

ANÁLISE ESTÁTICA DE TORRES ESTAIADAS

ENGº VITOR ANTONIO DUCATTI

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador

Dr. Roberto Luiz de A. Barbato

Comissão Examinadora:

Dr. Roberto Luiz de A. Barbato

Dra. Helena Maria C. C. Antunes

Dr. Régis Latorraca R. Lima

Suplentes:

Dr. João Carlos A. de O. Souza

Dr. Tioeturo Yagui

São Carlos, julho de 1986

A minha esposa Albertina,
e meus filhos Gustavo e Daniela

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Dr. Roberto Luis Barbato pela orientação dada durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas do Departamento de Construção Civil da Faculdade de Engenharia de Limeira - UNICAMP, em especial ao Prof. Francisco Antonio Menezes pela ajuda prestada nos trabalhos de computação.

A srta. Elisabete Miranda Gonçalves e sr. Raimundo François, pelos trabalhos de datilografia e a sra. Dalva Maria Michel Ferrari e srta. Cristiane Aparecida Delmondi pela confecção dos desenhos.

SUMÁRIO

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um programa de computador para analisar automaticamente torres estaiadas de grande altura, como passo inicial para o dimensionamento deste tipo de estrutura.

Com a finalidade de familiarizar o leitor com estas torres no capítulo inicial são fornecidas informações quanto ao tipo, forma e finalidades destas torres.

Em seguida é apresentado um dos vários métodos aproximados de análise para este tipo de estrutura seguido de um exemplo numérico completo. A inclusão deste processo nesta dissertação tem como objetivo examinar as diferenças de resultados entre um método aproximado de resolver a estrutura e um método exato, que leva em conta a não linearidade do sistema estrutural.

No Capítulo três é apresentada a teoria básica que serve para a análise da estrutura através de operações com matrizes e integração numérica de um sistema de equações diferenciais. Logo a seguir, é descrito o programa em linguagem FORTRAN que automatiza a análise estática das torres estaiadas.

Finalmente o programa é utilizado em três exemplos com os objetivos de verificar a influência de certos fatores que normalmente são negligenciados na resolução deste tipo de estrutura e comparar os resultados obtidos com o do método aproximado do Capítulo dois. São feitas sugestões para estudos englobando outras torres com outras características, estudos de estabilidade utilizando o programa ora elaborado e análise dinâmica deste tipo de estrutura já que estas são praticamente inexistentes.

ABSTRACT

The main purpose of this work is to develop a computer program to analyse automatically high guyed towers as first step to design this kind of structural system.

With the sake of familiarizing the reader with these towers in the initial chapter informations about pattern, form and functons are provided.

After that, one of several existing approximate methods of analysis to this kind of structure followed by a complete numerical example is presented. Inclusion of this procedure in this dissertation has as objective to examine the differences among results from application of aproximate and a exact method, which considers the non-linearity of the structural system.

In the third chapter one presents the theoretical basis which serves to analyses the structure through operations with matrices and numerical integration of differential equations. Next, a program in FORTRAN language which automatizes the statical analysis of the guyed towers is described.

Finally, the program is applied to three examples with the purpose of checking the influence of certain factors which are normally neglected in the analysis of this type of structures , comparing the obtained results with that of the method developed in chapter two. Suggestions are made for future research enclosing other towers with another characteristics; research about stability applying this program and dynamics analysis of this kind of structure once these studies are practically inexistent.

INDICE

I -	INTRODUÇÃO.....	I.1
	I.1 - Generalidades.....	I.1
	I.2 - Conteúdo do Trabalho.....	I.9
II-	CÁLCULO DA TORRE ESTAIADA COMO VIGA CONTINUA FLEXO COMPRIMIDA SOBRE APOIOS ELÁSTICOS.....	II.1
	2.1 - Introdução.....	II.1
	2.2 - Estudo dos cabos.....	II.1
	2.2.1 - Equações Básicas e Ações Atuantes.....	II.1
	2.2.2 - Deformação do Cabo.....	II.8
	2.2.3 - Deslocamento da Torre em função da Reação nos níveis de Estaiamento.....	II.12
	2.3 - Estudo da Torre.....	II.15
	2.3.1 - Características Geométricas e Ações Atuantes antes no mastro.....	II.15
	2.3.2 - Análise dos Esforços na Torre.....	II.18
	2.3.3 - Análise dos Esforços na Viga Contínua Flexo-comprimida.....	II.24
	2.4 - Aplicação Numérica.....	II.28
III-	ANÁLISE MATRICIAL DE TORRE ESTAIADA PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS.....	III.1
	3.1 - Introdução.....	III.1
	3.2 - Formulação Matricial.....	III.2
	3.3 - Sistema de Coordenadas para Forças e Deslocamentos.....	III.4
	3.4 - Relações entre os Esforços Internos e os Deslocamentos Externos.....	III.6
	3.4.1 - Relações entre os Momentos e Deslocamentos no Mastro.....	III.6
	3.4.2 - Relação entre a Força Axial e o Deslocamento do Mastro.....	III.13
	3.4.3 - Relação entre a Força de Tração do Cabo e o Deslocamento.....	III.24
	3.5 - Equações de Equilíbrio.....	III.39
	3.5.1 - Equações de Equilíbrio dos Momentos.....	III.40
	3.5.2 - Equação de Equilíbrio da Força Axial.....	III.41

3.5.3 - Equação de Equilíbrio da Força Cortante.....	III.42
3.6 - Montagem das Matrizes.....	III.45
IV - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA E APLICAÇÃO NUMÉRICA.....	IV.1
4.1 - Programa Principal.....	IV.1
4.2 - Descrição das Subrotinas.....	IV.2
4.3 - Descrição das Variáveis.....	IV.5
4.4 - Leitura de Dados.....	IV.10
4.5 - Listagem do Programa.....	IV.11
4.6 - Aplicação Numérica.....	IV.34
4.6.1 - Primeiro exemplo.....	IV.35
4.6.2 - Segundo exemplo	IV.46
4.6.3 - Terceiro exemplo	IV.53
V - COMENTÁRIOS FINAIS.....	V.1
- BIBLIOGRAFIA	
- APÊNDICE A	

CAPÍTULO I

1.1- GENERALIDADES

O desenvolvimento da indústria de rádio e televisão, a necessidade de alcançar áreas cada vez mais distantes em países de dimensões continentais, motivos de defesa nacional, auxílio à navegação e à aviação têm exigido dos governos equipamentos transmissores cada vez mais potentes e de mais longo alcance. Esses equipamentos na maior parte das vezes são colocados no alto de torres metálicas localizadas em pontos estrategicamente escolhidos para desempenharem a contento suas funções. Estas torres, ou são elas próprias o elemento irradiador ou servem para manter em grande altura estes dispositivos de transmissão. Elas são divididas em dois tipos: as torres simples e as torres estaiadas.

As torres simples são isentas de escoramento lateral. São postes treliçados que têm suas pernas verticais fixadas em bases de concreto no solo. Têm menores altura e dimensões transversais que as torres estaiadas (figura 1.1.a).

As torres estaiadas são constituídas por um mastro treliçado central e um grupo de cabos dispostos em três ou quatro direções (figura 1.1.b) de maneira a sustentar lateralmente o poste. O mastro têm geralmente seção constante e sua base pode ser engastada ou articulada na fundação. Os estais correspondentes a uma direção podem ser ancorados em um só bloco de fundação (figura 1.2.a) ou em vários (figura 1.2.b).

As formas geométricas mais comuns da seção transversal das torres são: retangular, quadrada e circular (figura 1.3).

As faces dos mastros estaiados são constituídas por dois postes verticais de grande rigidez, as chamadas pernas da torre, ligadas entre si por barras horizontais e inclinadas. As peças usadas para as pernas da torre são geralmente barras de seção transversal circular maciças ou perfis pesados. As barras diagonais e os montantes horizontais que formam o travamento do sistema estrutural são constituídos por cantoneiras e perfis metálicos. As formas mais comuns para as treliças das faces da torre estão na figura 1.4. É também bastante comum o mastro estaiado ser

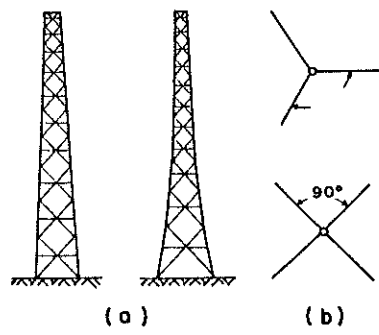


FIGURA 1.1

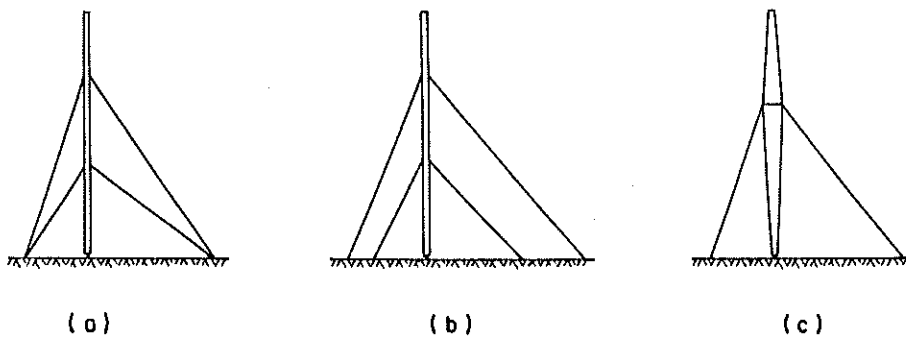


FIGURA 1.2

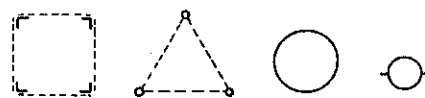


FIGURA 1.3

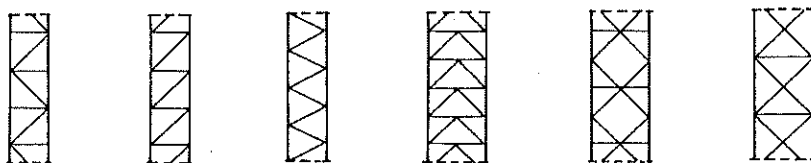


FIGURA 1.4

construído com chapas de aço conformadas e soldadas formando um tubo cilíndrico (figura 1.3.).

As torres estaiadas se constituem na maneira mais econômica de alcançar grandes altura, desde que haja espaço para ancoragem dos estais no terreno circunvizinho. Pode-se afirmar que até os 25 metros de altura as torres comuns e as estaiadas custam aproximadamente o mesmo. A partir dos 100 metros, a relação entre os preços é 2:1 e daí para maior altura esta proporção segue crescendo sempre a favor dos mastros estaiados. A razão disso é que as estaiadas usam menos aço para serem construídas. Uma torre comum com 200 metros de altura pesa aproximadamente 200ton enquanto que uma torre estaiada similar, da mesma altura e projetada para as mesmas ações básicas pesa somente 90ton incluindo os estais.

As condições impostas para a construção e posterior funcionamento das torres são muito diversas. Dentre estas condições podem-se citar: a potência efetiva irradiada e a frequência da transmissão, a altura em que deve ficar o elemento irradiador com relação ao terreno vizinho, a direcionabilidade ou não das antenas, etc. . Enquanto que na faixa das ondas longas e médias a própria estrutura constitui a antena ou parte dela, para elevadas frequências em geral, as torres só servem de suporte.

Quando a própria torre funciona como antena a sua forma e dimensões são ditadas pelos requisitos funcionais da transmissão. Estas torres deverão ser isoladas do solo e os cabos de estaiamento serão formados por segmentos unidos por isoladores.

Tratando-se de uma torre porta-antenas, a altura vem fixada em função do tipo de transmissão e a forma se prende a considerações econômicas. No caso de transmissão de televisão as antenas podem ser direcionais ou multidirecionais. A televisão comercial opera com antenas transmissoras direcionais, quando o objetivo é atingir áreas densamente povoadas, aumentando sua fonte de renda através da propaganda. As antenas direcionais apresentam certos problemas ao projetista da estrutura, na medida que as proporções e a orientação do mastro portante tornam-se críticas. Frequentemente as dimensões da torre que melhor se adaptam ao sistema de transmissão não são estruturalmente aceitáveis; de maneira similar pode acontecer que a orientação ideal dada ao mastro e a antena não permita a ancoragem dos estais no terreno vizinho. Portanto, na prática é preciso concordar as características da trans

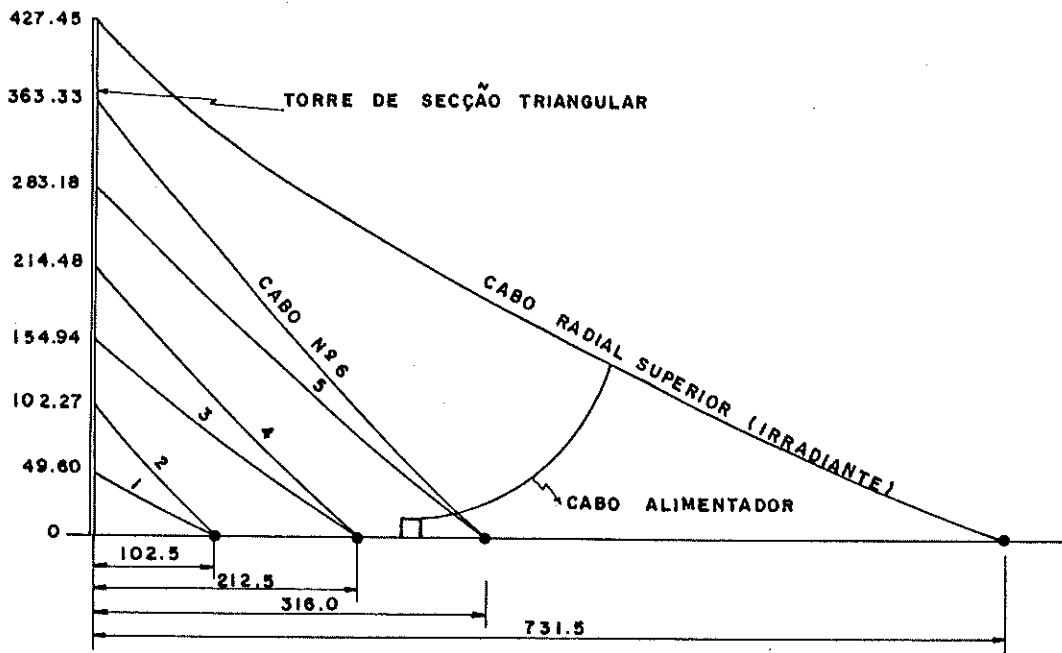
missão, as formas estruturais e localização da torre. A forma de secção transversal do mastro que mais favorece a instalação de antenas direcionais é a triangular enquanto que as secções quadrada e circular favorecem as multidirecionais.

Como ilustração do tipo da estrutura estudada passa-se a discorrer sobre uma torre recentemente (1981) construída na Austrália. A citada torre faz parte do Australian Omega Navigation Facility que é um sistema de radio-navegação que opera na faixa de frequência muito baixa (VLF), de 10 a 14 khz. A operação com baixas frequências possibilita boa estabilidade na recepção de sinais a distâncias extremamente longas. Entretanto, a transmissão de potência útil na faixa VLF requer um sistema de antenas e irradiação do solo muito grande e caro - portanto uma torre-porta-antena - e as demais dimensões para as instalações, muito grandes. Com oito estações transmissoras localizadas a distâncias de aproximadamente 9000 km uma da outra, o sistema Omega oferece à navegação e à aviação meios para determinar a localização com uma precisão de 3,5 a 7 km (95% da vezes) em qualquer parte do mundo, com qualquer tempo e condições climáticas. A economia do sistema Omega é alcançada necessitando de apenas 8 estações para cobrir o mundo todo. As outras sete instalações existentes estão localizadas na Argentina, Japão, Libéria (África), La Reunion (uma ilha francesa na costa leste da África), Noruega e Estados Unidos (Havai e Dakota do Norte).

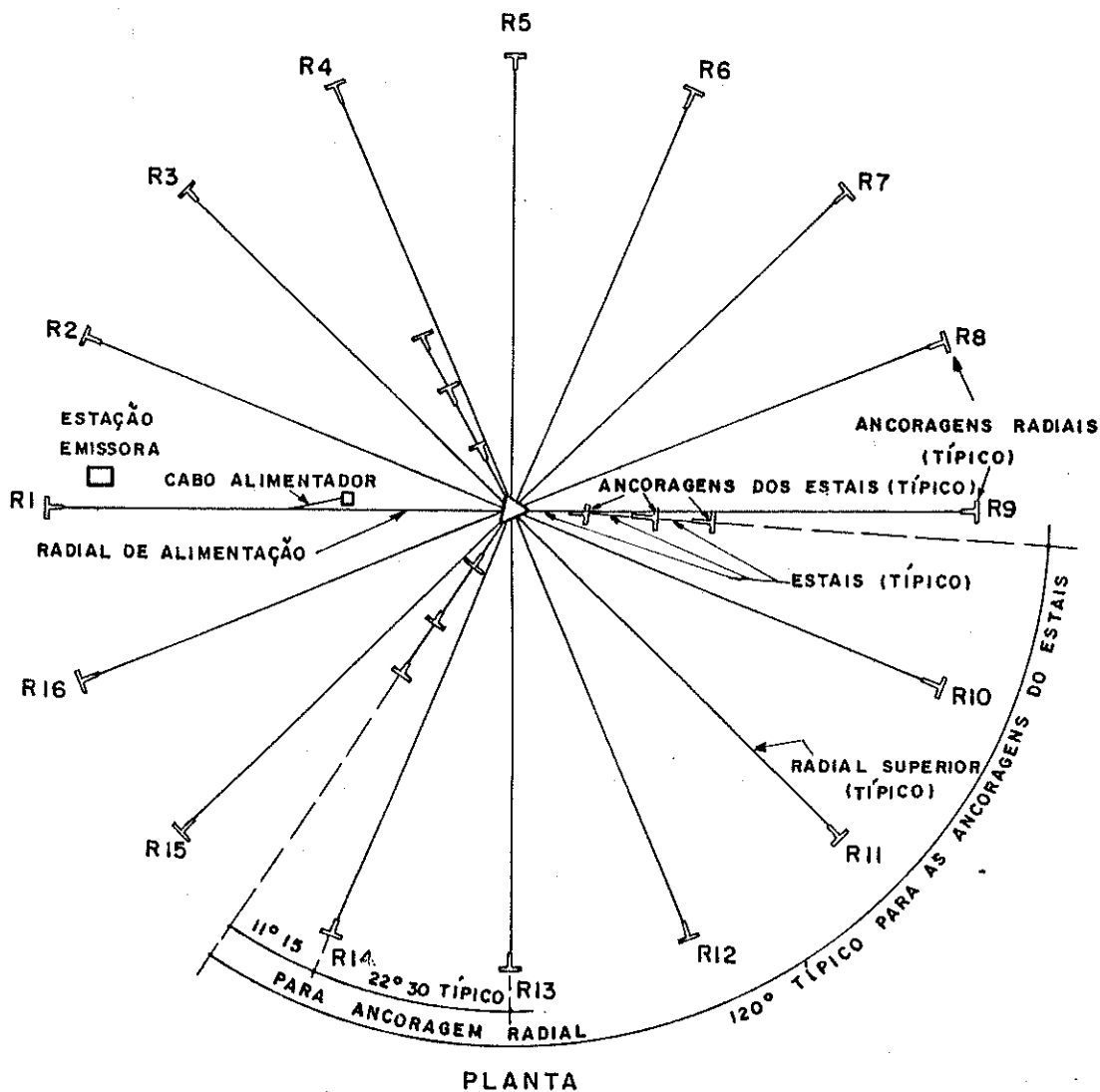
As principais características das torres que integram o sistema Omega, como mostra a figura 1.5 são o mastro central estaiado em vários níveis por cabos e um conjunto de cabos radiais que constituem o elemento irradiador do sistema. A energia é puxada da casa de força através de um cabo alimentador até o cabo radial de alimentação que é ligado eletricamente aos outros radiais.

O mastro tem 427,50 metros de altura e é estaiado por um grupo de três cabos em 6 níveis. Além disso, um conjunto de 16 cabos radiais estão conectados no topo da torre. Os blocos de ancoragem dos cabos radiais estão localizados numa circunferência de diâmetro 1463 metros.

O mastro tem secção transversal triangular com lado igual a 3,66m entre as linhas de centro das pernas cilíndricas de aço (figura 1.5.b). A alma de cada uma das treliças que cons-



VISTA FRONTAL (parcial)



PLANTA

FIG.15-LAYOUT DA TORRE ESTAIADA COM OS CABOS E ELEMENTOS RADIAIS

tituem suas faces consiste num sistema de barras dispostas em forma de K e a distância entre os montantes horizontais é de 2,29m como mostra a figura (1.6.a). Todas as placas de fixação dos cabos no mastro e as contoneiras que unem as barras de travamento às pernas são soldadas nestas, enquanto que as ligações das barras com as contoneiras são feitas usando parafusos de alta resistência.

O diâmetro da secção transversal das pernas da torre variam de 180mm na base da torre até 140mm para as secções superiores. As barras que servem de pernas foram fabricadas com um comprimento de 9,16m com as pontas em flange totalmente usinadas e, tendo 80mm de espessura. Os segmentos das pernas são ligados por 8 parafusos de alta resistência através de cada secção flangeada. As barras da treliça são constituídas por duas cantoneiras justapostas, exceto para as secções correspondentes aos níveis de estaiamento onde as barras horizontais são formadas de 4 cantoneiras formando uma secção cruciforme. O segmento afunilado da base de mastro de 8,38m de altura têm o travamento com barras diagonais cruzadas e montantes horizontais e se apoia numa rótula semi esférica de aço fundido com 1m de raio, como mostra a figura 1.7. O mastro é portanto, articulado na base.

A fundação onde se apoia a torre se constitui num bloco de concreto armado em forma de um prisma hexagonal com 3,60m de lado e 2m de altura. Esta apoiado numa camada de argila rígida a 6m de profundidade, com uma tensão admissível de 0,4MPa.

Os cabos usados para o estaiamento são do tipo para pontes pênséis com diâmetro variando de 25,4mm para os níveis mais baixos de estaiamento, até 57,2mm para os cabos dos níveis próximos ao tópo da torre.

Os cabos radiais consistem num arranjo de isoladores, condutores e cabos de 44,5mm de diâmetro com um comprimento total de aproximadamente 850m. Os condutores são cabos especialmente construídos com fios de aço cobertos com uma camada de alumínio. Com o objetivo de aumentar seu desempenho energético, o cabo alimentador têm a camada mais externa de fios de alumínio puro.

As placas de arranque para os cabos permanentes, e os temporários usados durante o levantamento da torre, têm 50mm de espessura exceto para o nível mais alto e para o nível dos radiais onde esta medida é de 80mm.

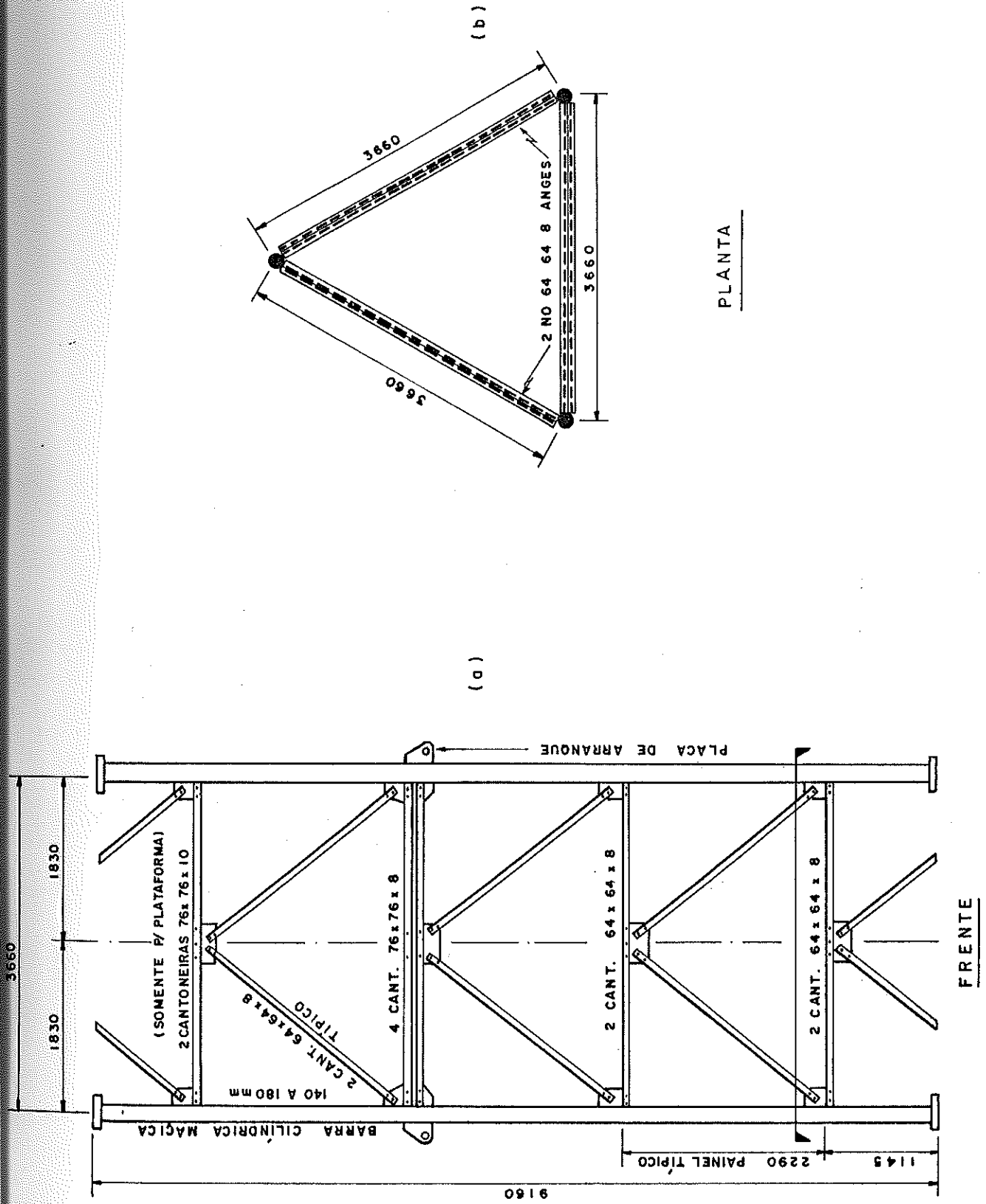


FIG.1.6 - SECÇÃO TÍPICA DO MASTRO

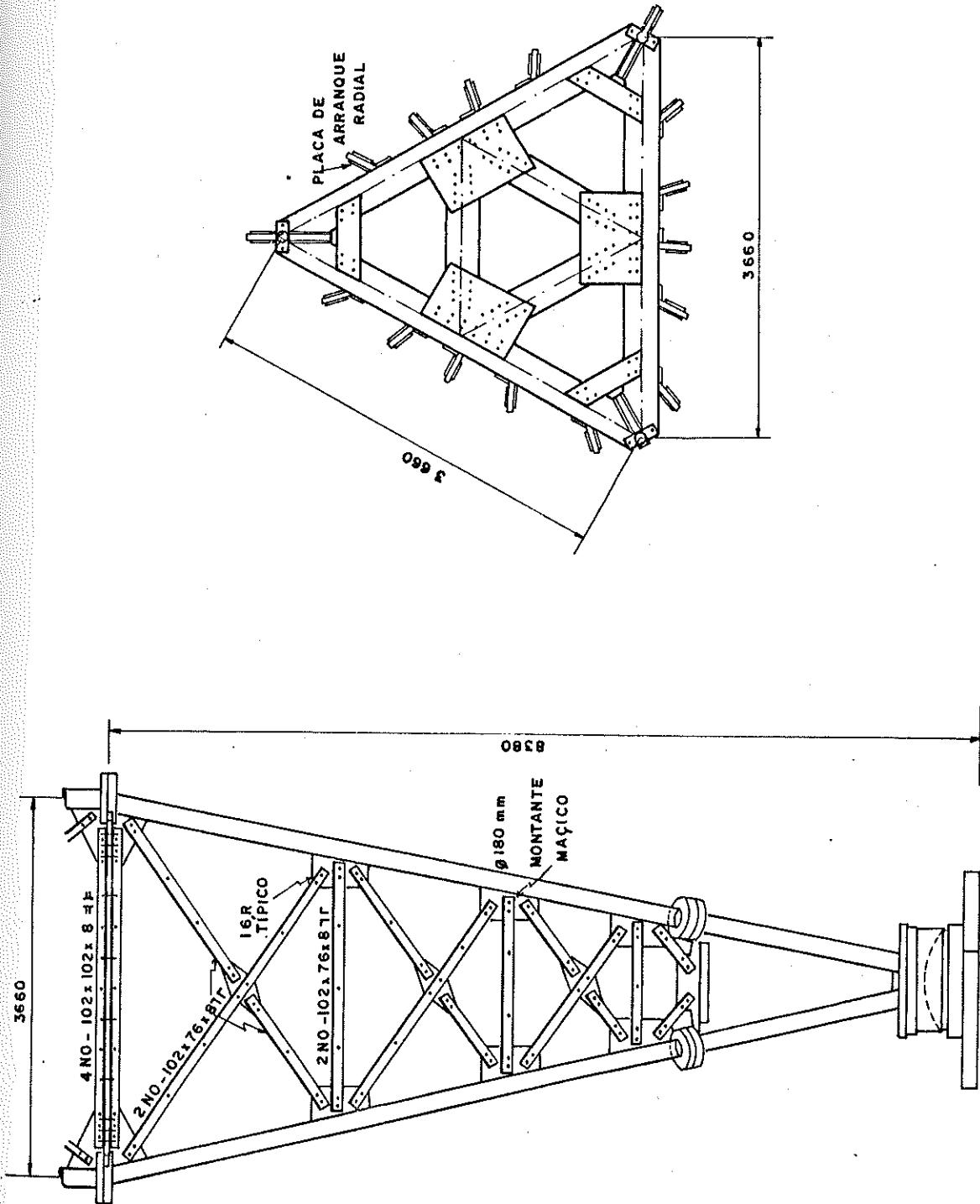


FIG. 1.8 - SEÇÃO DO MASTRO NO NÍVEL DE CONEXÃO COM OS CABOS RADIAIS

FIG. 1.7 - SEÇÃO BASE DA TORRE

Os aços empregados na fabricação das peças para a montagem do mastro são de dois tipos segundo as especificações australianas. O mais resistente (escoamento = 290MPa; resistência a tração = 410MPa; alongamento mínimo = 20%; valor de impacto Charpy = 27J) foi usado para fabricação das pernas e das placas que são soldadas a elas.

Os cabos para os estais foram fabricados usando fios de aço de vários diâmetros para chegar ao diâmetro final exigido. A tensão mínima de ruptura dos cabos acabados foram baseados no valor nominal de 980MPa. Os cabos condutores para os estais radiais foram fabricados usando 91 fios de aço cobertos com uma camada de alumínio. 36 fios de alumínio puro foram usados como camada externa do cabo radial alimentador.

A vida de projeto para a torre foi fixada em 25 anos e foi essencial prever um sistema de proteção contra a corrosão para assegurar um mínimo de manutenção. A princípio, por vontade do cliente, todas as partes da estrutura seriam galvanizadas à quente. A galvanização profunda à quente das barras cilíndricas que constituem as pernas do mastro, aliviaria as tensões residuais produzindo empenamentos imprevisíveis. Retificar estas peças assim tratadas, seria muito problemático. Decidiu-se então, por uma abrasão das peças mais importantes, seguida de uma camada de 75 micra de pintura com silicato de zinco inorgânico. Ao contrário, todas as peças que formam o sistema de travamento foram galvanizadas sem qualquer prejuízo. Finalmente foi decidido, como proteção adicional contra a corrosão e também para sinalizar a torre, pintá-la por inteiro antes da sua montagem.

1.2. - CONTEÚDO DO TRABALHO

Apresenta-se nesta dissertação dois processos de cálculo das torres estaiadas.

No capítulo II a torre estaiada é analisada segundo o processo de cálculo idealizado por Miklofsky e Abegg em (5). Neste processo de cálculo, assimila-se o mastro a uma viga contínua flexo-comprimida sobre apoios elásticos que são formados pelos estais ancorados no solo. As ações atuantes na torre são oriundas do seu peso próprio, do vento - que se supõe distribuída uniformemen

te nas faces da torre - e dos estais que são forças concentradas aplicadas nos níveis de estaiamento. Além disso, em torres construídas em regiões onde são frequentes a presença de baixas temperaturas pode ocorrer a ação do acúmulo de gelo na estrutura do mastro e ao longo dos estais.

Com relação aos cabos de estaiamento admite-se que as ações atuantes compostas do peso próprio, vento e gelo se for o caso, uniformemente distribuída ao longo de seu vão, o que leva o estai a assumir uma configuração de equilíbrio parabólica.

Os efeitos gerados na torre e nos casos pela variação de temperatura são na grande maioria dos casos secundários e podem ser desprezados quando comparados com os outros esforços.

Finalizando o capítulo II, para ilustrar o processo, é apresentado o cálculo de uma torre estaiada de 320m de altura estudada em (5).

No capítulo III apresenta-se a análise matricial da torre estaiada pelo processo dos deslocamentos. Trata-se de uma aplicação particularizada deste processo para um sistema não linear, conservativo tal como é a torre estaiada conforme os estudos de Goldberg em (11), (12) e (14). Os sistemas de comportamento não linear apresentam equações relacionando esforços e equações de equilíbrio muito mais complexas do que as lineares. O método apresentado no capítulo III transforma essas equações num sistema de equações diferenciais de 1ª ordem, diferenciando-as em relação a u parâmetro proporcionalidade das cargas externas aplicadas na estrutura. A integração numérica desse sistema para um conjunto de iniciais conhecidas fornece o modelo completo da estrutura deslocada. Conhecidos os deslocamentos os esforços internos são facilmente determinados.

Considera-se nesta análise que a carga seja distribuída uniformemente ao longo do comprimento do cabo em que mesmo deslocado pelo vento o cabo ainda mantém a configuração de catenária.

Alguns fatores, que são normalmente desprezados pelos outros processos de análise da torre estaiada são levados em conta aqui, como por exemplo o deslocamento vertical na extremidade superior dos estais provocados pelas rotações das secções do mastro; o encurtamento dos tramos do mastro devido a força axial e os momentos fletores, a variação da rigidez da flexão do mastro devido a variação na força axial quando a estrutura está sendo carregada.

O capítulo IV apresenta um programa em linguagem FORTRAN para análise das torres estaiadas pelo método desenvolvido no capítulo III. O programa é usado na análise dos esforços de uma torre resolvida por Goldberg e Meyers em (12) com aproximadamente 300m de altura, tendo 4 níveis de estaiamento. Além disso, a torre analisada pelo cálculo aproximado mostrado no capítulo II também foi calculada mediante o emprego deste programa com a finalidade de uma posterior comparação de resultados obtidos por ambos os processos.

CAPÍTULO II

CÁLCULO DE TORRE ESTAIADA COMO VIGA CONTÍNUA FLEXO-COMPRIMIDA SOBRE APOIOS ELÁSTICOS

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentado um método aproximado para a análise estática da torre estaiada baseado nas publicações (2), (5) e (10).

O mastro é tratado como uma viga contínua flexo-comprimida sobre os apoios elásticos, submetido à ação do vento e uma força axial concentrada resultante do peso próprio, sobrecargas e da reação no ponto de estaiamento.

A análise do mastro é dividida em duas etapas. Primeiramente, a torre é assimilada a uma viga contínua flexo-comprimida em apoios elásticos e analisada através da superposição dos seguintes efeitos: a) como viga contínua sobre apoio rígido sujeita à ação da carga distribuída; b) viga contínua sofrendo recalque unitário nos apoios; c) viga contínua sob ação de momentos unitários nas seções dos apoios; d) viga contínua tendo as suas seções nos apoios rotuladas e deslocadas; submetidas à ação cargas axiais. (Para melhor entendimento, ver figura 2-8 na página II.19).

Na segunda etapa, os momentos de cada tramo da viga, obtidos na fase anterior, são majorados pela introdução do efeito da força axial, usando a equação dos momentos da viga flexo-comprimida juntamente com uma fórmula aproximada apresentada por Rowe (10).

2.2 - ESTUDO DOS CABOS

2.2.1 - Equações Básicas e Ações Atuantes

As ações atuantes serão supostas uniformemente dis

tribuídas ou ao longo do vão ou ao longo do cabo.

No caso de carga uniformemente distribuída ao longo do comprimento a equação diferencial de equilíbrio que rege o problema é dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{q}{H} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad \dots\dots(2.2.1)$$

onde

q = carga uniformemente distribuída ao longo do cabo.

H = componente horizontal da tração no cabo.

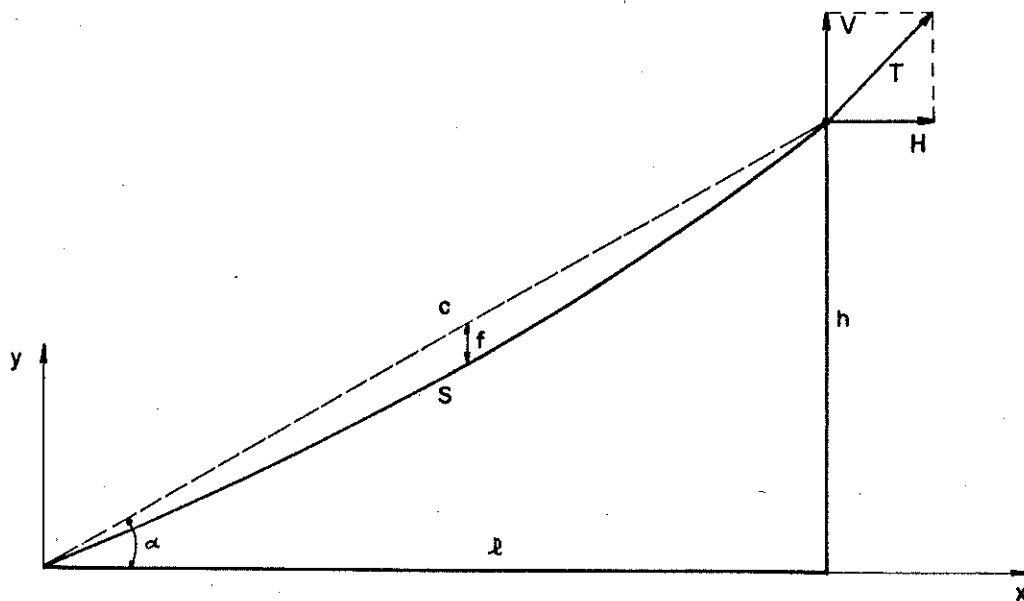


FIGURA 2.1

Resolvendo a equação diferencial acima, tem-se

$$y = \frac{H}{q} \operatorname{Ch} \left[\frac{qx}{H} + C_1 \right] + C_2 \quad \dots\dots(2.2.2)$$

Para o caso do cabo desnívelado de h e de vão l, como na figura (2.1), impondo-a as condições de contorno $y = 0$ para $x = 0$ e $y = h$ para $x = l$, tem-se

$$C_1 = \text{arc Sh} \left[\frac{qh}{2H \text{ Sh} \frac{q\ell}{2H}} \right] - \frac{q\ell}{2H}$$

$$C_2 = - \frac{H}{q} \text{ Ch } C_1$$

Para a hipótese de que a carga seja distribuída uniformemente ao longo do vão tem-se uma configuração de equilíbrio para o cabo que é a parábola. Esta hipótese é suficientemente precisa sempre que a razão entre a flecha f e a corda c for inferior a 1/10, conforme (2). Como as trações iniciais nos cabos das torres estaiadas são tais, que a razão f/c seja sempre menor que 1/10, está justificada então, o uso neste capítulo, da configuração parabólica para o cabo.

A equação diferencial para o cabo parabólico é

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p}{H} \quad \dots\dots(2.2.3)$$

onde

H = força horizontal no cabo

p = carga uniformemente distribuída ao longo do vão ℓ

A solução desta equação diferencial é:

$$y = \frac{p}{2H} x^2 + C_1 x + C_2$$

Aplicando as mesmas condições de contorno ($x = 0$, $y = 0$; $x = \ell$, $y = h$) da figura (2.1), encontram-se para C_1 e C_2 os seguintes valores:

$$C_1 = \frac{h}{\ell} - \frac{p\ell}{2H}$$

$$C_2 = 0$$

Então, a equação do cabo parabólico fica

$$y = \frac{px^2}{2H} + \left(\frac{h}{\ell} - \frac{p\ell}{2H}\right) x \quad \dots(2.2.4)$$

Para obter o valor de H em função da flecha f, basta observar que para $x = \ell/2$, $y = \frac{h}{2} - f$. Neste caso resulta

$$f = \frac{p\ell^2}{8H} \quad \dots(2.2.5)$$

O comprimento S do cabo poderá ser obtido, conforme (6), com boa precisão pela expressão

$$S = \ell \left[\sec \alpha + \frac{8}{3} \frac{f^2}{\ell^2 \sec^3 \alpha} \right] \quad \dots(2.2.6)$$

A ação do vento sobre o cabo é constituída de duas parcelas. Uma delas é o arrastamento W_d , atuando na direção do vento e situada no plano ABD formado pela corda e pela linha de ação do vento; a outra é o levantamento W_ℓ , agindo no mesmo plano mas normal à direção do vento, como mostra a figura 2.2.a. As fórmulas para o cálculo destas forças conforme (1) são as seguintes:

$$W_d = C_d q A \quad \dots(2.2.7)$$

$$W_\ell = C_\ell q A$$

onde

W_d = força de arrastamento

W_ℓ = força de levantamento

C_d = coeficiente de arrastamento

C_ℓ = coeficiente de levantamento

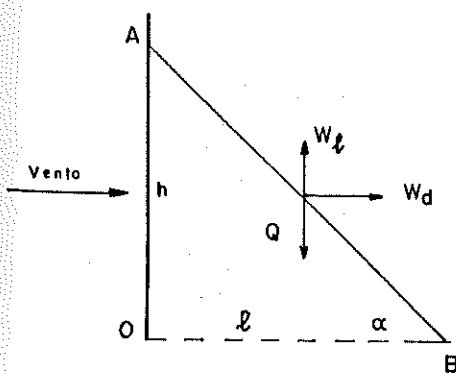
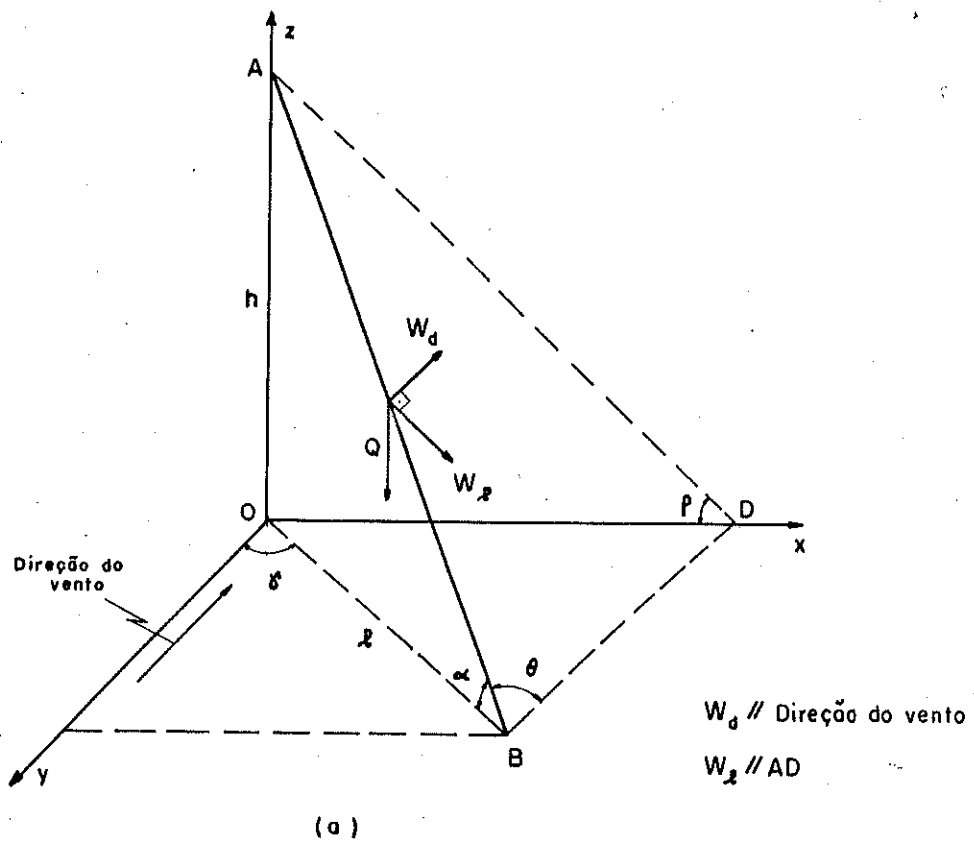
A = área projetada no plano normal ao vento

$$q = \bar{\rho} \frac{V^2}{2}$$

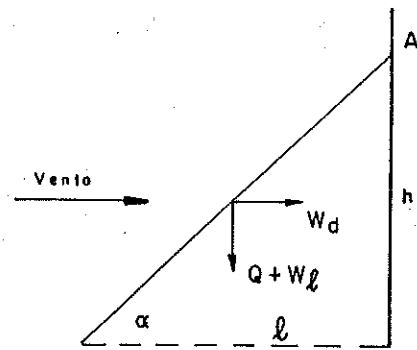
V = velocidade do vento

$\bar{\rho}$ = densidade do ar (variando com a altura e temperatura)

As figuras (2.2.b) e (2.2.c) ilustram as posições destas forças para o vento atuando no mesmo plano vertical do cabo, e a figura (2.2.a) para o vento formando um ângulo γ com o mesmo plano.



(b) $\gamma = 180^\circ$



(c) $\gamma = 0^\circ$

FIG. 2.2 - AÇÃO DO VENTO SOBRE OS CABOS

O ângulo θ é o chamado ângulo de ataque do vento no cabo. Ele é calculado pela fórmula:

$$\cos \theta = \cos \gamma \cos \alpha \quad \dots(2.2.8)$$

onde γ é o ângulo da direção do vento com plano vertical que contém o cabo, e α é o ângulo de inclinação da corda c com a horizontal.

As componentes W_d e W_ℓ estão situadas no plano ABD. A força de arrastamento W_d é horizontal e tem a direção do vento; a força de levantamento W_ℓ é paralela ao plano xz e à reta AD e tem inclinação dada pelo ângulo ρ :

$$\sin \rho = \sin \alpha / \sin \theta \quad \dots(2.2.9)$$

ou por

$$\cos \rho = \sin \gamma \cos \alpha / \sin \theta \quad \dots(2.2.10)$$

Para $\gamma = 0^\circ$, o ângulo de ataque θ será o próprio α . Neste caso, a força de levantamento é considerada positiva e tem o sentido de cima para baixo (figura 2.2.c). Para $\gamma = 180^\circ$, θ será igual a $(180 - \alpha)$ e a componente W_ℓ é considerada negativa, com sentido de baixo para cima (figura 2.2.b).

