

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS  
TUBULARES DE EDIFÍCIOS ALTOS  
SOB CARREGAMENTO LATERAL

RICARDO HALLAL FAKURY

SÃO CARLOS, 1986

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

COMPORTAMENTO DAS ESTRUTURAS TUBULARES DE  
EDIFÍCIOS ALTOS SOB CAPREGAMENTO LATERAL

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ENG. RICARDO HALLAL FAKURY

Orientador:  
PROF. DR. EDDIE MANCINI

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Eddie Mancini  
Prof. Dr. Walter Savassi  
Prof. Dr. Mário Franco

Suplentes:

Prof. Dr. José Elias Laier  
Prof. Dr. Antonio Marozzi Righetto

À Marina Luisa

### AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eddie Mancini que, com dedicação, experiência e capacidade, orientou este trabalho e sobretudo, pela amizade com que me distinguiu.

Ao corpo docente do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (EESC-USP).

Aos funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP, em especial a Rui Roberto Casale e Silvana Flores, pelos serviços de datilografia e a João Paulo Moretti, pelos serviços de desenho.

Ao Centro de Processamento de Dados da EESC-USP, pela utilização de seu equipamento.

A Universidade Federal de Minas Gerais, que me propiciou condições de estudo e pesquisa em nível de pós-graduação.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização do presente trabalho.

## RESUMO

Este trabalho, sub-dividido em seis partes, apresenta um estudo do comportamento das estruturas tubulares de edifícios altos quando sujeitas à flexão ou torção causada pelo carregamento lateral.

As estruturas são calculadas usando a "Técnica do Meio Contínuo", que consiste basicamente em considerar-se os elementos horizontais (lajes e vigas), que conectam os pilares, uniformemente distribuídos através da altura do edifício.

As estruturas tubulares enfocadas possuem dois eixos de simetria, planta quadrada ou retangular, e são formadas por dois pares de pórticos rígidos ortogonalmente dispostos ao longo do perímetro do edifício.

Nas Partes II e IV, respectivamente para solicitação de flexão e torção, a análise estrutural é feita levando-se em conta a influência das juntas (regiões formadas pela intersecção entre pilares e vigas, quando estas barras se ligam rigidamente), as quais funcionam como corpos rígidos distribuídos pelo interior das estruturas.

Nas Partes III e V, também para solicitação de flexão e torção, nesta ordem, as estruturas são estudadas por meio de análise adimensional. Demonstra-se que todo o comportamento do sistema estrutural tubular pode ser definido com base em um reduzido número de parâmetros.

Cada uma das partes supracitadas é complementada com um programa para cálculo automático, em linguagem FORTRAN IV, além de alguns exemplos práticos.

Na Parte I tem-se uma breve introdução e na Parte VI diversas conclusões sobre os resultados obtidos.

## ABSTRACT

This work is divided into six parts. It presents a study about the behavior of framed tube structures of tall buildings when submitted to bending or torsion effects due to lateral load.

The structures are analyzed by the "continuous medium technique", which consist of considering the horizontal connection elements (floor slabs and beams) uniformly distributed through the height of the building.

The studied framed tube structures have two axes of simmetry; they are square or rectangular in plan, and consist of two pairs of rigid frames ortogonally arranged along the perimeter of the building.

In Parts II and IV for bending and torsion actions respectively, the structural analysis is made taking into consideration the influence of the finite dimensions of rigid joints which act as rigid bodies within the structures.

In Parts III and V also for bending and torsion actions, the structures are studied by means of dimensionless analysis. It proves that the behavior of the framed tube structures can be defined by a reduced number of parameters.

Each part mentioned above is accompanied by a computer program in FORTRAN IV language, besides some practical examples.

In Part I there is a brief introduction, and in Part VI there are several conclusions about the results obtained.

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| I - <u>INTRODUÇÃO</u> .....  | 01 |
| 1.1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ESTRUTURAS TUBULARES...                                 | 01 |
| 1.2 - COMPORTAMENTO DO SISTEMA TUBULAR BÁSICO.....                                   | 03 |
| 1.2.1 - <u>Influência das Juntas</u> .....   | 06 |
| 1.2.2 - <u>Parâmetros Adimensionais</u> .....  | 07 |
| 1.3 - PROCESSOS DE ANÁLISE.....  | 08 |
| 1.3.1 - <u>Processos Discretos e Contínuos</u> .....                                 | 08 |
| 1.3.2 - <u>Técnica do Meio Contínuo</u> .....  | 09 |
| 1.4 - HIPÓTESES DE CÁLCULO.....  | 11 |
| 1.4.1 - <u>Funcionamento das Lajes e Vigas</u> .....                                 | 11 |
| 1.4.2 - <u>Bases dos Pilares</u> .....   | 12 |
| 1.4.3 - <u>Pontos de Momento Nulo</u> .....  | 12 |
| 1.4.4 - <u>Regime de Trabalho</u> .....  | 12 |
| II - <u>ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS À FLEXÃO</u> .....                           | 13 |
| 2.1 - GENERALIDADES.....   | 13 |
| 2.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO ÍM-<br>PAR DE PILARES NOS PAINÉIS..... | 14 |
| 2.2.1 - <u>Estudo das Deformações do Painel de<br/>                Alma</u> .....    | 16 |
| 2.2.2 - <u>Estudo das Deformações do Painel de<br/>                Flange</u> .....  | 24 |
| 2.2.3 - <u>Interação entre os Painéis de Alma e<br/>                Flange</u> ..... | 30 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 2.2.4 | - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Normal.....</u>                               | 33  |
| 2.2.5 | - <u>Equação de Equilíbrio à Força Cor-</u><br><u>tante.....</u>                  | 37  |
| 2.2.6 | - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tu-</u><br><u>bular.....</u>                | 41  |
| 2.3   | - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO PAR<br>DE PILARES NOS PAINÉIS.....      | 44  |
| 2.3.1 | - <u>Painel de Alma com Número Total Par</u><br><u>de Pilares.....</u>            | 45  |
| 2.3.2 | - <u>Painel de Flange com Número Total</u><br><u>Par de Pilares.....</u>          | 47  |
| 2.3.3 | - <u>Interação entre os Painéis de Alma</u><br><u>e Flange.....</u>               | 49  |
| 2.3.4 | - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Normal</u>                                    | 50  |
| 2.3.5 | - <u>Equação de Equilíbrio à Força Cor-</u><br><u>tante.....</u>                  | 51  |
| 2.3.6 | - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tu-</u><br><u>bular.....</u>                | 53  |
| 2.4   | - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO.....   | 54  |
| 2.4.1 | - <u>Considerações Gerais.....</u>  | 54  |
| 2.4.2 | - <u>Condições de Contorno e Equilíbrio</u><br><u>do Sistema de Equações.....</u> | 56  |
| 2.4.3 | - <u>Restrições.....</u>  | 58  |
| 2.4.4 | - <u>Entrada de Dados.....</u>  | 59  |
| 2.4.5 | - <u>Resultados.....</u>  | 64  |
| 2.4.6 | - <u>Listagem.....</u>  | 64  |
| 2.5   | - EXEMPLOS.....   | 75  |
| 2.5.1 | - <u>Exemplo 1.....</u>   | 75  |
| 2.5.2 | - <u>Exemplo 2.....</u>   | 98  |
| 2.5.3 | - <u>Exemplo 3.....</u>   | 117 |



|   |     |
|---|-----|
| III - <u>ANÁLISE ADIMENSIONAL DAS ESTRUTURAS TUBULARES FLE-</u><br><u>TIDAS</u> ..... | 132 |
| 3.1 - GENERALIDADES.....  | 132 |
| 3.2 - ANÁLISE PARA NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAI-<br>NÉIS.....                      | 133 |
| 3.2.1 - <u>Deformações dos Painéis de Alma e</u><br><u>Flange</u> .....               | 133 |
| 3.2.2 - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Nor-</u><br><u>mal</u> .....                | 137 |
| 3.2.3 - <u>Equação de Equilíbrio à Força Cor-</u><br><u>tante</u> .....               | 138 |
| 3.2.4 - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tu-</u><br><u>bular</u> .....             | 139 |
| 3.3 - ANÁLISE PARA NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAI-<br>NÉIS.....                        | 142 |
| 3.3.1 - <u>Deformações dos Painéis de Alma e</u><br><u>Flange</u> .....               | 142 |
| 3.3.2 - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Nor-</u><br><u>mal</u> .....                | 143 |
| 3.3.3 - <u>Equação de Equilíbrio à Força Cor-</u><br><u>tante</u> .....               | 143 |
| 3.4 - PARÂMETROS ADIMENSIONAIS.....   | 144 |
| 3.4.1 - <u>Desenvolvimento Básico</u> .....   | 144 |
| 3.4.2 - <u>Considerações Complementares</u> .....                                     | 149 |
| 3.5 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS LATERAIS NO TUBO<br>IDEAL.....                         | 150 |
| 3.5.1 - <u>Teoria Clássica da Flexão</u> .....  | 150 |
| 3.5.2 - <u>Coeficientes</u> .....   | 152 |
| 3.6 - COEFICIENTES PARA A ESTRUTURA REAL.....   | 153 |

|  |     |
|--|-----|
| 3.7 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO.....  | 156 |
| 3.7.1 - <u>Restrições</u> .....  | 157 |
| 3.7.2 - <u>Entrada de Dados</u> .....  | 158 |
| 3.7.3 - <u>Considerações sobre o Carregamento</u> ..                                 | 159 |
| 3.7.4 - <u>Resultados</u> .....  | 159 |
| 3.7.5 - <u>Listagem</u> .....  | 160 |
| 3.8 - EXEMPLOS.....  | 169 |
| 3.8.1 - <u>Exemplo 1</u> .....   | 169 |
| 3.8.2 - <u>Exemplo 2</u> .....   | 178 |
| 3.9 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS.....  | 181 |
| IV - <u>ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS À TORÇÃO</u> .....                           | 185 |
| 4.1 - GENERALIDADES.....   | 185 |
| 4.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO ÍM-<br>PAR DE PILARES NOS PAINÉIS..... | 186 |
| 4.2.1 - <u>Forças Cortantes nos Painéis</u> .....                                    | 188 |
| 4.2.2 - <u>Estudo das Deformações do Painel de<br/>Direção y</u> .....               | 189 |
| 4.2.3 - <u>Estudo das Deformações do Painel de<br/>Direção x</u> .....               | 190 |
| 4.2.4 - <u>Interação entre os Painéis de Dire-<br/>ções y e x</u> .....              | 196 |
| 4.2.5 - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Nor-<br/>mal</u> .....                     | 200 |
| 4.2.6 - <u>Equação de Equilíbrio à Torção</u> .....                                  | 201 |
| 4.2.7 - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tu-<br/>bular</u> .....                  | 204 |
| 4.3 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO PAR<br>DE PILARES NOS PAINÉIS.....     | 207 |
| 4.3.1 - <u>Painel de Direção y com Número To-<br/>tal Par de Pilares</u> .....       | 208 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.3.2 | - <u>Painel de Direção x com Número Total Par de Pilares</u> .....               | 209 |
| 4.3.3 | - <u>Interação entre os Painéis de Direções y e x</u> .....                      | 210 |
| 4.3.4 | - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Normal</u> .....                             | 211 |
| 4.3.5 | - <u>Equação de Equilíbrio à Torção</u> .....                                    | 211 |
| 4.3.6 | - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tubular</u> .....                          | 213 |
| 4.4   | - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO.....  | 213 |
| 4.4.1 | - <u>Considerações Gerais</u> .....  | 214 |
| 4.4.2 | - <u>Condições de Contorno e Equilíbrio do Sistema de Equações</u> .....         | 215 |
| 4.4.3 | - <u>Restrições</u> .....  | 217 |
| 4.4.4 | - <u>Entrada de Dados</u> .....  | 218 |
| 4.4.5 | - <u>Resultados</u> .....  | 222 |
| 4.4.6 | - <u>Listagem</u> .....  | 222 |
| 4.5   | - EXEMPLOS.....  | 233 |
| 4.5.1 | - <u>Exemplo 1</u> .....   | 233 |
| 4.5.2 | - <u>Exemplo 2</u> .....   | 247 |
| V     | - <u>ANÁLISE ADIMENSIONAL DAS ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS À TORÇÃO</u> ..... | 261 |
| 5.1   | - GENERALIDADES.....   | 261 |
| 5.2   | - ANÁLISE PARA NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAINÉIS.....                          | 262 |
| 5.2.1 | - <u>Deformações dos Painéis de Direções y e x</u> .....                         | 262 |
| 5.2.2 | - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Normal</u> .....                             | 266 |
| 5.2.3 | - <u>Equação de Equilíbrio à Torção</u> .....                                    | 267 |
| 5.2.4 | - <u>Equação Diferencial da Estrutura Tubular</u> .....                          | 268 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.3 - ANÁLISE PARA NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAINÉIS.....      | 271 |
| 5.3.1 - <u>Deformações dos Painéis de Direções y e x</u> ..... | 272 |
| 5.3.2 - <u>Equilíbrio dos Pilares à Força Normal</u> .....     | 273 |
| 5.3.3 - <u>Equação de Equilíbrio à Torção</u> .....            | 273 |
| 5.4 - PARÂMETROS ADIMENSIONAIS.....                            | 273 |
| 5.4.1 - <u>Desenvolvimento Básico</u> .....                    | 273 |
| 5.4.2 - <u>Considerações Complementares</u> .....              | 277 |
| 5.5 - COEFICIENTES PARA CÁLCULO.....                           | 278 |
| 5.5.1 - <u>Coefficientes para Rotação</u> .....                | 279 |
| 5.5.2 - <u>Coefficientes para Forças Normais</u> ....          | 280 |
| 5.5.3 - <u>Coefficientes para Forças Cortantes</u> ..          | 281 |
| 5.6 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO.....                    | 282 |
| 5.6.1 - <u>Restrições</u> .....                                | 283 |
| 5.6.2 - <u>Entrada de Dados</u> .....                          | 283 |
| 5.6.3 - <u>Considerações sobre o Carregamento</u> ..           | 284 |
| 5.6.4 - <u>Resultados</u> .....                                | 285 |
| 5.6.5 - <u>Listagem</u> .....                                  | 285 |
| 5.7 - EXEMPLOS.....  | 294 |
| 5.7.1 - <u>Exemplo 1</u> .....                                 | 294 |
| 5.7.2 - <u>Exemplo 2</u> .....                                 | 301 |
| 5.8 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS.....                              | 304 |
| 5.9 - COMPARAÇÃO COM O TUBO IDEAL.....                         | 307 |
| VI - <u>CONSIDERAÇÕES FINAIS</u> .....                         | 308 |
| 6.1 - GENERALIDADES.....                                       | 308 |
| 6.2 - PRECISÃO DOS RESULTADOS.....                             | 308 |

|  |     |
|--|-----|
| 6.3 - INFLUÊNCIA DAS JUNTAS.....   | 310 |
| 6.4 - INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DAS BARRAS.....                                  | 310 |
| 6.5 - INFLUÊNCIA DA ALTURA DA ESTRUTURA.....                                 | 311 |
| VII - <u>APÊNDICES</u> .....   | 312 |
| 7.1 - APÊNDICE I: BARRAS COM TRECHOS EXTREMOS RÍ-<br>GIDOS.....              | 313 |
| 7.2 - APÊNDICE II: MÉTODOS NUMÉRICOS DE DIFEREN-<br>CIAÇÃO E INTEGRAÇÃO..... | 316 |
| 7.2.1 - <u>Generalidades</u> .....   | 316 |
| 7.2.2 - <u>Método das Diferenças Finitas</u> .....                           | 316 |
| 7.2.3 - <u>Regra dos Trapézios</u> .....                                     | 320 |
| VIII - <u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u> .....                               | 322 |
| IX - <u>BIBLIOGRAFIA</u> .....   | 323 |

## I - INTRODUÇÃO

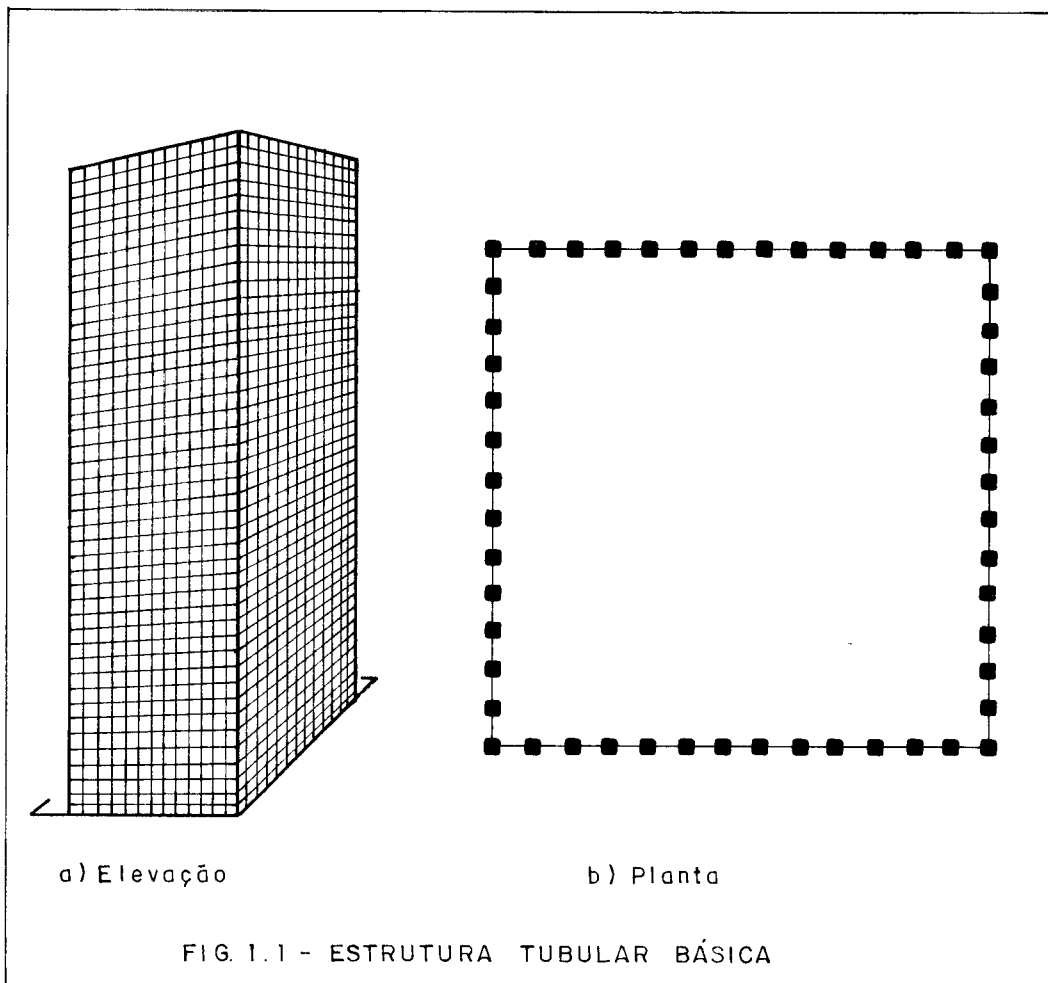
### 1.1 - CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ESTRUTURAS TUBULARES

O rápido desenvolvimento econômico, o crescimento dos centros urbanos e a grande valorização dos terrenos bem localizados, a partir da década de cinquenta, contribuíram decisivamente para o surgimento de edifícios cada vez mais altos, comerciais e residenciais.

Como consequência, tornou-se necessário o conhecimento de novos métodos construtivos e o aprimoramento dos materiais de construção e dos sistemas estruturais, de forma a proporcionarem maior economia e uma segurança adequada.

Dentre as novas concepções estruturais, a primeira a merecer destaque foi o painel parede que, com suas variadas formas, viabilizou a construção de edifícios com pouco mais de trinta pavimentos. Por razões funcionais e arquitetônicas, entretanto, as paredes geralmente se situavam no interior dos edifícios, formando núcleos com dimensões em planta bastante reduzidas quando comparadas com a altura, o que tornava impraticável seu uso em construções mais altas, pois as deflexões seriam muito elevadas, além de possivelmente ocorrerem problemas relacionados com a estabilidade. As pesquisas conduziram então a um novo sistema estrutural que, ao invés de núcleos centrais, utilizava o perímetro das edificações. Surgiu assim, já no início dos anos 60, o sistema estrutural tubular, o qual se destaca até hoje, talvez como o mais eficiente, em prédios de grande altura.

A estrutura tubular na sua forma mais simples, denominada aqui estrutura tubular básica, aplica-se aos edifícios com planta quadrada ou retangular, sendo constituída por dois pares de pórticos, ortogonalmente dispostos ao longo das faces periféricas e interligados pelos pilares de canto. Cada pórtico é composto de pilares pouco espaçados entre si, e conectados rigidamente, ao nível dos pisos, por vigas de grande altura em relação aos vãos (fig. 1.1). Este conceito estrutural foi aplicado pela primeira vez em 1961 pelo Dr. Fazlur R. Khan no edifício de apartamentos "De Witt-Chestnut", em Chicago, com 43 pavimentos e estrutura de concreto armado (1).



A partir de então, intensificou-se o emprego da estrutura tubular básica. Além disso, as diversas exigências práticas fizeram com que o sistema tubular evoluísse para conformações mais sofisticadas (2), as quais não serão tratadas neste trabalho.

Como exemplo das potencialidades estruturais do sistema tubular, na sua forma básica ou em concepções mais elaboradas, podem ser citados os edifícios "World Trade Center" em Nova Iorque, com 110 pavimentos, "John Hancock Center" em Chicago, com 100 pavimentos, "Sears Tower", também em Chicago, com 110 pavimentos e 450m de altura, todos com estrutura metálica, sendo este último o prédio mais alto do mundo até o momento. Com estrutura de concreto armado destacam-se os edifícios "Australia Square Office" em Sydney, com 46 pavimentos e planta circular, e o "One Shell Plaza" em Houston, com 52 pavimentos e 218m de altura, hoje o mais alto do mundo utilizando esse material estrutural.

## 1.2 - COMPORTAMENTO DO SISTEMA TUBULAR BÁSICO

A estrutura tubular básica, na realidade um tubo oco, quadrado ou retangular, com grande número de orifícios em sua superfície, quando submetida a um carregamento lateral centrado tem comportamento em parte de uma barra que, ao fletir, mantém as seções planas segundo a teoria clássica da flexão (comportamento de painel parede ou de tubo ideal) e em parte de pórtico formado por vigas e pilares. O momento fletor, proveniente do carregamento lateral, é resistido pelo comportamento de tubo ideal, causando tração e compressão nos pilares, ao passo que a força cortante, originária do mesmo carregamento, é resistida pela flexão nas vigas e pilares componentes dos pórticos situados nas duas faces paralelas à direção da carga.

Quanto mais os dois pórticos paralelos ao carregamento forem deformáveis à cortante, mais o comportamento do sistema tubular se afasta do tubo ideal e se aproxima



do comportamento de pórtico. Tal deformabilidade produz um efeito conhecido como "shear lag", que se constitui no aumento da força normal nos pilares de canto e eventualmente, naqueles situados em suas vizinhanças, e na redução desta força nos demais, relativamente aos esforços que ocorreriam no tubo ideal (fig. 1.2). Assim, a distribuição de forças normais fica com a forma aproximada de uma parábola cúbica nos pórticos situados na direção do carregamento e de uma parábola quadrática nos pórticos perpendiculares a esta direção.

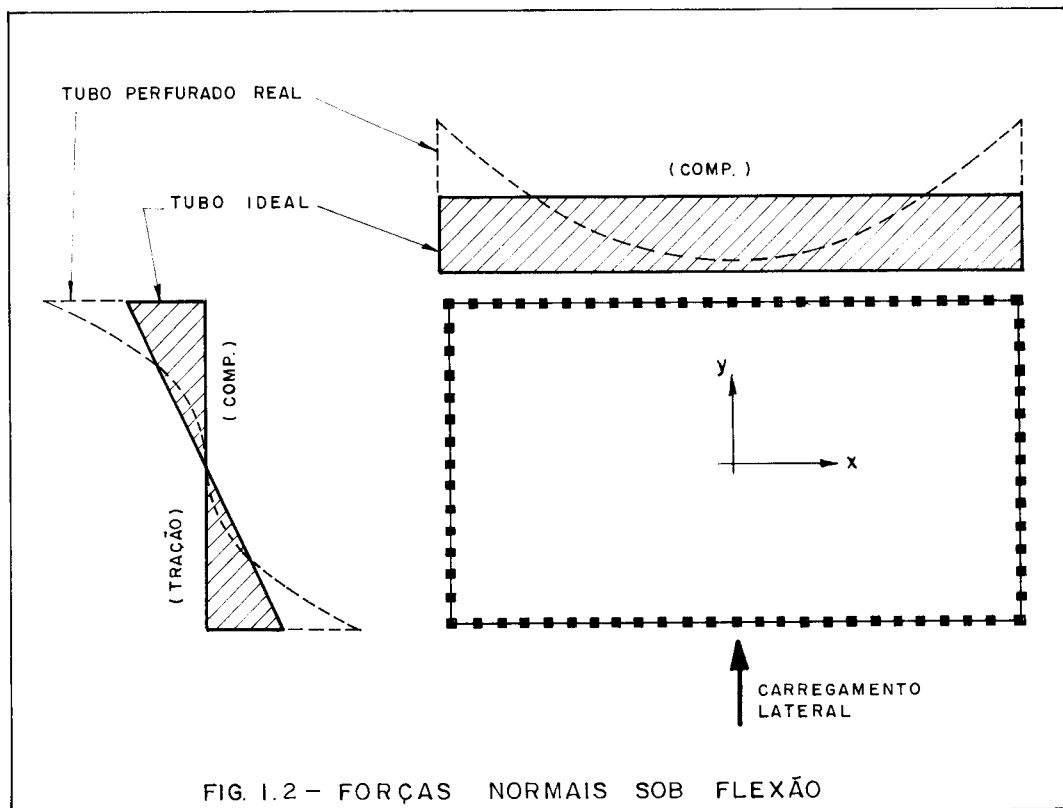


FIG. 1.2 - FORÇAS NORMAIS SOB FLEXÃO

Do estudo do comportamento misto descrito torna-se evidente que, para elevar a eficácia do sistema tubular, ou seja, aproximá-lo mais do tubo ideal, deve-se tomar, em conjunto ou isoladamente, as seguintes atitudes:

- a) reduzir a deformabilidade à cortante dos pórticos paralelos à direção do carregamento aumentando, para is-

so, a rigidez à flexão das vigas ou dos pilares ou ainda, de ambos;

- b) aumentar a deformabilidade à flexão da estrutura reduzindo, para tal, a rigidez axial dos pilares de todos os painéis p $\acute{o}$ r $\acute{t}$ icos.

Embora na situa $\tilde{c}$ o mais comum de projeto todos os pilares possuam caracter $\acute{i}$ sticas geom $\acute{e}$ tricas iguais, o efeito "shear lag" pode conduzir a uma solu $\tilde{c}$ o mais econ $\acute{o}$ mica na qual os pilares pr $\acute{o}$ ximos do canto ou, pelo menos, os pilares de canto, sejam mais resistentes.

Pode ocorrer, contudo, que a resultante do carregamento lateral aja de forma exc $\acute{e}$ ntrica em rela $\tilde{c}$ o ao centro el $\acute{a}$ stico do edif $\acute{i}$ cio, fazendo com que o mesmo seja submetido à tor $\tilde{c}$ o. Sob esta solicita $\tilde{c}$ o, de maneira semelhante à atua $\tilde{c}$ o do carregamento lateral centrado, a estrutura tubular b $\acute{a}$ sica se comportar $\acute{a}$  simultaneamente como um painel parede de se $\tilde{c}$ o fechada (tubo ideal) e como um conjunto de quatro p $\acute{o}$ r $\acute{t}$ icos interligados. À medida que aumenta a deformabilidade à cortante destes p $\acute{o}$ r $\acute{t}$ icos, mais o funcionamento da estrutura se aproxima do conjunto de p $\acute{o}$ r $\acute{t}$ icos e se distancia do tubo ideal. A fig. 1.3 ilustra a distribu $\tilde{c}$ o das for $\tilde{c}$ as normais na base de um edif $\acute{i}$ cio de planta retangular, para um comportamento de tubo ideal, conforme os estudos de K $\acute{A}$ R $\acute{M}$ AN & CHIEN (3), e para o comportamento real da estrutura tubular. Se o edif $\acute{i}$ cio tiver planta quadrada, esta distribu $\tilde{c}$ o se altera completamente, pois as diagonais passam a ser eixos de simetria, e assim as for $\tilde{c}$ as normais nos pilares de canto se anulam.

Considera $\tilde{c}$ oes mais completas sobre o comportamento dos edif $\acute{i}$ cios tubulares s $\tilde{a}$ o feitas na Parte VI deste trabalho.

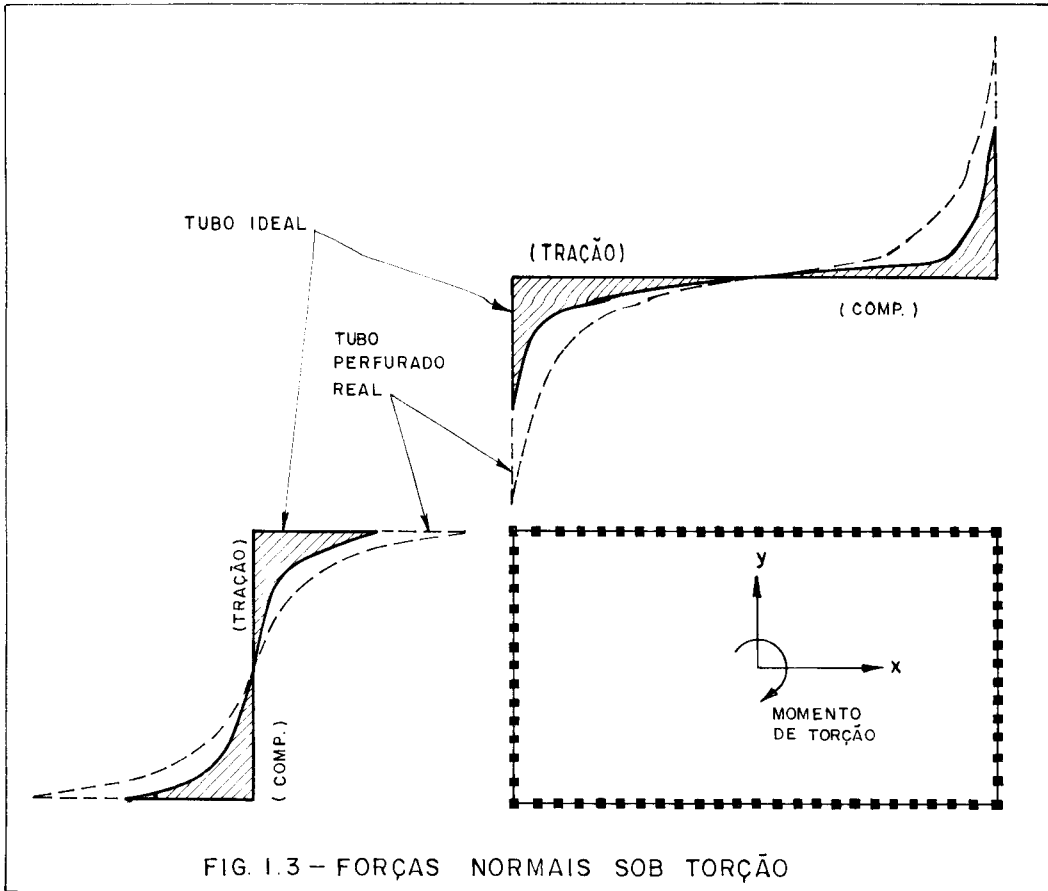


FIG. 1.3 - FORÇAS NORMAIS SOB TORÇÃO

### 1.2.1 - Influência das Juntas

As regiões formadas pela intersecção entre pilares e vigas, quando das ligações rígidas entre estes elementos, serão aqui denominadas juntas (fig. 1.4).

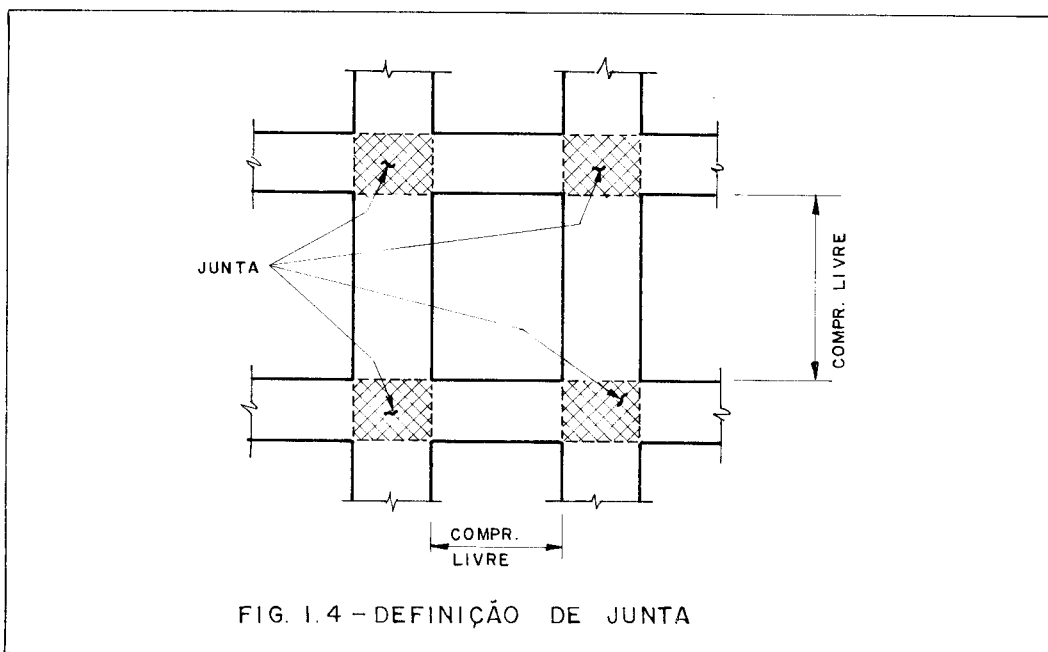


FIG. 1.4 - DEFINIÇÃO DE JUNTA

Nas estruturas tubulares constituídas por pórticos, as dimensões das juntas costumam ser muito grandes quando com

paradas com os comprimentos das barras. Estas juntas não apresentam as mesmas deformações por flexão dos comprimentos livres de vigas e pilares, comportando-se praticamente como corpos rígidos. Tendo isso em vista, torna-se evidente que se elas não forem devidamente consideradas, erros significativos podem ocorrer na análise e no cálculo de tais estruturas, em particular no que se refere aos deslocamentos externos do edifício (deslocamentos laterais ou rotações em torno do eixo vertical). Segundo AST & SCHWAI-GHOFER (4), as juntas devem ser levadas em consideração na análise estrutural especialmente quando a largura dos pilares ou a altura das vigas for superior a cerca de 15 por cento do espaçamento entre os pilares ou da altura dos andares, respectivamente.

MANCINI (5), usando a "Técnica do Meio Contínuo" (ver item 1.3), desenvolveu um procedimento para obtenção dos esforços nas barras das estruturas tubulares submetidas a carregamento lateral centrado, e de seus deslocamentos. MARQUES(6), com base no precedente estudo, agiu similarmente para as estruturas solicitadas externamente apenas por momento de torção. Nas Partes II e IV do presente trabalho, introduz-se a consideração da influência das juntas, respectivamente para os dois casos de carregamento citados, e são apresentados programas para cálculo automático, em linguagem FORTRAN IV, que permitem levar em conta esta importante influência.

### 1.2.2 - Parâmetros Adimensionais

Conforme já se sabe, dependendo da rigidez das vigas e dos pilares utilizados em uma estrutura tubular, é possível conhecer o comportamento da mesma, ou seja, avaliar em que proporção a estrutura funciona como um tubo ideal. Esta avaliação é muito importante, uma vez que a eficiência da estrutura tubular aumenta à medida que seu funcionamento se aproxima do tubo ideal, pois haverá uma

distribuição mais uniforme das forças normais nos pilares (menor efeito "shear lag", no caso de carregamento lateral centrado) e menores deslocamentos externos do edifício.

Nas Partes III e V deste trabalho, respectivamente para carregamento lateral centrado e para carregamento de torção, são apresentados certos parâmetros adimensionais, os quais definem o comportamento da estrutura tubular básica. É ainda mostrada uma sistemática de cálculo, pela "Técnica do Meio Contínuo" (ver item 1.3), totalmente baseada nestes parâmetros e são desenvolvidos programas para cálculo automático, em linguagem FORTRAN IV, os quais fornecem coeficientes que permitem obter os esforços solicitantes nas barras e os deslocamentos externos do edifício. Tais coeficientes, para o caso de carregamento lateral centrado, são relacionados com aqueles que seriam obtidos em um tubo ideal, o que favorece a análise da eficiência da estrutura projetada, servindo como ferramenta importantíssima em ante-projetos e pré-dimensionamentos.

### 1.3 - PROCESSOS DE ANÁLISE

#### 1.3.1 - Processos Discretos e Contínuos

Constitui prática corrente classificar os diversos processos de análise estrutural em discretos e contínuos.

Os processos discretos são mais gerais, pois permitem a análise de estruturas com as mais distintas conformações geométricas e estáticas. Em compensação, o número de variáveis e parâmetros envolvidos é muito grande, o que dificulta uma percepção global do comportamento da estrutura. Além disso, para se chegar aos esforços e deslocamentos, há a necessidade de se resolver um sistema com elevado número de equações lineares. Muitas vezes, tal resolução, aliada ao armazenamento de variáveis e parâmetros, torna-se impraticável mesmo em computadores de médio porte.

Os processos contínuos tornam possível definir o comportamento global de uma estrutura em função de um reduzido número de parâmetros, sendo por isso mais sintéticos. Conduzem a um sistema relativamente pequeno de equações diferenciais que, após ser resolvido por integração direta, ou por um método numérico, permite chegar aos deslocamentos e esforços na estrutura. Geralmente apresentam, no entanto, precisão inferior à dos processos discretos e são de difícil aplicação em estruturas com características elásticas ou geométricas variáveis ao longo da altura, devido ao enorme trabalho matemático que ocorreria.

### 1.3.2 - Técnica do Meio Contínuo

Neste trabalho se empregará o processo contínuo conhecido como "Técnica do Meio Contínuo", que consiste fundamentalmente na substituição das vigas e lajes, que conectam os pilares ao nível dos andares, por respectivos meios contínuos de rigidezes equivalentes, uniformemente distribuídos ao longo da altura do edifício, conforme mostra a fig. 1.5.

Dessa forma, os esforços que atuam nos elementos horizontais, concentrados ao nível dos andares, tornam-se continuamente distribuídos ao longo da altura do edifício. Assim, por exemplo, não se trabalha com a força cortante nas vigas, mas sim com a cortante distribuída, com intensidade variável, através da altura do edifício, nos vários tramos. É evidente, no entanto, que efetuando-se o produto do valor da força cortante distribuída num certo tramo, numa elevação determinada, pela altura dos andares, obtém-se a força cortante que solicita a viga situada na elevação e no tramo em foco.

Na solução do problema, são estudadas diversas elevações do edifício, e em cada uma delas estabelecem-se equações que exprimem as deformações da estrutura e o equilíbrio dos pilares à força normal, e uma equação de equilí

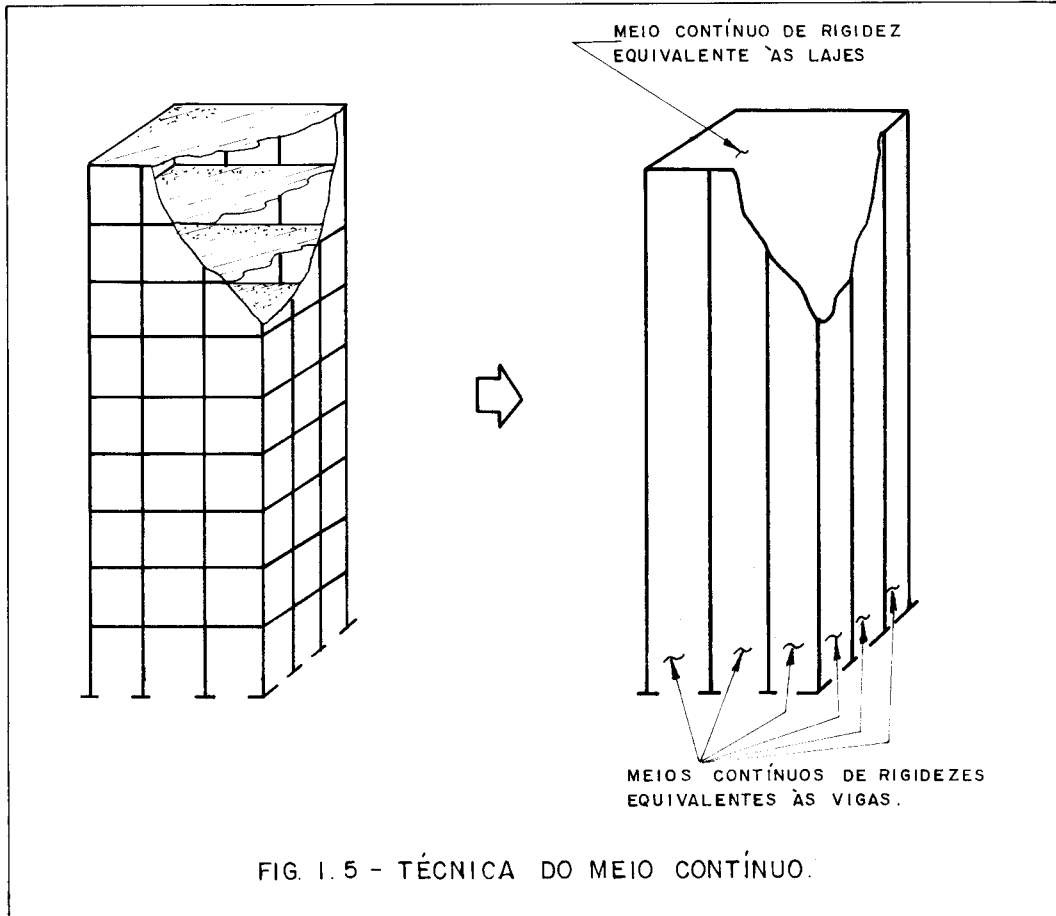


FIG. 1.5 - TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO.

brío ao carregamento externo. Assim, chega-se a um sistema de equações diferenciais que, neste trabalho, será resolvido com auxílio do "Método das Diferenças Finitas".

Como os elementos horizontais tornam-se continuamente distribuídos na altura do edifício, as elevações escolhidas para estudo não precisam coincidir com os níveis das lajes. O número destas elevações influirá no tamanho do sistema de equações e, evidentemente, na precisão dos resultados (quanto mais elevações forem usadas, maior o sistema e também a precisão).

As estruturas tubulares analisadas serão do tipo básico e deverão apresentar as seguintes características:

- a) Planta simétrica em relação aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ , com origem no seu centro geométrico e paralelos aos lados (figs. 1.2 e 1.3);

- b) Altura dos andares constante;
- c) Seção transversal de todas as vigas de um mesmo tramo invariável com a altura do edifício;
- d) Seção transversal de cada pilar invariável com a altura do edifício.

É importante destacar que as estruturas tubulares, por sua própria definição e aplicação em edifícios mais altos, apresentam um número muito elevado de barras e, se analisadas por um processo discreto, exigem um computador de grande porte. Até que se chegue à definição final da estrutura, normalmente é necessário usar o computador em diversos processamentos, o que onera os custos de cálculo. Conforme se verá na sequência deste trabalho, o emprego da "Técnica do Meio Contínuo" permite que estruturas tubulares sejam analisadas inclusive em micro-computadores.

#### 1.4 - HIPÓTESES DE CÁLCULO

##### 1.4.1 - Funcionamento das Lajes e Vigas

As lajes serão assimiladas a diafragmas horizontais infinitamente rígidos em seus planos e rigidez transversal nula, de modo a só transmitirem esforços horizontais aos painéis e garantirem movimento de corpo rígido no plano horizontal a todos os elementos resistentes verticais, em nada restringindo as deformações axiais dos mesmos.

As vigas ligam-se rigidamente aos pilares, em ambas as extremidades, e possuem capacidade de resistir às forças normal e cortante e momento fletor. Suas deformações axiais, no entanto, por terem valores muito pequenos, serão desprezadas.



#### 1.4.2 - Bases dos Pilares

Os pilares serão supostos perfeitamente engastados em suas bases, para o que se admite a indeformabilidade das fundações.

#### 1.4.3 - Pontos de Momento Nulo

Na análise da estrutura tubular básica, pela "Técnica do Meio Contínuo", é necessário saber, "a priori", a posição dos pontos de inflexão dos pilares e vigas.

É conhecido que nos andares mais baixos, bem como naqueles mais elevados, o ponto de inflexão dos pilares não coincide com a semi-altura dos mesmos, mas nos andares intermediários, que constituem a maior parte do edifício, geralmente esta coincidência pode ser admitida.

Para as vigas situadas nos vãos próximos às extremidades dos painéis pòrticos, o ponto de inflexão se afasta um pouco de seus centros, mas para as demais, que normalmente constituem a maioria, este ponto coincide ou fica muito próximo do centro do vão.

Neste trabalho será imposto que os pontos de inflexão de todas as barras se situarão nas suas seções centrais, procedimento este que é largamente utilizado na literatura técnica para o tipo de estrutura que será aqui analisada.

#### 1.4.4 - Regime de Trabalho

Será admitido comportamento elástico-linear para todos os elementos da estrutura.

## II - ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS À FLEXÃO

### 2.1 - GENERALIDADES

Analisar-se-á, nesta parte do trabalho, a estrutura tubular de edifícios altos, do tipo básico, conforme definição na Parte I, submetida a um carregamento lateral que não provoque torção, e levando-se em conta a influência das juntas.

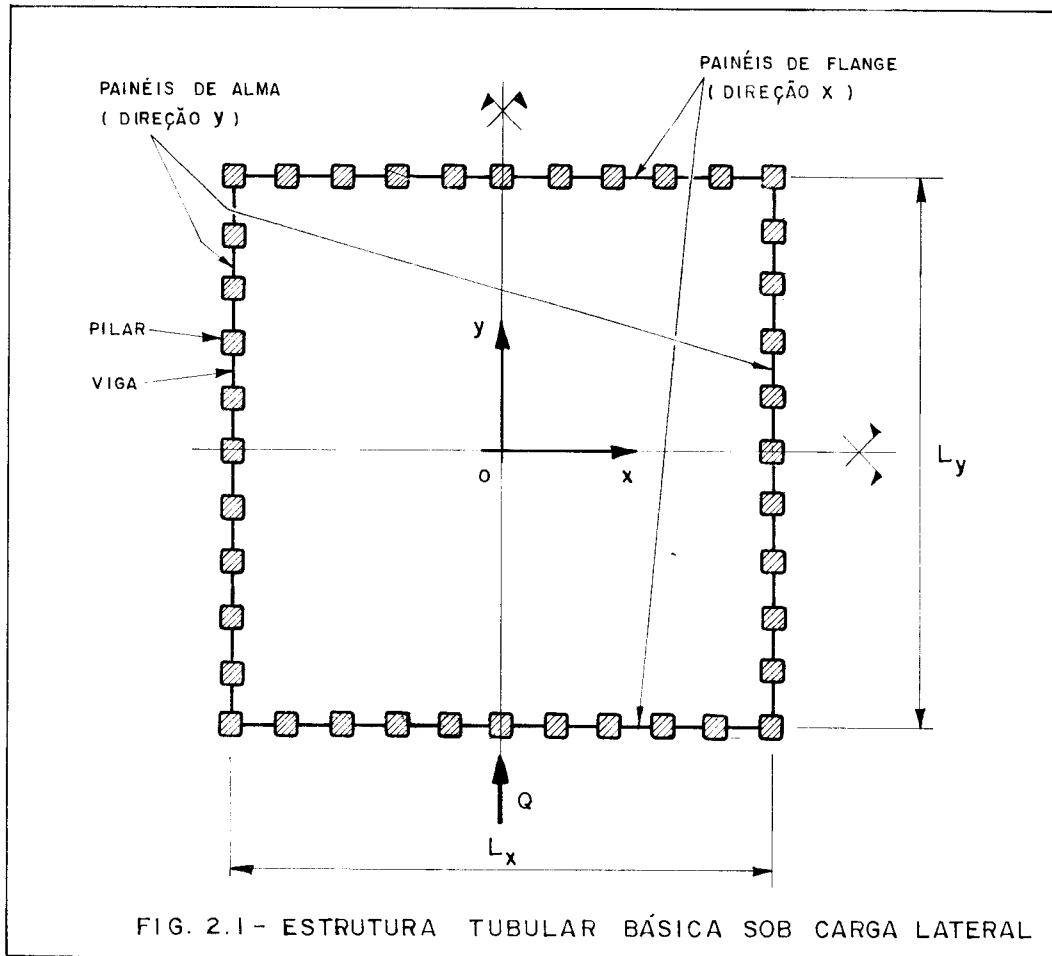
Como referência se adotará o sistema de eixos coordenados  $Oxyz$ , cuja origem se localiza na base da estrutura, no ponto coincidente com seu centro geométrico (fig. 2.1). O sentido positivo do eixo vertical  $Oz$  será da base para o topo.

O carregamento lateral atua na direção do eixo  $Oy$ , sendo positivo se o seu sentido coincidir com o deste eixo, e negativo em caso contrário. Na fig. 2.1 vê-se a força cortante  $Q$ , oriunda do carregamento, e que solicita a estrutura numa elevação qualquer.

Os painéis p $\text{ó}$ rticos situados nas direções paralelas ao carregamento lateral denominam-se painéis de alma, e os situados nas direções perpendiculares, painéis de flange.

$L_y$  e  $L_x$  representam as dimensões horizontais da estrutura, respectivamente nas direções dos eixos  $Oy$  e  $Ox$ ,  $H$  a altura total e  $h$  a altura dos andares.

As estruturas aqui tratadas apresentam simetria em relação aos eixos  $Ox$  e  $Oy$  e, como serão analisadas pela "Técnica do Meio Contínuo", suas características elásticas e geométricas devem se manter constantes ao longo da altura.

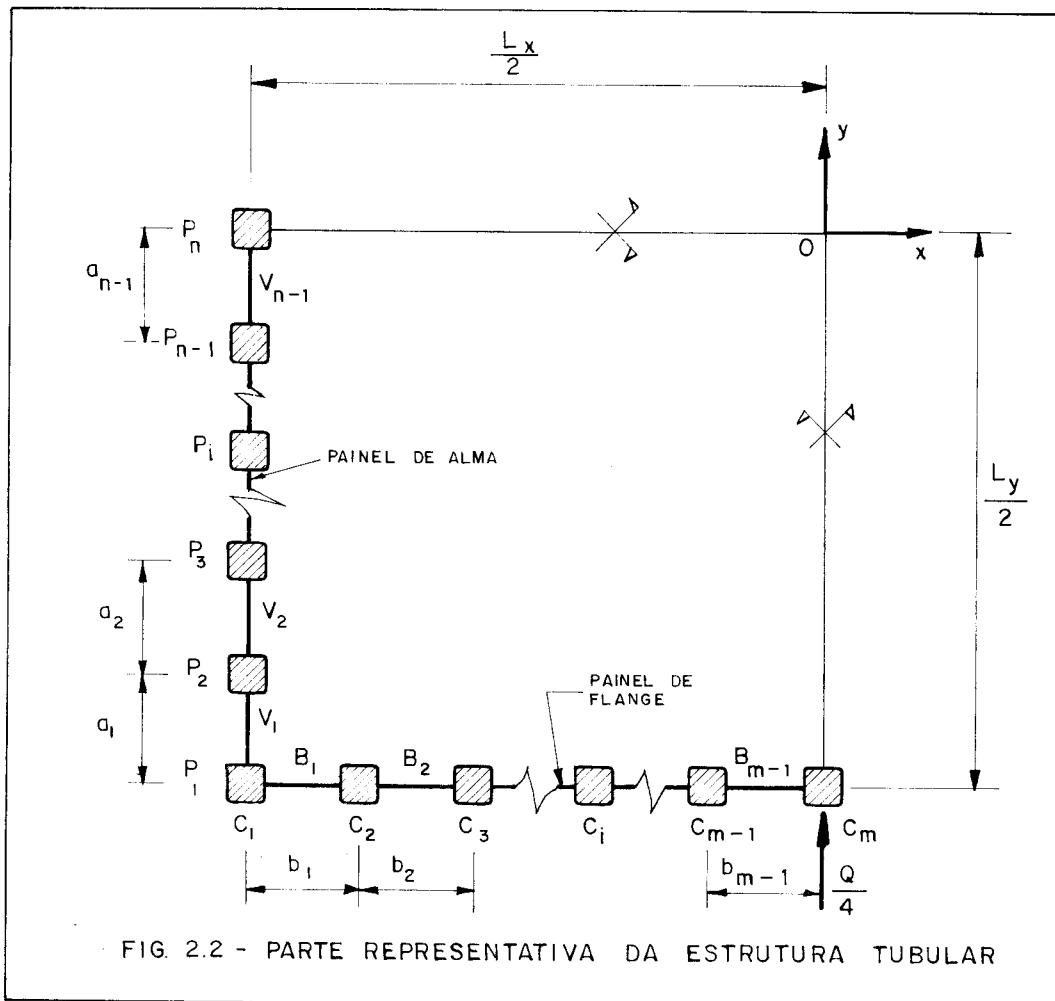


Todas as hipóteses de cálculo descritas na Parte I (item 1.4) serão obedecidas.

## 2.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAINÉIS

Serão agora analisadas as estruturas tubulares básicas cuja totalidade dos pilares em um painel de alma constitui um número ímpar, o mesmo ocorrendo em um painel de flange.

Como a estrutura é duplamente simétrica, torna-se suficiente considerar na análise a parte da mesma indicada na fig. 2.2.



Nesta parte representativa da estrutura, tem-se:

$P_1 \dots P_i \dots P_n$  - pilares do painel de alma;

$C_1 \dots C_i \dots C_m$  - pilares do painel de flange;

$V_1 \dots V_i \dots V_{n-1}$  - vigas do painel de alma;

$B_1 \dots B_i \dots B_{m-1}$  - vigas do painel de flange;

$a_1 \dots a_i \dots a_{n-1}$  - vãos das vigas do painel de alma;

$b_1 \dots b_i \dots b_{m-1}$  - vãos das vigas do painel de flange;

$n$  - número definido pelo pilar  $P_n$ ;

$m$  - número definido pelo pilar  $C_m$ .

Todas as barras dos painéis de alma e flange possuem o mesmo módulo de elasticidade longitudinal, simbolizado por  $E$ .

### 2.2.1 - Estudo das Deformações do Pannel de Alma

Serão estudadas a seguir as deformações do painel de alma, causadas pelo carregamento lateral. Tal estudo abrangerá somente o trecho compreendido entre os pilares  $P_1$  e  $P_n$ , por motivos já especificados.

É empregada a seguinte notação adicional:

$e_i$  - semi-altura da viga  $V_i$ ;

$c_i$  - altura livre (entre faces internas das vigas) do pilar  $P_i$ ;

$d_i$  - semi-largura da seção transversal do pilar  $P_i$ ;

$\delta_i$  - deslocamento axial do pilar  $P_i$ , positivo da base para o topo;

$\theta_i$  - rotação do nó do pilar  $P_i$ ;

$v'$  - distorção do painel;

$J_i$  - momento de inércia da viga  $V_i$ ;

$J_{pi}$  - momento de inércia do pilar  $P_i$ .

De acordo com as considerações feitas no sub-item 1.2.1 da Parte I, as juntas serão tratadas como corpos rígidos, materializados em cada encontro de um pilar com uma vi

ga, tendo como dimensão horizontal a largura do pilar e dimensão vertical a altura da viga. No caso dos pilares internos, onde concorrem numa mesma elevação duas vigas, a dimensão vertical da junta coincidirá com a altura da viga que possuir a seção transversal mais alta. Assim, num pilar interno  $P_i$ , a altura das juntas será dada por  $2.e_i^*$ , onde  $e_i^*$  é o maior valor entre  $e_{i-1}$  e  $e_i$ , e sua altura livre por:

$$c_i = h - 2.e_i^*$$

As áreas frontais das juntas estarão representadas integralmente nas figuras que fazem parte deste estudo.

Na análise contínua, ao se efetuar a substituição das vigas de um tramo  $i$  por um meio contínuo de rigidez equivalente, a força cortante que atua neste meio, distribuída ao longo da altura do edifício, numa elevação qualquer, é indicada por  $q_i$ . Assim, como as vigas estão verticalmente distanciadas de  $h$ , uma viga  $V_i$ , situada nesta elevação e neste mesmo tramo  $i$ , estará solicitada por uma força cortante dada pelo produto  $q_i \cdot h$ , conforme se vê nas figs. 2.3 a 2.5.

A rigidez à flexão do pilar  $P_i$  será definida pelo parâmetro:

$$K_i = \frac{J_{pi}}{h} \quad (2.1)$$

Inicia-se o estudo a partir da deformação do primeiro tramo de uma elevação genérica do pórtico, mostrada na fig. 2.3. A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto central da viga  $V_1$  escreve-se:

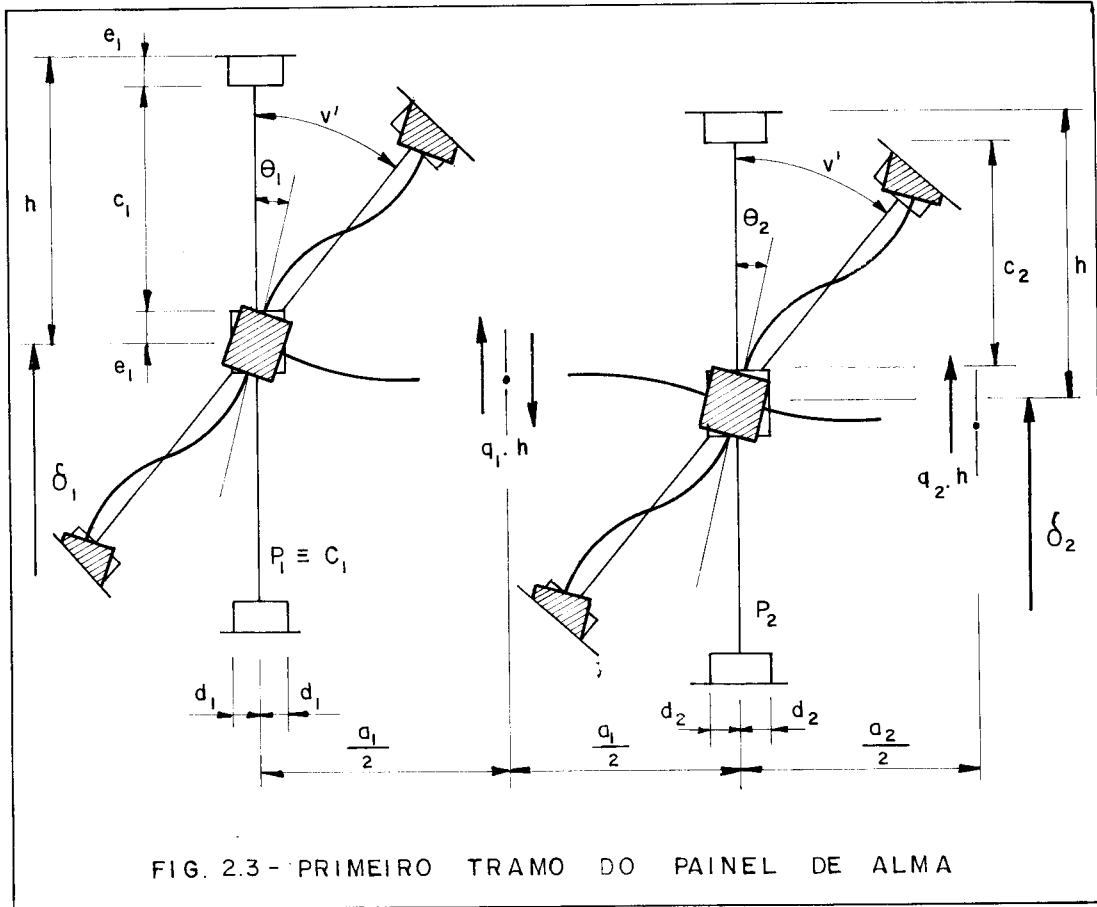
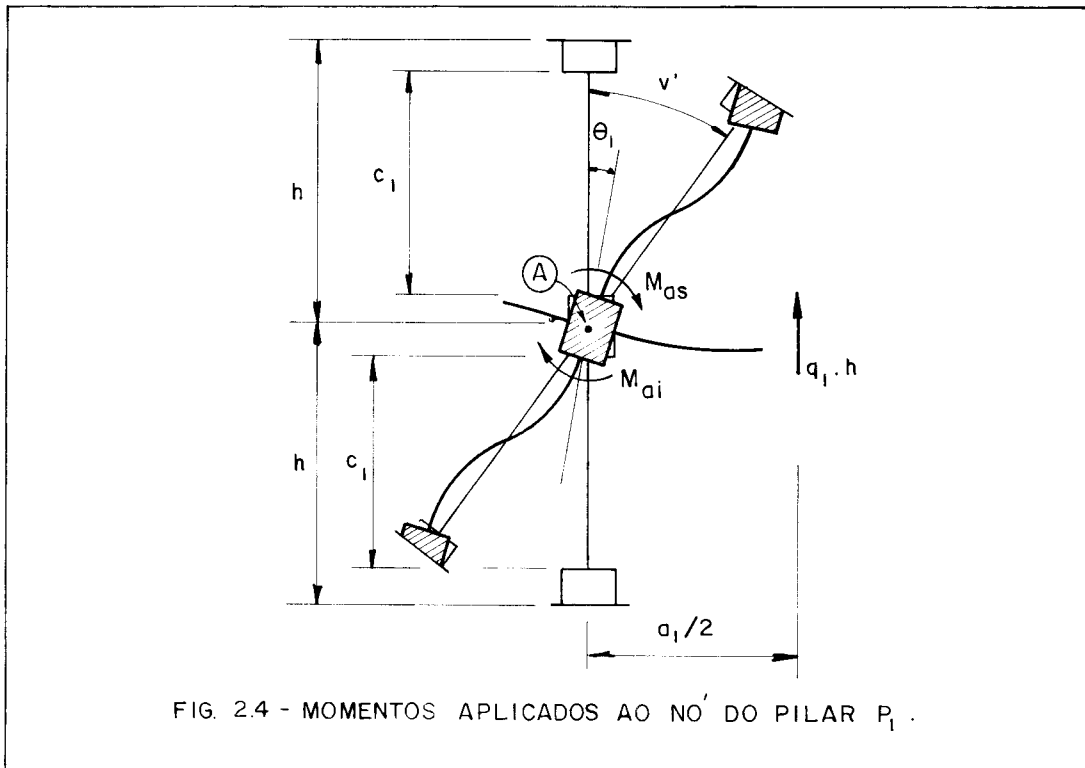


FIG. 2.3 - PRIMEIRO TRAMO DO PAINEL DE ALMA

$$\delta_1 - \theta_1 \cdot \frac{a_1}{2} + q_1 \cdot h \left( \frac{a_1}{2} - d_1 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot J_1} = \delta_2 + \theta_2 \cdot \frac{a_1}{2} - q_1 \cdot h \left( \frac{a_1}{2} - d_2 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot J_1} \quad (2.2)$$

A distorção  $\underline{v}'$  do pilar  $P_1$  gerará os momentos  $M_{as}$  e  $M_{ai}$  no nó A, conforme se vê na fig. 2.4. Pelo Apêndice I, sabe-se que:

$$M_{as} = \frac{6 \cdot E \cdot J_{p1}}{h} \cdot \frac{h^3}{c_1^3} (v' - \theta_1)$$



Considerando, pelo fato da altura ( $2h$ ) constituir um pequeno trecho de uma estrutura muito alta, iguais as rotações dos três nós consecutivos do pilar, vem:

$$M_{as} = M_{ai}$$

Com isso,  $M_a$ , ou seja, o momento aplicado ao nó A do pilar  $P_1$ , devido à influência dos vãos imediatamente acima e abaixo, será:

$$M_a = M_{as} + M_{ai}$$

De onde chega-se que:

$$M_a = \frac{12.E.J_{P1}}{h} \cdot \frac{h^3}{c_1^3} (v' - \theta_1) \quad (2.3)$$

O momento aplicado ao nó A do pilar  $P_1$ , agora pela ação do esforço cortante no ponto médio da viga  $V_1$ , é:



$$M_a = q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2} \quad (2.4)$$

Igualando-se as expressões (2.3) e (2.4), obtêm-se a equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar  $P_1$ :

$$\frac{12 \cdot E \cdot J_{P1}}{h} \cdot \frac{h^3}{c_1} (v' - \theta_1) = q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2}$$

E, por (2.1), vem:

$$12 \cdot E \cdot K_1 \cdot \frac{h^3}{c_1} (v' - \theta_1) = q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2} \quad (2.5)$$

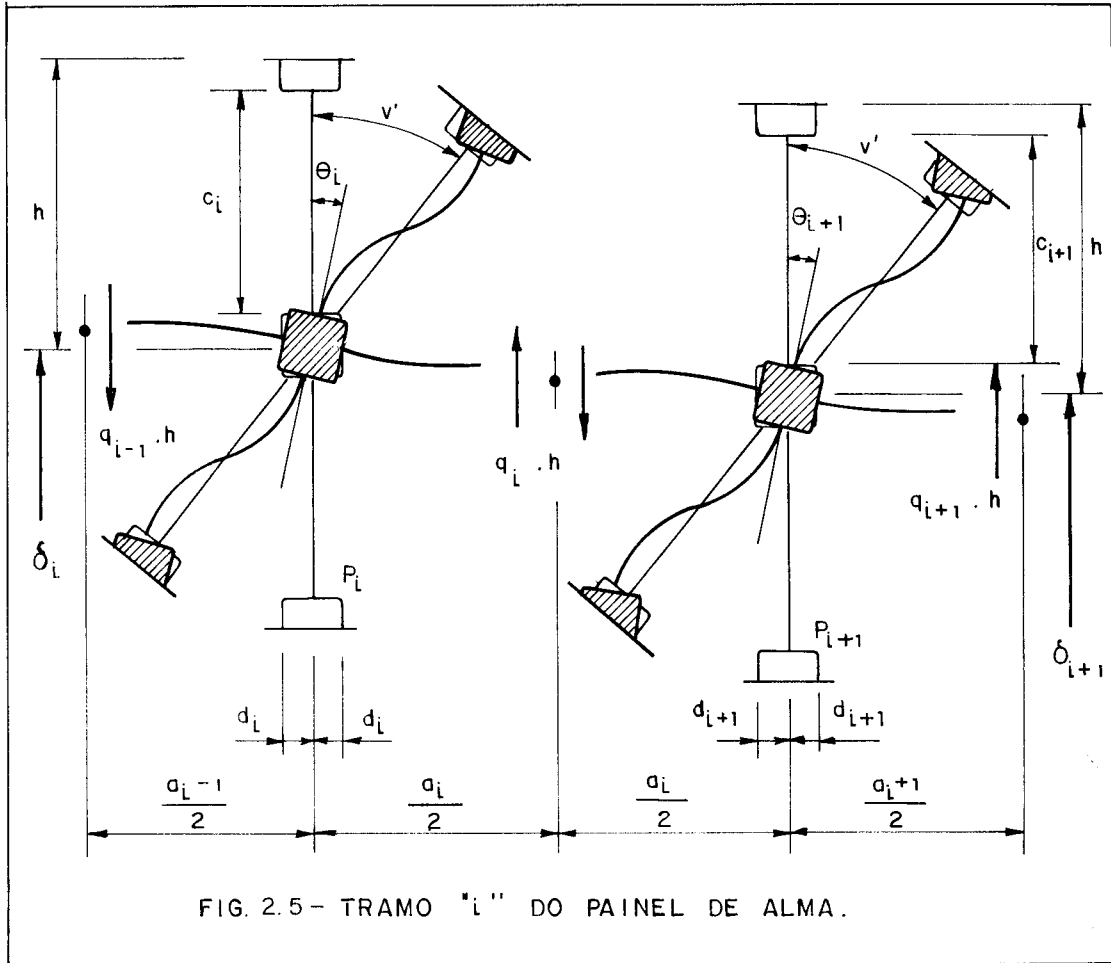
De modo análogo, chega-se à equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar  $P_2$ :

$$12 \cdot E \cdot K_2 \cdot \frac{h^3}{c_2} (v' - \theta_2) = q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2} + q_2 \cdot h \cdot \frac{a_2}{2} \quad (2.6)$$

Explicitando  $\theta_1$  em (2.5) e  $\theta_2$  em (2.6), e levando ambos estes valores em (2.2), obtêm-se:

$$q_1 \left[ \frac{h \left( \frac{a_1}{2} - d_1 \right)^3 + h \left( \frac{a_1}{2} - d_2 \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_1} + \frac{a_1^2 \cdot c_1^3}{48 \cdot E \cdot K_1 \cdot h^2} + \frac{a_1^2 \cdot c_2^3}{48 \cdot E \cdot K_2 \cdot h^2} \right] + q_2 \left[ \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot c_2^3}{48 \cdot E \cdot K_2 \cdot h^2} \right] = v' \cdot a_1 - \delta_1 + \delta_2 \quad (2.7)$$

Prosseguindo o estudo do painel de alma, será analisada agora a deformação do tramo  $i$ , com  $i$  variando de 2 a  $n-2$  (fig. 2.5).



A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto central da viga  $V_i$  será:

$$\delta_i - \theta_i \cdot \frac{a_i}{2} + q_i \cdot h \left( \frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot J_i} = \delta_{i+1} + \theta_{i+1} \cdot \frac{a_i}{2} - q_i \cdot h \left( \frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot J_i} \quad (2.8)$$

De maneira análoga é feita para o primeiro tramo são obtidas as equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $P_i$  e  $P_{i+1}$ :

$$12 \cdot E \cdot K_i \cdot \frac{h^3}{3} (v' - \theta_i) = q_{i-1} \cdot h \cdot \frac{a_{i-1}}{2} + q_i \cdot h \cdot \frac{a_i}{2} \quad (2.9)$$

$$12.E.K_{i+1} \cdot \frac{h^3}{3c_{i+1}} (v' - \theta_{i+1}) = q_i \cdot h \cdot \frac{a_i}{2} + q_{i+1} \cdot h \cdot \frac{a_{i+1}}{2} \quad (2.10)$$

Substituindo-se (2.9) e (2.10) em (2.8), chega-se à expressão:

$$\begin{aligned} q_{i-1} \left[ \frac{a_{i-1} \cdot a_i \cdot c_i^3}{48.E.K_i \cdot h^2} \right] + q_i \left[ \frac{h \left( \frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 + h \left( \frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3}{3.E.J_i} + \right. \\ \left. + \frac{a_i^2 \cdot c_i^3}{48.E.K_i \cdot h^2} + \frac{a_i^2 \cdot c_{i+1}^3}{48.E.K_{i+1} \cdot h^2} \right] + \\ + q_{i+1} \left[ \frac{a_i \cdot a_{i+1} \cdot c_{i+1}^3}{48.E.K_{i+1} \cdot h^2} \right] = v' \cdot a_i - \delta_i + \delta_{i+1} \quad (2.11) \end{aligned}$$

Analisa-se finalmente a deformação do tramo n-1 do painel, delimitado pelos pilares  $P_{n-1}$  e  $P_n$ , este último situado no eixo de simetria, conforme se vê na fig. 2.6. A equação de compatibilidade do deslocamento vertical para o ponto central da viga  $V_{n-1}$ , levando-se em conta que  $\delta_n$  é nulo devido à simetria, será:

$$\begin{aligned} \delta_{n-1} - \theta_{n-1} \cdot \frac{a_{n-1}}{2} + q_{n-1} \cdot h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 \frac{1}{3.E.J_{n-1}} = \\ = \theta_n \cdot \frac{a_{n-1}}{2} - q_{n-1} \cdot h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3 \frac{1}{3.E.J_{n-1}} \quad (2.12) \end{aligned}$$

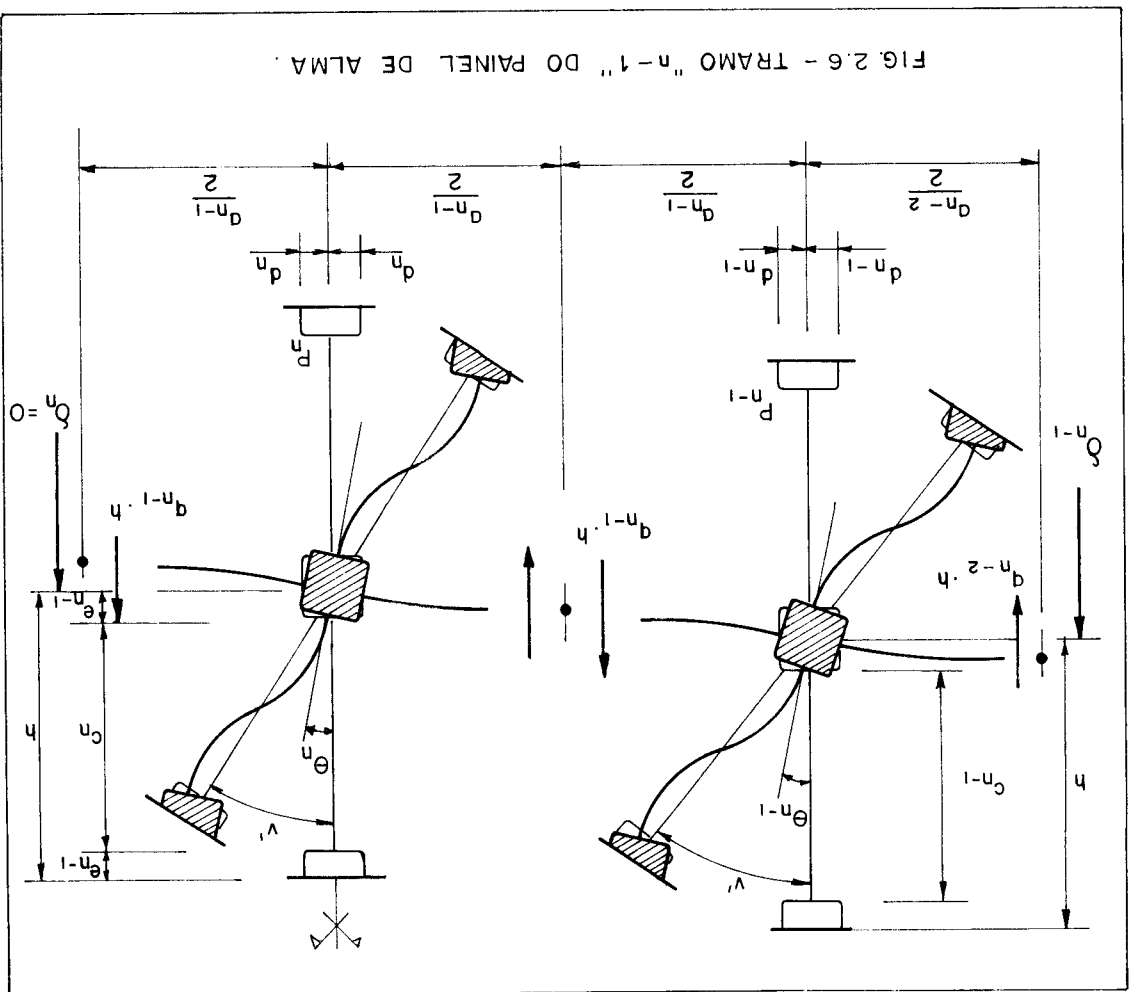
As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $P_{n-1}$  e  $P_n$  são, respectivamente:

$$(2.15) \quad v' \cdot a^{n-1} \cdot \delta^{n-1} = \left[ \frac{24 \cdot E \cdot K \cdot h^n}{2} + \frac{48 \cdot E \cdot K \cdot h^{n-1}}{2} \right] \frac{a^{n-1} \cdot c^{n-1}}{3} + \left[ \frac{48 \cdot E \cdot K \cdot h^{n-1}}{2} \right] \frac{a^{n-2} \cdot c^{n-1}}{3} + \left[ \frac{3 \cdot E \cdot J \cdot h^{n-1}}{3+h \left( \frac{2}{a^{n-1}} - \frac{2}{d^{n-1}} \right)} \right] \frac{d^{n-1}}{3} + \dots$$

Substituindo-se (2.13) e (2.14) em (2.12), obtêm-se:

$$(2.14) \quad 12 \cdot E \cdot K \cdot h^3 \cdot c^n \cdot (v' - \theta^n) = d^{n-1} \cdot h \cdot a^{n-1}$$

$$(2.13) \quad 12 \cdot E \cdot K \cdot h^3 \cdot c^{n-1} \cdot (v' - \theta^{n-1}) = d^{n-2} \cdot h \cdot a^{n-2} + d^{n-1} \cdot h \cdot a^{n-1}$$



### 2.2.2 - Estudo das Deformações do Painel de Flange

Serão estudadas agora as deformações que o carregamento lateral centrado provoca no painel de flange. Por razões conhecidas, este estudo compreenderá apenas o trecho do painel situado entre os pilares  $C_1$  e  $C_m$ .

Usar-se-á a seguinte notação complementar:

$f_i$  - semi-altura da viga  $B_i$ ;

$w_i$  - altura livre (entre faces internas das vigas) do pilar  $C_i$ ;

$t_i$  - semi-largura da seção transversal do pilar  $C_i$ ;

$\gamma_i$  - deslocamento axial do pilar  $C_i$ , positivo da base para o topo;

$\psi_i$  - rotação do nó do pilar  $C_i$ ;

$\bar{J}_i$  - momento de inércia da viga  $B_i$ ;

$J_{ci}$  - momento de inércia do pilar  $C_i$ .

De maneira análoga ao painel de alma, indica-se por  $p_i$  a força cortante distribuída ao longo da altura do edifício e que atua no meio contínuo de rigidez equivalente às vigas do tramo  $i$ .

O tratamento que se dará às juntas é em tudo semelhante ao painel de alma. Assim, a altura livre de um pilar interno  $C_i$  será dada por:

$$w_i = h - 2 \cdot f_i^*$$

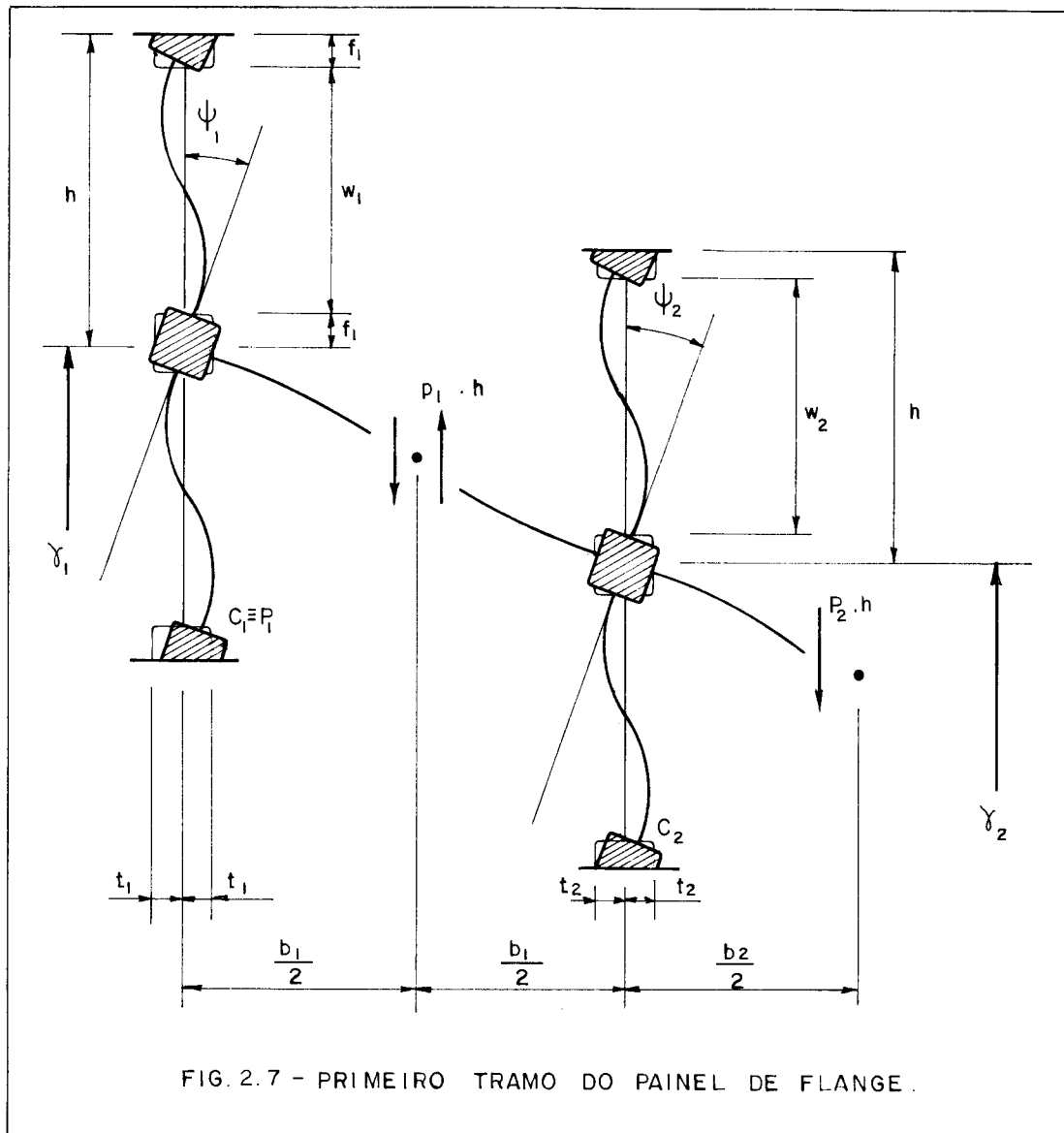
onde  $f_i^*$  é o maior valor entre  $f_{i-1}$  e  $f_i$ .

Destaca-se que no painel de flange a distorção é nula, e ainda que o pilar  $C_1$  coincide com o pilar  $P_1$ .

A rigidez à flexão do pilar  $C_i$  será definida pelo parâmetro:

$$\bar{K}_i = \frac{J_{ci}}{h} \quad (2.16)$$

Inicia-se o estudo a partir do primeiro tramo do painel, cuja deformação é mostrada na fig. 2.7.



A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto médio da viga  $B_1$  será:

$$\begin{aligned} \gamma_1 - \psi_1 \cdot \frac{b_1}{2} - p_i \cdot h \left( \frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} = \gamma_2 + \psi_2 \cdot \frac{b_1}{2} + \\ + p_1 \cdot h \left( \frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

De maneira semelhante ao painel de alma, e por (2.16), obtêm-se as equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_1 \cdot \psi_1 \cdot \frac{h^3}{w_1} = p_1 \cdot h \cdot \frac{b_1}{2} \quad (2.18)$$

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_2 \cdot \psi_2 \cdot \frac{h^3}{w_2} = p_1 \cdot h \cdot \frac{b_1}{2} + p_2 \cdot h \cdot \frac{b_2}{2} \quad (2.19)$$

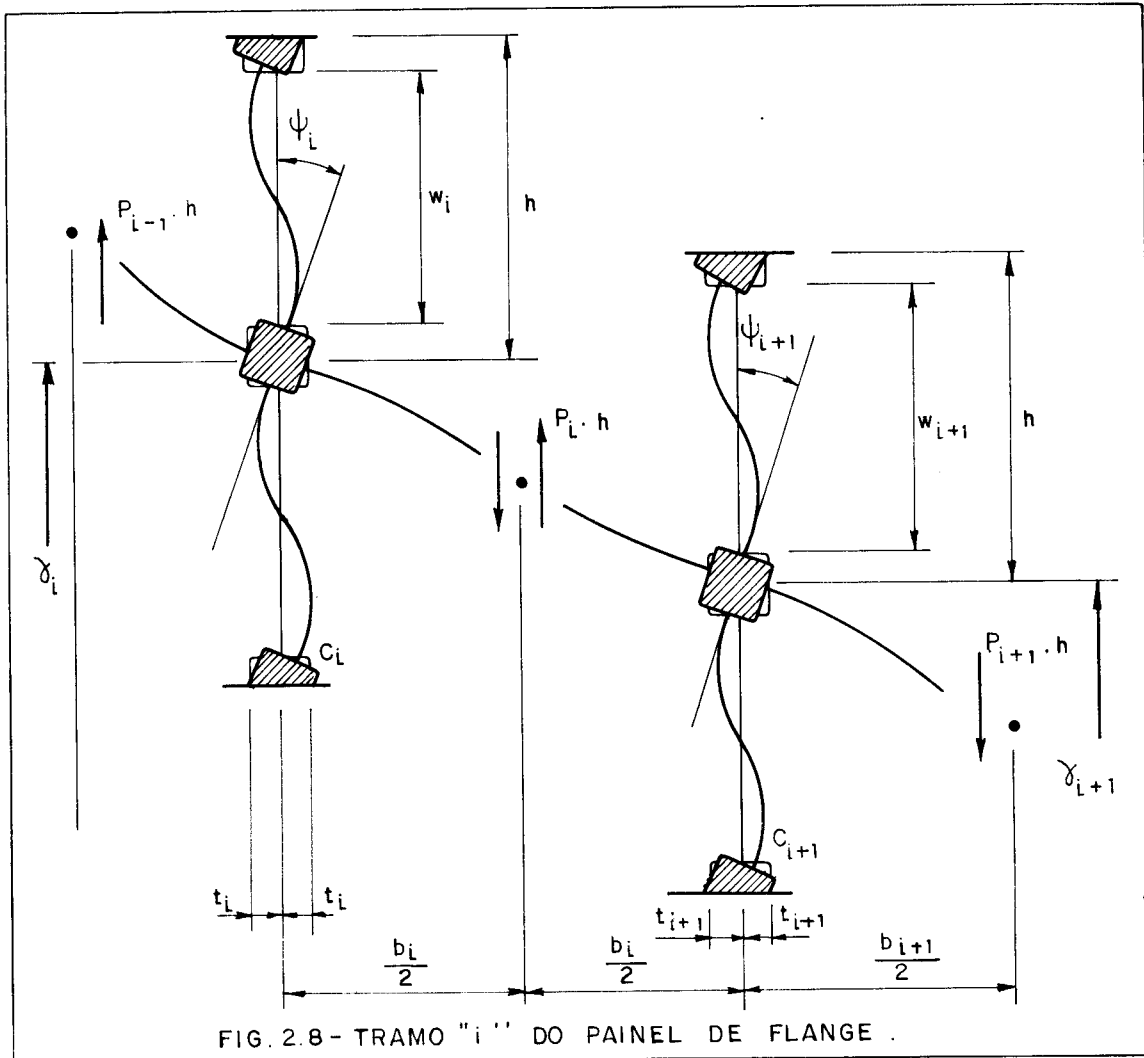
Como o pilar  $C_1$  é coincidente com o pilar  $P_1$ , tem-se:

$$\gamma_1 = \delta_1 \quad (2.20)$$

Substituindo-se (2.18), (2.19) e (2.20) em (2.17), chega-se a:

$$\begin{aligned} p_1 \left[ \frac{h \left( \frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3 + h \left( \frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} + \frac{b_1^2 \cdot w_1^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_1 \cdot h^2} + \frac{b_1^2 \cdot w_2^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_2 \cdot h^2} \right] + \\ + p_2 \left[ \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot w_2^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_2 \cdot h^2} \right] = \delta_1 - \gamma_2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Prosseguindo no estudo do painel de flange, será analisada agora a deformação do tramo  $i$ , com  $i$  variando de 2 a  $m-2$  (fig. 2.8).



A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto central da viga  $B_i$  escreve-se:

$$\gamma_i - \psi_i \cdot \frac{b_i}{2} - p_i \cdot h \left( \frac{b_i}{2} - t_i \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} = \gamma_{i+1} + \psi_{i+1} \cdot \frac{b_i}{2} +$$

$$+ p_i \cdot h \left( \frac{b_i}{2} - t_{i+1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} \quad (2.22)$$



As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $C_i$  e  $C_{i+1}$  são, pela ordem:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot \psi_i \cdot \frac{h^3}{w_i} = p_{i-1} \cdot h \cdot \frac{b_{i-1}}{2} + p_i \cdot h \cdot \frac{b_i}{2} \quad (2.23)$$

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot \psi_{i+1} \cdot \frac{h^3}{w_{i+1}} = p_i \cdot h \cdot \frac{b_i}{2} + p_{i+1} \cdot h \cdot \frac{b_{i+1}}{2} \quad (2.24)$$

Substituindo-se (2.23) e (2.24) em (2.22), obtêm-se a equação:

$$\begin{aligned} p_{i-1} \left[ \frac{b_{i-1} \cdot b_i \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2} \right] + p_i \left[ \frac{h \left( \frac{b_i}{2} - t_i \right)^3 + h \left( \frac{b_i}{2} - t_{i+1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} + \right. \\ \left. + \frac{b_i^2 \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2} + \frac{b_i^2 \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2} \right] + p_{i+1} \left[ \frac{b_{i+1} \cdot b_i \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2} \right] = \gamma_i - \gamma_{i+1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Finalmente, representa-se na fig. 2.9 a deformação do tramo  $m-1$  do painel de flange. Observa-se que o pilar  $C_m$ , por estar situado no eixo de simetria, não se deforma por flexão.

A condição de equilíbrio à rotação do nó do pilar  $C_{m-1}$  permite escrever:

$$12.E.\bar{K}_{m-1} \cdot \psi_{m-1} \cdot \frac{h^3}{w_{m-1}^3} = p_{m-2} \cdot h \cdot \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.27)$$

Da substituição de (2.27) em (2.26), resulta:

$$p_{m-2} \left[ \frac{b_{m-2} \cdot b_{m-1} \cdot w_{m-1}^3}{48.E.\bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] + p_{m-1} \left[ \frac{h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3.E.\bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48.E.\bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] = \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.28)$$

### 2.2.3 - Interação entre os Painéis de Alma e Flange

As expressões (2.7), (2.11), (2.15), (2.21), (2.25) e (2.28) constituem um sistema de equações lineares que, escrito na forma matricial, fica:

$$[R] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} v' \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_i \\ \vdots \\ \gamma_n \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$



$$R_s = \frac{b_i \cdot b_{i+1} \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2}$$

$$R_t = \frac{b_{i-1} \cdot b_i \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2}$$

com  $i = 1, 2, \dots, m-1$  de acordo com a linha do elemento subtraída de  $(n-1)$ , e finalmente

$$R_\ell = \frac{h \left[ \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{n-1}} + \frac{a_{n-1}^2}{48 \cdot E \cdot h^2} \left( \frac{c_{n-1}^3}{\bar{K}_{n-1}} + \frac{2 \cdot c_n^3}{\bar{K}_n} \right)$$

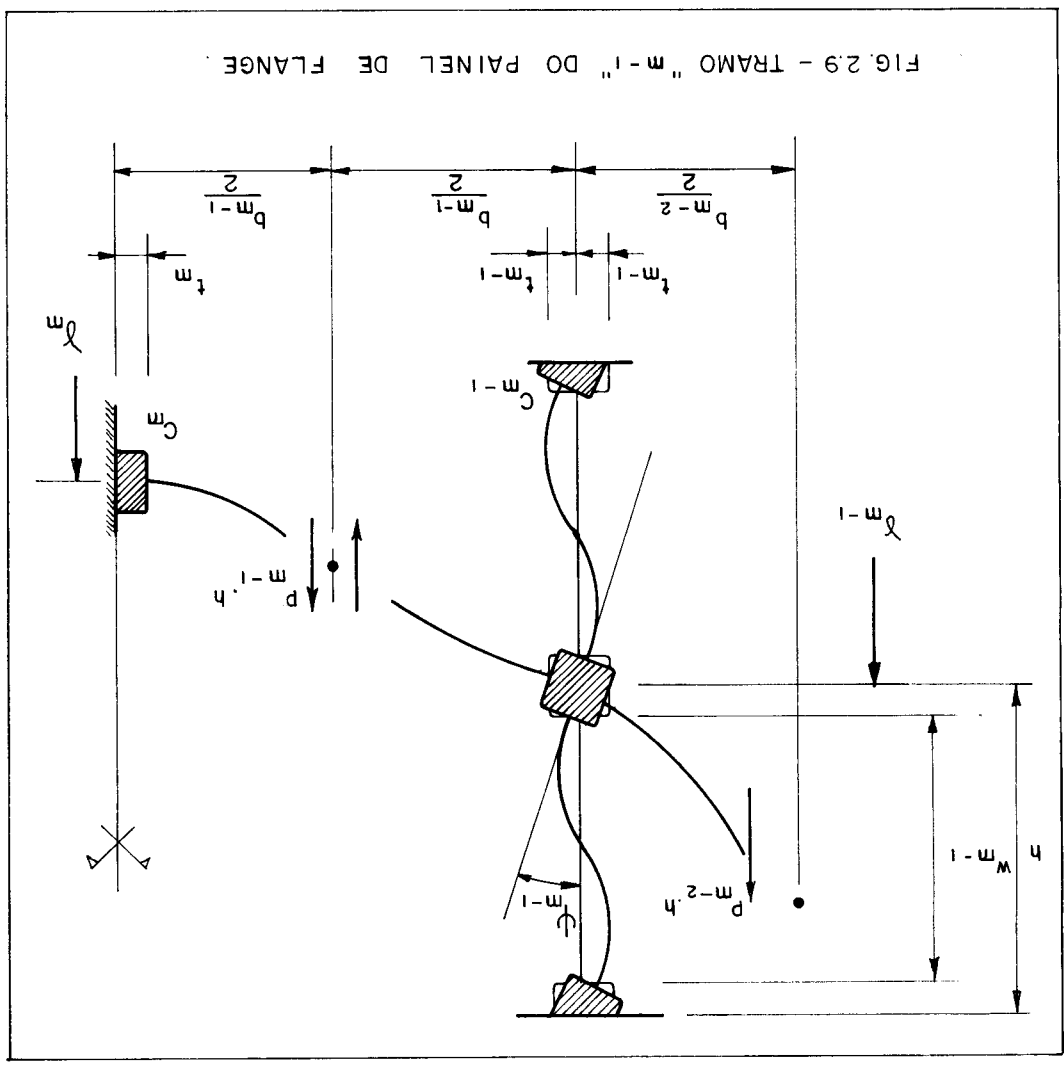
$$R_u = \frac{h \left[ \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2}$$

A matriz  $[S]$  é retangular, de ordem  $(n+m-2) \times (n+m-1)$ , conforme se vê na sequência:

$$[S] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc|cccc} & & & & n & & & m+m-1 \\ a_1 & , & -1, & 1, & 0, & \dots & , & 0 \\ a_2 & , & 0, & -1, & 1, & 0, & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ a_{n-2} & , & 0, & \dots & , & 0, & -1, & 1 \\ a_{n-1} & , & 0, & \dots & , & 0, & -1 & \\ \hline 0 & , & 1, & 0, & \dots & , & 0 & -1, & 0, & \dots & , & 0 \\ 0 & , & \dots & , & \dots & , & 0 & 1, & -1, & 0, & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & , & \dots & , & \dots & , & 0 & 0, & \dots & , & 0, & 1, & -1, & 0 \\ 0 & , & \dots & , & \dots & , & 0 & 0, & \dots & , & 0, & 1, & -1 \end{array} \\ \begin{array}{l} n-1 \\ \\ \\ \\ n+m-2 \end{array} \end{array}$$

$$(2.26) \quad \gamma^{m-1} + p^{m-1} \cdot h \left( \frac{2}{b^{m-1}} - t^m \right) = \frac{3 \cdot E \cdot J^{m-1}}{1} \cdot \psi^{m-1} - p^{m-1} \cdot h \left( \frac{2}{b^{m-1}} - t^{m-1} \right) = \frac{3 \cdot E \cdot J^{m-1}}{1}$$

A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto central da viga  $B^{m-1}$  será:



### 2.2.4 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

A condição de equilíbrio à força normal será agora imposta a todos os pilares, destacando-se que os deslocamentos positivos têm sentido base-topo e que a força normal positiva é de tração.

Será utilizada a seguinte notação adicional:

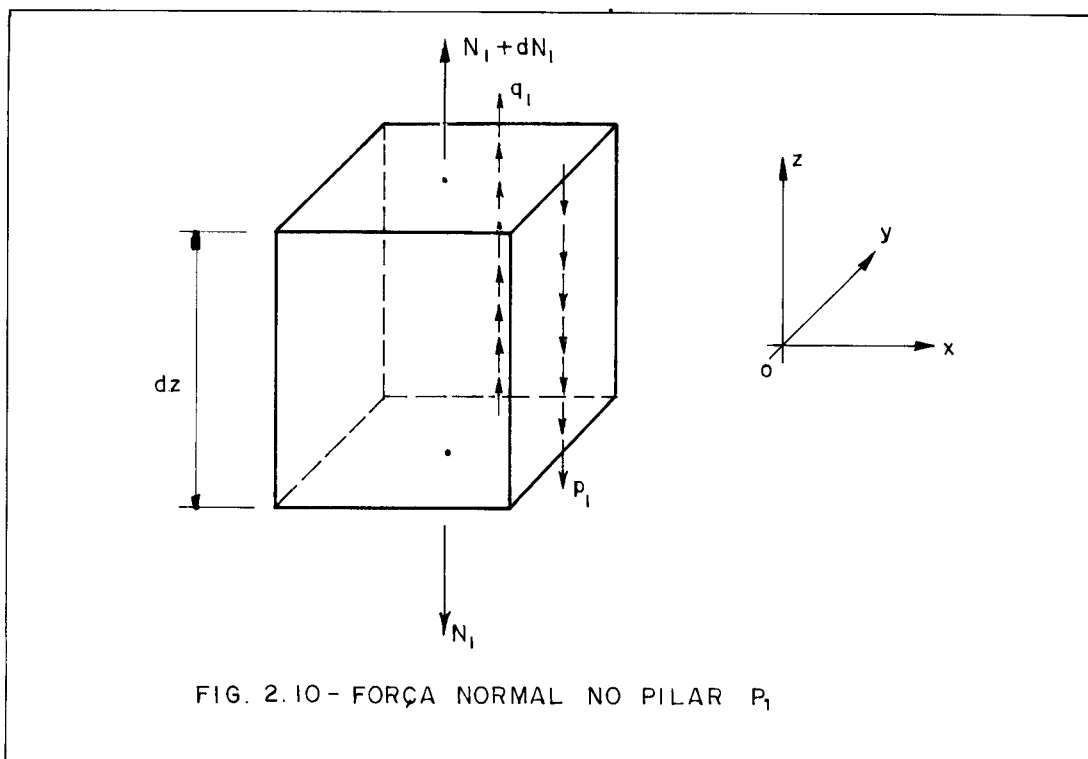
$N_i$  - força normal no pilar  $P_i$ ;

$F_i$  - força normal no pilar  $C_i$ ;

$A_{pi}$  - área da seção transversal do pilar  $P_i$ ;

$A_{ci}$  - área da seção transversal do pilar  $C_i$ .

A análise terá início pelo pilar situado na intersecção dos painéis de alma e flange, conforme mostra a fig. 2.10.



