

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ESTUDO EXPERIMENTAL
DA RUÍNA DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR
EM BORDAS COM PILARES DE SEÇÃO RETANGULAR

ENG. JEFFERSON BENEDICTO LIBARDI LIBÓRIO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA:

PROF.DR. MOUNIR K. EL DEBS
(SUPLENTE)

PROF.DR. ROBERTO L.A. BARBATO
(SUPLENTE)

PROF.DR. LAURO MODESTO DOS SANTOS

PROF.DR. ILIO MONTANARI

PROF.DR. DANTE A.O. MARTINELLI
(ORIENTADOR)

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1985

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

in carta

Data	/	/	19
Proc.			
Ped.			
Liv.			
Cr.			

Class.	TESE
PHA	LG2es
Tombo	378/93-SET

[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page]

À

Kathleen

Eduardo

Mirian

que significam tudo para mim.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Dante Angelo Osvaldo Martinelli, pelo crédito no meu retorno à Universidade, pela minha orientação, a qual muito me honra, que saberei fazer jús.

Ao Prof. Toshiaki Takeya pela colaboração na orientação da pesquisa e principalmente pela minha iniciação como experimentador.

Ao Prof. Dr. João Bento de Hanai que colaborou na minha formação e que hoje me orienta em novo trabalho que dará origem a meu doutoramento.

A todos os docentes do Departamento de Estruturas que direta ou indiretamente colaboraram no meu trabalho e também na minha formação como pesquisador.

À equipe técnica do Laboratório de Estrutura - Guarino Zambon Jr., Tomaz A. Kawauche, Casimiro P. Silva, Jorge L.R.Brabo, Lineu Lopes Fº, Mauri S. D.Guillen, Pedro Vall, Valdir C. Lucca e Amaury Ignácio da Silva.

As Srtas Edna e Maria Pratavieira, estagiárias no Laboratório de Estruturas que também colaboraram com a realização dos ensaios.

A João Paulo Moretti e Sílvia H. Moretti, pelos desenhos e gráficos que pacientemente executaram.

Aos funcionários da Secretaria do Departamento de Estruturas - Vilma P. Vall, Rui R. Casale, Laerte A. Soares, Silvana Flores, Roberto dos Santos Jr. e Wilson Alberto Moreira, pela datilografia da Dissertação e Relatórios.

Ao Prof. Carlos Musetti pelo auxílio na redação desta dissertação e pelo incentivo dado à minha pesquisa.

Ao Engº José Olimpio Dias de Faria que muito colaborou na minha formação.

Aos meus amigos Marina e José Carlos de Carvalho Vieira e, Regina e Miguel Arthur Jr. que muito me apoiaram espiritualmente.

Ao CPD da Escola de Engenharia de São Carlos,

e ao DPD da Universidade Federal de São Carlos, em cujos computadores foram processados e depurados os resultados dos ensaios.

Aos colegas Jasson R. Figueiredo F9, André I. I. Halah, Walmir P. Modotte e Roberto M. Gonçalves, pelas sugestões dadas durante o decorrer da redação deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e à Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelas Bolsas de Estudo e Auxílios financeiros para efetivação da pesquisa.

Aos pós-graduandos do Departamento de Estruturas da EESC-USP.

Finalmente, a meus pais que me deram a vida e o prazer de viver e que muito me ajudaram, dentro de suas possibilidades, em minha formação como ser humano.

RESUMO

Apresentam-se os resultados de uma experimentação sobre o comportamento à ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo com pilares de seção retangular.

Ensaaiaram-se nove modelos com o objetivo principal de caracterizar a configuração de ruína e a influência da variação nas proporções entre os lados do pilar (1:4, 1:3 e 1:2) na resistência da ligação laje-pilar, mantendo-se constante na laje a taxa de armadura de flexão e sua espessura (7,5 cm).

Os principais resultados apresentados são: configurações de ruína e cargas, deformações da armadura de flexão, deformações do concreto na face inferior da laje e deslocamentos transversais.

Observou-se um acréscimo, quase que linear, na carga de ruína à medida que se aumentou a proporção entre os lados do pilar.

A ruína em todos os elementos-de-laje foi por punção com configuração que se aproxima daquela observada no caso de pilares interiores, isto é, superfície de separação de forma tronco cônica.

ABSTRACT

Results of tests on the collapse behaviour of slab-column connections at the edges of flat slabs with column with rectangular cross-section are presented.

Nine models were tested with the main objective of featuring the collapse surface and the influence of the ratio between the side lengths of the column (1:4, 1:3 and 1:2) on the strength of the slab-column connection, maintaining constant the flexural reinforcement ratio and the thickness (7,5 cm) of the slab.

The main results presented are: collapse shapes and loads, strains of the bending reinforcement, strains of the concrete along the underneath face of the slab and the transversal deflections.

In this investigation collapse loads were verified to increase with column side ratios.

The collapse occurred for all slabs elements by punching them, along analogous surfaces to those observed in the cases of interior columns, i.e., separation surface with trunk-conical shape.

INDICE

1. INTRODUÇÃO	1 a 110
1.1 - Preliminares	1
1.2 - O problema da punção nas lajes cogumelo	2
1.2.1 - Generalidades	2
1.2.2 - Lajes sem armadura de punção ..	7
1.2.3 - Lajes com armadura de punção ..	22
1.2.4 - Casos assimétricos	40
1.3 - Estudo da punção no Laboratório de Es- truturas (LE-EESC)	62
1.3.1 - Preliminares	62
1.3.2 - Plano de pesquisa elaborado no LE-EESC	63
1.3.3 - As fases de pesquisa no LE-EESC	65
1.3.3.1 - 1ª Fase - Martinelli, D.A.O. (1974)	66
1.3.3.2 - 2ª Fase - Takeya, T. (1981)	75
1.3.3.3 - 3ª Fase - Figueiredo Fº. J.R. (1981)	83
1.4 - Especificações e Regulamentos	94
1.5 - Panorama da pesquisa executada	110
2. OS MODELOS E OS ENSAIOS	111 a 129
2.1 - Os elementos-de-laje	111
2.2 - Dispositivos, instrumentação e procedi- mento de ensaio	118
2.3 - Materiais utilizados	126
2.3.1 - Concreto	126
2.3.2 - Aço	129
3. RESULTADOS DOS ENSAIOS	130 a 197
3.1 - Materiais	130
3.1.1 - Concreto	130
3.1.2 - Aço	138
3.2 - Elementos-de-Laje	140

3.2.1 - Preliminares	140
3.2.2 - Cargas de ruína	140
3.2.3 - Fissuração e configuração de ruína	143
3.2.4 - Deformações da armadura de flexão	159
3.2.5 - Deformações da armadura transversal	182
3.2.6 - Deformações da face inferior da laje	188
3.2.7 - Deslocamentos transversais	194
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS. CONCLUSÕES	198 a 214
4.1 - Análise dos resultados	198
4.1.1 - Cargas de ruína	198
4.1.2 - Fissuração e configuração de ruína	207
4.1.3 - Deformações da armadura de flexão	209
4.1.4 - Deformações da armadura transversal	211
4.1.5 - Deformações da face inferior da laje	212
4.1.6 - Deslocamentos transversais	213
4.2 - Conclusões	214
4.3 - Prosseguimento da pesquisa	216
5. BIBLIOGRAFIA	217 a 225
6. ANEXOS	226 a 265
6.1 - Tabelas com os valores das deformações e deslocamentos transversais medidos nos ensaios	226
6.2 - Documentação fotográfica	254
6.3 - ACI 318/83-Capítulo 11 - "Shear and Torsion" e Comentários	265

As unidades aqui utilizadas são: kN, kN/mm² e cm

C A P Í T U L O 1

1. INTRODUÇÃO

1.1 - Preliminares

São apresentados no presente trabalho os resultados dos ensaios de nove modelos de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo.

O conjunto de experimentos aqui realizados faz parte de um amplo Projeto de Pesquisa, iniciado no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da USP (LE-EESC), a partir de 1972, por sugestão do Prof. Dr. Telemaco H.M. van Langendonck, com experimentos iniciados pelo Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli, tendo como objetivo principal o ensaio até a ruptura, de ligações laje-pilar, em que se analisaram os seguintes casos:

- cantos de lajes-cogumelo com variação da taxa de armadura transversal da laje e da relação entre o momento fletor e a força cortante;
- bordas de lajes-cogumelo, com variação das taxas de armadura transversal e de flexão e, da espessura da laje.

Na presente investigação, analisa-se o comportamento de ligações de borda, com pilares de seção transversal retangular com variações nas proporções de seus lados.

No primeiro capítulo deste trabalho, faz-se o retrospecto de pesquisas dedicadas ao assunto; apresentam-se

as Especificações e Regulamentos do ACI 318/83, do Código Modelo CEB-FIP de 1978 e da NBR-6118 no que diz respeito a lajes-cogumelo já produzidos no LE-EESC.

O segundo capítulo é dedicado à descrição dos modelos ensaiados.

No capítulo três, apresentam-se as características dos materiais utilizados (concreto e aço) na confecção dos modelos e resultados dos ensaios dos modelos: configurações de ruína, deformações da armadura de flexão, deformações do concreto e deslocamentos transversais da laje.

No capítulo quatro, é feita uma análise dos resultados obtidos com os ensaios e enumeram-se algumas conclusões e sugestões para novas pesquisas.

No capítulo cinco apresenta-se uma extensa bibliografia, comentada parcialmente no primeiro capítulo do presente trabalho, acreditando-se que será útil a outros pesquisadores que prosseguirão nos estudos.

Finalizando, apresenta-se um anexo constituído pela documentação fotográfica dos modelos, da aparelhagem e da estrutura de reação utilizadas nos ensaios, as tabelas com os resultados numéricos dos ensaios já apresentados em forma gráfica no capítulo 3, e o capítulo 11 do ACI-318/83, transcrito na íntegra ("SHEAR AND TORSION"), e seus comentários.

A experimentação aqui executada contou com o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

1.2 - O problema da punção nas lajes-cogumelo

1.2.1 - Generalidades

Desde a introdução por TURNER (1905)*, nos Estados Unidos, os sistemas estruturais de edifícios com lajes

(*) Autor e data identificam as referências bibliográficas ordenadas alfabeticamente no Capítulo 5.

apoiadas diretamente nos pilares, têm-se difundido cada vez mais na engenharia. Isto se deve às exigências arquitetônicas representada pelos forros lisos, simplificações executivas, economia das fôrmas com o seu reaproveitamento integral. É possível realizar-se lajes pré-moldadas com a eliminação quase que total de fôrmas, face à possibilidade de cada laje confeccionada poder ser utilizada como fôrma de fundo da laje superior e posterior ligação com o pilar, sistema conhecido nos Estados Unidos como "lift slab". Somando-se todos esses fatores, as lajes-cogumelo poderão se tornar mais econômicas em relação aos pavimentos com vigas correntemente utilizados, permitindo-se, também, uma redução na altura final dos edifícios.

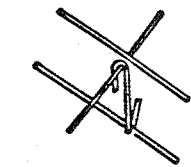
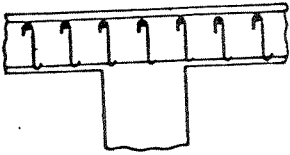
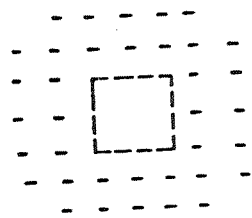
Face à eliminação das vigas, surgem alguns problemas tais como: a pequena rigidez da estrutura quando solicitada por ações horizontais, a punção (ruptura por cisalhamento, brusca, sem aviso prévio, com grandes deslocamentos transversais da laje na direção perpendicular ao plano médio da estrutura, com formação de um tronco de cone e sem esgotamento de toda a capacidade da armadura de flexão) próxima das ligações laje-pilar, onde ocorrem concentrações de esforços.

A pequena rigidez do conjunto pode ser solucionada com a adoção de paredes estruturais ou núcleos rígidos nos quais as lajes seriam vinculadas.

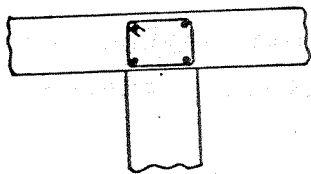
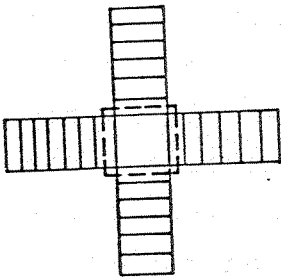
A punção pode ser contornada com a adoção de reforços nas ligações laje-pilar, através de estribos de barras ou perfis metálicos ("shearheads"). Na figura 1, são apresentados vários tipos de reforços que podem ser utilizados para esse fim.

Há também o reforço por placa metálica externa, adoção de capitêis, como se apresenta na figura 2 que, produzindo saliências, deixam de atender aos fatores arquitetônicos.

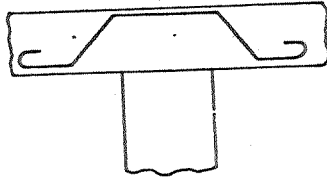
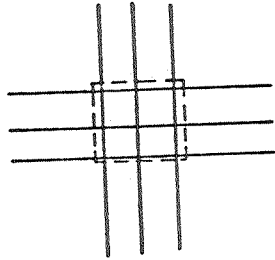
O aumento da resistência à punção pode ser conseguida de outras formas:



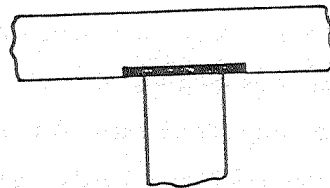
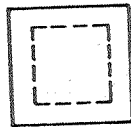
a) vertical



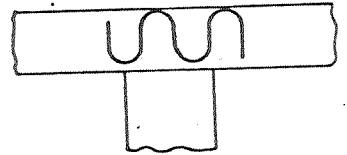
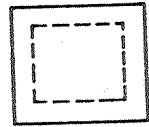
d) tipo "viga"



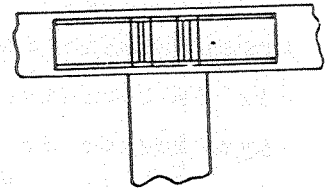
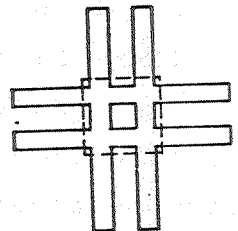
b) barras dobradas



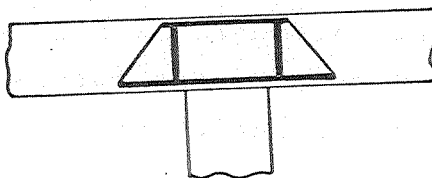
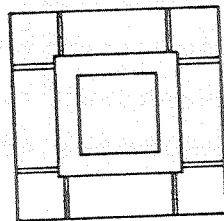
e) placa metálica



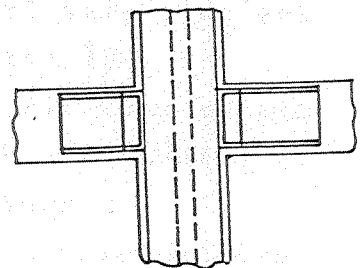
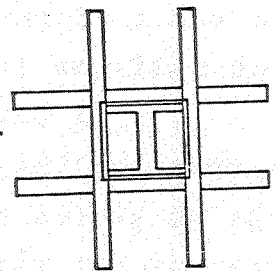
c) tangencial



f) perfil metálico (shearhead)

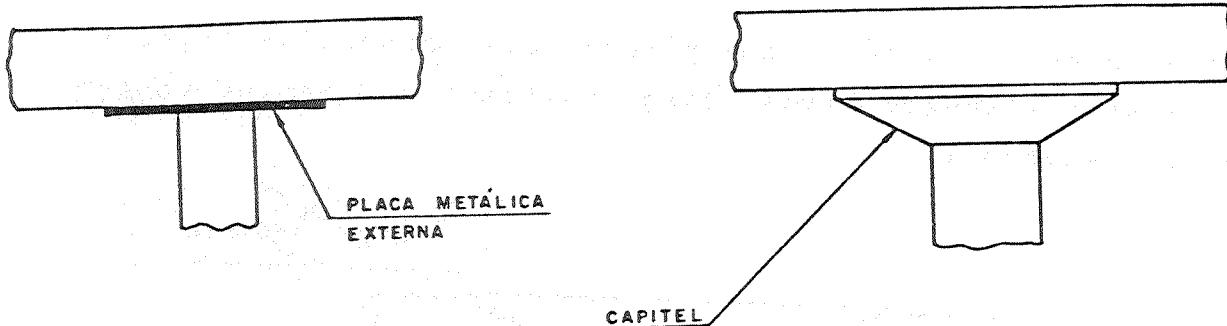


g) tipo "colar" ("Shearhead")



h) perfil metálico com reforço também do pilar. ("shearhead").

FIGURA 1 - ALGUNS TIPOS DE ESTRIBOS UTILIZADOS COMO REFORÇO DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR.



Lajes com reforço de chapa metálica ou capitel

Figura 2

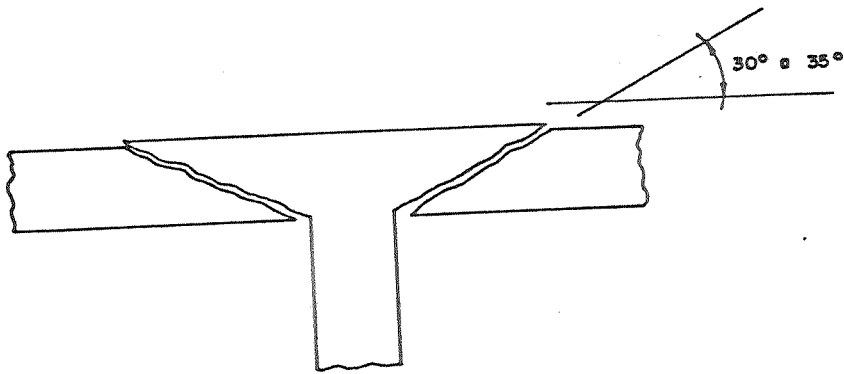
- aumento da espessura da laje, que acarretaria o inconveniente de aumentar também a carga permanente;
- maiores dimensões da seção transversal dos pilares, observando-se que, muitas vezes, estas dimensões já estão fixadas por motivos arquitetônicos;
- aumento da resistência do concreto, embora experiências nesse sentido tenham comprovado pequena influência desse fator na ligação;
- aumento da taxa de armadura de flexão.

Nos ensaios de ligações laje-pilar interior, em painéis de laje quadrados, carregados simetricamente e uniformemente, a punção ocorre segundo o esquema mostrado na Figura 3, com a formação de uma superfície tronco-cônica inclinada de um ângulo variando entre 30° a 35° , em relação ao plano da laje.

Nas sapatas de fundação, Figura 4, a superfície de ruptura tem-se formado segundo um ângulo de aproximadamente 45° .

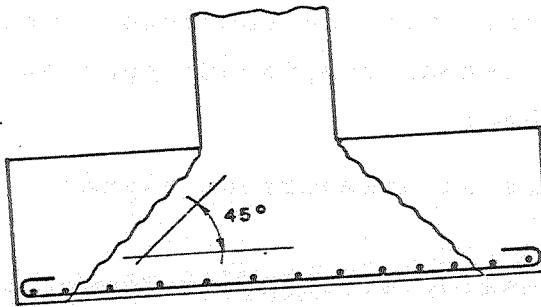
Na região de pilares internos de lajes de piso, conforme descrito acima, os momentos principais que ali se desenvolvem radial e tangencialmente são negativos. Esses momentos radiais tornam-se nulos em determinado ponto a partir do centro da seção transversal do pilar; esses pontos situam-se sobre uma circunferência de raio $r \approx 0,22l$, figu

ra 5, onde l é o vão entre pilares dos painéis de laje. Atuam nesses pontos apenas força cortante e momentos tangenciais pequenos.



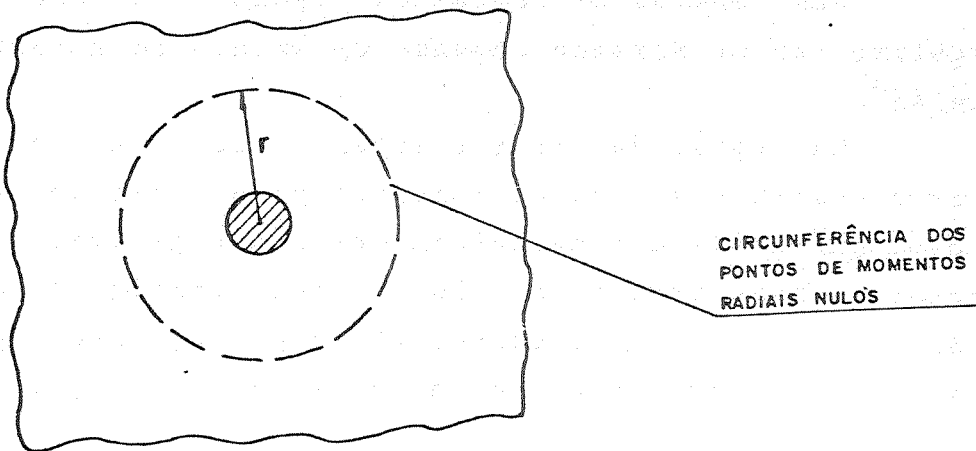
Superfície de ruptura à punção em ligação laje-pilar interior

Figura 3



Linhas de ruptura à punção em sapata isolada

Figura 4



CIRCUNFERÊNCIA DOS PONTOS DE MOMENTOS RADIAIS NULOS

1.2.2 - Lajes sem armadura de punção

TALBOT (1913) foi o pioneiro nas observações dos fenômenos da punção. Embora sua pesquisa fosse dedicada ao exame da influência da força cortante em sapatas, notou que, ao fazer o carregamento até a ruptura, 20 dentre um total de 197 sapatas (114 sob muro e 83 sob pilar), romperam-se à punção, segundo uma superfície de 45° .

Propôs, então, o que é a base do método clássico e adotado até hoje na maioria dos regulamentos, a expressão seguinte para a verificação de punção:

$$\tau = 10V/ud \quad (1)$$

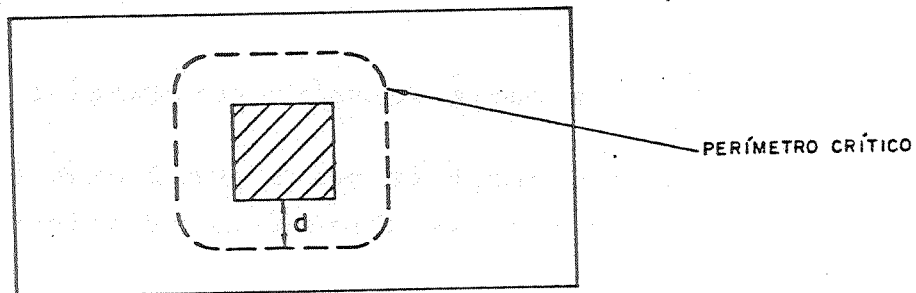
onde

τ é a tensão nominal ou convencional de cisalhamento

V é a força cortante

d a altura útil da sapata

u o perímetro do contorno crítico, figura 6, paralelo ao contorno do pilar e dele distante d



Perímetro crítico estabelecido por TALBOT

Figura 6

Notou também que, ao se aumentar a taxa de armadura de flexão, ocorria um acréscimo na resistência à punção.

GRAF e BACH (1915), em ensaios de resistência à flexão em lajes, também observaram a punção em alguns casos.

GRAF (1933) concluiu, ensaiando lajes com cargas concentradas, que o aumento da resistência do concreto não produzia grandes aumentos na resistência ao cisalhamento.

RICHART e KLUGE (1939), estudando lajes de pontes rodoviárias, notaram que, quando essas lajes eram pouco armadas à flexão, e conseqüentemente havia um aumento da fissuração, as resistências ao cisalhamento decresciam.

RICHART (1948), ensaiando 164 sapatas (24 sob muro e 140 sob pilar), notou que, ao diminuir a altura útil da peça e havendo, portanto, um aumento na taxa de armadura de flexão, ocorria um aumento na resistência à punção, e que, de alguma forma, a resistência ao cisalhamento estava bem relacionada com a taxa de armadura de flexão.

HOGNESTAD (1953), após a análise dos resultados dos ensaios executados por RICHART, fez a primeira tentativa de relacionar a resistência à flexão e a resistência à força cortante, através da seguinte expressão:

$$V_p/ud = 0,08 + (0,03 + \frac{0,06}{V_p/V_f}) \frac{f_c}{10,0} \quad (2)$$

V_p é a carga de ruína por punção;

V_f é a carga de ruína por flexão calculada pela teoria das charneiras plásticas;

d é a altura útil da laje;

f_c é a resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cilíndricos;

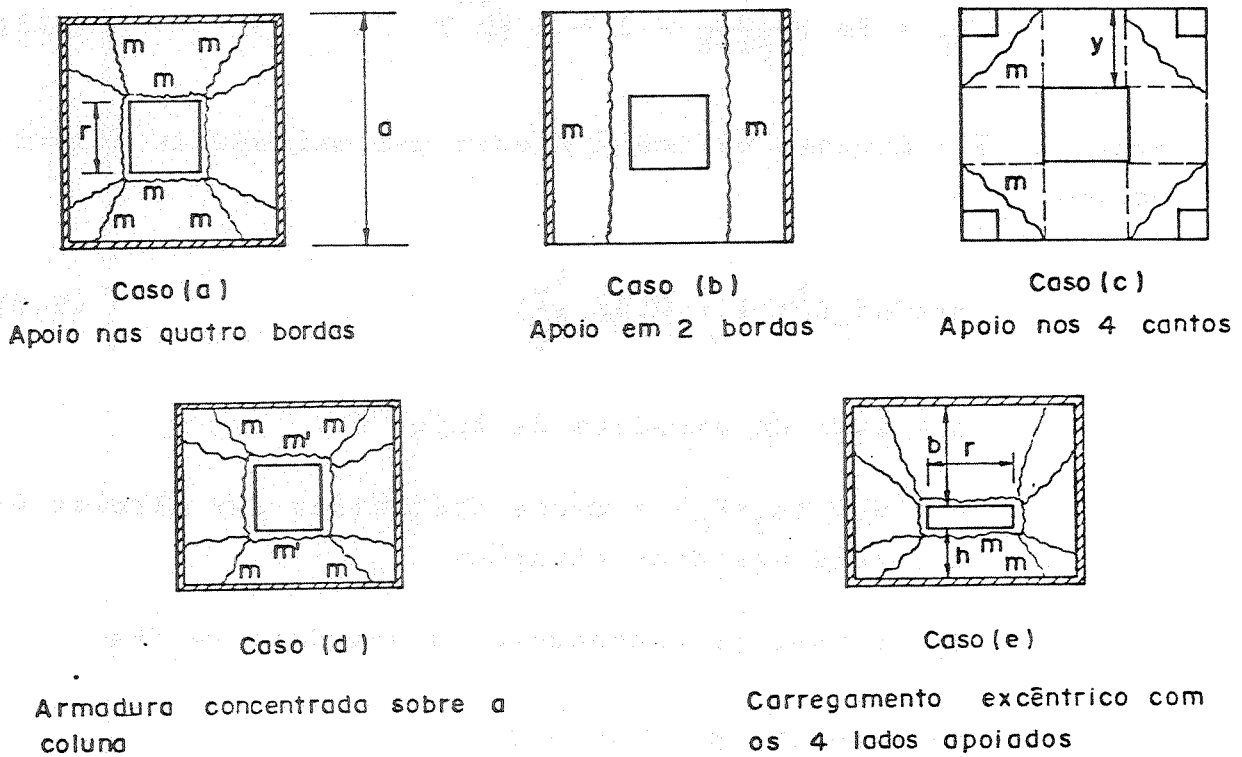
u é o perímetro do contorno do pilar.

ELSTNER e HOGNESTAD (1956), após novos ensaios com a variação de novos parâmetros (resistência do concre-

to, taxa de armadura de flexão, dimensões dos pilares, condições de apoio do modelo ensaiado e carregamento, concentração de armadura na ligação), observaram que há um relacionamento entre a resistência ao cisalhamento e a resistência do concreto, assim como de diversas outras variáveis; alteraram então a equação (2) para:

$$V_p/ud = 0,2 + 0,04 \frac{f_c}{10V_p/V_f} \quad (3)$$

O esquema dos ensaios é apresentado na Figura 7.



Esquema dos ensaios de Elstener e Hognestad.

Figura 7

As principais observações foram:

- a capacidade última à flexão da laje pode ser calculada com o auxílio da teoria das charneiras plásticas;

- concentrando a armadura de flexão sobre a coluna, não houve acréscimos na resistência ao cisalhamento nas condições em que as lajes foram ensaiadas;
- a aplicação de um carregamento excêntrico (figura 7 - caso (e)) apresentou influência desprezível na resistência ao cisalhamento quando comparado com o carregamento concêntrico;
- as resistências ao cisalhamento e à flexão têm relação entre si.

Para o caso (a) da figura 7:

$$V_f = 8m \left(\frac{1}{1-r/a} - 3 + 2\sqrt{2} \right) \quad (3.1)$$

onde m é o momento último à flexão por unidade de comprimento.

$$m = 0,1 \rho f_y d^2 \left(1 - 0,5 \rho \frac{f_y}{f_c} \right) \quad (3.2)$$

ρ = taxa de armadura da laje

$d = 0,5 (d_1 + d_2)$ = média aritmética das alturas úteis nas duas direções

f_y = tensão de escoamento da armadura em MPa

No caso (b) da figura 7:

$$V_f = 4m \frac{1}{1-r/a} \quad (3.3)$$

Para o caso (c) da figura 7:

$$V_f = 8m \quad \text{quando } r \geq a/5 \quad (3.4)$$

$$V_f = 4m \left(1 + \frac{4}{a/r-1} \right) \quad \text{quando } r \leq a/5 \quad (3.5)$$

Para o caso (d) da figura 7:

$$V_f = 8m \left(\frac{1}{1-r/a} - 3 + 2\sqrt{2} + \frac{(m'/m)-1}{a/r-1} \right) \quad (3.6)$$

onde m' é o momento último de flexão por unidade de comprimento, negativo.

Para o caso (e) da figura 7 tem-se:

$$V_f = m.a \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{b} + \frac{4}{a-r} \right) \quad (3.7)$$

e, com os cantos livres para se movimentarem

$$V_f = 0,865 m \left(\frac{a}{h} + \frac{a}{b} + \frac{4}{1-r/a} \right) \quad (3.8)$$

MOE (1961), após ensaiar 43 lajes, tendo como variáveis: o efeito produzido por abertura na laje próxima da face do pilar, concentração de armadura de flexão em faixas próximas do pilar, seção transversal do pilar, excentricidade na aplicação da carga e, analisando estatisticamente os resultados de outros 260 ensaios de lajes e sapatas obtidos por outros autores concluiu que:

- nas lajes com baixas porcentagens de armadura de flexão, ocorre o escoamento daquela armadura nas vizinhanças do pilar, antes da punção;
- a resistência ao cisalhamento de lajes e sapatas depende da resistência à flexão;
- a concentração de armadura de flexão em faixas próximas ao pilar não aumentou a resistência ao cisalhamento, porém aumentou a rigidez à flexão da laje e também aumentou a carga para a qual se dava início o escoamento da armadura de flexão;

- a resistência última ao cisalhamento pode ser determinada pela equação:

$$V_p/ud = \frac{12,500(1-0,075 \frac{a}{d}) \sqrt{f_c}}{100+4,392 \frac{ud \sqrt{f_c}}{V_f}} \dots\dots\dots(4)$$

onde,

V_p = carga de ruína por punção;

a = é o lado do pilar de seção quadrada ou o diâmetro do pilar de seção circular;

u = é o perímetro da área carregada;

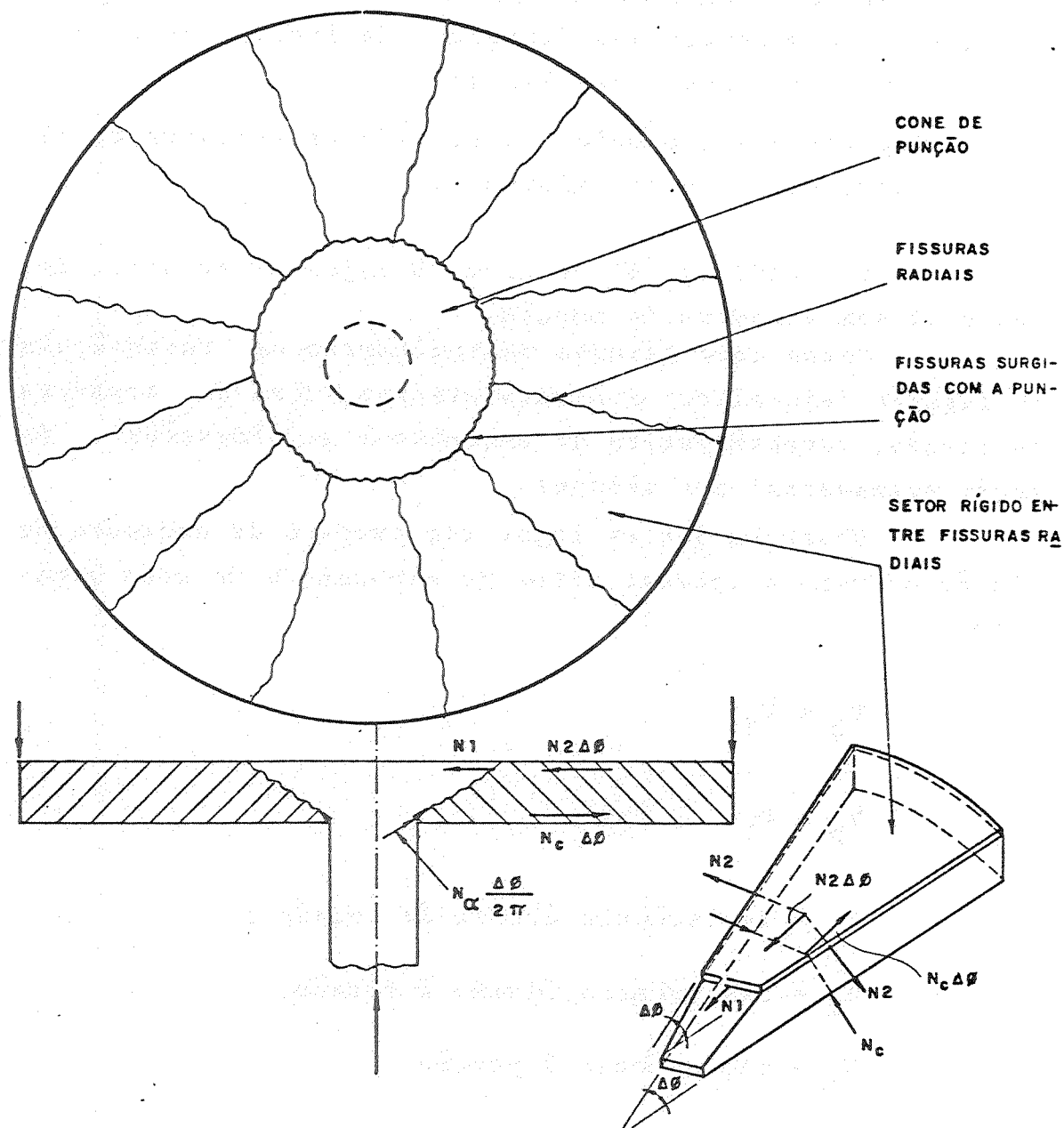
d = é a altura útil da laje;

f_c = resistência do concreto medida em corpos de prova cilíndricos;

V_f = resistência última à flexão determinada pela teoria das charneiras plásticas.

KINNUNEN e NYLANDER (1960), KINNUNEN (1963), objetivaram seus estudos com o intuito de melhor precisar a influência da taxa de armadura de flexão na resistência à punção. Ensaando várias lajes circulares com pilar de seção circular, central, estabeleceram um critério de cálculo decompondo estes protótipos em três elementos:

- a) o cone de punção;
- b) setores rígidos delimitados pelo cone de punção, pelas fissuras radiais e pelo contorno da laje (figura 8);
- c) uma casca cônica comprimida situada próxima da porção inferior da laje e indicada na figura 8.



Modelo de Kinnunen e Nylander
 Figura 8

NYLANDER (1964), nos ensaios de lajes circulares sem armadura de punção, observou os seguintes resultados:

- o aparecimento de fissuras de cisalhamento, quando a carga de ensaio atingia de 50% a 75% da carga última;
- aparecimento de fissuras radiais;

- as curvas de deslocamento, na parte da laje situada fora da região de ocorrência das fissuras ocasionadas pela punção eram praticamente retilíneas;
- nas alternativas com maior quantidade de armadura de flexão, ocorreram menores deformações.

YITZHAKI (1966) ensaiou 28 lajes circulares, das quais 16 sem armadura de punção.

Citou como fatores determinantes na resistência da ligação laje-pilar: a altura efetiva, taxa de armadura de flexão, característica do concreto e as dimensões da seção transversal dos pilares.

Observou que em lajes com excesso de armadura de flexão ocorria o colapso antes do escoamento de toda armadura,

$$V_u < V_f$$

$$V_p < V_f \quad \text{onde,}$$

V_u = resistência última de colapso;

V_f = resistência última à flexão;

V_p = resistência à punção.

Verificou que aumentando as dimensões da seção transversal do pilar ou adicionando-se uma armadura de punção, a ruína era atingida quando toda a resistência à flexão fosse exaurida.

$$V_u \geq V_f$$

Propôs então um método de cálculo para estabelecer a resistência à punção:

$$V_p = 0,131(1-\rho^*/2)d^2(6,373+pf_y)(1+0,5a/d) \quad (5)$$

onde,

$$\rho^* = \rho f_y / f_c ,$$

ρ é a taxa de armadura de flexão,

a é o lado do pilar de seção quadrada

Também propôs o cálculo da resistência à flexão como a seguir:

$$V_f = 0,8 \rho f_y d^2 (1 - \rho^* / 2) \quad (6)$$

LANGENDONCK (1966), após a análise de diversas propostas, até aquela data, para o dimensionamento de placas de concreto, armadas ou não ao punção, opinou:

a) o método sueco, baseado nos trabalhos de KINNUNEN e NYLANDER, era por demais complicado em se tratando de sua utilização no dia a dia, além do que somente se justificaria caso seus resultados fossem mais exatos que os obtidos por outras teorias;

b) para lajes sem armadura de punção, o método de MOE, com uma formulação bem simples, apresentou resultados mais coerentes com os ensaios realizados do que outras teorias; evidência disso é encontrada na análise de 172 ensaios, conforme os números que se seguem:

	MOE	YITZHAKI	SUECO	ACI 318/63
V_{obs} / V_{cal}	1,01	1,03	1,05	1,38
s	0,092	0,135	0,152	0,167

onde,

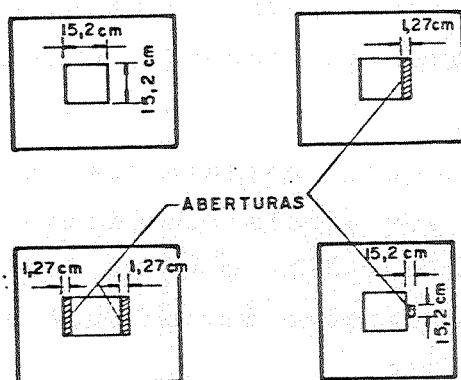
V_{obs} = carga medida nos ensaios;

V_{cal} = carga calculada segundo os métodos analisados;

s = desvio padrão.

Em consequência, propôs fórmula simples, para o caso de lajes com armadura de punção, que será apresentada no item 1.2.3.

MOWRER e VANDERBILT (1967) estudaram 51 modelos de placas de concreto armado em que 43 foram executados com agregados leves (argila expandida) e 8 com os agregados correntes, alguns com aberturas próximas ao plano de aplicação da carga, figura 9:



MODELOS ENSAIADOS POR MOWRER E VANDERBILT.

FIGURA 9

Nos modelos, ensaiados até a ruptura, foram observados três tipos de ruína: por flexão, por punção e por flexo-punção.

Foram feitas duas séries de ensaios. Na primeira série, foram duplicados diversos protótipos ensaiados por MOE (série "J"), com 17 modelos com agregados leves e 8 com agregados convencionais.

A série "J" constava de placas de 91,44 cm (36") de lado, 7,62 cm (3") de espessura e pilares quadrados de 15,24 x 15,24 cm² (6" x 6"), onde os parâmetros variáveis eram: as aberturas, taxa de armadura de flexão e resistência do concreto.

A segunda série (série "M") constou de 26 modelos em concreto leve com as seguintes características: placas de 121,92 x 121,92 cm² (48" x 48"), espessura de 12,7 cm (5") e pilares com seção variando de 10,16 x 10,16 cm² (4" x 4") até 40,64 x 40,64 cm² (16" x 16") em incrementos de 5,08 cm (2"); nesta série, além da variação da seção transversal dos pilares variaram-se também a relação a/d, a taxa de armadura e a vinculação de borda.

Adaptando a equação de MOE para seus resultados, apresentou uma nova versão da equação (4) para agregados leves:

$$V_p/ud = \frac{8,116(1+d/a) \sqrt{f_c}}{100+4,392 \text{ ud} \frac{\sqrt{I_c}}{V_f}} \quad (7)$$

onde,

a = lado do pilar de seção quadrada ou, u/4 se for pilar de seção transversal circular ou se o perímetro for interrompido por aberturas.

HAWKINS(1970) ensaiou nove modelos de 2,10x2,10m² e espessura de laje de 15,2cm, com o intuito de analisar o comportamento das lajes de piso apoiadas em pilares de seção retangular interiores, variando a seção do pilar e sistema de carregamento. Na Tabela I são apresentadas as principais características dos nove modelos ensaiados.

Comparando os seus resultados experimentais com a equação de MOE (equação 4) e com a normalização existente na época: ACI - "Committee 326" (equação 8), observou

que a equação (4) superestima as resistências e que a equação (8) apresentou resultados mais cautelosos (figura 10).

Modelo	Dimensões do pilar		Altura média efetiva (cm)	Taxa média de armadura de flexão %
	C1 (cm)	C2 (cm)		
1	30,4	30,4	11,7	1,12
2	20,3	40,6	11,7	1,12
3	15,2	45,7	11,7	1,12
4	11,4	49,5	11,7	1,12
5	15,2	45,7	11,7	-
6	45,7	15,2	11,7	1,12
7	15,2	45,7	11,7	0,87
8	11,4	49,5	12,0	0,81
9	15,2	30,4	12,0	0,77

Modelos de Hawkins

Tabela I

As relações comparadas foram:

$$v_p / ud = \frac{12,5(1-0,075a/d)}{100+4,392 \frac{ud\sqrt{f_c}}{V_f}} \cdot \sqrt{f_c} \quad (\text{MOE}) \quad (4)$$

$$v_u = 0,335 (d/a+1) \sqrt{f_c} \quad (\text{ACI "Committee" 326}) \quad (8),$$

onde,

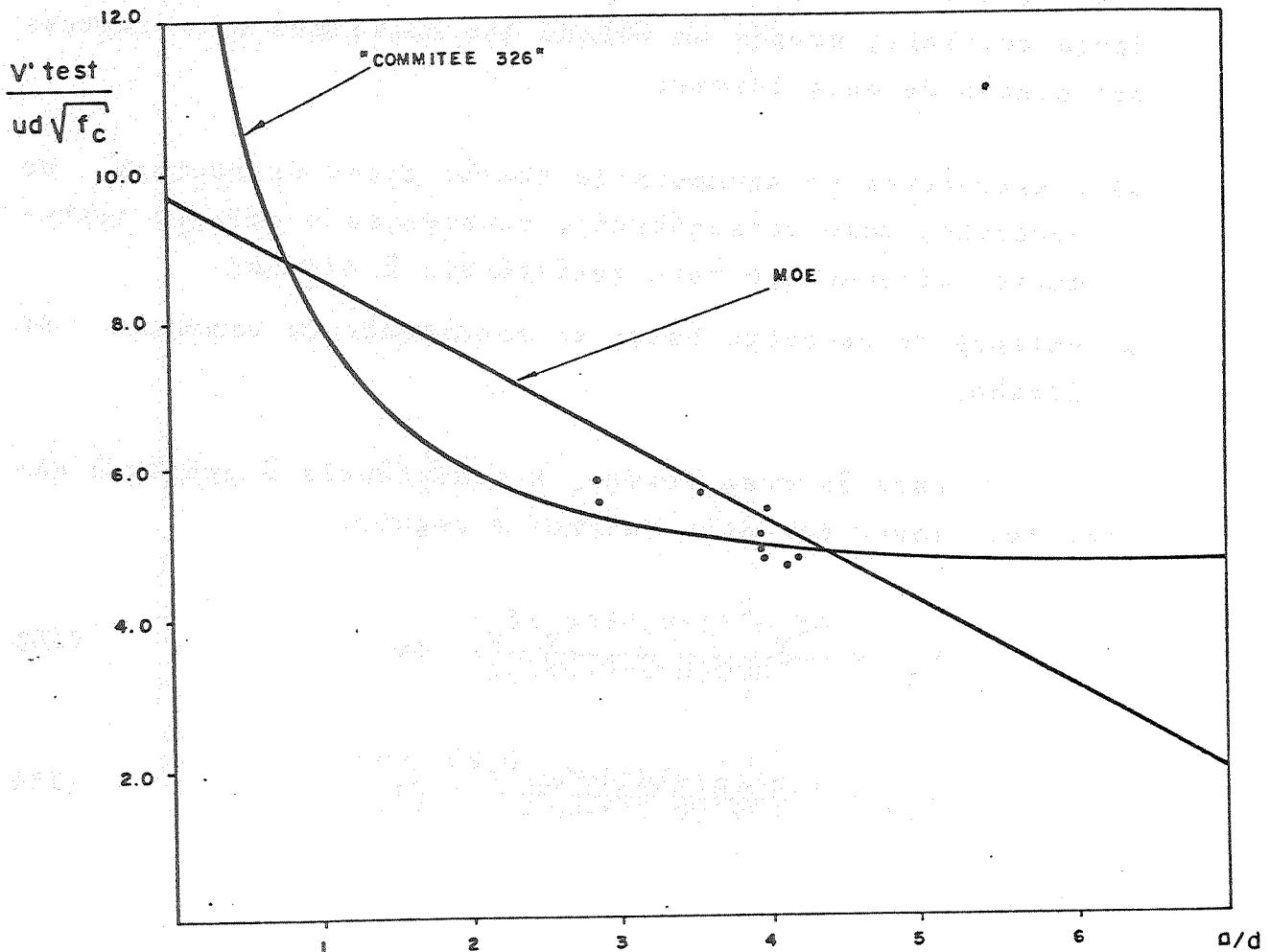
v_u é a tensão de cisalhamento última.

Baseado nos resultados dos modelos ensaiados apresentou a seguinte equação que prevê a resistência à punção:

$$\frac{V_p}{u^* d} = 8,37 \times 10^{-3} (2,5 + 3a_1) \sqrt{f_c} \quad (9)$$

onde, a_1 é a relação entre o lado menor e maior do pilar e tal que $(2,5 + 3a_1) \geq 4$ e, u^* é o perímetro crítico distante $d/2$ da face do pilar.

HAWKINS concluiu também que, quando a relação entre os lados do pilar é maior que 2, a resistência última cisalhante decresce com o acréscimo desta mesma relação.



Comparação dos resultados com os valores calculados através das fórmulas (4) e (8)

Figura 10

Na figura (10) V'_{test} é a carga última ao cisalhamento ajustada para o valor tal que o colapso se dê por cisalhamento e flexão.

LONG(1973), considerando a interação da flexão e da força cortante e estudos baseados na teoria para pequenas deformações em placas finas, obteve melhores resultados com a formulação proposta por MOE do que com a proposta pelo ACI até então, na previsão do colapso por punção; notou que a resistência à punção da laje depende fortemente da resistência à flexão.

LONG(1975), estudando os casos de pilares interiores de seção transversal quadrada, e painéis de lajes quadrados, bem como considerando a interação da flexão e da força cortante, propôs um método que considera a ruptura por punção de duas formas:

- a) o escoamento da armadura de flexão antes da ruptura do concreto, como consequência, considerou o colapso fortemente influenciado pela resistência à flexão;
- b) colapso do concreto antes do escoamento da armadura de flexão.

Face às duas formas, a resistência à punção é dada pelo menor dos dois valores a seguir:

$$V_{p1} = \frac{\rho_f d^2 (1 - 0,59 \rho_f / f_c)}{1000 (0,2 - 0,9a/L)} \quad \text{ou} \quad (10)$$

$$V_{p2} = \frac{1,66 (a+d) d (100\rho)^{0,25}}{1000 (0,75 + 4a/L)} \sqrt{f_c} \quad (11)$$

onde,

L é o vão dos painéis de laje quadrados.

REGAN (1980) apresentou um método de cálculo derivado de ensaios experimentais, para a determinação da resistência ao puncionamento de ligações laje-pilar interior, em lajes-cogumelo:

$$V_p = k_c \cdot k_{sc} \cdot \xi \cdot (\rho \cdot f_{cj})^{1/3} \cdot 0,0269 \cdot d \cdot (u+7,85d) \quad (12)$$

onde,

$$k_c = \begin{cases} 0,13 & \text{para concreto comum} \\ 0,105 & \text{para concreto com agregado leve (den-} \\ & \text{sidade } 17 \text{ kN/m}^3) \end{cases}$$

$$k_{sc} = 1,15 \sqrt{4\pi A_c / u^2}$$

A_c = área da seção transversal do pilar

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{300}{d}}, \text{ com } d \text{ em mm}$$

u = perímetro da coluna ou área carregada

ρ = taxa geométrica de armadura, média, em porcentagem, e igual a $\frac{1}{2}(\rho_x + \rho_y)$

SHEHATA(1982), com o objetivo de estudar o comportamento de lajes apoiadas em pilares internos e apresentando ruptura devida ao puncionamento realizou duas séries de ensaios num total de 16 modelos sendo 14 protendidos.

Com base nos resultados de seus trabalhos experimentais e de outros encontrados na literatura, procurou chegar a um método de cálculo para resistência ao puncionamento de lajes-cogumelo protendidas com pilares internos a partir do método que se mostrou ser mais adequado para lajes não protendidas.

Realizou comparações entre as cargas de ruína dos modelos ensaiados por Kinnunen e Nylander(1960), Nylander e Sundquist(1972), Elstner e Hognestad(1953) e Regan(1971), e as cargas de cálculo, obtidas através de sete métodos de cálculo propostos por diferentes autores e quatro fórmulas de regulamentos existentes.

Na Tabela II é apresentado, para cada caso, a média da relação $V_{u,obs} / V_u$ e o respectivo desvio padrão.

Método de Cálculo Para Obter V_u	$V_{u,obs}/V_u$	Desvio Padrão s
Kinnunen e Nylander (1960 e 1963)	1,24	0,28
Braestrup(1976)	0,88	0,27
Gesund(1970,1971)	0,84	0,18
Long(1967,1975)	1,21	0,17
Regan(1980)	1,04	0,08
Moe(1961)	1,05	0,21
Elstner e Hognestad (1965)	1,19	0,35
CP-110 (1972)	1,16	0,14
ACI 318-77(1977)	1,44	0,27
CEB-FIP(1978)	1,30	0,24
DIN 1045	1,61	0,28

Tabela II

Com base nas comparações feitas, concluiu que o método que melhor resultado apresentou foi o de REGAN(1980), que é representado pela equação (12).

1.2.3 - Lajes com armadura de punção

Da análise de ligações laje-pilar em lajes-cogumelo observou-se, em muitos casos, a ocorrência de ruptura por punção.

Notou-se que, quando ocorria a punção, grande parte da armadura de flexão tinha ainda grande capacidade resistente sem escoar.

Passou-se, então, a pesquisar diversos tipos de armaduras transversais, dispostas das mais diversas formas na região onde ocorria a formação do tronco de cone de puncionamento, de modo que, no mínimo, as resistências à punção e à flexão fossem iguais.

Porém, os regulamentos prescritos até hoje têm imposto várias limitações na execução das lajes-cogumelo com armadura de punção, devido a não haver ainda um estudo melhor. O ACI 318/83 limita em 50% o aumento da resistência da ligação laje-pilar quando se utiliza armadura de punção, enquanto que, no Código Modelo CEB-FIP de 1978, e seus Complementos, esse limite é de 60% e, na NBR-6118, apenas indica a utilização de armadura quando a tensão convencional ultrapassa metade da tensão limite.

As restrições ao uso da armadura de punção têm sido motivadas pela dificuldade da ancoragem, principalmente nas lajes de espessuras muito reduzidas, em virtude de as zonas comprimidas do concreto serem também pequenas.

GRAF(1938) elaborou seis lajes quadradas com espessura variando entre 30,5cm e 50,8cm e com grande quantidade de armadura de punção. Seus resultados analisados posteriormente segundo a equação (4) de MOE revelou aumentos de resistência de 86%.

ELSTNER e HOGNESTAD (1956) apresentaram uma nova versão da fórmula (3) para a utilização em lajes armadas à punção:

$$V_p/ud = 0,20 + 0,04 \frac{f_c}{10V_p/V_f} + (\rho_t - 0,044)f_c/10 \quad (13)$$

onde,

$$\rho_t = \frac{A_t}{ud} \cdot \frac{f_{yt} \cdot \text{sen} \alpha}{f_c} \quad (13.1)$$

A_t = área total da armadura de punção;

f_{yt} é a resistência ao escoamento da armadura de punção;

α é o ângulo entre as barras da armadura de punção e o plano da laje.

MOE(1961), através dos resultados de seus ensaios, notou que é possível aumentar a resistência à punção dispondo-se de alguma armadura transversal, porém, recomendou que este artifício não deveria ser adotado em lajes pouco espessas devido às dificuldades na ancoragem dessas armaduras transversais.

Propôs então uma nova equação decorrente daquela utilizada nas lajes sem armadura transversal:

$$\frac{V_p}{ud} = \frac{12,5(1-0,075a/d)\sqrt{f_c} + [V_t/(ud) - 0,00253\sqrt{f_c}]}{100+4,392ud\sqrt{f_c}/V_f} \quad (14)$$

onde,

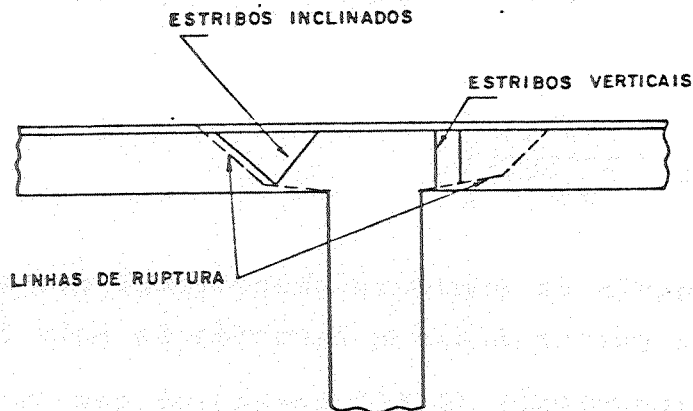
V_t é a força normal vertical correspondente à resultante das tensões na armadura de punção suposta no limite de sua resistência.

FRANZ(1964), ensaiando lajes circulares apoiadas em pilar de seção circular, armadas à punção com barras dobradas ou estribos dispostos radialmente em relação ao centro do pilar, concluiu:

- as fissuras que surgiram com cargas elevadas foram exclusivamente radiais;
- a utilização de uma armadura destinada a suportar a totalidade do esforço cortante conduz à resistência pouco superior que aquela que se obteria se dimensionada para resistir 2/3 da mesma solicitação;
- a utilização de estribos provocou aumentos de resistência da ordem de 25%, enquanto que armaduras transversais constituídas de barras dobradas tiveram sua eficiência reduzida pela metade, quando comparada com os estribos.

NYLANDER (1964), ensaiando lajes armadas à punção, com diversos tipos de estribos, observou:

- os estribos verticais mostraram ser mais eficientes que os estribos inclinados;
- quase como regra, a ruína ocorreu fora da região que contém os estribos e abaixo deles (figura 11);



Linhas de ruptura em lajes - cogumelo
circulares armadas com estribos

Figura 11

- nas lajes dotadas de mesma taxa de armadura de flexão, as deflexões observadas na ruína foram 100% maiores naquelas sem estribos;
- quando as taxas de armadura de flexão eram pequenas, a carga última de ruptura foi bem maior nas lajes dotadas de estribos, porém, quando essa taxa era relativamente alta, a carga de ruptura era também pouco influenciada pela armadura transversal.

YITZHAKI (1966) verificou também ser possível aumentar a resistência à punção para que, no mínimo, houvesse o colapso quando toda a resistência à flexão fosse exaurida.

$$V_u > V_f$$

Propõe, então, um método de cálculo que fornecesse a resistência à punção pela fórmula (5) e a resistência

à flexão pela equação (6), sendo o menor dos dois valores encontrados aquele que regeria o colapso, porém, se a resistência à punção fosse menor, $V_u < V_f$, poderia ser feita a correção para se obter $V_u \geq V_f$ através de um reforço na ligação laje-pilar com armadura de área transversal dada por:

$$A_t = \frac{10V_t}{f_{yt} \text{sen}\alpha} \quad (15)$$

sendo α o ângulo da armadura transversal com a laje, determinando-se a partir disso a resistência pela flexão.

LANGENDONCK (1966) ressaltou que as lajes constituídas com armadura de punção apresentaram resultados variados, talvez por ancoragem deficiente ou por disposição não uniforme na zona crítica dessas armaduras, e que não havia grandes vantagens entre uma ou outra proposta apresentada até aquela data (Moe, Yitzhaki, Método Sueco e ACI 318/63).

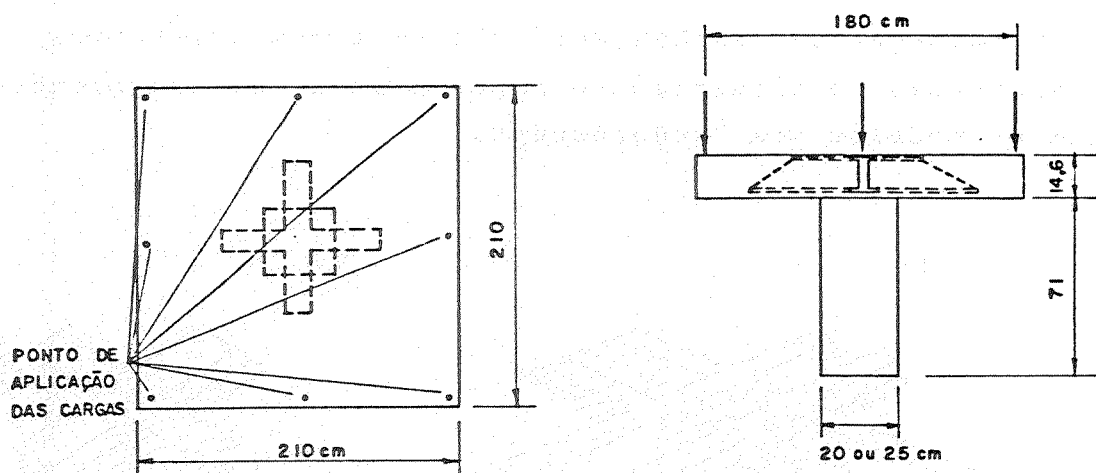
Assim, propôs que fosse adotada a equação de MOE para lajes sem armadura de punção (equação 4) e que a ela se adicionasse uma parcela que seria a contribuição da armadura transversal, dada por:

$$V_{ut} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{A_t}}{d} \cdot f_{yt} \frac{A_t}{10} \text{sen}\alpha \quad (16)$$

Dessa forma, analisando 55 ensaios disponíveis, encontrou para V_{obs}/V_{cal} o valor médio de 1,08 com $s=0,17$. Da análise do método sueco, os valores obtidos foram, respectivamente, 1,22 e 0,26.

Suprimindo-se a parcela $3/4$ da equação (16), essa média seria aparentemente a ideal, isto é, com valor 1,00 e $s = 0,16$, porém pouco aconselhável, face à introdução de muitos valores inferiores à unidade para a relação entre V_{obs}/V_{cal} .

CORLEY e HAWKINS (1968) ensaiaram 21 modelos de ligações laje-pilar interior simetricamente carregados, conforme figura 12, com armadura transversal constituída de perfis metálicos ("shearheads").



Dimensões dos modelos ensaiados

Figura 12

Alguns dos modelos ensaiados foram executados sem armadura transversal e com altas taxas de armadura de flexão, com finalidade de provocar colapso por cisalhamento antes de se atingir o escoamento em toda armadura de flexão.

Na tabela III são apresentadas as características dos materiais utilizados, onde na descrição dos modelos, a letra S indica concreto com 50% de agregado leve e a letra P indica o emprego de 100% de agregado leve nos modelos. A letra N indica ausência de "shearhead". As letras C e H indicam, respectivamente, "shearhead" dos tipos mostrados nas figuras 13a e 13b. A área da armadura de flexão A_s se refere a cada direção considerada.

A altura útil das lajes é de 11,1cm.

Na tabela IV são apresentados os resultados dos ensaios e relações com a capacidade resistente à flexão (V_f) calculada pela teoria das charneiras plásticas.

Da análise dos resultados obtidos concluíram que na utilização de "shearheads" obtiveram-se acréscimos de resistência ao cisalhamento superiores a 75% comparando-se com os modelos sem "shearheads".

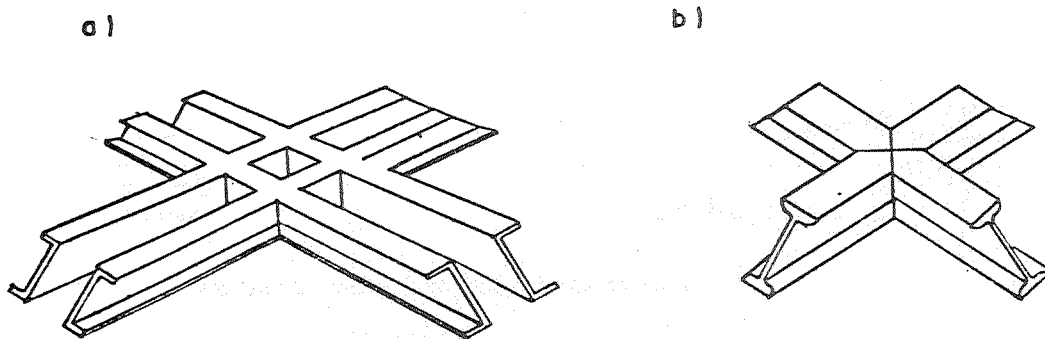


Figura 13

MODELO	A _s (cm ²)	f _y (MPa)	Tipo de "shearhead"	Comprimento do "shearhead"	Concreto		Dimensões do Pilar (cmxcm)
					f _c (MPa)	f _t (MPa)	
-1	36	411,2			19,1	2,5	25x25
-1	36	412,0	2U3"x1 7/8(7,1kg/m)	45,7	18,4	2,4	25x25
-2	36	421,0	2U3"x1 7/8(7,1)	61,0	18,7	2,4	25x25
-3	36	415,0	2U3"(4,1)	53,3	21,6	2,6	25x25
-1	32	446,0	I3"(7,5)	50,8	23,2	2,7	25x25
-2	32	445,0	I3"(5,7)	50,8	22,4	2,7	25x25
-3	32	449,0	I3"(5,7)	30,5	22,4	2,7	25x25
-1	24	453,0			20,5	2,5	20x20
-1	20	428,0	2U3"x1 7/8(7,1)	35,6	20,2	2,5	20x20
-1	24	446,0	I3"(7,5)	53,3	20,8	2,6	20x20
-2	24	432,0	I3"(5,7)	22,9	18,4	2,4	20x20
-3	24	448,0	I3"(5,7)	45,7	22,0	2,6	20x20
-1-P14	24	444,0			25,9	2,4	20x20
-2-P14	24	450,0	I3"(5,7)	22,9	19,5	2,2	20x20
-3-P14	24	451,0	I3"(5,7)	45,7	21,8	2,5	20x20
-1-S14	24	449,0			23,3	2,5	20x20
-2-S14	24	449,0	I3"(5,7)	22,9	20,8	2,3	20x20
-3-S14	24	451,0	I3"(5,7)	45,7	24,7	2,4	20x20
-1-57	24	446,0			26,0	3,1	20x20
-2-57	24	459,0	I3"(5,7)	22,9	24,5	3,0	20x20
-3-57	24	450,0	I3"(5,7)	45,7	26,3	3,2	20x20

Tabela III

MODELO	V_u (kN)	V_f (kN)	V_u/V_f	M_u (kNm)	M_p (kNm)
AN-1	341	419	0,81	+	
AC-1	537	492	1,09	17,60	20,36
AC-2	573	497	1,15	21,02	19,55
AC-3	536	463	1,16	11,87	11,73
AH-1	500	470	1,06	10,90	10,70
AH-2	468	459	1,02	9,34	9,43
AH-3	414	464	0,89	5,59	9,43
BN-1	271	329	0,82	+	-
BC-1	326	347	0,94	7,25	21,97
BH-1	402	374	1,07	10,73	10,70
BH-2	307	350	0,88	9,65	9,66
BH-3	410	371	1,11	9,66	9,66
BN-1-P14	280	342	0,82	+	-
BH-2-P14	275	365	0,75	+	9,66
BH-3-P14	365	370	0,98	+	9,66
BN-1-S14	249	341	0,73	+	-
BH-2-S14	274	368	0,74	+	9,66
BH-3-S14	382	377	1,01	+	9,66
BN-1-S7	308	343	0,90	+	-
BH-2-S7	353	384	0,92	+	9,66
BH-3-S7	408	379	1,08	+	9,66

+ não medido no ensaio

Tabela IV

HERZOG(1973) analisou a eficiência da utilização de estribos verticais, barras dobradas e "shearheads". Com barras dobradas e estribos, conseguiu acréscimos da resistência à punção de até 162%. Com os "shearheads", este acréscimo de resistência foi de até 68%.

Propôs as seguintes fórmulas para medir essas eficiências:

- para barras dobradas e estribos verticais,

$$\eta_1 = \frac{10V_s}{A_t f_y \operatorname{sen} \alpha} \quad (17)$$

- para "shearheads",

$$\eta_2 = 0,05 + 0,6 (c/d_s - 2,2) \quad (18)$$

onde,

η = eficiência das barras dobradas, ou estribos ou "shearheads";

α = ângulo das barras dobradas com o plano da laje;

A_t = área da armadura transversal;

$V_s = V_p - V_o$ = parcela da carga de punção absorvida pelas barras inclinadas ou verticais ou pelo "shearhead";

V_p = carga de ruína por punção em lajes e sapatas com estribos ou "shearhead";

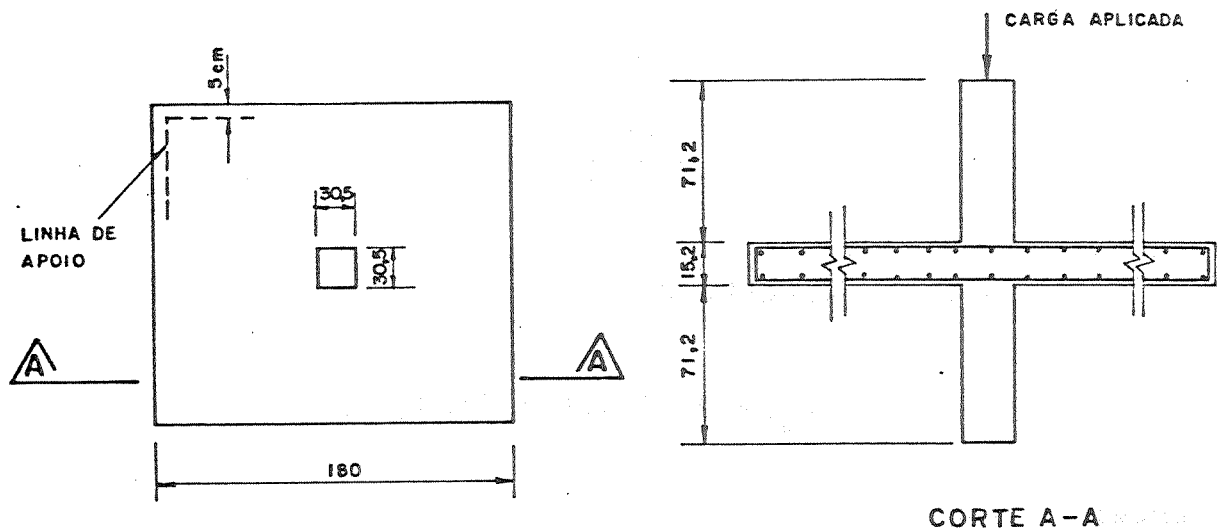
V_o = carga de ruína por punção, em sapatas, ou em lajes sem estribos ou "shearhead";

c = comprimento do "braço" do "shearhead" a partir da face do pilar;

d_s = altura do perfil do "shearhead".

LANGOHR, GHALI e DILGER(1976) analisaram o comportamento de ligações laje-pilar interior, reforçadas com um tipo especial de armadura transversal. Essa armadura transversal compôs-se de pequenos segmentos (12,7mm a 25,4mm) de perfil I.

Ensaíram 6 modelos, cujas dimensões são apresentadas na figura 14.



Modelo ensaiado

Figura 14

A armadura de flexão tracionada compunha-se de barras de 16mm cada 13,6cm e a comprimida de barras também de 16mm cada 16,5cm, de resistência $f_y = 481$ MPa. O concreto tinha resistência de 27,6 MPa. A armadura transversal apresentou escoamento com 314 MPa. Variou-se em cada modelo a disposição e quantidade de armadura transversal, conforme figura 15.

Os modelos S3 e S4 possuíam uma abertura, conforme se vê na figura 15 para observação do desenvolvimento de fissuras na espessura da laje.

Na figura 16 estão representadas as cargas de ruptura (V_u) em função da máxima deflexão observada.

Os modelos S1 e S2 romperam por flexão, enquanto que os demais por punção. Nos modelos S5 e S6 foi observado a plastificação do concreto para carga da ordem de 22,4 kN,

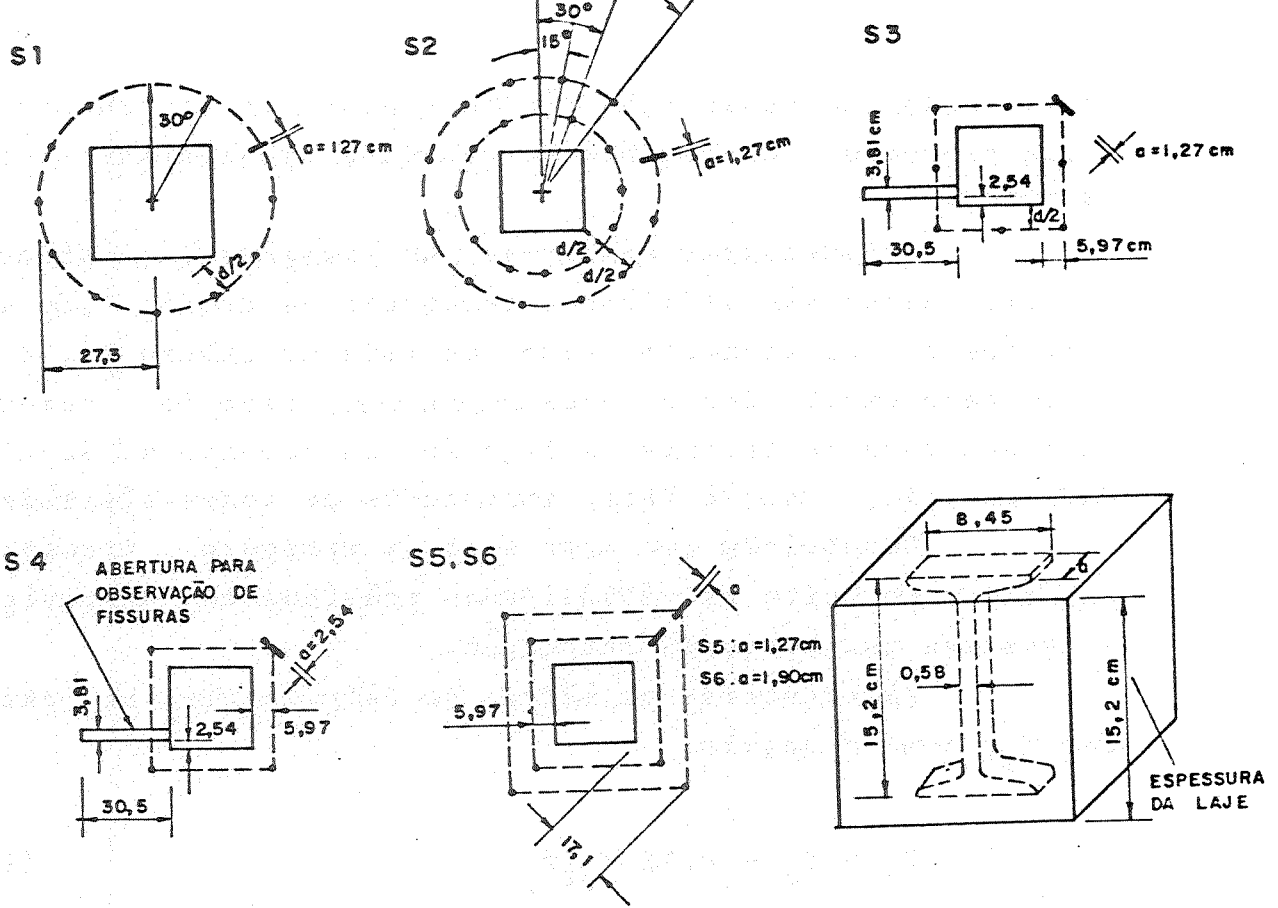


Figura 15

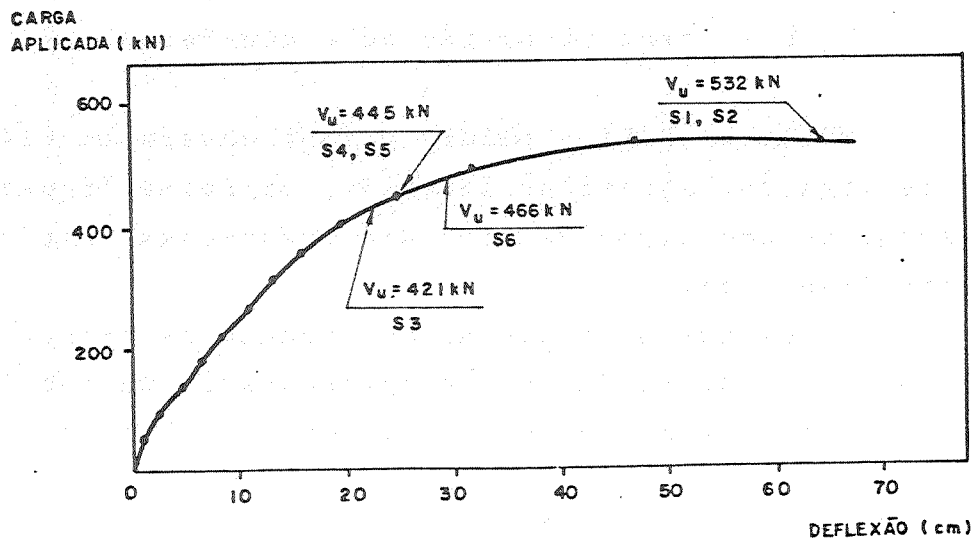


Figura 16

ocasionando uma redistribuição de tensões de cisalhamento, e que provocou o escoamento da armadura transversal antes da ruína.

Recomendaram dispor-se, em ligações laje-pilar interior, quando são utilizados segmentos de perfil I, as disposições desses segmentos como mostrada na figura 15, e como adotado em S2. Desta forma conseguiu-se, além do aumento da capacidade resistente da ligação, um aumento da ductilidade da laje, que é fator importante em zonas sísmicas.

Concluíram que este tipo de armadura transversal reduz em muito as dificuldades práticas de disposição e assegura uma adequada ancoragem.

Apresentaram um método de cálculo para se estimar V_p , como a seguir:

$$V_p = V_c + 0,1\beta A_{st} f_y \quad (19)$$

onde, $V_c = 0,0336 \sqrt{f_c} u d \quad (19.1)$

β é um fator de redução que leva em conta o fato de a tensão média na armadura de punção ser menor que f_y ; recomendaram, na falta de outros experimentos, o valor de 0,6.

V_c é a força absorvida pelo concreto.

SEIBLE, GHALI e DILGER (1980) ensaiaram sete modelos de ligação laje-pilar interior, conforme figura 17, utilizando-se dos tipos de armadura transversal especiais, conforme figura 18.

As cargas de ruptura, deslocamentos transversais e parâmetros de ductilidade são apresentados na tabela V.

Após a análise dos resultados concluíram:

- os tipos de armadura analisadas podem ser utilizadas para aumentar a resistência da ligação laje-pilar e a ductilidade da laje;

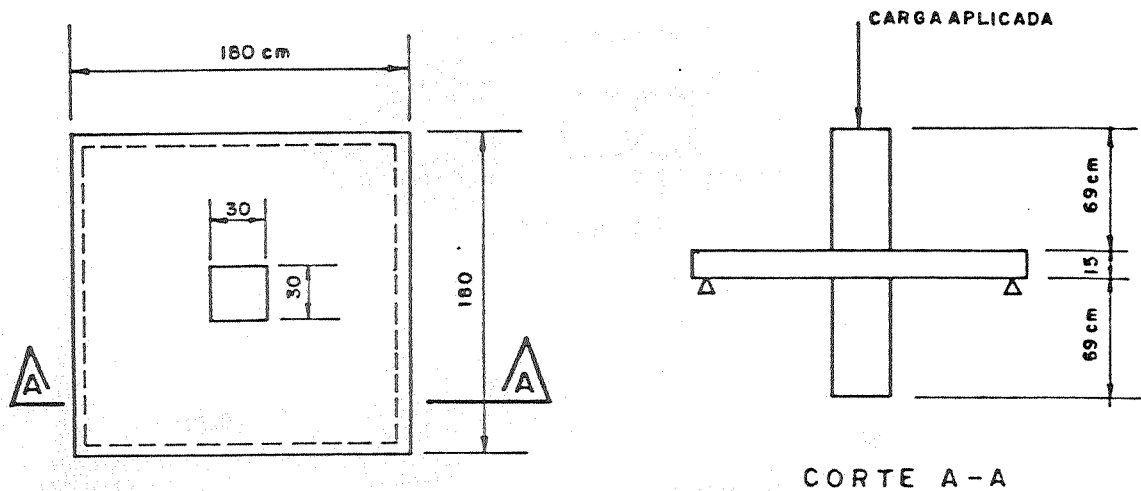


Figura 17

- os segmentos de perfil I demonstraram melhor comportamento na ancoragem, dentre as armaduras analisadas, face às flanges serem rígidas e longas;
- bons resultados podem ser obtidos com disposição de armadura de cisalhamento em linhas paralelas às faces do pilar;
- os estribos tipo "cravo" devem ser dispostos em faixas normais às faces dos pilares; os ensaios demonstraram que a ancoragem é adequada quando a cabeça tem 4 vezes o diâmetro do "corpo do cravo";
- as armaduras de cisalhamento com telas mostraram-se eficientes quando utilizadas, conforme figura 19b, porém sua instalação é complicada algumas vezes; as formas simples utilizadas conforme figuras 19a e c não têm ancoragem suficiente;
- são recomendadas as disposições de armadura transversal conforme figura 20, com o intuito de aumentar a capacidade resistente da ligação;
- face às tensões na armadura de cisalhamento no colapso não terem alcançado o escoamento em todos os elementos, recomendam reduzir a resistência da armadura no cálculo

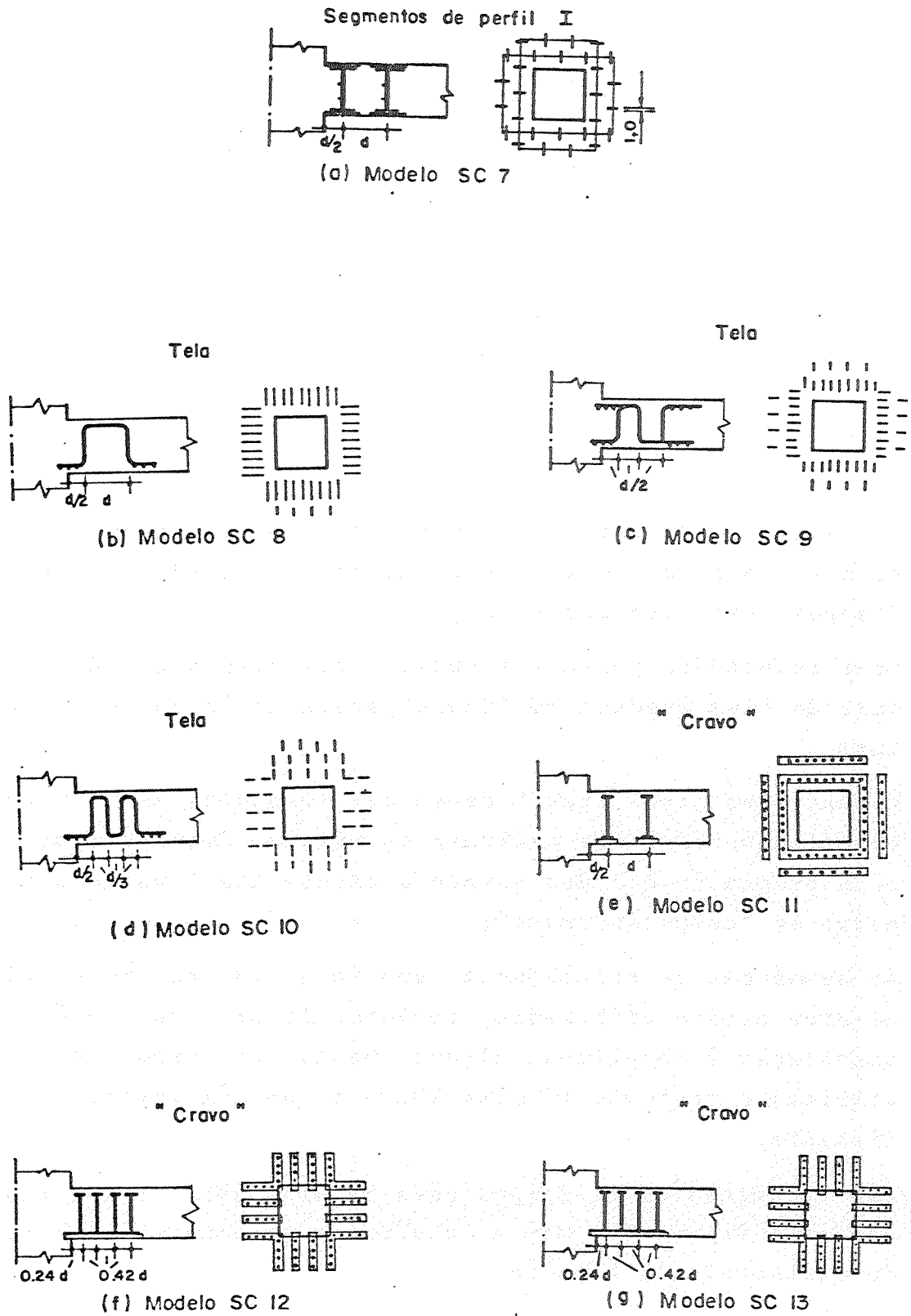


Figura 18

da resistência última, a fim de ser levado em conta possíveis defeitos de ancoragem e deficiência de um particular elemento da armadura transversal.

MODELO	V_u (kN)	Flecha (a_u) para $V=V_u$ (mm)	Flecha (a_y) para $V=V_y$ (mm)	Ductilidade a_u/a_y
SC7	623	34,0	12,0	2,83
SC8	592	27,0	12,0	2,25
SC9	594	32,0	12,0	2,67
SC10	537	27,0	12,5	2,16
SC11	596	32,5	12,0	2,70
SC12	595	37,5	12,0	3,13
SC13	580	32,0	12,5	2,56

Tabela V

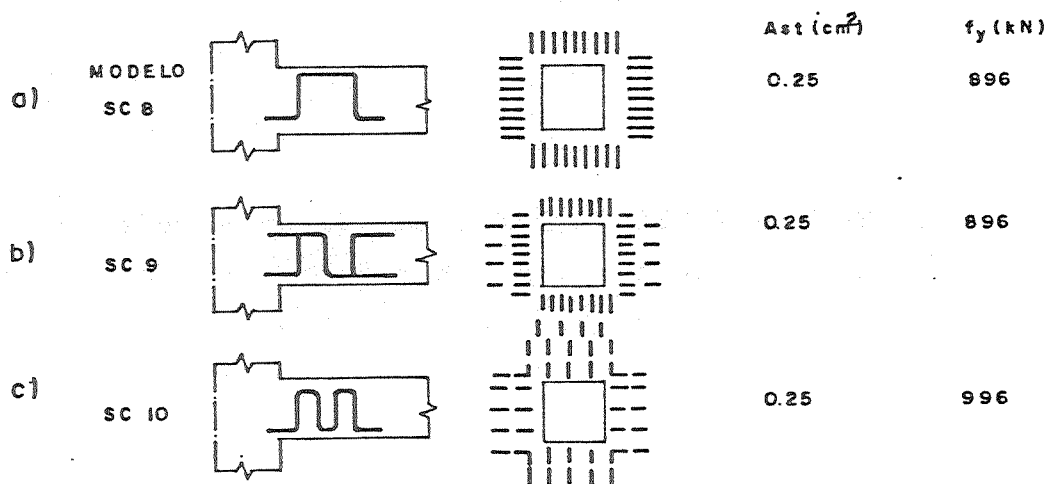
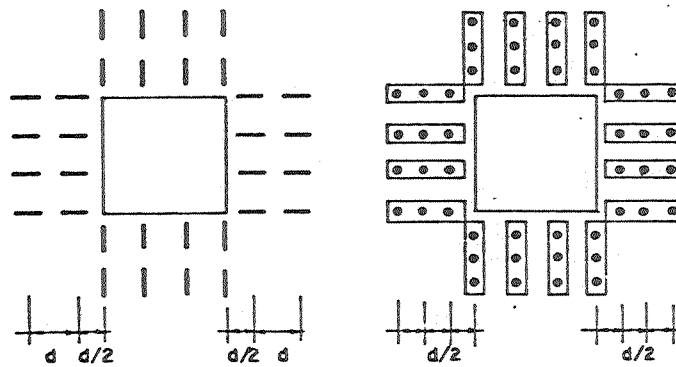
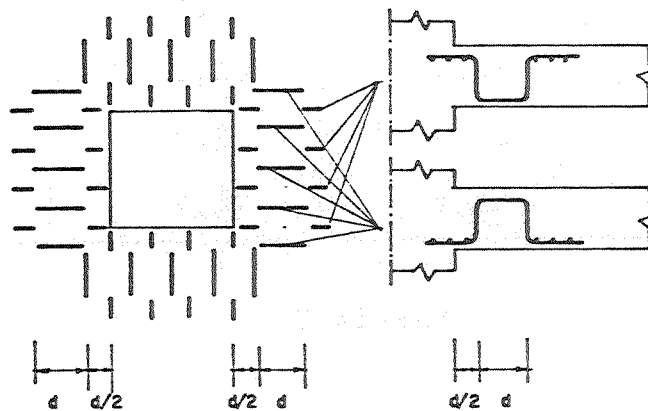


Figura 19



a) Segmento de perfil I

b) "Cravo"



c) Tela

Figura 20

GODYCKI e KOZICKI (1984) ensaiaram 4 modelos de ligações laje-pilar interior com "shearhead" solicitada com carga vertical e com transferência de momento fletor para a ligação. Na figura 21 são apresentadas as dimensões dos modelos ensaiados.

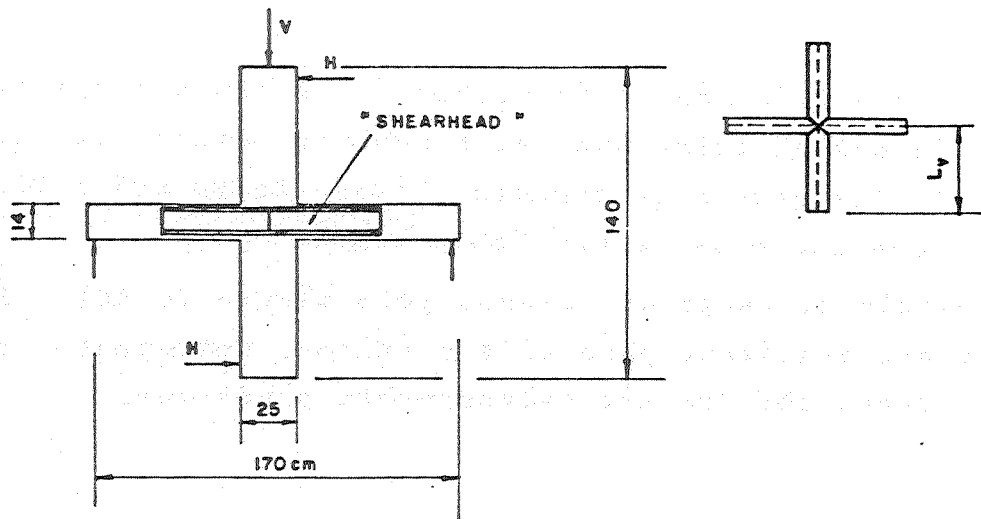


Figura 21

Os modelos foram apoiados em suas bordas conforme figura 21.

Na tabela VI são apresentadas as características dos materiais empregados nos modelos e os resultados dos ensaios.

Modelo	f_y	f_c	L_v	V_u	M_u (kNm)
0		16,6		255	63,75
A	376,1	13,7	37,5	353	88,25
B		13,8	50,0	353	88,25
C		13,9	62,5	431	57,75

Tabela VI

Suas principais conclusões foram:

- a capacidade resistente de ligações laje-pilar interior, dotadas de "shearheads" e excentricamente carregadas foi de 40% a 70% maior que a capacidade em modelos sem "shear head";

- devido à utilização do "shearhead", as tensões nas barras localizadas na faixa onde atua momento torçor (perpendicular à faixa onde atua momento fletor) foram 60% a 80% menores que nos modelos sem "shearhead".
- o cálculo da carga de colapso pelo método do ACI 318/77 pode ser utilizado para fins práticos. Entretanto alguns resultados obtidos são extremamente prudentes.

1.2.4 - Casos Assimétricos

Procura-se aqui relatar alguns trabalhos mencionados na literatura quanto aos diversos tipos de modelos adotados (canto, borda ou interior com assimetria de carregamento).

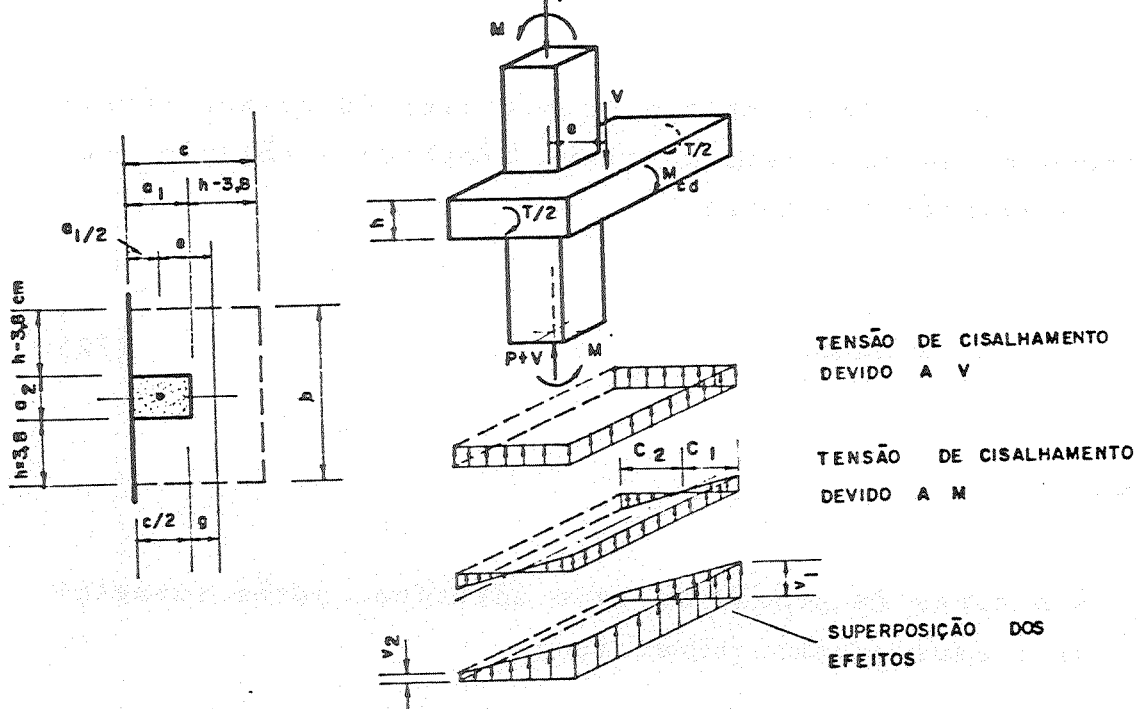
Relativamente aos casos assimétricos estudados no LE-EESC, será posteriormente apresentado, no item 1.3, a seguir, um resumo dos trabalhos já realizados: MARTINELLI, D. A.O. (1974), TAKEYA T. (1981) e FIGUEIREDO Fº, J.R. (1981).

DI STASIO e VAN BUREN (1960) recomendaram, para análise da resistência de ligações laje-pilar de borda, um método que limita a tensão de cisalhamento em uma seção crítica localizada à distância $h-3,8$ cm ($h - 1 \frac{1''}{2}$) das faces do pilar. A cortante V e o momento M são as solicitações que causam tensões de cisalhamento como mostradas na figura 22.

As máximas e mínimas tensões de cisalhamento seriam calculadas pelas fórmulas:

$$v_1 = \frac{8h}{7d} \left[\frac{V}{A_c} + \frac{(M - M_{cd} - V e) c_1}{I_{cr}} \right] .10 \quad (20)$$

$$v_2 = \frac{8h}{7d} \left[\frac{V}{A_c} - \frac{(M - M_{cd} - V e) c_2}{I_{cr}} \right] .10 \quad (21)$$



Esquema do método recomendado por DI STASIO e VAN BUREN

Figura 22

onde,

d = altura útil da laje

A_c = perímetro da seção crítica multiplicado pela altura útil da laje

I_{cr} = momento de inércia da seção crítica dado a seguir:

$$I_{cr} = \frac{2hc^3}{12} + \frac{2ch^3}{12} + 2chg^2 + bh \left[\frac{c}{2} - g \right]^2$$

M = momento aplicado

M_{cd} = máximo momento resistente

V = força excêntrica aplicada

MOE (1961) analisou o problema da transferência de momentos da laje para o pilar, propondo o cálculo segundo a equação a seguir:

$$V_p = \frac{V_{po}}{1+e/r} \quad (22)$$

onde,

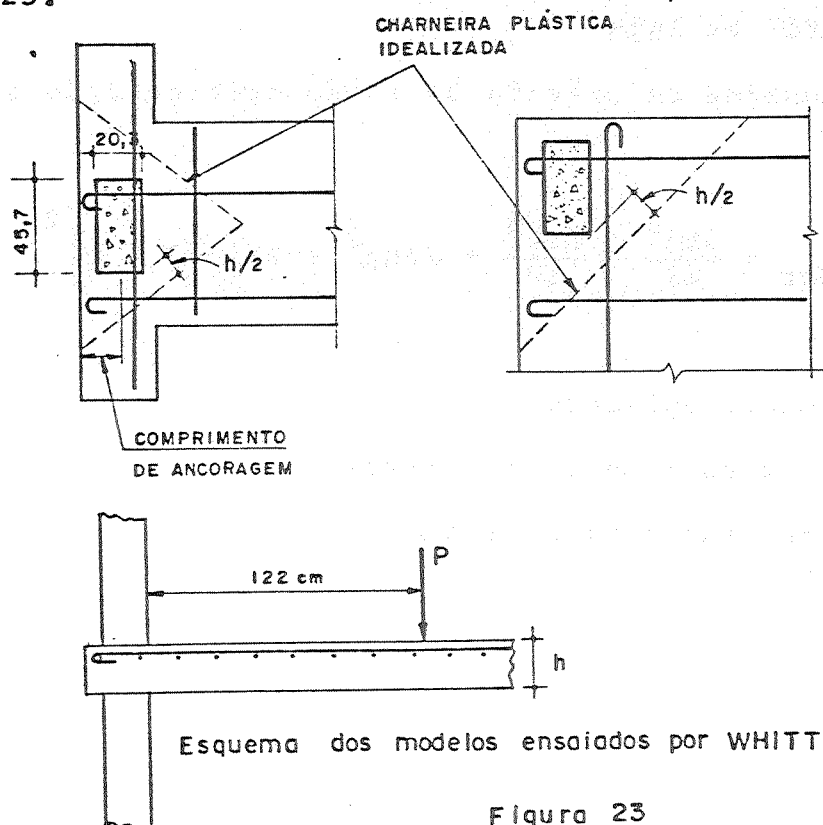
V_{po} é a carga de punção de laje idêntica, porém submetida a carregamento simétrico;

e é a excentricidade da carga em relação ao pilar;

r é o lado do pilar de seção quadrada.

Comparando a expressão (22) com os resultados experimentais de 12 lajes sem armadura de punção, assimetricamente carregados, Moe obteve para a relação V_{obs}/V_{cal} a média 1,026 e desvio padrão $s = 0,103$.

WHITTING(1962) analisou ligações laje-pilar de canto e borda, construindo para isto dois modelos, conforme figura 23.

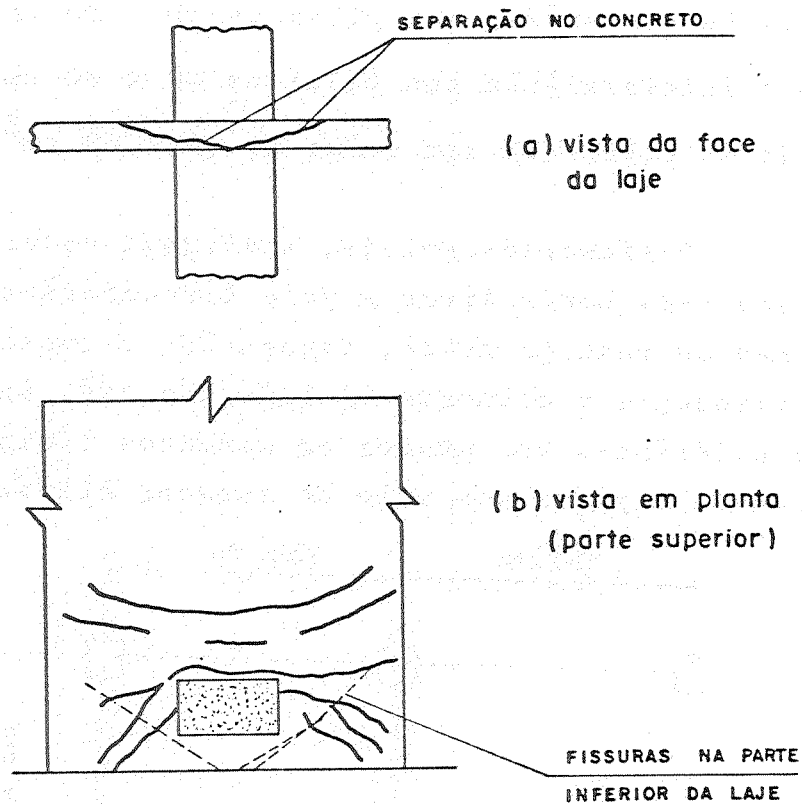


Esquema dos modelos ensaiados por WHITTING (1962)

Figura 23

Os momentos observados nas ruínas das ligações laje-pilar de canto e borda foram, respectivamente, $M_u = 1564$ kNcm e $M_u = 2034$ kNcm.

A configuração de ruína observada no caso de borda é apresentada na figura 24.



Configuração de ruína do modelo de borda WHITTING (1962)

Figura 24

O ensaio de ligação laje-pilar de borda apresentou a seguinte curva carga-deslocamento (figura 25).