Os valores dos coeficientes C_d e C_ℓ da figura (2.3) podem ser encontrados em diversas publicações como (1) e (14) ou poderão ser obtidos de acordo com (12), pelas seguintes expressões:

$$C_d = 1,2 (0,035 + \sin^3 \theta) \quad \dots(2.2.11)$$

$$C_\ell = 1,15 (\sin^2 \theta \cos \theta) \quad \dots(2.2.12)$$

A formação de uma camada de gelo em torno do cabo aumentará o seu peso e a sua área projetada na direção do vento. A fórmula recomendada para a determinação da carga de neve, conforme (5) é:

$$q' = 0,311 \left[(d_c + 2t)^2 - d_c^2 \right] \quad \dots(2.2.13)$$

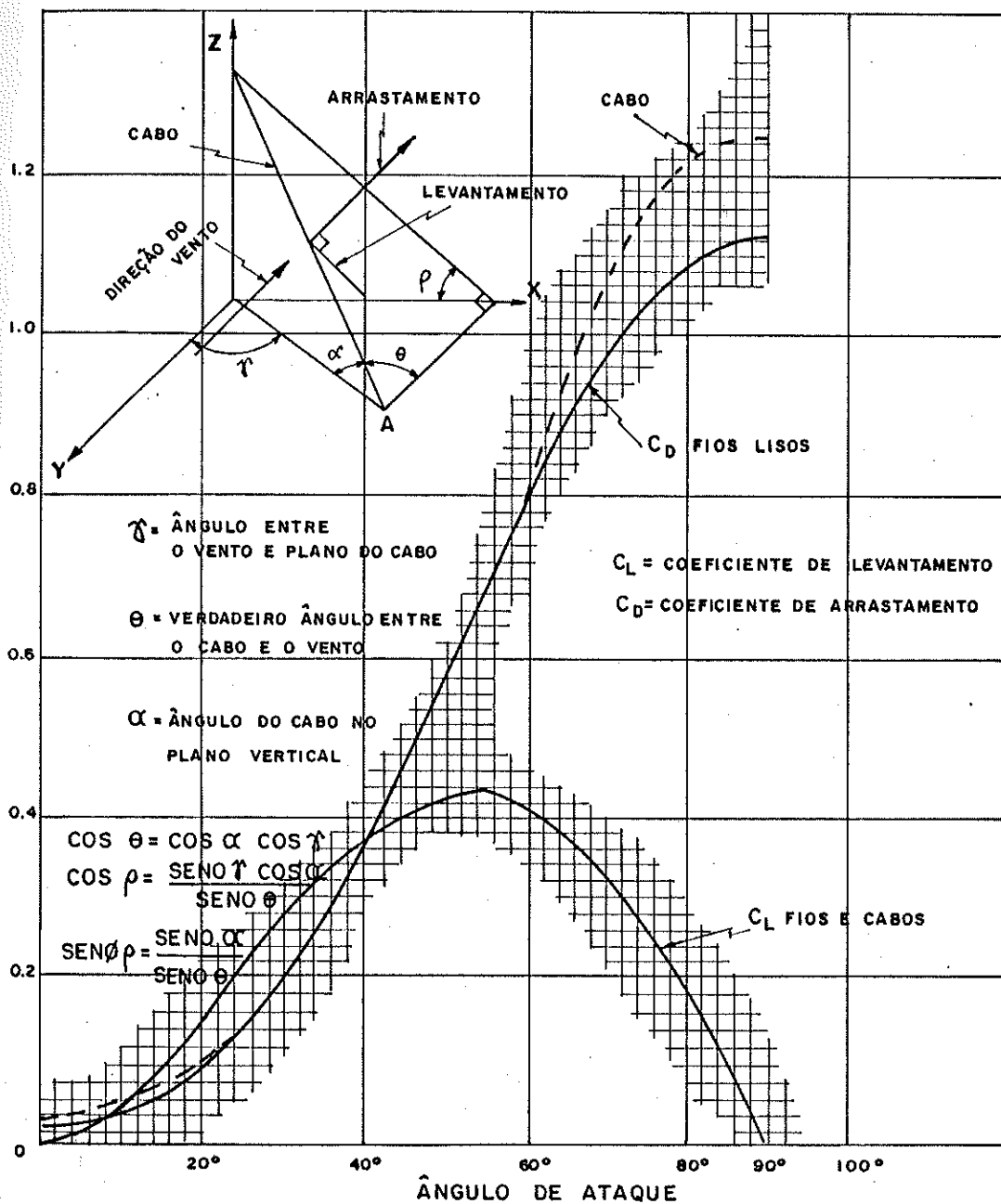


FIG. 2.3 - VALORES DOS COEFICIENTES C_d E C_e

onde

d_c = diâmetro do cabo

t = espessura da camada de gelo (variando de 3/8 a 1/2 polegada)

Usualmente a carga de gelo nos cabos não é considerada no cálculo pois admite-se que a sua formação é dificultada pela grande velocidade do vento.

A variação de temperatura afetará muito pouco a força de tração nos cabos conforme (3) e (12).

Abegg (5) sugere a seguinte fórmula para levar em conta a variação no comprimento do cabo em função de uma variação de temperatura.

$$\Delta S = \frac{\mu \cdot \Delta t \cdot \ell^2}{c} \left[\frac{c^3}{c^3 + h^3 M} \right] \quad (2.2.14)$$

onde

ΔS = variação no comprimento do cabo

μ = coeficiente de dilatação térmica do cabo e da torre

Δt = variação de temperatura

c = comprimento da corda do cabo

ℓ = vão do cabo

M = $E_c A_c / E_r A_r$

E_c = módulo de deformação longitudinal do cabo

E_r = módulo de deformação longitudinal da torre

A_c = área da seção normal do cabo

A_r = área da seção normal da torre

h = distância vertical do solo ao nível de estaiamento

2.2.2 - Deformação do cabo

No estudo da deformação do cabo serão consideradas as variações do seu vão e do seu desnível em função dos deslocamentos do mastro.

Para deduzir uma expressão relacionando a variação no comprimento do cabo com a variação da componente horizontal da tração no mesmo, lança-se mão da equação (2.2.6). Substituindo nes

ta equação o valor de f dado pela (2.2.5), tem-se:

$$S = \ell \left[\sec \alpha + \frac{p^2 \ell^2}{24 H^2 \sec^3 \alpha} \right] \quad \dots(2.2.15)$$

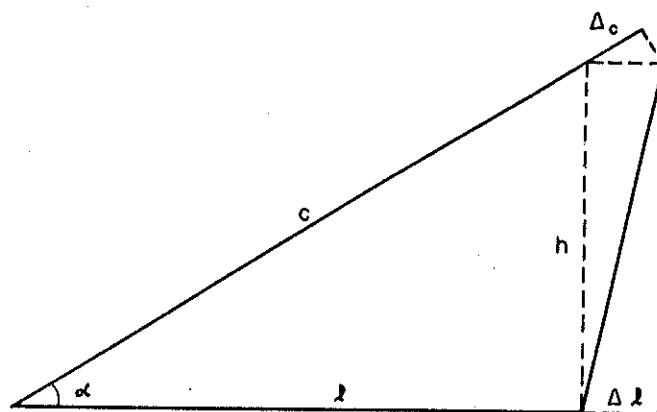


FIG.2.4 - DESLOCAMENTO DA EXTREMIDADE SUPERIOR DO CABO

Da figura (2.4) tem-se que $\sec \alpha = c/\ell$ e fazendo $P = p\ell$ a equação (2.2.15) torna-se

$$S = c \left[1 + \frac{p^2}{24H^2 \sec^4 \alpha} \right] \quad \dots(2.2.16)$$

ou

$$c = S \left[\frac{24H^2 \sec^4 \alpha}{24H^2 \sec^4 \alpha + p^2} \right] \quad \dots(2.2.17)$$

Derivando a equação (2.2.17) em relação a H tem-se

$$\frac{dc}{dH} = \frac{dS}{dH} \left[\frac{c}{S} \right] + S \left[\frac{48p^2 H \sec^4 \alpha}{(24H^2 \sec^4 \alpha + p^2)^2} \right] \quad \dots(2.2.18)$$

combinando a (2.2.18) e a (2.2.17), resulta:

$$\frac{dc}{dH} = \frac{dS}{dH} \left[\frac{c}{S} \right] + \frac{p^2 c}{12 H^3 \sec^4 \alpha} \left[\frac{c}{S} \right] \quad \dots\dots(2.2.19)$$

Considerando que

$$dS = \frac{S dT}{E_c A_c}$$

e que

$$\frac{dT}{dH} = \sec \alpha$$

então

$$dS = \frac{S \sec \alpha}{E_c A_c} dH \quad \dots\dots(2.2.20)$$

Substituindo a equação (2.2.20) na (2.2.19) e lembrando que se pode admitir $c \cong S$ tem-se:

$$\frac{dc}{dH} = \frac{c \sec \alpha}{E_c A_c} + \frac{p^2 c}{12 H^3 \sec^4 \alpha}$$

ou

$$dc = \frac{c \sec \alpha}{E_c A_c} dH + \frac{p^2 c}{12 \sec^4 \alpha} \frac{dH}{H^3} \quad \dots\dots(2.2.21)$$

Integrando ambos os lados da equação acima, obtemos

$$\Delta c = c_1 - c_0 = \frac{c \sec \alpha}{E_c A_c} [H_1 - H_0] + \frac{p^2 c}{24 \sec^4 \alpha} \left[\frac{1}{H_0^2} - \frac{1}{H_1^2} \right] \quad \dots\dots(2.2.22)$$

Esta equação fornece-nos a variação do comprimento da corda c em função da variação da força horizontal H da tração do cabo. O primeiro termo desta expressão é o alongamento elástico do cabo e o segundo é a correção devido à mudança do vão do cabo.

Da figura (2.4) observa-se

$$\Delta \ell = \Delta c \sec \alpha$$

Fazendo $\Delta H = H_1 - H_0$ e $P^2 = p^2 \ell^2$ a equação (2.2.22)

torna-se

$$\Delta \ell = \frac{c \sec^2 \alpha}{E_c A_c} \Delta H + \frac{c \ell^2}{24 \sec^3 \alpha} \left[\left(\frac{p_0}{H_0} \right)^2 - \left(\frac{p_1}{H_1} \right)^2 \right] \dots (2.2.23)$$

Lembrando que:

$$f_0 = \frac{p_0 \ell^2}{8H_0}$$

A equação (2.2.23) transforma-se em

$$\Delta \ell = \frac{c \sec^2 \alpha}{E_c A_c} \Delta H + \frac{8}{3} \frac{f_0^2 \cos^2 \alpha}{\ell} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^2 \left(\frac{1}{1 + \Delta H/H_0} \right)^2 \right]$$

.....(2.2.24)

Fazendo

$$C_1 = \frac{c \sec^2 \alpha}{E_c A_c}$$

$$C_2 = \frac{8}{3} \frac{f_0^2 \cos^2 \alpha}{\ell}$$

$$C_3 = (p_1/p_0)^2$$

$$x = \Delta H / H_0$$

a equação (2.2.24) toma a forma

$$\Delta l = C_1 \Delta H + C_2 \left[1 - C_3 \left(\frac{1}{1+x} \right)^2 \right] \quad (2.2.25)$$

2.2.3 - Deslocamento da torre em função da reação nos níveis de estaiamento

A equação (2.2.25) pode ser escrita para os cabos vinculados a um mesmo nível de estaiamento. Assim, por exemplo, na figura (2.5.a) quando a torre se desloca sob ação do vento sua secção onde estão fixados os estais muda da posição ABC para A'B'C'. O vão do cabo 1, a sotavento, diminui de Δ_1 enquanto que os vãos dos cabos 2 e 3, a barlavento, aumentam de $\Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_1 \cos 60^\circ = 0,5 \Delta_1$

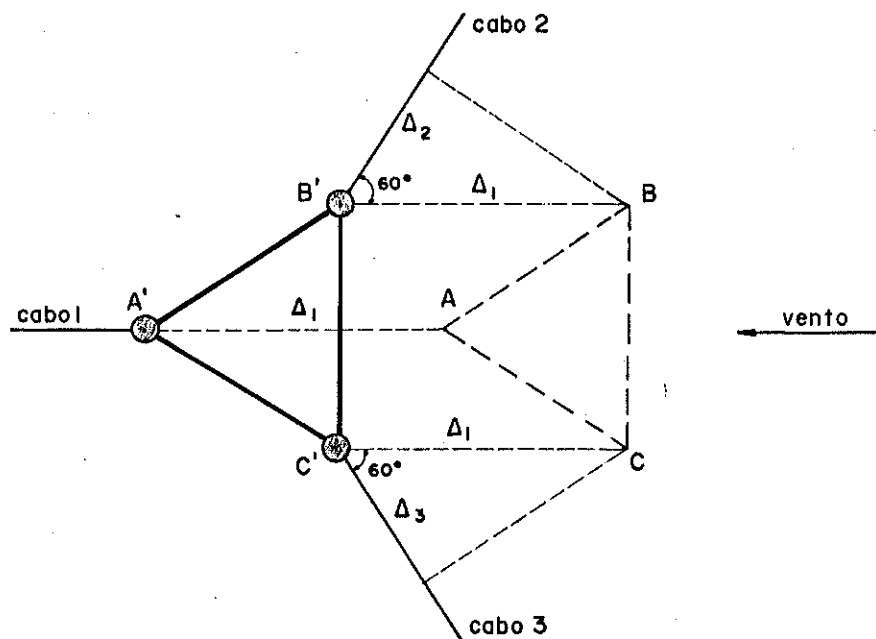


FIG. 2.5a - DESLOCAMENTO DA TORRE SOB AÇÃO DO VENTO

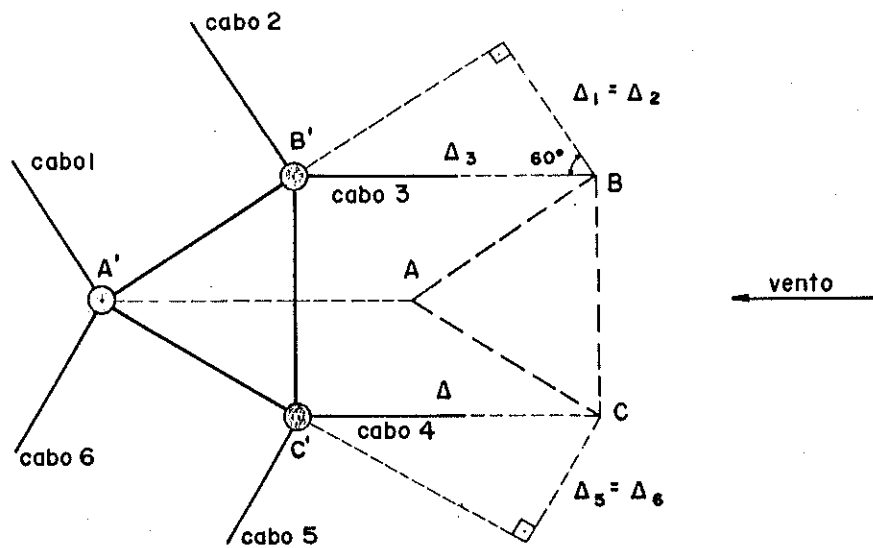


FIG. 2.5b- DESLOCAMENTO DA TORRE SOB AÇÃO DO VENTO

Considerando que os cabos 2 e 3 terão suas trações aumentadas (portanto $\Delta H > 0$ na fórmula 2.24) e o cabo 1 sua tração diminuída ($\Delta H_1 < 0$), para um deslocamento Δ_1 da torre pode-se escrever

$$\Delta_1 = C_1 (-\Delta H) + C_2 \left(1 - C_3 \frac{1}{1-x} \right)^2 \quad \dots\dots(2.2.26)$$

$$2\Delta_2 = 2C_1 \Delta H + 2C_2 \left(1 - C_3 \frac{1}{1+x} \right)^2 \quad \dots\dots(2.2.27)$$

A maneira mais direta de determinar a contribuição da força de tração dos cabos para a reação horizontal em uma seção de estaiamento é lançar em gráfico os deslocamentos Δ_1 e $2\Delta_2$ contra a variação H da componente horizontal da tração, com $0 \leq \Delta H \leq H_0$ como mostra a figura 2.6. Para ganhar espaço a curva de Δ_1 é desenhada no mesmo quadrante que a de $2\Delta_2$. Soma-se as ordenadas ΔH correspondentes aos deslocamentos Δ_1 e $2\Delta_2$ obtendo-se uma terceira curva, a $\Delta_1 + 2\Delta_2$. Para qualquer valor de ΔH , fica fácil a determinação da contribuição dos cabos conforme está mostrado na figura 2.6.

Tendo desenhado estas curvas para todos os níveis de estaiamento obtêm-se as seguintes informações, após ter determinado um valor aproximado para a reação na seção de estaiamento: um valor também aproximado para o deslocamento da torre, uma esti

mativa para a contribuição da componente vertical do cabo para a carga axial na torre e a determinação da constante de mola para o apoio elástico.

Um gráfico similar pode ser construído para a equação (2.2.25) aplicado à torre da figura (2.5.b) ou para qualquer outra torre com qualquer arranjo de cabos por nível de estaiamento.

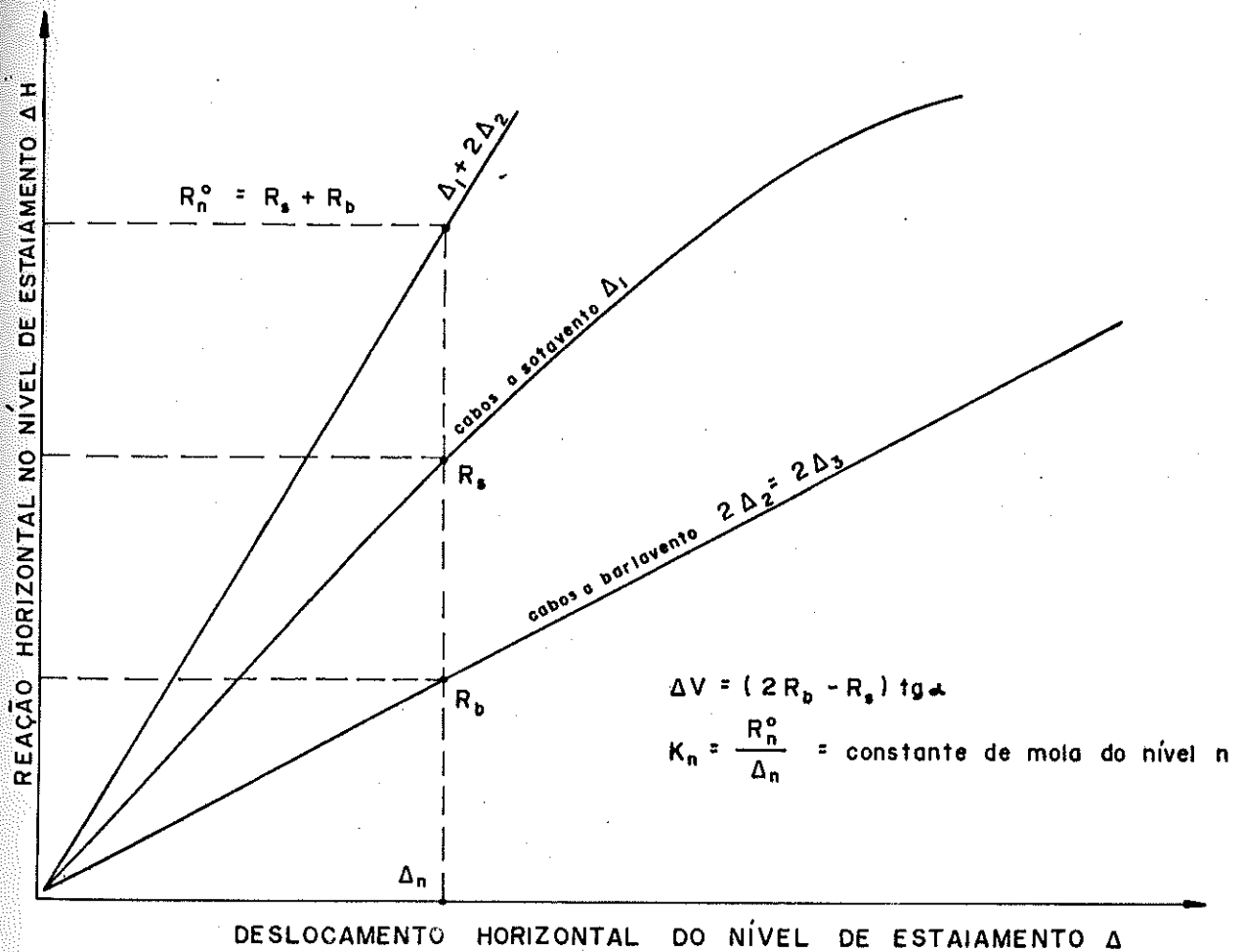


FIG. 2.6 - RELAÇÃO TÍPICA ENTRE A REAÇÃO HORIZONTAL NUM NÍVEL DE ESTAIAMENTO E O DESLOCAMENTO

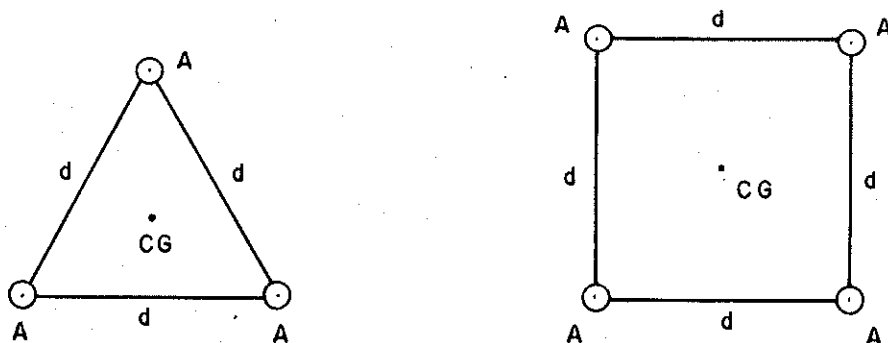
2.3 - ESTUDO DA TORRE

2.3.1 - Características Geométricas e Ações Atuantes no Mastro

Antes de proceder à análise estática da torre torna-se necessário definir duas características geométricas da mesma: o momento de inércia e a área da secção transversal. Numa viga treliçada como é o mastro supõe-se que as pernas resistam aos momentos e à carga axial, e a alma treliçada resista a força cortante. Portanto no cálculo do momento de inércia e da área transversal do mastro considera-se apenas a área transversal das pernas.

Na figura 2.7 apresenta-se as duas secções transversais mais usadas para as torres estaiadas: a de um triângulo equilátero e a de um quadrado. O momento de inércia para a secção triangular é $I = Ad^2/2$ e para a quadrada $I = Ad^2$, para qualquer eixo passando pelo centro geométrico da secção.

As áreas das secções transversais são iguais a $3A$ e $4A$ respectivamente.



A = Área da secção normal das pernas da torre
 d = Distância entre as pernas da torre

FIG. 2.7 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SECÇÃO TRANSVERSAL DO MASTRO

Na figura 2.7 e nas fórmulas acima, A é área transversal de uma perna da torre e d é a distância entre os centros das secções dessas pernas.

As ações atuantes sobre a torre de duas categorias: uma lateral, distribuída devido ao vento e a outra, axial, resultante do peso próprio da torre e das reações dos cabos nos níveis de estaiamento. Ao peso próprio do mastro será acrescentado o peso de uma camada de gelo acumulada nas barras da treliça.

O efeito da variação da temperatura poderá ser levado em conta através de um aumento na força axial, resultante de uma queda de temperatura o que ocasiona um aumento na compressão do mastro pelo encurtamento dos cabos. A ação do vento é analisada de acordo com o que está exposto em (1).

Uma expressão geral para a força axial em um nível qualquer de estaiamento é:

$$V_n = V_{n+1} + (PT)_{n,n+1} + m V_{on} + \Delta V_n \quad \dots\dots(2.3.1)$$

onde

V_n = força axial no nível n

V_{n+1} = força axial no nível $n+1$

$(PT)_{n,n+1}$ = peso próprio do mastro entre as secções n e $n+1$

V_{on} = componente vertical da tração inicial na extremidade superior do cabo mais o efeito da variação da temperatura.

m = número de cabos do nível n considerado

ΔV_n = variação da componente vertical da tração dos cabos quando a torre sofre um deslocamento lateral

A parcela ΔV_n na expressão acima pode ser obtida com boa aproximação num gráfico do tipo da figura 2.6, usando no lugar de ΔH a reação obtida na análise da torre como viga contínua em apoios indeslocáveis.

Se não houver outra maneira de estimar o peso próprio da torre, a fórmula seguinte fornecerá uma boa aproximação, de acordo com (2):

$$(PT)_{n,n+1} = L_{n,n+1} (N \cdot d + 10,2 \cdot A + w_g) \dots (2.3.2)$$

onde

$L_{n,n+1}$ = comprimento do mastro entre os níveis n e $n+1$ (dado em pés)

N = fator de forma que depende do tipo de treliça das facés do mastro (usar $N = 8$ para barras diagonais simples e $N = 25$ para duplas)

d = distância entre as pernas da torre (em pés)

A = área da secção transversal das pernas (em polegadas quadradas)

w_g = peso da camada de gelo depositada sobre as barras (estimado)

Abegg sugere a seguinte fórmula para determinar o efeito da variação de temperatura na força axial do mastro (5):

$$V_t = \frac{\mu \Delta t \ell^2 c E_r A_r}{c^3 + h^3 M} \dots (2.3.3)$$

onde

V_t = força axial proveniente de apenas um cabo

E_r, A_t = módulo de elasticidade e área da secção transversal do mastro

μ = coeficiente de dilatação térmica do cabo e da torre

Δt = variação de temperatura

ℓ^2 = vão do cabo

h = distância vertical do solo ao nível de estaiamento

c = comprimento da corda do cabo

$M = E_c A_c / E_r A_r$

E_c, A_c = módulo de elasticidade e área da secção normal do cabo.

Entretanto, como já foi dito anteriormente a maioria dos estudiosos das torres estaiadas não considera o efeito da variação da temperatura nos esforços da estrutura, uma vez que este efeito é de ordem de grandeza muito pequeno quando comparado com os esforços envolvidos.

2.3.2 - Análise dos esforços na torre

Numa primeira etapa a torre estaiada será analisada como uma viga contínua flexo-comprimida sobre apoios elásticos conforme a figura (2.8). A reação R_n , no apoio n , é dada pela expressão:

$$R_n = R_n^0 + R_n^n + R_n^\xi + R_n^Y \quad \dots\dots(2.3.4)$$

onde

R_n = reação final

R_n^0 = reação de apoio n considerando o mastro como uma viga contínua sobre apoios indesejáveis e sujeita a ação da carga distribuída oriunda do vento.

R_n^n = reação de apoio n devido aos recalques unitários dos apoios.

R_n^ξ = reação de apoio n devido aos momentos M_{cg} aplicados pelos cabos nos pontos de conexão com a torre.

R_n^Y = reação de apoio n provocada pela força axial atuando na viga articulada como mostra a figura.

Tendo determinado os deslocamentos, reações e momentos desta primeira fase, a seguir estes momentos nos vãos e nos apoios, sofrerão ampliações devido à força axial, que podem ser calculadas com auxílio das equações deduzidas em (10).

A parcela R_n^n da equação (2.3.4) é dada por

$$R_n^n = \sum_{m=1}^q n_{nm} \Delta_m \quad \dots\dots(2.3.5)$$

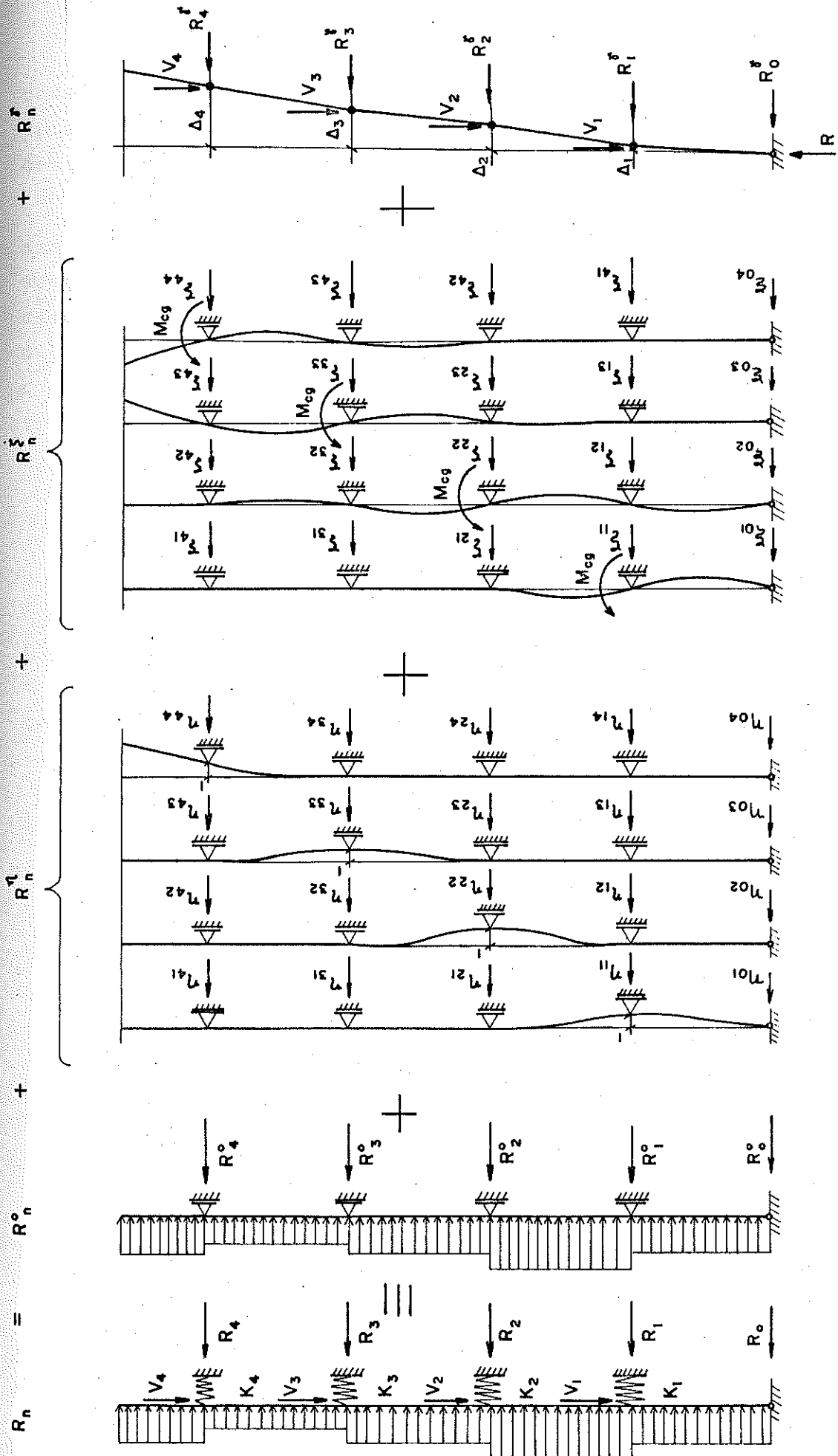


FIG. 2.8 - ESQUEMA MOSTRANDO A SUPERPOSIÇÃO DE EFEITOS PARA ANÁLISE DA TORRE

onde η_{nm} é a reação no apoio n devido a um deslocamento unitário no apoio m , com os outros apoios mantidos indeslocáveis e Δ_m é o deslocamento final em m .

A parcela R_n^ξ da reação R_n é gerada pelo momento M_{cg} das componentes verticais da tração dos cabos em relação a CG da secção da torre, como mostra a figura 2.9. Sob ação do vento os cabos a barlavento são tracionados e os a sotavento são destracionados, provocando o aparecimento do momento M_{cg} , dada a excentricidade da linha de ação dessas forças em relação ao centro geométrico da secção transversal da torre. Este momento tem a seguinte expressão:

$$M_{cg} = \sum \Delta V_b \cdot e_b + \sum \Delta V_s \cdot e_s$$

onde ΔV_b e ΔV_s são as componentes verticais das variações das trações dos cabos a barlavento e sotavento respectivamente e, e_b e e_s suas excentricidades. Para um caso particular de torre de secção triangular equilátera como mostra a figura 2.9, por exemplo, tem-se que:

$$\sum \Delta V_b = 2R_b \operatorname{tg} \alpha$$

$$\sum \Delta V_s = R_s \operatorname{tg} \alpha$$

$$H_m = 2R_b \cos 60 + R_s$$

$$e_b = \frac{b}{3}$$

$$e_s = \frac{2b}{3}$$

$$M_{cg} = \frac{2}{3} b \operatorname{tg} \alpha H_m$$

onde b = altura do triângulo da secção transversal
 α = ângulo de inclinação dos cabos no nível m .

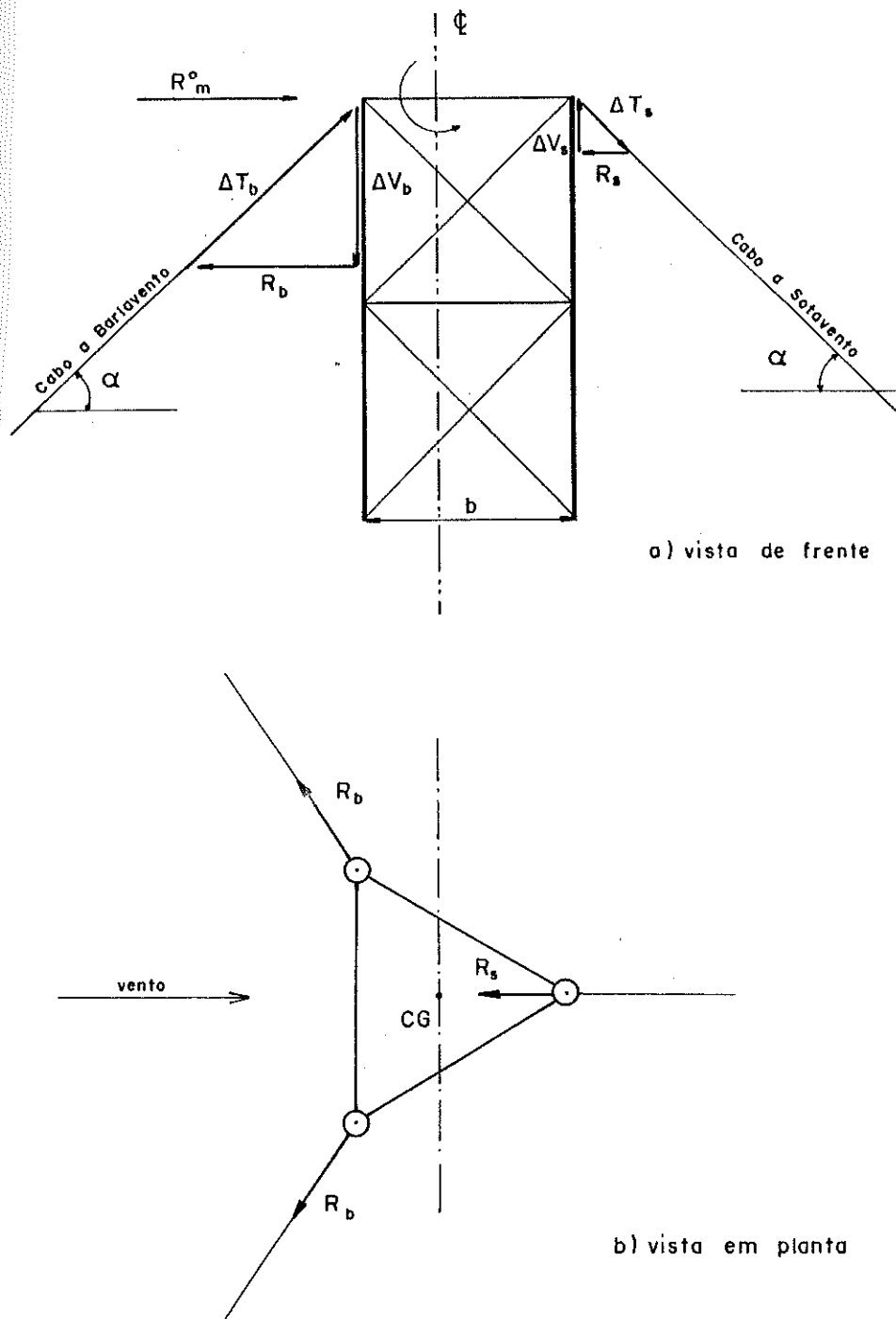


FIG. 2.9 - MOMENTO PROVOCADO PELA EXCENTRICIDADE DAS FORÇAS DE TRACÇÃO NOS ESTAIS EM RELAÇÃO AO C.G. DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MASTRO

Neste caso pode-se determinar a reação ϵ_{nm} no apoio n , resultante da ação de um momento $M_{cg} = \frac{2}{3} b \operatorname{tg} \alpha$ provocado por uma força unitária em m . Portanto, os momentos M_{cg} gerarão reações de apoio que podem ser obtidas por:

$$R_n^\xi = \sum_{m=1}^q \xi_{nm} H_m$$

A expressão acima pode ser reescrita na forma

$$R_n^\xi = \sum_{m=1}^q \xi_{nm} K_m \Delta_m \tag{2.3.6}$$

onde K_m é a constante de mola do nível m .

O último termo R_n^γ da equação (2.3.4) é obtido imaginando o mastro sem continuidade na altura dos níveis de estaiamento, como mostra a figura 2.10 e as forças axiais concentradas atuando nas extremidades de cada tramo.

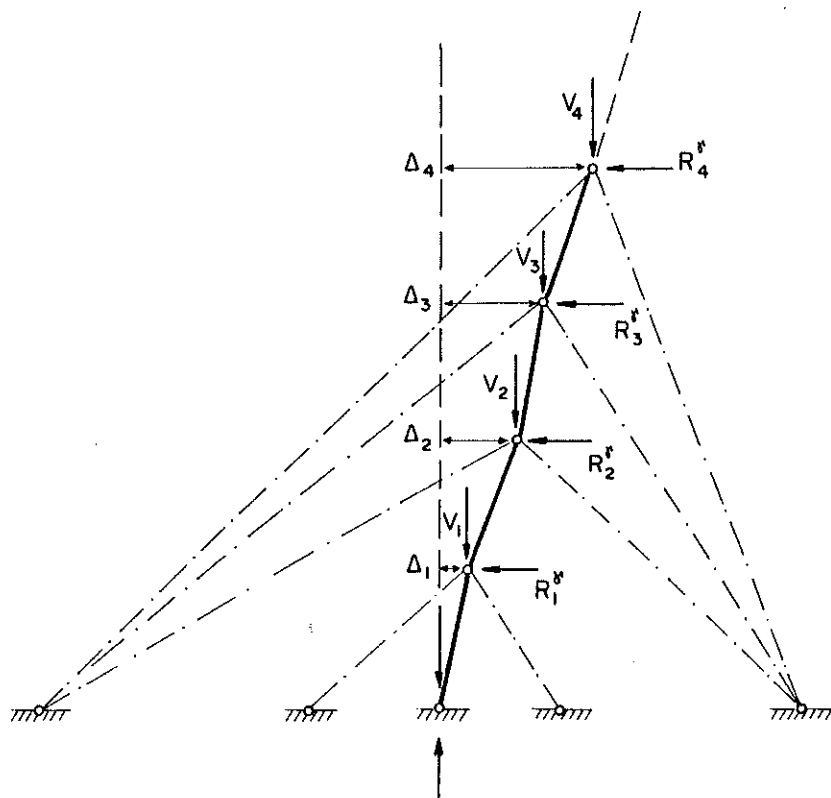


FIG. 2.10 - ESQUEMA MOSTRANDO O MASTRO DESLOCADO E SEM CONTINUIDADE NOS PONTOS DE ESTAIAMENTO

R_n^Y é calculado pela expressão:

$$R_n^Y = \frac{V_n (\Delta_n - \Delta_{n-1})}{L_{n,n-1}} - \frac{V_{n+1} (\Delta_{n+1} - \Delta_n)}{L_{n,n+1}} \quad \dots\dots(2.3.7)$$

onde V_n e V_{n+1} são forças axiais e $L_{n,n-1}$ e $L_{n,n+1}$ são os comprimentos dos vãos.

Substituindo na equação (2.3.4) as expressões encontradas para R_n^n , R_n^ξ e R_n^Y e, lembrando que $R_n = K_n \Delta_n$, tem-se que:

$$K_n \Delta_n = R_n^0 + \sum_{m=1}^q \eta_{nm} \Delta_m + \sum_{m=1}^q \xi_{nm} \Delta_m +$$

$$+ \frac{V_n (\Delta_n - \Delta_{n-1})}{L_{n,n-1}} - \frac{V_{n+1} (\Delta_{n+1} - \Delta_n)}{L_{n,n+1}}$$

ou

$$-K_n \Delta_n + \sum_{m=1}^q \eta_{nm} \Delta_m + \sum_{m=1}^q \xi_{nm} \Delta_m +$$

$$\frac{V_n (\Delta_n - \Delta_{n-1})}{L_{n,n-1}} - \frac{V_{n+1} (\Delta_{n+1} - \Delta_n)}{L_{n,n+1}} = -R_n^0 \quad \dots\dots(2.3.8)$$

A expressão acima é a equação final para a reação no apoio n de uma viga contínua flexo-comprimida sobre os apoios elásticos. Ela fornece um sistema de q equações tendo como incógnitas os deslocamentos Δ . Resolvido este sistema, obtêm-se a seguir as reações e os momentos na viga.

No apêndice A são apresentadas fórmulas para o cálculo dos momentos e reações usadas nesta secção.

2.3.3 - Análise dos esforços na viga contínua flexo-comprimida

A figura (2.11) mostra num tramo isolado da torre estaiada em equilíbrio. O deslocamento do apoio não está mostrado e seu efeito na geometria do vão considerado é desprezado uma vez que a razão entre este deslocamento e o comprimento do vão é muito pequena.

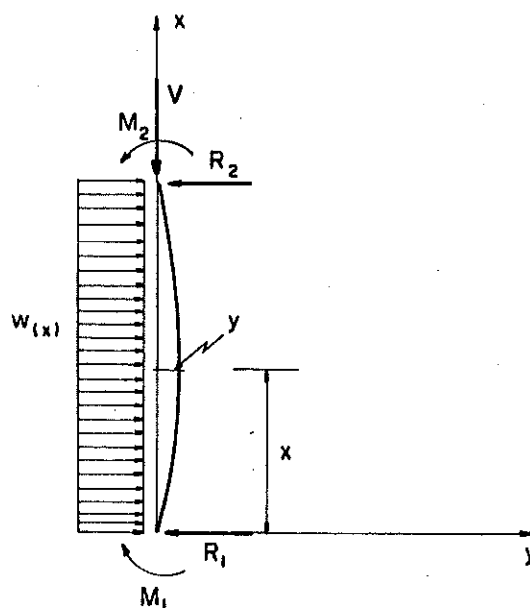


FIG. 2.11- TRAMO GENÉRICO DO MASTRO

O momento a uma distância qualquer x ao longo do vão da viga pode ser expresso como:

$$M(x) = - M_1 + R_1 x - \frac{wx^2}{2} + V y \quad \dots\dots(2.3.9)$$

Derivando-se $M(x)$ duas vezes em relação a x e substituindo nesta equação a hipótese usual da flexão simples, ou seja, $dy^2/dx^2 = M/EI$, obtêm-se a seguinte equação:

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} + \frac{V}{EI} M = - w \quad \dots\dots(2.3.10)$$

Resolvendo esta equação diferencial obtêm-se

$$M = C_1 \operatorname{sen} kx + C_2 \cos kx - \frac{w}{k^2} \quad (2.3.11)$$

onde

$$k^2 = \frac{V}{EI}$$

Para determinar as constantes C_1 e C_2 aplica-se as condições:

$$M = M_1 \text{ quando } x = 0$$

$$M = M_2 \text{ quando } x = L$$

dando

$$C_1 = \frac{M_2 - [M_1 + w/k^2] \cos kL + w/k^2}{\operatorname{sen} kL}$$

$$C_2 = M_1 + w/k^2$$

Fazendo-se

$$\alpha^2 = \frac{V L^2}{EI}$$

e

$$r = x/L$$

então

$$kL = L \sqrt{\frac{V}{EI}}$$

$$k^2 = \alpha^2/L^2$$

e

$$kx = k r L = r\alpha$$

momento:

Assim obtêm-se a seguinte fórmula para a equação do

$$M_r = \left[M_2 - M_1 \cos \alpha + \frac{wL^2}{\alpha^2} (1 - \cos \alpha) \right] \frac{\operatorname{sen} r\alpha}{\operatorname{sen} \alpha} +$$

$$+M_1 \cos r\alpha + \frac{wL^2}{\alpha^2} (\cos r\alpha - 1) \quad \dots(2.3.12)$$

Rearranjando os termos e fazendo a substituição trigonométrica $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$, obtêm-se a nova expressão:

$$M_n = \frac{1}{\sin r\alpha} \left\{ M_{n-1} \sin(r\alpha - \alpha) - \frac{wL^2}{\alpha^2} [\sin r\alpha - \sin \alpha + \sin(\alpha - r\alpha)] + M_r \sin \alpha \right\} \quad \dots(2.3.13)$$

onde

- M_n = momento na extremidade direita do vão
- M_{n-1} = momento na extremidade esquerda do vão
- M_r = momento no ponto $x = r/l$
- $\alpha, r\alpha$ = já definidos
- w = carga uniformemente distribuída no vão

Achando-se um meio de usar a equação acima utilizando os momentos calculados na secção anterior, pode-se facilitar o problema da análise da viga contínua flexo-comprimida. Na equação que acabou de ser deduzida existem três incógnitas: M_{n-1} , M_r e M_n . Para o tramo mais alto da torre, entretanto somente duas destas quantidades são desconhecidas, uma vez que o momento no último nível de estaiamento não é afetado pela compressão. Seu valor é, portanto, igual ao momento determinado por flexão simples. Além disso, se a torre for articulada na base, o primeiro tramo tem somente 2 momentos desconhecidos. Se houver um meio de calcular M_r , ter-se-á em seguida M_n pela equação (2.3.13) e, trabalhando de cima para baixo ou de baixo para cima, dependendo do tipo de apoio do mastro com o solo, determinam-se todos os momentos nos apoios e vãos. Tendo determinado o momento M_n ou M_{n-1} , somando-se a ele o momento aplicado no apoio calculado na secção 2.3.2, tem-se imediatamente o valor de M_{n-1} ou M_n para o vão seguinte.

Para o cálculo de M_r lança-se mão da fórmula apresentada em (10) que é a seguinte:

$$M_r = \frac{M_r^0}{1 - \frac{n V \ell_0^2}{E_t I_t}} \quad (2.3.14)$$

onde

M_r = momento positivo máximo no vão com a viga contínua flexo-comprimida.

M_r^0 = momento positivo máximo no vão considerando a viga contínua sobre apoios rígidos.

n = fator de forma que depende do carregamento; no caso adota-se 1/9,6.

V = força axial no vão em consideração.