Neste pilar destacam-se as particularidades:

$$A_{p1} = A_{c1}$$

$$N_1 = F_1$$

$$\delta_1 = \gamma_1$$

O equilíbrio à força normal será expresso por:

$$N_1 + dN_1 - N_1 + q_1 \cdot dz - p_1 \cdot dz = 0$$

ou

$$\frac{dN_1}{dz} = p_1 - q_1 \quad (2.30)$$

Sabe-se, com base na Lei de Hooke, que a deformação axial relativa de um pilar  $P_i$  qualquer da alma,  $\epsilon_i$ , é dada por:

$$\epsilon_i = \frac{N_i}{E \cdot A_{pi}}$$

Como

$$\epsilon_i = \frac{d\delta_i}{dz} = \delta_i'$$

obtêm-se que a força normal no pilar  $P_i$  vale:

$$N_i = E \cdot A_{pi} \cdot \delta_i' \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (2.31)$$

Derivando (2.31) uma vez, vem:

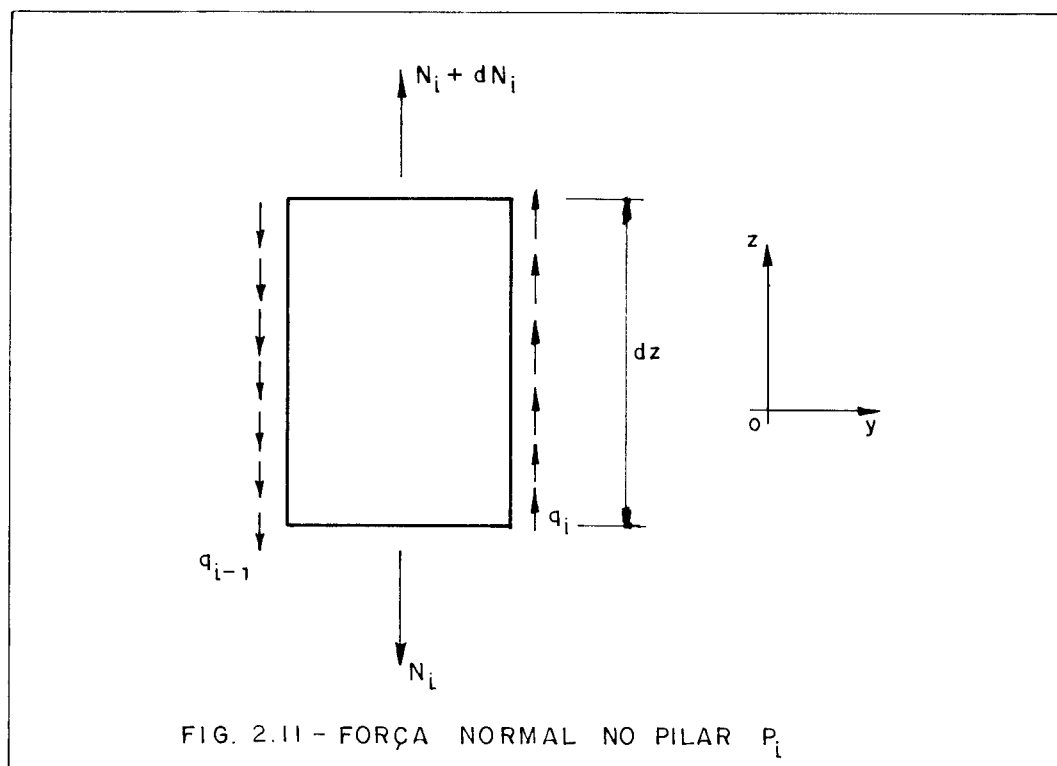
$$\frac{dN_i}{dz} = E \cdot A_{pi} \cdot \delta_i'' \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (2.32)$$

Fazendo em (2.32)  $i$  igual a 1 e levando seu valor em (2.30), tem-se:

$$E \cdot A_{p1} \cdot \delta_1'' = p_1 - q_1 \quad (2.33)$$

Procedendo-se de forma análoga ao pilar  $P_1$  para os pilares  $P_2$  a  $P_{n-1}$  do painel de alma, representados genericamente por  $P_i$  (fig. 2.11), chega-se a:

$$E \cdot A_{pi} \cdot \delta_i'' = q_{i-1} - q_i \quad , \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (2.34)$$



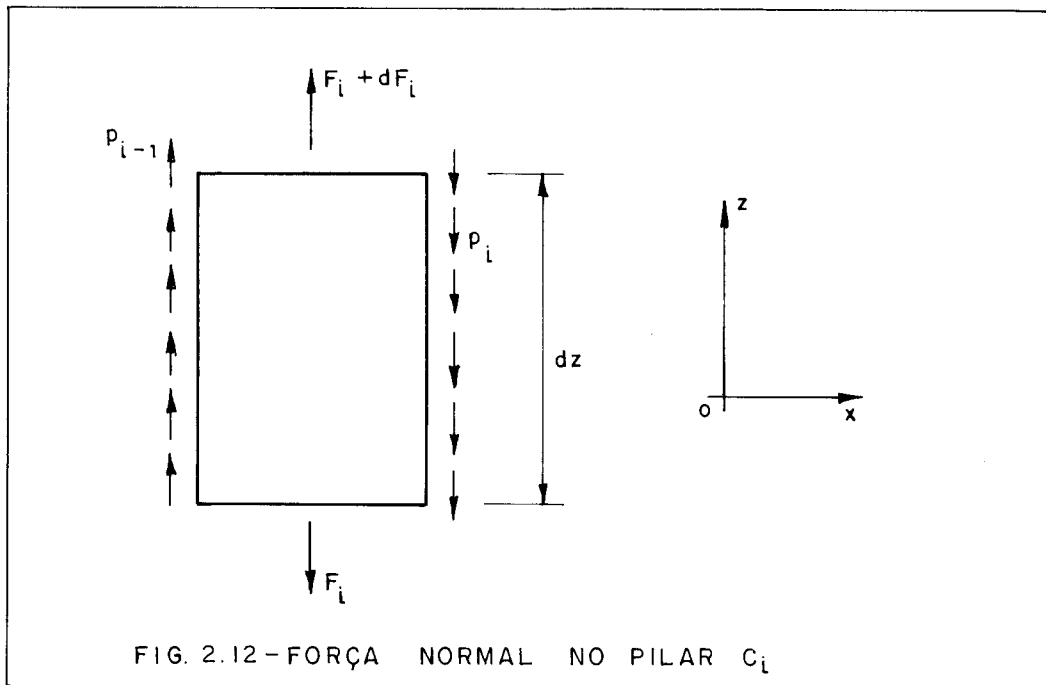
Impõe-se a seguir o equilíbrio à força normal para os pilares do painel de flange. A força normal nestes pilares, similarmente aos pilares de alma, é dada por:



$$F_i = E \cdot A_{ci} \cdot \gamma_i' \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (2.35)$$

Para o pilar  $C_i$ , com  $i$  variando de 2 a  $m-1$ , ou seja, para todos os pilares, exceto  $C_m$ , chega-se a (fig.2.12):

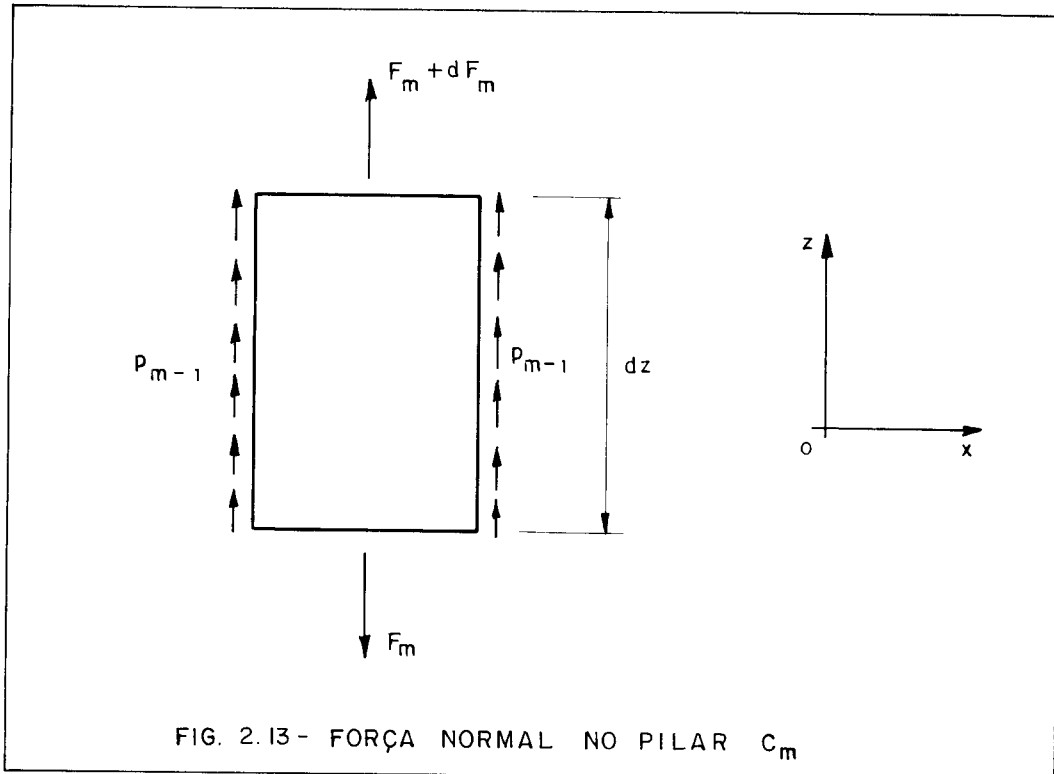
$$E \cdot A_{ci} \cdot \gamma_i'' = p_i - p_{i-1} \quad , \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (2.36)$$



Finalmente, para o pilar  $C_m$  do painel de flange, a equação de equilíbrio à força normal (fig. 2.13) conduzirã a:

$$E \cdot A_{cm} \cdot \gamma_m'' = -2 \cdot p_{m-1} \quad (2.37)$$

As equações (2.33), (2.34), (2.36) e (2.37) podem ser reescritas como:



$$\delta_1'' - \frac{p_1}{E \cdot A_{p1}} + \frac{q_1}{E \cdot A_{p1}} = 0 \quad (2.33-a)$$

$$\delta_i'' - \frac{q_{i-1}}{E \cdot A_{pi}} + \frac{q_i}{E \cdot A_{pi}} = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (2.34-a)$$

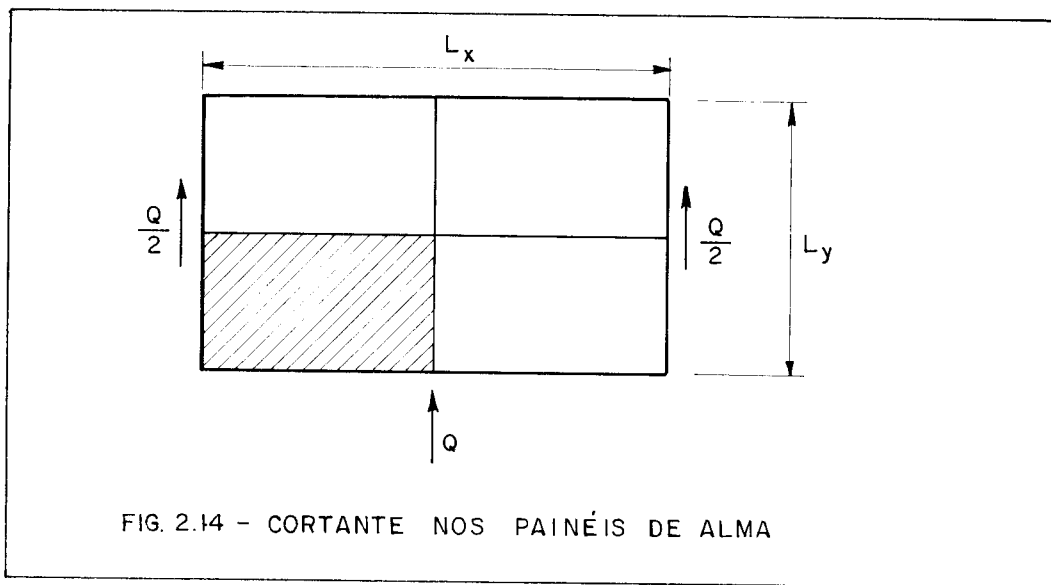
$$\gamma_i'' - \frac{p_i}{E \cdot A_{ci}} + \frac{p_{i-1}}{E \cdot A_{ci}} = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (2.36-a)$$

$$\gamma_m'' + \frac{2 \cdot p_{m-1}}{E \cdot A_{cm}} = 0 \quad (2.37-a)$$

### 2.2.5 - Equação de Equilíbrio à Força Cortante

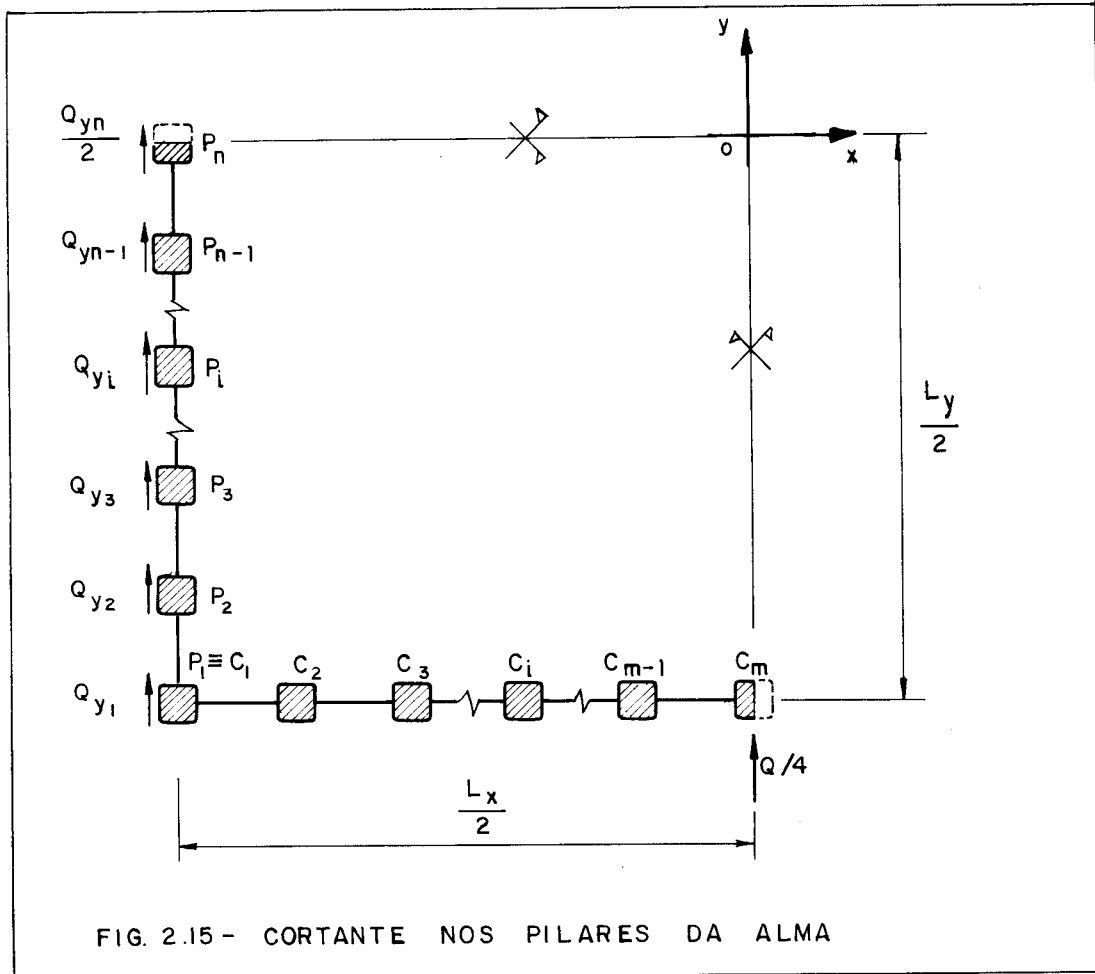
A força cortante Q, proveniente do carregamento lateral, será absorvida apenas pelos dois painéis de alma.

Como estes painéis são idênticos, em cada um deles agirã metade da força cortante total, conforme se vê na fig. 2.14.



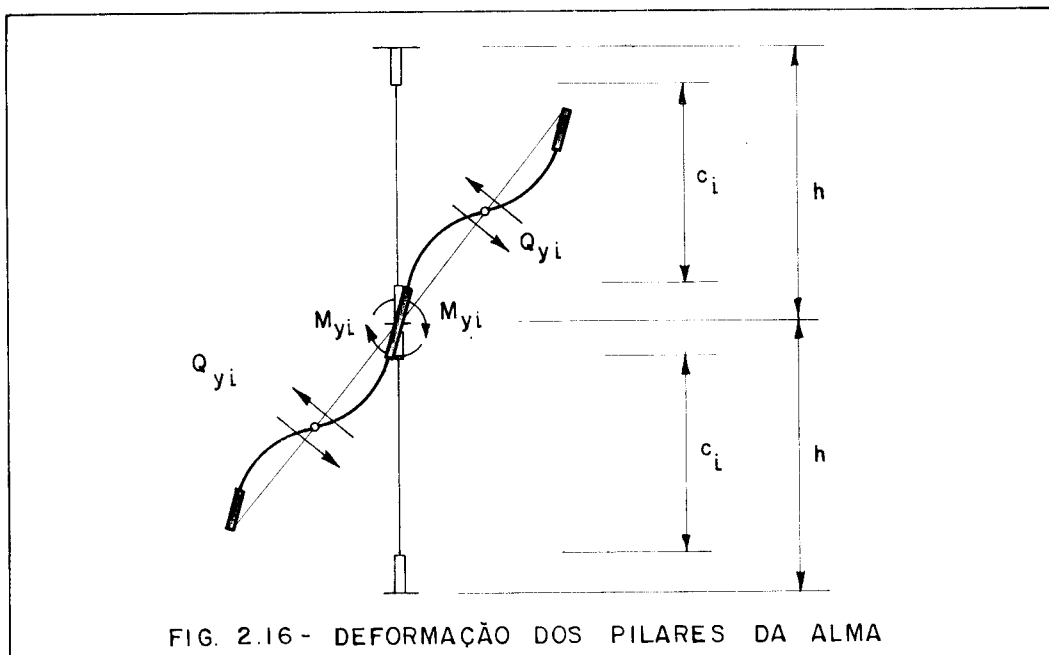
Levando-se em conta a dupla simetria, toma-se para análise apenas um quarto da estrutura. Assim, a área hachurada da fig. 2.14 é mostrada de forma detalhada na fig. 2.15, na qual a força cortante que atua corresponde à quarta parte da total, e onde destacam-se as componentes,  $Q_{yi}$ , absorvidas pelos pilares  $P_i$ . Observa-se que o eixo de simetria  $Ox$  corta ao meio o pilar  $P_n$ . Pode-se então escrever:

$$\frac{Q}{4} = Q_{y1} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + \frac{Q_{yn}}{2} \quad (2.38)$$



Devido à hipótese de momento nulo na semi-altura dos andares, e como  $Q_{yi}$  é a força cortante no pilar  $P_i$ , o momento no nó deste pilar,  $M_{yi}$ , será dado por (fig. 2.16):

$$M_{yi} = Q_{yi} \cdot \frac{h}{2}$$



A cortante  $Q_{yi}$  será então:

$$Q_{yi} = \frac{2 \cdot M_{yi}}{h} \quad (2.39)$$

Pelo equilíbrio à rotação do nó do pilar  $P_1$  (fig. 2.3), do nó do pilar  $P_i$ , com  $i$  variando de 2 a  $n-1$  (fig. 2.5) e do nó do pilar  $P_n$  (fig. 2.6), obtêm-se respectivamente:

$$\left. \begin{aligned} M_{y1} &= \frac{1}{2} (q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2}) \\ M_{yi} &= \frac{1}{2} (q_{i-1} \cdot h \cdot \frac{a_{i-1}}{2} + q_i \cdot h \cdot \frac{a_i}{2}) , \quad i = 2, \dots, n-1 \\ M_{yn} &= \frac{1}{2} (2 \cdot q_{n-1} \cdot h \cdot \frac{a_{n-1}}{2}) \end{aligned} \right\} (2.40)$$

Levando (2.40) em (2.39), vêm:

$$\left. \begin{aligned} Q_{y1} &= \frac{1}{2} (q_1 \cdot a_1) \\ Q_{yi} &= \frac{1}{2} (q_{i-1} \cdot a_{i-1} + q_i \cdot a_i) , \quad i = 2, \dots, n-1 \\ Q_{yn} &= q_{n-1} \cdot a_{n-1} \end{aligned} \right\} (2.41)$$

Com as expressões (2.41) substituídas em (2.38), tem-se a equação de equilíbrio à cortante para a quarta parte da estrutura:

$$\frac{Q}{4} = q_1 \cdot a_1 + q_2 \cdot a_2 + \dots + q_i \cdot a_i + \dots + q_{n-1} \cdot a_{n-1} \quad (2.42)$$

### 2.2.6 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Com a equação de equilíbrio da estrutura à força cortante, (2.42), e as equações de equilíbrio dos pilares à força normal, (2.33-a), (2.34-a), (2.36-a) e (2.37-a), chega-se a um sistema que, expresso na forma matricial, fica:

$$[G] \begin{Bmatrix} v''' \\ \delta_1'' \\ \delta_2'' \\ \vdots \\ \delta_i'' \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \\ \gamma_2'' \\ \gamma_3'' \\ \vdots \\ \gamma_i'' \\ \vdots \\ \gamma_m'' \end{Bmatrix} + [H] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q/4 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

A matriz  $[G]$  é quadrada, de ordem  $(n+m-1)$ , com todos os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal, a partir da segunda linha e segunda coluna, os quais se igualam à unidade:

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 0 & , & 1 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & , & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & , & 0 & , & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $[H]$  é retangular, de ordem  $(n+m-1) \times (n+m-2)$ , e sua composição é mostrada a seguir:

$$[H] = \begin{array}{c} \begin{array}{c} a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{n-1} \\ \frac{1}{E \cdot A_{p1}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ \frac{-1}{E \cdot A_{p2}} \quad \frac{1}{E \cdot A_{p2}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \frac{-1}{E \cdot A_{p3}} \quad \frac{1}{E \cdot A_{p3}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ \vdots \\ 0 \quad \dots \quad 0 \quad \frac{-1}{E \cdot A_{pn-2}} \quad \frac{1}{E \cdot A_{pn-2}} \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \quad \frac{-1}{E \cdot A_{pn-1}} \quad \frac{1}{E \cdot A_{pn-1}} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \end{array} \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} n-1 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ \frac{-1}{E \cdot A_{p1}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ \vdots \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} n+m-2 \\ \frac{1}{E \cdot A_{c2}} \quad \frac{-1}{E \cdot A_{c2}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \frac{1}{E \cdot A_{c3}} \quad \frac{-1}{E \cdot A_{c3}} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \quad \frac{1}{E \cdot A_{cn-2}} \quad \frac{-1}{E \cdot A_{cn-2}} \quad 0 \\ 0 \quad \dots \quad 0 \quad \frac{1}{E \cdot A_{cn-1}} \quad \frac{-1}{E \cdot A_{cn-1}} \\ 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad \frac{2}{E \cdot A_{cn}} \end{array} \end{array} \right. \begin{array}{c} n+m-1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array}$$

Sejam agora os vetores  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , definidos como:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} v' \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_i \\ \vdots \\ \gamma_m \end{Bmatrix} \quad \{C\} = \begin{Bmatrix} Q/4 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Trabalhando com a equação (2.29) e usando-se a definição de  $\{U\}$ , chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{Bmatrix} = [R]^{-1} [S] \{U\} \quad (2.44)$$

Esta equação permite a obtenção dos esforços cortantes distribuídos ao longo da altura do edifício, nos meios contínuos que substituem as vigas, conforme definição anterior.



Substituindo-se a expressão matricial (2.44) em (2.43) e usando-se as definições de  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , obtêm-se:

$$[G]\{U''\} + [H][R]^{-1} [S] \{U\} = \{C\} \quad (2.45)$$

Fazendo

$$[T] = [H][R]^{-1} [S] \quad (2.46)$$

chega-se a:

$$[G]\{U''\} + [T]\{U\} = \{C\} \quad (2.47)$$

Esta expressão matricial resume um sistema de equações diferenciais que, quando resolvido, permite determinar todos os deslocamentos incógnitos numa determinada elevação da estrutura e como consequência, os esforços definidos por (2.31) e (2.35), e (2.44), que são, respectivamente, as forças normais nos pilares e as forças cortantes distribuídas na altura do edifício, nesta mesma elevação. Em qualquer outra elevação onde se queira obter deslocamento e esforços, procede-se similarmente.

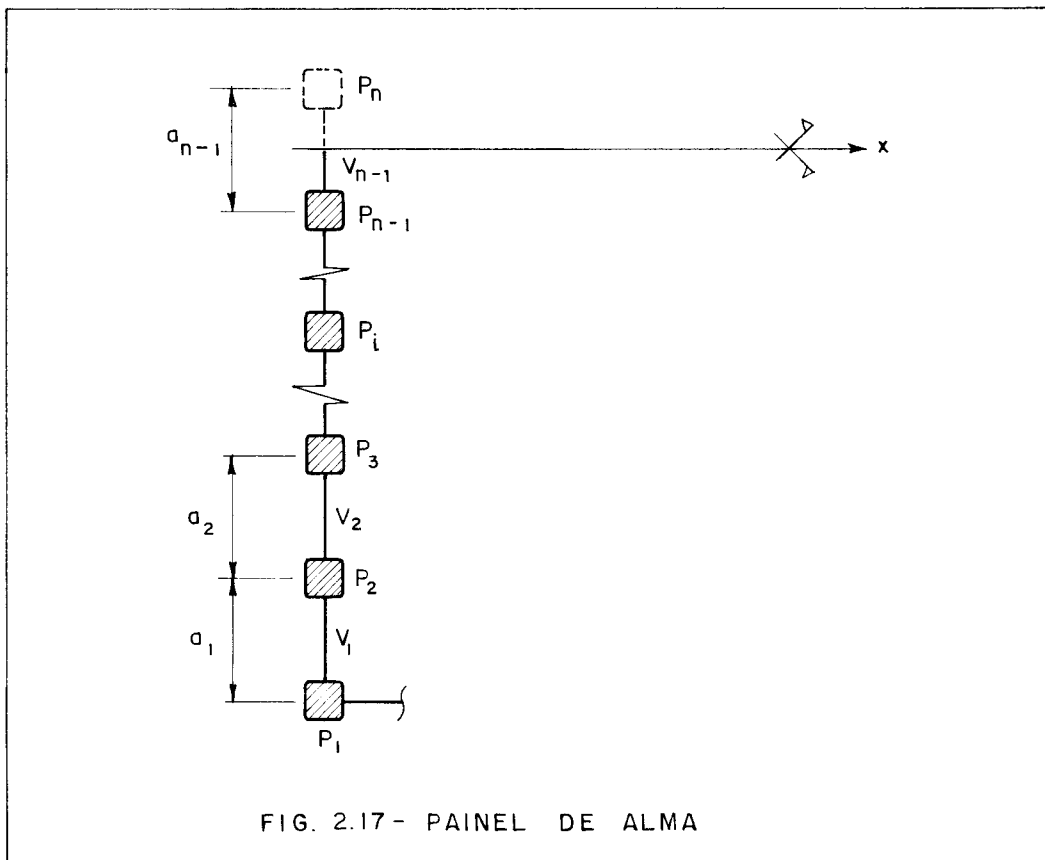
### 2.3 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAINÉIS

Com base na análise feita no item anterior, aplicável somente às estruturas tubulares básicas que possuam número ímpar de pilares nos painéis p $\bar{o}$ rticos completos de alma e de flange, agora procurar-se-á estender o estudo de tal maneira que possam também ser calculadas aquelas estruturas com número par de pilares no painel de alma ou no painel de flange, ou em ambos.

As hipóteses, condições e notações vistas no item 2.2 permanecem basicamente válidas.

2.3.1 - Painel de Alma com Número Total Par de Pilares

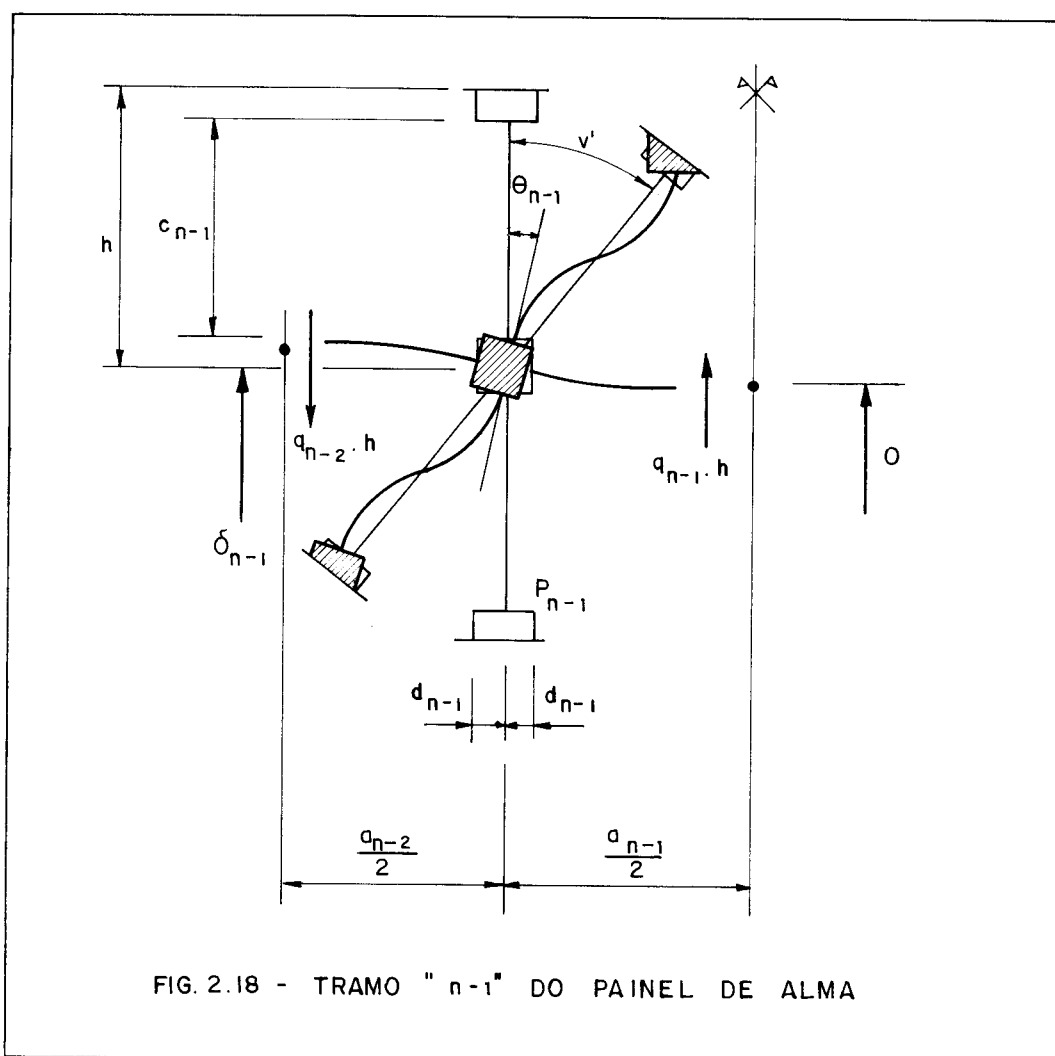
Devido à simetria, o estudo abrangerá somente metade do painel. Para facilitar a análise e torná-la compatível com a já feita para número ímpar de pilares, a numeração adotada para as barras será tal que o eixo de simetria  $Ox$  cortará a seção central da viga  $V_{n-1}$  (fig. 2.17), que une os pilares  $P_{n-1}$  e  $P_n$ , este último situado fora da metade em estudo do painel.



O estudo das deformações da região compreendida entre o primeiro tramo e o tramo  $n-2$  não sofre nenhuma mo-

dificação em relação ao já feito para número ímpar de pilares, permanecendo então válidas as equações (2.7) e (2.11).

Analisando-se finalmente a deformação do tramo  $n-1$ , observa-se que o deslocamento vertical do ponto médio da viga  $V_{n-1}$  é nulo devido à simetria, conforme pode-se ver na fig. 2.18.



Com isso, a equação de compatibilidade do deslocamento vertical para a seção central desta viga será:

$$\delta_{n-1} - \theta_{n-1} \cdot \frac{a_{n-1}}{2} + q_{n-1} \cdot h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}} = 0 \quad (2.48)$$

A equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar  $P_{n-1}$  fica:

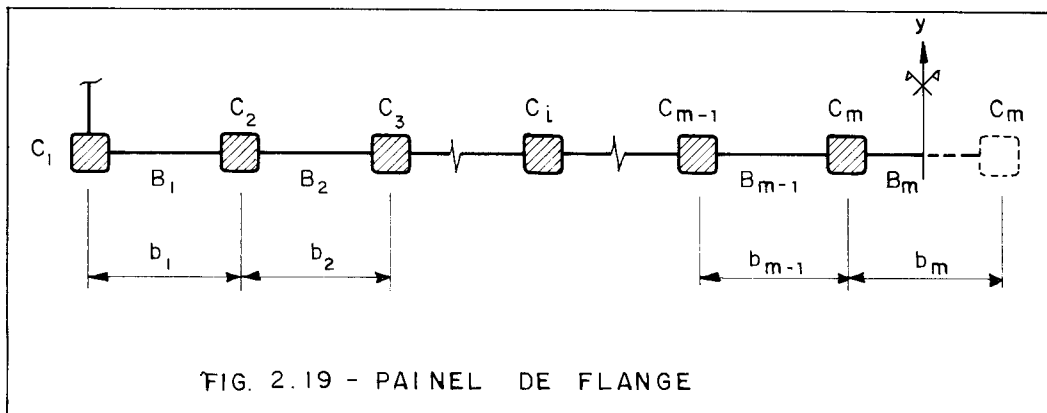
$$12 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot \frac{h^3}{3 \cdot c_{n-1}^3} (v' - \theta_{n-1}) = q_{n-2} \cdot h \cdot \frac{a_{n-2}}{2} + q_{n-1} \cdot h \cdot \frac{a_{n-1}}{2} \quad (2.49)$$

Explicitando o valor de  $\theta_{n-1}$  em (2.49) e levando em (2.48), vem:

$$q_{n-2} \left[ \frac{a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} \right] + q_{n-1} \left[ \frac{h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}} + \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} \right] = v' \cdot \frac{a_{n-1}}{2} - \delta_{n-1} \quad (2.50)$$

### 2.3.2 - Painel de Flange com Número Total Par de Pilares

O estudo se limitará à metade do painel, por causa da simetria. Para tornar a análise facilitada e compatível com aquela feita para o caso de número ímpar de pilares, a numeração adotada para as barras será tal que o eixo de simetria  $Oy$  passará pelo ponto médio da viga  $B_m$ , situada entre dois pilares idênticos  $C_m$ , conforme mostra a fig. 2.19.





$$\begin{aligned} \gamma_{m-1} - \psi_{m-1} \cdot \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} \cdot h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} = \\ = \gamma_m + \psi_m \cdot \frac{b_{m-1}}{2} + p_{m-1} \cdot h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} \quad (2.52) \end{aligned}$$

Pelo equilíbrio à rotação do nó do pilar  $C_{m-1}$ , vem:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot \psi_{m-1} \cdot \frac{h^3}{w_{m-1}} = p_{m-2} \cdot h \cdot \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.53)$$

Do equilíbrio do nó do pilar  $C_m$ , e considerando a equação (2.51), resulta:

$$\frac{2 \cdot E \cdot \bar{J}_m}{b_m - 2 \cdot t_m} \cdot \psi_m + 12 \cdot E \cdot \bar{K}_m \cdot \psi_m \cdot \frac{h^3}{w_m} = p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2} \quad (2.54)$$

Substituindo-se os valores de  $\psi_{m-1}$  e  $\psi_m$  das equações de equilíbrio na equação de compatibilidade, vem:

$$\begin{aligned} p_{m-2} \left[ \frac{b_{m-2} \cdot b_{m-1} \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] + p_{m-1} \left[ \frac{h \cdot w_m^3 \cdot b_{m-1}^2 (b_m - 2 \cdot t_m)}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_m \cdot h^3 (b_m - 2 \cdot t_m) + 8 \cdot E \cdot \bar{J}_m \cdot w_m^3} \right] + \\ + \left[ \frac{h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] = \gamma_{m-1} - \gamma_m \quad (2.55) \end{aligned}$$

### 2.3.3 - Interação entre os Painéis de Alma e Flange

Tendo em vista o estudo das deformações dos painéis de alma e flange com quantidade par de pilares, é possível

vel concluir que continua válido todo o desenvolvimento mostrado no sub-item 2.2.3, apenas com alterações em alguns elementos das matrizes [R] e [S].

Na matriz [R], se o número total de pilares da alma for par, com base na equação (2.50), o elemento  $R_\ell$  passa a ser:

$$R_\ell = \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} + \frac{h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}}$$

Se for par o número total de pilares do flange, levando-se em conta a equação (2.55), o elemento  $R_u$  torna-se:

$$R_u = \frac{h \cdot w_m^3 \cdot b_{m-1}^2 (b_m - 2 \cdot t_m)}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_m \cdot h^3 (b_m - 2 \cdot t_m) + 8 \cdot E \cdot \bar{J}_m \cdot w_m^3} + \frac{h \left[ \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2}$$

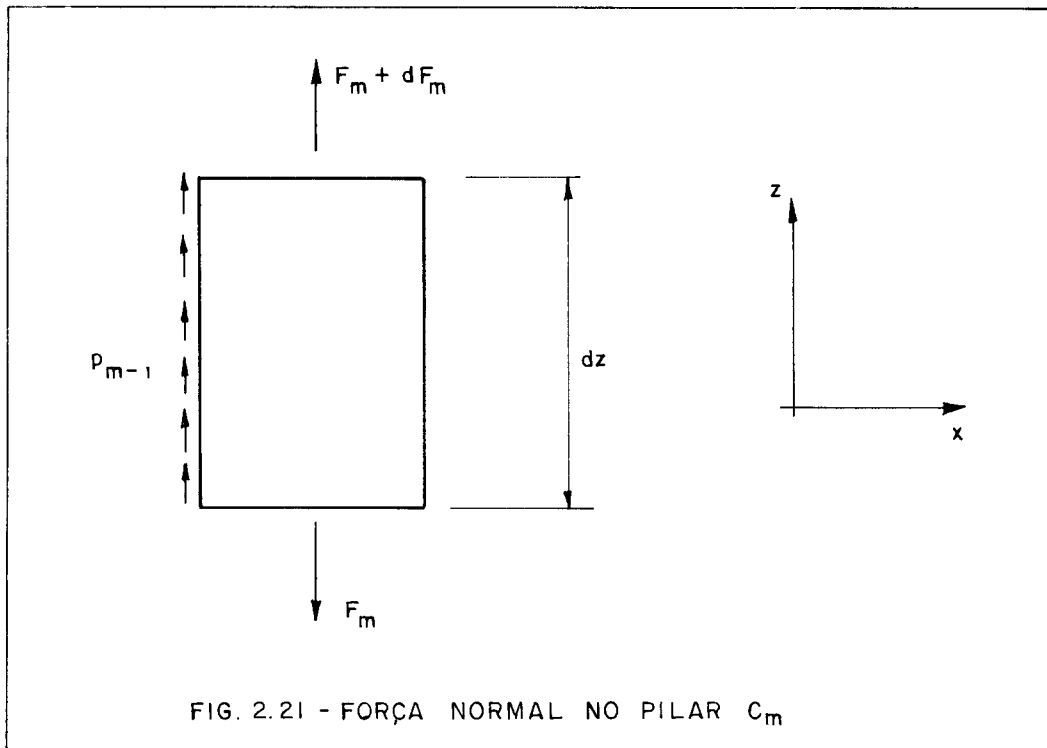
Na matriz [S], se a quantidade de pilares da alma for par, com base na equação (2.50), o elemento situado na posição (n-1, 1) reduz-se à metade, passando a ser  $\frac{a_{n-1}}{2}$ . O fato de ser par o número total de pilares no painel de flange não produz qualquer alteração nesta matriz.

#### 2.3.4 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

As equações (2.33-a), (2.34-a) e (2.36-a) permanecem sempre válidas. A única alteração em relação ao caso já estudado anteriormente ocorre com a equação (2.37-a), que se refere ao equilíbrio do pilar  $C_m$ , quando o flange apresentar quantidade par de pilares. Neste caso, conforme mostra

a fig. 2.21, devido à inexistência de força cortante no traço  $m$ , a nova equação de equilíbrio do pilar à força normal conduzirá a:

$$\gamma_m'' + \frac{P_{m-1}}{E \cdot A_{cm}} = 0 \quad (2.56)$$

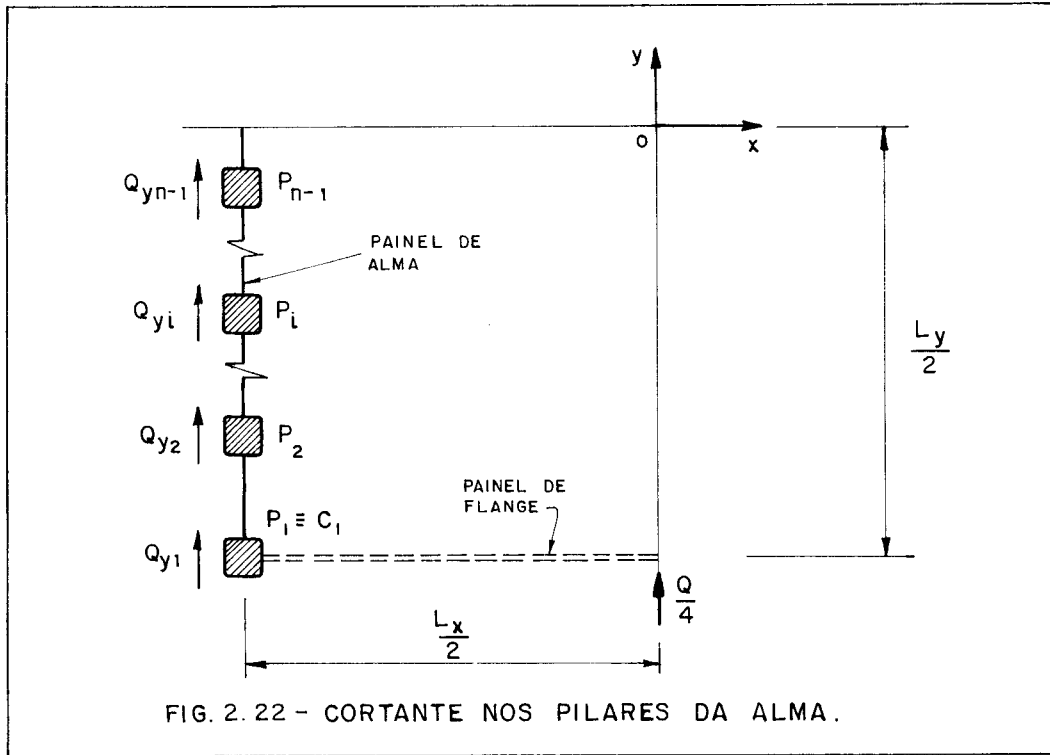


Dessa forma, o elemento situado na posição  $(n+m-1, n+m-2)$  da matriz  $[H]$  passa a ser  $1/(E \cdot A_{cm})$ .

### 2.3.5 - Equação de Equilíbrio à Força Cortante

A equação de equilíbrio da estrutura à força cortante apenas se alterará, em relação ao estudo anterior, se o número total de pilares da alma for par. Para essa situação, a fig. 2.22 mostra, na quarta parte da estrutura, as componentes da força cortante que agem nos pilares da alma.





Por equilíbrio imediato, vem:

$$\frac{Q}{4} = Q_{y1} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + Q_{yn-1} \quad (2.57)$$

Analogamente ao estudo anterior, tem-se:

$$M_{y1} = \frac{1}{2} (q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2})$$

$$M_{yi} = \frac{1}{2} (q_{i-1} \cdot h \cdot \frac{a_{i-1}}{2} + q_i \cdot h \cdot \frac{a_i}{2}) \quad , \quad i = 2, \dots, n-2$$

$$M_{yn-1} = \frac{1}{2} (q_{n-2} \cdot h \cdot \frac{a_{n-2}}{2} + q_{n-1} \cdot h \cdot \frac{a_{n-1}}{2})$$

Como

$$Q_{yi} = \frac{2 \cdot M_{yi}}{h}$$

vêm:

$$\left. \begin{aligned} Q_{y1} &= \frac{1}{2} (q_1 \cdot a_1) \\ Q_{yi} &= \frac{1}{2} (q_{i-1} \cdot a_{i-1} + q_i \cdot a_i) , \quad i = 2, \dots, n-2 \\ Q_{yn-1} &= \frac{1}{2} (q_{n-2} \cdot a_{n-2} + q_{n-1} \cdot a_{n-1}) \end{aligned} \right\} (2.58)$$

Substituindo-se (2.58) em (2.57), chega-se a:

$$\frac{Q}{4} = q_1 \cdot a_1 + q_2 \cdot a_2 + \dots + q_i \cdot a_i + \dots + \frac{1}{2} \cdot q_{n-1} \cdot a_{n-1} \quad (2.59)$$

Com isso, o elemento da matriz  $[H]$  situado na posição  $(1, n-1)$  reduz-se à metade, passando a ser  $a_{n-1}/2$ .

### 2.3.6 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Permanece válido todo o desenvolvimento visto no sub-item 2.2.6, com as matrizes  $[R]$ ,  $[S]$  e  $[H]$  sofrendo as modificações indicadas, dependendo de se ter número par de pilares na alma ou no flange.

No caso particular em que o número total de pilares do flange for par, deve ainda ser obtido o momento fletor distribuído,  $m_m$ , que atua no tramo  $m$  deste painel. Assim, a partir da equação (2.51), vem:

$$m_m = \frac{2 \cdot E \cdot \bar{J}_m}{h(b_m - 2 \cdot t_m)} \cdot \psi_m \quad (2.60)$$

A rotação  $\psi_m$  é obtida da equação (2.54), e seu valor fica:

$$\psi_m = \frac{p_{m-1} \cdot h \cdot w_m^3 \cdot b_{m-1} (b_m - 2 \cdot t_m)}{4 \cdot E \cdot \bar{J}_m \cdot w_m^3 + 24 \cdot E \cdot \bar{K}_m \cdot h^3 (b_m - 2 \cdot t_m)} \quad (2.61)$$

## 2.4 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO

Apresenta-se agora um programa, denominado ESTUB-L, para cálculo automático das estruturas tubulares básicas, sujeitas a um carregamento lateral centrado. Este programa usa a linguagem FORTRAN IV e foi desenvolvido para o computador IBM-370/148.

O programa principal faz uso de seis sub-rotinas:

- GERAR - Geração da matriz [R]
- GERAS - Geração da matriz [S]
- GERAH - Geração da matriz [H]
- INVER - Inversão de matrizes
- GERAFI - Geração da matriz dos coeficientes de diferenças finitas
- SOLVE - Resolução de sistema de equações lineares

### 2.4.1 - Considerações Gerais

Para cada uma das elevações do edifício onde se quer esforços e deslocamentos, estabelece-se um sistema de equações diferenciais do tipo do sistema (2.47). O conjunto de sistemas assim gerado será transformado, pelo "Método das Diferenças Finitas", cujo resumo encontra-se no Apêndi-

ce II, em um grande sistema de equações lineares, o qual se rá resolvido pelo "Processo de Gauss - Jordan", chegando-se dessa maneira aos deslocamentos axiais  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_m$  e às distorções  $v'$  nas várias elevações.

Para se ter os deslocamentos laterais do edifício,  $v$ , nas elevações já selecionadas, deve-se integrar numericamente os valores da distorção, o que será feito com o uso da "Regra dos Trapézios", cuja síntese encontra-se também no Apêndice II.

Com as equações (2.31) e (2.35) é possível obter as forças normais nos pilares de alma e flange, respectivamente. Para aplicar tais equações, no entanto, é necessário conhecer os valores da derivada primeira dos deslocamentos axiais. Para isso, se usará novamente o "Método das Diferenças Finitas".

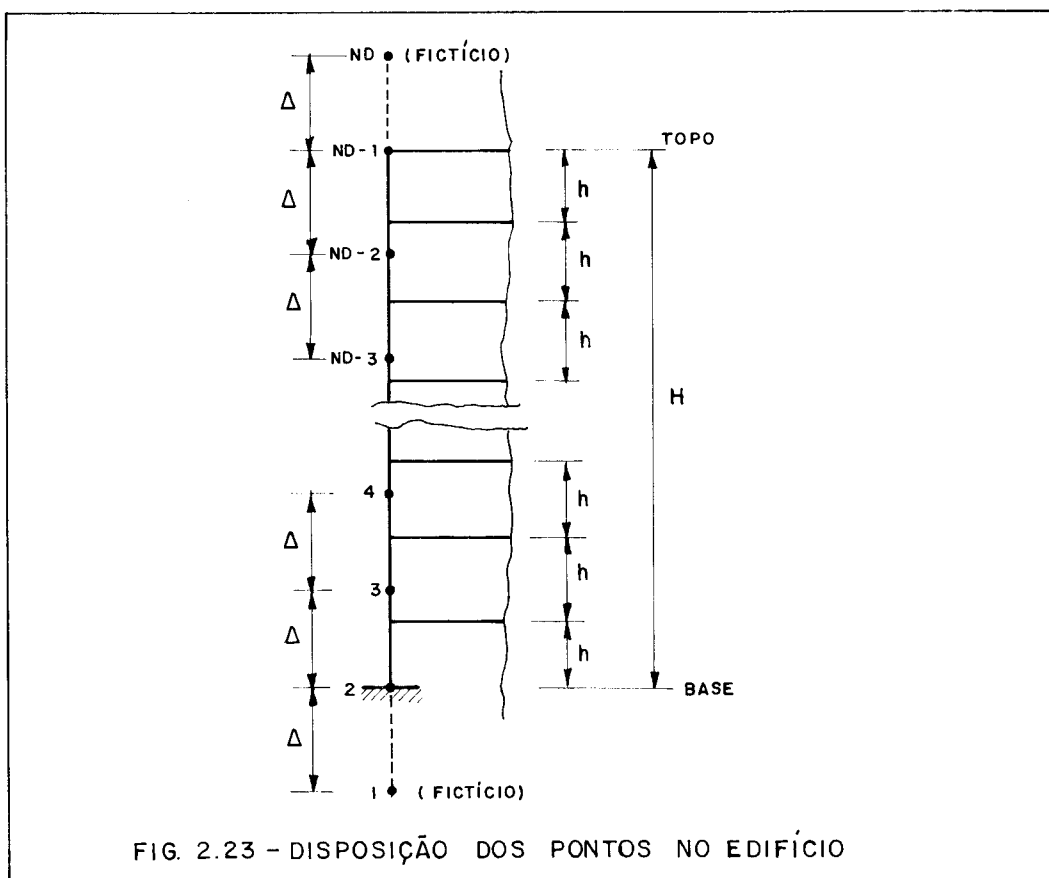
A equação (2.44), aplicada uma vez para cada elevação em estudo, permite obter as forças cortantes distribuídas  $q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, p_1, p_2, \dots, p_{m-1}$ . Para se chegar às forças cortantes nas vigas, estas forças distribuídas serão multiplicadas pela altura de influência de cada viga, cujo valor é sempre  $h$ , exceto para as vigas situadas no topo do edifício, onde é  $h/2$ . A altura de influência também será  $h/2$  para vigas hipotéticas situadas na elevação zero (base) do edifício. A determinação das forças cortantes nestas últimas vigas é importante por permitir avaliar o momento fletor na base dos pilares.

Não se deve perder de vista que, como a análise é feita por um processo contínuo, as elevações do edifício nas quais serão obtidas os esforços e deslocamentos não precisam coincidir com os níveis das lajes, ficando a critério exclusivo do calculista. O sub-item seguinte esclarece melhor o assunto.

O carregamento lateral centrado pode ter qualquer tipo de variação ao longo da altura do edifício, uma vez que basta conhecer as cortantes externas que solicitam a estrutura nas diversas elevações escolhidas para análise. Isto fica claro a partir da equação (2.47).

2.4.2 - Condições de Contorno e Equilíbrio do Sistema de Equações

Na aplicação do "Método das Diferenças Finitas", o valor da derivada de uma função em determinado ponto será obtido com base nos valores conhecidos da função em alguns pontos vizinhos. Limitando o emprego do método às equações deduzidas no Apêndice II, é imediata a constatação que, se o ponto estiver situado em uma das extremidades da estrutura, ou seja, na base ou no topo, para se chegar à derivada da função no mesmo, torna-se necessário conhecer o valor da função no próprio ponto, em três pontos situados de um dos lados, e num ponto do lado oposto, ponto este que estará, obrigatoriamente, fora da estrutura, sendo por isso chamado de fictício. Dessa forma, é preciso incluir na análise dois pontos fictícios, um abaixo da base (ponto 1) e outro acima do topo do edifício (ponto ND), conforme mostra a fig. 2.23. A base é identificada pelo ponto 2 e o topo pelo ponto (ND-1). O número total de pontos é indicado por ND e o espaçamento entre eles, mantido constante, por  $\Delta$ .



Quanto mais pontos forem usados, maior a precisão dos resultados mas, por outro lado, o número de equações também crescerá.

Com  $n$  e  $m$  já definidos anteriormente, com base respectivamente nos pilares  $P_n$  e  $C_m$ , o número de incógnitas será:

- \*  $ND(n-1)$  para os deslocamentos axiais dos pilares da alma
- \*  $ND(m-1)$  para os deslocamentos axiais dos pilares do flange
- \*  $ND$  para a distorção.

Somando as partes, consegue-se o número total de incógnitas,  $NI$ , que resultará em:

$$NI = ND(n+m-1) \quad (2.62)$$

O número de equações em cada uma das  $(ND-2)$  elevações do edifício será  $(n+m-1)$ , conforme se conclui a partir da expressão matricial (2.47). Logo, o número total de equações,  $NE$ , fica:

$$NE = ND(n+m-1) - 2(n+m-1) \quad (2.63)$$

As condições de contorno da estrutura tubular básica, submetida a um carregamento lateral que não provoque torção, são:

$$\delta_i(2) = 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\delta_i'(ND-1) = 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\gamma_i(2) = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m$$

$$\gamma_i'(ND-1) = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m$$

$$v'(1) = \text{número real qualquer}$$

$v'(ND)$  = número real qualquer

As condições referentes a  $\delta_i(2)$  e  $\gamma_i(2)$  são evidentes em função da geometria da estrutura deformada, e aplicam-se respectivamente  $(n-1)$  e  $(m-1)$  vezes. As referentes a  $\delta_i'(ND-1)$  e  $\gamma_i'(ND-1)$  se justificam por ser nula a força normal no topo do edifício e aplicam-se também, respectivamente,  $(n-1)$  e  $(m-1)$  vezes. Finalmente, a condição relacionada com  $v'(1)$  pode ser explicada a partir da constatação que, na expressão matricial (2.47), todos os elementos da primeira coluna da matriz  $[G]$  são nulos. Dessa forma, quando  $v'(1)$  aparece - ao se aplicar (2.47) para a base (ponto 2) e para o ponto 3 (esta expressão não é aplicada ao ponto fictício 1), a partir da substituição respectivamente de  $v'''(2)$  e  $v'''(3)$  por seu valor em diferenças finitas - esta grandeza fica multiplicada por zero e assim pode assumir qualquer número real. Para  $v'(ND)$  pode ser feito um raciocínio similar. Logo, o número total de condições de contorno, CC, será dado por:

$$CC = 2(n+m-1) \quad (2.64)$$

Para que o sistema de equações esteja equilibrado é necessário que:

$$NI - (NE+CC) = 0 \quad (2.65)$$

Substituindo nesta expressão os valores dados por (2.62), (2.63) e (2.64), o equilíbrio fica comprovado.

### 2.4.3 - Restrições

Conforme já foi amplamente discutido, o programa usará para análise a "Técnica do Meio Contínuo", e para facilitar o seu equacionamento, exigir-se-á que as propriedades das estruturas se mantenham inalteradas com a altura do edifício. Além disso, as estruturas deverão ser simétricas em

planta em relação aos eixos anteriormente definidos como  $O_x$  e  $O_y$ .

Permanecem válidas todas as hipóteses de cálculo descritas no item 1.4.

No que diz respeito ao tamanho da estrutura analisada, o número máximo de pilares de cada painel completo não poderá ultrapassar a 21, sendo os pilares de canto considerados como integrantes tanto das almas como dos flanges. Devido a certos comandos usados na programação, também não poderão ser analisadas estruturas com menos de 4 pilares nos painéis completos de alma ou menos de 5 nos de flange.

Para aplicação das diferenças finitas, o número de pontos adotado, incluindo-se os dois fictícios, não pode superar 33 e nem ser inferior a 5.

Com o intuito de limitar o número de incógnitas do sistema de equações lineares, estabeleceu-se ainda que o produto de  $(n+m-1)$  pelo número de pontos adotado, ND, não pode ser maior que 300. Os valores  $n$  e  $m$  se definem pelos pilares  $P_n$  e  $C_m$ , respectivamente.

#### 2.4.4 - Entrada de Dados

Os dados necessários ao acionamento do programa são:

- LPA - Número de pilares do painel inteiro de alma
- LPF - Número de pilares do painel inteiro de flange
- ND - Número escolhido de pontos para aplicação das diferenças finitas (incluindo-se os dois fictícios)
- HA - Altura dos andares
- LE - Altura total da estrutura
- E - Módulo de elasticidade longitudinal
- NCA - Número que define o tipo de distribuição com que a carga lateral age sobre o edifício (se for igual 1,



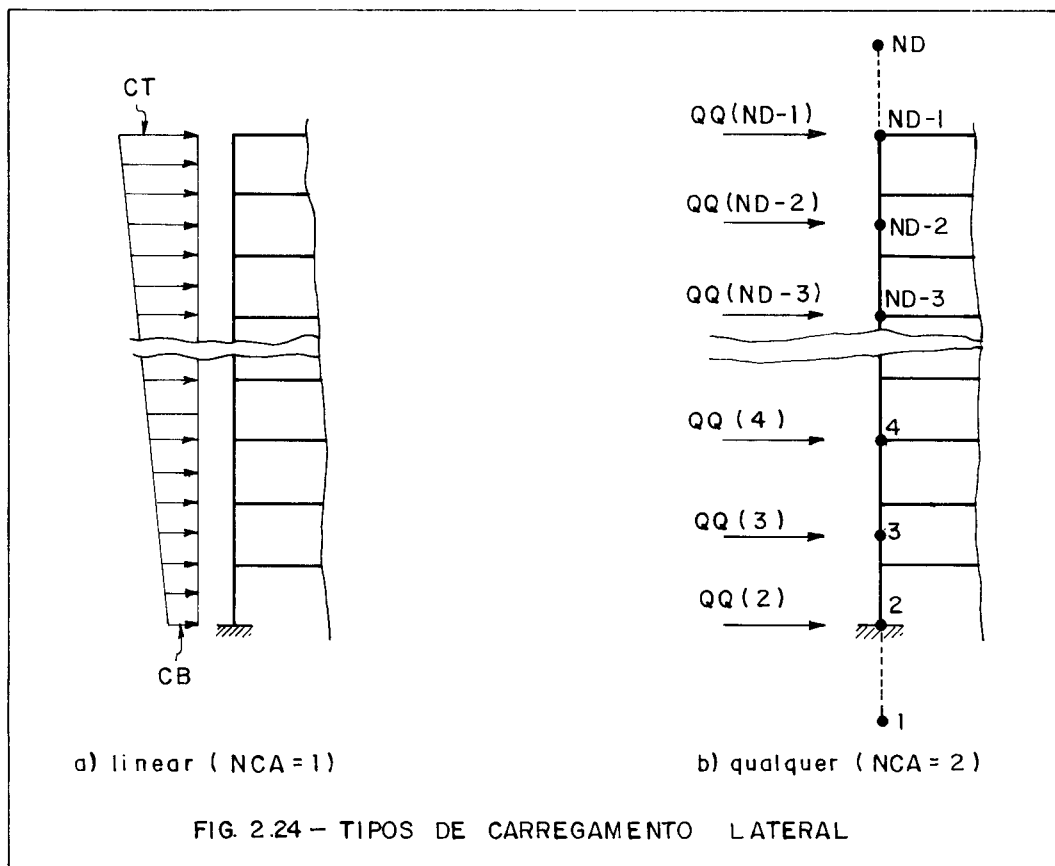
a distribuição varia linearmente com a altura e se for igual a 2, a distribuição é qualquer), conforme se vê na fig. 2.24

CB - Valor da carga distribuída por unidade de comprimento na base da estrutura (usado apenas se  $NCA = 1$ )

CT - Idem, para a carga no topo da estrutura

QQ(I) - Forças cortantes nas elevações dos edifícios onde foram definidos os pontos para aplicação das diferenças finitas (usadas apenas se  $NCA = 2$ )

$I = 2, 3, \dots, ND-1$



Devido à dupla simetria, os dados relacionados com as vigas e os pilares referem-se apenas à parte da estrutura mostrada na fig. 2.2, caso os painéis de alma e flange

ge possuam número total ímpar de pilares. Se o painel completo de alma tiver número par de pilares, a parte do mesmo necessária à análise vai do pilar  $P_1$  à viga  $V_{n-1}$ , de acordo com a fig. 2.17, e se tal fato ocorrer com o painel de flange, do pilar  $C_1$  à viga  $B_m$ , conforme se vê na fig. 2.19. Dessa forma, vêm:

A (I) - Vãos das vigas da alma

$$I = 1, 2, \dots, n-1$$

B (I) - Vãos das vigas do flange

$$I = 1, 2, \dots, m-1 \text{ (ímpar) ou } m \text{ (par)}$$

HVA(I) - Altura das vigas da alma

$$I = 1, 2, \dots, n-1$$

HVF(I) - Altura das vigas do flange

$$I = 1, 2, \dots, m-1 \text{ (ímpar) ou } m \text{ (par)}$$

IVA(I) - Inércia das vigas da alma

$$I = 1, 2, \dots, n-1$$

IVF(I) - Inércia das vigas do flange

$$I = 1, 2, \dots, m-1 \text{ (ímpar) ou } m \text{ (par)}$$

SPA(I) - Área dos pilares da alma

$$I = 1, 2, \dots, n \text{ (ímpar) ou } n-1 \text{ (par)}$$

SPF(I) - Área dos pilares do flange

$$I = 1, 2, \dots, m$$

IPA(I) - Inércia dos pilares da alma

$I = 1, 2, \dots, n$  (ímpar) ou  $n-1$  (par)

IPF(I) - Inércia dos pilares do flange

$I = 1, 2, \dots, m$

DPA(I) - Largura em planta dos pilares da alma, na direção do painel

$I = 1, 2, \dots, n$  (ímpar) ou  $n-1$  (par)

DPF(I) - Largura em planta dos pilares do flange, na direção do painel

$I = 1, 2, \dots, m$

Os dados são agrupados em blocos e devem ser for necidos na ordem e nos formatos indicados a seguir:

1º Bloco - Qualquer comentário desejado como, por exemplo, as unidades de comprimento e força que estão sendo usadas

FORMAT (20A4)

2º Bloco - LPA, LPF, ND, NCA

FORMAT (4I8)

3º Bloco - HA, LE, E

FORMAT (2F8.0, F16.0)

4º Bloco - A(I),  $I = 1, 2, \dots, n-1$

FORMAT (10F8.0)

5º Bloco - B(I), I = 1, 2, ..., m-1 (ímpar) ou m (par)

FORMAT (10F8.0)

6º Bloco - IVA(I), I = 1, 2, ..., n-1

FORMAT (5F16.0)

7º Bloco - IVF(I), I = 1, 2, ..., m-1 (ímpar) ou m (par)

FORMAT (5F16.0)

8º Bloco - HVA(I), I = 1, 2, ..., n-1

FORMAT (10F8.0)

9º Bloco - HVF(I), I = 1, 2, ..., m-1 (ímpar) ou m (par)

FORMAT (10F8.0)

10º Bloco - SPA(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

11º Bloco - SPF(I), I = 1, 2, ..., m

FORMAT (10F8.0)

12º Bloco - IPA(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (5F16.0)

13º Bloco - IPF(I), I = 1, 2, ..., m

FORMAT (5F16.0)

14º Bloco - DPA(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

15º Bloco - DPF(I), I = 1, 2, ..., m

FORMAT (10F8.0)

16º Bloco - Se NCA=1 → CB, CT

Se NCA=2 → QQ(I), I = 2, 3, ..., ND-1

FORMAT (10F8.0)

#### 2.4.5 - Resultados

O programa fornece as distorções e os deslocamentos laterais do edifício, os esforços normais nos pilares e as forças cortantes que agem nas vigas. No caso de ser par o número de pilares do painel inteiro de flange, fornece também o momento fletor que atua na viga que cruza o eixo de simetria (viga  $B_m$ ), submetida a uma situação de flexão pura. Quaisquer outros esforços desejados podem ser obtidos a partir da hipótese de momentos nulos nas seções centrais das barras.

Os resultados são fornecidos nas elevações determinadas pelos pontos escolhidos para aplicação das diferenças finitas.

#### 2.4.6 - Listagem

A listagem do programa é apresentada em seguida, nas pags. 65 a 74.

C  
C--PROGRAMA PRINCIPAL-----  
C

```

      REAL LE, IVA(10), IVF(10), IPA(11), IPF(11), KA(11), KF(11), NPI(20,33)
      DIMENSION UNID(20), SPA(11), SPF(11), A(10), B(10), DPA(11), DPF(11), DA(
*11), LF(11), R(20,20), S(20,21), H(21,20), T(21,21), RS(20,21), AA(300,30
*1), DL(32), ZZ(32), QV(20,33), FF(300), CVI(20,33), SP(20), QQ(32), HVA(10
*), HVF(10), DJA(11), DJF(11), WA(11), W(11)
      OPEN(UNIT=1, STATUS='OLD', FILE='DTUB', ACCESS='SEQUENTIAL', FORM='FGR
*MATTED')
      NK=1
      NW=3
      WRITE(NW,100)
100  FORMAT(66(' '), //, 15(' '), '  P R O G R A M A  E S T U B - L  ',
*15(' '), //, 66(' '))

```

C  
C--DADOS DA ESTRUTURA/CARREGAMENTO LATERAL---LEITURA E IMPRESSAO  
C

```

      READ(NR,101) UNID(I), I=1,20
101  FORMAT(20A4)
      READ(NR,102) LPA, LPF, ND, NCA
102  FORMAT(4I8)
      READ(NR,103) HA, LE, E
103  FORMAT(2F8.0, F16.0)
      INA=0
      INF=0
      DIV=LPA/2.
      SUB=DIV-IFIX(DIV)
      IF(SUB .LE. 0.25) GO TO 124
      NPA=DIV+0.5
      NPA5=NPA
      GO TO 125
124  NPA=DIV+1
      NPA5=NPA-1
      INA=1
125  DIV=LPF/2.
      SUB=DIV-IFIX(DIV)
      IF(SUB .LE. 0.25) GO TO 126
      NPF=DIV+0.5
      NPF8=NPF-1
      GO TO 127
126  NPF=DIV
      NPF8=NPF
      INF=1
127  CONTINUE
      READ(NR,104) (A(I), I=1, NPA-1)
      READ(NR,104) (B(I), I=1, NPF8)
      READ(NR,105) (IVA(I), I=1, NPA-1)
      READ(NR,105) (IVF(I), I=1, NPF8)
      READ(NR,104) (HVA(I), I=1, NPA-1)
      READ(NR,104) (HVF(I), I=1, NPF8)
      READ(NR,104) (SPA(I), I=1, NPA5)
      READ(NR,104) (SPF(I), I=1, NPF)
      READ(NR,105) (IPA(I), I=1, NPA5)
      READ(NR,105) (IPF(I), I=1, NPF)
      READ(NR,104) (DPA(I), I=1, NPA5)
      READ(NR,104) (DPF(I), I=1, NPF)
      READ(NR,104) (DPA(I), I=1, NPA5)
      READ(NR,104) (DPF(I), I=1, NPF)
104  FORMAT(10F8.0)
105  FORMAT(5F16.0)
      DJA(1)=HVA(1)
      DO 140 I=2, NPA-1
      DJA(I)=HVA(I)
      IF(HVA(I) .LT. HVA(I-1)) DJA(I)=HVA(I-1)
140  CONTINUE
      IF (INA .EQ. 1) GO TO 141
      DJA(NPA)=HVA(NPA-1)
141  DJF(1)=HVF(1)
      DO 142 I=1, NPF8
      DJF(I)=HVF(I)
      IF(HVF(I) .LT. HVF(I-1)) DJF(I)=HVF(I-1)

```

```
142 CONTINUE
    IF(INF .EQ. 1) GO TO 143
    DJF(NPF)=HVF(NPF-1)
143 WRITE(NW,106)(UNIO(I),I=1,20)
106 FORMAT(/,20A4,3(/),'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA',/,34('-'))
    NAND=LE/HA
    WRITE(NW,107)LE,NAND,HA,LPA,LPF,E,ND
107 FORMAT(/,'ALTURA DO EDIFICIO',7X,'NUMERO DE ANDARES',6X,'ALTURA DO
*S ANDARES',/,I3.2,I22,F25.2,/,,'PILARES DA ALMA PILARES DO FLAN
*GE MOD. ELASTICIDADE PONTOS',/,I9,I19,F27.2,I9)
    WRITE(NW,108)
108 FORMAT(+(/),'SEMI-PAINEL DE ALMA',/,19('-')/,/,4X,'PILAR',10X,'ARE
*A',10X,'INERCIA',13X,'JUNTAS',/,48X,'LARGURA ALTURA')
    DO 109 I=1,NPA5
109 WRITE(NW,110)I,SPA(I),IPA(I),DPA(I),DJA(I)
110 FORMAT(5X,'P',I2,F15.2,F17.2,F15.2,F8.2)
    WRITE(NW,111)
111 FORMAT(/,4X,'VIGA',12X,'VAC',10X,'INERCIA',/)
    DO 112 I=1,NPA-1
112 WRITE(NW,128)I,A(I),IVA(I)
128 FORMAT(5X,'V',I2,F15.2,F17.2)
    WRITE(NW,113)
113 FORMAT(+(/),'SEMI-PAINEL DE FLANGE',/,21('-')/,/,4X,'PILAR',10X,'A
*REA',10X,'INERCIA',13X,'JUNTAS',/,48X,'LARGURA ALTURA')
    DO 114 I=1,NPF
114 WRITE(NW,129)I,SPF(I),IPF(I),DPF(I),DJF(I)
129 FORMAT(5X,'C',I2,F15.2,F17.2,F15.2,F8.2)
    WRITE(NW,111)
    DO 115 I=1,NPF8
115 WRITE(NW,130)I,B(I),IVF(I)
130 FORMAT(5X,'B',I2,F15.2,F17.2)
    WRITE(NW,116)
116 FORMAT(+(/),'CARGA LATERAL APLICADA',/,22('-'))
    IF(NCA .EQ. 2) GO TO 117
    READ(NR,104)CB,CT
    WRITE(NW,118)CB,CT
118 FORMAT(/,5X,'DISTRIBUIDA LINEAR.....BASE=',F8.4,7X,'TOPO=',F8.4)
    GO TO 119
117 READ(NR,104)(JQ(I),I=2,ND-1)
    WRITE(NW,120)
120 FORMAT(/,10X,'ELEVACAO',11X,'FORCA CONSTANTE NO EDIFICIO',/)
    DO 121 MM=2,ND-1
    Z=(MM-2)*LE/(ND-3)
    WRITE(NW,122)Z,Q(MM)
122 FORMAT(F18.2,F29.2)
121 CONTINUE
119 CONTINUE

C
C--DETERMINACAO DE DADOS E GRANDEZAS AUXILIARES
C
    NP=NPA+NPF-2
    HH=LE/(ND-3)
    DO 200 I=1,NPA5
    DA(I)=DPA(I)/2.
    WA(I)=HA-DJA(I)
200 KA(I)=IPA(I)/HA
    DO 201 I=1,NPF
    DF(I)=DPF(I)/2.
    WF(I)=HA-DJF(I)
201 KF(I)=IPF(I)/HA

C
C--GERACAO DA MATRIZ R
C
    CALL GERAR(NPA,NPF,NP,INA,INF,WA,Wf,E,HA,A,B,DA,DF,IVA,IVF,KA,KF,
    *K)

C
C--GERACAO DA MATRIZ S
C
    CALL GERAS(NP,NPA,NPF,INA,A,S)
```

```
C
C--GERACAC DA MATRIZ H
C
      CALL GERAH(NP,NPA,NPF,INA,INF,E,A,SPA,SPF,H)
C
C--INVERSAC DA MATRIZ R
C
      CALL INVER(NW, NP, R)
C
C--OBTENCAO DA MATRIZ T-PRCDUTO MATRICIAL H*R*S
C
      DO 300 I=1,NP
      DO 300 J=1,NP+1
      RS(I,J)=0.
      DO 300 K=1,NP
300  RS(I,J)=RS(I,J)+R(I,K)*S(K,J)
      DO 301 I=1,NP+1
      DO 301 J=1,NP+1
      T(I,J)=0.
      DO 301 K=1,NP
301  T(I,J)=T(I,J)+H(I,K)*RS(K,J)
C
C--GERACAC DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE DIFERENCAS FINITAS-AA
C
      CALL GERAFI(ND, NP, T, HH, AA)
C
C--VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS-FF
C
      NN=NC*(NP+1)
      DO 400 I=1,NN
400  FF(I)=0.
      M1=2*NP+3
      NUM=ND-2
      IF(INCA .EQ. 2) GO TO 401
      DO 402 MM=1,NUM
      M=(NP+1)*(MM+1)+1
      Z=HH*(M-M1)/(NP+1)
      Q=CB*(LE-Z)+((CT-CB)/(2.*LE))*(LE-Z)*(LE+Z)
402  FF(M)=(Q*12.*HH**2)/4.
      GO TO 403
401  CONTINUE
      DO 404 MM=1,NUM
      M=(NP+1)*(MM+1)+1
      J=(M-M1)/(NP+1)+2
404  FF(M)=(QQ(J)*12.*HH**2)/4.
403  CONTINUE
C
C--RESOLUCAO DO SIST. DE EQUACCOES P/ CETER O VETOR DOS DESLOCAMENTOS-FF
C
      CALL SOLVE(NW, NN, AA, FF)
C
C--OBTENCAO DOS DESLOCAMENTOS LATERAIS-DE
C
      DE(2)=0.
      DO 500 I=3,ND-1
      DE(I)=LE*(FF(2)+FF(I))/(2.*(ND-3))
      IF(I .LE. 3) GO TO 500
      DO 501 J=3,I-1
501  DE(I)=DE(I)+LE*FF(J)/(ND-3)
500  CONTINUE
C
C--CALCULO DAS FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS(OU MOMENTOS FLETORES)
C
      DO 600 I=1,NP
      DO 600 K=2,ND-1
      QV(I,K)=0.
      DO 600 J=1,NP+1
      K1=K+(J-1)*ND
600  QV(I,K)=CV(I,K)+RS(I,J)*FF(K1)
      DO 601 I=1,NP
```



```
      DO 601 K=3,ND-2
601 QVT(I,K)=QV(I,K)*HA
      DO 602 I=1,NP
602 QVT(I,2)=QV(I,2)*HA/2.
      DO 603 I=1,NP
603 QVT(I,ND-1)=QV(I,ND-1)*HA/2.
      IF(INF .EQ. 0)GO TO 604
      AUX=WF(NPF)**3*B(NPF-1)*IVF(NPF)/(2.*IVF(NPF)*WF(NPF)**3+12.
      **KF(NPF)*HA**3*(B(NPF)-2.*DF(NPF)))
      DO 605 K=2,ND-1
605 QVT(NP+1,K)=QVT(NP,K)*AUX
604 CONTINUE
```

C  
C--CALCULO DAS FORÇAS NORMAIS NOS PILARES  
C

```
      DO 700 I=1,NPA-1
700 SP(I)=SPA(I)
      DO 701 I=2,NPF
      IN=1+NPA-2
701 SP(IN)=SPF(I)
      DO 702 I=1,NP
      K=2+I*ND
702 NPI(I,2)=(1./((12.*HH)))*((-3.)*FF(K-1)-10.*FF(K)+18.*FF(K+1)
      * -6.*FF(K+2)+FF(K+3))*E*SP(I)
      DO 703 I=1,NP
      DU 703 J=3,ND-2
      K=J+I*ND
703 NPI(I,J)=(1./((12.*FF)))*(FF(K-2)-8.*FF(K-1)+8.*FF(K+1)
      * -FF(K+2))*E*SP(I)
      DO 704 I=1,NP
      K=ND-1+I*ND
704 NPI(I,ND-1)=(1./((12.*HH))*(-FF(K-3)+6.*FF(K-2)-18.*FF(K-1)
      * +10.*FF(K)+3.*FF(K+1))*E*SP(I)
```

C  
C--IMPRESSAO DOS DESLOC. E ESFORÇOS NAS BARRAS COMPONENTES DO EDIFICIO  
C

```
      WRITE(NW,800)
800 FORMAT(4(/), 'DISTRCAO E DESLOCAMENTOS LATERAL DO EDIFICIO',/,44('-',
      *),/,9X,'ELEVACAO',9X,'DISTRCAO',9X,'DESL. LATERAL',/)
      DO 801 MM=2,ND-1
      ZZ(MM)=(MM-2)*HH
801 WRITE(NW,802)ZZ(MM),FF(MM),DE(MM)
802 FORMAT(F17.2,F18.7,F22.4)
      WRITE(NW,803)(L,L=1,NPA-1)
803 FORMAT(4(/), 'FORÇAS NORMAIS NOS PILARES',/,26('-',),/, '** PILAR DE
      * CANTO E PILARES DA ALMA',/, 'ELEVACAO',10(3X,'PILAR',1X,'P',12))
      WRITE(NW,815)ZZ(2),(NPI(L,2),L=1,NPA-1)
815 FORMAT(/,F8.2,10F12.2)
      DO 804 MM=3,ND-1
      WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPI(L,MM),L=1,NPA-1)
805 FORMAT(F8.2,10F12.2)
804 CONTINUE
      WRITE(NW,806)(L,L=2,NPF)
806 FORMAT(/, '** PILARES DO FLANGE',/, 'ELEVACAO',10(3X,'PILAR',1X,'C
      *',12))
      WRITE(NW,815)ZZ(2),(NPI(L,2),L=NPA,NP)
      DO 807 MM=3,ND-1
      WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPI(L,MM),L=NPA,NP)
807 CONTINUE
      IF(INF .EQ. 0)GO TO 812
      NP=NP+1
      WRITE(NW,813)NPF,(L,L=1,NPA-1)
813 FORMAT(4(/), 'FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS, EXCETO VIGA B',12, ' SUBMET
      *IDA A FLEXAO PURA',/,66('-',),/, '** VIGAS DA ALMA',/, 'ELEVACAO',1
      *0(4X,'VIGA',1X,'V',12))
      GO TO 814
812 WRITE(NW,808)(L,L=1,NPA-1)
808 FORMAT(4(/), 'FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS',/,26('-',),/, '** VIGAS DA
      * ALMA',/, 'ELEVACAO',10(4X,'VIGA',1X,'V',12))
814 CONTINUE
```

```

WRITE(NW,815)ZZ(2),(QVT(L,2),L=1,NPA-1)
DO 809 MM=3,ND-1
WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVT(L,MM),L=1,NPA-1)
809 CONTINUE
WRITE(NW,810)(L,L=1,NPF8)
810 FORMAT(//,'** VIGAS DO FLANGE',//,'ELEVACAO',10(4X,'VIGA',1X,'B',1
*2))
WRITE(NW,815)ZZ(2),(QVT(L,2),L=NPA,NP)
DO 811 MM=3,ND-1
WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVT(L,MM),L=NPA,NP)
811 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

C  
-----  
C

```

SUBROUTINE GERAR(NPA,NPF,NP,INA,INF,WA,WF,E,AGA,A,B,DA,TB,I1,I2,
*KA1,KA2,K)
REAL I1(10),I2(10),KA1(11),KA2(11)
DIMENSION A(10),B(10),DA(11),TB(11),WA(11),WF(11),R(20,20)
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 K(I,J)=0.
YY=1./(48.*E*AGA**2)
R(1,1)=AGA*(A(1)/2.-DA(1))**3+(A(1)/2.-DA(2))**3/(3.*E*I1(1))+A
*1)**2*YY*(WA(1)**3/KA1(1)+WA(2)**3/KA1(2))
K(1,2)=A(1)*A(2)*YY*WA(2)**3/KA1(2)
NPA1=NPA-1
NPA2=NPA-2
DO 20 I=2,NPA2
R(I,I-1)=A(I-1)*A(I)*YY*WA(I)**3/KA1(I)
R(I,1)=AGA*(A(I)/2.-DA(I))**3+(A(I)/2.-DA(I+1))**3/(3.*E*I1(I))
+A(I)**2*YY*(WA(I)**3/KA1(I)+WA(I+1)**3/KA1(I+1))
20 K(I,I+1)=A(I+1)*A(I)*YY*WA(I+1)**3/KA1(I+1)
R(NPA1,NPA2)=A(NPA2)*A(NPA1)*YY*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)
IF(INA.EQ.0)GO TO 30
R(NPA1,NPA1)=A(NPA1)**2*YY*WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)+AGA*(A(NPA1)/2.-
*A(NPA1))**3/(3.*E*I1(NPA1))
GO TO 40
30 R(NPA1,NPA1)=AGA*(A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**3+(A(NPA1)/2.-DA(NPA1))**3
*/(3.*E*I1(NPA1))+A(NPA1)**2*YY*(WA(NPA1)**3/KA1(NPA1)+2.*WA(NPA1)
**3/KA1(NPA1))
40 YY=1./(48.*E*AGA**2)
R(NPA,NPA)=AGA*(B(1)/2.-TB(1))**3+(B(1)/2.-TB(2))**3/(3.*E*I2(1)
)+B(1)**2*YY*(WF(1)**3/KA2(1)+WF(2)**3/KA2(2))
K(NPA,NPA+1)=B(1)*B(2)*YY*WF(2)**3/KA2(2)
NPF1=NPF-1
NPF2=NPF-2
DO 50 J=2,NPF2
NPA1J=NPA1+J
R(NPA1J,NPA1J-1)=B(J-1)*B(J)*YY*WF(J)**3/KA2(J)
R(NPA1J,NPA1J)=AGA*(B(J)/2.-TB(J))**3+(B(J)/2.-TB(J+1))**3/(3.*E
*I2(J))+B(J)**2*YY*(WF(J)**3/KA2(J)+WF(J+1)**3/KA2(J+1))
50 R(NPA1J,NPA1J+1)=B(J+1)*B(J)*YY*WF(J+1)**3/KA2(J+1)
K(NP,NP-1)=B(NPF2)*B(NPF1)*YY*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)
R(NP,NP)=AGA*(B(NPF1)/2.-TB(NPF1))**3+(B(NPF1)/2.-TB(NPF1))**3/(3
.*E*I2(NPF1))+B(NPF1)**2*YY*WF(NPF1)**3/KA2(NPF1)
IF(INF.EQ.0)GO TO 60
R(NP,NP)=R(NP,NP)+AGA*WF(NPF)**3*B(NPF1)**2*(B(NPF)-2.*TB(NPF))/(4
*B.*E*KA2(NPF)*AGA**3*(B(NPF)-2.*TB(NPF))+8.*E*I2(NPF)*WF(NPF)**3)
60 RETURN
END

```

C  
-----  
C

```

SUBROUTINE GERAS(NP,NPA,NPF,INA,A,S)
DIMENSION A(10),S(20,21)
NPA1=NPA+1
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NPA1
10 S(I,J)=0.

```

```
      NPA1=NPA-1
      DO 2C J=1,NPA1
20    S(J,1)=A(J)
      IF(INA .EQ. 0)GO TC 3C
      S(NPA1,1)=A(NPA1)/2.
30    NPA2=NPA-2
      DO 4C J=1,NPA2
      S(J,J+2)=+1.
40    S(J,J+1)=-1.
      S(NPA1,NPA)=-1.
      S(NPA,2)=+1.
      S(NPA,NPA+1)=-1.
      DO 50 J=2,NPF-2
      NPA1J=NPA1+J
      NPAJ=NPA+J
      S(NPA1J,NPAJ)=-1.
50    S(NPA1J,NPAJ-1)=+1.
      S(NP,NP)=+1.
      S(NP,NP1)=-1.
      RETURN
      END
```

C  
-----  
C

```
      SUBROUTINE GERAH(NP,NPA,NPF,INA,INF,E,A,SPA,SPF,H)
      DIMENSION A(10),SPA(11),SPF(11),H(21,20)
      NP1=NP+1
      DO 10 I=1,NP1
      DO 10 J=1,NP
10    H(I,J)=0.
      NPA1=NPA-1
      DO 20 J=1,NPA1
20    H(1,J)=A(J)
      IF(INA .EQ. 0)GO TC 3C
      H(1,NPA1)=A(NPA1)/2.
30    H(2,1)=+1./(E*SPA(1))
      H(2,NPA)=-1./(E*SPA(1))
      DO 40 J=3,NPA
      H(J,J-1)=+1./(E*SPA(J-1))
40    H(J,J-2)=-1./(E*SPA(J-1))
      DO 50 J=1,NPF-2
      NPAJ=NPA+J
      H(NPAJ,NPAJ-1)=+1./(E*SPF(J+1))
50    H(NPAJ,NPAJ)=-1./(E*SPF(J+1))
      H(NP1,NP)=+2./(E*SPF(NPF))
      IF(INF .EQ. 0)GO TO 6C
      H(NP1,NP)=H(NP1,NP)/2.
60    RETURN
      END
```

C  
-----  
C

```
      SUBROUTINE INVER(NW,N,A)
      DIMENSION A(20,20),B(20),C(20),IP(20),IQ(20)
      DO 10 K=1,N
      I=0.
      DO 20 I=K,N
      S=0.
      DO 30 J=K,N
30    S=S+ABS(A(I,J))
      IF(S)40,50,40
40    DO 60 J=K,N
      IF(ABS(A(1,J))-S)T)60,60,70
70    IP(K)=I
      IQ(K)=J
      PIVO=A(I,J)
      I=ABS(PIVO/S)
60    CONTINUE
20    CONTINUE
      IF(T)80,50,80
80    IF(IP(K)-K)90,100,90
```

```
90 DO 110 J=1,N
    IPK=IP(K)
    Z=A(IPK,J)
    A(IPK,J)=A(K,J)
110 A(K,J)=Z
100 IF(IC(K)-K)120,130,120
120 IQK=IQ(K)
    DO 140 I=1,N
        Z=A(I,IQK)
        A(I,IQK)=A(I,K)
140 A(I,K)=Z
130 DO 150 J=1,N
    IF(J-K)160,170,160
170 B(J)=1/PIVO
    C(J)=1.
    GO TO 180
160 B(J)=-A(K,J)/PIVO
    C(J)=A(J,K)
180 A(K,J)=0.
150 A(J,K)=0.
    DO 10 I=1,N
    DO 10 J=1,N
    A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
10 CONTINUE
    DO 190 KAUX=1,N
    K=N-KAUX+1
    IF(IP(K)-K)200,210,200
200 DO 220 I=1,N
    IPK=IP(K)
    Z=A(I,IPK)
    A(I,IPK)=A(I,K)
    A(I,K)=Z
220 CONTINUE
210 IF(IC(K)-K)230,190,230
230 DO 240 J=1,N
    IQK=IQ(K)
    Z=A(IQK,J)
    A(IQK,J)=A(K,J)
    A(K,J)=Z
240 CONTINUE
190 CONTINUE
    GO TO 250
50 WRITE(NW,260)
260 FORMAT(5(/),12X,'PROGRAMA NAC EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')
    CALL EXIT
250 RETURN
    END
```

C  
C  
C

```
      SUBROUTINE GERAFI(N,NP,T,HH,AA)
      INTEGER PN1,P,PL
      DIMENSION T(21,21),AA(300,301)
      NNPI=N*(NP+1)
      DO 10 I=1,NNPI
      DO 10 J=1,NNPI
10 AA(I,J)=0.
      NP2=NP+1
```

C  
C--CONDICCES DE CONTERNO PARA A BASE  
C

```
      DO 20 L=2,NP2
      LN2=2+(L-1)*N
20 AA(L,LN2)=+1.
      AA(1,1)=+1.
```

C  
C--CONDICCES DE CONTERNO PARA O TOPO  
C

```

      DO 30 L=2, NP2
      LN4=L*N-4
      LN3=L*N-3
      LN2=L*N-2
      LN1=L*N-1
      LN=L*N
      ML1=NP+1+L
      AA(ML1, LN4)=-1.
      AA(ML1, LN3)=+6.
      AA(ML1, LN2)=-18.
      AA(ML1, LN1)=+10.
30    AA(ML1, LN)=+3.
      AA(NF+2, N)=+1.
C
C--EQUACOES PARA A BASE
C
      DO 40 L=1, NP2
      ML2=2*NP+2+L
      DO 40 K=1, NP2
      K1N=1+(K-1)*N
      K2N=2+(K-1)*N
      K3N=3+(K-1)*N
      K4N=4+(K-1)*N
      K5N=5+(K-1)*N
      I=L-K
      II=L+K
      IF(I .NE. 0) GO TO 50
      IF(II .EQ. 2) GO TO 50
      G=+1.
      GO TO 60
50    G=0.
60    AA(ML2, K1N)=+11.*G
      AA(ML2, K2N)=-20.*G+12.*(HH**2)*T(L, K)
      AA(ML2, K3N)=+6.*G
      AA(ML2, K4N)=+4.*G
40    AA(ML2, K5N)=-G
C
C--EQUACCES PARA O PENTO GENERICO
C
      DO 70 M=3, N-2
      DO 70 L=1, NP2
      J=(3*NP+3)+(M-3)*(NP+1)+L
      DO 70 K=1, NP2
      MM2=M-2+(K-1)*N
      MM1=M-1+(K-1)*N
      MM=M+(K-1)*N
      MA1=M+1+(K-1)*N
      MA2=M+2+(K-1)*N
      I=L-K
      II=L+K
      IF(I .NE. 0) GO TO 80
      IF(II .EQ. 2) GO TO 80
      G=+1.
      GO TO 90
80    G=0.
90    AA(J, MM2)=-G
      AA(J, MM1)=+16.*G
      AA(J, MM)=-30.*G+12.*(HH**2)*T(L, K)
      AA(J, MA1)=+16.*G
70    AA(J, MA2)=-G
C
C--EQUACCUES PARA O TGPO
C
      P=(N-1)*(NP+1)
      DO 100 L=1, NP2
      PL=P+L
      DO 100 K=1, NP2
      KN4=K*N-4
      KN2=K*N-3

```

```
      II=L+K
      IF(I .NE. 0)GO TO 110
      IF(II .EQ. 2)GO TO 110
      G=+1.
      GO TO 120
110 G=0.
120 AA(PL,KN4)=-G
      AA(PL,KN3)=+4.*G
      AA(PL,KN2)=+6.*G
      AA(PL,KN1)=-20.*G+12.*(HH**2)*T(L,K)
100 AA(PL,KN)=+11.*G
      RETURN
      END
```

C

C-----

C

```
      SUBROUTINE SOLVE(NW,N,A,F)
      DIMENSION A(300,301),F(300)
      NI=N-1
      NS=N+1
```

C

C--POSICIONAMENTO DO VETOR CONSTANTE F NA COLUNA NS DA MATRIZ A

C

```
      DO 10 I=1,N
      A(I,NS)=F(I)
10 CONTINUE
```

C

C--PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS

C

```
      DO 20 L=1,NI
      LS=L+1
      DO 30 I=LS,N
      IF (ABS(A(L,L)) -ABS(A(I,L)))>40,30,30
40 DO 30 J=L,NS
      PRCV=A(L,J)
      A(L,J)=A(I,J)
      A(I,J)=PRCV
30 CONTINUE
```

C

C--DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)

C

```
      PIV=A(L,L)
      DO 50 J=L,NS
50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
```

C

C--REDUÇAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR

C

```
      DO 20 I=LS,N
      M=0
      ELEM=A(I,L)
      DO 20 J=L,NS
      A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
```

C

C--TESTE DO SISTEMA

C

```
      IF(J-NS)>60,70,70
60 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)>20,20,80
80 M=1
      GO TO 20
70 IF(M)>90,90,20
90 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)>100,100,110
100 WRITE(NW,140)
140 FORMAT(5(/),22X,'SOLUCAO INDETERMINADA')
      CALL EXIT
110 WRITE(NW,150)
150 FORMAT(5(/),23X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL')
      CALL EXIT
20 CONTINUE
      A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
```

