

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

DESACOPLAMENTO DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO
CONTÍNUO: ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE
EDIFÍCIOS ALTOS

AUTOR: IVO R. COELHO

ORIENTADOR: JOSÉ ELIAS LAIER

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

AGRADECIMENTO

O autor agradece ao Prof. José Elias Laier não somente pela sua orientação mas também pela sua amizade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo importante apoio recebido.

Aos funcionários do Departamento de Estruturas em especial ao Sr. Rui Roberto Casale e ao Sr. João Paulo Moretti pelos caprichosos trabalhos de datilografia e desenho, respectivamente.

A

Antonio Carlos

e Leila

R E S U M O

O presente trabalho estuda, pela técnica do meio contínuo, os esforços e deslocamentos nos painéis de contra-ventamento de estruturas de edifícios altos e apresenta uma técnica de desacoplamento das equações diferenciais decorrentes da associação tridimensional desses painéis. Esse desacoplamento é obtido mediante o emprego de relações de semelhança de matrizes por transformações ortogonais, não acarretando o levantamento da ordem de derivação e proporcionando uma integração mais imediata.

Exemplos de aplicação são apresentados para ilustrar o procedimento proposto, e os resultados são comparados com outros já apresentados na literatura técnica, para demonstrar a correção.

A B S T R A C T

The present work studies by continuous medium technique the efforts and displacements of the wind panels of tall buildings and it presents a technique for uncoupling the differential equations resulting from the tridimensional association of these panels. This undecoupling achieved using similarity relation of matrix, by orthogonal transformations, causing no increase in the derivation order thus yielding a more immediate integration.

Simple cases are shown to illustrate the proposed procedure and the results are compared with other results shown in the technical literature, to demonstrate its correction.

Í N D I C E

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - ANÁLISE DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO ..	3
2.1 - INTRODUÇÃO	3
2.2 - PAINEL PAREDE	3
2.3 - PAINEL PÓRTICO	6
2.4 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E PAREDE (PAINEL GE RAL OU MISTO)	8
CAPÍTULO III - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS E DESACOPLAMENTO DAS EQUAÇÕES	
3.1 - INTRODUÇÃO	13
3.2 - EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO	14
3.3 - DESACOPLAMENTO NO CASO DE ASSOCIAÇÃO SÓ CONTEN- DO PAREDES	16
3.4 - DESACOPLAMENTO NO CASO DE ASSOCIAÇÃO SÓ CONTEN- DO PÓRTICOS	19
3.5 - DESACOPLAMENTO DO CASO GERAL NÃO DEGENERADO	20
3.6 - DESACOPLAMENTO EM CASOS DEGENERADOS	23
CAPÍTULO IV - EXEMPLO DE APLICAÇÃO	
4.1 - EXEMPLO 1: CASO NÃO DEGENERADO	26
4.2 - EXEMPLO 2: CASO COM DEGENERAÇÃO DE PAREDE	35
4.3 - EXEMPLO 3: CASO NÃO DEGENERADO	37
CAPÍTULO V - OBSERVAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	41

APÊNDICE I - APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA	
AI.1 - LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO	42
AI.2 - NOMENCLATURA USADA NO PROGRAMA	42
AI.3 - FLUXOGRAMA RESUMIDO E LISTAGEM	44
APÊNDICE II - RIGIDEZ DE PÓRTICO AO ESFORÇO CORTANTE E INFLUÊNCIA DA FLEXÃO	52
AII.1 - INTRODUÇÃO	52
AII.2 - ESTIMATIVA DA RIGIDEZ " s_f "	52
AII.3 - INFLUÊNCIA DA DEFORMABILIDADE AXIAL DOS PILA RES	55
BIBLIOGRAFIA	57

CAPÍTULO I

1.1 - INTRODUÇÃO

A modelagem de estruturas de edifícios altos segundo a Técnica do Meio Contínuo, na qual substitui-se o número finito de lajes por um meio contínuo, com rigidez equivalente, uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício, conduz a um sistema de equações diferenciais, cujos coeficientes dependem de um reduzido número de parâmetros elásticos e geométricos, STAMATO (1972). No entanto, a integração desse sistema de equações é um tanto trabalhosa pelos meios clássicos, sendo que em muitos casos é mais indicada a via numérica, MANCINI (1973).

Por outro lado, o emprego de relações de semelhança de matrizes por transformações ortogonais permite o desacoplamento do sistema e não eleva o grau de derivação, tornando-se, assim, mais imediata a integração, RUTENBERG (1977).

No presente trabalho, no Capítulo II, estuda-se isoladamente os painéis de comportamento característicos, ou seja, paredes, pórticos e a associação plana de paredes e pórticos.

No Capítulo III faz-se a associação tridimensional dos painéis característicos e apresenta-se a técnica de desacoplamento das equações diferenciais decorrentes dessa associação; em seguida estudam-se as possíveis degenerações do conjunto de paredes.

No Capítulo IV são apresentados exemplos de aplicação, cujos resultados são comparados com os de outros autores, podendo-se, assim, avaliar a correção do procedimento desenvolvido.

As observações finais e conclusões são apresentadas no Capítulo V, onde se faz um comentário sucinto sobre a técnica proposta.

Dois apêndices são apresentados. No primeiro é feita a apresentação de um programa para computador, com a automização das soluções propostas; e, no segundo, estuda-se o parâmetro de rigidez do pórtico ao esforço cortante e eventual influência da flexão (deformação axial das colunas).

Finalizando cabe ainda assinalar que apenas três sistemas de carregamento vão ser considerados: carga concentrada no topo, carga uniformemente distribuída e carga linearmente distribuída ao longo da altura do edifício.

CAPÍTULO II

ANÁLISE DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

2.1 - INTRODUÇÃO

Os painéis de comportamento característicos, ou seja, paredes, pórticos e associações planas de parede e pórtico vão ser agora objeto de consideração. A modelagem é abordada segundo os procedimentos clássicos da técnica do Meio Contínuo, e o comportamento é estudado tomando-se três casos de carregamento, ou seja, carregamento concentrado no topo, carregamentos uniformemente distribuídos e linearmente distribuídos ao longo da altura.

É ainda oportuno assinalar que as soluções desenvolvidas no presente capítulo vão ser aproveitadas nos procedimentos de que trata o capítulo seguinte.

2.2 - PAINEL PAREDE

Entende-se por painel parede um consolo extremamente rígido em seu plano à ação de força cortante e deformável apenas por flexão; sendo negligenciada a rigidez transversal (teoria técnica da flexão). Enquadram-se nessa categoria de painel os pilares-parede e os núcleos resistentes sob flexão segundo os eixos principais.

A figura 2.1 exhibe uma parede genérica, os carregamentos considerados, a deformada característica e a configuração de equilíbrio de um elemento diferencial.

Com os sentidos positivos indicados na figura 2.1, as seguintes relações decorrem das considerações de equilíbrio:

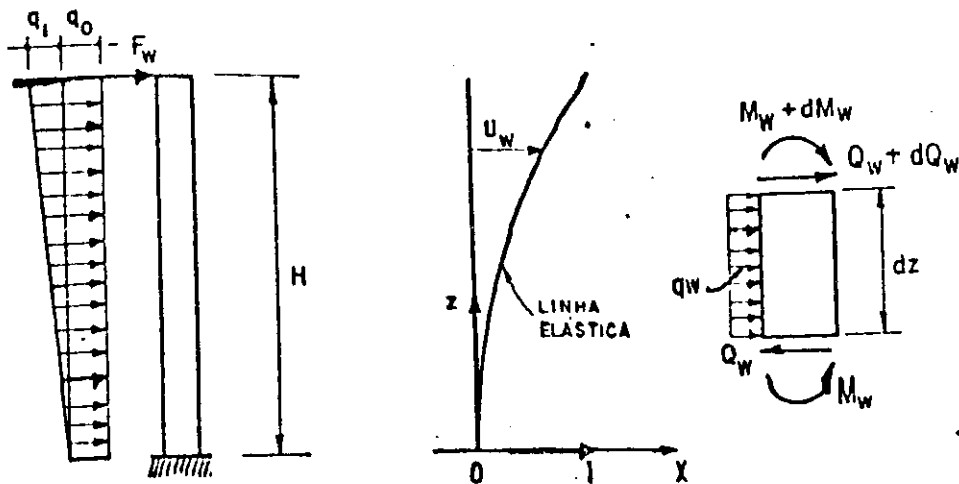


Fig. 2.1 - Painei parede

$$q_w = - \frac{dQ_w}{dz} \tag{2.1}$$

$$Q_w = - \frac{dM_w}{dz}$$

ou ainda:

$$q_w = \frac{d^2 M_w}{dz^2} \tag{2.2}$$

onde emprega-se o índice w para caracterizar grandezas relativas as paredes; q_w é a carga distribuída, Q_w a força cortante, M_w o momento fletor e z a coordenada vertical, com origem na base do painei.

Desprezando-se o efeito da força cortante, a relação constitutiva da parede expressa-se segundo a clássica relação momento-curvatura, ou seja:

$$u_w^{II} = \frac{d^2 u_w}{dz^2} = \frac{M_w}{j_w} \tag{2.3}$$

onde o expoente romano, conforme evidenciado indica o grau de derivação em relação à variável z ; emprega-se a notação u_w para a deformada e j_w representa o produto de rigidez EJ_w , sendo E o módulo de elasticidade longitudinal e J_w o momento de inércia.

Tendo-se em vista a segunda de (2.1), a expressão (2.3) permite escrever:

$$Q_w = - j_w u_w^{III} \quad (2.4)$$

e, em face do exposto em (2.2), também decorre:

$$u_w^{IV} = q_w / j_w \quad (2.5)$$

completando-se, assim, o conjunto de expressões que relacionam a deformada com os esforços considerados (expressões (2.3), (2.4) e (2.5)).

Por outro lado, as condições de vinculação (contorno) da parede assim se expressam:

$$\begin{aligned} u_w(z=0) &= 0 \\ u_w^I(z=0) &= 0 \\ u_w^{II}(z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde a primeira e a segunda de (2.6) indicam o engastamento da parede na base e a última decorre da ausência de flexão no topo (H é a altura do painel conforme fig.2.1).

Finalmente, a integração de (2.4), tendo-se em vista as condições de contorno dadas em (2.6), para os casos de carregamento apontados resulta em:

a) Carga concentrada F_w no topo

$$u_w = \frac{F_w}{6j_w} (3H-z)z^2 \quad (2.7)$$

b) Carga uniforme q_0

$$u_w = \frac{q_0}{24j_w} (z^2 - 4Hz + 6H^2)z^2 \quad (2.8)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u_w = \frac{q_1}{120Hj_w} (z^3 - 10H^2z + 20H^3)z^2 \quad (2.9)$$

É oportuno ressaltar que, tendo-se assumido um comportamento linear, o princípio da superposição de efeitos fica prevalecendo.

2.3 - PAINEL PÓRTICO

Na categoria de pórtico enquadram-se os painéis que apresentam deformabilidade ao esforço cortante no seu plano, sendo extremamente rígido à flexão e não apresentando rigidez transversal. Uma discussão mais detalhada dessas considerações é encontrada no Apêndice II.

A figura 2.2 ilustra um pórtico genérico, o carregamento em consideração, a deformada típica e a configuração elementar de equilíbrio.

Com os sentidos positivos assinalados na figura 2.2, o equilíbrio elementar implica em:

$$q_f = - \frac{dQ_f}{dz} \quad (2.10)$$

$$Q_f = - \frac{dM_f}{dz}$$

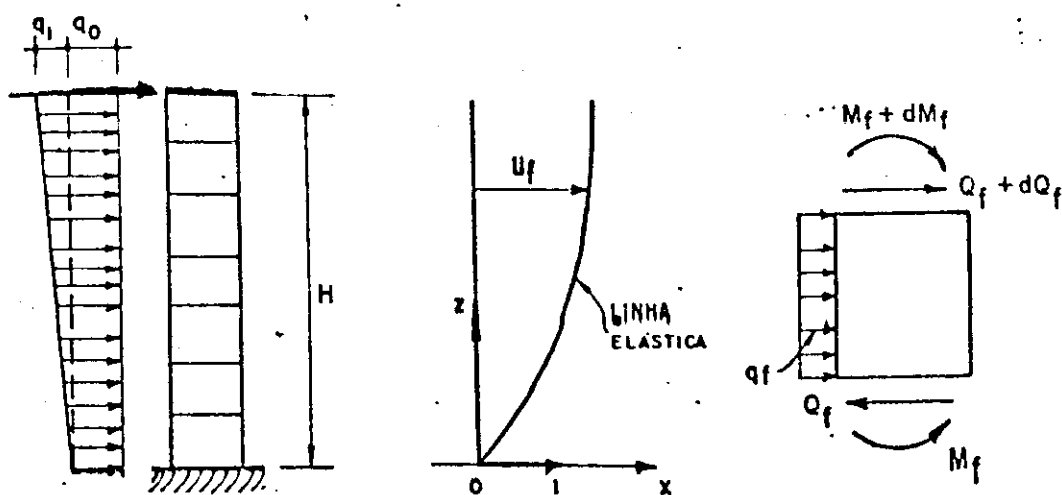


Fig. 2.2 - Painel p \ddot{o} rtico

ou ainda, em decorrência

$$q_f = \frac{d^2 M_f}{dz^2} \tag{2.11}$$

onde o índice f é empregado para caracterizar grandezas referentes a p \ddot{o} rticos.

Tendo-se em vista que se trata de painel deformável apenas por força cortante, a relação cortante-rotação assim se expressa (vide Apêndice II):

$$u_f' = \frac{Q_f}{s_f} \tag{2.12}$$

onde s_f é a rigidez ao esforço cortante. A estimativa desse parâmetro e uma descrição mais detalhada sobre a influência da deformação por flexão, é encontrada no Apêndice II. Tendo-se em vista (2.10) e (2.11), o expresso em (2.12) permite ainda escrever:

$$q_f = -s_f u_f'' \tag{2.13}$$

Além disso, as condições de vinculação do painel implicam em:

$$u_f(z=0) = 0 \quad (2.14)$$

$$u_f'(z=H) = F_f/s_f$$

em decorrência de movimento impedido na base e presença de carga concentrada no topo.

A integração de (2.12), tendo-se em conta as condições de contorno (2.14), para os casos de carregamento considerados conduz a:

a) Carga concentrada F_f no topo

$$u_f = \frac{F_f}{s_f} z \quad (2.15)$$

b) Carga uniforme q_0

$$u_f = \frac{q_0}{2s_f} (2H-z)z \quad (2.16)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u_f = \frac{q_1}{6Hs_f} z(3H^2 - z^2) \quad (2.17)$$

encerrando-se, assim, o estudo desse painel no que de parte interessa.

2.4 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E PAREDE (PAINEL GERAL OU MISTO)

A associação plana de pórtico e parede apresenta vantagens consideráveis, STAMATO (1972), no tocante à modulação estrutural e também no tocante ao comportamento do conjunto. A parede e o pórtico são, de certa forma, painéis de

comportamento complementar (a parede apresenta maior curvatura na base e o pórtico no topo, tendo o conjunto uma deformada mais uniforme).

Exibe-se na figura 2.3 uma associação típica, o carregamento considerado, os quinhões que tocam a cada painel e a deformada elástica comum.

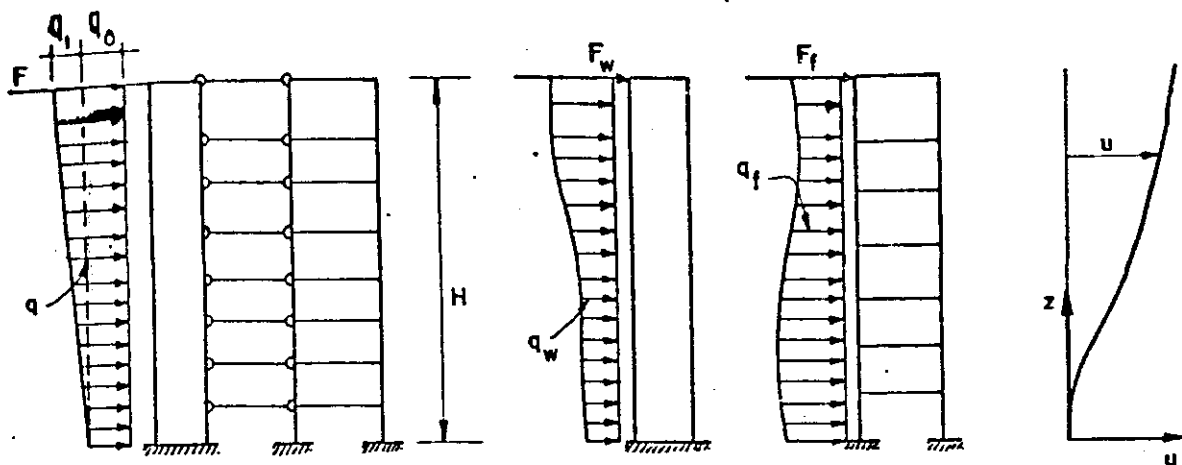


Fig. 2.3 - Associação plana de pórtico e parede

Inicialmente, as condições de equilíbrio horizontal do conjunto implicam nas seguintes relações:

$$F = F_f + F_w$$

$$Q = Q_f + Q_w \quad (2.18)$$

$$q = q_f + q_w$$

Por outro lado, tendo-se em vista as relações constitutivas dos painéis básicos envolvidos (expressões (2.4) e (2.12)) o expresso na segunda das (2.18) ganha uma nova redação, ou seja:

$$-j_w u^{III} + s_f u^I = Q \quad (2.19)$$

ou ainda

$$- u^{III} + K^2 u^I = \bar{Q} \quad (2.20)$$

onde

$$K^2 = s_f / j_w \quad (2.21)$$

$$\bar{Q} = Q / j_w$$

lembrando-se, naturalmente, que o movimento do conjunto é solidário ($u = u_f = u_w$).

