Pinho do Paraná escolhidas ao acaso. De cada tábua foram fabricadas 5 vigas, das quais, 4 delas foram manufaturadas com uma emenda biselada na lâmina externa. A inclinação do bisel foi diferente para cada viga, a saber, 1:5, 1:8, 1:10 e 1:15. A última viga foi confeccionada sem emendas. Na figura (9.1), são apresentados, os esquemas destas vigas.

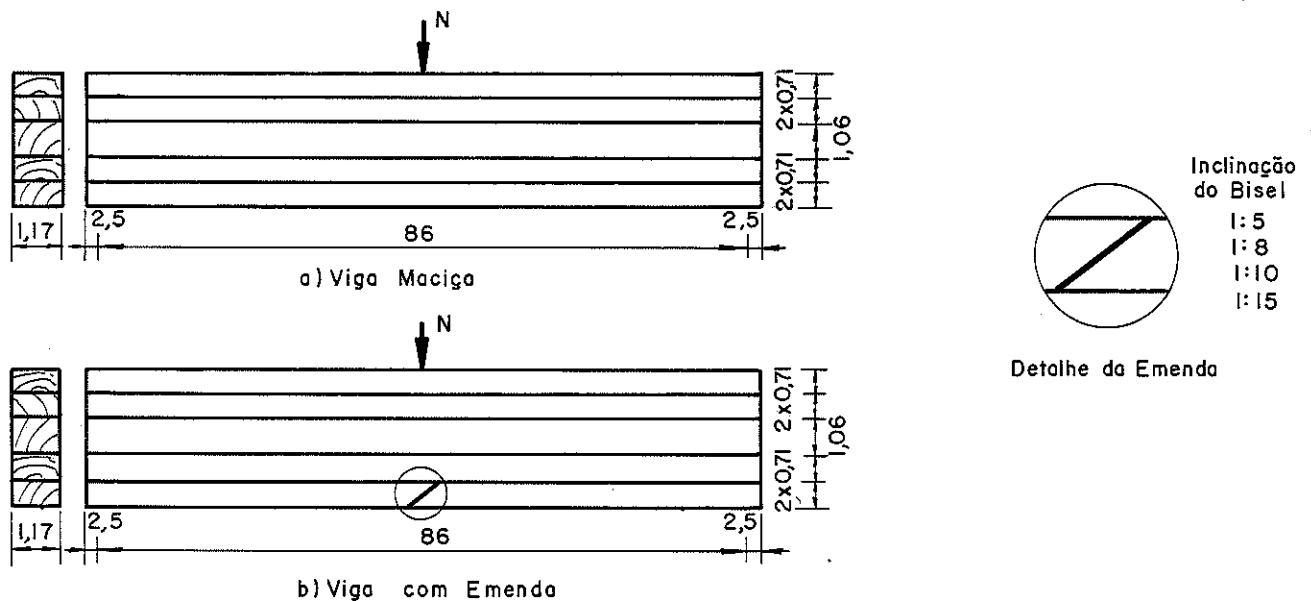


Fig. (9.1) - Esquema dos modelos para estudo da inclinação das emendas biseladas.

3.1. - ENSAIOS, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As vigas foram ensaiadas primeiramente com a emenda na parte comprimida da viga e em seguida com a emenda na parte

tracionada, até atingir a ruptura.

Na tabela (9.1), são apresentados os resultados destes ensaios. Nas colunas 8^a, 9^a e 10^a, são apresentados os valores do quociente dos Es e dos MRs das vigas, com emendas e sem emendas.

Na figura (9.2), são apresentados os gráficos do quociente dos Es das vigas com emendas e sem emendas em função da inclinação do bisel, quando a emenda é solicitada à tração e à compressão. A letra M representa a média dos valores para cada inclinação do bisel. Observando estes gráficos e os valores apresentados na tabela (9.1), pode-se concluir que a partir de uma inclinação do bisel de 1:8, o valor do E é recuperado em torno de 95%, mas a seguir para inclinações maiores a recuperação deste valor torna-se muito pequena.

Na figura (9.3), é apresentado o gráfico do quociente dos MRs das vigas com emendas e sem emendas em função da inclinação do bisel, quando a emenda é tracionada. Observando este gráfico e através dos valores apresentados na tabela (9.1), pode-se dizer que para inclinações acima de 1:10 a recuperação da resistência atinge 93%.

TABELA (9.1) - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE EMENDAS BISELADAS (kPa)

VIGAS	I N C L I N A Ç Ã O	L/d	MÓDULO DE ELASTICIDADE			PORC. DE EFIC. RECUPERADA			MÉDIAS		
			COMP.		MR	E	E	MR	E	E	MR
			TRAÇ.	TRAÇ.	TRAÇ.	TRAÇ.	COM.	TRAÇ.	TRAÇ.	COMP.	TRAÇ.
V1	MA.	21	13839	14035	78,35	—	—	—			
V2	MA.	21	12115	13903	82,40	—	—	—			
V3	MA.	21	15629	15351	88,19	—	—	—	13861	14429	82,98
V1	1:5	22	11571	11164	40,24	84	80	51			
V2	1:5	21	11932	11857	77,32	98	85	94			
V3	1:5	21	9838	10346	34,74	63	67	39	11114	11122	50,77
V1	1:8	22	12721	12527	71,13	92	89	91			
V2	1:8	21	13425	13456	72,61	11	97	88			
V3	1:8	21	13011	12025	72,53	83	78	82	13052	12669	72,09
V1	1:10	22	12190	11929	67,78	88	85	87			
V2	1:10	21	14253	14411	74,41	18	04	90			
V3	1:10	21	13551	13488	77,99	87	88	88	13331	13276	73,34
V1	1:15	21	12108	12165	72,60	87	87	93			
V2	1:15	21	14336	14973	79,07	18	08	96			
V3	1:15	21	13011	12943	73,39	83	84	83	13152	13360	75,02

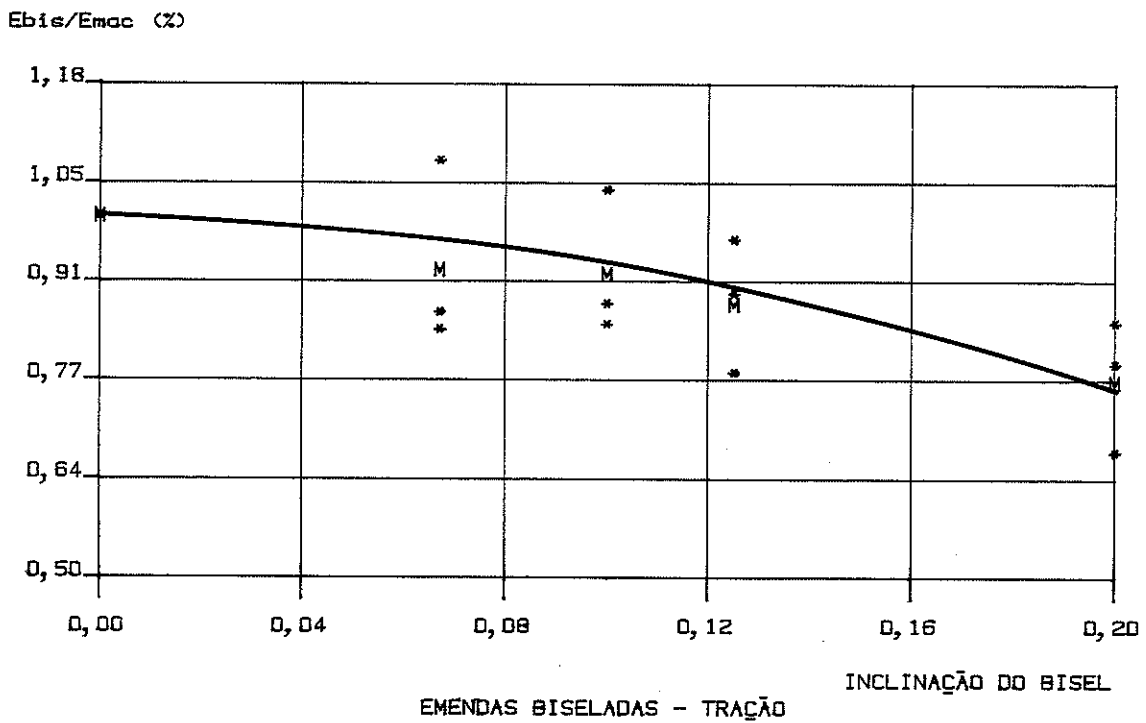
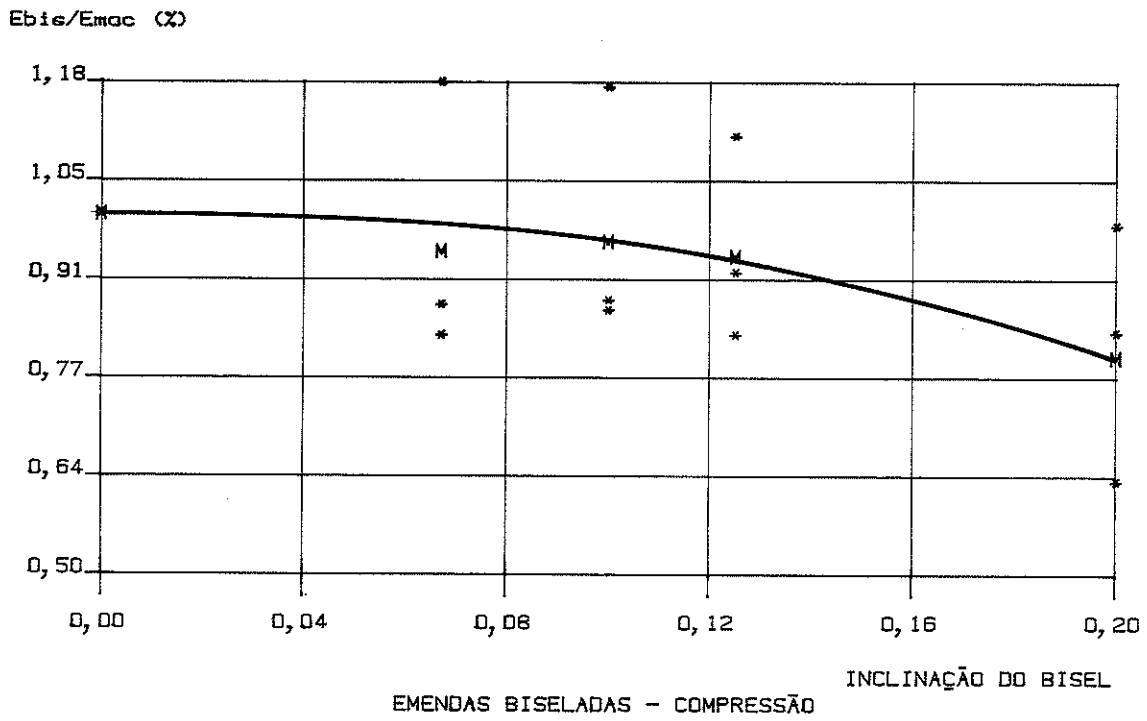