```
A(N,N)=1.  
C  
C--DIAGONALIZACAO DE JORDAN  
C  
  DO 120 I=1,NI  
    IS=I+1  
    DO 120 K=IS,N  
      VAL=A(I,K)  
      DO 120 J=K,NS  
        120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)  
C  
C--EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLOCAMENTOS)  
C  
  DO 130 I=1,N  
    130 F(I)=A(I,NS)  
    RETURN  
  END
```

## 2.5 - EXEMPLOS

Os exemplos aqui apresentados, além da finalidade de testar o programa, servem também para que sejam tiradas algumas conclusões sobre o comportamento dos edifícios tubulares quando submetidos a um carregamento lateral centrado. Maiores considerações sobre estes assuntos são feitas na Parte VI do presente trabalho.

Adianta-se que foram detectadas certas imprecisões nos resultados das forças normais nos pilares de alma, na região próxima da base. Tal fato é explicado e comentado no item 6.2 (Parte VI).

### 2.5.1 - Exemplo 1

Trata-se de um edifício tubular, em concreto armado, com 15 andares e planta retangular. As vigas e os pilares apresentam seção transversal constante, iguais a 20cm x 60cm e 30cm x 30cm, respectivamente. A altura dos andares é de 300cm. Foi adotado para o módulo de elasticidade longitudinal o valor de  $200\text{tf/cm}^2$ .

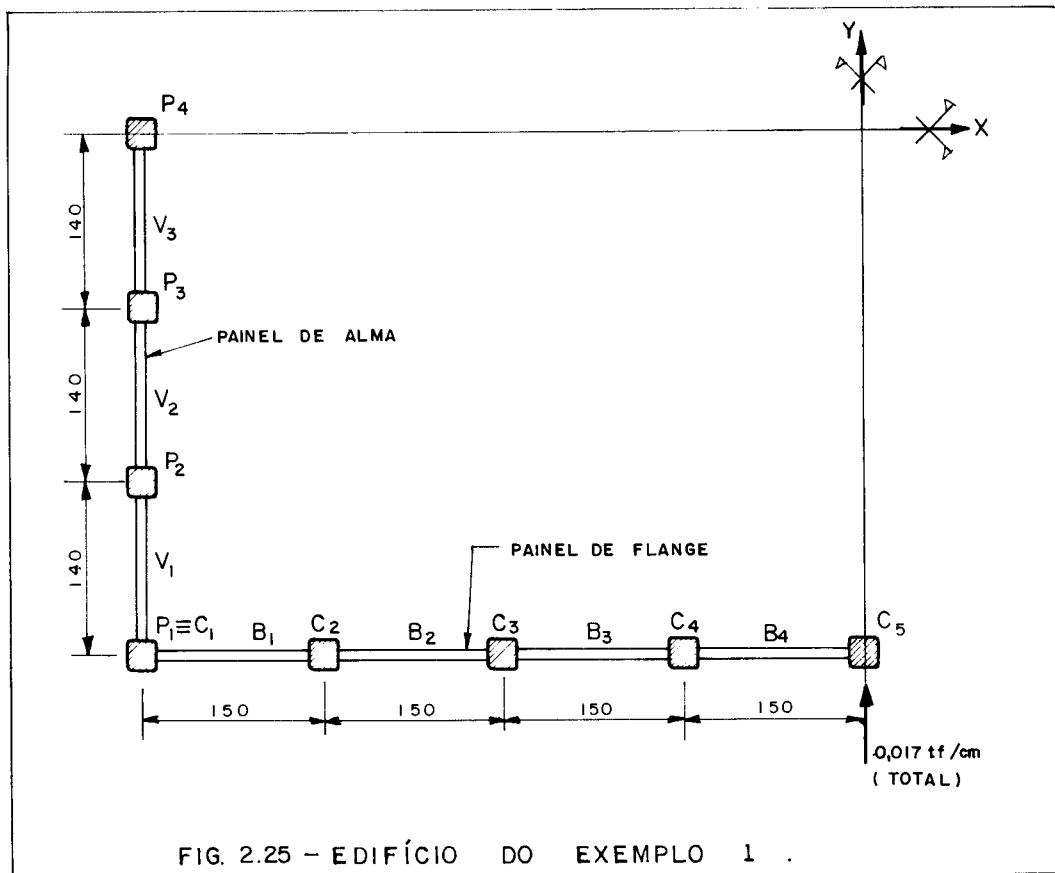
A carga de vento aplicada segundo o eixo  $Oy$  é igual a  $0,017\text{tf/cm}$ .

Na fig. 2.25 é mostrada a planta do edifício, com as distâncias expressas em centímetros.

Para que os resultados tenham uma boa precisão, e se situem ao nível de cada piso, foram usados 18 pontos para aplicação das diferenças finitas (pontos 1 e 18 fictícios, fora da estrutura, e 2 a 17 na estrutura).

MENON (7) já analisou este mesmo edifício por um processo discreto, e os resultados serão posteriormente comparados.





Na estrutura em questão, a altura das vigas corresponde a 20% da altura dos andares e a largura dos pilares a 21,4% e 20% de seus espaçamentos, respectivamente na alma e no flange. Para se ter, então, uma idéia da influência das juntas nos resultados, usou-se duas vezes o programa, a primeira sem considerar as suas dimensões, e a segunda considerando. A saída obtida para a primeira situação é apresentada, a seguir, nas pags. 77 a 79, e para a segunda, nas pags. 80 a 82. Nas figs. 2.26 a 2.40 (pags. 83 a 97), os resultados destas duas situações são comparados entre si e com aqueles obtidos no processo discreto, o qual não considera as dimensões das juntas.

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* PROGRAMA FESTUB - I \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
JUNTAS NAO CONSIDERADAS //// UNIDADES- FORCA=TF - COMPRIMENTO=CM

DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA  
-----

|                    |                   |                    |        |
|--------------------|-------------------|--------------------|--------|
| ALTURA DO EDIFICIO | NUMERO DE ANDARES | ALTURA DOS ANDARES |        |
| 4500.00            | 15                | 300.00             |        |
| PILARES DA ALMA    | PILARES DO FLANGE | MOD. FLASTICIDADE  | PONTOS |
| 7                  | 9                 | 200.00             | 18     |

SEMI-PAINEL DE ALMA  
-----

| PILAR | AREA   | INERCIA  | JUNTAS  |        |
|-------|--------|----------|---------|--------|
|       |        |          | LARGURA | ALTURA |
| P 1   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| P 2   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| P 3   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| P 4   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |

| VIGA | VAJ    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| V 1  | 140.00 | 360000.00 |
| V 2  | 140.00 | 360000.00 |
| V 3  | 140.00 | 360000.00 |

SEMI-PAINEL DE FLANGE  
-----

| PILAR | AREA   | INERCIA  | JUNTAS  |        |
|-------|--------|----------|---------|--------|
|       |        |          | LARGURA | ALTURA |
| C 1   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| C 2   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| C 3   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| C 4   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |
| C 5   | 900.00 | 67500.00 | 0.00    | 0.00   |

| VIGA | VAJ    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| B 1  | 150.00 | 360000.00 |
| B 2  | 150.00 | 360000.00 |
| B 3  | 150.00 | 360000.00 |
| B 4  | 150.00 | 360000.00 |

CARGA LATERAL APLICADA  
-----

DISTRIBUIDA LINEAR.....BASE= 0.0170

TOPO= 0.0170

DISTORCAO E DESLOCAMENTO LATERAL DO EDIFICIO

| ELEVACAO | DISTORCAO | DESL. LATERAL |
|----------|-----------|---------------|
| 0.00     | 0.0034457 | 0.0000        |
| 300.00   | 0.0034725 | 1.0377        |
| 600.00   | 0.0034151 | 2.0709        |
| 900.00   | 0.0033031 | 3.0786        |
| 1200.00  | 0.0031534 | 4.0471        |
| 1500.00  | 0.0029762 | 4.9665        |
| 1800.00  | 0.0027781 | 5.8297        |
| 2100.00  | 0.0025639 | 6.6310        |
| 2400.00  | 0.0023371 | 7.3662        |
| 2700.00  | 0.0021007 | 8.0318        |
| 3000.00  | 0.0018572 | 8.6255        |
| 3300.00  | 0.0016091 | 9.1454        |
| 3600.00  | 0.0013588 | 9.5906        |
| 3900.00  | 0.0011093 | 9.9608        |
| 4200.00  | 0.0008640 | 10.2568       |
| 4500.00  | 0.0006276 | 10.4806       |

FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

\*\* PILAR DE CANTO E PILARES DA ALMA

| ELEVACAO | PILAR P 1 | PILAR P 2 | PILAR P 3 |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 57.91     | 3.62      | 7.12      |
| 300.00   | 42.26     | 10.07     | 4.57      |
| 600.00   | 31.26     | 12.06     | 3.93      |
| 900.00   | 23.08     | 12.00     | 3.87      |
| 1200.00  | 16.74     | 11.00     | 3.89      |
| 1500.00  | 11.71     | 9.64      | 3.80      |
| 1800.00  | 7.65      | 8.18      | 3.60      |
| 2100.00  | 4.39      | 6.78      | 3.30      |
| 2400.00  | 1.77      | 5.50      | 2.93      |
| 2700.00  | -0.24     | 4.37      | 2.53      |
| 3000.00  | -1.71     | 3.42      | 2.10      |
| 3300.00  | -2.65     | 2.63      | 1.66      |
| 3600.00  | -3.03     | 1.98      | 1.21      |
| 3900.00  | -2.80     | 1.42      | 0.76      |
| 4200.00  | -1.96     | 0.84      | 0.33      |
| 4500.00  | -0.00     | -0.00     | 0.00      |

\*\* PILARES DO FLANGE

| ELEVACAO | PILAR C 2 | PILAR C 3 | PILAR C 4 | PILAR C 5 |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 22.15     | 8.82      | 6.16      | 5.05      |
| 300.00   | 21.11     | 8.95      | 6.04      | 5.07      |
| 600.00   | 18.33     | 9.04      | 5.83      | 5.05      |
| 900.00   | 16.17     | 8.84      | 5.63      | 4.91      |
| 1200.00  | 13.49     | 8.37      | 5.40      | 4.70      |
| 1500.00  | 10.97     | 7.72      | 5.12      | 4.43      |
| 1800.00  | 8.69      | 6.95      | 4.79      | 4.13      |
| 2100.00  | 6.65      | 6.11      | 4.39      | 3.78      |
| 2400.00  | 4.91      | 5.27      | 3.94      | 3.40      |
| 2700.00  | 3.45      | 4.43      | 3.44      | 2.99      |
| 3000.00  | 2.25      | 3.63      | 2.91      | 2.54      |
| 3300.00  | 1.33      | 2.86      | 2.36      | 2.07      |
| 3600.00  | 0.68      | 2.13      | 1.78      | 1.57      |
| 3900.00  | 0.27      | 1.42      | 1.19      | 1.06      |
| 4200.00  | 0.07      | 0.72      | 0.59      | 0.54      |

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

\*\* VIGAS DA ALMA

| ELEVACAO | VIGA V 1 | VIGA V 2 | VIGA V 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 9.39     | 4.51     | 6.59     |
| 300.00   | 14.77    | 11.11    | 12.37    |
| 600.00   | 12.24    | 11.52    | 11.75    |
| 900.00   | 10.50    | 11.15    | 11.13    |
| 1200.00  | 9.18     | 10.42    | 10.45    |
| 1500.00  | 8.10     | 9.54     | 9.68     |
| 1800.00  | 7.15     | 8.59     | 8.95     |
| 2100.00  | 6.27     | 7.62     | 7.96     |
| 2400.00  | 5.44     | 6.65     | 7.04     |
| 2700.00  | 4.63     | 5.67     | 6.09     |
| 3000.00  | 3.83     | 4.70     | 5.13     |
| 3300.00  | 3.02     | 3.73     | 4.18     |
| 3600.00  | 2.19     | 2.78     | 3.23     |
| 3900.00  | 1.31     | 1.86     | 2.30     |
| 4200.00  | 0.34     | 1.00     | 1.40     |
| 4500.00  | -0.47    | 0.14     | 0.26     |

\*\* VIGAS DO FLANGE

| ELEVACAO | VIGA B 1 | VIGA B 2 | VIGA B 3 | VIGA B 4 |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | -0.07    | 0.00     | -0.00    | 0.00     |
| 300.00   | 1.97     | 0.00     | 0.19     | -0.01    |
| 600.00   | 2.96     | 0.30     | 0.25     | 0.04     |
| 900.00   | 3.35     | 0.65     | 0.30     | 0.09     |
| 1200.00  | 3.55     | 0.95     | 0.37     | 0.12     |
| 1500.00  | 3.59     | 1.18     | 0.45     | 0.14     |
| 1800.00  | 3.51     | 1.35     | 0.53     | 0.16     |
| 2100.00  | 3.35     | 1.46     | 0.61     | 0.18     |
| 2400.00  | 3.14     | 1.52     | 0.68     | 0.20     |
| 2700.00  | 2.89     | 1.56     | 0.73     | 0.22     |
| 3000.00  | 2.63     | 1.57     | 0.78     | 0.23     |
| 3300.00  | 2.36     | 1.57     | 0.82     | 0.24     |
| 3600.00  | 2.10     | 1.56     | 0.84     | 0.25     |
| 3900.00  | 1.87     | 1.56     | 0.86     | 0.26     |
| 4200.00  | 1.69     | 1.57     | 0.86     | 0.27     |
| 4500.00  | 0.81     | 0.79     | 0.43     | 0.14     |

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* PROGRAMA FSTUB - L \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

JUNTAS CONSIDERADAS /// UNIDADES- FORCA=TF - COMPRIMENTO=CM

DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA  
-----

|                    |                   |                    |        |
|--------------------|-------------------|--------------------|--------|
| ALTURA DO EDIFICIO | NUMERO DE ANDARES | ALTURA DOS ANDARES |        |
| 4500.00            | 15                | 300.00             |        |
| PILARES DA ALMA    | PILARES DO FLANGE | MOD. ELASTICIDADE  | PONTOS |
| 7                  | 9                 | 200.00             | 18     |

SEMI-PAINEL DE ALMA  
-----

| PILAR | AREA   | INERCIA  | JUNTAS  |        |
|-------|--------|----------|---------|--------|
|       |        |          | LARGURA | ALTURA |
| P 1   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| P 2   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| P 3   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| P 4   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |

| VIGA | VAZ    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| V 1  | 140.00 | 360000.00 |
| V 2  | 140.00 | 360000.00 |
| V 3  | 140.00 | 360000.00 |

SEMI-PAINEL DE FLANGE  
-----

| PILAR | AREA   | INERCIA  | JUNTAS  |        |
|-------|--------|----------|---------|--------|
|       |        |          | LARGURA | ALTURA |
| C 1   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| C 2   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| C 3   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| C 4   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |
| C 5   | 900.00 | 67500.00 | 30.00   | 60.00  |

| VIGA | VAZ    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| B 1  | 150.00 | 360000.00 |
| B 2  | 150.00 | 360000.00 |
| B 3  | 150.00 | 360000.00 |
| B 4  | 150.00 | 360000.00 |

CARGA LATERAL APLICADA  
-----

DISTORCAO E DESLOCAMENTO LATERAL DO EDIFICIO

| ELEVACAO | DISTORCAO | DESL. LATERAL |
|----------|-----------|---------------|
| 0.00     | 0.0017551 | 0.0000        |
| 300.00   | 0.0018435 | 0.5398        |
| 600.00   | 0.0018591 | 1.0952        |
| 900.00   | 0.0018325 | 1.6489        |
| 1200.00  | 0.0017782 | 2.1005        |
| 1500.00  | 0.0017039 | 2.7128        |
| 1800.00  | 0.0016143 | 3.2105        |
| 2100.00  | 0.0015126 | 3.6796        |
| 2400.00  | 0.0014013 | 4.1167        |
| 2700.00  | 0.0012825 | 4.5192        |
| 3000.00  | 0.0011579 | 4.8853        |
| 3300.00  | 0.0010294 | 5.2134        |
| 3600.00  | 0.0008987 | 5.5026        |
| 3900.00  | 0.0007678 | 5.7526        |
| 4200.00  | 0.0006394 | 5.9636        |
| 4500.00  | 0.0005173 | 6.1371        |

FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

\*\* PILAR DE CANTO E PILARES DA ALMA

| ELEVACAO | PILAR P 1 | PILAR P 2 | PILAR P 3 |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 49.62     | 6.76      | 7.16      |
| 300.00   | 34.79     | 12.41     | 4.89      |
| 600.00   | 25.42     | 12.91     | 4.63      |
| 900.00   | 18.78     | 11.73     | 4.58      |
| 1200.00  | 13.73     | 10.04     | 4.36      |
| 1500.00  | 9.74      | 8.29      | 3.96      |
| 1800.00  | 6.53      | 6.64      | 3.46      |
| 2100.00  | 3.91      | 5.17      | 2.92      |
| 2400.00  | 1.81      | 3.90      | 2.39      |
| 2700.00  | 0.16      | 2.85      | 1.90      |
| 3000.00  | -1.07     | 2.00      | 1.47      |
| 3300.00  | -1.89     | 1.36      | 1.10      |
| 3600.00  | -2.28     | 0.91      | 0.77      |
| 3900.00  | -2.18     | 0.62      | 0.47      |
| 4200.00  | -1.50     | 0.39      | 0.20      |
| 4500.00  | -0.00     | -0.00     | -0.00     |

\*\* PILARES DO FLANGE

| ELEVACAO | PILAR C 2 | PILAR C 3 | PILAR C 4 | PILAR C 5 |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 22.17     | 11.21     | 8.60      | 7.64      |
| 300.00   | 20.87     | 11.28     | 8.46      | 7.63      |
| 600.00   | 18.16     | 11.13     | 8.20      | 7.51      |
| 900.00   | 15.26     | 10.54     | 7.90      | 7.25      |
| 1200.00  | 12.50     | 9.65      | 7.50      | 6.89      |
| 1500.00  | 10.00     | 8.60      | 6.99      | 6.46      |
| 1800.00  | 7.80      | 7.49      | 6.40      | 5.97      |
| 2100.00  | 5.89      | 6.38      | 5.74      | 5.42      |
| 2400.00  | 4.24      | 5.33      | 5.05      | 4.92      |
| 2700.00  | 2.87      | 4.34      | 4.32      | 4.19      |
| 3000.00  | 1.78      | 3.45      | 3.59      | 3.52      |
| 3300.00  | 0.94      | 2.64      | 2.86      | 2.93      |
| 3600.00  | 0.35      | 1.91      | 2.14      | 2.13      |
| 3900.00  | 0.04      | 1.25      | 1.42      | 1.43      |
| 4200.00  | -0.06     | 0.62      | 0.71      | 0.72      |
| 4500.00  | -0.00     | 0.00      | 0.00      | -0.00     |

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

\*\* VIGAS DA ALMA

| ELEVACAO | VIGA V 1 | VIGA V 2 | VIGA V 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 9.42     | 4.47     | 6.60     |
| 300.00   | 13.95    | 11.78    | 12.52    |
| 600.00   | 11.42    | 12.02    | 12.08    |
| 900.00   | 9.87     | 11.39    | 11.53    |
| 1200.00  | 8.74     | 10.50    | 10.92    |
| 1500.00  | 7.81     | 9.52     | 9.99     |
| 1800.00  | 6.97     | 8.54     | 9.07     |
| 2100.00  | 6.19     | 7.56     | 8.10     |
| 2400.00  | 5.43     | 6.59     | 7.10     |
| 2700.00  | 4.68     | 5.63     | 6.09     |
| 3000.00  | 3.93     | 4.67     | 5.07     |
| 3300.00  | 3.17     | 3.71     | 4.06     |
| 3600.00  | 2.39     | 2.75     | 3.06     |
| 3900.00  | 1.56     | 1.81     | 2.09     |
| 4200.00  | 0.65     | 0.91     | 1.17     |
| 4500.00  | -0.22    | 0.08     | 0.14     |

\*\* VIGAS DO FLANGE

| ELEVACAO | VIGA B 1 | VIGA B 2 | VIGA B 3 | VIGA B 4 |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 0.00     | -0.00    | 0.00     | 0.00     |
| 300.00   | 2.53     | 0.20     | 0.26     | 0.02     |
| 600.00   | 3.65     | 0.77     | 0.37     | 0.10     |
| 900.00   | 4.13     | 1.28     | 0.51     | 0.16     |
| 1200.00  | 4.29     | 1.65     | 0.65     | 0.20     |
| 1500.00  | 4.24     | 1.88     | 0.79     | 0.23     |
| 1800.00  | 4.08     | 2.01     | 0.89     | 0.26     |
| 2100.00  | 3.84     | 2.06     | 0.97     | 0.29     |
| 2400.00  | 3.56     | 2.05     | 1.03     | 0.31     |
| 2700.00  | 3.24     | 2.00     | 1.06     | 0.33     |
| 3000.00  | 2.97     | 1.93     | 1.08     | 0.34     |
| 3300.00  | 2.56     | 1.85     | 1.08     | 0.35     |
| 3600.00  | 2.23     | 1.77     | 1.08     | 0.35     |
| 3900.00  | 1.93     | 1.72     | 1.08     | 0.36     |
| 4200.00  | 1.69     | 1.69     | 1.07     | 0.36     |
| 4500.00  | 0.79     | 0.85     | 0.53     | 0.18     |

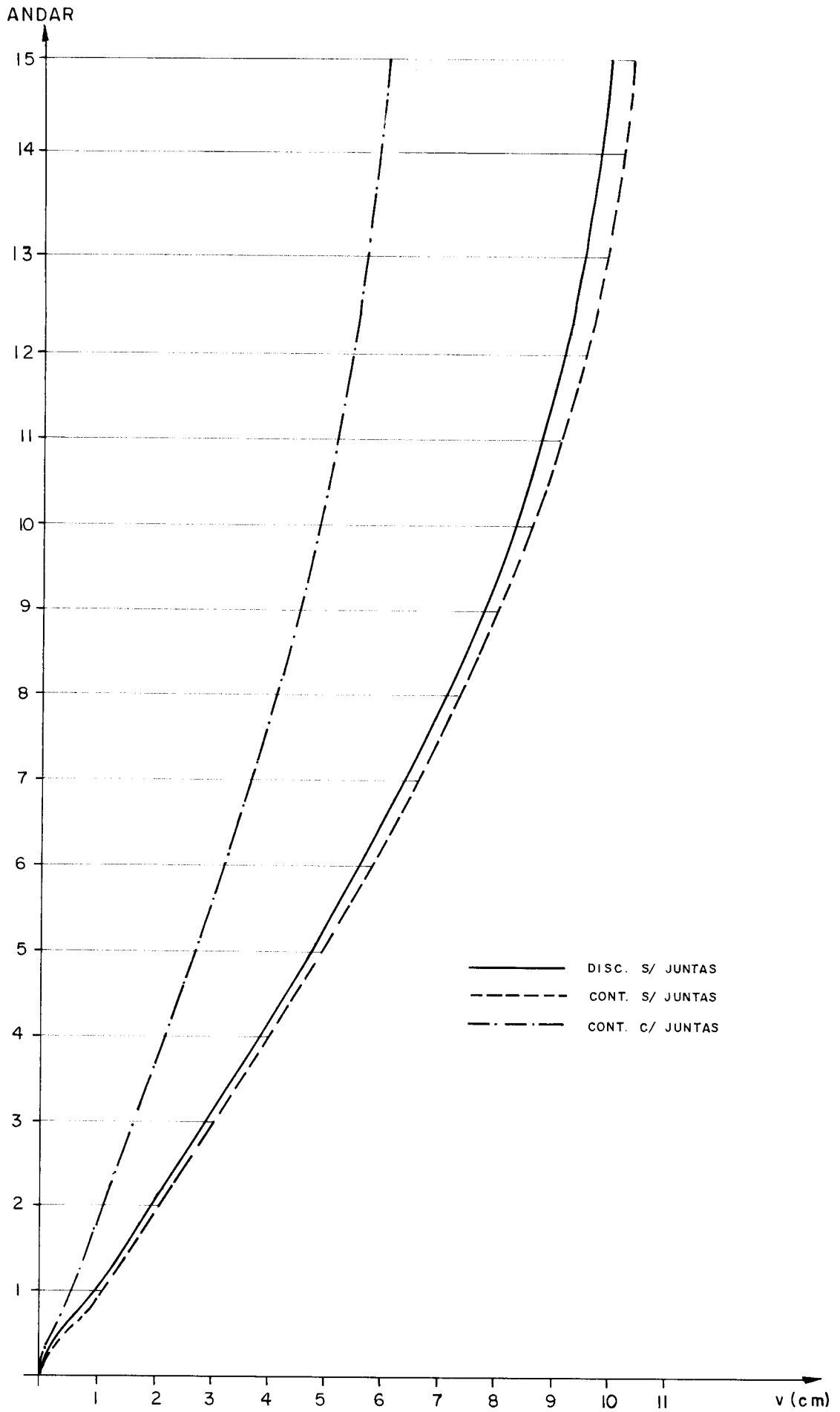


FIG. 2.26. DESLOZAMIENTOS LATERALES



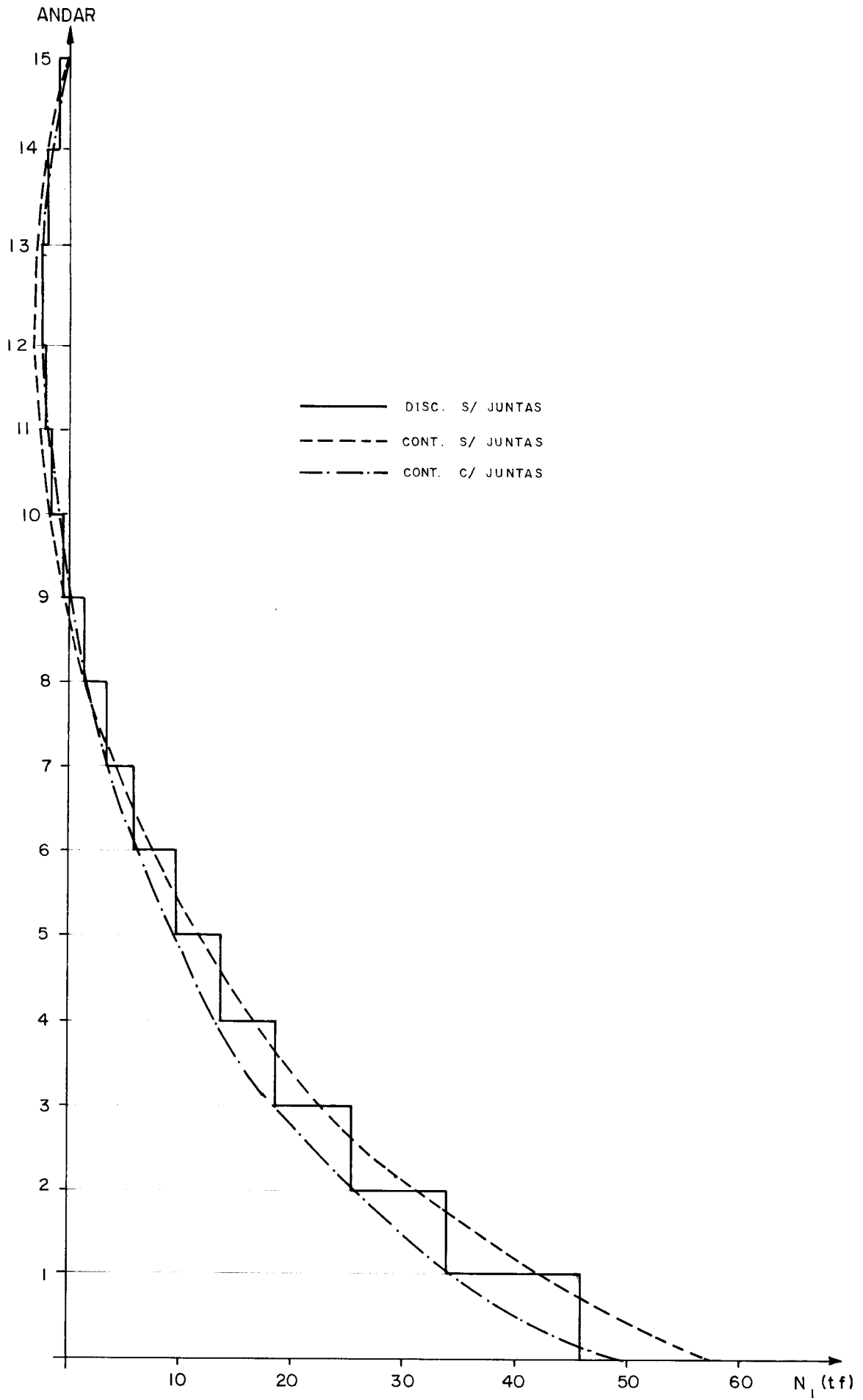


FIG. 2.27 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_1 \equiv C_1$

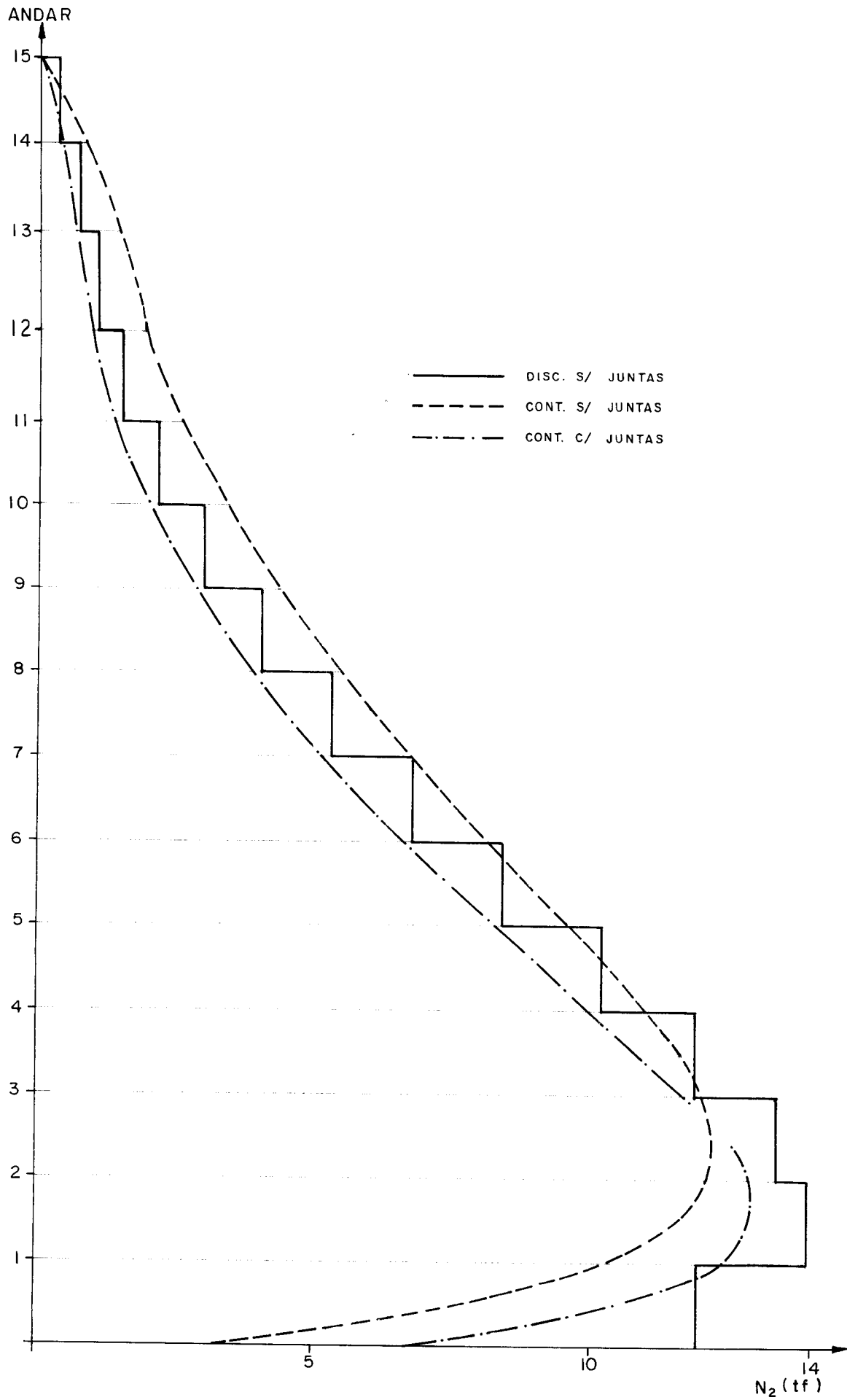


FIG. 2.28 - FORÇAS NORMAIS NO PIVÔ DE

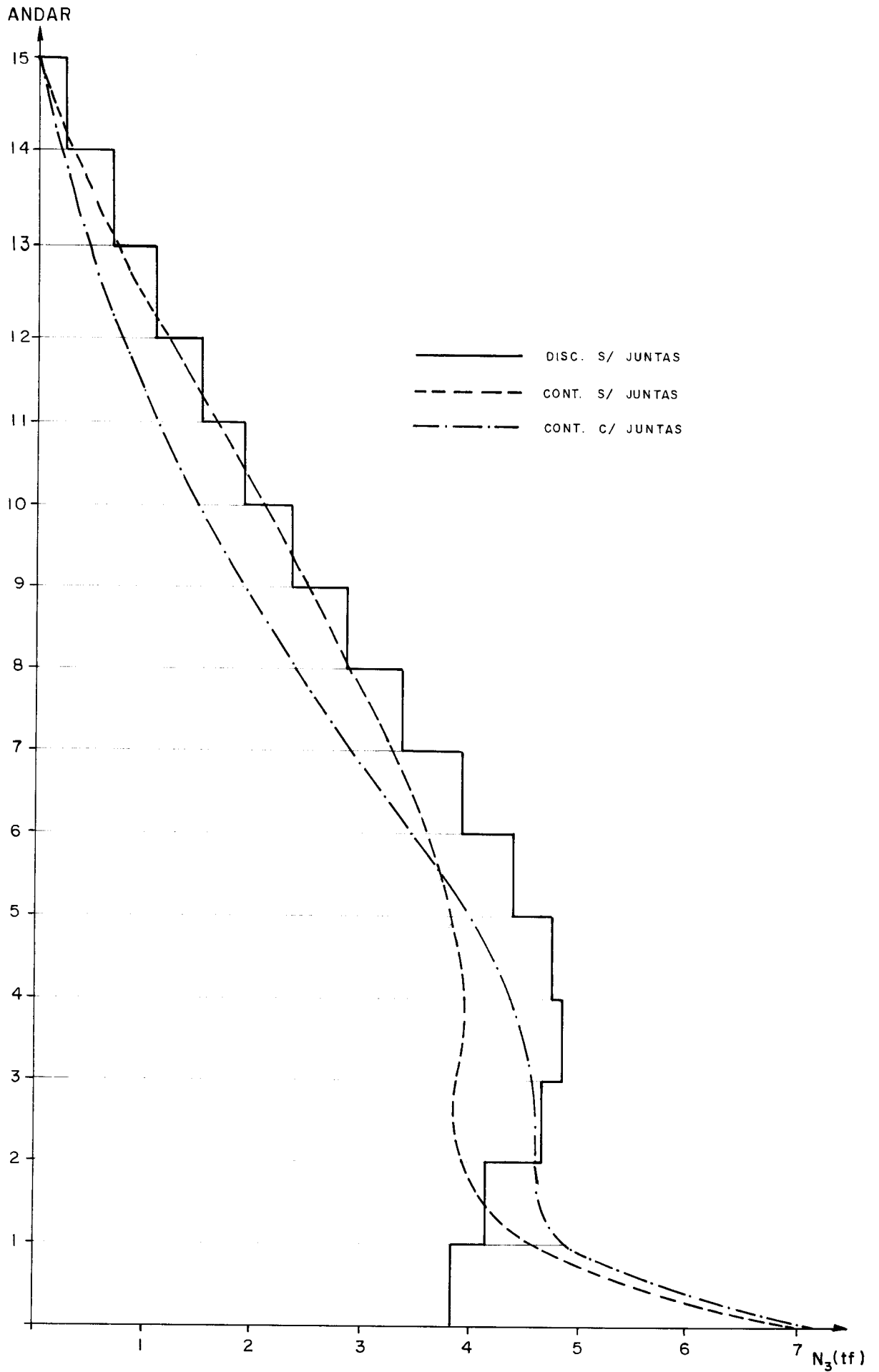
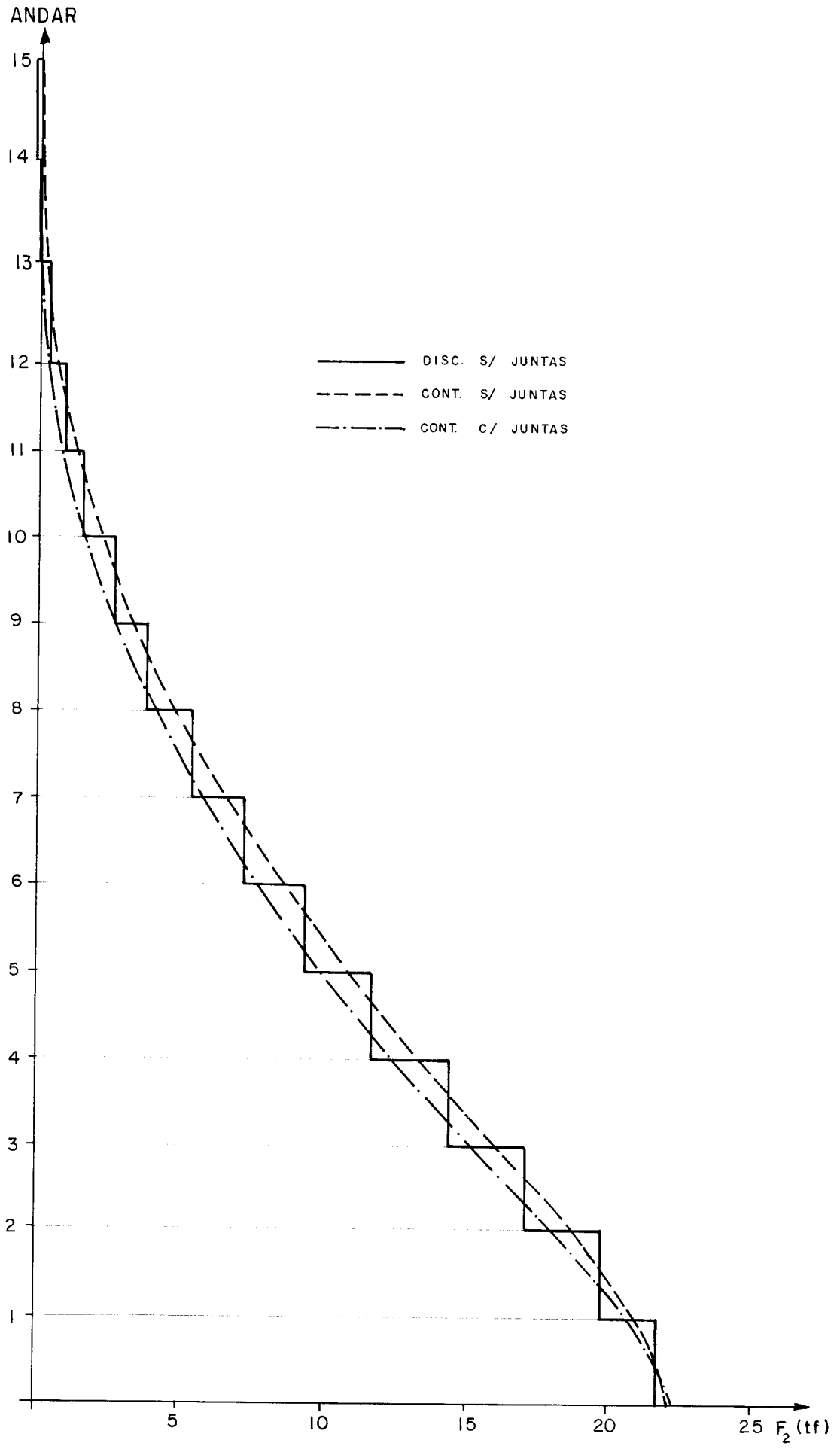


FIG. 2.29 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_3$



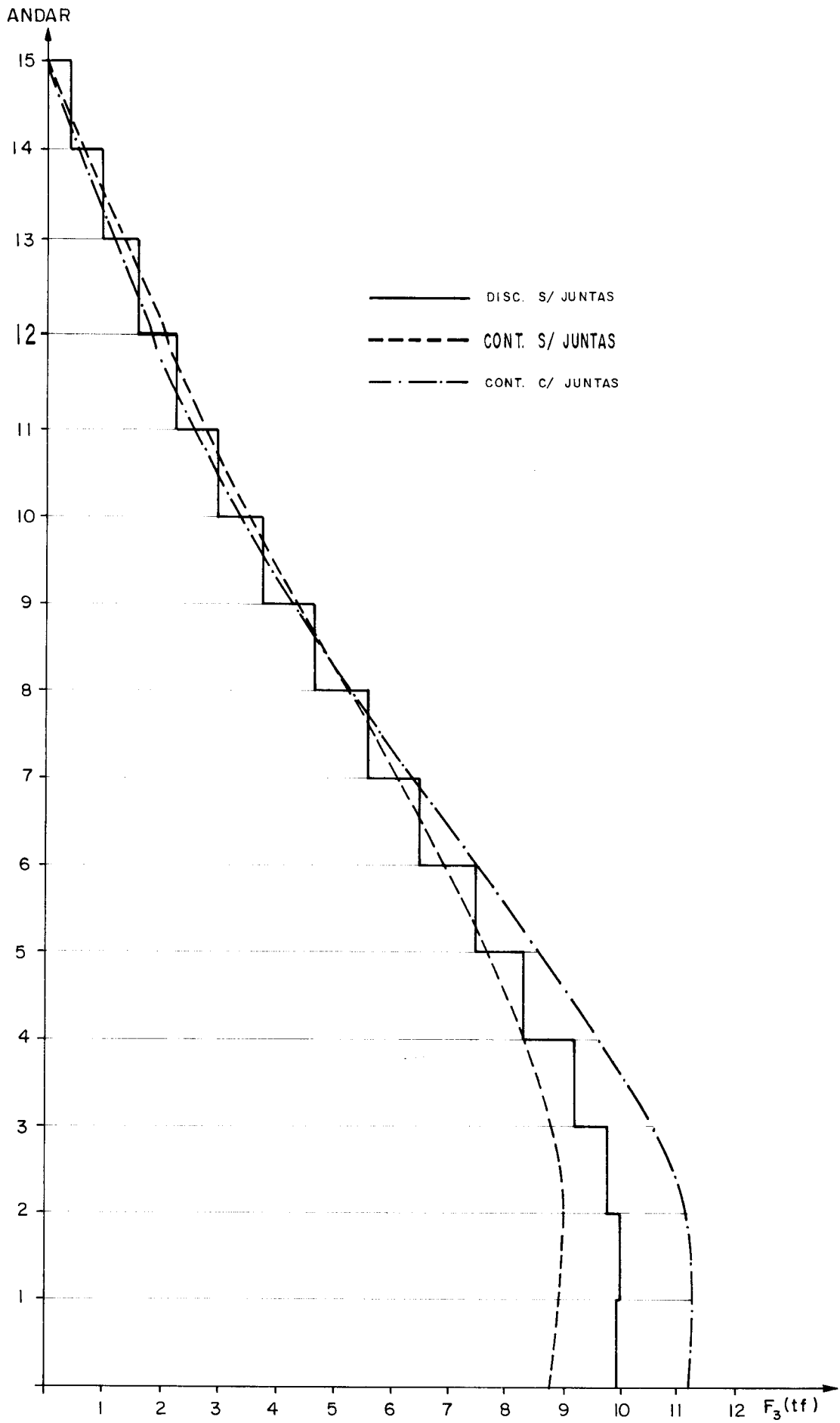


FIG. 2.31 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>3</sub>

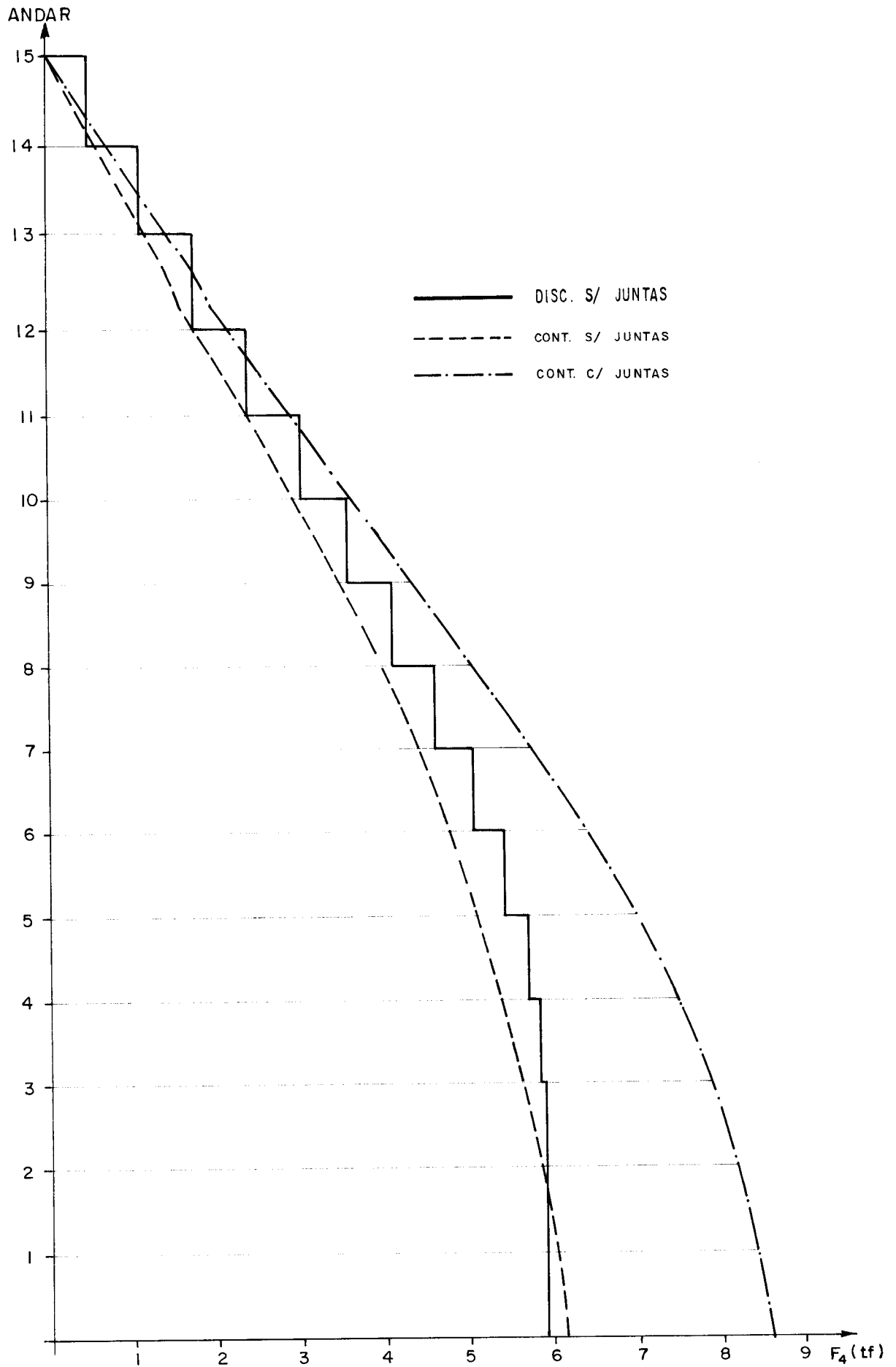


FIG. 2.32 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>4</sub>

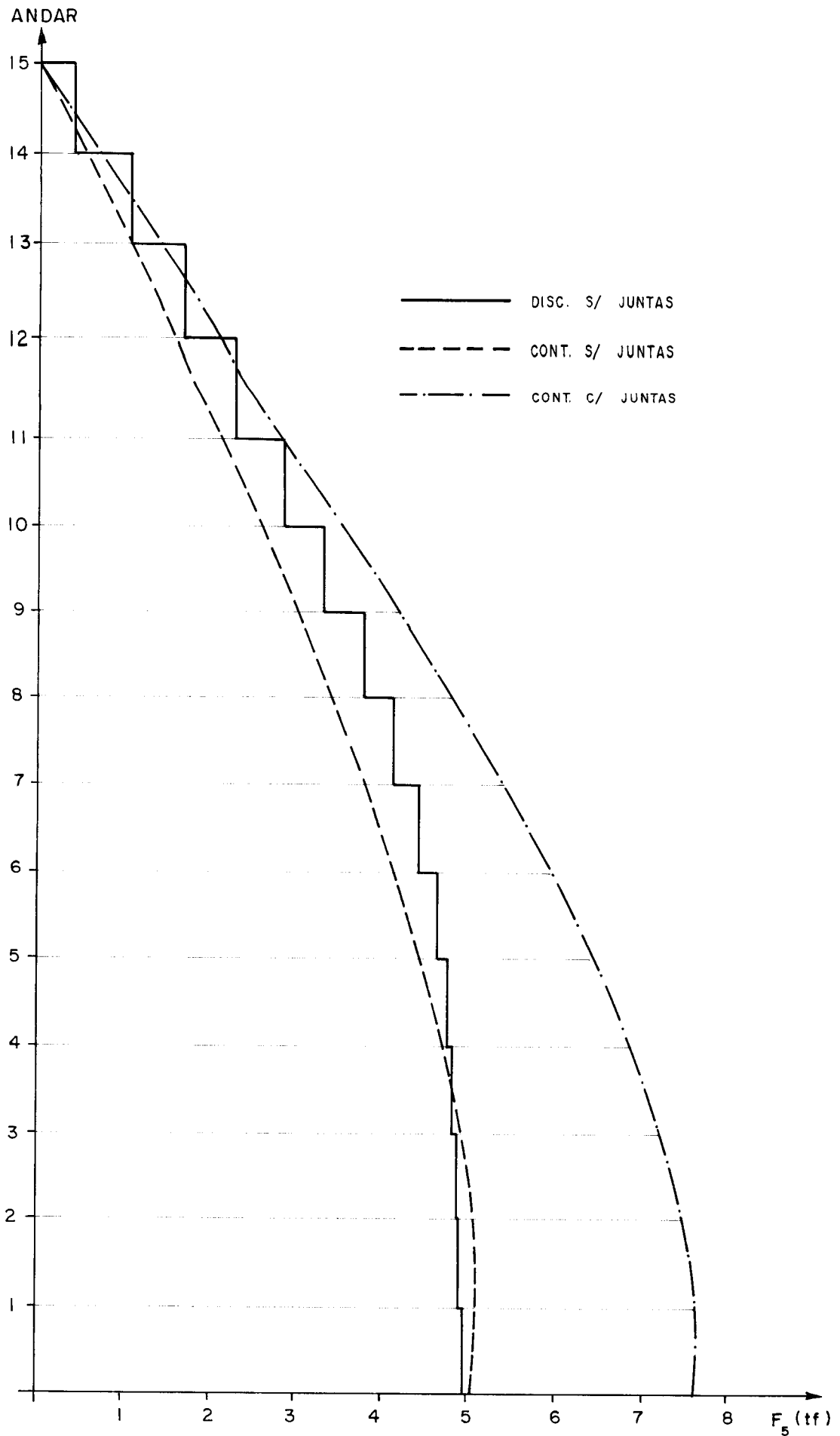


FIG. 2.33 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>5</sub>

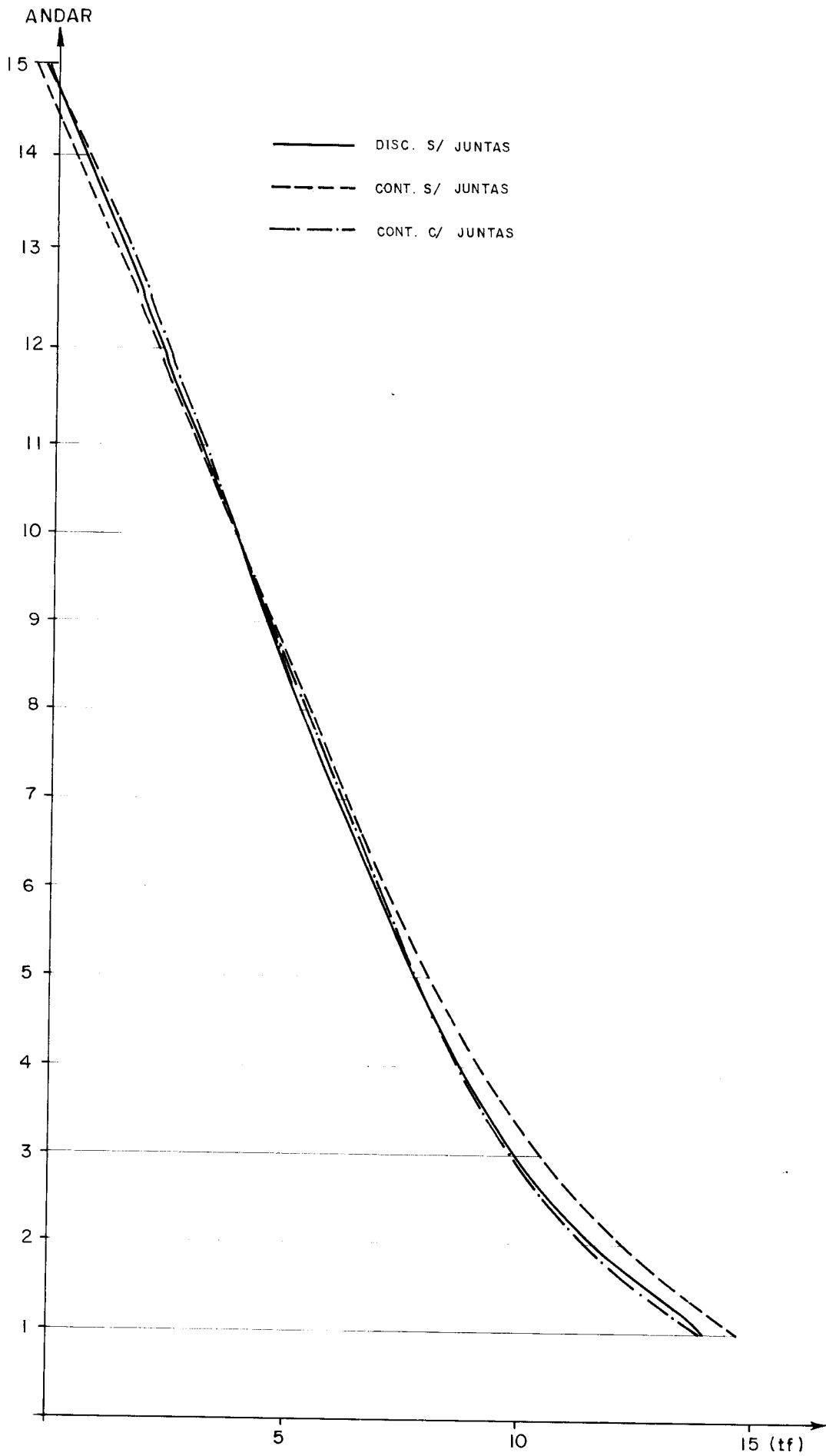
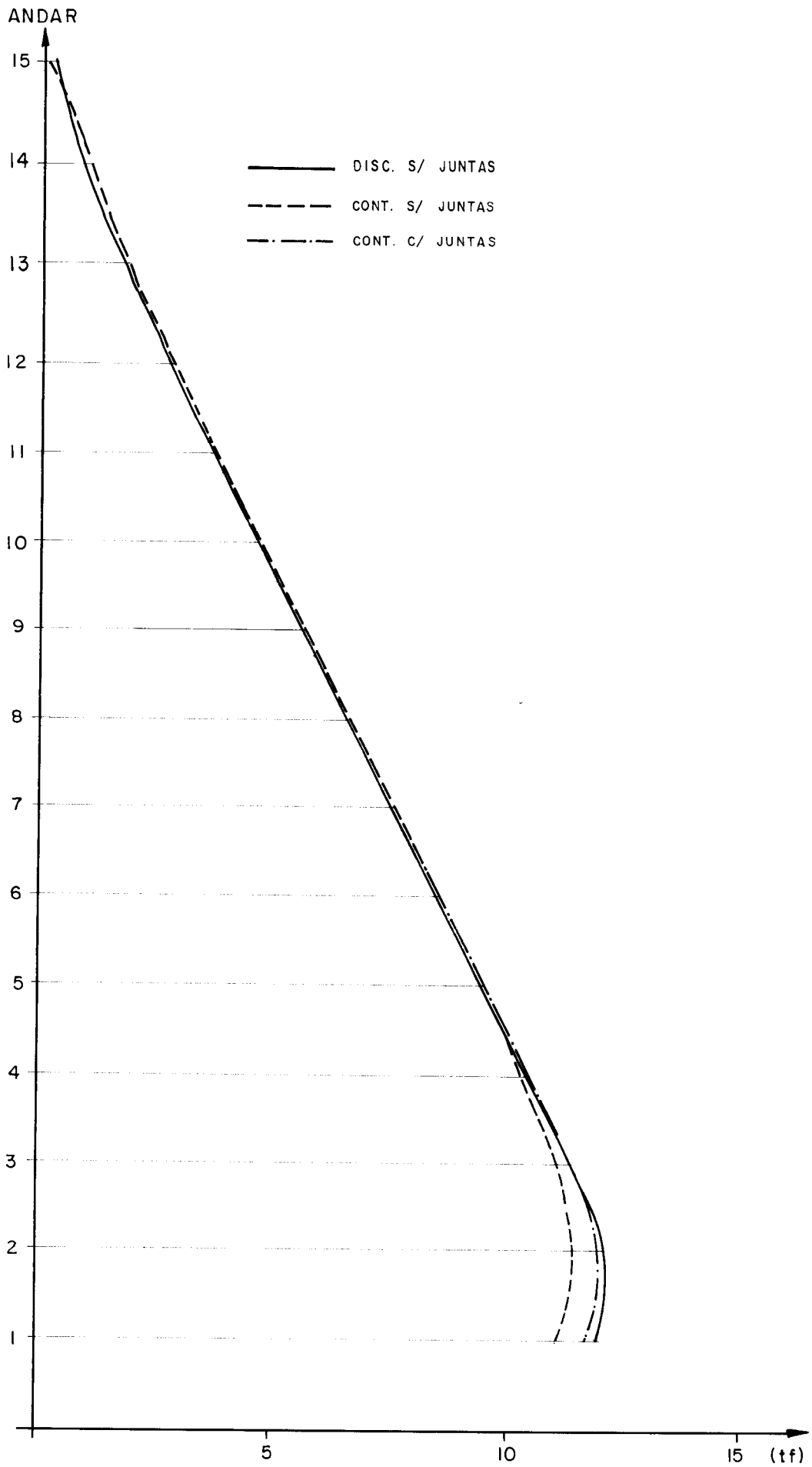


FIG. 2.34 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS V.





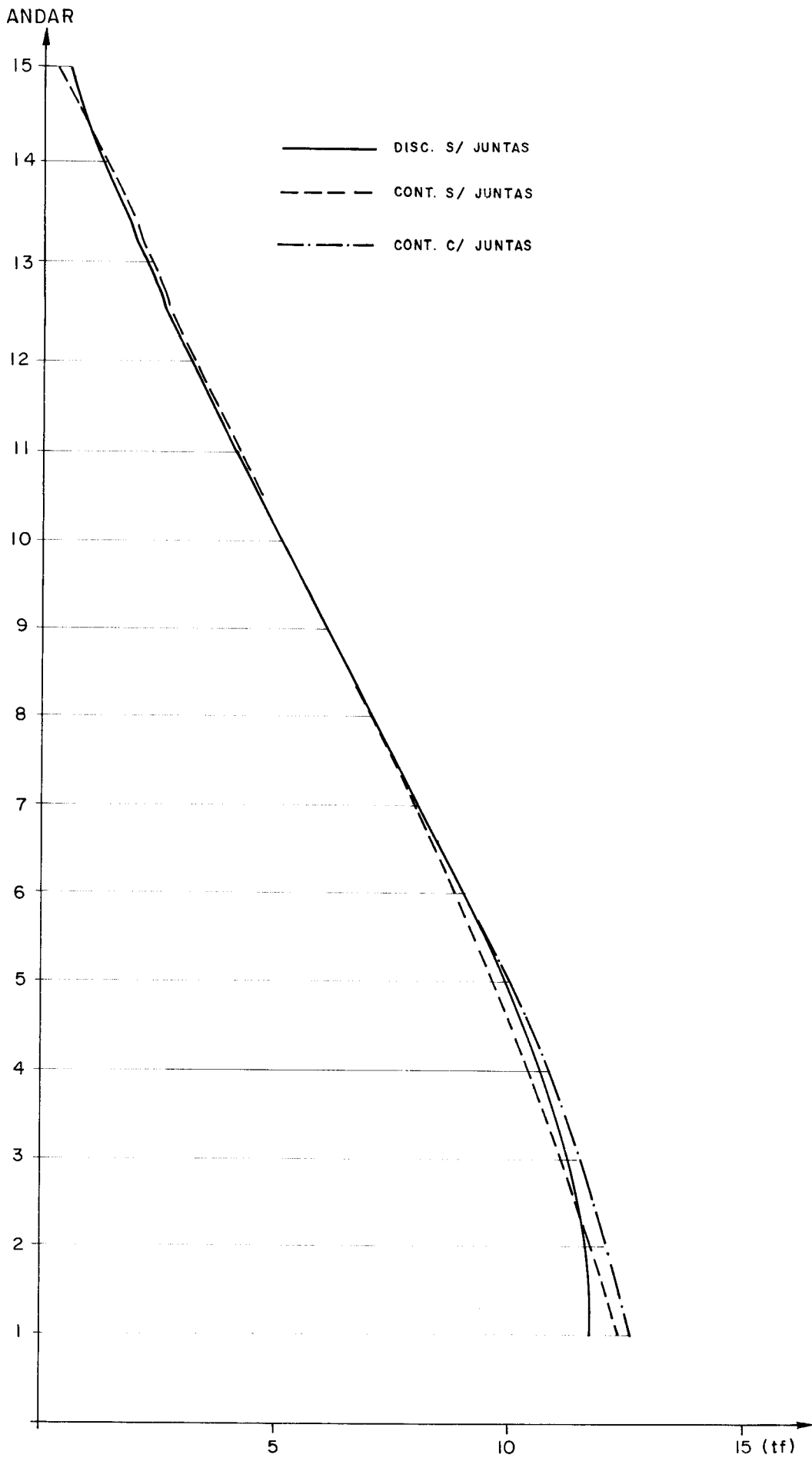


FIG. 2.36 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS V<sub>3</sub>

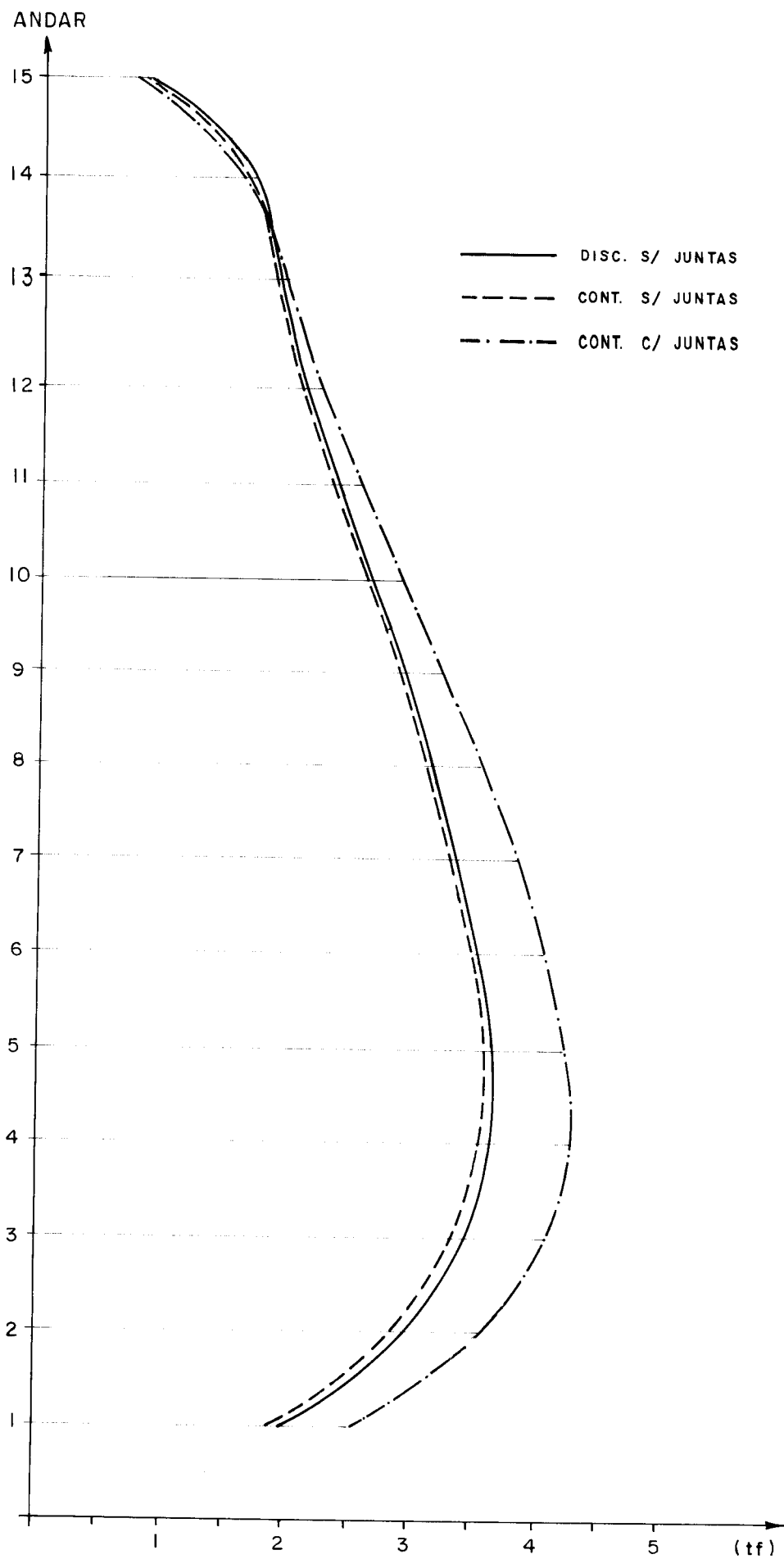
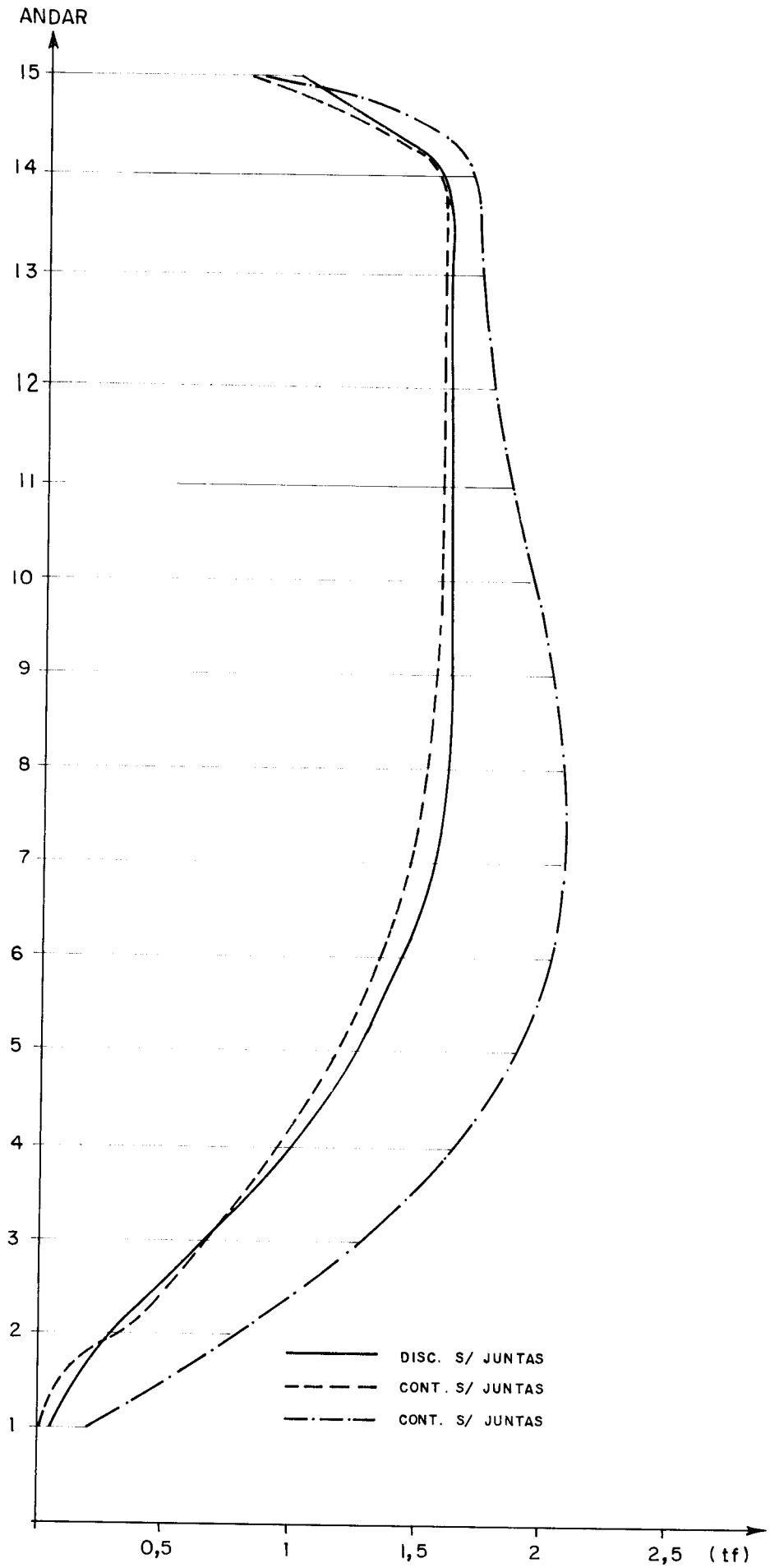


FIG. 2.37 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS D.



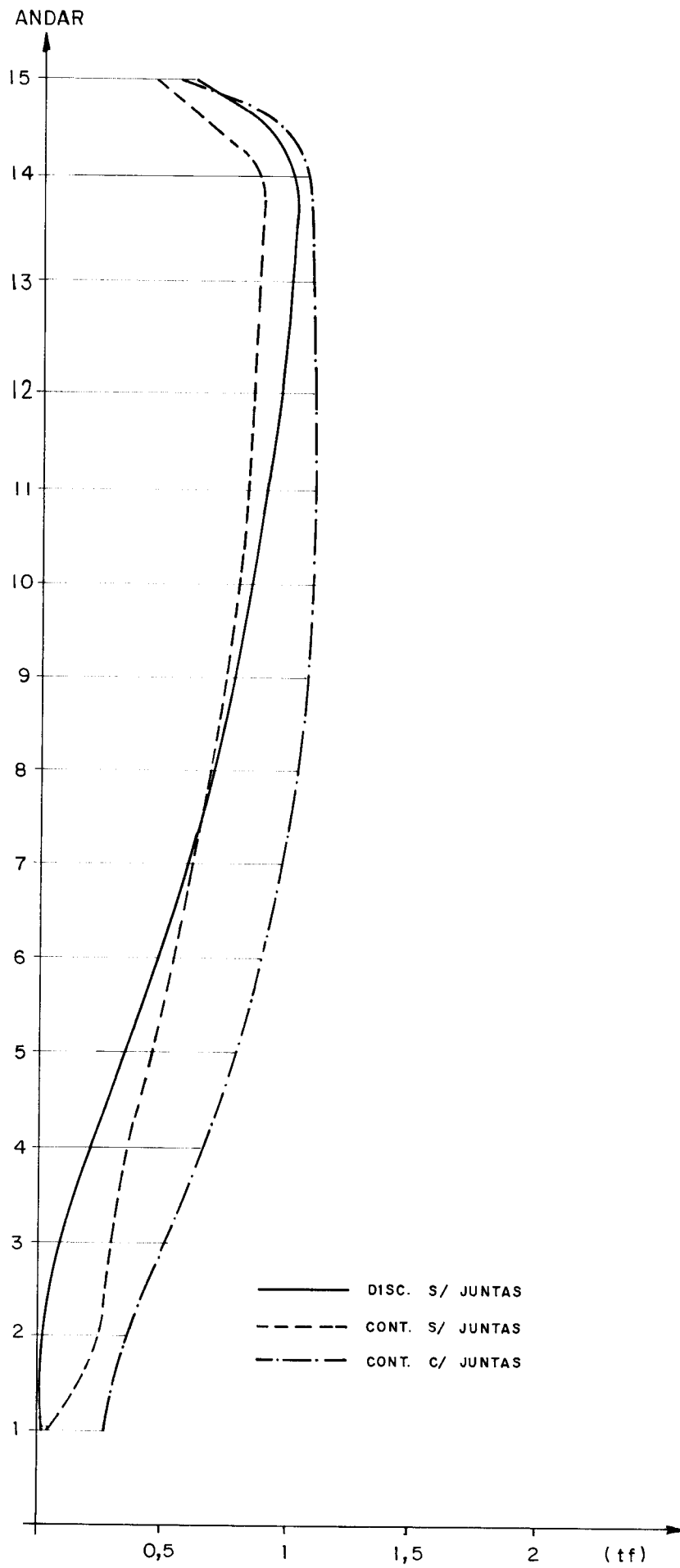


FIG. 2.39 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>3</sub>

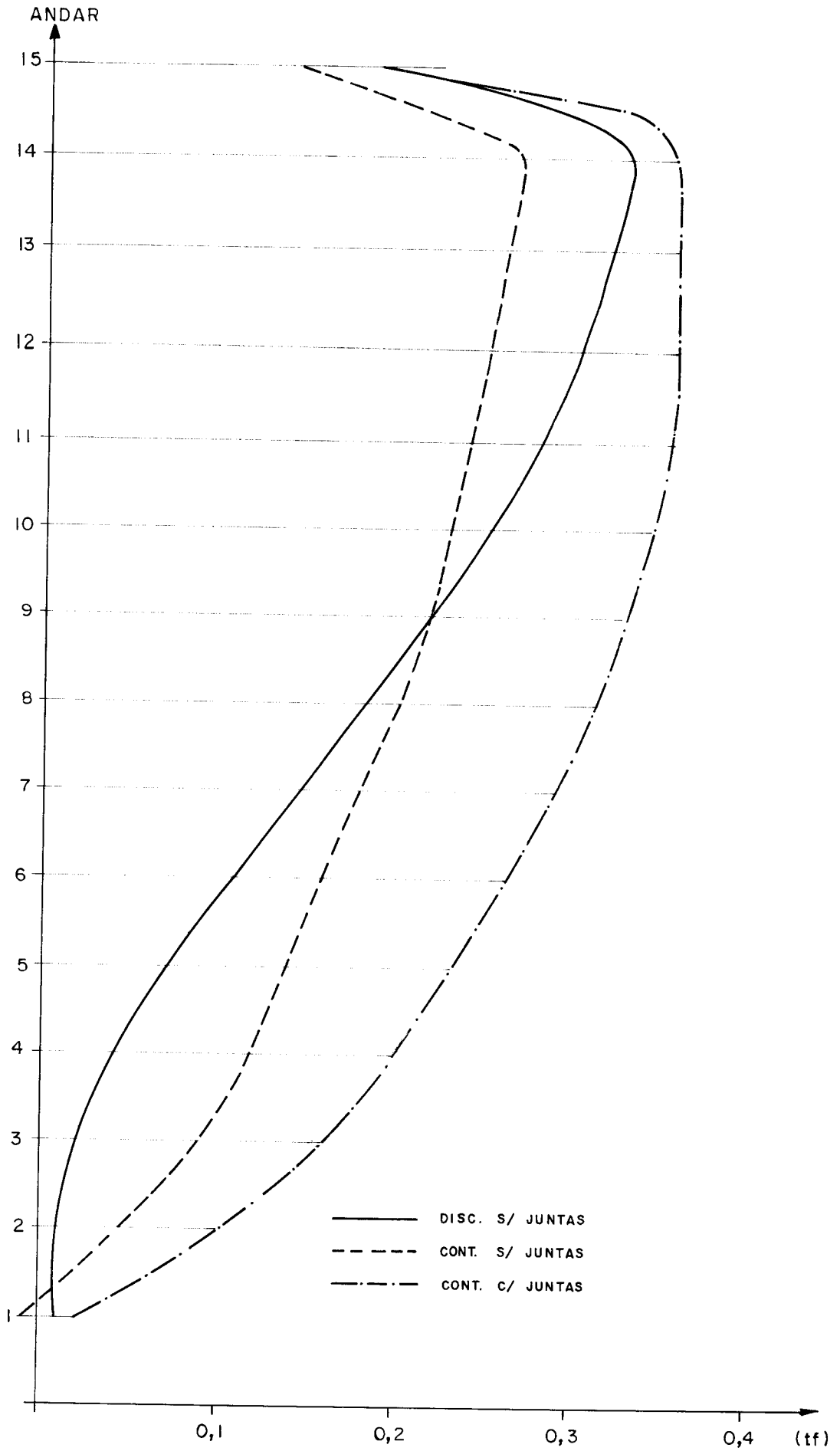


FIG. 2.40 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>4</sub>

2.5.2 - Exemplo 2

Analisar-se-á um edifício de 30 andares, em estrutura de aço, cuja planta, com dimensões em centímetros, pode ser vista na fig. 2.41.

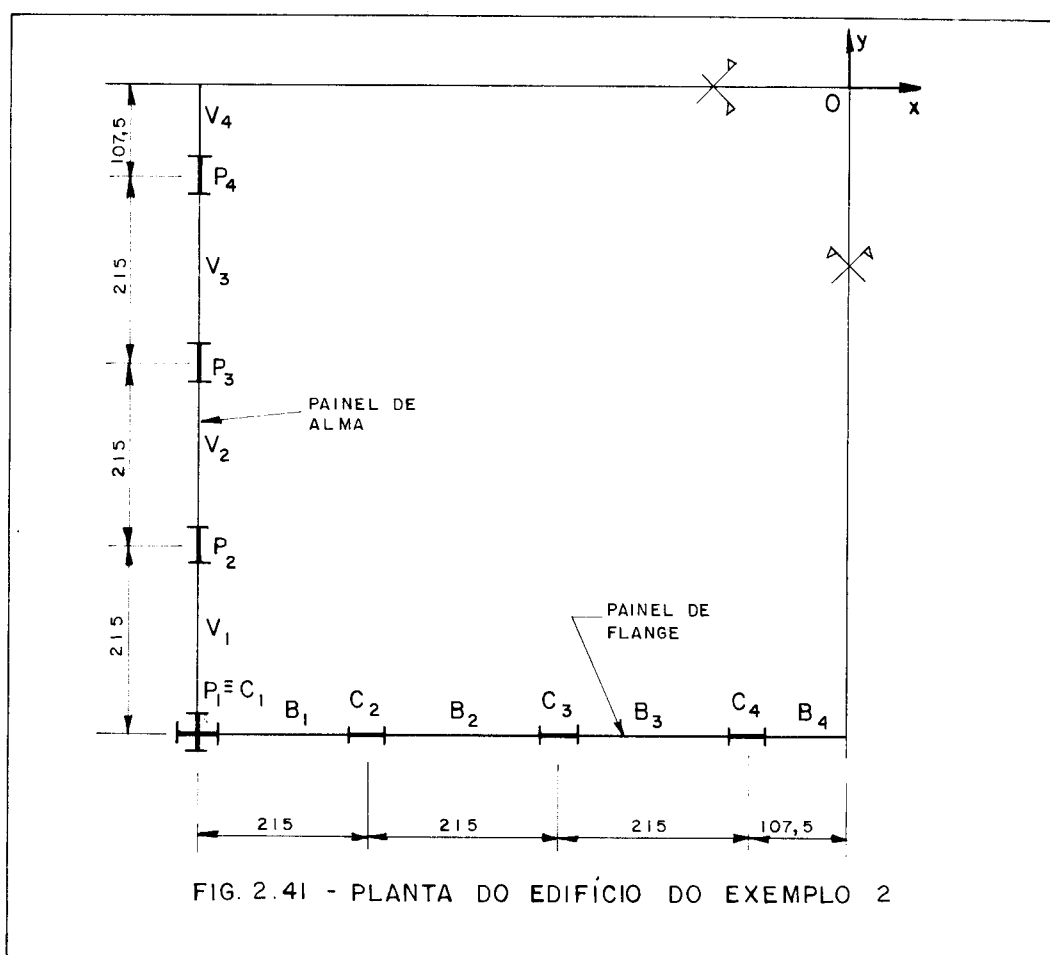


FIG. 2.41 - PLANTA DO EDIFÍCIO DO EXEMPLO 2

Todos os andares possuem altura de 300cm e o módulo de elasticidade longitudinal do aço é igual a  $2100tf/cm^2$ .

Foram usados somente 13 pontos para aplicação das diferenças finitas (pontos 1 e 13 fictícios, fora da estrutura, e 2 a 12 na estrutura), o que corresponde à obtenção de resultados a cada 9 metros (três andares) ao longo da altura do edifício.

A carga de vento, aplicada segundo o sentido positivo do eixo  $Oy$ , varia com a altura, ocasionando o diagrama de forças cortantes mostrado na fig. 2.42.

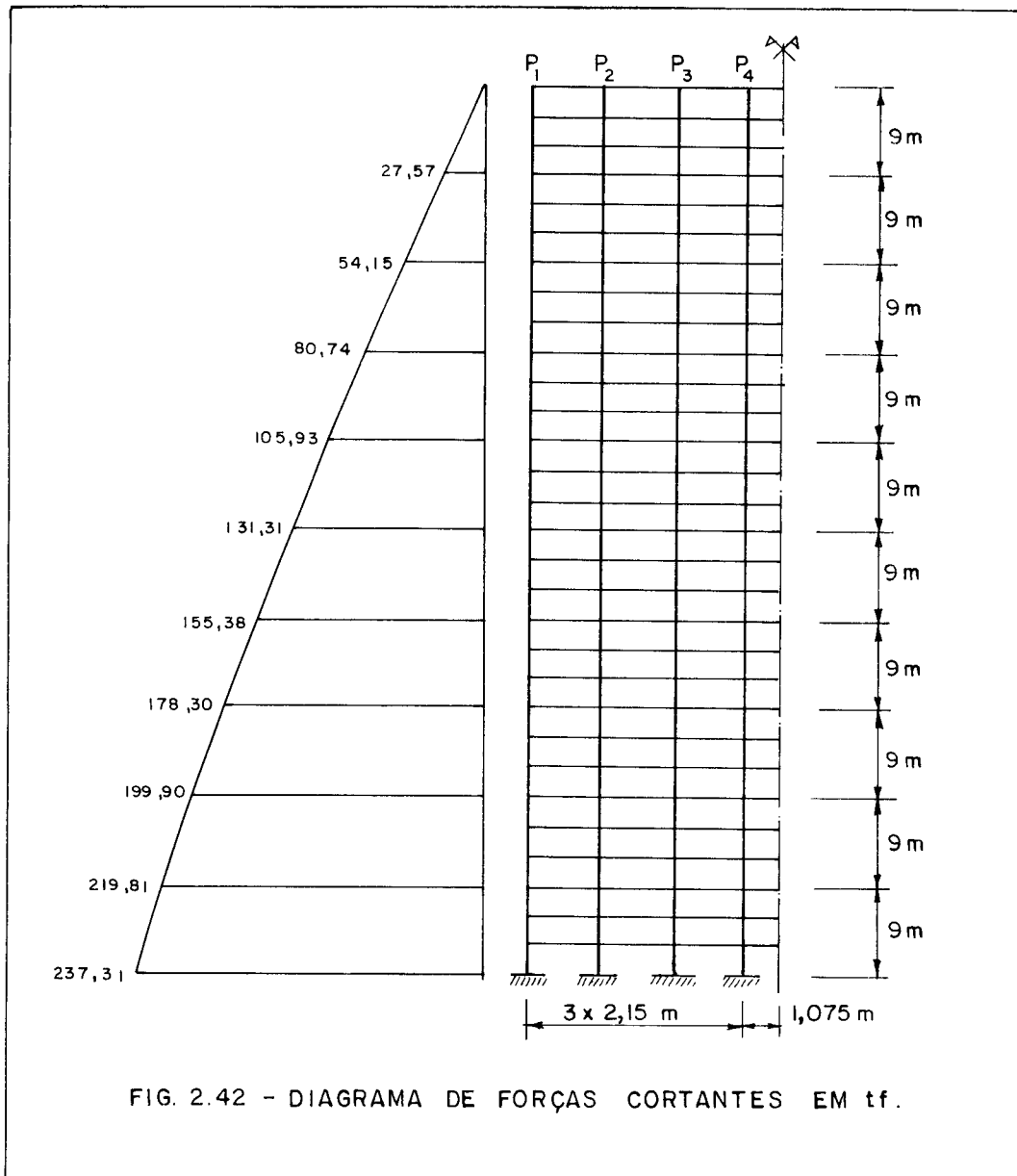


FIG. 2.42 - DIAGRAMA DE FORÇAS CORTANTES EM tf.

Nos pilares foram empregados perfis tipo I, com altura de seção transversal igual a 40cm, inércia de  $57000\text{cm}^4$  e área de  $150\text{cm}^2$ . O pilar de canto é formado por dois destes perfis, soldados em forma de cruz, conforme se vê em planta.



Para que se pudesse ter uma idéia da influência da rigidez das vigas nos resultados finais, processou-se o programa três vezes, em cada uma delas adotando-se em todas as vigas um perfil tipo I com características geométricas diferentes, a saber:

- altura 30cm e inércia  $16000\text{cm}^4$
- altura 65cm e inércia  $150000\text{cm}^4$
- altura 100cm e inércia  $700000\text{cm}^4$

Os cálculos foram feitos levando-se em conta a influência das juntas.

Os resultados são apresentados nas figs. 2.43 a 2.58.

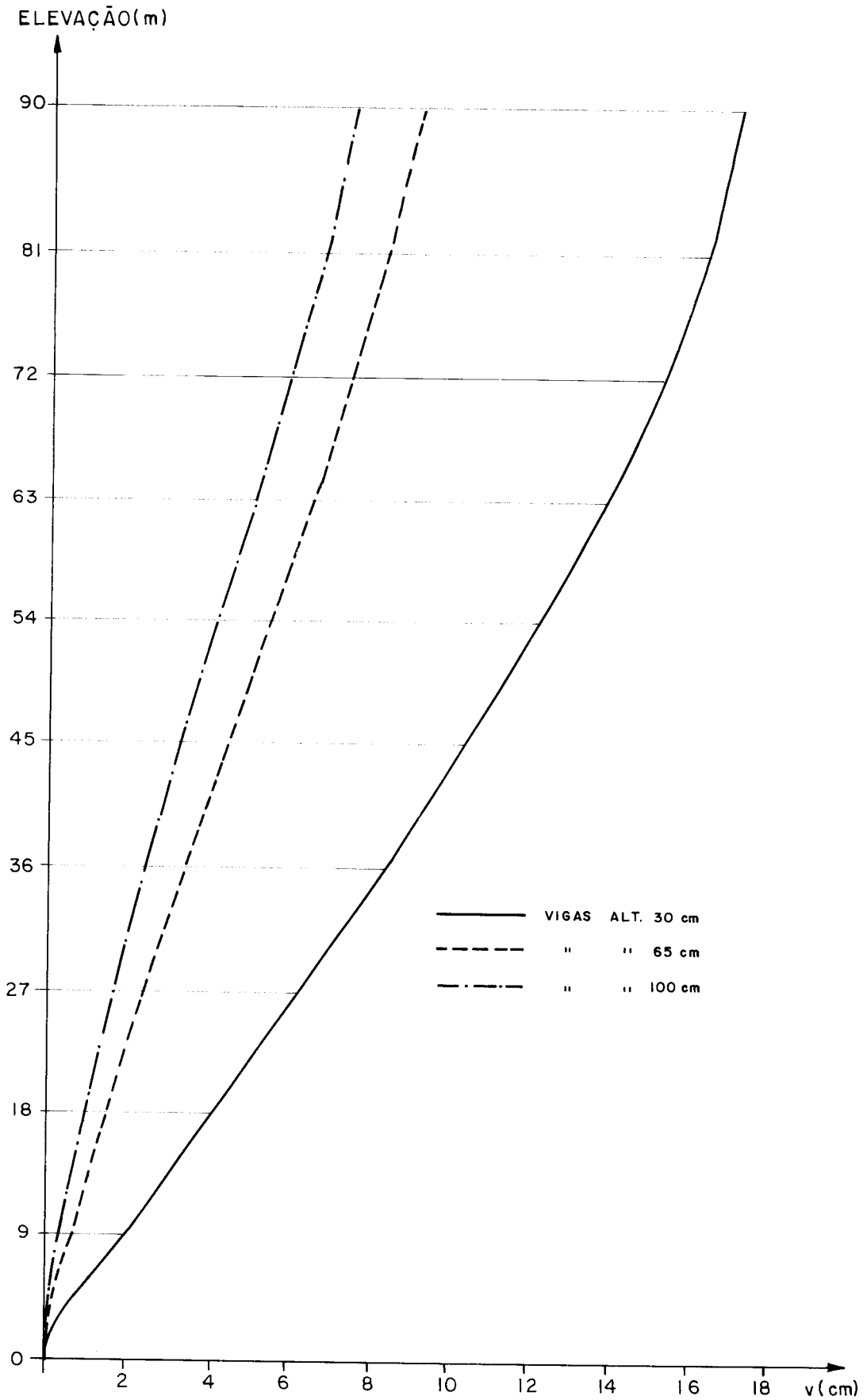


FIG. 2.43 - DESLOCAMENTOS LATERAIS

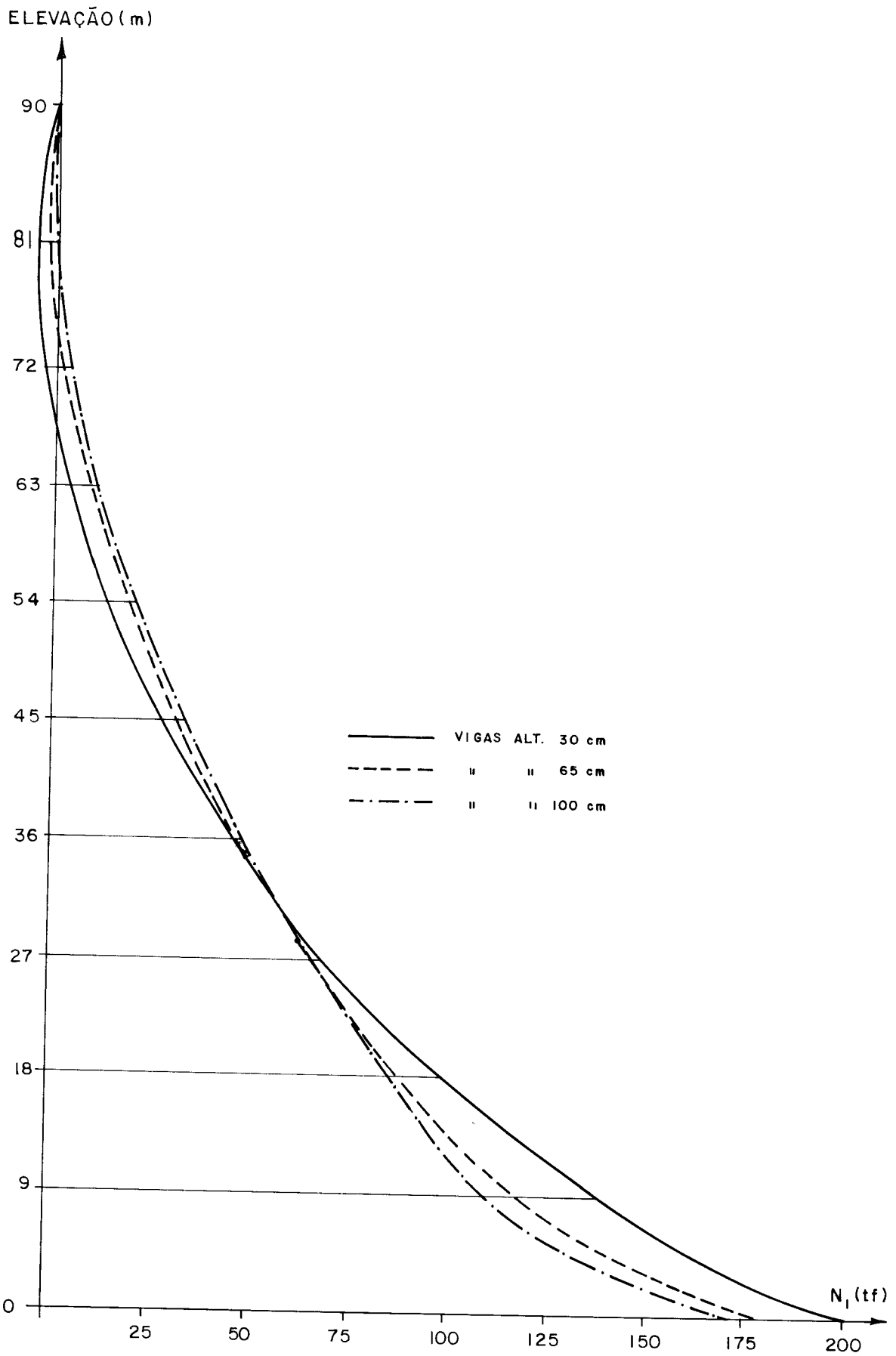


FIG. 2.44 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_1 \equiv C_1$

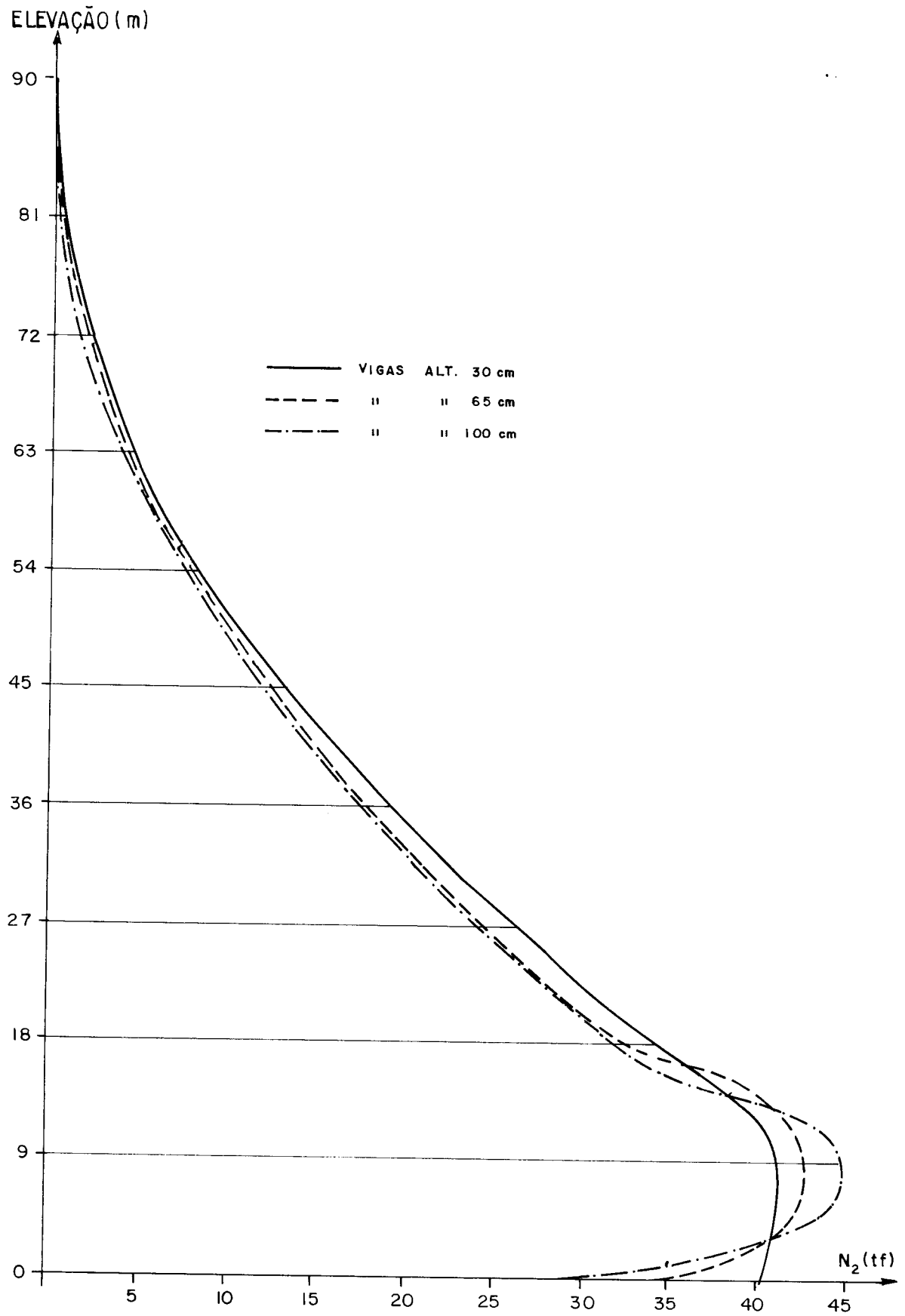


FIG 2.45 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_2$

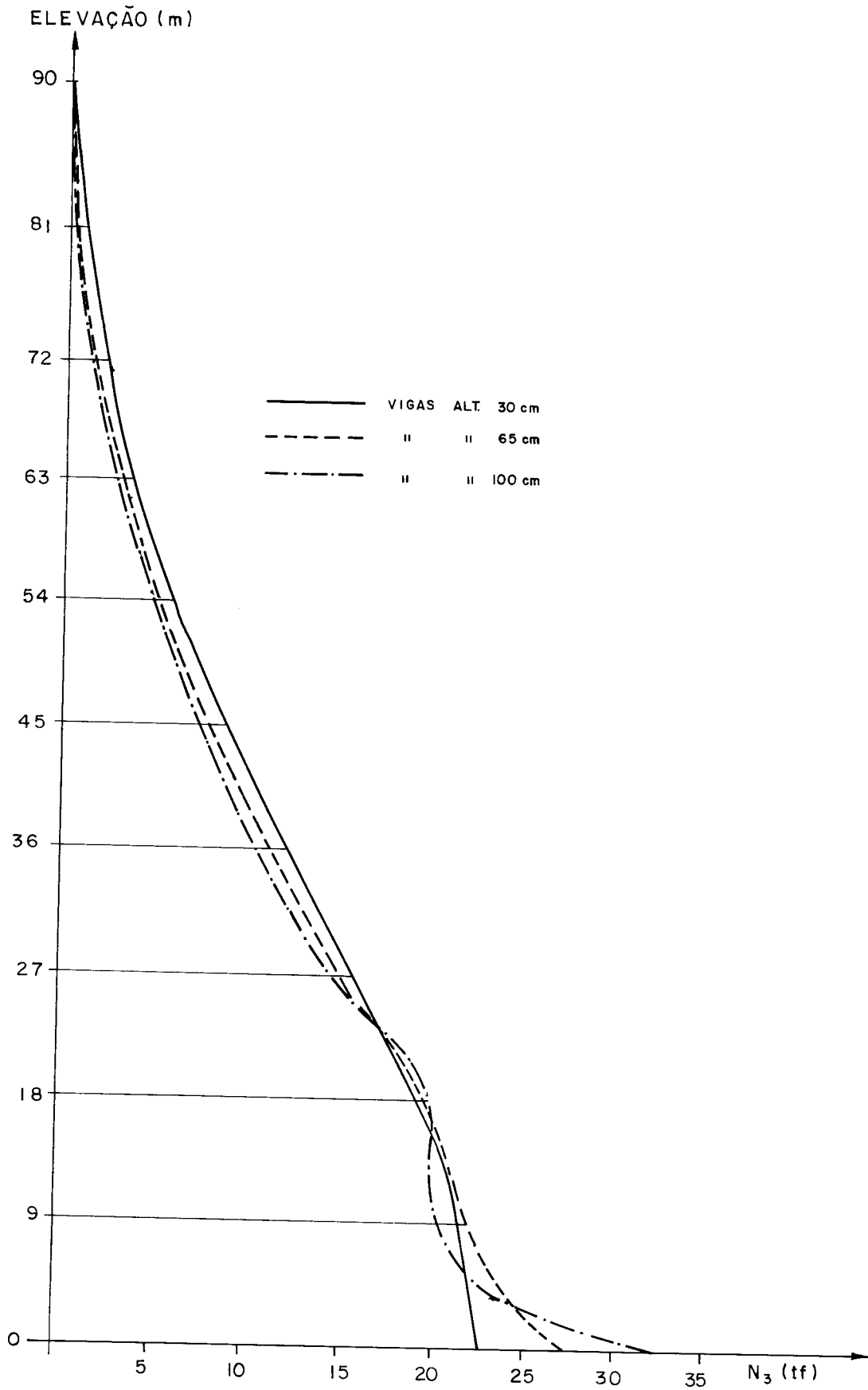


FIG. 2.46 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_3$ .

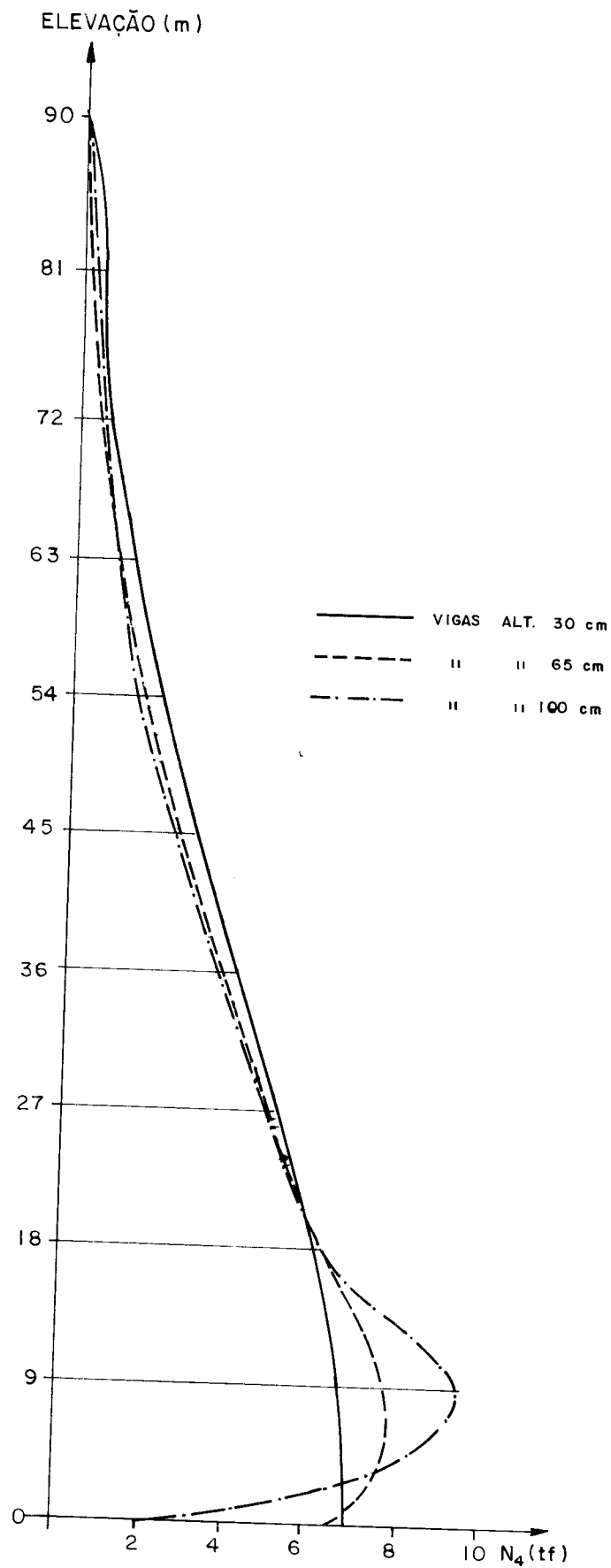


FIG. 2.47 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_4$

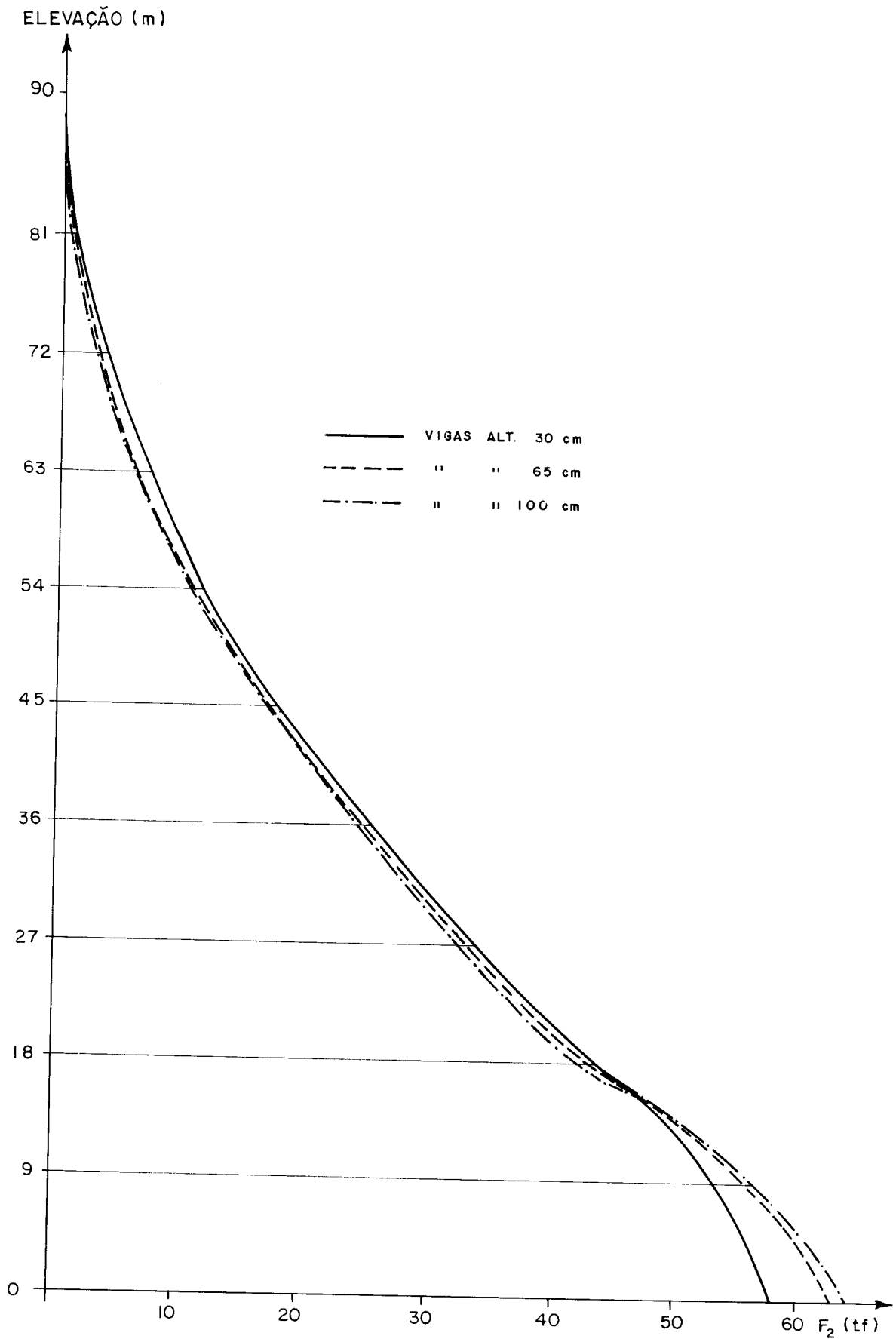


FIG. 2.48 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $C_2$

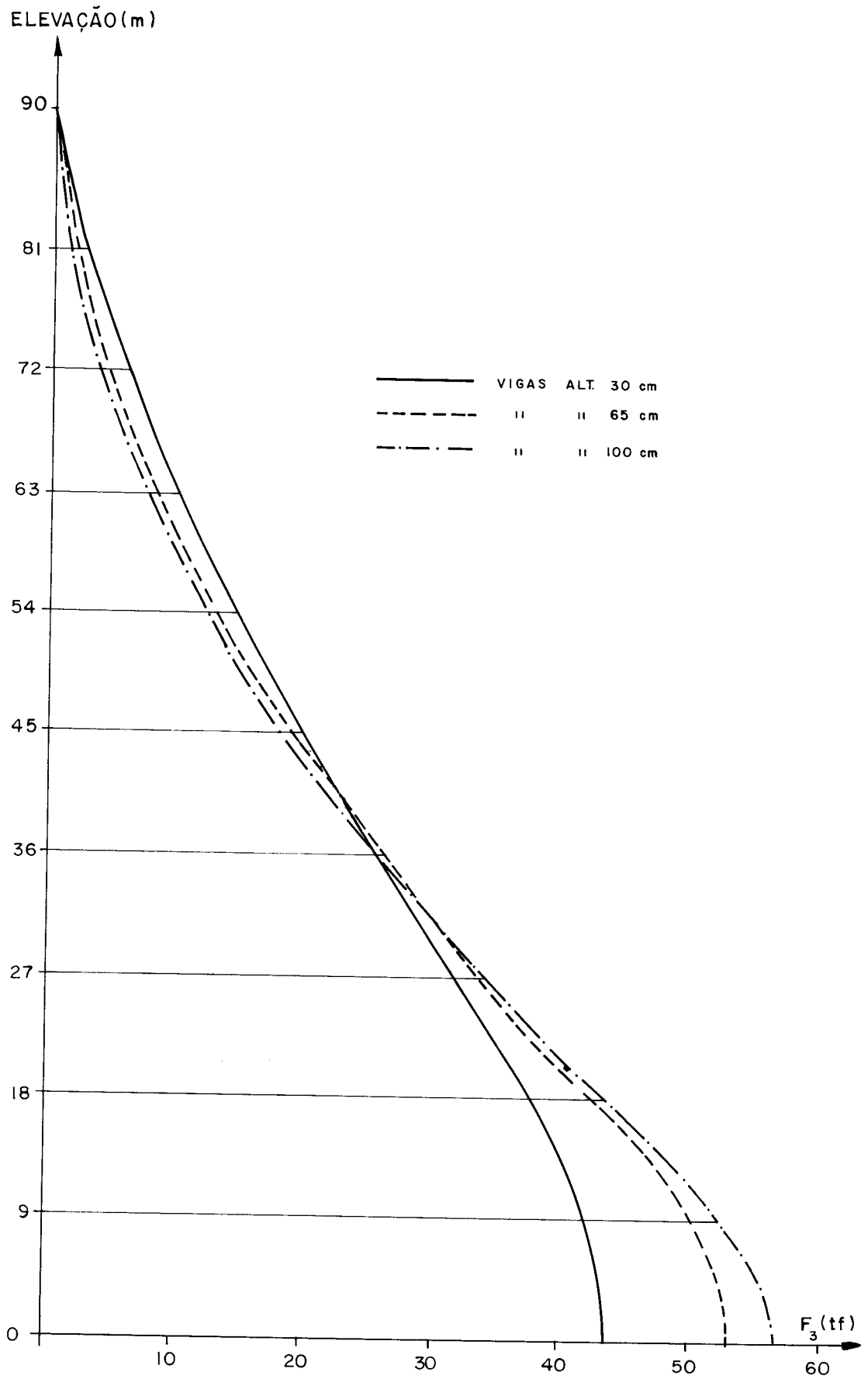


FIG. 2.49- FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $C_3$  .



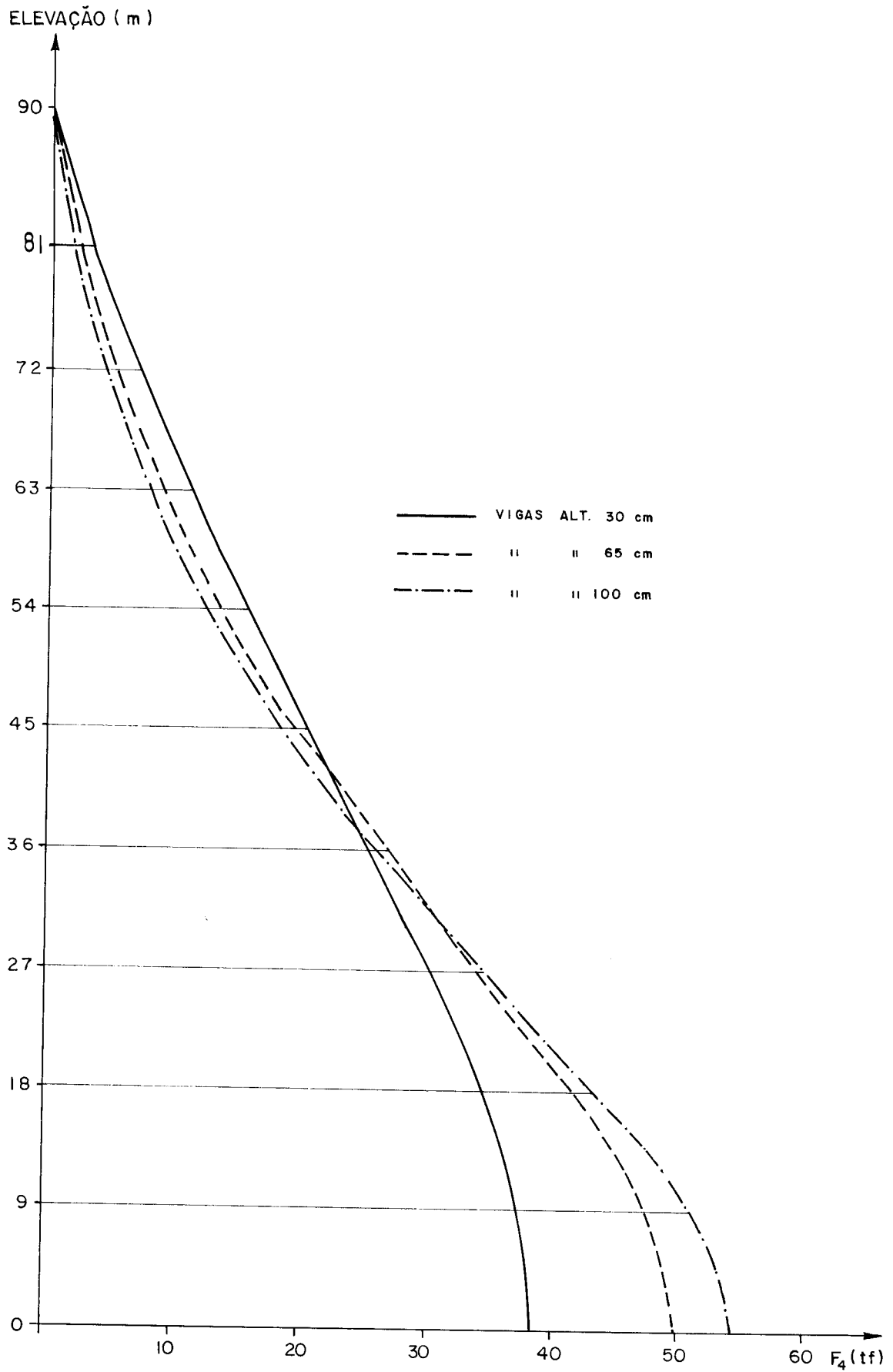


FIG. 2.50 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $C_4$

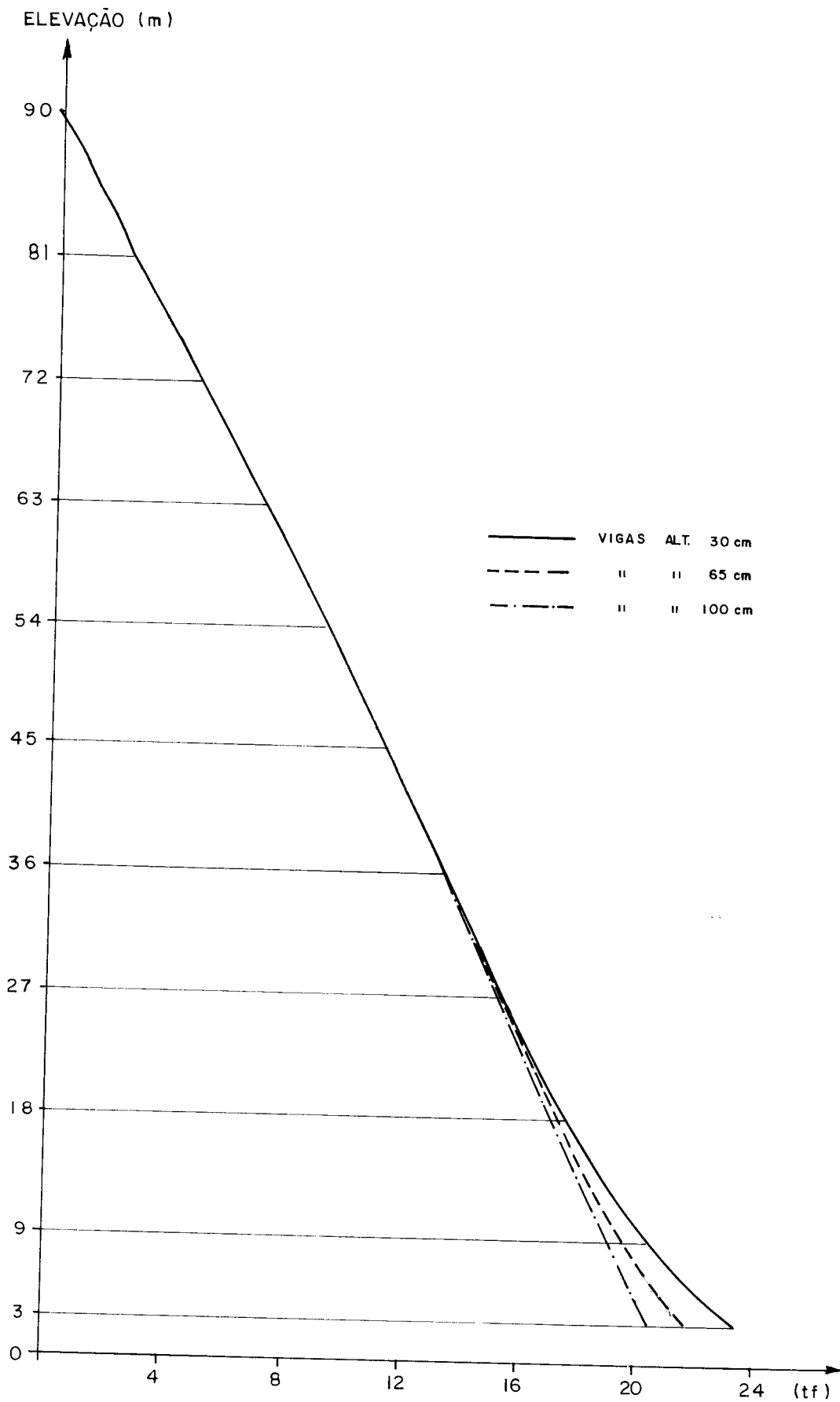


FIG. 2.51 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_1$

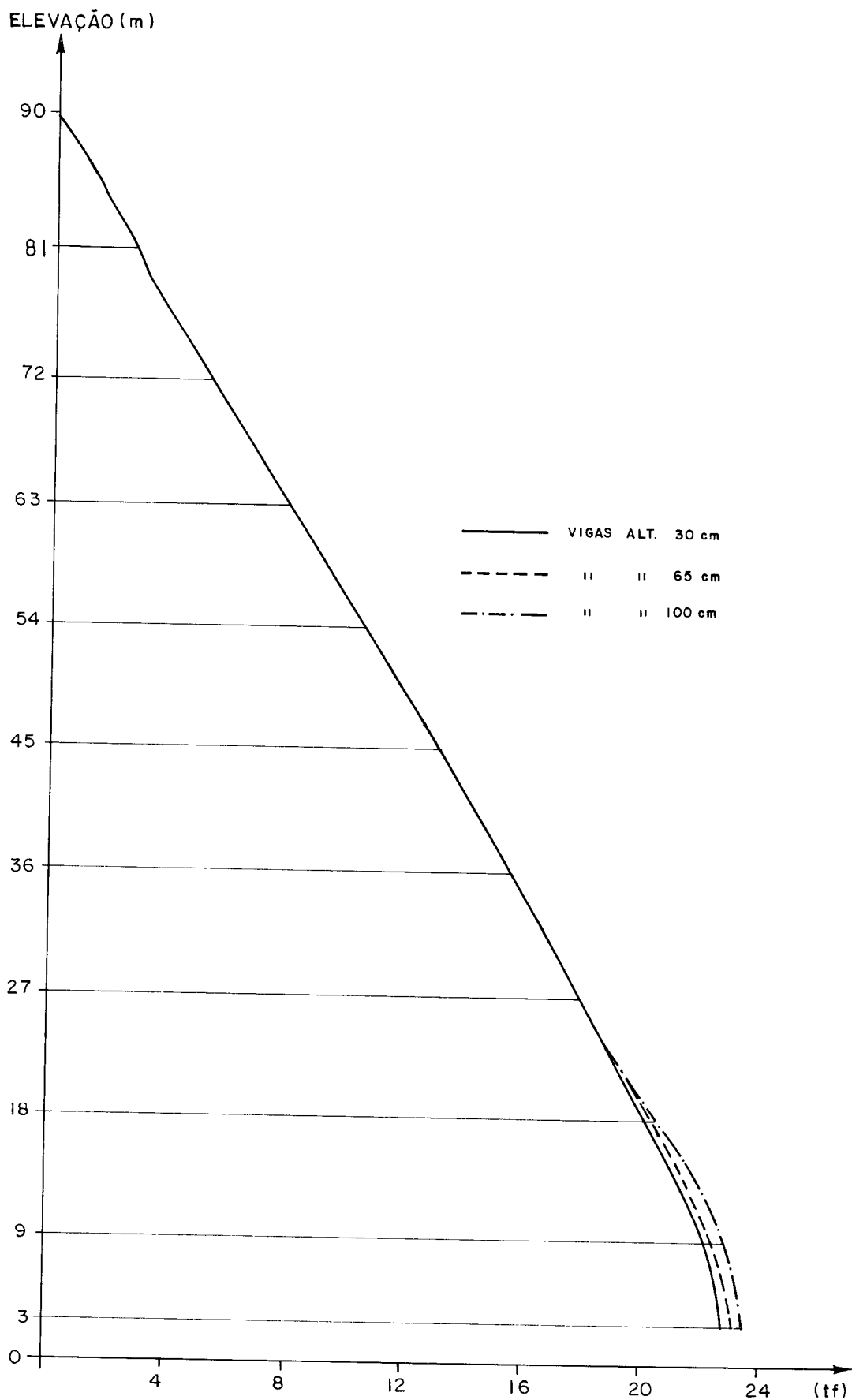


FIG. 2.52 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_2$

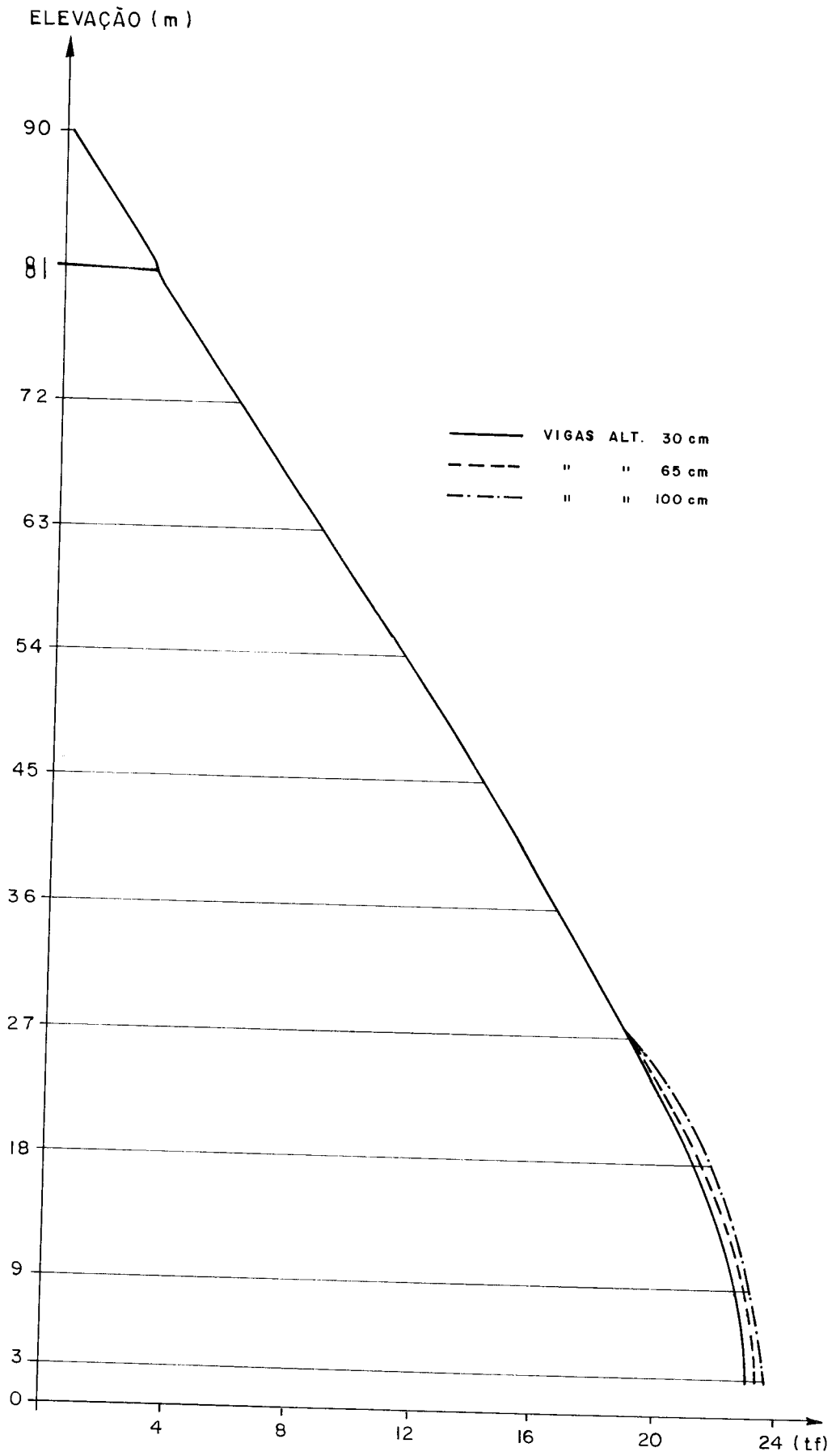


FIG. 2.53 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_3$

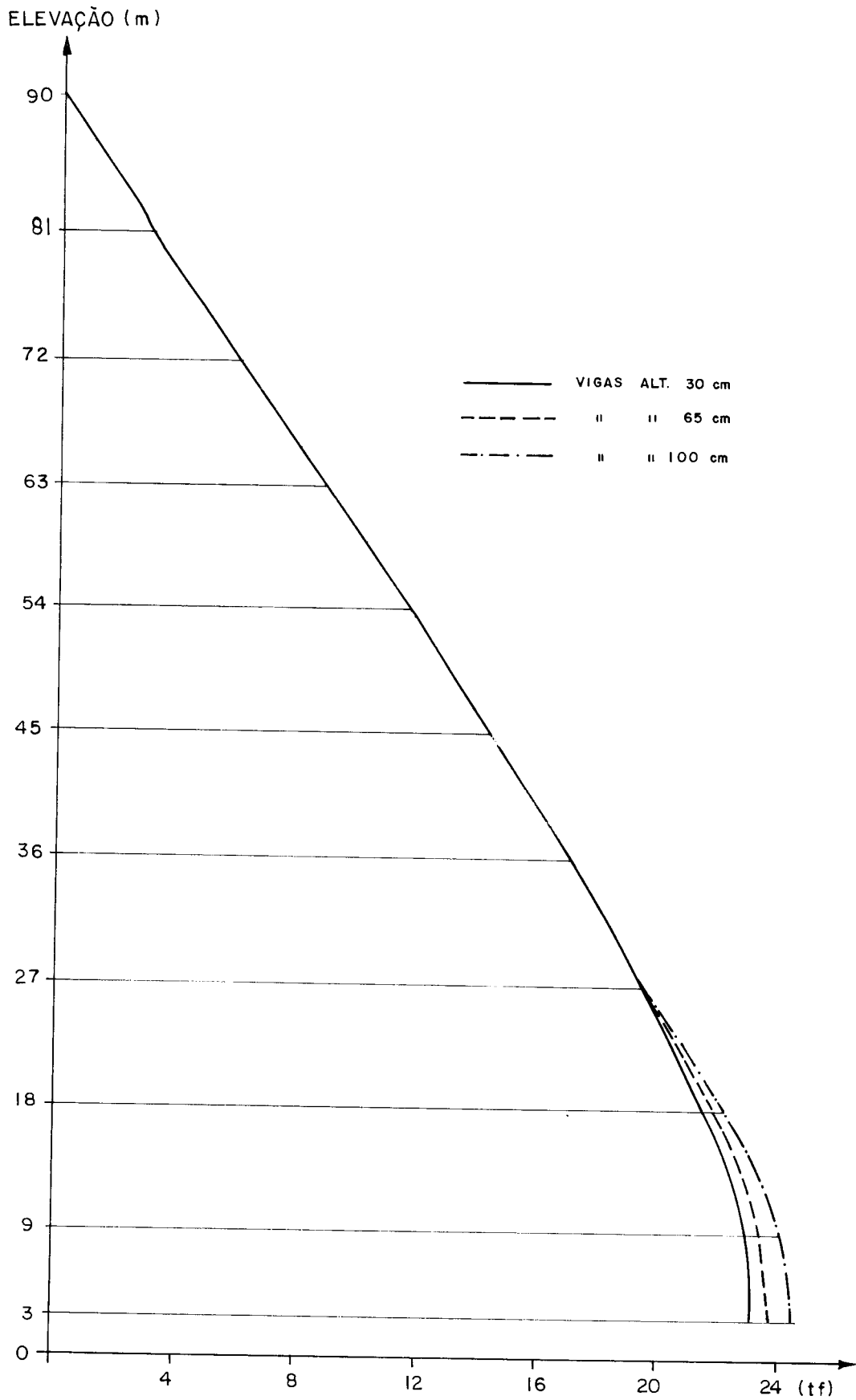


FIG. 2.54 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_4$ .

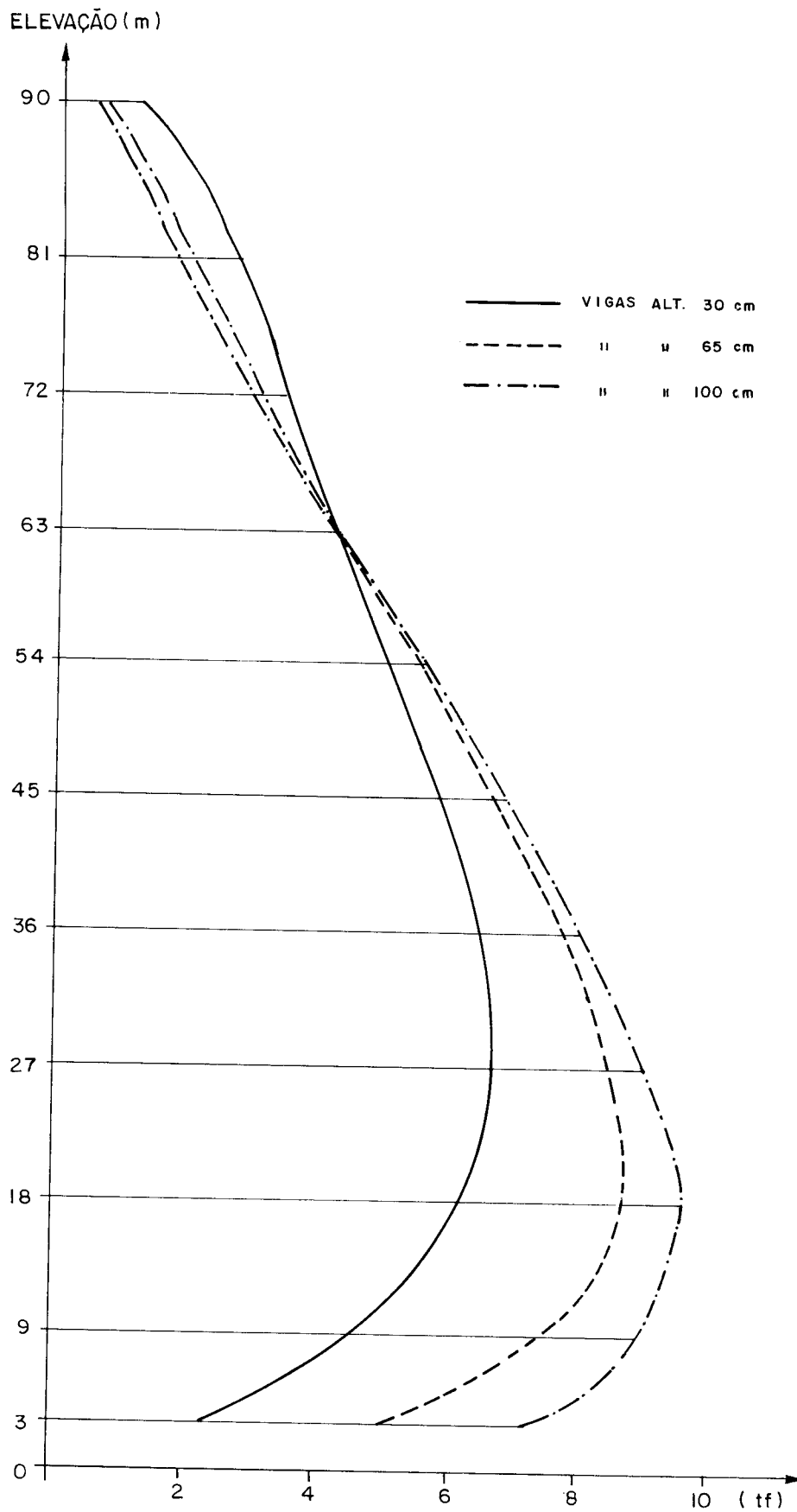


FIG. 2.55 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>1</sub>.

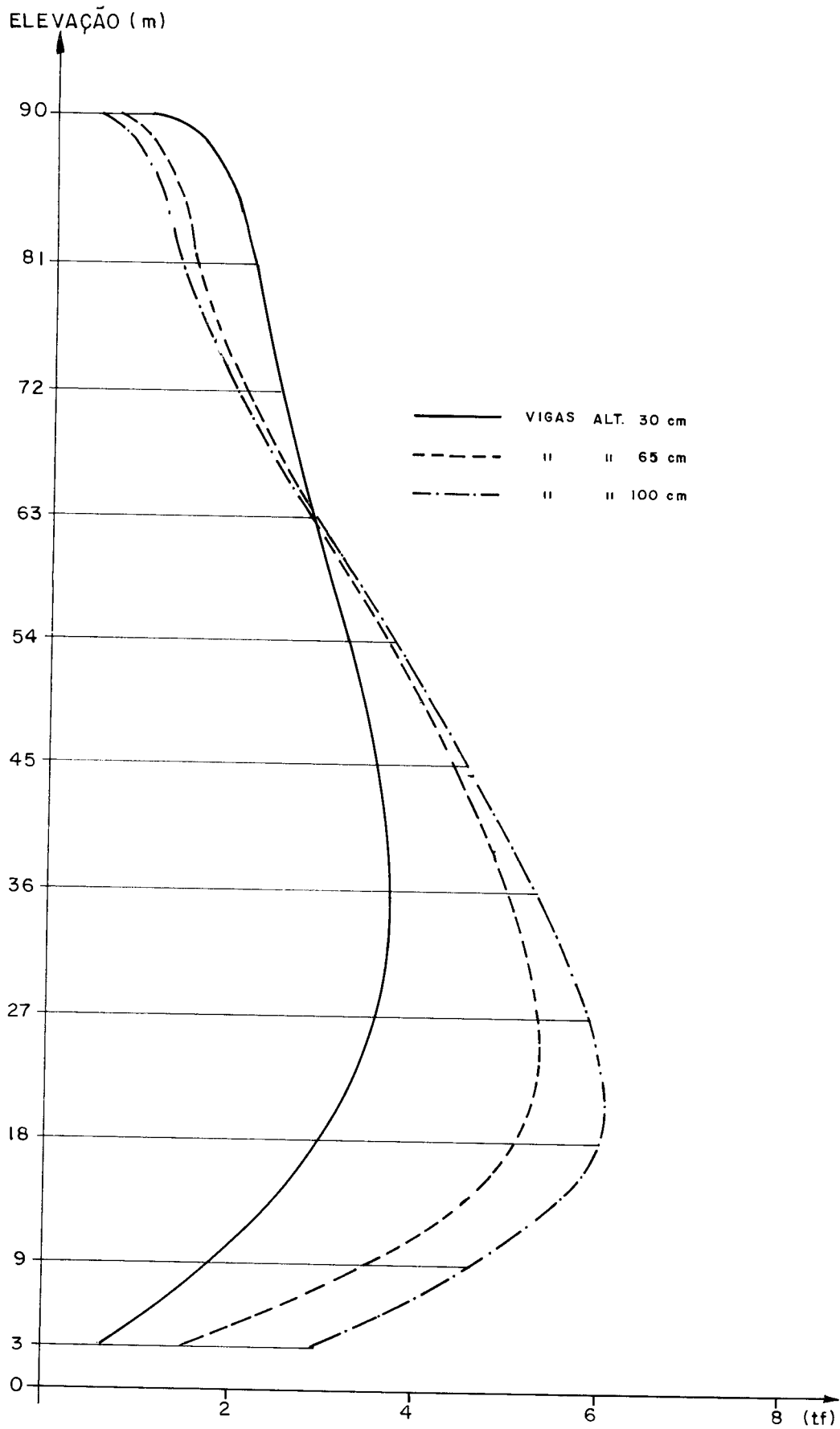


FIG. 2.56 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>2</sub> .

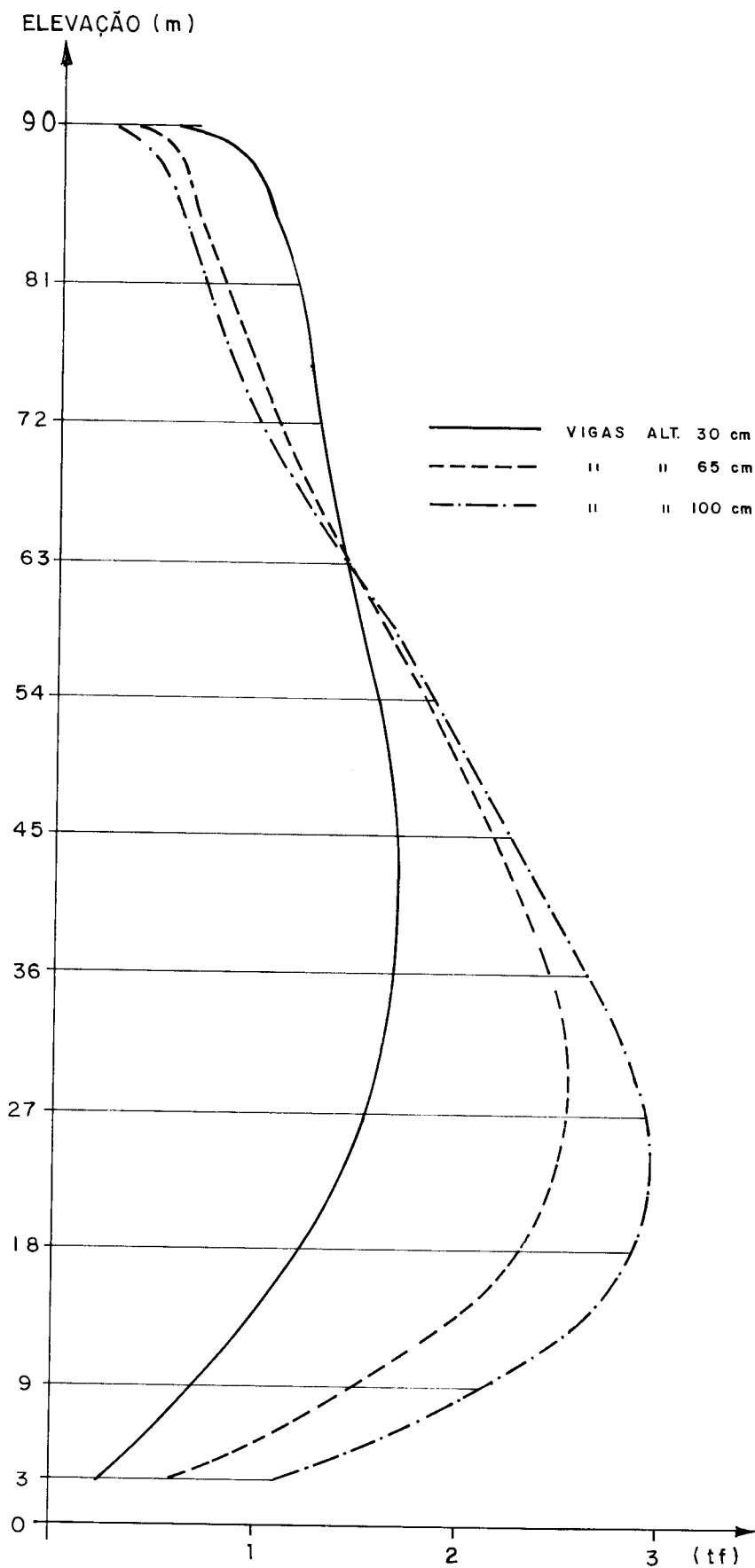


FIG. 2.57 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>3</sub> .



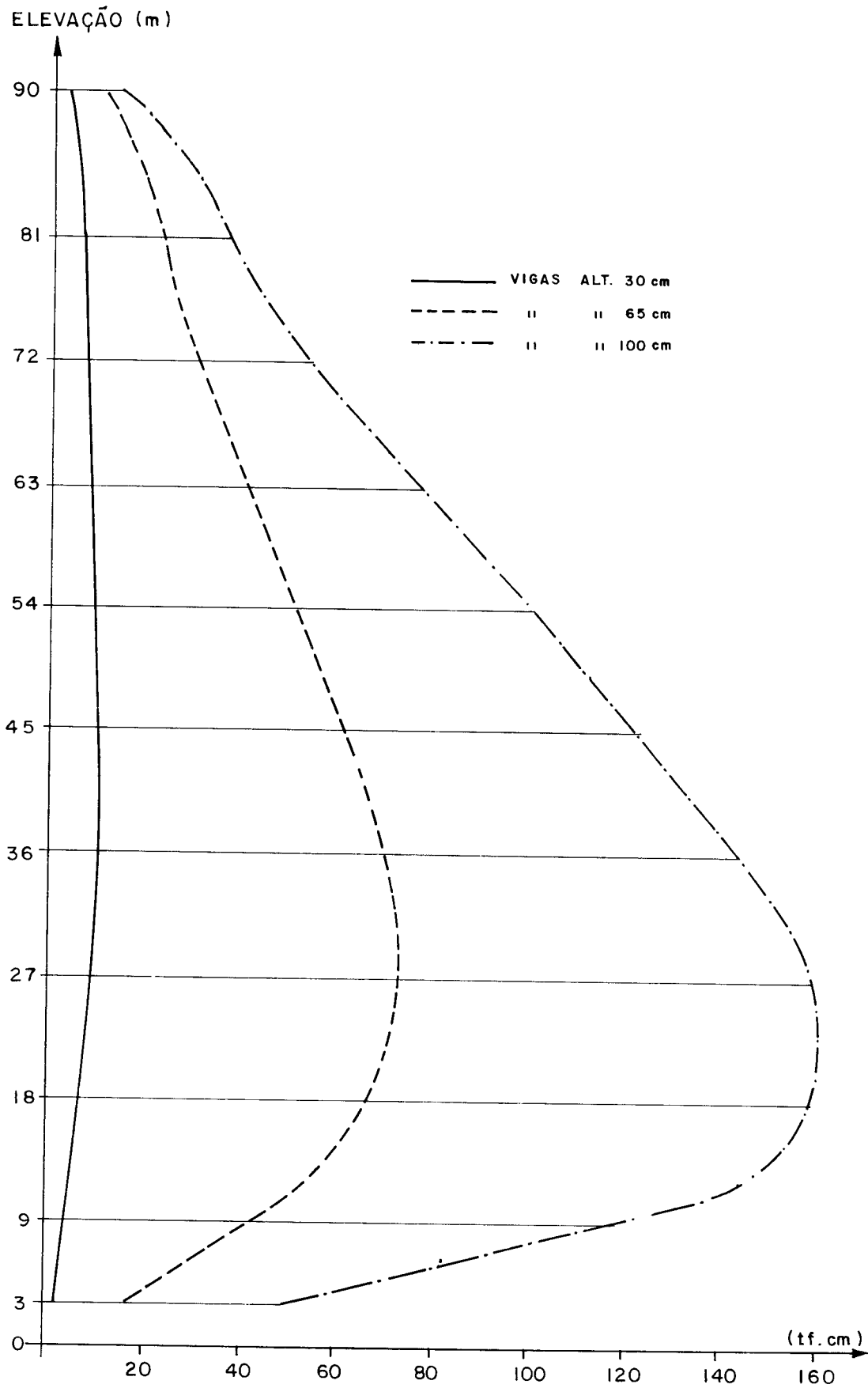


FIG. 2.58 - MOMENTO FLETOR NAS VIGAS B<sub>4</sub>

2.5.3 - Exemplo 3

O edifício a ser analisado possui estrutura tubular quadrada, em concreto armado, com 12 andares. A planta pode ser vista na fig. 2.59, com as dimensões em centímetros. Cada um dos andares tem a altura de 300cm, e para o módulo de elasticidade longitudinal adotou-se  $200tf/cm^2$ .

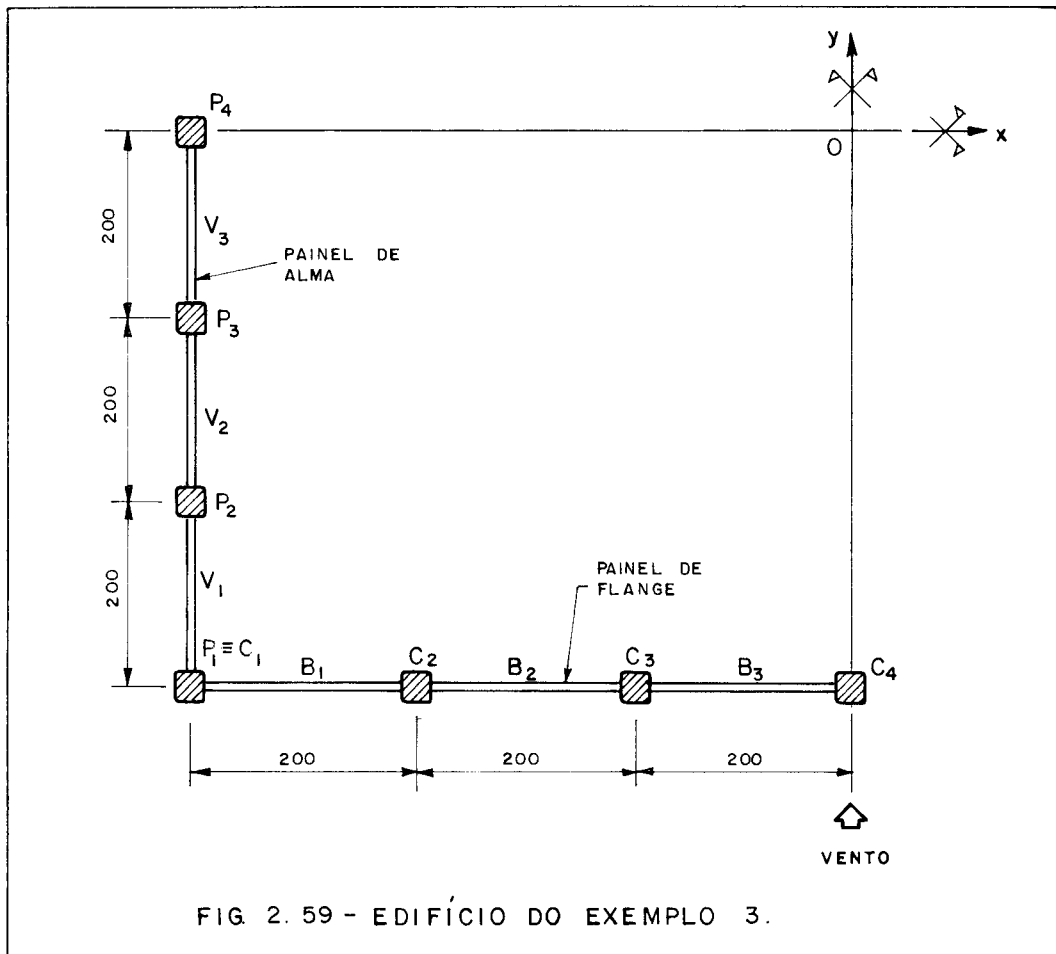


FIG. 2.59 - EDIFÍCIO DO EXEMPLO 3.

A carga de vento, aplicada segundo o eixo Oy, varia linearmente de  $0,020tf/cm$  no topo do edifício para  $0,012tf/cm$  na base.

Foram usados 12 pontos para aplicação das diferenças finitas (pontos 1 e 12 fictícios, fora da estrutura e 2

a 11 na estrutura), o que corresponde à obtenção de resultados a cada quatro metros ao longo da altura do edifício.

Devido ao efeito "shear lag", que costuma provocar uma solicitação bem mais elevada nos pilares de canto, muitas vezes os edifícios tubulares são projetados com esses pilares mais resistentes que os demais. Assim, para que se pudesse avaliar o comportamento do edifício quando se procede dessa forma, processou-se três vezes o programa, adotando-se respectivamente as seguintes seções transversais para os pilares de canto:

- 30cm x 30cm

- 45cm x 45cm

- 60cm x 60cm

Todos os outros pilares possuem seção 30cm x 30cm e as vigas 20cm x 60cm.

A análise foi feita levando-se em conta a influência das juntas.

Os resultados obtidos são apresentados nas figs. 2.60 a 2.72 e analisando - os, conclui-se que a opção de aumentar a rigidez dos pilares de canto pode representar uma boa solução econômica, uma vez que o acréscimo de carga que ocorre nos mesmos é relativamente menor que o da seção transversal, e os demais pilares passam a trabalhar menos. Nota-se ainda que o deslocamento lateral diminui e um ligeiro aumento da força cortante nas vigas da alma ligados aos pilares de canto, e uma redução desta força em todas as vigas restantes.

Dependendo do edifício, poderia-se chegar a uma solução ainda melhor aumentando também a rigidez de alguns pilares vizinhos aos de canto.

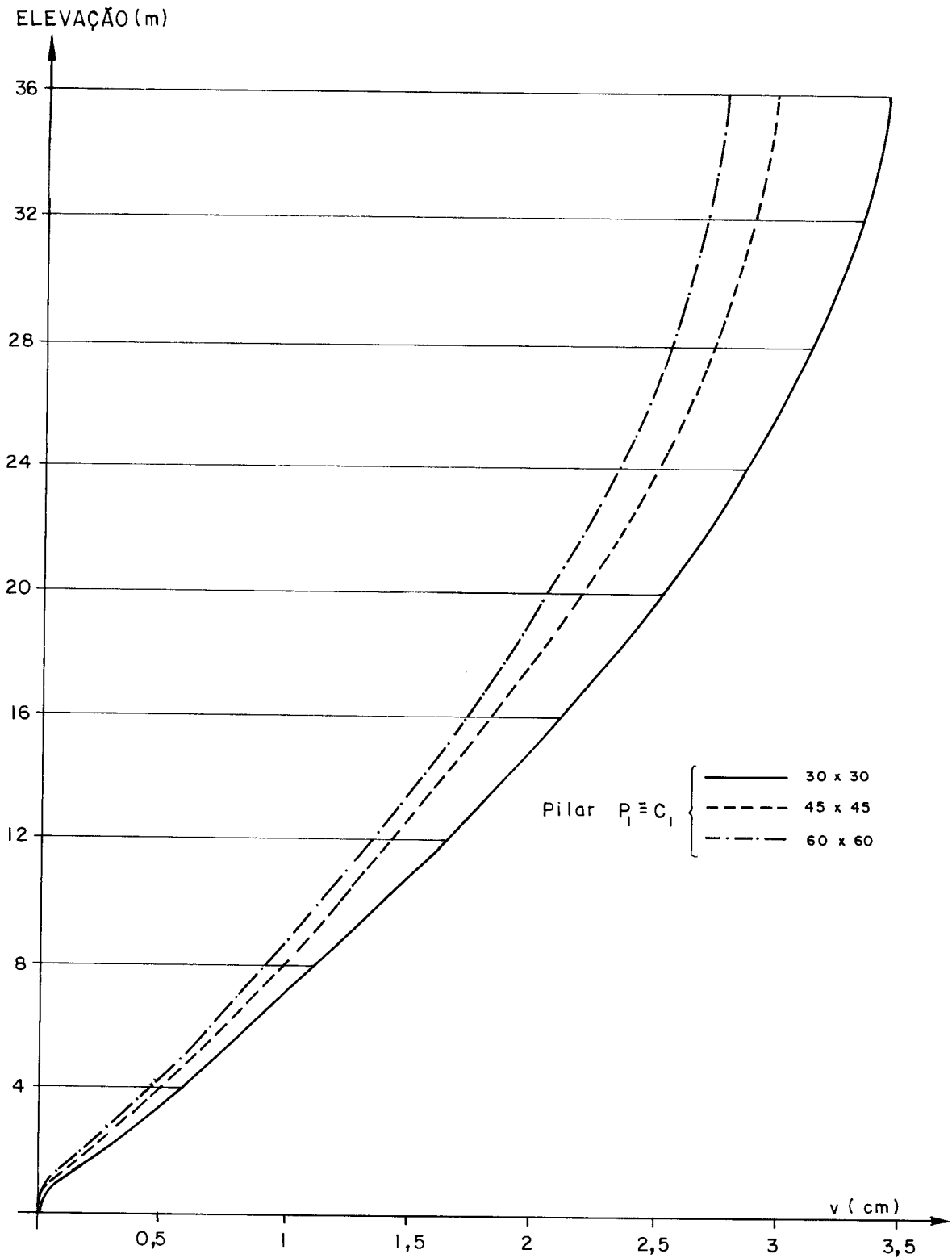


FIG. 2.60 - DESLOCAMENTOS LATERAIS

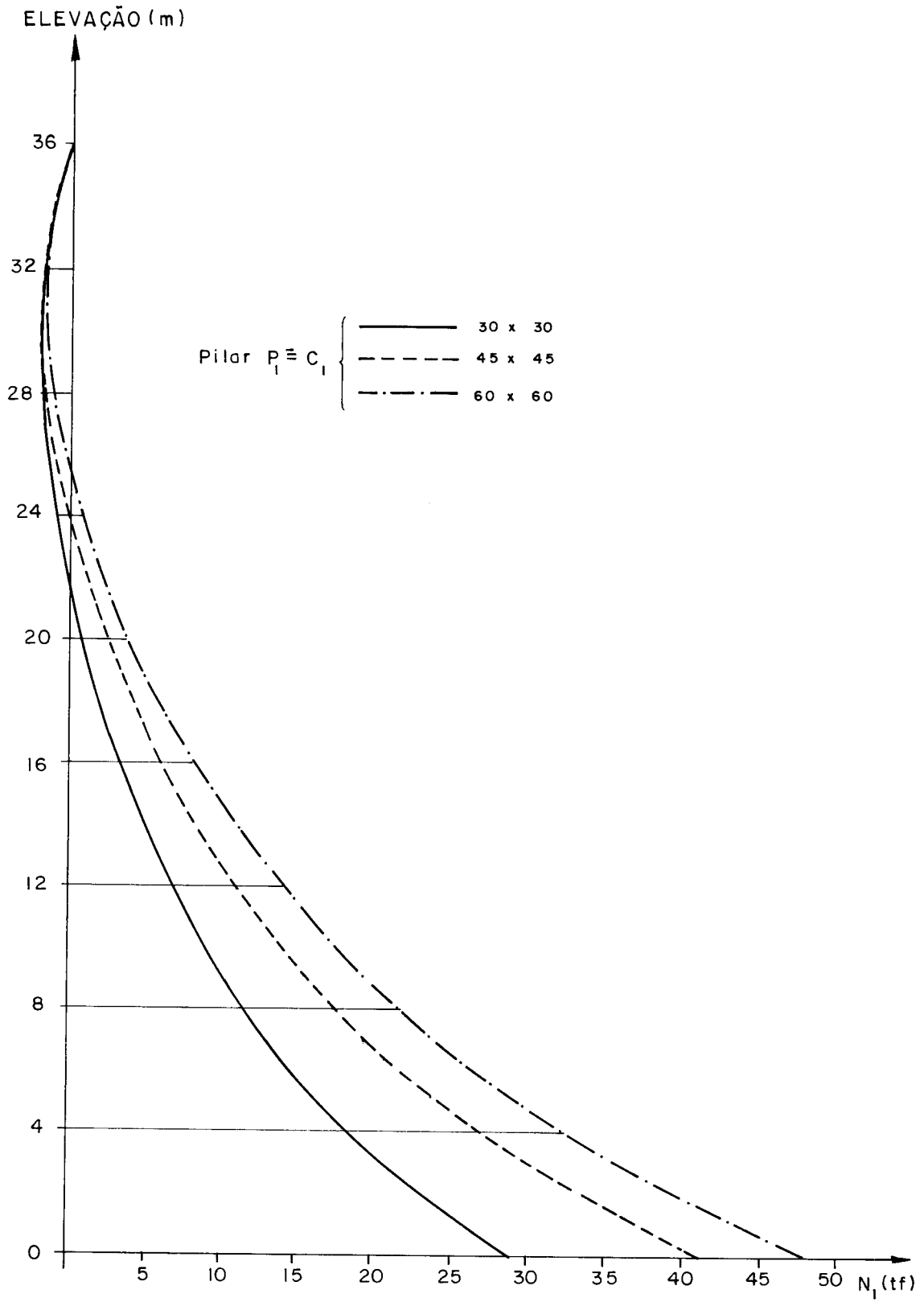


FIG. 2.61 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_1 \cong C_1$ .

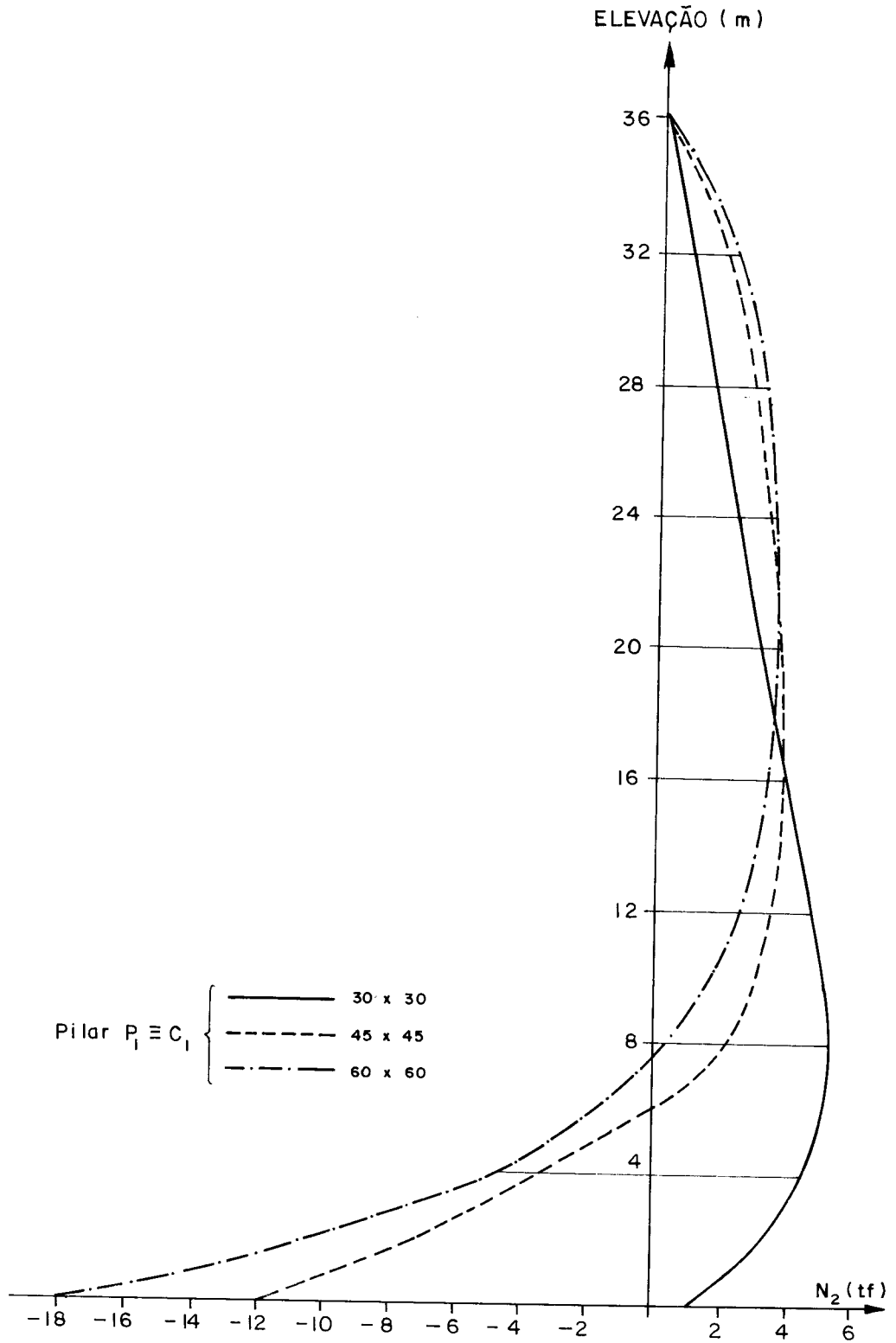


FIG. 2.62 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_2$

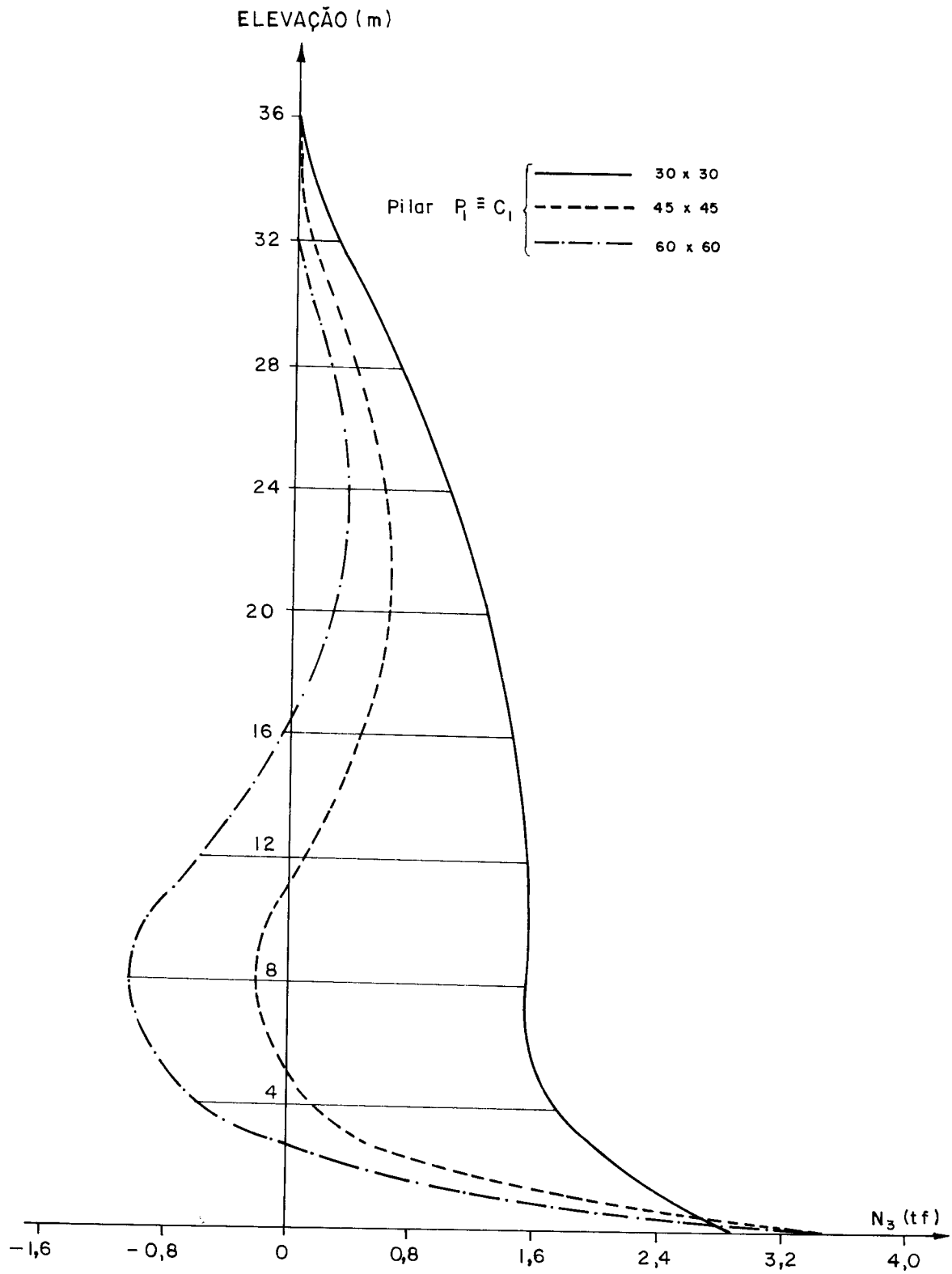


FIG. 2.63 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_3$ .

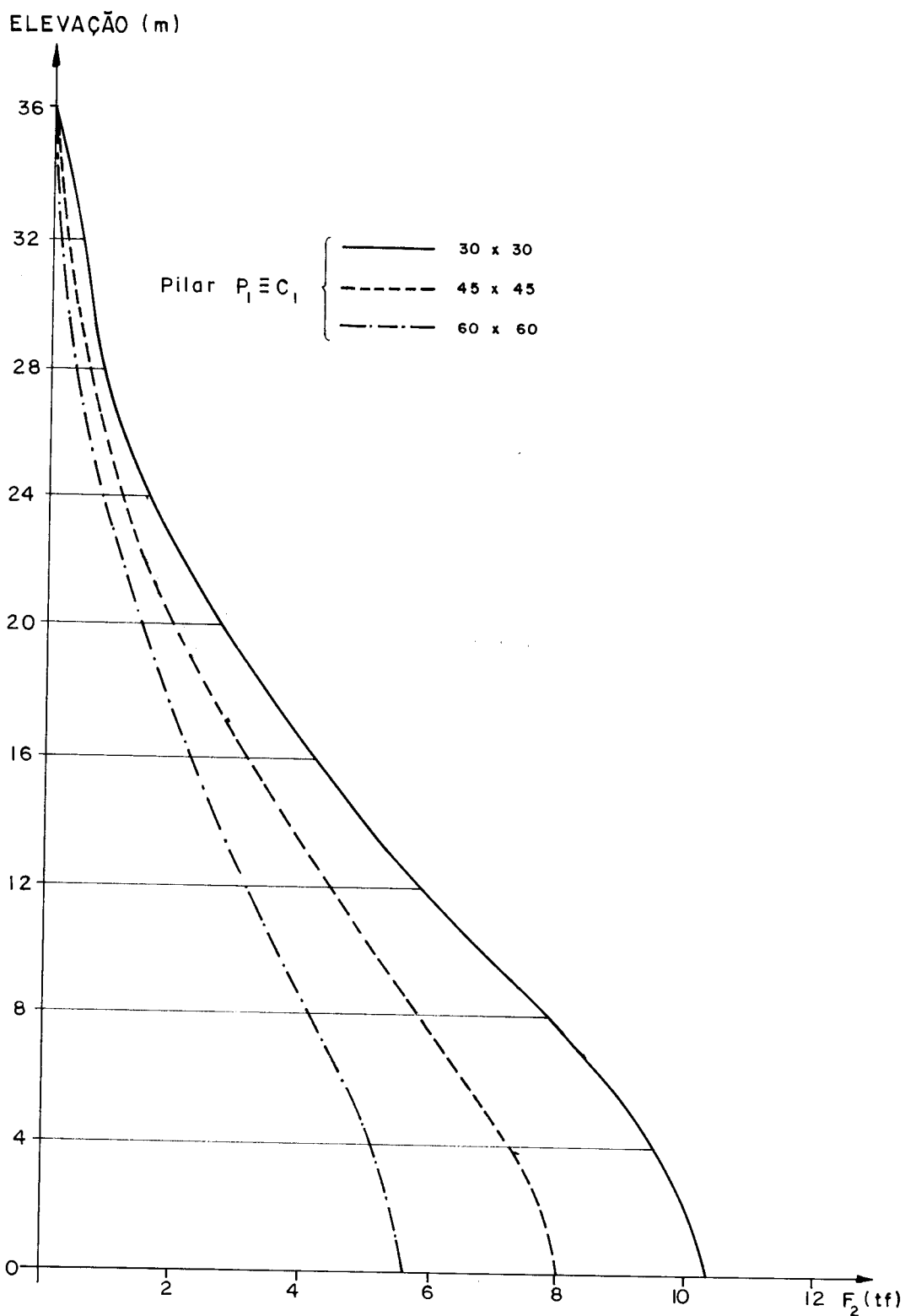


FIG. 2.64 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $C_2$



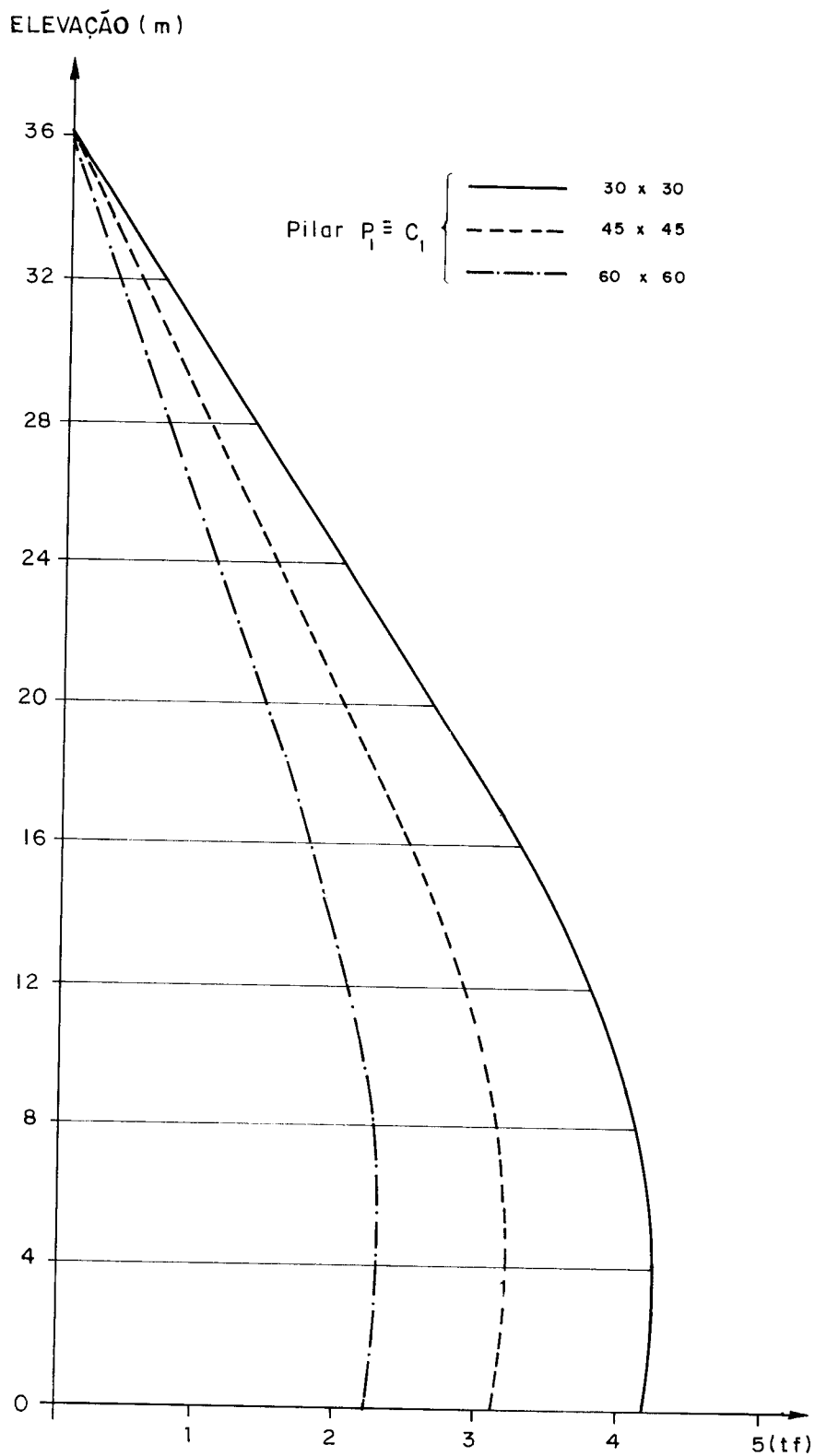


FIG. 2.65 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>3</sub>

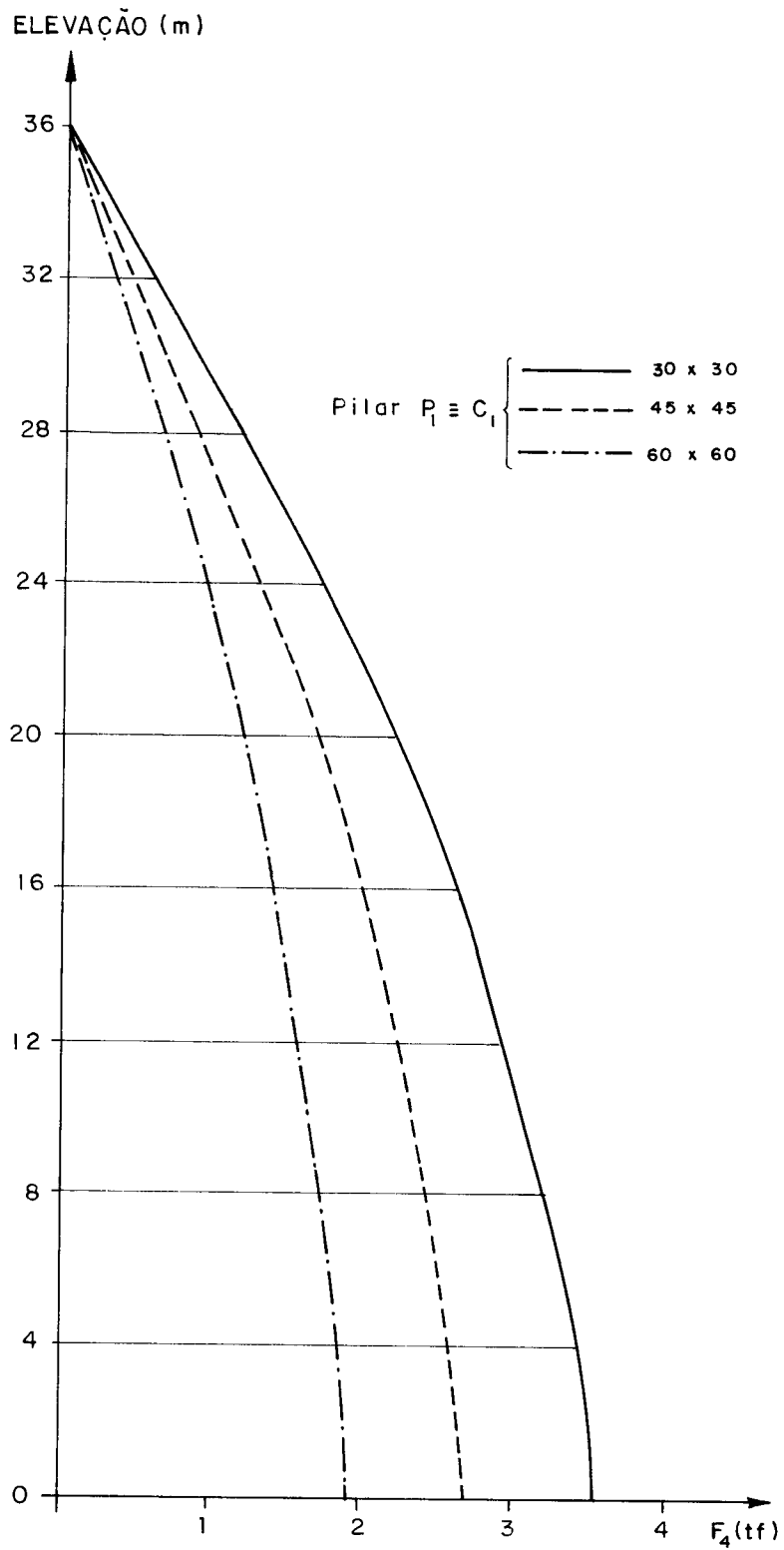


FIG. 2.66 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $C_4$

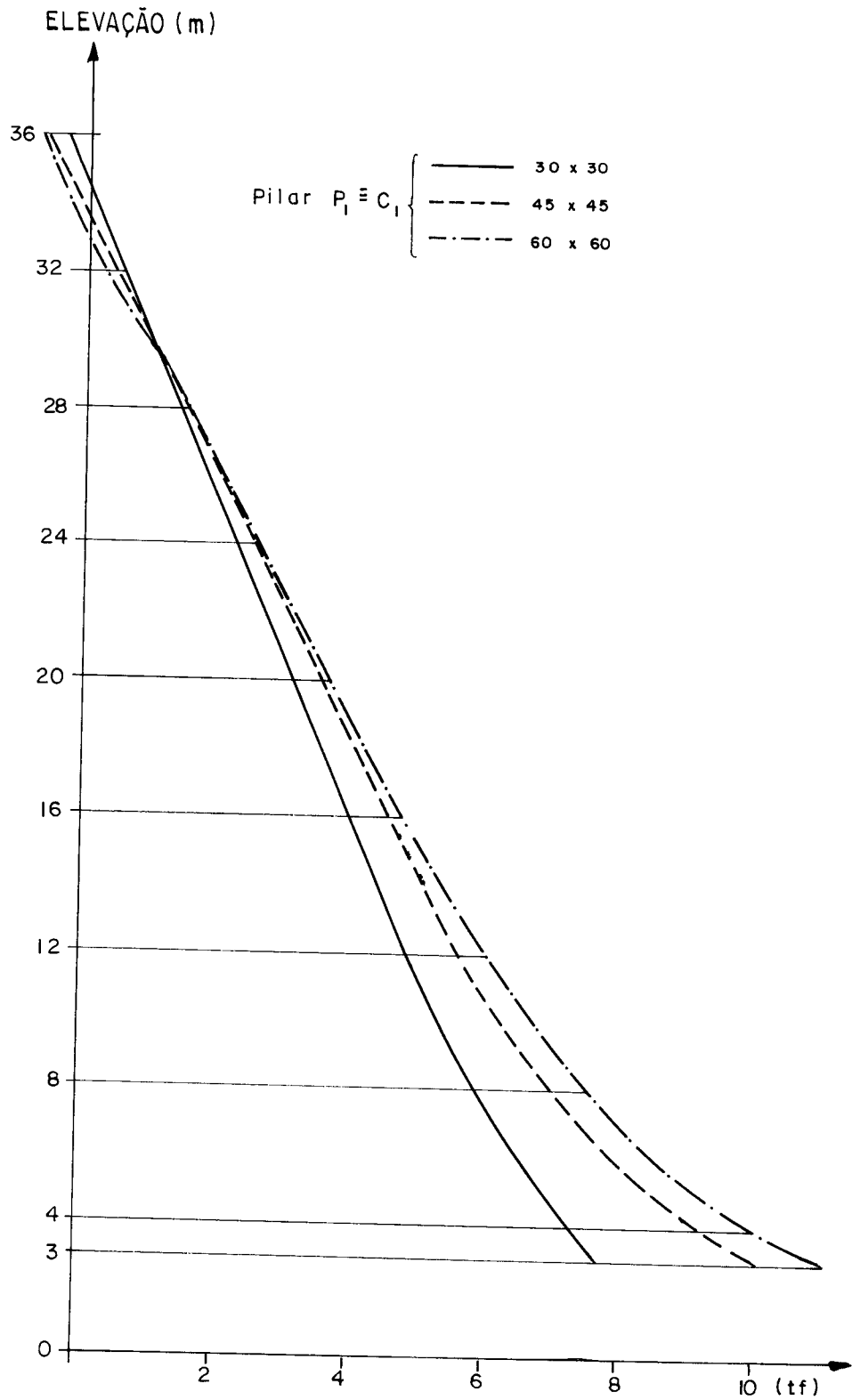


FIG. 2.67 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS V<sub>1</sub>

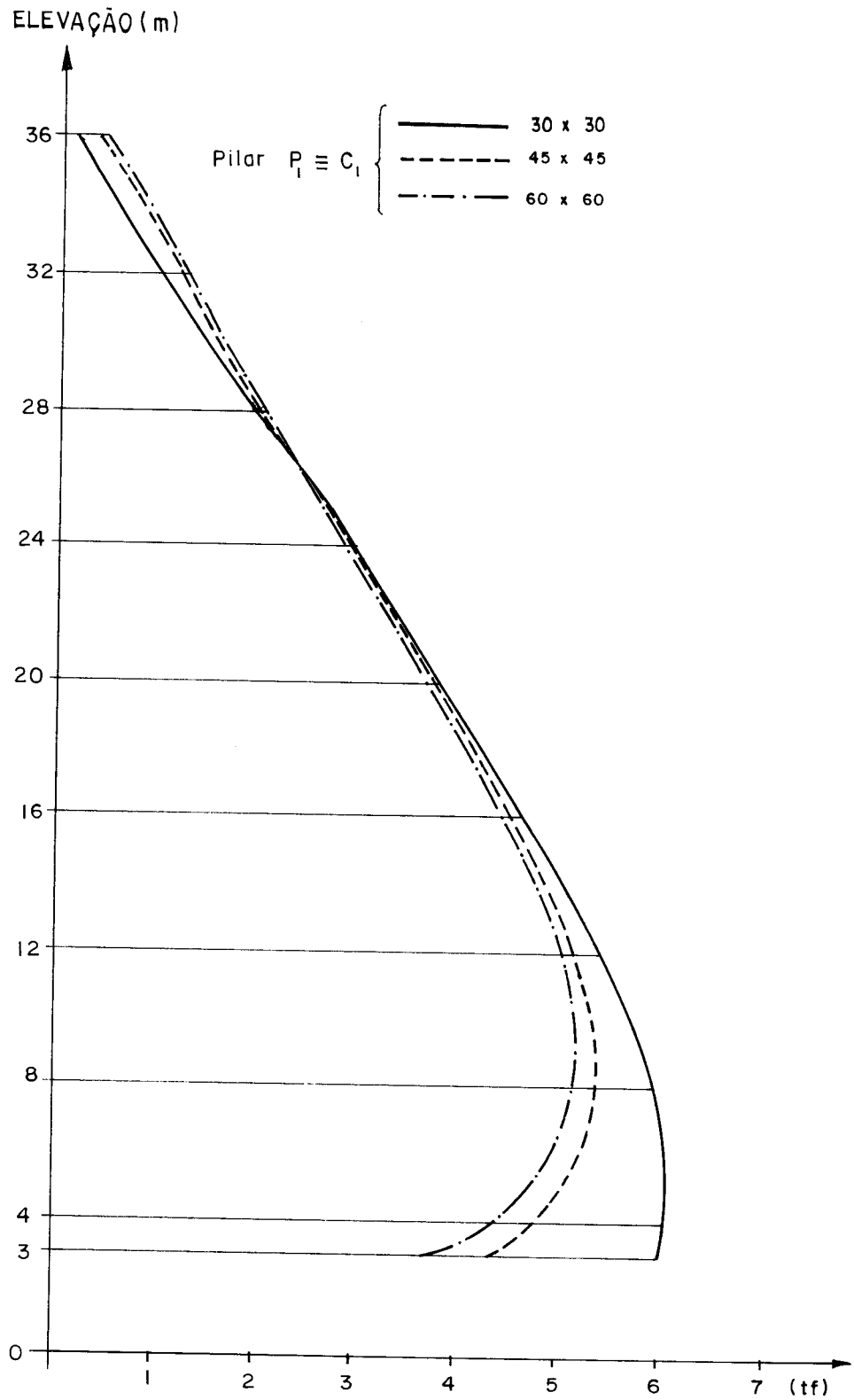


FIG. 2.68 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_2$ .

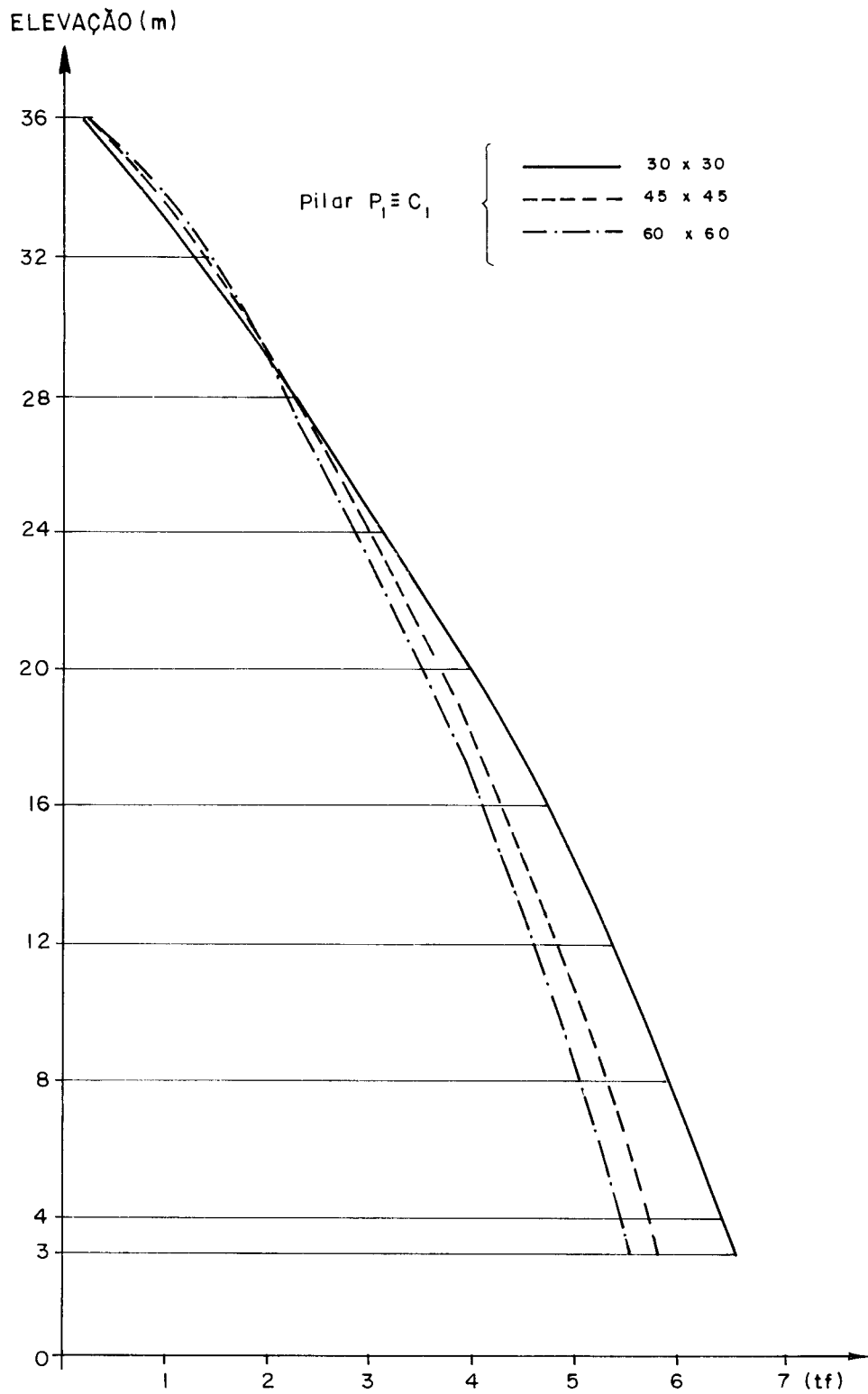


FIG. 2.69 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_3$

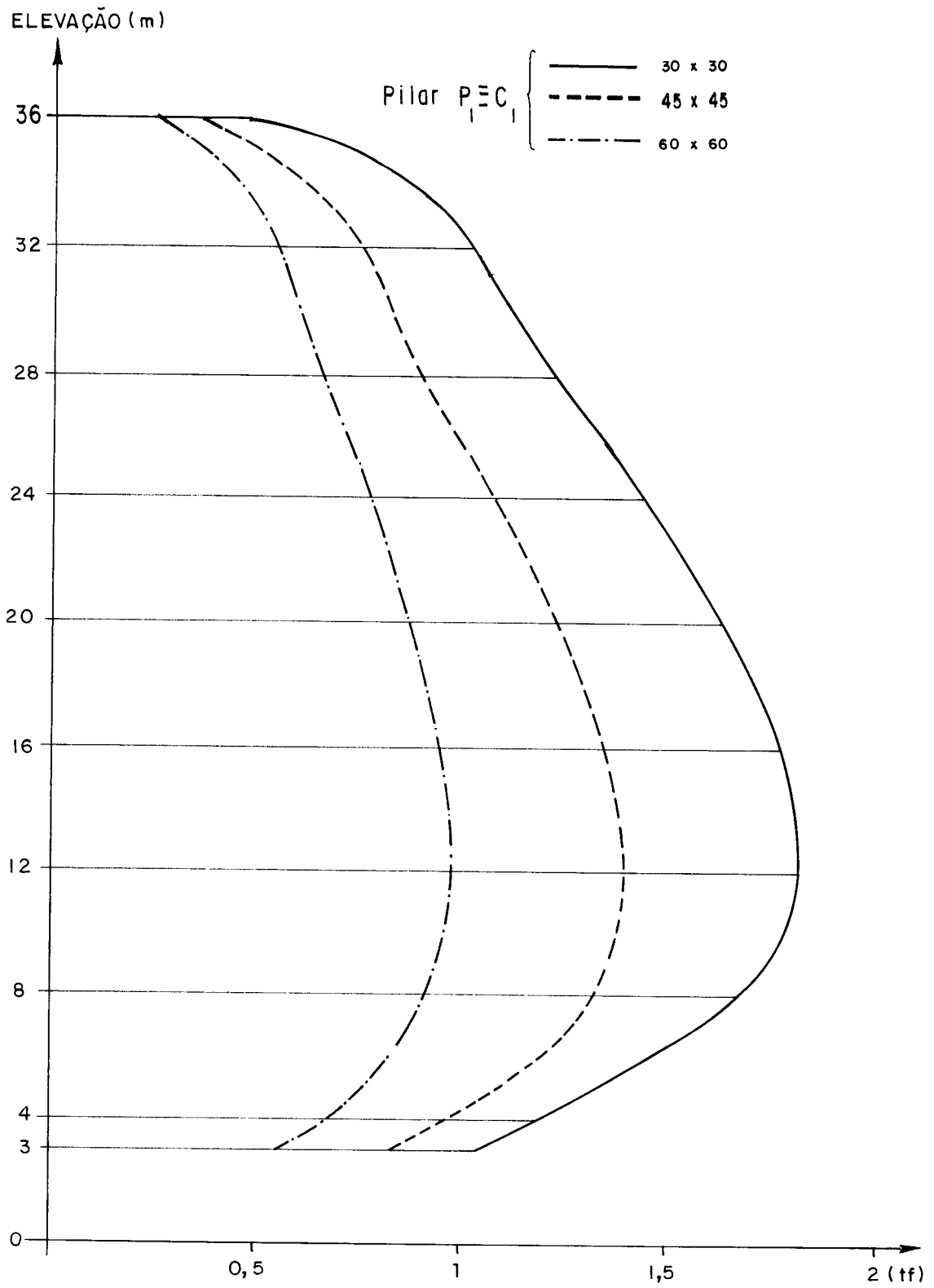


FIG. 2.70 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>1</sub>

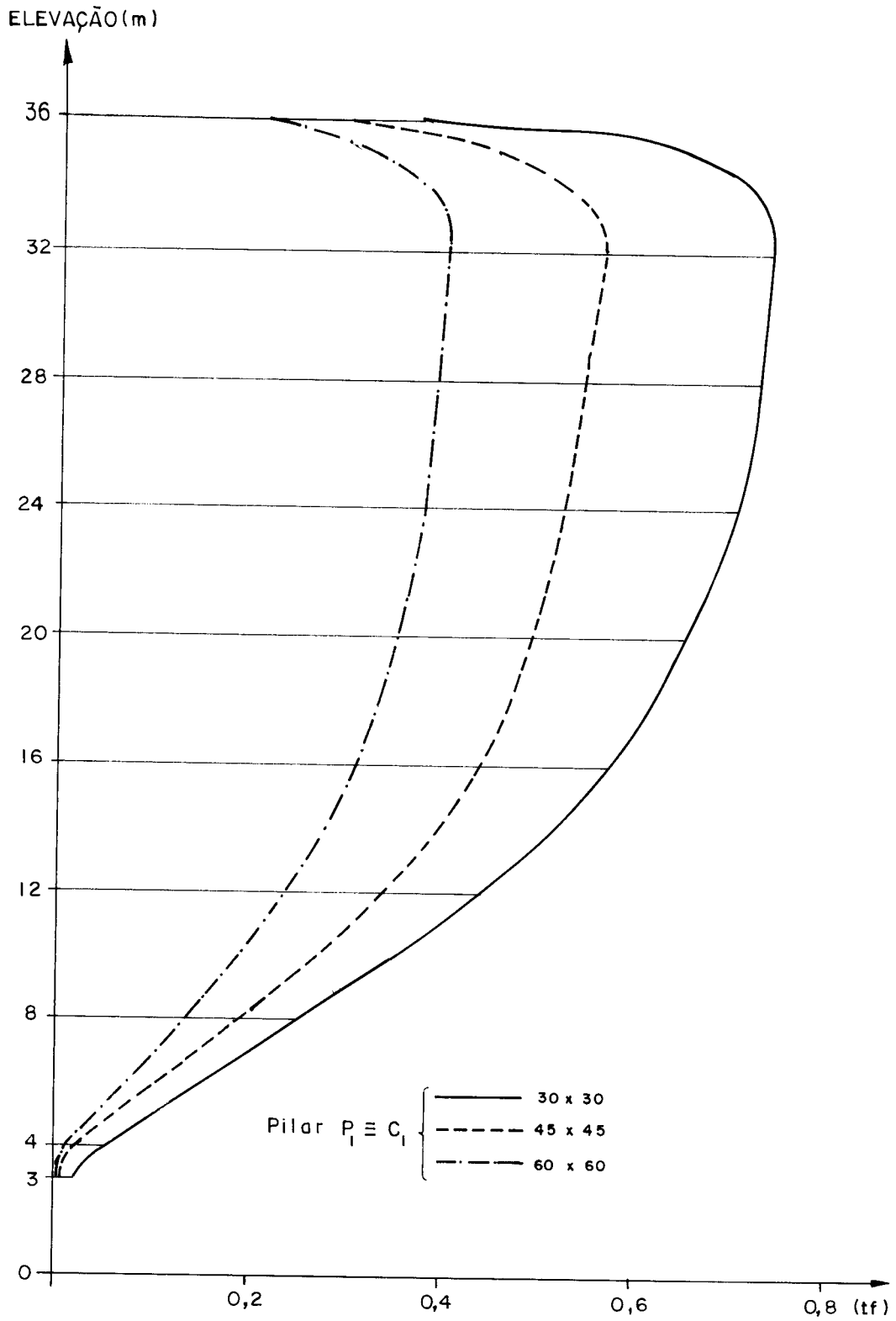


FIG. 2.71 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $B_2$ .

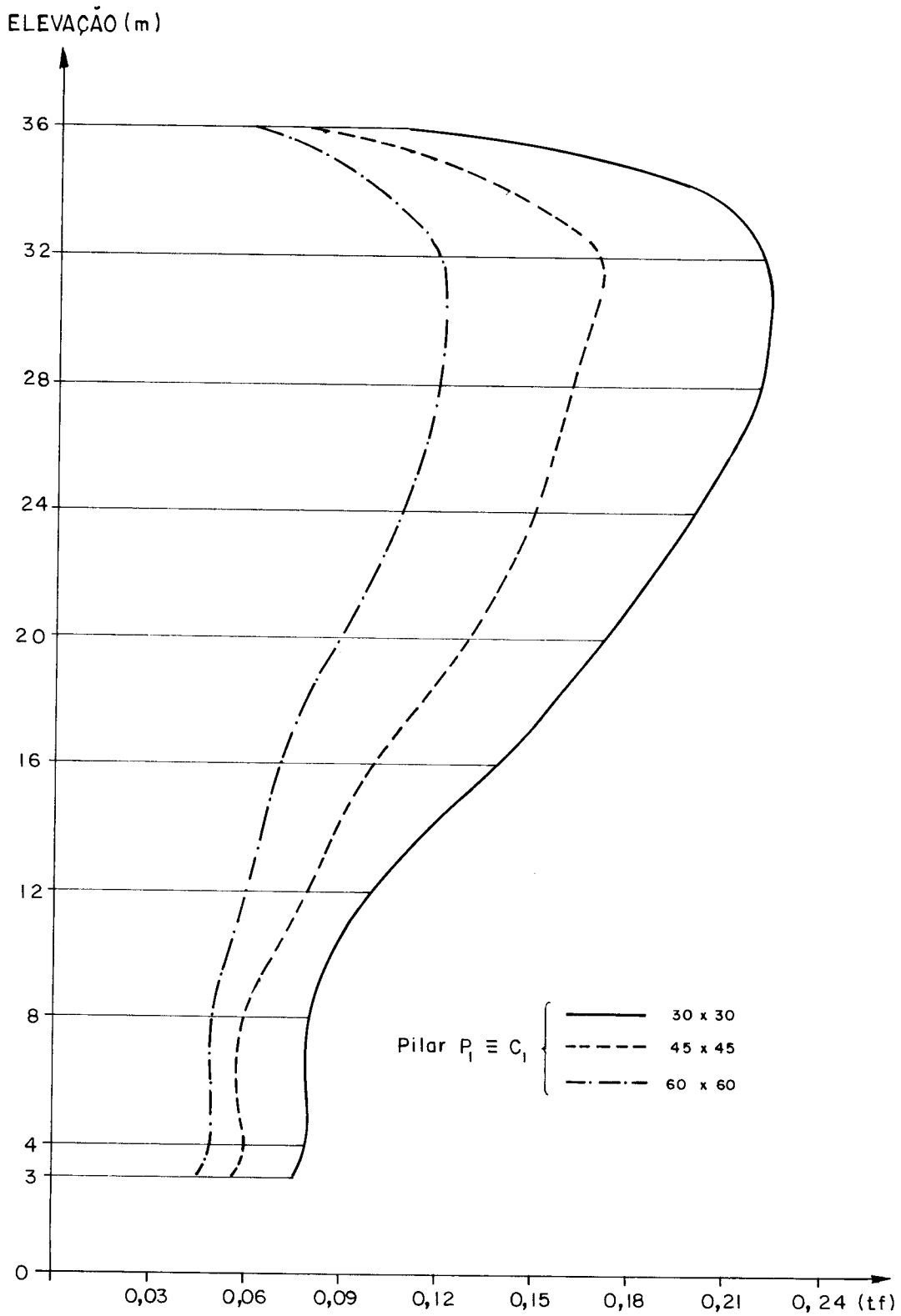


FIG. 2.72 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>3</sub>



### III - ANÁLISE ADIMENSIONAL DAS ESTRUTURAS TUBULARES FLETIDAS

#### 3.1 - GENERALIDADES

Conforme já se sabe, o comportamento da estrutura tubular básica, quando submetida a um carregamento lateral centrado, apresenta características compreendidas entre o comportamento de um painel parede de seção quadrada ou retangular (tubo ideal) e o comportamento de um pórtico, formado por vigas e pilares rigidamente conectados entre si. Quanto mais próximo este comportamento estiver do tubo ideal, tanto maior será a eficiência do sistema, que apresentará uma distribuição mais uniforme de tensões ao longo da seção transversal e menores deslocamentos laterais.

O objetivo primordial do estudo que será levado a diante nesta parte do trabalho é a obtenção de certos parâmetros adimensionais de maneira que, com base apenas neles, a estrutura tubular possa ser totalmente analisada. Os resultados serão expressos na forma de coeficientes que permitirão chegar às forças normais nos pilares, às forças cortantes nas vigas e aos deslocamentos laterais do edifício. Além disso, para que se possa avaliar a eficiência da estrutura projetada, estes coeficientes estarão sempre relacionados com aqueles que seriam obtidos caso a estrutura se comportasse integralmente como tubo ideal.

Tomar-se-á como base o estudo desenvolvido na Parte II, do qual serão utilizadas as equações já deduzidas e toda a filosofia de cálculo. No entanto, para que o número de parâmetros adimensionais seja o menor possível, deverão ser obedecidas as seguintes restrições adicionais:

- a) Todas as vigas da estrutura terão o mesmo vão e a mesma inércia;
- b) Todos os pilares da estrutura terão a mesma área e a mesma inércia;
- c) Não serão levadas em conta as dimensões das juntas.

Assim, a notação usada na Parte II permanece válida, apenas considerando-se que:

a - vão das vigas;

$J_b$  - momento de inércia das vigas;

$A_c$  - área dos pilares;

$J_c$  - momento de inércia dos pilares.

### 3.2 - ANÁLISE PARA NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAINÉIS

Serão estudadas neste item as estruturas que possuem, tanto nos painéis completos de alma quanto nos de flange, um número ímpar de pilares.

#### 3.2.1 - Deformações dos Painéis de Alma e Flange

Como a inércia de todos os pilares será igual, a rigidez à flexão dos mesmos se definirá pelo parâmetro:

$$K_c = \frac{J_c}{h} \quad (3.1)$$

Tendo em vista que a inércia de todas as vigas será a mesma, o que ocorre também com o vão, e ainda que as dimensões das juntas não estarão consideradas, as equações (2.7),

(2.11), (2.15), (2.21), (2.25) e (2.28), desde que ambos os seus membros sejam divididos pelo vão  $\tilde{a}$ , se tornam, respectivamente:

$$\frac{q_1}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{q_2}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = v' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{q_i}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = \\ = v' - \frac{\delta_i}{a} + \frac{\delta_{i+1}}{a} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{16 \cdot K_c} \right] = v' - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (3.4)$$

$$\frac{p_1}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{p_2}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = \frac{\delta_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (3.5)$$

$$\frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{p_i}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = \frac{\gamma_i}{a} - \frac{\gamma_{i+1}}{a} \quad (3.6)$$

$$\frac{p_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \quad (3.7)$$

Define-se a rigidez à flexão das vigas pelo parâmetro:

$$K_b = \frac{J_b}{a} \quad (3.8)$$

Multiplicando e dividindo o primeiro membro das equações (3.2) a (3.7) por este parâmetro, tem-se, pela ordem:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_1}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{q_2}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = v' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (3.2-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_i}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = v' - \frac{\delta_i}{a} + \frac{\delta_{i+1}}{a} \quad (3.3-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{3 \cdot K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = v' - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (3.4-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_1}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{p_2}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{\gamma_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (3.5-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{p_i}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{\gamma_i}{a} - \frac{\gamma_{i+1}}{a} \quad (3.6-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \quad (3.7-a)$$

A rigidez  $\tilde{a}$  cortante das vigas será dada por:

$$S_b = \frac{12 \cdot E \cdot J_b}{a^3} \quad (3.9)$$

Substituindo-se  $J_b/a$  por  $K_b$  nesta equação, conclui-se que:

$$\frac{a^2}{12 \cdot K_b} = \frac{E}{S_b} \quad (3.10)$$

As expressões (3.2-a) a (3.7-a) constituem um sistema de equações lineares, que pode ser escrito na forma matricial:

$$[R] \begin{Bmatrix} q_1/E.a \\ q_2/E.a \\ \vdots \\ q_i/E.a \\ \vdots \\ q_{n-1}/E.a \\ p_1/E.a \\ p_2/E.a \\ \vdots \\ p_i/E.a \\ \vdots \\ p_{m-1}/E.a \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} v' \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_m/a \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

[R] é uma matriz quadrada, de ordem (n+m-2) e, efetuando-se a substituição indicada pela equação (3.10), seu desenvolvimento fica:

$$[R] = \frac{E.h}{S_b} \begin{bmatrix} \begin{matrix} R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ 0, R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, R_b, R_a, R_b \\ 0, \dots, 0, R_b, R_c \end{matrix} & \begin{matrix} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{matrix} & \begin{matrix} n-1 \\ n+m-2 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, R_b, R_a, R_b \\ 0, \dots, 0, R_b, R_d \end{matrix} & \begin{matrix} R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ 0, R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, R_b, R_a, R_b \\ 0, \dots, 0, R_b, R_d \end{matrix} & \begin{matrix} n-1 \\ n+m-2 \end{matrix} \end{bmatrix}$$

onde

$$R_a = \frac{K_b}{2 \cdot K_c} + 1$$



$$\frac{\delta_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} = 0, \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (3.13)$$

$$\frac{\gamma_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_i}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} = 0, \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (3.14)$$

$$\frac{\gamma_m''}{a} h^2 + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{2 \cdot h^2}{A_c} = 0 \quad (3.15)$$

A rigidez à deformação axial dos pilares é dada por:

$$S_c = \frac{A_c \cdot E}{h} \quad (3.16)$$

Com isso, as equações (3.12) a (3.15) podem ser escritas na forma:

$$\frac{\delta_1''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0 \quad (3.12-a)$$

$$\frac{\delta_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0, \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (3.13-a)$$

$$\frac{\gamma_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0, \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (3.14-a)$$

$$\frac{\gamma_m''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{2 \cdot E \cdot h}{S_c} = 0 \quad (3.15-a)$$

### 3.2.3 - Equação de Equilíbrio à Força Cortante

Multiplicando os dois membros da equação (2.42) pelo fator  $h^2/(E \cdot a^2 \cdot A_c)$ , e considerando que o vão de todas as vigas é o mesmo, indicado por  $\underline{a}$ , obtêm-se:

$$\frac{Q \cdot h^2}{4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c} = \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{q_2}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \dots + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \dots + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} \quad (3.17)$$

Substituindo-se (3.16) nesta equação, vem:

$$\frac{Q \cdot h^2}{4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c} = \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_2}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \dots + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \dots + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} \quad (3.17-a)$$

### 3.2.4 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Com a equação (3.17-a), de equilíbrio à cortante, e as equações (3.12-a) a (3.15-a), de equilíbrio à força normal, chega-se a um sistema que, expresso na forma matricial, fica:

$$[G] \begin{Bmatrix} v''' \cdot h^2 \\ \delta_1'' \cdot h^2 / a \\ \delta_2'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \delta_i'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \cdot h^2 / a \\ \gamma_2'' \cdot h^2 / a \\ \gamma_3'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \gamma_i'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \gamma_m'' \cdot h^2 / a \end{Bmatrix} + [H] \begin{Bmatrix} q_1 / E \cdot a \\ q_2 / E \cdot a \\ \vdots \\ q_i / E \cdot a \\ \vdots \\ q_{n-1} / E \cdot a \\ p_1 / E \cdot a \\ p_2 / E \cdot a \\ \vdots \\ p_i / E \cdot a \\ \vdots \\ p_{m-1} / E \cdot a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \cdot h^2 / 4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$



A matriz  $[G]$ , idênticamente à Parte II, é quadrada, de ordem  $(n+m-1)$ , com todos os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal, a partir da segunda linha e segunda coluna, os quais se igualam à unidade:

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & , & 0 & , & \dots\dots\dots & , & 0 \\ 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots\dots\dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots\dots\dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots\dots\dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & , & \dots\dots\dots & , & \dots\dots\dots & , & 0 & , & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $[H]$  é retangular, de ordem  $(n+m-1) \times (n+m-2)$ , estando a sua composição mostrada a seguir:

$$[H] = \frac{E \cdot h}{S_c} \begin{array}{c|c} & \begin{matrix} n-1 & n+m-2 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 1, 1, \dots, 1, \dots, 1 \\ 1, 0, \dots, 0 \\ -1, 1, 0, \dots, 0 \\ 0, -1, 1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, -1, 1, 0 \\ 0, \dots, 0, -1, 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0, \dots, 0 \\ -1, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1, -1, 0, \dots, 0 \\ 0, 1, -1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, 1, -1 \\ 0, \dots, 0, 0, 2 \end{matrix} \\ \hline & \begin{matrix} n \\ n+m-1 \end{matrix} \end{array}$$

Sejam agora os vetores  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , definidos respectivamente como:

$$\{U\} = \left\{ \begin{array}{c} v' \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_m/a \end{array} \right\} \quad \{C\} = \left\{ \begin{array}{c} Q \cdot h^2 / 4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\}$$

Trabalhando com a equação (3.11) e usando-se a definição de  $\{U\}$ , chega-se a:

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1/E \cdot a \\ q_2/E \cdot a \\ \vdots \\ q_i/E \cdot a \\ \vdots \\ q_{n-1}/E \cdot a \\ p_1/E \cdot a \\ p_2/E \cdot a \\ \vdots \\ p_i/E \cdot a \\ \vdots \\ p_{m-1}/E \cdot a \end{array} \right\} = [R]^{-1} [S] \{U\} \quad (3.19)$$

Substituindo-se (3.19) em (3.18), e usando as definições de  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , obtêm-se, analogamente à Parte II:

$$[G][U''] + [T]\{U\} = \{C\} \quad (3.20)$$

onde

$$[T] = [H][R]^{-1}[S] \quad (3.21)$$

### 3.3 - ANÁLISE PARA NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAINÉIS

O estudo feito no item anterior vai ser agora estendido para os casos em que se tenha número par de pilares no painel inteiro de alma ou no painel inteiro de flange, ou ainda, em ambos. Conforme se observará, ocorrendo qualquer uma dessas situações, apenas alguns poucos elementos das matrizes  $[R]$ ,  $[S]$  e  $[H]$  se modificarão.

#### 3.3.1 - Deformações dos Painéis de Alma e Flange

Na hipótese do painel inteiro de alma ter número par de pilares, o procedimento é análogo àquele feito no sub-item 3.2.1, apenas toma-se como base a equação (2.50) no lugar da equação (2.15), o que faz com que se chegue a:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{1}{2} + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{v'}{2} - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (3.22)$$

Assim, no sistema (3.11), a equação (3.22) ocupa o lugar da (3.4-a). Como consequência, na matriz  $[S]$ , o elemento situado na posição  $(n-1, 1)$  reduz-se à metade, tornando-se igual a  $1/2$ , e na matriz  $[R]$ ,  $R_c$  passa a ser:

$$R_c = \frac{K_b}{4 \cdot K_c} + \frac{1}{2}$$

Se, por outro lado, o painel inteiro de flange tiver número par de pilares, toma-se como base a equação (2.55) ao invés da equação (2.28), o que permite obter:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{P_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{P_{m-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{3 \cdot K_b}{12 \cdot K_c + 2 \cdot K_b} + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} + 1 \right] \right\} = \frac{\gamma_{m-1}}{a} - \frac{\gamma_m}{a} \quad (3.23)$$

No caso, a equação (3.23) toma o lugar da equação (3.7-a) na composição do sistema (3.11). Com isso, a matriz [S] não sofre qualquer alteração e na matriz [R],  $R_d$  se torna:

$$R_d = \frac{3 \cdot K_b}{12 \cdot K_c + 2 \cdot K_b} + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} + 1$$

### 3.3.2 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

Somente ocorre alteração em relação ao estudo já feito no sub-item 3.2.2 se o flange tiver quantidade par de pilares. Neste caso, toma-se como base a equação (2.56) no lugar da (2.37-a), o que conduz a:

$$\frac{\gamma_m''}{a} \cdot h^2 + \frac{P_{m-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0 \quad (3.24)$$

Esta equação substituirá a (3.15-a) no sistema (3.18), fazendo com que o elemento da matriz [H] situado na posição  $(n+m-1, n+m-2)$  se reduza à metade, ou seja, passe a ser  $E \cdot h / S_c$ .

### 3.3.3 - Equação de Equilíbrio à Força Cortante

Haverá modificação na equação de equilíbrio à força cortante apenas se a alma tiver quantidade par de pilares. Isto ocorrendo, ao invés de se tomar como base a equa-

ção (2.42), pega-se a equação (2.59), e procedendo similarmente à anterior para esta última, obtêm-se:

$$\frac{Q \cdot h^2}{4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c} = \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_2}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \dots + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \dots + \frac{1}{2} \cdot \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} \quad (3.25)$$

Logo, no sistema (3.18), a equação (3.25) toma o lugar da equação (3.17-a). Assim, o elemento situado na posição (1,n-1) da matriz [H] reduz-se à metade, tornando-se  $E \cdot h / (2 \cdot S_c)$ .

### 3.4 - PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

#### 3.4.1 - Desenvolvimento Básico

Executando-se o produto matricial  $[H][R]^{-1}[S]$ , conforme indicado pela equação (3.21), chega-se a:

$$[T] = \frac{S_b}{S_c} [X] \quad (3.26)$$

onde [X] é uma matriz em que todos os elementos são funções reais de uma única variável,  $K_c/K_b$ . Assim sendo, o sistema (3.20), tendo em vista as definições dos vetores {U} e {C}, pode ser representado na forma:

$$[G] \begin{Bmatrix} v'''.h^2 \\ \delta_1'' \cdot h^2/a \\ \delta_2'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \delta_i'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \cdot h^2/a \\ \gamma_2'' \cdot h^2/a \\ \gamma_3'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \gamma_i'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \gamma_m'' \cdot h^2/a \end{Bmatrix} + \frac{S_b}{S_c} [X] \begin{Bmatrix} v' \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_m/a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \cdot h^2/4 \cdot E \cdot a^2 \cdot A_c \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Este sistema, como se sabe, refere-se a uma única elevação do edifício.

Ao se analisar a estrutura, são escolhidas diversas elevações ao longo da sua altura e, para cada uma, estabelece-se um sistema semelhante ao (3.27). Se estas elevações estiverem uniformemente espaçadas de  $\Delta$  e, for usado o "Método das Diferenças Finitas" de acordo com o Apêndice II, definindo-se os parâmetros adimensionais

$$S_r = \frac{K_c}{K_b} \quad (3.28)$$

$$S_f = \frac{S_b}{S_c} \left(\frac{\Delta}{h}\right)^2 \quad (3.29)$$

fica fácil concluir que os resultados obtidos para os componentes do vetor  $\{U\}$  serão, em cada uma das elevações:

$$v' = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot Q_1 \cdot f_1(S_r, S_f) \quad (3.30)$$

$$\frac{\delta_i}{a} = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot Q_{2i} \cdot f_{2i}(S_r, S_f) \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.31)$$

$$\frac{\gamma_i}{a} = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot Q_{3i} \cdot f_{3i}(S_r, S_f) \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.32)$$

Nestas equações, (3.30) a (3.32),  $Q_1$ ,  $Q_{2i}$  e  $Q_{3i}$  são valores, em unidades de força, que dependem exclusivamente do carregamento lateral que solicita a estrutura ao longo de sua altura, e  $f_1$ ,  $f_{2i}$  e  $f_{3i}$  funções reais de duas variáveis,  $S_r$  e  $S_f$ .

Para se chegar aos deslocamentos laterais do edifício, indicados por  $v$ , integram-se numericamente por meio da "Regra dos Trapézios" (ver Apêndice II), os valores de  $v'$ , dados em cada elevação pela equação (3.30). Assim, numa elevação qualquer, obtêm-se:

$$v = \frac{\Delta^3}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot \bar{Q}_1 \cdot \bar{f}_1(S_r, S_f) \quad (3.33)$$

onde  $\bar{Q}_1$  e  $\bar{f}_1$  têm definições análogas às de  $Q_1$  e  $f_1$ .

Considerando que a área de todos os pilares é a mesma, e tendo em vista as equações (2.31) e (2.35), as forças normais nos pilares da alma e do flange são dadas, em cada elevação, respectivamente por:

$$N_i = E \cdot A_c \cdot \delta_i' \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.34)$$

$$F_i = E \cdot A_c \cdot \gamma_i' \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.35)$$

A primeira derivada das equações (3.31) e (3.32) pode ser obtida imediatamente com o uso, mais uma vez, do "Método das Diferenças Finitas". Dessa forma, tem-se que:

$$\frac{\delta'_i}{a} = \frac{\Delta}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot \bar{Q}_{2i} \cdot \bar{F}_{2i}(S_r, S_f) \quad (3.36)$$

$$\frac{\gamma'_i}{a} = \frac{\Delta}{E \cdot A_c \cdot a^2} \cdot \bar{Q}_{3i} \cdot \bar{F}_{3i}(S_r, S_f) \quad (3.37)$$

onde as definições de  $\bar{Q}_{2i}$ ,  $\bar{F}_{2i}$ ,  $\bar{Q}_{3i}$  e  $\bar{F}_{3i}$  são análogas às de  $Q_{2i}$ ,  $f_{2i}$ ,  $Q_{3i}$  e  $f_{3i}$ , respectivamente. Logo:

$$\delta'_i = \frac{\Delta}{E \cdot A_c \cdot a} \cdot \bar{Q}_{2i} \cdot \bar{F}_{2i}(S_r, S_f) \quad (3.38)$$

$$\gamma'_i = \frac{\Delta}{E \cdot A_c \cdot a} \cdot \bar{Q}_{3i} \cdot \bar{F}_{3i}(S_r, S_f) \quad (3.39)$$

Substituindo-se (3.38) em (3.34) e (3.39) em (3.35), chega-se a:

$$N_i = \frac{\Delta}{a} \cdot \bar{Q}_{2i} \cdot \bar{F}_{2i}(S_r, S_f) \quad (3.40)$$

$$F_i = \frac{\Delta}{a} \cdot \bar{Q}_{3i} \cdot \bar{F}_{3i}(S_r, S_f) \quad (3.41)$$

Das expressões (3.19) e (3.30) a (3.32), é possível concluir que as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, numa dada elevação, na alma e no flange, são, pela ordem:



$$q_i = \frac{S_b \cdot \Delta^2}{E \cdot A_c \cdot h \cdot a} \cdot Q_{4i} \cdot f_{4i}(S_r, S_f) \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.42)$$

$$p_i = \frac{S_b \cdot \Delta^2}{E \cdot A_c \cdot h \cdot a} \cdot Q_{5i} \cdot f_{5i}(S_r, S_f) \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.43)$$

onde  $Q_{4i}$  e  $Q_{5i}$  são valores, em unidades de força, que dependem apenas da distribuição e da intensidade com que o carregamento lateral solicita o edifício ao longo de sua altura, e  $f_{4i}$  e  $f_{5i}$  são funções reais de duas variáveis,  $S_r$  e  $S_f$ . Multiplicando o segundo membro destas equações por  $h/h$  e tendo em vista as expressões (3.16) e (3.29), vêm:

$$q_i = \frac{1}{a} \cdot Q_{4i} \cdot \bar{f}_{4i}(S_r, S_f) \quad (3.44)$$

$$p_i = \frac{1}{a} \cdot Q_{5i} \cdot \bar{f}_{5i}(S_r, S_f) \quad (3.45)$$

onde  $\bar{f}_{4i}$  e  $\bar{f}_{5i}$  têm definições análogas às de  $f_{4i}$  e  $f_{5i}$ , respectivamente.

A partir do estudo feito neste item, chega-se à conclusão que as estruturas tubulares básicas podem ser totalmente analisadas com base em apenas dois parâmetros adimensionais,  $S_r$  e  $S_f$ . Procedendo dessa maneira, os resultados obtidos para os deslocamentos laterais devem ser posteriormente multiplicados por  $\Delta^3 \cdot \bar{Q}_1 / (E \cdot A_c \cdot a^2)$ , os obtidos para as forças normais nos pilares da alma e do flange, respectivamente, por  $\Delta \cdot \bar{Q}_{2i} / a$  e  $\Delta \cdot \bar{Q}_{3i} / a$ , e os obtidos para as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, nas vigas da alma e do flange, por  $Q_{4i} / a$  e  $Q_{5i} / a$ . Os valores de  $\bar{Q}_1$ ,  $\bar{Q}_{2i}$ ,  $\bar{Q}_{3i}$ ,  $Q_{4i}$  e  $Q_{5i}$  podem ser determinados conhecendo-se o carregamento lateral que atua sobre o edifício, trabalho que fica muito facilitado quando se usa o computador.

Deve-se ainda salientar que os resultados obtidos na análise dependerão também dos números de pilares existentes nos painéis de alma e flange, uma vez que estes números influem diretamente no tamanho das matrizes [R], [S] e [H].

### 3.4.2 - Considerações Complementares

Conforme se vê pela equação (3.29),  $S_f$  é um parâmetro que depende do comprimento dos espaçamentos,  $\Delta$ , entre as diversas elevações adotadas na análise. É conveniente, para simplificar o tratamento e poder comparar mais facilmente o comportamento de diversas estruturas com relação a  $S_f$ , adotar um espaçamento de tamanho padrão. Neste estudo, optou-se por fazer:

$$\Delta = \frac{H}{10} \quad (3.46)$$

onde H é a altura total do edifício. Sendo NA o número de andares, tem-se que:

$$h = \frac{H}{NA} \quad (3.47)$$

Assim, substituindo-se (3.46) e (3.47) em (3.29), o parâmetro adimensional  $S_f$  passa a ser:

$$S_{f-10} = \frac{S_b}{S_c} \left(\frac{NA}{10}\right)^2 \quad (3.48)$$

O número 10 que aparece agora no índice indica em quantas partes a altura do edifício foi dividida.

Em resumo, para que se possa analisar totalmente uma estrutura tubular básica, basta que se conheça o número de pilares da alma e do flange e os adimensionais  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , que serão denominados, respectivamente, "relação de rigidez à flexão" e "fator de rigidez".

### 3.5 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS LATERAIS NO TUBO IDEAL

#### 3.5.1 - Teoria Clássica da Flexão

Se a estrutura tubular básica se comportasse integralmente como um tubo ideal, as forças normais nas colunas e as forças cortantes nas vigas, numa determinada elevação do edifício, poderiam ser obtidas com base na teoria clássica da flexão. Dessa forma, se teria para as barras do painel de alma:

$$N_{ti} = \frac{M \cdot D_i \cdot A_c}{J_e} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.49)$$

$$q_{ti} = \frac{Q \cdot M_{si}}{J_e} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.50)$$

onde

$N_{ti}$  - força normal no pilar  $P_i$  ;

$M$  - momento fletor causado pelo carregamento lateral na elevação em foco;

$D_i$  - distância do pilar  $P_i$  ao eixo neutro;

$J_e$  - momento de inércia efetivo da seção transversal da estrutura em relação ao eixo neutro;

$q_{ti}$  - força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, no tramo  $i$ ;

$Q$  - força cortante causada pelo carregamento lateral na elevação em foco;

$M_{si}$  - momento estático, em relação ao eixo neutro, das áreas de todos os pilares situados de um dos lados do tramo  $i$ .

Similarmente, para as barras do flange, viria:

$$F_{ti} = N_{t1} \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.51)$$

$$P_{ti} = \frac{Q \cdot \bar{M}_{si}}{J_e} \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.52)$$

sendo  $F_{ti}$ ,  $P_{ti}$  e  $\bar{M}_{si}$  análogos a  $N_{ti}$ ,  $q_{ti}$  e  $M_{si}$ , respectivamente.

No que se refere ao deslocamento lateral, a equação que o define nas diversas elevações depende do tipo de carregamento que solicita a estrutura. Em termos genéricos, pode-se estabelecer que:

$$v_t = \frac{\bar{Q} \cdot H^3}{E \cdot J_e} \quad (3.53)$$

onde

$v_t$  - deslocamento lateral numa certa elevação do edifício;  
 $\bar{Q}$  - um valor, em unidade de força, que depende da intensidade e do tipo do carregamento e da elevação na qual se quer o deslocamento.

Exemplificando, caso se tenha uma carga uniformemente distribuída por unidade de comprimento,  $q$ , a expressão que define o deslocamento numa elevação  $z$  será:

$$v_t = \frac{q}{24 \cdot E \cdot J_e} [ (H-z)^4 - 4 \cdot H^3 (H-z) + 3 \cdot H^4 ]$$

Com isso,

$$\bar{Q} = \frac{q}{24 \cdot H^3} [ (H-z)^4 - 4 \cdot H^3 (H-z) + 3 \cdot H^4 ]$$

### 3.5.2 - Coefficientes

Para o hipotético comportamento de tubo ideal da estrutura, define-se como coeficiente de força normal em um pilar  $P_i$  da alma,  $FPT_i$ , a relação entre a força normal neste pilar e aquela no pilar mais solicitado, que é o pilar de canto. Assim, com base na equação (3.49), vem:

$$FPT_i = \frac{N_{ti}}{N_{t1}} = \frac{D_i}{D_1} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.54)$$

Similarmente, para um pilar  $C_i$  do flange, indica-se o coeficiente por  $FCT_i$ , e com base nas equações (3.49) e (3.51), obtêm-se:

$$FCT_i = \frac{F_{ti}}{N_{t1}} = 1 \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.55)$$

De forma semelhante, o coeficiente de força cortante em uma viga  $V_i$  da alma,  $FVT_i$ , ou  $B_i$  do flange,  $FBT_i$ , será a relação entre a força cortante nesta viga e a força na viga mais solicitada, que é aquela situada mais próxima do eixo de flexão (viga  $V_{n-1}$ ). Tendo em vista as equações (3.50) e (3.52), vêm:

$$FVT_i = \frac{q_{ti}}{q_{tn-1}} = \frac{M_{si}}{M_{sn-1}} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.56)$$

$$FBT_i = \frac{p_{ti}}{q_{tn-1}} = \frac{\bar{M}_{si}}{M_{sn-1}} \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.57)$$

Com estes coeficientes, a partir do cálculo da força normal no pilar mais solicitado (pilar de canto  $P_1 \equiv C_1$ ), para um comportamento de tubo ideal, obtêm-se imedia-

tamente todas as demais. Conclusão similar vale para as forças cortantes nas vigas.

### 3.6 - COEFICIENTES PARA A ESTRUTURA REAL

Procurar-se-á agora analisar a estrutura tendo por base apenas os dois parâmetros adimensionais obtidos anteriormente,  $S_r$  e  $S_{f-10}$  (usa-se o espaçamento padrão,  $\Delta$  igual a  $H/10$ , entre as elevações da estrutura), de tal forma que, no final, se consiga coeficientes que representem uma relação entre o funcionamento do tubo ideal e da estrutura em estudo, numa elevação  $z$ .

Primeiramente, se trabalhará com o deslocamento lateral do edifício. O objetivo, então, é obter um coeficiente que, multiplicado pelo deslocamento do tubo ideal,  $v_t$ , forneça o deslocamento real da estrutura,  $v$ , na elevação considerada. Este coeficiente, indicado por FDR, será dado por:

$$FDR = \frac{v}{v_t} \quad (3.58)$$

sendo  $v$  e  $v_t$  obtidos, respectivamente, das equações (3.33) e (3.53). Nestas equações, é possível estabelecer as seguintes relações:

$$\frac{\Delta}{H} = \frac{1}{10} \quad (3.59)$$

$$\frac{J_e}{A_c \cdot a^2} = K_1 \quad (3.60)$$

$$\frac{\bar{Q}_1}{\bar{Q}} = K_2 \quad (3.61)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são constantes numéricas. Assim, o resultado da equação (3.58) será:

$$FDR = g_1(S_r, S_{f-10}) \quad (3.62)$$

$g_1$  é uma função real de duas variáveis,  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , dada por:

$$g_1 = 0,001 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot \bar{f}_1$$

O próximo passo é obter coeficientes que multiplicados pela força normal no pilar de canto, que ocorreria no tubo ideal, forneçam as forças normais que ocorrem de fato nos diversos pilares da estrutura. Tais coeficientes, para os pilares dos painéis de alma e flange, serão, respectivamente:

$$FPR_i = \frac{N_i}{N_{t1}} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.63)$$

$$FCR_i = \frac{F_i}{N_{t1}} \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.64)$$

As forças  $N_i$  são obtidas da equação (3.40),  $F_i$  da (3.41) e  $N_{t1}$ , fazendo  $i$  igual a 1, da (3.49). Considerando-se estas equações, as seguintes relações podem ser escritas:

$$\frac{J_e}{A_c \cdot D_1 \cdot a} = K_3 \quad (3.65)$$

$$\frac{\Delta \cdot \bar{Q}_{2i}}{M} = K_{4i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.66)$$

$$\frac{\Delta \cdot \bar{Q}_{3i}}{M} = K_{5i} \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.67)$$

onde  $K_3$ ,  $K_{4i}$  e  $K_{5i}$  são constantes numéricas. Dessa forma, os resultados das expressões (3.63) e (3.64) serão, pela ordem:

$$FPR_i = g_{2i}(S_r, S_{f-10}) \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.68)$$

$$FCR_i = g_{3i}(S_r, S_{f-10}) \quad , \quad i = 2, \dots, m \quad (3.69)$$

$g_{2i}$  e  $g_{3i}$  são funções reais com duas variáveis  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , de modo que:

$$g_{2i} = K_3 \cdot K_{4i} \cdot \bar{f}_{2i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$g_{3i} = K_3 \cdot K_{5i} \cdot \bar{f}_{3i} \quad , \quad i = 2, \dots, m$$

Os coeficientes que permitem chegar às forças cortantes que na realidade ocorrem nas vigas da alma e do flange estarão relacionados com a força cortante que solicita a viga  $V_{n-1}$  para um comportamento de tubo ideal e, serão, respectivamente:

$$FVR_i = \frac{q_i}{q_{tn-1}} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.70)$$

$$FBR_i = \frac{p_i}{q_{tn-1}} \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.71)$$

onde  $q_i$  é dada pela equação (3.44),  $p_i$  pela (3.45) e  $q_{tn-1}$ , fazendo  $i$  igual a  $(n-1)$ , pela (3.50). Com base nestas equações, é possível estabelecer as relações:

$$\frac{J_e}{M_{sn-1} \cdot a} = K_6 \quad (3.72)$$

$$\frac{Q_{4i}}{Q} = K_{7i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.73)$$



$$\frac{Q_{5i}}{Q} = K_{8i} \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.74)$$

onde  $K_6$ ,  $K_{7i}$  e  $K_{8i}$  são constantes numéricas. Assim, os resultados das expressões (3.70) e (3.71) tornam-se, respectivamente:

$$FVR_i = g_{4i}(S_r, S_{f-10}) \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (3.75)$$

$$FBR_i = g_{5i}(S_r, S_{f-10}) \quad , \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (3.76)$$

$g_{4i}$  e  $g_{5i}$  são funções reais de duas variáveis,  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , com:

$$g_{4i} = K_6 \cdot K_{7i} \cdot \bar{f}_{4i} \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$g_{5i} = K_6 \cdot K_{8i} \cdot \bar{f}_{5i} \quad , \quad i = 1, \dots, m-1$$

Dessa maneira, apenas com base nos dois adimensionais,  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , analisa-se totalmente uma dada estrutura, obtendo-se coeficientes que, multiplicados pelos deslocamentos laterais ou esforços nas barras, que ocorreriam em um hipotético comportamento de tubo ideal, fornecem os correspondentes na estrutura real.

### 3.7 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO

Para análise das estruturas tubulares básicas, quando solicitadas por um carregamento lateral centrado, usando a teoria vista neste capítulo, apresenta-se agora um programa, intitulado COMP-L, em linguagem FORTRAN IV e desenvolvido para o computador IBM-370/148.

O programa principal utiliza seis sub-rotinas:

GERAR - Geração da matriz [ R ]

GERAS - Geração da matriz [ S ]

GERAH - Geração da matriz [ H ]

INVER - Inversão de matrizes

GERAFI- Geração da matriz dos coeficientes de diferenças finitas

SOLVE - Resolução de sistema de equações lineares

### 3.7.1 - Restrições

Todas as restrições que aparecem na teoria desenvolvida anteriormente estão incorporadas ao programa. A não consideração das dimensões das juntas levará a resultados exagerados para os deslocamentos laterais, e a pequenas imprecisões, quase sempre desprezíveis, para as forças normais nos pilares e cortantes nas vigas.

No que se refere ao tamanho da estrutura analisada, a soma do número de pilares de um painel completo de alma e um painel completo de flange não pode superar 46, sendo o pilar de canto, que integra simultaneamente os dois painéis, contado duas vezes. Devido a certos comandos usados na programação, não poderão ser analisadas estruturas com menos de 4 pilares nos painéis completos de alma ou menos de 5 nos de flange.

Para aplicação das diferenças finitas, como se divide a altura da estrutura em 10 partes iguais (ver sub-item 3.4.2), o número de pontos adotados é constante e igual a 13 (11 na estrutura e 2 fictícios, fora dela).

### 3.7.2 - Entrada de Dados

O programa foi feito de modo a permitir a análise de (NEF-NEI+1) estruturas em cada vez que for processado, sendo:

NEI - Número da primeira estrutura a ser analisada

NEF - Número da última estrutura a ser analisada

Além desses dois números, são necessários ao acionamento do programa, para cada uma das estruturas previstas, as seguintes grandezas:

LPA - Número de pilares do painel inteiro de alma

LPF - Número de pilares do painel inteiro de flange

SR - Relação de rigidez à flexão

SF10 - Fator de rigidez

Os dados, agrupados em blocos, devem ser fornecidos na ordem e nos formatos a seguir:

1º Bloco - NEI, NEF

FORMAT (2I5)

2º Bloco - LPA, LPF, SR, SF10

FORMAT (2I5, 2F10.0)

O 2º Bloco repete-se um número de vezes igual à quantidade de estruturas em consideração em um mesmo processamento.

### 3.7.3 - Considerações sobre o Carregamento

Conforme se observa no sub-item anterior, a entrada de dados não inclui a distribuição do carregamento lateral que solicita o edifício ao longo de sua altura, embora o desenvolvimento teórico tenha mostrado diversas grandezas que dependem desta distribuição.

Isto se deve ao fato de que o programa, por razões de ordem prática (permitir a produção de um conjunto de tabelas - ver item 3.9), já prevê um carregamento padrão, de distribuição uniforme em toda a altura do edifício.

Tal procedimento mostrou-se eficaz, já que os carregamentos reais oriundos do vento, nos edifícios altos, não diferem demasiadamente do adotado. O erro no valor final dos coeficientes torna-se assim muito pequeno.

Testes realizados com o programa indicaram que, mesmo em edifícios muito altos, onde a semelhança entre o carregamento padrão e o real é menor, os resultados podem ser considerados bastante bons (ver Exemplo 2 no sub-item 3.3.2).

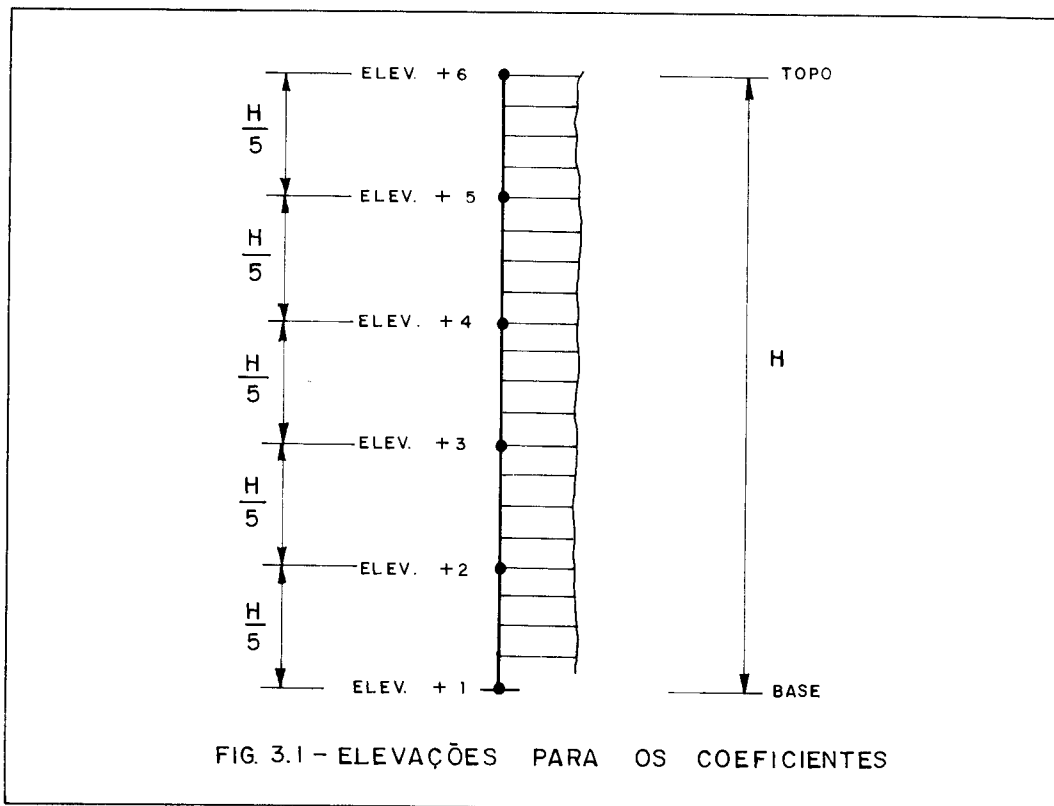
### 3.7.4 - Resultados

O programa fornece, em seis elevações distintas, conforme mostra a fig. 3.1, as seguintes grandezas:

- a) O coeficiente  $FDR$  que, multiplicado pelo valor do deslocamento lateral que ocorreria com comportamento de tubo ideal, dado pela equação (3.53), permite obter o deslocamento real da estrutura;
- b) Os coeficientes  $FPT_i$  e  $FCT_i$  que, multiplicados pelo valor da força normal no pilar de canto, que ocorreria com comportamento de tubo ideal, dado pela equação (3.49), permitem chegar à força normal real que solicita respectivamente os pilares  $P_i$  da alma e  $C_i$  do flange;

c) Os coeficientes  $FVR_i$  e  $FBR_i$  que, multiplicados pelo valor da força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, na viga  $V_{n-1}$ , que ocorreria com comportamento de tubo ideal, dado pela equação (3.50), permitem obter o valor real desta força, pela ordem, nas vigas  $V_i$  da alma e  $B_i$  do flange.

O programa fornece ainda os coeficientes  $FPT_i$ ,  $FCT_i$ ,  $FVT_i$  e  $FBT_i$  que permitem chegar à força normal em todos os pilares e cortante nas vigas, para o comportamento de tubo ideal da estrutura. Estes coeficientes, quando comparados com aqueles do comportamento real, dão uma idéia da eficiência da estrutura projetada.



A identificação dos pilares e vigas segue a notaçãõ usada desde o início deste trabalho.

### 3.7.5 - Listagem

É apresentada em seguida, nas págs. 161 a 168.