As condições de vinculação do conjunto são dadas por:

$$u(z=0) = 0$$

$$u^I(z=0) = 0 \quad (2.22)$$

$$u^{II}(z=H) = 0$$

onde as duas primeiras de (2.22) decorrem do engastamento da parede na base e a última da ausência de flexão no topo do conjunto.

A integração de (2.20) levando-se em conta as condições de contorno (2.22), para os casos de carregamento considerados, implica em :

a) Carga concentrada F no topo

$$u = C_1 + C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} + \frac{F}{K^2 j_w} z \quad (2.23)$$

onde:

$$C_1 = \frac{F}{K^3 j_w} \left(\frac{-1 + e^{-2KH}}{1 + e^{-2KH}} \right)$$

$$C_2 = \frac{F}{K^3 j_w} \left(\frac{-e^{-2KH}}{1+e^{-2KH}} \right)$$

$$C_3 = \frac{F}{K^3 j_w} \left(\frac{1}{1+e^{-2KH}} \right) \quad (2.24)$$

b) Carga uniforme q_0

$$u = C_1 + C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} + \frac{q_0}{K^2 j_w} (Hz - z^2/2) \quad (2.25)$$

onde

$$C_1 = - \frac{q_0}{K^4 j_w} \left(\frac{KH + 2e^{-KH} - KH e^{-2KH}}{1+e^{-2KH}} \right)$$

$$C_2 = \frac{q_0}{K^4 j_w} \left(\frac{e^{-KH} - KH e^{-2KH}}{1+e^{-2KH}} \right) \quad (2.26)$$

$$C_3 = \frac{q_0}{K^4 j_w} \left(\frac{KH + e^{-KH}}{1+e^{-2KH}} \right)$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$u = C_1 + C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} + \frac{q_1 z^2}{6K^2 j_w H} (3H^2 - z^2) \quad (2.27)$$

onde

$$C_1 = \frac{q_1}{2K^4 j_w} \left(\frac{-KH - 4e^{-KH} + KH e^{-2KH}}{1+e^{-2KH}} \right)$$

$$C_2 = \frac{q_1}{2K^4 j_w} \left(\frac{2e^{-KH} - KH e^{-2KH}}{1+e^{-2KH}} \right)$$

$$C_3 = \frac{q_1}{2K^4 j_w} \left(\frac{KH + 2e^{-KH}}{1+e^{-2KH}} \right) \quad (2.28)$$

Para completar o estudo em questão, torna-se, nesse caso, necessário expressar os esforços internos de cada painel do conjunto, ou seja:

a) Carga concentrada F no topo

$$\begin{aligned}
 M_w &= j_w u^{II} = K^2 j_w (C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz}) \\
 Q_w &= -j_w u^{III} = K^3 j_w (-C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz}) \\
 Q_f &= s_f u^I = K s_f (C_2 e^{Kz} - C_3 e^{-Kz} + F/K^3 j_w)
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

b) Carga uniforme q_0

$$\begin{aligned}
 M_w &= K^2 j_w (C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} - q_0/K^4 j_w) \\
 Q_w &= K^3 j_w (-C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz}) \\
 Q_f &= K s_f (C_2 e^{Kz} - C_3 e^{-Kz} + q_0(H-z)/K^3 j_w)
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

c) Carga linearmente distribuída q_1

$$\begin{aligned}
 M_w &= K^2 j_w (C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} - q_1 z/K^4 j_w H) \\
 Q_w &= K^3 j_w (-C_2 e^{Kz} + C_3 e^{-Kz} + q_1/K^5 j_w H) \\
 Q_f &= K s_f (C_2 e^{Kz} - C_3 e^{-Kz} + q_1(H^2 - z^2)/2K^3 j_w H)
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

e, assim, todas as grandezas de interesse, ficam, pois, adequadamente colocadas.

CAPÍTULO III

ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS E DESACOPLAMENTO DAS EQUAÇÕES

3.1 - INTRODUÇÃO

A figura 3.1 exibe uma disposição genérica dos painéis de contraventamento em planta. Adota-se um sistema de referência dextrorso, com origem na base do conjunto e com eixos OX e OY situados no plano da base e eixos OZ na vertical. Conforme já assinalado por STAMATO e MANCINI (1972), eventuais núcleos resistentes podem ser representados mediante duas paredes planas ortogonais, mais uma mola de torção, por essa razão a figura 3.1 contém a indicação de eventual mola de torção.

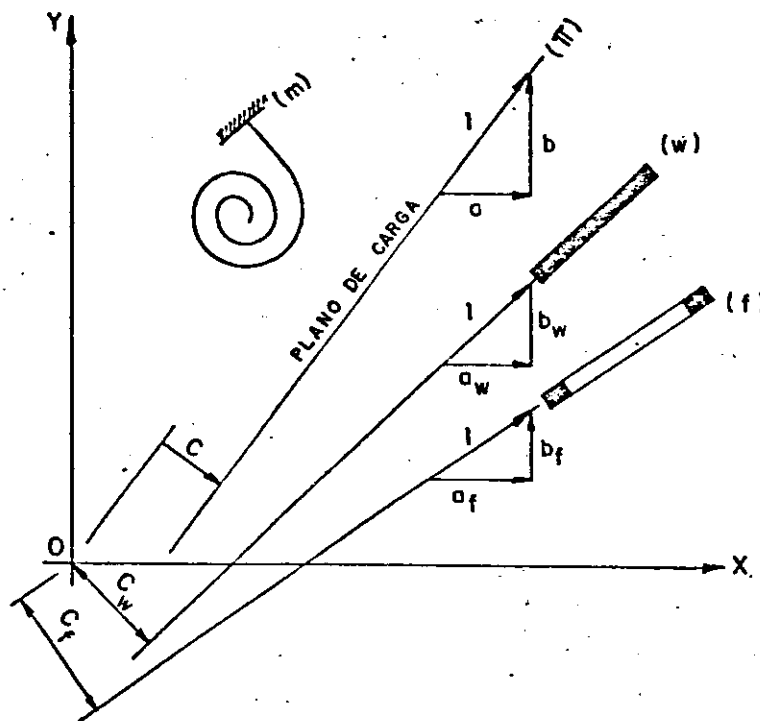


Fig. 3.1 - Associação tridimensional de painéis

Em conformidade com a modelagem clássica da técnica do Meio Contínuo, a estrutura tridimensional do edifício é simulada pela associação contínua de painéis de contraventamento, mediante uma infinidade de diafragmas horizontais desprovidas de rigidez transversal, porém infinitamente rígidas em seus planos (simulação das lajes).

A posição de cada painel é caracterizada pelas componentes a_i , b_i e c_i de um versor horizontal contido no plano do painel, sendo a_i e b_i as componentes segundo OX e OY, e c_i o braço desse versor em relação ao eixo OZ, considerada positiva se dextrorso o momento do versor segundo OZ; o índice f e w são empregado dentro da convenção já apresentada no capítulo anterior. A resultante do carregamento é suposta contida num plano vertical π , cuja posição caracteriza-se por componentes a , b e c a exemplo daquelas atribuídas aos painéis. Estudam-se, aqui também, os casos de carregamento já apresentados anteriormente.

No plano de cada painel é tomado um sistema local de referência Oxz , a exemplo daquelas empregadas no capítulo anterior, com eixo Ox segundo o versor mencionado e eixo Oz vertical.

3.2 - Equações de equilíbrio

As condições de equilíbrio horizontal do conjunto são expressas por:

$$\sum_w Q_w a_w + \sum_f Q_f a_f = Q_a$$

$$\sum_w Q_w b_w + \sum_f Q_f b_f = Q_b \quad (3.1)$$

$$\sum_w Q_w c_w + \sum_f Q_f c_f + \sum_n (M_{ft} + M_t) = Q_c$$

sendo Q a cortante no nível considerado, M_{ft} e M_t os momentos de flexo-torção e de torção livre, respectivamente, nas eventuais molas de torção.

Por outro lado os movimentos horizontais da estrutura, em face da consideração de uma infinidade de diafragmas, são:

$$u(z) = \text{movimento segundo OX}$$

$$v(z) = \text{movimento segundo OY}$$

$$w(z) = \text{rotação segundo O Z}$$

Em decorrência, o movimento de um painel genérico no seu plano assim se expressa:

$$u_i = ua_i + vb_i + wc_i \quad (3.2)$$

onde, naturalmente, tem-se em conta a teoria de 1ª. ordem

Pois bem, tendo-se em vista as relações constitutivas dos painéis parede e pórtico, ou seja:

$$Q_w = -j_w u_w^{III} \quad (3.3)$$

$$Q_f = s_f u_f^I$$

e o expresso em (3.2), a relação (3.1) ganha a seguinte redação matricial:

$$- \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^{III} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^I = Q \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

onde:

$$J_{kl} = \sum_w j_w^k l_w \quad (3.5)$$

$$S_{kl} = \sum_f s_f^k l_f$$

com k e l representando qualquer uma das coordenadas a , b ou c , e sendo ainda

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_m J_{ft} \quad (3.6)$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_m J_t$$

onde J_{ft} e J_t representam, respectivamente o produto de rigidez de flexo-torção e de torção livre dos eventuais núcleos resistentes.

3.3 - DESACOPLAMENTO NO CASO DE ASSOCIAÇÃO SÓ CONTENDO PAREDES

No caso de estruturas onde o contraventamento é promovido apenas por painéis do tipo parede, a equação (3.4) assume a forma:

$$- \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \text{ III} = Q \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

e cujo desacoplamento \bar{e} , agora, objeto de estudo.

Pois bem, o desacoplamento de (3.8) pode ser alcançado mediante duas operações de mudança do sistema de referência, ou seja, uma translação seguida de uma rotação, STAMATO (1972).

A figura 3.2 ilustra as operações envolvidas

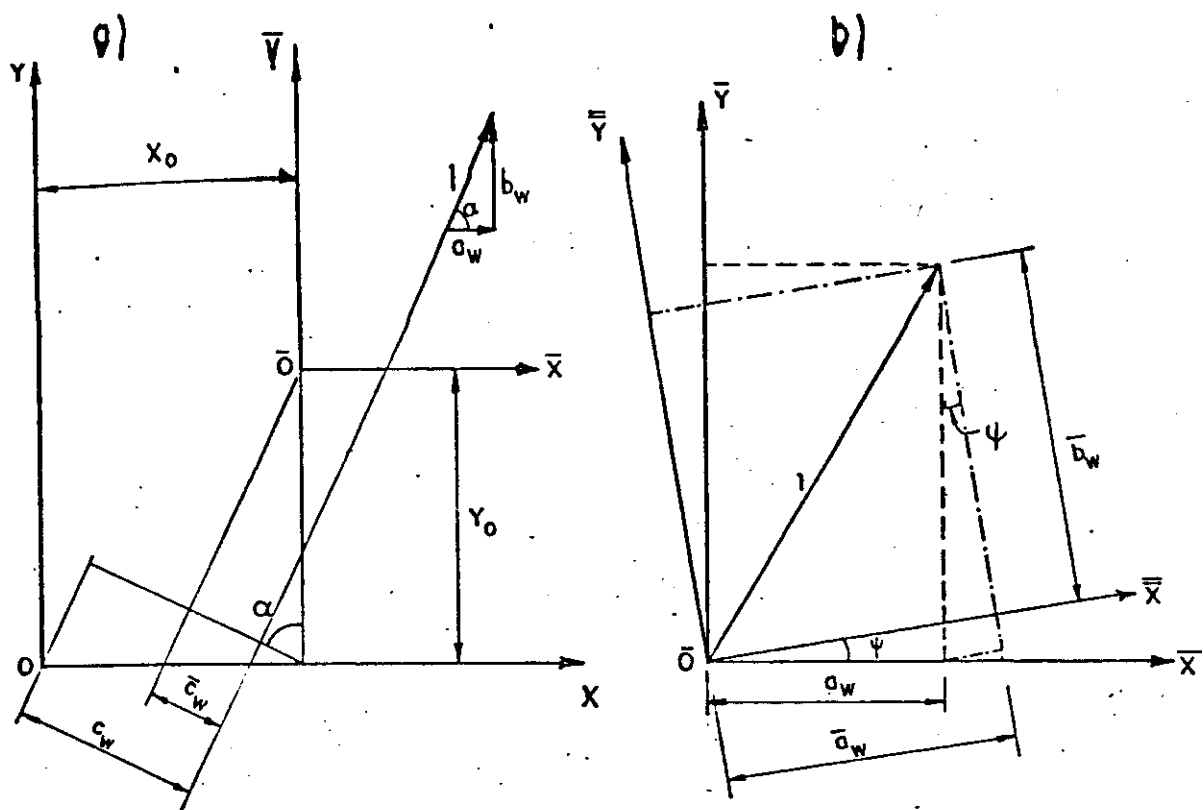


FIG. 3.2 - MUDANÇA DO SISTEMA DE REFERÊNCIA.

De fato, mediante translação do sistema de referência é possível anular os elementos J_{ac} e J_{bc} , porquanto, no novo sistema tem-se (vide fig. 3.2a)):

$$\bar{c}_w = c_w - X_0 b_w + Y_0 a_w \quad (3.8)$$

e, com isso:

$$\bar{J}_{ac} = \sum_w j_w^a \bar{c}_w = J_{ac} - X_0 J_{ab} + Y_0 J_{aa}$$

$$\bar{J}_{bc} = \sum_w j_w^b \bar{c}_w = J_{bc} - X_0 J_{bb} + Y_0 J_{ab}$$

cuja nulidade simultânea conduz a:

$$X_0 = \frac{J_{aa}J_{bc} - J_{ab}J_{ac}}{J_{aa}J_{bb} - J_{ab}^2} \quad (3.9)$$

$$Y_0 = \frac{-J_{bb}J_{ac} + J_{ab}J_{bc}}{J_{aa}J_{bb} - J_{ab}^2}$$

ou seja, X_0 e Y_0 são as coordenadas da origem de um sistema de referência, no qual os movimentos de translação e rotação acham-se desacoplados. Por outro lado, em se procedendo rotação no sistema de referência tem-se (vide fig. 3.2b)):

$$\bar{a}_w = a_w \cos \psi + b_w \sin \psi \quad (3.10)$$

$$\bar{b}_w = -a_w \sin \psi + b_w \cos \psi$$

e, em assim sendo, no novo sistema de referência tem-se:

$$\bar{J}_{ab} = \sum_w j_w \bar{a}_w \bar{b}_w = J_{ab} \cos 2\psi + 1/2 (J_{bb} - J_{aa}) \sin \psi \quad (3.11)$$

cuja nulidade implica em:

$$\psi = 1/2 \arctg \frac{2J_{ab}}{J_{aa} - J_{bb}} \quad (3.12)$$

Em resumo, tomando-se um sistema de referência com origem em X_0 e Y_0 conforme expresso em (3.10) e com orientação ψ conforme expresso em (3.13), o sistema de equação (3.8) desacopla-se, ou seja:

$$- \begin{bmatrix} \bar{J}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{J}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} = Q \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

sendo cada uma das equações desacopladas do tipo já estudado no item 2.2, onde \bar{u} , \bar{v} e \bar{w} são os movimentos segundo o novo sistema de referência.

3.4 - DESACOPLAMENTO NO CASO DE ASSOCIAÇÃO SÓ CONTENDO PÔRTICOS

Para o caso de estruturas contraventadas apenas por pòrticos, a equação (3.4) apresenta a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^I = Q \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

cujo desacoplamento é também alcançado com o procedimento já descrito no item anterior (para tanto basta no lugar da notação - $J_{k\ell}$ substituí pela notação $S_{k\ell}$). Nesse caso o sistema desacoplado tem a forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{S}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix}^I = Q \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

onde cada uma das equações desacopladas é do tipo já estudado no item (2.3) (\bar{u} , \bar{v} e \bar{w} são os movimentos segundo o novo sistema de referência).

3.5 - DESACOPLAMENTO DO CASO GERAL NÃO DEGENERADO

O caso de estruturas formadas pela associação tri-dimensional de paredes e pòrtico, onde o conjunto de paredes e o conjunto de pòrticos são capazes de receber, isoladamente, carregamentos em qualquer direção e posição, é dito tratar-se do caso não degenerado. Em termos matemáticos, tais propriedades decorrem do fato de se ter $\det [J] \neq 0$ e $\det [S] \neq 0$ (vide equação (3.4)).

No sentido de se proceder o desacoplamento da equação (3.4), toma-se, inicialmente, o sistema de referência que diagonaliza a matriz $[J]$; e assim a equação (3.4) passa a escrever-se:

$$-\begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^{III} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}^I = Q \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Para facilitar a redação, a equação (3.16) pode ser representada na seguinte forma:

$$-[J] \{u\}^{III} + [S] \{u\}^I = Q \{A\} \quad (3.17)$$

cujos termos são facilmente identificáveis quando confrontam-se com os presentes na equação (3.16).

