

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO  
TRANSVERSAL DE CARGAS EM PONTES DE MADEIRA

Engº ANTONIO ALVES DIAS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"



SÃO CARLOS - SP  
Janeiro/1987

CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO  
TRANSVERSAL DE CARGAS EM PONTES DE MADEIRA

Engº ANTONIO ALVES DIAS

Prof. Dr. FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR



#### AGRADECIMENTOS

O autor agradece a todos que de alguma maneira contribui  
ram para a realização deste trabalho, tanto no aspecto de apoio  
material e científico como também no de incentivo e amizade.

## RESUMO

Projetos de pontes de postes de Eucalipto Citriodora desenvolvidos no país têm conduzido à solução por vigas principais longitudinais e peças transversais formando a pista de rolamento após regularização de sua superfície com concreto e asfalto.

Os critérios da NBR 7190/82 - Norma Brasileira para o Cálculo e a Execução de Estruturas de Madeira - não consideram, no cálculo de vigas principais de pontes, a repartição transversal de cargas entre as várias vigas proporcionada pelas peças do tabuleiro, cujos tramos são considerados simplesmente apoiados nas vigas principais.

Neste trabalho é proposta a analogia de grelha para uma análise teórica mais realista da distribuição transversal de cargas, considerando a continuidade das peças do tabuleiro. Nesta analogia citada, as longarinas da grelha são as vigas principais e as transversinas são obtidas do meio contínuo formado pela peças do tabuleiro. São apresentados os resultados obtidos pela analogia de grelha e os resultados da experimentação, em laboratório, de um modelo de ponte com quatro vigas principais, no qual foram medidas as flechas e as deformações nas vigas principais decorrentes da aplicação de cargas pontuais referentes a uma roda e a um eixo. Houve ótima concordância entre os resultados teóricos e os experimentais.

## ABSTRACT

Brazilian design of log brigdes conduces to the solution with stringers, and the transverse beams compose the wearing surface after concrete and asphalt regularization.

The NBR 7190/82 - Wooden Structures Design and Building - criteria do not consider, to calculate the stringers, the load transverse distribution caused by the deck, treated as simple span between stringers.

In this work it's presented a grillage analogy in order to reach an actural theoretical analisys of load transverse distribution because of the deck continuity. In this case the stringers are the principal beams and the transverse beams ate obtained from the deck continuum medium. The theoretical results using grillage analogy and the experimental results from the test of a four stringers bridge model with measurement of vertical displacements and strains caused by concentrated loads related to one or two wheels are presented. It was obtained excellent agreement between theoretical and experimental results.

## SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO .....	01
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	03
3 - PONTE DE MADEIRA COM VIGAS SIMPLESMENTE APOIADAS PARA 8 METROS DE VÃO LIVRE .....	16
4 - MONTAGEM DO MODELO REDUZIDO .....	65
5 - EXPERIMENTAÇÃO DO MODELO REDUZIDO .....	81
6 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS ...	118
7 - CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA O PROSEGUIMENTO DO TRABALHO	145
8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	147
9 - BIBLIOGRAFIA .....	149

## 1- INTRODUÇÃO

### 1.1- GENERALIDADES

A madeira tem sido um dos materiais mais utilizados pelo homem, nos mais variados setores de atividades: na construção de habitações, embarcações, peças de mobiliário, instrumentos musicais, ferramentas, embalagens, entre outros.

Entretanto, um dos principais empregos da madeira se verifica na construção civil, podendo ser citadas como feitos de madeira: caixilhos, esquadrias, divisórias, revestimentos de pisos, paredes; tacos, tábua para assoalhos e forros; estruturas de cobertura; formas e cimbramentos para obras de concreto armado e protendido; construções rurais como granjas, silos, galpões; pontes para regiões urbanas e para estradas.

Com relação ao caso específico das pontes, pode ser observada, ainda nos dias de hoje, uma técnica construtiva até certo ponto conservadora, fruto da dificuldade de se transmitir do projeto para a obra, os avanços, mesmo que em níveis um pouco distantes dos desejáveis e necessários, alcançados em pesquisas como as desenvolvidas no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM), do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. A dimensão dos desafios ainda por vencer não deve servir senão de estímulo para o prosseguimento das atividades relativas às pesquisas mencionadas, objetivando resolver desde dificuldades básicas de projeto até sistemas alternativos para a construção mais expedita de pontes de madeira, mantendo-se as condições de segurança requeridas. Neste contexto se enquadra o presente trabalho, cujas conclusões deverão se constituir em fundamental contribuição para o estudo da distribuição transversal de cargas em pontes de madeira.

### 1.2- MOTIVOS E INTERESSE DO ESTUDO

Como se sabe, um dos aspectos mais alcançados por incentivos governamentais se refere à construção de estradas vicinais, em todo país, para dar escoamento à produção agrícola e pecuária. Com as estradas vicinais aumenta a necessidade da construção de pontes. Para tais estradas, a madeira é um excelente material para a cons-

trução de pontes, não só pela sua disponibilidade em locais não muito distantes, como pelo seu potencial de resistência e durabilidade, fazendo-o economicamente interessante. É preciso, porém, se estabelecer procedimentos capazes de permitir a elaboração de projetos cujos produtos finais sejam de nível adequado, possibilitando a construção de estruturas satisfatórias. As normas brasileiras sobre o assunto são muito superficiais e omissas em relação a procedimentos típicos do projeto de pontes. Além disso, a bibliografia nacional e internacional apresenta escassas referências sobre o assunto conforme pode ser constatado no decorrer do presente texto.

Diante do exposto e à vista da necessidade da construção de muitas pontes no país, a realização deste trabalho está plenamente justificada, cujos objetivos principais estão, a seguir, brevemente mencionados.

- propor um procedimento teórico para a determinação, mais compatível com a realidade, de esforços solicitantes em elementos estruturais de pontes de madeira.

- montar e ensaiar modelo reduzido de uma ponte de madeira de dimensões adequadas para possibilitar a obtenção de dados confiáveis para análise.

- fazer a comparação entre os resultados obtidos pelo procedimento físico proposto e os resultados obtidos pela experimentação, verificando a validade das hipóteses adotadas no cálculo.

Com isto espera-se contribuir para a abertura de novos trabalhos de pesquisa nesta linha, cujas conclusões sejam, também, imediatamente transferidas para a prática, de modo a compatibilizar os conhecimentos disponíveis com as necessidades dos profissionais ligados ao projeto e a construção de pontes de madeira.

## 2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1- PONTES DE EUCALIPTO CITRIODORA

A utilização dos postes de eucalipto citriodora, interligados por anéis metálicos, na construção de pontes, teve início com os estudos desenvolvidos pelo Prof. João Cesar Hellmeister [1] no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM), do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos - USP. Estes estudos, inicialmente de caráter acadêmico (atividades de docência e pesquisa), foram complementados com a construção de algumas pontes utilizando os postes de eucalipto citriodora. Como exemplos podem ser citados: ponte sobre o Ribeirão dos Porcos (construção precursora), na rodovia Cambaratiba-Borborema, com 21 metros de comprimento (15 metros de vão central em estrutura em pórtico e dois balanços laterais de 3 metros), classe 36, uma faixa de tráfego; ponte pênsil sobre o Rio Tietê, em propriedade da Companhia Nitro Química S/A, com 62 metros de comprimento (tramo central com 31 metros e dois tramos laterais com 15,5 metros de comprimento), classe 12, uma faixa de tráfego; ponte construída na Granja Vespasiano, em Vespasiano-MG (tendo o autor participação da elaboração do projeto) com 34 metros de comprimento (20 metros de vão central em estrutura em pórtico e dois tramos laterais, simplesmente apoiados, com 7 metros). Foram estudados também outros esquemas estruturais visando a utilização dos postes de eucalipto citriodora na construção de pontes com vigas principais treliçadas, com vigas principais armadas, etc.

O engenheiro Norman Barros Logsdon apresenta em sua dissertação de Mestrado "Contribuição ao Estudo das Pontes de Madeira" [2] importantes subsídios para o dimensionamento e detalhamento de várias formas estruturais de pontes utilizando os postes de eucalipto citriodora. São fornecidas informações para o dimensionamento e detalhamento de pontes com estrutura em vigas simplesmente apoiadas, em viga contínua de três tramos e em pórtico.

#### 2.1.1- Postes de eucalipto citriodora

Os eucaliptos, originários da Austrália, tem sido introdu-

zidos no Brasil desde 1850; mas, em plantações rationalizadas, apenas a partir de 1903 em Jundiaí-SP, por Edmundo Navarro de Andrade. Trouxe da Austrália várias espécies de eucalipto, tendo em vista selecionar os que mais se adaptassem ao nosso clima. Inicialmente o eucalipto se destinava à produção de lenha necessária às locomotivas a vapor, sendo posteriormente utilizado na produção industrial de chapas de fibras de madeira, na fabricação de celulose e de papel, de chapas de madeira aglomerada, como dormentes de estradas de ferro e postes de eletricidade. O eucalipto citriodora se destacou por suas excelentes características físicas e mecânicas, e por seu crescimento rápido mesmo em terras consideradas pobres para a agricultura convencional, produzindo mourões dos 5 a 6 anos, postes leves dos 12 aos 15, postes pesados e madeira estrutural dos 30 aos 35 anos de idade. Por estas características, além da possibilidade da obtenção de postes relativamente retílinios, o eucalipto citriodora foi o escolhido para a construção de pontes. Os postes são utilizados sem nenhum cuidado especial, a não ser a seleção de peças retas e o tratamento preservativo contra o ataque de fungos e insetos.

Os postes de eucalipto citriodora apresentam conicidade (variação do diâmetro ao longo do comprimento) razoavelmente constante em torno de 1%.

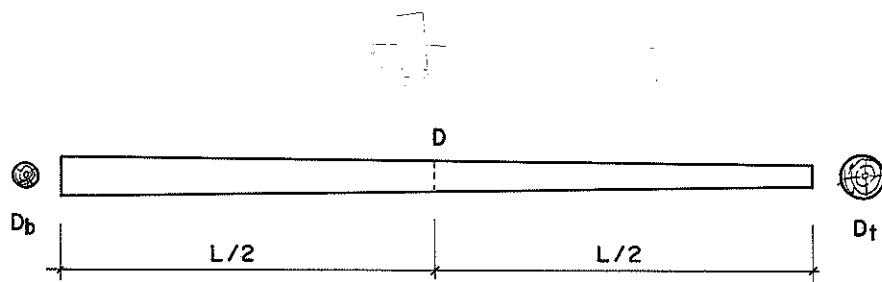


Fig. 2.1- Conicidade dos postes

L - comprimento

$D_b$  - diâmetro da base

$D_t$  - diâmetro do topo

$$c = \frac{D_b - D_t}{L} - \text{conicidade}$$

$$D = \frac{D_b + D_t}{2} - \text{diâmetro médio}$$

A tabela 2.1 fornece as dimensões usuais dos postes co-

mercias. Foi adaptado por Hellmeister a partir da tabela elaborada pela Associação Brasileira de Preservadores de Madeira, com a finalidade de utilização dos postes em estruturas. Os postes são classificados em extra leves (XL), leves (L), médios (M), pesados (P) e extra pesados (XP). Seus pesos são determinados para umidade de 35%. As informações desta tabela podem ser melhor visualizadas no diagrama da figura 2.2.

Comprimento (m)	Tipo	Diâmetro-Base (cm)	Diâmetro-Topo (cm)	Peso (Kg)
7	XL	15,5	8,5	86
	L	18,5	11,5	133
	M	21,5	14,5	191
	P	24,5	17,5	259
8	XL	16,5	8,5	108
	L	19,5	11,5	164
	M	22,5	14,5	231
	P	25,5	17,5	311
9	XL	17,5	8,5	132
	L	20,5	11,5	197
	M	23,5	14,5	276
	P	26,5	17,5	368
10	XL	18,5	8,5	159
	L	21,5	11,5	234
	M	24,5	14,5	323
	P	27,5	17,5	428
11	XL	19,5	8,5	189
	L	22,5	11,5	274
	M	25,5	14,5	376
	P	28,5	17,5	494
12	L	23,5	11,5	318
	M	26,5	14,5	432
	P	29,5	17,5	564
	XL	32,5	20,5	714
13	L	24,5	11,5	266
	M	27,5	14,5	493
	P	30,5	17,5	639
	XL	33,5	20,5	804
14	L	25,5	11,5	418
	M	28,5	14,5	558
	P	31,5	17,5	719
	XP	34,5	20,5	900
15	M	29,5	14,5	628
	P	32,5	17,5	804
	XP	35,5	20,5	1002
16	M	30,5	14,5	703
	P	33,5	17,5	895
	XP	36,5	20,5	1110
17	M	31,5	14,5	783
	P	34,5	17,5	991
	XL	37,5	20,5	1224

continuação:

	M	32,5	14,5	868
18	P	35,5	17,5	1093
	XP	38,5	20,5	1345
	M	33,5	14,5	959
19	P	36,5	17,5	1201
	XP	39,5	20,5	1471
	M	34,5	14,5	1055
20	P	37,5	17,5	1315
	XP	40,5	20,5	1604

Quadro 2.1- Dimensões dos postes de eucalipto citriodora

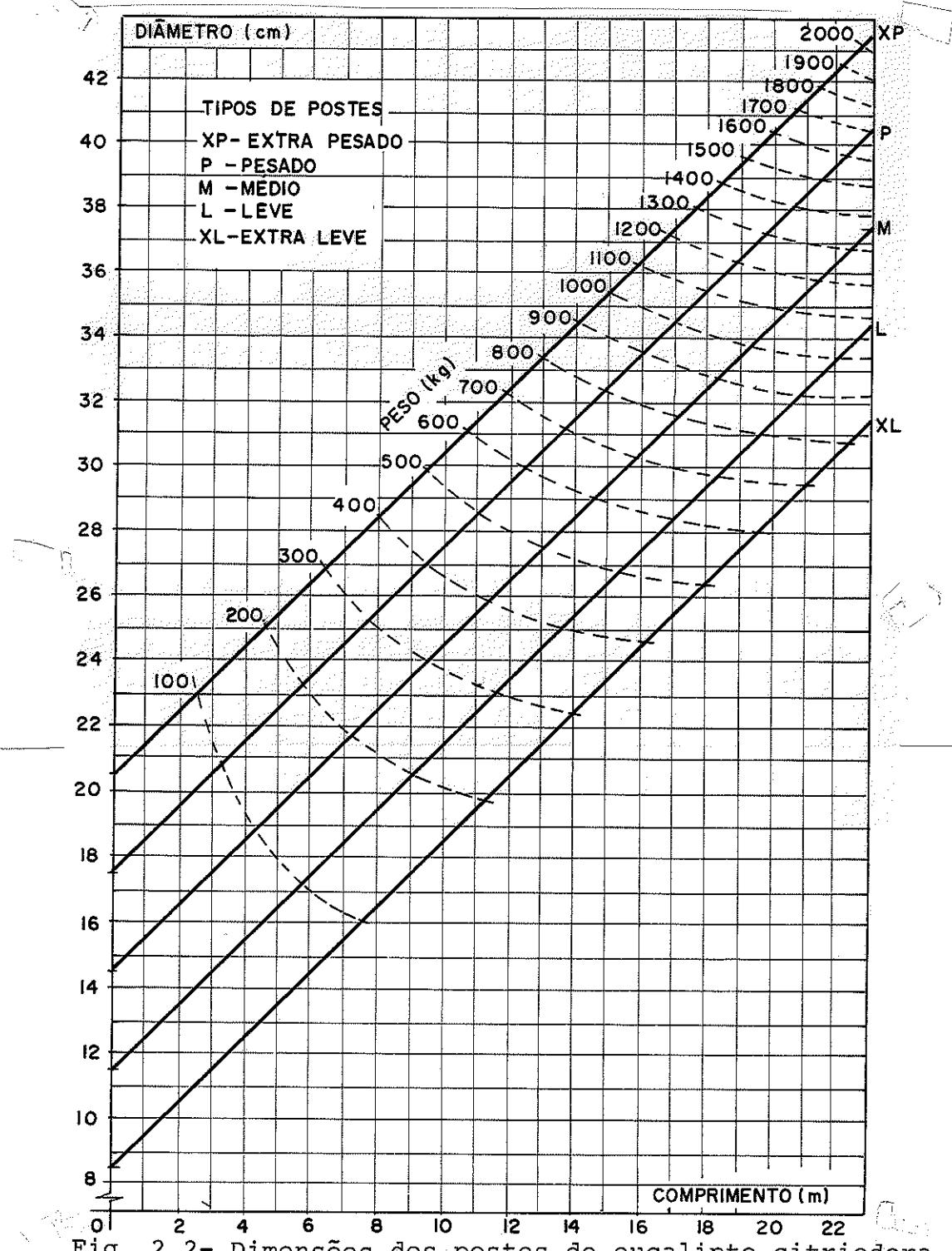


Fig. 2.2- Dimensões dos postes de eucalipto citriodora

### 2.1.2- Vigas Bicirculares

A composição de dois postes de eucalipto citriodora, constituindo uma viga bicircular, apresenta vantagem em relação à utilização de apenas um poste. Com a compensação da conicidade natural dos postes, obtém-se viga com altura constante e rigidez à flexão mais uniforme ao longo do seu comprimento.

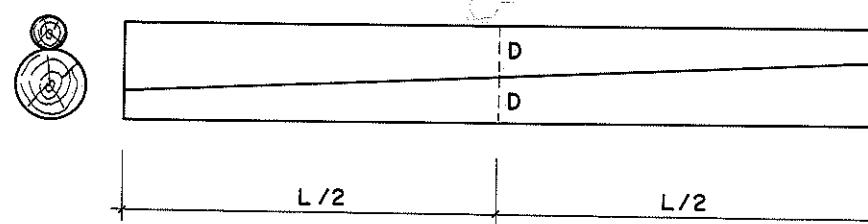


Fig. 2.3- Viga bicircular

O momento de inércia ( $I$ ) de uma seção circular de diâmetro  $D$ , em relação ao seu centro de gravidade é:

$$I = \frac{\pi D^4}{64}$$

Uma seção transversal composta por duas seções circulares de diâmetro  $D$ , solidarizadas, apresenta o seguinte momento de Inércia, em relação ao eixo  $x$ :

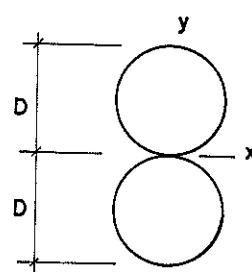


Fig. 2.4- Seção bicircular

$$I_x = 10 \frac{\pi D^4}{64}$$

A solidarização entre os postes é feita por intermédio de anéis metálicos, com a função de transmitir o cisalhamento na interface de contato. Experimentação conduzida por Hellmeister mostra que a eficiência desta ligação na composição de dois postes de eucalipto citriodora é 80%, obtendo-se o momento de inércia reduzido

do ( $I_r$ ) para a viga bicircular [1]:

$$I_r = 8 \frac{\pi D^4}{64}$$

Os anéis metálicos podem ser obtidos de canos galvanizados e são introduzidos em sulcos previamente executados na madeira.

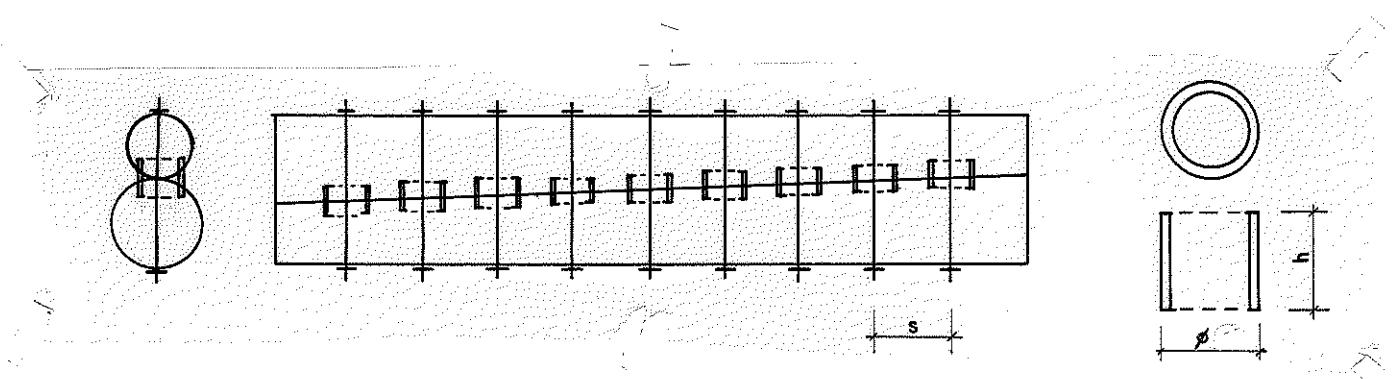


Fig. 2.5- Ligação por anéis metálicos

$s$  - espaçamento entre os anéis

$h$  - altura do anel

$\phi$  - diâmetro interno do anel

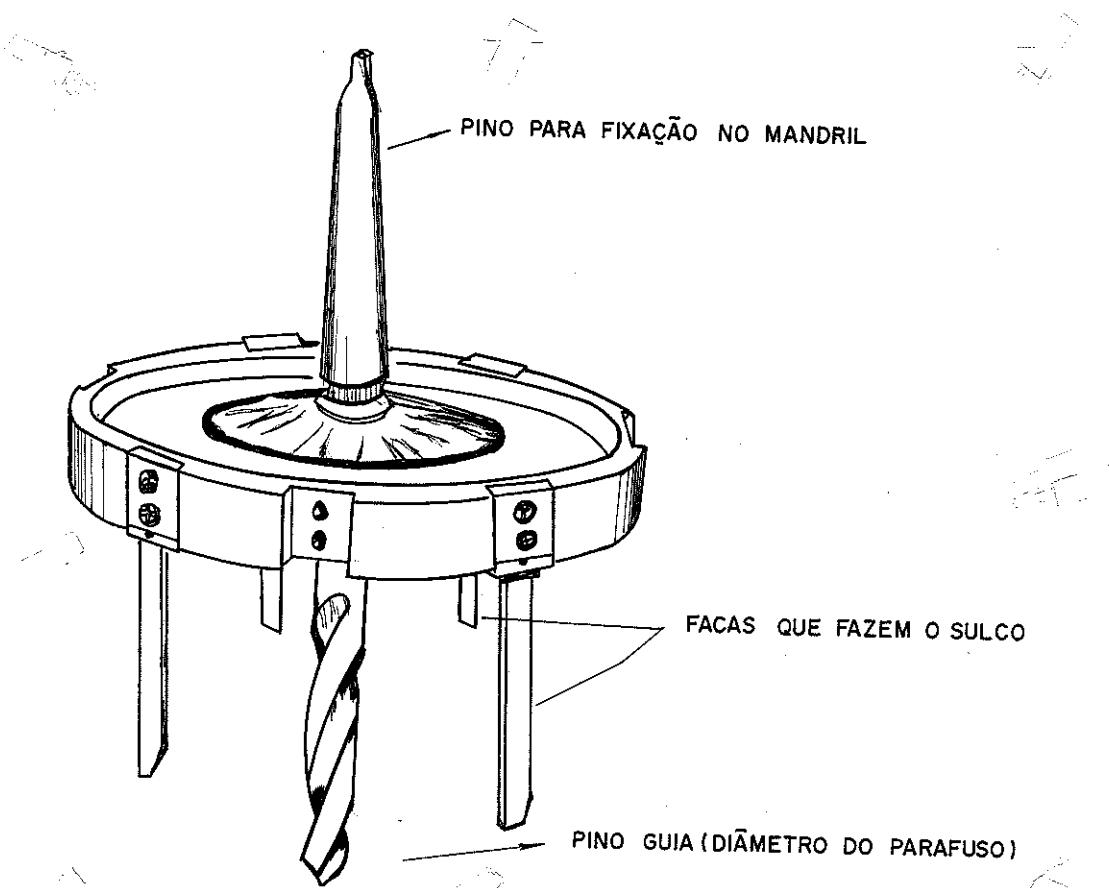


Fig. 2.6- Ferramenta para preparação dos sulcos

A montagem da viga bicircular requer, após a regularização das superfícies de contato dos postes com enxó, a furação e a colocação dos parafusos das extremidades da viga, garantindo a imobilidade relativa dos postes durante a execução dos demais furos. Estes furos servem como guia para a ferramenta utilizada na confecção dos sulcos (fig. 2.6).

Retiram-se os parafusos das extremidades, executam-se os sulcos, colocando-se os anéis metálicos alternadamente em um poste e outro. A seguir os postes são posicionados para a montagem final, feita com o auxílio de cilindros hidráulicos. Nos furos guias são colocados parafusos, fixados com porcas e arruelas.

A capacidade de carga do anel ( $\bar{P}_{anel}$ ) pode ser determinada em função da resistência ao cisalhamento da madeira (ocorre a tendência de cisalhamento do disco de madeira interno ao anel). A altura ( $h$ ) necessária ao anel é obtida de forma a não ocorrer o esmagamento da madeira [2]:

$$\bar{P}_{anel} = \frac{\pi \phi^2}{4} \quad \bar{\tau}_{lig} = \frac{1}{2} h \phi \bar{\sigma}_c$$

Sendo:

$\phi$  - diâmetro interno do anel

$\bar{\tau}_{lig}$  - tensão admissível à cisalhamento na ligação entre peças de madeira

$\bar{\sigma}_c$  - tensão admissível à compressão da madeira

O diâmetro do anel não deve ser maior do que 80% do diâmetro mínimo dos postes. Sua altura deve sofrer um acréscimo para compensar o efeito da seção circular.

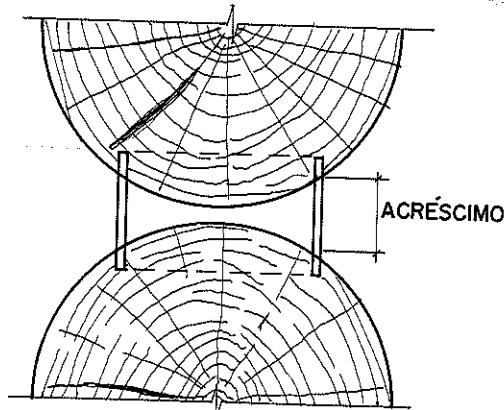


Fig. 2.7- Altura dos anéis

O espaçamento entre os anéis (s) é obtido em função do fluxo de cisalhamento ( $H$ ) na interface de ligação dos postes:

$$H = \frac{V \cdot S}{I_r} \quad \text{e} \quad H_s = \frac{V \cdot S}{I_r} \quad s \leq \bar{P}_{anel}$$

Obtém-se:

$$s = \frac{\bar{P}_{anel} \cdot I_r}{V \cdot S}$$

Sendo:

$V$  - esforço cortante

$S$  - momento estático da seção circular em relação ao centro de gravidade da viga bicircular

Matthiesen desenvolveu estudo experimental com o objetivo de determinar a capacidade de carga da ligação efetuada por anéis metálicos. Entre outras espécies de madeira foi determinada a carga admissível para ligações de eucalipto citriodora com anéis metálicos, em função do seu diâmetro interno [3]:

Diâmetro interno do anel (polegadas)	Carga admissível por anel (kN)
3	23,1
4	30,2
5	38,0
6	44,5
7	60,6
8	79,2

Quadro 2.2- Carga admissível dos anéis metálicos para a espécie eucalipto citriodora

### 2.1.3- Tabuleiro de postes

A pista de rolamento das pontes de eucalipto citriodora é constituída por postes de menor diâmetro dispostos transversalmente à direção do tráfego. A ligação destes postes transversais nas vigas longitudinais (viga bicirculares) é executada com tiras de aço fixadas alternadamente nas vigas e nos postes transversais. Uma camada de concreto simples regulariza a pista de rolamento. Re-

vestimento posterior com concreto asfáltico protege o concreto simples contra o esfacelamento e impermeabiliza a pista de rolamento, fornecendo proteção adicional aos postes contra o apodrecimento:

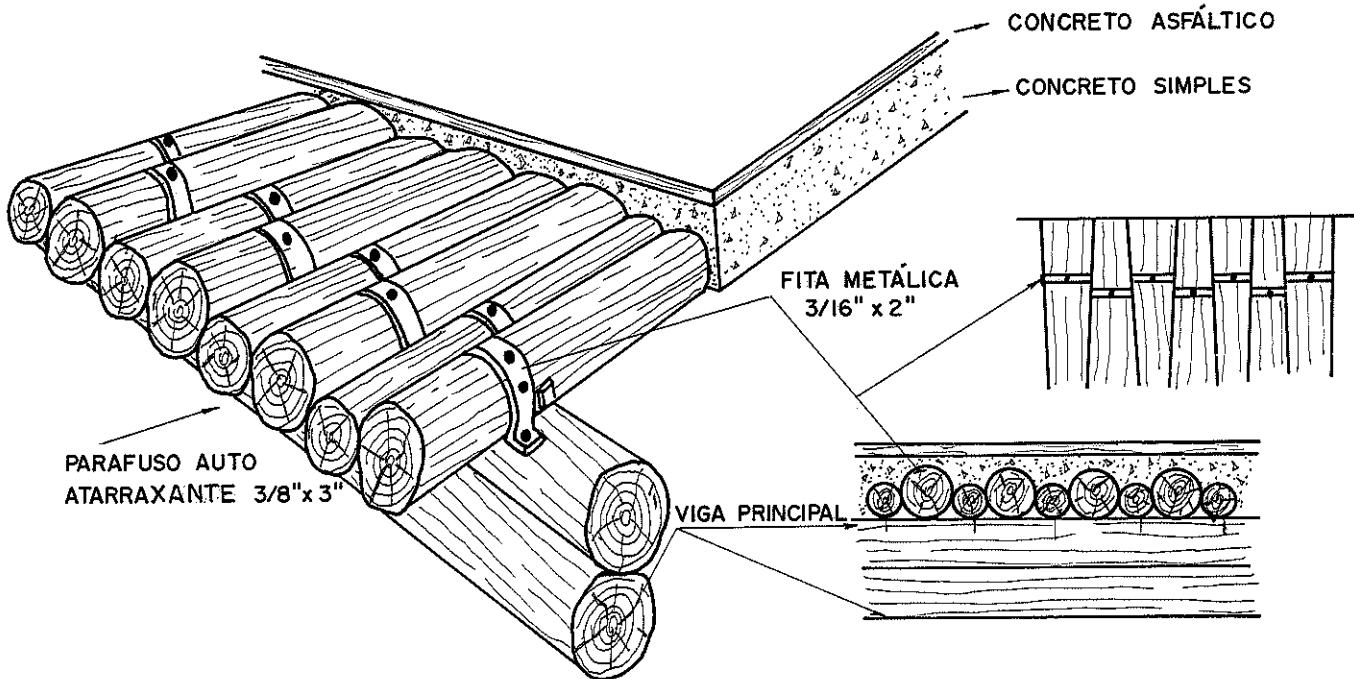


Fig. 2.8- Fixação do tabuleiro e regularização da pista de rolamento

## 2.2- DISTRIBUIÇÃO TRANSVERSAL DE CARGAS EM PONTES DE MADEIRA

Neste item são apresentadas considerações a respeito da distribuição transversal de cargas em pontes de madeira. Tais considerações foram extraídas de normas brasileiras e internacionais, de artigos e outras publicações cujas referências estão disponíveis nas bibliotecas visitadas pelo autor, e cujo testos foram obtidos através de contato epistolar. A sequência adotada para a redação deverá colocar em evidência a escassez de informações específicas a respeito do tema desta dissertação.

A norma brasileira NBR-7188/84, Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre, estipula no item 5.1: "No cálculo dos arcos ou vigas principais permite-se desprezar o efeito de redistribuição das cargas causado pelas vigas secundárias" [4].

A norma brasileira NBR-7190/82, Cálculo e Execução de

Estruturas de Madeira, prescreve no item 14, referente ao cálculo das tábuas ou pranchões resistentes de soalhos: "As tábuas e pranchões resistentes serão calculados como vigas simplesmente apoiadas sobre dois apoios, não sendo permitida a consideração de qualquer influência favorável da continuidade". No item 17 recomenda : "As vigas secundárias, longitudinais e transversais, serão calculadas como simplesmente apoiadas sobre dois apoios, não sendo permitida a consideração de qualquer influência favorável da continuidade, a menos que seja demonstrada a eficiência das disposições adotadas para assegurar esta continuidade" [5].

Nota-se que as normas brasileiras específicas ao assunto em questão não fornecem critérios objetivos para o dimensionamento dos elementos estruturais das pontes, considerando a distribuição transversal de cargas.

Devido à complexidade da análise teórica envolvendo a distribuição transversal de cargas para as vigas de pontes, as especificações adotadas pela American Association of State Highway and Transportation Officials (Standard Specifications for Highway Bridges/77) apresentam no item 1.3.1 método empírico para o projeto de pontes convencionais. O momento fletor em uma viga longitudinal interna é determinado aplicando nesta viga fração do carregamento equivalente a uma linha de rodas do veículo de projeto. Esta fração é igual a  $S/D$ , sendo  $S$  o espaçamento médio entre vigas e  $D$ , que tem unidade de comprimento, um valor especificado de acordo com o tipo da ponte, do tabuleiro e do número de faixas de tráfego. Para uma viga externa, o momento fletor deve ser determinado aplicando nesta viga as reações das cargas de roda obtidas assumindo que o tabuleiro atua como viga simplesmente apoiada entre vigas principais. Em nenhum caso, uma viga externa deve ter menor capacidade do que uma viga interna. O cálculo do cisalhamento horizontal em vigas de madeira deve ser feito para o máximo esforço cortante que ocorre a uma distância do apoio igual a três vezes a altura da viga, ou no ponto situado a um quarto do comprimento da viga. O esforço cortante devido à carga móvel afastada do apoio considerado deve ser metade da soma de 60% do esforço cortante obtido assumindo que uma linha de carga de rodas do veículo é absorvida por uma viga, com o esforço cortante devido às cargas de roda distribuídas lateralmente conforme especificado para o momento fletor. Para carga móvel próxima ao apoio não se considera distribuição lateral [6].

A norma canadense para o projeto de pontes, Ontario Highway Bridge Design Code/79, apresenta diferentes valores de D com o objetivo de obter a fração de cargas móveis sobre uma viga para o cálculo momentos fletores e esforços cortantes. Estes valores dependem da largura e do número de faixas de tráfego, número de faixas carregadas e de dois parâmetros adimensionais que consideram as relações de rigidezes à torção e flexão segundo as direções paralela e perpendicular à orientação do tráfego, assumindo a ponte como uma placa ortotrópica [7].

Em países com grande tradição na utilização da madeira na construção de pontes, como os Estados Unidos e Canadá, tem-se verificado várias pesquisas com o objetivo de aprimorar critérios de projeto e técnicas construtivas.

Zia (1964) realizou experimentação em modelos de três diferentes tipos de tabuleiro de pontes com a finalidade de obter suas características de distribuição de cargas [8].

Erickson e Romstad (1965) realizaram pesquisa a respeito da distribuição transversal de cargas em pontes de madeira compostas por vigas longitudinais de seção retangular e tabuleiro constituído pela laminação pregada de peças de madeira. O estudo se baseou na experimentação de modelos em laboratório e em pontes existentes. Os resultados obtidos não indicaram necessidade de mudança dos critérios de projeto da American Association of State Highway and Transportation Officials para determinação do máximo momento fletor nas vigas principais. Os critérios de projeto vigentes para a determinação do máximo esforço cortante foram considerados muito conservadores, sendo recomendada revisão dos mesmos. Foi proposta análise teórica pelo método dos deslocamentos considerando a ponte como uma grelha, sendo obtida boa aproximação dos resultados experimentais e teóricos, assumindo que o tabuleiro pode ter seu comportamento representado por apenas um membro transversal com rigidez à flexão em torno de 1/5 da rigidez das vigas principais [9].

Estudos desenvolvidos por McCutcheon e Tuomi (1973) a respeito de tabuleiros de pontes constituídos por painéis ortotrópicos laminados colados comprovaram sua maior eficiência em relação ao tabuleiro composto por laminação pregada, tanto no aspecto construtivo como no aspecto de resistência do tabuleiro [10].

Resultados experimentais e teóricos têm demonstrado que o tabuleiro composto por painéis laminados colados é mais eficiente, no que diz respeito à distribuição de cargas para as vigas

principais, do que os compostos por laminação pregada [11].

Bakht (1983) desenvolveu estudo teórico a respeito da influência da variação do módulo de elasticidade da madeira na distribuição transversal de cargas em pontes. Os métodos de análise teórica propostos foram o de placas ortotrópicas e de analogia com grelha. Analisando resultados experimentais obtidos por Erickson e Romstad, conclui que a teoria das placas ortotrópicas pode prever a forma de distribuição transversal das cargas, mas que resultados específicos não têm boa aproximação com os valores teóricos correspondentes. Cita a validade do método de análise com a analogia de grelha mostrando a boa aproximação alcançada entre resultados teóricos e experimentais obtidos em ensaio feito pela Structural Research Section of Ontario's Ministry of Transportation and Communication, em ponte existente [7].

Referente a pontes construídas por postes de madeira, salienta-se estudo desenvolvido por Sanders, Muchmore e Tuomi (1978). A pesquisa, a respeito de pontes do Alasca constituídas por postes longitudinais de grandes dimensões, incluiu ensaios para determinar a resistência à flexão dos postes, ensaios em quatro pontes existentes para obter a distribuição experimental das cargas móveis e estudo analítico e experimental de modelo em laboratório. O modelo teórico adotado para a análise da distribuição transversal de cargas neste tipo de ponte foi o de placas articuladas, admitindo que a distribuição de cargas entre postes se dá apenas por esforço cortante [12].

Nas pesquisas relativas a pontes de madeira desenvolvidas no Brasil, nota-se a preocupação inicial com a utilização de sistemas construtivos alternativos, e a adequabilidade de vários esquemas estruturais, sendo a distribuição transversal de cargas pouco estudada até o presente momento [2, 13, 14]. Pesquisa de Matthiesen, em desenvolvimento no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira da EESC-USP, tem como um dos objetivos quantificar a distribuição transversal de cargas em pontes constituídas por postes longitudinais interligados por anéis metálicos [15].

Diante das referências mencionadas neste item, e salientando as características peculiares dos projetos desenvolvidos no país, observa-se a falta de trabalhos que conduzam a resultados conclusivos a respeito da distribuição transversal de cargas em pontes de madeira. Tal constatação não apenas justifica a realização de trabalhos como esta dissertação, mas também torna patente a ne-

cessidade de se prosseguir nesta linha de pesquisa objetivando a geração de subsídios seguros para o projeto e a construção de pontes de madeira.

### 3- PONTE DE MADEIRA COM VIGAS SIMPLESMENTE APOIADAS PARA 8 METROS DE VÃO LIVRE

#### 3.1- GENERALIDADES

A análise estática das pontes de eucalipto citriodora é feita desprezando a continuidade dos postes do tabuleiro, supondo os seus vários tramos simplesmente apoiados nas vigas principais, para efeito da distribuição transversal de cargas entre as vigas principais. Esta simplificação de cálculo, recomendada pela NBR - 7190 (Norma Brasileira para o Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira - item 17), permitida pela NBR-7188 (Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre - item 5.1) e usualmente feita no projeto de pontes de madeira [02], pode levar a determinação teórica de valores de esforços solicitantes e flechas diferentes dos que ocorrem na estrutura em serviço.

As pontes de madeira de postes de eucalipto citriodora constituídas por vigas transversais formando a pista de rolamento e vigas principais longitudinais, geralmente possuem pequeno espaçamento entre estas. Como se nota, para espaçamentos entre vigas principais inferiores a 2 metros, as cargas concentradas das rodas do veículo-tipo (representando a parcela maior das cargas móveis) sobre uma viga principal não variam, se admitida a não continuidade dos postes do tabuleiro.

Torna-se necessária outra forma de análise teórica para este tipo de estrutura, considerando a continuidade dos postes do tabuleiro na distribuição transversal de cargas. Pode-se analisar diferentes tipos de pontes pela teoria das placas ortotrópicas [07], idealizando a estrutura como uma placa de espessura uniforme, mas tendo propriedades diferentes nas duas direções ortogonais. Outra possibilidade é considerar este tipo de ponte como uma estrutura de barras (analogia de grelha), análise proposta neste trabalho.

#### 3.2- ANTE PROJETO DA PONTE

O vão livre da ponte analisada teoricamente como grelha é 8 metros. A ponte tem uma faixa de tráfego (largura total de 5,5 metros) sendo da classe 12.

O espaçamento das vigas principais (longitudinais) é fixado em 1,5 metros, com base em projetos semelhantes desenvolvidos no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) da EESC-USP.

As vigas principais são obtidas pela composição de dois postes de eucalipto citriodora, formando vigas bicirculares, simplesmente apoiadas.

A pista de rolamento é constituída por postes de eucalipto citriodora dispostos transversalmente e fixados às vigas principais através de fitas metálicas e parafusos, revestidos por camada de concreto e asfalto para regularização de sua superfície (figuras 3.1 e 3.2).

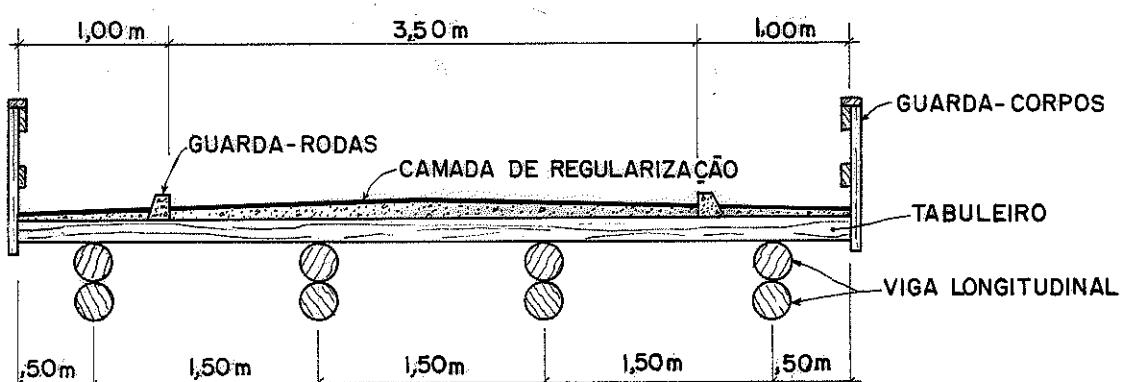


Fig. 3.1- Corte transversal da ponte (sem escala)

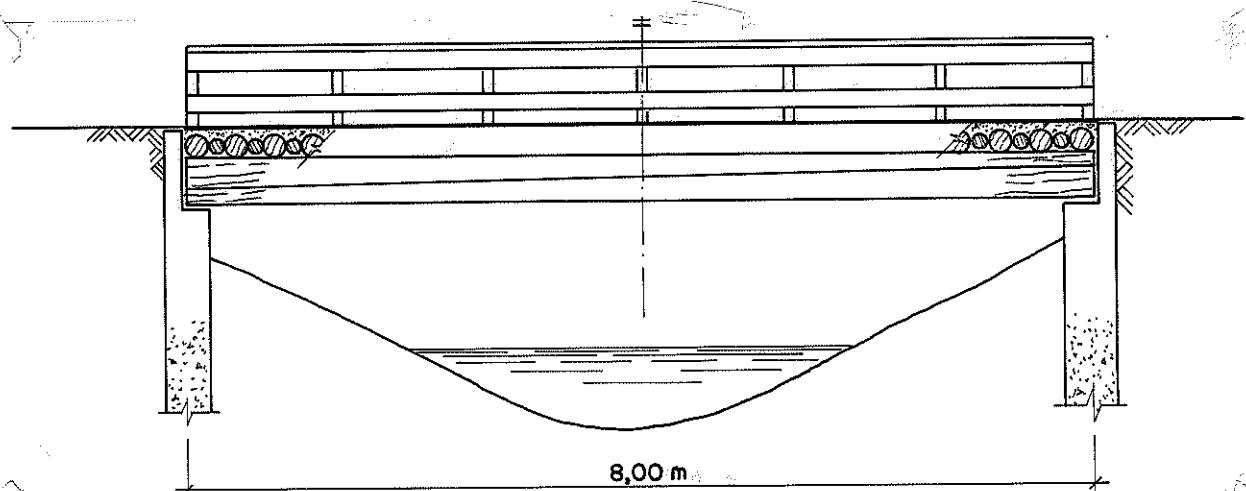


Fig. 3.2- Corte longitudinal (sem escala)

Os valores das tensões admissíveis e do módulo de elasticidade do eucalipto citriodora, necessários ao pré-dimensionamento da estrutura são [02]:

$$\bar{\sigma}_f = 19,5 \text{ MPa} \text{ (tensão admissível na flexão)}$$

$$\bar{\tau}_f = 1,61 \text{ MPa} \text{ (tensão admissível ao cisalhamento na flexão)}$$

$$E = 16.860 \text{ MPa} \text{ (módulo de elasticidade)}$$

### 3.2.1- Avaliação das cargas

Como o objetivo do trabalho é pesquisar a distribuição transversal das cargas verticais, são avaliadas apenas as cargas permanente e móvel.

#### 3.2.1.1- Carga permanente

A carga permanente é considerada como  $6,8 \text{ kN/m}^2$ . Este valor é recomendado para pré-dimensionamento de pontes com esquema estático de vigas simplesmente apoiadas [02]. Nele estão incluídos os pesos das vigas principais, postes do tabuleiro, revestimento de concreto e asfalto, elementos de ligação, guarda-corpos e guarda-rodas.

#### 3.2.1.2- Carga móvel

Para pontes da classe 12, a NBR 7188/84 - Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre - prevê um trem-tipo constituído por um veículo com peso de 120kN, e carga uniformemente distribuída de  $4\text{kN/m}^2$  nos locais da pista de rolamento não ocupados pelo veículo. Para os passeios é prevista uma carga distribuída de  $3\text{kN/m}^2$ .

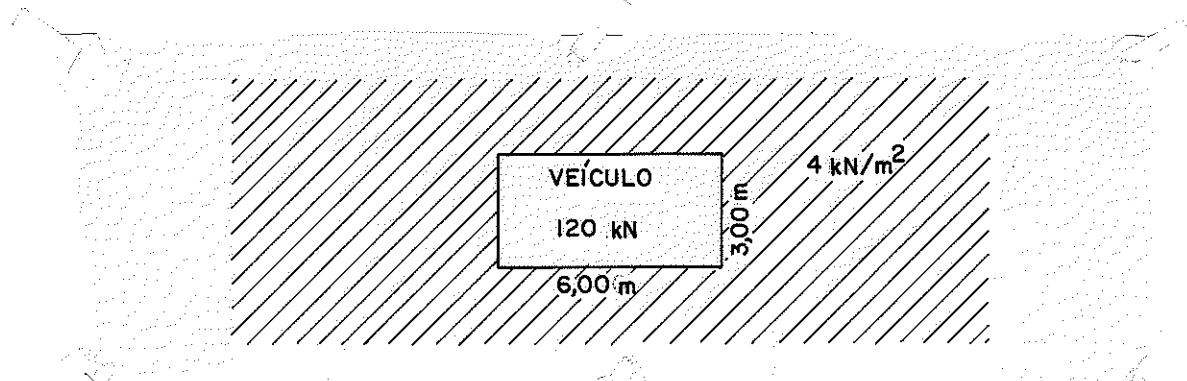


Fig. 3.3- Trem-tipo em planta, para classe 12

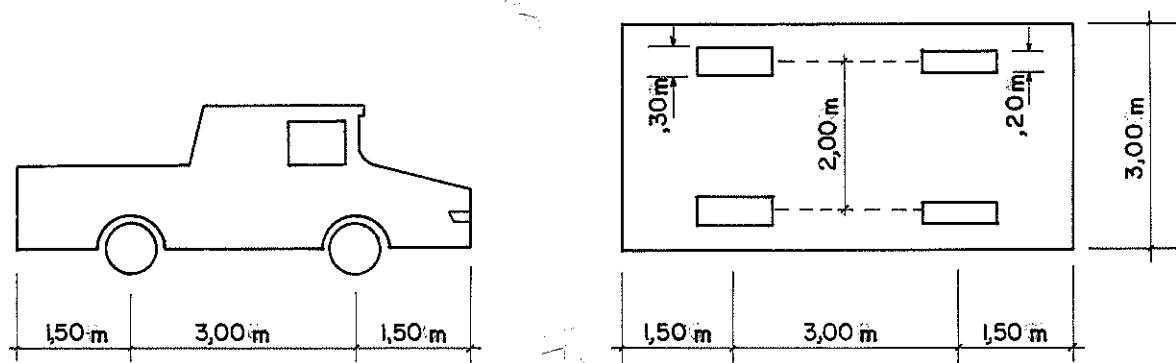


Fig. 3.4- Veículo-tipo, para classe 12

Características do veículo-tipo, para a classe 12:

- quantidade de eixos	2
- peso total de veículo	120kN
- peso de cada roda dianteira	20kN
- peso de cada roda traseira	40kN
- largura de contato de cada roda dianteira	0,20m
- largura de contato de cada roda traseira	0,30m
- comprimento de contato de cada roda	0,20m
- distância entre os eixos	3,00m
- distância entre os centros de roda de cada eixo	2,00m

O veículo-tipo, sempre orientado na direção do tráfego, é colocado na posição mais desfavorável pra o cálculo de cada elemento, não se considerando a porção do carregamento que provoque redução das solicitações.

A carga móvel não é acrescida do impacto por ser a madeira um material mais resistente às ações de curta duração (item 7a da NBR-7190).

### 3.2.2- Pré-dimensionamento dos postes do tabuleiro

Os postes do tabuleiro são considerados simplesmente apoiados sobre as vigas longitudinais, desprezando-se a sua continuidade (segundo recomendações da NBR-7190 e da NBR-7188). São pré-dimensionados para suportar a atuação de uma roda do veículo-tipo (40kN), na posição mais crítica.

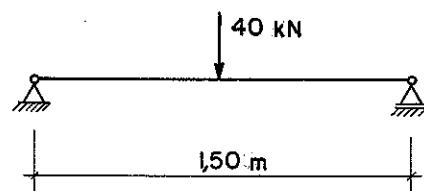


Fig. 3.5- Esquema estático e carregamento sobre o tabuleiro

A largura da seção resistente do tabuleiro para suportar este carregamento de 40kN, é estimada em dois postes com base no item 15 da NBR-7190:

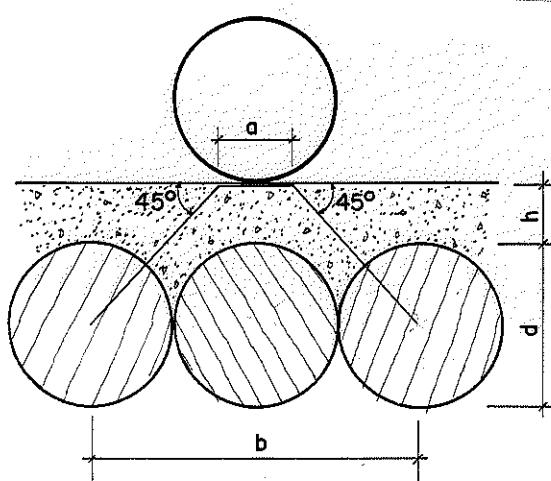


Fig. 3.6- Largura da seção resistente do tabuleiro

$$b \leq a + 2h + d$$

Sendo

b - largura da seção resistente do tabuleiro

a - comprimento de contato da roda (10 cm, segundo a NBR 7190)

d - diâmetro médio do poste do tabuleiro

h - espessura média do revestimento de concreto

Considerando  $h = 8,5$  cm [02], para valores de "d" menores do que 27 cm, a largura da seção resistente do tabuleiro conta com pelo menos dois postes.

Os postes do tabuleiro são analisados como vigas, verificando-se as tensões normais da flexão ( $\sigma_f$ ), tensões de cisalhamento ( $\tau_f$ ) e a flecha ( $v$ ).

### 3.2.2.1- Características geométricas da seção resistente do tabuleiro

Como os postes do tabuleiro são dispostos de forma alterada, com compensação de seus diâmetros, pode-se admitir que a largura resistente do tabuleiro seja igual a duas vezes o diâmetro médio de um poste [02]:

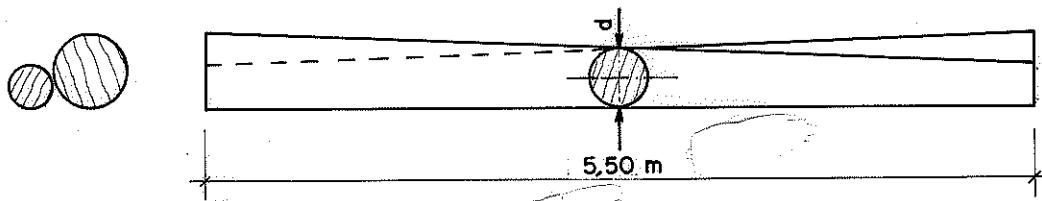


Fig. 3.7- Postes com compensação dos diâmetros

Desta forma, suas características geométricas são:

- distância da linha neutra às bordas (y)

$$y = \frac{d}{2}$$

- largura da seção na posição da linha neutra (b)

$$b = 2d$$

- área da seção transversal (A)

$$A = \frac{\pi d^2}{2}$$

- momento estático em relação à linha neutra (S)

$$S = \frac{d^3}{6}$$

- momento de inércia em relação à linha neutra (I)

$$I = \frac{\pi d^4}{32}$$

### 3.2.2.2- Valores máximos dos esforços solicitantes e da flecha no tabuleiro

Sendo o esquema estático e de carregamento o da figura 3.5, os valores máximos dos esforços solicitantes e da flecha são:

- Momento fletor máximo - M (carga no meio do vão)

$$M = \frac{40 \times 1,5}{4} = 15 \text{ kN.m}$$

- Esforço cortante máximo - V (carga nas proximidades do apoio)

$$V = 40 \text{ kN}$$

- Flecha máxima - v (carga no meio do vão)

$$v = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot EI} = \frac{40.000 \times 1,5^3}{48 \times 16860 \times 10^6 \times \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{1,70 \times 10^{-6}}{d^4} \text{ m}^5$$

### 3.2.2.3- Determinação do diâmetro médio dos postes do tá buleiro

Verificações:

- Tensão normal máxima ( $\sigma_f$ )

$$\sigma_f = \frac{M}{I} y = \frac{15.000}{\frac{\pi d^4}{32}} \frac{d}{2} \leq \bar{\sigma}_f = 19,5 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Portanto:  $d \geq 0,16 \text{ m}$

- Tensão de cisalhamento máxima ( $\tau_f$ )

$$\tau = \frac{V S}{b I} = \frac{40.000 \frac{d^3}{6}}{2d \frac{\pi d^4}{32}} \leq \bar{\tau}_f = 1,61 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$d \geq 0,15 \text{ m}$

- Flecha máxima (v)

As flechas admissíveis foram determinadas pelo critério da norma alemã DIN 1052 (Construção de madeira, cálculo e execução item 10), que estipula a flecha máxima de  $L/300$  para atuação da carga útil (móvel) e  $L/200$  para carga total, sendo  $L$  o vão da viga.

$$v = \frac{1,70 \times 10^{-6}}{d} \leq \bar{v} = L/300 = \frac{1,5}{300}$$

$d \geq 0,14 \text{ m}$

Adotam-se postes com diâmetro médio de 0,18 m para o tabuleiro (diâmetro médio dos postes tipo médio, com 7 metros de comprimento). Desta forma, o momento de inércia dos postes do tabuleiro por faixa unitária ( $I_t/m$ ) é:

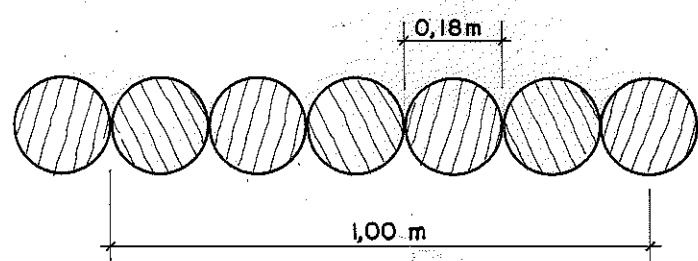


Fig. 3.8- Faixa unitária dos postes do tabuleiro

$$I_t/m = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{1}{d} = \frac{\pi \times 0,18^4}{64} \times \frac{1}{0,18} = 2,863 \times 10^{-4} \text{m}^4/\text{m}$$

### 3.2.3- Pré-dimensionamento das vigas principais

As vigas principais, constituídas por dois postes de eucalipto citriodora (vistas bicirculares), apresentam as seguintes propriedades geométricas, em função do diâmetro médio dos postes (D):

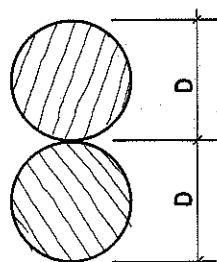


Fig. 3.9- Seção transversal das vigas principais

- Momento de inércia em relação à linha neutra (I)

$$I = \frac{\pi D^4}{8}$$

- Momento estático em relação à linha neutra (S)

$$S = \frac{\pi D^3}{8}$$

- Distância da linha neutra às bordas (y)

$$y = D$$

### 3.2.3.1- Cargas atuantes nas vigas principais

A carga permanente uniformemente distribuída sobre uma viga principal interna, é obtida multiplicando-se o valor adotado para carga permanente ( $6,8\text{ kN/m}^2$ ) pelo espaçamento de 1,5 metros entre vigas (faixa de influência de uma viga interna). Desta forma, não é considerada a continuidade do tabuleiro na distribuição transversal de cargas.