```
C
C...PROGRAMA PRINCIPAL.....
C
  REAL IT,MT(22),NPI(22,12)
  DIMENSION D(22),FCTI(22),SLTI(22),R(22,22),S(22,23),H(23,22),FS(22
*,23),T(23,23),AA(299,300),FF(299),QV(22,12),FCTR(22,12),SLTR(22,12
*),DTI(12),DTR(12),CTI(12),CTR(12)
  OPEN(UNIT=1,STATUS='OLD',FILE='DCOM',ACCFSS='SEQUENTIAL',FORM='FOR
*MATTED')
  NR=1
  NW=3
  WRITE(NW,1)
  1 FORMAT(70('*'),/,18('*'),'  P R O G R A M A  C O M P - L  ',18('
**'),/,70('*'))
C
C...DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS DA ESTRUTURA / LEITURA E IMPRESSAO
C
  READ(NR,1001)NEI,NEF
  1001 FORMAT(2I5)
  DO 1000 NNN=NEI,NEF
  WRITE(NW,1002)NNN
  1002 FORMAT(/,22X,26('-'),/,22X,'-', ' E S T R U T U R A ',15,1X,'-',/,2
*2X,26('-'))
  READ(NR,10) LPA,LPF,SR,SF10
  10 FORMAT(2I5,2F10.0)
  WRITE(NW,11) LPA,LPF,SR,SF10
  11 FORMAT(3(/),'DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS',/,33('-'),//,'PIL.
* ALMA',6X,'PIL. FLANGE',7X,' SR=KC/KB',6X,' SF10=(SB/SC)*(NA/10)**2'
*,/,16,116,F18.3,F22.3)
C
C...PARAMETROS AUXILIARES-INDICADORES PARA NUM. PAR OU IMPAR DE PILARES
C
  N=13
  INA=0
  INF=0
  DIV=LPA/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 50
  NPA=DIV+0.5
  YY=0.
  GO TO 51
  50 NPA=DIV+1
  INA=1
  YY=0.5
  51 DIV=LPF/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 52
  NPF=DIV+0.5
  XX=0.
  GO TO 53
  52 NPF=DIV
  INF=1
  XX=-0.5
  53 X=0.5+XX
  Y=1+YY
  NP=NPA+NPF-2
C
C...MOMENTO DE INERCIA E ESTATICO DO TUBO IDEAL
C
  IT=(NPF-X)*(NPA-Y)**2
  IF(NPA .EQ. 2)GO TO 100
  DO 101 I=1,NPA-2
  101 IT=IT+(NPA-I-Y)**2
  100 MT(1)=(NPF-X)*(NPA-Y)
  IF(NPA .EQ. 2)GO TO 102
  DO 103 I=2,NPA-1
  103 MT(I)=MT(I-1)+(NPA-I-YY)
  102 MT(NPA)=(NPF-1.5-XX)*(NPA-Y)
  IF(NPF .EQ. 2)GO TO 104
```