Tomando-se uma matriz ortogonal $[T]$ onde se pode definir:

$$\{u\} = [T] \{\bar{u}\} \quad (3.18)$$

que levado em (3.17), chega-se a:

$$-[J][T] \{\bar{u}\}^{III} + [S][T] \{\bar{u}\}^I = Q \{A\} \quad (3.19)$$

Por outro lado, pré-multiplicando-se ambos os membros de (3.19) pela transposta de $[T]$, obtém-se:

$$-[T]^t [J] [T] [\bar{u}]^{III} + [T]^t [S] [T] [\bar{u}]^I = [T]^t Q [A] \quad (3.20)$$

Se a matriz ortogonal $[T]$ aplicada (3.20) obedecer as transformações lineares:

$$[T]^t [J] [T] = [I] \quad (3.21)$$

$$[T]^t [S] [T] = [K^2] \quad (3.22)$$

onde $[K^2]$ é uma matriz diagonal cujos elementos são as raízes característica de $[S]$; a equação (3.20) reduz-se a forma:

$$-[\bar{u}]^{III} + [K^2] [\bar{u}]^I = [T]^t Q [A] \quad (3.23)$$

cujas equações acham-se agora desacopladas.

A composição das matrizes $[T]$ e $[K]$ segue as relações de semelhança de matrizes pelas transformações ortogonais (3.21) e (3.22).

Como em (3.21) a matriz ortogonal transforma a matriz diagonal $[J]$ em uma matriz identidade tem-se, pelos teoremas da álgebra linear, que essa matriz será uma matriz diagonal $[\bar{T}]$ com elementos iguais a:

$$\bar{T}_{ii} = J_{ii}^{-1/2} \quad (3.24)$$

Aplicando esta matriz $[\bar{T}]$ na equação (3.22) resulta:

$$[\bar{T}]^t [S] [\bar{T}] = [B] \quad (3.25)$$

Conforme a teoria de redução de matrizes simétricas reais em matrizes diagonais, pela equivalência ortogonal, BEAUMONT. (1914); a matriz ortogonal $[T]$ que satisfaz a transformação (3.22) é a matriz dos auto-vetores obtida a partir dos auto-valores da matriz $[S]$ pela equação característica $|XI-S| = 0$.

Porém, como a matriz $[T]$ também tem que satisfazer a condição (3.21), tem-se que $[T]$ será um produto de matrizes por transformações lineares sucessivas; isto é

$$[T] = [\bar{T}][\bar{\bar{T}}] \quad (3.26)$$

onde a matriz $[\bar{T}]$ é definida em (3.24) e a matriz $[\bar{\bar{T}}]$, conforme exposto acima e também devida a condição (3.21), é a matriz dos auto-versores obtida com base nos auto-valores da matriz $[B]$ dada em (3.25) pela equação característica $|XI-B|=0$.

Assim sendo, a matriz $[K^2]$ procurada, conforme (3.22) é dada por:

$$[\bar{\bar{T}}]^t [\bar{T}]^t [S] [\bar{\bar{T}}] [\bar{T}] = [\bar{\bar{T}}]^t [B] [\bar{\bar{T}}] = [K^2] \quad (3.27)$$

Para finalizar, vale apenas assinalar que cada uma das equações desacopladas presentes em (3.23) é do tipo já estudado no item 2.4, ou no item 2.1 quando os elementos da matriz $[K^2]$ forem nulos.

3.6 - DESACOPLAMENTO EM CASOS DEGENERADOS

Os procedimentos de desacoplamento das equações, tanto no caso de degeneração do conjunto de paredes ($\det [J] = 0$), como no caso de degeneração do conjunto de pôrticos ($\det [S] = 0$), são similares (degeneração, em verdade, já se constitui numa espécie de desacoplamento involuntário); por essa razão apenas os casos de degeneração do conjunto de paredes vão ser aqui abordados. No que se segue, é suposto adotado o sistema de referência que diagonaliza a matriz $[J]$.

Considera-se, inicialmente, o caso onde o conjunto de paredes apresenta rigidez apenas na direção OY, ou seja, apenas J_{bb} diferente de zero. Nessa situação, a eliminação simples de u e w conduz a:

$$-v^{III} + \beta v^I = \gamma Q \quad (3.28)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{J_{bb}} \left[s_{bb} + s_{ab} \left(\frac{s_{bc} s_{ac} - s_{ab} s_{cc}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) + s_{bc} \left(\frac{s_{ab} s_{ac} - s_{bc} s_{aa}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) \right] \quad (3.29)$$

$$\gamma = \frac{1}{J_{bb}} \left[b - s_{ab} \left(\frac{a s_{cc} - c s_{ac}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) - s_{bc} \left(\frac{c s_{aa} - a s_{ac}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) \right]$$

sendo que a solução de (3.24) segue todos os passos do item 2.4. Além disso, a eliminação promovida comporta, ainda, as seguintes relações:

$$u' = \left(\frac{a s_{cc} - c s_{ac}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) Q + \left(\frac{s_{bc} s_{ac} - s_{ab} s_{cc}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) v' \quad (3.30)$$

$$w' = \left(\frac{c s_{aa} - a s_{ac}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) Q + \left(\frac{s_{ba} s_{ac} - s_{cb} s_{aa}}{s_{aa} s_{cc} - s_{ac}^2} \right) v'$$

que permitem, mediante simples integração, fornecer as restantes componentes de deslocamento.

Finalizando, vale assinalar que o caso de conjunto de paredes com rigidez apenas na direção OX é de todo similar, não ocorrendo na prática a situação em que apenas J_{cc} é diferente de zero (conjunto de paredes com rigidez apenas à torção).

Uma outra configuração degenerada é aquela onde, por exemplo, apenas $J_{aa} = 0$. Esse é o caso de um conjunto com duas ou mais paredes paralelas segundo a direção OY. Situações análogas ocorrem quando tal fato verifica-se na direção OX (ou seja, apenas $J_{bb} = 0$), e também no caso de paredes concorrentes numa vertical, quando então apenas $J_{cc} = 0$.

Pois bem, eliminando-se o movimento u na equação (3.17) tem-se:

$$-\begin{bmatrix} J_{bb} & 0 \\ 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \text{ III} + \begin{bmatrix} \bar{S}_{bb} & \bar{S}_{bc} \\ \bar{S}_{bc} & \bar{S}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \text{ I} = Q \begin{bmatrix} \bar{b} \\ \bar{c} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{bb} &= (S_{aa}S_{bb} - S_{ab}^2) / S_{aa} \\ \bar{S}_{bc} &= (S_{aa}S_{bc} - S_{ab}S_{ac}) / S_{aa} \\ \bar{S}_{cc} &= (S_{aa}S_{cc} - S_{ac}^2) / S_{aa} \\ \bar{b} &= (bS_{aa} - aS_{ab}) / S_{aa} \\ \bar{c} &= (cS_{aa} - aS_{ac}) / S_{aa} \end{aligned} \quad (3.32)$$

prevalecendo a relação de eliminação:

$$u' = (-S_{ab}v' - S_{ac}w' + aQ) / S_{aa} \quad (3.33)$$

O desacoplamento da equação (3.31) segue os mesmos passos já apresentados no item (3.5), apenas reduzindo-se a ordem das matrizes envolvidas. O movimento eliminado em (3.17) obtem-se por integração simples de (3.33).



CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - EXEMPLO 1: CASO NÃO DEGENERADO

A figura (4.1) exibe a planta térrea de um edifício constituída pela associação de pórticos e paredes capazes de receber cada associação, qualquer carregamento, tratando-se portanto de um caso não degenerado de associação.

Nesse edifício, formado de 10 andares de pé direito $h = 3,0\text{m}$, as vigas são iguais e de seção $20 \times 50\text{cm}$ em todos os andares, os pilares tem seção $40 \times 40\text{cm}$ constante com altura.

As paredes (1) e (2) tem seção constante $25 \times 200\text{cm}$ e a parede (3) possui dimensão $25 \times 250\text{cm}$ também constantes.

O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 1,3\text{tf/m}$.

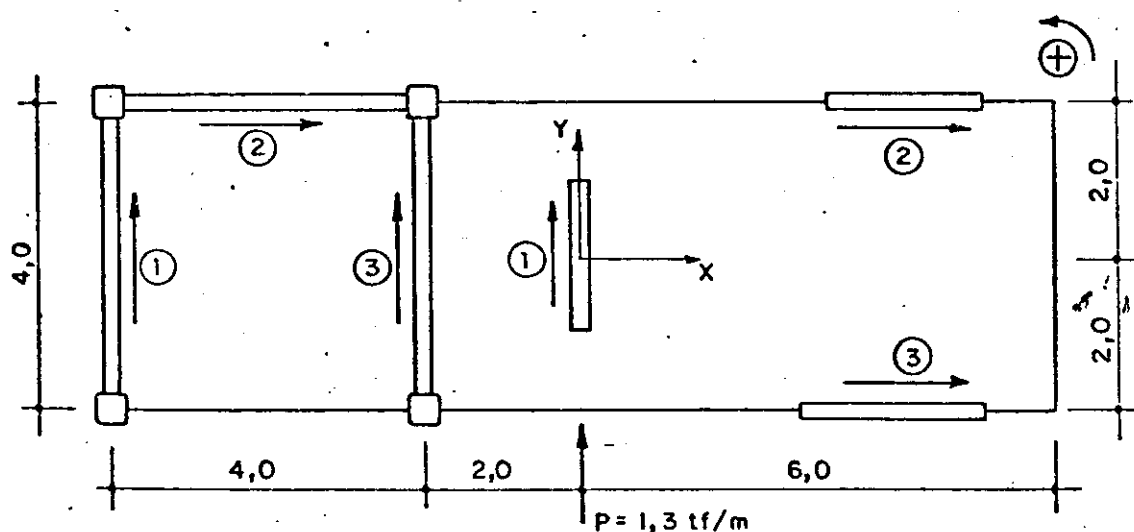


Fig. 4.1 - Caso não degenerado

As características de rigidez dos painéis e os parâmetros correspondentes ao vetor unitário associado a cada painel, em relação ao sistema de referência da figura 4.1 são apresentados na tabela (4.1).

Tabela 4.1

Parede	a_w	b_w	c_w (m)	j_w (t.m ²)
1	0	1	0	$33,4 \cdot 10^4$
2	1	0	-2	$33,4 \cdot 10^4$
3	1	0	2	$65,2 \cdot 10^4$
Pórtico	a_f	b_f	c_f (m)	s_f (t)
1	0	1	-6	3040
2	1	0	-2	3040
3	0	1	-2	3040

Substituindo-se a rigidez das paredes (1) e (2) pelos mesmos valores tomados por MANCINI (1973), ou seja, $j_w(1) = j_w(2) = 23,4 \cdot 10^{-4} \text{ t.m}^2$ e comparando os resultados obtidos por aquele autor com aplicação de Diferenças Finitas e os provenientes do emprego da técnica apresentada no presente trabalho, seguem-se as figuras (4.1) a (4.15), onde as curvas contínuas ilustram o presente procedimento.

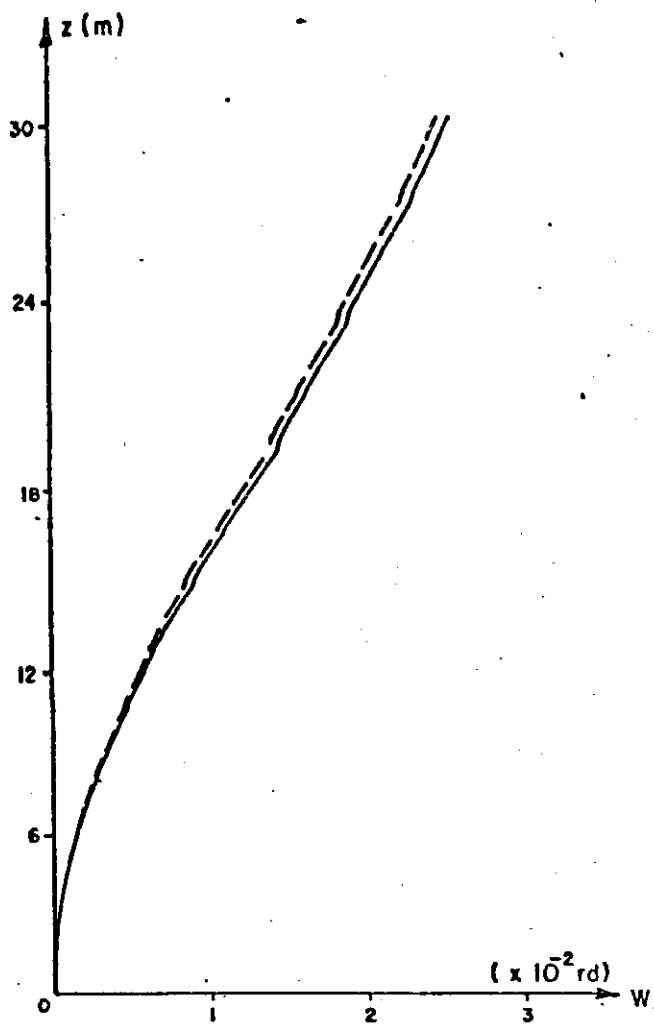


FIG. 4.1 - ROTAÇÃO DO DIAFRAGMA GENÉRICO.

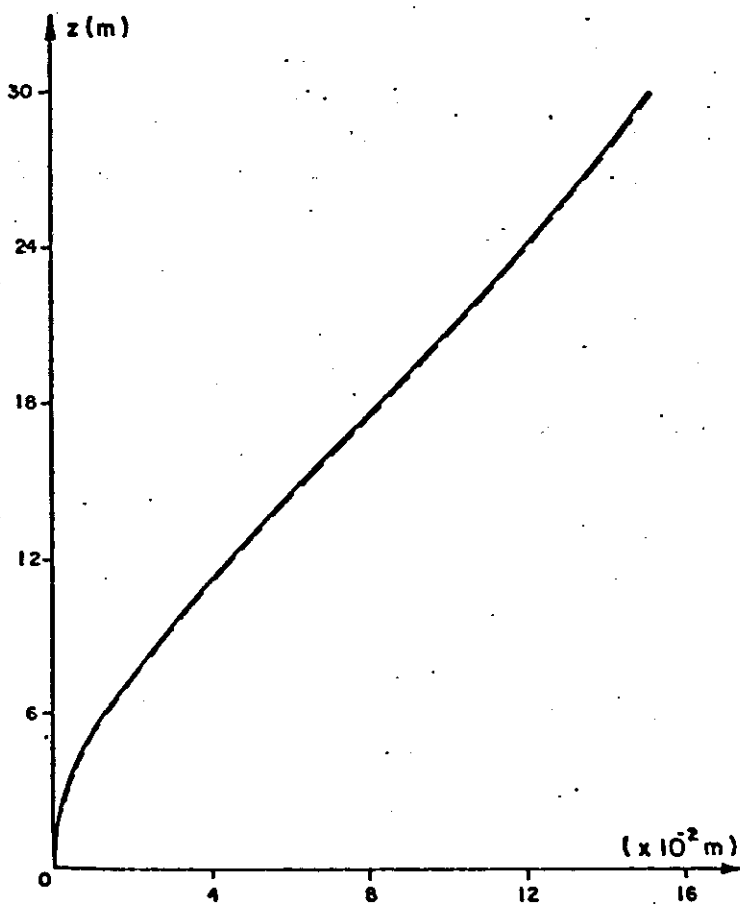


FIG. 4.2 - DESLOCAMENTOS DA PAREDE (1).

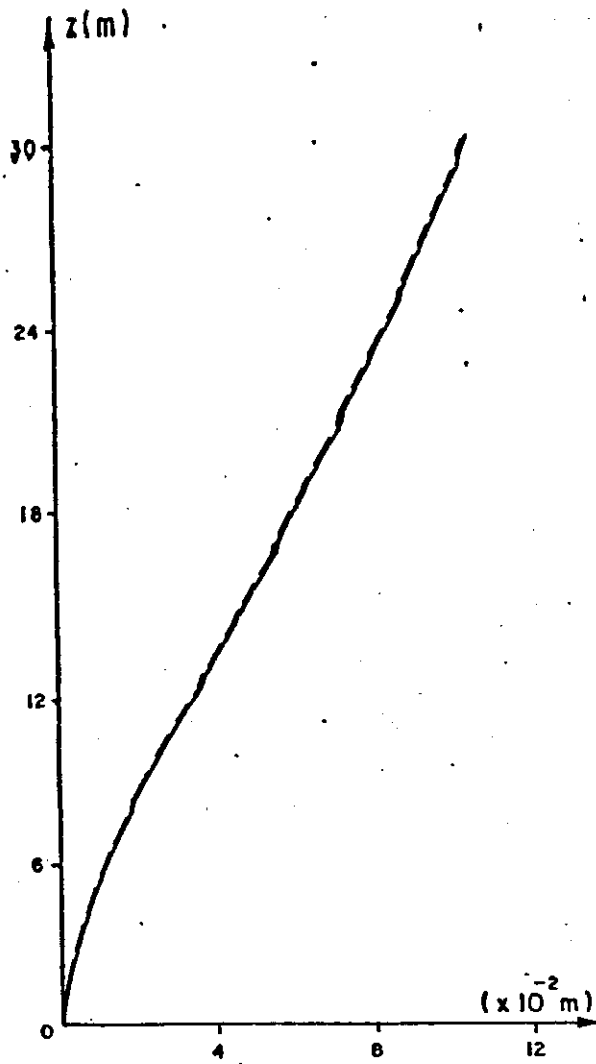


FIG. 4.3 - DESLOCAMENTO DO PÓRTICO (3).