ℓ_0 = distância entre pontos de momento nulo ou entre pontos de inflexão.

E_t = módulo de elasticidade da torre.

I_t = momento de inércia da torre.

Os valores de M_r^0 e ℓ_0 , na equação acima, são obtidos do diagrama de momentos desenhado para a torre calculada como viga contínua, sem carga axial. O índice r na equação (2.3.14) refere-se a posição de M_r^0 . Calculado o valor de M_r pela equação (2.3.14) o momento no apoio M_n ou M_{n-1} pode ser obtido pela equação (2.3.13).

2.4 - APLICAÇÃO NUMÉRICA

A fim de ilustrar a aplicação da teoria apresentada anteriormente, um problema típico de uma torre será estudado. Analisa-se uma torre estaiada de secção transversal triangular e a base articulada com o solo, como em (5). Ela é suportada por um grupo de seis cabos em cada um dos seus 4 níveis de estaiamento. As características dos cabos estão no quadro 1 enquanto que as do mastro estão no quadro 2.

Nível	Diâmetro (mm)	P_0 (N/m)	$E_c A_c$ (kN)	H_0 (kN)	l (m)	α (°)
1	23,8	27,00	573,70	69,48	65,50	45°00
2	25,4	28,60	609,60	73,83	138,65	45°00
3	28,6	38,82	826,20	104,62	222,46	42°20
4	28,6	38,82	826,20	90,75	227,19	50°07

QUADRO - 1 CARACTERÍSTICAS DOS ESTAIS

Nível	L (m)	$E_t I_t$ (kN.m ²)	A (cm ²)	w (kN/m)	d (m)
1	65,50	$11,984 \times 10^6$	129,032	2,41	3,05
2	73,15	$11,984 \times 10^6$	129,032	2,70	3,05
3	64,00	$11,984 \times 10^6$	129,032	2,96	3,05
4	69,22	$11,984 \times 10^6$	129,032	3,02	3,05
balanço	50,82	$11,984 \times 10^6$	129,032	2,15	3,05

QUADRO - 2 CARACTERÍSTICAS DO MASTRO

As etapas de cálculo para a resolução do problema são as seguintes:

1 - Analisar estaticamente a torre como sendo uma viga contínua em apoios fixos e desenhar os diagramas de momento e cortante.

2 - Construir o gráfico relacionando os deslocamentos do mastro com as reações de apoio para cada nível de estaiamento.

3 - Calcular as forças axiais para cada nível de estaiamento.

4 - Determinar os deslocamentos, momentos e reações considerando os deslocamentos unitários nos apoios e os momentos devidos à excentricidade dos cabos.

5 - Combinar os momentos obtidos no passo 1 e no passo 4 e traçar o diagrama de momentos resultante.

6 - Reanalisar a torre como uma viga contínua flexo-comprimida e determinar os momentos máximos nos apoios e nos vãos.

ETAPA 1

A análise da viga contínua em apoios rígidos pode ser feita por qualquer processo. Optou-se pelo teorema dos 3 momentos. Usando as fórmulas apresentadas no Apêndice A, calcula-se os seguintes momentos e reações no mastro.

$$M_1 = - 1247,53 \text{ mKN} \quad R_1^0 = 197,54 \text{ KN}$$

$$M_2 = - 1183,74 \text{ mKN} \quad R_2^0 = 200,87 \text{ KN}$$

$$M_3 = - 663,46 \text{ mKN} \quad R_3^0 = 160,78 \text{ KN}$$

$$M_4 = - 2779,55 \text{ mKN} \quad R_4^0 = 244,53 \text{ KN}$$

Considerando os dados apresentados no quadro 2, os esforços no mastro (viga contínua) são os seguintes (figura 2.12).

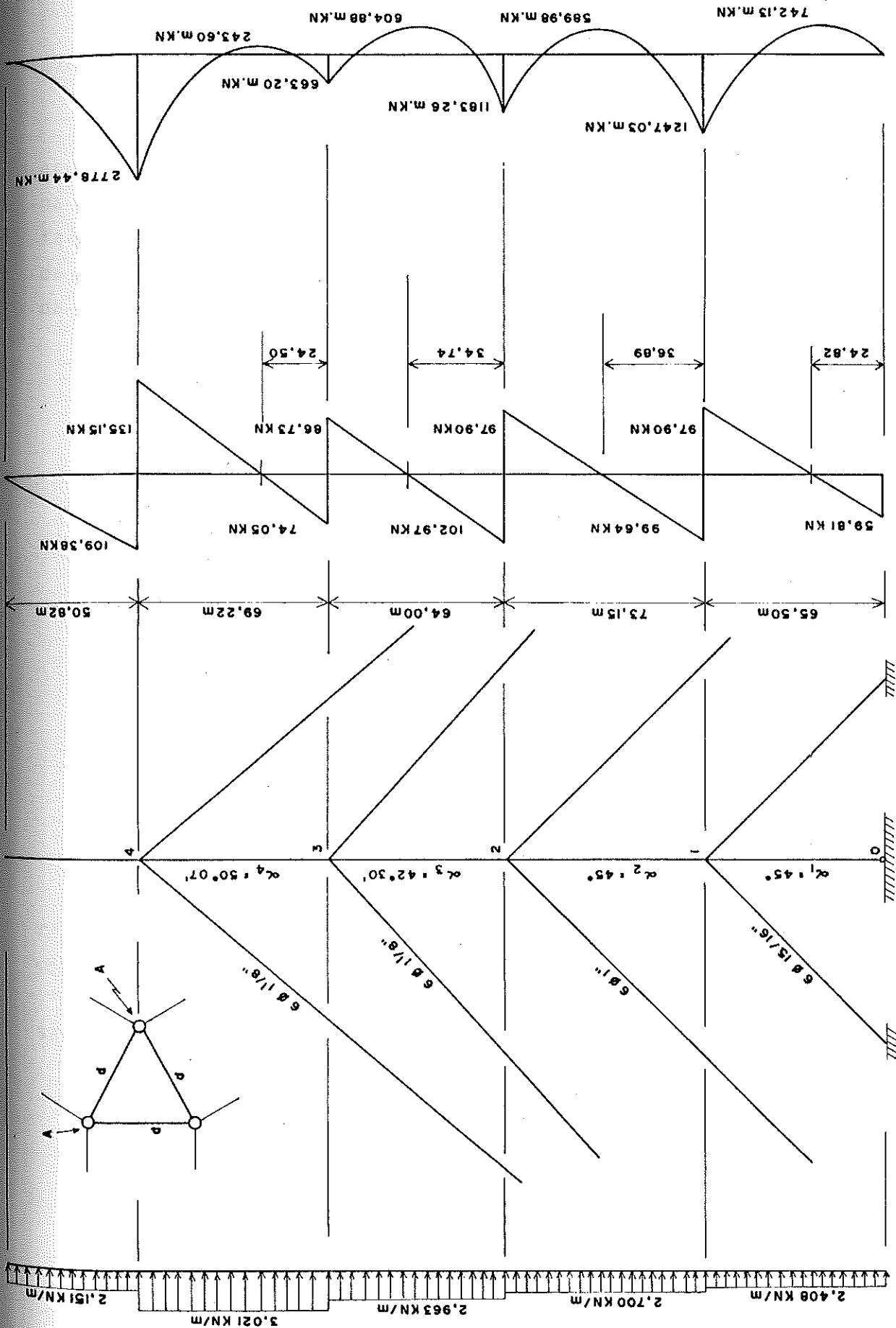


FIG. 2-12 MOMENTOS E REAÇÕES NO MASTRO CONSIDERADO COMO VIGA CONTINUA EM APOIOS RÍGIDOS

ETAPA 2

Obtidos os momentos e reações de apoio, analisa-se agora a interação torre/cabos e constrói-se o gráfico que relaciona os deslocamentos com reações horizontais para cada nível de estaíamento. Como mostra a figura (2.13), o mastro é vinculado em cada nível por um grupo de 6 cabos, 2 a 2 em planos normais às faces da torre.

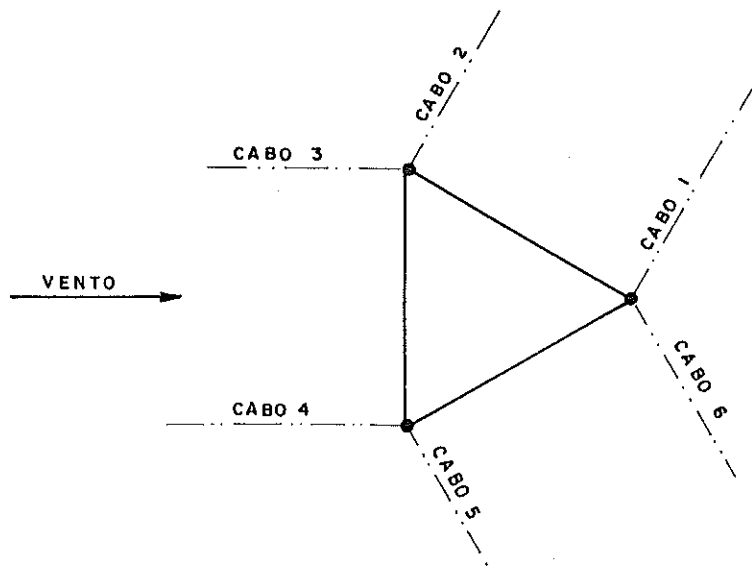


FIGURA 2 - 13

Apresenta-se a seguir o cálculo detalhado apenas para o nível 4. Para os outros níveis o cálculo é análogo. Todos os resultados obtidos estão sintetizados nos quadros 3 e 4 nas páginas 35 e 36.

Para o nível 4 em questão, os dados que interessam são os seguintes:

$d_c = 28,6\text{mm}$	$l = 227,19\text{m}$	$H_o = 90,75\text{kN}$
$h = 271,88\text{m}$	$\alpha = 50^{\circ}07'$	$p_o = 38,82\text{N/m}$
$c = 354,31\text{m}$	$E_c A_c = 82620\text{kN}$	$A_c = 487,39\text{mm}^2$
$v = 42,67\text{m/s}$	$f_o = 2,76\text{m}$	

1 - Cálculo da Ação do Vento nos Cabos

a) Cabos 3 e 4 ($\gamma = 0^0$) (barlavento)

- Ângulo de ataque do vento (θ)

$$\cos \theta = \cos \gamma \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \quad \theta = \alpha = 50^0 07'$$

- Coeficientes C_d e C_ℓ

$$C_d = 1,2 (0,035 + \text{sen}^3 \theta) = 0,584$$

$$C_\ell = 1,15 (\text{sen}^2 \theta \cdot \cos \theta) = 0,434$$

- Área do cabo projetada no plano normal à direção do vento (figura 2.2.a).

$$A = d_c \sqrt{h^2 + \ell^2 \text{sen}^2 \gamma}$$

$$\gamma = 0^0 \text{ para os cabos 3 e 4 } \therefore A = d_c h = 7,776\text{m}^2$$

$$q = \rho v^2 / 2 = 0,6 \cdot 10^{-3} v^2 = 0,6 (40,67)^2 10^{-3} = 1,092\text{kN/m}^2$$

$$W_{db} = q C_d A = 4,96\text{kN}$$

$$W_{\ell b} = q C_\ell A = 3,68\text{kN}$$

$$w_{db} = q C_d d_c = 18,22\text{N/m}$$

$$w_{\ell b} = q C_\ell d_c = 13,54\text{N/m}$$

b) Cabos 1, 2, 5 e 6 ($\gamma = 120^0$) (sotavento)

- Ângulo de ataque do vento (θ)

$$\cos \theta = \cos \gamma \cos \alpha = \cos 50^0 \cos 120^0$$

$$\cos \theta = -0,3206 \quad \theta = 108,7^0$$

- Coeficientes C_d e C_ℓ

$$C_d = 1,2 (0,035 + \text{sen}^3 \theta) = 1,062$$

$$C_\ell = 1,15 (\text{sen}^2 \theta \cos \theta) = -0,331$$

- Área do cabo projetada num plano normal à direção do vento

$$\gamma = 120^0 \therefore A = d_c \sqrt{h^2 + \ell^2 \text{sen}^2 \gamma} = 9,60\text{m}^2$$

- Ação do vento nos cabos

$$W_{ds} = q C_d A = 11,13\text{kN}$$

$$W_{\ell s} = q C_\ell A = -3,47\text{kN}$$

$$w_{ds} = q C_d d_c = 33,14\text{N/m}$$

$$w_{\ell s} = q C_\ell d_c = -10,33\text{N/m}$$

2 - Carga distribuída nos cabos

a) Cabos 3 e 4

- ângulo ρ

$$\text{sen } \rho = \text{sen } \alpha / \text{sen } \theta = 1 \therefore \rho = 90^\circ$$

$$p_0 = 38,82 \text{ N/m}$$

$$p_1 = p_0 + w_\ell \frac{\text{sen } \rho}{\text{sen } \alpha}$$

$$p_1 = 38,82 + 13,54 \cdot \frac{\text{sen } 90^\circ}{\cos 50^\circ} = 59,94 \text{ N/m}$$

b) Cabos 1, 2, 5 e 6

- ângulo ρ

$$\text{sen } \rho = \text{sen } \alpha / \text{sen } \theta = 0,810 \therefore \rho = 54,1^\circ$$

$$p_0 = 38,82 \text{ N/m}$$

$$p_1 = p_0 + w_\ell \frac{\text{sen } \rho}{\cos \alpha}$$

$$p_1 = 38,82 - 10,33 \frac{\text{sen } 54,1^\circ}{\cos 50^\circ} = 25,80 \text{ N/m}$$

3 - Reação no apoio 4

$$R_4^0 = 2 \frac{(W_d + 2 W_d)}{4} = 244,53 - (4,96 + 2 \cdot 11,13) = 217,31 \text{ kN}$$

4 - Cálculo da curva força x deslocamento para o nível 4

a) Cabos 3 e 4

$$C_1 = \frac{c \sec^2 \alpha}{E_c A_c} = 0,01042,98 \text{ m/kN}$$

$$C_2 = \frac{8}{3} f_0^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\ell} = 0,0367638 \text{ m}$$

$$C_3 = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^2 = \left(\frac{59,94}{38,82} \right)^2 = 2,384$$

- Equação do deslocamento

$$\Delta_1 = C_1 \Delta H + C_2 \left[1 - C_3 \left(\frac{1}{1+x} \right)^2 \right]$$

b) Cabos 1, 2, 5 e 6

$$C_1 = 0,0104298 \text{ m/kN}$$

$$C_2 = 0,0367638 \text{ m}$$

$$C_4 = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^2 = \left(\frac{25,80}{38,82} \right)^2 = 0,442$$

- Equação do deslocamento

$$2\Delta_2 = 2C_1(-\Delta H) + 2C_2 \left[1 - C_4 \left(\frac{1}{1-x} \right)^2 \right]$$

c) Usando incrementos de 0,1kN para x prepara-se a seguinte tabela de valores de Δ_1 e Δ_2 e lança-se num gráfico em seguida (figura 2.14).

$x = \frac{\Delta H}{H_0}$	ΔH (kN)	Δ_1 (m)	$2 \cdot \Delta_2$ (m)
0	0,00	-0,051	0,041
0,1	9,07	0,059	-0,155
0,2	18,15	0,165	-0,356
0,3	27,23	0,269	-0,561
0,4	36,30	0,371	-0,774
0,5	45,38	0,471	-1,003
0,6	54,45	0,570	-1,265
0,7	63,53	0,669	-1,612
0,8	72,60	0,767	-2,253
0,9	81,68	0,864	-4,878
0,95	86,21	0,913	-14,716
0,97	88,03	0,932	-37,848

Nível	Cabos	θ	C_d	C_l	W_d (N/m)	W_d (N/m)	W_d (kN)	ρ	P_i (N/m)	P_o (N/m)
1	3,4	45°	0,466	0,406	12,56	10,79	0,81	90°	42,26	27,00
1	1,2,5,6	110,7°	1,024	-0,356	27,22	- 9,44	2,36	49,1°	16,91	27,00
2	3,4	45°	0,466	0,406	13,24	11,54	1,84	90°	44,92	28,60
2	1,2,5,6	110,7°	1,024	-0,356	29,05	- 10,11	5,33	49,1°	17,79	28,60
3	3,4	42°	0,408	0,386	13,04	12,29	2,64	90°	55,45	38,82
3	1,2,5,6	111,69°	1,005	-0,367	32,11	- 11,75	8,97	46,45°	27,30	38,82
4	3,4	50°	0,584	0,434	18,22	13,54	4,96	90°	59,94	38,82
4	1,2,5,6	108,7°	1,062	-0,331	33,14	- 10,33	11,13	54,1°	25,80	38,82

QUADRO-3 AÇÕES RESULTANTES DO VENTO SOBRE OS ESTAIS

Como a distribuição dos cabos é simétrica em cada nível, o gráfico da reação x deslocamento foi construído usando a metade do nº de cabos, isto é, um a barlavento (Δ_1) e dois a sotavento ($2\Delta_2$). Estes cabos irão absorver a metade da reação R_4^0 e a constante de mola deverá ser dobrada como mostra a figura 2.14. No mesmo gráfico está mostrado o valor ΔV_4 correspondente a contribuição dos cabos do nível 4 para a carga axial, quando a torre é deslocada de sua posição vertical.

Os parâmetros calculados para os demais níveis de estais estão nos quadros 3 e 4. Foram obtidos da mesma forma que os do nível 4.

Nível	C_1 (m/kN)	C_2 (m)	C_3 (barlavento)	C_4 (sotavento)	K (kN/m)	ΔV (kN)
1	$32,292 \times 10^{-4}$	$8,807 \times 10^{-4}$	2,449	0,392	918	0,00
2	$64,331 \times 10^{-4}$	$83,327 \times 10^{-4}$	2,467	0,387	453	0,00
3	$66,652 \times 10^{-4}$	$345,026 \times 10^{-4}$	2,040	0,495	366	- 1,89
4	$10,4298 \times 10^{-3}$	$36,7638 \times 10^{-3}$	2,384	0,442	269	+ 2,15

QUADRO 4 - VALOR DAS CONSTANTES DA EQUAÇÃO FORÇA x DESLOCAMENTO PARA OS ESTAIS

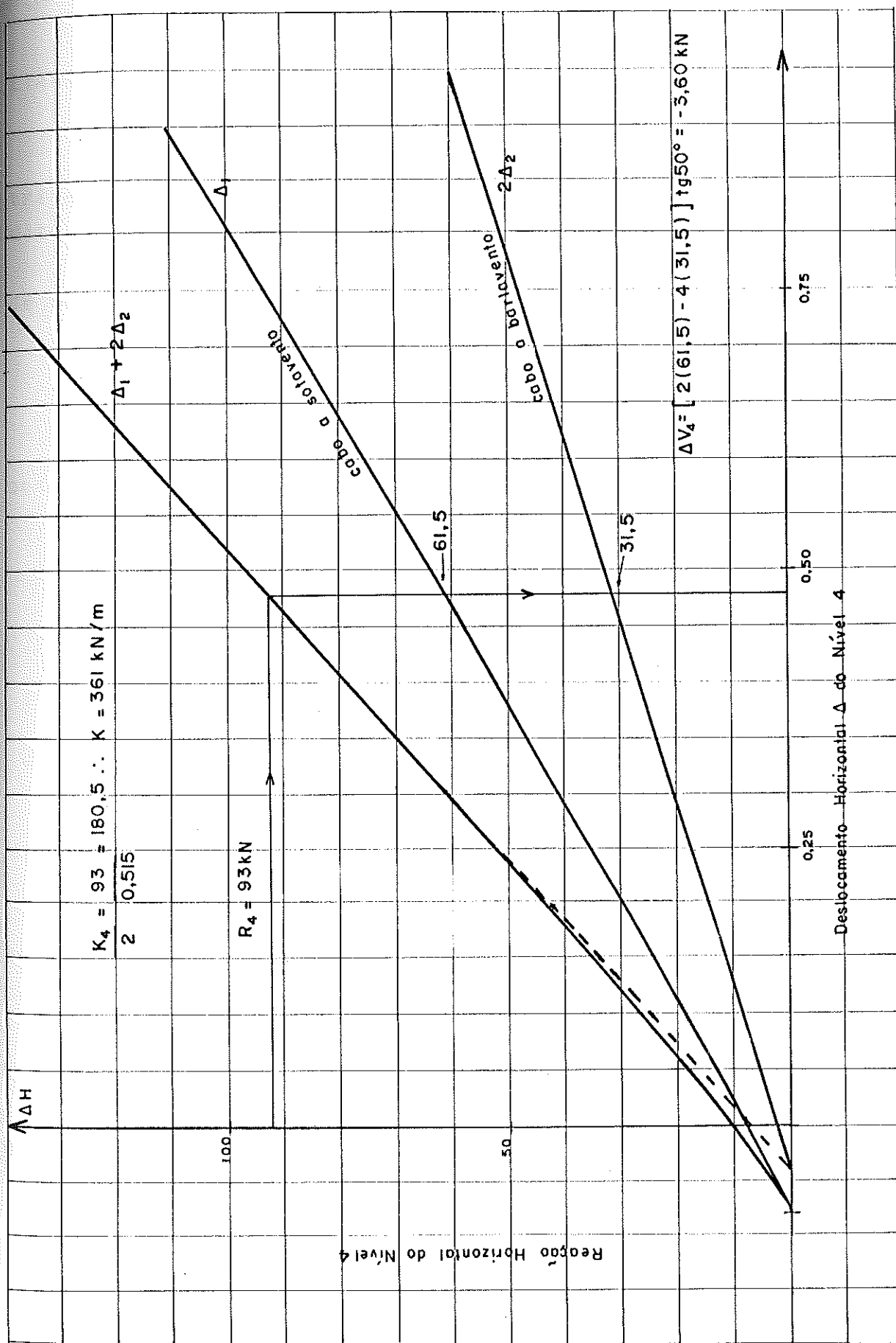


FIG. 2-14 CURVA DA RELAÇÃO FORÇA HORIZONTAL X DESLOCAMENTO PARA 4º NÍVEL DE ESTAIAMENTO

ETAPA 3

A carga axial depende da componente vertical da tração nos cabos e do peso próprio do mastro propriamente dito.

A equação apresentada para avaliar a carga axial de cada vão é a seguinte (ver equação 2.3.1).

$$V_n = V_{n+1} + (PT)_{n,n+1} + m V_{0n} + \Delta V_n$$

onde

V_n = carga axial no nível de cabos n

$V_{n,n+1}$ = idem para o nível n + 1

$(PT)_{n,n+1}$ = peso próprio da torre entre n e n+1

mV_{0n} = componente vertical da tensão inicial do cabo + metade do peso próprio do cabo + neve se for incluída, vezes o número m de cabos concorrentes no nível n.

ΔV_n = acréscimo na carga axial devido ao deslocamento do nível de estaiamento n (ver figura 2.14).

Começando do nível mais alto de cabos e trabalhando de cima para baixo, o valor de $(PT)_{n,n+1}$ pode ser estimado (5) pela fórmula aproximada (2.3.2).

$$(PT)_{n,n+1} = L(Nd + 10,2A) \quad (\text{em libras})$$

onde

L = comprimento de n a n+1 (em pés)

d = largura da face da torre (em pés)

A = área da seção transversal do montante (em pol^2)

N = constante que depende do tipo particular da torre (para o caso foi adotado $N = 25$)

Como o mastro tem largura das faces $d = 10$ pés e área da seção transversal dos montantes $A = 20 \text{ pol}^2$ constantes ao longo de toda sua altura, substituindo essas características na equação acima encontramos:

$$(PT)_{34} = \frac{227,10}{1000} (25 \cdot 10 + 10,2 \cdot 20) = 103,103 \text{ kips} =$$

$$= 458,63 \text{ kN}$$

$$(PT)_{23} = \frac{210}{1000} (25 \cdot 10 + 10,2 \cdot 20) = 95,34 \text{ kips} =$$

$$= 424,09 \text{ kN}$$

$$(PT)_{12} = \frac{240}{1000} (25 \cdot 10 + 10,2 \cdot 20) = 108,96 \text{ kips} =$$

$$= 484,68 \text{ kN}$$

Admitindo que na parte em balanço do mastro seja instalada uma antena pesando 50 kilolibras (222,41 kN) temos

$$(PT)_{45} = 222,41 \text{ kN}$$

As cargas axiais em cada um dos níveis de estaiamento serão

$$V_4 = (PT)_{4-5} + mV_{04} + \Delta V_4$$

$$V_4 = (PT)_{4-5} + 6 \left[H_0 \text{tg } \alpha + \frac{p_0 c}{2} \right] + \Delta V_4$$

$$V_4 = 222,41 + 6 \left[90,75 \text{ tg } 50 + \frac{38,82 \cdot 354,31}{2 \times 1000} \right] + 2,15$$

$$V_4 = 222,41 + 692,86 + 2,15 = 917,12 \text{ kN}$$

$$V_3 = V_4 + (PT)_{34} + m \left[H_0 \operatorname{tg} \alpha + \frac{p_0 C}{2} \right] + \Delta V_3$$

$$V_3 = 917,12 + 458,63 + 6 \left[104,62 \operatorname{tg} 42 + \frac{38,82 \times 300,93}{2 \times 1000} \right] - 1,89$$

$$V_3 = 917,12 + 458,63 + 606,89 - 1,89 = 1980,76 \text{ kN}$$

$$V_2 = 1980,76 + 424,09 + 459,80 = 2864,65$$

$$V_1 = 2864,65 + 484,68 + 424,38 + 0,00 = 3773,71 \text{ kN}$$

ETAPA 4

Os deslocamentos e reações nos níveis de estaiamento serão agora determinados. Estes valores dependem das reações nos apoios, e também das reações devido ao recalque, momentos nos apoios e deslocamento do mastro.

a) Reações nos Apoios devido aos Deslocamentos

Usando as equações deduzidas no Apêndice A, são obtidos os seguintes valores para os momentos e reações:

a-1 - Deslocamento unitário no nível 1

$$M_1^1 = 9189,61 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{11} = r_{11} = - 353,29 \text{ kN}$$

$$M_2^1 = - 6392,14 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{21} = r_{21} = 336,86 \text{ kN}$$

$$M_3^1 = 1535,52 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{31} = r_{31} = - 146,04 \text{ kN}$$

$$M_4^1 = 0,00 \text{ m.kN} \quad R_{41} = r_{41} = 22,18\text{kN}$$

a-2 - Deslocamento unitário no nível 2

$$M_1^2 = -6445,77 \text{ m.kN} \quad R_{12} = r_{12} = 336,86$$

$$M_2^2 = 10997,52 \text{ m.kN} \quad R_{22} = r_{22} = -517,41$$

$$M_3^2 = -6857,88 \text{ m.kN} \quad R_{32} = r_{32} = 378,04\text{kN}$$

$$M_4^2 = 0,00 \text{ m.kN} \quad R_{42} = r_{42} = -99,08\text{kN}$$

a-3 - Deslocamento unitário no nível 3

$$M_1^3 = 1808,33 \text{ m.kN} \quad R_{13} = r_{13} = -146,04\text{kN}$$

$$M_2^3 = -6855,06 \text{ m.kN} \quad R_{23} = r_{23} = 378,03\text{kN}$$

$$M_3^3 = 9761,36 \text{ m.kN} \quad R_{33} = r_{33} = -400,62\text{kN}$$

$$M_4^3 = 0,00 \text{ m.kN} \quad R_{43} = r_{43} = 141,02\text{kN}$$

a-4 - Deslocamento unitário no nível 4

$$M_1^4 = -274,69 \text{ m.kN} \quad R_{14} = r_{14} = 22,18\text{kN}$$

$$M_2^4 = 1041,29 \text{ m.kN} \quad R_{24} = r_{24} = -99,08\text{kN}$$

$$M_3^4 = -4148,73 \text{ m.kN} \quad R_{34} = r_{34} = 141,02\text{kN}$$

$$M_4^4 = 0,00 \text{ m.kN} \quad R_{44} = r_{44} = -59,94\text{kN}$$

b) Reações nos níveis devido às excentricidade dos cabos

Usando as equações correspondentes do item 3 do Apêndice A, pode-se escrever:

$$M_{12} = - 0,898275 \quad R_1 - 0,218193 \quad R_2 + 0,058686 \quad R_3 - \\ - 0,038545 \quad R_4$$

$$M_{23} = 0,253764 \quad R_1 - 0,932632 \quad R_2 - 0,222469 \quad R_3 + \\ + 0,146119 \quad R_4$$

$$M_{34} = - 0,0609599 \quad R_1 + 0,224036 \quad R_2 - 0,716768 \quad R_3 - \\ - 0,582172 \quad R_4$$

$$M_{01} = 0$$

$$M_{10} = M_{12} + 1,7597637 \quad R_1$$

$$M_{10} = 0,861489 \quad R_1 - 0,218193 \quad R_2 + 0,058686 \quad R_3 - \\ - 0,0385453 \quad R_4$$

$$M_{21} = M_{23} + 1,7597637 \quad R_2$$

$$M_{21} = 0,253764 \quad R_1 + 0,8271318 \quad R_2 - 0,222469 \quad R_3 + \\ + 0,146119 \quad R_4$$

$$M_{32} = M_{34} + 1,6026083 \quad R_3$$

$$M_{32} = - 0,0609599 \quad R_1 + 0,224036 \quad R_2 + 0,886366 \quad R_3 - \\ - 0,5821723 \quad R_4$$

$$M_{43} = 2,105898 \quad R_4$$

b-1 - Reação unitária no nível 1

Para $R_1 = 1\text{kN}$ e $R_2 = R_3 = R_4 = 0$

$$M_{01} = 0,000 \text{ m . kN} \qquad R_{11} = \epsilon_{11} = 0,0026133 \text{ kN}$$

$$M_{10} = 0,861489 \text{ kN}$$

$$M_{12} = -0,898275 \text{ m . kN} \qquad R_{21} = \epsilon_{21} = -0,020665 \text{ kN}$$

$$M_{21} = 0,253764 \text{ m . kN}$$

$$M_{23} = 0,253764 \text{ m . kN} \qquad R_{31} = \epsilon_{31} = 0,005798 \text{ kN}$$

$$M_{32} = -0,0609599 \text{ m . kN}$$

$$M_{34} = -0,0609599 \text{ m . kN} \qquad R_{41} = \epsilon_{41} = -0,000881 \text{ kN}$$

$$M_{43} = 0,000 \text{ m . kN}$$

b-2 - Reação unitária no nível 2

Para $R_2 = 1\text{kN}$ e $R_1 = R_3 = R_4 = 0$

$$M_{01} = 0,00 \text{ m . kN} \qquad R_{12} = \epsilon_{12} = 0,017621 \text{ kN}$$

$$M_{10} = -0,218193 \text{ m . kN}$$

$$M_{12} = -0,218193 \text{ m . kN} \qquad R_{22} = \epsilon_{22} = 0,003781 \text{ kN}$$

$$M_{21} = 0,827132 \text{ m . kN}$$

$$M_{23} = - 0,932632 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{32} = \varepsilon_{32} = - 0,021307$$

$$M_{32} = + 0,224036 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{34} = 0,224036 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{42} = \varepsilon_{42} = 0,003237$$

$$M_{43} = 0,000 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

b-3 - Reação unitária no nível 3

$$\text{Para } R_3 = 1 \text{ kN e } R_1 = R_2 = R_4 = 0$$

$$M_{01} = 0,000 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{13} = \varepsilon_{13} = - 0,004739 \text{ kN}$$

$$M_{10} = 0,058686 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{12} = 0,058686 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{23} = \varepsilon_{23} = 0,021167 \text{ kN}$$

$$M_{21} = - 0,222469 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{23} = - 0,222469 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{33} = \varepsilon_{33} = - 0,006968 \text{ kN}$$

$$M_{32} = 0,886366 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{34} = - 0,716768 \text{ m} \cdot \text{kN} \quad R_{43} = \varepsilon_{43} = - 0,010355 \text{ kN}$$

$$M_{43} = 0,000 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

b-4 - Reação unitária no nível 4

$$\text{Para } R_4 = 1,0 \text{ kN e } R_1 = R_2 = R_3 = 0$$

$$M_{01} = 0,00 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$R_{14} = \epsilon_{14} = 0,003113 \text{ kN}$$

$$M_{10} = - 0,038545 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{12} = - 0,038545 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$R_{24} = \epsilon_{24} = - 0,013903 \text{ kN}$$

$$M_{21} = 0,146119 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{23} = 0,146119 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$R_{34} = \epsilon_{34} = 0,050212 \text{ kN}$$

$$M_{32} = - 0,582172 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{34} = - 0,582172 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$R_{44} = \epsilon_{44} = - 0,038834 \text{ kN}$$

$$M_{43} = 2,105898 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

c) Reações causadas pelo deslocamento do mastro em relação a vertical

As contribuições das reações devido a carga axial no eixo desalinhado com a vertical são expressas como

$$R_n^Y = - \frac{V_n}{L_{n-1,n}} \Delta_{n-1} + \left(\frac{V_n}{L_{n-1,n}} + \frac{V_{n+1}}{L_{n,n+1}} \right) \Delta_n - \frac{V_{n+1}}{L_{n,n+1}} \Delta_{n+1}$$

$$R_1^Y = \left(\frac{V_1}{L_{01}} + \frac{V_2}{L_{12}} \right) \Delta_1 - \frac{V_2}{L_{12}} \Delta_2$$

$$R_1^Y = \left(\frac{3773,71}{65,5} + \frac{2864,65}{73,152} \right) \Delta_1 - \frac{2864,65}{73,152} \Delta_2$$

$$R_1^Y = 96,775 \Delta_1 - 39,160 \Delta_2$$

$$R_2^Y = - \frac{V_2}{L_{12}} \Delta_1 + \left(\frac{V_2}{L_{12}} + \frac{V_3}{L_{23}} \right) \Delta_2 - \frac{V_3}{L_{23}} \Delta_3$$

$$R_2^Y = - \frac{2864,65}{73,152} \Delta_1 + \left(\frac{2864,65}{73,152} + \frac{1980,76}{64,00} \right) \Delta_2 - \frac{1980,76}{64} \Delta_3$$

$$R_2^Y = - 39,160 \Delta_1 + 70,110 \Delta_2 - 30,949 \Delta_3$$

$$R_3^Y = - \frac{V_3}{L_{23}} \Delta_2 + \left(\frac{V_3}{L_{23}} + \frac{V_4}{L_{34}} \right) \Delta_3 - \frac{V_4}{L_{34}} \Delta_4$$

$$R_3^Y = \frac{1980,76}{64,00} \Delta_2 + \left(\frac{1980,76}{64,00} + \frac{917,12}{69,22} \right) \Delta_3 - \frac{917,12}{69,22} \Delta_4$$

$$R_3^Y = - 30,949 \Delta_2 + 44,199 \Delta_3 - 13,249 \Delta_4$$

$$R_4^Y = - \frac{V_4}{L_{34}} \Delta_3 + \frac{V_4}{L_{34}} \Delta_4$$

$$R_4^Y = - 13,249 \Delta_3 + 13,249 \Delta_4$$

Tendo calculado todas as contribuições pode-se então substituí-las na equação (2.3.8) e obter o seguinte sistema de equações:

$$- 1172,117 \Delta_1 + 305,710 \Delta_2 - 147,774 \Delta_3 + 23,013 \Delta_4 = - 197,54$$

$$- 278,729 \Delta_1 - 898,587 \Delta_2 + 354,861 \Delta_3 - 102,820 \Delta_4 = - 200,87$$

$$- 140,717 \Delta_1 + 337,439 \Delta_2 - 725,062 \Delta_3 + 141,278 \Delta_4 = - 160,78$$

$$21,731 \Delta_1 - 97,614 \Delta_2 + 123,981 \Delta_3 - 326,137 \Delta_4 = - 244,53$$

Resolvendo sistema acima encontra-se:

$$\Delta_1 = 0,224\text{m}$$

$$\Delta_2 = 0,406\text{m}$$

$$\Delta_3 = 0,532\text{m}$$

$$\Delta_4 = 0,845\text{m}$$

As reações resultantes são:

$$R_1 = K_1 \Delta_1 = 205,63\text{kN}$$

$$R_2 = K_2 \Delta_2 = 183,92\text{kN}$$

$$R_3 = K_3 \Delta_3 = 194,71\text{kN}$$

$$R_4 = K_4 \Delta_4 = 227,31\text{kN}$$

Substituindo os valores de Δ nas equações dos momentos usadas anteriormente encontram-se

- Momentos gerados pelos deslocamentos dos níveis

$$M_1 = 9189,61 \times 0,224 - 6445,77 \times 0,406 + 1808,33 \times 0,532 - 274,69 \times 0,845 = 171,41 \text{ m kN}$$

$$M_2 = -6392,14 \times 0,224 + 10997,52 \times 0,406 - 6855,06 \times 0,532 + 1041,29 \times 0,845 = 266,15 \text{ m kN}$$

$$M_3 = 1535,52 \times 0,224 - 6857,88 \times 0,406 + 9761,36 \times 0,532 - 4148,73 \times 0,845 = -752,98 \text{ m kN}$$

$$M_4 = 0,00 \text{ m kN}$$

- Momentos produzidos pela excentricidade dos cabos

$$M_{12} = - 0,898275 \times 205,63 - 0,218193 \times 183,92 + 0,058686 \times \\ \times 194,71 - 0,038545 \times 227,31 = \underline{- 222,18 \text{ m kN}}$$

$$M_{23} = 0,253764 \times 205,63 - 0,932632 \times 183,92 - 0,222469 \times 194,71 + \\ + 0,146119 \times 227,31 = \underline{- 129,45 \text{ m kN}}$$

$$M_{34} = -0,060959 \times 205,63 + 0,224036 \times 183,92 - 0,716768 \times 194,71 - \\ - 0,582172 \times 227,31 = \underline{- 243,23 \text{ m kN}}$$

$$M_{10} = 0,861489 \times 205,63 - 0,218193 \times 183,92 + 0,058686 \times 194,71 - \\ - 0,038545 \times 227,31 = \underline{139,68 \text{ m kN}}$$

$$M_{21} = 0,253764 \times 205,63 + 0,827132 \times 183,92 - 0,222468 \times 194,71 + \\ + 0,146119 \times 227,31 = \underline{194,21 \text{ m kN}}$$

$$M_{32} = - 0,060959 \times 205,63 + 0,224036 \times 183,92 + 0,886968 \times 194,71 - \\ - 0,5821723 \times 227,31 = \underline{69,04 \text{ m kN}}$$

$$M_{43} = 2,1058983 \times 227,31 = \underline{478,69 \text{ m kN}}$$

ETAPA 5

Os momentos obtidos na etapa 1 são agora combinados com aqueles obtidos na etapa 4, e o diagrama de momentos é desenhado na figura (2.15.a). Para aplicar a teoria da flexo compressão na viga devem-se determinar a grandeza e localização dos momentos máximos nos vãos e a situação dos pontos de inflexão. Estes valores estão no quadro abaixo:

Vão	M_{max} (m.kN)	x_0 (m)	l_0 (m)
0-1	866,63	26,82	53,63
1-2	806,54	39,49	63,30
2-3	322,12	30,42	45,17
3-4	250,38	30,55	0,00

M_{max} = momento máximo no vão

x_0 = distância do apoio a esquerda ao ponto M_{max}

l_0 = distância entre os pontos de inflexão

ETAPA 6

Analisa-se agora a torre como uma viga flexo-comprimida. Trabalhando em cada tramo separadamente, determina-se os momentos máximos nos vãos e nos apoios. Usando a equação (2.3.13):

$$M_n = \frac{1}{\text{sen } r\alpha} \left\{ M_{n-1} \text{sen}(r\alpha - \alpha) - \frac{wL^2}{\alpha^2} [\text{sen } r\alpha - \text{sen } \alpha + \right.$$

$$\left. + \text{sen}(\alpha - r\alpha) \right] + M_r \text{sen } \alpha \left. \right\}$$

Precisa-se determinar os valores de α , $r\alpha$ e M_r para o vão considerado. O valor de α por definição é

$$\alpha = \sqrt{\frac{VL^2}{E_t I_t}}$$

O valor de M_r é determinado usando a equação (2.3.14)

$$M_r = \frac{M_r^0}{1 - \frac{nV\ell_0^2}{E_t I_t}}$$

Lembrando que o momento de inércia da torre é $Ad^2/2$, $E_t = 2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$, $n = 1/9,6$, então monta-se o seguinte quadro:

Vão	V (kN)	ℓ_0 (m)	M_r^0 (m.kN)	M_r (m.kN)	r	α (rd)
0-1	3773,71	53,63	866,63	953,93	0,4758866	1,1623004
1-2	2864,65	63,30	806,54	895,92	0,6104804	1,1309488
2-3	1980,76	45,17	322,12	333,85	0,3910821	0,8227884
3-4	917,12	0,00	- 250		0,2672496	0,6055325

Tendo determinado os valores acima pode-se agora usar a equação (2.3.13) para resolver os momentos nos apoios.

- Vão 0-1

$$M_{01} = 0$$

$$M_{10} = \frac{1}{\sin r \alpha} \left\{ M_{01} \sin(r\alpha - \alpha) - \frac{wL^2}{\alpha^2} [\sin r\alpha - \sin \alpha + \right. \\ \left. + \sin (\alpha - r\alpha)] + M_r \sin \alpha \right\}$$

$$M_{10} = 2,1828022 \left\{ 0 - 7653,549 [0,4581267 - 0,9177199 + \right. \\ \left. + 0,6337673] + 956,93 \times 0,9177193 \right\}$$

$$M_{10} = - \underline{992,88 \text{ m kN}}$$

- Vão 1-2

Para obter o momento M_{12} para o vão 1-2, calcula-se M_{12} somando ao momento M_{10} os momentos causados pelo componente vertical da tração dos cabos calculados na etapa 4. Estes últimos não são afetados pela força axial na torre. Portanto:

$$M_{12} = M_{10} + (M'_{12} - M'_{10}) = -992,88 + (-222,18 - 139,68)$$

$$M_{12} = - \underline{1354,738 \text{ m kN}}$$

$$M_{21} = 1,7444057 (-1354,738)(-0,4972866) - 11295,528 \times 0,5732612 - \\ - 0,9048166 + 0,4972866 + 895,92 \times 0,9048166$$

$$M_{21} = - \underline{676,280 \text{ m kN}}$$

- Vão 2-3

$$M_{23} = -676,280 + (M'_{23} - M'_{21}) = -676,280 + (-129,45 - 194,21)$$

$$M_{23} = \underline{-999,94 \text{ m kN}}$$

$$\begin{aligned} M_{32} &= 2,6233703 (-999,94)(-0,4184221) - \\ &- 17667,106 \quad 0,381189 - 0,733046 + 0,4184221 + \\ &+ 333,846 \times 0,733046 \end{aligned}$$

$$M_{32} = \underline{-1345,505 \text{ m kN}}$$

- Vão 3-4

$$M_{34} = -1345,505 + (M'_{34} - M'_{32})$$

$$M_{34} = -1345,505 + (-243,23 - 69,04)$$

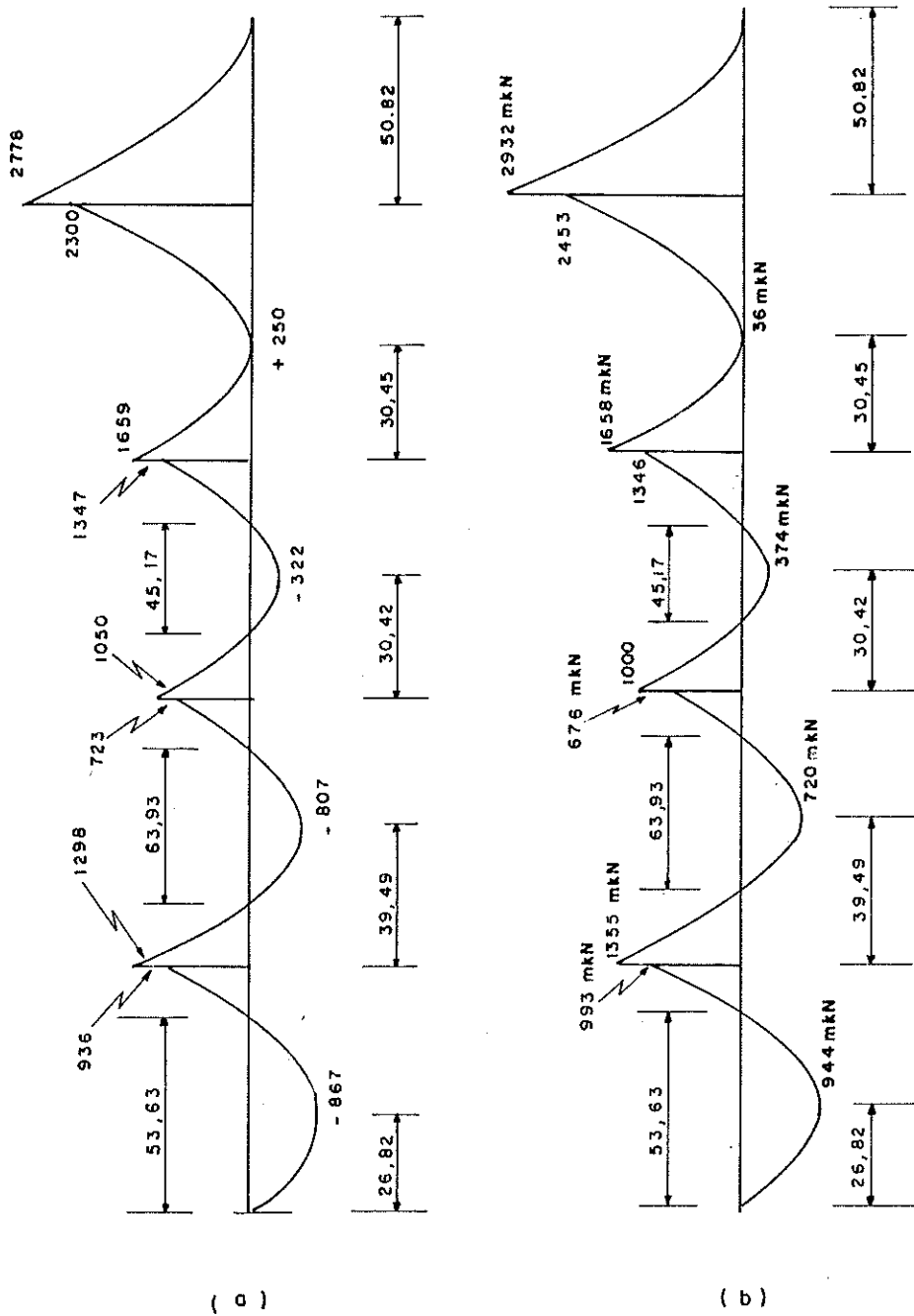
$$M_{34} = \underline{-1657,775 \text{ m kN}}$$

$$\begin{aligned} M_{43} &= 3,7867359 (-1657,775)(-0,3318678) \\ &- 39463,465 \quad 0,2640797 - 0,5692 + 0,3318679 + \\ &+ (-250,38) \times 0,5692 \end{aligned}$$

$$M_{43} = \underline{-2453,437 \text{ m kN}}$$

Balanco 4-5

$$M_{45} = -2453,437 - 478,69 = \underline{-2932,127 \text{ m kN}}$$



SEM A FORÇA AXIAL

COM A FORÇA AXIAL
(FINAL)

FIG. 2 - 15 DIAGRAMA DE MOMENTOS

CAPÍTULO III

ANÁLISE MATRICIAL DE TORRE ESTAIADA PELO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

3.1 - INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste capítulo o processo dos deslocamentos aplicado na análise dos esforços da torre estaiada, segundo um procedimento divulgado por Goldberg e outros nas publicações (11), (12) e (14).