```
DO 105 I=NPA+1,NP
105 MT(I)=MT(I-1)-(NPA-Y)
104 D(1)=NPA-Y
    IF(NPA .EQ. 2)GO TO 106
    DO 107 I=2,NPA-1
107 D(I)=D(I-1)-1
106 CONTINUE
    DO 108 I=NPA,VP
108 D(I)=D(I)
C
C...COEFICIENTES DE FORCA NORMAL E CORTANTE NO TUBO IDEAL
C
    DO 200 I=1,VP
    FCTI(I)=MT(I)/MT(NPA-1)
    200 SLTI(I)=D(I)/D(1)
C
C...GERACAO DA MATRIZ R
C
    CALL GERAR(NPA,NPF,NP,INA,INF,SR,R)
C
C...GERACAO DA MATRIZ S
C
    CALL GERAS(NP,NPA,NPF,INA,S)
C
C...GERACAO DA MATRIZ H
C
    CALL GERAH(VP,NPA,NPF,INA,INF,SF10,H)
C
C...INVERSÃO DA MATRIZ R
C
    CALL INVER(NW,NP,R)
C
C...OBTENÇÃO DA MATRIZ T (PRODUTO MATRICIAL H*R*S)
C
    DO 300 I=1,NP
    DO 300 J=1,VP+1
    RS(I,J)=0.
    DO 300 K=1,VP
    300 RS(I,J)=RS(I,J)+R(I,K)*S(K,J)
    DO 301 I=1,VP+1
    DO 301 J=1,NP+1
    T(I,J)=0.
    DO 301 K=1,NP
    301 T(I,J)=T(I,J)+H(I,K)*RS(K,J)
C
C...GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE DIFERENCAS FINITAS (AA)
C
    CALL GERAFF(N,NP,T,AA)
C
C...VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS (FF)
C
    NN=N*(NP+1)
    DO 400 I=1,NN
    400 FF(I)=0.
    M1=2*NP+3
    NUM=N-2
    DO 401 MM=1,NUM
    M=(NP+1)*(MM+1)+1
    JZ=(M-M1)/(NP+1)
    JQ=N-3-JZ
    401 FF(M)=12.*JZ
C
C...RESOLUCAO DO SIST. DE EQUACOES P/ OBTEN O VETOR DOS DESLOCAMENTOS FF
C
    CALL SOLVE(NW,NN,AA,FF)
C
C...COEFIC. P/ DESLOC. LAT. DO TUBO IDEAL E REAL / CALCULO E IMPRESSAO
C
    LL=N-3
    DO 500 I=4,N-1,2
```

```
JZ=I-2
DTI(I)=((LL-JZ)**4-4.*(LL-JZ)*LL**3+3.*LL**4)/(24.*IT)
DTR(I)=(FF(2)+FF(I))/2.
DO 501 J=3,I-1
501 DTR(I)=DTR(I)+FF(J)
500 CONTINUE
DO 502 I=4,N-1,2
CTI(I)=DTI(I)/DTI(I)
502 CTR(I)=DTR(I)/DTI(I)
WRITE(NW,503)
503 FORMAT(3(/),'COEFICIENTES PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS',/,40(' '),/
*,15X,'ELEV.+2',5X,'ELEV.+3',5X,'ELEV.+4',5X,'ELEV.+5',5X,'ELEV.+6
*')
WRITE(NW,504)(CTI(I),I=4,N-1,2),(CTR(I),I=4,N-1,2)
504 FORMAT(/,'TUBO IDEAL',4X,5(F8.3,4X),/,'EST. REAL',5X,5(F8.3,4X))
C
C...COEFICIENTES DE FORCA CORTANTE DO TUBO RETICULADO REAL
C
DO 600 K=2,N-3,2
NINT=N-1-K
DO 601 I=1,NP
QV(I,K)=0.
DO 601 J=1,NP+1
K1=K+(J-1)*N
601 QV(I,K)=QV(I,K)+SF10*RS(I,J)*FF(K1)
DO 602 I=1,NP
602 FCTR(I,K)=QV(I,K)*IT/(MT(NPA-1)*NINT)
600 CONTINUE
C
C...COEFICIENTES DE FORCA NORMAL DO TUBO RETICULADO REAL
C
DO 700 J=2,N-3,2
NINT=N-1-J
IF(J.EQ.2)GO TO 701
DO 702 I=1,NP
K=J+I*N
702 NPI(I,J)=(1./12.)*(FF(K-2)-8.*FF(K-1)+8.*FF(K+1)-FF(K+2))
GO TO 703
701 CONTINUE
DO 704 I=1,NP
K=2+I*N
704 NPI(I,J)=(1./12.)*(-3.*FF(K-1)-10.*FF(K)+16.*FF(K+1)-6.*FF(K+2)+
*FF(K+3))
703 CONTINUE
DO 705 I=1,NP
705 SLTR(I,J)=2.*NPI(I,J)*IT/(D(I)*NINT**2)
700 CONTINUE
C
C...IMPRESSAO DOS COEFICIENTES PARA FORCAS NORMAIS E CORTANTES
C
WRITE(NW,800)
800 FORMAT(3(/),'COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL',/,30(' '),//,27X,'( ',
*13(' '), 'ESTRUTURA REAL',14(' '),')',/, 'PILAR POSICAO T. IDEAL',
*,27X,'ELEV.+1 ELEV.+2 ELEV.+3 ELEV.+4 ELEV.+5',/)
WRITE(NW,801)SLTI(1),(SLTR(1,K),K=2,N-3,2)
801 FORMAT(1X,'P 1',4X,'CANTO',F11.3,3X,5(F7.3,2X))
DO 802 I=2,NPA-1
WRITE(NW,803)I,SLTI(I),(SLTR(I,K),K=2,N-3,2)
803 FORMAT(1X,'P',I2,4X,'ALMA',F12.3,3X,5(F7.3,2X))
802 CONTINUE
DO 804 I=NPA,NP
J=I-NPA+2
WRITE(NW,805)J,SLTI(I),(SLTR(I,K),K=2,N-3,2)
805 FORMAT(1X,'C',I2,4X,'FLANGE',F10.3,3X,5(F7.3,2X))
804 CONTINUE
WRITE(NW,806)
806 FORMAT(3(/),'COEFICIENTES PARA FORCA CORTANTE',/,32(' '),//,27X,'( ',
*,13(' '), 'ESTRUTURA REAL',14(' '),')',/, 'VIGA POSICAO T. IDEAL',
*,/,27X,'ELEV.+1 ELEV.+2 ELEV.+3 ELEV.+4 ELEV.+5',/)
DO 807 I=1,NPA-1
```



```
807 WRITE(NW,808)I,FCTI(I),(FCTR(I,K),K=2,N-3,2)
808 FORMAT(1X,'V',I2,4X,'ALMA',F12.3,3X,5(F7.3,2X))
      DO 809 I=NPA,NP
          J=I-NPA+1
809 WRITE(NW,810)J,FCTI(I),(FCTR(I,K),K=2,N-3,2)
810 FORMAT(1X,'B',I2,4X,'FLANGE',F10.3,3X,5(F7.3,2X))
      IF(INF .EQ. 0)GO TO 811
      WRITE(NW,812)NPF
812 FORMAT(/,'** OBS.- A VIGA B°,I2,° ESTA SUBMETIDA A FLEXAO PURA')
811 WRITE(NW,1003)
1003 FORMAT(3(/,70('**'),/,70('**'),/,70('**'))
1000 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

C  
C .....  
C

```
      SUBROUTINE GERAR(NPA,NPF,NP,INA,INF,SR,R)
      DIMENSION R(22,22)
      DO 10 I=1,NP
      DO 10 J=1,NP
10  R(I,J)=0.
      RK=1./(2.*SR)+1
      RM=1./(4.*SR)
      RL=3./(4.*SR)+1
      RU=1./(4.*SR)+1
      IF(INA .EQ. 0)GO TO 20
      RL=1./(4.*SR)+0.5
20  IF(INF .EQ. 0)GO TO 30
      RU=RU+1./(4.*SR+(2./3.))
30  DO 40 I=2,NPA-2
      R(I,I)=RK
      R(I,I-1)=RM
40  R(I,I+1)=RM
      DO 50 I=NPA+1,NP-1
      R(I,I)=RK
      R(I,I-1)=RM
50  R(I,I+1)=RM
      R(1,1)=RK
      R(1,2)=RM
      R(NPA-1,NPA-2)=RM
      R(NPA-1,NPA-1)=RL
      R(NPA,NPA)=RK
      R(NPA,NPA+1)=RM
      R(NP,NP-1)=RM
      R(NP,NP)=RU
      RETURN
      END
```

C  
C .....  
C

```
      SUBROUTINE GERAS(NP,NPA,NPF,INA,S)
      DIMENSION S(22,23)
      NP1=NP+1
      DO 10 I=1,NP
      DO 10 J=1,NP1
10  S(I,J)=0.
      NPA1=NPA-1
      DO 20 J=1,NPA1
20  S(J,1)=+1.
      IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
      S(NPA1,1)=0.5
30  NPA2=NPA-2
      DO 40 J=1,NPA2
      S(J,J+2)=+1.
40  S(J,J+1)=-1.
      S(NPA1,NPA)=-1.
      S(NPA,2)=+1.
      S(NPA,NPA+1)=-1.
      DO 50 J=2,NPF-2
```

```
      NPAIJ=NPAI+J
      NPAJ=NPA+J
      S(NPAIJ,NPAJ)=-1.
50  S(NPAIJ,NPAJ-1)=+1.
      S(NP,NP)=+1.
      S(NP,NP1)=-1.
      RETURN
      END
```

C  
C  
C

```
      SUBROUTINE GERAH(NP,NPA,NPF,INA,INF,SF,H)
      DIMENSION H(23,22)
      NP1=NP+1
      DO 10 I=1,NP1
      DO 10 J=1,NP
10  H(I,J)=0.
      NPA1=NPA-1
      DO 20 J=1,NPA1
20  H(1,J)=+SF
      IF(INA .EQ. 0)GO TO 30
      H(1,NPA1)=+SF/2.
30  H(2,1)=+SF
      H(2,NPA)=-SF
      DO 40 J=3,NPA
      H(J,J-1)=+SF
40  H(J,J-2)=-SF
      DO 50 J=1,NPF-2
      NPAJ=NPA+J
      H(NPAJ,NPAJ-1)=+SF
50  H(NPAJ,NPAJ)=-SF
      H(NP1,NP)=+2.*SF
      IF(INF .EQ. 0)GO TO 60
      H(NP1,NP)=+SF
60  RETURN
      END
```

C  
C  
C

```
      SUBROUTINE INVER(NW,N,A)
      DIMENSION A(22,22),B(22),C(22),IP(22),IQ(22)
      DO 10 K=1,N
      T=0.
      DO 20 I=K,N
      S=0.
      DO 30 J=K,N
30  S=S+ABS(A(I,J))
      IF(S)40,50,40
      DO 60 J=K,N
      IF(ABS(A(I,J))-S*T)60,60,70
70  IP(K)=I
      IQ(K)=J
      PIVO=A(I,J)
      T=ABS(PIVO/S)
50  CONTINUE
20  CONTINUE
      IF(T)80,50,80
80  IF(IP(K)-K)90,100,90
90  DO 110 J=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=A(IPK,J)
      A(IPK,J)=A(K,J)
110 A(K,J)=Z
100 IF(IQ(K)-K)120,130,120
120 IQK=IQ(K)
      DO 140 I=1,N
      Z=A(I,IQK)
      A(I,IQK)=A(I,K)
140 A(I,K)=Z
```

```
130 DO 150 J=1,N
    IF(J-K)160,170,160
170 B(J)=1/PIVO
    C(J)=1.
    GO TO 180
160 B(J)=-A(K,J)/PIVO
    C(J)=A(J,K)
180 A(K,J)=0.
150 A(J,K)=0.
    DO 10 I=1,N
    DO 10 J=1,N
    A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
10 CONTINUE
    DO 190 KAUX=1,N
    K=N-KAUX+1
    IF(IP(K)-K)200,210,200
200 DO 220 I=1,N
    IPK=IP(K)
    Z=A(I,IPK)
    A(I,IPK)=A(I,K)
    A(I,K)=Z
220 CONTINUE
210 IF(IQ(K)-K)230,190,230
230 DO 240 J=1,N
    IQK=IQ(K)
    Z=A(IQK,J)
    A(IQK,J)=A(K,J)
    A(K,J)=Z
240 CONTINUE
190 CONTINUE
GO TO 250
50 WRITE(NW,260)
260 FORMAT(5(/),14X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')
CALL EXIT
250 RETURN
END
```

C

C.....

C

```
    SUBROUTINE GERAFI(N,NP,T,AA)
    INTEGER PN1,P,PL
    DIMENSION T(23,23),AA(299,300)
    NNPI=N*(NP+1)
    DO 10 I=1,NNPI
    DO 10 J=1,NNPI
10 AA(I,J)=0.
    NP2=NP+1
```

C

C...CONDICCES DE CONTORNO PARA A BASE

C

```
    DO 20 L=2,NP2
    LN2=2+(L-1)*N
20 AA(L,LN2)=+1.
    AA(1,1)=+1.
```

C

C...CONDICCES DE CONTORNO PARA O TCPO

C

```
    DO 30 L=2,NP2
    LN4=L*N-4
    LN3=L*N-3
    LN2=L*N-2
    LN1=L*N-1
    LN=L*N
    ML1=NP+1+L
    AA(ML1,LN4)=-1.
    AA(ML1,LN3)=+5.
    AA(ML1,LN2)=-18.
    AA(ML1,LN1)=+10.
30 AA(ML1,LN)=+3.
    AA(NP+2,N)=+1.
```

```
C
C...EQUACOES PARA A BASE
C
DO 40 L=1, NP2
ML2=2*NP+2+L
DO 40 K=1, NP2
K1N=1+(K-1)*N
K2N=2+(K-1)*N
K3N=3+(K-1)*N
K4N=4+(K-1)*N
K5N=5+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 50
IF(II .EQ. 2)GO TO 50
G=+1.
GO TO 60
50 G=0.
60 AA(ML2,K1N)=+11.*G
AA(ML2,K2N)=-20.*G+12.*T(L,K)
AA(ML2,K3N)=+6.*G
AA(ML2,K4N)=+4.*G
40 AA(ML2,K5N)=-G
C
C...EQUACOES PARA O PONTO GNERICO
C
DO 70 M=3, N-2
DO 70 L=1, NP2
J=(3*NP+3)+(M-3)*(NP+1)+L
DO 70 K=1, NP2
MM2=M-2+(K-1)*N
MM1=M-1+(K-1)*N
MM=M+(K-1)*N
MA1=M+1+(K-1)*N
MA2=M+2+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 80
IF(II .EQ. 2)GO TO 80
G=+1.
GO TO 90
80 G=0.
90 AA(J,MM2)=-G
AA(J,MM1)=+15.*G
AA(J,MM)=-30.*G+12.*T(L,K)
AA(J,MA1)=+16.*G
70 AA(J,MA2)=-G
C
C...EQUACOES PARA O TOPO
C
P=(N-1)*(NP+1)
DO 100 L=1, NP2
PL=P+L
DO 100 K=1, NP2
KN4=K*N-4
KN3=K*N-3
KN2=K*N-2
KN1=K*N-1
KN=K*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 110
IF(II .EQ. 2)GO TO 110
G=+1.
GO TO 120
110 G=0.
120 AA(PL,KN4)=-G
AA(PL,KN3)=+4.*G
AA(PL,KN2)=+6.*G
AA(PL,KN1)=-20.*G+12.*T(L,K)
100 AA(PL,KN)=+11.*G
```

```
END
C
C.....
C
SUBROUTINE SOLVE(NW,N,A,F)
DIMENSION A(299,300),F(299)
NI=N-1
NS=N+1
C
C...POSICIONAMENTO DO VETOR CONSTANTE F NA COLUNA NS DA MATRIZ A
C
DO 10 I=1,N
A(I,NS)=F(I)
10 CONTINUE
C
C...PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS
C
DO 20 L=1,NI
LS=L+1
DO 30 I=LS,N
IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L)))40,30,30
40 DO 30 J=L,NS
PROV=A(L,J)
A(L,J)=A(I,J)
A(I,J)=PROV
30 CONTINUE
C
C...DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)
C
PIV=A(L,L)
DO 50 J=L,NS
50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
C
C...REDUCAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR
C
DO 20 I=LS,N
M=0
ELEM=A(I,L)
DO 20 J=L,NS
A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
C
C...TESTE DO SISTEMA
C
IF(J-NS)60,70,70
60 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)20,20,80
80 M=1
GO TO 20
70 IF(M)90,90,20
90 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)100,100,110
100 WRITE(NW,140)
140 FORMAT(5(/),25X,'SOLUCAO INDETERMINADA')
CALL EXIT
110 WRITE(NW,150)
150 FORMAT(5(/),26X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL')
CALL EXIT
20 CONTINUE
A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
A(N,N)=1.
C
C...DIAGONALIZACAO DE JORDAN
C
DO 120 I=1,NI
IS=I+1
DO 120 K=IS,N
VAL=A(I,K)
DO 120 J=K,NS
120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)
C
C...EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLOCAMENTOS)
C
DO 130 I=1,N
130 F(I)=A(I,NS)
RETURN
END
```

3.8 - EXEMPLOS

3.8.1 - Exemplo 1

Suponha que se queira analisar, com base nos adimensionais  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , um edifício de 20 andares, cuja planta encontra-se na fig. 3.2, com os comprimentos expressos em centímetros.

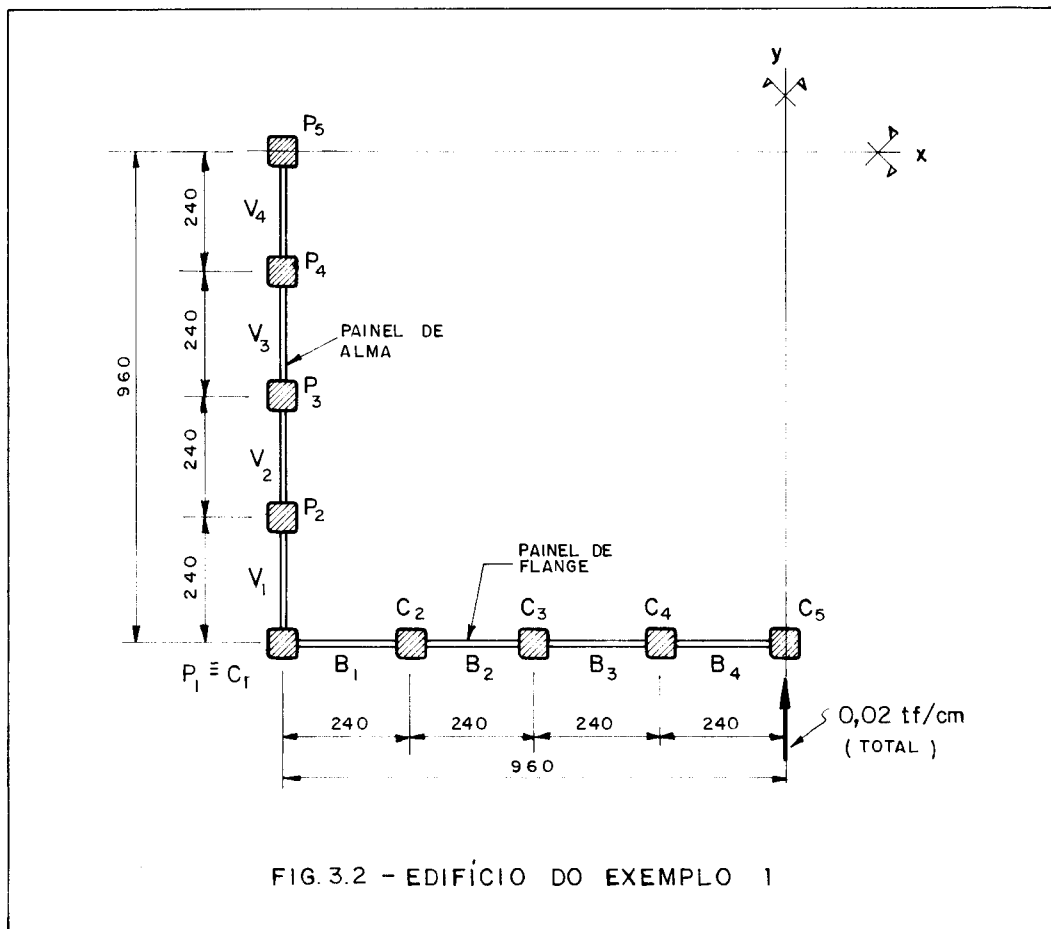


FIG.3.2 - EDIFÍCIO DO EXEMPLO 1

O material estrutural é o concreto armado, com módulo de elasticidade longitudinal de  $200\text{tf/cm}^2$ . As vigas e os pilares possuem seção constante, iguais a  $30\text{cm} \times 45\text{cm}$  e  $40\text{cm} \times 40\text{cm}$ , respectivamente. A altura de cada andar mede 300cm.

A carga de vento aplicada segundo o eixo  $Oy$  é considerada uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício com valor igual a  $0,02\text{tf/cm}$ .

A solução do problema é apresentada nos tópicos seguintes.

### 3.8.1.1 - Obtenção dos adimensionais

Tem-se que:

$$NA = 20$$

$$a = 240\text{cm}$$

$$h = 300\text{cm}$$

$$E = 200\text{tf/cm}^2$$

$$A_c = 40 \times 40 = 1600\text{cm}^2$$

$$J_c = \frac{40 \times 40^3}{12} = 213333,33\text{cm}^4$$

$$J_b = \frac{30 \times 45^3}{12} = 227812,50\text{cm}^4$$

Das equações (3.1), (3.8), (3.9) e (3.16), obtêm-se os valores das seguintes rigidezes, respectivamente:

$$K_c = \frac{213333,33}{300} = 711,11\text{cm}^3$$

$$K_b = \frac{227812,50}{240} = 949,22\text{cm}^3$$

$$S_b = \frac{12 \times 200 \times 227812,50}{240^3} = 39,55\text{tf/cm}$$

$$S_c = \frac{1600 \times 200}{300} = 1066,67\text{tf/cm}$$

Finalmente, com as equações (3.28) e (3.48), chega-se aos adimensionais:

$$S_r = \frac{711,11}{949,22} = 0,75$$

$$S_{f-10} = \frac{39,55}{1066,67} \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 0,15$$

#### 3.8.1.2 - Entrada de dados

Os dados necessários ao acionamento do programa são os valores obtidos de  $S_r$  e  $S_{f-10}$  e o número total de pilares dos painéis de alma e flange, respectivamente LPA e LPF, ambos iguais a 9.

#### 3.8.1.3 - Resultados

Os coeficientes, que permitem o cálculo dos deslocamentos laterais do edifício, das forças normais nos pilares e das forças cortantes nas vigas, são fornecidos na saída do programa, apresentada em seguida.



\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA COMP - L \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

-----  
 - E S T R U T U R A 1 -  
 -----

-----  
 DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS  
 -----

|           |             |          |                          |
|-----------|-------------|----------|--------------------------|
| PIL. ALMA | PIL. FLANGE | SR=KC/KB | SF 10=(SB/SC)*(NA/10)**2 |
| 9         | 9           | 0.750    | 0.150                    |

-----  
 COEFICIENTES PARA DESLOCAMENTOS LATERAIS  
 -----

|            | ELEV.+2 | ELEV.+3 | ELEV.+4 | ELEV.+5 | ELEV.+6 |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| TUBO IDEAL | 1.000   | 1.000   | 1.000   | 1.000   | 1.000   |
| EST. REAL  | 68.999  | 36.411  | 25.114  | 19.046  | 14.963  |

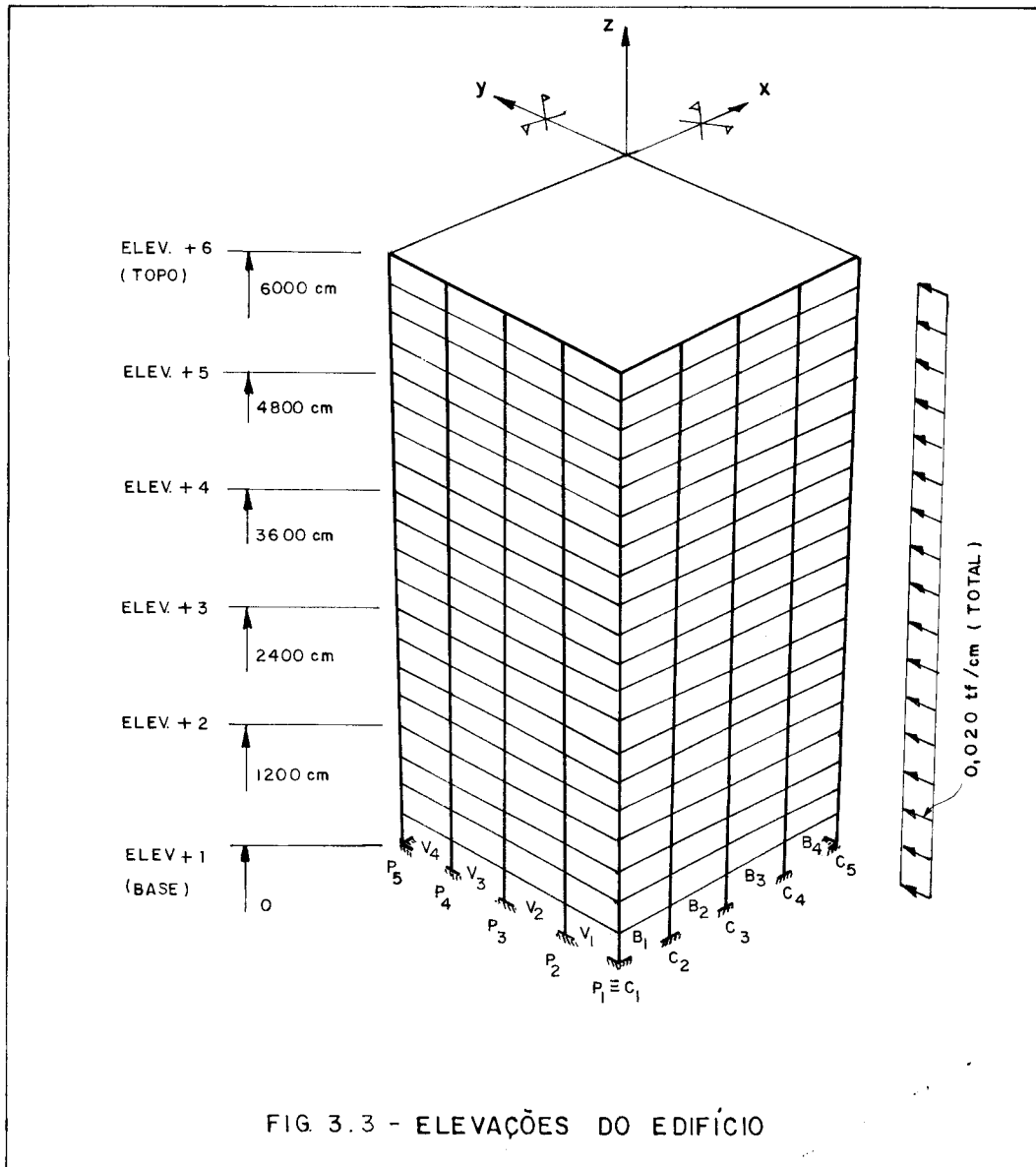
-----  
 COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL  
 -----

| PILAR | POSICAO | T. IDEAL | (.....ESTRUTURA REAL.....) |         |         |         |         |
|-------|---------|----------|----------------------------|---------|---------|---------|---------|
|       |         |          | ELEV.+1                    | ELEV.+2 | ELEV.+3 | ELEV.+4 | ELEV.+5 |
| P 1   | CANTO   | 1.000    | 3.080                      | 2.053   | 1.156   | -0.248  | -4.615  |
| P 2   | ALMA    | 0.750    | 0.468                      | 0.948   | 1.207   | 1.537   | 2.741   |
| P 3   | ALMA    | 0.500    | 0.311                      | 0.411   | 0.619   | 0.978   | 1.968   |
| P 4   | ALMA    | 0.250    | 0.112                      | 0.173   | 0.258   | 0.418   | 0.875   |
| C 2   | FLANGE  | 1.000    | 0.986                      | 1.218   | 1.276   | 1.301   | 1.541   |
| C 3   | FLANGE  | 1.000    | 0.415                      | 0.612   | 0.867   | 1.288   | 2.513   |
| C 4   | FLANGE  | 1.000    | 0.254                      | 0.374   | 0.559   | 0.902   | 1.871   |
| C 5   | FLANGE  | 1.000    | 0.208                      | 0.310   | 0.466   | 0.760   | 1.593   |

-----  
 COEFICIENTES PARA FORCA CORTANTE  
 -----

| VIGA | POSICAO | T. IDEAL | (.....ESTRUTURA REAL.....) |         |         |         |         |
|------|---------|----------|----------------------------|---------|---------|---------|---------|
|      |         |          | ELEV.+1                    | ELEV.+2 | ELEV.+3 | ELEV.+4 | ELEV.+5 |
| V 1  | ALMA    | 0.750    | 1.038                      | 0.848   | 0.767   | 0.721   | 0.621   |
| V 2  | ALMA    | 0.875    | 0.821                      | 0.900   | 0.908   | 0.892   | 0.853   |
| V 3  | ALMA    | 0.958    | 0.866                      | 0.914   | 0.946   | 0.970   | 1.019   |
| V 4  | ALMA    | 1.000    | 0.857                      | 0.921   | 0.962   | 1.000   | 1.090   |
| B 1  | FLANGE  | 0.583    | 0.000                      | 0.213   | 0.323   | 0.416   | 0.632   |
| B 2  | FLANGE  | 0.417    | 0.000                      | 0.047   | 0.116   | 0.208   | 0.430   |
| B 3  | FLANGE  | 0.250    | -0.000                     | 0.019   | 0.047   | 0.095   | 0.217   |
| B 4  | FLANGE  | 0.083    | 0.000                      | 0.005   | 0.014   | 0.028   | 0.064   |

As seis elevações às quais se refere a saída do programa estão indicadas na fig. 3.3.



#### 3.8.1.4 - Deslocamentos laterais

Para se chegar aos deslocamentos laterais nas elevações (+2) a (+6), inicialmente deve-se obter o momento de inércia efetivo do tubo,  $J_e$ , em relação ao eixo  $Ox$  de flexão. Assim:

$$J_e = 4 \times 1600 (4,5 \times 960^2 + 720^2 + 480^2 + 240^2) = 3,17 \times 10^{10} \text{ cm}^4$$

É conhecido que o deslocamento lateral, para um comportamento de tubo ideal da estrutura, numa elevação  $z$ , é dado pela equação:

$$v_t = \frac{q}{24 \cdot E \cdot J_e} [ (H-z)^4 - 4(H-z)H^3 + 3 \cdot H^4 ]$$

sendo  $q$  o carregamento lateral uniformemente distribuído e  $H$  a altura total da estrutura. Multiplicando-se, em cada elevação, o valor obtido para  $v_t$  pelo coeficiente fornecido pelo programa, indicado por FDR, chega-se aos deslocamentos da estrutura real, representados por  $v$ . O quadro seguinte ilustra todo o procedimento:

| Elev. | z (cm) | $v_t$ (cm) | FDR    | v (cm) |
|-------|--------|------------|--------|--------|
| +2    | 1200   | 0,0357     | 68,999 | 2,46   |
| +3    | 2400   | 0,1243     | 36,411 | 4,53   |
| +4    | 3600   | 0,2429     | 25,114 | 6,10   |
| +5    | 4800   | 0,3750     | 19,046 | 7,14   |
| +6    | 6000   | 0,5110     | 14,963 | 7,65   |

### 3.8.1.5 - Forças normais

Seja, por exemplo, determinar as forças normais nos pilares  $P_1$  e  $P_3$ .

O procedimento a ser observado pode ser visto no quadro de cálculo a seguir:

| Elev. | M<br>(tf.cm) | Tubo Ideal           |                      |                      | Estrutural Real      |                     |                      |                     |
|-------|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
|       |              | Pilar P <sub>1</sub> | Pilar P <sub>3</sub> |                      | Pilar P <sub>1</sub> |                     | Pilar P <sub>3</sub> |                     |
|       |              | N <sub>t1</sub> (tf) | FPT <sub>3</sub>     | N <sub>t3</sub> (tf) | FPR <sub>1</sub>     | N <sub>1</sub> (tf) | FPR <sub>3</sub>     | N <sub>3</sub> (tf) |
| +1    | 360000       | 17,44                | 0,50                 | 8,72                 | 3,08                 | 53,71               | 0,31                 | 5,42                |
| +2    | 230400       | 11,16                | 0,50                 | 5,58                 | 2,05                 | 22,91               | 0,41                 | 4,59                |
| +3    | 129600       | 6,28                 | 0,50                 | 3,14                 | 1,16                 | 7,26                | 0,62                 | 3,82                |
| +4    | 57600        | 2,79                 | 0,50                 | 1,40                 | -0,25                | -0,69               | 0,98                 | 2,73                |
| +5    | 14400        | 0,70                 | 0,50                 | 0,35                 | -4,62                | -3,23               | 1,97                 | 1,38                |
| (1)   | (2)          | (3)                  | (4)                  | (5)                  | (6)                  | (7)                 | (8)                  | (9)                 |

As colunas do quadro podem ser assim explicadas:

- (2) - Momento fletor no edifício, causado pelo carregamento externo;
- (3) - Força normal no pilar P<sub>1</sub> obtida pela equação (3.49), para um comportamento de tubo ideal;
- (4) - Coeficiente do pilar P<sub>3</sub> para um comportamento de tubo ideal, fornecido pelo programa;
- (5) - Força normal no pilar P<sub>3</sub> para um comportamento de tubo ideal, fornecida pela equação (3.54):

$$N_{t3} = FPT_3 \cdot N_{t1}$$

- (6) - Coeficiente do pilar P<sub>1</sub> para o comportamento da estrutura real, fornecido pelo programa;
- (7) - Força normal no pilar P<sub>1</sub> na estrutura real, obtida através da equação (3.63):

$$N_1 = FPR_1 \cdot N_{t1}$$

(8) - Idem (6), para o pilar  $P_3$ ;

(9) - Idem (7), para o pilar  $P_3$ .

### 3.8.1.6 - Forças cortantes

Para exemplificar, serão obtidas as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, nas vigas  $V_4$  e  $B_2$ .

A forma de se proceder é ilustrada no quadro de cálculo que segue:

| Elev. | Q<br>(tf) | Tubo Ideal          |                  |                            | Estrutura Real   |                  |                  |                           |
|-------|-----------|---------------------|------------------|----------------------------|------------------|------------------|------------------|---------------------------|
|       |           | Viga $V_4$          | Viga $B_2$       |                            | Viga $V_4$       |                  | Viga $B_2$       |                           |
|       |           | $q_{t4}$<br>(tf/cm) | FBT <sub>2</sub> | P <sub>t2</sub><br>(tf/cm) | FVR <sub>4</sub> | $q_4$<br>(tf/cm) | FBR <sub>2</sub> | P <sub>2</sub><br>(tf/cm) |
| +1    | 120       | 0,0349              | 0,417            | 0,0146                     | 0,857            | 0,0299           | 0,000            | 0,0000                    |
| +2    | 96        | 0,0279              | 0,417            | 0,0116                     | 0,921            | 0,0257           | 0,047            | 0,0013                    |
| +3    | 72        | 0,0209              | 0,417            | 0,0087                     | 0,962            | 0,0201           | 0,116            | 0,0024                    |
| +4    | 48        | 0,0140              | 0,417            | 0,0058                     | 1,000            | 0,0140           | 0,208            | 0,0029                    |
| +5    | 24        | 0,0070              | 0,417            | 0,0029                     | 1,090            | 0,0076           | 0,430            | 0,0030                    |
| (1)   | (2)       | (3)                 | (4)              | (5)                        | (6)              | (7)              | (8)              | (9)                       |

Cada coluna do quadro pode ser assim entendida:

(2) - Força cortante no edifício, causada pelo carregamento externo;

(3) - Força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga  $V_4$ , e um comportamento de tubo ideal.

Foi usada a equação (3.50), e para tal determinou-se o momento estático  $M_{s4}$ :

$$M_{s4} = 1600(4,5 \times 960 + 720 + 480 + 240) = 9216000 \text{ cm}^3$$

- (4) - Coeficiente da viga  $B_2$  para um comportamento de tubo ideal, fornecido pelo programa;
- (5) - Força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga  $B_2$ , em comportamento de tubo ideal. É obtida através da equação (3.57):

$$P_{t2} = FBT_2 \cdot q_{t4}$$

- (6) - Coeficiente da viga  $V_4$  para o comportamento real da estrutura;
- (7) - Força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, para a viga  $V_4$ , na estrutura real. É obtida pela equação (3.70):

$$q_4 = FVR_4 \cdot q_{t4}$$

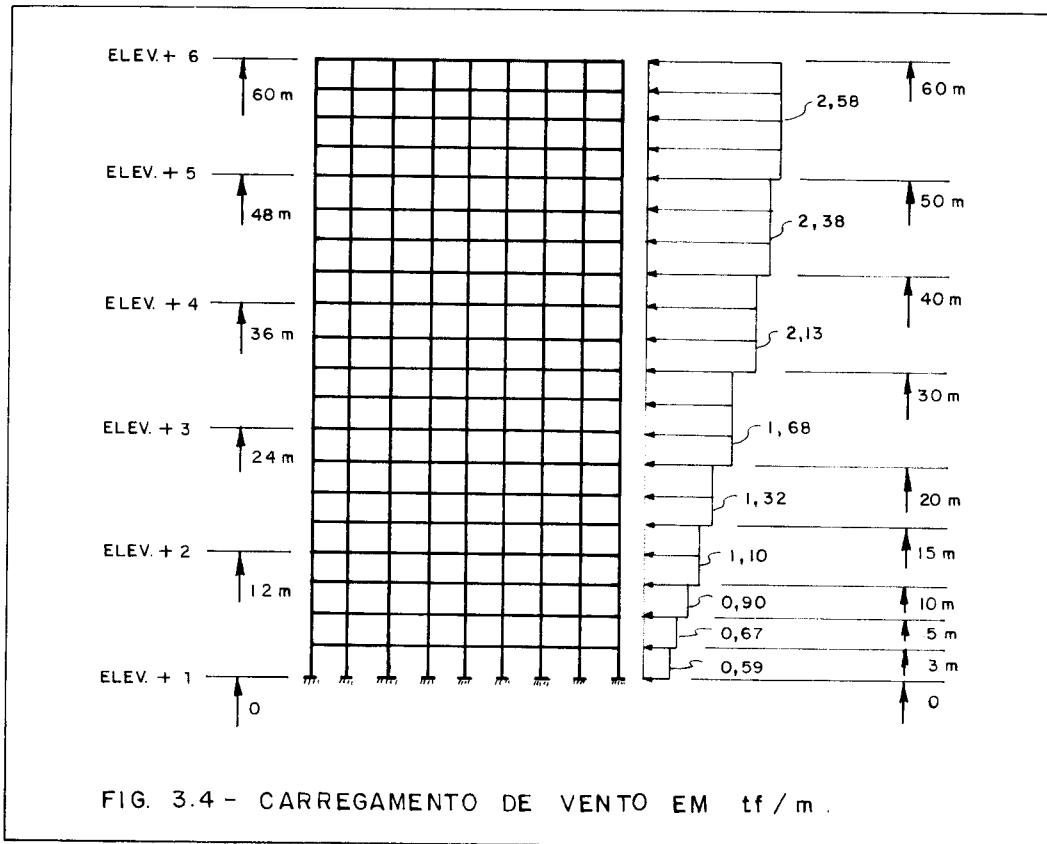
- (8) - Idem (6), para a viga  $B_2$
- (9) - Idem (7), para a viga  $B_2$ . Usa-se a equação (3.71):

$$P_2 = FBR_2 \cdot q_{t4}$$

Salienta-se que para chegar à força cortante total nas vigas, os valores obtidos para as forças cortantes distribuídas devem ser multiplicados pela altura  $h$ , no caso igual a 300cm, exceto na elevação (+1), onde o produto é feito por  $h/2$ . Sabe-se que, nesta elevação, embora não existam vigas de fato, a determinação das forças cortantes é importante por permitir avaliar o momento fletor na base dos pilares.

3.8.2 - Exemplo 2

Será analisado o mesmo edifício do exemplo anterior, mudando-se apenas o carregamento de vento, que agora variará de trecho em trecho ao longo da altura (fig. 3.4), obedecendo a norma brasileira em vigor para este tipo de solicitação (NBR-6123 de 1978). Considerou-se que o edifício é comercial, situado no centro de uma grande cidade, numa região onde a velocidade básica do vento é de 40m/s.



Conforme já se sabe, o Programa COMP-L não leva em conta a variação do carregamento lateral com a altura do edifício, o que faz com que os coeficientes, quando tal variação ocorre, apresentem pequenas imprecisões, que serão avaliadas neste exemplo.

Nos tópicos seguintes é dada a solução do problema.

### 3.8.2.1 - Adimensionais, dados e resultados

Não se tem qualquer modificação em relação ao Exemplo 1 (item 3.8.1).

### 3.8.2.2 - Deslocamentos laterais

Procede-se similarmente ao Exemplo 1, apenas alterando-se a equação que fornece os deslocamentos laterais ao longo da altura do edifício para um comportamento de tubo ideal, que deverá agora levar em conta a variação do carregamento.

Os resultados obtidos são apresentados no quadro de cálculo que vem a seguir:

| Elev. | z (cm) | $v_t$ (cm) | FDR    | v (cm) |
|-------|--------|------------|--------|--------|
| +2    | 1200   | 0,0393     | 68,999 | 2,71   |
| +3    | 2400   | 0,1390     | 36,411 | 5,06   |
| +4    | 3600   | 0,2746     | 25,114 | 6,90   |
| +5    | 4800   | 0,4273     | 19,046 | 8,14   |
| +6    | 6000   | 0,5846     | 14,963 | 8,75   |

### 3.8.2.3 - Forças normais

Serão calculadas as forças normais nos pilares  $P_1$  e  $P_3$ .



O procedimento é análogo ao do Exemplo 1 e pode ser visto no quadro de cálculo seguinte:

| Elev. | M<br>(tf.cm) | Tubo Ideal           |                      |                      | Estrutura Real       |                     |                      |                     |
|-------|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
|       |              | Pilar P <sub>1</sub> | Pilar P <sub>3</sub> |                      | Pilar P <sub>1</sub> |                     | Pilar P <sub>3</sub> |                     |
|       |              | N <sub>t1</sub> (tf) | FPT <sub>3</sub>     | N <sub>t3</sub> (tf) | FPR <sub>1</sub>     | N <sub>1</sub> (tf) | FPR <sub>3</sub>     | N <sub>3</sub> (tf) |
| +1    | 388152       | 18,81                | 0,50                 | 9,41                 | 3,08                 | 57,93               | 0,31                 | 5,83                |
| +2    | 266435       | 12,91                | 0,50                 | 6,46                 | 2,05                 | 26,47               | 0,41                 | 5,29                |
| +3    | 156414       | 7,58                 | 0,50                 | 3,79                 | 1,16                 | 8,79                | 0,62                 | 4,70                |
| +4    | 72144        | 3,50                 | 0,50                 | 1,75                 | -0,25                | -0,88               | 0,98                 | 3,43                |
| +5    | 18536        | 0,90                 | 0,50                 | 0,45                 | -4,62                | -4,16               | 1,97                 | 1,77                |

### 3.8.2.4 - Forças cortantes

Serão determinadas as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, nas vigas V<sub>4</sub> e B<sub>2</sub>.

Procede-se de forma semelhante ao Exemplo 1, conforme se vê no quadro de cálculo a seguir:

| Elev. | Q<br>(tf) | Tubo Ideal                 |                     |                            | Estrutura Real      |                           |                     |                           |
|-------|-----------|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
|       |           | Viga V <sub>4</sub>        | Viga B <sub>2</sub> |                            | Viga V <sub>4</sub> |                           | Viga B <sub>2</sub> |                           |
|       |           | q <sub>t4</sub><br>(tf/cm) | FBT <sub>2</sub>    | P <sub>t2</sub><br>(tf/cm) | FVR <sub>4</sub>    | q <sub>4</sub><br>(tf/cm) | FBR <sub>2</sub>    | P <sub>2</sub><br>(tf/cm) |
| +1    | 107,41    | 0,0312                     | 0,417               | 0,0130                     | 0,857               | 0,0267                    | 0,000               | 0,0000                    |
| +2    | 97,60     | 0,0284                     | 0,417               | 0,0118                     | 0,921               | 0,0262                    | 0,047               | 0,0013                    |
| +3    | 80,98     | 0,0235                     | 0,417               | 0,0098                     | 0,962               | 0,0226                    | 0,116               | 0,0027                    |
| +4    | 58,12     | 0,0169                     | 0,417               | 0,0070                     | 1,000               | 0,0169                    | 0,208               | 0,0035                    |
| +5    | 30,56     | 0,0089                     | 0,417               | 0,0037                     | 1,090               | 0,0097                    | 0,430               | 0,0038                    |

### 3.8.2.5 - Considerações sobre a precisão

No quadro comparativo que segue é possível comprovar que, embora o Programa COMP-L não preveja a variação do carregamento lateral ao longo da altura do edifício, os coeficientes obtidos permitem a obtenção de resultados com alto grau de confiabilidade.

| Elev. | Deslocamento Lateral (cm) |      | Força Normal (tf)    |       |                      |      | Força Cortante Distribuída (tf/cm) |        |                     |        |
|-------|---------------------------|------|----------------------|-------|----------------------|------|------------------------------------|--------|---------------------|--------|
|       |                           |      | Pilar P <sub>1</sub> |       | Pilar P <sub>3</sub> |      | Viga V <sub>4</sub>                |        | Viga B <sub>2</sub> |        |
|       | (1)                       | (2)  | (1)                  | (2)   | (1)                  | (2)  | (1)                                | (2)    | (1)                 | (2)    |
| +1    | -                         | -    | 57,93                | 55,58 | 5,83                 | 6,09 | 0,0267                             | 0,0268 | 0,0000              | 0,0000 |
| +2    | 2,71                      | 2,39 | 26,47                | 26,72 | 5,29                 | 5,27 | 0,0262                             | 0,0262 | 0,0013              | 0,0015 |
| +3    | 5,06                      | 4,62 | 8,79                 | 10,06 | 4,70                 | 4,46 | 0,0226                             | 0,0226 | 0,0027              | 0,0027 |
| +4    | 6,90                      | 6,49 | -0,88                | 0,24  | 3,43                 | 3,14 | 0,0169                             | 0,0168 | 0,0035              | 0,0033 |
| +5    | 8,14                      | 7,76 | -4,16                | -3,51 | 1,77                 | 1,59 | 0,0097                             | 0,0095 | 0,0038              | 0,0035 |
| +6    | 8,75                      | 8,39 | -                    | -     | -                    | -    | -                                  | -      | -                   | -      |

(1) - Resultado obtido por meio dos coeficientes do Programa COMP-L  
 (2) - Resultado obtido pelo Programa ESTUB-L, levando-se em conta a variação do carregamento lateral

### 3.9 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

Os Exemplos 1 e 2 serviram para ilustrar o trabalho com os adimensionais, usando o Programa COMP-L. A finalidade prática principal do estudo desenvolvido neste capítulo, no entanto, é a produção de um conjunto de tabelas que permita ao calculista, sem recorrer ao uso do computador, pré-dimensionar com razoável precisão a sua estrutura.

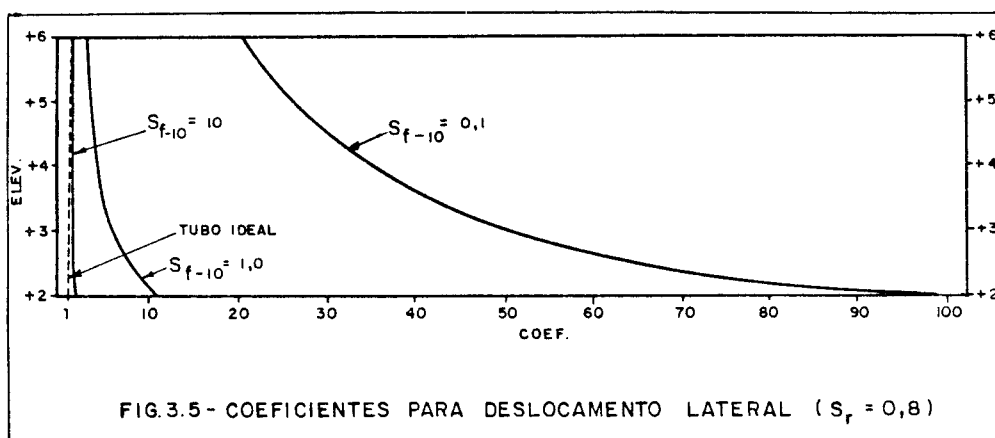
A título de sugestão, propõe-se que as tabelas sejam feitas usando três valores para  $S_{f-10}$ , 0,1, 1,0 e 10, e para cada um destes, também três valores para  $S_r$ , a saber, 0,1, 0,8 e 1,5. Para cada uma das combinações possíveis entre  $S_{f-10}$  e  $S_r$ , deve ser escolhida uma certa quantidade de estruturas no que diz respeito ao número de pilares nos painéis de alma e flange. Dessa forma, ao se analisar uma estrutura específica, se os seus adimensionais ou número de pilares não coincidirem com uma tabela do conjunto, recorre-se à interpolação para obtenção dos coeficientes.

Uma opção seria a transformação das tabelas em curvas gráficas, que permitem uma visualização mais rápida do comportamento das estruturas, mas podem também conduzir a imprecisões decorrentes do manuseio. Como ilustração, são apresentadas nas figs. 3.5 a 3.7 as curvas para os coeficientes de deslocamento lateral ao longo da altura do edifício, de força normal nos pilares e força cortante nas vigas para uma estrutura que possua um número total de pilares, tanto no painel de alma quanto no painel de flange, igual a nove. Usou-se:

$$S_r = 0,8$$

$$S_{f-10} = 0,1/1,0/10$$

As curvas mostram também os coeficientes que seriam obtidos para um comportamento de tubo ideal, tornando assim imediata a avaliação da eficiência.



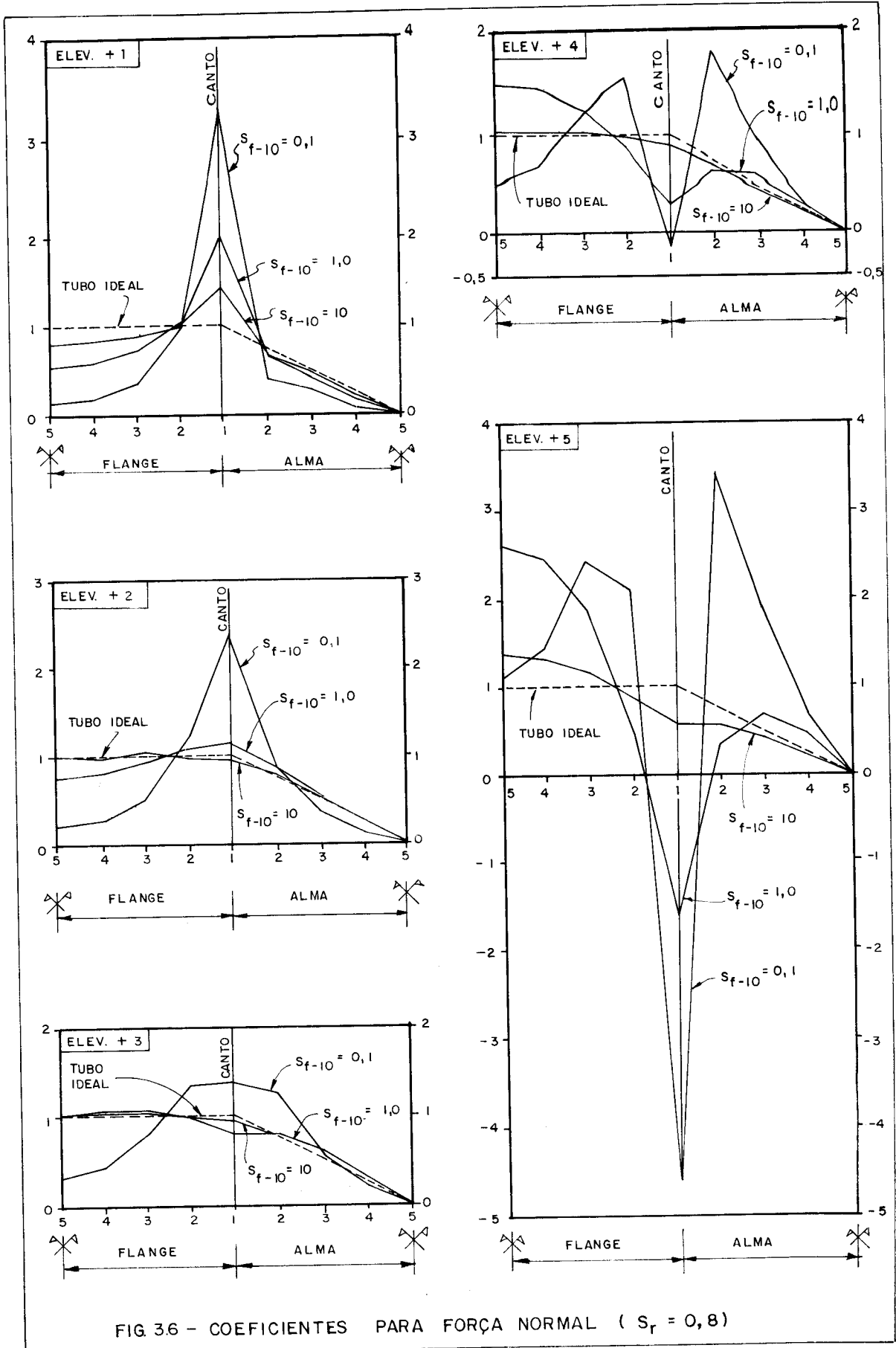


FIG 36 - COEFICIENTES PARA FORÇA NORMAL ( $S_f = 0,8$ )

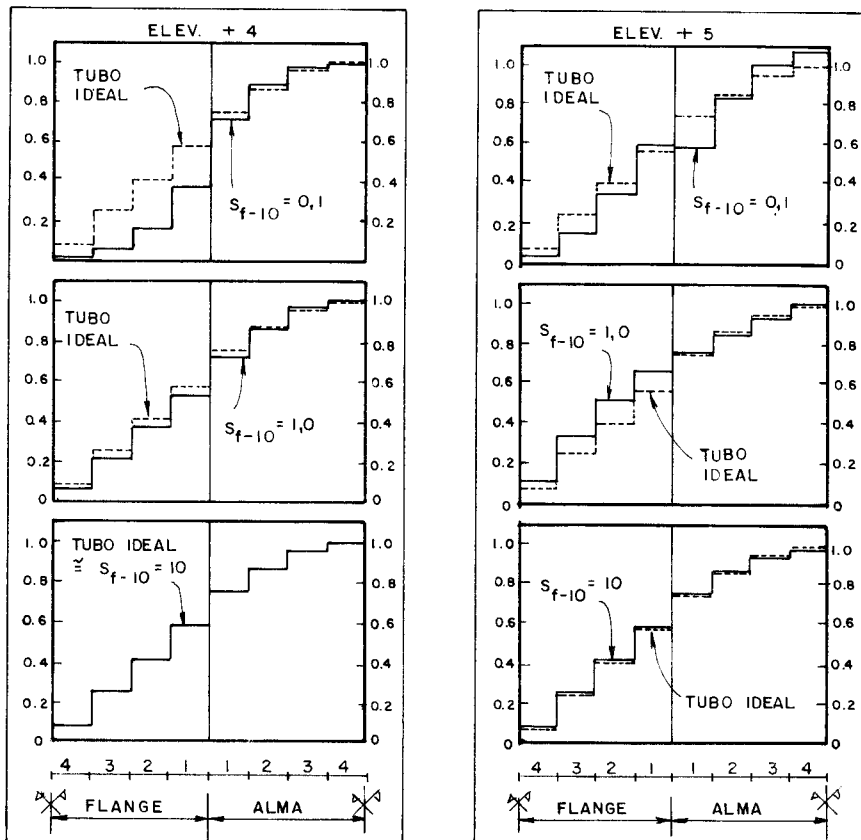
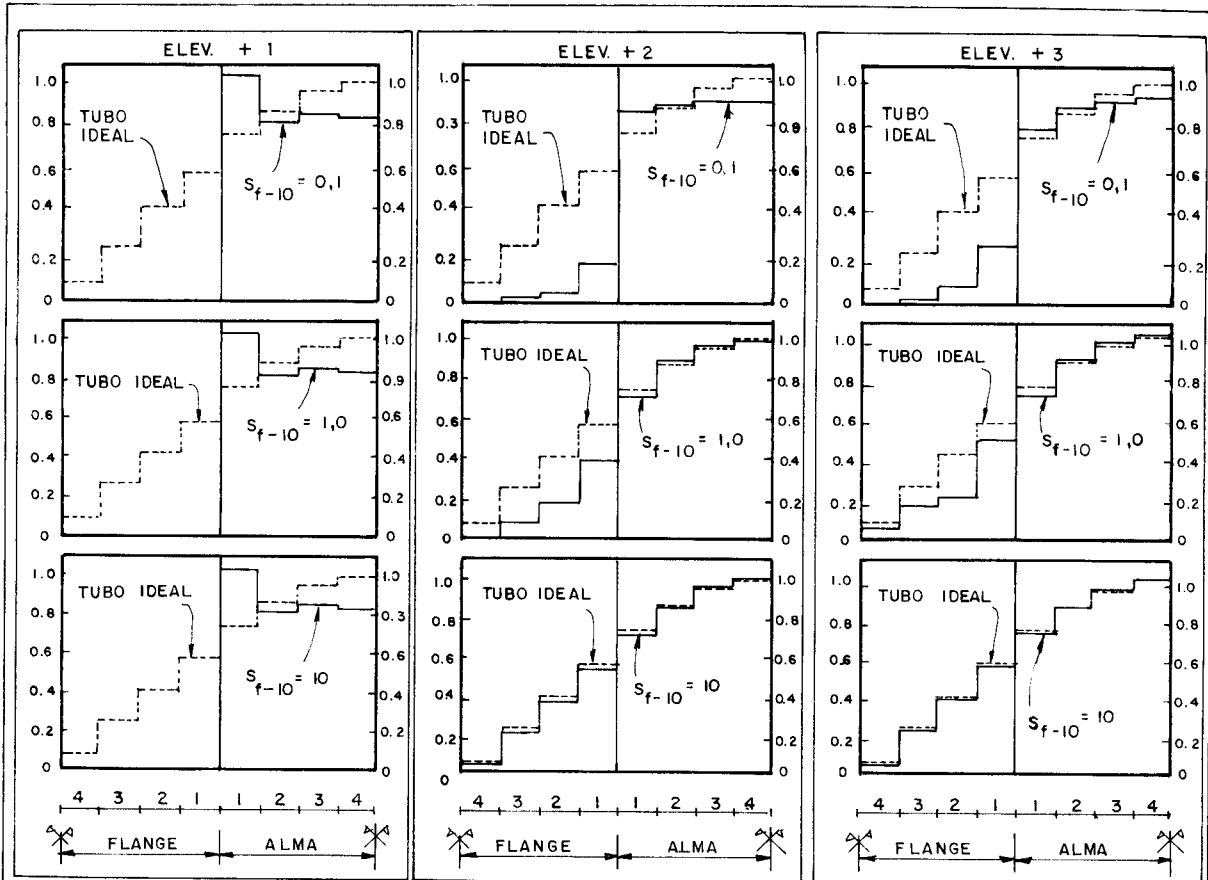


FIG.3.7 - COEFICIENTES PARA FORÇA CORTANTE ( $S_r = 0,8$ )

#### IV - ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS À TORÇÃO

##### 4.1 - GENERALIDADES

Nesta parte do trabalho se analisará a estrutura tubular de edifícios altos, do tipo básico, conforme definição na Parte I, submetida à torção, e levando-se em conta a influência das juntas.

Tomar-se-á como referência o sistema de eixos coordenados  $Oxyz$ , cuja origem se situa na base da estrutura, no ponto coincidente com seu centro de torção. O sentido positivo do eixo vertical  $Oz$  será da base para o topo.

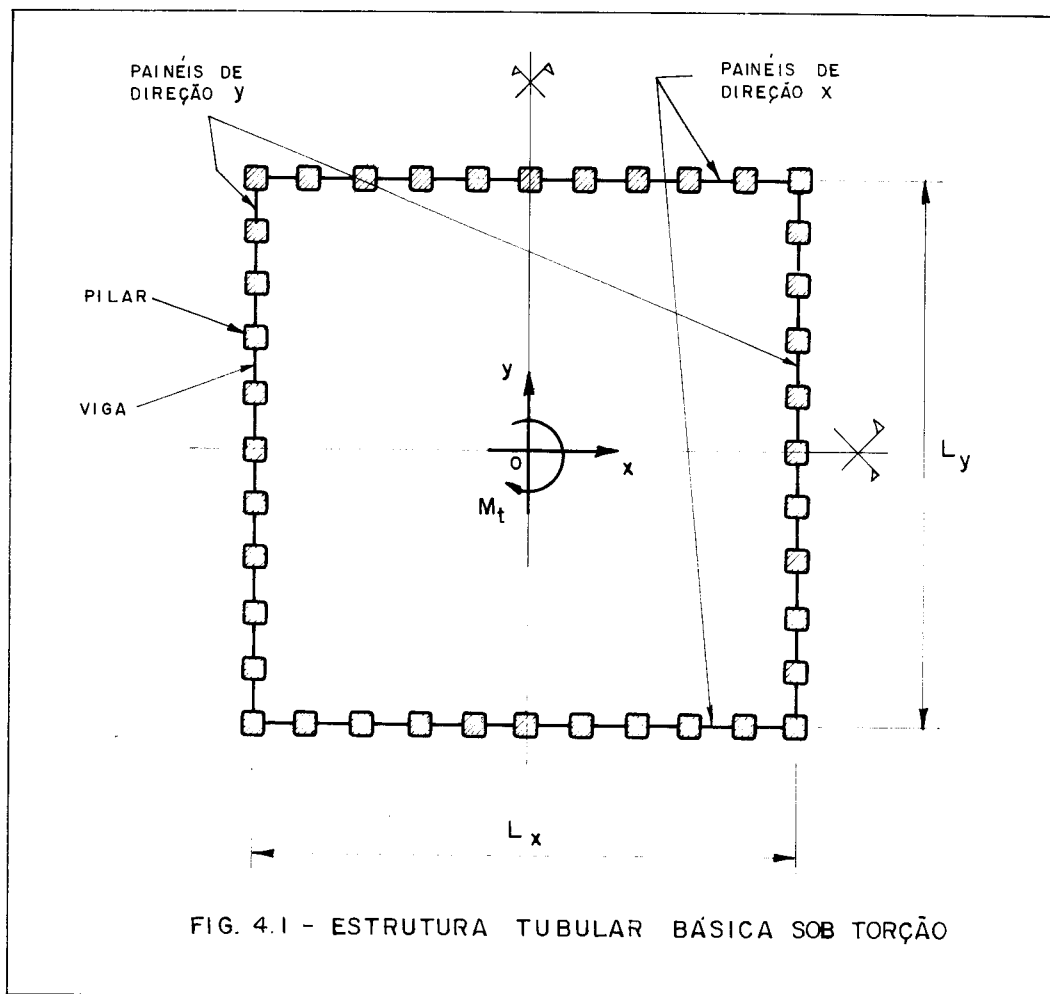
O momento de torção que solicita a estrutura numa dada elevação, indicado por  $M_t$ , será positivo se tiver sentido horário para um observador olhando para  $Oz$  em seu sentido negativo (fig. 4.1).

Os painéis p $\text{ó}$ rticos situados nas direções paralelas ao eixo  $Ox$  denominam-se painéis de direção  $x$  e os situados nas direções paralelas ao eixo  $Oy$ , painéis de direção  $y$ .

$L_x$  e  $L_y$  representam as dimensões horizontais (em planta) da estrutura, respectivamente nas direções dos eixos  $Ox$  e  $Oy$ ,  $H$  a altura total e  $h$  a altura dos andares.

As estruturas aqui tratadas apresentam simetria em relação aos eixos  $Ox$  e  $Oy$  e, como serão analisadas pela "Técnica do Meio Contínuo", suas características elásticas e geométricas não sofrem alterações ao longo da altura.

Todas as hipóteses de cálculo descritas na Parte I (item 1.4) permanecem válidas.

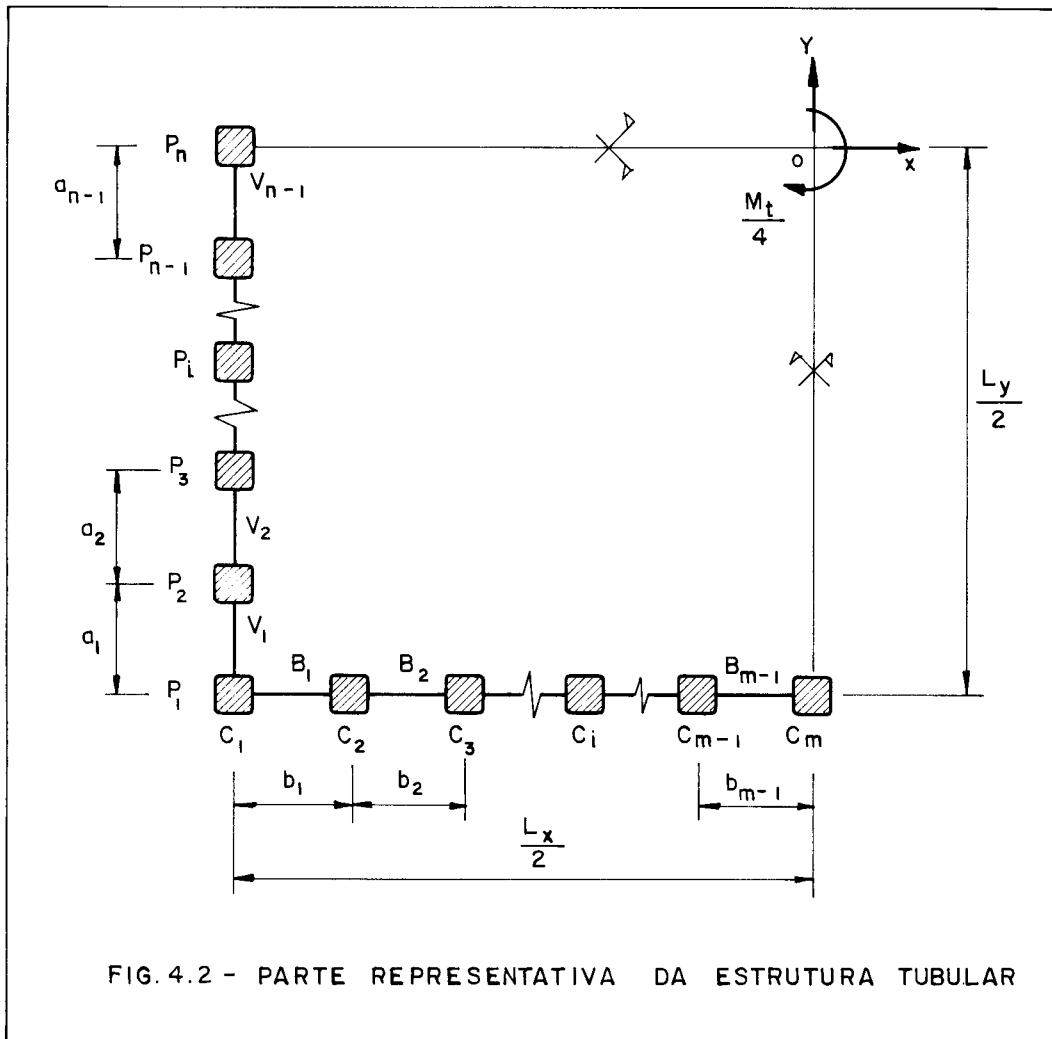


#### 4.2 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAINÉIS

Neste item serão analisadas as estruturas tubulares básicas cuja totalidade dos pilares em um painel de direção  $y$ , assim como de direção  $x$ , constitua um número ímpar.

Como a estrutura apresenta dupla simetria, torna-se suficiente considerar na análise a parte da mesma mostrada na fig. 4.2, na qual destacam-se:

- $P_1 \dots P_i \dots P_n$  - pilares do painel de direção  $y$ ;
- $C_1 \dots C_i \dots C_m$  - pilares do painel de direção  $x$ ;
- $V_1 \dots V_i \dots V_{n-1}$  - vigas do painel de direção  $y$ ;
- $B_1 \dots B_i \dots B_{m-1}$  - vigas do painel de direção  $x$ ;
- $a_1 \dots a_i \dots a_{n-1}$  - vãos das vigas do painel de direção  $y$ ;
- $b_1 \dots b_i \dots b_{m-1}$  - vãos das vigas do painel de direção  $x$ ;
- $n$  = número indicado pelo pilar  $P_n$ ;
- $m$  = número indicado pelo pilar  $C_m$ .





O módulo de elasticidade longitudinal, simbolizado por  $E$ , é o mesmo para todas as barras que compõem a estrutura.

#### 4.2.1 - Forças Cortantes nos Painéis

O momento de torção  $M_t$ , que atua numa elevação qualquer da estrutura, faz com que os painéis de direção  $y$  e direção  $x$  sejam solicitados respectivamente pelas forças cortantes  $Q_y$  e  $Q_x$ , conforme se vê na fig. 4.3, obedecendo-se à condição:

$$M_t = Q_x \cdot L_y + Q_y \cdot L_x \quad (4.1)$$

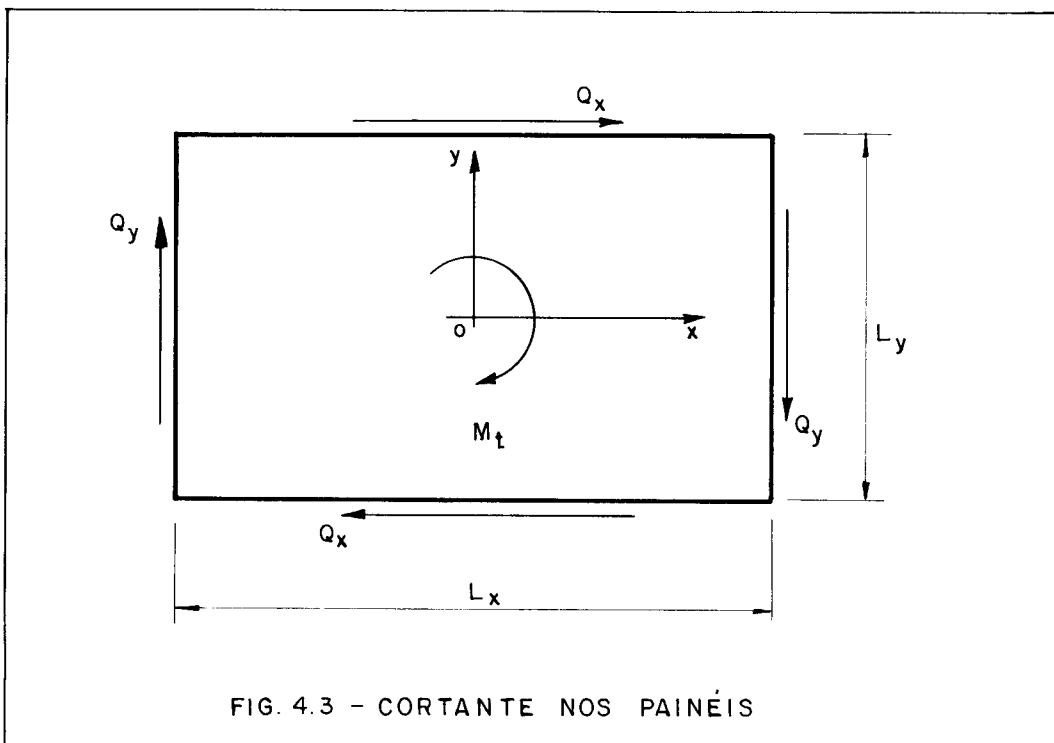


FIG. 4.3 - CORTANTE NOS PAINÉIS

4.2.2 - Estudo das Deformações do Painel de Direção y

Deve-se estudar a seguir as deformações do painel de direção y, causadas pela força cortante que solicita o mesmo,  $Q_y$ . Observa-se, no entanto, que tal estudo é idêntico ao já feito na Parte II para o painel de alma das estruturas submetidas à flexão (sub-item 2.2.1), inclusive no que se refere à notação, bastando então que se recorra aos seus resultados.

Assim, pela análise da deformação do primeiro tramo do painel, do tramo genérico  $i$ , com  $i$  variando de 2 a  $n-2$ , e do tramo  $n-1$ , chega-se, respectivamente, a:

$$q_1 \left[ \frac{h \left( \frac{a_1}{2} - d_1 \right)^3 + h \left( \frac{a_1}{2} - d_2 \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_1} + \frac{a_1^2 \cdot c_1^3}{48 \cdot E \cdot K_1 \cdot h^2} + \frac{a_1^2 \cdot c_2^3}{48 \cdot E \cdot K_2 \cdot h^2} \right] + q_2 \left[ \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot c_2^3}{48 \cdot E \cdot K_2 \cdot h^2} \right] = v' \cdot a_1^{-\delta_1 + \delta_2} \quad (4.2)$$

$$q_{i-1} \left[ \frac{a_{i-1} \cdot a_i \cdot c_i^3}{48 \cdot E \cdot K_i \cdot h^2} \right] + q_i \left[ \frac{h \left( \frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 + h \left( \frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_i} + \frac{a_i^2 \cdot c_i^3}{48 \cdot E \cdot K_i \cdot h^2} + \frac{a_i^2 \cdot c_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{i+1} \cdot h^2} \right] + q_{i+1} \left[ \frac{a_i \cdot a_{i+1} \cdot c_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{i+1} \cdot h^2} \right] = v' \cdot a_i^{-\delta_i + \delta_{i+1}} \quad (4.3)$$

$$q_{n-2} \left[ \frac{a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} \right] + q_{n-1} \left[ \frac{h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}} + \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} + \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_n^3}{24 \cdot E \cdot K_n \cdot h^2} \right] = v' \cdot a_{n-1}^{-\delta_{n-1}} \quad (4.4)$$

#### 4.2.3 - Estudo das Deformações do Pannel de Direção x

Estudar-se-ão agora as deformações que o momento de torção, por intermédio da força cortante  $Q_x$ , provoca no pannel de direção x. Devido à simetria do pannel, tal estudo abrangerá somente o trecho compreendido entre os pilares  $C_1$  e  $C_m$ , este último situado no eixo  $Oy$ .

Será empregada a seguinte notação:

- $f_i$  - semi-altura da viga  $B_i$ ;
- $w_i$  - altura livre (entre faces internas das vigas) do pilar  $C_i$ ;
- $t_i$  - semi-largura da seção transversal do pilar  $C_i$ ;
- $\gamma_i$  - deslocamento axial do pilar  $C_i$ , positivo da base para o topo;
- $\psi_i$  - rotação do nó do pilar  $C_i$ ;
- $u'$  - distorção do pannel;
- $\bar{J}_i$  - momento de inércia da viga  $B_i$ ;
- $J_{ci}$  - momento de inércia do pilar  $C_i$ .

Com procedimento similar ao que tem sido utilizado até aqui, indica-se por  $p_i$  a força cortante distribuída ao longo da altura do edifício e que atua no meio contínuo de rigidez equivalente às vigas do tramo genérico  $i$ . Assim, uma viga deste tramo, situada numa elevação qualquer, estará solicitada por uma força cortante dada pelo produto  $p_i \cdot h$ , conforme mostram as figs. 4.4 a 4.6.