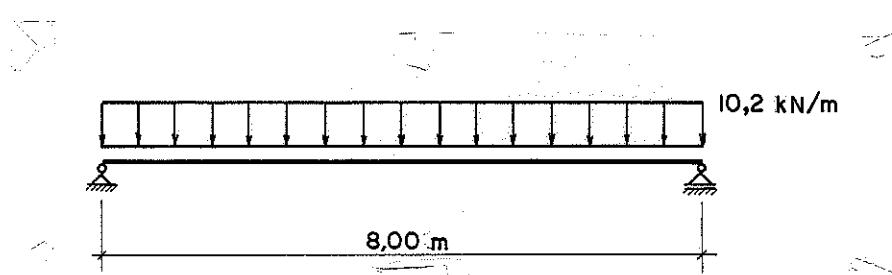


Fig. 3.10- Carga permanente sobre uma viga principal interna

Para as vigas externas obtém-se a carga permanente uniformemente distribuída igual a  $8,5 \text{ kN/m}$ .

O carregamento acidental (móvel) sobre uma viga principal é obtido desprezando-se a repartição transversal das cargas móveis entre as várias vigas.

Isto equivale a considerar cada trecho do tabuleiro como simplesmente apoiado nas vigas principais:

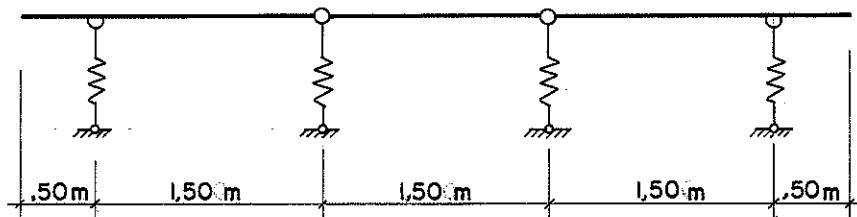


Fig. 3.11- Esquema estático do tabuleiro para a repartição transversal da carga móvel

A linha de influência da parcela de carga para uma viga interna, situação mais crítica não se considerando a continuidade do tabuleiro, é:

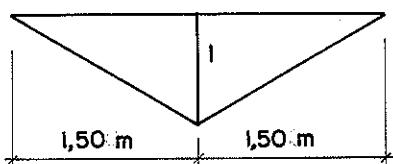


Fig. 3.12- Linha de influência da parcela de carga

A posição mais crítica para a carga móvel é:

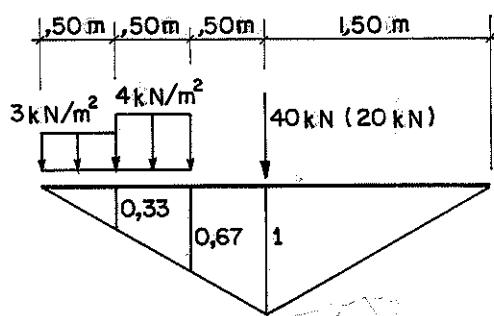


Fig. 3.13- Roda do veículo-tipo sobre a viga

A carga móvel uniformemente distribuída sobre uma viga longitudinal interna ( $q_1$ ) nas posições ocupadas pelo veículo - tipo é:

$$q_1 = 4 \times \frac{(0,67 + 0,33) \times 0,5}{2} + 3 \times \frac{0,33 \times 0,5}{2} = 1,25 \text{ kN/m}$$

Nas seções não ocupadas pelo veículo-tipo:

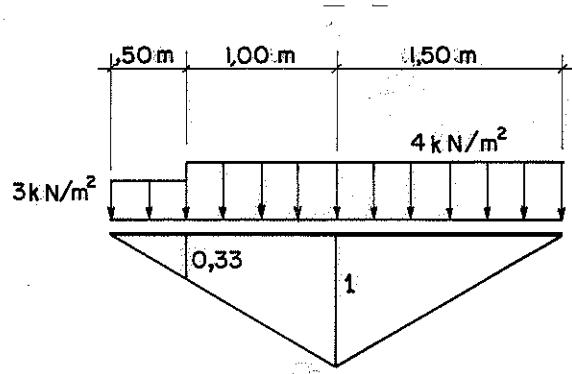


Fig. 3.14- Seções não ocupadas pelo veículo-tipo

A carga móvel uniformemente distribuída sobre uma viga longitudinal interna ( $q_2$ ) nas posições não ocupadas pelo veículo-tipo é:

$$q_2 = 4 \times \left[ \frac{1,5 \times 1}{2} + \frac{(1+0,33) \times 1}{2} \right] + 3 \times \frac{0,33 \times 0,5}{2} = 5,92 \text{ kN/m}$$

A carga móvel sobre uma viga principal interna é:

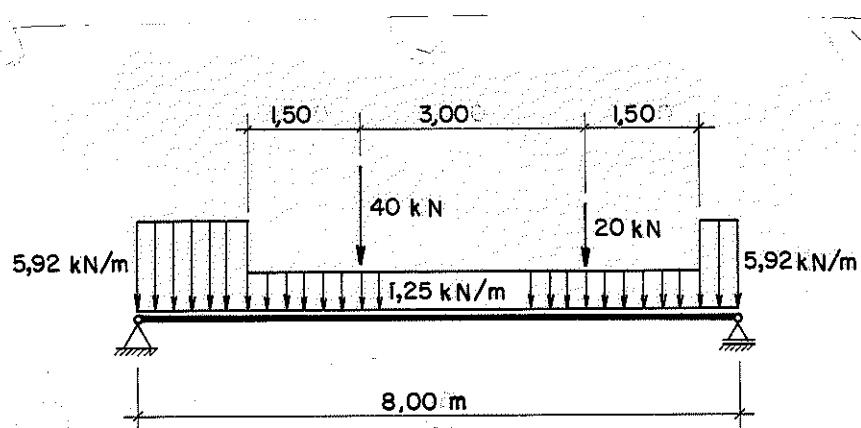


Fig. 3.15- Carga móvel sobre uma viga principal interna

Com um procedimento análogo, obtém-se a carga móvel sobre uma viga externa (roda do trem-tipo encostada no guarda-rodas):

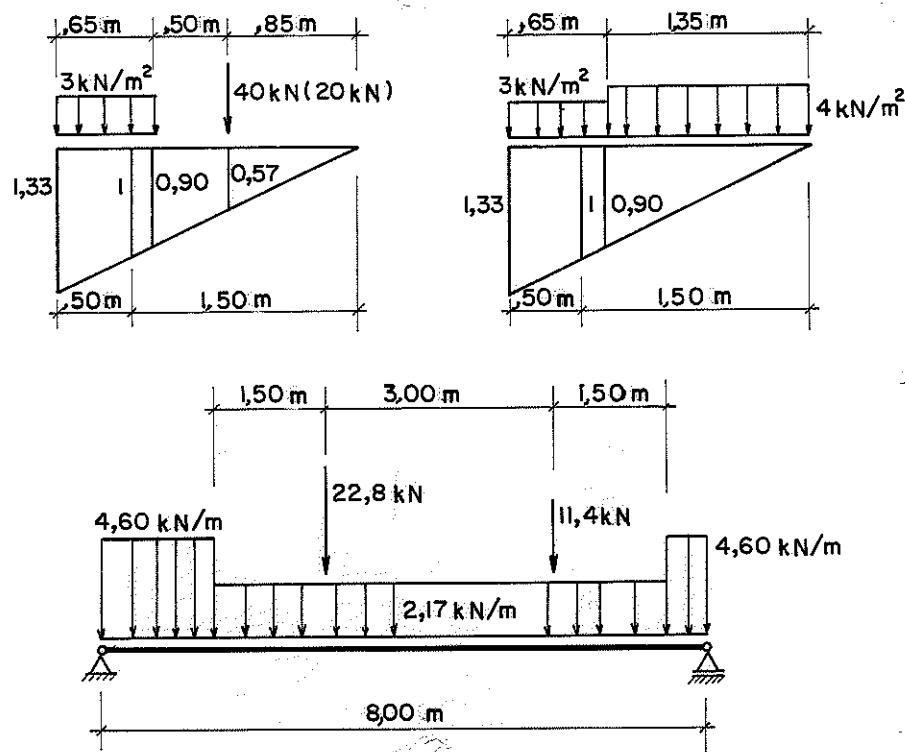


Fig. 3.16- Carga móvel sobre uma viga principal externa

### 3.2.3.2- Momentos fletores máximos

O momento fletor máximo ocorre em seção situada nas proximidades do meio do vão da viga. Simplificando, é considerada como mais crítica a seção situada no meio do vão. A figura 3.17 mostra a linha de influência para o momento fletor nesta seção e os carregamentos mais críticos, para uma viga interna.

Momento fletor devido à carga permanente ( $M_g$ ):

$$M_g = 10,2 \times \frac{8 \times 2}{2} = 81,6 \text{ kN.m}$$

Momento fletor devido à carga móvel ( $M_q$ ):

$$M_q = 40 \times 2 + 20 \times 0,5 + 1,25 \times \left[ \frac{(1,25+2,00)}{2} \times 1,5 + \frac{2 \times 4}{2} \right] + 5,92 \times \frac{1,25 \times 2,50}{2} = 107,3 \text{ kN.m}$$

Obtém-se o momento fletor total ( $M$ ):

$$M = M_g + M_q = 188,9 \text{ kN.m}$$

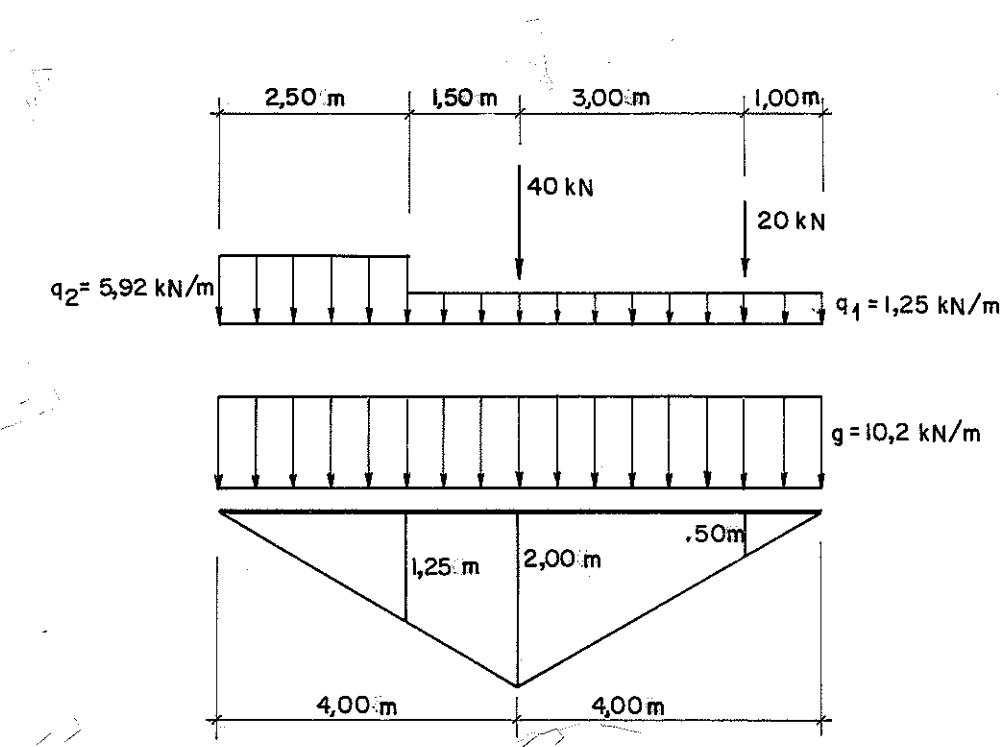


Fig. 3.17- Linha de influência e carregamento mais crítico para o momento fletor no meio do vão, para uma viga interna

Analogamente, obtém-se para uma viga externa:

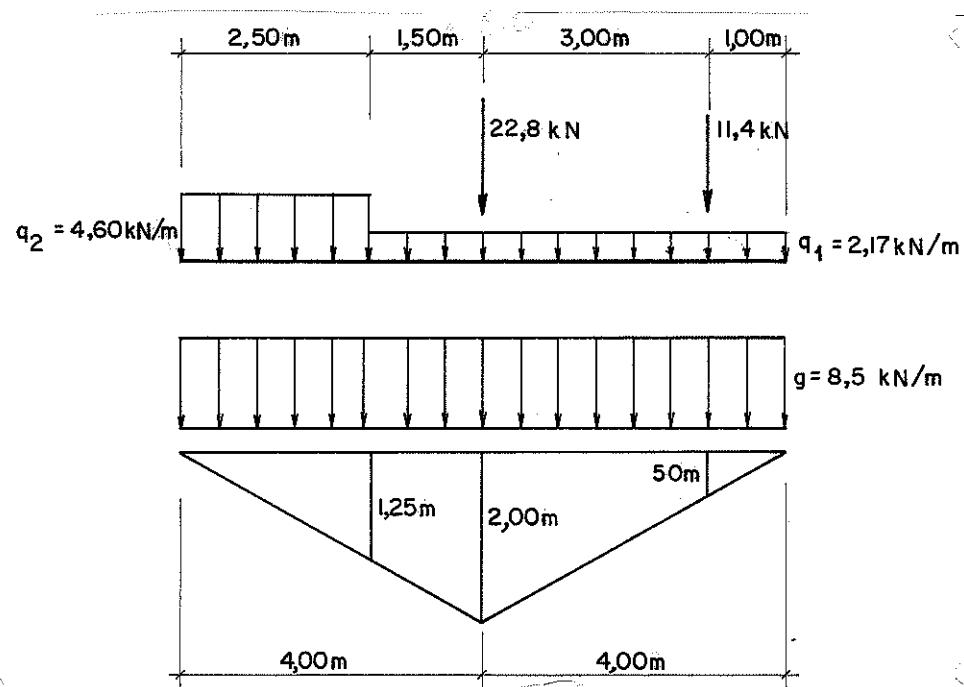


Fig. 3.18- Linha de influência e carregamentos mais críticos para o momento fletor no meio do vão, para uma viga externa

Momento fletor devido à carga permanente ( $M_g$ ):

$$M_g = 8,5 \times \frac{8 \times 2}{2} = 68 \text{ kN.m}$$

Momento fletor devido à carga móvel ( $M_q$ ):

$$M_q = 22,8 + 11,4 \times 0,5 + 4,60 \times \frac{2,5 \times 1,25}{2} + \\ + 2,17 \times \left[ \left( \frac{1,25 + 2,00}{2} \right) \times 2,5 + \frac{4 \times 2}{2} \right] = 76 \text{ kN.m}$$

Obtém-se o momento fletor total ( $M$ ):

$$M = M_g + M_q = 144 \text{ kN.m}$$

### 3.2.3.3- Esforços cortantes máximos

O esforço cortante máximo ocorre nos apoios. Para efeito da futura verificação do espaçamento entre os anéis de ligação dos postes, são calculados os máximos esforços cortantes nas seções no apoio e distante um metro deste.

A linha de influência para o esforço cortante no apoio esquerdo com o carregamento mais crítico para uma viga interna está mostrada na figura 3.19.

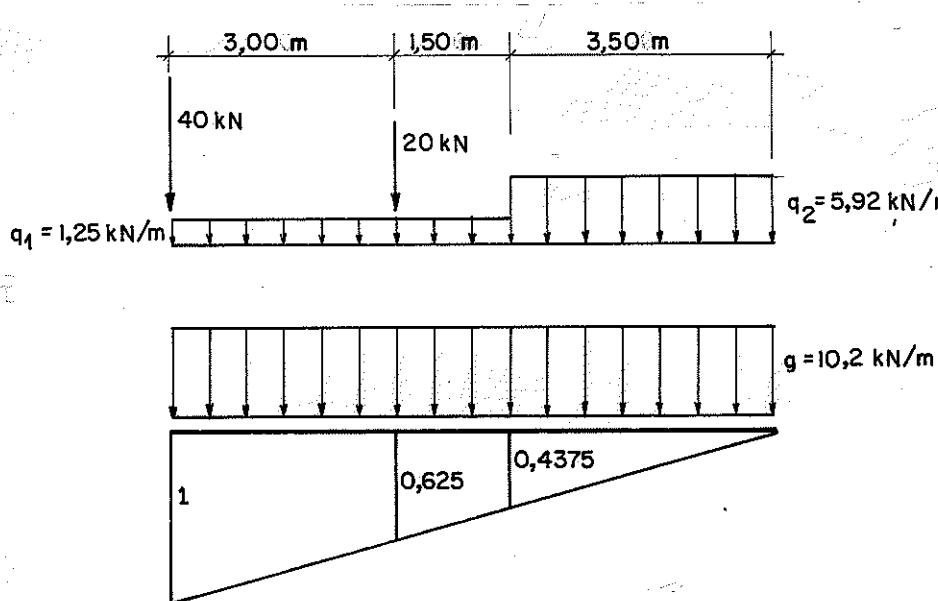


Fig. 3.19- Linha de influência e carregamento mais crítico para o esforço cortante no apoio esquerdo de uma viga interna.

Esforço cortante devido à carga permanente ( $V_g$ ):

$$V_g = 10,2 \times \frac{8}{2} = 40,8 \text{ kN}$$

Esforço cortante devido à carga móvel ( $V_q$ ):

$$V_q = 40 \times 1 + 20 \times 0,625 + 1,25 \times \frac{(1 + 0,4375) \times 4,5}{2} + \\ + 5,92 \times \frac{0,4375 \times 3,5}{2} = 61,1 \text{ kN}$$

Obtém-se o esforço cortante total ( $V$ ):

$$V = V_g + V_q = 101,9 \text{ kN}$$

Para a seção distante um metro do apoio esquerdo de uma viga interna, obtém-se os seguintes esforços cortantes máximos:

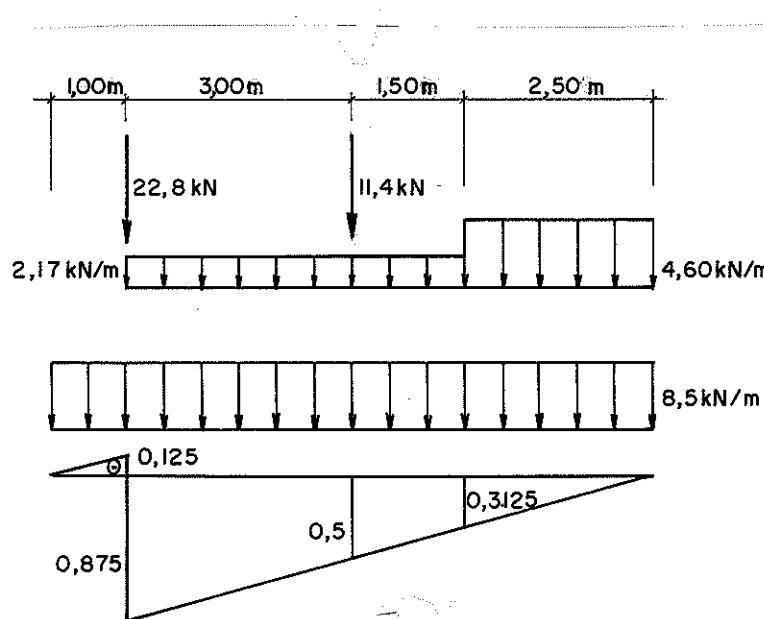


Fig. 3.20- Linha de influência e carregamento mais crítico para o esforço cortante na seção a 1 m do apoio esquerdo para uma viga interna.

$$V_g = 10,2 \times \left( \frac{7 \times 0,875}{2} - \frac{1 \times 0,125}{2} \right) = 30,6 \text{ kN}$$

$$V_q = 40 \times 0,875 + 20 \times 0,5 + 1,25 \times \left( \frac{0,875 + 0,3125}{2} \right) \times 4,5 + \\ + 5,92 \times \frac{2,5 \times 0,3125}{2} = 50,7 \text{ kN}$$

$$V = V_g + V_q = 81,3 \text{ kN}$$

Para uma viga externa na seção situada no apoio esquerdo, obtém-se os esforços cortantes máximos:

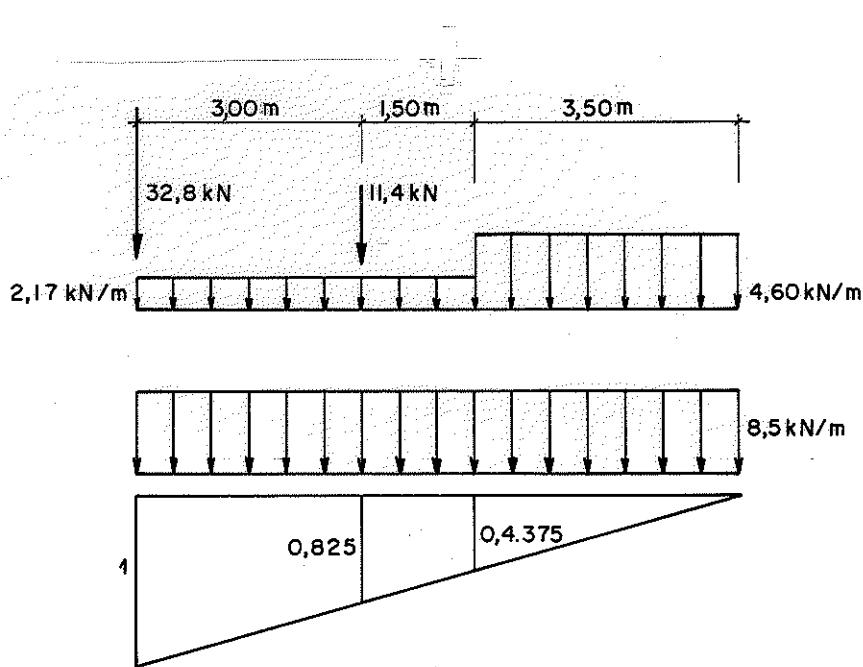


Fig. 3.21- Linha de influência e carregamento mais crítico para o esforço cortante no apoio esquerdo de uma viga externa.

$$V_g = 8,5 \times \frac{8}{2} = 34 \text{ kN}$$

$$V_q = 22,8 \times 1 + 11,4 \times 0,625 + 4,60 \times \frac{3,5 \times 0,4375}{2} + \\ + 2,17 \times \left( \frac{1 + 0,4375}{2} \right) \times 4,5 = 40,5 \text{ kN}$$

$$V = V_g + V_q = 74,5 \text{ kN}$$

Os esforços cortantes máximos para a viga externa, na seção distante 1 m do apoio esquerdo são:

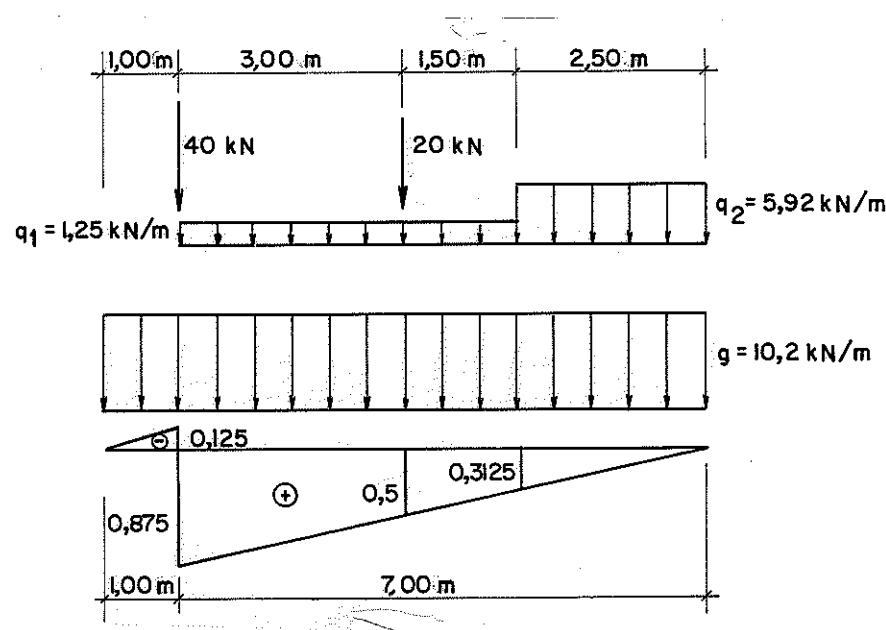


Fig. 3.22- Linha de influência e carregamento mais crítico para o esforço cortante na seção a 1 m do apoio esquerdo para uma viga externa.

$$V_g = 8,5 \times \left( \frac{7 \times 0,875}{2} - \frac{0,125 \times 1}{2} \right) = 25,5 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} V_q &= 22,8 \times 0,875 + 11,4 \times 0,5 + 4,60 \times \frac{2,5 \times 0,3125}{2} + \\ &+ 2,17 \times \frac{(0,875 + 0,3125)}{2} \times 4,5 = 33,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V = V_g + V_q = 58,7 \text{ kN}$$

### 3.2.3.4- Flechas máximas

Na determinação das flechas máximas, supõe-se que estas ocorrerão no meio do vão das vigas, desprezando-se o efeito da deformação por esforços cortantes. A flecha devida à carga permanente ( $v_g$ ) é obtida pela equação:

$$v_g = \frac{5 g L^4}{384 E_p I}$$

Sendo:

$$g = 10,2 \text{ kN/m} \text{ (para uma viga interna)}$$

$$g = 8,5 \text{ kN/m} \text{ (para uma viga externa)}$$

$$E_p = 2/3 E = 11.240 \text{ MPa} \text{ (módulo de elasticidade para cargas permanentes)}$$

$$I = \frac{\pi D^4}{8} \text{ (momento de inércia em relação à linha neutra para uma viga bicircular)}$$

As flechas para uma viga interna são:

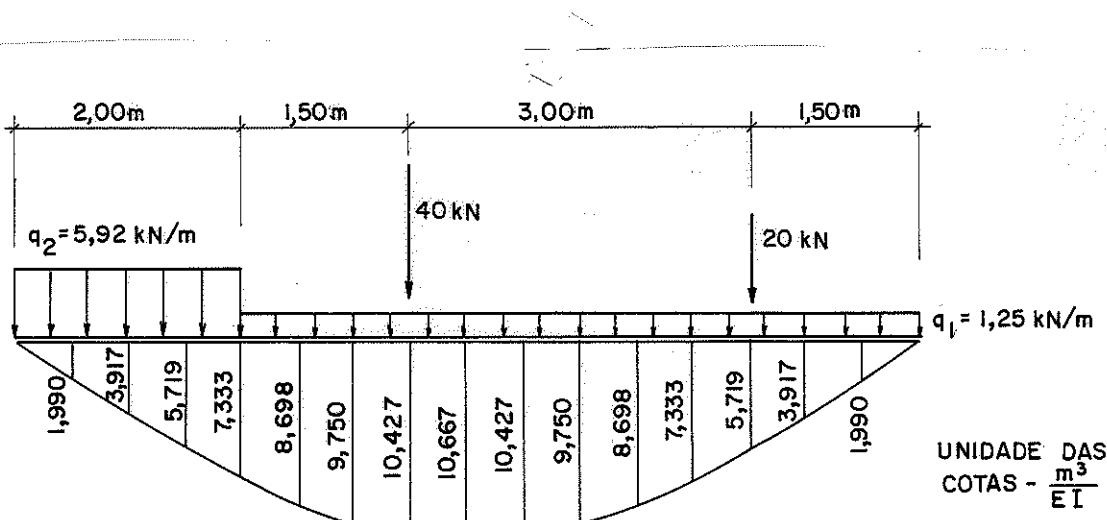


Fig. 3.23- Linha de influência e carga móvel na posição mais crítica para flecha no meio do vão de uma viga interna.

Flecha devida à carga permanente ( $v_g$ ):

$$v_g = \frac{1,2325 \times 10^{-4}}{D^4} \text{ m}^5$$

Flecha devida à carga móvel ( $v_q$ ):

$$v_q = \frac{1}{EI} \times 633627 = \frac{633627}{16860 \times 10^6 \times \frac{\pi D^4}{8}} = \frac{0,9570 \times 10^{-4}}{D^4} \text{ m}^5$$

Obtém-se a flecha total ( $v$ ):

$$v = v_g + v_q = \frac{2,1895 \times 10^{-4}}{D^4} m^5$$

As flechas para uma viga externa são:

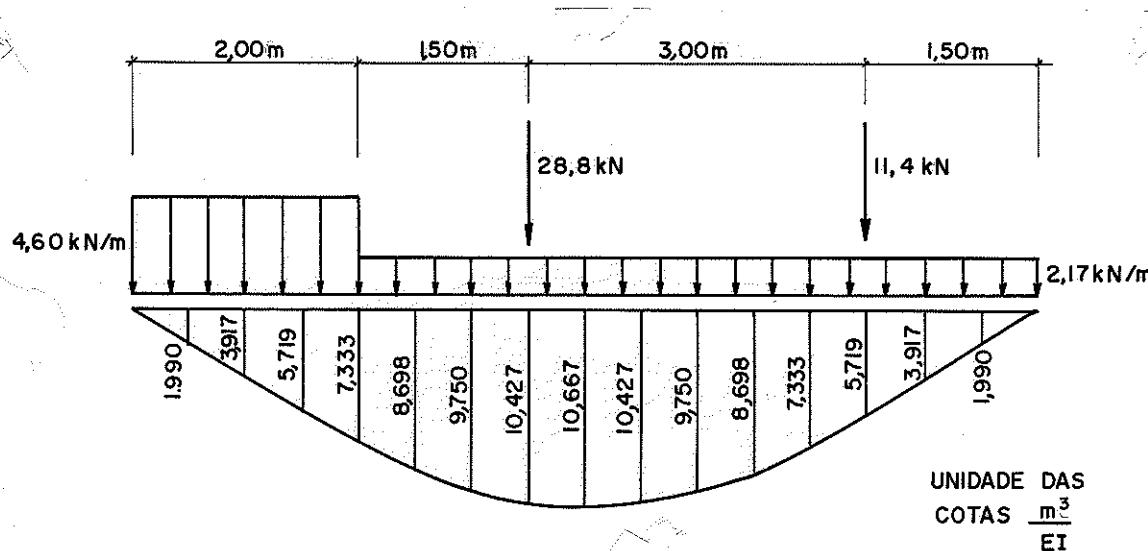


Fig. 3.24- Linha de influência e carga móvel na posição mais crítica para flecha no meio do vão de uma viga externa.

$$v_g = \frac{1,0270}{D^4} \times 10^{-4} m^5$$

$$v_q = \frac{1}{EI} \times 436883 = \frac{436.883}{16860 \times 10^6 \times \frac{\pi}{8} D^4} = \frac{0,6599 \times 10^{-4}}{D^4} m^5$$

Obtém-se a flecha total ( $v$ ):

$$v = v_g + v_q = \frac{1,6869}{D^4} \times 10^{-4} m^5$$

### 3.2.3.5- Determinação do diâmetro médio das vigas principais

O diâmetro médio das vigas principais ( $D$ ) é determinado pela verificação das tensões normais, do espaçamento entre os anéis (cislhamento) e da flecha.

Como as quatro vigas são iguais, a verificação é feita pelos valores de esforços solicitantes e da flecha obtidos para uma

viga interna, de maior intensidade.

Verificação da tensão normal máxima ( $\sigma_f$ ):

$$\sigma_f = \frac{M}{I} y = \frac{188,9 \times 10^3}{\pi \frac{D^4}{8}} D \leq \bar{\sigma}_f = 19,5 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Portanto,  $D \geq 0,29 \text{ m}$

Na verificação do cisalhamento (espaçamento entre anéis -s), o anel metálico escolhido para efetuar a ligação entre os postes tem diâmetro interno ( $\phi$ ) de 8 polegadas. Na dedução do espaçamento entre os anéis, será adotada a hipótese de esforço cortante constante em cada trecho de 1 metro de viga, e igual à média dos valores dos esforços cortantes nas extremidades deste trecho [2]:

$$V_{\text{médio}} = \frac{101,9 + 81,3}{2} = 91,6 \text{ KN}$$

Conforme visto anteriormente, o espaçamento entre os anéis (s) é:

$$s = \frac{\bar{P}_{\text{anel I}}}{V \cdot S}$$

Sendo:

$$\bar{P}_{\text{anel}} = 79,2 \text{ KN}$$

Obtém-se:

$$s = \frac{79,2}{91,6} \times \frac{\pi D^4 / 8}{\pi D^3 / 8} = 0,865 D$$

Fixando o espaçamento mínimo entre anéis em  $0,25 \text{ m}$  [2] neste trecho:

$$s = 0,865 D \geq 0,25 \text{ m}$$

Portanto,  $D \geq 0,29 \text{ m}$

Na verificação das flechas utiliza-se o critério da norma DIN 1052, que estipula flecha máxima de  $L/300$  para a atuação da carga útil e  $L/200$  para a carga total:

$$v_Q = \frac{0,9570 \times 10^{-4}}{D^4} m^5 \leq L/300 = 8/300 \text{ m}$$

$$v = \frac{2,1895 \times 10^{-4}}{D^4} m^5 \leq L/200 = 8/200 m$$

Portanto,  $D \geq 0,27 m$

Analizando os resultados obtidos, adota-se um diâmetro médio de 0,29 m. O momento de inércia em relação à linha neutra (I) das vigas principais é:

$$I = \frac{\pi D^4}{8} = 2,777 \times 10^{-3} m^4$$

Apresenta-se no quadro 3.1 resumo dos valores máximos obtidos para os esforços solicitantes e flechas nas vigas principais:

	Momento fletor no meio do vão (kN.m)			Cortante no apoio (kN)			Flecha no meio do vão ( $10^{-2} m$ )		
	$M_g$	$M_q$	$M$	$V_g$	$V_q$	$V$	$v_g$	$v_q$	$v$
viga interna	81,6	107,3	188,9	40,8	61,1	101,9	1,74	1,35	3,09
viga externa	68,0	76,0	144,0	34,0	40,5	74,5	1,45	0,93	2,38

Quadro 3.1- Esforços solicitantes e flechas máximas nas vigas principais

### 3.3- ANÁLISE TEÓRICA DA PONTE PELA ANALOGIA DE GRELHA

A análise da distribuição de cargas entre as várias vigas da ponte pode ser feita idealizando a estrutura como grelha. As longarinas da grelha são as vigas principais da ponte e as transversinas são obtidas no meio contínuo formado pelo postes do tabuleiro.

São as seguintes as hipóteses de cálculo assumidas para esta idealização:

a) as rigidezes à torção das vigas principais e dos postes do tabuleiro são desprezadas, para efeito da distribuição transversal de cargas. Esta hipótese pode ser assumida considerando a baixa rigidez à torção da madeira em relação à sua rigidez à flexão [7], e pelo fato de que as ligações dos postes do tabuleiro

não são eficientes para a transmissão de momentos entre os membros longitudinais e transversais. Por estas razões, considera-se que as ligações entre os postes do tabuleiro e as vigas principais só transmitem esforços verticais.

b) a fixação dos postes do tabuleiro nas vigas principais só permite insignificantes deslocamentos verticais relativos entre os elementos ligados, admitindo-se que a estrutura em estudo tem comportamento linear geometricamente.

c) a camada de concreto para regularização da pista de rolamento é desprezada para efeito da distribuição transversal de cargas, considerando a ausência de dispositivos que garantam a aderência permanente entre o concreto e os postes do tabuleiro.

d) as vigas principais, representadas pelas longarinas na idealização da ponte como grelha, são simplesmente apoiadas.

e) cada poste do tabuleiro é obtido de uma única peça, sem emendas, constituindo uma viga contínua sobre apoios elásticos.

f) os valores das tensões atuantes no material são inferiores ao limite de validade da Lei de Hooke.

g) as deformações devidas ao esforço cortante nas vigas principais e postes do tabuleiro são desprezadas.

A rigidez à flexão na direção y (perpendicular à orientação do tráfego), considerada a hipótese "c", é obtida do meio contínuo formado pelos postes do tabuleiro.

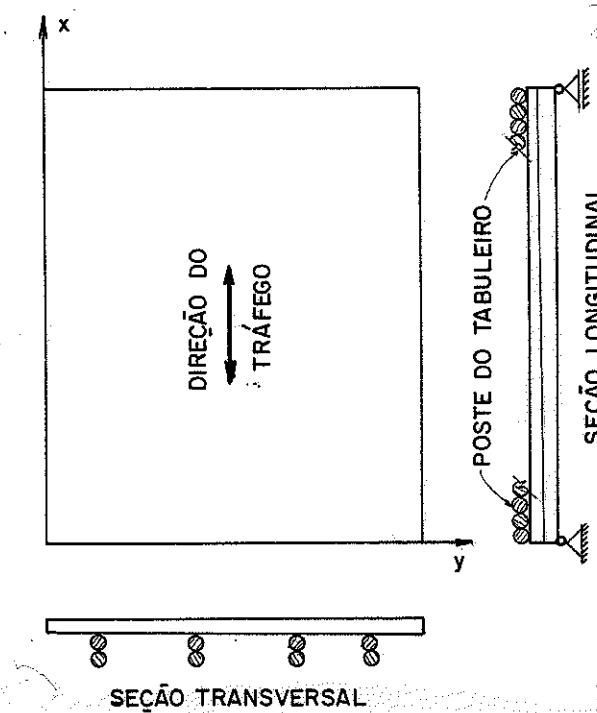


Fig. 3.25

O meio contínuo formado pelos postes do tabuleiro pode ser discretizado em várias transversais idealizadas. A rigidez à flexão de cada transversina é obtida do produto da rigidez à flexão dos postes do tabuleiro por faixa unitária pelo espaçamento entre as transversinas.

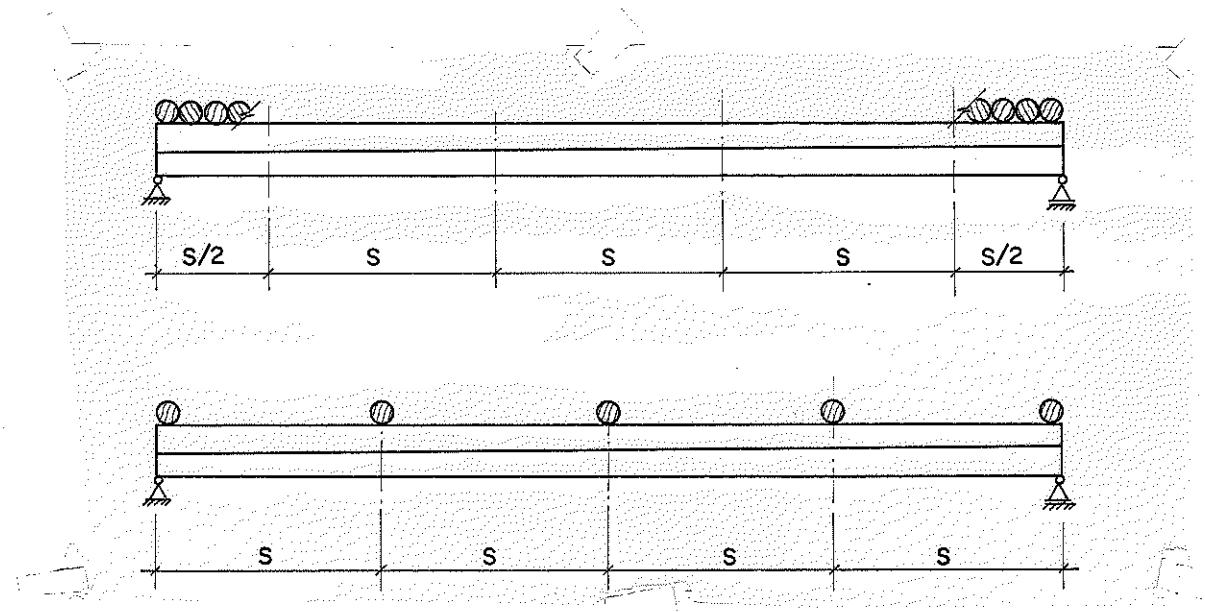


Fig. 3.26- Discretização dos postes do tabuleiro nas transversinas idealizadas.

$$EI_T = s EI_t/m$$

Sendo:

$EI_T$  - rigidez à flexão de cada transversina idealizada

$EI_t/m$  - rigidez à flexão das pontes do tabuleiro por faixa unitária

$s$  - espaçamento entre transversinas

As transversinas situadas sobre os apoios não têm influência na distribuição transversal das cargas e doravante não são mais representadas.

Com esta idealização, pode-se obter os valores máximos dos esforços solicitantes e flechas nas vigas principais, necessários para o dimensionamento destes elementos estruturais.

Uma idealização desta forma é mais precisa quanto maior for o número de transversinas utilizadas. A ponte pré-dimensionada anteriormente é analisada idealizando-a como grelhas com uma, três, sete e quinze transversinas, com o intuito de verificar a conver-

gênciam dos resultados, à medida que se aumenta o número de transversinas. Esta convergência depende de vários fatores, tais como largura e comprimento da ponte, espaçamento entre as vigas principais e relação entre a rigidez à flexão dos postes do tabuleiro e das vigas principais.

A análise é feita por intermédio do traçado de linhas de influência para o momento fletor no meio do vão, esforço cortante no apoio e flecha no meio do vão das vigas principais, possibilitando determinar o posicionamento mais crítico da carga móvel.

### 3.3.1- Definição das grelhas

São apresentados a forma de obtenção das transversinas a partir dos postes do tabuleiro e os esquemas geométricos das grelhas idealizadas. A rigidez à flexão das longarinas ( $EI_L$ ) é constante para todas as grelhas.

$$EI_L = E \cdot I = 4,68 \times 10^7 \text{ Nm}^2$$

Sendo:

$$E = 16.860 \text{ MPa} \text{ (módulo de elasticidade do eucalipto citriodora)}$$

$$I = 2,777 \times 10^{-3} \text{ m}^4 \text{ (momento de inércia em relação à linha neutra das vigas principais)}$$

#### 3.3.1.1- Grelha com uma transversina

A região hachurada da figura 3.27 representa os postes do tabuleiro que contribuem para a obtenção da transversina idealizada:

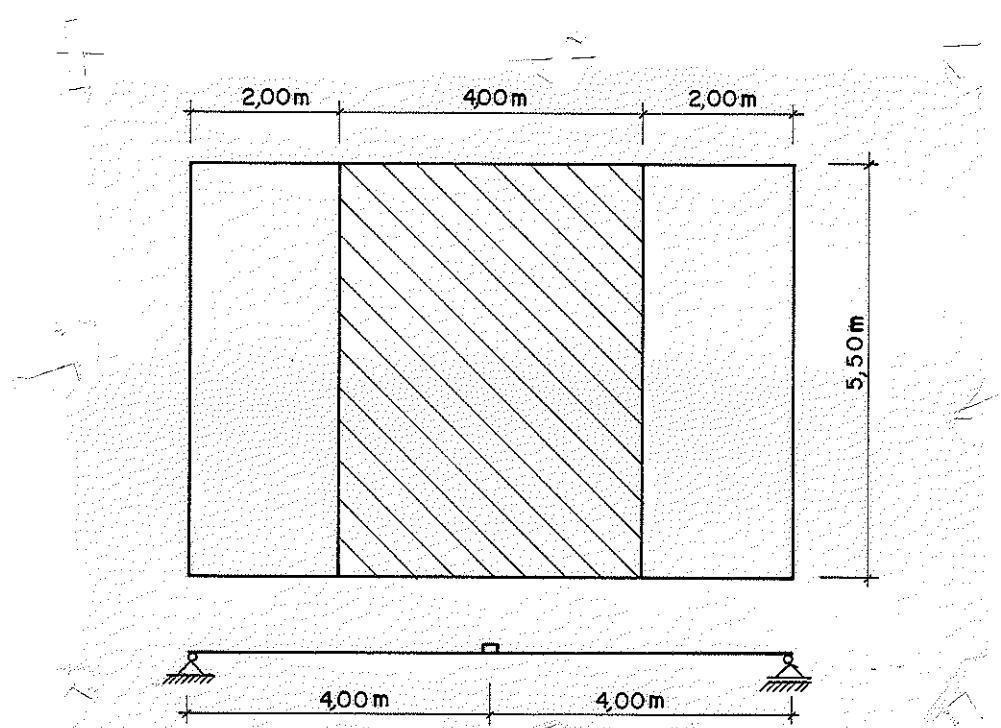


Fig. 3.27- Obtenção da transversina

A rigidez à flexão da transversina ( $EI_T$ ) é:

$$EI_T = E I_t/m \quad L/2 = 1,932 \times 10^7 \text{ Nm}^2$$

Sendo:

$$I_t/m = 2,863 \times 10^{-4} \text{ m}^4/\text{m} \text{ (momento de inércia por faixa unitária do tabuleiro)}$$

$$L = 8 \text{ m (vôo da ponte)}$$

Esquema deste tipo de grelha:

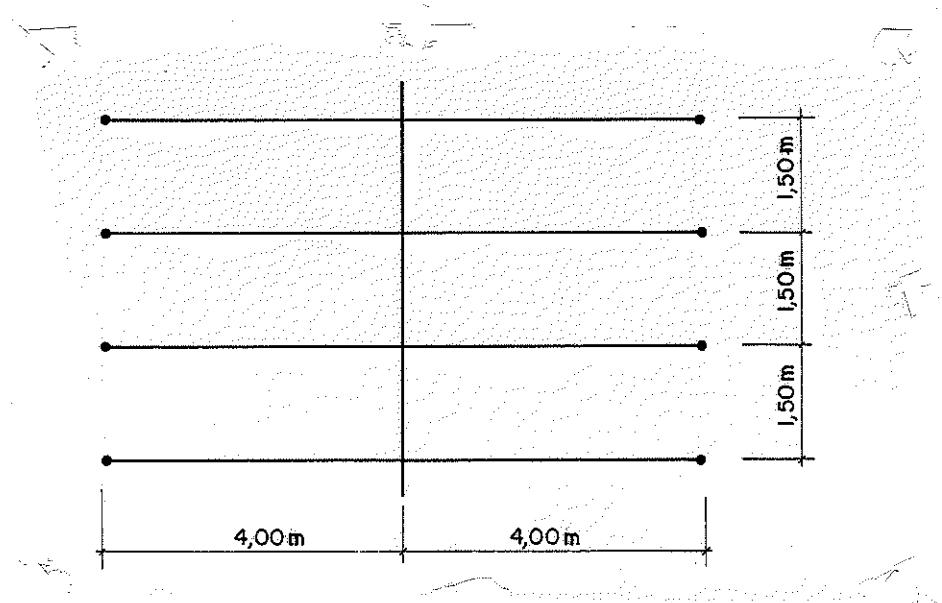


Fig. 3.28- Esquema de grelha com uma transversina

### 3.3.1.2- Grelha com três transversinas

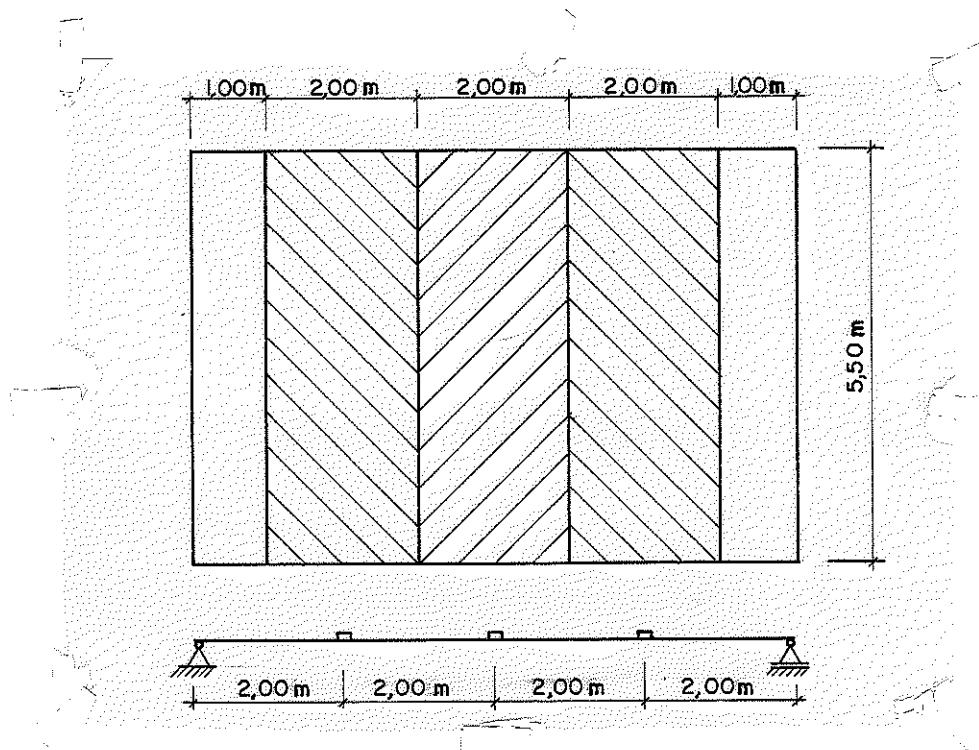


Fig. 3.29- Obtenção das três transversinas

$$EI_T = EI_t/m \times L/4 = 0.966 \times 10^7 \text{ Nm}^2$$

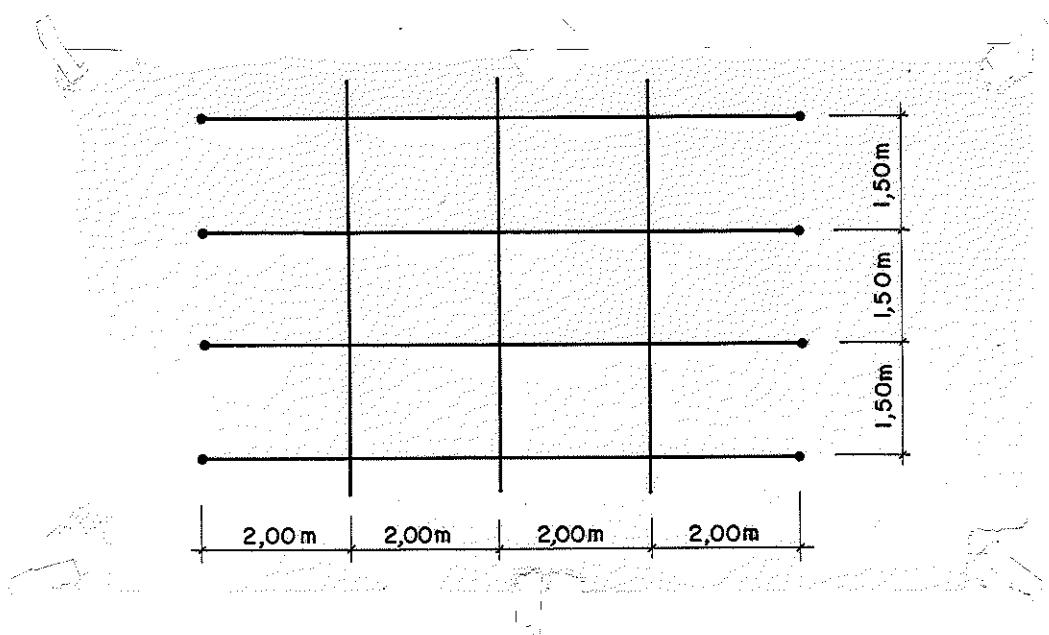


Fig. 3.30- Esquema da grelha com três transversinas

### 3.3.1.3- Grelha com sete transversinas

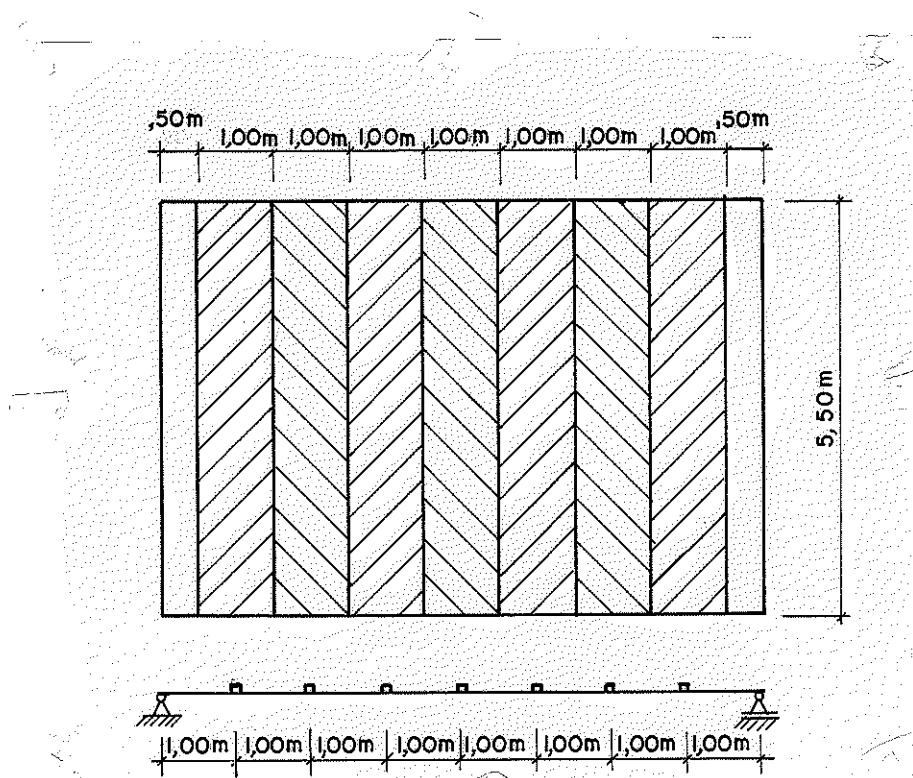


Fig. 3.31- Obtenção das sete transversinas

$$EI_T = EI_{t/m} \cdot L/8 = 0,483 \times 10^7 \text{ Nm}^2$$

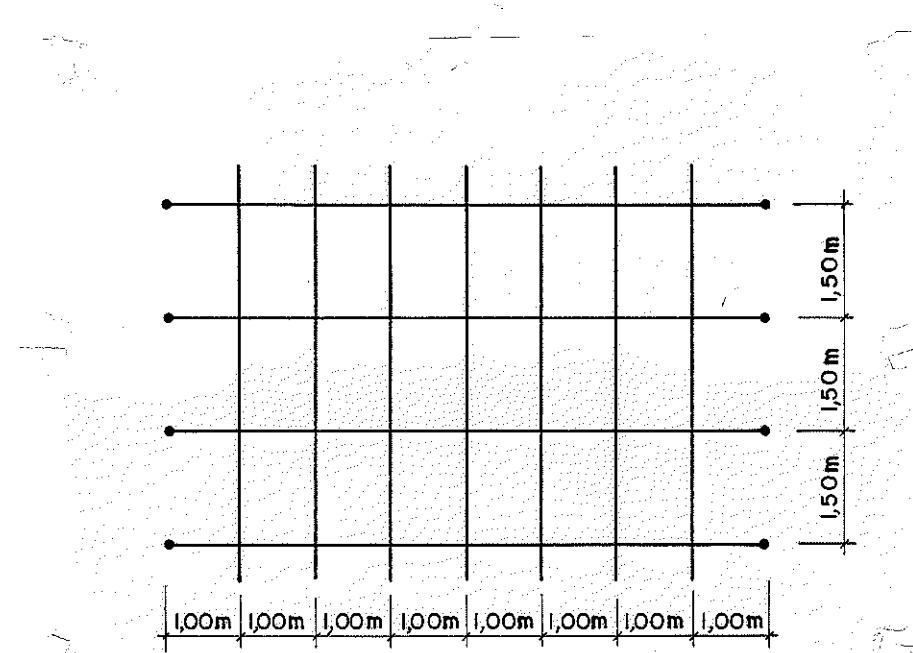


Fig. 3.32- Esquema da grelha com sete transversinas

3.3.1.4- Grelha com quinze transversinas

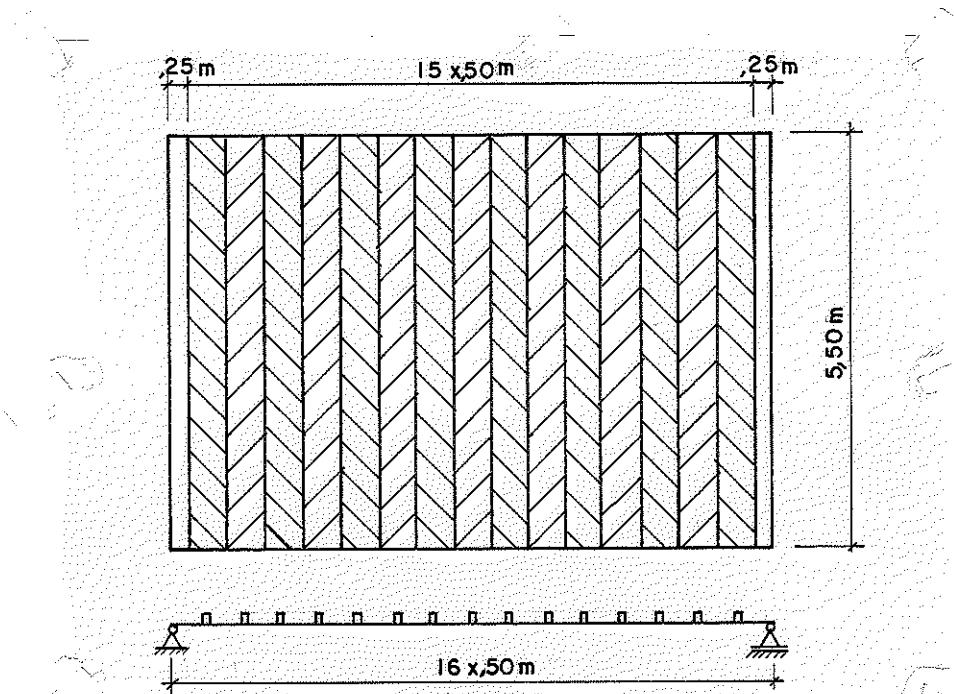


Fig. 3.33- Obtenção das quinze transversinas

$$EI_T = EI_t/m \cdot L/16 = 0,242 \times 10^7 \text{ Nm}^2$$

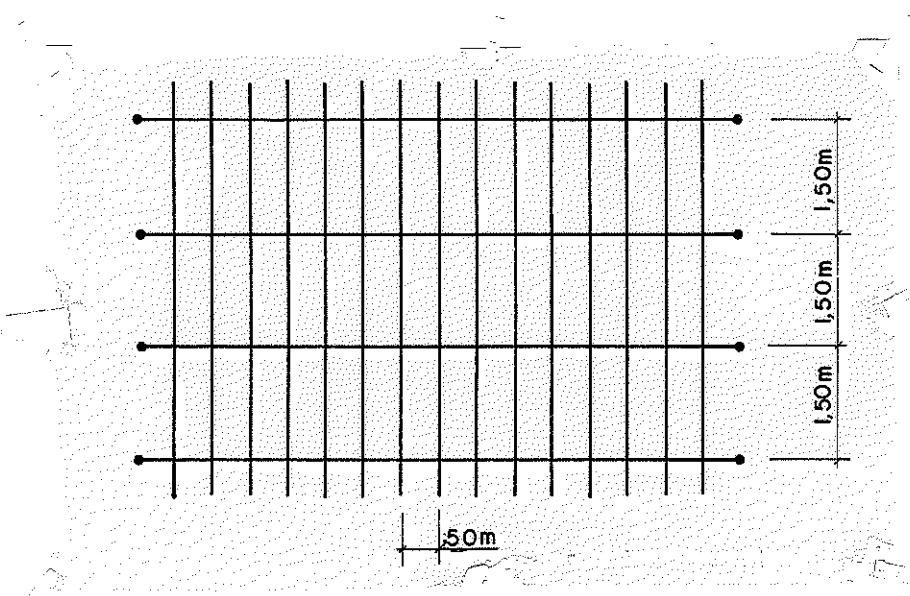


Fig. 3.34- Esquema da grelha com quinze transversinas

### 3.3.2- Linhas de influência

Aplicando carga unitária na longarina A, em seguida nas longarinas B, C e D, nas seções  $x = 1\text{ m}$ ,  $x = 2\text{ m}$ ,  $x = 3\text{ m}$ ,  $x = 4\text{ m}$ ,  $x = 5\text{ m}$ ,  $x = 6\text{ m}$  e  $x = 7\text{ m}$ , são determinadas as cotas das linhas de influência de momentos fletores e flechas no meio do vão das longarinas e reações de apoio das mesmas.