Fig.(9.2) - Recuperação do E em função da inclinação do bisel

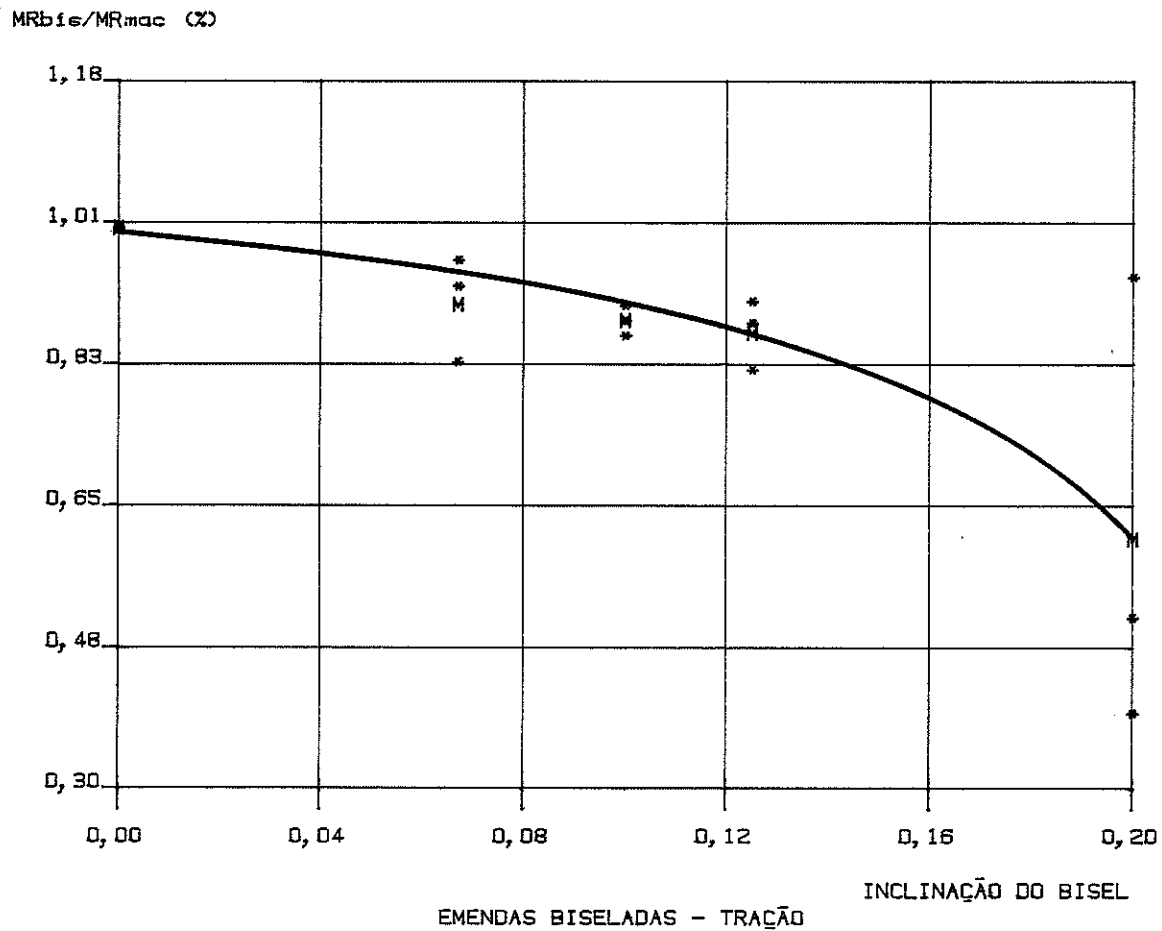


Fig. (9.3) - Recuperação da resistência em função da inclinação do bisel

3.2. - CONCLUSÕES

As porcentagens de recuperação das propriedades mecânicas, das vigas de MLC, em função da inclinação do bisel das emendas biseladas são apresentadas na tabela (9.2).

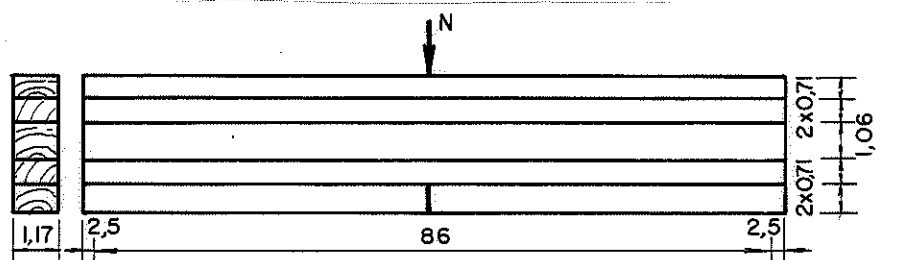
TABELA (9.2) - PORCENTAGENS DE RECUPERAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS EM EMENDAS BISELADAS

INCLINAÇÃO	MÓDULOS DE ELASTICIDADE		MÓDULO DE RUPTURA
	COMPRESSÃO	TRACÃO	
1:5	80	77	61
1:8	95	88	87
1:10	96	93	88
1:15	97	94	90

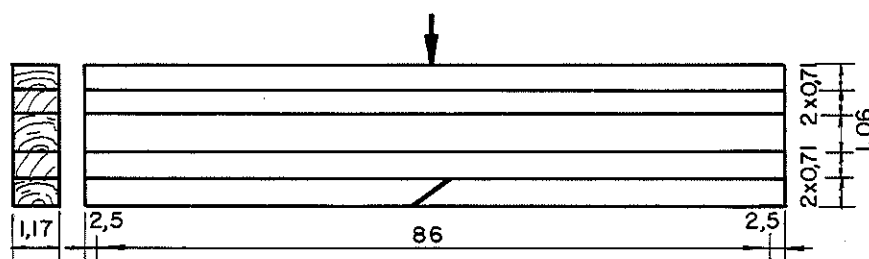
4. - COMPORTAMENTO DAS EMENDAS NAS LAMINAS EXTERNAS

A finalidade deste item é definir, através de ensaios, o comportamento dos diversos tipos de emendas quando posicionadas nas lâminas externas tracionadas ou comprimidas.

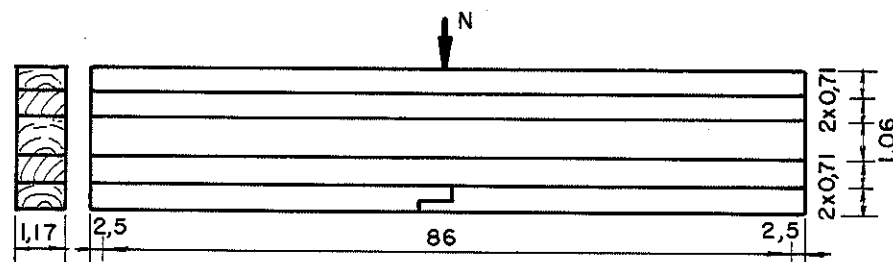
As vigas foram confeccionadas utilizando três tábuas selecionadas ao acaso de um lote de 50 tábuas. De cada tábua foram fabricadas 7 vigas, as quais tinham as seguintes características: 3 vigas com as lâminas externas unidas, no meio do comprimento, através de emendas biseladas, de topo e encaixadas. figura (9.4), 3 vigas com lâminas externas unidas com 2 emendas biseladas, de topo e encaixadas, figura (9.5), e uma viga sem emendas.



a) Viga com Emenda de Topo



a) Viga com Emenda Biselada, Inclinação do Bisel 1:10



c) Viga com Emenda Encaixada, Comprimento do Encaixe Igual à Espessura

Fig. (9.4) - Vigas com uma emenda de topo, biselada e encaixada.

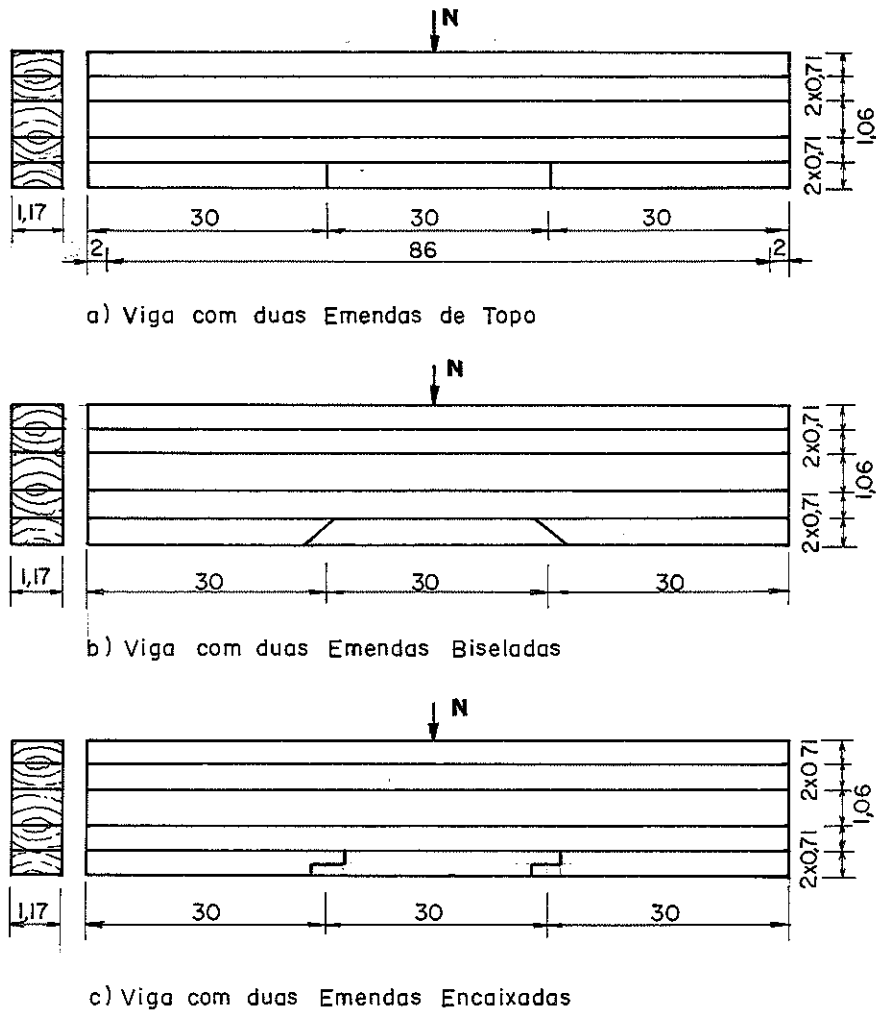


Fig.(9.5)- Vigas com duas emendas de topo, biseladas e encaixada

4.1.- ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Inicialmente as vigas foram ensaiadas com as emendas na parte comprimida da viga e em seguida com as emendas na parte tracionada até atingir a ruptura. Embora, nos ensaios com as emendas comprimidas, não se tenha chegado à ruptura, com a determinação do E é possível definir o comportamento destas emendas na compressão.

Na tabela (9.3), são apresentados os resultados destes ensaios. Nas colunas 7^a, 8^a e 9^a são apresentados os quocientes dos Es e dos MRs das vigas com lâminas externas com emendas e sem emendas.

Analisando esta tabela, pode-se afirmar que as emendas influenciam muito pouco no E da viga, mesmo quando as emendas estão localizadas na zona tracionada. Por outro lado, a influência no MR, principalmente quando aumenta o número de emendas, é significativa.

TABELA (9.3) - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE VIGAS COM VÁRIOS TIPOS DE EMENDAS.

VIGAS	I N C L I	I .L/d	MÓDULO DE ELASTICIDADE			PORC. DE EFIC. RECUPERADA			MÉDIAS		
			COMP. TRAÇ.		MR TRAÇ.	E TRAÇ.	E COM.	MR TRAÇ.	E TRAÇ.	E COMP.	MR TRAÇ.
V1	MAC.	21	12839	13392	72,76	—	—	—	—	—	—
V2	MAC.	21	13983	12538	74,40	1,00	1,00	1,00	—	—	—
V3	MAC.	21	15338	15051	87,19	1,00	1,00	1,00	—	—	—
V1	1TOPO	21	10220	10610	60,86	1,00	1,00	1,00	14053	13660	78,12
V2	1TOPO	22	8911	8825	45,05	0,80	0,79	0,84	—	—	—
V3	1TOPO	21	12557	11870	51,26	0,82	0,79	0,59	10562	10435	52,39
V1	2TOPO	21	10869	10060	51,53	0,82	0,79	0,71	—	—	—
V2	2TOPO	22	7438	7399	54,42	0,53	0,59	0,73	—	—	—
V3	2TOPO	21	12411	11592	53,03	0,81	0,77	0,61	10139	9683	52,99
V1	1BIS	21	13156	14255	71,02	1,02	1,06	0,98	—	—	—
V2	1BIS	22	10991	10317	70,76	0,79	0,82	0,95	—	—	—
V3	1BIS	22	7838	76525	47,17	0,51	5,08	0,54	10661	12699	62,98
V1	2BIS	21	8992	93021	40,40	0,70	6,95	0,56	—	—	—
V2	2BIS	22	11677	12680	68,68	0,84	1,01	0,92	—	—	—
V3	2BIS	21	10742	10782	43,31	0,70	0,72	0,50	10470	12527	60,80
V1	1ENC	21	12922	13916	64,10	1,01	1,04	0,88	—	—	—
V2	1ENC	20	11343	11025	54,04	0,81	0,88	0,73	—	—	—
V3	1ENC	21	12879	13198	58,25	0,84	0,88	0,67	12381	12713	58,80
V1	2ENC	21	12513	12921	54,63	0,97	0,96	0,75	—	—	—
V2	2ENC	20	12690	12832	53,33	0,91	1,02	0,72	—	—	—
V3	2ENC	21	12181	13433	59,55	0,79	0,89	0,68	12461	13062	55,84

4.2. - CONCLUSÕES

As porcentagens de recuperação das propriedades mecânicas em função do tipo de emenda são apresentadas na tabela (9.4).