Por este procedimento as ações externas que atuam na torre, isto é, as cargas distribuídas no mastro e nos estais, que tem sua origem na ação do vento são consideradas diretamente proporcionais à velocidade do vento segundo um parâmetro de proporcionalidade. Partindo-se de um "estado inicial" conhecido de distribuição dos esforços na estrutura (com a velocidade do vento nula) são aplicados pequenos incrementos de carga e determinadas novas configurações de equilíbrio até se atingir o "estado final" (com a velocidade do vento máxima considerada no projeto). Para esta análise de esforços supõe-se um modelo intermediário de carregamento entre o estado inicial e o final e como o sistema é considerado conservativo, a variação na aplicação da carga independe do caminho adotado, portanto optou-se por uma variação linear.

As equações características do processo dos deslocamentos são diferenciadas em relação ao parâmetro da carga e transformadas num sistema de equações diferenciais lineares. São dados incrementos neste parâmetro, a partir do estado inicial de carregamento, e a solução é obtida a cada passo. Observe-se também que, em se tratando de um sistema conservativo e estável durante o processo de carregamento, esta solução é única.

Todos os esforços estruturais internos mantêm uma relação não linear com os deslocamentos da estrutura.

No caso dos estais, admite-se que na situação de repouso, sua forma seja a de catenária. Imagina-se que o cabo deslocado pelo vento, mantenha em outro plano o formato de catenária, submetido a uma nova carga distribuída ao longo de seu comprimento, resultante da ação do vento e da gravidade. Estuda-se a depen

dência entre a tração do cabo e o deslocamento de sua extremidade superior, desde o estado inicial, sem ação do vento, até o final com o vento com a velocidade considerada no projeto. Devido a complexidade desta relação e a conseqüente dificuldade em usá-la no tipo de procedimento previsto para a análise dos esforços, transforma-se essa relação em curvas força-deslocamento e ajustam-se a elas equações matemáticas de mais simples tratamento. Essas equações fornecem os coeficientes de rigidez para os estais.

A relação entre os momentos e deslocamentos nas extremidades do tramo da torre é deduzida a partir da equação básica da flexo-compressão de barras prismáticas. Através desta relação é levada em consideração na análise a variação da rigidez a flexão do mastro em função da variação da carga axial, provocada pela reação dos cabos nos níveis de estaiamento com a estrutura deslocada.

No cálculo da deformação axial supõe-se que além da força axial, também contribue para o encurtamento (ou alongamento) dos tramos da torre o esforço de flexão. Considerando estas duas contribuições obtém-se uma equação não linear relacionado o esforço e o deslocamento axial.

3.2 - FORMULAÇÃO MATRICIAL

Para o caso particular de estrutura não linear como a torre estaiada relacionam-se diretamente ações, esforços e deslocamentos por uma função f_k do tipo:

$$f_k (F_k, x_i, w_k) = 0 \quad \dots\dots(3.2.1)$$

na qual F_k representa um dos esforços internos da estrutura, x_i são os deslocamentos e w_k as ações atuantes.

As equações de equilíbrio de nós podem ser expressas na seguinte forma:

$$P_i = \sum_{j=1}^J A_{ij} F_j \quad \dots\dots(3.2.2)$$

nas quais, P_i é a componente da ação externa aplicada no nó i , F_j é um dos J esforços internos atuando no nó e são coeficientes que podem ser ou uma constante ou uma função de alguns dos deslocamentos do nó.

O sistema das equações não lineares (3.2.1) e (3.2.2) é de difícil solução. Esta dificuldade foi contornada por Goldberg e Richard (11) que apresentaram um processo numérico para resolver o problema. Segundo este processo, o sistema de equações formado pelas 3.2.1 e 3.2.2 é transformado num sistema de equações diferenciais lineares de 1ª ordem, simplesmente diferenciando-o em relação a um parâmetro de proporcionalidade das cargas externas aplicadas na estrutura. A solução dessas equações diferenciais pode ser obtida por um processo de integração numérica, tal como o Rungekutta.

A diferenciação das equações da força-deslocamento com relação ao parâmetro de carga R, dá

$$\frac{\partial f_k}{\partial F_k} \cdot \frac{dF_k}{dR} + \frac{\partial f_k}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dR} + \frac{\partial f_k}{\partial w_k} \cdot \frac{dw_k}{dR} = 0 \quad \dots(3.2.3)$$

ou

$$\frac{dF_k}{dR} = - \frac{(\partial f_k / \partial x_i)}{(\partial f_k / \partial F_k)} \frac{dx_i}{dR} - \frac{(\partial f_k / \partial w_k)}{(\partial f_k / \partial F_k)} \frac{dw_k}{dR} \quad \dots(3.2.4)$$

As equações resultantes podem ser expressas na forma matricial como:

$$\left(\frac{dF}{dR}\right) = [C] \left(\frac{dx}{dR}\right) + [G] \left(\frac{dw}{dR}\right) \quad \dots(3.2.5)$$

na qual (dF/dR) , (dx/dR) e (dw/dR) são os vetores das forças internas, dos deslocamentos globais e das cargas distribuídas diferenciadas, respectivamente. Os elementos das matrizes $[C]$ e $[G]$ podem ser funções dos deslocamentos, esforços internos e cargas distribuídas mas, naturalmente não envolvem os deslocamentos, forças e cargas diferenciadas.

Diferenciando as equações de equilíbrio em relação ao parâmetro R das cargas, tem-se

$$\left(\frac{dP}{dR}\right) = [B] \left(\frac{dF}{dR}\right) + [A] \left(\frac{dx}{dR}\right) \quad \dots(3.2.6)$$

Novamente os elementos de $[A]$ e $[B]$ podem ser funções dos deslocamentos e forças internas, mas não dos deslocamentos diferenciados.

Substituindo a equação (3.2.5) na (3.2.4), pode-se ver que

$$[B][C] \left(\frac{dx}{dR}\right) + [A] \left(\frac{dx}{dR}\right) = \left(\frac{dP}{dR}\right) - [B][G] \left(\frac{dw}{dR}\right) \dots (3.2.7)$$

Combinando as cargas diferenciadas num vetor (W^*) e chamando $[B][C] + [A] = [K^*]$, a equação (3.2.7) pode ser simplificado para

$$[K^*] \left(\frac{dx}{dR}\right) = [W^*] \dots (3.2.8)$$

portanto
$$\left(\frac{dx}{dR}\right) = [K^*]^{-1} (W^*) \dots (3.2.9)$$

Os deslocamentos globais podem ser agora determinados integrando numericamente o conjunto de equações diferenciais acima.

3.3 - SISTEMA DE COORDENADAS PARA FORÇAS E DESLOCAMENTOS

A figura 3.1 mostra o sistema de coordenadas adotado para a análise das forças e deslocamentos da torre estaiada.

Representa-se na figura 3.1.a o elemento que é usado na montagem da estrutura. Trata-se da barra de extremos i e j , correspondente ao tramo j da torre. Nela atuam as seguintes ações externas: M_{jt} e M_{it} , que são os momentos aplicados nos nós i e j segundo os eixos $t=1$ e $t=2$; P_{jt} e P_{it} , ações horizontais atuantes no nós i e j na direção dos eixos t ; P_{j3} , que é a força axial aplicada no nó j . Os deslocamentos correspondentes a estas ações são: as rotações θ_{jt} e θ_{it} dos nós i e j segundo os eixos t , os deslocamentos transversais x_{jt} e x_{it} e a deformação axial x_{j3} .

Na figura 3.1.b representam-se os esforços internos

na barra ij e no ponto particular (j, n) do nível de estaiamento onde são vinculados os cabos. Estes esforços são os seguintes: os momentos m_{ijt} e m_{jit} nas extremidades i e j da barra nas direções dos eixos t ; a força axial N_{j3} na barra; as resultantes N_{jt} das componentes horizontais das forças de tração dos cabos que são vinculados à torre no ponto (j, n) e a força V_{jn} que é a resultante das componentes verticais da tração nos cabos que se conectam à torre no ponto (j, n) . Portanto, consideram-se nesta análise $7 + n$ esforços internos por nível de estaiamento, onde n é o número dos pontos de vinculação dos cabos com a torre numa determinada seção.

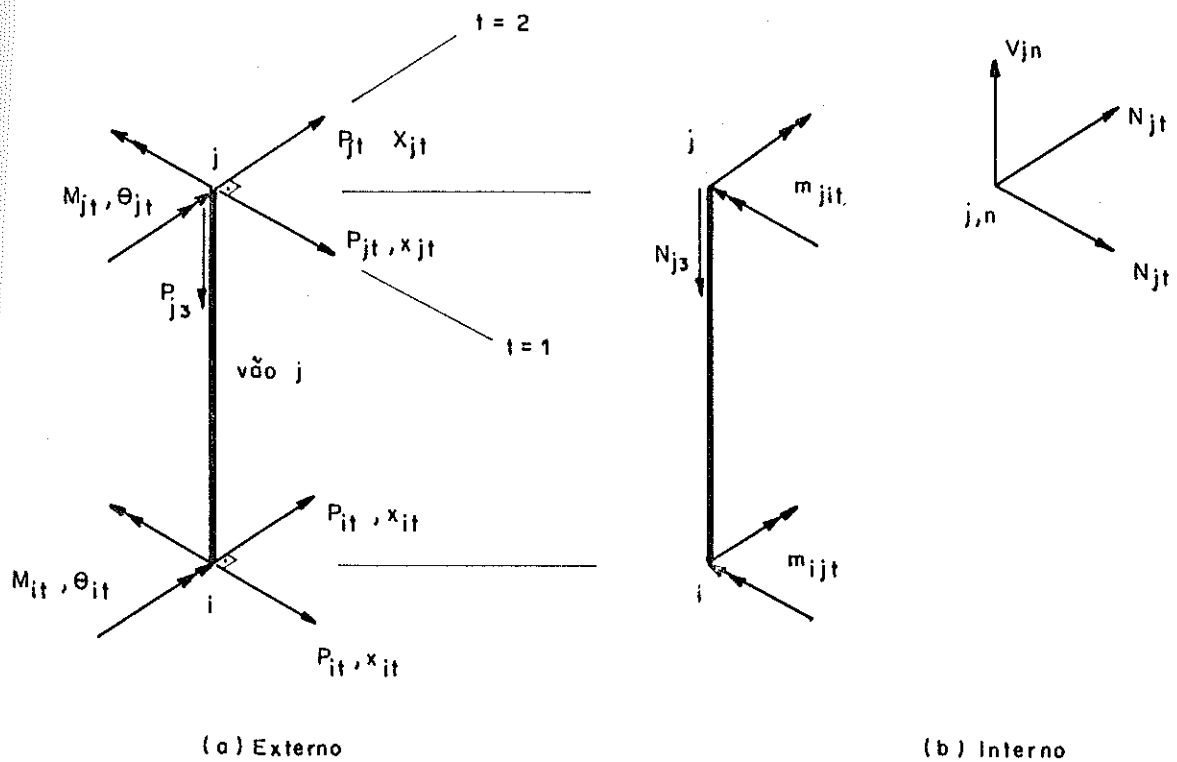


FIG. 3.1- SISTEMA DE COORDENADAS PARA FORÇAS E DESLOCAMENTOS

3.4 - RELAÇÕES ENTRE OS ESFORÇOS INTERNOS E OS DESLOCAMENTOS EXTERNOS

3.4.1 - Relações entre os momentos e deslocamentos do mastro

Nesta seção são deduzidas as equações que relacionam os momentos m_{ijt} e m_{jit} nas extremidades i e j da barra j com os giros θ_{it} e θ_{jt} e com os deslocamentos x_{it} e x_{jt} das seções, direções dos eixos $t=1$ e $t=2$.

A barra da figura 3.2 representa o tramo da torre entre 2 níveis de estaiamento, submetida a ação dos momentos na extremidade do vão, da força axial e carga distribuída transversalmente.

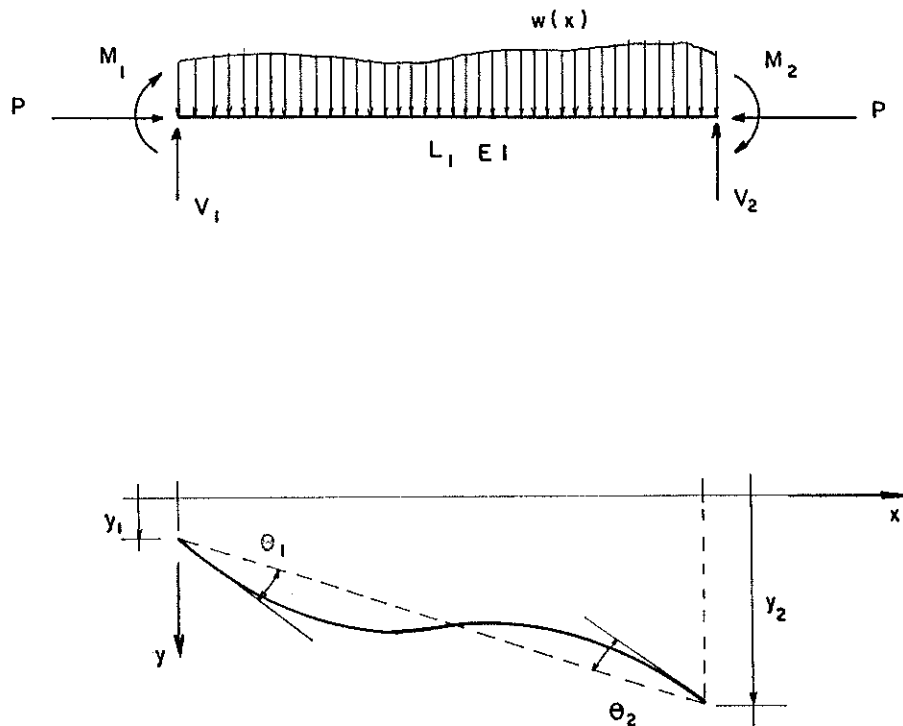


FIG. 3.2 - TRAMO GENÉRICO DA TORRE

A equação diferencial básica da flexo-compressão da barra mostrada na figura (3.2).

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = w(x) \quad \dots\dots(3.4.1)$$

Fazendo-se na (3.4.1)

$$\bar{y} = \frac{y}{L} \quad \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{L}{L^4} \frac{d^4 \bar{y}}{d\bar{x}^4}$$

$$\bar{x} = \frac{x}{L} \quad \therefore \quad \frac{d}{dx} = \frac{1}{L} \frac{d}{d\bar{x}}$$

$$w(x) = w_0 \cdot \phi(\bar{x}) \quad \text{onde } w_0 = \text{constante}$$

$$\alpha^2 = \frac{PL^2}{EI}$$

$$\beta_0 = \frac{w_0 L^3}{EI}$$

$$m = \frac{M}{PL}$$

$$\frac{d^2 \bar{y}}{d\bar{x}^2} = - \frac{L}{EI} M = - \frac{PL^2}{EI} m = - \alpha^2 m$$

tem-se

$$EI \frac{L}{L^4} \bar{y}^{IV} + P \frac{L}{L^2} \bar{y}^{II} = w_0 \cdot \phi(\bar{x})$$

ou

$$\bar{y}^{IV} + \alpha^2 \bar{y}^{II} = \beta_0 \phi(\bar{x}) \quad (3.4.2)$$

A solução da equação (3.4.2) para um $\phi(\bar{x})$ geral \bar{e}

$$\bar{y} = \bar{y}_p + \bar{y}_h$$

onde

\bar{y}_h = solução para a equação homogênea ($\phi(\bar{x}) = 0$)

\bar{y}_p = solução particular

com

$$\bar{y}_h = b_1 \cos(\alpha\bar{x}) + b_2 \text{sen}(\alpha\bar{x}) + b_3\bar{x} + b_4$$

e

$$\bar{y}_p = \frac{\beta_0}{\alpha^4} \left[\alpha^2 \iint \phi \, d\bar{x}^2 - \phi + \frac{1}{\alpha^2} \phi'' - \frac{1}{\alpha^4} \phi^{IV} + \dots \right]$$

Para o caso geral de uma carga distribuída uniformemente w_0 , isto é, com $\phi(x) = 1$, tem-se que:

$$\bar{y} = b_1 \cos(\alpha\bar{x}) + b_2 \text{sen}(\alpha\bar{x}) + b_3\bar{x} + b_4 + \frac{\beta_0}{2\alpha^2} \bar{x}^2 \quad (3.4.3)$$

$$\theta = \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = -b_1\alpha \text{sen}(\alpha\bar{x}) + b_2\alpha \cos(\alpha\bar{x}) + b_3 + \frac{\beta_0}{\alpha^2} \bar{x} \quad \dots (3.4.4)$$

$$m \equiv -\frac{1}{\alpha^2} \frac{d^2\bar{y}}{d\bar{x}^2} = b_1 \cos(\alpha\bar{x}) + b_2 \text{sen}(\alpha\bar{x}) - \frac{\beta_0}{\alpha^4} \quad \dots (3.4.5)$$

Chamando de M_1 , y_1 e M_2 , y_2 os momentos e os deslocamentos nos extremos 1 e 2 da viga, nota-se que as condições de contorno às quais a equação (3.4.3) deve se ajustar, a fim de determinar as constantes de integração, são:

$$\bar{y} = \bar{y}_1 \quad \text{para} \quad \bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = \bar{y}_2 \quad \text{para} \quad \bar{x} = 1$$

$$\frac{d^2\bar{y}}{d\bar{x}^2} = -\frac{L}{EI} M_1 = -\alpha^2 m_1 \quad \text{para} \quad \bar{x} = 0$$

$$\frac{d^2\bar{y}}{d\bar{x}^2} = \frac{L}{EI} M_2 = \alpha^2 m_2 \quad \text{para } \bar{x} = 1$$

Substituindo as condições acima na equação (3.4.3) encontram-se os seguintes valores para as constantes de integração:

$$b_1 = m_1 + \frac{\beta_0}{\alpha^4}$$

$$b_2 = \frac{1}{\text{sen } \alpha} \left[\frac{\beta_0}{\alpha^4} - m_2 - \left(m_1 + \frac{\beta_0}{\alpha^4} \right) \cos \alpha \right]$$

$$b_3 = \bar{y}_2 - \bar{y}_1 + m_2 + m_1 - \frac{\beta_0}{2\alpha^2}$$

$$b_4 = \bar{y}_1 - m_1 - \frac{\beta_0}{\alpha^4}$$

Portanto, a equação (3.4.3) e suas derivadas podem ser usadas para obter momento, rotação de seção, flecha, etc, em qual quer ponto do vão da viga em função dos momentos e deslocamentos nos extremos. Na equação (3.4.4) fazendo $\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = \theta_1$ para $\bar{x} = 0$ e

$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = \theta_2$ para $\bar{x} = 1$, obtêm-se

$$\begin{aligned} \theta_1 = & (1 - \alpha \cotg \alpha) m_1 + (1 - \alpha \text{cossec } \alpha) m_2 + (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) + \\ & + \frac{\beta_0}{2\alpha^2} \left(\frac{2}{\alpha} \cdot \text{tg } \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \end{aligned} \quad \dots\dots(3.4.6)$$

$$\begin{aligned} \theta_2 = & (1 - \alpha \text{cossec } \alpha) m_1 + (1 - \alpha \cotg \alpha) m_2 + (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - \\ & - \frac{\beta_0}{2\alpha^2} \left(\frac{2}{\alpha} \text{tg } \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \end{aligned} \quad \dots\dots(3.4.7)$$

Resolvendo simultaneamente, para m_1 e m_2 as equações (3.4.6) e (3.4.7) encontram-se

$$m_1 \equiv \frac{1 - \alpha \cotg \alpha}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} \theta_1 + \frac{\alpha \operatorname{cosec} \alpha - 1}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} \theta_2 - \frac{\alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) + \frac{\left(1 - \frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{2 \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \beta_0 \dots (3.4.8)$$

$$m_2 \equiv \frac{(\alpha \operatorname{cosec} \alpha - 1)}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} \theta_1 + \frac{(1 - \alpha \cotg \alpha)}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} \theta_2 - \frac{\alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\alpha^2 \left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)} (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) - \frac{\left(1 - \frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)}{2 \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \beta_0 \dots (3.4.9)$$

Modificando as equações acima para termos dimensionais, encontram-se

$$M_1 = \frac{EI}{L} \left[A \theta_1 + B \theta_2 - (A+B) \frac{\Delta}{L} \right] + C w_0 L^2 \dots (3.4.10)$$

$$M_2 = \frac{EI}{L} \left[B \theta_1 + A \theta_2 - (A+B) \frac{\Delta}{L} \right] - C w_0 L^2 \dots (3.4.11)$$

onde

$$A = \frac{(1 - \alpha \cotg \alpha)}{\left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1 \right)}$$

$$B = \frac{(\alpha \operatorname{cosec} \alpha - 1)}{\left(\frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - 1\right)}$$

$$C = \frac{\left(1 - \frac{2}{\alpha} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right)}{2 \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

No caso particular de engastamento perfeito do extremo 1 da viga, basta fazer $\theta_1 = 0$ na equação (3.4.6) e as relações entre momentos e rotações das seções (Equações 3.4.10 e 3.4.11) se modificam assim

$$M_1 = \frac{EI}{L} \left[B \theta_2 - (A + B) \frac{\Delta}{L} \right] + C w_0 L^2 \quad \dots(3.4.10a)$$

$$M_2 = \frac{EI}{L} \left[A \theta_2 - (A + B) \frac{\Delta}{L} \right] - C w_0 L^2 \quad \dots(3.4.11b)$$

Para o caso particular de articulação do extremo 1 da viga, basta fazer $m_1 = 0$ nas equações (3.4.6) e (3.4.7) e tem-se as seguintes relações para os momentos:

$$M_1 = 0$$

$$M_2 = \frac{EI}{L} \left[\frac{A^2 - B^2}{A} \theta_2 - \frac{A^2 - B^2}{A} \frac{\Delta}{L} \right] - \frac{A + B}{A} C w_0 L^2 \quad \dots(3.4.11c)$$

As equações (3.4.10) e (3.4.11) podem agora ser colocadas em termos das coordenadas do tramo-tipo da torre. Tem-se para os momentos nas extremidades i e j do vão j na direção t as seguintes expressões:

$$m_{ijt} = K_j \left[A_j \theta_{it} + B_j \theta_{jt} - \frac{D_j (x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] + C_j w_{jt} L_j^2$$

.....(3.4.12)

$$m_{jit} = K_j \left[A_j \theta_{jt} + B_j \theta_{it} - \frac{D_j (x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] - C_j w_{jt} L_j^2$$

.....(3.4.13)

onde

$$K_j = \frac{E \cdot I_j}{L_j} = \text{rigidez do tramo } j$$

A_j , B_j e C_j = coeficientes da flexo-compressão

$$D_j = A_j + B_j$$

t = Índice dos dois planos dos deslocamentos, verticais e normais entre si

$$i = j - 1$$

Diferenciando as equações (3.4.12) e (3.4.13) com relação ao parâmetro do carregamento R , tem-se

$$\begin{aligned} \frac{dm_{ijt}}{dR} &= K_j A_j \frac{d\theta_{it}}{dR} + K_j B_j \frac{d\theta_{jt}}{dR} - \frac{K_j D_j}{L_j} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \frac{dx_{it}}{dR} \right) + \\ &+ C_j L_j^2 \frac{dw_{jt}}{dR} \end{aligned}$$

.....(3.4.14)

$$\frac{dm_{jit}}{dR} = K_j A_j \frac{d_{jt}}{dR} + K_j B_j \frac{d_{it}}{dR} - \frac{K_j D_j}{L_j} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \frac{dx_{it}}{dR} \right) - C_j L_j^2 \frac{dw_{it}}{dR} \quad \dots (3.4.15)$$

Como o sistema é conservativo, os coeficientes A_j , B_j , C_j e D_j são mantidos constantes e iguais aos seus valores últimos, ou seja, aqueles quando a carga sobre a estrutura é a carga total prevista no projeto.

3.4.2 - Relação Força Axial-Deslocamento do Mastro

Nesta seção deduz-se a relação entre a força axial N_{j3} , aplicada no nível j do estaiamento do mastro, em função dos deslocamentos gerais θ_{jt} , θ_{it} , x_{jt} , x_{it} , x_{j3} e x_{i3} dos nós i e j .

A componente vertical do deslocamento de um particular ponto de conexão do cabo com a torre é composta de:

- 1) um encurtamento ou alongamento do mastro devido a um acréscimo ou decréscimo na força axial vertical e
- 2) um encurtamento do mastro devido a curvatura resultante da ação dos momentos fletores.

A primeira destas parcelas, sendo bem simples, pode ser escrita como

$$\lambda_1 = \frac{(P - P_0)L}{E_r \cdot A_r} \quad (3.4.16)$$

onde

P = carga axial final

P_0 = carga axial inicial

L = comprimento do tramo

A_r = área da seção transversal da torre

E_r = módulo de elasticidade da torre

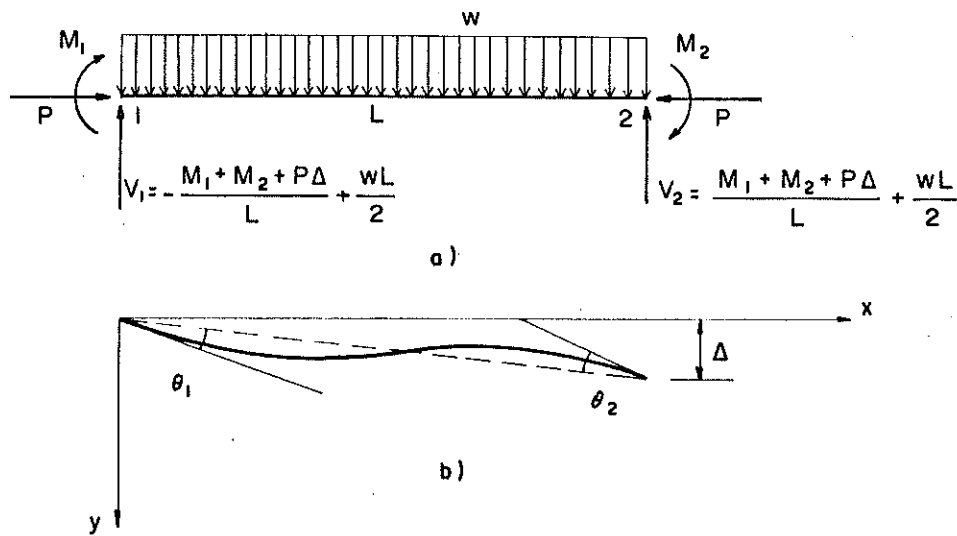


FIGURA 3.3

A segunda parcela, sendo mais complexa será de duzida a seguir.

Um trecho do mastro, entre dois níveis de cabos, pode ser representado como uma viga flexo-comprimida da figura 3.3.a, desprezando a variação na carga axial P ao longo do seu comprimento devido ao seu peso próprio. Os deslocamentos positivos do membro estão indicados na figura 3.3.b. A elástica da viga em relação a sua posição inicial pode ser representada pela série

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} + \frac{\Delta}{L} x \quad \dots\dots(3.4.17)$$

Esta expressão para a elástica satisfaz plenamente as condições de contorno:

$$y = 0 \text{ em } x = 0$$

e

$$y = \Delta \text{ em } x = L$$

mas falha, não satisfazendo as condições:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M_1}{EI} \quad \text{em } x = 0$$

e

$$\frac{d^2y}{dx^2} = + \frac{M_2}{EI} \quad \text{em } x = L$$

Entretanto, trocando-se os momentos M_1 e M_2 da figura 3.3.a pelos pares $\frac{M_1}{c_1}$ e $\frac{M_2}{c_2}$ respectivamente, na figura 3.4 pode-se contornar o problema.

Quando c_1 e c_2 se tornam arbitrariamente pequenos os pares da figura 3.4, em termos práticos, ficam iguais aos momentos da figura 3.3.a. Além disso, as condições de contorno para a viga da figura 3.4 permanecem

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad \text{em } x = 0 \quad \text{e} \quad x = L$$

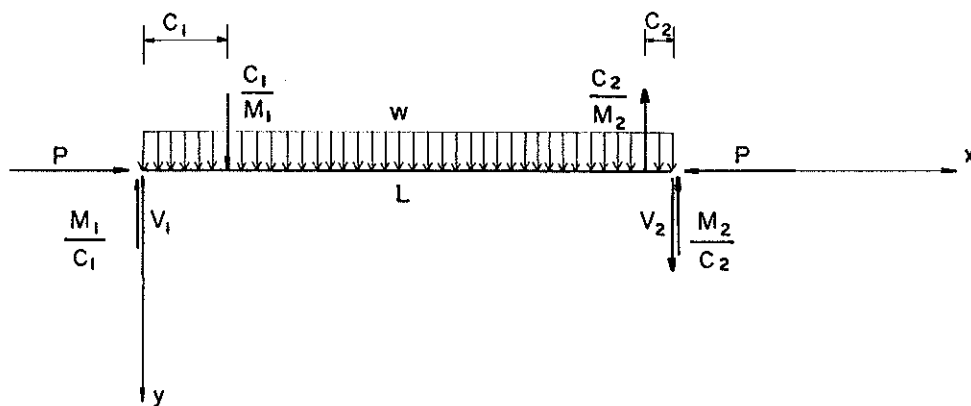


FIGURA 3.4

que são exatamente satisfeitas pela série adotada para a elástica. Portanto, o novo elemento estrutural adotado, além de ser um modelo mais fácil de ser tratado matematicamente, representa fisicamente uma boa aproximação a viga original da figura 3.3.a.

A segunda parcela da variação do comprimento do tramo da torre pode ser escrita, com boa precisão como:

$$\begin{aligned}
 \lambda_2 &\cong \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \\
 &\cong \frac{1}{2} \int_0^L \left[\sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} + \frac{\Delta}{L} \right]^2 dx \\
 &\cong \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2\Delta}{L} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} + \left(\frac{\Delta}{L}\right)^2 \right] dx \\
 &= \frac{L}{4} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \frac{\Delta}{L} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \Big|_0^L + \frac{\Delta^2}{2L} \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \frac{(n\pi)^2 L}{4} + \frac{\Delta^2}{2L} \quad \dots (3.4.18)
 \end{aligned}$$

Os coeficientes a_n vão ser determinados pelo princípio dos trabalhos virtuais. Para tanto, admite-se que a viga sofra um deslocamento virtual correspondente a uma variação, δ_{aj} , na amplitude do j -ésimo termo. A variação na energia potencial durante este deslocamento é

$$\delta W = P \delta(\lambda_2) + w \int_0^L \delta y \, dx + M_1 \delta \left(\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} \right) + M_2 \delta \left(\frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} \right) \dots\dots(3.4.19)$$

ou

$$\delta W = P a_j \delta a_j \left(\frac{j\pi}{L} \right)^2 \frac{L}{2} + w \delta a_j \frac{L}{j\pi} (1 - \cos j \pi) + M_1 \delta a_j \frac{j\pi}{L} + M_2 \delta a_j \frac{j\pi}{L} \cos j\pi \dots\dots(3.4.20)$$

A variação da energia de deformação por flexão é

$$\delta U = EI a_j \delta a_j \left(\frac{j\pi}{L} \right)^4 \frac{L}{2} \dots\dots(3.4.21)$$

onde

E = módulo de elasticidade da viga

I = momento de inércia da secção normal

Igualando δW e δU , encontra-se para a_j

$$a_j = \frac{2 L^2 (M_1 + M_2 \cos j \pi)}{EI j \pi^3 (j^2 - \rho)} + \frac{2 L^4 w (1 - \cos j \pi)}{EI j^3 \pi^5 (j^2 - \rho)} \dots\dots(3.4.22)$$

onde

$$\rho = \frac{P}{Pe}$$

e

$$Pe = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \text{carga de Euler para a viga}$$

Voltando a trabalhar com o termo genérico n , substituindo a_n na equação (3.4.18) pelo seu valor obtido na equação (3.4.22) rearranjando os termos, encontra-se

$$\lambda_2 = \frac{\Delta^2}{2L} + \frac{1}{Pe^2L} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{M_1 + M_2 \cos n\pi + \frac{wL^2}{n^2\pi^2} (1 - \cos n\pi)}{(n^2 - \rho)} \right]^2 \dots(3.4.23)$$

Os momentos M_1 e M_2 são agora substituídos pelos seus valores dados pelas equações (3.4.10) e (3.4.11) dos momentos em função das rotações da seção transversal. Rearranjando os termos, tem-se

$$\lambda_2 = \frac{\Delta^2}{2L} + \frac{1}{Pe^2L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{EI}{L} \left[(A + B \cos n\pi) \theta_1 + (B + A \cos n\pi) \theta_2 - (A + B)(1 + \cos n\pi) \frac{\Delta}{L} \right] + \frac{wL^2}{\pi^2} \left(\pi^2 C + \frac{1}{n^2} \right) (1 - \cos n\pi) \right\}^2 / (n^2 - \rho)^2 \dots(3.4.24)$$

onde A , B e C já foram definidos

A inspeção revela que somente os dois primeiros termos da série envolvida na equação (3.4.24) são necessários para o cálculo de λ . Portanto,

$$\lambda = \frac{\Delta^2}{2L} + \frac{L}{\pi^4(1 - \rho)^2} \left[(A - B)(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2wL}{Pe} (\pi^2 C + 1) \right]^2 + \frac{L(A+B)^2}{\pi^4(4 - \rho)^2} \left[\theta_1 + \theta_2 - \frac{2\Delta}{L} \right]^2 \dots(3.4.25)$$

Se a viga sofrer rotações de seção e recalques nos extremos nas duas direções ortogonais t ,

$$\lambda = \frac{(P - P_0) L}{Er Ar} + \sum_{t=1}^2 \left\{ \frac{\Delta_t^2}{2L} + \frac{L}{\pi^4(1-\rho)^2} \left[(A-B)(\theta_{1t} - \theta_{2t}) + \frac{2w_t L(\pi^2 C + 1)}{Pe} \right]^2 + \frac{L(A+B)^2}{\pi^4(4-\rho)^2} \left[\theta_{1t} + \theta_{2t} - \frac{2\Delta_t}{L} \right]^2 \right\} \dots\dots(3.4.26)$$

A equação acima pode agora ser reescrita usando a notação para o nível j da torre, notando que (P - P₀) para o mastro é equivalente, para a torre estaiada, a

$$\sum_{r=j}^J \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (V_{rmn} - V_{0rmn}) \dots\dots(3.4.27)$$

na qual

V_{rmn} = força vertical aplicada pelo mº cabo no nº vértice no rº nível (torre sob ação total do vento)

V_{0rmn} = força vertical aplicada pelo mº cabo no nº vértice no rº nível (torre sem ação do vento)

J, M e N = valores máximos de j, m, n, respectivamente.

Portanto,

$$x_{j3} - x_{i3} = \frac{L_j}{Er Ar_j} \sum_{r=j}^J \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (V_{rmn} - V_{0rmn}) + \sum_{t=1}^2 \frac{(x_{jt} - x_{it})^2}{2L_j} + \sum_{t=1}^2 \frac{L_j}{\pi^4(1-\rho_j)^2} \left[(A_j - B_j)(\theta_{it} - \theta_{jt}) + \dots \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2 w_{jt} L_j}{Pe_j} (\pi^2 C + 1) \Big]^2 \\
 & + \sum_{t=1}^2 \frac{L_j (A_j + B_j)^2}{\pi^4 (4 - \rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right]^2 \dots (3.4.28)
 \end{aligned}$$

Substituindo

$$D_j = A_j + B_j$$

$$F_j = A_j - B_j$$

$$G_j = \pi^2 C_j + 1$$

e notando que

$$\begin{aligned}
 & \sum_{r=j}^J \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (V_{rmn} - V_{0 rmn}) = N_{j3} - \\
 & - \sum_{r=j+1}^{J+1} (PT)_r - \sum_{r=j}^J \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M V_{0 rmn} \dots (3.4.29)
 \end{aligned}$$

temos

$$\begin{aligned}
 N_{j3} & = \frac{E_r A_r}{L_j} (x_{j3} - x_{i3}) + \sum_{r=j+1}^{J+1} (PT)_r + \\
 & + \sum_{r=j}^J \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M V_{0 rmn} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{Er Ar_j}{L_j} \sum_{t=1}^2 \frac{(x_{jt} - x_{it})^2}{2L_j} - \frac{Er Ar_j}{\pi^4(1-\rho_j)^2} \sum_{t=1}^2 \left[-F_j(\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \\
 & \left. + \frac{2 w_{jt} L_j G_j}{Pe_j} \right] - \frac{Er Ar_j D_j^2}{\pi^4(4-\rho_j)^2} \sum_{t=1}^2 \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right]^2 \\
 & \dots\dots(3.4.30)
 \end{aligned}$$

onde

$(PT)_r$ = peso próprio do rº tramo da torre.

Conservando D_j , F_j , G_j e ρ_j constantes e iguais aos seus valores últimos, isto é, correspondentes a velocidade vento máxima prevista, a expressão acima é diferenciada em relação ao parâmetro da carga R, dando:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_{j3}}{dR} &= \frac{Er Ar_j}{L_j} \left(\frac{dx_{j3}}{dR} - \frac{dx_{i3}}{dR} \right) \\
 & - \frac{Er Ar_j}{L_j} \sum_{t=1}^2 \frac{(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \frac{dx_{it}}{dR} \right) - \\
 & - \frac{2Er Ar_j}{\pi^4(1-\rho_j)^2} \sum_{t=1}^2 \left[-F_j (\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \\
 & \left. + \frac{2w_{jt} L_j G_j}{Pe_j} \right] \left[-F_j \frac{d\theta_{jt}}{dR} + F_j \frac{d\theta_{it}}{dR} + \right. \\
 & \left. + \frac{2L_j G_j}{Pe_j} \frac{dw_{jt}}{dR} \right] - \frac{2Er Ar_j D_j^2}{\pi^4(4-\rho_j)^2} \sum_{t=1}^2 \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \right. \\
 & \left. - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \left[\frac{d\theta_{jt}}{dR} + \frac{d\theta_{it}}{dR} - \frac{2}{L_j} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \frac{dx_{it}}{dR} \right) \right] \dots(3.4.31)
 \end{aligned}$$

Juntando os termos em comum

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_{j3}}{dR} - \frac{dx_{i3}}{dR} &= \frac{L_j}{E_r A_r j} \frac{dN_{j3}}{dR} - \\
 &- \sum_{t=1}^2 \frac{2L_j}{\pi^4} \left\{ \frac{-F_j}{(1-\rho_j)^2} \left[-F_j(\theta_{jt} - \theta_{it}) + \frac{2w_{jt}L_jG_j}{Pe_j} \right] - \right. \\
 &- \frac{D_j^2}{(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \left. \right\} \frac{d\theta_{it}}{dR} + \\
 &+ \sum_{t=1}^2 \frac{2L_j}{\pi^4} \left\{ \frac{-F_j}{(1-\rho_j)^2} \left[-F_j(\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{2w_{jt}L_jG_j}{Pe_j} \right] + \frac{D_j^2}{(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \right. \right. \\
 &- \left. \left. \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \right\} \frac{d\theta_{jt}}{dR} + \\
 &+ \sum_{t=1}^2 \left\{ \frac{(x_{jt} - x_{it})}{L_j} - \frac{4D_j^2}{\pi^4(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \right. \right. \\
 &- \left. \left. \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \right\} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \frac{dx_{it}}{dR} \right) + \\
 &+ \sum_{t=1}^2 \frac{4L_j^2G_j}{\pi^4Pe_j(1-\rho_j)^2} \left[-F_j(\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \\
 &+ \left. \frac{2w_{jt}L_jG_j}{Pe_j} \right] \frac{dw_{jt}}{dR} \quad \dots(3.4.32)
 \end{aligned}$$

Rearranjando os termos, temos

$$\begin{aligned}
 \frac{dN_{j3}}{dR} &= \frac{Er Ar_j}{L_j} \frac{dx_{j3}}{dR} - \frac{Er Ar_j}{L_j} \frac{dx_{i3}}{dR} + \\
 &+ \sum_{t=1}^2 \frac{2 Er Ar_j}{\pi^4} \left\{ \frac{-F_j}{(1-\rho_j)^2} \left[-F_j (\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{2 w_{jt} L_j G_j}{Pe_j} \right] - \frac{D_j^2}{(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \right\} \frac{d\theta_{it}}{dR} - \\
 &- \sum_{t=1}^2 \frac{2 Er Ar_j}{\pi^4} \left\{ \frac{-F_j}{(1-\rho_j)^2} \left[-F_j (\theta_{jt} - \theta_{it}) + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{2 w_{jt} L_j G_j}{Pe_j} \right] + \frac{D_j^2}{(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \right. \right. \\
 &\left. \left. - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \right\} \frac{d\theta_{jt}}{dR} - \sum_{t=1}^2 \frac{Er Ar_j}{L_j} \left\{ \frac{(x_{jt} - x_{it})}{L_j} - \right. \\
 &\left. - \frac{4D_j^2}{\pi^4(4-\rho_j)^2} \left[\theta_{jt} + \theta_{it} - \frac{2(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \right] \right\} \left(\frac{dx_{jt}}{dR} - \right. \\
 &\left. - \frac{dx_{it}}{dR} \right) - \sum_{t=1}^2 \frac{4 Er Ar_j L_j G_j}{\pi^4 Pe_j (1-\rho_j)^2} \\
 &\left[-F_j (\theta_{jt} - \theta_{it}) + \frac{2 w_{jt} L_j G_j}{Pe_j} \right] \frac{dw_{jt}}{dR} \dots (3.4.33)
 \end{aligned}$$

3.4.3 - Relação entre a Força de Tração no Cabo e o Deslocamento

O objetivo desta secção é deduzir a relação entre as reações N_{jt} e V_{jn} na extremidade superior do cabo com os deslocamentos x_{jt} , x_{j3} e θ_{jt} da torre.

Nesta dedução considera-se que a posição de repouso do cabo sob ação da gravidade seja a catenária e que a ação do vento somente muda a forma e o plano dessa catenária conforme a figura 3.5.

O comprimento original, S_o do cabo é dado por:

$$S_o = \left[\frac{4H_o^2}{q_o^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{q_o c_o \cos \alpha_o}{2H_o} \right) + c_o^2 \operatorname{sen}^2 \alpha_o \right]^{1/2} \dots (3.4.34)$$

onde o índice "o" denota valores "originais" das variáveis (isto é, considerando somente o peso próprio).

Abandonando o índice o em todos os termos da equação acima (portanto, convertendo-os a valores variáveis ao invés de "iniciais") tem-se a equação básica da relação força-deslocamento para o cabo:

$$S = \left[\frac{4H_p^2}{q^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{q c \cos \alpha}{2 H_p} \right) + c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \right] \dots (3.4.35)$$

Os parâmetros da equação acima podem variar com a intensidade e direção do vento. A força H_p não é mais horizontal mas, sim perpendicular a resultante q (soma do peso próprio do cabo com a força de arrastamento pelo vento) (figura 3.5).

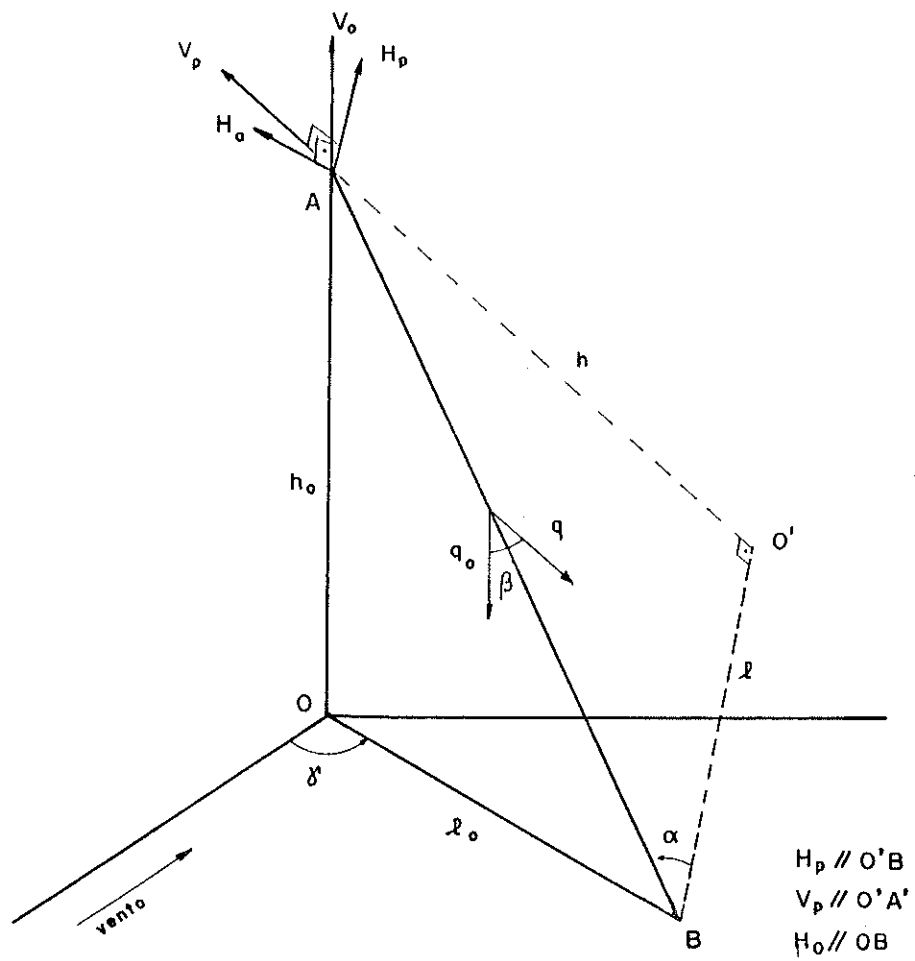


FIG. 3.5 - AÇÃO DO VENTO NO CABO

O uso da equação (3.4.35) é totalmente impraticável como relação esforço-deslocamento do cabo devido a sua complexidade. Por isso, é melhor colocá-la na forma de gráficos como os das figuras (3.6), (3.7), (3.8), para os quais expressões mais simples podem ser ajustadas. Para isso, admite-se que a extremidade inferior do cabo seja indeslocável e a superior tenha três graus de liberdade. Obtêm-se então, uma curva relacionando o deslocamento horizontal u da extremidade do cabo arrastado pelo vento com a força horizontal H_1 situada no plano "original" do cabo. Esta curva fornece informações suficientes para análise da torre estaiada pelo método dos deslocamentos, como se propõe neste capítulo.