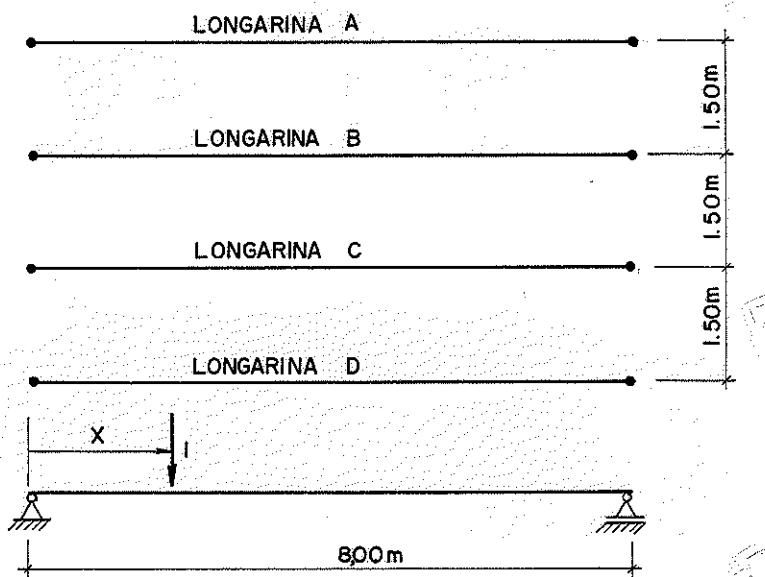


Fig. 3.35- Aplicação da carga unitária

Os valores das cotas das linhas de influência são obtidos através de programa específico para resolução de grelhas, pelo método da rigidez, utilizando micro-computador HP-85, com 32 Kbytes de capacidade de memória.

A consideração de as vinculações entre longarinas e transversinas transmitirem apenas esforço vertical é obtida admitindo nula a rigidez à torção das barras das grelhas. Desta forma, as coordenadas globais do sistema, referentes exclusivamente a giros de torção das extremidades dos elementos das grelhas (localizadas nos apoios das longarinas) têm seu deslocamento impedido para que não haja elementos nulos na diagonal da matriz de rigidez dos sistemas.

As cotas das linhas de influência de flechas e momentos fletores no meio do vão e reações de apoio das longarinas para a ponte idealizada de quatro formas diferentes (grelhas com uma, três, sete e quinze transversinas), são apresentadas nos quadros 3.2 a 3.7. Devido à simetria das estruturas são apresentadas apenas as cotas das linhas de influência para as longarinas A e B.

3.3.2.1- Flechas nas longarinas

Nº DE TRANSVER- SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	x = 1 m	638	279	38	- 118
	x = 2 m	1195	523	71	- 221
	x = 3 m	1588	696	94	- 294
	x = 4 m	1738	761	103	- 322
3	x = 1 m	634	285	39	- 121
	x = 2 m	1191	528	71	- 224
	x = 3 m	1592	692	92	- 292
	x = 4 m	1746	751	99	- 316
7	x = 1 m	634	285	39	- 121
	x = 2 m	1191	528	71	- 224
	x = 3 m	1591	692	92	- 292
	x = 4 m	1746	750	99	- 316
15	x = 1 m	634	285	39	- 121
	x = 2 m	1191	528	71	- 224
	x = 3 m	1591	692	92	- 292
	x = 4 m	1746	750	99	- 316

Quadro 3.2- Coordenadas das linhas de influência da flecha no meio do vão da longarina A ( $10^{-7}$ m/kN)

Nº DE TRANSVER- SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	x = 1 m	279	316	204	38
	x = 2 m	523	591	382	71
	x = 3 m	696	786	508	94
	x = 4 m	761	860	556	103
3	x = 1 m	285	305	207	39
	x = 2 m	528	581	386	71
	x = 3 m	692	792	508	92
	x = 4 m	751	877	553	99
7	x = 1 m	285	305	207	39
	x = 2 m	528	581	381	71
	x = 3 m	629	791	508	92
	x = 4 m	750	879	552	99
15	x = 1 m	285	305	208	39
	x = 2 m	528	581	386	71
	x = 3 m	692	791	508	92
	x = 4 m	750	879	552	99

Quadro 3.3- Coordenadas das linhas de influência da flecha no meio do vão da longarina B ( $10^{-7}$ m/kN)

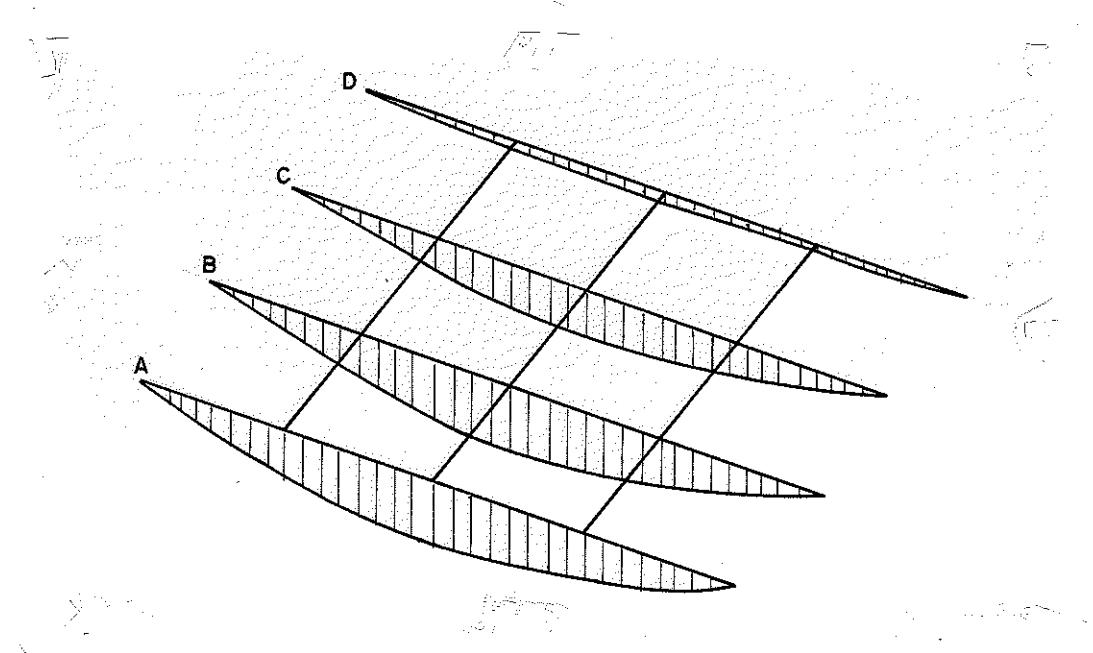


Fig. 3.36- Aspecto da linha de influência obtida para a longarina B, com três transversinas

### 3.3.2.2- Momentos fletores nas longarinas

Nº DE TRANSVER-SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	$x = 1 \text{ m}$	0,325	0,245	0,033	- 0,104
	$x = 2 \text{ m}$	0,673	0,459	0,062	- 0,194
	$x = 3 \text{ m}$	1,066	0,611	0,082	- 0,258
	$x = 4 \text{ m}$	1,525	0,668	0,090	- 0,283
3	$x = 1 \text{ m}$	0,350	0,207	0,035	- 0,092
	$x = 2 \text{ m}$	0,719	0,392	0,060	- 0,170
	$x = 3 \text{ m}$	1,125	0,529	0,068	- 0,221
	$x = 4 \text{ m}$	1,589	0,584	0,067	- 0,239
7	$x = 1 \text{ m}$	0,355	0,201	0,033	- 0,089
	$x = 2 \text{ m}$	0,728	0,380	0,056	- 0,164
	$x = 3 \text{ m}$	1,139	0,509	0,066	- 0,213
	$x = 4 \text{ m}$	1,606	0,557	0,067	- 0,230
15	$x = 1 \text{ m}$	0,356	0,200	0,032	- 0,088
	$x = 2 \text{ m}$	0,730	0,377	0,055	- 0,162
	$x = 3 \text{ m}$	1,143	0,504	0,065	- 0,211
	$x = 4 \text{ m}$	1,610	0,551	0,067	- 0,228

Quadro 3.4- Coordenadas das linhas de influência de momento fletor no meio do vão da longarina A (m)

Nº DE TRANSVER- SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	$x = 1 \text{ m}$	0,245	0,043	0,179	0,033
	$x = 2 \text{ m}$	0,459	0,144	0,335	0,062
	$x = 3 \text{ m}$	0,611	0,361	0,446	0,082
	$x = 4 \text{ m}$	0,668	0,754	0,488	0,090
3	$x = 1 \text{ m}$	0,207	0,121	0,137	0,035
	$x = 2 \text{ m}$	0,392	0,276	0,272	0,060
	$x = 3 \text{ m}$	0,529	0,509	0,394	0,068
	$x = 4 \text{ m}$	0,584	0,900	0,499	0,067
7	$x = 1 \text{ m}$	0,201	0,130	0,136	0,033
	$x = 2 \text{ m}$	0,380	0,296	0,269	0,056
	$x = 3 \text{ m}$	0,509	0,548	0,377	0,066
	$x = 4 \text{ m}$	0,557	0,953	0,423	0,067
15	$x = 1 \text{ m}$	0,200	0,132	0,136	0,032
	$x = 2 \text{ m}$	0,377	0,301	0,267	0,055
	$x = 3 \text{ m}$	0,504	0,558	0,374	0,065
	$x = 4 \text{ m}$	0,551	0,965	0,417	0,067

Quadro 3.5- Coordenadas das linhas de influência de momento fletor no meio do vão da longarina B (m)

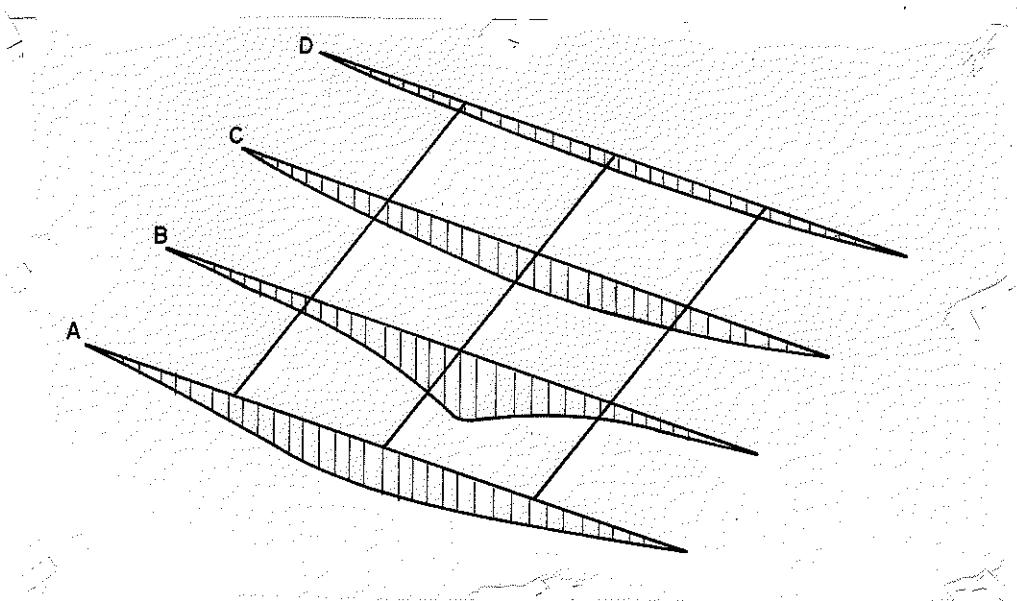


Fig. 3.37- Aspecto da linha de influência obtida para a longarina B, com três transversinas.

3.3.2.3- Reações de apoio das longarinas

Nº DE TRANSVER- SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	$x = 1 \text{ m}$	0,831	0,061	0,008	- 0,026
	$x = 2 \text{ m}$	0,668	0,115	0,015	- 0,049
	$x = 3 \text{ m}$	0,516	0,153	0,021	- 0,065
	$x = 4 \text{ m}$	0,381	0,167	0,023	- 0,071
	$x = 5 \text{ m}$	0,266	0,153	0,021	- 0,065
	$x = 6 \text{ m}$	0,168	0,115	0,015	- 0,049
	$x = 7 \text{ m}$	0,081	0,061	0,008	- 0,026
3	$x = 1 \text{ m}$	0,806	0,104	- 0,001	- 0,034
	$x = 2 \text{ m}$	0,629	0,179	0,004	- 0,062
	$x = 3 \text{ m}$	0,481	0,207	0,017	- 0,080
	$x = 4 \text{ m}$	0,359	0,196	0,030	- 0,085
	$x = 5 \text{ m}$	0,256	0,161	0,035	- 0,077
	$x = 6 \text{ m}$	0,165	0,112	0,030	- 0,057
	$x = 7 \text{ m}$	0,081	0,058	0,017	- 0,031
7	$x = 1 \text{ m}$	0,798	0,119	- 0,007	- 0,035
	$x = 2 \text{ m}$	0,621	0,194	0,001	- 0,065
	$x = 3 \text{ m}$	0,475	0,216	0,018	- 0,084
	$x = 4 \text{ m}$	0,355	0,201	0,033	- 0,089
	$x = 5 \text{ m}$	0,253	0,164	0,038	- 0,079
	$x = 6 \text{ m}$	0,164	0,114	0,032	- 0,059
	$x = 7 \text{ m}$	0,080	0,058	0,018	- 0,031
15	$x = 1 \text{ m}$	0,796	0,123	- 0,008	- 0,035
	$x = 2 \text{ m}$	0,619	0,197	0,000	- 0,066
	$x = 3 \text{ m}$	0,473	0,219	0,018	- 0,085
	$x = 4 \text{ m}$	0,354	0,203	0,033	- 0,090
	$x = 5 \text{ m}$	0,253	0,164	0,038	- 0,080
	$x = 6 \text{ m}$	0,163	0,114	0,033	- 0,060
	$x = 7 \text{ m}$	0,080	0,058	0,018	- 0,032

Quadro 3.6- Coordenadas das linhas de influência da reação do apoio esquerdo da longarina A

Nº DE TRANSVER- SINAS	CARGA UNITÁRIA NA SEÇÃO	CARGA UNITÁRIA SOBRE A LONGARINA			
		A	B	C	D
1	x = 1 m	0,061	0,761	0,045	0,008
	x = 2 m	0,115	0,536	0,084	0,015
	x = 3 m	0,153	0,340	0,111	0,021
	x = 4 m	0,167	0,189	0,122	0,023
	x = 5 m	0,153	0,090	0,111	0,021
	x = 6 m	0,115	0,036	0,084	0,015
	x = 7 m	0,061	0,011	0,045	0,008
3	x = 1 m	0,104	0,667	0,105	0,001
	x = 2 m	0,179	0,395	0,172	0,004
	x = 3 m	0,207	0,228	0,174	0,017
	x = 4 m	0,196	0,138	0,136	0,030
	x = 5 m	0,161	0,087	0,092	0,035
	x = 6 m	0,112	0,055	0,053	0,030
	x = 7 m	0,058	0,027	0,023	0,017
7	x = 1 m	0,119	0,630	0,133	- 0,007
	x = 2 m	0,194	0,364	0,192	0,001
	x = 3 m	0,216	0,210	0,180	0,018
	x = 4 m	0,201	0,130	0,136	0,033
	x = 5 m	0,164	0,085	0,088	0,038
	x = 6 m	0,114	0,055	0,050	0,032
	x = 7 m	0,058	0,027	0,022	0,018
15	x = 1 m	0,123	0,622	0,139	- 0,008
	x = 2 m	0,197	0,357	0,196	0,000
	x = 3 m	0,219	0,206	0,182	0,018
	x = 4 m	0,203	0,128	0,136	0,033
	x = 5 m	0,164	0,085	0,087	0,038
	x = 6 m	0,114	0,055	0,049	0,033
	x = 7 m	0,058	0,027	0,021	0,018

Quadro 3.7- Coordenadas das linhas de influência da reação do apoio esquerdo da longarina B.

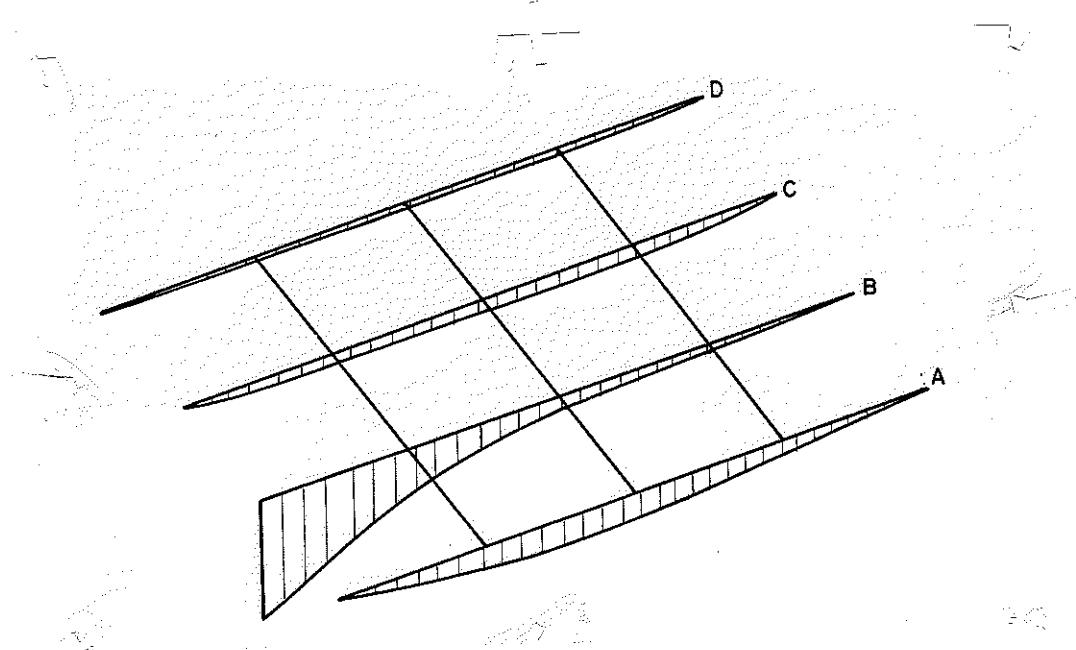


Fig. 3.38- Aspecto da linha de influência obtida para a longarina B, com três transversinas

### 3.3.3- Determinação dos máximos esforços e flechas

Analizando os resultados obtidos nas linhas de influência conclui-se, para os momentos fletores e flechas, que uma idealização com três transversinas conduz a resultados próximos das idealizações com sete e quinze transversinas. Para o esforço cortante é mais razoável idealização possuindo sete transversinas. A determinação dos valores máximos de momentos fletores no meio do vão, esforço cortante no apoio e flecha no meio do vão das vigas, será feita com a idealização que contém sete transversinas.

Para efeito da determinação do carregamento sobre as vigas principais, admite-se impedido o deslocamento vertical das mesmas em toda a sua extensão, com os postes do tabuleiro comportando-se como vigas contínuas sobre apoios indeslocáveis, sendo determinadas suas reações de apoio face ao carregamento aplicado. Estas reações de apoio compõem o carregamento sobre as vigas principais, e então a estrutura é analisada pela analogia de grelha com sete transversinas.

Desta forma, para a carga permanente ( $g = 6,8 \text{ kN/m}^2$ ), obtém-se os carregamentos sobre as longarinas:

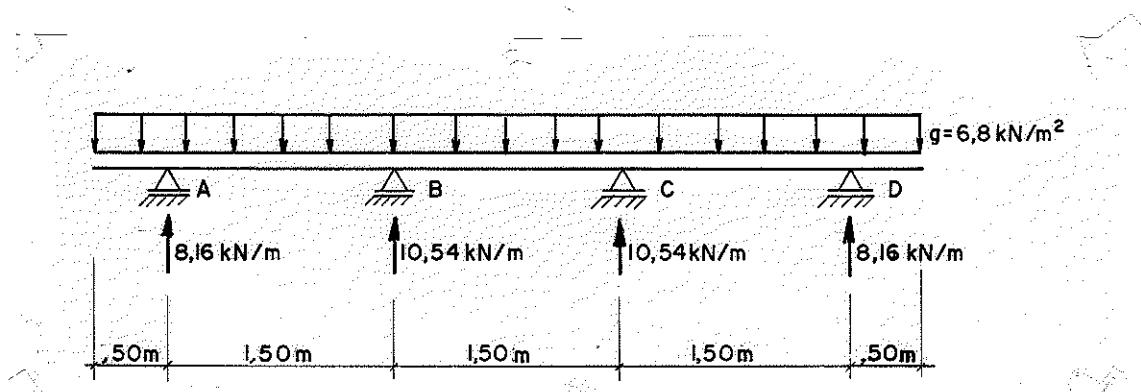


Fig. 3.39- Reações de apoio dos postes do tabuleiro, impedidos os deslocamentos verticais nas vigas principais.

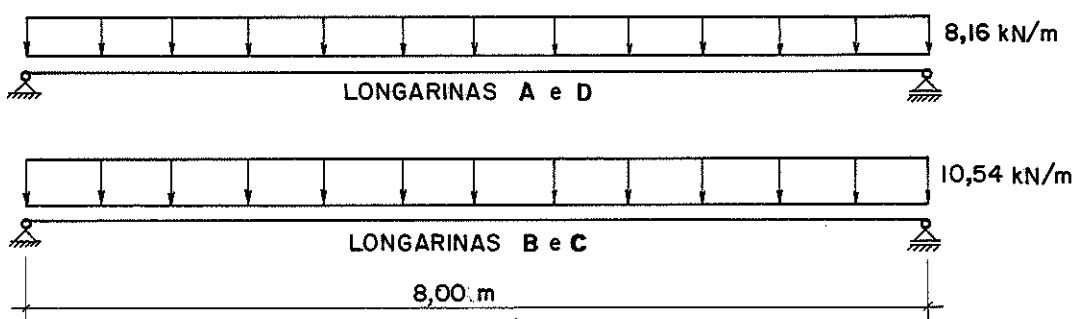


Fig. 3.40- Cargas sobre as longarinas

Os esforços máximos (momento fletor no meio do vão e cortante no apoio) e flecha máxima (flecha no meio do vão), para uma longarina externa (A ou D) são:

$$M_g = 72,8 \text{ kN.m}$$

$$V_g = 35,5 \text{ kN}$$

$$v_g = 1,55 \times 10^{-2} \text{ m}$$

Para uma longarina interna (B e C), obtém-se:

$$M_g = 76,8 \text{ kN.m}$$

$$V_g = 39,3 \text{ kN}$$

$$v_g = 1,65 \times 10^{-2} \text{ m}$$

### 3.3.3.1- Valores máximos para as vigas externas devidos à carga móvel

O posicionamento mais crítico do trem-tipo para as vigas externas é quando a roda do veículo-tipo está encostada no guarda-rodas.

A disposição mais crítica da carga móvel, no sentido transversal da ponte, para o momento fletor e flecha é:

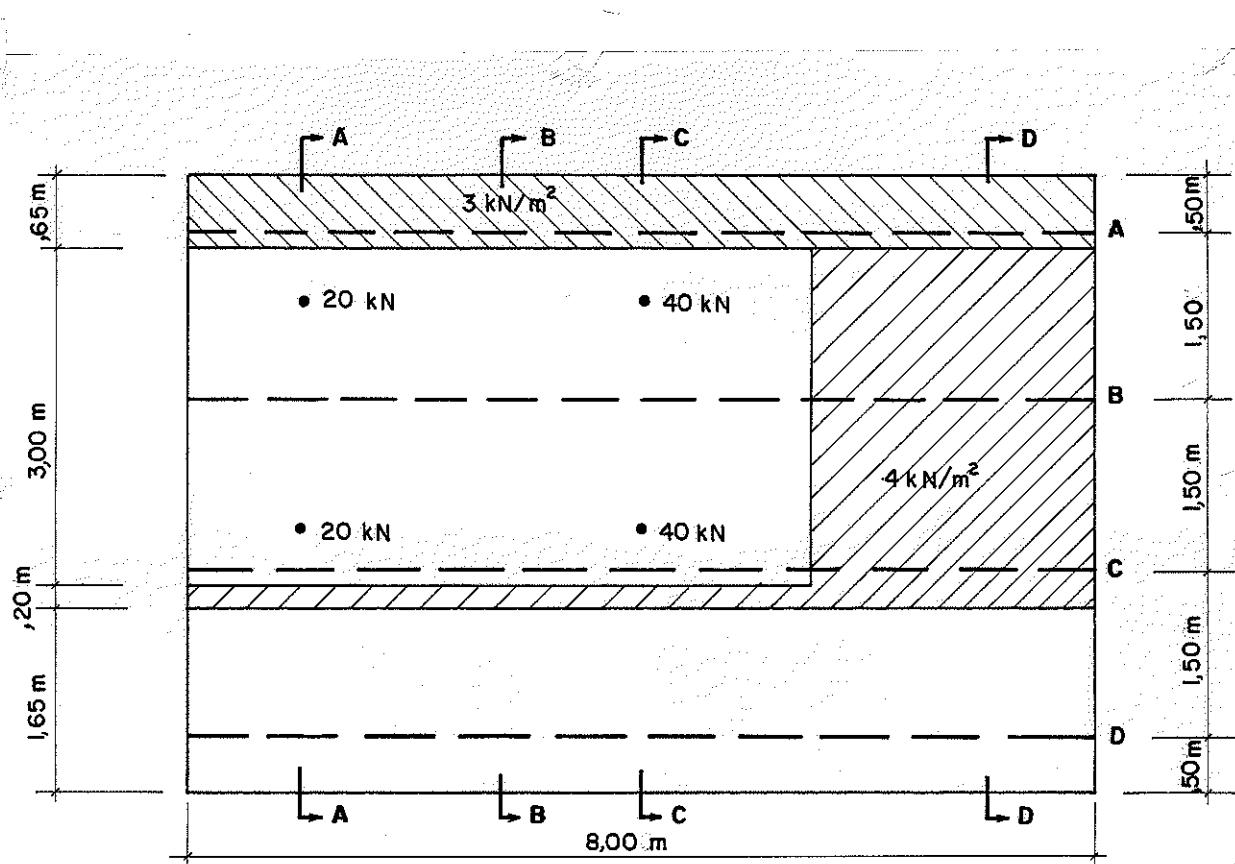


Fig. 3.41- Disposição do trem-tipo

As reações de apoio dos postes do tabuleiro, impedidos os deslocamentos das vigas principais, são:

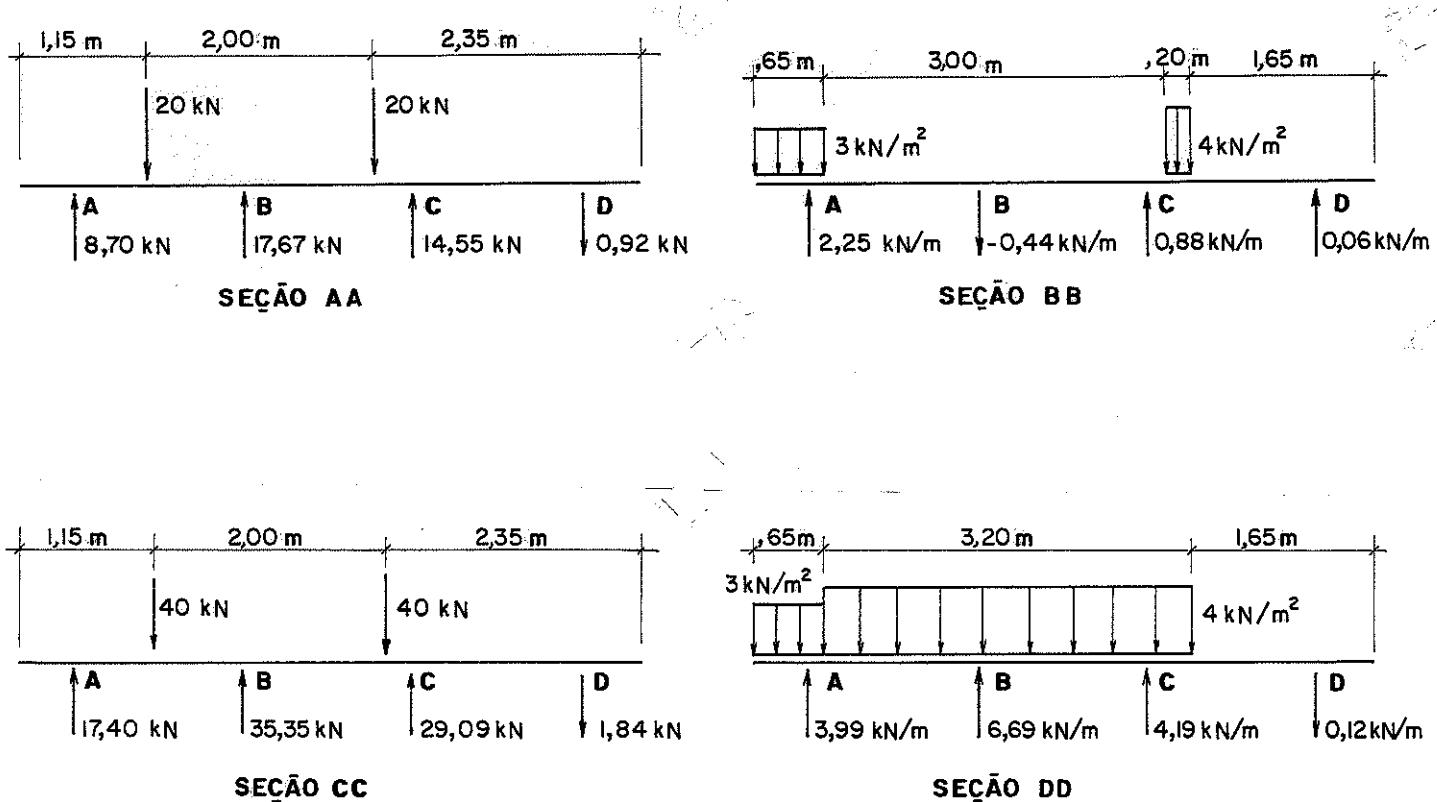


Fig. 3.42- Reações de apoio dos postes do tabuleiro

A disposição mais crítica da carga móvel, no sentido longitudinal, para o momento fletor no meio do vão da viga principal, é quando o eixo mais pesado (80kN) do veículo está no meio do vão da ponte. Para esta disposição, os carregamentos sobre as longarinas são:

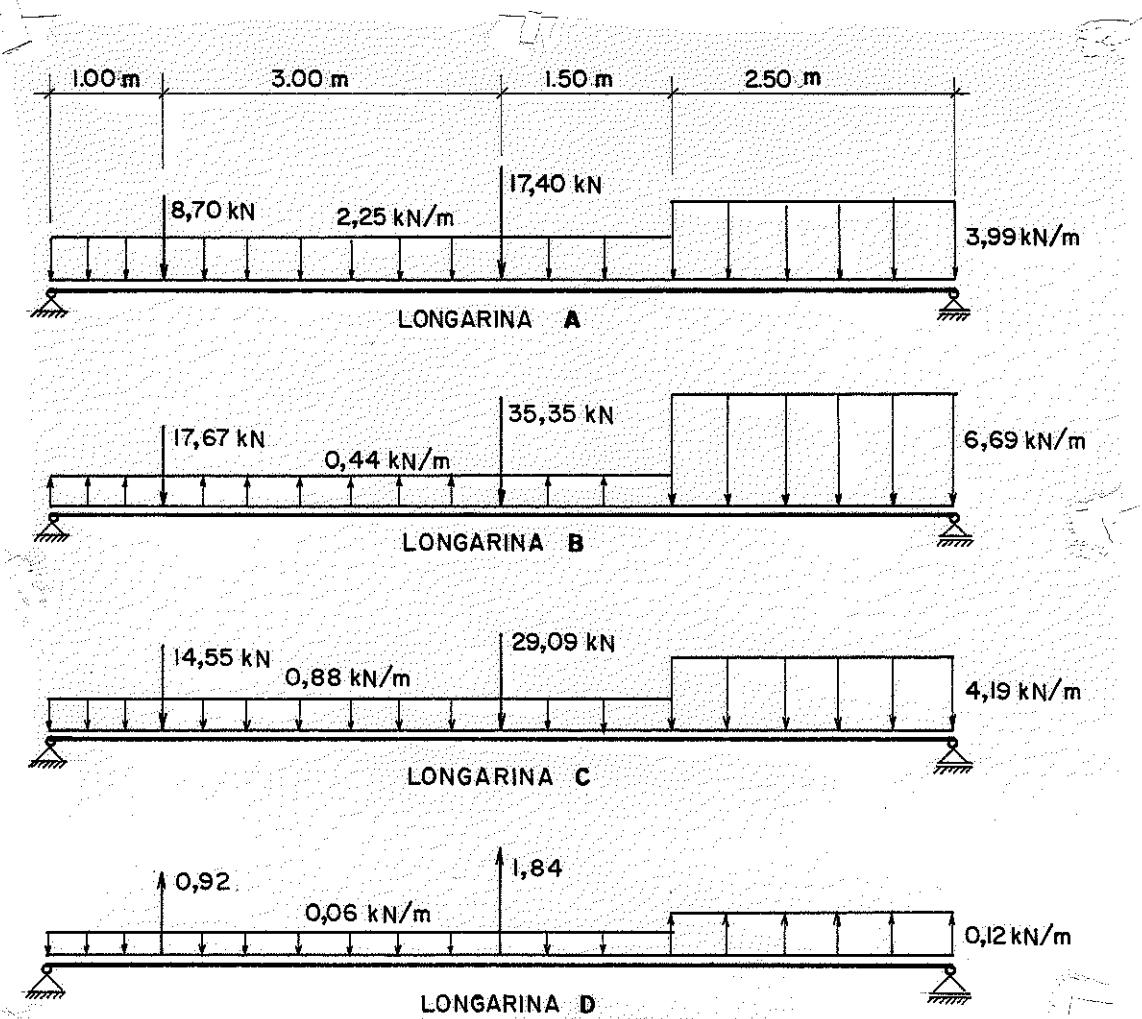


Fig. 3.43- Carregamento sobre as longarinas

Este carregamento sobre a grelha provoca os seguintes momentos fletores e flechas no meio dos vãos e reações de apoio nas longarinas:

Longarina	Momento fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	76,5	1,00	32,2	28,9
B	74,0	0,90	29,6	27,6
C	54,4	0,65	22,7	18,6
D	16,0	0,22	6,2	6,2

Quadro 3.8

A disposição mais crítica da carga móvel no sentido longitudinal da ponte, para flecha máxima, é quando o eixo mais pesado dista 4,5 m do apoio esquerdo.

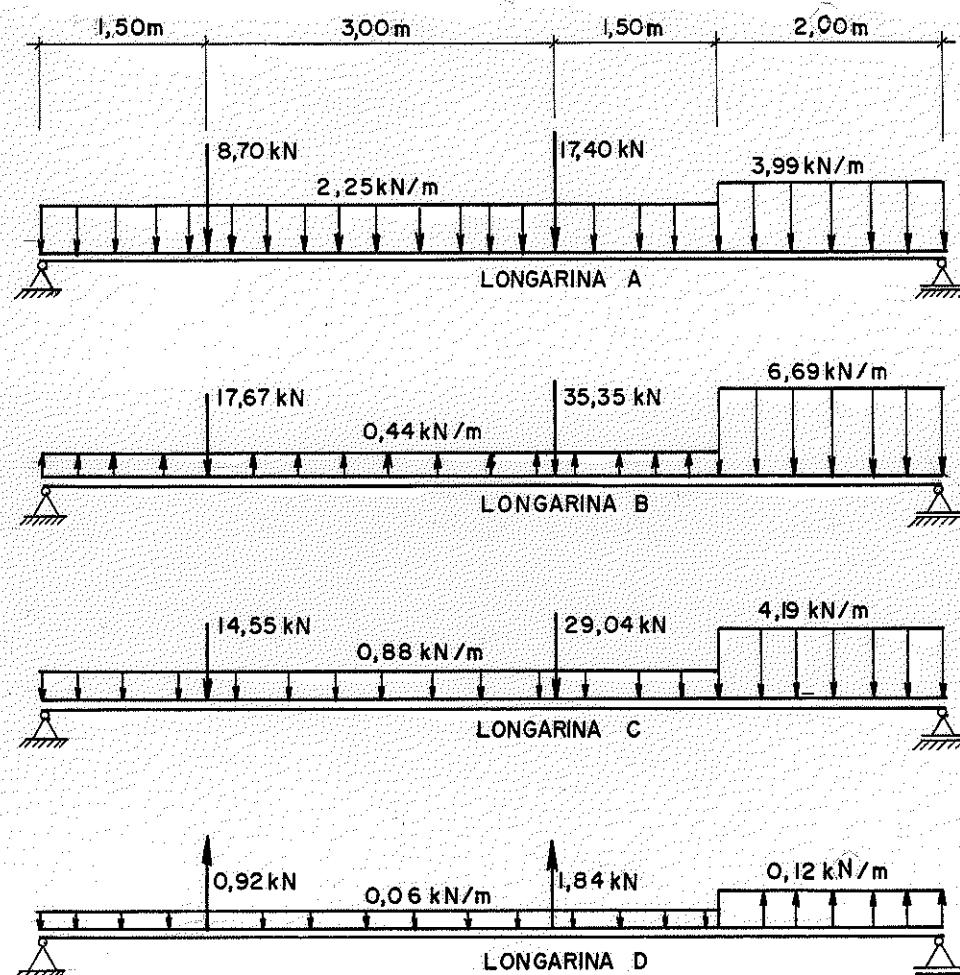


Fig. 3.44- Carregamento sobre as longarinas

Valores obtidos para esforços e flechas :

Longarina	Momento fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	72,9	1,00	30,1	29,9
B	66,4	0,90	25,6	28,8
C	48,1	0,65	19,4	19,5
D	16,5	0,23	6,4	6,4

Quadro 3.9-

A disposição mais crítica para a reação do apoio esquerdo é:

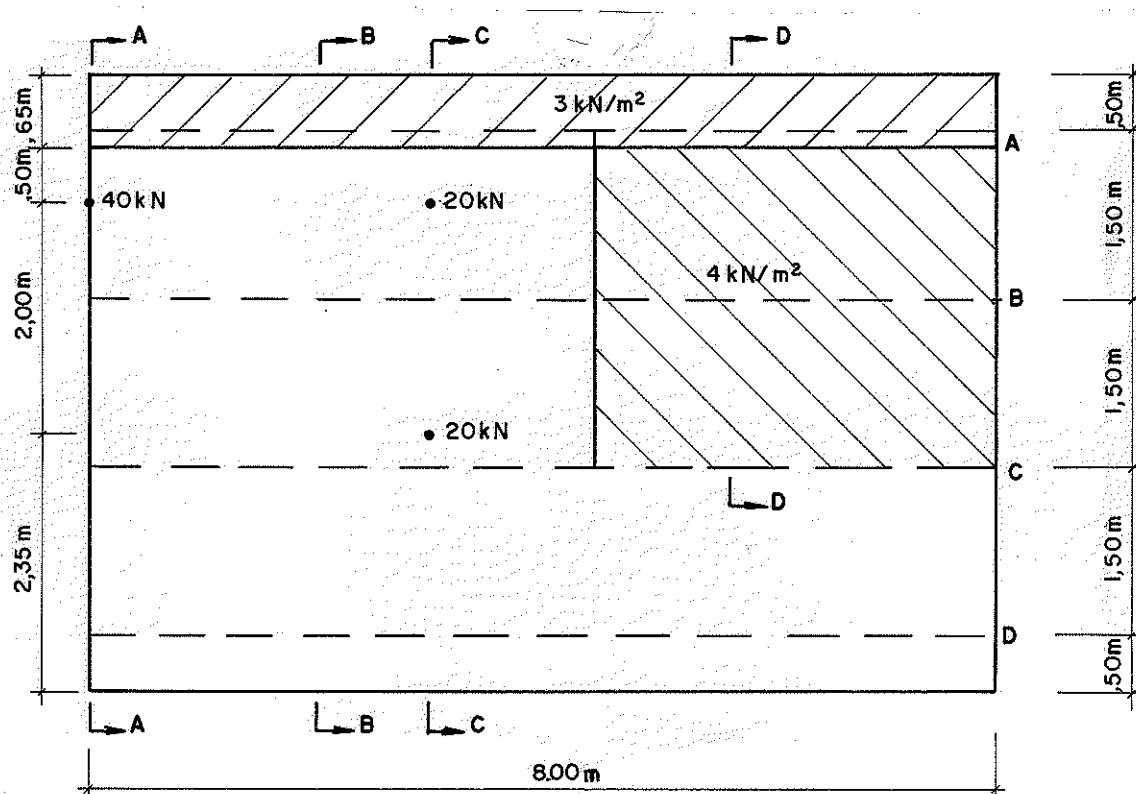
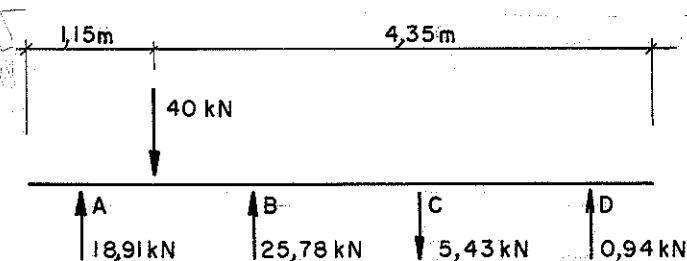


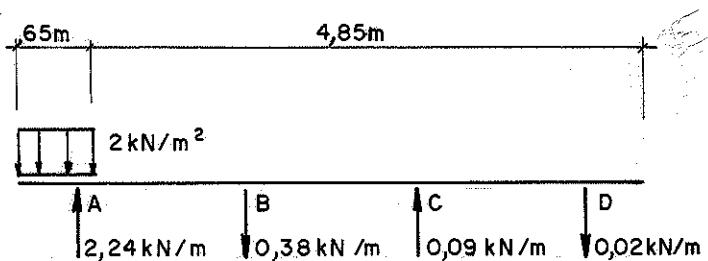
Fig. 3.45- Disposição do trem-tipo

Observe-se que na seção A-A foi considerada apenas uma carga de 40 KN, pois a outra carga de mesma intensidade provoca redução da reação de apoio em questão.

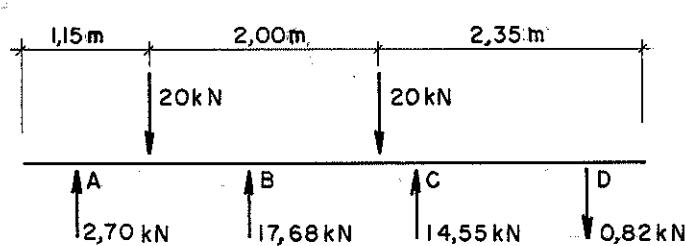
As reações de apoio dos postes do tabuleiro são:



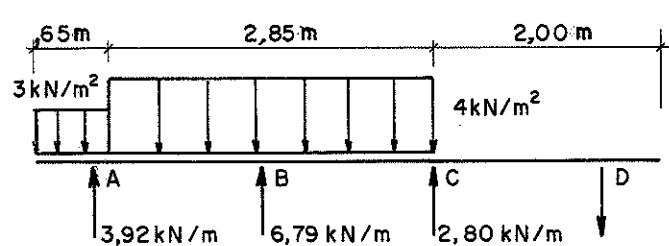
SECÃO A-A



SECÃO B-B



SECÃO C-C



SECÃO D-D

Fig. 3.46- Reações de apoio

Obtém-se os carregamentos sobre as longarinas:

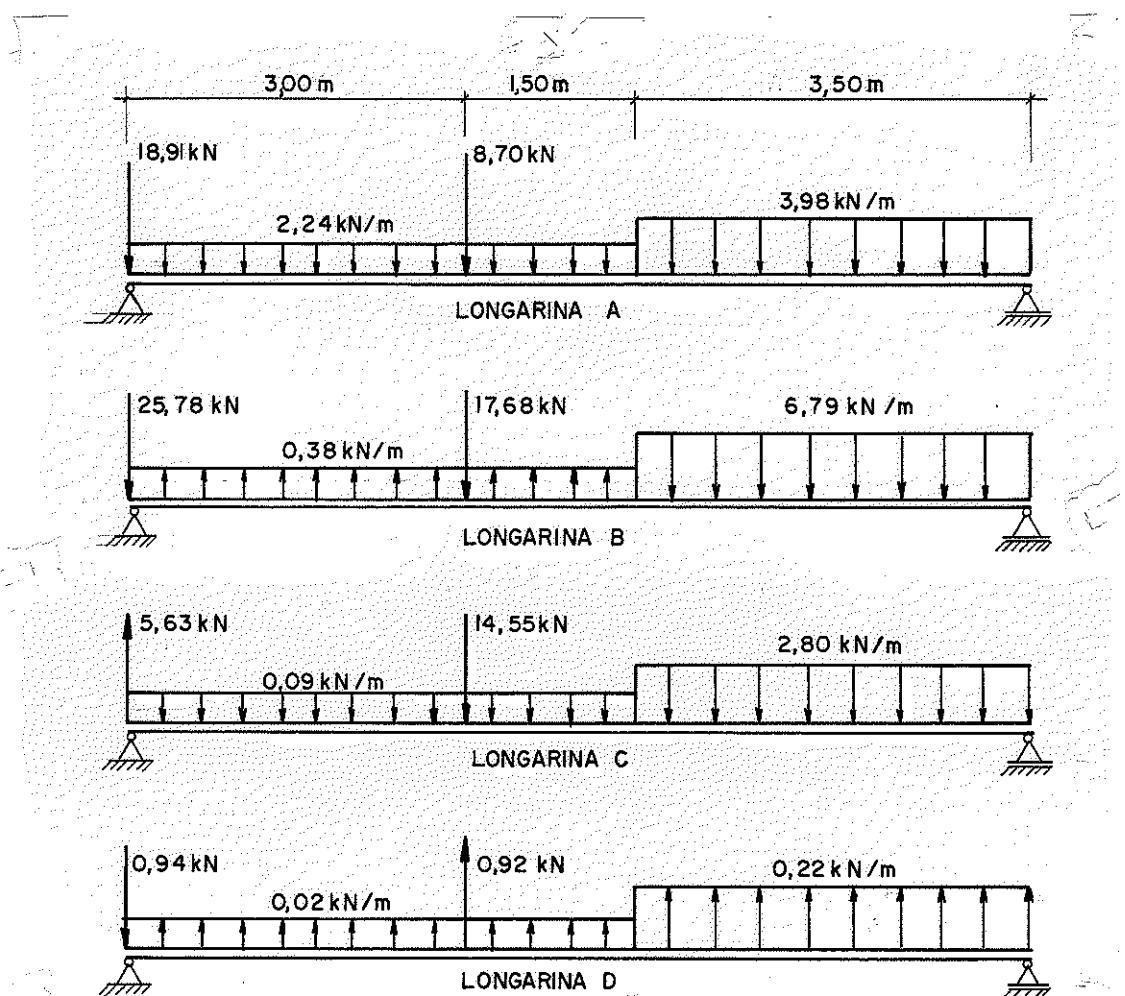


Fig. 3.47- Carregamentos sobre as longarinas

Resultados obtidos:

Longarina	Momento Fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	45,0	0,64	37,7	20,6
B	36,1	0,52	38,0	20,2
C	23,5	0,34	2,4	11,3
D	5,9	0,08	3,4	1,8

Quadro 3.10-

### 3.3.3.2- Valores máximos para as vigas internas devidos à carga móvel

A disposição mais crítica da carga móvel, no sentido transversal da ponte, para se obter momento fletor e flecha máximos nas vigas internas, é quando a roda do veículo estiver encosta no guarda-rodas. Esta conclusão é obtida analisando as cotas das linhas de influência de momento fletor e flecha para cargas unitárias situadas no meio do vão da ponte, pois o eixo mais pesado do veículo deve atuar nas proximidades desta posição para produzir momento fletor ou flecha máximos.