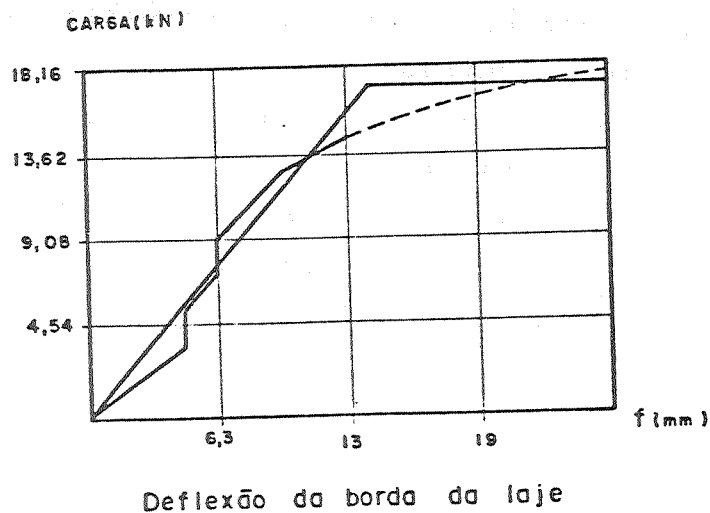


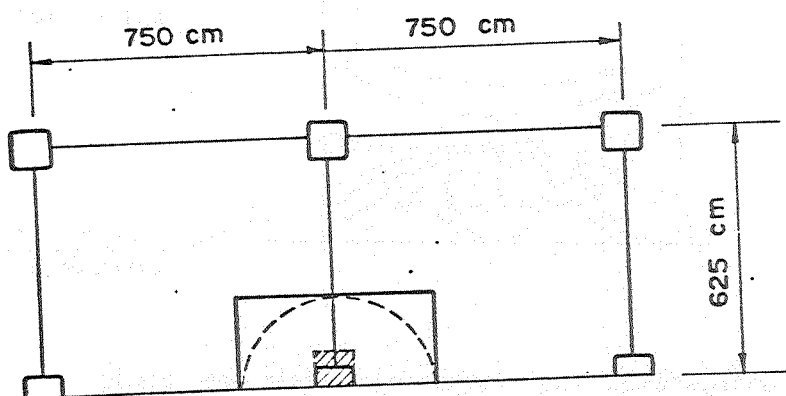
Figura 25

ANDERSON(1966) analisou protótipos de lajes apoiadas em pilares de borda, para pavimentos intermediários e de cobertura, variando a seção do pilar e armadura de flexão.

As alternativas investigadas foram:

- a) laje intermediária com pilar de $50 \times 50 \text{ cm}^2$;
- b) laje intermediária com pilar de $40 \times 60 \text{ cm}^2$;
- c) laje de cobertura com pilar de $40 \times 60 \text{ cm}^2$.

O elemento-de-laje, analisado em escala 1:2, era limitado pela borda livre e pela circunferência dos pontos de momentos radiais nulos, figura 26; o ensaio foi realizado apoiando-se o elemento de laje nos três lados tangentes à circunferência dos pontos de momentos radiais nulos, e carregando-se o pilar por meio de macacos hidráulicos.



Painel idealizado por ANDERSON

Figura 26

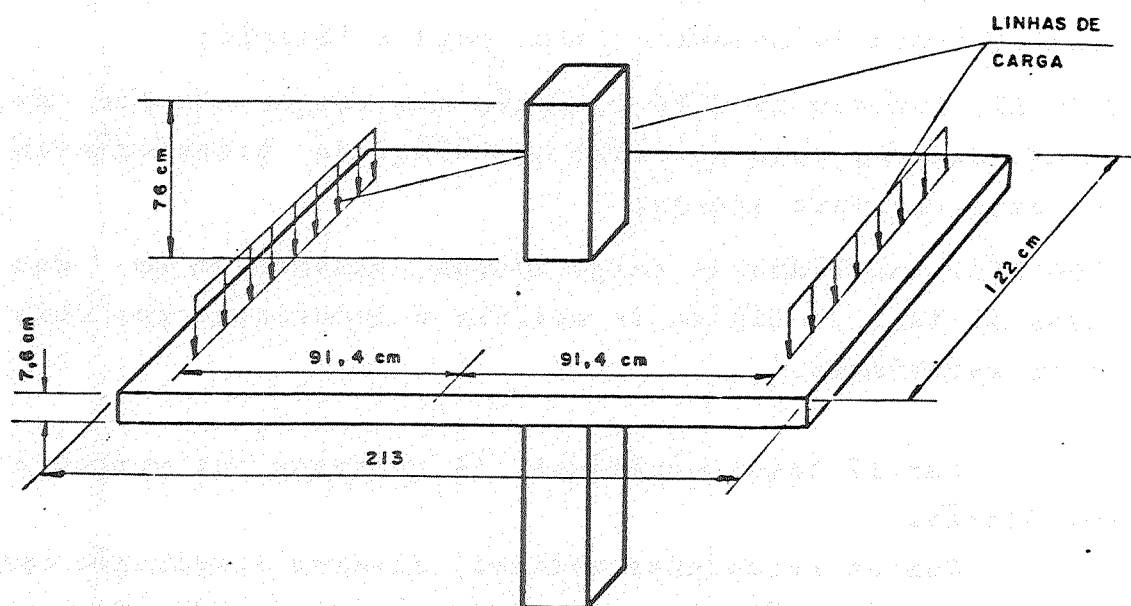
A ruptura dos casos a) e c), com grande excentricidade, foi por punção; houve o aparecimento de fissuras na borda livre devido à torção.

No caso b), carregado com pequena excentricidade, a ruptura deu-se por flexão.

HANSON e HANSON(1968) ensaiaram 17 modelos onde procuraram analisar, com especial interesse, a transferência de momento fletor para pilares interiores.

Dentre os modelos ensaiados, confeccionou-se um modelo que simulou a ligação laje-pilar de borda, e os 16 restantes foram ligações laje-pilar de interiores, com lajes, respectivamente, quadradas e retangulares.

Algumas características dos modelos ensaiados são apresentadas na figura 27, a seguir:



Dimensões dos modelos, com pilar interior, e plano de carregamento, elaborados por HANSON e HANSON (1968)

Figura 27

As seções transversais dos pilares eram:

a) Ligação laje pilar interior:

- 12 modelos com pilar de seção transversal $15,2 \times 15,2 \text{ cm}^2$;
- 2 modelos com pilar de seção transversal $15,2 \times 30,4 \text{ cm}^2$;
- 2 modelos com pilar de seção transversal $30,4 \times 15,2 \text{ cm}^2$;

b) Ligação laje-pilar de borda:

- 1 modelo com pilar de seção transversal quadrada de $15,2 \times 15,2 \text{ cm}^2$.

Procedeu-se ao carregamento de três maneiras diferentes:

- TIPO I: aplicado em duas linhas de carga ao longo de dois lados opostos da laje, a 91,4cm do centro de gravidade da seção transversal do pilar, no plano da laje e de sentidos opostos, com o intuito de se analisar o efeito da transferência do momento fletor para a ligação;
- TIPO II: análogo ao TIPO I, porém com cargas atuando no mesmo sentido, para permitir a análise da transferência de força cortante apenas;
- TIPO III: uma linha de carga apenas, atuando em um dos lados da laje, a fim de se avaliar a combinação dos dois tipos anteriores.

Das 17 lajes ensaiadas, 14 romperam por punção e 3 por flexão.

Com os resultados obtidos, fizeram comparação com vários métodos de cálculo, concluindo que o de MOE forneceu melhor aproximação, além de ser de fácil aplicação.

STAMENKOVIC(1969) após o ensaio de 52 modelos de ligações laje-pilar interior, de borda e canto, utilizou-se da analogia com vigas para desenvolver expressões apropriadas para cada situação de carregamento. Assumiu então para cada viga uma faixa da laje com largura igual à da face do pilar. Quando a resistência à flexão era a correspondente a apenas uma face do pilar (figura 28), o máximo momento à flexão era dado pelo que recomendou posteriormente o ACI 318/71. Quando a resistência à flexão era a correspondente às duas faces, opostas, do pilar (figura 29), sugeriu que o M_{flex} fosse calculado por:

$$M_{flex} = 0,085k_c f_c a_2 \left(\frac{h}{2}\right)^2 + 0,01f_c \Sigma o a_1 (d-d') + 0,085k_s f_c a_2 d a_1$$

(23)

onde,

$k_c = k_s = 1$, para ligações interiores e,

$k_c = 0,8$

$k_s = 0,07$, para ligações de borda;

Σ_o = a menor dentre as somas dos perímetros das barras da armadura de flexão, superior ou inferior, que atravessam o pilar.

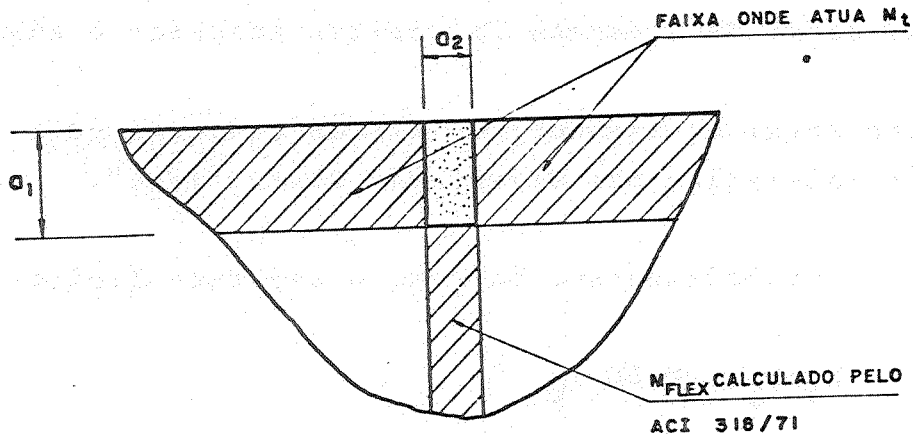


Figura 28

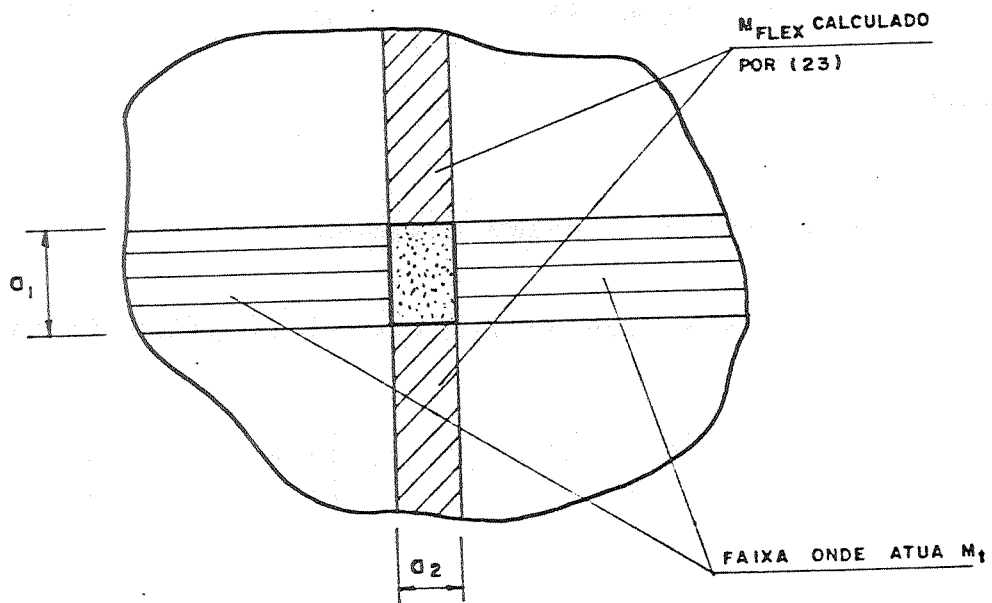


Figura 29

Para a faixa da laje, formada pela face do pilar (ver figuras 28 e 29), onde atua momento torçor, estimou-se aquele momento em:

$$M_t = K_t \frac{A_s f_y h}{20 a_1} (a_1 - h/3) \quad (24)$$

onde,

K_t = coeficiente de conformação da armadura determinado experimentalmente e igual a 1,0 e 0,7, respectivamente, aos casos de ligações laje-pilar interior e exterior;

A_s = área total da armadura de flexão passante pela ligação laje-pilar nas interfaces dessa "viga".

Estabeleceu-se, também, o seguinte limite:

$$K_t \rho f_y < 0,28 f_c$$

No caso de ligações laje-pilar exteriores, onde há somente transferência de esforço cortante, recomendou-se, para o caso de borda:

$$V_o = \frac{3a + 4d}{3a + 8d} \quad 0,9 \text{ ud.} \quad \left[\text{equação (4)} \right] \quad (26)$$

onde,

$$u = 3a$$

a = lado do pilar de seção quadrada

Para o caso de ligações laje-pilar de canto:

$$V_o = \frac{2a + 2d}{4a + 8d} \quad 0,9 \text{ ud.} \quad \left[\text{equação (4)} \right] \quad (27)$$

onde $u = 2a$.

Para ligações laje-pilar interior onde há o efeito combinado de momento fletor e força cortante, a relação entre os esforços que mais se aproximam dos resultados de seus ensaios foi:

$$V/V_o + M/(M_{flex} + n M_t) = 1 \quad (28)$$

onde,

$$V_o = 0,9 \cdot [\text{equação (4)}] \cdot ud$$

$$n = 2$$

M_{flex} é dado pela equação (23);

M_t é obtido por (24) e,

M e V são, respectivamente, o momento e força cortante que atuam na ligação.

Para o caso de borda, a equação (28) mostrou também ser uma boa aproximação, porém, com V_o dado por (26) e $n = 1$.

No caso de transferência de momento, normal à borda e, para as ligações de canto, a melhor correspondência de resultados foi obtida por:

$$(V/V_o)^2 + M/(M_{flex} + nM_t)^2 = 1 \quad (29)$$

onde, no caso de borda M_{flex} , é obtido em relação à face a_2 do pilar e V_o é obtido através de (26) e $n=2$; no caso de canto, obtêm-se V_o a partir de (27) e $n=1$.

ZAGHLOOL, PAIVA e GLOCKNER (1970) ensaiaram quatro painéis de laje quadrados, apoiados nos cantos em pilares de seção quadrada, conforme figura 30, mantendo-se constante a espessura da laje dos painéis ($\approx 14\text{cm}$), variando a seção do pilar (constante para os modelos II, III e IV) e a resistência do concreto, conforme Tabela VII.

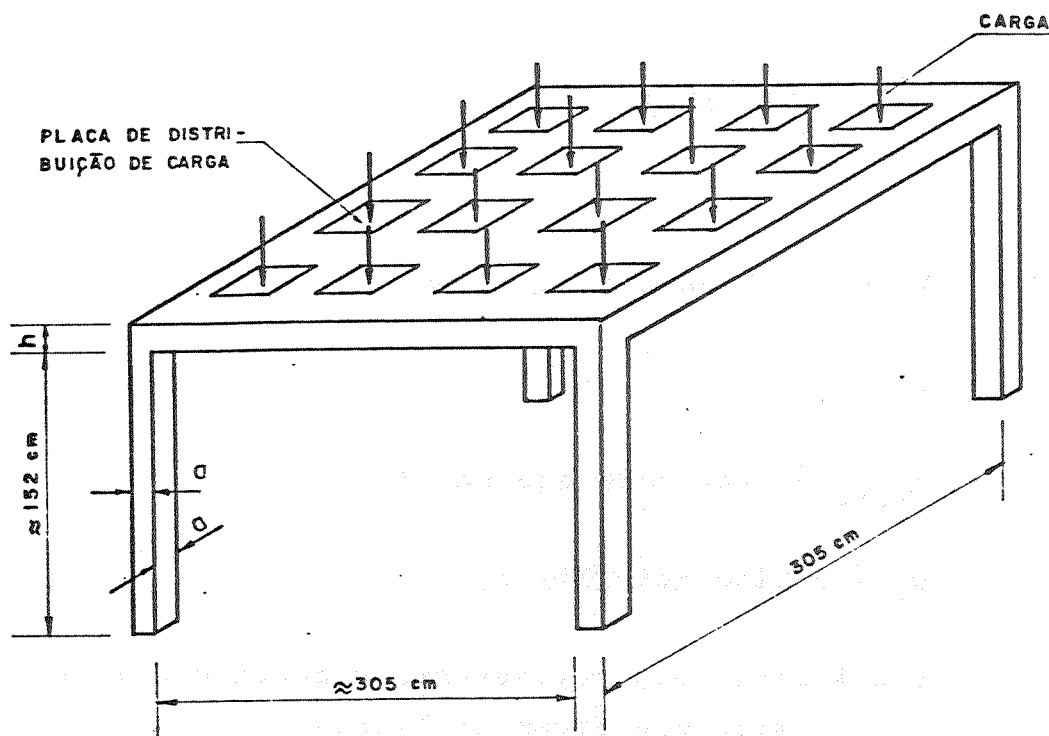


Figura 30

Laje	a (cm)	h (cm)	d (cm)	f_c (MPa)
I	14,0	14,0	11,4	24,5
II	16,5	14,0	11,4	30,7
III	16,5	14,0	11,4	21,0
IV	16,5	14,0	11,4	36,3

Tabela VII

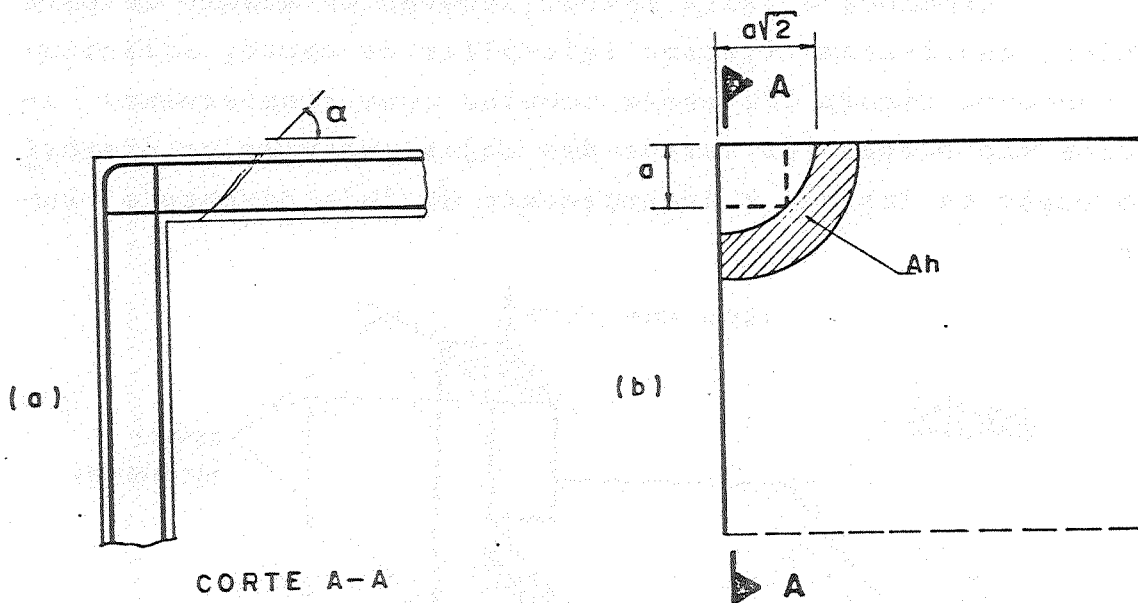
Apresentaram um método simplificado de cálculo, para pilares de canto, representado pela fórmula:

$$V_u = 8,337 \cdot 10^{-3} u d (5,6 + 2d/a) \sqrt{f_c} \quad (30)$$

onde

$u = 2a =$ perímetro do pilar, na ligação com a laje.

As linhas de ruptura idealizadas em seus estudos estão representadas na figura 31, a seguir:



CORTE A-A

Linhas de ruptura idealizadas no ensaio

Figura 31

Na figura acima, $\alpha = 45^\circ$ e, A_h é a área de projeção horizontal das linhas de ruptura.

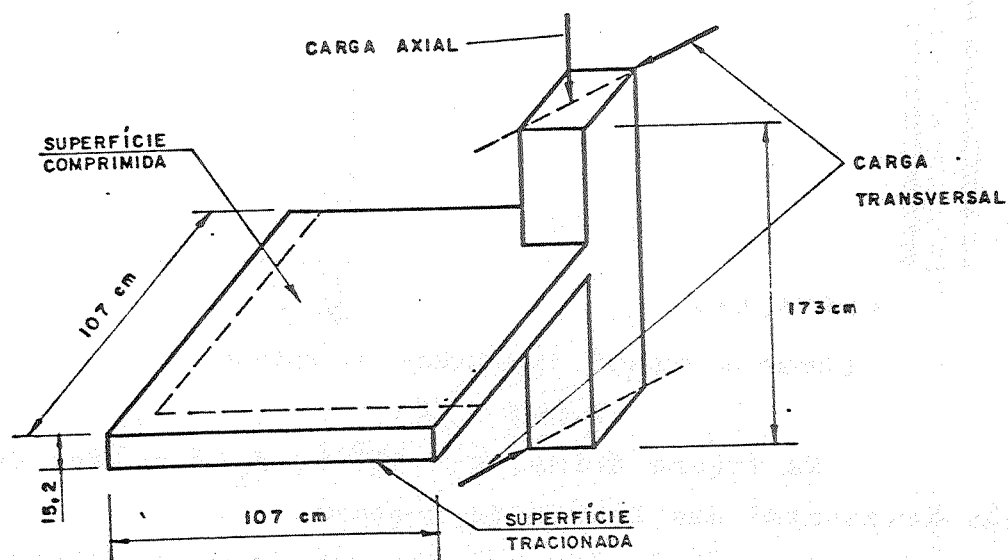
Da análise dos modelos ensaiados concluíram:

- os métodos existentes até então, para a previsão da resistência da ligação laje-pilar para pilares interiores, quando extrapolados para pilares de canto, apresentaram resultados insatisfatórios;
- a variação na resistência do concreto não influenciou os resultados dos momentos obtidos nos ensaios em relação aos resultados teóricos;
- comparando os resultados com a equação de MOE ou mesmo tentando-se a alteração de alguma constante, não se con-

seguiu produzir bons resultados comparativos, porém o método aproximado de MOE pode ser utilizado para desenvolver expressões melhores;

- o método apresentado para a análise dos resultados dos ensaios, demonstrou boa correlação com os resultados dos experimentos, encontrando-se para V_{obs}/V_{cal} a média 1,034 e desvio padrão de 0,088.

ZAGHLOOL e PAIVA(1973), através do ensaio de nove modelos, analisaram ligações laje-pilar de canto, solicitados conforme figura 32; esses modelos eram simplesmente apoiados nas bordas. Os cantos das lajes possuíam um dispositivo capaz de impedir o levantamento da laje durante o ensaio.



Esquema geral dos protótipos ensaiados por ZAGHLOOL e PAIVA (1973)

Figura 32

Nos casos ensaiados, estudou-se a influência da:

- relação entre o lado do pilar de seção transversal quadrada e a altura útil da laje (1,47-2,21 e 2,95);
- taxa da armadura de flexão (1,23%; 1,65% e 2,23%);
- relação M/V.

Os nove modelos foram divididos em 3 séries, onde os carregamentos variavam conforme exposto a seguir:

- série 1: carga axial;
- série 2: momento fletor;
- série 3: efeito combinado da carga axial e momento fletor.

Suas principais conclusões foram:

- aumentando-se a relação entre o lado do pilar e a altura útil (a/d), aumentou-se a capacidade de carga da ligação (figura 33a);
- a carga de ruína aumenta com o acréscimo da taxa de armadura de flexão ρ (figura 33b);
- aumentando-se a relação M/V , a carga de ruína diminui (figura 33c).

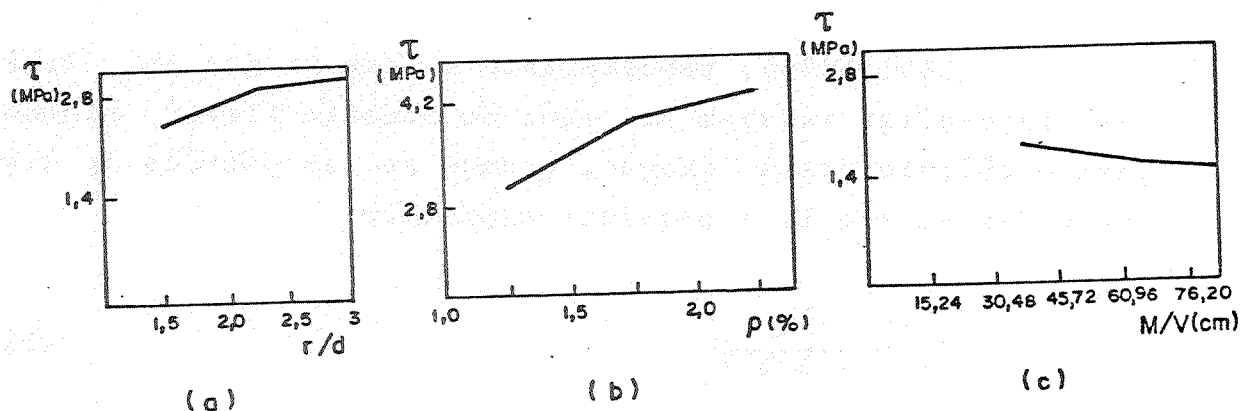


Figura 33

HAWKINS (1974) analisou os métodos de cálculo de vários autores (MOE-1961, REGAN-1966, BERESFORD-1967, BOTT-1968, HANSON e HANSON-1970, HAWKINS-1971, ZAGHLOOL-1971 e ACI 318/71), em ligações laje-pilar, interior de borda e de canto, em lajes sem armadura transversal, com transferência de momento fletor entre a laje e pilar, considerando as diversas formas de carregamento, características da laje e características do pilar. Dessa análise concluiu:

- os dados experimentais existentes são poucos para se elaborar um processo de cálculo para estimar a resistência no caso de transferência de momento entre a laje e o pilar;
- o cálculo, segundo o ACI 318/71, resultou em estimativas cautelosas nas resistências observadas nos ensaios, havendo maior pronunciamento para altos valores de f_y/f_c ;
- as resistências das ligações laje-pilar determinadas por analogia com vigas demonstraram ser mais compatíveis com os resultados dos ensaios que aqueles previstos pelo ACI 318/71;
- para taxas de armadura de flexão menor ou igual a 1%, a resistência da ligação laje-pilar pode ser menor que a prevista, o mesmo podendo ocorrer quando se tem concreto com resistência maior que 28 MPa e relação a/d maior que 3.

LONG(1975), considerando o caso em que as ligações laje-pilar estavam sob ação de momento fletor propôs, para o cálculo dessa ligação, quando se tem painéis de laje quadrados de vão L, a seguinte expressão:

$$V_u = \frac{V_o}{1+15e/L} \quad (31)$$

onde V_o é o menor entre os valores dados pelas fórmulas (10) e (11).

No caso de painéis de laje que não sejam quadrados, propôs a fórmula:

$$V_u = \frac{V_o}{1+0,9e/a} \quad (32)$$

onde V_o tem o mesmo significado anterior, porém adotando-se para as equações (10) e (11) o valor de L como sendo o menor dos vãos.

PARK e ISLAM(1976), em dois trabalhos, um experimental e outro teórico, analisaram a capacidade resistente de ligações laje-pilar interior, assimetricamente carregados, em lajes com e sem armadura de punção, fazendo analogia com vigas, como sendo as faixas representadas pelas seções AB, BC, CD e DA, conforme figura 34.

As armaduras de punção analisadas eram constituídas de barras dobradas, estribos verticais e "shearheads", passantes pela ligação.

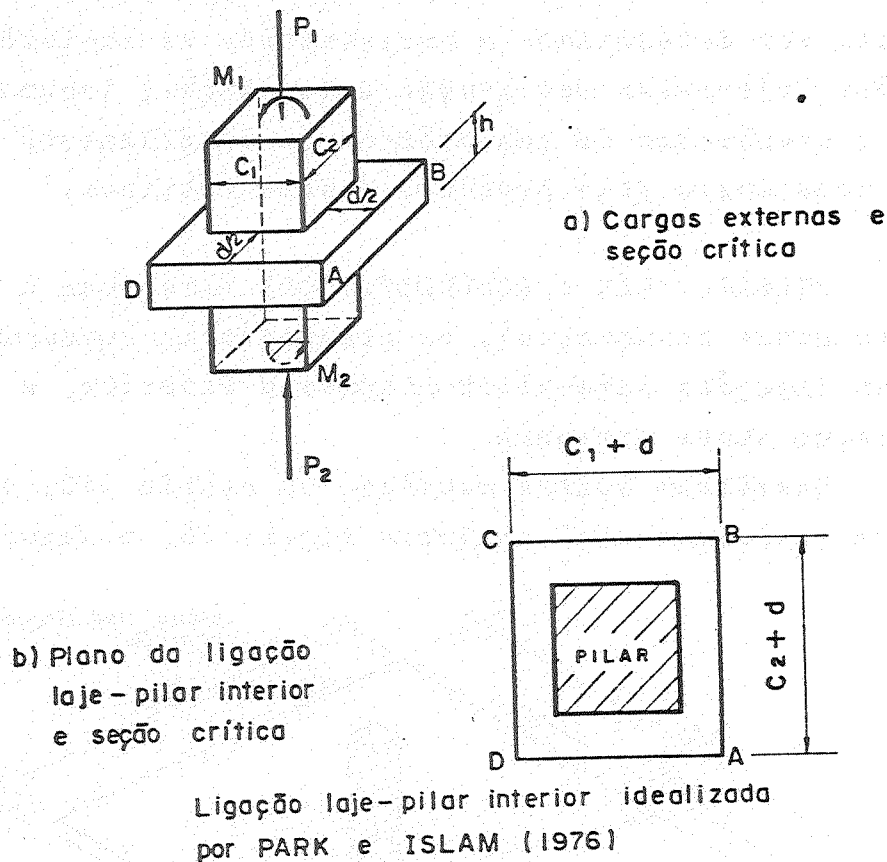


Figura 34

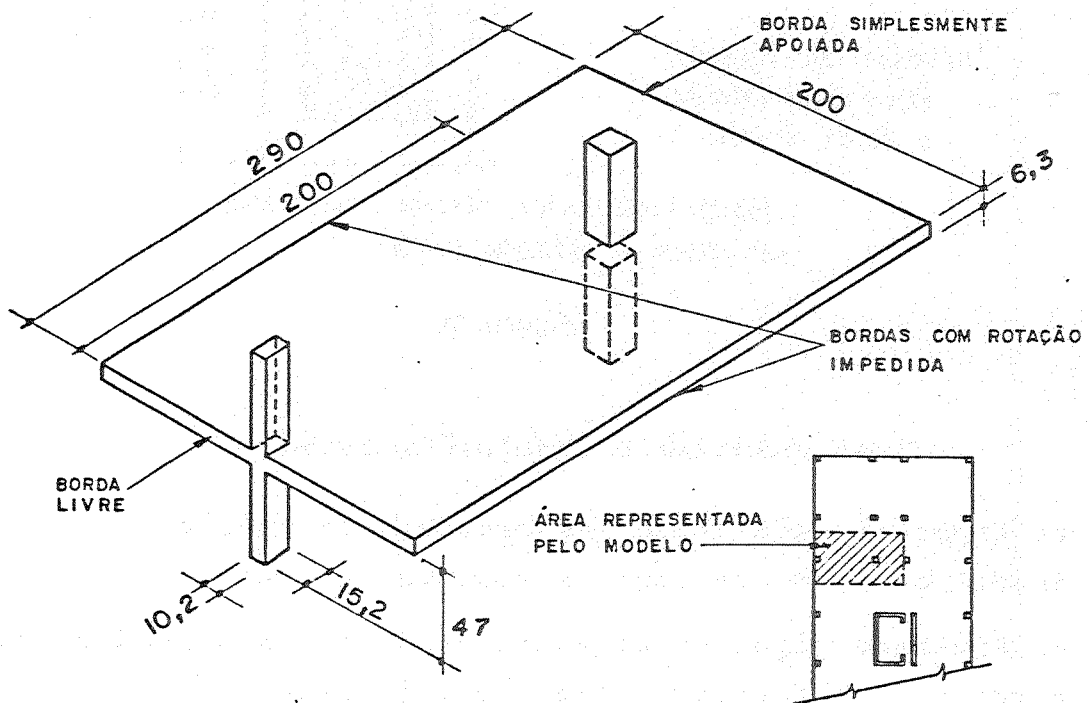
Suas principais conclusões foram:

- as ligações laje-pilar sem armadura de punção têm pouca ductilidade, o que causa a ruptura brusca;
- os diversos tipos de armadura de punção analisados melhoraram a resistência da ligação laje-pilar;

- as barras dobradas têm pouco efeito na ductilidade da ligação laje-pilar; os estribos verticais tornam a ligação mais dúctil e os "shearheads" produzem um limitado acréscimo na ductilidade da ligação;
- a analogia com vigas proporcionou uma melhor indicação da resistência de ligações desprovidas de armadura transversal;
- nas ligações laje-pilar com armadura de punção a resistência adicional proporcionada pela presença dessas armaduras pode ser determinada e acrescentada na resistência de ligações laje-pilar sem armadura de punção, levando-se em conta o decréscimo da resistência ao cisalhamento do concreto ocasionado pela presença desses estribos.

PILLAI, KIRK e SCAVUZZO(1982) estudaram a eficiência da armadura transversal, na prevenção da ruptura por punção em ligações laje-pilar de borda e interior, e formas de ancoragem dessa armadura.

Ensaaiaram quatro modelos, na escala 1:3, como parte de uma estrutura real conforme figura 35, a seguir:



Modelo ensaiado por PILLAI, KIRK e SCAVUZZO (1982)

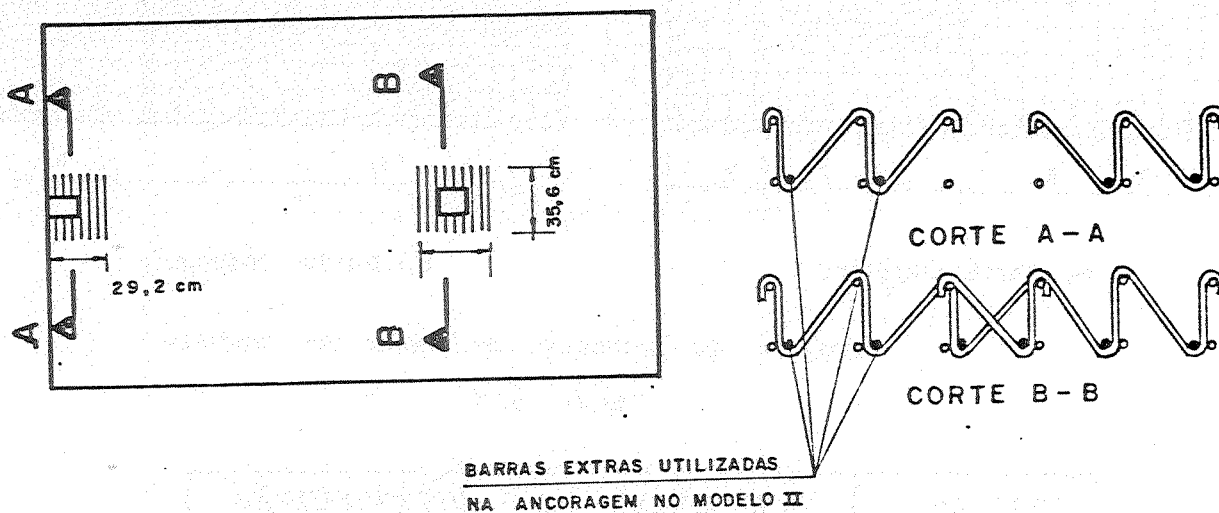
Figura 35

Simulou-se a continuidade da laje através de um sistema que impedia a rotação da laje em duas bordas e apoiando-a na borda mais interna como se viu na figura anterior.

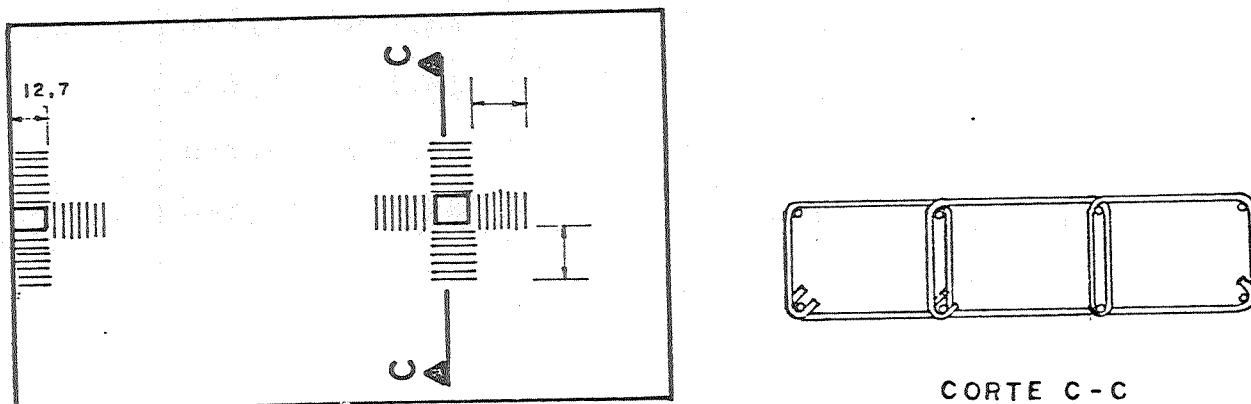
O modelo I não foi armado transversalmente, tendo sido utilizado com finalidade exploratória da técnica do ensaio.

Nos modelos II e III foram utilizadas armaduras transversais mostradas nas figuras 36a e 36b, respectivamente, utilizando-se no caso II barras extras, além daquelas utilizadas como armadura de flexão; o modelo IV foi armado como no modelo II, porém suprimindo-se aquelas armaduras extras para ancoragem:

a)



b)



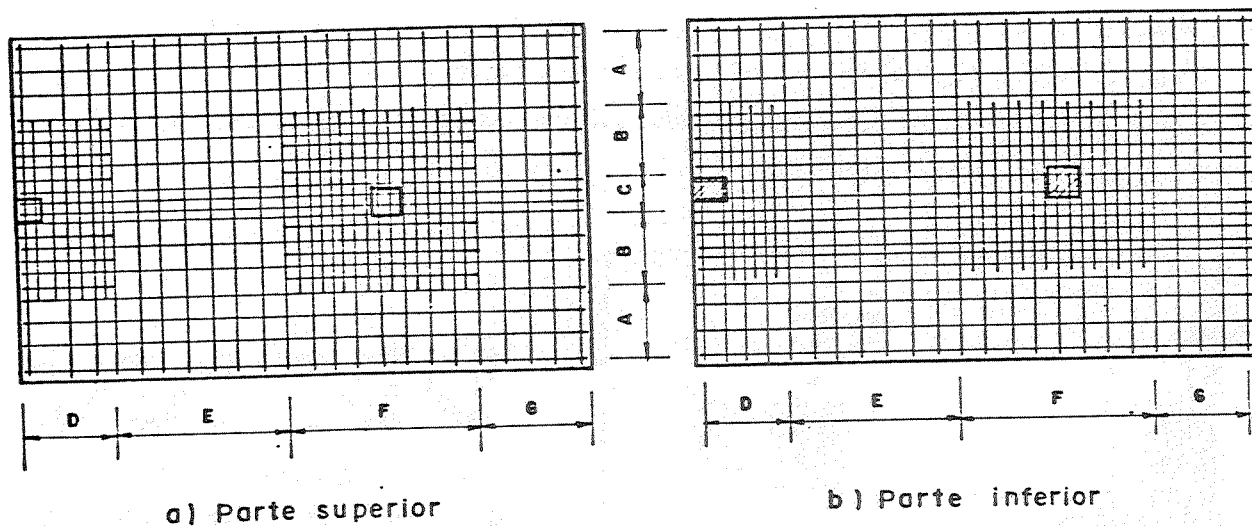
Tipos de armaduras transversais, respectivas disposições e formas de ancoragem analisadas por PILLAI, KIRK e SCAVUZZO (1982)

Figura 36

As características das armaduras transversais foram:

- modelos II: ϕ 3,17mm e $f_y = 400\text{MPa}$;
- modelos III e IV: ϕ 2,2mm e $f_y = 414\text{MPa}$.

A armadura de flexão consistiu de barras de $A_s = 0,25\text{cm}^2$ e $f_y = 379\text{MPa}$ e disposta conforme figura 37 e de acordo com a tabela VIII.



Detalhe da armadura de flexão nos modelos

Figura 3 7

POSIÇÃO	QUANTIDADE	DISTRIBUIÇÃO
A	3	$\phi 5,7$ c/ 12,7cm
B	7	$\phi 5,7$ c/ 6,3cm
C	2	$\phi 5,7$ c/ 7,6cm
D	8	$\phi 5,7$ c/ 6,3cm
E	7	$\phi 5,7$ c/ 12,7cm
F	16	$\phi 5,7$ c/ 6,3cm
G	4	$\phi 5,7$ c/ 12,7cm

Tabela VIII

Aplicou-se uma carga distribuída em 24 pontos da laje, através de 3 macacos hidráulicos. Aplicou-se, também, um carregamento lateral, na direção perpendicular à borda, no topo dos pilares, simultaneamente, com um quarto macaco hidráulico.

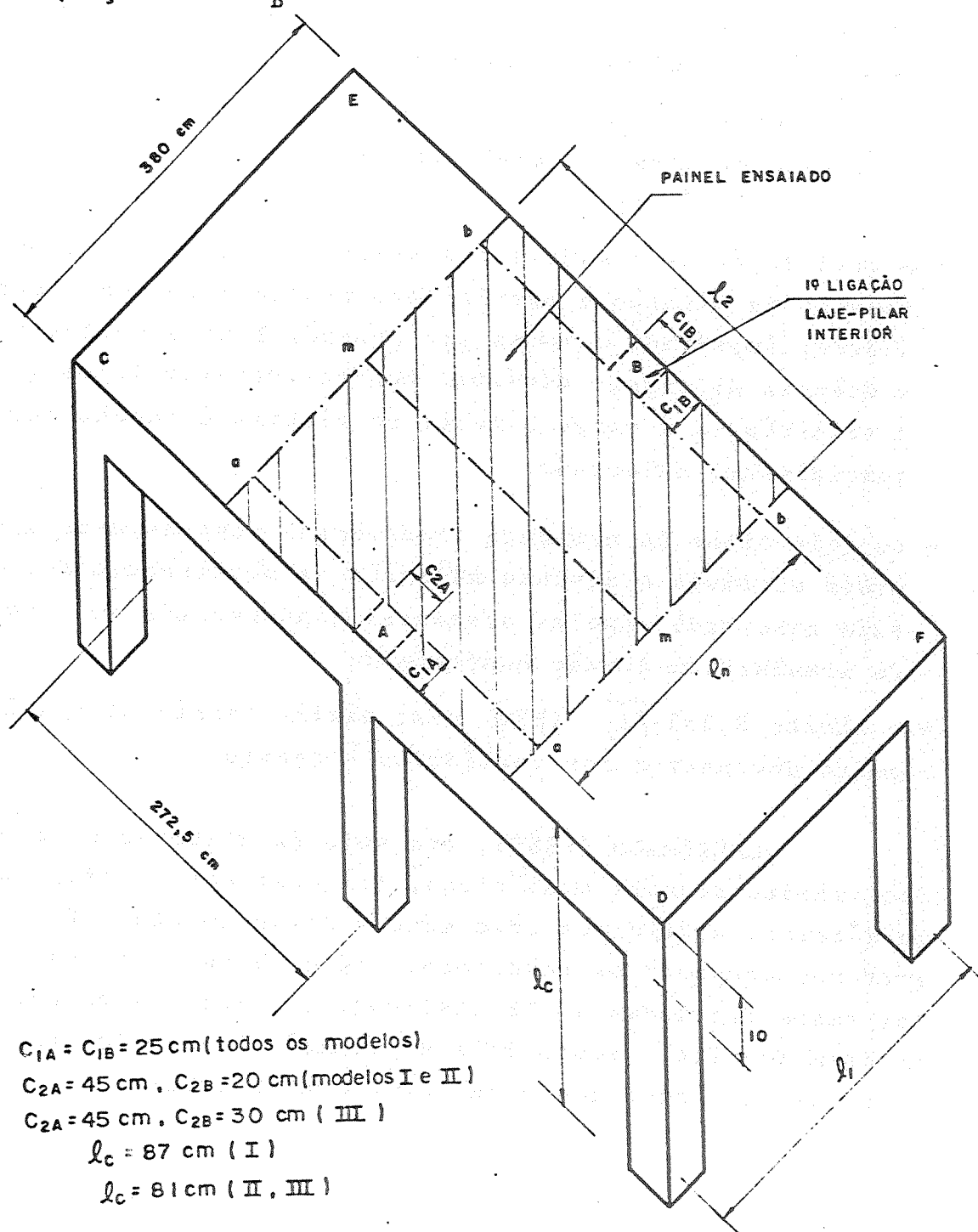
Suas principais conclusões foram:

- a análise pelo método dos pórticos equivalentes não se mostrou seguro na quantificação de momento do pilar provindo de lajes carregadas com carga distribuída. Os momentos medidos variam consideravelmente e isto pode ser devido às microfissuras na região da ligação laje-pilar;
- para a determinação de momentos e cortantes no caso da aplicação de carga lateral, qualquer método aproximado será satisfatório;
- a utilização de armadura transversal melhorou o comportamento da ligação e particularmente aumentou sua ductilidade, impedindo a ruína por punção. Isto aumentou a resistência da laje, e diminuiu seu deslocamento transversal. A resistência à carga lateral do sistema é também substancialmente melhorada;
- os dois tipos de armadura transversal mostraram-se igualmente efetivos e nenhuma melhoria na resistência foi obtida ancorando aquelas armaduras transversais em torno da armadura de flexão comprimida;
- o limite $0,335 \sqrt{f_c}$ (MPa) como máxima tensão de cisalhamento demonstrou ser realístico e seguro.

CALDERADO (1983), por meio da elaboração de modelos tridimensionais analíticos, com qualquer configuração geométrica, analisados pelo método dos elementos finitos, procurou comparar os resultados assim obtidos com os modelos reais estudados no LE-EESC-USP, que são apresentados no item seguinte, sendo dois em ligação laje-pilar em canto e dois em borda com e sem armadura de punção.

Os resultados obtidos da referida análise foram praticamente iguais aos conseguidos com modelos reais (EdL 16, 18, 20 e 22), ensaiados no LE-EESC.

HALL e RANGAN (1983), através de ensaios em 3 modelos de painéis de borda carregados com carga uniformemente distribuída, de lajes de piso, analisaram a distribuição de momentos em linhas paralelas à borda nas seguintes posições: na borda livre (seção a-a: M_A), no meio do vão (seção m-m: M_M) e na primeira ligação laje-pilar interior (seção b-b: M_B), conforme figura 38.



- $C_{1A} = C_{1B} = 25 \text{ cm}$ (todos os modelos)
- $C_{2A} = 45 \text{ cm}$, $C_{2B} = 20 \text{ cm}$ (modelos I e II)
- $C_{2A} = 45 \text{ cm}$, $C_{2B} = 30 \text{ cm}$ (III)
- $l_c = 87 \text{ cm}$ (I)
- $l_c = 81 \text{ cm}$ (II, III)

Painel ensaiado por Hall e Rangan

Compararam os resultados experimentais com os métodos propostos pelo ACI 318/77 (Método de Cálculo Direto e Método dos Pórticos Equivalentes) que considera M_A , M_B e M_M como parcelas do momento M_o calculado por:

$$M_o = \frac{\omega_u \cdot l_2 \cdot l_n^2}{8} \quad (33)$$

onde, M_o é o momento estático total para o painel e ω_u é a carga uniformemente distribuída por unidade de área. Essas parcelas são obtidas por coeficientes de M_o e têm valor em função da localização do painel considerado no edifício (interior ou exterior).

A tabela IX apresenta uma comparação entre os resultados obtidos em ensaios e os calculados pelo ACI 318/77.

Valores comparados	MODELO I			MODELO II			MODELO III		
	$\frac{M_A}{M_o}$	$\frac{M_M}{M_o}$	$\frac{M_B}{M_o}$	$\frac{M_A}{M_o}$	$\frac{M_M}{M_o}$	$\frac{M_B}{M_o}$	$\frac{M_A}{M_o}$	$\frac{M_M}{M_o}$	$\frac{M_B}{M_o}$
Ensaio-Estado Não Fissurado	0,44	0,56	-	0,33	0,66	0,35	0,41	0,59	0,40
Ensaio-Estado Pós-Fissurado	0,53	0,42	-	0,50	0,47	0,56	0,55	0,40	0,65
Método dos Pórticos Equivalentes	0,37	0,50	0,62	0,37	0,53	0,58	0,43	0,50	0,57
Método de Cálculo Direto	0,41	0,46	0,69	0,39	0,46	0,69	0,45	0,44	0,68

Tabela IX

Entre as condições não fissurada e fortemente fissurada havia redistribuições consideráveis de momento; os momentos nos apoios e no meio do vão variavam de 30% a 50%.

Para cargas elevadas, os valores relativos dos momentos, para as três seções consideradas, eram proporcionais à quantidade de armadura de flexão local.

Isto sugere que no processo de cálculo, qualquer análise envolvendo cálculos requintados, é desnecessário e não conduz a relações reais.

Sugeriram, para a obtenção de M_A , M_M e M_B , respectivamente, as seguintes parcelas de M_0 : $0,4M_0$, $0,5M_0$ e $0,6 M_0$.

1.3 - Estudo da punção no Laboratório de Estruturas da EESC-USP

1.3.1 - Preliminares

Lançada a semente em 1972 pelo Prof. Dr. Telemaco H.M. van Langendonck, ela germinou e produziu frutos.

A experimentação projetada até o momento tem como objetivos principais:

- a) caracterizar a configuração de ruína e a eventual predominância da punção ou da flexão;
- b) determinar as cargas de ruína para diversas combinações dos parâmetros em jogo:
 - tipo de ligação (canto ou borda);
 - porcentagem da armadura de flexão;
 - porcentagem da armadura transversal;
 - espessura da laje;
 - relação momento flêtor/força cortante;
 - plano de atuação do momento flêtor;
 - forma do pilar.

Não se dispoñdo na época de estrutura de reação que possibilitasse o ensaio de painéis de laje completos, adotaram-se, na experimentação projetada, elementos-de-laje que representassem parte da laje próxima ao pilar, suficiente para a observação dos fenômenos que ocorrem na ligação e para a simulação do carregamento.

Esses elementos-de-laje executados com espessuras de 7,5cm e 10cm e pilares com seção transversal de 20x20cm², por terem a espessura da laje inferior aos limites estabelecidos por alguns Regulamentos (a NB 1/78 fixa, para lajes-cogumelo, em 12cm e 15cm a espessura para as lajes de cobertura não em balanço e, lajes de piso ou em balanço, respectivamente; o ACI limita em 12,7cm) e o CEB-FIP de 1978 em 15 cm, permitem o exame dessas dimensões mínimas.

Cabe aqui ressaltar o estudo feito por FERRI BORGES e ARGA E LIMA (1961) no que diz respeito à consideração desses elementos-de-laje em escala reduzida. Segundo aqueles autores, que estudaram a influência que se produzia com modelos reduzidos no que se refere às propriedades mecânicas do concreto e do aço, concluíram que os protótipos em escala menor que 1:4 apresentavam resultados distorcidos daqueles na escala 1:1, face às características mecânicas do material não seguirem a mesma lei de redução. Estabeleceram, então, o limite 1:4 nas reduções, assegurando-se assim uma boa reprodução ainda das características mecânicas dos materiais.

Então, isso irá permitir a observação, através de modelos reduzidos, de grande parte de painéis de laje, mais correntes, que se projeta na prática.

1.3.2 - Plano de pesquisa elaborado no LE-EESC

O quadro 1 fornece os dados do plano de pesquisa projetado.

As publicações decorrentes das pesquisas realizadas até o presente momento foram:

- "Sobre a Ruína das Ligações Laje-Pilar nos Cantos de Lajes-Cogumelo" - Tese de Livre-Docência - MARTINELLI, D. A.O. (1974);
- "Punção em Cantos e Bordas de Pavimentos sem Vigas" - XVII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural - Caracas (1975);

- "Sobre a Contribuição dos Estribos na Resistência das Ligações Laje-Pilar" - XVIII Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estruturas, Salvador (1976);
- "Sumário Preliminar de Estudos Experimentais da Resistência de Ligações Laje-Pilar" - XXI Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural - Rio de Janeiro (1981);
- "Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-Pilar em Bordas de Lajes-Cogumelo" - Dissertação de Mestrado - TAKEYA, T. (1981);
- "Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-Pilar em Casos Característicos de Cantos de Lajes-Cogumelo" - Dissertação de Mestrado - FIGUEIREDO Fº, J.R. (1981);
- "Ruína das Ligações Laje-Pilar em Cantos e Bordas de Lajes-Cogumelo: Ensaio da EESC-USP", I Encontro Nacional de Engenharia e Arquitetura - Rio de Janeiro (1982).
- "Estudo Experimental da Resistência das Ligações Laje-Pilar: Casos 22, 27 e 28", Jornadas Sul-Americana de Engenharia Estrutural - Santiago do Chile (1983).

1.3.3 - As fases de pesquisa no LE-EESC

Em consonância com o disposto na primeira coluna do quadro 1, onde estão representados os casos já elaborados ou em fase de conclusão, o Projeto de Pesquisa foi subdividido em várias fases conforme a seguir:

1ª FASE - casos 1 a 14 - apresentada no trabalho de MARTINELLI (1974);

2ª FASE - casos 15, 16 e 17 - apresentada no trabalho de TAKEYA (1981);

3ª FASE - casos 18, 19 e 20 - apresentada no trabalho de FIGUEIREDO Fº (1981);

4^a FASE - casos 22, 27 e 28 que foram ensaiados pelos Eng^{os} Irineu da SILVA e David Ribeiro dos REIS - descrita no artigo "Estudo Experimental da Resistência das ligações Laje-Pilar: casos 22, 27 e 28", em 1983.

5^a FASE - faz parte desta fase os casos 29, 30 e 31, relatados no presente trabalho.

Os casos 21, 23, 24, 25 e 26, também pertencentes a esta fase, serão apresentados nos trabalhos dos Eng^{os} André I.I. HALAH e Walmir P. MODOTTE. Pertencem também a esta 5^a FASE outros casos que não constam do quadro 1, que são estudos de ligações laje-pilar em borda de lajes-cogumelos, com armaduras transversais constituídas de perfis metálicos ("shearhead"), a serem apresentados pelo Eng^o Roberto M. GONÇALVES.

Faz-se, a seguir, um breve resumo referente às três primeiras fases.

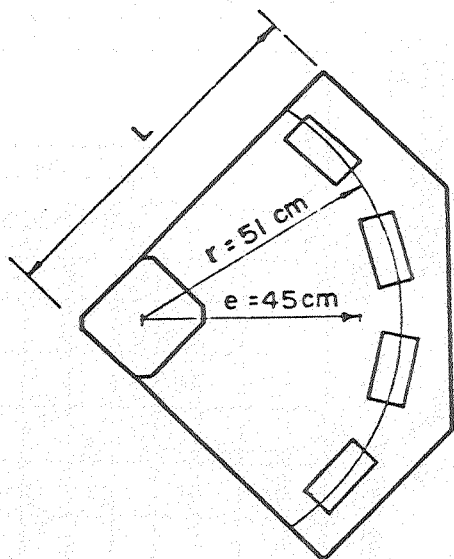
1.3.3.1 - 1^a FASE - MARTINELLI, D.A.O. (1974)

Ensaíram-se 44 modelos dos quais trinta e seis representam nove elementos-de-laje (EdL 6 a 14) em grupos de quatro modelos.

Os oito modelos que representam os EdL 1 a 5 foram utilizados com finalidades exploratórias e de fixação da técnica de construção e de ensaio.

Os nove elementos-de-laje (36 peças), que representam ligações laje-pilar em cantos de lajes intermediárias de edifícios de vários pavimentos, foram elaborados com as dimensões limítrofes da figura 39 e as cargas foram aplicadas segundo um arco de círculo de raio $r=0,22L=51\text{cm}$, através de macacos hidráulicos.

Esse carregamento foi feito simetricamente ao plano bissetor dos cantos ensaiados, conforme figura 39; as cargas assim aplicadas apresentaram uma resultante cuja excentricidade, em relação ao centro de gravidade da seção transversal do pilar é de $e = 45\text{cm}$.



EdL 6,8 e 10 L = 85 cm
Demais EdL, L = 71 cm

Esquema de carregamento adotado por MARTINELLI (1974)

Figura 39

Dimensionou-se cada elemento-de-laje à flexão tal que a taxa de armadura fosse máxima com a condição de sub-armação (figuras 40 e 41).

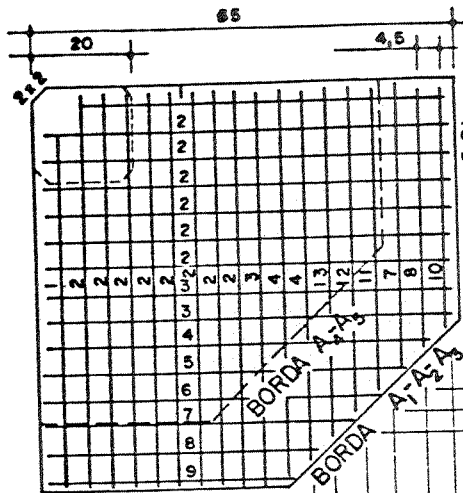
Os EdL 12 e 14 (como os EdL 7, 9, 11, 13) são, em planta menores que os EdL 6, 8 e 10, em virtude de ter sido conveniente manter o valor de 51 cm para o raio médio de carga, o que permitiu então reduzir os lados principais das peças de 85 cm para 71 cm.

A armadura transversal foi definida em proporções variáveis, para que se pudesse analisar sua contribuição na resistência da ligação laje-pilar.

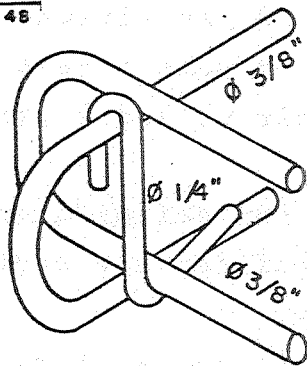
A ancoragem dos estribos, nos modelos 6, 8, 10, 12 e 14 é mostrada na figura 40, e nos modelos 7, 9, 13 e 15 na figura 41.

A região onde se dispuseram os estribos está representada, também, nas figuras 40 e 41.

Utilizaram-se, na execução dos ensaios, os seguintes equipamentos: macacos hidráulicos para aplicação do carregamento, extensômetros elétricos de resistência para medir as deformações nas armaduras e no concreto, e defletômetros mecânicos para a medida dos deslocamentos transversais. Nas figuras 40 e 41, encontra-se a disposição dos extensômetros.

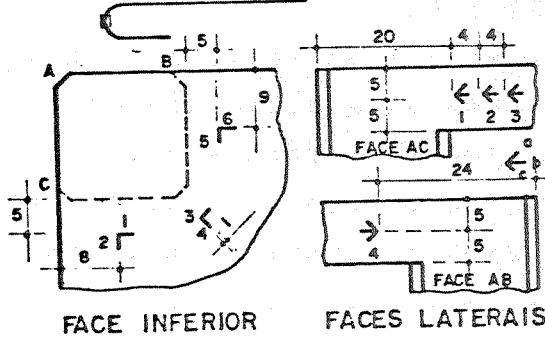


N1 - 2 Ø 3/8" (110)	
12	69
29	
N2 - 14 Ø 3/8" (130)	
12	78,5
39,5	
N3 - 3 Ø 3/8" (100)	
12	78
10	
N4 - 3 Ø 3/8" (97)	
12	75
10	
N5 - 1 Ø 3/8" (91)	
12	69
10	
N6 - 1 Ø 3/8" (86)	
12	64
10	
N7 - 2 Ø 3/8" (81)	
12	59
10	
N8 - 2 Ø 3/8" (75)	
12	53
10	
N9 - 1 Ø 3/8" (70)	
12	48
10	



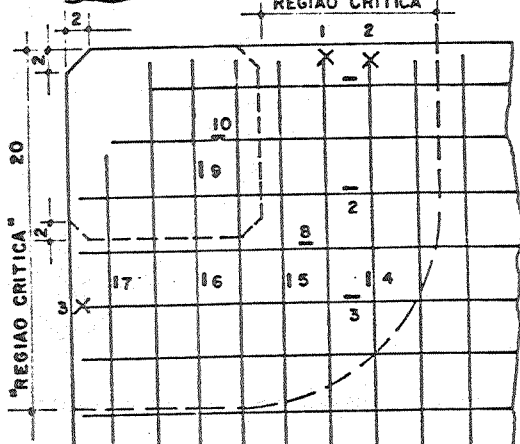
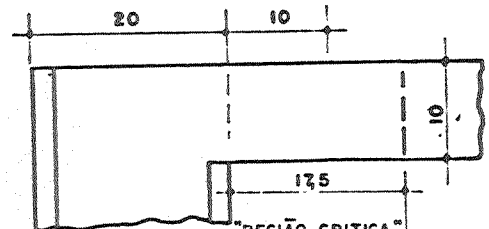
INSTRUMENTAÇÃO

- 2 IN EXTENSÔMETRO EM BARRA DE FLEXÃO
- ESTRIBO SEM EXTENSÔMETRO
- ✕ 2 EXTENSÔMETRO 2 EM ESTRIBO
- ✕ 2 EXTENSÔMETRO 2 EM GANCHO DE BARRA DE FLEXÃO

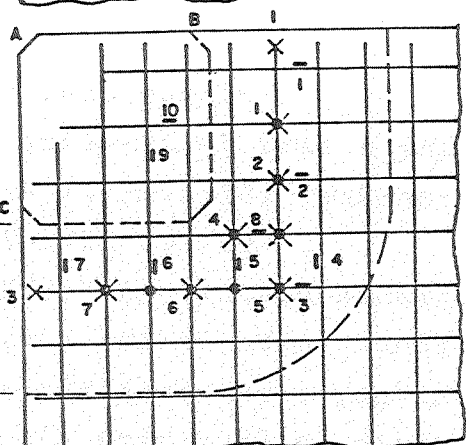


FACE INFERIOR

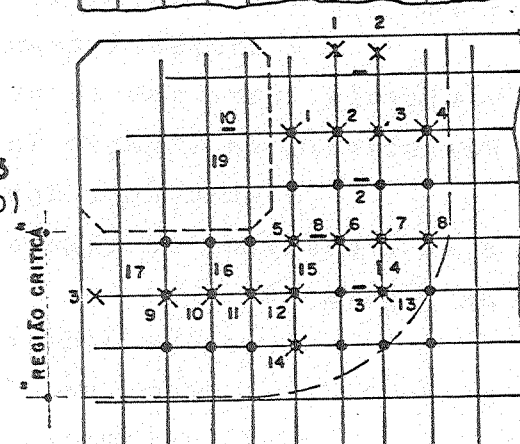
FACES LATERAIS



A₁
(EdL 6)



A₂
(EdL 8)



A₃
(EdL 10)

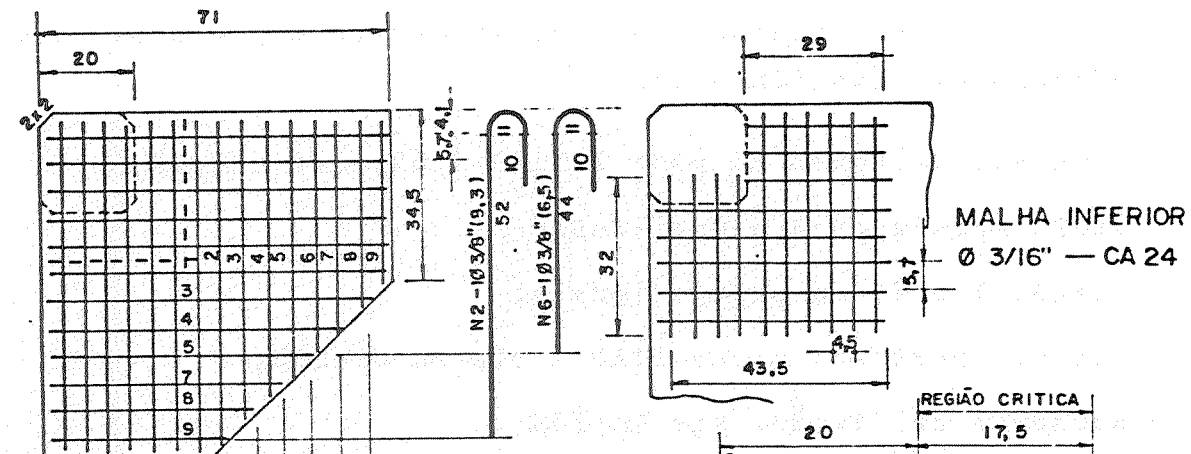
COMO A , MAS COM DOIS ESTRIBOS EM CADA NÓ (E A PEÇA É MENOR)

A₄
(EdL 12)

COMO A , MAS COM PILAR SUPERIOR MONOLÍTICO COM A LAJE

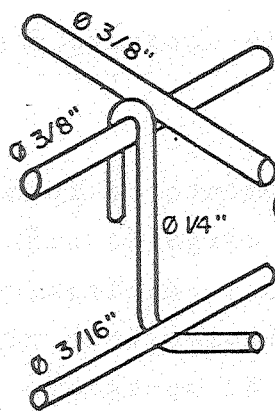
A₅
(EdL 14)

Figura 40

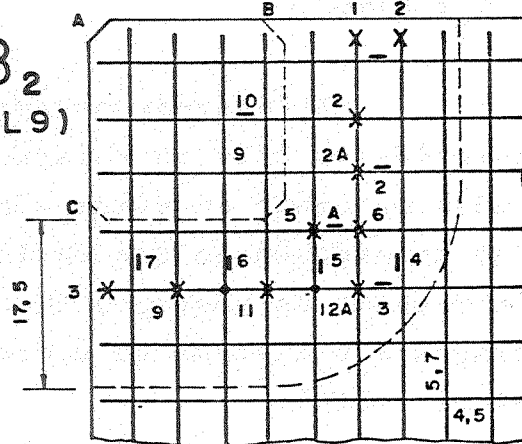
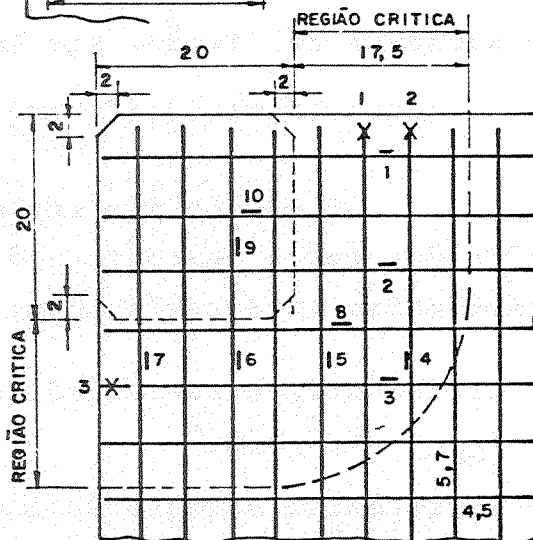


II 10	64
II 10	57
II 10	53
II 10	47
II 10	39
II 10	35
II 10	30

B₁
(EdL 7)

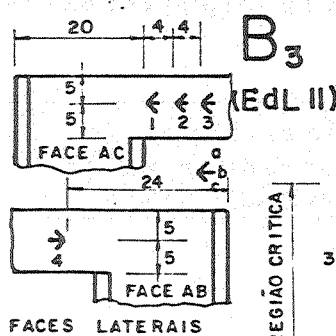
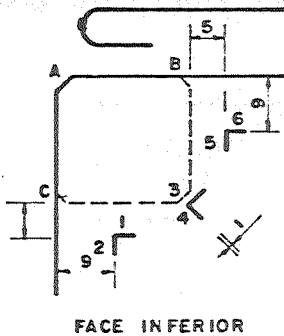


B₂
(EdL 9)



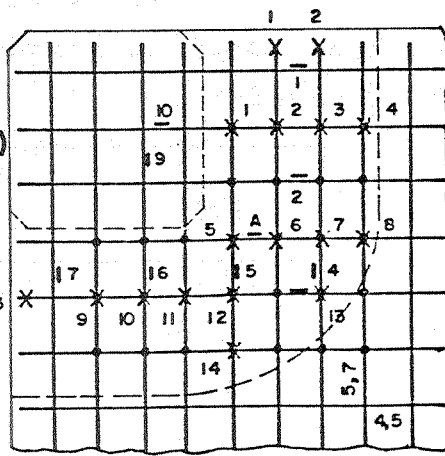
INSTRUMENTAÇÃO

- 2 | EXTENSÔMETRO 2 EM BARRA DE FLEXÃO
- o | ESTRIBO SEM EXTENSÔMETRO
- X 2 | EXTENSÔMETRO 2 EM ESTRIBO
- X 2 | EXTENSÔMETRO 2 EM GANCHO DE BARRA DE FLEXÃO



B₃
(EdL 11)

B₄



(EdL 13) COMO B₃ MAS COM DOIS ESTRIBOS EM CADA NO

Figura 41

As características dos materiais empregados na confecção de cada EdL eram:

- concreto de traço em peso 1:1,75:2,65; a/c = 0,42;
- areia grossa do Rio Mogi-Guaçú;
- britas 1 e 2, em partes iguais;
- cimento portland marca ITAU e classe CP-320;
- armadura de flexão: aço CA-50A;
- armadura transversal: aço CA-25.

O ensaio dos corpos de prova cilíndricos confeccionados com o concreto utilizado conduziu às seguintes resistências características:

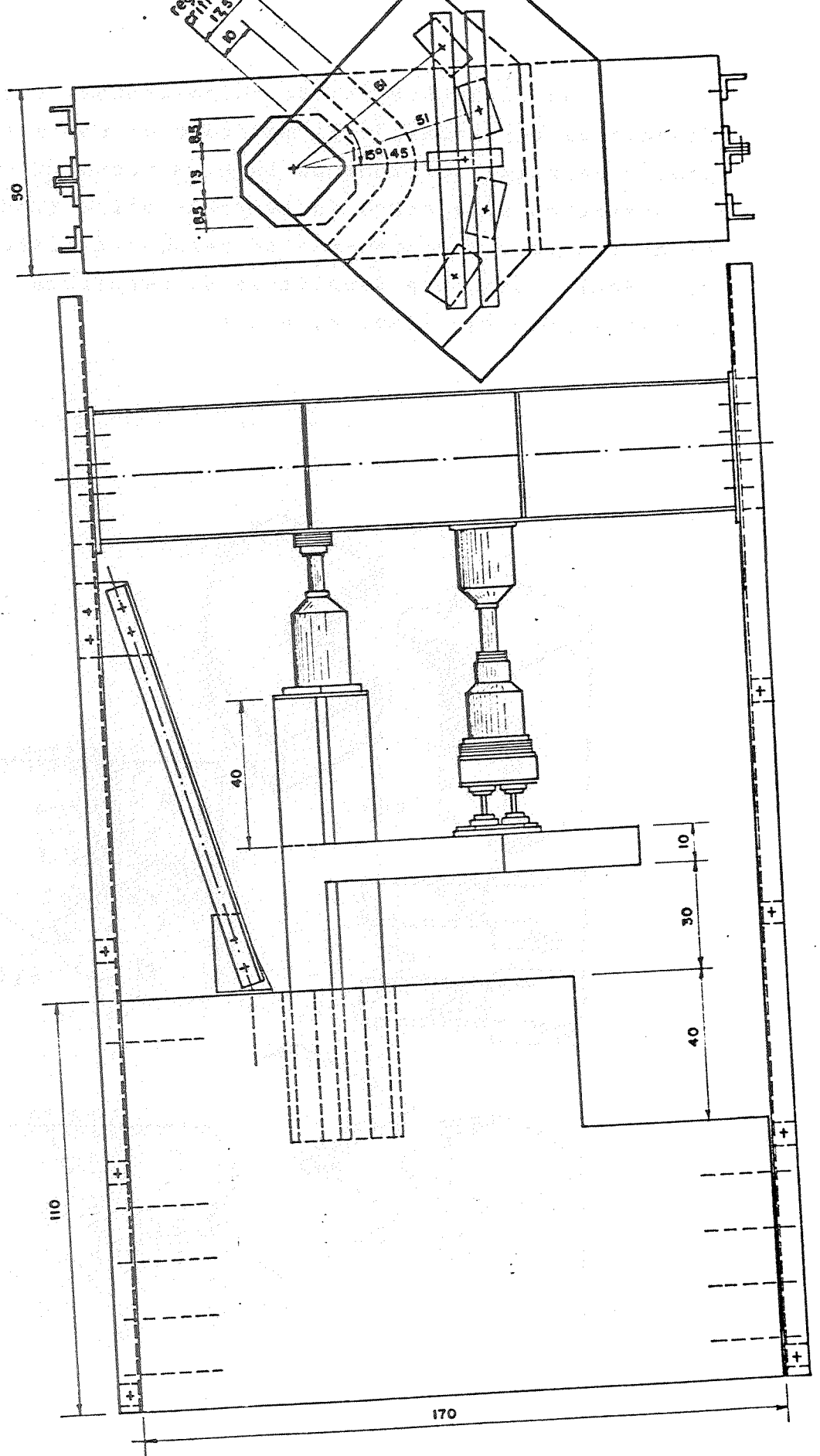
- resistência característica do concreto à compressão:
 $f_{ck} = 30,3 \text{ N/mm}^2$
- resistência característica do concreto à tração: $f_{ctk} = 2,3 \text{ N/mm}^2$.

Aplicou-se o carregamento de forma fracionada em parcelas de 1/20 em relação à carga de ruína prevista, aplicadas de cinco em cinco minutos, realizando-se as medidas das deformações e dos deslocamentos dois minutos após cada incremento de carga. A figura 42 apresenta a estrutura de reação e o sistema de carregamento idealizados por MARTINELLI (1974).

As cargas de ruína são apresentadas, em função da área total da armadura transversal utilizada, na tabela X, a seguir:

EdL	Área total da armadura transversal (cm ²)	V _{u,obs} (kN)
6-7	-	63
8-9	2,7	68
10-11	8,8	73
12-13-14	17,6	72

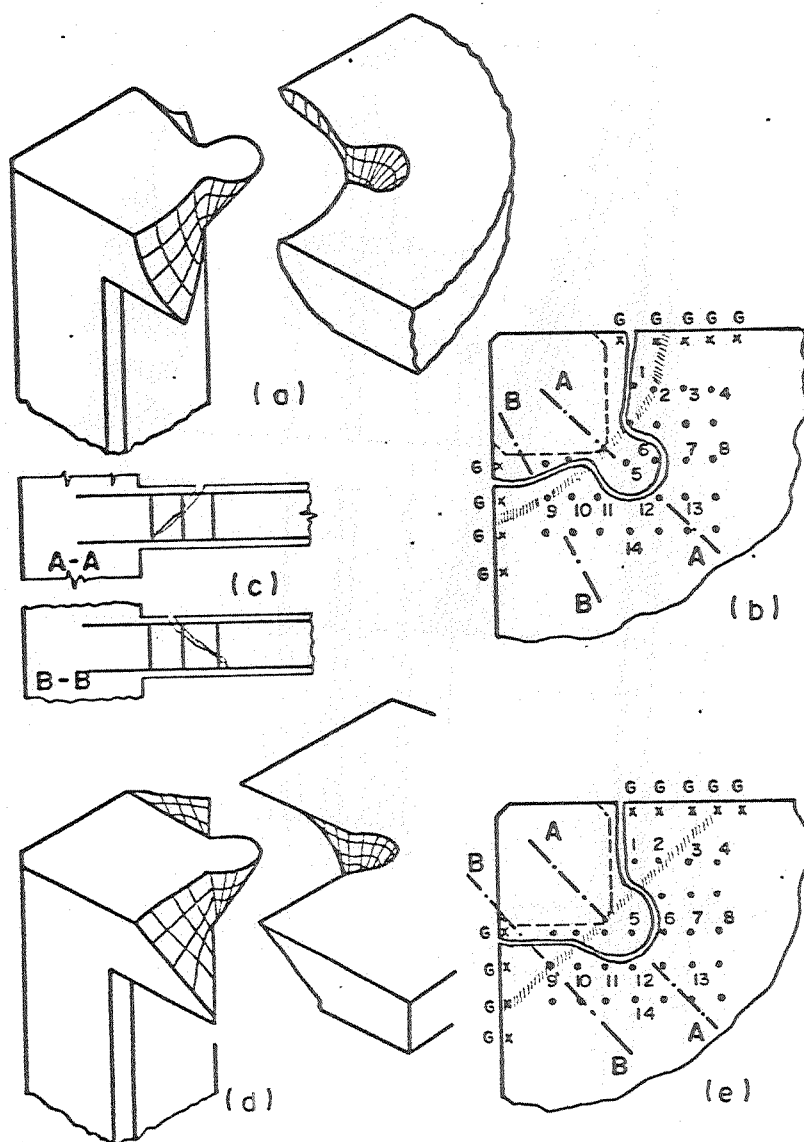
Tabela X



ELEMENTO-DE-LAJE, ESTRUTURA DE REAÇÃO E SISTEMA DE CARREGAMENTO IDEALIZADO POR MARTINELLI (1974)

Figura 42

As configurações de ruína obtidas nos ensaios evidenciaram a predominância marcante do momento fletor, com rotação da parte inferior da laje em torno de duas charneiras passantes pelo canto inferior do pilar (rotação essa que apresenta uma componente em relação à bissetriz do canto). Idealizou-se uma superfície de separação, representada pela figura 43, itens a, b e c.



[idealização na superfície de separação nos EdL de canto — MARTINELLI (1974)

Figura 43

Uma parte da laje permaneceria ligada ao pilar nas proximidades de seu canto interior (figura 43a), ao passo que ao longo dos dois trechos laterais da charneira a laje apresentaria duas protuberâncias sobre as partes da laje que continuariam solidárias com o pilar. A primeira parte, junto ao canto, lembra o caso dos pilares interiores, e foi efetivamente observada na fase de ruína, na qual também se notou algum deslocamento vertical entre essa parte da laje, ainda solidária ao pilar, e a parte móvel. As duas protuberâncias laterais evidenciam uma configuração de ruína totalmente diferente daquelas observadas nas ligações laje-pilar interior.

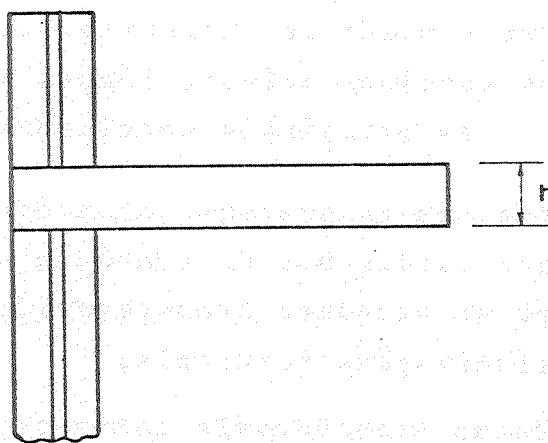
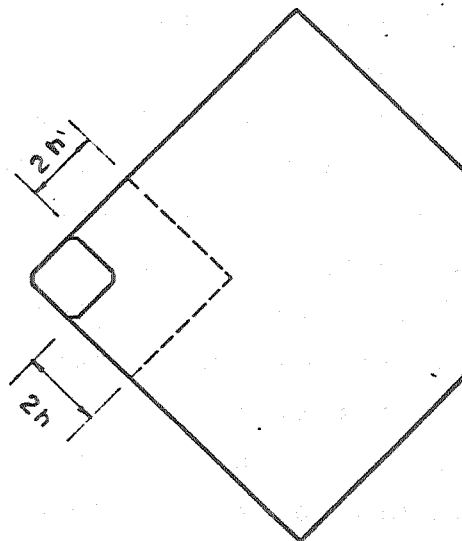
As figuras 43d e 43e são uma esquematização mais simples das figuras a, b e c, onde a charneira da figura 43e, que substitui as duas charneiras da figura 43b, é normal à bissetriz do canto.

É interessante observar as projeções dos contornos sobre o plano da charneira, figura 43b, as quais definirão os estribos ativos, figura 43c.

As principais conclusões foram:

- a ruína deu-se predominantemente por flexão, caracterizada por: escoamento da armadura de flexão, pequenas deformações na armadura transversal, grandes rotações e pequenas translações verticais;
- armaduras transversais compostas por barras dobradas, utilizáveis nos casos de pilares interiores em painéis simetricamente carregados (ou quase) seriam em grande parte inúteis;
- as armaduras transversais constituídas por estribos verticais mostraram ser as mais adequadas;
- devido a presença de estribos, notou-se acréscimo de cerca de 14% na resistência da ligação;
- os estribos verticais parecem ter grande função, se distribuídos de maneira uniforme em uma "região crítica" de

limitada pelas faces interiores do pilar e pelas paralelas a essas faces à distância $2h$ (ou, no mínimo, $1,5h$), conforme figura 44;



Região sugerida por Martinelli (1974), para distribuição de estribos verticais

Figura 44

- a ancoragem dos estribos verticais pode ser feita na extremidade superior na armadura de flexão da laje, e na extremidade inferior achou-se conveniente o emprego dos prolongamentos dos ganchos de ancoragem dessas mesmas barras de flexão, o que se mostrou construtivamente adequado, para a ancoragem inferior, não se notando diferença significativa quando se fez uma armadura inferior postíça;

- os estribos utilizados em forma de simples ganchos isolados, tiveram desempenho satisfatório;
- é conveniente que a taxa $\rho_t = A_t/A_{cr}$ seja maior ou igual a 1% (A_t é a área da seção de estribos verticais, e A_{cr} é a área da "região crítica") e que em conjunto com os ganchos da armadura de flexão, se tenha $\rho_{tt} = A_{tt}/A_{cr}$ maior ou igual a 1,5% (onde A_{tt} é a área de armadura composta pelos estribos verticais e pelos ganchos de ancoragem da armadura de flexão).

1.3.3.2 - 2ª FASE - TAKEYA, T. (1981)

Ensaaiaram-se 9 modelos representando três elementos-de-laje, os EdL 15, 16 e 17 (vide quadro 1, pág. 64).

Os três elementos-de-laje representaram ligações laje-pilar em bordas de lajes intermediárias de edifício de vários pavimentos.

A seção transversal dos pilares adotada foi de $20 \times 20 \text{ cm}^2$ e laje com espessura de 10cm, como nos EdL relatados por MARTINELLI (1974).

Em relação aos EdL de 1 a 14, pode-se imaginar que os EdL 15, 16 e 17 (bordas) pertencem ao mesmo conjunto de painéis de um mesmo edifício.

Os três elementos-de-laje foram construídos de forma que se permitisse distribuir cargas segundo um raio de circunferência $r = 0,22 L = 51 \text{ cm}$, estabelecendo-se formas de carregamentos análogas aos modelos ensaiados por MARTINELLI (1974), conforme se vê na figura 45, carregando-se simetricamente ao plano normal à borda, obtendo-se, assim, uma resultante de aplicação de cargas localizadas a 28,5cm do centro de gravidade da seção transversal do pilar.

Reduziu-se, aqui, o número de peças a ensaiar para três, face à experiência adquirida anteriormente por MARTINELLI (1974), e em vista das pequenas dispersões observadas nos ensaios, o que evidenciou a boa qualidade da técnica empregada na construção e no ensaio dos modelos.

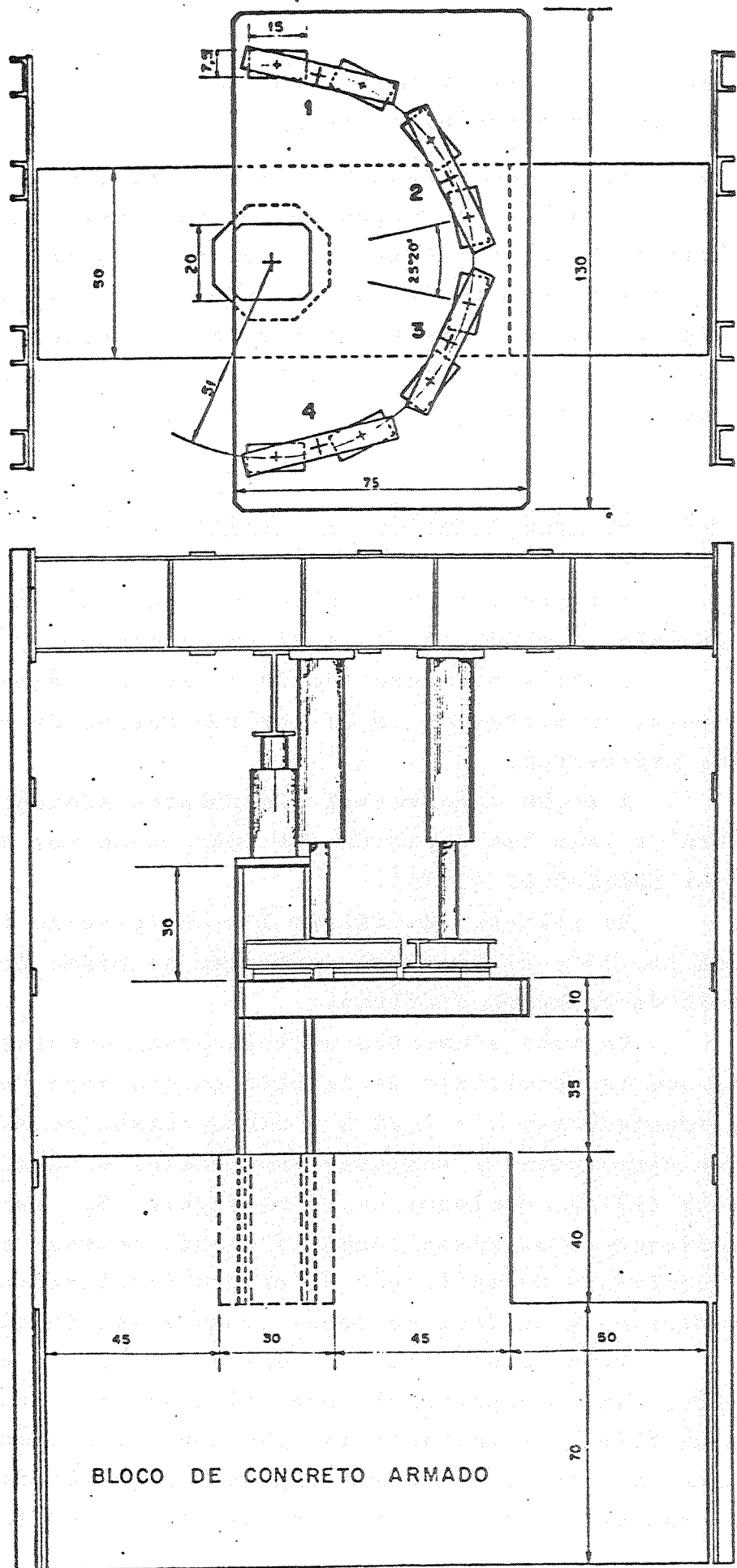


Figura 45

Ainda em função dessas pequenas dispersões restringiu-se a instrumentação com extensômetros elétricos, a apenas uma peça da amostra relativa a cada elemento-de-laje.

A armadura de flexão foi composta por barras de $\phi 10\text{mm}$, de aço CA-50A, dispostas em malha retangular com espaçamento de 5,7cm nas barras normais à borda da laje e 4,5cm nas barras com direção paralela à borda, figura 46a, objetivando compensar a altura útil nas duas direções, respectivamente 9cm e 8cm.

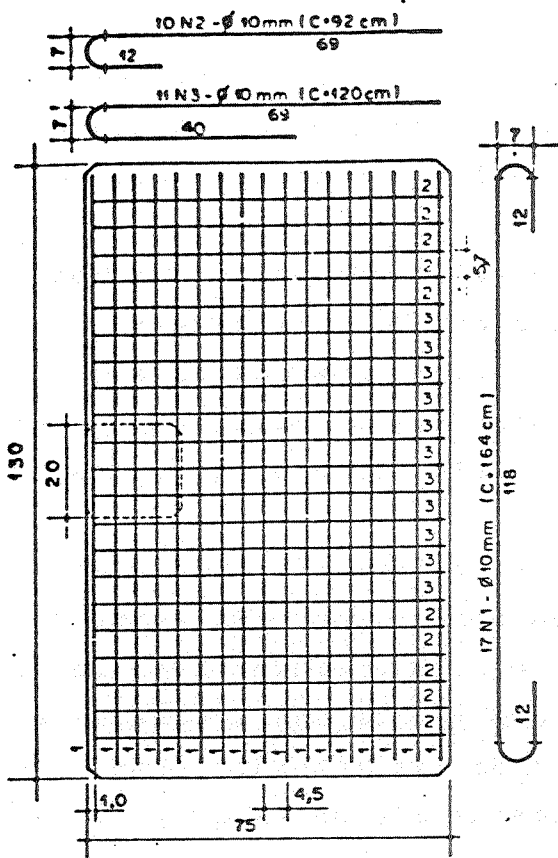
Os estribos verticais, compostos por barras de $\phi 6,3\text{mm}$, de aço CA-25, foram ancorados conforme sugestão de MARTINELLI (1974), figura 46b e c, na armadura de flexão da laje e nos prolongamentos dos ganchos de ancoragem dessa armadura. Esses estribos foram distribuídos numa "região crítica" delimitada por retas distantes $h/\text{tg } 30^\circ \approx 17,5\text{cm}$ dos lados do pilar, conforme se vê nas figuras 46d e e.

A instrumentação utilizada nos ensaios foi:

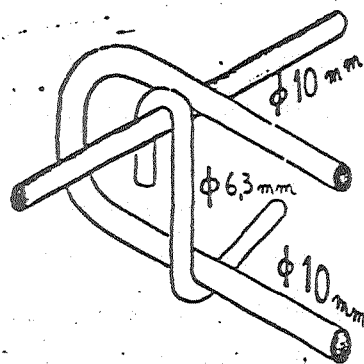
- dinamômetros LE-EESC para medir as cargas aplicadas pelos macacos hidráulicos;
- extensômetros elétricos de resistência para a medição das deformações das armaduras e do concreto;
- defletômetros mecânicos para a medida dos deslocamentos transversais da laje;
- régua comparadora LNEC para a avaliação das aberturas das fissuras.

Dispôs-se a instrumentação conforme figuras 47, 48 e 49.

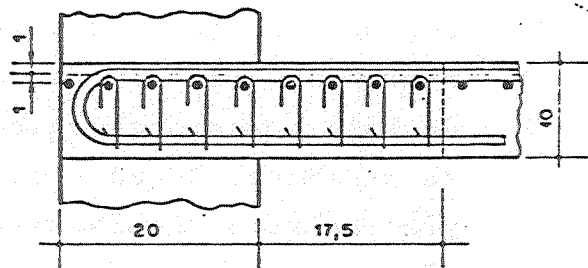
As características dos materiais empregados na confecção de cada elemento-de-laje foram as mesmas utilizados por MARTINELLI (1974), conforme indicado na página 70.



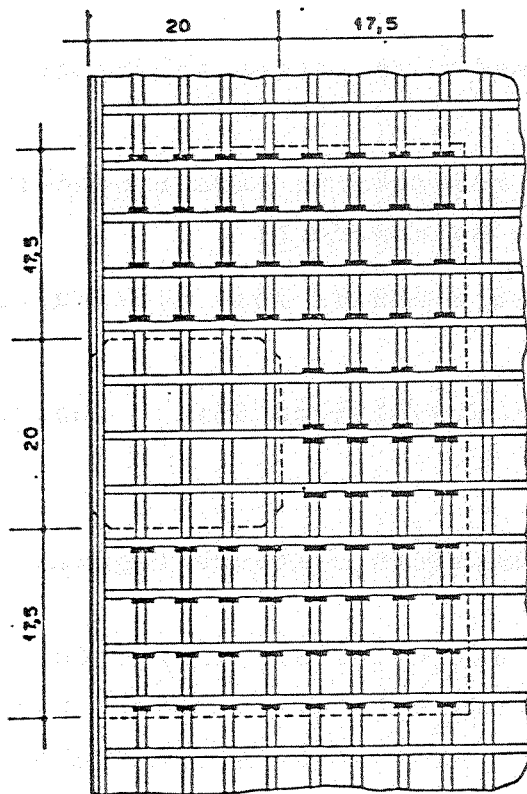
(a)



(b)

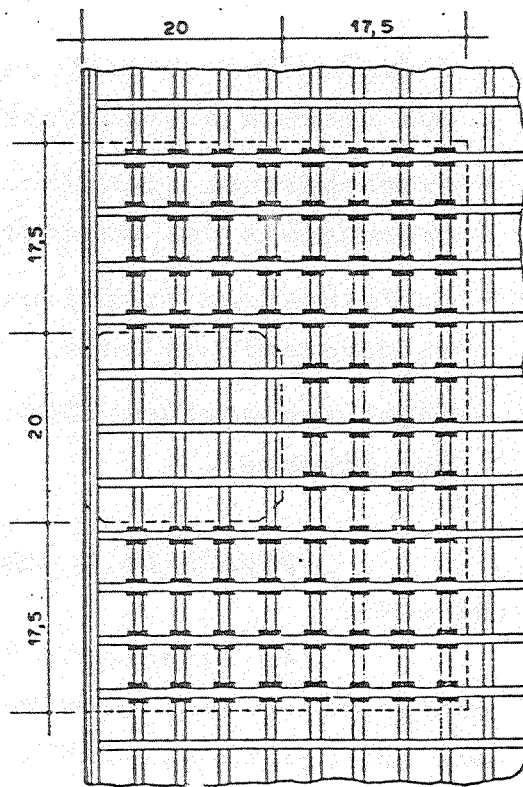


(c)



(d)

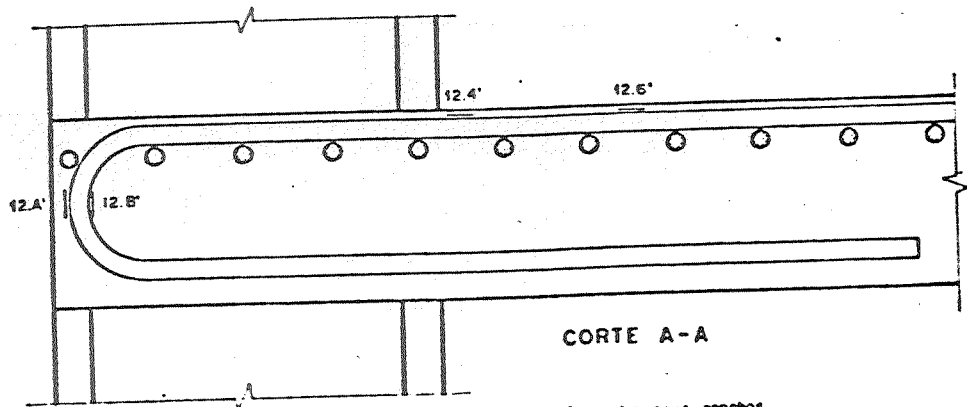
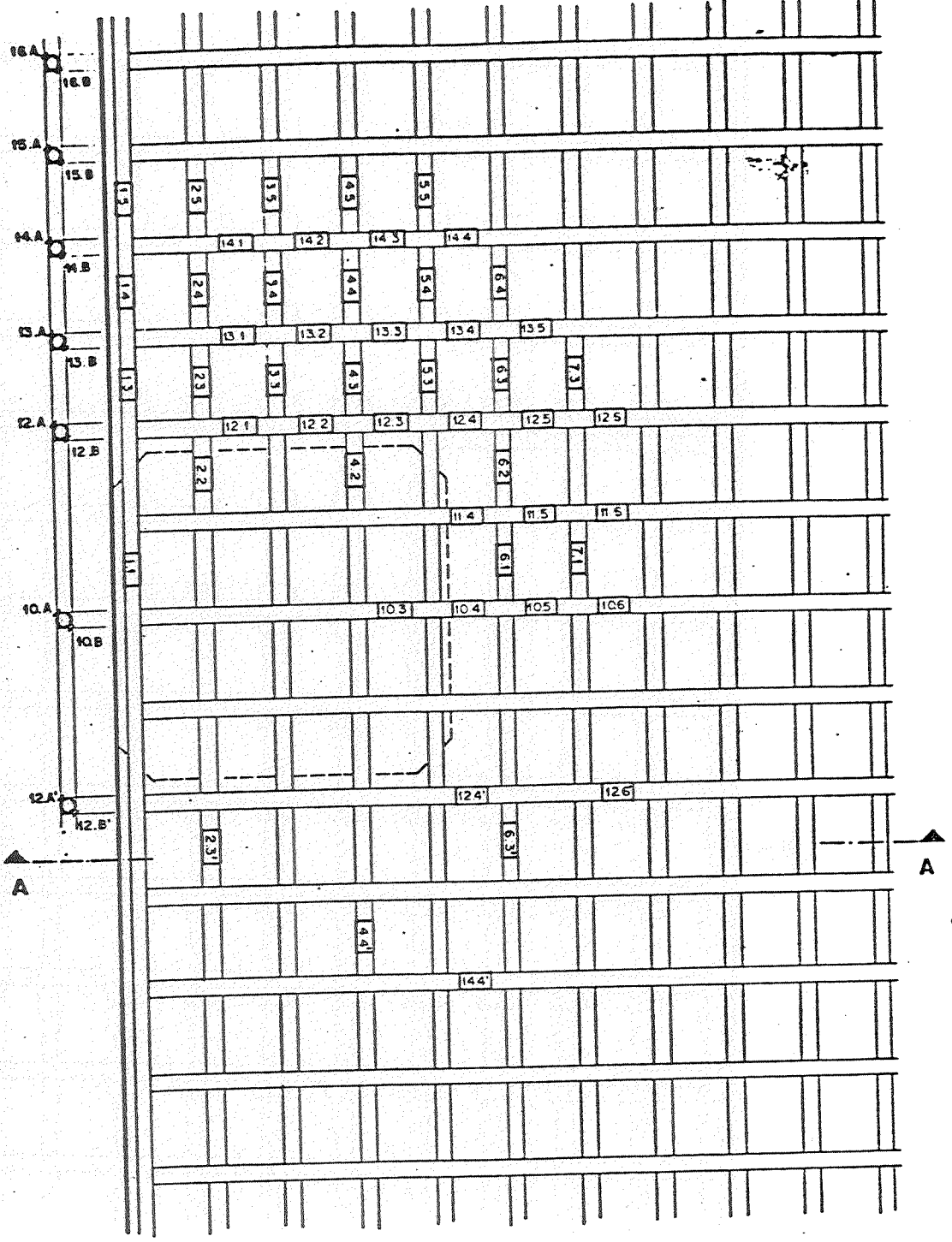
— 1 estribo por nó



(e)

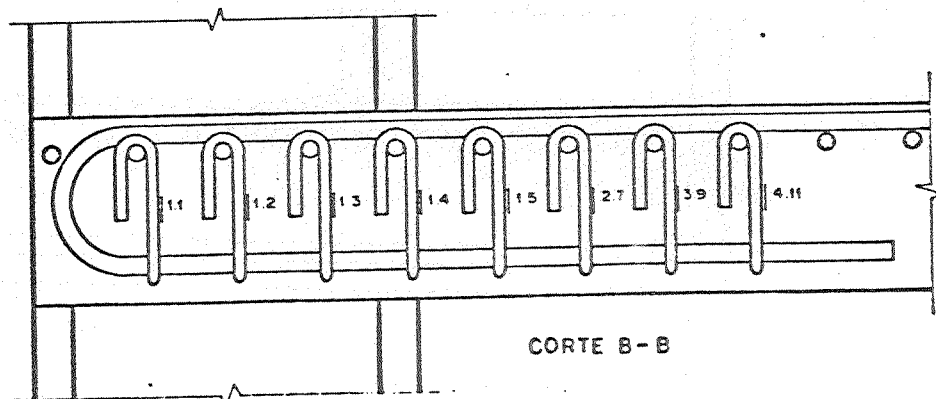
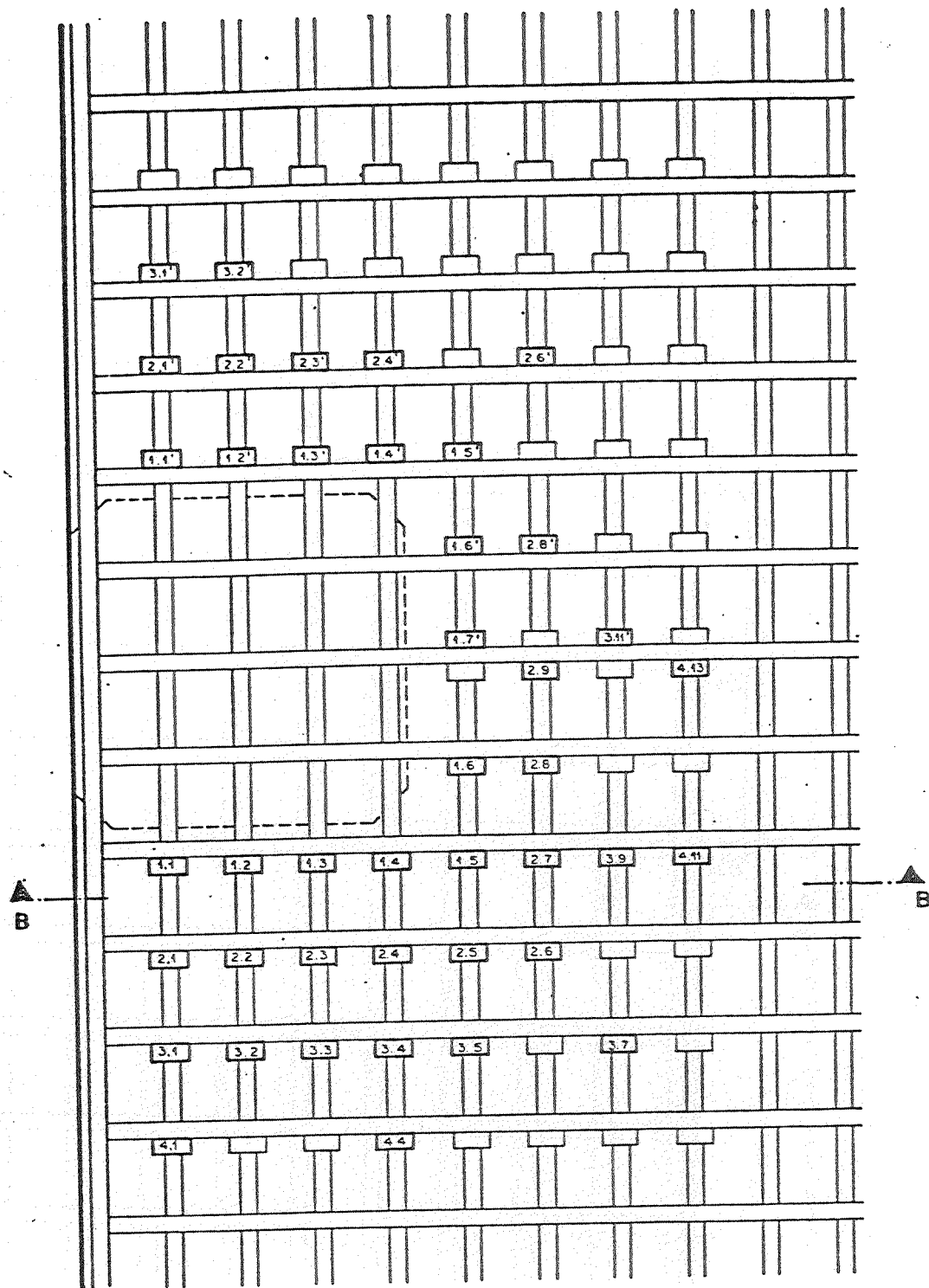
— 2 estribos por nó

Disposição da armadura de flexão e dos estribos verticais;
característica do estribo e ancoragem adotada por TAKEVA(1981)



Instrumentação da armadura de flexão e dos seus ganchos

Figura 47



Instrumentação dos estribos

Figura 48

O ensaio dos corpos de prova confeccionados com o concreto utilizado nos modelos produziu os seguintes resultados:

$$f_{ck} = 28,7 \text{ N/mm}^2 \quad \text{e} \quad f_{ctk} = 2,3 \text{ N/mm}^2$$

Adotou-se, aqui também, a mesma sistemática de carregamento adotada por MARTINELLI (1974).