TABELA (9.4) - PORCENTAGENS DE RECUPERAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS E O TIPO DE EMENDA

TIPO DE EMENDA	MÓDULOS DE ELASTICIDADE		MÓDULO DE RUPTURA
	COMPRESSÃO	TRAÇÃO	
1 TOPO	75	77	67
2 TOPO	72	71	68
1 BISEL	76	93	81
2 BISEIS	75	92	79
1 ENCAIXADA	88	93	75
2 ENCAIXADA	89	96	71

5. - COMPORTAMENTO DAS EMENDAS NAS LÂMINAS INTERNAS

O objetivo deste item é determinar, através de ensaios, o comportamento das emendas biseladas e de topo, quando posicionadas nas lâminas internas na zona tracionada ou comprimida.

As vigas foram confeccionadas utilizando três tábuas de Pinho do Paraná escolhidas ao acaso. De cada tábua foram fabricadas 3 vigas sendo: 1 com emenda biselada na lâmina interna, figura (9.6-a), 1 com emenda do topo na lâmina interna, figura (9.6-b) e 1 sem emenda.

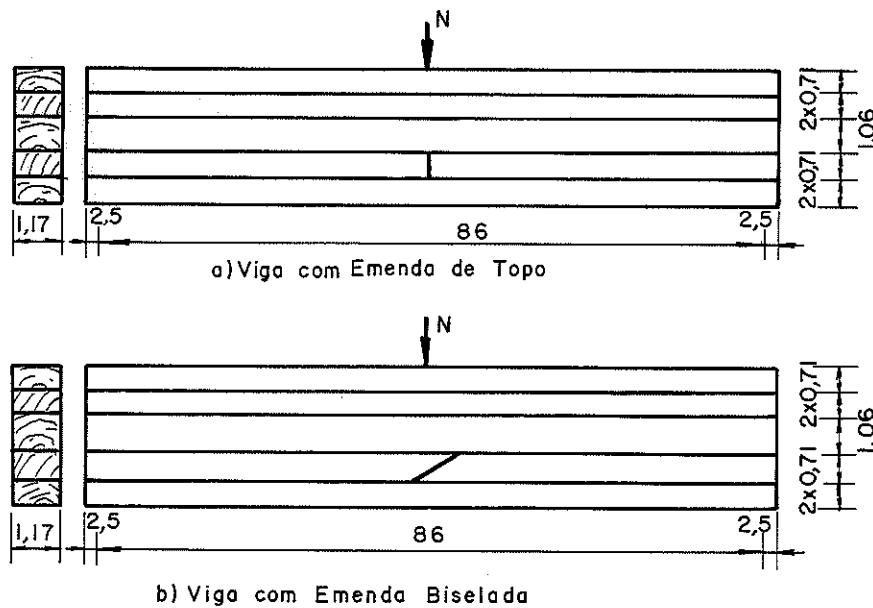


Fig. (9.4) - Vigas com emenda na lâmina interna.

5.1. - ENSAIO, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Primeiramente as vigas foram ensaiadas com as emendas na parte comprimida e a seguir com as emendas na parte tracionada, até atingir a ruptura.

Na tabela (9.5), são apresentados os resultados destes ensaios. Nas colunas 7^a, 8^a e 9^a são apresentados os quocientes dos E_s e dos MRs das vigas com lâminas internas emendadas e sem emendas.

Analisando esta tabela, pode-se afirmar que a influência no E , da emenda situada na lâmina interna, é diminuta. Entretanto no MR é considerável.

TABELA (9.5) - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE VIGAS COM EMENDAS NAS LAMINAS INTERNAS.

VIGAS	I N C L I	L/d	MÓDULO DE ELASTICIDADE			PORC. DE EFIC. RECUPERADA			MÉDIAS		
			COMP.		MR	E	E	MR	E	E	MR
			TRAÇ.	TRAÇ.	TRAÇ.	TRAÇ.	COM.	TRAÇ.	TRAÇ.	COMP.	TRAÇ.
V1	MAC.	21	16186	16685	103,63	1,00	1,00	1,00	—	—	—
V2	MAC.	21	14035	14126	98,36	1,00	1,00	1,00	—	—	—
V3	MAC.	21	11935	12136	89,36	1,00	1,00	1,00	14052	14315	97,12
V1	TOPO	20	15385	15575	82,64	0,95	0,93	0,80	—	—	—
V2	TOPO	21	13142	13324	82,98	0,94	0,94	0,84	—	—	—
V3	TOPO	18	9692	10026	69,06	0,81	0,83	0,77	12739	12975	78,23
V1	BIS	21	15791	16389	92,72	0,98	0,98	0,89	—	—	—
V2	BIS	21	12615	12786	89,17	0,90	0,91	0,91	—	—	—
V3	BIS	22	10455	10671	105,69	0,88	0,88	0,85	12953	13282	85,86

5.2. - CONCLUSÕES

A influência das emendas, quando localizadas nas lâminas internas, é representada através da porcentagem de recuperação das propriedades mecânicas em função do tipo de emenda, apresentadas na tabela (9.6).

TABELA (9.6) - PORCENTAGENS DE RECUPERAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS E O TIPO DE EMENDA

TIPO DE EMENDA	MÓDULOS DE ELASTICIDADE		MÓDULO DE RUPTURA
	COMPRESSÃO	TRAÇÃO	
TOPO	90	91	81
BISELADA	92	93	88

6. - INFLUENCIA DO ESPACAMENTO ENTRE AS EMENDAS

A finalidade deste item é determinar, através de ensaios, a influência do espaçamento nas propriedades mecânicas das vigas de MLC.

As vigas foram confeccionadas de três tábuas de Pinho do Paraná escolhidas ao acaso. De cada tábua foram fabricadas 11 vigas sendo: 5 com duas emendas de topo, figura (9.7-a), espaçadas de acordo com a tabela (9.7), 5 com duas emendas biseladas, figura (9.7-b), espaçadas de acordo com a tabela (9.7) e 1 sem emendas.

TABELA (9.7) - DE ESPACAMENTO DAS EMENDAS.

x	cm
5e	3,55
9e	6,39
12e	8,52
16e	11,36
30e	21,30

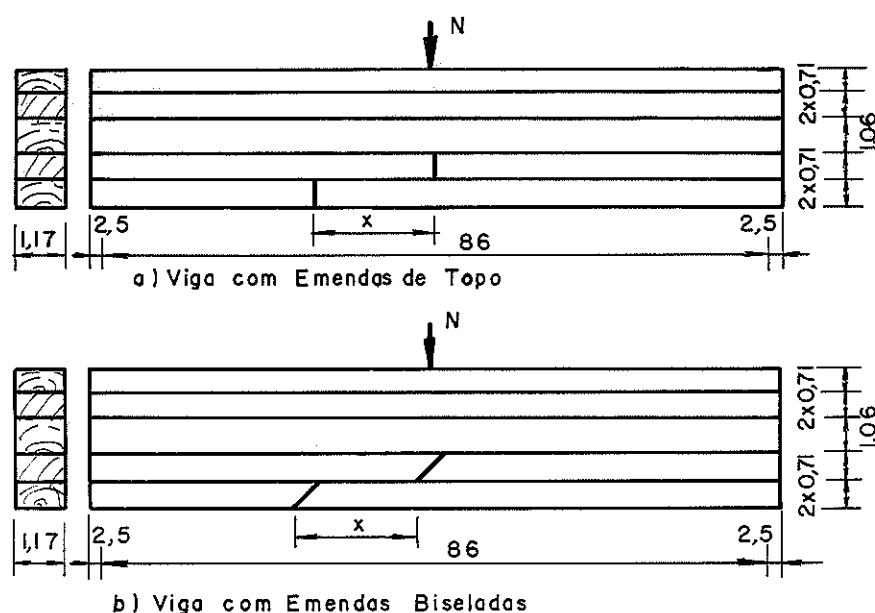


Fig. (9.7) - Modelos para o estudo do espaçamento das emendas

6.1. - ENSAIOS, APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As vigas com emendas de topo, foram primeiramente ensaiadas com as emendas solicitadas à tração e em seguida a viga foi invertida e ensaiada até atingir a ruptura. As vigas com emendas biseladas, foram inicialmente ensaiadas com as emendas solicitadas à compressão e a seguir a viga foi invertida e ensaiada até atingir a ruptura.

Na tabela (9.8), são apresentadas os resultados destes ensaios. Nas colunas 7^a, 8^a e 9^a, são apresentados os quocientes dos E_s e os MRs das vigas com emendas e sem emendas.

TABELA (9.8) - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE VIGAS COM VÁRIOS ESPAÇAMENTOS ENTRE EMENDAS.

VIGAS	I N C L I	L/d	MÓDULO DE ELASTICIDADE			PORC. DE EFIC. RECUPERADA			MÉDIAS		
			MR		E	E	MR	E	E	MR	
			COMP.	TRAÇ.							TRAÇ.
V1	5e	22	14352	13859	29,60	77	65	65	—	—	—
V2	5e	22	15679	13295	28,15	71	64	65			
V3	5e	22	12706	11101	70,35	74	66	84	12712	11185	75,55
V1	9e	22	18879	18342	113,73	80	71	86			
V2	9e	21	12254	11925	68,55	75	75	65			
V3	9e	22	15208	14905	90,27	75	71	87	13113	12318	84,18
V1	12e	21	16927	14624	103,96	91	79	96			
V2	12e	21	11008	9502	75,36	67	78	72			
V3	12e	22	13011	12610	79,78	79	81	77	13648	13578	86,37
V1	16e	21	13788	14658	88,20	74	79	81			
V2	16e	21	144828	13910	103,36	90	87	95			
V3	16e	21	16459	15268	102,96	99	91	97	15025	14612	96,17
V1	30e	21	15400	14358	88,81	83	77	82			
V2	30e	22	16556	16800	91,29	99	99	87			
V3	30e	22	16607	16082	103,48	99	96	99	16187	15746	94,53
BISELADA											
V1	5e	22	20496	20341	102,74	78	77	80			
V2	5e	22	16484	16187	89,53	76	76	70			
V3	5e	22	13252	13103	77,52	81	78	75	13410	13210	79,26
V1	9e	23	18112	18382	82,31	81	83	76			
V2	9e	22	16775	16765	92,98	90	93	88			
V3	9e	21	14321	15199	83,06	81	85	80	14402	14765	86,12
V1	12e	22	18712	18872	104,24	84	85	96			
V2	12e	22	10340	10917	79,93	89	93	77			
V3	12e	22	13052	12577	72,17	80	81	94	14368	14788	94,11
V1	16e	22	13718	14195	100,90	84	82	93			
V2	16e	22	15853	15826	88,32	97	99	84			
V3	16e	22	16024	17151	103,60	98	94	94	15864	16187	99,37
V1	30e	22	18007	16622	103,69	97	90	95			
V2	30e	22	16348	15232	92,05	99	95	87			
V3	30e	22	16589	16708	102,36	99	99	99	16981	16187	99,37

Na figura (9.8) e (9.9), são apresentados os gráficos do quociente dos Es das vigas com emendas e sem emendas em função do espaçamento das emendas e do tipo de emenda. A letra M representa a média dos valores de cada espaçamento das emendas. Examinando estes gráficos e os da tabela (9.8), pode-se afirmar que a partir de um espaçamento de 12 vezes a espessura da lâmina, praticamente 80% do valor dos Es é recuperado e para espaçamentos maiores o acréscimo de recuperação é pequeno, chegando a 99% com espaçamento de 30 vezes a espessura.