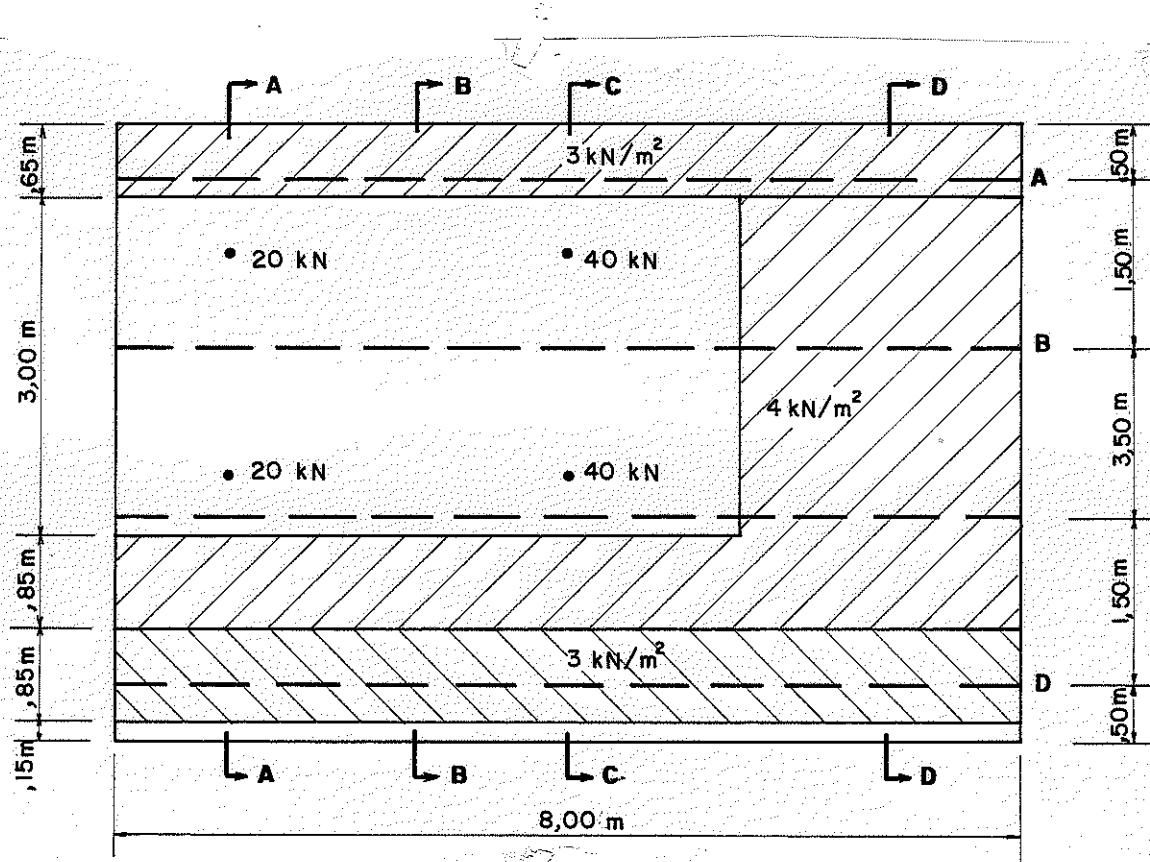
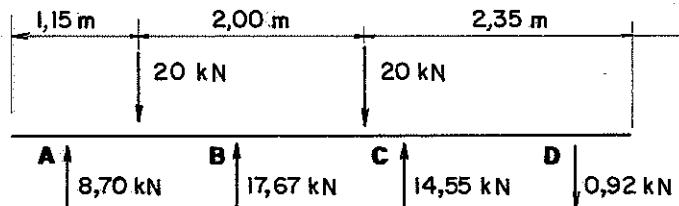


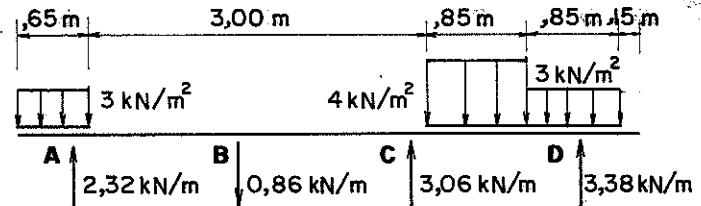
Fig. 3.48- Disposição do trem-tipo

Impedidos os deslocamentos verticais das longarinas, obtém-se as reações de apoio dos postes do tabuleiro (fig. 3.49).

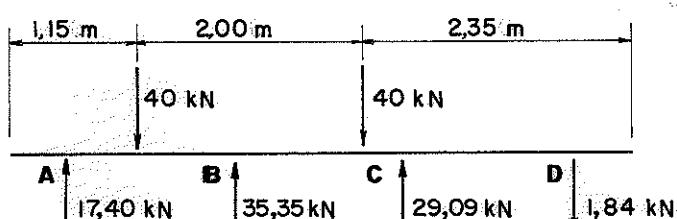
A disposição mais crítica, no sentido longitudinal, para o momento fletor no meio do vão da viga interna, é quando o eixo mais pesado está situado no meio do vão da ponte. Para este posicionamento da carga móvel, obtém-se os carregamentos sobre as longarinas (fig. 3.50).



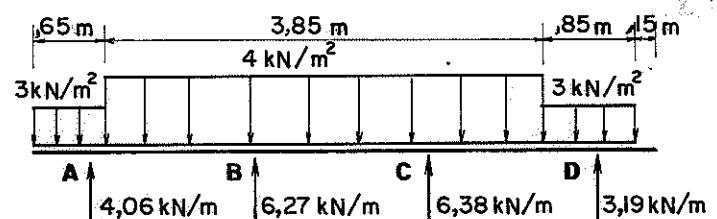
SEÇÃO AA



SEÇÃO BB



SEÇÃO CC



SEÇÃO DD

Fig. 3.49- Reações de apoio dos postes do tabuleiro

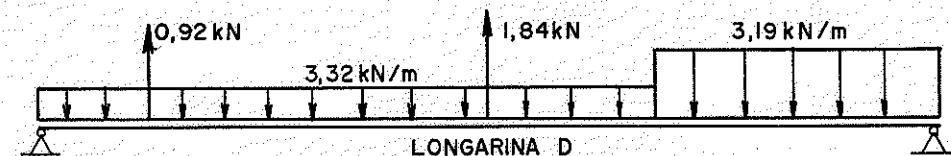
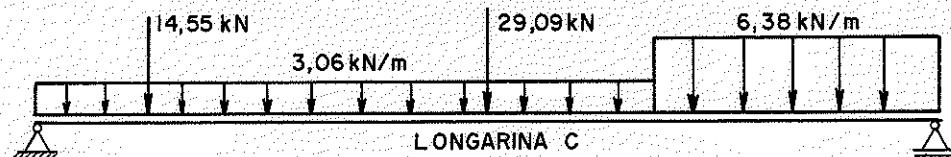
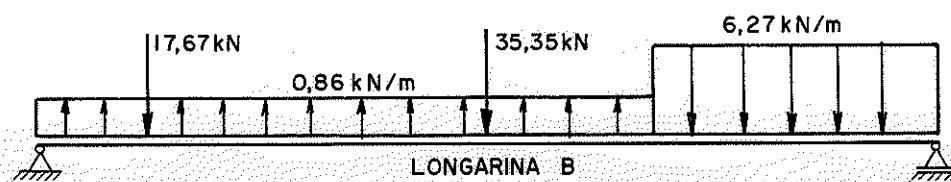
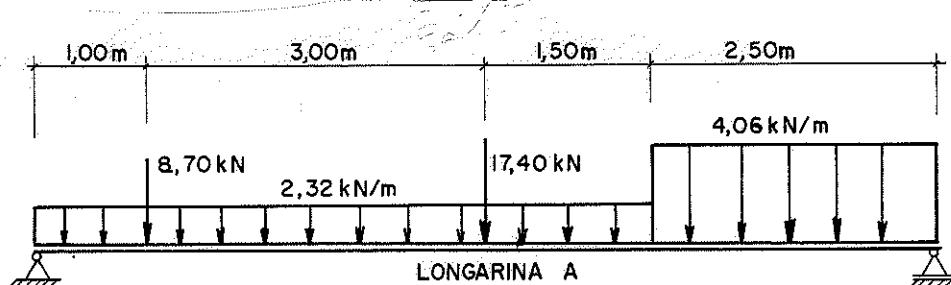


Fig. 3.50- Carregamentos sobre as longarinas

Resultados obtidos:

Longarina	Momento Fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de Apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	72,6	0,94	30,8	27,5
B	78,6	0,96	31,0	29,1
C	68,9	0,86	30,3	26,1
D	41,8	0,59	19,2	19,2

Quadro. 3.11-

A disposição mais crítica, no sentido longitudinal da ponte, para flecha máxima, é quando o eixo mais pesado dista 4,5 m do apoio:

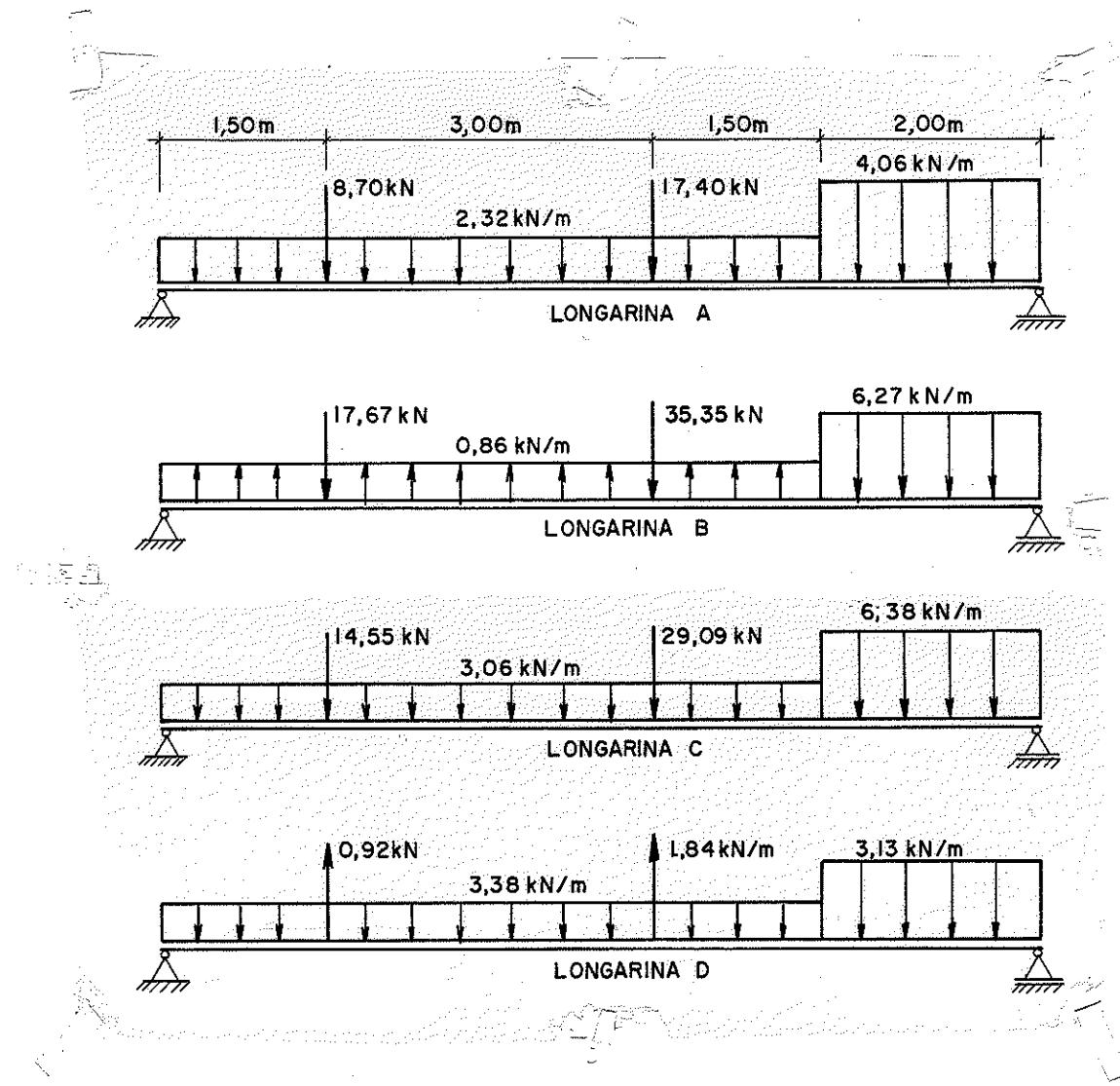


Fig. 3.51- Carregamento sobre as longarinas

Resultados obtidos:

Longarina	Momento Fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	69,1	0,95	28,7	28,4
B	71,1	0,96	27,0	30,2
C	62,6	0,86	27,0	27,1
D	42,4	0,60	19,4	19,4

Quadro 3.12-

A disposição mais crítica para o esforço cortante é quando a roda de 40 kN está sobre o apoio:

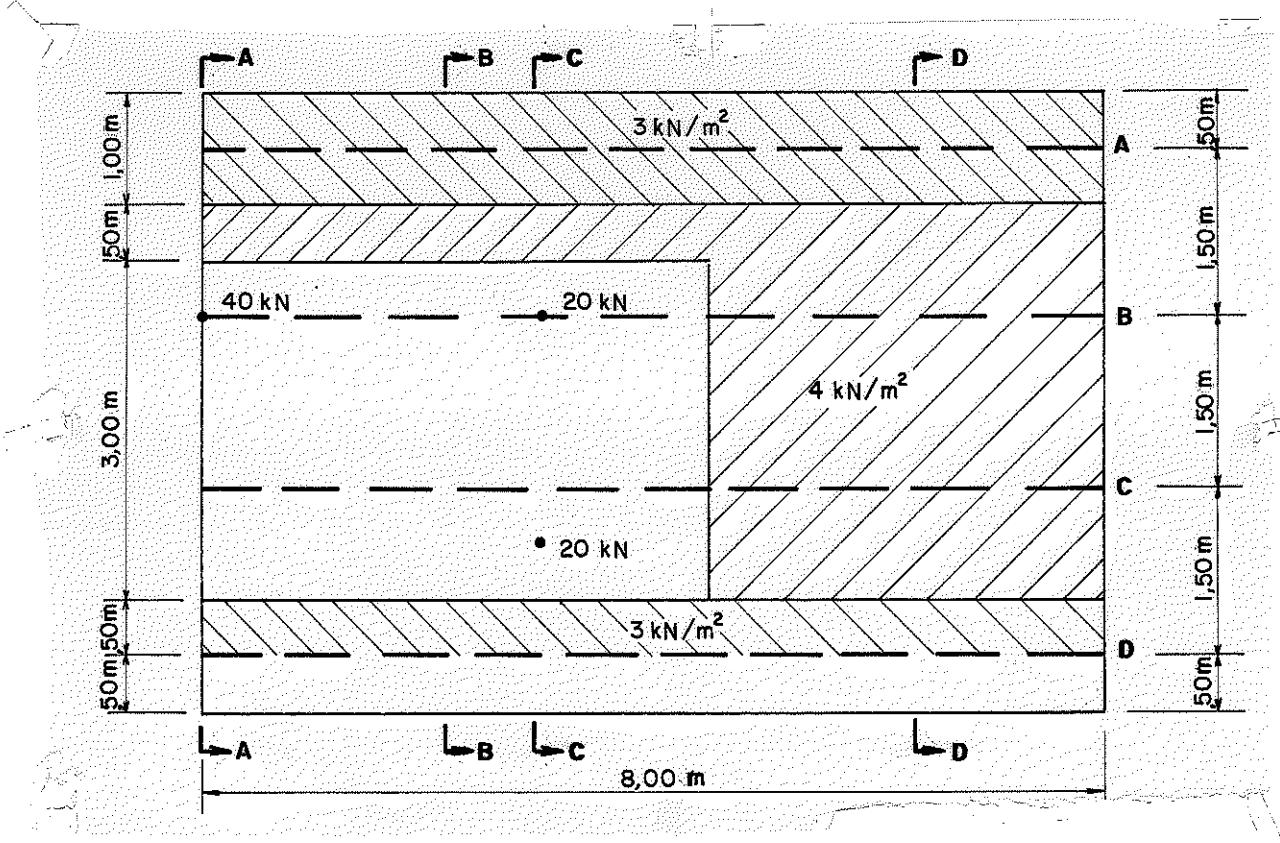


Fig. 3.52- Disposição do trem-tipo

Obtêm-se as reações de apoio dos postes do tabuleiro:

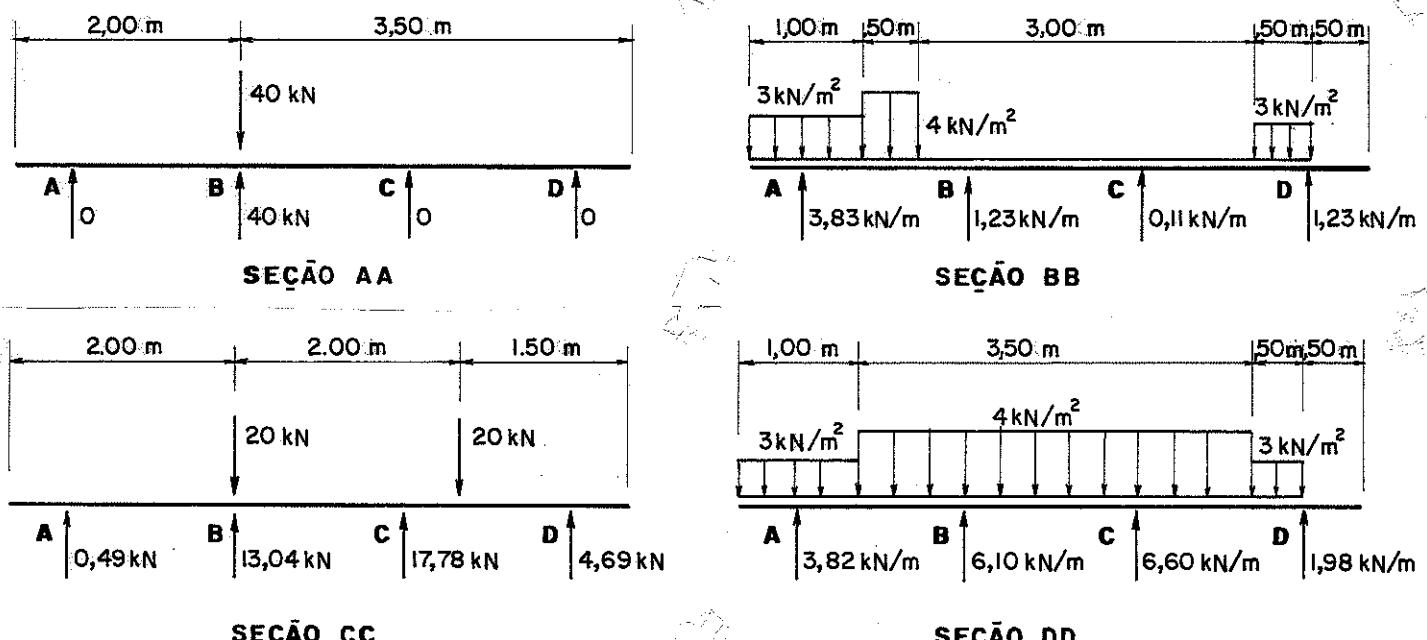


Fig. 3.53- Reações de apoio dos postes do tabuleiro

Os carregamentos sobre as longarinas são:

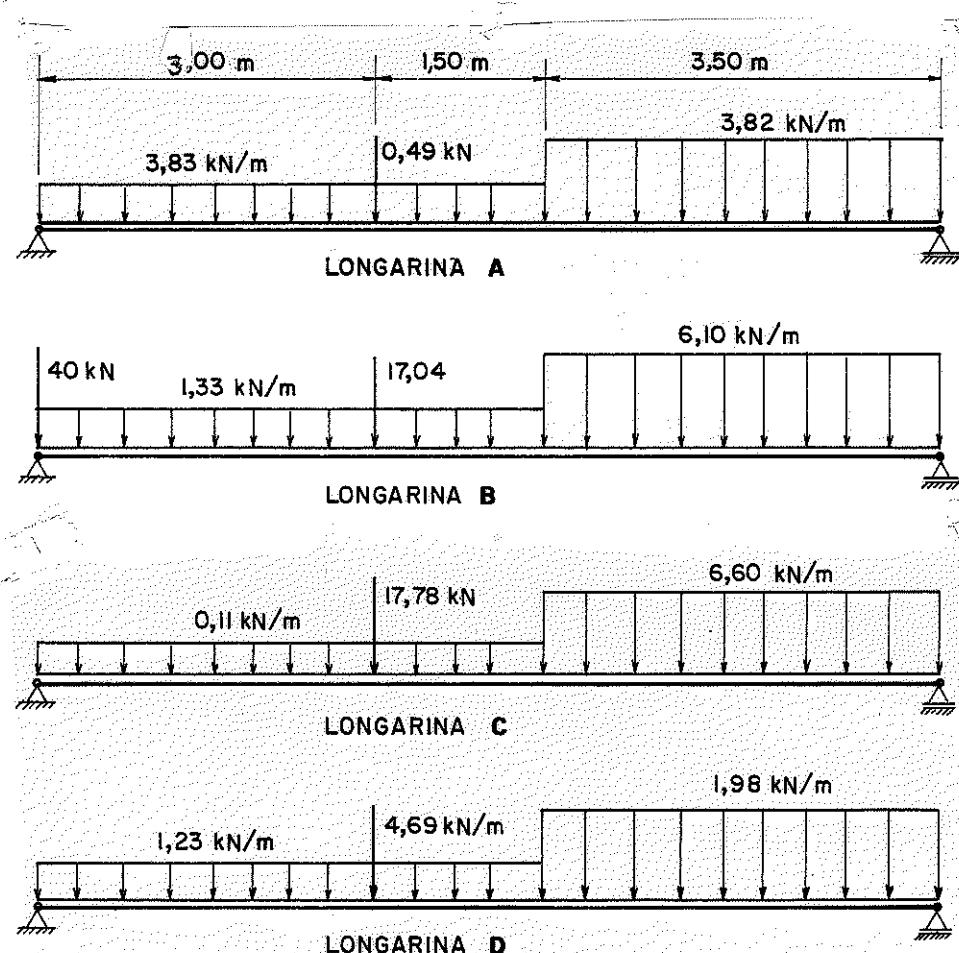


Fig. 3.54- Carregamentos sobre as longarinas

Resultados obtidos:

Longarina	Momento Fletor (kN.m)	Flecha ( $10^{-2}$ m)	Reações de Apoio (kN)	
			À esquerda	À direita
A	40,7	0,57	19,2	19,0
B	41,7	0,60	55,9	21,6
C	37,6	0,54	13,1	20,6
D	28,8	0,40	11,9	12,6

Quadro 3.13

### 3.4- COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS TEÓRICOS

Apresentam-se no quadro 3.14 os valores máximos de esforços e flechas nas vigas principais da ponte, obtidos pela analogia de grelha:

	Momento fletor no meio do vão (kN.m)			Cortante no apoio (kN)			Flecha no meio do vão ( $10^{-2}$ m)		
	$M_g$	$M_q$	M	$V_g$	$V_q$	V	$v_g$	$v_q$	v
Viga interna	76,8	78,6	155,4	39,3	55,9	95,2	1,65	0,96	2,61
Viga externa	72,8	76,5	149,3	35,5	37,7	73,2	1,55	1,00	2,55

Quadro 3.14

Sendo

$M_g$ ,  $V_g$ ,  $v_g$ : esforços e flechas devidos à carga permanente

$M_q$ ,  $V_q$ ,  $v_q$ : esforços e flechas devidos à carga móvel

M, V, v: esforços e flechas totais

Comparando estes resultados com os obtidos anteriormente (Quadro 3.1) não se considerando o efeito de distribuição transversal proporcionada pelos postes do tabuleiro, pode-se notar a diferença dos esforços e flechas máximos nas vigas principais obtidos pela teoria simplificada em relação aos obtidos pela analogia

de grelha:

		Momento fletor no meio do vão (kN.m)			Cortante no apoio (kN)			Flecha no meio do vão ( $10^{-2}$ m)		
		$M_g$	$M_q$	M	$V_g$	$V_q$	V	$v_g$	$v_q$	v
viga interna	Analogia de grelha	76,8	78,6	155,4	39,3	55,9	95,2	1,65	0,96	2,61
	Teoria Simplif.	81,6	107,3	188,9	40,8	61,1	101,9	1,74	1,35	3,09
	Diferença (%)	+ 6,3	+ 36,5	+ 21,6	+ 3,8	+ 9,3	+ 7,0	+ 5,5	+ 40,6	+ 18,4
viga externa	Analogia d grelha	72,8	76,5	149,3	35,5	37,7	73,2	1,55	1,00	2,55
	Teoria Simplif.	68,0	76,0	144,0	34,0	40,5	74,5	1,45	0,93	2,38
	Diferença (%)	- 6,6	- 0,7	- 3,5	- 4,2	+ 7,4	+ 1,8	- 6,5	- 7,0	- 6,7

Quadro 3.15- Comparaçāo dos resultados teóricos

#### 4- MONTAGEM DO MODELO REDUZIDO

Para constatação da validade das hipóteses de cálculo adotadas, realizou-se a experimentação em modelo. A escala de redução das dimensões é 1:3,33, adotada em função dos dispositivos de ensaio existentes. O modelo reduzido da ponte determinada no capítulo anterior apresenta as seguintes dimensões:

- vão livre: 2,40 metros
- largura : 1,65 metros
- espaçamento entre vigas: 0,45 metros

Como na realidade o modelo em estudo é uma estrutura hipostática, vigas longitudinais interligadas pelos postes do tabuleiro, as variações da rigidez dos seus vários membros influem nos resultados experimentais. Salienta-se, neste sentido, a dificuldade de obtenção de material (postes de madeira) representando fielmente, no modelo reduzido, suas dimensões na estrutura real.

Além do aspecto relativo às dimensões das peças, nota-se variação nas propriedades elásticas da madeira (módulo de elasticidade longitudinal). Entretanto, tais dificuldades podem ser contornadas obtendo-se os resultados teóricos esperados a partir das características reais das peças utilizadas na confecção do modelo, para efeito de comparação com os resultados experimentais medidos.

##### 4.1- MATERIAIS UTILIZADOS

Os materiais utilizados na construção do modelo reduzido são postes de eucalipto para as vigas principais e tabuleiro, fitas de aço e parafusos para a ligação dos postes do tabuleiro nas vigas principais, argamassa de cimento e areia e tela de arame para regularização da pista de rolamento. A seguir estão descritas as características de cada material.

###### 4.1.1- Postes do tabuleiro

Os postes do tabuleiro possuem diâmetro médio de 18 cm na estrutura real. Reduzindo esta dimensão na escala 1:3,33, obtém-se postes com diâmetro médio de 5,4 cm no modelo. Devido à impossibilidade de se obter postes de eucalipto citriodora com estas dimensões, utilizou-se a espécie eucalipto tereticornis.

São utilizadas 42 peças de 1,65 metros de comprimento na confecção do tabuleiro, obtidas de postes mais longos. Obtém-se o diâmetro médio ( $\bar{d}$ ) de cada poste a partir da média entre duas medidas de diâmetro ( $d_1$  e  $d_2$ ) efetuada na metade do seu comprimento:

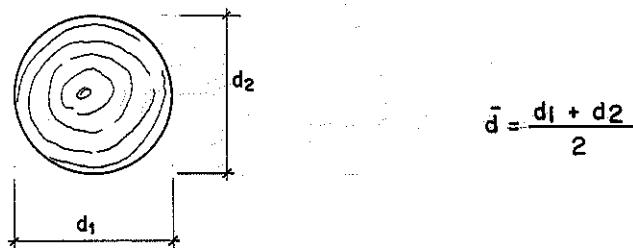


Fig. 4.1- Determinação de diâmetro médio dos postes

A rigidez à flexão ( $EI$ ) de cada poste é determinada por intermédio de ensaios de flexão.

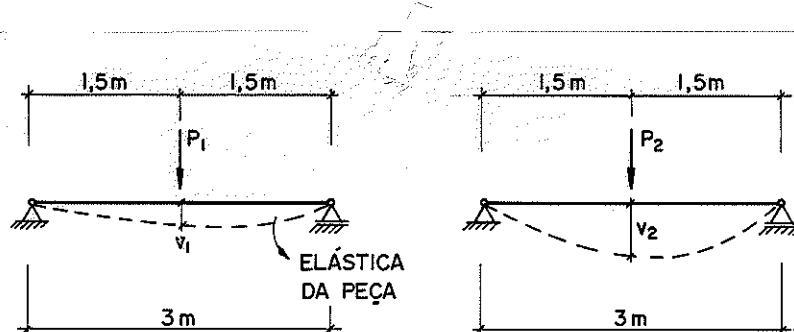


Fig. 4.2- Determinação da rigidez à flexão.

Os postes são ensaiados como vigas simplesmente apoiadas com 3 metros de vão livre. As condições de apoio (articulado fixo e articulado móvel) são obtidas com a utilização de roletes e chapas de aço:

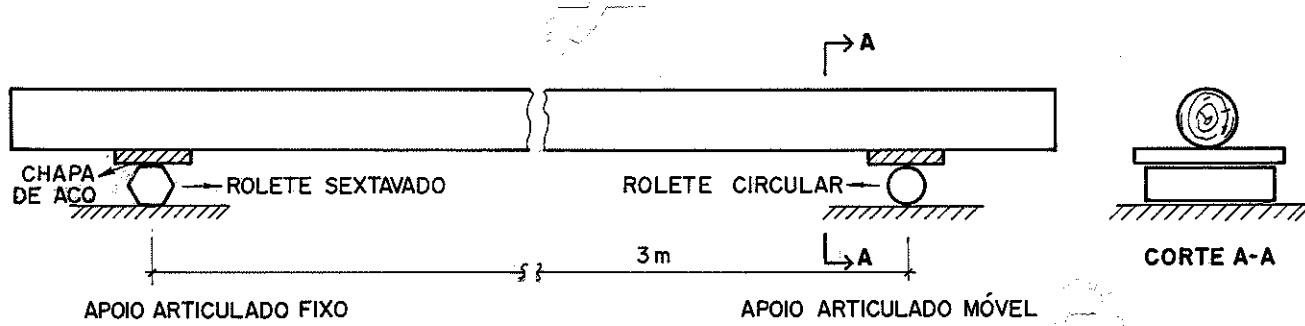


Fig. 4.3- Condições de apoio

Aplicando uma carga inicial ( $P_1 = 36,19N$ ) no meio do vão da viga obtém-se a flecha inicial ( $v_1$ ) no mesmo local. Acrescentando uma carga igual a  $61,75N$  obtém-se a carga ( $P_2 = 97,94N$ ) e flecha ( $v_2$ ) finais na viga. As flechas são medidas com relógio comparador com curso de  $50 \text{ mm}$  e precisão de centésimo de milímetro. Sabese da resistência dos materiais:

$$(v_2 - v_1) = \frac{(P_2 - P_1) \ell^3}{48 EI} \quad \text{ou}$$

$$EI = \frac{\Delta P \ell^3}{48 \Delta v} \quad (4.1)$$

Para o caso em questão:

$$\Delta P = 61,75N$$

$$\ell = 3 \text{ m}$$

Para caracterização de cada poste os ensaios são realizados duas vezes, medindo-se as diferenças das flechas ( $\Delta v$ ) em cada uma. Com o valor médio dos ensaios ( $\bar{\Delta v}$ ) determina-se a rigidez à flexão de cada poste de acordo com a equação 4.1.

Deve ser salientado que as cargas aplicadas introduziram nas peças tensões abaixo do limite de proporcionalidade do material.

Os resultados obtido são apresentados no quadro 4.1.

Poste nº	$d_1$ (mm)	$d_2$ (mm)	$\bar{d}$ (mm)	$\Delta v$ (mm)			EI (N.m <sup>2</sup> )
				1º ensaio	2º ensaio	valor médio	
01	56,6	56,5	56,6	3,94	3,99	3,97	8749
02	51,7	52,3	52,0	5,79	5,80	5,80	5989
03	53,0	52,1	52,6	5,41	5,49	5,45	6373
04	60,8	60,9	60,9	2,73	2,72	2,73	12723
05	59,0	58,0	58,5	3,07	3,06	3,07	11314
06	49,2	46,6	47,9	6,88	6,82	6,85	5071
07	50,0	50,8	50,4	5,34	5,31	5,33	6517
08	57,1	52,5	54,8	5,02	4,99	5,01	6933
09	56,1	51,7	53,9	4,42	4,36	4,39	7912
10	59,9	58,6	59,3	3,94	3,91	3,93	8838
11	48,9	48,9	48,9	8,16	8,12	8,14	4267

continuação

Poste nº	$d_1$ (mm)	$d_2$ (mm)	$\bar{d}$ (mm)	$\Delta v$ (mm)			EI (N.m <sup>2</sup> )
				1º ensaio	2º ensaio	valor médio	
12	52,1	57,3	54,7	3,47	3,47	3,47	10010
13	58,6	57,6	58,1	3,30	3,29	3,30	10526
14	50,9	53,7	52,3	3,94	3,89	3,92	8861
15	55,2	61,4	58,3	3,58	3,51	3,55	9784
16	60,4	58,3	59,4	3,79	3,74	3,77	9213
17	52,4	51,2	51,8	5,19	5,16	5,18	6705
18	57,2	58,4	57,8	3,11	3,13	3,12	11133
19	53,7	49,8	51,8	4,71	4,73	4,72	7359
20	53,6	50,9	52,3	4,45	4,48	4,47	7771
21	56,7	57,1	56,9	5,27	5,25	5,26	6603
22	54,2	52,1	53,2	4,07	4,06	4,07	8534
23	54,7	54,8	54,8	4,01	4,01	4,01	8662
24	55,7	55,2	55,5	3,53	3,53	3,53	9840
25	57,6	60,0	58,8	3,11	3,10	3,11	11169
26	57,0	56,3	56,7	3,61	3,60	3,61	9622
27	55,3	54,8	55,1	4,21	4,18	4,20	8270
28	57,6	61,0	59,3	4,19	4,17	4,18	8310
29	50,8	48,9	49,9	11,50	11,52	11,51	3018
30	46,4	47,0	46,7	8,90	8,72	8,81	3943
31	48,1	49,3	48,7	5,65	5,73	5,69	6104
32	55,5	52,6	54,1	4,43	4,42	4,43	7841
33	56,6	52,2	54,4	3,72	3,67	3,70	9388
34	47,0	46,4	46,7	10,05	10,13	10,09	3442
35	54,9	53,6	54,3	3,40	3,41	3,41	10186
36	48,9	49,3	49,1	5,37	5,43	5,40	6432
37	52,2	54,0	53,1	6,18	6,12	6,15	5648
38	51,0	48,4	49,7	6,61	6,60	6,61	5255
39	50,2	48,9	49,6	7,15	7,10	7,13	4872
40	52,0	54,5	53,3	6,62	6,58	6,60	5263
41	55,8	58,4	57,1	4,55	4,54	4,55	7634
42	52,7	52,5	52,6	6,18	6,18	6,18	5620

Quadro 4.1- Características dos postes

A soma das rigidezes à flexão dos postes é:

42

$$\sum_{i=1}^{42} EI = 321704 \text{ N.m}^2$$

Desta forma, obtém-se a rigidez à flexão média por faixa unitária do tabuleiro ( $EI_t/m$ ) no modelo:

$$EI_t/m = \frac{321704}{2,40} = 134043 \text{ N.m}^2/\text{m}$$

Na estrutura real (ver capítulo 3), a rigidez à flexão por faixa unitária ( $EI_t/m$ ) dos postes do tabuleiro é:

$$EI_t/m = 4,83 \times 10^6 \text{ N.m}^2/\text{m}$$

Convém salientar que a redução para o modelo se refere apenas às dimensões da peça, pois o módulo de elasticidade é uma propriedade do material. Portanto, a rigidez à flexão por faixa unitária ( $EI_t/m$ ) deve ser:

$$EI_t/m = \frac{4,83 \times 10^6}{3,33^3} = 130410 \text{ N.m}^2/\text{m}$$

Este valor se aproxima do valor médio obtido para os 42 postes ensaiados.

#### 4.1.2- Vigas principais

A ponte em estudo apresenta vigas bicirculares de postes de eucalipto citriodora com diâmetro médio igual a 29 cm. A rigidez à flexão de cada viga ( $EI$ ) é:

$$EI = 4,68 \times 10^7 \text{ N.m}^2$$

Na redução para o modelo deve-se ter cada viga com a seguinte rigidez à flexão:

$$EI = \frac{4,68 \times 10^7}{3,33^4} = 379080 \text{ N.m}^2$$

Opta-se por construir o modelo com vigas circulares (1 poste apenas) que representem, em termos de rigidez à flexão, as vigas bicirculares. Desta forma são eliminados dos ensaios as possíveis variações decorrentes da composição dos dois postes, além de facilitar a montagem do modelo.

Sabendo o valor do módulo de elasticidade, em média, para o eucalipto citriodora ( $E = 16.860 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ ) e o momento de inér-

cia de uma seção circular ( $I = \frac{\pi D^4}{64}$ ), obtém-se o valor do diâmetro (D) necessário para que a viga circular no modelo tenha a rigidez à flexão esperada:

$$EI = 16860 \times 10^6 \times \frac{\pi D^4}{64} = 379.080 \text{ N.m}^2$$

$$D = 0,146 \text{ m}$$

São selecionados 4 postes com diâmetro aproximadamente constante ao longo do seu comprimento (3 metros). Os postes utilizados possuem diâmetros inferiores aos desejados, devido à dificuldade de obtenção de peças com as dimensões exigidas. São caracterizados por ensaios de flexão, como vigas simplesmente apoiadas com 2,40 m de vão livre. Estes ensaios têm por objetivo a determinação da rigidez à flexão dos postes, e a sua calibração quanto à atuação do momento fletor. São realizados com incremento constante de carga concentrada aplicada no meio do vão das vigas, por intermédio de cilindro hidráulico com capacidade nominal igual a 50kN, e medida por anel dinamométrico com capacidade nominal igual a 20kN.

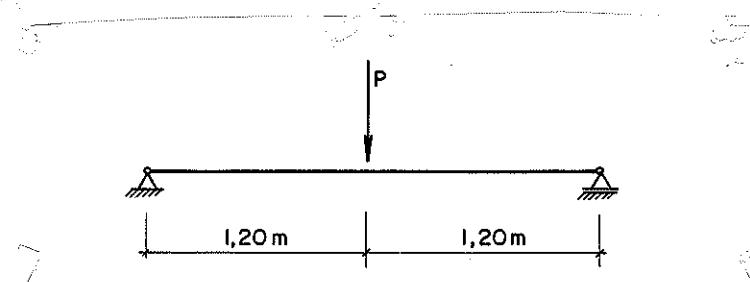


Fig. 4.4- Ensaio de flexão das vigas principais do modelo

As condições de apoio deste ensaio são análogas às descritas na figura 4.3. Os ensaios são realizados três vezes para cada poste. Os postes são denotados como vigas A, B, C e D.

Também neste caso as tensões introduzidas no material ficaram bem abaixo do seu limite de proporcionalidade.

#### 4.1.2.1- Determinação da rigidez à flexão das vigas principais

Determina-se a rigidez à flexão das vigas principais, medindo-se as flechas ( $v$ ) que ocorrem no meio do vão das vigas a cada incremento de carga. As medições são efetuadas com relógio comparado

dor com curso de 50 mm e precisão de centésimo de milímetro. Os resultados obtidos são apresentados no quadro 4.2.

	Carga aplicada (N)	Flechas nas vigas (mm)			
		A	B	C	D
1º Ensaio	0	0,00	0,00	0,00	0,00
	467,8	0,63	0,87	0,80	0,62
	935,6	1,25	1,68	1,54	1,28
	1403,4	1,86	2,54	2,28	1,94
	1871,2	2,50	3,38	3,05	2,60
	2399,0	3,10	4,20	3,82	3,27
	2806,8	3,77	5,08	4,60	3,94
	3274,6	4,42	5,92	5,38	4,58
	3742,4	5,03	6,74	6,14	5,23
	4210,2	5,66	7,58	6,88	5,85
2º Ensaio	0	0,00	0,00	0,00	0,00
	467,8	0,60	0,82	0,76	0,56
	935,6	1,22	1,61	1,46	1,23
	1403,4	1,84	2,42	2,24	1,88
	1871,2	2,48	3,29	2,96	2,54
	2399,0	3,08	4,12	3,74	3,19
	2806,8	3,73	4,99	4,50	3,88
	3274,6	4,36	5,81	5,27	4,53
	3742,4	4,98	6,63	6,02	5,19
	4210,2	5,59	7,43	6,73	5,82
3º Ensaio	0	0,00	0,00	0,00	0,00
	467,8	0,62	0,82	0,75	0,58
	935,6	1,22	1,66	1,49	1,24
	1403,4	1,85	2,47	2,23	1,90
	1871,2	2,46	3,28	2,97	2,55
	2399,0	3,08	4,10	3,72	3,21
	2806,8	3,71	4,96	4,50	3,89
	3274,6	4,36	5,82	5,27	4,53
	3742,4	4,96	6,62	6,00	5,19
	4210,2	5,56	7,40	6,68	5,81
	4678,0	6,15	8,20	7,41	6,43

Quadro 4.2- Flechas obtidas nos ensaios de flexão

Sabe-se que:

$$v = \frac{P\ell^3}{48EI} = \frac{2,4^3}{48EI} P \quad (4.2)$$

Ou  $v = cP$  sendo  $c = \frac{0,288}{EI}$  constante que relaciona

a flecha medida com a carga aplicada.

O valor da rigidez à flexão de cada viga é obtido da regressão linear entre os valores das flechas medidas e das cargas aplicadas. Desta forma se obtém, para cada viga, uma expressão do tipo:

$$v(P) = a + b.P$$

(m)                   (N)

Os valores das constantes  $a$  e  $b$  e dos coeficientes de correlação ( $r^2$ ) obtidos nas regressões são:

	VIGAS			
	A	B	C	D
$a (10^{-6} \text{ m})$	-6,7	-0,3	4,8	-34,5
$b (10^{-6} \text{ m/N})$	1,330	1,776	1,607	1,393
$r^2$	99,98%	99,96%	99,95%	99,98%

Quadro 4.3- Resultados das regressões lineares

Igualando o valor da constante  $c$  com o valores de  $b$  obtidos nas regressões, determina-se a rigidez à flexão ( $EI$ ) para cada viga:

$$c = \frac{0,288}{EI} \text{ m}^3 = b \text{ ou } EI = \frac{0,288}{b} \text{ m}^3$$

Desta forma:

$$EI_A = 216.541 \text{ N.m}^2$$

$$EI_B = 162.162 \text{ N.m}^2$$

$$EI_C = 179.216 \text{ N.m}^2$$

$$EI_D = 206.748 \text{ N.m}^2$$

#### 4.1.2.2- Calibração das vigas quanto à atuação do momento fletor

O momento fletor ( $M$ ) atuante em determinada seção de uma viga pode ser relacionado com a deformação ocorrida a uma distância  $y$  da linha neutra, de acordo com a expressão:

$$\sigma = E\epsilon = \frac{M}{I} y$$

Portanto:

$$\epsilon = \frac{M}{EI} y . \text{ Ou } \epsilon = K M \quad (4.3)$$

Sendo  $K = \frac{y}{EI}$  constante que relaciona a deformação considerada com o momento fletor atuante nesta seção transversal.

Quando se deseja obter o momento fletor atuante a partir de medidas de deformação, existem dificuldades para determinar com exatidão o módulo de elasticidade na região onde se mede a deformação e a posição da linha neutra.

No modelo reduzido a ser ensaiado posteriormente, deseja-se quantificar os momentos fletores atuantes no meio do vão das vigas, a partir de deformações medidas. Faz-se necessária a calibração das vigas principais, em ensaios de flexão como vigas simplesmente apoiadas, onde o momento fletor atuante pode ser determinado com exatidão e relacionado com a deformação. Para tanto, são instalados medidores de deformação (extensômetros elétricos) no meio do vão de cada poste, na sua face inferior.

Nos ensaios descritos anteriormente, para determinação da rigidez à flexão, também são medidas deformações nas vigas para cada incremento de carga. Para esses ensaios, o momento fletor ( $M$ ) no meio do vão da viga é:

$$M = \frac{P\ell}{4} = \frac{2,4P}{4} = 0,6 P \text{ m}$$

São apresentado no quadro 4.4 os momentos fletores aplicados e as respectivas deformações nas vigas.

	Momento fletor atuante (N.m)	Deformações nas vigas $\epsilon (10^{-6})$			
		A	B	C	D
1º ENSAIO	0,00	0	0	0	0
	280,68	60	85	90	85
	561,36	115	175	170	170
	842,04	175	260	250	250
	1122,72	240	345	330	335
	1403,40	300	435	415	415
	1684,08	360	525	495	505
	1964,76	420	625	590	595
	2245,44	475	710	675	675
	2526,12	540	795	755	750
	2806,80	595	880	830	835
2º ENSAIO	0,00	0	0	0	0
	280,68	60	90	85	85
	561,36	120	170	160	170
	842,04	175	255	250	255
	1122,72	235	350	330	340
	1403,40	295	440	410	425
	1684,08	355	530	495	510
	1964,76	415	630	590	605
	2245,44	475	715	675	685
	2526,12	540	800	755	765
	2806,80	590	880	830	845
3º ENSAIO	0,00	0	0	0	0
	280,68	60	85	85	80
	561,36	115	175	165	165
	842,04	175	265	250	250
	1122,72	240	350	330	330
	1403,40	295	435	410	415
	1684,08	355	525	495	505
	1964,76	415	630	590	600
	2245,44	475	715	675	680
	2526,12	535	800	750	760
	2806,80	595	880	830	840

Quadro 4.4- Deformações obtidas nos ensaios de flexão

Os valores constantes de  $K_i$  que relacionam o valor das deformações com o momento fletor atuante, para as quatro vigas, são determinados por intermédio de regressões lineares entre os valores de deformações medidos e momentos fletores aplicados. Obtém-se, para cada viga, uma regressão do tipo:

$$\epsilon(M) = a + b \cdot M \\ (10^{-6}) \quad (\text{N.m})$$

Os valores das constantes  $a$  e  $b$  e dos coeficientes de correlação ( $r^2$ ) obtidos nas regressões são:

	VIGAS			
	A	B	C	D
$a (10^{-6})$	-1,06	-3,56	-0,83	-0,91
$b \left(\frac{1}{\text{Nm}}\right)$	0,21236	0,31682	0,29771	0,30312
$r^2$	99,98%	99,97%	99,97%	99,97%

Quadro 4.5- Resultados das regressões lineares

Os valores das constantes  $K_i$ , para cada viga, de acordo com a equação 4.3 são:

$$K_A = 212,36 \times 10^{-6} / \text{kN.m}$$

$$K_B = 316,82 \times 10^{-6} / \text{kN.m}$$

$$K_C = 297,71 \times 10^{-6} / \text{kN.m}$$

$$K_D = 301,32 \times 10^{-6} / \text{kN.m}$$

Os strain gages são mantidos para a realização da experimentação do modelo reduzido, possibilitando avaliar os momentos fletores atuantes no meio dos vãos das vigas, a partir das deformações mensuradas.

#### 4.1.3- Elementos da ligação entre os postes do tabuleiro e as vigas principais

As fitas metálicas empregadas na construção de pontes têm espessura de 4,8 milímetros (3/16") e largura de 50 milímetros. No modelo são utilizados fitas metálicas com espessura de 1,5 milímetros e largura de 15 milímetros.

Os parafusos auto-atarraxantes (9,5 milímetros de diâmetro e comprimento igual a 75 milímetros, na estrutura real) utilizados nas ligações do modelo são do tipo cabeça-panela, com diâmetro de 3,2 mm e comprimento igual a 25 mm.

#### 4.1.4- Materiais utilizados na regularização da pista de rolamento

A argamassa utilizada na regularização do tabuleiro é feita com traço 1:3 em volume de cimento Portland e areia grossa.

Para diminuir a probabilidade da ocorrência de trincas na argamassa de regularização, utiliza-se tela de arame fino galvanizado, malha grossa, disposta sobre os postes do tabuleiro.

#### 4.2- PROCEDIMENTOS NA MONTAGEM DO MODELO

As vigas principais do modelo são dispostas com espaçamento de 0,45 metros entre seus centros. Este espaçamento entre os postes é garantido com o auxílio de 2 tábuas dispostas transversalmente, uma pregada faceando a seção transversal nas extremidades dos postes, outra pregada sobre os postes junto às extremidades opostas:

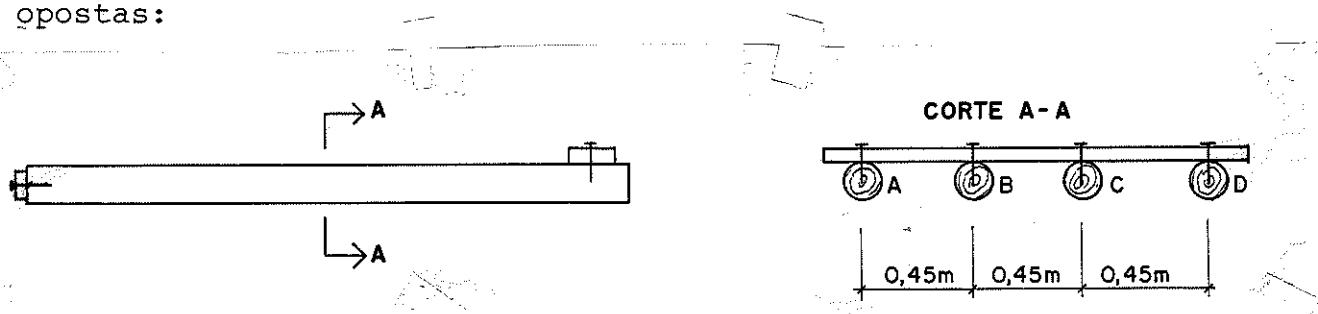


Fig. 4.5- Gabaritagem das vigas principais

Esta gabaritagem tem a função de impedir o deslocamento relativo das vigas principais quando são colocados os postes do tabuleiro.

As vigas de maior rigidez (A e D) foram posicionadas nas laterais da ponte, ficando as demais (B e C) na parte central.

A disposição dos postes do tabuleiro é feita de forma a obter rigidez à flexão por faixa unitária, no tabuleiro, aproximadamente constante ao longo do comprimento das vigas principais. O fator que norteia esta ordem de colocação é a rigidez à flexão de

cada poste. Assim, os postes de maior rigidez são alternados com postes de menor rigidez. A ordem de colocação dos postes (enumerados de 1 a 42 na tabela 4.1) a partir de uma das extremidades do modelo é: poste nº 11, 40, 25, 37, 18, 39, 42, 24, 13, 36, 21, 14, 03, 28, 08, 23, 10, 41, 09, 32, 19, 20, 16, 17, 27, 02, 01, 33, 31, 07, 35, 06, 26, 38, 05, 30, 15, 12, 34, 22, 04 e 29.

A ligação dos postes do tabuleiro nas vigas principais é executada por tiras de aço fixadas por parafusos alternadamente nas vigas e nos postes transversais.

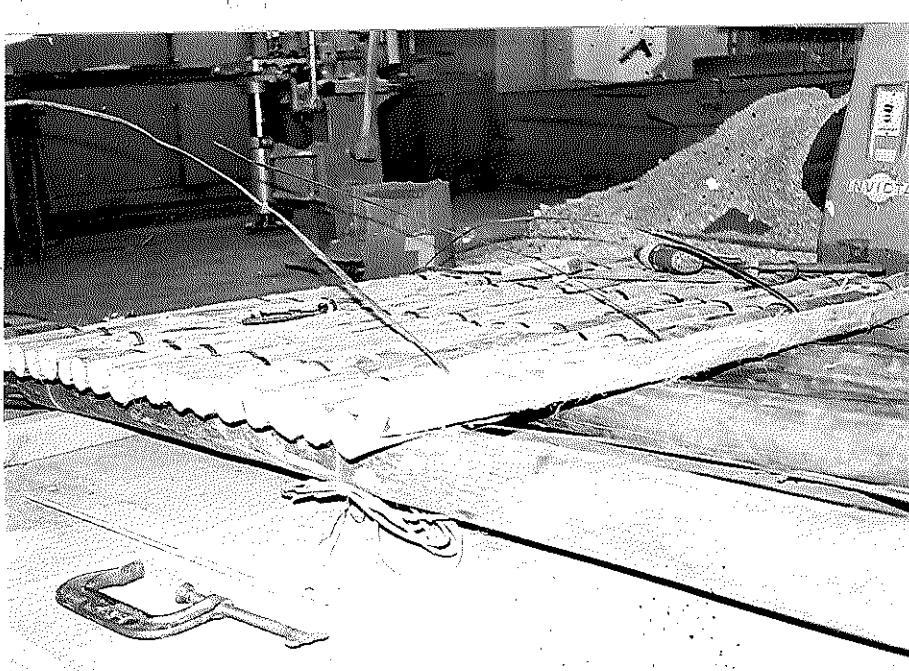


Fig. 4.6- Ligação dos postes do tabuleiro nas vigas principais

Em cada viga principal são utilizadas duas fitas de aço, passando alternadamente por cima e por baixo de cada poste do tabuleiro (fig. 4.7).