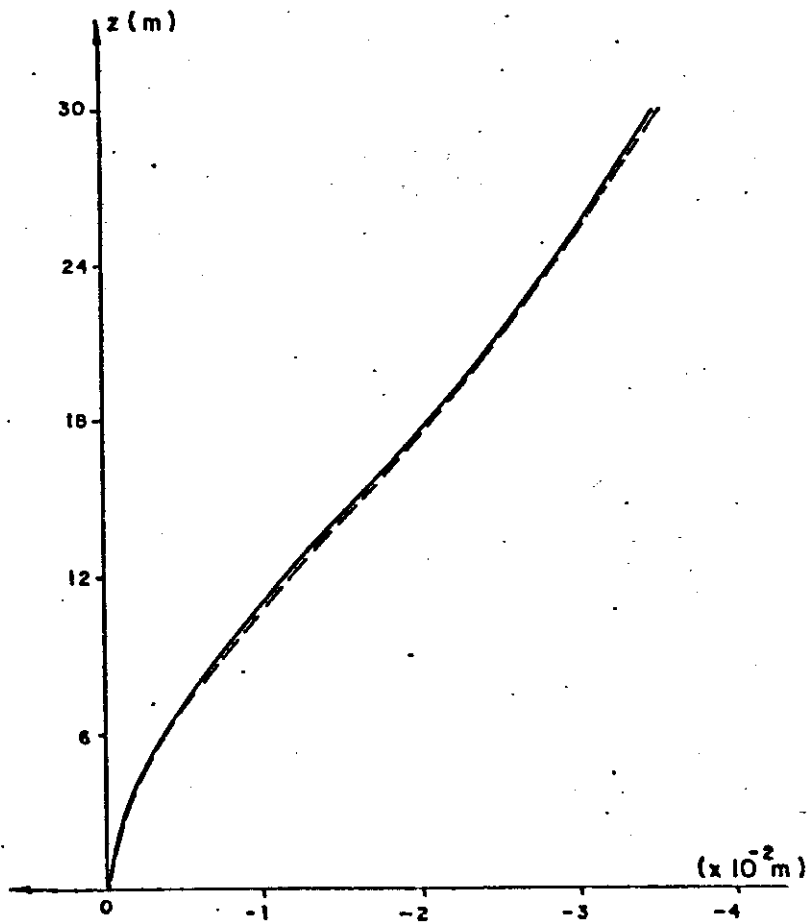


FIG. 4.4 - DESLOCAMENTOS DO PÓRTICO (2).

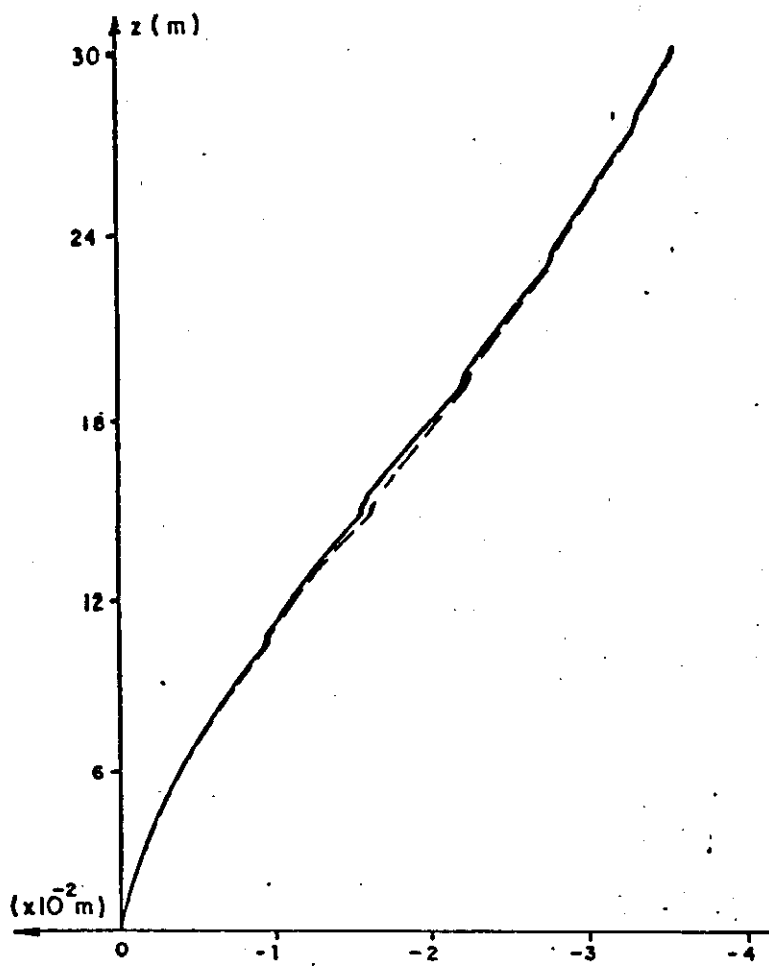


FIG. 4.5 - DESLOCAMENTOS DA PAREDE (2).

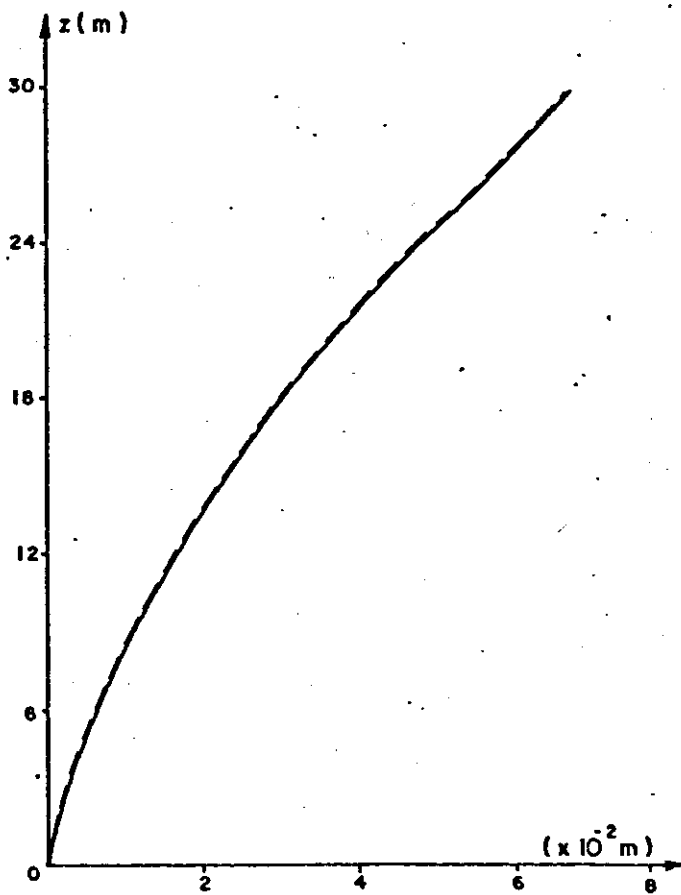


FIG. 4.6 - DESLOCAMENTOS DA PAREDE (3).

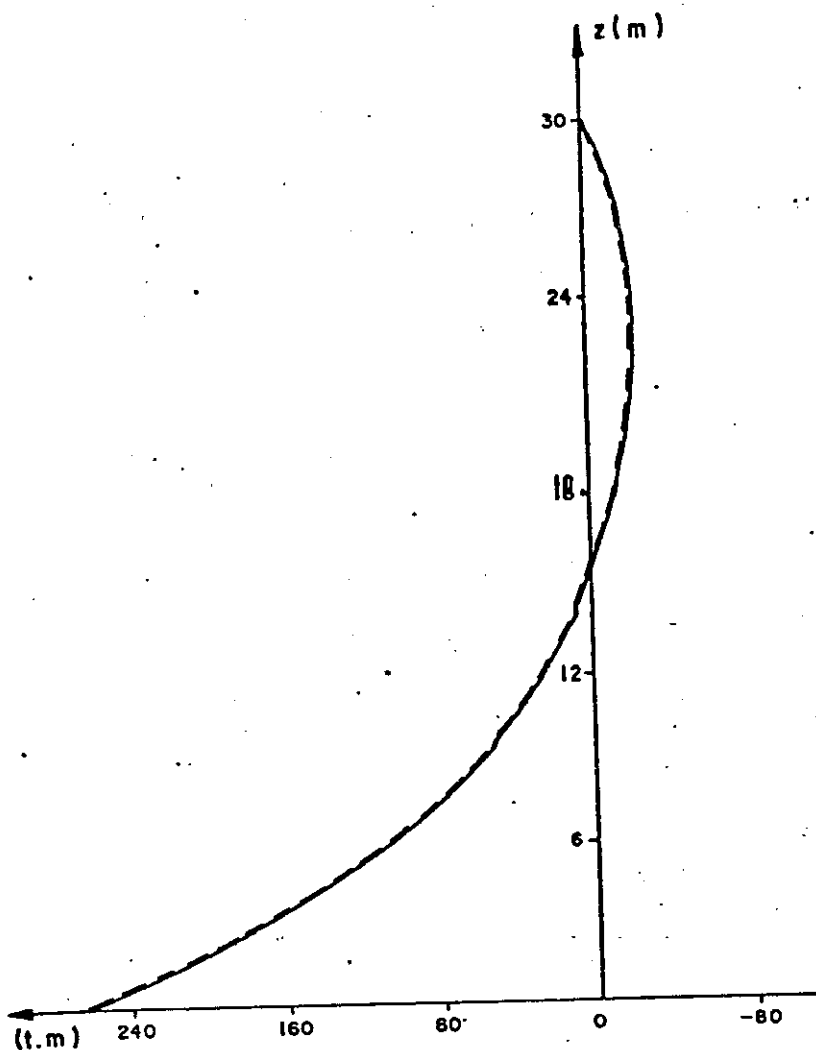


FIG. 4.7 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (1).

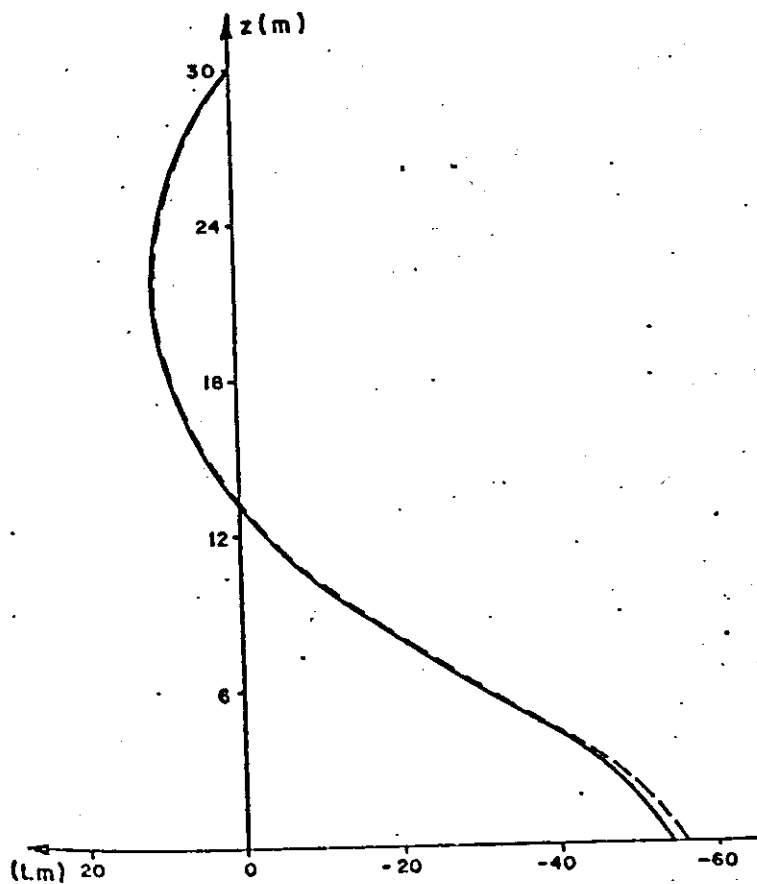


FIG. 4.8 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (2)

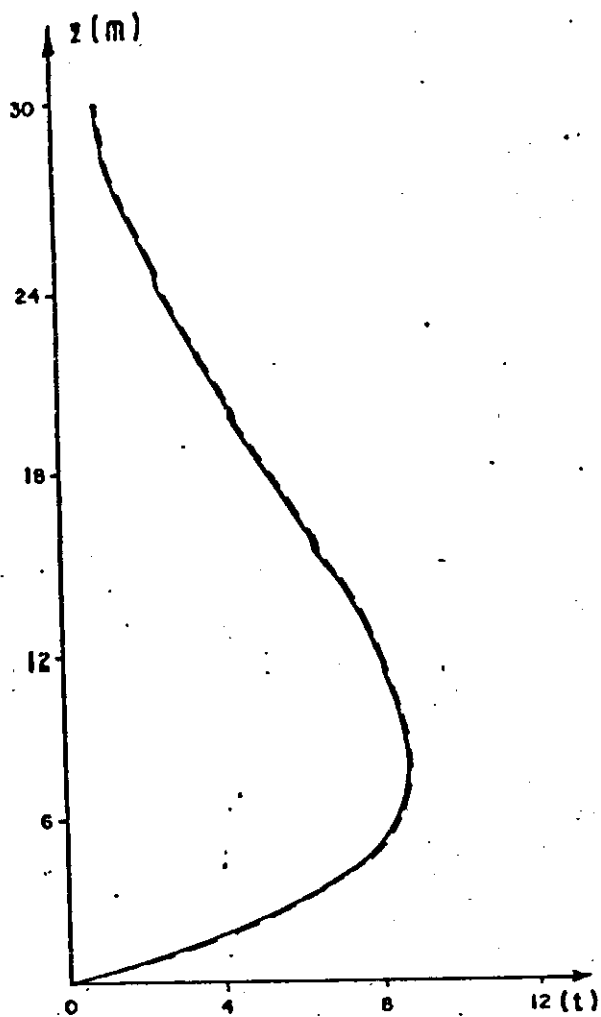


FIG. 4.9 - FORÇA CORTANTE NA PAREDE (3).

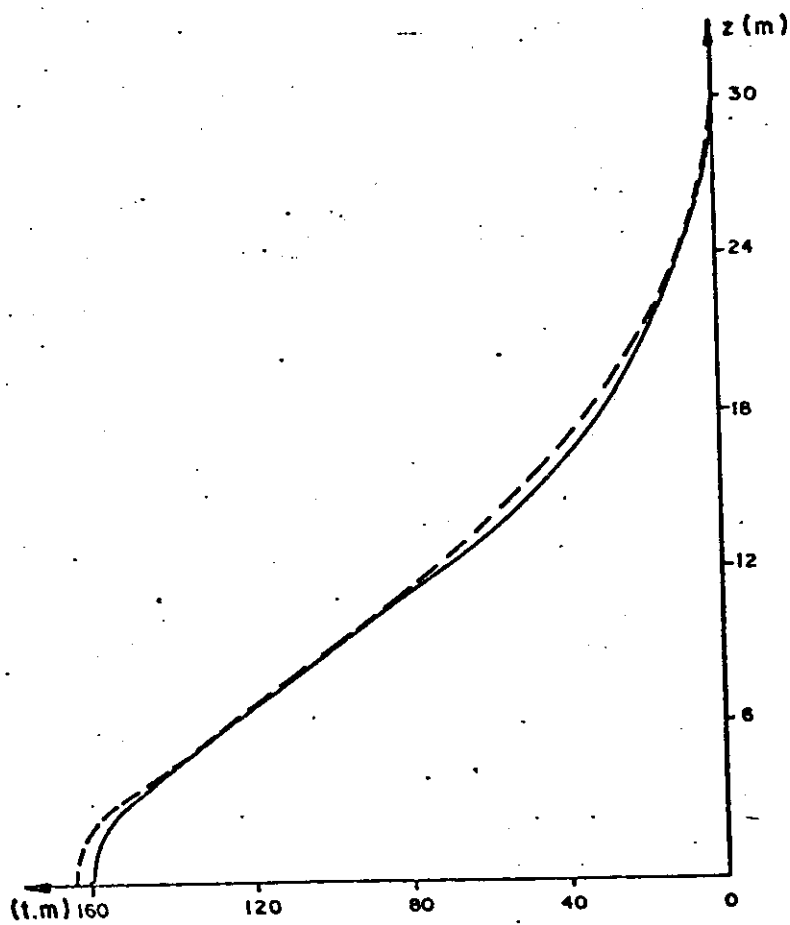


FIG. 4.10 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE (3).