Na figura (9.10), são apresentados os gráficos do quociente dos MRs das vigas com emendas e sem emendas em função do

espaçamento das emendas, quando a emenda é comprimida (emenda de topo), figura (9.10-a) e quando a emenda é tracionada (emenda biselada), figura (9.10-b). Analizando estes gráficos e os valores da tabela (9.8), pode-se afirmar que, para espaçamentos entre as emendas de 9 vezes a espessura, a recuperação da resistência é razoável e ainda, para valores acima de 9 vezes a espessura, a recuperação da resistência é pequena.

6.2. - CONCLUSÕES

As porcentagens de recuperação das propriedades mecânicas em função do espaçamento das emendas e o tipo de emenda, são apresentados na tabela (9.9).

TABELA (9.9) - PORCENTAGENS DE RECUPERAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS EM FUNÇÃO DO ESPAÇAMENTO E DO TIPO DE EMENDA

TIPO EMENDA	ESPAÇAMENTO	MÓDULOS DE ELASTICIDADE		MÓDULO DE RUPTURA
		COMPRESSÃO	TRAÇÃO	
TOPO	5e	74	65	71
	9e	77	72	80
	12e	80	79	82
	16e	88	85	91
	30e	94	92	91
BISELADA	5e	78	77	75
	9e	84	86	81
	12e	84	86	89
	16e	93	94	92
	30e	99	95	94

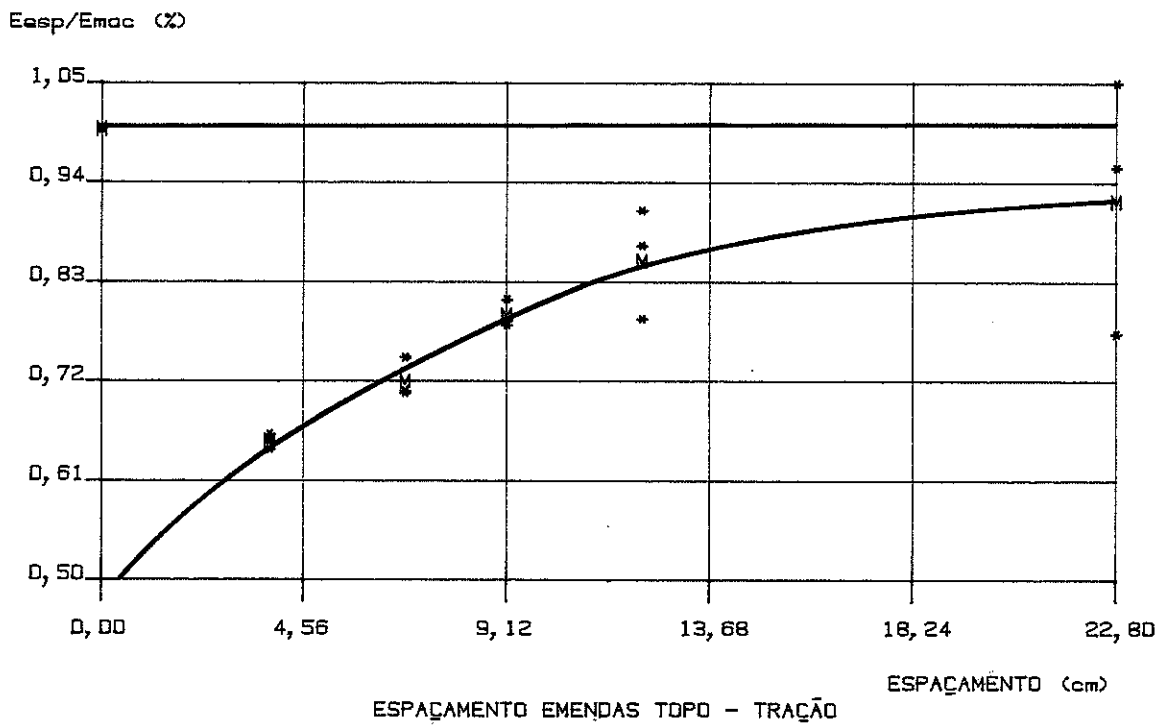
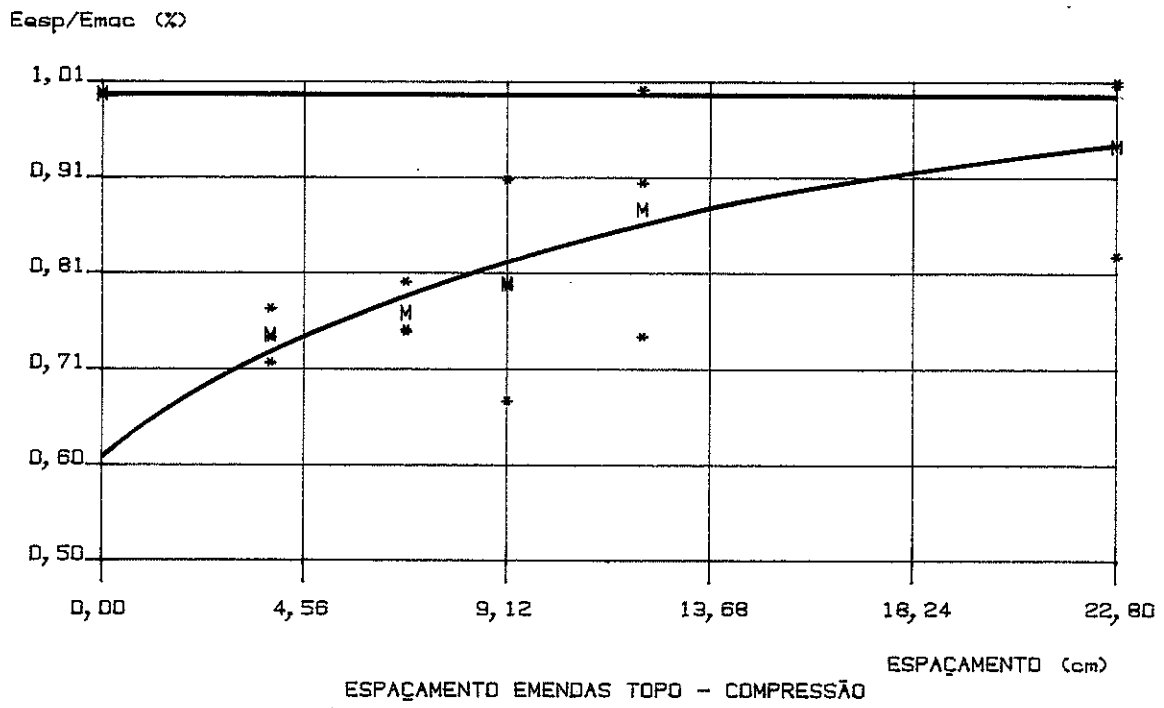


Fig. (9.8) - Porcentagem de recuperação do E, em função do espaçamento emenda de topo

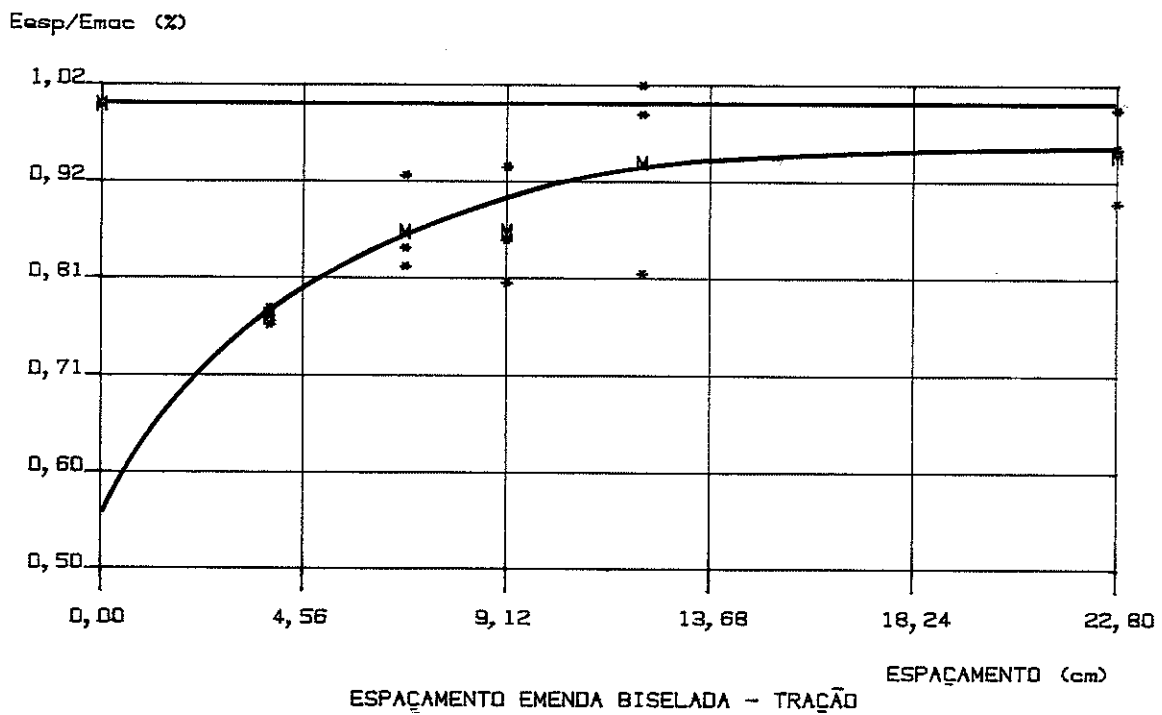
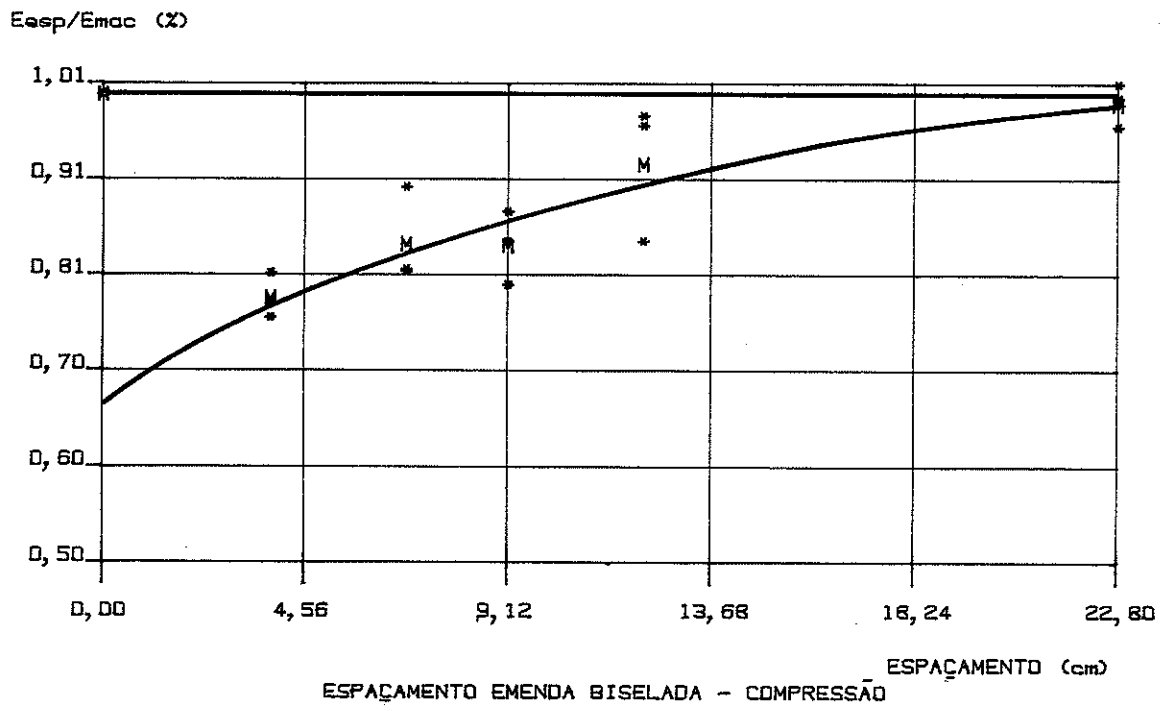