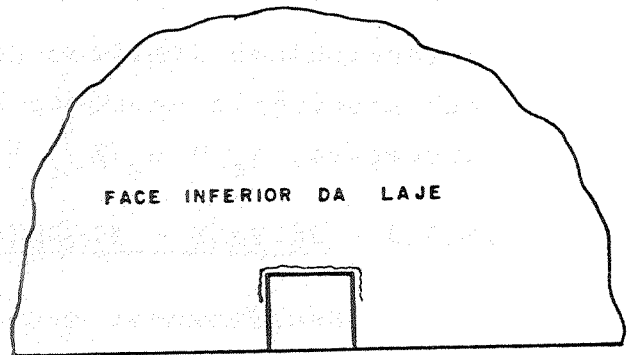
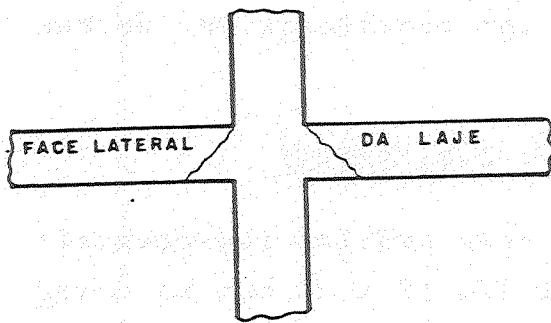
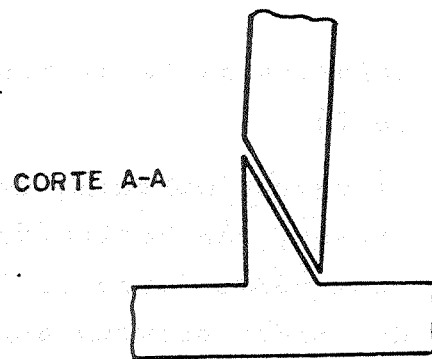
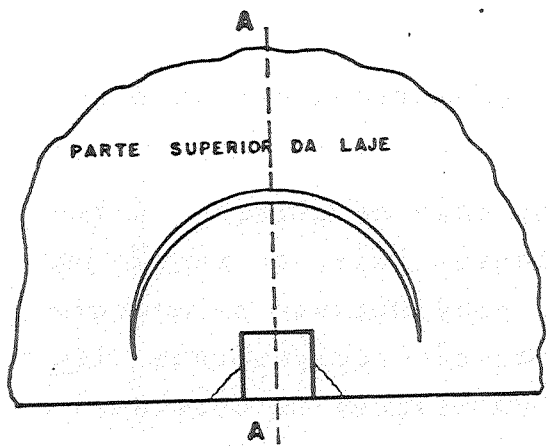
As cargas de ruína são apresentadas na Tabela XI em função da área total da armadura transversal, a seguir:

EdL	A _{st}	V _{u,obs}
15	-	124
16	24,40	190
17	46,36	204

Tabela XI

Suas principais conclusões foram:

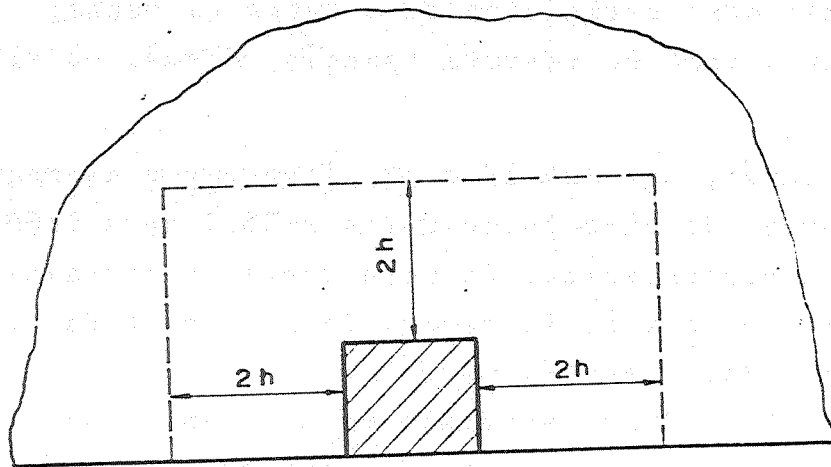
- a ruína de ligações laje-pilar de borda sem armadura transversal pode se dar por punção com configuração de ruína semelhante àquelas que se observam em ligações laje-pilar interior, conforme figura 50;
- a armadura transversal constituída por estribos verticais demonstrou ser eficiente na prevenção da punção, aumentando significativamente a capacidade resistente da ligação, observando-se, nas peças ensaiadas, acréscimos de até 64%; esses estribos devem ser dispostos de maneira aproximadamente uniforme por uma "região crítica" delimitada pelas faces interiores do pilar e pelas paralelas a essas faces à distância 2h (ou, no mínimo 1,5h), conforme figura 51;
- nos elementos-de-laje dotados de estribos verticais, em ligações de borda, ocorreu a ruína por flexão caracterizada por ação predominante do momento fletor observando-se o escoamento de grande parte da armadura de flexão e a plastificação do concreto em algumas regiões da face



Configuração de ruína observada no EdL 15

TAKEYA (1981)

Figura 50



"Região crítica" sugerida por Takeya para disposição de estribos e ligações laje-pilar de bordo

Figura 51

inferior da laje, representado esquematicamente na figura 52;

- as barras dobradas utilizáveis no caso de pilares interiores, não seriam de todo eficiente, pois, na região junto à borda livre da laje, a ação predominante do momento de torção provoca quadro de fissuração radicalmente diferente daquela observada no caso de pilares interiores;
- é recomendado utilizar-se uma taxa de armadura transversal provisória enquanto não se tem resultados de outras situações, $\rho_t = A_t/A_{cr} \approx 2\%$.

1.3.3.3 - 3ª FASE - FIGUEIREDO Fº, J.R. (1981)

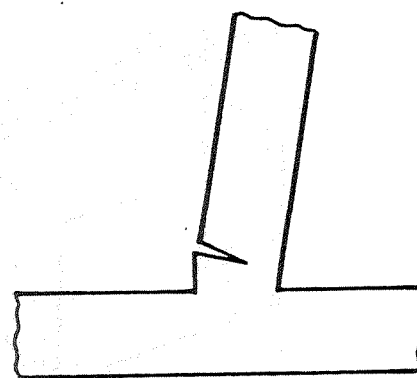
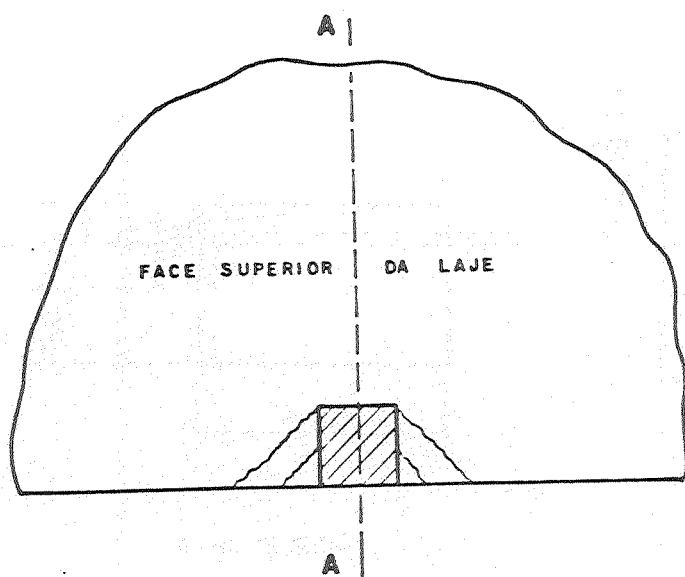
Ensaíram-se nessa fase nove modelos representando três elementos-de-laje, os EdL 18, 19 e 20 com as características expostas no Quadro 1, no item 1.3.2.

Os elementos-de-laje ensaiados na primeira fase tinham seus carregamentos distribuídos em uma coroa de círculo de raio $r=51$ cm, mantendo-se a relação M/V (momento fletor/força cortante) igual em todos os ensaios; nesta terceira fase, novas relações M/V foram analisadas com a finalidade de:

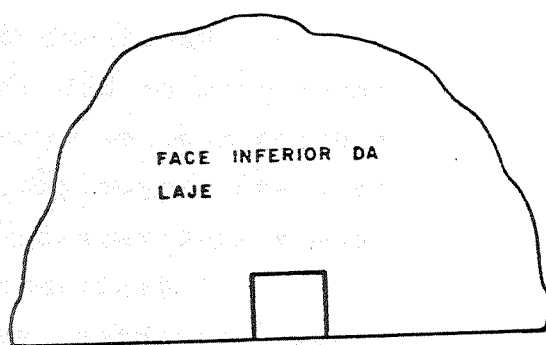
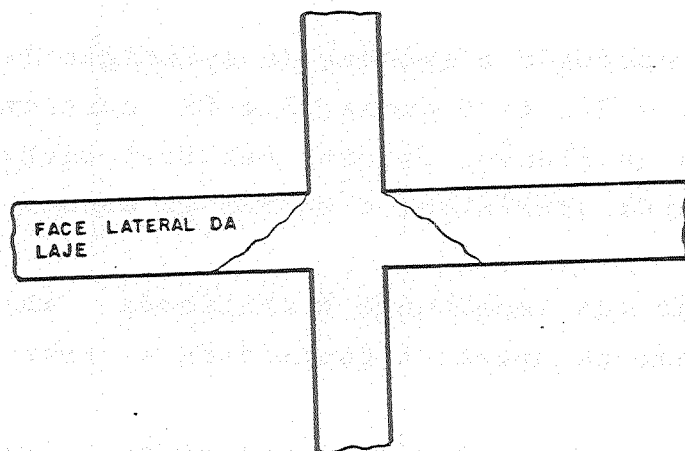
- verificar como seria afetada a carga de ruína;
- analisar o tipo de ruptura (punção, flexão ou flexo-punção).

Então, nos EdL 18 e 19, fizeram-se carregamentos segundo arcos de círculo de raios $r=25,5$ cm e $r=89,3$ cm obtendo-se excentricidades da resultante do carregamento de 20 e 78 cm em relação ao centro de gravidade da seção transversal do pilar, respectivamente.

O EdL 20 foi ensaiado para se analisar a influência dos ganchos de ancoragem das barras de flexão na resistência da ligação; esse elemento-de-laje não possuía qualquer tipo de armadura transversal, nem estribos, nem ganchos da armadura de flexão; a ancoragem da armadura de fle



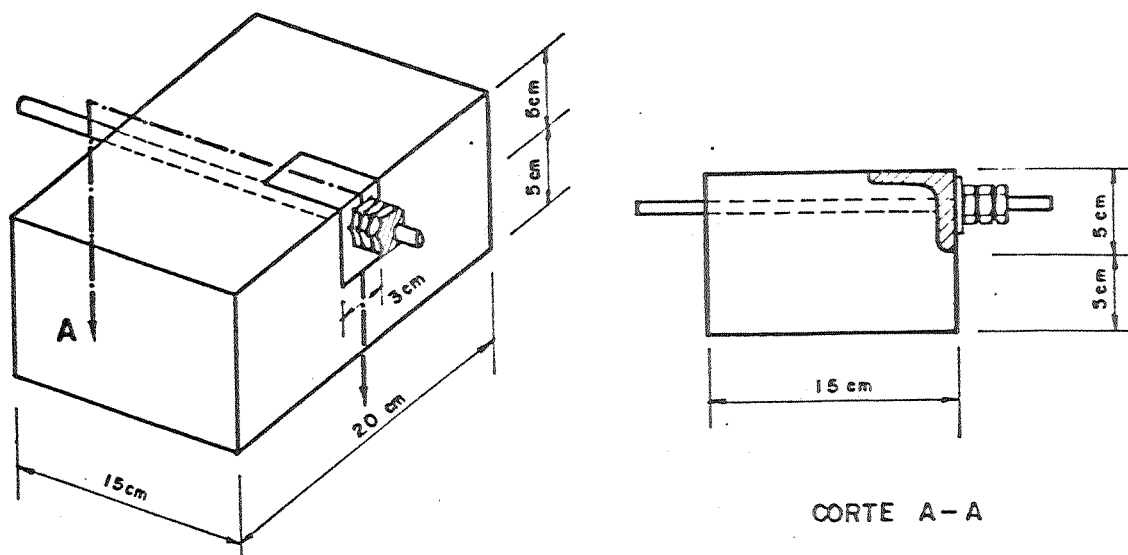
CORTE A-A



Configuração de ruína nas ligações laje-pilar de borda em lajes dotadas de estribos verticais - TAKEYA (1981)

Figura 52

xão foi conseguida por dispositivos especiais, conforme se mostra na figura 53.



Detalhe da ancoragem das barras de flexão no EdL 20
FIGUEIREDO Fº (1981)

Figura 53

Na figura 54 é mostrado o esquema de aplicação da carga para os EdL 18, 19 e 20. As figuras 55 a 59 mostram a disposição da armadura de flexão, estribo vertical adotado e sua disposição, quando utilizado, e também as ancoragens e instrumentação.

A instrumentação foi semelhante à utilizada nas fases anteriores, variando-se apenas a quantidade e posição.

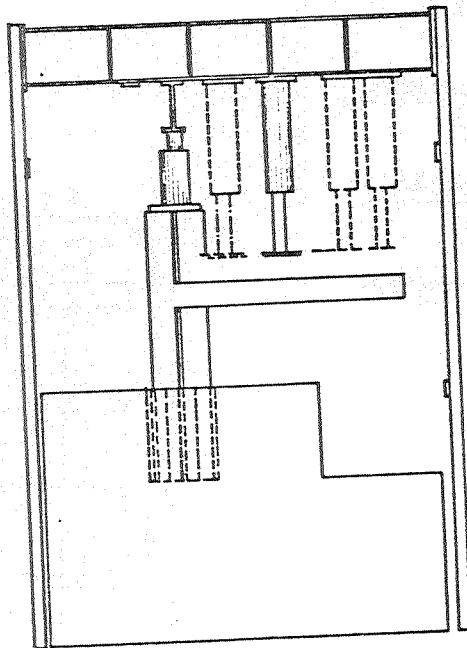
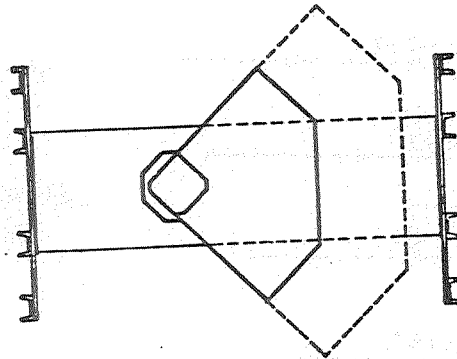
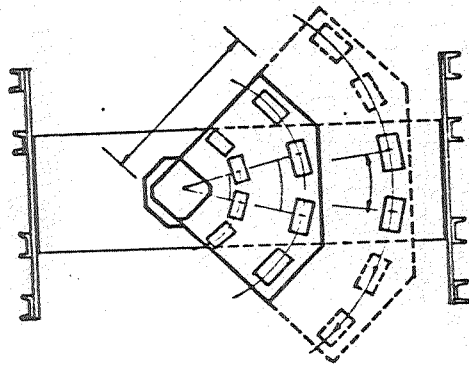
As características dos materiais empregados na confecção de cada elemento-de-laje eram iguais às das fases anteriores. As resistências do concreto obtidas nos ensaios dos corpos de prova foram:

$$f_{ck} = 28,8 \text{ N/mm}^2 \quad \text{e} \quad f_{ctk} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

As cargas de ruína observadas, relativamente aos EdL 18, 19 e 20 foram, respectivamente, 199,74 kN, 35,98 kN e 62,03 kN.

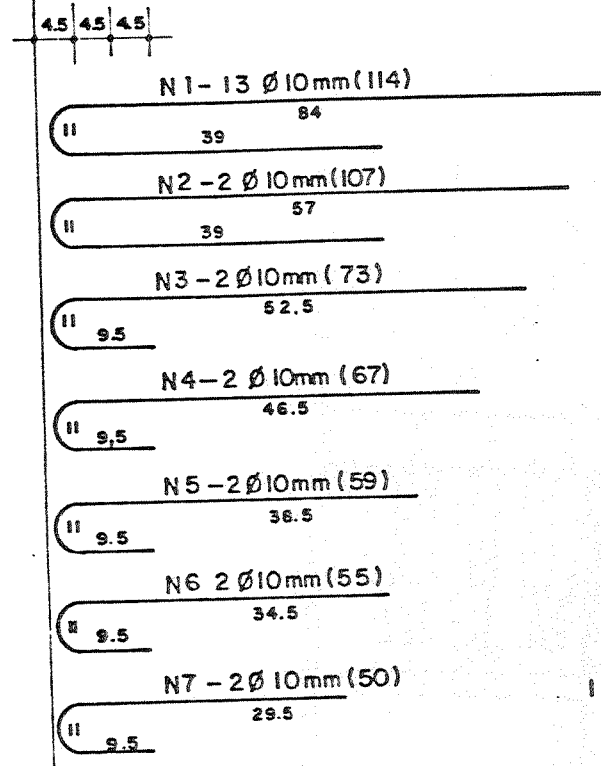
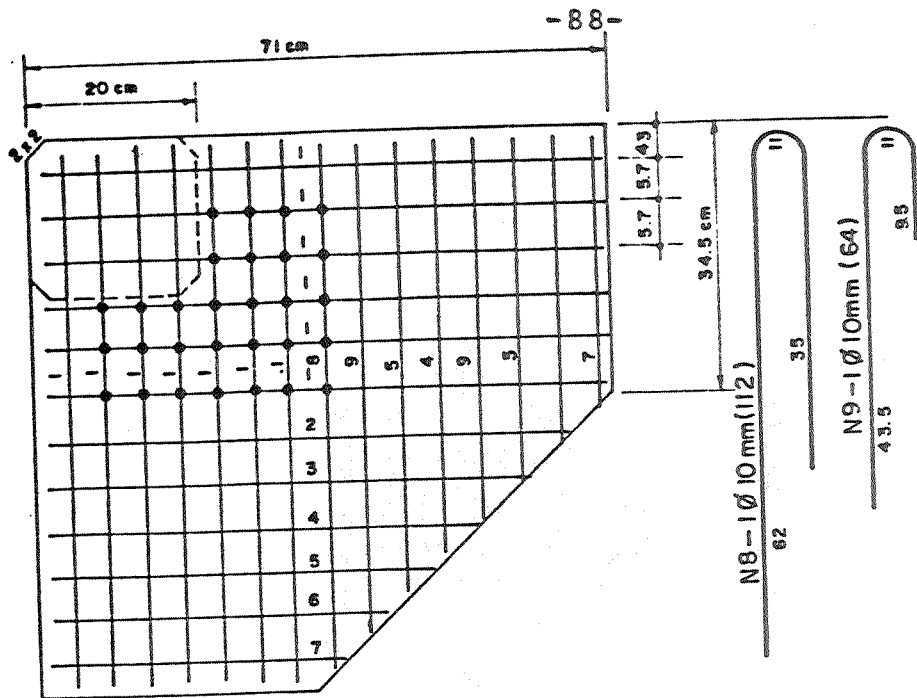
Suas principais conclusões foram:

$r = 25,5 \text{ cm} - \text{EdL 18}$
 $r = 51,0 \text{ cm} - \text{EdL 20}$
 $r = 89,3 \text{ cm} - \text{EdL 19}$



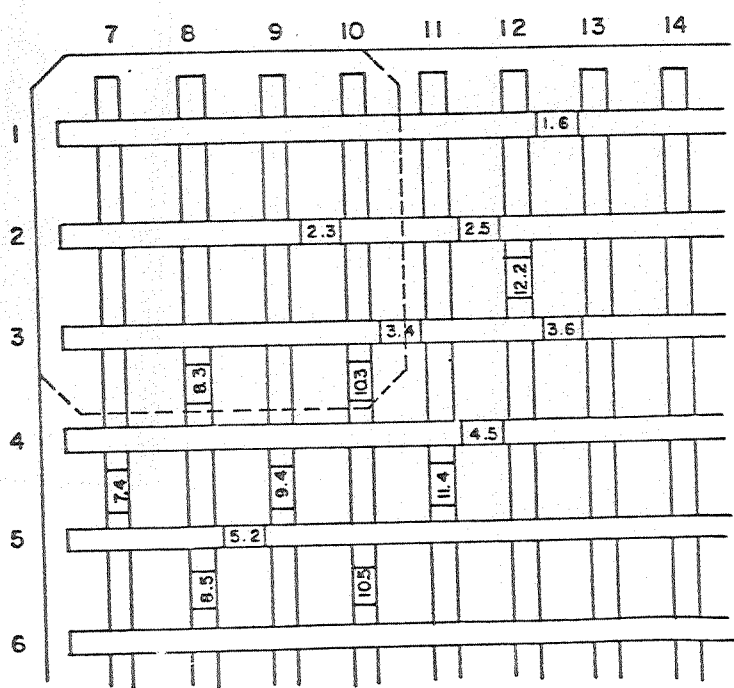
ELEMENTO-DE-LAJE, ESTRUTURA DE REAÇÃO E SISTEMA DE CARREGAMENTO ADOTADO POR FIGUEIREDO F^o — 1981

Figura 54



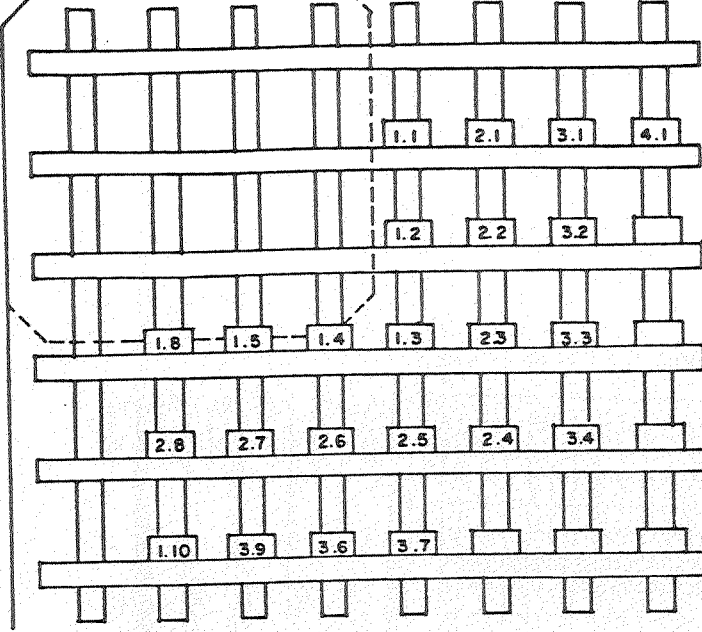
✦ PONTOS ONDE FORAM COLOCADOS OS ESTRIBOS

a) ARMADURA DE FLEXÃO E ESTRIBOS DOS MODELOS DO ELEMENTO-DE-LAJE 18

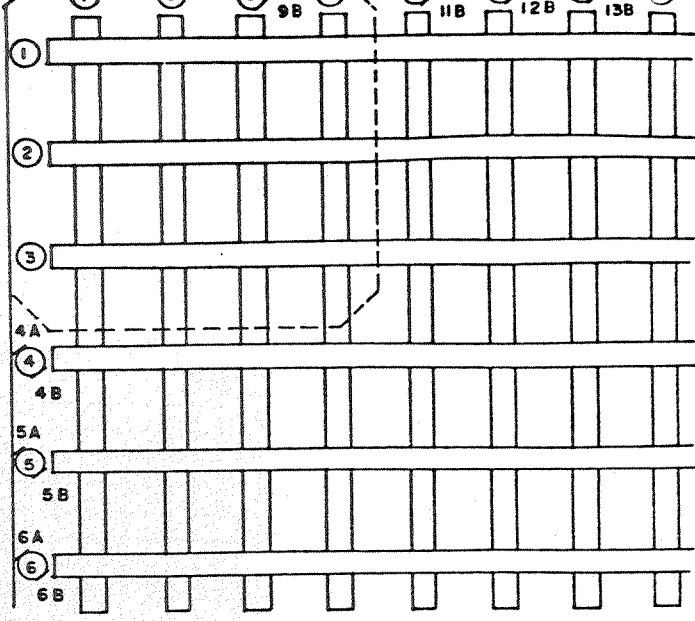


b) INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO DO MODELO 18/3

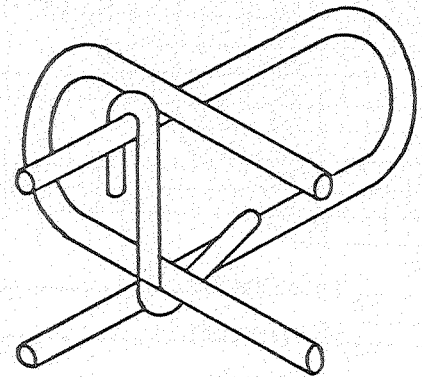
Figura 55



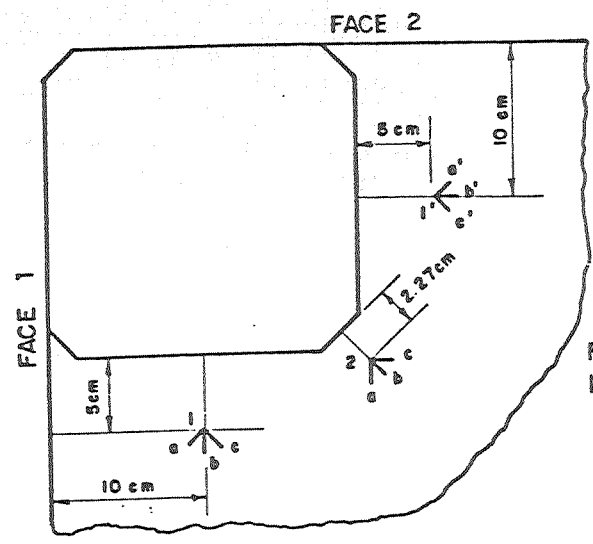
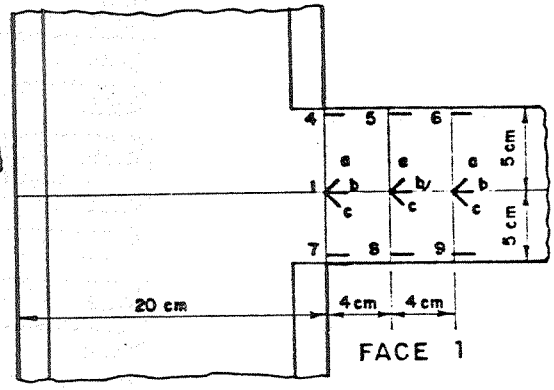
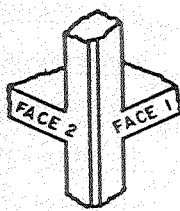
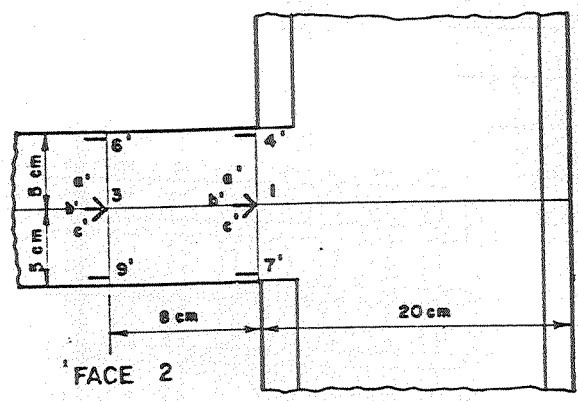
a) INSTRUMENTAÇÃO DOS ESTRIBOS
MODELO 18/3



b) INSTRUMENTAÇÃO DOS GANCOS - MOD. 18/3



c) DETALHE DA FORMA E COLOCAÇÃO
DOS ESTRIBOS



d) INSTRUMENTAÇÃO DO CONCRETO
MODELO 18/3

Figura 56

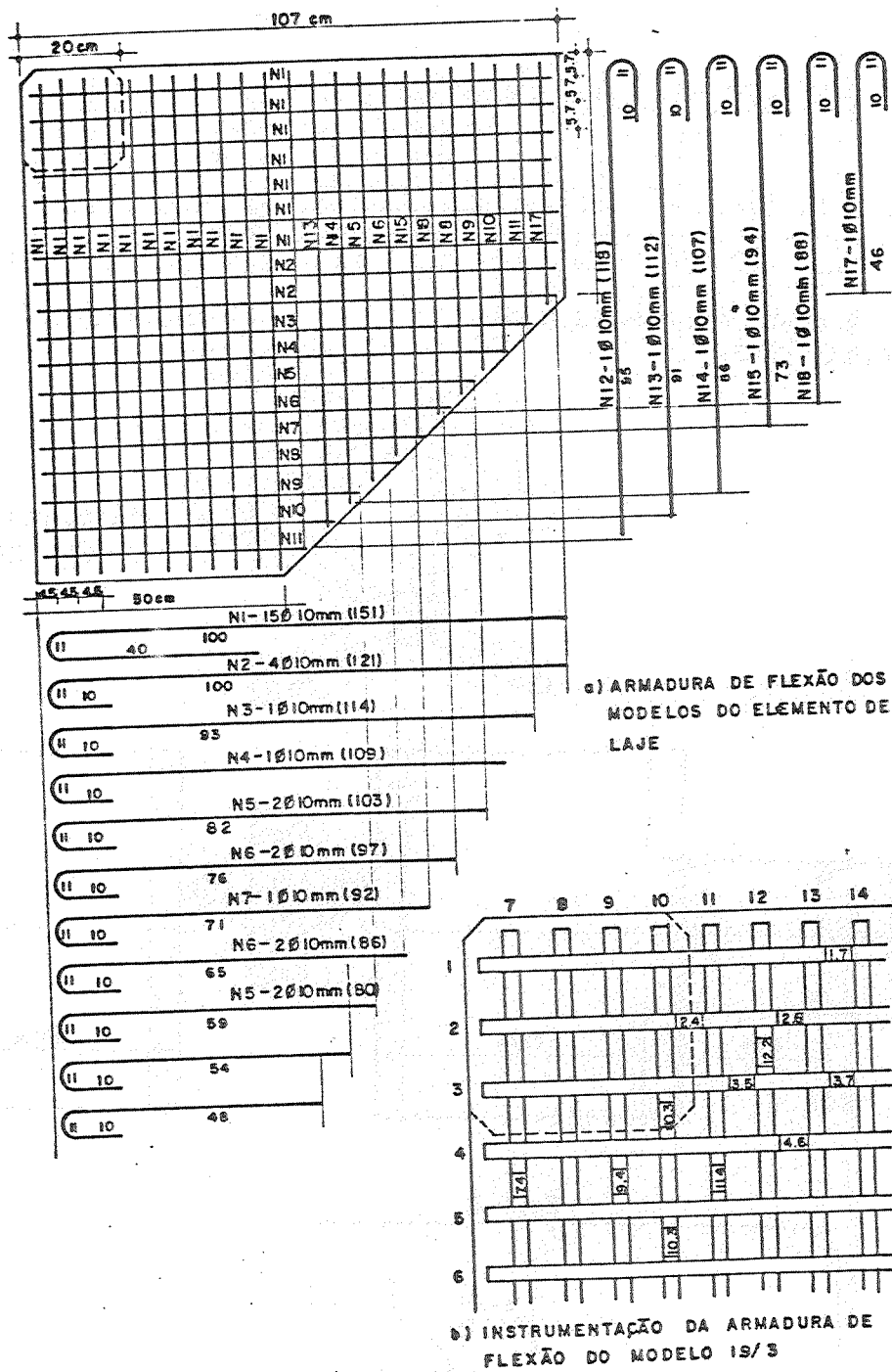
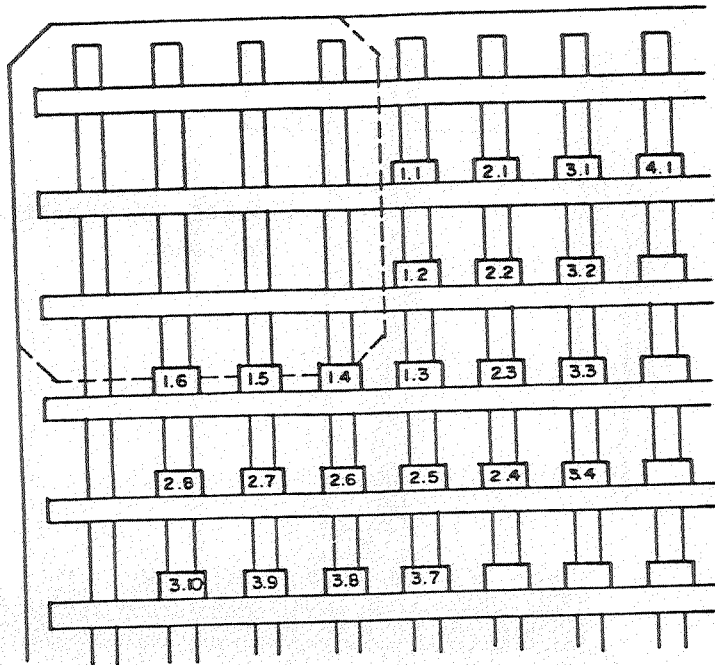
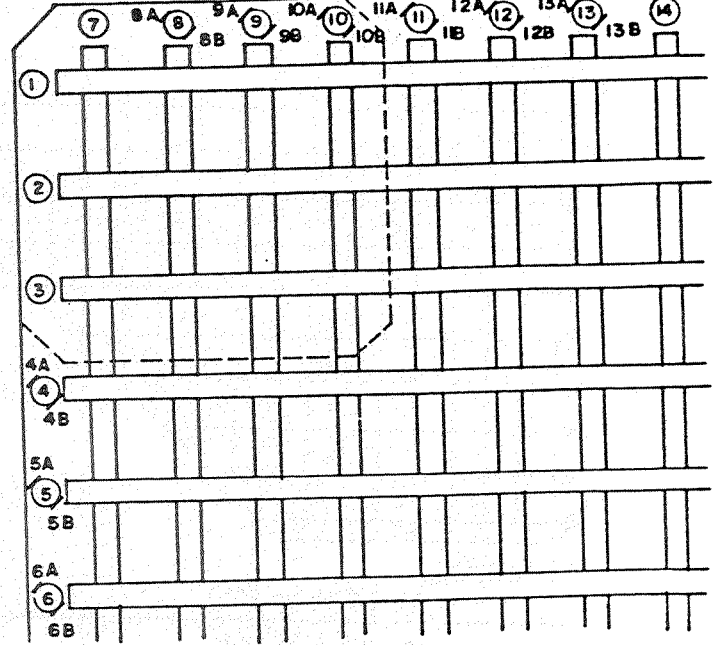


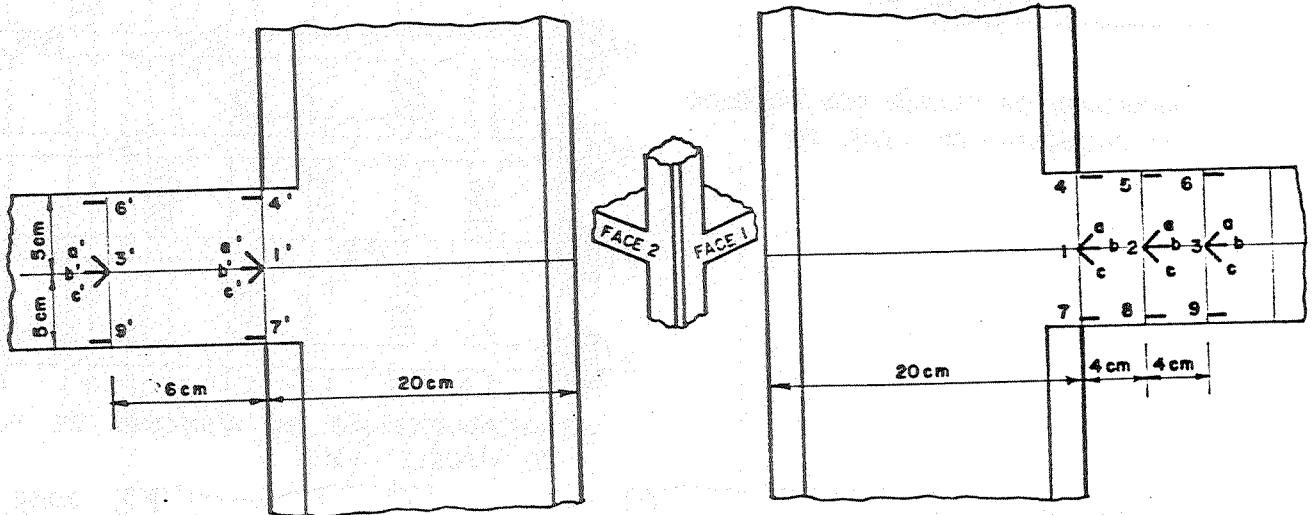
Figura 57



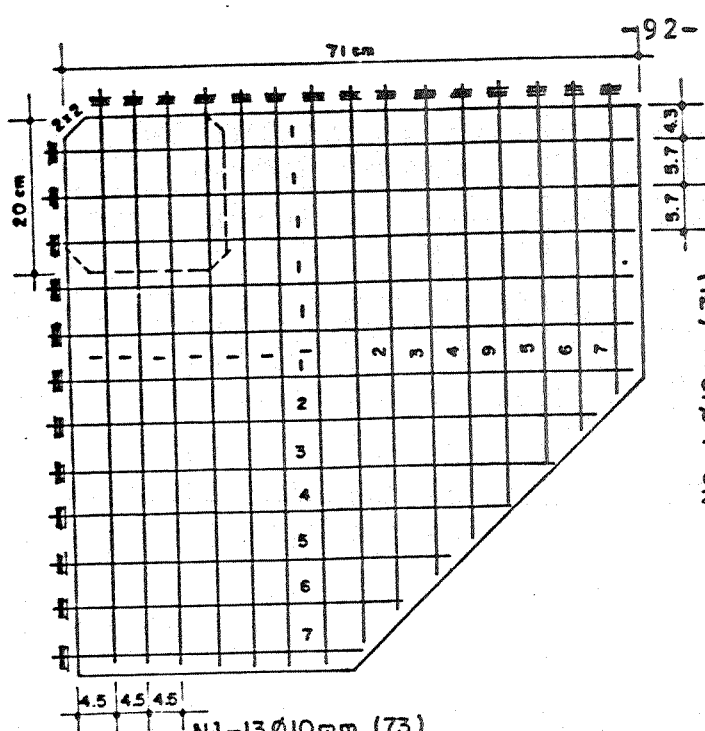
a) INSTRUMENTAÇÃO DOS ESTRIBOS
MODELO 19/3



b) INSTRUMENTAÇÃO DOS GANCHOS
MODELO 19/3

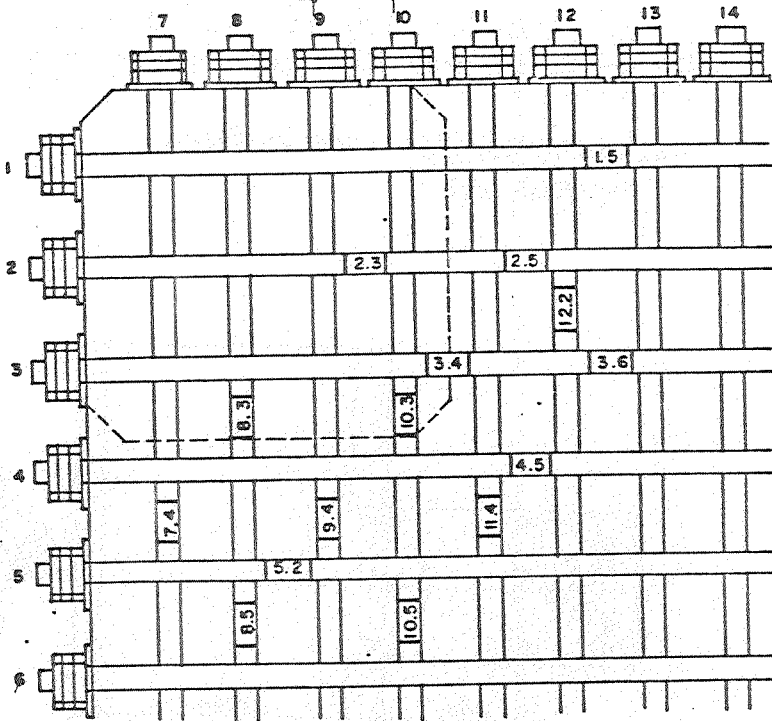
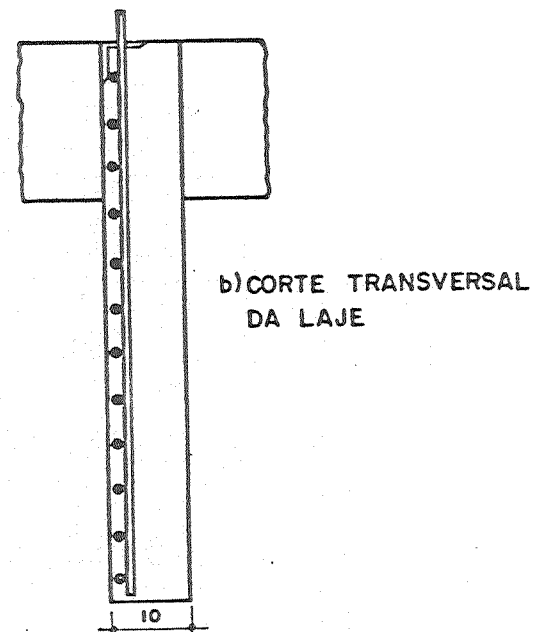


c) INSTRUMENTAÇÃO DO CONCRETO — MODELO 19/3

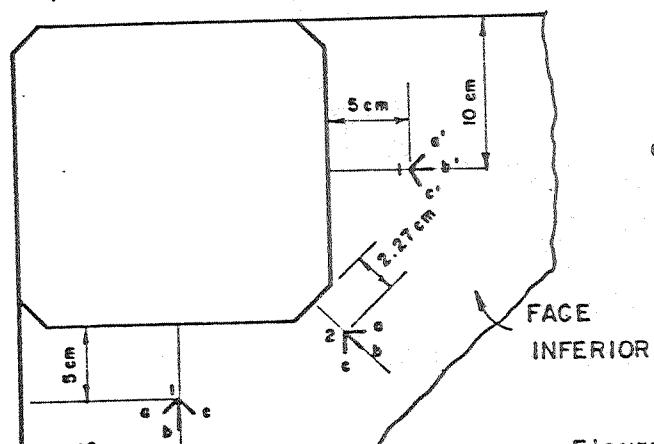
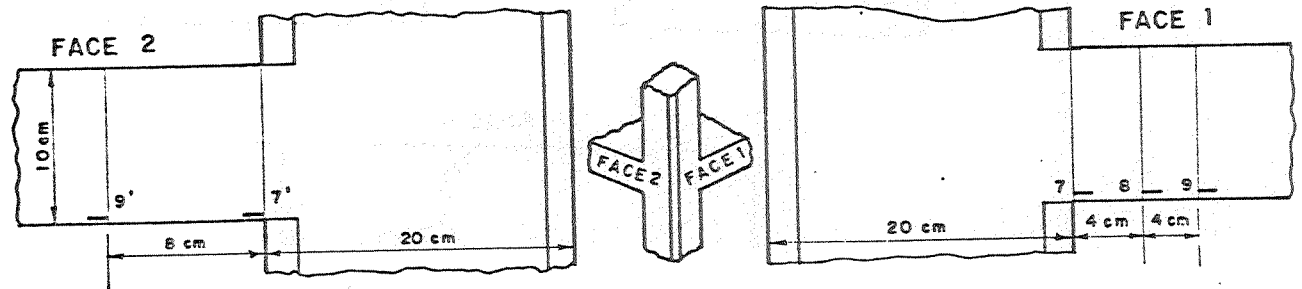


- N1-13 Ø10mm (73)
- N2- 2 Ø10mm (66)
- N3- 2 Ø10mm (62)
- N4- 2 Ø10mm (56)
- N5- 2 Ø10mm (48)
- N6- 2 Ø10mm (44)
- N7- 2 Ø10mm (39)

a) ARMADURA DE FLEXÃO DOS MODELOS DO ELEMENTO-DE-LAJE 20

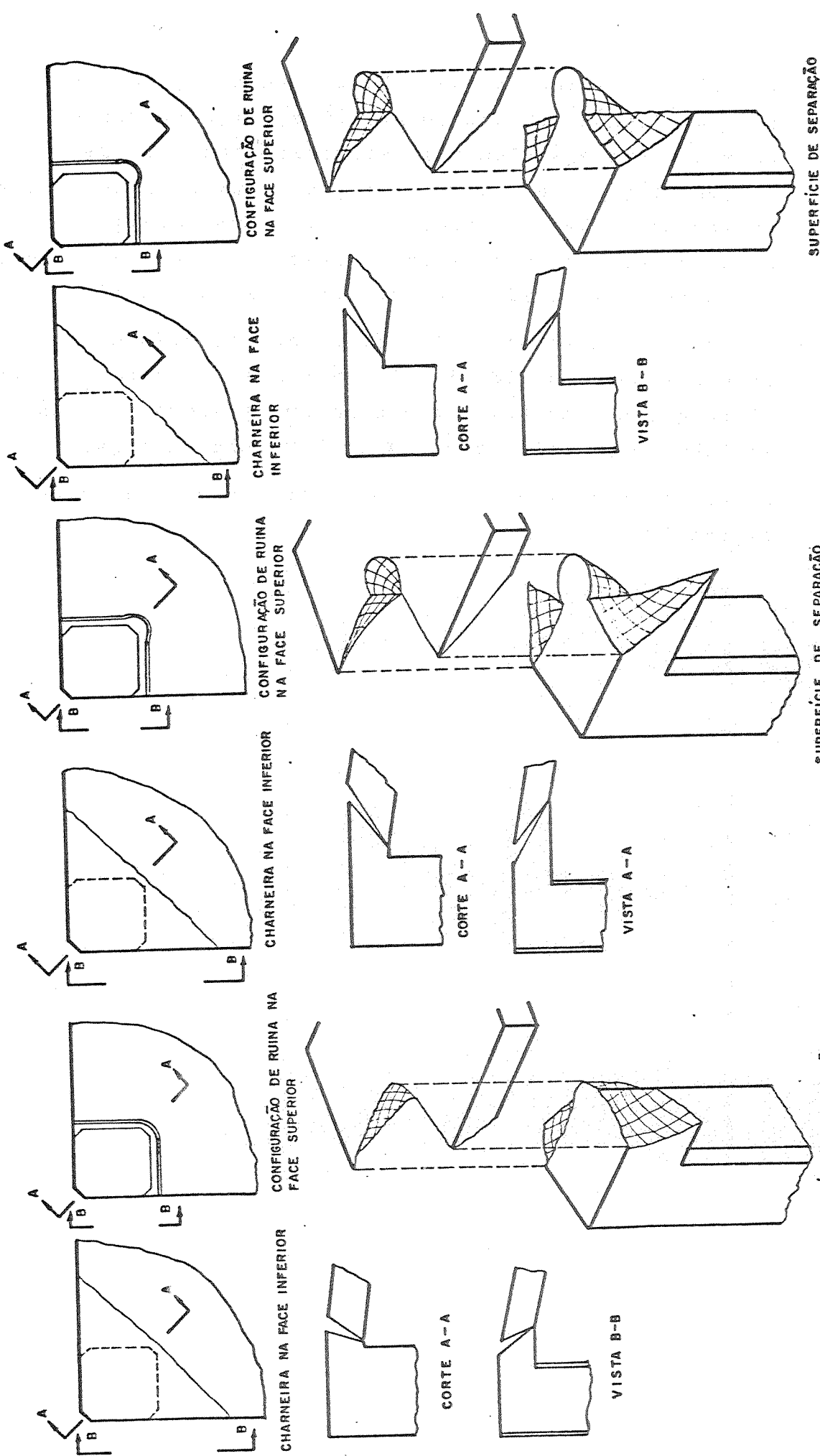


c) INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXAO DO MODELO 20/3



d) INSTRUMENTAÇÃO DO CONCRETO MODELO 20/3

- as ruínas nos EdL 18, 19 e 20 ocorreram, predominantemente, por flexão, embora no EdL 18 a força cortante tenha exercido uma ação bem mais significativa, com um início de punção junto ao canto interior do pilar o que ficou evidenciado pelas configurações de ruína. Houve também grandes deslocamentos transversais da laje e grandes deformações dos estribos verticais próximos ao pilar;
- a carga de ruína no EdL 20 foi, apenas, 2,2% menor que as observadas nos EdL 6 e 7 (1ª fase), de onde se concluiu que os ganchos, como armadura transversal, não têm influência significativa na resistência da ligação;
- as configurações de ruína observadas são idealizadas na figura 60.



Configuração de Ruína do elemento - de - laje 18 Configuração de Ruína do elemento - de - laje 19 Configuração de Ruína do elemento - de - laje 20

Figura 60

1.4 - Especificações e Regulamentos

I - ACI 318/83

O ACI 318/83 especifica, através dos itens 11.11 e 11.12, o procedimento a ser seguido na verificação da punção para lajes e sapatas.

...11.11 - Prescrições especiais para lajes e sapatas.

11.11.1 - A resistência à força cortante de lajes e sapatas nas vizinhanças de cargas ou reações concentradas é governada pela mais desfavorável das duas condições a seguir:

11.11.1.1 - Comportamento como viga com a seção crítica estendendo-se em um plano transversal em toda a largura, e localizada à distância d da face da carga ou área de reação, podendo a laje ou sapata ser calculada de acordo com as seções 11.1 a 11.5.

11.11.1.2 - Ação em duas direções para lajes e sapatas, com a seção crítica perpendicular ao plano da laje localizada a $d/2$ da carga concentrada ou área de reação. Para esta condição, calcula-se a laje ou sapata de acordo com as seções 11.11.2 a 11.11.4.

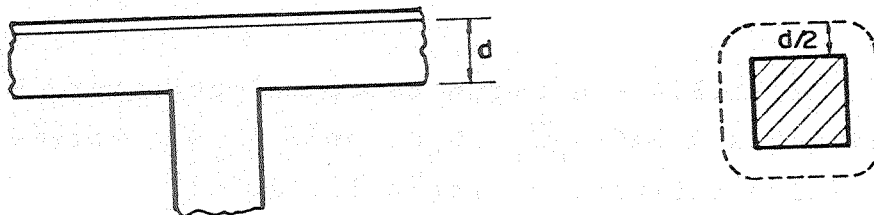


Figura 61

11.11.2 - O cálculo de laje ou sapata com ação em duas direções pode ser baseado na expressão:

$$V_u \leq \phi V_n$$

onde a força cortante resistente (V_n) não deverá ser maior que o valor de V_c dado a seguir, e a menos que se utilize alguma armadura de cisalhamento determinada de acordo com

os itens 11.11.3 ou 11.11.4.

$$V_c = 0,0084 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f_c} b_o d \leq 0,0084 (4 \sqrt{f_c} b_o d)$$

onde, $\phi=0,85$ é o fator de minoração de resistência e β_c é a razão entre o lado maior e menor da carga concentrada ou área de reação, ≥ 2 ; b_o é o perímetro crítico mostrado na figura 61 e, f_c é a resistência do concreto à compressão em N/mm^2 .

11.11.3 - A armadura de cisalhamento consistindo de barras ou fios pode ser utilizada em lajes e sapatas de acordo com as prescrições a seguir:

11.11.3.1 - A força cortante resistente V_n pode ser calculada pela equação

$$V_n = V_c + V_s,$$

com V_c calculada pela seção 11.11.3.4 e V_s calculada por 11.11.3.5.

11.11.3.2 - A força cortante resistente V_n não deverá exceder $0,05 \sqrt{f_c} b_o d$ com b_o definido por 11.11.3.3.

11.11.3.3 - A força cortante pode ser calculada para a seção crítica definida na seção 11.11.1.2 e para seções sucessivamente mais distantes do contorno da área carregada.

11.11.3.4 - A força cortante resistente V_c não poderá exceder a $0,0167 \sqrt{f_c} b_o d$, onde b_o é o perímetro da seção crítica definida na seção 11.11.3.3.

11.11.3.5 - Quando a força cortante atuante V_u excede a força cortante resistente ϕV_c , como dada na seção 11.11.3.4, a área A_v e a força cortante resistente V_s da armadura de cisalhamento devem ser calculadas de acordo com a seção 11.5 e ancorada de acordo com a seção 12.13.

11.11.4 - Armadura de cisalhamento composta de perfis metálicos ("shearhead") pode ser aplicada em lajes.

As várias considerações para este tipo de armadura são dadas nas seções 11.11.4.1 a 11.11.4.9...

...11.11.5 - Aberturas em lajes

Quando as aberturas em lajes estão localizadas a uma distância menor que 10 vezes a espessura da laje, de uma carga concentrada ou área de reação, ou quando as aberturas nas lajes estão localizadas dentro de uma faixa do pilar como definido no Capítulo 13, a seção crítica da laje definida nas Seções 11.11.1.2 e 11.11.4.7 deve ser modificada como a seguir:

- a) para lajes sem "shearheads", a parte do perímetro da seção crítica que está contida entre as retas traçadas do centro de gravidade da área de carga ou reação, e tangentes às bordas das aberturas, deve ser considerada sem efeito;
- b) para lajes com "shearheads", a parte sem efeito do perímetro pode ser metade daquela definida em (a).

11.12 - Transferência de momentos para o pilar...

...11.12.2 - Prescrições Especiais para lajes.

11.12.2.1 - Quando forças de gravidade, vento, terremoto, ou outras forças "laterais" causam transferência de momentos entre a laje e o pilar, uma fração do momento não balanceado deve ser transferida pela excentricidade da força cortante de acordo com as Seções 11.12.2.3 e 11.12.2.5.

11.12.2.2 - A fração desse momento que não é transferida pela excentricidade da força cortante, deve ser transferida pela flexão de acordo com a Seção 13.3.4.

11.12.2.3 - Uma parte do momento não balanceado dado por:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

onde

c_1 - é o lado do pilar retangular medido na direção do vão para o qual são determinados os momentos;

c_2 - é o lado do pilar retangular medido na outra direção.

deve ser considerada transferida pela excentricidade da força cortante em relação ao centro de gravidade da seção crítica perpendicular ao plano da laje e localizada a $d/2$ do contorno do pilar.

11.12.2.4 - As tensões de cisalhamento resultantes da transferência de momento pela excentricidade da força cortante consideram-se variando linearmente em relação ao centro de gravidade da seção crítica definida na Seção 11.12.2.3. A máxima tensão de cisalhamento produzida pelas forças cortantes e momentos não deve exceder

$$\phi \cdot 0,084 \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f_c} \quad \text{e nem a } \phi(0,335) \sqrt{f_c} \dots$$

B) Código Modelo CEB-FIP de 1978

O Código Modelo CEB-FIP, no capítulo 13, orienta como proceder nas verificações da punção em lajes com espessura constante e sapatas de fundação.

...13.1 - Generalidades

O puncionamento pode ocorrer devido a uma carga ou a uma reação concentradas sobre uma pequena área (chamada "área carregada") de lajes ou sapatas.

Considerando-se como áreas carregadas:

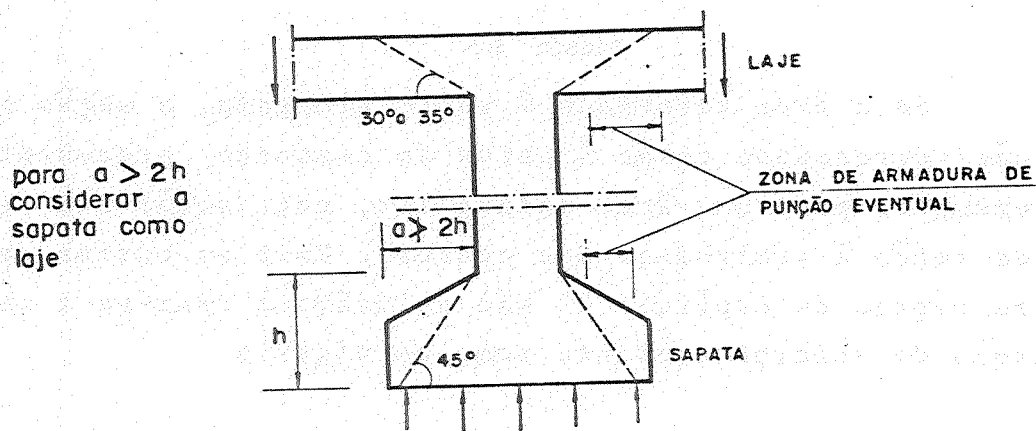
a) de forma

- circular e de diâmetro no máximo igual a $3,5d$;
- retangular, e de perímetro no máximo igual a $11d$ e razão entre o lado maior e menor no máximo igual a 2;

- qualquer com dimensões limites fixadas por analogia com as formas precedentes;

b) não situadas na vizinhança de outras forças concentradas nem dentro de zonas de esforços cortantes importantes de outras origens.

O estado limite último é caracterizado pela formação de um tronco de cone de punção onde a diretriz é o contorno da área carregada e as geratrizes são inclinadas em relação ao plano da laje de ângulo compreendido entre 30° e 35° ; no caso de sapatas o ângulo de inclinação é de 45° .



Tronco de cone de punção

Figura 62

Os esforços cortantes atuantes e resistentes por unidade de comprimento do contorno da seção crítica de finida no artigo 13.2 devem satisfazer a condição

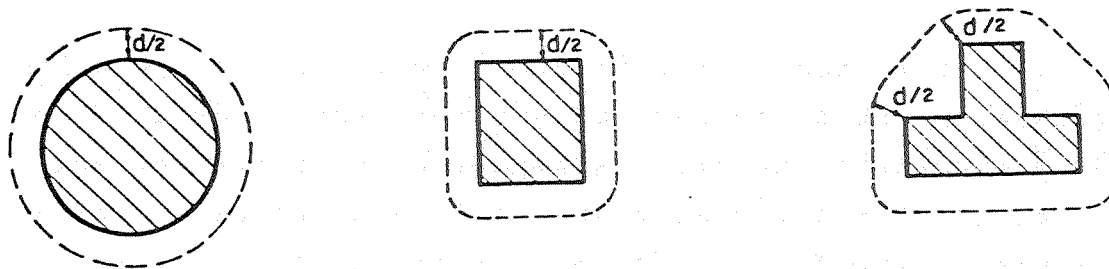
$$V_{Sd} < V_{Rd}$$

com os valores determinados segundo os artigos 13.3 e 13.4.

Segundo o artigo 13.2, a seção crítica é perpendicular ao plano médio da laje, e se estende na altura útil d da laje. O seu contorno é definido da seguinte maneira:

13.2.1 - Área carregada distante de uma abertura ou de uma borda livre.

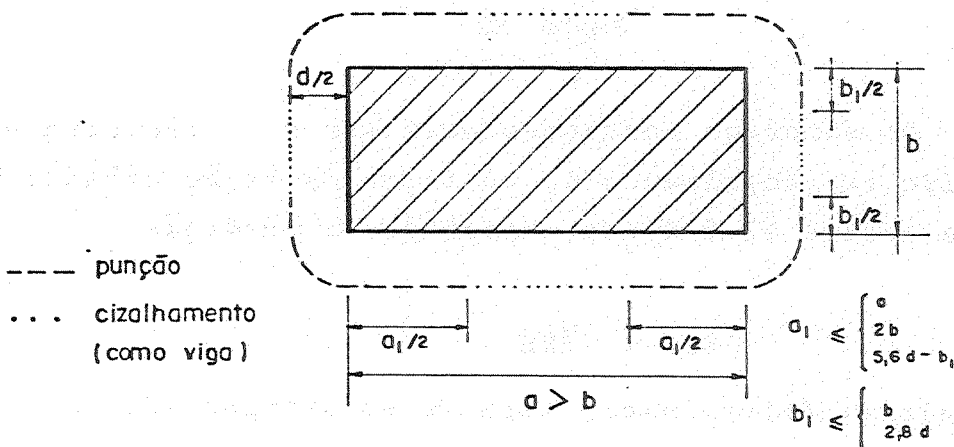
O contorno da seção crítica é o contorno formado pelo perímetro mínimo em torno da área carregada a uma distância nunca inferior a $d/2$.



Seção Crítica distante de uma borda livre

Figura 63

Se a área carregada é muito alongada, a seção crítica não corresponde senão à parte do contorno precedente (por exemplo, para uma área retangular, esta seção não se estende senão à vizinhança dos cantos). Para as outras partes, as regras do capítulo II são aplicáveis (faz-se a verificação do esforço cortante como em vigas).

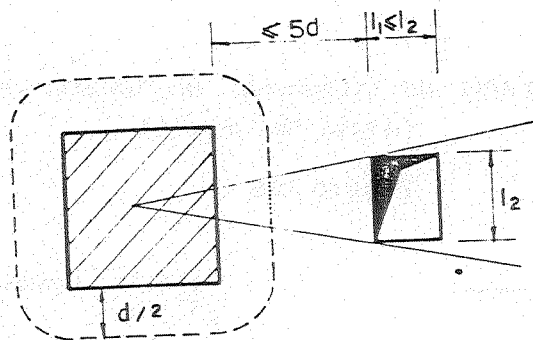


Seção crítica para uma área alongada

Figura 64

13.2.2 - Área Carregada Próxima de Aberturas

Se a menor distância entre o contorno da área carregada e a abertura é no máximo igual a $5d$, deduz-se normalmente do contorno determinado segundo 13.2.1 a parte contida entre as duas tangentes ao contorno da abertura com origem no centro de gravidade da área carregada.



para $l_1 > l_2$ substituir l_2
por $\sqrt{l_1 \cdot l_2}$

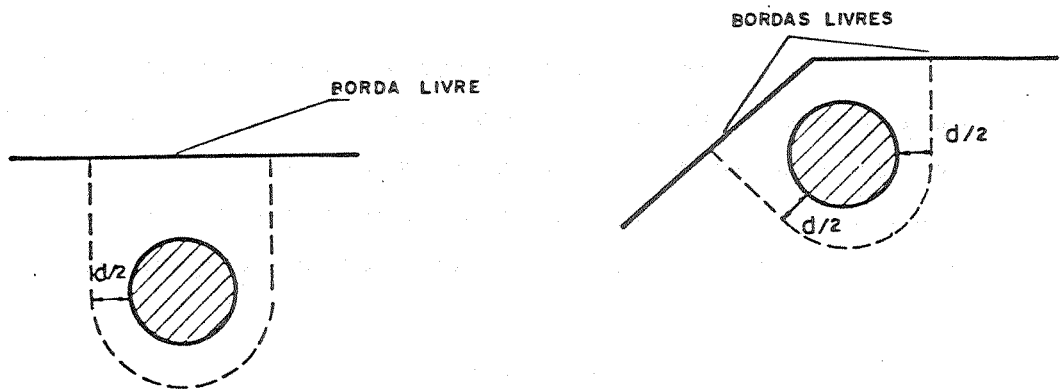
Seção Crítica na Vizinhança de uma Abertura

Figura 65

13.2.3 - Área Carregada Próxima de Bordas Livres

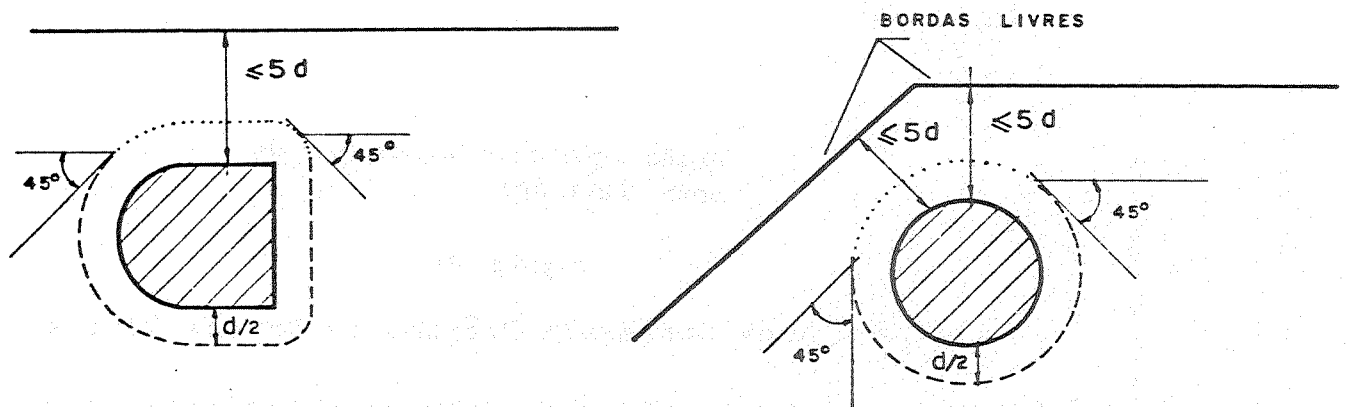
- a) Na vizinhança de bordas livres, deve-se substituir certas partes do contorno definido no artigo 13.2.1 por duas perpendiculares a essas bordas, se o contorno assim obtido (exclusive bordas livres) for menor que o contorno que envolve totalmente a área carregada.
- b) Se a menor distância entre o contorno da área carregada e uma borda livre é no máximo igual a $5d$, considerar como contorno da seção crítica o mais desfavorável dos dois contornos seguintes:
 - contorno determinado segundo o parágrafo a),
 - contorno determinado segundo o artigo 13.2.1, desconsiderando-se a parte vizinha à borda livre e delimitada por duas tangentes ao contorno formando um ângulo de 45° com a borda.

c) Na vizinhança de um canto formado por duas bordas livres, o contorno da seção crítica é determinado segundo os princípios análogos do parágrafo b) precedente.



Seção Crítica na Vizinhança de Bordas Livres (casos "a" e "c")

Figura 66



Seções Críticas na Vizinhança de Bordas livres (casos "b" e "c")

Figura 67

13.3 - Solicitações Atuantes

Caso de carga ou reação centrada:

$$v_{Sd} = \frac{V_{Sd}}{u}$$

onde

V_{Sd} - resultante da força cortante, para lajes, ao longo do perímetro u , e para uma sapata, ao longo do perímetro da base maior do tronco de cone de puncionamento;

u - perímetro da seção crítica segundo o artigo 13.2.

No caso de carga excêntrica, v_{Sd} é determinado admitindo-se uma distribuição plana das tensões tangenciais e $v_{Sd,máx}$ determinado como a seguir:

$$v_{Sd,máx} = \frac{V_{Sd}}{u} + \eta \frac{V_{Sd} \cdot |e|}{W} d$$

sendo

e - excentricidade da carga ou reação em relação ao centro de gravidade da seção crítica;

W - módulo de inércia da seção crítica correspondente à direção e ;

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{b_2/b_1}}$$

onde b_1 e b_2 são os lados do retângulo circunscrito no contorno u , com b_1 tomado como aquela dimensão paralela à excentricidade e .

A fórmula anterior de $v_{Sd,máx}$ não é válida para $b_2 \geq 0,7b_1$.

Para áreas carregadas afastadas de bordas livres (canto ou borda) a equação de $v_{Sd,máx}$ pode ser simplificada como a seguir:

- caso de áreas carregadas circulares:

$$v_{Sd,máx} = \frac{V_{Sd}}{u} \left(1 + \frac{2|e|}{d+d_o} \right),$$

onde d_o é o diâmetro da área carregada;

- caso de áreas carregadas retangulares:

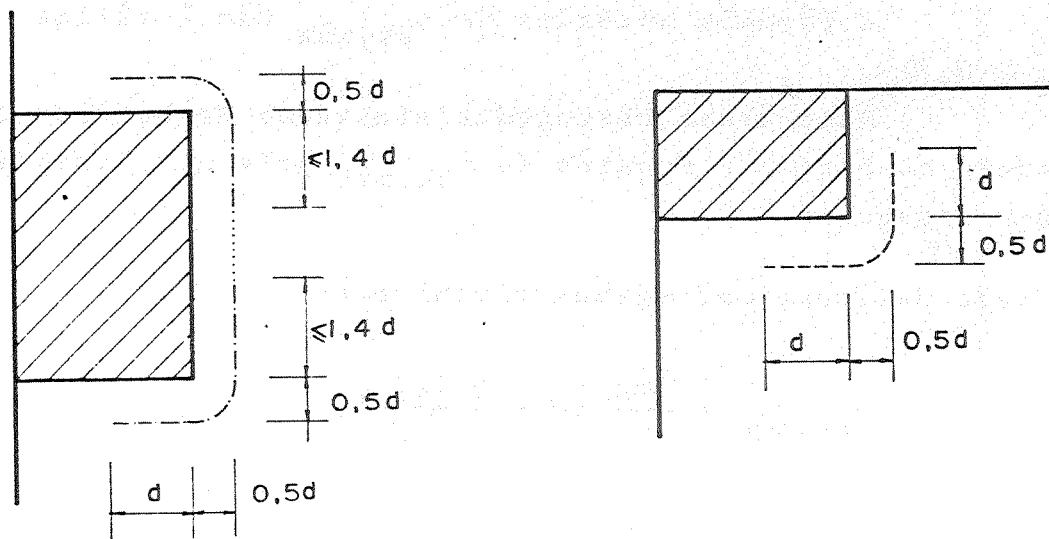
$$v_{Sd, \max} = \frac{v_{Sd}}{u} \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{b_x \cdot b_y}} \right),$$

onde b_x e b_y são as dimensões do contorno u medidas nas direções x e y paralelas aos lados da área carregada.

A equação anterior pode ser aplicada para os seguintes casos:

- na vizinhança de uma borda livre, se esta for paralela a uma das direções x ou y ;
- na vizinhança de canto, se as bordas forem paralelas às direções x e y ...

Os Complementos do Código Modelo (Bull. CEB nº 137) indicam, para o caso de ligações laje-pilar em borda e canto, um método simples de se verificar a punção, em vista de nesses casos a força cortante ficar praticamente concentrada na face interior do pilar de borda ou no canto interior do pilar de canto. Admite-se então distribuição uniforme de força cortante no perímetro reduzido indicado na figura a seguir:



Perímetro crítico simplificado para o caso de canto e borda (Bull.CEB 137)

...13.4 - Solicitação Resistente

Determina-se da seguinte maneira:

13.4.1 - Lajes ou Sapatas sem Armadura de Punção

$$v_{Rd1} = 0,16 \tau_{Rd} \kappa (1+50\rho_1)d$$

onde:

τ_{Rd} (N/mm²) é dado pela tabela a seguir em função
 f_{ck} (N/mm²)

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
τ_{Rd}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50

$$\kappa = 1,6 - d \leq 1,0 \text{ (com } d \text{ em metros)}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} \leq 0,008$$

ρ_{1x} e ρ_{1y} correspondem às taxas de armaduras longitudinais paralelas às direções x e y.

$$d = (d_x + d_y) / 2$$

d_x e d_y são as alturas úteis correspondentes às direções x e y.

13.4.2 - Lajes e Sapatas com Armaduras de Punção

$$v_{Rd2} = 1,6 v_{Rd1}$$

A armadura de punção deve ser determinada para que a componente vertical da força equilibrada por essa armadura seja no mínimo igual a $0,75 v_{Rd2} \cdot u$, adotando-se como tensão mínima na armadura o menor valor entre f_{yd} e 300 MPa...

...18.1.2.3.3 - Armadura de Punção

Somente podem ser consideradas como armadura de punção:

- as armaduras contidas em uma zona delimitada por um contorno situado a uma distância no máximo igual a $1,5d$ ou 800mm do contorno da área carregada;
- as barras dobradas que passam pela área definida pelo contorno situado à distância $d/4$ do contorno da área carregada.

c) NBR-6118

Faz-se a verificação da punção segundo este regulamento no item 4.1.5.

...4.1.5 - Punção

4.1.5.1 - Tensão no concreto

No caso de punção, salvo cálculo rigoroso, supõe-se que a carga produza tensão tangencial uniformemente distribuída na área u_d (figura 69) em que:

d = altura útil da laje ao longo do contorno C da área de aplicação da carga;

u = perímetro de um contorno C' externo ao contorno C e deste distante $d/2$ no plano de laje (figura 69).

A tensão determinada com a carga de cálculo não poderá ultrapassar o valor último $0,63 \sqrt{f_{ck}/\gamma_c}$ (MPa), dado pelo item 5.3.1.2b, mesmo quando for colocada armadura.

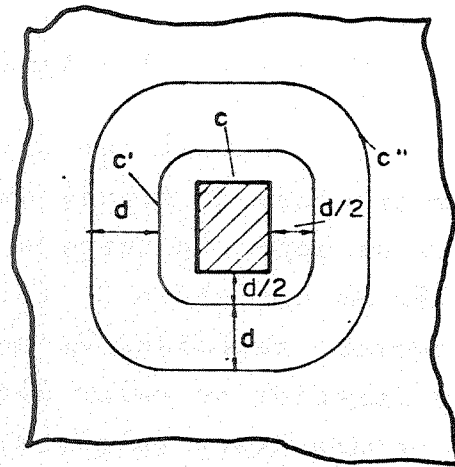
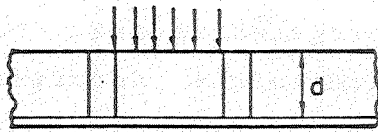


Figura 69

Se o contorno C apresentar reentrâncias (figura 70), o contorno C' será paralelo ao polígono convexo circunscrito ao contorno C.

No caso em que o lado maior "a" do mais estreito retângulo circunscrito ao contorno C (figura 71) for maior que 3 vezes o lado b desse retângulo, não serão considerados os segmentos do contorno C' contidos entre as 2 paralelas aos lados menores b e destes distantes $1,5b$.

Se existir na laje uma abertura situada a menos de $2d$ do contorno C, não será considerado o trecho do contorno C' entre as 2 retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da carga e tangenciam o contorno da abertura (figura 72).

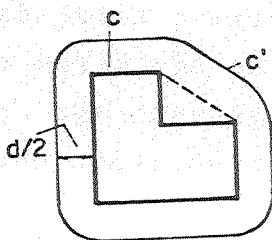
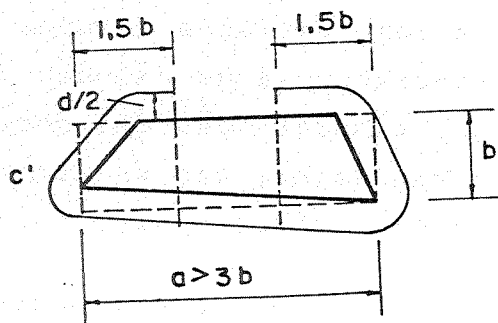


Figura 70



Figuras 71

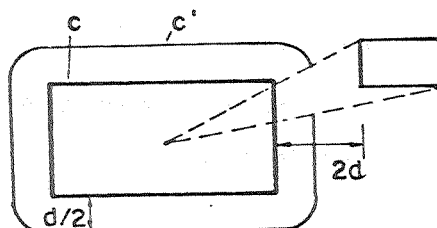


Figura 72

4.1.5.2 - Armadura

Deverá ser calculada e colocada na face tracionada da armadura de flexão que atravesse a projeção da área em que se aplica a carga e que seja suficientemente ancorada além do perímetro C" (figura 69). Sempre que a tensão no concreto calculada de acordo com o item 4.1.5.1, for igual ou inferior ao valor último dado em 5.3.1.2b mas superior à metade desse valor, dever-se-á dispor uma armadura transversal tal que a componente dos esforços que ela absorva, perpendicular à laje, corresponda no mínimo a 75% do valor de cálculo da força concentrada aplicada à laje. Essa armadura será calculada com a resistência de cálculo f_{yd} , não se tomando valores superiores a 300MPa, e será constituída por estribos distribuídos na faixa contida pelos perímetros C' e C" da figura 69...

c.1) Outras considerações da NBR 6118

...3.3.2.11 - LAJES-COGUMELO...

...Quando os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais e a espessura da laje respeitar o mínimo do item 6.1.1.1, será permitido calcular em regime elástico o conjunto laje-pilares como pórticos múltiplos, admitindo-se a laje dividida em duas séries ortogonais de vigas e considerando-se no cálculo de cada série o total das cargas. A distribuição dos momentos, se se dividirem os painéis das lajes, com os cantos correspondendo aos pilares, em quatro faixas iguais, será feita do seguinte modo:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;

37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Deverão ser estudadas cuidadosamente as ligações das lajes com os pilares, com especial atenção nos casos em que não haja simetria de forma ou de carregamento da laje em relação ao apoio. A punção será verificada de acordo com o item 4.1.5...

De acordo com o item 6.1.1.1, quando se calculam lajes-cogumelo como pórticos múltiplos, a espessura da laje não poderá ser inferior a:

- 12cm em lajes de cobertura não em balanço;
- 15cm em lajes de piso e lajes em balanço;
- 15cm em lajes destinadas à passagem de veículos.

Ainda, o item 6.1.3.1 estabelece as seguintes recomendações quanto ao tipo de pilar e característica da seção transversal:

- a menor dimensão dos pilares não cintados que suportarem lajes cogumelo não deve ser inferior a 30cm e $1/15$ de sua altura livre e, no caso de pilares cintados, o diâmetro do núcleo também não deverá ser inferior a 30cm e nem $1/10$ de sua altura livre;
- a dimensão do lado da seção transversal do pilar, em cada direção, não deverá ser também inferior a $1/20$ da distância entre eixos dos pilares na direção correspondente a cada lado considerado.

1.5 - Panorama da pesquisa executada

Na experimentação aqui relatada, ensaiaram-se nove modelos que representam três elementos-de-laje, os EdL 29, 30 e 31, cada um repetido em três modelos.

Os três elementos-de-laje que representam ligações laje-pilar em bordas de lajes intermediárias de edifício de vários pavimentos têm laje com espessura de 7,5cm e pilares de seção retangular de 7,5 x 30cm² (EdL 29), 7,5 x 22,5cm² (EdL 30) e 7,5 x 15cm² (EdL 31).

As características da armadura de flexão e do concreto são as seguintes:

- aço CA-50A, $\phi 8$ mm, disposta em rede de malhas retangulares de 5,3 x 4,2cm²;
- concreto com $f_{ck} \approx 30 \text{ N/mm}^2$.

Não se utilizaram aqui armaduras transversais, apesar de ter sido previsto local para sua fixação nos prolongamentos dos ganchos de ancoragem de algumas barras de flexão nas imediações da região de ligação laje-pilar.

Carregou-se a laje simetricamente ao plano normal à borda, e segundo um arco de circunferência concêntrica com o centro de gravidade da seção transversal do pilar, mediante dois macacos hidráulicos.

Mediram-se os deslocamentos transversais da laje por meio de defletômetros mecânicos; as deformações das armaduras e do concreto por meio de extensômetros elétricos de resistência, e o carregamento mediante dinamômetros LE-EESC instrumentados com extensômetros elétricos.

CAPÍTULO 2

2. OS MODELOS E OS ENSAIOS

2.1 - Os Elementos de Lajes

Toda a experiência adquirida nas fases anteriores realizadas no LE-EESC foi aproveitada no planejamento desta fase.

Como prosseguimento da pesquisa, conforme sugestão de TAKEYA (1981), achou-se interessante estudar a variação da forma da seção transversal dos pilares, em ligação laje-pilar de borda, perfeitamente possível de ser encontrado na prática. Projetaram-se então três elementos-de-laje, EdL 29, 30 e 31, conforme figura 73, cada um reproduzido três vezes, onde o parâmetro "a" na figura assume, respectivamente, os valores de 30cm, 22,5cm e 15cm.

Como interessasse estudar as proporções 1:2, 1:3 e 1:4 entre os lados da seção transversal do pilar a fim de se analisar a influência que se produziria na capacidade resistente da ligação laje-pilar e pensando em um aproveitamento da estrutura de reação utilizada até então, fixou-se a dimensão do pilar coincidente com o plano paralelo à borda em 7,5cm e a maior dimensão (a), dentro daquelas proporções, perpendicular à borda, em 30cm, a máxima possível admitida pela estrutura de reação.

Nas pesquisas constantes da literatura para o caso de ligações laje-pilar interior, em painéis quadrados,

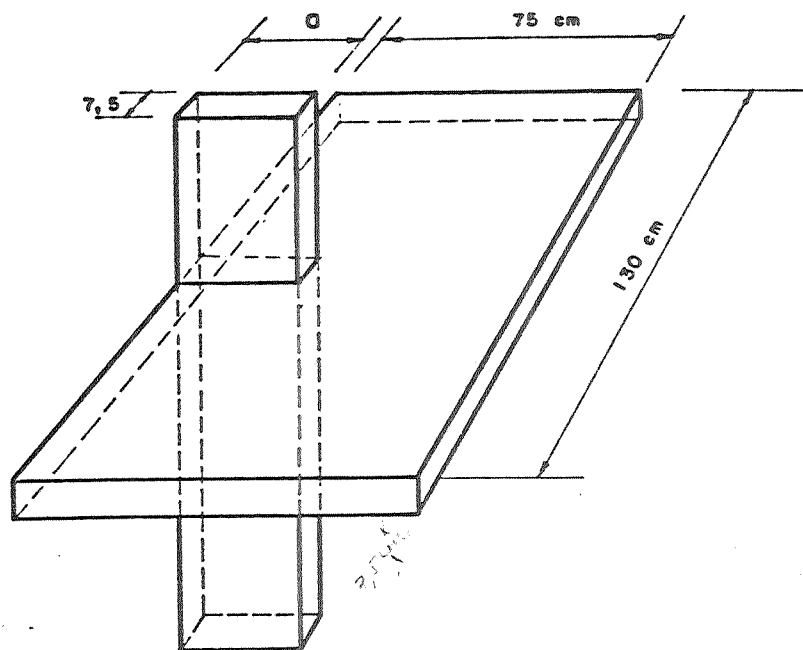
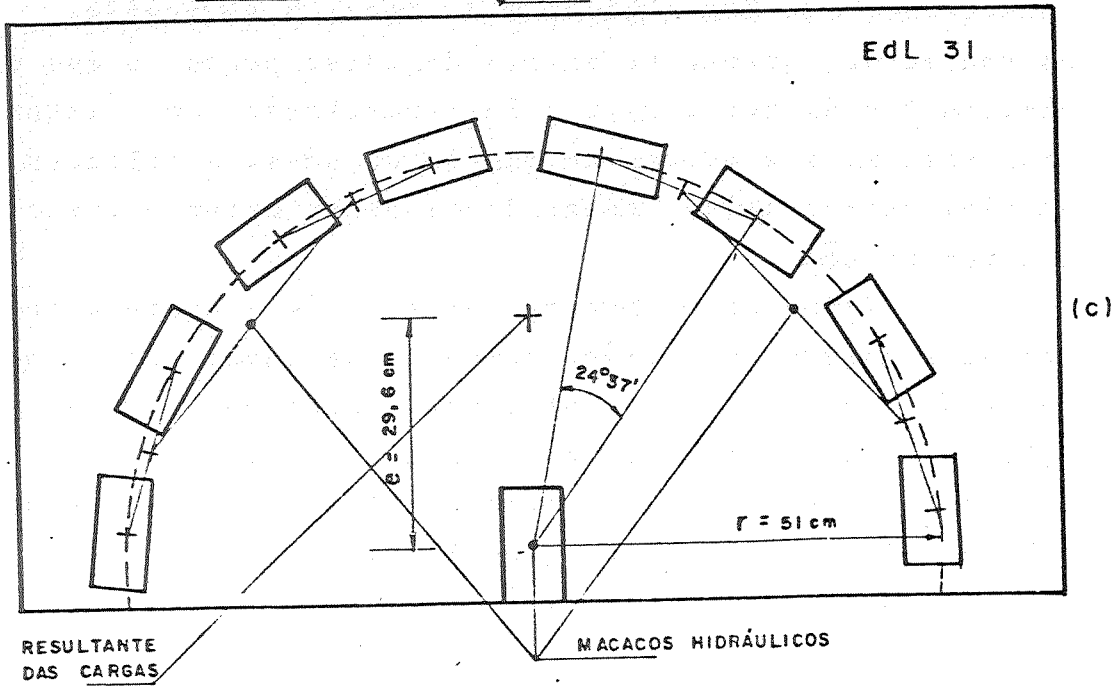
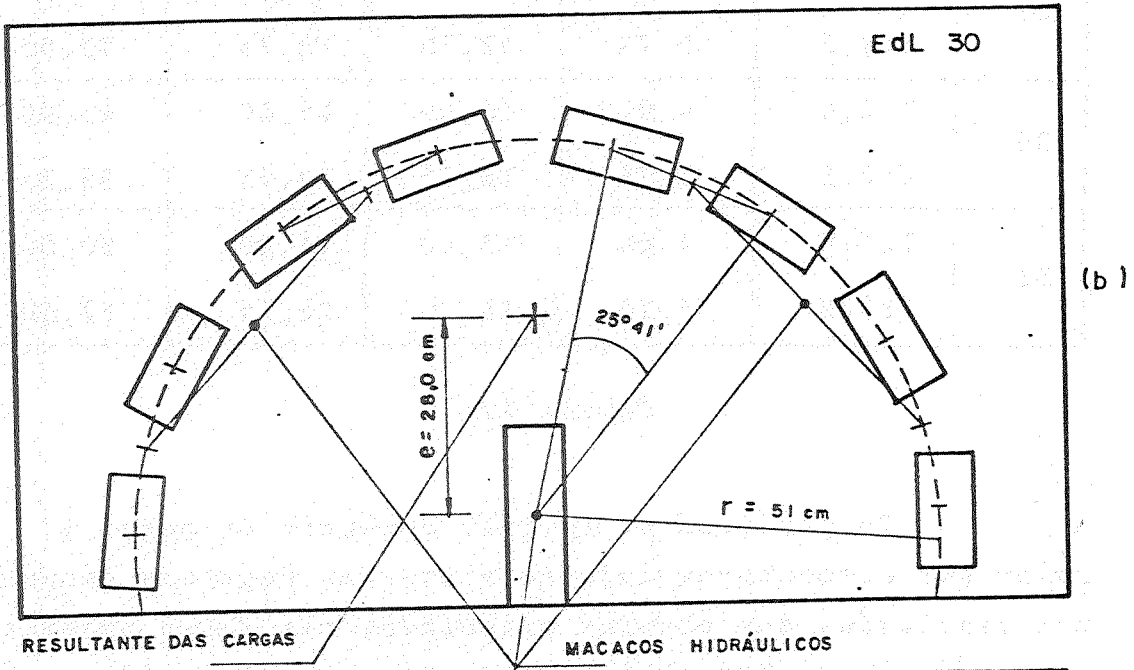
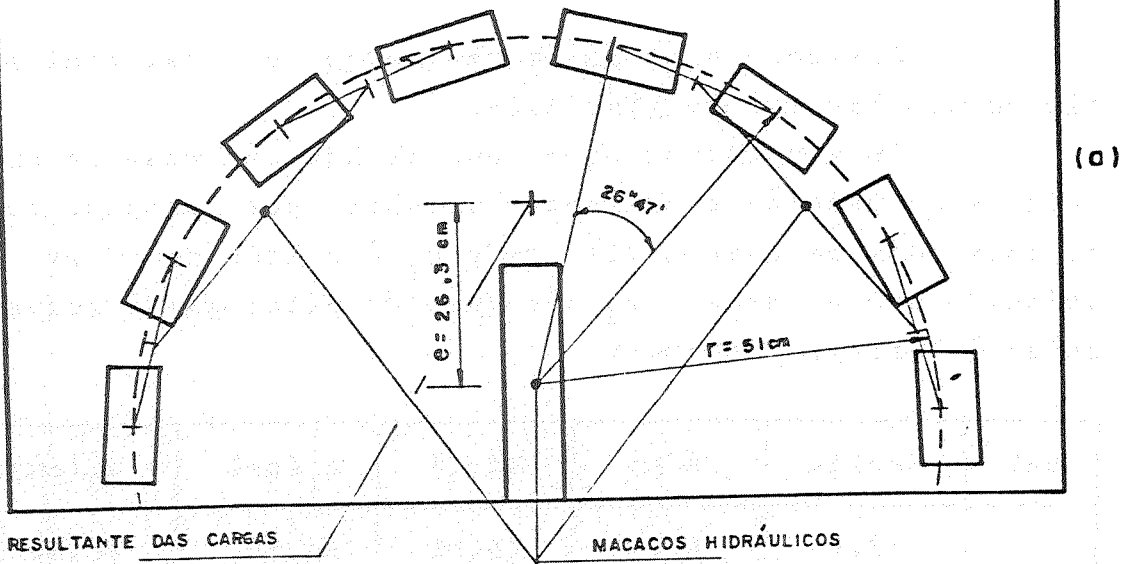


Figura 73

carregados uniformemente e simetricamente, os elementos-de-laje têm reproduzido a parte da laje, em torno do pilar, delimitada pela circunferência de raio $r=0,22\ell$ dos pontos de momento nulo (ℓ é o vão dos painéis de laje adjacentes ao pilar). Em boa parte das pesquisas realizadas, aqui no LE-EESC adotou-se esta relação para "r", e também no presente estudo, ligações de borda, se fará esta hipótese, com finalidade de se ter uma referência básica.

Outro fator determinante proveio do fato de interessarem situações de ruína em que a ação da força-cortante fosse eventualmente dominante - "situações de punção". Aplicou-se a carga do pilar o máximo possível, porém, mantendo-se excentricidade que se relacionasse com aquela circunferência de pontos de momentos nulos de raio $r=0,22\ell$.

Aplicou-se, então, a resultante da carga V no plano normal à borda, à distância de 26,3cm (EdL 29), 28,0cm (EdL 30) e 29,6cm (EdL 31) do centro da seção transversal do pilar, mediante dois macacos hidráulicos, e repartindo-a numa coroa de círculo de raio $r=51$ cm em relação àquele centro, conforme figuras 74a, 74b e 74c.



Esquema de aplicação de carga nos EdL 29,30 e31
Figura 74

Aplicou-se no pilar uma carga vertical centrada a fim de simular sua continuidade.

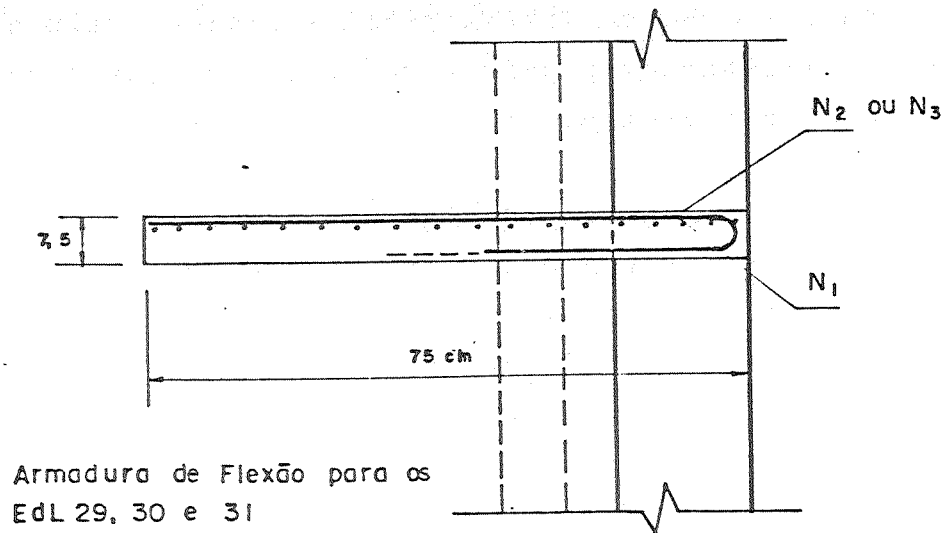
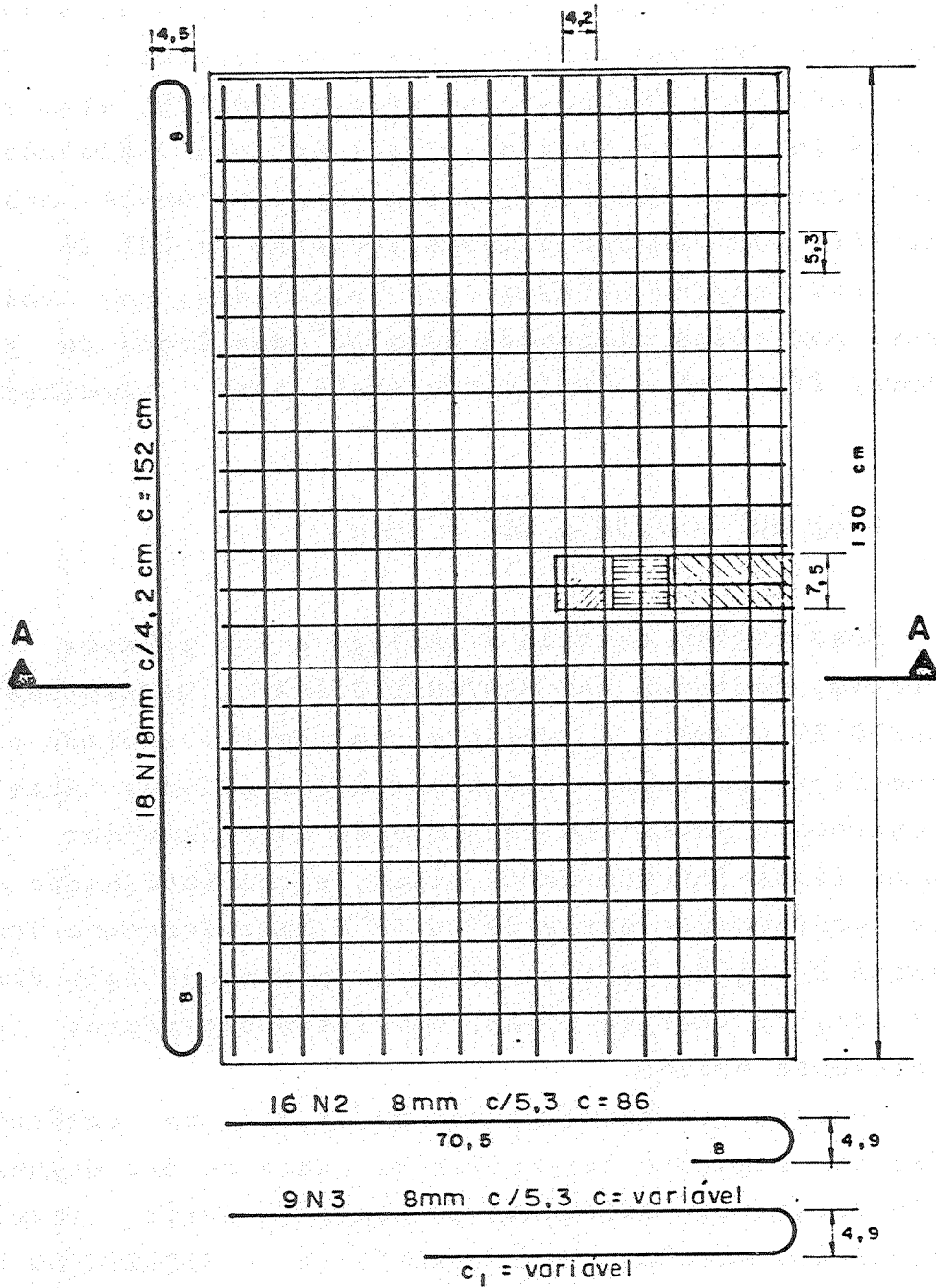
Imaginando-se agora que os EdL são modelos em escala, eles poderão representar painéis, por exemplo, como os indicados na tabela XII (onde a_1 é o lado do pilar que coincide com a borda e a_2 é o lado do pilar que é perpendicular à borda), a seguir:

EdL	Escala	l (m)	h (cm)	a_1 (cm)	a_2 (cm)
29	1:2,0	4,60	15,00	15,00	60,00
	1:2,5	5,75	18,75	18,75	75,00
30	1:2,0	4,60	15,00	15,00	45,00
	1:2,5	5,75	18,75	18,75	56,25
31	1:2,0	4,60	15,00	15,00	30,00
	1:2,5	5,75	18,75	18,75	37,50

Tabela XII

Quantificou-se em três o número de peças a ensaiar por elemento-de-laje em vista das pequenas dispersões nos resultados dos ensaios executados nas fases anteriores, consequência da boa qualidade da técnica empregada, tanto na confecção, quanto no ensaio daquelas peças, o que possibilitou também restringir a instrumentação com extensômetros elétricos a apenas um modelo da amostra relativa à cada elemento-de-laje, reduzindo-se desta forma o custo da instrumentação.

Todos os elementos-de-laje têm a mesma distribuição de armadura de flexão, composta de barras de 8mm, de aço CA-50A, dispostas em malha retangular com espaçamento de 5,3cm nas barras com direção normal à borda da laje, e com espaçamento de 4,2cm nas barras distribuídas paralelamente à borda (figura 75), que é semelhante àquela adotada no EdL 28 (vide quadro 1, página 64).



Armadura de Flexão para os EdL 29, 30 e 31

Figura 75

Como se mostra na figura 75, as barras da armadura de flexão da "região crítica" têm prolongamentos dos ganchos de ancoragem (os quais no caso do EdL 28, eram utilizados para ancorar os estribos); nos EdL aqui relatados, não se utilizaram os estribos, porém conservaram-se esses prolongamentos para manter a mesma situação do EdL 28.

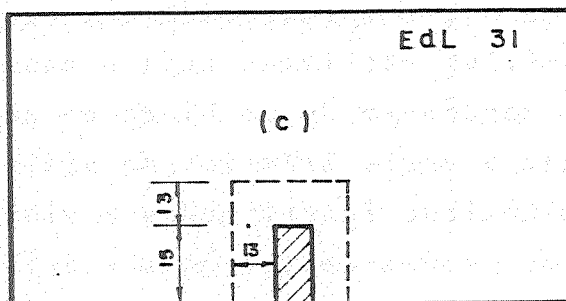
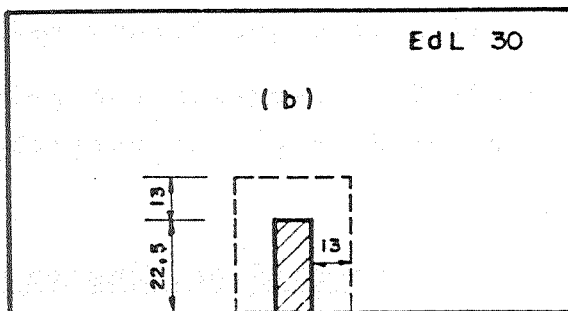
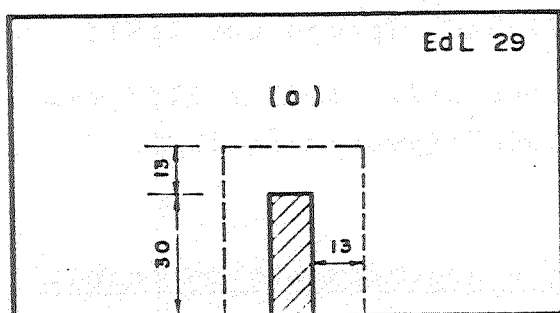
Essa "região crítica" foi delimitada, nas fases anteriores, por retas distantes $h/\text{tg } 30^\circ$ dos lados do pilar (figuras 76a, 76b e 76c) e que neste caso resultaria em:

$$h/\text{tg } 30^\circ = 7,5/\text{tg } 30^\circ \approx 13\text{cm}$$

Essa região crítica é análoga a dos pilares de borda e canto, adotadas por MARTINELLI(1974), TAKEYA(1981) e FIGUEIREDO Fº (1981), a qual por sua vez foi adotada prevendo superfície de ruína semelhante à dos pilares interiores: ascendente a partir do encontro da face inferior da laje com as faces interiores do pilar, e com inclinação seguramente compreendida entre 30° a 45° . Entenderam-se como pertencentes à região crítica todos os pontos da laje distantes 17,5cm, da face do pilar, nas fases anteriores e, 13cm no presente estudo.