Após a colocação dos quarenta e dois postes transversais em uma extensão de 2,40 metros, vão livre do modelo, este é transportado para o local da experimentação e nivelado. A tela de aço é fixada por pregos sobre os postes do tabuleiro sendo feita a colocação da argamassa para regularização da pista de rolamento (figs. 4.8 e 4.9).



Fig. 4.7- Detalhe da ligação

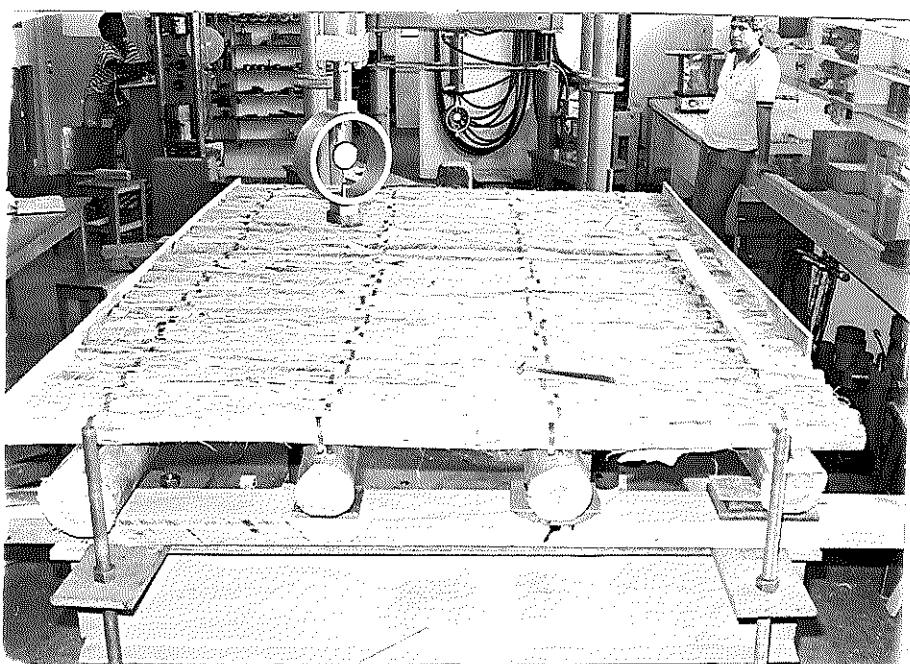


Fig. 4.8- Colocação da tela de aço

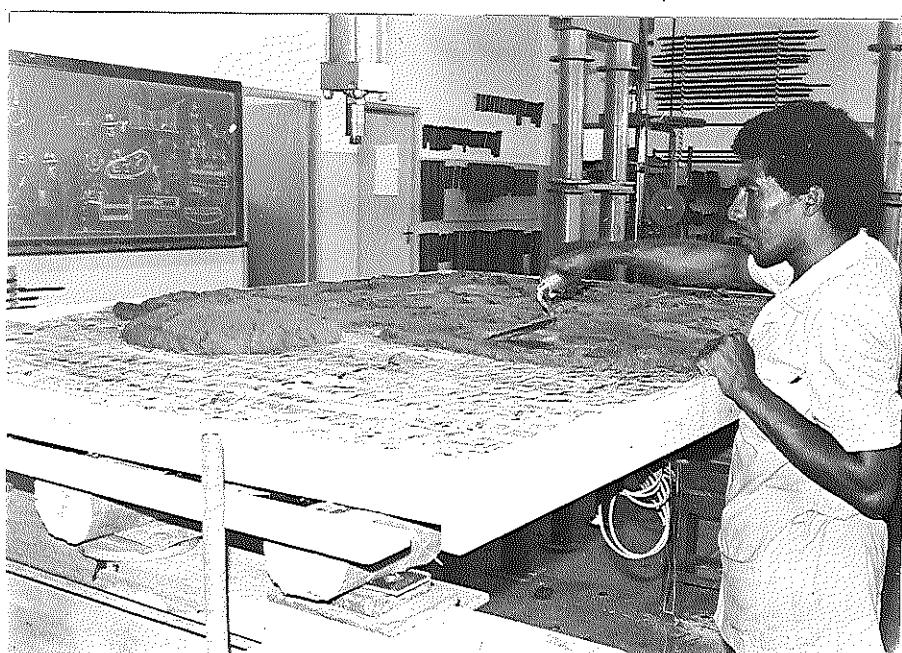


Fig. 4.9- Regularização do tabuleiro com argamassa

A figura 4.10 mostra o modelo com o seu aspecto final.

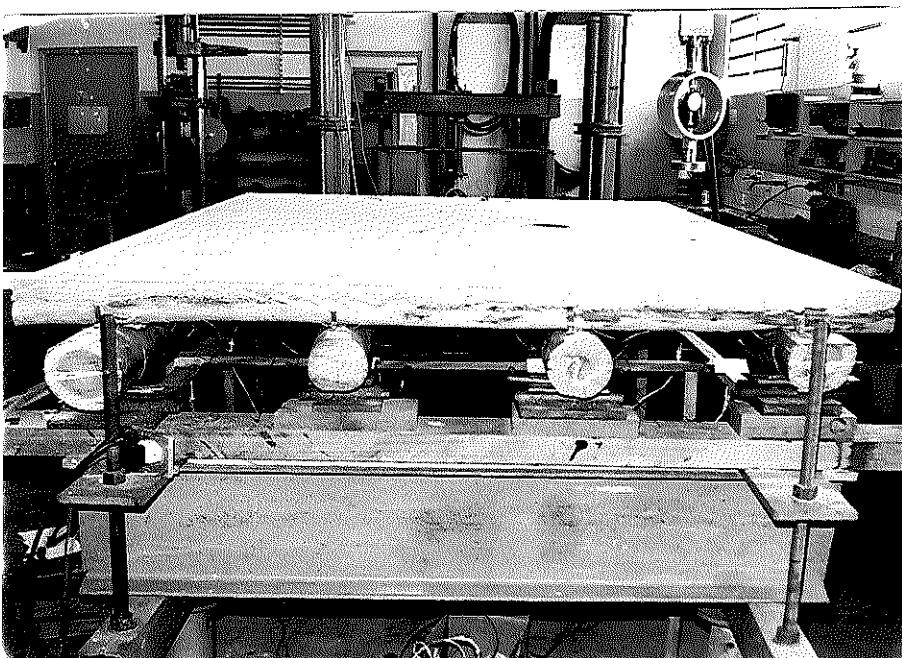


Fig. 4.10- Aspecto final do modelo

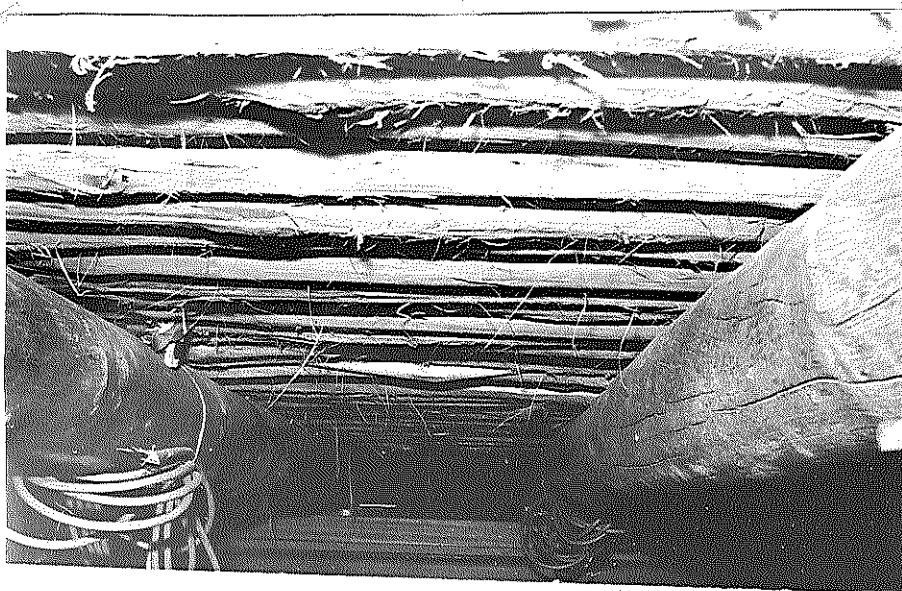


Fig. 4.11- Vista inferior do tabuleiro

A experimentação tem início dez dias após a colocação da argamassa.

## 5- EXPERIMENTAÇÃO DO MODELO REDUZIDO

A experimentação do modelo reduzido tem como objetivo verificar a validade da análise teórica da distribuição transversal de cargas, pela analogia de grelha. Para tanto, são aplicadas cargas simulando, no modelo, as de uma roda e de um eixo do veículo-tipo, e medidas deformações e flechas nas vigas principais. À vista dos objetivos do trabalho desenvolvido, não é preciso aplicar no modelo carregamento equivalente ao trem-tipo completo. Assim, as cargas de uma roda e de um eixo aplicadas no modelo têm proporcionalmente valores maiores do que os estipulados pela NBR-7188/84, com a finalidade de se obterem valores mais elevados para os deslocamentos e deformações, facilitando seu registro. A figura 5.1 situa as vigas principais (A, B, C e D) e as seções transversais do modelo:

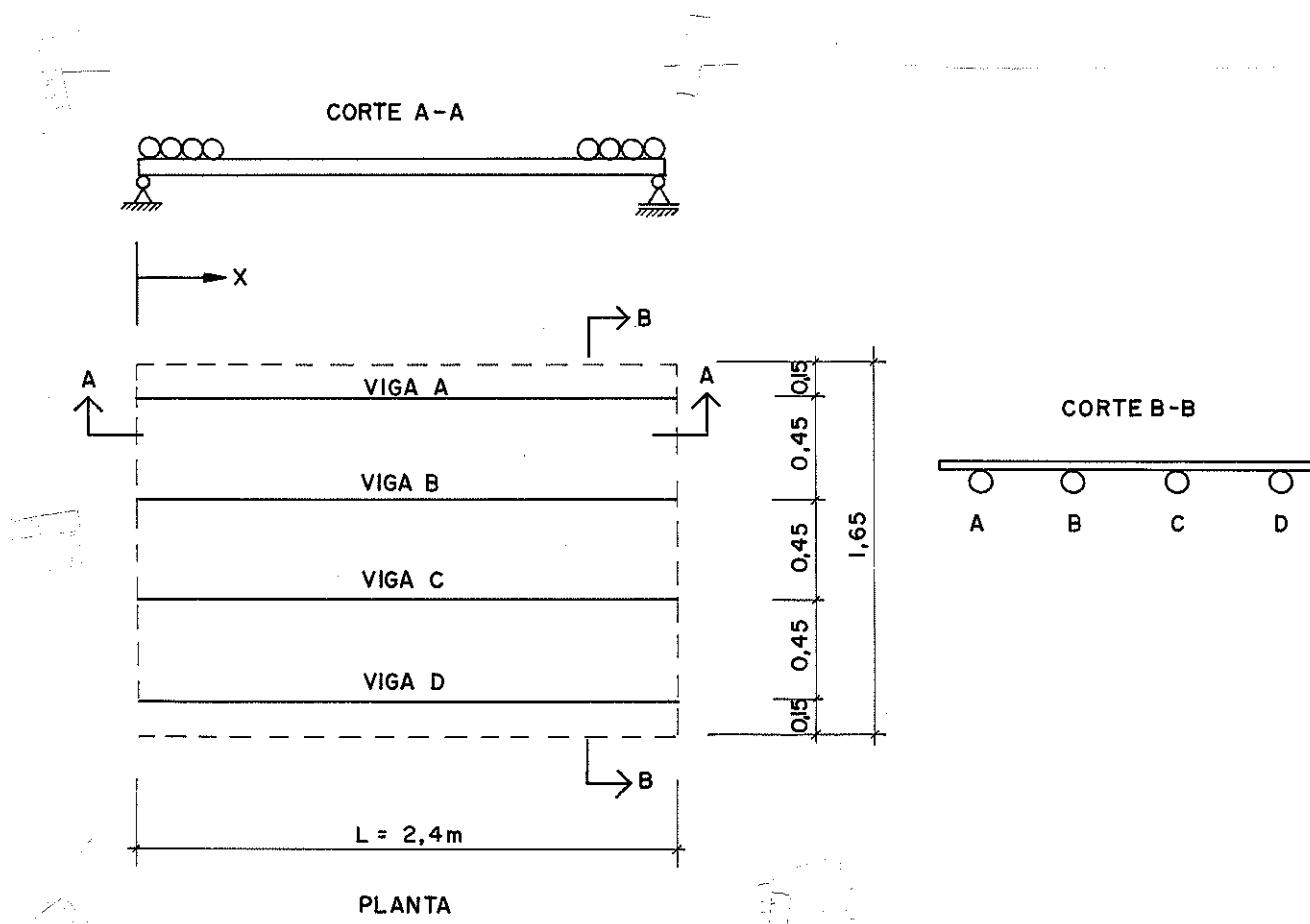


Fig. 5.1- Disposição das vigas principais

### 5.1- DISPOSITIVOS UTILIZADOS NA EXPERIMENTAÇÃO

#### 5.1.1- Sistema de apoio, pórtico e laje de reação

O modelo reduzido é apoiado sobre um sistema composto de perfis metálicos, montado sobre a laje de reação. A aplicação das cargas é feita com o auxílio de um pórtico de reação, também composto de perfis metálicos e situado sobre a laje de reação.

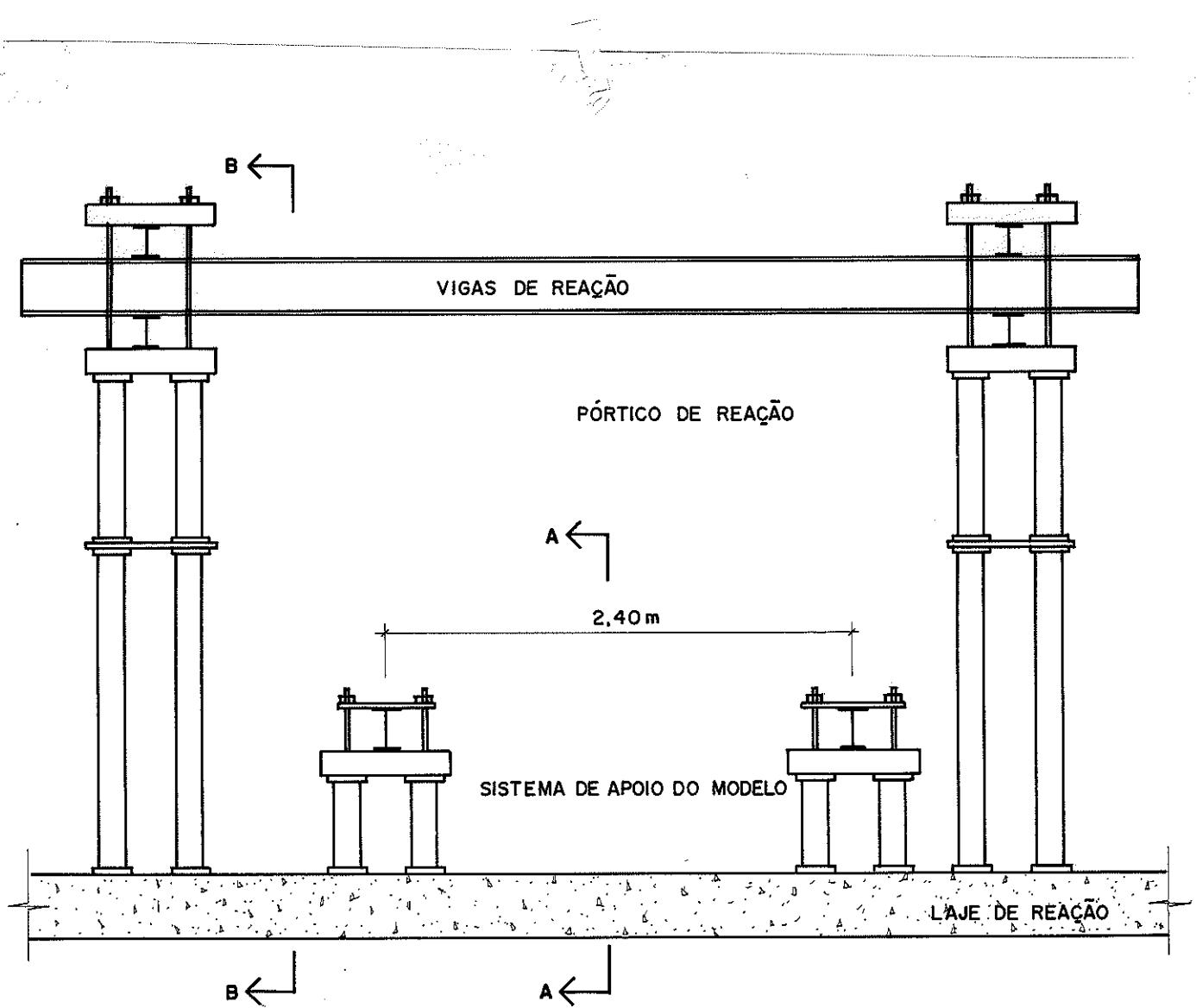
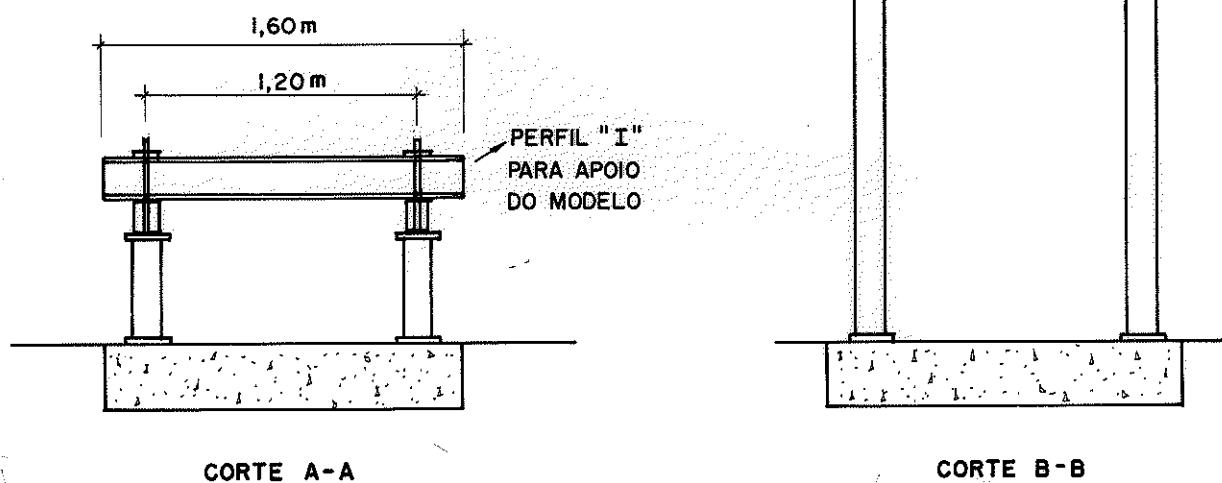


Fig. 5.2.A- Sistema de apoio, pórtico e laje de reação

SISTEMA DE APOIO DO MODELO



CORTE A-A

CORTE B-B

Fig. 5.2.B- Sistema de apoio, pórtico e laje de reação

É colocada uma peça de madeira com seção transversal igual a  $(7,5 \times 15) \text{ cm}^2$  sobre o perfil "I" do sistema de apoio. São feitos chanfros nas vigas nas regiões dos apoios. O aparelho de apoio consiste em peça metálica com a forma de meio cilindro situada entre duas chapas de aço que têm a finalidade de aumentar a área de contato, minimizando o esmagamento da madeira.

Nos ensaios onde há tendência de levantar determinada viga no apoio, um sargento (grampo) convenientemente instalado impede esse deslocamento.

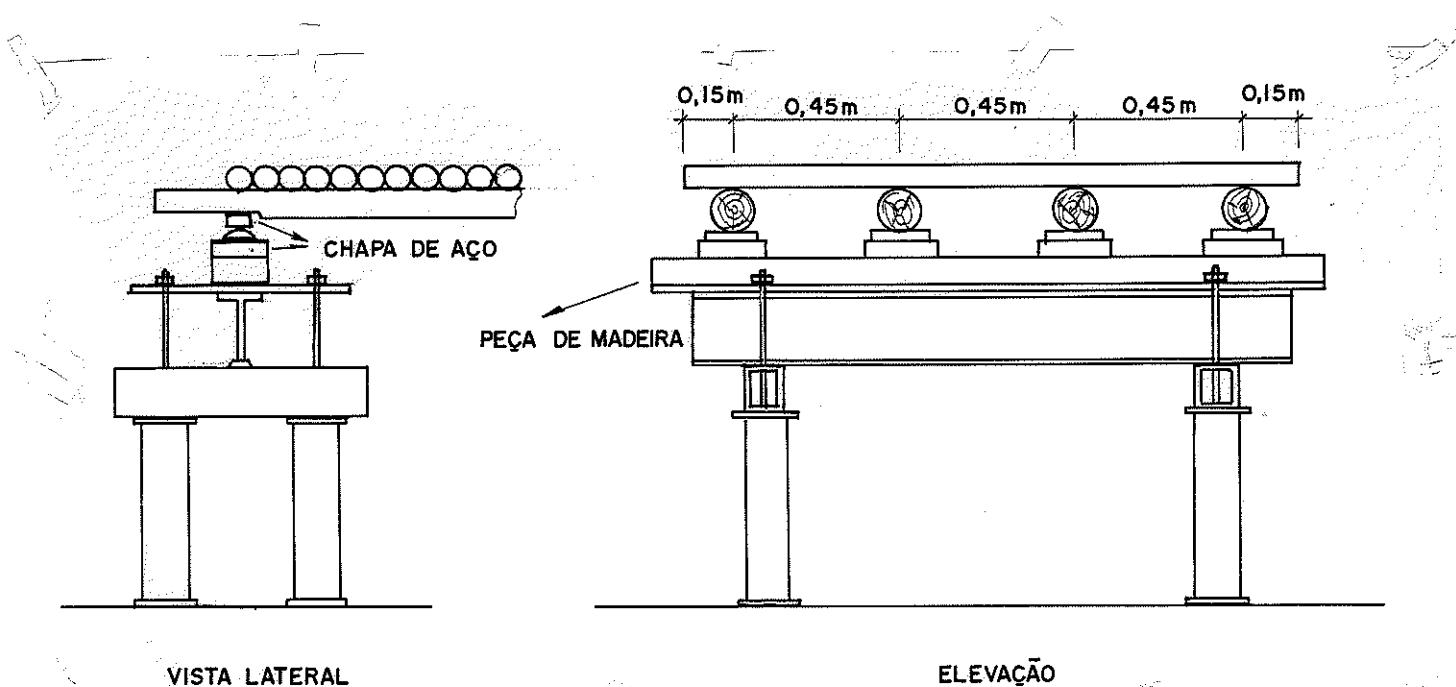


Fig. 5.3- Detalhes dos apoios do modelo

#### 5.1.2- Dispositivos para aplicação das cargas

A aplicação das cargas no modelo é feita por intermédio de cilindro hidráulico com capacidade nominal de 100 kN, acoplado às vigas do pórtico de reação com o auxílio de perfis e chapas de aço:

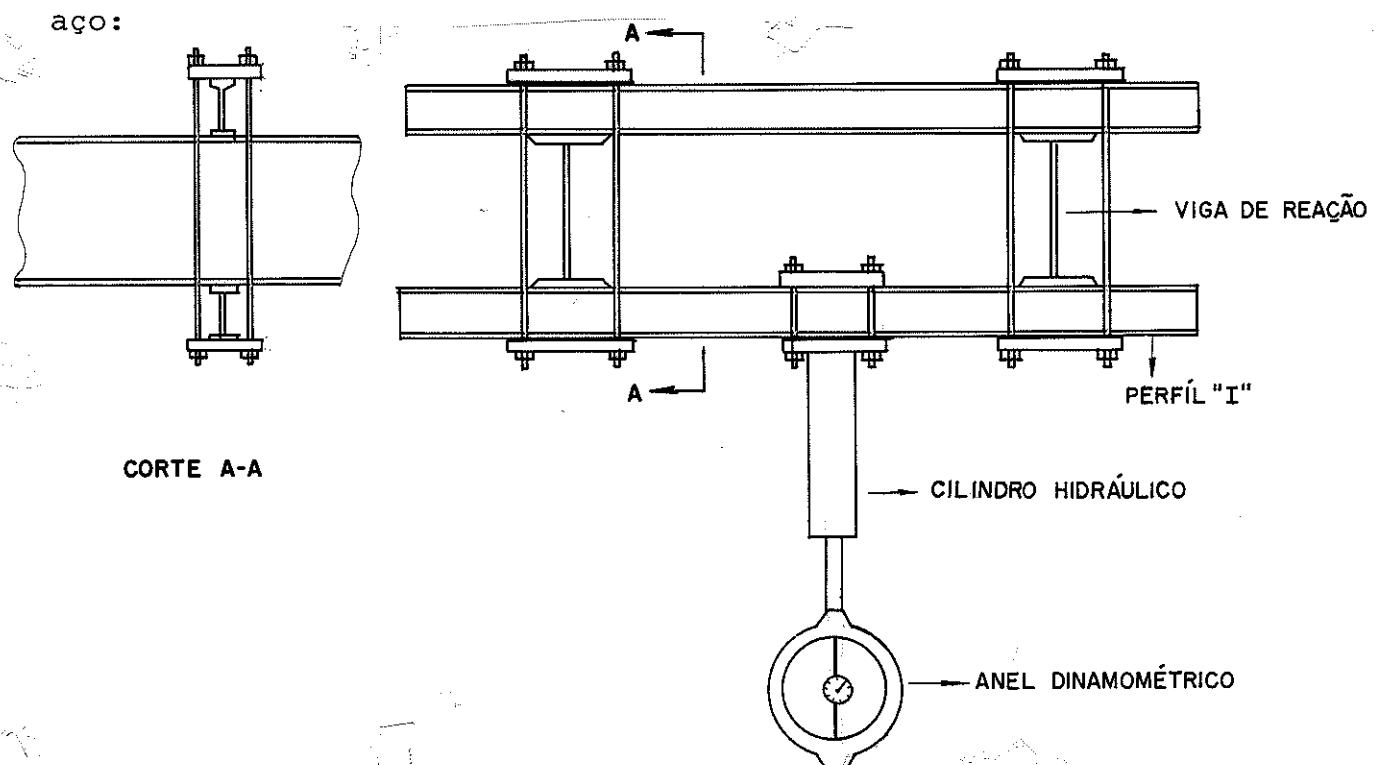


Fig. 5.4- Fixação de cilindro hidráulico nas vigas de reação.

Esta forma de fixação permite tanto o deslocamento do cilindro hidráulico em relação ao perfil "I" onde está fixado, como também o de todo o conjunto em relação às vigas de reação. Isto garante precisão na colocação do cilindro na posição desejada.

As cargas aplicadas são medidas por intermédio de anel dinamométrico com capacidade nominal igual a 50 kN, fixado na extremidade do cilindro hidráulico.

As cargas aplicadas no modelo são distribuídas em uma área de 5400 mm<sup>2</sup>, através de chapa de aço com espessura de 6,35mm:

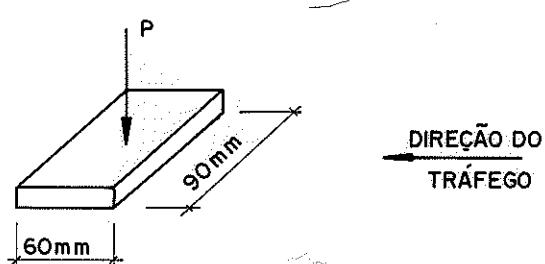


Fig. 5.5- Chapa de aço para distribuição de carga aplicada.

Esta área é equivalente, no modelo, à área de contato de cada roda traseira do veículo-tipo da classe 12.

A simulação de aplicação de cargas de um eixo do veículo tipo é feita por intermédio de duas destas chapas de aço, com espaçamento equivalente no modelo à distância entre os centros das rodas. Um perfil "I" metálico distribui a carga aplicada para as duas chapas:

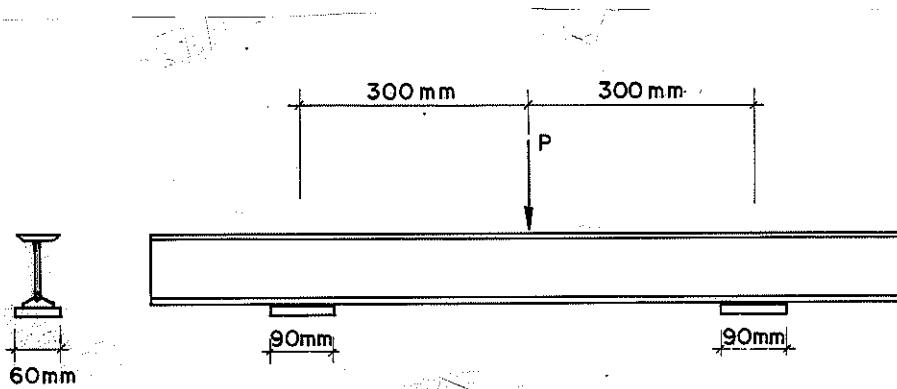


Fig. 5.6- Distribuição da carga aplicada para as duas chapas de aço

Nos ensaios realizados sem a argamassa de regularização as chapas de aço são colocadas sobre borrachas, dada a irregularidade dos postes do tabuleiro:

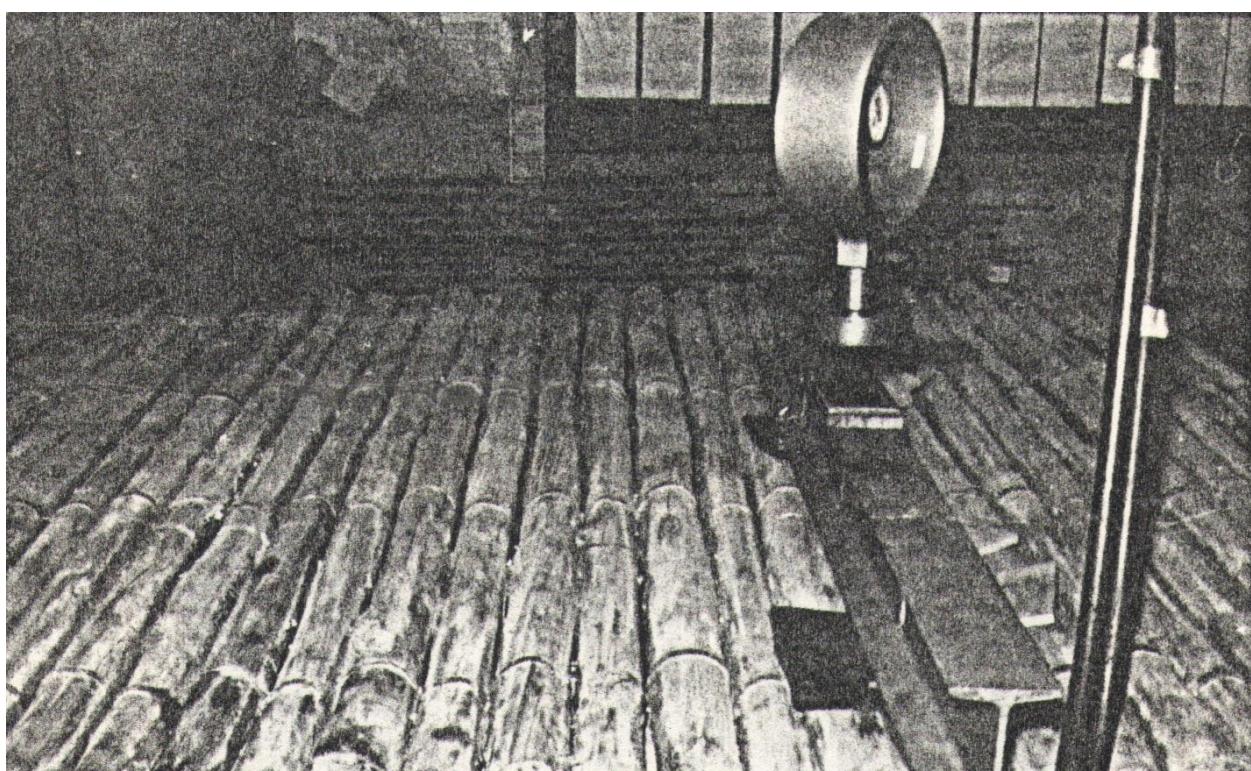


Fig. 5.7- Aplicação de cargas de um eixo do veículo-tipo.

#### 5.1.3- Equipamentos utilizados para medir flechas

O registro dos deslocamentos verticais das vigas é feito por uma unidade de aquisição de dados modelo HP 3497A acoplada ao micro computador modelo HP 9825T, utilizando-se transdutores de deslocamentos modelo HP 24 DCDT 500 de amplitude igual a  $\pm 12,7$  milímetros, com precisão de milésimo de milímetro.

Os transdutores de deslocamento são instalados nas linhas inferiores das vigas principais do modelo, evitando a interferência de possíveis giros das vigas na medida das flechas. São fixados em uma armação de madeira apoiada na laje de reação.

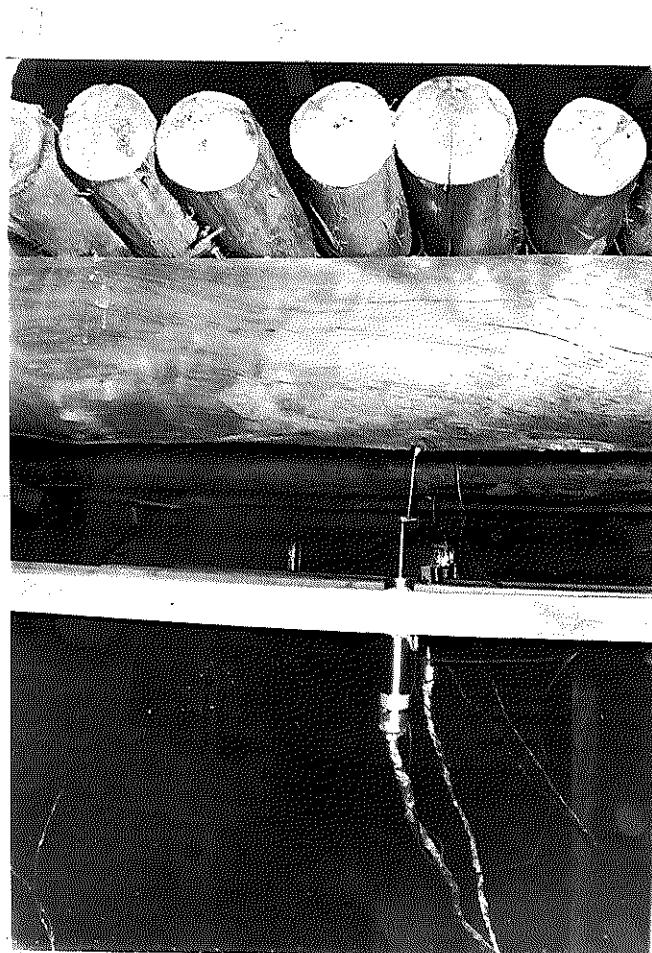


Fig. 5.8- Transdutor de deslocamento

Os transdutores de deslocamento são instalados em doze pontos do modelo. As flechas são medidas nas seções  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3 L/4$  para as quatro vigas principais.

Na apresentação dos resultados dos ensaios, os valores das flechas com o mesmo sentido das cargas aplicadas são convenientemente considerados como positivos.

#### 5.1.4- Equipamentos utilizados para medir deformações

A leitura das deformações é feita por intermédio de um indicador de deformações modelo KYOWA SM-60B (precisão de  $5 \times 10^{-6}$ ) acoplado a uma caixa comutadora para 24 pontos modelo KYOWA SS24R, utilizando-se extensômetros elétricos para madeira tipo KL 10A4, com fator gage igual a 1,94 e resistência de  $120 \Omega$ .

Os extensômetros elétricos (strain gages) são instalados na face inferior das quatro vigas principais, na seção  $x = L/2$ .

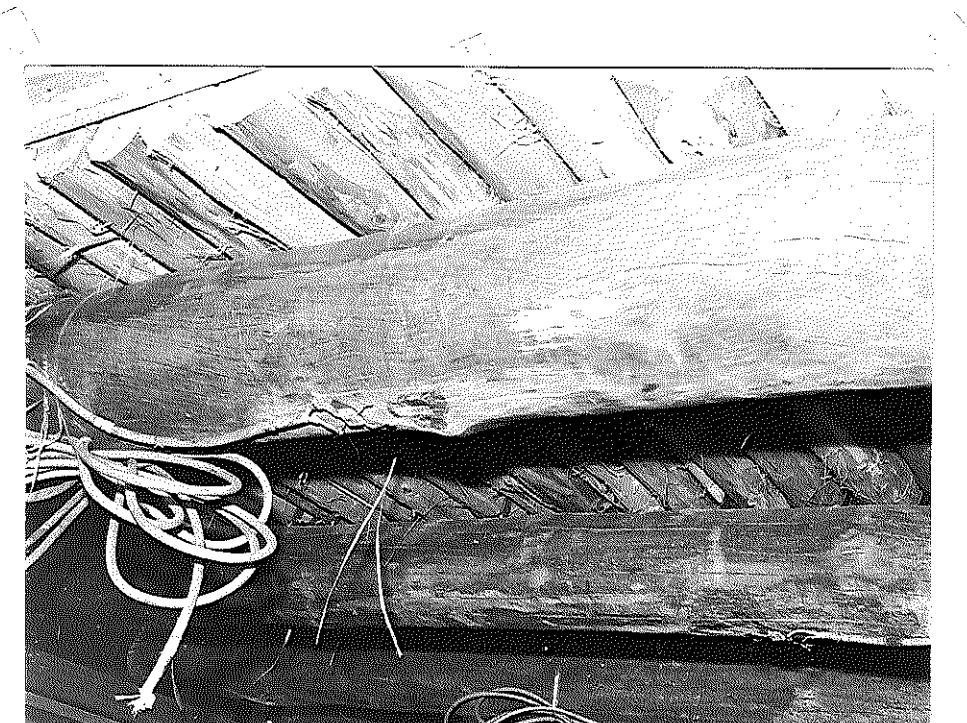


Fig. 5.9- Extensômetro elétrico

Os extensômetros elétricos, instalados na fase de caracterização das vigas principais, são mantidos para a realização da experimentação do modelo.

Na apresentação dos resultados dos ensaios, os valores das deformações referentes a alongamentos das fibras são convencionados como positivos.

#### 5.2- ENSAIOS PRELIMINARES

Os ensaios preliminares são realizados aplicando-se carga equivalente à de uma roda do veículo-tipo sobre a argamassa de regularização da pista de rolamento, em várias posições. Numa primeira fase, as cargas são aplicadas em dezesseis diferentes posições: sobre a viga A na seção  $x = L/8$ , posteriormente nas seções

$x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3L/4$ , repetindo-se este procedimento para as vigas B, C e D.. Cada carregamento é realizado três vezes . Em cada uma, são aplicados incrementos constantes de carga, registrando-se as flechas e deformações correspondentes ocorridas nas vigas principais.

Os resultados obtidos para flechas e deformações têm valores muito inferiores aos esperados pela analogia de grelha, possibilitando concluir que o modelo reduzido apresenta rigidez superior à estimada. Isto é devido à contribuição da argamassa de regularização aumentando a rigidez do modelo, fator não levado em consideração na análise teórica pela analogia de grelha.

Numa segunda fase de ensaios, análoga à anterior, são aplicadas cargas em oito posições diferentes: sobre as vigas A, B, C e D nas seções  $x = L/4$  e  $x = L/2$ . Os resultados obtidos para flechas e deformações ainda são menores que os esperados pela análise teórica, mas superiores aos medidos em forma idêntica de carregamento na fase anterior, indicando uma diminuição da contribuição da argamassa na rigidez do modelo.

A figura 5.10 mostra as curvas flecha na viga C, seção  $x = L/2$ , em função da carga aplicada sobre a viga C, seção  $x = L/2$ , obtidas em um ensaio da primeira e da segunda fase, e de forma teórica pela analogia de grelha:

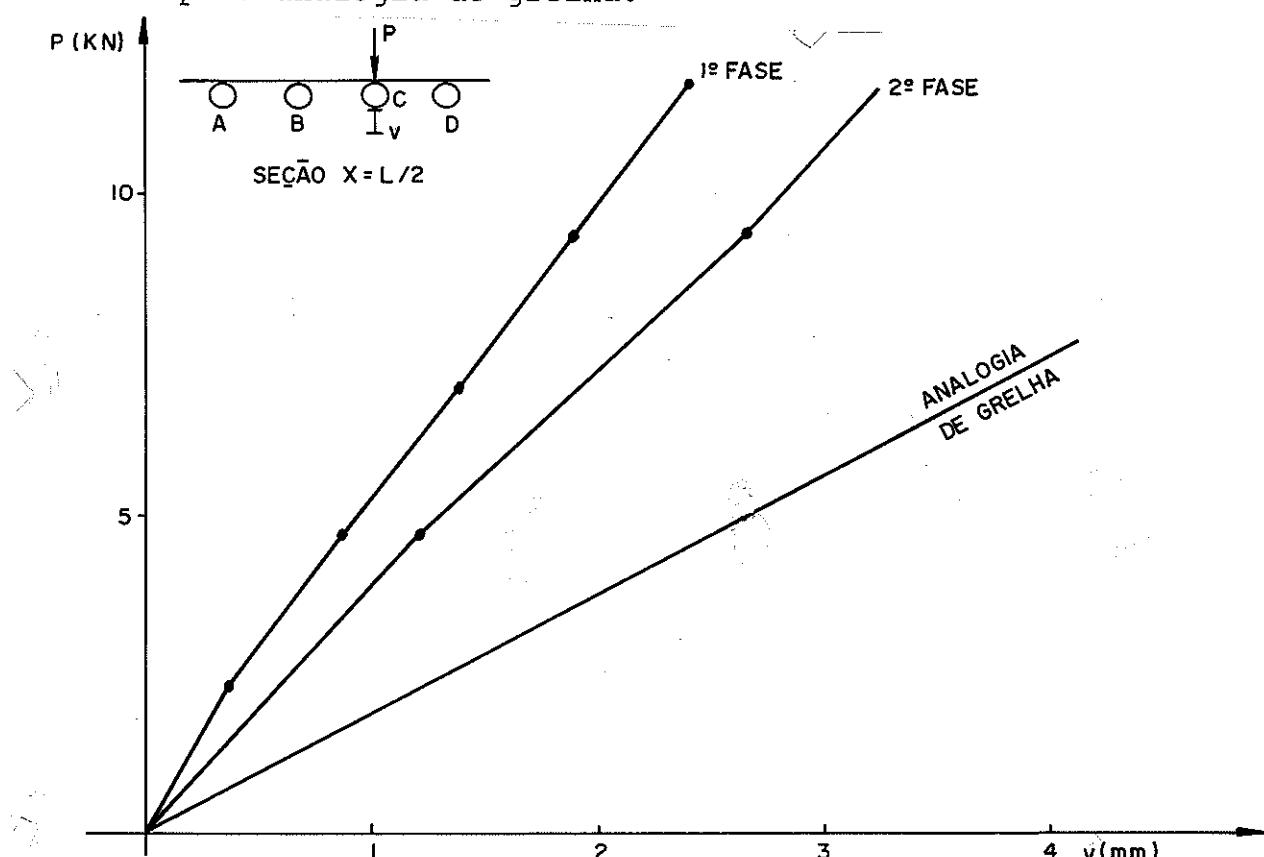


Fig. 5.10- Gráfico carga aplicada x flecha.

Esta diminuição da rigidez ocorre em virtude da inexistência de dispositivos que garantam a solidarização permanente entre a argamassa de regularização e os postes do tabuleiro. À medida que os ciclos de carregamento são processados, ocorre cisalhamento na interface de contato da argamassa com os postes do tabuleiro, fenomeno possível de visualizar nas laterais do modelo. Observa - se também a fissuração da argamassa de regularização. Esta é retirada, para continuação da experimentação, pois se consiste em fator que aumenta a rigidez do modelo, mas não de forma permanente.

### 5.3- ENSAIOS COM APLICAÇÃO DE CARGA EQUIVALENTE A UMA RODA DO VEÍCULO-TIPO

Após a retirada da argamassa de regularização é realizada nova fase de carregamentos, com aplicação de carga equivalente a uma roda, posicionada sobre a viga A na seção  $x = L/8$ , depois nas seções  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3L/4$ , repetindo-se o procedimento para as vigas B, C e D. Também é aplicada carga na seção  $x = L/2$  em posição equidistante das vigas B e C. Realiza-se três vezes a mesma forma de carregamento em determinada posição. Os ensaios são realizados com acréscimo constante de carga, sendo registradas as flechas e deformações nas vigas principais a cada acréscimo de carga.

No quadro 5.1 estão apresentadas as flechas obtidas para um carregamento efetuado sobre a viga B, na seção  $x = L/4$ .

É efetuada regressão linear entre os valores das flechas medidas em determinada posição do modelo e os das cargas aplicadas. Assim, para cada local onde são medidas flechas, é obtida expressão que relaciona flecha nesta posição com a carga aplicada:

$$v (\text{mm}) = a + b \cdot P (\text{kN}) \quad (5.1)$$

O quadro 5.1 apresenta os valores das contantes a e b e o coeficiente de correlação obtidos em cada regressão.

A figura 5.11 apresenta as elásticas das seções transversais  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3L/4$  do modelo, a partir das flechas medidas nas vigas principais após a aplicação de carga final de 18,712 kN, no 1º ensaio.

	CARGA (kN)	Flechas (mm) na viga A nas seções				Flechas (mm) na viga B nas seções				Flechas (mm) na viga C nas seções				Flechas (mm) na viga D nas seções			
		X=L/4	X=L/2	X=3L/4	X=L/4	X=L/2	X=3L/4	X=L/4	X=L/2	X=3L/4	X=L/4	X=L/2	X=3L/4	X=L/4	X=L/2	X=3L/4	
19 ensaio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
	3.742	1.099	1.415	1.033	1.255	1.269	0.771	0.738	0.855	0.526	0.231	0.308	0.216	0.000	0.000	0.000	
	7.485	2.152	2.735	1.975	2.418	2.477	1.495	1.426	1.698	1.034	0.477	0.634	0.442	0.000	0.000	0.000	
	11.227	3.109	3.965	2.850	3.559	3.632	2.178	2.087	2.497	1.515	0.702	0.937	0.651	0.000	0.000	0.000	
	14.970	4.075	5.215	3.740	4.721	4.810	2.883	2.772	3.313	2.017	0.920	1.238	0.859	0.000	0.000	0.000	
	18.712	5.049	6.462	4.621	5.914	5.992	3.582	3.464	4.133	2.514	1.133	1.531	1.062	0.000	0.000	0.000	
29 ensaio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3.742	1.074	1.381	1.003	1.190	1.230	0.754	0.744	0.852	0.523	0.249	0.324	0.227	0.000	0.000	0.000	
	7.485	2.076	2.666	1.932	2.374	2.439	1.475	1.440	1.694	1.030	0.474	0.642	0.448	0.000	0.000	0.000	
	11.227	3.059	3.937	2.831	3.565	3.633	2.178	2.149	2.509	1.526	0.690	0.941	0.653	0.000	0.000	0.000	
	14.970	4.029	5.188	3.719	4.764	4.810	2.884	2.797	3.328	2.032	0.910	1.241	0.867	0.000	0.000	0.000	
	18.712	4.996	6.430	4.601	5.950	5.979	3.563	3.478	4.138	2.519	1.127	1.537	1.075	0.000	0.000	0.000	
39 ensaio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	3.742	1.080	1.398	1.016	1.207	1.252	0.764	0.764	0.872	0.534	0.254	0.337	0.237	0.000	0.000	0.000	
	7.485	2.126	2.691	1.928	2.414	2.466	1.482	1.460	1.712	1.038	0.482	0.645	0.453	0.000	0.000	0.000	
	11.227	2.683	3.700	2.655	3.360	3.416	2.048	2.010	2.365	1.440	0.659	0.891	0.624	0.000	0.000	0.000	
	14.970	4.112	5.167	3.732	4.557	4.834	2.887	2.864	3.156	2.003	0.866	1.245	0.900	0.000	0.000	0.000	
	18.712	5.061	6.404	4.613	5.739	5.990	3.568	3.532	3.957	2.491	1.075	1.536	1.112	0.000	0.000	0.000	
Resultados da regressão são linear	$a$ (mm)	0.052	0.071	0.059	0.028	0.031	0.030	0.027	0.035	0.016	0.018	0.012	0.006	0.000	0.000	0.000	
	$b$ (mm/kN)	0.267	0.341	0.245	0.342	0.319	0.190	0.185	0.216	0.133	0.059	0.082	0.050	0.000	0.000	0.000	
	$r^2$	99.87%	99.89%	99.88%	99.87%	99.92%	99.92%	99.93%	99.91%	99.93%	99.92%	99.92%	99.83%	0.000	0.000	0.000	

Quadro 5.1 - Flechas medidas nas vigas A,B,C e D, nas seções  $x=L/4$ ,  $x=L/2$  e  $x=3L/4$ , devidas à carga aplicada sobre a viga B na seção  $x=L/4$ .

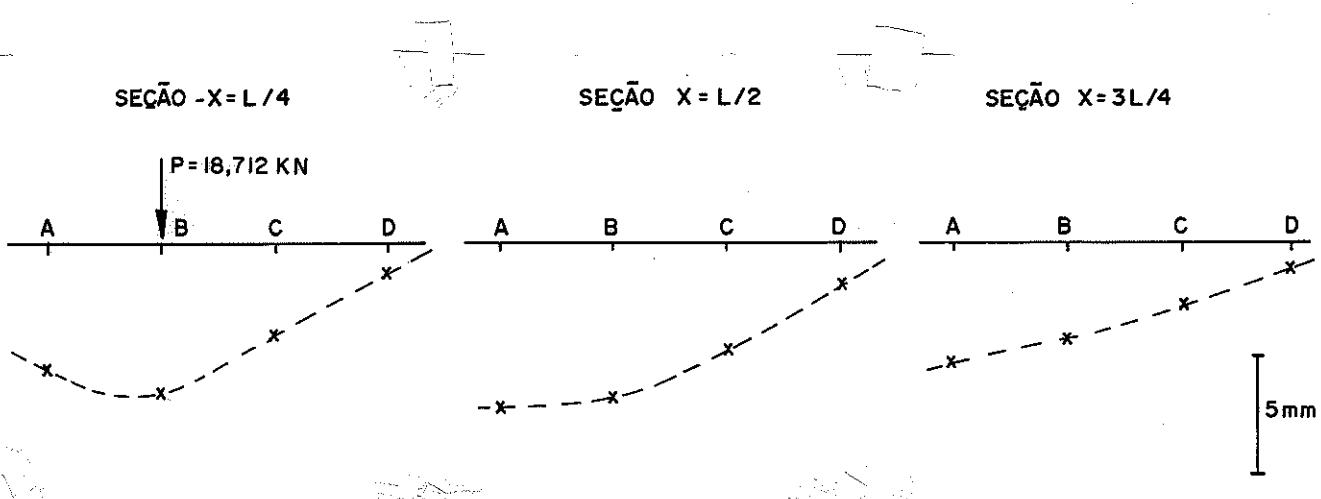


Fig. 5.11- Elástica de seções transversais do modelo

A figura 5.12 apresenta as elásticas das vigas principais para a mesma situação.

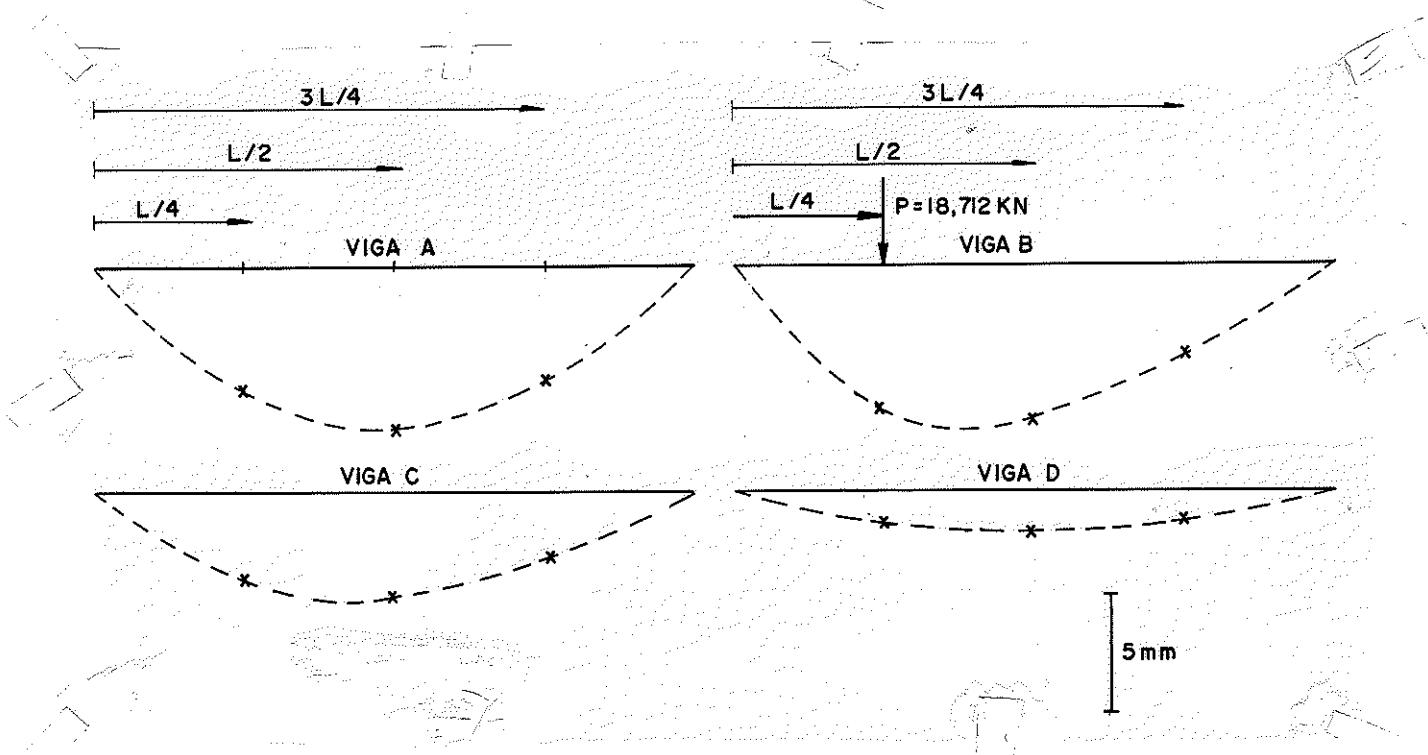


Fig. 5.12- Elásticas das Vigas

Para a mesma forma de carregamento efetuada sobre a viga B na seção  $x = L/4$ , são registradas as deformações nas vigas principais na seção  $x = L/2$ , a cada incremento de carga. O quadro 5.2 apresenta as deformações obtidas nas vigas principais, em função do momento fletor total atuante na seção  $x = L/2$  do modelo.