Usa-se a equação (3.4.35) para se obter a relação entre o deslocamento horizontal u e a força de tração H_p do cabo. Primeiramente, o comprimento S do cabo é feito igual a $S_0 + \Delta S$, onde a variação ΔS é função de H_p e é dada pela seguinte expressão, conforme (12).

$$\Delta S = \left(\frac{H_p}{\cos \alpha} - \frac{H_0}{\cos \alpha_0} \right) \frac{S_0}{E_c A_c} \quad \dots\dots(3.4.36)$$

Substituindo a equação (3.4.36) na (3.4.35) obtêm-se:

$$S_0 + \frac{S_0}{E_c A_c} \left(\frac{H_p}{\cos \alpha} - \frac{H_0}{\cos \alpha_0} \right) =$$

$$\left[\frac{4H_p^2}{q^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{q c \cos \alpha}{2 H_p} \right) + c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \right]^{1/2} \quad \dots\dots(3.4.37)$$

Introduzindo uma nova variável $C = \frac{c}{H_p}$ tem-se:

$$\frac{S_0}{H_p} + \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{H_0}{H_p \cos \alpha_0} \right) \frac{S_0}{E_c A_c} =$$

$$\left[\frac{4}{q^2} \operatorname{sh}^2 \left(\frac{C q \cos \alpha}{2} \right) + C^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \right]^{1/2} \quad (3.4.38)$$

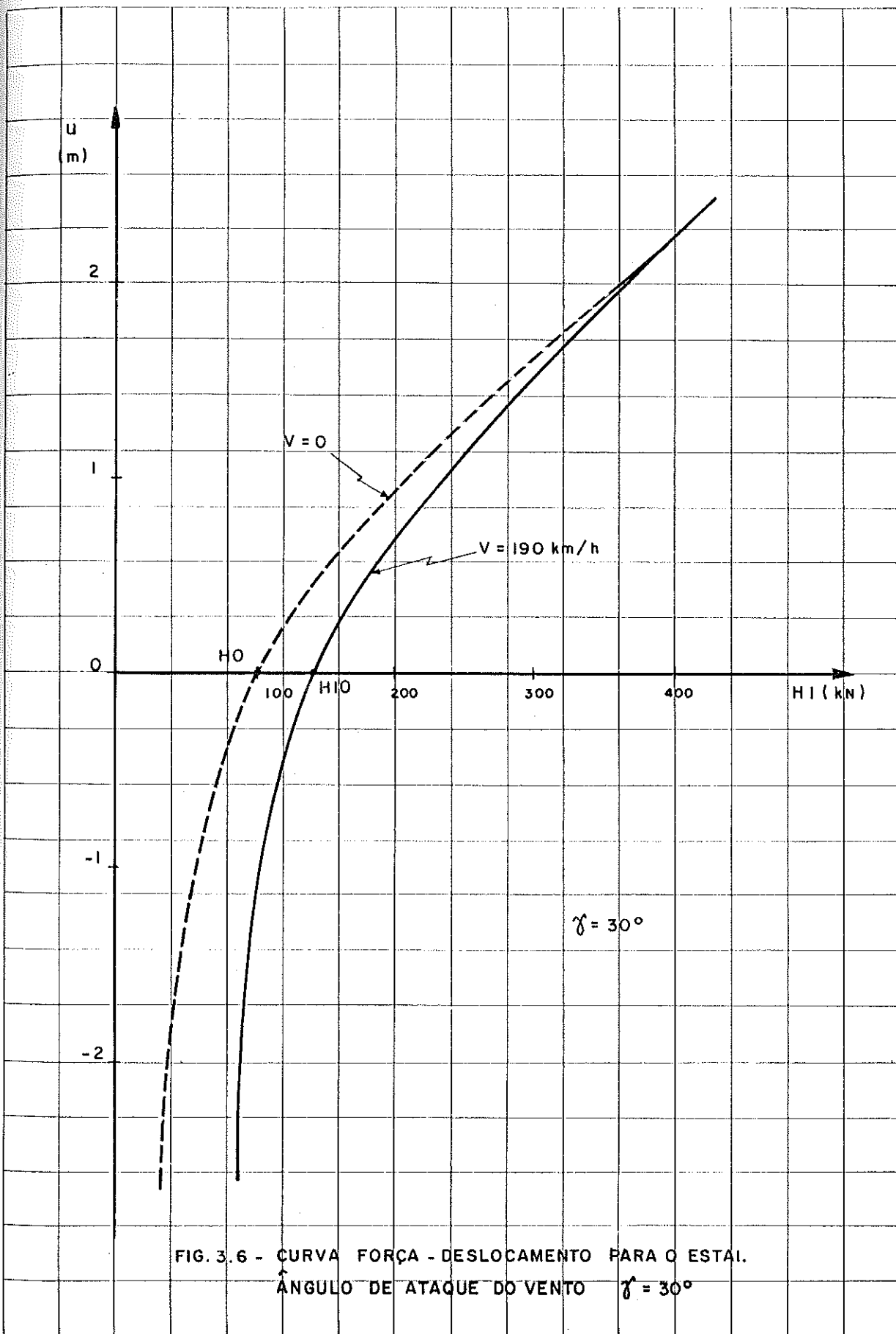


FIG. 3.6 - CURVA FORÇA - DESLOCAMENTO PARA O ESTAL.
ÂNGULO DE ATAQUE DO VENTO $\delta = 30^\circ$

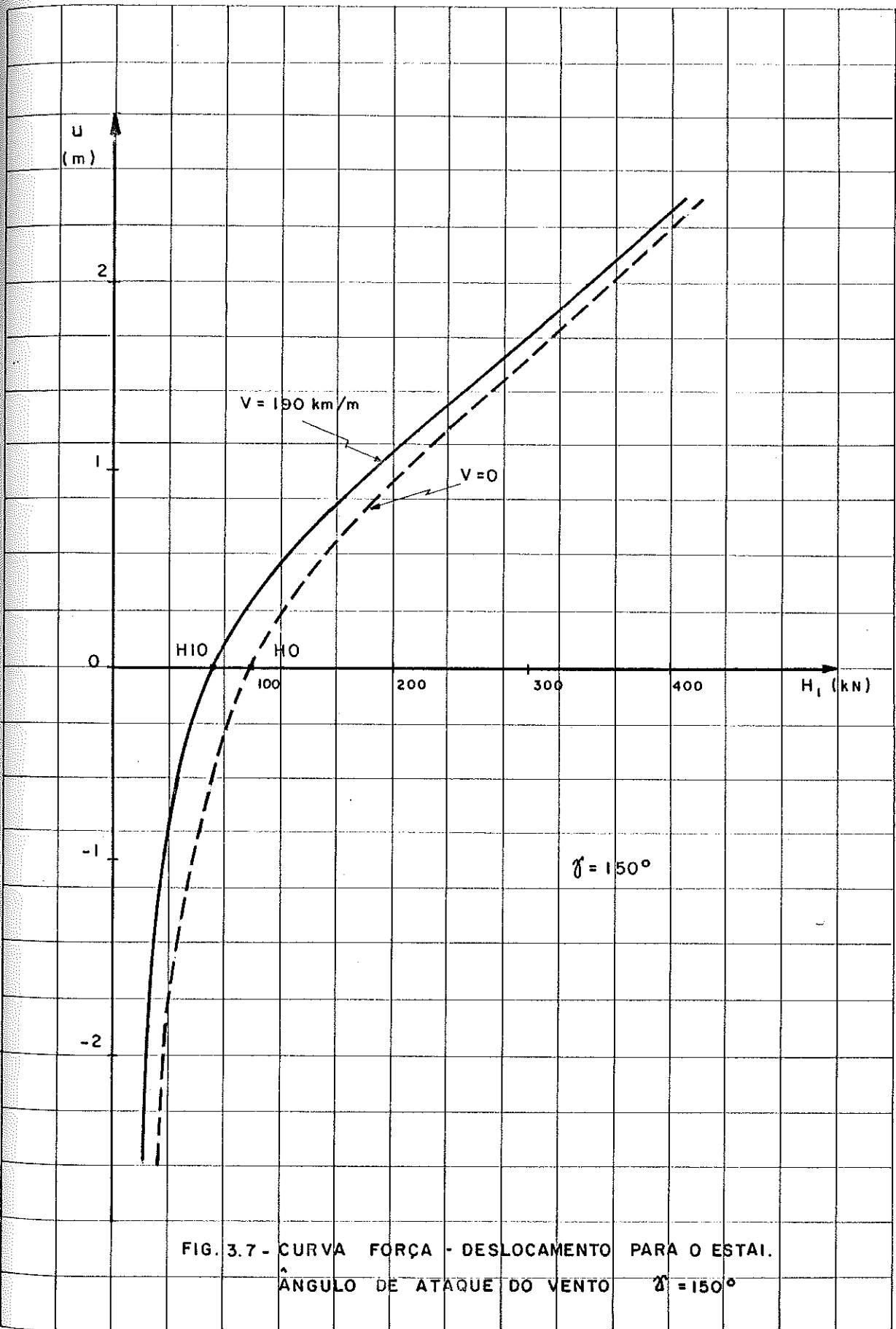


FIG. 3.7 - CURVA FORÇA - DESLOCAMENTO PARA O ESTAI.
ÂNGULO DE ATAQUE DO VENTO $\alpha = 150^\circ$

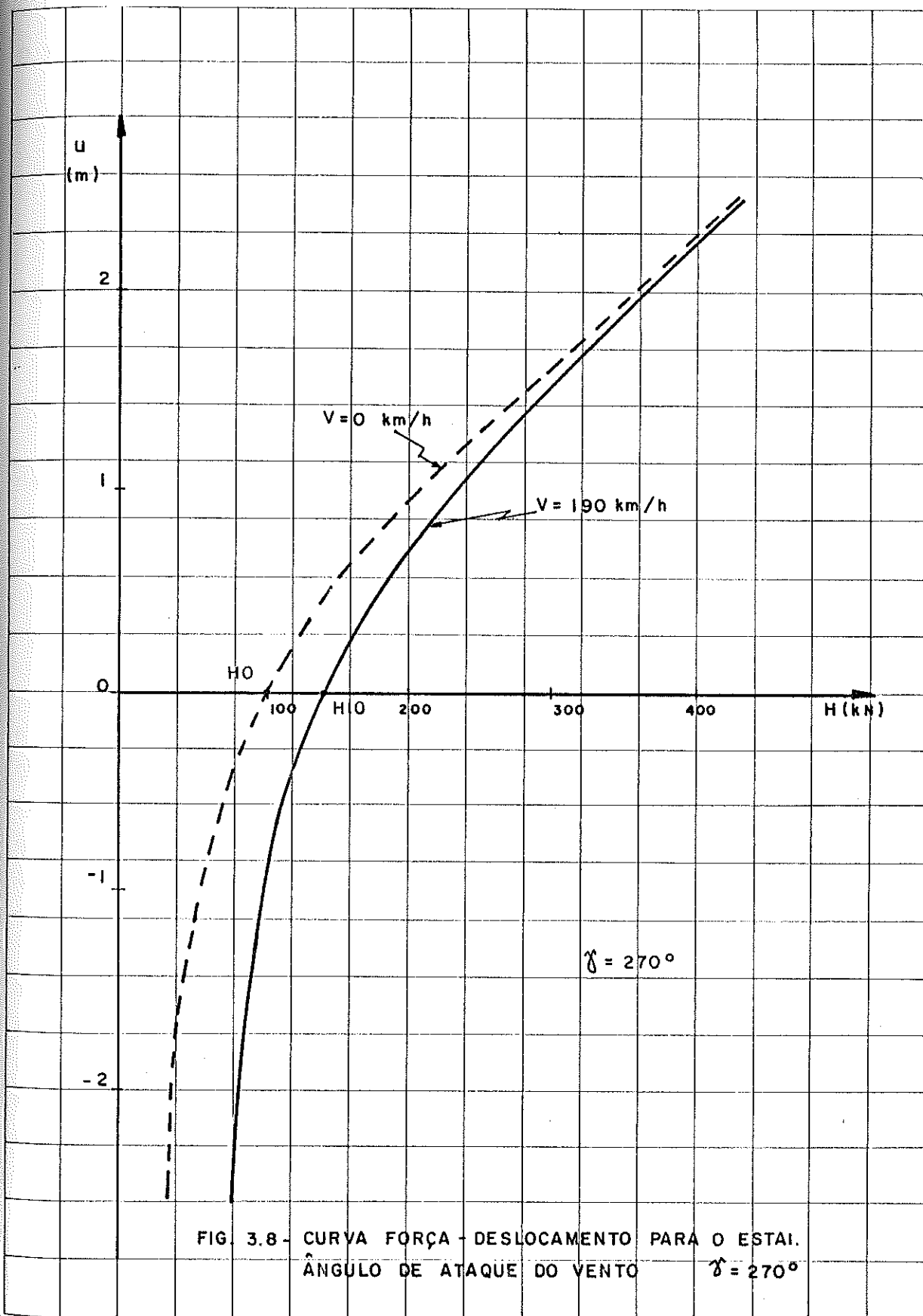


FIG. 3.8 - CURVA FORÇA - DESLOCAMENTO PARA O ESTAI.
ÂNGULO DE ATAQUE DO VENTO $\gamma = 270^\circ$

A raiz C da equação acima pode ser obtida usando o método de Newton, usando como valor inicial de C:

$$C_1 = \frac{S_0}{H_p} + \frac{S_0}{E_c A_c} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{H_0}{H_p \cos \alpha} \right)$$

A variação no comprimento da corda Δc para um particular valor de H_p , é portanto

$$\Delta c = C H_p - c_0$$

Os deslocamentos horizontal e vertical da extremidade superior do cabo resultam

$$u = \Delta c / \cos \alpha_0 \quad \dots\dots(3.4.39)$$

$$v = \Delta c / \sin \alpha_0 \quad \dots\dots(3.4.40)$$

A variação no ângulo α_0 devido aos deslocamentos u e v foi desprezada no cálculo de u e v. De acordo com investigações de Goldberg e Meyers (12), sempre que $\Delta c < c/100$, o erro envolvido na relação força deslocamento é menor que 1,5%. Entretanto, quando se desejar maior precisão ou quando se esperar deslocamentos muito grandes, o ângulo α_0 será corrigido em todas as expressões exceto a (3.4.35), onde ele está correto.

As expressões até aqui deduzidas permitem obter o deslocamento horizontal u em função da força H_p para qualquer combinação de peso próprio e carga do vento. É necessário agora, relacionar a força horizontal H_1 com H_p . Como esta relação é função da mudança na geometria do cabo que por sua vez depende na variação da carga no mesmo, torna-se necessário começar determinando o efeito do vento no cabo.

Supõe-se que num determinado ponto do cabo o vento sopra com uma velocidade V formando um ângulo γ com o plano vertical que contém o cabo. Pela figura 3.9.a percebe-se que a componente da velocidade normal ao cabo, V_n , é

$$V_n = (V_1^2 + V_2^2)^{1/2} \dots\dots(3.4.41)$$

onde

$$V_1 = V_1' \text{ sen } \alpha_0 = V \text{ cos } \gamma \text{ sen } \alpha_0$$

e

$$V_2 = V \text{ sen } \gamma$$

Desprezando a componente tangencial da velocidade V_t , obtêm-se a força por unidade de comprimento exercida pelo vento sobre o cabo, que é dada por

$$w_n = C_d \frac{\rho}{2} d_c V_n^2 \dots\dots(3.4.42)$$

Nesta expressão todos os parâmetros já foram definidos anteriormente.

Para facilitar o cálculo das reações na extremidade do cabo, como função da carga distribuída no mesmo, w_n é decomposta nas parcelas, como mostra a figura 3.9.b.

$$w_1 = w_n \text{ sen } \xi \dots\dots(3.4.43)$$

$$w_2 = w_n \text{ cos } \xi \dots\dots(3.4.44)$$

onde

$$\xi = \text{arc tg } (\text{cotg } \gamma \cdot \text{sen } \alpha_0) \dots\dots(3.4.45)$$

Na figura 3.9.c percebe-se que a resultante das cargas distribuídas no cabo é

$$q = (w_1^2 + w_2^2 + q_0^2 + 2 q_0 w_1 \text{ cos } \alpha_0)^{1/2} \dots\dots(3.4.46)$$

e que sua posição em relação a q_0 é dada por:

$$\beta = \text{arc tg } \left[\frac{w_2}{w_1 + q_0 \text{ cos } \alpha_0} \right] \dots\dots(3.4.47)$$

$$\alpha = \text{arc tg } \left[\frac{q_0 \text{ sen } \alpha_0 \text{ cos } \beta}{w_1 + q_0 \text{ cos } \alpha_0} \right] \dots\dots(3.4.48)$$

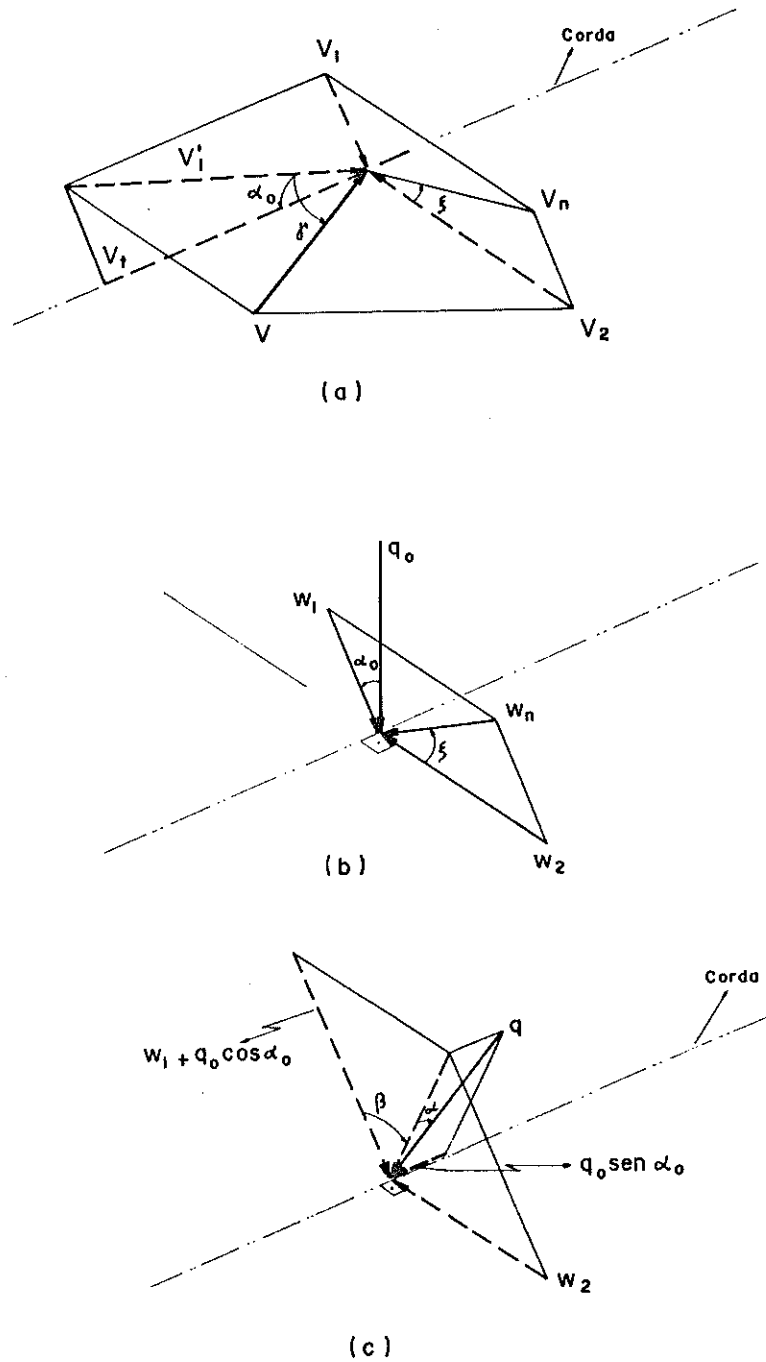


FIG. 3.9 - DETERMINAÇÃO DAS COMPONENTES DA AÇÃO DO VENTO SOBRE O ESTAI

A figura 3.10.a mostra as reações na extremidade superior do cabo onde ele se liga à torre. V e H1 estão no plano original do cabo e H2 normal a este plano. As forças V_p e H_p estão situadas no plano do cabo deslocado e que forma um ângulo β com o original. As figuras 3.10.b e 3.10.c mostram outras vistas do sistema de forças. Girando-se o sistema (V_p, H_p) , de um ângulo α no sentido anti-horário em torno do ponto O; em seguida, girando-se o sistema obtido, de um ângulo β no sentido horário em torno da corda c-c, e finalmente girando-se o novo sistema, de α_0 no sentido anti-horário obtêm-se a seguinte relação entre as reações:

$$H1 = V_p (\sin \alpha \cos \alpha_0 - \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha_0) + H_p (\cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \cos \beta \sin \alpha_0) \dots\dots(3.4.49)$$

$$V = V_p (\sin \alpha_0 \sin \alpha + \cos \alpha_0 \cos \alpha \cos \beta) + H_p (\sin \alpha_0 \cos \alpha - \cos \alpha_0 \cos \beta \sin \alpha) \dots\dots(3.4.50)$$

Como

$$V = \frac{qc}{2} + H_p \operatorname{tg} \alpha$$

$$q \cos \alpha \sin \beta = w_2$$

$$q \cos \alpha \cos \beta = w_1 + q_0 \cos \alpha_0$$

tem-se que:

$$H1 = \frac{qc}{2} (\sin \alpha \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \alpha \cos \beta) + H_p \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \dots\dots(3.4.51)$$

$$H2 = w_2 c/2 \dots\dots(3.4.52)$$

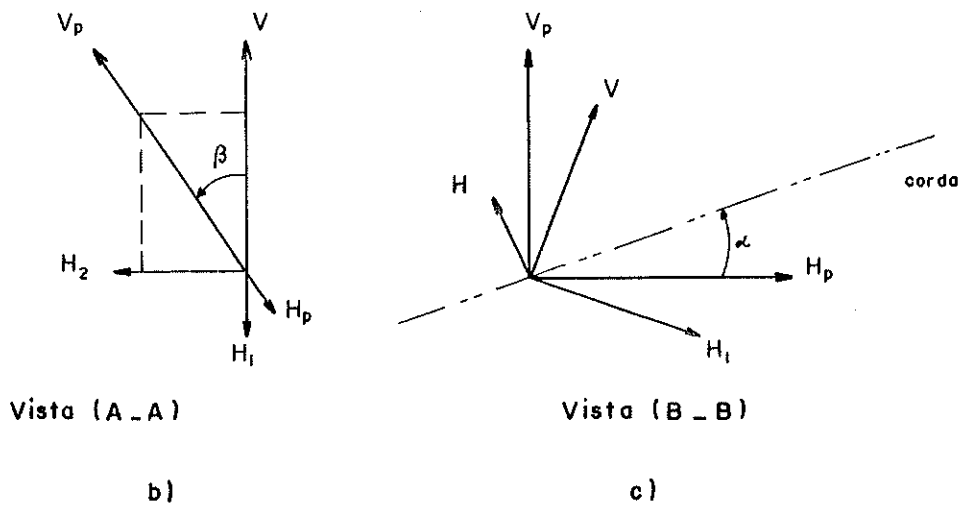
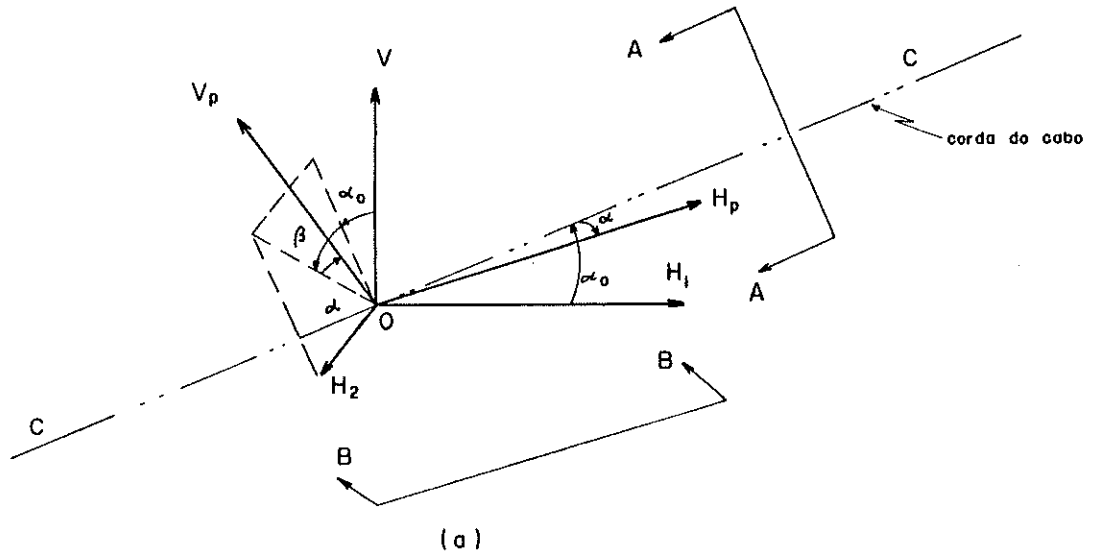


FIG. 3.10 - REAÇÕES NA EXTREMIDADE SUPERIOR DO ESTAI

$$V = \frac{c(w_1 + q_0 \cos \alpha_0)}{2 \cos \alpha_0} + H_1 \operatorname{tg} \alpha_0 \quad \dots\dots(3.4.53)$$

É possível portanto, calcular os deslocamentos da extremidade superior do cabo e as reações resultantes H1, H2 e V para qualquer combinação do peso próprio com a carga do vento, começando com um valor qualquer de H_p. Usando as equações (3.4.38), (3.4.39) e a (3.4.52) pode-se traçar as curvas das figuras (3.6), (3.7) e (3.8).

Uma expressão da forma

$$H_1 = Au + B + C e^{D(u-E)} \quad \dots\dots(3.4.54)$$

onde A, B, C, D e E são constantes a serem determinadas por qualquer método de ajustagem de curvas, pode ser ajustada facilmente e com alto grau de precisão a um segmento das curvas referidas acima. Esse tipo de função favorece a diferenciação exigida no método de análise dos esforços na torre estaiada.

A equação (3.4.54) pode ser reescrita agora como:

$$H_{1jmn} = A_{jmn} u_{jmn} + B_{jmn} + C_{jmn} e^{D_{jmn}(u_{jmn} - E_{jmn})} \quad \dots\dots(3.4.55)$$

onde

j = índice do nível de estaiamento.

m = índice do estai num particular ponto de conexão.

n = índice do ponto de conexão.

Os deslocamentos gerais da estrutura no nível j, são compostos fornecendo o deslocamento u na extremidade do cabo, de acordo com a seguinte equação:

$$u_{jmn} = -x_{j1} \cos \xi_{mn} - x_{j2} \operatorname{sen} \xi_{mn} - x_{j3} \operatorname{tg} \theta_{oj} - a_{j1n} \theta_{j1} \operatorname{tg} \alpha_{oj} - a_{j2n} \theta_{j2n} \operatorname{tg} \alpha_{oj} \quad \dots\dots(3.4.56)$$

onde ξ_{mn} é ângulo entre o eixo $t = 1$ e o cabo mn e a_{j1n} e a_{j2n} são as coordenadas dos pontos de conexão dos cabos medidos do centro geométrico da seção transversal do mastro (ver figura 3.11)

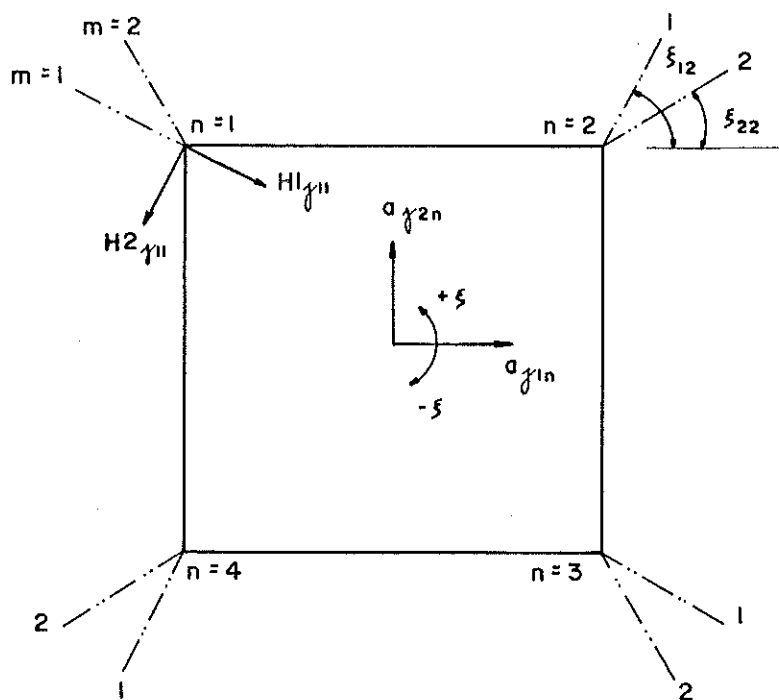


FIG. 3.11 - COORDENADAS DOS PONTOS DE CONEXÃO DOS ESTAIS COM O MASTRO

Somando-se as componentes das reações dos cabos, em um nível de estaiamento, nas direções dos eixos $t = 1$ e $t = 2$ da estrutura (figura 3.11) tem-se:

$$N_{j1} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (- H_{1jmn} \cos \xi_{mn} - H_{2jmn} \sen \xi_{mn}) \dots\dots(3.4.57)$$

$$N_{j2} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (- H_{1jmn} \sen \xi_{mn} + H_{2jmn} \cos \xi_{mn}) \dots\dots(3.4.58)$$

onde N é o número de pontos de conexão no nível de estaiamento e M é o número de cabos no ponto de conexão.

Somando as reações verticais V, em cada ponto de conexão tem-se:

$$V_{jn} = \sum_{m=1}^M \left[H_{1jmn} \operatorname{tg} \alpha_{oj} + \frac{(w_{1jmn} + q_{0jmn} \cos \alpha_{oj}) c_j}{2 \cos \alpha_{oj}} \right] \dots\dots(3.4.59)$$

Deve-se notar que o fato de não se dispor de um meio para determinar a relação H_1 -u variando com a velocidade do vento, desde zero até a velocidade considerada no projeto, restringe a validade desta relação a valores particulares da velocidade como os das figuras 3.6, 3.7 e 3.8.

Considerando que a análise dos esforços na torre está baseada exatamente na aplicação de pequenos incrementos da carga externa conclui-se que as equações (3.4.59), (3.4.58) e (3.4.57) são inadequadas, por que retratam o estado de carregamento com o vento à velocidade máxima de projeto. Esta dificuldade é contornada da seguinte maneira. Adicionam-se às expressões acima forças fictícias que variam de um valor máximo, quando a velocidade do vento é nula, até zero quando a velocidade do vento é a máxima considerada. Como o sistema é conservativo portanto, a variação dessas forças é arbitraria, opta-se pela variação linear.

Sendo assim, tem-se

$$N_{j1} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[-H_{1jmn} \cos \epsilon_{mn} - H_{2jmn} \operatorname{sen} \epsilon_{mn} + \frac{R_{\max} - R}{R_{\max}} (H_{10jmn} - H_{0jmn}) \cos \epsilon_{mn} \right] \dots\dots(3.4.60)$$

$$N_{j2} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[-H_{1jmn} \operatorname{sen} \epsilon_{mn} + H_{2jmn} \cos \epsilon_{mn} \right]$$

$$+ \frac{R_{\max} - R}{R_{\max}} (H10_{jmn} - Ho_{jmn}) \text{ sen } \epsilon_{mn} \Big] \dots\dots(3.4.61)$$

$$V_{jn} = \left[H1_{jmn} \text{ tg } \alpha_{oj} + \frac{(w1_{jmn} + q_{ojmn} \cos \alpha_{oj}) c}{2 \cos \alpha_{oj}} - \frac{R_{\max} - R}{R_{\max}} (H10_{jmn} - Ho_{jmn}) \text{ tg } \alpha_{oj} \right] \dots\dots(3.4.62)$$

onde

R = parâmetro da carga do vento, variando de zero a R_{\max} quando a velocidade do vento varia de zero ao seu valor máximo.

$H10_{jmn}$ = valor de $H1_{jmn}$ com o vento à velocidade de projeto e deslocamento nulo (ver figuras 3.6, 3.7 e 3.8)

Ho_{jmn} = valor inicial da tração do cabo.

Diferenciando as três equações acima em relação a R, tem-se

$$\frac{dN_{j1}}{dR} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[- \frac{dH1_{jmn}}{dR} \cos \epsilon_{mn} - \frac{dH2_{jmn}}{dR} \text{ sen } \epsilon_{mn} - \frac{H10_{jmn} - Ho_{jmn}}{R_{\max}} \cos \epsilon_{mn} \right] \dots\dots(3.4.63)$$

$$\frac{dN_{j2}}{dR} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left[- \frac{dH1_{jmn}}{dR} \text{ sen } \epsilon_{mn} + \frac{dH2_{jmn}}{dR} \cos \epsilon_{mn} - \frac{(H10_{jmn} - Ho_{jmn})}{R_{\max}} \text{ sen } \epsilon_{mn} \right] \dots\dots(3.4.64)$$

$$\frac{dV_{jn}}{dR} = \sum_{m=1}^M \left[\frac{dH1_{jmn}}{dR} \operatorname{tg} \alpha_{oj} + \frac{dw_{1jmn}}{dR} \left(\frac{c_j}{2 \cos \alpha_{oj}} \right) + \frac{H10_{jmn} - H0_{jmn}}{R_{\max}} \operatorname{tg} \alpha_{oj} \right] \dots\dots(3.4.65)$$

onde

$$\frac{dH1_{jmn}}{dR} = \left[A_{jmn} + C_{jmn} D_{jmn} e^{D_{jmn}(u_{jmn} - E_{jmn})} \right] \frac{du_{jmn}}{dR} \dots\dots(3.4.66)$$

$$\frac{dH2_{jmn}}{dR} = \frac{c}{dR} \frac{dw_{2jmn}}{dR} \dots\dots(3.4.67)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_{jmn}}{dR} = & - \cos \epsilon_{mn} \frac{dx_{j1}}{dR} - \operatorname{sen} \epsilon_{mn} \frac{dx_{j2}}{dR} - \operatorname{tg} \alpha_{oj} \frac{dx_{j3}}{dR} \\ & - a_{j1n} \operatorname{tg} \alpha_{oj} \frac{d\theta_{j1}}{dR} - a_{j2n} \operatorname{tg} \alpha_{oj} \frac{d\theta_{j2}}{dR} \dots\dots(3.4.68) \end{aligned}$$

3.5 - EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Nesta secção serão desenvolvidas as relações de equilíbrio para um nível tipo da torre. Dependendo do tipo vínculo da torre com o solo as equações para o primeiro nível deverão sofrer algumas modificações assim como as referentes ao último nível.

3.5.1 - Equação de equilíbrio para os momentos

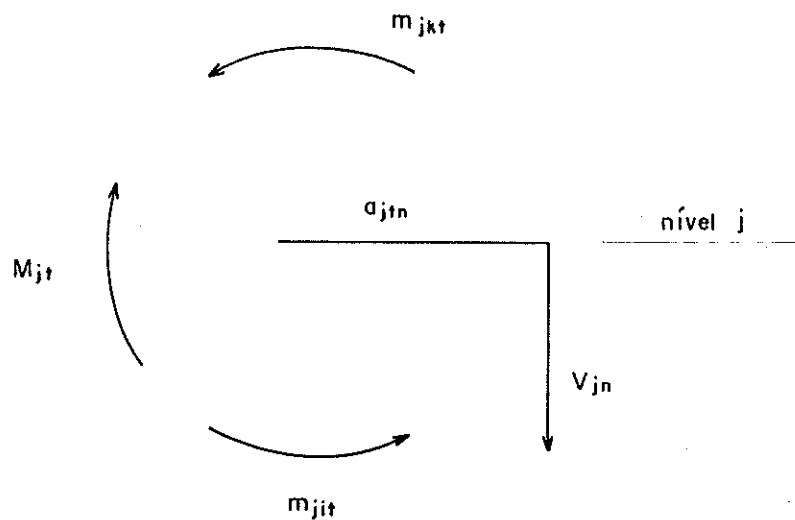


FIG. 3.12 - EQUILÍBRIO DOS MOMENTOS

Somando os momentos na direção t no nível j (figura 3.12) tem-se que:

$$M_{jt} - m_{jkt} - m_{jit} + \sum_{n=1}^N a_{jtn} V_{jn} = 0 \dots\dots(3.5.1)$$

ou

$$M_{jt} = m_{jkt} + m_{jit} - \sum_{n=1}^N a_{jtn} V_{jn} \dots\dots(3.5.2)$$

Diferenciando esta equação com relação ao parâmetro R das cargas aplicadas tem-se:

$$\frac{dM_{jt}}{dR} = \frac{dm_{jkt}}{dR} + \frac{dm_{jit}}{dR} - \sum_{n=1}^N a_{jtn} \frac{dV_{jn}}{dR} \quad \dots\dots(3.5.3)$$

3.5.2 - Equação de Equilíbrio para a Força Axial

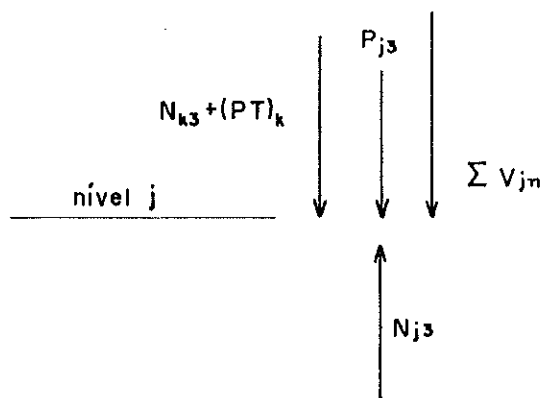


FIG. 3.13 - EQUILÍBRIO DAS FORÇAS VERTICAIS

Somando as forças verticais (figura 3.13) no nível j tem-se:

$$P_{j3} - N_{j3} + N_{k3} + \sum_{n=1}^N V_{jn} + (PT)_k = 0 \quad \dots\dots(3.5.4)$$

portanto

$$P_{j3} = N_{j3} - N_{k3} - \sum_{n=1}^N V_{jn} - (PT)_k \quad \dots\dots(3.5.5)$$

Diferenciando a (3.5.5) em relação ao parâmetro R, tem-se

$$\frac{dP_{j3}}{dR} = \frac{dN_{j3}}{dR} - \frac{dN_{k3}}{dR} - \sum_{n=1}^N \frac{dV_{jn}}{dR} \quad \dots\dots(3.5.6)$$

3.5.3 - Equação de Equilíbrio para a Força Cortante

Tomando a soma dos momentos em relação ao extremo k do vão k deslocado visto na figura (3.14.a) encontra-se que

$$S_{jkt} = \frac{m_{jkt} + m_{kjt}}{L_k} + \frac{N_{k3}}{L_k} (x_{kt} - x_{jt}) - \frac{w_{kt}}{2} \quad \dots\dots(3.5.7)$$

Da mesma maneira, tomando os momentos em relação ao extremo i do vão j tem-se:

$$S_{jit} = \frac{m_{ijt} + m_{jit}}{L_j} + \frac{N_{j3}}{L_j} (x_{jt} - x_{it}) + \frac{w_{jt} L_j}{2} \quad \dots(3.5.8)$$

Os termos S_{jit} e S_{jkt} nas equações acima representam as forças cortantes nas posições indicadas. A soma das forças horizontais, como indica a figura (3.14.b) será

$$S_{jkt} + N_{jt} - S_{jit} - P_{jt} = 0 \quad \dots\dots(3.5.9)$$

ou

$$P_{jt} = N_{jt} + S_{jkt} - S_{jit} \quad \dots\dots(3.5.10)$$

Substituindo as equações (3.5.7) e (3.5.8) na (3.5.10) tem-se:

$$P_{jt} = N_{jt} + \frac{m_{jkt} + m_{kjt}}{L_k} + \frac{N_{k3}}{L_k} (x_{kt} - x_{jt}) -$$

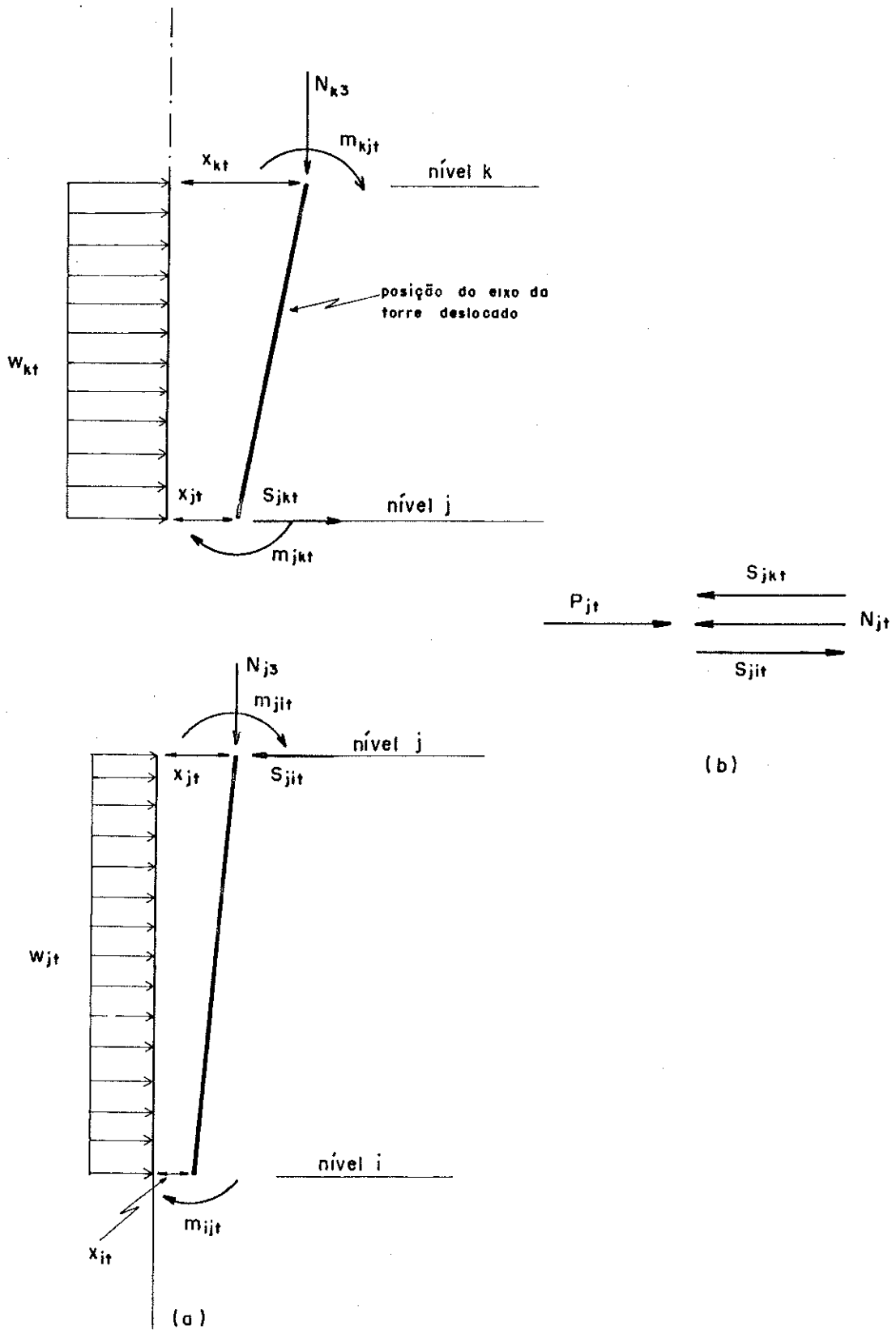


FIG. 3.14 - EQUILÍBRIO DAS FORÇAS HORIZONTAIS

$$- \frac{w_{kt} L_k}{2} - \frac{m_{ijt} + m_{jit}}{L_j} - \frac{N_{j3}}{L_j} (x_{jt} - x_{it}) - \frac{w_{jt} L_j}{2}$$

.....(3.5.11)

Diferenciando a equação (3.5.11) em relação a R e rearranjando os termos, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{jt}}{dR} &= \frac{dN_{jt}}{dR} + \frac{1}{L_k} \left(\frac{dm_{jkt}}{dR} + \frac{dm_{kjt}}{dR} \right) - \\ &- \frac{1}{L_j} \left(\frac{dm_{ijt}}{dR} + \frac{dm_{jit}}{dR} \right) + \frac{(x_{kt} - x_{jt})}{L_k} \frac{dN_{k3}}{dR} \\ &- \frac{(x_{jt} - x_{it})}{L_j} \frac{dN_{j3}}{dR} - \frac{L_k}{2} \frac{dw_{kt}}{dR} - \frac{L_j}{2} \frac{dw_{jt}}{dR} + \\ &+ \frac{N_{k3}}{L_k} \frac{dx_{kt}}{dR} - \left(\frac{N_{k3}}{L_k} + \frac{N_{j3}}{L_j} \right) \frac{dx_{jt}}{dR} + \frac{N_{j3}}{L_j} \frac{dx_{it}}{dR} \end{aligned}$$

.....(3.5.12)

3.6 - MONTAGEM DAS MATRIZES

A matriz $[C]$ que relaciona os diferenciais dos esforços internos da estrutura com os diferenciais dos deslocamentos, conforme a equação (3.2.5), é montada usando as equações dos momentos (3.4.15) e (3.4.16) nas direções t , a equação (3.4.33) para o esforço axial e as equações (3.4.63), (3.4.64), (3.4.65), (3.4.66), (3.4.67) e (3.4.68) para as reações na extremidade do cabo, onde se liga ao mastro. Estas mesmas equações são usadas na montagem da matriz $[G]$ e do vetor dos diferenciais da carga distribuídas na torre e nos estais (dw/dR).

A matriz $[B]$ das equações de equilíbrio é composta usando as equações (3.5.3), (3.5.6) e (3.5.12). A matriz $[A]$ é construída usando a equação (3.5.12).

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA E APLICAÇÃO NUMÉRICA

4.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

É empregado como programa principal nesta análise a subrotina RKGS, do pacote de subrotinas da IBM, que usa o método Runge-Kutta para obter a solução aproximada de um sistema de equações diferenciais de primeira ordem baseada em valores iniciais conhecidos. O método de Runge-Kutta é um algoritmo formulado para obter soluções aproximadas às soluções por séries de Taylor. As soluções aproximadas para as funções que estão sendo integradas são obtidas através de quatro avaliações das primeiras derivadas. Ao contrário da solução formal por séries de Taylor, o método Runge-Kutta não requer definições explícitas para as funções, nem valores numéricos das derivadas, além das primeiras.

Para o controle inicial do erro de arredondamento, são obtidas duas soluções para o sistema de equações diferenciais no ponto $(x_0 + 2h)$, com o incremento de $2h$. A primeira $Y^{(2)}(x_0 + 2h)$ é calculada, de uma vez, usando o incremento dobrado; a segunda $Y^{(1)}(x_0 + 2h)$ é calculada em duas vezes usando o incremento simples h de cada vez. Destas duas aproximações é gerado um valor de teste δ da seguinte maneira:

$$\delta = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^n a_i \left[y_i^{(1)} - y_i^{(2)} \right]$$

onde os coeficientes a_i são os pesos especificados de antemão.