Como no painel de direção  $y$ , as juntas se assemelharão a corpos rígidos retangulares, materializados em cada encontro de um pilar com uma viga, tendo como dimensão horizontal a largura do pilar e vertical a altura da viga. Nos pilares internos, onde numa mesma elevação chegam duas vigas, a dimensão vertical da junta deverá coincidir com a altura da viga que tiver a seção transversal mais alta. Dessa forma, num pilar interno  $C_i$ , a altura das juntas será dada por  $2 \cdot f_i^*$ , onde  $f_i^*$  é o maior valor entre  $f_{i-1}$  e  $f_i$ , e sua altura livre por:

$$w_i = h - 2 \cdot f_i^*$$

A rigidez à flexão do pilar  $C_i$  se definirá pelo parâmetro:

$$\bar{K}_i = \frac{J_{ci}}{h} \quad (4.5)$$

Inicia-se o estudo pelo primeiro tramo do painel, cuja deformação pode ser vista na fig. 4.4. A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto médio da viga  $B_1$  será:

$$\begin{aligned} \gamma_1 + \psi_1 \cdot \frac{b_1}{2} - p_1 \cdot h \left( \frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} &= \gamma_2 - \psi_2 \cdot \frac{b_1}{2} + \\ + p_1 \cdot h \left( \frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} & \quad (4.6) \end{aligned}$$

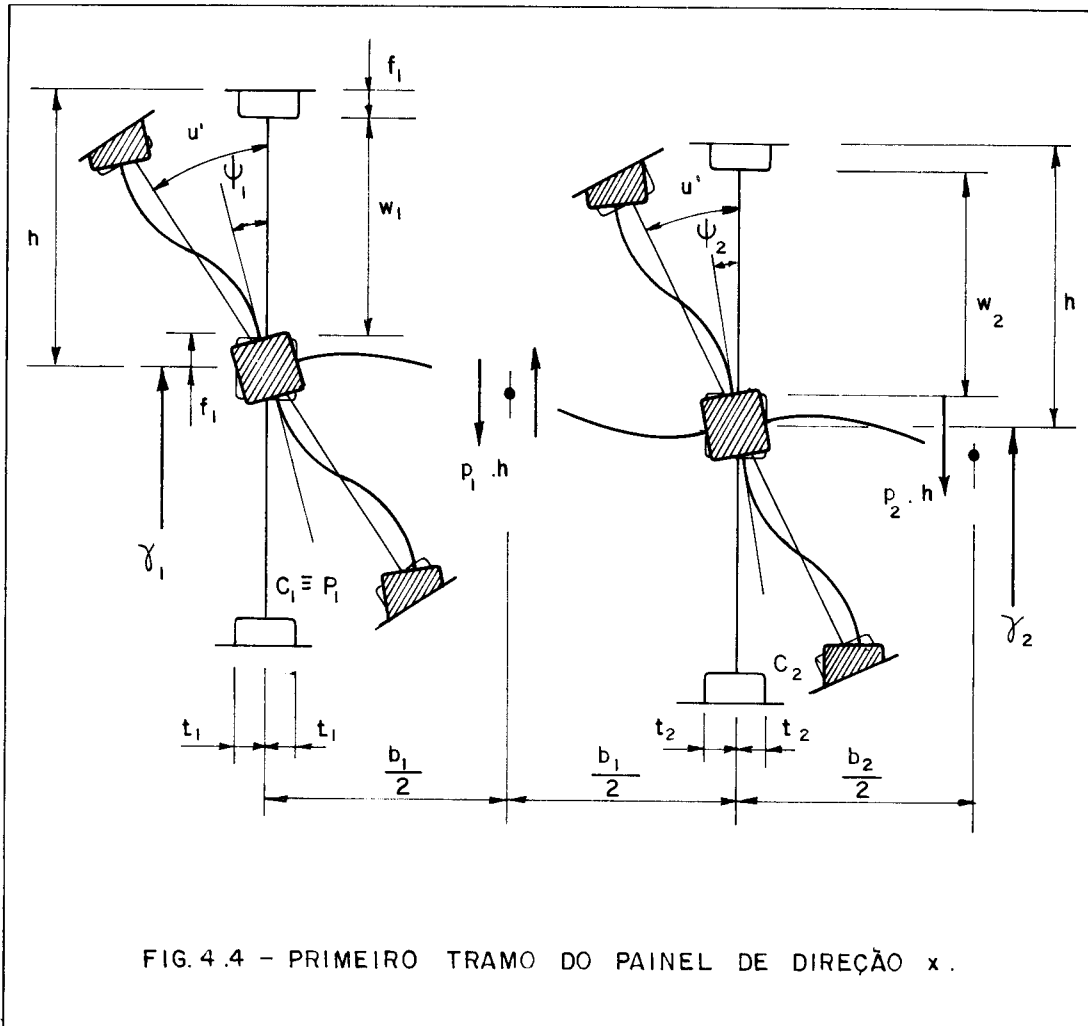


FIG. 4.4 - PRIMEIRO TRAMO DO PAINEL DE DIREÇÃO x.

As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $C_1$  e  $C_2$  são, respectivamente:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_1 (u' - \psi_1) \frac{h^3}{w_1} = p_1 \cdot h \cdot \frac{b_1}{2} \quad (4.7)$$

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_2 (u' - \psi_2) \frac{h^3}{w_2} = p_1 \cdot h \cdot \frac{b_1}{2} + p_2 \cdot h \cdot \frac{b_2}{2} \quad (4.8)$$

Como o pilar  $C_1$  coincide com o pilar  $P_1$ , tem-se:

$$\gamma_1 = \delta_1 \quad (4.9)$$

Explicitando  $\psi_1$  em (4.7),  $\psi_2$  em (4.8), e substituindo estes dois valores e a equação (4.9) em (4.6), vem:

$$P_1 \left[ \frac{h \left( \frac{b_1}{2} - t_1 \right)^3 + h \left( \frac{b_1}{2} - t_2 \right)^3}{3.E.\bar{J}_1} + \frac{b_1^2 \cdot w_1^3}{48.E.\bar{K}_1 \cdot h^2} + \frac{b_1^2 \cdot w_2^3}{48.E.\bar{K}_2 \cdot h^2} \right] + P_2 \left[ \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot w_2^3}{48.E.\bar{K}_2 \cdot h^2} \right] = u' \cdot b_1 + \delta_1 - \gamma_2 \quad (4.10)$$

Prosseguindo o estudo, se analisará a deformação do tramo  $i$ , com  $i$  variando de 2 a  $m-2$  (fig. 4.5).

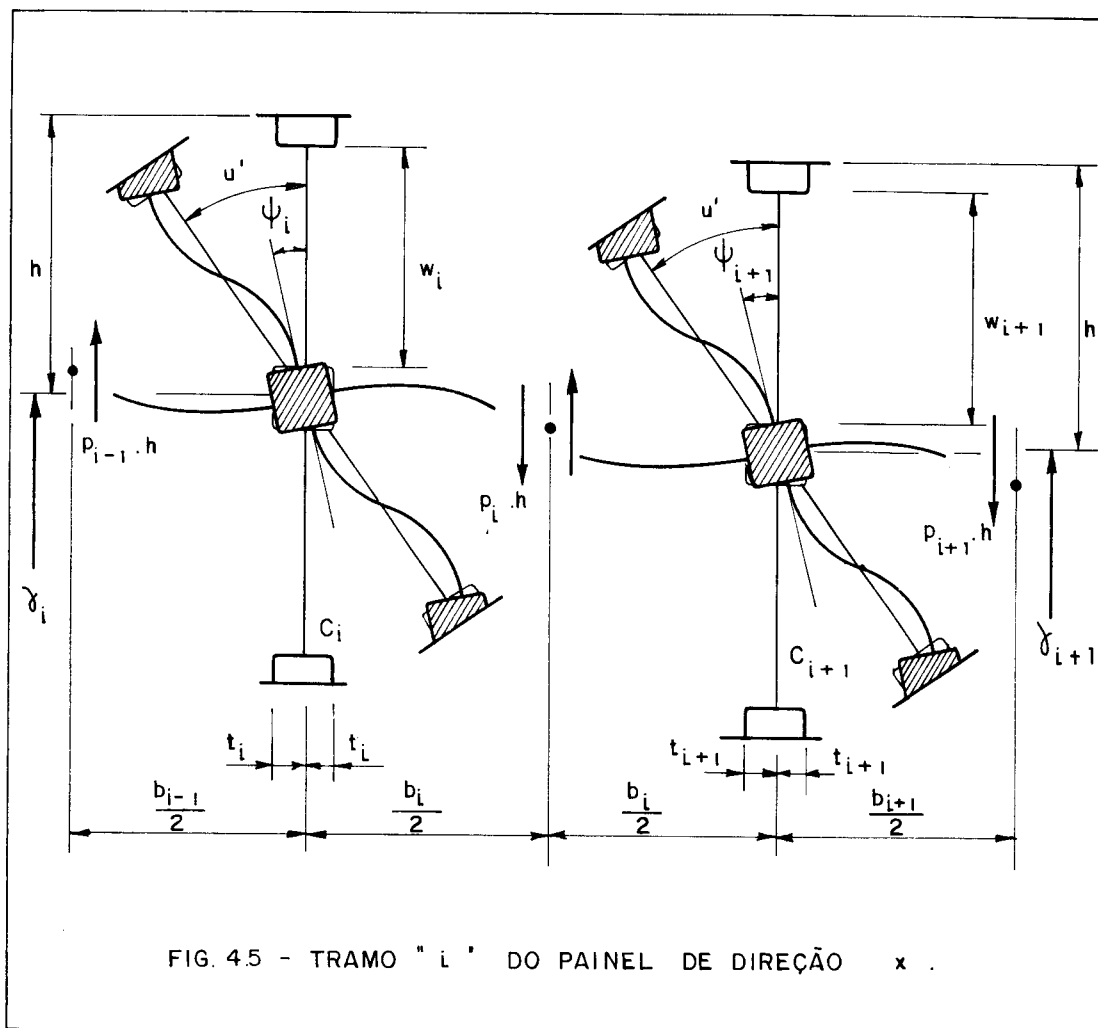


FIG. 4.5 - TRAMO " i " DO PAINEL DE DIREÇÃO x .

A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto central da viga  $B_1$  escreve-se:

$$\begin{aligned} \gamma_i + \psi_i \cdot \frac{b_i}{2} - p_i \cdot h \left( \frac{b_i}{2} - t_i \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} = \gamma_{i+1} - \psi_{i+1} \cdot \frac{b_i}{2} + \\ + p_i \cdot h \left( \frac{b_i}{2} - t_{i+1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} \end{aligned} \quad (4.11)$$

As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $C_i$  e  $C_{i+1}$  são, pela ordem:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_i (u' - \psi_i) \frac{h^3}{w_i} = p_i \cdot h \cdot \frac{b_i}{2} + p_{i-1} \cdot h \cdot \frac{b_{i-1}}{2} \quad (4.12)$$

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} (u' - \psi_{i+1}) \frac{h^3}{w_{i+1}} = p_i \cdot h \cdot \frac{b_i}{2} + p_{i+1} \cdot h \cdot \frac{b_{i+1}}{2} \quad (4.13)$$

Substituindo-se (4.12) e (4.13) em (4.11), obtêm-se:

$$\begin{aligned} p_{i-1} \left[ \frac{b_{i-1} \cdot b_i \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2} \right] + p_i \left[ \frac{h \left( \frac{b_i}{2} - t_i \right)^3 + h \left( \frac{b_i}{2} - t_{i+1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_1} + \frac{b_i^2 \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2} + \right. \\ \left. + \frac{b_i^2 \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2} \right] + p_{i+1} \left[ \frac{b_i \cdot b_{i+1} \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2} \right] = \\ = u' \cdot b_i + \gamma_i - \gamma_{i+1} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Finalizando, representa-se na fig. 4.6 a deformação do tramo  $m-1$ , delimitado pelos pilares  $C_{m-1}$  e  $C_m$ , este último posicionado no eixo de simetria.

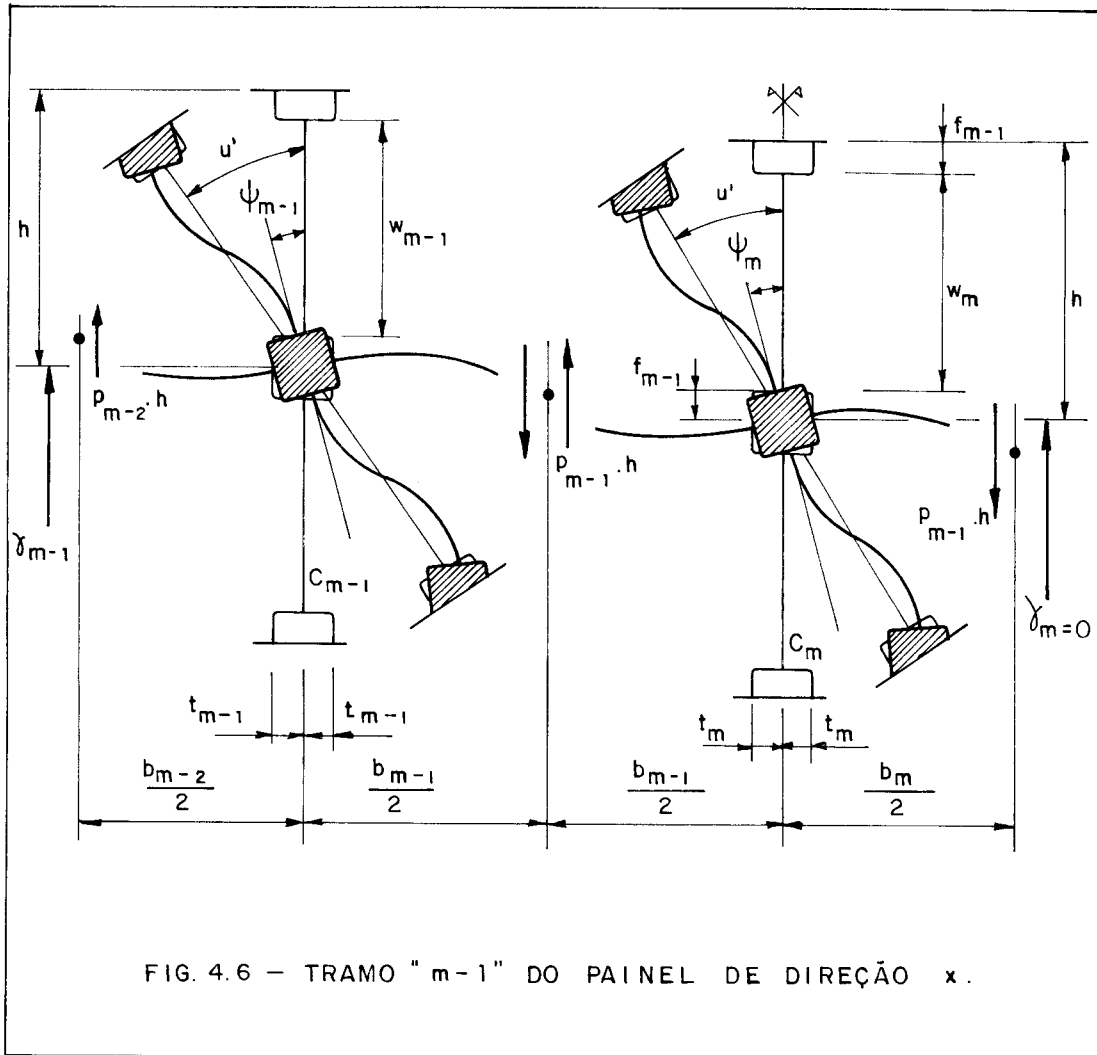


FIG. 4.6 - TRAMO "m-1" DO PAINEL DE DIREÇÃO x.

A equação de compatibilidade do deslocamento vertical do ponto médio da viga  $B_{m-1}$ , considerando-se que  $\gamma_m$  é nulo devido à simetria, será:

$$\begin{aligned} \gamma_{m-1} + \psi_{m-1} \cdot \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} \cdot h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} = \\ = - \psi_m \cdot \frac{b_{m-1}}{2} + p_{m-1} \cdot h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} \quad (4.15) \end{aligned}$$



As equações de equilíbrio à rotação dos nós dos pilares  $C_{m-1}$  e  $C_m$  são, respectivamente:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} (u' - \psi_{m-1}) \frac{h^3}{w_{m-1}} = p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2} + p_{m-2} \cdot h \cdot \frac{b_{m-2}}{2} \quad (4.16)$$

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_m (u' - \psi_m) \frac{h^3}{w_m} = p_{m-1} \cdot h \cdot b_{m-1} \quad (4.17)$$

Substituindo-se (4.16) e (4.17) em (4.15), vem:

$$p_{m-2} \left[ \frac{b_{m-2} \cdot b_{m-1} \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] + p_{m-1} \left[ \frac{h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_m^3}{24 \cdot E \cdot \bar{K}_m \cdot h^2} \right] = u' \cdot b_{m-1} + \gamma_{m-1} \quad (4.18)$$

#### 4.2.4 - Interação entre os Painéis de Direções y e x

Um diafragma genérico da estrutura sofre a rotação  $\phi$  em torno do eixo vertical  $Oz$ , devido à ação do momento de torção  $M_t$ , conforme mostra a fig. 4.7. Relacionando-se esta rotação com os deslocamentos laterais  $v$  e  $u$ , respectivamente dos painéis de direções  $y$  e  $x$ , obtêm-se as equações:

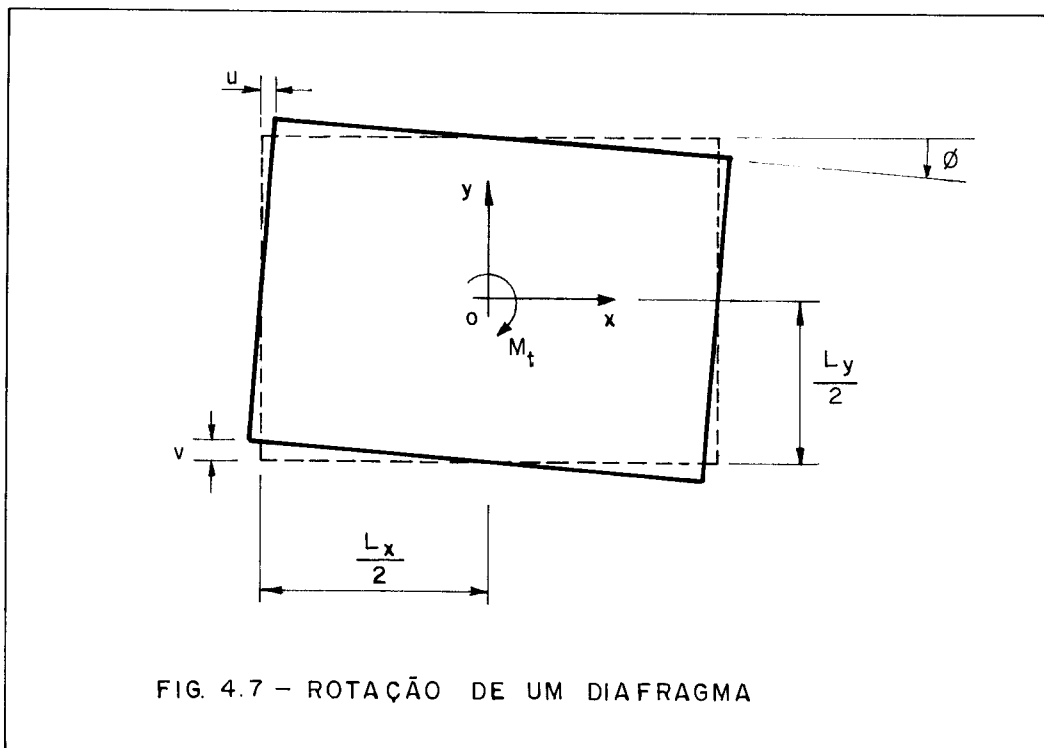
$$v = \frac{L}{2} x \cdot \phi$$

$$u = \frac{L}{2} y \cdot \phi$$

Derivando uma vez, tem-se:

$$v' = \frac{L_x}{2} \cdot \phi' \quad (4.19)$$

$$u' = \frac{L_y}{2} \cdot \phi' \quad (4.20)$$



Substituindo-se (4.19) em (4.2), (4.3) e (4.4), e (4.20) em (4.10), (4.14) e (4.18), chega-se a um sistema de equações lineares que, escrito na forma matricial, fica:

$$[R] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} \phi' \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_i \\ \vdots \\ \gamma_{m-1} \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

A matriz [R] é quadrada, de ordem (n+m-2), e seu desenvolvimento é mostrado a seguir:

$$[R] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & n-1 & n+m-2 \\ \begin{array}{l} R_k, R_m, 0, \dots, 0 \\ R_n, R_k, R_m, 0, \dots, 0 \\ 0, R_n, R_k, R_m, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, R_n, R_k, R_m \\ 0, \dots, 0, R_n, R_k \end{array} & \left| \begin{array}{l} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{array} \right. & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{array} & \left| \begin{array}{l} R_r, R_s, 0, \dots, 0 \\ R_t, R_r, R_s, 0, \dots, 0 \\ 0, R_t, R_r, R_s, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, R_t, R_r, R_s \\ 0, \dots, 0, R_t, R_r, R_s \end{array} \right. & \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline & & \begin{array}{l} n-1 \\ n+m-2 \end{array} \end{array} \end{array}$$

onde

$$R_k = \frac{h \left[ \left( \frac{a_i}{2} - d_i \right)^3 + \left( \frac{a_i}{2} - d_{i+1} \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot J_i} + \frac{a_i^2}{48 \cdot E \cdot h^2} \left( \frac{c_i^3}{K_i} + \frac{c_{i+1}^3}{K_{i+1}} \right)$$

$$R_m = \frac{a_i \cdot a_{i+1} \cdot c_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{i+1} \cdot h^2}$$

$$R_n = \frac{a_{i-1} \cdot a_i \cdot c_i^3}{48 \cdot E \cdot K_i \cdot h^2}$$

com  $i = 1, 2, \dots, n-1$  de acordo com a linha do elemento,

$$R_r = \frac{h \left[ \left( \frac{b_i}{2} - t_i \right)^3 + \left( \frac{b_i}{2} - t_{i+1} \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_i} + \frac{b_i^2}{48 \cdot E \cdot h^2} \left( \frac{w_i^3}{\bar{K}_i} + \frac{w_{i+1}^3}{\bar{K}_{i+1}} \right)$$

$$R_s = \frac{b_i \cdot b_{i+1} \cdot w_{i+1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{i+1} \cdot h^2}$$

$$R_t = \frac{b_{i-1} \cdot b_i \cdot w_i^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_i \cdot h^2}$$

com  $i = 1, 2, \dots, m-1$  de acordo com a linha do elemento subtraída de  $(n-1)$ , e finalmente

$$R_\ell = \frac{h \left[ \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3 + \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_n \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}} + \frac{a_{n-1}^2}{48 \cdot E \cdot h^2} \left( \frac{c_{n-1}^3}{\bar{K}_{n-1}} + \frac{2 \cdot c_n^3}{\bar{K}_n} \right)$$

$$R_u = \frac{h \left[ \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 + \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_m \right)^3 \right]}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2}{48 \cdot E \cdot h^2} \left( \frac{w_{m-1}^3}{\bar{K}_{m-1}} + \frac{2 \cdot w_m^3}{\bar{K}_m} \right)$$

A matriz  $[S]$  é também quadrada e de ordem  $(n+m-2)$ , conforme se vê na seqüência:

$$[S] = \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{l} \frac{a_1 \cdot L_x}{2}, -1, 1, 0, \dots, 0 \\ \frac{a_2 \cdot L_x}{2}, 0, -1, 1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ \frac{a_{n-2} \cdot L_x}{2}, 0, \dots, 0, -1, 1 \\ \frac{a_{n-1} \cdot L_x}{2}, 0, \dots, 0, -1 \end{array} & \begin{array}{l} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} \frac{b_1 \cdot L_y}{2}, 1, 0, \dots, 0 \\ \frac{b_2 \cdot L_y}{2}, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ \frac{b_{n-2} \cdot L_y}{2}, 0, \dots, 0 \\ \frac{b_{m-1} \cdot L_y}{2}, 0, \dots, 0 \end{array} & \begin{array}{l} -1, 0, \dots, 0 \\ 1, -1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, 1, -1 \\ 0, \dots, 0, 1 \end{array} \end{array} \right] \begin{array}{l} n \\ n+m-2 \\ n-1 \\ n+m-2 \end{array}$$

#### 4.2.5 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

Em cada um dos pilares que integram a estrutura se imporá a condição de equilíbrio à força normal, destacando-se que os deslocamentos positivos têm sentido base-topo e que a força normal positiva é de tração.

O estudo será rigorosamente igual àquele feito na Parte II, sub-item 2.2.4, exceto que o pilar  $C_m$ , no caso presente em que o carregamento causa apenas torção, não é sollicitado por força normal, podendo assim ser dispensado da análise. Dessa maneira, tomando-se os resultados obtidos na Parte II, as equações que traduzem o equilíbrio à força normal no pilar de canto, nos pilares  $P_2$  a  $P_{n-1}$  do painel de direção  $y$  e nos pilares  $C_2$  a  $C_{m-1}$  do painel de direção  $x$  são, pela ordem:

$$\delta_1'' - \frac{P_1}{E \cdot A_{p1}} + \frac{q_1}{E \cdot A_{p1}} = 0 \quad (4.22)$$

$$\delta_i'' - \frac{q_{i-1}}{E \cdot A_{pi}} + \frac{q_i}{E \cdot A_{pi}} = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (4.23)$$

$$\gamma_i'' + \frac{P_{i-1}}{E \cdot A_{ci}} - \frac{P_i}{E \cdot A_{ci}} = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (4.24)$$

onde  $A_{pi}$  é a área da seção transversal do pilar  $P_i$  e  $A_{ci}$  do pilar  $C_i$ . O pilar  $P_n$ , por se situar no eixo de simetria  $Ox$ , também não é sollicitado por força normal.

É importante ainda salientar que, segundo resultados obtidos na Parte II, as forças normais que atuam nos pilares de direções  $y$  e  $x$ , respectivamente  $N_i$  e  $F_i$ , são dadas por:

$$N_i = E \cdot A_{pi} \cdot \delta_i' \quad , \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (4.25)$$

$$F_i = E \cdot A_{ci} \cdot \gamma_i' \quad , \quad i = 2, \dots, m-1 \quad (4.26)$$

4.2.6 - Equação de Equilíbrio à Torção

Conforme se sabe,  $Q_y$  e  $Q_x$  são as forças cortantes que agem respectivamente nos painéis de direções y e x, numa elevação qualquer da estrutura.

Devido à dupla simetria, e ao carregamento de torção, será tomada apenas a quarta parte da estrutura, a qual aparece de forma detalhada na fig. 4.8. Assim,  $Q_y/2$  e  $Q_x/2$  são as forças cortantes que atuam em cada metade dos painéis de direções y e x, respectivamente, e  $Q_{yi}$  e  $Q_{xi}$  as forças cortantes absorvidas, na ordem, pelos pilares  $P_i$  e  $C_i$ . Observa-se que os pilares  $P_n$  e  $C_m$  são cortados ao meio pelos eixos de simetria.

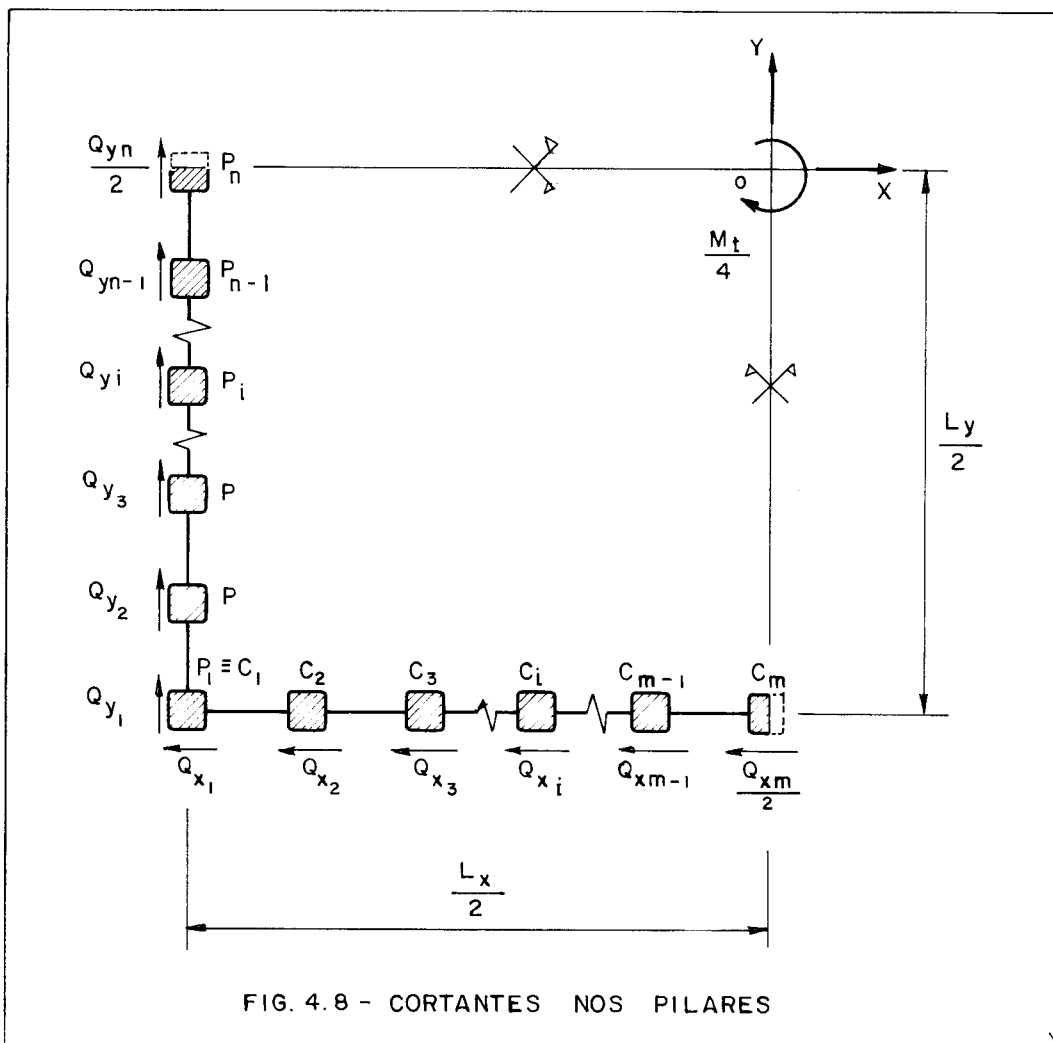


FIG. 4.8 - CORTANTES NOS PILARES

Pode-se então escrever:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q_y}{2} &= Q_{y1} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + \frac{Q_{yn}}{2} \\ \frac{Q_x}{2} &= Q_{x1} + Q_{x2} + \dots + Q_{xi} + \dots + \frac{Q_{xm}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Na equação (4.1), dividindo-se ambos os membros por 4, vem:

$$\frac{M_t}{4} = \frac{Q_x}{2} \cdot \frac{L_y}{2} + \frac{Q_y}{2} \cdot \frac{L_x}{2} \quad (4.28)$$

Substituindo-se (4.27) em (4.28), chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{M_t}{4} &= (Q_{y1} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + \frac{Q_{yn}}{2}) \frac{L_x}{2} + \\ &+ (Q_{x1} + Q_{x2} + \dots + Q_{xi} + \dots + \frac{Q_{xm}}{2}) \frac{L_y}{2} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Devido à hipótese de momento nulo na semi-altura dos andares, os momentos fletores nos nós dos pilares  $P_i$  e  $C_i$ , pela ordem  $M_{yi}$  e  $M_{xi}$ , são dados por:

$$\left. \begin{aligned} M_{yi} &= Q_{yi} \cdot \frac{h}{2} , \quad i = 1, \dots, n \\ M_{xi} &= Q_{xi} \cdot \frac{h}{2} , \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

As cortantes serão, então:

$$\left. \begin{aligned} Q_{yi} &= \frac{2 \cdot M_{yi}}{h} \quad , \quad i = 1, \dots, n \\ Q_{xi} &= \frac{2 \cdot M_{xi}}{h} \quad , \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \right\} (4.31)$$

Pelo equilíbrio a momento fletor dos nós dos pilares, e levando-se em conta a hipótese de momento nulo nos pontos médios das vigas, vêm:

$$\left. \begin{aligned} M_{y1} &= \frac{1}{2} (q_1 \cdot h \cdot \frac{a_1}{2}) \\ M_{yi} &= \frac{1}{2} (q_{i-1} \cdot h \cdot \frac{a_{i-1}}{2} + q_i \cdot h \cdot \frac{a_i}{2}) \quad , \quad i = 2, \dots, n-1 \\ M_{yn} &= \frac{1}{2} (2 \cdot q_{n-1} \cdot h \cdot \frac{a_{n-1}}{2}) \\ M_{x1} &= \frac{1}{2} (p_1 \cdot h \cdot \frac{b_1}{2}) \\ M_{xi} &= \frac{1}{2} (p_{i-1} \cdot h \cdot \frac{b_{i-1}}{2} + p_i \cdot h \cdot \frac{b_i}{2}) \quad , \quad i = 2, \dots, m-1 \\ M_{xm} &= \frac{1}{2} (2 \cdot p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2}) \end{aligned} \right\} (4.32)$$

Finalmente, substituindo-se as expressões (4.32) em (4.31) e os resultados desta operação em (4.29), tem-se a equação de equilíbrio à torção para a quarta parte da estrutura:

$$\begin{aligned} \frac{M_t}{4} &= (q_1 \cdot a_1 + \dots + q_i \cdot a_i + \dots + q_{n-1} \cdot a_{n-1}) \frac{L_x}{2} + \\ &+ (p_1 \cdot b_1 + \dots + p_i \cdot b_i + \dots + p_{m-1} \cdot b_{m-1}) \frac{L_y}{2} \end{aligned} \quad (4.33)$$



4.2.7 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Com a equação (4.33), de equilíbrio da estrutura à torção, e as equações (4.22) a (4.24), de equilíbrio dos pilares à força normal, chega-se a um sistema que, em notação matricial, escreve-se:

$$[G] \begin{Bmatrix} \phi''' \\ \delta_1'' \\ \delta_2'' \\ \vdots \\ \delta_i'' \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \\ \gamma_2'' \\ \gamma_3'' \\ \vdots \\ \gamma_i'' \\ \vdots \\ \gamma_{m-1}'' \end{Bmatrix} + [H] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_t/4 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

A matriz  $[G]$  é quadrada, de ordem  $(n+m-2)$ , com todos os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal, a partir da segunda linha e segunda coluna, os quais se igualam à unidade:

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ 0 & , & 0 & , & 0 & , & 1 & , & 0 & , & \dots & \dots & , & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & , & \dots & \dots & \dots & \dots & , & 0 & , & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $[H]$  é também quadrada e de ordem  $(n+m-2)$ , estando a sua composição mostrada a seguir:

$$[H] = \begin{array}{c|ccc} & \begin{array}{c} n-1 \\ \dots \\ n-1 \end{array} & & \begin{array}{c} n+m-2 \\ \dots \\ n+m-2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \frac{a_1 \cdot L_x}{2}, \frac{a_2 \cdot L_x}{2}, \dots, \frac{a_{n-1} \cdot L_x}{2} \\ \frac{1}{E \cdot A_{p1}}, 0, \dots, 0 \\ \frac{-1}{E \cdot A_{p2}}, \frac{1}{E \cdot A_{p2}}, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \frac{-1}{E \cdot A_{p3}}, \frac{1}{E \cdot A_{p3}}, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, \frac{-1}{E \cdot A_{pn-2}}, \frac{1}{E \cdot A_{pn-2}}, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, \frac{-1}{E \cdot A_{pn-1}}, \frac{1}{E \cdot A_{pn-1}} \end{array} & \begin{array}{c} \frac{a_{n-1} \cdot L_x}{2} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} \frac{b_1 \cdot L_y}{2}, \frac{b_2 \cdot L_y}{2}, \dots, \frac{b_{m-1} \cdot L_y}{2} \\ \frac{-1}{E \cdot A_{p1}}, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{array} & \begin{array}{c} \frac{b_{m-1} \cdot L_y}{2} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} \frac{1}{E \cdot A_{c2}}, \frac{-1}{E \cdot A_{c2}}, 0, \dots, 0 \\ 0, \frac{1}{E \cdot A_{c3}}, \frac{-1}{E \cdot A_{c3}}, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, \frac{1}{E \cdot A_{cm-2}}, \frac{-1}{E \cdot A_{cm-2}}, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, \frac{1}{E \cdot A_{cm-1}}, \frac{-1}{E \cdot A_{cm-1}} \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{array} \\ \hline & & & \begin{array}{c} n+m-2 \\ \dots \\ n+m-2 \end{array} \end{array}$$

Sejam agora os vetores  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , definidos como:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} \phi' \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_i \\ \vdots \\ \gamma_{m-1} \end{Bmatrix} \qquad \{C\} = \begin{Bmatrix} M_t/4 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Trabalhando com a equação (4.21) e usando a definição de  $\{U\}$ , chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_{m-1} \end{Bmatrix} = [R]^{-1} [S] \{U\} \quad (4.35)$$

Esta equação permite a obtenção dos esforços cortantes distribuídos ao longo da altura do edifício, conforme definição conhecida.

Substituindo-se a expressão matricial (4.35) em (4.34), e usando as definições de  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , vem:

$$[G] \{U''\} + [H] [R]^{-1} [S] \{U\} = \{C\} \quad (4.36)$$

Fazendo

$$[T] = [H] [R]^{-1} [S]$$

obtém-se:

$$[G] \{U''\} + [T] \{U\} = \{C\} \quad (4.37)$$

Esta expressão matricial envolve um sistema de equações diferenciais que, após resolvido, fornece todos os deslocamentos desconhecidos numa certa elevação da estrutura (vetor  $\{U\}$ ), e por consequência, os esforços definidos por (4.25) e (4.26), e (4.35), que são, respectivamente, as forças normais nos pilares e as forças cortantes distribuídas na altura do edifício, nesta mesma elevação. Para qualquer outra elevação na qual se queira deslocamentos e esforços, procede-se de maneira similar.

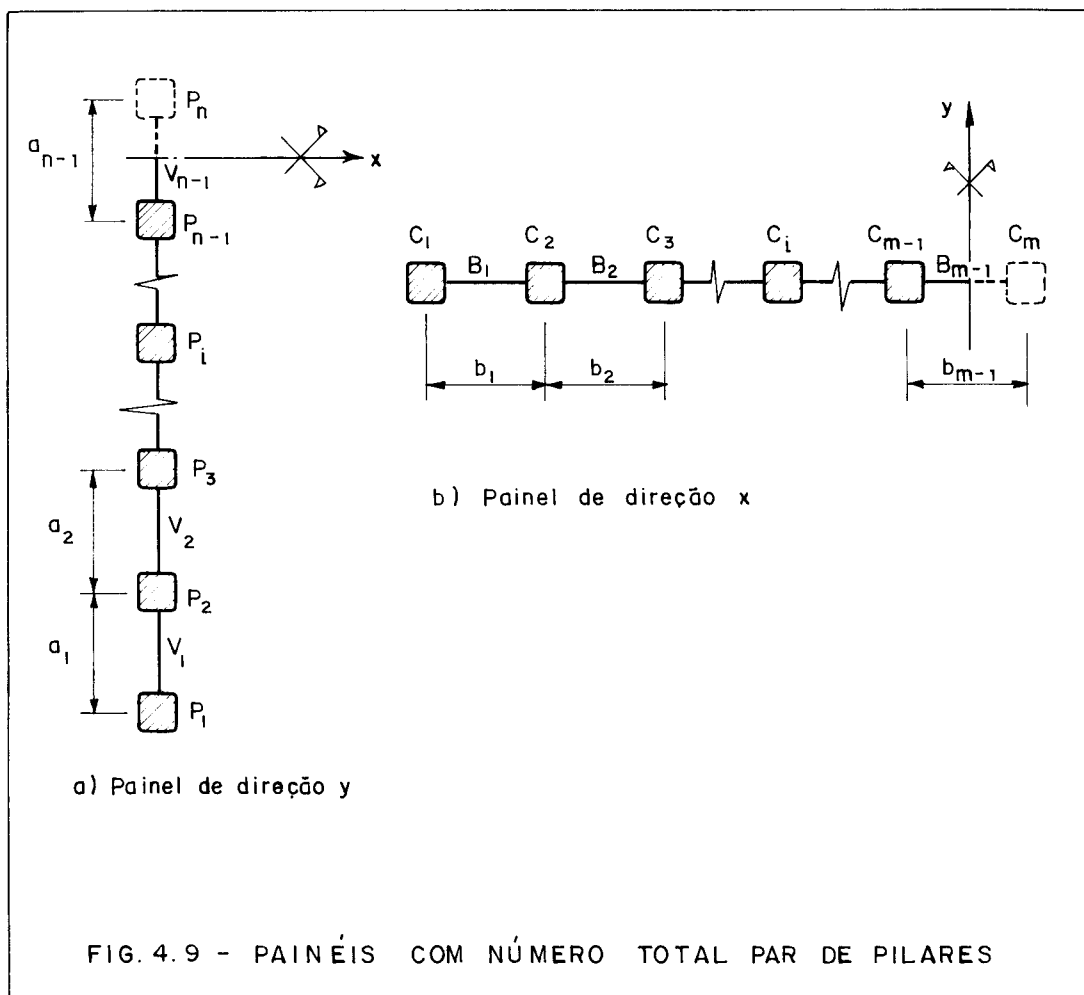
#### 4.3 - ANÁLISE DA ESTRUTURA TUBULAR COM NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAINÉIS

A análise feita no item anterior só é aplicável às estruturas tubulares básicas que possuam número ímpar de pilares nos painéis p $\acute{o}$ rticos completos de direções y e x. No presente item, o estudo será estendido para que possa também enquadrar aquelas estruturas com número par de pilares no painel completo de direção y, ou de direção x, ou ainda em ambos.

Por questões de facilidade e compatibilidade com a análise já efetuada, a numeração adotada para as barras será tal que (fig. 4.9):

- se o painel completo de direção y tiver número par de pilares, o eixo de simetria Ox cortará a seção central da viga  $V_{n-1}$ , que une os pilares  $P_{n-1}$  e  $P_n$ , este último fora da metade em estudo do painel;
- se o painel completo de direção x tiver número par de pilares, o eixo de simetria Oy cortará a seção central da viga  $B_{m-1}$ , que une os pilares  $C_{m-1}$  e, já fora da metade em estudo do painel,  $C_m$ .

Todas as hipóteses, condições e notações vistas no item 4.2 continuam vigorando.



4.3.1 - Painel de Direção y com Número Total Par de Pilares

O estudo das deformações do trecho situado entre o primeiro tramo e o tramo n-2 não sofre qualquer modificação em relação ao já feito para número ímpar de pilares, permanecendo então válidas as equações (4.2) e (4.3).

Para o tramo n-1, o estudo é idêntico àquele da Parte II, sub-item 2.3.1, bastando então que se recorra ao resultado lá obtido. Assim, se terá:

$$q_{n-2} \left[ \frac{a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} \right] + q_{n-1} \left[ \frac{h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}} + \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} \right] =$$

$$= v' \cdot \frac{a_{n-1}}{2} - \delta_{n-1} \quad (4.38)$$

4.3.2 - Painel de Direção x com Número Total Par de Pilares

Para as deformações do trecho compreendido entre o primeiro tramo e o tramo m-2 permanecem em vigor as equações (4.10) e (4.14).

A deformação do tramo m-1 pode ser vista na fig. 4.10, observando-se que o deslocamento vertical do ponto médio da viga  $B_{m-1}$  é nulo devido à simetria.

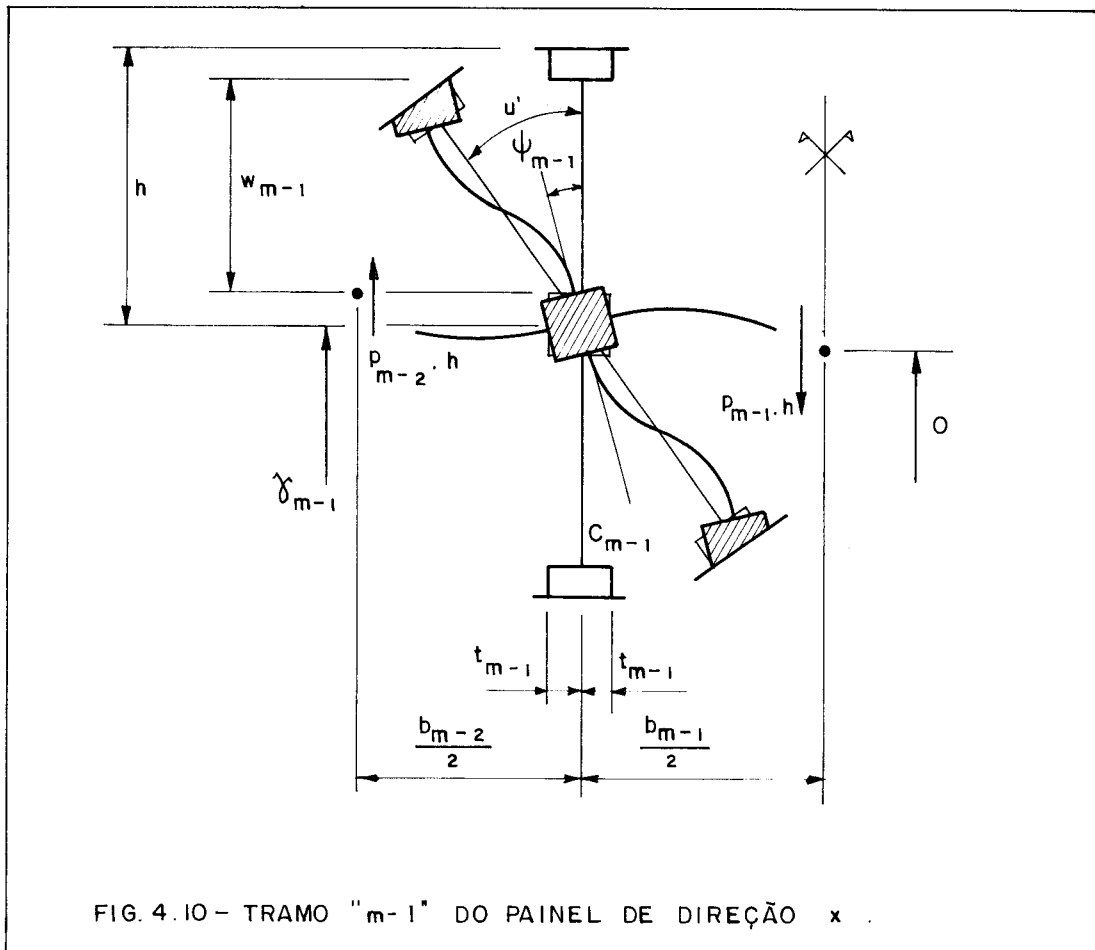


FIG. 4.10 - TRAMO "m-1" DO PAINEL DE DIREÇÃO x .

Com isso, a equação de compatibilidade do deslocamento vertical para a seção central desta viga será:

$$\gamma_{m-1} + \psi_{m-1} \cdot \frac{b_{m-1}}{2} - p_{m-1} \cdot h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3 \frac{1}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} = 0 \quad (4.39)$$

A equação de equilíbrio à rotação do nó do pilar  $C_{m-1}$  fica:

$$12 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot \frac{h^3}{3 w_{m-1}} (u' - \psi_{m-1}) = p_{m-2} \cdot h \cdot \frac{b_{m-2}}{2} + p_{m-1} \cdot h \cdot \frac{b_{m-1}}{2} \quad (4.40)$$

Explicitando o valor de  $\psi_{m-1}$  em (4.40) e o levando em (4.39), vem:

$$p_{m-2} \left[ \frac{b_{m-2} \cdot b_{m-1} \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] + p_{m-1} \left[ \frac{h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}} + \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} \right] = u' \cdot \frac{b_{m-1}}{2} + \gamma_{m-1} \quad (4.41)$$

#### 4.3.3 - Interação entre os Painéis de Direções y e x

Conclui-se imediatamente que continua válido todo o desenvolvimento mostrado no sub-item 4.2.4, apenas com alteração em alguns elementos das matrizes [R] e [S].

Se o número total de pilares do painel de direção y for par, tendo por base a equação (4.38), o elemento da matriz [S] situado na posição (n-1, 1) reduz-se à metade, passando a ser  $a_{n-1} \cdot L_x / 4$ . Na matriz [R], o elemento  $R_{\ell}$  torna-se:

$$R_{\ell} = \frac{a_{n-1}^2 \cdot c_{n-1}^3}{48 \cdot E \cdot K_{n-1} \cdot h^2} + \frac{h \left( \frac{a_{n-1}}{2} - d_{n-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot J_{n-1}}$$

Se a quantidade de pilares do painel de direção x for par, levando-se em conta a equação (4.41), o elemento da matriz [S] posicionado em (n+m-2, 1) fica reduzido à metade, tornando-se  $b_{m-1} \cdot L_y / 4$ . Na matriz [R], o elemento identificado por  $R_u$  passa a ser:

$$R_u = \frac{b_{m-1}^2 \cdot w_{m-1}^3}{48 \cdot E \cdot \bar{K}_{m-1} \cdot h^2} + \frac{h \left( \frac{b_{m-1}}{2} - t_{m-1} \right)^3}{3 \cdot E \cdot \bar{J}_{m-1}}$$

#### 4.3.4 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

As equações (4.22) a (4.24) permanecem válidas, mesmo que os painéis completos de direções y e x tenham número par de pilares.

#### 4.3.5 - Equação de Equilíbrio à Torção

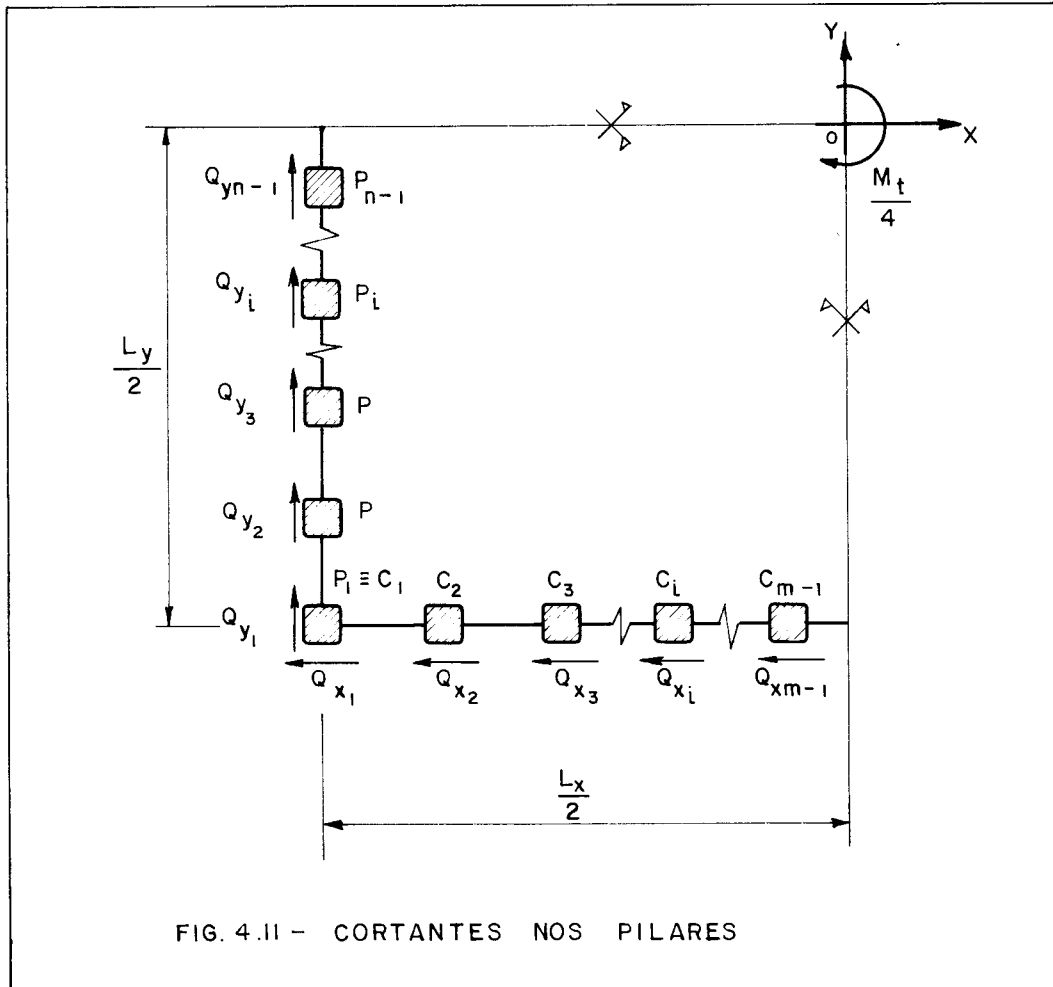
A fig. 4.11 mostra a quarta parte de uma estrutura que possui número par de pilares nos painéis completos de direções y e x, e as forças cortantes absorvidas, respectivamente, pelos pilares  $P_i$  e  $C_i$ .

As seguintes igualdades podem ser escritas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q_y}{2} &= Q_{y1} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + Q_{yn-1} \\ \frac{Q_x}{2} &= Q_{x1} + Q_{x2} + \dots + Q_{xi} + \dots + Q_{xm-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

Substituindo (4.42) em (4.28), chega-se a:





$$\frac{M_t}{4} = (Q_{x1} + Q_{x2} + \dots + Q_{xi} + \dots + Q_{xm-1}) \frac{L_y}{2} + (Q_{yi} + Q_{y2} + \dots + Q_{yi} + \dots + Q_{yn-1}) \frac{L_x}{2} \quad (4.43)$$

As equações (4.30) a (4.32) são válidas no intervalo de  $\underline{i}$  igual a 1 até  $\underline{n-1}$  para o painel de direção  $y$ , e até  $\underline{m-1}$  para o painel de direção  $x$ . Substituindo-se, dessa forma, (4.32) em (4.31) e o resultado assim obtido em (4.43), chega-se à equação que expressa o equilíbrio ao momento de torção da quarta parte da estrutura:

$$\begin{aligned} \frac{M_t}{4} = & (q_1 \cdot a_1 + \dots + q_i \cdot a_i + \dots + \frac{1}{2} \cdot q_{n-1} \cdot a_{n-1}) \frac{L_x}{2} + \\ & + (p_1 \cdot b_1 + \dots + p_i \cdot b_i + \dots + \frac{1}{2} \cdot p_{m-1} \cdot b_{m-1}) \frac{L_y}{2} \quad (4.44) \end{aligned}$$

Comparando esta expressão com a (4.33), conclui-se finalmente que:

- a) Se o número total de pilares do painel de direção y for par, o elemento de posição (1,n-1) da matriz [H] reduz-se à metade, passando a ser  $a_{n-1} \cdot L_x / 4$ ;
- b) Se o número total de pilares do painel de direção x for par, o elemento situado na posição (1, n+m-2) da matriz [H] fica dividido por dois, tornando-se  $b_{m-1} \cdot L_y / 4$ .

#### 4.3.6 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Permanece válido todo o desenvolvimento visto no sub-item 4.2.7, com as matrizes [R], [S] e [H] sofrendo as modificações indicadas, dependendo de se ter número par de pilares no painel de direção y ou direção x.

#### 4.4 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO

Será apresentado a seguir um programa, intitulado ESTUB-T, para cálculo automático das estruturas tubulares básicas sujeitas a um carregamento que provoque torção. Este programa usa a linguagem FORTRAN IV, e foi desenvolvido para o computador IBM-370/148.

O programa principal é acompanhado de seis sub-rotinas:

GERAR - Geração da matriz [R]

GERAS - Geração da matriz [S]

GERAH - Geração da matriz [H]

INVER - Inversão de matrizes

GERAFI - Geração da matriz dos coeficientes de diferenças finitas

SOLVE - Resolução de sistema de equações lineares

#### 4.4.1 - Considerações Gerais

Em cada uma das elevações do edifício onde seja de interesse a obtenção dos esforços e deslocamentos, arma-se um sistema de equações diferenciais semelhante ao sistema (4.37). O conjunto de sistemas gerado dessa maneira deve em seguida ser transformado, usando o "Método das Diferenças Finitas", cujo resumo encontra-se no Apêndice II, em um grande sistema de equações lineares, o qual será então resolvido pelo "Processo de Gauss-Jordan". Assim, chega-se à derivada da rotação,  $\phi'$ , e aos deslocamentos axiais dos pilares,  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-2}, \delta_{n-1}, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_{m-2}$  e  $\gamma_{m-1}$ , nas diversas elevações.

Para se obter a rotação do edifício,  $\phi$ , nas elevações escolhidas, integra-se numericamente os valores de  $\phi'$  com o uso da "Regra dos Trapézios", cuja síntese encontra-se também no Apêndice II.

Para se chegar às forças normais nos pilares dos painéis de direções y e x são empregadas as equações (4.25) e (4.26), respectivamente. Para isso, no entanto, é necessário conhecer os valores das derivadas primeiras dos deslocamentos axiais, o que se consegue usando novamente o "Método das Diferenças Finitas".

A equação (4.35), aplicada uma vez para cada elevação em estudo, permite obter as forças cortantes distribuídas  $q_1, q_2, \dots, q_{n-2}, q_{n-1}, p_1, p_2, \dots, p_{m-2}$  e  $p_{m-1}$ . Para se conseguir as forças cortantes nas vigas, estas forças

distribuídas devem ser multiplicadas pela altura de influência de cada viga, cujo valor é sempre  $h$ , exceto para as vigas situadas no topo do edifício, onde é  $h/2$ . A altura de influência será também  $h/2$  para as vigas hipotéticas situadas na base do edifício. A determinação da força cortante nestas vigas é importante por permitir avaliar o momento fletor nas bases dos pilares.

Como a análise é feita por um processo contínuo, as elevações do edifício nas quais se obterão esforços e deslocamentos ficam a critério exclusivo do calculista, não precisando coincidir com os níveis das lajes. Este assunto fica mais claro no sub-item seguinte.

O carregamento de torção pode ter qualquer tipo de variação ao longo da altura do edifício.

#### 4.4.2 - Condições de Contorno e Equilíbrio do Sistema de Equações

Ao se aplicar o "Método das Diferenças Finitas", obtém-se o valor da derivada de uma função em determinado ponto com base nos valores conhecidos da função em alguns pontos vizinhos. Limitando o emprego do método às equações deduzidas no Apêndice II, fica fácil concluir que, se o ponto estiver situado em uma das extremidades da estrutura (base ou topo), para se obter a derivada da função no mesmo, torna-se necessário conhecer o valor da função no próprio ponto, em três pontos situados de um dos lados, e em um ponto do lado oposto, ponto este que estará, obrigatoriamente, fora da estrutura, sendo por isso denominado fictício. Assim, há a necessidade de se incluir na análise dois pontos fictícios, um abaixo da base (ponto 1) e outro acima do topo do edifício (ponto ND), conforme mostra a fig. 2.23 (Parte II). A base é identificada pelo ponto 2 e o topo pelo ponto (ND-1). O número total de pontos é indicado por ND e o espaçamento entre eles, mantido constante, por  $\Delta$ .

Quanto mais pontos forem empregados, maior a precisão dos resultados mas, em contrapartida, o número de equações também aumentará.

O número de incôgnitas da estruturas será:

- \* ND(n-1) para os deslocamentos axiais dos pilares do painel de direção y
- \* ND(m-2) para os deslocamentos axiais dos pilares do painel de direção x
- \* ND para a derivada de rotação

com n e m definidos como anteriormente, com base respectivamente nos pilares  $P_n$  e  $C_m$ . Somando, chega-se ao número total de incôgnitas:

$$NI = ND(n+m-2) \quad (4.45)$$

O número de equações, por sua vez, em cada uma das (ND-2) elevações do edifício será (n+m-2), de acordo com a expressão matricial (4.37). Logo, o número total de equações, NE, resulta:

$$NE = ND(n+m-2) - 2(n+m-2) \quad (4.46)$$

As condições de contorno da estrutura tubular básica, sujeita a um carregamento de torção, são:

$$\delta_i(2) = 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\delta_i'(ND-1) = 0, \quad , \quad i = 1, \dots, n-1$$

$$\gamma_i(2) = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m-1$$

$$\gamma_i'(ND-1) = 0 \quad , \quad i = 2, \dots, m-1$$

$$\phi'(1) = \text{número real qualquer}$$

$$\phi'(ND) = \text{número real qualquer}$$

As condições referentes a  $\delta_i(2)$  e  $\gamma_i(2)$  são evidentes em função da geometria da estrutura deformada, e aplicam-se respectivamente (n-1) e (m-2) vezes. As referentes a  $\delta_i'(ND-1)$  e  $\gamma_i'(ND-1)$  se justificam por ser nula a força normal no topo do edifício e aplicam-se também, respectivamente, (n-1) e (m-2) vezes. A condição relacionada com  $\phi'(1)$  explica-se pelo fato de serem nulos, na expressão matricial (4.37), todos os elementos da primeira coluna da matriz [G]. Assim, quando  $\phi'(1)$  aparece - ao se aplicar (4.37) para a base (ponto 2) e para o ponto 3 (esta expressão não é aplicada ao ponto fictício 1), a partir da substituição respectivamente de  $\phi'''(2)$  e  $\phi'''(3)$  por seu valor em diferenças finitas - esta grandeza fica multiplicada por zero, podendo então assumir qualquer número real. Para  $\phi'(ND)$  faz-se um raciocínio similar. Dessa forma, o número total de condições de contorno, CC, será:

$$CC = 2(n+m-1) \quad (4.47)$$

Para que o sistema esteja equilibrado é necessário que se verifique a seguinte igualdade:

$$NI - (NE+CC) = 0 \quad (4.48)$$

Substituindo nesta expressão os valores dados por (4.45), (4.46) e (4.47), comprova-se a ocorrência do equilíbrio.

#### 4.4.3 - Restrições

O programa foi feito usando-se a "Técnica do Meio Contínuo", razão pela qual se exige que as propriedades das estruturas não se alterem com a altura.

As estruturas analisadas devem ser simétricas em planta com relação aos eixos anteriormente definidos como  $O_x$  e  $O_y$ .

Permanecem válidas todas as hipóteses de cálculo descritas no item 1.4.

Em relação ao tamanho das estruturas, o número máximo de pilares de cada painel completo não poderá superar 21, sendo os pilares de canto contados como integrantes tanto dos painéis de direção  $y$  como de direção  $x$ . Devido a certos comandos usados na programação, também não podem ser analisadas estruturas que possuam menos de 4 pilares em qualquer um dos painéis completos.

Para aplicação das diferenças finitas, o número de pontos adotado, ND, deve ficar entre 5 e 33.

Objetivando limitar o número de incógnitas do sistema de equações lineares, estabeleceu-se que o produto de  $(n+m-2)$  pelo número de pontos adotado não pode ser maior que 300. Os valores  $n$  e  $m$  se definem pelos pilares  $P_n$  e  $C_m$ , respectivamente.

#### 4.4.4 - Entrada de Dados

Os dados necessários ao acionamento do programa são:

- LPY - Número de pilares do painel inteiro de direção  $y$
- LPX - Número de pilares do painel inteiro de direção  $x$
- ND - Número escolhido de pontos para aplicação das diferenças finitas (incluindo-se os dois fictícios)
- HA - Altura dos andares
- LE - Altura total da estrutura
- E - Módulo de elasticidade longitudinal
- NCA - Número que define o tipo de distribuição com que o carregamento causador da torção age sobre o edifício (se for igual a 1, a distribuição varia linearmente com a altura e se for igual a 2, a distribuição é qualquer)

- TBA - Valor do momento de torção distribuído por unidade de comprimento, na base da estrutura (usado apenas se  $NCA = 1$ )
- TTO - Idem, para o momento de torção no topo da estrutura
- TT(I) - Momentos de torção que atuam nas elevações do edifício onde foram definidos os pontos para aplicação das diferenças finitas (usados apenas se  $NCA=2$ )  
 $I = 2, 3, \dots, ND-1$

Considerando a dupla simetria, os dados relacionados com as vigas e os pilares referem-se somente à parte da estrutura mostrada na fig. 4.2, caso todos os painéis tenham número total ímpar de pilares. Se o painel completo de direção  $y$  tiver número par de pilares, o trecho do mesmo necessário à análise vai do pilar  $P_1$  à viga  $V_{n-1}$ , de acordo com a fig. 4.9-a, e se isto ocorrer com o painel de direção  $x$ , do pilar  $C_1$  à viga  $B_{m-1}$ , conforme se vê na fig. 4.9-b. Dessa forma, têm:

A(I) - Vãos das vigas do painel de direção  $y$

$$I = 1, 2, \dots, n-1$$

B(I) - Vãos das vigas do painel de direção  $x$

$$I = 1, 2, \dots, m-1$$

HVY(I) - Altura das vigas do painel de direção  $y$

$$I = 1, 2, \dots, n-1$$

HVX(I) - Altura das vigas do painel de direção  $x$

$$I = 1, 2, \dots, m-1$$



IVY(I) - Inércia das vigas do painel de direção y

I = 1, 2, ..., n-1

IVX(I) - Inércia das vigas do painel de direção x

I = 1, 2, ..., m-1

SPY(I) - Área dos pilares do painel de direção y

I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

SPX(I) - Área dos pilares do painel de direção x

I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

IPY(I) - Inércia dos pilares do painel de direção y

I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

IPX(I) - Inércia dos pilares do painel de direção x

I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

DPY(I) - Largura em planta dos pilares do painel de direção y, na direção do painel

I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

DPX(I) - Largura em planta dos pilares do painel de direção x, na direção do painel

I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

Os dados são agrupados em blocos e devem ser fornecidos na ordem e nos formatos mostrados a seguir:

1º Bloco - Qualquer comentário desejado como, por exemplo,  
as unidades de comprimento e força empregadas

FORMAT (20A4)

2º Bloco - LPY, LPX, ND, NCA

FORMAT (4I8)

3º Bloco - HA, LE, E

FORMAT (2F8.0, F16.0)

4º Bloco - A(I), I = 1, 2, ..., n-1

FORMAT (10F8.0)

5º Bloco - B(I), I = 1, 2, ..., m-1

FORMAT (10F8.0)

6º Bloco - IVY(I), I = 1, 2, ..., n-1

FORMAT (5F16.0)

7º Bloco - IVX(I), I = 1, 2, ..., m-1

FORMAT (5F16.0)

8º Bloco - HVY(I), I = 1, 2, ..., n-1

FORMAT (10F8.0)

9º Bloco - HVX(I), I = 1, 2, ..., m-1

FORMAT (10F8.0)

10º Bloco - SPY(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

11º Bloco - SPX(I), I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

12º Bloco - IPY(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (5F16.0)

13º Bloco - IPX(I), I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

FORMAT (5F16.0)

14º Bloco - DPY(I), I = 1, 2, ..., n (ímpar) ou n-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

15º Bloco - DPX(I), I = 1, 2, ..., m (ímpar) ou m-1 (par)

FORMAT (10F8.0)

16º Bloco - Se NCA = 1 → TBA, TTO

Se NCA = 2 → TT(I), I = 2, 3, ..., ND-1

FORMAT (10F8.0)

#### 4.4.5 - Resultados

O programa fornece as rotações da estrutura em torno do eixo vertical Oz, os esforços normais nos pilares e as forças cortantes nas vigas. Quaisquer outros esforços podem ser obtidos a partir da hipótese de momentos nulos nas seções centrais das barras.

Os resultados são fornecidos nas elevações determinadas pelos pontos escolhidos para aplicação das diferenças finitas.

#### 4.4.6 - Listagem

```
C
C--PROGRAMA PRINCIPAL-----
C
      REAL LE,IVY(10),IVX(10),IPY(11),IPX(11),KY(11),KX(11),NPI(19,33)
      DIMENSION UNID(20),SPY(11),SPX(11),A(10),B(10),DPY(11),DPX(11),DY(
      *11),DX(11),R(20,20),S(20,20),H(20,20),T(20,20),RS(20,20),AA(300,30
      *11),DR(32),ZZ(32),QV(20,33),FF(300),CVT(20,33),SP(19),IT(32),HVY(10
      *),HVX(10),DJY(11),DJX(11),WY(11),WX(11)
      OPEN(UNIT=1,STATUS='OLD',FILE='DTOR',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FOR
      *MATTED')
      NR=1
      NW=3
      WRITE(NW,100)
100  FORMAT(66('*'),//,15('*'),'  PROGRAMA ESTUB - T  ',
      *15('*'),//,66('*'))
```

```
C
C--DADOS DA ESTRUTURA/CARREGAMENTO DE TORCAO---LEITURA E IMPRESSAO
C
```

```
      READ(NR,101):(UNID(I),I=1,20)
101  FORMAT(20A4)
      READ(NR,102)LPY,LPX,ND,NCA
102  FORMAT(4I8)
      READ(NR,103)HA,LE,E
103  FORMAT(2F8.0,F16.0)
      INY=0
      INX=0
      DIV=LPY/2.
      SUB=DIV-IFIX(DIV)
      IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 124
      NPY=DIV+0.5
      NPY5=NPY
      GO TO 125
124  NPY=DIV+1
      NPY5=NPY-1
      INY=1
125  DIV=LPX/2.
      SUB=DIV-IFIX(DIV)
      IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 126
      NPX=DIV+0.5
      NPX5=NPX
      GO TO 127
126  NPX=DIV+1
      NPX5=NPX-1
      INX=1
127  CONTINUE
      READ(NR,104):(A(I),I=1,NPY-1)
      READ(NR,104):(B(I),I=1,NPX-1)
      READ(NR,105):(IVY(I),I=1,NPY-1)
      READ(NR,105):(IVX(I),I=1,NPX-1)
      READ(NR,104):(HVY(I),I=1,NPY-1)
      READ(NR,104):(HVX(I),I=1,NPX-1)
      READ(NR,104):(SPY(I),I=1,NPY5)
      READ(NR,104):(SPX(I),I=1,NPX5)
      READ(NR,105):(IPY(I),I=1,NPY5)
      READ(NR,105):(IPX(I),I=1,NPX5)
      READ(NR,104):(DPY(I),I=1,NPY5)
      READ(NR,104):(DPX(I),I=1,NPX5)
104  FORMAT(10F8.0)
105  FORMAT(5F16.0)
      DJY(1)=HVY(1)
      DO 140 I=2,NPY-1
      DJY(I)=HVY(I)
      IF(HVY(I) .LT. HVY(I-1))DJY(I)=HVY(I-1)
140  CONTINUE
      IF(INY .EQ. 1)GO TO 141
      DJY(NPY)=HVY(NPY-1)
141  DJX(1)=HVX(1)
      DO 142 I=2,NPX-1
      DJX(I)=HVX(I)
      IF(HVX(I) .LT. HVX(I-1))DJX(I)=HVX(I-1)
```

```
142 CONTINUE
    IF(INX .EQ. 1)GO TO 143
    DJX(NPX)=HVX(NPX-1)
143 WRITE(NW,106)(UNID(I),I=1,20)
106 FORMAT(/,20A4,5(/),'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA',/,34('-'))
    NAND=LE/HA
    WRITE(NW,107)LE,NAND,HA,LPY,LPX,E,NC
107 FORMAT(/,'ALTURA DO EDIFICIO',7X,'NUMERO DE ANDARES',6X,'ALTURA DO
    *S ANDARES',/,F13.2,I22,F25.2,/,,'PILARES DIRECAO Y PILARES DIREC
    *AO X MOD. ELASTICIDADE PONTOS',/,I9,I20,F27.2,I8)
    WRITE(NW,108)
108 FORMAT(4(/),'SEMI-PAINEL DIRECAO Y',/,21('-'),/,4X,'PILAR',10X,'A
    *REA',10X,'INERCIA',13X,'JUNTAS',/,48X,'LARGURA ALTURA')
    DO 109 I=1,NPY5
109 WRITE(NW,110)I,SPY(I),IPY(I),DPY(I),DJY(I)
110 FORMAT(5X,'P',I2,F15.2,F17.2,F15.2,F8.2)
    WRITE(NW,111)
111 FORMAT(/,4X,'VIGA',12X,'VAC',10X,'INERCIA',/)
    DO 112 I=1,NPY-1
112 WRITE(NW,128)I,A(I),IVY(I)
128 FORMAT(5X,'V',I2,F15.2,F17.2)
    WRITE(NW,113)
113 FORMAT(4(/),'SEMI-PAINEL DIRECAO X',/,21('-'),/,4X,'PILAR',10X,'A
    *REA',10X,'INERCIA',13X,'JUNTAS',/,48X,'LARGURA ALTURA')
    DO 114 I=1,NPX5
114 WRITE(NW,129)I,SPX(I),IPX(I),DPX(I),DJX(I)
129 FORMAT(5X,'C',I2,F15.2,F17.2,F15.2,F8.2)
    WRITE(NW,111)
    DO 115 I=1,NPX-1
115 WRITE(NW,130)I,B(I),IVX(I),
130 FORMAT(5X,'B',I2,F15.2,F17.2)
    WRITE(NW,116)
116 FORMAT(4(/),'MOMENTO TORCOR APLICADO',/,23('-'))
    IF(NCA .EQ. 2)GO TO 117
    READ(NR,104)TBA,TTC
    WRITE(NW,118)TBA,TTC
118 FORMAT(/,3X,'DISTRIBUIDO LINEAR.....BASE=',F10.4,5X,'TDPO=',F10.4)
    GO TO 119
117 READ(NR,104)(TT(I),I=2,ND-1)
    WRITE(NW,120)
120 FORMAT(/,10X,'ELEVACAO',11X,'MOMENTO TORCOR NO EDIFICIO',/)
    DO 121 MM=2,ND-1
    Z=(MM-2)*LE/(ND-3)
    WRITE(NW,122)Z,TT(MM)
122 FORMAT(F18.2,F29.2)
121 CONTINUE
119 CONTINUE
```

C  
C--DETERMINACAO DE DADOS E GRANDEZAS AUXILIARES

```
C
    NP=NPY+NPX-2
    HH=LE/(ND-3)
    DO 200 I=1,NPY5
    DY(I)=DPY(I)/2.
    NY(I)=HA-DJY(I)
200 KY(I)=IPY(I)/HA
    DO 201 I=1,NPX5
    DX(I)=DPX(I)/2.
    WX(I)=HA-DJX(I)
201 KX(I)=IPX(I)/HA
```

C  
C--GERACAO DA MATRIZ R

```
C
    CALL GERAR(NPY,NPX,NP,INY,INX,WY,WX,E,HA,A,B,DY,DX,IVY,IVX,KY,KX,R
    *)
```

C  
C--DETERMINACAO DOS COMPRIMENTOS DOS PAINES

```
C
    IF(INY .EQ. 1)A(NPY-1)=A(NPY-1)/2.
    IF(INX .EQ. 1)B(NPX-1)=B(NPX-1)/2.
```

```
      CPY=0.
      CPX=0.
      DO 250 I=1,NPY-1
250  CPY=CPY+2.*A(I)
      DO 251 I=1,NPX-1
251  CPX=CPX+2.*B(I)
C
C--GERACAO DA MATRIZ S
C
      CALL GERAS(NP,NPY,NPX,CPY,CPX,A,B,S)
C
C--GERACAO DA MATRIZ H
C
      CALL GERAH(NP,NPY,NPX,CPY,CPX,E,A,B,SPY,SPX,H)
C
C--INVERSAC DA MATRIZ R
C
      CALL INVER(NW,NP,R)
C
C--OBTENCAO DA MATRIZ I-PRODUTO MATRICIAL H*R*S
C
      DO 300 I=1,NP
      DO 300 J=1,NP
      RS(I,J)=0.
      DO 300 K=1,NP
300  RS(I,J)=RS(I,J)+R(I,K)*S(K,J)
      DO 301 I=1,NP
      DO 301 J=1,NP
      T(I,J)=0.
      DO 301 K=1,NP
301  T(I,J)=T(I,J)+H(I,K)*RS(K,J)
C
C--GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE DIFERENCAS FINITAS-AA
C
      CALL GERAFI(ND,NP,T,HH,AA)
C
C--VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS-FF
C
      NN=ND*NP
      DO 400 I=1,NN
400  FF(I)=0.
      M1=2*(NP-1)+3
      NUM=ND-2
      IF(NCA .EQ. 2)GO TO 401
      DO 402 MM=1,NUM
      M=NP*(MM+1)+1
      Z=HH*(M-M1)/NP
      QT=TBA*(LE-Z)+((TTU-TBA)/(2.*LE))*(LE-Z)*(LE+Z)
402  FF(M)=(QT*12.*HH**2)/4.
      GO TO 403
401  CONTINUE
      DO 404 MM=1,NUM
      M=NP*(MM+1)+1
      J=(M-M1)/NP+2
404  FF(M)=(TT(J)*12.*HH**2)/4.
403  CONTINUE
C
C--RESOLUCAO DO SIST. DE EQUACOES P/ OBTEN O VETOR DOS DESLOCAMENTOS-FF
C
      CALL SOLVE(NW,NN,AA,FF)
C
C--OBTENCAO DAS ROTACOES DOS DIAFRAGMAS-DR
C
      DR(2)=C.
      DO 500 I=3,ND-1
      DR(I)=LE*(FF(2)+FF(I))/(2.*(ND-3))
      IF(I .LE. 3)GO TO 500
      DO 501 J=3,I-1
501  DR(I)=DR(I)+LE*FF(J)/(ND-3)
500  CONTINUE
```

C

C--CALCULO DAS FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

C

```
DO 600 I=1,NP
DO 600 K=2,ND-1
QV(I,K)=0.
DO 600 J=1,NP
K1=K+(J-1)*ND
600 QV(I,K)=QV(I,K)+RS(I,J)*FF(K1)
DO 601 I=1,NP
DO 601 K=3,ND-2
601 QVT(I,K)=QV(I,K)*HA
DO 602 I=1,NP
602 QVT(I,2)=QV(I,2)*HA/2.
DO 603 I=1,NP
603 QVT(I,ND-1)=QV(I,ND-1)*HA/2.
```

C

C--CALCULO DAS FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

C

```
DO 700 I=1,NPY-1
700 SP(I)=SPY(I)
DO 701 I=2,NPX-1
IN=1+NPY-2
701 SP(IN)=SPX(I)
DO 702 I=1,NP-1
K=2+I*ND
702 NPI(I,2)=(1./((12.*HH)))*((-3.)*FF(K-1)-10.*FF(K)+18.*FF(K+1)
* -6.*FF(K+2)+FF(K+3))*E*SP(I)
DO 703 I=1,NP-1
DO 703 J=3,ND-2
K=J+I*ND
703 NPI(I,J)=(1./((12.*HH)))*((FF(K-2)-8.*FF(K-1)+8.*FF(K+1)
* -FF(K+2))*E*SP(I)
DO 704 I=1,NP-1
K=ND-1+I*ND
704 NPI(I,ND-1)=(1./((12.*HH)))*(-FF(K-3)+6.*FF(K-2)-18.*FF(K-1)
* +10.*FF(K)+3.*FF(K+1))*E*SP(I)
```

C

C--IMPRESSAO DAS ROTACOES DO EDIFICIO E DAS ESFORÇOS NAS BARRAS

C

```
WRITE(NW,800)
800 FORMAT(4(/),'ROTACAO DO EDIFICIO',/,19(' '),//,12X,'ELEVACAO',12X,
*'R O T A C A O',/)
DO 801 MM=2,ND-1
ZZ(MM)=(MM-2)*HH
801 WRITE(NW,802)ZZ(MM),DR(MM)
802 FORMAT(F20.2,F25.10)
WRITE(NW,803)(L,L=1,NPY-1)
803 FORMAT(4(/),'FORÇAS NORMAIS NOS PILARES',/,26(' '),//,'** PILAR DE
* CANTO E PILARES DIRECAO Y',//,'ELEVACAO',10(3X,'PILAR',1X,'P',12)
*)
WRITE(NW,812)ZZ(2),(NPI(L,2),L=1,NPY-1)
812 FORMAT(/,F8.2,10F12.2)
DO 804 MM=3,ND-1
WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPI(L,MM),L=1,NPY-1)
805 FORMAT(F8.2,10F12.2)
804 CONTINUE
WRITE(NW,806)(L,L=2,NPX-1)
806 FORMAT(//,'** PILARES DIRECAC X',//,'ELEVACAO',9(3X,'PILAR',1X,'C'
*,12))
WRITE(NW,812)ZZ(2),(NPI(L,2),L=NPY,NP-1)
DO 807 MM=3,ND-1
WRITE(NW,805)ZZ(MM),(NPI(L,MM),L=NPY,NP-1)
807 CONTINUE
WRITE(NW,808)(L,L=1,NPY-1)
808 FORMAT(4(/),'FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS',/,26(' '),//,'** VIGAS DI
*RECAO Y',//,'ELEVACAO',10(4X,'VIGA',1X,'V',12))
WRITE(NW,812)ZZ(2),(QVT(L,2),L=1,NPY-1)
DO 809 MM=3,ND-1
```

```
809 CONTINUE
WRITE(NW,810)(L,L=1,NPX-1)
810 FORMAT(//,'** VIGAS DIRECAC X',//,'ELEVACAG',10(4X,'VIGA',1X,'B',I
*2))
WRITE(NW,812)ZZ(2),(QVT(L,2),L=NPY,NP)
DC 811 MM=3,ND-1
WRITE(NW,805)ZZ(MM),(QVT(L,MM),L=NPY,NP)
811 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

C  
C  
C

```
SUBROUTINE GERAR(NPY,NPX,NP,INY,INX,WY,WX,E,AGA,A,B,DA,TB,I1,I2,
*KA1,KA2,R)
REAL I1(10),I2(10),KA1(11),KA2(11)
DIMENSION A(10),B(10),DA(11),TB(11),WY(11),WX(11),R(20,20)
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 K(I,J)=0.
YY=1./148.*E*AGA**2)
R(1,1)=AGA*((A(1)/2.-DA(1))**3+(A(1)/2.-DA(2))**3)/(3.*E*I1(1))*A
*1)**2*YY*(WY(1)**3/KA1(1)+WY(2)**3/KA1(2))
R(1,2)=A(1)*A(2)*YY*WY(2)**3/KA1(2)
NPY1=NPY-1
NPY2=NPY-2
DO 20 I=2,NPY2
R(I,I-1)=A(I-1)*A(I)*YY*WY(I)**3/KA1(I)
R(I,I)=AGA*((A(I)/2.-DA(I))**3+(A(I)/2.-DA(I+1))**3)/(3.*E*I1(I))
+A(I)**2*YY*(WY(I)**3/KA1(I)+WY(I+1)**3/KA1(I+1))
20 R(I,I+1)=A(I+1)*A(I)*YY*WY(I+1)**3/KA1(I+1)
R(NPY1,NPY2)=A(NPY2)*A(NPY1)*YY*WY(NPY1)**3/KA1(NPY1)
IF(INY .EQ. 0)GO TO 30
R(NPY1,NPY1)=A(NPY1)**2*YY*WY(NPY1)**3/KA1(NPY1)+AGA*(A(NPY1)/2.-D
*A(NPY1))**3/(3.*E*I1(NPY1))
GO TO 40
30 R(NPY1,NPY1)=AGA*((A(NPY1)/2.-DA(NPY1))**3+(A(NPY1)/2.-DA(NPY))
**3)/(3.*E*I1(NPY1))+A(NPY1)**2*YY*(WY(NPY1)**3/KA1(NPY1)+2.*WY(NPY)
**3/KA1(NPY))
40 YY=1./148.*E*AGA**2)
R(NPY,NPY)=AGA*((B(1)/2.-TB(1))**3+(B(1)/2.-TB(2))**3)/(3.*E*I2(1)
*1)+B(1)**2*YY*(WX(1)**3/KA2(1)+WX(2)**3/KA2(2))
R(NPY,NPY+1)=B(1)*B(2)*YY*WX(2)**3/KA2(2)
NPX1=NPX-1
NPX2=NPX-2
DO 50 J=2,NPX2
NPY1J=NPY1+J
R(NPY1J,NPY1J-1)=B(J-1)*B(J)*YY*WX(J)**3/KA2(J)
R(NPY1J,NPY1J)=AGA*((B(J)/2.-TB(J))**3+(B(J)/2.-TB(J+1))**3)/(3.*E
*I2(J))+B(J)**2*YY*(WX(J)**3/KA2(J)+WX(J+1)**3/KA2(J+1))
50 R(NPY1J,NPY1J+1)=B(J+1)*B(J)*YY*WX(J+1)**3/KA2(J+1)
R(NP,NP-1)=B(NPX2)*B(NPX1)*YY*WX(NPX1)**3/KA2(NPX1)
IF(INX .EQ. 0)GO TO 60
R(NP,NP)=B(NPX1)**2*YY*WX(NPX1)**3/KA2(NPX1)+AGA*(B(NPX1)/2.-TB(NP
*X1))**3/(3.*E*I2(NPX1))
GO TO 70
60 R(NP,NP)=AGA*((B(NPX1)/2.-TB(NPX1))**3+(B(NPX1)/2.-TB(NPX))**3)/(3
.*E*I2(NPX1))+B(NPX1)**2*YY*(WX(NPX1)**3/KA2(NPX1)+2.*WX(NPX)**3/K
*A2(NPX))
70 RETURN
END
```

C  
C  
C

```
SUBROUTINE GERAS(NP,NPY,NPX,CPY,CPX,A,B,S)
DIMENSION A(10),B(10),S(20,20)
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 S(I,J)=0.
NPY1=NPY-1
```



```
      DO 20 J=1, NPY1
20  S(J,1)=A(J)*CPX/2.
      DO 30 J=NPY, NP
30  S(J,1)=B(J-NPY1)*CPY/2.
      NPY2=NPY-2
      DO 40 J=1, NPY2
      S(J, J+2)=+1.
40  S(J, J+1)=-1.
      S(NPY1, NPY)=-1.
      S(NPY, 2)=+1.
      S(NPY, NPY+1)=-1.
      NPX2=NPX-2
      DO 50 J=2, NPX2
      NPY1J=NPY1+J
      NPYJ=NPY+J
      S(NPY1J, NPYJ)=-1.
50  S(NPY1J, NPYJ-1)=+1.
      S(NP, NP)=+1.
      RETURN
      END
```

C  
-----  
C

```
      SUBROUTINE GERAH(NP, NPY, NPX, CPY, CPX, E, A, B, SPY, SPX, H)
      DIMENSION A(10), B(10), SPY(11), SPX(11), H(20, 20)
      DO 10 I=1, NP
      DO 10 J=1, NP
10  H(I, J)=0.
      NPY1=NPY-1
      DO 20 J=1, NPY1
20  H(1, J)=A(J)*CPX/2.
      DO 30 J=NPY, NP
30  H(1, J)=B(J-NPY1)*CPY/2.
      H(2, 1)=+1./(E*SPY(1))
      H(2, NPY)=-1./(E*SPY(1))
      DO 40 J=3, NPY
      H(J, J-1)=+1./(E*SPY(J-1))
40  H(J, J-2)=-1./(E*SPY(J-1))
      NPX2=NPX-2
      DO 50 J=1, NPX2
      NPYJ=NPY+J
      H(NPYJ, NPYJ-1)=+1./(E*SPX(J+1))
50  H(NPYJ, NPYJ)=-1./(E*SPX(J+1))
      RETURN
      END
```

C  
-----  
C

```
      SUBROUTINE INVER(NW, N, A)
      DIMENSION A(20, 20), B(20), C(20), IP(20), IQ(20)
      DO 10 K=1, N
      T=0.
      DO 20 I=K, N
      S=0.
      DO 30 J=K, N
30  S=S+ABS(A(I, J))
      IF(S)40, 50, 40
40  DO 60 J=K, N
      IF(ABS(A(I, J))-S*T)60, 60, 70
70  IP(K)=I
      IQ(K)=J
      PIVO=A(I, J)
      T=ABS(PIVO/S)
60  CONTINUE
20  CONTINUE
      IF(T)80, 50, 80
80  IF(IP(K)-K)90, 100, 90
90  DO 110 J=1, N
      IPK=IP(K)
      Z=A(IPK, J)
```

```
      A(IPK,J)=A(K,J)
110 A(K,J)=Z
100 IF(IC(K)-K)120,130,120
120 IQK=IQ(K)
      DO 140 I=1,N
          Z=A(I,IQK)
          A(I,IQK)=A(I,K)
140 A(I,K)=Z
130 DO 150 J=1,N
      IF(J-K)160,170,160
170 B(J)=1/PIVO
      C(J)=1.
      GO TO 180
160 B(J)=-A(K,J)/PIVO
      C(J)=A(J,K)
180 A(K,J)=0.
150 A(J,K)=0.
      DO 10 I=1,N
      DO 10 J=1,N
      A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
10 CONTINUE
      DO 190 KAU=1,N
      K=N-KAU+1
      IF(IP(K)-K)200,210,200
200 DO 220 I=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=A(I,IPK)
      A(I,IPK)=A(I,K)
      A(I,K)=Z
220 CONTINUE
210 IF(IC(K)-K)230,190,230
230 DO 240 J=1,N
      IQK=IQ(K)
      Z=A(IQK,J)
      A(IQK,J)=A(K,J)
      A(K,J)=Z
240 CONTINUE
190 CONTINUE
      GO TO 250
50 WRITE(NW,260)
260 FORMAT(5(/),12X,'PROGRAMA MAC EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')
      CALL EXIT
250 RETURN
      END
```

C  
C  
C

```
      SUBROUTINE GERAFI(N,NP,I,FF,AA)
      INTEGER NP,I,P,PL
      DIMENSION T(20,20),AA(300,301)
      NNPI=N*NP
      DO 10 I=1,NNPI
      DO 10 J=1,NNPI
10 AA(I,J)=0.
```

C  
C--CONDICIONES DE CONTORNO PARA A BASE  
C

```
      DO 20 L=2,NP
      LN2=2+(L-1)*N
20 AA(L,LN2)=+1.
      AA(1,1)=+1.
```

C  
C--CONDICIONES DE CONTORNO PARA O TOPO  
C

```
      DO 30 L=2,NP
      LN4=L*N-4
      LN3=L*N-3
      LN2=L*N-2
      LN1=L*N-1
      LN=L*N
```

```
ML1=NP+L
AA(ML1, LN4)=-1.
AA(ML1, LN3)=+6.
AA(ML1, LN2)=-18.
AA(ML1, LN1)=+10.
30 AA(ML1, LN)=+3.
AA(NP+1, N)=+1.
```

```
C
C--EQUACOES PARA A BASE
C
```

```
DO 40 L=1, NP
ML2=2*(NP-1)+2+L
DO 40 K=1, NP
K1N=1+(K-1)*N
K2N=2+(K-1)*N
K3N=3+(K-1)*N
K4N=4+(K-1)*N
K5N=5+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 50
IF(II .EQ. 2)GO TO 50
G=+1.
GO TO 60
50 G=0.
60 AA(ML2, K1N)=+11.*G
AA(ML2, K2N)=-20.*G+12.*(HH**2)*T(L, K)
AA(ML2, K3N)=+6.*G
AA(ML2, K4N)=+4.*G
40 AA(ML2, K5N)=-G
```

```
C
C--EQUACCES PARA O PCNTU GENERICO
C
```

```
DO 70 M=3, N-2
DO 70 L=1, NP
J=(3*(NP-1)+3)+(M-3)*NP+L
DO 70 K=1, NP
MM2=M-2+(K-1)*N
MM1=M-1+(K-1)*N
MM=M+(K-1)*N
MA1=M+1+(K-1)*N
MA2=M+2+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 80
IF(II .EQ. 2)GO TO 80
G=+1.
GO TO 90
80 G=0.
90 AA(J, MM2)=-G
AA(J, MM1)=+16.*G
AA(J, MM)=-30.*G+12.*(HH**2)*T(L, K)
AA(J, MA1)=+16.*G
70 AA(J, MA2)=-G
```

```
C
C--EQUACCES PARA O TOPD
C
```

```
P=(N-1)*NP
DO 100 L=1, NP
PL=P+L
DO 100 K=1, NP
KN4=K*N-4
KN3=K*N-3
KN2=K*N-2
KN1=K*N-1
KN=K*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 110
```

```
IF(II .EQ. 2)GO TO 110
G=+1.
GO TO 120
110 G=0.
120 AA(PL,KN4)=-G
AA(PL,KN3)=+4.*G
AA(PL,KN2)=+6.*G
AA(PL,KN1)=-20.*G+12.*(HH**2)*T(L,K)
100 AA(PL,KN)=+11.*G
RETURN
END
```

C  
C-----  
C

```
SUBROUTINE SOLVE(NW,N,A,F)
DIMENSION A(300,301),F(300)
NI=N-1
NS=N+1
```

C  
C--POSICIONAMENTO DO VETOR CONSTANTE F NA COLUNA NS DA MATRIZ A  
C

```
DO 10 I=1,N
A(I,NS)=F(I)
10 CONTINUE
```

C  
C--PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS  
C

```
DO 20 L=1,NI
LS=L+1
DO 30 I=LS,N
IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L)))40,30,30
40 DO 30 J=L,NS
PROV=A(L,J)
A(L,J)=A(I,J)
A(I,J)=PROV
30 CONTINUE
```

C  
C--DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)  
C

```
PIV=A(L,L)
DO 50 J=L,NS
50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
```

C  
C--REDUCAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR  
C

```
DO 20 I=LS,N
M=0
ELEM=A(I,L)
DO 20 J=L,NS
A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
```

C  
C--TESTE DO SISTEMA  
C

```
IF(J-NS)60,70,70
60 IF(ABS(A(I,J))-0.1E-6)20,20,80
80 M=1
GO TO 20
70 IF(M)90,90,20
90 IF(ABS(A(I,J))-0.1E-6)100,100,110
100 WRITE(NW,140)
140 FORMAT(5(/),22X,'SOLUCAO INDETERMINADA')
CALL EXIT
110 WRITE(NW,150)
150 FORMAT(5(/),23X,'SOLUCAC IMPOSSIVEL')
CALL EXIT
20 CONTINUE
```