Conforme se esquematizou no §1.3.3, no capítulo 1, a ruína das ligações laje-pilar de canto se deu segundo superfície totalmente diferente da suposta, porém aquela região continuou válida - MARTINELLI(1974) e FIGUEIREDO Fº (1981). No trabalho de TAKEYA(1981) a região assim definida coube perfeitamente, pois a ruína por punção deu-se segundo superfície próxima da observada no caso de pilares interiores.

Os espaçamentos desiguais da armadura de flexão nas duas direções tiveram por objetivo a compensação da diferença de altura útil nas duas direções, sendo 6,6cm, no plano normal à borda e 5,8cm no plano paralelo à borda, de maneira que se obtivessem momentos de ruína iguais.



"Região crítica" adotada para os EdL 29, 30 e 31

Figura 76

Os EdL 29, 30 e 31 têm armadura transversal do tipo A1, formada apenas pelos ganchos de ancoragem da armadura de flexão, que pouco influem na resistência à punção, pelo menos para ligações laje-pilar de canto, conforme estudos realizados a respeito por FIGUEIREDO F^o (1981).

As peças não foram armadas à punção pelo fato de, antes de mais nada, haver interesse, no presente trabalho, em analisar a influência que haveria, variando-se um dos lados da seção transversal do pilar (seção retangular), nas formas de ruptura e na capacidade resistente da ligação à punção em lajes armadas à flexão, o que também levou a uma quantidade de armadura de flexão tal que a ruptura fosse predominantemente por punção.

Esses EdL podem ser assim identificados:

- EdL 29 - representado pelos modelos 29/1, 29/2 e 29/3, com pilar de seção transversal $7,5 \times 30 \text{ cm}^2$ (proporção entre lados do pilar: 1:4);

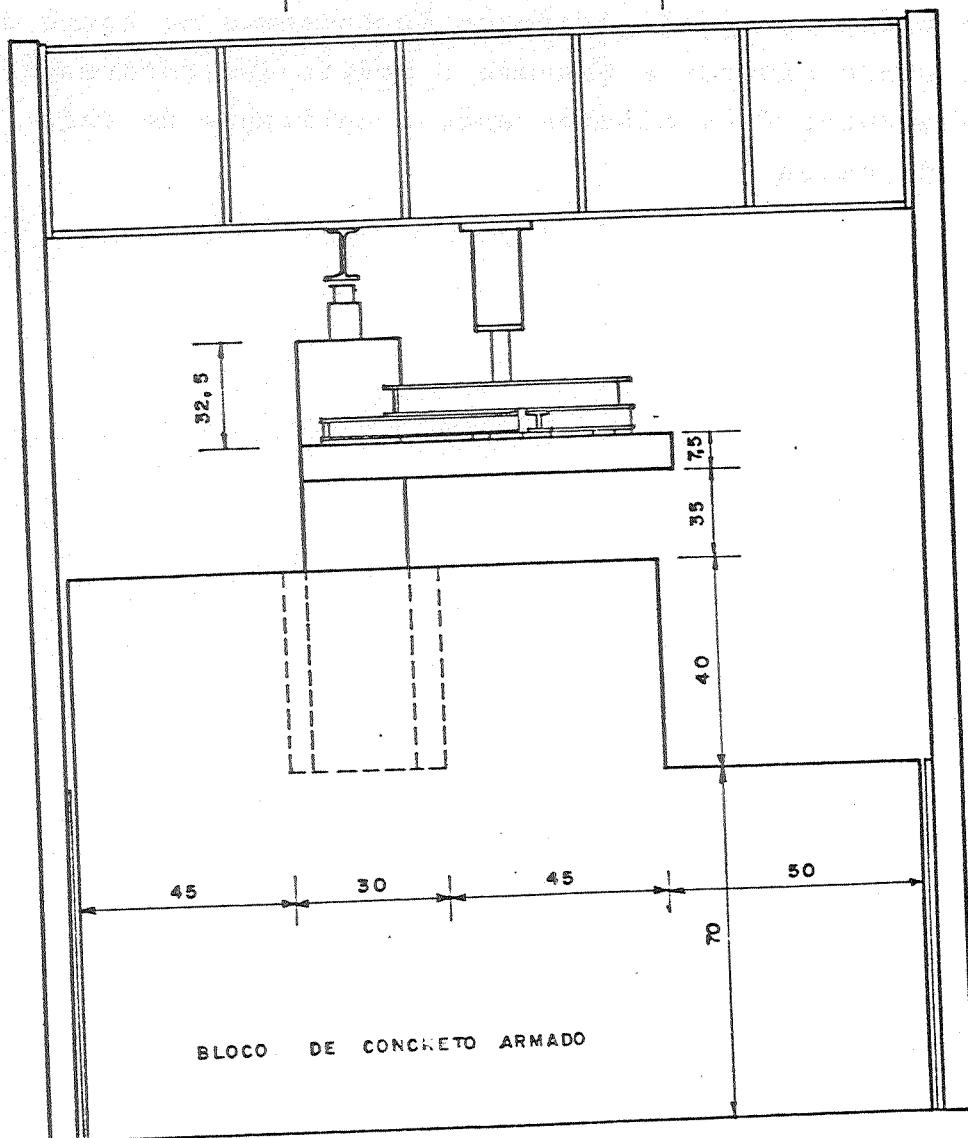
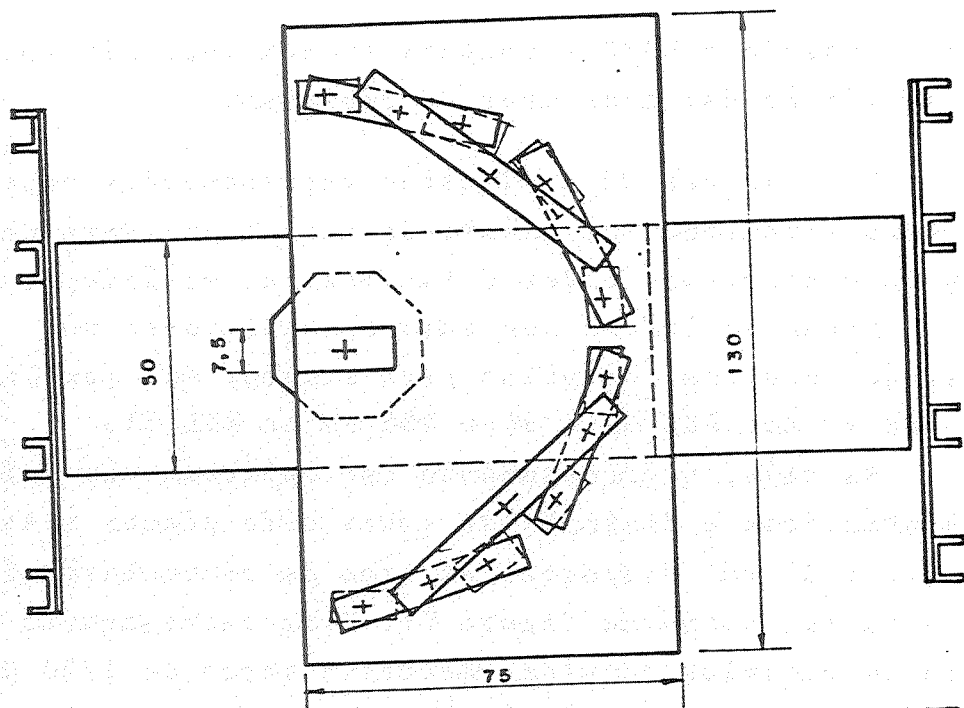
- EdL 30 - representado pelos modelos 30/1, 30/2 e 30/3, com pilar de seção transversal $7,5 \times 22,5 \text{ cm}^2$ (proporção 1:3);
- EdL 31 - representado pelos modelos 31/1, 31/2 e 31/3, com pilar de seção transversal $7,5 \times 15 \text{ cm}^2$ (proporção 1:2).

2.2 - Dispositivos, instrumentação e procedimento de ensaio

Na figura 77, é apresentada uma esquematização da montagem do dispositivo utilizado para o ensaio onde a estrutura de reação compõe-se de um bloco de concreto armado no qual é engastada a parte inferior do pilar do modelo, e quatro pórticos metálicos interligados e vinculados ao bloco de concreto, que servem de reação aos dois macacos hidráulicos de carregamento e ao macaco de pré-compressão centrada, do pilar.

Para controle e registro das medidas durante o ensaio, utilizaram-se os seguintes equipamentos:

- dinamômetros LE-EESC instrumentados com extensômetros elétricos de resistência para a medida das cargas aplicadas pelos macacos hidráulicos;
- extensômetros elétricos de resistência Kiowa com grade de comprimento 5mm para a medida das deformações das armaduras, e grade de 10mm para aquelas medidas no concreto;
- indicador-amplificador da Hottinger Baldwin Messtechnik modelo KWS/6A e registrador X, Y da Hewlett Packard modelo 7004 B para o controle das cargas indicadas pelos dinamômetros;
- sistema de aquisição de dados da Hewlett Packard modelo 2012, que registra automaticamente em fita de papel perfurável, os valores das cargas indicadas pelos dinamômetros e das deformações indicadas pelos extensômetros;
- defletômetros mecânicos Mitutoyo de sensibilidade 0,01mm para a medida dos deslocamentos transversais da laje;



Estrutura de reação e sistema de carregamento utilizado nos EdL 29, 30, e 31

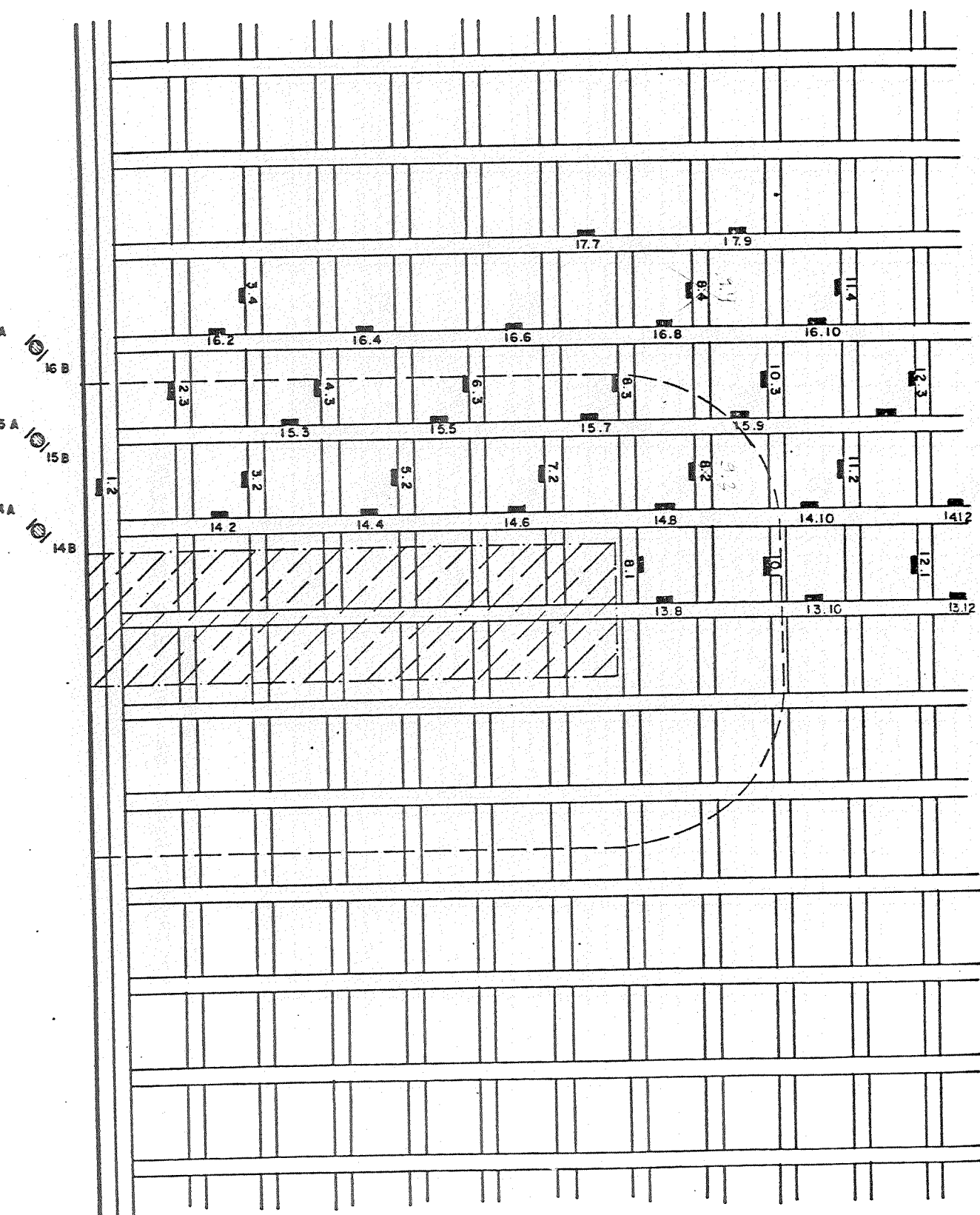
Figura 77

- régua comparadora LNEC e comparador com lupa Mitutoyo, para a avaliação das aberturas de fissuras.

Nas figuras 78 a 82 estão representados os posicionamentos dos extensômetros elétricos para a armadura de flexão e para o concreto, e dos defletômetros mecânicos.

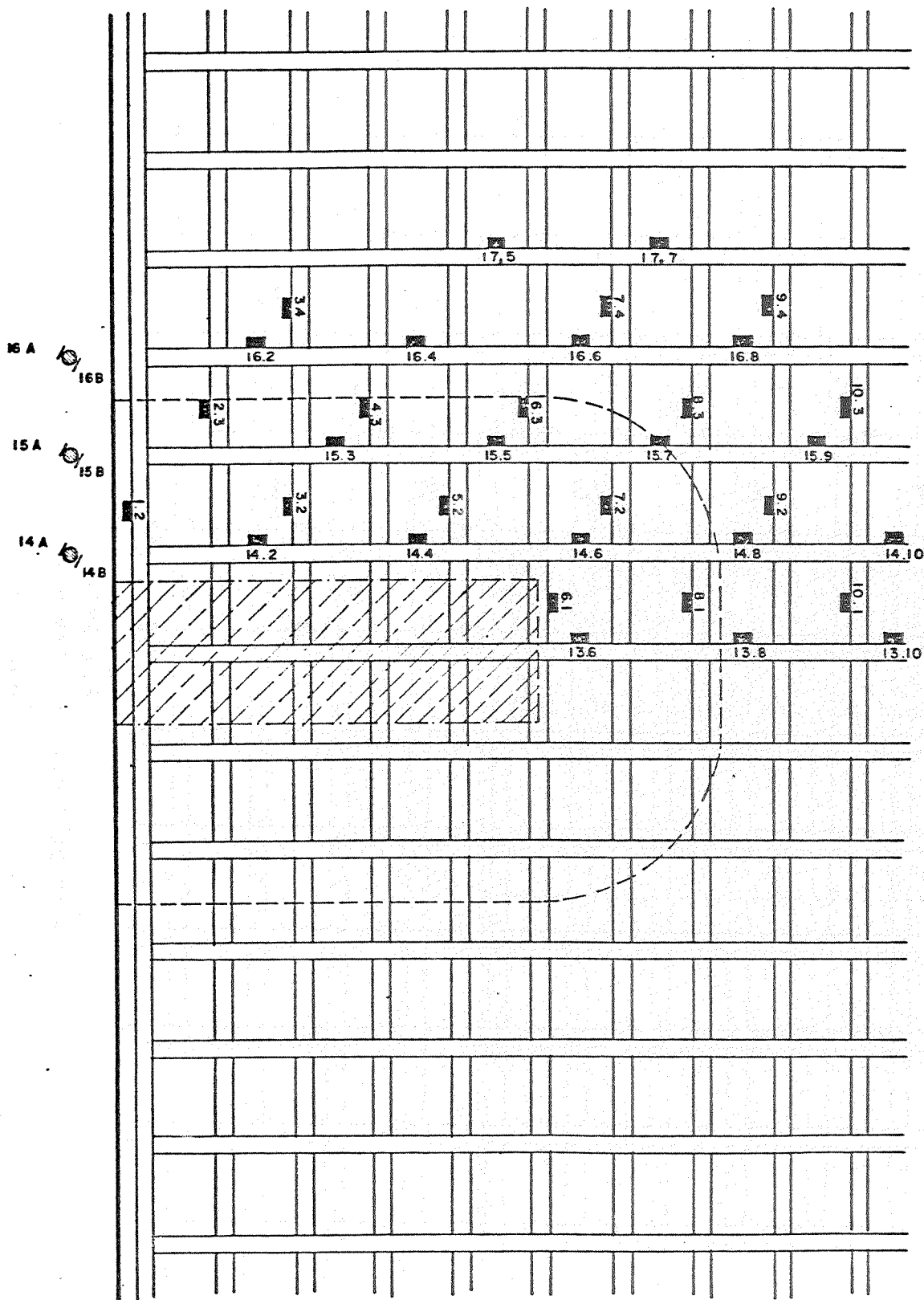
Antes do início dos ensaios aplicou-se uma pré-compressão centrada, no pilar para simular sua continuidade, de 200 kN nos EdL 29 e 30 e 100 kN no EdL 31.

Na laje, o carregamento foi aplicado com dois macacos hidráulicos e distribuído sobre oito placas retangulares de $7,5 \times 15 \text{ cm}^2$ dispostas em arco de circunferência de raio $r = 51 \text{ cm}$, conforme figura 77. Este carregamento foi aplicado em parcelas correspondentes a cerca de $1/20$ da carga de ruína prevista, dando-se incrementos de carga de cinco em cinco minutos e fazendo a medida das deformações e deslocamentos dois minutos após a aplicação de cada incremento de carga.



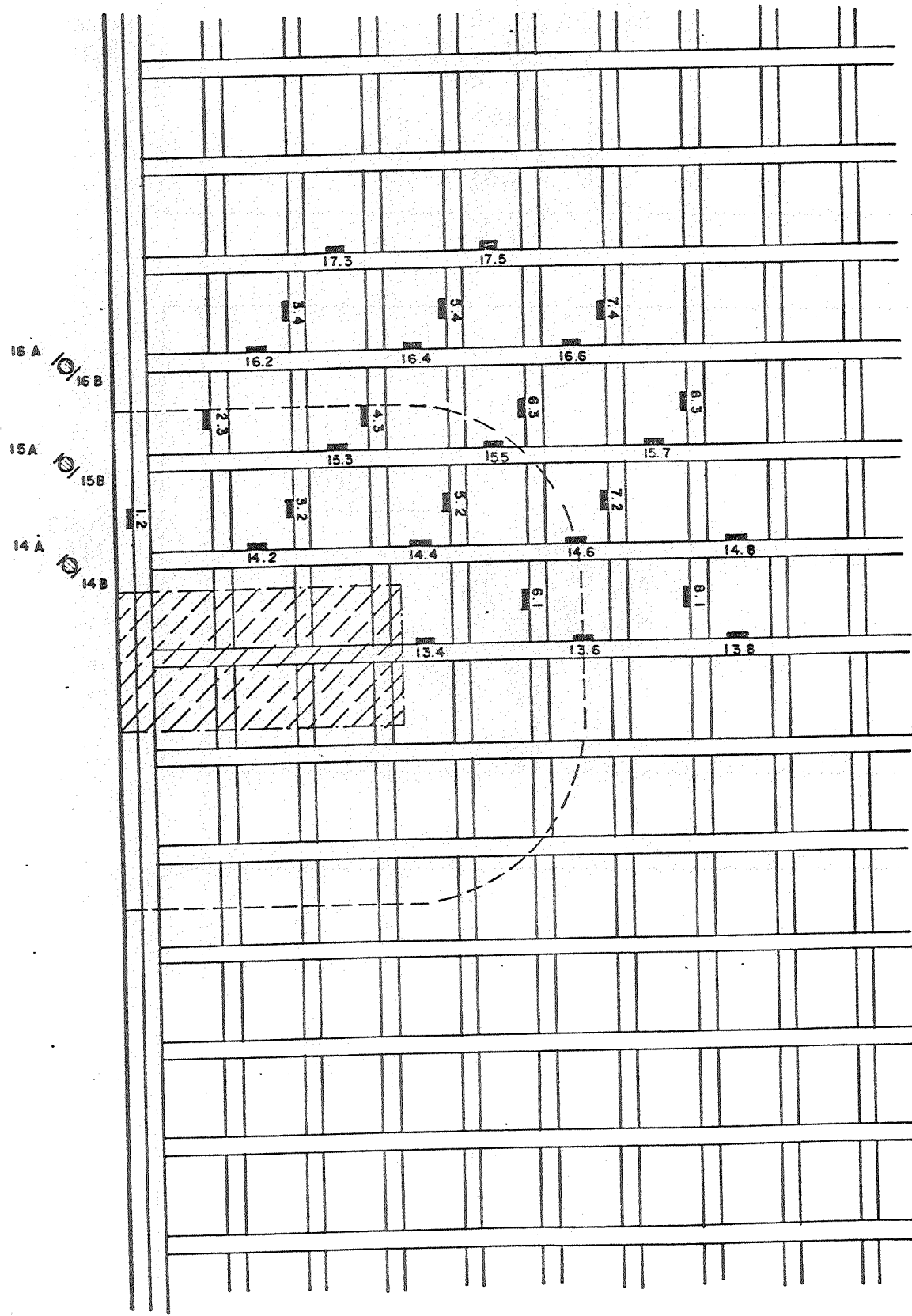
EdL 29/3
 INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO

Figura 78



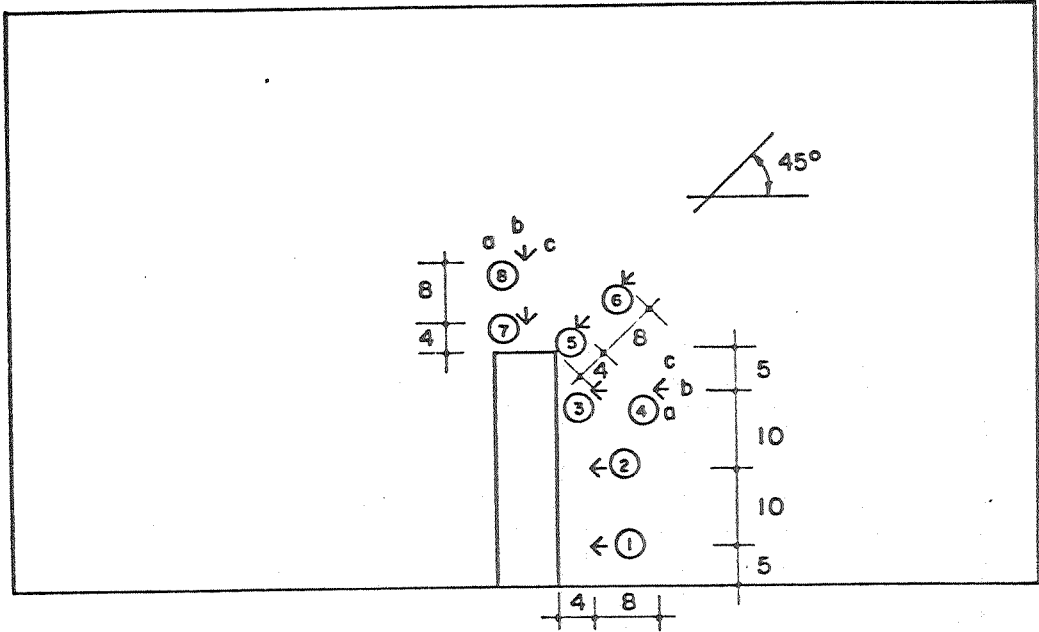
EdL 30/3
INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO

Figura 79

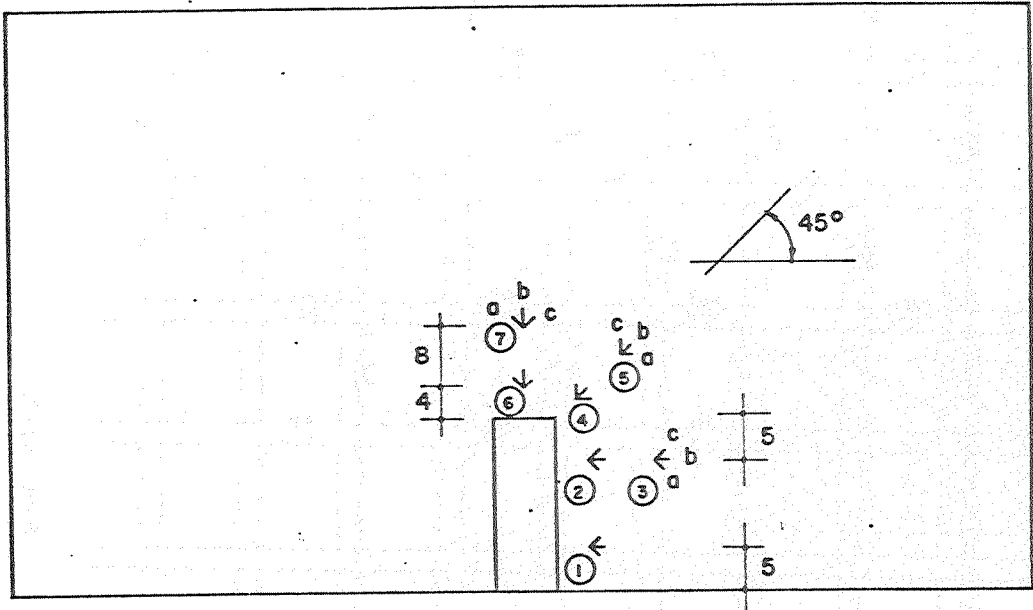


EdL 31/3
 INSTRUMENTAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO

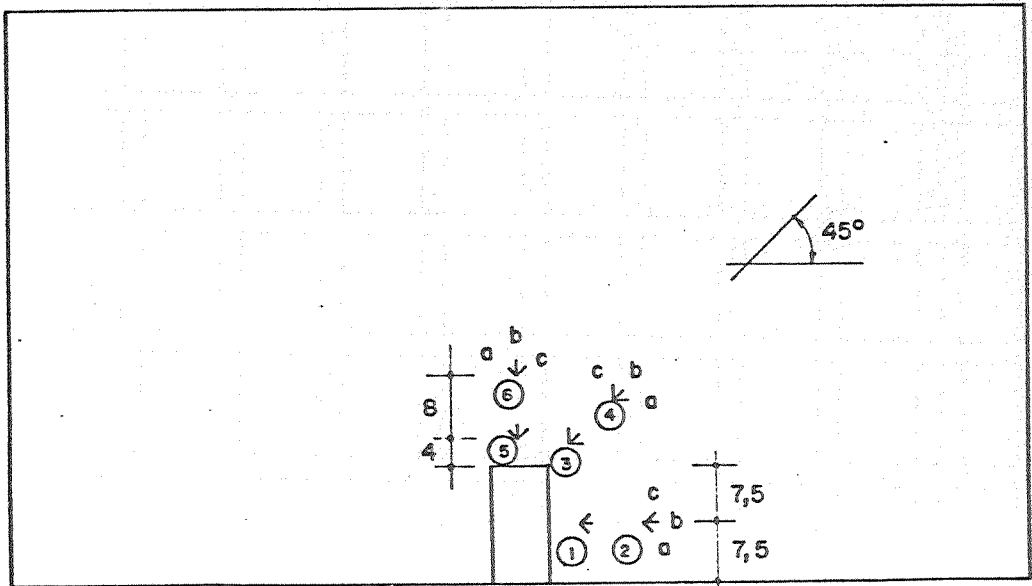
Figura 80



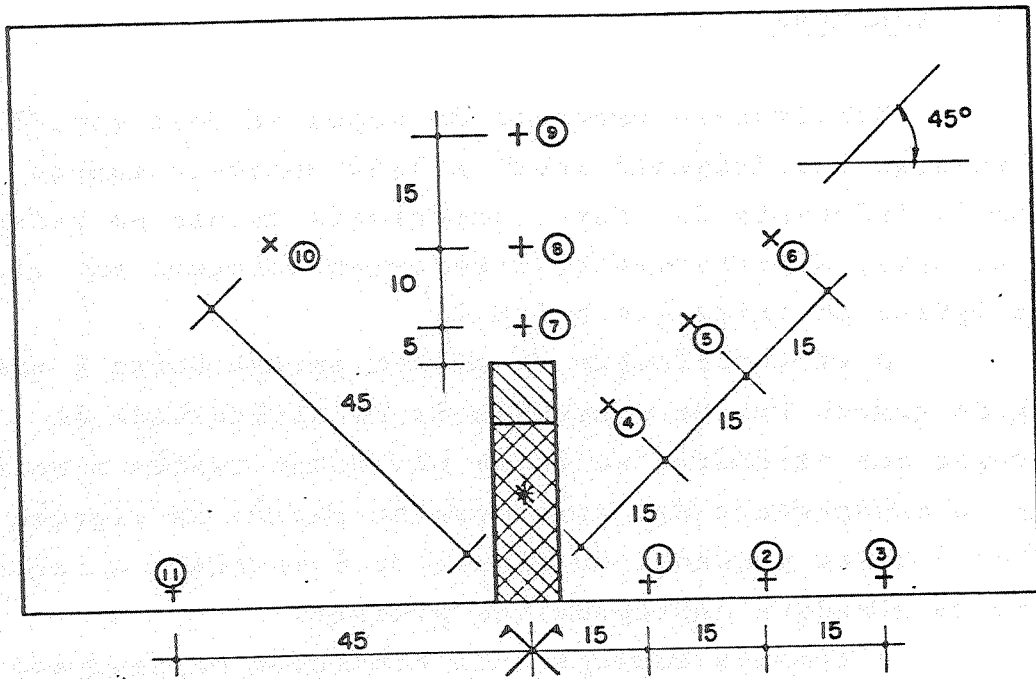
EdL 29
(a)



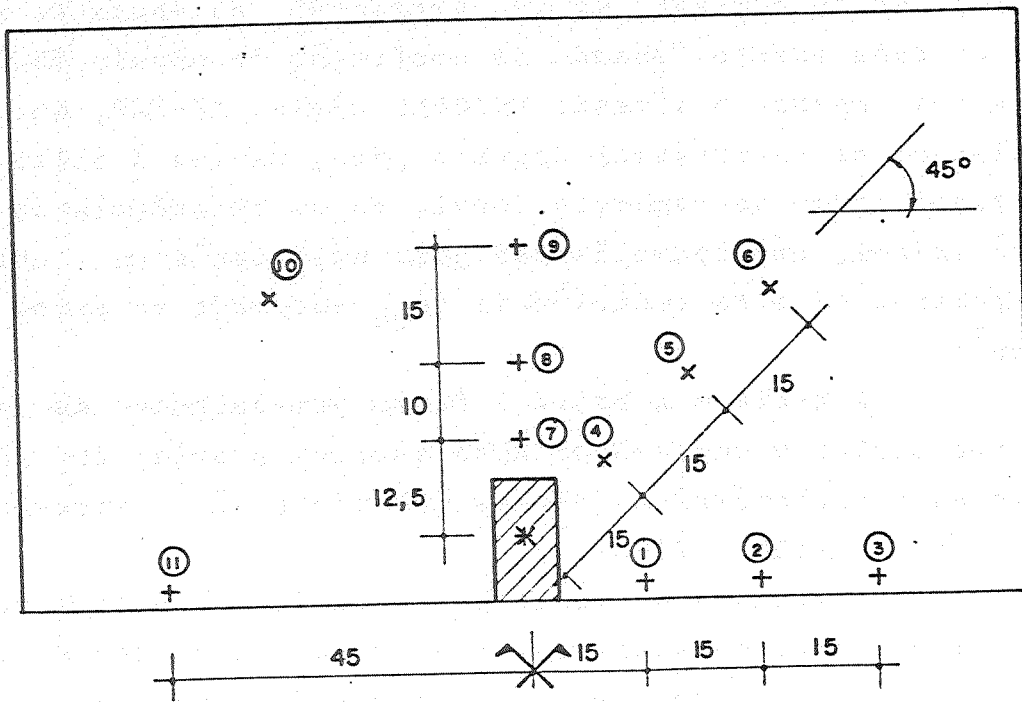
EdL 30
(b)



EdL 31
(c)



EdL 29 e 30
(a)



EdL 31
(b)

INSTRUMENTAÇÃO COM DEFLETÔMETROS MECANICOS NA FACE INFERIOR DA LAJE

Figura 82

2.3 - Materiais Utilizados

2.3.1 - Concreto

Utilizou-se concreto de traço em peso 1:1,75:2,65 com relação água/cimento igual a 0,42 composto apenas de brita 1, diferente das fases anteriores apenas em relação à brita, pois, anteriormente, fizeram-se dosagens em proporções iguais de brita 1 e brita 2.

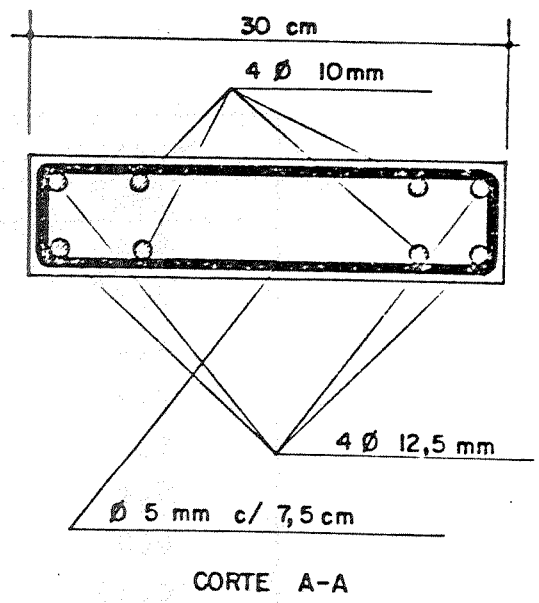
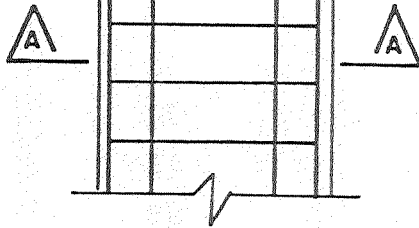
Essa modificação de adotar apenas brita 1 como agregado graúdo foi em consequência da dificuldade de concretagem que existiria se fosse utilizada também a brita 2, pois, o espaçamento das armaduras na região da ligação laje-pilar é muito pequeno. Na figura 83 é mostrado o detalhamento da armadura empregada nos pilares.

O cimento empregado na confecção do concreto foi o portland da classe 320, proveniente das fábricas ITAU e VOTORAN e utilizado entre uma marca e outra conforme disponibilidade no mercado, em São Carlos-SP, na época de confecção de cada modelo. Quando da confecção do modelo 30/1, conseguiu-se apenas o cimento VOTORAN classe AF-320, que foi utilizado na concretagem daquela peça, devido à falta do portland comum no comércio local, ou da existência de estoques velhos, não convenientes para utilização em concreto estrutural de alta resistência (f_{ck} estimado em torno de 30 N/mm²).

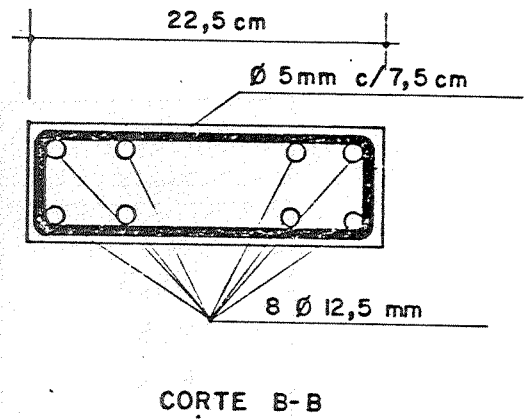
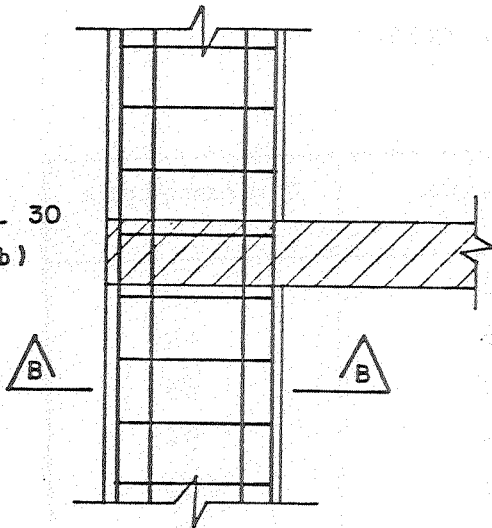
A areia e a brita 1 foram provenientes da região de São Carlos e empregadas após secagem prévia; as distribuições granulométricas desses materiais são apresentadas nas tabelas XIII e XIV.

A mistura do concreto foi feita em betoneira de eixo inclinado, em duas etapas para cada peça confeccionada, e o adensamento fez-se com vibradores de agulha de diâmetros de 25 mm e 37 mm.

EdL 29
(a)



EdL 30
(b)



EdL 31
(c)

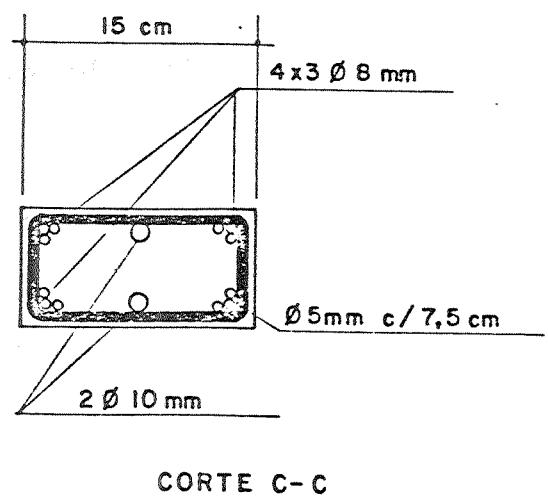
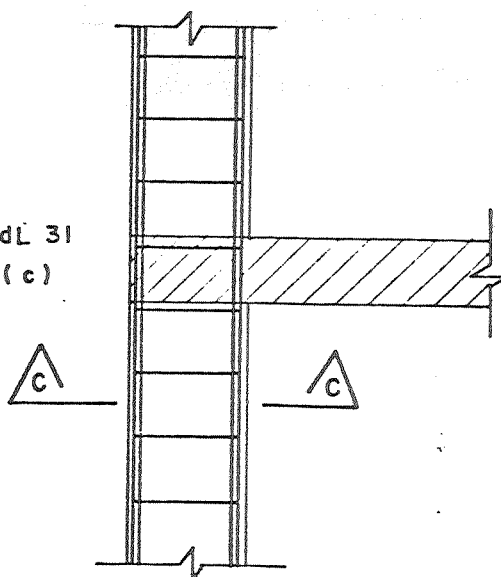


Figura 83

Peneira (mm)	% retida	% acumulada
9,5	0	0
6,3	2	2
4,8	1	3
2,4	3	6
1,2	6	12
0,6	25	37
0,3	34	71
0,15	27	98
Resíduo	2	100

Distribuição Granulométrica da Areia

Tabela XIII

Peneira (mm)	% retida	% acumulada
19	0	0
12,5	43	43
9,5	22	65
6,3	32	97
4,8	3	100
2,4	0	100
1,2	0	100
0,6	0	100
0,3	0	100
0,15	0	100

Distribuição Granulométrica da Brita

Tabela XIV

Simultaneamente à concretagem de cada modelo, confeccionaram-se doze corpos de prova de diâmetro 15cm e altura 30cm, ensaiados aos 28 dias de idade. Seis corpos de prova foram ensaiados à compressão simples e os outros seis restantes à compressão diametral para a obtenção respectivamente das resistências à compressão simples e à tração simples.

Dos seis corpos de prova ensaiados à compressão simples, em dois foram medidas as deformações para a obtenção da curva tensão-deformação. As deformações foram medidas através de extensômetros elétricos de resistência de base 10mm, fixados na superfície externa do corpo de prova em posições diametralmente opostas.

2.3.2 - Aço

As armaduras da laje e do pilar foram executadas em aço CA-50A, sendo a armadura de flexão da laje constituída de barras de diâmetro nominal 8, que apresentaram seção transversal $A_s = 0,54\text{cm}^2$; esses valores de A_s foram determinados pela média aritmética entre três amostras, dividindo-se a massa de cada amostra pelo respectivo comprimento e pela massa específica do aço ($7,85\text{ g/cm}^3$).

Ensaaiaram-se amostras desses aços à tração para a determinação das resistências ao escoamento e à ruptura, medindo-se as deformações por meio de extensômetros elétricos para a obtenção da curva tensão-deformação.

C A P Í T U L O 3

3. RESULTADOS DOS ENSAIOS

3.1 - Materiais

3.1.1 - Concreto

As resistências do concreto à tração e à compressão são simples com idade de 28 dias, obtidas nos ensaios dos corpos de prova são apresentados na tabela XV, a seguir:

Modelo	f_{cj} (N/mm ²)	f_{tj} (N/mm ²)
29/1	54,0-52,6-50,9-49,2-47,0-44,7	4,0-4,0-3,8-3,8-3,7-3,7
29/2	45,3-45,3-42,4-39,6-38,4-25,4	4,6-4,4-4,4-4,0-4,0-4,0
29/3	41,3-40,2-36,8-35,7-35,7-35,1	3,9-3,9-3,9-3,8-3,8-3,7
30/1	36,8-35,7-32,3-30,0-27,2-26,6	3,8-3,4-3,3-3,1-2,6-2,3
30/2	44,1-43,6-41,9-39,6-34,0-24,3	3,9-3,8-3,7-3,7-3,5-3,1
30/3	49,2-48,7-40,7-31,1-30,0-27,7	3,5-3,5-3,4-3,4-3,4-2,4
31/1	47,0-45,8-42,4-39,6-35,1-31,7	3,9-3,7-3,3-3,1-2,9-2,3
31/2	45,8-45,3-44,1-43,0-40,2-39,6	3,5-3,4-3,1-3,0-2,8-2,7
31/3	54,3-52,1-47,0-46,4-43,0-35,7	4,0-3,9-3,9-3,2-2,6-2,2

Resultados dos ensaios à compressão e à tração de corpos de prova.

Tabela XV

Utilizando o critério de CHAUVENET, o qual estabelece: "se em uma série de n medidas a probabilidade de ocorrência de um desvio de valor x é menor que 1/2n, então a medida que apresentar tal desvio deverá ser rejeitada", obtêm-se:

$$1 - P_x = 1/2n \quad \text{ou} \quad P_x = 1 - 1/2n ,$$

onde P_x é a probabilidade do desvio ser menor que x; fez-se a depuração estatística das resistências da Tabela XV, obtendo-se as resistências médias apresentadas na Tabela XVI, calculadas após a eliminação dos seguintes resultados:

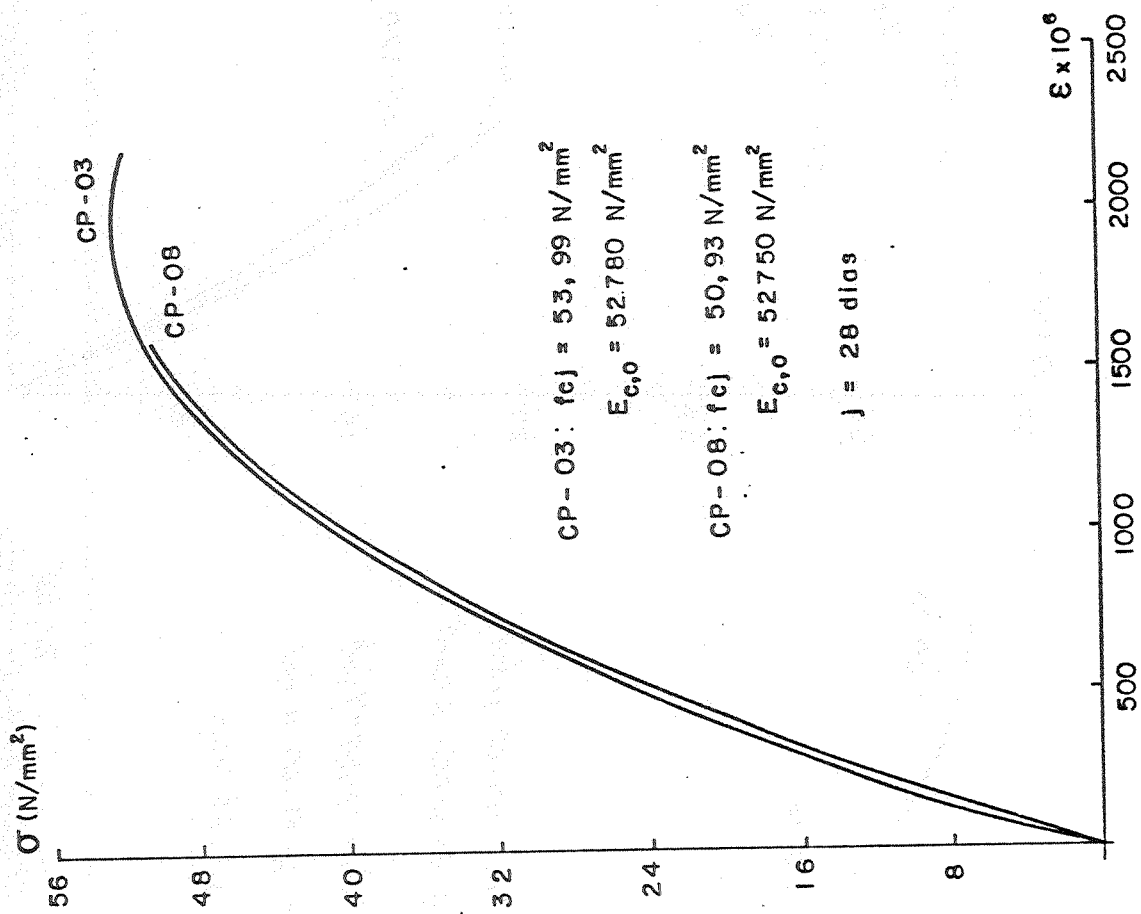
Modelo	f_{cj} (N/mm ²)	f_{tj} (N/mm ²)
29/2	25,4	-
30/2	24,3	3,1
30/3	-	2,4

Resistências f_{ck} e f_{tk} obtidas através da relação $f_{ck}(f_{tk}) = f_{cj}(f_{tj}) - 1,65.s$

Modelo	\bar{f}_{cj} (N/mm ²)	s	f_{ck} (N/mm ²)	\bar{f}_{tj} (N/mm ²)	s	f_{tk} (N/mm ²)
29/1	49,7	3,489	43,9	3,8	0,137	3,6
29/2	42,2	3,180	37,0	4,2	0,266	3,8
29/3	37,5	2,625	33,2	3,8	0,082	3,7
30/1	31,4	4,268	24,4	3,1	0,549	2,2
30/2	40,6	4,108	33,8	3,7	0,148	3,5
30/3	37,9	9,642	22,0	3,4	0,055	3,3
31/1	40,3	6,017	30,4	3,2	0,576	2,2
31/2	43,0	2,598	38,7	3,1	0,319	2,6
31/3	46,4	6,653	35,4	3,3	0,764	2,0

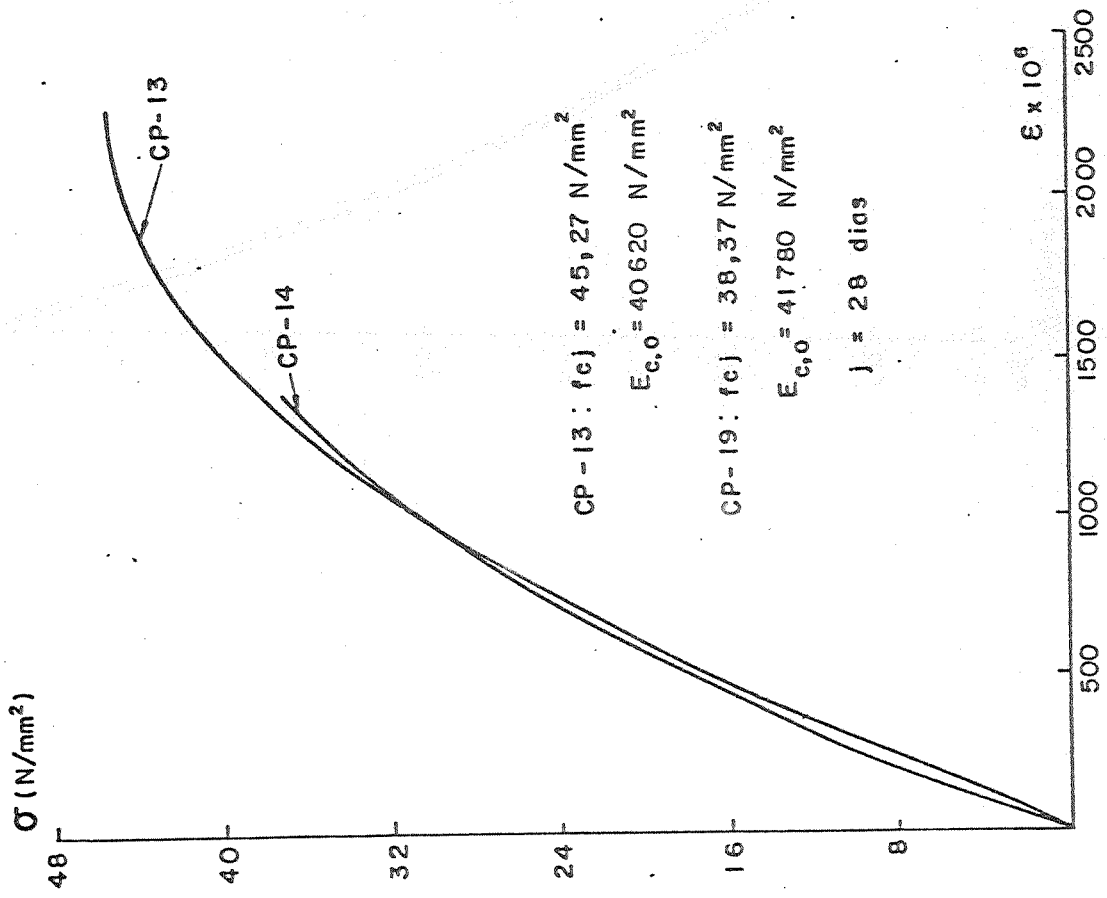
Tabela XVI

As curvas tensão-deformação resultante dos ensaios à compressão simples são apresentadas nas figuras 84 a 88; as curvas representadas nos gráficos são parábolas do segundo grau ajustadas pelo método dos mínimos quadrados aos valores experimentais; $E_{c,0}$ é o módulo de deformação longitudinal do concreto, tangente à origem na parábola.

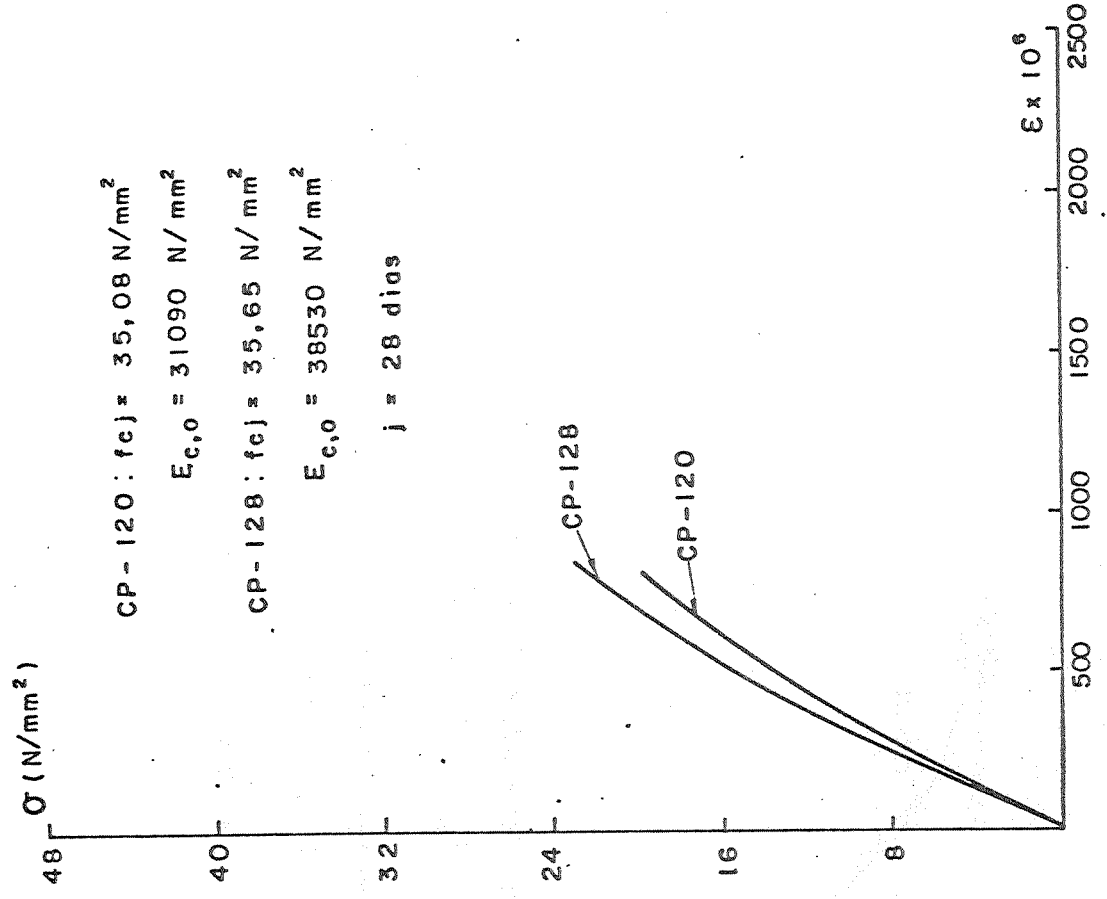


Concreto do Modelo 29/1

Figura 84



Concreto do modelo 29/2



Concreto do modelo 29/3

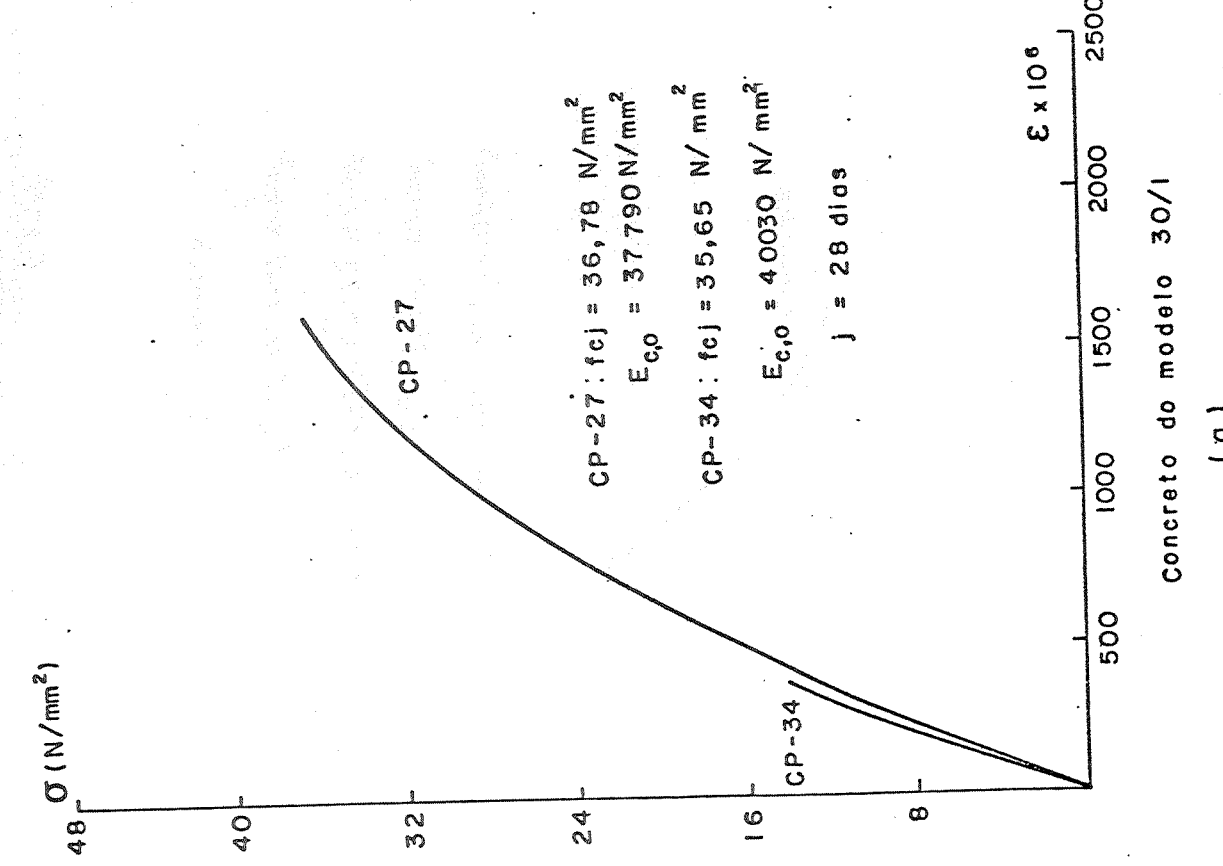
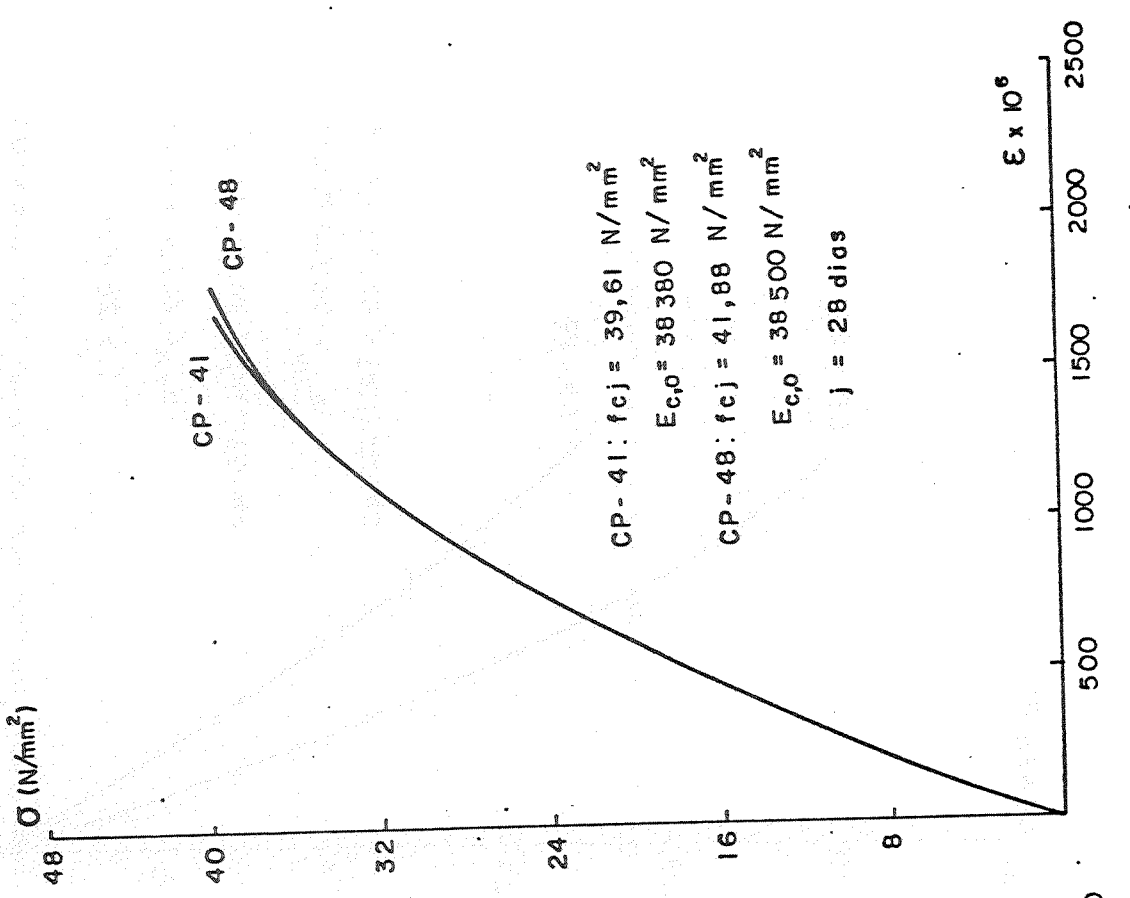


Figura 86

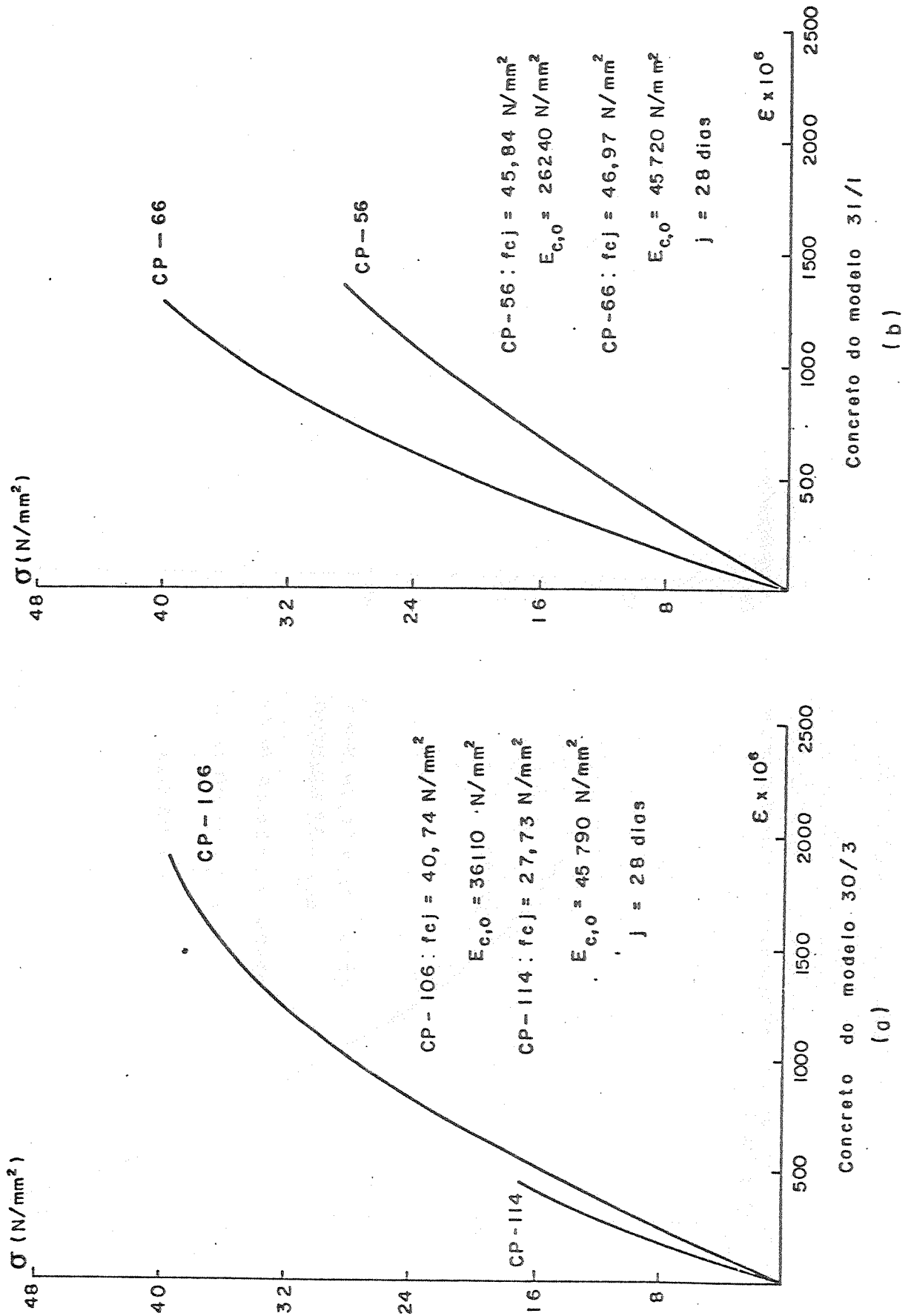


Figura 87

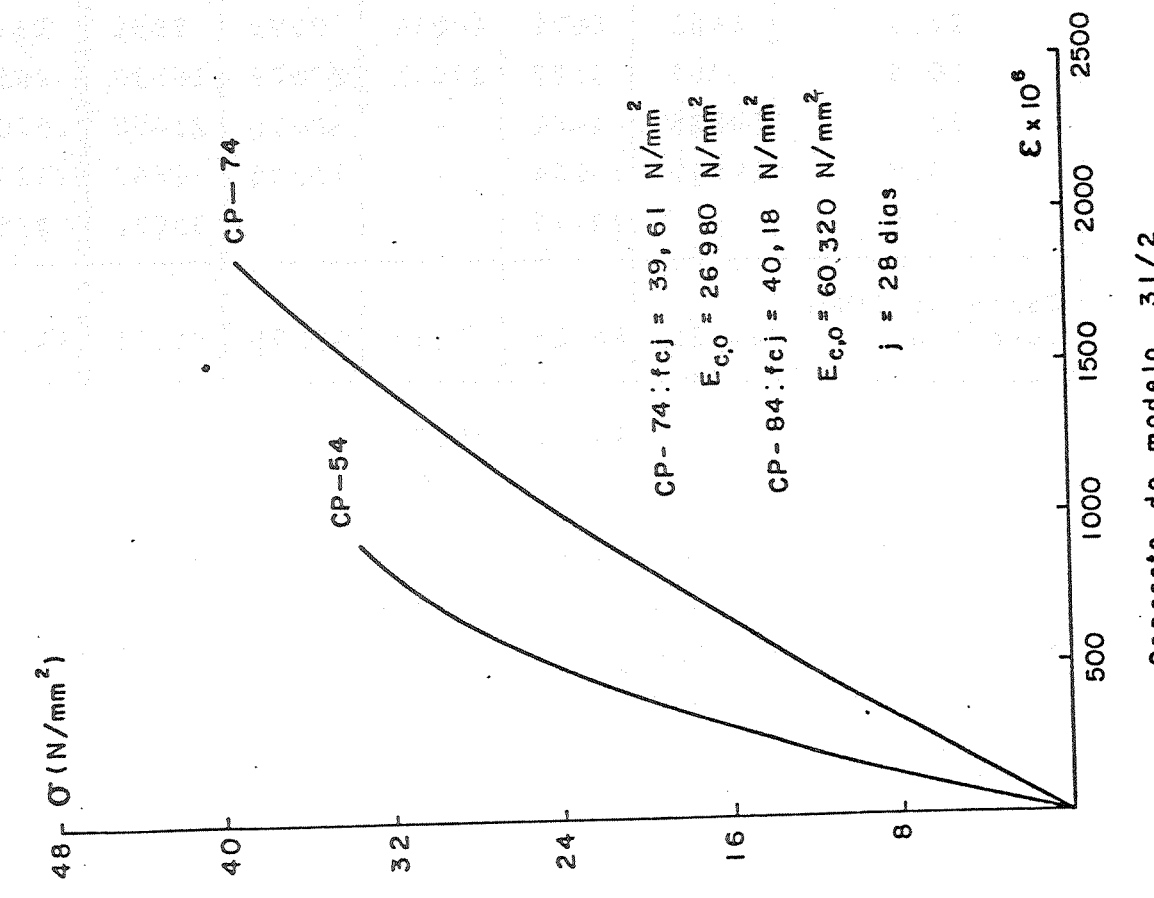
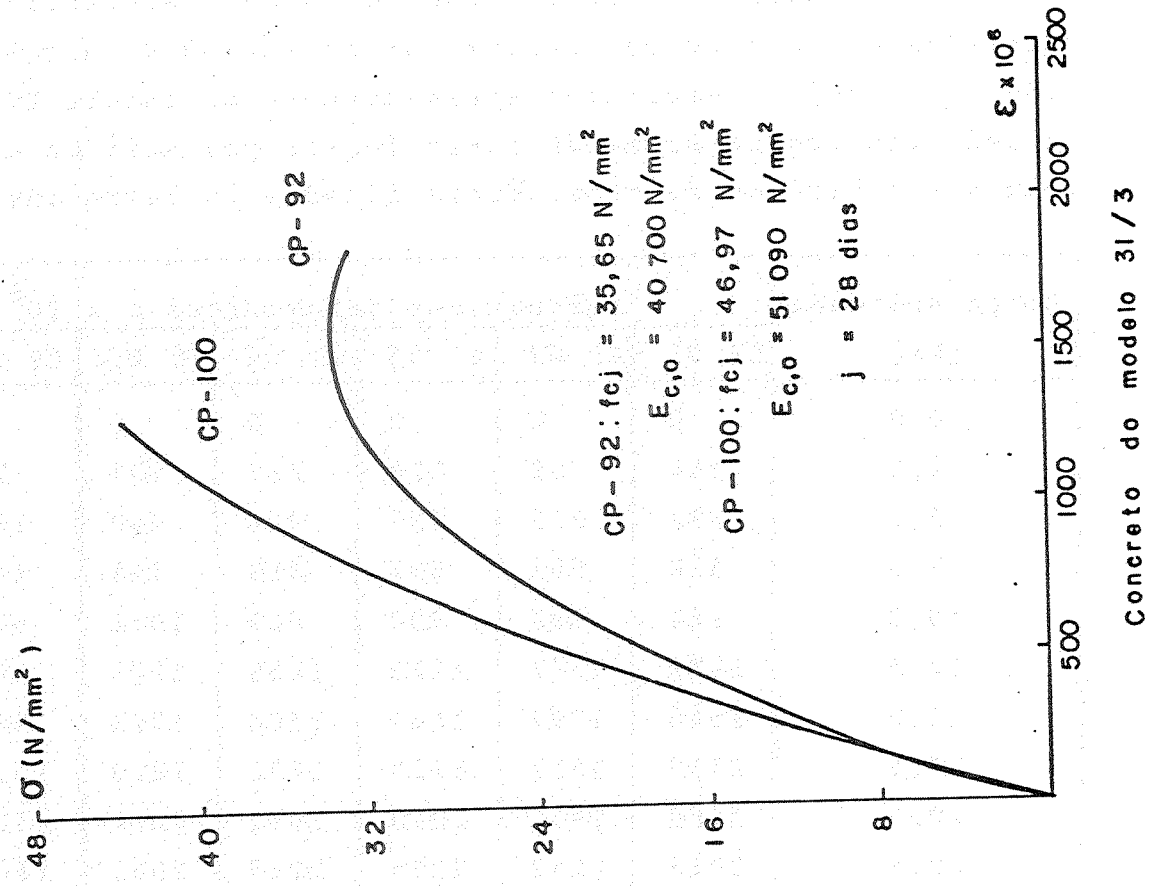


Figura 88

3.1.2 - Aço

Ensaaiaram-se seis corpos de prova, aleatoriamente coletados do lote de aço utilizado: aço CA-50 de bitola nominal 8, cujos resultados apresentam-se na tabela XVII; as leituras das deformações foram feitas por meio de extensômetros elétricos de resistência fixados na barra ensaiada.

Carga Aplicada (kN)	Leitura das deformações $\epsilon \times 10^6$					
	CP 01	CP 02	CP 03	CP 04	CP 05	CP 06
0,0	0	0	0	0	0	0
2,5	164	59	218	127	234	29
5,0	397	277	437	344	450	186
7,5	632	603	657	619	768	403
10,0	862	808	950	866	1012	622
12,5	1079	1107	1228	1159	1277	857
15,0	1346	1397	1464	1504	1512	1089
17,5	1562	1657	1728	1730	1810	1352
20,0	1769	1955	2010	1987	2064	1575
22,5	2013	2243	2235	2248	2361	1806
25,0	2241	2501	2478	2505	2670	2066
27,5	2465	2822	19269	2779	2958	2339
30,0	2707	3187	27075	23006	16556	2652
32,5	10928	4441	-	30716	21460	16704
35,0	19557	15264	-	41535	26647	22297
37,5	-	22746	-	-	33076	30354
Carga de Ruptura (kN)	44,75	46,25	38,75	39,75	41,25	43,75

Tabela XVII

Na figura 89, é apresentada a curva tensão-deformação simplificada com base nos resultados obtidos. O módulo de deformação longitudinal foi obtido por regressão linear, com reta passando pela origem, $y = B_0 \cdot x$, com $B_0 = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{\sum x_i^2}$.

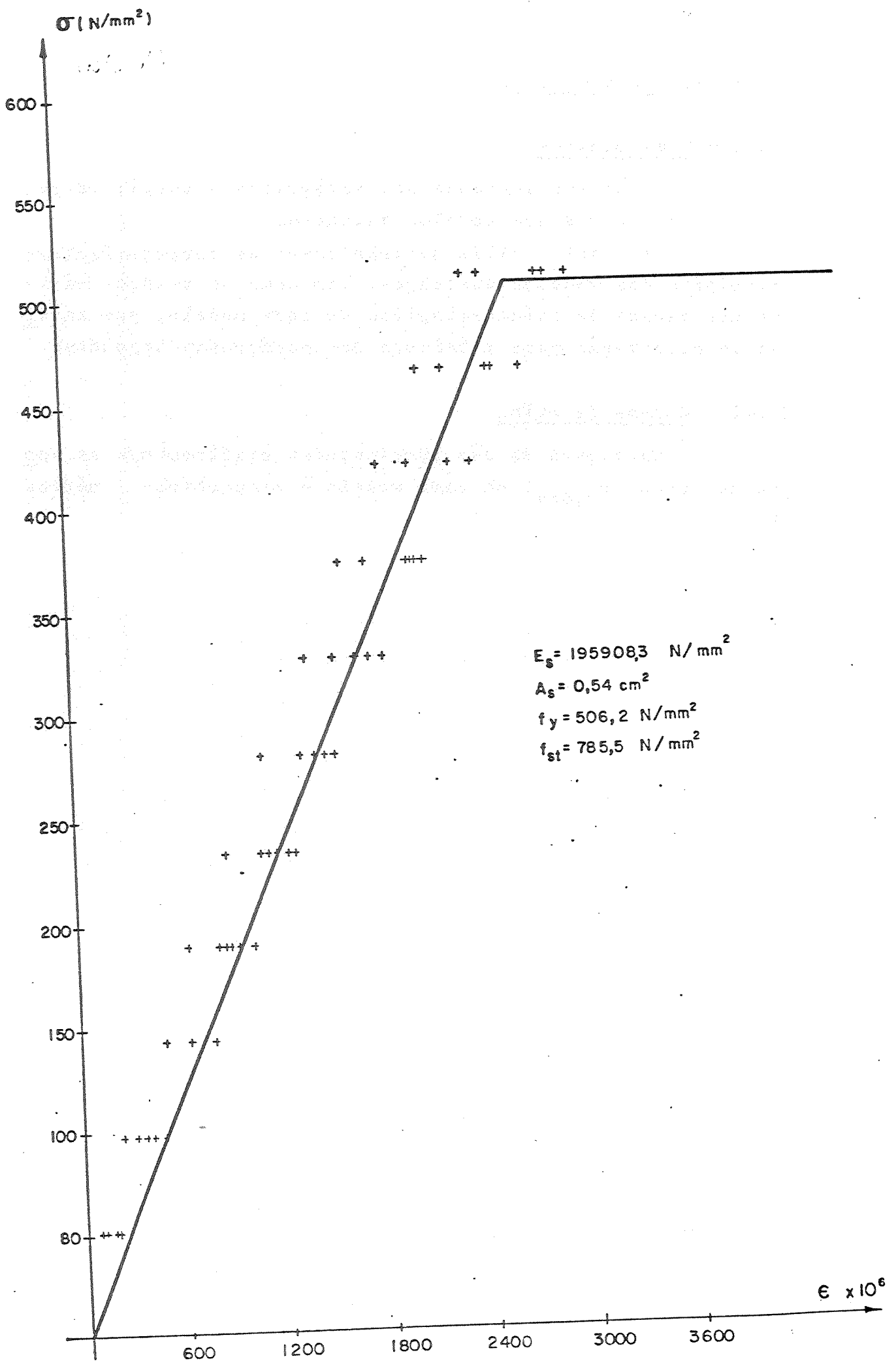


Figura 89

3.2 - Elementos de laje

3.2.1 - Preliminares

Serão apresentados nos parágrafos a seguir os resultados relativos aos modelos ensaiados.

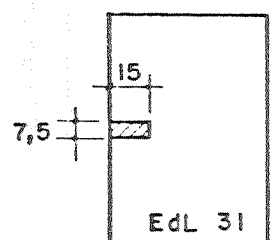
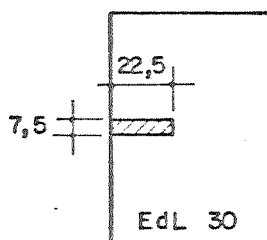
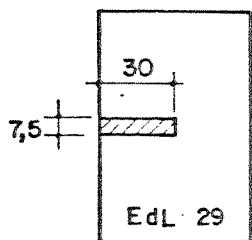
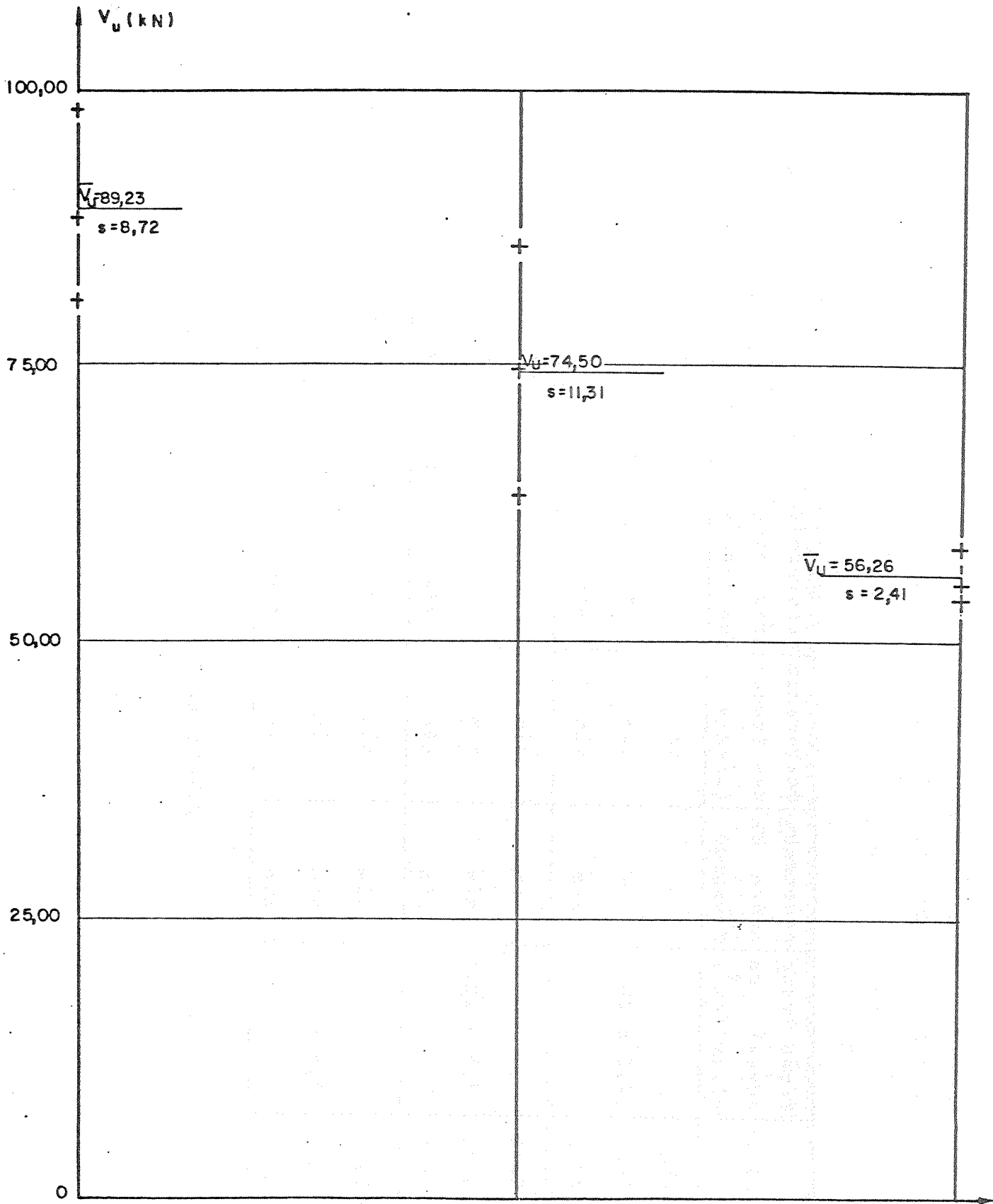
Na Tabela XVIII apresentam-se as características principais dos modelos ensaiados, bem como os valores máximos das cargas de ruína atingidas em cada modelo, que servirão de orientação para a leitura dos parágrafos seguintes.

3.2.2 - Cargas de Ruína

Na figura 90 são apresentadas graficamente as cargas de ruína ($V_{u,obs}$) de cada modelo e respectivas médias (\bar{V}_u).

Elemento de Laje	Modelo	Seção transversal do Pilar (cm ²)	Acompanha-mento de Fissuras	Deslocamentos Transversais	Deformações no Concreto	Deformações nas Armaduras	V _{máx} (kN)	Idade de Ensaio (dias)
29	29/1		-	sim	-	-	80,98	29
	29/2	7,5 x 30	-	sim	-	-	88,35	28
	29/3		sim	sim	sim	sim	98,35	28
30	30/1		sim	sim	-	-	63,11	28
	30/2	7,5 x 22,5	sim	sim	-	-	74,67	28
	30/3		sim	sim	sim	sim	85,73	37
31	31/1		sim	sim	-	-	54,16	28
	31/2	7,5 x 15	sim	sim	-	-	58,89	28
	31/3		sim	sim	sim	sim	55,74	36

Tabela XVIII

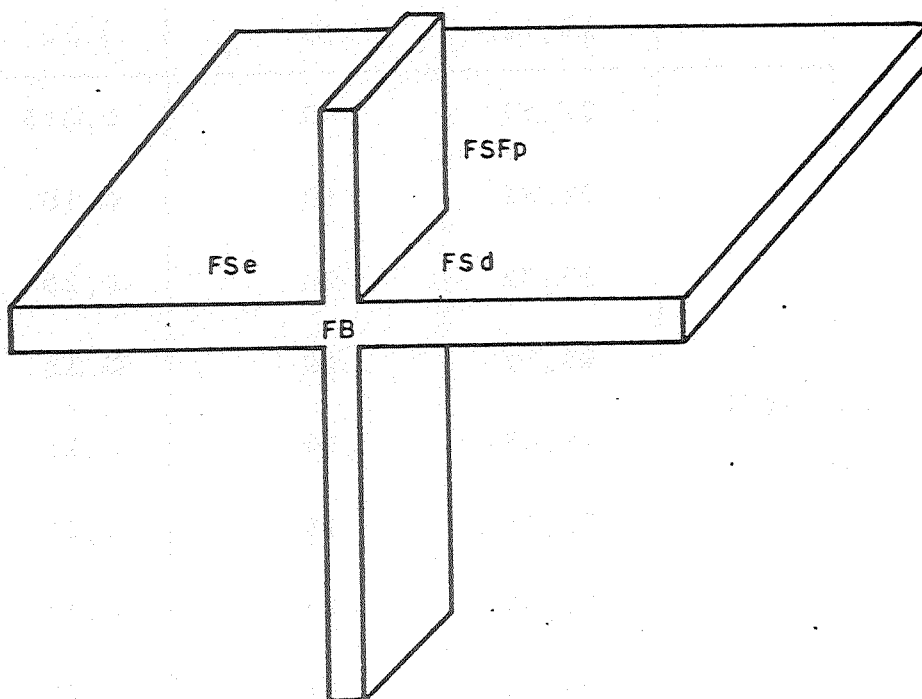


3.2.3 - Fissuração e configuração de ruína

As aberturas máximas das fissuras medidas (w) em cada etapa de carregamento são apresentadas nas tabelas XIX a XXIV.

Na tabela XIX, são apresentadas as medidas efetuadas nos modelos 30/1 e 30/2, nos quais foi medida apenas a maior abertura dentre as fissuras na face superior da laje em cada etapa de carregamento.

Nas tabelas XX a XXIV, apresentam-se as medidas efetuadas nos modelos 29/3, 30/3, 31/1, 31/2 e 31/3, nos quais mediram-se as máximas aberturas em diversas regiões como mostradas na figura 91.



FSe = face superior da laje à esquerda do pilar
FSd = face superior da laje à direita do pilar
FSFp = face superior da laje frontal ao pilar
FB = face de borda

Convenção adotada nos registros das aberturas de fissura

Figura 91

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)
30/1	31,56	10	0,09
	34,71	11	0,10
	36,80	12	0,10
	43,65	14	0,12
	46,80	15	0,13
	49,96	16	0,13
	53,11	17	0,13
	56,27	18	0,14
	59,42	19	0,14
30/2	27,87	9	0,075
	31,02	10	0,10
	37,33	12	0,10
	43,11	14	0,15
	49,43	16	0,15
	55,74	18	0,20
	62,05	20	0,20
	65,20	21	0,25
	71,51	23	0,25

Tabela XIX

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)			
			FSF _p	FS _d	FS _e	FB
29/3	17,89	5	0,05	-	0,05	-
	19,46	6	0,05	-	0,05	-
	22,62	7	0,05	0,05	0,05	-
	26,31	8	0,05	0,05	0,05	-
	28,93	9	0,05	0,05	0,05	-
	32,09	10	0,05	0,05	0,05	-
	35,24	11	0,05	0,05	0,05	0,05
	38,93	12	0,05	0,05	0,05	0,05
	41,55	13	0,05	0,05	0,05	0,05
	44,71	14	0,05	0,05	0,05	0,05
	48,40	15	0,05	0,075	0,05	0,05
	51,55	16	0,05	0,075	0,075	0,05
	55,24	17	0,05	0,10	0,075	0,05
	58,39	18	-	-	-	-
	61,54	19	0,10	0,15	0,075	0,05
	63,64	20	0,10	0,15	0,10	0,05
	67,86	21	0,10	0,15	0,10	0,05
	69,95	22	0,15	0,15	0,15	0,05
	73,11	23	0,20	0,20	0,20	0,05
	76,80	24	-	-	-	-
	79,42	25	0,20	0,20	0,20	-
	82,58	26	-	-	-	-
	85,73	27	0,20	0,20	0,20	0,05
	89,42	28	0,20	0,25	0,25	0,10
	92,57	29	0,25	0,25	0,30	0,10
	94,67	30	0,25	0,35	0,35	0,10

Tabela XX

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)			
			FSF _p	FS _d	FS _e	FB
30/3	23,15	7	-	-	-	0,05
	26,31	8	-	0,05	0,05	0,05
	28,93	9	0,05	0,05	0,05	0,05
	32,62	10	0,05	0,05	0,05	0,05
	35,24	11	0,05	0,05	0,05	0,05
	38,93	12	0,075	0,05	0,075	0,05
	42,09	13	0,10	0,075	0,075	0,05
	44,71	14	0,10	0,10	0,10	0,05
	48,40	15	0,20	0,10	0,15	0,05
	51,55	16	0,25	0,10	0,15	0,05
	54,18	17	0,25	0,15	0,15	0,05
	57,86	18	0,30	0,15	0,15	0,05
	60,49	19	0,30	0,20	0,20	0,075
	63,64	20	0,35	0,20	0,20	0,075
	66,80	21	0,35	0,20	0,25	0,075
	69,95	22	0,35	0,25	0,25	0,10
	73,11	23	0,35	0,25	0,25	0,10
	76,28	24	0,40	0,25	0,25	0,25
	79,42	25	0,45	0,30	0,30	0,25
82,58	26	0,45	0,30	0,30	0,25	
85,73	27	0,45	0,30	0,30	0,25	

Tabela XXI

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)			
			FSF _p	FS _d	FS _e	FB
31/1	16,83	5	0,05	0,05	0,05	-
	19,99	6	0,05	0,05	0,05	-
	23,14	7	0,05	0,075	0,05	-
	26,30	8	0,05	0,075	0,05	-
	29,45	9	0,05	0,10	0,075	-
	32,61	10	0,05	0,15	0,10	0,05
	35,23	11	0,05	0,15	0,15	0,10
	38,92	12	0,10	0,15	0,15	0,10
	41,54	13	0,15	0,20	0,20	0,10
	44,70	14	0,20	0,20	0,20	0,15
	47,85	15	0,20	0,25	0,20	0,20
51,01	16	0,20	0,25	0,20	0,20	
54,16	17	-	0,25	0,20	0,25	

Tabela XXII

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)			
			FSF _p	FS _d	FS _e	FB
31/2	16,84	5	0,05	-	0,05	-
	20,00	6	0,05	0,05	0,05	0,05
	23,14	7	0,05	0,05	0,05	0,05
	25,24	8	0,05	0,05	0,05	0,05
	28,93	9	0,10	0,075	0,10	0,05
	31,56	10	0,10	0,075	0,10	0,05
	34,71	11	0,15	0,10	0,15	0,05
	37,87	12	0,15	0,10	0,15	0,075
	41,02	13	0,15	0,15	0,20	0,10
	43,65	14	0,20	0,20	0,25	0,15
	46,80	15	0,25	0,20	0,25	0,25
	49,98	16	0,25	0,25	0,30	0,25
	53,11	17	0,25	0,25	0,40	0,35
	55,74	18	0,25	0,30	0,45	0,45
	58,89	19	0,25	0,40	0,70	0,70

Tabela XXIII

MODELO	CARGA (kN)	ETAPA DE CARREGAMENTO	W (mm)			
			FS _p	FS _d	FS _e	FB
31/3	24,71	8	-	0,05	-	-
	27,87	9	0,10	0,075	0,05	-
	30,49	10	0,10	0,10	0,075	0,075
	34,18	11	0,15	0,15	0,10	0,15
	37,33	12	0,15	0,15	0,15	0,20
	39,96	13	0,15	0,15	0,15	0,20
	43,11	14	0,15	0,20	0,20	0,25
	46,27	15	0,15	0,20	0,20	0,30
	49,43	16	0,20	0,20	0,20	0,40
	52,05	17	0,20	0,25	0,20	0,50
55,74	18	0,25	0,25	0,25	0,60	

Tabela XXIV

A fissuração e a configuração de ruína dos modelos são apresentadas nas fotografias das figuras 92 a 100, obtidas após marcação feita com tinta a óleo, das linhas correspondentes às fissuras assinaladas, durante seu aparecimento, com caneta hidrográfica. O número que se observa ao lado de cada fissura é o correspondente ao estágio de carregamento em que aquela fissura se manifestou.

