

PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS PARA
A DEFINIÇÃO DE UM MODELO ESTÁTICO:
"PILAR DE PÓRTICO" OU "PILAR -
PAREDE".

AUTOR: ENG. CARLOS ALBERTO QUEZADA PASCUAL
ORIENTADOR: PROF. DR. EDDIE MANCINI

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS PARA
A DEFINIÇÃO DE UM MODELO ESTÁTICO:
"PILAR DE PÓRTICO" OU "PILAR-PAREDE"

ENG. CARLOS ALBERTO QUEZADA PASCUAL

Dissertação apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos, da Universidade
de São Paulo, como parte dos
requisitos para a obtenção do Títu-
lo de "Mestre em Engenharia de Es-
truturas".

ORIENTADOR:

PROF. DR. EDDIE MANCINI

BANCA EXAMINADORA:

PROF. DR. EDDIE MANCINI

PROF. DR. FERNANDO VENÂNCIO FILHO

PROF. DR. JOÃO BENTO DE HANAI

SUPLENTE:

PROF. DR. MOUNIR KHALIL EL DEBS

PROF. DR. WILSON SERGIO VENTURINI

Dedico este trabalho a meus filhos
Carlos Alberto Jr. e Carlos Eduar-
do, e muito especialmente à minha
esposa Sueli.

Ao Padre Aurelio Garcia, pelo cons
tante estímulo durante todo este
tempo.

À meus pais e irmãos.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eddie Mancini que, com capacidade, abnegação e experiência orientou e forneceu valiosas sugestões no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores João Carlos Barreiro e Aparecida Maria Haddad pela colaboração e ajuda.

Aos amigos do Departamento de Estrutura, em especial aos funcionários Rui Roberto Casale e João Paulo Morretti, pela qualidade e presteza com que prepararam os trabalhos de datilografia e desenhos, respectivamente.

Ao Centro de Processamento de Dados da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, pelo uso do seu equipamento.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), que me proporcionou condições de estudo e pesquisa em nível de pós-graduação.

Aos colegas.

R E S U M O

Através da "técnica do meio contínuo", apresenta-se, neste trabalho, a determinação dos parâmetros elásticos e geométricos que permitem indicar por valores bem definidos, o tipo de modelo estático mais adequado e preciso, entre "pilares-paredes" e "pilares de pórtico" no tratamento dos elementos verticais dos painéis de contraventamento de edifícios altos.

Procurar-se-á resolver os casos mais simples e passar gradativamente às análises mais complexas. Desta forma, são estudados painéis de um, dois e três pilares, respectivamente, com o objetivo de encontrar os parâmetros desejados em cada caso.

São analisadas três situações diferentes:

a) Análise desprezando a deformação axial dos pilares e considerando-se pórticos de nós com trechos de rigidez infinita.

b) Análise considerando-se pórticos com nós puntuais.

c) Análise considerando-se a deformação axial dos pilares.

Finalmente elaboram-se gráficos para projeto com a finalidade de utilização prática dos resultados obtidos.

ABSTRACT

Through the "continuous medium technique" we present in this work the determination of the elastic and geometric parameters which permit us to indicate, through well-defined values, the most adequate and accurate type of the static model between "shear-walls" and "pillars of the frames" in the treatment of the vertical elements of the counterwind panels of tall buildings.

We will try to solve the simplest cases and then to go gradually to the most complex analyses. In this way, panels of one, two and three pillars will be studied respectively with the objective of coming to the wished parameters in each case.

Three different situations are analysed:

- a) An analysis disregarding the axial deformation of the pillars and regarding the joint frames with full rigidity pieces.
- b) An analysis regarding frames with punctual joints.
- c) An analysis regarding the axial deformation of the pillars.

Finally graphs for project are elaborated in order to have a practical use of the obtained results.

S U M Á R I O

1. INTRODUÇÃO	1
2. COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE PAINÉIS PLANOS SEM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES	5
2.1 - Pilar-Parede	5
2.2 - Painéis com pilares-paredes	6
2.2.1 - Painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade	7
2.2.2 - Painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis	10
2.2.3 - Painel com três pilares-paredes unidos por lintéis	13
2.3 - Painéis com pilares de pórtico	17
2.3.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade	17
2.3.2 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas	21
2.3.3 - Painel com três pilares de pórtico unidos por vigas	24
2.4 - Resolução das equações diferenciais	29
2.4.1 - Para painéis com pilares-paredes	29
2.4.2 - Para painéis com pilares de pórtico ..	36
3. PROGRAMAS PARA COMPUTADOR E RESULTADOS	39
3.1 - Larguras limites B de pilares sem considerar a deformação axial dos mesmos	39
3.2 - Resultados para carga concentrada no topo do painel	52

3.3 - Análise da simetria no gráfico da diferença relativa entre as flechas	53
3.4 - Resultados para carga uniformemente distribuída no painel	55
3.5 - Outros exemplos	65
3.6 - Verificação do diagrama de momentos fletores.	79
3.6.1 - Momentos fletores na parede	79
3.6.2 - Momentos fletores no pórtico	80
3.7 - Análise das larguras limites em painéis com pilares de pórtico de nós puntuais	95
3.7.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade	95
3.7.2 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas	97
3.7.3 - Painel com três pilares de pórtico unidos por vigas	99
3.8 - Análise Adimensional	108
3.8.1 - Painel com um pilar e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade .	108
3.8.2 - Painel com dois pilares unidos por vigas	112
3.8.3 - Painel com três pilares unidos por vigas	116
3.8.4 - Exemplo numérico e aplicações	119
4. COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE PAINÉIS PLANOS CONSIDERANDO A DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES	139
4.1 - Introdução	139
4.2 - Painéis com pilares de pórtico	139

4.2.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade	139
4.2.1 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas	149
4.3 - Painéis com pilares-paredes	156
4.3.1 - Painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade	157
4.3.2 - Painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis	162
4.3.3 - Resolução das equações diferenciais .	167
4.3.4 - Exemplo numérico e aplicações	179
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	201
APÊNDICE I - Determinação dos coeficientes λ_v , λ_p , η_p , λ'_v , η'_v e dos momentos nas barras com trechos rígidos	203
APÊNDICE II - Determinação dos momentos nas barras com nós puntuais	215
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	218
BIBLIOGRAFIA	219

1. INTRODUÇÃO

Da moradia primitiva, às formas arquitetônicas egípcias, helênicas, romanas, góticas, barrocas, até as formas estruturais modernas o homem através de progressos na pesquisa e na engenharia alterou conceitos e tecnologias.

A escolha de métodos de construção, o conceito e disposição de formas e espaços, a procura do belo, do funcional e do seguro, marcaram a evolução das construções refletindo-se o nível de conhecimentos, desenvolvimento e cultura da sociedade.

A construção industrializada com seus gigantescos edifícios e sofisticados conjuntos habitacionais, é um fenômeno atual que surgiu com as grandes alterações processadas neste século, como: o crescimento demográfico, a concentração urbana e a integração de parcelas significativas da população nos mercados de consumo, além da pequena disponibilidade de terrenos adequados e de custos acessíveis. Os edifícios altos se caracterizam pela relação entre parâmetros de altura, de largura e profundidade e englobam construções com até mais de cem (100) andares.

A título de ilustração, citam-se edifícios com tais características como: "The World Trade Center", em Nova Iorque, "The John Hancock Building", em Chicago e "The Sears Tower", também em Chicago, todos com 110 andares. A tendência atual indica para o futuro a construção de edifícios cada vez maiores, cuja atenção à segurança dos mesmos contra a ação de cargas laterais (por exemplo: ventos, ação sísmica, etc.), deve ser de cuidadosa importância para os calculistas ou profissionais da área, pois os deslocamentos originados através destas, podem trazer problemas nos materiais de acabamento e desconforto aos usuários, quando são perceptíveis.

Deste modo, o engenheiro estrutural deverá entender o melhor possível destas forças e ações, assim como de elementos estruturais e da própria análise estrutural, para

construir edifícios seguros e adequados aos fins a que se propõem.

Os "PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO", que aliviam estes deslocamentos podem ser "PAREDES" ou "PÓRTICOS", ou combinação destes; caracterizando-se por determinadas constantes de rigidez, que traduzem aproximadamente seus comportamentos elásticos.

Neste trabalho apresenta-se um estudo que determina os parâmetros característicos para a definição do tipo de modelo estático para os elementos verticais em cada "painel de contraventamento".

Utilizam-se para isto os processos contínuos nos quais, conforme STAMATO (7), "os elementos horizontais que ligam os elementos resistentes verticais, são substituídos por um meio contínuo de rigidez equivalente, continuamente distribuídos ao longo da altura dos edifícios".

Nos casos tratados, mantêm-se iguais nos painéis a serem analisados, os seguintes parâmetros:

- a) Larguras (B) e espessuras (e_p) em todos os pilares.
- b) Alturas (H_1) em todos os andares.
- c) Comprimentos (D) e (\overline{CV}) em todas as vigas e linteis.
- d) Alturas (\overline{AV}) e espessuras (e_v) em todas as vigas ou linteis.

Na PARTE 2 deste trabalho consideram-se painéis de um, dois e de três pilares, respectivamente; pilares estes, inicialmente analisados como pilares-paredes e depois como pilares de pórticos sem levar em conta a deformação axial dos mesmos e supondo pórticos com nós de rigidez infinita na região de interseção de vigas e pilares.

Resolvem-se as respectivas equações diferenciais de cada modelo estático, pelo método analítico ou exato, para carga concentrada no topo e para carga uniformemente distribuída. Nesta parte são utilizados os trabalhos de COELHO (4) e FERREIRA (5).

Para um painel particular de dois pilares, na PARTE 3 deste trabalho, por meio dos programas para computador No. 1 e No. 2, estuda-se o comportamento das flechas no topo, supondo os pilares comportando-se como pilares-paredes e depois como pilares de pórtico. Variam-se as larguras B dos pilares deste exemplo e consideram-se carga lateral concentrada no topo e carga lateral uniformemente distribuída. Obtem-se então, a diferença absoluta entre as flechas calculadas conforme um ou outro modelo estático, para cada largura B dos pilares considerada, determinando-se a seguir a porcentagem relativa da diferença. Deste modo considerando-se o mínimo valor desta porcentagem através dos respectivos gráficos, determina-se a largura limite ou de referência para a definição do modelo estático a ser utilizado.

Os programas para computador No. 3 e No. 4, permitem determinar as larguras B de referência em painéis de um, dois e três pilares, com carga lateral concentrada no topo e com carga lateral uniformemente distribuída. Verificam-se também os momentos nos pilares para valores em torno das larguras B de referência determinadas anteriormente, através do programa para computador No. 5.

A seguir, estuda-se o comportamento das flechas e das larguras B de referência nos mesmos casos, considerando-se desta vez, pórticos de nós puntuais por meio do programa para computador No. 6.

Com a comparação de resultados, determina-se o caso mais crítico entre os analisados e desenvolve-se para este, uma análise adimensional, sendo que através do programa para computador No. 7, são obtidos os respectivos parâmetros agora adimensionais, através de gráficos de uso menos trabalhoso e mais eficiente.

Na PARTE 4 deste trabalho, repete-se o estudo feito nos capítulos anteriores levando-se em conta desta vez a deformação axial dos pilares segundo considerações de ALBIGÉS e GOULET (1).

Finalmente, com o uso do programa para computador No. 8, obtêm-se valores adimensionais que comparados com os do programa para computador No. 7, determinam e recomendam o caso que deverá ser considerado na definição do modelo estático ("painel de pilares-paredes" ou "painel de pilares de pórtico").

Na PARTE 5, são feitas as considerações e conclusões finais além de recomendações para pesquisadores interessados na continuação no desenvolvimento desta pesquisa.

2. COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE PAINÉIS PLANOS SEM A CONSIDERAÇÃO DA DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES

2.1 - Pilar-Parede

Considera-se "PAREDE", o painel plano, contínuo, sem rigidez transversal, deformável predominantemente por momento fletor, suposto extremamente rígido à força cortante.

É utilizado o índice "w", do inglês "wall", para caracterizar todos os parâmetros e grandezas relativas às "PAREDES".

A notação e sentidos positivos para esforços e deslocamentos, são os indicados na figura (2.1):

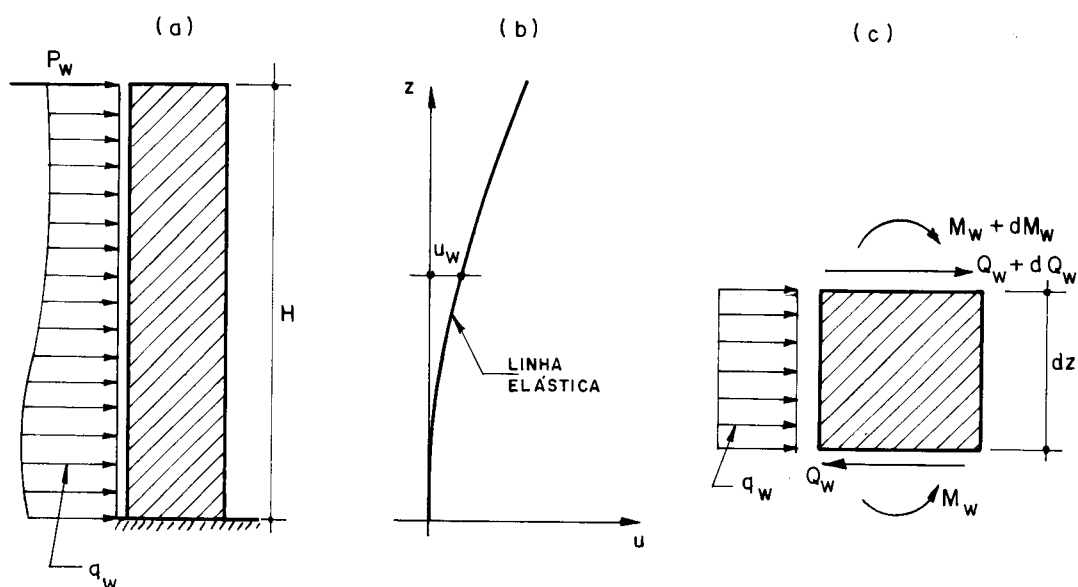


Fig. 2.1 - Pilar-Parede

Pelo equilíbrio do elemento infinitesimal da figura (2.1-c) tem-se:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w \quad (2.1)$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = -q_w \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = q_w \quad (2.3)$$

A equação da elástica, com as hipóteses admitidas é:

$$\frac{d^2 u_w}{dz^2} = u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad (2.4)$$

onde j_w , representa o produto de rigidez à flexão ($E.J_w$), com dimensão ($F.L^2$) e J_w é o respectivo momento de inércia do pilar.

Derivando-se uma vez a equação (2.4) e combinando-a com a equação (2.1), resulta a equação da força cortante no painel a uma cota genérica z .

$$Q_w = -j_w \cdot u_w''' \quad (2.5)$$

A equação (2.5), em conjunto com as condições de contorno permite determinar todos os deslocamentos e esforços do painel.

2.2 - Painéis com Pilares-Paredes

Frequentemente existem edifícios com painéis cujos únicos elementos verticais resistentes às cargas laterais, são os "PILARES-PAREDES".

Como modelo estático, estes elementos podem ser ligados entre si através de barras bi-articuladas indeformáveis.

veis axialmente. Desta forma a estrutura se comporta como se existisse uma única parede equivalente solicitada pelas cargas externas, com momento de inércia à flexão igual à soma dos momentos de inércia de cada pilar-parede.

Utilizando-se um arranjo estrutural mais eficiente, (quanto à rigidez às cargas laterais) estes painéis podem ser ligados através de "LINTÉIS", que são vigas horizontais submetidas à flexão e engastadas nas paredes.

2.2.1 - Painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade

Inicialmente estuda-se um painel formado por um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade e igualmente espaçados de H_1 .

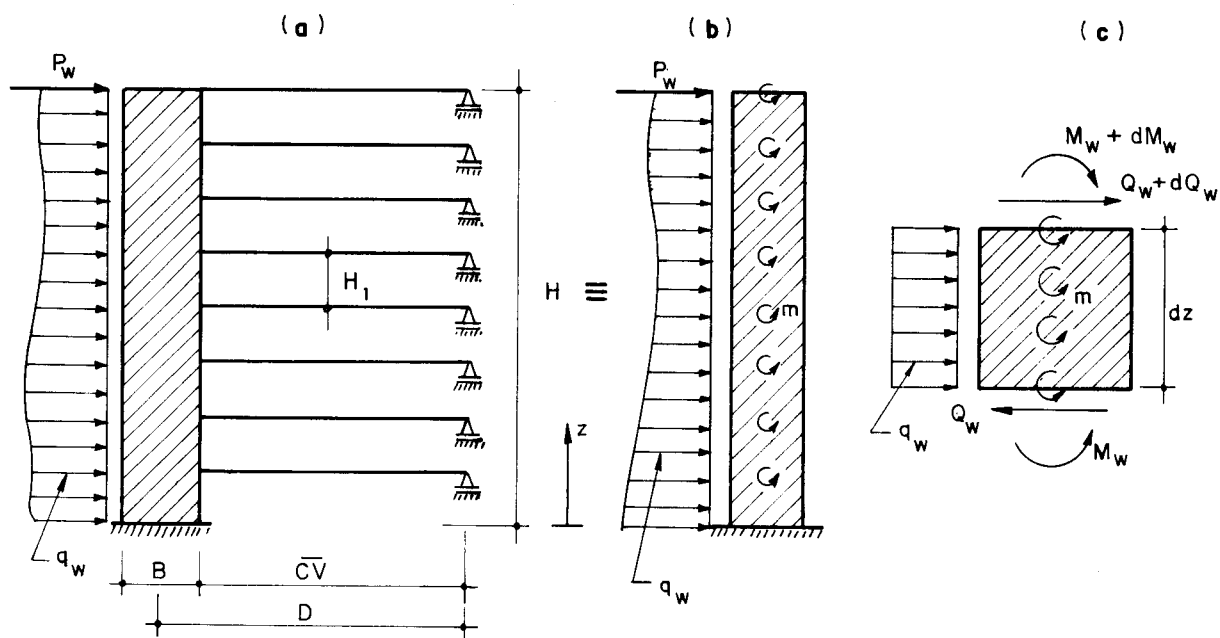


Fig. 2.2 - Painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade

Pelo equilíbrio do elemento dz da figura (2.2-c), tem-se:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w + m \quad (2.6)$$

onde \underline{m} , momento distribuído por unidade de comprimento vertical, é a reação elástica dos lintéis apoiados sobre a parede, conforme a figura (2.2).

Da equação (2.6), combinada com a equação da elástica (2.4), obtém-se a força cortante na parede:

$$Q_w = -j_w \cdot u_w''' + m \quad (2.7)$$

Desprezando-se a deformação axial do pilar-parede, a configuração deformada de um elemento do painel é a esquemática na figura (2.3), onde é suposto que o ângulo reto existente entre o lintel e a face da parede, permanece reto após a deformação CARDAN (3).

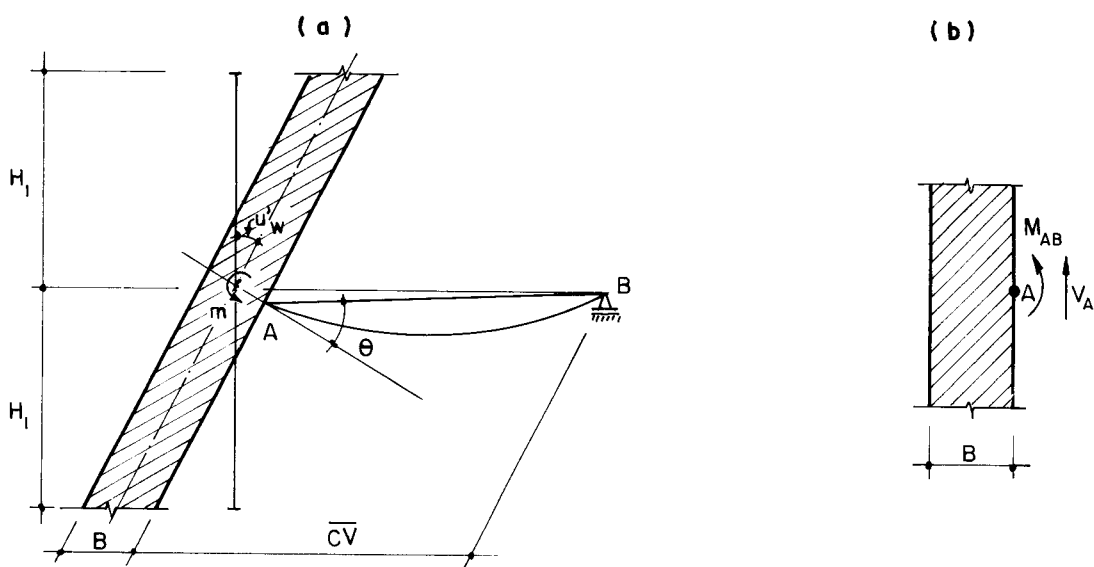


Fig. 2.3 - Configuração deformada do andar

O ângulo θ da figura (2.3), o momento e força cortante nas extremidades dos lintéis, são respectivamente:

$$\theta = \left(\frac{\overline{CV} + \frac{B}{2}}{\overline{CV}} \right) \cdot u'_w = \left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.8)$$

$$M_{AB} = 3.E.K_L.\theta = 3.E.K_L.\left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.9)$$

$$V_A = \frac{M_{AB}}{\overline{CV}} = \frac{3.E.K_L}{\overline{CV}} \cdot \left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.10)$$

onde, chamando J_L o momento de inércia do lintel à flexão:

$$K_L = \frac{J_L}{\overline{CV}} \quad (2.11)$$

Desta forma, os momentos ($H_1.m$) concentrados ao nível de cada andar são dados por:

$$H_1.m = M_{AB} + V_A \cdot \left(\frac{B}{2} \right) \quad (2.12-a)$$

e substituindo nesta expressão as fórmulas de (2.9) e (2.10), resulta:

$$m = r \cdot u'_w \quad (2.12-b)$$

que é a expressão de CARDAN (3), para momentos distribuídos na parede, desprezando a deformação axial do pilar e onde:

$$r = 3.E.\overline{K}_L \cdot \left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}} \right)^2 \quad (2.13)$$

sendo:
$$\bar{K}_L = \frac{K_L}{H_1} \quad (2.14)$$

A expressão anterior dá a rigidez do lintel por unidade de comprimento, ou seja, a rigidez do meio contínuo equivalente. Neste caso, em que só existe um pilar-parede, tem-se como parâmetros gerais para o painel:

$$j_g = j_w \quad (2.15-a)$$

$$S_g = r = \frac{3 \cdot E \cdot K_L}{H_1} \cdot \left(1 + \frac{B}{2 \cdot \bar{C}\bar{V}}\right)^2 \quad (2.15-b)$$

Uma vez que a força cortante externa Q , se escreve como:

$$Q = Q_w = -j_g \cdot u_w''' + S_g \cdot u_w' \quad (2.16)$$

2.2.2 - Painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis

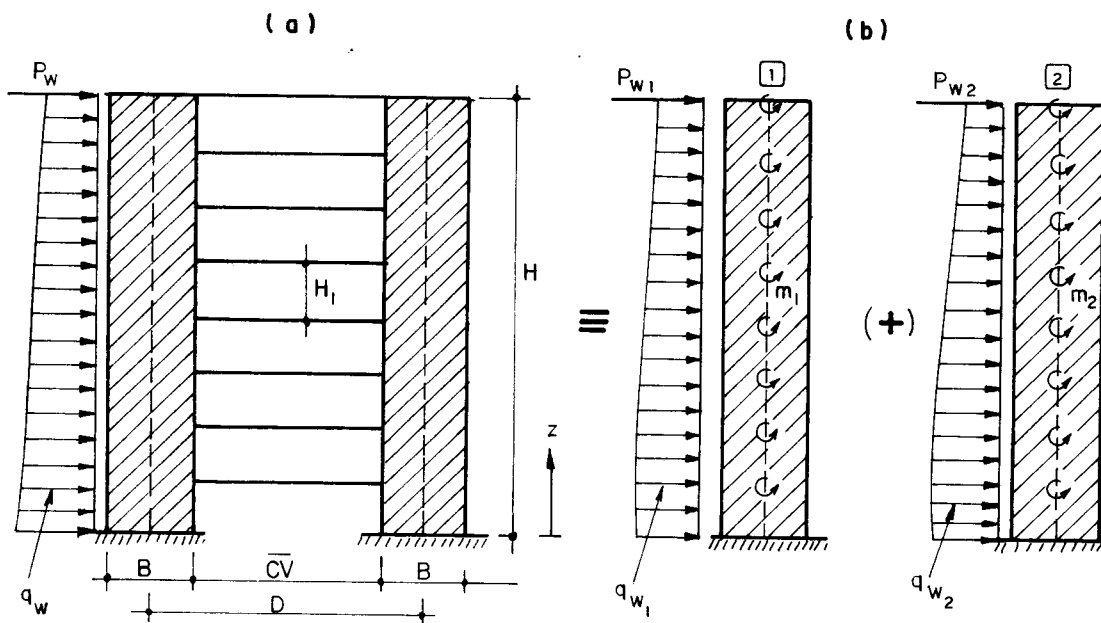


Fig. 2.4 - Painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis

Trabalha-se neste caso particular, com um painel de dois pilares-paredes de largura B cada um, unidos por lintéis igualmente espaçados de H_1 (figura 2.4).

Como o elemento genérico de parede dz a ser estudado, é semelhante ao da figura (2.2-c), então para cada pilar-parede, são válidas as equações (2.6) e (2.7), obtidas na análise anterior.

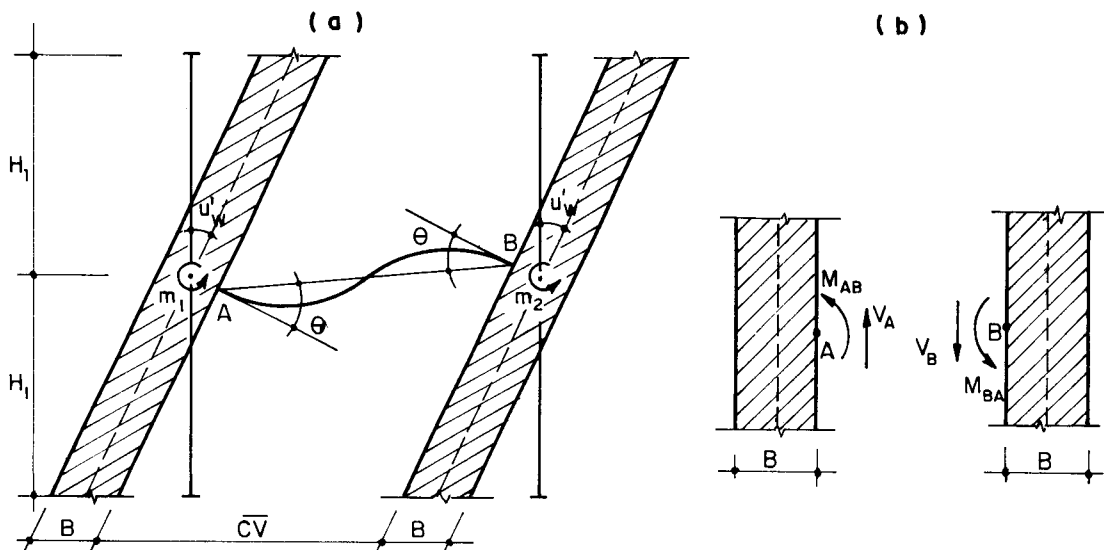


Fig. 2.5 - Configuração deformada do andar

A configuração deformada de um elemento do painel é agora, mostrada na figura acima, na qual o ângulo θ , assim como os momentos e forças cortantes nas extremidades dos lintéis são respectivamente:

$$\theta = \left(\frac{\overline{CV} + B}{\overline{CV}} \right) \cdot u'_w = \left(1 + \frac{B}{\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.17)$$

$$M_{AB} = M_{BA} = 6 \cdot E \cdot K_L \cdot \theta = 6 \cdot E \cdot K_L \cdot \left(1 + \frac{B}{\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.18)$$

$$V_A = V_B = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{\overline{CV}} = \frac{12 \cdot E \cdot K_L}{\overline{CV}} \cdot \left(1 + \frac{B}{\overline{CV}} \right) \cdot u'_w \quad (2.19)$$

Assim, os momentos concentrados ao nível de cada andar $H_1 \cdot m_i$, onde $i = 1$ ou 2 ; são os seguintes:

Para a parede (1):

$$H_1 \cdot m_1 = M_{AB} + V_A \cdot \left(\frac{B}{2}\right) \quad (2.20)$$

Com as expressões (2.18) e (2.19) em (2.20), tem-se:

$$m_1 = r_1 \cdot u'_w \quad (2.21)$$

onde
$$r_1 = 6 \cdot E \cdot \bar{K}_L \cdot \left(1 + \frac{B}{CV}\right)^2 \quad (2.22)$$

e \bar{K}_L é dado pela expressão (2.14)

Como a parede (2) é igual à parede (1); tem-se que:

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r_1 \\ m_2 &= m_1 \\ j_{w2} &= j_{w1} \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Desta forma, tem-se como parâmetros gerais para este painel:

$$\left. \begin{aligned} j_g &= j_{w_1} + j_{w_2} \\ S_g &= r_1 + r_2 = \frac{12 \cdot E \cdot K_L}{H_1} \cdot \left(1 + \frac{B}{\overline{CV}}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Uma vez que por equilíbrio, a força cortante externa Q , é:

$$Q = Q_{w_1} + Q_{w_2} = -j_g \cdot u_w''' + S_g \cdot u_w' \quad (2.25)$$

2.2.3 - Painel com três pilares-paredes unidos por lintéis

Considere-se a figura (2.6), a qual representa três pilares-paredes iguais de largura B cada um, com produtos de rigidez a flexão j_{w_1} , j_{w_2} , j_{w_3} , respectivamente; e ligados dois a dois através de lintéis iguais de comprimento \overline{CV} e igualmente espaçados de H_1

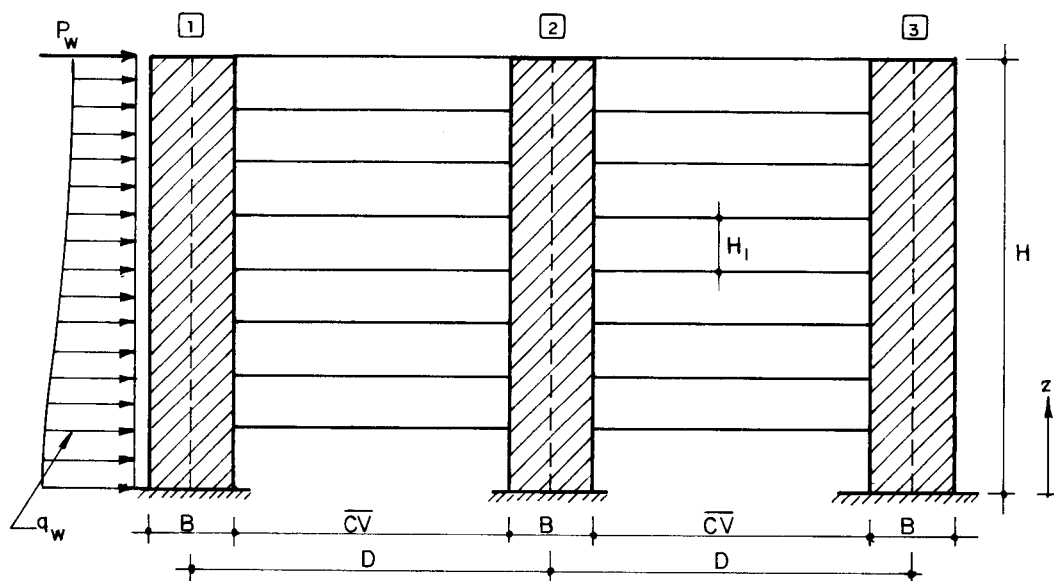


Fig. 2.6 - Painel com três pilares-paredes unidos por lintéis

Como no caso anterior, sendo qualquer a rigidez dos lintéis em comparação com as rigidezes dos pilares-paredes admitem-se os centros dos vãos horizontais como pontos de momento nulo, sendo incôgnitas as forças cortantes correspondentes.

Conforme a "técnica do meio contínuo", a rigidez e a força cortante em cada lintel, são supostas distribuídas ao longo do espaçamento H_1 .

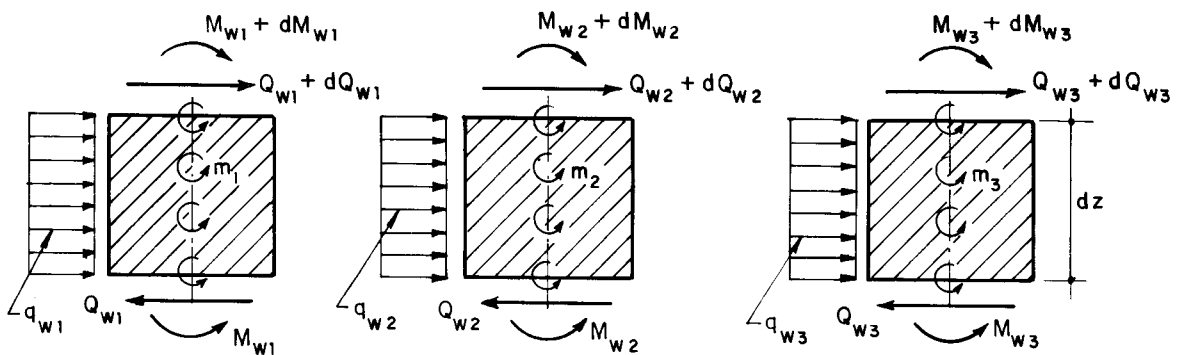


Fig. 2.7 - Elementos genéricos das paredes e convenções de esforços positivos

Sejam a convenção de esforços positivos e os elementos da figura (2.7). Pelo equilíbrio à rotação de cada elemento obtem-se expressões semelhantes às equações (2.2) e (2.6) em cada parede. Deste modo, utilizando-se a equação da elástica (2.4) em cada uma destas expressões, tem-se:

Para a parede (1):

$$Q_{w_1} = -j_{w_1} \cdot u_w''' + m_1 \quad (2.26)$$

Para a parede (2):

$$Q_{w_2} = -j_{w_2} \cdot u_w''' + m_2 \quad (2.27)$$

Para a parede (3):

$$Q_{w_3} = -j_{w_3} \cdot u_w''' + m_3 \quad (2.28)$$

A configuração deformada de um elemento do painel é a mostrada na figura (2.8):

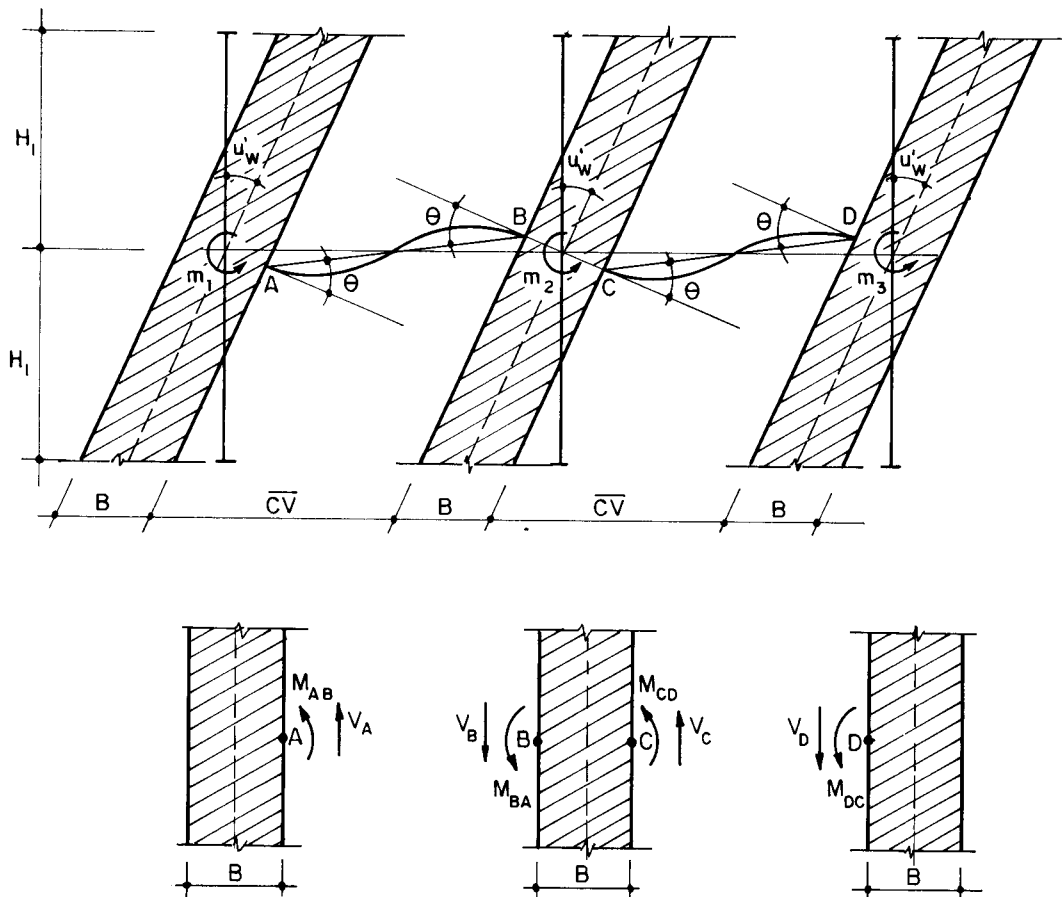


Fig. 2.8 - Configuração deformada do andar

Da figura (2.8), obtêm-se as mesmas expressões (2.17), (2.18) e (2.19), calculadas para o ângulo θ , momentos e forças cortantes nas extremidades dos lintéis, respectivamente. Portanto os momentos concentrados ao nível de cada andar $H_1 \cdot m_i$ onde $i = 1, 2$ ou 3 ; são:

Para a parede (1):

$$H_1 \cdot m_1 = M_{AB} + V_A \cdot \left(\frac{B}{2}\right) \quad (2.29)$$

$$m_1 = r_1 \cdot u'_w \quad (2.30)$$

$$r_1 = 6 \cdot E \cdot \bar{K}_L \cdot \left(1 + \frac{B}{CV}\right)^2 \quad (2.31)$$

Analogamente, para a parede (2), tem-se:

$$H_1 \cdot m_2 = M_{BA} + V_B \cdot \left(\frac{B}{2}\right) + M_{CD} + V_C \cdot \left(\frac{B}{2}\right) \quad (2.32)$$

$$m_2 = r_2 \cdot u'_w \quad (2.33)$$

$$r_2 = 12 \cdot E \cdot \bar{K}_L \cdot \left(1 + \frac{B}{CV}\right)^2 \quad (2.34)$$

Como a parede (3) tem as mesmas condições da parede (1), segue então:

$$\left. \begin{aligned} r_3 &= r_1 \\ m_3 &= m_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Desta forma, tem-se como parâmetros gerais para este painel:

$$\left. \begin{aligned} j_g &= j_{w_1} + j_{w_2} + j_{w_3} \\ S_g &= r_1 + r_2 + r_3 = \frac{24 \cdot E \cdot K_L}{H_1} \cdot \left(1 + \frac{B}{CV}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

Finalmente por equilíbrio global da estrutura a força cortante externa Q se escreve como:

$$Q = Q_{w_1} + Q_{w_2} + Q_{w_3} = -j_g \cdot u_w''' + S_g \cdot u_w' \quad (2.37)$$

2.3 - Painéis com pilares de pórtico

Dar-se-á o nome "PÓRTICO" ao painel plano, sem rigidez transversal, elasticamente equivalente, para cargas horizontais, a um consolo deformável apenas à força cortante, e extremamente rígido ao momento fletor.

É utilizado o índice "f", (do inglês "frame"), para caracterizar os esforços e deslocamentos relativos aos pórticos.

Observe-se que a hipótese de indeformabilidade do pórtico ao momento fletor, não deve ser confundida com a indeformabilidade das vigas e pilares do sistema discreto, sendo que aqueles elementos (vigas e pilares), deformam-se essencialmente por flexão, conforme FERREIRA (5).

Em alguns casos é admitida uma rigidez bastante elevada na região de ligação de vigas e pilares. Neste caso, supõe-se a existência nesta região de nós com rigidez infinita, como é mostrado a seguir.

2.3.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade

Como primeiro exemplo, estude-se o painel representado na figura (2.9), a seguir, onde está representado um pilar de pórtico e vigas igualmente espaçadas de H_1 , simplesmente apoiadas na outra extremidade.

A região de interseção de vigas e pilares é suposta com rigidez infinita.

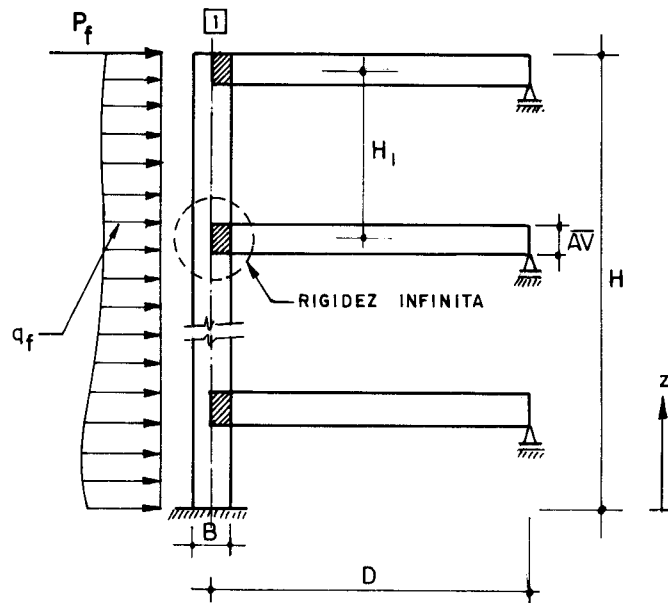


Fig. 2.9 - Pannel com um pilar de p \tilde{o} rtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade

Tendo-se a mesma conven \tilde{c} o para os esfor \tilde{c} os positivos da figura (2.1-c), as equa \tilde{c} o \tilde{e} s de equil \tilde{b} rio para um elemento dz do p \tilde{o} rtico s \tilde{a} o semelhantes \tilde{a} s express \tilde{o} es (2.1), (2.2) e (2.3), por independerem do comportamento el \tilde{a} stico da estrutura:

$$\frac{dM_f}{dz} = - Q_f \quad (2.38)$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = - q_f \quad (2.39)$$

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = q_f \quad (2.40)$$

A equa \tilde{c} o da el \tilde{a} stica, tamb \tilde{e} m equa \tilde{c} o caracter \tilde{i} s_tica dos p \tilde{o} rticos, pode ser escrita como:

$$Q_f = S_f \cdot u_f' \quad (2.41)$$

onde S_f é a rigidez do pórtico à força cortante, cuja estimativa é apresentada a seguir.

A equação (2.41), em conjunto com as condições de contorno, permite determinar todos os deslocamentos e esforços do painel.

Analisando-se agora o painel em questão, na sua configuração deformada (figura 2.10), tem-se:

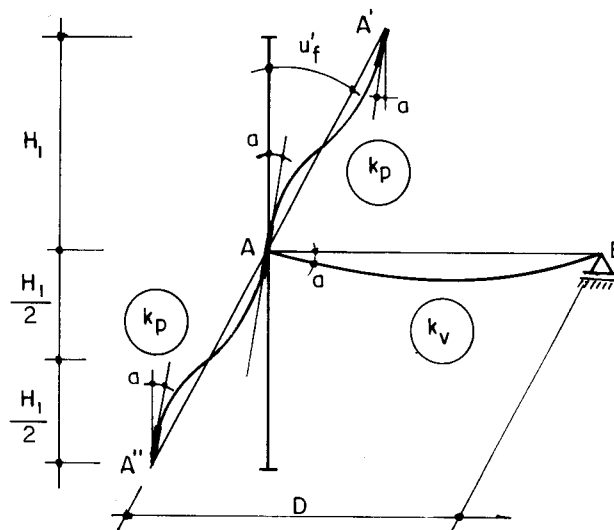


Fig. 2.10 - Configuração deformada do andar

As rotações de três nós consecutivos do pilar, ou seja dos nós A, A' e A'', foram supostas iguais e designadas por "a" e as rigidezes $K_i = J_i/\ell_i$ das barras estão indicadas em círculo na figura (2.10).

Os momentos nas barras que concorrem no nó A (positivos se aplicados ao nó no sentido horário), estão calculados no APÊNDICE I (itens A e B). Assim, pelo equilíbrio do nó A tem-se:

$$M_{A-A'} + M_{A-A''} + M_{AB} = 0 \quad (2.42)$$

Substituindo-se os respectivos valores, tem-se:

$$2.K_p.(4\lambda_p+2\eta_p)(u'_f-a) - 3.K_v.\lambda_v.a = 0 \quad (2.43)$$

A partir da equação de equilíbrio anterior, encontra-se:

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u'_f \quad (2.44)$$

onde

$$\bar{\alpha}_p = \frac{K_p.(8\lambda_p+4\eta_p)}{K_p.(8\lambda_p+4\eta_p)+3K_v.\lambda_v} \quad (2.45)$$

sendo que os coeficientes λ_v , λ_p e η_p estão também determinados no APÊNDICE I.

A força cortante no pilar, no andar considerado é dada por:

$$Q_p = \frac{M_{A-A'}+M_{A'-A}}{H_1} = \frac{2.M_{A-A'}}{H_1} \quad (2.46)$$

Substituindo o valor encontrado para $M_{A-A'}$, no APÊNDICE I, junto com a expressão (2.44), segue:

$$Q_p = \frac{2.E.K_p}{H_1} \cdot (4\lambda_p+2\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \cdot u'_f \quad (2.47)$$

Portanto, para este painel com um pilar, a rigidez total à força cortante é expressa:

$$S_f = \frac{2.E.K_p}{H_1} \cdot (4\lambda_p+2\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \quad (2.48)$$

2.3.2 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas

A figura (2.11), representa um painel formado por dois pilares de pórtico iguais de largura B cada um e ligados por vigas de altura \overline{AV} , de comprimento D e igualmente espaçadas de H_1 :

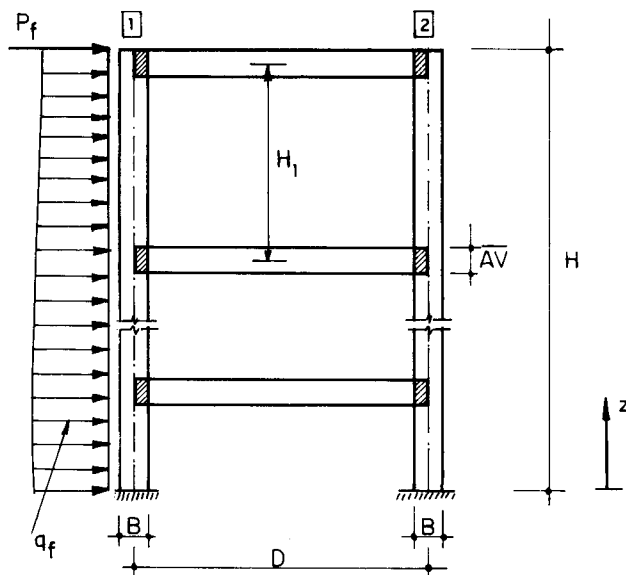


Fig. 2.11 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas

Observe-se nesta figura, que as partes hachuradas nas ligações viga-pilar, representam nós com rigidez infinita.

Procedendo-se, então como no caso anterior, e levando-se em conta a mesma convenção de esforços positivos da figura (2.1-C) chega-se para cada pilar deste painel-pórtico, às mesmas equações (2.38), (2.39), (2.40) e (2.41).

Supondo iguais as rotações dos nós consecutivos A, A', A'' e B, B', B'' , têm-se em consequência como configuração deformada do andar genérico a mostrada na figura(2.12). Na qual pelo fato de ter-se admitido igualdade de rotações em todos os nós consecutivos, tomam-se como pontos de momentos nulos, os centros de vãos de vigas e pilares.