O valor de δ é uma aproximação para o erro de truncamento local no ponto $x_0 + 2h$. Se δ for maior que uma tolerância dada ϵ_2 , o incremento h é dividido ao meio e o procedimento recomeça outra vez no ponto x_0 . Se δ for menor que ϵ_2 , os resultados $Y^{(1)}(x_0 + h)$ e $Y^{(1)}(x_0 + 2h)$ são aceitos como precisos. Se δ for menor que $\epsilon_2/50$ o próximo passo da integração é calculado com o incremento dobrado. O programa foi formulado para biseccionar o incremento inicial até dez vezes.

4.2 - DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS

Subrotina AJUST

Esta subrotina ajusta dados experimentais x e y fornecidos para uma função $y = f(x)$, usando o método dos mínimos quadrados. Dependendo do parâmetro ICV, a função para a qual os pontos são ajustados poderá ser $y = Ax + B$ ou $y = e^{(Cx + D)}$. Como a relação tração-deslocamento do cabo é do tipo $y = Ax + B + e^{Cx+D}$, a AJUST será chamada primeiramente para promover o ajustamento de valores experimentais à parte $y_1 = e^{(Cx + D)}$ e depois o ajustamento do resíduo (diferença entre os dados fornecidos e o y_1 ajustado) à segunda parte $y_2 = Ax + B$. Assim, então a curva $y = Ax + B + e^{Cx + D}$ em 2 etapas.

Subrotina FCT

Calcula os valores numéricos da função $y = f(x)$ e de sua primeira derivada.

Subrotina RTNI

Calcula a raiz da equação $y = f(x)$ pelo método de Newton.

Subrotina EQUQ

Monta a matriz $[B]$ das equações de equilíbrio.

Subrotina OUTP

Esta subrotina serve para sair do programa principal trazendo resultados intermediários e informações sobre a integração numérica.

Subrotina GJRIN

Inverte matrizes pelo método Gauss-Jordan.

Subrotina FUNC

Usando as subrotinas TROCA, APL, EQEQ, COEF2, GJRIN, GMPRD e GMADD a subrotina FUNC, através de operações com matrizes, calcula os valores numéricos do vetor DERY, derivada das funções da integração numérica.

Subrotina COEF2

Monta as matrizes [C] e [A] da análise matricial.

Subrotina APL

Monta a matriz [G] e os vetores (dP/dR) e (dw/dR).

Subrotina CGIRO

Calcula os coeficientes da flexo-compressão.

Subrotina CABOS

Calcula os parâmetros geométricos e os de carga relativos a ação do vento nos cabos.

Subrotina TROCA

Esta subrotina serve para efetuar o armazenamento dos deslocamentos calculados a cada passo da integração numérica.

SUBROTINA	ENTRADA	SAÍDA
AJUST	NPT, ICV, X, Y	C1, C2
APL	JMAX R C C WV1 PE ALFAØ MMAX RMAX D D WV2 LT DZETA NMAX A F F AT AJT1 CØ IAPS B G G R0 AJT2 W1 BJMN T1 T2 T2 X1 X2 X3 DJMN ND NF NF NV	GM DPDR DWDR
CABOS	JMAX NMAX ALFAØ QØ MMAX VV DI	ALFA W1 Q BETA W2
CGIRO	JMAX LT NV KT NJ3	R0 A B C D F G PE
COEF2	JMAX R C R0 AJT2 X3 MMAX KT D WV1 T1 DZETA NMAX LT F WV2 T2 ALFAØ RMAX A G PE X1 AJMN IAPS B AT AJT1 X2 BJMN NJ3 ND NF NV CJMN	AM, CM
EQUEQ	JMAX AJT1 X1 NF MMAX AJT2 X2 NV NMAX LT ND	BM
FUNC	Todos os argumentos em COMMON	DERY
FCT	X A B C D	FUN, DERF
GJRIN	N, A	A
OUTP	PRMT(5)	X DERY NDIM IHLF Y IREC PRMT ISTEP H DELT IMOD IEND ITEST

4.3 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS

IAPS	- Índice que informa sobre o tipo de vínculo da torre com a base.
NPT	- número de pontos usados na ajustagem da curva força-deslocamento para os estais (fornecida a priori).
JMAX	- número de níveis de estaiamento.
MMAX	- número de cabos de estaiamento por ponto de conexão com o mastro.
NMAX	- número de pontos de conexão por nível de estaiamento.
NDIM	- número de equações do sistema.
DAR	- densidade do ar.
VV	- velocidade do vento.
QØ(JMAX, MMAX, NMAX)	- peso próprio do cabo.
ALFAØ(JMAX, MMAX, NMAX)	- ângulo de inclinação dos cabos com o solo.
HØ(JMAX, MMAX, NMAX)	- tração inicial no cabo j, m, n.
GAMA(JMAX, MMAX, NMAX)	- ângulo que a velocidade do vento faz com o plano vertical do cabo j, m, n.
DI(JMAX, MMAX, NMAX)	- diâmetro do cabo j, m, n.
EA(JMAX, MMAX, NMAX)	- Produto do módulo de deformação longitudinal pela área da secção normal do cabo j, m, n.
W1(JMAX, MMAX, NMAX)	- componente horizontal da força uniformemente distribuída pelo vento no cabo j, m, n.
W2(JMAX, MMAX, NMAX)	- componente vertical da força uniformemente distribuída pelo vento no cabo j, m, n.
Q(JMAX, MMAX, NMAX)	- resultante da ação do vento e do peso próprio do cabo j, m, n.
ALFA(JMAX, MMAX, NMAX)	- novo ângulo α_0 do cabo j, m, n deslocado pelo vento.
BETA(JMAX, MMAX, NMAX)	- ângulo entre o plano original e o plano do cabo j, m, n deslocado pelo vento.

LØ(JMAX, MMAX, NMAX)	- comprimento inicial do cabo j, m, n (corresponde a S_0)
CØ(JMAX, MMAX, NMAX)	- comprimento inicial da corda do cabo j, m, n.
HP(NPT)	- corresponde a força H_p no cabo deslocado.
HPI(JMAX, MMAX, NMAX)	- valores inicial e final de H_p . Devem ser estudados e fixados a priori, para que os pontos força-deslocamento obtidos cubram um segmento da curva força-deslocamento de acordo com as necessidades da análise de esforços.
HPF(JMAX, MMAX, NMAX)	
X	- relação entre o comprimento da corda c e a força H_p
XST	- valor de X para iniciar a resolução da equação pelo processo iterativo de Newton.
A1, A2, A3 e A4	- parâmetros necessários à definição da equação do cabo.
XR	- solução da equação pelo método de Newton.
FUN	- valor numérico da equação a resolver.
DERF	- valor numérico da derivada da função.
FCT	- subrotina que calcula os valores FUN e DERF.
IER	- indicador de erro na resolução da equação pelo método de Newton.
H1(NPT)	- força horizontal da tração do cabo (corresponde a $H1_{jmn}$).
U(NPT)	- deslocamento horizontal u da extremidade livre do estai.
AJMN(JMAX, MMAX, NMAX)	- parâmetros da ajustagem das curvas pelo método dos mínimos quadrados.
BJMN(JMAX, MMAX, NMAX)	
CJMN(JMAX, MMAX, NMAX)	
DJMN(JMAX, MMAX, NMAX)	
ERRO(NPT)	- erro cometido no valor ajustado da curva em um ponto.

- HIAJ (NPT) - valor de H1 ajustado.
- RES (NPT) - resíduo na ajustagem parcial da curva.
- PRMT (5) - parâmetro de entrada, contendo:
- PRMT (1) - limite inferior do intervalo de variação do parâmetro da carga na estrutura.
- PRMT (2) - limite superior do intervalo de variação do parâmetro da carga na estrutura.
- PRMT (3) - valor inicial do incremento do parâmetro de carga. Poderá ser modificado, quando necessário pelo próprio programa.
- PRMT (4) - limite para o erro de arredondamento. Se o valor absoluto do erro de arredondamento for superior a este limite, o incremento do parâmetro de carga é biseccionado até 10 vezes. Se o incremento está menor que PRMT(3) e o valor absoluto do erro menor que PRMT(4), o incremento é dobrado. O PRMT(4) poderá ser mudado pelo usuário através da subrotina OUTF.
- PRMT (5) - O programa começa com PRMT(5) = 0. Se o usuário quiser interromper o programa tem qualquer ponto, basta mudar PRMT(5) para diferente de zero.
- DERY (NDIM) - vetor dos valores das derivadas das funções y num ponto x. DERY entra no programa como num vetor contendo os pesos para o cálculo do erro de arredondamento em forma de média ponderada. A soma das componentes de DERY de entrada deverá ser igual a 1.
- LT (NV) - comprimento dos tramos do mastro.
- KT (NV) - EI/L para os tramos do mastro.
- NJ3I (JMAX) - valor inicial da força axial.
- NJ3 (JMAX) - valor final da força axial.

- WV1(NV) - carga uniformemente distribuída pelo vento no tramo j do mastro, na direção 1 do sistema de coordenadas.
- WV2(NV) - carga uniformemente distribuída pelo vento no tramo j do mastro, na direção 2 do sistema de coordenadas.
- AT(NV) - área da secção transversal do mastro.
- AJT1(JMAX,NMAX) - coordenadas dos pontos de conexão dos cabos com a torre, segundo os eixos 1 e 2 do sistema.
- AJT2(JMAX,NMAX) - coeficientes da flexo-compressão.
- A(JMAX)
- B(JMAX)
- C(JMAX)
- D(JMAX)
- F(JMAX)
- G(JMAX)
- RO(JMAX) - corresponde ao $\rho = PL^2/\pi^2EI$
- PEU(JMAX) - carga de Euler
- AUX(8, NDIM) - matriz para armazenamento de valores temporários das grandezas da integração numérica.
- AUX(1, NDIM) - armazena o vetor $Y(x)$ dos valores numéricos das funções $y(x)$ no ponto x .
- AUX(2, NDIM) - armazena o vetor $DERY(x)$ dos valores numéricos das derivadas das funções $y(x)$ no ponto x .
- AUX(3, NDIM) - armazena o vetor dos erros de arredondamento acumulados no ponto x .
- AUX(4, NDIM) - armazena o vetor $Y(x + 2h)$ dos valores numéricos das funções $y(x)$ no ponto $(x + 2h)$, com o fim de testar a precisão.
- AUX(5, NDIM) - armazena o vetor $Y(x + h)$ dos valores numéricos das funções $y(x)$ no ponto $(x + h)$.
- AUX(6, NDIM) - Armazena o vetor dos erros de arredondamento acumulados no ponto $(x + h)$.

AUX(7, NDIM)	- armazena o vetor DERY(x + h) dos valores numéricos das derivadas das funções y(x) no ponto (x + h).
AUX(8, NDIM)	- armazena os coeficientes - pesos para o cálculo do erro de arredondamento.
AA(4)	- valores constantes A, B e C necessários nos 4 passos da integração numérica.
BB(4)	
CC(4)	
H	- valor do incremento do parâmetro da carga.
DELT	- valor calculado para o erro de arredondamento.
ISTEP	- índices usados para direcionar o fluxo do programa.
IMOD	
IHLF	
IEND	
IREC	
ITEST	
T1(JMAX)	- deslocamentos θ_{jt} e x_{jt} da torre.
T2(JMAX)	
X1(JMAX)	
X2(JMAX)	
X3(JMAX)	
BM(ND, NF)	- matriz [B]
CM(NF, ND)	- matriz [C]
GM(NF, ND)	- matriz [G]
CAL(ND, ND)	- matriz [K]
Y(ND)	- vetor dos deslocamentos, obtidos a cada passo da integração numérica.
DPDR(ND)	- vetor (dP/dR)
DWDR(ND)	- vetor (dw/dR)

4.4 - LEITURA DOS DADOS

Variáveis	Número de linhas lidas
IAPS, JMAX, MMAX, NMAX, NDIM, VV, DAR ET	01
DI, QØ, EA, HØ, HPI, HPF, CØ, GAMA DZETA, ALFAØ	JMAX . MMAX . NMAX
PRMT(1), PRMT(2), PRMT(3), PRMT(4), PRMT(5)	01
DERY(1), DERY(2), DERY(3), DERY(4), DERY(5)	JMAX
LT, KT, NJ3I, NJ3, WV1, WV2, AT	JMAX + 1
AJT1, AJT2	JMAX . NMAX

4.5 - LISTAGEM DO PROGRAMA

\$ TY TORRE.FOR

```
C-----  
C      SUBROUTINE AJUST(X,Y,NPT,C1,C2,ICV)  
C  
C      DIMENSION X(NPT),Y(NPT)  
C  
C      SDB=0.  
C      SAB=0.  
C      SAG=0.  
C      SBL=0.  
C  
C      DO 30 J=1,NPT  
C  
C      SDB=SDB+X(J)**2  
C      SAB=SAB+X(J)  
C  
C      IF(ICV)20,10,20  
C  
C 10      SAL=SAL+ALOG(Y(J))  
C      SBL=SBL+X(J)*ALOG(Y(J))  
C  
C      GO TO 30  
C  
C 20      SAL=SAL+Y(J)  
C      SBL=SBL+X(J)*Y(J)  
C  
C 30      CONTINUE  
C  
C      DELTA=NPT*SDB-SAB**2  
C      C2=(SAL*SDB-SAB*SBL)/DELTA  
C      C1=(NPT*SBL-SAB*SAL)/DELTA  
C  
C      RETURN  
C      END
```

```
C-----  
C  
C-----PROGRAMA PRINCIPAL ALB.SUB  
C  
C      REAL LT(5),KT(5),NJ3(5),NJ3I(5),L0(4,1,3)  
C  
C      DIMENSION D1(4,1,3),EA(4,1,3),GAMA(4,1,3),DFDR(40),  
C      1HP1(4,1,3),HPF(4,1,3),Q(4,1,3),ALFA(4,1,3),BETA(4,1,3),  
C      2I H(40),PH(20),U(201),H1(201),RES(201),HIAJ(201),  
C      3FRRO(201),HP(202),AUX(8,20),PRMT(5),AA(4),BB(4),CC(4)  
C  
C      COMMON JMAX,HMAX,NMAX,RMAX,IAPS,R,H,ND,NF,NV,  
C      1T1(4),T2(4),X1(4),X2(4),X3(4),NJ3,KT,LT,ET,  
C      2AT(5),RO(4),PE(4),WV1(5),WV2(5),AJT1(4,3),AJT2(4,3)  
C      3,ALFA0(4,1,3),H0(4,1,3),C0(4,1,3),DZETA(4,1,3),W1(4,1,3),  
C      4W2(4,1,3),00(4,1,3),AJMN(4,1,3),BJMN(4,1,3),CJMN(4,1,3),  
C      5DJMN(4,1,3),A(4),B(4),C(4),D(4),F(4),G(4),  
C      6BH(20,40),NJ3I, DP(20), CH(40,20),AM(20,20),  
C      7CAL(20,20),DERY(20),Y(20),GM(40,40),DPDR(20),DWDR(40)  
C      8,CAUX(20,20),GDWDR(40),DPAUX(20)  
C  
C      EXTERNAL FCT  
C      NPT=201  
C      RAD=ACOS(-1.0E0)/180.0
```



```
C
C-----LEITURA DOS PARAMETROS DL DIMENSIONAMENTO DAS MATRIZES
C
      READ(2,*)IAPS,JMAX,NMAX,NMAX,NDIM,VV,DAR,ET
C
      ND=5*JMAX
      NV=JMAX+1
      NF=JMAX*(NMAX+7)
C
C-----LEITURA DOS PARAMETROS CARACTERISTICOS DOS ESTAIS
      DO 20 J=1,JMAX
      DO 20 N=1,NMAX
      DO 20 M=1,MMAX
C
      READ(2,*)DI(J,M,N),Q0(J,M,N),EA(J,M,N),H0(J,M,N),HPI(J,M,N),
      1HPF(J,M,N),C0(J,M,N),GAMA(J,M,N),DZETA(J,M,N),ALFA0(J,M,N)
20    CONTINUE
C
C-----LEITURA DOS COEFICIENTES (PELOS) USADOS NO CALCULO DO
C      ERRO DE ARREDONDAMENTO NA INTEGRACAO NUMERICA
C
      READ(2,*)(PRMT(I),I=1,5)
C
      DO 90 J=1,JMAX
      NW=(J-1)*5+1
90    READ(2,*)DERY(NW),DERY(NW+1),DERY(NW+2),DERY(NW+3),DERY(NW+4)
C
C-----LEITURA DAS CARACTERISTICAS DO MASTRO
C
      DO 110 J=1,JMAX+1
110    READ(2,*)LT(J),KT(J),NJ3I(J),NJ3(J),WV1(J),WV2(J),AT(J)
C
C-----LEITURA DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE CONEXAO DOS ESTAIS
C      COM O MASTRO
C
      DO 130 J=1,JMAX
      DO 130 N=1,NMAX
130    READ(2,*)AJT1(J,N),AJT2(J,N)
C
      WRITE (5,1090)
1090  FORMAT(/51X,'DADOS DA ESTRUTURA'//40X,'Propriedades Caracteri
      isticas dos Estais'//5X,'Estai',8X,'DI',8X,'Q0',8X,'EA',8X,'H0'
      2,7X,'HPI',7X,'HPF',8X,'C0',6X,'GAMA',5X,'DZETA',5X,'ALFA0'/5X,
      3'J',1X,'M',1X,'N',7X,'(m)',4X,'(kN/m)',6X,'(kN)',6X,'(kN)',6X
      4,'(kN)',6X,'(kN)',7X,'(m)',7X,'(o)',7X,'(o)',7X,'(o)')
      DO 1091 J=1,JMAX
      DO 1091 N=1,NMAX
      DO 1091 M=1,MMAX
      WRITE(5,1092)J,M,N,DI(J,M,N),Q0(J,M,N),EA(J,M,N),H0(J,M,N),HPI
      1(J,M,N),HPF(J,M,N),C0(J,M,N),GAMA(J,M,N),DZETA(J,M,N),ALFA0
      2(J,M,N)
1092  FORMAT(4X,3I2,2F10.5,F10.0,3F10.2,F10.3,3F10.2)
1091  CONTINUE
      DO 1155 J=1,JMAX
      DO 1155 N=1,NMAX
      DO 1155 M=1,MMAX
      ALFA0(J,M,N)=ALFA0(J,M,N)*RAD
      GAMA(J,M,N)=GAMA(J,M,N)*RAD
      DZETA(J,M,N)=DZETA(J,M,N)*RAD
```

```
1155 CONTINUE
WRITE(5,1093)
1093 FORMAT(/39X,'Caracteristicas e Carreamento do Mastro'//33X,'LT'
1.8X,'KT'.6X,'NJ3I'.7X,'NJ3'.7X,'WV1'.6X,'WV2'.9X,'AT'/32X,'(m)
2'4X,'(m.kN)'.6X,'(kN)'.6X,'(kN)'.4X,'(kN/m)'.4X,'(kN/m)'.6X.
3'(m2)')
DO 1094 J=1,JMAX+1
WRITE(5,1095)LT(J),KT(J),NJ3I(J),NJ3(J),WV1(J),WV2(J),AT(J)
1095 FORMAT(25X,F10.3,F10.0,2F10.2,3F10.5)
1094 CONTINUE
WRITE(5,2101)
2101 FORMAT(/29X,'Coordenadas dos Pontos de Conexao dos Estais com o
1 Mastro'//47X,'AJT1'.16X,'AJT2'/48X,'(m)'.17X,'(m)')
DO 2102 J=1,JMAX
DO 2102 N=1,NMAX
WRITE(5,2103)AJT1(J,N),AJT2(J,N)
2103 FORMAT(41X,F10.3,10X,F10.3)
2102 CONTINUE
C
C-----CALCULO DOS PARAMETROS RESULTANTES DA ACO DO VENTO NOS ESTAIS
C
CALL CABOS(VV,DAR,GAMA,ALFA0,DI,Q0,W1,W2,Q,ALFA,BETA,
1JMAX,NMAX,NMAX)
C
C-----DETERMINACAO DA TRACA E DESLOCAMENTOS DOS ESTAIS
C
DO 70 J=1,JMAX
DO 70 N=1,NMAX
DO 70 M=1,NMAX
C
L0(J,M,N)=SQRT(4.*H0(J,M,N)**2*SINH(Q0(J,M,N)*C0(J,M,N)*
1COS(ALFA0(J,M,N))/(2*H0(J,M,N))**2/Q0(J,M,N)**2
2+C0(J,M,N)**2*SIN(ALFA0(J,M,N))**2)
C
A1=4./Q(J,M,N)**2
A2=Q(J,M,N)*COS(ALFA(J,M,N))/2.
A3=SIN(ALFA(J,M,N))**2
PI=RAO*180.
ACR=(HPI(J,M,N)-HPI(J,M,N))/NPT
HP(1)=HPI(J,M,N)
XST=(L0(J,M,N)+(L0(J,M,N)/EA(J,M,N))*(HP(1)/COS(ALFA(J,M,N))
1-H0(J,M,N)/COS(ALFA0(J,M,N)))/HP(1)
COC=SIN(ALFA(J,M,N))*COS(ALFA0(J,M,N))-COS(ALFA(J,M,N))
1*COS(BETA(J,M,N))*SIN(ALFA0(J,M,N))
CIP=COS(ALFA0(J,M,N))/COS(ALFA(J,M,N))
C
DO 40 JJ=1,NPT
A4=(L0(J,M,N)+(L0(J,M,N)/EA(J,M,N))*(HP(JJ)/COS(ALFA(J,M,N))
1-H0(J,M,N)/COS(ALFA0(J,M,N)))/HP(JJ)
C
CALL RTNI(XR,FUN,DERF,ICT,XST,.00001,1000,ILR,A1,A2,A3,A4)
C
XST=XR
CFIN=XR*HP(JJ)
H11=Q(J,M,N)*CFIN*COC/2.+HP(JJ)*CIP
H1(JJ)=H11
U(JJ)=(CFIN-C0(J,M,N))/COS(ALFA0(J,M,N))
HP(JJ+1)=HP(JJ)+ACR
C
40 CONTINUE
```

```
C
C-----AJUSTAGEM DAS CURVAS FORCA/DESLOCAMENTO DOS ESTAIS
C
C      WRITE(5,1059)
C1059  FORMAT(///10X,'VALORES DO AJUSTAMENTO DAS CURVAS'/9X,
C      1'J',6X,'HP',7X,'DES U',6X,'H1',6X,'H1AJ',7X,'RES',6X,
C      2'ERRO')
      IF(ABS(GAMA(J,M,N))-PI/2.)576,576,577
577    CALL AJUST(U,H1,NPT,F1,F2,0)
      AJMN(J,M,N)=0.
      BJMN(J,M,N)=0.
      CJMN(J,M,N)=1
      DJMN(J,M,N)=F2
      DO 57B JJ=1,NPT
      H1AJ(JJ)=EXP(F1*U(JJ)+F2)
      RES(JJ)=H1(JJ)-H1AJ(JJ)
578    ERRO(JJ)=RES(JJ)*100/H1(JJ)
      GO TO 70
C
576    CALL AJUST(U,H1,NPT,F3,F4,0)
      DJMN(J,M,N)=F4
      CJMN(J,M,N)=F3
C
      DO 50 JN=1,NPT
50    RES(JN)=H1(JN)-EXP(F3*U(JN)+F4)
C
C      CALL AJUST(U,RES,NPT,F1,F2,1)
      BJMN(J,M,N)=F2
      AJMN(J,M,N)=F1
C
C-----CALCULO DO ERRO COMETIDO NA AJUSTAGEM DAS CURVAS
C
      DO 60 JX=1,NPT
      H1AJ(JX)=F1*U(JX)+F2+EXP(F3*U(JX)+F4)
60    ERRO(JX)=(H1(JX)-H1AJ(JX))*100/H1(JX)
C
C1070  DO 1071 J1=1,NPT
C      WRITE(5,1072),J1,HP(J1),U(J1),H1(J1),H1AJ(J1),RES(J1),ERRO(J1)
C1072  FORMAT(I10,6F10.2)
C1071  CONTINUE
70    CONTINUE
C
      WRITE(5,313)
313    FORMAT(/50X,'PROGRAMA PRINCIPAL'//27X,'Constantes do Ajustamento
1 das Curvas Forca/Deslocamento dos Estais'//10X,'J',10X,'M',10X,
2'N',10X,'A(J,M,N)',12X,'B(J,M,N)',12X,'C(J,M,N)',12X,
3'D(J,M,N)')
      DO 314 J=1,JMAX
      DO 314 N=1,NMAX
      DO 314 M=1,MMAX
314    WRITE(5,315),J,M,N,AJMN(J,M,N),BJMN(J,M,N),CJMN(J,M,N),
10JMN(J,M,N)
315    FORMAT(3(10X,I1),4(6X,E14.7))
C
C-----CALCULO DOS COEFICIENTES DA FLEXO-COMPRESSAO
C
      CALL CGIRO(RO,NJ3,A,B,C,D,F,G,LT,JMAX,PE,KT,NV)
C
```

```

C-----INICIO DO PROCESSO RUNGE-KUTTA
C
      DO 150 I=1,NDIM
150   AUX(8,I)=.06666667*DERY(I)

      R=PRMT(1)
      RMAX=PRMT(2)

C
      CALL FUNC

C
      H=PRMT(3)
      PRMT(5)=0.

C
C-----TESTE DE ERRO NO VALOR DO PARAMETRO DO CARREGAMENTO
C
      IF (H*(RMAX-R))570,550,160

C
C-----PREPARACAO PARA O METODO DE RUNGE-KUTTA
C
160   AA(1)=.5
      AA(2)=.2928932
      AA(3)=1.707107
      AA(4)=.1666667
      BB(1)=2.
      BB(2)=1.
      BB(3)=1.
      BB(4)=2.
      CC(1)=.5
      CC(2)=.2928932
      CC(3)=1.707107
      CC(4)=.5

C
C-----PREPARACAO PARA O PRIMEIRO PASSO DO METODO
C
      DO 170 I=1,NDIM
      AUX(1,I)=Y(I)
      AUX(2,I)=DLRY(I)
      AUX(3,I)=0.
170   AUX(6,I)=0.

C
      IRLC=0
      H=H+H
      IHLF=-1
      ISTEP=0
      IEND=0

C
C-----COMEÇO DE UM PASSO
C
180   IF ((R+H-RMAX)*H)210,200,190
190   H=RMAX-R
200   IEND=1

C
C-----GRAVANDO OS VALORES INICIAIS DESTES PASSO
C
210   PRMT(5)=1.

C
      CALL OUTI(R,Y,DERY,IREC,NDIM,PRMT,IHLF,ISTEP,IEND,IMOD,
      1DELTA,ITEST,H)

C
      IF (PRMT(5))600,220,600
220   ITEST=0

```

```
C
230   ISTEP=ISTEP+1
C
C-----COEIRO DO LOOP MAIS INTERNO
C
      J=1
240   AJ=AA(J)
      BJ=BB(J)
      CJ=CC(J)
C
      DO 250 I=1,NDIM
      R1=H*OERY(I)
      R2=AJ*(R1-BJ*AUX(6,I))
      Y(I)=Y(I)+R2
      R2=R2+R2+R2
250   AUX(6,I)=AUX(6,I)+R2-CJ*R1
C
      IF (J-4)290,320,320
C
290   J=J+1
C
      IF (J-3)300,310,300
C
300   K=K+.5*H
C
310   CALL FUNC
C
      GOTO240
C
C----- FIM DO LOOP MAIS INTERNO
C
C-----TESTE DA PRECISAO
C
320   IF (ITEST)330,330,370
C
C----EM CASO DE ITEST=0,AINDA NAO E POSSIVEL O TESTE DE PRECISAO
C
330   DO 340 I=1,NDIM
340   AUX(4,I)=Y(I)
      ITEST=1
      ISTEP=ISTEP+ISTEP-2
350   IHLI=IHLF+1
      R=R-H
      H=.5*H
C
      DO 360 I=1,NDIM
      Y(I)=AUX(1,I)
      OERY(I)=AUX(2,I)
360   AUX(6,I)=AUX(3,I)
C
      GO TO 230
C
C-----NO CASO DE ITEST=1 ,L POSSIVEL FAZER O TESTE DE PRECISAO
C
370   IHOD=ISTEP/2
C
      IF (ISTEP-IHOD-IHOD)380,400,380
C
380   CALL FUNC
C
```

```

      DO 390 I=1,NDIM
      AUX(5,I)=Y(I)
390   AUX(7,I)=DERY(I)
      C
      GO TO 230
      C
      C----- CALCULO DO VALOR DE TESTE (DELT)
      C
      400   DFLT=0.
      C
      DO 410 I=1,NDIM
      410   DELT=DELT+AUX(8,I)*ABS(AUX(4,I)-Y(I))
      C
      IF (DELT-PRNT(4))450,450,420
      C
      C----- O ERRO E' MUITO GRANDE
      C
      420   IF (IHLF-10)430,530,530
      C
      430   DO 440 I=1,NDIM
      440   AUX(4,I)=AUX(5,I)
      C
      ISTEP=ISTEP+ISTEP-4
      R=R-H
      IEND=0
      GO TO 350
      C
      C----- OS RESULTADOS ESTAO CONS
      C
      450   CALL FUNC
      C
      DO 460 I=1,NDIM
      AUX(1,I)=Y(I)
      AUX(2,I)=DERY(I)
      AUX(3,I)=AUX(6,I)
      Y(I)=AUX(5,I)
      460   DERY(I)=AUX(7,I)
      C
      PRNT(5)=1.
      C
      CALL OUTP(R,H,Y,DERY,IHLF,NDIM,PRNT,IHLF,ISTEP,IEND,IMOD,
      1DELT,ITEST,H)
      C
      IF (PRNT(5))600,470,600
      C
      470   DO 480 J=1,NDIM
      Y(I)=AUX(1,I)
      480   DERY(I)=AUX(2,I)
      C
      IREC=IHLF
      IF (IEND)490,490,590
      C
      C----- O INCREMENTO E' DOBRADO
      C
      490   IHLF=IHLF-1
      ISTEP=ISTEP/2
      H=H*H
      IF (IHLF)100,500,500
      500   IMOD=ISTEP/2
      IF (ISTEP-IMOD-IMOD)100,510,100
```

```
510      II(DLTF-.02*PRMT(4))520.520.180
C
520      IHLF=IHLF-1
      ISTEP=ISTEP/2
      H=H+H
C
      GO TO 180
C
530      IHLF=11
C
      WRITE(5,540)
540      FORMAT(10X,'O INCREMENTO H FOI BISECCIONADO MAIS DE 10 VEZES'/)
C
      CALL FUNC
C
      GO TO 590
C
550      IHLF=12
C
      WRITE(5,560)
560      FORMAT(10X,'PRMT(3)=0.0 OU PRMT(1)=PRMT(2)'/)
C
      GO TO 590
570      IHLF=13
C
      WRITE(5,580)
580      FORMAT(10X,'O SINAL DE PRMT(3) NAO E IGUAL AO SINAL DE
      1(PRMT(2)-PRMT(1))'/)
C
590      PRMT(5)=1.
C
      CALL OUTP(R,Y,DERY,IHLF,NDIM,PRMT,IHLF,ISTEP,IEND,IMOD,
      1DELTA,ITEST,H)
C
C-----CALCULO DOS ESFORCOS NA ESTRUTURA
C
      WRITE(5,1420)
1420      FORMAT(//51X,'RESULTADOS FINAIS'//46X,'DESLOCAMENTOS DA ESTRUT
      1URA'//27X,'teta1',11X,'teta2',14X,'x1',14X,'x2',14X,'x3'/30X
      2,'(rd)',12X,'(rd)',13X,'(m)',13X,'(m)',13X,'(m)')
      WRITE(5,421)(Y(H),H=1,ND)
421      FORMAT(10X,2F16.5,3F16.3)
C
      DO 1870 I1=1,NF
1870      FH(I1)=0.
      DO 1880 J=1,JMAX
      NR=(J-1)*(NMAX+7)+1
      IF (J-1)1890,1900,1890
1900      IF (IAPS)1910,1920,1920
1910      AL=(A(J)**2-B(J)**2)/A(J)
      CL=(A(J)+B(J))*C(J)/A(J)
      GL=P1**2*C(J)+2
      FH(NR)=0.
      FH(NR+1)=0.
      FH(NR+2)=KT(J)*(AL*T1(J)-AL*X1(J)/LT(J))-CL*LT(J)**2*WV1(J)
      FH(NR+3)=KT(J)*(AL*T2(J)-AL*X2(J)/LT(J))-CL*LT(J)**2*WV2(J)
      FH(NR+6)=NJ3I(J)+ET*AT(J)/LT(J)*X3(J)
      1-ET*AT(J)/(2*LT(J)**2)*(X1(J)**2+X2(J)**2)-
      2ET*AT(J)/(P1**4*(1-RO(J))**2)*((-AL*T1(J)+AL*X1(J)/LT(J))+2*LT
      3(J)*GL*WV1(J)/PE(J))**2+(-AL*T2(J)+AL*X2(J)/LT(J))+2*LT(J)*GL*
      4WV2(J)/PE(J))**2-ET*AT(J)/(P1**4*(1-RO(J))**2)*((+AL*T1(J)-A
```

```

5*X1(J)/LT(J)-2*LT(J)*(GL-1)*WV1(J)/PE(J)**2+(+AL*T2(J)-AL
6*X2(J)/LT(J)-2*LT(J)*(GL-1)*WV2(J)/PE(J)**2)
GOTO1930
1920 FM(NR)=KT(J)*(B(J)*T1(J)-D(J)*X1(J)/LT(J))+C(J)*LT(J)**2*
1WV1(J)
FM(NR+1)=KT(J)*(B(J)*T2(J)-D(J)*X2(J)/LT(J))+C(J)*LT(J)**2*
1WV2(J)
FM(NR+2)=KT(J)*(A(J)*T1(J)-D(J)*X1(J)/LT(J))-C(J)*LT(J)**2*
1WV1(J)
FM(NR+3)=KT(J)*(A(J)*T2(J)-D(J)*X2(J)/LT(J))-C(J)*LT(J)**2*
1WV2(J)
FM(NR+6)=NJ3I(J)+LT*AI(J)/LT(J)*X3(J)
1-ET*AT(J)/(2*LT(J)**2)*(X1(J)**2+X2(J)**2)
2-ET*AI(J)/(PI**4*(1-RD(J)**2)*
3((-F(J)*T1(J)+2*LT(J)*G(J)*WV1(J)/PE(J))**2+
4 (-F(J)*T2(J)+2*LT(J)*G(J)*WV2(J)/PE(J))**2)
5-ET*AT(J)*D(J)**2/(PI**4*(4-RD(J)**2)*
6((T1(J)-2*X1(J)/LT(J))**2+
7(T2(J)-2*X2(J)/LT(J))**2)
GOTO1930
1890 FM(NR)=KT(J)*(A(J)*T1(J-1)+B(J)*T1(J)-D(J)*(X1(J)-X1(J-1)))/
1LT(J))+C(J)*LT(J)**2*WV1(J)
FM(NR+1)=KT(J)*(A(J)*T2(J-1)+B(J)*T2(J)-D(J)*(X2(J)-X2(J-1)))/
1LT(J))+C(J)*LT(J)**2*WV2(J)
FM(NR+2)=KT(J)*(A(J)*T1(J)+B(J)*T1(J-1)-D(J)*(X1(J)-X1(J-1)))/
1LT(J))-C(J)*LT(J)**2*WV1(J)
FM(NR+3)=KT(J)*(A(J)*T2(J)+B(J)*T2(J-1)-D(J)*(X2(J)-X2(J-1)))/
1LT(J))-C(J)*LT(J)**2*WV2(J)
FM(NR+6)=NJ3I(J)+ET*AT(J)/LT(J)*(X3(J)-X3(J-1))
1-ET*AT(J)/(2*LT(J)**2)*(X1(J)-X1(J-1))**2+(X2(J)-X2(J-1))**2)
2-ET*AT(J)/(PI**4*(1-RD(J)**2)*
3((-F(J)*(T1(J)-T1(J-1))+2*LT(J)*G(J)*WV1(J)/PE(J))**2+
4 (-F(J)*(T2(J)-T2(J-1))+2*LT(J)*G(J)*WV2(J)/PE(J))**2)
5-ET*AT(J)*D(J)**2/(PI**4*(4-RD(J)**2)*
6((T1(J)+T1(J-1)-2*(X1(J)-X1(J-1))/LT(J))**2+
7(T2(J)+T2(J-1)-2*(X2(J)-X2(J-1))/LT(J))**2)
1930 DO 1880 N=1,NMAX
DO 1880 M=1,MMAX
TG=SIN(ALFA0(J,M,N))/COS(ALFA0(J,M,N))
DESU=-X1(J)*COS(DZETA(J,M,N))-X2(J)*SIN(DZETA(J,M,N))-X3(J)*TG-
1AJT1(J,N)*TG*T1(J)-AJT2(J,N)*TG*T2(J)
H1JMN=AJMN(J,M,N)*DESU+BJMN(J,M,N)+EXP(CJMN(J,M,N))*DESU
1+DJMN(J,M,N)
H2JMN=(C0(J,M,N)+DLSU*COS(ALFA0(J,M,N)))*W2(J,M,N)/2.
H1L0=BJMN(J,M,N)+EXP(DJMN(J,M,N))
FM(NR+4)=FM(NR+4)-H1JMN*COS(DZETA(J,M,N))-H2JMN*
1SIN(DZETA(J,M,N))+(RMAX-R)/RMAX*H10*COS(DZETA(J,M,N))
FM(NR+5)=FM(NR+5)-H1JMN*SIN(DZETA(J,M,N))+H2JMN*
1COS(DZETA(J,M,N))+(RMAX-R)/RMAX*H10*SIN(DZETA(J,M,N))
FM(NR+N+6)=FM(NR+N+6)+H1JMN*TG+CFN*(W1(J,M,N)+Q0(J,M,N))*COS
1(ALFA0(J,M,N))/2/COS(ALFA0(J,M,N))
2-(RMAX-R)/RMAX*(H10-H0(J,M,N))*TG
1880 CONTINUE
C
WRITE(5,990)
990 FORMAT(/52X,'CSF ORCOS INTERNOS'//43X,'Momentos nas Extremidades
1 dos Tramos'//28X,'mit',16X,'mit',16X,'mit',16X,'mit',26X,
2'(m.kN)',14X,'(m.kN)',14X,'(m.kN)',14X,'(m.kN)')

```



```

NR=(J-1)*(NMAX+7)+1
991 WRITE(5,992)FH(NR),FH(NR+1),FH(NR+2),FH(NR+3)
992 FORMAT(12X,4F20.2)
WRITE(5,993)
993 FORMAT(/25X,'Reacoes Horizontais na Extremidades dos Estais
1',13X,'Forca Axial'//37X,'Nit',17X,'Nit',29X,'Ni3'/36X,'(kN)
2',16X,'(kN)',28X,'(kN)')
DO 994 J=1,JMAX
NR=(J-1)*(NMAX+7)+1
994 WRITE(5,995)FH(NR+4),FH(NR+5),FH(NR+6)
995 FORMAT(20X,2F20.2,12X,120.2)
WRITE(5,996)
996 FORMAT(/38X,'Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais'//
140X,'V.in',17X,'V.in',17X,'V.in'/37X,'(kN)',16X,'(kN)',16X,
2'(kN)')
DO 997 J=1,JMAX
NR=(J-1)*(NMAX+7)+1
997 WRITE(5,998)FH(NR+7),FH(NR+8),FH(NR+9)
998 FORMAT(23X,3(F20.2))
600 CALL EXIT
END

```

C-----

C

```

SUBROUTINE APL(JMAX,MMAX,NMAX,JAPS,R,RMAX,A,B,C,D,ET,
1F,G,WV1,WV2,AT,LT,PE,RO,AJT1,AJT2,H0,ALFA0,DZETA,C0,W1,
2W2,CFB,CFD,T1,T2,X1,X2,X3,DP,ND,NF,NV,GM,DWDR)

```

C

```

REAL LT(NV)
DIMENSION A(JMAX),B(JMAX),C(JMAX),D(JMAX),F(JMAX),G(JMAX),
2WV1(NV),WV2(NV),AT(NV),PE(JMAX),RO(JMAX),AJT1(JMAX,NMAX),
3AJT2(JMAX,NMAX),H0(JMAX,NMAX,NMAX),ALFA0(JMAX,NMAX,NMAX),
4DZETA(JMAX,NMAX,NMAX),C0(JMAX,NMAX,NMAX),W1(JMAX,NMAX,NMAX)
5,W2(JMAX,NMAX,NMAX),CFB(JMAX,NMAX,NMAX),CFD(JMAX,NMAX,NMAX)
6,T1(JMAX),T2(JMAX),X1(JMAX),X2(JMAX),X3(JMAX),DP(ND),
7GM(NF,NF),DWDR(NF)

```

C

```

PI=ACOS(-1.0E0)

```

C

```

DO 555 II=1,NF
DO 555 JJ=1,NF
DWDR(II)=0.0

```

555

```

GM(II,JJ)=0.0

```

C

```

DO 80 J=1,JMAX
K=J+1
I=J-1
JJ=(J-1)*5+1
NU=NMAX+7
NG=(J-1)*NU+1
N7=NG+6

```

C

```

Q1=(4*ET*AT(J)*LT(J)*G(J))/(PI**4*PE(J)*(1-RO(J))**2)

```

C

```

DWJ1=WV1(J)/RMAX
DWJ2=WV2(J)/RMAX
DWK1=WV1(K)/RMAX
DWK2=WV2(K)/RMAX

```

```
V12=R*WV2(J)/RMAX
V21=K*WV1(K)/RMAX
V22=R*WV2(K)/RMAX

C
DWDR(NG )=WV1(J)/RMAX
DWDR(NG+1)=WV2(J)/RMAX

C
DWDR(NG+4)=0.
DWDR(NG+5)=0.

C
IF(J-JMAX)21,31,21

C
31 T11=-F(J)*(T1(J)-T1(I))+2*V11*LT(J)*G(J)/PE(J)
T12=-F(J)*(T2(J)-T2(I))+2*V12*LT(J)*G(J)/PE(J)

DP(JJ )=+LT(K)**2*DWK1/2.
DP(JJ+1)=+LT(K)**2*DWK2/2.
DP(JJ+2)=+LT(K)*DWK1
DP(JJ+3)=+LT(K)*DWK2

C
GO TO 60

C
21 T11=-F(J)*(T1(J))+2*V11*LT(J)*G(J)/PE(J)
T12=-F(J)*(T2(J))+2*V12*LT(J)*G(J)/PE(J)

C
IF(J-1)41,20,41

C
20 IF(IAPS)30,51,51

C
30 CL=D(J)*C(J)/A(J)
AL=(A(J)**2-B(J)**2)/A(J)

P11=2*LT(J)*(PI**2*CL+2)*ET*AT(J)/(PI**4*(1.-RO(J))**2*PE(J))
1*(-AL*(T1(J)-X1(J)/LT(J)))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V11/PE(J)
P12=2*LT(J)*(PI**2*CL+2)*ET*AT(J)/(PI**4*(1.-RO(J))**2*PE(J))
1*(-AL*(T2(J)-X2(J)/LT(J)))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V12/PE(J)
R11=2*LT(J)*PI**2*CL*ET*AT(J)/(PI**4*(4.-RO(J))**2*PE(J))*
1*(AL*(T1(J)-X1(J)/LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V11/PE(J))
R12=2*LT(J)*PI**2*CL*ET*AT(J)/(PI**4*(4.-RO(J))**2*PE(J))*
1*(AL*(T2(J)-X2(J)/LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V12/PE(J))

C
GM(NG ,NG )=0.
GM(NG+1,NG+1 )=0.
GM(NG+2,NG )=-CL*LT(J)**2
GM(NG+3,NG+1 )=-CL*LT(J)**2
GM(NG+4,NG )=-LT(J)/2
GM(NG+5,NG+1 )=-LT(J)/2
GM(NG+4,NG+NU )=-LT(K)/2
GM(NG+5,NG+NU+1 )=-LT(K)/2
GM(NG+6,NG )=-P11+R11
GM(NG+6,NG+1 )=-P12+R12

C
GOTO 70

C
41 T11=-F(J)*(T1(J)-T1(I))+2*V11*LT(J)*G(J)/PE(J)
T12=-F(J)*(T2(J)-T2(I))+2*V12*LT(J)*G(J)/PE(J)

C
51 GM(NG ,NG )=+C(J)*LT(J)**2
GM(NG+1,NG+1 )=+C(J)*LT(J)**2
GM(NG+2,NG )=-C(I)*T(I)**2
```

```
GM(NG+3,NG+1 )=-C(J)*LT(J)**2
GM(NG+4,NG )=-LT(J)/2
GM(NG+5,NG+1 )=-LT(J)/2
GM(NG+4,NG+NU )=-LT(K)/2
GM(NG+5,NG+NU+1)=-LT(K)/2
GM(NG+6,NG )=-Q1*T11
GM(NG+6,NG+1 )=-Q1*T12
C
GOTO70
C
60 GK(NG ,NG )=+C(J)*LT(J)**2
GM(NG+1,NG+1)=+C(J)*LT(J)**2
GM(NG+2,NG )=-C(J)*L1(J)**2
GM(NG+3,NG+1)=-C(J)*LT(J)**2
GK(NG+4,NG )=-LT(J)/2
GM(NG+5,NG+1)=-LT(J)/2
GK(NG+6,NG )=-Q1*T11
GM(NG+6,NG+1)=-Q1*T12
C
70 DO 80 N=1,NMAX
DWR(N7+N)=0.
DU 80 N=1,NMAX
C
H10=CTB(J,M,N)+EXP(CID(J,M,N))
H1NW=H0(J,M,N)
DESU= X1(J)*COS(DZETA(J,M,N))-X2(J)*SIN(DZETA(J,M,N))-X3(J)*SIN(
ALFA0(J,M,N))/COS(ALFA0(J,M,N))-AJT1(J,N)*SIN(ALFA0(J,M,N))/COS
3(ALFA0(J,M,N))*T1(J)-AJT2(J,N)*SIN(ALFA0(J,M,N))/COS(ALFA0(J,M,
4N))*T2(J)
CJ=C0(J,M,N)+DESU*COS(ALFA0(J,M,N))
DH2=CJ/2*W2(J,M,N)/(RMAX)
DW1=W1(J,M,N)/(RMAX)
VJN=DW1*CJ/(2*COS(ALFA0(J,M,N)))+(H10-H1NW)*SIN(ALFA0(J,M,N))/
1COS(ALFA0(J,M,N))/RMAX
C
GM(NG+4,NG+4)=1.
GM(NG+5,NG+5)=1.
GK(N7+N,N7+N)=1.
C
DWR(NG+4)=DWR(NG+4)-(DH2*SIN(DZETA(J,M,N))+(H10)*COS(DZETA(J,M
1,N))/RMAX)
DWR(NG+5)=DWR(NG+5)+(DH2*COS(DZETA(J,M,N))-(H10)*SIN(DZETA(J,M
1,N))/RMAX)
DWR(N7+N)=DWR(N7+N)+VJN
C
80 CONTINUE
RETURN
END
C-----
C
SUBROUTINE CABOS(VV,DAR,GAMA,ALFA0,DI,Q0,W1,W2,Q,ALFA,BETA,
1JMAX,MMAX,NMAX)
C
DIMENSION GAMA(JMAX,MMAX,NMAX),ALFA0(JMAX,MMAX,NMAX),
1DI(JMAX,MMAX,NMAX),Q0(JMAX,MMAX,NMAX),W1(JMAX,MMAX,NMAX),
2W2(JMAX,MMAX,NMAX),Q(JMAX,MMAX,NMAX),ALFA(JMAX,MMAX,NMAX),
3BETA(JMAX,MMAX,NMAX)
C
WRITE(5,110)
110 FORMAT(/52X,'SUBROTINA CABOS.SUB'//35X,'Parametros Resultantes
```