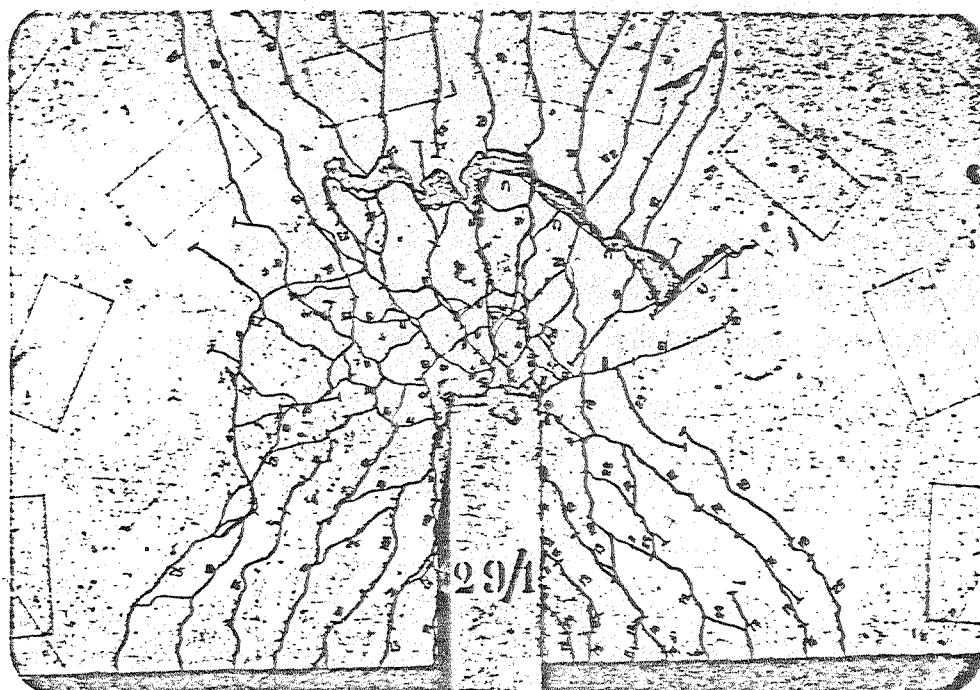
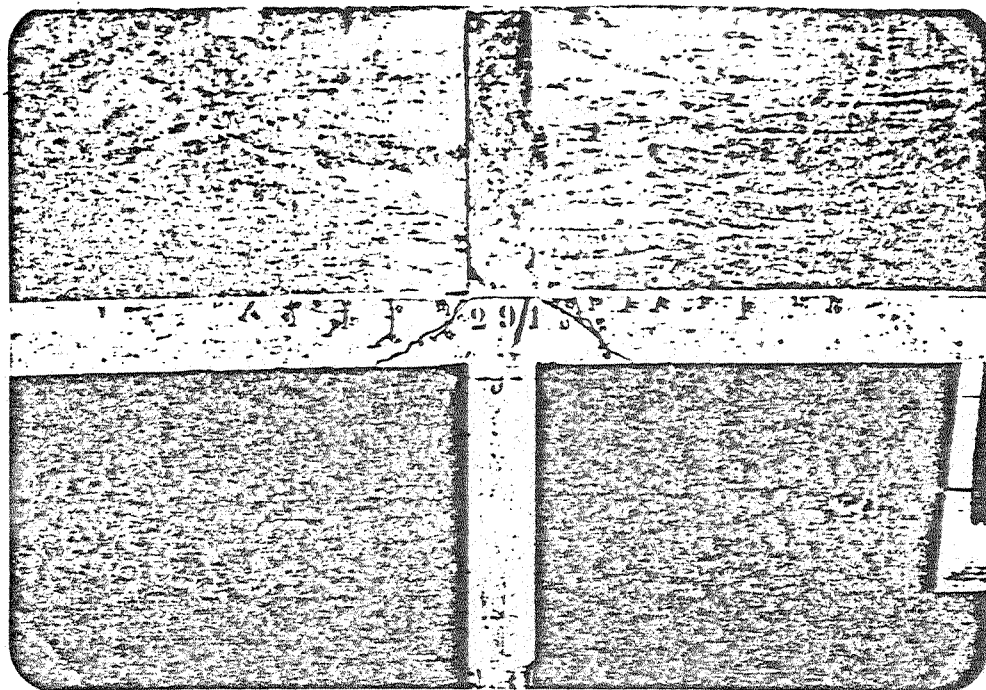


Figura 92

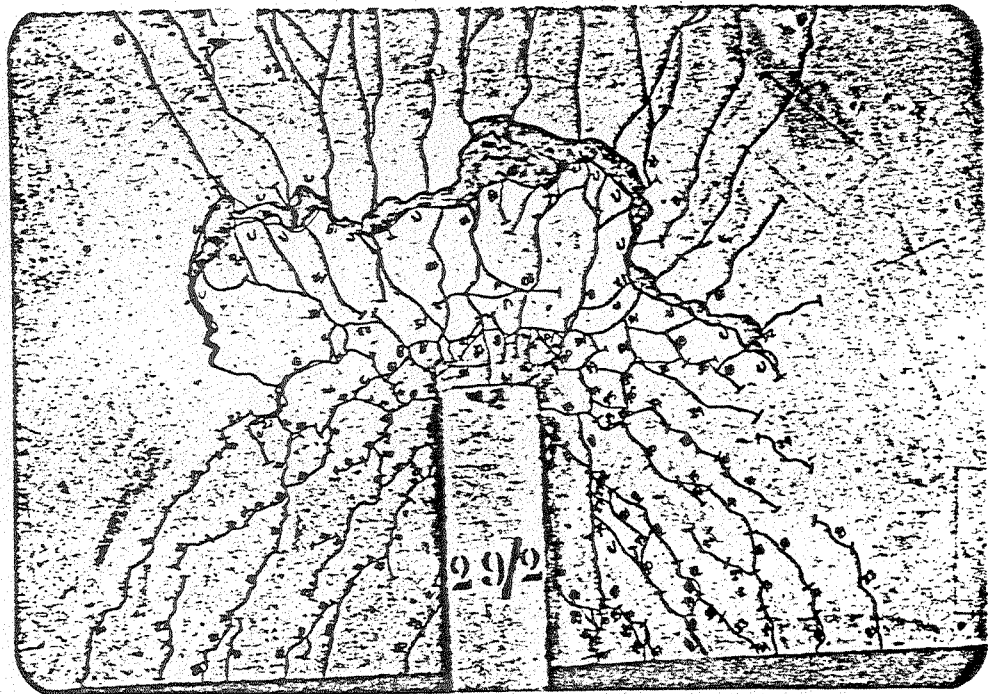
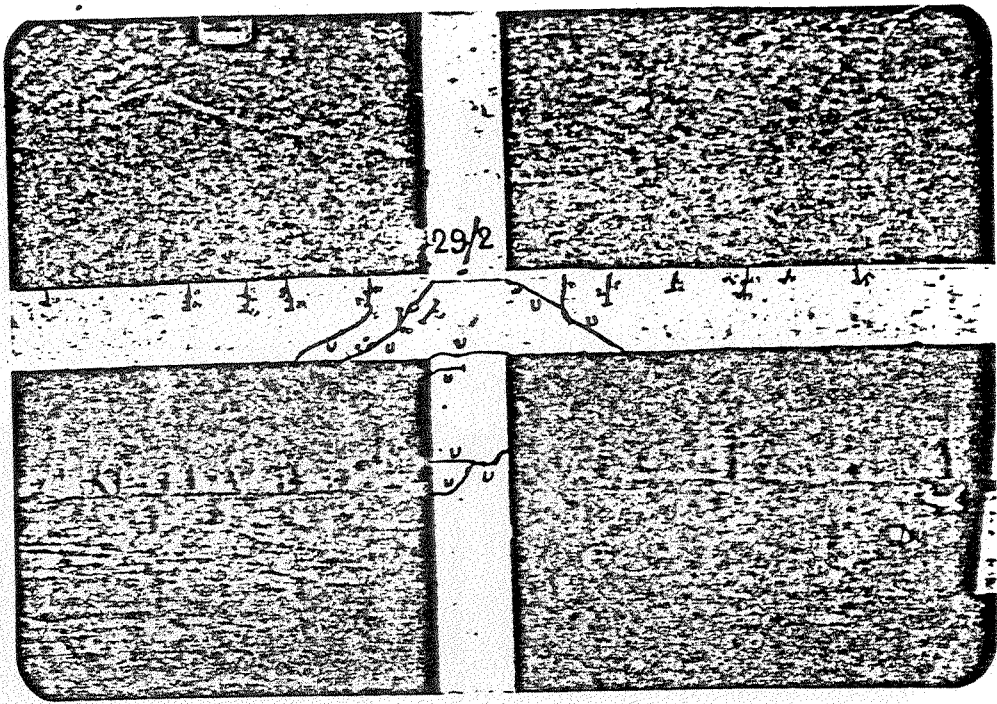


Figura 93

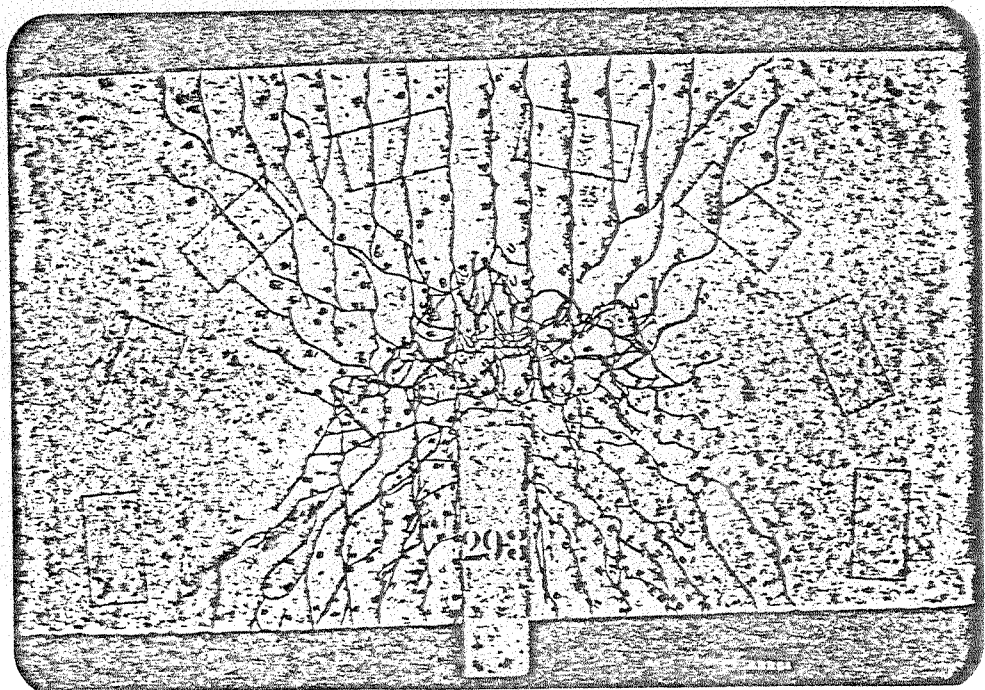
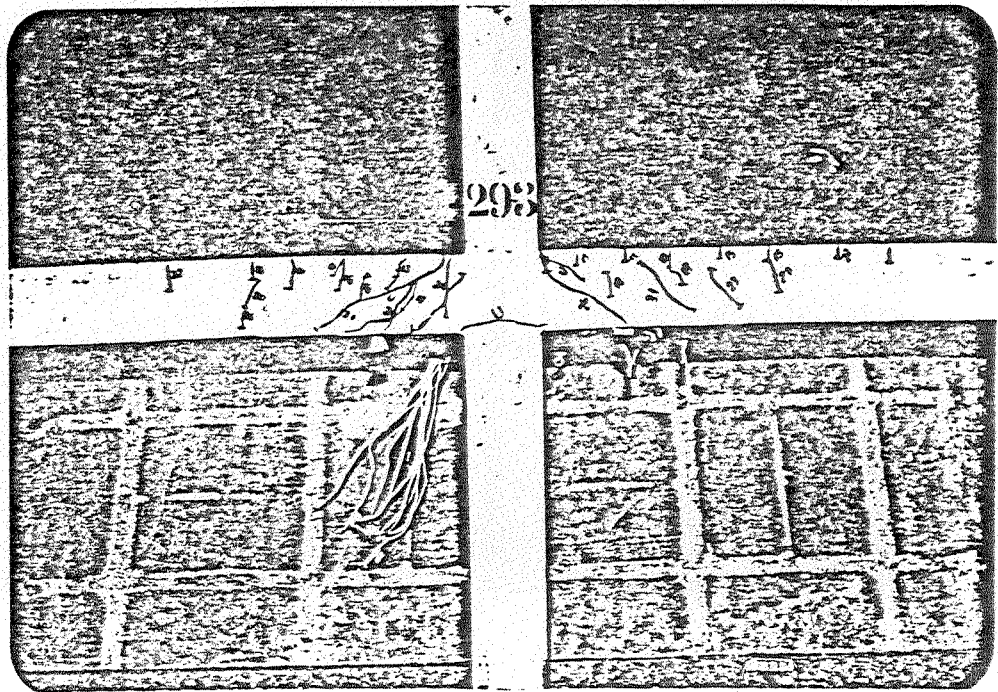


Figura 94

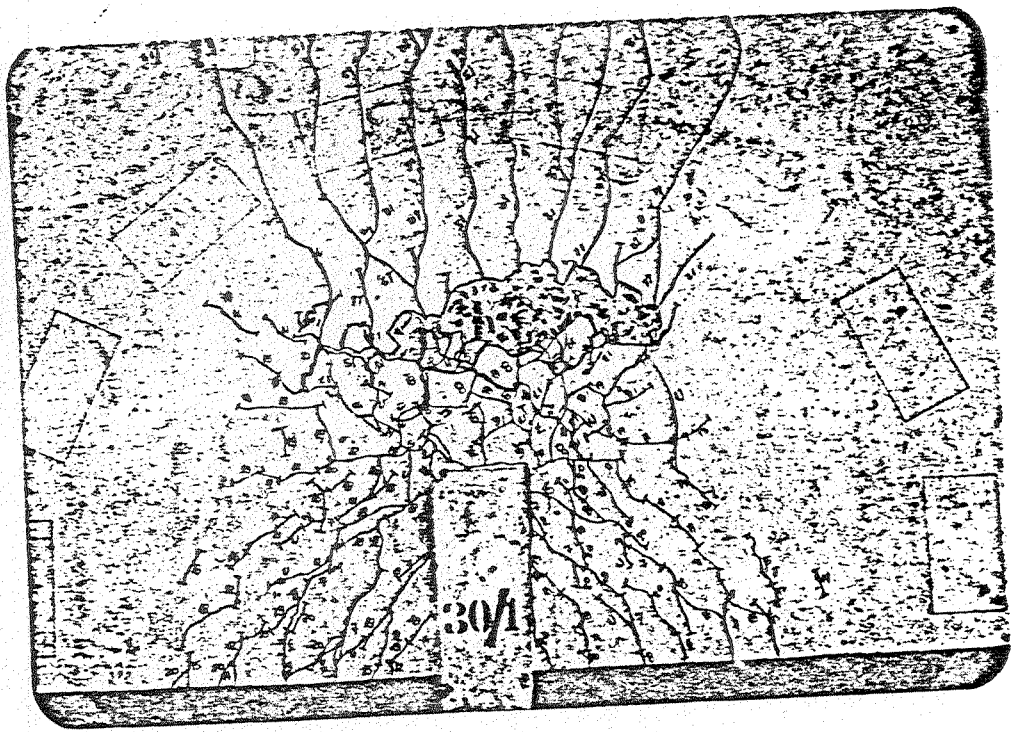
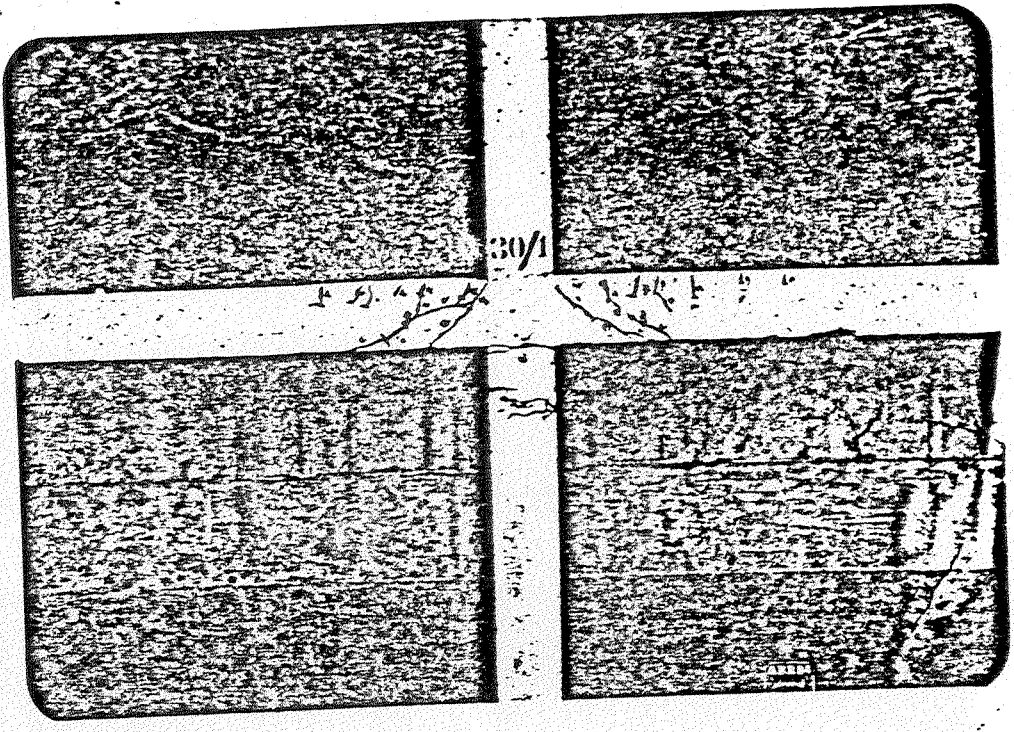


Figura 95~

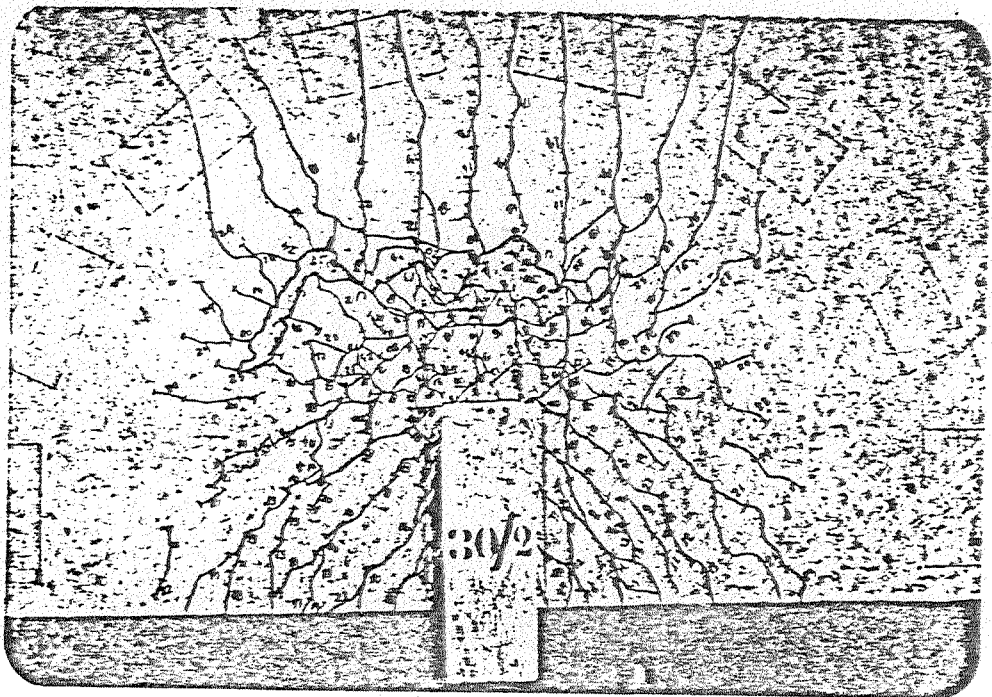
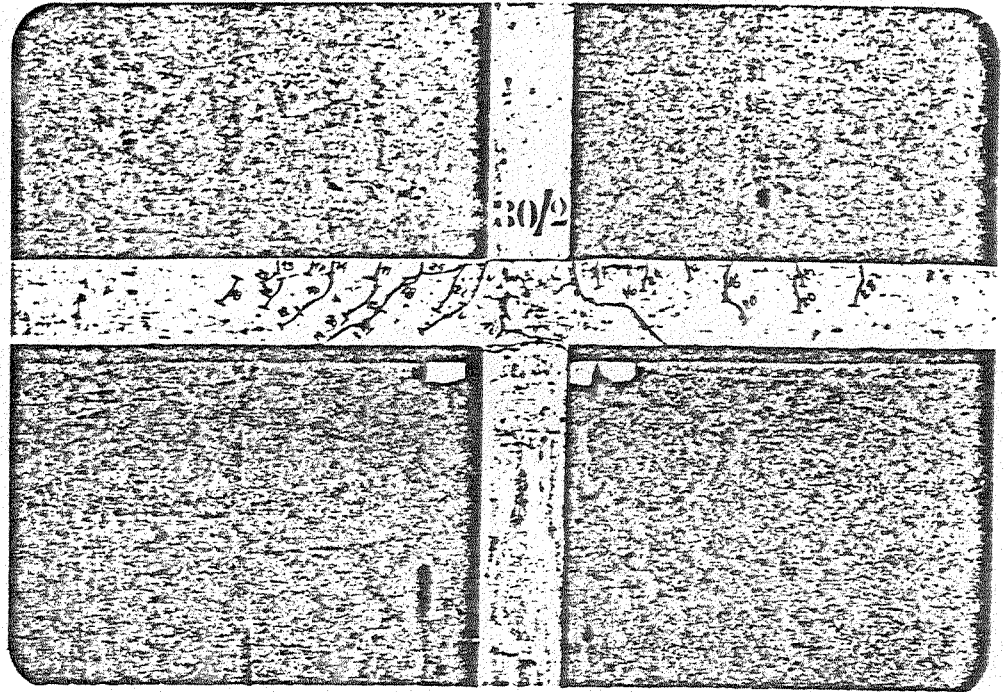


Figura 96

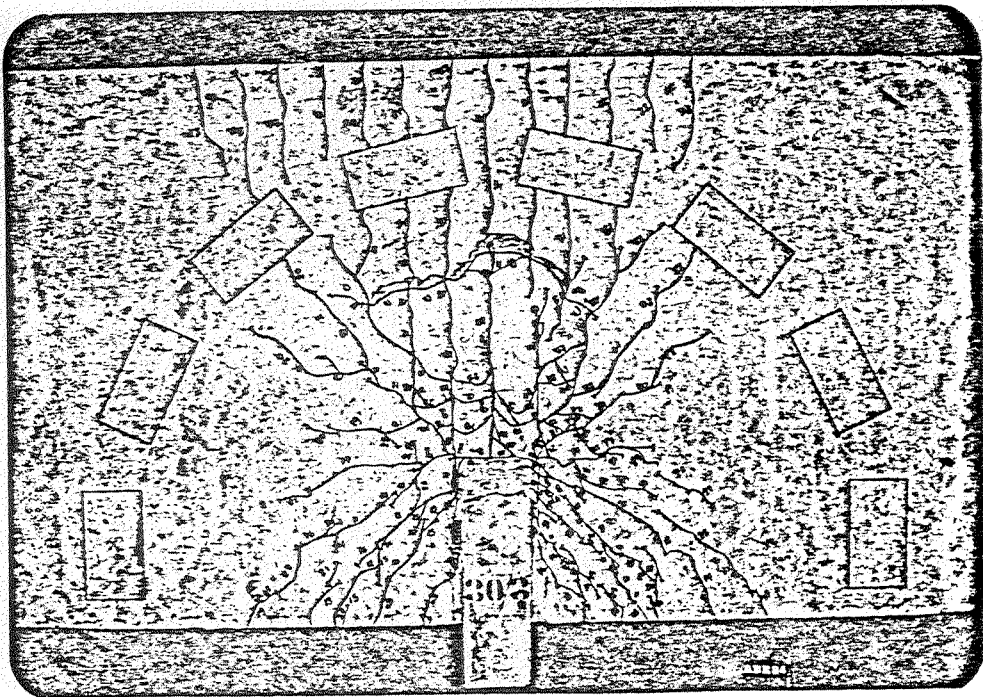
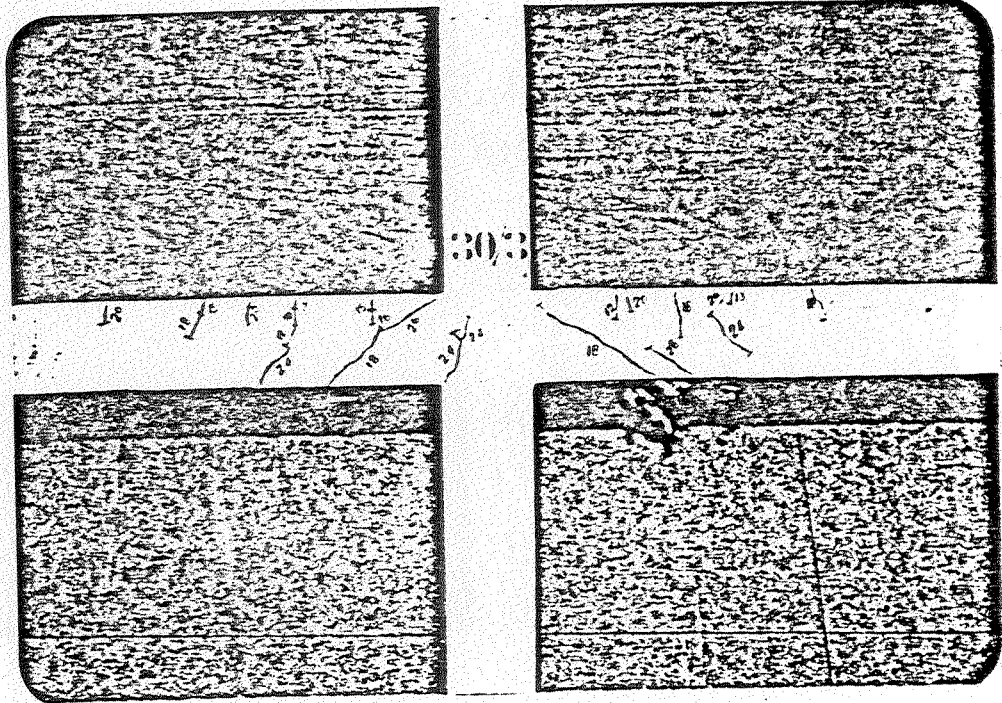


Figura 97

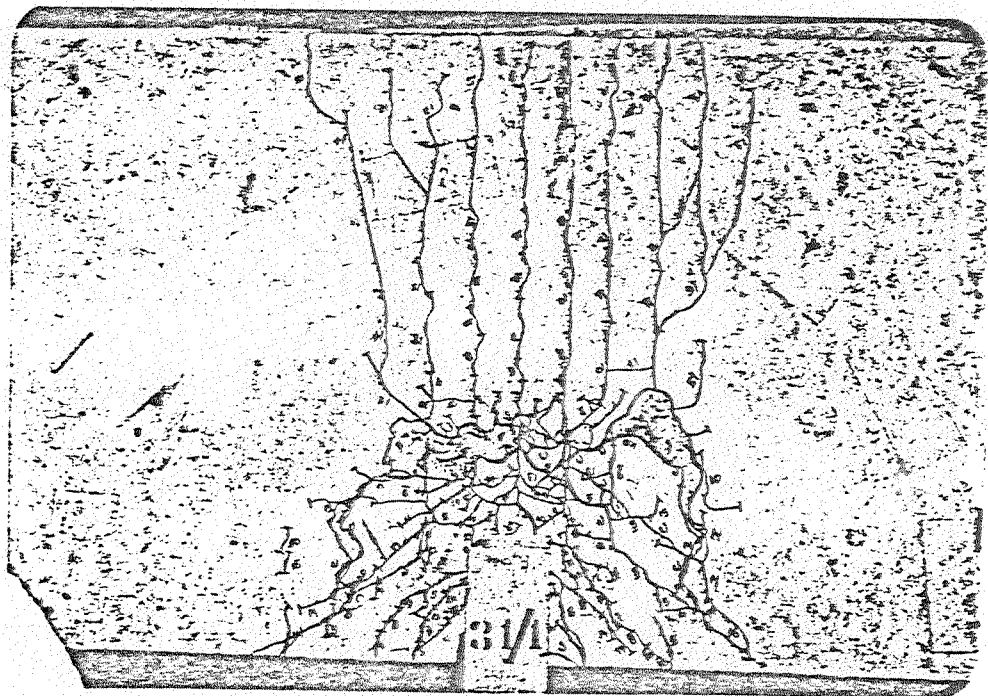
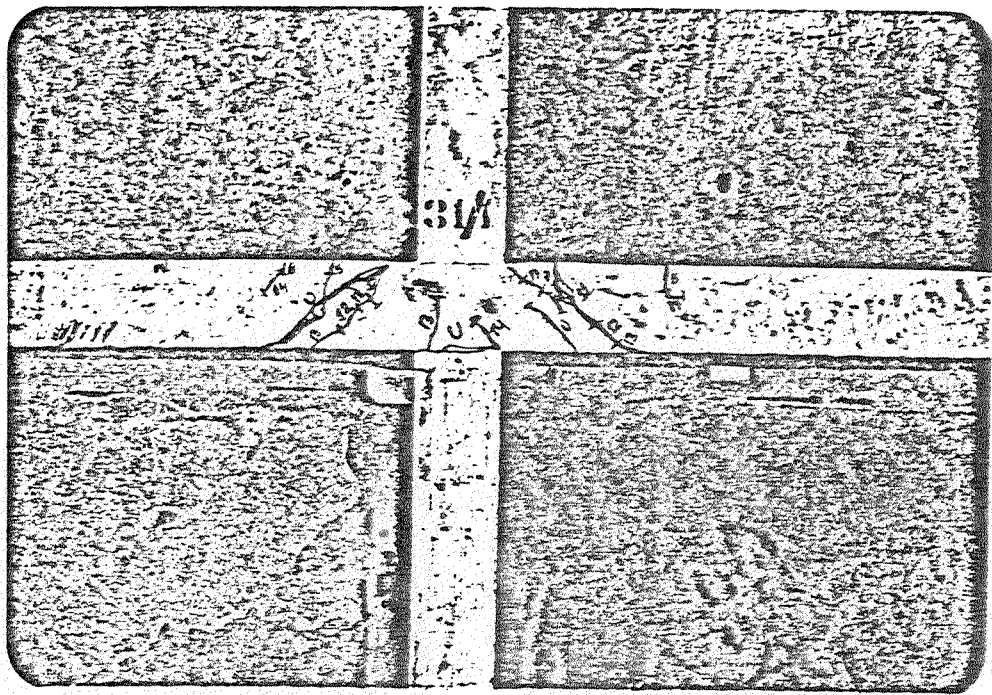


Figura 98

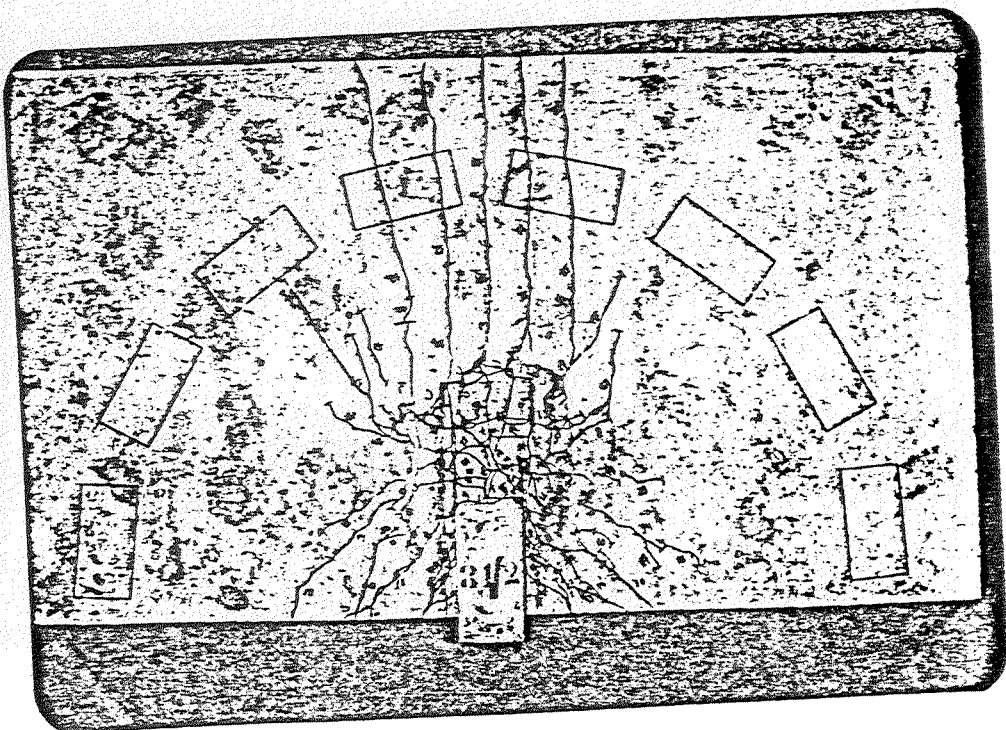
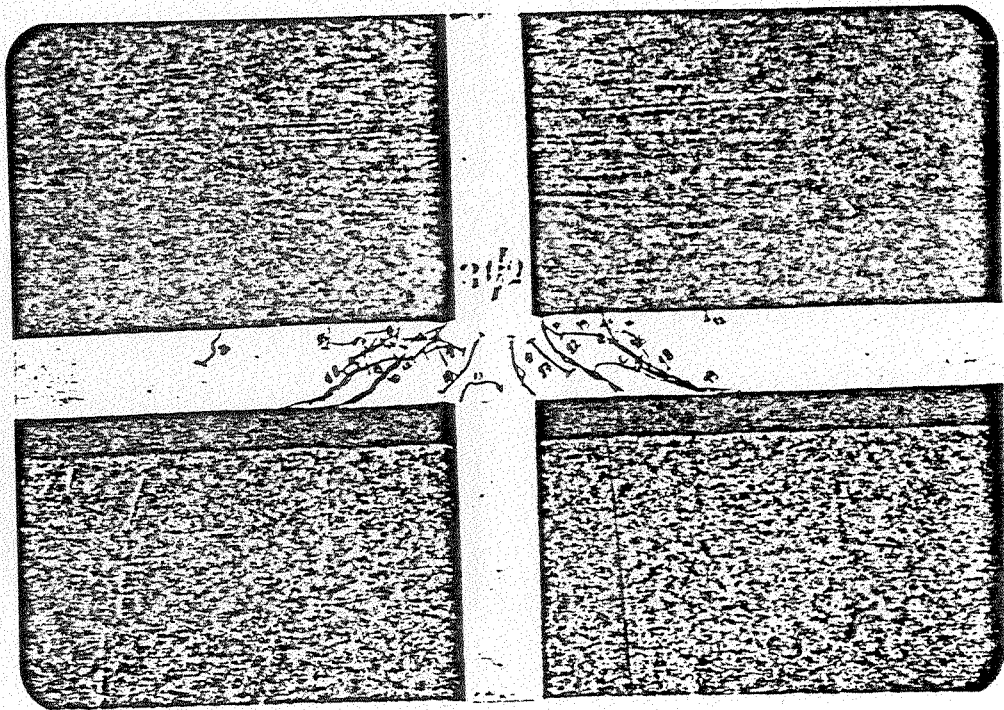


Figura 99

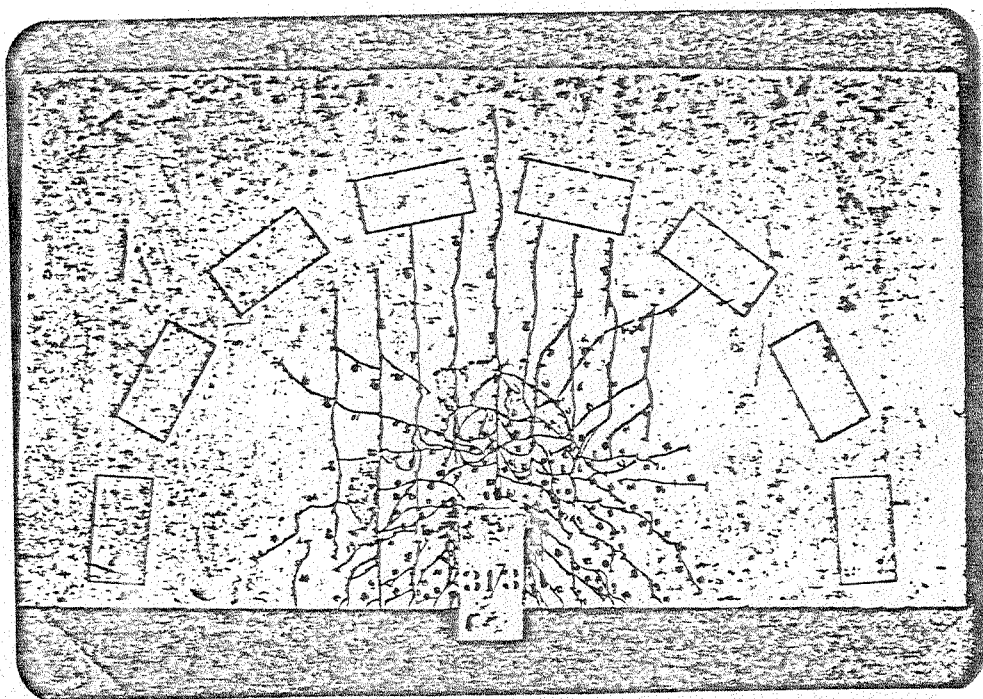
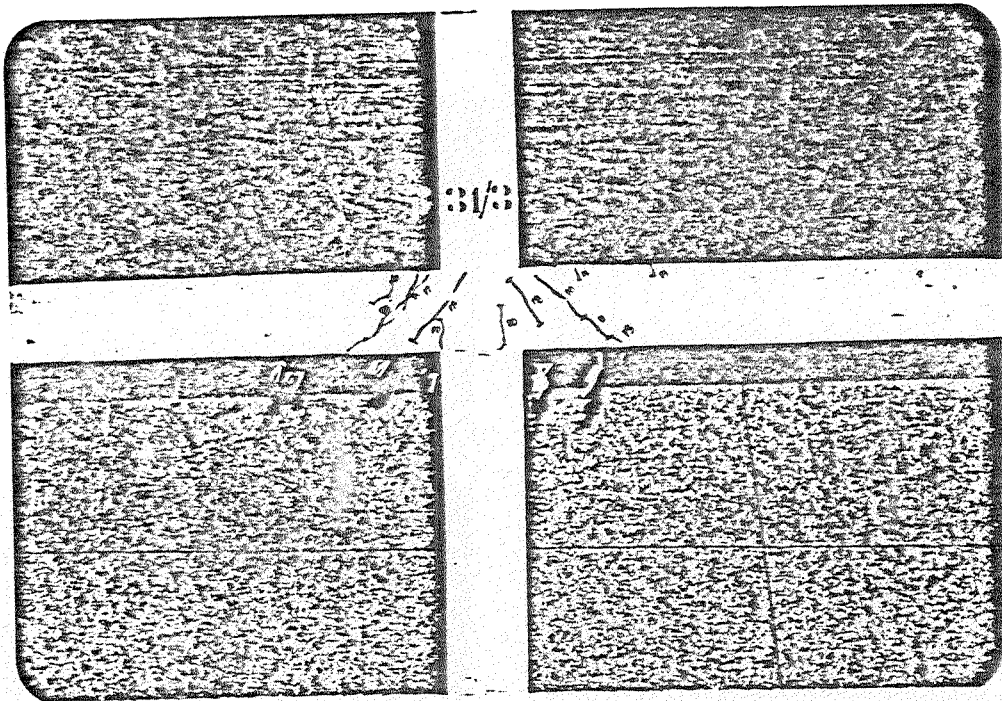


Figura 100

3.2.4 - Deformações da armadura de flexão

As deformações das armaduras de flexão, obtidas através de extensômetros elétricos, nos modelos 29/3, 30/3, e 31/3, referem-se aos pontos indicados na figura 101 e organizados por modelo conforme tabela XXV.

Modelo	Posição	Pontos Instrumentados
29/3	A	1.2 - 2.3 - 3.2 - 3.4 - 4.3 - 6.2 - 6.3 7.2 - 8.1 - 8.3 - 9.2 - 9.4 - 10.1 - 10.3 - 11.2 - 11.4 - 12.1 - 12.3
	B	13.8 - 13.10 - 13.12 - 14.2 - 14.4 - 14.6 - 14.8 - 14.10 - 14.12 - 15.3 - 15.5 - 15.7 - 15.9 - 15.11 - 16.2 - 16.4 - 16.6 - 16.8 - 16.10 - 17.7 - 17.9
30/3	A	1.2 - 2.3 - 3.2 - 3.4 - 4.3 - 5.2 - 6.1 6.3 - 7.2 - 7.4 - 8.1 - 8.3 - 9.2 - 9.4 10.1 - 10.3
	B	13.6 - 13.8 - 13.10 - 14.2 - 14.4 - 14.6 14.8 - 14.10 - 15.3 - 15.7 - 15.9 - 16.2 16.4 - 16.6 - 16.8 - 17.5 - 17.7 -
31/3	A	1.2 - 2.3 - 3.2 - 3.4 - 4.3 - 5.2 - 5.4 6.1 - 6.3 - 7.2 - 7.4 - 8.1 - 8.3
	B	13.4 - 13.6 - 13.8 - 14.2 - 14.4 - 14.6 14.8 - 15.3 - 15.5 - 15.7 - 16.2 - 16.4 16.6 - 17.3 - 17.5

- extensômetros elétricos danificados
 A - refere-se às barras paralelas à borda
 B - refere-se às barras perpendiculares à borda

Tabela XXV

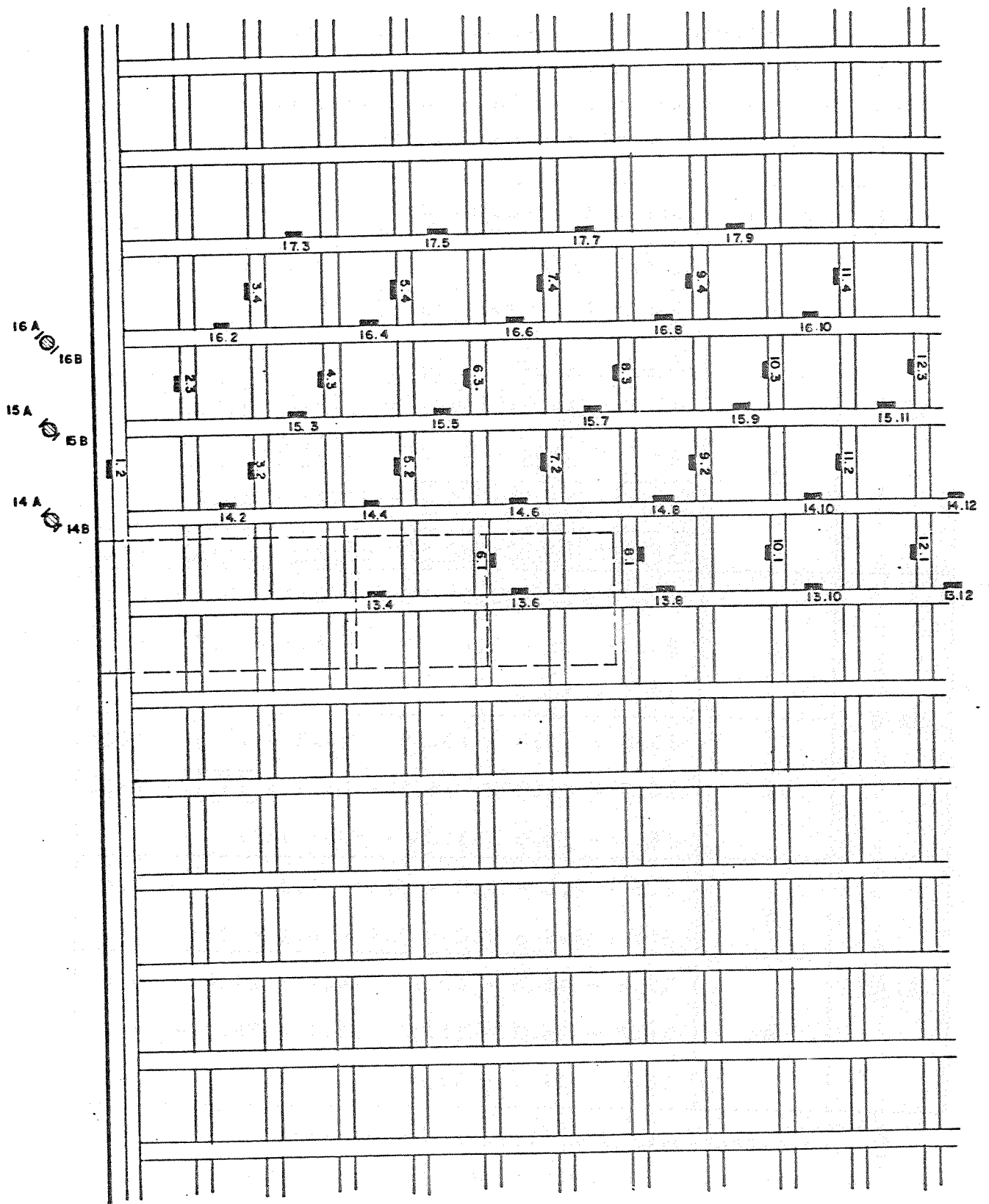


FIGURA 101

No modelo 29/3, vários extensômetros elétricos de resistência foram danificados provavelmente durante a concretagem do modelo, conforme se assinala na tabela XXV. No modelo 31/3, as leituras das etapas 0 a 5 foram prejudicadas devido a problemas no equipamento de registro do sistema de aquisição de dados.

Nas figuras 102 a 121 estão representados os diagramas carga-deformação dos diversos pontos, agrupando-se na figura os pontos pertencentes à mesma barra da armadura.

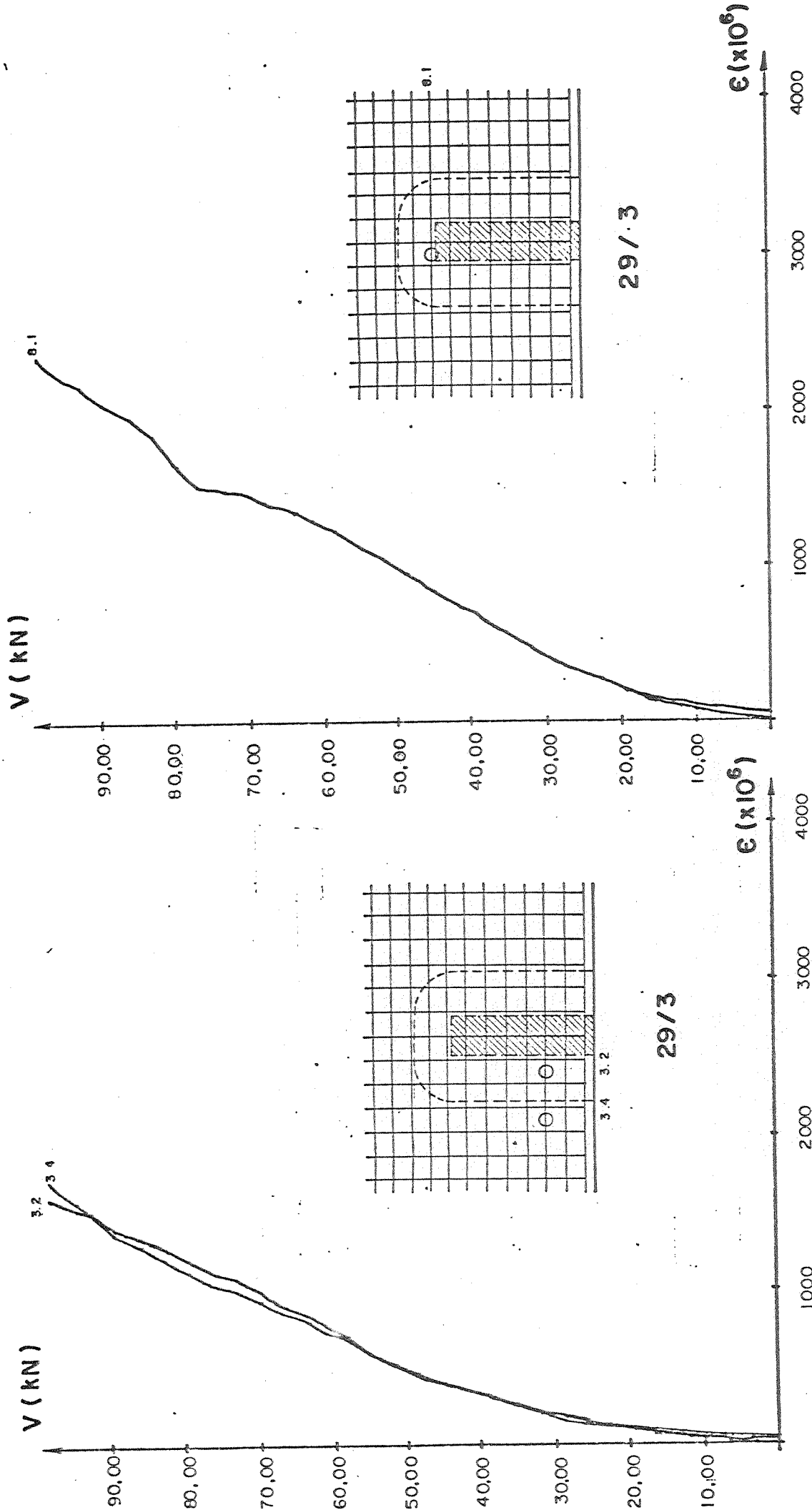


Figura 102

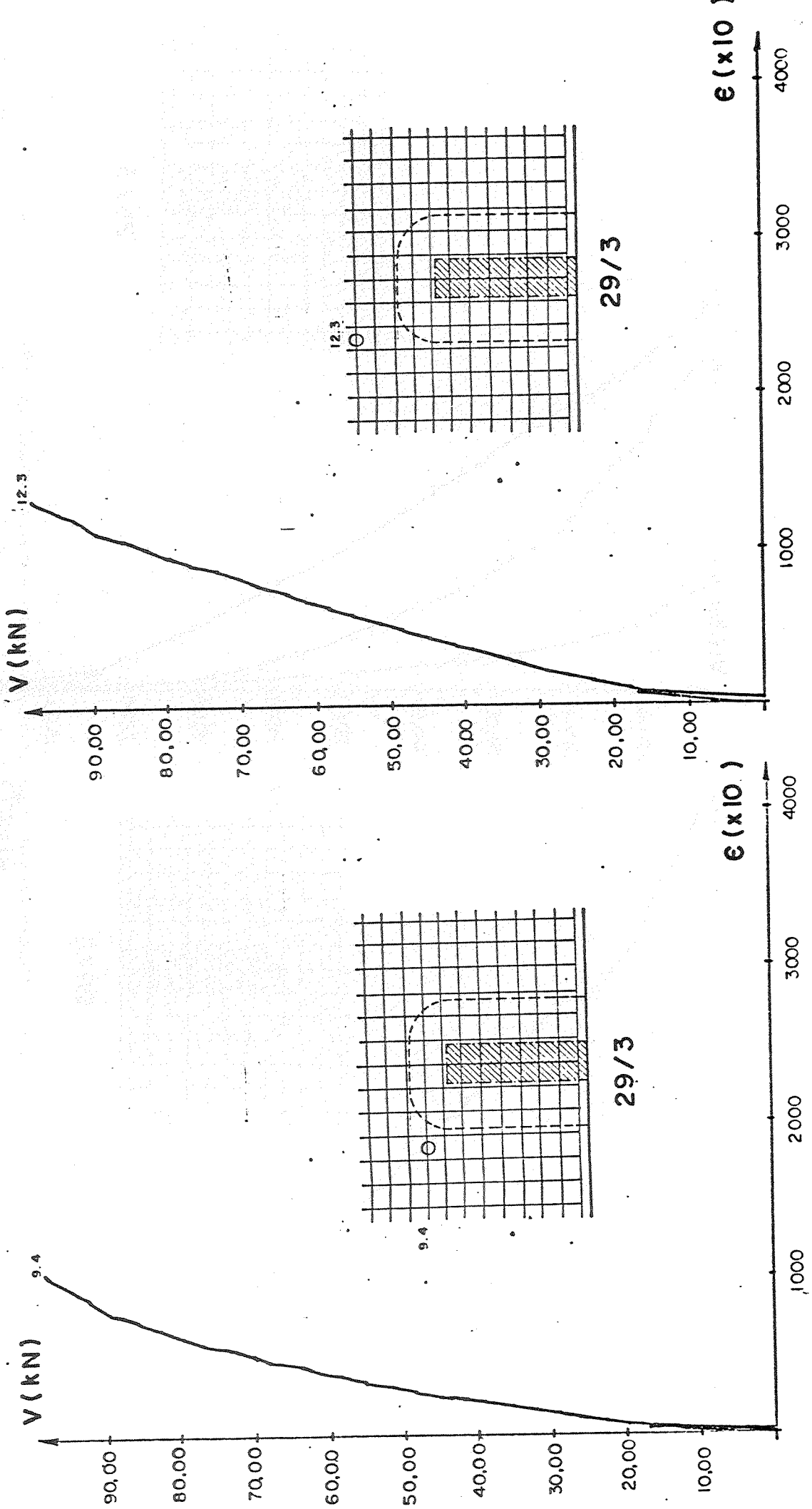


Figura 103

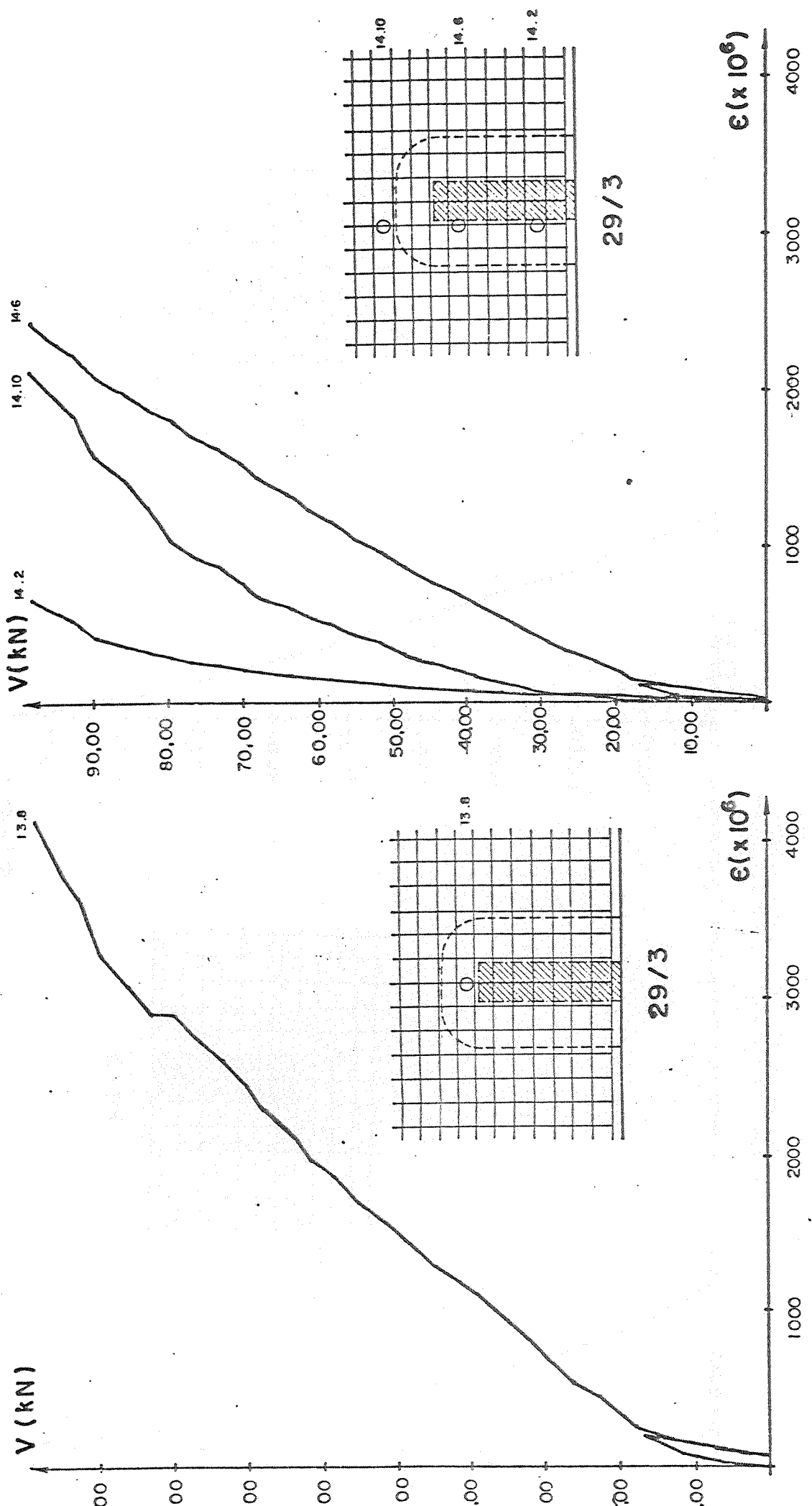


Figura 104

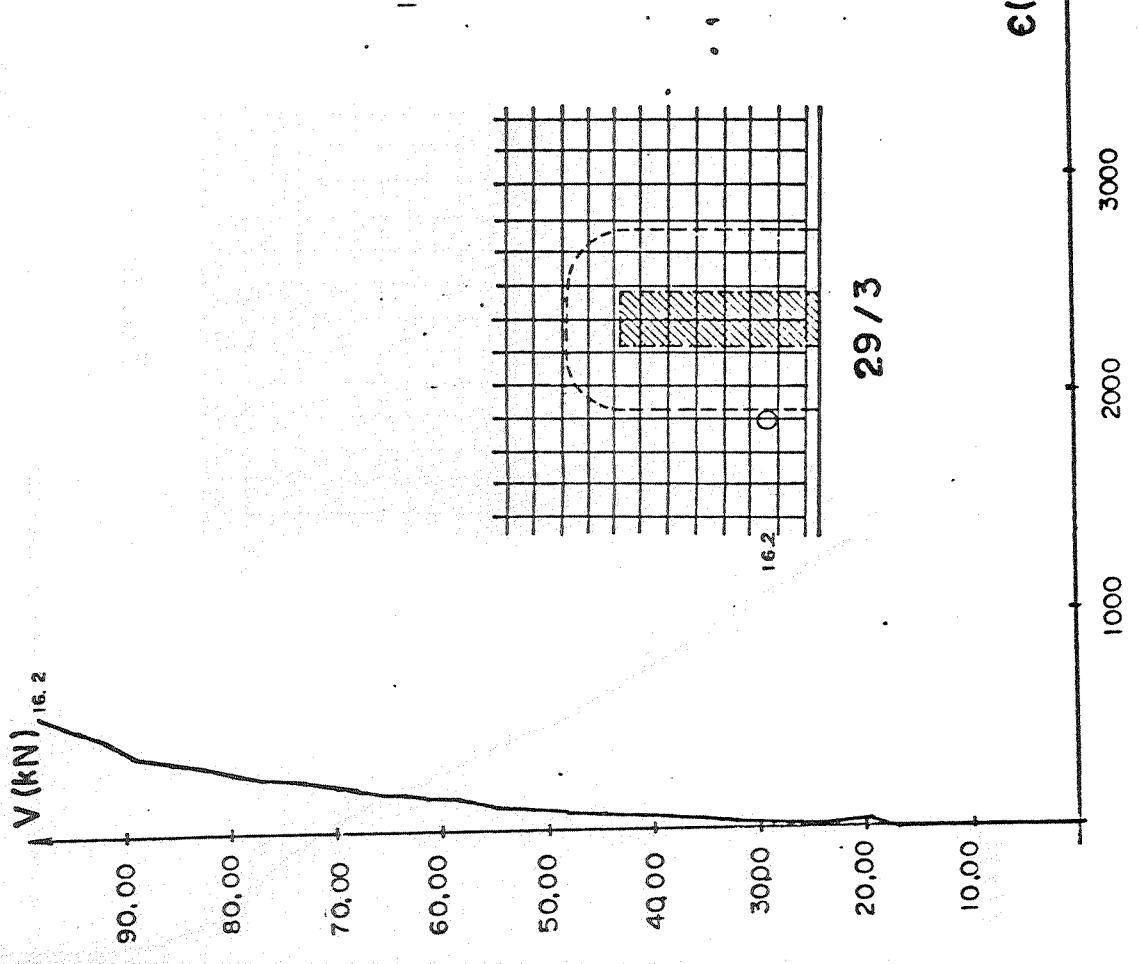
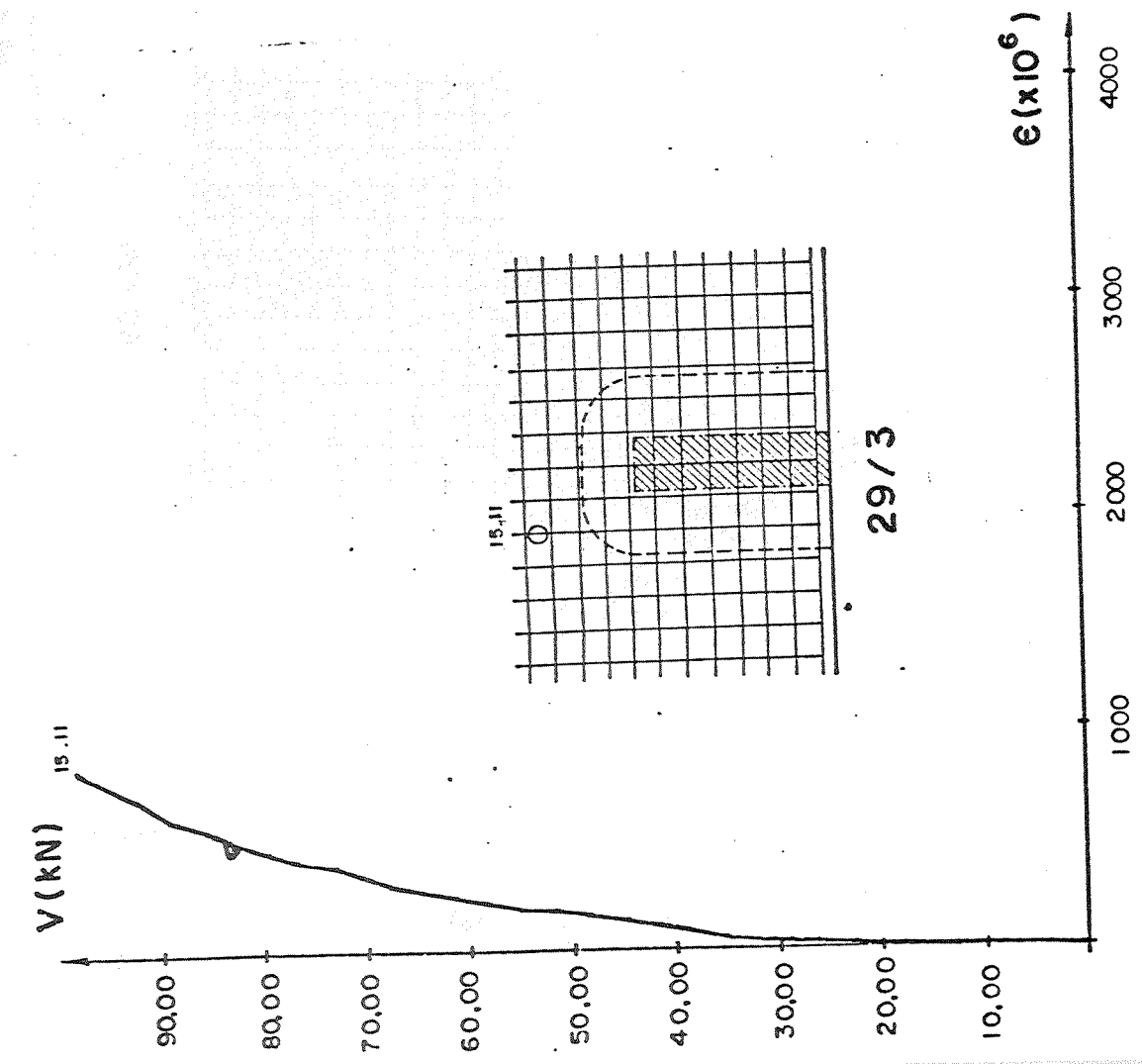


Figura 105

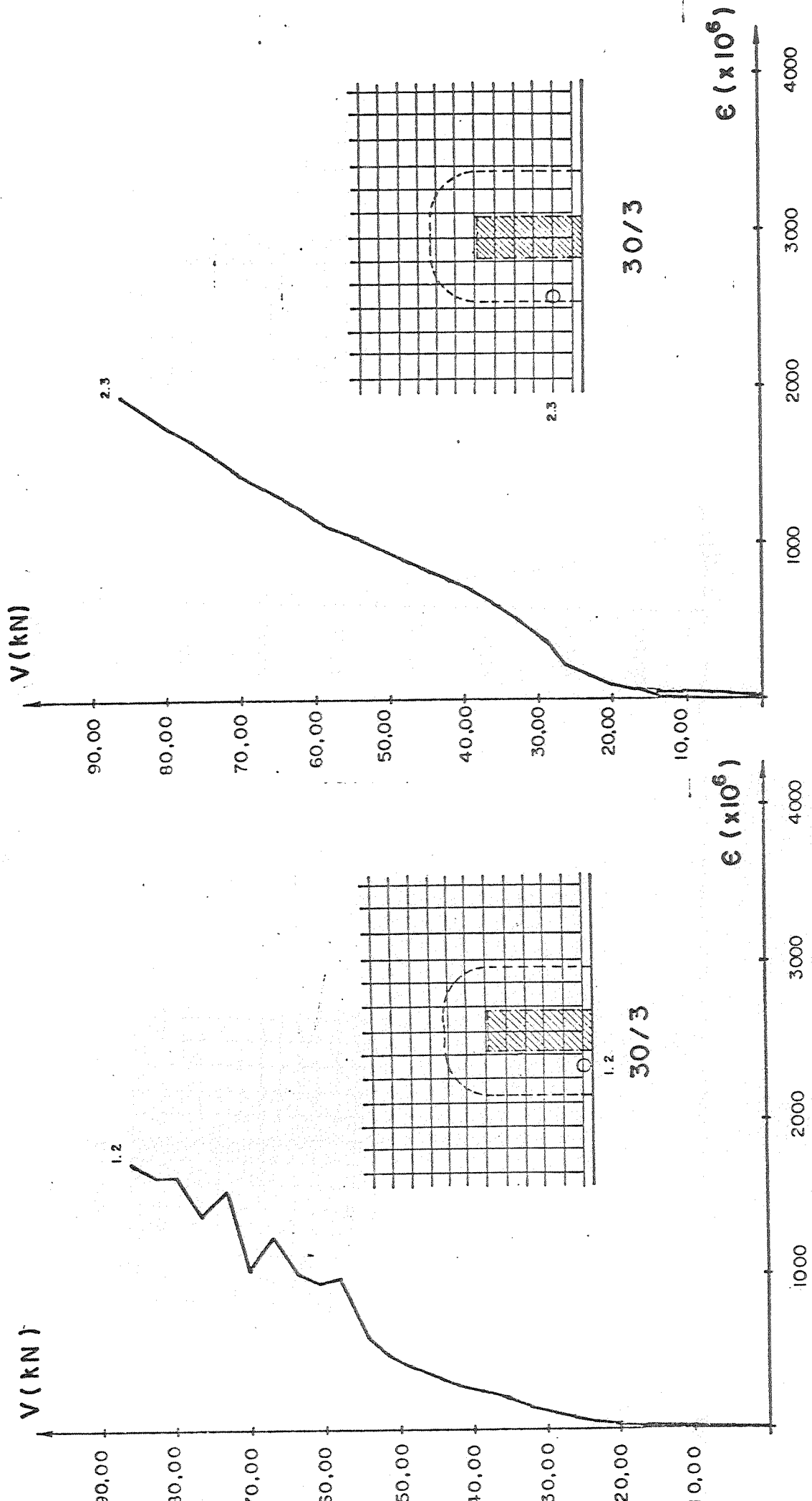


Figura 106

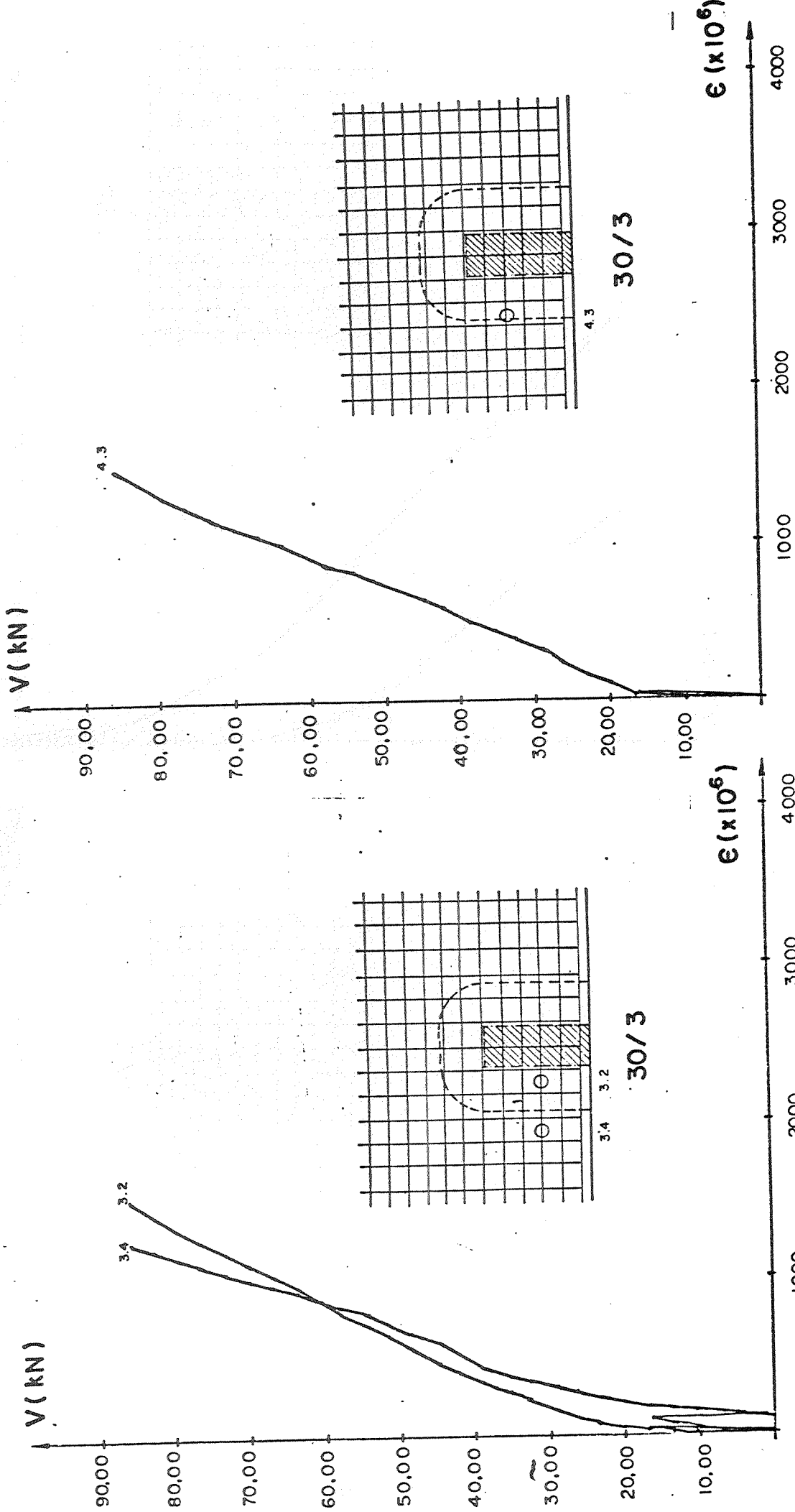


Figura 107

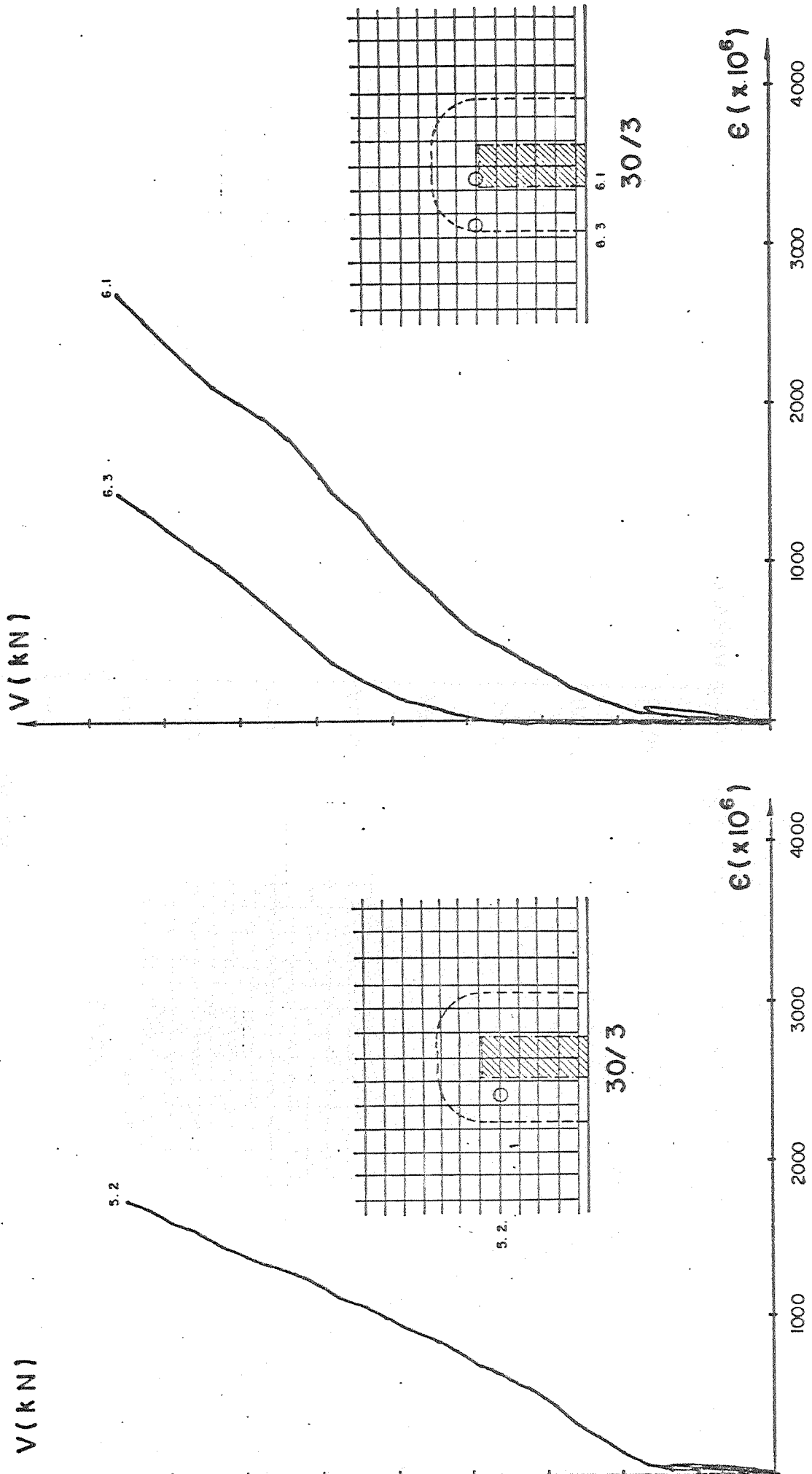


Figura 108

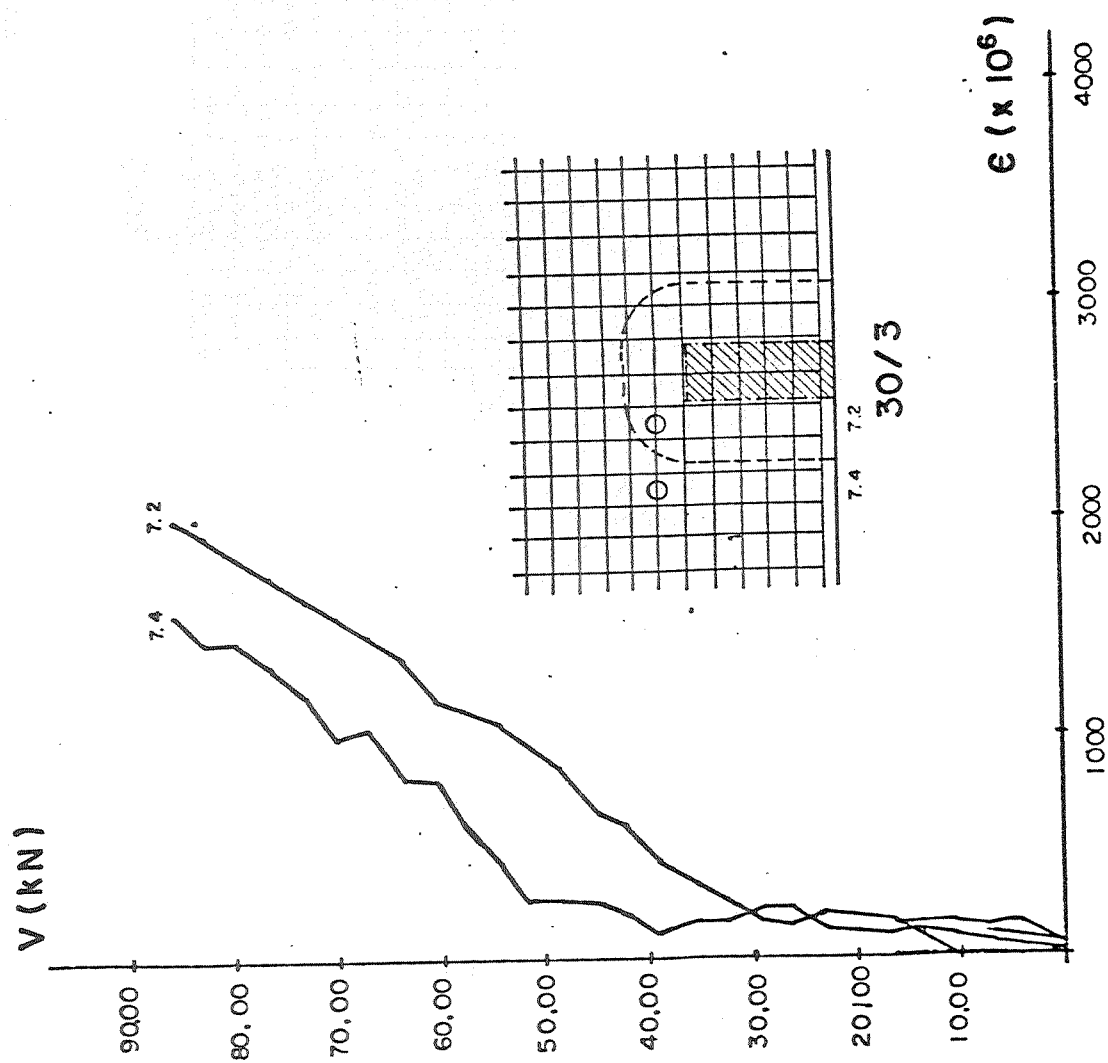
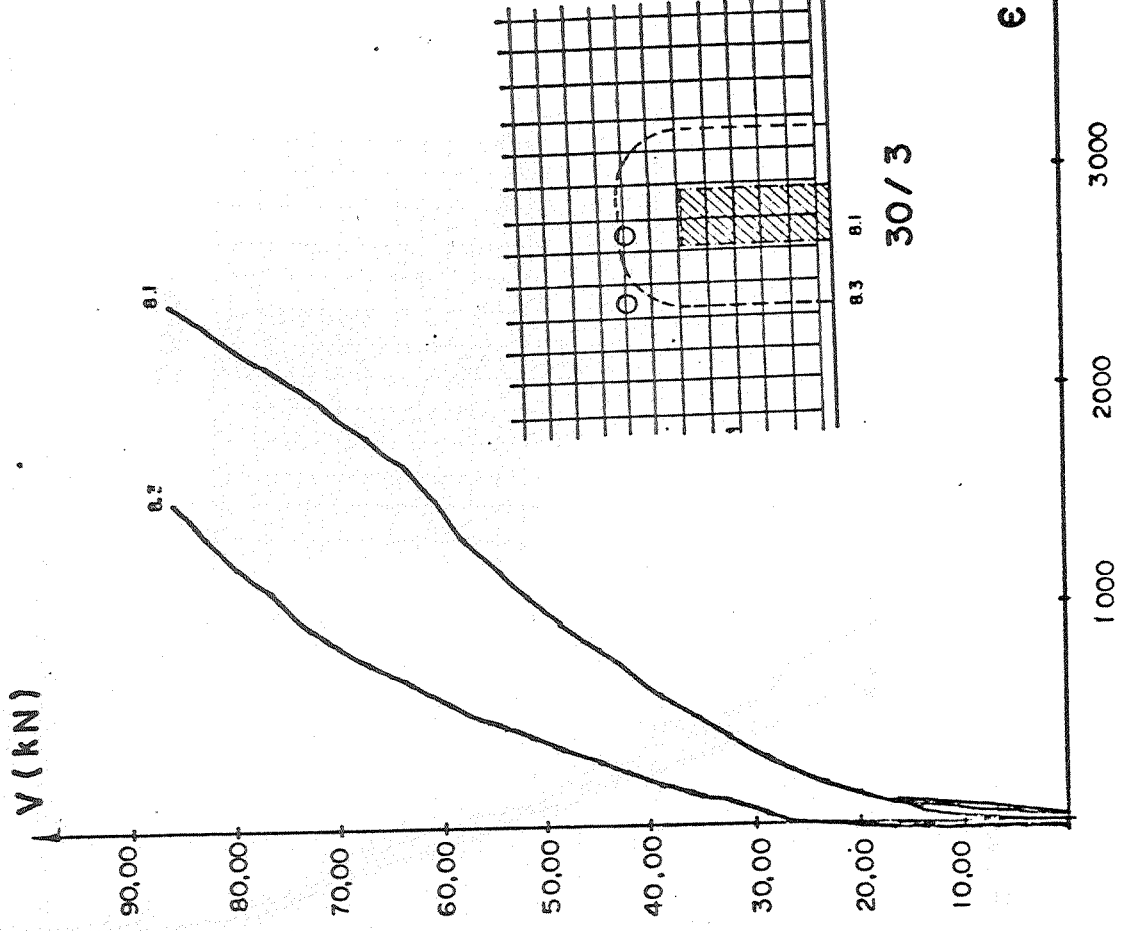


Figura 109

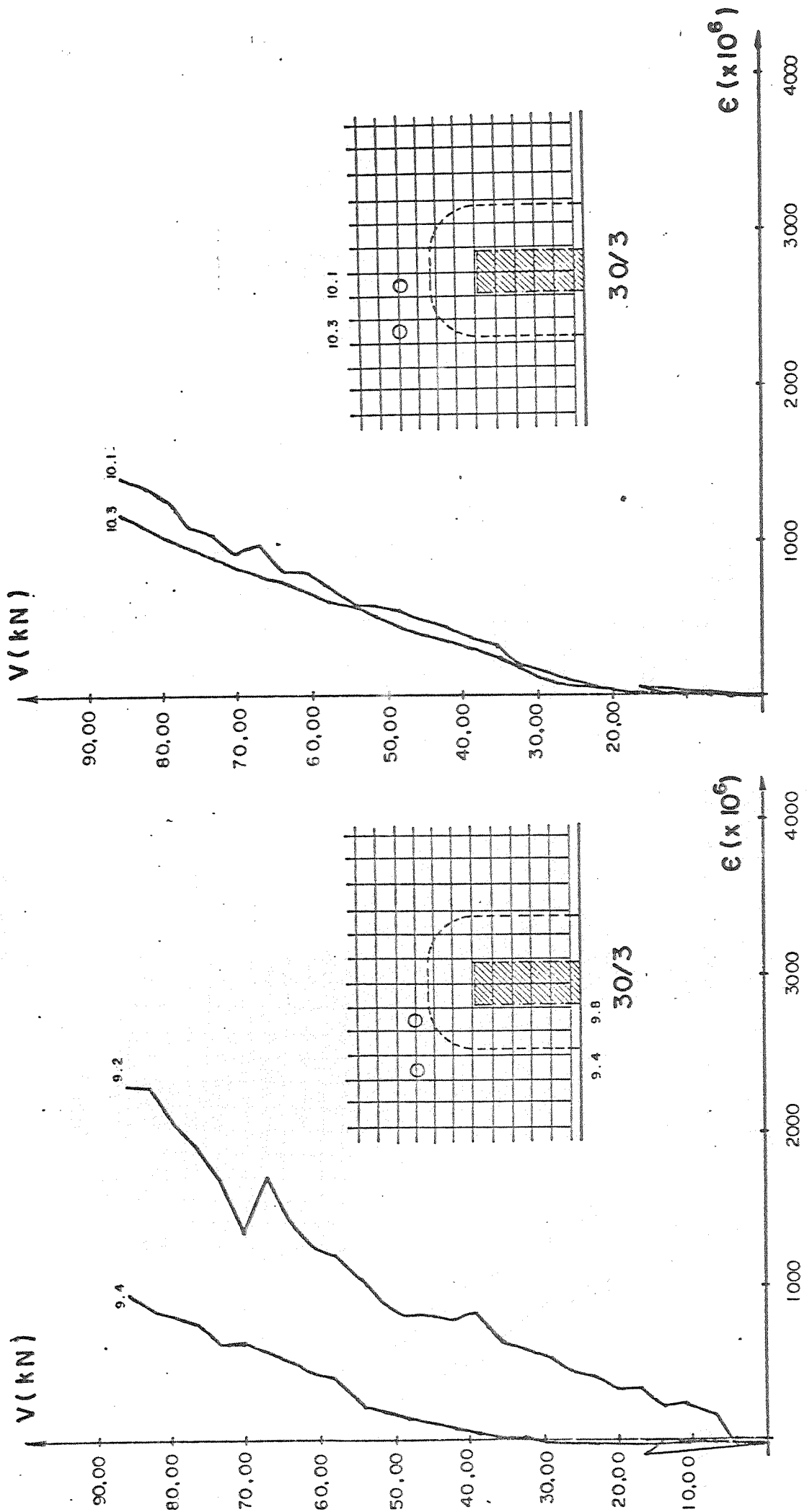


Figura 110

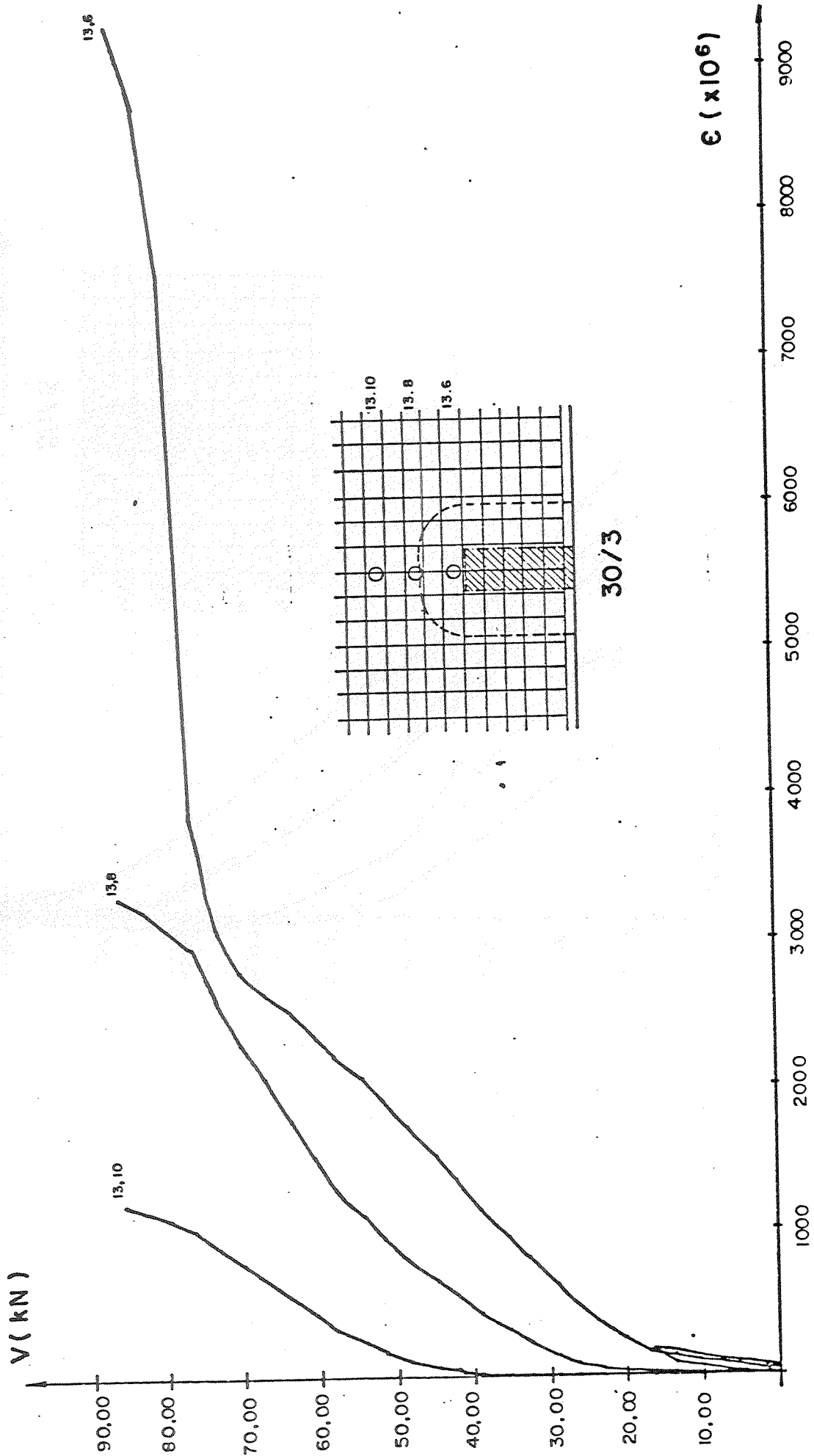


Figura III

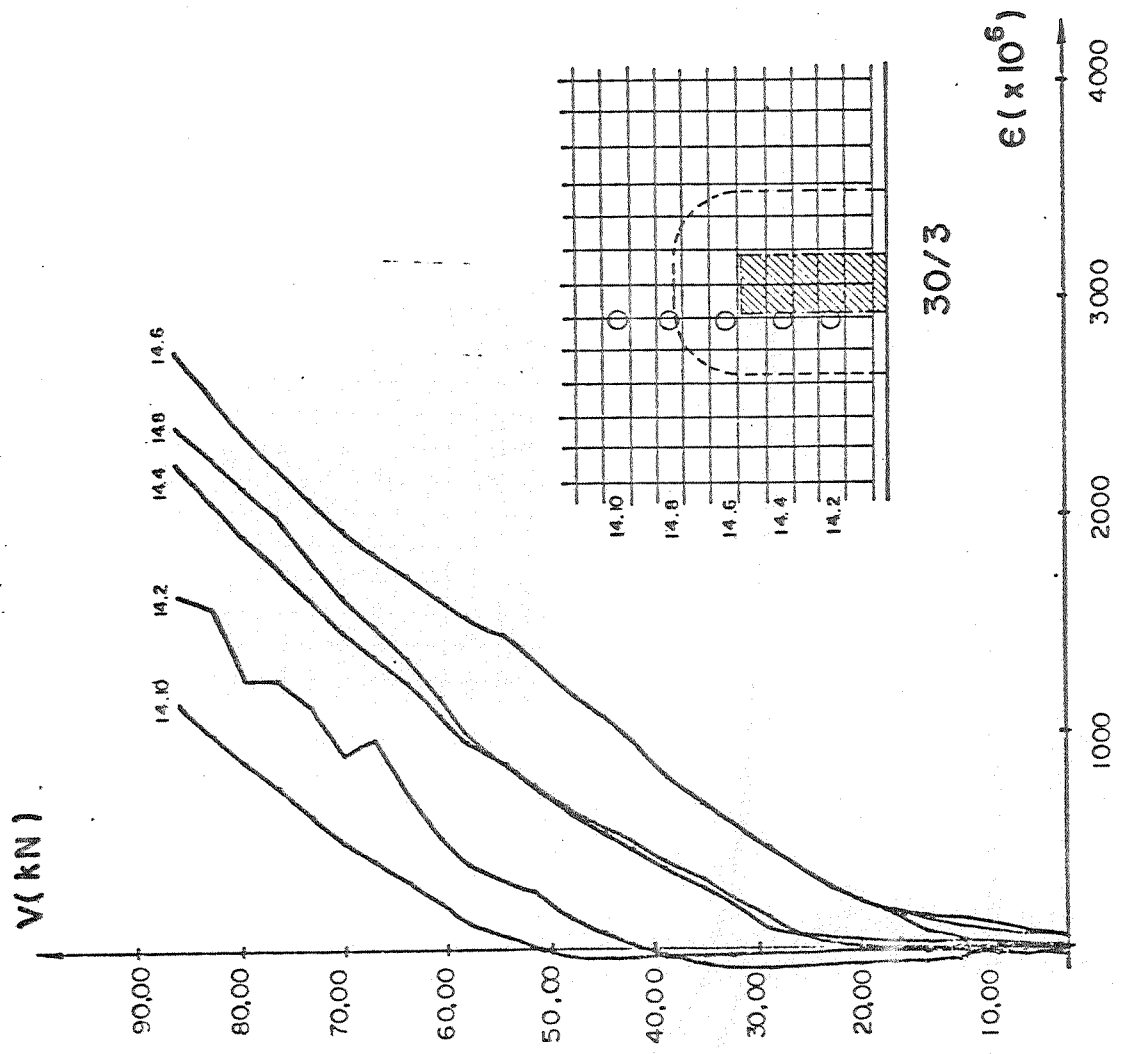


Figura 112

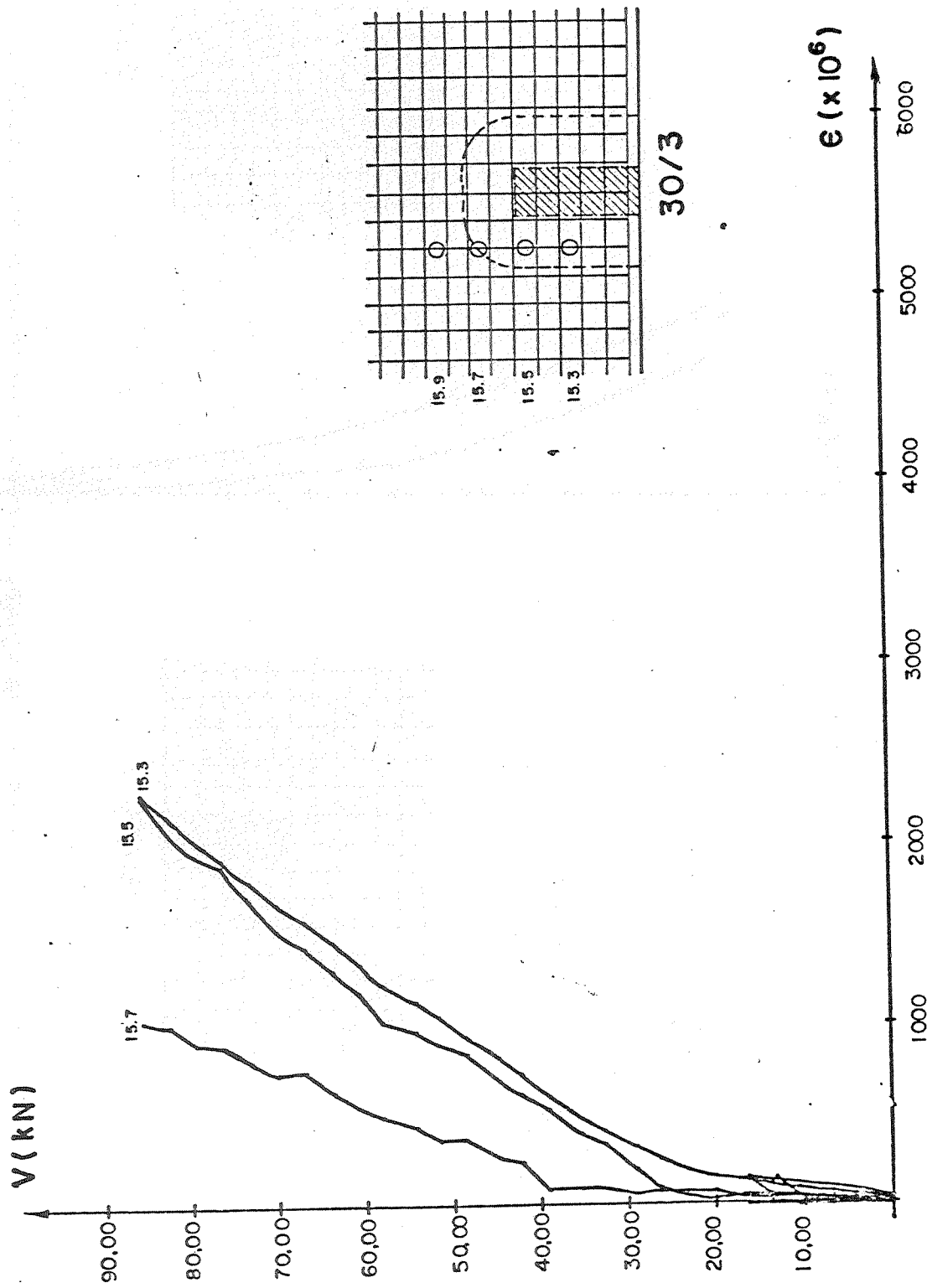


Figura 113

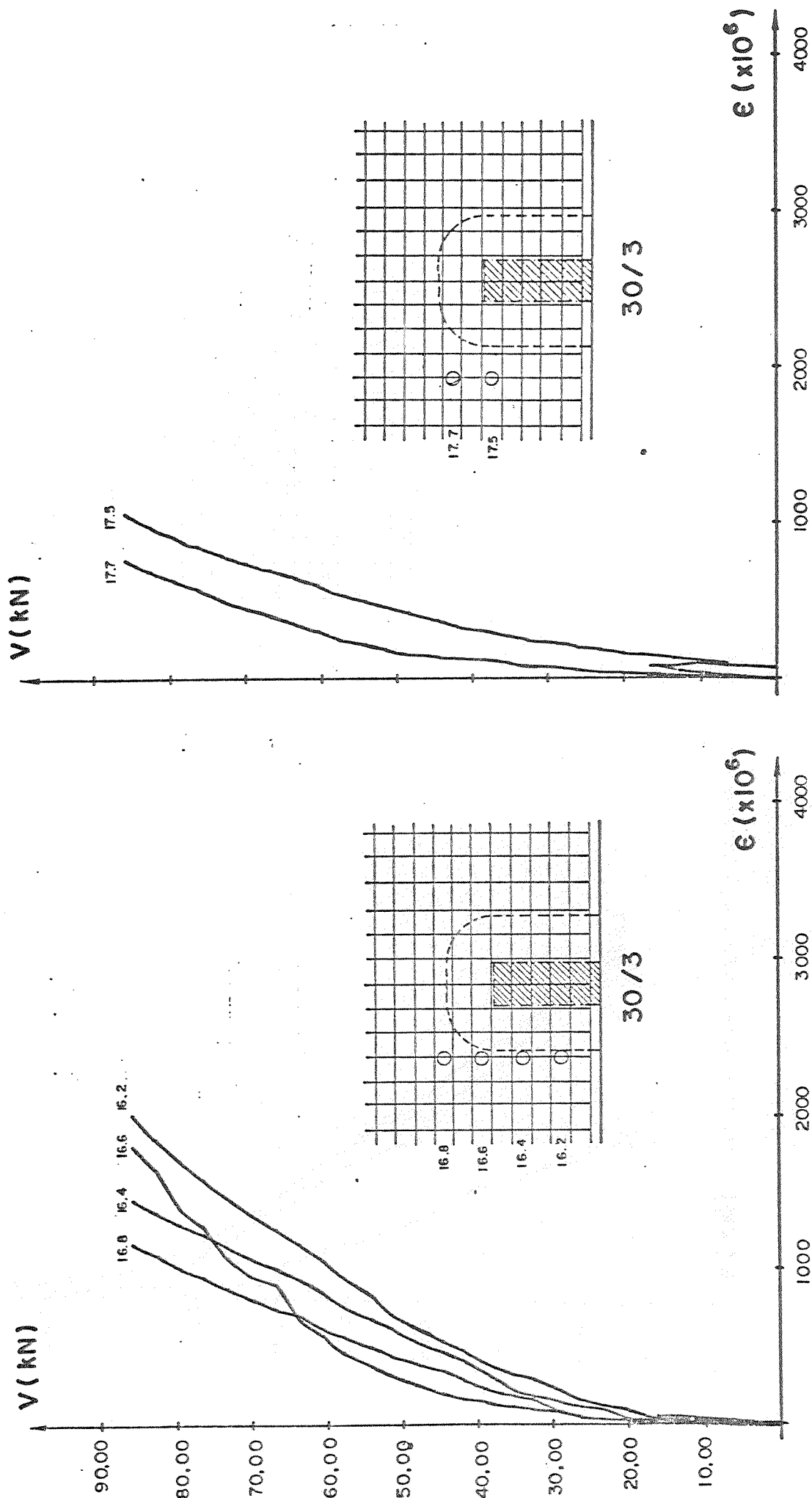


Figura 114

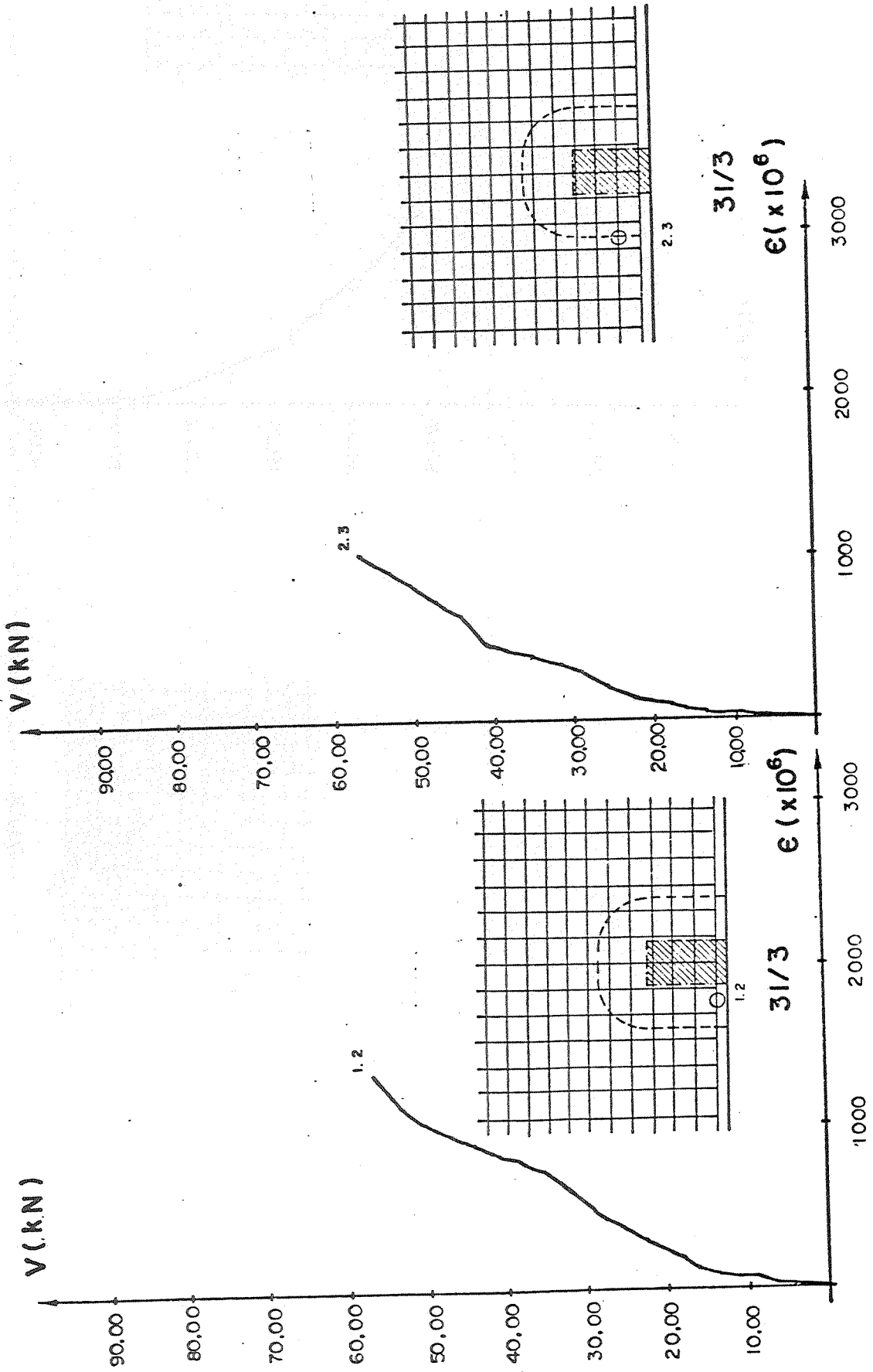


Figura 115

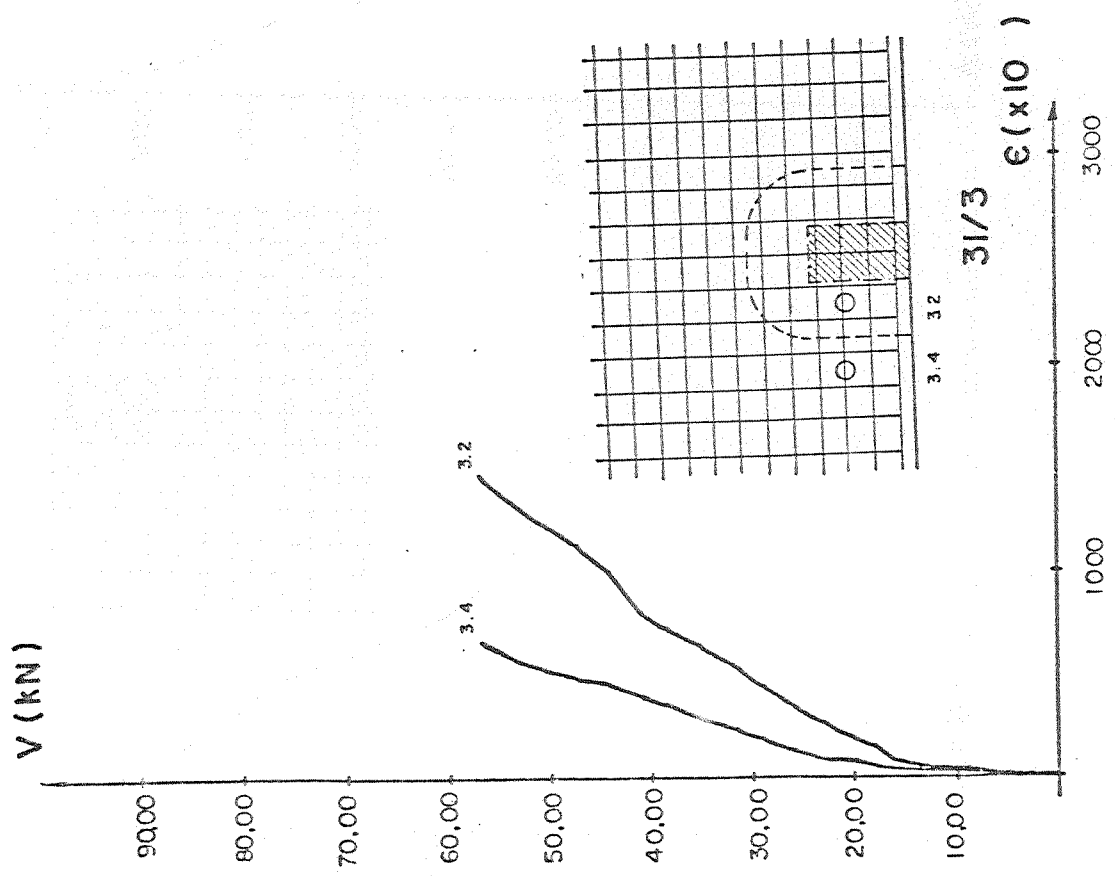
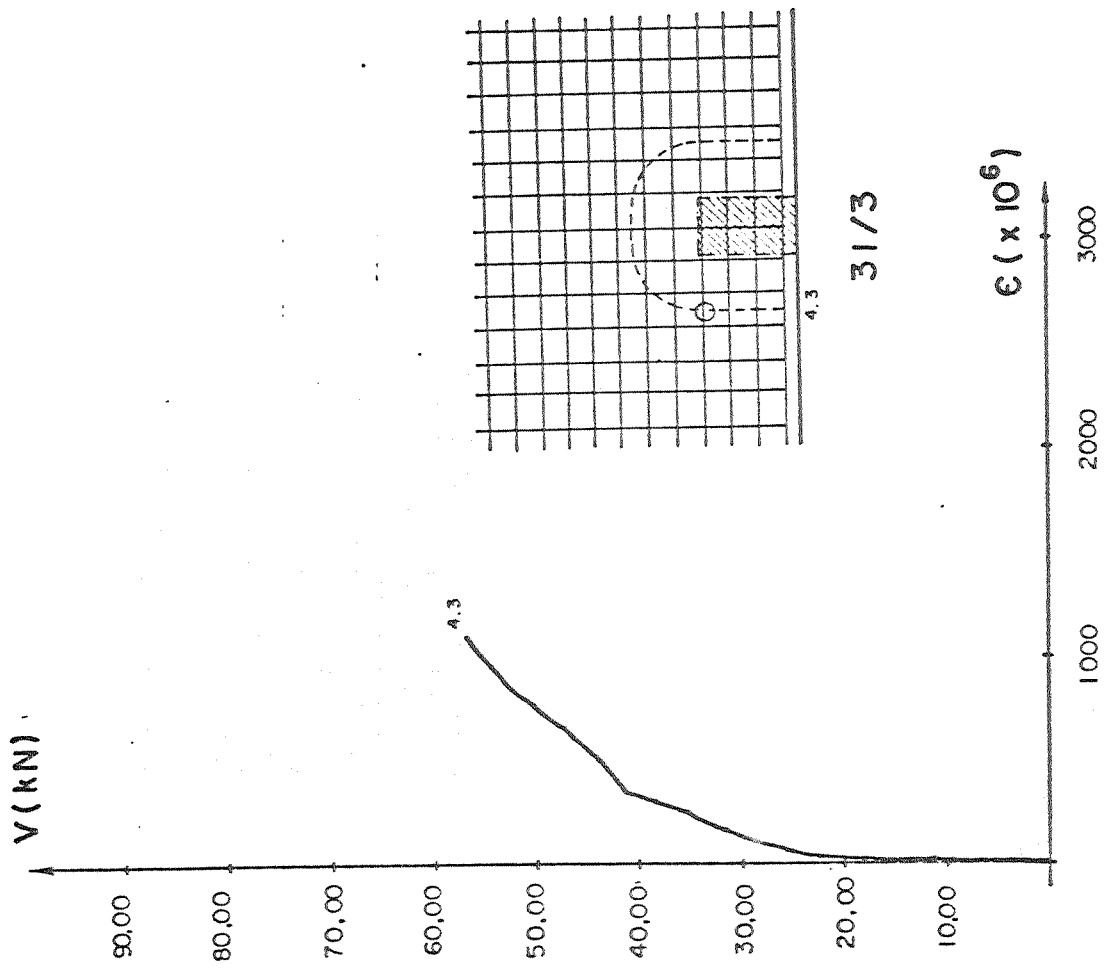