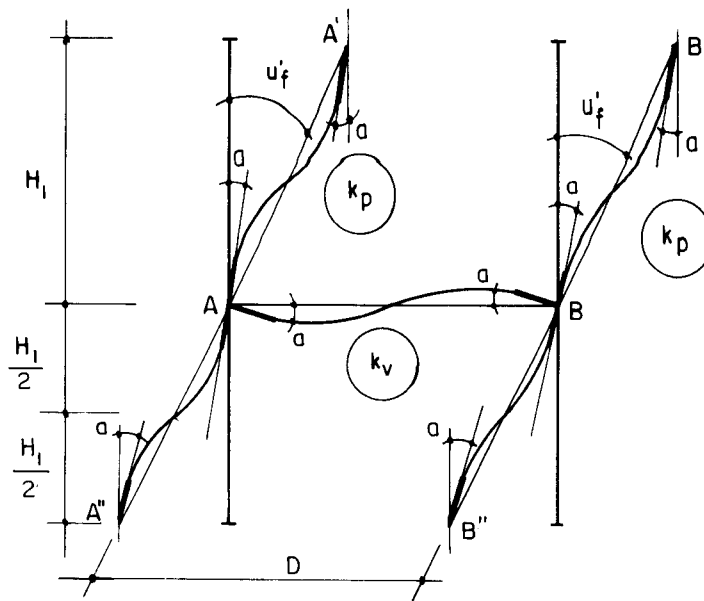


Fig. 2.12 - Configuração deformada do andar

Os momentos que ocorrem nos pilares, são determinados no APÊNDICE I (item B). Por ter-se condições diferentes de extremidade no caso das vigas, os momentos que ocorrem nas mesmas foram determinados no item C do mesmo APÊNDICE I.

Portanto, tomando-se os momentos aplicados pelas barras que concorrem no nó A (positivos se aplicados ao nó no sentido horário) e pelo respectivo equilíbrio, tem-se:

$$M_{A-A'} + M_{A-A''} + M_{A-B} = 0 \quad (2.49)$$

Substituindo-se os respectivos valores,

$$2 \cdot E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p' + 2\eta_p') (u_f' - a) - E \cdot K_v \cdot (4\lambda_v' + 2\eta_v') \cdot a = 0 \quad (2.50)$$

Da equação anterior segue:

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u_f' \quad (2.51)$$

onde:

$$\bar{\alpha}_p = \frac{K_p \cdot (8\lambda_p + 4\eta_p)}{K_p \cdot (8\lambda_p + 4\eta_p) + K_v \cdot (4\lambda'_v + 2\eta'_v)} \quad (2.52)$$

sendo que os coeficientes λ_p , η_p estão determinados no item B, enquanto que os coeficientes λ'_v , η'_v , estão determinados no item C, do APÊNDICE I.

Por ter-se condições iguais nos pilares (1) e (2), a força cortante em ambos pilares, é dada por:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{2 \cdot M_{A-A'}}{H_1} \quad (2.53)$$

Substituindo-se o valor de $M_{A-A'}$, do APÊNDICE I, junto com a expressão (2.51), o valor encontrado em (2.53) é:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{2 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \cdot u'_f \quad (2.54)$$

Desta forma, a rigidez a força cortante S_{fi} para cada pilar é dada por:

$$S_{f1} = S_{f2} = \frac{2 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \quad (2.55)$$

Para encontrar a rigidez total do painel pórtico, deve-se somar as contribuições de ambos pilares.

Portanto:

$$S_f = S_{f1} + S_{f2} = \frac{4 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \quad (2.56)$$

2.3.3 - Painel com três pilares de pórtico unidos por vigas

Para a análise deste painel, considera-se a figura (2.13), e admite-se também rigidez infinita nos nós de união de vigas e pilares, como nos casos anteriores. Supõem-se também, pilares iguais de largura B e vigas de alturas \overline{AV} , comprimento D e espaçadas de H_1 .

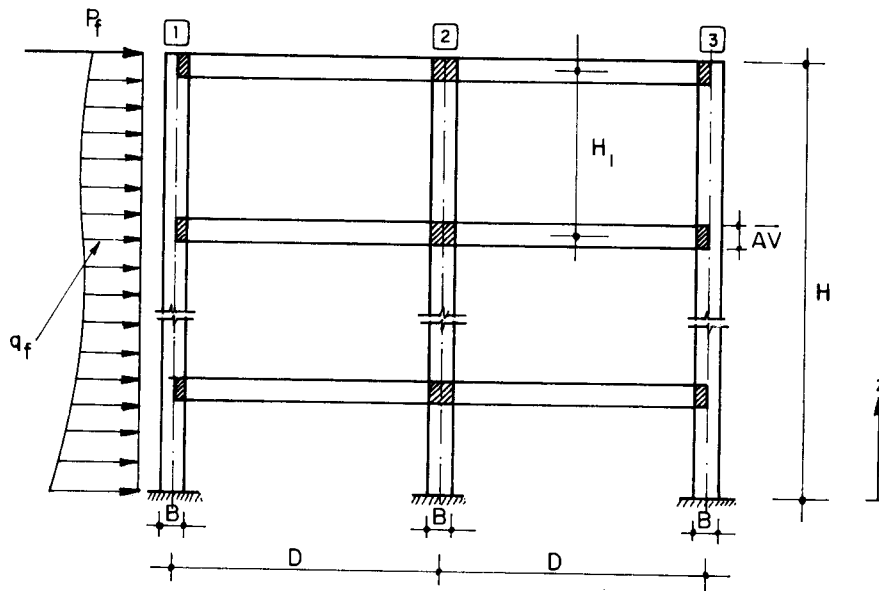


Fig. 2.13 - Painel com três pilares de pórtico unidos por vigas

Como no caso anterior, continuam válidas as equações (2.38), (2.39), (2.40) e (2.41).

A figura (2.14) mostra a configuração deformada de um elemento do painel pórtico sujeito ao deslocamento u_f . Nesta figura serão chamadas \underline{a} , \underline{b} e \underline{a} , às rotações dos nós A, B e C, respectivamente, e são admitidas iguais as rotações de três nós consecutivos de um mesmo pilar. As rigidezes K_i das barras, estão indicadas em círculo na mesma figura.

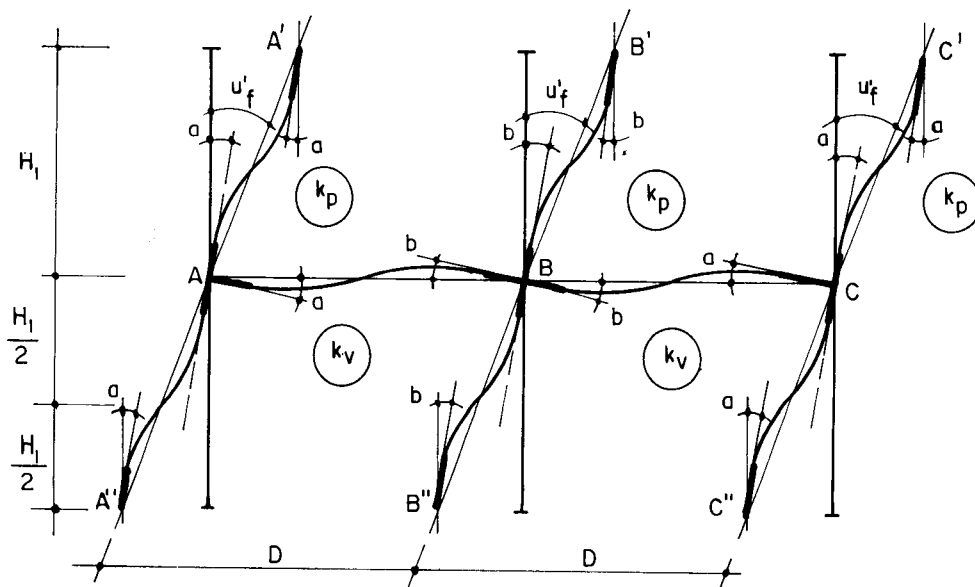


Fig. 2.14 - Configuração deformada do andar

Como os pilares da figura (2.14) são iguais aos da figura (2.10) e as vigas são as mesmas da figura (2.12), os coeficientes λ_p , η_p , são os determinados no item B do APÊNDICE I, enquanto que λ'_v , η'_v , são os calculados no item C, do mesmo apêndice.

De acordo com isto, os momentos aplicados ao nó A (positivos no sentido horário) são expressos por:

$$\left. \begin{aligned}
 M_{A-A'} &= E.K_p.(4\lambda_p + 2\eta_p).(u'_f - a) \\
 M_{A-A''} &= E.K_p.(4\lambda_p + 2\eta_p).(u'_f - a) \\
 M_{A-B} &= -4.E.K_v.\lambda'_v.a - 2.E.K_v.\eta'_v.b
 \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

Pelo equilíbrio do nó tem-se:

$$M_{A-A'} + M_{A-A''} + M_{A-B} = 0 \quad (2.58)$$

Substituindo (2.57) em (2.58) segue:

$$K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot u_f' = \left[K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) + 2 \cdot K_v \cdot \lambda_v' \right] \cdot a + K_v \cdot \eta_v' \cdot b \quad (2.59)$$

Os momentos aplicados ao n \bar{o} B (positivos no sentido do hor \bar{a} rio) s \bar{a} o os seguintes:

$$\left. \begin{aligned} M_{B-B'} &= E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) (u_f' - b) \\ M_{B-B''} &= E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) (u_f' - b) \\ M_{B-A} &= -4 \cdot E \cdot K_v \cdot \lambda_v' \cdot b - 2 \cdot E \cdot K_v \cdot \eta_v' \cdot a \\ M_{B-C} &= -4 \cdot E \cdot K_v \cdot \lambda_v' \cdot b - 2 \cdot E \cdot K_v \cdot \eta_v' \cdot a \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

Pelo equil \bar{a} rio do n \bar{o} B, tem-se:

$$M_{B-B'} + M_{B-B''} + M_{B-A} + M_{B-C} = 0 \quad (2.61)$$

Substituindo (2.60) em (2.61) segue:

$$K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot u_f' = \left[K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) + 4K_v \lambda_v' \right] \cdot b + 2K_v \cdot \eta_v' \cdot a \quad (2.62)$$

Como o n \bar{o} C, \bar{e} an \bar{a} logo ao n \bar{o} A, os momentos aplicados neste n \bar{o} , ser \bar{a} o:

$$M_{C-C'} = M_{C-C''} = M_{A-A'}$$

$$M_{C-B} = M_{A-B}$$

A partir das equações de equilíbrio (2.59) e (2.62), tem-se:

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u_f' \quad (2.63)$$

$$b = \bar{\beta}_p \cdot u_f' \quad (2.64)$$

com

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) + 2K_v \cdot \lambda_v'}{K_v \cdot \eta_v'} \\ \phi_1 &= \frac{K_p (4\lambda_p + 2\eta_p)}{K_v \cdot \eta_v'} \\ \psi &= \frac{K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) + 4K_v \cdot \lambda_v'}{2K_v \cdot \eta_v'} \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

segue que:

$$\bar{\alpha}_p = \left(\frac{1-2\cdot\psi}{1-\psi\cdot\phi} \right) \cdot \frac{\phi_1}{2} \quad (2.66)$$

$$\bar{\beta}_p = (\phi_1 - \phi \cdot \bar{\alpha}_p) \quad (2.67)$$

Fazendo:

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{K_p}{K_v} \\ \overline{AF}_1 &= f \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

Substituindo (2.65) em (2.66) e (2.67) e reorganizando com as expressões (2.68), tem-se:

$$\bar{\alpha}_p = \frac{\overline{AF}_1 \cdot (\eta'_v - 4\lambda'_v - \overline{AF}_1)}{2 \cdot \eta'^2_v - 8 \cdot \lambda'^2_v - \overline{AF}_1 \cdot (6\lambda'_v + \overline{AF}_1)} \quad (2.69)$$

$$\bar{\beta}_p = \frac{\overline{AF}_1 - (2 \cdot \lambda'_v + \overline{AF}_1) \cdot \bar{\alpha}_p}{\eta'_v} \quad (2.70)$$

A força cortante nos pilares 1 e 3, por serem iguais são dadas por:

$$Q_1 = Q_3 = \frac{2 \cdot M_{A-A'}}{H_1} \quad (2.71)$$

e no pilar 2 ; por

$$Q_2 = \frac{2 \cdot M_{B-B'}}{H_1} \quad (2.72)$$

Tendo em conta as expressões (2.57), (2.60), (2.63) e (2.64), resultam:

$$Q_1 = Q_3 = \frac{2 \cdot E \cdot K_P}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \cdot u'_f \quad (2.73)$$

$$Q_2 = \frac{2 \cdot E \cdot K_P}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\beta}_p) \cdot u'_f \quad (2.74)$$

Assim, a rigidez S_{fi} de cada pilar à força cortante, será:

$$S_{f1} = S_{f3} = \frac{2.E.K}{H_1} P . (4\lambda_p + 2\eta_p) . (1 - \bar{\alpha}_p) \quad (2.75)$$

$$S_{f2} = \frac{2.E.K}{H_1} P . (4\lambda_p + 2\eta_p) . (1 - \bar{\beta}_p) \quad (2.76)$$

Portanto, com uso das expressões (2.75) e (2.76), a rigidez total do painel-pórtico à força cortante será:

$$S_f = S_{f1} + S_{f2} + S_{f3} = \frac{2.E.K}{H_1} P . (4\lambda_p + 2\eta_p) . \left[2 . (1 - \bar{\alpha}_p) + (1 - \bar{\beta}_p) \right] \quad (2.77)$$

2.4 - Resolução das equações diferenciais

2.4.1 - Para painéis com pilares-paredes

Nas análises correspondentes aos painéis com pilares-paredes foram obtidas as equações (2.16), (2.25) e (2.37).

Compare-se e observe-se que são formalmente idênticas. Apresenta-se a seguir a solução pelo método exato desta equação diferencial.

Chamando:

$$k^2 = \frac{S}{J_g} \quad (2.78)$$

e substituindo esta fórmula nas expressões (2.16), (2.25) ou (2.37) e rearranjando, tem-se:

$$u_w''' - k^2 \cdot u_w' = - \frac{Q}{J_g} \quad (2.79)$$

Para o caso do carregamento ser constituído apenas por carga concentrada no topo P_w , vem

$$Q = P_w \quad (2.80)$$

Seja a equação homogênea:

$$u_w'' - k^2 \cdot u_w' = 0 \quad (2.81)$$

Em termos de operadores a expressão (2.81), se escreve:

$$D (D^2 - k^2) = 0 \quad (2.81-a)$$

As raízes do polinômio característico e as correspondentes funções - solução da equação são:

$$\left. \begin{array}{ll} n_1 = 0 & \rightarrow e^{0z} = 1 \\ n_2 = +k & \rightarrow e^{+kz} \\ n_3 = -k & \rightarrow e^{-kz} \end{array} \right\} \quad (2.81-b)$$

Desta forma, tem-se como solução da equação homogênea

$$u_{wH} = C_1 + C_2 \cdot e^{+kz} + C_3 \cdot e^{-kz} \quad (2.82)$$

Para obter uma solução particular da equação completa substitui-se (2.80) em (2.79) obtendo:

$$u_w''' - k^2 \cdot u_w' = - \frac{P_w}{j_g} \quad (2.83)$$

Tomando-se uma solução do tipo

$$u_{wp} = A \cdot z \quad (2.84-a)$$

e derivando-se sucessivamente a expressão (2.84-a), tem-se:

$$\left. \begin{aligned} u_{wp}' &= A \\ u_{wp}'' &= 0 \\ u_{wp}''' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.84-b)$$

Substituindo (2.84-b) em (2.83), tem-se:

$$A = \frac{P_w}{j_g \cdot k^2} \quad (2.84-c)$$

Logo, para solução particular da equação completa pode ser tomado:

$$u_{wp} = \left(\frac{P_w}{j_g \cdot k^2} \right) \cdot z \quad (2.85)$$

Usando as seguintes notações auxiliares:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \left(\frac{z}{H}\right) \quad (\text{variável adimensional}) \\ K &= k.H \quad (\text{variável adimensional}) \\ K.Z &= k.z \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

e daí

e usando-as nas expressões (2.82) e (2.85), tem-se, respectivamente:

$$u_{wH} = C_1 + C_2 \cdot e^{+KZ} + C_3 \cdot e^{-KZ} \quad (2.87)$$

$$u_{wp} = \left(\frac{P_w \cdot H^3}{j_g \cdot K^3}\right) \cdot (KZ) \quad (2.88)$$

Somando-se as expressões (2.87) e (2.88), obtêm-se a solução geral da equação diferencial (2.79)

$$u_w = \left(\frac{P_w \cdot H^3}{j_g \cdot K^3}\right) \cdot \left[C_1 + C_2 \cdot e^{+KZ} + C_3 \cdot e^{-KZ} + KZ \right] \quad (2.89)$$

Na fórmula anterior as constantes C_1 , C_2 , C_3 são adimensionais e determinadas a partir das condições de contorno mostradas a seguir.

As condições de contorno são:

a) Na Base ($Z=0$)

a-1) $u_w(0) = 0$

a-2) $u'_w(0) = 0$ (Devido ao engastamento da parede na base).

b) No Topo ($Z=1$)

$$b-1) u_w''(1.0) = 0 \quad (\text{Momentos fletores das paredes nos topos são nulos}).$$

Como $Z = z/H$ vem $dZ = dz/H$

Desta forma, derivando-se sucessivamente a expressão (2.89) em relação a z , tem-se:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_w}{dz} &= \left(\frac{P_w \cdot H^2}{j_g \cdot K^2} \right) \cdot [C_2 \cdot e^{+KZ} - C_3 \cdot e^{-KZ} + 1] \\ \frac{d^2 u_w}{dz^2} &= \left(\frac{P_w \cdot H}{j_g \cdot K} \right) \cdot [C_2 \cdot e^{+KZ} + C_3 \cdot e^{-KZ}] \end{aligned} \right\} \quad (2.90)$$

As expressões (2.89) e (2.90), junto com as condições de contorno, levam às seguintes expressões válidas para as constantes C_1, C_2, C_3 .

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 + C_3 &= 0 \\ C_2 - C_3 + 1 &= 0 \\ C_2 \cdot e^{+K} + C_3 \cdot e^{-K} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

Resolvido o sistema de equações lineares anterior, tem-se:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \left(\frac{e^{-2K}-1}{1+e^{-2K}} \right) \\ C_2 &= - \left(\frac{e^{-2K}}{1+e^{-2K}} \right) \\ C_3 &= \left(\frac{1}{1+e^{-2K}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

Substituindo-se as constantes da fórmula (2.92) em (2.89), e fazendo-se o respectivo rearranjo, obtêm-se:

$$u_w = \left(\frac{P_w \cdot H^3}{j_g \cdot K^3} \right) \cdot \left[\left(\frac{e^{-2K}-1+(1-e^{-2K}(Z-1)) \cdot e^{-KZ}}{1+e^{-2K}} \right) + KZ \right] \quad (2.93)$$

Para o caso de carregamento constituído apenas por carga uniformemente distribuída q_w , tem-se:

$$Q = q_w \cdot (H-z) \quad (2.94)$$

A solução da equação homogênea é análoga à expressão (2.87).

Para a obtenção de uma solução particular da equação completa substitui-se (2.94) em (2.79), resultando:

$$u_w'' - k^2 \cdot u_w' = - \frac{q_w \cdot (H-z)}{j_g} \quad (2.95)$$

Tomando-se como solução; uma função polinomial do tipo

$$u_{wp} = A \cdot z^2 + B \cdot z \quad (2.96-a)$$

As derivadas primeira, segunda e terceira podem ser escritas:

$$\left. \begin{aligned} u'_{wp} &= 2A \cdot z + B \\ u''_{wp} &= 2A \\ u'''_{wp} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.96-b)$$

Fazendo-se as devidas substituições e usando-se as notações auxiliares da expressão (2.86), tem-se como solução particular da equação completa (2.95) a seguinte função:

$$u_{wp} = \frac{q_w \cdot H^4}{j_g \cdot K^2} \cdot \left(Z - \frac{Z^2}{2} \right) \quad (2.97)$$

Somando as expressões (2.87) e (2.97), obtem-se a solução geral da equação (2.79):

$$u_w = \left(\frac{q_w \cdot H^4}{j_g \cdot K^4} \right) \cdot \left[C_1 + C_2 \cdot e^{+KZ} + C_3 \cdot e^{-KZ} + K^2 \cdot Z \cdot \left(1 - \frac{Z}{2} \right) \right] \quad (2.98)$$

As condições de contorno são as mesmas que as do caso anterior e permitem calcular as constantes C_i , da equação (2.98). Desta forma chega-se a:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= - \left(\frac{K + 2 \cdot e^{-K} - K \cdot e^{-2K}}{1 + e^{-2K}} \right) \\ C_2 &= \left(\frac{e^{-K} - K \cdot e^{-2K}}{1 + e^{-2K}} \right) \\ C_3 &= \left(\frac{K + e^{-K}}{1 + e^{-2K}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.99)$$

Substituindo-se os valores de (2.99) em (2.98) e arranjando chega-se finalmente aos deslocamentos u_w para carga uniformemente distribuída.

2.4.2 - Para painéis com pilares de pórtico

Conforme pode-se observar nos três painéis-pórticos analisados anteriormente, é válida a equação diferencial da expressão (2.41), cuja solução é mostrada a seguir.

Desta expressão tem-se:

$$u'_f = \frac{Q}{S_f} \quad (2.100)$$

Para o caso de carregamento constituído por apenas carga concentrada no topo P_f , vem

$$Q = P_f \quad (2.101)$$

Seja a equação homogênea

$$u'_f = 0 \quad (2.102)$$

A solução da equação anterior é

$$u_{fH} = C_1 \quad (2.103)$$

Para a obtenção de uma solução particular substitui-se a equação (2.101) em (2.100), resultando:

$$u'_f = \frac{P_f}{S_f} \quad (2.104)$$

Tomando-se uma solução do tipo:

$$u_{fp} = A.z \quad (2.105-a)$$

então

$$u'_{fp} = A \quad (2.105-b)$$

Substituindo-se (2.105-b) em (2.104), tem-se

$$A = \frac{P_f}{S_f} \quad (2.105-c)$$

Desta forma, a expressão (2.105-a) fica:

$$u_{fp} = \frac{P_f}{S_f} \cdot z \quad (2.106-a)$$

Utilizando-se as notações auxiliares das fórmulas (2.86) na expressão (2.106-a) tem-se:

$$u_{fp} = \frac{P_f \cdot H}{S_f} \cdot Z \quad (2.106-b)$$

Somando-se as expressões (2.103) e (2.106-b), obtém-se a solução geral da equação diferencial (2.100). Aplicando-se agora a condição de contorno na base ($u_f(o) = 0$), anula-se a constante C_1 encontrada em (2.103).

Assim, a solução da equação (2.100) é simplesmente:

$$u_f = \frac{P_f \cdot H}{S_f} \cdot Z \quad (2.107)$$

Para o carregamento constituído por apenas carga uniformemente distribuída q_f , vem:

$$Q = q_f(H-z) \quad (2.108)$$

A solução da equação homogênea é dada pela expressão (2.103).

Para obter uma solução particular da equação completa substitui-se a expressão (2.108) em (2.100) obtendo:

$$u'_f = \frac{q_f(H-z)}{S_f} \quad (2.109)$$

Tomando-se agora uma solução do tipo polinomial:

$$u_{fp} = Az^2 + Bz \quad (2.110-a)$$

e derivando-se uma vez, tem-se:

$$u'_{fp} = 2Az + B \quad (2.110-b)$$

Procedendo-se às devidas substituições e usando as notações auxiliares da expressão (2.86), junto com a condição de contorno na base ($u_f(o)=0$), têm-se como solução geral da equação (2.100) a função:

$$u_f = \frac{q_f \cdot H^2}{S_f} \cdot \left(1 - \frac{z}{H}\right) \cdot z \quad (2.111)$$

3. PROGRAMAS PARA COMPUTADOR E RESULTADOS

3.1 - Larguras limites B de pilares sem considerar a deformação axial dos mesmos

Considera-se como largura limite de pilares em painéis de contraventamento, a largura B de referência aqui utilizada para enquadrar estes elementos verticais, como pilares-paredes ou como pilares de pórtico.

A análise é feita para o trabalho em conjunto de vigas e pilares de um painel.

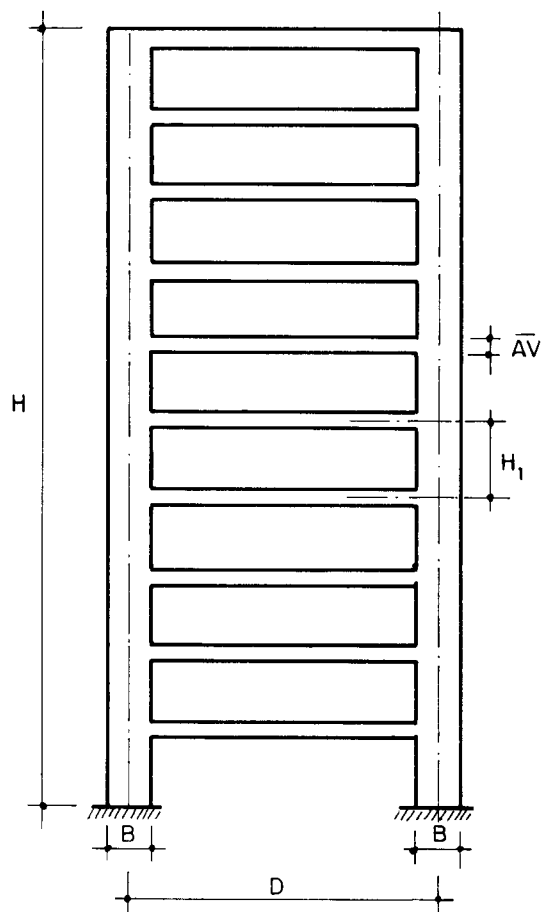


Fig. 3.1 - Painel formado por dois pilares

Como exemplo para a determinação destas larguras limites apresenta-se o painel formado por dois pilares da figura (3.1), cuja altura total H é de 30m, com pé-direito dos andares H_1 igual a 3,00m, vigas com 6,00m de comprimento D e altura das vigas \overline{AV} de 0,30m. Para este painel, varia-se progressivamente a largura B dos pilares e para cada um destes valores, calculam-se os deslocamentos no topo como painel de pilares-paredes (u_w) e também como painel de pilares de pórtico (u_f). A análise é feita para carga concentrada no topo e depois para carga uniformemente distribuída ao longo da altura.

É calculada a diferença absoluta entre os dois deslocamentos:

$$\overline{DU} = u_f - u_w \quad (3.1)$$

Determina-se então a porcentagem relativa da diferença da expressão (3.1):

$$\overline{PU}_i = \frac{\overline{DU}}{u_i} ; \text{ para } i = w \text{ ou } f \quad (3.2)$$

Da equação (3.2), tira-se que

$$\overline{PU}_w = \left(\frac{u_f}{u_w}\right) - 1 \quad (3.3-a)$$

$$\overline{PU}_f = 1 - \left(\frac{u_w}{u_f}\right) \quad (3.3-b)$$

Rearranjando a equação (3.3-a), tem-se

$$\left(\frac{u_f}{u_w}\right) = \overline{PU}_w + 1 \quad (3.3-c)$$

Usando-se a inversa da equação (3.3-c) em (3.3-b), tem-se a relação entre (\overline{PU}_f) e (\overline{PU}_w) , como mostra-se a seguir

$$\overline{PU}_f = \frac{\overline{PU}_w}{\overline{PU}_w + 1} \quad (3.4-a)$$

ou

$$\overline{PU}_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\overline{PU}_w}\right)} \quad (3.4-b)$$

O estudo deste exemplo é feito através do programa para computador No. 1, que considera o painel com carga lateral concentrada no topo e através do programa para computador No. 2 que analisa o painel com carga uniformemente distribuída.

O cartão de dados é igual em ambos programas, fornecido na ordem e formato a seguir:

Altura total da estrutura

Formato (F3.0)

Número de andares

Formato (I2)

Número de pilares

Formato (I2)

Módulo de elasticidade

Formato (F10.0)

Parâmetro de largura

Formato (F5.2)

Comprimento da viga

Formato (F5.2)

Altura da viga

Formato (F5.2)

Espessura da viga

Formato (F5.2)

Espessura do pilar

Formato (F5.2)

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 1

FILE FIF1 FORTRAN A1 V8/SP RELEASE 5.1 EXPRESS PUT1404+ SLUB 06

```

CP2=1.5*(PR1+2)+(3*PR1)+1
AP=PR2*(CP1/CF)
AF=PR2*(CP2/CF)
T=(3*AP)/(4*(AP+2)-(2*AF+2))
V=(AF*T)/AP
FL=CV/CF
JP=LFA*(BT/3)/12
JW=JPTL
KP=JP/H1
JS=2*JW
SU=12*E*KLH*((1+PR1)*2)/H1
CK=SQRT(SU/JS)
K=CK+H
TW=FF*(H+L)/(JS*(K+3))
L1=2*K
IF(L1-ARGU)23,23,21
21 G=0.
SS=(L1/2)*Z
IF(SS-ARGU)43,43,46
46 C2=0.
GU TC 35
45 C2=EXP(-SS)
GU TC 35
25 G=LXP(-L)
SS=(L1/2)*Z
C2=EXP(-SS)
35 GK=L1*(Z-1)
U1=EXP(GK)
GW=L*( (((G-1)+C2*(1-U1)))/(1+G))+CS)
U1=RP*(3*PT)+(4*PV))
S2=U1+(KV*(1+T)+(2*V))
APT=U1/S2
C1=(4*L*RP)/H1
AF=(4*PT)+(2*PV)
SF=CT*RP*(1-APT)
JF=(F+H+Z)/SF
CU=UF-U.
PW=DU/GW
PJF=DU/CF
25 WRITE(3,105)N,X,S,CV,UW,UF,LU,PW,PUF
105 FORMAT(1X,/,12X,12,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,E14.7,3X,E14.7,3X,E1
4.7,3X,F10.7,3X,F10.7)
CALL EXIT
END

```

RESULTADOS DO PROGRAMA NO.1

ALTURA TOTAL	NUMERO DE ANDARES	NUMERO DE PILARES	MODULO DE ELASTICIDADE	CARGA				
H=30.	NAN=10	NC= 2	E= 2100000.	P=1.0				
COMPRIMENTO DAS VIGAS	ALTURA DA VIGA	ESPESSURA DA VIGA	ESPESSURA DO PILAR					
D= 6.00	AV= 0.30	EV= 0.20	EP= 0.20					
ALTURA DE ANDAR								
H1= 3.00								
N	X	B	CV	UW	UF	DU	PJK	PUF
1	0.01	0.06	5.94	0.4596965E-01	0.1131030E+01	0.1085060E+01	23.6037292	0.9593557
2	0.02	0.12	5.88	0.4418376E-01	0.1804219E+00	0.13622331E+00	3.0834427	0.7551085
3	0.03	0.18	5.82	0.4234667E-01	0.8363956E-01	0.4129289E-01	0.9751152	0.4937004
4	0.04	0.24	5.76	0.4049335E-01	0.5908081E-01	0.1856747E-01	0.4590251	0.3146109
5	0.05	0.30	5.70	0.3864495E-01	0.4950609E-01	0.1086110E-01	0.2810482	0.2193893
6	0.06	0.36	5.64	0.3681600E-01	0.4457419E-01	0.7758189E-02	0.2107287	0.1740511
7	0.07	0.42	5.58	0.3501741E-01	0.4146576E-01	0.6448235E-02	0.1841452	0.1555089
8	0.08	0.48	5.52	0.3325710E-01	0.3919929E-01	0.5942181E-02	0.1786740	0.1515890
9	0.09	0.54	5.46	0.3154117E-01	0.3737265E-01	0.5931480E-02	0.1449847	0.1567360
10	0.10	0.60	5.40	0.2987423E-01	0.3579924E-01	0.5925011E-02	0.1583318	0.1655066
11	0.11	0.66	5.34	0.2825967E-01	0.3438517E-01	0.6125305E-02	0.2167492	0.1781380
12	0.12	0.72	5.28	0.2670073E-01	0.3507907E-01	0.6375353E-02	0.2285631	0.1928214
13	0.13	0.78	5.22	0.2519875E-01	0.3185116E-01	0.6652448E-02	0.2639992	0.2088603
14	0.14	0.84	5.16	0.2375526E-01	0.3068385E-01	0.6928492E-02	0.2916501	0.2253025
15	0.15	0.90	5.10	0.2237163E-01	0.2956650E-01	0.7194321E-02	0.3216040	0.243147
16	0.16	0.96	5.04	0.2104631E-01	0.2849055E-01	0.7442240E-02	0.3535790	0.2612178

17	0.17	1.02	4.98	C.1978569E-01	0.2745032E-01	0.7664632E-02	0.3873826	0.2752183
18	0.18	1.08	4.92	0.1858269E-01	0.2644302E-01	0.7659129E-02	0.4229000	0.2972099
19	0.19	1.14	4.86	0.1744251E-01	0.2546497E-01	0.8022451E-02	0.4599372	0.3150390
20	0.20	1.20	4.80	0.1636105E-01	0.2451740E-01	0.8156348E-02	0.4985221	0.3326758
21	0.21	1.26	4.74	0.1533854E-01	0.2359606E-01	0.8257515E-02	0.5383506	0.3499531
22	0.22	1.32	4.68	0.1437367E-01	0.2269921E-01	0.8326139E-02	0.5792630	0.3667933
23	0.23	1.38	4.62	0.1346492E-01	0.2182873E-01	0.8363802E-02	0.6211548	0.3831557
24	0.24	1.44	4.56	0.1261042E-01	0.2098262E-01	0.8372199E-02	0.6630113	0.3990064
25	0.25	1.50	4.50	0.1180622E-01	0.2015922E-01	0.8350991E-02	0.7072177	0.4142516
26	0.26	1.56	4.44	0.1105613E-01	0.1935809E-01	0.8301955E-02	0.7506913	0.4283623
27	0.27	1.62	4.38	0.1035175E-01	0.1857967E-01	0.8227377E-02	0.7943263	0.4428430
28	0.28	1.68	4.32	0.9652863E-02	0.1782315E-01	0.8130288E-02	0.8387910	0.4561644
29	0.29	1.74	4.26	0.5076916E-02	0.1708844E-01	0.8011520E-02	0.8826258	0.4688269
30	0.30	1.80	4.20	0.8501515E-02	0.1637406E-01	0.7872541E-02	0.9260162	0.4807935
31	0.31	1.86	4.14	0.7964280E-02	0.1568025E-01	0.7715957E-02	0.9683216	0.4923819
32	0.32	1.92	4.08	0.7462867E-02	0.1500636E-01	0.7543493E-02	1.0108032	0.5026864
33	0.33	1.98	4.02	0.6994985E-02	0.1435274E-01	0.7357754E-02	1.0518608	0.5125376
34	0.34	2.04	3.96	0.6558459E-02	0.1371804E-01	0.7159583E-02	1.0916557	0.5219100
35	0.35	2.10	3.90	0.6151181E-02	0.1310255E-01	0.6951414E-02	1.1300936	0.5305272
36	0.36	2.16	3.84	0.5771163E-02	0.1250671E-01	0.6735541E-02	1.1671019	0.5385542
37	0.37	2.22	3.78	0.5416516E-02	0.1192863E-01	0.6512109E-02	1.2022686	0.5459278
38	0.38	2.28	3.72	0.5055450E-02	0.1137355E-01	0.6288104E-02	1.2354583	0.5528706
39	0.39	2.34	3.66	0.4776318E-02	0.1083103E-01	0.6054714E-02	1.2676525	0.5590155
40	0.40	2.40	3.60	0.4467522E-02	0.1030513E-01	0.5817603E-02	1.2983953	0.5645345
41	0.41	2.46	3.54	0.4217617E-02	0.9797635E-02	0.5580915E-02	1.3230247	0.5695269
42	0.42	2.52	3.48	0.3965223E-02	0.9307003E-02	0.5341772E-02	1.3471518	0.5739518
43	0.43	2.58	3.42	0.3725095E-02	0.8835335E-02	0.5106255E-02	1.3697003	0.5779345
44	0.44	2.64	3.36	0.3508021E-02	0.8376133E-02	0.4870109E-02	1.3882780	0.5812981

45	0.45	2.70	3.30	C.3300919E-02	0.7934561E-02	0.4633661E-02	1.4037485	0.5839831
46	0.46	2.76	3.24	C.3106774E-02	0.7510934E-02	0.4404157E-02	1.4175978	0.5863661
47	0.47	2.82	3.18	0.2924637E-02	0.7100675E-02	0.4176035E-02	1.4278812	0.5881181
48	0.48	2.88	3.12	0.2733642E-02	0.6707095E-02	0.3953499E-02	1.4357166	0.5894429
49	0.49	2.94	3.06	0.2552579E-02	0.6326176E-02	0.3733196E-02	1.4397326	0.5901191
50	0.50	3.00	3.00	0.2441905E-02	0.5962451E-02	0.3520525E-02	1.4417124	0.5904515
51	0.51	3.06	2.94	C.2299731E-02	0.5611412E-02	0.3311681E-02	1.4400291	0.5901689
52	0.52	3.12	2.88	0.2165814E-02	0.5274657E-02	0.3108843E-02	1.4354153	0.5893925
53	0.53	3.16	2.82	0.2039567E-02	0.4952032E-02	0.2912465E-02	1.4279314	0.5881353
54	0.54	3.24	2.76	0.1920444E-02	0.4642487E-02	0.2722042E-02	1.4174013	0.5863328
55	0.55	3.30	2.70	0.1807942E-02	0.4345838E-02	0.253796F-02	1.4077476	0.5839820
56	0.56	3.36	2.64	C.1701545E-02	0.4062764E-02	0.2361159E-02	1.3876209	0.5811731
57	0.57	3.42	2.58	0.1600973E-02	0.3792308E-02	0.2191335E-02	1.3687515	0.5778367
58	0.58	3.48	2.52	C.1505680E-02	0.3534056E-02	0.2028376E-02	1.3471489	0.5739513
59	0.59	3.54	2.46	0.1415347E-02	0.3287395E-02	0.1872049E-02	1.3226786	0.5694526
60	0.60	3.60	2.40	0.1329637E-02	0.3052926E-02	0.1723289E-02	1.2960596	0.5644713
61	0.61	3.66	2.34	C.1248239E-02	0.2829671E-02	0.1581433E-02	1.2669306	0.5588750
62	0.62	3.72	2.28	0.1170362E-02	0.2617540E-02	0.1466678E-02	1.2355671	0.5526862
63	0.63	3.78	2.22	C.1057245E-02	0.2416507E-02	0.1319262E-02	1.2023401	0.5459376
64	0.64	3.84	2.16	0.1027142E-02	0.2225922E-02	0.1196779E-02	1.1671009	0.5385541
65	0.65	3.90	2.10	0.9603335E-03	0.2045663E-02	0.1085329E-02	1.1301584	0.5305514
66	0.66	3.96	2.04	C.8966166E-03	0.1875412E-02	0.9787958E-03	1.0916548	0.5219096
67	0.67	4.02	1.98	0.8358036E-03	0.1714907E-02	0.8791033E-03	1.0518095	0.5126245
68	0.68	4.08	1.92	C.7777300E-03	0.1563906E-02	0.7861764E-03	1.0104595	0.5027004
69	0.69	4.14	1.86	0.7222444E-03	0.1422008E-02	0.6997634E-03	0.9638728	0.4920952
70	0.70	4.20	1.80	0.6692146E-03	0.1288887E-02	0.6196727E-03	0.9259700	0.4807611
71	0.71	4.26	1.74	C.6185246E-03	0.1164477E-02	0.5459527E-03	0.8826693	0.4688392

72	0.72	4.32	1.68	C.5700705E-03	0.1048286E-02	0.4782157E-03	0.8389712	0.4561881
73	0.73	4.36	1.62	C.5237676E-03	0.9401034E-03	0.4163415E-03	0.7948983	0.44238653
74	0.74	4.44	1.56	C.4795429E-03	0.8356435E-03	0.3601010E-03	0.7509255	0.4263735
75	0.75	4.50	1.50	C.4373419E-03	0.7466378E-03	0.3092960E-03	0.7072178	0.4142516
76	0.76	4.56	1.44	C.3971201E-03	0.6607734E-03	0.2636532E-03	0.6639130	0.3990070
77	0.77	4.62	1.38	C.3568514E-03	0.5817791E-03	0.2229277E-03	0.6212255	0.3931826
78	0.78	4.68	1.32	C.3225162E-03	0.5093312E-03	0.1868149E-03	0.5792418	0.3667847
79	0.79	4.74	1.26	C.2881116E-03	0.4432055E-03	0.1550939E-03	0.5383117	0.3499367
80	0.80	4.80	1.20	C.2556415E-03	0.3830718E-03	0.1274303E-03	0.4994726	0.3326538
81	0.81	4.86	1.14	C.2251206E-03	0.3286575E-03	0.1035574E-03	0.4594196	0.3150308
82	0.82	4.92	1.08	C.1965078E-03	0.2756839E-03	0.8311610E-04	0.4226369	0.2971787
83	0.83	4.98	1.02	C.1706057E-03	0.2355468E-03	0.6584312E-04	0.3872295	0.2751751
84	0.84	5.04	0.96	C.1454566E-03	0.1968757E-03	0.5141716E-04	0.3534831	0.2511655
85	0.85	5.10	0.90	C.1229463E-03	0.1624320E-03	0.3953568E-04	0.3215687	0.2433234
86	0.86	5.16	0.84	C.1024827E-03	0.1323709E-03	0.2988211E-04	0.2916415	0.2257913
87	0.87	5.22	0.78	C.8407194E-04	0.1062698E-03	0.2219781E-04	0.2640335	0.2088617
88	0.88	5.28	0.72	C.6770471E-04	0.8337369E-04	0.1616919E-04	0.2388192	0.1927797
89	0.89	5.34	0.66	C.5335540E-04	0.6492106E-04	0.1156565E-04	0.2167664	0.1781495
90	0.90	5.40	0.60	C.4097976E-04	0.4910924E-04	0.8129471E-05	0.1983777	0.1655385
91	0.91	5.46	0.54	C.3051275E-04	0.3615509E-04	0.5642345E-05	0.1849176	0.1560594
92	0.92	5.52	0.48	C.2186709E-04	0.2577715E-04	0.3910056E-05	0.1783101	0.1516569
93	0.93	5.58	0.42	C.1493242E-04	0.1768862E-04	0.2756206E-05	0.1845786	0.1558179
94	0.94	5.64	0.36	C.9574306E-05	0.1159801E-04	0.2023707E-05	0.2113684	0.1744874
95	0.95	5.70	0.30	C.5634200E-05	0.7217498E-05	C.1583988E-05	0.2810156	0.2153694
96	0.96	5.76	0.24	C.2929216E-05	0.4272735E-05	0.1343526E-05	0.4596648	0.3144416
97	0.97	5.82	0.18	C.1252762E-05	0.2473874E-05	C.1221112E-05	0.9747262	0.4936032
98	0.98	5.88	0.12	C.3755572E-06	0.1533636E-05	0.1158079E-05	3.0836277	0.7551194
99	0.99	5.94	0.06	C.4737761E-07	0.1165152E-05	0.1117774E-05	23.5928650	0.9593372

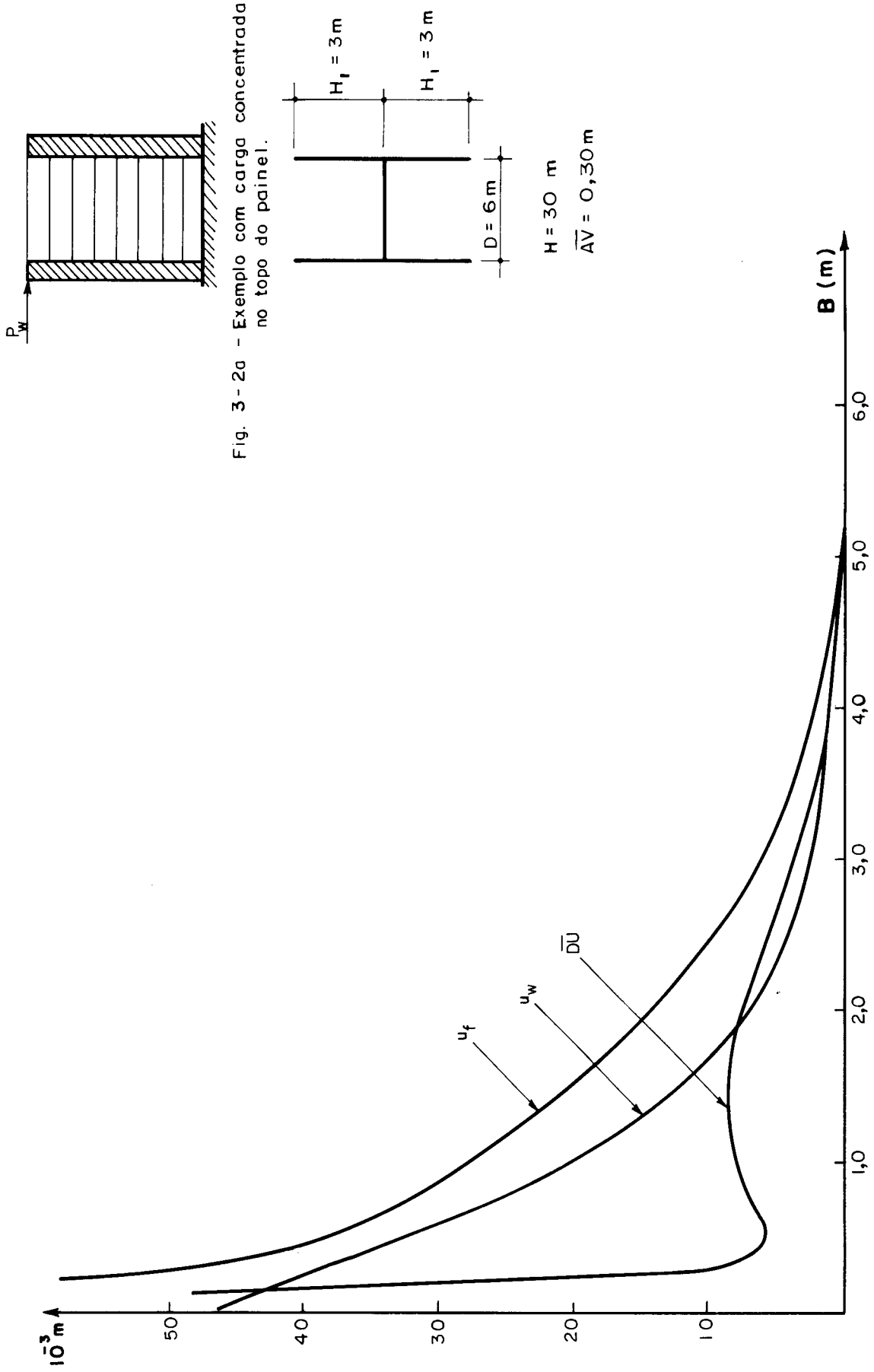


Fig. 3-2a - Exemplo com carga concentrada no topo do painel.

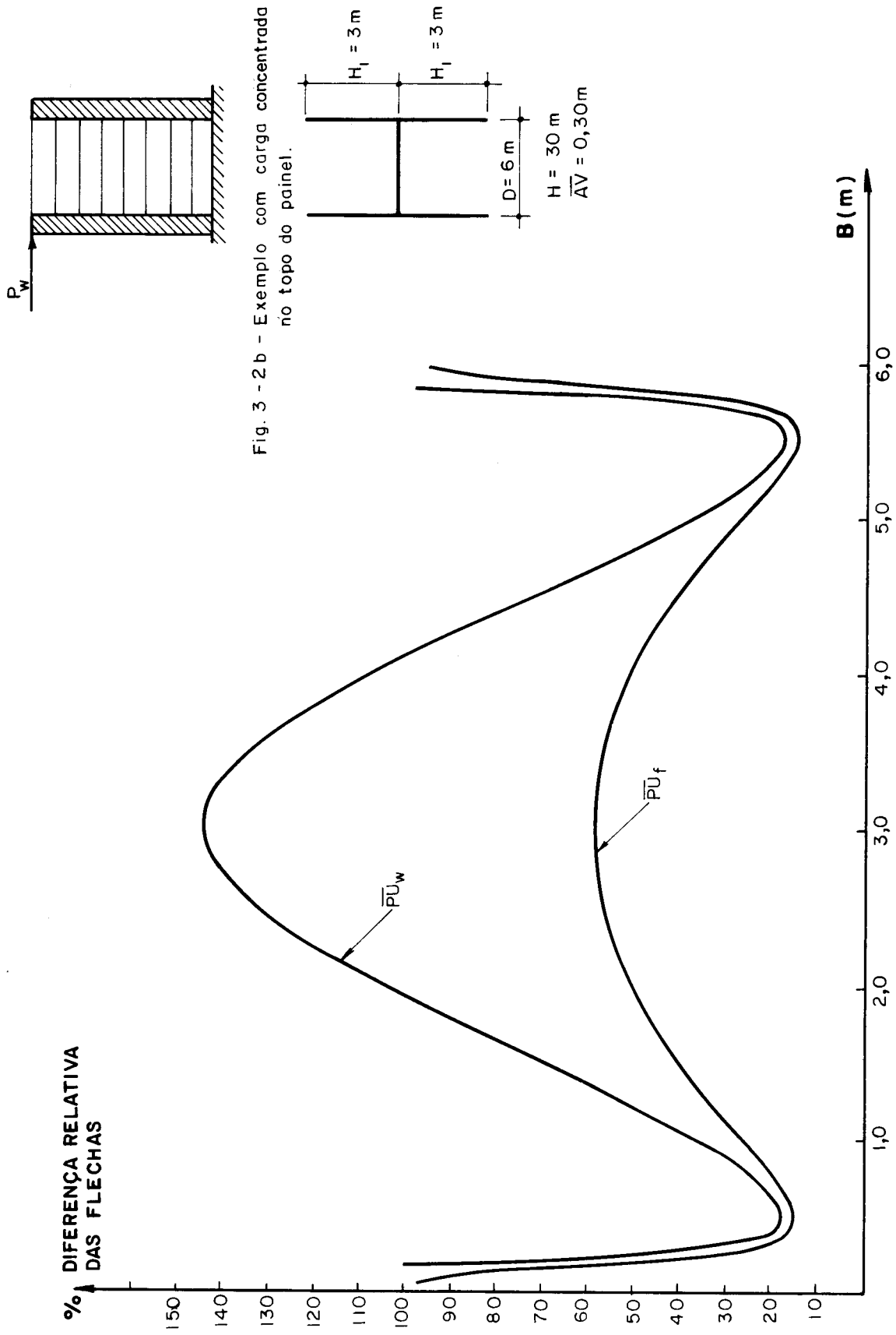


Fig. 3 - 2 b - Exemplo com carga concentrada no topo do painel.