1 da Acao do Vento nos Estais//3X.'J'.2X.'N'.2X.'N'.10X.'W1'.17
 2X.'W2'.17X.'ALFA'.16X.'BETA'.18X.'Q'.14X.'CSI'/17X.
 3'(kN/m)'.13X.'(kN/m)'.16X.'(rd)'.16X.'(rd)'.16X.'(kN/m)'.11X.
 4'(rd)')

C

DO 100 J=1,JMAX
 DO 100 N=1,NMAX
 DO 100 M=1,MMAX

ARG1=COS(GAMA(J,M,N))*SIN(ALFA0(J,M,N))
 ARG2=SIN(GAMA(J,M,N))
 CSI=ATAN2(ARG1,ARG2)
 VN=VV*SQRT(COS(GAMA(J,M,N))*2*SIN(ALFA0(J,M,N))*2+
 1SIN(GAMA(J,M,N))*2)
 WN=1.25*QAR/2.*DI(J,M,N)*VN**2/1000
 W1(J,M,N)=WN*SIN(CSI)
 W2(J,M,N)=WN*COS(CSI)
 Q(J,M,N)=SQRT(W1(J,M,N)**2+W2(J,M,N)**2+Q0(J,M,N)**2
 1+2*Q0(J,M,N)*W1(J,M,N)*COS(ALFA0(J,M,N)))
 BETA(J,M,N)=ATAN(W2(J,M,N)/(W1(J,M,N)+Q0(J,M,N)*
 1COS(ALFA0(J,M,N))))
 ALFA(J,M,N)=ATAN(Q0(J,M,N)*SIN(ALFA0(J,M,N))*COS(BETA(J,M,N))/
 1(W1(J,M,N)+Q0(J,M,N)*COS(ALFA0(J,M,N))))

C

WRITE(5,120)J,M,N,W1(J,M,N),W2(J,M,N),ALFA(J,M,N),
 1BETA(J,M,N),Q(J,M,N),CSI

120

FORMAT(1X,3I3,5(3X,E14.7,3X),F10.5)

C

100 CONTINUE
 RETURN
 END

C-----

C

SUBROUTINE CGIRO(RO,NJ3,A,B,C,D,F,G,LT,JMAX,PE,KT,NV)

C

REAL NJ3(NV),LT(NV),KT(NV)
 DIMENSION PE(JMAX),RO(JMAX),A(JMAX),B(JMAX),C(JMAX),D(JMAX),
 1F(JMAX),G(JMAX)

C

DO 10 J=1,JMAX
 EI=KT(J)*LT(J)
 PI=ACOS(-1,0E0)
 PI(J)=PI**2*EI/1T(J)**2
 RO(J)=NJ3(J)*LT(J)**2/(PI**2*EI)
 PR=PI*SQRT(RO(J))
 DEN=(2./PR)*(1.-COS(PR))-SIN(PR)

C

A(J)=(SIN(PR)-PR*COS(PR))/DEN
 B(J)=(PR-SIN(PR))/DEN
 C(J)=(PR*SIN(PR)-2*(1-COS(PR)))/((1.-COS(PR))*2*PI**2*RO(J))
 D(J)=A(J)+B(J)
 F(J)=A(J)-B(J)
 G(J)=PI**2*C(J)+1

C

10 CONTINUE

WRITE(5,11)

11

FORMAT(//50X,'SUBROTINA CGIRO.SUB'//44X,'Coeficientes da Flexo-

```
lcompressao'//21X,'A',9X,'B',9X,'C',9X,'D',9X,'F',9X,'G',8X,'NJ3'  
2.7X,'RO',8X,'PL')  
DO 20 J=1,JMAX  
20 WKJTL(5,30)A(J),B(J),C(J),D(J),F(J),G(J),NJ3(J),RO(J),PE(J)  
30 FORMAT(15X,6F10.6,6F10.3,6F10.6,6F10.3)  
RETURN  
END
```

C
C-----
C

```
SUBROUTINE COLF2(JMAX,NMAX,NMAX,NMAX,R,IAPS,KT,LT,ET,A,B,C,D,  
1F,G,AT,RO,WV1,WV2,PE,AJT1,AJT2,T1,T2,X1,X2,X3,OZETA,ALFA0,  
2CM,CFA,CFC,CID,NJ3,ND,NF,NV,AN)
```

```
C  
REAL KT(NV),NJ3(NV),LT(NV)  
DIMENSION A(JMAX),B(JMAX),C(JMAX),D(JMAX),F(JMAX),G(JMAX),  
1AT(NV),RO(JMAX),WV1(NV),WV2(NV),PL(JMAX),AJT1(JMAX,NMAX),  
2AJT2(JMAX,NMAX),T1(JMAX),T2(JMAX),X1(JMAX),X2(JMAX),  
3X3(JMAX),AN(ND,ND),DELTA(JMAX,NMAX,NMAX),ALFA0  
4(JMAX,NMAX,NMAX),CM(NF,ND),CFA(JMAX,NMAX,NMAX),CFC(JMAX  
5,NMAX,NMAX),CID(JMAX,NMAX,NMAX)
```

```
C  
F1=ACOS(-1.0E0)  
NJ=NMAX+7
```

```
C  
DO 555 JJ=1,NF  
DO 555 NN=1,ND  
555 CH(JJ,NN)=0.0
```

```
C  
DO 80 J=1,JMAX
```

```
C  
K=J+1  
I=J-1  
J5=(J-1)*NJ+1  
N1=(J-1)*5+1
```

```
C  
IF (J-1)20,30,20
```

```
C  
20 AN(N1+2,N1-3)=NJ3(J)/LT(J)  
AN(N1+3,N1-2)=NJ3(J)/LT(J)
```

```
C  
30 AN(N1+2,N1+2)=-NJ3(J)/LT(J)-NJ3(K)/LT(K)  
AN(N1+3,N1+3)=-NJ3(J)/LT(J)-NJ3(K)/LT(K)
```

```
C  
IF (J-JMAX)21,70,21
```

```
C  
C  
21 AN(N1+2,N1+7)=NJ3(K)/LT(K)  
AN(N1+3,N1+8)=NJ3(K)/LT(K)
```

```
C  
IF (J-1)70,40,70
```

```
C  
40 IF (IAPS)50,60,60
```

C
C-----PRIMEIRO TRAMO -- APOIO COM O SOLO - ARTICULACAO

```
C  
50 XX=KT(J)*(A(J)**2-B(J)**2)/A(J)  
XY=XX/LT(J)
```

```
C  
CK(J1+2,J1 )=+XX  
CM(J1+2,J1+2)=-XY
```

CH(J1+3,J1+1)=+XX
CH(J1+3,J1+3)=-XY

C

GO TO 80

C

C-----PRIMEIRO TRAMO - APOIO COM SOLO - ENGASTE

C

60 CH(J1 , J1)= KT(J)*B(J)
CH(J1 , J1+2)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+1, J1+1)= KT(J)*B(J)
CH(J1+1, J1+3)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+2, J1)= KT(J)*A(J)
CH(J1+2, J1+2)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+3, J1+1)= KT(J)*A(J)
CH(J1+3, J1+3)=-KT(J)*D(J)/LT(J)

C

GO TO 80

C

70 CH(J1 , N1)= KT(J)*B(J)
CH(J1 , N1+2)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1 , N1-3)= KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1 , N1-5)= KT(J)*A(J)
CH(J1+1, N1+1)= KT(J)*B(J)
CH(J1+1, N1+3)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+1, N1-2)= KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+1, N1-4)= KT(J)*A(J)
CH(J1+2, N1)= KT(J)*A(J)
CH(J1+2, N1+2)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+2, N1-3)= KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+2, N1-5)= KT(J)*B(J)
CH(J1+3, N1+1)= KT(J)*A(J)
CH(J1+3, N1+3)=-KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+3, N1-2)= KT(J)*D(J)/LT(J)
CH(J1+3, N1-4)= KT(J)*B(J)

C

CONTINUE

C

DO 160 J=1, JMAX
I=J-1
K= J+1
J1=(J-1)*NJ+1
N1=(J-1)*5+1
J7=J1+6

C

Q1=L*AT(J)/LT(J)
Q2=2*ET*AT(J)/PI**4
Q3=-F(J)/(1-RO(J))**2
Q4=D(J)**2/(4.-RO(J))**2
Q5=4*RO(J)**2/(PI**4*(4-RO(J))**2)
WT1=R*WV1(J)/RMAX
WT2=K*WV2(J)/RMAX

C

II (J-1)120.50.120

C

90 IF (IAPS)110.100.100

C

C-----PRIMEIRO TRAMO - APOIO COM O SOLO - ENGASTE

C

100 QT1=-F(J)*T1(J)+2.*LT(J)*G(J)/PE(J)*WT1
QT2=-F(J)*T2(J)+2.*LT(J)*B(J)/PE(J)*WT2
QX1=(T1(J)-2.*X1(J)/LT(J))

```

C
QX2=(T2(J)-2.*X2(J)/LT(J))
C
CH(J7,N1 )=-Q2*(Q3*Q1+Q4*QX1)
CH(J7,N1+1)=-Q2*(Q3*Q2+Q4*QX2)
CH(J7,N1+2)=-Q1*(X1(J)/LT(J)-Q5*QX1)
CH(J7,N1+3)=-Q1*(X2(J)/LT(J)-Q5*QX2)
CH(J7,N1+4)=+Q1

```

```

C
GO TO 160

```

```

C
C-----PRIMEIRO TRAMO - APOIO COM O SOLO - ARTICULACAO
C

```

```

110 AL=D(J)*F(J)/A(J)
C

```

```

P11=2*LT*AT(J)/PI**4*(AL/(1-RO(J))**2*
1(-AL*(T1(J)-X1(J)/LT(J))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V11/PE(J)))
P12=2*LT*AT(J)/PI**4*(AL/(1-RO(J))**2*
1(-AL*(T2(J)-X2(J)/LT(J))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V12/PE(J)))
R11=2*ET*AT(J)/PI**4*(AL/((4.-RO(J))**2)*(AL*(T1(J)-X1(J)/
1LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V11/PE(J)))
R12=2*ET*AT(J)/PI**4*(AL/((4.-RO(J))**2)*(AL*(T2(J)-X2(J)/
1LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V12/PE(J)))
S11=ET*AT(J)/LT(J)*(X1(J)/LT(J)+2*AL/(PI**4*(1-RO(J))**2)*
1(-AL*(T1(J)-X1(J)/LT(J))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V11/PE(J)))
S12=ET*AT(J)/LT(J)*(X2(J)/LT(J)+2*AL/(PI**4*(1-RO(J))**2)*
1(-AL*(T2(J)-X2(J)/LT(J))+(PI**2*CL+2)*LT(J)*V12/PE(J)))
Q11=(T*AT(J)/LT(J)*(2*AL/(PI**4*(4-RO(J))**2)*(AL*(
1T1(J)-X1(J)/LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V11/PE(J)))
Q12=(T*AT(J)/LT(J)*(2*AL/(PI**4*(4-RO(J))**2)*(AL*(
1T2(J)-X2(J)/LT(J))-PI**2*CL*LT(J)*V12/PE(J)))

```

```

C
CH(J7,N1 )= P11-R11
CH(J7,N1+1)= P12-R12
CH(J7,N1+2)=-S11+Q11
CH(J7,N1+3)=-S12+Q12
CH(J7,N1+4)= Q1

```

```

C
GO TO 160

```

```

C
120 IF (J-JMAX)130,150,130
C

```

```

C-----TRAMO GNERICO
C

```

```

130 QT1=-F(J)*(T1(J)-T1(I))+2.*LT(J)*G(J)/PE(J)*WT1
QT2=-F(J)*(T2(J)-T2(I))+2.*LT(J)*G(J)/PE(J)*WT2
QX1=(T1(J)+T1(I)-2.*(X1(J)-X1(I))/LT(J))
QX2=(T2(J)+T2(I)-2.*(X2(J)-X2(I))/LT(J))

```

```

C
140 CH(J7,N1-5)= Q2*(Q3*Q1-Q4*QX1)
CH(J7,N1-4)= Q2*(Q3*Q2-Q4*QX2)
CH(J7,N1-3)= Q1*((X1(J)-X1(I))/LT(J)-Q5*QX1)
CH(J7,N1-2)= Q1*((X2(J)-X2(I))/LT(J)-Q5*QX2)
CH(J7,N1-1)=-Q1
CH(J7,N1 )=-Q2*(Q3*Q1+Q4*QX1)
CH(J7,N1+1)=-Q2*(Q3*Q2+Q4*QX2)
CH(J7,N1+2)=-Q1*((X1(J)-X1(I))/LT(J)-Q5*QX1)
CH(J7,N1+3)=-Q1*((X2(J)-X2(I))/LT(J)-Q5*QX2)
CH(J7,N1+4)=+Q1

```

```

C
GO TO 160
C

```

```

150   QT1=-F(J)*(T1(J)-T1(I))+2.*LT(J)*G(J)*WT1/PE(J)
      QT2=-F(J)*(T2(J)-T2(I))+2.*LT(J)*G(J)*WT2/PE(J)
      QX1=(T1(J)+T1(I)-2.*(X1(J)-X1(I))/LT(J))
      QX2=(T2(J)+T2(I)-2.*(X2(J)-X2(I))/LT(J))
C
      GO TO 140
C
160   CONTINUE
C
      DO 170 J=1,JMAX
C
      J1=(J-1)*NJ+1
      N1=(J-1)*S+1
      J5=J1+4
      J6=J5+1
      J7=J6+1
C
      DO 170 N=1,NMAX
      DO 170 M=1,MMAX
C
      C1=COS(DZETA(J,M,N))
      S1=SIN(DZETA(J,M,N))
      C2=COS(ALFA0(J,M,N))
      S2=SIN(ALFA0(J,M,N))
      TG=S2/C2
C
      DEBU=-X1(J)*C1-X2(J)*S1-X3(J)*TG-T1(J)*TG*AJT1(J,N)-
            T2(J)*TG*AJT2(J,N)
      DH1DR=C1*A(J,M,N)+C1*C(J,M,N)*EXP(C1*C(J,M,N)*DEBU+CFD(J,M,N))
C
      CH(J5,N1)=CH(J5,N1)+DH1DR*C1*TG*AJT1(J,N)
      CH(J5,N1+1)=CH(J5,N1+1)+DH1DR*C1*TG*AJT2(J,N)
      CH(J5,N1+2)=CH(J5,N1+2)+DH1DR*C1**2
      CH(J5,N1+3)=CH(J5,N1+3)+DH1DR*C1*S1
      CH(J5,N1+4)=CH(J5,N1+4)+DH1DR*C1*TG
      CH(J6,N1)=CH(J6,N1)+DH1DR*S1*TG*AJT1(J,N)
      CH(J6,N1+1)=CH(J6,N1+1)+DH1DR*S1*TG*AJT2(J,N)
      CH(J6,N1+2)=CH(J6,N1+2)+DH1DR*S1*C1
      CH(J6,N1+3)=CH(J6,N1+3)+DH1DR*S1**2
      CH(J6,N1+4)=CH(J6,N1+4)+DH1DR*S1*TG
C
      JV=J7+N
C
      CH(JV,N1)=CH(JV,N1)-DH1DR*TG**2*AJT1(J,N)
      CH(JV,N1+1)=CH(JV,N1+1)-DH1DR*TG**2*AJT2(J,N)
      CH(JV,N1+2)=CH(JV,N1+2)-DH1DR*TG*C1
      CH(JV,N1+3)=CH(JV,N1+3)-DH1DR*TG*S1
      CH(JV,N1+4)=CH(JV,N1+4)-DH1DR*TG**2
C
170   CONTINUE
      RETURN
      END
-----
SUBROUTINE EQUQ(JMAX,NMAX,NMAX,X1,X2,LT,AJT1,AJT2,B,ND,NF,NV)
C
      REAL LT(NV)
      DIMENSION X1(JMAX),X2(JMAX),AJT1(JMAX,NMAX),AJT2(JMAX,NMAX),
                LB(ND,NF)
C
      N2=NMAX+7

```



```
DO 60 J=1,JMAX
C
JN=(J-1)*5+1
NN=(J-1)*N2+1
IF (J-1)10,10,20
C
10 TX1=X1(J)
TX2=X2(J)
C
GO TO 30
C
20 TX1=X1(J)-X1(J-1)
TX2=X2(J)-X2(J-1)
C
IF (J-JMAX)30,40,40
C
30 NJ=N2+NN
C
B(JN ,NJ )=1.
B(JN+2,NJ )=1./LT(J+1)
B(JN+1,NJ+1)=1.
B(JN+3,NJ+1)=1./LT(J+1)
B(JN+2,NJ+2)=1./LT(J+1)
B(JN+3,NJ+3)=1./LT(J+1)
B(JN+2,NJ+6)=(X1(J+1)-X1(J))/LT(J+1)
B(JN+3,NJ+6)=(X2(J+1)-X2(J))/LT(J+1)
B(JN+4,NJ+6)=-1.
C
40 B(JN ,NN+2)=1.
B(JN+1,NN+3)=1.
B(JN+2,NN )=-1./LT(J)
B(JN+2,NN+2)=-1./LT(J)
B(JN+2,NN+4)=1.
B(JN+2,NN+6)=-TX1/LT(J)
B(JN+3,NN+1)=-1./LT(J)
B(JN+3,NN+3)=-1./LT(J)
B(JN+3,NN+5)=1.
B(JN+3,NN+6)=-TX2/LT(J)
B(JN+4,NN+6)=1.
C
DO 50 N=1,NMAX
C
NG=N+6
C
B(JN ,NN+NG)=-AJT1(J,N)
B(JN+1,NN+NG)=-AJT2(J,N)
B(JN+4,NN+NG)=-1.
C
50 CONTINUE
60 CONTINUE
RETURN
END
```

```
C-----
C
SUBROUTINE FCT(X,FUN,DERF,A,B,C,D)
```

```
C
FUN=SQRT(A*STNH(B*X)**2+C*X**2)-D
```

RETURN
END

```
C-----  
C      SUBROUTINE FUNC  
C  
C      REAL NJ3(5), LT(5), KT(5), NJ3(5)  
C  
C      COMMON JMAX, MMAX, NMAX, KMAX, IAPS, R, DR, ND, NF, NV,  
1T1(4), T2(4), X1(4), X2(4), X3(4), NJ3, KT, LT, ET, AT(5), RO(4), PE(4),  
2WV1(5), WV2(5), AJT1(4,3), AJT2(4,3), ALFA0(4,1,3), H0(4,1,3),  
3C0(4,1,3), DZETA(4,1,3), W1(4,1,3), W2(4,1,3), Q0(4,1,3),  
4CIA(4,1,3), CIB(4,1,3), CFC(4,1,3), CFD(4,1,3),  
5A(4), B(4), C(4), D(4), F(4), G(4),  
6BM(20,40), NJ3I, DP(20), CM(40,20), AM(20,20),  
7CAL(20,20), DERY(20), Y(20), GM(40,40), DPDR(20), DWDR(40),  
8CAUX(20,20), GDWR(40), DPAUX(20)  
C  
C      CALL TROCA(T1, T2, X1, X2, X3, Y, JMAX, ND)  
C  
C      CALL APL(JMAX, MMAX, NMAX, IAPS, R, RMAX, A, B, C, D, ET,  
1F, G, WV1, WV2, AT, LT, PE, RO, AJT1, AJT2, H0, ALFA0, DZETA, C0, W1,  
2W2, CIB, CFC, T1, T2, X1, X2, X3, DP, ND, NF, NV, GM, DWDR)  
C  
C      CALL EQU0(JMAX, MMAX, NMAX, X1, X2, LT, AJT1, AJT2, BM, ND, NF, NV)  
C  
C      CALL COEF2(JMAX, MMAX, NMAX, KMAX, R, IAPS, KT, LT, ET, A, B, C, D, F, G,  
1AT, RO, WV1, WV2, PE, AJT1, AJT2, T1, T2, X1, X2, X3, DZETA, ALFA0,  
2CM, CIA, CFC, CFD, NJ3, ND, NF, NV, AM)  
C  
C      CALL GMPRD(GM, DWDR, GDWR, NF, NF, 1)  
C  
C      CALL GMPRD(CM, GDWR, DPAUX, ND, NF, 1)  
C  
C      CALL GMSUB(DP, DPAUX, DPDR, ND, 1)  
C  
C      CALL GMPRD(BM, CM, CAUX, ND, NF, ND)  
C  
C      CALL GNADD(CAUX, AM, CAL, ND, ND)  
C  
C      CALL GJRIN(ND, CAL)  
C  
C      CALL GMPRD(CAL, DPDR, DLRY, ND, ND, 1)  
C  
C      RETURN  
C      END
```

```
C-----  
C      SUBROUTINE GJRIN(N, AA)  
C  
C      DIMENSION AA(N,N), BU(20), C(20), IP(20), IQ(20)  
C  
C      DO 170 K=1, N  
T=0.  
DO 50 I=K, N  
S=0.  
DO 10 J=K, N  
10 S=S+ABS(AA(I, J))  
IF (S)20, 240, 20  
20 DO 40 I=K, N
```

```
      II (ABS(AA(I,J))-S*T)40.40.30
30    IP(K)=I
      IQ(K)=J
      PIVU=AA(I,J)
      T=ABS(PIVU/S)
40    CONTINUE
50    CONTINUE
      IF(T)60.240.60
60    IF(IP(K)-K)70.90.70
70    DO 80 J=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=AA(IPK,J)
      AA(IPK,J)=AA(K,J)
80    AA(K,J)=Z
90    IF(IQ(K)-K)100.120.100
100   IQK=IQ(K)
      DO 110 I=1,N
      Z=AA(I,IQK)
      AA(I,IQK)=AA(I,K)
110   AA(I,K)=Z
120   DO 160 J=1,N
      IF(J-K)140.130.140
130   BB(J)=1/PIVU
      C(J)=1.
      GO TO 150
140   BB(J)=-AA(K,J)/PIVU
      C(J)=AA(J,K)
150   AA(K,J)=0.
160   AA(J,K)=0.
      DO 170 I=1,N
      DO 170 J=1,N
      AA(I,J)=AA(I,J)+C(I)*BB(J)
170   CONTINUE
      DO 230 KAUX=1,N
      K=N-KAUX+1
      IF(IP(K)-K)180.200.180
180   DO 190 I=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=AA(I,IPK)
      AA(I,IPK)=AA(I,K)
      AA(I,K)=Z
190   CONTINUE
200   IF(IQ(K)-K)210.230.210
210   DO 220 J=1,N
      IQK=IQ(K)
      Z=AA(IQK,J)
      AA(IQK,J)=AA(K,J)
      AA(K,J)=Z
220   CONTINUE
230   CONTINUE
      GO TO 260
240   WRITE(5,250)
250   FORMAT(//5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO
1-MATRIZ SINGULAR'//)
260   CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C
SUBROUTINE GHADD(A,B,R,N,M)
C
DIMENSION A(1),B(1),R(1)
C
NM=N*M
DO 10 I=1,NM
10 R(I)=A(I)+B(I)
RETURN
END
```

```
C-----
C
SUBROUTINE GMPKD(A,B,R,N,M,L)
C
DIMENSION A(1),B(1),K(1)
C
IR=0
IX=-M
DO 10 K=1,L
IX=IX+M
DO 10 J=1,N
IR=IR+1
JI=J-N
IB=IK
R(IR)=0.
DO 10 I=1,M
JI=JI+N
IB=IB+1
10 R(IR)=K(J)*A(JI)+B(IB)
RETURN
END
```

```
C-----
C
SUBROUTINE GMSUB(A,B,R,N,M)
C
DIMENSION A(1),B(1),R(1)
C
NM=N*M
DO 10 I=1,NM
10 R(I)=A(I)-B(I)
RETURN
END
```

```
C-----
C
SUBROUTINE OUTP(X,Y,DERY,IREC,NDIM,PRMT,INLF,ISTEP,IEND
1,IMOD,DELT,ITEST,H)
C
DIMENSION Y(20),DERY(20),PRMT(5)
C
II (PRMT(5)) 10,50,10
C
WRITE(5,20)X,H,DELT,INLF,ISTEP,IMOD,IEND,ITEST,IREC
20 FORMAT(/50X,'SUBROTINA OUTP.SUB'//46X,'Valores Parciais dos
10deslocamentos',//3X,'k=',F8.6,2X,'Dr=',F8.6,2X,'DELT=',E14.7,
22X,'INLF=',I3,2X,'ISTEP=',I3,2X,'IMOD=',I3,2X,'IEND=',I3,2X,
3'ITEST=',I3,2X,'IREC=',I6,//19X,'teta1(rd)',11X,'teta2
4(rd)',13X,'x1(m)',15X,'x2(m)',15X,'x3(m)')
C
DO 30 J=1,4
C
```

```

      M=5*(J-1)+1
30    WRITE(5,40)Y(N),Y(N+1),Y(N+2),Y(N+3),Y(N+4)
40    FORMAT(10X,5(6X,E14.7))
      C
50    PRNT(5)=0.
      C
      RETURN
      END
-----
      C
      SUBROUTINE RTNI(X,FUN,DERF,FCT,XST,EPS,IEND,IER,A,B,C,D)
      C
      IER=0
      X=XST
      TOL=X
      C
      CALL FCT(TOL,FUN,DERF,A,B,C,D)
      C
      TOLI=100.*EPS
      C
      DO 60 I=1,IEND
      C
      IF((FUN)10.70.10
      C
      C-----A LOUACAO NAO E SATISFEITA PARA O X
      C
      10    IF (DERF)20.80.20
      C
      C-----A ITERACAO E POSSIVEL
      C
      20    DX=FUN/DERF
      C
      X=X+DX
      TOL=X
      C
      CALL FCT(TOL,FUN,DERF,A,B,C,D)
      C
      C-----TESTE DA PRECISAO REQUERIDA
      C
      TOL=EPS
      C
      ABX=ABS(X)
      C
      IF (ABX-1.)40.40.30
      C
      30    TOL=TOL*ABX
      C
      40    IF (ABS(DX)-TOL)50.50.60
      C
      50    IF (ABS(FUN)-TOLI)70.70.60
      C
      60    CONTINUE
      C
      C-----FIM DA ITERACAO
      C
      C-----NAO HOUVE CONVERGENCIA APOS IEND PASSOS DE ITERACAO.
      C-----MENSAGEM DE ERRO
      C
      IER=1
```

```
C      WRITE(5,33) ILND
C33    FORMAT(20X,'NAO HOUVE CONVERGENCIA APOS
C      1 'I2 ','PASSOS DE ITERACAO')
C70    RETURN
C
C-----MENSAGEN DE ERRO NO CASO DE DIVISAO POR ZERO
C
C80    ILR=2
C
C      WRITE(5,55)
C55    FORMAT(30X,'O DENOMINADOR E NULO')
C
C      RETURN
C      END
C-----
C
C      SUBROUTINE TROCA(T1,T2,X1,X2,X3,A,JMAX,ND)
C
C      DIMENSION T1(JMAX),T2(JMAX),X1(JMAX),X2(JMAX),X3(JMAX),A(ND)
C
C      DO 10 J=1,JMAX
C        JN=(J-1)*5+1
C        T1(J)=A(JN)
C        T2(J)=A(JN+1)
C        X1(J)=A(JN+2)
C        X2(J)=A(JN+3)
C10     X3(J)=A(JN+4)
C      RETURN
C      END
```

4.6 - APLICAÇÃO NUMÉRICA

4.6.1 - Primeiro Exemplo

O programa de computação desenvolvido no Capítulo IV, é utilizado agora para a análise estática de estrutura estudado por Goldberg e Meyers (12). Trata-se de uma torre estaiada em quatro níveis, com um grupo de 3 estais por nível, engastada na base, como mostra a figura a seguir. As características dos estais e do mastro são apresentadas nos quadros I e II respectivamente.

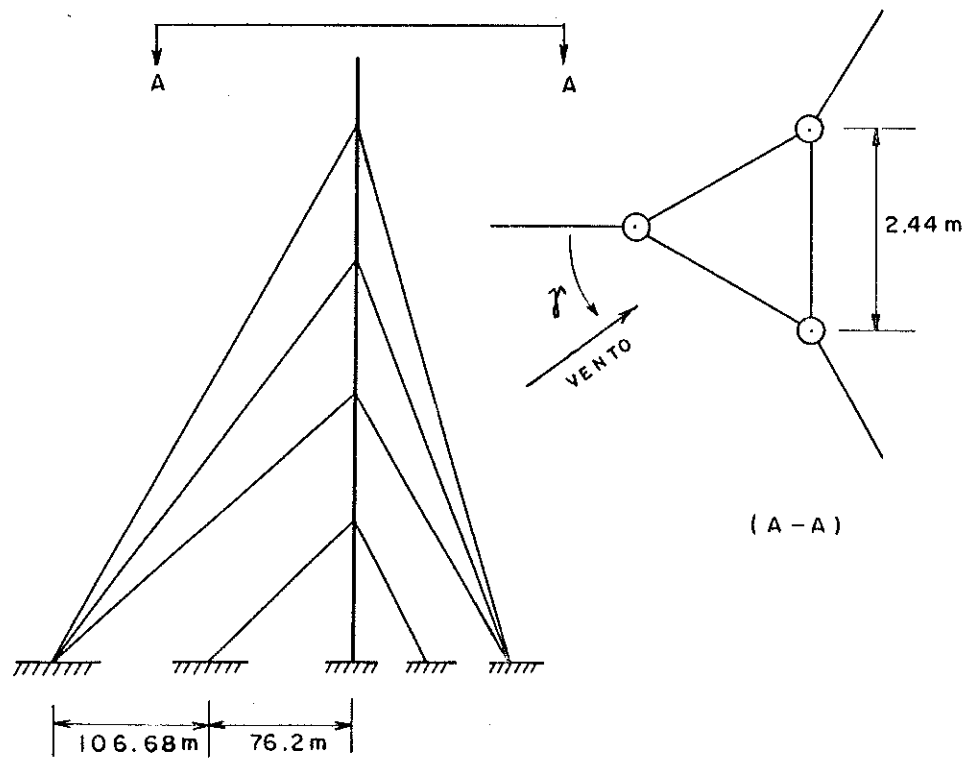


Figura 4.1 - Vistas Esquemáticas da Torre Analisada

A torre é submetida a ação do vento com velocidade máxima de 118 mph (aproximadamente 190 km/h) segundo um ângulo $\gamma = 30^\circ$, conforme mostra a figura acima.

QUADRO I

PROPRIEDADES DOS CABOS

Nível	Diâmetro (in)	q_0 (lb/ft)	EA (kips)	H_0 (kips)	c_0 (ft)
1	1 1/2	4,69	27000	38,75	353,552
2	1 5/8	5,50	31800	22,82	782,095
3	1 7/8	7,32	42200	24,68	961,723
4	2	8,34	48000	21,91	1167,679

QUADRO II

PROPRIEDADES DO MASTRO

Tramo	L (ft)	EI (kip. in ²)	Ar (in ²)
1	250	424 x 10 ⁷	84,9
2	250	324 x 10 ⁷	64,8
3	250	238 x 10 ⁷	47,7
4	250	144 x 10 ⁷	28,8
balanço	100	59,5 x 10 ⁷	12,0

QUADRO III - CARGAS NO MASTRO

NÍVEL	CARGA AXIAL (kip)			Ação do Vento (lb/ft)
	INICIAL	FINAL (estimada)	FINAL (real)	
1	683	1215	844	200
2	459	948	616	200
3	316	684	431	200
4	153	305	213	200
balanço	-	-	-	200

O Quadro III apresenta as forças axiais nos níveis de estaiamento e a ação do vento no mastro. Com relação a carga axial, a inicial (peso do mastro mais peso dos estais) é conhecida; a final, deve ser estimada porque ela depende da estrutura deslocada. É feita então, uma estimativa grosseira da carga axial final e depois com máximo 2 ou 3 iterações obtém-se o valor final, como se percebe examinando a saída completa dos resultados da análise nas figuras a seguir.

Apresenta-se na página IV.37 o arquivo de dados da estrutura. Nas páginas IV.38 a IV.42 é mostrado o resultado completo com a carga axial estimada, na página IV.43 os resultados com a carga axial da 2a. tentativa, verificando-se aí a convergência dos valores.

Arquivo de Dados do Primeiro Exemplo

1 4 1 3 20 173.2 2.272E-3 4.682E06
0.1250 .00469 27000. 38.75 49. 108. 353.553 030. 180. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 30. 5. 353.553 150. 60. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 50. 110. 353.553 -90. 300. 45.
0.1354 .00550 31800. 22.82 35. 100. 781.025 030. 180. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 16. 5. 781.025 150. 60. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 36. 100. 781.025 -90. 300. 39.81
0.1563 .00732 42200. 24.68 46. 135. 960.469 030. 180. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 10. 5. 960.469 150. 60. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 44. 135. 960.469 -90. 300. 51.34
0.1667 .00834 48000. 21.91 51. 143. 1166.190 030. 180. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 15. 6. 1166.190 150. 60. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 47. 130. 1166.190 -90. 300. 59.04
0.0 1.0 0.1 0.000015 0.0
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
250. 117778. 682.77 1215. 0.1732 0.100 0.58958
250. 90000. 459.03 948. 0.1732 0.100 0.4500
250. 66111. 316.46 684. 0.1732 0.100 0.33125
250. 40000. 152.58 305. 0.1732 0.100 0.2000
100. 41319. 000.00 00. 0.1732 0.100 0.08333
-4.6182 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000

DADOS DA ESTRUTURA

Propriedades Características dos Estais

Estais	DT	Q0	FA	H0	HPI	HPF	CO	GAMA	DZETA	ALFA0
J N N	(m)	(kN/m)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	(m)	(o)	(o)	(o)
1 1 1	0.12500	0.00469	77000.	38.75	48.00	100.00	353.553	30.00	180.00	45.00
1 1 2	0.12500	0.00469	27000.	38.75	30.00	5.00	353.553	150.00	60.00	45.00
1 1 3	0.12500	0.00469	77000.	38.75	50.00	110.00	353.553	-90.00	300.00	45.00
2 1 1	0.13540	0.00550	31800.	22.82	35.00	100.00	781.025	30.00	180.00	39.81
2 1 2	0.13540	0.00550	31800.	22.82	16.00	5.00	781.025	150.00	60.00	39.81
2 1 3	0.13540	0.00550	31800.	22.82	36.00	100.00	781.025	-90.00	300.00	39.81
3 1 1	0.15630	0.00732	42200.	24.68	46.00	135.00	960.469	30.00	180.00	51.34
3 1 2	0.15630	0.00732	42200.	24.68	10.00	5.00	960.469	150.00	60.00	51.34
3 1 3	0.15630	0.00732	42200.	24.68	44.00	135.00	960.469	-90.00	300.00	51.34
4 1 1	0.16670	0.00834	48000.	21.91	51.00	143.00	1166.190	30.00	180.00	59.04
4 1 2	0.16670	0.00834	48000.	21.91	15.00	6.00	1166.190	150.00	60.00	59.04
4 1 3	0.16670	0.00834	48000.	21.91	47.00	130.00	1166.190	-90.00	300.00	59.04

Características e Carregamento do Mastro

LT	KT	NJ3I	NJ3	WV1	WV2	AT
(m)	(m.kN)	(kN)	(kN)	(kN/m)	(kN/m)	(mE)
250.000	117770.	602.77	1215.00	0.17320	0.10000	0.58958
250.000	90000.	459.03	948.00	0.17320	0.10000	0.45000
250.000	66111.	316.46	694.00	0.17320	0.10000	0.33125
250.000	40000.	152.58	305.00	0.17320	0.10000	0.20000
100.000	41319.	0.00	0.00	0.17320	0.10000	0.02333

Coordenadas dos Pontos de Conexão dos Estais com o Mastro

AJT1	AJT2
(m)	(m)
-4.618	0.000
2.309	4.000
2.309	-4.000
-4.619	0.000
2.309	4.000
2.309	-4.000
-4.619	0.000
2.309	4.000
2.309	-4.000
-4.619	0.000
2.309	4.000
2.309	-4.000

SUBROTINA CADOS.SUB

Parametros Resultantes da Arco do Vento nos Estais

J	M	N	W1 (kN/m)	W2 (kN/m)	ALFA (rd)	BETA (rd)	Q (kN/m)	CSI (rd)
1	1	1	0.2577803E-02	0.2104768E-02	0.4072637E+00	0.3429819E+00	0.7033002E-02	0.94608
1	1	2	-0.2577803E-02	0.2104768E-02	0.9786940E+00	0.1233335E+01	0.3996688E-02	-0.08608
1	1	3	0.4654989E-02	-0.5324687E-02	0.4863185E+00	-0.1013765E+01	0.7095661E-02	-3.14159
2	1	1	0.2387677E-02	0.2153127E-02	0.4687164E+00	0.3147023E+00	0.7795035E-02	0.83701
2	1	2	-0.2387677E-02	0.2153127E-02	0.8937414E+00	0.0643083E+00	0.4517892E-02	-0.83701
2	1	3	0.5042285E-02	-0.5767700E-02	0.4576489E+00	-0.9385779E+00	0.7969717E-02	-3.14159
3	1	1	0.3786666E-02	0.2799751E-02	0.5752299E+00	0.3231783E+00	0.1050672E-01	0.93413
3	1	2	-0.3786666E-02	0.2799752E-02	0.3100168E+01	0.1297063E+01	0.6413159E-02	-0.93413
3	1	3	0.5820599E-02	-0.6657989E-02	0.6158582E+00	-0.9689763E+00	0.9895010E-02	-3.14159
4	1	1	0.4721213E-02	0.3178669E-02	0.6424898E+00	0.3391042E+00	0.1193572E-01	0.97823
4	1	2	-0.4721213E-02	0.3178670E-02	-0.1149172E+01	-0.1436093E+01	0.7838200E-02	-0.97823
4	1	3	0.6207894E-02	-0.7101004E-02	0.7114323E+00	-0.1027794E+01	0.1095353E-01	-3.14159

PROGRAMA PRINCIPAL

Constantes do Ajustamento das Curvas Forca/Deslocamento dos Estais

J	M	N	A(J,M,N)	B(J,M,N)	C(J,M,N)	D(J,M,N)
1	1	1	-0.7691710E+00	0.4559253E+00	0.6259191E+00	0.3715467E+01
1	1	2	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.1743705E+01	0.3823094E+01
1	1	3	-0.7220969E+00	0.4591107E+00	0.6070671E+00	0.3733422E+01
2	1	1	-0.2909780E+00	0.4720068E+00	0.3564524E+00	0.3393056E+01
2	1	2	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.3500900E+00	0.2876047E+01
2	1	3	-0.2523675E+00	0.4094089E+00	0.3402383E+00	0.3424830E+01
3	1	1	-0.1877592E+00	0.4886070E+00	0.2168482E+00	0.3537096E+01
3	1	2	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.1803427E+00	0.2830018E+01
3	1	3	-0.2484177E+00	0.6855313E+00	0.2178625E+00	0.3538055E+01
4	1	1	-0.5856493E-01	0.2188779E+00	0.1400591E+00	0.3485139E+01
4	1	2	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.1966375E+00	0.2722635E+01
4	1	3	-0.7608171E-01	0.2879682E+00	0.1457382E+00	0.3468908E+01

SUBROTINA CGIRO.SUB

Coefficientes da Flexo-compressao

A	B	C	D	E	F	G	NJ3	RO	PE
3.643342	2.093365	-0.007150	5.737207	1.550477	0.139840	1215.000	0.261308	4649.689	
3.636060	2.095504	-0.087236	5.731565	1.540556	0.139013	940.000	0.266812	3553.058	
3.642760	2.093662	-0.087162	5.736422	1.549070	0.139742	604.000	0.262073	2609.958	
3.739210	2.067502	-0.086107	5.806720	1.671715	0.150157	305.000	0.193144	1579.137	

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.000000 DR=0.200000 DELT=0.000000E+00 IHLF=-1 ISTEP=0 IMOD=0 IEND=0 TTEST=0 IREC=0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00
0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00	0.0000000E+00

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.100000 DR=0.100000 DELT= 0.6898846E-09 IHLF= 0 ISTEP= 2 IMOD= 1 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.6045373E-03	0.2578471E-03	0.7928894E-01	0.1547047E-01	0.8181361E-03
0.9027927E-03	0.7453072E-03	0.2893713E+00	0.1642691E+00	0.2186234E-02
0.5347144E-03	0.2512091E-03	0.4780027E+00	0.3029678E+00	0.3650630E-02
-0.1055718E-03	-0.5422102E-03	0.5556186E+00	0.2652788E+00	0.4721161E-02

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.200000 DR=0.200000 DELT= 0.6898846E-09 IHLF= -1 ISTEP= 1 IMOD= 1 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.1187648E-02	0.5431314E-03	0.1588549E+00	0.3553258E-01	0.1835539E-02
0.1731301E-02	0.1500937E-02	0.5641773E+00	0.3388611E+00	0.5002558E-02
0.1054271E-02	0.5168880E-03	0.9283746E+00	0.6173413E+00	0.8331723E-02
-0.1440677E-03	-0.1037259E-02	0.1093283E+01	0.5506553E+00	0.1070146E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.300000 DR=0.100000 DELT= 0.4341397E-09 IHLF= 0 ISTEP= 4 IMOD= 2 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.1751005E-02	0.8560861E-03	0.2364447E+00	0.6082790E-01	0.3046376E-02
0.2491012E-02	0.2860582E-02	0.8254853E+00	0.5207269E+00	0.8407362E-02
0.1559582E-02	0.7968003E-03	0.1354109E+01	0.9416102E+00	0.1394490E-01
-0.1253055E-03	-0.1479731E-02	0.1613685E+01	0.8560663E+00	0.1785439E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.400000 DR=0.200000 DELT= 0.4364597E-09 IHLF= -1 ISTEP= 2 IMOD= 2 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.2296371E-02	0.1197027E-02	0.3146304E+00	0.9124147E-01	0.4446696E-02
0.3187020E-02	0.3017486E-02	0.1074350E+01	0.7115921E+00	0.1236377E-01
0.2051412E-02	0.1090231E-02	0.1756605E+01	0.1274132E+01	0.2047941E-01
-0.5627142E-04	-0.1064947E-02	0.2117512E+01	0.1179956E+01	0.2610140E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.500000 DR=0.100000 DELT= 0.4315443E-09 IHLF= 0 ISTEP= 6 IMOD= 3 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.2825523E-02	0.1566378E-02	0.3928031E+00	0.1279009E+00	0.6034485E-02
0.3823901E-02	0.3764556E-02	0.1311779E+01	0.9099779E+00	0.1683853E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.600000 DR=0.200000 DELT= 0.4315443E-09 IHLF= -1 ISTEP= 3 IMOD= 3 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.3340204E-02	0.1964667E-02	0.4711649E+00	0.1711676E+00	0.7809693E-02
0.4405690E-02	0.4494510E-02	0.1530718E+01	0.1115216E+01	0.2100106E-01
0.2996999E-02	0.1712307E-02	0.2499551E+01	0.1954922E+01	0.3509317E-01
0.1893153E-03	-0.2419780E-02	0.3070065E+01	0.1878491E+01	0.4558878E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.700000 DR=0.100000 DELT= 0.4425995E-07 IHLF= 0 ISTEP= 8 IMOD= 4 IEND= 0 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.3842074E-02	0.2392170E-02	0.5499184E+00	0.2216156E+00	0.9774213E-02
0.4935977E-02	0.5900110E-02	0.1756033E+01	0.1326653E+01	0.2722279E-01
0.3431633E-02	0.2037178E-02	0.2843333E+01	0.2303508E+01	0.4466925E-01
0.3564617E-03	-0.2645345E-02	0.3535981E+01	0.2249841E+01	0.5669205E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.800000 DR=0.200000 DELT= 0.4425995E-09 IHLF= -1 ISTEP= 4 IMOD= 4 IEND= 1 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.4332657E-02	0.2850290E-02	0.6292511E+00	0.2797934E+00	0.1193177E-01
0.5417743E-02	0.5874360E-02	0.1964512E+01	0.1543645E+01	0.3307676E-01
0.3894394E-02	0.2368251E-02	0.3170536E+01	0.2631397E+01	0.5407840E-01
0.5449253E-03	-0.2775668E-02	0.3979697E+01	0.2633378E+01	0.6061341E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=0.900000 DR=0.100000 DELT= 0.4716073E-09 IHLF= 0 ISTEP= 10 IMOD= 5 IEND= 1 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.4813272E-02	0.3330352E-02	0.7093139E+00	0.3461642E+00	0.1428756E-01
0.5854006E-02	0.6510991E-02	0.2164053E+01	0.1765533E+01	0.3933736E-01
0.4326157E-02	0.2703109E-02	0.3482378E+01	0.2998670E+01	0.6406254E-01
0.7499079E-03	-0.2041724E-02	0.440692E+01	0.3027054E+01	0.8128897E-01

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=1.000000 DR=0.100000 DELT= 0.4716073E-09 IHLF= 0 ISTEP= 10 IMOD= 5 IEND= 1 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.5284946E-02	0.3856318E-02	0.7901954E+00	0.4210254E+00	0.1484763E-01
0.6247403E-02	0.7104502E-02	0.2357662E+01	0.1991604E+01	0.4598027E-01

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

tota1 (rd)	tota2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00528	0.00386	0.790	0.421	0.017
0.00625	0.00710	2.358	1.992	0.046
0.00475	0.00304	3.780	3.344	0.075
0.00097	-0.00285	4.826	3.429	0.095

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)
-1776.18	-731.38	1075.72	1061.71
-1270.86	-1184.06	751.26	356.75
-939.54	-464.38	793.81	208.89
-1114.42	-397.74	497.00	285.04

Reações Horizontais na Extremidades dos Estais

Força Axial

Njt (kN)	Njt (kN)	Nj3 (kN)
40.15	25.77	848.34
44.05	25.15	620.86
48.11	28.42	442.21
37.91	22.14	213.14

Reações Verticais nas Extremidades dos Estais

Vjn (kN)	Vjn (kN)	Vjn (kN)
67.52	11.24	41.21
57.01	5.21	30.91
25.94	8.74	53.05
104.60	8.56	56.96

2a. Tentativa - Carga Axial Obtida na Análise Anterior

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

tota1 (rd)	tota2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00521	0.00330	0.802	0.450	0.017
0.00593	0.00630	2.314	1.894	0.044
0.00472	0.00310	3.684	3.131	0.071
0.00145	-0.00167	4.704	3.394	0.091

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)
-1861.30	-846.46	1037.15	784.28
-1234.78	-1110.79	730.82	345.39
-919.16	-449.59	800.07	260.40
-1114.49	-441.97	999.55	285.26

Reacoes Horizontais nas Extremidades dos Estais

Forca Axial

Njt (kN)	Rjt (kN)	Nj3 (kN)
40.69	26.10	844.11
43.28	24.26	616.25
47.03	27.16	438.91
37.59	22.11	212.77

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

Vjn (kN)	Vjn (kN)	Vjn (kN)
68.01	10.69	41.67
56.15	5.42	30.26
74.07	9.12	51.61
104.12	0.64	56.98

3a. Tentativa - Carga Axial Obtida na Análise Anterior

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

tetal (rd)	teta2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00521	0.00300	6.802	9.450	0.017
0.00593	0.00629	2.314	1.893	0.044
0.00472	0.00311	3.683	3.120	0.071
0.00146	-0.00165	4.783	3.394	0.091

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

m _{ijl} (m.kN)	m _{ijr} (m.kN)	m _{jil} (m.kN)	m _{jir} (m.kN)
-1062.45	-847.93	1036.49	983.16
-1234.17	-1109.72	733.58	345.34
-918.88	-449.50	800.40	261.14
-1114.74	-442.62	499.56	785.27

Reacoes Horizontais nas Extremidades dos Estais

Forca Axial

N _{jl} (kN)	N _{jr} (kN)	N _{js} (kN)
40.70	26.19	844.06
43.27	24.25	616.19
47.02	27.14	438.87
37.59	22.11	212.77

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

V _{jl} (kN)	V _{jr} (kN)	V _{js} (kN)
68.02	10.68	41.68
56.13	5.42	30.25
94.05	9.13	51.59
104.12	8.64	56.98

4.6.2 - Segundo Exemplo

A mesma torre do primeiro exemplo é agora analisada com o objetivo de medir a influência de alguns fatores normalmente negligenciados - como em (2), (3), (4) e (15) - quando se estuda este tipo de estrutura.