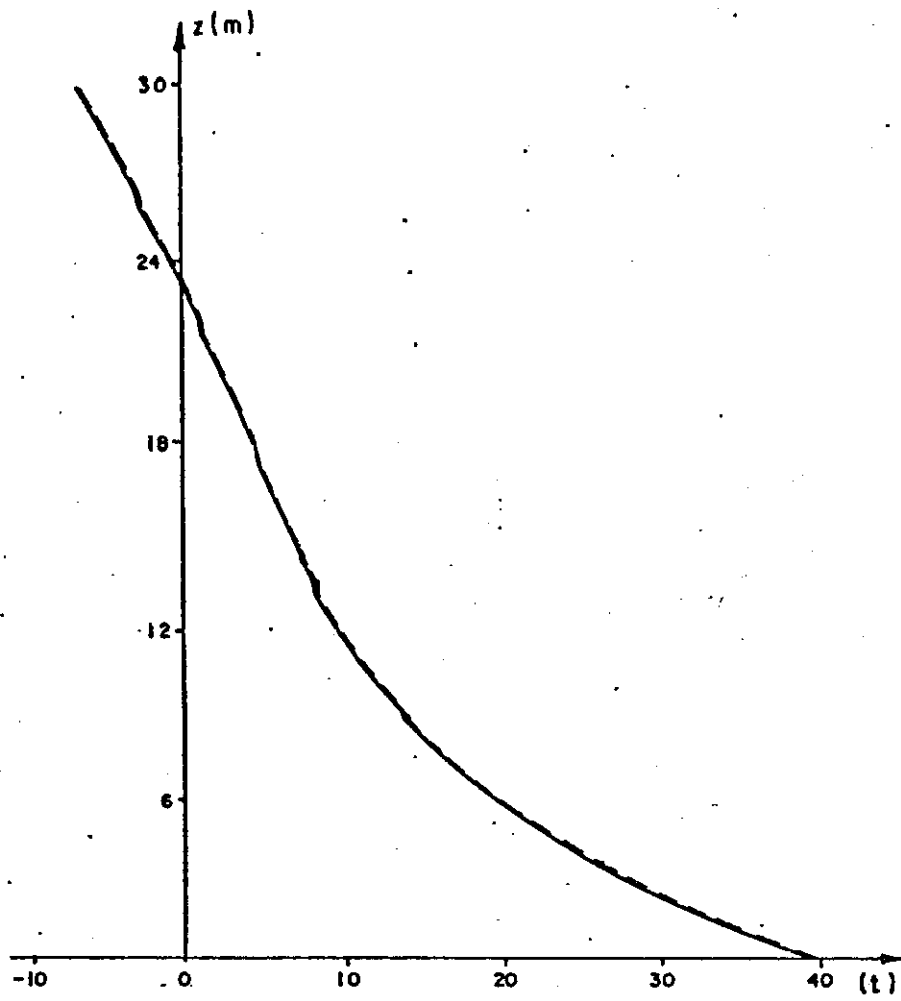


FIG.4.11 - FORÇA CORTANTE NA PAREDE (1).

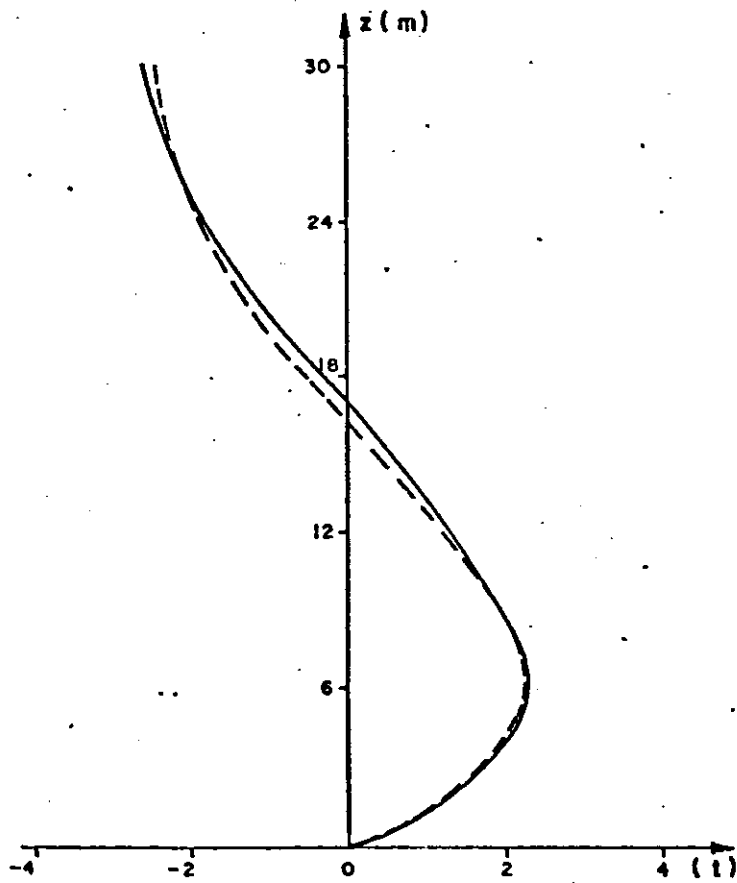


FIG.4.12 - FORÇA CORTANTE NO PÓRICO (1).

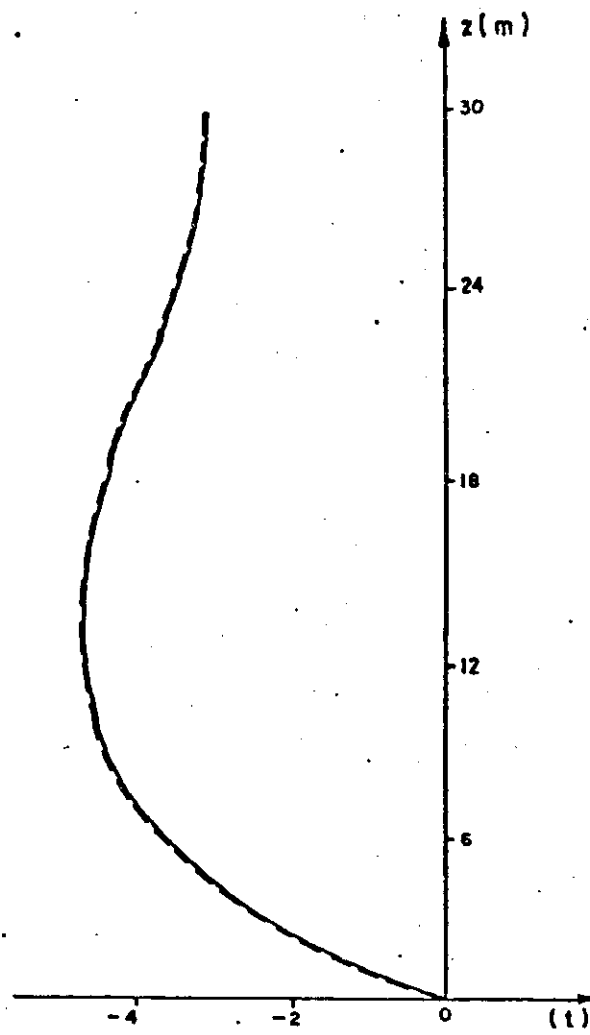


FIG. 4.13 - FORÇA CORTANTE NO PÓRICO (2).

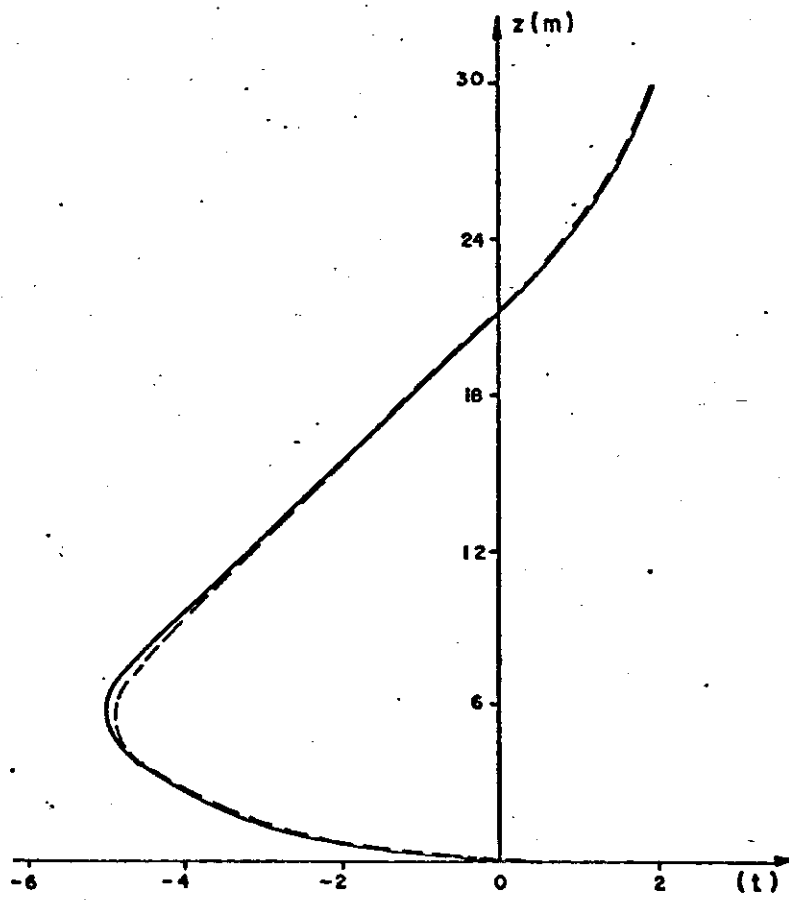


FIG. 4.14 - FORÇA CORTANTE NA PAREDE (2).

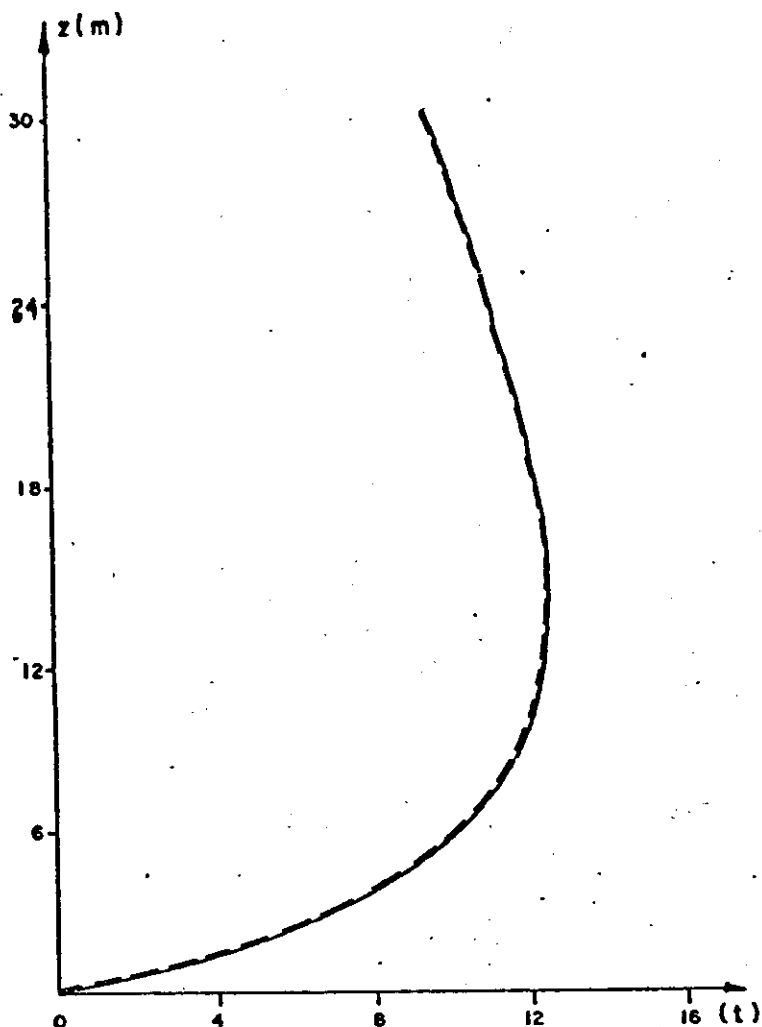


FIG. 4.15 - FORÇA CORTANTE NO PÓRTICO (3)

4.2 - EXEMPLO 2 - CASO COM DEGENERAÇÃO DE PAREDE

A figura (4.2) mostra a planta térrea de um edifício de 10 andares ensaiado por STAMATO(1972), nos Laboratórios do Departamento de Engenharia Civil de Southampton, razão pela qual as grandezas estão expressas em unidades inglesas da época.

Todas as vigas, em todos os andares tem a mesma seção de 1/4" x 5/4". Todos os pilares são de seção constante ao longo da altura, de 3/4" x 3/4"; o mesmo ocorre com a parede (1), de 1/4" x 4". Os espaçamentos verticais entre os centro de vigas são de 5".

O carregamento será suposto uniformemente distribuído $P = 0,2 \text{ lb/in}$, aplicada no plano do pórtico 1.

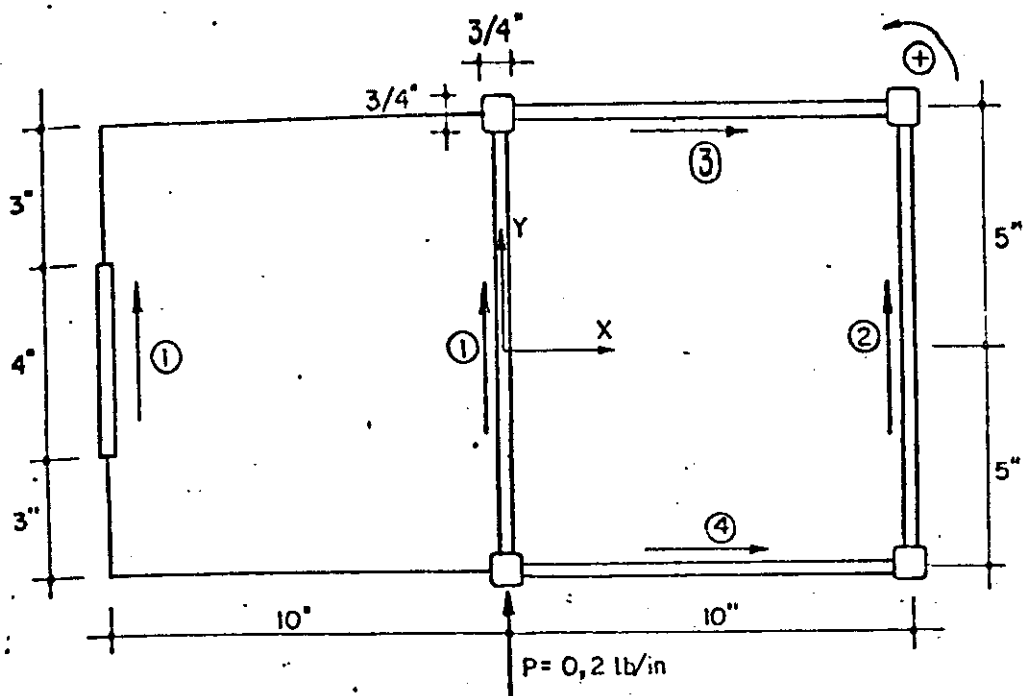


Fig. 4.2 - Caso degenerado

Tendo-se o módulo de elasticidade $E = 420 \text{ kip/in}^2$, as características de rigidez dos painéis e os parâmetros correspondentes ao vetor unitário associado a cada painel, em relação ao sistema de referência da fig. 4.2, são apresentadas na tabela (4.2).

Tabela 4.2

Parede	a_w	b_w	c_w (in)	j_w (Kip/in ²)
1	0	1	-10	560
Pórtico	a_f	b_f	c_f (in)	s_f (Kip)
1	0	1	0	2,96
2	0	1	10	2,96
3	1	0	-5	2,96
4	1	0	5	2,96

A tabela (4.3) mostra alguns dos resultados obtidos com a automatização do procedimento e compara esses resultados com os resultados obtido por STAMATO.

Tabela (4.3)

Procedimento		z (m)					
		0	10	20	30	40	50
w (rd)	Téc. desacopl.	0	0,00031	0,00020	-0,0001	-0,00050	-0,00097
	STAMATO	0	0,00031	0,00020	-0,00011	-0,00051	-0,00098
u _f (1) (in)	Téc. desacopl.	0	0,0076	0,0163	0,0245	0,0312	0,0362
	STAMATO	0	0,0076	0,0164	0,0247	0,0315	0,0366
M _w (lb.in)	Téc. desacopl.	64,26	28,23	6,95	-3,73	-5,91	0
	STAMATO	63,8	27,9	6,8	-3,9	-5,9	0
Q _f (1) (lb)	Téc. desacopl.	1,82	2,53	2,56	2,22	1,72	1,27
	STAMATO	1,83	2,55	2,58	2,24	1,74	1,28
Q _f (2) (lb)	Téc. desacopl.	3,63	2,69	1,88	1,15	0,45	-0,25
	STAMATO	3,63	2,68	1,88	1,15	0,45	-0,26
Q _f (3) (lb)	Téc. desacopl.	0,909	0,08	-0,338	-0,532	-0,636	-0,76
	STAMATO	0,90	0,07	-0,35	-0,54	-0,64	-0,77
Q _f (4) (lb)	Téc. desacopl.	-0,909	-0,08	0,338	0,532	0,636	0,76
	STAMATO	-0,90	-0,07	0,35	0,54	0,64	0,77

4.3 - EXEMPLO 3 - CASO NÃO DEGENERADO

A figura (4.3) exibe a planta da estrutura de um edifício, onde os pórticos são indicados por letras dentro de pequenos quadrados, e os números dentro de pequenos círculos indicam as colunas típicas empregadas. O ponto assinalado pela letra B é o centro elástico do conjunto de paredes.