3.2 - Resultados para carga concentrada no topo do painel

Observando-se os valores numéricos obtidos utilizando o programa para computador No. 1 para o exemplo em estudo, tendo em vista os gráficos das figuras (3.2-a) e (3.2-b) e as expressões (3.3-a), (3.3-b) e (3.4-b), extraíram-se as seguintes conclusões:

- a) Para $u_w \ll u_f \rightarrow \overline{PU}_w \cong \infty$
ou $\overline{DU} \cong u_f \rightarrow \overline{PU}_f \cong 100\%$
- b) Para $u_w \cong (41\%)u_f \rightarrow \overline{PU}_w \cong 144\%$ é máximo
 $\overline{PU}_f \cong 59\%$ é máximo
- c) Para $u_w \cong (50\%)u_f \rightarrow \overline{PU}_w \cong 100\%$
 $\overline{PU}_f \cong 50\%$
- d) Para $u_w \cong (75\%)u_f \rightarrow \overline{PU}_w \cong 33\%$
 $\overline{PU}_f \cong 25\%$
- e) Para $u_w \cong (85\%)u_f \rightarrow \overline{PU}_w \cong 17.87\%$ é mínimo
 $\overline{PU}_f \cong 15.16\%$ é mínimo

Analisando a seqüência dos passos acima por serem de grande utilidade ao nosso estudo, nota-se que a porcentagem relativa da diferença de flechas \overline{PU}_i , (onde $i = w$ ou f), vai diminuindo gradativamente, a medida que o valor da flecha u_w se aproxima do valor da flecha u_f .

Vê-se, então, que ocorre uma "transição" entre ambos modelos de comportamento no ponto em que é obtido o mínimo valor da porcentagem relativa da diferença entre as fle

chas. Deve-se observar que esta "transição" foi detectada variando-se progressivamente a largura B dos pilares do painel analisado. De modo que o valor da largura dos pilares em que ocorre tal mudança de comportamento, representa a "largura limite ou de referência dos pilares", ou seja a largura do pilar que determina nos painéis em estudo, o tipo de modelo estático mais preciso e adequado ao caso considerado.

O programa para computador No. 1, para este exemplo, com carga concentrada no topo, fornece a "largura limite" em torno de 0,48m.

3.3 - Análise da simetria no gráfico da diferença relativa entre as flechas apresentado na figura (3.2-b)

Tomando-se dois pontos simétricos quaisquer deste gráfico e efetuando-se os cálculos respectivos (passo a passo) através do programa para computador No. 1, verifica-se que em ambos os pontos escolhidos, tem-se valores iguais para:

a) A relação: $\gamma = \frac{K}{j_g} p$

b) A relação: $k = \sqrt{\frac{S}{j_g}}$

c) O valor adimensional: $K = k.H$

d) A relação: $\bar{\alpha}_p$

Da expressão (2.93) para flecha na parede tem-se

$$u_w = \left(\frac{P_w \cdot H^3}{j_g \cdot K^3} \right) \cdot \left[\frac{(e^{-2K} - 1 + (1 - e^{-2K(Z-1)}) \cdot e^{-K \cdot z})}{1 + e^{-2K}} + K \cdot Z \right]$$

Chamando

$$u_w^* = \left(\frac{P_w \cdot H^3}{K^3} \right) \cdot \left[\left(\frac{e^{-2K} - 1(1 - e^{-2K(Z-1)}) \cdot e^{-K \cdot Z}}{1 + e^{-2K}} \right) + K \cdot Z \right] \quad (3.5-a)$$

A expressão anterior fornece o mesmo valor para ambos os pontos e substituída na expressão (2.93), resulta:

$$u_w = \frac{u_w^*}{j_g} \quad (3.5-b)$$

Analogamente, chamando

$$u_f^* = \frac{P_f \cdot H \cdot Z}{\left(\frac{4E}{H_1} \right) \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1 - \bar{\alpha}_p)} \quad (3.6-a)$$

onde esta expressão também fornece o mesmo valor para ambos os pontos e substituída na expressão (2.107) resulta:

$$u_f = \frac{u_f^*}{K_p} \quad (3.6-b)$$

Do item a) anterior tem-se

$$K_p = \gamma \cdot j_g \quad (3.7-a)$$

então, a expressão (3.6-b) transforma-se em

$$u_f = \frac{u_f^*}{\gamma \cdot j_g} \quad (3.7-b)$$

Considerando-se agora, as expressões (3.3-a) e (3.3-b), correspondentes às porcentagens relativas da diferença de flechas e fazendo-se as respectivas substituições, tem-se

$$\overline{PU}_w = \left(\frac{u_f}{u_w}\right) - 1 = \left(\frac{u_f^*}{\gamma \cdot u_w^*}\right) - 1 \quad (3.8)$$

$$\overline{PU}_f = 1 - \left(\frac{u_w}{u_f}\right) = 1 - \left(\frac{\gamma \cdot u_w^*}{u_f^*}\right) \quad (3.9)$$

Desta maneira e pelas expressões (3.5-a), (3.6-a) e satisfazendo o item a) para ambos os pontos os valores das expressões (3.8) e (3.9) serão iguais no gráfico.

3.4 - Resultados para carga uniformemente distribuída no painel

Considerando-se agora o programa para computador nº 2, os resultados numéricos, os gráficos (3.3-a) e (3.3-b) e as expressões (3.3-a), (3.3-b) e (3.4-b) e procedendo-se analogamente ao caso anterior, observa-se que a região de transição, para este exemplo com carga uniformemente distribuída, consegue-se para larguras dos pilares em torno de 0,42m.

A análise da simetria no gráfico (3.3-b) é análoga também ao caso de carga concentrada no topo, descrita anteriormente.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 2

FILE JUNIO FORTRAN AI VR/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PCT8404+ SLUB00

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

PROGRAMA NL.2

C.A.QUEZADA

PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LAS DEFLEXIONES Y MOMENTOS EN LOS PUNTO DE UNO DE LOS

LARGURAS LIMITES EN PAINLES DE CUIS
PILARES CON CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA
EN LOS RIGIDOS

REAL JV,JP,JK,JS,K
OPEN(UNIT=01,STATUS='OLD',FILE='RIMA',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')

WRITE(3,7)H,NAN,NC,E,P,D,AV,AV,EP
FORMAT(FD.0,2I2,F10.0,5F5.2)
WRITE(3,7)

FORMAT(1X,/,53X,'RESULTADOS DE PROGRAMA NL.2')
WRITE(3,10)H,NAN,NC,E,P

1) FORMAT(///,9X,'ALTURA TOTAL',10X,'NUMERO DE ANDARES',11X,'NOMBRE DE
PILARES',11X,'MODULO DE ELASTICIDADE',10X,'CARGA',/,13X,'H=',F3
F.0,18X,'NAN=',12,22X,'NC=',12,22X,'E=',F10.0,17X,'P=',F3.1)
WRITE(3,15)D,AV,AV,EP

15) FORMAT(1X,/,18X,'COMPRESION DE LAS VIGAS',9X,'ALTURA DE VIGA',10X,'
ESPESURA DE VIGA',10X,'ESPESURA DE PILAR',/,24X,'D=',F5.2,19X,'
AV=',F5.2,18X,'AV=',F5.2,19X,'EP=',F5.2)
Z=1.0

ARGO=174.675
H1=H/NAN

WRITE(3,16)H1

16) FORMAT(1X,/,53X,'ALTURA DE ANDAR',/,62X,'H1=',F5.2)

AH=H1-AV
AR1=AV/AH
AR2=AH/H1
ACF=(AR1+1)**2
ACP1=0.75*(AR1**2)+(1.5*AR1)+1
ACP2=1.5*(AR1**2)+(3*AR1)+1
PAF=AR2*(ACP1/ACF)
PAH=AR2*(ACP2/ACF)
PI=(3-PAF)/(4*(PAF**2)-(PAH**2))
PV=(PAF*PI)/PAF
JV=EV*(AV**3)/12
KV=JV/D
WRITE(3,20)

20) FORMAT(1X,/,13X,'N',5X,'X',5X,'H',5X,'CV',12X,'OV',17X,'OP',17X,'
OC',15X,'POX',12X,'POH')

DE 25 A=1,99
X=N/100.0
D=X*D
CV=D*(1-X)
PK1=E/CV
PK2=CV/D
CF=(PK1+1)**2
CP1=0.75*(PK1**2)+(1.5*PK1)+1

FILE JUNIK FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS P012404+ 3L0306

```

CP2=1.5*(PR1**2)+(3*PR1)+1
AP=PR2*(CP1/CF)
AF=PR2*(CP2/CF)
T=(3*AP)/(4*(AP**2)-(AF**2))
V=(AF*T)/AP
KL=JV/CV
JP=EP*(3**3)/12
JW=JPE
KP=JP/H1
JG=2*JW
SC=12*E+KL*((1+PR1)**2)/H1
CK=SQRT(SC/JG)
K=CK**E
TW=PI*(H**4)/(JG*(K**4))
E1=2*K
XI=K*(Z+1)
IF(L1.LE.ARGJ.AND.X1.LE.ARCU)GO TL 23
C=C.
C4=C.
HT=L1/2
CS=K**Z
IF(HT.LE.ARGJ.AND.CC.LE.ARCU)GO TL 43
C3=C.
C2=C.
GO TL 33
43 C3=EXP(-KT)
C2=EXP(-CS)
GO TL 33
23 C=EXP(-L1)
C4=EXP(-X1)
HT=L1/2
CS=K**Z
C3=EXP(-KT)
C2=EXP(-CS)
33 CK=L1*(Z-1)
CX=CK/2
C1=EXP(CX)
C3=EXP(CX)
CW=TW*(((C-1)+C2*(1-C1))*KT-(2*C3)+C3+C4)/(1+C)+((Z*(1-(Z/2)))**
*(K**2))
C1=K**((3*PT)+(4*PV))
C2=E1+(KV**((4*T)+(2*V)))
A1=C1/B2
C1=(4*E*AP)/H1
KF=(4*PT)+(2*PV)
SF=CT-KF*(1-AT)
CF=(P*(H**2)*(1-(Z/2))**2)/SF
DU=CF-CW
POW=DU/LK
POF=DU/CF
23 WRITE(3,105)N,X,L,CV,UW,UF,DU,POW,POF
105 FORMAT(1X,/,12X,12,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,F14.7,5X,E14.7,5X,C1
F4.7,5X,F10.7,5X,F10.7)
CALL EXIT
END

```

RESULTADOS DO PROGRAMA NO.2

ALTURA TOTAL h=30.00 NUMERO DE ANDARES NUMERO DE PILARES MODJLO DE ELASTICIDADE CARGA
 P=1.0
 E= 2100000. NC= 2 EV= 0.20 EP= 0.20

COMPRIMENTO DAS VIGAS ALTURA DA VIGA ESPESSURA DA VIGA ESPESSURA DO PILAR
 D= 6.00 AV= 0.30 EV= 0.20 EP= 0.20

ALTURA DE ANDAR

HI= 3.00

N	X	b	CV	UM	UF	DU	PUM	PUF
1	0.01	0.06	5.94	0.6860579E+00	0.1696544E+02	0.1627937E+02	23.7286513	0.9595609
2	0.02	0.12	5.88	0.6555061E+00	0.2706328E+01	0.2052828E+01	3.1412811	0.7585287
3	0.03	0.18	5.82	0.6193453E+00	0.1254593E+01	0.6352476E+00	1.0256758	0.5063376
4	0.04	0.24	5.76	0.5847517E+00	0.8862122E+00	0.3014604E+00	0.5155358	0.3401673
5	0.05	0.30	5.70	0.5504252E+00	0.7425907E+00	0.1921554E+00	0.3490972	0.2587636
6	0.06	0.36	5.64	0.5168608E+00	0.6686129E+00	0.1517321E+00	0.2935533	0.2269356
7	0.07	0.42	5.58	0.4844341E+00	0.6219855E+00	0.1375514E+00	0.2834425	0.2211449
8	0.08	0.48	5.52	0.4533312E+00	0.5879999E+00	0.1346581E+00	0.2970413	0.2290145
9	0.09	0.54	5.46	0.4237307E+00	0.5605897E+00	0.1368590E+00	0.3229858	0.2441339
10	0.10	0.60	5.40	0.3957266E+00	0.5369866E+00	0.1412627E+00	0.3569706	0.2630645
11	0.11	0.66	5.34	0.3693545E+00	0.5157776E+00	0.1464231E+00	0.3964297	0.2838830
12	0.12	0.72	5.28	0.3446054E+00	0.4961861E+00	0.1515767E+00	0.4398507	0.3054235
13	0.13	0.78	5.22	0.3214476E+00	0.477676E+00	0.1563200E+00	0.4863002	0.3271884
14	0.14	0.84	5.16	0.2998043E+00	0.4602578E+00	0.1604535E+00	0.5351942	0.3486165
15	0.15	0.90	5.10	0.2796000E+00	0.4434975E+00	0.1638970E+00	0.5861627	0.3695556
16	0.16	0.96	5.04	0.2607520E+00	0.4273582E+00	0.1666062E+00	0.6389453	0.3898515

17	0.17	1.02	4.98	C.243174E+00	0.4117548E+00	0.1685804E+00	0.6932489	0.6094194
18	0.18	1.08	4.92	C.2267864E+00	0.3986454E+00	0.1698585E+00	0.7489818	0.4282387
19	0.19	1.14	4.86	C.2115056E+00	0.3819746E+00	0.1704650E+00	0.8059443	0.446273C
20	0.20	1.20	4.80	0.1972739E+00	0.3677610E+00	0.1704872E+00	0.8642157	0.4635814
21	0.21	1.26	4.74	C.184C116E+00	0.3539409E+00	0.1699293E+00	0.9234708	0.4801065
22	0.22	1.32	4.68	C.1716602E+00	0.3404972E+00	0.1688370E+00	0.9835536	0.4958543
23	0.23	1.38	4.62	C.16C1611E+00	0.3274309E+00	0.1672692E+00	1.0443850	0.51C8553
24	0.24	1.44	4.56	0.1494585E+00	0.3147392E+00	0.1652807E+00	1.1058626	0.5251353
25	0.25	1.50	4.50	C.1395019E+00	0.3023883E+00	0.1628864E+00	1.1676273	0.5386662
26	0.26	1.56	4.44	C.13C2418E+00	0.2903713E+00	0.1601295E+00	1.2294779	0.5514646
27	0.27	1.62	4.38	C.1216309E+00	0.2786950E+00	0.1570641E+00	1.2913170	0.5635698
28	0.28	1.68	4.32	C.1136263E+00	0.2673472E+00	0.1537209E+00	1.3528633	0.574986C
29	0.29	1.74	4.26	0.1061655E+00	0.2563266E+00	0.1501411E+00	1.4139500	0.5857413
30	0.30	1.80	4.20	C.9926945E-01	0.2456108E+00	0.1463414E+00	1.4741831	0.5958262
31	0.31	1.86	4.14	C.9284079E-01	0.2352037E+00	0.1423629E+00	1.5334082	0.6052749
32	0.32	1.92	4.08	C.8686507E-01	0.2250954E+00	0.1382303E+00	1.5913219	0.6140966
33	0.33	1.98	4.02	C.8130914E-01	0.2152911E+00	0.1359819E+00	1.6478090	0.6223292
34	0.34	2.04	3.96	0.7614227E-01	0.2057706E+00	0.1296279E+00	1.7024345	0.6299633
35	0.35	2.10	3.90	0.7123621E-01	0.1965389E+00	0.1252027E+00	1.7551060	0.6370375
36	0.36	2.16	3.84	0.6666548E-01	0.1876006E+00	0.1207371E+00	1.8057261	0.6435860
37	0.37	2.22	3.78	C.6269950E-01	0.1789294E+00	0.1162259E+00	1.8537607	0.6495852
38	0.38	2.28	3.72	C.5802153E-01	0.1706033E+00	0.11117620E+00	1.9003639	0.6552155
39	0.39	2.34	3.66	0.5520715E-01	0.1624655E+00	0.1072583E+00	1.9428320	0.6601913
40	0.40	2.40	3.60	C.5183712E-01	0.1545769E+00	0.1027598E+00	1.9819717	0.6646514
41	0.41	2.46	3.54	C.4869266E-01	0.1469445E+00	0.9827179E-01	2.0182047	0.6686770
42	0.42	2.52	3.48	C.4575718E-01	0.1396050E+00	0.9384781E-01	2.0509958	0.6722379
43	0.43	2.58	3.42	C.4301498E-01	0.1325303E+00	0.8951569E-01	2.0810537	0.6754357
44	0.44	2.64	3.36	0.4045047E-01	0.1256720E+00	0.8522147E-01	2.1066096	0.6781262

45	0.45	2.70	3.30	0.3805133E-01	0.1190187E+00	C.809C737E-01	2.1278448	0.6802905
46	0.46	2.76	3.24	C.5580499E-01	0.1126640E+00	0.7685894E-01	2.1465979	0.6921961
47	0.47	2.82	3.18	C.3369973E-01	0.1065101E+00	C.7281035E-01	2.1605616	0.6836004
48	0.48	2.88	3.12	0.3172545E-01	0.1006064E+00	0.6838092E-01	2.1711559	0.6846575
49	0.49	2.94	3.06	C.2987204E-01	0.9489268E-01	0.6502062E-01	2.1766376	0.6852016
50	0.50	3.00	3.00	0.2812094E-01	0.8943647E-01	C.6130353E-01	2.1792917	0.6854646
51	0.51	3.06	2.94	0.2649371E-01	0.8417118E-01	0.5767746E-01	2.1770239	0.6852400
52	0.52	3.12	2.88	C.2495283E-01	0.7911986E-01	0.5416703E-01	2.1707764	0.6846198
53	0.53	3.18	2.82	0.2350133E-01	0.7428050E-01	0.5077917E-01	2.1606922	0.6836137
54	0.54	3.24	2.76	0.2213276E-01	0.6963730E-01	0.4750454E-01	2.1463451	0.6821709
55	0.55	3.30	2.70	0.2084104E-01	0.6518757E-01	0.4434653E-01	2.1278458	0.6802912
56	0.56	3.36	2.64	C.1902082E-01	0.6094148E-01	0.4132066E-01	2.1059589	0.6780383
57	0.57	3.42	2.58	C.1846702E-01	0.5688462E-01	0.3841759E-01	2.0802347	0.6753599
58	0.58	3.48	2.52	0.1737454E-01	0.5301085E-01	C.3565591E-01	2.0509939	0.6722380
59	0.59	3.54	2.46	0.1634020E-01	0.4931093E-01	0.3297063E-01	2.0177475	0.6686671
60	0.60	3.60	2.40	0.1525916E-01	0.4579589E-01	C.3042474E-01	1.9815369	0.6646025
61	0.61	3.66	2.34	C.1442779E-01	0.4244507E-01	0.2801728E-01	1.9418964	0.6600633
62	0.62	3.72	2.28	C.1354267E-01	0.3926309E-01	0.2572022E-01	1.8991699	0.6550737
63	0.63	3.76	2.22	0.1270127E-01	0.3624760E-01	0.2354633E-01	1.8530551	0.6495965
64	0.64	3.84	2.16	C.1190025E-01	0.3338882E-01	0.2140853E-01	1.8057251	0.6435855
65	0.65	3.90	2.10	C.1113715E-01	0.3066494E-01	C.1954780E-01	1.7551989	0.6370485
66	0.66	3.96	2.04	C.1040957E-01	0.2813119E-01	0.1772161E-01	1.7024326	0.6299632
67	0.67	4.02	1.98	C.9715322E-02	0.2572360E-01	0.1600828E-01	1.6477346	0.6223187
68	0.68	4.08	1.92	C.9052500E-02	0.2345860E-01	C.1440099E-01	1.5913916	0.6141070
69	0.69	4.14	1.86	0.8419320E-02	0.2133013E-01	0.1291081E-01	1.5334730	0.6052850
70	0.70	4.20	1.80	C.7814195E-02	0.1933331E-01	0.1151517E-01	1.4741263	0.5950170
71	0.71	4.26	1.74	C.7235756E-02	0.1746716E-01	0.1023140E-01	1.4140053	0.5857507

72	0.72	4.32	1.68	C.6682757E-02	0.1572429E-01	0.9041537E-02	1.3529644	0.5750C43
73	0.73	4.36	1.62	C.8154127E-02	0.1410163E-01	0.7947501E-02	1.2914095	0.5635874
74	0.74	4.44	1.56	C.5645038E-02	0.1259466E-01	0.6945621E-02	1.2295227	0.5514735
75	0.75	4.50	1.50	C.5166739E-02	0.1119957E-01	0.6032828E-02	1.1676273	0.5386661
76	0.76	4.56	1.44	C.4706070E-02	0.9911601E-02	0.5204931E-02	1.1058626	0.5251352
77	0.77	4.62	1.38	C.4266426E-02	0.8726686E-02	0.4456260E-02	1.0444726	0.5108766
78	0.78	4.68	1.32	C.3851712E-02	0.7639967E-02	0.3786255E-02	0.9835250	0.4958470
79	0.79	4.74	1.26	C.3456365E-02	0.6648082E-02	0.3191697E-02	0.9234207	0.4800929
80	0.80	4.80	1.20	C.3082408E-02	0.5746078E-02	0.2663670E-02	0.8641523	0.4635631
81	0.81	4.86	1.14	C.2729835E-02	0.4929867E-02	0.2200031E-02	0.8059210	0.4462659
82	0.82	4.92	1.08	0.2356752E-02	0.4195258E-02	0.1796466E-02	0.7489043	0.4282134
83	0.83	4.98	1.02	C.2089440E-02	0.3537732E-02	0.1448292E-02	0.6931482	0.4093842
84	0.84	5.04	0.96	0.1801575E-02	0.2953136E-02	0.1151157E-02	0.6382291	0.3899082
85	0.85	5.10	0.90	C.1536578E-02	0.2437229E-02	0.9006511E-03	0.5861408	0.3695389
86	0.86	5.16	0.84	C.1293381E-02	0.1985564E-02	0.6921627E-03	0.5351731	0.3486076
87	0.87	5.22	0.78	0.1072464E-02	0.1594046E-02	0.5215828E-03	0.4863408	0.3272067
88	0.88	5.28	0.72	C.8738218E-03	0.1258108E-02	0.3842665E-03	0.4397767	0.3054479
89	0.89	5.34	0.66	C.6973511E-03	0.9738158E-03	0.2764647E-03	0.3964499	0.2838984
90	0.90	5.40	0.60	C.5428339E-03	0.7366384E-03	0.1938050E-03	0.3575247	0.2630937
91	0.91	5.46	0.54	C.4099144E-03	0.5423264E-03	0.1324120E-03	0.3230234	0.2441555
92	0.92	5.52	0.48	C.2980726E-03	0.3866572E-03	0.8858461E-04	0.2971914	0.2291037
93	0.93	5.58	0.42	C.2065765E-03	0.2653294E-03	0.5875288E-04	0.2644121	0.2214337
94	0.94	5.64	0.36	C.1344151E-03	0.1739702E-03	0.3955104E-04	0.2542367	0.2273438
95	0.95	5.70	0.30	C.8025013E-04	0.1082625E-03	0.2801233E-04	0.3490627	0.2537447
96	0.96	5.76	0.24	C.4225583E-04	0.6409103E-04	0.2179120E-04	0.5151605	0.3400039
97	0.97	5.82	0.18	C.1822240E-04	0.3710611E-04	0.1878571E-04	1.0252857	0.5062426
98	0.98	5.88	0.12	C.5554667E-05	0.2300454E-04	0.1744984E-04	3.1414623	0.7585390
99	0.99	5.94	0.06	C.7070676E-06	0.1747727E-04	0.1677019E-04	23.7179413	0.9595430

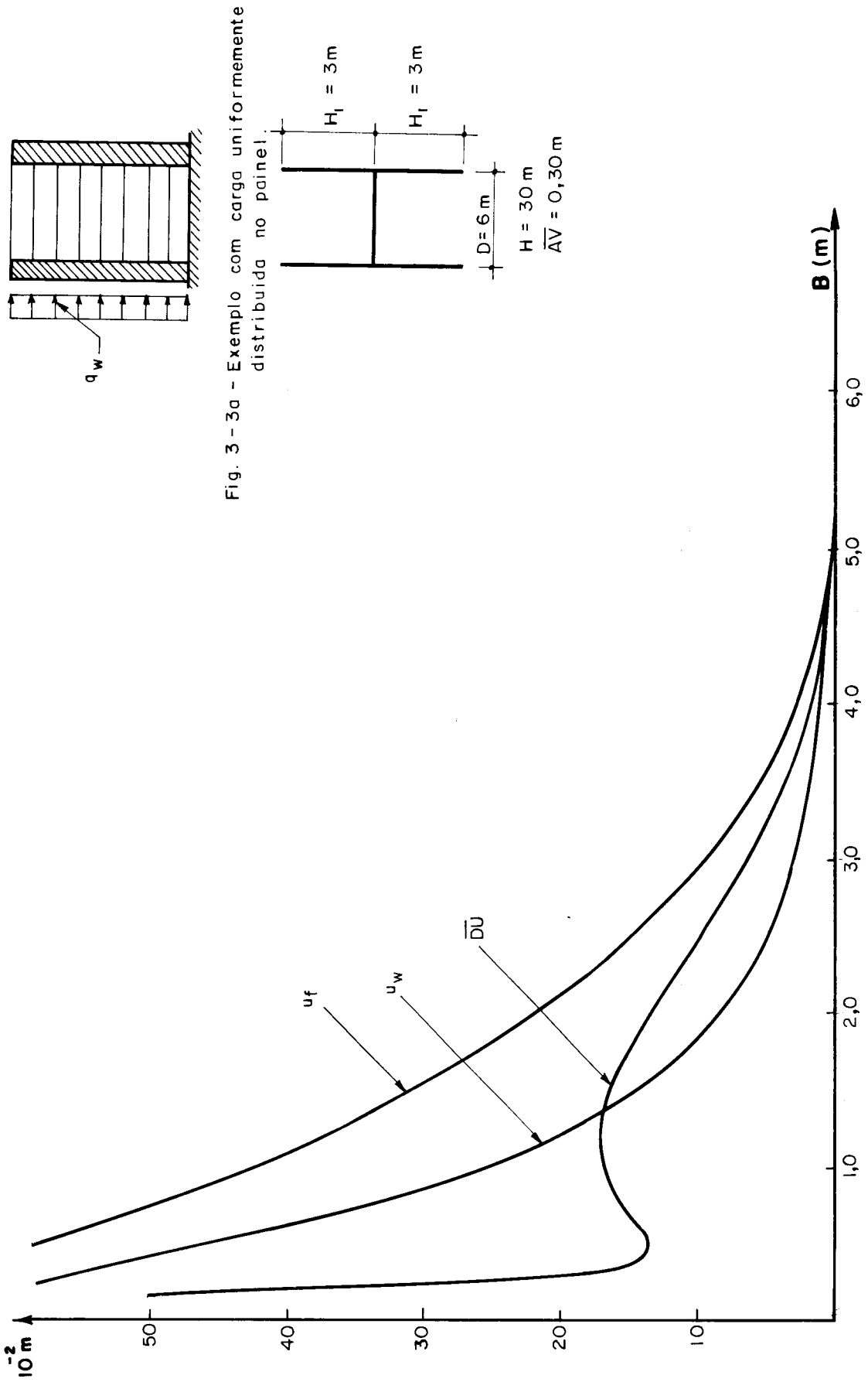


Fig. 3 - 3a - Exemplo com carga uniformemente distribuida no painel.

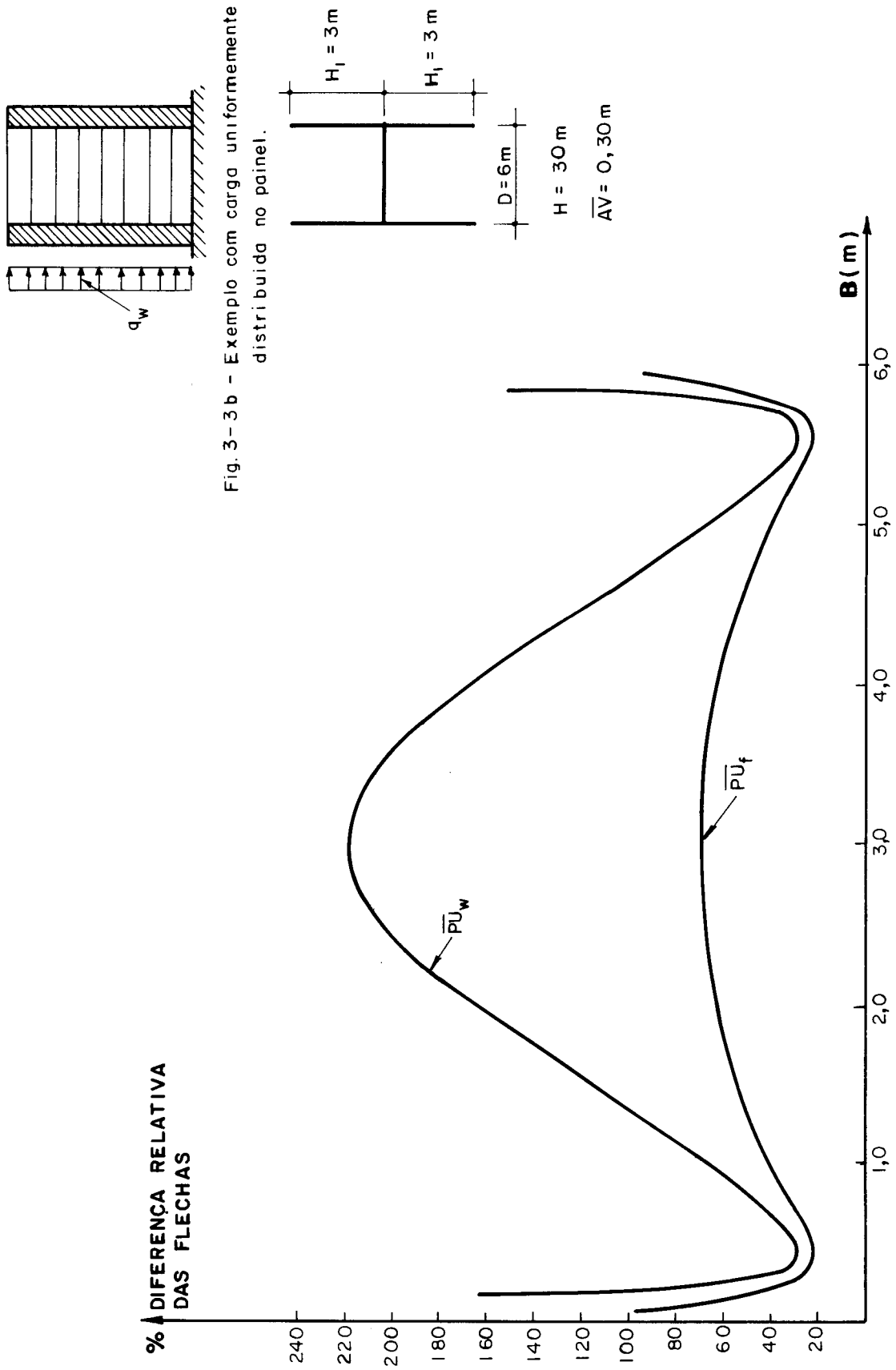


Fig. 3-3 b - Exemplo com carga uniformemente distribuida no painel.

3.5 - Outros exemplos

De acordo com a análise feita no primeiro exemplo numérico e comentada anteriormente, foram elaborados os programas para computador No. 3, para carga concentrada no topo, e No. 4, para carga uniformemente distribuída, que determinam diretamente as "larguras limites" em painéis de um, dois e três pilares respectivamente.

Os referidos programas, fazem uso de duas subrotinas:

RIG1 - Cálculo da rigidez em painel de um pilar.

RIG2 - Cálculo da rigidez em painéis de dois ou três pilares.

O cartão de dados em cada um destes programas é fornecido na mesma ordem e formato que nos programas No. 1 e No. 2.

Com finalidade ilustrativa, apresentam-se na TABELA 1, dimensões para painéis de um, dois ou três pilares que serão aproveitados na aplicação destes programas.

Tabela 1

EXEMPLO	H (m)	H ₁ (m)	D (m)
1	30	3,0	6,0
2	30	3,0	4,5
3	30	3,75	6,0
4	40	3,08	6,0
5	40	3,08	4,5
6	40	4,0	6,0

onde H, H₁ e D são as dimensões já definidas ao longo deste trabalho.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 3

FILE CASFI FERTIVA AI VM/SP RELEASE 5.1 EXPRESS PCT8404+ SLO200

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

PROGRAMA NO.3

C.A. SOUZADA

```

REAL JV,JP,JW,JS,K,JI,JP
DIMENSION C(100),C(100),CV(100),W(100),C(100),S(100),XW(100),YF(10
50)
OPEN(UNIT=01,STATUS='OLD',FILE='RIMA',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM=
'FORMATTED')
READ(1,6)H,NAN,NC,E,P,D,AV,LV,EP
6 FORMAT(F5.0,2I2,F10.0,5F5.2)
WRITE(3,7)
7 FORMAT(1X,/,53X,'RESULTADOS DO PROGRAMA NO.3')
WRITE(3,10)H,NAN,NC,E,P
10 FORMAT(///,9X,'ALTURA TOTAL',10X,'NUMERO DE ANDARES',11X,'NUMERO D
DE PILARES',11X,'MÓDULO DE ELASTICIDADE',10X,'CARGA',/,15X,'H=',F5
.0,15X,'NAR=',12,22X,'NC=',12,22X,'E=',F10.0,17X,'P=',F5.1)
WRITE(3,15)D,AV,LV,EP
15 FORMAT(1X,/,15X,'COMPRIMENTO DAS VIGAS',9X,'ALTURA DA VIGA',10X,'
ESPESURA DA VIGA',10X,'ESPESURA DO PILAR',/,24X,'D=',F5.2,15X,'
AV=',F5.2,15X,'LV=',F5.2,19X,'EP=',F5.2)
Z=1.0
ARGU=174.673
HI=H/NAN
WRITE(3,18)HI
18 FORMAT(1X,/,58X,'ALTURA DE ANDAR',/,52X,'H1=',F5.2)
AH=H1-AV
AK1=AV/AH
AK2=AH/H1
ACF=(AK1+1)**2
ACP1=0.75*(AK1**2)+(1.5*AK1)+1
ACP2=1.5*(AK1**2)+(3*AH1)+1
PAP=AK2*(ACP1/ACF)
PAF=AK2*(ACP2/ACF)
PI=(3*PAP)/(4*(PAP**2)-(PAF**2))
PV=(PAF+PI)/PAP
JV=EV*(AV**3)/12
RV=JV/C
WRITE(3,20)
20 FORMAT(1X,/,15X,'J',5X,'X',8X,'B',5X,'CV',12X,'UW',17X,'JF',17X,'
DU',15X,'PUW',12X,'PUF')
DO 25 N=1,99
IF(NC.EQ.1)GO TO 50
IF(NC.EQ.2.OR.NC.EQ.3)GO TO 60
50 CALL RIG1(N,D,JV,RV,EP,E,H1,PI,PV,C,W,CV,JG,JS,SF)
GO TO 80
60 CALL RIG2(NC,N,D,JV,RV,EP,E,H1,PI,PV,C,W,CV,JG,JS,SF)

```

FILE CABLI PORTAN AI VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS P07404+ SLOJ06

```
20 CR=SGH(I*SG/J3)
   K=CR#H
   TW=PR*(H#2)/(JCF*(K#B))
   L1=Z#K
   IF(L1-ARGU)21,23,21
21 G=C.
   GS=(L1/2)#2
   IF(GS-ARGU)43,43,40
40 C2=0.
   GO TL 33
43 C2=EXP(-GS)
   GO TL 33
23 G=EXP(-L1)
   GS=(L1/2)#2
   C2=EXP(-GS)
33 GR=E1*(Z-1)
   C1=EXP(GR)
   W(N)=TW*((((G-1)+C2*(1-C1))/(1+G))+GS)
   C(N)=(P#H#2)/SF
   S(N)=C(N)-W(N)
   XW(N)=S(N)/W(N)
   YF(N)=S(N)/C(N)
   IF(N-3)25,25,20
20 J=N-1
   L=N-2
   IF(XW(J).LT.XW(L).AND.XW(J).LT.XW(N))GO TO 30
25 CONTINUE
30 X=C(J)
   B=C(J)
   CV=DV(J)
   UW=W(J)
   UF=C(J)
   DU=S(J)
   PUW=XW(J)
   PUF=YF(J)
   WRITE(3,105)J,X,B,CV,UW,UF,DU,PUW,PUF
105 FORMAT(1X,/,12X,12,3X,F4.2,3X,F4.2,3X,F4.2,5X,E14.7,5X,E14.7,5X,E14.7,5X,F10.7,5X,F10.7)
   CALL EXIT
   END
```

C
C SUBROTINA PARA CALCULO DA RIGIDEZ
C EM PAINEL DE UM PILAR
C

```
SUBROUTINE RIG1(I,A,J2,B,C,D,F,R,XV,P,S,L,J1,B,SP)
REAL J2,JP,JW,JL,L(100)
DIMENSION P(100),G(100)
P(1)=1/100.
G(1)=P(1)#A
L(1)=A*(1-(P(1)/2))
PR1=G(1)/(2#L(1))
PR2=L(1)/A
4P=PR2*(1/((1+PR1)**2))
I=1/4P
RL=J2/L(1)
```

FILE DABE1 PERTRAN AI VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUTS404+ 0LUS06

```

JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*D
KP=JP/H
J1=JW
S=3*D*KL*((1+PK1)**2)/H
B1=KP*((3**R)+(4**XV))
B2=B1+(3**B*T)
APT=B1/B2
CT=(2*D*KP)/H
RF=(4**R)+(2**XV)
SP=CT*RF*(1-APT)
RETURN
END

```

C
C
C
C

SUBRTINA PARA CALCULO DAS FIGURAS EM PAINELIS DE COIS CU TRES PILARES

SUBROUTINE R102(NY, I, A, J2, B, C, D, F, K, XV, P, G, L, J1, S, SP)

```

REAL J2, JP, JW, J1, L(100)
DIMENSION P(100), S(100)
P(I)=1/100.0
G(I)=P(I)*A
L(I)=A*(1-P(I))
PK1=G(I)/L(I)
PK2=L(I)/A
CF=(PK1+1)**2
CP1=0.75*(PK1**2)+(1.5*PK1)+1
CP2=1.5*(PK1**2)+(3*PK1)+1
AP=PK2*(CP1/CF)
AF=PK2*(CP2/CF)
T=(3*AP)/(4*(AP**2)-(AF**2))
V=(AF**1)/AP
KL=J2/L(I)
JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*D
KP=JP/H
KS=D*KL*((1+PK1)**2)/H
IF(NY.EQ.2)GO TO 150
IF(NY.EQ.3)GO TO 190

```

```

100 J1=2*Jw
S=12*KS
B1=KP*((3**R)+(4**XV))
B2=B1+(3**((4**T)+(2**V)))
APT=B1/B2
CT=(4*D*KP)/H
RF=(4**R)+(2**XV)
SP=CT*RF*(1-APT)
GO TO 200
150 J1=3*Jw
S=24*KS
F=KP/D
AF1=F*((4**R)+(2**XV))
A1=AF1*((2**T)+V)
A2=AF1*((3**T)+AF1)
A3=AF1*(V-(4**T)-AF1)

```

F I L L C A S E 1 F E R T R A K A 1 V M / S P R E L E A S E 3 . 1 E X P R E S S P O T 8 4 0 + S L O B 0 0

```
R1=(2*(V*Z))-((T**2))-A1
R2=R1+A1-A2
APT=A3/A2
UMAPT=R1/R2
B1=V-APT+(((2*T)+APT)*APT)
UMBPT=B1/V
CT=(2*DRP)/R
RF=(4*R)+(2*XV)
CP=CT*RF*((2+UMAPT)+UMBPT)
200 RETURN
END
```


LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 4

FILE CABE2 FORTRAN A1 VM/SF RELEASE 5.1 EXPRESS PUT8404+ SLU300

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

PROGRAMA NO.4

C.A.GOPZADA

```

C *****
C
C          LARGURAS LIMITES EM PAINÉIS DE UM, DOIS OU TRES
C          PILARES COM CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA
C          E NOS RIGIDOS
C
C *****
      REAL JV,JP,JA,JB,K,J1,J2
      DIMENSION C(100),D(100),DV(100),W(100),U(100),S(100),XX(100),YF(100)
      OPEN(UNIT=C1,STATUS='OLD',FILE='*IMA',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='
      *FORMATTED')
      READ(1,0)H,NAN,NC,E,P,D,AV,EV,EP
      0 FORMAT(F5.0,2I2,F10.0,3F5.2)
      WRITE(3,7)
      7 FORMAT(1X,/,53X,'RESULTADOS DE PROGRAMA NO.4')
      WRITE(3,10)H,NAN,NC,E,P
      10 FORMAT(///,9X,'ALTURA TOTAL',10X,'NUMERO DE ANDARES',11X,'NUMERO D
      E PILARES',11X,'MODULO DE ELASTICIDADE',10X,'CARGA',/,13X,'H=',F5
      .0,13X,'NAN=',12,12X,'NC=',12,22X,'E=',F10.0,17X,'P=',F5.1)
      WRITE(3,15)D,AV,EV,EP
      15 FORMAT(1X,/,13X,'COMPRIMENTO DAS VIGAS',9X,'ALTURA DA VIGA',10X,'
      ESPESURA DA VIGA',10X,'ESPESURA DO PILAR',/,24X,'D=',F5.2,13X,'
      AV=',F5.2,13X,'EV=',F5.2,19X,'EP=',F5.2)
      Z=1.0
      ARGO=174.573
      H1=H/NAN
      WRITE(3,18)H1
      18 FORMAT(1X,/,53X,'ALTURA DE ANDAR',/,52X,'H1=',F5.2)
      AH=H1-AV
      AK1=AV/AH
      AK2=AH/H1
      ACF=(AK1+1)**2
      ACP1=0.75*(AK1**2)+(1.5*AK1)+1
      ACP2=1.5*(AK1**2)+(3*AK1)+1
      PAP=AK2*(ACP1/ACF)
      PAF=AK2*(ACP2/ACF)
      PT=(2*PAP)/(4*(PAP**2)-(PAF**2))
      PV=(PAF*PT)/PAP
      JV=EV*(AV**3)/12
      RV=JV/D
      WRITE(3,20)
      20 FORMAT(1X,/,13X,'J',5X,'X',6X,'E',5X,'CV',12X,'CW',17X,'UF',17X,'
      DU',15X,'PUM',12X,'PUF')
      DO 25 N=1,99
      IF(NC.EQ.1)GO TO 30
      IF(NC.EQ.2.OR.NC.EQ.3)GO TO 60
      50 CALL RIG1(N,D,JV,RV,EP,E,H1,PT,PV,D,C,DV,JB,SG,SF)
      GO TO 60
      60 CALL RIG2(NC,N,D,JV,RV,EP,E,H1,PT,PV,C,L,DV,JB,SG,SF)

```

FILE CABEL FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT8404+ SLU3 06

```

80 CK=SQRT(S0/J0)
   R=CK*H
   TW=PI*(H**4)/(J0*(K**4))
   E1=2*K
   X1=K*(Z+1)
   IF(E1.LE.ARG3.AND.X1.LE.ARG4)GO TO 23
   G=0.
   U4=0.
   KT=L1/2
   G3=PI*Z
   IF(E1.LE.ARG3.AND.G3.LE.ARG4)GO TO 43
   G3=0.
   U2=0.
   GO TO 33
43 G3=EXP(-KT)
   U2=EXP(-G3)
   GO TO 33
23 G=EXP(-E1)
   U4=EXP(-X1)
   KT=E1/2
   G3=KT*Z
   U3=EXP(-KT)
   U2=EXP(-G3)
33 GK=E1*(Z-1)
   GX=G*Z
   U1=EXP(GK)
   U5=EXP(GX)
   W(N)=TW*( (((G-1)+U2*(1-U1))*KT-(2*U3)+U5+U4)/(1+G))+(Z*(1-(Z/2)))
   * (KT**2))
   C(N)=(PI*(H**2)*(1-(Z/2))FZ)/SF
   S(N)=C(N)-W(N)
   XW(N)=S(N)/W(N)
   YF(N)=S(N)/C(N)
   IF(N-3)25,26,26
26 J=N-1
   L=N-2
   IF(XW(J).LT.XW(L).AND.XW(J).LT.XW(N))GO TO 30
25 CONTINUE
30 X=C(J)
   B=C(J)
   CV=CV(J)
   OW=OW(J)
   OF=O(J)
   UC=S(J)
   POW=XW(J)
   POF=YF(J)
   WRITE(3,105)J,X,B,CV,OW,OF,UC,POW,POF
105 FORMAT(1X,7,I2X,12,3X,14.2,3X,F4.2,3X,F4.2,5X,E14.7,3X,D14.7,5X,F1
      04.7,5X,F10.7,5X,F10.7)
   CALL EXIT
   END
```

FILL CABLEZ FORTRAV 41 VI/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT.404+ SL0306

```
C
C
C SUBROTINA PARA CALCULO DA RIGIDEZ
C EM PAINEL DE UM PILAR
C
SUBROUTINE RIG1(I,A,J2,B,C,D,F,R,XV,P,G,L,J1,S,SP)
REAL J2,JP,JW,J1,L(100)
DIMENSION P(100),G(100)
P(I)=1/100.
G(I)=P(I)*A
L(I)=A*(1-(P(I)/2))
PR1=G(I)/(2*L(I))
PR2=L(I)/A
AP=PR2*(1/((1+PR1)**2))
T=1/AP
RL=J2/L(I)
JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*D
RP=JP/H
J1=JW
S=3*D*RL*((1+PR1)**2)/H
B1=RP*((B**2)+(4*XV))
B2=B1+(3*B*T)
AP1=B1/B2
CT=(2*D*RP)/H
RF=(4*R)+(2*XV)
JP=CT*RP*(1-AP1)
RETURN
END
```

```
C
C
C SUBROTINA PARA CALCULO DAS RIGIDEZES
C EM PAINELIS DE DOIS OU TRES PILARES
C
SUBROUTINE RIG2(NY,I,A,J2,B,C,D,F,R,XV,P,G,L,J1,S,SP)
REAL J2,JP,JW,J1,L(100)
DIMENSION P(100),G(100)
P(I)=1/100.0
G(I)=P(I)*A
L(I)=A*(1-P(I))
PR1=G(I)/L(I)
PR2=L(I)/A
CF=(PR1+1)**2
CP1=C.75*(PR1**2)+(1.5*PR1)+1
CP2=1.5*(PR1**2)+(3*PR1)+1
AP=PR2*(CP1/CF)
AF=PR2*(CP2/CF)
T=(3*AP)/(4*(AP**2)-(AF**2))
V=(B**3)/AF
RL=J2/L(I)
JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*D
RP=JP/H
```

FILE LABE2 FORTRAN A1 W/SP RELEASE 5.1 EXPRESS PUT=404+ SLU3C6

```
RS=L*RL*( (1+PK1)*V2)/H
IF(NY.EQ.2)GO TO 180
IF(NY.EQ.3)GO TO 190
180 J1=2*JW
S=12*RS
D1=FP*( (8*R)+(4*V))
D2=D1+(2*( (4*1)+(2*V)))
APT=D1/D2
CT=(4*D*RP)/H
RF=(4*R)+(2*V)
SP=CT*RF*(1-APT)
GO TO 200
190 J1=3*JW
S=24*RS
F=RP/D
AF1=FP*( (4*R)+(2*V))
A1=AF1*( (2*T)+V)
A2=AF1*( (8*T)+AF1)
A3=AF1*(V-(4*T)-AF1)
R1=(2*(V*2))-(8*(T*2))-A1
R2=R1+A1-A2
APT=A3/R2
UMAPT=R1/R2
D1=V-AF1+(1*(2*1)+AF1)*APT)
UMAPT=D1/V
CT=(2*D*RP)/H
RF=(4*R)+(2*V)
SP=CT*RF*( (2*UMAPT)+UMAPT)
200 RETURN
END
```

As TABELAS 2, 3 e 4, apresentadas a seguir, mostram as larguras limites correspondentes às dimensões da TABELA 1, para cada tipo de painel e para diferentes alturas de vigas \overline{AV} , onde:

B indica largura limite correspondente à carga concentrada no topo.