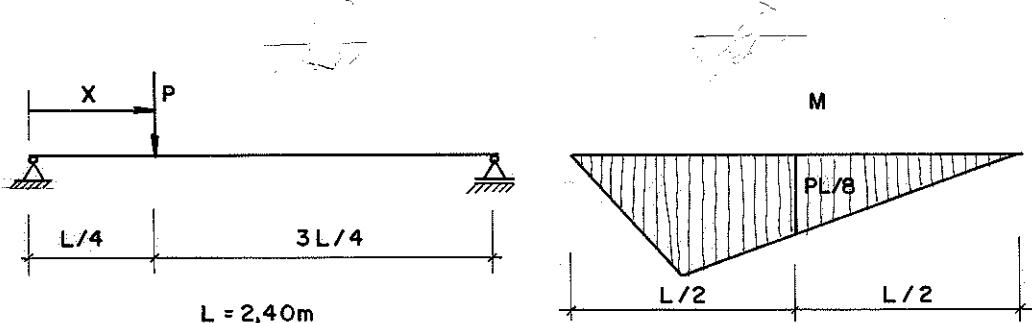


Fig. 5.13- Momento fletor total na seção  $x = L/2$  do modelo

Momento fletor na seção $x=L/2$ do modelo (kN.m)	Deformações nas vigas ( $10^{-6}$ )				
	A	B	C	D	
1º ensaio	0.0000 1.1227 2.2454 3.3682 4.4909 5.6136	0 100 195 290 390 490	0 80 150 215 290 360	0 70 135 200 270 345	0 40 75 110 140 175
2º ensaio	0.0000 1.1227 2.2454 3.3682 4.4909 5.6136	0 95 190 285 390 495	0 80 150 215 280 350	0 65 130 200 270 340	0 40 70 105 140 175
3º ensaio	0.0000 1.1227 2.2454 3.3682 4.4909 5.6136	0 100 195 290 390 490	0 80 150 220 290 350	0 65 135 205 280 350	0 40 75 110 140 175
Resultados da regressão linear	a ( $10^{-6}$ ) b ( $10^{-6}/\text{kN.m}$ ) $r^2$	-1.27 87.25 99.97%	5.87 62.43 99.85%	-2.38 61.42 99.90%	3.02 30.79 99.85%

Quadro 5.2- Deformações nas vigas principais na seção  $x = L/2$  devido à carga aplicada na seção  $x = L/4$  sobre a viga B

É efetuada regressão linear entre os valores da deformação medida em determinada viga, na seção  $x = L/2$  e os do momento fletor total atuante na seção  $x = L/2$  do modelo. Assim, para cada viga, é obtida expressão que relaciona sua deformação na se-

ção  $x = L/2 (\varepsilon)$  com o momento fletor total atuante na seção  $x = L/2$  do modelo ( $M$ ):

$$\varepsilon (10^{-6}) = a + b \cdot M(\text{kN.m}) \quad (5.2)$$

O quadro 5.2 apresenta os valores das constantes  $a$  e  $b$  e do coeficiente de correlação obtidos em cada regressão.

### 5.3.1- Resultados obtidos

Os quadros 5.3 a 5.19 apresentam os resultados obtidos nos ensaios efetuados com a aplicação de carga equivalente a uma roda. São indicados os valores obtidos nas regressões lineares para os vários carregamentos, seguindo procedimento análogo ao descrito anteriormente.

### 5.4- ENSAIOS COM APLICAÇÃO CARGA EQUIVALENTE A UM EIXO DO VEÍCULO-TIPO

Outro ciclo de ensaios é efetuado com a aplicação de carga equivalente à de um eixo do veículo-tipo, em três posições nas seções  $x = L/4$  e  $x = L/2$ :

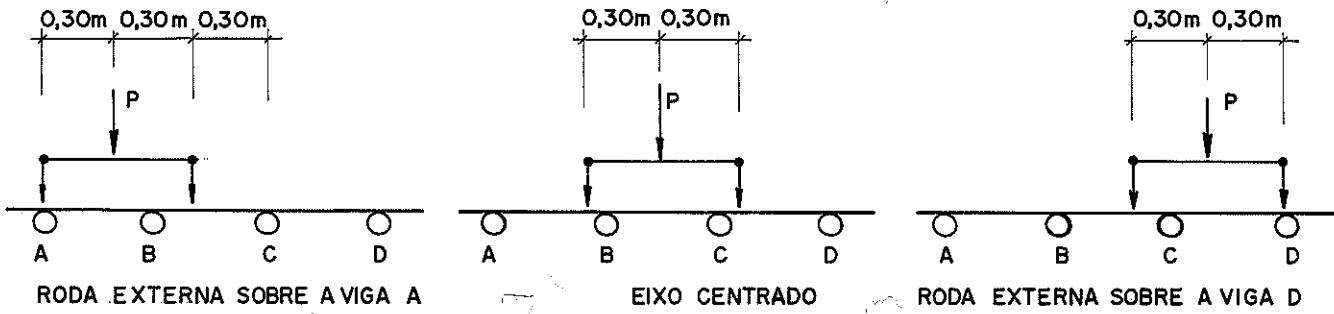
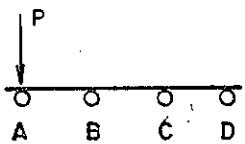
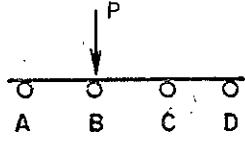


Fig. 5.14- Posições de aplicação da carga de um eixo nas seções  $x = L/4$  e  $x = L/2$

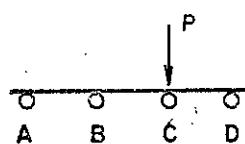
Os quadros 5.20 a 5.25 apresentam os resultados obtidos nestes ensaios, com procedimento idêntico ao dos ensaios anteriores.

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSição Seção $x = L/8$	FLECHAS	FLECHAS		
		$\bar{y}(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2 (\%)$
A	L/4	0,016	0,308	99,98
	L/2	0,023	0,338	99,97
	3L/4	0,035	0,226	99,94
B	L/4	0,027	0,161	99,90
	L/2	0,010	0,190	99,98
	3L/4	0,021	0,124	99,91
C	L/4	0,009	0,040	99,75
	L/2	0,016	0,064	99,71
	3L/4	0,017	0,046	99,61
D	L/4	0,006	-0,040	99,90
	L/2	0,007	-0,048	99,92
	3L/4	0,002	-0,029	99,93
VALOR MÁXIMO DA CARGA $P = 14,034 \text{ kN}$		DEFORMAÇÕES		
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO $M = 2,105 \text{ kN}\cdot\text{m}$		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2 (\%)$
A	L/2	-2,14	127,92	99,88
B	L/2	0,24	99,53	99,88
C	L/2	3,41	34,50	98,67
D	L/2	3,10	-34,61	98,65
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS 3				
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO 5				

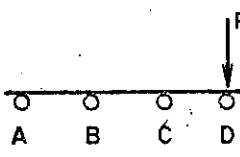
Quadro 5.3

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/8$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	-0,005	0,142	99,98
	L/2	0,017	0,179	99,99
	3L/4	0,013	0,125	99,99
B	L/4	0,036	0,191	99,96
	L/2	0,025	0,172	99,98
	3L/4	0,017	0,099	99,98
C	L/4	0,059	0,117	99,85
	L/2	0,048	0,127	99,89
	3L/4	0,024	0,073	99,94
D	L/4	0,046	0,040	99,10
	L/2	0,043	0,054	99,60
	3L/4	0,029	0,038	99,66
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	$r^2$ (%)
A	L/2	-3,33	85,51	99,95
B	L/2	-0,16	45,54	99,86
C	L/2	-2,70	61,55	99,91
D	L/2	5,32	40,04	99,39

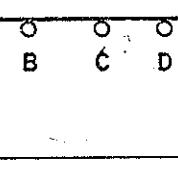
Quadro 5.4

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES
POSIÇÃO  Seção $x = L/8$	FLECHAS	FLECHAS
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm)                    (kN)
	VIGA SEÇÃO $x =$	$a$ (mm) $b$ (mm/kN) $r^2$ (%)
A	L/4	0,009 0,033 99,80
	L/2	0,004 0,052 99,94
	3L/4	0,001 0,039 99,95
B	L/4	0,042 0,110 99,85
	L/2	0,030 0,119 99,91
	3L/4	0,009 0,071 99,97
C	L/4	0,073 0,180 99,86
	L/2	0,054 0,166 99,90
	3L/4	0,016 0,095 99,94
D	L/4	0,065 0,153 99,86
	L/2	0,055 0,177 99,92
	3L/4	0,040 0,110 99,90
		DEFORMAÇÕES
		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                    (kN.m)
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3	VIGA SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$ $b(10^{-6}/\text{kNm})$ $r^2$ (%)
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	A L/2	-1,03 27,82 99,51
	B L/2	0,40 55,99 99,92
	C L/2	-4,37 56,33 99,60
	D L/2	5,16 118,35 99,91

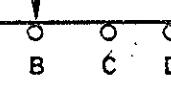
Quadro 5.5

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção x = L/8	FLECHAS	FLECHAS		
		$V(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO x =	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	-0,001	-0,043	99,84
	L/2	-0,003	-0,058	99,98
	3L/4	-0,007	-0,043	99,95
B	L/4	0,004	0,042	99,73
	L/2	0,012	0,055	99,90
	3L/4	0,004	0,039	99,90
C	L/4	0,045	0,160	99,85
	L/2	0,030	0,188	99,95
	3L/4	0,016	0,122	99,95
D	L/4	0,073	0,346	99,92
	L/2	0,054	0,342	99,95
	3L/4	0,033	0,198	99,94
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
DEFORMAÇÕES		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO x =	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	$r^2$ (%)
A	L/2	-0,79	-29,86	99,23
B	L/2	2,22	31,67	98,82
C	L/2	2,86	101,79	99,87
D	L/2	1,75	184,93	99,98

Quadro 5.6

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO Seção x = L/4		FLECHAS		
 Seção x = L/4		FLECHAS		
VIGA	SEÇÃO x =	a (mm)	b (mm/kN)	r <sup>2</sup> (%)
A	L/4	0,050	0,532	99,97
	L/2	0,080	0,627	99,95
	3L/4	0,078	0,428	99,91
B	L/4	0,046	0,286	99,91
	L/2	0,046	0,350	99,94
	3L/4	0,040	0,233	99,89
C	L/4	0,012	0,078	99,87
	L/2	0,017	0,121	99,88
	3L/4	0,018	0,086	99,82
D	L/4	0,000	-0,072	99,97
	L/2	-0,001	-0,089	99,98
	3L/4	-0,004	-0,055	99,97
VALOR MÁXIMO DA CARGA $P = 11,695 \text{ kN}$		DEFORMAÇÕES		
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO $M = 3,509 \text{ kN.m}$		DEFORMAÇÕES		
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS <b>3</b>		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )		
VIGA	SEÇÃO x =	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	r <sup>2</sup> (%)
A	L/2	-0,40	142,58	99,98
B	L/2	0,95	99,21	99,96
C	L/2	2,38	31,42	99,64
D	L/2	2,30	-32,51	99,42
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO <b>5</b>				

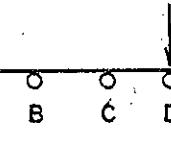
Quadro 5.7

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSição Seção x = L/4	FLECHAS	FLECHAS		
	VIGA SEÇÃO x=	$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
A	L/4	0,052	0,267	99,87
	L/2	0,071	0,341	99,89
	3L/4	0,059	0,245	99,88
B	L/4	0,028	0,312	99,87
VALOR MÁXIMO DA CARGA	L/2	0,031	0,319	99,93
P = 18,712 kN	3L/4	0,030	0,190	99,92
C	L/4	0,027	0,185	99,90
	L/2	0,035	0,216	99,81
	3L/4	0,016	0,133	99,93
D	L/4	0,018	0,059	99,71
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO	L/2	0,012	0,082	99,92
M = 5,614 kN.m	3L/4	0,006	0,058	99,83
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS	DEFORMAÇÕES	DEFORMAÇÕES		
3		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO	VIGA SEÇÃO x =	a( $10^{-6}$ ) b( $10^{-6}/\text{kNm}$ ) r <sup>2</sup> (%)		
5	A L/2	-1,27 87,25 99,97		
	B L/2	5,87 62,43 99,85		
	C L/2	-2,38 61,42 99,90		
	D L/2	3,02 30,79 99,85		

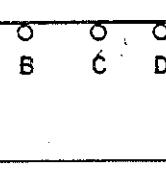
Quadro 5.8

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/4$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	0,026	0,068	99,49
	L/2	0,040	0,100	99,54
	3L/4	0,035	0,078	99,67
B	L/4	0,067	0,194	99,84
	L/2	0,049	0,224	99,90
	3L/4	0,029	0,140	99,87
C	L/4	0,010	0,299	99,96
	L/2	0,039	0,310	99,97
	3L/4	0,020	0,184	99,95
D	L/4	0,055	0,270	99,95
	L/2	0,045	0,324	99,96
	3L/4	0,033	0,202	99,94
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
DEFORMAÇÕES		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)
A	L/2	3,89	25,24	99,35
B	L/2	0,87	57,98	99,92
C	L/2	-1,90	70,45	99,87
D	L/2	2,30	113,58	99,98

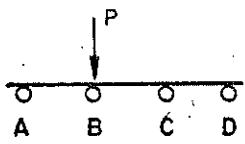
Quadro 5.9

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES																																																																	
POSIÇÃO  Seção x = L/4	FLECHAS	FLECHAS  $v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)																																																																	
	VIGA  A  B  C  D	<table border="1"> <thead> <tr> <th>VIGA</th><th>SEÇÃO x=</th><th>a (mm)</th><th>b (mm/kN)</th><th>r<sup>2</sup> (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td><td>L/4</td><td>0,007</td><td>-0,081</td><td>99,92</td></tr> <tr> <td></td><td>L/2</td><td>0,002</td><td>-0,110</td><td>99,99</td></tr> <tr> <td></td><td>3L/4</td><td>0,002</td><td>-0,080</td><td>99,99</td></tr> <tr> <td>B</td><td>L/4</td><td>0,007</td><td>0,073</td><td>99,96</td></tr> <tr> <td></td><td>L/2</td><td>0,014</td><td>0,095</td><td>99,91</td></tr> <tr> <td></td><td>3L/4</td><td>0,009</td><td>0,072</td><td>99,93</td></tr> <tr> <td>C</td><td>L/4</td><td>0,042</td><td>0,270</td><td>99,94</td></tr> <tr> <td></td><td>L/2</td><td>0,031</td><td>0,344</td><td>99,97</td></tr> <tr> <td></td><td>3L/4</td><td>0,018</td><td>0,232</td><td>99,98</td></tr> <tr> <td>D</td><td>L/4</td><td>0,064</td><td>0,600</td><td>99,97</td></tr> <tr> <td></td><td>L/2</td><td>0,060</td><td>0,645</td><td>99,97</td></tr> <tr> <td></td><td>3L/4</td><td>0,040</td><td>0,377</td><td>99,97</td></tr> </tbody> </table>	VIGA	SEÇÃO x=	a (mm)	b (mm/kN)	r <sup>2</sup> (%)	A	L/4	0,007	-0,081	99,92		L/2	0,002	-0,110	99,99		3L/4	0,002	-0,080	99,99	B	L/4	0,007	0,073	99,96		L/2	0,014	0,095	99,91		3L/4	0,009	0,072	99,93	C	L/4	0,042	0,270	99,94		L/2	0,031	0,344	99,97		3L/4	0,018	0,232	99,98	D	L/4	0,064	0,600	99,97		L/2	0,060	0,645	99,97		3L/4	0,040	0,377	99,97
VIGA	SEÇÃO x=	a (mm)	b (mm/kN)	r <sup>2</sup> (%)																																																															
A	L/4	0,007	-0,081	99,92																																																															
	L/2	0,002	-0,110	99,99																																																															
	3L/4	0,002	-0,080	99,99																																																															
B	L/4	0,007	0,073	99,96																																																															
	L/2	0,014	0,095	99,91																																																															
	3L/4	0,009	0,072	99,93																																																															
C	L/4	0,042	0,270	99,94																																																															
	L/2	0,031	0,344	99,97																																																															
	3L/4	0,018	0,232	99,98																																																															
D	L/4	0,064	0,600	99,97																																																															
	L/2	0,060	0,645	99,97																																																															
	3L/4	0,040	0,377	99,97																																																															
VALOR MÁXIMO DA CARGA  P = 11,69 kN	DEFORMAÇÕES	DEFORMAÇÕES  $\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ (10 <sup>-6</sup> ) (kN.m)																																																																	
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  M = 3,509 KN.m	VIGA  A  B  C  D	<table border="1"> <thead> <tr> <th>VIGA</th><th>SEÇÃO x =</th><th>a(10<sup>-6</sup>)</th><th>b(10<sup>-6</sup>/kNm)</th><th>r<sup>2</sup> (%)</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td><td>L/2</td><td>-1,75</td><td>-29,72</td><td>98,96</td></tr> <tr> <td>B</td><td>L/2</td><td>2,78</td><td>25,65</td><td>98,83</td></tr> <tr> <td>C</td><td>L/2</td><td>-0,24</td><td>100,84</td><td>99,95</td></tr> <tr> <td>D</td><td>L/2</td><td>1,98</td><td>205,93</td><td>99,94</td></tr> </tbody> </table>	VIGA	SEÇÃO x =	a(10 <sup>-6</sup> )	b(10 <sup>-6</sup> /kNm)	r <sup>2</sup> (%)	A	L/2	-1,75	-29,72	98,96	B	L/2	2,78	25,65	98,83	C	L/2	-0,24	100,84	99,95	D	L/2	1,98	205,93	99,94																																								
VIGA	SEÇÃO x =	a(10 <sup>-6</sup> )	b(10 <sup>-6</sup> /kNm)	r <sup>2</sup> (%)																																																															
A	L/2	-1,75	-29,72	98,96																																																															
B	L/2	2,78	25,65	98,83																																																															
C	L/2	-0,24	100,84	99,95																																																															
D	L/2	1,98	205,93	99,94																																																															
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3																																																																			
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5																																																																			

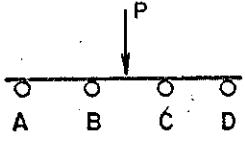
Quadro 5.10

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES
POSição Seção x = L/2	FLECHAS	FLECHAS
	VIGA SEÇÃO x =	v(x) = a + b . P (mm) (kN)
	A	L/4      0,009      0,588      99,99 L/2      0,036      0,895      99,98 3L/4      0,051      0,659      99,96
VALOR MÁXIMO DA CARGA P = 9,356 kN	B	L/4      0,038      0,367      99,92 L/2      0,049      0,505      99,93 3L/4      0,039      0,349      99,91
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO M = 5,614 kN.m	C	L/4      0,027      0,117      99,63 L/2      0,032      0,180      99,72 3L/4      0,027      0,127      99,63
	D	L/4      0,012      -0,081      99,85 L/2      0,015      -0,111      99,85 3L/4      0,007      -0,071      99,87
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS 3	DEFORMAÇÕES	DEFORMAÇÕES
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO 4		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ (10 <sup>-6</sup> ) (kN.m)
	VIGA SEÇÃO x =	a(10 <sup>-6</sup> )      b(10 <sup>-6</sup> /kNm)      r <sup>2</sup> (%)
	A      L/2	-5,00      144,05      99,97
	B      L/2	1,33      85,39      99,99
	C      L/2	-0,33      21,85      99,83
	D      L/2	2,00      -20,90      99,54

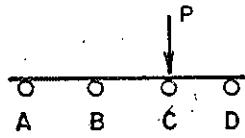
Quadro 5.11

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS		RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/2$	FLECHAS		FLECHAS		
			$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)	
A	L/4	0,029	0,350	99,96	
	L/2	0,074	0,510	99,93	
	3L/4	0,069	0,384	99,90	
B	L/4	0,026	0,340	99,98	
	L/2	0,031	0,497	99,98	
	3L/4	0,038	0,323	99,96	
C	L/4	0,011	0,231	99,98	
	L/2	0,023	0,340	99,98	
	3L/4	0,023	0,231	99,96	
D	L/4	0,008	0,098	99,95	
	L/2	0,009	0,129	99,96	
	3L/4	0,006	0,090	99,95	
VALOR MÁXIMO DA CARGA $P = 11,695 \text{ kN}$		DEFORMAÇÕES			
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO $M = 7,017 \text{ kN.m}$		DEFORMAÇÕES			
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS 3		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)			
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)	
A	L/2	0,32	70,14	99,94	
B	L/2	-2,38	106,61	99,98	
C	L/2	-2,06	60,84	99,94	
D	L/2	1,19	21,51	99,48	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO 5					

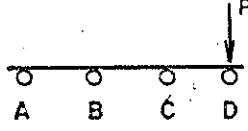
Quadro 5.12

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS		RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/2$	FLECHAS		FLECHAS		
	FLECHAS		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)	
A	L/4	-0,030	0,232	99,80	
	L/2	0,004	0,328	99,97	
	3L/4	0,017	0,255	99,96	
B	L/4	0,011	0,298	99,89	
	L/2	-0,001	0,444	99,98	
	3L/4	0,030	0,291	99,94	
C	L/4	0,013	0,278	99,96	
	L/2	0,063	0,406	99,87	
	3L/4	0,044	0,277	99,89	
D	L/4	0,020	0,214	99,94	
	L/2	0,026	0,286	99,95	
	3L/4	0,021	0,192	99,91	
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES			
DEFORMAÇÕES		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)			
VIGA	SEÇÃO $x =$	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	$r^2$ (%)	
A	L/2	-1,67	39,43	99,87	
B	L/2	-7,94	95,21	99,92	
C	L/2	8,57	76,41	99,86	
D	L/2	0,16	55,38	99,96	

Quadro 5.13

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/2$	FLECHAS	FLECHAS		
	FLECHAS	$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	0,003	0,101	99,98
	L/2	0,014	0,147	99,94
	3L/4	0,024	0,117	99,87
B	L/4	0,011	0,235	99,95
	L/2	0,018	0,339	99,98
	3L/4	0,030	0,236	99,95
C	L/4	-0,004	0,322	99,98
	L/2	0,010	0,475	100,00
	3L/4	0,023	0,320	99,99
D	L/4	0,027	0,357	99,98
	L/2	0,037	0,488	99,97
	3L/4	0,025	0,319	99,97
VALOR MÁXIMO DA CARGA  $P = 11,695 \text{ kN}$		DEFORMAÇÕES		
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  $M = 7,017 \text{ kN.m}$		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ $(10^{-6})$ (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)
A	L/2	-1,67	15,44	99,73
B	L/2	5,08	62,13	99,91
C	L/2	-7,06	99,79	99,87
D	L/2	6,98	100,54	99,92
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3	DEFORMAÇÕES			
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5				

Quadro 5.14

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIIDAS		RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES			
POSIÇÃO Seção $x = L/2$	FLECHAS		FLECHAS			
			$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)			
 <p>A    B    C    D</p> <p>VALOR MÁXIMO DA CARGA <math>P = 9,356 \text{ kN}</math></p> <p>VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO <math>M = 5,614 \text{ kN.m}</math></p> <p>QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS 3</p> <p>NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO 4</p>	VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)	
			L/4	0,009	-0,085	
			L/2	0,005	-0,124	
			3L/4	0,003	-0,093	
			L/4	0,008	0,114	
			L/2	0,010	0,154	
			3L/4	0,009	0,114	
			L/4	0,034	0,352	
			L/2	0,013	0,487	
			3L/4	0,019	0,347	
			L/4	0,038	0,660	
			L/2	0,033	0,916	
			3L/4	0,033	0,587	
	DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES			
			$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)			
	VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)	
	A	L/2	-2,00	16,86	99,47	
	B	L/2	-0,33	20,07	99,75	
	C	L/2	2,33	78,26	99,98	
	D	L/2	0,00	213,05	99,97	

Quadro 5.15

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = 3L/4$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm)                    (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	0,076	0,405	99,89
	L/2	0,202	0,670	99,74
	3L/4	0,012	0,620	98,53
B	L/4	0,054	0,256	99,85
	L/2	0,104	0,370	99,76
	3L/4	0,069	0,279	99,81
C	L/4	0,021	0,079	99,71
	L/2	0,026	0,116	99,73
	3L/4	0,016	0,077	99,71
D	L/4	-0,005	-0,071	99,95
	L/2	-0,008	-0,102	99,95
	3L/4	-0,008	-0,070	99,91
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
DEFORMAÇÕES		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                    (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)
A	L/2	2,06	150,52	99,97
B	L/2	1,90	102,00	99,95
C	L/2	1,19	31,62	99,24
D	L/2	-0,48	-34,41	99,80

Quadro 5.16

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção x = 3L/4	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm)                            (kN)		
VIGA	SEÇÃO x =	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	0,054	0,233	99,94
	L/2	0,162	0,369	99,81
	3L/4	0,133	0,304	99,81
B	L/4	0,059	0,214	99,90
	L/2	0,109	0,350	99,89
	3L/4	0,091	0,327	99,93
C	L/4	0,042	0,155	99,92
	L/2	0,081	0,250	99,90
	3L/4	0,088	0,210	99,85
D	L/4	0,034	0,077	99,80
	L/2	0,040	0,104	99,85
	3L/4	0,026	0,073	99,86
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
DEFORMAÇÕES		$\varepsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                            (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO x =	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	$r^2$ (%)
A	L/2	-0,40	91,49	99,97
B	L/2	-1,03	72,61	99,96
C	L/2	0,48	62,18	99,96
D	L/2	6,27	35,97	99,65

Quadro 5.17

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = 3L/4$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v_f(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2 (\%)$
A	L/4	0,073	0,085	98,53
	L/2	0,152	0,135	98,24
	3L/4	0,128	0,100	98,08
B	L/4	0,073	0,166	98,88
	L/2	0,146	0,264	99,14
	3L/4	0,196	0,218	98,67
C	L/4	0,063	0,217	99,33
	L/2	0,128	0,346	99,35
	3L/4	0,194	0,311	99,11
D	L/4	0,084	0,240	99,40
	L/2	0,086	0,358	99,50
	3L/4	0,102	0,259	99,38
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
DEFORMAÇÕES		$\varepsilon (x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2 (\%)$
A	L/2	6,19	31,64	99,33
B	L/2	2,70	60,69	99,62
C	L/2	3,97	70,24	99,71
D	L/2	13,17	119,61	99,49

Quadro 5.18

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = 3L/4$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm)                    (kN)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2$ (%)
A	L/4	0,009	-0,062	99,76
	L/2	-0,003	-0,094	99,89
	3L/4	-0,001	-0,076	99,97
B	L/4	0,005	0,089	99,53
	L/2	0,010	0,117	99,77
	3L/4	0,030	0,079	99,04
C	L/4	0,022	0,259	99,88
	L/2	0,015	0,373	99,92
	3L/4	0,058	0,277	99,76
D	L/4	0,038	0,438	99,93
	L/2	0,018	0,689	99,95
	3L/4	0,063	0,542	99,91
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES		
		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                    (kN.m)		
VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2$ (%)
A	L/2	-1,51	-25,58	99,59
B	L/2	1,03	28,23	99,79
C	L/2	0,48	96,16	99,93
D	L/2	2,30	214,51	99,96

Quadro 5.19

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES			
POSIÇÃO  Seção x = L/4	FLECHAS	FLECHAS			
		$V(x) = a + b \cdot P$ (mm)                            (kN)			
	VIGA	SEÇÃO x =	a (mm)	b (mm/kN)	
VALOR MÁXIMO DA CARGA  P = 18,712 kN	A	L/4	0,015	0,354	
		L/2	0,040	0,431	
		3L/4	0,043	0,302	
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  M = 5,614 kN.m	B	L/4	0,034	0,277	
		L/2	0,043	0,316	
		3L/4	0,033	0,198	
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3	C	L/4	0,049	0,159	
		L/2	0,051	0,189	
		3L/4	0,032	0,117	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	D	L/4	0,040	0,028	
		L/2	0,044	0,039	
		3L/4	0,028	0,029	
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES			
		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                            (kN.m)			
	VIGA	SEÇÃO x =	a( $10^{-6}$ )	b( $10^{-6}/\text{kNm}$ )	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	D	L/2	-3,25	102,01	
		L/2	1,59	81,18	
		L/2	-1,98	48,31	
		L/2	5,32	14,63	
				r <sup>2</sup> (%)	
				99,97	
				99,95	
				99,87	
				98,13	

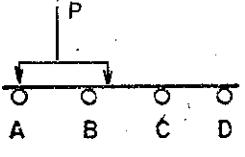
Quadro 5.20

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES			
POSIÇÃO  Seção $x = L/4$	FLECHAS	FLECHAS			
		$V(x) = a + b \cdot P$ (mm)                            (kN)			
	VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	
VALOR MÁXIMO DA CARGA  $P = 18,712 \text{ kN}$	A	L/4	0,005	0,170	
		L/2	0,028	0,220	
		3L/4	-0,007	0,159	
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  $M = 5,614 \text{ kN.m}$	B	L/4	0,082	0,245	
		L/2	0,010	0,262	
		3L/4	0,007	0,162	
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3	C	L/4	0,028	0,241	
		L/2	0,067	0,268	
		3L/4	0,017	0,162	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	D	L/4	0,071	0,183	
		L/2	0,062	0,219	
		3L/4	0,015	0,136	
DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES			
		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                            (kN.m)			
	VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	A	L/2	-1,11	52,55	
	B	L/2	2,86	61,33	
	C	L/2	-3,17	65,95	
	D	L/2	4,21	76,68	
				$r^2(\%)$	
				99,76	
				99,93	
				99,93	
				99,92	

Quadro 5.21

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS		RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES			
POSIÇÃO	FLECHAS		FLECHAS			
Seção $x = L/4$			$V(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)			
	VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2 (\%)$	
VALOR MÁXIMO DA CARGA $P = 18,712 \text{ kN}$	A	L/4	-0,028	0,022	98,46	
		L/2	-0,050	0,034	98,04	
		3L/4	-0,046	0,026	96,91	
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO $M = 5,614 \text{ kN.m}$	B	L/4	-0,002	0,153	99,98	
		L/2	-0,019	0,177	99,98	
		3L/4	-0,010	0,116	99,98	
	C	L/4	0,014	0,275	99,99	
		L/2	0,043	0,315	99,98	
		3L/4	0,022	0,200	99,98	
	D	L/4	0,101	0,382	99,93	
		L/2	0,097	0,427	99,95	
		3L/4	0,055	0,256	99,95	
		DEFORMAÇÕES				
		$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)				
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS 3	VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2 (\%)$	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO 5	A	L/2	-3,97	7,85	95,71	
	B	L/2	1,43	44,92	99,92	
	C	L/2	2,38	81,69	99,63	
	D	L/2	7,46	143,61	99,96	

Quadro 5.22

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS		RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção x = L/2	FLECHAS		FLECHAS		
	FLECHAS		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm) (kN)		
VIGA	SEÇÃO x =	a (mm)	b (mm/kN)	$r^2 (\%)$	
A	L/4	0,036	0,416	99,94	
	L/2	0,116	0,612	99,95	
	3L/4	0,096	0,454	99,94	
B	L/4	0,084	0,319	98,77	
	L/2	0,081	0,458	99,97	
	3L/4	0,066	0,309	99,95	
C	L/4	0,050	0,190	99,93	
	L/2	0,091	0,285	99,90	
	3L/4	0,067	0,190	99,88	
D	L/4	0,065	0,049	98,46	
	L/2	0,084	0,065	98,54	
	3L/4	0,049	0,047	98,97	
VALOR MÁXIMO DA CARGA  $P = 18,712 \text{ kN}$		DEFORMAÇÕES			
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  $M = 11,227 \text{ kN.m}$		DEFORMAÇÕES			
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3		$\varepsilon (x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ ) (kN.m)			
VIGA	SEÇÃO x =	$a (10^{-6})$	$b (10^{-6}/\text{kNm})$	$r^2 (\%)$	
A	L/2	-2,78	100,65	100,00	
B	L/2	-5,00	85,51	99,76	
C	L/2	1,75	54,27	99,97	
D	L/2	10,71	10,71	97,43	
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5					

Quadro 5.23

FORMA DE APLICAÇÃO DA CARGA	POSIÇÕES ONDE SÃO MEDIDAS	RESULTADOS OBTIDOS NAS REGRESSÕES		
POSIÇÃO  Seção $x = L/2$	FLECHAS	FLECHAS		
		$v(x) = a + b \cdot P$ (mm)                    (kN)		
	VIGA	SEÇÃO $x =$	a (mm)	b (mm/kN)
VALOR MÁXIMO DA CARGA  $P = 18,712 \text{ kN}$	A	L/4	-0,002	0,277
		L/2	0,035	0,336
		3L/4	0,040	0,253
VALOR MÁXIMO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO DO VÃO DO MODELO  $M = 11,227 \text{ kN.m}$	B	L/4	0,023	0,280
		L/2	0,012	0,404
		3L/4	0,026	0,273
	C	L/4	0,031	0,271
		L/2	0,068	0,400
		3L/4	0,067	0,269
	D	L/4	0,077	0,236
		L/2	0,092	0,321
		3L/4	0,067	0,214
QUANTIDADE DE ENSAIOS REALIZADOS  3	DEFORMAÇÕES		DEFORMAÇÕES	
			$\epsilon(x = L/2) = a + b \cdot M(x = L/2)$ ( $10^{-6}$ )                    (kN.m)	
	VIGA	SEÇÃO $x =$	$a(10^{-6})$	$b(10^{-6}/\text{kNm})$
NÚMERO DE INCREMENTOS DE CARGA EM CADA ENSAIO  5	A	L/2	-0,95	48,42
	B	L/2	-10,56	80,46
	C	L/2	-3,25	77,72
	D	L/2	8,73	65,59

Quadro 5.24

Quadro 5.25

## 6- COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

Com a finalidade de comparar os resultados obtidos na experimentação, são determinados os valores teóricos das flechas nas seções  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3L/4$ , e do momento fletor na seção  $x = L/2$  das vigas principais.

### 6.1- DETERMINAÇÃO DOS VALORES TEÓRICOS DAS FLECHAS E MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS PRINCIPAIS

Os valores teóricos das flechas e momentos fletores para os carregamentos efetuados na experimentação do modelo são obtidos pela analogia de grelha, utilizando a idealização com sete transversinas. São consideradas, nesta idealização, as rigidezes à flexão determinadas experimentalmente para as vigas principais e postes do tabuleiro. Desta forma, cada viga principal do modelo a presenta, no cálculo teórico, sua característica real de rigidez à flexão. Para a obtenção da rigidez à flexão das transversinas é utilizado o valor médio da rigidez à flexão por faixa unitária dos postes do tabuleiro.

Os quadros 6.1 a 6.23 apresentam os valores teóricos das flechas e momentos fletores nas vigas principais devidos à aplicação de carga igual a 1 kN, em posições análogas às da fase experimental.

### 6.2- COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA FLECHAS

Os resultados teóricos das flechas nos quadros 6.1 a 6.23 podem ser comparados diretamente com os valores das constantes "b" apresentados nos quadros 5.3 a 5.25, obtidos por regressões lineares da forma  $v(x) = a + b \cdot P$ , a partir dos resultados experimentais.

Para melhor visualização, os valores experimentais e teóricos de flechas são comparados graficamente. Para cada carregamento, são apresentados nas figuras 6.1 a 6.69 as elásticas das seções transversais do modelo em  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  e  $x = 3L/4$ . As elásticas teóricas são representadas por linhas contínuas e as experimentais por linhas pontilhadas, com sinais (+) denotando os valores das flechas experimentais em cada viga. As elásticas são obtidas por polinômio de interpolação do terceiro grau, a partir os valores das flechas nas vigas principais.

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
	seção x=L/8
Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,153
	L/2 0,198
	3L/4 0,130
B	L/4 0,189
	L/2 0,184
	3L/4 0,107
C	L/4 0,118
	L/2 0,132
	3L/4 0,077
D	L/4 0,187
	L/2 0,132
	3L/4 0,108
E	L/4 0,155
	L/2 0,200
F	L/4 0,131
	3L/4 0,344
G	L/4 0,200
	L/2 0,384
H	L/4 0,236
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	19,18
VIGA B	29,63
VIGA C	33,21
VIGA D	67,99
VIGA E	105,83

Quadro 6.4

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
	seção x=L/8
Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,336
	L/2 0,377
	3L/4 0,233
B	L/4 0,153
	L/2 0,198
	3L/4 0,130
C	L/4 0,184
	L/2 0,107
	3L/4 0,030
D	L/4 0,118
	L/2 0,187
E	L/4 0,185
	L/2 0,132
F	L/4 0,077
	3L/4 0,108
G	L/4 0,155
	L/2 0,200
H	L/4 0,131
	3L/4 0,344
I	L/4 0,200
	L/2 0,384
J	L/4 0,236
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	19,18
VIGA B	29,63
VIGA C	33,21
VIGA D	67,99
VIGA E	105,83

Quadro 6.3

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
	seção x=L/8
Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,336
	L/2 0,377
	3L/4 0,233
B	L/4 0,153
	L/2 0,198
	3L/4 0,130
C	L/4 0,184
	L/2 0,107
	3L/4 0,030
D	L/4 0,118
	L/2 0,187
E	L/4 0,185
	L/2 0,132
F	L/4 0,077
	3L/4 0,108
G	L/4 0,155
	L/2 0,200
H	L/4 0,131
	3L/4 0,344
I	L/4 0,200
	L/2 0,384
J	L/4 0,236
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	19,18
VIGA B	29,63
VIGA C	33,21
VIGA D	67,99
VIGA E	105,83

Quadro 6.2

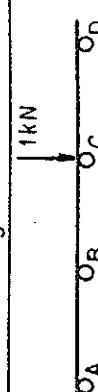
Forma de Aplicação da Carga	
1kN	O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
	seção x=L/8
Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,336
	L/2 0,377
	3L/4 0,233
B	L/4 0,153
	L/2 0,198
	3L/4 0,130
C	L/4 0,184
	L/2 0,107
	3L/4 0,030
D	L/4 0,118
	L/2 0,187
E	L/4 0,185
	L/2 0,132
F	L/4 0,077
	3L/4 0,108
G	L/4 0,155
	L/2 0,200
H	L/4 0,131
	3L/4 0,344
I	L/4 0,200
	L/2 0,384
J	L/4 0,236
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	19,18
VIGA B	29,63
VIGA C	33,21
VIGA D	67,99
VIGA E	105,83

n

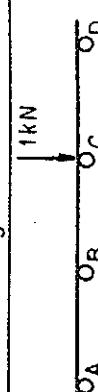
Quadro 6.1

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
O_A O_B O_C O_D	1kN
seção x=L/4	

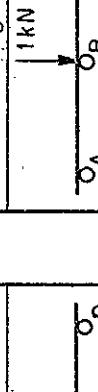
Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
O_A O_B O_C O_D	1kN
seção x=L/4	

Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,277
A	L/2 0,366
A	3L/4 0,244
B	L/4 0,329
B	L/2 0,351
B	3L/4 0,207
C	L/4 0,207
C	L/2 0,247
C	3L/4 0,149
D	L/4 0,326
C	L/2 0,352
C	3L/4 0,209
D	L/4 0,280
D	L/2 0,370
D	3L/4 0,247
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	33,49
VIGA B	62,64
VIGA C	74,23
VIGA D	129,63
VIGA A	134,06
VIGA B	64,31
VIGA C	69,21
VIGA D	32,42

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
O_A O_B O_C O_D	1kN
seção x=L/4	

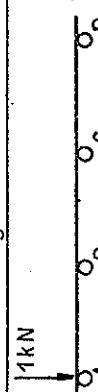
  

Flechas nas Posições	
VIGA	x= v(mm)
A	L/4 0,594
A	L/2 0,708
A	3L/4 0,443
B	L/4 0,277
B	L/2 0,366
B	3L/4 0,244
C	L/4 0,056
C	L/2 0,085
C	3L/4 0,062
D	L/4 -0,105
D	L/2 -0,145
D	3L/4 -0,100
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	223,80
VIGA B	100,44
VIGA C	27,72
VIGA D	-51,96
VIGA A	134,06
VIGA B	64,31
VIGA C	69,21
VIGA D	32,42

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
O_A O_B O_C O_D	1kN
seção x=L/4	

Flechas nas Posições	
VIGA	x= v(mm)
A	L/4 0,277
A	L/2 0,366
A	3L/4 0,244
B	L/4 0,329
B	L/2 0,351
B	3L/4 0,207
C	L/4 0,207
C	L/2 0,247
C	3L/4 0,149
D	L/4 0,326
D	L/2 0,352
D	3L/4 0,209
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	33,49
VIGA B	62,64
VIGA C	74,23
VIGA D	129,63
VIGA A	134,06
VIGA B	64,31
VIGA C	69,21
VIGA D	32,42

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
O_A O_B O_C O_D	1kN
seção x=L/2	

Flechas nas Posições	
VIGA	x= v(mm)
A	L/4 0,277
A	L/2 0,366
A	3L/4 0,244
B	L/4 0,329
B	L/2 0,351
B	3L/4 0,207
C	L/4 0,207
C	L/2 0,247
C	3L/4 0,149
D	L/4 0,326
D	L/2 0,352
D	3L/4 0,209
Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	33,49
VIGA B	62,64
VIGA C	74,23
VIGA D	129,63
VIGA A	134,06
VIGA B	64,31
VIGA C	69,21
VIGA D	32,42

Quadro 6.5

Quadro 6.6

Quadro 6.7

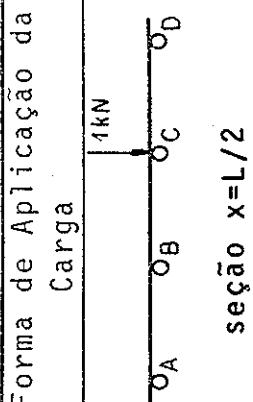
Quadro 6.8

Forma de Aplicação da Carga				Forma de Aplicação da Carga			
1kN				1kN			
OA	OB	OC	OD	OA	OB	OC	OD
seção x=L/2				seção x=L/2			

Forma de Aplicação da Carga				Forma de Aplicação da Carga			
1kN				1kN			
OA	OB	OC	OD	OA	OB	OC	OD
seção x=L/2				seção x=L/2			

Forma de Aplicação da Carga				Forma de Aplicação da Carga			
1kN				1kN			
OA	OB	OC	OD	OA	OB	OC	OD
seção x=L/2				seção x=L/2			

Forma de Aplicação da Carga				Forma de Aplicação da Carga			
1kN				1kN			
OA	OB	OC	OD	OA	OB	OC	OD
seção x=L/2				seção x=L/2			



seção x=L/2

Flechas nas Posições				Flechas nas Posições					
VIGA	X =	v (mm)	VIGA	X =	v (mm)	VIGA	X =	v (mm)	
L/4	0,708	0,366	A	L/2	0,521	A	L/2	0,305	
L/2	1,038								
3L/4	0,708	0,366							
L/4	0,366	0,351	B	L/2	0,536	B	L/2	0,465	
L/2	0,521								
3L/4	0,366	0,351							
L/4	0,085	0,247	C	L/2	0,356	C	L/2	0,464	
L/2	0,118								
3L/4	0,085	0,247							
L/4	-0,145	0,085	D	L/2	0,119	D	L/2	0,219	
L/2	-0,205								
3L/4	-0,145	0,085							

Flechas nas Posições				Flechas nas Posições					
VIGA	X =	v (mm)	VIGA	X =	v (mm)	VIGA	X =	v (mm)	
L/4	0,708	0,217	A	L/2	0,305	A	L/2	0,118	
L/2	1,038								
3L/4	0,708	0,217							
L/4	0,366	0,310	B	L/2	0,465	B	L/2	0,356	
L/2	0,521								
3L/4	0,366	0,310							
L/4	0,085	0,310	C	L/2	0,464	C	L/2	0,535	
L/2	0,118								
3L/4	0,085	0,310							
L/4	-0,145	0,219	D	L/2	0,307	D	L/2	0,527	
L/2	-0,205								
3L/4	-0,145	0,219							

Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)				Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)			
VIGA A	201,18	VIGA B	186,23	VIGA C	200,88	VIGA D	104,00
VIGA A	487,98	VIGA B	237,32	VIGA C	121,83	VIGA D	39,68
VIGA B	150,72	VIGA C	119	VIGA D	32	VIGA A	18
VIGA C	34,62	VIGA D	32	VIGA A	18	VIGA B	32
VIGA D	-73,32	VIGA A	-73,32	VIGA B	-73,32	VIGA C	-73,32

Quadro 6.9

Quadro 6.10

Quadro 6.11

Quadro 6.12

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	1kN
O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>	O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
seção x=3L/4	

Flechas nas Posições	
VIGA	x = v (mm)
A	L/4 -0,145
	L/2 -0,205
	3L/4 -0,145
	L/4 0,085
B	L/2 0,119
	3L/4 0,085
	L/4 0,370
C	L/2 0,527
	3L/4 0,370
	L/4 0,721
D	L/2 1,058
	3L/4 0,721

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	1kN
O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>	O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
seção x=3L/4	

Flechas nas Posições	
VIGA	x = v (mm)
A	L/4 0,443
	L/2 0,708
	3L/4 0,594
	L/4 0,244
B	L/2 0,366
	3L/4 0,277
	L/4 0,351
C	L/2 0,277
	3L/4 0,329
	L/4 0,149
D	L/2 0,247
	3L/4 0,207
	L/4 0,209
E	L/2 0,352
	3L/4 0,326
F	L/4 0,247
G	L/2 0,370
H	L/4 0,280

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	1kN
O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>	O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
seção x=L/2	

Flechas nas Posições	
VIGA	x = v (mm)
A	L/4 -0,145
	L/2 -0,205
	3L/4 -0,145
	L/4 0,085
B	L/2 0,119
	3L/4 0,085
	L/4 0,370
C	L/2 0,527
	3L/4 0,370
	L/4 0,721
D	L/2 1,058
	3L/4 0,721

Forma de Aplicação da Carga	
1kN	1kN
O <sub>A</sub> O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>	O <sub>B</sub> O <sub>C</sub> O <sub>D</sub>
seção x=L/2	

Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	-76,76
VIGA B	31,12
VIGA C	168,04
VIGA D	477,60

Quadro 6.13

Quadro 6.14

Quadro 6.15

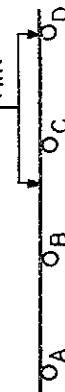
Quadro 6.16

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=L/4	

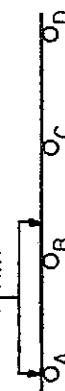
Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=L/4	

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=3L/4	

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=3L/4	

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=L/4	

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=L/4	

Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=3L/4	

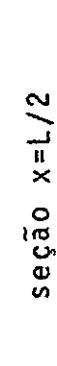
Forma de Aplicação da Carga	
	1kN
	
seção x=L/2	

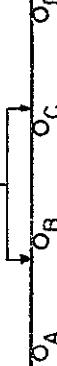
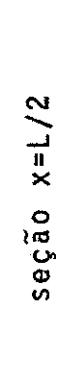
Quadro 6.17

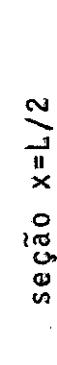
Quadro 6.18

Quadro 6.19

Quadro 6.20

Forma de Aplicação da Carga		Forma de Aplicação da Carga	
	1kN		1kN
<b>seção x=L/2</b>		<b>seção x=L/2</b>	

Forma de Aplicação da Carga		Forma de Aplicação da Carga	
	1kN		1kN
<b>seção x=L/2</b>		<b>seção x=L/2</b>	

Forma de Aplicação da Carga		Forma de Aplicação da Carga	
	1kN		1kN
<b>seção x=L/2</b>		<b>seção x=L/2</b>	

Quadro 6.23

Quadro 6.22

Quadro 6.21

Flechas nas Posições		Flechas nas Posições	
VIGA	x= v (mm)	VIGA	x= v (mm)
A	L/4 0,487	A	L/4 0,232
A	L/2 0,705	A	L/2 0,331
A	3L/4 0,487	A	3L/4 0,232
B	L/4 0,346	B	L/4 0,290
B	L/2 0,508	B	L/2 0,431
B	3L/4 0,346	B	3L/4 0,290
C	L/4 0,188	C	L/4 0,291
C	L/2 0,274	C	L/2 0,431
C	3L/4 0,188	C	3L/4 0,291
D	L/4 0,014	D	L/4 0,235
D	L/2 0,018	D	L/2 0,335
D	3L/4 0,014	D	3L/4 0,235

Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)		Momentos Fletores na seção x=L/2 (N.m)	
VIGA A	311,82	VIGA A	131,23
VIGA B	179,94	VIGA B	164,21
VIGA C	104,44	VIGA C	177,89
VIGA D	3,80	VIGA D	126,67