Fig. (9.9) - Porcentagem de recuperação do E, em função do espaçamento das emendas biselada

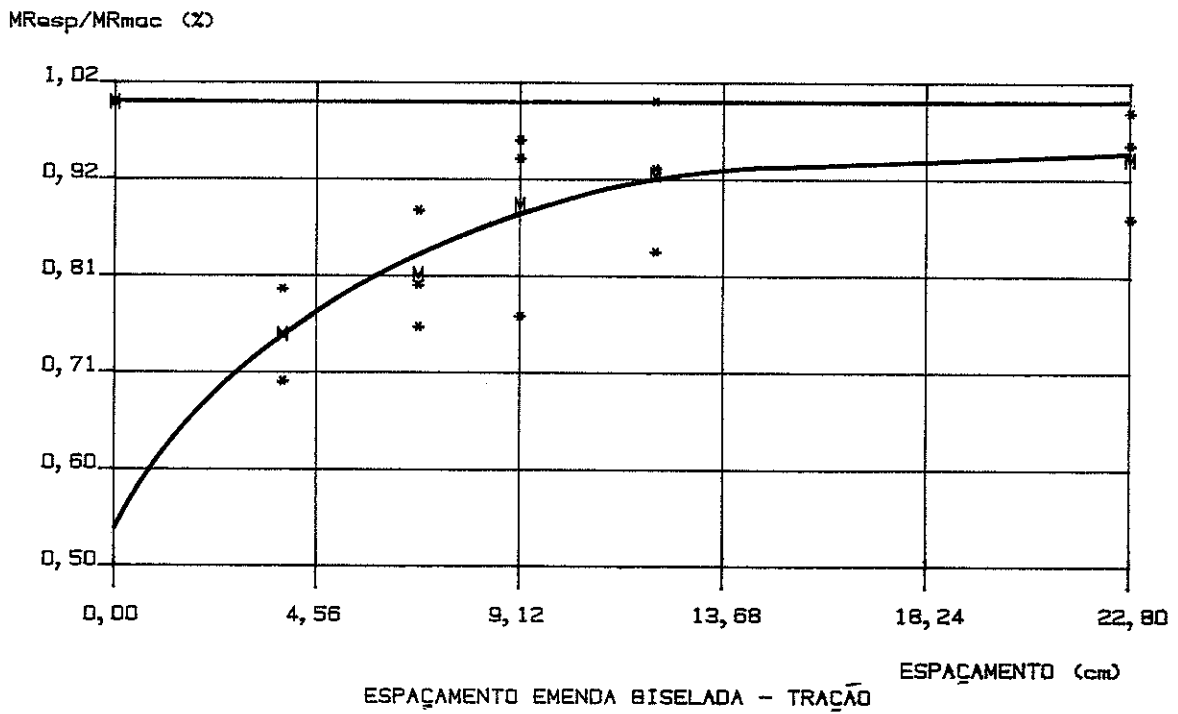
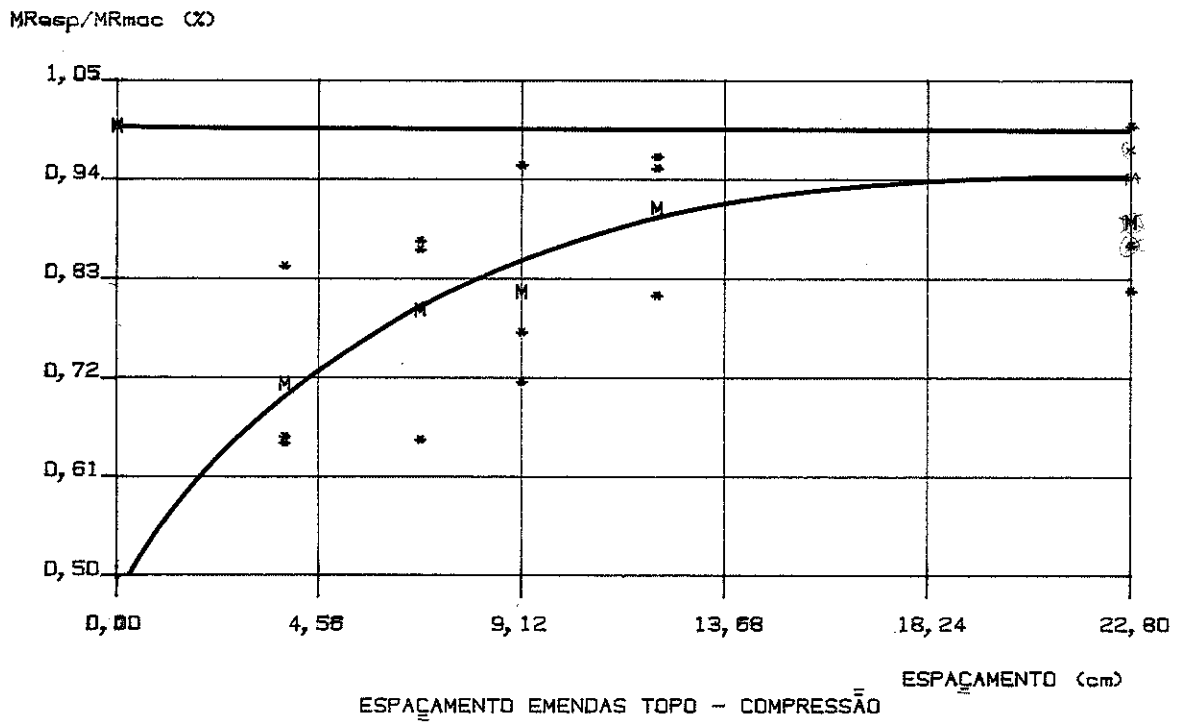


Fig. (9.10) - Porcentagem de recuperação do MR, em função espaçamentodas emenda de topo e biselada

CONCLUSÕES FINAIS

Através da experimentação realizada e da análise dos resultados obtidos, as conclusões finais serão resumidas neste item. No desenvolvimento do trabalho foram sendo apresentadas as conclusões relativas a cada capítulo. Entretanto, agrupá-las permite visualizar o panorama geral do estudo.

▶ A distribuição de deformações longitudinais é linear na espessura de cada lâmina. Entretanto, na seção transversal, a inclinação das seções planas de cada lâmina é diferente. As deformações longitudinais (ϵ_x) são da mesma ordem de grandeza que as deformações normais às fibras.

▶ As deformações angulares e as tensões de cisalhamento assumem uma distribuição aproximadamente parabólica, com a máxima deformação ou tensão localizada abaixo do eixo de simetria, apresentando descontinuidade na interface das lâminas.

▶ A distribuição de tensões longitudinais (σ_x) é aproximadamente linear apresentando descontinuidade na interface das lâminas e inclinações diferentes da distribuição de tensões em cada lâmina.

▶ A linha neutra, para solicitações em torno de 50% da resistência à flexão, encontra-se na parte inferior do eixo de simetria. Mantendo-se mais próxima deste eixo, no meio do vão, afastando-se gradativamente na direção dos apoios.

▶ A contribuição das deformações longitudinais (ϵ_x) e normais às fibras (ϵ_y), na tensão normal às fibras (σ_y), tem a mesma ordem de grandeza, mas, de sinais opostos. Entretanto estas contribuições na tensão longitudinal (σ_x), são também de sinal oposto, mas o valor da deformação normal às fibras (ϵ_y), é apenas 5% do total.

▶ Nas tensões longitudinais (σ_x), não existem perturbações devidas à concentração de carga. Nas tensões de cisalhamento ocorrem perturbações em toda a altura da seção transversal.

▶ Na seção acima do apoio, as tensões de cisalhamento sofrem diminuta perturbação, mas as tensões longitudinais

apresentam-se completamente perturbadas.

▶ O princípio de St. Venant, no caso específico estudado, não se aplica às tensões de cisalhamento, pois nas proximidades do apoio não ocorrem perturbações. Já as tensões longitudinais sofrem perturbação em uma distância de $1,50d$ a $1,87d$.

▶ Os módulos de elasticidade e de deformação transversal de uma viga de MLC, podem ser estimados a partir de um ensaio de flexão com $L/d = 21$ e 14 , com um erro máximo de $3,8\%$. Estes módulos também podem ser estimados através da homogeneização das lâminas.

▶ O coeficiente de cisalhamento ou fator de forma, considerando os resultados do ensaio de flexão (elástica) é $2,011$ e considerando a distribuição de tensões de cisalhamento é $2,387$.

▶ O tamanho do modelo influencia nas propriedades mecânicas das vigas de MLC. Esta influência é apresentada nas figuras (7.4) e (7.5).

▶ O número de lâminas influencia nas propriedades mecânicas das vigas de MLC, chegando a um aumento médio de 25% para o E , 35% para o G e 15% para o MR . Nas figuras (8.2), (8.3), e (8.4) são apresentados estes coeficientes de influência.

▶ As porcentagens de recuperação das propriedades mecânicas, das vigas de MLC, em função da inclinação do bisel de uma emenda biselada, são dadas pelos valores apresentados na tabela (9.1).

▶ Quando as emendas estão localizadas nas lâminas externas ou internas e são solicitadas por esforços de tração ou compressão, as vigas de MLC perdem uma porcentagem da sua resistência. Os valores da porcentagem de recuperação em função do tipo de emenda são dados nas tabelas (9.4) e (9.6).

▶ O espaçamento das emendas exerce influência na resistência das vigas de MLC, reduzindo-a quando o espaçamento entre as emendas for pequeno. A porcentagem de recuperação das propriedades mecânicas das vigas de MLC em função do espaçamento e do tipo de emenda é apresentada na tabela (9.9) e nas figuras (9.8), (9.9) e (9.10).

O conhecimento dos tópicos abordados contribuirá para o melhor aproveitamento da resistência das vigas de MLC e a determinação de alguns coeficientes de ponderação para a utilização de métodos semi-probabilísticos no dimensionamento das vigas de MLC.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ABBOT, A. R. & WHALE, L. R. J. (1987) - An overview of the use of Glued Laminated Timber (Glulam) in the UK. *Construction & Building Materials*, 1 (2):104-110, June.
- AL-DABBAGH, A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J.(1972) - Finite element method for wood mechanics *Journal of the Structural, Division, ASCE*, 98(03): 569-586p.
- AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION (1966) - *Timber construction manual*. New York, John Wiley & Sons.
- _____ (1967) - *Tension Laminations in Structural Glued-Laminated timber members in bending*. AITC 301-67. New York, John & Sons. 5p.
- _____ (1971) - *Standard specification for structural glued-Laminated timber*. AITC 117-71. New York, John Wiley & Sons. 27p.
- _____ 1971 *Standard specification for structural glued-Laminated timber using "E" rated and visually graded lumber*. AITC 120-71. New York, John Wiley & Sons, 16p.
- _____ (1974) - *Timber construction manual*. New York, John Wiley & Sons. 2p.
- _____ (1979) - *Specification for structural glued-Laminated timber softwood*. AITC 117-79. New York, John Wiley & Sons. 27p.
- _____ (1980) - *Design standard specification for structural glued-Laminated timber softwood species* - AITC 117-80. New York, John Wiley & Sons, 37p.

- _____ (1985) - Timber Construction Manual. New York, John Wiley & Sons.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIAL (1974) - Establishing structural grades and related allowable properties for visually graded Lumber. ASTM - D 245-74. In: Annual Book of ASTM Standards. Philadelphia, PA, USA. 325-335p. (Part 22: Wood and Adhesives)
- _____ (1985) - Establishing Stresses for Structural Glued Laminated Timber (Glulam) ASTM - D3737-83a. In: Annual Book of ASTM Standards. Philadelphia, USA. 645-663p. (04.09: Wood).
- ANON (1959) - Specifications for structural Glued-Laminated softwood structural timber. Ottawa, Canadian Standards Association, CSA 0122-159. 10p.
- APLIN, E. N. (1972) - Stiffness - Graded Eastern Spruce Laminated Beams. Forest Products Journal, Mad., Wis, 22(01): 26-31, Jan.
- ARYA, S. K. & HEGEMIER, G. A. (1982) - finite element methods for interface problems. Journal of the Structural Division, ASCE, 108(2): 327-343.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984) - Acoes e segurança nas estruturas: Procedimento-NBR 8681. Rio de Janeiro, ABNT, Dez. 21p.
- AVENT, R. R. (1986) - Design criteria for epoxy repair of timber Structures. Journal of Structural Engineering, ASCE, 112(02): 223-240.
- AVENT, R. R. (1986) - Factors affecting strength of epoxy-repaired timber. Journal of Structural Engineering, ASCE, 112(02): 207-240.
- BIBLIS, E. J. (1966) - Design considerations for Laminated wood beams composed of two species. Forest Products Journal, Mad., Wis., 16(07): 39-51.