B* indica largura limite correspondente à carga uniformemente distribuída.

Tabela 2

PAINEL DE UM PILAR

\overline{AV} (m)	EXEMPLO 1		EXEMPLO 2		EXEMPLO 3		EXEMPLO 4		EXEMPLO 5		EXEMPLO 6	
	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*
0,15	0,18	0,18	0,22	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,22	0,18	0,18	0,18
0,30	0,36	0,30	0,40	0,36	0,36	0,30	0,36	0,36	0,45	0,36	0,42	0,36
0,50	0,60	0,48	0,63	0,58	0,60	0,54	0,60	0,54	0,72	0,63	0,66	0,60
0,70	0,78	0,66	0,90	0,76	0,84	0,72	0,84	0,72	0,99	0,81	0,90	0,78
0,90	0,96	0,84	1,12	0,94	1,02	0,90	1,02	0,90	1,21	1,03	1,14	0,96
1,10	1,14	0,96	1,30	1,12	1,26	1,08	1,20	1,02	1,44	1,21	1,38	1,20

Tabela 3

PAINEL DE DOIS PILARES

\overline{AV} (m)	EXEMPLO 1		EXEMPLO 2		EXEMPLO 3		EXEMPLO 4		EXEMPLO 5		EXEMPLO 6	
	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*
0,15	0,24	0,18	0,27	0,22	0,24	0,24	0,24	0,24	0,27	0,27	0,24	0,24
0,30	0,48	0,42	0,54	0,45	0,48	0,42	0,54	0,42	0,58	0,49	0,54	0,48
0,50	0,78	0,66	0,99	0,81	0,84	0,72	0,90	0,72	1,08	0,90	0,90	0,78
0,70	1,14	0,96	1,53	1,21	1,20	1,02	1,26	1,02	1,84	1,35	1,38	1,14
0,90	1,50	1,20	2,25	1,75	1,68	1,38	1,68	1,38	2,25	2,25	1,92	1,56
1,10	1,86	1,50	2,25	2,25	2,22	1,68	2,16	1,68	2,25	2,25	3,00	1,98

Tabela 4

PAINEL DE TRÊS PILARES

\overline{AV} (m)	EXEMPLO 1		EXEMPLO 2		EXEMPLO 3		EXEMPLO 4		EXEMPLO 5		EXEMPLO 6	
	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*	B	B*
0,15	0,24	0,24	0,31	0,27	0,30	0,24	0,30	0,24	0,31	0,27	0,30	0,24
0,30	0,54	0,48	0,63	0,54	0,54	0,48	0,60	0,48	0,67	0,58	0,60	0,54
0,50	0,90	0,78	1,17	0,94	0,96	0,84	1,02	0,84	1,26	1,03	1,08	0,90
0,70	1,32	1,14	1,93	1,48	1,44	1,20	1,50	1,20	2,16	1,71	1,62	1,32
0,90	1,74	1,44	2,25	2,16	2,10	1,62	1,80	1,62	2,25	2,25	2,28	1,86
1,10	2,28	1,80	2,25	2,25	2,82	2,16	2,64	2,04	2,25	2,25	3,00	2,64

Os resultados numéricos apresentados pelos programas No. 1 e No. 2, mostraram que as "larguras limites" são menores para carga uniformemente distribuída que para carga concentrada no topo. Igualmente, notam-se nas TABELAS 2, 3 e 4, procedentes dos programas N° 3 e N° 4, que os valores das larguras limites B correspondentes à carga concentrada no topo são maiores ou iguais que os valores das larguras limites B* correspondentes à carga uniformemente distribuída.

A fim de evitar repetições e tornar este assunto uma leitura menos exaustiva, doravante serão considerados somente casos com carga lateral concentrada no topo.

Através do estudo feito até o momento determinaram-se "prováveis larguras limites" para diferentes tipos de painéis.

A seguir verificam-se os momentos fletores, observando o comportamento dos gráficos, antes e após um intervalo em torno destas prováveis larguras críticas.

3.6 - Verificação do diagrama de momentos fletores

3.6.1 - Momentos fletores na parede

O momento fletor na parede M_w é expresso por uma função contínua, conforme expressão (2.4), isto é:

$$M_w = j_w \cdot u_w'' \quad (3.10-a)$$

Da expressão (2.90), tem-se

$$u_w'' = \frac{P_w \cdot H}{j_g \cdot K} \left[C_2 \cdot e^{+KZ} + C_3 \cdot e^{-KZ} \right] \quad (3.10-b)$$

Substituindo as expressões correspondentes às constantes C_2 e C_3 , dadas na equação (2.92) em (3.10-b) e levando em (3.10-a) segue

$$M_w = j_w \cdot \left(\frac{P_w \cdot H}{j_g \cdot K} \right) \cdot \left[\frac{e^{-KZ} - e^{K \cdot (Z-2)}}{1 + e^{-2K}} \right] \quad (3.11)$$

3.6.2 - Momentos fletores no pórtico

Para painel-pórtico, mantém-se a hipótese de pontos de momentos nulos à meia altura do pé-direito, conforme figura (3.4).

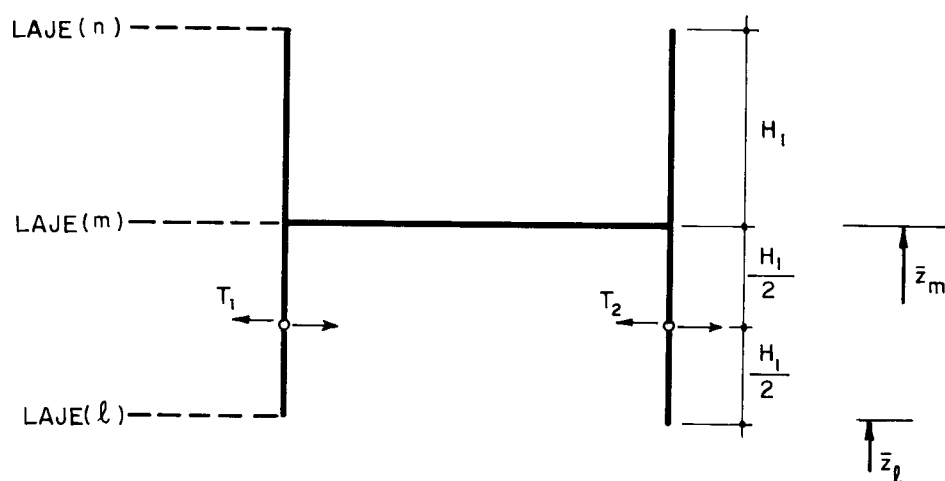


Fig. 3.4 - Forças cortantes nos pilares do pórtico

A força cortante Q_f total, em todos os tramos de pilares do andar \underline{m} (imediatamente abaixo da laje \underline{m}) é calculada por:

$$Q_{f(m)} \cong S_f \cdot \left[\frac{u_f(\bar{z}_m) - u_f(\bar{z}_l)}{H_1} \right] \quad (3.12)$$

A força cortante no tramo \underline{m} de cada pilar será dada por:

$$T_i = \frac{S_i}{S_f} \cdot Q_{f(m)} \quad (3.13-a)$$

onde S_i é a rigidez à força cortante do pilar i

Substituindo a expressão (3.12) em (3.13-a) tem-se:

$$T_i = \frac{S_i}{H_1} \cdot \left[u_f(\bar{z}_m) - u_f(\bar{z}_\ell) \right] \quad (3.13-b)$$

Para cada andar, obtem-se o momento fletor máximo, mediante a multiplicação do valor da expressão (3.13-b) pela meia altura do pé-direito. Portanto:

$$M_{fi} = \frac{S_i}{2} \cdot \left[u_f(\bar{z}_m) - u_f(\bar{z}_\ell) \right] \quad (3.14-a)$$

Da expressão (2.107) em (3.14-a) tem-se:

$$M_{fi} = \frac{S_i}{S_f} \cdot \frac{P_f}{2} \cdot H \cdot \left[\bar{z}_{(m)} - \bar{z}_{(\ell)} \right] \quad (3.14-b)$$

Como $z = H.Z$, então resulta

$$M_{fi} = \frac{S_i}{S_f} \cdot \frac{P_f \cdot H_1}{2} \quad (3.15)$$

Portanto, para painel com um único pilar, em que $S_i = S_f$ tem-se:

$$M_{fi} = \frac{P_f \cdot H_1}{2} \quad (3.16-a)$$

Para painel com dois pilares $S_i = S_f/2$, vem

$$M_{fi} = \frac{P_f \cdot H_1}{4} \quad (3.16-b)$$

Para painel com três pilares as expressões de S_i encontram-se nas equações (2.75) e (2.76).

Portanto:

$$\left. \begin{aligned} M_{f1} = M_{f3} &= \left[\frac{(1-\bar{\alpha}_p)}{2 \cdot (1-\bar{\alpha}_p) + (1-\bar{\beta}_p)} \right] \cdot \frac{P_f \cdot H_1}{2} \\ M_{f2} &= \left[\frac{(1-\bar{\beta}_p)}{2 \cdot (1-\bar{\alpha}_p) + (1-\bar{\beta}_p)} \right] \cdot \frac{P_f \cdot H_1}{2} \end{aligned} \right\} (3.16-c)$$

Para ilustrar, foram escolhidas as dimensões do exemplo Nº 1, da TABELA 1, em painel de dois pilares com vigas de 0,15m de altura, variando-se a largura B dos pilares em torno do seu valor limite.

Para cada largura B é apresentado o respectivo gráfico do Momento Fletor M_w ao longo da altura do pilar.

Observe-se o comportamento de cada gráfico e comparem-se com o valor de M_{fi} da expressão (3.16-b) para painel de dois pilares, o qual é de 0,75tf.m para todos os andares, quando se toma $P_f = 1tf$.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 5

FILE CAGEB PLTRAR A1 VX/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT8404+ 3L0306

```
WRITE(3,21)
21 FORMAT(1X,///,50X,'MOMENTO NAS PARECES')
WRITE(3,25)
25 FORMAT(1X,//,50X,'N',5X,'Z',11X,'M')
CW=(PHHJW)/(K*JG)
E1=24K
IF(E1-ARGO)23,23,2E
22 G=0.
GR=1.
C2=0.
C3=1.
GO TO 33
23 G=EXP(-E1)
GR=1+G
C2=-G/GR
C3=1/Gr
33 GO TO 35 A=0,H,3
Z=N/H
E2=K*Z
IF(E2-ARGO)26,26,24
24 R1=EXP(ΔKGO)
R2=0.
GO TO 36
26 R1=EXP(E2)
R2=EXP(-E2)
36 MW=CW*(C2*R1)+(C3*R2)
105 WRITE(3,45)N,Z,MW
45 FORMAT(1X,//,50X,12,4X,F4.2,5X,E11.4)
CALL EXIT
END
```

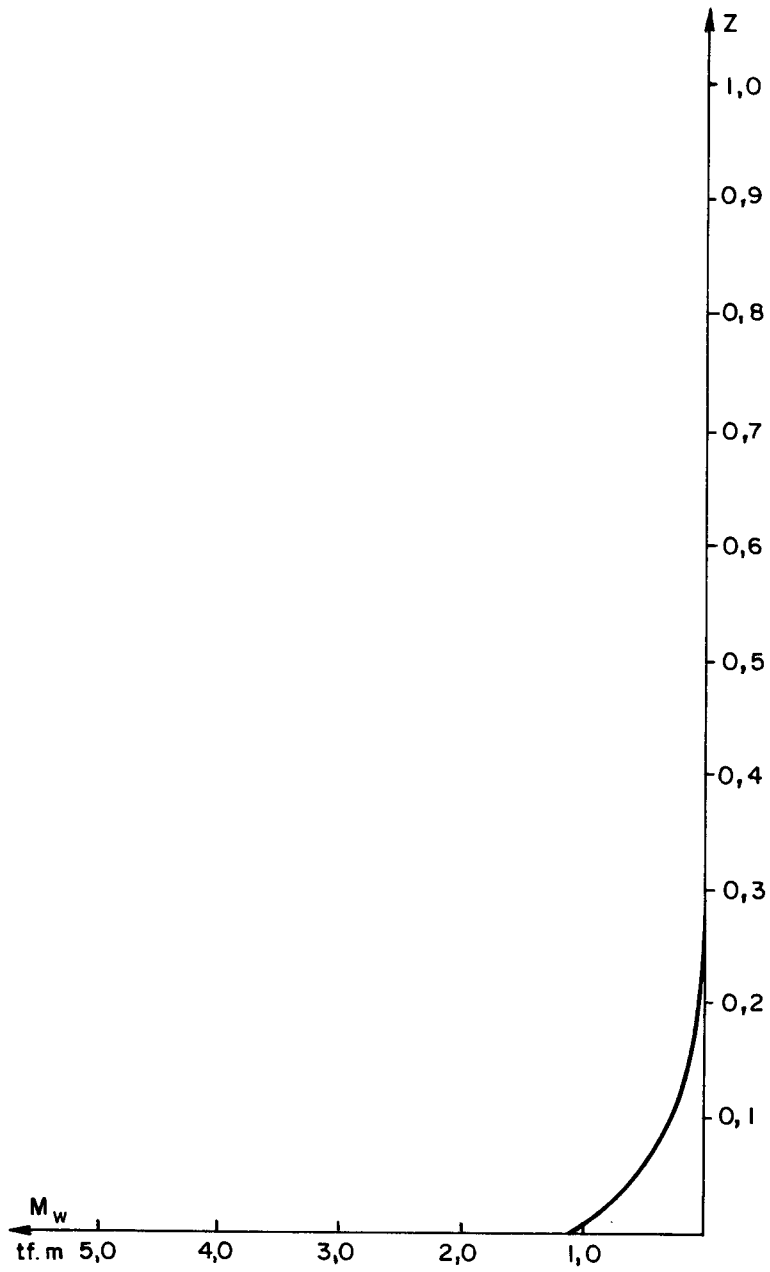


Fig. 3.5.1 - Momentos fletores M_w
($B = 0,18m$).

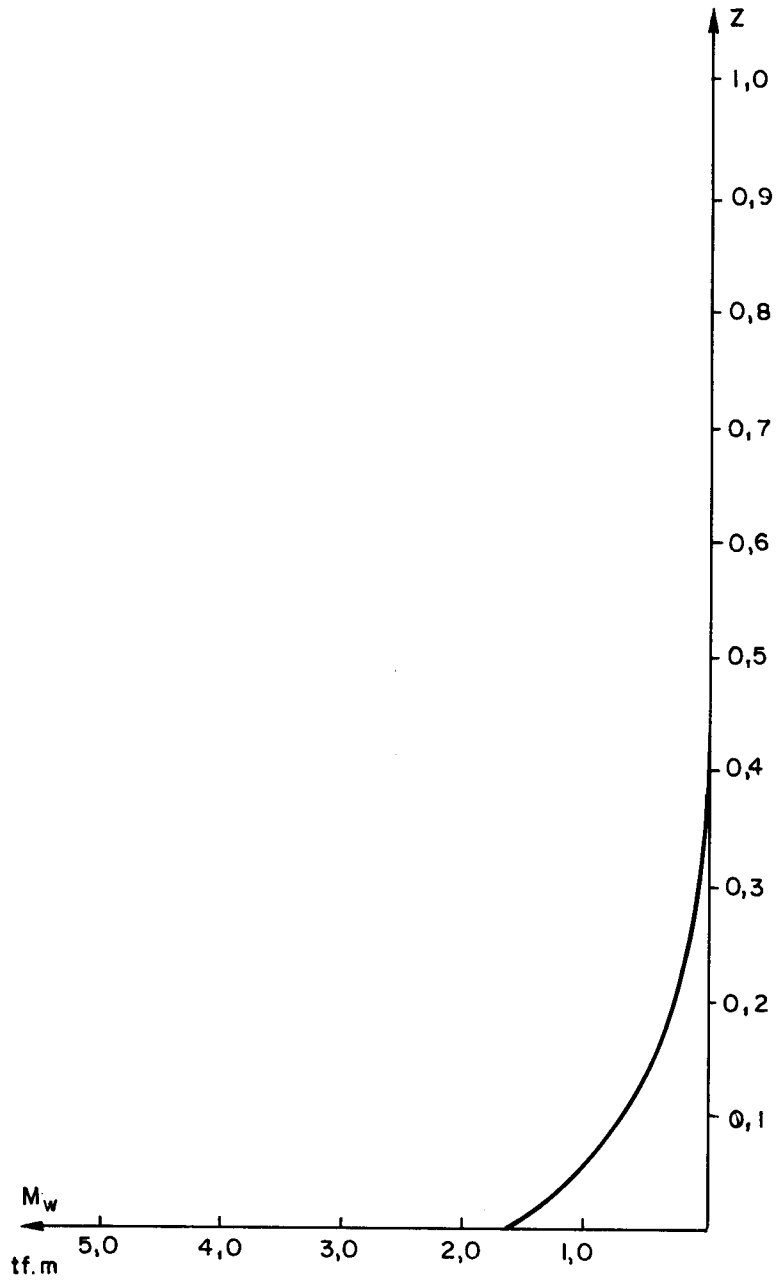


Fig. 3.5.2 - Momentos fletores M_w
($B = 0,24m$).

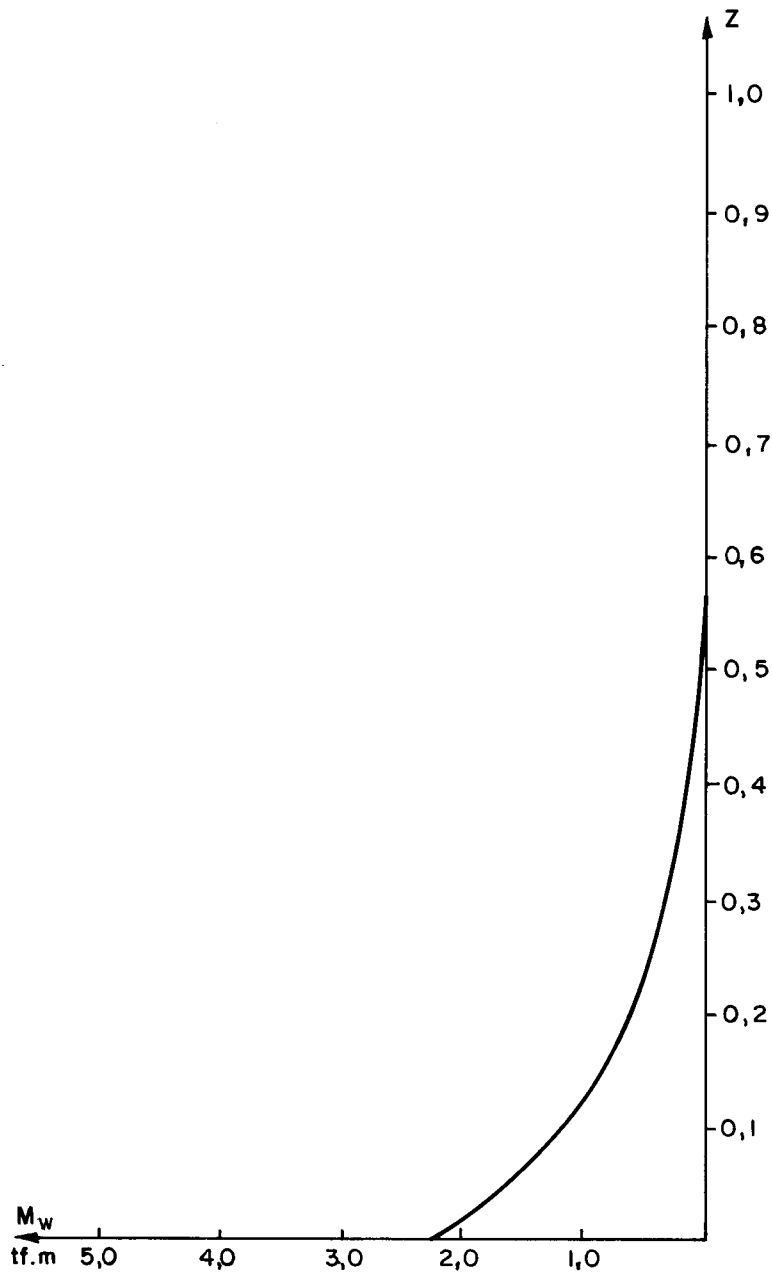


Fig. 3.5.3 - Momentos fletores M_w
($B = 0,30\text{m}$).

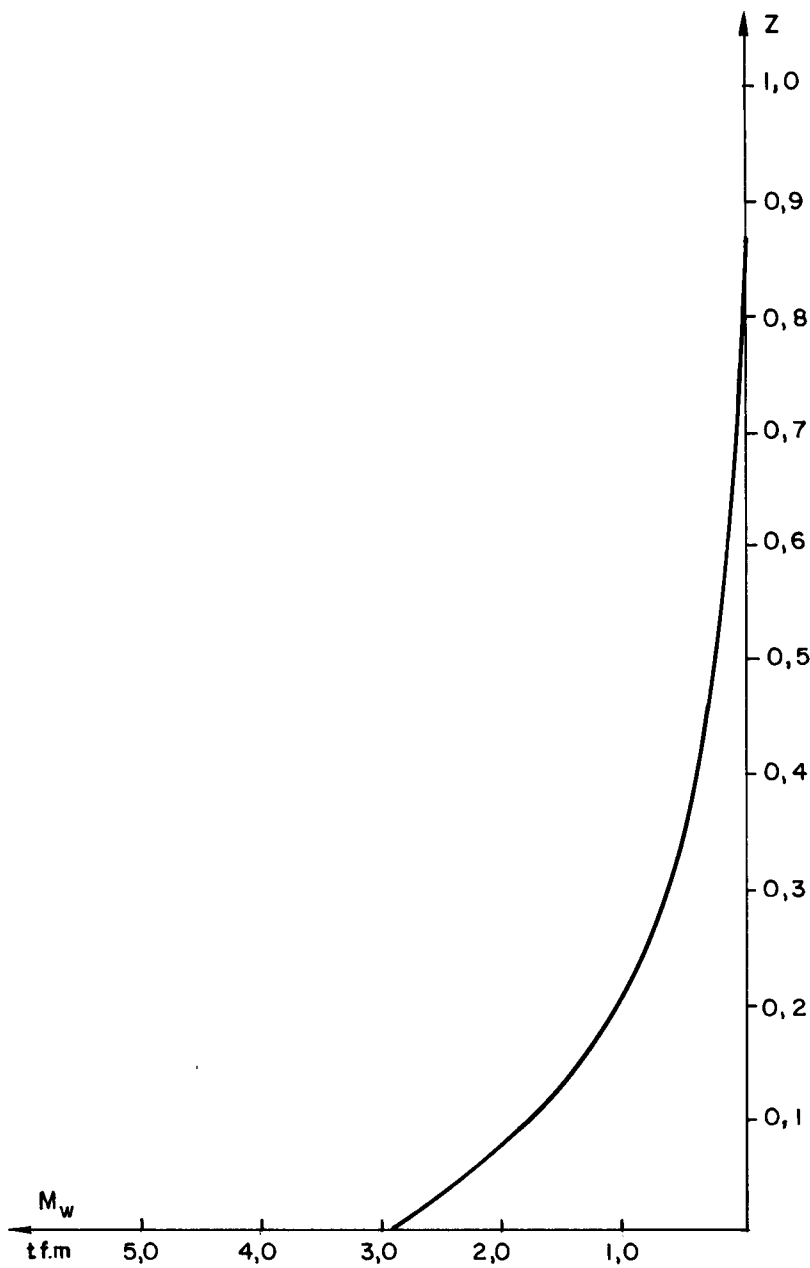


Fig. 3.5.4 - Momentos fletores M_w
($B = 0,36m$).

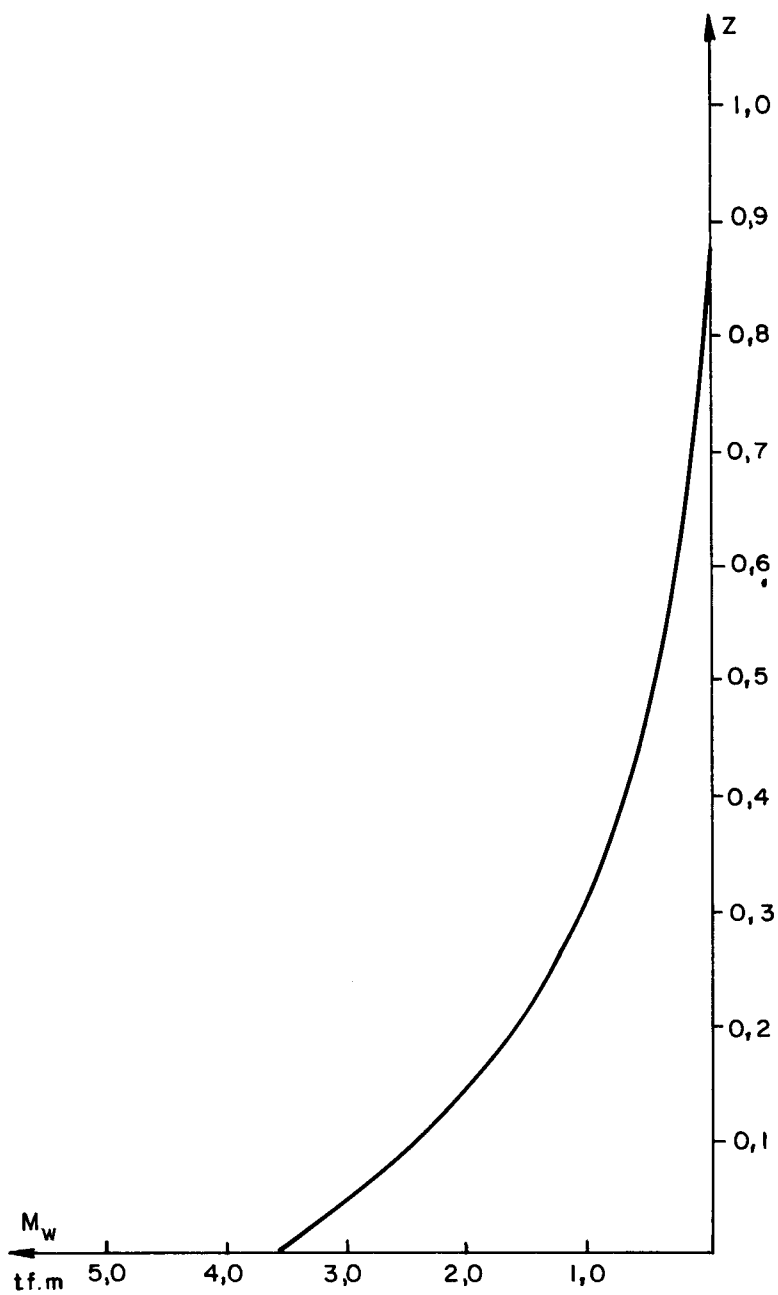


Fig. 3.5.5 - Momentos fletores M_w
($B = 0,42m$).

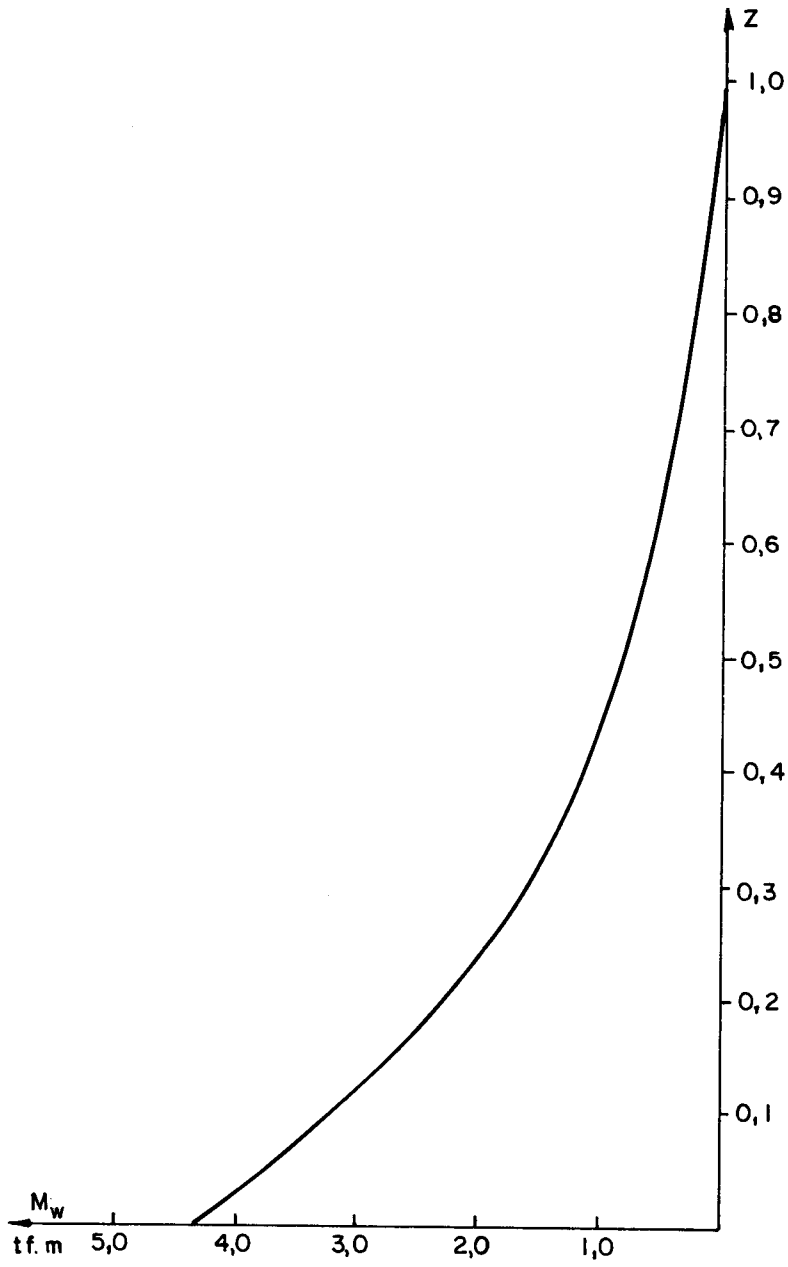


Fig. 3.5.6 - Momentos fletores M_w
($B = 0,48m$).

Observando-se os gráficos das figuras (3.5), em que foi mantida constante de 0,15m a altura das vigas, nota-se que o comportamento dos painéis é mais próximo do comportamento do painel de pilares-paredes para valores de larguras B acima da respectiva largura limite calculada na TABELA 3.

Variando agora as alturas das vigas, além das larguras dos pilares, apresenta-se na TABELA 5, valores de momentos fletores na parede calculados na base com o objetivo de maior esclarecimento da questão.

Tabela 5

LARGURAS DOS PILARES (m)	MOMENTOS NA PAREDE (tf.m) VALORES NA BASE					
	ALTURAS DE VIGAS (m)					
	0,15	0,30	0,50	0,70	0,90	1,10
0,06						
0,12						
0,18	1,088					
0,24	1,649*					
0,30	2,268					
0,36	2,934	1,038				
0,42	3,637	1,287				
0,48	4,365	1,547*				
0,54		1,816				
0,60		2,091				
0,66			1,103			
0,72			1,235			
0,78	7,890	2,946	1,369*			
0,84			1,504			
0,90			1,639			
0,96						
1,02				1,152		
1,08				1,232		
1,14				1,312*		
1,20			2,304	1,391		
1,26				1,469		
1,32						
1,38	11,840	5,709	2,683	1,620	1,111	
1,44					1,161	
1,50	12,230	6,183	2,923	1,764	1,210*	

* Valores para as respectivas larguras limites.

Tabela 5 (continuação)

LARGURAS DOS PILARES (m)	MOMENTOS NA PAREDE (tf.m)					
	VALORES NA BASE					
	ALTURAS DE VIGAS (m)					
	0,15	0,30	0,50	0,70	0,90	1,10
1,56					1,258	
1,62				1,902	1,304	
1,68						
1,74						1,031
1,80						1,062
1,86						1,091*
1,92					1,513	1,120
1,98					1,550	1,147
2,04					1,585	
2,10	13,280	7,945	3,903	2,358	1,618	1,197
2,16						
2,22						
2,28						
2,34						1,280
2,40		8,456	4,226	2,555	1,753	1,297
2,46						1,313
2,52						
2,58						
2,64						1,349
2,70	13,620	8,750	4,422	2,676	1,836	1,358
2,76						
2,82						
2,88						
2,94						
3,00	13,660	8,846	4,489	2,716	1,863	1,379

* Valores para as respectivas larguras limites.

Dos resultados da TABELA 5 , nota-se que aumentando a largura dos pilares, aumentam também os valores do Momento Fletor M_w na base.

Observa-se também que aumentando a altura das vigas \overline{AV} , diminui o respectivo Momento Fletor M_w na base dos pilares.

Desta forma, vigas mais rígidas, levam os elementos verticais a se comportarem como pilares de pórtico, através da diminuição dos momentos fletores M_w na base. Conclui-se também que o aumento dos momentos fletores M_w na base não é ainda mais acentuado quando se aumenta a largura dos pilares, pois igualmente diminui o comprimento entre as faces internas dos mesmos, enrijecendo mais as respectivas vigas, explicando-se assim o comportamento dos gráficos das figuras (3.5) mostrados anteriormente.

3.7 - Análise das larguras limites em painéis com pilares de pórtico de nós puntuais

Com a análise seguinte pretende-se comparar os resultados com os obtidos para painel com pilares de pórtico de nós com trechos rígidos.

Para tal estudo será calculada a nova rigidez S_f para pórticos de um, dois e três pilares, respectivamente, e onde os parâmetros restantes continuam sendo os mesmos do caso anterior.

3.7.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade

Do APÊNDICE II (itens A e B), segue

$$M_{A-B} = 3.E.K_v.a$$

$$M_{A-A'} = M_{A-A''} = 6.E.K_p.(u_f' - a)$$

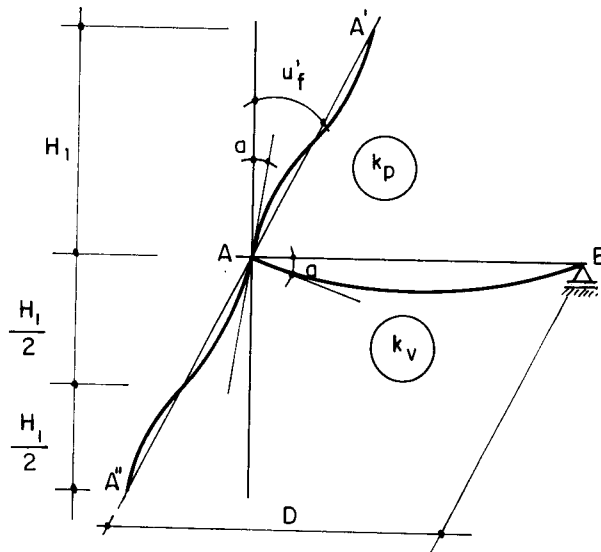


Fig. 3.6 - Andar deformado

Pelo equilíbrio do nó tem-se

$$12.E.K_p.(u_f' - a) - 3.E.K_v.a = 0 \quad (3.17)$$

Com a equação de equilíbrio anterior segue

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u_f' \quad (3.18)$$

onde:

$$\bar{\alpha}_p = \frac{4.K_p}{(4K_p + K_v)} \quad (3.19)$$

Fazendo as devidas substituições, a força cortante do pilar no andar considerado é dada por:

$$Q_1 = \frac{12.E.K_p}{H_1} \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \cdot u_f' \quad (3.20)$$

Portanto, a rigidez do painel à força cortante é:

$$S_f = \frac{12.E.K_p}{H_1} P \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \quad (3.21)$$

3.7.2 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas

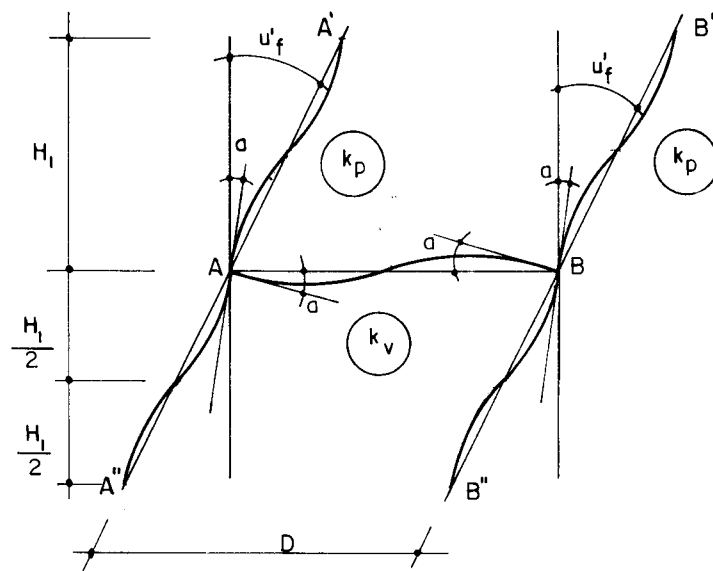


Fig. 3.7 - Andar deformado

Do APÊNDICE II (itens B e C), segue

$$M_{A-A'} = M_{A-A''} = 6.E.K_p \cdot (u'_f - a)$$

$$M_{A-B} = M_{B-A} = 6.E.K_v \cdot a$$

Pelo equilíbrio do nó A, tem-se:

$$12.E.K_p \cdot (u'_f - a) - 6.E.K_v \cdot a = 0 \quad (3.22)$$

Da equação de equilíbrio anterior segue

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u'_f \quad (3.23)$$

onde

$$\bar{\alpha}_p = \frac{2 \cdot K_p}{(2 \cdot K_p + K_v)} \quad (3.24)$$

Por ter-se condições semelhantes em ambos os pilares a força cortante no andar considerado é:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{12 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \cdot u'_f \quad (3.25)$$

Desta forma, a rigidez à força cortante S_{f_i} para cada pilar é dada por:

$$S_{f_1} = S_{f_2} = \frac{12 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \quad (3.26)$$

Para encontrar a rigidez total do painel à força cortante, somam-se as contribuições de ambos pilares. Portanto:

$$S_f = \frac{24 \cdot E \cdot K_p}{H_1} \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) \quad (3.27)$$

3.7.3 - Painel com três pilares de pórtico unidos por vigas

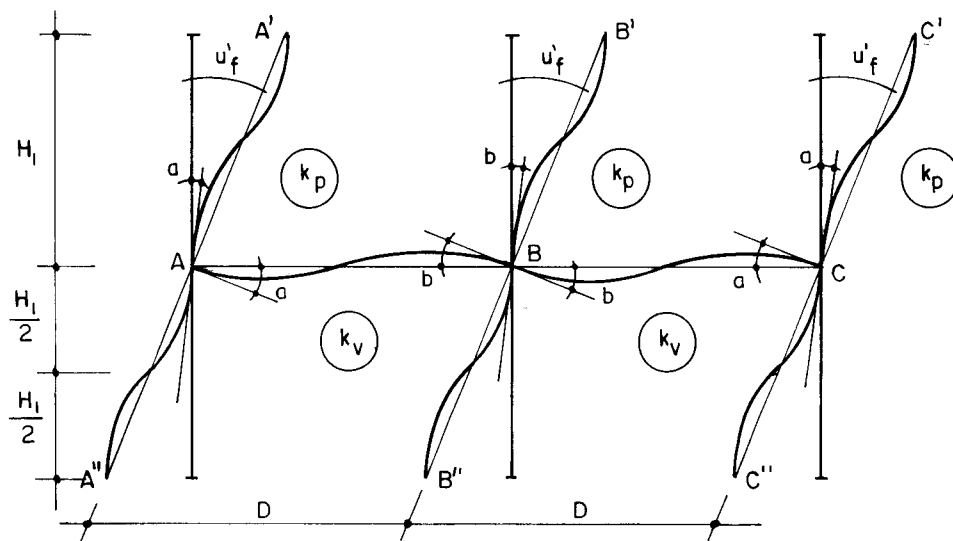


Fig. 3.8 - Andar deformado

Para o painel da figura (3.8) tem-se:

$$\left. \begin{aligned}
 M_{A-A'} &= M_{A-A''} = M_{C-C'} = M_{C-C''} = 6.E.K_p.(u_f' - a) \\
 M_{A-B} &= M_{C-B} = 4.E.K_v.a + 2.E.K_v.b \\
 M_{B-B'} &= M_{B-B''} = 6.E.K_p.(u_f' - b) \\
 M_{B-A} &= M_{B-C} = 4.E.K_v.b + 2.E.K_v.a
 \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Pelo equilíbrio do nó A tem-se:

$$6.K_p.u_f' = (2.K_v + 6.K_p).a + K_v.b \quad (3.29)$$

Pelo equilíbrio do nó B tem-se:

$$6.K_p \cdot u'_f = (4.K_v + 6.K_p) \cdot b + 2.K_v \cdot a \quad (3.30)$$

Com a solução do sistema de equações formado pelas expressões (3.29) e (3.30), segue

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u'_f \quad (3.31)$$

$$b = \bar{\beta}_p \cdot u'_f \quad (3.32)$$

com

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{2.K_v + 6.K_p}{K_v} \\ \phi_1 &= \frac{6.K_p}{K_v} \\ \psi &= \frac{2.K_v + 3.K_p}{K_v} \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

Segue que:

$$\bar{\alpha}_p = \left(\frac{1-2.\psi}{1-\psi.\phi} \right) \cdot \frac{\phi_1}{2} \quad (3.34)$$

$$\bar{\beta}_p = (\phi_1 - \phi \cdot \bar{\alpha}_p) \quad (3.35)$$

Seja

$$f = \frac{K_p}{K_v} \quad (3.36)$$

Substituindo (3.33) em (3.34) e (3.35) e reorganizando com (3.36), tem-se:

$$\bar{\alpha}_p = \frac{3.f.(1+2f)}{6.f.(1+f)+1} \quad (3.37)$$

$$\bar{\beta}_p = 6.f.(1-\bar{\alpha}_p) - 2.\bar{\alpha}_p \quad (3.38)$$

As forças cortantes nos pilares 1 e 3, por serem iguais são dadas por:

$$Q_1 = Q_3 = \frac{12.E.K_P}{H_1} \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \cdot u_f' \quad (3.39)$$

Para o pilar 2, a força cortante é

$$Q_2 = \frac{12.E.K_P}{H_1} \cdot (1-\bar{\beta}_p) \cdot u_f' \quad (3.40)$$

Desta forma, as rigidezes dos pilares à força cortante são dadas por:

$$S_{f_1} = S_{f_3} = \frac{12.E.K_P}{H_1} \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \quad (3.41)$$

$$S_{f_2} = \frac{12.E.K_P}{H_1} \cdot (1-\bar{\beta}_p) \quad (3.42)$$

Com o uso das duas expressões anteriores, a rigidez total do painel à força cortante é

$$S_f = \frac{12 \cdot E \cdot K}{H_1} \cdot P \cdot \left[2 \cdot (1 - \bar{\alpha}_p) + (1 - \bar{\beta}_p) \right] \quad (3.43)$$

O programa para computador N° 6, apresentado a seguir, foi elaborado com a substituição desta nova rigidez S_f em lugar daquela do caso anterior para um, dois ou três pilares, determinando-se em cada caso, a respectiva largura limite.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 6

FILE CABE4 FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT6404+ SLOB00

```
40 C2=EXP(-GS)
   GO TO 30
20 G=EXP(-L1)
   GS=(L1/2)*Z
   C2=EXP(-GS)
30 GR=L1*(Z-1)
   C1=EXP(GR)
   W(N)=TK*((((G-1)+C2*(1-C1))/(1+G))+Gs)
   C(N)=(P*H*Z)/SF
   S(N)=C(N)-W(N)
   XW(N)=S(N)/W(N)
   YF(N)=S(N)/C(N)
   IF(N-3)25,26,26
20 J=N-1
   L=N-2
   IF(XW(J).LT.XW(L).AND.XW(J).LT.XW(N))GO TO 30
25 CONTINUE
30 X=C(J)
   B=C(J)
   CV=CV(J)
   CW=CW(J)
   UF=C(J)
   DU=S(J)
   POW=XW(J)
   POF=YF(J)
   WRITE(2,105)J,X,B,CV,CW,UF,DU,POW,POF
105 FORMAT(1X,/,12X,I2,3X,F4.2,3X,F4.2,2X,F4.2,5X,E14.7,5X,L14.7,5X,11
*4.7,5X,F10.7,5X,F10.7)
   CALL EXIT
   END
```

C
C
C
C

```
SUBROUTINE FANA CALCULO DA RIGIDEZ
      EM PAINEL DE UM PILAR

SUBROUTINE RIG1(I,A,J2,B,C,D,F,P,G,L,J1,S,CP)
REAL J2,JP,JW,J1,L(100)
DIMENSION P(100),S(100)
P(I)=1/100.
G(I)=P(I)*A
L(I)=4*(1-(P(I)/2))
PRI=G(I)/(2*L(I))
HL=J2/L(I)
JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*D
FP=JP/H
J1=JW
S=3*L*HL*((1+PRI)**2)/H
B1=4*RP
B2=B1+B
APT=B1/B2
CT=(12*D*RP)/H
SP=CT*(1-APT)
RETURN
END
```

FILE CAB04 FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT#404+ SL0300

```
C SUBROUTINE PARA CALCULO LAS RIGIDEZES
C EM PANEIS DE COIS OU TRES PILARES
C
SUBROUTINE RIGZ(NY,I,A,JZ,B,C,D,F,P,S,L,J1,S,SP)
REAL JZ,JP,JW,J1,L(100)
DIMENSION P(100),S(100)
P(I)=1/100.0
G(I)=P(I)*A
L(I)=A*(1-P(I))
PR1=G(I)/L(I)
PL=JZ/L(I)
JP=C*(G(I)**3)/12
JW=JP*C
RP=JP/H
RS=C*PL*(1+PR1)**2/H
IF(NY.EQ.2)GO TO 180
IF(NY.EQ.3)GO TO 190
130 J1=2*Jw
S=12*RS
B1=2*RP
B2=B1+B
APT=B1/L2
CT=(24*C*RP)/H
SP=CT*(1-APT)
GO TO 200
190 J1=3*Jw
S=24*RS
F=RP/B
AF1=B*F*(1+F)+1
A2=B*F+1
A3=B*F*(1+(2*F))
APT=A3/AF1
UMAPT=A2/AF1
JMBPT=1+(2*APT)-(C*F*UMAPT)
CT=(12*C*RP)/H
SP=CT*((2*UMAPT)+JMBPT)
200 RETURN
END
```

Com a finalidade de comparar resultados com os obtidos nas TABELAS 2, 3 e 4, foram estudados todos os exemplos da TABELA 1, em painéis de um, dois e três pilares, respectivamente, com altura de viga constante de 0,30m.

Os resultados são apresentados na TABELA 6, seguinte.