```
      A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
      A(N,N)=1.
C
C--DIAGONALIZACAO DE JORDAN
C
      DO 120 I=1,NI
      IS=I+1
      DO 120 K=IS,N
      VAL=A(I,K)
      DO 120 J=K,NS
      120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)
C
C--EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLGAMENTOS)
C
      DO 130 I=1,N
      130 F(I)=A(I,NS)
      RETURN
      END
```

#### 4.5 - EXEMPLOS

Os exemplos que vêm a seguir, além da finalidade de testar o programa, permitem que sejam tiradas certas conclusões sobre o comportamento dos edifícios tubulares submetidos à torção. Maiores considerações sobre estes assuntos são feitas na Parte VI do trabalho.

Adianta-se que foram observadas imprecisões nos resultados de força normal nos pilares, na região próxima da base. Tal fato é explicado e comentado no item 6.2 (Parte VI).

##### 4.5.1 - Exemplo 1

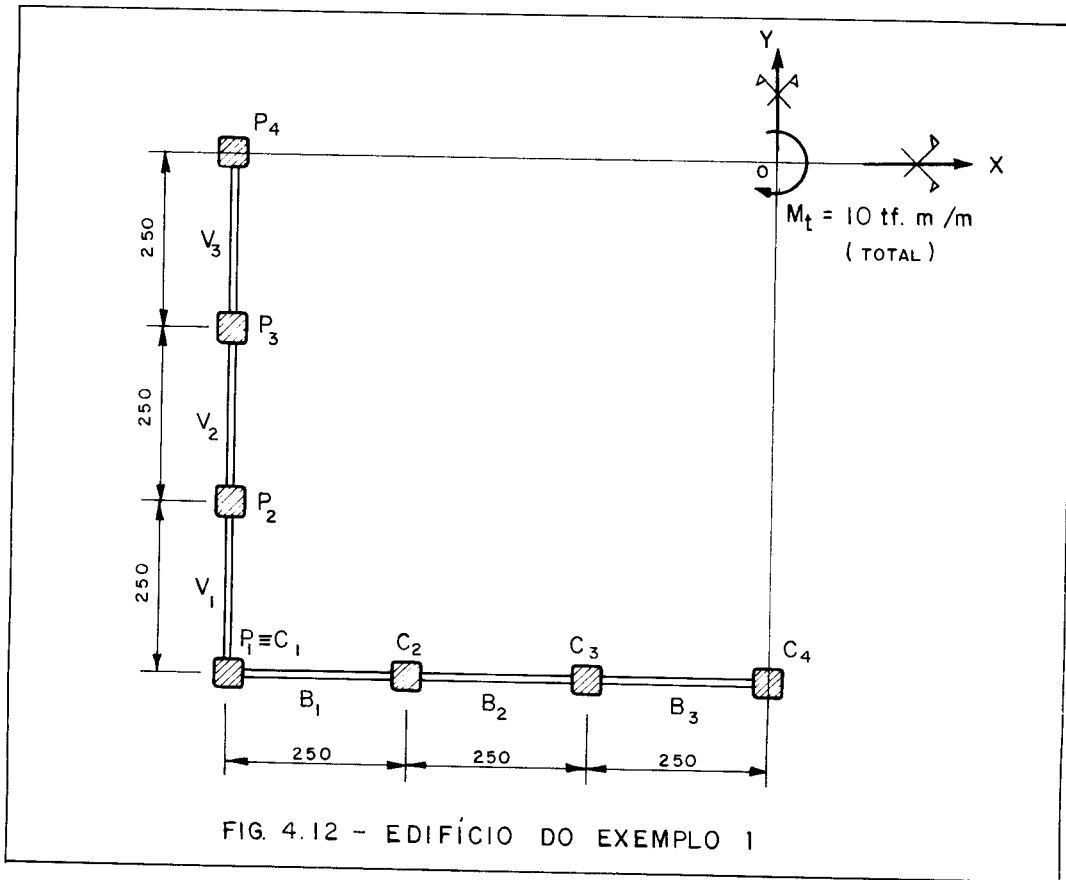
Trata-se de um edifício tubular, com 10 andares e planta quadrada. O material estrutural é o concreto armado, com módulo de elasticidade longitudinal correspondente a  $200\text{tf/cm}^2$ . As vigas e os pilares possuem seções transversais iguais a 20cm x 50cm e 40cm x 40cm, respectivamente. A altura dos andares é de 300cm.

O carregamento que solicita o edifício é um momento de torção uniformemente distribuído ao longo da altura, igual a  $10\text{tf.m/m}$ .

Na fig. 4.12 vê-se a planta do edifício, com as distâncias indicadas em centímetros.

Para se chegar a resultados com boa precisão, e ao nível de cada piso, foram usados 13 pontos para aplicação das diferenças finitas (pontos 1 e 13 fictícios, fora da estrutura, e 2 a 12 na estrutura).

Este mesmo edifício foi analisado por um processo discreto (Método dos Deslocamentos), e os resultados serão posteriormente comparados.



Na estrutura em questão, a altura das vigas corresponde a 16,67% da altura dos andares, e a largura dos pilares a 16% de seus espaçamentos. Para se ter uma idéia da influência das juntas nos resultados, usou-se duas vezes o programa, a primeira sem considerar as suas dimensões, e a segunda considerando. A saída obtida para a primeira situação é apresentada, a seguir, nas pags.235 a 237, e para a segunda, nas pags.238 a 240. Nas figs. 4.13 a 4.18 (pags. 241 a 246), os resultados destas duas situações são comparados entre si e com aqueles obtidos no processo discreto, o qual não considera as dimensões das juntas.

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA ESTUB - T \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

JUNTAS NAO CONSIDERADAS //// UNIDADES- FORCA=TF - COMPRIMENTO=CM

DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA

---

|                               |                         |                              |
|-------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| ALTURA DO EDIFICIO<br>3000.00 | NUMERO DE ANDARES<br>10 | ALTURA DOS ANDARES<br>300.00 |
| PILARES DIRECAO Y<br>7        | PILARES DIRECAO X<br>7  | MCD. ELASTICIDADE<br>200.00  |
|                               |                         | PONTOS<br>13                 |

SEMI-PAINEL DIRECAO Y

---

| PILAR | AREA    | INERCIA   | JUNTAS  |        |
|-------|---------|-----------|---------|--------|
|       |         |           | LARGURA | ALTURA |
| P 1   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| P 2   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| P 3   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| P 4   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |

| VIGA | VAO    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| V 1  | 250.00 | 208333.31 |
| V 2  | 250.00 | 208333.31 |
| V 3  | 250.00 | 208333.31 |

SEMI-PAINEL DIRECAO X

---

| PILAR | AREA    | INERCIA   | JUNTAS  |        |
|-------|---------|-----------|---------|--------|
|       |         |           | LARGURA | ALTURA |
| C 1   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| C 2   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| C 3   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |
| C 4   | 1600.00 | 213333.31 | 0.00    | 0.00   |

| VIGA | VAO    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| B 1  | 250.00 | 208333.31 |
| B 2  | 250.00 | 208333.31 |
| B 3  | 250.00 | 208333.31 |

MOMENTO TORCOR APLICADO

---

DISTRIBUIDO LINEAR.....BASE= 10.0000      TOPO= 10.0000



ROTACAO DO EDIFICIO

| ELEVACAO | R E C T A C A O |
|----------|-----------------|
| 0.00     | 0.0000000000    |
| 300.00   | 0.0001958938    |
| 600.00   | 0.0003712690    |
| 900.00   | 0.0005260918    |
| 1200.00  | 0.0006603370    |
| 1500.00  | 0.0007735849    |
| 1800.00  | 0.0008670224    |
| 2100.00  | 0.0009394397    |
| 2400.00  | 0.0009912325    |
| 2700.00  | 0.0010224001    |
| 3000.00  | 0.0010325462    |

FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

\*\* PILAR DE CANTO E PILARES DIRECAO Y

| ELEVACAO | PILAR P 1 | PILAR P 2 | PILAR P 3 |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | -0.00     | -1.27     | -0.01     |
| 300.00   | -0.00     | -0.88     | -0.07     |
| 600.00   | -0.00     | -0.58     | -0.10     |
| 900.00   | -0.00     | -0.35     | -0.11     |
| 1200.00  | -0.00     | -0.17     | -0.11     |
| 1500.00  | -0.00     | -0.04     | -0.10     |
| 1800.00  | -0.00     | 0.04      | -0.09     |
| 2100.00  | -0.00     | 0.09      | -0.07     |
| 2400.00  | -0.00     | 0.10      | -0.05     |
| 2700.00  | -0.00     | 0.07      | -0.03     |
| 3000.00  | 0.00      | 0.00      | -0.00     |

\*\* PILARES DIRECAO X

| ELEVACAO | PILAR C 2 | PILAR C 3 |
|----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 1.27      | 0.01      |
| 300.00   | 0.88      | 0.07      |
| 600.00   | 0.58      | 0.10      |
| 900.00   | 0.35      | 0.11      |
| 1200.00  | 0.17      | 0.11      |
| 1500.00  | 0.04      | 0.10      |
| 1800.00  | -0.04     | 0.09      |
| 2100.00  | -0.09     | 0.07      |
| 2400.00  | -0.10     | 0.05      |
| 2700.00  | -0.07     | 0.03      |
| 3000.00  | -0.00     | -0.00     |

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

\*\* VIGAS DIRECAO Y

| ELEVACAO | VIGA V 1 | VIGA V 2 | VIGA V 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 1.13     | 0.91     | 0.95     |
| 300.00   | 2.01     | 1.67     | 1.72     |
| 600.00   | 1.77     | 1.50     | 1.52     |
| 900.00   | 1.53     | 1.33     | 1.33     |
| 1200.00  | 1.30     | 1.15     | 1.15     |
| 1500.00  | 1.07     | 0.97     | 0.96     |
| 1800.00  | 0.85     | 0.78     | 0.77     |
| 2100.00  | 0.62     | 0.60     | 0.58     |
| 2400.00  | 0.40     | 0.41     | 0.39     |
| 2700.00  | 0.18     | 0.22     | 0.20     |
| 3000.00  | -0.02    | 0.02     | 0.00     |

\*\* VIGAS DIRECAO X

| ELEVACAO | VIGA B 1 | VIGA B 2 | VIGA B 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 1.13     | 0.91     | 0.95     |
| 300.00   | 2.01     | 1.67     | 1.72     |
| 600.00   | 1.77     | 1.50     | 1.52     |
| 900.00   | 1.53     | 1.33     | 1.33     |
| 1200.00  | 1.30     | 1.15     | 1.15     |
| 1500.00  | 1.07     | 0.97     | 0.96     |
| 1800.00  | 0.85     | 0.78     | 0.77     |
| 2100.00  | 0.62     | 0.60     | 0.58     |
| 2400.00  | 0.40     | 0.41     | 0.39     |
| 2700.00  | 0.18     | 0.22     | 0.20     |
| 3000.00  | -0.02    | 0.02     | 0.00     |

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA ESTUB - T \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*  
 JUNTAS CONSIDERADAS /// UNIDADES- FORCA=TF - COMPRIMENTO=CM

-----  
 DADOS GERAIS DA ESTRUTURA COMPLETA  
 -----

|                    |                   |                    |
|--------------------|-------------------|--------------------|
| ALTURA DO EDIFICIO | NUMERO DE ANDARES | ALTURA DOS ANDARES |
| 3000.00            | 10                | 300.00             |
| PILARES DIRECAO Y  | PILARES DIRECAO X | MOD. ELASTICIDADE  |
| 7                  | 7                 | 200.00             |
|                    |                   | PONTOS             |
|                    |                   | 13                 |

-----  
 SEMI-PAINEL DIRECAO Y  
 -----

| PILAR | AREA    | INERCIA   | JUNTAS  |        |
|-------|---------|-----------|---------|--------|
|       |         |           | LARGURA | ALTURA |
| P 1   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| P 2   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| P 3   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| P 4   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |

| VIGA | VAO    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| V 1  | 250.00 | 208333.31 |
| V 2  | 250.00 | 208333.31 |
| V 3  | 250.00 | 208333.31 |

-----  
 SEMI-PAINEL DIRECAO X  
 -----

| PILAR | AREA    | INERCIA   | JUNTAS  |        |
|-------|---------|-----------|---------|--------|
|       |         |           | LARGURA | ALTURA |
| C 1   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| C 2   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| C 3   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |
| C 4   | 1600.00 | 213333.31 | 40.00   | 50.00  |

| VIGA | VAO    | INERCIA   |
|------|--------|-----------|
| B 1  | 250.00 | 208333.31 |
| B 2  | 250.00 | 208333.31 |
| B 3  | 250.00 | 208333.31 |

-----  
 MOMENTO TORCOR APLICADO  
 -----

DISTRIBUIDO LINEAR.....BASE= 10.0000 TOPO= 10.0000

ROTACAO DO EDIFICIO

| ELEVACAO | R O T A C A O |
|----------|---------------|
| 0.00     | 0.000000000   |
| 300.00   | 0.0001147186  |
| 600.00   | 0.0002174408  |
| 900.00   | 0.0003081367  |
| 1200.00  | 0.0003887850  |
| 1500.00  | 0.0004533702  |
| 1800.00  | 0.0005078819  |
| 2100.00  | 0.0005503132  |
| 2400.00  | 0.0005806619  |
| 2700.00  | 0.0005985287  |
| 3000.00  | 0.0006051173  |

FORÇAS NORMAIS NOS PILARES

\*\* PILAR DE CANTO E PILARES DIRECAO Y

| ELEVACAO | PILAR P 1 | PILAR P 2 | PILAR P 3 |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 0.00     | -0.00     | -1.07     | -0.04     |
| 300.00   | -0.00     | -0.70     | -0.09     |
| 600.00   | -0.00     | -0.43     | -0.11     |
| 900.00   | -0.00     | -0.23     | -0.11     |
| 1200.00  | -0.00     | -0.08     | -0.10     |
| 1500.00  | -0.00     | 0.02      | -0.08     |
| 1800.00  | -0.00     | 0.08      | -0.07     |
| 2100.00  | -0.00     | 0.11      | -0.05     |
| 2400.00  | -0.00     | 0.11      | -0.03     |
| 2700.00  | -0.00     | 0.07      | -0.02     |
| 3000.00  | 0.00      | -0.00     | -0.00     |

\*\* PILARES DIRECAO X

| ELEVACAO | PILAR C 2 | PILAR C 3 |
|----------|-----------|-----------|
| 0.00     | 1.07      | 0.04      |
| 300.00   | 0.70      | 0.09      |
| 600.00   | 0.43      | 0.11      |
| 900.00   | 0.23      | 0.11      |
| 1200.00  | 0.08      | 0.10      |
| 1500.00  | -0.02     | 0.08      |
| 1800.00  | -0.08     | 0.07      |
| 2100.00  | -0.11     | 0.05      |
| 2400.00  | -0.11     | 0.03      |
| 2700.00  | -0.07     | 0.02      |
| 3000.00  | -0.00     | 0.00      |

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

---

\*\* VIGAS DIRECAO Y

| ELEVACAO | VIGA V 1 | VIGA V 2 | VIGA V 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 1.13     | 0.92     | 0.95     |
| 300.00   | 2.00     | 1.68     | 1.72     |
| 600.00   | 1.75     | 1.52     | 1.53     |
| 900.00   | 1.52     | 1.35     | 1.34     |
| 1200.00  | 1.29     | 1.16     | 1.15     |
| 1500.00  | 1.06     | 0.98     | 0.96     |
| 1800.00  | 0.84     | 0.79     | 0.77     |
| 2100.00  | 0.61     | 0.60     | 0.59     |
| 2400.00  | 0.39     | 0.41     | 0.40     |
| 2700.00  | 0.17     | 0.22     | 0.21     |
| 3000.00  | -0.03    | 0.02     | 0.01     |

\*\* VIGAS DIRECAO X

| ELEVACAO | VIGA B 1 | VIGA B 2 | VIGA B 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| 0.00     | 1.13     | 0.92     | 0.95     |
| 300.00   | 2.00     | 1.68     | 1.72     |
| 600.00   | 1.75     | 1.52     | 1.53     |
| 900.00   | 1.52     | 1.35     | 1.34     |
| 1200.00  | 1.29     | 1.16     | 1.15     |
| 1500.00  | 1.06     | 0.98     | 0.96     |
| 1800.00  | 0.84     | 0.79     | 0.77     |
| 2100.00  | 0.61     | 0.60     | 0.59     |
| 2400.00  | 0.39     | 0.41     | 0.40     |
| 2700.00  | 0.17     | 0.22     | 0.21     |
| 3000.00  | -0.03    | 0.02     | 0.01     |

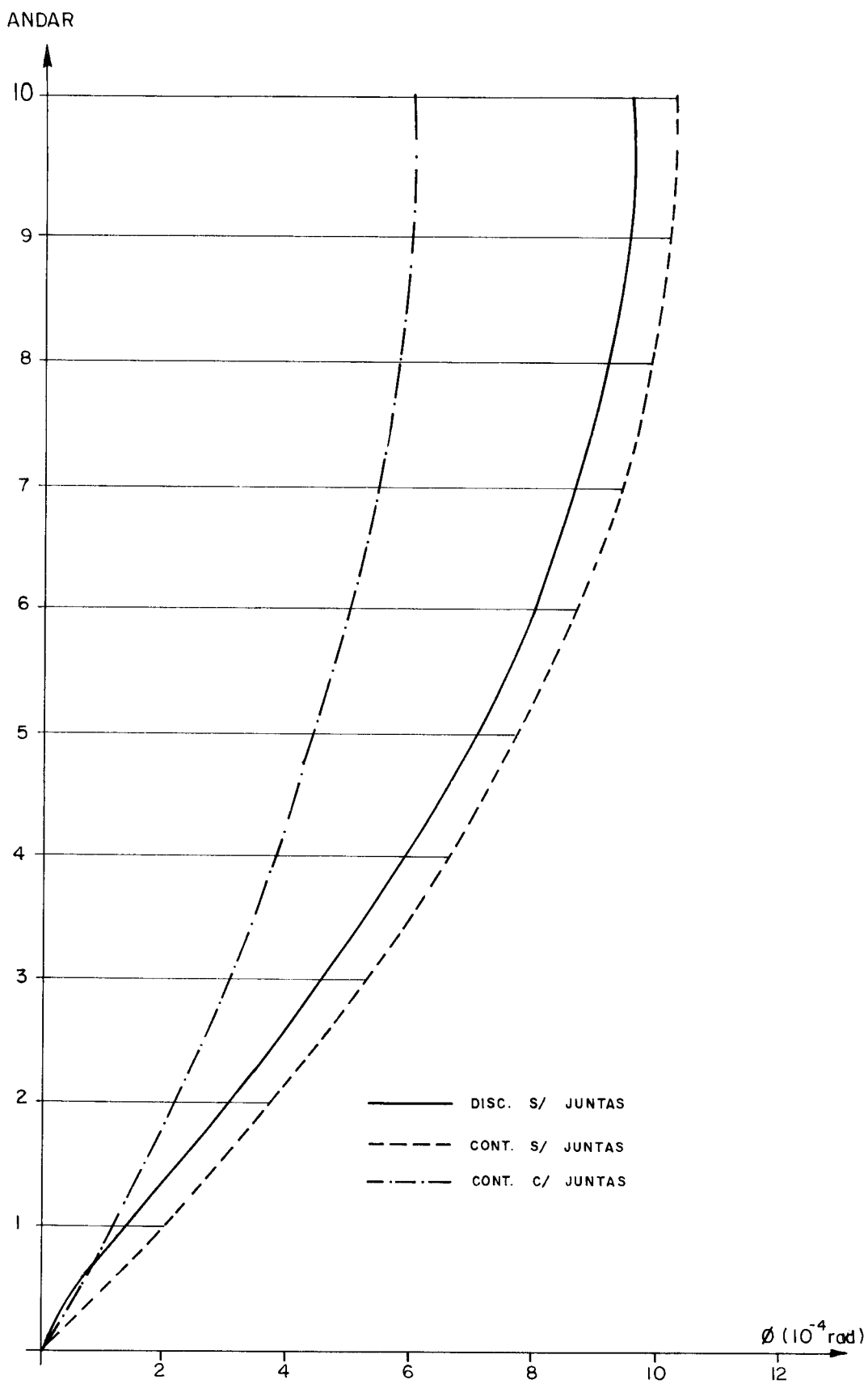


FIG 4.13 - ROTAÇÕES DO EDIFÍCIO .

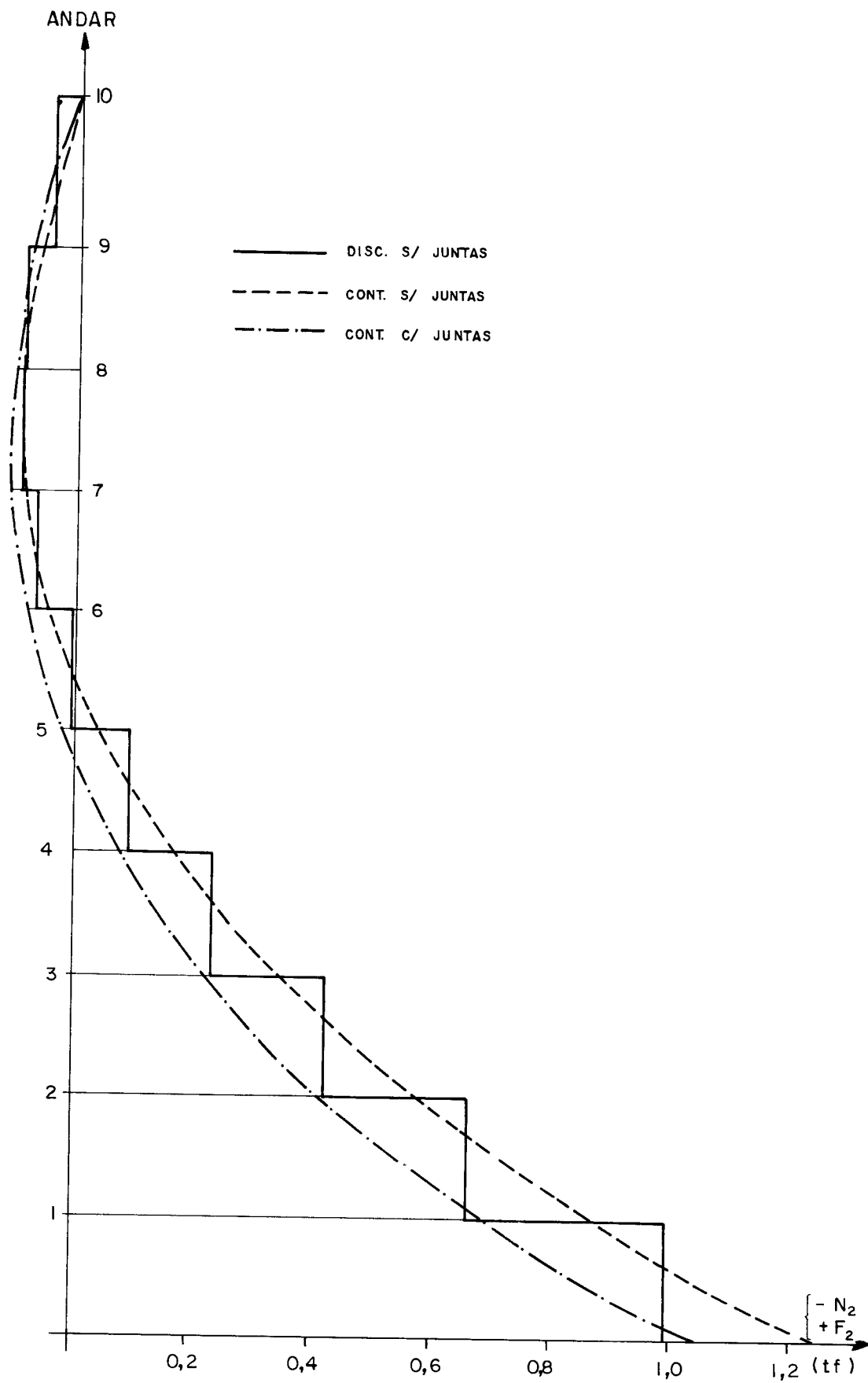


FIG. 4.14 - FORÇAS NORMAIS NOS PILARES P<sub>2</sub> E C<sub>2</sub>.

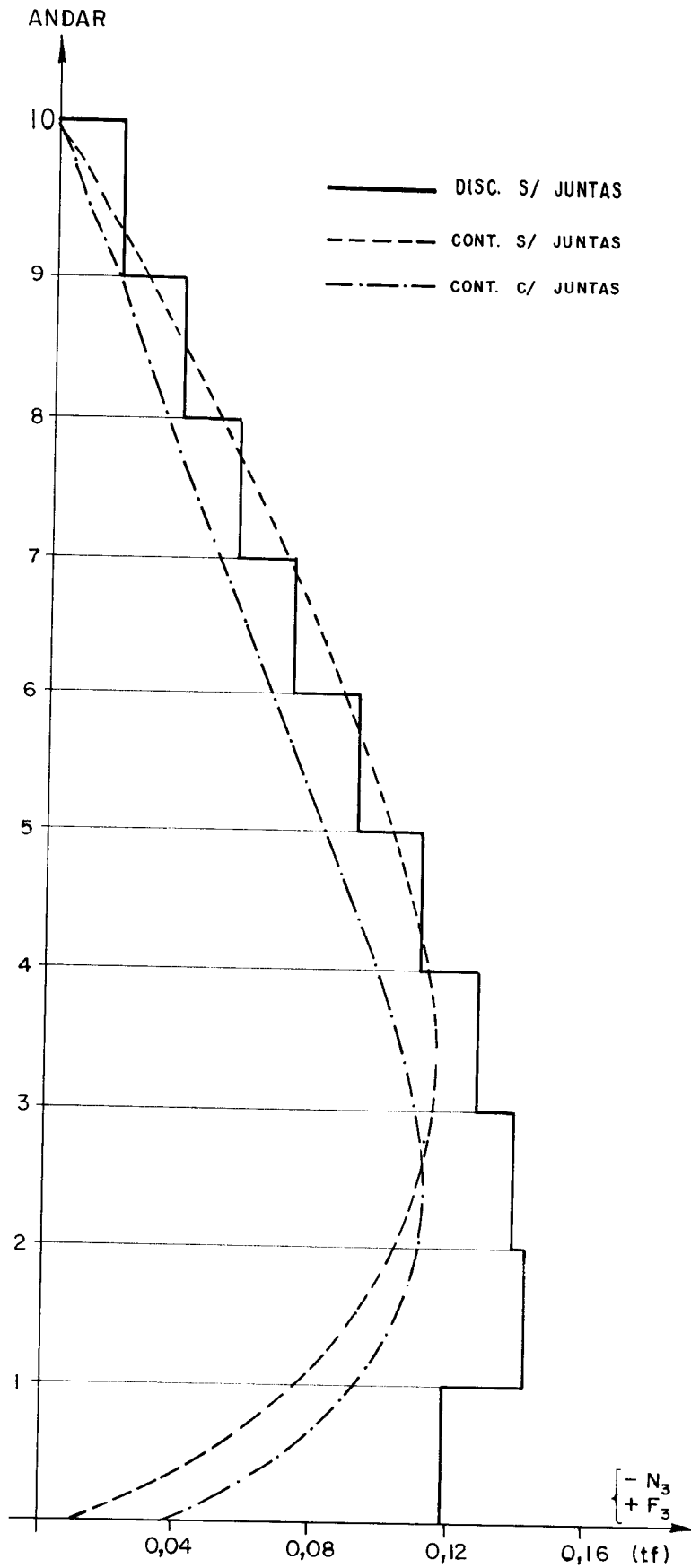


FIG. 4.15 - FORÇAS NORMAIS NOS PILARES P<sub>3</sub> E C<sub>3</sub>.



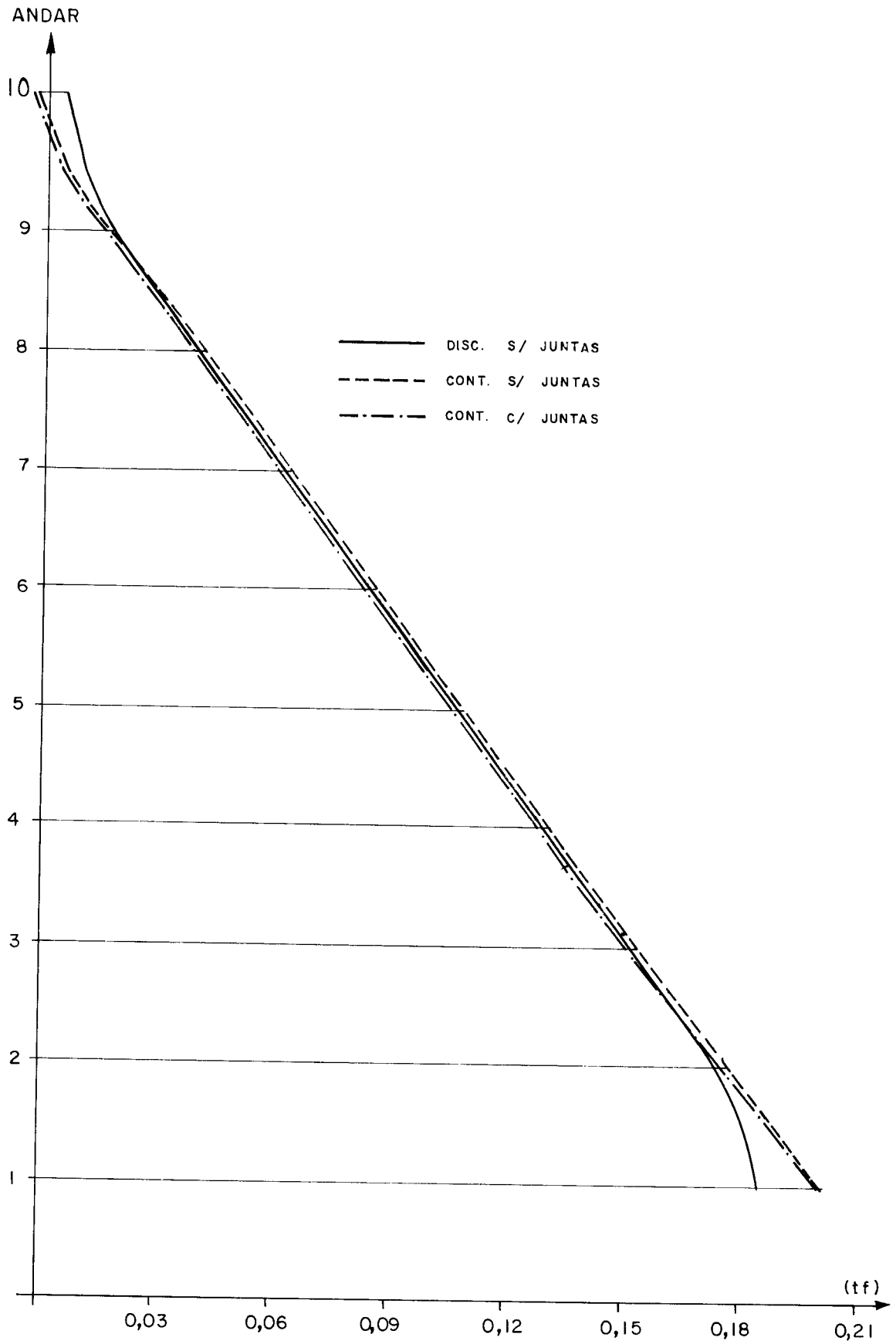


FIG. 4.16 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_1$  E  $B_1$

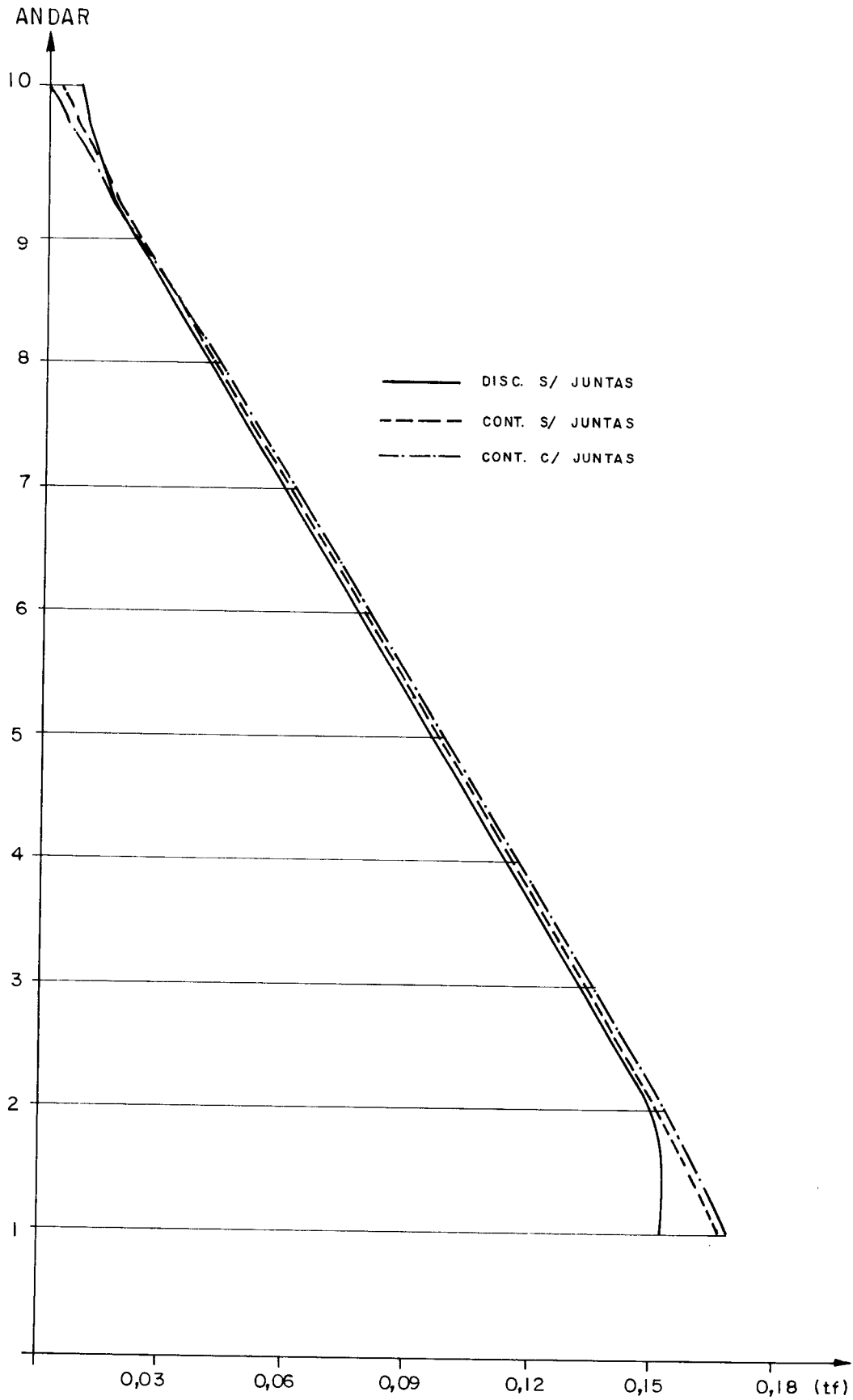


FIG. 4.17 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_2$  E  $B_2$

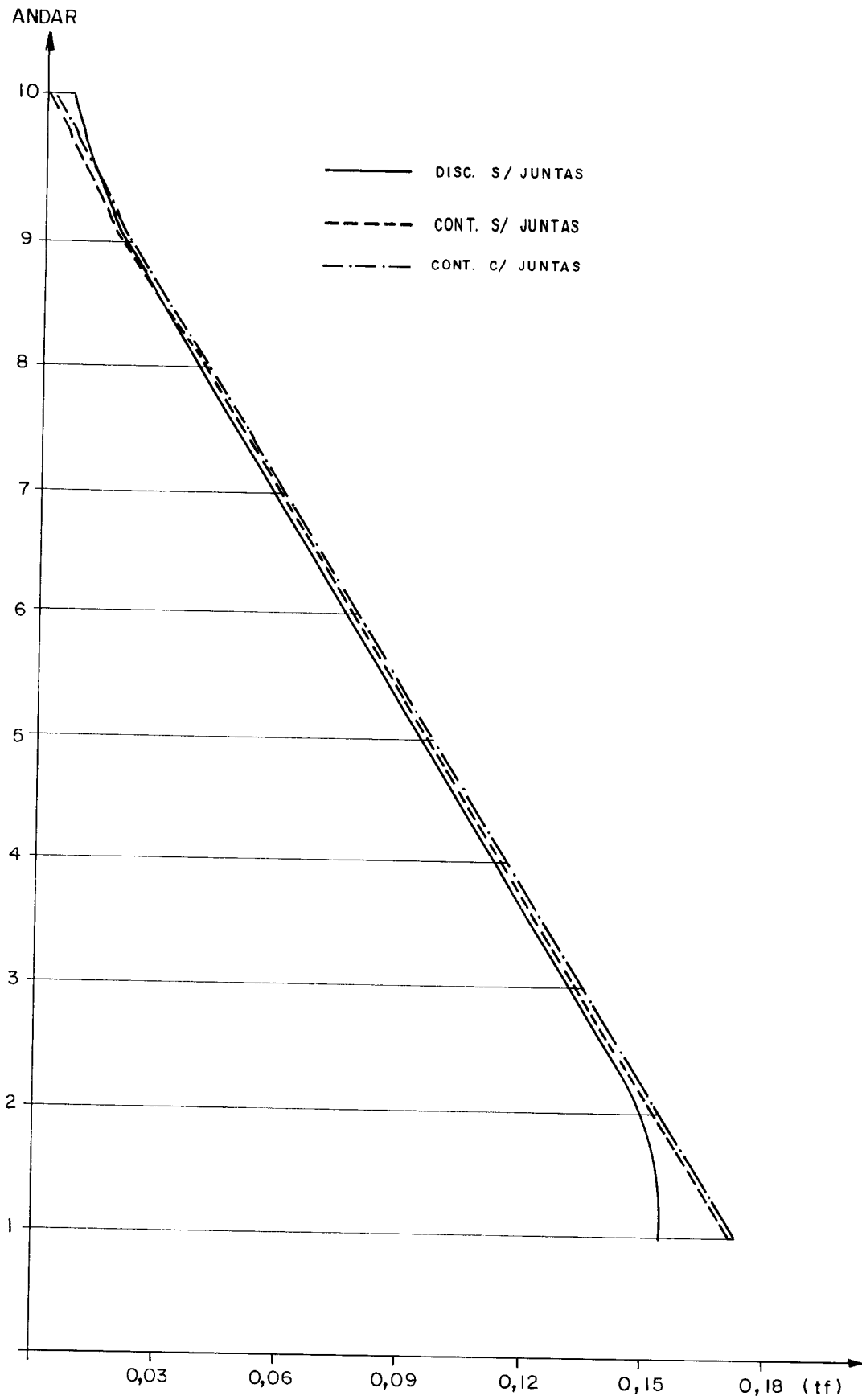


FIG. 4. 18 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_3$  E  $B_3$

4.5.2 - Exemplo 2

Analisar-se-á um edifício de 30 andares, em estrutura de aço, cuja planta, com dimensões em centímetros, pode ser vista na fig. 4.19.

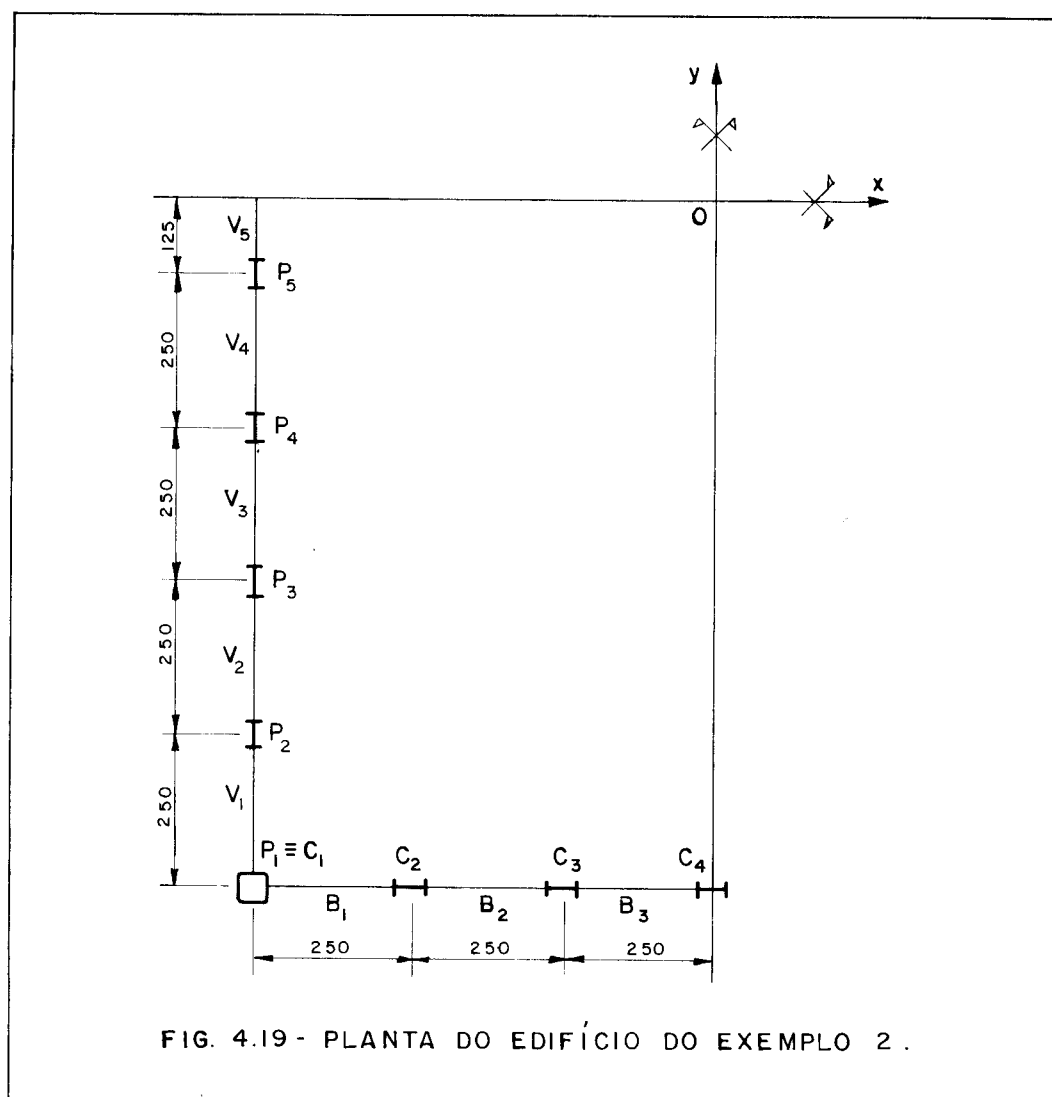


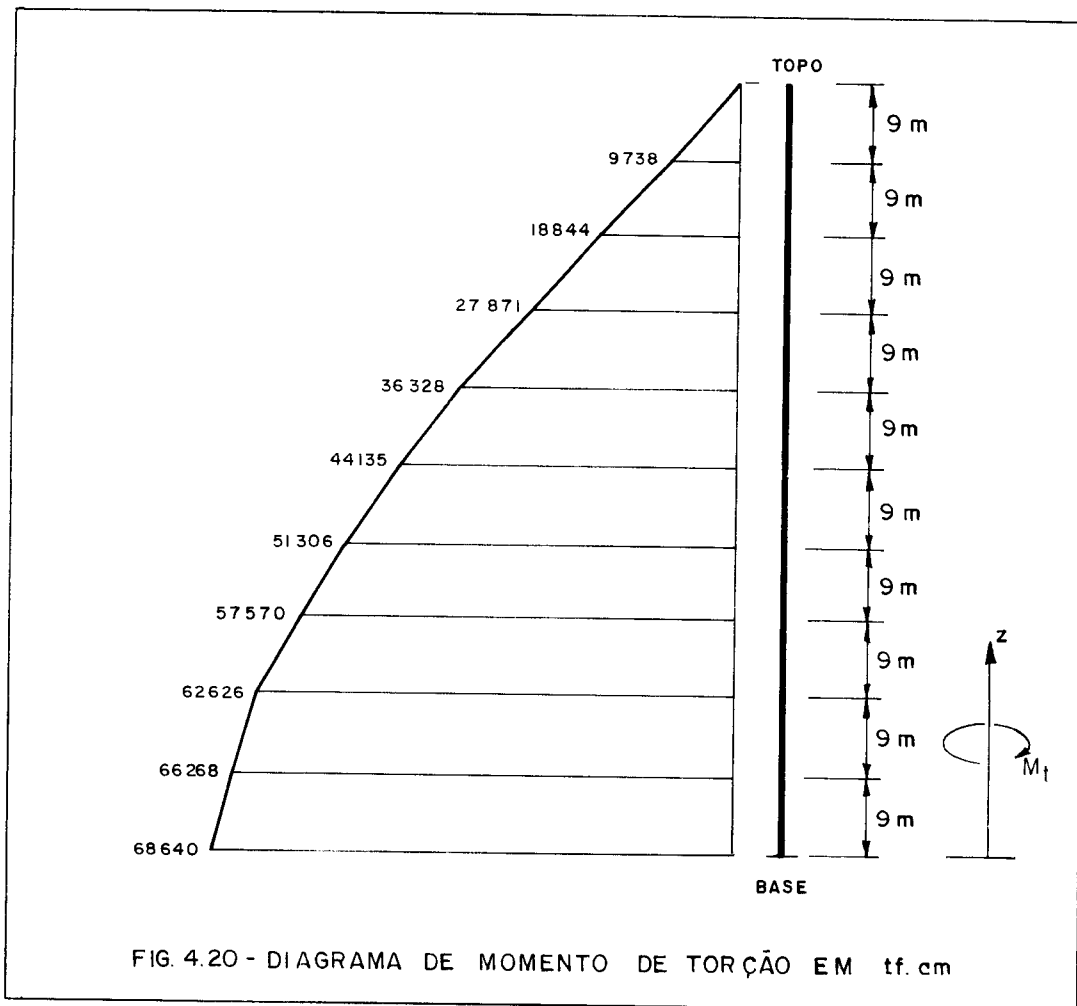
FIG. 4.19 - PLANTA DO EDIFÍCIO DO EXEMPLO 2 .

Todos os andares possuem uma altura de 300cm e o módulo de elasticidade longitudinal do aço é igual a  $2100\text{tf/cm}^2$ .

Foram usados apenas 13 pontos para aplicação das diferenças finitas (pontos 1 e 13 fictícios, fora da estrutura, e 2 a 12 na estrutura), o que corresponde a obter resul-

tados de 9 em 9 metros (a cada 3 andares) ao longo da altura do edifício.

O carregamento varia com a altura, ocasionando o diagrama de momento de torção mostrado na fig. 4.20.



Nos pilares foram usados perfis tipo I, com altura de seção transversal igual a 40cm, inércia de  $57000\text{cm}^4$  e área de  $150\text{cm}^2$ , exceto nos pilares de canto, nos quais a seção transversal tem a forma de caixão, com área e inércia (nas duas direções) iguais às demais.

Para que se pudesse ter uma idéia da influência da inércia das vigas no resultado final, o programa foi processado três vezes, em cada uma delas adotando-se para todas as vigas um perfil tipo I com características geométricas diferentes, a saber:

- altura de 30cm e inércia de  $16000\text{cm}^4$ ;
- altura de 65cm e inércia de  $150000\text{cm}^4$ ;
- altura de 100cm e inércia de  $700000\text{cm}^4$ .

Toda a análise foi feita levando-se em conta a influência das juntas.

Os resultados obtidos são mostrados nas figs. 4.21 a 4.31. Como os valores das forças cortantes nas vigas  $V_2$  a  $V_5$  do painel de direção y são bastante parecidos, adotou-se para as mesmas um único gráfico. Procedimento idêntico pode ser seguido para as vigas  $B_1$  a  $B_3$  do painel de direção x.

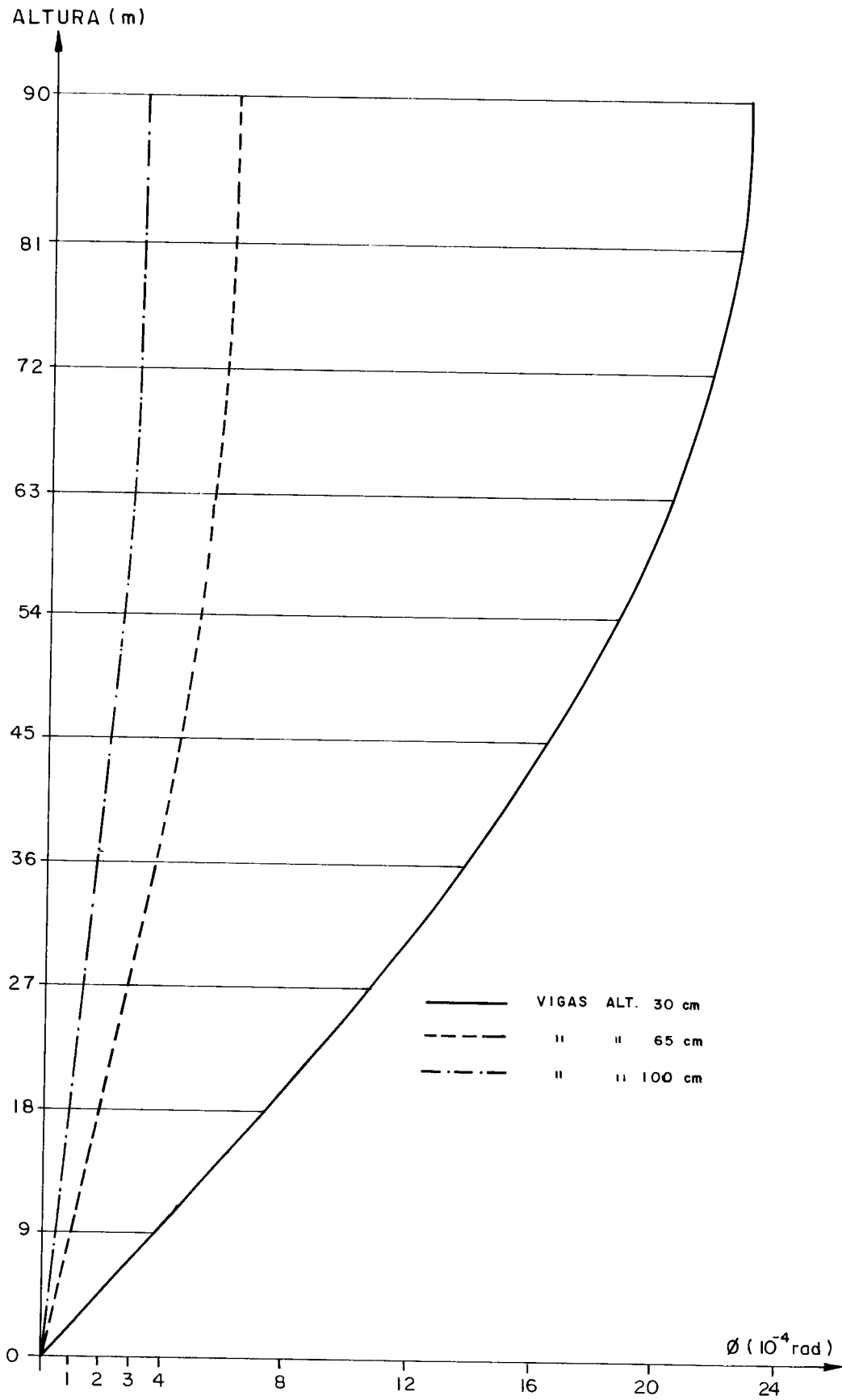


FIG. 4.21 - ROTAÇÕES DO EDIFÍCIO

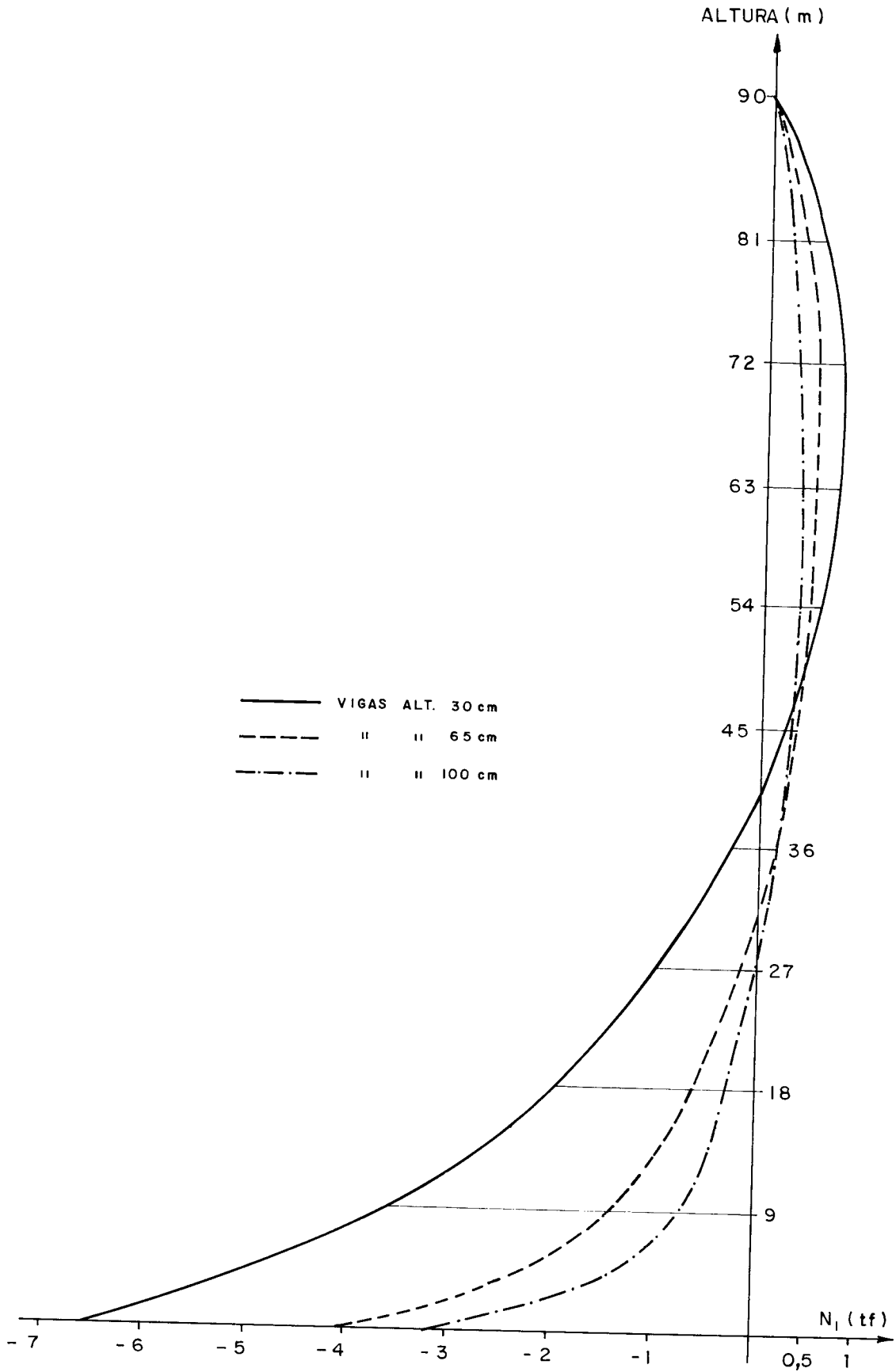


FIG. 4.22- FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_1 \equiv C_1$



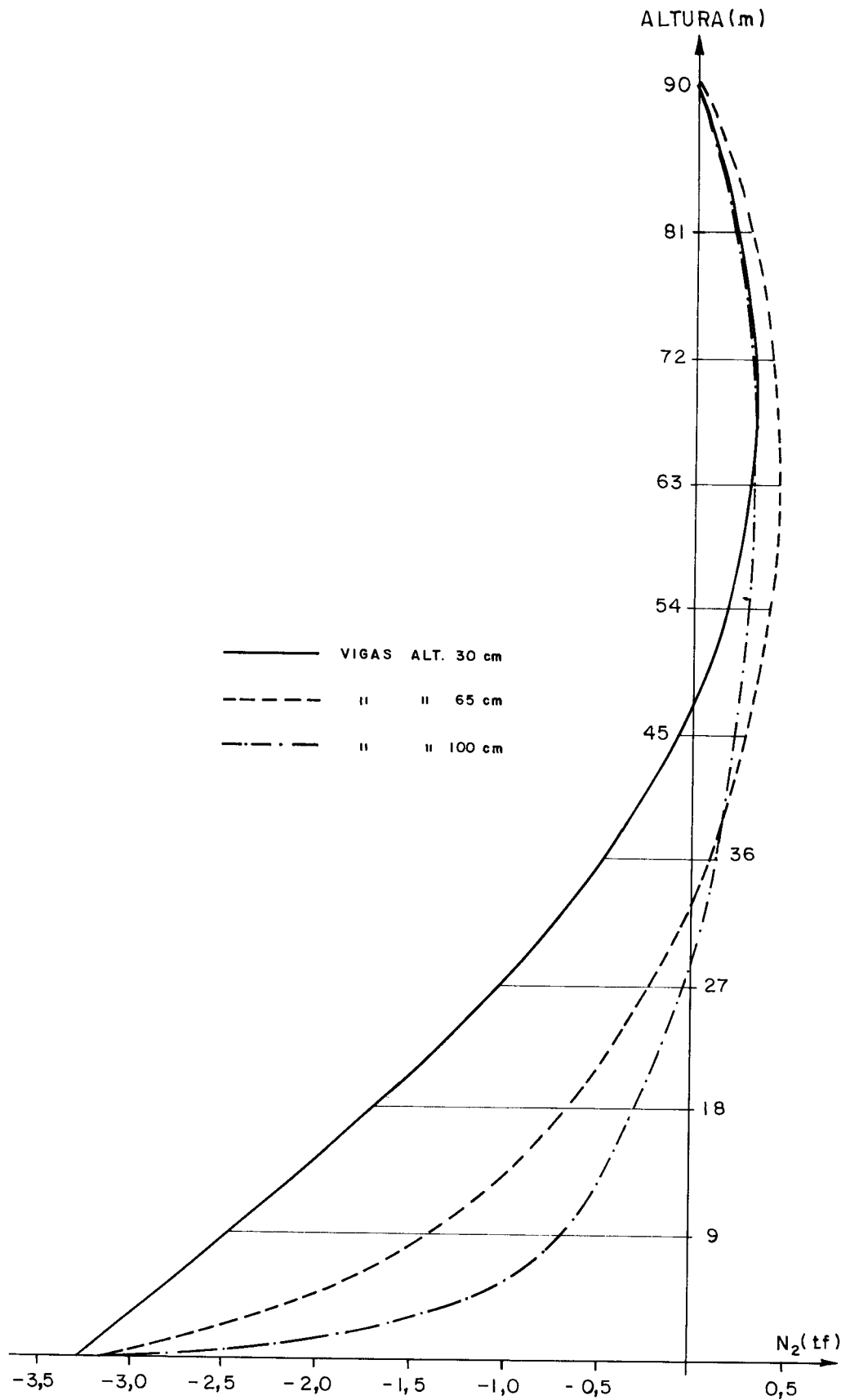


FIG. 4.23 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_2$

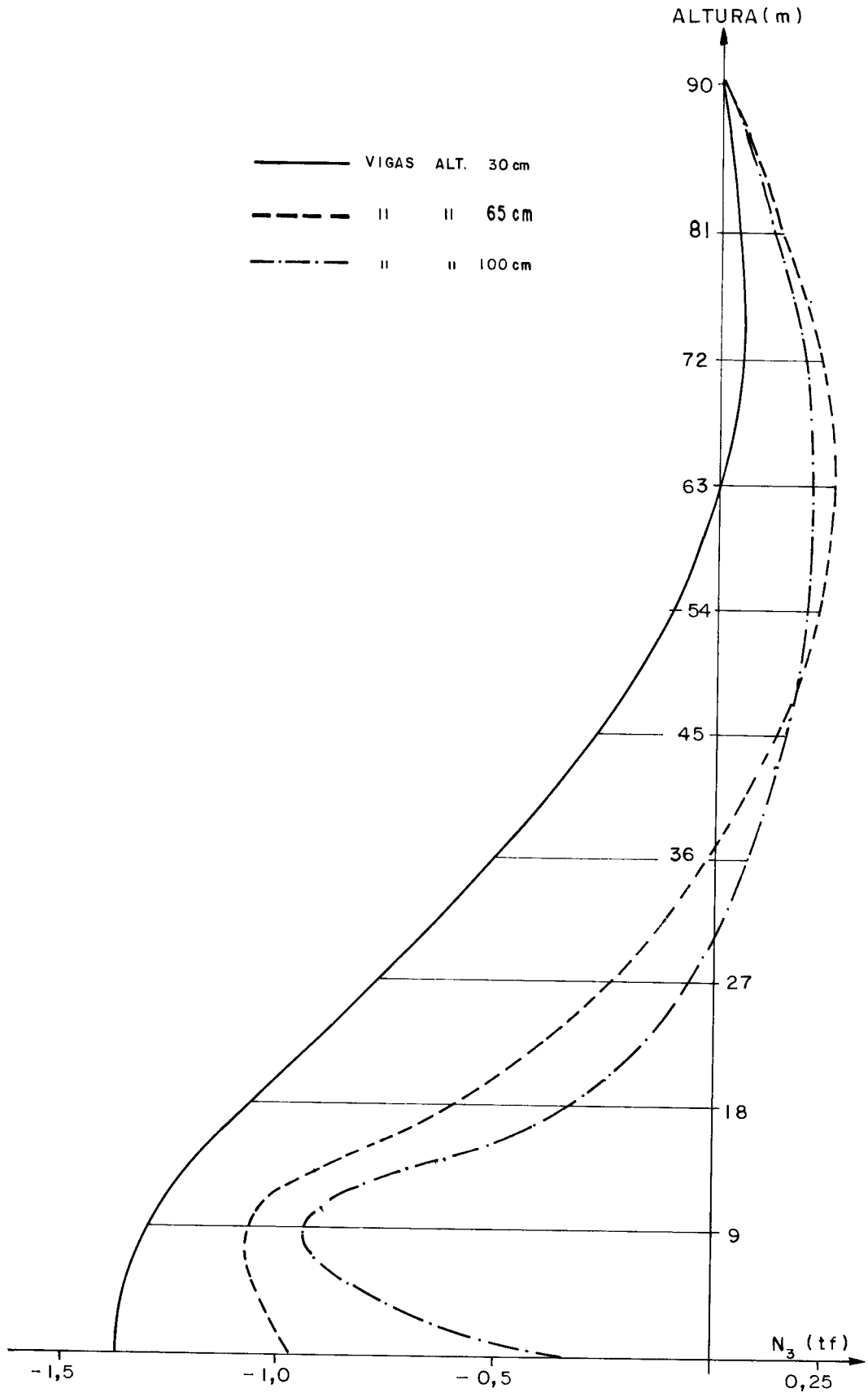


FIG. 4.24 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_3$

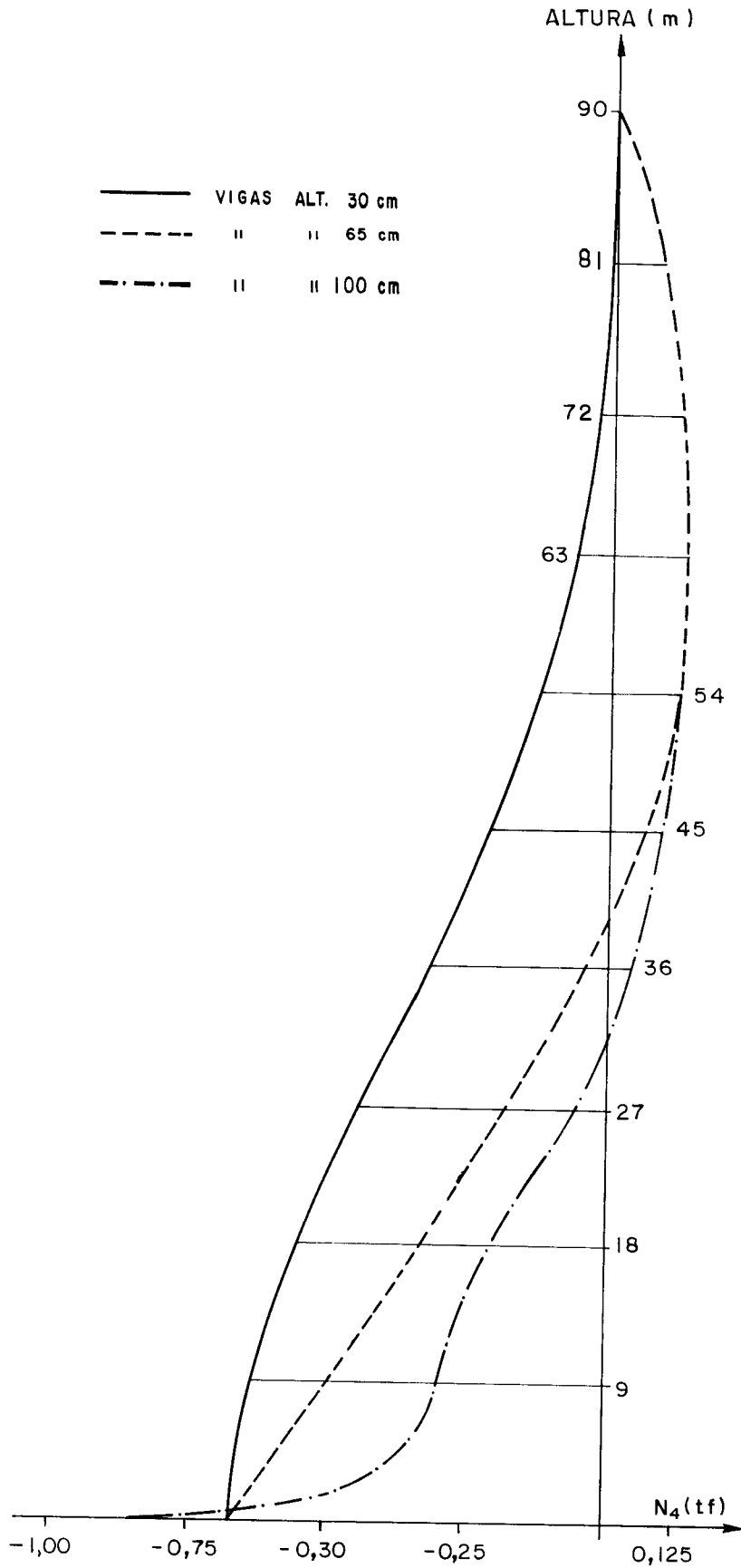


FIG. 4.25 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR P<sub>4</sub>

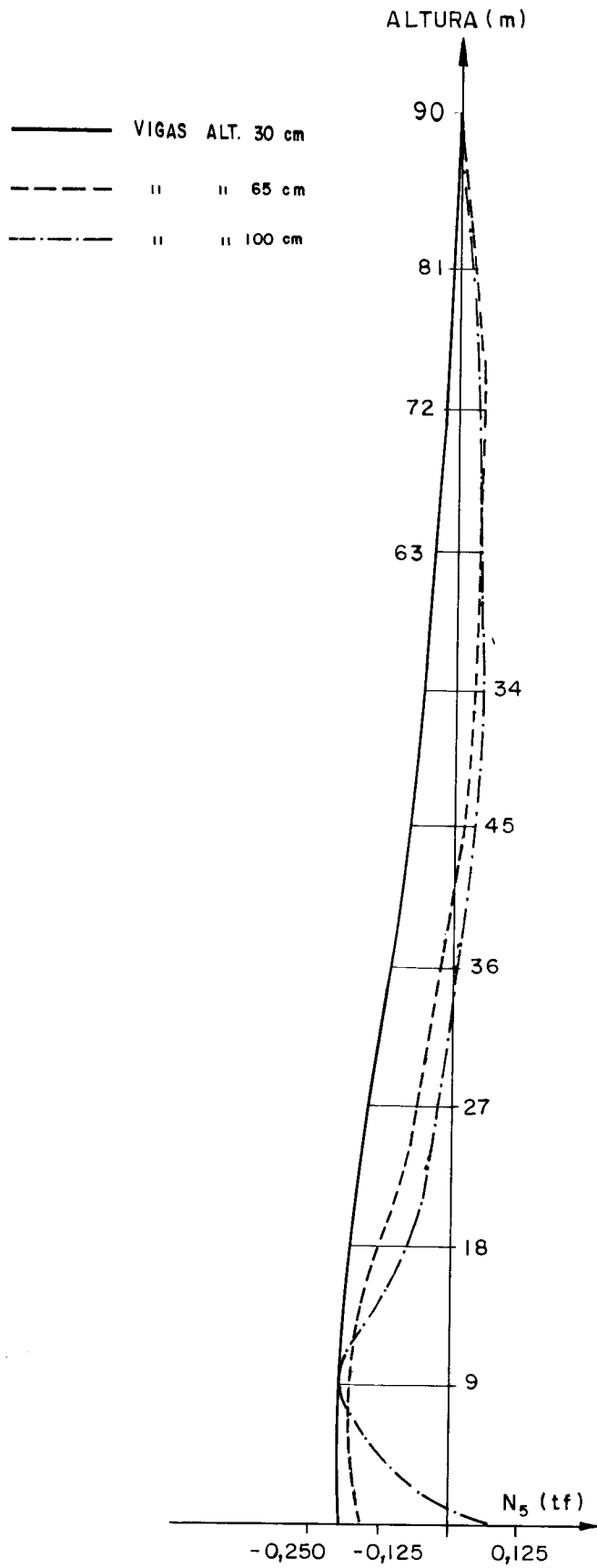


FIG. 4.26 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR  $P_5$ .

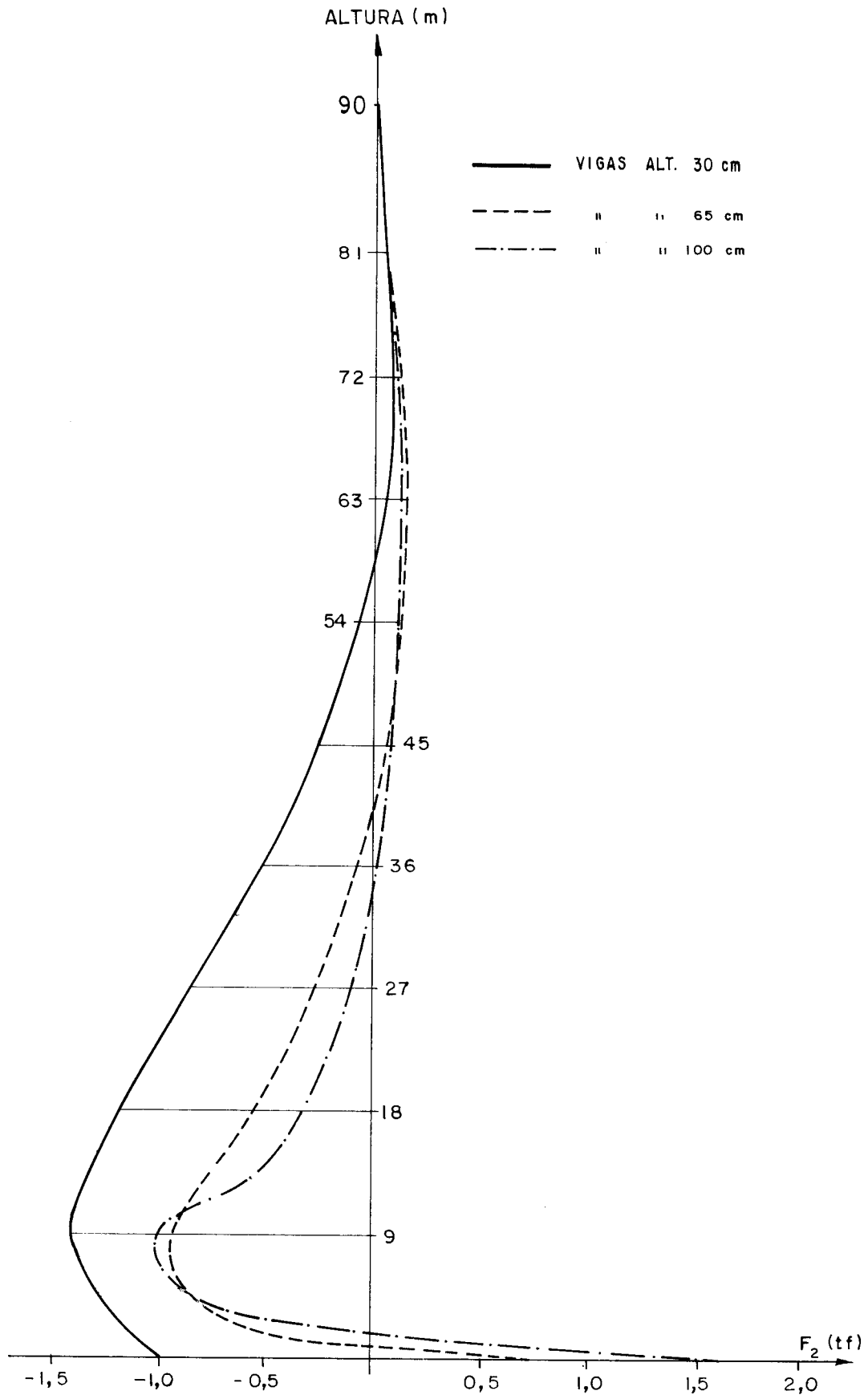


FIG. 4.27 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>2</sub>

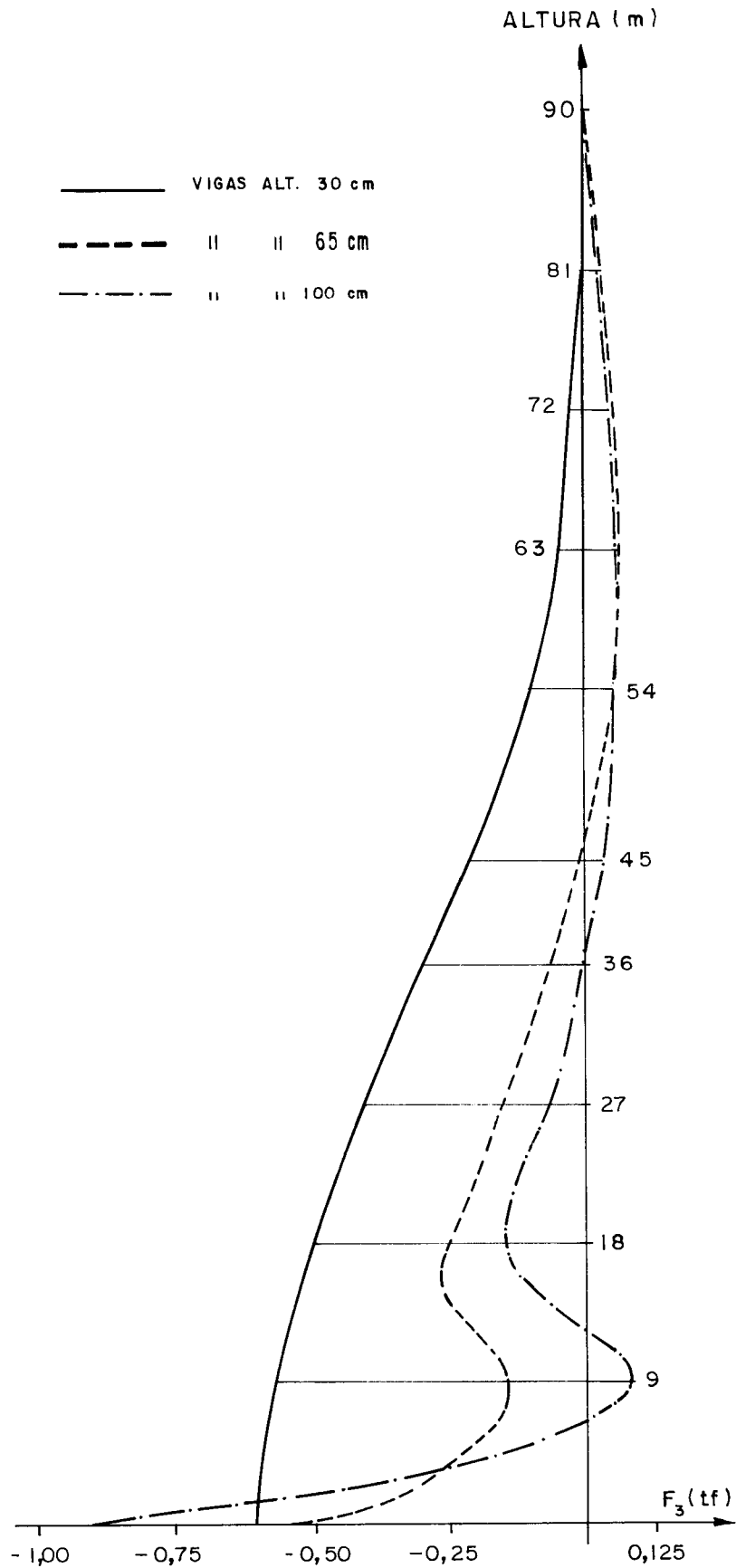


FIG. 4.28 - FORÇAS NORMAIS NO PILAR C<sub>3</sub>

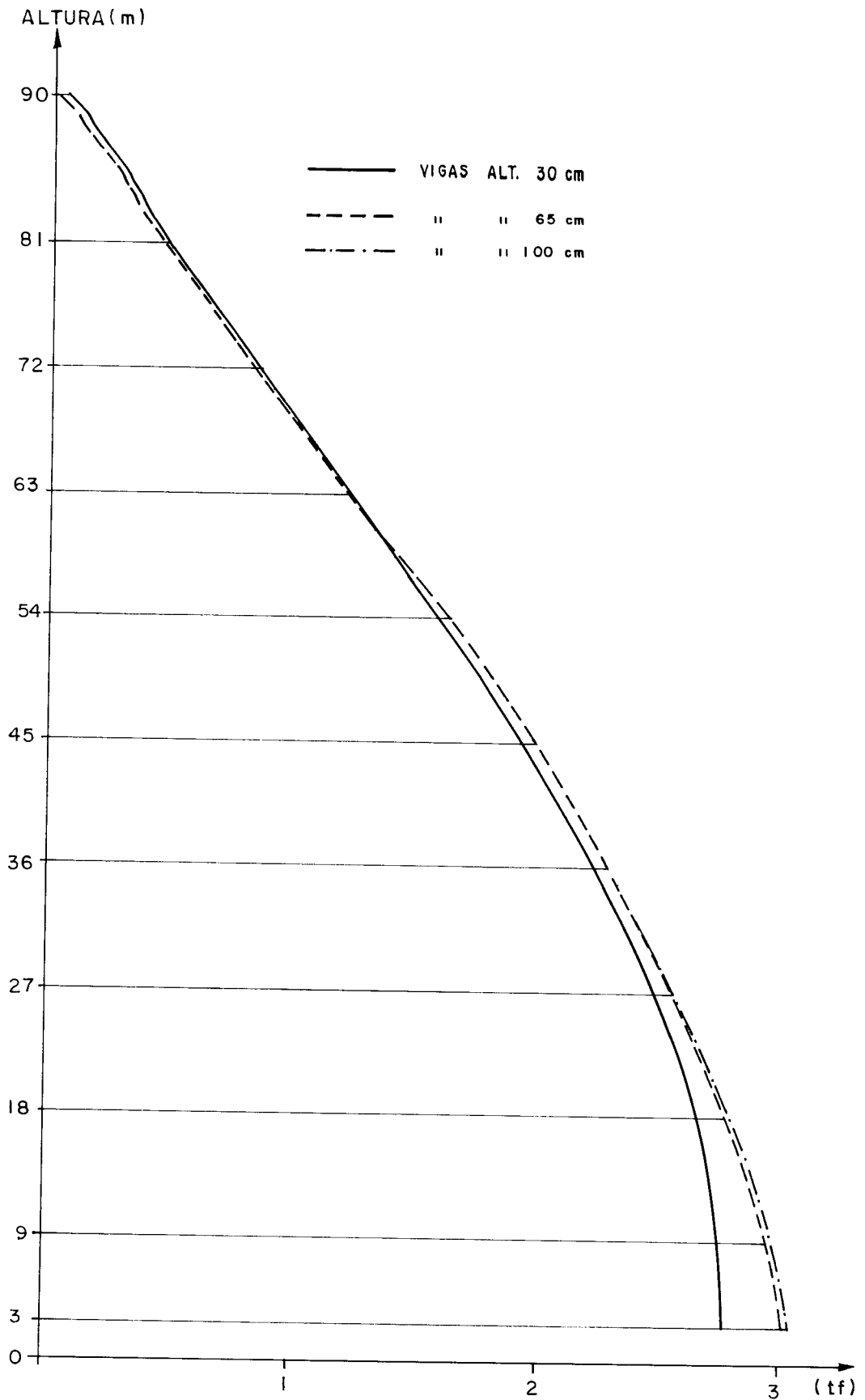


FIG. 4.29 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS  $V_1$

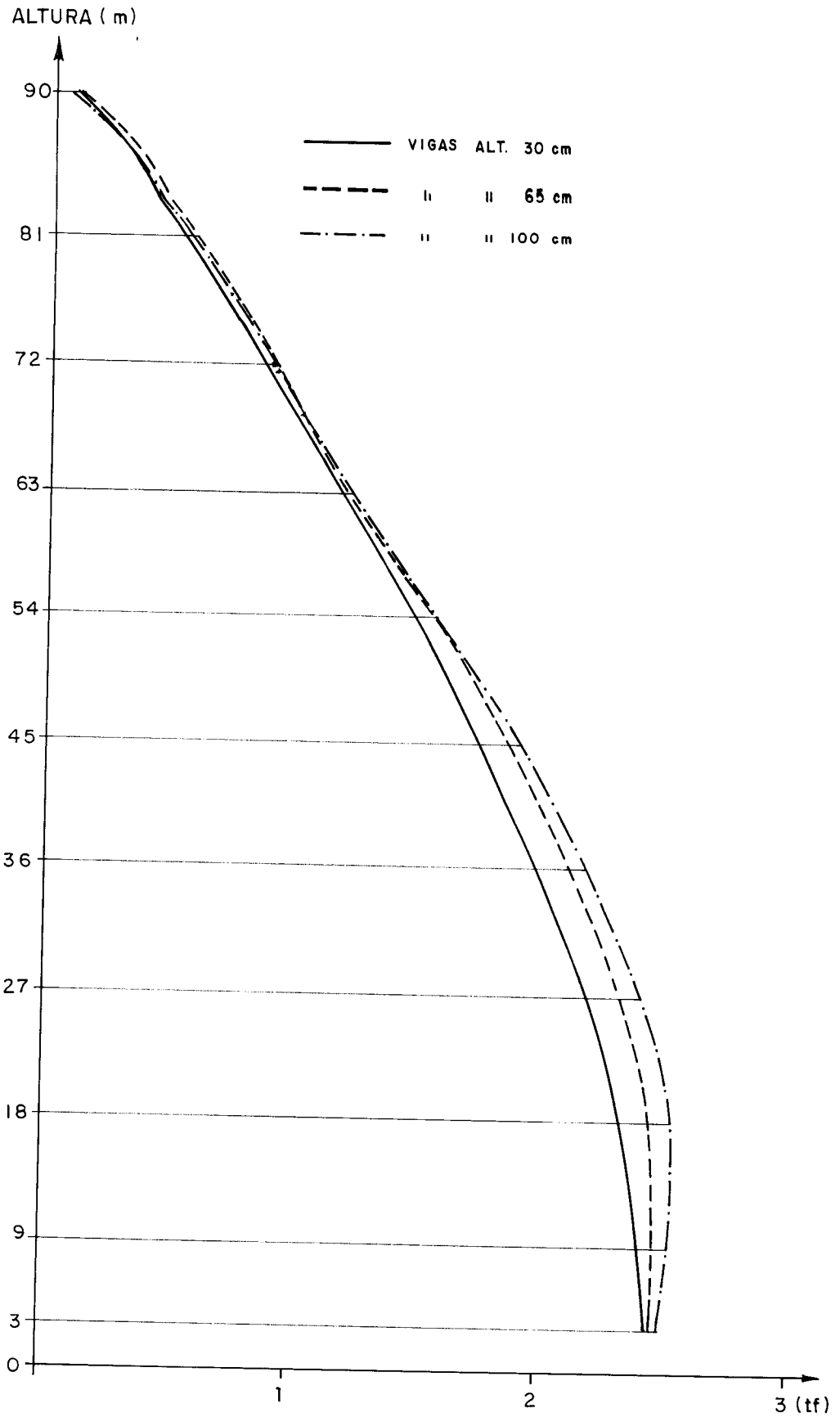


FIG. 4.30 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS V<sub>2</sub> A V<sub>5</sub>.



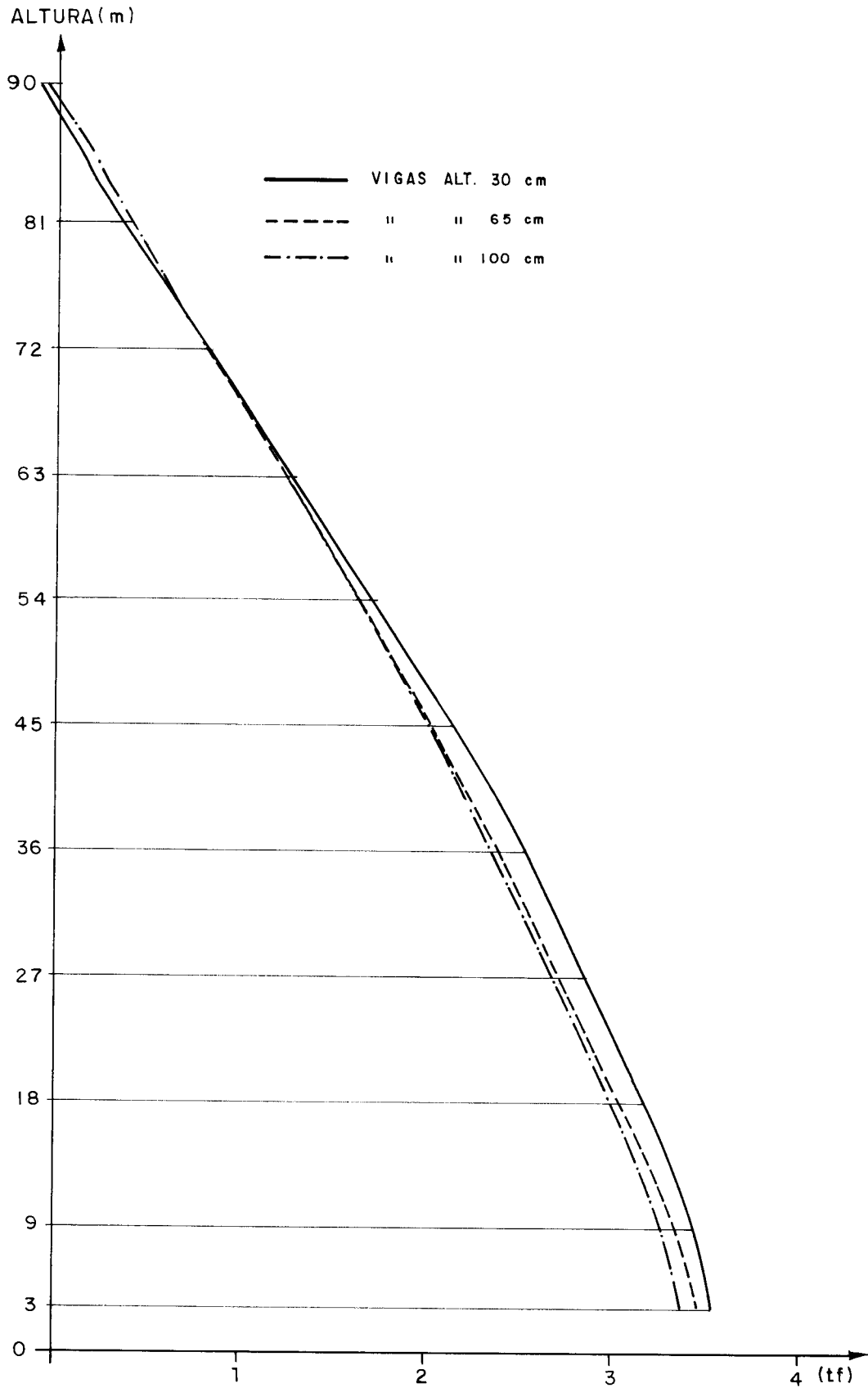


FIG. 4.31 - FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS B<sub>1</sub> A B<sub>3</sub>

V - ANÁLISE ADIMENSIONAL DAS ESTRUTURAS TUBULARES SUBMETIDAS  
À TORÇÃO

5.1 - GENERALIDADES

Procurar-se-á, nesta parte do trabalho, com base em certos parâmetros adimensionais das estruturas tubulares básicas, chegar a coeficientes que permitam uma imediata obtenção dos esforços nas barras e das rotações do edifício em torno de seu eixo vertical. O carregamento atuante deve ser tal que cause somente torção.

Servirá como referência o estudo desenvolvido na Parte IV, do qual serão empregadas as equações já deduzidas e toda a filosofia de cálculo, exceto que agora, para que o número de parâmetros adimensionais seja o menor possível, estarão em vigor as seguintes condições:

- a) Todas as vigas da estrutura terão o mesmo vão e a mesma inércia;
- b) Todos os pilares da estrutura terão a mesma seção transversal;
- c) As dimensões das juntas não serão levadas em conta.

Assim, permanece válida a notação usada na Parte IV, apenas considerando-se que:

a - vão das vigas;

$J_b$  - momento de inércia das vigas;

$A_c$  - área dos pilares;

$J_c$  - momento de inércia dos pilares.

## 5.2 - ANÁLISE PARA NÚMERO ÍMPAR DE PILARES NOS PAINÉIS

Serão estudadas neste item as estruturas cuja totalidade dos pilares de um painel de direção  $y$ , assim como de direção  $x$ , constitua um número ímpar.

### 5.2.1 - Deformações dos Painéis de Direções $y$ e $x$

Como a inércia de todos os pilares será igual, a rigidez à flexão dos mesmos se definirá pelo parâmetro:

$$K_c = \frac{J_c}{h} \quad (5.1)$$

Considerando que a inércia e o vão de todas as vigas são constantes, e ainda que as dimensões das juntas não serão levadas em conta, as equações (4.2) a (4.4), referentes às deformações do painel de direção  $y$ , desde que ambos os seus membros sejam divididos pelo vão  $a$ , se tornam respectivamente:

$$\frac{q_1}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{q_2}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = v' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (5.2)$$

$$\frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{q_i}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = v' - \frac{\delta_i}{a} + \frac{\delta_{i+1}}{a} \quad (5.3)$$

$$\frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{16 \cdot K_c} \right] = v' - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (5.4)$$

Procedendo similarmente para as equações (4.10), (4.14) e (4.18), referentes às deformações do painel de direção  $x$ , vêm, pela ordem:

$$\frac{p_1}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{p_2}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = u' + \frac{\delta_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{p_i}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{24 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] = \\ = u' + \frac{\gamma_i}{a} - \frac{\gamma_{i+1}}{a} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\frac{p_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^2}{48 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{h \cdot a^3}{12 \cdot J_b} + \frac{h \cdot a^2}{16 \cdot K_c} \right] = u' + \frac{\gamma_{m-1}}{a} \quad (5.7)$$

A rigidez à flexão das vigas será definida pelo parâmetro:

$$K_b = \frac{J_b}{a} \quad (5.8)$$

Substituindo-se (4.19) nas equações (5.2) a (5.4) e multiplicando e dividindo o primeiro membro destas equações por  $K_b$ , tem-se:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_1}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{q_2}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_x}{2} \cdot \phi' - \frac{\delta_1}{a} + \frac{\delta_2}{a} \quad (5.2-a)$$

$$\begin{aligned} \frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_i}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \\ = \frac{L_x}{2} \cdot \phi' + \frac{\delta_i}{a} - \frac{\delta_{i+1}}{a} \end{aligned} \quad (5.3-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{3 \cdot K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_x \cdot \phi'}{2} - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (5.4-a)$$

Substituindo-se a equação (4.20) nas equações (5.5) a (5.7) e multiplicando e dividindo o primeiro membro de tais equações por  $K_b$ , vêm:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_1}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{p_2}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_y \cdot \phi'}{2} + \frac{\delta_1}{a} - \frac{\gamma_2}{a} \quad (5.5-a)$$

$$\begin{aligned} \frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{p_i}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{K_b}{2 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{i+1}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \\ = \frac{L_y}{2} \cdot \phi' + \frac{\gamma_i}{a} - \frac{\gamma_{i+1}}{a} \end{aligned} \quad (5.6-a)$$

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \left[ 1 + \frac{3 \cdot K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_y \cdot \phi'}{2} + \frac{\gamma_{m-1}}{a} \quad (5.7-a)$$

A rigidez à cortante das vigas será representada por:

$$S_b = \frac{12 \cdot E \cdot J_b}{a^3} \quad (5.9)$$

Considerando a equação (5.8), conclui-se que:

$$\frac{a^2}{12 \cdot K_b} = \frac{E}{S_b} \quad (5.10)$$

As expressões (5.2-a) a (5.7-a) constituem um sistema de equações lineares. Multiplicando o primeiro termo do segundo membro das expressões (5.5-a) a (5.7-a) por  $L_x/L_x$ , este sistema, escrito na forma matricial, fica:

$$[R] \begin{Bmatrix} q_1/E.a \\ q_2/E.a \\ \vdots \\ q_i/E.a \\ \vdots \\ q_{n-1}/E.a \\ p_1/E.a \\ p_2/E.a \\ \vdots \\ p_i/E.a \\ \vdots \\ p_{m-1}/E.a \end{Bmatrix} = [S] \begin{Bmatrix} \phi'.L_x \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_{m-1}/a \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

[R] é uma matriz quadrada, de ordem (n+m-2) e, efetuando-se a substituição indicada em (5.10), seu desenvolvimento será:

$$[R] = \frac{E.h}{s_b} \begin{bmatrix} R_a, R_b, 0, \dots, 0 & | & 0, \dots, 0 \\ R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 & | & 0, \dots, 0 \\ 0, R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 & | & 0, \dots, 0 \\ \vdots & | & \vdots \\ 0, \dots, 0, R_b, R_a, R_b & | & 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, R_b, R_c & | & 0, \dots, 0 \\ \hline 0, \dots, 0, 0 & | & R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, 0 & | & R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, 0 & | & 0, R_b, R_a, R_b, 0, \dots, 0 \\ \vdots & | & \vdots \\ 0, \dots, 0, 0 & | & 0, \dots, 0, R_b, R_a, R_b \\ 0, \dots, 0, 0 & | & 0, \dots, 0, R_b, R_d \end{bmatrix} \begin{matrix} n-1 \\ n-1 \\ n+m-2 \end{matrix}$$

onde:

$$R_a = \frac{K_b}{2 \cdot K_c} + 1$$

$$R_b = \frac{K_b}{4 \cdot K_c}$$

$$R_c = R_d = \frac{3 \cdot K_b}{4 \cdot K_c} + 1$$

A matriz [S] é também quadrada e de ordem (n+m-2), conforme mostrada a seguir:

$$[S] = \begin{array}{c|ccc} & \begin{matrix} n \\ \dots \\ n \end{matrix} & \begin{matrix} n+m-2 \\ \dots \\ n+m-2 \end{matrix} & \\ \hline \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \vdots \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \\ \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \\ \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \\ \vdots \\ \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \\ \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \end{matrix} & \begin{matrix} -1, 1, 0, \dots, 0 \\ , 0, -1, 1, 0, \dots, 0 \\ , 0, 0, -1, 1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ , 0, \dots, 0, -1, 1 \\ , 0, \dots, 0, -1 \\ \hline 1, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, 1, -1 \\ 0, \dots, 0, 0, 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0 \\ -1, 0, \dots, 0 \\ 1, -1, 0, \dots, 0 \\ 0, 1, -1, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, \dots, 0, 1, -1 \\ 0, \dots, 0, 0, 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ n-1 \\ \\ \\ \\ n+m-2 \end{matrix} \end{array}$$

5.2.2 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

Multiplicando os dois membros das equações (4.22) a (4.24) por  $h^2/a$ , e lembrando que a área de todos os pilares é constante e igual a  $A_c$ , vêm:

$$\frac{\delta_1'''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_1}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} = 0 \tag{5.12}$$

$$\frac{\delta_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} = 0, \quad i=2, \dots, n-1 \quad (5.13)$$

$$\frac{\gamma_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_i}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} + \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{h^2}{A_c} = 0, \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.14)$$

A rigidez à deformação axial dos pilares é dada por:

$$S_c = \frac{A_c \cdot E}{h} \quad (5.15)$$

Assim, as equações (5.12) a (5.14) podem ser escritas na forma:

$$\frac{\delta_1''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_1}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0 \quad (5.12-a)$$

$$\frac{\delta_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{q_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{q_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0, \quad i=2, \dots, n-1 \quad (5.13-a)$$

$$\frac{\gamma_i''}{a} \cdot h^2 - \frac{p_i}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} + \frac{p_{i-1}}{E \cdot a} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} = 0, \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.14-a)$$

### 5.2.3 - Equação de Equilíbrio à Torção

Multiplicando ambos os membros da equação (4.33) por  $h^2 / (E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x)$ , e levando em conta que o vão de todas as vigas é o mesmo, indicado por  $a$ , obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{M_t \cdot h^2}{4 \cdot E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{A_c} \left( \frac{q_1}{E \cdot a} + \dots + \frac{q_i}{E \cdot a} + \dots + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{L_y}{L_x} \cdot \frac{h^2}{A_c} \left( \frac{p_1}{E \cdot a} + \dots + \frac{p_i}{E \cdot a} + \dots + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$



Substituindo-se (5.15) nesta equação, vem:

$$\frac{M_t \cdot h^2}{4 \cdot E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} \left( \frac{q_1}{E \cdot a} + \dots + \frac{q_i}{E \cdot a} + \dots + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{L_y}{L_x} \cdot \frac{E \cdot h}{S_c} \left( \frac{p_1}{E \cdot a} + \dots + \frac{p_i}{E \cdot a} + \dots + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \right) \quad (5.16-a)$$

#### 5.2.4 - Equação Diferencial da Estrutura Tubular

Com a equação (5.16-a), de equilíbrio à torção da estrutura, e as equações (5.12-a) a (5.14-a), de equilíbrio dos pilares à força normal, obtêm-se um sistema que, expresso na forma matricial, fica:

$$[G] \begin{Bmatrix} \phi''' \cdot L_x \cdot h^2 \\ \delta_1'' \cdot h^2 / a \\ \delta_2'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \delta_i'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \cdot h^2 / a \\ \gamma_2'' \cdot h^2 / a \\ \gamma_3'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \gamma_i'' \cdot h^2 / a \\ \vdots \\ \gamma_{m-1}'' \cdot h^2 / a \end{Bmatrix} + [H] \begin{Bmatrix} q_1 / E \cdot a \\ q_2 / E \cdot a \\ \vdots \\ q_i / E \cdot a \\ \vdots \\ q_{n-1} / E \cdot a \\ p_1 / E \cdot a \\ p_2 / E \cdot a \\ \vdots \\ p_i / E \cdot a \\ \vdots \\ p_{m-1} / E \cdot a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_t \cdot h^2 / (4 \cdot E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

A matriz  $[G]$ , assim como na Parte IV, é quadrada, de ordem  $(n+m-2)$ , com todos os elementos nulos, exceto aqueles situados na diagonal principal a partir da segunda linha e segunda coluna, os quais se igualam à unidade:

$$[G] = \begin{bmatrix} 0, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz  $[H]$  é também quadrada e de ordem  $(n+m-2)$ , estando a sua composição mostrada a seguir:

$$[H] = \frac{E \cdot h}{S_c} \begin{bmatrix} \begin{array}{c|c} \begin{matrix} \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}, & \dots\dots\dots, & \frac{1}{2} \\ 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ -1, & 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & -1, & 1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & -1, & 1, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & -1, & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \frac{L_y}{2 \cdot L_x}, & \frac{L_y}{2 \cdot L_x}, & \dots\dots\dots, & \frac{L_y}{2 \cdot L_x} \\ -1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 0 \end{matrix} \end{array} & \begin{matrix} n-1 \\ n+m-2 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 1, & -1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ 0, & 1, & -1, & 0, & \dots\dots\dots, & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 1, & -1, & 0 \\ 0, & \dots\dots\dots, & 0, & 1, & -1 \end{matrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} n \\ n+m-2 \end{matrix}$$

Sejam agora os vetores  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , definidos respectivamente como:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} \phi' \cdot L_X \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_{m-1}/a \end{Bmatrix} \quad \{c\} = \begin{Bmatrix} M_t \cdot h^2 / (4 \cdot E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_X) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Trabalhando com a equação (5.11) e usando a definição de  $\{U\}$ , chega-se a:

$$\left\{ \begin{array}{c} q_1/E.a \\ q_2/E.a \\ \vdots \\ q_i/E.a \\ \vdots \\ q_{n-1}/E.a \\ p_1/E.a \\ p_2/E.a \\ \vdots \\ p_i/E.a \\ \vdots \\ p_{m-1}/E.a \end{array} \right\} = [R]^{-1} [S] \{U\} \quad (5.18)$$

Substituindo-se (5.18) em (5.17) e usando as definições de  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , obtêm-se, analogamente à Parte IV:

$$[G] \{U''\} + [T] \{U\} = \{C\} \quad (5.19)$$

onde

$$[T] = [H] [R]^{-1} [S] \quad (5.20)$$

### 5.3 - ANÁLISE PARA NÚMERO PAR DE PILARES NOS PAINÉIS

O estudo feito no item precedente será agora estendido para os casos em que houver número par de pilares no painel inteiro de direção y, ou de direção x, ou ainda, em ambos. Conforme se verá, ocorrendo qualquer uma dessas situações, apenas alguns elementos das matrizes  $[R]$ ,  $[S]$  e  $[H]$  se modificarão.

5.3.1 - Deformações dos Painéis de Direções y e x

Para o caso em que o painel inteiro de direção y possua número par de pilares, o procedimento é análogo àquele feito no sub-item 5.2.1, apenas tomando-se como base a equação (4.38) no lugar da (4.4), o que faz com que se chegue a:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{q_{n-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{q_{n-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{1}{2} + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_x}{4} \cdot \phi' - \frac{\delta_{n-1}}{a} \quad (5.21)$$

Dessa forma, no sistema (5.11), a equação (5.21) toma o lugar da (5.4-a). Como consequência, na matriz [S], o elemento da posição (n-1,1) reduz-se à metade, tornando-se igual a 1/4, e na matriz [R], R<sub>c</sub> passa a ser:

$$R_c = \frac{K_b}{4 \cdot K_c} + \frac{1}{2}$$

Se o painel inteiro de direção x tiver número par de pilares, toma-se como base a equação (4.41) ao invés da (4.18), obtendo-se:

$$\frac{h \cdot a^2}{12 \cdot K_b} \left\{ \frac{p_{m-2}}{E \cdot a} \left[ \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] + \frac{p_{m-1}}{E \cdot a} \left[ \frac{1}{2} + \frac{K_b}{4 \cdot K_c} \right] \right\} = \frac{L_y}{4} \cdot \phi' + \frac{\gamma_{m-1}}{a} \quad (5.22)$$

No caso, esta equação deve substituir a (5.7-a) na composição do sistema (5.11). Assim, na matriz [S], o elemento situado na posição (n+m-2,1) reduz-se à metade, tornando-se L<sub>y</sub>/(4.L<sub>x</sub>) e, na matriz [R], R<sub>d</sub> passa a ser:

$$R_d = \frac{K_b}{4 \cdot K_c} + \frac{1}{2}$$

### 5.3.2 - Equilíbrio dos Pilares à Força Normal

As equações (5.12-a) a (5.14-a) permanecem válidas, mesmo que os painéis tenham número par de pilares.

### 5.3.3 - Equação de Equilíbrio à Torção

Partindo-se das conclusões do sub-item 4.3.5 da Parte IV, pode-se afirmar que:

- a) Se o número total de pilares do painel de direção y for par, o elemento da matriz  $[H]$  situado na posição  $(1, n-1)$  reduz-se à metade, tornando-se  $E.h/(4.S_c)$ ;
- b) Se for par o número total de pilares do painel de direção x, o elemento da matriz  $[H]$  posicionado em  $(1, n+m-2)$  fica dividido por dois, passando a ser  $E.h.L_y/(4.S_c.L_x)$ .

## 5.4 - PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

### 5.4.1 - Desenvolvimento Básico

Efetuando-se o produto matricial indicado pela equação (5.20), obtêm-se:

$$[T] = \frac{S_b}{S_c} [X]$$

onde  $[X]$  é uma matriz na qual todos os elementos são funções reais da variável  $K_c/K_b$ , e aqueles situados na primeira linha ou primeira coluna também da variável  $L_y/L_x$ . Assim, o sistema (5.19), tendo em vista as definições dos vetores  $\{U\}$  e  $\{C\}$ , pode ser representado na forma:

$$[G] \begin{Bmatrix} \phi''' \cdot L_x \cdot h^2 \\ \delta_1'' \cdot h^2/a \\ \delta_2'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \delta_i'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}'' \cdot h^2/a \\ \gamma_2'' \cdot h^2/a \\ \gamma_3'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \gamma_i'' \cdot h^2/a \\ \vdots \\ \gamma_{m-i}'' \cdot h^2/a \end{Bmatrix} + \frac{S_b}{S_c} [X] \begin{Bmatrix} \phi' \cdot L_x \\ \delta_1/a \\ \delta_2/a \\ \vdots \\ \delta_i/a \\ \vdots \\ \delta_{n-1}/a \\ \gamma_2/a \\ \gamma_3/a \\ \vdots \\ \gamma_i/a \\ \vdots \\ \gamma_{m-1}/a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_t \cdot h^2 / (4 \cdot E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

Este sistema, como se sabe, refere-se a uma única elevação do edifício.

Ao se analisar a estrutura, são especificadas várias elevações ao longo da sua altura e, para cada uma, estabelece-se um sistema semelhante ao (5.23). Se as elevações estiverem uniformemente espaçadas de  $\Delta$ , e for usado o "Método das Diferenças Finitas" conforme Apêndice II, de finindo-se os parâmetros adimensionais

$$S_r = \frac{K_c}{K_b} \quad (5.24)$$

$$S_f = \frac{S_b}{S_c} \left( \frac{\Delta}{h} \right)^2 \quad (5.25)$$

$$L = \frac{L_y}{L_x} \quad (5.26)$$

conclui-se imediatamente que os resultados obtidos para os componentes do vetor  $\{U\}$  serão, em cada uma das elevações:

$$\phi' \cdot L_x = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x} \cdot D_1 \cdot f_1(S_r, S_f, L) \quad (5.27)$$

$$\frac{\delta_i}{a} = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x} \cdot D_{2i} \cdot f_{2i}(S_r, S_f, L), \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.28)$$

$$\frac{\gamma_i}{a} = \frac{\Delta^2}{E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x} \cdot D_{3i} \cdot f_{3i}(S_r, S_f, L), \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.29)$$

Nestas equações, (5.27) a (5.29),  $D_1$ ,  $D_{2i}$  e  $D_{3i}$  são valores, em unidades dadas pelo produto de força por comprimento, que dependem exclusivamente da intensidade e do tipo de distribuição do carregamento de torção ao longo da altura do edifício, e  $f_1$ ,  $f_{2i}$  e  $f_{3i}$  são funções reais de três variáveis,  $S_r$ ,  $S_f$  e  $L$ .

Para se chegar às rotações do edifício,  $\phi$ , em torno do eixo  $Oz$ , integra-se numericamente por meio da "Regra dos Trapézios" (ver Apêndice II) os valores de  $\phi'$  dados em cada elevação pela equação (5.27). Assim, numa elevação qualquer:

$$\phi = \frac{\Delta^3}{E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x^2} \cdot \bar{D}_1 \cdot \bar{f}_1(S_r, S_f, L) \quad (5.30)$$

onde  $\bar{D}_1$  e  $\bar{f}_1$  apresentam definições análogas às de  $D_1$  e  $f_1$ .

Considerando que a área de todos os pilares é a mesma, e tendo em vista as equações (4.25) e (4.26), as forças normais nos pilares dos painéis de direções  $y$  e  $x$  são dadas, em cada elevação, respectivamente por:



$$N_i = E.A_c \cdot \delta_i' \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.31)$$

$$F_i = E.A_c \cdot \gamma_i' \quad , \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.32)$$

A primeira derivada das equações (5.28) e (5.29) pode ser conseguida usando-se novamente o "Método das Diferenças Finitas". Assim:

$$\delta_i' = \frac{\Delta}{E.A_c \cdot a.L_x} \cdot \bar{D}_{2i} \cdot \bar{f}_{2i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.33)$$

$$\gamma_i' = \frac{\Delta}{E.A_c \cdot a.L_x} \cdot \bar{D}_{3i} \cdot \bar{f}_{3i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.34)$$

onde as definições de  $\bar{D}_{2i}$ ,  $\bar{f}_{2i}$ ,  $\bar{D}_{3i}$  e  $\bar{f}_{3i}$  são análogas às de  $D_{2i}$ ,  $f_{2i}$ ,  $D_{3i}$  e  $f_{3i}$ , nesta ordem. Substituindo-se (5.33) em (5.31) e (5.34) em (5.32), chega-se a:

$$N_i = \frac{\Delta}{a.L_x} \cdot \bar{D}_{2i} \cdot \bar{f}_{2i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.35)$$

$$F_i = \frac{\Delta}{a.L_x} \cdot \bar{D}_{3i} \cdot \bar{f}_{3i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.36)$$

Das expressões (5.18) e (5.27) a (5.29) é possível concluir que as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, numa dada elevação, nas vigas dos painéis de direções y e x, são, respectivamente:

$$q_i = \frac{S_b}{h} \cdot \frac{\Delta^2}{E.A_c \cdot a.L_x} \cdot D_{4i} \cdot f_{4i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.37)$$

$$p_i = \frac{S_b}{h} \cdot \frac{\Delta^2}{E.A_c \cdot a.L_x} \cdot D_{5i} \cdot f_{5i}(S_r, S_f, L) \quad , \quad i=1, \dots, m-1 \quad (5.38)$$

onde  $D_{4i}$  e  $D_{5i}$  são valores, em unidades dadas pelo produto de força por comprimento, que dependem apenas da intensidade e da distribuição do carregamento de torção ao longo da altura da estrutura e  $f_{4i}$  e  $f_{5i}$  são funções reais de três variáveis,  $S_r$ ,  $S_f$  e  $L$ . Multiplicando e dividindo o segundo membro destas equações por  $h$ , e tendo em vista as expressões (5.15) e (5.25), vêm:

$$q_i = \frac{1}{a.L_x} \cdot D_{4i} \cdot \bar{f}_{4i}(S_r, S_f, L) \quad (5.39)$$

$$p_i = \frac{1}{a.L_x} \cdot D_{5i} \cdot \bar{f}_{5i}(S_r, S_f, L) \quad (5.40)$$

onde  $\bar{f}_{4i}$  e  $\bar{f}_{5i}$  têm definições análogas às de  $f_{4i}$  e  $f_{5i}$ , respectivamente.

Pode-se então afirmar que é possível analisar as estruturas tubulares básicas conhecendo-se apenas o número de pilares dos painéis (influi no tamanho das matrizes  $[R]$ ,  $[S]$  e  $[H]$  e, como o espaçamento entre os pilares é invariável, determina o valor do adimensional  $L$ ) e os parâmetros adimensionais  $S_r$  e  $S_f$ . Assim, trabalhando com base somente nestas grandezas, para se chegar às rotações reais de uma estrutura qualquer, os resultados obtidos devem ser multiplicados por  $\Delta^3 \cdot \bar{D}_1 / (E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x^2)$ , os obtidos para as forças normais nos pilares de direções  $y$  e  $x$ , respectivamente por  $\Delta \cdot \bar{D}_{2i} / (a \cdot L_x)$  e  $\Delta \cdot \bar{D}_{3i} / (a \cdot L_x)$  e os obtidos para as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício nas vigas de direções  $y$  e  $x$  por  $D_{4i} / (a \cdot L_x)$  e  $D_{5i} / (a \cdot L_x)$ . Os valores de  $\bar{D}_1$ ,  $\bar{D}_{2i}$ ,  $\bar{D}_{3i}$ ,  $D_{4i}$  e  $D_{5i}$  podem ser determinados a partir do conhecimento do carregamento de torção, trabalho este que fica bastante facilitado quando se usa o computador.

#### 5.4.2 - Considerações Complementares

Conforme se vê pela equação (5.25),  $S_f$  é um parâmetro que depende dos espaçamentos,  $\Delta$ , entre as diversas

elevações adotadas na análise. Torna-se interessante, para efeito de simplificação, adotar um espaçamento de tamanho padrão, o qual, neste estudo, será:

$$\Delta = \frac{H}{10} \quad (5.41)$$

onde H é a altura total do edifício.

Indicando por NA o número de andares, vem:

$$h = \frac{H}{NA} \quad (5.42)$$

Substituindo-se (5.41) e (5.42) em (5.25), o parâmetro adimensional  $S_f$  passa a ser:

$$S_{f-10} = \frac{S_b}{S_c} \left( \frac{NA}{10} \right)^2 \quad (5.43)$$

O número 10 que aparece agora no índice expressa em quantas partes a altura do edifício foi dividida.

Em resumo, para que se possa analisar totalmente uma estrutura tubular básica sujeita à torção, basta que se conheça o número de pilares dos painéis e os adimensionais  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , denominados respectivamente "relação de rigidez à flexão" e "fator de rigidez".

## 5.5 - COEFICIENTES PARA CÁLCULO

Neste item serão introduzidos certos coeficientes que, multiplicados por valores hipotéticos da rotação, da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas, fornecem os valores corretos de tais grandezas na estrutura em análise, numa elevação z.

Nas equações que aparecem nos sub-itens seguintes,  $M_t$  é o momento de torção resultante na elevação em estudo e se usará o espaçamento padrão,  $\Delta$  igual a  $H/10$ , o que faz com que  $S_{f-10}$  ocupe o espaço reservado a  $S_f$ .

5.5.1 - Coefficientes para Rotação

Será imposto que, numa elevação  $z$  qualquer da estrutura, esta terá uma rotação hipotética, em torno do eixo  $Oz$ , dada por:

$$\phi_{hip} = \frac{H^2 \cdot \int_0^z M_t \cdot dz}{E \cdot A_c \cdot a^2 \cdot L_x^2} \quad (5.44)$$

onde  $\int_0^z M_t \cdot dz$  representa a área do diagrama do momento de torção da base da estrutura até a elevação  $z$  em consideração.

Estabelecer-se-á que o coeficiente que permite a obtenção da rotação real da estrutura,  $\phi$ , na elevação em foco, é:

$$FR = \frac{\phi}{\phi_{hip}} \quad (5.45)$$

sendo  $\phi$  e  $\phi_{hip}$  conforme as equações (5.30) e (5.44), respectivamente. Nestas equações, é possível estabelecer as seguintes relações:

$$\frac{\Delta}{H} = \frac{1}{10} \quad (5.46)$$

$$\frac{\Delta \cdot \bar{D}_1}{\int_0^z M_t \cdot dz} = K_1 \quad (5.47)$$

onde  $K_1$  é uma constante numérica. Assim, o quociente (5.45) fica:

$$FR = g_1(S_r, S_{f-10}, L) \quad (5.48)$$

$g_1$  é uma função real de três variáveis,  $S_r$ ,  $S_{f-10}$  e  $L$ , dada por:

$$g_1 = 0,01 \cdot K_1 \cdot \bar{f}_1$$

5.5.2 - Coefficientes para Forças Normais

Impõe-se que a força normal, numa elevação genérica do edifício, será por hipótese a mesma em todos os pilares e igual a:

$$N_{hip} = \frac{M_t \cdot H}{a \cdot L_x} \quad (5.49)$$

Os coeficientes que permitem chegar às forças normais que efetivamente atuam nos pilares de direções  $y$  e  $x$  se indicam, respectivamente, por:

$$FP_i = \frac{N_i}{N_{hip}} \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.50)$$

$$FC_i = \frac{F_i}{N_{hip}} \quad , \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.51)$$

sendo  $N_{hip}$  dado por (5.49) e  $N_i$  e  $F_i$  pelas equações (5.35) e (5.36). Considerando estas equações, estabelece-se, além da relação (5.46), as seguintes:

$$\frac{\bar{D}_{2i}}{M_t} = K_{2i} \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.52)$$

$$\frac{\bar{D}_{3i}}{M_t} = K_{3i} \quad , \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.53)$$

onde  $K_{2i}$  e  $K_{3i}$  são constantes numéricas. Dessa forma os resultados das expressões (5.50) e (5.51) serão, pela ordem:

$$FP_i = g_{2i}(S_r, S_{f-10}, L) \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.54)$$

$$FC_i = g_{3i}(S_r, S_{f-10}, L), \quad i=2, \dots, m-1 \quad (5.55)$$

$g_{2i}$  e  $g_{3i}$  são funções reais de três variáveis,  $S_r$ ,  $S_{f-10}$  e  $L$ , de modo que:

$$g_{2i} = 0,1 \cdot K_{2i} \cdot \bar{f}_{2i}$$

$$g_{3i} = 0,1 \cdot K_{3i} \cdot \bar{f}_{3i}$$

### 5.5.3 - Coefficientes para Forças Cortantes

Impõe-se agora que a força cortante distribuída ao longo da altura do edifício será, por hipótese, igual em todas as vigas de uma elevação qualquer, e de valor:

$$q_{hip} = \frac{M_t}{a \cdot L_x} \quad (5.56)$$

Os coeficientes que permitem chegar às forças cortantes distribuídas que, de fato, solicitam as vigas dos painéis de direções  $y$  e  $x$  são dados, respectivamente, por:

$$FV_i = \frac{q_i}{q_{hip}}, \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.57)$$

$$FB_i = \frac{p_i}{q_{hip}}, \quad i=1, \dots, m-1 \quad (5.58)$$

sendo  $q_{hip}$  dado pela equação (5.56) e  $p_i$  e  $q_i$  pelas equações (5.39) e (5.40). Com base nestas equações, é possível estabelecer as relações:

$$\frac{D_{4i}}{M_t} = K_{4i}, \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.59)$$

$$\frac{D_{5i}}{M_t} = K_{5i} \quad , \quad i=1, \dots, m-1 \quad (5.60)$$

onde  $K_{4i}$  e  $K_{5i}$  são constantes numéricas. Assim, os resultados das expressões (5.57) e (5.58) tornam-se, respectivamente:

$$FV_i = g_{4i}(S_r, S_{f-10}, L) \quad , \quad i=1, \dots, n-1 \quad (5.61)$$

$$FB_i = g_{5i}(S_r, S_{f-10}, L) \quad , \quad i=1, \dots, m-1 \quad (5.62)$$

$g_{4i}$  e  $g_{5i}$  são funções reais de três variáveis,  $S_r$ ,  $S_{f-10}$  e  $L$ , com:

$$g_{4i} = K_{4i} \cdot \bar{f}_{4i}$$

$$g_{5i} = K_{5i} \cdot \bar{f}_{5i}$$

## 5.6 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO

Para se chegar aos coeficientes que permitem obter a rotação do edifício e os esforços nas barras, usando a teoria vista, será apresentado um programa, intitulado COMP-T, em linguagem FORTRAN IV e desenvolvido para o computador IBM-370/148. Este programa faz uso de seis sub-rotinas:

GERAR - Geração da matriz [R]

GERAS - Geração da matriz [S]

GERAH - Geração da matriz [H]

INVER - Inversão de matrizes

CERAFI - Geração da matriz dos coeficientes de diferenças finitas

SOLVE - Resolução de sistema de equações lineares

### 5.6.1 - Restrições

Todas as restrições que aparecem na teoria desenvolvida anteriormente estão incorporadas ao programa. A não consideração das dimensões das juntas conduzirá a resultados exagerados para as rotações do edifício, e a pequenas imprecisões para as forças normais nos pilares e cortantes nas vigas.

Em relação ao tamanho da estrutura analisada, a soma do número de pilares de um painel completo de direção y e um de direção x não pode ultrapassar 46, sendo o pilar de canto, por integrar os dois painéis, contado duas vezes. Por causa de alguns comandos usados na programação, também não podem ser analisadas estruturas que tenham menos de 4 pilares em qualquer um dos painéis completos.

Devido à padronização adotada, em que a altura da estrutura é dividida em 10 partes iguais para a aplicação das diferenças finitas (ver sub-item 5.4.2), o número de pontos usado é sempre igual a 13 (11 na estrutura e 2 fictícios, fora dela).

### 5.6.2 - Entrada de Dados

O programa foi desenvolvido de tal modo a permitir a análise de (NEF-NEI+1) estruturas em cada vez que for processado, sendo:

NEI - Número da primeira estrutura a ser analisada

NEF - Número da última estrutura a ser analisada

Além desses dois números, são necessários ao acionamento do programa, para cada uma das estruturas previstas, as seguintes grandezas:

LPY - Número de pilares do painel inteiro de direção y

LPX - Número de pilares do painel inteiro de direção x

SR - Relação de rigidez à flexão

SF10 - Fator de rigidez



Os dados devem ser agrupados em blocos e fornecidos na ordem e nos formatos a seguir:

1º Bloco - NEI, NEF

FORMAT (2I5)

2º Bloco - LPY, LPX, SR, SF10

FORMAT (2I5, 2F10.0)

O 2º Bloco repete-se um número de vezes igual à quantidade de estruturas em consideração em um mesmo processamento.

### 5.6.3 - Considerações sobre o Carregamento

Observa-se pelo sub-item precedente que a entrada de dados não inclui a distribuição com que o carregamento de torção solicita o edifício ao longo de sua altura, embora o desenvolvimento teórico tenha passado por diversas grandezas que dependem de tal distribuição.

Isto ocorre em função de que, por razões de natureza prática (permitir a produção de um conjunto de tabelas ou curvas independentes do carregamento-ver item 5.8), o programa já prevê um carregamento padronizado, caracterizado por um momento de torção uniformemente distribuído ao longo da altura do edifício.

Tal procedimento mostrou-se eficaz, uma vez que os carregamentos reais originados do vento, nos edifícios altos, não chegam a ser muito diferentes do adotado.

Testes efetuados com o programa deixaram claro que, mesmo em edifícios muito altos, nos quais é menor a semelhança entre o carregamento padrão e o real, os resultados podem ser considerados bons (ver Exemplo 2 no sub-item 5.7.2).

#### 5.6.4 - Resultados

O programa fornece, em seis elevações diferentes, distanciadas entre si de um quinto da altura total do edifício, de forma que a elevação (+1) corresponda à base e a (+6) ao topo, as seguintes grandezas:

- a) O coeficiente  $FR$  que, multiplicado pelo valor hipotético da rotação, dado pela equação (5.44), permite obter a rotação real da estrutura em torno do eixo  $Oz$ ;
- b) Os coeficientes  $FP_i$  e  $FC_i$  que, multiplicados pelo valor hipotético de força normal, dado pela equação (5.49), permitem chegar à força normal real que solicita respectivamente os pilares  $P_i$  do painel de direção  $y$  e  $C_i$  do painel de direção  $x$ ;
- c) Os coeficientes  $FV_i$  e  $FB_i$  que, multiplicados pelo valor hipotético da força cortante distribuída ao longo da altura do edifício, dado pela equação (5.56), permitem obter o valor real desta força, pela ordem, nas vigas  $V_i$  do painel de direção  $y$  e  $B_i$  do painel de direção  $x$ .

A identificação dos pilares e vigas obedece à notação que vem sendo empregada desde o início do trabalho.

#### 5.6.5 - Listagem

É apresentada a seguir, nas pags. 286 a 293.