O edifício é formado por 25 andares idênticos, espaçados igualmente por pés direito de 3,66m (H = 91,44m). O módu

lo de elasticidade é tomado $E = 298,81 \text{tf/cm}^2$ e as características elásticas dos pórticos são apontados na tabela (4.3.1).

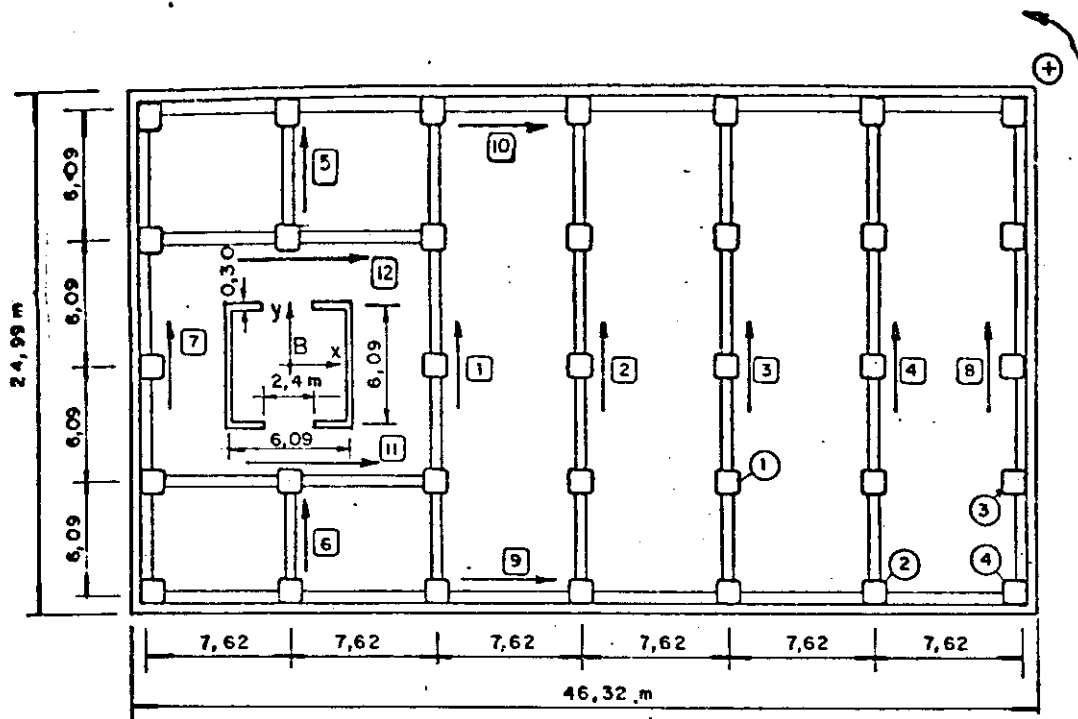


Fig. 4.3 - Planta do edifício

Tabela 4.3.1 - Características elásticas dos pórticos

	1-2-3-4	5-6	7-8	9-10	11-12
s_f (tf)	103874,4	27760,32	69400,8	124740	41640,48

Em relação ao sistema de referência colocado segundo os eixos centrais do conjunto de parede, as características elásticas do edifício são:

$$J_{aa} = EJ_y = 5,475 \cdot 10^6 \text{ tfm}^2$$

$$J_{bb} = EJ_x = 89,85 \cdot 10^6 \text{ tfm}^2$$

$$J_{cc} = EJ_{ft} = 2203,5 \cdot 10^6 \text{ tfm}^2$$

Com os sentidos dos versores indicados na figura (4.3) as características dos pórticos são as apresentadas na tabela (4.3.2)

Tabela 4.3.2 - Características dos pórticos

Pórtico	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
b	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
c	7,62	15,24	22,86	30,48	0	0	-7,62	38,10	12,18	-12,18	6,09	-6,09
s_f (tf)	103874,4				27760,32		69400,8		124740		41640,48	

Considerando o carregamento constituído por uma carga uniformemente distribuída $P = 1 \text{ t/m}$ coincidente com o plano do pórtico (2), alguns dos resultados obtidos com o procedimento apresentado são os apontados na Tabela (4.3.3)

Tabela 4.3.3 - Resultados do exemplo 3

z (m)	Deslocamento do diafragma			Deslocamentos do		Força Cortante do	
	Direção OX(m)	Direção OY(10^{-3} m)	Rotação (10^{-3} rd)	Pórtico 1(10^{-3} m)	Pórtico 2(10^{-3} m)	Pórtico 3 (t)	Pórtico 6 (t)
0	0	0	0	0	0	0	0
10,97	0	0,488	0,031	0,378	0,962	15,747	2,077
40,23	0	3,151	0,108	1,321	4,804	13,620	2,378
58,52	0	4,491	0,138	1,682	6,595	9,194	1,661
80,47	0	5,456	0,156	1,900	7,833	3,987	0,830
91,44	0	5,739	0,158	1,921	8,143	2,452	0,652

Para o carregamento anterior atuando agora na direção do eixo OX obteve-se os resultados apresentados na tabela (4.3.4)

Tabela 4.3.4 - Resultados do Exemplo 3

τ (t)	Deslocamento do Diafragma			Deslocamento do Pórtico		Força Cortante do	
	Direção OX (10^{-3} m)	Direção OY (m)	Rotação (rd)	9(10^{-3} m)	10(10^{-3} m)	Pórtico 9(t)	Pórtico 11(t)
0	0	0	0	0	0	0	0
10,97	1,794	0	0	1,794	1,794	27,872	9,304
40,23	7,509	0	0	7,509	7,509	19,194	6,407
58,52	9,821	0	0	9,821	9,821	12,340	4,119
80,47	11,27	0	0	11,271	11,271	4,215	1,407
91,44	11,50	0	0	11,498	11,498	1,521	0,508

A tabela (4.3.5) apresenta alguns dos resultados obtidos considerando-se o carregamento $P = 1\text{tf/m}$ agindo simultaneamente nas duas posições anteriores.

Tabela 4.3.5 - Resultados do Exemplo 3

z (m)	Deslocamento do Diafragma			Deslocamento do		Força Cortante do	
	Direção OX (10^{-3} m)	Direção OY (10^{-3} m)	Rotação (10^{-3} rd)	Pórtico 9(10^{-3} m)	Pórtico 7(10^{-3} m)	Pórtico 6(t)	Pórtico 9(t)
0	0	0	0	0	0	0	0
10,97	1,794	0,488	0,031	2,172	0,252	2,077	32,974
40,23	7,509	3,151	0,108	8,830	2,325	2,378	22,215
58,52	9,821	4,491	0,138	11,503	3,438	1,661	14,247
80,47	11,27	5,456	0,156	13,171	4,267	0,830	4,779
91,44	11,50	5,739	0,158	13,419	4,536	0,652	1,530

CAPÍTULO V

OBSERVAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

As relações de semelhança de matrizes por transformações ortogonais aplicada na resolução do sistema de equações diferenciais decorrentes da modelagem de estruturas de edifícios altos segundo a técnica do meio contínuo permite uma simplificação de grande monta na integração das equações diferenciais pois não eleva o grau de derivação e possibilita o desacoplamento do sistema. Com esse desacoplamento, os deslocamentos dos diafragmas ficam expressos pela relação (3.18), cujos termos \bar{u} são obtidos por integração imediata através da relação (3.23).

Este procedimento permite alcançar a solução exata de maneira bastante simples nos casos de estrutura com regularidade em planta e elevação, ou seja, naqueles casos onde a técnica do meio contínuo é realmente eficiente.

Contudo, eventuais degenerações no conjunto de paredes ou mesmo de pórticos introduzem singularidades que implicam em tratamentos particularizados. Os possíveis casos de degeneração do conjunto de paredes foi analisado em detalhes no Capítulo IV. Por outro lado, os casos de degeneração do conjunto de pórticos não foi objeto de apresentação, porquanto apresentam soluções mais imediatas.

Para finalizar, vale assinalar apenas que as eventuais discrepâncias verificadas entre os resultados dos exemplos abordados, sem dúvida, decorrem de aproximações de cálculo.

APÊNDICE I

APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

AI.1 - LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

O programa correspondente foi desenvolvido em linguagem BASIC, que se mostra mais apropriada para o emprego em micro-computadores.

AI.2 - NOMENCLATURA USADA NO PROGRAMA

Apresenta-se, no que se segue a notação empregada na programação do procedimento desenvolvido.

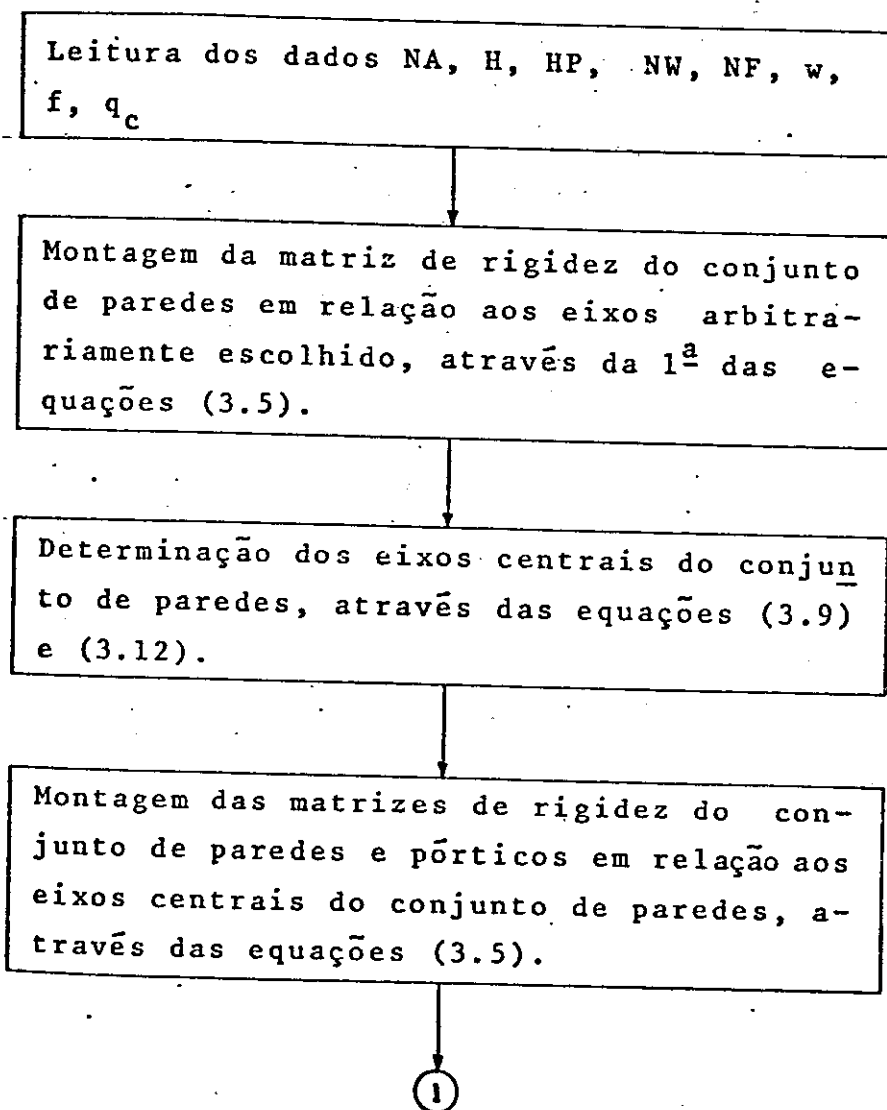
- HP - Altura dos pilares
- H - Altura do edifício
- NW - Número de paredes
- NF - Número de pórtilcos
- qc - Carregamento considerado
- j_v - Produto de rigidez à flexão
- w - Componente do versor horizontal do painel parede em relação ao sistema de eixos arbitrariamente escolhido.
- s_f - Rigidez à ação da força cortante do pórtilco
- f - Componente do versor horizontal do painel pórtilco em relação ao sistema de eixos arbitrariamente escolhido.
- J - Matriz de rigidez da parede
- X_0, Y_0 - Coordenadas do centro elástico do conjunto de paredes.
- beta - Rotação dos eixos arbitrariamente escolhido para as direções principais do conjunto de paredes.

- α - Componentes do versor horizontal do painel parede em relação aos eixos centrais do conjunto de paredes
- β - Componentes do versor horizontal do painel pórtico em relação aos eixos centrais do conjunto de paredes
- S - Matriz de rigidez dos pórticos em relação aos eixos centrais do conjunto de paredes
- A - Matriz diagonal (auto-valores)
- E - Matriz de transformação
- K - Matriz dos auto-vetores ortonormais
- PC - Componentes do versor horizontal que define o carregamento
- TC - Quantidades de carregamento atuantes na estrutura
- $u_d(t, I, z)$ - Deslocamento do diafragma na direção I a uma cota z devido ao carregamento t
- $u_f(t, I, z)$ - Deslocamento do pórtico I a uma cota z devido ao carregamento
- D - Matriz auxiliar
- $Q_w(t, i, z)$ - Força cortante na parede i a uma cota z devido ao carregamento t
- $Q_f(t, i, z)$ - Força cortante no pórtico i a uma cota z devido ao carregamento t
- $M_w(t, i, z)$ - Momento fletor na parede i a uma cota z devido ao carregamento t
- $u_w(t, i, z)$ - Deslocamento da parede i a uma cota z devido ao carregamento t
- $Z_2(i, z)$ - Segunda derivada do deslocamento da parede i a uma cota z
- $t_2(i, z)$ - Terceira derivada do deslocamento da parede i a uma cota z

- $P_2(i,z)$ - Primeira derivada do deslocamento do pórtico a uma cota z
- $F_c(i,z)$ - Constante auxiliar do deslocamento de diafragmas na direção i a uma cota z
- $C(i,j)$ - Constante de integração das equações diferenciais dos deslocamentos dos diafragmas

AI.3 - FLUXOGRAMA RESUMIDO E LISTAGEM

Apresenta-se no que se segue, um fluxograma resumido.



①

Leitura da posição do carregamento externo (PC).

Cálculo dos auto-valores A_{ij}
Cálculo dos auto-vetores K_{ij}
Cálculo da matriz de transformação $[T]$ pela equação (3.26).