Tabela 6

ALTURA DE VIGA DE 0,30 m						
	EXEMPLO 1	EXEMPLO 2	EXEMPLO 3	EXEMPLO 4	EXEMPLO 5	EXEMPLO 6
	B	B	B	B	B	B
PAINEL COM UM PILAR	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36
	(0,36)	(0,40)	(0,36)	(0,36)	(0,45)	(0,42)
PAINEL COM DOIS PILARES	0,36	0,40	0,42	0,42	0,40	0,42
	(0,48)	(0,54)	(0,48)	(0,54)	(0,58)	(0,54)
PAINEL COM TRÊS PILARES	0,36	0,45	0,42	0,42	0,45	0,48
	(0,54)	(0,63)	(0,54)	(0,60)	(0,67)	(0,60)

Comparando-se estes resultados com os anteriores (mostrados entre parênteses) nota-se que as larguras limites em painéis com nós de trechos rígidos são maiores ou iguais que as larguras limites em painéis com nós puntuais.

Para maior correção, a análise deverá ser feita considerando painéis com pilares de pórtico com nós de trechos rígidos.

A seguir, toma-se este caso e desenvolve-se uma análise adimensional tornando a aplicação prática mais eficiente e menos trabalhosa.

3.8 - Análise adimensional

3.8.1 - Painel com um pilar e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade

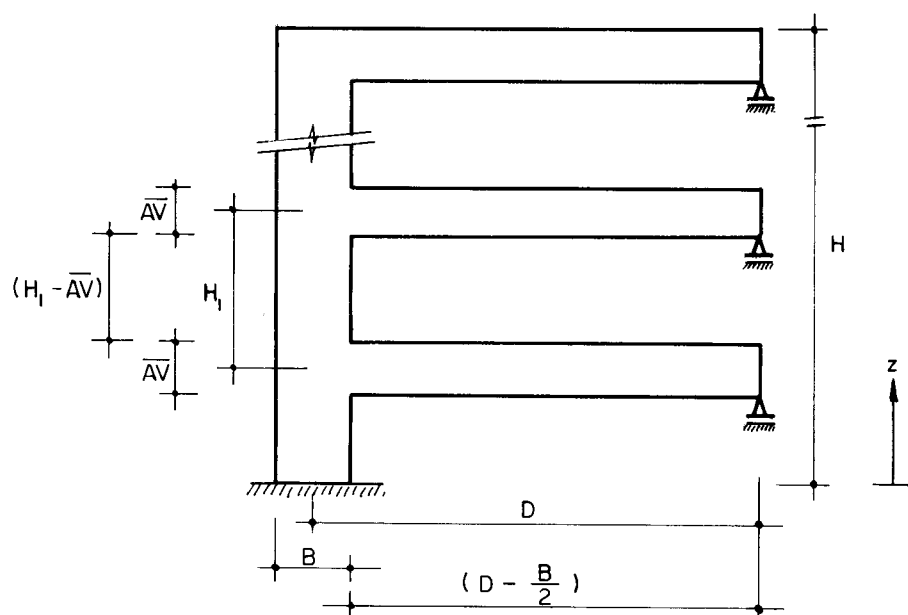


Fig. 3.9 - Painel com um pilar e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade.

a) Determinação do deslocamento u_f como painel de pilares de pórtico

Com ajuda das expressões (4), (8), (13), (17) e (22) do APÊNDICE I, para a figura (3.9), tem-se:

$$\alpha_v = x \cdot \left[\frac{0,75 \cdot \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 + 1,5 \cdot \left(\frac{1-x}{x}\right) + 1}{\left(\left(\frac{1-x}{x}\right) + 1\right)^2} \right]$$

$$\lambda_v = \frac{1}{\alpha_v}$$

(3.44)

$$\alpha_p = r \cdot \left[\frac{0,75 \cdot \left(\frac{1-r}{r}\right)^2 + 1,5 \cdot \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1}{\left(\left(\frac{1-r}{r}\right) + 1\right)^2} \right]$$

$$\gamma_p = r \cdot \left[\frac{1,5 \cdot \left(\frac{1-r}{r}\right)^2 + 3,0 \cdot \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1}{\left(\left(\frac{1-r}{r}\right) + 1\right)^2} \right]$$

$$\lambda_p = \frac{3 \cdot \alpha_p}{(4 \cdot \alpha_p^2 - \gamma_p^2)}$$

$$\eta_p = \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \cdot \lambda_p$$

(3.45)

onde:

$$x = \frac{(D - \frac{B}{2})}{D}$$

(3.46-a)

$$r = \left(\frac{H_1 - \overline{AV}}{H_1} \right)$$

(3.46-b)

Com as expressões (3.46-a) e (3.46-b), seguem

$$B = (1-x) \cdot 2D$$

(3.47-a)

$$\overline{AV} = (1-r) \cdot H_1$$

(3.47-b)

Desta maneira, a relação entre as rigidezes da viga e do pilar, escreve-se como:

$$\frac{K_v}{K_p} = \left(\frac{e_v}{e_p}\right) \cdot \left(\frac{1-r}{1-x}\right)^3 \cdot \left(\frac{H_1}{D}\right)^4 \cdot \frac{1}{8} \quad (3.48)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_v = \text{espessura da viga e } K_v = \frac{e_v \cdot \overline{AV}^3}{12 \cdot D} \\ e_p = \text{espessura do pilar e } K_p = \frac{e_p \cdot B^3}{12 \cdot H_1} \end{array} \right.$$

Fazendo:

$$\left. \begin{array}{l} M_1 = \frac{e_v}{e_p} \\ N_1 = \frac{H_1}{D} \end{array} \right\} \quad (3.49)$$

A expressão (2.45) transforma-se em:

$$\bar{\alpha}_p = \frac{(8 \cdot \lambda_p + 4 \cdot \eta_p)}{(8 \cdot \lambda_p + 4 \cdot \eta_p) + \left(\frac{3}{8}\right) \cdot M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{1-x}\right]^3 \cdot N_1^4 \cdot \lambda_v} \quad (3.50)$$

Substituindo as fórmulas (3.47-a) e (3.49) na expressão da rigidez do pilar, segue:

$$K_p = \frac{2 \cdot e_v \cdot H_1^2}{3 \cdot M_1} \cdot \left(\frac{1-x}{N_1}\right)^3 \quad (3.51)$$

Portanto, substituindo a expressão anterior na equação (2.48), tem-se:

$$S_f = \frac{4.E.e_v.H_1}{3.M_1} \cdot \left(\frac{1-x}{N_1}\right)^3 \cdot (4.\lambda_p + 2.\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \quad (3.52)$$

Finalmente, substituindo esta expressão na equação (2.107), tem-se na forma adimensional:

$$u_f \cdot \left(\frac{E.e_v}{P_f}\right) = \frac{3.M_1.C.\overline{NR}.Z.N_1^3}{4.(1-x)^3 \cdot (4.\lambda_p + 2.\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p)} \quad (3.53)$$

onde: $C = \frac{\overline{NAN}}{\overline{NR}} \quad (3.54)$

para: $\left\{ \begin{array}{l} \overline{NAN} = \text{Número qualquer de andares} \\ \overline{NR} = \text{Número referencial de andares} \end{array} \right.$

b) Determinação do deslocamento u_w como painel de pilares-paredes

Usando as fórmulas (2.15-a) e (2.15-b) e rearranjando com as expressões (3.47-a), (3.47-b) e (3.48), segue

$$\sqrt{\frac{S_g}{j_g}} = \sqrt{\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{e_v}{e_p}\right) \cdot \left[\frac{1-r}{x.(1-x)}\right]^3 \cdot \left(\frac{H_1}{D}\right)^4 \cdot \frac{1}{H_1}} \quad (3.55)$$

Usando as expressões de (3.49), a variável adimensional K da expressão (2.86), transforma-se em

$$K = A.C.\overline{NR} \quad (3.56)$$

onde:

$$A = \sqrt{\frac{3 \cdot M_1}{8} \left[\frac{1-r}{x \cdot (1-x)} \right]^3 \cdot N_1^4} \quad (3.57)$$

Tendo em conta que

$$\frac{P_w \cdot H^3}{j_g} = \frac{3 \cdot P_w \cdot M_1}{2 \cdot E \cdot e_v} \cdot \left(\frac{N_1 \cdot \overline{NAN}}{1-x} \right)^3 \quad (3.58)$$

Substituindo (3.56) e (3.58) na expressão (2.93), tem-se na forma adimensional:

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = \frac{3 \cdot M_1}{2} \cdot \left[\frac{N_1 \cdot C \cdot \overline{NR}}{(1-x) \cdot K} \right]^3 \cdot \left[\left(\frac{(e^{-2K} - 1) + (1 - e^{2K(Z-1)}) \cdot e^{-KZ}}{1 + e^{-2K}} \right) + KZ \right] \quad (3.59)$$

No topo (Z=1), a expressão anterior transforma-se em:

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = \frac{3 \cdot M_1}{2} \left[\frac{N_1 \cdot C \cdot \overline{NR}}{(1-x) \cdot K} \right]^3 \cdot \left[\left(\frac{e^{-2K} - 1}{1 + e^{-2K}} \right) + K \right] \quad (3.60)$$

3.8.2 - Painel com dois pilares unidos por vigas

a) Determinação do deslocamento u_f como painel de pilares de pórtico

Com a figura (3.10), as expressões de (25), (28) e (31) do APÊNDICE I, transformam-se em

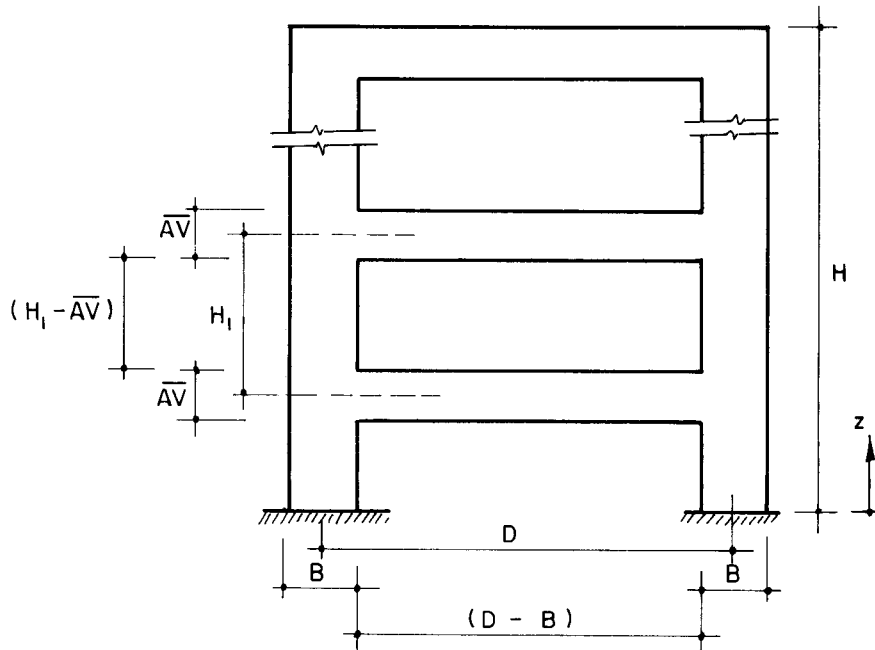


Fig. 3.10 - Painel com dois pilares unidos por vigas

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha'_v &= x' \cdot \left[\frac{0,75 \cdot \left(\frac{1-x'}{x'}\right)^2 + 1,5 \cdot \left(\frac{1-x'}{x'}\right) + 1}{\left(\left(\frac{1-x'}{x'}\right) + 1\right)^2} \right] \\
 \gamma'_v &= x' \cdot \left[\frac{1,5 \cdot \left(\frac{1-x'}{x'}\right)^2 + 3,0 \cdot \left(\frac{1-x'}{x'}\right) + 1}{\left(\left(\frac{1-x'}{x'}\right) + 1\right)^2} \right] \\
 \lambda'_v &= \frac{3 \cdot \alpha'_v}{(4 \cdot \alpha'_v{}^2 - \gamma'_v{}^2)} \\
 \eta'_v &= \frac{\gamma'_v}{\alpha'_v} \cdot \lambda'_v
 \end{aligned} \right\} (3.61)$$

onde:

$$x' = \frac{D-B}{D} \quad (3.62)$$

Com a expressão anterior tem-se agora que:

$$B = (1-x') \cdot D \quad (3.63)$$

Como os pilares são semelhantes aos do caso anterior (3.8.1), então continuam válidas as expressões (3.45), (3.46-b) e (3.47-b). Com isto, a relação de rigidezes entre vigas e pilares, escreve-se como:

$$\left(\frac{K_v}{K_p}\right) = M_1 \cdot \left(\frac{1-r}{1-x'}\right)^3 \cdot N_1^4 \quad (3.64)$$

onde M_1 e N_1 são as mesmas variáveis adimensionais da equação (3.49).

Desta maneira a expressão (2.52), transforma-se em

$$\bar{\alpha}_p = \frac{(8 \cdot \lambda_p + 4 \cdot \eta_p)}{(8 \cdot \lambda_p + 4 \cdot \eta_p) + M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{1-x'}\right]^3 \cdot N_1^4 \cdot (4 \cdot \lambda_v' + 2 \cdot \eta_v')} \quad (3.65)$$

Substituindo as fórmulas (3.49) e (3.63) na expressão da rigidez do pilar, segue

$$K_p = \frac{e_v \cdot H_1^2}{12 \cdot M_1} \cdot \left(\frac{1-x'}{N_1}\right)^3 \quad (3.66)$$

e assim com esta expressão substituída em (2.56), obtém-se

$$S_f = \frac{E \cdot e_v \cdot H_1}{3 \cdot M_1} \cdot \left(\frac{1-x'}{N_1}\right)^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p) \quad (3.67)$$

Levando agora a expressão anterior em (2.107),
tem-se na forma adimensional:

$$u_f \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_f} \right) = \frac{3 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot Z \cdot N_1^3}{(1-x')^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p)} \quad (3.68)$$

onde C é dado pela expressão (3.54).

b) Determinação do deslocamento u_w como painel de pilares-
-paredes

Usando as fórmulas de (2.24), junto com as expres-
sões (3.47-b), (3.63) e (3.64), segue

$$\sqrt{\frac{S_g}{j_g}} = \sqrt{6 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{x' \cdot (1-x')} \right]^3 \cdot N_1^4 \cdot \frac{1}{H_1}} \quad (3.69)$$

Fazendo

$$A = \sqrt{6 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{x' \cdot (1-x')} \right]^3 \cdot N_1^4} \quad (3.70)$$

Com as expressões (3.69), (3.70), a variável adi-
mensional K da expressão (2.86), transforma-se em

$$K = A \cdot C \cdot \overline{NR} \quad (3.71)$$

Para:

$$\frac{P_w \cdot H^3}{j_g} = \frac{6 \cdot P_w \cdot M_1}{E \cdot e_v} \cdot \left(\frac{N_1 \cdot \overline{NAN}}{1-x'} \right)^3 \quad (3.72)$$

Substituindo (3.71) e (3.72) na expressão (2.93) calculada no topo ($Z=1$), tem-se na forma adimensional:

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = 6 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{N_1 \cdot C \cdot \overline{NR}}{(1-x') \cdot K} \right]^3 \cdot \left[\frac{e^{-2K} - 1}{1 + e^{-2K}} + K \right] \quad (3.73)$$

3.8.3 - Painel com três pilares unidos por vigas

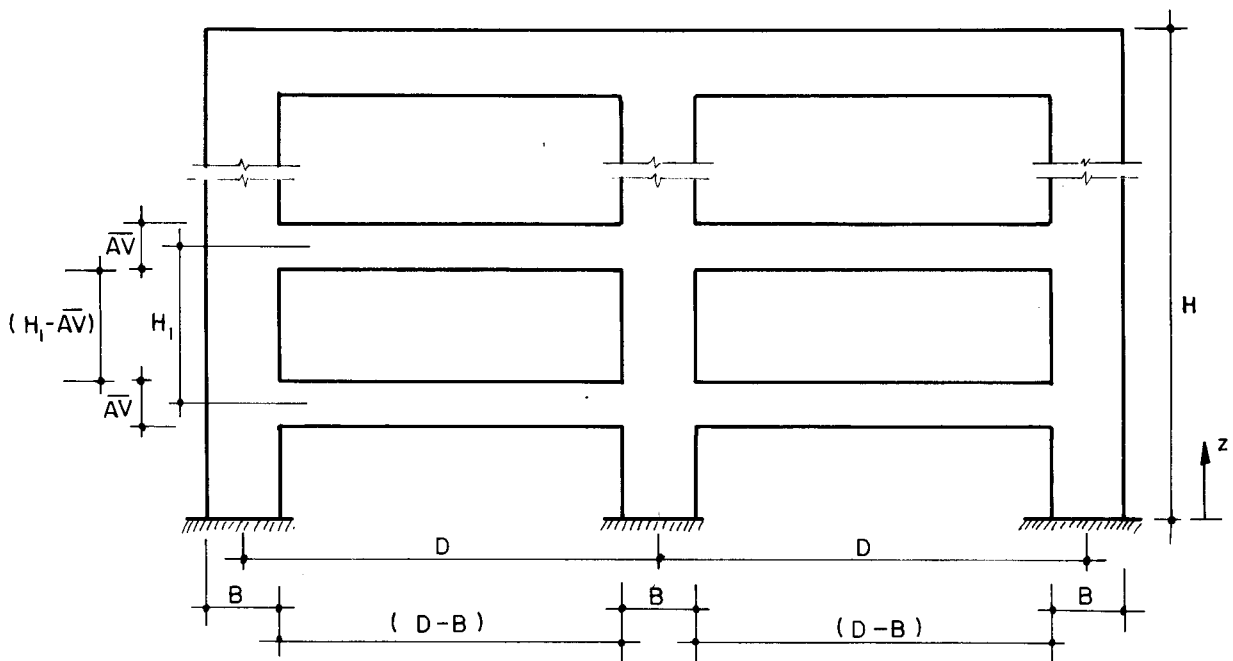


Fig. 3.11 - Painel com três pilares unidos por vigas

a) Determinação do deslocamento u_f como painel de pilares de pórtico

Para a figura (3.11), valem as expressões (3.45), (3.46-b), (3.47-b), (3.61), (3.62) e (3.63) dos casos (3.8.1) e (3.8.2), respectivamente.

Com isto, as expressões (2.68), (2.69) e (2.70) transformam-se em:

$$\left. \begin{aligned}
 \overline{AF}_1 &= \frac{(4\lambda_p + 2\eta_p)}{M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{1-x'} \right]^3 \cdot N_1^4} \\
 \bar{\alpha}_p &= \frac{\overline{AF}_1 \cdot (\eta_v' - 4\lambda_v' - \overline{AF}_1)}{2 \cdot \eta_v'^2 - 8 \cdot \lambda_v'^2 - \overline{AF}_1 \cdot (6 \cdot \lambda_v' + \overline{AF}_1)} \\
 \bar{\beta}_p &= \frac{\overline{AF}_1 - (2\lambda_v' + \overline{AF}_1) \cdot \bar{\alpha}_p}{\eta_v'}
 \end{aligned} \right\} (3.74)$$

Substituindo a expressão (3.66) por ser válida neste caso, na expressão (2.77), tem-se:

$$S_f = \frac{E \cdot e_v \cdot H_1}{6 \cdot M_1} \cdot \left(\frac{1-x'}{N_1} \right)^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot \left[2 \cdot (1-\bar{\alpha}_p) + (1-\bar{\beta}_p) \right] \quad (3.75)$$

Com a expressão anterior em (2.107), tem-se na forma adimensional

$$u_f \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_f} \right) = \frac{6 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot Z \cdot N_1^3}{(1-x')^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot \left[2 \cdot (1-\bar{\alpha}_p) + (1-\bar{\beta}_p) \right]} \quad (3.76)$$

b) Determinação do deslocamento u_w como painel de pilares-paredes

Usando as fórmulas (2.36), (3.47-b) e (3.63), acha-se:

$$\sqrt{\frac{S_g}{j_g}} = \sqrt{8 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{x'(1-x')} \right]^3 \cdot N_1^4 \cdot \frac{1}{H_1}} \quad (3.77)$$

Fazendo:

$$A = \sqrt{8 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{1-r}{x' \cdot (1-x')} \right]^3 \cdot N_1^4} \quad (3.78)$$

Com as expressões (3.77) e (3.78), a variável adimensional K , da expressão (2.86) transforma-se em

$$K = A \cdot C \cdot \overline{NR} \quad (3.79)$$

Para:

$$\frac{P_w \cdot H^3}{j_g} = \frac{4 \cdot P_w \cdot M_1}{E \cdot e_v} \cdot \left(\frac{N_1 \cdot \overline{NAN}}{1-x'} \right)^3 \quad (3.80)$$

Substituindo (3.79) e (3.80) na expressão (2.93) calculada no topo ($Z=1,0$), tem-se na forma adimensional):

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = 4 \cdot M_1 \cdot \left[\frac{N_1 \cdot C \cdot \overline{NR}}{(1-x') \cdot K} \right]^3 \cdot \left[\left(\frac{e^{-2K}-1}{1+e^{-2K}} \right) + K \right] \quad (3.81)$$

De forma análoga ao que foi feito nas análises anteriores, apresenta-se a seguir um programa para computador para cálculo adimensional que varia a relação entre parâmetros B/D para cada relação entre parâmetros H_1/\overline{AV} .

No cartão de dados para este programa, deve-se especificar primeiramente o número de pilares do painel que vai ser analisado, no formato (I2).

Além disto, neste mesmo cartão é necessário entrar com duas variáveis dimensionais, cuja definição, ordem e formato é a seguinte:

C é a relação entre número de andares do painel (\overline{NAN}) e o número referencial de andares ($\overline{NR}=10$); com formato (F6.4).

N_1 é a relação entre altura dos andares H_1 e o comprimento das vigas D ; com formato (F6.4).

3.8.4 - Exemplo numérico e aplicações

Como exemplo da determinação das relações $\frac{B}{D}$ limites para cada relação $\frac{H_1}{AV}$, analisaram-se, painéis com 10 andares e vigas cujo comprimento é o dobro da altura dos andares. Desta forma, os valores adimensionais, impressos na saída do programa N° 7, permitem o levantamento de gráficos, cujas curvas determinam, se os elementos verticais dos respectivos painéis são "PILARES-PAREDES" ou "PILARES DE PÓRTICO".

Com finalidade apenas ilustrativa, mostram-se os valores numéricos resultantes em painéis de dois pilares.

Para proporcionar maior clareza e entendimento, apresentam-se também no final desta PARTE 3, os gráficos adimensionais obtidos em painéis com 10, 15 e 20 andares e valores de $N_1 = \left(\frac{H_1}{D}\right)$ variando entre 0,5; 0,75; 1,00; 1,50 e 2,00.

Para mostrar a aplicação dos gráficos suponha-se um painel cujas dimensões de ante-projeto são:

\overline{NAN}	= 10 andares	= Número de andares
H_1	= 3,5m	= Altura dos andares
\overline{AV}	= 0,50m	= Altura das vigas
D	= 7,0m	= Comprimento das vigas
B	= 0,80m	= Largura dos pilares

Pede-se:

Determinar se os elementos verticais são pilares-paredes ou pilares de pórtico em painéis de um, dois e três pilares.

Solução:

$$C = \frac{\overline{NAN}}{10} = 1,0$$

$$N_1 = \frac{H_1}{D} = 0,5$$

$$\frac{H_1}{AV} = 7$$

Desta forma entra-se em tais gráficos com o valor de $\frac{H_1}{AV}$ calculado e encontra-se:

a) Em painel com um único pilar

$$\frac{B}{D} = 0,085 \rightarrow B(\text{LIMITE}) = (0,085 \cdot 7,0) = 0,60\text{m}$$

Como B foi inicialmente fixado em 0,80m, conclui-se que os elementos verticais trabalham como pilares-paredes.

b) Em painel com dois pilares

$$\frac{B}{D} = 0,115 \rightarrow B(\text{LIMITE}) = 0,805\text{m}$$

Assim, os elementos verticais podem ser considerados como pilares-paredes ou como pilares de pórtico.

c) Em painel com três pilares

$$\frac{B}{D} = 0,1275 \rightarrow B(\text{LÍMITE}) = 0,90\text{m}$$

Desta maneira os elementos verticais comportam-se como pilares de pórtico.

Portanto, com o uso destes gráficos, uma simples mudança nos parâmetros geométricos no pré-dimensionamento dos painéis, poderá alterar completamente o comportamento estático dos mesmos, ou seja, painéis de pilares de pórtico poderão mudar para painéis de pilares-paredes ou vice-versa. Por exemplo mudando-se a altura de viga para 0,70m, o elemento vertical no painel de um pilar, anteriormente analisado, passará a ser pilar de pórtico.

Da mesma forma, alterando-se a largura B, para 1,0m, os elementos verticais no painel de três pilares passarão a ser considerados pilares-paredes..

Note-se assim, que a utilização destes gráficos representa uma ferramenta de grande importância na análise estrutural e cujo uso é bastante prático.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 7

FILE CABE5 FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT6404+ SL0306

```

50 CALL RIG1(I,H,NR,C,N,B1,AR2,V,F,KR,TW)
   GO TO 80
60 CALL RIG2(NC,I,M,NR,C,R,B1,AR2,V,F,KR,TW)
60 L1=2*KR
   IF(I-1-ARGU)23,23,21
21 C=0.C
   GO TO 35
23 C=EXP(-E1)
C
C     VALEZ ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TOPO NO PAINEL-PAREDE
C
35 W(1)=TW*((G-1)/(1+G))+KR)
   D(1)=F(1)-W(1)
   XW(1)=D(1)/W(1)
   YF(1)=D(1)/F(1)
   IF(I-3)25,26,26
25 K=1-1
   L=I-2
   IF(XW(K).LT.XW(L).AND.XW(K).LT.XW(I))GO TO 30
25 CONTINUE
30 RBD=V(K)
   ADUF=F(K)
   ADOW=W(K)
   DU=C(K)
   PADUW=XW(K)
   PADUF=YF(K)
   WRITE(3,105)K,RBD,ADUF,ADOW,DU,PADUW,PADUF
105 FORMAT(1X,/,12X,12,4X,F7.4,3X,E14.7,7X,E14.7,5X,E14.7,5X,F14.7,3X
   *,E14.7)
200 CONTINUE
   CALL LXIT
   END

```

```

C
C     SUBROTINA PARA CALCULO DA RIGIDEZ
C     EM PAINEL DE UM PILAR
C
SUBROUTINE RIG1(NM,MS,NS,CS,NY,B9,AR9,VX,FZ,KS,LS)
REAL MS,NY,KS,LV
DIMENSION VX(100),FZ(100)
PR1=NM/200.
VX(NM)=2*(PR1/(1+PR1))
PR2=1/(1+PR1)
ALV=PR2*(1/(1+PR1)**2))
LV=1/ALV
B2=(3*MS*((1-AR9)/(1-PR2))**3)*(NY**4))/6
B3=B2*LV
B4=(2*B9)+B3
APT=(2*B9)/B4
PF1=3*CS*NS*MS*(NY**3)
KF1=4*((1-PR2)**3)*B9*(1-APT)

```

FILE CAGE5 FERTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT8404+ SL0306

C
C VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TCPC PARA PAINEL-PORTICO
C DE UM PILAR
C

FZ(NM)=(PF1/RF1)
A=SQRT(B2/(PR2**3))
KS=A*CS**NS
AT=3*MS*((NY*CS**NS)**3)
XT=2*((1-PR2)*KS)**3
TS=AT/XT
RETURN
END

C
C SUBROTINA PARA CALCULO DAS RIGIDEZES
C EM PAINELIS DE DOIS OU TRES PILARES
C

SUBROUTINE RIG2(NM, NM, PS, NS, CS, NY, ES, AR9, VX, FZ, KS, TS)
REAL MS, NY, KS, LV, NV
DIMENSION VX(100), FZ(100)
PR1=NM/100.
VX(NM)=PR1/(1+PR1)
PR2=1/(1+PR1)
CF=(1+PR1)**2
CP1=C.75*(PR1**2)+(1.5*PR1)+1
CP2=1.50*(PR1**2)+(3.0*PR1)+1
ALV=PR2*(CP1/CF)
FV=PR2*(CP2/CF)
LV=(3*ALV)/(4*(ALV**2)-(FV**2))
NV=(FV*LV)/ALV
B2=MS*((1-AR9)/(1-PR2)**3)*(NY**4)
IF(NM.EQ.2)GO TO 150
IF(NM.EQ.3)GO TO 190
150 B3=B2*((4*LV)+(2*NV))
B4=(2*B3)+B2
APT=(2*B3)/B4
PF1=3*CS**NS*MS*(NY**3)
RF1=((1-PR2)**3)*B3*(1-APT)

C
C VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TCPC PARA
C PAINEL PORTICO DE DOIS PILARES
C

FZ(NM)=PF1/RF1
A=SQRT((6*B2)/(PR2**3))
KS=A*CS**NS
AT=6*MS*((NY*CS**NS)**3)
XT=((1-PR2)*KS)**3
TS=AT/XT
CC TC 500
150 AF1=B3/B2
A1=AF1*((2*LV)+NV)
A2=AF1*((6*LV)+AF1)
A3=AF1*(NV-(4*LV)-A1)
R1=(2*(NV**2))-(3*(LV**2))-A1
R2=R1+A1-A2
APT=A3/R2