```
C
C...PROGRAMA PRINCIPAL.....
C
  REAL NPI(22,12)
  DIMENSION K(22,22),S(22,22),F(22,22),RS(22,22),T(22,22),AA(299,300
*) ,FF(299),QV(22,12),FV(22,12),FP(21,12),RD(12),FR(12)
  OPEN(UNIT=1,STATUS='CLD',FILE='CTOC',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FOR
*MATTED')
  NR=1
  NW=3
  WRITE(NW,1)
  1 FORMAT(68('*'),/,17('*'),' PROGRAMA C G M P - T ',
*17('*'),/,68('*'))
C
C...DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS DA ESTRUTURA / LEITURA E IMPRESSAO
C
  READ(NR,1001)NEI,NEF
  1001 FORMAT(2I5)
  DO 1000 NNN=NEI,NEF
  WRITE(NW,1002)NNN
  1002 FORMAT(/,21X,25('-'),/,21X,'-', ' E S T R U T U R A ',I5,1X,'-',/,
*21X,25('-'))
  READ(NR,1001)LPY,LPX,SR,SF10
  100 FORMAT(2I5,2F10.0)
  WRITE(NW,101)LPY,LPX,SR,SF10
  101 FORMAT(3(/),'DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS',/,33('-'),//,'PIL.
* DIR. Y',5X,'PIL. DIR. X',5X,'SR=KC/KB',5X,'SF10=(SB/SC)*(NA/10)**
*2',/,I6,I16,F17.3,F21.3)
C
C...PARAMETROS AUXILIARES-INDICADORES PARA NUM. PAR OU IMPAR DE PILARES
C
  N=13
  INY=0
  INX=0
  A=1.
  B=1.
  DIV=LPY/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 200
  NPY=DIV+0.5
  GO TO 201
  200 NPY=DIV+1
  INY=1
  A=2.
  201 DIV=LPX/2.
  SUB=DIV-IFIX(DIV)
  IF(SUB .LE. 0.25)GO TO 202
  NPX=DIV+0.5
  GO TO 203
  202 NPX=DIV+1
  INX=1
  B=2.
  203 NP=NPY+NPX-2
  DY=LPY-1
  DX=LPX-1
  D=DY/DX
C
C...GERACAO DA MATRIZ R
C
  CALL GERAR(NPY,NP,INY,INX,SR,R)
C
C...GERACAO DA MATRIZ S
C
  CALL GERAS(NP,NPY,NPX,A,B,D,S)
C
C...GERACAO DA MATRIZ H
C
  CALL GERAH(NP,NPY,NPX,A,B,D,SF10,H)
C
C...INVERSAO DA MATRIZ R
```

```
C
      CALL INVER(NW, NP, R)
C
C...OBTENCAO DA MATRIZ T (PRCDUTO MATRICIAL H*R*S)
C
      DO 300 I=1, NP
      DO 300 J=1, NP
      KS(I, J)=0.
      DO 300 K=1, NP
300   RS(I, J)=RS(I, J)+K(I, K)*S(K, J)
      DO 301 I=1, NP
      DO 301 J=1, NP
      T(I, J)=0.
      DO 301 K=1, NP
301   T(I, J)=T(I, J)+H(I, K)*RS(K, J)
C
C...GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE DIFERENCAS FINITAS (AA)
C
      CALL GERAFI(N, NP, T, AA)
C
C...VETOR DOS TERMOS CONHECIDOS (FF)
C
      NN=N*NP
      DO 400 I=1, NN
400   FF(I)=0.
      M1=2*(NP-1)+3
      NUM=N-2
      DO 401 MM=1, NUM
      M=NP*(MM+1)+1
      JZ=(M-M1)/NP
      JM=N-3-JZ
401   FF(M)=12.*JM
C
C...RESOLUCAO DO SIST. DE ECUACOES P/ OBTER O VETOR DOS DESLOCAMENTOS FF
C
      CALL SOLVE(NW, NN, AA, FF)
C
C...COEFICIENTES PARA ROTACAO DO EDIFICIO / CALCULO E IMPRESSAO
C
      DO 500 I=4, N-1, 2
      RD(I)=(FF(2)+FF(I))/2.
      DO 501 J=3, I-1
501   RD(I)=RD(I)+FF(J)
500   CONTINUE
      DO 502 I=4, N-1, 2
      JZ=I-2
      JM=N-1-I
      AR=(10+JM)*JZ/2.
502   FR(I)=RD(I)/(400.*AR)
      WRITE(NW, 503)
503   FORMAT(3//, 'COEFICIENTES PARA ROTACAO', /, 25(' '), //, ' ELEVACAO+
      *2 ELEVACAO+3 ELEVACAO+4 ELEVACAO+5 ELEVACAO+6')
      WRITE(NW, 504)(FR(I), I=4, N-1, 2)
504   FORMAT(5F13.6)
C
C...COEFICIENTES DE FORCA CORTANTE
C
      DO 600 K=2, N-3, 2
      NINT=N-1-K
      DO 601 I=1, NP
      QV(I, K)=0.
      DO 601 J=1, NP
      K1=K+(J-1)*N
601   QV(I, K)=QV(I, K)+SF10*RS(I, J)*FF(K1)
      DO 602 I=1, NP
602   FV(I, K)=QV(I, K)/(4.*NINT)
600   CONTINUE
C
C...COEFICIENTES DE FORCA NORMAL
C
```

```
DO 700 J=2,N-3,2
NINT=N-1-J
IF(J.EQ. 2)GO TO 701
DO 702 I=1,NP-1
K=J+I*N
702 NPI(I,J)=(1./12.)*(FF(K-2)-8.*FF(K-1)+8.*FF(K+1)-FF(K+2))
GO TO 703
701 CONTINUE
DO 704 I=1,NP-1
K=2+I*N
704 NPI(I,J)=(1./12.)*(-3.*FF(K-1)-10.*FF(K)+18.*FF(K+1)-6.*FF(K+2)+
* FF(K+3))
703 CONTINUE
DO 705 I=1,NP-1
705 FP(I,J)=NPI(I,J)/(40.*NINT)
700 CONTINUE
```

C  
C...IMPRESSAO DOS COEFICIENTES PARA FORCAS NORMAIS E CORTANTES

```
C
WRITE(NW,800)
800 FORMAT(3(/),'COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL',/,30('-'),//,'PILAR P
*OSICAO ELEVACAO+1 ELEVACAO+2 ELEVACAO+3 ELEVACAO+4 ELEVACAO+5',/)
WRITE(NW,801)(FP(I,K),K=2,N-3,2)
801 FORMAT(1X,'P 1 CANTO ',5F11.6)
DO 802 I=2,NPY-1
WRITE(NW,803)I,(FP(I,K),K=2,N-3,2)
803 FORMAT(1X,'P',I2,3X,'DIR.Y ',5F11.6)
802 CONTINUE
DO 804 I=NPY,NP-1
J=I-NPY+2
WRITE(NW,805)J,(FP(I,K),K=2,N-3,2)
805 FORMAT(1X,'C',I2,3X,'DIR.X ',5F11.6)
804 CONTINUE
WRITE(NW,806)
806 FORMAT(3(/),'COEFICIENTES PARA FORCA CORTANTE',/,32('-'),//,'VIGA
* POSICAO ELEVACAO+1 ELEVACAO+2 ELEVACAO+3 ELEVACAO+4 ELEVACAO+5',
*/)
DO 807 I=1,NPY-1
807 WRITE(NW,808)I,(FV(I,K),K=2,N-3,2)
808 FORMAT(1X,'V',I2,3X,'DIR.Y ',5F11.6)
DO 809 I=NPY,NP
J=I-NPY+1
809 WRITE(NW,810)J,(FV(I,K),K=2,N-3,2)
810 FORMAT(1X,'B',I2,3X,'DIR.X ',5F11.6)
WRITE(NW,1003)
1003 FORMAT(3(/),70('*'),/,70('*'),/,70('*'))
1000 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

C  
C.....  
C

```
SUBROUTINE GERAR(NPY,NP,INY,INX,SR,R)
DIMENSION R(22,22)
DO 10 I=1,NP
DO 10 J=1,NP
10 R(I,J)=0.
RK=1./(2.*SR)+1
RM=1./(4.*SR)
KL=3./(4.*SR)+1
RU=RL
IF(INY.EQ. 0)GO TO 20
KL=1./(4.*SR)+0.5
20 IF(INX.EQ. 0)GO TO 30
RU=1./(4.*SR)+0.5
30 DO 40 I=2,NPY-2
R(I,I)=RK
R(I,I-1)=RM
40 R(I,I+1)=RM
DO 50 I=NPY+1,NP-1
```

```
R(1,1)=RK  
R(1,1-1)=RM  
50 R(1,1+1)=RM  
R(1,1)=RK  
k(1,2)=RM  
R(NPY-1,NPY-2)=RM  
R(NPY-1,NPY-1)=RL  
K(NPY,NPY)=RK  
R(NPY,NPY+1)=RM  
R(NP,NP-1)=RM  
R(NP,NP)=RU  
RETURN  
END
```

C  
C  
C

```
.....  
SUBROUTINE GERAS(NP,NPY,NPX,A,B,C,S)  
DIMENSION S(22,22)  
DO 10 I=1,NP  
DO 10 J=1,NP  
10 S(I,J)=0.  
NPY1=NPY-1  
NPY2=NPY-2  
DO 20 J=1,NPY2  
20 S(J,1)=+1./2.  
S(NPY1,1)=+1./(2.*A)  
DO 30 J=1,NPY2  
S(J,J+2)=+1.  
30 S(J,J+1)=-1.  
S(NPY1,NPY)=-1.  
DO 40 J=NPY,NP-1  
40 S(J,1)=+D/2.  
S(NP,1)=+D/(2.*B)  
S(NPY,2)=+1.  
S(NPY,NPY+1)=-1.  
NPX2=NPX-2  
DO 50 J=2,NPX2  
NPY1J=NPY1+J  
NPYJ=NPY+J  
S(NPY1J,NPYJ)=-1.  
50 S(NPY1J,NPYJ-1)=+1.  
S(NP,NP)=+1.  
RETURN  
END
```

C  
C  
C

```
.....  
SUBROUTINE GERAH(NP,NPY,NPX,A,B,D,SF,H)  
DIMENSION H(22,22)  
DO 10 I=1,NP  
DO 10 J=1,NP  
10 H(I,J)=0.  
NPY1=NPY-1  
DO 20 J=1,NPY1-1  
20 H(1,J)=+SF/2.  
H(1,NPY1)=+SF/(2.*A)  
DO 30 J=NPY,NP-1  
30 H(1,J)=+SF*D/2.  
H(1,NP)=+SF*D/(2.*B)  
H(2,1)=+SF  
H(2,NPY)=-SF  
DO 40 J=3,NPY  
H(J,J-1)=+SF  
40 H(J,J-2)=-SF  
NPX2=NPX-2  
DO 50 J=1,NPX2  
NPYJ=NPY+J  
H(NPYJ,NPYJ-1)=+SF  
50 H(NPYJ,NPYJ)=-SF  
RETURN
```

END

C  
C  
C

```
.....  
SUBROUTINE INVER(NW,N,A)  
DIMENSION A(22,22),B(22),C(22),IP(22),IQ(22)  
DO 10 K=1,N  
T=0.  
DO 20 I=K,N  
S=0.  
DO 30 J=K,N  
30 S=S+ABS(A(I,J))  
IF(S)40,50,40  
40 DO 60 J=K,N  
IF(ABS(A(I,J))-S*T)60,60,70  
70 IP(K)=I  
IQ(K)=J  
PIVO=A(I,J)  
T=ABS(PIVO/S)  
60 CONTINUE  
20 CONTINUE  
IF(T)80,50,80  
80 IF((IP(K)-K)90,100,90  
90 DO 110 J=1,N  
IPK=IP(K)  
Z=A(IPK,J)  
A(IPK,J)=A(K,J)  
110 A(K,J)=Z  
100 IF((IQ(K)-K)120,130,120  
120 IQK=IQ(K)  
DO 140 I=1,N  
Z=A(I,IQK)  
A(I,IQK)=A(I,K)  
140 A(I,K)=Z  
130 DO 150 J=1,N  
IF((J-K)160,170,160  
170 B(J)=1/PIVO  
C(J)=1.  
GO TO 180  
160 B(J)=-A(K,J)/PIVO  
C(J)=A(J,K)  
180 A(K,J)=0.  
150 A(J,K)=0.  
DO 10 I=1,N  
DO 10 J=1,N  
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)  
10 CONTINUE  
DO 190 KAUX=1,N  
K=N-KAUX+1  
IF((IP(K)-K)200,210,200  
200 DO 220 I=1,N  
IPK=IP(K)  
Z=A(I,IPK)  
A(I,IPK)=A(I,K)  
A(I,K)=Z  
220 CONTINUE  
210 IF((IQ(K)-K)230,190,230  
230 DO 240 J=1,N  
IQK=IQ(K)  
Z=A(IQK,J)  
A(IQK,J)=A(K,J)  
A(K,J)=Z  
240 CONTINUE  
190 CONTINUE  
GO TO 250  
50 WRITE(NW,260)  
260 FORMAT(5(/),13X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ R SINGULAR')  
CALL EXIT  
250 RETURN  
END
```

```
C
C.....
C
SUBROUTINE GERAFI(N,NP,T,AA)
INTEGER PN1,P,PL
DIMENSION T(22,22),AA(299,300)
NNP1=N*NP
DO 10 I=1,NNP1
DO 10 J=1,NNP1
10 AA(I,J)=0.
C
C...CONDICIONES DE CONTORNO PARA A BASE
C
DO 20 L=2,NP
LN2=2+(L-1)*N
20 AA(L,LN2)=+1.
AA(1,1)=+1.
C
C...CONDICIONES DE CONTORNO PARA O TCPO
C
DO 30 L=2,NP
LN4=L*N-4
LN3=L*N-3
LN2=L*N-2
LN1=L*N-1
LN=L*N
ML1=NP+L
AA(ML1,LN4)=-1.
AA(ML1,LN3)=+6.
AA(ML1,LN2)=-18.
AA(ML1,LN1)=+10.
30 AA(ML1,LN)=+3.
AA(NP+1,N)=+1.
C
C...EQUACOES PARA A BASE
C
DO 40 L=1,NP
ML2=2*(NP-1)+2+L
DO 40 K=1,NP
K1N=1+(K-1)*N
K2N=2+(K-1)*N
K3N=3+(K-1)*N
K4N=4+(K-1)*N
K5N=5+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 50
IF(II .EQ. 2)GO TO 50
G=+1.
GO TO 60
50 G=0.
60 AA(ML2,K1N)=+11.*G
AA(ML2,K2N)=-20.*G+12.*T(L,K)
AA(ML2,K3N)=+6.*G
AA(ML2,K4N)=+4.*G
40 AA(ML2,K5N)=-G
C
C...EQUACCES PARA O PONTO GENERICO
C
DO 70 M=3,N-2
DO 70 L=1,NP
J=(3*(NP-1)+3)+(M-3)*NP+L
DO 70 K=1,NP
MM2=M-2+(K-1)*N
MM1=M-1+(K-1)*N
MM=M+(K-1)*N
MA1=M+1+(K-1)*N
MA2=M+2+(K-1)*N
I=L-K
II=L+K
```



```
IF(I .NE. 0)GO TO 80
IF(II .EQ. 2)GO TO 80
G=+1.
GO TO 90
80 G=0.
90 AA(J,MM2)=-G
AA(J,MM1)=+16.*G
AA(J,MM)=-30.*G+12.*T(L,K)
AA(J,MA1)=+16.*G
70 AA(J,MA2)=-G
C
C...EQUACÇES PARA O TOPO
C
P=(N-1)*NP
DO 100 L=1,NP
PL=P+L
DO 100 K=1,NP
KN4=K*N-4
KN3=K*N-3
KN2=K*N-2
KN1=K*N-1
KN=K*N
I=L-K
II=L+K
IF(I .NE. 0)GO TO 110
IF(II .EQ. 2)GO TO 110
G=+1.
GO TO 120
110 G=0.
120 AA(PL,KN4)=-G
AA(PL,KN3)=+4.*G
AA(PL,KN2)=+6.*G
AA(PL,KN1)=-20.*G+12.*T(L,K)
100 AA(PL,KN)=+11.*G
RETURN
END
C
C.....
C
SUBROUTINE SOLVE(NW,N,A,F)
DIMENSION A(299,300),F(299)
NI=N-1
NS=N+1
C
C...POSICIONAMENTO DO VETOR CONSTANTE F NA COLUNA NS DA MATRIZ A
C
DO 10 I=1,N
A(I,NS)=F(I)
10 CONTINUE
C
C...PESQUISA DO MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA DE LINHAS
C
DO 20 L=1,NI
LS=L+1
DO 30 I=LS,N
IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L)))>40,30,30
40 DO 30 J=L,NS
PROV=A(L,J)
A(L,J)=A(I,J)
A(I,J)=PROV
30 CONTINUE
C
C...DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)
C
PIV=A(L,L)
DO 50 J=L,NS
50 A(L,J)=A(L,J)/PIV
C
C...REDUÇAO DE GAUSS / MATRIZ TRIANGULAR
C
```

```
DO 20 I=LS,N
M=0
ELEM=A(I,L)
DO 20 J=L,NS
A(I,J)=A(I,J)-ELEM*A(L,J)
```

C  
C...TESTE DO SISTEMA

```
C
IF(J-NS)60,70,70
60 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)20,20,80
80 M=1
GO TO 20
70 IF(M)90,90,20
90 IF(ABS(A(I,J))-1E-6)100,100,110
100 WRITE(NW,140)
140 FORMAT(5(/),23X,'SOLUCAC INDETERMINACA')
CALL EXIT
110 WRITE(NW,150)
150 FORMAT(5(/),25X,'SOLUCAC IMPOSSIVEL')
CALL EXIT
20 CONTINUE
A(N,NS)=A(N,NS)/A(N,N)
A(N,N)=1.
```

C  
C...DIAGONALIZACAO DE JORDAN

```
C
DO 120 I=1,NI
IS=I+1
DO 120 K=IS,N
VAL=A(I,K)
DO 120 J=K,NS
120 A(I,J)=A(I,J)-VAL*A(K,J)
```

C  
C...EXPLICITACAO DAS RAIZES (DESLOCAMENTOS)

```
C
DO 130 I=1,N
130 F(I)=A(I,NS)
RETURN
END
```

5.7 - EXEMPLOS

5.7.1 - Exemplo 1

Seja a análise, com base nos parâmetros adimensionais  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , de um edifício de 40 andares, cuja planta é mostrada na fig. 5.1, com os comprimentos em centímetros.

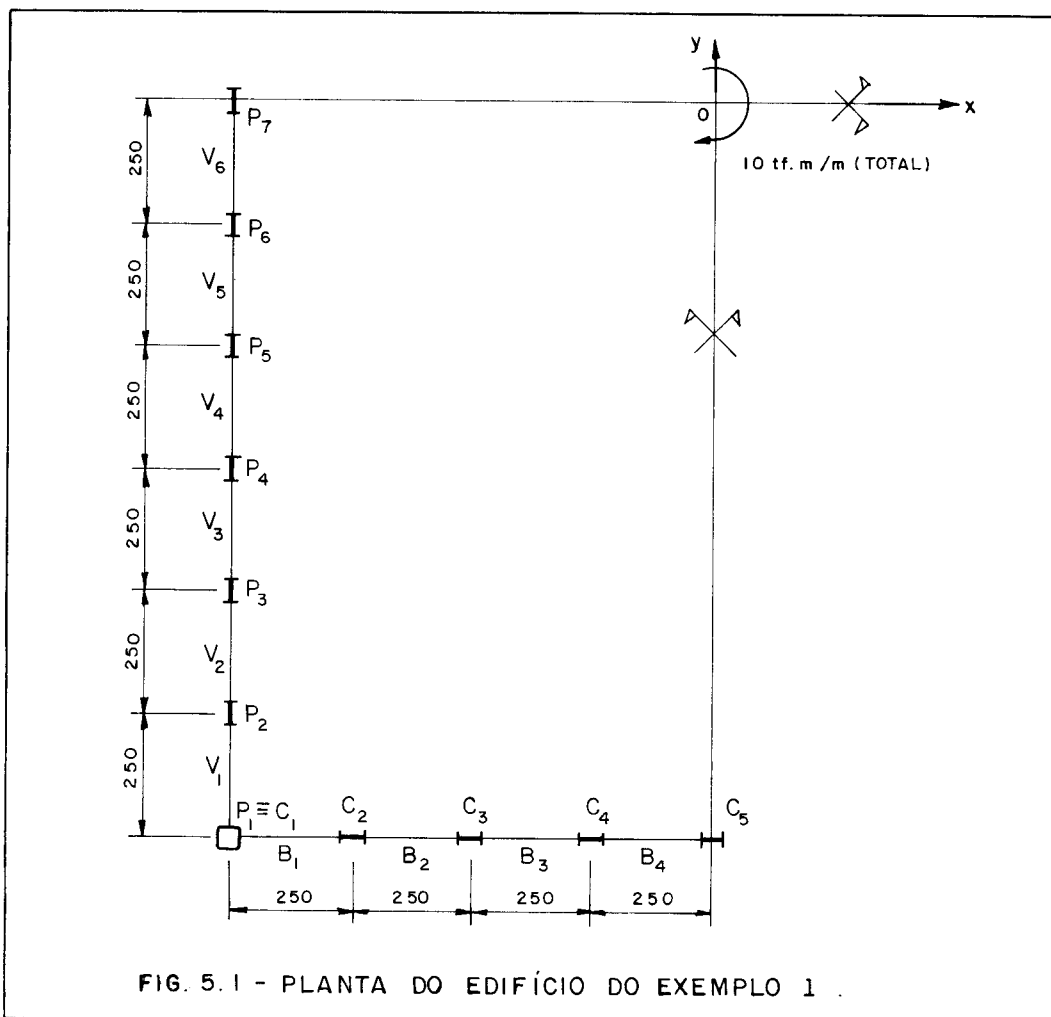


FIG. 5.1 - PLANTA DO EDIFÍCIO DO EXEMPLO 1 .

O material estrutural é o aço, com módulo de elasticidade longitudinal de  $2100\text{tf/cm}^2$ . Todos os andares possuem uma altura de 300cm.

Nos pilares foram usados perfis tipo I, com inércia de  $400000\text{cm}^4$  e área de  $800\text{cm}^2$ , exceto nos pilares de canto, onde a seção transversal tem a forma de caixão, com

Área e inércia (nas duas direções) iguais às demais. As vigas possuem seção transversal também em forma de I, com inércia igual a  $600000\text{cm}^4$ .

O carregamento lateral causa uma torção de distribuição uniforme ao longo da altura do edifício, igual a  $25\text{tf.m/m}$ .

A solução do problema é apresentada nos tópicos seguintes.

#### 5.7.1.1 - Adimensionais

Tem-se que:

$$NA = 40$$

$$a = 250\text{cm}$$

$$h = 300\text{cm}$$

$$E = 2100\text{tf/cm}^2$$

$$J_b = 600000\text{cm}^4$$

$$J_c = 400000\text{cm}^4$$

$$A_c = 800\text{cm}^2$$

Das equações (5.1), (5.8), (5.9) e (5.15), obtêm-se, respectivamente, as seguintes grandezas:

$$K_c = \frac{400000}{300} = 1333,33\text{cm}^3$$

$$K_b = \frac{600000}{250} = 2400,00\text{cm}^3$$

$$S_b = \frac{12 \times 2100 \times 600000}{250^3} = 967,68\text{tf/cm}$$

$$S_c = \frac{2100 \times 800}{300} = 5600,00\text{tf/cm}$$

Finalmente, através das equações (5.24) e (5.43), chega-se aos adimensionais:

$$S_r = \frac{1333,33}{2400,00} = 0,556$$

$$S_{f-10} = \frac{967,68}{5600,00} \left(\frac{40}{10}\right)^2 = 2,765$$

#### 5.7.1.2 - Entrada de dados

Os dados necessários ao acionamento do programa são os valores obtidos de  $S_r$  e  $S_{f-10}$ , e o número total de pilares dos painéis de direções y e x, respectivamente:

$$LPY = 13$$

$$LPX = 9$$

#### 5.7.1.3 - Resultados

Os coeficientes, que permitem o cálculo das rotações do edifício, das forças normais nos pilares e das forças cortantes nas vigas, são fornecidos na saída do programa, apresentada a seguir.

\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\* PROGRAMA CCMP - I \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

-----  
 - E S T R U T U R A 1 -  
 -----

DADOS GEOMETRICOS E ADIMENSIONAIS

PIL. DIR. Y      PIL. DIR. X      SR=KC/KB      SF10=(SB/SC)\*(NA/I0)\*\*2  
 13                      9                      0.556                      2.765

COEFICIENTES PARA ROTACAO

ELEVACAO+2      ELEVACAO+3      ELEVACAO+4      ELEVACAO+5      ELEVACAO+6  
 0.000656      0.000661      0.000663      0.000666      0.000668

COEFICIENTES PARA FORCA NORMAL

| PILAR | POSICAO | ELEVACAO+1 | ELEVACAO+2 | ELEVACAO+3 | ELEVACAO+4 | ELEVACAO+5 |
|-------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|
| P 1   | CANTO   | -0.001763  | -0.000317  | 0.000081   | 0.000404   | 0.000809   |
| P 2   | DIR.Y   | -0.001309  | -0.000346  | 0.000048   | 0.000358   | 0.000718   |
| P 3   | DIR.Y   | -0.000466  | -0.000338  | -0.000039  | 0.000197   | 0.000413   |
| P 4   | DIR.Y   | -0.000331  | -0.000248  | -0.000068  | 0.000096   | 0.000227   |
| P 5   | DIR.Y   | -0.000176  | -0.000157  | -0.000061  | 0.000040   | 0.000117   |
| P 6   | DIR.Y   | -0.000084  | -0.000076  | -0.000034  | 0.000013   | 0.000048   |
| C 2   | DIR.X   | 0.000188   | -0.000335  | -0.000078  | 0.000114   | 0.000244   |
| C 3   | DIR.X   | -0.000274  | -0.000184  | -0.000073  | 0.000046   | 0.000124   |
| C 4   | DIR.X   | -0.000059  | -0.000085  | -0.000041  | 0.000014   | 0.000052   |

COEFICIENTES PARA FORCA CERTANTE

| VIGA | POSICAO | ELEVACAO+1 | ELEVACAO+2 | ELEVACAO+3 | ELEVACAO+4 | ELEVACAO+5 |
|------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|
| V 1  | DIR.Y   | 0.035982   | 0.041666   | 0.041680   | 0.041687   | 0.041692   |
| V 2  | DIR.Y   | 0.029917   | 0.038628   | 0.040130   | 0.041018   | 0.043080   |
| V 3  | DIR.Y   | 0.032451   | 0.036516   | 0.038780   | 0.040398   | 0.044126   |
| V 4  | DIR.Y   | 0.031813   | 0.035402   | 0.037780   | 0.039885   | 0.044732   |
| V 5  | DIR.Y   | 0.031973   | 0.034834   | 0.037190   | 0.039525   | 0.045023   |
| V 6  | DIR.Y   | 0.031935   | 0.034593   | 0.036851   | 0.039339   | 0.045133   |
| B 1  | DIR.X   | 0.059973   | 0.044770   | 0.043221   | 0.042346   | 0.040283   |
| B 2  | DIR.X   | 0.044878   | 0.046505   | 0.044433   | 0.042906   | 0.039374   |
| B 3  | DIR.X   | 0.048664   | 0.047034   | 0.045200   | 0.043310   | 0.038977   |
| B 4  | DIR.X   | 0.047768   | 0.047251   | 0.045556   | 0.043520   | 0.038641   |

As seis elevações às quais se refere a saída es-  
tão indicadas na fig. 5.2.

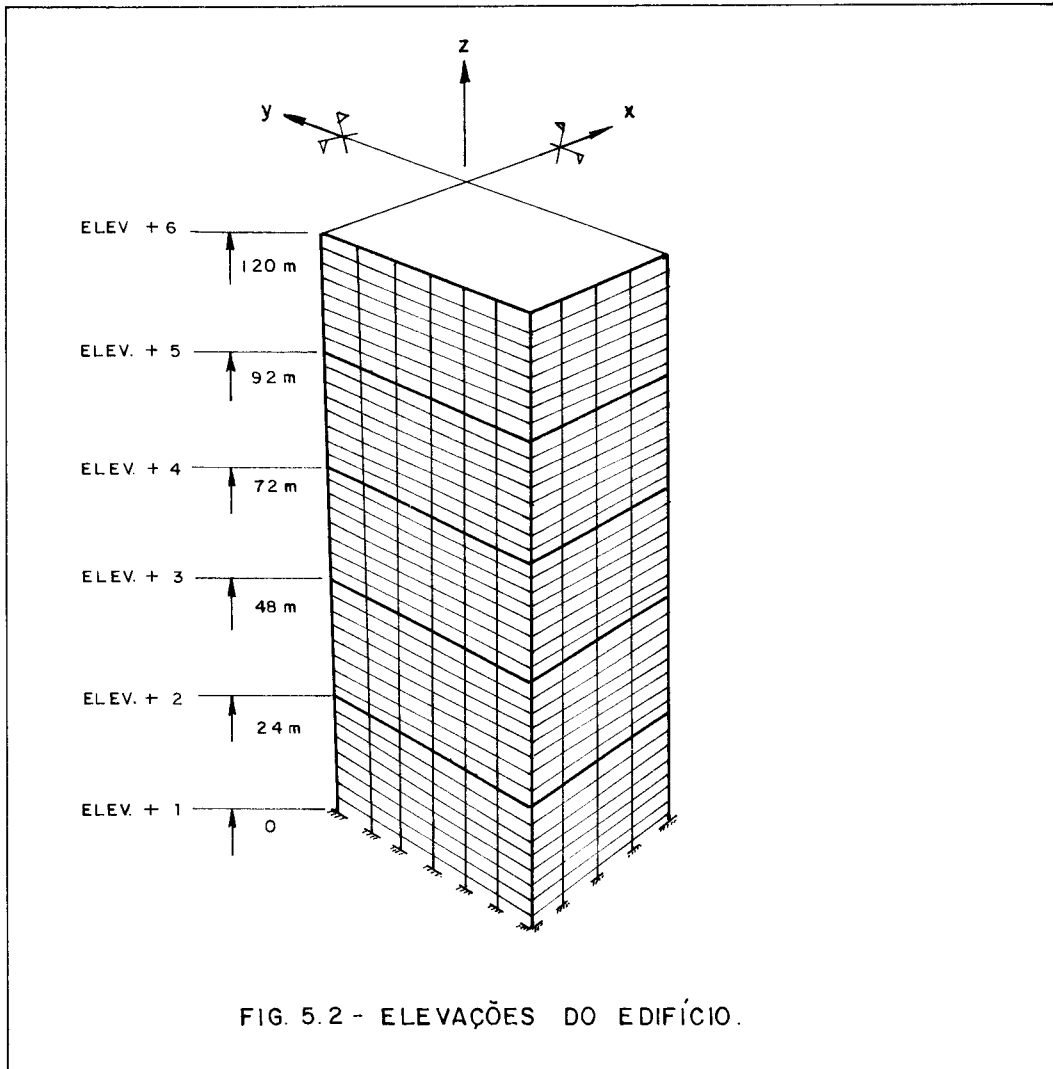


FIG. 5.2 - ELEVAÇÕES DO EDIFÍCIO.

#### 5.7.1.4 - Rotações

Para se chegar às rotações nas elevações (+2) a (+6), obtêm-se a rotação hipotética em cada elevação usando a equação (5.44), a qual deve, em seguida, ser multiplicada pelo respectivo coeficiente para rotação, FR, fornecido pelo programa. O quadro seguinte ilustra todo o procedimento:

| Elev. | z<br>(cm) | $\int_0^z M_t \cdot dz$<br>(tf.cm <sup>2</sup> ) | $\phi_{hip}$<br>(rad) | FR       | $\phi$<br>(rad) |
|-------|-----------|--|-----------------------|----------|-----------------|
| +2    | 2400      | $0,648 \times 10^9$                              | 0,22217               | 0,000656 | 0,0001457       |
| +3    | 4800      | $1,152 \times 10^9$                              | 0,39497               | 0,000661 | 0,0002611       |
| +4    | 7200      | $1,512 \times 10^9$                              | 0,51840               | 0,000663 | 0,0003437       |
| +5    | 9600      | $1,728 \times 10^9$                              | 0,59246               | 0,000666 | 0,0003946       |
| +6    | 12000     | $1,800 \times 10^9$                              | 0,61714               | 0,000668 | 0,0004122       |

#### 5.7.1.5 - Forças normais

Seja, por exemplo, determinar as forças normais nos pilares  $P_1$  e  $P_2$ .

Primeiramente, obtêm-se nas elevações (+1) a (+5) o valor da força normal hipotética,  $N_{hip}$ , dada pela equação (5.49). Em seguida, multiplica-se esta força pelos respectivos coeficientes de força normal dos pilares  $P_1$  e  $P_2$ ,  $FP_1$  e  $FP_2$ , fornecidos pelo programa, chegando-se assim às forças normais reais nos pilares. O procedimento é ilustrado no quadro de cálculo seguinte:

| Elev. | z<br>(cm) | $M_t$<br>(tf.cm) | $N_{hip}$<br>(tf) | Pilar $P_1$ |               | Pilar $P_2$ |               |
|-------|-----------|------------------|-------------------|-------------|---------------|-------------|---------------|
|       |           |                  |                   | $FP_1$      | $N_1$<br>(tf) | $FP_2$      | $N_2$<br>(tf) |
| +1    | 0000      | 300000           | 7200              | -0,001763   | -12,69        | -0,001309   | -9,42         |
| +2    | 2400      | 240000           | 5760              | -0,000317   | - 1,83        | -0,000346   | -1,99         |
| +3    | 4800      | 180000           | 4320              | 0,000081    | 0,35          | 0,000048    | 0,21          |
| +4    | 7200      | 120000           | 2880              | 0,000404    | 1,16          | 0,000358    | 1,03          |
| +5    | 9600      | 60000            | 1440              | 0,000809    | 1,16          | 0,000718    | 1,03          |

#### 5.7.1.6 - Forças cortantes

Para exemplificar, serão obtidas as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício nas vigas  $V_1$  e  $B_1$ .



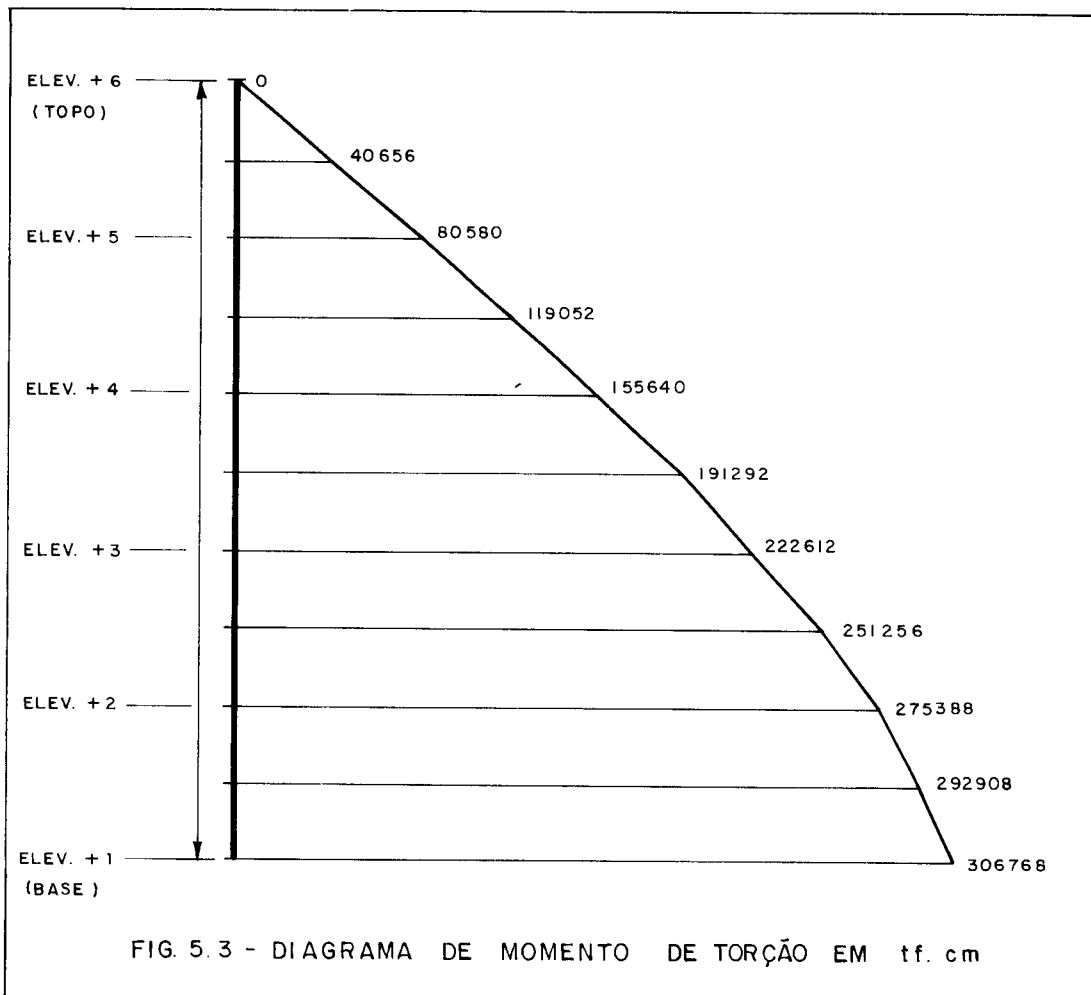
Obtêm-se inicialmente o valor da força cortante distribuída hipotética,  $q_{hip}$ , nas elevações (+1) a (+5) por meio da equação (5.56). Efetuando-se o produto desta força pelos respectivos coeficientes de força cortante das vigas  $V_1$  e  $B_1$ ,  $FV_1$  e  $FB_1$ , fornecidos pelo programa, chega-se às forças cortantes que de fato atuam nas vigas. O quadro de cálculo que segue ilustra o procedimento:

| Elev. | z<br>(cm) | $M_t$<br>(tf.cm) | $q_{hip}$<br>(tf/cm) | Viga $V_1$ |                  | Viga $B_1$ |                  |
|-------|-----------|------------------|----------------------|------------|------------------|------------|------------------|
|       |           |                  |                      | $FV_1$     | $q_1$<br>(tf/cm) | $FB_1$     | $p_1$<br>(tf/cm) |
| +1    | 0000      | 300000           | 0,600                | 0,0400     | 0,0240           | 0,0600     | 0,0360           |
| +2    | 2400      | 240000           | 0,480                | 0,0417     | 0,0200           | 0,0448     | 0,0215           |
| +3    | 4800      | 180000           | 0,360                | 0,0417     | 0,0150           | 0,0432     | 0,0156           |
| +4    | 7200      | 120000           | 0,240                | 0,0417     | 0,0100           | 0,0423     | 0,0102           |
| +5    | 9600      | 60000            | 0,120                | 0,0417     | 0,0050           | 0,0403     | 0,0048           |

É importante frisar que, para se ter a força cortante total nas vigas, os valores obtidos para as forças cortantes distribuídas devem ser multiplicados pela altura  $h$ , exceto na Elev. +1, onde o produto deve ser feito por  $h/2$ . Sabe-se que, nesta elevação, embora não haja vigas de fato, a determinação das forças cortantes é importante por permitir avaliar o momento fletor na base dos pilares.

5.7.2 - Exemplo 2

Será analisado o mesmo edifício do exemplo anterior, mudando-se apenas o momento de torção aplicado, que agora variará de trecho em trecho ao longo da altura, de forma a produzir o diagrama mostrado na fig. 5.3.



Conforme já se sabe, o Programa COMP-T não leva em conta a variação do carregamento de torção com a altura do edifício, o que faz com que os coeficientes, quando tal variação ocorre, apresentem pequenas imprecisões, que serão avaliadas neste exemplo.

Nos tópicos seguintes é dada a solução do problema.

5.7.2.1 - Adimensionais, dados e resultados.

Não se tem qualquer modificação em relação ao Exemplo 1 (item 5.7.1).

5.7.2.2 - Rotações

Procede-se de forma similar ao Exemplo 1, conforme se vê no quadro de cálculo a seguir:

| Elev. | z<br>(cm) | $\int_0^z M_t \cdot dz$<br>(tf.cm <sup>2</sup> ) | $\phi_{hip}$<br>(rad) | FR       | $\phi$<br>(rad) |
|-------|-----------|--|-----------------------|----------|-----------------|
| +2    | 2400      | 0,704 x 10 <sup>9</sup>                          | 0,24151               | 0,000656 | 0,0001584       |
| +3    | 4800      | 1,305 x 10 <sup>9</sup>                          | 0,44733               | 0,000661 | 0,0002957       |
| +4    | 7200      | 1,761 x 10 <sup>9</sup>                          | 0,60384               | 0,000663 | 0,0004003       |
| +5    | 9600      | 2,046 x 10 <sup>9</sup>                          | 0,70142               | 0,000666 | 0,0004671       |
| +6    | 12000     | 2,143 x 10 <sup>9</sup>                          | 0,73472               | 0,000668 | 0,0004908       |

5.7.2.3 - Forças normais

Serão calculadas as forças normais nos pilares P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>.

O procedimento é análogo ao do Exemplo 1 e pode ser visto no quadro de cálculo seguinte:

| Elev. | z<br>(cm) | M <sub>t</sub><br>(tf.cm) | N <sub>hip</sub><br>(tf) | Pilar P <sub>1</sub> |                        | Pilar P <sub>2</sub> |                        |
|-------|-----------|---------------------------|--------------------------|----------------------|------------------------|----------------------|------------------------|
|       |           |                           |                          | FP <sub>1</sub>      | N <sub>1</sub><br>(tf) | FP <sub>2</sub>      | N <sub>2</sub><br>(tf) |
| +1    | 0000      | 306768                    | 7362                     | -0,001763            | -12,98                 | -0,001309            | -9,63                  |
| +2    | 2400      | 275388                    | 6609                     | -0,000317            | - 2,10                 | -0,000346            | -2,29                  |
| +3    | 4800      | 222612                    | 5343                     | 0,000081             | 0,43                   | 0,000048             | 0,26                   |
| +4    | 7200      | 155640                    | 3735                     | 0,000404             | 1,51                   | 0,000358             | 1,34                   |
| +5    | 9600      | 80580                     | 1934                     | 0,000809             | 1,56                   | 0,000718             | 1,39                   |

5.7.2.4 - Forças cortantes

Serão determinadas as forças cortantes distribuídas ao longo da altura do edifício, nas vigas  $V_1$  e  $B_1$ .

Procede-se de forma semelhante ao Exemplo 1, conforme se vê no quadro de cálculo a seguir:

| Elev. | z<br>(cm) | $M_t$<br>(tf.cm) | $q_{hip}$<br>(tf/cm) | Viga $V_1$ |                  | Viga $B_1$ |                  |
|-------|-----------|------------------|----------------------|------------|------------------|------------|------------------|
|       |           |                  |                      | $FV_1$     | $q_1$<br>(tf/cm) | $FB_1$     | $P_1$<br>(tf/cm) |
| +1    | 0000      | 306768           | 0,614                | 0,0400     | 0,0246           | 0,0600     | 0,0368           |
| +2    | 2400      | 275388           | 0,551                | 0,0417     | 0,0230           | 0,0448     | 0,0247           |
| +3    | 4800      | 222612           | 0,445                | 0,0417     | 0,0186           | 0,0432     | 0,0192           |
| +4    | 7200      | 155640           | 0,311                | 0,0417     | 0,0130           | 0,0423     | 0,0132           |
| +5    | 9600      | 80580            | 0,161                | 0,0417     | 0,0067           | 0,0403     | 0,0065           |

5.7.2.5 - Considerações sobre a precisão

No quadro comparativo que segue comprova-se que, embora o Programa COMP-T não preveja a possibilidade do carregamento de torção variar ao longo da altura do edifício, os coeficientes obtidos permitem chegar a resultados com alto grau de confiabilidade.

| Elev. | Rotação<br>( $10^{-7}$ rad) |      | Força Normal<br>(tf) |        |             |        | Força Cortante Distribuída<br>(tf/cm) |        |            |        |
|-------|-----------------------------|------|----------------------|--------|-------------|--------|---------------------------------------|--------|------------|--------|
|       |                             |      | Pilar $P_1$          |        | Pilar $P_2$ |        | Viga $V_1$                            |        | Viga $B_1$ |        |
|       | (1)                         | (2)  | (1)                  | (2)    | (1)         | (2)    | (1)                                   | (2)    | (1)        | (2)    |
| +1    | -                           | -    | -12,98               | -13,86 | -9,63       | -10,45 | 0,0246                                | 0,0245 | 0,0368     | 0,0368 |
| +2    | 1584                        | 1579 | -2,10                | -2,50  | -2,29       | -2,63  | 0,0230                                | 0,0229 | 0,0247     | 0,0247 |
| +3    | 2957                        | 2952 | 0,43                 | 0,16   | 0,26        | 0,01   | 0,0186                                | 0,0186 | 0,0192     | 0,0193 |
| +4    | 4003                        | 4004 | 1,51                 | 1,33   | 1,34        | 1,17   | 0,0130                                | 0,0130 | 0,0132     | 0,0132 |
| +5    | 4671                        | 4667 | 1,56                 | 1,46   | 1,39        | 1,29   | 0,0067                                | 0,0067 | 0,0065     | 0,0065 |
| +6    | 4908                        | 4905 | -                    | -      | -           | -      | -                                     | -      | -          | -      |

(1) - Resultado obtido por meio dos coeficientes do Programa COMP-T

(2) - Resultado obtido pelo Programa ESTUB-T, levando-se em conta a variação do carregamento da torção

### 5.8 - CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS

Nos Exemplos 1 e 2 mostrou-se como uma estrutura pode ser analisada tendo por base apenas alguns adimensionais. O objetivo maior do estudo levado adiante nesta parte do trabalho, no entanto, é a produção de um conjunto de tabelas, as quais permitem, sem se recorrer ao uso do computador, que se tenha uma primeira idéia dos esforços que ocorrem numa estrutura tubular quando sujeita a um carregamento de torção.

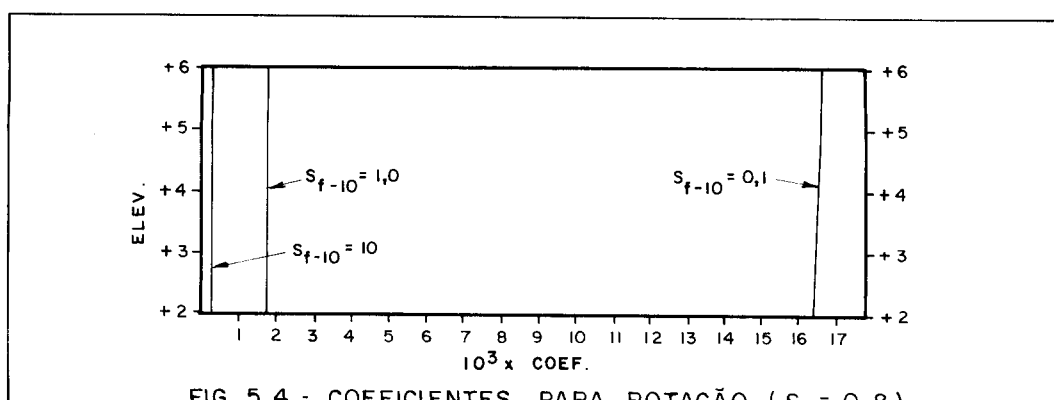
Sugere-se que as tabelas sejam feitas de forma similar à proposta na Parte III, ou seja, usando três valores para  $S_{f-10}$ , 0,1, 1,0 e 10, e para cada um destes, também três valores para  $S_r$ , a saber, 0,1, 0,8 e 1,5. Para cada combinação possível entre  $S_{f-10}$  e  $S_r$  escolhe-se uma certa quantidade de estruturas no que diz respeito ao número de pilares nos painéis de direções y e x. Se, na análise de uma determinada estrutura, seus adimensionais ou seu número de pilares não coincidir com uma tabela do conjunto, recorre-se à interpolação para se ter os coeficientes.

O conjunto de tabelas pode, opcionalmente, ser apresentado na forma de curvas gráficas, que favorecem uma visualização mais imediata do comportamento das estruturas, embora às vezes conduzam a imprecisões decorrentes do manuseio. Como ilustração, são apresentadas nas figs. 5.4 a 5.6 as curvas para os coeficientes de rotação ao longo da altura do edifício, de força normal nos pilares e força cortante nas vigas, quando:

$$S_r = 0,8$$

$$S_{f-10} = 0,1/1,0/10$$

O número total de pilares no painel de direção y é igual a 11 e no painel de direção x, a 7.



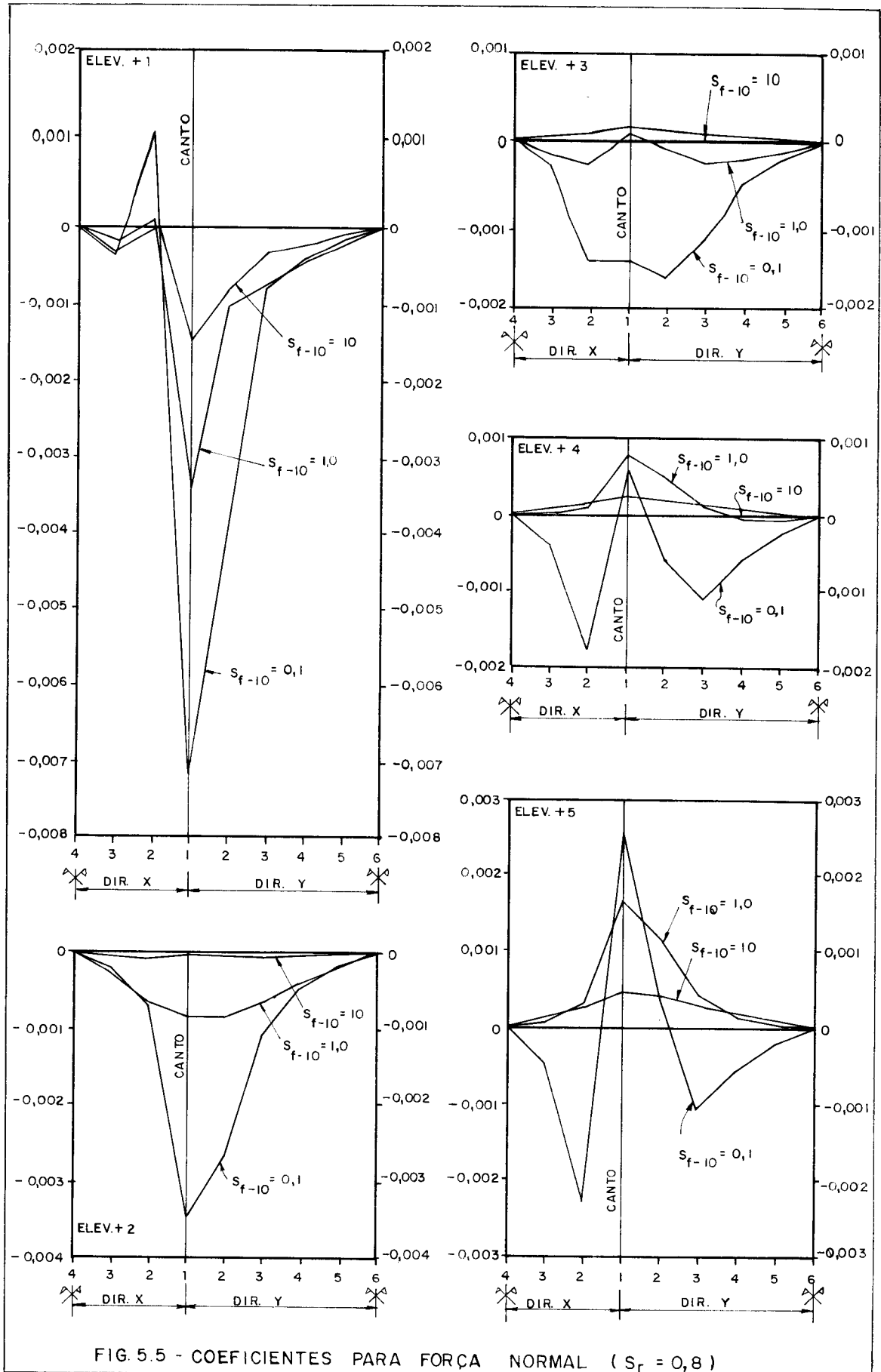


FIG. 5.5 - COEFICIENTES PARA FORÇA NORMAL ( $S_r = 0,8$ )

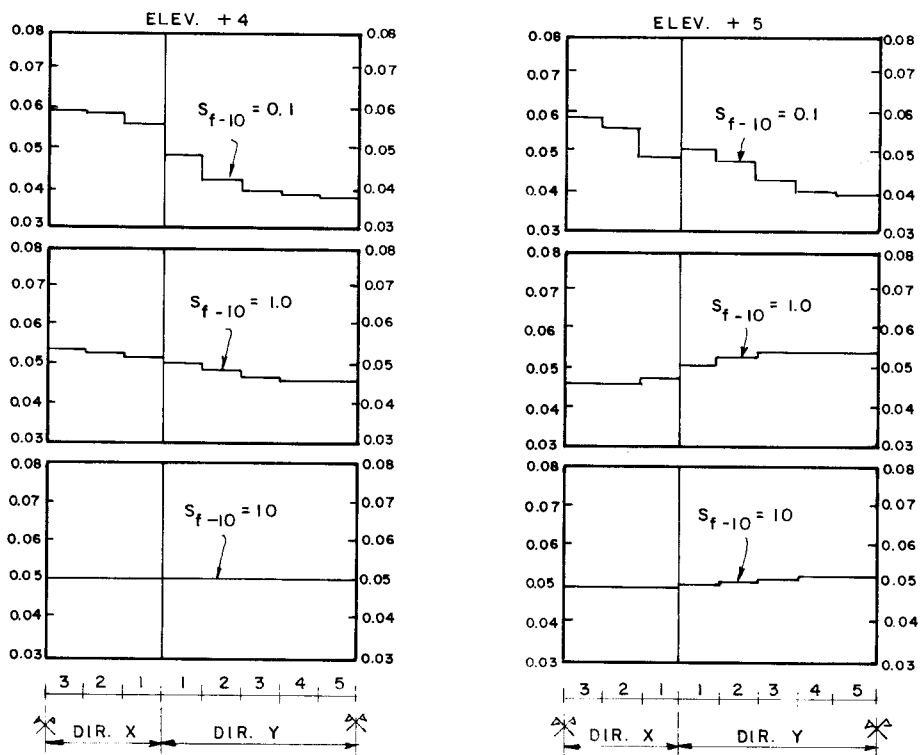
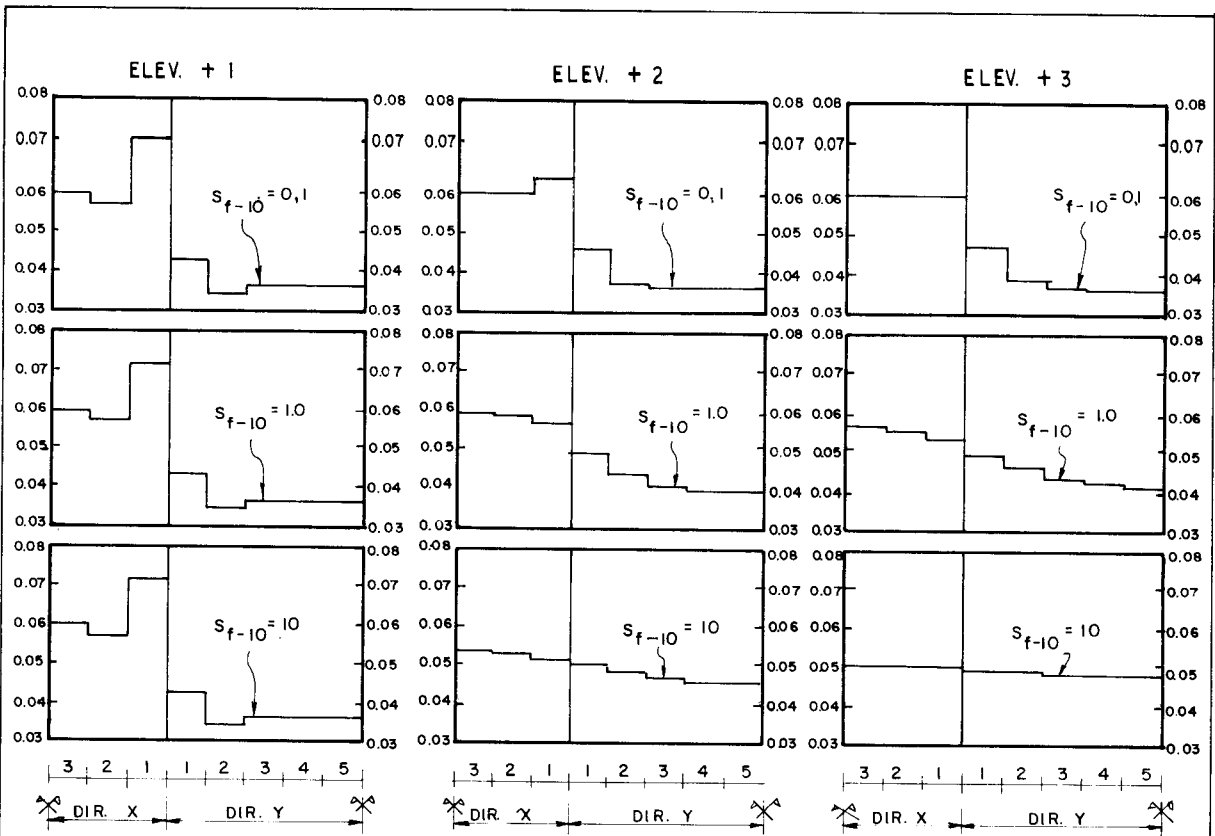


FIG. 5.6 - COEFICIENTES PARA FORÇA CORTANTE ( $S_f = 0,8$ )

## 5.9 - COMPARAÇÃO COM O TUBO IDEAL

O programa **COMP-T** não fornece os coeficientes que teria a estrutura caso se comportasse como um tubo ideal, para comparação com aqueles obtidos pela estrutura real, nos moldes do que foi feito na Parte III. Isto porque o estudo da torção no tubo ideal, na realidade um painel parede de seção quadrada ou retangular, é bastante complexo e não se enquadra nos objetivos deste trabalho.

Apesar disso, é possível, com base no item 1.2 (Parte I) e na comparação de resultados obtidos com o programa **COMP-T**, concluir que o comportamento da estrutura se aproxima do tubo ideal quando se observam, em conjunto, as seguintes situações:

- a) Diminuição da rotação da estrutura em torno de seu eixo vertical;
- b) Redução das forças normais nos pilares;
- c) Tendência das forças cortantes nas vigas se igualarem em uma mesma elevação.

Confrontando agora as figs. 5.4 a 5.6 com as conclusões do parágrafo anterior verifica-se que a elevação do valor de  $S_{f-10}$  torna o comportamento da estrutura mais próximo do tubo ideal. Testes realizados com o programa constataram que afirmação idêntica pode ser feita para o adimensional  $S_r$ . Considerações mais completas sobre a influência dos adimensionais no comportamento das estruturas encontram-se no item 6.4 (Parte VI).



## VI - CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 - GENERALIDADES

Com base na observação dos resultados dos exemplos que constam das Partes anteriores, e de diversos outros não apresentados, é possível chegar a várias conclusões a respeito da precisão do método de análise empregado neste trabalho e de certos aspectos do comportamento dos edifícios tubulares.

### 6.2 - PRECISÃO DOS RESULTADOS

O processo contínuo utilizado permite chegar a resultados bastante próximos daqueles obtidos pelos processos discretos. As diferenças máximas observadas foram da ordem de 10%.

A única imprecisão detectada diz respeito aos esforços normais em alguns pilares da alma, quando o carregamento lateral for centrado, e em determinados pilares dos painéis de direções y e x, quando houver solicitação de torção. Tal imprecisão ocorre na parte mais baixa da estrutura, onde a curva que descreve a variação da força normal com a altura tende a sofrer mudanças bruscas e às vezes, quase horizontalizar-se, em proporção visivelmente exagerada (ver na Parte II, os pilares  $P_2$  e  $P_3$  abaixo do segundo piso no Exemplo 1,  $P_2$  a  $P_4$  abaixo de 18m no Exemplo 2, e  $P_3$  abaixo de 8m no Exemplo 3, e na Parte IV, os pilares  $P_3$  e  $C_3$  abaixo do terceiro piso no Exemplo 1, e todos os pilares abaixo de 18m no Exemplo 2).

Tal imprecisão pode ser explicada pelo fato de que, na determinação das equações que refletem as deformações dos painéis, considerou-se um único modelo de deformação em todas as elevações do edifício. Este modelo, embora seja bastante compatível com a realidade nas elevações mais centrais, difere um pouco desta nas elevações inferiores, uma vez que o ponto de momento nulo não se situa mais na semi-altura dos andares, e principalmente na base, onde a rotação dos nós deveria ser nula.

Embora não seja muito difícil corrigir tal problema, julgou-se de pouca relevância fazê-lo pois, como a imprecisão é facilmente sentida, torna-se possível, variando a curva de força normal com suavidade, chegar a esforços mais condizentes com os reais.

Salienta-se que, em edifícios muito baixos (por exemplo, 2 ou 3 andares), pelas razões expostas, o resultado referente à força normal pode estar todo comprometido. Em tais edifícios, também os valores dos deslocamentos laterais ou rotações serão bastante imprecisos.

O número de pontos a ser usado para aplicação das diferenças finitas é muito importante para a precisão dos resultados. Testes realizados mostraram que estes podem ser considerados excelentes caso se obedeça a tabela que relaciona o número de andares do edifício, NA, com o número total de pontos adotado (incluindo os dois fictícios), ND, mostrada a seguir:

| NA   | ND                 |
|--|--------------------|
| até 10   | NA + 3             |
| de 11 a 40   | 13                 |
| de 41 em diante  | $13 + (NA-40)/4$ * |
| *Se der número real, adota-se o inteiro imediatamente superior |                    |

De qualquer modo, havendo limitações de recursos computacionais, chega-se a resultados ainda relativamente bons com o uso de 13 pontos para edifícios de qualquer altura.

### 6.3 - INFLUÊNCIA DAS JUNTAS

No primeiro exemplo das Partes II e IV (sub-itens 2.5.1 e 4.5.1) pode-se ver a importância de considerar, na análise, as dimensões das juntas, principalmente no que se refere aos resultados obtidos para os deslocamentos laterais, no caso de carregamento lateral centrado, e para as rotações do edifício, no caso de haver torção.

Os esforços nas barras não se alteram significativamente, a menos que as dimensões das juntas sejam proporcionalmente muito elevadas ou que estas se distribuam de forma bastante desigual pela estrutura.

### 6.4 - INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DAS BARRAS

Pelo estudo desenvolvido nas Partes III e V, conclui-se que o comportamento das estruturas tubulares básicas fica totalmente definido com base apenas no número de pilares dos painéis e nos parâmetros adimensionais  $S_r$  e  $S_{f-10}$ .

Constatou-se que, com o aumento do valor de  $S_r$ , a eficiência da estrutura se torna maior, ou seja, seu comportamento se aproxima do tubo ideal (na hipótese de carregamento lateral centrado, reduz-se o efeito "shear lag"). Conclusão idêntica pode ser tirada em relação a  $S_{f-10}$ , e neste caso, as figs. 3.5 a 3.7 na Parte III e 5.4 a 5.6 na Parte V (ver também o item 5.9) servem como ilustração. Notou-se ainda que a variação do parâmetro  $S_{f-10}$  é mais significativa no comportamento da estrutura que a do parâmetro  $S_r$ . Dessa forma, a influência de cada grandeza pode ser sintetizada pelo quadro seguinte (a seta direcionada para cima indica aumento e para baixo, redução):

| Grandeza variável   |   | $S_r$ | $S_{f-10}$ | Comportamento de tubo ideal |
|---|---|-------|------------|-----------------------------|
| $J_c$   | ↑ | ↑     | =          | ↑                           |
| $J_b$   | ↑ | ↓     | ↑ *        | ↑                           |
| $A_c$   | ↑ | =     | ↓          | ↓                           |
| $a$   | ↑ | ↑     | ↓↓ **      | ↓                           |
| $h$   | ↑ | ↓     | ↑ *        | ↑                           |
| * $S_{f-10}$ aumenta na mesma proporção da redução de $S_r$<br>** $S_{f-10}$ reduz-se em proporção maior que o aumento de $S_r$ . |   |       |            |                             |

Considerou-se que, ao se variar uma grandeza, as outras permanecem constantes, que a área ( $A_c$ ), a inércia ( $J_c$ ) e a altura ( $h$ ) de todos os pilares são iguais e que todas as vigas possuem a mesma inércia ( $J_b$ ) e o mesmo vão ( $a$ ).

### 6.5 - INFLUÊNCIA DA ALTURA DA ESTRUTURA

Uma verificação interessante, fundamentada no item anterior e na equação que define  $S_{f-10}$  é que, quanto maior o número de andares de um edifício tubular, mais o comportamento ficará próximo daquele que teria o tubo ideal. Este fato serve inclusive como mais um argumento a favor da conveniência do uso do sistema estrutural tubular em edifícios altos.

VII - APÊNDICES

7.1 - APÊNDICE I: BARRAS COM TRECHOS EXTREMOS RÍGIDOS

Quando se impõe às extremidades de uma barra bi-engastada uma rotação  $\alpha$ , de mesmo sentido, aparece nestas extremidades um momento fletor  $M$ . Neste Apêndice, vai-se procurar determinar o valor de tal momento, para o caso em que o comprimento total da barra  $h$  seja formado por trechos infi-nitamente rígidos, de comprimento  $e$ , junto aos engastes, e um comprimento central  $c$ , deformável por flexão, com momento de inércia  $J$ , conforme mostra a fig. A.1. Esta situação re-produz o tipo de deformação que os pilares das estruturas tu-bulares básicas apresentam quando o edifício é solicitado por carga lateral, centrada ou não.

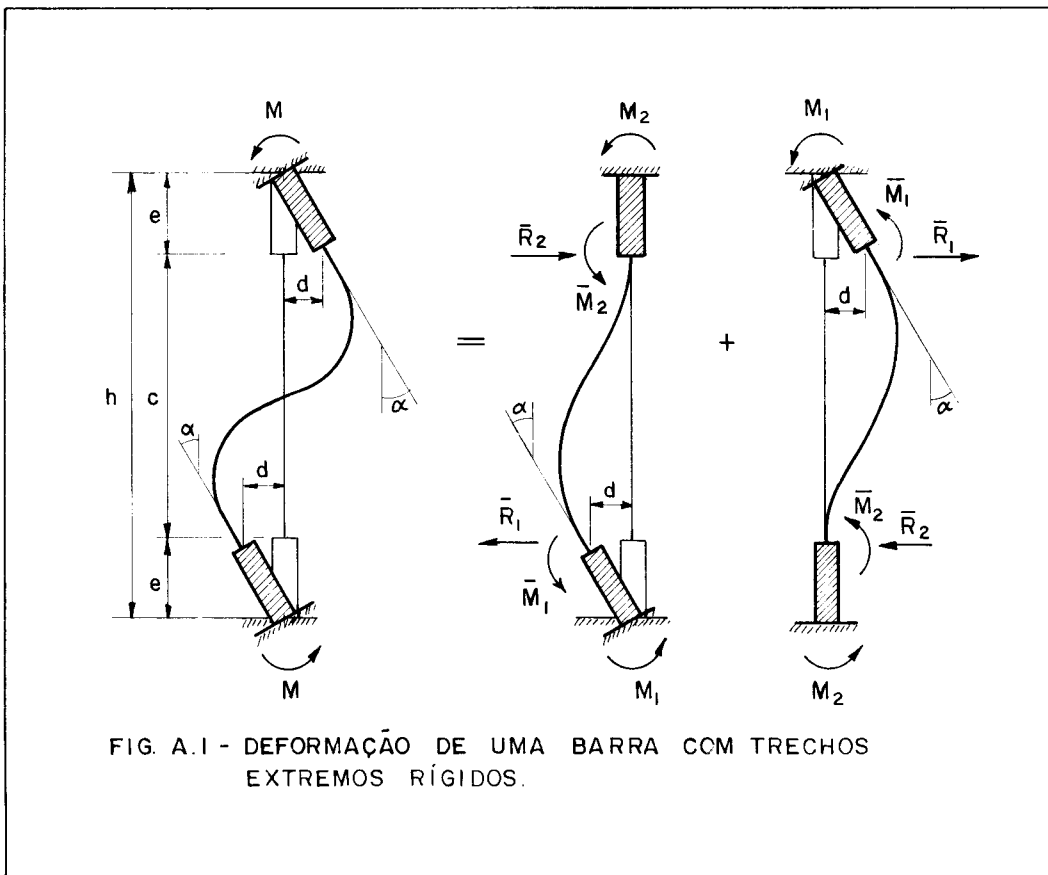


FIG. A.1 - DEFORMAÇÃO DE UMA BARRA COM TRECHOS EXTREMOS RÍGIDOS.

Com base na superposição de efeitos indicada na fig. A.1, tem-se que:

$$M = M_1 + M_2 \quad (\text{A.1})$$

O deslocamento horizontal das extremidades do comprimento deformável,  $\underline{d}$ , considerando pequenas as deformações, será:

$$d = e.\alpha$$

Tomando apenas o trecho deformável, na fig. A.1, os momentos fletores  $\bar{M}_1$  e  $\bar{M}_2$  e as forças cortantes  $\bar{R}_1$  e  $\bar{R}_2$  aparecem por causa dos efeitos simultâneos das rotações  $\underline{\alpha}$  e dos deslocamentos  $\underline{d}$ , e seus valores, bastante divulgados pela literatura técnica, são:

$$\bar{M}_1 = \frac{4.E.J}{c} . \alpha + \frac{6.E.J}{c^2} . e.\alpha \quad (\text{A.2})$$

$$\bar{M}_2 = \frac{2.E.J}{c} . \alpha + \frac{6.E.J}{c^2} . e.\alpha \quad (\text{A.3})$$

$$\bar{R}_1 = \bar{R}_2 = \frac{6.E.J}{c^2} . \alpha + \frac{12.E.J}{c^3} . e.\alpha \quad (\text{A.4})$$

onde E indica o módulo de elasticidade longitudinal da barra. Pode-se ainda concluir que:

$$M_1 = \bar{M}_1 + \bar{R}_1 . e \quad (\text{A.5})$$

$$M_2 = \bar{M}_2 + \bar{R}_2 . e \quad (\text{A.6})$$

Substituindo-se as equações (A.2) e (A.4) em (A.5), e (A.3) e (A.4) em (A.6), vêm, respectivamente:

$$M_1 = \frac{6.E.J}{c^3} \left( \frac{2}{3} \cdot c^2 + 2.e.c + 2.e^2 \right) \alpha \quad (A.7)$$

$$M_2 = \frac{6.E.J}{c^3} \left( \frac{1}{3} \cdot c^3 + 2.e.c + 2.e^2 \right) \alpha \quad (A.8)$$

Introduzindo estas duas últimas equações na equação (A.1), chega-se a:

$$M = \frac{6.E.J}{c^3} (c^2 + 4.e.c + 4.e^2) \quad (A.9)$$

No entanto, é conhecido que:

$$c^2 + 4.e.c + 4.e^2 = (c + 2.e)^2 = h^2 \quad (A.10)$$

Substituindo-se (A.10) em (A.9), e multiplicando tanto o numerador quanto o denominador da expressão obtida por h, tem-se, finalmente:

$$M = \frac{6.E.J}{h} \left( \frac{h}{c} \right)^3 \alpha \quad (A.11)$$



## 7.2 - APÊNDICE II: MÉTODOS NUMÉRICOS DE DIFERENCIAÇÃO E INTEGRAÇÃO

### 7.2.1 - Generalidades

A aplicação da "Técnica do Meio Contínuo" à análise de edifícios tubulares conduz a um sistema de equações diferenciais e, por razões práticas, optou-se por resolvê-lo usando o "Método das Diferenças Finitas". Aparecem ainda equações diferenciais isoladas, que serão resolvidas por este mesmo método.

Haverá também necessidade de se efetuar integrações numéricas, e para tal se usará a "Regra dos Trapézios".

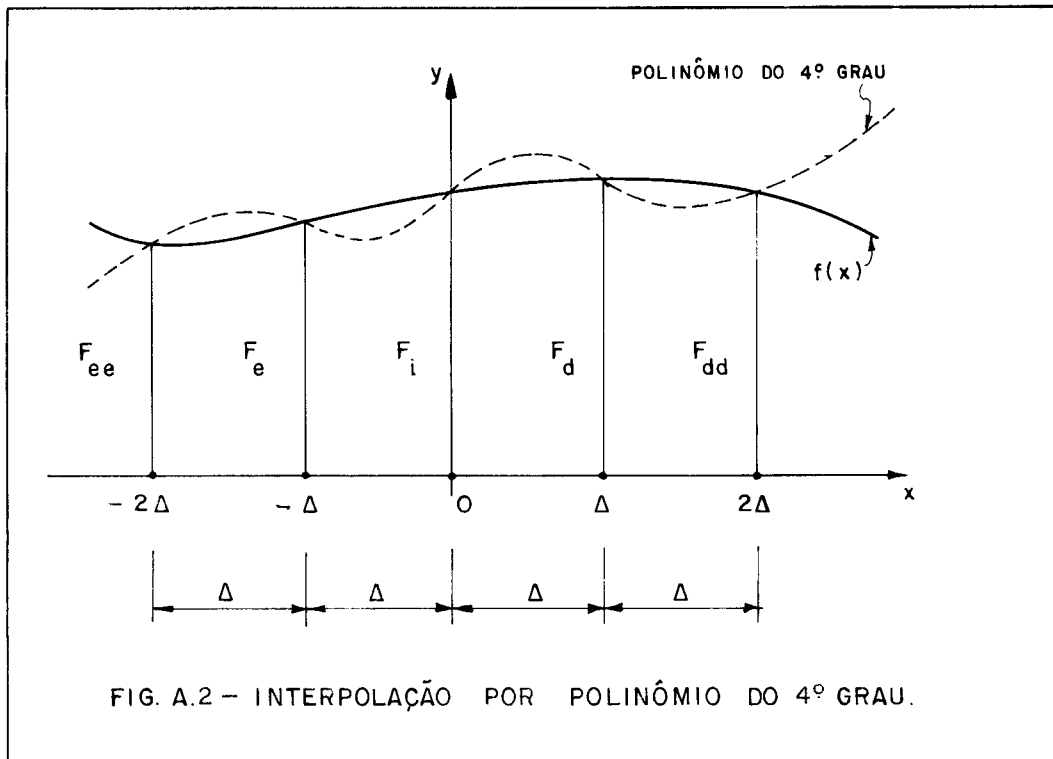
Nos dois sub-ítemos que seguem, tem-se um breve resumo, limitado ao interesse do presente trabalho, do "Método das Diferenças Finitas" e da "Regra dos Trapézios".

### 7.2.2 - Método das Diferenças Finitas

O "Método das Diferenças Finitas" consiste em substituir-se uma função  $f(x)$ , cujos valores são conhecidos em um conjunto de pontos sobre o eixo  $x$ , por um polinômio de interpolação  $P(x)$ , e em se tomar as derivadas deste como valores aproximados das derivadas da função.

Neste trabalho, as equações diferenciais apresentam apenas termos com derivadas de primeira e segunda ordem. Por isso, para se obter as expressões em diferenças finitas destas derivadas, deve-se usar polinômio de interpolação de grau igual ou superior a dois. Para se ter uma precisão razoável e chegar a expressões com número simétrico de

pontos, optou-se por utilizar um polinômio do quarto grau, que coincida com a função em cinco pontos igualmente espaçados de  $\Delta$ , conforme mostra a fig. A.2.



Seja o polinômio interpolador

$$P(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e \quad (\text{A.12})$$

cujos valores nos pontos  $-2\Delta$ ,  $-\Delta$ ,  $0$ ,  $\Delta$  e  $2\Delta$  devem coincidir com os da função  $f(x)$ . Com a notação indicada na figura vêm:

$$\left. \begin{aligned} f(-2\Delta) &= F_{ee} \\ f(-\Delta) &= F_e \\ f(0) &= F_i \\ f(\Delta) &= F_d \\ f(2\Delta) &= F_{dd} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.13})$$

Aplicando-se as condições (A.13) ao polinômio interpolador, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} (2\Delta)^4 & -(2\Delta)^3 & (2\Delta)^2 & -2\Delta & 1 \\ \Delta^4 & -\Delta^3 & \Delta^2 & -\Delta & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \Delta^4 & \Delta^3 & \Delta^2 & \Delta & 1 \\ (2\Delta)^4 & (2\Delta)^3 & (2\Delta)^2 & 2\Delta & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{ee} \\ F_e \\ F_i \\ F_d \\ F_{dd} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

A resolução deste sistema fornece:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{24 \cdot \Delta^4} (F_{ee} - 4 \cdot F_e + 6 \cdot F_i - 4 \cdot F_d + F_{dd}) \\ b &= \frac{1}{12 \cdot \Delta^3} (-F_{ee} + 2 \cdot F_e - 2 \cdot F_d + F_{dd}) \\ c &= \frac{1}{24 \cdot \Delta^2} (-F_{ee} + 16 \cdot F_e - 30 \cdot F_i + 16 \cdot F_d - F_{dd}) \\ d &= \frac{1}{12 \cdot \Delta} (F_{ee} - 8 \cdot F_e + 8 \cdot F_d - F_{dd}) \\ e &= F_i \end{aligned} \right\} (\text{A.15})$$

Sendo a função  $f(x)$  aproximada pelo polinômio  $P(x)$  no intervalo  $[-2\Delta, +2\Delta]$ , a expressão da primeira derivada de  $f(x)$  no ponto  $x=0$ , que se indica por  $f'_1$ , é obtida fazendo:

$$f'_1 = P'(0) = d \quad (\text{A.16})$$

Substituindo -se (A.15) em (A.16), chega-se a:

$$f'_1 = \frac{1}{12 \cdot \Delta} (F_{ee} - 8 \cdot F_e + 8 \cdot F_d - F_{dd}) \quad (\text{A.17})$$

De forma análoga, obtêm-se a primeira derivada de  $f(x)$  nos pontos  $(-\Delta)$  e  $\Delta$ , que se indicam respectivamente por  $f'_e$  e  $f'_d$ . Tem-se assim:

$$f'_e = \frac{1}{12.\Delta} (-3.F_{ee} - 10.F_e + 18.F_i - 6.F_d + F_{dd}) \quad (A.18)$$

$$f'_d = \frac{1}{12.\Delta} (-F_{ee} + 6.F_e - 18.F_i + 10.F_d + 3.F_{dd}) \quad (A.19)$$

Consegue-se a expressão da segunda derivada de  $f(x)$  no ponto  $x = 0$ , indicada por  $f''_i$ , fazendo:

$$f''_i = P''(0) = 2.c \quad (A.20)$$

Substituindo-se (A.15) em (A.20), vem:

$$f''_i = \frac{1}{12.\Delta^2} (-F_{ee} + 16.F_e - 30.F_i + 16.F_d - F_{dd}) \quad (A.21)$$

Procedendo de maneira semelhante, obtêm-se as derivadas segunda de  $f(x)$  nos pontos  $(-\Delta)$  e  $\Delta$ , representadas, pela ordem, por  $f''_e$  e  $f''_d$ . Dessa forma, chega-se a:

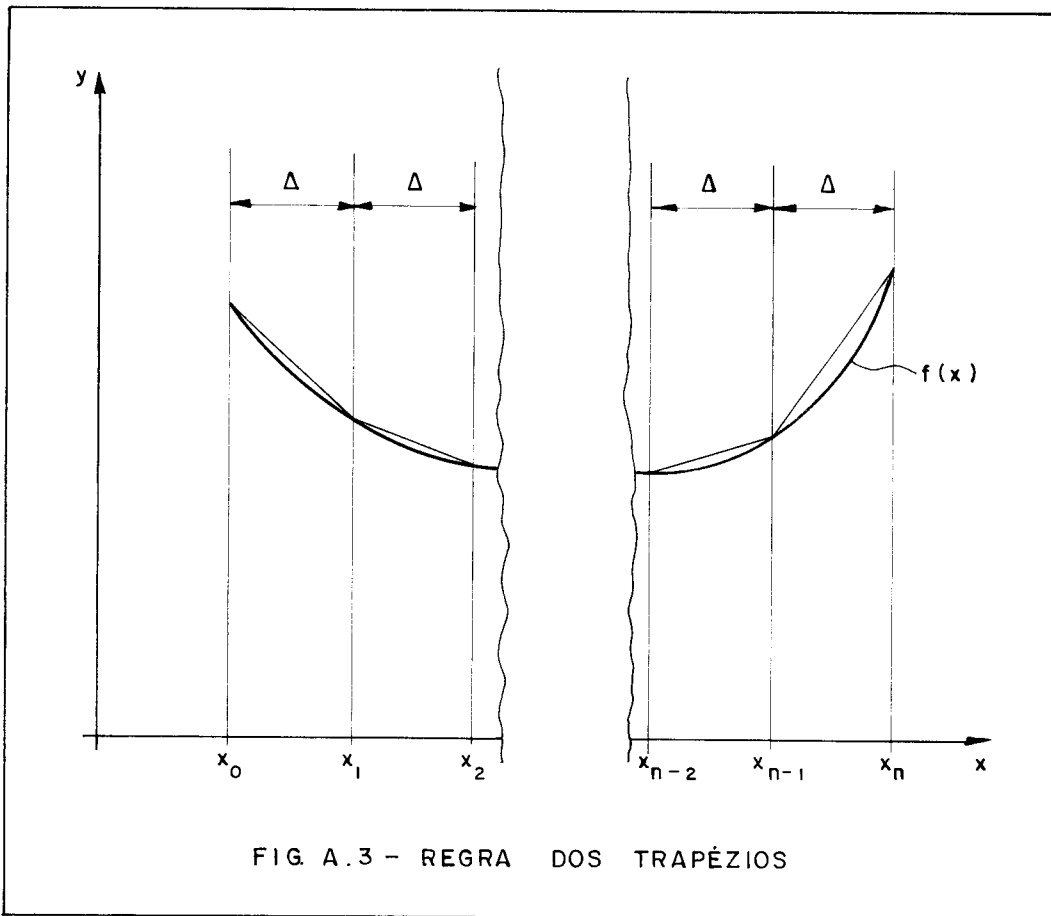
$$f''_e = \frac{1}{12.\Delta^2} (11.F_{ee} - 20.F_e + 6.F_i + 4.F_d - F_{dd}) \quad (A.22)$$

$$f''_d = \frac{1}{12.\Delta^2} (-F_{ee} + 4.F_e + 6.F_i - 20.F_d + 11.F_{dd}) \quad (A.23)$$

Conclui-se então, pelas expressões (A.17) a (A.19) e (A.21) a (A.23), que o "Método das Diferenças Finitas" permite estimar a derivada num dado ponto, a partir do conhecimento do valor da função neste ponto (algumas vezes dispensável) e em pontos vizinhos.

7.2.3 - Regra dos Trapézios

Seja  $f(x)$  uma função contínua dada no intervalo  $[x_0, x_n]$ . Para calcular a integral de  $f$  neste intervalo, o mesmo deve ser subdividido em  $n$  partes de igual comprimento,  $\Delta$ , e em cada uma destas partes substitui-se a curva que define  $f$  por uma reta, conforme ilustra a fig. A.3.



Assim a integral procurada será aproximada pela soma das áreas dos diversos trapézios formados:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) \cdot dx = \frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \cdot \Delta + \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \cdot \Delta + \dots + \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \cdot \Delta \quad (\text{A.24})$$

Colocando, no segundo membro desta equação,  $\Delta/2$  em evidência, chega-se a:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) \cdot dx = \frac{\Delta}{2} \left[ f(x_0) + 2 \cdot f(x_1) + 2 \cdot f(x_2) + \dots + \right. \\ \left. + 2 \cdot f(x_{n-1}) + f(x_n) \right] \quad (\text{A.25})$$

Verifica-se então, pela expressão (A.25), que a "Regra dos Trapézios" torna possível estimar a integral de uma função num determinado intervalo, a partir do conhecimento do valor da função nos pontos limites e em determinados pontos internos do intervalo.

VIII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - KHAN, F.R. - Current trends in concrete high-rise buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Proceedings, Southampton, University of Southampton 4, 1966. London, Coull and Stafford Smith Eds. p. 581-583.
- 2 - KHAN, F.R. - Tendances actuelles dans la construction des immeubles de grande hauteur a structure en béton armé et en acier. Annales de l'Institute Technique du Bâtiment e des Travaux Publics, (231): 40-53, Mai, 1971. (Serie: Technique Générale de la Construction, nº 49)
- 3 - KÁRMÁN, T.v. & CHIEN, W. - Torsion with variable twist. Journal of the Aeronautical Sciences, 13 (10): 508, October, 1946.
- 4 - AST, P.F. & SCHWAIGHOFFER, J. - Economical analysis of large framed-tube structures. New York, Pergamon Press, 1974. p.74. (Building Science, vol. 9).
- 5 - MANCINI, E. - Estrutura tubular de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1980 p. 1-15.
- 6 - MARQUES, J.C.M. - Estruturas tubulares de edifícios altos submetidos à torção. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. p.8-47. (Dissertação de Mestrado)
- 7 - MENON, N.V. - Análise de estruturas tubulares de edifícios altos sob carga lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1984. p.III 74- III 144. (Dissertação de Mestrado).

IX - BIBLIOGRAFIA

- 1 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Forças devidas ao vento em edificações - NBR 6123. Rio de Janeiro, ABNT, 1978. 62p.
- 2 - AST, P.F. & SCHWAIGLOFER, J. - Economical analysis of large framed-tube structures. New York, Pergamon Press, 1974. p.73-77 (Building Science, vol. 9)
- 3 - CHANG, P.C. - Analytical modeling of tube-in-tube structure. Journal of Structural Engineering, ASCE, 111 (6): 1326-1337, June, 1985.
- 4 - CHANG, P.C. & FOUTCH, D.A. - Static and dynamic modeling and analysis of tube frames. Journal of Structural Engineering, ASCE, 110 (12): 2955-2975, December, 1984.
- 5 - COULL, A. & BOSE, B. - Simplified analysis of framed-tube structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 101 (11): 1140-1153, November, 1975.
- 6 - COULL, A. & SUBEDI, N.K. - Framed tube structures for high-rise buildings. Journal of the Structural Division, ASCE, 97 (8): 2097-2105, August, 1971.
- 7 - GUKHMAN, A.A. - Introduction to the theory of similarity. New York, Academic Press, 1965. 256 p.
- 8 - LANCHAAAR, H.L. - Dimensional analysis and theory of models. New York, John Wiley & Sons, 1951. 166p.



- 9 - KÁRMÁN, T.v. & CHIEN, W. - Torsion with variable twist. Journal of the Aeronautical Sciences, 13 (10): 503-510, 1946.
- 10 - KHAN, F.R. - Column-free box-type framing with and without core. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR BRIDGE AND STRUCTURAL ENGINEERING, 8<sup>rd</sup>, Proceedings, New York, 9, 1968. (Preliminary Publication).
- 11 - KHAN, F.R. - Current trends in concrete high-rise buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Proceedings, Southampton, University of Southampton, 4, 1966. London, Coull and Stafford Smith Eds.
- 12 - KHAN, F.R. - Tendances actuelles dans la construction des immeubles de grande hauteur a structure en béton et en acier. Annales de L'Institute Technique du Batiment e des Travaux Publics, (281): 37-55, Mai, 1971. (Série: Technique Générale de la construction, n<sup>o</sup> 49).
- 13 - KHAN, F.R. & AMIN, N.R. - Analysis and design of framed tube structures for tall concrete building. The Structural Engineer, 51 (3): 85-92, March, 1973.
- 14 - MANCINI, E. - Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitos a ação do vento. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1973. 140 p. (Tese de Doutorado).
- 15 - MANCINI, E. - Analysis of framed tube structures by continuous medium technique. In: SEMINAR ON TALL STRUCTURES AND USE OF PRESTRESSED CONCRETE IN HYDRAULIC STRUCTURES, Srinagar, May 24-26, 1984. New Delhi, Indian national group/IABSE, 1984. p.I 191 - I 217.

- 16 - MANCINI, E. - Efeito dos pórticos normais às paredes. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1980. 22p.
- 17 - MANCINI, E. - Estrutura tubular de edifícios altos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, 1980. 29p.
- 18 - MARQUES, J.C.M. - Estruturas tubulares de edifícios altos submetidas à torção. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1983. 248 p. (Dissertação de Mestrado).
- 19 - MAZZEO, A.L. & De FRIES, A. - Perimetral tube for 37 story steel building. Journal of the Structural Division, ASCE, 98 (6): 1255-1272, June, 1972.
- 20 - MENON, N.V. - Análise de estruturas tubulares de edifícios altos sob carga lateral. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1984. 237p. (Dissertação de Mestrado).
- 21 - SALVADORI, M.G. & BARON, M.L. - Métodos numéricos en ingenieria. México, C.E.C.S.A., 1971. 260p.
- 22 - SKINNER, W.E.A. - The Connaught Center, Hong-Kong. The Structural Engineer, 50 (11): 85-92, March, 1973.
- 23 - STAMATO, M.C. & STAFFORD-SMITH, B. - Análise aproximada de estruturas tridimensionais de edifícios elevados. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, 1980. 72p.
- 24 - STAMATO, M.C. & STAFFORD-SMITH, B. - An approximate method for the three dimensional analysis for tall buildings. Institute of Civil Engineers, Proceedings, 43: 361-379, July, 1969.
- 25 - WEAVER Jr., W. & GERE, J.M. - Matrix analysis of framed structures. 2.ed. New York, D.Van Nostrand, 1980 492 p.