Cálculo dos deslocamentos dos diafragmas através de equações análogas às equações (2.23) a (2.28) e com uso de (3.18).
Cálculo dos deslocamentos das paredes e pórticos pela equação (3.2).
Cálculo dos esforços na parede e pórtico por equações análogas às equações (2.29), (2.30) e (2.31).

```
1000 j(5),sf(5),s(4),r(4),ln(4),lb(4),h(4,4),v(4,4),fe(4,55),g(4,4),t(4,4,55)
1001 s(4,4),ja(4,55),c(6,8),e(4,4),d(4,4),z(4,4),p(4,4),w(4,4),pc(4),x(4)
1002 j(4,4),w(5,55),t(5,55),f(5,4),m(5,4),qf(4,5,55),u(4,4,55),al(4,4)
1003 s(4,3,3,55),w(3,5,55),uf(3,5,55),Ae(3,5,55),Qw(3,5,55),z2(5,55),qc(4)
1004 read h,a,s,w,n;for i=1 to 3:read qc(i):next i
1005 if(nw=0)then 35 else if(nf=0)then 46 else if(nw=1 and nf=1)then 65 else 75
1006 if(nf=1)then 45 else 50
1007 if(nw=1)then 55 else 60
1008 lpr:print "Portico isolado.";nc(1)=1:n=1:m=1:pd=1:read sf(1);s(1,1)=sf(1);g(1,1)=1:goto 150
1009 lpr:print "Associacao tridimensional de porticos.";goto 95
1010 lpr:print "Parede isolada.";pc(1)=1:n=1:m=1:pd=1:read jw(1);j(1,1)=jw(1);z(1,1)=1:goto 150
1011 lpr:print "Associacao tridimensional de paredes.";goto 80
1012 lpr:print "Associacao plana de parede e portico.";n=1:m=1:pd=1:read jw(1),sf(1);pc(1)=1/jw(1);m(1,1)=1;g(1,1)=1
1013 z(1,1)=z(1,1)+scr(sf(1)/jw(1));goto 490
1014 lpr:print "Associacao tridimensional de paredes e porticos."
1015 for i=1 to n:read jw(i);for j=1 to 3
1016 read w(i,j):next j:next i
1017 if(nf=0)then 105 else 95
1018 for k=1 to n:read sf(k);for j=1 to 3
1019 read f(k,j):next j:next k
1020 gosub 650
1021 if(w<0 and nf<0)then 235 else 125
1022 if(j(1,1)<0 and j(2,2)<0 and j(3,3)<0)then 130 else 135
1023 n=2:m=3:pd=1:goto 150
1024 if(j(1,1)<0 and j(2,2)=0 and j(3,3)<0)then 140 else 145
1025 n=1:m=3:pd=2:goto 150
1026 if(j(1,1)<0 and j(2,2)<0 and j(3,3)=0)then n=1:m=2:pd=1 else n=1:m=3:pd=1
1027 if(qc(1)<0)then 153 else 175
1028 lpr:print "carregamento 1:carga qc(1) concentrada no topo do edificio."
1029 if(nw<0)then 160 else 165
1030 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=(z*z/6)*(3*h-z);ja(3,z)=h-z;ja(4,z)=-1:next z:goto 170
1031 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=z;ja(2,z)=1:next z
1032 t=1:gosub 110:gosub 1315
1033 if(qc(2)<0)then 178 else 205
1034 lpr:print "carregamento 2:carga qc(2) uniforme e distribuida ao longo da altura do edificio."
1035 if(nw<0)then 185 else 195
1036 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=(z*z/24)*(z*z-4*h*z+6*h*h);ja(3,z)=1/2*(z*z-2*h*z+h*h)
1037 ja(4,z)=z-h:next z:goto 200
1038 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=(z/2)*(2*h-z);ja(2,z)=h-z:next z
1039 t=2:gosub 110:gosub 1315
1040 if(qc(3)<0)then 208 else 535
1041 lpr:print "carregamento 3:carga qc(3) linear e distribuida ao longo da altura do edificio."
1042 if(nw<0)then 215 else 225
1043 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=(z*z/(120*h))*(z^3-10*h*z+20*(h^3));ja(3,z)=1/(6*h)*(z^3-3*h*z+2*(h^3))
1044 ja(4,z)=1/(2*h)*(z*z-h*h):next z:goto 230
1045 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=(z/(6*h))*(3*h*h-z*z);ja(2,z)=1/(2*h)*(h*h-z*z):next z
1046 t=3:gosub 110:gosub 1315:goto 535
1047 if(j(1,1)<0 and j(2,2)<0 and j(3,3)=0)then 240 else 250
1048 lpr:print "Uma unica parede paralela ao eixo y."
1049 n=1:m=3:pd=2:ca=1:goto 265
1050 if(j(1,1)<0 and j(2,2)=0 and j(3,3)=0)then 255 else 280
```

```

300 print:colprint "Duas ou mais paredes paralelas ao eixo x."
310 n:=3:m:=3:d:=1:ca=2
320 a:=s(n,n):s(n,m):s(n,n):n1:=s(n,n):s(n,m):s(n,m):s(m,n)
330 a:=s(n,m):s(n,m):s(n,n):s(n,m)
340 a:=s(n,m):s(n,m):s(n,n):s(n,m)
350 a:=s(n,m):s(n,m):s(n,n):s(n,m)
360 a:=s(n,m):s(n,m):s(n,n):s(n,m)
370 if(j(1,1)=0 and j(2,2)<>0 and j(3,3)<>0)then 285 else 295
380 print:colprint "Duas ou mais paredes paralelas ao eixo y de forma que somente j(1,1)=0."
390 n:=3:m:=3:d:=1:goto 325
400 if(j(1,1)=0 and j(2,2)=0 and j(3,3)<>0)then 300 else 310
410 print:colprint "Duas ou mais paredes paralelas ao eixo x de forma que somente j(2,2)=0."
420 n:=3:m:=3:d:=2:goto 325
430 if(j(1,1)<>0 and j(2,2)<>0 and j(3,3)=0)then 315 else 350
440 print:colprint "Duas ou mais paredes condicionadas de forma que nao ha torcao."
450 n:=3:m:=3:d:=1:d:=3:goto 330
460 d:=d
470 s(n,n)=(s(n,n)*s(d,d)-s(n,d)*s(d,n))/s(d,d)
480 s(n,m)=(s(n,m)*s(d,d)-s(n,d)*s(d,m))/s(d,d)
490 s(m,n)=s(m,n)
500 s(m,m)=(s(m,m)*s(d,d)-s(m,d)*s(d,m))/s(d,d):goto 385
510 print:colprint "caso nao degenerado."
520 if(s(1,2)=0 and s(1,3)=0)then n:=3:m:=3:pd:=1:ca=3:goto 375 else 360
530 if(s(1,2)=0 and s(2,3)=0)then n:=3:m:=3:pd:=2:ca=3:goto 375 else 365
540 if(s(1,3)=0 and s(2,3)=0)then n:=3:m:=2:pd:=1:d:=3:ca=3:goto 380 else 370
550 if(s(1,2)=0 and s(1,3)=0 and s(2,3)=0)then ca=4:goto 480 else n:=3:m:=3:pd:=1:d:=1:goto 385
560 d:=d
570 a(d,d)=s(s(d,d)/j(d,d)):a(d,d)=1
580 for i=n to m step pd:for j=n to m step pd
590 if(i=j)then 395 else 400
600 a(i,j)=1/s(s(j(i,j))):goto 405
610 a(i,j)=0
620 next j:next i:for i=n to m step pd:for k=n to m step pd
630 d(i,k)=0:for l=n to m step pd:for j=n to m step pd
640 d(i,k)=d(i,k)+a(i,l)*s(l,j)+a(j,k):next j
650 next l:next k:next i:ca=(d(1,1)+d(2,2)+d(3,3))
660 k=(d(1,2)+d(1,2)+d(1,3)+d(1,3)+d(2,3)+d(2,3)-d(1,1)+d(2,2)-d(1,1)+d(3,3)-d(2,2)+d(3,3))
670 goto 1205
680 for i=n to m step pd:for p=n to m step pd:a(i,p)=0:for l=n to m step pd
690 for j=n to m step pd:a(i,p)=a(i,p)+k(i,l)*d(l,j)+k(p,j)
700 next j:next l:next p:next i
710 for i=n to m step pd:for p=n to m step pd:if(i<>p or a(i,i)<0)then 455 else 460
720 a(i,p)=0:goto 442
730 a(i,p)=s(s(a(i,p)))
740 next p:next i
750 for i=n to m step pd:for j=n to m step pd
760 a(i,j)=0:for l=n to m step pd
770 a(i,j)=a(i,j)+a(i,l)*k(j,l):next l:next j:next i
780 if(s(1,1)=0 or s(2,2)=0 or s(3,3)=0)then 482 else 483
790 print:colprint "Programa nao resolve estrutura com degeneracao de partice":goto 675
800 if(ca=4)then for i=1 to 3:a(i,i)=s(s(i,i)/j(i,i)):a(i,i)=1:next i
810 if(ca=3 or ca=4)then n:=3:m:=3:pd:=1

```

```

490 if(qc(1)<>0)then 493 else 505
493 lprint:lprint "carregamento 1:carga qc(1) concentrada no topo do edificio."
495 t=1:for j=n to a step dca1(j,j)=(a(j,j)^3):next j
500 gosub 810:gosub 955:gosub 1055:gosub 1315
505 if(qc(2)<>0)then 508 else 520
508 lprint:lprint "carregamento 2:carga qc(2) uniforme/e distribuida ao longo da altura do edificio."
510 t=2:for j=n to a step dca2(j,j)=(a(j,j)^4):next j
515 gosub 810:gosub 955:gosub 1055:gosub 1315
520 if(qc(3)<>0)then 523 else 535
523 lprint:lprint "carregamento 3:carga qc(3) linear/e distribuida ao longo da altura do edificio."
525 t=3:for j=n to a step dca3(j,j)=2*(a(j,j)^4):next j
530 gosub 810:gosub 955:gosub 1055:gosub 1315
535 read tc:if(tc=1)then 675 else 537
537 if(nw>0) or nf>1)then 540 else 557
540 lprint:lprint "deslocamento do diagraama na direcao I a uma cota Z devido a todo carregamento:ud(T,i,z)."
545 lprint:for i=1 to 3:for z=0 to h step hca:u(4,i,z)=0:u(4,i,z)=u(4,i,z)+ud(1,i,z)+ud(2,i,z)+ud(3,i,z)
550 lprint "u(t ,":i:",":z:")=":u(4,i,z)
555 next z:lprint:next i
557 if(nw<0)then 560 else 627
560 lprint:lprint "deslocamento da parede I a uma cota Z devido a todo carregamento:uw(T,i,z)."
565 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hca:uw(4,i,z)=0
570 uw(4,i,z)=uw(4,i,z)+uw(1,i,z)+uw(2,i,z)+uw(3,i,z)
575 lprint "w(t ,":i:",":z:")=":uw(4,i,z):next z:lprint:next i
585 lprint:lprint "momento na parede I a uma cota Z devido a todo carregamento:rw(T,i,z)."
590 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hca:rw(4,i,z)=0
595 rw(4,i,z)=rw(4,i,z)+rw(1,i,z)+rw(2,i,z)+rw(3,i,z)
600 lprint "R(t ,":i:",":z:")=":rw(4,i,z):next z:lprint:next i
610 lprint:lprint "Forca cortante na parede I a uma cota Z devido a todo carregamento:qw(T,i,z)."
615 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hca:qw(4,i,z)=0
620 qw(4,i,z)=qw(4,i,z)+qw(1,i,z)+qw(2,i,z)+qw(3,i,z)
625 lprint "Qw(t ,":i:",":z:")=":qw(4,i,z):next z:lprint:next i
627 if(nf<0)then 630 else 675
630 lprint:lprint "Deslocamento do portico I a uma cota Z devido a todo carregamento:uf(T,i,z)."
635 lprint:for i=1 to nf:for z=0 to h step hca:uf(4,i,z)=0
640 uf(4,i,z)=uf(4,i,z)+uf(1,i,z)+uf(2,i,z)+uf(3,i,z)
645 lprint "u(t ,":i:",":z:")=":uf(4,i,z):next z:lprint:next i
650 lprint:lprint "Forca cortante no portico I a uma cota Z devido a todo carregamento:of(T,i,z)."
655 lprint:for i=1 to nf:for z=0 to h step hca:of(4,i,z)=0
660 of(4,i,z)=of(4,i,z)+of(1,i,z)+of(2,i,z)+of(3,i,z)
665 lprint "Of(t ,":i:",":z:")=":of(4,i,z):next z:lprint:next i
670 data 3,30,3,3,0,1,3,0,234000,0,1,0,234000,1,0,-2,652000,1,0,2,3040,0,1,-6,3040,1,0,-2,3040,0,1,-2,0,1,0,1
675 end
680 if(nf>1 and nw=0)then 685 else 690
685 for i=1 to nf:jw(i)=sf(i):for k=1 to 3:w(i,k)=(i,k):next k:next i:nw=nf:atp=1
690 for i=1 to 3:for k=1 to 3:j(i,k)=0:for l=1 to nw
695 j(i,k)=j(i,k)+jw(l)*w(l,i)+w(l,k):next l:next k:next i:ko=j(1,1)*j(2,2)-j(1,2)*j(1,2)
696 if(atp=1)then nw=0
700 if(ko<0)then 705 else if(j(1,1)<0)then 715 else 720
705 xo=(j(1,1)*j(2,3)-j(1,2)*j(1,3))/ko
710 yo=(j(2,2)*j(1,3)+j(1,2)*j(2,3))/ko:goto 723
715 xo=0:yo=-j(1,3)/j(1,1):goto 723

```

```

720 xo=j(2,3)/j(2,2):yo=0
723 if(j(1,1)-j(2,2)=0)then beta=0:goto 730 else 725
725 beta=1/2*(atn(2*j(1,2)/(j(1,1)-j(2,2))))
730 if(nw=1 and nf>0 or nw=1)then 735 else 760
735 for i=1 to nw
740 w(i,1)=w(i,1)*cos(beta)+w(i,2)*sin(beta)
745 w(i,2)=-w(i,1)*sin(beta)+w(i,2)*cos(beta)
750 w(i,3)=w(i,3)-xo*w(i,2)+yo*w(i,1):next i
755 if(nf=0)then 795 else 760
760 for k=1 to nf
765 g(k,1)=f(k,1)*cos(beta)+f(k,2)*sin(beta)
770 g(k,2)=-f(k,1)*sin(beta)+f(k,2)*cos(beta)
775 g(k,3)=f(k,3)-xo*f(k,2)+yo*f(k,1):next k
780 for i=1 to 3:for k=1 to 3:s(i,k)=0:for l=1 to nf
785 s(i,k)=s(i,k)+s(l)*g(l,i)*g(l,k):next l:next k:next i
790 if(nw=0)then 805 else 795
795 for i=1 to 3:for k=1 to 3:j(i,k)=0:for l=1 to nw
800 j(i,k)=j(i,k)+jw(l)*w(l,i)*w(l,k):next l:next k:next i
805 return
810 if(nw>1 or nf>1)then 815 else if(nw=1 and nf=1)then 935 else 835
815 for i=1 to 3:read pc(i):next i:fg=pc(1):gf=pc(2)
820 pc(1)=pc(1)*cos(beta)+pc(2)*sin(beta)
825 pc(2)=-fg*sin(beta)+pc(2)*cos(beta)
830 pc(3)=pc(3)-xo*gf+yo*fg
835 if(nw=1 and nf=0)then 840 else 860
840 for i=n to a step pd:for z=0 to b step hp:ud(t,i,z)=0
845 ud(t,i,z)=ud(t,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(1,z)/j(i,i):u(1,i,z)=0:u(1,i,z)=u(1,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(2,z)/j(i,i)
846 u(2,i,z)=0:u(2,i,z)=u(2,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(3,z)/j(i,i)
850 u(3,i,z)=0:u(3,i,z)=u(3,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(4,z)/j(i,i):next z:next i:goto 950
860 if(nf)=1 and nw=0)then 865 else 890
865 for i=n to a step pd:for z=0 to b step hp:ud(t,i,z)=0
870 ud(t,i,z)=ud(t,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(1,z)/s(i,i):u(1,i,z)=0:u(1,i,z)=u(1,i,z)+qc(t)*pc(i)*ja(2,z)/s(i,i):next z:next i:goto 950
890 if(ca=3)then pc(d)=pc(d)/j(d,d)
895 if(ca=4)then 900 else 905
900 for i=1 to 3:pc(i)=pc(i)/j(i,i):next i
905 if(ca=1 or ca=2)then 910 else 920
910 yv=pc(m)*s(dp,dp)-pc(dp)*s(dp,m):xv=pc(dp)*s(m,m)-pc(m)*s(dp,m)
915 r(n)=(pc(n)-s(n,dp)*xv/n1-s(n,m)*yv/n1)/j(n,n)+qc(t):goto 945
920 if(n=1 and m=3 and pd=1)then 935 else 925
925 pc(n)=(pc(n)*s(d,d)-pc(d)*s(n,d))/s(d,d)
930 pc(m)=(pc(m)*s(d,d)-pc(d)*s(m,d))/s(d,d)
935 for i=n to a step pd:r(i)=0:for j=n to m step pd
940 r(i)=r(i)+qc(t)*e(j,i)*pc(j):next j:next i
945 for i=n to a step pd:b(i)=r(i)/a(i,i):next i
950 return
955 if(t=1)then 960 else 985
960 for j=n to m step pd
965 c(1,j)=b(j)*((-1+exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h)))
970 c(2,j)=b(j)*((-exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h)))
975 c(3,j)=b(j)/(1+exp(-2*a(j,j)*h)):next j
980 for z=0 to b step hp:ja(1,z)=z:ja(2,z)=1:next z:goto 1050

```



```

985 if(t=2)then 990 else 1015
990 for j=n to m step pd
995 c(1,j)=b(j)*(a(j,j)*h+2*exp(-a(j,j)*h)-a(j,j)*h*exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h))
1000 c(2,j)=b(j)*(exp(-a(j,j)*h)-a(j,j)*h*exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h))
1005 c(3,j)=b(j)*(a(j,j)*h*exp(-a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h)):next j
1010 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=h*z-(z*z/2):ja(2,z)=(h-z):ja(3,z)=-1:next z:goto 1050
1015 if(t=3)then 1020 else 1050
1020 for j=n to m step pd
1025 c(1,j)=b(j)*(a(j,j)*h-4*exp(-a(j,j)*h)+a(j,j)*h*exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h))
1030 c(2,j)=b(j)*(2*exp(-a(j,j)*h)-a(j,j)*h*exp(-2*a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h))
1035 c(3,j)=b(j)*(a(j,j)*h+2*exp(-a(j,j)*h))/(1+exp(-2*a(j,j)*h)):next j
1040 for z=0 to h step hp:ja(1,z)=z*(3*h-h-z)/6h:ja(2,z)=(h+h-z)/2*h
1045 ja(3,z)=-z/h:ja(4,z)=-1/h:next z
1050 return
1055 for i=n to m step pd:for z=0 to h step hp:fe(i,z)=0
1060 fe(i,z)=fe(i,z)+c(1,i)+c(2,i)*exp(a(i,i)*z)+c(3,i)*exp(-a(i,i)*z)+(r(i)/(a(i,i)^2))*ja(1,z):next z:next i
1065 if(ca=1 or ca=2)then 1100 else 1070
1070 for i=n to m step pd:for z=0 to h step hp:ud(t,i,z)=0
1075 ud(t,i,z)=ud(t,i,z)+e(i,1)*fe(1,z)+e(i,2)*fe(2,z)+e(i,3)*fe(3,z):next z:next i
1077 if(nw=1 and nf=1)then 1115 else 1080
1080 if(n=1 and pd=1 and m=3)then 1115 else 1085
1085 for z=0 to h step hp
1090 ud(t,d,z)=(qc(t)*c(d)/s(d,d))*ja(1,z)-(s(d,n)/s(d,d))*ud(t,n,z)-(s(d,m)/s(d,d))*ud(t,m,z)
1095 next z:goto 1115
1100 for z=0 to h step hp:ud(t,n,z)=fe(n,z)
1105 ud(t,3,z)=yv/nl*qc(t)*ja(1,z)+n1/nl*ud(t,n,z)
1110 ud(t,dp,z)=yv/nl*qc(t)*ja(1,z)+v1/nl*ud(t,n,z):next z
1115 for i=n to m step pd:for k=1 to 3
1120 for z=0 to h step hp:t(k,i,z)=0
1125 t(k,i,z)=t(k,i,z)+(a(i,i)^k)*c(2,i)*exp(a(i,i)*z)+((-1)^k)*c(3,i)*exp(-a(i,i)*z)+(r(i)/(a(i,i)^(k+2))*ja(k+1,z))
1130 next z:next k:next i
1135 if(ca=1 or ca=2)then 1175 else 1140
1140 for i=n to m step pd:for k=1 to 3:for z=0 to h step hp:u(k,i,z)=0
1145 u(k,i,z)=u(k,i,z)+e(i,1)*t(k,1,z)+e(i,2)*t(k,2,z)+e(i,3)*t(k,3,z)
1150 next z:next k:next i
1154 if(nw=1 and nf=1)then 1200 else 1155
1155 if(n=1 and pd=1 and m=3)then 1200 else 1160
1160 for k=1 to 3:for z=0 to h step hp:u(k,d,z)=0
1165 u(k,d,z)=u(k,d,z)+c(d)*qc(t)*ja(k+1,z)/s(d,d)-(s(d,n)*u(k,n,z)/s(d,d)-(s(d,m)*u(k,m,z)/s(d,d))
1170 next z:next k:goto 1200
1175 for i=n to m step pd:for k=1 to 3:for z=0 to h step hp:u(k,i,z)=t(k,i,z)
1180 next z:next k:next i:for k=1 to 3:for z=0 to h step hp:u(k,3,z)=0
1185 u(k,3,z)=u(k,3,z)+yv/nl*qc(t)*ja(k+1,z)+n1/nl*u(k,n,z):u(k,dp,z)=0
1190 u(k,dp,z)=u(k,dp,z)+yv/nl*qc(t)*ja(k+1,z)+v1/nl*u(k,n,z)
1195 next z:next k:pd=n:n=dp
1200 return
1205 if(n=1 and m=3 and pd=1) then 1240 else 1210