HILL CABES FORTKAM A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUTS404+ 3L0306

```
UMAPT=R1/R2
T1=NV-AP1+(((2*LV)+AP1)*APT)
UMBPT=T1/NV
PF1=C*CS*NS*MS*(NY**3)
RF1=(((1-PR2)**3)*B9*((2*UMAPT)+UMBPT))
```

```
C
C VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TOPO PARA
C PAINEL FORTICO DE TRES PILARES
C
```

```
FZ(NV)=PF1/RF1
A=SQRT((J*B2)/(PR2**3))
KS=A*CS*NS
AT=4*MS*((NY*CS*NS)**3)
XT=(((1-PR2)*KS)**3)
TS=AT/XT
```

```
500 RETURN
END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA NO.7

PAINEL DE 2 PILAR(ES)

COEFICIENTES ADIMENSIONAIS DADOS

NO. QUALQUER DE ANDARES VS NO. REFERENCIAL DE ANDARES ALTURA DO ANDAR VS COMPRIMENTO DA VIGA
C=1.0000 N=0.5000

		J= 1		RH1AV= 21.00			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
4	0.0385	0.1741564E+06	0.1462627E+06	0.2789369E+05	0.1907095E+00	0.1601645E+00	
		J= 2		RH1AV= 11.00			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
8	0.0741	0.2228768E+05	0.1887072E+05	0.3416965E+04	0.1810723E+00	0.1533118E+00	
		J= 3		RH1AV= 7.67			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
12	0.1371	0.6749246E+04	0.5757066E+04	0.9921797E+03	0.1723412E+00	0.1470060E+00	
		J= 4		RH1AV= 6.00			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
15	0.1304	0.3003504E+04	0.2580079E+04	0.4234250E+03	0.1541132E+00	0.1409770E+00	
		J= 5		RH1AV= 5.00			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
19	0.1597	0.1502176E+04	0.1350430E+04	0.2117461E+03	0.1557490E+00	0.1355456E+00	

J= 6 RH1AV= 4.33

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
23	0.1370	0.9180686E+03	0.7981885E+03	0.1198801E+03	0.1501902E+00	0.1305786E+00

J= 7 RH1AV= 3.86

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
27	0.2126	0.5867361E+03	0.5128254E+03	0.7391064E+02	0.1441243E+00	0.1759691E+00

J= 8 RH1AV= 3.50

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
31	0.2366	0.3986284E+03	0.3501230E+03	0.4850537E+02	0.1385381E+00	0.1316306E+00

J= 9 RH1AV= 3.22

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
34	0.2537	0.2906401E+03	0.2564468E+03	0.3419336E+02	0.1333251E+00	0.1176484E+00

J=10 RH1AV= 3.00

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
38	0.2754	0.2143459E+03	0.1899345E+03	0.2441133E+02	0.1285249E+00	0.1138875E+00

J=11		RH1AV= 2.82			
K	R30	ADUF	ADUW	DU	PADUF
42	0.2956	0.1628285E+03	0.1448598E+03	0.1796904E+02	0.1240444E+00
					0.1103554E+00
J=12		RH1AV= 2.67			
K	R30	ADUF	ADUW	DU	PADUF
46	0.3151	0.1267449E+03	0.1131778E+03	0.1356709E+02	0.1198741E+00
					0.1070425E+00
J=13		RH1AV= 2.54			
K	R30	ADUF	ADUW	DU	PADUF
50	0.3333	0.1006890E+03	0.9222609E+02	0.1046292E+02	0.1159633E+00
					0.1039132E+00
J=14		RH1AV= 2.43			
K	R30	ADUF	ADUW	DJ	PADUF
54	0.3506	0.8136773E+02	0.7317010E+02	0.8217521E+01	0.1123084E+00
					0.1009688E+00
J=15		RH1AV= 2.33			
K	R30	ADUF	ADUW	DJ	PADUF
59	0.3711	0.6549024E+02	0.5906003E+02	0.6430313E+01	0.1083775E+00
					0.9813715E-01

		J=16		RH1AV= 2.25			
K	RBD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
63	0.3365	0.5446007E+02	0.4925621E+02	0.5203857E+01	0.1055488E+00	0.955535E-01	
		J=17		RH1AV= 2.18			
K	RBD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
67	0.4012	0.4580177E+02	0.4153979E+02	0.4261978E+01	0.1025999E+00	0.9205269E-01	
		J=18		RH1AV= 2.11			
K	RBD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
73	0.4220	0.3755632E+02	0.3415059E+02	0.3405731E+01	0.9972686E-01	0.9068328E-01	
		J=19		RH1AV= 2.05			
K	RBD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
79	0.4413	0.3113670E+02	0.2838509E+02	0.2753616E+01	0.9700924E-01	0.8043064E-01	
		J=20		RH1AV= 2.00			
K	RBD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
88	0.4581	0.2484131E+02	0.2269778E+02	0.2143524E+01	0.9443754E-01	0.8028869E-01	

GRÁFICOS DOS ADIMENSIONAIS LIMITES
SEM CONSIDERAR A DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES

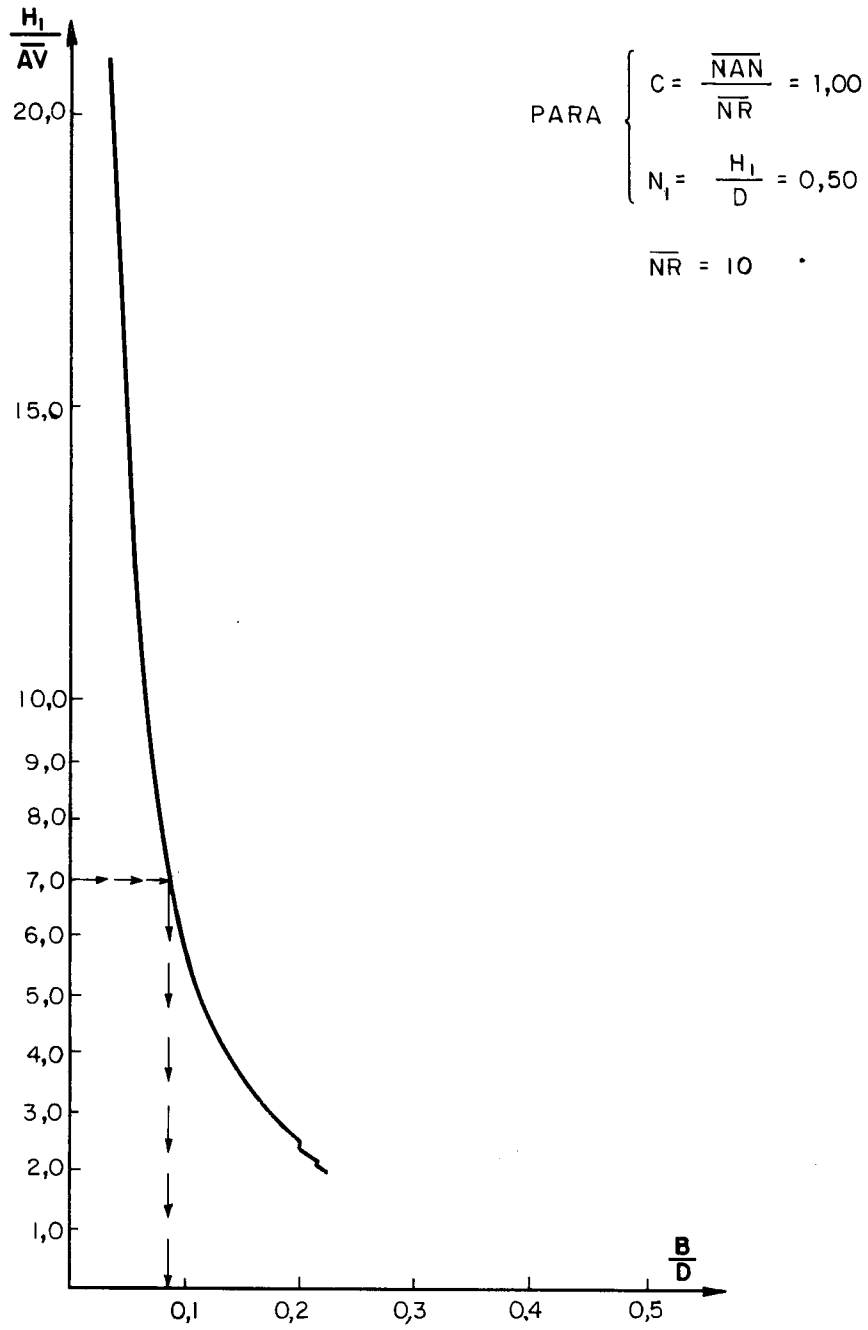


Fig. 3.12 - Painéis com um único pilar

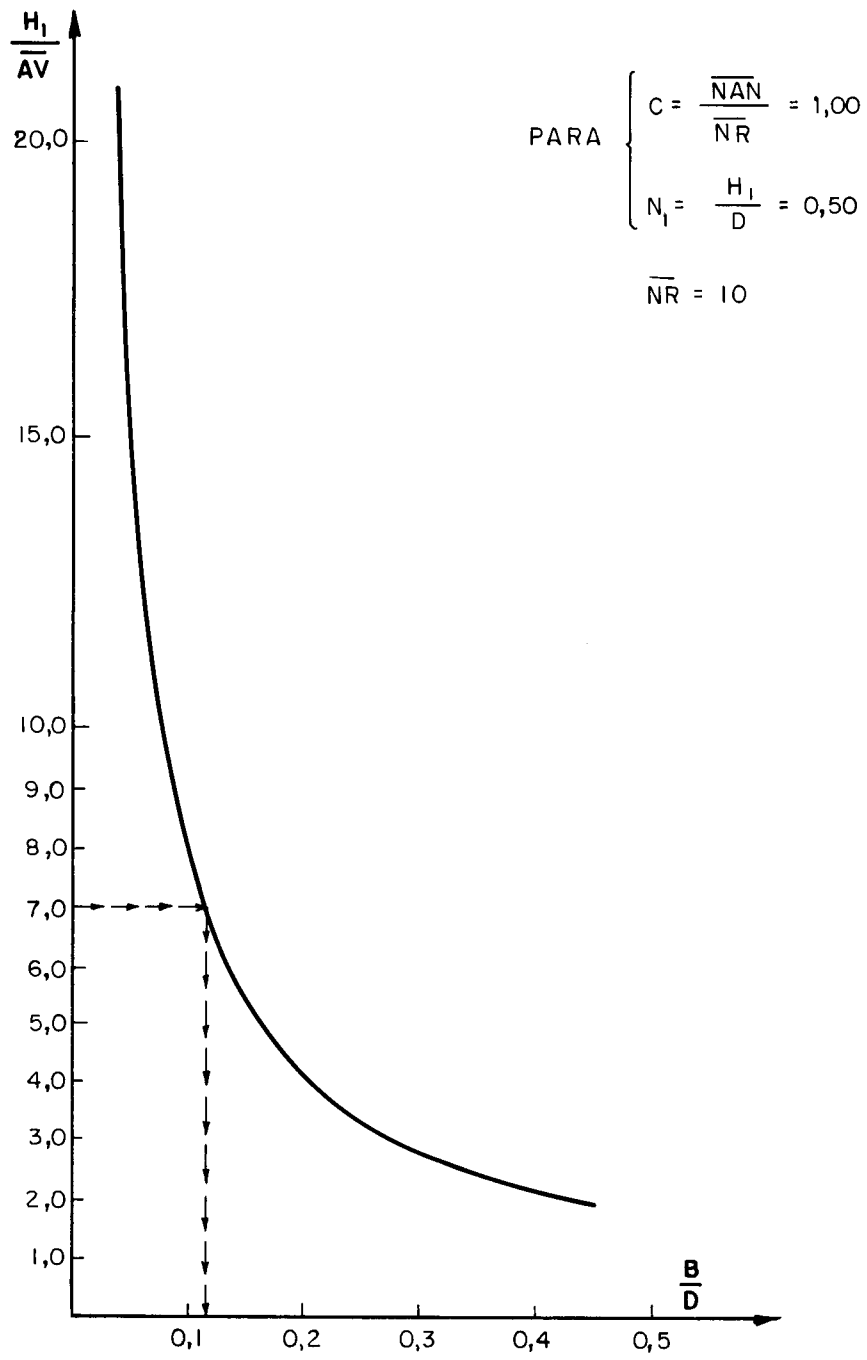


Fig. 3.13 - Painéis com dois pilares

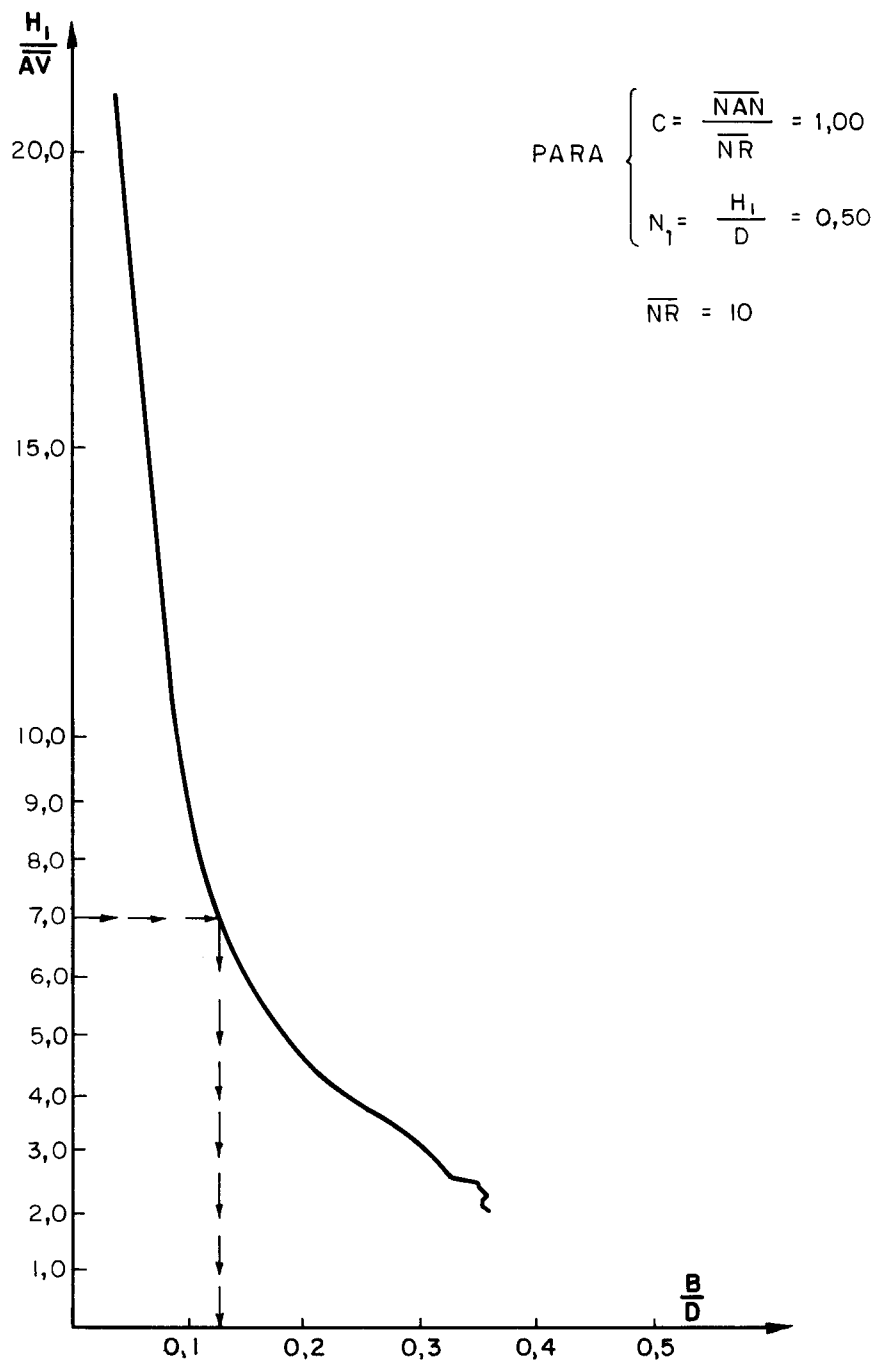


Fig. 3.14 - Painéis com três pilares

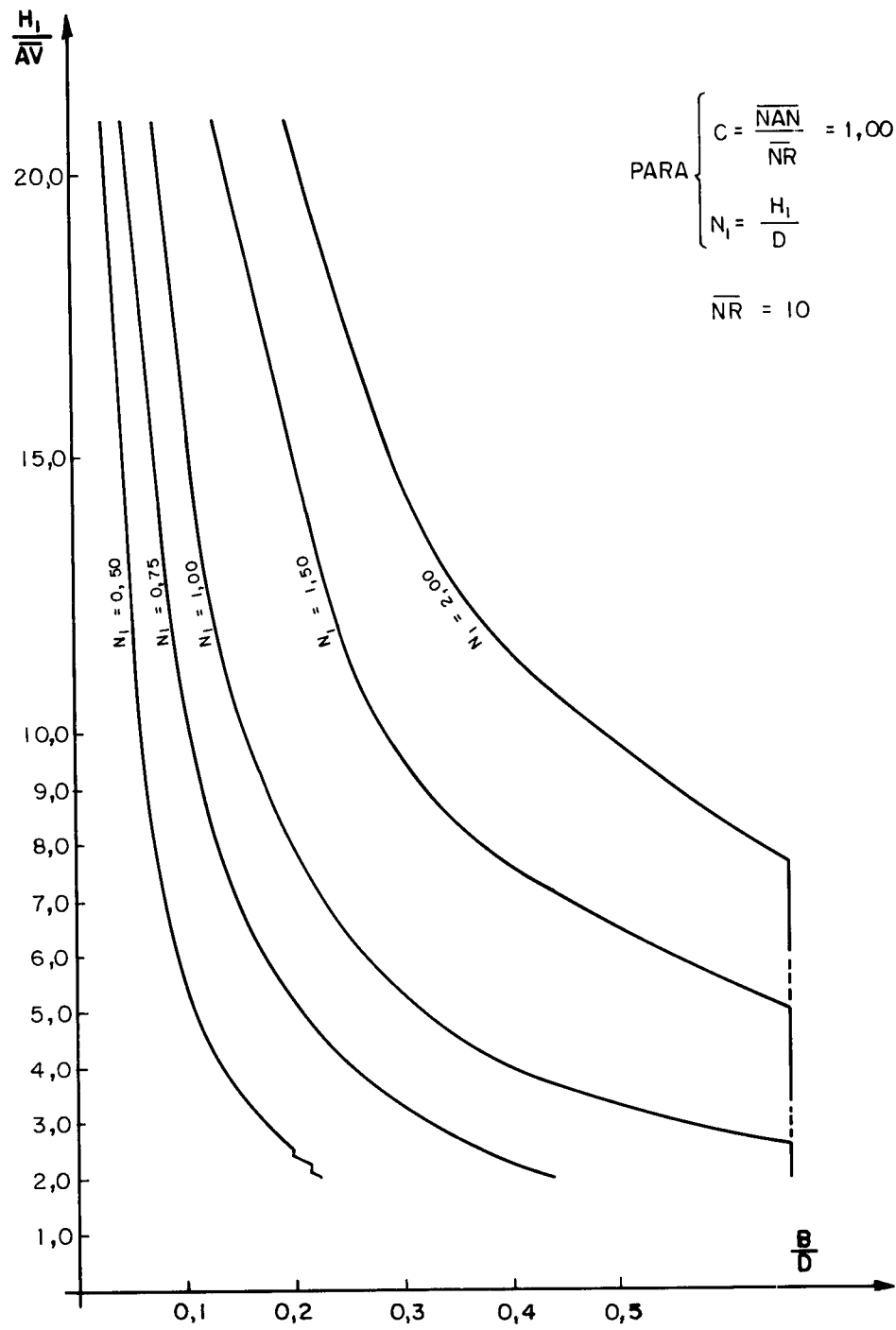


Fig. 3.15 - Painéis com um único pilar

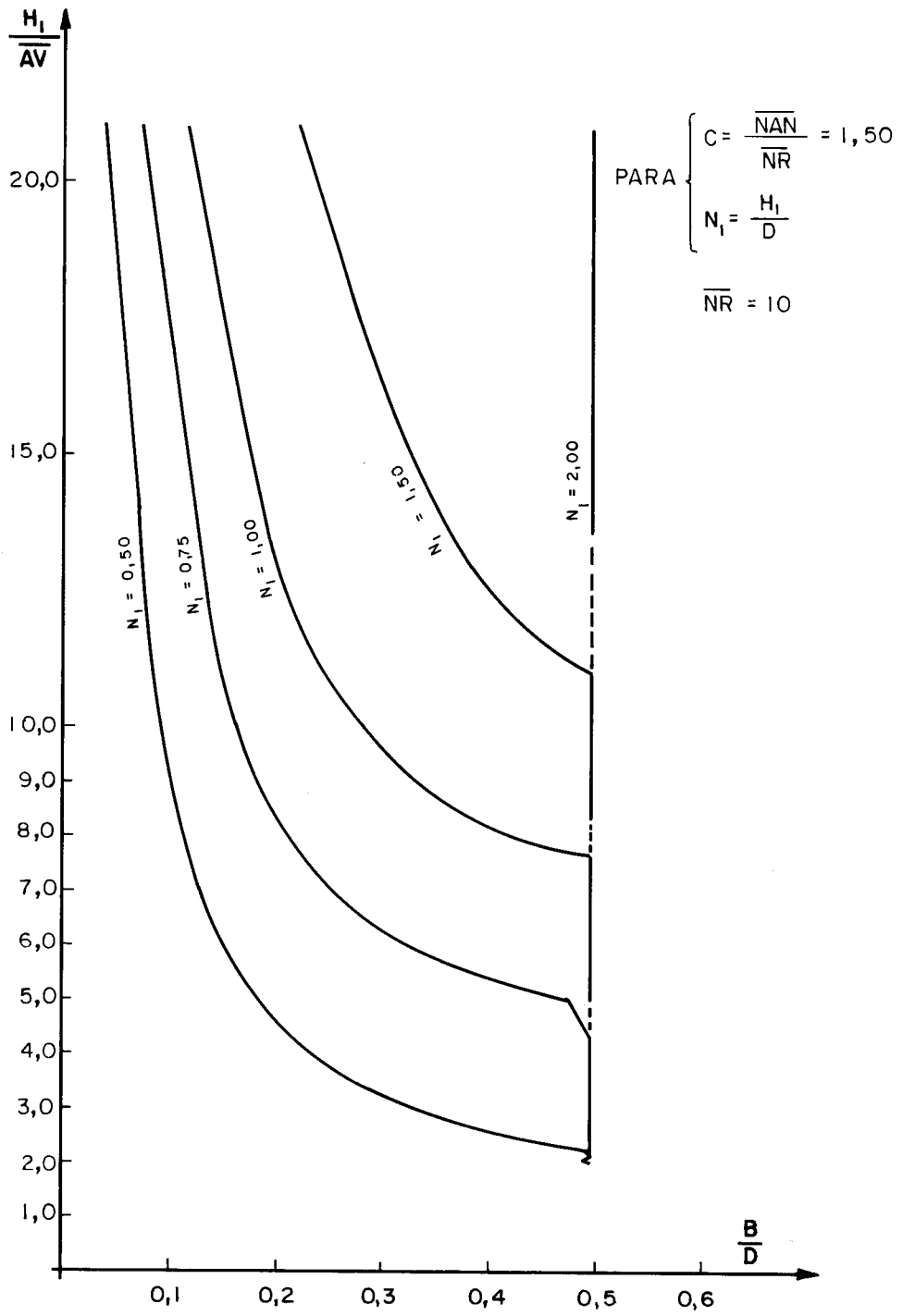


Fig. 3.16 - Painéis com dois pilares

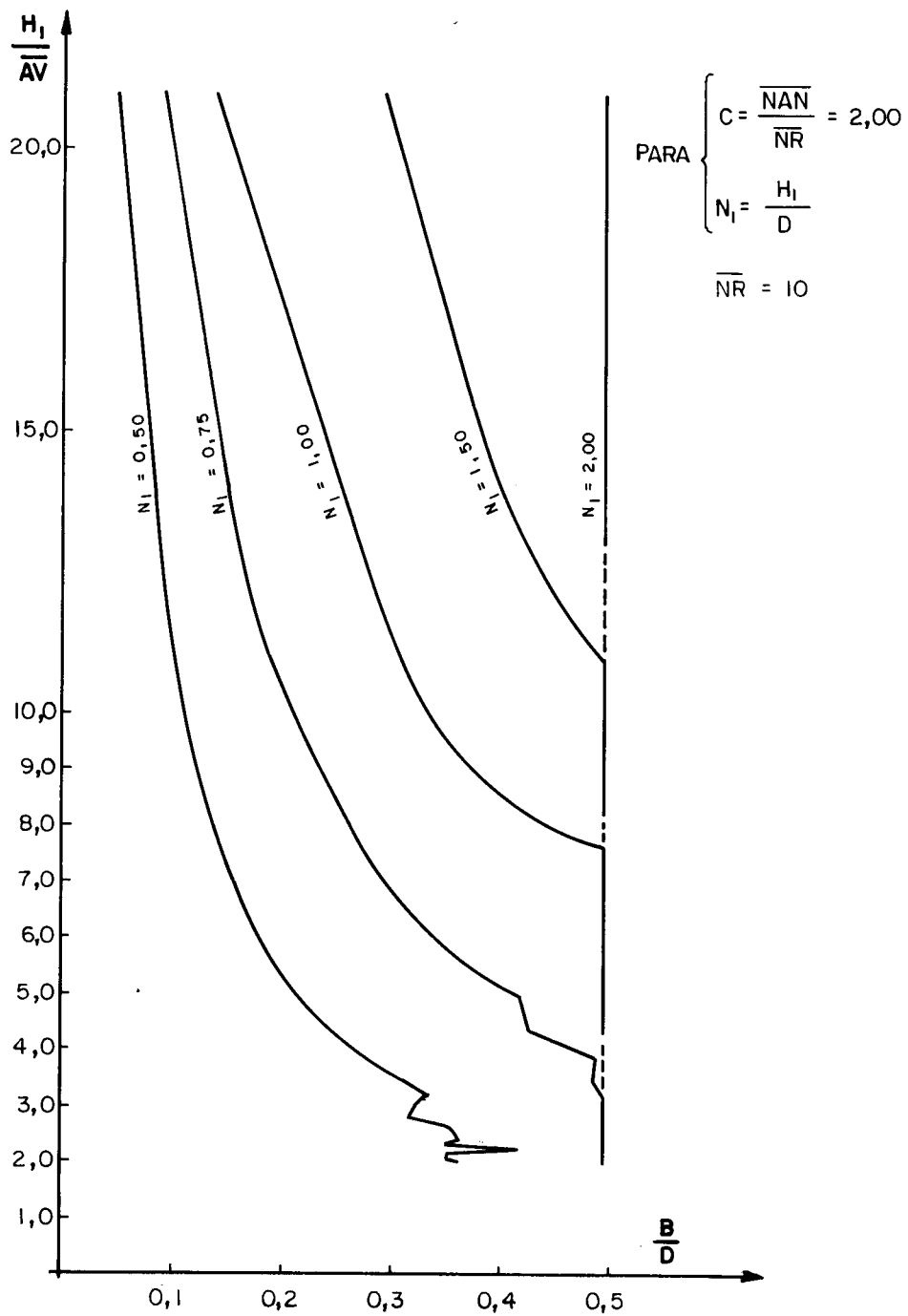


Fig. 3.17 - Painéis com três pilares

4. COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE PAINÉIS PLANOS CONSIDERANDO A DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES

4.1 - Introdução

Consideram-se novamente, os painéis de pilares de pórtico e os painéis de pilares-paredes, analisados anteriormente, tendo-se agora como objetivo, avaliar a influência das deformações dos pilares por força normal.

4.2 - Painéis com pilares de pórtico

4.2.1 - Painel com um pilar de pórtico e vigas simplesmente apoiadas na outra extremidade

Utilizando-se o pórtico da figura (4.1) e levando em conta as deformações do pilar por força normal, o deslocamento total do andar genérico do pórtico é composto agora, pela distorção do andar devido à flexão do pilar e viga acrescida da deformação causada pelo deslocamento axial V_A do pilar, conforme BATHAUS (2)

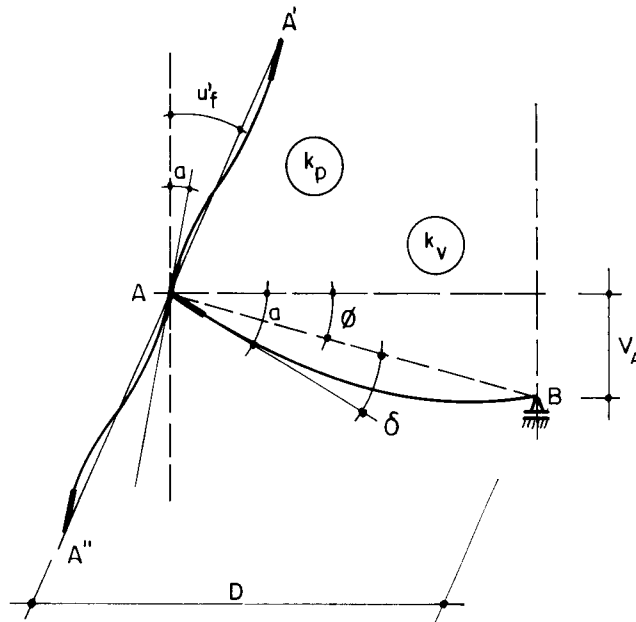


Fig. 4.1 - Deformação do andar genérico

$$\text{onde: } \left. \begin{aligned} \delta &= a - \phi \\ \phi &= \frac{V_A}{D} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Considerando-se as expressões dos itens A e B do APÊNDICE I, os momentos aplicados pelas barras ao nó A (positivos no sentido horário) são agora:

$$\left. \begin{aligned} M_{A-A'} &= E.K_p.(4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (u_f' - a) \\ M_{A-A''} &= M_{A-A'} \\ M_{A-B} &= 3.E.K_v.\lambda_v.\delta \\ &= 3.E.K_v.\lambda_v.\left(a - \frac{V_A}{D}\right) \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

onde a notação utilizada é já definida ao longo deste trabalho.

Pelo equilíbrio do nó A, segue:

$$2.K_p.(4\lambda_p + 2\eta_p)u_f' - \left[2.K_p.(4\lambda_p + 2\eta_p) + 3K_v.\lambda_v\right].a + 3.K_v.\lambda_v.\left(\frac{V_A}{D}\right) = 0 \quad (4.3)$$

A partir da equação de equilíbrio anterior, encontra-se:

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u_f' + \bar{\beta}_v \cdot \left(\frac{V_A}{D}\right) \quad (4.4-a)$$

onde:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_p &= \frac{K_p \cdot (8\lambda_p + 4\eta_p)}{K_p \cdot (8\lambda_p + 4\eta_p) + 3K_v \lambda_v} \\ \bar{\beta}_v &= \frac{3K_v \lambda_v}{K_p \cdot (8\lambda_p + 4\eta_p) + 3K_v \lambda_v} \end{aligned} \right\} \quad (4.4-b)$$

Substituindo a expressão (4.4-a) em (4.2), segue

$$M_{A-A'} = E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \left[(1 - \bar{\alpha}_p) \cdot u_f' - \bar{\beta}_v \cdot \left(\frac{V_A}{D}\right) \right] \quad (4.5-a)$$

onde:

$$(1 - \bar{\alpha}_p) = \bar{\beta}_v \quad (4.5-b)$$

Substituindo a expressão anterior em (4.5-a), tem-se

$$M_{A-A'} = E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \left[u_f' - \left(\frac{V_A}{D}\right) \right] \cdot \bar{\beta}_v \quad (4.5-c)$$

Analogamente, acha-se

$$M_{A-B} = 3 \cdot E \cdot K_v \cdot \lambda_v \cdot \left[u_f' - \left(\frac{V_A}{D}\right) \right] \cdot \bar{\alpha}_p \quad (4.6)$$

Conforme a hipótese de se ter pontos de momento nulo à meia altura dos pilares, a força cortante Q no pórtico, ao nível do andar, tem por expressão:

$$Q = \frac{2 \cdot M_{A-A'}}{H_1} \quad (4.7)$$

Substituindo a expressão (4.5-c) em (4.7), segue:

$$Q = F_1 \cdot u_f' - R_1 \cdot V_A \quad (4.8)$$

onde:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{2 \cdot E \cdot K_P}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot \frac{\bar{\beta}_v}{D} \\ F_1 &= R_1 \cdot D \end{aligned} \right\} \quad (4.8-a)$$

Observe-se que F_1 na expressão anterior é o próprio S_f da equação (2.48).

Admitindo a força cortante nas vigas horizontais concentrada ao nível dos andares, distribuída ao longo da altura do pórtico, segue

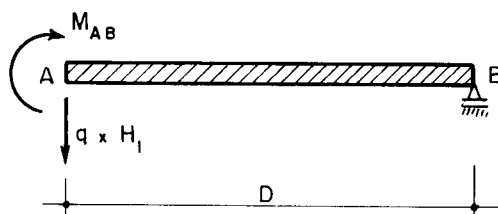


Fig. 4.2 - Convenção de esforços positivos nas vigas

Com os esforços positivos da figura (4.2), tem-se:

$$q = \frac{M_{AB}}{H_1 \cdot D} \quad (4.9)$$

Substituindo a equação (4.6) em (4.9), tem-se:

$$q = \frac{3.E.K_v \cdot \lambda_v}{H_1 \cdot D} \cdot \left[u_f' - \left(\frac{V_A}{D} \right) \right] \cdot \bar{\alpha}_p \quad (4.9-a)$$

Fazendo

$$d_1 = \frac{3.E.K_v \cdot \lambda_v}{H_1 \cdot D} \cdot \frac{\bar{\alpha}_p}{D} \quad (4.9-b)$$

Substituindo na equação anterior a expressão de $\bar{\alpha}_p$ dada por (4.4-b) segue

$$d_1 = \frac{2.E.K_p (4\lambda_p + 2\eta_p)}{H_1 \cdot D} \cdot \frac{\bar{\beta}_v}{D} \quad (4.9-c)$$

e pondo

$$C_1 = d_1 \cdot D$$

a equação (4.9-a) fica

$$q = C_1 \cdot u_f' - d_1 \cdot V_A \quad (4.10)$$

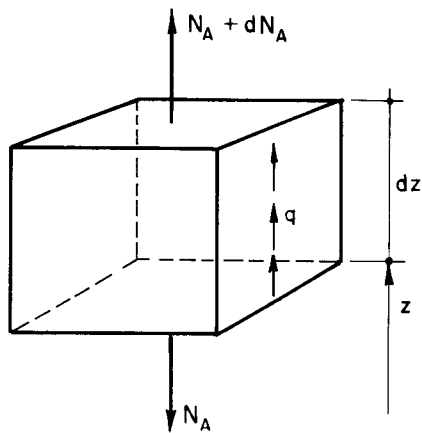


Fig. 4.3 - Elemento genérico do pilar A

Pelo equilíbrio do elemento genérico da figura anterior ao esforço normal:

$$\frac{dN_A}{dz} = - q \quad (4.11)$$

Pela Lei de Hooke, pode-se expressar a deformação do pilar devida à força normal, como:

$$v'_A = \frac{dV_A}{dz} = \frac{N_A}{E \cdot S_A} \quad (4.12)$$

Pela equação anterior segue

$$N_A = E \cdot S_A \cdot v'_A \quad (4.12-a)$$

Derivando esta equação e substituindo-a em (4.11) resulta

$$E \cdot S_A \cdot v''_A = - q \quad (4.13)$$

onde $S_A = e_p \cdot B \quad (4.13-a)$

é a área do pilar.

Repete-se a seguir, para maior clareza, o conjunto de equações que resolve o problema

$$Q = F_1 \cdot u'_f - R_1 \cdot V_A \quad (4.8)$$

$$q = C_1 \cdot u'_f - d_1 \cdot V_A \quad (4.10)$$

$$E \cdot S_A \cdot v''_A = - q \quad (4.13)$$

Nestas expressões, observa-se que para obter a força cortante no painel, além dos deslocamentos horizontais no plano do mesmo é necessário considerarem-se também os deslocamentos axiais dos pilares, cuja importância aumenta com a altura do painel, conforme MANCINI (6).

As condições de contorno para o conjunto de equações são

a) No painel

$$u_f(z=0) = 0 \quad (\text{o deslocamento horizontal na base é nulo})$$

b) Nos pilares

$$b.1) V_A(z=0) = 0$$

$$b.2) N_A(z=H) = ES_A \cdot V'_A(z=H) = 0$$

Da expressão (4.8), segue:

$$u'_f = \frac{Q}{F_1} + \frac{R_1}{F_1} \cdot V_A \quad (4.14)$$

Substituindo esta expressão em (4.10) e a expressão resultante em (4.13) vem

$$E \cdot S_A \cdot V''_A = -C_1 \cdot \frac{Q}{F_1} + (d_1 - C_1 \cdot \frac{R_1}{F_1}) \cdot V_A \quad (4.15)$$

Das expressões (4.8-a) e (4.9-c), tem-se que:

$$(d_1 - C_1 \cdot \frac{R_1}{F_1}) = 0 \quad (4.15-a)$$

daí a expressão (4.15), transforma-se em:

$$E \cdot S_A \cdot V_A'' = - C_1 \cdot \frac{Q}{F_1} \quad (4.16)$$

Para o caso de carregamento constituído por apenas carga concentrada no topo P_f , vem imediatamente

$$Q = P_f \quad (4.17)$$

Com isto, a expressão (4.16) escreve-se

$$E \cdot S_A \cdot V_A'' = - \frac{P_f \cdot C_1}{F_1} \quad (4.17-a)$$

Integrando a expressão anterior duas vezes e aplicando-se as respectivas condições de contorno, resulta

$$V_A(z) = - \frac{P_f \cdot z}{2ES_A} \cdot \left(\frac{C_1}{F_1}\right) \cdot [z - 2H] \quad (4.18)$$

Pelas expressões (4.8-a) e (4.9-c), têm-se que:

$$\frac{C_1}{F_1} = \frac{1}{D} \quad (4.18-a)$$

Substituindo a expressão anterior em (4.18), segue

$$V_A(z) = - \frac{P_f \cdot z}{2 \cdot E \cdot S_A \cdot D} \cdot [z - 2H] \quad (4.19)$$

Substituindo agora (4.17), (4.19) em (4.14), tem-se:

$$u'_f = \frac{P_f}{F_1} + \left(\frac{R_1}{F_1}\right) \cdot \frac{P_f \cdot z}{2 \cdot E \cdot S_A \cdot D} \cdot [2H - z] \quad (4.20)$$

Integrando a expressão anterior e aplicando a condição de contorno correspondente, segue

$$u_f(z) = \frac{P_f \cdot z}{F_1} + \left(\frac{R_1}{F_1}\right) \cdot \frac{P_f \cdot z}{6 \cdot E \cdot S_A \cdot D} \cdot [3H \cdot z - z^2] \quad (4.21)$$

Conforme (4.8-a)

$$\frac{R_1}{F_1} = \frac{1}{D} \quad (4.21-a)$$

daí a expressão (4.21) fica

$$u_f(z) = \frac{P_f \cdot z}{F_1} + \frac{P_f \cdot z}{6 \cdot E \cdot S_A \cdot D^2} \cdot [3Hz - z^2] \quad (4.22)$$

Substituindo as expressões (4.8-a) e as notações (3.47-a), (3.49) e (3.54) tem-se em forma adimensional

$$u_f \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_f}\right) = \frac{3 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot Z \cdot N_1^3}{4 \cdot (1-x)^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot (1-\bar{\alpha}_p)} + \frac{M_1 \cdot Z^2 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{12 \cdot (1-x)} \cdot [3-Z] \quad (4.23)$$

O primeiro termo do membro da direita na equação anterior é a flecha devida à flexão de viga e pilar e o segundo é a flecha devida à deformação axial dos pilares.

Para o carregamento constituído por carga uniformemente distribuída no painel q_f , vem:

$$Q = q_f(H-z) \quad (4.24)$$

Substituindo (4.18-a) e (4.24) em (4.16), segue

$$E.S_A \cdot V_A'' = - \frac{q_f \cdot (H-z)}{D} \quad (4.25)$$

Com considerações análogas ao caso de carga concen-
trada no topo do painel encontra-se

$$V_A(z) = - \frac{q_f \cdot z}{6 \cdot E \cdot S_A \cdot D} \cdot [3H \cdot z - z^2 - 3H^2] \quad (4.26)$$

Substituindo (4.21-a) e (4.26) em (4.14), segue

$$u_f' = \frac{q_f(H-z)}{F_1} + \frac{q_f \cdot z}{6 \cdot E \cdot S_A \cdot D^2} [3H^2 + z^2 - 3H \cdot z] \quad (4.27)$$

Integrando a equação anterior e aplicando a res-
pectiva condição de contorno, segue a expressão do desloca-
mento horizontal

$$u_f(z) = \frac{q_f \cdot z}{F_1} \left[H - \frac{z}{2} \right] + \frac{q_f \cdot z}{24 \cdot E \cdot S_A \cdot D^2} \left[6H^2 z + z^3 - 4H \cdot z^2 \right] \quad (4.28)$$

Utilizando a forma adimensional a expressão ante-
rior pode ser escrita:

$$u_f \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{q_f \cdot H} \right) = \frac{3 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot N_1^3}{4 \cdot (1-x)^3 \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) (1 - \bar{\alpha}_p)} \cdot \left(1 - \frac{Z}{2} \right) Z + \\ + \frac{M_1 \cdot Z^2 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{48 \cdot (1-x)} [6 - 4Z + Z^2] \quad (4.29)$$

4.2.2 - Painel com dois pilares de pórtico unidos por vigas

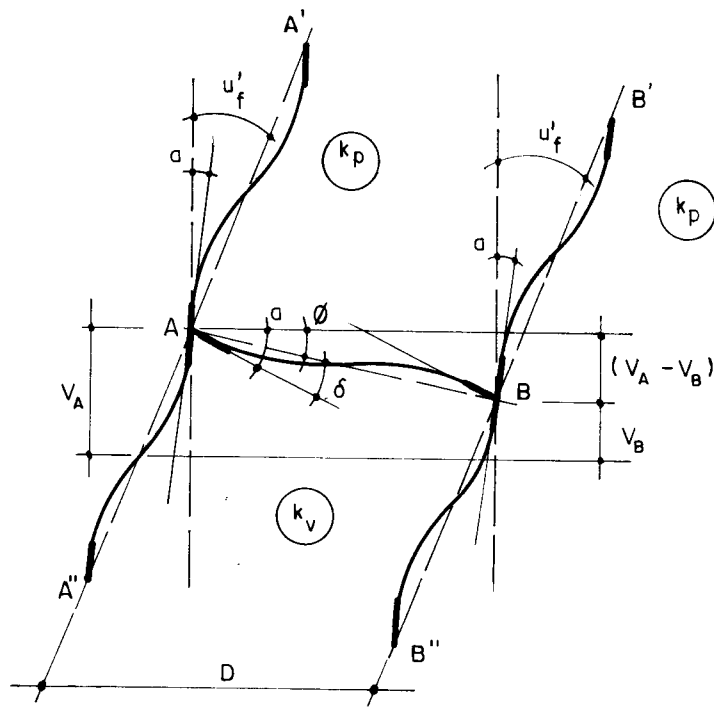


Fig. 4.4 - Deformação do andar genérico do pórtico

Na figura anterior vê-se que

$$\left. \begin{aligned} \delta &= a - \phi \\ \phi &= \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

Utilizando expressões dos itens B e C do APÊNDICE I, os momentos aplicados pelas barras ao nó A (positivos no sentido horário) são:

$$\left. \begin{aligned} M_{A-A'} = M_{A-A''} &= E \cdot K_p (4\lambda_p + 2\eta_p) (u'_f - a) \\ M_{A-B} = M_{B-A} &= E \cdot K_v \cdot (4\lambda'_v + 2\eta'_v) \left[a - \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

Pelo equilíbrio do nó A, segue

$$2K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) u_f' - \left[2K_p (4\lambda_p + 2\eta_p) + K_v (4\lambda_v' + 2\eta_v') \right] \cdot a + K_v (4\lambda_v' + 2\eta_v') \cdot \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) = 0 \quad (4.32)$$

Usando a equação de equilíbrio anterior, encontra-se:

$$a = \bar{\alpha}_p \cdot u_f' + \bar{\beta}_v \cdot \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \quad (4.33-a)$$

onde:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_p &= \frac{K_p (8\lambda_p + 4\eta_p)}{K_p (8\lambda_p + 4\eta_p) + K_v (4\lambda_v' + 2\eta_v')} \\ \bar{\beta}_v &= \frac{K_v (4\lambda_v' + 2\eta_v')}{K_p (8\lambda_p + 4\eta_p) + K_v (4\lambda_v' + 2\eta_v')} \end{aligned} \right\} \quad (4.33-b)$$

Substituindo as expressões anteriores, em (4.31) e arranjando, tem-se

$$M_{A-A'} = M_{A-B'} = E \cdot K_p \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot \left[u_f' - \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \right] \cdot \bar{\beta}_v \quad (4.34)$$

$$M_{A-B} = M_{B-A} = E \cdot K_v \cdot (4\lambda_v' + 2\eta_v') \cdot \left[u_f' - \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \right] \cdot \bar{\alpha}_p \quad (4.35)$$

Por ter-se por hipótese, pontos de momento nulo à meia altura dos pilares, a força cortante Q do pórtico, ao nível do andar tem por expressão:

$$Q = \frac{2}{H_1} \cdot (M_{A-A'} + M_{B-B'}) \quad (4.36)$$

Substituindo a expressão (4.34) em (4.36), segue

$$Q = F_1 \cdot u_f' - R_1 \cdot (V_A - V_B) \quad (4.37)$$

onde:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{4 \cdot E \cdot K_P}{H_1} \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p) \cdot \frac{\bar{\beta} v}{D} \\ F_1 &= R_1 \cdot D \end{aligned} \right\} \quad (4.37-a)$$

Observe-se que F_1 desta expressão é o próprio S_f da equação (2.56).

Considerando que se admite a força cortante nas vigas horizontais, concentrada ao nível dos andares, distribuída ao longo da altura do pórtico e adotando-se a convenção de esforços positivos da figura (4.5), segue

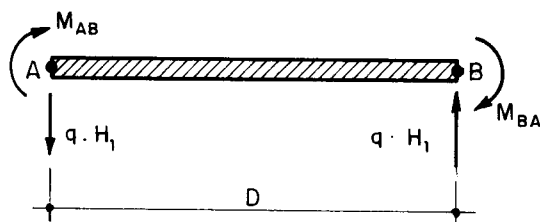


Fig. 4.5 - Convenção de esforços positivos nas vigas

$$q = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{H_1 \cdot D} \quad (4.38)$$

Substituindo (4.35) em (4.38), tem-se:

$$q = \frac{2 \cdot E \cdot K_v \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p)}{H_1 \cdot D} \cdot \left[u_f' - \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \right] \cdot \bar{\alpha}_p \quad (4.38-a)$$

Chamando

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \frac{4 \cdot E \cdot K_v \cdot (4\lambda_p + 2\eta_p)}{H_1 \cdot D} \cdot \frac{\bar{\beta}_v}{D} \\ C_1 &= d_1 \cdot D \end{aligned} \right\} \quad (4.38-b)$$

a expressão da cortante distribuída nas vigas pode-se escrever

$$q = C_1 \cdot u_f' - d_1 \cdot (V_A - V_B) \quad (4.39)$$

Considerando agora um elemento genérico do pilar A, com seu respectivo carregamento q , estuda-se a seguir o seu respectivo equilíbrio à força normal, conforme a figura (4.6)

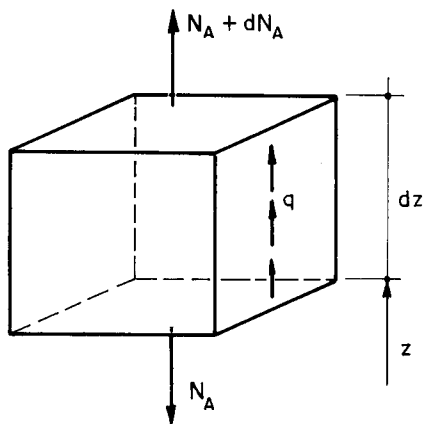


Fig. 4.6 - Elemento genérico do pilar A

Pelo equilíbrio do elemento tem-se:

$$\frac{dN_A}{dz} = -q \quad (4.40)$$

Como a força normal do pilar A é dada por

$$N_A = E.S_A.V'_A \quad (4.41)$$

derivando esta equação e substituindo-a em (4.40), segue

$$E.S_A.V''_A = -q \quad (4.42)$$

Analogamente pelo equilíbrio do pilar B, obtem-se

$$E.S_B.V''_B = q \quad (4.43)$$

$$\text{Admite-se aqui } S_A = S_B = S = e_p \cdot B \quad (4.44)$$

O conjunto de equações que resolve o problema é mostrado abaixo

$$Q = F_1 \cdot u'_f - R_1 \cdot (V_A - V_B) \quad (4.37)$$

$$q = C_1 \cdot u'_f - d_1 \cdot (V_A - V_B) \quad (4.39)$$

$$E.S.V''_A = -q \quad (4.42)$$

$$E.S.V''_B = q \quad (4.43)$$

As condições de contorno a serem obedecidas são

a) No painel

$$u_f(z=0) = 0$$

b) Nos pilares

$$b.1) V_A(z=0) = 0$$

$$b.2) V_B(z=0) = 0$$

$$b.3) N_A(z=H) = ES_A \cdot V'_A(H) = 0$$

$$b.4) N_B(z=H) = ES_B \cdot V'_B(H) = 0$$

Da expressão (4.37) segue imediatamente

$$u'_f = \frac{Q}{F_1} + \frac{R_1}{F_1} \cdot (V_A - V_B) \quad (4.45-a)$$

ou

$$u'_f = \frac{Q}{F_1} + \left(\frac{V_A - V_B}{D} \right) \quad (4.45-b)$$

Substituindo agora esta expressão em (4.39) e (4.42), segue

$$E \cdot S \cdot V''_A = - C_1 \cdot \frac{Q}{F_1} + \left(d_1 - \frac{C_1}{D} \right) (V_A - V_B) \quad (4.46)$$

Valendo $\left(d_1 - \frac{C_1}{D} \right) = 0$

$$\frac{C_1}{F_1} = \frac{1}{D}$$

(4.46-a)

resultam, substituindo em (4.46) e procedendo-se analogamente para o pilar B

$$E.S.v_A'' = - \frac{Q}{D} \quad (4.47)$$

$$E.S.v_B'' = \frac{Q}{D} \quad (4.48)$$

Para o caso de carregamento constituído por apenas carga concentrada no topo P_f , procedendo de modo análogo ao do item (4.2.1) deste trabalho, resulta

$$\left. \begin{aligned} V_A(z) &= - \frac{P_f \cdot z}{2 \cdot E \cdot S_A \cdot D} [z - 2H] \\ V_B(z) &= - V_A(z) \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

Substituindo estas expressões em (4.45-b), segue

$$u_f' = \frac{P_f}{F_1} + 2 \cdot \frac{V_A}{D} \quad (4.50)$$

Integrando a equação anterior e utilizando a correspondente condição de contorno, acha-se:

$$u_f(z) = \frac{P_f \cdot z}{F_1} + \frac{P_f \cdot z}{3 \cdot E \cdot S \cdot D^2} [3 \cdot H \cdot z - z^2] \quad (4.51)$$

Utilizando a forma adimensional o "deslocamento lateral" escreve-se

$$u_f \left(\frac{E \cdot e \cdot v}{P_f} \right) = \frac{3 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot Z \cdot N_1^3}{(1-x')^3 (4\lambda_p + 2\eta_p) (1-\bar{\alpha}_p)} + \frac{M_1 \cdot Z^2 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{3 \cdot (1-x')} [3-Z] \quad (4.52)$$

Para carregamento constituído por apenas carga uniformemente distribuída no painel, de maneira análoga ao caso de carga concentrada no topo, obtem-se

$$\left. \begin{aligned} V_A(z) &= - \frac{q_f \cdot z}{6 \cdot E \cdot S \cdot D} \cdot [3Hz - z^2 - 3H^2] \\ V_B(z) &= - V_A(z) \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Substituindo estas expressões em (4.45-b) e procedendo-se como no caso anterior, acha-se:

$$u_f(z) = \frac{q_f \cdot z}{F_1} \cdot \left[H - \frac{z}{2} \right] + \frac{q_f \cdot z}{12 \cdot E \cdot S \cdot D^2} \cdot [6H^2 z - 4Hz^2 + z^3] \quad (4.54)$$

Na forma adimensional, fica-se com

$$\begin{aligned} u_f \left(\frac{E \cdot e_v}{q_f \cdot H} \right) &= \frac{3 \cdot M_1 \cdot C \cdot \overline{NR} \cdot N_1^3}{(1-x')^3 (4\lambda_p + 2\eta_p) (1-\bar{\alpha}_p)} \cdot \left[1 - \frac{Z}{2} \right] Z + \\ &+ \frac{M_1 \cdot Z^2 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{12 \cdot (1-x')} \cdot [6 - 4Z + Z^2] \end{aligned} \quad (4.55)$$

4.3 - Painéis com pilares-paredes

Como em ALBIGÈS e GOULET (1), nesta análise serão admitidas as seguintes hipóteses básicas:

a) O edifício é alto com andares de altura H_1

- b) Os lintéis que ligam os pilares-paredes têm as mesmas características geométricas e sua rigidez transversal é pequena comparada com a rigidez dos pilares.
- c) Os pilares apresentam características geométricas e mecânicas constantes ao longo da altura e são engastados na base.

4.3.1 - Painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade

A figura (4.7) mostra a seção transversal e a configuração deformada deste painel, considera-se a deformação axial do pilar além da deformação por flexão.

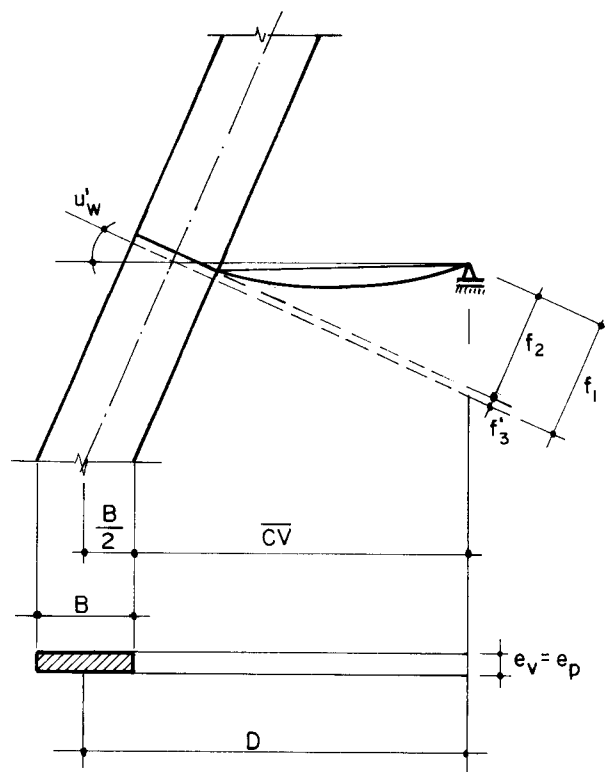


Fig. 4.7 - Configuração deformada do conjunto e seção transversal.

Pela figura anterior, segue que

$$f_1 = f_2 + f_3' \quad (4.56)$$

onde:

f_1 é a distância da seção transversal do pilar a pós a deformação do apoio fixo sem considerar a deformação axial devida ao esforço normal N.

f_2 é a distância referida acima levando-se em conta a deformação axial do pilar.

f_3' é a deformação axial do pilar.

Da figura (4.7), tem-se ainda:

$$f_1 = \left(\frac{B}{2} + \overline{CV}\right) \cdot u_w' = D \cdot u_w' \quad (4.57)$$

Para estabelecer uma relação entre f_2 e a cortante no lintel Q_L , mostra-se na figura (4.8) as ações do pilar sobre o lintel:

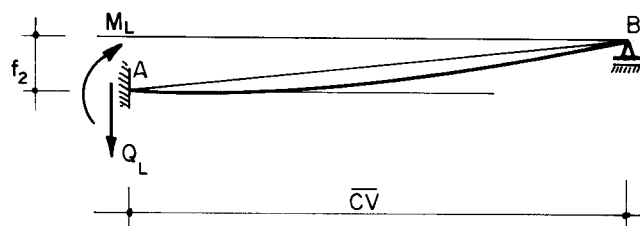


Fig. 4.8 - Ações no lintel

Onde:

$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{3EJ_L}{CV^2} \cdot f_2 \\ Q_L &= \frac{M_L}{CV} = \frac{3 \cdot E \cdot J_L \cdot f_2}{CV^3} \end{aligned} \right\} \quad (4.58)$$

Das expressões anteriores, segue:

$$f_2 = \frac{Q_L \cdot CV^3}{3EJ_L} \quad (4.59)$$

onde J_L é o momento de inércia da seção transversal dos lintéis.

A deformação axial do pilar devida à força normal N , expressa-se por

$$f_3' = \frac{1}{E \cdot S} \int_0^z N \, dz \quad (4.60)$$

onde $S = (e_p \cdot B)$ é a área da seção transversal do pilar.

Levando as expressões (4.57), (4.59), (4.60) em (4.56), tem-se:

$$D \cdot u_w' = \frac{Q_L \cdot CV^3}{3EJ_L} + \frac{1}{E \cdot e_p \cdot B} \cdot \int_0^z N \, dz \quad (4.61)$$

Derivando duas vezes a equação anterior, segue

$$D \cdot u_w'' = \frac{Q_L' \cdot CV^3}{3EJ_L} + \frac{N}{E \cdot e_p \cdot B} \quad (4.61-a)$$

$$D \cdot u_w''' = \frac{Q_L'' \cdot CV^3}{3EJ_L} + \frac{N'}{E \cdot e_p \cdot B} \quad (4.61-b)$$

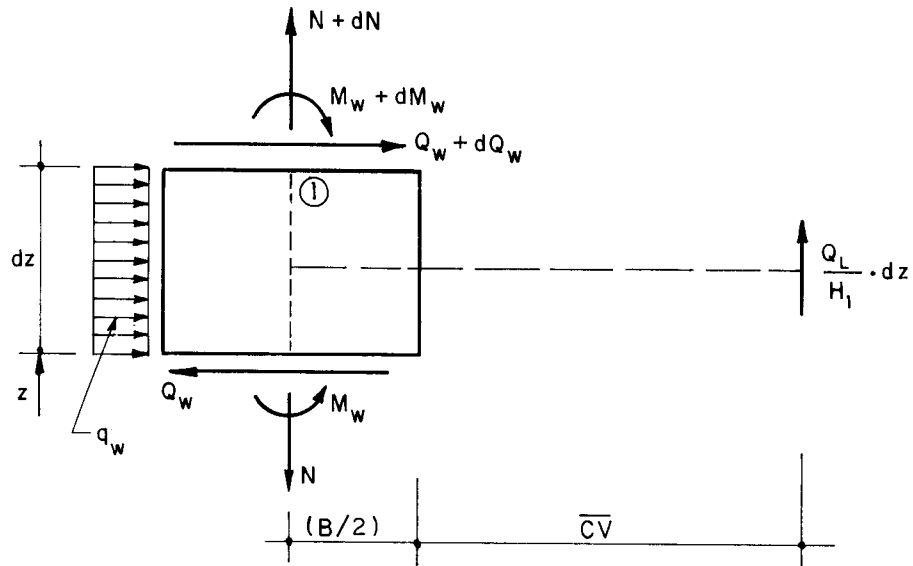


Fig. 4.9 - Esforços positivos no elemento genérico de parede

Pelo equilíbrio do elemento da figura anterior, segue

$$N' = \frac{dN}{dz} = - \frac{Q_L}{H_1} \quad (4.62)$$

Pelo equilíbrio das forças horizontais, acha-se:

$$Q'_w = \frac{dQ_w}{dz} = - q_w \quad (4.63)$$

Através do equilíbrio de momentos em relação ao ponto 1 da figura (4.9), encontra-se:

$$M'_w = \frac{dM_w}{dz} = - Q_w + \frac{Q_L}{H_1} \left(\frac{B}{2} + \overline{CV} \right) \quad (4.64)$$

Como o comportamento da parede é definido conforme expressão (2.4), isto é:

$$M_w = j_w \cdot u_w'' \quad (4.65)$$

Da equação anterior segue; após derivação

$$M_w' = j_w \cdot u_w''' \quad (4.66)$$

e substituindo esta expressão em (4.64), vem

$$j_w \cdot u_w''' = - Q_w + \frac{Q_L}{H_1} (\overline{CV} + \frac{B}{2}) \quad (4.67)$$

Usando a notação

$$\left. \begin{aligned} j_g &= j_w \\ D &= \overline{CV} + \frac{B}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.67-a)$$

Introduzindo as expressões anteriores em (4.67),
tem-se:

$$j_g \cdot u_w''' = - Q + \frac{Q_L}{H_1} \cdot D \quad (4.68)$$

onde $Q = Q_w$ é a força cortante do carregamento externo.

Arranjando devidamente a última expressão, segue:

$$Q_L = \frac{H_1}{D} \cdot [j_g \cdot u_w''' + Q] \quad (4.69)$$

e derivando esta equação duas vezes, tem-se:

$$Q_L'' = \frac{H_1}{D} \cdot [j_g \cdot u_w^v + Q''] \quad (4.70)$$

Substituindo (4.69) em (4.62) e levando o resultado, juntamente com (4.70) em (4.61-b), tem-se

$$D \cdot u_w''' = \frac{H_1 \cdot \overline{CV}^3}{3EJ_L \cdot D} \cdot [j_g \cdot u_w^v + Q''] - \frac{1}{E \cdot e_p \cdot B \cdot D} \cdot [j_g \cdot u_w''' + Q] \quad (4.71)$$

Fazendo então:

$$\alpha = \frac{H_1 \cdot \overline{CV}^3 \cdot e_p \cdot B}{3J_L} \quad (4.71-a)$$

$$j_c = E \cdot e_p \cdot B \cdot D^2 + j_g \quad (4.71-b)$$

e agrupando convenientemente os termos da expressão (4.71) e usando-se (4.71-a) e (4.71-b), acha-se:

$$Q = \alpha \cdot j_g \cdot u_w^v - j_c \cdot u_w''' + \alpha \cdot Q'' \quad (4.72)$$

4.3.2 - Painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis

Na figura (4.10) que representa a seção transversal e configuração deformada deste painel, nota-se que além da deformação axial f_3' do pilar 1, existe uma deformação axial f_3'' no pilar 2, causada pela força normal N.

Desta figura, vê-se que:

$$f_1 = f_2 + f_3 \quad (4.73)$$

$$f_3 = f_3' + f_3'' \quad (4.73-a)$$

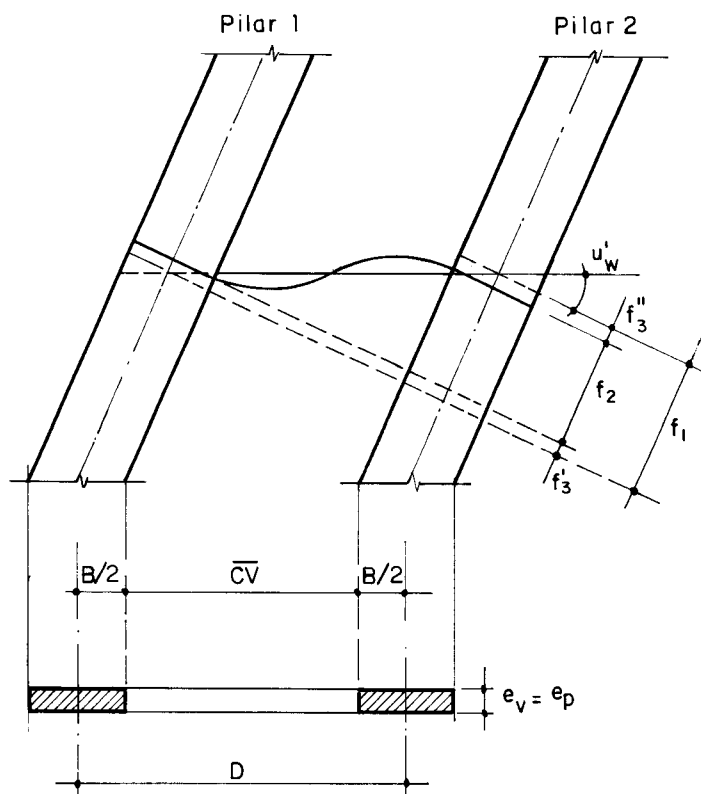


Fig. 4.10 - Configuração deformada do conjunto e seção transversal.

onde:

f_3 é a soma das deformações axiais dos dois pilares causadas pelas forças normais N .

Da mesma figura, tem-se ainda

$$f_1 = (B + \bar{C}\bar{V}) \cdot u'_w = D \cdot u'_w \quad (4.74)$$

A relação entre f_2 e a cortante no lintel Q_L , é de terminada na seguinte figura:

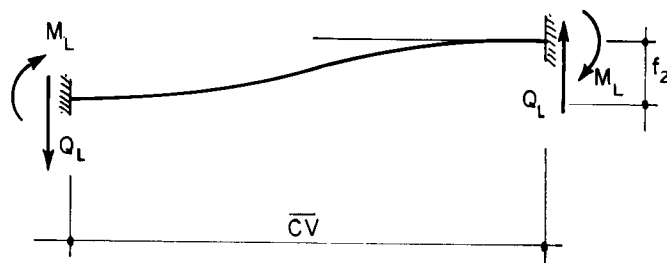


Fig. 4.11 - Ações no lintel

Onde:

$$\left. \begin{aligned} M_L &= \frac{6 \cdot E \cdot J_L}{\bar{C}\bar{V}^2} \cdot f_2 \\ Q_L &= \frac{2M_L}{\bar{C}\bar{V}} = \frac{12 \cdot E \cdot J_L}{\bar{C}\bar{V}^3} \cdot f_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.75)$$

Com as expressões anteriores, obtém-se:

$$f_2 = \frac{Q_L \cdot \bar{C}\bar{V}^3}{12 \cdot E \cdot J_L} \quad (4.76)$$

A soma das deformações axiais dos pilares é expressa como:

$$f_3 = \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \cdot \int_0^z N \, dz \quad (4.77)$$

Onde S_1 e S_2 são as áreas transversais dos pilares 1 e 2, respectivamente e por serem aqui iguais; tem-se:

$$S_1 = S_2 = S = e_p \cdot B \quad (4.77-a)$$

Assim:

$$\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) = \frac{2}{e_p \cdot B} \quad (4.77-b)$$

Substituindo esta expressão em (4.77), e junto com (4.76) e (4.74) em (4.73), acha-se:

$$D \cdot u'_w = \frac{Q_L \cdot \bar{C}\bar{V}^3}{12 \cdot E \cdot J_L} + \frac{2}{E \cdot e_p \cdot B} \int_0^z N \, dz \quad (4.78)$$

Da equação anterior vem, por derivação

$$D \cdot u''_w = \frac{Q'_L \cdot \bar{C}\bar{V}^3}{12 \cdot E \cdot J_L} + \frac{2N}{E \cdot e_p \cdot B} \quad (4.78-a)$$

$$D \cdot u'''_w = \frac{Q''_L \cdot \bar{C}\bar{V}^3}{12 E J_L} + \frac{2N'}{E \cdot e_p \cdot B} \quad (4.78-b)$$

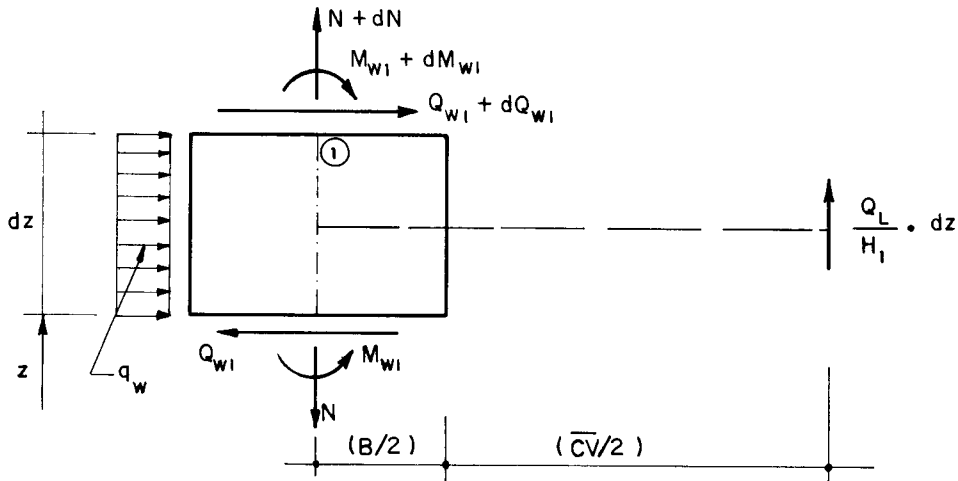


Fig. 4.12 - Esforços positivos no elemento genérico de parede.

Pelo equilíbrio à translação vertical do elemento infinitesimal da figura anterior, segue

$$N' = \frac{dN}{dz} = - \frac{Q_L}{H_1} \quad (4.79)$$

Pelo equilíbrio de forças na horizontal:

$$Q'_{w1} = \frac{dQ_{w1}}{dz} = - q_w \quad (4.80)$$

Pelo equilíbrio a momento em relação ao ponto 1 da figura anterior:

$$M'_{w1} = \frac{dM_{w1}}{dz} = - Q_{w1} + \frac{Q_L}{H_1} \cdot \left(\frac{B+\overline{CV}}{2}\right) \quad (4.81)$$

Desta maneira, usando-se a expressão (4.66), acha-se:

$$j_w \cdot u''_w = - Q_{w1} + \frac{Q_L}{H_1} \cdot \left(\frac{B+\overline{CV}}{2}\right) \quad (4.82)$$

Encontra-se expressão semelhante para a parede 2 e somando-se ambas as expressões, acha-se:

$$(j_{w1} + j_{w2}) u''_w = - (Q_{w1} + Q_{w2}) + \frac{Q_L}{H_1} (B + \overline{CV}) \quad (4.83)$$

Onde, agora:

$$\left. \begin{aligned} j_g &= j_{w1} + j_{w2} \\ D &= B + \overline{CV} \end{aligned} \right\} \quad (4.83-a)$$

a expressão (4.83), transforma-se em:

$$j_g \cdot u_w'''' = - Q + \frac{Q_L}{H_1} \cdot D \quad (4.84)$$

onde $Q = (Q_{w1} + Q_{w2})$ é a força cortante do carregamento externo.

Procedendo-se agora, como no item (4.3.1), acha-se:

$$Q = \alpha \cdot j_g \cdot u_w^v - j_c \cdot u_w'''' + \alpha \cdot Q'' \quad (4.85)$$

onde:

$$\alpha = \frac{H_1 \cdot \overline{CV}^3 \cdot e_p \cdot B}{24 J_L} \quad (4.85-a)$$

$$j_c = \frac{E \cdot e_p \cdot B \cdot D^2}{2} + j_g \quad (4.85-b)$$

Desta forma, restam agora resolver as expressões (4.72) e (4.85), que por serem formalmente idênticas, são solucionadas conjuntamente.

4.3.3 - Resolução das equações diferenciais

Para o caso de carregamento constituído por apenas carga concentrada no topo P_w , vem

$$\left. \begin{aligned} Q &= P_w = \text{cte} \\ Q' &= 0 \\ Q'' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.86)$$

Com as fórmulas anteriores, as expressões (4.72) e (4.85), transformam-se em

$$P_w = \alpha \cdot j_g \cdot u_w^v - j_c \cdot u_w''' \quad (4.87)$$

As condições de contorno são:

a) na base ($z=0$)

$$a-1) u_w(0) = 0$$

$$a-2) u_w'(0) = 0$$

Aplicando a condição a-2) nas expressões (4.61) e (4.78) segue:

$$a-3) Q_L(0) = 0$$

Substituindo, agora a expressão a-3) em (4.69), a-cha-se:

$$a-4) u_w'''(0) = - \frac{P_w}{j_g}$$

b) no topo ($z=H$)

$$b-1) u''(H) = 0$$

Aplicando a condição anterior nas expressões (4.61-a) e (4.78-a), segue

$$b-2) Q_L'(H) = 0$$

e derivando uma vez a expressão (4.69) e aplicando a expressão anterior, acha-se:

$$b-3) u_w^{IV} (H) = 0$$

A expressão (4.87) pode ser posta na forma

$$u_w^V - k^2 u_w''' = \frac{P_w}{\alpha \cdot j_g} \quad (4.88)$$

onde

$$k^2 = \frac{j_c}{\alpha \cdot j_g} \quad (4.88-a)$$

Seja a equação homogênea

$$u_w^V - k^2 \cdot u_w''' = 0 \quad (4.89)$$

Em termos de operadores a expressão anterior, se escreve:

$$D^3(D^2 - k^2) = 0 \quad (4.89-a)$$

As raízes do polinômio característico e as correspondentes funções - solução da equação são:

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 0 \rightarrow e^{0 \cdot z} = 1 \\ n_2 = 0 \rightarrow z \cdot e^{0 \cdot z} = z \\ n_3 = 0 \rightarrow z^2 \cdot e^{0 \cdot z} = z^2 \\ n_4 = +k \rightarrow e^{+kz} \\ n_5 = -k \rightarrow e^{-kz} \end{array} \right\} \quad (4.89-b)$$

é Desta forma a solução geral da equação homogênea

$$u_{wH} = C_0 + z.C_1 + z^2.C_2 + C_3.e^{+kz} + C_4.e^{-kz} \quad (4.90)$$

Para obter uma solução particular da equação completa (4.88), toma-se uma função polinomial do tipo:

$$u_{wp} = A.z^3 \quad (4.91)$$

as derivadas primeira, segunda, terceira, quarta e quinta, são:

$$\left. \begin{aligned} u'_{wp} &= 3Az^2 \\ u''_{wp} &= 6Az \\ u'''_{wp} &= 6A \\ \vdots \\ u^{IV}_{wp} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.91-a)$$

Substituindo as expressões anteriores em (4.88), segue:

$$A = - \frac{P_w}{6k^2 . \alpha . j_g} \quad (4.91-b)$$

Logo, para solução particular da equação completa pode ser tomado:

$$u_{wp} = - \frac{P_w}{6k^2 . \alpha . j_g} . z^3 \quad (4.92)$$

Assim, a solução geral da equação diferencial (4.88), é

$$u_w = C_0 + C_1 \cdot z + C_2 \cdot z^2 + C_3 \cdot e^{+kz} + C_4 \cdot e^{-kz} - \frac{P_w \cdot z^3}{6 \cdot k^2 \cdot \alpha \cdot j_g} \quad (4.93)$$

Derivando sucessivamente a equação anterior e aplicando as respectivas condições de contorno, acham-se:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= - \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{1 - e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \\ C_1 &= \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot k \\ C_2 &= \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{k^3 \cdot H}{2 \cdot (k^2 \alpha - 1)} \right] \\ C_3 &= - \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \\ C_4 &= \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{1}{1 + e^{-2kH}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.94)$$

Substituindo as constantes da fórmula anterior na equação (4.93), segue:

$$u_w = \frac{P_w \cdot (k^2 \alpha - 1)}{k^5 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[-1 + e^{-2kH} + k \cdot (1 + e^{-2kH}) \cdot z + \frac{k^3 \cdot H}{2 \cdot (k^2 \alpha - 1)} \cdot (1 + e^{-2kH}) \cdot z^2 + \right. \\ \left. - e^{-2kH} \cdot e^{+kz} + e^{-kz} \right] \cdot \frac{1}{(1 + e^{-2kH})} - \frac{P_w \cdot z^3}{6 k^2 \alpha j_g} \quad (4.95)$$

Com o emprego das expressões auxiliares (2.86) e (4.88-a) e para o caso de flecha calculada no topo do painel ($Z=1$), a expressão (4.95), transforma-se em:

$$u_w(H) = \frac{P_w \cdot H^3 \cdot (j_c - j_g)}{K^3 \cdot (j_c \cdot j_g)} \cdot \left[\frac{K-1+e^{-2K}(1+K)}{1+e^{-2K}} \right] + \frac{P_w \cdot H^3}{3j_c} \quad (4.96)$$

Utilizando as fórmulas (3.47-a), (3.47-b), (3.49), (3.54) e (3.63) da PARTE 3 e as fórmulas (4.71-a), (4.71-b), (4.85-a) e (4.85-b) da PARTE 4 do mesmo, tem-se que na forma adimensional a expressão anterior, escreve-se:

a) Para painel com um pilar-parede e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = \frac{M_1 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{2K^3 \cdot (1-x)^3 \cdot [3+(1-x)^2]} \cdot \left[9 \cdot \left[\frac{K-1+e^{-2K}(1+K)}{1+e^{-2K}} \right] + (1-x)^2 \cdot K^3 \right] \quad (4.97)$$

onde:

$$K = \sqrt{\frac{M_1 N_1^4}{8} \cdot (C \cdot \overline{NR})^2 \cdot [3+(1-x)^2] \cdot \left[\frac{(1-r)}{x \cdot (1-x)} \right]^3} \quad (4.98)$$

b) Para painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{P_w} \right) = \frac{2 \cdot M_1 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{K^3 \cdot (1-x')^3 \cdot [3+(1-x')^2]} \cdot \left[9 \cdot \left[\frac{K-1+e^{-2K}(1+K)}{1+e^{-2K}} \right] + (1-x')^2 \cdot K^3 \right] \quad (4.99)$$

onde:

$$K = \sqrt{2 \cdot M_1 \cdot N_1^4 \cdot (C \cdot \overline{NR})^2 \cdot [3 + (1-x')^2] \cdot \left[\frac{(1-r)}{x' \cdot (1-x')} \right]^3} \quad (4.100)$$

Para o caso de carregamento constituído por apenas carga uniformemente distribuída no painel, vem

$$\left. \begin{aligned} Q &= q_w(H-z) \\ Q' &= q_w \\ Q'' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.101)$$

Procedendo-se analogamente ao caso anterior, as expressões (4.72) e (4.85) transformam-se em:

$$q_w(H-z) = \alpha \cdot j_g \cdot u_w^V - j_c \cdot u_w''' \quad (4.102)$$

Com isto, as condições de contorno agora, são:

a) na Base (z=0)

a-1) $u_w(0) = 0$

a-2) $u_w'(0) = 0$

a-3) $u_w'''(0) = - \frac{q_w \cdot H}{j_g}$

b) no topo (z=H)

b-1) $u_w''(H) = 0$

$$b-2) u_w^{IV}(H) = \frac{q_w}{j_g}$$

Para a expressão (4.102), tem-se

$$u_w^V - k^2 \cdot u_w''' = \frac{q_w \cdot (H-z)}{\alpha \cdot j_g} \quad (4.103)$$

onde k^2 tem o mesmo valor da expressão (4.88-a).

A solução da equação homogênea é a mesma da expressão (4.90).

Para obter uma solução particular da equação completa, pode-se tomar uma função polinomial do tipo:

$$u_{wp} = A \cdot z^4 + B \cdot z^3 \quad (4.104)$$

e as derivadas primeira, segunda, terceira, quarta e quinta, são:

$$\left. \begin{aligned} u_{wp}' &= 4Az^3 + 3Bz^2 \\ u_{wp}'' &= 12Az^2 + 6Bz \\ u_{wp}''' &= 24Az + 6B \\ \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ u_{wp}^V &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.104-a)$$

Substituindo as expressões anteriores em (4.103), segue:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{q_w}{24k^2 \alpha j_g} \\ B &= \frac{-q_w \cdot H}{6k^2 \alpha j_g} \end{aligned} \right\} \quad (4.104-b)$$

Logo, para solução particular da equação completa pode ser tomado:

$$u_{wp} = \frac{q_w}{24k^2 \alpha j_g} \cdot [z^4 - 4Hz^3] \quad (4.105)$$

Assim, a solução geral da equação diferencial (4.103) é

$$u_w = C_0 + C_1 \cdot z + C_2 \cdot z^2 + C_3 \cdot e^{+kz} + C_4 e^{-kz} + \frac{q_w}{24k^2 \alpha j_g} \cdot [z^4 - 4H \cdot z^3] \quad (4.106)$$

Derivando sucessivamente a equação anterior e usando as respectivas condições de contorno, acham-se:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= - \frac{q_w (k^2 \alpha - 1)}{k^6 \alpha j_g} \cdot \left[\frac{2e^{-2kH} + kH \cdot (1 - e^{-2kH})}{1 + e^{-2kH}} \right] \\ C_1 &= \frac{q_w (k^2 \alpha - 1)}{k^6 \alpha j_g} \cdot k^2 \cdot H \\ C_2 &= \frac{q_w (k^2 \alpha - 1)}{k^6 \cdot \alpha j_g} \cdot \left[\frac{k^4 \cdot H^2}{4(k^2 \alpha - 1)} - \frac{k^2}{2} \right] \\ C_3 &= \frac{q_w (k^2 \alpha - 1)}{k^6 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{e^{-kH} - kH \cdot e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \\ C_4 &= \frac{q_w (k^2 \alpha - 1)}{k^6 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[\frac{kH + e^{-kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.107)$$

Substituindo as constantes da equação anterior na expressão (4.106), segue:

$$\begin{aligned}
 u_w = & \frac{q_w (k^2 \cdot \alpha - 1)}{k^6 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[-2e^{-kH} - kH \cdot (1 - e^{-2kH}) + k^2 H \cdot (1 + e^{-2kH}) \cdot z + \right. \\
 & + \frac{k^4 \cdot H^2}{4(k^2 \cdot \alpha - 1)} \cdot (1 + e^{-2kH}) \cdot z^2 - \frac{k^2}{2} (1 + e^{-2kH}) \cdot z^2 + \\
 & + e^{-kH} \cdot e^{+kz} - kH \cdot e^{-2kH} \cdot e^{+kz} + kH \cdot e^{-kz} + \\
 & \left. + e^{-kH} \cdot e^{-kz} \right] \cdot \frac{1}{(1 + e^{-2kH})} + \frac{q_w}{24k^2 \cdot \alpha \cdot j_g} \cdot \left[z^4 - 4H \cdot z^3 \right]
 \end{aligned}
 \tag{4.108}$$

Com o emprego das expressões auxiliares de (2.86) e (4.88-a) e para o caso de flecha calculada no topo do painel, a expressão (4.108), transforma-se em:

$$\begin{aligned}
 u_w(H) = & \frac{q_w \cdot H^4 \cdot (j_c - j_g)}{K^4 (j_c \cdot j_g)} \cdot \left[\frac{1 - 2e^{-K} - K + e^{-2K} \cdot (1 + K + 0,5K^2) + 0,5K^2}{1 + e^{-2K}} \right] + \\
 & + \frac{q_w \cdot H^4}{8 \cdot j_c}
 \end{aligned}
 \tag{4.109}$$

Procedendo-se como no caso anterior, tem-se que na forma adimensional, a expressão anterior fica:

a) Para painel com um pilar e lintéis simplesmente apoiados na outra extremidade:

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{q_w \cdot H} \right) = \frac{3 \cdot M_1 \cdot (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{16K^4 (1-x)^3 \cdot [3+(1-x)^2]} \cdot \left[24 \cdot \left[\frac{1-2e^{-K}-K+e^{-2K}(1+K+0,5K^2)+0,5K^2}{1+e^{-2K}} \right] + (1-x)^2 K^4 \right] \quad (4.110)$$

onde K é dado pela expressão (4.98).

b) Para painel com dois pilares-paredes unidos por lintéis

$$u_w \cdot \left(\frac{E \cdot e_v}{q_w \cdot H} \right) = \frac{3M_1 (C \cdot \overline{NR} \cdot N_1)^3}{4K^4 (1-x')^3 \cdot [3+(1-x')^2]} \cdot \left[24 \cdot \left[\frac{1-2e^{-K}-K+e^{-2K}(1+K+0,5K^2)+0,5K^2}{1+e^{-2K}} \right] + (1-x')^2 \cdot K^4 \right] \quad (4.111)$$

onde K é dado pela expressão (4.100).

O programa para computador Nº 8, mostrado a seguir, determina a relação B/D para cada relação H_1/\overline{AV} , considerando-se a deformação axial dos pilares.

O cartão de dados é análogo ao do programa para computador Nº 7.

As TABELAS 7 e 8, seguintes, mostram e comparam as larguras limites correspondentes às dimensões da TABELA 1 em painéis de um e dois pilares, onde:

B_{sa} indica larguras limites sem a consideração da deformação axial dos pilares e obtidas já nas TABELAS 2 e 3.

B_{ca} indica larguras limites levando em conta a deformação axial dos pilares e obtidas através do programa para computador Nº 8.

Note-se que os cálculos foram realizados apenas para carga concentrada no topo dos painéis, sendo que para carga uniformemente distribuída a análise é semelhante.

Tabela 7

PAINEL DE UM PILAR

\overline{AV} (m)	EXEMPLO 1		EXEMPLO 2		EXEMPLO 3		EXEMPLO 4		EXEMPLO 5		EXEMPLO 6	
	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}
0,15	0,18	0,18	0,22	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,22	0,22	0,18	0,18
0,30	0,36	0,36	0,40	0,38	0,36	0,36	0,36	0,36	0,45	0,43	0,42	0,41
0,50	0,60	0,57	0,63	0,62	0,60	0,57	0,60	0,60	0,72	0,68	0,66	0,63
0,70	0,78	0,75	0,90	0,87	0,84	0,82	0,84	0,80	0,99	0,90	0,90	0,87
0,90	0,96	0,90	1,12	1,03	1,02	1,00	1,02	0,96	1,21	1,08	1,14	1,11
1,10	1,14	1,05	1,30	1,16	1,26	1,17	1,20	1,14	1,44	1,21	1,38	1,29

Tabela 8

PAINEL DE DOIS PILARES

\overline{AV} (m)	EXEMPLO 1		EXEMPLO 2		EXEMPLO 3		EXEMPLO 4		EXEMPLO 5		EXEMPLO 6	
	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}	B _{sa}	B _{ca}
0,15	0,24	0,24	0,27	0,27	0,24	0,24	0,24	0,24	0,27	0,27	0,24	0,24
0,30	0,48	0,47	0,54	0,52	0,48	0,48	0,54	0,47	0,58	0,54	0,54	0,54
0,50	0,78	0,73	0,99	0,84	0,84	0,78	0,90	0,80	1,08	0,84	0,90	0,84
0,70	1,14	0,96	1,53	1,04	1,20	1,07	1,26	1,02	1,84	1,04	1,38	1,16
0,90	1,50	1,14	2,25	1,13	1,68	1,32	1,68	1,16	2,25	1,06	1,92	1,35
1,10	1,86	1,23	2,25	1,13	2,22	1,49	2,16	1,23	2,25	1,06	3,00	1,47

Tomando como referência os exemplos 1 e 4 na TABELA 8, com altura de viga de 0,50m e fazendo-se os respectivos cálculos, tem-se que no primeiro destes exemplos a deformação axial provocou um decréscimo na largura limite de 6,4%, enquanto que no segundo foi de 11,11%.

Da mesma forma para altura de viga de 1,10m, o decréscimo agora do primeiro exemplo é de 51,22%, enquanto que do segundo exemplo foi de 75,61%; comprovando-se assim que a deformação axial dos pilares influi mais a medida que aumenta a altura total H do edifício.

4.3.4 - Exemplo numérico e aplicações

Para comparar outros resultados e tirar conclusões, estuda-se o mesmo exemplo analisado pelo programa para computador Nº 7, e apresentado na PARTE 3, deste trabalho.

Mostram-se também com finalidade ilustrativa, os valores impressos na saída do programa para computador Nº 8, para painel de dois pilares.

Igualmente são apresentados os gráficos adimensionais correspondentes a painéis de um e dois pilares, respectivamente, sendo que a aplicação destes gráficos, será feita sobre painéis com as mesmas dimensões de ante-projeto do item (3.8.4) deste trabalho, obtendo-se assim, os seguintes resultados:

a) Em painel de um pilar

$$\frac{B}{D} = 0,0825 \rightarrow B(\text{LIMITE}) = 0,5775\text{m}$$

Desta forma, o elemento vertical continua sendo pilar-parede, pois $B(\text{CÁLCULO}) = 0,80\text{m}$

b) Em painel de dois pilares

$$\frac{B}{D} = 0,1075 \rightarrow B(\text{LIMITE}) = 0,7525\text{m}$$

Conseqüentemente os elementos verticais deste panel funcionarão agora sô como pilares-paredes.

Com estes resultados e com os obtidos das TABELAS 7 e 8, observa-se que as larguras limites diminuem em relação ao cálculo sem a deformação axial dos pilares a medida que aumenta a altura total do edifício e assim sendo, nota-se que levando em conta a influência desta deformação, o comportamento estático dos elementos verticais, aproxima-se mais de parede.

Como a deformação axial dos elementos verticais por força normal está presente na deformação real da estrutura, a definição do modelo estático a ser considerado, será melhor feita através de gráficos semelhantes aos resultados deste último programa para computador e mostrados no final desta PARTE 4.

Igualmente, deverão ser observadas as mesmas conclusões levantadas para os resultados do programa para computador N° 7, pois continuam válidas para o presente caso.

LISTAGEM DO PROGRAMA Nº 8

FILE CABEÇ FORTRAN AI VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT(404+ SLU)00