Figura 116

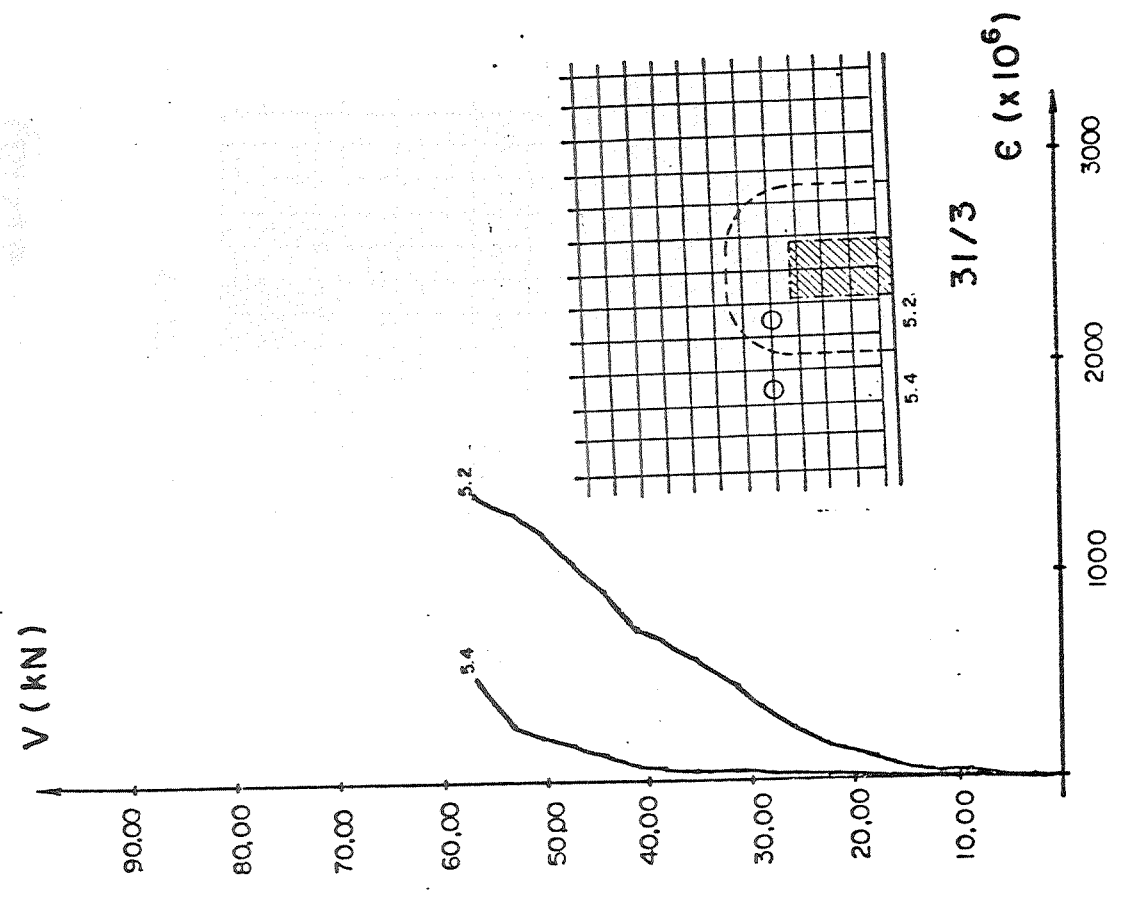
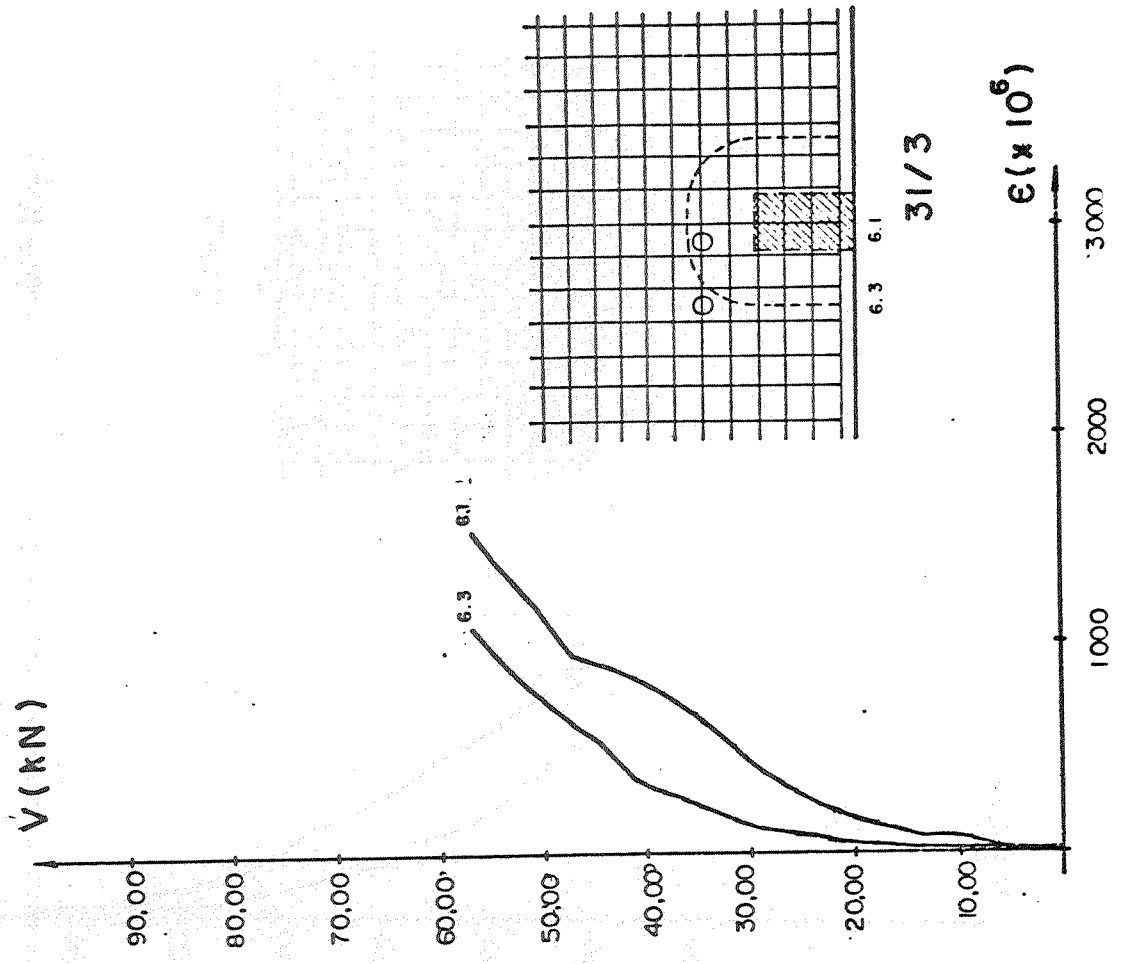


Figura 117

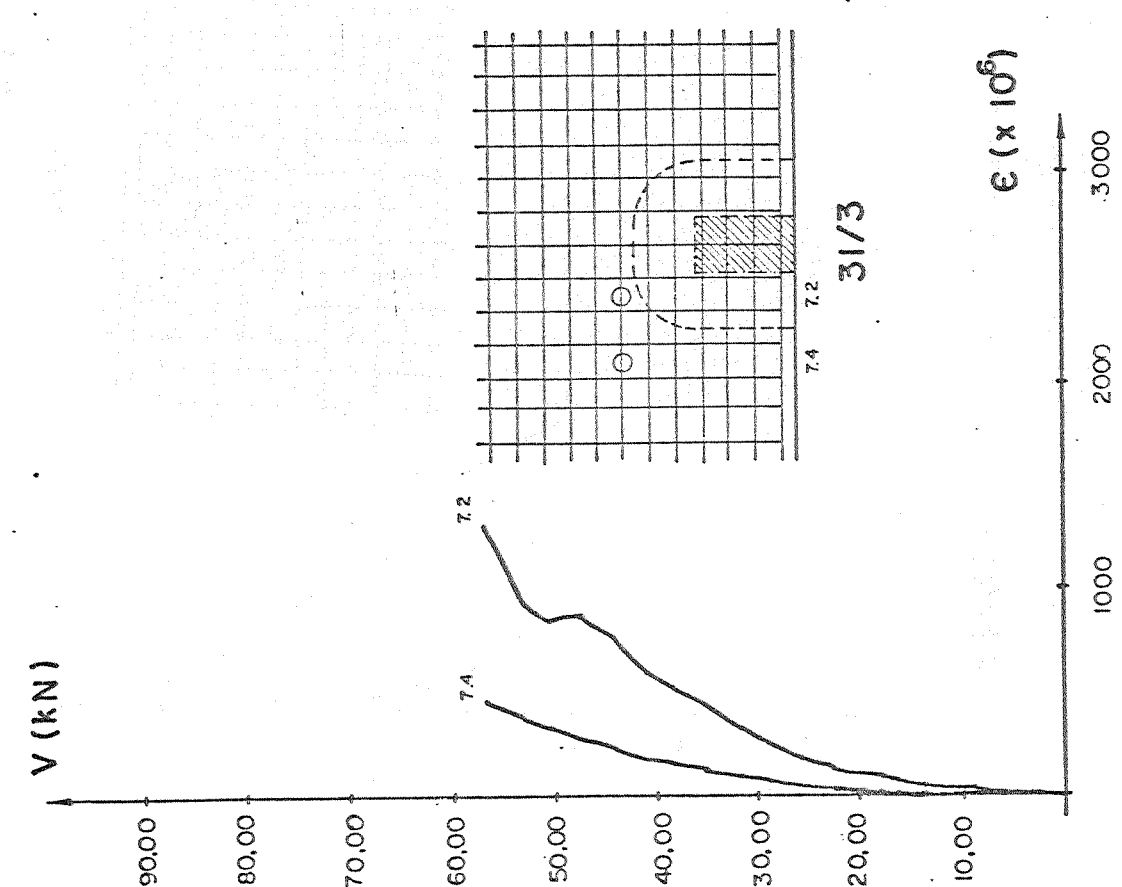
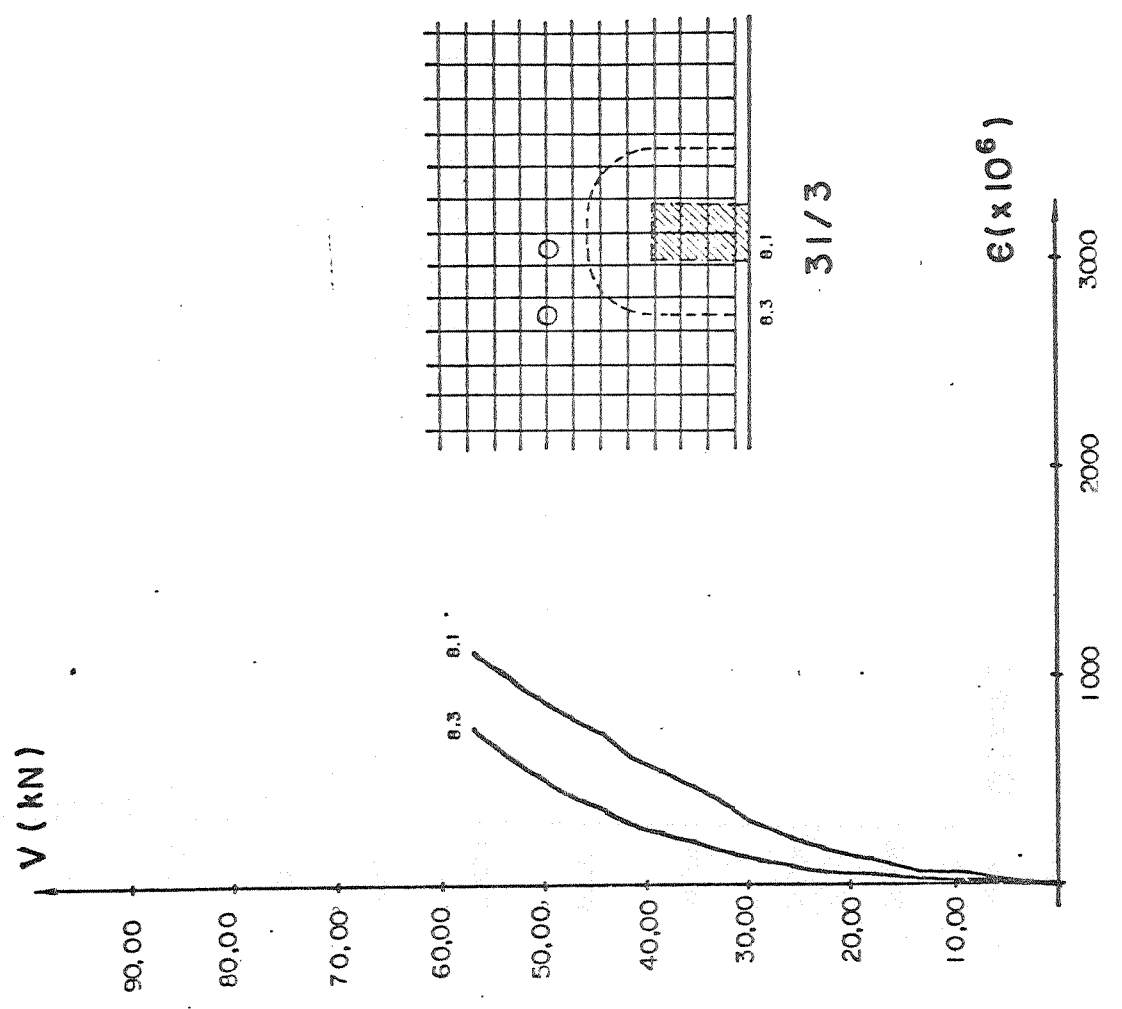


Figura 118

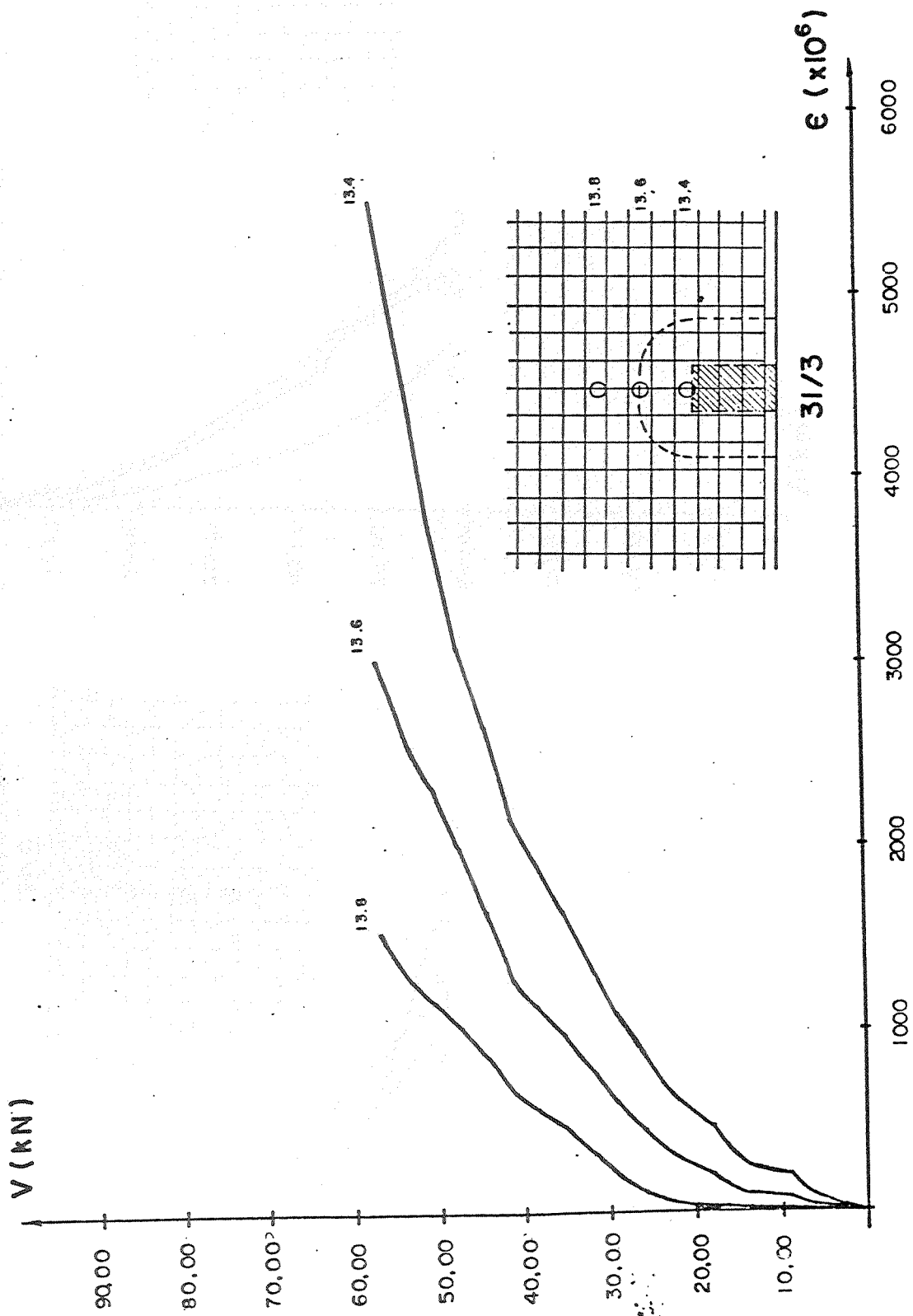


Figura 119

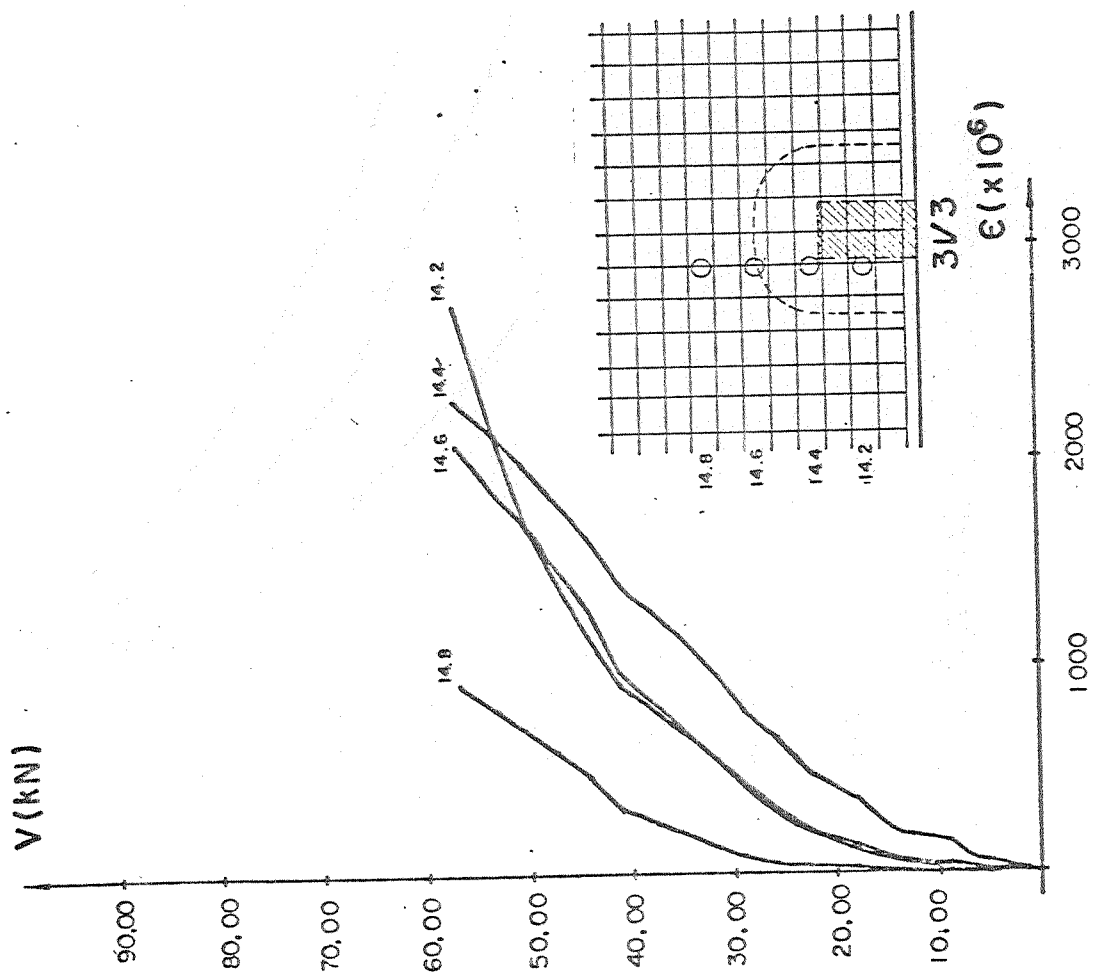
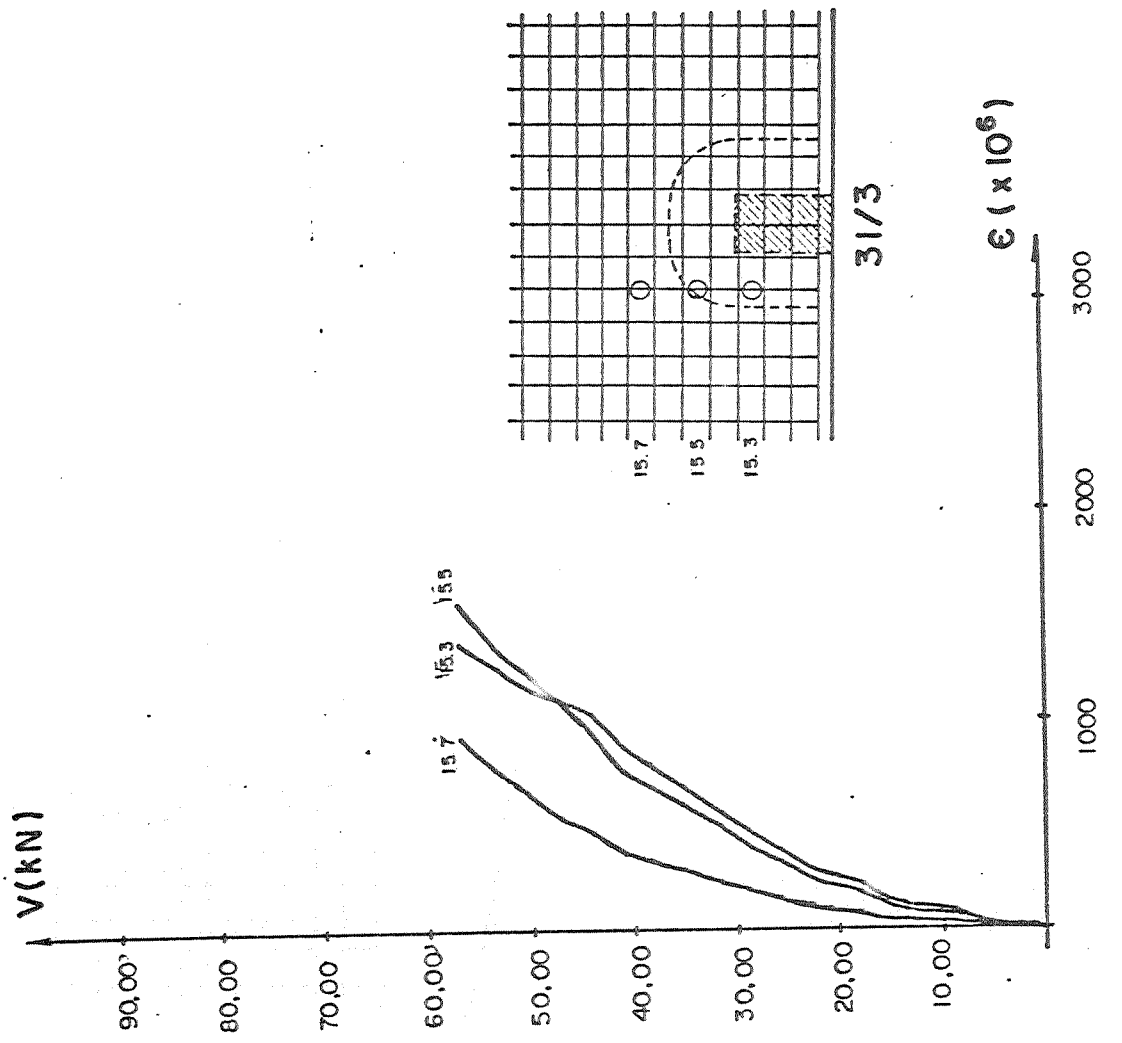


Figura 120

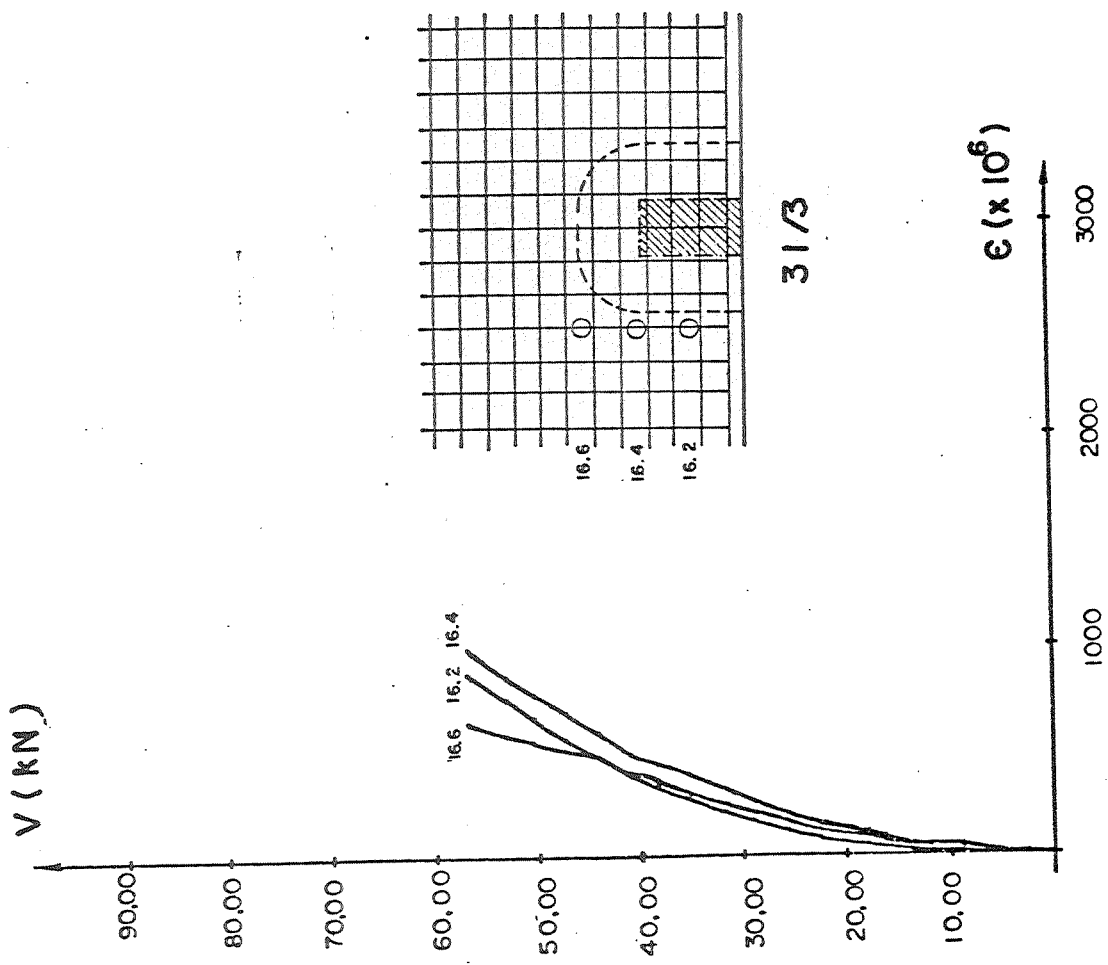
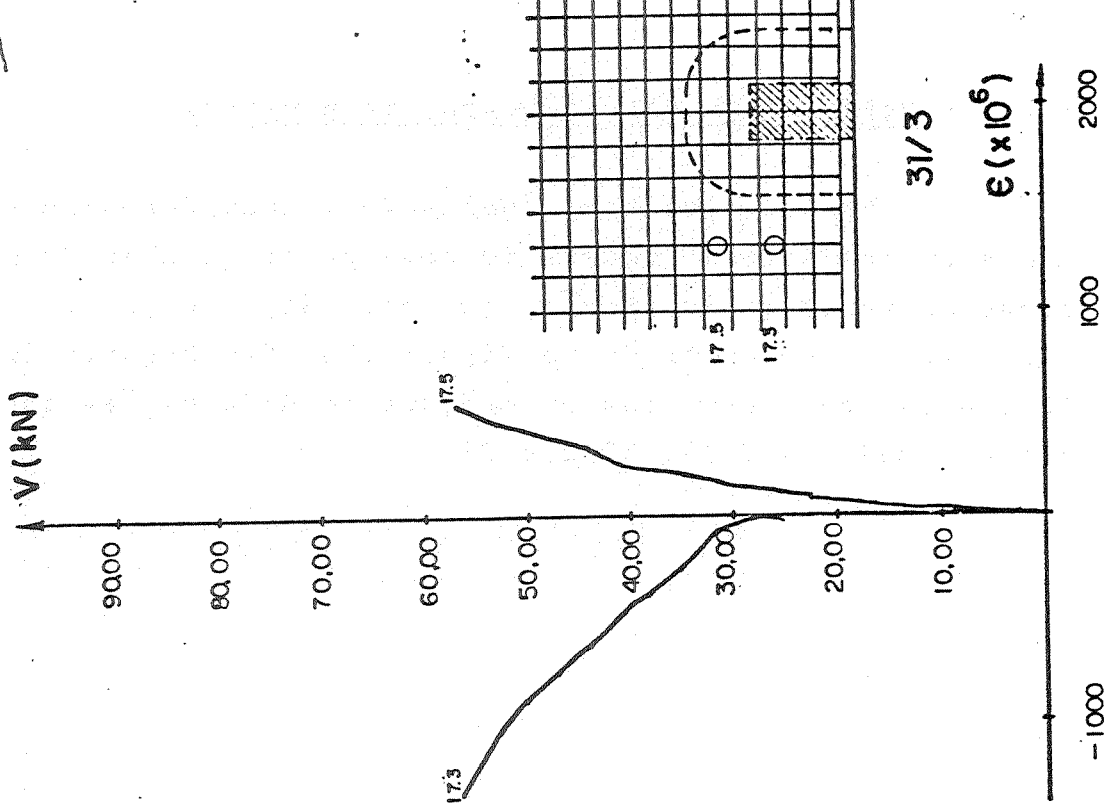


Figura 121

3.2.5 - Deformações da armadura transversal

Nos modelos aqui analisados, considerou-se como armadura transversal aquela formada pelos ganchos de ancoragem da armadura de flexão, pontos: 14A, 14B, 15A, 15B, 16A e 16B, como mostrado na figura 101. Nas figuras 122 a 126, estão representadas as medidas de deformações observadas nos modelos 29/3, 30/3 e 31/3.

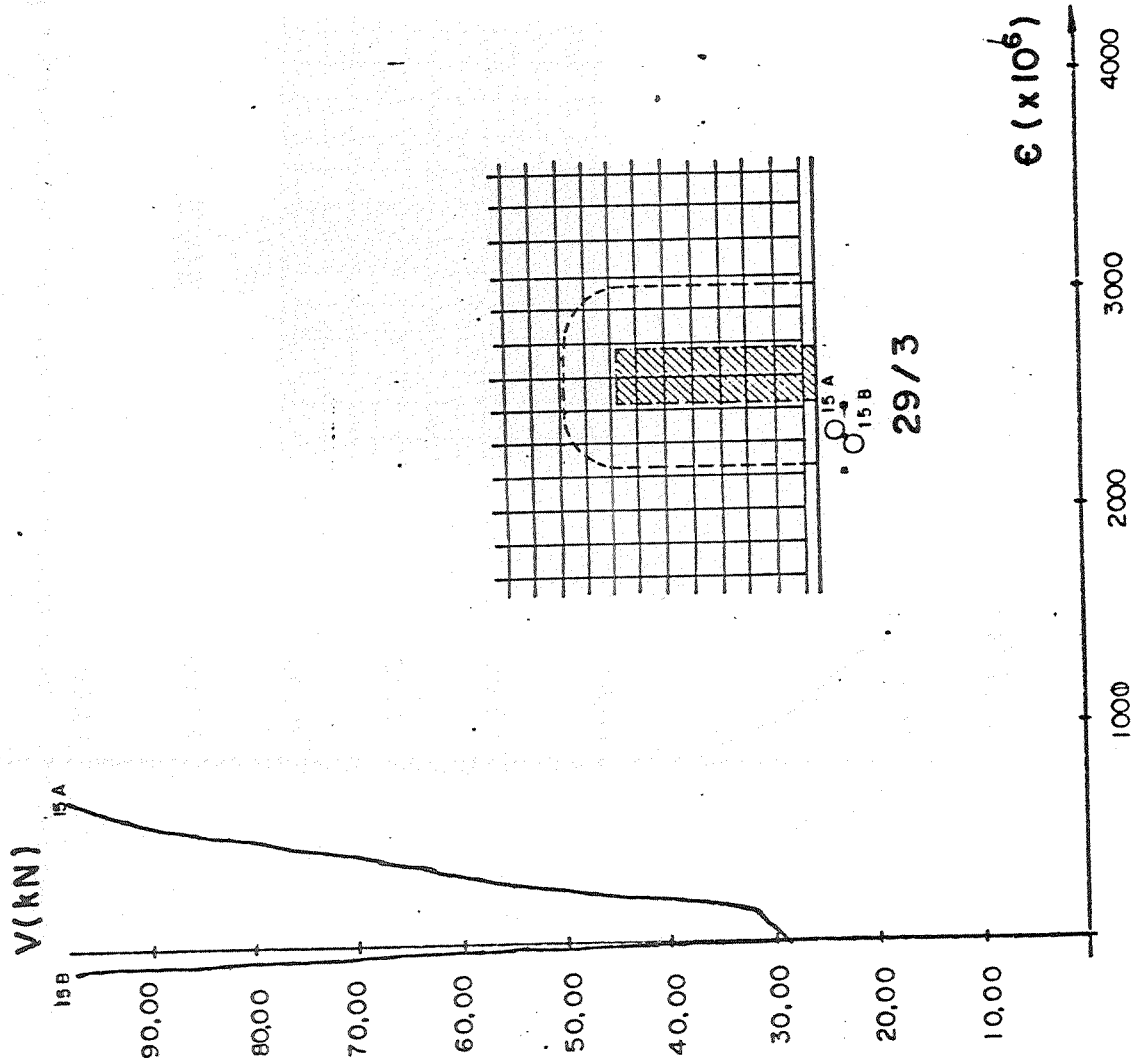


Figura 122

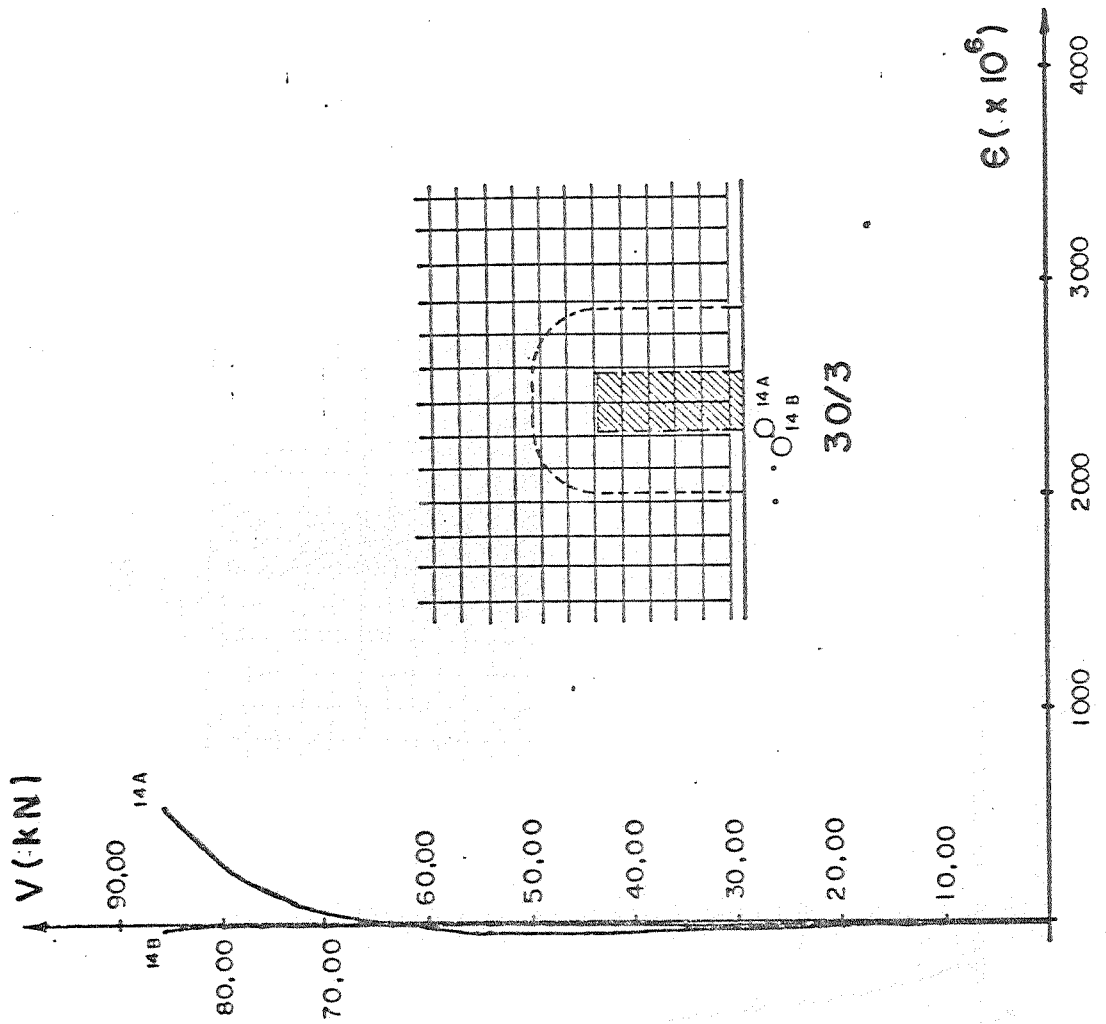


Figura 123

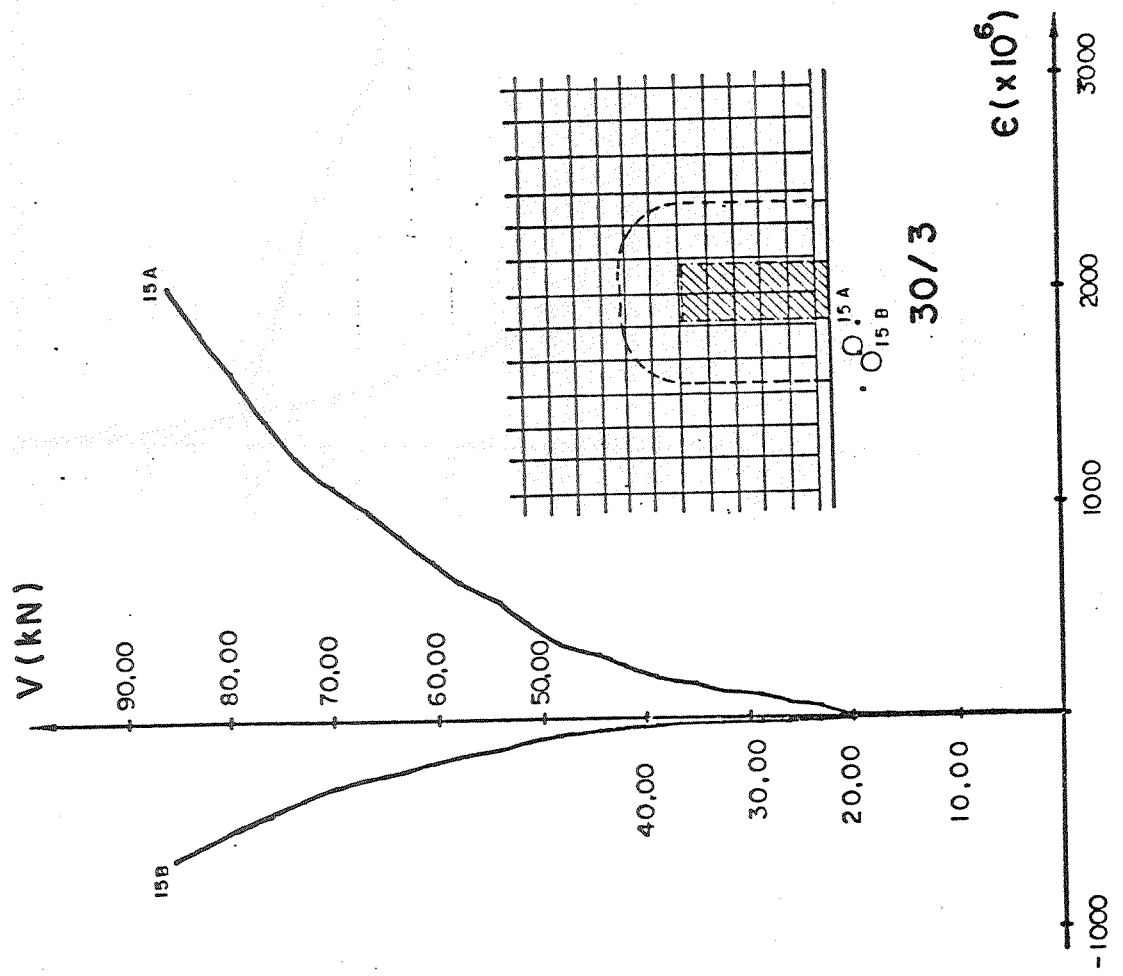
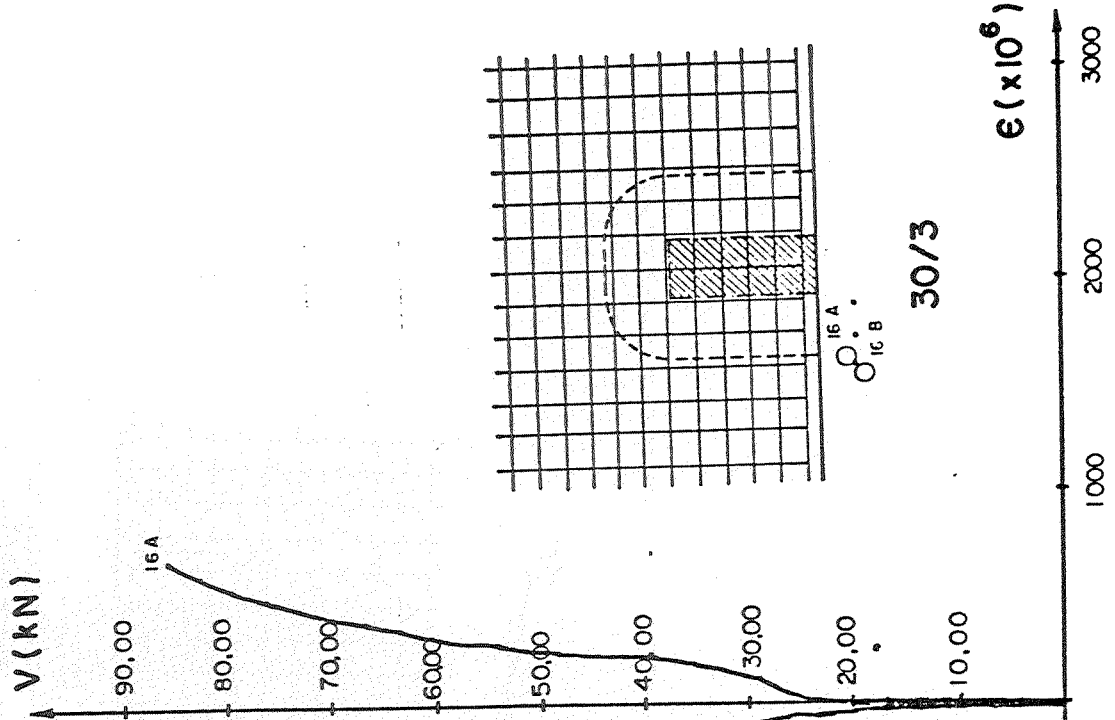


Figura 124

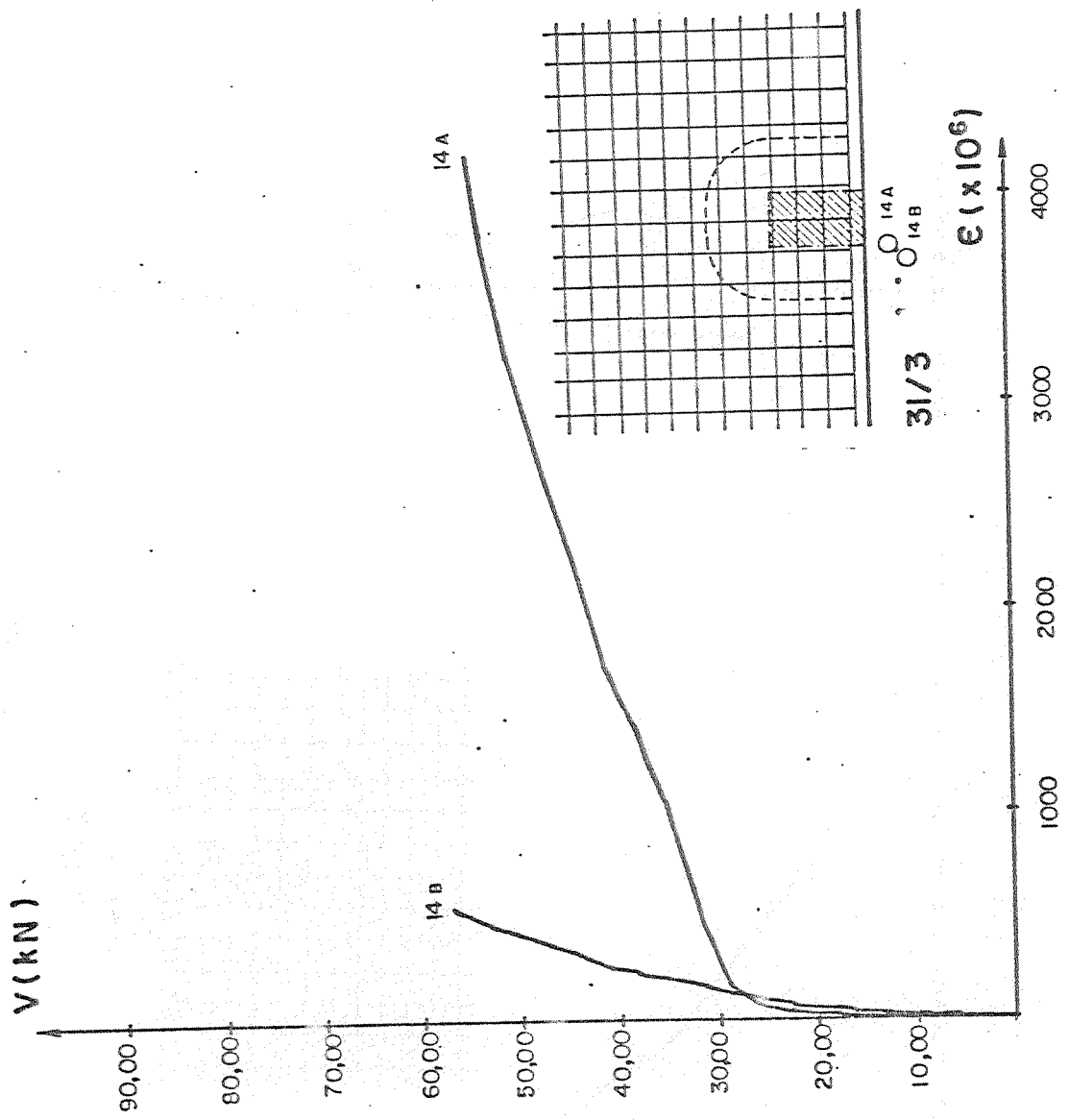
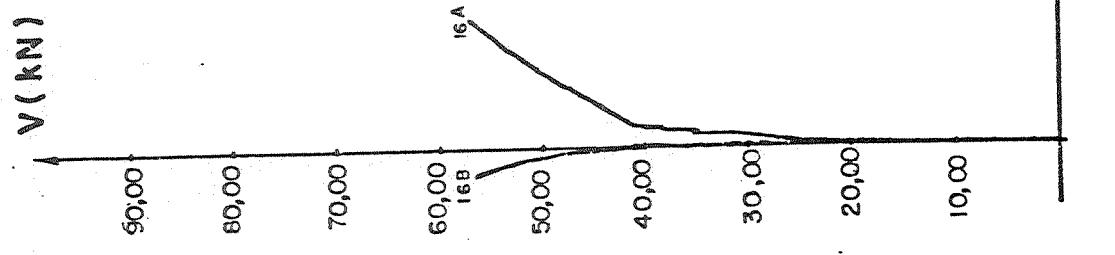
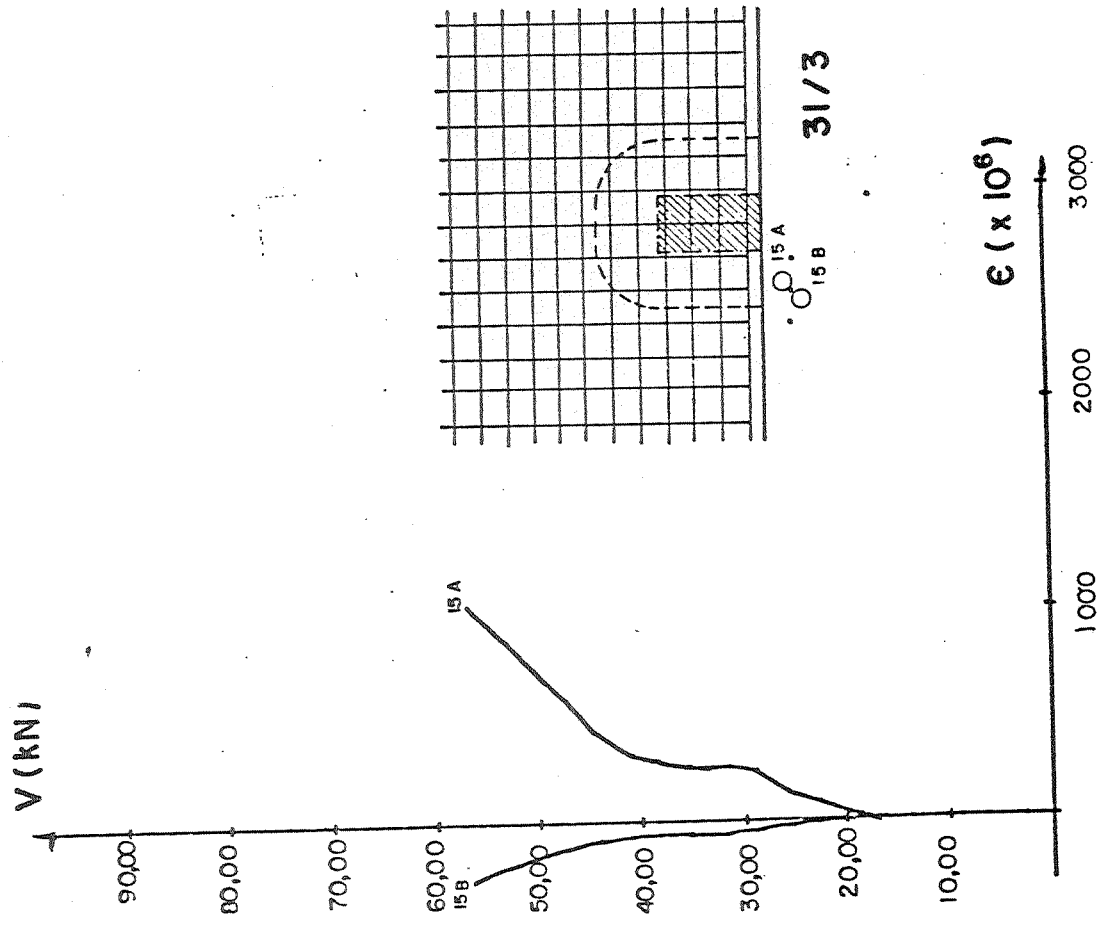


Figura 125



31/3



31/3

Figura 126

3.2.6 - Deformações da face inferior da laje

Mediram-se as deformações no concreto, na face inferior da laje nos modelos 29/3, 30/3 e 31/3, cujos diagramas estão representados nas figuras 127 a 131 apresentadas a seguir.

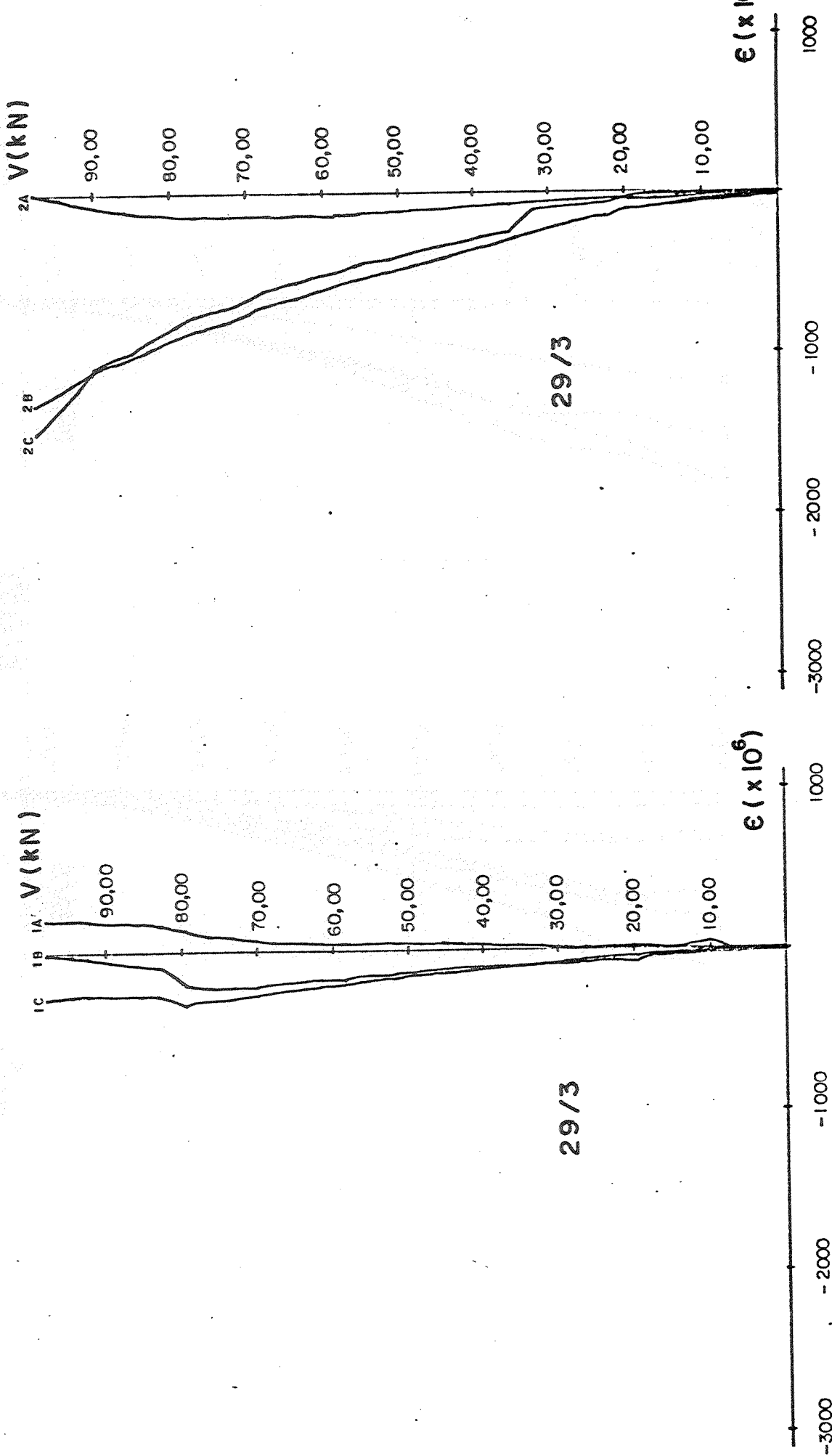


Figura 127

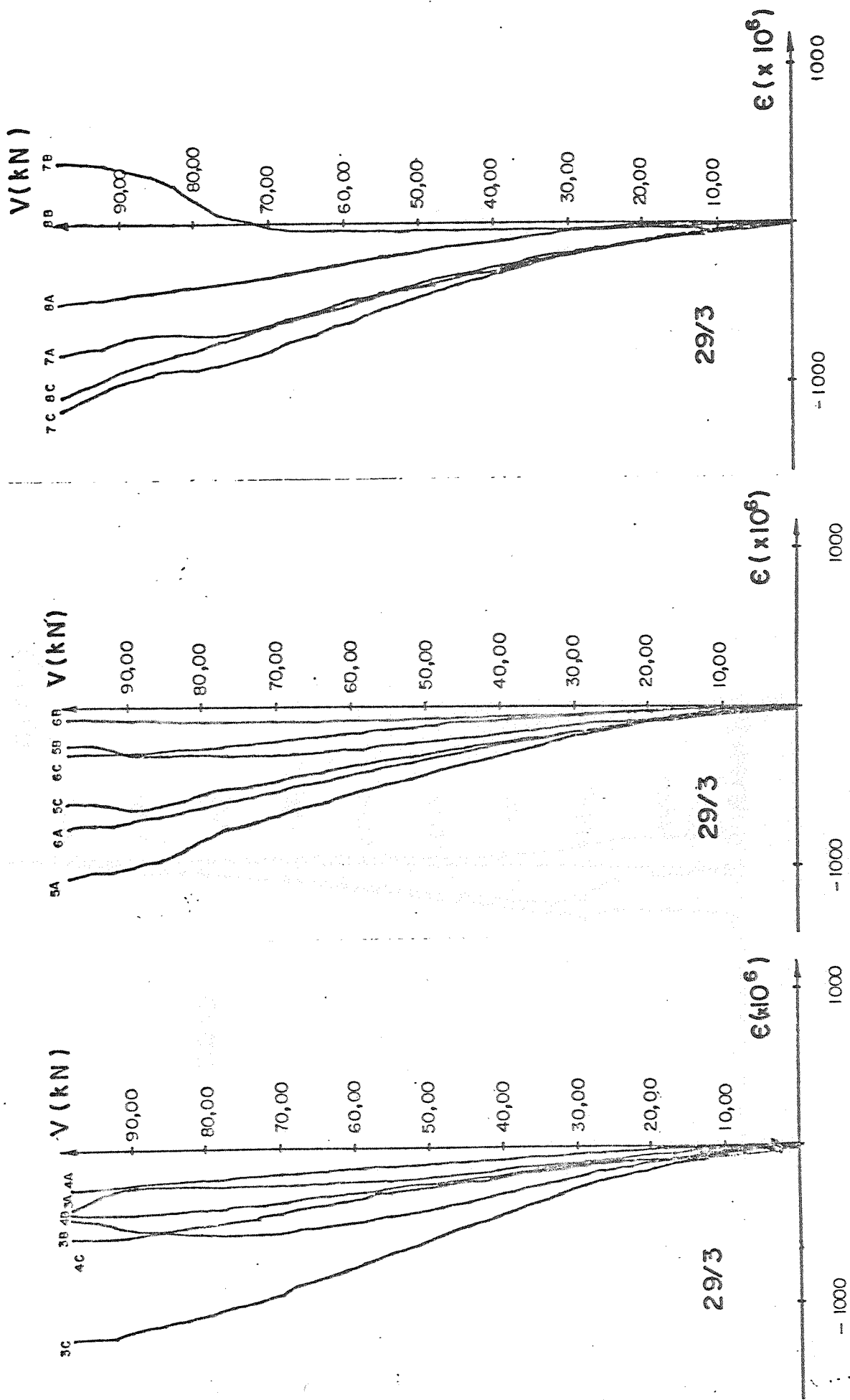


Figura 128

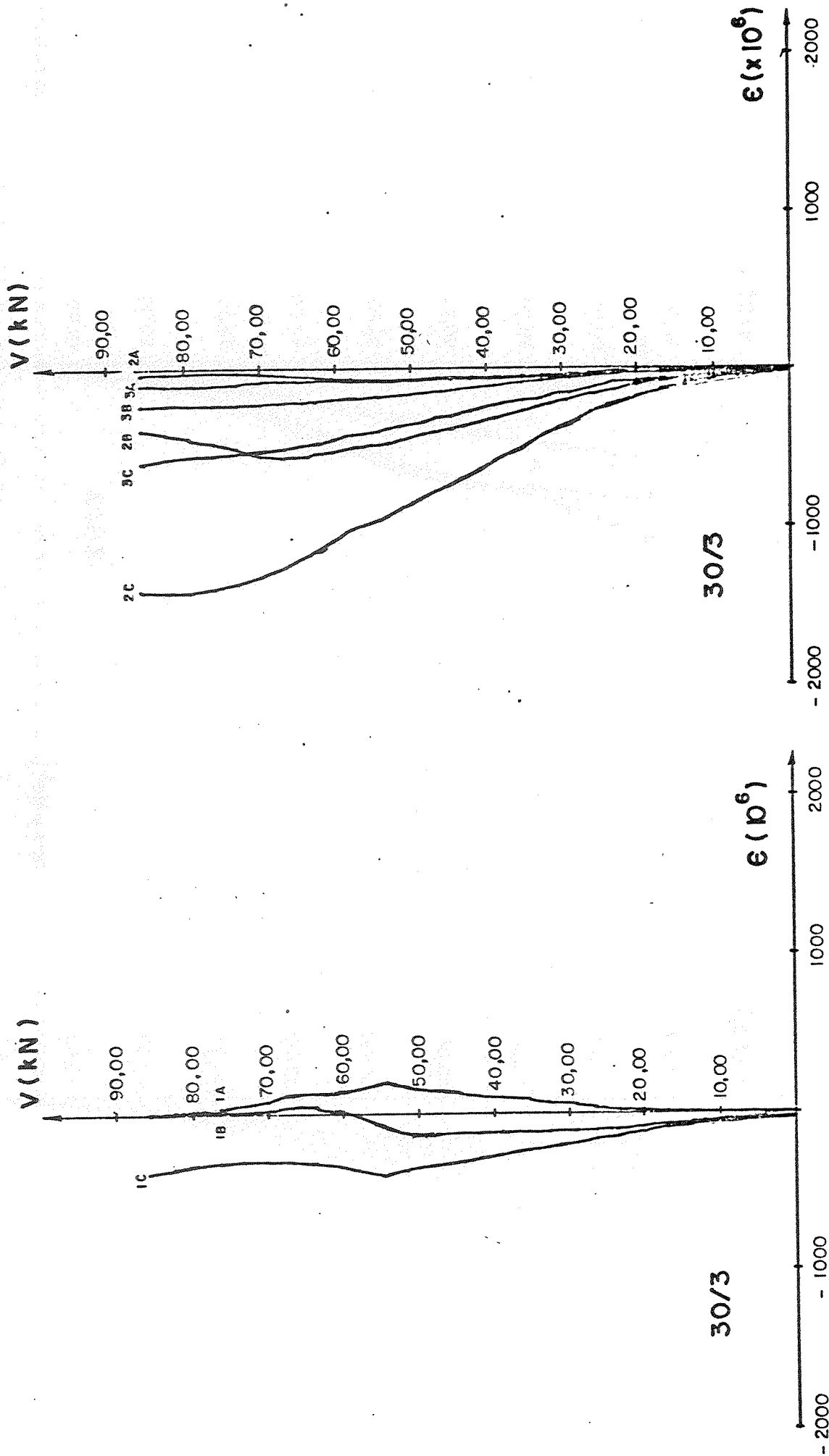


Figura 129

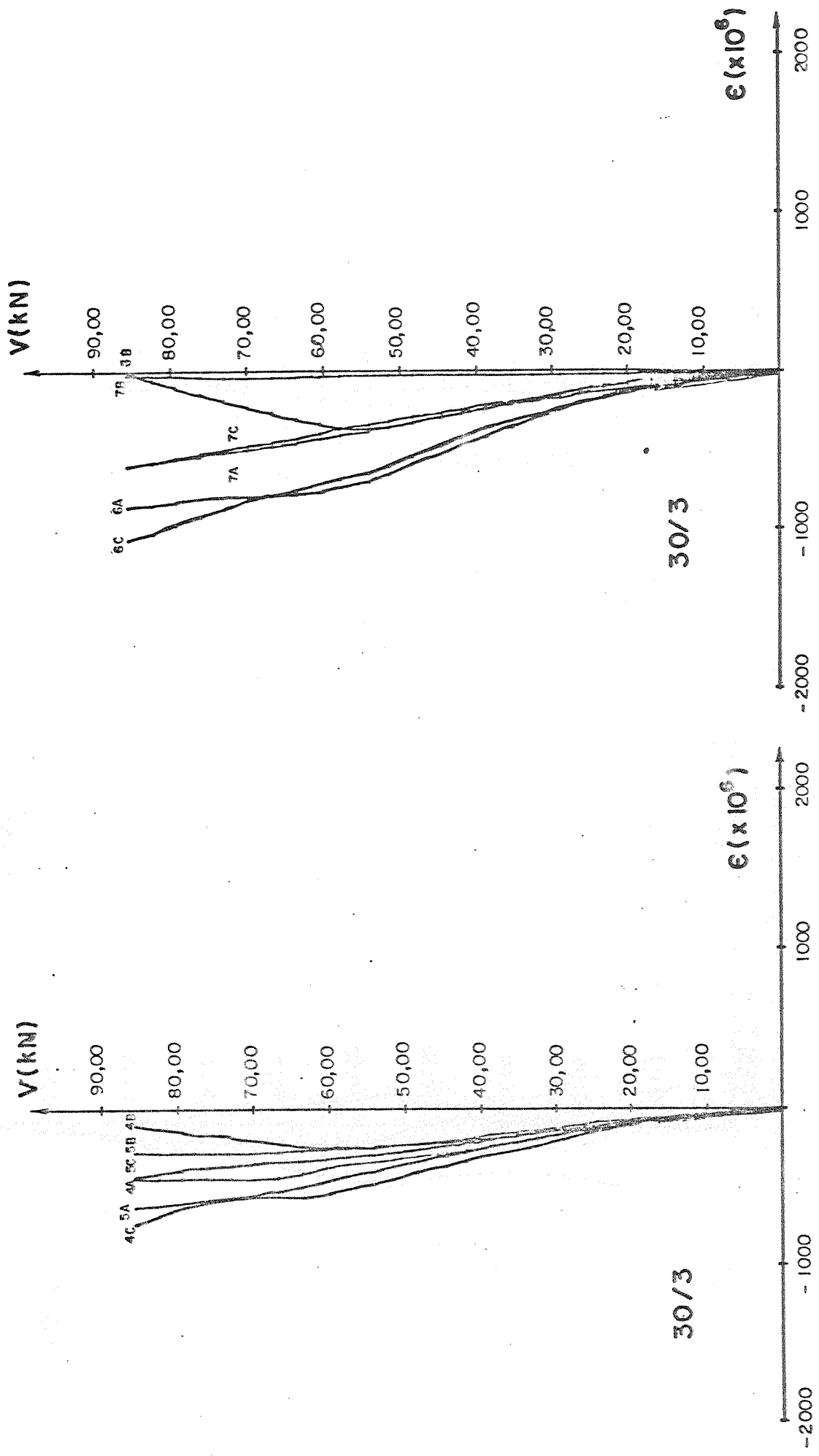


Figura 130

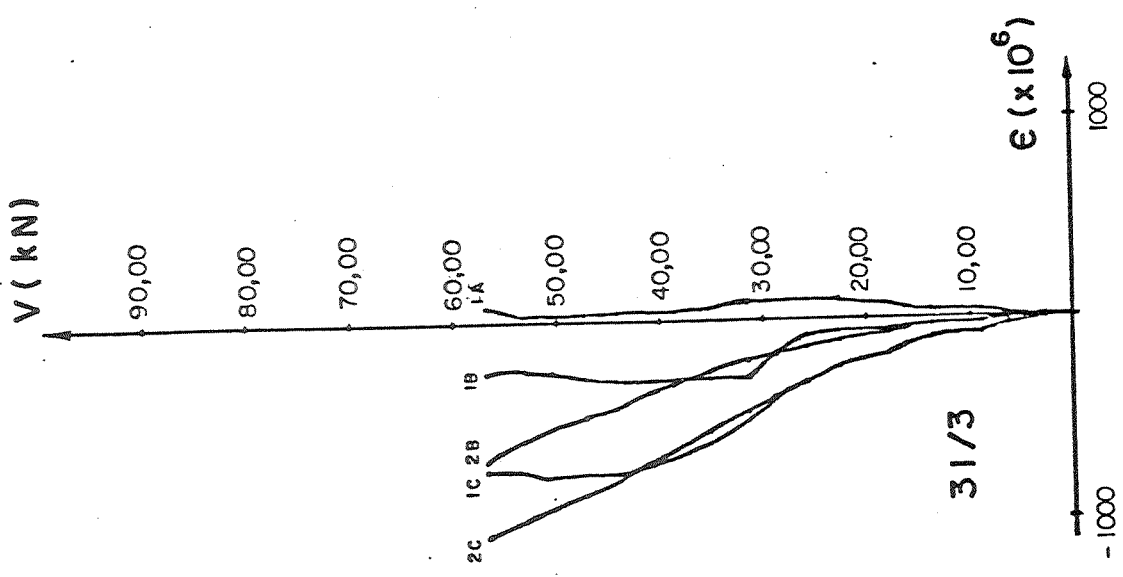
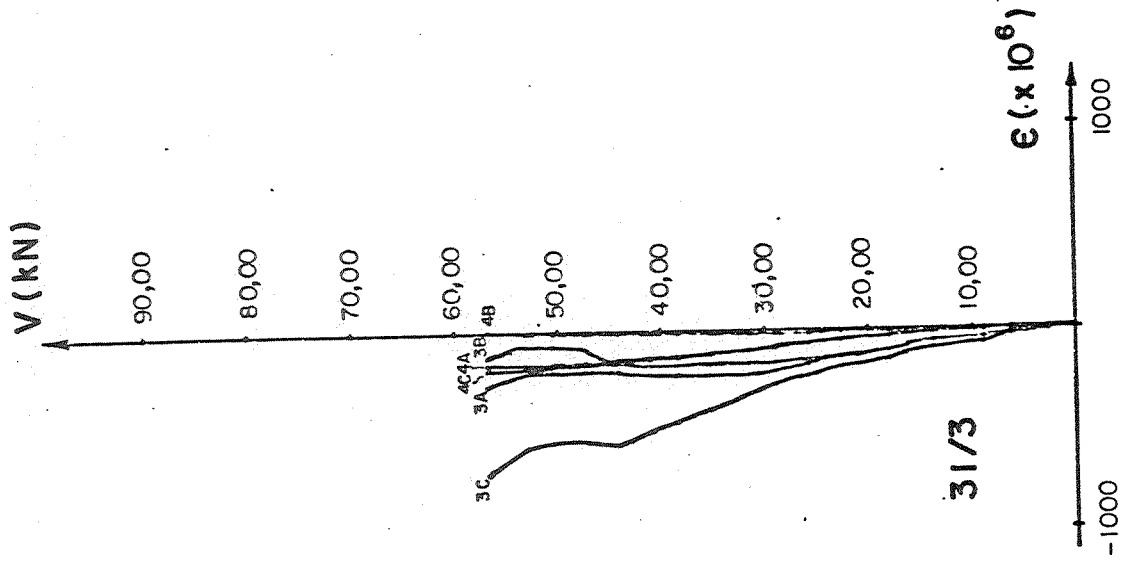
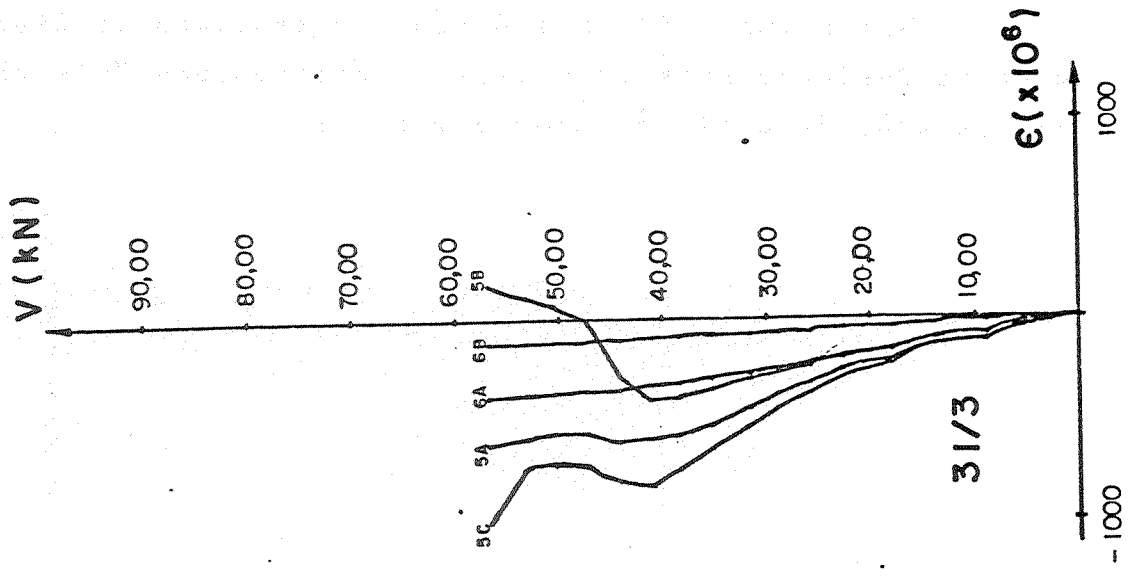
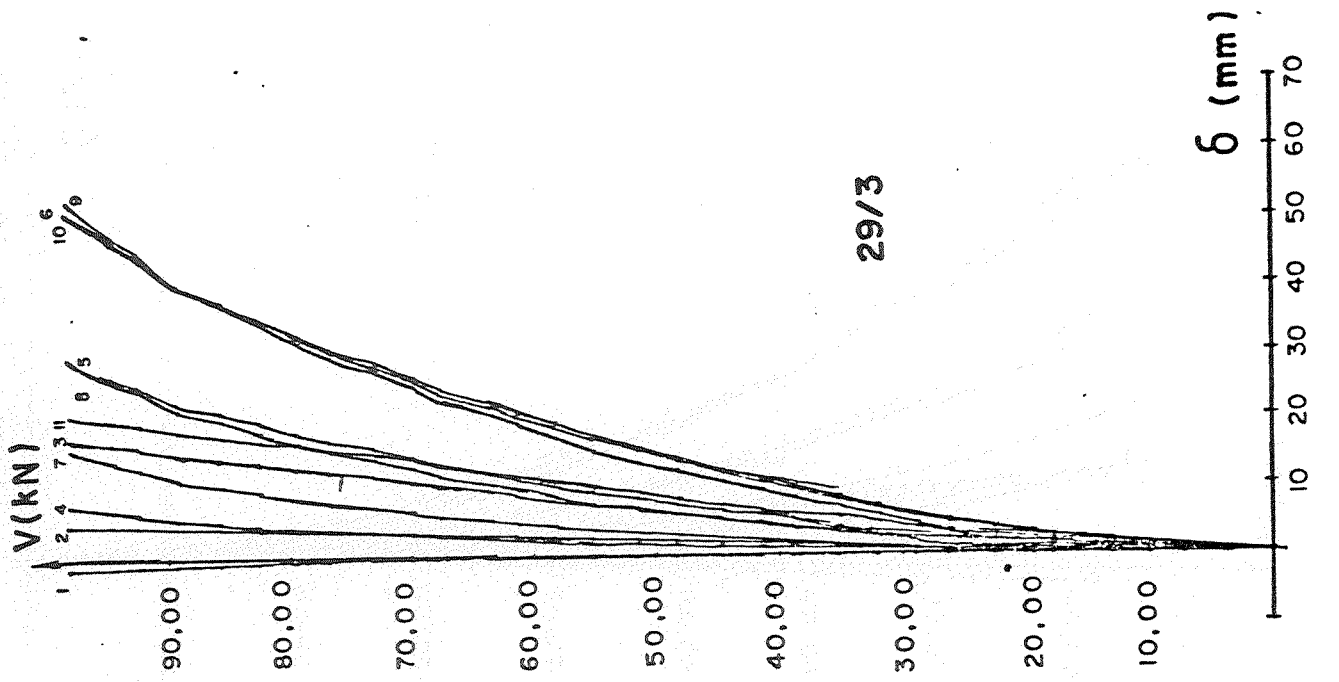


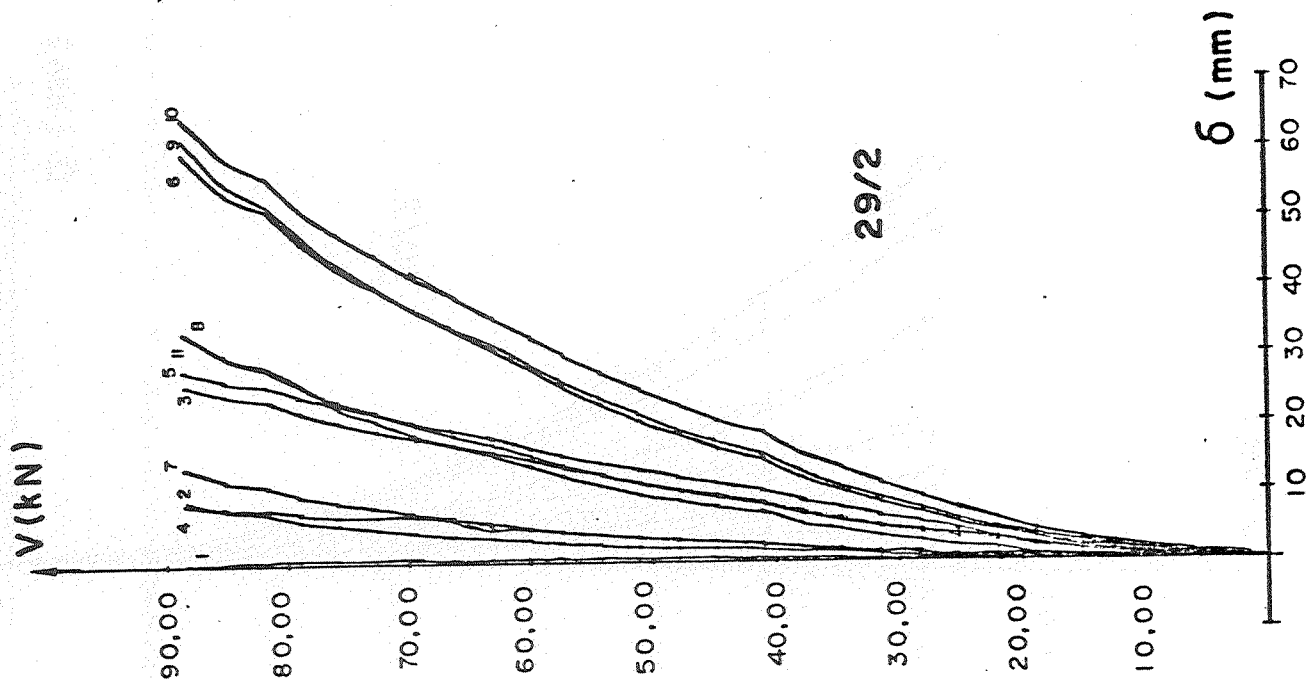
Figura 131

3.2.7 - Deslocamentos Transversais

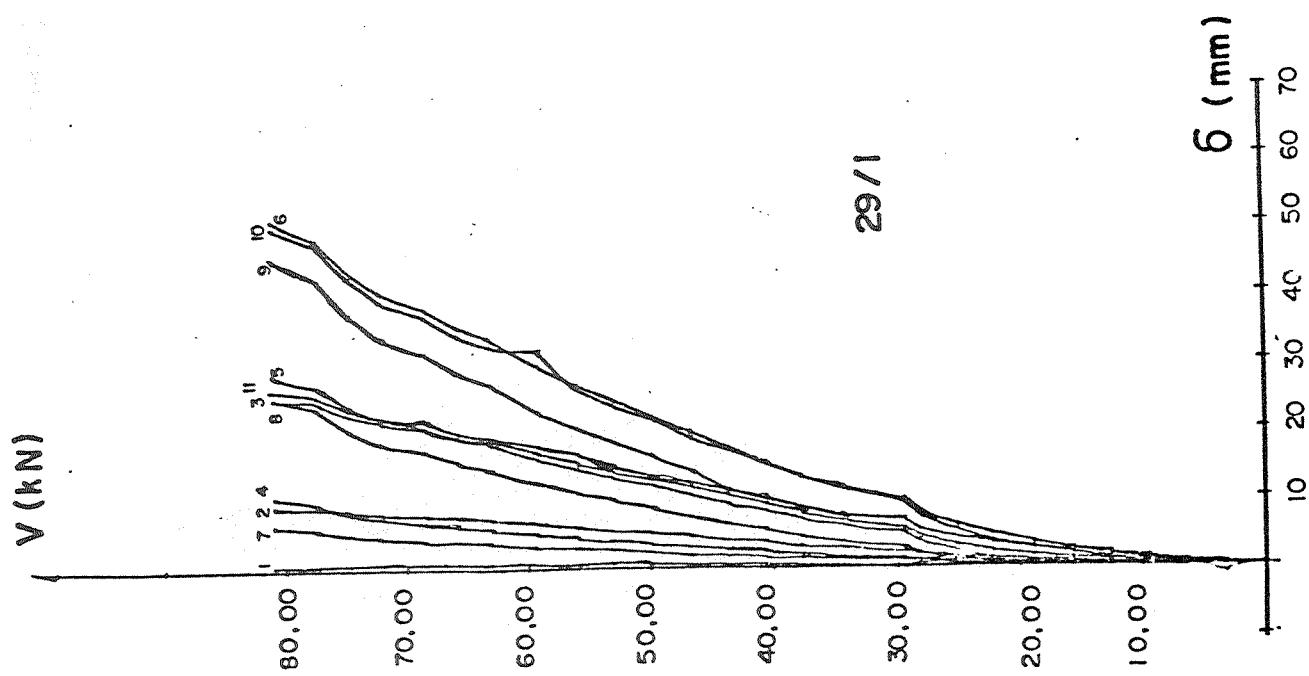
Nas figuras 132 a 134 são apresentados os diagramas carga-deslocamentos transversais medidos nos Edls 29,30 e 31, através de defletômetros mecânicos.



29/3

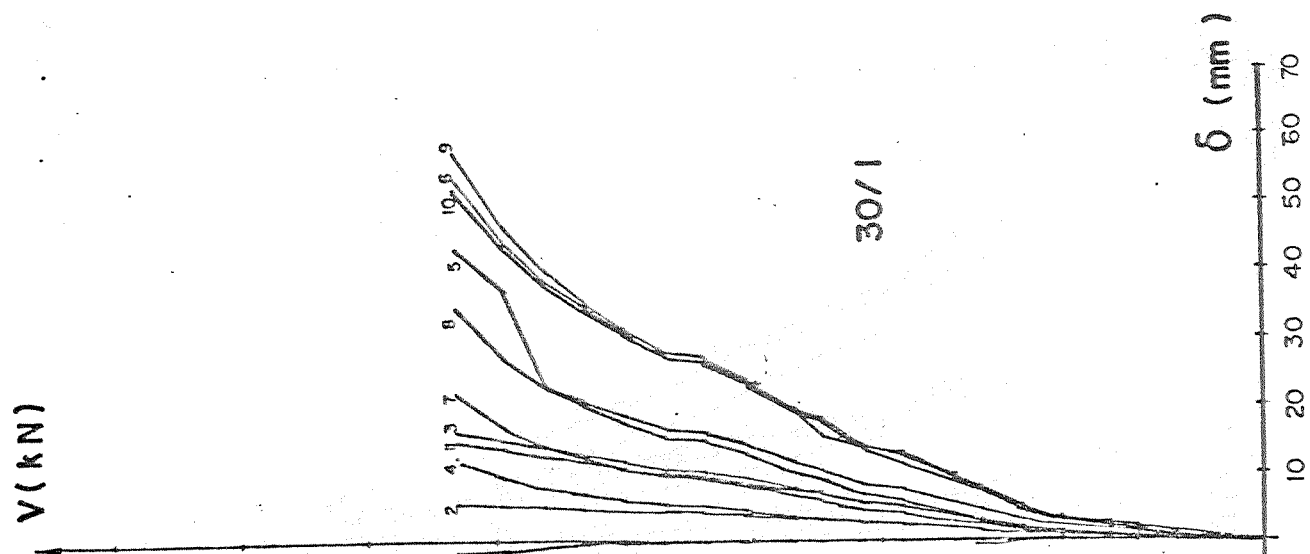
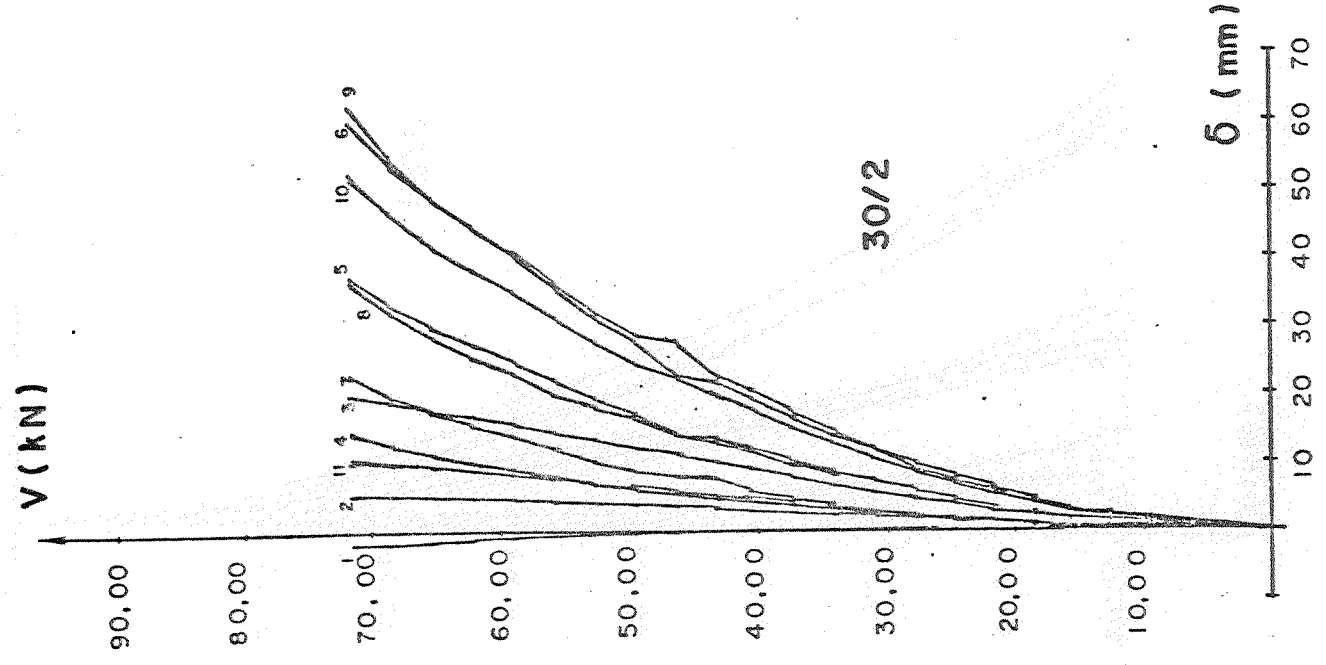
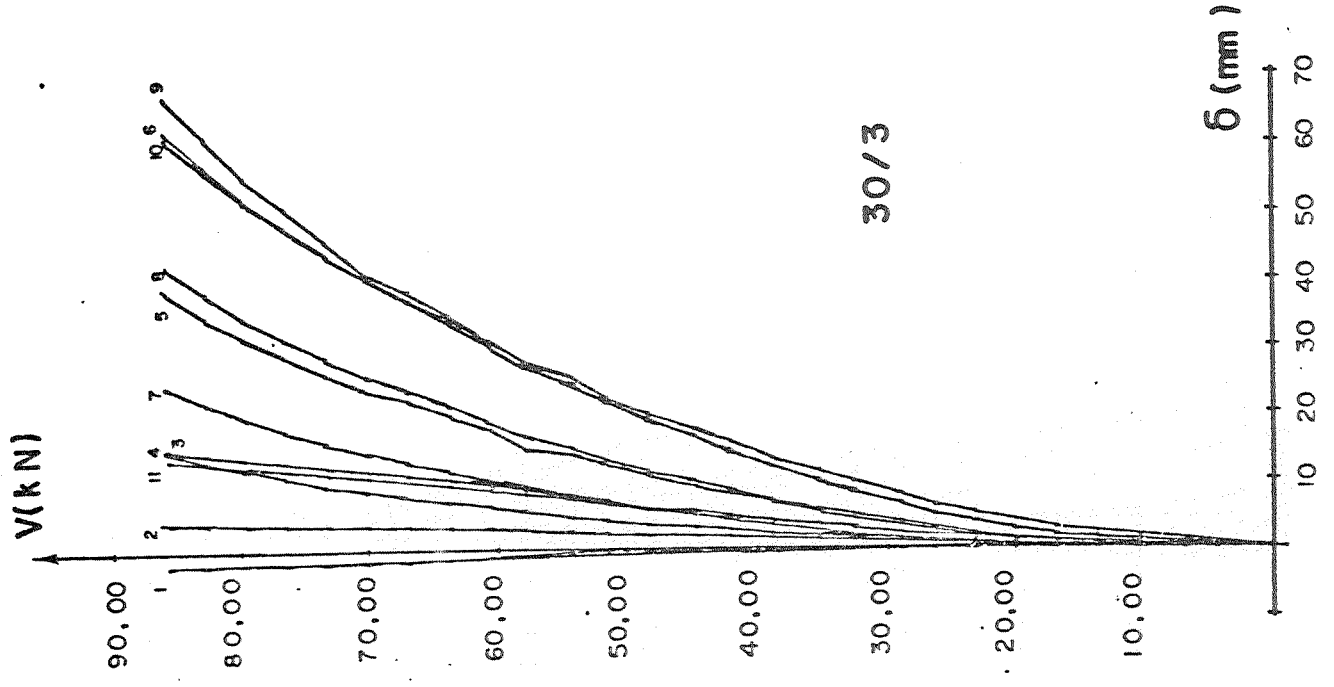


29/2



29/1

Figura 132



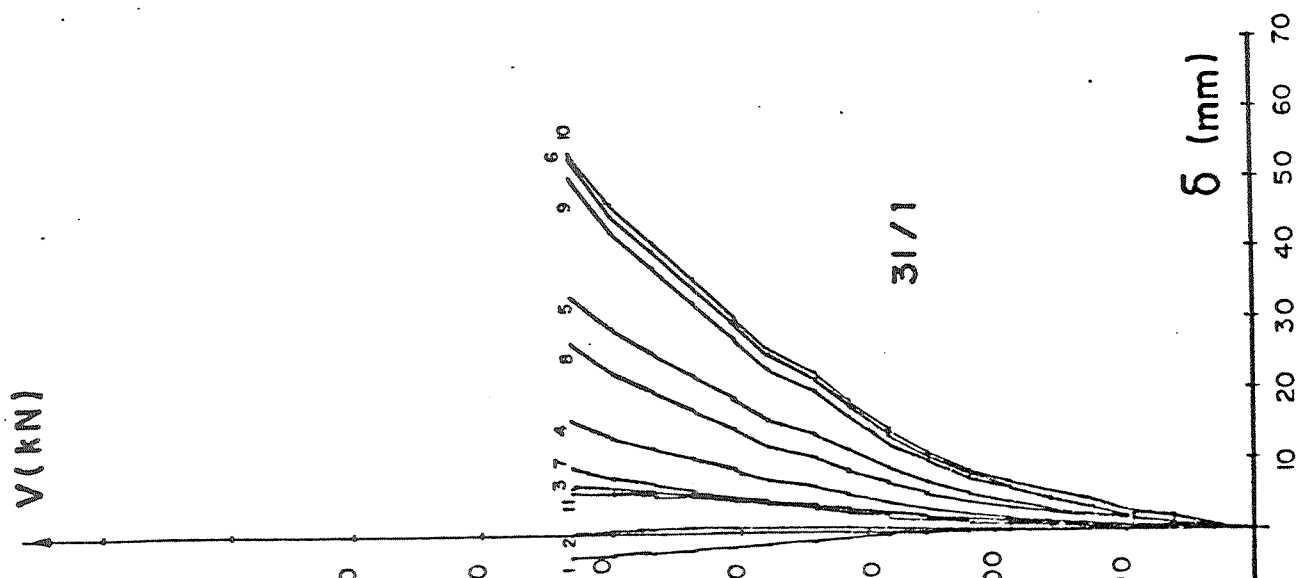
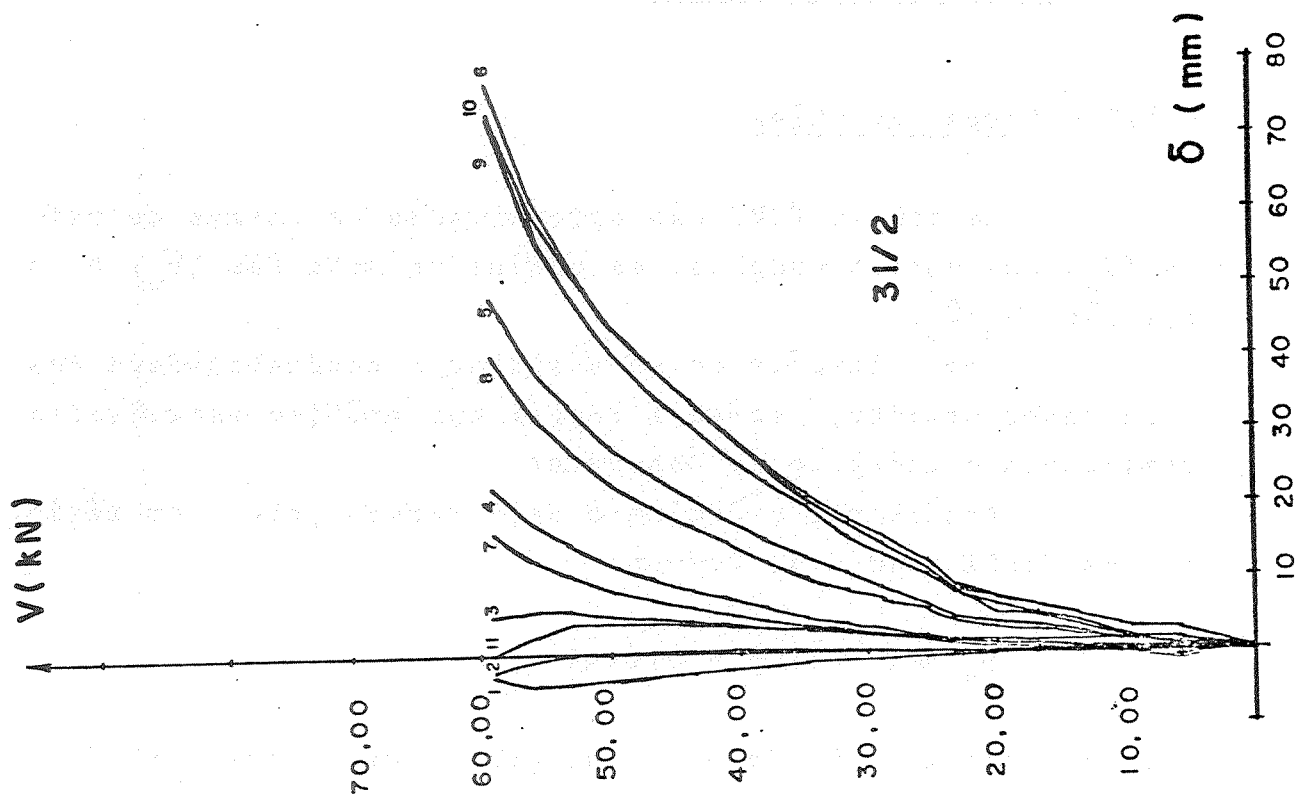
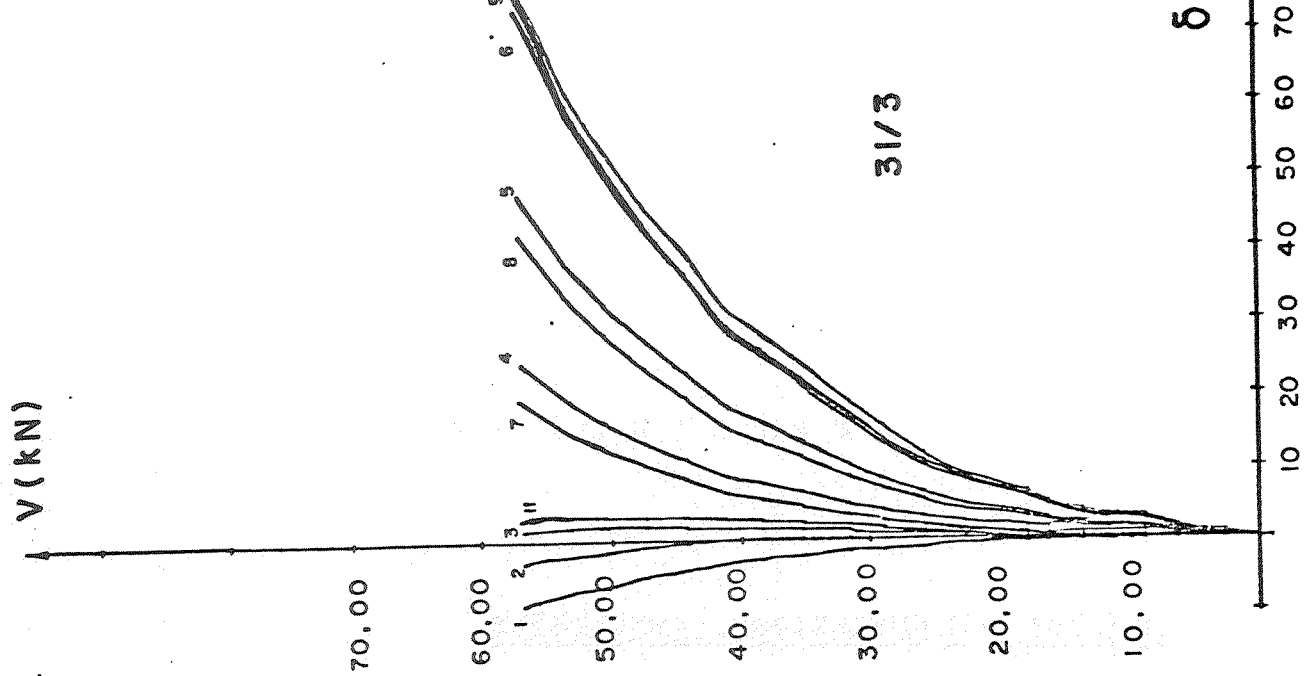


Figura 134

C A P Í T U L O I V

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS. CONCLUSÕES

4.1 - Análise dos Resultados

4.1.1 - Cargas de Ruína

Na tabela XXVI são apresentadas as cargas de ruína (V_u) dos vários modelos, as médias de cada EdL (\bar{V}_u) e a relação V_u/\bar{V}_u .