6.2.1- Cargas Aplicadas na Seção  $x = L/8$

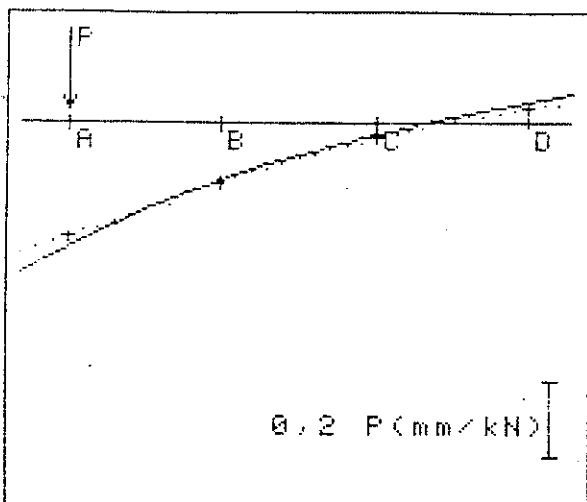


FIGURA 6.1  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

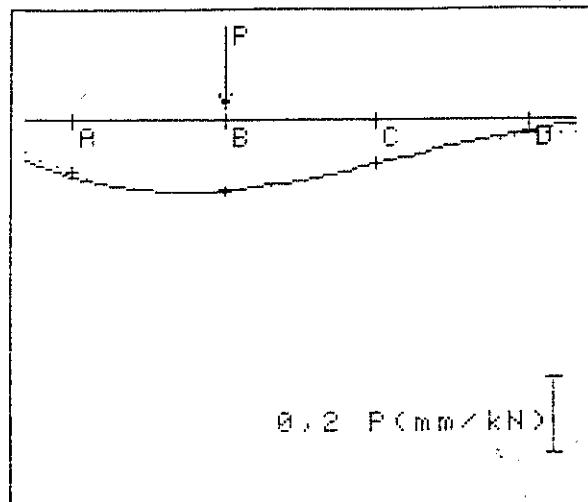


FIGURA 6.4  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

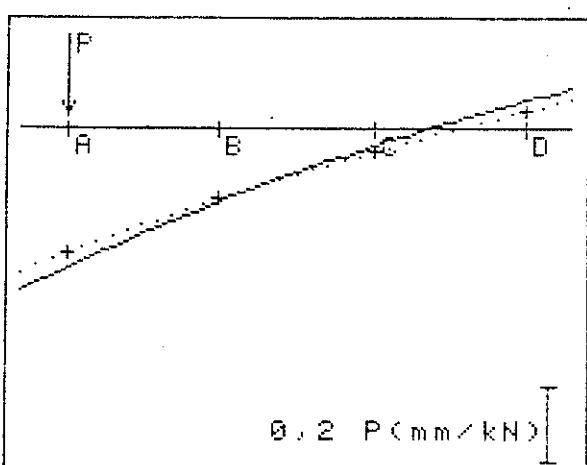


FIGURA 6.2  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

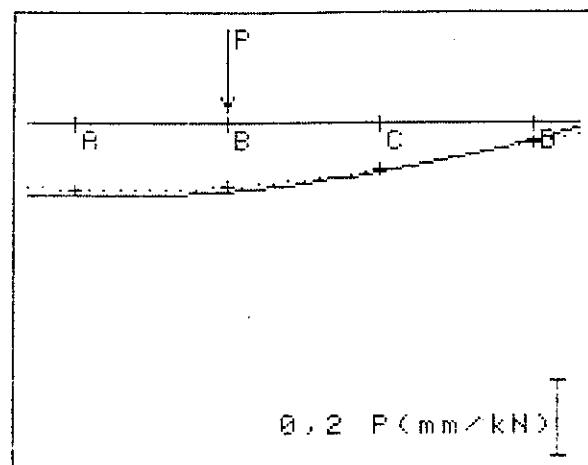


FIGURA 6.5  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

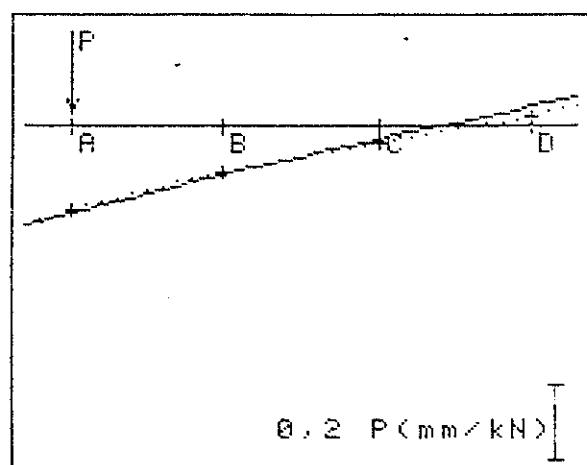


FIGURA 6.3  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

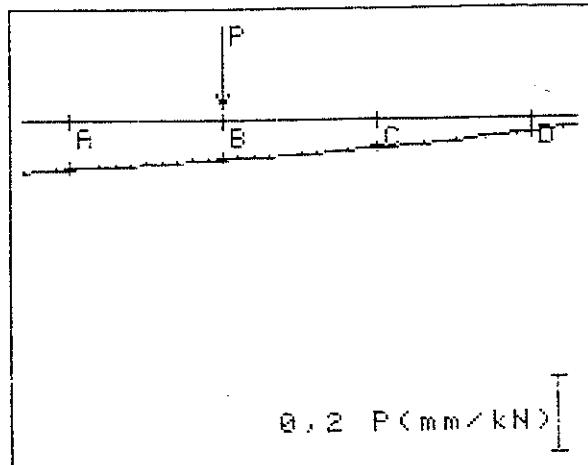


FIGURA 6.6  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

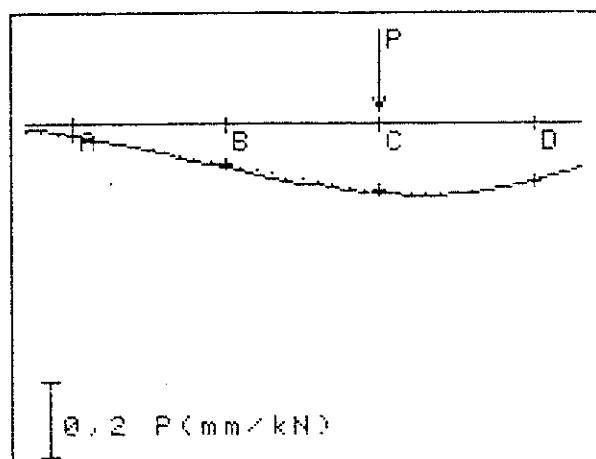


FIGURA 6.7  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

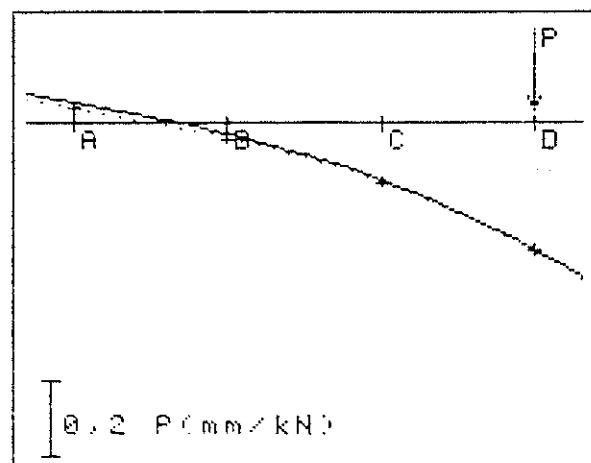


FIGURA 6.10  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

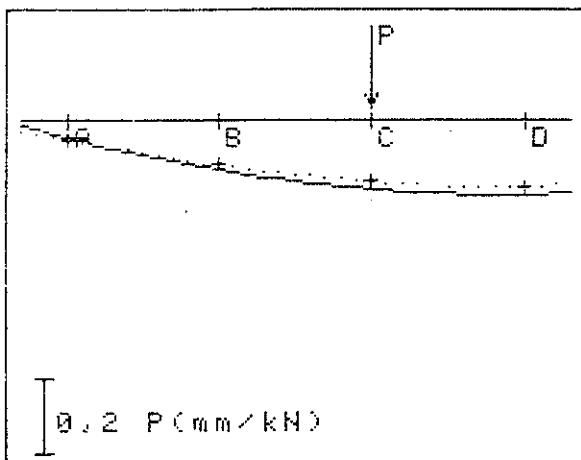


FIGURA 6.8  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

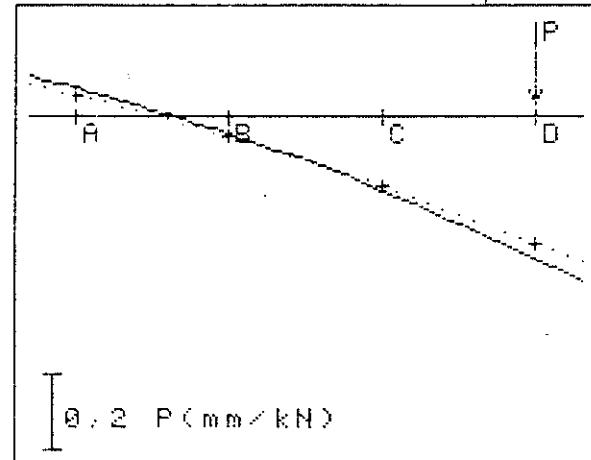


FIGURA 6.11  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

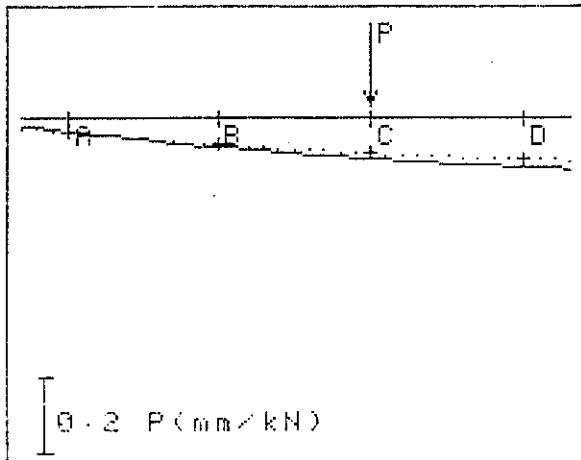


FIGURA 6.9  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

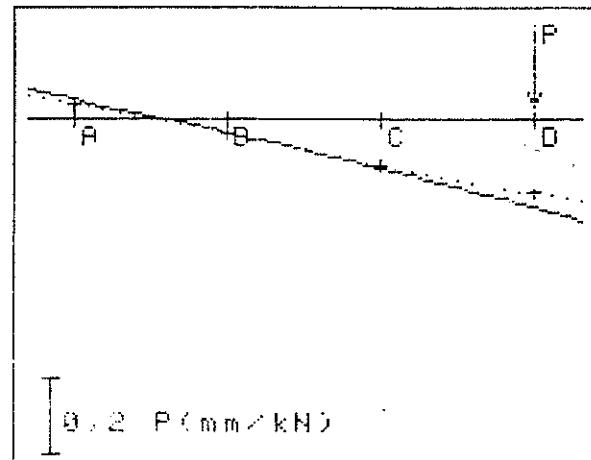


FIGURA 6.12  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

6.2.2- Cargas Aplicadas na Seção  $x = L/4$

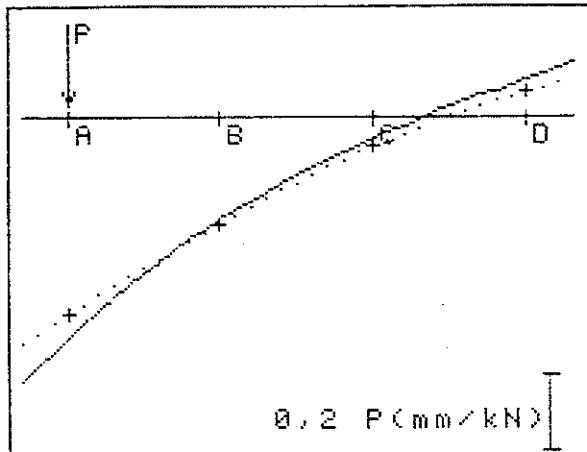


FIGURA 6.13  
ELASTICA NA SECAO X= L/4

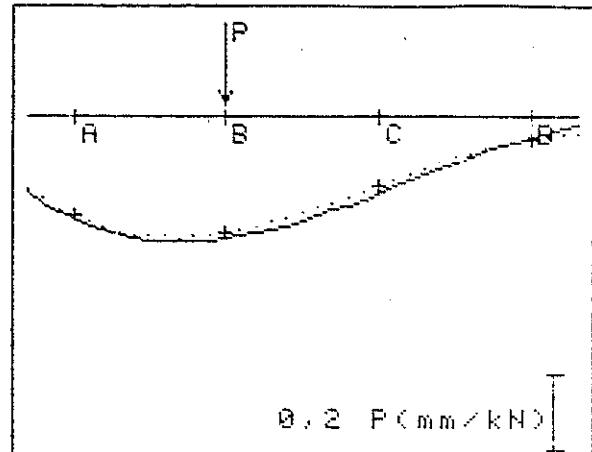


FIGURA 6.16  
ELASTICA NA SECAO X= L/4

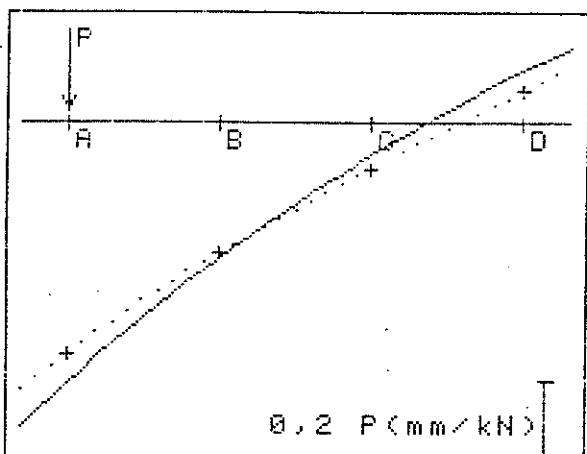


FIGURA 6.14  
ELASTICA NA SECAO X= L/2

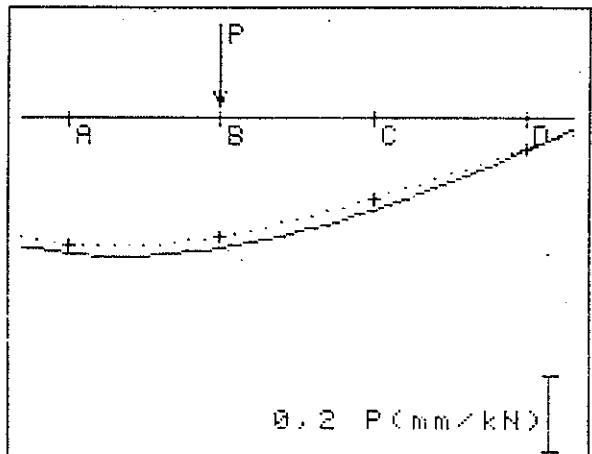


FIGURA 6.17  
ELASTICA NA SECAO X= L/2

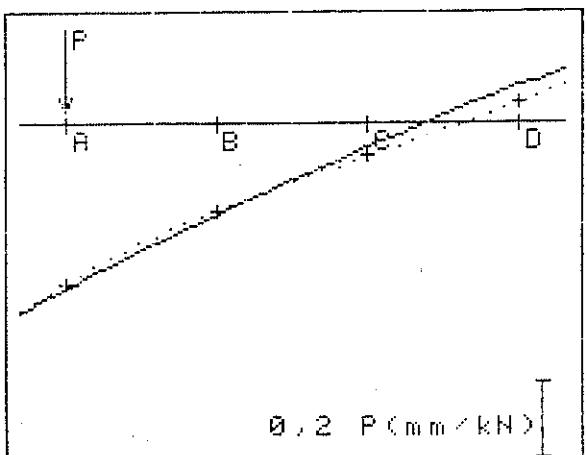


FIGURA 6.15  
ELASTICA NA SECAO X=3L/4

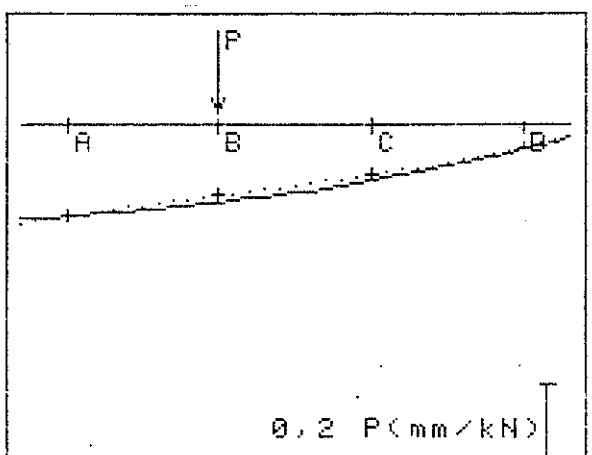


FIGURA 6.18  
ELASTICA NA SECAO X=3L/4

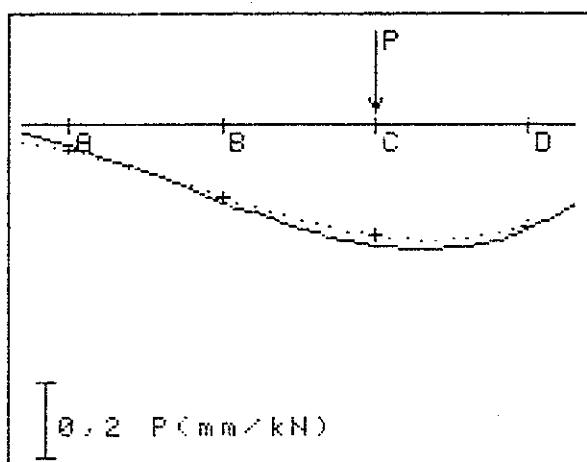


FIGURA 6.19  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/4$

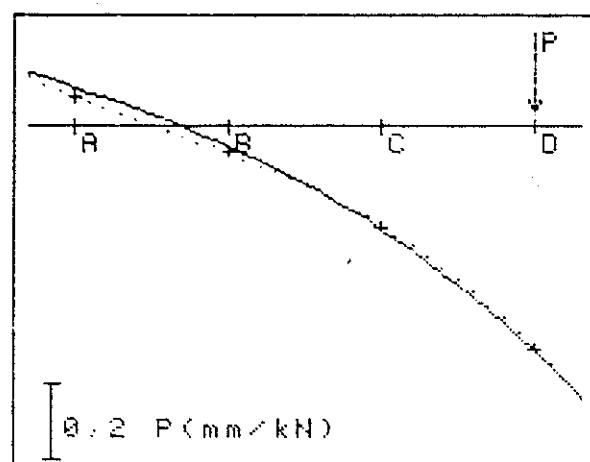


FIGURA 6.22  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/4$

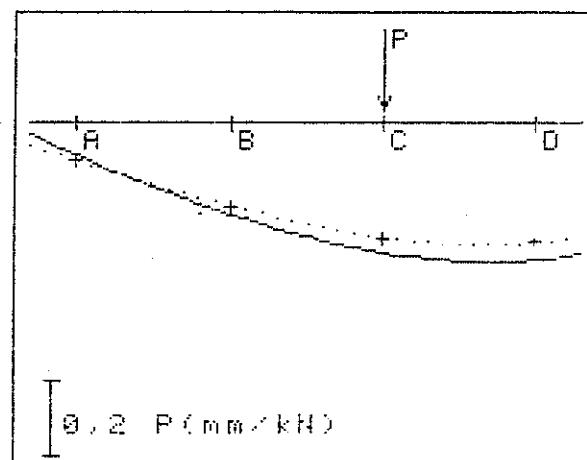


FIGURA 6.20  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/2$

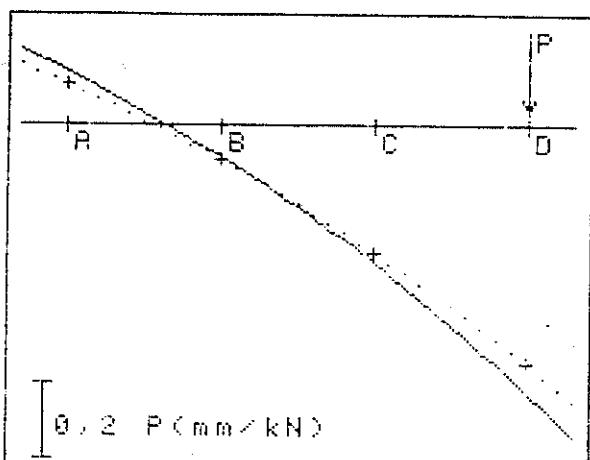


FIGURA 6.23  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/2$

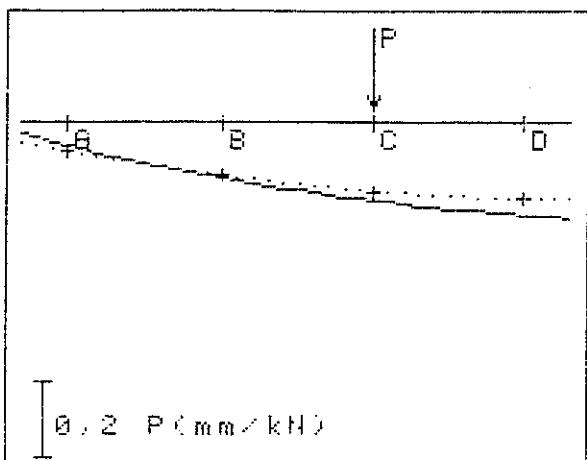


FIGURA 6.21  
ELASTICA NA SECAO  $X = 3L/4$

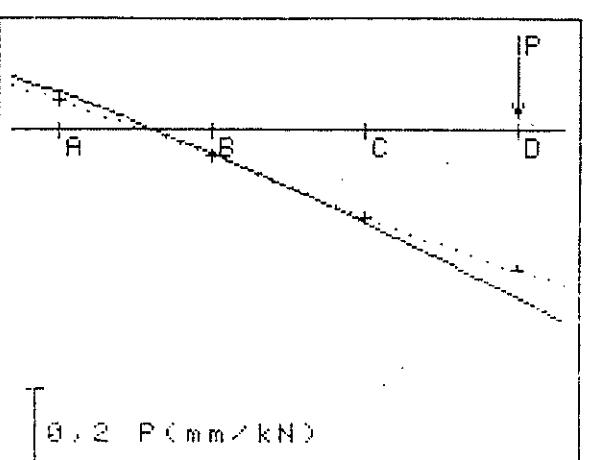


FIGURA 6.24  
ELASTICA NA SECAO  $X = 3L/4$

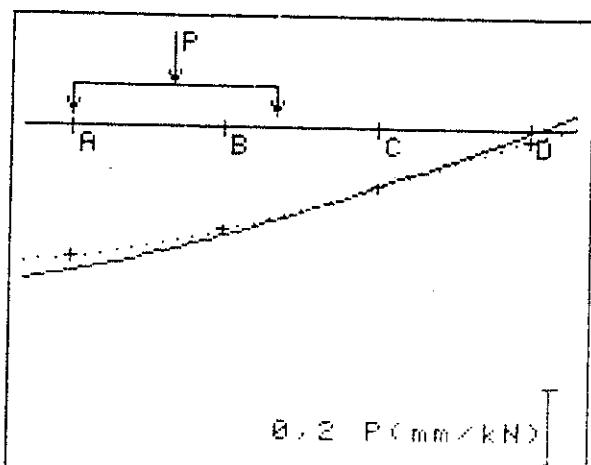


FIGURA 6.25  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/4$

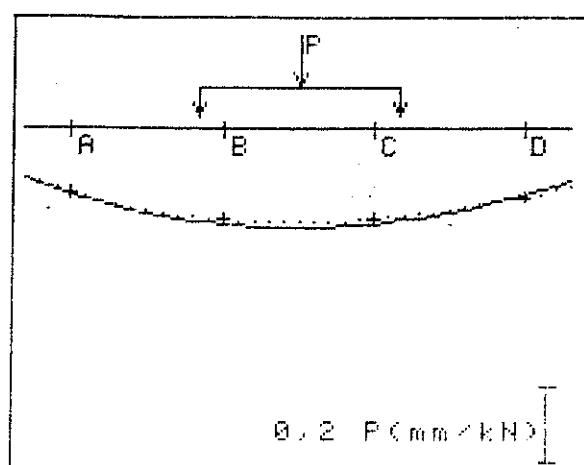


FIGURA 6.28  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/4$

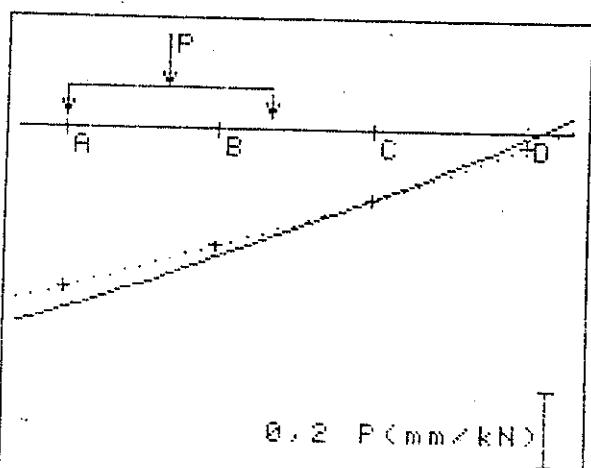


FIGURA 6.26  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/2$

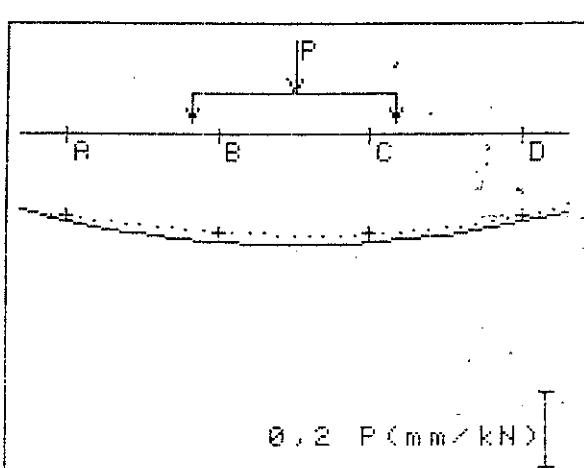


FIGURA 6.29  
ELASTICA NA SECAO  $X = L/2$

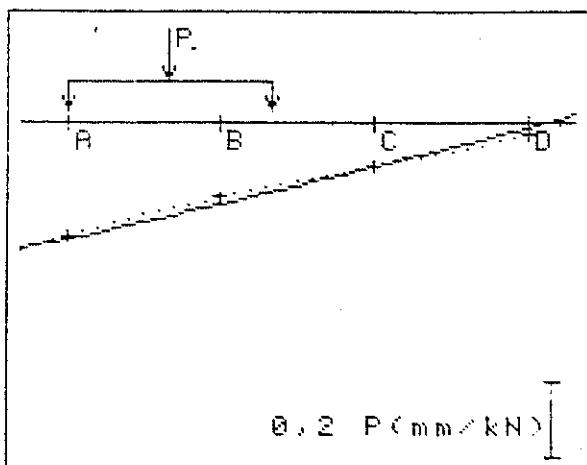


FIGURA 6.27  
ELASTICA NA SECAO  $X = 3L/4$

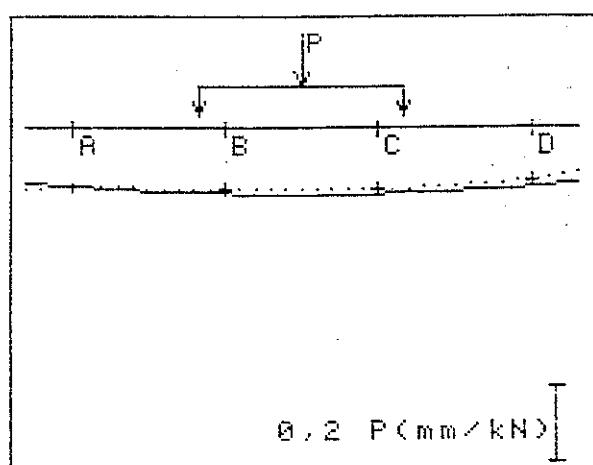


FIGURA 6.30  
ELASTICA NA SECAO  $X = 3L/4$

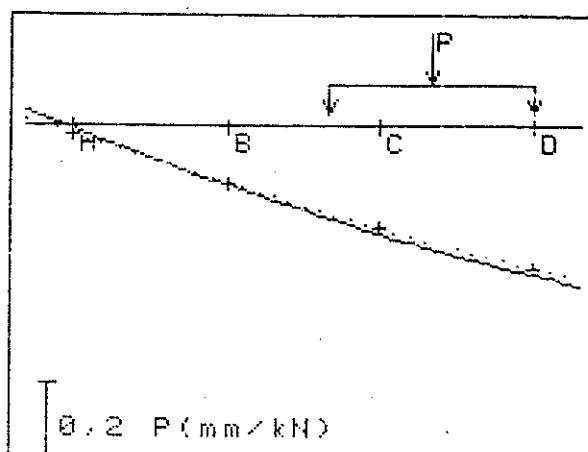


FIGURA 6.31  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

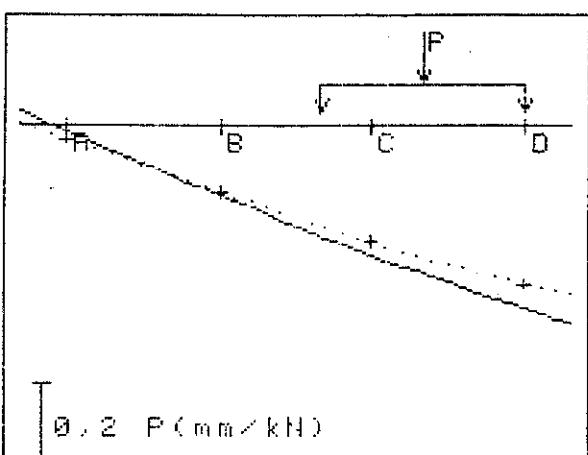


FIGURA 6.32  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

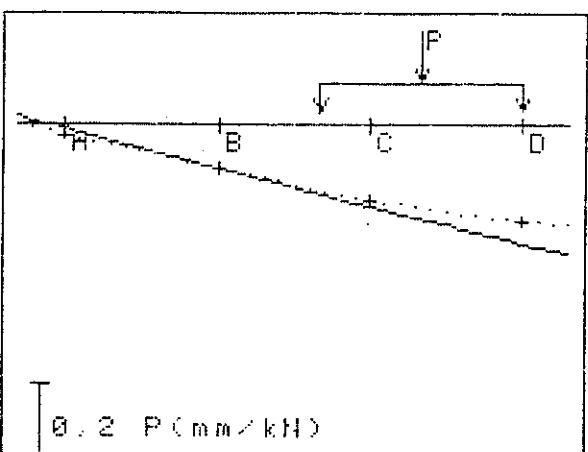


FIGURA 6.33  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

6.2.3- Cargas Aplicadas na Seção  $x = L/2$

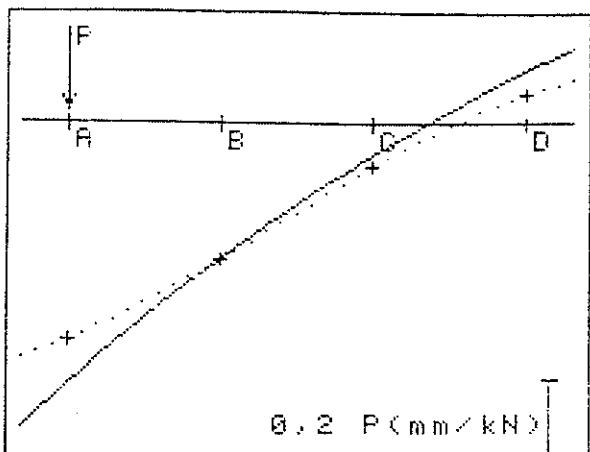


FIGURA 6.34  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

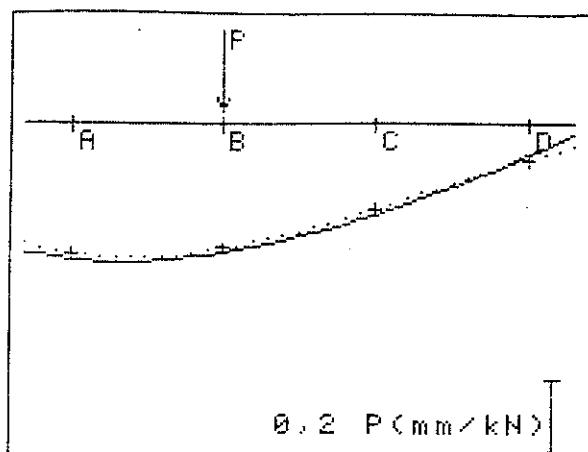


FIGURA 6.37  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

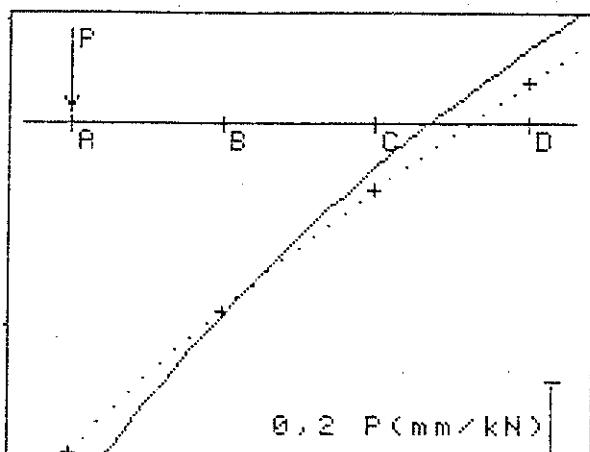


FIGURA 6.35  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

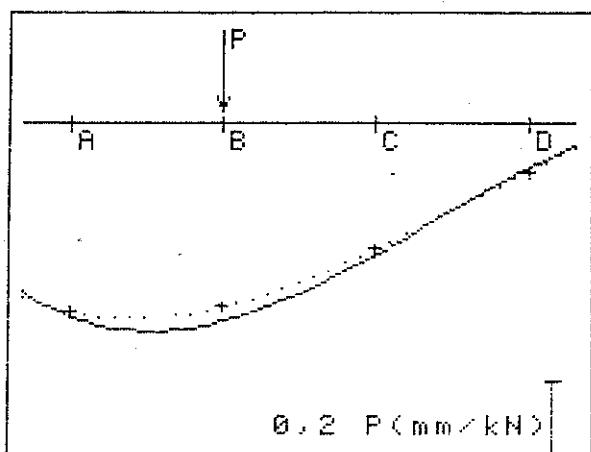


FIGURA 6.38  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

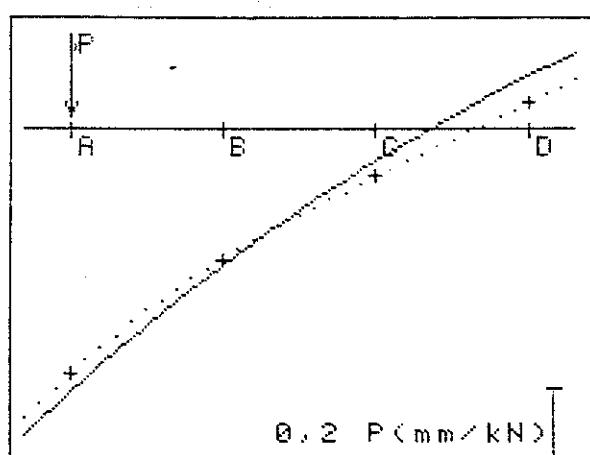


FIGURA 6.36  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

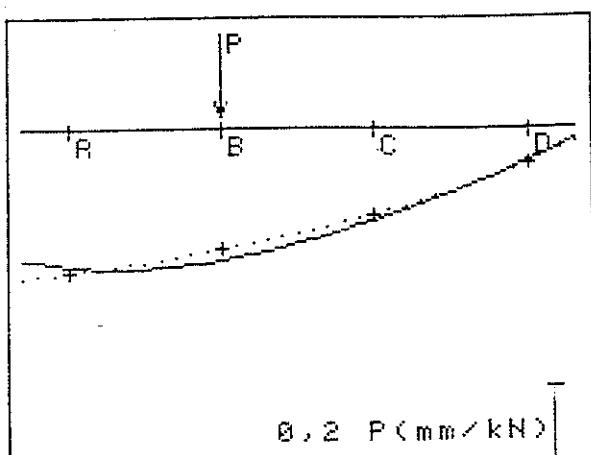


FIGURA 6.39  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

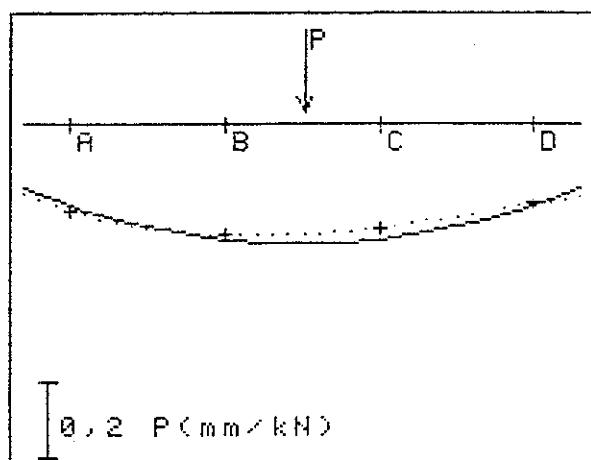


FIGURA 6.40  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

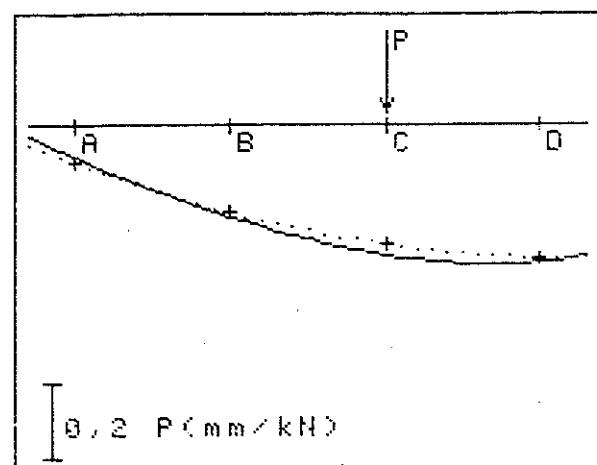


FIGURA 6.43  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

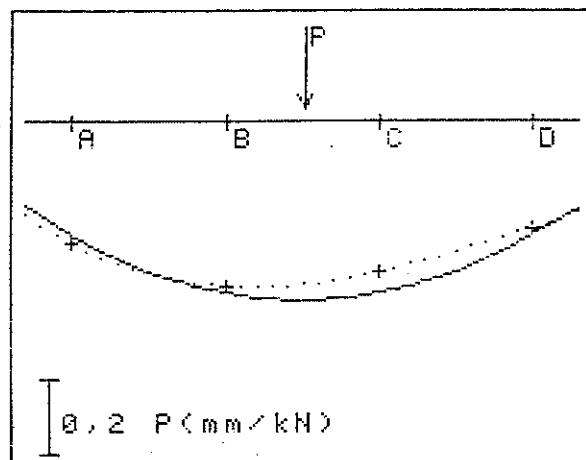


FIGURA 6.41  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

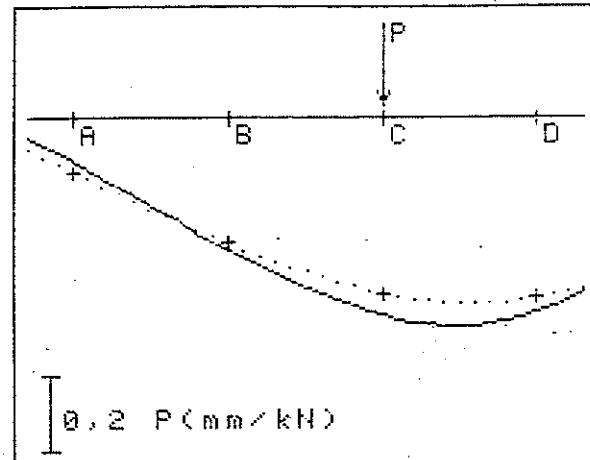


FIGURA 6.44  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

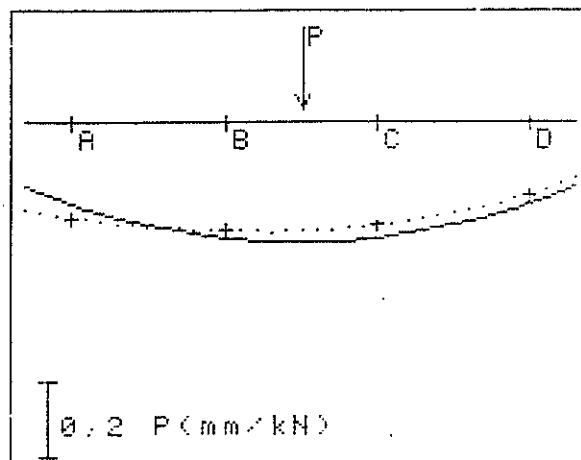


FIGURA 6.42  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

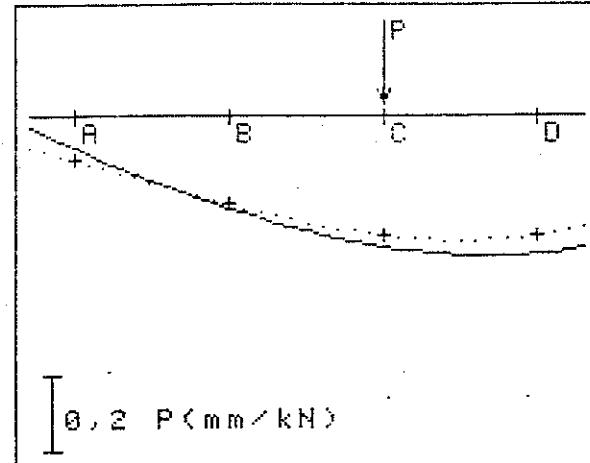


FIGURA 6.45  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

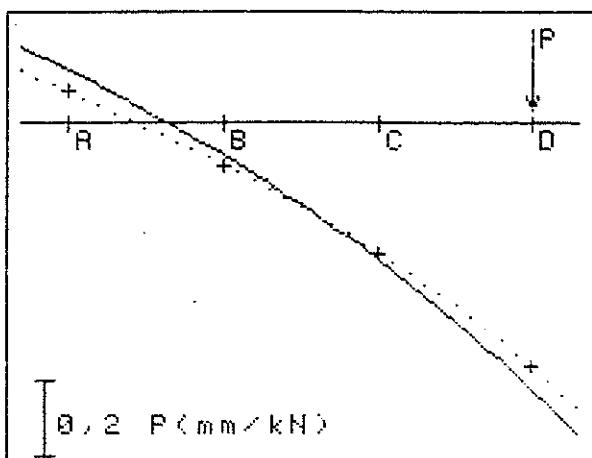


FIGURA 6.46  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

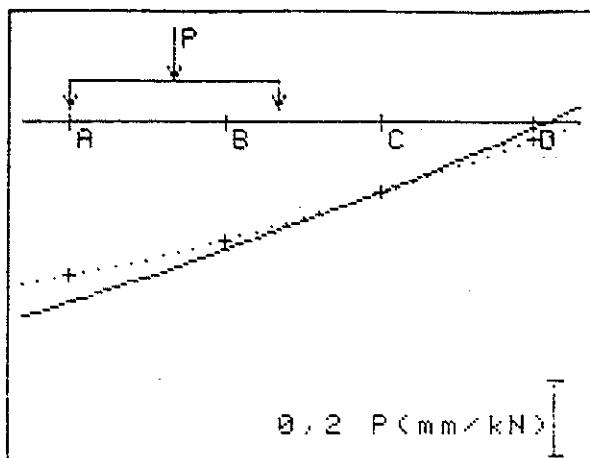


FIGURA 6.49  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

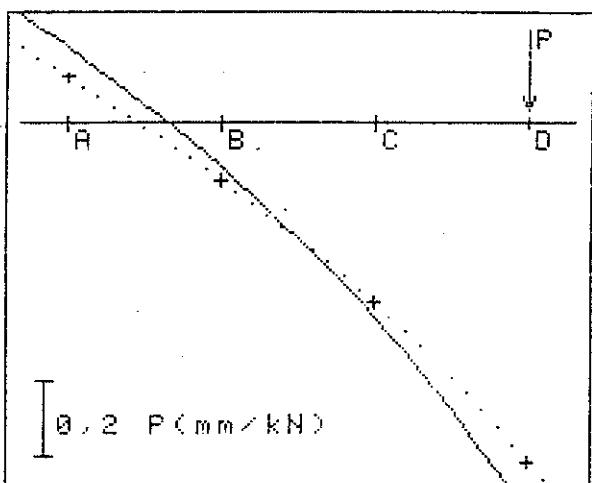


FIGURA 6.47  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

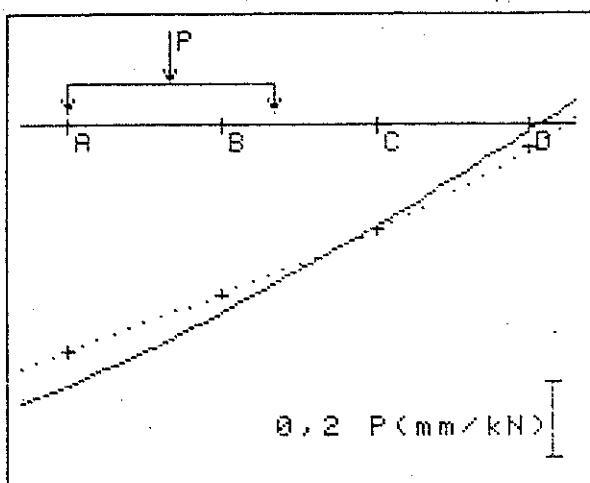


FIGURA 6.50  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

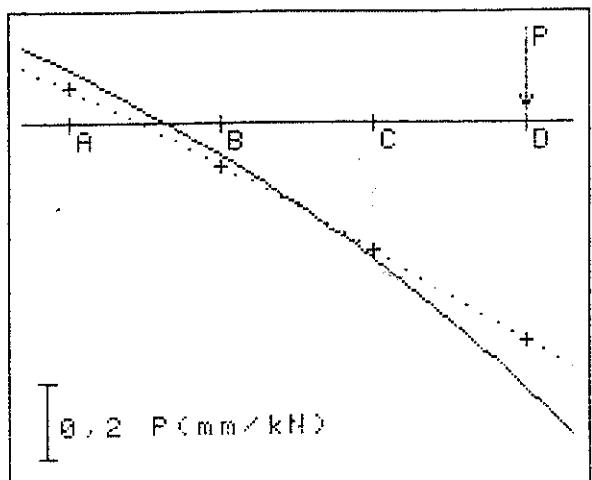


FIGURA 6.48  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

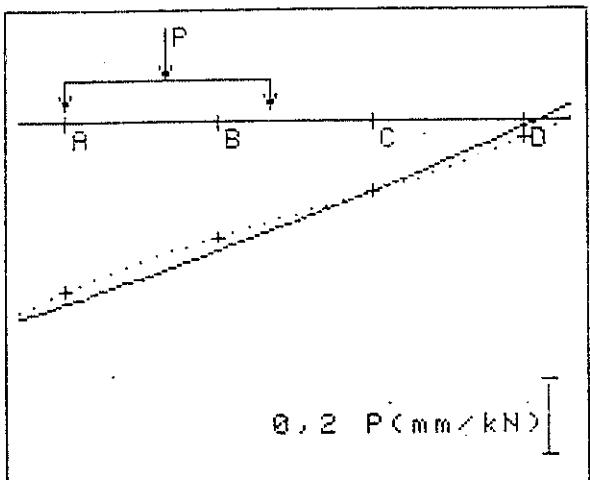


FIGURA 6.51  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

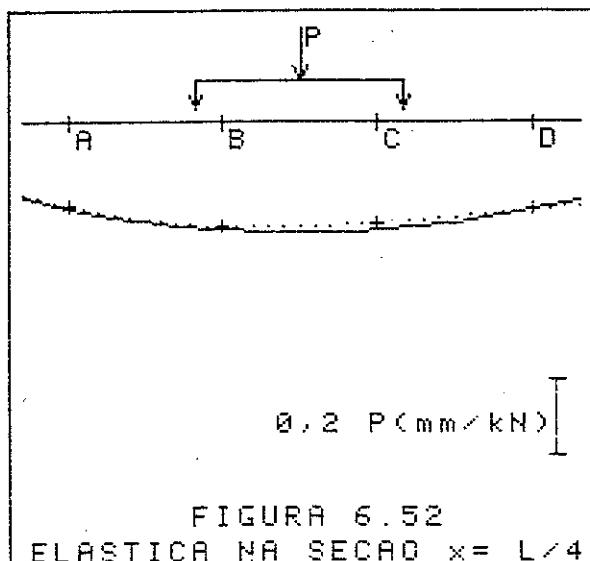


FIGURA 6.52  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

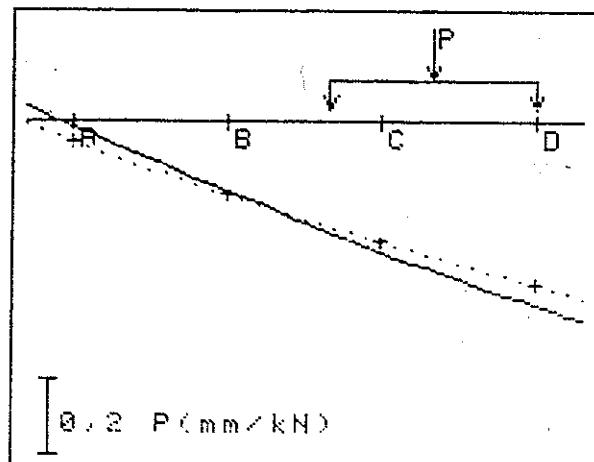


FIGURA 6.55  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

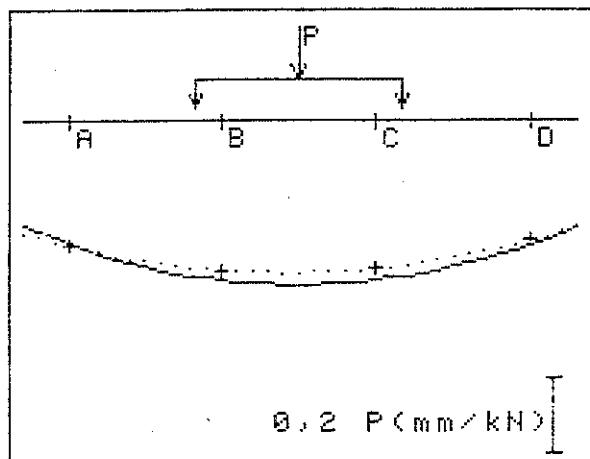


FIGURA 6.53  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

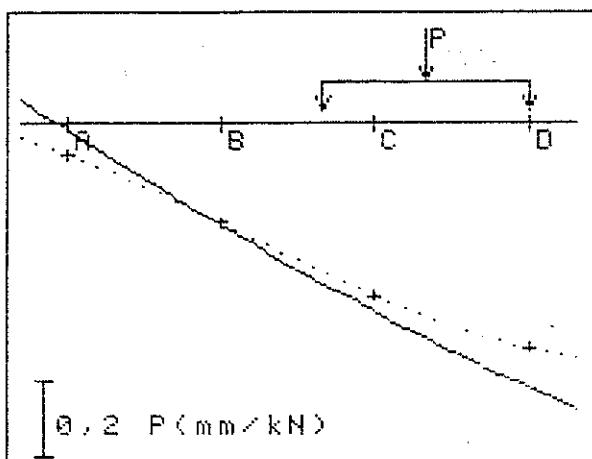


FIGURA 6.56  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

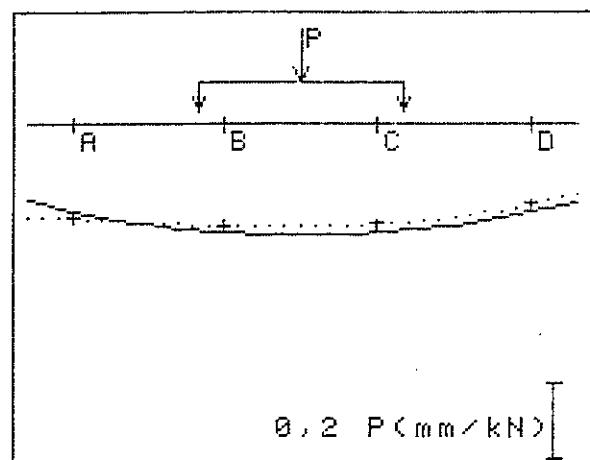


FIGURA 6.54  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

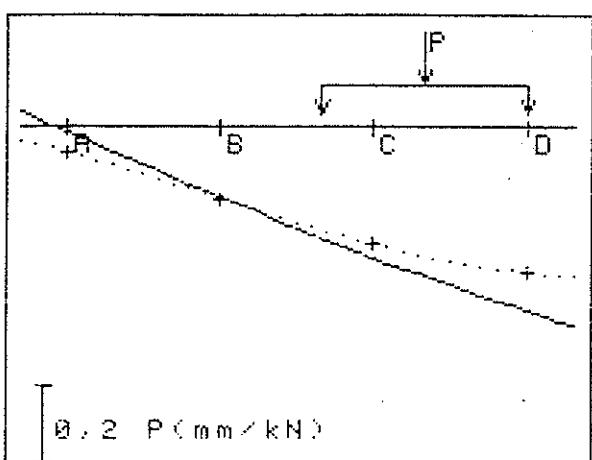
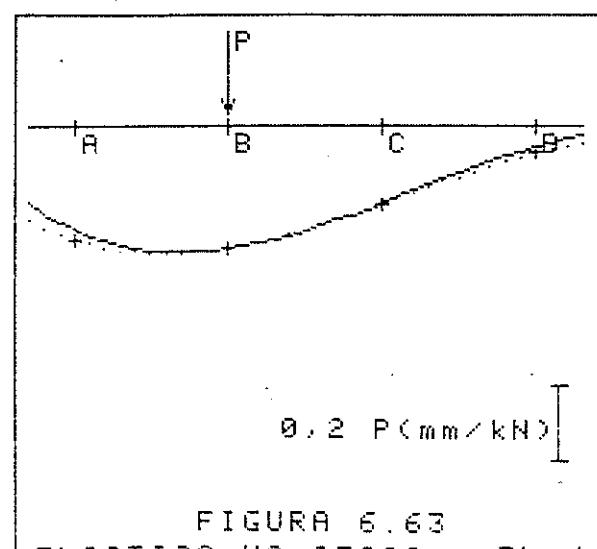
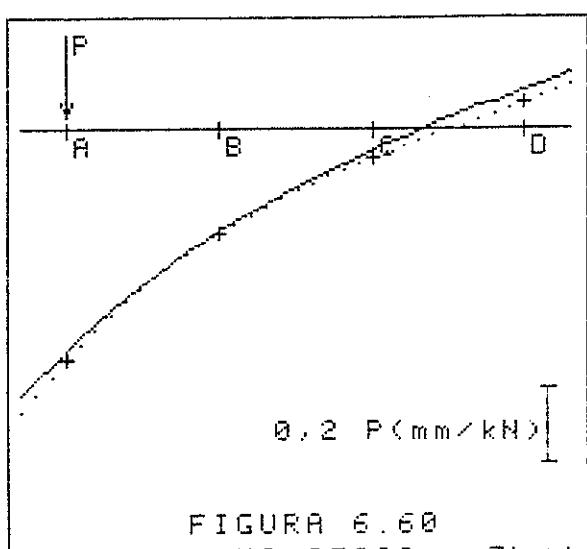
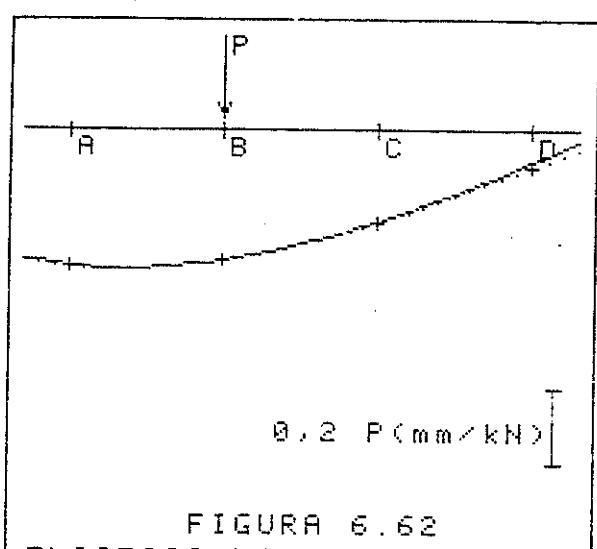
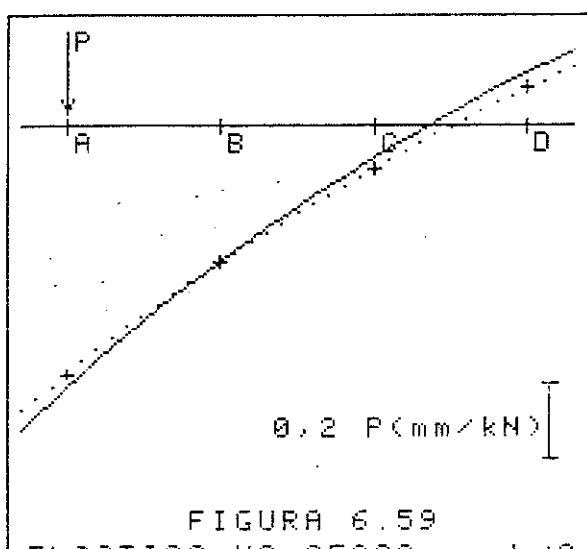
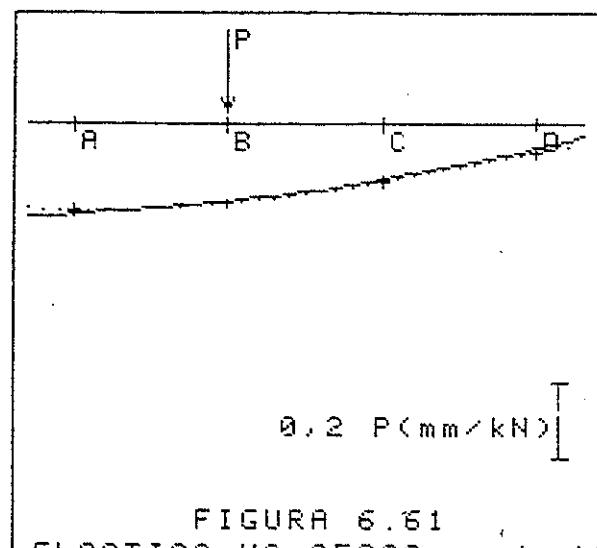
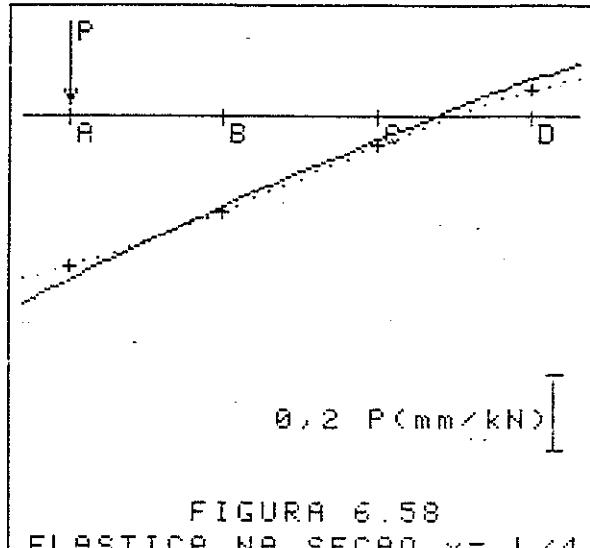