```

C
C                                     PROGRAMA NCLB
C
C
C                                     C.A.QUEZADA
C
C *****
C
C      CALCULO DIMENSIONAL,QUE DETERMINA AS LARGURAS
C      LIMITES EM PAINÉIS DE UM E DOIS
C      PILARES,PARA CARGA CONCENTRADA NO
C      TOPO,COM A CONSIDERACAO DA DEFORMACAO
C      AXIAL DESTES PILARES
C
C *****
C      REAL W,M,LP,NP,LV,KF
C      DIMENSION V(100),F(100),W(100),U(100),XW(100),YF(100)
C      OPEN(UNIT=01,STATUS='OLD',FILE='NIMA',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM=
C      *'FORMATTED')
C      READ(1,8)NC,C,N
C      6 FORMAT(12,2F5.4)
C      M=RELACAO ESPESSURA DA VIGA VS ESPESSURA DO PILAR
C      Z=VARIÁVEL DIMENSIONAL REFERENTE A ALTURA
C      NR=NUMERO REFERENCIAL DE ANDARES
C      M=1.
C      Z=1.
C      NR=10
C      AR0=174.873
C      WRITE(3,7)
C      7 FORMAT(1X,/,5BX,'RESULTADOS DE PROGRAMA NCLB')
C      WRITE(3,9)NC
C      9 FORMAT(1X,/,5BX,'PAINEL DE',1X,I1,1X,'PILAR(ES)')
C      WRITE(3,10)C,N
C      10 FORMAT(1X,/,5CX,'COEFICIENTES DIMENSIONAIS BARRAS',/,15X,'NC. DE
C      BARRAS DE ANDARES VS NC. REFERENCIAL DE ANDARES',11X,'ALTURA DO AN
C      DARE VS COMPRIMENTO DA VIGA',/,3CX,'C=',F8.4,51X,'N=',F8.4)
C      DO 200 J=1,20
C      AR1=J/20.
C      KH1AV=(AR1+1)/AR1
C      WRITE(3,15)J,KH1AV
C      15 FORMAT(1X,///,5BX,'J=',I2,6X,'KH1AV=',F8.2)
C      AR2=1/(1+AR1)
C      ACF=(AR1+1)**2
C      ACP1=0.75*(AR1**2)+(1.5*AR1)+1
C      ACP2=1.5*(AR1**2)+(3*AR1)+1
C      ALP=AR2*(ACP1/ACF)
C      FP=AR2*(ACP2/ACF)
C      LP=(3*ALP)/(4*(ALP**2)-(FP**2))
C      NP=(FP*LP)/ALP
C      B1=(4*LP)+(2*NP)
C      WRITE(3,18)
C      18 FORMAT(1X,/,13X,'K',7X,'F B',5X,'ADUF',17X,'ADUW',17X,'DU',15X,'P
C      *ADUW',12X,'PADUF')
C      DO 25 I=1,99
C      IF(NC.EQ.1)GO TO 50
C      GO TO 80

```

FILE LABEL FLRTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUTH404+ SLC302

```
50 CALL RIG1(I,M,NR,C,N,E1,AR2,V,PRD,F,KR,FW)
   GO TO 30
60 CALL RIG2(I,M,NR,C,N,E1,AR2,V,PRD,F,KR,FW)
80 L1=2*KR
   IF(E1-AR2)23,23,21
21 G=0.0
   GO TO 30
23 G=EXP(-E1)
C
C   VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TOPO DO PAINEL-PAREDE
C
35 W(I)=FW*(9*(1+G*(KR-1)+G*(KR+1))/(1+G))+((1-PRD)**2)*G*(KR**3))
   D(I)=F(I)-W(I)
   XW(I)=D(I)/W(I)
   YF(I)=L(I)/F(I)
   IF(1-3)25,26,26
26 K=I-1
   L=I-2
   IF(XW(K).LT.XW(L).AND.XW(K).LT.XW(I))GO TO 30
25 CONTINUE
30 RBD=V(K)
   ADUF=F(K)
   ADUW=W(K)
   DU=D(K)
   PADUW=XW(K)
   PADUF=YF(K)
   WRITE(3,105)K,RBD,ADUF,ADUW,DU,PADUW,PADUF
105 FORMAT(1X,/,12X,I2,4X,F7.4,3X,E14.7,7X,E14.7,5X,E14.7,5X,E14.7,3X
*,E14.7)
200 CONTINUE
   CALL EXIT
   END
C
C   SUBROTINA PARA CALCULO DA RIGIDEZ
C   EM PAINEL DE UM PILAR
C
SUBROUTINE RIG1(NM,MS,NS,CS,NY,B9,AR9,VX,PR2,F2,KS,TS)
REAL MS,NY,KS,LV
DIMENSION VX(100),F2(100)
PR1=NM/200.
VX(NM)=2*(PR1/(1+PR1))
PR2=1/(1+PR1)
ALV=PR2*(1/((1+PR1)**2))
LV=1/ALV
B2=(MS*((1-AR9)/(1-PR2))**2)*(NY**4))/6
B3=3*B2*LV
B4=(2*B9)+B3
APT=(2*B9)/B4
PF1=3*CS*NS*MS*(NY**3)
RF1=4*((1-PR2)**3)*B9*(1-APT)
PF2=MS*((CS*NS*NY)**2)
RF2=6*(1-PR2)
```


FILE CABEQ FORTRAN A1 VM/SP RELEASE 3.1 EXPRESS PUT8404+ SLU306

C
C VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TOPO PARA PAINEL-PORTICO
C DE UM PILAR
C

```
FZ(NM)=(PF1/RF1)+(PF2/RF2)
AR=3+((1-PR2)**2)
A=SQRT((B2*AR)/(PR2**3))
KS=A*CS*NS
XT=2*((1-PR2)*KS)**3*AR
TS=PF2/XT
RETURN
END
```

C
C SUBROTINA PARA CALCULO DA RIGIDIZ
C EM PAINELIS DE DOIS PILARES
C

```
SUBROUTINE RIG2(NM,MS,NS,CS,NY,B9,AR9,VX,PF2,FZ,KS,TS)
REAL MS,NY,KS,LV,NV
DIMENSION VX(100),FZ(100)
PR1=NM/100.
VX(NM)=PR1/(1+PR1)
PR2=1/(1+PR1)
CF=(1+PR1)**2
CP1=0.75*(PR1**2)+(1.5*PR1)+1
CP2=1.50*(PR1**2)+(3.0*PR1)+1
ALV=PR2*(CP1/CF)
FV=PR2*(CP2/CF)
LV=(2*ALV)/(4*(ALV**2)-(FV**2))
NV=(FV*LV)/ALV
B2=MS*((1-AR9)/(1-PR2))**3*(NY**4)
B3=B2*(4*LV)+(2*NV)
B4=(2*B9)+B3
APT=(2*B9)/B4
PF1=3*CS*NS*MS*(NY**3)
RF1=((1-PR2)**3)*B9*(1-APT)
PF2=2*KS*((CS*NS*NY)**3)
RF2=3*(1-PR2)
```

C
C VALOR ADIMENSIONAL DA FLECHA NO TOPO PARA
C PAINEL PORTICO DE DOIS PILARES
C