Com o intuito de se analisar a confiabilidade dos resultados obtidos, faz-se a seguir sua análise estatística utilizando o critério de Chauvenet.

Analisando o conjunto de 9 cargas pelo critério de CHAUVENET, com $n=9$, tem-se:

$$P_x = 1 - 1/2n = 0,9444$$

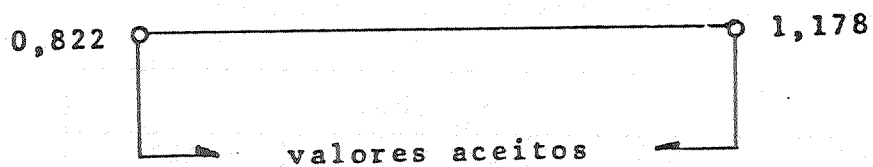
e utilizando a curva de distribuição normal, para $P_x=0,9444$ obtêm-se:

$$x = 1,917$$

o que produz um desvio admissível

$$c = x.s = 0,178$$

onde $s = 0,093$ é o desvio padrão dos nove valores v_u/\bar{v}_u .



A comparação desse intervalo com os valores da quarta coluna da tabela XXVI implica na aceitação de todos os resultados, pelo referido critério.

EdL	v_u (kN)	\bar{v}_u (kN)	v_u/\bar{v}_u
29	80,98	89,23	0,908
	88,35		0,990
	98,35		1,102
30	63,11	74,50	0,847
	74,67		1,002
	85,73		1,151
31	54,16	56,26	0,963
	58,89		1,047
	55,74		0,991

Tabela XXVI

Utilizando-se a distribuição t de STUDENT, com u ma confiança de 95%, as cargas de ruína média deverão estar nos intervalos $\bar{v}_u (1 \pm \epsilon)$, com

$$\epsilon = t \cdot s_i / \sqrt{n-1}$$

Então, aplicando esta distribuição para o conjunto de 9 cargas normalizadas em relação às médias de cada EdL, tem-se:

$s = 0,093$ $n = 9$ $t = 2,31$ $\epsilon = 0,076$, resultando nos seguintes intervalos de confiança

	V_u (kN)		
EdL	29	30	31
$V_u \pm \epsilon$	89,23±6,78	74,50±5,66	56,26±4,28

Na figura 135 estão representados os intervalos de confiança obtidos com o procedimento anterior. A curva da figura 135 foi interpolada aos valores médios de cada EdL, obtida com o polinômio do 2º grau:

$$V_u = (-0,783u^2 + 207,31u - 2419,968) \times 10^{-2}$$

Este polinômio foi obtido pelo método dos mínimos quadrados, considerando-se as cargas de ruína médias de cada EdL, onde u é o perímetro distante $d/2$ da face do pilar, onde $d \approx 6,2$ cm nos EdL 29,30 e 31 e u , respectivamente, 77,24cm, 62,24cm e 47,24cm.

Fazendo uma breve comparação entre os EdL 29,30 e 31 com o EdL 15 ensaiado por TAKEYA(1981), determinaram-se tensões de cisalhamento v , em um perímetro u distante $d/2$ da face dos pilares, em relação a \bar{V}_u para cada EdL, e a seguir compararam-se as tensões v/\bar{v} , conforme tabela XXVII. Cabe salientar que a obtenção de v dessa forma não significa ser esta uma regra para o caso de ligações laje-pilar de borda, em lajes sem armadura de punção, uma vez que há outros fatores envolvidos no problema.

O desvio padrão observado é de $s = 2,7\%$.

Mais uma vez convém salientar que, conforme o exposto, quanto à aceitação e confiabilidade dos resultados dos ensaios, fica evidente que a técnica adotada na construção e ensaio dos EdL por MARTINELLI (1974) e mantida por TAKEYA (1981), FIGUEIREDO Fº (1981) e aqui é de boa qualidade.

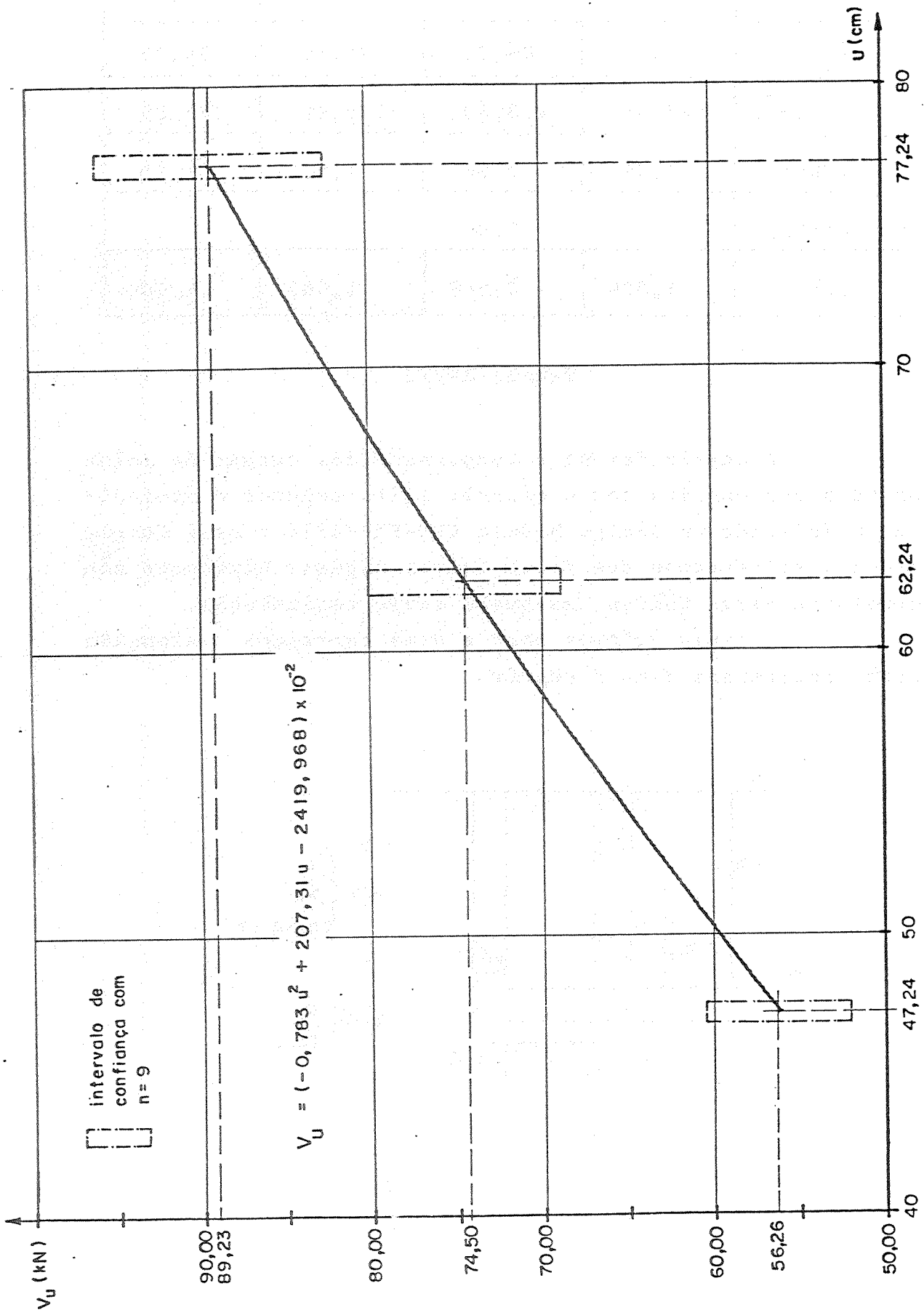


Figura 135

EdL	15	29	30	31
\bar{V}_u (kN)	124,16	89,23	74,50	56,26
ud (cm ²)	623,48	478,89	385,89	292,89
v (MPa)	1,99	1,86	1,93	1,92
\bar{v} (MPa)	1,92			
v/\bar{v}	1,036	0,969	1,005	1,000

Tabela XXVII

A seguir faz-se a comparação das cargas de ruína obtidas nos ensaios com o cálculo feito segundo o procedimento indicado no Código Modelo CEB-FIP-1978 e seus Complementos, salientando que foram feitas algumas hipóteses não constante nesse Código, as quais serão assinaladas.

A seção crítica para a área carregada alongada será considerada como a seguir:

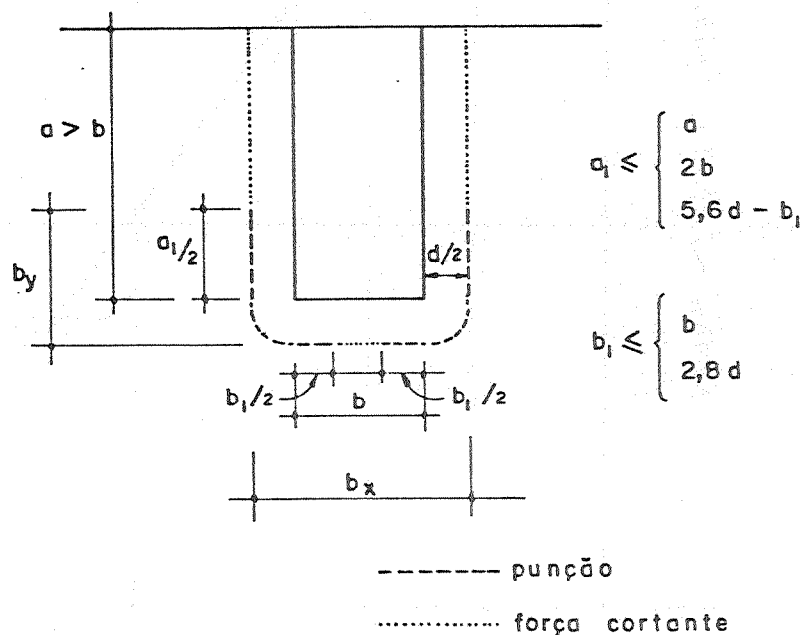


Figura 136

A solicitação máxima atuante será dada por

$$V_{Sd, \max} = \frac{V_{Sd1}}{u} \left(1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{b_x \cdot b_y} \right)$$

Os esforços cortantes atuantes e resistentes por unidade de comprimento do contorno da seção crítica devem satisfazer a condição

$$V_{Sd} \leq V_{Rd}$$

A solicitação resistente será determinada por:

$$V_{Rd1} = 0,16 \tau_{Rd} \kappa (1 + 50 \rho_{\ell 1}) d$$

com τ_{Rd} determinado em função da resistência à compressão do concreto.

$$\kappa = 1,6 - d \leq 1,0 \quad \text{com } d \text{ em metros}$$

$d = (d_x + d_y) / 2$ onde d_x e d_y são as alturas úteis da laje nas direções x e y.

$\rho_{\ell 1} = \rho_{\ell x} \cdot \rho_{\ell y} \leq 0,008$ onde $\rho_{\ell x}$ e $\rho_{\ell y}$ são as taxas de armadura de flexão da laje nas direções x e y, respectivamente.

O esforço cortante atuante de cálculo V_{Sd2} deverá satisfazer a condição:

$$V_{Sd2} \leq V_{Rd2} \quad \text{onde,}$$

$$V_{Rd2} = \tau_{Rd} \kappa (1 + 50 \rho_{\ell}) b_w d \cdot 0,1$$

com κ e d obtidos conforme anteriormente mencionado; ρ_{lx} 0,02 é a taxa geométrica de armadura de tração na direção considerada.

b_w = largura da viga considerada.

O esforço cortante máximo resistente de cálculo será:

$$V_{Rd} = V_{Rd1} + V_{Rd2}$$

Aplicando então os procedimentos anteriormente descritos e com os dados comuns a todos os modelos constantes da Tabela XXVIII a seguir, e com $A_{s,x} = 0,54\text{cm}^2 / 4,2\text{cm}$ e $A_{s,y} = 0,54\text{cm}^2 / 5,3\text{cm}$, obtêm-se:

b (cm)	7,5
d_x (cm)	5,8
d_y (cm)	6,6
d (cm)	6,2
b_1 (cm)	7,5
u (cm)	32,2
b_y (cm)	10,6
b_x (cm)	13,7
e_x (cm)	0,0
κ	1,538
ρ_{lx}	0,0223
ρ_{ly}	0,0155
ρ_{l1}	0,008

Tabela XXVIII

EdL 29

considerando os seguintes dados:

$$\begin{aligned}
 a &= 30 \text{ cm} \\
 a_1 &= 15 \text{ cm} \\
 e_y &= 26,3 \text{ cm} \\
 b_w &= 45 \text{ cm} \\
 \rho_{l2} &= 0,02
 \end{aligned}$$

os seguintes valores:

Modelo	τ_{Rd2} (N/mm ²)	$v_{Sd,max}$ (kN/cm)	V_{Rd1} (kN)	V_{Rd2} (kN)	V_{Rd} (kN)
29/1	0,45	0,961	24,33	38,62	62,95
29/2	0,40	0,854	21,62	34,33	55,95
29/3	0,37	0,790	20,00	31,75	51,75

EdL 30

considerando os seguintes dados:

$$\begin{aligned}
 a &= 22,5 \text{ cm} \\
 a_1 &= 15 \text{ cm} \\
 e_y &= 28,0 \text{ cm} \\
 b_w &= 30,0 \text{ cm} \\
 \rho_{l2} &= 0,02
 \end{aligned}$$

os seguintes valores:

Modelo	τ_{Rd} (N/mm ²)	$v_{Sd,max}$ (kN/cm)	V_{Rd1} (kN)	V_{Rd2} (kN)	V_{Rd} (kN)
30/1	0,30	0,641	16,01	17,16	33,17
30/2	0,37	0,790	19,73	21,17	40,90
30/3	0,28	0,598	14,94	16,02	30,96

EdL 31

considerando os seguintes dados:

- a = 15 cm
- a₁ = 15 cm
- e_y = 29,6 cm
- b_w = 15 cm
- ρ_{f2} = 0,02

os seguintes valores:

Modelo	τ _{Rd} (N/mm ²)	V _{Sd,max} (kN/cm)	V _{Rd1} (kN)	V _{Rd2} (kN)	V _{Rd} (kN)
31/1	0,34	0,726	17,90	9,73	27,63
31/2	0,41	0,876	21,60	11,73	33,33
31/3	0,38	0,812	20,02	10,87	30,89

Na Tabela XXIX são comparados os resultados as sim obtidos com os resultados experimentais.

Modelo	V _{Rd} (kN)	V _u (kN)	V _{Rd} /V _u (%)
29/1	62,95	80,98	77,74
29/2	55,95	88,35	63,33
29/3	51,75	98,35	52,62
30/1	33,17	63,11	52,56
30/2	40,90	74,67	54,77
30/3	30,96	85,73	36,11
31/1	27,63	54,16	51,02
31/2	33,33	58,89	56,60
31/3	30,89	55,74	55,42

Tabela XXIX

A tabela anterior demonstra que para as ligações aqui analisadas, o método de cálculo adotado não seria adequado. Seria necessário introduzir hipóteses para levar em conta outros fatores que podem influir na resistência da ligação.

4.1.2 - Fissuração e Configuração de Ruína

Embora não se tenha feito leituras de abertura de fissuras regularmente, faz-se a seguir algumas considerações.

A NBR-6118 estabelece que: "a fissuração é nociva quando a abertura de fissuras na superfície do concreto ultrapassa os seguintes valores:

- a) 0,1 mm para peças não protegidas, em meio agressivo;
- b) 0,2 mm para peças não protegidas, em meio não agressivo;
- c) 0,3 mm para peças protegidas".

O Código Modelo CEB-FIP estabelece a máxima abertura de fissura, relativamente às condições ambientais: agressivas, moderadamente agressivas e não agressivas, respectivamente, os seguintes valores: 0,1 mm, 0,2 mm e 0,4 mm.

Comparando então as leituras de abertura de fissuras obtidas experimentalmente com os limites atrás mencionados e em função da carga aplicada nos ensaios, obtém-se os valores apresentados na Tabela XXX.

Regulamentos Modelo		NBR-6118- W(mm)			CEB-FIP 1978 - W(mm)		
		0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,4
29/3	CARGA APLICADA (kN)	55,24	73,11	92,57	55,24	73,11	—
30/1		34,71	—	—	34,11	—	—
30/2		31,02	55,74	—	31,02	55,74	—
30/3		42,09	48,40	57,86	42,09	48,40	76,26
31/1		29,45	41,54	—	29,45	41,54	—
31/2		28,93	43,65	49,98	28,93	43,65	53,11
31/3		27,87	37,33	46,27	27,87	37,33	49,43

Tabela XXX

A ruína em todos os EdL deu-se por punção, de forma súbita, sem que houvesse qualquer aviso evidente, surgindo grande número de novas fissuras. A configuração de ruína foi semelhante àquelas observadas no EdL 15, com formação de superfície tronco-cônica, com deslocamento da laje em relação ao pilar. No EdL 31, provavelmente pelo fato da relação entre os lados da seção transversal se 1:2, portanto mais próxima da relação 1:1, essa semelhança é mais evidente.

Na figura 137 são esquematizadas as configurações de ruína observadas, que têm a forma de uma semi-circunferência na face superior, figura 137(a), e na face inferior

acompanha o contorno do pilar, porém não atingindo a borda da laje, figura 137(d).

Na face lateral da borda, além das fissuras de flexão, surgiram fissuras de torção segundo um ângulo de aproximadamente 35° em relação ao plano da laje nas imediações da ligação laje-pilar.

Diante das configurações de ruína obtidas, parece ser uma boa solução, a fim de prevenir a punção, aquela solução adotada por TAKEYA (1981), que consistiu em localizar estribos verticais até uma distância de $1,75h$ da face do pilar e com taxa $\rho_t = 2\%$. Isto, provavelmente, cobriria toda a área susceptível de ruptura por punção, mesmo que em alguns pontos essa armadura transversal seja pouco solicitada em razão de não haver predominância de punção, na região próxima à borda, além do que os acréscimos de custo na obra, pelo menos no Brasil, seriam pouco significativos tal a facilidade de execução dessa armadura.

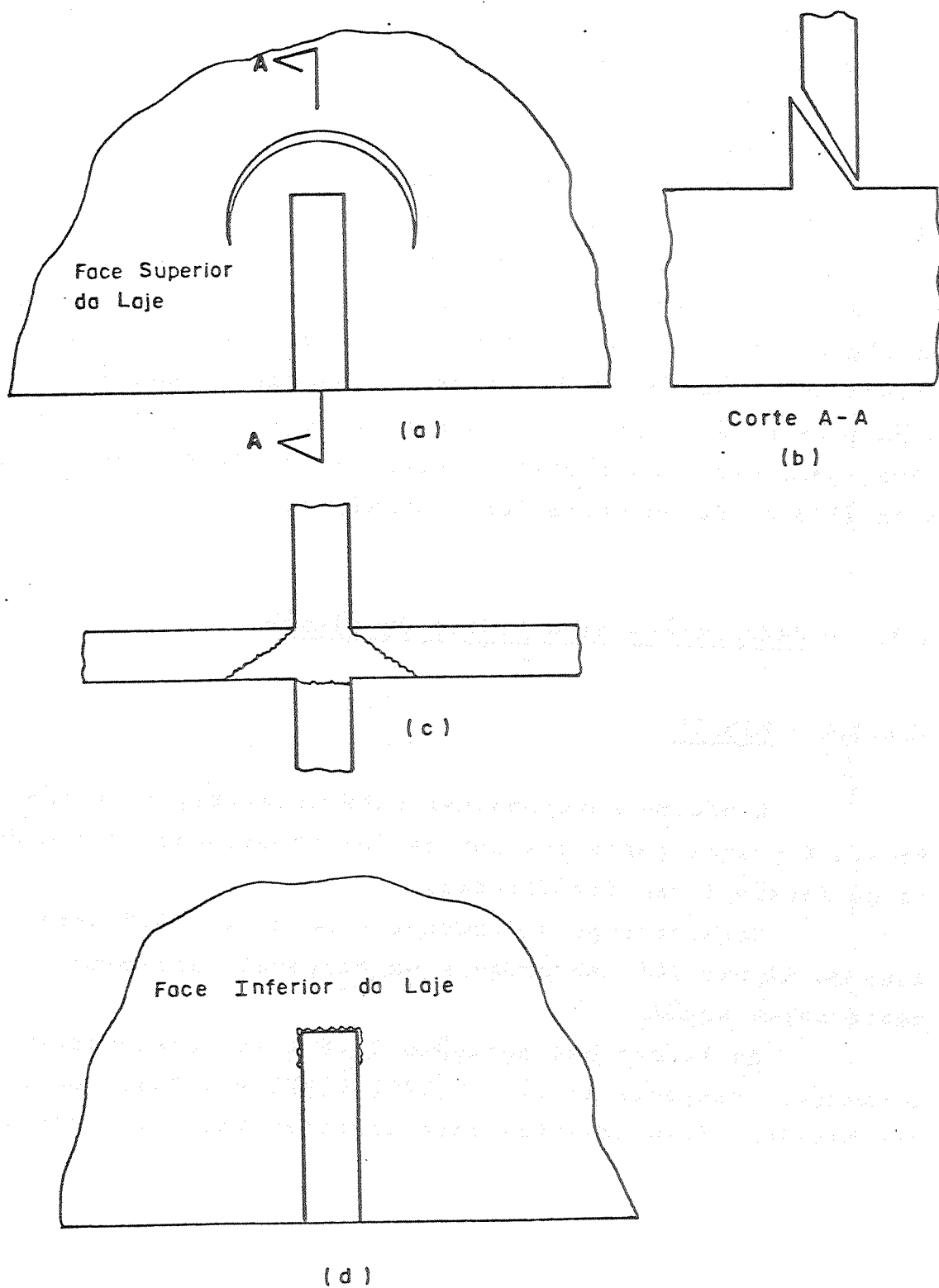
4.1.3 - Deformações da armadura de flexão

4.1.3.1 - EdL 29

Conforme mencionou-se anteriormente, no parágrafo 3.2.4 grande parte dos pontos instrumentados na armadura de flexão foram danificados.

Considerando a deformação do ponto 13.8 apresentada na figura 104, observa-se um provável escoamento da barra nessa seção.

As barras das posições 3, 8 e 14 apresentaram deformações, respectivamente, 0,17%, 0,23% e 0,24%, nos pontos medidos, insuficientes para caracterizar o escoamento.



Configurações de ruína dos EdL 29,30 e 31

Figura 137

4.1.3.2 - EdL 30

Como ocorrido no EdL 29, nota-se aqui, perfeitamente, a clara evidência de escoamento na barra da posição 13, nos pontos agora 13.6 e 13.8, porém em região idêntica ao EdL 29.

A maior deformação observada, além dessa barra, é a da barra 14, posição 14.6, com valor de 0,28%.

4.1.3.3 - EdL 31

Neste EdL também a barra 13 da armadura de flexão sofreu escoamento, nas posições 13.4 e 13.6, na região idêntica aos EdL anteriores.

Além dessa barra, a mais deformada foi a 14, ponto 14.2, com deformação de 0,27%.

Pelas observações feitas e em vista da maioria das barras que compõe a armadura de flexão não terem escoado, há então a confirmação da configuração de ruína já mencionada: ruína por punção de forma brusca em todos os EdL.

Observe-se, também, a grande semelhança entre as diversas curvas carga-deformação e o mesmo comportamento em pontos análogos, o que confirma a manutenção da qualidade nos resultados obtidos. Aqueles pontos análogos, danificados no EdL 29, poderiam ser analisados, seguramente, a partir das observações feitas nos EdL 30 e 31.

4.1.4 - Deformações da Armadura Transversal

Considerando os ganchos de ancoragem da armadura de flexão como armadura transversal, podem ser feitas as seguintes observações:

4.1.4.1 - EdL 29

As curvas carga-deformação para a única posição medida: 15 - pontos 15A e 15B - mostraram que o referido gancho foi muito pouco solicitado, apresentando deformações máximas de, respectivamente, 0,07% e -0,009%.

4.1.4.2 - EdL 30

No EdL 30, mediram-se as deformações em três barras:

14 - pontos 14A e 14B, 15 - pontos 15A e 15B e 16 - pontos 16A e 16B.

Nota-se no ponto 15A (lado tracionado) deformação pronunciada, 0,22%, porém, não suficiente para escoar a referida armadura. Os outros pontos tiveram deformações bem menores.

4.1.4.3 - EdL 31

Aqui também mediram-se deformações nas barras 14, 15 e 16 - pontos A e B.

Observa-se que no ponto 14A (lado tracionado) houve deformação expressiva e que de uma maneira geral há evidência destes ganchos serem bem ativos. A máxima deformação, além da barra 14, foi observada na barra 15 - ponto 15A, com deformação de 0,10%.

4.1.5 - Deformações da Face Inferior da Laje

Da análise das curvas carga-deformação do concreto na face inferior da laje, podem ser feitas as seguintes observações:

- inicialmente, nota-se uma perfeita coerência de resultados entre os pontos análogos de posicionamento dos extensômetros;

- no EdL 29, o máximo encurtamento medido foi de 0,15%, ponto 2c;

- no EdL 30, o ponto 2c também foi o de máximo encurtamento: 0,14%;

- no EdL 31, o resultado foi idêntico, com deformação (encurtamento) de 0,11% para o mesmo ponto;

- os pontos de roseta próximos da borda apresentaram pequenas deformações, com o ponto 1A dando uma provável confirmação da torção na borda da laje;

- estes valores acima evidenciam que os encurtamentos máximos do concreto observados não são suficientes para a plastificação do concreto o que é mais uma característica da ruína por punção.

4.1.6 - Deslocamentos Transversais

Observa-se, inicialmente, uma coerência dos deslocamentos medidos entre os pontos simétricos do mesmo modelo ou entre os pontos análogos dos vários modelos.

Esses resultados podem se distanciar dos que se obteriam com os casos de painéis completos, porém dão uma boa indicação face ao harmonioso comportamento entre os modelos ensaiados.

Pode ser observado o seguinte:

- nos modelos do EdL 29, os quais apresentam maior rigidez na ligação laje-pilar (relação 1:4 entre os lados da seção transversal do pilar), nota-se que a dispersão dos resultados é pequena até o instante da ruína. É interessante notar que há 3 grupos de evolução dos deslocamentos: os pontos 1, 2, 4 e 7 pertencem ao grupo I, os pontos 3, 5, 8 e 11 ao grupo II e finalmente o grupo III formado pelos pontos 6, 9 e 10;

- no EdL 30, nota-se que sobressai apenas o grupo III de medidas. Observa-se também um acentuamento das curvas ao se aproximar da ruína, em virtude do decrêscimo de rigidez da ligação.

- no EdL 31, nota-se que o grupo III de medidas ainda sobressai sobre os demais grupos. O acentuamento dos deslocamentos são maiores à medida que se aproxima da ruína.

4.2 - Conclusões

É imperativo evidenciar que os ensaios aqui realizados não elucidam o problema da punção em ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo, pois, como já se salientou, outros problemas poderão intervir e haveria ainda a necessidade de comparação com os resultados de outros autores, com hipóteses de carregamento diferentes, a fim de se simularem todas as possibilidades que ocorreriam em um painel de laje completo.

Entretanto algumas conclusões diante dos resultados obtidos podem ser alinhadas:

- todas as rupturas nos EdL ensaiados, mesmo aumentando as proporções entre os lados dos pilares, o que aumenta a rigidez da ligação, deram-se por punção, com configuração de ruína semelhante àquela observada nos casos de ligação laje-pilar interior, constante da literatura; é aqui caracterizada a ação predominante da força cortante com ruína brusca, com o aparecimento de grandes fissuras com traçados marcantes, com grande deslocamento da laje em relação à parcela de laje (tronco de cone) aderente ao pilar;
- observando o gráfico da figura 90, pode-se observar que existe uma relação próxima da li-

near, na carga de ruína \bar{V}_u à medida que se aumentou a razão entre os lados do pilar;

- no instante da ruína, grande parte da armadura de flexão próxima à ligação apresenta reserva de capacidade resistente, o que indica mal aproveitamento e caracteriza um estado de ruína diferente da ruína por flexão;
- alguns ganchos de ancoragem da armadura de flexão demonstraram ser bem ativos, apresentando grandes deformações;
- seria recomendável dispor-se, numa região da borda próxima da ligação laje-pilar, uma armadura de torção, face às aberturas de fissuras observadas e às grandes deformações dos ganchos de ancoragem da armadura de flexão;
- face à semelhança na configuração de ruína observada nos EdL aqui ensaiados com o EdL 15 (TAKEYA - 1981), parece provável que, dispondo-se armadura transversal como sugerido por MARTINELLI(1974) e TAKEYA(1981), se inibirá a ruína por punção, nas situações aqui ensaiadas;
- ao se diminuir a proporção entre os lados do pilar na ligação, notou-se que há aumentos significativos de solicitação nos ganchos de ancoragem da armadura de flexão, em virtude da diminuição da ancoragem dessa armadura;
- à medida que se aumentou a rigidez da ligação, (isto é, com o aumento da relação entre os lados do pilar), diminuiu-se o deslocamento vertical da laje;
- em virtude do número de ensaios aqui executado e do grande número de parâmetros envolvidos na resistência da ligação laje-pilar torna-se difícil quantificar o quanto pôde interferir nos resultados as dispersões observadas na resistência do concreto.

4.3.- Prosseguimento da Pesquisa

Em virtude do volume de ensaios já realizados no LE-EESC, torna-se imprescindível fazer uma análise conjun-

ta de todos os casos (EdL 1 a 31) a fim de se estabelece-
rem modelos matemáticos simples e/ou tabelas ou ábacos e
compará-los com outros modelos ensaiados em outros cen-
tros de pesquisas, o que levaria à execução, se necessá-
rio, de outros elementos-de-laje com a ligação laje-pilar
solicitada de outra forma.

Outros pontos podem e devem ser a curto prazo a
bordados:

- estabelecer critérios e roteiros de cálculo simples para uso corrente;
- fazer uma análise de custos comparativos com cronogramas, em relação às estruturas convencionais;
- execução e ensaio de painel completo com carga de ruína;
- quantificar a importância da resistência do concreto na resistência da ligação laje-pilar, no que diz respeito à resistência à punção.

CAPÍTULO V

BIBLIOGRAFIA

- . ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas - Norma Brasileira NBR-6118 - "Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado" - São Paulo - 1978.
- . ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318/71)", American Concrete Institute, Detroit, 1971, 78 pp.
- . ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI-318-77)", American Concrete Institute, Detroit, 1977, 102 pp.
- . ACI Committee 318, "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-71)", American Concrete Institute, Detroit, 1971, 96 pp.
- . ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)", American Concrete Institute, Detroit, nov. 1983, 111 pp.
- . ACI Committee 318, "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)", American Concrete Institute, Detroit, nov. 1983, 155 pp.
- . ACI-ASCE Committee 326, "Shear and diagonal tension, part 3, slabs and footings", ACI Journal, 59, nº 3, março 1962, pp. 353-395.
- . ANDERSON, J.L., "Preliminary Summary of Punching of Concrete Slabs with Edge Columns", Bull. CEB, Paris, nº 58, out. 1966, pp. 72-82.
- . BERNAERT, S., "Le poinçonnement des planchers-dalles; état de la question", Bull. CEB, Paris, nº 50, julho 1965, pp. 53-101.
- . BLAKEY, F., "Australian experiments with flat plates", ACI Journal, 60, nº 4, abril 1963, pp. 515-525.
- . BORGES, J.F., LIMA, J.A., "Crack and deformation similitude in reinforced concrete", Laboratório Nacional de Engenharia Civil, LNEC, Lisboa, memória nº 162, 1961, pp. 1-12.

- . BROTCHE, J.F., "Some Australian research on flat plate structures", ACI Journal, 76, nº 1, jan. - fev. 1980, pp. 3-11.
- . BROTCHE, J.F., "Experimental Studies of Prestressed Thin Plate Structures", ACI Journal, 77, março-abril 1980, pp. 87-95.
- . CARPENTER, J.E., KAAR, P.H., HANSON, N.W., "Discussion of proposed revision of ACI 318-63 Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI Journal, 68, nº 3, set. 1970, pp. 696-697.
- . CALDERADO, R.C.B., "Análise Tridimensional de Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado", Pontifícia Universidade Católica, Tese de Mestrado, março 1983.
- . CEB-FIP, "Système international de réglementation technique unifiée des structures code modele CEB-FIP pour les structures en béton", vol. II, Bulletin D'information nº 124/125-F, abril 1978.
- . "Complements au code-modele CEB-FIP 1978", Bull. CEB, Paris, nº 137, junho 1980.
- . CORLEY, W.G., HAWKINS, N.M., "Shearhead reinforcement for slabs", ACI Journal, 65, out. 1968, pp. 811-824.
- . CORLEY, W.G., "Shear in two-way slabs - ACI approach", Bull. CEB, Paris, nº 113, jan. 1979, pp. 177-191.
- . CRISWELL, M.E., "Discussão de GESUND & DIKSHIT (1971)", ACI Journal, 70, nº 1, jan. 1973, pp. 63-64.
- . DI STASIO, J., VAN BUREN, M.P., "Transfer of bending moment between flat plate floor and column", ACI Journal, 32, nº 3, set. 1960, pp. 299-314.
- . DILGER, W.H., GHALI, A., LANGOHR, P.H., "Special shear reinforcement for concrete flat plates", ACI Journal, 73, nº 3, março 1976, pp. 141-146.
- . ELSTNER, R.C., HOGNESTAD, E., "Shearing strength of rein

- forced concrete slabs", ACI Journal, 53, nº 1, julho 1956, pp. 29-58.
- . FIGUEIREDO Fº, J.R. "Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-Pilar em Casos Característicos de Cantos de Lajes-Cogumelo" - Dissertação de Mestrado - EESC - São Carlos - 1981.
 - . FRANZ, G., "Recherche en vue d'augmenter la sécurité au poinçonnement des planchers-dalles au moyen d'etriers", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 50, julho 1965, pp. 131-138.
 - . FRANZ, G., "Remarques préliminaires sur les recherches concernant l'influence de l'armature d'effort tranchant sur la resistances des dalles planes dans la zone des appuis", trad. franc., Bull. CEB, Paris, nº 44, out.1964, pp. 219-227.
 - . FUSCO, P.B., "Estruturas de Concreto - Fundamentos Estatísticos da Segurança das Estruturas" - Editora da Universidade de São Paulo - Editora McGraw-Hill do Brasil, 1977.
 - . GESUND, H., DIKSHIT, O.P., "Yield line analyses of the punching problem at slab/column intersections in cracking, deflection and ultimate load of concrete slab systems", SP-30, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp. 177-201.
 - . GESUND, H., GOLLI, H.B., "Local flexural strength of slabs at interior columns", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, nº ST5, maio 1980, pp. 1063-1078.
 - . GESUND, H., "Flexural limit analysis of concentrically loaded column footings", ACI Journal, 80, maio-junho 1983 pp. 223-228.
 - . GODYCKI, T., KOZICKI, J., "Eccentrically loaded interior slab column connections with shearhead reinforcement", Matériaux et Constructions, vol. 17, nº 98, 1984, pp. 145-148.

- . GOLI, H.B. e GESUND, H. "Flexural strength of flat slabs at exterior columns", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, n° ST11, novembro 1982, pp. 2479-2495.
- . GRAF, O., "Strength tests of thick reinforced concrete slabs supported on all sides under concentrated loads", ("Versuche über die widerstandsfähigkeit von allseitigen dickeneisenbeton platten unter einzellasten"), Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Berlin, n°88, 1938, 22 p.
- . GURALNICK, S.A., LA FRAUGH, R.W., "Laboratory study of a 45 - foot square flat plate structures", ACI Journal 60, n° 9, setembro 1963, pp. 1107-1185.
- . HALL, A.S. e RANGAN, V., "Moments in edges panels of flat plate floors", Journal of Structural Engineering, ASCE, 109, n° 11, novembro 1983, pp. 2638-2650.
- . HANSON, N.W. and HANSON, J.M., "Shear and moment transfer between concrete slabs and columns", Journal, PCA Research and Development Laboratories, V. 10, n° 1, Janeiro 1968, pp. 2-16, also PCA Development Bulletin D129.
- . HATCHER, D.S., SOZEN, M.A., SIESS, C.P., "Test of reinforced concrete flat slab", Journal of the Structural Division, ASCE, 95, n° ST6, junho 1969, pp. 1051-1072.
- . HAWKINS; N.M., "Effect of column rectangularity on the strength and behaviour of slab-column specimens", Structures and Mechanics Report SM 70-2, Univ. de Washington, Seattle, set. 1970.
- . HAWKINS, N.M., CORLEY, W.G., "Transfer of unbalanced moment and shear from flat plates to columns", PCA R/D Series 1482, PCA R & D Div., out. 1970 (tb. in ACI Publication SP-35, 1973, pp. 147-176).
- . HAWKINS, N.M., "Shear strength of slabs with moments transferred to columns", Shear in Reinforced Concrete, Vol. 2, ACI Publication SP-42, Detroit, 1974, pp. 817-846.

- . HAWKINS. N.M., "Shear strength of slabs with shear reinforcement, ACI Publication SP 42-34, Detroit, 1974, pp. 785-815.
- . HERZOG, M., "Discussão de GESUND & DIKSHIT", 1971, ACI Journal, jan. 1973, pp. 65-67.
- . HOGNESTAD, E. "Shearing strength of reinforced column footings", ACI Journal, 50, nº 3, nov. 1953, pp.189-208.
- . ISLAM, S., PARK, R., "Tests on slab-column connections with shear and unbalanced flexure", Journal of the Structural Division, ASCE, 102, nº ST3, março 1976, pp. 549-568.
- . JIRSA, J. O., SOZEN, M.Á., SIESS, C.P., "Tests of a flat slab reinforced with welded wire fabric", Journal of the Structural Division, ASCE, 92, nº ST3, junho 1966, pp. 199-224.
- . KEMP, E.L., WILHELM, W.J., "Influence of spandrel beam torsion on slab capacity based on yield line criteria", ACI Publication SP-35, 1973, pp. 325-341.
- . KINNUNEN, S., NYLANDER, H., "Punching of concrete slabs with out shear reinforcement", Estocolmo, Kungl. Tekniska Hoegskolans Handlingar; nº 158, 1960.
- . KINNUNEN, S., "Punching of concrete slabs with two-way reinforcement", Estocolmo, Kungl. Tekniska Hoegskolans Handlingar, nº 198, 1963.
- . LANGENDONCK, T.H.M. van, "Remarques sur le calcul des dalles au poinçonnement", Bull, CEB, Paris, nº 57, set. 1966, pp. 141-144.
- . LONG, A.E., BOND, D., "Punching failure of reinforced concrete slabs", Proc. Institution of Civil Engineers, 37, maio 1967, pp. 109-135.
- . LONG, A.E., "Punching failure of slab-transfer of moment and shear", Journal of the Structural Division, ASCE, 99, nº ST4, abril 1973, pp. 665-685.

- . LONG, A.E., "A two-phase approach to the prediction of the punching strength of slabs", ACI Journal, 72, nº 2, fev. 1975, pp. 37-45.
- . MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., FIGUEIREDO FILHO, J.R. de, SILVA, D.R., "Sumário Preliminar de estudos experimentais da resistência de ligações laje-pilar", XXI Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Rio de Janeiro, 1981.
- . MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., "Punção em cantos e bordas de pavimentos sem vigas", XVII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Caracas, 1975.
- . MARTINELLI, D.A.O., FERREIRA, J.C., TAKEYA, T., "Sobre a contribuição dos estribos na resistência das ligações laje-pilar", XVIII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Salvador, 1976.
- . MARTINELLI, D.A.O., "Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo", Publ. nº 187, EESC, São Carlos, 1974.
- . MAST, P.E., "Plate stresses at column near the free edge", ACI Journal, 67, nº 11, nov. 1970, pp. 898-902.
- . MAST, P.E., "Stresses in flat plates near columns", ACI Journal, 67, nº 10, out. 1970, pp. 761-768.
- . MOE, J., "Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads", Development Department, Bulletin D47, Portland Cement Association, abril 1961, 130 pp.
- . MORRISON, D.G., HIRASAWA, I. e SOZEN, M.A., "Lateral load tests of R/C slab-column connections", Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 109, nº 11, novembro 1983, pp. 2698-2714.
- . MOWRER, R.D., VANDERBILT, M.D., "Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete flat plates", ACI Journal, 64, nº 11, nov. 1967, pp. 722-729.

- . MULCAHY, J.F. e ROTTER, J.M., "Moment rotation characteristics of flat plate and column", ACI Journal, 80, março-abril, 1983, pp. 85-92.
- . NYLANDER, H., "Punching of reinforced concrete slabs", Bull. CEB, Paris, nº 44, out. 1964, pp. 159-183 (tb. trad. franc., ib.).
- . PARK, R., ISLAM, S., "Strength of slab-column connections with shear and unbalanced flexure", Journal of the Structural Division, ASCE, 102, ST9, set. 1976, pp. 1879-1901.
- . PILLAI, U., KIRK, W., SCAVUZZO, L., "Shear Reinforcement at Slab-Column Connections in a Reinforced Concrete Flat Plate Structure", ACI, Journal, 79, janeiro-fevereiro 1982, pp. 36-42.
- . RANGAN, V. e HALL, A.S., "Moment and shear transfer between slab and edge column", ACI Journal, 80, maio-junho, 1983, pp. 183-191.
- . REGAN, P.E., "Behaviour of reinforced concrete flat slabs", Report 89, CIRIA, London 1980.
- . REGAN, P.E., "Punching tests of slabs subjected to in-plane load", Polytechnic of Central London, London, março 1982.
- . RICHART, F.E., KLUGE, R.W., "Tests of reinforced concrete slabs subjected to concentrated loads", Bull. nº 314, University of Illinois Engineering Experiment Station, junho 1939, 75 pp.
- . RICHART, F.E., "Reinforced concrete wall and column footings", ACI Journal, 45, nº 2, out. 1948, pp. 97-127, nº 3, nov. 1948, pp. 237-260.
- . RIESSAUW, F.G., WANTUR, H.Z., "Étude expérimentale relative au comportement des planchers-dalles au voisinage des poteaux fonction de l'influence simultanée de l'armature de flexion et de l'armature transversale verticale", Revue C. Tijdschrift, v. 06, 1970.

- ROCHA, M., "Dimensionamento Experimental das Estruturas", LNEC, Publicação nº 21, 1952.
- SANTOS, L.M., "Cálculo de Concreto Armado", Editora LMS Ltda., Volumes 1 e 2, 1981.
- SHEHATA, I.A., "Punching of Prestressed and Non-Prestressed Reinforced Concrete Flat Slabs", Thesis for the degree of Master of Philosophy, The Polytechnic of Central London, London, setembro 1982.
- SEIBLE, F., GHALI, A., DILGER, W.H., "Preassembled shear reinforcing units for flat plates", ACI Journal, 77, nº 1, jan.-fev. 1980, pp. 28-35.
- STAMENKOVIC, A., "Flat slab construction - column head strength under combined vertical load and wind moment," Ph.D. Thesis, Civil Engineering Department, Imperial College, London, 1969.
- SYMONDS, S.H., "Flat slabs supported on columns elongated in plan", ACI Journal, 67, nº 12, dez. 1970, pp. 967-975.
- SWAMI, R.N., ALI, S.A.R., "Punching shear behaviour of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete", ACI Journal, 79, set.-out. 1982, pp.392-406.
- STEINMANN, G., "Conclusions - Poinçonnement", Bull. CEB, Paris, nº 57, set. 1966, pp. 145-175.
- TAKEYA, T., "Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo", Publ. 064/83, EESC São Carlos, 1981.
- TALBOT, A.N., "Reinforced concrete wall footings and column footings", Bull. nº 67, University of Illinois, Engineering Experiment Station, março 1913, 114 pp.
- TURNER, C.A.P., Discussion of "Reinforced Concrete Warehouse for Northwest Knitting Co., Minneapolis, Minnesota", Engineering News, V. 54, nº 15, out. 1905, p. 383.

- . YITZHAKI, D., "Punching strength of reinforced concrete slabs", ACI Journal, 63, nº 5, maio 1966, pp. 527-540.
- . YITZHAKI, D., "Punching strength of reinforced concrete slabs", Bull. CEB, Paris, nº 58, out. 1966, pp. 83-115.
- . ZAGHLOOL, E.R.F., PAIVA, H.A.R., GLOCKNER, P.G., "Tests of reinforced concrete flat plate floors", Journal of the Structural Division, ASCE, 96, nº ST3, março 1970, pp. 487-507.
- . ZAGHLOOL, E.R.F., PAIVA, H.A.R., "Tests of flat plate corner column-slab connections", Journal of the Structural Division, ASCE, 99, nº ST3, Proc. Paper 9616, março 1973, pp. 551-572.

VI - ANEXOS

6.1 - Tabelas com os valores das deformações
e deslocamentos transversais medidos
nos ensaios .

RUINA DAS LIGACÖES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMFLO
 MÓDULO 27 3 MOLDADGEM 47 1/64 ENSAIO 17 2,84 LAJE 28 1/4
 DEFURMACÖES NA ARMADURA DE FLEXAG

FASE	CARGA (KN)	3.2	3.4	8.1	9.4	12.3	13.8	14.2	14.6	14.10	15.11
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	3.16	10.	10.	21.	3.	8.	7.	7.	7.	0.	1.
2	6.34	26.	26.	51.	13.	23.	35.	12.	22.	1.	5.
3	10.00	33.	41.	74.	20.	37.	61.	17.	37.	1.	5.
4	12.09	47.	52.	97.	28.	50.	98.	17.	54.	1.	6.
5	15.84	70.	79.	149.	45.	80.	199.	20.	112.	4.	11.
0	0.00	16.	49.	47.	20.	36.	61.	22.	26.	-7.	2.
1	3.69	33.	53.	67.	27.	48.	89.	26.	44.	-4.	5.
2	7.36	45.	62.	91.	33.	60.	117.	30.	67.	-2.	9.
3	10.00	54.	69.	103.	40.	69.	147.	33.	84.	-0.	11.
4	13.15	63.	83.	129.	47.	81.	182.	36.	106.	-0.	12.
5	17.89	89.	104.	173.	61.	106.	260.	39.	154.	7.	16.
6	19.46	97.	113.	203.	66.	120.	319.	48.	193.	10.	9.
7	22.60	120.	135.	274.	66.	159.	449.	45.	261.	12.	24.
8	28.83	139.	161.	333.	115.	151.	551.	48.	329.	43.	32.
9	28.83	159.	184.	385.	137.	222.	662.	50.	384.	64.	32.
10	32.09	209.	218.	473.	162.	256.	814.	59.	463.	94.	43.
11	35.24	255.	270.	572.	190.	313.	950.	67.	545.	130.	61.
12	39.93	317.	325.	690.	216.	358.	1106.	77.	635.	173.	94.
13	41.55	355.	355.	743.	229.	393.	1164.	77.	703.	212.	120.
14	44.71	400.	390.	833.	252.	429.	1292.	86.	769.	252.	141.
15	48.40	455.	450.	945.	283.	482.	1442.	104.	865.	311.	155.
16	51.55	524.	515.	1039.	312.	530.	1573.	120.	959.	377.	187.
17	55.24	602.	602.	1129.	346.	578.	1704.	142.	1050.	432.	201.
18	58.39	683.	710.	1231.	382.	632.	1870.	156.	1158.	505.	233.
19	61.54	743.	789.	1298.	417.	675.	1980.	163.	1240.	558.	233.
20	63.64	802.	842.	1351.	445.	720.	2124.	177.	1319.	606.	271.
21	67.86	880.	926.	1415.	480.	777.	2296.	199.	1432.	678.	310.
22	69.95	937.	998.	1464.	514.	822.	2445.	215.	1526.	762.	344.
23	73.11	1004.	1061.	1493.	557.	874.	2613.	242.	1625.	872.	384.
24	76.80	1061.	1141.	1523.	589.	915.	2758.	264.	1712.	949.	429.
25	79.42	1129.	1202.	1650.	630.	954.	2911.	293.	1811.	1041.	464.
26	82.53	1211.	1281.	1847.	685.	1019.	2911.	327.	1884.	1255.	509.
27	85.73	1299.	1349.	1963.	741.	1073.	3078.	367.	1987.	1439.	571.
28	89.42	1380.	1412.	2099.	793.	1125.	3280.	415.	2089.	1575.	625.
29	92.57	1513.	1509.	2168.	841.	1181.	3445.	518.	2238.	1649.	719.
30	96.67	1593.	1535.	2211.	895.	1239.	3783.	579.	2388.	1842.	759.
31	99.83	1712.	1609.	2343.	1047.	1334.	4147.	667.	2538.	2127.	850.

DEFORMACOES NA ARMADURA DE FLEXAO
 FASE CARGA DEFORMACOES (X10⁴*) NOS PONTOS
 (KN) 15.2 156

0	0.00	0.	0.
1	3.16	-1.	-2.
2	6.84	-7.	-2.
3	10.00	-4.	-2.
4	12.09	-9.	-5.
5	16.84	-7.	1.
0	0.00	-7.	-6.
1	3.36	-3.	1.
2	7.60	-7.	-0.
3	13.15	-7.	1.
4	17.89	-9.	-1.
5	3.	3.	5.
6	19.46	31.	-2.
7	22.62	15.	-3.
8	29.30	17.	-5.
9	25.93	23.	-12.
10	32.09	32.	134.
11	35.24	51.	169.
12	38.93	51.	194.
13	41.55	63.	199.
14	44.71	74.	214.
15	48.40	80.	235.
16	51.55	96.	254.
17	55.24	116.	276.
18	58.39	150.	309.
19	61.54	153.	328.
20	63.64	172.	356.
21	67.86	195.	391.
22	69.95	213.	418.
23	73.11	238.	445.
24	76.80	254.	467.
25	79.42	275.	490.
26	82.58	303.	511.
27	85.73	335.	532.
28	89.42	371.	558.
29	92.57	425.	605.
30	94.67	490.	629.
31	98.35	591.	690.

MODELO 29/ 3 MOLDAGEM 4/ 1/84 ENSAIO 1/ 2/84 IDADE 28 DIAS

DEFORMACUES NO CIRCULO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE	CARGA (KN)	1A	1B	1C	2A	2B	2C	3A	3B	3C	4A
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	3.16	1.	-9.	-4.	-4.	-15.	-12.	-8.	-14.	-17.	-4.
2	6.84	1.	-18.	-14.	-9.	-35.	-23.	-18.	-33.	-40.	-10.
3	10.00	1.	-27.	-19.	-15.	-50.	-42.	-24.	-63.	-60.	-14.
4	12.09	2.	-36.	-26.	-21.	-65.	-57.	-34.	-81.	-87.	-18.
5	16.64	-1.	-50.	-37.	-26.	-100.	-79.	-51.	-92.	-117.	-26.
0	0.00	1.	-7.	1.	-6.	-18.	-16.	-5.	-17.	-17.	-4.
1	3.69	1.	-17.	-6.	-11.	-35.	-29.	-14.	-32.	-37.	-7.
2	7.36	2.	-26.	-13.	-16.	-51.	-43.	-22.	-46.	-59.	-12.
3	10.80	3.	-30.	-18.	-17.	-63.	-53.	-30.	-61.	-74.	-16.
4	13.15	8.	-40.	-27.	-23.	-80.	-72.	-39.	-77.	-97.	-20.
5	17.89	9.	-55.	-39.	-31.	-109.	-93.	-56.	-104.	-131.	-28.
6	19.46	7.	-61.	-51.	-45.	-111.	-120.	-56.	-111.	-152.	-31.
7	22.62	10.	-78.	-56.	-45.	-153.	-134.	-75.	-142.	-187.	-40.
8	26.30	10.	-88.	-68.	-53.	-187.	-161.	-90.	-169.	-223.	-49.
9	28.53	1+	-90.	-78.	-60.	-217.	-180.	-99.	-190.	-258.	-55.
10	32.09	20.	-102.	-94.	-71.	-259.	-215.	-116.	-224.	-307.	-55.
11	35.24	27.	-108.	-107.	-80.	-301.	-250.	-134.	-259.	-360.	-75.
12	38.93	34.	-112.	-122.	-89.	-346.	-286.	-150.	-296.	-418.	-84.
13	41.55	38.	-117.	-135.	-97.	-381.	-315.	-166.	-323.	-463.	-93.
14	44.71	38.	-126.	-148.	-106.	-418.	-346.	-178.	-352.	-500.	-100.
15	48.40	42.	-138.	-163.	-114.	-463.	-383.	-195.	-386.	-569.	-110.
16	51.55	45.	-151.	-180.	-122.	-502.	-421.	-209.	-420.	-625.	-120.
17	55.24	47.	-160.	-196.	-129.	-540.	-452.	-219.	-445.	-676.	-129.
18	59.39	48.	-166.	-217.	-140.	-581.	-501.	-221.	-469.	-738.	-140.
19	61.54	53.	-183.	-226.	-134.	-629.	-530.	-227.	-490.	-791.	-149.
20	65.64	57.	-195.	-240.	-138.	-657.	-566.	-230.	-506.	-821.	-155.
21	67.86	67.	-211.	-261.	-142.	-708.	-617.	-238.	-528.	-850.	-168.
22	69.55	72.	-225.	-282.	-145.	-756.	-666.	-244.	-546.	-929.	-176.
23	73.11	92.	-238.	-301.	-145.	-811.	-724.	-243.	-550.	-974.	-184.
24	76.80	107.	-229.	-316.	-143.	-855.	-771.	-247.	-553.	-1010.	-194.
25	79.42	139.	-208.	-335.	-139.	-903.	-833.	-246.	-553.	-1054.	-206.
26	82.59	163.	-97.	-278.	-117.	-971.	-916.	-238.	-536.	-1095.	-213.
27	85.73	173.	-69.	-271.	-103.	-1036.	-1005.	-242.	-515.	-1112.	-221.
28	89.42	187.	-52.	-273.	-83.	-1087.	-1080.	-249.	-503.	-1145.	-230.
29	92.57	200.	-28.	-272.	-47.	-1168.	-1222.	-272.	-473.	-1189.	-233.
30	94.67	199.	-10.	-281.	-21.	-1225.	-1323.	-310.	-452.	-1182.	-252.
31	98.35	205.	-11.	-296.	10.	-1320.	-1491.	-379.	-432.	-1204.	-265.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 29/ 3 MOLDAGEM 4/ 1/84 ENSAIO 1/ 2/84 IDADE 28 DIAS

DEFORMACOES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE	CARGA (KN)	DEFORMACOES (X10 ⁻⁴)	8A	8B	8C
0	0.00	0.	0.	0.	0.
1	3.15	-9.	-5.	-5.	-13.
2	6.84	-33.	-10.	-5.	-33.
3	10.00	-47.	-14.	-6.	-51.
4	12.09	-62.	-20.	-7.	-66.
5	16.84	-80.	-29.	-9.	-95.
0	0.00	-7.	-1.	2.	-11.
1	3.69	-27.	-6.	0.	-32.
2	7.36	-42.	-10.	-2.	-48.
3	10.00	-52.	-13.	-3.	-61.
4	13.15	-72.	-19.	-6.	-81.
5	17.89	-102.	-31.	-8.	-109.
6	19.46	-120.	-34.	-6.	-119.
7	22.62	-142.	-43.	-6.	-144.
8	26.30	-169.	-52.	-7.	-167.
9	28.95	-197.	-63.	-7.	-186.
10	32.09	-235.	-77.	-4.	-217.
11	35.24	-279.	-95.	-4.	-247.
12	38.93	-323.	-116.	-4.	-279.
13	41.55	-354.	-136.	-3.	-306.
14	44.71	-402.	-151.	-4.	-334.
15	48.40	-455.	-176.	-3.	-373.
16	51.55	-506.	-201.	-4.	-411.
17	53.24	-556.	-222.	-3.	-450.
18	58.39	-617.	-249.	-2.	-494.
19	61.54	-659.	-272.	-1.	-527.
20	63.64	-701.	-291.	1.	-563.
21	67.86	-760.	-321.	3.	-612.
22	69.95	-809.	-345.	1.	-656.
23	73.11	-855.	-371.	2.	-704.
24	79.80	-902.	-390.	3.	-751.
25	79.42	-927.	-408.	2.	-800.
26	82.58	-995.	-426.	6.	-830.
27	85.73	-950.	-447.	7.	-877.
28	89.42	-1000.	-485.	5.	-923.
29	92.57	-1051.	-486.	11.	-989.
30	94.67	-1106.	-490.	14.	-1030.

RUINA DAS LIGAGCES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MDELO 30/ 3 MOLDAGEN 20/12/83 ENSAIO 26/ 1/84 IDADE 37 DIAS
 DEFURMACCES NA ARMADUKA DE FLEXAO

FASE	CARGA (KN)	1.2	2.3	3.2	3.4	4.3	5.2	6.1	6.3	7.2	7.4
		DEFORMACCOES (X10 ⁻⁶) NOS PONTOS									
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	-1.	1.	-2.	15.	-3.	2.	3.	-4.	-3.	-1.
2	6.84	-5.	-9.	-5.	53.	0.	13.	10.	-8.	-6.	14.
3	10.00	12.	19.	19.	77.	6.	28.	23.	-9.	109.	9.
4	13.69	27.	65.	48.	113.	46.	63.	76.	-9.	157.	9.
5	16.31										
0	0.00	-4.	17.	-2.	56.	-0.	3.	-14.	-30.	51.	28.
1	4.22	1.	26.	6.	126.	7.	13.	-3.	-29.	150.	51.
2	6.84	9.	53.	11.	141.	12.	23.	9.	-30.	131.	70.
3	10.00	18.	41.	19.	156.	18.	33.	19.	-30.	160.	105.
4	13.69	27.	54.	30.	170.	28.	47.	49.	-28.	164.	133.
5	16.31	42.	63.	37.	192.	36.	67.	49.	-22.	120.	104.
6	20.00	42.	100.	58.	213.	108.	142.	98.	-24.	97.	126.
7	23.15	59.	153.	83.	244.	167.	241.	150.	-23.	211.	140.
8	26.31	84.	221.	123.	285.	240.	333.	211.	-25.	143.	230.
9	28.94	111.	360.	193.	315.	323.	441.	268.	-17.	169.	232.
10	32.62	161.	502.	228.	346.	393.	553.	331.	-13.	268.	157.
11	35.24	203.	555.	283.	376.	440.	617.	457.	-6.	335.	198.
12	38.93	251.	702.	342.	432.	506.	695.	552.	21.	448.	178.
13	42.09	294.	761.	406.	521.	539.	786.	671.	52.	602.	202.
14	44.71	337.	820.	466.	593.	647.	850.	743.	87.	667.	259.
15	48.40	413.	902.	554.	650.	710.	926.	858.	137.	869.	275.
16	51.55	494.	978.	639.	716.	792.	1002.	1127.	200.	974.	261.
17	54.18	602.	1040.	707.	782.	820.	1097.	1234.	265.	1070.	429.
18	57.86	976.	1101.	781.	826.	857.	1135.	1447.	364.	1144.	625.
19	60.49	939.	1177.	860.	869.	924.	1209.	1617.	474.	1189.	813.
20	63.64	1007.	1274.	950.	921.	995.	1286.	1792.	607.	1368.	811.
21	66.80	1238.	1300.	1026.	964.	1052.	1347.	1915.	741.	1477.	1043.
22	69.95	1025.	1448.	1095.	1003.	1104.	1470.	2009.	869.	1569.	1000.
23	73.11	1542.	1536.	1181.	1050.	1171.	1592.	2109.	999.	1655.	1208.
24	76.26	1379.	1662.	1253.	1101.	1242.	1617.	2247.	1105.	1759.	1348.
25	79.42	1633.	1752.	1334.	1147.	1311.	1617.	2385.	1208.	1944.	1457.
26	82.58	1644.	1852.	1426.	1206.	1401.	1693.	2538.	1321.	1943.	1447.
27	85.73	1713.	1945.	1529.	1258.	1482.	1759.	2697.	1433.	2014.	1591.

RUINA DAS LIGACDES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO

MODELO 30/ 3 MOLDAGEM 20/12/83 ENSAIO 26/ 1/84 IDADE37 DIAS

DEFORNACOES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE	CARGA (KN)	8.1	8.3	9.2	9.4	10.1	10.3	13.6	13.6	13.10	14.2
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	8.	-3.	6.	-4.	4.	4.	17.	4.	-0.	-4.
2	6.84	27.	-9.	-20.	-9.	9.	14.	66.	11.	-3.	-22.
3	10.00	52.	-11.	0.	-11.	19.	18.	92.	16.	-4.	-29.
4	13.69	104.	-7.	-101.	-11.	57.	30.	160.	27.	4.	2.
5	16.84	20.	-36.	-30.	-33.	-18.	-4.	32.	-4.	-2.	-16.
0	4.22	35.	-35.	-34.	-34.	-13.	5.	54.	3.	-1.	-19.
1	6.84	47.	-34.	157.	-33.	-6.	9.	78.	8.	1.	-12.
2	10.53	64.	-35.	229.	-36.	1.	15.	106.	13.	2.	-71.
3	13.69	84.	-31.	323.	-36.	12.	21.	143.	20.	5.	-75.
4	16.84	100.	-29.	333.	-36.	19.	27.	171.	26.	6.	-75.
5	20.00	139.	-16.	334.	-34.	44.	43.	258.	36.	8.	-81.
6	23.15	137.	-10.	410.	-33.	71.	53.	359.	55.	9.	-84.
7	26.31	245.	18.	452.	-25.	112.	74.	481.	50.	7.	-91.
8	28.93	311.	50.	532.	-11.	152.	104.	627.	144.	7.	-93.
9	32.62	405.	114.	558.	-13.	202.	180.	814.	234.	10.	-95.
10	35.24	439.	133.	641.	21.	312.	243.	957.	315.	15.	-93.
11	38.93	595.	128.	824.	44.	378.	299.	1149.	429.	24.	-19.
12	42.09	708.	247.	775.	78.	444.	351.	1360.	560.	48.	-28.
13	44.71	804.	293.	808.	109.	482.	388.	1520.	666.	72.	81.
14	48.40	922.	355.	804.	146.	550.	443.	1726.	799.	116.	159.
15	51.55	1044.	414.	894.	185.	577.	511.	1905.	953.	130.	271.
16	54.18	1132.	664.	1037.	222.	584.	568.	2050.	1108.	245.	315.
17	57.86	1218.	527.	1202.	395.	709.	611.	2212.	1301.	332.	401.
18	60.49	1491.	592.	1252.	433.	791.	666.	2354.	1514.	428.	520.
19	63.64	1659.	674.	1417.	506.	807.	727.	2518.	1773.	532.	719.
20	66.80	1837.	744.	1703.	573.	971.	778.	2642.	2055.	668.	975.
21	69.95	2005.	829.	1837.	638.	914.	830.	2785.	2287.	780.	903.
22	73.11	2104.	926.	1688.	618.	1044.	852.	2982.	2533.	892.	1132.
23	76.26	2195.	1079.	1909.	753.	1093.	982.	3027.	2944.	1017.	1237.
24	79.42	2304.	1190.	2068.	807.	1265.	1074.	3087.	3073.	1057.	1260.
25	82.58	2402.	1331.	2285.	859.	1355.	1101.	3208.	3208.	1146.	1513.
26	85.73		1481.	2305.	942.	1422.	1179.	3264.	3264.	1200.	1647.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 30/3 MOLDAGEM 20/12/63 ENSAIO 26/1/84 IDADE 37 DIAS

DEFORMACOES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE	CARGA (KN)	DEFORMACOES (X10 ⁻⁶)	NGS	PONTOS	15.3	15.5	15.7	15.9	16.2	16.4
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	13.	8.	-1.	2.	9.	-3.	0.	11.	7.
2	6.84	-	-	-	-	-	-	6.	25.	15.
3	10.00	-7.	22.	-4.	33.	30.	-6.	173.	39.	34.
4	13.69	77.	31.	-12.	37.	55.	-11.	532.	59.	35.
5	16.31	164.	43.	-13.	53.	145.	-13.			
0	0.00	43.	-8.	-15.	4.	30.	-15.	536.	-6.	-7.
1	4.22	61.	1.	-16.	37.	43.	-13.	878.	5.	13.
2	6.84	81.	8.	-17.	39.	65.	-23.	832.	14.	13.
3	10.00	103.	16.	-18.	39.	89.	-23.	891.	25.	13.
4	13.69	135.	27.	-19.	19.	115.	-21.	834.	39.	28.
5	16.31	160.	35.	-20.	37.	137.	33.	696.	50.	23.
6	20.00	224.	40.	-23.	20.	157.	69.	1096.	90.	44.
7	23.15	291.	49.	-26.	51.	195.	68.	1127.	125.	47.
8	26.31	383.	66.	-28.	52.	257.	72.	1161.	160.	47.
9	29.53	471.	95.	-30.	200.	325.	55.	1168.	220.	114.
10	32.62	585.	209.	-40.	339.	414.	89.	1118.	292.	192.
11	35.24	675.	285.	-42.	400.	484.	88.	1216.	324.	225.
12	38.93	812.	375.	-46.	536.	608.	86.	1362.	390.	327.
13	42.09	965.	466.	-44.	623.	729.	238.	1414.	478.	414.
14	44.71	1079.	540.	-43.	697.	821.	270.	1443.	541.	446.
15	48.40	1213.	642.	-27.	839.	935.	371.	1443.	625.	543.
16	51.55	1346.	752.	11.	854.	1045.	368.	1566.	715.	628.
17	54.18	1453.	856.	60.	966.	1128.	443.	1713.	831.	645.
18	57.26	1541.	1001.	130.	1022.	1223.	502.	3111.	954.	770.
19	60.49	1649.	1172.	217.	1165.	1326.	549.	3161.	1026.	848.
20	63.64	1735.	1352.	315.	1302.	1463.	649.	3345.	1164.	937.
21	66.80	1840.	1501.	415.	1431.	1578.	749.	3715.	1254.	1003.
22	69.95	1950.	1639.	505.	1528.	1774.	729.	4001.	1357.	1071.
23	73.11	2059.	1809.	622.	1699.	1997.	803.	4156.	1463.	1151.
24	76.26	2226.	2002.	759.	1890.	1917.	891.	4190.	1599.	1233.
25	79.42	2385.	2139.	873.	1946.	2027.	915.	5025.	1710.	1299.
26	82.58	2557.	2280.	1000.	2065.	2150.	1009.	5424.	1853.	1376.
27	85.73	2759.	2415.	1138.	2262.	2286.	1034.	5848.	2010.	1460.

RUINA DAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COSUMELC

MODELO 30/ 3 MOLDAGEM 20/12/83 ENSAIO 26/ 1/84 IDADE 37 DIAS

DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO

FASE	CARGA		DEFORMAÇÕES (X10 ⁻³)		NOS PONTOS		14A	15B	15A	16B	16A
	(KN)	18.8	17.5	17.7	14B	15A					
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	6.	6.	4.	-5.	-2.	-0.	-2.	-2.	-1.	-12.
2	8.24	14.	14.	14.	-13.	-1.	-1.	-1.	-2.	-5.	-33.
3	10.00	20.	20.	19.	-16.	-2.	-2.	-1.	-4.	-2.	-39.
4	13.69	28.	28.	29.	-17.	-2.	-12.	-7.	6.	-25.	-14.
5	16.84	-22.	-12.	61.	-20.	-6.	-21.	-9.	10.	-24.	-17.
0	0.00	-15.	-5.	82.	-23.	-0.	-20.	-11.	10.	-29.	-20.
1	4.22	-8.	-1.	99.	-23.	4.	-21.	-11.	10.	-31.	-21.
2	6.84	-2.	6.	117.	-24.	11.	-21.	-13.	9.	-35.	-21.
3	10.00	9.	13.	136.	-25.	18.	-21.	-13.	10.	-40.	-21.
4	13.69	15.	20.	150.	-25.	23.	-21.	-15.	11.	-43.	-22.
5	16.84	25.	29.	169.	-25.	33.	-22.	-19.	55.	-51.	-9.
6	20.00	36.	38.	186.	-25.	39.	-32.	-23.	79.	-60.	13.
7	23.15	55.	57.	206.	-24.	56.	-33.	-30.	113.	-72.	13.
8	26.31	85.	84.	226.	-24.	71.	-33.	-30.	131.	-95.	113.
9	28.53	100.	137.	250.	-23.	91.	-45.	-31.	169.	-120.	160.
10	32.22	121.	188.	272.	-22.	103.	-46.	-34.	202.	-132.	182.
11	35.24	144.	234.	309.	-22.	122.	-52.	-41.	257.	-150.	234.
12	38.53	170.	252.	335.	-21.	136.	-59.	-52.	309.	-153.	232.
13	42.09	203.	350.	373.	-20.	143.	-59.	-65.	350.	-157.	237.
14	47.71	263.	400.	421.	-19.	162.	-59.	-90.	454.	-162.	244.
15	51.55	319.	449.	462.	-18.	189.	-55.	-117.	553.	-171.	252.
16	54.18	381.	504.	498.	-18.	216.	-47.	-147.	652.	-178.	281.
17	57.80	473.	571.	547.	-16.	253.	-37.	-177.	749.	-185.	289.
18	60.49	574.	621.	596.	-17.	307.	-19.	-211.	866.	-193.	320.
19	63.64	675.	706.	649.	-18.	354.	1.	-249.	991.	-203.	340.
20	66.00	802.	750.	697.	-17.	402.	26.	-292.	1098.	-212.	358.
21	69.75	931.	812.	739.	-17.	450.	54.	-320.	1219.	-232.	417.
22	73.11	1080.	882.	793.	-15.	505.	98.	-380.	1406.	-232.	458.
23	76.26	1273.	952.	852.	-12.	573.	169.	-454.	1628.	-244.	503.
24	79.42	1401.	1014.	909.	-12.	631.	256.	-520.	1816.	-257.	549.
25	82.58	1645.	1095.	977.	-20.	752.	386.	-591.	2023.	-269.	577.
26	85.73	1835.	1174.	1060.	-35.	759.	542.	-657.	2220.	-290.	637.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MCDELO 30/3 MOLDAGEM 20/12/83 ENSAIO 26/1/84 IDADE 37 DIAS
 DEFORMACOES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE	CARGA (KN)	DEFURMACOES (X10*6) NOS PONTOS	2A	2B	2C	3A	3B	3C	4A
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	-1.	-24.	-23.	-28.	-5.	-15.	-19.	-20.
2	6.84	3.	-52.	-53.	-71.	-13.	-31.	-45.	-43.
3	10.00	5.	-69.	-68.	-99.	-14.	-36.	-57.	-55.
4	13.69	13.	-94.	-94.	-144.	-18.	-39.	-75.	-74.
5	16.31								
0	0.00	-5.	-22.	-15.	-15.	3.	2.	-3.	-12.
1	4.22	-4.	-37.	-32.	-60.	-3.	-7.	-17.	-35.
2	6.84	-1.	-49.	-45.	-84.	-7.	-13.	-28.	-47.
3	10.53	3.	-62.	-55.	-115.	-12.	-19.	-42.	-62.
4	13.69	9.	-79.	-79.	-137.	-15.	-27.	-59.	-72.
5	16.84	12.	-90.	-90.		-15.	-33.	-71.	
6	20.00	24.	-121.	-117.	-181.	-20.	-39.	-35.	-94.
7	23.15	32.	-145.	-143.	-229.	-27.	-45.	-101.	-115.
8	26.31	46.	-166.	-169.	-285.	-33.	-60.	-124.	-141.
9	29.53	61.	-192.	-200.	-350.	-41.	-71.	-161.	-167.
10	32.62	79.	-220.	-241.	-430.	-50.	-87.	-191.	-195.
11	35.24	94.	-238.	-275.	-503.	-54.	-97.	-209.	-217.
12	38.93	106.	-264.	-318.	-589.	-60.	-113.	-242.	-243.
13	42.09	119.	-289.	-356.	-672.	-63.	-128.	-273.	-269.
14	44.71	132.	-311.	-396.	-736.	-67.	-142.	-306.	-288.
15	48.40	147.	-336.	-421.	-816.	-71.	-158.	-340.	-310.
16	51.55	171.	-364.	-456.	-893.	-76.	-173.	-372.	-330.
17	54.18	205.	-390.	-486.	-960.	-77.	-184.	-401.	-345.
18	57.86	151.	-352.	-508.	-1022.	-79.	-193.	-424.	-361.
19	60.49	137.	-324.	-531.	-1093.	-81.	-203.	-453.	-386.
20	63.64	122.	-307.	-556.	-1173.	-83.	-213.	-484.	-421.
21	66.80	105.	-301.	-594.	-1254.	-85.	-222.	-512.	-444.
22	69.95	73.	-298.	-552.	-1316.	-91.	-230.	-537.	-452.
23	73.11	51.	-283.	-501.	-1361.	-105.	-239.	-547.	-444.
24	76.26	34.	-26.	-464.	-1394.	-110.	-237.	-555.	-445.
25	79.42	17.	-31.	-435.	-1415.	-113.	-234.	-563.	-451.
26	82.58	9.	-37.	-406.	-1413.	-111.	-231.	-577.	-452.
27	85.73	-0.	-44.	-382.	-1405.	-108.	-226.	-601.	-439.

RUINA DAS LIGACUES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 30/ 3 MOLDAGEM 20/12/83 ENSAIO 26/ 1/84 IDADE 37 DIAS
 DEFORMACUES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE	CARGA (KN)	DEFORMACUES 43	DEFORMACUES (X10**6) 4C	5A	NOS PONTOS 5B	5C	6A	6B	6C	7A	7B
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	4.22	-19.	-16.	-23.	-20.	-15.	-27.	-19.	-12.	-15.	-7.
2	6.84	-	-	-50.	-48.	-38.	-67.	-54.	-41.	-38.	-16.
3	10.00	-58.	-64.	-65.	-58.	-51.	-93.	-72.	-65.	-53.	-21.
4	13.69	-76.	-91.	-75.	-68.	-69.	-128.	-99.	-102.	-77.	-25.
5	16.84	-9.	-1.	-9.	-7.	2.	-16.	0.	7.	-14.	3.
6	20.00	-23.	-19.	-26.	-21.	-12.	-37.	-21.	-15.	-25.	-5.
7	23.15	-35.	-34.	-37.	-31.	-23.	-55.	-37.	-33.	-36.	-7.
8	26.31	-47.	-50.	-50.	-44.	-35.	-75.	-56.	-52.	-49.	-13.
9	28.53	-64.	-72.	-65.	-58.	-50.	-101.	-77.	-78.	-65.	-20.
10	32.62	-75.	-67.	-75.	-68.	-60.	-120.	-95.	-96.	-77.	-25.
11	35.24	-92.	-113.	-92.	-77.	-77.	-153.	-119.	-133.	-95.	-30.
12	38.93	-105.	-138.	-106.	-88.	-90.	-181.	-137.	-166.	-133.	-31.
13	42.09	-124.	-167.	-131.	-104.	-108.	-217.	-158.	-204.	-136.	-31.
14	44.71	-141.	-200.	-156.	-120.	-130.	-257.	-178.	-248.	-138.	-32.
15	48.40	-162.	-241.	-191.	-140.	-134.	-315.	-203.	-292.	-193.	-33.
16	51.55	-176.	-266.	-213.	-152.	-170.	-364.	-221.	-325.	-292.	-31.
17	54.18	-193.	-301.	-246.	-170.	-195.	-421.	-249.	-377.	-226.	-29.
18	57.86	-208.	-340.	-281.	-183.	-221.	-478.	-275.	-434.	-232.	-30.
19	60.49	-217.	-371.	-309.	-208.	-239.	-539.	-300.	-484.	-271.	-30.
20	63.64	-239.	-410.	-343.	-226.	-262.	-594.	-333.	-547.	-298.	-31.
21	66.80	-249.	-450.	-375.	-240.	-283.	-658.	-364.	-610.	-324.	-32.
22	69.95	-249.	-483.	-405.	-251.	-299.	-706.	-376.	-655.	-346.	-33.
23	73.11	-249.	-517.	-434.	-258.	-315.	-741.	-360.	-691.	-371.	-36.
24	76.26	-249.	-549.	-468.	-265.	-330.	-793.	-434.	-719.	-403.	-41.
25	79.42	-239.	-567.	-503.	-274.	-341.	-797.	-301.	-762.	-434.	-45.
26	82.58	-214.	-559.	-531.	-279.	-345.	-793.	-260.	-794.	-457.	-47.
27	85.73	-194.	-567.	-554.	-284.	-354.	-801.	-226.	-830.	-477.	-47.
		-169.	-581.	-589.	-287.	-371.	-809.	-184.	-850.	-504.	-44.
		-132.	-603.	-587.	-286.	-374.	-814.	-138.	-831.	-531.	-44.
			-636.	-606.	-287.	-399.	-833.	-95.	-880.	-564.	-31.
		-114.	-687.	-621.	-280.	-418.	-854.	-53.	-1031.	-595.	-29.
		-94.	-739.	-631.	-273.	-434.	-866.	4.	-1073.	-605.	-19.

RUINA DAS LIGACÖES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 30/3 MOLDAGEM 20/12/83 ENSAIO 26/1/84 IDADE 37 DIAS
 DEFORMACÖES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE CARGA DEFURMACÖES (X10**6) NOS PCNTOS
 7C

0	0.00	0.
1	4.22	-8.
2	6.84	-
3	10.00	-23.
4	13.69	-41.
5	16.31	-53.
0	0.00	3.
1	4.22	-13.
2	6.85	-24.
3	10.53	-36.
4	13.69	-54.
5	16.84	-62.
6	20.00	-85.
7	23.15	-103.
8	26.31	-129.
9	28.93	-152.
10	32.62	-182.
11	35.24	-208.
12	38.93	-240.
13	42.09	-272.
14	44.71	-302.
15	48.40	-334.
16	51.55	-365.
17	54.18	-391.
18	57.86	-414.
19	60.49	-436.
20	63.24	-451.
21	66.80	-485.
22	69.95	-503.
23	73.11	-523.
24	76.26	-543.
25	79.42	-561.
26	82.59	-584.
27	85.73	-605.

RUINA DAS LIGACÖES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 31/ 3 MOLDAGEM 12/12/83 ENSAIO 18/ 1/84 IDADE 36 DIAS
 DEFORMACÖES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE	CARGA (KN)	1.2	2.3	3.2	3.4	4.3	5.2	5.4	6.1	6.3	7.2
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	2.62	15.	10.	10.	6.	6.	10.	4.	12.	4.	14.
2	5.25	33.	21.	22.	13.	8.	21.	7.	31.	9.	27.
3	7.87	72.	42.	47.	31.	13.	42.	11.	68.	17.	45.
4	12.62	91.	53.	59.	44.	17.	55.	13.	85.	21.	61.
5	15.25	130.	73.	88.	44.	21.	83.	17.	122.	32.	80.
6	16.83	189.	95.	150.	57.	30.	109.	20.	145.	43.	101.
7	21.56	300.	140.	254.	85.	48.	173.	26.	217.	65.	139.
8	24.71	386.	213.	337.	136.	75.	255.	32.	299.	91.	193.
9	27.87	480.	298.	440.	187.	112.	354.	39.	393.	123.	262.
10	30.49	591.	350.	529.	231.	164.	458.	48.	509.	164.	333.
11	34.18	731.	359.	641.	294.	248.	581.	59.	665.	238.	445.
12	37.33	797.	428.	727.	357.	303.	668.	68.	766.	300.	530.
13	39.50	834.	482.	802.	400.	345.	735.	78.	837.	357.	602.
14	43.11	910.	646.	1005.	459.	521.	915.	124.	907.	515.	755.
15	46.27	965.	736.	1132.	484.	659.	1048.	172.	954.	630.	873.
16	49.43	1041.	842.	1231.	528.	768.	1198.	218.	1162.	751.	940.
17	52.05	1132.	921.	1313.	572.	877.	1287.	268.	1307.	872.	937.
18	55.74	1345.	1031.	1462.	664.	1096.	1382.	492.	1535.	1074.	1315.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COSUMELO
 MODELO 31/3 MOLDAGEM 13/12/83 ENSAIO 18/1/84 IDADE 36 DIAS
 DEFORMACOES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE	CARGA (KN)	7.4	8.1	8.3	13.4	13.6	13.8	14.2	14.4	14.6	14.8
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	2.62	2.	12.	0.	35.	18.	3.	10.	21.	12.	8.
2	5.25	6.	30.	7.	98.	39.	8.	24.	69.	30.	12.
3	7.87	13.	58.	20.	207.	80.	16.	51.	153.	58.	14.
4	12.62	19.	72.	25.	262.	102.	20.	65.	192.	76.	19.
5	15.25	22.	102.	37.	370.	150.	28.	91.	281.	109.	25.
6	16.83	30.	126.	47.	473.	207.	36.	117.	357.	143.	31.
7	21.56	42.	179.	67.	651.	322.	58.	203.	482.	210.	41.
8	24.71	59.	230.	91.	857.	433.	119.	298.	637.	303.	51.
9	27.87	77.	290.	120.	1071.	609.	202.	422.	779.	409.	91.
10	30.49	95.	367.	155.	1301.	764.	318.	544.	947.	537.	123.
11	34.18	133.	472.	206.	1643.	979.	473.	695.	1144.	715.	205.
12	37.33	154.	543.	247.	1906.	1133.	576.	810.	1282.	847.	264.
13	39.96	184.	600.	281.	2123.	1268.	660.	904.	1393.	962.	315.
14	42.11	237.	725.	358.	2646.	1638.	852.	1142.	1623.	1252.	471.
15	46.27	282.	803.	429.	3078.	1998.	1015.	1406.	1792.	1477.	591.
16	49.43	335.	900.	525.	3744.	2315.	1154.	1713.	1965.	1695.	700.
17	52.05	385.	956.	605.	4513.	2541.	1265.	2090.	2114.	1832.	739.
18	55.74	460.	1120.	749.	5513.	3013.	1526.	2713.	2272.	2061.	914.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COCUMELO
 MODELO 31/ 3 MOLDAGEM 13/12/83 ENSAIO 18/ 1/84 IDADE 36 DIAS
 DEFORMACOES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE CARGA DEFORMACOES (X10*6) NOS PONTOS

	(KN)	15.3	15.5	15.7	16.2	16.4	16.6	17.3	17.5	14B	14A
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	2.62	17.	13.	10.	-0.	8.	7.	3.	7.	4.	1.
2	5.25	44.	38.	19.	4.	26.	20.	5.	17.	12.	3.
3	7.87	96.	77.	38.	14.	53.	40.	5.	33.	23.	5.
4	12.62	121.	98.	49.	20.	67.	51.	6.	43.	30.	6.
5	15.25	177.	143.	68.	37.	94.	72.	4.	57.	42.	15.
6	16.83	223.	161.	87.	53.	120.	95.	3.	71.	57.	37.
7	21.56	292.	242.	117.	85.	157.	129.	-4.	91.	78.	45.
8	24.71	384.	328.	156.	126.	205.	171.	-13.	120.	103.	77.
9	27.87	475.	406.	195.	173.	260.	207.	-20.	145.	139.	172.
10	30.49	563.	494.	235.	212.	323.	245.	-77.	171.	169.	455.
11	34.18	684.	602.	296.	278.	395.	308.	-264.	208.	205.	1052.
12	37.23	791.	688.	338.	339.	450.	360.	-389.	235.	232.	1432.
13	39.98	877.	782.	376.	389.	495.	402.	-471.	260.	252.	1928.
14	43.11	1034.	938.	467.	483.	600.	482.	-630.	344.	378.	2338.
15	46.27	1100.	1095.	546.	568.	693.	517.	-760.	386.	376.	2691.
16	49.43	1167.	1232.	658.	670.	788.	555.	-899.	429.	427.	3225.
17	52.05	1250.	1339.	753.	763.	866.	591.	-1050.	470.	471.	3819.
18	55.74	1376.	1572.	923.	881.	1001.	654.	-1351.	548.	546.	5043.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 31/ 3 MOLDAGEM 13/12/83 ENSAIO 18/ 1/84 IDADE 36 DIAS

DEFORMACOES NA ARMADURA DE FLEXAO

FASE CARGA DEFORMACOES (X10*6) NCS PONTOS

	(KN)	15B	15A	16B	16A
0	0.00	0.	0.	0.	0.
1	2.62	3.	-1.	-3.	-1.
2	5.25	3.	0.	-0.	2.
3	7.87	3.	0.	-0.	4.
4	12.62	3.	-1.	-0.	4.
5	15.25	3.	4.	2.	8.
6	19.83	2.	13.	3.	11.
7	21.56	-14.	37.	3.	17.
8	24.71	-28.	143.	6.	29.
9	27.87	-50.	234.	6.	45.
10	30.49	-61.	261.	4.	62.
11	34.18	-60.	270.	1.	77.
12	37.33	-67.	298.	1.	89.
13	39.96	-73.	321.	1.	105.
14	42.11	-83.	422.	-18.	200.
15	46.27	-129.	589.	-35.	290.
16	49.43	-169.	738.	-54.	385.
17	52.05	-206.	865.	-85.	476.
18	55.74	-276.	1040.	-142.	619.

RUINA DAS LIGACÇES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 3I/ 3 MOLDAGEM 13/12/83 ENSAIO 18/ 1/84 IDADE 36 DIAS
 DEFORMAÇÕES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE	CARGA (KN)	1A	1B	1C	2B	2C	3A	3B	3C	4A	4B
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	2.62	4.	-6.	-16.	-4.	-14.	-13.	-16.	-21.	-5.	-3.
2	5.25	13.	-17.	-47.	-17.	-41.	-30.	-36.	-48.	-13.	-7.
3	7.87	32.	-32.	-85.	-38.	-81.	-55.	-60.	-84.	-23.	-11.
4	12.62	39.	-39.	-111.	-48.	-102.	-70.	-78.	-104.	-29.	-14.
5	15.25	54.	-53.	-152.	-68.	-142.	-94.	-98.	-132.	-41.	-17.
6	16.83	69.	-73.	-187.	-83.	-179.	-116.	-117.	-162.	-50.	-22.
7	21.56	96.	-90.	-244.	-115.	-244.	-149.	-136.	-196.	-66.	-25.
8	24.71	-	-90.	-321.	-149.	-319.	-155.	-162.	-240.	-85.	-29.
9	27.87	77.	-181.	-402.	-177.	-461.	-214.	-171.	-281.	-98.	-38.
10	30.49	-	-292.	-507.	-210.	-560.	-233.	-179.	-331.	-110.	-36.
11	34.18	51.	-299.	-617.	-265.	-640.	-233.	-181.	-405.	-123.	-21.
12	37.33	40.	-305.	-717.	-315.	-701.	-224.	-182.	-464.	-131.	-23.
13	39.96	36.	-302.	-760.	-358.	-796.	-226.	-183.	-504.	-140.	-22.
14	43.11	22.	-280.	-762.	-436.	-863.	-205.	-153.	-574.	-152.	-21.
15	46.27	20.	-251.	-769.	-484.	-923.	-207.	-91.	-548.	-168.	-19.
16	49.43	29.	-235.	-743.	-535.	-982.	-209.	-69.	-564.	-174.	-15.
17	52.05	78.	-259.	-728.	-595.	-1059.	-217.	-67.	-592.	-172.	-5.
18	55.74	-	-	-	-693.	-	-283.	-132.	-712.	-170.	-17.

RUINA DAS LIGACOES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES COGUMELO
 MODELO 31/ 3 MOLDAGEM 13/12/83 ENSAIO 12/ 1/84 IDADE 36 DIAS

DEFORMACOES NO CONCRETO NA FACE INFERIOR DA LAJE

FASE CARGA DEFURMACOES (X10**6) NOS PONTOS

	(KN)	4C	5A	5B	5C	6A	6B
0	0.00	0.	0.	0.	0.	0.	0.
1	2.02	-6.	-26.	-14.	-30.	-17.	-10.
2	5.25	-12.	-65.	-42.	-66.	-48.	-18.
3	7.87	-23.	-115.	-67.	-121.	-92.	-31.
4	12.02	-37.	-170.	-109.	-146.	-110.	-38.
5	15.25		-182.	-141.	-188.	-138.	-47.
6	16.83	50.	-214.	-170.	-233.	-159.	-50.
7	21.50	-65.	-253.	-206.	-300.	-191.	-74.
8	24.71	-81.	-324.	-246.	-375.	-225.	-73.
9	27.87	-94.	-380.	-273.	-450.	-251.	-78.
10	30.49	-111.	-447.	-305.	-533.	-270.	-84.
11	34.18	-130.	-534.	-354.	-645.	-302.	-91.
12	37.33	-147.	-580.	-383.	-748.	-322.	-95.
13	39.90	-159.	-592.	-405.	-826.	-336.	-98.
14	43.11	-176.	-612.	-273.	-797.	-360.	-111.
15	46.27	-174.	-563.	-1.	-725.	-357.	-117.
16	49.43	-184.	-563.	76.	-709.	-373.	-121.
17	52.05	-193.	-591.	115.	-732.	-384.	-123.
18	55.74	-205.	-623.	179.	-1002.	-394.	-119.