FIGURA 6.57  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

6.2.4- Cargas Aplicadas na Seção  $x = 3L/4$ 

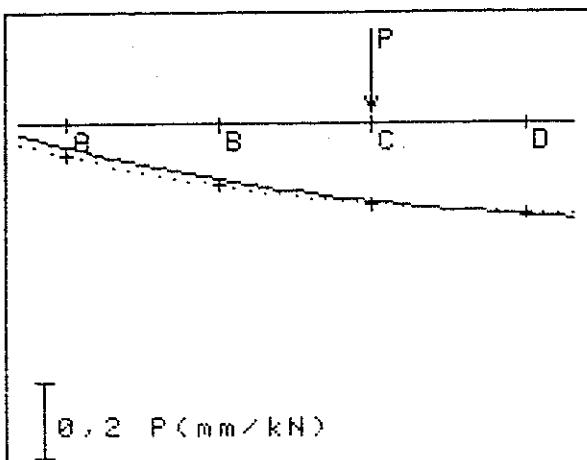


FIGURA 6.64  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

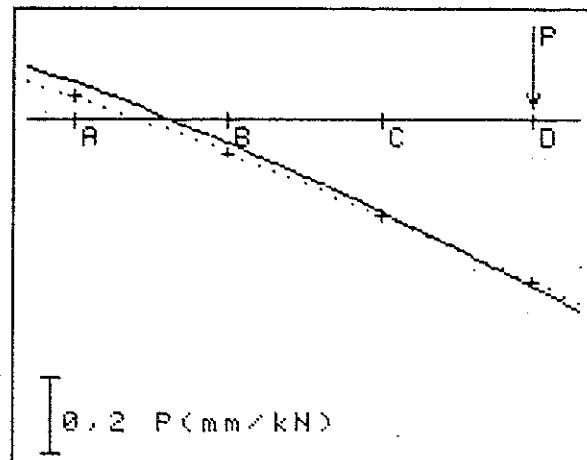


FIGURA 6.67  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/4$

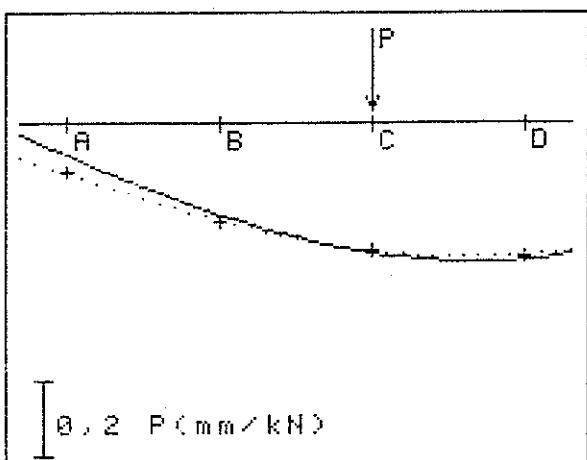


FIGURA 6.65  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

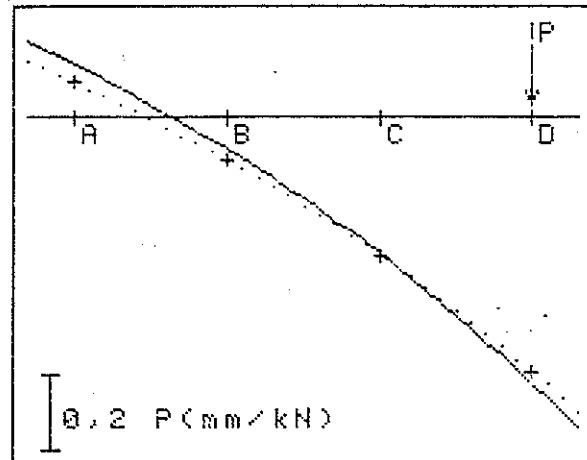


FIGURA 6.68  
ELASTICA NA SECAO  $x = L/2$

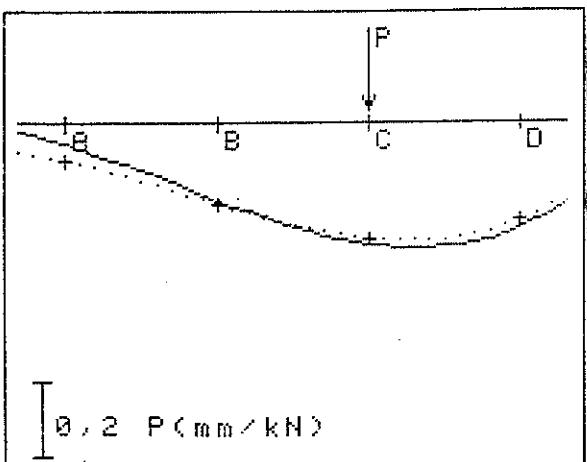


FIGURA 6.66  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

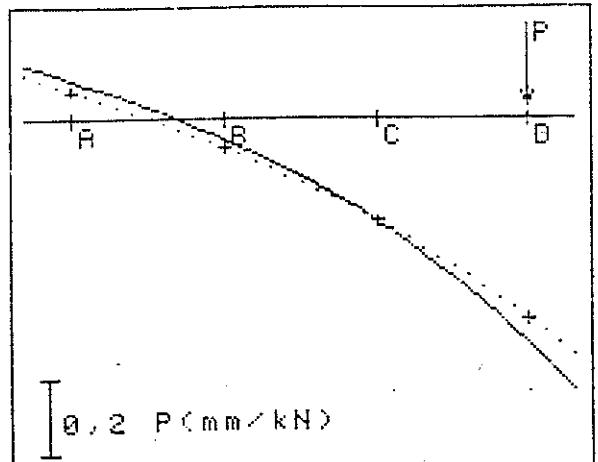


FIGURA 6.69  
ELASTICA NA SECAO  $x = 3L/4$

### 6.3- COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA MOMENTOS FLETORES

A comparação dos resultados é feita por intermédio das parcelas do momento fletor no meio do vão do modelo ( $M$ ) atuantes no meio do vão das vigas principais. O valor teórico da parcela do momento fletor atuante em determinada viga principal é obtido a partir dos quadros 6.1 a 6.23, fazendo a relação entre o momento fletor atuante nesta viga e a soma dos momentos fletores nas quatro vigas principais, para cada carregamento:

$$m_{ti} = \frac{M_i}{\Sigma M_i}, \quad i = A, B, C \text{ ou } D$$

Sendo:

$m_{ti}$  = parcela do momento fletor na viga  $i$ , determinada teoricamente

$M_i$  = momento fletor na viga  $i$ , na seção  $x = L/2$

$\Sigma M_i$  = momento fletor total no modelo, na seção  $x = L/2$

As parcelas do momento fletor nas vigas principais são determinadas experimentalmente a partir das constantes "b", apresentadas nos quadros 5.3 a 5.26, obtidos para cada viga das regressões lineares da forma  $\epsilon_i (10^{-6}) = a_i + b_i \cdot M (\text{kN.m})$ , relacionando as deformações medidas em cada viga com o momento fletor na seção  $x = L/2$  do modelo, em cada carregamento. A deformação e o momento fletor no meio do vão de determinada viga se relacionam por intermédio da constante " $K_i$ ", obtida através de ensaios de flexão da viga isolada (ver capítulo 4):

$$\epsilon_i (10^{-6}) = K_i \cdot M_i (\text{kN.M})$$

Na experimentação do modelo, a deformação em cada viga é medida na mesma posição que a dos ensaios de flexão. Desta forma, obtém-se:

$$\epsilon_i (10^{-6}) = b_i \cdot M = K_i \cdot M_i$$

A parcela do momento fletor no meio do vão do modelo que atua em determinada viga principal é:

$$m_{ei} = \frac{M_i}{M} = \frac{b_i}{K_i}$$

Sendo:

$$K_A = 212,36 \times 10^{-6} / \text{kN.m}$$

$$K_B = 316,82 \times 10^{-6} / \text{KN.m}$$

$$K_C = 297,71 \times 10^{-6} / \text{KN.m}$$

$$K_D = 301,32 \times 10^{-6} / \text{KN.m}$$

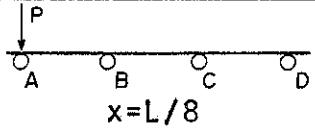
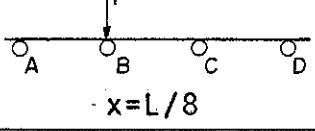
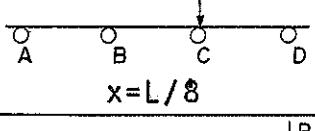
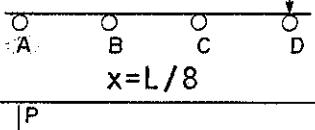
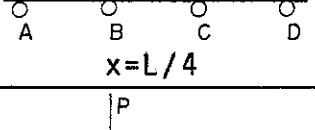
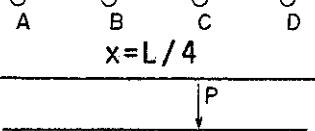
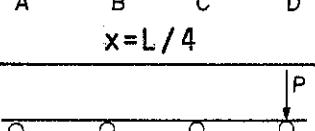
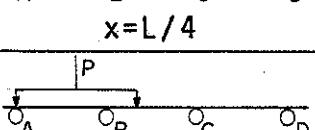
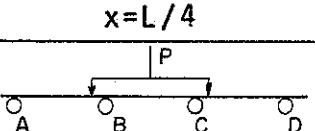
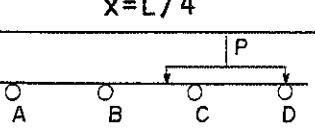
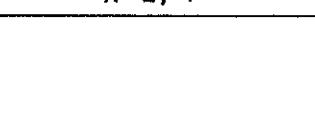
$m_{ei}$  = parcela do momento fletor na viga  $i$ , obtida experimentalmente

Evidentemente, a soma das parcelas  $m_{ei}$  obtidas em cada carregamento deve ser igual à unidade. Devido às dificuldades de se repetir, na experimentação, todos os detalhes admitidos nos cálculos, a soma das parcelas dos momentos fletores nem sempre é igual a um. Por esta razão, é necessário fazer a correção proporcional das parcelas experimentais, obtendo as parcelas experimentais corrigidas ( $m_{ci}$ ), cuja soma é sempre igual à unidade:

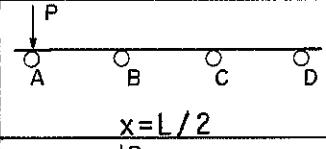
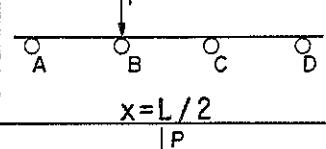
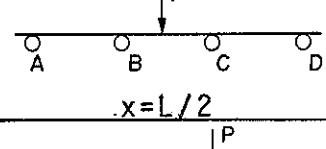
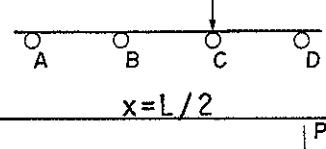
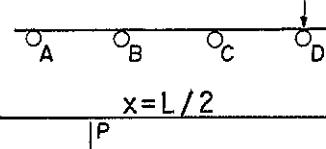
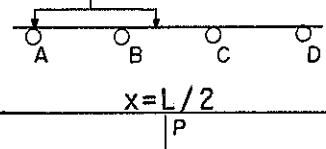
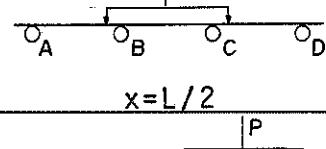
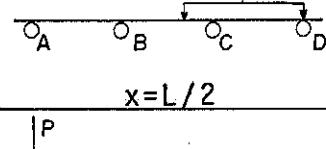
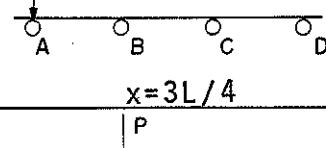
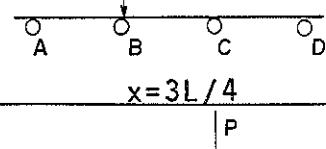
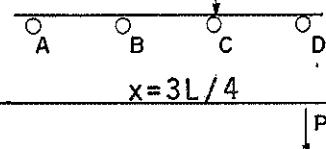
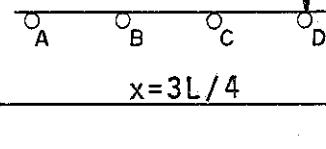
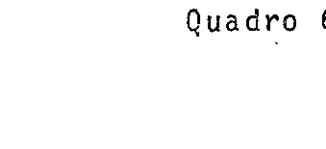
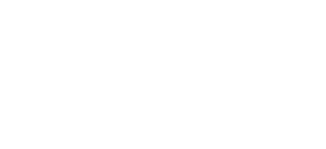
$$m_{ci} = \frac{m_{ei}}{\sum m_{ei}}$$

O quadro 6.24 apresenta os valores das parcelas  $m_{ti}$ ,  $m_{ei}$  e  $m_{ci}$ , para cada carregamento efetuado.

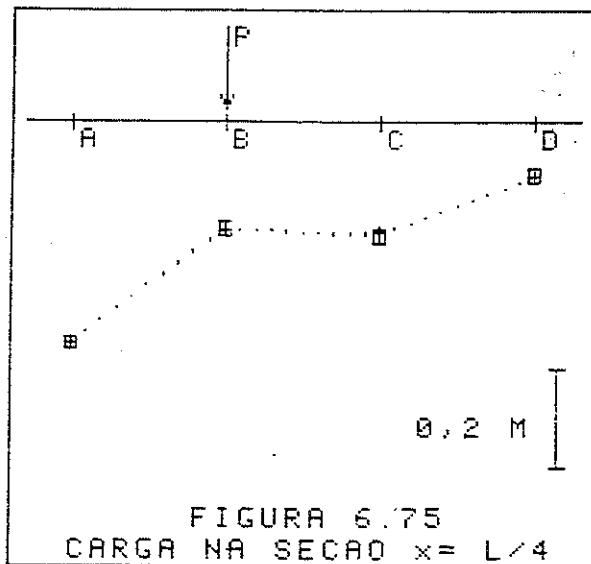
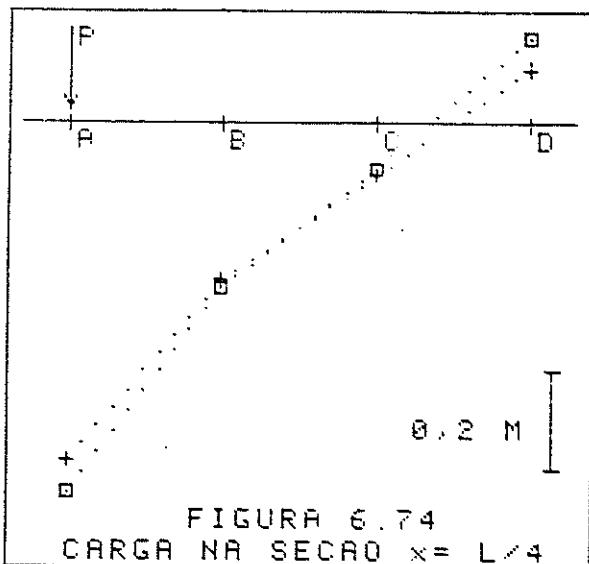
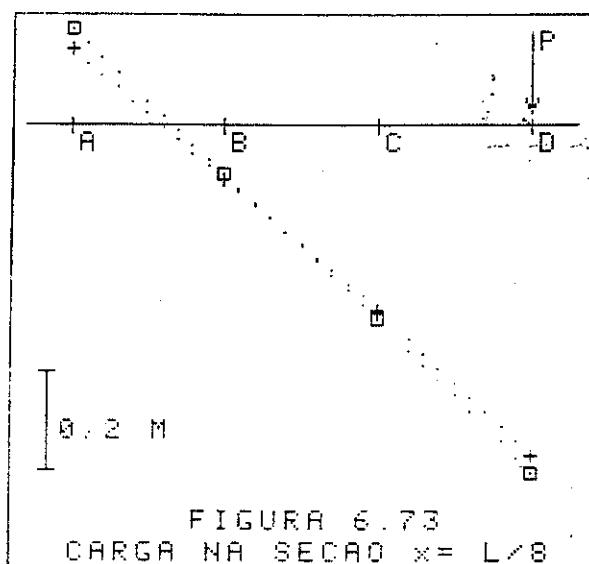
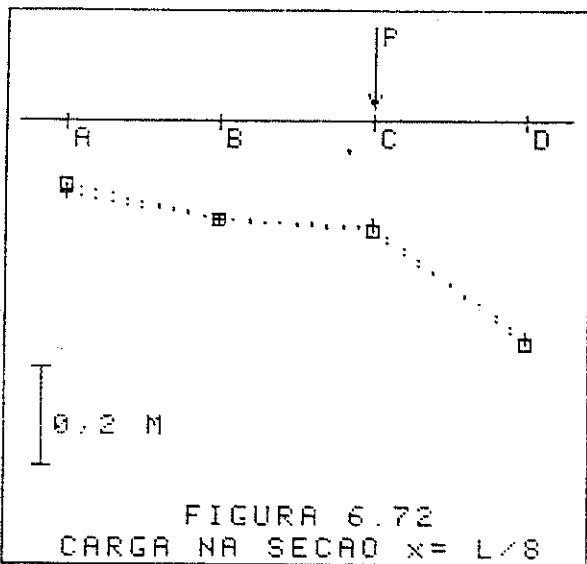
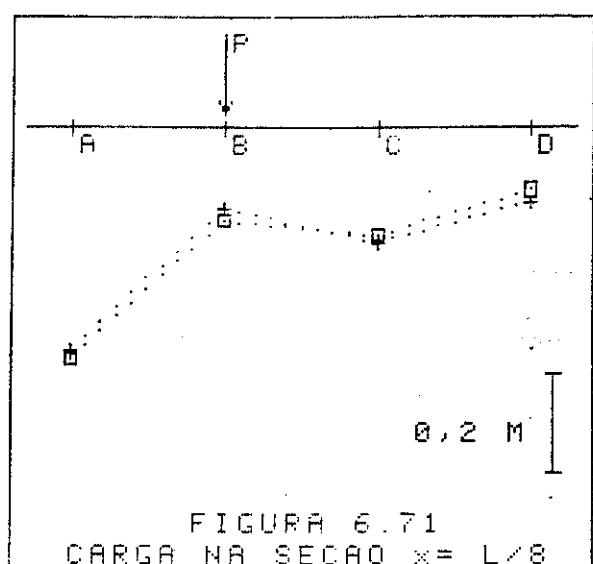
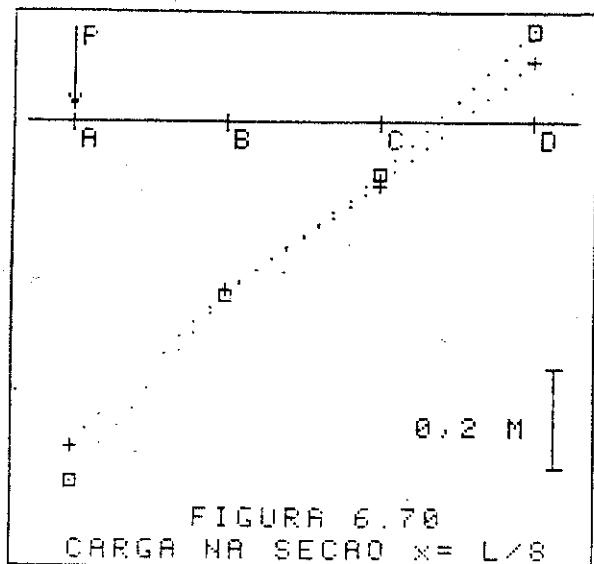
As figuras 6.70 a 6.92 apresentam comparação gráfica entre as parcelas do momento obtidos teoricamente, denotadas por sinais (+), e as parcelas experimentais corrigidas, denotadas por sinais (□).

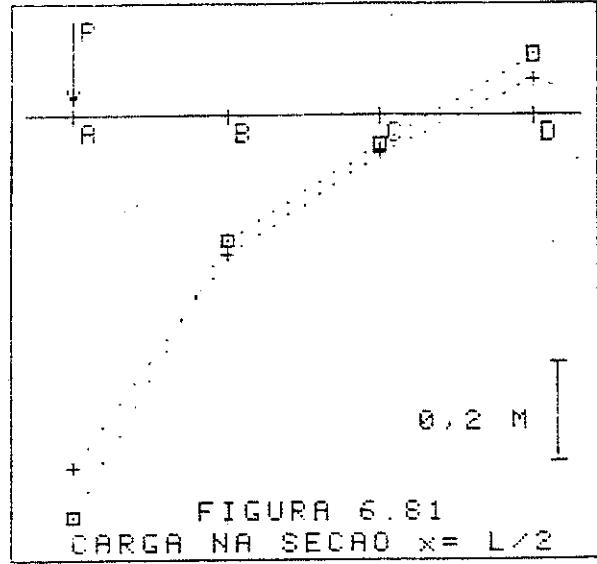
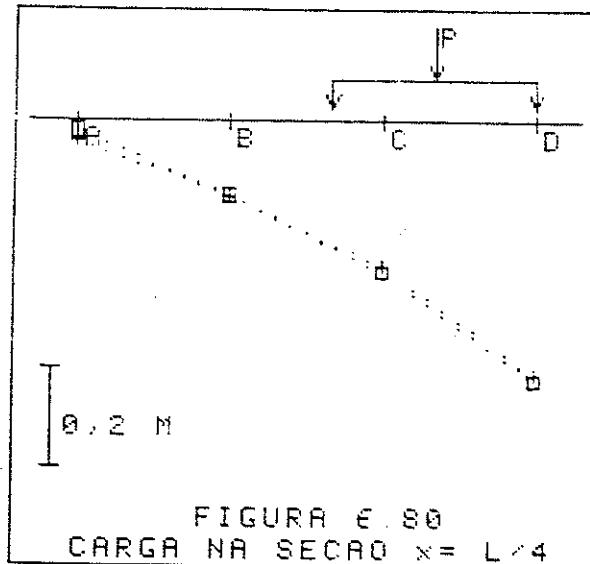
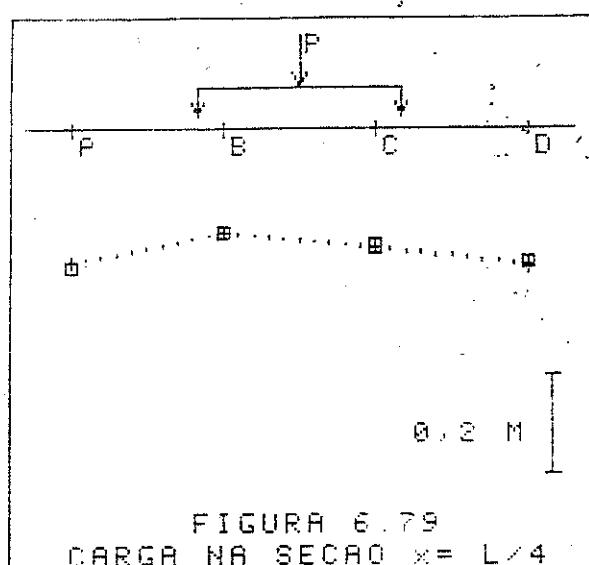
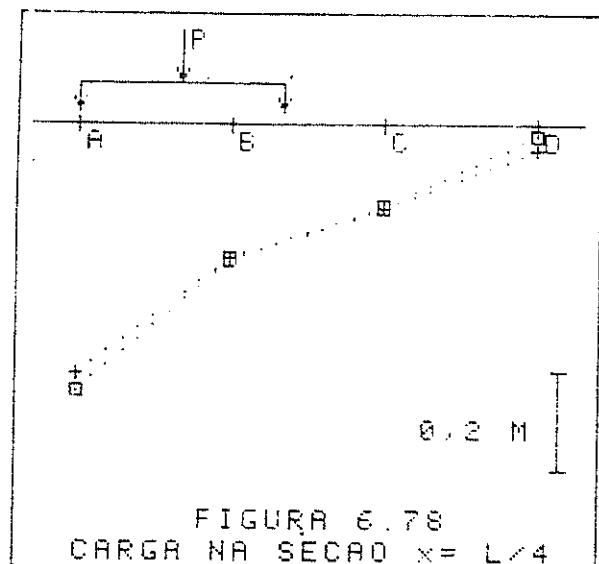
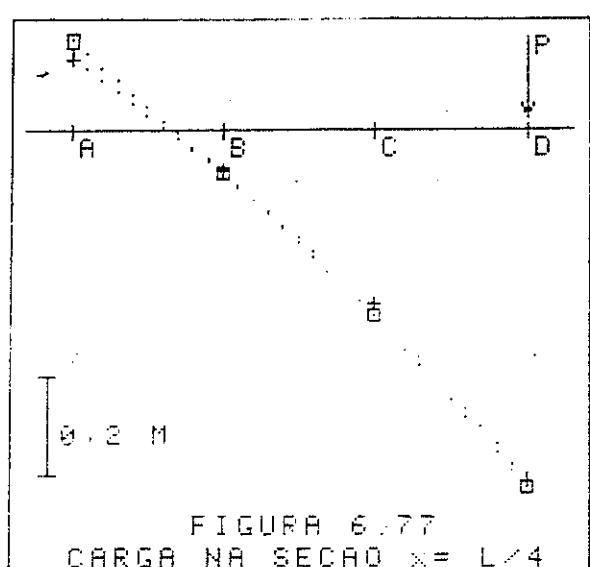
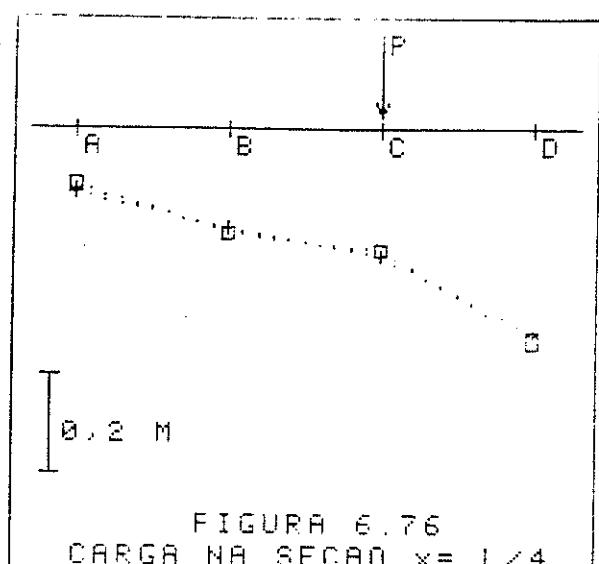
Forma de aplicação da carga	Parcelas do momento fletor nas vigas principais					soma das parcelas
	parcela	viga A	viga B	viga C	viga D	
	$m_e$	0,602	0,314	0,116	-0,115	0,918
	$m_c$	0,657	0,342	0,126	-0,125	1,000
	$m_t$	0,731	0,351	0,106	-0,187	1,000
	$m_e$	0,403	0,144	0,207	0,133	0,886
	$m_c$	0,454	0,162	0,233	0,150	1,000
	$m_t$	0,468	0,189	0,218	0,125	1,000
	$m_e$	0,131	0,177	0,189	0,393	0,890
	$m_c$	0,147	0,199	0,213	0,441	1,000
	$m_t$	0,128	0,198	0,221	0,453	1,000
	$m_e$	-0,141	0,100	0,342	0,614	0,915
	$m_c$	-0,154	0,109	0,374	0,671	1,000
	$m_t$	-0,196	0,098	0,393	0,706	1,000
	$m_e$	0,671	0,313	0,106	-0,108	0,982
	$m_c$	0,684	0,319	0,107	-0,110	1,000
	$m_t$	0,746	0,335	0,092	-0,173	1,000
	$m_e$	0,411	0,197	0,206	0,102	0,916
	$m_c$	0,448	0,215	0,225	0,112	1,000
	$m_t$	0,447	0,214	0,231	0,108	1,000
	$m_e$	0,119	0,183	0,237	0,377	0,915
	$m_c$	0,130	0,200	0,258	0,412	1,000
	$m_t$	0,112	0,209	0,247	0,432	1,000
	$m_e$	-0,140	0,081	0,339	0,683	0,963
	$m_c$	-0,145	0,084	0,352	0,709	1,000
	$m_t$	-0,181	0,085	0,374	0,722	1,000
	$m_e$	0,480	0,256	0,162	0,049	0,947
	$m_c$	0,507	0,270	0,171	0,051	1,000
	$m_t$	0,541	0,272	0,166	0,021	1,000
	$m_e$	0,247	0,194	0,222	0,254	0,917
	$m_c$	0,270	0,211	0,242	0,278	1,000
	$m_t$	0,280	0,211	0,238	0,271	1,000
	$m_e$	0,037	0,142	0,274	0,477	0,930
	$m_c$	0,040	0,152	0,295	0,513	1,000
	$m_t$	0,020	0,149	0,307	0,523	1,000

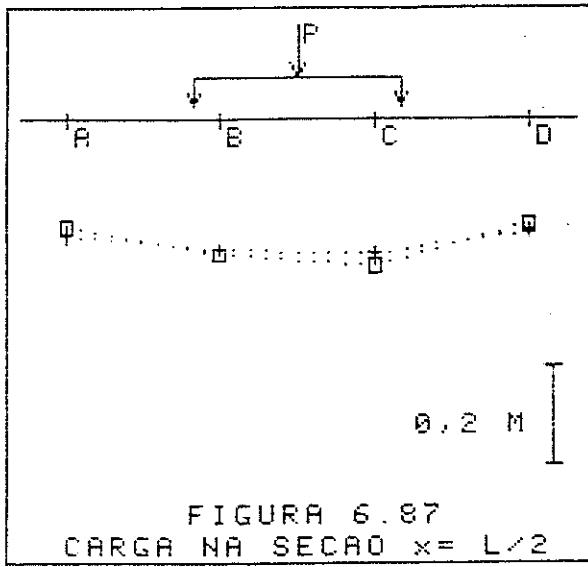
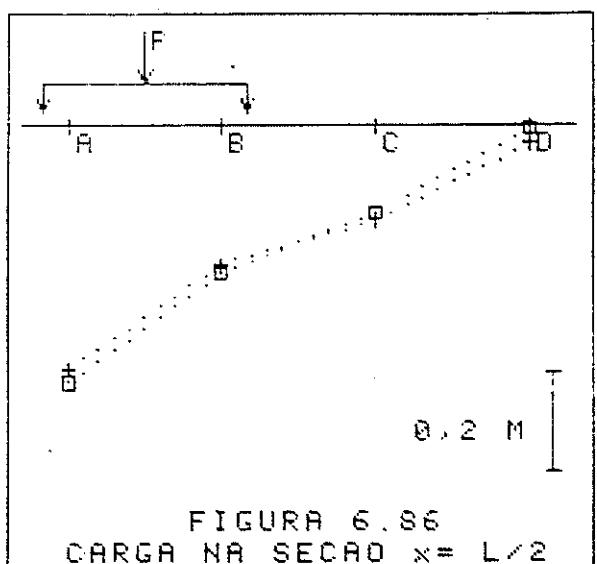
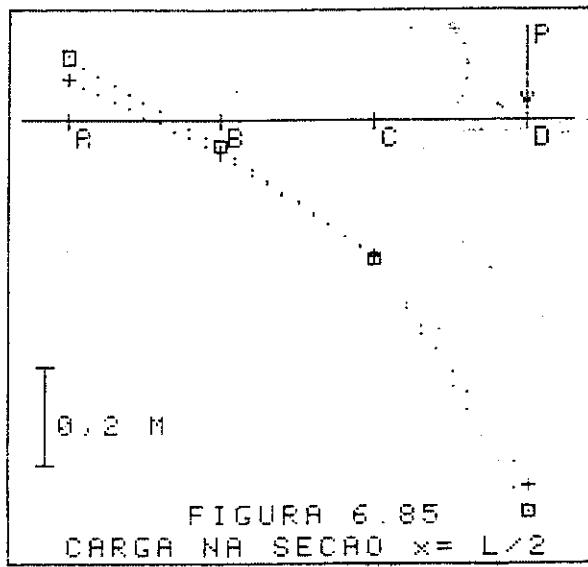
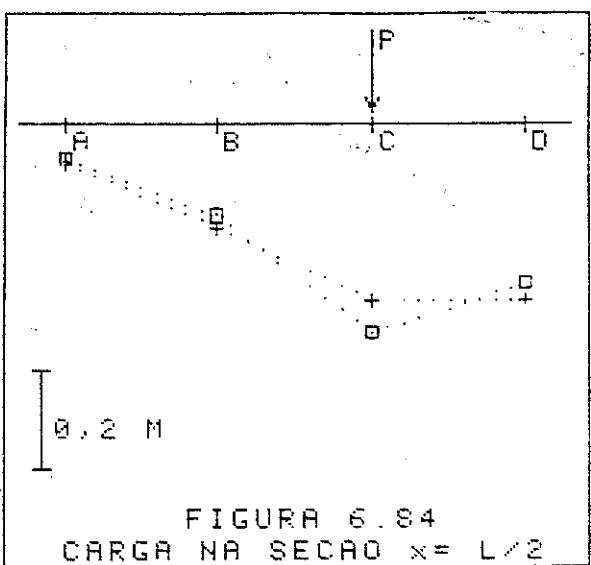
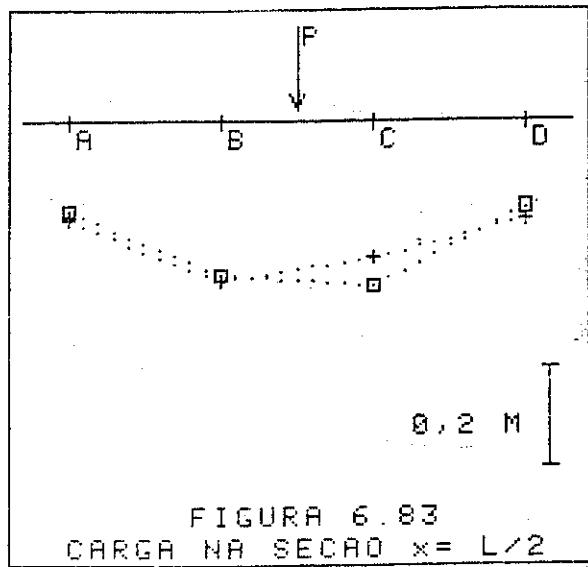
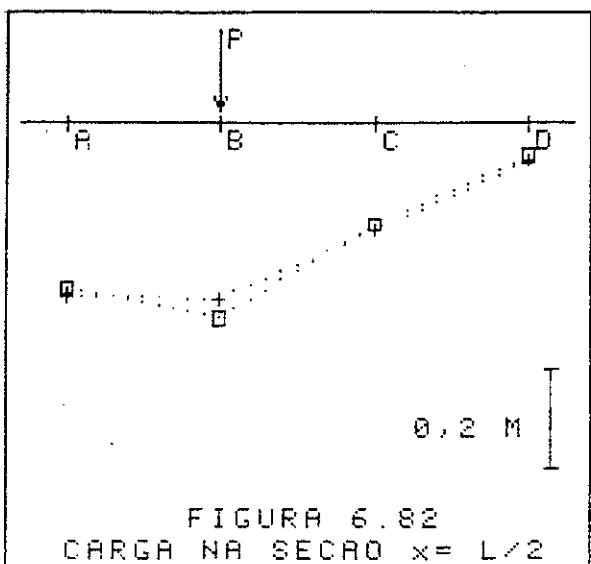
continuação

	$m_e$	0,678	0,270	0,073	-0,069	0,952
	$m_e$	0,713	0,283	0,077	-0,073	1,000
	$m_c$	0,813	0,251	0,058	-0,122	1,000
	$m_t$	0,330	0,337	0,204	0,071	0,943
	$m_e$	0,350	0,357	0,217	0,076	1,000
	$m_c$	0,335	0,396	0,203	0,066	1,000
	$m_t$	0,186	0,301	0,257	0,184	0,927
	$m_e$	0,200	0,324	0,277	0,198	1,000
	$m_c$	0,181	0,310	0,335	0,173	1,000
	$m_t$	0,073	0,196	0,335	0,334	0,938
	$m_e$	0,078	0,209	0,357	0,356	1,000
	$m_c$	0,070	0,184	0,423	0,323	1,000
	$m_t$	-0,079	0,063	0,263	0,707	0,954
	$m_e$	-0,083	0,066	0,276	0,741	1,000
	$m_c$	-0,128	0,052	0,280	0,796	1,000
	$m_t$	0,474	0,270	0,182	0,036	0,962
	$m_e$	0,493	0,281	0,190	0,037	1,000
	$m_c$	0,520	0,300	0,174	0,006	1,000
	$m_t$	0,228	0,254	0,261	0,218	0,961
	$m_e$	0,237	0,264	0,272	0,227	1,000
	$m_c$	0,219	0,274	0,296	0,211	1,000
	$m_t$	0,042	0,155	0,307	0,448	0,951
	$m_e$	0,044	0,163	0,322	0,471	1,000
	$m_c$	0,007	0,160	0,327	0,506	1,000
	$m_t$	0,709	0,322	0,106	-0,114	1,023
	$m_e$	0,693	0,315	0,104	-0,112	1,000
	$m_c$	0,746	0,335	0,092	-0,173	1,000
	$m_t$	0,431	0,229	0,209	0,119	0,988
	$m_e$	0,436	0,232	0,211	0,121	1,000
	$m_c$	0,447	0,214	0,231	0,108	1,000
	$m_t$	0,149	0,192	0,236	0,397	0,973
	$m_e$	0,153	0,197	0,242	0,408	1,000
	$m_c$	0,112	0,209	0,247	0,432	1,000
	$m_t$	-0,120	0,089	0,323	0,712	1,004
	$m_e$	-0,120	0,089	0,322	0,709	1,000
	$m_c$	-0,181	0,085	0,374	0,722	1,000

Quadro 6.24







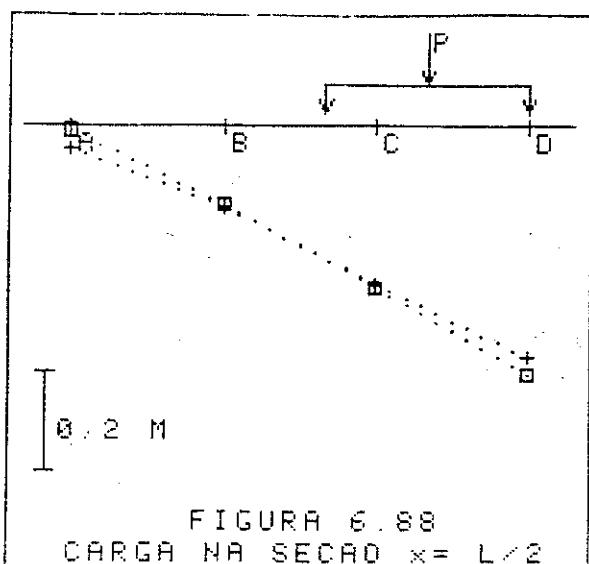


FIGURA 6.88  
CARGA NA SECÃO  $x = L/2$

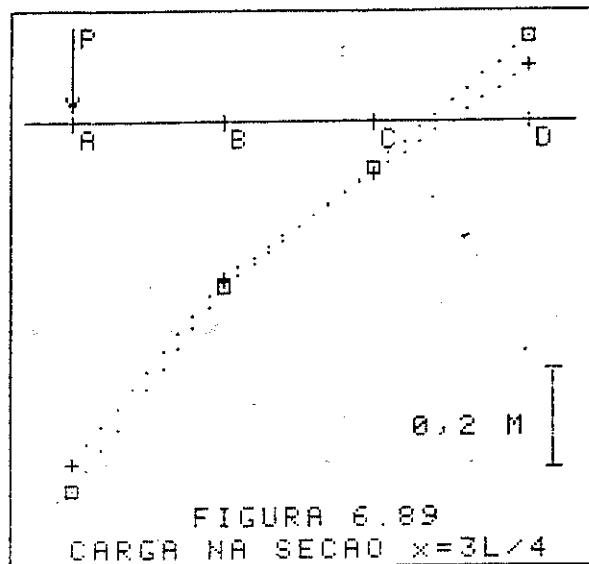


FIGURA 6.89  
CARGA NA SECÃO  $x = 3L/4$

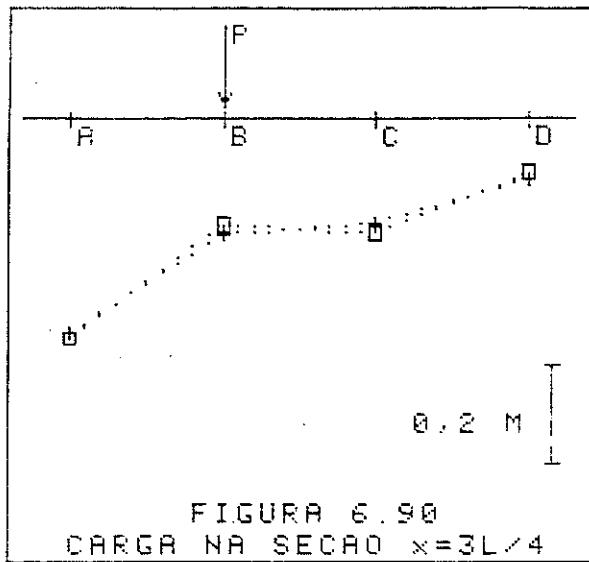


FIGURA 6.90  
CARGA NA SECÃO  $x = 3L/4$

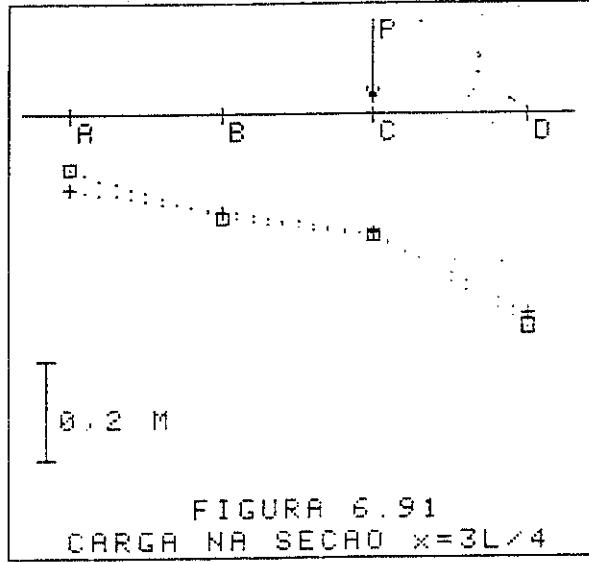


FIGURA 6.91  
CARGA NA SECÃO  $x = 3L/4$

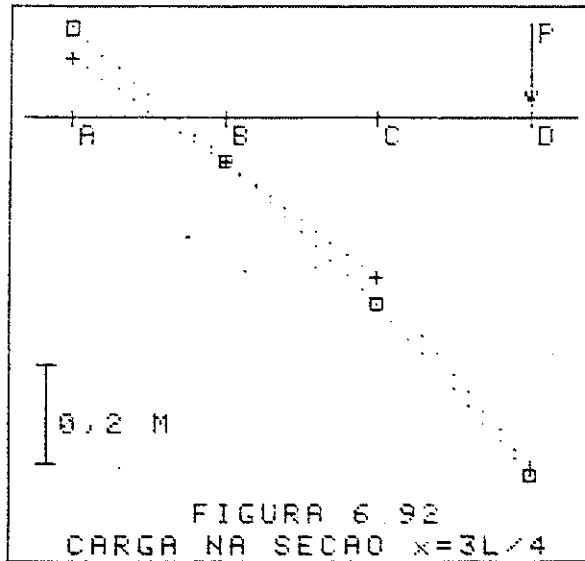


FIGURA 6.92  
CARGA NA SECÃO  $x = 3L/4$

## 7- CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA O PROSEGUIMENTO DO TRABALHO

Durante o desenvolvimento desta dissertação o autor teve oportunidade de fazer diversas observações cujos aspectos de maior relevância estão apresentados a seguir.

Em pontes de madeira composta por várias vigas principais, a determinação dos esforços solicitantes e flechas nas vigas principais pela analogia de grelha é plenamente facilitada com a utilização de programas computacionais. Com esta forma de análise pode-se considerar as características diferentes de rigidez à flexão de cada elemento, possibilitando estudos de distribuição transversal de cargas que considerem a variação natural do módulo de elasticidade longitudinal da madeira.

Para a estrutura estudada conclui-se que o meio contínuo formado pelos postes do tabuleiro pode ser representado satisfatoriamente por sete transversinas. Nota-se também que, para o espaçoamento de 1,5 metros entre as vigas principais, não se verifica diferenças significativas dos valores máximos de esforços solicitantes e flecha determinados pela analogia de grelha em relação aos calculados desprezando a distribuição transversal, considerando o tabuleiro composto por vigas simplesmente apoiadas nas vigas principais.

Observa-se, para as vigas externas, que a analogia de grelha conduz a valores de esforços solicitantes e flechas superiores aos determinados de forma convencional. Em decorrência disto é preferível posicionar o guarda-rodas de modo a não permitir a passagem de rodas do veículo-tipo exatamente sobre as vigas externas. Não sendo possível tal providência, no dimensionamento das vigas deverão ser considerados os valores máximos de esforços solicitantes e flechas determinadas pela analogia de grelha.

É bem razoável a construção de modelos reduzidos na escala 1:3,33 para o estudo de estruturas semelhantes à deste trabalho, mesmo observado que no caso de elementos de seção transversal circular (postes de madeira) há certa dificuldade de obtenção de material com as dimensões exigidas. Pode-se traduzir no modelo, de maneira satisfatória, as ligações da estrutura real.

O sistema empregado para aplicar as cargas e medir as flechas e as deformações mostrou-se plenamente satisfatório, salientando principalmente a facilidade e a rapidez do registro de flechas com o sistema de aquisição de dados modelo HP 3497A, uma

vez que a utilização de relógios comparadores dificultaria sobremaneira a execução dos ensaios. Constitui-se providência extremamente interessante a calibração das vigas principais, possibilitando uma estimativa compatível dos momentos fletores nas vigas principais do modelo.

O estudo experimental do modelo reduzido mostrou que a argamassa utilizada para regularizar a pista de rolamento se constitui num fator de acréscimo da rigidez do conjunto, desde que seja garantida, de maneira efetiva, a sua solidarização permanente com os postes do tabuleiro.

Retirada a argamassa de regularização e efetuados ensaios apenas com os elementos cuja rigidez à flexão é considerado na análise teórica, verificou-se grande concordância entre valores obtidos na experimentação para flechas e momentos fletores nas vigas principais e os valores teóricos determinados pela analogia de grelha, ressaltando que no cálculo teórico foram utilizadas as características reais de rigidez à flexão de cada elemento. Este fato evidencia a validade das hipóteses assumidas para a analogia de grelha.

Para prosseguimento das atividades de pesquisa na direção apontada pelas conclusões do presente trabalho são feitas, a seguir, algumas sugestões.

- Estudar o efeito da redução do espaçamento entre vigas principais, de modo a analisar a possibilidade de se empregar seções transversais não compostas, facilitando a montagem do conjunto.

- Estudar as alternativas para a ligação entre peças do tabuleiro e vigas principais, para analisar sua eficiência em relação à da solução adotada.

- Estudar a contribuição efetiva do material de regularização do tabuleiro na rigidez dos elementos estruturais das pontes de madeira.

- Estudar a distribuição transversal de cargas para determinar os esforços cortantes nas vigas principais quando considerada a ação de cargas concentradas nas proximidades dos apoios.

## 8- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - HELLMEISTER, João Cesar - Pontes de Eucalipto Citriodora. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1978. 85p. Tese (Professor Livre Docente).
- 2 - LOGSDON, Norman Barros - Contribuição ao Estudo das Pontes de Madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1982. 386p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- 3 - MATTHIESSEN, José Antonio - Ligaçāo de Peças Estruturais de Madeira por Anéis Metálicos. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1981. 140p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- 4 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre - NBR 7188. Rio de Janeiro, ABNT, 1984. 6p.
- 5 - \_\_\_\_\_ - Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira-NBR 7190. Rio de Janeiro, ABNT, 1982. 23p.
- 6 - THE AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS - Standard specifications for highway bridges. 12 ed. Washington, D.C., AASHTO, 1977. 288p.
- 7 - BAKHT, Baidar - Statistical analysis of timber bridges. Journal of Structural Engineering, 109 (8): 1761-1779, Aug. 1983.
- 8 - COMMITTEE ON WOOD OF THE STRUCTURAL DIVISION - Bibliography on timber highway bridge design. Journal of the Structural Division, 101(1): 1-10, Jan. 1975.
- 9 - ERICKSON, E.C.O. & ROMSTAD, K.M. - Distribution of wheel loads on timber bridges. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Dec. 1965. 61p. (Research Paper FPL 44).

- 10- McCUTCHEON, William J. & TUOMI, Roger L. - Procedure for design of glued-laminated orthotropic bridge decks. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1973. 42p. (Research Paper FPL 210).
- 11- GUTKWSKI, Richard M. & WILLIAMSON, Thomas G. - Timber bridges: state-of-the-art. Journal of Structural Engineering, 109 (9): 2175-2191, Sept. 1983.
- 12- SANDERS, W.W.; MUCHMORE, F.W.; TUOMI, R.L. - Behavior of Alaskan native log stringer bridges. In: Transportation Research Board - Bridge Engineering, 1978. v.2. p.228-235.
- 13- LOGRADO, Paulo Afonso Sampaio - Vigas Armadas para Pontes de Madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1981. 253p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- 14- SZÜCZ, Carlos Alberto - Ponte de Madeira com Vigas Principais em Treliça Contínua. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1979. 219p. Dissertação (Mestre - Engenharia de Estruturas).
- 15- MATTHIESEN, José Antonio - Pontes de postes de madeira em laje. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, Fev. 1984/Jan. 1985. (Relatórios de Doutoramento nº 1 e 2 - FAPESP).

## 9- BIBLIOGRAFIA

THE AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS-  
Standard specifications for highway bridges. 12 ed. Washington,  
D.C., AASHTO, 1977. 288p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Cálculo e execução de es-  
truturas de madeira - NBR 7190. Rio de Janeiro, ABNT, 1982.  
23p.

- Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre-  
NBR 7188. Rio de Janeiro, ABNT, 1984. 6p.

BAKHT, Baidar - Statistical analysis of timber bridges. Journal of  
Structural Engineering, 109 (8): 1761-1779, Aug. 1983.

BARBOSA, Soeli Messias - Viga de madeira protendida. Orientador:  
Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP,  
1982. 146p. Dissertação (Mestre- Engenharia de Estruturas).

BOHANNAN, Billy - FPL timber bridge deck research. Journal of the  
Structural Division, 98 (3): 729-740, Mar. 1972.

- Glued laminated timber bridges: reality or fantasy. In:  
ANNUAL MEETING OF AITC, Scottsdale, Ariz., March 13-16, 1972. 12p.

BRUESCH, Lawrence D. - Forest service timber bridge specifications.  
Journal of the Structural Division, 108(12): 2737-2746, Dec. 1982.

COMMITTEE ON WOOD OF THE STRUCTURAL DIVISION - Bibliography on timber  
highway bridge design. Journal of the Structural Division, 101 (1):  
1-10, Jan. 1975.

ELLEBY, Hotten A. et alii - Service load and fatigue tests on truss  
bridges. Journal of the Structural Division, 102 (12): 2285-2300,  
Dec. 1976.

ERICKSON, E.C.O. & ROMSTAD, K.M. - Distribution of wheel loads on timber bridges. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Dec. 1965. 61p.  
(Research Paper FPL 44).

GERE, James M. & WEAVER JR., William - Análise de estruturas reticuladas.  
Trad., Carlos M.P. Ferreira Pinto. Rio de Janeiro, Guanabara Dois,  
1981.

GUTKOWSKI, Richard M. & WILLIAMSON, Thomas G. - Timber bridges: state-of-the-art. Journal of Structural Engineering, 109 (9): 2175-2191, Sept. 1983.

HAMBLY, Edmund C. - Bridge deck behaviour. London, Chapman and Hall, 1976. 271p.

HELLMEISTER, João Cesar - Pontes de Eucalipto citriodora. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1978. 85p. Tese (Professor Livre Docente).

KARLSEN, G.G. ed. - Wooden structures. Mir Publishers, 1967. 638p.

LIGHTFOOT, E. - A grid framework analogy for laterally loaded plates. Int. J. Mech. Sci., 6: 201-208, 1964.

LOGRADO, Paulo Afonso Sampaio - Vigas armadas para pontes de madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1981. 253p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).

LOGSDON, Norman Barros - Contribuição ao estudo das pontes de madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1982. 386p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).

MATTHIESEN, José Antonio - Ligaçāo de peças estruturais de madeira por anéis metálicos. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1981. 140p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).

- Pontes de postes de madeira em laje... São Carlos-LaMEM-EESC-USP, FEV. 1984/Jan. 1985). (Relatórios de Doutoramento nº 1 e 2 - FAPESP).

MCCUTCHEON; William J. - Deflections of uniformly loaded floors: a beam-spring analog. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., Sept. 1984. 15p. (Research Paper FPL 449).

McCUTCHEON, William J. & TUOMI, Roger L. - Procedure for design of glued-laminated orthotropic bridge decks. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1973. 42p. (Research Paper FPL 210).

NATIONAL FOREST PRODUCTS ASSOCIATION - National design specification for wood construction. Washington, D.C., N.F.P.A., 1977. 78p.

SANDERS JR, W.W. & ELLEBY, H.A. - Distribution of wheel loads on highway bridges. Washington, D.C., Highway Research Board, 1970. (Nat. Coop. Highway Res. Program Report nº 83).

SANDERS, W.W.; MUCHMORE, F.W.; TUOMI, R.L. - Behavior of Alaskan native log stringer bridges. In: Transportation Research Board - Bridge engineering, 1978. v.2 - p. 228-235.

SANDERS, J.R., Wallace W. et alii - Ultimate load test of truss bridge floor system. Journal of Structural Division, 102(7): 1383-1397, July, 1976.

SAN MARTIN, Francisco José - Cálculo do tabuleiro de pontes. São Paulo, Livraria Ciéncia e Tecnologia, 1981. 228p.

SAWKO, F. & WILLCOCK, B.K. - Computer analysis of bridges having varying section properties. The Structural Engineer, 45 (11): 395-400, Nov. 1967.

SCARISBRICK, Richard G. - Laminated timber logging bridges in British Columbia. Journal of the Structural Division, 102 (1): 19-34, Jan. 1976.

THE SUBCOMMITTEE ON WOOD RESEARCH OF THE COMMITTEE ON WOOD OF THE STRUCTURAL DIVISION - Important research needs in woods: as a structural material. Journal of the Structural Division, 105 (10): 2069-2089, Oct. 1979.

SZÜCZ, Carlos Alberto - Ponte de madeira com vigas principais em treliça contínua. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1979. 219p. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).

WHEAT, Dan L. & MOODY, Russel C. - Predicting the strength of wood-joist floors. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., April 1984. 14p. (Research Paper FPL 445).

YOUNGQUIST, J.A. et alii - Design, fabrication, testing, and installation of a press-lam bridge. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1979. 18p. (Research Paper FPL 332).

\_\_\_\_\_ - Press-lam timbers for exposed structures. Journal of the Structural Division, 105 (7): 1405-1415, July, 1979.