- BIBLIS, E. J. (1967) - Strength weight and stiffness-weight ratios of two-species. wood beams. *Forest Products Journal*, 17(08): 57-59.
- BODID, J. & JAYNE, B. A. (1982) - *Mechanics of wood and wood composites*. New York Van Nostrand Reinhold. 711p.
- BOHANNAN, B (1964) - Prestressed laminated wood beams. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis. (Res. Pap. FPL N° 8). 22p.
- (1966) - Effect of size on bending strength of wood members. *USDA-FS-FPL*. Mad., Wis, Feb. (Res. Pap. FPL N° 56). 26p.
- (1966) - Flexural behavior of large Glued-Laminated beams. *USDA-FS-FPL*. Mad., Wis., Dec (Res. Pap. FPL N° 72). 16p.
- (1968) - Structural Engineering research in wood. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 94(02): 403-415.
- (1972) - Strength criterial of Glued-Laminated timber. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis., May (technical article). 16p.
- BOHANNAN, B. & KANVIK, K. (1969) - Fatigue strength of finger joints. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis. Sep (Res. Pap. FPL N° 114). 8p.
- BOHANNAN, B. & MOODY. R. C. (1969) - Large Glued-Laminated timber beams with two grades of tension Laminations. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis., Sep (Res. Pap. FPL N° 113). 45p.
- (1973) - Evolution of Glulam strength criteria. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 22(06): 19-24, Jun.
- BOHLEN, J. C. (1972-a) - LVL Laminated-veneer-lumber - development and economics. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 22(01): 18-26, Jan.

- BOHLEN, J. C. (1972-b) - Shear strength of high-temperature heat-treated Douglas fir lumber laminated with phenol - resorcinol adhesives. *Forest Products Journal*, 22(12): 17-20.
- BOHLEN, J. C. (1974) - Tensile strength of Douglas-fir laminated - veneer lumber. *Forest Products Journal*, 24(01): 54-58.
- BRAUN, K. M. (1977) - A glue laminated beam analyzer for conventional or reliability based engineering design. West Lafayette, Indiana, Purdue University; Agricultural Experiment Station, Jul. (Research Bulletin 940). 17p.
- BRAUN, M. O. & MOODY, R. C. (1977) - Bending strength of small glulam beams with a laminated-veneer tension lamination. *Journal of the FPRS.*, Mad., Wis., 27(11): 46-51, Nov. 1977.
- BRITISH STANDARD CODE OF PRATICE. (1984) - The Structural use of Timber - P.2: Section two. Timber: Bristish Standards Entitute (BS-5268).
- BROTERO, F. A. (1951) - *Taxas de Trabalho Admissiveis em Estruturas de Pinho Brasileiro.* Rio de Janeiro, IPT, Março. (Boletim n.º 39). 33p.
- BUCKNER, D. A. & GOPU, V. K. A. (1987) - Design aspects of pitched and tapered glued laminated beams. *Journal os Structural Engineering*, 114(04): 869-884, Apr.
- BULLEIT, W. M. (1984) - Reinforcement of wood material: a review. *Wood an Fiber Science*, Michigan Tech, Univ. Houghton, MI 49931. USA.
- CAHIERS DU CENTER TECHNIQUE DU BOIS (1971) - La fabrication des elements de structure en bois lamelle colle Paris, CCTB, Nov. (Cahier n.º 86-série VI). 35p.
- _____ (1973) - Etude technico-economique de l'aboutage. Paris, CCTB, Oct. (Cahier n.º 92-série III) 47p.
- _____ (1979) - Les structures en bois lamelle - colle: possibilités rchitecturales et bases de conception. Paris, CTB.

- CALLIA, V. W. (1961) - Madeira Laminada e Colada de Pinho do Parana, seu emprego nas estruturas. FAU. USP, (Public. n.º 1 da cadeira 5).
- CANADIAN STANDARD ASSOCIATION (1976) - Code for the Engineering desing of wood - CSA 086-76, Canada. 125p.
- (1977-a) - Qualification code for manufacturers of structural glued-Laminated timber CSA 0177-77, Canada. 31p.
- (1977-b) - Structural glued-Laminated timber - CSA 0122-77, Canada. 34p.
- CASILLA, R. C. & CHOW, S. (1979) - Press-time reduction by preheating and strength improvement by finger - jointing laminated veneer lumber. *Forest Products Journal*, 29(11): 30-34.
- CASTER, R.W.; GILLERN, M. F.; HOWELL, J. T. (1973) - A Gap-Filling Phenol Resorcinol adhesive for Laminating. *Forest Products Journal*, 23(11): 55-59.
- CHAHUD, E. (1983) - Estudo da Viabilidade do Emprego de Arcos de Madeira Laminada para Estruturas Principais de Pontes. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1981-83 (Relatórios de Iniciação Científica n.º 1 a 4).
- CHEUNG, C. K. & SORENSEN, H. C. (1983) - Effect of axial loads on radial stress in curved beams. *Wood an Fiber Science*, 15(03): 263-275.
- CHOW, S. & CASTER, R. W. (1978) - Relationship of adhesive softening temperature to exposure testes for bond durability. *Forest Products Journal*, 28(06): 38-43.
- CHUGG, W. A. (1964) - *Glulam: The theory and pratice of the manufacture os glued-Laminated timber structures.* London, Ernest Benn. 423p.

- COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES (1987) - Eurocode n.º 5 common unified rules for Timber Structures. Luxembourg, ECSC-EEA-EAEC. 136p.
- COPPENS, H. (1979) - Tannin/Resorcinol - Based adhesive in laminated Parana Pine beams for exterior use. Brasília, IBDF, (Boletim n.º3). 13p.
- COWAN, W. C. (1962) - Shear stress in two beams over wood block supports. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (2249), Aug. 14p.
- COWPER, G. R. (1966) - The Shear Coefficient in Timoshenko's beam Theory - Journal of Applied Mechanics, ASME, 33(02): 335-340, jun.
- CRAMER, S. M. & GOODMAN, J. R. (1983) - Model for stress analysis and strength prediction of lumber. Wood and Fiber Science. 15(04): 338-349.
- CURRY, W. T. (1967) - Grade stresses for structural Laminated timber. Forest Products Research, special report N.º 15, London, Jan. 30p.
- DIAS, A. A. (1983) - Estudo Experimental do Modelo Reduzido de uma Ponte Pensil com viga de Rigidez de Madeira Laminada. São Carlos, LaMEM-EEESC-USP, 1981-83. (Relatórios de Iniciação Científica n.º 1 a 4).
- DIBUZ, J. J. (1970) - Shear resistance of partially glued-Laminated beams. Forest Products Journal, Mad. Wis., 20(08): 17-24p. Agu.
- DITARANTO, R. A. (1973) - Static analysis of a laminated beam. Journal of Engineering for Industry. Transactions of the ASME, Aug. 755-761.
- EBIHARA, T. (1981) - Shear properties of laminated veneer lumber (LVL). Journal of the Japan Wood. Res.Society 27(11): 788-799.

- EBY, R. E. (1968) - Structural finger-jointing criteria and performance. *Journal of the structural Division, ASCE*, 94(03): 657-669, Mar.
- _____ (1980) - Proof Loading of finger-joints for Glulam timber. In: SEMINAR OF THE PRODUCTION, MARKETING AND USE OF FINGER-JOINTED SAWN WOOD. Hamar, No., 6p.
- _____ (1981) - Proof loading of finger-jointing for Glulam timber. *Forest Products Journal, Mad. Wis.*, 31(01): 37-41, Jan.
- ETHINGTON, R. L. (1968) - Stiffness and bending strength of beam Laminated from two species of wood. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, 50p.
- FERREIRA, C. E. M. (1987/89) - Estudo e desenvolvimento de adesivos para madeira de resina poliuretana. São Carlos, LaMEM-EESC-USP. (Relatórios de Iniciação Científica n.º 1 a 3).
- FOSCHI, R. O. (1971) - Stresses in curved glued-laminated timber beams: experimental study. *Journal of the FPRS, Mad., Wis.*, 21(07): 42-48, Jul.
- FOSCHI, R. O. & FOX, S. P. (1970) - Radial Stresses in curved timber beams. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 96(10): 1997-2008, Oct.
- FOSCHI, R. O. & BARRETT, J. D. (1980) - Glued-Laminated beams strength: a model. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 106(08): 1735-1754.
- FOSCHI, R. O. & LONGWORTH, J. (1975) - Analysis and Design of Griplam Nailed Connections. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 101(12): 2537-2555. 1975.
- FOX, S. P. (1972) - Shear reinforcements for glued-laminated beams. *Environment Canada Canadian Forestry Service, Information Report VP-X-102, Aug.*

- (1974-a) - Strength and deformation of pitched-tapered douglas-fir glued-laminated beams. Sep. de: Wood and Fiber, 6(03): 242-252.
- (1974-b) - Residual strength of fire-damaged laminated beams. Forest Products Journal, 24(01): 48-50.
- (1978) - Development and tests of 26f-E Hem-Fir Glulam beams. Forest Products Journal, Mad., Wis., 28(06): 48-55, Jun.
- FREAS, A. D. (1962) - Factors Affecting Strength and Design Principles of Glued-Laminated Construction. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Oct. (technical bulletin. N° 2061). 22p.
- (1967) - Forest Service Research on Structural use of Wood. Journal of the Structural Division, ASCE, 93(02): 91-104.
- FREAS, A. D. & SELBO, M. L. (1954) - Fabrication and design of glued laminated wood structural members. USDA-FS-FPL, Washington, D.C. (technical bulletin, N° 1069). Feb., 1954. 220p.
- GDOUTOS, E. E. & KATTIS, M. (1982) - Stress Function Interface and Boundary Conditions in Anisotropic Material. Journal of Applied Mechanics, 49(12): 787-791.
- GOODMAN, J. R. & BODIG, J. (1970) - Orthotropic Elastic Properties of Wood. Journal of the Structural Division, ASCE, 96(11): 2301-2319.
- GOODMAN, J. R. & POPON, E. P. (1968) - Layered beams Systems with Interlayer Slip. Journal of the Structural Division, ASCE, 94(11): 2535-2547, Nov.
- GOPU, V. K. A & GOODMAN, J. R. (1975) - Full-scale tests on tapered and curved glulam beams. Journal of the Structural Division, ASCE, 101(12): 2609-2626, Dec.
- GUTKOWSKI, R. M.; DEWEY, G. R.; GOODMAN, J. R. (1982-a) - Full-scale tests on Double-tapered Glulam Beams. Journal of the Structural Division, ASCE, 108(10): 2148.

- (1982-b) - Full-scale tests on Single-tapered Glulam members. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 108(10): 2149-2161.
- HAHAR, L. Y. (1972) - Transfer Matrix Approach to Layered Systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 98(05): 1159-1172, Oct.
- HALLIGAN, A. F. (1969) - Recent Glues and Gluing Research Applied to Particleboard. *Forest Products Journal*, 19(01): 44-51.
- HASHIN, Z. (1967) - Plane Anisotropic Beams. *Journal of Applied Mechanics Transactions, ASCE*, 34: 257-262.
- HERRMANN, L. R.; WELCH, K. R.; CHONG, K. L. (1984) - Composite FEM Analysis for Layered Systems. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 110(09): 1284-1302, Sep.
- HOSCH, F. & GEORG, K (1988) - Comunicacao pessoal a Edagar V. Mantilla Carrasco. Porto Alegre, 11 de Fevereiro.
- HSE, C.-Y. (1972) - Influence of Resin Formulation Variables on Bond Quality of Southern Pine Plywood. *Forest Product Journal*, 22(09): 104-108.
- IKUTA, H. (1983) - Radial stresses in curved glued laminated timbers I: on curved timbers consisting of softwood laminations. *Journal of the Japan Wood Research Society*, 29(08): 500-506.
- IKUTA, H. (1984) - Radial stresses in curved glued-laminated timbers II: on curved timbers consisting of hardwood laminations. *Journal of the Japan Wood Research Society*, 30(09): 720-726.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO ESTADO DE SÃO PAULO S/A (1956) - *Metodos de ensaios adotados no IPT para o estudo de madeiras nacionais*. 2.ed. São Paulo, I.P.T (Boletim n.º 31)
- IRANI, R. Y. & BRITO, F. A. (1978) - Elastomeric Bonded wood Beams with Transverse Gaps. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 104(10): 1595-1609.