São considerados 3 casos de carregamento, consistindo cada um da ação da gravidade em combinação com o vento atuando segundo as direções:

caso I, $\gamma = 0^\circ$; caso II, $\gamma = 90^\circ$ e caso III, $\gamma = 180^\circ$

Para cada carregamento foram feitas 3 análises levando em conta os seguintes efeitos:

Solução 1

incluindo: (a) os movimentos vertical e horizontal da extremidade superior dos estais, causados pela rotação da seção transversal do mastro nos níveis de estaiamento devida a flexo-compressão; (b) variação na rigidez a flexão dos tramos do mastro com a variação da carga axial e (c) consideração da carga distribuída nos estais pelo vento na obtenção das relações força/deslocamento (curva traçada nas figuras 3.6, 3.7 e 3.8);

Solução 2

solução aproximada, uma vez que os efeitos (a) e (b) da solução anterior são negligenciados;

Solução 3

outra solução aproximada, que despreza os itens (a), (b) e (c) da solução 1.

São apresentados a seguir os arquivos de dados e resultados para o Caso II; soluções 1, 2 e 3. Os demais resultados são apresentados e comentados no capítulo seguinte

Arquivo de Dados para GAMA : 909
Solução 1

TY E31.CDR
1 4 1 3 20 173.2 2.272L-3 4.602E06
0.1250 .00469 27000. 38.75 50. 110.0 353.553 090. 180. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 30. 5.0 353.553 -150. 60. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 48. 108.0 353.553 -30. 300. 45.
0.1354 .00550 31000. 22.82 36. 100.0 781.025 090. 180. 39.01
0.1354 .00550 31000. 22.82 16. 5.0 781.025 -150. 60. 39.01
0.1354 .00550 31000. 22.82 35. 100.0 781.025 -30. 300. 39.01
0.1563 .00732 42200. 24.68 44. 135.0 960.469 090. 180. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 16. 5.0 960.469 -150. 60. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 46. 135.0 960.469 -30. 300. 51.34
0.1667 .00834 48000. 21.91 47. 130.0 1166.190 090. 180. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 15. 6.0 1166.190 -150. 60. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 51. 143.0 1166.190 -30. 300. 59.04
0 0 1 0 0.1 0.000015 0 0
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
250. 117778. 682.77 047.39 0.000 0.200 0.50950
250. 90000. 459.03 622.76 0.000 0.200 0.4500
250. 66111. 316.46 444.18 0.000 0.200 0.33125
250. 40000. 152.58 216.61 0.000 0.200 0.2000
100. 41319. 000.00 000.00 0.000 0.200 0.00333
-4.6182 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

teta1 (rd)	teta2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00067	0.00641	-0.010	0.921	0.016
0.00230	0.00805	0.452	2.927	0.043
0.00024	0.00552	0.797	4.666	0.069
-0.00182	0.00088	0.525	5.814	0.089

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)
190.21	-2042.78	324.11	1381.32
-335.04	-1416.11	-85.76	782.37
88.92	-993.95	-144.20	863.53
143.28	-1227.80	-2.19	575.85

Reacoes Horizontais nas Extremidades dos Estais

Forca Axial

Hjt (kN)	Hjt (kN)	Nj3 (kN)
2.36	49.40	841.90
-0.82	49.35	613.08
0.16	54.52	436.09
0.28	43.54	212.60

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

Vjn (kN)	Vjn (kN)	Vjn (kN)
41.72	10.65	68.06
30.04	5.43	55.95
50.85	8.03	93.27
56.85	8.70	104.03

Arquivo de Dados para GAMA = 90º
Solução 2

§ TY 132.CDR

1 4 1 3 20 173.2 2.272E-3 4.682E06
0.1250 .00469 27000. 38.75 50. 110.0 353.553 090. 180. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 30. 5.0 353.553 -150. 60. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 48. 108.0 353.553 -30. 300. 45.
0.1354 .00550 31800. 22.82 36. 100.0 781.025 090. 180. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 16. 5.0 781.025 -150. 60. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 35. 100.0 781.025 -30. 300. 39.81
0.1563 .00732 42200. 24.68 44. 135.0 960.469 090. 180. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 16. 5.0 960.469 -150. 60. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 46. 135.0 960.469 -30. 300. 51.34
0.1667 .00834 48000. 21.91 47. 130.0 1166.190 090. 180. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 15. 6.0 1166.190 -150. 60. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 51. 143.0 1166.190 -30. 300. 59.04
0.0 1.0 0.1 0.000015 0.0
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
250. 117778. 682.77 682.77 0.000 0.200 0.58958
250. 90000. 459.03 459.03 0.000 0.200 0.4500
250. 66111. 316.46 316.46 0.000 0.200 0.33125
250. 40000. 152.58 152.58 0.000 0.200 0.2000
100. 41319. 000.00 000.00 0.000 0.200 0.08333
-4.6182 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

00000 DR=0.100000 DELT= 0.4247629E-09 IHLF= 0 ISTEP= 10 IHOD= 5 IEND= 1 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.6636499E-03	0.6364501E-02	-0.2011079E-02	0.9317487E+00	0.1612928E-01
0.2101100E-02	0.7799131E-02	0.4300570E+00	0.2894207E+01	0.4231505E-01
0.2429577E-03	0.5466587E-02	0.7442943E+00	0.4590455E+01	0.6768936E-01
-0.1575026E-02	0.1205505E-02	0.5096034E+00	0.5767559E+01	0.8760907E-01

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

teta1 (rd)	teta2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00056	0.00516	-0.003	0.932	0.016
0.00210	0.00780	0.430	2.894	0.042
0.00024	0.00547	0.744	4.590	0.068
-0.00158	0.00121	0.510	5.768	0.088

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tranos

mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)	mjt (m.kN)
168.03	-2100.09	305.01	1348.97
-316.70	-1585.60	-86.06	773.59
89.77	-993.55	-190.91	865.53
131.19	-1226.03	-2.56	577.83

Reacoes Horizontais nas Extremidades dos Estais

Forca Axial

Njt (kN)	Njt (kN)	Nj3 (kN)
2.53	48.00	839.18
-0.97	48.92	611.08
-0.05	53.86	434.57
0.33	43.28	212.18

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

Vjn (kN)	Vjn (kN)	Vjn (kN)
41.09	10.42	68.29
29.79	5.57	55.63
50.31	8.32	92.52
56.76	8.78	103.62

Arquivo de Dados para GAMA = 90º
Solução 3

BY E33.CDR

1 4 1 3 20 00.00 2.272E-3 4.682E06
0.1250 .00469 27000. 38.75 50. 110.0 353.553 090. 180. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 40. 0.0 353.553 -150. 60. 45.
0.1250 .00469 27000. 38.75 30. 080.0 353.553 -30. 300. 45.
0.1354 .00550 31800. 22.82 20. 060.0 781.025 090. 180. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 25. 0.0 781.025 -150. 60. 39.81
0.1354 .00550 31800. 22.82 20. 080.0 781.025 -30. 300. 39.81
0.1563 .00732 42200. 24.68 20. 095.0 960.469 090. 180. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 25. 9.0 960.469 -150. 60. 51.34
0.1563 .00732 42200. 24.68 20. 100.0 960.469 -30. 300. 51.34
0.1667 .00834 48000. 21.91 20. 075.0 1166.190 090. 180. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 25. 10.0 1166.190 -150. 60. 59.04
0.1667 .00834 48000. 21.91 25. 080.0 1166.190 -30. 300. 59.04
0.0 1.0 0.1 0.000015 0.0
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
.12425 .12425 .0005 .0005 .0005
250. 117778. 682.77 682.77 0.000 0.200 0.58958
250. 90000. 459.03 459.03 0.000 0.200 0.4500
250. 66111. 316.46 316.46 0.000 0.200 0.33125
250. 40000. 152.58 152.58 0.000 0.200 0.2000
100. 41319. 000.00 000.00 0.000 0.200 0.08333
-4.6182 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000
-4.6188 0.000
2.3094 4.000
2.3094 -4.000

SUBROTINA OUTP.SUD

Valores Parciais dos Deslocamentos

000000 NR=0.100000 DELT=0.1712431E-09 IHLF= 0 ISTEP= 10 IMOP= 5 IEND= 1 ITESY= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.1102117E-02	0.6606290E-02	-0.2519758E-01	0.9193215E+00	0.1618397E-01
0.4160362E-02	0.9067775E-02	0.8237290E+00	0.3095700E+01	0.4457927E-01
0.2206562E-02	0.7027084E-02	0.1601002E+01	0.5137975E+01	0.7281501E-01
0.1362162E-02	0.3611442E-02	0.2029581E+01	0.6755707E+01	0.9442967E-01

RESULTADOS FINAIS

DESLUCAMENTOS DA ESTRUTURA

teta1 (rd)	teta2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00118	0.00661	-0.025	0.919	0.016
0.00416	0.00907	0.824	3.096	0.045
0.00227	0.00703	1.602	5.136	0.073
0.00136	0.00361	2.030	6.756	0.094

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

mijt (m.kN)	mijt (m.kN)	mijt (m.kN)	mijt (m.kN)
354.98	-2007.42	598.97	1491.54
-621.76	-1720.90	-143.89	803.05
154.48	-987.16	-68.06	874.58
62.36	-1204.99	-4.15	661.04

Reacoes Horizontais na Extremidades dos Estais

Forca Axial

Njt (kN)	Njt (kN)	Nj3 (kN)
1.94	49.66	839.84
-2.75	48.35	605.29
0.99	53.77	430.14
0.54	44.03	207.12

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

Vjn (kN)	Vjn (kN)	Vjn (kN)
45.64	12.04	69.39
28.35	7.38	53.91
50.72	10.68	88.29
55.97	12.70	97.44

SUBROTINA OUTP.SUB

Valores Parciais dos Deslocamentos

R=1.000000 DR=0.100000 DELT= 0.7401923E-10 IHLF= 0 ISTEP= 10 IMOD= 5 IEND= 1 ITEST= 1 IREC= 0

teta1(rd)	teta2(rd)	x1(m)	x2(m)	x3(m)
0.3616903E-02	0.7368519E-07	0.0029339E+00	0.4145733E-04	0.1498390E-01
0.3935701E-02	-0.1042934E-06	0.1763016E+01	0.2286245E-04	0.2918214E-01
0.7288120E-02	-0.1773433E-06	0.2869902E+01	-0.1838564E-04	0.4015066E-01
0.1398565E-01	-0.1197743E-06	0.5251220E+01	-0.5011717E-04	0.5820596E-01

RESULTADOS FINAIS

DESLOCAMENTOS DA ESTRUTURA

teta1 (rd)	teta2 (rd)	x1 (m)	x2 (m)	x3 (m)
0.00362	0.00000	0.803	0.000	0.015
0.00394	0.00000	1.763	0.000	0.029
0.00729	0.00000	2.870	0.000	0.040
0.01399	0.00000	5.251	0.000	0.058

ESFORÇOS INTERNOS

Momentos nas Extremidades dos Tramos

mi.it (m.kN)	mi.it (m.kN)	mi.it (m.kN)	mi.it (m.kN)
0.00	0.00	960.04	-0.04
-1101.55	0.04	784.13	-0.01
-911.43	0.01	1470.00	0.01
-1611.24	-0.01	1041.87	0.00

Reacoes Horizontais na Extremidades dos Estais

Forca Axial

N.i1 (kN)	N.i2 (kN)	N.i3 (kN)
46.53	0.00	727.70
39.88	0.00	544.95
46.72	0.00	369.40
53.75	0.00	174.75

Reacoes Verticais nas Extremidades dos Estais

V.in (kN)	V.in (kN)	V.in (kN)
33.79	9.67	33.79
35.05	13.88	35.05
42.72	19.60	42.72
53.79	20.95	53.79

CAPÍTULO V

COMENTÁRIOS FINAIS

A grande vantagem do método apresentado no Capítulo IV é o fato de se poder analisar a torre estaiada sob a ação do vento num plano qualquer, ao contrário de outras soluções aproximadas (2), (5), (15), (16) que só resolvem a estrutura com o vento atuando segundo um plano de simetria.

O êxito da aplicação do programa aqui desenvolvido só será possível quando se puder ajustar os dados gerados no programa a curva tração versus deslocamento dos estais. Os resultados finais dependem fundamentalmente dessa ajustagem. Convém então, antes de proceder a análise estática da estrutura, escolher os valores HPI e HPF que são os limites da força HP para o trecho que se deseja ajustar a curva.

O primeiro exemplo de aplicação mostra como o expediente de se estimar a carga axial final e a conseqüente convergência do sistema realmente são válidos neste tipo de abordagem. Após duas tentativas percebe-se que o sistema converge, como se vê nas páginas IV.43 e IV.44. A listagem de resultados do primeiro exemplo está fornecida completa a partir da página IV.38. Os resultados obtidos estão de pleno acordo com os apresentados em (12).

Os quadros 1, 2, 3 e 4 comparam os resultados obtidos para deslocamentos laterais, tração máxima nos estais, momentos e força cortante nas extremidades do mastro, levando em conta - recapitulando - as seguintes condições:

Solução 1

a) considera os movimentos vertical e horizontal da extremidade superior dos estais, causados pela rotação da seção transversal do mastro nos níveis de estaiamento devida a flexo-compressão;

b) considera a variação na rigidez a flexão do mastro com a variação da carga axial;

c) considera a carga distribuída pelo vento nos estais na obtenção das relações força x deslocamento.

Solução 2

não considera os efeitos contidos nos itens a e b;

QUADRO 1 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESLOCAMENTOS LATERAIS DA TORRE

CASO	SOLUÇÃO Nº	UNIDADES	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3	NÍVEL 4
$\gamma = 0^\circ$	1	m	0,262	0,739	1,194	1,682
	2	%	+0,9	-0,5	-1,0	-1,2
	3	%	-0,5	-5,2	-15,1	-29,0
$\gamma = 90^\circ$	1	m	0,281	0,892	1,422	1,772
	2	%	-0,5	-1,8	-2,2	-1,7
	3	%	-1,4	+5,2	+9,4	+15,0
$\gamma = 180^\circ$	1	m	0,307	1,042	1,595	1,856
	2	%	-1,9	-2,7	-3,1	-2,2
	3	%	+2,7	+9,9	+13,5	+18,3

QUADRO 2 - COMPARAÇÃO ENTRE AS TRAÇÕES MÁXIMAS DOS ESTAIS

CASO	SOLUÇÃO Nº	UNIDADES	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3	NÍVEL 4
$\gamma = 0^\circ$	1	kN	447,69	406,28	554,09	594,21
	2	%	-0,9	0,0	+0,2	+0,8
	3	%	-2,2	-8,6	-11,4	-14,0
$\gamma = 90^\circ$	1	kN	428,12	388,71	531,27	539,59
	2	%	-0,5	-0,4	0,0	+1,0
	3	%	+1,1	+3,3	-4,2	-4,5
$\gamma = 180^\circ$	1	kN	359,18	322,61	435,86	427,81
	2	%	-0,6	-0,8	-1,0	+1,4
	3	%	+1,4	-0,2	+3,6	+7,9

QUADRO 3 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MOMENTOS NAS EXTREMIDADES DOS TRAMOS DA TORRE

CASO	SOLUÇÃO Nº	UNIDADES	BASE	NÍVEL 1	NÍVEL 2
$\gamma = 0^\circ$	1	m. kN	-2838	1554 -1863	1170 -1457
	2	%	+1,6	-1,0 -0,7	-1,2 -1,1
	3	%	+1,8	-3,3 -3,3	-11,1 -11,1
$\gamma = 90^\circ$	1	m. kN	-2770	1872 -2191	1060 -1348
	2	%	+1,5	-1,4 -1,0	-1,8 -1,6
	3	%	-2,7	+8,6 +7,1	+1,9 -1,1
$\gamma = 180^\circ$	1	m. kN	2744	-2177 2505	-836 1118
	2	%	+1,0	-1,2 -0,9	-2,4 -2,2
	3	%	-1,7	+11,8 +10,1	-4,2 -6,4

NÍVEL 3	NÍVEL 4
1402 -1895	782
-1,1 -1,0	+0,5
-11,6 -12,7	+15,6
1171 -1665	781
0,0 -0,2	+0,3
+3,2 -2,1	+14,8
-1082 1580	-782
+1,0 +0,3	+0,0
+1,0 -4,3	+14,4

QUADRO 4 - COMPARAÇÃO ENTRE AS FORÇAS CORTANTES NAS EXTREMIDADES DOS TRAMOS DA TORRE

CASO	SOLUÇÃO Nº	UNIDADES	BASE	NÍVEL 1	NÍVEL 2
$\gamma = 0^\circ$	1	kN	115,34	107,06	119,07
	2	%	+0,7	-0,2	-0,2
	3	%	+2,0	+3,1	+4,5
$\gamma = 90^\circ$	1	kN	109,21	113,20	118,23
	2	%	+0,9	+0,5	+1,8
	3	%	-2,6	+0,3	-2,9
$\gamma = 180^\circ$	1	kN	103,55	118,85	115,74
	2	%	+1,0	+0,9	-0,8
	3	%	-4,9	-1,3	+1,2

NÍVEL 3	NÍVEL 4
124,68	118,49
-0,1	0,0
+4,2	+3,4
122,85	117,83
-0,2	0,0
+1,9	+2,9
123,92	118,09
-0,2	0,0
+7,1	+2,1

QUADRO 5 - COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PARA O EXEMPLO DO CAPÍTULO II

5.1 - Deslocamentos Laterais (cm)

Nível	Cálculo Manual	Programa	ABEGG (5)
1	0,224	0,245 (+ 9,4%)	0,291 (+29,9%)
2	0,406	0,537 (+32,8%)	0,525 (+29,9%)
3	0,532	0,875 (+64,5%)	0,675 (+26,9%)
4	0,845	1,600 (+89,9%)	1,029 (+21,8%)

5.2 - Momentos M_{ij} (m.kND)

Nível	Cálculo Manual	Programa	ABEGG (5)
1	----	-----	-----
2	1355	1101 (-18,7%)	1273 (-6,0%)
3	1000	911 (-8,9%)	964 (+5,8%)
4	1658	1611 (-2,8%)	1752 (+5,7%)

5.3 - Momentos M_{ji} (m.kND)

Nível	Cálculo Manual	Programa	ABEGG (5)
1	993	960 (-3,3%)	912 (-8,2%)
2	676	784 (+16,0%)	644 (-4,7%)
3	1346	1470 (+9,2%)	1432 (+6,4%)
4	2453	1842 (-25,0%)	2295 (-6,4%)

OBS- Os valores entre parenteses são % dos valores da coluna 1

Solução 3

não considera os efeitos contidos nos itens a, b e c.

Examinando os resultados obtidos nos quadros 1, 2, 3 e 4 percebe-se que:

- os valores permanecem quase que invariáveis quando se compara a solução 2 com a 1, ou seja, é praticamente irrelevante considerar-se ou não os movimentos de extremidade superior dos estais e a variação dos coeficientes de rigidez à flexo-compressão com a variação da carga axial.

- Comparando-se a solução 3 com a 1 nota-se que há uma diferença considerável nas grandezas observadas. Os valores dos deslocamentos laterais e das trações nos estais vão se distanciando entre si, a medida que caminha para os níveis mais altos de estaiamento. A causa provável desta variação maior talvez seja a maior área de obstrução oferecida pelo cabo ao vento e também a maior frouxidão dos estais devida ao seu grande comprimento.

- No caso dos momentos fletores registram-se variação de até 15% nos níveis mais altos de estaiamento, quando se compara a solução 3 com a solução 1. Desta forma dependendo da estrutura, é temeroso desprezar a ação do vento nos cabos.

- Torna-se inevitável um estudo mais abrangente desta e de outras torres estaiadas, considerando além dos fatores enumerados nas soluções 1, 2 e 3, outras como: variação nas características físicas do mastro e dos estais, aumento da área de obstrução ao vento pelo acúmulo de neve nos estais, etc. . Fica aqui então, a sugestão da implementação deste estudo utilizando o programa ora apresentado neste trabalho.

Finalmente no Quadro 5 são apresentados e comparados os resultados obtidos através do cálculo manual e pelo uso do programa com os fornecidos pela referência (5) para a estrutura examinada no Capítulo II. Nota-se numa grande diferença entre os valores os valores obtidos pelo programa e aqueles calculados a mão de acordo com a teoria do segundo capítulo. Já os valores publicados em (5) estão próximos com os calculados no Capítulo II.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - COHEN, E. & PERRIN, H.- Design of Multi-level Guyed Towers: Wind Loading - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 83, ST 5, Proc. Paper 1355, Sept. 1957.
- 2 - COHEN, E. & PERRIN, H. - Design of Multi-level Guyed Towers: Structural Analysis - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 83, Proc, Paper 1356, Sept. 1957.
- 3 - DEAN, D.L. - Static and Dynamic Analysis of Guy Cables - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 87, ST 1, Jan. 1961.
- 4 - HULL, F.H. - Stability Analysis of Multi-level Guyed Towers - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 88, Apr. 1962.
- 5 - MIKLOFSKY, H.A. & ABEGG, M.G. - Design of Guyed Towers by Interaction Diagram - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 92, ST 1, Feb. 1966.
- 6 - BARBATO, R.L.A. - Sobre o Comportamento Estatico dos Cabos de Coberturas Pênseis - São Carlos, EESC - USP, 1972. Dissertação de Mestrado.
- 7 - RALSTON, A. & WILF, H.S. - Mathematical Methods for Digital Computers - John Wiley & Sons Inc., N. York, 1960,
- 8 - FIESENHEISER, E. - How to Approach the Design of Tall Guyed Towers - Consulting Engineer, St. Joseph, Michigan, 1957.
- 9 - MIKLOFSKY, H.A. & SOTILLO, O.J. - Design of Flexible Steel Arches by Interaction Diagrams - Journal of the Structural Division ASCE, Trans. ASCE, 1969.
- 10- ROWE, R.S. - Amplification of Stress and Displacement in Guyed Towers - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 84, Oct. 1958.
- 11- GOLDBERG, J.E. & RICHARD, R.M. - Analysis of Nonlinear Structures - Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 89, August 1963.

- 12- GOLDBERG, J.E., MEYERS, A.M. - A Study of Guyed Towers - Journal of the Structural Division ASCE, vol.91(4), August 1965.
- 13- BELCHER, G.L. et alii- A 427 Metre High Guyed Mast: Its Design, Fabrication and Erection - The Institution of Engineers, Civil Engineering Transactions, Australia, 1983.
- 14- GOLDBERG, J.E. & GAUNT, J.T. - Stability of Guyed Towers - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 99, ST 4, April 1973.
- 15- ODLEY, E.G. - Analysis of High Guyed Towers - Journal of the Structural Division ASCE, vol. 92, ST 1, Feb. 1966.
- 16- SCHOTT, G.J. & THURSTON, F.R. - The Analysis of the Structural of Guyed Antenna Masts Under Wind and Ice Loading - Division of Mechanical Engineering, National Research Council of Canada, Ottawa, 1956.
- 17- TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M. - Theory of Elastic Stability - Kogakusha Co., Ltd., Tokyo 1961.
- 18- TIMOSHENKO, S.P. & YOUNG, D.H. - Theory of Structures - McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo 1965.
- 19- LOPEZ, A.R. - La Construcción Metalica - tradução do Stahlbau, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid 1968, pp 506-529

APÊNDICE A

Neste apêndice usa-se a equação dos 3 momentos para determinar os momentos na torre nos seguintes casos:

1 - como viga contínua em apoio rígido sujeita a ação de cargas uniformemente distribuídas em seus vãos.

2 - como viga contínua com recalque unitário nos apoios (devido aos deslocamentos do mastro).

3 - como viga contínua com momentos nos apoios (devido a excentricidade dos cabos).

As equações dos momentos serão deduzidas para diferentes valores das cargas, momentos de inércia, comprimento de vãos e inclinação dos estais.

Os resultados obtidos em 1 acima, fornecerão os valores das reações R_n^0 para cada nível de estaiamento, além dos momentos nestes níveis.

Os valores do item 2 acima permitirão o cálculo dos n_{nm} . Tendo obtido os deslocamentos Δ_n dos níveis de cabos, estas equações podem ser multiplicadas pelos próprios Δ_n e somadas para dar os momentos finais nos apoios devidos aos recalques.

Os valores obtidos em 3 permitirão o cálculo dos ζ_{nm} fazendo todos os valores de H nas equações iguais a zero exceto H_n . Obtidas as reações finais dos apoios, estas equações fornecerão de imediato os momentos. Os momentos finais de 1, 2 e 3 descritos acima, serão somados algebricamente para dar os momentos finais nos níveis de estaiamento.

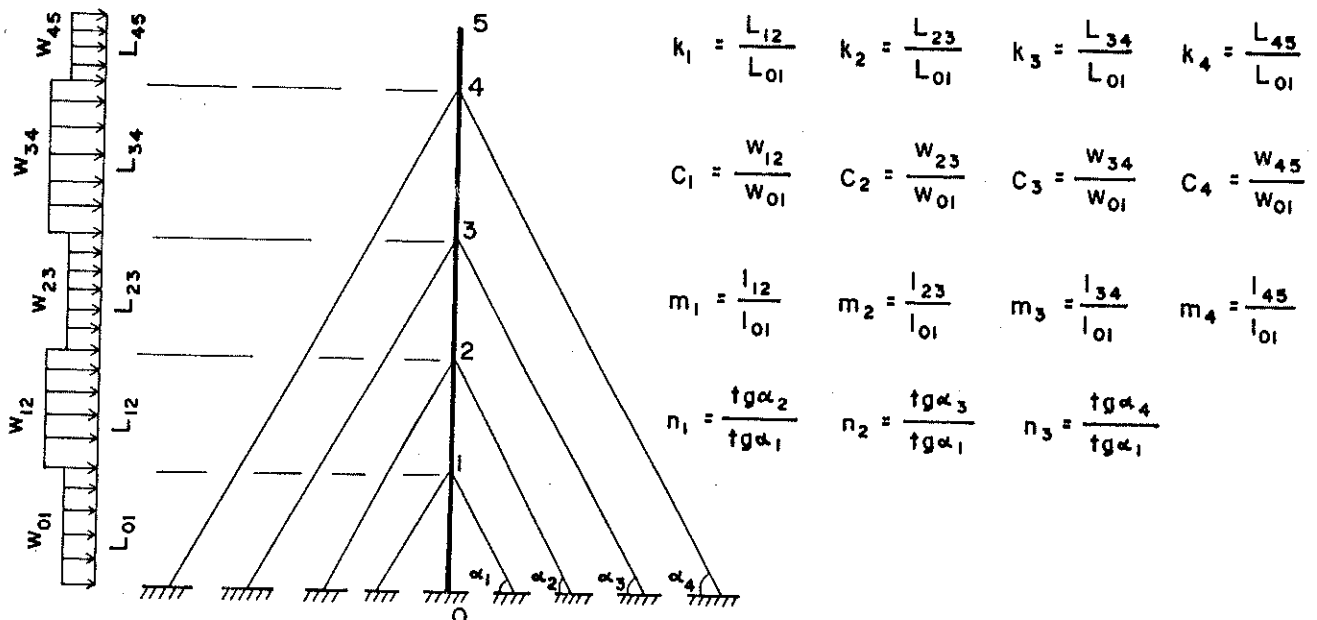


FIGURA A.1

DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS MOMENTOS

1 - Viga Contínua em Apoios rígid^os sujeita a carga uniformemente distribuída nos vãos

Usa-se a forma geral da equação dos três momentos seguinte:

$$M_a \frac{L_1}{I_1} + 2M_b \left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2} \right) + M_c \frac{L_2}{I_2} = - \frac{w_1 L_1^2}{4I_1} - \frac{w_2 L_2^3}{4I_2}$$

1.1 - Viga Contínua com uma extremidade engastada e a outra em balanço

Aplicando a equação dos 3 momentos acima chega-se no seguinte sistema de equações:

$$2M_0 + M_1 = - \frac{wL^2}{4}$$

$$M_0 + 2M_1 \left(1 + \frac{k_1}{m_1} \right) + M_2 \frac{k_1}{m_1} = - \frac{wL^2}{4} \left(1 + \frac{c_1 k_1^3}{m_1} \right)$$

$$\frac{k_1}{m_1} M_1 + 2M_2 \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) + M_3 \frac{k_2}{m_2} = - \frac{wL^2}{4} \left(\frac{c_1 k_1^3}{m_1} + \frac{c_2 k_2^3}{m_2} \right)$$

$$\frac{k_2}{m_2} M_2 + 2M_3 \left(\frac{k_2}{m_2} + \frac{k_3}{m_3} \right) + M_4 \frac{k_3}{m_3} = - \frac{wL^2}{4} \left(\frac{c_2 k_2^3}{m_2} + \frac{c_3 k_3^3}{m_3} \right)$$

$$M_4 = - \frac{wL^2}{2} c_4 k_4^2$$

Resolvendo este sistema, encontra-se:

$$M_0 = - \frac{1}{2} \left[\frac{wL^2}{4} + M_1 \right]$$

$$M_1 = - \frac{wL^2}{4} \left[\frac{8b_3b_4b_7 - 2b_3b_{10}^2 - 4b_4b_7 + b_{10}^2 - 4b_2b_6b_7 + 2b_2b_5b_{10}}{D_3} \right]$$

$$M_2 = - \frac{wL^2}{4} \left[\frac{8b_1b_6b_7 - 4b_1b_5b_{10} - 2b_6b_7 + b_5b_{10} - 4b_2b_3b_7 + 2b_2b_7}{D_3} \right]$$

$$M_3 = - \frac{wL^2}{4} \left[\frac{8b_1b_4b_5 - 4b_1b_6b_{10} - 2b_4b_5 + b_6b_{10} - 2b_2^2b_5 + 2b_2b_3b_{10} - b_2b_{10}}{D_3} \right]$$

$$M_4 = - \frac{wL^2}{4} c_4 k_4^2$$

As constantes que aparecem nas equações acima são definidas a seguir:

$$k_1 = \frac{L_{12}}{L_{01}} \quad k_2 = \frac{L_{23}}{L_{01}} \quad k_3 = \frac{L_{34}}{L_{01}} \quad k_4 = \frac{L_{45}}{L_{01}}$$

$$c_1 = \frac{w_{12}}{w_{01}} \quad c_2 = \frac{w_{23}}{w_{01}} \quad c_3 = \frac{w_{34}}{w_{01}} \quad c_4 = \frac{w_{45}}{w_{01}}$$

$$m_1 = \frac{I_{12}}{I_{01}} \quad m_2 = \frac{I_{23}}{I_{01}} \quad m_3 = \frac{I_{34}}{I_{01}} \quad m_4 = \frac{I_{45}}{I_{01}}$$

$$n_1 = \frac{\text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1} \quad n_2 = \frac{\text{tg } \alpha_3}{\text{tg } \alpha_1} \quad n_3 = \frac{\text{tg } \alpha_4}{\text{tg } \alpha_1}$$

$$b_1 = 1 + \frac{k_1}{m_1} \quad b_2 = \frac{k_1}{m_1} \quad b_3 = 1 + \frac{c_1 k_1^3}{m_1}$$

$$b_4 = \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \quad b_5 = \frac{c_2 k_2^3}{m_3} + \frac{c_3 k_3^3}{m_3} - 2 \frac{c_4 k_4^2 k_3}{m_3}$$

$$b_6 = \frac{c_1 k_1^3}{m_1} + \frac{c_2 k_2^3}{m_2} \quad b_7 = \frac{k_2}{m_2} + \frac{k_3}{m_3}$$

$$b_8 = 1 + \frac{1}{k_1} \quad b_9 = \frac{1}{k_1} \quad b_{10} = \frac{k_2}{m_2}$$

$$b_{11} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad b_{12} = \frac{1}{k_2} \quad b_{13} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

$$b_{14} = \frac{1}{k_3} \quad b_{15} = \frac{k_3}{m_3}$$

$$D_3 = (16b_1 b_4 b_7 - 4b_1 b_{10}^2 - 4b_4 b_7 + b_{10}^2 - 4b_2 b_7)$$

$$D_4 = (4b_1 b_4 b_7 - b_1 b_{10}^2 - b_2^2 b_7)$$

$$A = \frac{6 EI_{01}}{L_{01}^2} \quad B = \frac{d}{3} \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$w = w_{01} \quad L = L_{01}$$

1.2 - Viga Contínua com uma Extremidade Articulada e outra em balanço

Aplicando o teorema dos 3 momentos, da mesma forma chega-se ao sistema de equações:

$$2M_1 \left(1 + \frac{k_1}{m_1}\right) + M_2 \frac{k_1}{m_1} = - \frac{wL^2}{4} \left(1 + \frac{c_1 k_1^3}{m_1}\right)$$

$$M_1 \frac{k_1}{m_1} + 2M_2 \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) + M_3 \frac{k_2}{m_2} = - \frac{wL^2}{4} \left(\frac{c_1 k_1^3}{m_1} + \frac{c_2 k_2^3}{m_2} \right)$$

$$M_2 \frac{k_2}{m_2} + 2M_3 \left(\frac{k_2}{m_2} + \frac{k_3}{m_3} \right) + M_4 \frac{k_3}{m_3} = - \frac{wL^2}{4} \left(\frac{c_2 k_2^3}{m_2} + \frac{c_3 k_3^3}{m_3} \right)$$

$$M_4 = - \frac{wL^2}{2} c_4 k_4^2$$

Resolvendo o sistema acima, achamos:

$$M_1 = - \frac{wL^2}{8} \left[\frac{4b_3 b_4 b_7 - b_3 b_{10}^2 - 2b_2 b_6 b_7 + b_2 b_5 b_{10}}{D_4} \right]$$

$$M_2 = - \frac{wL^2}{8} \left[\frac{4b_1 b_6 b_7 - 2b_1 b_5 b_{10} - 2b_2 b_3 b_7}{D_4} \right]$$

$$M_3 = - \frac{wL^2}{8} \left[\frac{4b_1 b_4 b_5 - 2b_1 b_6 b_{10} - b_2^2 b_5 + b_2 b_3 b_{10}}{D_4} \right]$$

$$M_4 = - \frac{wL^2}{8} c_4 k_4^2$$

2 - Viga Contínua sujeita a recalque nos apoios

A equação geral dos 3 momentos toma o seguinte aspecto:

$$M_a \frac{L_1}{I_1} + 2M_b \left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2} \right) + M_c \frac{L_2}{I_2} = \frac{6E\Delta_a}{L_1} + \frac{6E\Delta_c}{L_2}$$

2.1 - Viga Contínua com um Extremo Engastado e o outro em Ba-
lanço

a) Recalque unitário no apoio 1

A equação geral toma as seguintes formas:

$$\frac{M_0}{3EI_1} L_1 + \frac{M_1}{6EI_1} + \frac{\Delta_c}{L_1} = 0$$

ou

$$2M_0 + M_1 = \frac{6EI_1}{L_1} \Delta_c$$

ou

$$2M_0 + M_1 = \frac{6EI}{L^2} \dots\dots(1)$$

fazendo $I_1 = I$, $L_1 = L$ e $\Delta_c = 1$

Para os demais apoios, ter-se-á:

$$M_0 \frac{L_1}{I_1} + 2M_1 \left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2} \right) + M_2 \frac{L_2}{I_2} = \frac{6E}{L_1} + \frac{6E}{L_2}$$

ou

$$M_0 + 2M_1 \left(1 + \frac{k_1}{m_1} \right) + M_2 \frac{k_2}{m_2} = \frac{6EI}{L} \left(1 + \frac{1}{k_1} \right) \dots\dots(2)$$

$$M_1 \frac{L_2}{I_2} + 2M_2 \left(\frac{L_2}{I_2} + \frac{L_3}{I_3} \right) + M_3 \frac{L_3}{I_3} = - \frac{6E}{L_2}$$

ou

$$M_1 + 2M_2 \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right) + M_3 \frac{k_2}{m_2} = - \frac{6EI}{L} \frac{1}{k_1} \quad \dots\dots(3)$$

$$M_2 \frac{L_3}{I_3} + 2M_3 \left(\frac{L_3}{I_3} + \frac{L_4}{I_4} \right) = 0$$

ou

$$M_2 \frac{k_2}{m_2} + 2M_3 \left(\frac{k_2}{m_2} + \frac{k_3}{m_3} \right) = 0 \quad \dots\dots(4)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (1), (2), (3) e (4) encontra-se:

$$M_1 = A \left[\frac{4b_4b_7 - b_{10}^2 + 8b_4b_7b_8 - 2b_8b_{10}^2 + 4b_2b_7b_9}{D_3} \right]$$

$$M_2 = -A \left[\frac{2b_2b_7 + 8b_1b_7b_9 + 4b_2b_7b_8 - 2b_7b_9}{D_3} \right]$$

$$M_3 = A \left[\frac{4b_1b_9b_{10} - b_9b_{10} + b_2b_{10} + 2b_2b_8b_{10}}{D_3} \right]$$

$$M_0 = - \frac{1}{2} \left[M_1 + A \right]$$

b) Recalque Unitário no Apoio 2

Da mesma maneira, aplicando a equação geral dos três momentos, chega-se as seguintes fórmulas:

$$M_0 = - \frac{M_1}{2}$$

$$M_1 = - A \left[\frac{8b_4 b_7 b_9 - 2b_9 b_{10}^2 + 4b_2 b_7 b_{11} + 2b_2 b_{10} b_{12}}{D_3} \right]$$

$$M_2 = - A \left[\frac{2b_7 b_{11} - 8b_1 b_7 b_{11} + b_{10} b_{12} - 4b_1 b_{10} b_{12} + 4b_2 b_7 b_9}{D_3} \right]$$

$$M_3 = - A \left[\frac{-2b_4 b_{12} - b_{10} b_{11} + 8b_1 b_4 b_{12} + 4b_1 b_{10} b_{11} - 2b_2^2 b_{12} + 2b_2 b_9 b_{10}}{D_3} \right]$$

c) Recalque Unitário no apoio 3

$$M_0 = \frac{-M_1}{2}$$

$$M_1 = A \left[\frac{4b_2 b_7 b_{12} + 2b_2 b_{10} b_{13}}{D_3} \right]$$

$$M_2 = A \left[\frac{2b_7 b_{12} + b_{10} b_{13} - 8b_1 b_7 b_{12} - 4b_1 b_{10} b_{13}}{D_3} \right]$$

$$M_3 = A \left[\frac{-2b_4 b_{13} + 8b_1 b_4 b_{13} - 2b_2^2 b_{13} + 4b_1 b_{10} b_{12} - b_{10} b_{12}}{D_3} \right]$$

d) Recalque Unitário no apoio 4

$$M_0 = \frac{-M_1}{2}$$

$$M_1 = -A \left[\frac{2b_2 b_{10} b_{14}}{D_3} \right]$$

$$M_2 = +A \left[\frac{4b_1 b_{10} b_{14} - b_{10} b_{14}}{D_3} \right]$$

$$M_3 = -A \left[\frac{8b_1 b_4 b_{14} - 2b_4 b_{14} - 2b_2^2 b_{14}}{D_3} \right]$$

2.2 - Viga Contínua com um Extremo Articulado e outro em Balanço

Da mesma forma, aplicando a equação dos três momentos para a viga contínua sofrendo recalques unitários dos apoios sucessivamente, ter-se-á:

a) Recalque Unitário no Apoio 1

$$M_1 = + \frac{A}{2} \left[\frac{4b_4 b_7 b_8 - b_8 b_{10}^2 + 2b_2 b_7 b_9}{D_4} \right]$$

$$M_2 = - \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_7 b_9 + 2b_2 b_7 b_8}{D_4} \right]$$

$$M_3 = + \frac{A}{2} \left[\frac{2b_1 b_9 b_{10} + b_2 b_8 b_{10}}{D_4} \right]$$

b) Recalque Unitário no Apoio 2

$$M_1 = - \frac{A}{2} \left[\frac{4b_4 b_7 b_9 - b_9 b_{10}^2 + 2b_2 b_7 b_{11} + b_2 b_{10} b_{12}}{D_4} \right]$$

$$M_2 = + \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_7 b_{11} + 2b_1 b_{10} b_{12} + 2b_2 b_7 b_9}{D_4} \right]$$

$$M_3 = - \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_4 b_{12} + 2b_1 b_{10} b_{11} - b_2^2 b_{12} + b_2 b_9 b_{10}}{D_4} \right]$$

c) Recalque Unitário no Apoio 3

$$M_1 = + \frac{A}{2} \left[\frac{2b_2 b_7 b_{12} + b_2 b_{10} b_{13}}{D_4} \right]$$

$$M_2 = - \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_7 b_{12} + 2b_1 b_{10} b_{13}}{D_4} \right]$$

$$M_3 = + \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_4 b_{13} + 2b_1 b_{10} b_{12} - b_2^2 b_{13}}{D_4} \right]$$

d) Recalque Unitário no Apoio 4

$$M_1 = - \frac{A}{2} \left[\frac{b_2 b_{10} b_{14}}{D_4} \right]$$

$$M_2 = + \frac{A}{2} \left[\frac{2b_1 b_{10} b_{14}}{D_4} \right]$$

$$M_3 = - \frac{A}{2} \left[\frac{4b_1 b_4 b_{14} - b_2^2 b_{14}}{D_4} \right]$$

3 - Viga Contínua com Momentos Aplicados nos Apoios (Devidos à Excentricidade dos Cabos)

Vamos empregar a equação dos três momentos com a seguinte notação:

$$M_{ab} \frac{L_1}{I_1} + 2M_{ba} \frac{L_1}{I_1} + 2M_{bc} \frac{L_2}{I_2} + M_{cb} \frac{L_2}{I_2} = 0$$

onde

$$M_{bc} = M_{ba} + M_{cg}$$

e

$$M_{cg} = \frac{d}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha H \text{ (momento em relação ao centro geométrico da secção do mastro)}$$

3.1 - Viga Contínua com um Extremo Engastado e outro em Balanço

Aplicando a equação dos três momentos acima para esta viga sujeita aos momentos nos 4 apoios chegar-se-á no seguinte sistema de equações:

$$2M_{01} + M_{10} = 0$$

$$M_{01} + 2M_{10} + 2M_{12} \frac{k_1}{m_1} + M_{21} \frac{k_1}{m_1} = 0$$

$$M_{12} = M_{10} + \frac{d}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_1 H_1$$

$$M_{12} \frac{k_1}{m_1} + 2M_{21} \frac{k_1}{m_1} + 2M_{23} \frac{k_2}{m_2} + M_{32} \frac{k_2}{m_2} = 0$$

$$M_{23} = M_{21} + \frac{d}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_2 H_2$$

$$M_{23} \frac{k_2}{m_2} + 2M_{32} \frac{k_2}{m_2} + 2M_{34} \frac{k_3}{m_3} + M_{43} \frac{k_3}{m_3} = 0$$

$$M_{34} = M_{32} + \frac{d}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_3 H_3$$

$$M_{43} = - \frac{d}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_4 H_4$$

Resolvendo o sistema formado por essas 8 equações acima, determina-se os valores para os momentos:

$$M_{12} = B \left[\frac{3(4b_4b_7 - b_{10}^2)H_1 - 2b_2b_{10}n_1(b_{10} - 4b_7)H_2}{D_3} + \frac{2b_2b_{10}b_{15}(n_3H_4 - 2n_2H_3)}{D_3} \right]$$

$$M_{23} = -B \left[\frac{6b_2b_7H_1 - 12b_1b_2b_7n_1H_2 + 2b_{10}b_{15}n_2(1 - 4b_1)H_3}{D_3} - \frac{b_{10}b_{15}n_3(1 - 4b_1)H_4}{D_3} \right]$$

$$M_{34} = B \left[\frac{3b_2b_{10}H_1 - 6b_1b_2b_{10}n_1H_2 - b_{10}n_2 \left[(1 - 4b_1)(4b_4 - b_{10}) + 4b_2^2 \right] H_3 - 2b_{15}n_3(b_4 - 4b_1b_4 + b_2^2)H_4}{D_3} \right]$$

$$M_{01} = - \frac{M_{10}}{2}$$

$$M_{10} = M_{12} - B H_1$$

$$M_{21} = M_{23} - B n_1 H_2$$

$$M_{32} = M_{34} - B n_2 H_3$$

$$M_{43} = - B n_3 H_4$$

3.2 - Viga Contínua com um Extremo Articulado e outro em Balanço

Do mesmo modo como em 3.1, chega-se nos seguintes valores para os momentos:

$$M_{12} = - \frac{B}{2} \left[\frac{2(4b_4b_7 - b_{10}^2)H_1 + b_2b_{10}n_1(4b_7 - b_{10})H_2 - b_2b_{10}b_{15}(2n_2H_3 - n_3H_4)}{D_4} \right]$$

$$M_{23} = - \frac{B}{2} \left[\frac{-4b_2b_7H_1 - 2b_2b_7n_1(4b_1 - b_2)H_2 + 2b_1b_{10}b_{15}(2n_2H_3 - n_3H_4)}{D_4} \right]$$

$$M_{34} = - \frac{B}{2} \left[\frac{2b_2b_{10}H_1 - b_2b_{10}n_1(4b_1 - b_2)H_2 +}{D_4} \right]$$

$$\left. \frac{+ 2b_{10}n_2(4b_1b_4 - b_1b_{10}b_2^2)H_3 + b_{15}n_3(4b_1b_4 - b_2^2)H_4}{D_4} \right]$$

$$M_{10} = M_{12} + B H_1$$

$$M_{21} = M_{23} + B n_1 H_2$$

$$M_{32} = M_{34} + B n_2 H_3$$

$$M_{43} = - B n_3 H_4$$