```
FZ(NM)=(PF1/RF1)+(PF2/RF2)
AR=3+((1-PR2)**2)
A=SQRT((2*B2*AR)/(PR2**3))
KS=A*CS*NS
XT=((1-PR2)*KS)**3*AR
TS=PF2/XT
RETURN
END
```

RESULTADOS DO PROGRAMA NO.8

PAINEL DE 2 PILAR(ES)

COEFICIENTES ADIMENSIONAIS DADOS

NO. QUALQUER DE ANDARES VS NO. REFERENCIAL DE ANDARES ALTURA DO ANDAR VS CUMPRIMENTO DA VISA.
C=1.0000 N=0.5000

J= 1 RHIIV= 21.00

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
4	0.0395	0.1763230E+06	0.1482837E+06	0.2003431E+05	0.1300522E+00	0.1589940E+00

J= 2 RHIIV= 11.00

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
8	0.0741	0.2341269E+05	0.1992689E+05	0.3485797E+04	0.1749293E+00	0.1488950E+00

J= 3 RHIIV= 7.67

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
11	0.0991	0.7853254E+04	0.6780797E+04	0.1072457E+04	0.1581609E+00	0.1355671E+00

J= 4 RHIIV= 6.00

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
14	0.1228	0.3789761E+04	0.3317626E+04	0.4721353E+03	0.1423112E+00	0.1245918E+00

J= 5 RHIIV= 5.00

K	R3D	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADJF
17	0.1453	0.2236789E+04	0.1986165E+04	0.2526243E+03	0.1271920E+00	0.1128296E+00

		J= 6		RHIIV= 4.33			
K	RSD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
19	0.1597	0.1557563E+04	0.1398616E+04	0.1569479E+03	0.1126464E+00	0.1020489E+00	
		J= 7		RHIIV= 3.85			
K	RSD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
22	0.1303	0.1137496E+04	0.1032486E+04	0.1050098E+03	0.1017057E+00	0.2031657E-01	
		J= 8		RHIIV= 3.50			
K	RSD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
23	0.1370	0.9412996E+03	0.8623984E+03	0.7890112E+02	0.9149032E-01	0.2782148E-01	
		J= 9		RHIIV= 3.22			
K	RSD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
24	0.1935	0.8097717E+03	0.7477659E+03	0.6200586E+02	0.8292145E-01	0.7657200E-01	
		J= 10		RHIIV= 3.00			
K	RSD	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
25	0.2000	0.7162959E+03	0.6659109E+03	0.5038501E+02	0.7556327E-01	0.7034105E-01	

		J=11		RHIAV= 2.82			
K	KBD	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADUF	
26	0.2263	0.6467334E+03	0.6046973E+03	0.4203613E+02	0.6951594E-01	0.6499761E-01	
		J=12		RHIAV= 2.67			
K	KBD	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADUF	
26	0.2263	0.6108088E+03	0.5738950E+03	0.3691382E+02	0.6422152E-01	0.5743432E-01	
		J=13		RHIAV= 2.54			
K	KBD	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADUF	
27	0.2126	0.5661653E+03	0.5342029E+03	0.3196240E+02	0.5983195E-01	0.5649419E-01	
		J=14		RHIAV= 2.43			
K	KBD	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADUF	
27	0.2126	0.5450661E+03	0.5161880E+03	0.2868013E+02	0.5594865E-01	0.5298444E-01	
		J=15		RHIAV= 2.33			
K	KBD	ADUF	ADUW	DJ	PADUW	PADUF	
27	0.2126	0.5281487E+03	0.5017771E+03	0.2637158E+02	0.5255637E-01	0.4993211E-01	

		J=16		RHIIV= 2.25			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
27	0.2126	0.5143445E+03	0.4900532E+03	0.2429126E+02	0.4956861E-01	0.4722761E-01	
		J=17		RHIIV= 2.13			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
26	0.2063	0.5181626E+03	0.4949531E+03	0.2320947E+02	0.4529226E-01	0.4479187E-01	
		J=18		RHIIV= 2.11			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
25	0.2063	0.5082863E+03	0.48666365E+03	0.2165166E+02	0.4449287E-01	0.4259758E-01	
		J=19		RHIIV= 2.05			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
26	0.2063	0.4996077E+03	0.4766028E+03	0.2030493E+02	0.4233697E-01	0.4061736E-01	
		J=20		RHIIV= 2.00			
K	R3D	ADUF	ADUW	DU	PADUW	PADUF	
25	0.2000	0.5063521E+03	0.4886199E+03	0.1973218E+02	0.4038249E-01	0.3881597E-01	

GRÁFICOS DOS ADIMENSIONAIS LIMITES
LEVANDO EM CONTA A DEFORMAÇÃO AXIAL DOS PILARES

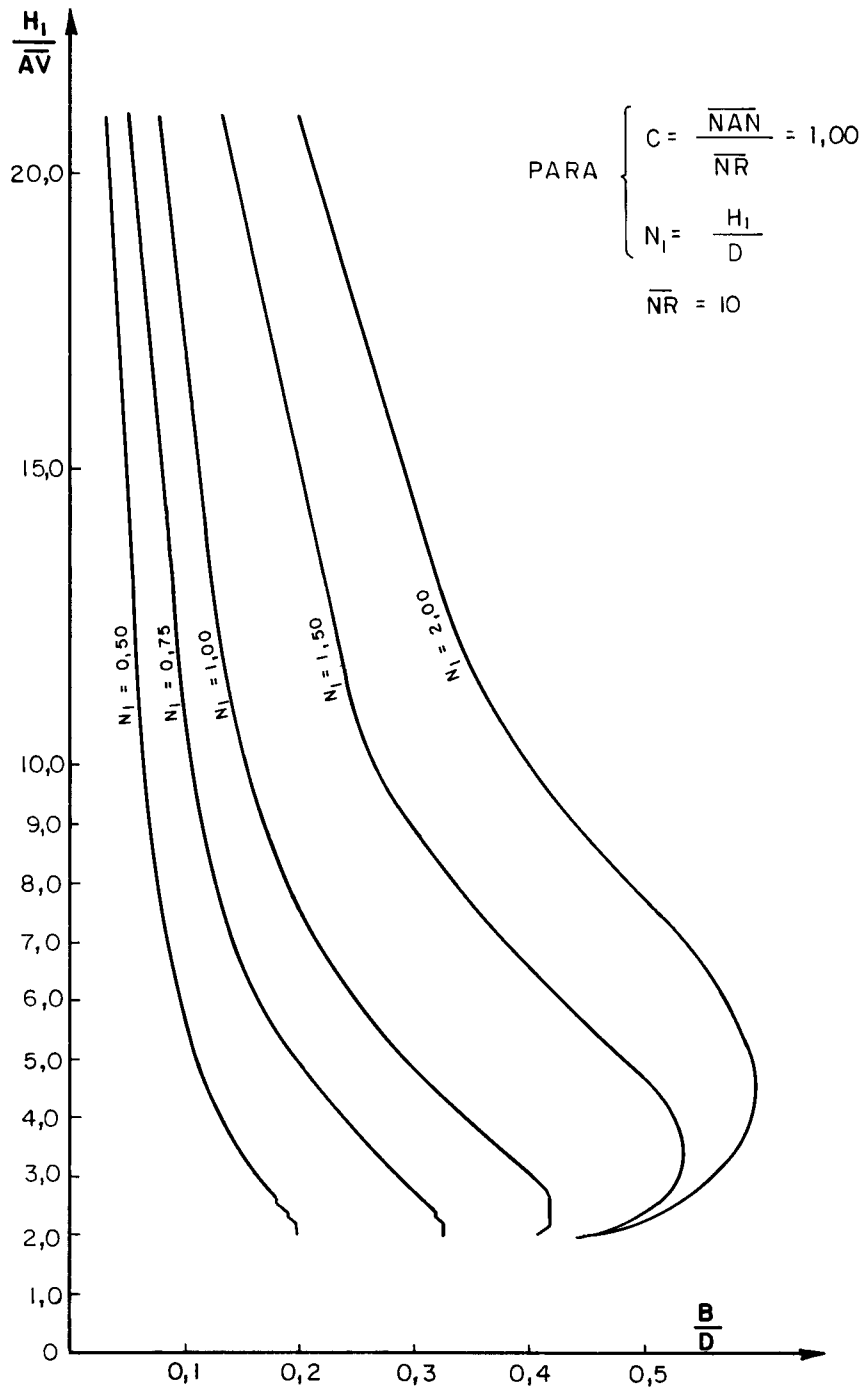


Fig. 4.13 - Painéis com um único pilar

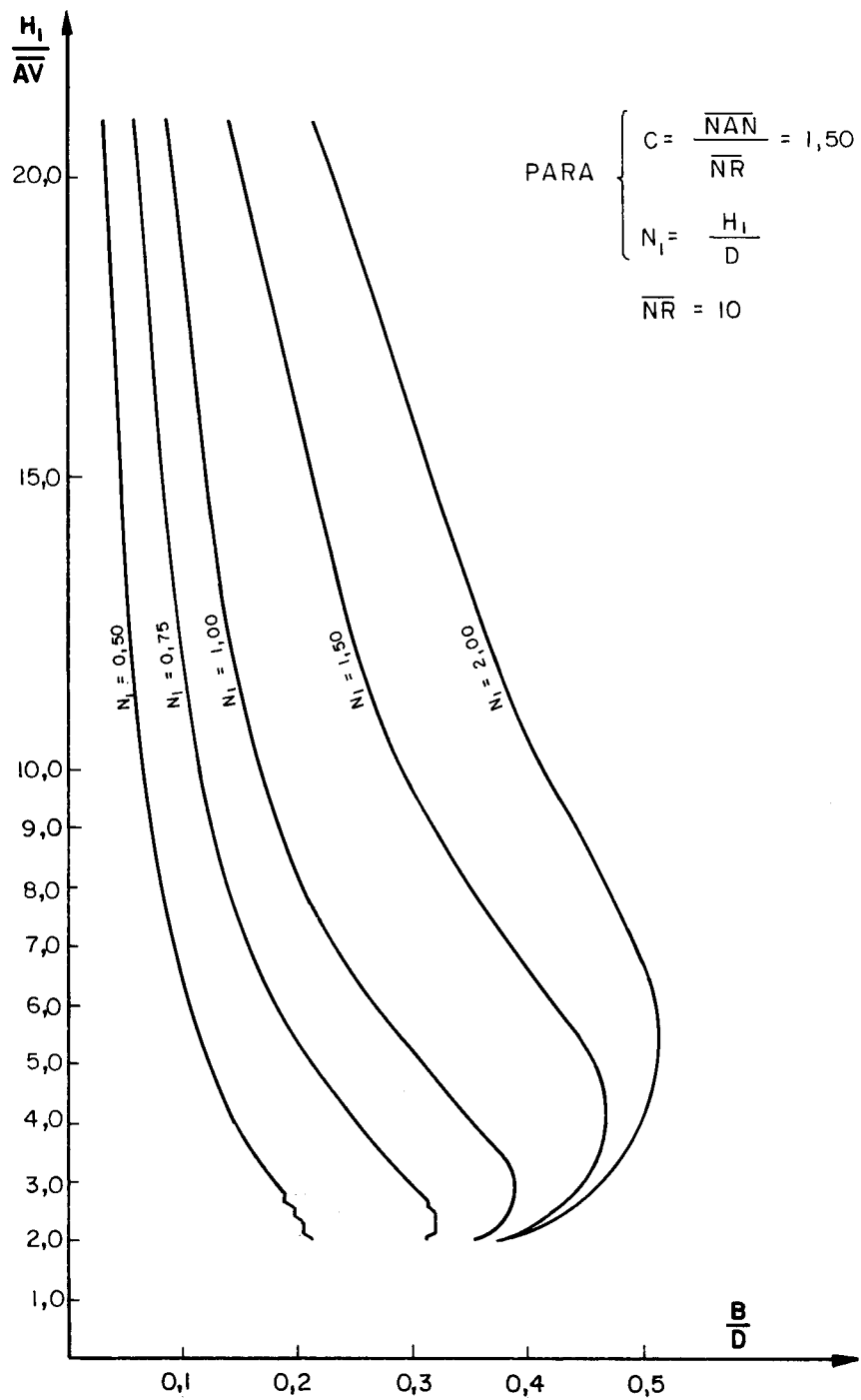


Fig. 4.14 - Painéis com um único pilar

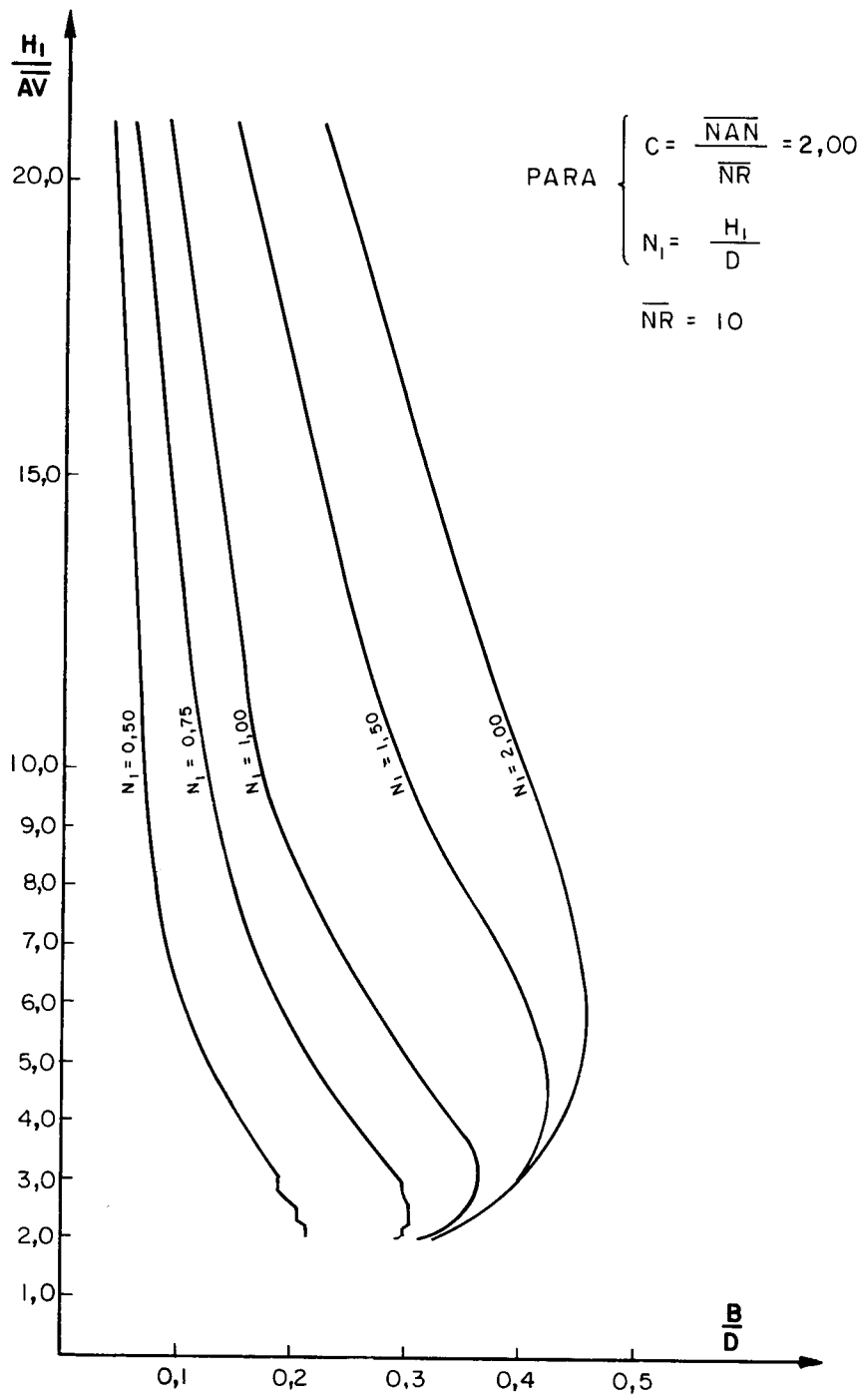


Fig. 4.15 - Painéis com um único pilar

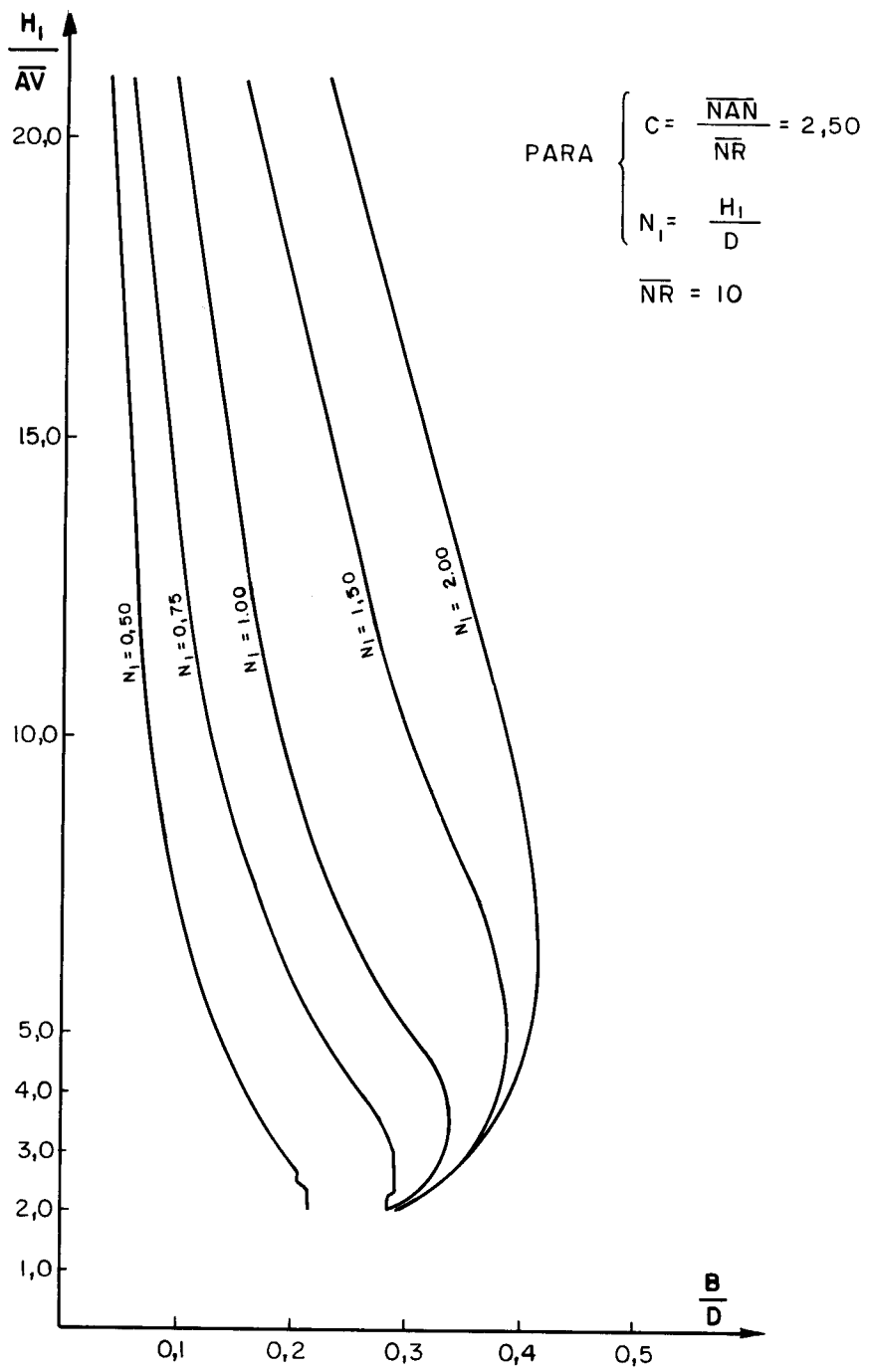


Fig. 4.16 - Painéis com um único pilar

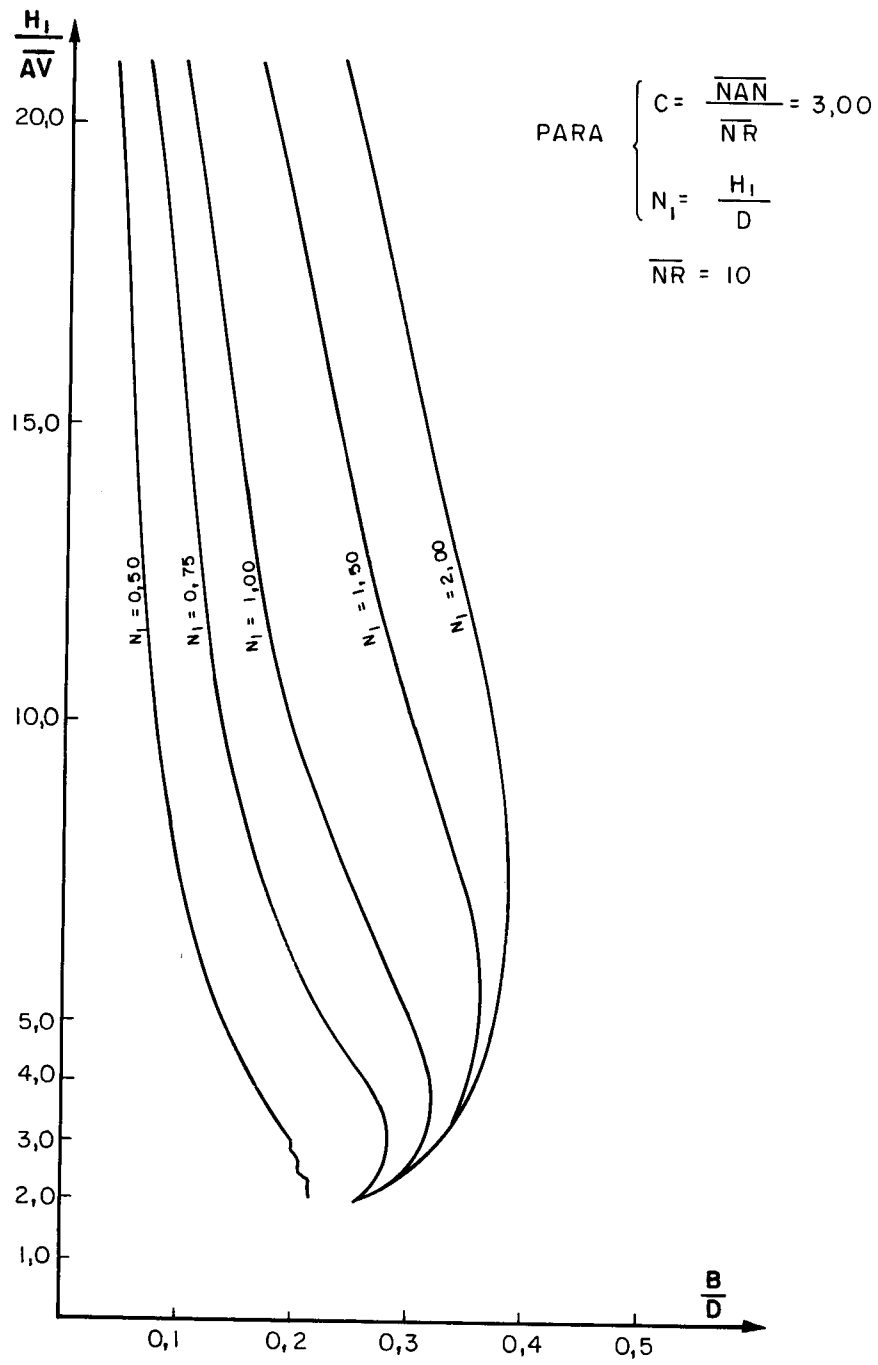


Fig. 4.17 - Painéis com um único pilar

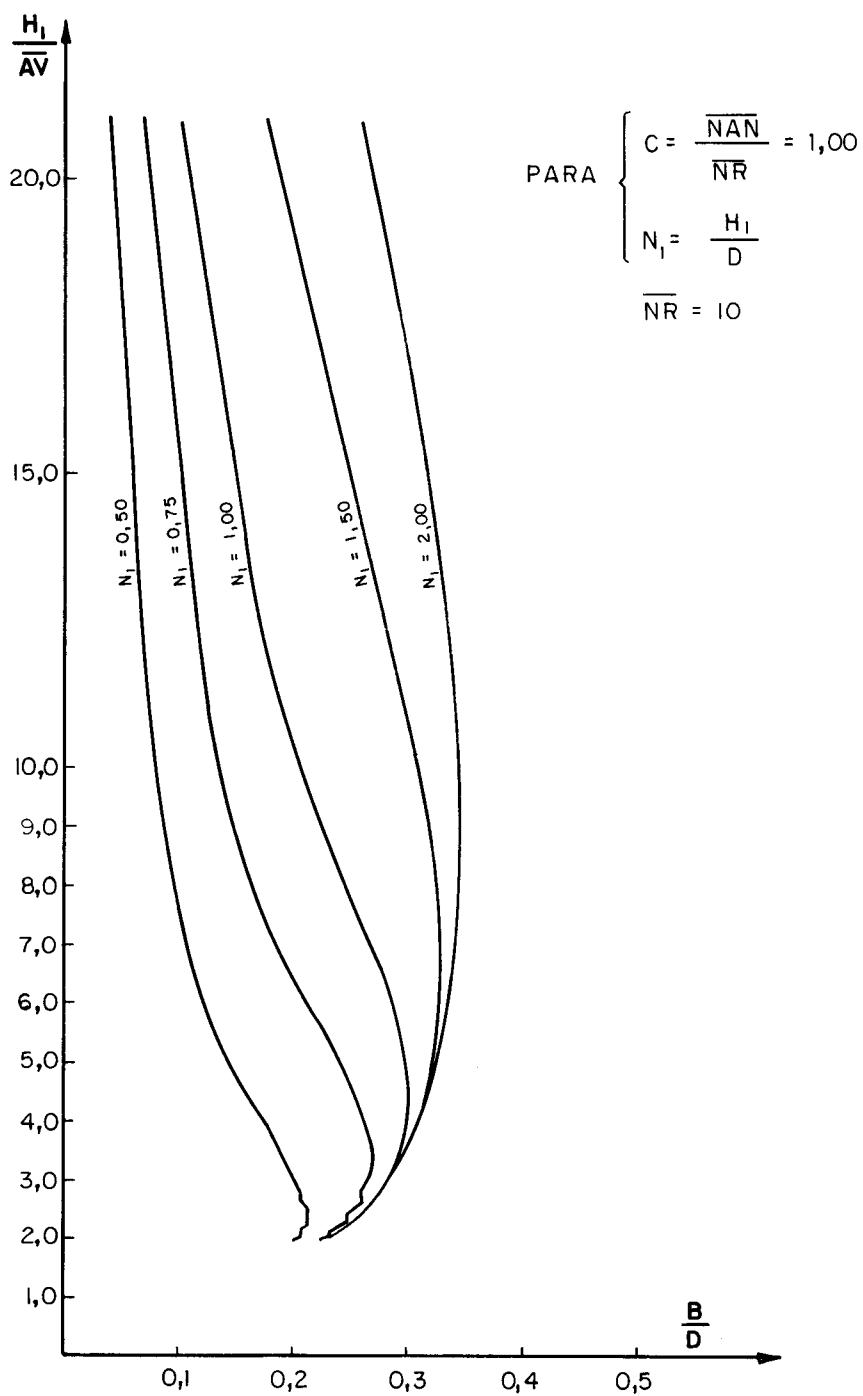


Fig. 4.18 - Painéis com dois pilares

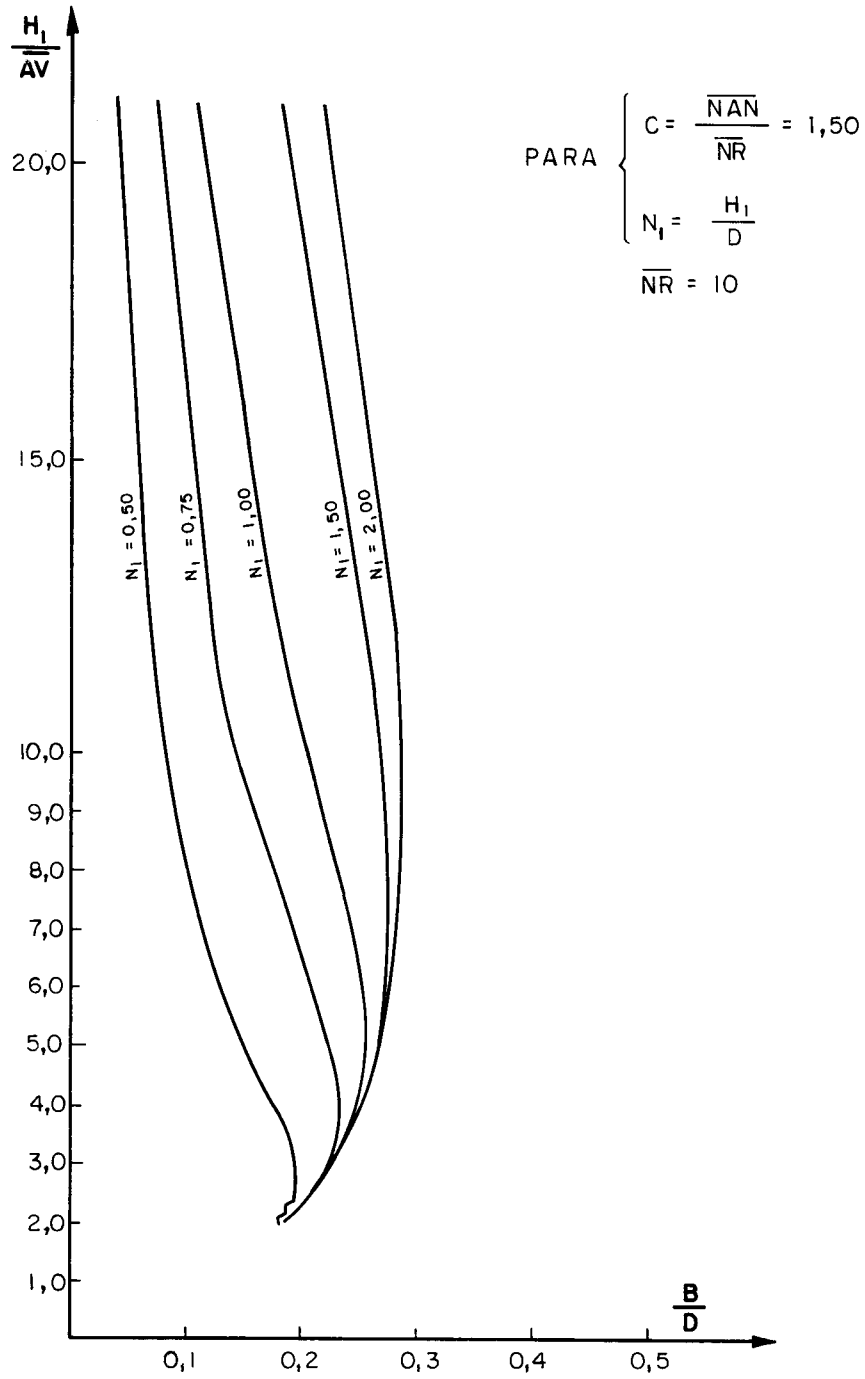


Fig. 4.19 - Painéis com dois pilares

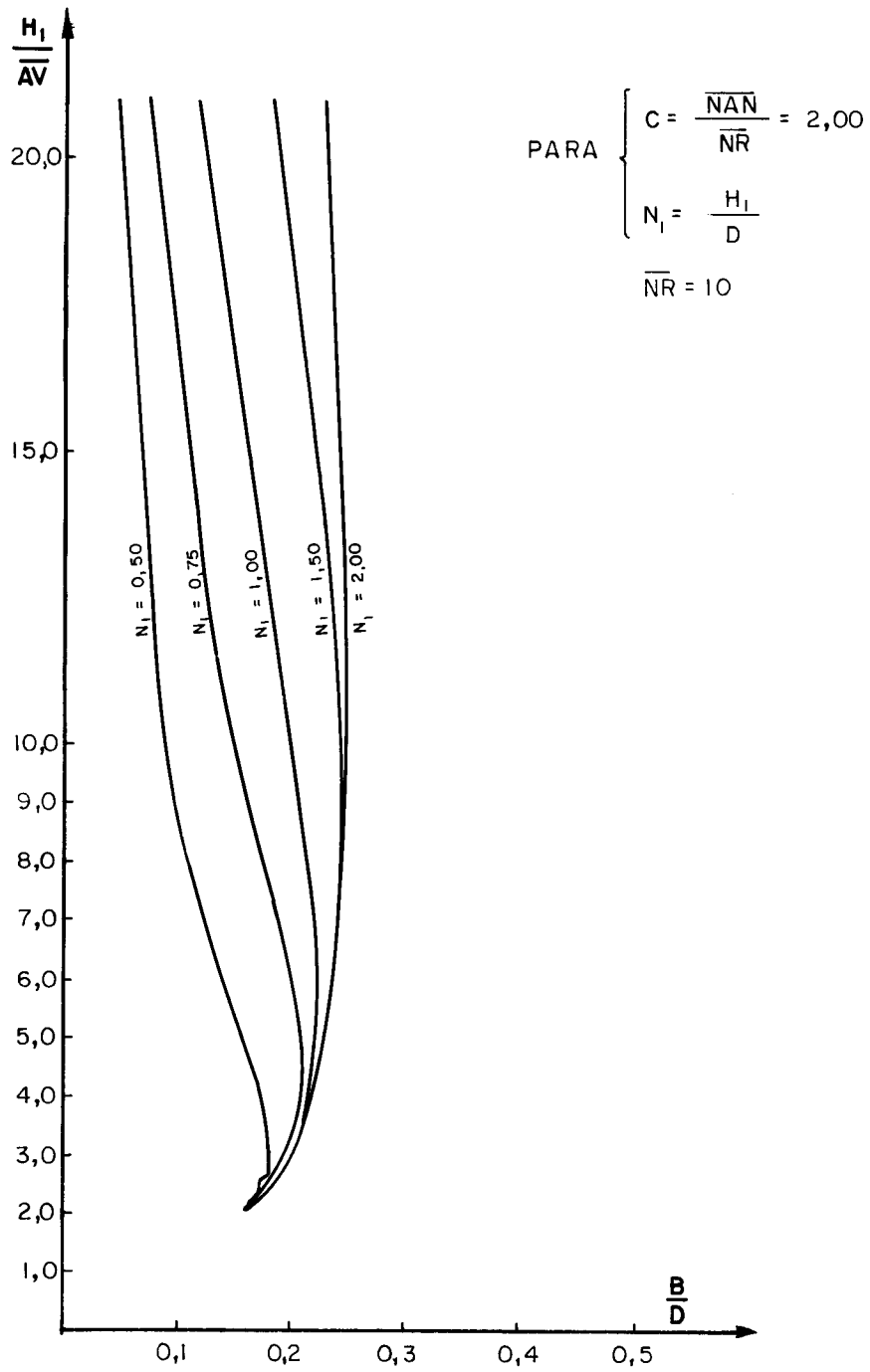


Fig. 4.20 - Painéis com dois pilares

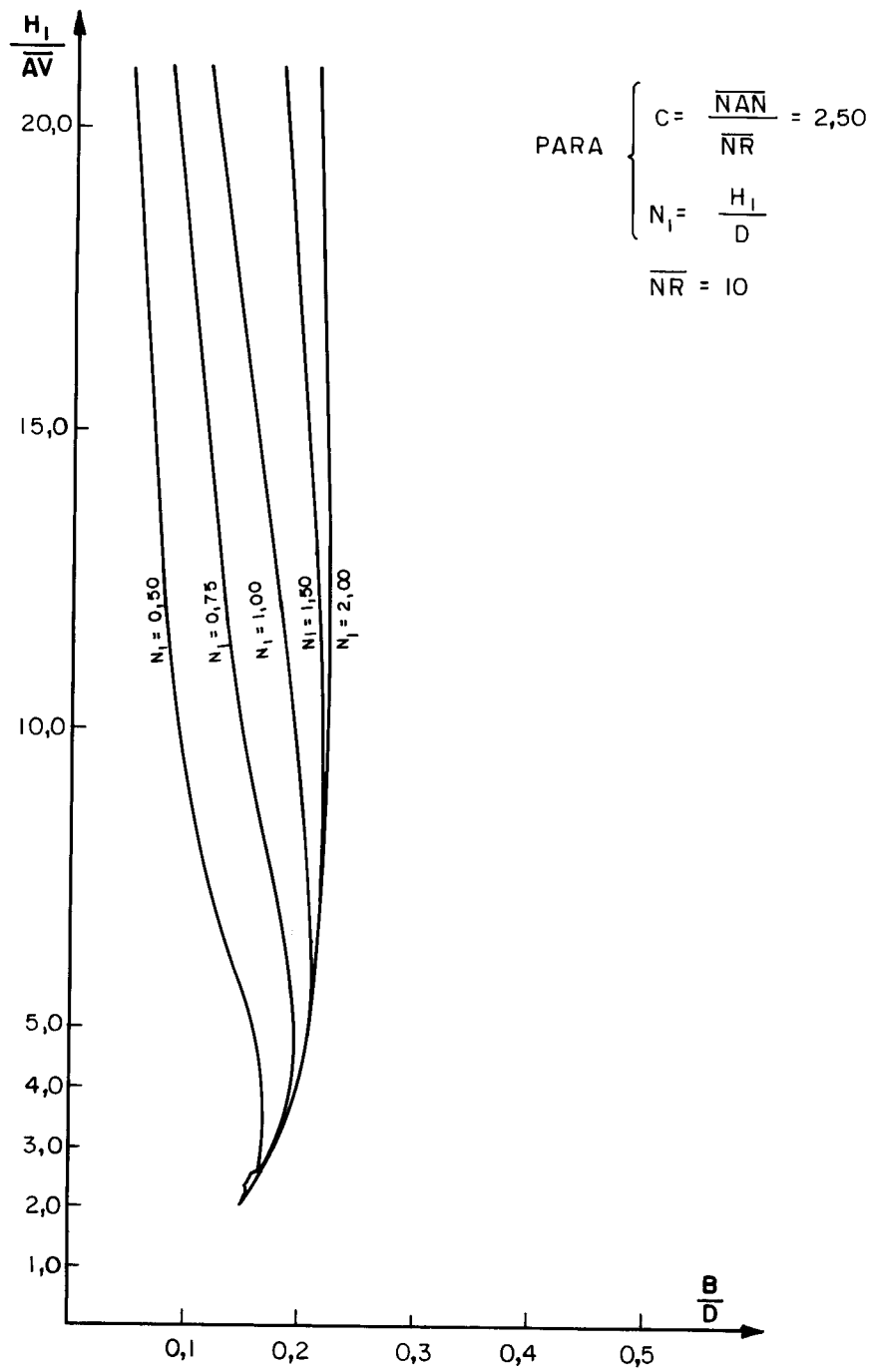


Fig. 4.21 - Painéis com dois pilares

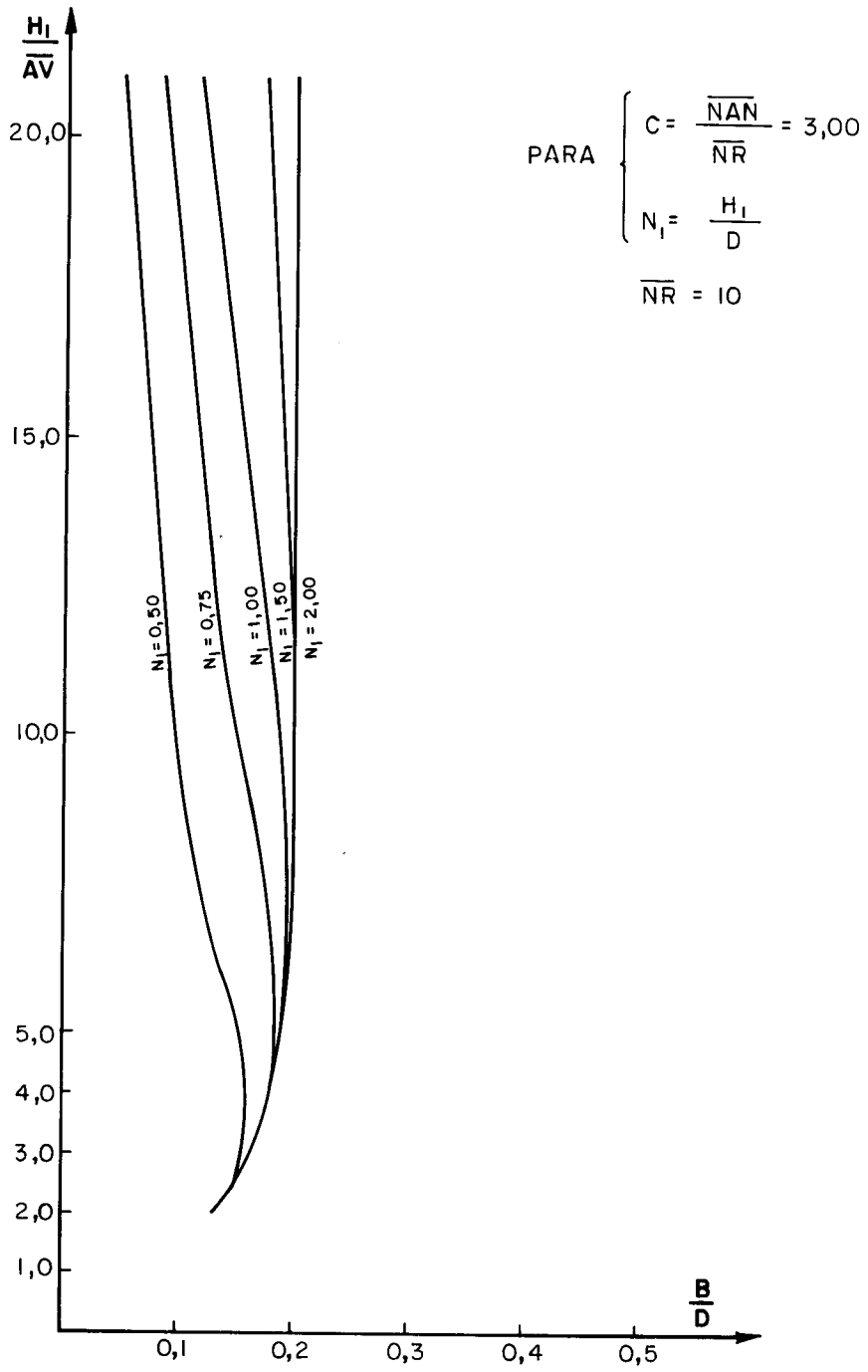


Fig. 4.22 - Painéis com dois pilares

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

No desenvolvimento deste trabalho, mesmo tendo-se casos de cálculo sumamente ideais, procurou-se apresentar pontos de discussão cujo objetivo foi aprimorar resultados de maneira a classificar sempre os melhores e mais coerentes com o real comportamento das estruturas. De acordo com este espírito de investigação, comparando-se os resultados numéricos e os gráficos dos programas N° 7 e N° 8, observa-se que levando-se em conta a deformação axial dos pilares por força normal, tem-se:

- a) Maiores valores adimensionais das flechas na parede u_w e no pórtico u_f para um mesmo painel.
- b) Menores ou iguais valores adimensionais $\frac{B}{D}$ para uma mesma relação $\frac{H_1}{AV}$.

De maneira que, por estas e outras observações feitas neste trabalho, conclui-se que na determinação dos parâmetros característicos para a definição do modelo estático deve ser considerada a deformação axial dos seus elementos verticais, sendo que, esta consideração é mais importante à medida que aumenta a altura total H do painel.

Neste trabalho, o modelo estático foi indicado atendendo-se preferentemente a uma relação adimensional de larguras B/D. Como considera-se o trabalho em conjunto dos membros que constituem um painel e não somente os elementos verticais (pilares) trabalhando individualmente, então qualquer mudança na relação adimensional de alturas H_1/\overline{AV} , altera também a definição do modelo estático.

Como o estudo realizado neste trabalho pretende oferecer subsídios a outros pesquisadores, para contribuir ao aprofundamento e aperfeiçoamento das pesquisas nesta área, em exemplos de painéis com mais pilares, aconselha-se estender o procedimento aqui mostrado, sem que isto represente qualquer complicação dos respectivos cálculos.

Aos pesquisadores que pretendam dar prosseguimento ao trabalho apresentado, sugere-se que considerem inicialmente as mesmas estruturas, alterando-se os seguintes itens gradativamente:

- a) Trabalhar com larguras B_i diferentes em cada pilar
- b) Trabalhar com comprimentos D_i diferentes em painéis com mais de dois pilares
- c) Considerar o efeito de 2.^a ordem

Desta maneira, se permitirá o estudo dos parâmetros que definem o modelo estático mais adequado e preciso, em estruturas constituídas por combinações de dimensões que comumente são observados nas formas arquitetônicas dos atuais edifícios altos.

APÊNDICE I

Determinação dos coeficientes λ_v , λ_p , η_p , λ_v' , η_v' e dos momentos nas barras com trechos rígidos.

A) Viga com um trecho rígido à esquerda

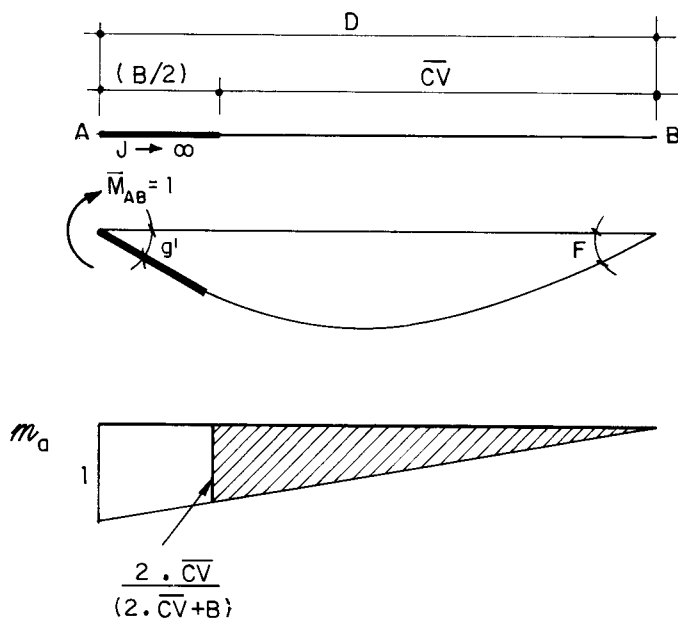


Fig. A.I-1 - Fatores de forma para viga com trecho rígido à esquerda.

A.1) Cálculo dos fatores de forma

Se m_a é o diagrama de momento devido ao carregamento da figura (A.I-1), pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, acha-se:

$$g' = E_c \cdot J_c \int_{B/2}^{(B/2 + \overline{CV})} \frac{m_a^2}{EJ} \cdot dx' = \frac{\overline{CV} \cdot E_c \cdot J_c}{3 \cdot EJ} \cdot \left(\frac{2\overline{CV}}{2\overline{CV} + B} \right)^2 \quad (1)$$

Arranjando a expressão anterior e factorizando em termos de $(2\overline{CV})^2$ segue:

$$g' = \left(\frac{D'}{3}\right) \cdot \left(\frac{\overline{CV}}{D}\right) \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}}\right)^2} \quad (2)$$

onde

$$D' = \frac{E_c \cdot J_c}{EJ} \cdot D \quad (3)$$

chamando

$$\alpha_v = \frac{\overline{CV}}{D \cdot \left(1 + \frac{B}{2\overline{CV}}\right)^2} \quad (4)$$

substituindo esta expressão em (2), segue

$$g' = \frac{D'}{3} \cdot \alpha_v \quad (5)$$

A.2) Coeficientes de propagação

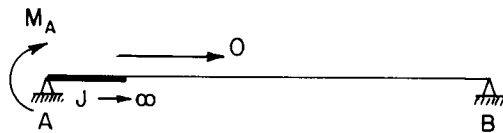


Fig. A.I-2 - Coeficientes de propagação

Para o caso da figura (A.I-2) em que o "outro apoio" é também articulado

$$\alpha_{AB} = \alpha_{BA} = 0 \quad (6)$$

A.3) Rigidez da barra à rotação no apoio A

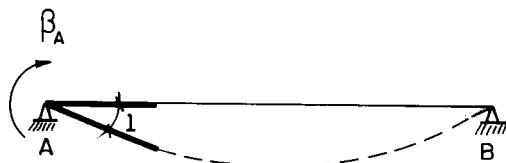


Fig. A.I-3 - Rigidez da barra à rotação no apoio A

Como a figura anterior tem o apoio B também articulado segue

$$\beta_A = \frac{1}{g} \quad (7)$$

chamando

$$\lambda_v = \frac{1}{\alpha_v} \quad (8)$$

a expressão (7) converte-se em

$$\beta_A = \frac{3}{D} \cdot \lambda_v \quad (9)$$

A.4) Momento no extremo A da viga

Tendo em vista casos com deslocamentos reais, a expressão (3) escreve-se

$$D' = \frac{D}{EJ_v} = \frac{1}{EK_v} \quad (10)$$



Fig. A.I-4 - Rotação do nó A

Pela figura anterior e substituindo a expressão (10) em (9), vem

$$M_{AB} = \beta_A \cdot a = 3.E.K_v \cdot \lambda_v \cdot a \quad (11)$$

onde \underline{a} é a rotação do nó A

B) Pilar com trechos rígidos nas duas extremidades

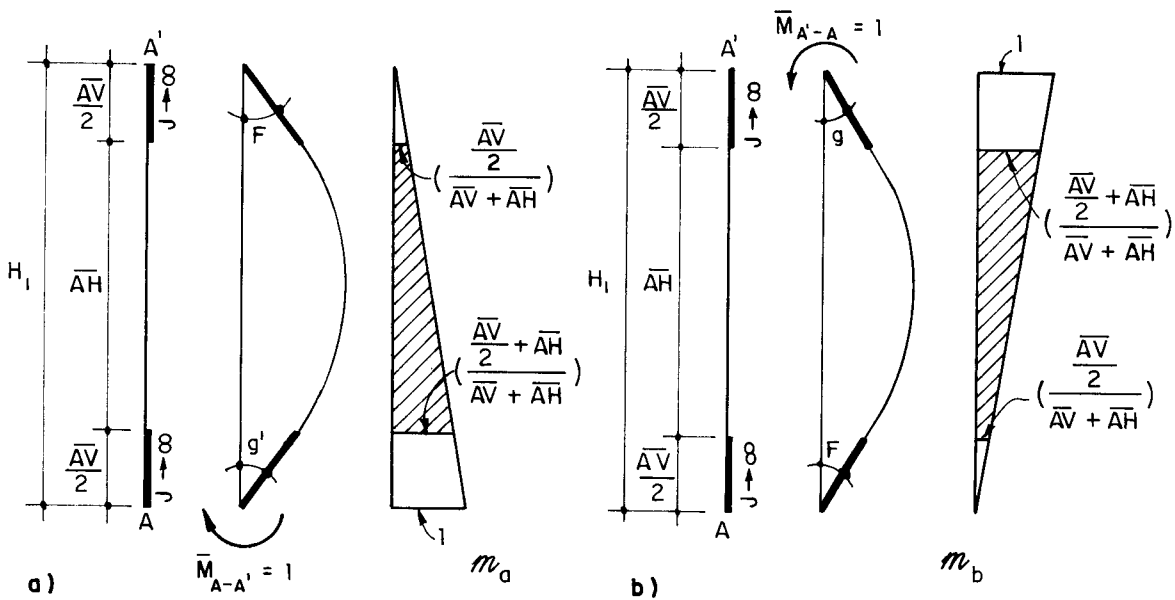


Fig. A.I-5 - Fatores de forma para o pilar

B.1) Cálculo dos fatores de forma

Para o carregamento da figura (A.I-5), e para os diagramas de momentos m_a e m_b , pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, tem-se

$$\left. \begin{aligned}
 g' &= E_c J_c \int_{\frac{\overline{AV}}{2}}^{\left(\frac{\overline{AV}}{2} + \overline{AH}\right)} \frac{m_a^2}{EJ} dx \\
 g &= E_c J_c \int_{\frac{\overline{AV}}{2}}^{\left(\frac{\overline{AV}}{2} + \overline{AH}\right)} \frac{m_b^2}{EJ} dx \\
 F &= E_c J_c \int_{\frac{\overline{AV}}{2}}^{\left(\frac{\overline{AV}}{2} + \overline{AH}\right)} \frac{m_a \cdot m_b}{EJ} dx
 \end{aligned} \right\} (12.a)$$

onde

$$\overline{AH} = H_1 - \overline{AV} \quad (12.b)$$

Fatorizando em termos de \overline{AH}^2 e chamando

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_p &= \frac{\overline{AH}}{H_1} \cdot \left[\frac{0,75 \left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}}\right)^2 + 1,5 \left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}}\right) + 1}{\left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}} + 1\right)^2} \right] \\
 \gamma_p &= \frac{\overline{AH}}{H_1} \cdot \left[\frac{1,5 \left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}}\right)^2 + 3 \left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}}\right) + 1}{\left(\frac{\overline{AV}}{\overline{AH}} + 1\right)^2} \right] \\
 H_1' &= \frac{E_c J_c}{EJ} \cdot H_1
 \end{aligned} \right\} (13)$$

Resolvendo-se as integrais da expressão (12.a) e usando as expressões de (13), vem

$$\left. \begin{aligned}
 g' &= \frac{H_1'}{3} \cdot \alpha_p \\
 g &= g' \\
 F &= \frac{H_1'}{6} \cdot \gamma_p
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

B.2) Coeficientes de propagação

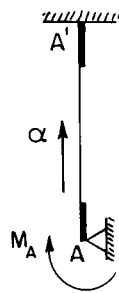


Fig. A.I-6 - Coeficientes de propagação

Para o caso da figura (A.I-6) em que o "outro apoio" é engastado

$$\alpha_{A-A'} = \alpha_{A'-A} = \frac{F}{g} = 0,5 \cdot \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \quad (15)$$

B.3) Rigidez à rotação nos apoios A e A'

No Apoio A:



Fig. A.I-7 - Rigidez à rotação no apoio A

Como o apoio A' é engastado, da figura (A.I-7), segue

$$\beta_A = \frac{g}{(g \cdot g' - F^2)} \quad (16)$$

chamando

$$\lambda_P = \frac{3 \cdot \alpha_P}{(4\alpha_P^2 - \gamma_P^2)} \quad (17)$$

Substituindo as expressões (14) em (16) e arranjando com (17), vem

$$\beta_A = \frac{4}{H_1'} \cdot \lambda_P \quad (18)$$

Procedendo-se de forma análoga como o apoio A', segue

$$\beta_{A'} = \frac{4}{H_1'} \cdot \lambda_P \quad (19)$$

Para deslocamentos reais

$$H_1' = \frac{H_1}{EJ} = \frac{1}{EK_P} \quad (20)$$

B.4) Momentos nos extremos A e A' do pilar

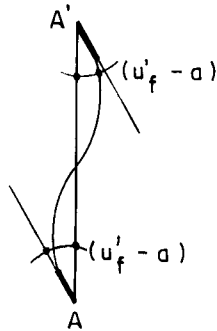


Fig. A.I-8 - Rotações dos extremos A e A'

Da figura anterior, vem

$$M_{A-A'} = \beta_A (u'_f - a) + \alpha_{A'-A} \cdot \beta_{A'} \cdot (u'_f - a) \quad (21)$$

chamando

$$\eta_p = \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \cdot \lambda_p \quad (22)$$

Substituindo (15), (18) e (20) e (22) em (21), se
gue

$$M_{A-A'} = EK_p (4\lambda_p + 2\eta_p) (u'_f - a) \quad (23)$$

Por simetria, vem

$$M_{A'-A} = M_{A-A'}$$

C) Viga com trechos rígidos nas duas extremidades

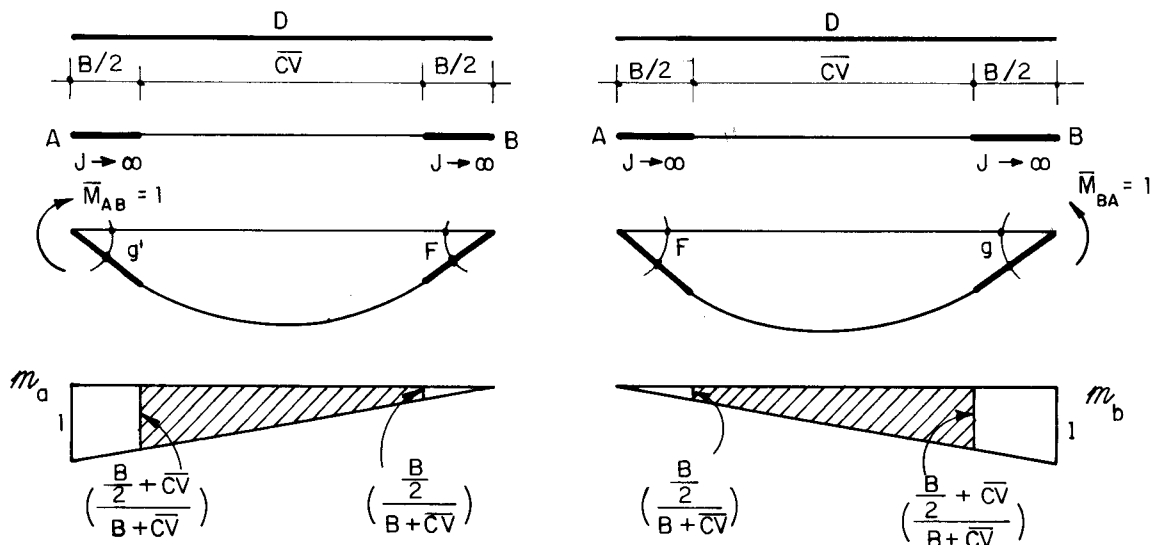


Fig. A.I-9 - Fatores de forma para uma viga com trechos rígidos nas duas extremidades.

C.1) Cálculo dos fatores de forma

Pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, encontra-se

$$\left. \begin{aligned}
 g' &= E_c J_c \cdot \int_{\frac{B}{2}}^{\left(\frac{B}{2} + \bar{C}\bar{V}\right)} \frac{m_a^2}{EJ} \cdot dx \\
 g &= E_c J_c \cdot \int_{\frac{B}{2}}^{\left(\frac{B}{2} + \bar{C}\bar{V}\right)} \frac{m_b^2}{EJ} \cdot dx \\
 F &= E_c J_c \cdot \int_{\frac{B}{2}}^{\left(\frac{B}{2} + \bar{C}\bar{V}\right)} \frac{m_a \cdot m_b}{EJ} \cdot dx
 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Fatorizando em termos de \overline{CV}^2 e chamando

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_v &= \frac{\overline{CV}}{D} \cdot \left[\frac{0,75 \left(\frac{B}{\overline{CV}}\right)^2 + 1,5 \left(\frac{B}{\overline{CV}}\right) + 1}{\left(\frac{B}{\overline{CV}} + 1\right)^2} \right] \\ \gamma'_v &= \frac{\overline{CV}}{D} \cdot \left[\frac{1,5 \left(\frac{B}{\overline{CV}}\right)^2 + 3 \left(\frac{B}{\overline{CV}}\right) + 1}{\left(\frac{B}{\overline{CV}} + 1\right)^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

resolvem-se as integrais das equações (24) e usando as expressões (25) e (3), vem

$$\left. \begin{aligned} g' &= \frac{D'}{3} \cdot \alpha'_v \\ g &= g' \\ F &= \frac{D'}{6} \cdot \gamma'_v \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

C.2) Coeficientes de propagação

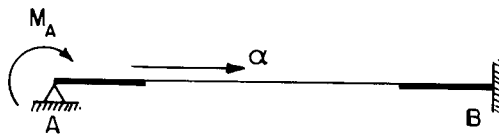


Fig. A.I-10- Coeficientes de propagação

Para este caso em que o "outro apoio" é engastado

$$\alpha_{A-B} = \alpha_{B-A} = \frac{F}{g} = 0,5 \cdot \frac{\gamma'_v}{\alpha'_v} \quad (27)$$

C.3) Rigidez à rotação nos apoios A e B

No apoio A:

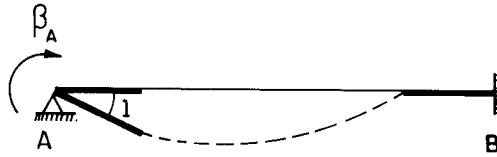


Fig. A.I-11 - Rigidez à rotação no apoio A

chamando

$$\lambda'_v = \frac{3\alpha'_v}{(4\alpha'^2_v - \gamma'^2_v)} \quad (28)$$

e substituindo as expressões (26) em (16), junto com (28), segue

$$\beta_A = \frac{4}{D^T} \cdot \lambda'_v \quad (29)$$

Por simetria, $\beta_B = \beta_A$

C.4) Momentos nos extremos A e B da viga

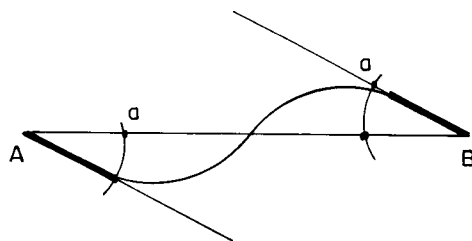


Fig. A.I-12 - Rotações dos extremos A e B

Da figura anterior, vem

$$M_{A-B} = \beta_A \cdot a + \alpha_{B-A} \cdot \beta_B \cdot a \quad (30)$$

chamando

$$\eta'_v = \frac{\gamma'_v}{\alpha'_v} \cdot \lambda'_v \quad (31)$$

Substituindo (27), (29), (10) e (31) em (30), tem-se

$$M_{A-B} = EK_v (4\lambda'_v + 2\eta'_v) \cdot a \quad (32)$$

Por simetria, $M_{B-A} = M_{A-B}$

APÊNDICE II

DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS NAS BARRAS COM NÓS PUNTOAIS

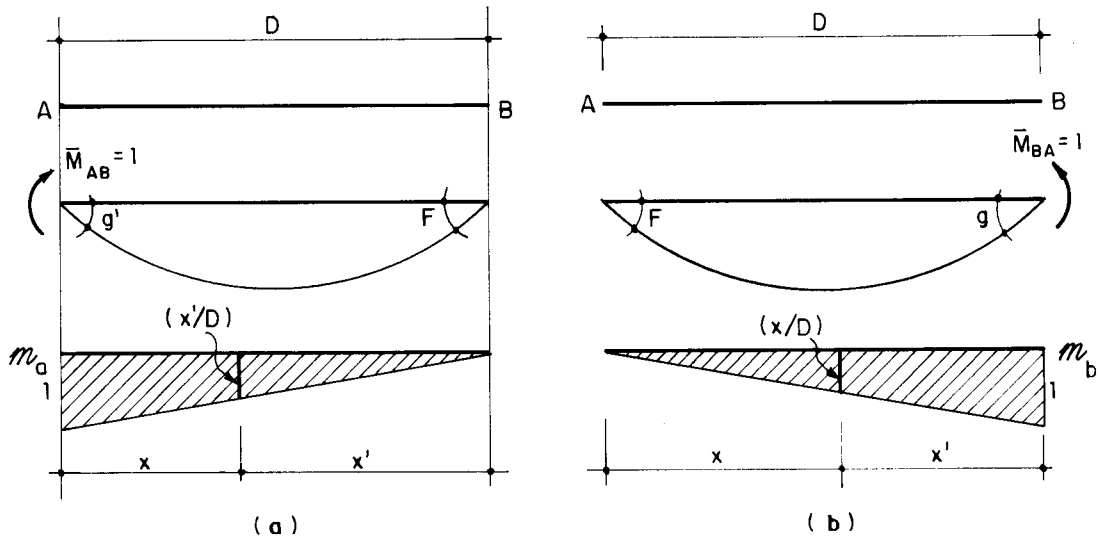


Fig. A.II-1 - Fatores de forma em barras com nós puntuais

Cálculo dos Fatores de Forma

Para a figura (A.II-1), pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, têm-se:

$$\left. \begin{aligned}
 g' &= E_c J_c \cdot \int_0^D \frac{m_a^2}{EJ} \cdot dx' \\
 g &= E_c J_c \cdot \int_0^D \frac{m_b^2}{EJ} \cdot dx \\
 F &= E_c J_c \cdot \int_0^D \frac{m_a \cdot m_b}{EJ} \cdot dx
 \end{aligned} \right\} (1)$$

Resolvendo as integrais da expressão anterior, segue:

$$\left. \begin{aligned} g &= g' = \frac{D'}{3} \\ F &= \frac{D'}{6} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

A) Para a viga

- Rigidez à rotação do nó A

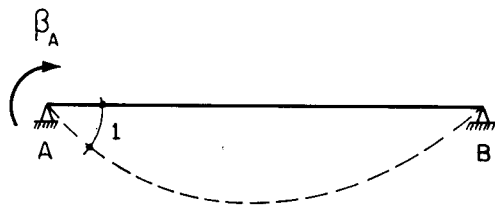


Fig. A.II-2 - Rigidez da barra à rotação no apoio A

com a figura anterior, tira-se

$$\beta_A = \frac{1}{g'} = \frac{3}{D'} = 3EK_v \quad (3)$$

- Momento na extremidade A (o nó A tem uma rotação \underline{a})

$$M_{A-B} = \beta_A \cdot a = 3EK_v \cdot a \quad (4)$$

B) Para o pilar: (rotações $(u'_f - a)$ nas duas extremidades e de sentidos opostos, conforme figura A.II-3)

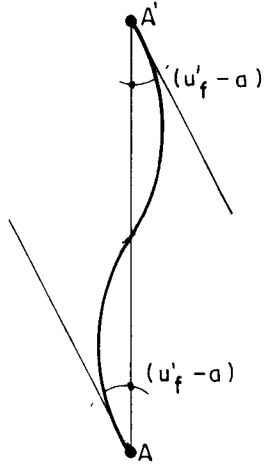


Fig. A.II-3 - Rotações nos extremos A e A'

$$M_{A-A'} = 6EK_p (u'_f - a) \quad (5)$$

Por simetria, $M_{A'-A} = M_{A-A'}$

C) Viga com rotações opostas a nas duas extremidades

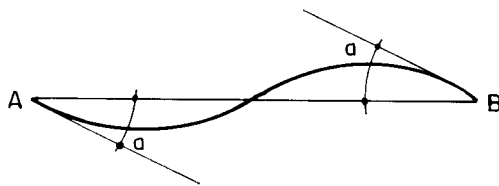


Fig. A.II-4 - Rotações dos extremos A e B

$$M_{A-B} = 6EK_v \cdot a \quad (6)$$

Por simetria, $M_{B-A} = M_{A-B}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - ALBIGES, M. & GOULET, J. Contreventement des batiments. Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ., 113(149): 473-500, Mai, 1960.
- 2 - BATHAUS FILHO, M. Painéis de contraventamento. São Carlos, EESC-USP, 1974. 54 p. (Trabalho de especialização).
- 3 - CARDAN, B. Concrete shear walls combined with rigid frames in multistory buildings subject to lateral loads. A.C.I. Journal, 58 (3): 299-315, Sept. 1961.
- 4 - COELHO, E.J.P. Análise do efeito do vento em estruturas de edifícios de planta circular. São Carlos, EESC-USP, 1981. 271 p. (Dissertação de mestrado).
- 5 - FERREIRA, L.F.O. Associação plana de pórticos com pilares paredes. São Carlos, EESC-USP, 1975. 94. p. (Dissertação de mestrado).
- 6 - MANCINI, E. Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitas à ação do vento. São Carlos, EESC-USP, 1973. 140 p. (Tese de doutorado).
- 7 - STAMATO, M.C. Associação contínua de painéis de contraventamento. São Carlos, EESC-USP, 1971. 72 p.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - ALBIGES, M. & GOULET, J. Contreventement des batiments. Annales Inst. Tech. Bât. Trav. Publ., 113(149): 473-500, Mai, 1960.
- 2 - BATHAUS FILHO, M. Painéis de contraventamento. São Carlos, EESC-USP, 1974. 54 p. (Trabalho de especialização).
- 3 - CARDAN, B. Concrete shear walls combined with rigid frames in multistory buildings subject to lateral loads. A.C.I. Journal, 58(3): 299-315, sept. 1961.
- 4 - COELHO, E.J.P. Análise do efeito do vento em estruturas de edifícios de planta circular. São Carlos, EESC-USP, 1981. 271 p. (Dissertação de mestrado).
- 5 - FERREIRA, L.F.O. Associação plana de pórticos com pilares-paredes. São Carlos, EESC-USP, 1975. 94 p. (Dissertação de mestrado).
- 6 - MANCINI, E. Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitas à ação do vento. São Carlos, EESC-USP, 1973. 140 p. (Tese de doutorado).
- 7 - RAMALHO, M.A. Integração das equações da técnica do meio contínuo por polinômios de interpolação. São Carlos, EESC-USP, 1983. (Dissertação de mestrado).
- 8 - STAMATO, M.C. Associação contínua de painéis de contra-ventamento. São Carlos, EESC-USP, 1971. 72 p.