```



```

1210 del=sqr(a*a-4*b):x(n)=(-a-del)/2:x(n)=(-a+del)/2
1215 k(n,n)=sqr(1/((d(n,n)/(d(n,n)-x(n)))^2+1))
1220 k(n,n)=-d(n,n)*k(n,n)/(d(n,n)-x(n))
1225 k(n,n)=sqr(1/((d(n,n)/(d(n,n)-x(n)))^2+1))
1230 k(n,n)=-d(n,n)*k(n,n)/(d(n,n)-x(n))
1235 goto 1310
1240 ck=d(1,1)*d(2,2)+d(3,3)
1245 e=-(ck+d(1,2)*d(2,3)+d(3,1)+d(2,1)*d(3,2)+d(1,3)-(d(1,3)^2+d(2,2)-(d(2,3)^2)+d(1,1)-(d(1,2)^2)+d(3,3))
1250 p=b-(a*a/3):q=c-(b*b/3)+2*(a^3)/27:qq=-q/2
1255 r1=sqr(1-qq/4)-ip^3/27):ty=r1/cet:teta=atn(ty)
1260 ro=sqr(r1*r1+cc*qq):y=2*(ro^(1/3)):yl=y*cos(teta/3)
1265 y2=y*cos(120+3.141593/180-teta/3)
1270 y3=y*cos(120+3.141593/180+teta/3)
1275 x1=y1-a/3:x2=y2-a/3:x3=y3-a/3:for i=1 to 2
1280 v(1,i)=f(i,i)-x1:v(2,i)=d(i,i)-x2:v(3,i)=d(i,i)-x3
1285 next i:for i=1 to 3
1290 tn(i)=-(d(1,3)/v(1,i))-((d(1,2)^2*d(1,3)-d(1,2)*d(2,3)+v(i,1))/(v(i,1)^2+v(i,2)-(d(i,2)^2)*v(i,1)))
1295 tw(i)=(d(2,1)*d(1,3)-d(2,3)+v(i,1))/(v(i,1)*v(i,2)-d(1,2)^2)
1300 k(i,3)=1/(sqr(tn(i)^2+tw(i)^2+1))
1305 k(i,2)=tw(i)*k(i,3):k(i,1)=tn(i)*k(i,3):next i
1310 return
1315 if(nw<0)then 1320 else 1337
1320 for i=1 to nw:for z=0 to h step hp:z2(i,z)=0
1325 z2(i,z)=z2(i,z)+u(i,1)+u(2,1,z)+u(i,2)+u(2,2,z)+u(i,3)+u(2,3,z):z2(i,z)=0
1330 t2(i,z)=t2(i,z)+u(i,1)+u(3,1,z)+u(i,2)+u(3,2,z)+u(i,3)+u(3,3,z):tw(t,i,z)=0
1335 uw(t,i,z)=uw(t,i,z)+u(i,1)+u(t,1,z)+u(i,2)+u(t,2,z)+u(i,3)+u(t,3,z):next z:next i
1337 if(nf<0)then 1340 else 1352
1340 for i=1 to nf:for z=0 to h step hp:uf(t,i,z)=0
1345 uf(t,i,z)=uf(t,i,z)+g(i,1)+u(t,1,z)+g(i,2)+u(t,2,z)+g(i,3)+u(t,3,z)
1350 p2(i,z)=0:p2(i,z)=p2(i,z)+g(i,1)+u(1,1,z)+g(i,2)+u(1,2,z)+g(i,3)+u(1,3,z):next z:next i
1352 if(nw=1 and nf=0 or nf=1 and nw=0)then 1370 else 1355
1355 lprint:lprint "Deslocamento do diafragma na direcao I a uma cota Z devido ao carregamento "t":ud("t",i,z)."
1360 lprint:for i=1 to 3:for z=0 to h step hp
1365 lprint "ud("t","i","z")=":ud(t,i,z):next z:lprint:next i
1370 if(nw<0)then 1375 else 1430
1375 lprint:lprint "Deslocamento da parede I a uma cota Z devido ao carregamento "t":uw("t",i,z)."
1380 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hp
1385 lprint "uw("t","i","z")=":uw(t,i,z):next z:lprint:next i
1390 lprint:lprint "Momento na parede I a uma cota Z devido ao carregamento "t":kw("t",i,z)."
1395 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hp:kw(t,i,z)=0
1400 kw(t,i,z)=kw(t,i,z)+jw(i)*z2(i,z)
1405 lprint "kw("t","i","z")=":kw(t,i,z):next z:lprint:next i
1410 lprint:lprint "Forca cortante na parede I a uma cota Z devido ao carregamento "t":Qw("t",i,z)."
1415 lprint:for i=1 to nw:for z=0 to h step hp:Qw(t,i,z)=0
1420 Qw(t,i,z)=Qw(t,i,z)-jw(i)*t2(i,z)
1425 lprint "Qw("t","i","z")=":Qw(t,i,z):next z:lprint:next i
1430 if(nf<0)then 1435 else 1470
1435 lprint:lprint "deslocamento do portico I a uma cota Z devido ao carregamento "t":Qw("t",i,z)."
1440 lprint:for i=1 to nf:for z=0 to h step hp
1445 lprint "uf("t","i","z")=":uf(t,i,z):next z:lprint:next i
1450 lprint:lprint "Forca cortante no portico I a uma cota Z devido ao carregamento "t":Qf("t",i,z)."
1455 lprint:for i=1 to nf:for z=0 to h step hp:Qf(t,i,z)=0
1460 Qf(t,i,z)=Qf(t,i,z)+f(i)*p2(i,z)
1465 lprint "Qf("t","i","z")=":Qf(t,i,z):next z:lprint:next i
1470 return

```

APÊNDICE II

RIGIDEZ DE PÓRTICO AO ESFORÇO CORTANTE E EFEITO DE FLEXÃO

AII.1 - INTRODUÇÃO

Apresentam-se, no que se segue, uma sumária exposição sobre a estimativa da rigidez de pórtico ao esforço cortante e uma descrição a propósito da influência da deformabilidade axial dos pilares no comportamento desse painel (efeito de flexão no consolo).

AII.2 - ESTIMATIVA DA RIGIDEZ "s"_f

Em pórticos regulares sob carga lateral é razoável supor que os pontos de inflexão (pontos de momento fletor nulo) em vigas e pilares situam-se no meio dos vãos; o que é equivalente a supor igualdade de rotação nos nós da viga de um andar e dos nós sucessivos dos pilares.

A figura AII.1 mostra um trecho característico de um pórtico deformado, onde já se leva em conta a consideração apontada, ilustrando-se também uma configuração genérica de solicitação horizontal.

Tendo-se em conta os ângulos apontados na figura (AII.1) e sendo adotada a convenção de Grinter para momentos fletores atuantes nos nós tem-se:

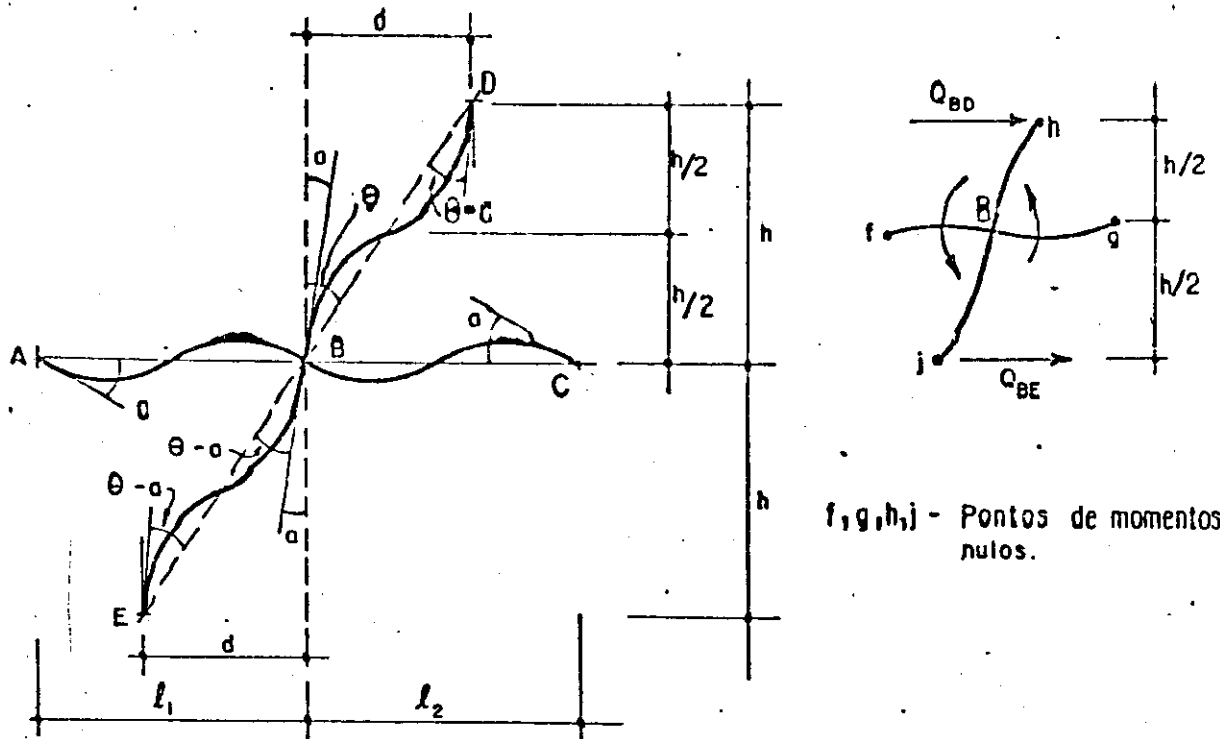
$$M_{BA} = -6 E K_{BA} \cdot a$$

$$M_{BC} = -6 E K_{BC} \cdot a$$

$$M_{BD} = 6 E K_{BD} (\theta - a)$$

$$M_{BE} = 6 E K_{BE} (\theta - a)$$

(AII.1)



f, g, h, j - Pontos de momentos nulos.

Fig. (AII.1) - Rigidez de pórticos

onde K_{ij} representa a relação entre o momento de inércia e o vão da peça, ou seja, $K_{ij} = J_{ij}/l_{ij}$.

O equilíbrio de momento no nó implica em:

$$a = \frac{K_{BE} + K_{BD}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BE} + K_{BD}} \theta \quad (AII.2)$$

ou ainda:

$$\theta - a = \frac{K_{BA} + K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BE} + K_{BD}} \theta = \frac{\sum K}{\sum K} \frac{d}{h} \quad (AII.3)$$

onde os índices v e b que aparecem nas somatórias indicam, respectivamente, serem eles extendidas a todas as vigas e barras (viga e pilares) que concorrem no nó considerado.

Por outro lado, a cortante no tramo de pilar logo abaixo do nó considerado passa a ser expressa por:

$$Q_{BD} = \frac{M_{BD} + M_{DB}}{h} = \frac{2}{h} M_{BD} \quad (\text{AII.4})$$

ou, em face do expesso em (AII.3) e terceira das (AII.1), ainda na seguinte redação:

$$Q_{BD} = \frac{12}{h} E K_{BD} \cdot \frac{\sum K}{\sum K} \frac{v}{b} \theta \quad (\text{AII.5})$$

Finalmente, considerando-se a inclinação da corda do pilar como um trecho elementar da deformada do pórtico, ou seja:

$$\frac{du}{dz} = u' \approx \frac{d}{h} = \theta - a \quad (\text{AII.6})$$

a cortante dada em (AII.5) permite exprimir a rigidez do pilar em estudo ao esforço cortante nele atuante, ou seja:

$$s_{BD} = \frac{Q_{BD}}{d} = \frac{12E}{h} K_{BD} \frac{\sum K}{\sum K} \frac{v}{b} \quad (\text{AII.7})$$

sendo a rigidez do conjunto de pilares, ou seja, do pórtico, dada, naturalmente, por:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n.a} \left[K_{p.n} \frac{\sum K}{\sum K} \frac{v.n}{b.n} \right] \quad (\text{AII.8})$$

onde "n.a" representa a somatória estendida a todos n.ºs do andar considerado, K_{pn} a relação J/ℓ do pilar acima do n.º considerado, $v.n$ a somatória estendida aos tramos de vigas que concorrem no n.º e $b.n$ a somatória estendida a todas as barras (2, 3 ou 4 barras) que concorrem no n.º.

AII.3 - INFLUÊNCIA DA DEFORMABILIDADE AXIAL DOS PILARES

De um modo geral a deformação axial dos pilares apresenta, nos casos da prática, influência reduzida no comportamento, ou seja, a deformabilidade por flexão do pórtico é reduzida. Todavia, é possível, grosso modo, estabelecer parâmetros que definem tal influência. Por exemplo, levando-se em conta a deformação por força cortante e flexão o deslocamento de um pórtico sob carga lateral uniforme é dada pela superposição das equações (2.16) e (2.8), ou seja:

$$u = \frac{q_0}{24K_0}(Z^2 - 4HZ + 6H^2)Z^2 + \frac{q_0}{2s_f}(2H - Z)Z \quad (\text{AII.9})$$

onde K_0 é a rigidez à flexão de pórtico EJ_0 , sendo que o termo J_0 representa o momento de inércia da seção horizontal do pórtico, tratado-o como uma barra.

Assim sendo no caso ilustrado tem-se:

$$J_0 = \frac{A_l b^2}{1 + A_l / A_r} \quad (\text{AII.10})$$

onde b é a distância entre as seções extremos, A_l e A_r as áreas da seção transversal da coluna à esquerda e direita respectivamente, conforme figura (AII.2).

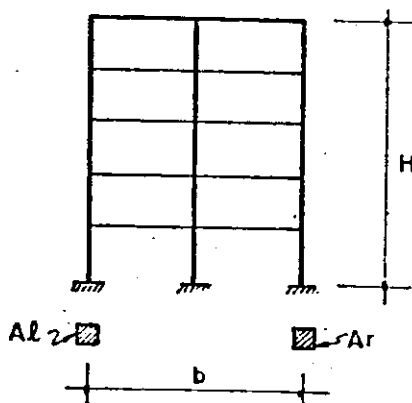


Fig. (AII.2) - Pórtico isolado

Tomando-se a variável adimensional $\xi = Z/H$, a equação (AII.9) ganha uma nova redação, ou seja:

$$u = \frac{q_0 H^4}{8K_0} \left(2 - \frac{4}{3} \xi + \frac{\xi^2}{3} \right) \xi^2 + \frac{q_0 H^2}{2s_f} (2\xi - \xi^2) \quad (\text{AII.11})$$

No topo do pórtico, onde $\xi = 1$, o deslocamento conforme (AII.11) é dado por:

$$u_{\text{topo}} = \frac{q_0 H^2}{2s_f} \left(1 + \frac{\lambda^2}{4} \right) \quad (\text{AII.12})$$

onde:

$$\lambda = H \sqrt{s_f / K_0} \quad (\text{AII.13})$$

Conforme recomendações de MURASHEV (1971) a deformabilidade axial dos pilares pode ser negligenciada, para λ inferiores a 0,7 (para $\lambda < 0,7$, a influência, conforme (AII.12), é menor que 10%).