- IRANI, R. Y.; HIREMATH, G. S.; HOYLE, R. J. (1982) - Parameters Influencing Behavior of Diaphragms. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 109(02): 369-385, Feb.
- JOCHEM, D. C. (1966) - Rapid Duplication of Glue Failure Measuring Device. *Forest Products Journal*, 16(10): 56p.
- _____ (1971) - Design and tests of large glued-laminated beams: made of non destructively tested lumber. Corvallis, OR, Oregon State University, Nov. (Rep. T-27; Pap. 796). 36p.
- _____ (1973-a) - Flexural tests of large glued-Laminated beams: made from visually graded Hem-Fir Lumber. Corvallis, Or., Forest Research Laboratory, State University, Apr. 11p.
- _____ (1973-b) - Efficient fabrication glued-Laminated timber. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 99(03): 431-422, Mar.
- _____ (1978) - Edge-Gluing Douglas-fir Lumber to Improve Strength Properties. *Forest Products Journal*, 28(11): 37-43.
- _____ (1980) - Tension Laminations from Edge-Glued Lodgepole Pine and Machine-rated Hem-fir Lumber. *Forest Products Journal*, 30(08): 23-27.
- JUNG, J. (1982) - Properties of Parallel-Laminated Veneer from Stress-wave-tested Veneers. *Forest Products Journal*, 32(07): 30-35.
- JUNG, J. & DAY, J. (1981) - Strength of Fasteners in Parallel-Laminated Veneer. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis., Research Paper n° 389. 19p.
- JUNG, J. & MURPHY, J. F. (1983) - An Investigation of the Fracture of Butt Joints In parallel-laminated veneer (PLV). *Wood and Fiber Science*, 15(02): 116-134.
- KECHTER, G. E & GUTKOWSKI, R. M. (1984) - Double-Tapered Glulam Beams: Finite Element Analysis. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 110(05): 1984. 978-991, May.

KEENAN, F.J. (1974) - Shear strength of wood beams. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 24(09): 63-70, Sep.

———— (1973) - The Shear strength of glued - laminated timber beams. Toronto, Canada, University of Toronto, Ph. D. thesis. p. 204-222.

KENNEDY, D. E. (1967) - Wood Engineering in Forestry Laboratory. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 93(02): 121-126.

KNAB, L. I. & MOODY, R. C. (1978) - Glulam Design Criteria for temporary Structures. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 104(09): 1485-1494.

KOLLMANN, F. F. P. & COTE JR., W. A. (1968) - Principles of wood science and technology. Berlin, Springer Verlag. v. I - solid wood

KOLLMANN, F. F. P. et alii (1975) Principles of wood science and technology. Berlin, Springer - Verlag. v. II - Wood based materials.

KOCH, P. (1964) - Strength of beam with Laminae Located according to stiffness. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 15(10): 456-460p.

———— (1973) - Structural Lumber Laminated from 1/4-inch rotary-peeled Southern Pine veneer. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 23(07): 7-25, Jul.

KOCH, P. & BOHANNAN, B. (1965) - Beam strength as affected by placement of Laminas. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 15(07): 289-295, Jul.

KRAJCINOVIC, D. (1971) - Sandwich Beam Analysis. *Journal of Engineering for Industry*, Transaction of the ASME, Sep.

———— (1975) - Sandwich Beams with Arbitrary Bondary Conditions. *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME, Aug. 873-880.

- KREIBICH, R. E. & FREEMAN, H. G. (1970) - Effect of Specimen Stressing Upon Durability of Eighth Wood Adhesives. *Forest Products Journal*, 20(04): 44-49.
- KUENZI, E. W. (1959) - Structural Sandwich design criteria. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (Rep. n° 2161)*.
- KUENZI, E. W. & WILKINSON, T. L. (1971) - Composite Beams-Effect of Adhesive or, Fastener Rigidity. *USDA-FS-FPL, Mad. Wis., 22p.*
- KUNESH, R. H. (1978) - Micro=Lam: structural laminated veneer Lumber. *Forest Products Journal, Mad., 28*(07): 41-44p.
- LABORATÓRIO DE MADEIRAS E DE ESTRUTURAS DE MADEIRA (1988) - *Madeira: determinação de suas características.* São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 48p.
- (1988-b) - *Madeira - Determinação de suas características.* São Carlos, LaMEM-EESC-USP. 48p.
- LAUFENBERG, T. L. (1982) - Exposure Effects upon Performance of Laminated Veneer Lumber (LVL) and Glulam Materials. *Forest Products Journal*, 32(05): 42-48.
- LE BOIS LAMELLÉ - COLLÉ (1987) - *Le Courrier du Bois*, (77): 21-28, Jun.
- (1983) - Parallel-Laminated veneer: Processing and performance Research Review. *Forest Products Journal, Mad. Wis., 33*(09): 21-28.
- LEE, A. W. C. (1984) - Truncating Classical Solutions of Bending of Square Wood-base plates. *Wood and Fiber Science, Dep. For. Univ. Clemson, USA, 16*(02): 237-245.
- LEE, W. C. & BIBLIS, E. J. (1976) - Hygroscopic properties and Shrinkage of Southern Yellow Pine Plywood. *Wood and Fiber. 8*(03): 152-158.

- LEI, Y. K. & WILSON, J. B. (1979) - Fracture Toughness of Parallel-Laminated veneer. *Forest Products Journal*, 29(08): 28-32.
- LEICESTER, R. H. & BUNKER, P. C. (1969) - Fracture at Butt Joints in Laminated Pine. *Forest Products Journal*, 19(02): 59-60.
- LEKHNITSKII (1981) - *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. Moscow, Mair. pleblishers, 73p.
- LEWIS, W. C. (1951) - Fatigue of wood and glued joints used in laminated construction. *Proceedings*. In: *Forest Products Res. Soc.*, Aug. 221-229.
- LIE, T. T. (1977) - A Method for Assessing the fire Resistance of Laminated timber Beams and Columns. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 4(02): 161-169.
- LIU, J. Y, & CHENG, S. (1970) - Analysis of Orthotropic Beams. *USDA-FS-FPL*, Mad, May. 18p. (Research Paper FPL 343.
- LOEHNERTZ, S. P. (1983) - Cost Comparison of Two Processes for Laminating Thick veneer *Forest Products Journal*, 33(11/12) 57-60.
- LONGWORTH, J. (1977) - Longitudinal Shear strength of timber beams. *Forest Products Journal*, 27(08): 19-23.
- LUXFORD, R.F. & KRONE, R. H. (1964) - End joints of various types in Douglas-Fir and whitl OK compared for strength. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis., (1622). Jan., 13p.
- McALISTER, R. H. (1974) - Edge-Glued Dimension Lumber from Low-Grade Southern Pine. *Forest Products Journal*, 24(07): 17-22.
- MADSEN, B. (1962) - Research on design of structural glued-Laminated material. *Forest Products journal*, Mad., Wis., 12(10): 497-502, Oct.

MANTILLA CARRASCO, E. V. (1984) - Ligacoes estruturais de madeira por adesivos. Orientador: Prof. Dr. João C. Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, Dissertação (Mestre - Engº de estruturas).

MARTINELLI, D. A. O. (1961) - Contribuição ao emprego de extensômetros eletricos de resistencia no estudo de estruturas. São Carlos, EESC-USP, 11p. Tese

MARRA, G. G. & YOUNGQUIST, T. A. (1981) - Wood Composites. Chemtech, 11(07): 418-421.

MASCIA, N. T. (1985) - Contribuição ao estudo da flexão estatica em pecas de madeira. Orientador: Prof. Dr. J. C. Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, Set. 308p. Dissertação (Mestre Engº de estruturas).

MARX, C. M. & MOODY, R. C. (1981) - Bending strength of shallow glued-Laminated beams of a uniform grade. USDA-FS-FPL., Mad., Wis., Feb. (Res. Papa. FPL N° 380). 32p.

———— (1982) - Effect of lumber width and tension Laminated beams. Forest Products Journal, Mad., 32(01) 45-52, Jan.

MILLEREUX, D. (1986) - Le Laminé-Collé En France. In: RENCONTRES PROFESSIONNELLES FRANCO-BRESILIENNES DANS LES INDUSTRIES DU BOIS, Paris, federation Nationale du Batiment, Oct. 18p.

MOE J. (1961) - Strength and stiffness of glued laminated timber beams. Norsk skogis dustri, 15(05): 285-306.

MOODY, R. C. (1970-a) - Tensile strength of finger joints in pith-associated and non-pith-associated Southern pine 2 by 6's. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Apr. (Res. Pap. FPL N° 138). 20p.

———— (1970-b) - Glued-laminated timber Research at the Forest Products Laboratory. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Jun. 20p.

———— (1972) - Tensile strength of lumber laminated from 1/8-inch-thinck veneer. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (Res. Pap. N° 181). 22p.

- _____ (1974-a) - Flexural strength of glued-laminated timber beams containing coarse-grain Southern Pine lumber. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (Res. Pap. FPL N° 222). 20p.
- _____ (1974-b) - Design criteria for large structural glued-laminated timber using mixed species of visually graded lumber. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (Res. Pap. FPL N° 236). 40p.
- _____ (1977) - Improved utilization of lumber in glued-laminated beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (Res. Pap. FPL N° 292). 48p.
- _____ (1981) - Compressive Strength of one and two-ply Laminated Timbers. *Forest Products Journal*, 31(05): 47-50.
- MOODY, R. C. & BOHANNAN, B. (1970-a) Flexural properties of glued-laminated Southern Pine beams with laminations positioned by visual-stiffness criteria. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Feb. (Res. Pap. FPL N° 127), 20p.
- _____ (1970-b) - Large glued-laminated timber beams with AITC 301A-69 grade tension laminations. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Oct. (Res. Pap. FPL N° 138). 44p.
- _____ (1971) - Flexural properties of glued-laminated Southern Pine beams finger joint and specific gravity affects. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Jan. (Res. Pap. FPL N° 151). 36p.
- MODY, R. C. et alii (1988) - Variation in stiffness of horizontally laminated glulam timber beams. *Forest Products Journal*, 38(10): 39-45, Oct.
- MUKUDAI, J. (1983) - Evaluation of non-linear Viscoelastic Bending Deflection of Wood. *Wood Science and Technology*. Japan. 17(01): 39-54.
- MURAKAMI, H. (1984) - A Laminated Beam Theory with Interlayer Slip. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, Sept. 551-559.

- _____ (1986) - Laminated Composite Plate Theory with Improved in-Plane Responses. *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*, 53: 661-666, Sept.
- MUTTAQUIN, Z. & TAKEMURA, T. (1981) - Effects of beam size on flexural properties of glued-laminated Jelutong beams: a case of comparatively uniform distribution of laminae. *Journal of the Japan Wood Research Society, Tokyo*, 27(04): 283-289, Apr.
- NEIVA, G. S. (1987/89) - Estudo de resinas sinteticas como adesivo para madeira. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, (Relatórios de Iniciação Científica n° 1 a 5)
- NEOU, C.-Y. (1957) - A Direct Method for Determining Airy Polynomial Stress functions. *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*.p. 387-390.
- NORRIS, C. B. (1950) - Strength of Orthotropic Materials Subjeted to Combinet Stresses. *Forest Products Laboratory*. (Rep. N° 1816).
- _____ (1962) - Plastic Bending of Wood Beams. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, (2255). 6p.
- OBBERG, F. R. (1963) - Heavy timber construction. *USA, American Technical Society*, 373p.
- PELLERIN, R. F. & STRICKLER, M. D. (1971) - Tension proof loading of lam stock for laminated beams. *Forest Products Journal, Mad., Wis.*, 21(05): May. 1971. 50-55p.
- _____ (1972) - Proof loading of tension laminations for large glued-laminated beams. *Forest Products Journal, Mad., Wis.*, 22(10): 24-30, Oct.
- PERCIVAL, D. H. (1969) - Wood Engineering Review. *Forest Products Journal*, 19(09): 111-122.
- PETERSON, J. (1978) - Tensile Strength of L3 Douglas-fir glulam Members. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 104(01): 1-8.

- PETERSON, J. & NOZISKA, D. (1973) - The Tensile Strength of laminated members. *Forest Products Journal*, 23(11): 50-51.
- PETERSON, J.; MADSON, G. & MOODY, R. C. (1981) - Tensile strength of one-two and three-ply Glulam members of 2 by 6 Douglas-fir. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 31(01): 42-48, Jan.
- PINCUS, G.; COTTRELL, E. F.; RICHARDS, D. B. (1966) - Rigid Roof Trusses with Glued-Finger Corners. *Forest Products Journal*, 16(02): 37-42.
- PIPES, R. B. & PAGANO, N. J. (1974) - Interlaminar Stresses in Composite Laminates-An-Approximate Elasticity Solution. *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, Sept. p. 668-672.
- POWER, G. E & WULFEKOTTER, D. (1974) - Machinability Defects in Laminates caused by Too Wear. *Forest Products Journal*. 24(01): 40-48.
- QUINN, P. (1983) - Development and Field Testing of Laminated wood Telephone Cross arms. *South African Forest Journal*: 94-96.
- RAMOS, A. N. (1961) - A Preliminary Study of the Feasibility of Plastic Concept of Design in Wood Structures. University of Wisconsin Doctoral thesis in Civil Engineering.
- RAMOS, A. N. (1961) - Stress - strain distribution in Douglas-fir beams within the plastic range. *USDA-FS-FPL*, (2231) Mad., Wis., Dec. 17p.
- RAO, D. K. (1977) - Static Response of Stiff-Corred Unsymmetric sandwich Beams. *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME, May. 391-396.
- RAO, K. M. & GHOSH, B. G. (1979) - Exact Analysis of Unsymmetric Laminated Beam. *Journal of the Structural Division*. ASCE, 105(11): 2313-2325, Nov.

- _____ (1980) - Imperfectly Bonded Unsymmetric Laminated Beam. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 106(04): 685-697, Aug.
- REISSNER, E. (1984) - On a certain mixed variational theorem and a proposed application. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20: 1366-1368.
- REQUENA, J. A. (1981) - Arcos de Madeira Laminada Colada. São Carlos. LaMEM-EESC-USP, 1980-81. (Relatórios de Iniciação Científica n° 1 e 2)
- ROCCO LAHR, F. A. (1983) - Sobre a determinação de propriedades de elasticidade da madeira. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, Marco. Tese (Doutor Engenheiro).
- RUGGE, K. (1976) - State of Technology in the Finger-Jointing of Wood. *Holz Als Roh-Und Werkstoff*, 34(11): 403-411.
- SCHULTE, H. & YAGUI, T. (1977) - Estruturas de Aço: elementos básicos. São Carlos, EESC-USP, 347p.
- SELBO, M. L. & KNAUSS, A. C. (1958) - Glued laminated wood construction in Europe. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 84(07): 1-1840. Nov.
- SENF, J.F. (1971) - Wood Engineering Review-1969. *Forest Products Journal*, 21(08): 21p.
- SHULER, C. E.; GRANT, D. A.; MOODY, R. C. (1979) - Evaluation of Glued Laminated Beams of Eastern Spruce and Eastern Hemlock. *Forest Products Journal*, 29(07): 23-28.
- SILVERMAN, I. K. (1964) - Orthotropic Beams Under Polynomial Loads. *Journal of Engineering Mechanics Division*. ASCE, 90(05): Oct. 293-319.
- SILVERMAN, I. K. (1980) - Flexure of Laminated Beams. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 106(03): 711-725, Mar.

- SIMIONI, A. (1978) - Sobre a Viabilidade Técnica da Confeccão de Vigas Laminadas com Madeira Juvenil de *Pinus Elliottii* Engilm. Curitiba - PR, Universidade Federal do Paraná - Eng. Florestal, Fev. Dissertação de Mestrado).
- SMITH, G. D. (1962) - An Investigation of Interface Pressures in a Clamped Assembly of Wood Laminations. Thesis Master of Science University of Wisconsin.
- SMITH, F. W. & PENNEY, D. T. (1980) - Fracture Mechanics Analysis of Butt Joints in Laminated Wood Beams. *Wood Science*, 12(04) 227-235.
- SNCCBLC SYNDICAT NATIONAL DES CONSTRUCTEURS DES CHARPENTS EN BOIS LAMELLÉ-COLLÉ (1976) - Charpentes en Bois Lamelle-Colle. Paris, Eyrolles. 177p.
- _____ (1984) - La Charpente en Bois Lamelle-Colle. realisations architecturales. Paris, França. Publicação interna, Mar.
- SORBETTI, G. F. (1979) - Study of a Combined Test Sample and Related Apparatus for Tensile and Shear Test on Glued Laminated Wood Structures. *Forestale e Montana*, 33(03): 189-208.
- SORBETTI-GUERRI, F. (1978) - Studio di un provino unificato e dei relativi congegmi perprove a trazione ed a taglio di strutture in legno lamellari incollate. *Italia Forestale e Montana*, 33(04): 189-208.
- SOUTH AFRICA BUREAU OF STANDARDS (1976) - Standards specification for glued-laminated timber structural members. South Africa, SABS 876-76. 54p.
- STEINER, P. R. & TROUGHTON, G. E. (1980) - Interrelation ship of Bond Performance and Some Physical Properties of Elastomeric Construction Adhesives. *Forest Products Journal*, 30(01): 49-54.

- STEINER, P. P. & ANDERSEN, A. W. (1982) - Effects of Veneer Pre Heating Temperature Press and Assembly Time on Aspen (LVL). *Forest Products Journal*, 32(10): 39-44.
- STRICKLER, M. D. (1970) - End Gluing of Green Lumber. *Forest Products Journal*, 20(09): 47-51.
- STRICKLER, M. D. & PELLERIN, F. (1971) - Tension proof loading of finger joints for laminated beams. *Forest Products Journal*. Mad., Wis., 21(06): 19-24. Jun.
- (1976) - Tension Proff Loading for Southern Pine Beams. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 102(03): 645-657. Mar.
- STRICKLER, M. D.; PELLERIN, F.; TALBOTT, J. W. (1970) - Experiments in proof loading of structural end jointed lumber. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 20(02): 28-35, Feb.
- STUMP, J. P.; SMITH, L. A.; GRAY, R. L. (1981) - Laminated veneer Lumber made from plantation-grown conifers. *Forest Products Journal*, Mad., Wis., 31(04): 34-40, Apr.
- SUCHSLAND, D. (1980) - Theoretical Analysis of Yield and Strength Potential of Two-Play Lumber. *Forest Products Journal*. 30(03): 41-47.
- SUZUKI, H. & CHANG, T.-Y, P (1979) - Bending of Laminated Cantilever Beams with Inter Layer Slip. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 105(02): 269-281, Feb.
- SVETOZAROVA, E. I. & KHPIN, A . V. (1982) - Determining the elastic constants of glued wood. *Lesnoi Zhurnal*, (3): 63-66.
- SWIFT, G. W. & HELLER, R. A. (1974) - Layered Beam Analysis. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE. 100(02): 267-282, Apr.
- TANG, R. C. (1984) - Stress Concentration Around Knots in Laminated Beams. *Wood and Fiber Science*, Alburn University, 16(01): 57-71.

- THOMPSON, E. G.; GOODMAN, J. R.; VANDERBILT, M. D. (1975) - Finite Element Analysis of layered Wood Systems. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 101(12): 2659-2672.
- TICHY, R. J. & BODIG, J. (1978) - Flexural properties of glued-laminated Lodgepole Pine dimension lumber. *Forest Products Journal, Mad., Wis.*, 28(03): 27-33, Mar.
- TIMOSHENKO, S. P. & GOODIER, J. N. (1980) - *Teoria da elasticidade*. 3. ed. Rio de Janeiro, Guanabara Dois. 545p.
- TIMOSHENKO, S. P. & GERE, J. E. (1983) - *Mecânica dos sólidos*. Trad. J. Rodrigues de Carvalho. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. 256p. v. I.
- TORRES ZANDER, J. R. (1979) - *Calculo e fabricacao de pecas de madeira laminada*. Orientador: Prof. Dr. J. C. Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EE5C-USP, Junho. 167p. Dissertação (Mestre-Engº de Estruturas).
- TRIBOULOT, P.; JODIN, P.; PLUVINAGE, G. (1984) - Validity of Fracture Mechanics Concepts Applied to Wood by Finite Element calculation. *Wood Science and Technology*, 18(01): 51-58.
- TSAI, Y. M. (1982) - Central Ductile Crack in An Orthotropic of Finite Width. *J. Compos. Mater.*, 16(05): 358-370, Sept.
- TSCHERNITZ, J. L. et alii (1979) - Hardwood Press-Lam Crossties: Processing and Performance. *USDA-FS-FPL*, Mad., Wis., (Rep.Pao. N° 313). 22p.
- WALFORD, G. B. & MOSS, P. J. (1980) - Tests on Nailed and Glued Layered Timber Cylindrical Shells. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 106(01): 247-263.
- WANG, S. S. & STANGO, R. J. (1982) - Optimally Discretized Finite Elements for Boundary-Layer Stresses in Composite Laminates. *American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA Journal*, 21(04): 614-620.

- WEBB, D. A. (1970) - Wood Laminating Adhesive System for Ribbon Spreading. *Forest Products Journal*, 20(04): 19-23.
- WERREN, F. (1969) - Structural Timber Research at Forest Products Laboratory. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 95(12): 2891-2906.
- WESTMAN & NEMETH (1968) - Single ply-2 ply laminated tension values. *Forest Products Journal, Mad., Wis.*, 18(08): 41-42, Aug.
- WILSON, T. R. C (1939) - *The glued-laminated wooden arch*. Mad., Wis., (U.S. Depart. Agr. Tech N° 691). 31p.
- WILSON, T. R. C. & COTTINGHAM, W. S. (1952) - Test of glued-laminated wood beams and columns and development of principles of design. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, (1687). 25p.
- WOLFE, R. W. & MOODY, R. C. (1974) - Bending Strength of Vertically Glued Laminated Beams with one to Five Plies. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.* (Rep. Pap. FPL N° 333). 20p.
- WOLFE, R. W. & MOODY, R. C. (1978) - Bending strength of water-seaked glued-laminated beams. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, (Res. Pap. FPL N° 307) 12p.
- (1979) - Bending strength of vertically glued laminated beams with one to five plies. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, (333). 20p.
- (1981) - A summary of modulus of elasticity and knot size surveys for laminating grades of lumber. *USDA-FS-FPL, Mad., Wis.*, (Res. Pap. FPL N° 31). 19p. TANG, R. C. (1984) - Stress
- YAN, M. J. & DOWELL, E. H. (1974) - Elastic sandwich beam or plate equations equivalent to classical theory. *Transactions of the ASME*: 526-27, June.
- YOUNGQUIST, J.; BREY, F.; JUNG, J. (1977) - Structural Feasibility of Parallel-Laminated Veneer Crossarms. *USDA-FS-FPL, Mad. Wis.*, (Rep. Pap. FPL N° 303). 13p.

- YOUNGQUIST, J. A. & BRYANT, B. S. (1979) - Production and Marketing Feasibility of Parallel-Laminated Veneer Products. *Forest Products Journal*, 29(08): 45-48.
- ZAKIC, B. D. (1973) - Inelastic Bending of Wood Beams. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 99(10): 2079-2095.
- ZAKIC, B. D. (1979) - Wood Beams Under Impact Load. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 105(07): 1489-1507, July.
- ZAKIC, B. D. (1983) - Shearing Stress in Plastic of Wood Beams. *Journal of Structural Engineering*, 109(04): 1042-1060.