KUINA DAS LIGACÖES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-CUGUMELU
 -ENSAIO EDL 29/ I-

ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
DESCLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	3.16	-0.03	-0.02	0.00	0.00	0.02	0.04	0.05	0.06	0.21	0.24	0.37
2	6.10	-0.05	-0.01	0.03	0.01	0.05	0.10	0.06	0.06	0.21	0.41	0.45
3	9.47	-0.02	0.00	0.06	0.02	0.05	0.15	0.08	0.06	0.21	0.42	0.45
4	12.92	-0.02	0.02	0.10	0.02	0.11	0.20	0.09	0.08	0.21	0.5+	0.50
5	15.78	-0.02	0.04	0.15	0.03	0.14	0.26	0.10	0.06	0.21	0.60	0.55
6	0.00	-0.02	-0.01	0.02	0.01	0.05	0.05	0.05	0.06	0.21	0.33	0.35
7	3.19	-0.02	0.01	0.06	0.01	0.05	0.09	0.05	0.06	0.21	0.34	0.25
8	6.31	-0.02	0.01	0.07	0.02	0.07	0.12	0.07	0.06	0.21	0.41	0.41
9	9.47	-0.02	0.02	0.09	0.02	0.10	0.16	0.09	0.06	0.21	0.49	0.46
10	12.92	-0.02	0.04	0.13	0.02	0.12	0.24	0.09	0.06	0.21	0.55	0.51
11	15.78	-0.02	0.05	0.16	0.03	0.14	0.27	0.09	0.06	0.21	0.61	0.56
12	19.93	-0.02	0.06	0.20	0.04	0.19	0.35	0.11	0.07	0.25	0.70	0.63
13	22.90	-0.01	0.10	0.27	0.05	0.24	0.45	0.13	0.13	0.3+	0.81	0.70
14	26.14	-0.01	0.15	0.37	0.06	0.32	0.60	0.15	0.20	0.46	0.95	0.80
15	29.45	0.00	0.20	0.47	0.08	0.42	0.79	0.17	0.28	0.63	1.13	0.92
16	34.39	0.01	0.23	0.58	0.10	0.53	0.99	0.20	0.36	0.75	1.31	1.07
17	37.76	0.01	0.29	0.70	0.13	0.64	1.20	0.23	0.45	0.95	1.52	1.15
18	40.00	0.02	0.34	0.83	0.15	0.75	1.40	0.26	0.53	1.10	1.58	1.15
19	43.75	0.02	0.35	0.96	0.17	0.87	1.60	0.30	0.63	1.28	1.87	1.35
20	46.80	0.03	0.40	1.21	0.20	0.98	1.83	0.33	0.72	1.35	2.07	1.52
21	49.55	0.03	0.46	1.44	0.22	1.11	2.07	0.38	0.82	1.55	2.23	1.59
22	53.11	0.03	0.51	1.63	0.26	1.24	2.28	0.41	0.94	1.82	2.51	1.72
23	57.55	0.04	0.55	1.84	0.29	1.37	2.52	0.46	1.06	2.07	2.72	1.84
24	59.21	0.04	0.59	2.06	0.32	1.49	2.75	0.51	1.17	2.27	2.97	2.03
25	63.11	0.04	0.65	2.30	0.35	1.63	3.02	0.55	1.32	2.51	3.20	2.17
26	65.73	0.04	0.71	2.55	0.40	1.86	3.42	0.63	1.51	2.92	3.58	2.27
27	68.30	0.04	0.74	2.81	0.42	1.95	3.59	0.67	1.62	3.03	3.75	2.35
28	72.00	0.04	0.77	3.06	0.48	2.10	3.85	0.73	1.77	3.35	4.02	2.50
29	74.00	0.04	0.81	3.28	0.48	2.24	4.10	0.80	1.90	3.50	4.25	2.58
30	77.29	0.04	0.84	3.48	0.53	2.42	4.42	0.88	2.04	3.75	4.61	2.72
31	80.93	0.02	0.87	3.69	0.60	2.59	4.86	1.01	2.41	4.42	5.07	2.85
32	83.93	0.02	0.92	3.92	0.66	2.87	5.18	1.11	2.57	4.75	5.5+	3.00

RUINA DAS LIGAMENS LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-COGUMELO

-ENSAIO EDL 29/ 2-

ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D1
DESCLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	4.74	0.10	0.04	0.05	0.01	0.06	0.11	0.04	0.06	0.14	0.17	0.17
2	8.64	0.00	0.04	0.08	0.02	0.06	0.12	0.04	0.07	0.14	0.20	0.17
3	8.40	0.01	0.15	0.16	0.04	0.12	0.21	0.07	0.14	0.34	0.35	0.35
4	13.09	0.01	0.15	0.26	0.05	0.21	0.36	0.08	0.14	0.36	0.41	0.41
5	15.78	0.01	0.15	0.26	0.05	0.21	0.41	0.08	0.14	0.36	0.41	0.41
0	0.00	0.01	0.15	0.17	0.02	0.10	0.18	0.07	0.12	0.17	0.19	0.19
1	3.09	0.01	0.15	0.17	0.03	0.14	0.25	0.06	0.11	0.21	0.22	0.22
2	6.31	0.01	0.15	0.19	0.03	0.15	0.27	0.06	0.11	0.23	0.27	0.27
3	9.47	0.02	0.15	0.22	0.04	0.18	0.34	0.06	0.11	0.25	0.27	0.27
4	12.02	0.02	0.15	0.27	0.05	0.22	0.40	0.07	0.15	0.35	0.35	0.35
5	15.25	0.02	0.15	0.29	0.05	0.25	0.45	0.08	0.17	0.40	0.42	0.42
6	18.93	0.02	0.17	0.36	0.07	0.31	0.58	0.10	0.22	0.51	0.56	0.56
7	22.09	0.03	0.20	0.40	0.08	0.37	0.68	0.12	0.28	0.52	0.71	0.71
8	25.24	0.03	0.22	0.50	0.09	0.43	0.78	0.14	0.34	0.72	0.85	0.85
9	28.40	0.03	0.22	0.60	0.11	0.51	0.94	0.17	0.42	0.83	1.04	1.04
10	31.56	0.04	0.25	0.68	0.12	0.60	1.10	0.20	0.49	1.03	1.23	1.23
11	34.71	0.04	0.33	0.78	0.14	0.69	1.27	0.27	0.59	1.20	1.45	1.45
12	37.87	0.04	0.37	0.88	0.16	0.79	1.44	0.27	0.67	1.33	1.66	1.66
13	41.02	0.04	0.42	1.01	0.19	0.93	1.74	0.31	0.81	1.35	1.85	1.85
14	44.71	0.05	0.45	1.13	0.21	1.03	1.93	0.36	0.91	1.38	2.05	2.05
15	47.63	0.05	0.48	1.20	0.23	1.13	2.10	0.38	1.01	2.03	2.27	2.27
16	51.02	0.05	0.52	1.30	0.25	1.24	2.33	0.42	1.14	2.22	2.60	2.60
17	54.18	0.05	0.56	1.42	0.28	1.38	2.57	0.48	1.24	2.25	2.86	2.86
18	57.33	0.05	0.60	1.53	0.32	1.52	2.81	0.52	1.38	2.29	3.12	3.12
19	59.95	0.05	0.64	1.65	0.35	1.66	3.06	0.58	1.53	2.29	3.39	3.39
20	65.11	0.05	0.68	1.76	0.39	1.82	3.35	0.65	1.69	2.37	3.67	3.67
21	69.27	0.05	0.81	1.86	0.42	1.99	3.61	0.72	1.84	2.44	3.93	3.93
22	65.42	0.05	0.81	1.97	0.45	2.10	3.87	0.80	1.99	2.44	4.25	4.25
23	72.58	0.05	0.81	2.08	0.50	2.20	4.21	0.88	2.19	2.44	4.52	4.52
24	75.73	0.05	0.85	2.21	0.55	2.47	4.49	0.96	2.36	2.44	4.80	4.80
25	78.69	0.05	0.85	2.36	0.65	2.71	4.88	1.07	2.72	2.44	5.28	5.28
26	81.51	0.05	0.94	2.52	0.75	2.96	5.33	1.20	2.94	2.44	5.72	5.72
27	85.20	0.05	0.98	2.62	0.81	3.14	5.60	1.30	3.14	2.44	6.04	6.04
28	88.35	0.05	1.03	2.77	0.93	3.48	6.16	1.44	3.50	2.44	6.38	6.38

RUINA DAS LIGAGENS LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-COGUMELO

-ENSAIO EDL 25/ 3-

ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	3.15	0.01	0.02	0.04	0.01	0.03	0.05	0.00	0.00	0.00	0.03	-0.01
2	8.84	0.01	0.01	0.04	0.02	0.05	0.10	0.00	0.01	0.03	0.09	0.07
3	10.00	0.01	0.01	0.05	0.02	0.07	0.13	0.00	0.04	0.07	0.14	0.08
4	12.05	0.01	0.02	0.07	0.02	0.09	0.17	0.00	0.05	0.09	0.18	0.11
5	15.84	0.01	0.04	0.12	0.03	0.13	0.24	0.00	0.12	0.21	0.27	0.18
0	0.00	0.01	0.03	0.05	0.01	0.03	0.05	0.00	0.05	-0.01	0.05	0.05
1	3.69	0.01	0.02	0.04	0.01	0.05	0.05	-0.02	0.01	0.02	0.10	0.08
2	7.36	0.01	0.02	0.06	0.02	0.07	0.13	-0.02	0.02	0.04	0.14	0.08
3	10.00	-0.01	0.02	0.08	0.02	0.10	0.22	-0.02	0.06	0.10	0.17	0.11
4	13.15	-0.01	0.03	0.10	0.03	0.12	0.27	-0.02	0.08	0.13	0.24	0.16
5	17.89	-0.01	0.03	0.13	0.03	0.16	0.33	-0.02	0.09	0.17	0.31	0.21
6	19.46	-0.02	0.05	0.15	0.04	0.18	0.36	0.00	0.13	0.27	0.36	0.25
7	22.62	-0.02	0.06	0.19	0.05	0.22	0.44	0.01	0.14	0.27	0.45	0.31
8	26.31	-0.02	0.06	0.24	0.06	0.27	0.53	0.04	0.17	0.33	0.53	0.35
9	28.93	-0.02	0.05	0.28	0.07	0.32	0.61	0.06	0.21	0.42	0.61	0.43
10	32.09	-0.02	0.12	0.34	0.08	0.38	0.74	0.10	0.23	0.54	0.75	0.49
11	35.24	-0.02	0.14	0.40	0.10	0.46	0.87	0.14	0.35	0.67	0.89	0.57
12	38.93	-0.02	0.17	0.47	0.12	0.55	1.03	0.18	0.43	0.82	1.03	0.65
13	41.55	-0.02	0.19	0.54	0.13	0.61	1.16	0.20	0.49	0.95	1.14	0.69
14	44.71	-0.02	0.21	0.59	0.15	0.68	1.27	0.24	0.55	1.05	1.27	0.75
15	48.40	-0.02	0.24	0.67	0.17	0.77	1.45	0.29	0.64	1.22	1.44	0.87
16	51.55	-0.02	0.27	0.74	0.19	0.87	1.60	0.33	0.71	1.33	1.61	0.96
17	55.44	-0.02	0.25	0.80	0.21	0.96	1.76	0.38	0.80	1.47	1.79	1.03
18	58.59	-0.02	0.31	0.87	0.24	1.05	1.94	0.43	0.91	1.70	1.96	1.12
19	61.54	-0.02	0.34	0.95	0.26	1.15	2.10	0.47	1.00	1.90	2.12	1.19
20	63.64	-0.02	0.34	1.00	0.28	1.23	2.24	0.52	1.09	2.04	2.28	1.25
21	67.66	-0.04	0.36	1.07	0.32	1.36	2.47	0.58	1.22	2.26	2.51	1.39
22	69.95	-0.04	0.38	1.14	0.35	1.48	2.68	0.65	1.34	2.48	2.70	1.46
23	73.11	-0.04	0.41	1.23	0.38	1.62	2.88	0.72	1.46	2.72	2.92	1.53
24	76.80	-0.06	0.43	1.29	0.41	1.73	3.12	0.78	1.58	2.93	3.13	1.61
25	79.42	-0.06	0.44	1.35	0.44	1.85	3.33	0.85	1.70	3.15	3.33	1.70
26	83.58	-0.07	0.46	1.44	0.45	2.01	3.61	0.95	1.89	3.49	3.57	1.79
27	85.73	-0.08	0.48	1.50	0.45	2.16	3.87	1.05	2.05	3.75	3.84	1.82
28	89.42	-0.09	0.45	1.57	0.48	2.31	4.11	1.14	2.21	4.01	4.05	1.90
29	92.57	-0.10	0.52	1.63	0.47	2.49	4.47	1.31	2.36	4.27	4.24	2.00
30	95.72	-0.10	0.55	1.70	0.47	2.67	4.74	1.51	2.53	4.54	4.41	2.05

RUINA DAS LIGAGUES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-CUGUMELO
 -ENSAIO EDL 30/ 1-

ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	3.19	0.01	0.05	0.08	0.02	0.05	0.09	0.02	0.00	0.05	0.13	0.00
2	6.37	-30.00	0.03	0.11	-19.98	0.12	0.22	0.07	-20.00	-5.87	0.21	0.00
3	10.00	0.00	0.05	0.19	0.03	0.18	0.33	0.10	0.02	0.19	0.28	0.00
4	12.52	0.00	0.06	0.25	0.09	0.28	0.51	0.16	0.08	0.26	0.43	0.00
5	15.78	0.00	0.10	0.25	0.09	0.28	0.51	0.16	0.17	0.44	0.66	0.00
6	0.00	0.01	0.02	0.13	0.02	0.07	0.14	0.03	0.10	0.11	0.22	0.00
7	3.69	0.00	0.07	0.16	0.03	0.11	0.20	0.09	0.10	0.21	0.30	0.00
8	6.84	0.00	0.07	0.16	0.04	0.14	0.27	0.12	0.10	0.30	0.34	0.00
9	10.00	0.00	0.09	0.20	0.08	0.21	0.37	0.13	0.10	0.36	0.34	0.00
10	12.09	0.01	0.11	0.23	0.08	0.25	0.45	0.17	0.13	0.36	0.45	0.00
11	15.78	0.01	0.11	0.23	0.09	0.30	0.54	0.17	0.18	0.45	0.62	0.00
12	18.93	0.00	0.14	0.34	0.12	0.39	0.98	0.22	0.28	0.62	0.88	0.00
13	22.09	0.00	0.19	0.46	0.17	0.55	0.98	0.32	0.44	0.88	1.03	0.00
14	24.15	0.00	0.22	0.53	0.21	0.66	1.17	0.37	0.53	1.04	1.37	0.00
15	26.40	-0.01	0.26	0.66	0.27	0.85	1.49	0.43	0.74	1.29	1.50	0.00
16	31.26	-0.01	0.28	0.71	0.29	0.95	1.61	0.53	0.82	1.52	1.50	0.00
17	34.71	-0.01	0.33	0.80	0.37	1.14	2.00	0.73	1.05	1.91	2.03	0.00
18	38.60	-0.02	0.35	0.92	0.40	1.25	2.19	0.88	1.16	2.09	2.43	0.00
19	40.49	-0.03	0.42	1.06	0.50	1.52	2.54	0.99	1.43	2.54	2.73	0.00
20	43.05	-0.03	0.45	1.18	0.56	1.69	2.82	0.99	1.63	2.85	2.84	0.00
21	46.80	-0.04	0.46	1.21	0.58	1.76	2.93	1.04	1.69	2.96	2.84	0.00
22	49.90	-0.05	0.49	1.32	0.62	1.96	3.28	1.16	1.90	3.31	3.16	0.00
23	53.11	-0.05	0.52	1.43	0.74	2.19	3.56	1.32	2.17	3.72	3.50	0.00
24	56.27	-0.05	0.57	1.55	0.83	2.43	4.06	1.49	2.44	4.17	4.17	0.00
25	59.42	-0.13	0.57	1.64	0.88	2.79	4.56	1.76	2.86	4.82	4.77	0.00
26	63.11	-0.19	0.59	1.76	1.21	4.42	5.56	2.26	3.61	5.91	5.32	0.00

RUINA DAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-COGUMELO
 -ENSAIO EDL 30/ 3-

ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	4.22	-0.02	-0.02	-0.02	0.00	0.05	0.05	-0.01	0.03	0.03	0.15	0.10
2	8.34	-0.01	-0.02	0.01	0.03	0.06	0.16	-0.01	0.06	0.12	0.14	0.10
3	10.00	-0.01	-0.01	0.07	0.04	0.10	0.21	0.00	0.13	0.21	0.20	0.10
4	13.69	-0.01	0.03	0.11	0.07	0.16	0.31	0.04	0.20	0.34	0.39	0.12
5	16.31	0.00	0.00	0.02	0.03	0.07	0.07	0.04	0.09	0.12	0.06	0.07
0	0.00	0.01	0.00	0.02	0.03	0.07	0.09	0.03	0.08	0.12	0.13	0.05
1	4.22	0.00	-0.01	0.04	0.03	0.07	0.13	0.04	0.09	0.14	0.18	0.05
2	8.34	0.00	0.00	0.07	0.03	0.09	0.18	0.04	0.13	0.20	0.24	0.05
3	10.00	0.00	0.01	0.08	0.04	0.09	0.24	0.04	0.16	0.26	0.31	0.05
4	13.69	0.00	0.02	0.10	0.06	0.15	0.29	0.04	0.20	0.31	0.39	0.05
5	16.31	0.00	0.03	0.13	0.08	0.20	0.37	0.06	0.25	0.40	0.47	0.14
6	20.00	0.01	0.05	0.16	0.10	0.26	0.47	0.10	0.31	0.51	0.58	0.18
7	23.31	-0.01	0.07	0.21	0.32	0.32	0.59	0.14	0.39	0.83	0.70	0.21
8	26.95	-0.01	0.09	0.26	0.42	0.42	0.74	0.20	0.49	0.75	0.87	0.31
9	32.02	-0.02	0.11	0.33	0.52	0.52	0.92	0.26	0.60	0.99	1.05	0.35
10	33.24	-0.03	0.13	0.38	0.62	0.62	1.08	0.32	0.69	1.14	1.21	0.4
11	33.93	-0.03	0.16	0.48	0.80	0.80	1.31	0.39	0.82	1.30	1.41	0.45
12	42.04	-0.04	0.19	0.55	0.91	0.91	1.52	0.47	0.98	1.36	1.46	0.5
13	44.71	-0.05	0.22	0.62	1.02	1.02	1.75	0.55	1.11	1.61	1.85	0.6
14	48.40	-0.06	0.22	0.62	1.17	1.17	1.99	0.65	1.26	2.06	2.08	0.6
15	51.25	-0.07	0.25	0.75	1.33	1.33	2.26	0.74	1.43	2.39	2.32	0.7
16	54.16	-0.08	0.27	0.82	1.49	1.49	2.51	0.84	1.59	2.59	2.51	0.8
17	57.02	-0.10	0.30	0.89	1.56	1.56	2.78	0.94	1.78	2.90	2.86	0.9
18	59.49	-0.12	0.32	0.98	1.65	1.65	3.09	1.05	1.98	3.22	3.15	1.0
19	63.04	-0.13	0.34	1.08	1.75	1.75	3.44	1.21	2.23	3.61	3.49	1.0
20	66.50	-0.13	0.39	1.13	2.25	2.25	3.78	1.34	2.45	3.95	3.76	1.0
21	69.73	-0.13	0.37	1.19	2.45	2.45	4.10	1.48	2.67	4.22	4.10	1.0
22	73.11	-0.15	0.38	1.26	2.97	2.97	4.46	1.63	2.94	4.77	4.44	1.0
23	76.42	-0.15	0.39	1.33	3.09	3.09	4.83	1.83	3.25	5.22	4.86	1.0
24	79.42	-0.15	0.40	1.41	3.24	3.24	5.30	2.02	3.55	5.68	5.25	1.0
25	82.73	-0.21	0.40	1.48	3.54	3.54	5.80	2.25	3.92	6.28	5.71	1.0
26	85.73	-0.22	0.41	1.56	3.95	3.95	6.33	2.50	4.34	6.68	6.21	1.0

RUINA DAS LIGAÇÕES LAJE-PILAR EM BORDAS DE LAJES-COQUELO

-ENSAIO EDL 31/ I-

ETAPA	CARGA (kN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
DESCLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	5.09	0.06	0.16	0.24	0.08	0.16	0.26	0.02	0.03	0.09	0.18	0.22
2	5.25	0.06	0.16	0.26	0.11	0.22	0.36	0.03	0.03	0.14	0.06	0.17
3	10.51	0.04	0.15	0.26	0.16	0.33	0.53	0.07	0.17	0.31	0.20	0.05
4	12.09	0.02	0.13	0.24	0.19	0.35	0.55	0.07	0.20	0.37	0.28	0.02
5	15.78	0.00	0.10	0.22	0.21	0.43	0.74	0.11	0.31	0.58	0.54	0.11
0	0.00	0.00	0.00	0.10	0.05	0.13	0.21	0.03	0.07	0.16	0.11	0.02
1	3.69	0.02	0.06	0.12	0.05	0.13	0.29	0.04	0.12	0.20	0.23	0.09
2	9.51	0.02	0.08	0.14	0.12	0.23	0.38	0.05	0.16	0.29	0.27	0.07
3	9.47	0.01	0.08	0.17	0.15	0.31	0.50	0.07	0.21	0.38	0.34	0.04
4	13.13	0.00	0.08	0.20	0.15	0.38	0.55	0.09	0.27	0.51	0.49	0.12
5	15.78	0.00	0.08	0.22	0.23	0.45	0.77	0.11	0.33	0.62	0.68	0.15
6	16.53	-0.01	0.05	0.24	0.26	0.53	0.90	0.13	0.39	0.74	0.76	0.20
0	0.00	0.01	0.06	0.12	0.10	0.20	0.33	0.05	0.12	0.29	0.27	0.10
1	4.21	0.00	0.05	0.15	0.12	0.25	0.40	0.04	0.18	0.32	0.31	0.12
2	7.55	0.00	0.08	0.18	0.13	0.31	0.52	0.06	0.24	0.40	0.49	0.13
3	10.52	0.02	0.08	0.15	0.13	0.37	0.62	0.07	0.27	0.49	0.48	0.13
4	13.87	0.02	0.08	0.22	0.22	0.45	0.76	0.09	0.33	0.61	0.61	0.15
5	16.83	0.01	0.08	0.24	0.25	0.52	0.88	0.11	0.39	0.72	0.74	0.19
6	19.99	-0.01	0.10	0.27	0.30	0.61	1.02	0.14	0.45	0.89	0.89	0.24
7	25.14	-0.02	0.10	0.30	0.35	0.75	1.18	0.16	0.53	1.02	1.06	0.27
8	29.50	-0.04	0.10	0.35	0.43	0.90	1.45	0.20	0.66	1.27	1.33	0.31
9	29.45	-0.06	0.11	0.40	0.51	1.10	1.78	0.25	0.80	1.53	1.63	0.35
10	32.61	-0.10	0.12	0.47	0.63	1.26	2.19	0.32	0.99	1.93	2.05	0.42
11	35.22	-0.14	0.12	0.52	0.74	1.59	2.59	0.39	1.16	2.30	2.44	0.47
12	38.32	-0.17	0.12	0.57	0.85	1.81	2.95	0.45	1.35	2.61	2.80	0.51
13	41.34	-0.21	0.13	0.63	0.95	2.11	3.40	0.54	1.59	3.05	3.25	0.54
14	44.70	-0.25	0.12	0.67	1.15	2.43	3.94	0.64	1.85	3.55	3.75	0.61
15	47.62	-0.28	0.10	0.72	1.31	2.75	4.45	0.74	2.12	4.06	4.27	0.62
16	51.01	-0.31	0.08	0.76	1.46	3.10	5.00	0.83	2.40	4.57	4.79	0.65
17	54.16	-0.35	0.03	0.77	1.71	3.36	5.76	0.99	2.62	5.36	5.61	0.69

RUINA DAS LIGAGUES LAJUL-PILAR EM BORDAS DE LAJES-CUGUMELU
 -ENSAIO EDL 31/ 2-

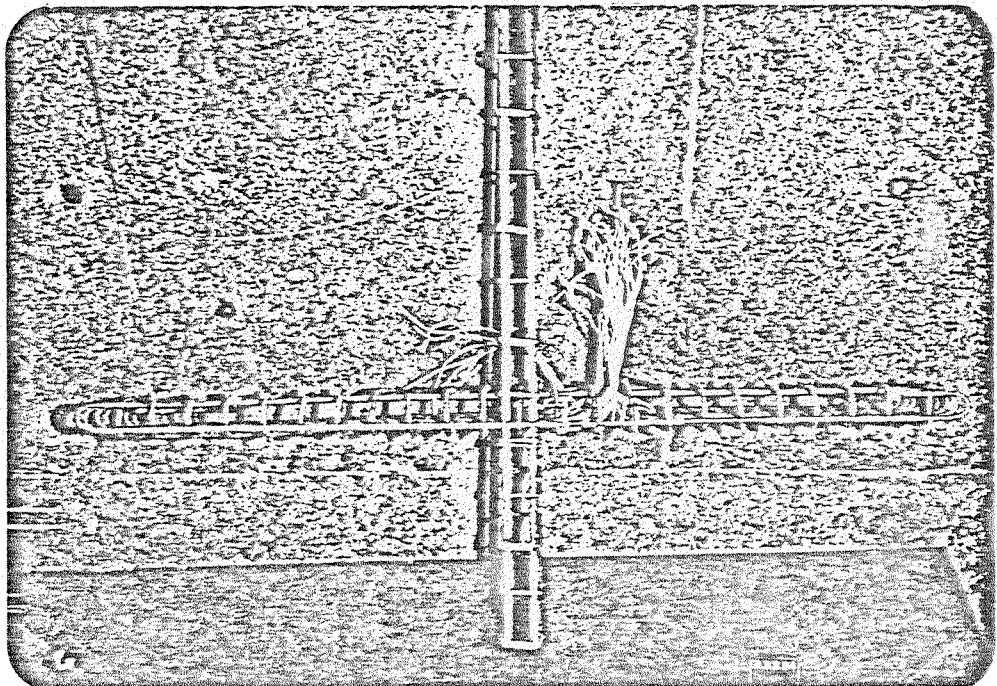
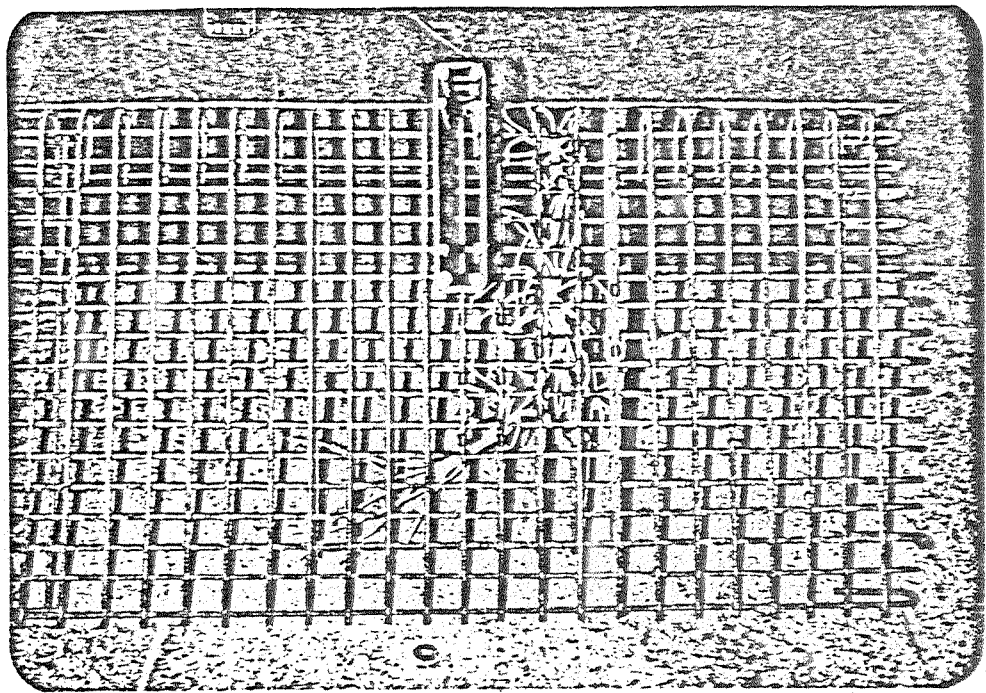
ETAPA	CARGA (KW)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	C10	D11
DESCLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIDOS EM MM												
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	5.27	-0.04	-0.05	-0.07	0.00	0.04	0.06	0.01	0.07	0.06	0.20	0.11
2	8.43	-0.04	-0.05	-0.05	0.02	0.13	0.35	0.04	0.12	0.15	0.28	0.09
3	11.05	-0.03	0.00	0.05	0.00	0.23	0.49	0.06	0.18	0.27	0.39	0.08
4	14.21	-0.04	0.01	0.06	0.10	0.30	0.69	0.07	0.23	0.36	0.50	0.07
5	17.09	-0.05	0.01	0.10	0.16	0.44	0.69	0.11	0.34	0.57	0.74	0.13
0	0.00	-0.01	0.03	0.07	0.11	0.14	0.20	0.04	0.08	0.13	0.16	0.04
1	5.81	-0.05	-0.06	-0.05	0.07	0.15	0.24	0.05	0.16	0.23	0.44	0.20
2	9.53	-0.05	-0.02	0.01	0.07	0.28	0.50	0.06	0.19	0.30	0.48	0.17
3	10.53	-0.03	-0.01	0.05	0.05	0.28	0.44	0.08	0.23	0.35	0.53	0.16
4	13.59	-0.05	0.01	0.08	0.13	0.39	0.81	0.10	0.30	0.50	0.65	0.16
5	16.84	-0.05	0.02	0.12	0.13	0.47	0.73	0.14	0.30	0.64	0.78	0.16
7	20.00	-0.07	0.02	0.13	0.20	0.52	0.92	0.15	0.41	0.63	0.89	0.16
8	23.14	-0.07	0.03	0.17	0.23	0.62	1.01	0.18	0.50	1.00	1.08	0.19
9	25.24	-0.10	0.04	0.22	0.33	0.79	1.33	0.23	0.65	1.20	1.40	0.29
10	28.93	-0.12	0.05	0.28	0.43	1.03	1.68	0.29	0.81	1.49	1.74	0.31
11	31.26	-0.14	0.06	0.33	0.51	1.22	1.94	0.34	0.93	1.72	1.98	0.31
11	34.71	-0.17	0.07	0.37	0.53	1.44	2.29	0.40	1.10	2.14	2.32	0.37
12	37.57	-0.21	0.07	0.42	0.73	1.69	2.73	0.49	1.32	2.47	2.74	0.39
13	41.02	-0.25	0.06	0.48	0.87	1.97	3.19	0.59	1.60	2.95	3.18	0.42
14	43.53	-0.29	0.06	0.52	0.99	2.25	3.61	0.67	1.81	3.32	3.60	0.45
15	45.80	-0.33	0.05	0.57	1.15	2.58	4.14	0.78	2.08	3.72	4.09	0.45
16	49.90	-0.38	0.00	0.67	1.33	2.92	4.72	0.92	2.40	4.30	4.60	0.46
17	53.11	-0.43	0.00	0.67	1.62	3.52	5.59	1.32	2.86	5.11	5.44	0.47
18	55.74	-0.44	0.07	0.65	1.83	4.03	6.41	1.32	3.31	5.93	6.18	0.47
19	58.69	-0.50	-0.21	0.58	2.13	4.99	7.92	1.69	4.14	7.42	7.50	0.47

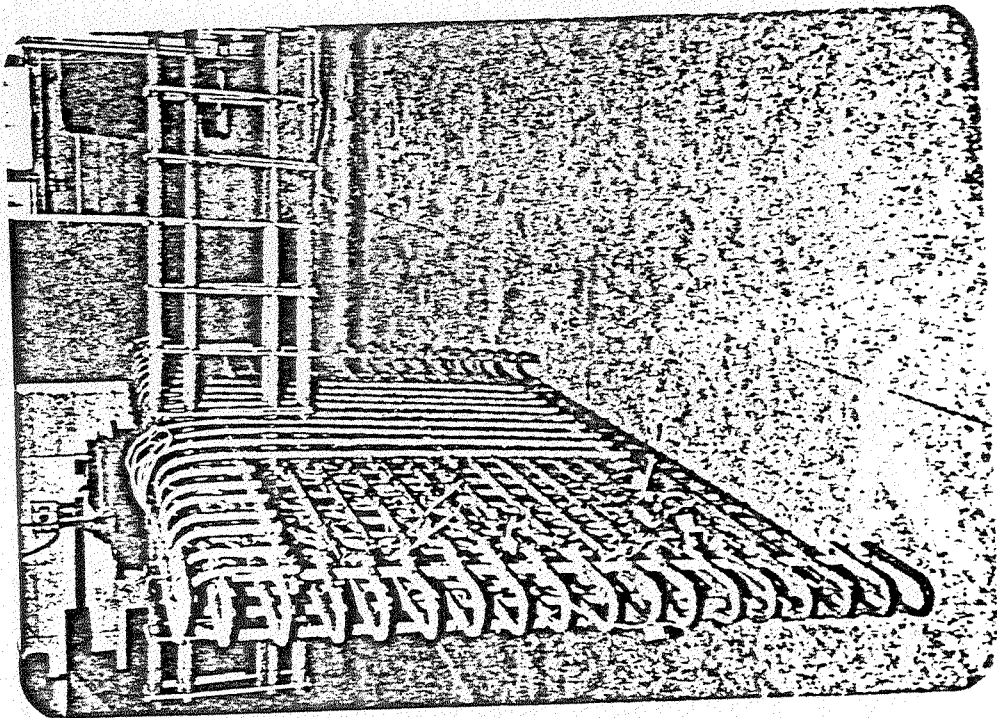
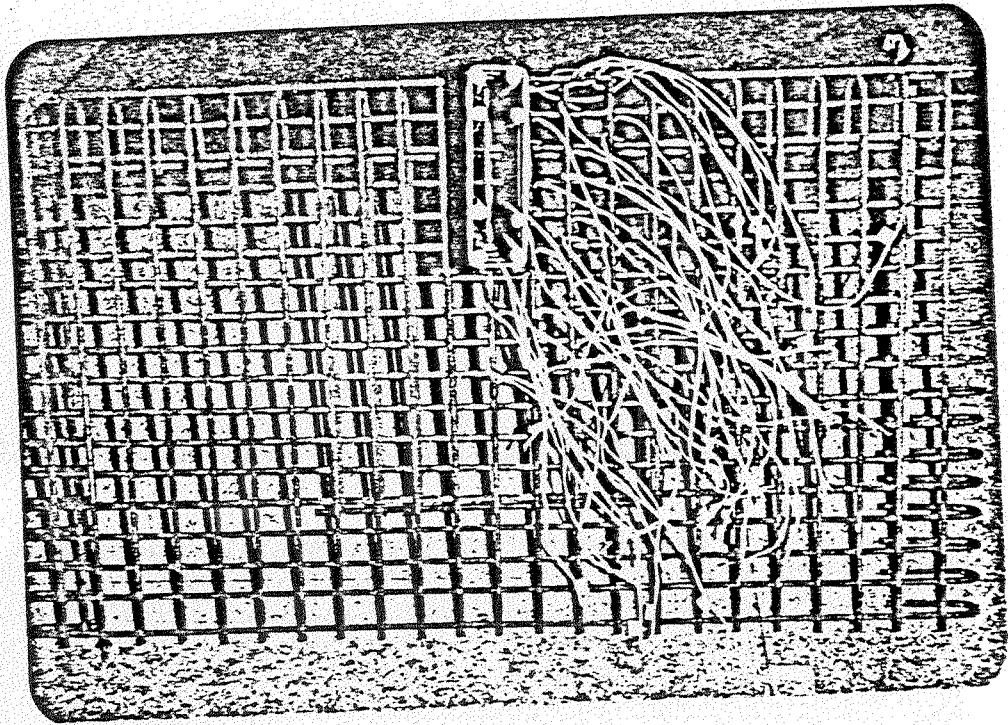
RUINA DAS LIGACÖES LAJE-PILAR EM BÖRDAS DE LAJES-CÖGUMELO
 -ENSAIO EDL 31/ 3-

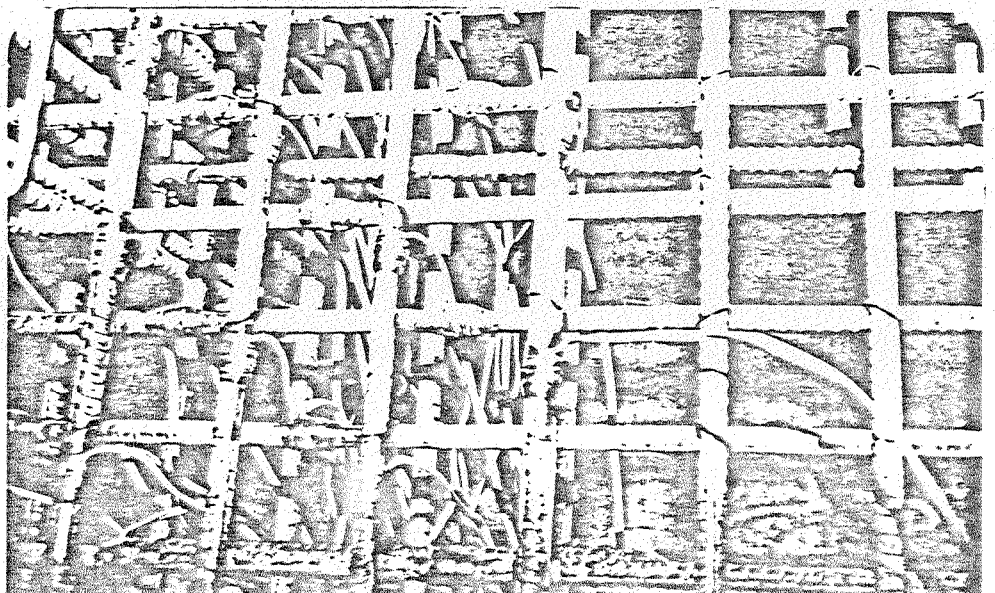
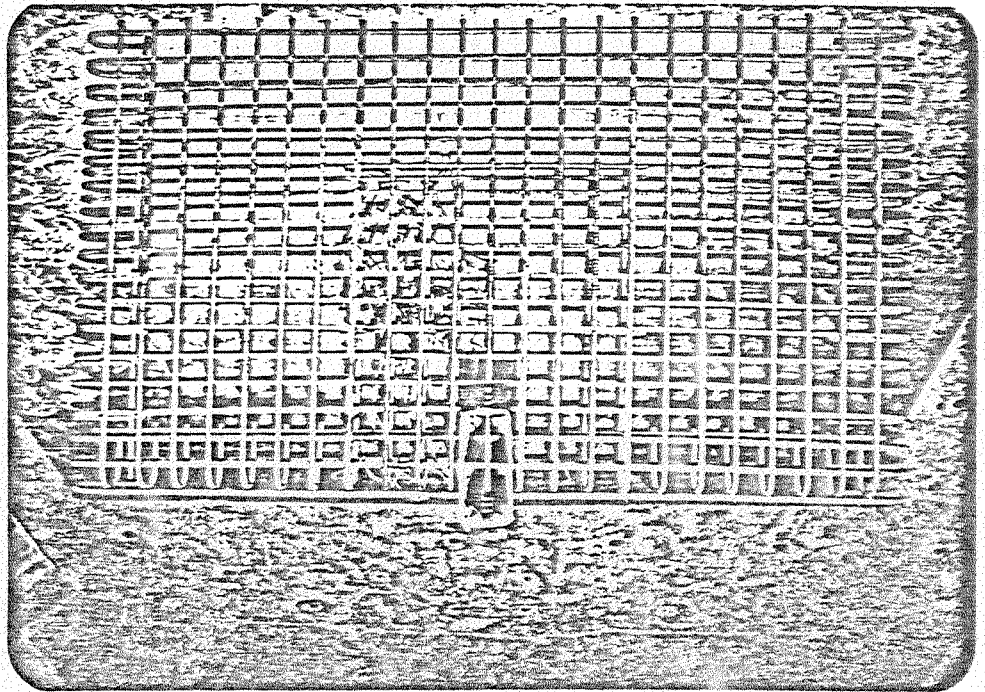
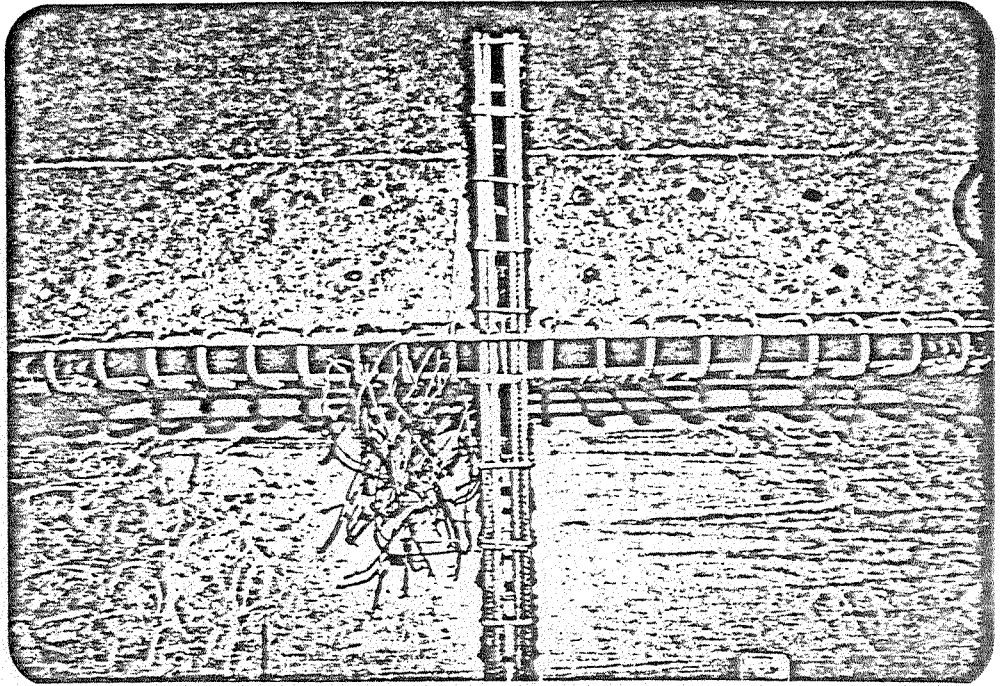
ETAPA	CARGA (KN)	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11
		DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS MEDIADOS EM MM										
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	3.09	-0.05	-0.08	-0.11	0.00	0.01	0.02	0.02	0.07	0.13	0.26	0.19
2	6.31	-0.04	-0.09	-0.07	0.03	0.07	0.13	0.03	0.11	0.20	0.39	0.17
3	8.93	-0.04	-0.05	-0.03	0.07	0.14	0.24	0.06	0.15	0.30	0.39	0.14
4	12.62	-0.05	-0.02	0.02	0.12	0.26	0.42	0.09	0.24	0.48	0.55	0.14
5	14.71	-0.05	0.00	0.07	0.17	0.35	0.58	0.13	0.32	0.62	0.64	0.13
6	0.00	-0.01	0.02	0.04	0.04	0.09	0.15	0.06	0.08	0.16	0.19	0.09
7	2.62	-0.02	0.01	0.02	0.06	0.11	0.19	0.06	0.10	0.20	0.27	0.08
8	5.25	-0.02	0.01	0.04	0.09	0.17	0.29	0.09	0.15	0.29	0.36	0.09
9	7.87	-0.03	0.01	0.06	0.12	0.26	0.42	0.09	0.23	0.43	0.51	0.09
10	12.62	-0.04	0.03	0.07	0.15	0.30	0.49	0.12	0.26	0.53	0.59	0.09
11	15.25	-0.05	0.03	0.10	0.19	0.39	0.63	0.14	0.33	0.66	0.70	0.10
12	17.87	-0.06	0.03	0.10	0.22	0.46	0.74	0.16	0.35	0.76	0.85	0.19
13	21.09	-0.08	0.03	0.11	0.29	0.59	1.01	0.21	0.50	0.97	1.10	0.20
14	24.71	-0.13	0.03	0.11	0.36	0.75	1.25	0.26	0.63	1.20	1.38	0.22
15	27.87	-0.18	0.02	0.13	0.45	0.95	1.54	0.34	0.79	1.30	1.76	0.26
16	30.45	-0.18	0.05	0.17	0.55	1.15	1.89	0.42	0.77	1.84	2.10	0.31
17	34.15	-0.24	0.05	0.19	0.71	1.46	2.37	0.54	1.24	2.33	2.61	0.34
18	37.85	-0.25	0.03	0.21	0.83	1.72	2.77	0.62	1.45	2.73	3.02	0.36
19	39.96	-0.34	0.01	0.21	0.93	1.94	3.09	0.71	1.63	3.06	3.37	0.37
20	43.11	-0.42	-0.03	0.23	1.17	2.40	3.82	0.90	2.05	3.82	4.14	0.41
21	46.27	-0.51	-0.07	0.24	1.40	2.86	4.47	1.12	2.45	4.53	4.81	0.41
22	49.43	-0.65	-0.14	0.22	1.68	3.35	5.25	1.33	2.92	5.34	5.60	0.43
23	22.05	-0.71	-0.15	0.21	1.95	3.87	6.02	1.55	3.39	5.15	5.37	0.43
24	55.74	-0.85	-0.25	0.17	2.45	4.65	7.48	2.00	4.29	7.72	7.92	0.46

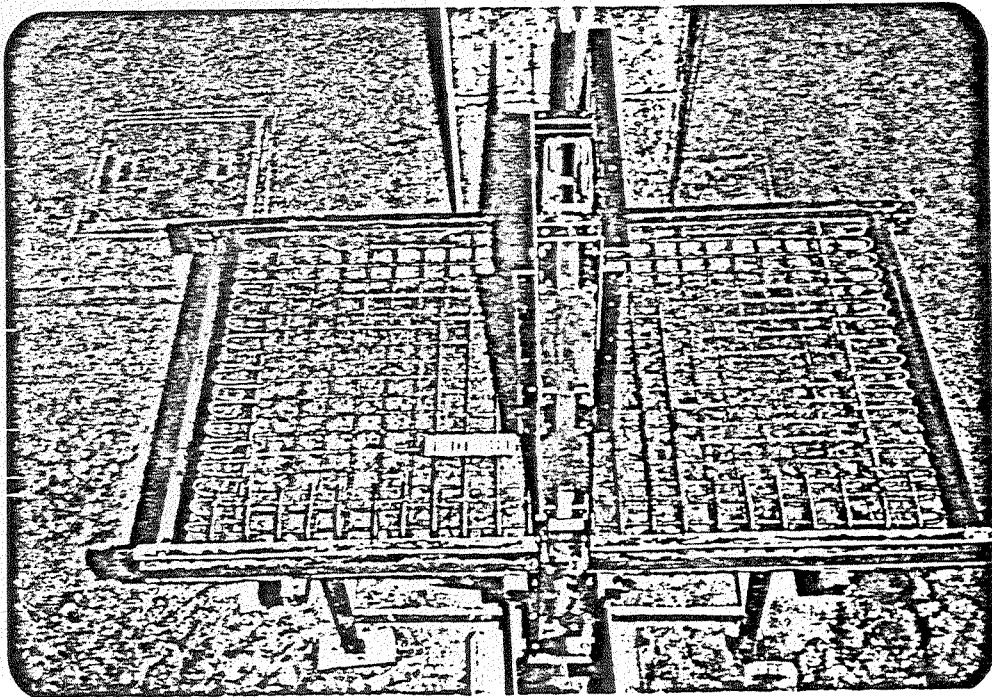
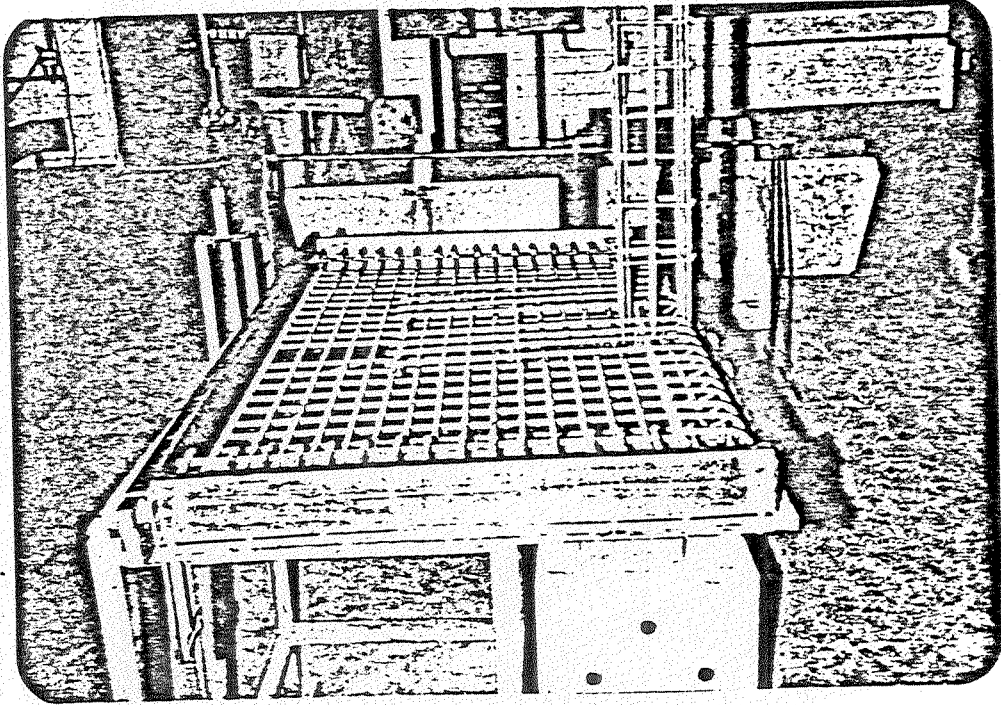
6.2 - Documentação fotográfica

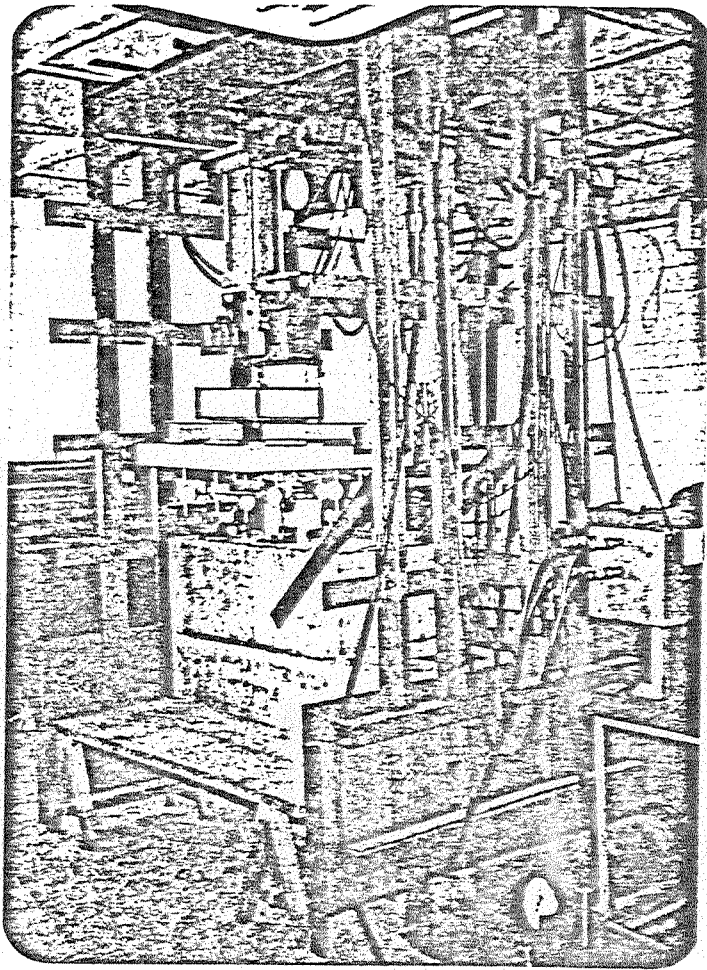


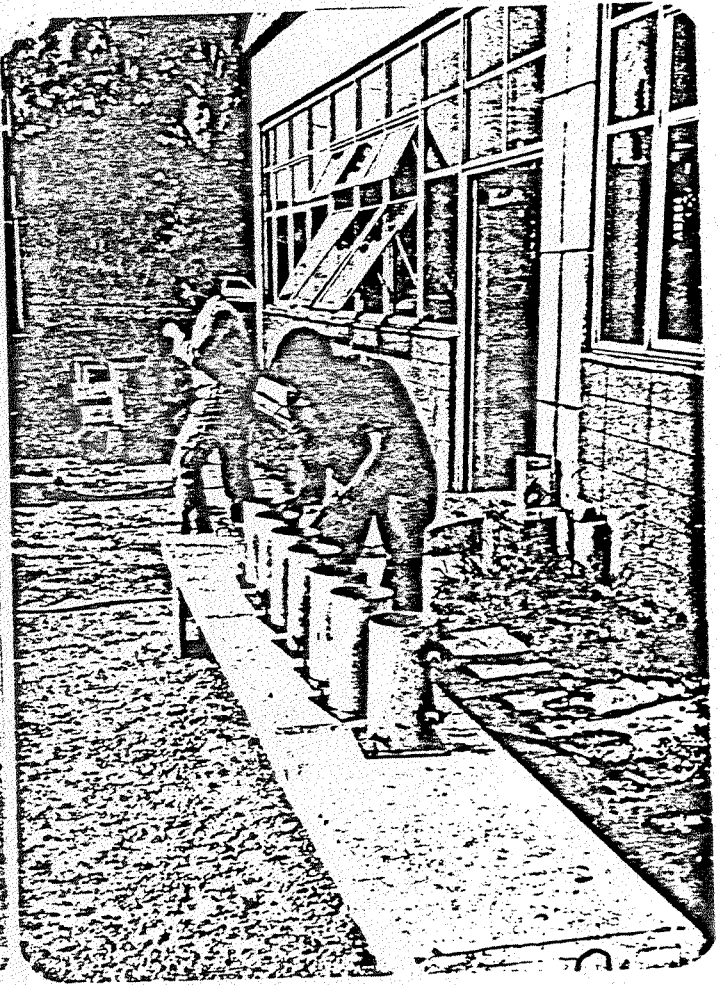
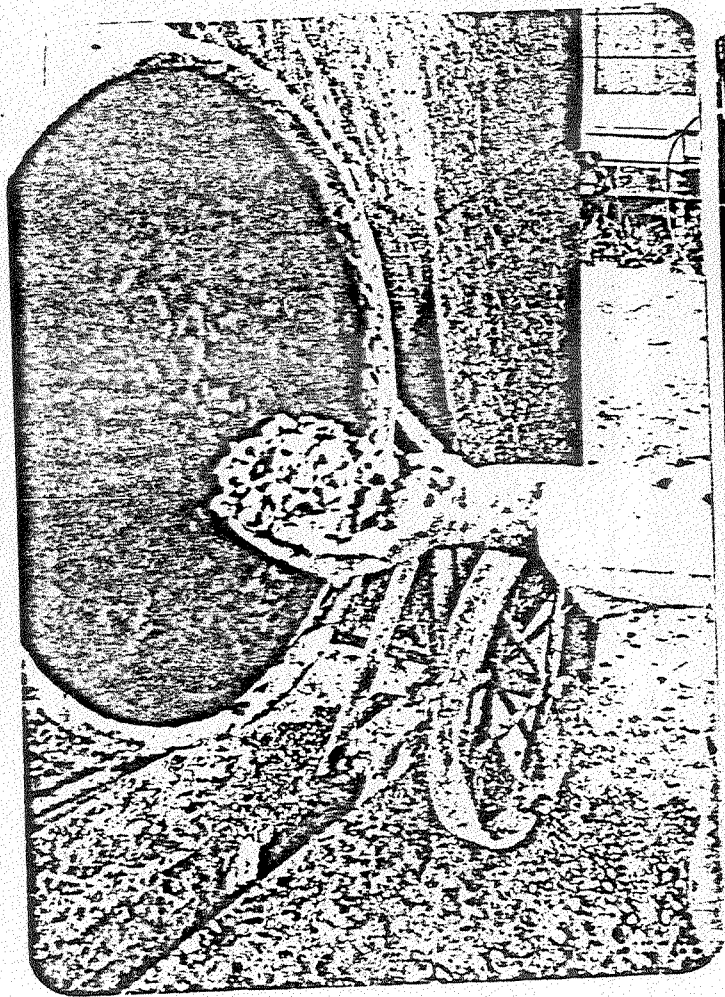
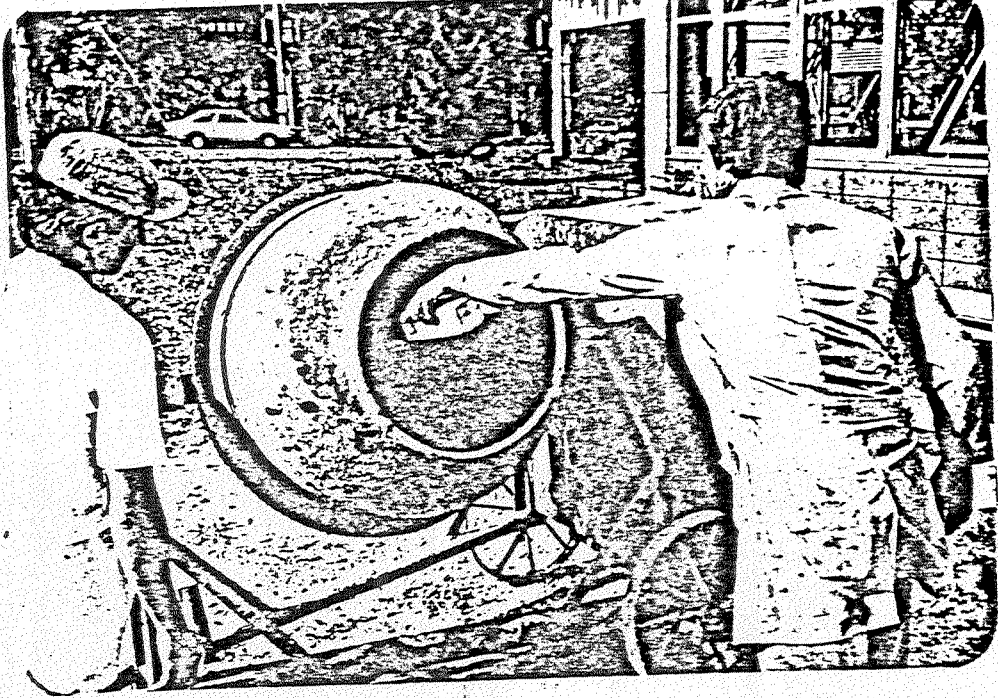


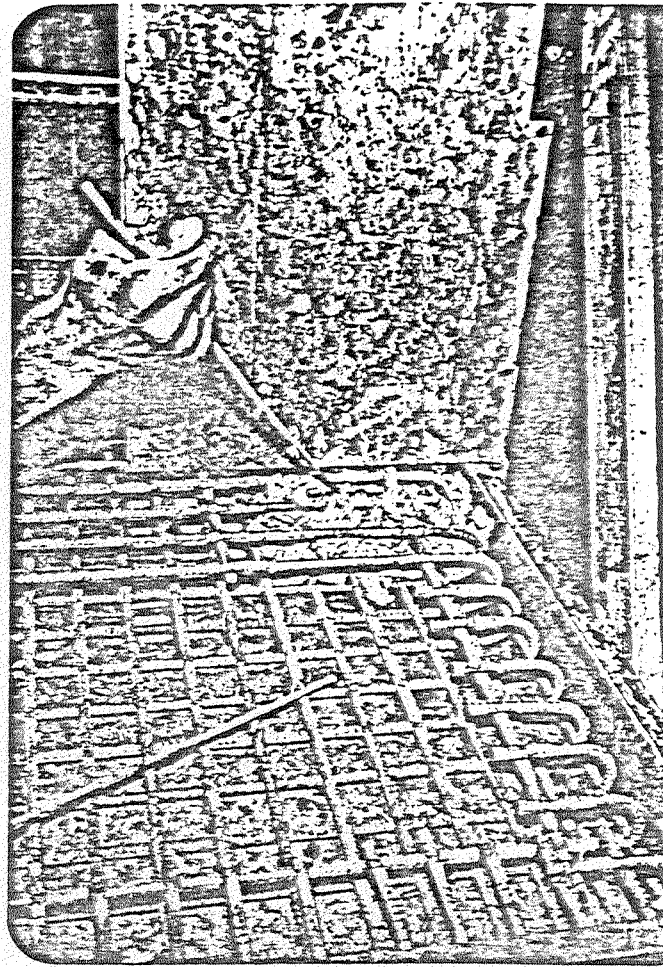
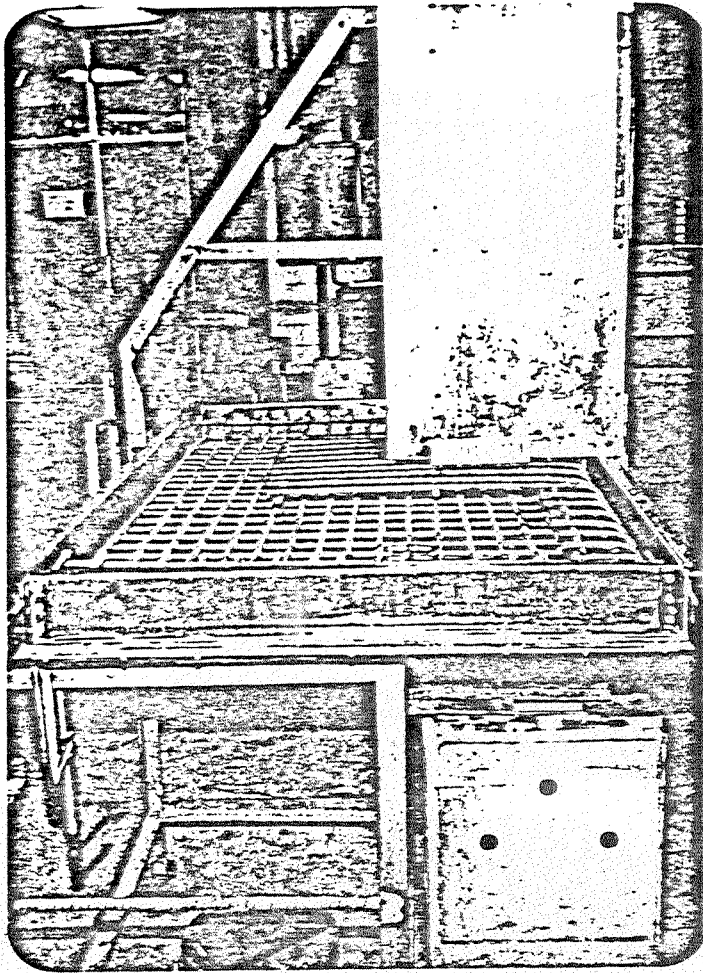


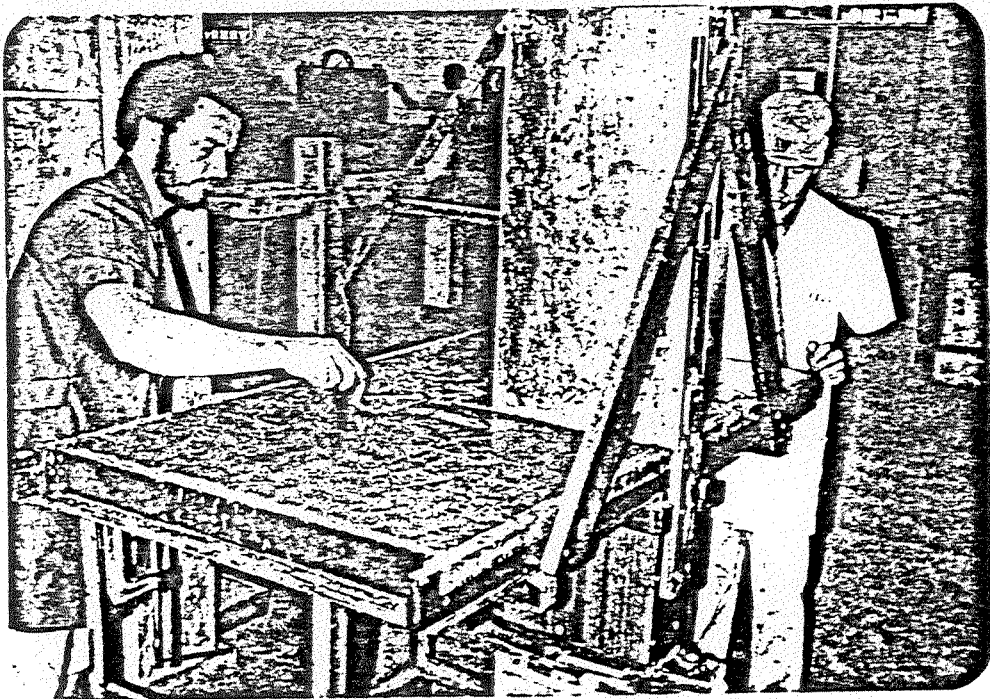
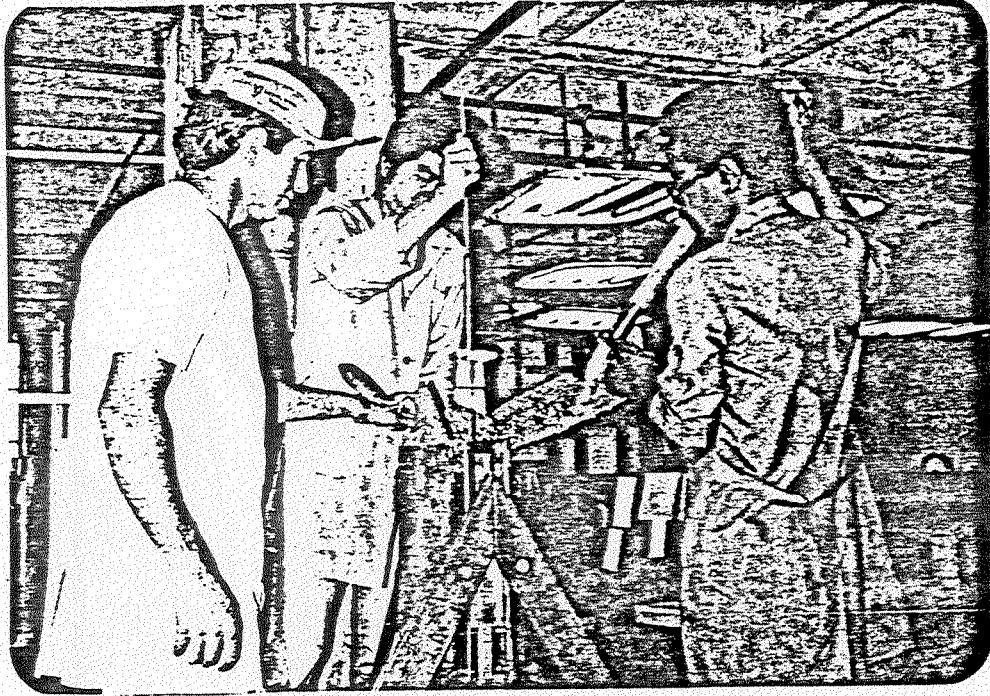
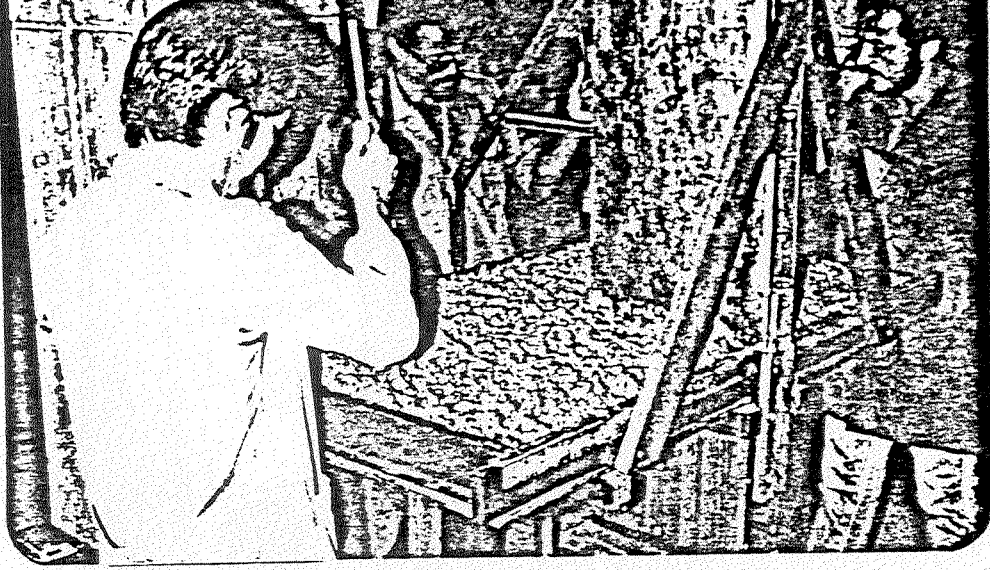


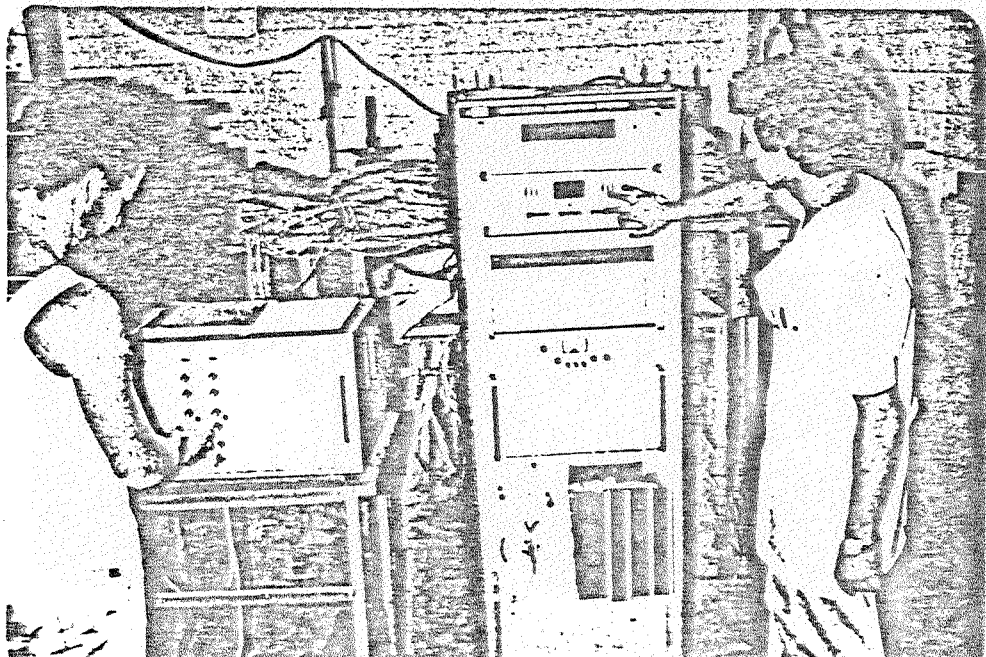
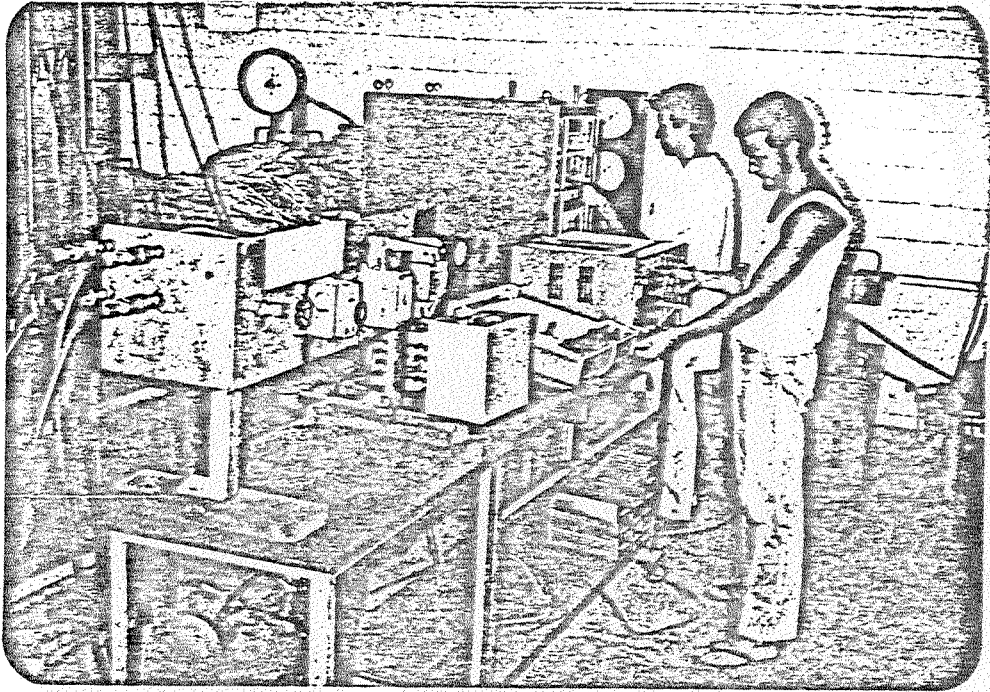












ACI 318/83

"CHAPTER 11 - SHEAR AND TORSION"

E

"CHAPTER 11 - COMMENTARY"

11.0 - Notation

- a = shear span, distance between concentrated load and face of support
 A_c = area of concrete section resisting shear transfer, sq in.
 A_l = area of reinforcement in bracket or corbel resisting factored moment, $[V_u a + N_{uc}(h - d)]$, sq in.
 A_g = gross area of section, sq in.
 A_h = area of shear reinforcement parallel to flexural tension reinforcement, sq in.
 A_t = total area of longitudinal reinforcement to resist torsion, sq in.
 A_n = area of reinforcement in bracket or corbel resisting tensile force N_{uc} , sq in.
 A_{ps} = area of prestressed reinforcement in tension zone, sq in.
 A_s = area of nonprestressed tension reinforcement, sq in.
 A_1 = area of one leg of a closed stirrup resisting torsion within a distance s , sq in.
 A_v = area of shear reinforcement within a distance s , or area of shear reinforcement perpendicular to flexural tension reinforcement within a distance s for deep flexural members, sq in.
 A_{vf} = area of shear-friction reinforcement, sq in.
 A_{vh} = area of shear reinforcement parallel to flexural tension reinforcement within a distance s_2 , sq in.
 b = width of compression face of member, in.
 b_o = perimeter of critical section for slabs and footings, in.
 b_t = width of that part of cross section containing the closed stirrups resisting torsion
 b_w = web width, or diameter of circular section, in.
 c_1 = size of rectangular or equivalent rectangular column, capital, or bracket measured in the direction of the span for which moments are being determined, in.
 c_2 = size of rectangular or equivalent rectangular column, capital, or bracket measured transverse to the direction of the span for which moments are being determined, in.
 C_i = factor relating shear and torsional stress properties

$$= \frac{b_w d}{\sum x^2 y}$$
 d = distance from extreme compression fiber to centroid of longitudinal tension reinforcement, but need not be less than $0.80h$ for prestressed members, in. (For circular sections, d need not be less than the distance from extreme compression fiber to centroid of tension reinforcement in opposite half of member.)
 f'_c = specified compressive strength of concrete, psi
 $\sqrt{f'_c}$ = square root of specified compressive strength of concrete, psi
 f_{ct} = average splitting tensile strength of lightweight aggregate concrete, psi
 f_d = stress due to unfactored dead load, at extreme fiber of section where tensile stress is caused by externally applied loads, psi
 f_{pc} = compressive stress in concrete (after allowance for all prestress losses) at centroid of cross section resisting externally applied loads or at junction of web and flange when the centroid lies within the flange, psi. (In a composite member, f_{pc} is resultant compressive stress at centroid of composite section, or at junction of web and flange when the centroid lies within the flange, due to both prestress and moments resisted by precast member acting alone)
 f_{po} = compressive stress in concrete due to effective prestress forces only (after allowance for all prestress losses) at extreme fiber of section where tensile stress is caused by externally applied loads, psi
 f_{pu} = specified tensile strength of prestressing tendons, psi
 f_y = specified yield strength of nonprestressed reinforcement, psi
 h = overall thickness of member, in.
 h_v = total depth of shearhead cross section, in.
 h_w = total height of wall from base to top, in.
 I = moment of inertia of section resisting externally applied factored loads
 ℓ_n = clear span measured face-to-face of supports
 ℓ_v = length of shearhead arm from centroid of concentrated load or reaction, in.
 ℓ_w = horizontal length of wall, in.
 M_{cr} = moment causing flexural cracking at section due to externally applied loads. See Section 11.4.2.1
 M_m = modified moment
 M_{max} = maximum factored moment at section due to externally applied loads
 M_p = required plastic moment strength of shearhead cross section
 M_u = factored moment at section
 M_v = moment resistance contributed by shearhead reinforcement
 N_u = factored axial load normal to cross section occurring simultaneously with V_u ; to be

- taken as positive for compression, negative for tension, and to include effects of tension due to creep and shrinkage
- N_{uc} = factored tensile force applied at top of bracket or corbel acting simultaneously with V_u , to be taken as positive for tension
- s = spacing of shear or torsion reinforcement in direction parallel to longitudinal reinforcement, in.
- s_1 = spacing of vertical reinforcement in wall, in.
- s_2 = spacing of shear or torsion reinforcement in direction perpendicular to longitudinal reinforcement—or spacing of horizontal reinforcement in wall, in.
- T_c = nominal torsional moment strength provided by concrete
- T_n = nominal torsional moment strength
- T_s = nominal torsional moment strength provided by torsion reinforcement. See Section 11.6.9.1
- T_u = factored torsional moment at section
- V_c = nominal shear strength provided by concrete
- V_{cd} = nominal shear strength provided by concrete when diagonal cracking results from combined shear and moment
- V_{cw} = nominal shear strength provided by concrete when diagonal cracking results from excessive principal tensile stress in web
- V_d = shear force at section due to unfactored dead load
- V_f = factored shear force at section due to externally applied loads occurring simultaneously with M_{max}
- V_n = nominal shear strength
- V_p = vertical component of effective prestress force at section
- V_s = nominal shear strength provided by shear reinforcement
- V_u = factored shear force at section
- v_c = permissible shear stress carried by concrete, psi. See Section 11.12.2.4
- x = shorter overall dimension of rectangular part of cross section
- y = longer overall dimension of rectangular part of cross section
- $\Sigma x^2 y$ = torsional section properties. See Sections 11.6.1.1 and 11.6.1.2
- x_1 = shorter center-to-center dimension of closed rectangular stirrup
- y_1 = longer center-to-center dimension of closed rectangular stirrup
- y_t = distance from centroidal axis of gross section, neglecting reinforcement, to extreme fiber in tension
- α = angle between inclined stirrups and longitudinal axis of member
- α_f = angle between shear-friction reinforcement and shear plane
- α_1 = coefficient as a function of y_1/x_1 . See Section 11.6.9.1
- α_v = ratio of stiffness of shearhead arm to surrounding composite slab section. See Section 11.11.4.5
- β_c = ratio of long side to short side of concentrated load or reaction area
- γ_f = fraction of unbalanced moment transferred by flexure at slab-column connections. See Section 13.3.4.2.
- γ_v = fraction of unbalanced moment transferred by eccentricity of shear at slab-column connections. See Section 11.12.2.3
- $= 1 - \gamma_f$
- η = number of identical arms of shearhead
- λ = correction factor related to unit weight of concrete
- μ = coefficient of friction. See Section 11.7.4.3
- ρ = ratio of nonprestressed tension reinforcement
- $= A_s/bd$
- ρ_n = ratio of horizontal shear reinforcement area to gross concrete area of vertical section
- ρ_n = ratio of vertical shear reinforcement area to gross concrete area of horizontal section
- ρ_w = $A_x/b_w d$
- ϕ = strength reduction factor. See Section 9.3

11.1 – Shear strength

11.1.1 – Design of cross sections subject to shear shall be based on

$$V_u \leq \phi V_n \quad (11-1)$$

where V_u is factored shear force at section considered and V_n is nominal shear strength computed by

$$V_n = V_c + V_s \quad (11-2)$$

where V_c is nominal shear strength provided by concrete in accordance with Section 11.3 or 11.4, and V_s is nominal shear strength provided by shear reinforcement in accordance with Section 11.5.6

11.1.1.1 – In determining shear strength V_n , effect of any openings in members shall be considered.

11.1.1.2 – In determining shear strength V_c , whenever applicable, effects of axial tension due to creep and shrinkage in restrained members shall be considered and effects of inclined flexural compression in variable-depth members may be included.

11.1.2 – Maximum factored shear force V_u at supports may be computed in accordance with Section 11.1.2.1 or 11.1.2.2 when both of the following conditions are satisfied:

introduce compression into the member, and

(b) no concentrated load occurs between face of support and location of critical section defined in Section 11.1.2.1 or 11.1.2.2.

11.1.2.1 – For nonprestressed members, sections located less than a distance d from face of support may be designed for the same shear V_u as that computed at a distance d .

11.1.2.2 – For prestressed members, sections located less than a distance $h/2$ from face of support may be designed for the same shear V_u as that computed at a distance $h/2$.

11.1.3 – For deep flexural members, brackets and corbels, walls, and slabs and footings, the special provisions of Section 11.8 through 11.11 shall apply.

11.2 – Lightweight concrete

11.2.1 – Provisions for shear strength V_c and torsional moment strength T_c apply to normal weight concrete. When lightweight aggregate concrete is used, one of the following modifications shall apply:

11.2.1.1 – When f_{ct} is specified and concrete is proportioned in accordance with Section 4.2, provisions for V_c and T_c shall be modified by substituting $f_{ct}/6.7$ for $\sqrt{f'_c}$, but the value of $f_{ct}/6.7$ shall not exceed $\sqrt{f'_c}$.

11.2.1.2 – When f_{ct} is not specified, all values of $\sqrt{f'_c}$ affecting V_c , T_c , and M_{cr} shall be multiplied by 0.75 for "all-lightweight" concrete, and 0.85 for "sand-lightweight" concrete. Linear interpolation may be used when partial sand replacement is used.

11.3 – Shear strength provided by concrete for nonprestressed members

11.3.1 – Shear strength V_c shall be computed by provisions of Section 11.3.1.1 through 11.3.1.4, unless a more detailed calculation is made in accordance with Section 11.3.2.

11.3.1.1 – For members subject to shear and flexure only,

$$V_c = 2\sqrt{f'_c}b_wd \quad (11-3)$$

11.3.1.2 – For members subject to axial compression,

Quantity N_u/A_g shall be expressed in psi.

11.3.1.3 – For members subject to significant axial tension, shear reinforcement shall be designed to carry total shear.

11.3.1.4 – At sections where factored torsional moment T_u exceeds $\phi (0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$,

$$V_c = \frac{2\sqrt{f'_c}b_wd}{\sqrt{1 + \left(2.5C_t \frac{T_u}{V_u}\right)^2}} \quad (11-5)$$

11.3.2 – Shear strength V_c may be computed by the more detailed calculation of Section 11.3.2.1 through 11.3.2.3.

11.3.2.1 – For members subject to shear and flexure only,

$$V_c = \left(1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) b_wd \quad (11-6)$$

but not greater than $3.5\sqrt{f'_c}b_wd$. Quantity $V_u d/M_u$ shall not be taken greater than 1.0 in computing V_c by Eq. (11-6), where M_u is factored moment occurring simultaneously with V_u at section considered.

11.3.2.2 – For members subject to axial compression, Eq. (11-6) may be used to compute V_c with M_m substituted for M_u and $V_u d/M_u$ not then limited to 1.0, where

$$M_m = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8} \quad (11-7)$$

However, V_c shall not be taken greater than

$$V_c = 3.5\sqrt{f'_c}b_wd \sqrt{1 + \frac{N_u}{500A_g}} \quad (11-8)$$

Quantity N_u/A_g shall be expressed in psi. When M_m as computed by Eq. (11-7) is negative, V_c shall be computed by Eq. (11-8).

11.3.2.3 – For members subject to significant axial tension,

$$V_c = 2 \left(1 + \frac{N_u}{500A_g}\right) \sqrt{f'_c}b_wd \quad (11-9)$$

where N_u is negative for tension. Quantity N_u/A_g shall be expressed in psi.

1.4 – Shear strength provided by concrete for prestressed members

11.4.1 – For members with effective prestress force not less than 40 percent of the tensile strength of flexural reinforcement, unless a more detailed calculation is made in accordance with Section 11.4.2,

$$V_c = \left(0.6\sqrt{f'_c} + 700 \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \quad (11-10)$$

but V_c need not be taken less than $2\sqrt{f'_c} b_w d$ nor shall V_c be taken greater than $5\sqrt{f'_c} b_w d$ nor the value given in Section 11.4.3 or 11.4.4. The quantity $V_u d / M_u$ shall not be taken greater than 1.0, where M_u is factored moment occurring simultaneously with V_u at section considered. When applying Eq. (11-10), d in the term $V_u d / M_u$ shall be the distance from extreme compression fiber to centroid of prestressed reinforcement.

11.4.2 – Shear strength V_c may be computed in accordance with Sections 11.4.2.1 and 11.4.2.2, where V_c shall be the lesser of V_{ci} or V_{cw} .

11.4.2.1 – Shear strength V_{ci} shall be computed by

$$V_{ci} = 0.6\sqrt{f'_c} b_w d + V_d + \frac{V_i M_{cr}}{M_{max}} \quad (11-11)$$

but V_{ci} need not be taken less than $1.7 \sqrt{f'_c} b_w d$, where

$$M_{cr} = (I/y_t)(6\sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d) \quad (11-12)$$

and values of M_{max} and V_i shall be computed from the load combination causing maximum moment to occur at the section.

11.4.2.2 – Shear strength V_{cw} shall be computed by

$$V_{cw} = (3.5\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc}) b_w d + V_p \quad (11-13)$$

Alternatively, V_{cw} may be computed as the shear force corresponding to dead load plus live load that results in a principal tensile stress of $4\sqrt{f'_c}$ at centroidal axis of member, or at intersection of flange and web when centroidal axis is in the flange. In composite members, principal tensile stress shall be computed using the cross section that resists live load.

11.4.2.3 – In Eq. (11-11) and (11-13), d shall be the distance from extreme compression fiber to centroid of prestressed reinforcement or $0.8h$, whichever is greater.

11.4.3 – In a pretensioned member in which the section at a distance $h/2$ from face of support is closer to end of member than the transfer length of the prestressing tendons, the reduced prestress shall be considered when computing V_{cw} . This value of V_{cw}

shall also be taken as the maximum limit for Eq. (11-10). Prestress force may be assumed to vary linearly from zero at end of tendon to a maximum at a distance from end of tendon equal to the transfer length, assumed to be 50 diameters for strand and 100 diameters for single wire.

11.4.4 – In a pretensioned member where bonding of some tendons does not extend to end of member, a reduced prestress shall be considered when computing V_c in accordance with Sections 11.4.1 or 11.4.2. Value of V_{cw} calculated using the reduced prestress shall also be taken as the maximum limit for Eq. (11-10). Prestress force due to tendons for which bonding does not extend to end of member, may be assumed to vary linearly from zero at the point at which bonding commences to a maximum at a distance from this point equal to the transfer length, assumed to be 50 diameters for strand and 100 diameters for single wire.

11.5 – Shear strength provided by shear reinforcement

11.5.1 – Types of shear reinforcement

11.5.1.1 – Shear reinforcement may consist of:

- Stirrups perpendicular to axis of member
- Welded wire fabric with wires located perpendicular to axis of member.

11.5.1.2 – For nonprestressed members, shear reinforcement may also consist of:

- Stirrups making an angle of 45 deg or more with longitudinal tension reinforcement.
- Longitudinal reinforcement with bent portion making an angle of 30 deg or more with the longitudinal tension reinforcement.
- Combinations of stirrups and bent longitudinal reinforcement.
- Spirals.

11.5.2 – Design yield strength of shear reinforcement shall not exceed 60,000 psi.

11.5.3 – Stirrups and other bars or wires used as shear reinforcement shall extend to a distance d from extreme compression fiber and shall be anchored at both ends according to Section 12.14 to develop the design yield strength of reinforcement.

11.5.4 – Spacing limits for shear reinforcement

11.5.4.1 – Spacing of shear reinforcement placed perpendicular to axis of member shall not exceed $d/2$ in nonprestressed members and $(3/4)h$ in prestressed members, nor 24 in.

reinforcement shall be so spaced that every 45 deg line, extending toward the reaction from middepth of member $d/2$ to longitudinal tension reinforcement, shall be crossed by at least one line of shear reinforcement.

11.5.4.3 – When V_u exceeds $4\sqrt{f'_c}b_wd$, maximum spacings given in Sections 11.5.4.1 and 11.5.4.2 shall be reduced by one-half.

11.5.5 – Minimum shear reinforcement

11.5.5.1 – A minimum area of shear reinforcement shall be provided in all reinforced concrete flexural members (prestressed and nonprestressed) where factored shear force V_u exceeds one-half the shear strength provided by concrete ϕV_c , except:

- (a) Slabs and footings
- (b) Concrete joist construction defined by Section 8.11
- (c) Beams with total depth not greater than 10 in., 2-1/2 times thickness of flange, or 1/2 the width of web, whichever is greatest.

11.5.5.2 – Minimum shear reinforcement requirements of Section 11.5.5.1 may be waived if shown by test that required nominal flexural and shear strengths can be developed when shear reinforcement is omitted. Such tests shall simulate effects of differential settlement, creep, shrinkage, and temperature change, based on a realistic assessment of such effects occurring in service.

11.5.5.3 – Where shear reinforcement is required by Section 11.5.5.1 or by analysis, and where factored torsional moment T_u does not exceed $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$, minimum area of shear reinforcement for prestressed (except as provided in Section 11.5.5.4) and nonprestressed members shall be computed by

$$A_v = 50 \frac{b_w s}{f_y} \quad (11-14)$$

where b_w and s are in inches.

11.5.5.4 – For prestressed members with effective prestress force not less than 40 percent of the tensile strength of flexural reinforcement, minimum area of shear reinforcement may be computed by Eq. (11-14) or (11-15).

$$A_v = \frac{A_{ps} f_{pu} s}{80 f_y d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \quad (11-15)$$

11.5.5.5 – Where factored torsional moment T_u exceeds $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$, and where web reinforcement is required by Section 11.5.5.1 or by analysis, minimum area of closed stirrups shall be computed by

11.5.6 – Design of shear reinforcement

11.5.6.1 – Where factored shear force V_u exceeds shear strength ϕV_c , shear reinforcement shall be provided to satisfy Eq. (11-1) and (11-2), where shear strength V_s shall be computed in accordance with Sections 11.5.6.2 through 11.5.6.8.

11.5.6.2 – When shear reinforcement perpendicular to axis of member is used,

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (11-17)$$

where A_v is the area of shear reinforcement within a distance s .

11.5.6.3 – When inclined stirrups are used as shear reinforcement,

$$V_s = \frac{A_v f_y (\sin\alpha + \cos\alpha) d}{s} \quad (11-18)$$

11.5.6.4 – When shear reinforcement consists of a single bar or a single group of parallel bars, all bent up at the same distance from the support,

$$V_s = A_v f_y \sin\alpha \quad (11-19)$$

but not greater than $3\sqrt{f'_c}b_wd$.

11.5.6.5 – When shear reinforcement consists of a series of parallel bent-up bars or groups of parallel bent-up bars at different distances from the support, shear strength V_s shall be computed by Eq. (11-18).

11.5.6.6 – Only the center three-fourths of the inclined portion of any longitudinal bent bar shall be considered effective for shear reinforcement.

11.5.6.7 – Where more than one type of shear reinforcement is used to reinforce the same portion of a member, shear strength V_s shall be computed as the sum of the V_s values computed for the various types.

11.5.6.8 – Shear strength V_s shall not be taken greater than $8\sqrt{f'_c}b_wd$.

11.6 – Combined shear and torsion strength for nonprestressed members with rectangular or flanged sections

11.6.1 – Torsion effects shall be included with shear and flexure where factored torsional moment T_u ex-

ceeds $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$. Otherwise, torsion effects may be neglected.

11.6.1.1 – For members with rectangular or flanged sections, the sum Σx^2y shall be taken for the component rectangles of the section, but the overhanging flange width used in design shall not exceed 3 times the flange thickness.

11.6.1.2 – A rectangular box section may be taken as a solid section provided wall thickness h is at least $x/4$. A box section with wall thickness less than $x/4$, but greater than $x/10$, may also be taken as a solid section except that Σx^2y shall be multiplied by $4h/x$. When h is less than $x/10$, stiffness of wall shall be considered. Fillets shall be provided at interior corners of all box sections.

11.6.2 – If the factored torsional moment T_u in a member is required to maintain equilibrium, the member shall be designed to carry that torsional moment in accordance with Sections 11.6.4 through 11.6.9.

11.6.3 – In a statically indeterminate structure where reduction of torsional moment in a member can occur due to redistribution of internal forces, maximum factored torsional moment T_u may be reduced to $\phi(4\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y/3)$.

11.6.3.1 – In such a case the correspondingly adjusted moments and shears in adjoining members shall be used in design.

11.6.3.2 – In lieu of more exact analysis, torsional loading from a slab shall be taken as uniformly distributed along the member.

11.6.4 – Sections located less than a distance d from face of support may be designed for the same torsional moment T_u as that computed at a distance d .

11.6.5 – Torsional moment strength

Design of cross sections subject to torsion shall be based on

$$T_u \leq \phi T_n \quad (11-20)$$

where T_u is factored torsional moment at section considered and T_n is nominal torsional moment strength computed by

$$T_n = T_c + T_s \quad (11-21)$$

where T_c is nominal torsional moment strength provided by concrete in accordance with Section 11.6.6, and T_s is nominal torsional moment strength provided by torsion reinforcement in accordance with Section 11.6.9.

11.6.6 – Torsional moment strength provided by concrete

11.6.6.1 – Torsional moment strength T_c shall be computed by

$$T_c = \frac{0.8\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.4V_u}{C_1T_u}\right)^2}} \quad (11-22)$$

11.6.6.2 – For members subject to significant axial tension, torsion reinforcement shall be designed to carry the total torsional moment, unless a more detailed calculation is made in which T_c given by Eq. (11-22) and V_c given by Eq. (11-5) shall be multiplied by $(1 + N_u/500A_g)$, where N_u is negative for tension.

11.6.7 – Torsion reinforcement requirements

11.6.7.1 – Torsion reinforcement, where required, shall be provided in addition to reinforcement required to resist shear, flexure, and axial forces.

11.6.7.2 – Reinforcement required for torsion may be combined with that required for other forces, provided the area furnished is the sum of individually required areas and the most restrictive requirements for spacing and placement are met.

11.6.7.3 – Torsion reinforcement shall consist of closed stirrups, closed ties, or spirals, combined with longitudinal bars.

11.6.7.4 – Design yield strength of torsion reinforcement shall not exceed 60,000 psi.

11.6.7.5 – Stirrups and other bars and wires used as torsion reinforcement shall extend to a distance from extreme compression fiber and shall be anchored according to Section 12.14 to develop the design yield strength of reinforcement.

11.6.7.6 – Torsion reinforcement shall be provided at least a distance $(b_t + d)$ beyond the point theoretically required.

11.6.8 – Spacing limits for torsion reinforcement

11.6.8.1 – Spacing of closed stirrups shall not exceed the smaller of $(x_1 + y_1)/4$, or 12 in.

11.6.8.2 – Spacing of longitudinal bars, not less than #3, distributed around the perimeter of the closed stirrups, shall not exceed 12 in. At least one longitudinal bar shall be placed in each corner of the closed stirrups.

11.6.9 – Design of torsion reinforcement

11.6.9.1 – Where factored torsional moment T_u exceeds torsional moment strength ϕT_c , torsion r

$$T_s = \frac{A_t \alpha_t x_1 y_1 f_y}{s} \quad (11-23)$$

where A_t is the area of one leg of a closed stirrup resisting torsion within a distance s , and $\alpha_t = [0.66 + 0.33 (y_1/x_1)]$ but not more than 1.50. Longitudinal bars distributed around the perimeter of the closed stirrups A_t shall be provided in accordance with Section 11.6.9.3.

11.6.9.2 – A minimum area of closed stirrups shall be provided in accordance with Section 11.5.5.5.

11.6.9.3 – Required area of longitudinal bars A_t distributed around the perimeter of the closed stirrups A_t shall be computed by

$$A_t = 2A_t \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right) \quad (11-24)$$

or by

$$A_t = \left[\frac{400xs}{f_y} \left(\frac{T_u}{T_u + \frac{V_u}{3C_1}} \right) - 2A_t \right] \left(\frac{x_1 + y_1}{s} \right) \quad (11-25)$$

whichever is greater. Value of A_t computed by Eq. (11-25) need not exceed that obtained by substituting

$$\frac{50b_w s}{f_y} \text{ for } 2A_t$$

11.6.9.4 – Torsional moment strength T_u shall not exceed $4T_c$.

11.7 – Shear friction

11.7.1 – Provisions of Section 11.7 are to be applied where it is appropriate to consider shear transfer across a given plane, such as: an existing or potential crack, an interface between dissimilar materials, or an interface between two concretes cast at different times.

11.7.2 – Design of cross sections subject to shear transfer as described in Section 11.7.1 shall be based on Eq. (11-1), where V_n is calculated in accordance with provisions of Section 11.7.3 or 11.7.4.

11.7.3 – A crack shall be assumed to occur along the shear plane considered. Required area of shear-friction reinforcement A_{vf} across the shear plane may be designed using either Section 11.7.4 or any other shear transfer design methods that result in prediction of strength in substantial agreement with results of comprehensive tests.

11.7.4 – Shear-friction design method

11.7.4.1 – When shear-friction reinforcement is perpendicular to shear plane, shear strength V_n shall be computed by

$$V_n = A_{vf} f_y \mu \quad (11-26)$$

where μ is coefficient of friction in accordance with Section 11.7.4.3.

11.7.4.2 – When shear-friction reinforcement is inclined to shear plane, such that the shear force produces tension in shear-friction reinforcement, shear strength V_n shall be computed by

$$V_n = A_{vf} f_y (\mu \sin \alpha_t + \cos \alpha_t) \quad (11-27)$$

where α_t is angle between shear-friction reinforcement and shear plane.

11.7.4.3 – Coefficient of friction μ in Eq. (11-26) and Eq. (11-27) shall be

Concrete placed monolithically	1.4 λ
Concrete placed against hardened concrete with surface intentionally roughened as specified in Section 11.7.9	1.0 λ
Concrete placed against hardened concrete not intentionally roughened	0.6 λ
Concrete anchored to as-rolled structural steel by headed studs or by reinforcing bars (see Section 11.7.10)	0.7 λ

where $\lambda = 1.0$ for normal weight concrete, 0.85 for "sand-lightweight" concrete and 0.75 for "all lightweight" concrete. Linear interpolation may be applied when partial sand replacement is used.

11.7.5 – Shear strength V_n shall not be taken greater than $0.2f'_c A_c$ nor $800A_c$ in pounds, where A_c is area of concrete section resisting shear transfer.

11.7.6 – Design yield strength of shear-friction reinforcement shall not exceed 60,000 psi.

11.7.7 – Net tension across shear plane shall be resisted by additional reinforcement. Permanent net compression across shear plane may be taken as additive to the force in the shear-friction reinforcement $A_{vf} f_y$, when calculating required A_{vf} .

11.7.8 – Shear-friction reinforcement shall be appropriately placed along the shear plane and shall be anchored to develop the specified yield strength on both sides by embedment, hooks, or welding to special devices.

11.7.9 – For the purpose of Section 11.7, when concrete is placed against previously hardened concrete, the interface for shear transfer shall be clean and free of laitance. If μ is assumed equal to 1.0λ , interface shall be roughened to a full amplitude of approximately 1/4 in.

11.7.10 – When shear is transferred between as-rolled steel and concrete using headed studs or welded reinforcing bars, steel shall be clean and free of paint.

11.8 – Special provisions for deep flexural members

11.8.1 – Provisions of Section 11.8 shall apply for members with ℓ_n/d less than 5 and loaded at top or compression face. See also Section 12.10.6.

11.8.2 – Design of deep flexural members for shear shall be based on Eq. (11-1) and (11-2), where shear strength V_c shall be in accordance with Section 11.8.5 or 11.8.6, and shear strength V_s shall be in accordance with Section 11.8.7.

11.8.3 – Shear strength V_n for deep flexural members shall not be taken greater than $8\sqrt{f'_c}b_wd$ when ℓ_n/d is less than 2. When ℓ_n/d is between 2 and 5,

$$V_n = \frac{2}{3} \left(10 + \frac{\ell_n}{d} \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (11-28)$$

11.8.4 – Critical section for shear measured from face of support shall be taken at a distance $0.15\ell_n$ for uniformly loaded beams and $0.50a$ for beams with concentrated loads, but not greater than d .

11.8.5 – Unless a more detailed calculation is made in accordance with Section 11.8.6,

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_w d \quad (11-29)$$

11.8.6 – Shear strength V_c may be computed by

$$V_c = \left(3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d} \right) \left(1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d \quad (11-30)$$

except that the term

$$\left(3.5 - 2.5 \frac{M_u}{V_u d} \right)$$

shall not exceed 2.5, and V_c shall not be taken greater than $6\sqrt{f'_c} b_w d$. M_u is factored moment occurring simultaneously with V_u at the critical section defined in Section 11.8.4.

11.8.7 – Where factored shear force V_u exceeds shear strength ϕV_c , shear reinforcement shall be provided to satisfy Eq. (11-1) and (11-2), where shear strength V_s shall be computed by

$$V_s = \left[\frac{A_v}{s} \left(\frac{1 + \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \left(\frac{11 - \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) \right] f_y d \quad (11-31)$$

where A_v is area of shear reinforcement perpendicular to flexural tension reinforcement within a distance s , and A_{vh} is area of shear reinforcement parallel to flexural reinforcement within a distance s_2 .

11.8.8 – Area of shear reinforcement A_v shall not be less than $0.0015 b_w s$, and s shall not exceed $d/5$, nor 18 in.

11.8.9 – Area of shear reinforcement A_{vh} shall not be less than $0.0025 b_w s_2$, and s_2 shall not exceed $d/3$, nor 18 in.

11.8.10 – Shear reinforcement required at the critical section defined in Section 11.8.4 shall be used throughout the span.

11.9 – Special provisions for brackets and corbels

11.9.1 – Provisions of Section 11.9 shall apply to brackets and corbels with a shear span-to-depth ratio a/d not greater than unity, and subject to a horizontal tensile force N_{uc} not larger than V_u . Distance d shall be measured at face of support.

11.9.2 – Depth at outside edge of bearing area shall not be less than $0.5d$.

11.9.3 – Section at face of support shall be designed to resist simultaneously a shear V_u , a moment $[V_u a + N_{uc}(h - d)]$, and a horizontal tensile force N_{uc} .

11.9.3.1 – In all design calculations in accordance with Section 11.9, strength reduction factor ϕ shall be taken equal to 0.85.

11.9.3.2 – Design of shear-friction reinforcement A_{vf} to resist shear V_u shall be in accordance with Section 11.7.

11.9.3.2.1 – For normal weight concrete, shear strength V_n shall not be taken greater than $0.2 f'_c b_w d$ nor 800 $b_w d$ in pounds.

greater than $(0.2 - 0.07 a/d) f_c b_w d$ nor $(0.0025 - 0.0001 a/d) b_w d$ in pounds.

11.9.3.3 – Reinforcement A_t to resist moment [$V_u a + N_{uc}(h - d)$] shall be computed in accordance with Sections 10.2 and 10.3.

11.9.3.4 – Reinforcement A_n to resist tensile force N_{uc} shall be determined from $N_{uc} \leq \phi A_n f_y$. Tensile force N_{uc} shall not be taken less than $0.2 V_u$ unless special provisions are made to avoid tensile forces. Tensile force N_{uc} shall be regarded as a live load even when tension results from creep, shrinkage, or temperature change.

11.9.3.5 – Area of primary tension reinforcement A_s shall be made equal to the greater of $(A_t + A_n)$ or $(2A_w/3 + A_n)$.

11.9.4 – Closed stirrups or ties parallel to A_s , with a total area A_n not less than $0.5(A_s - A_n)$, shall be uniformly distributed within two-thirds of the effective depth adjacent to A_s .

11.9.5 – Ratio $\rho = A_s/bd$ shall not be less than $0.04(f'_c/f_y)$.

11.9.6 – At front face of bracket or corbel, primary tension reinforcement A_s shall be anchored by one of the following: (a) by a structural weld to a transverse bar of at least equal size; weld to be designed to develop specified yield strength f_y of A_s bars; (b) by bending primary tension bars A_s back to form a horizontal loop, or (c) by some other means of positive anchorage.

11.9.7 – Bearing area of load on bracket or corbel shall not project beyond straight portion of primary tension bars A_s , nor project beyond interior face of transverse anchor bar (if one is provided).

11.10 – Special provisions for walls

11.10.1 – Design for shear forces perpendicular to face of wall shall be in accordance with provisions for slabs in Section 11.11. Design for horizontal shear forces in plane of wall shall be in accordance with Sections 11.10.2 through 11.10.8.

11.10.2 – Design of horizontal section for shear in plane of wall shall be based on Eq. (11-1) and (11-2), where shear strength V_c shall be in accordance with Section 11.10.5 or 11.10.6 and shear strength V_s shall be in accordance with Section 11.10.9.

11.10.3 – Shear strength V_n at any horizontal section for shear in plane of wall shall not be taken greater than $10 \sqrt{f'_c} hd$.

of s_2 , equal to the distance from the center of the fiber to center of force of all reinforcement in tension, may be used when determined by a strain compatibility analysis.

11.10.5 – Unless a more detailed calculation is made in accordance with Section 11.10.6, shear strength V_c shall not be taken greater than $2 \sqrt{f'_c} hd$ for walls subject to N_u in compression, or V_c shall not be taken greater than the value given in Section 11.3.2.3 for walls subject to N_u in tension.

11.10.6 – Shear strength V_c may be computed by Eq. (11-32) and (11-33), where V_c shall be the lesser of Eq. (11-32) or (11-33).

$$V_c = 3.3 \sqrt{f'_c} hd + \frac{N_u d}{4 \ell_w} \quad (11-32)$$

or

$$V_c = \left[0.6 \sqrt{f'_c} + \frac{\ell_w \left(1.25 \sqrt{f'_c} + 0.2 \frac{N_u}{\ell_w h} \right)}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{\ell_w}{2}} \right] hd \quad (11-33)$$

where N_u is negative for tension. When $(M_u/V_u - \ell_w/2)$ is negative, Eq. (11-33) shall not apply.

11.10.7 – Sections located closer to wall base than a distance $\ell_w/2$ or one-half the wall height, whichever is less, may be designed for the same V_c as that computed at a distance $\ell_w/2$ or one-half the height.

11.10.8 – When factored shear force V_u is less than $\phi V_c/2$, reinforcement shall be provided in accordance with Section 11.10.9 or in accordance with Chapter 14. When V_u exceeds $\phi V_c/2$, wall reinforcement for resisting shear shall be provided in accordance with Section 11.10.9.

11.10.9 – Design of shear reinforcement for walls

11.10.9.1 – Where factored shear force V_u exceeds shear strength ϕV_c , horizontal shear reinforcement shall be provided to satisfy Eq. (11-1) and (11-2), where shear strength V_s shall be computed by

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s_2} \quad (11-34)$$

where A_v is area of horizontal shear reinforcement within a distance s_2 and distance d is in accordance

with Section 11.10.4. Vertical shear reinforcement shall be provided in accordance with Section 11.10.9.4.

11.10.9.2 – Ratio ρ_n of horizontal shear reinforcement area to gross concrete area of vertical section shall not be less than 0.0025.

11.10.9.3 – Spacing of horizontal shear reinforcement s_2 shall not exceed $\ell_w/5$, $3h$, nor 18 in.

11.10.9.4 – Ratio ρ_n of vertical shear reinforcement area to gross concrete area of horizontal section shall not be less than

$$\rho_n = 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{h_w}{\ell_w} \right) (\rho_n - 0.0025) \quad (11-35)$$

nor 0.0025, but need not be greater than the required horizontal shear reinforcement.

11.10.9.5 – Spacing of vertical shear reinforcement s_1 shall not exceed $\ell_w/3$, $3h$, nor 18 in.

11.11 – Special provisions for slabs and footings

11.11.1 – Shear strength of slabs and footings in the vicinity of concentrated loads or reactions is governed by the more severe of two conditions:

11.11.1.1 – Beam action for slab or footing, with a critical section extending in a plane across the entire width and located at a distance d from face of concentrated load or reaction area. For this condition, the slab or footing shall be designed in accordance with Sections 11.1 through 11.5.

11.11.1.2 – Two-way action for slab or footing, with a critical section perpendicular to plane of slab and located so that its perimeter b_o is a minimum, but need not approach closer than $d/2$ to perimeter of concentrated load or reaction area. For this condition, the slab or footing shall be designed in accordance with Sections 11.11.2 through 11.11.4.

11.11.2 – Design of slab or footing for two-way action shall be based on Eq. (11-1), where shear strength V_n shall not be taken greater than shear strength V_c computed in accordance with Section 11.11.2.1 or 11.11.2.2, unless shear reinforcement is provided in accordance with Section 11.11.3 or 11.11.4.

11.11.2.1 – For nonprestressed slabs and footings:

$$V_c = (2 + 4/\beta_c) \sqrt{f'_c} b_o d \quad (11-36)$$

but not greater than $4\sqrt{f'_c} b_o d$. β_c is the ratio of long side to short side of concentrated load or reaction area and b_o is perimeter of critical section defined in Section 11.11.1.2.

11.11.2.2 – At columns of two-way prestressed slabs and footings that meet requirements of Section 18.9.3:

$$V_c = (3.5\sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pc}) b_o d + V_p \quad (11-37)$$

where b_o is perimeter of critical section defined in Section 11.11.1.2, f_{pc} is average value of f_{pc} for the two directions, and V_p is vertical component of all effective prestress forces crossing the critical section. If shear strength is computed by Eq. (11-37), the following shall be satisfied; otherwise, Eq. (11-36) shall apply:

(a) no portion of column cross section shall be closer to a discontinuous edge than 4 times the slab thickness, and

(b) f'_c in Eq. (11-37) shall not be taken greater than 5000 psi, and

(c) f_{pc} in each direction shall not be less than 125 psi, nor be taken greater than 500 psi.

11.11.3 – Shear reinforcement consisting of bars or wires may be used in slabs and footings in accordance with the following:

11.11.3.1 – Shear strength V_n shall be computed by Eq. (11-2), where shear strength V_c shall be in accordance with Section 11.11.3.4, and shear strength V_s shall be in accordance with Section 11.11.3.5.

11.11.3.2 – Shear strength V_n shall not be taken greater than $6\sqrt{f'_c} b_o d$, where b_o is perimeter of critical section defined in Section 11.11.3.3.

11.11.3.3 – Shear strength shall be investigated at the critical section defined in Section 11.11.1.2 and at successive sections more distant from the support.

11.11.3.4 – Shear strength V_c at any section shall not be taken greater than $2\sqrt{f'_c} b_o d$, where b_o is perimeter of critical section defined in Section 11.11.3.3.

11.11.3.5 – Where factored shear force V_u exceeds shear strength ϕV_c as given in Section 11.11.3.4, required area A_v and shear strength V_s of shear reinforcement shall be calculated in accordance with Section 11.5 and anchored in accordance with Section 12.13.

11.11.4 – Shear reinforcement consisting of steel I- or channel-shaped sections (shearheads) may be used in slabs. Provisions of Sections 11.11.4.1 through 11.11.4.9 shall apply where shear due to gravity load is transferred at interior column supports. Where moment is transferred to columns, Section 11.12.2.5 shall apply.

shaped reinforcement, shall be welded into identical arms at right angles. Shearhead arms shall not be interrupted within the column section.

11.11.4.2 – Shearhead shall not be deeper than 70 times the web thickness of the steel shape.

11.11.4.3 – Ends of each shearhead arm may be cut at angles not less than 30 deg with the horizontal, provided the plastic moment strength of the remaining tapered section is adequate to resist the shear force attributed to that arm of the shearhead.

11.11.4.4 – All compression flanges of steel shapes shall be located within $0.3d$ of compression surface of slab.

11.11.4.5 – Ratio α_v between the stiffness for each shearhead arm and that for surrounding composite cracked slab section of width $(c_2 + d)$ shall not be less than 0.15.

11.11.4.6 – Plastic moment strength M_p required for each arm of the shearhead shall be computed by

$$\phi M_p = \frac{V_u}{2\eta} \left[h_v + \alpha_v \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \right] \quad (11-38)$$

where ϕ is strength reduction factor for flexure, η is number of arms, and ℓ_v is minimum length of each shearhead arm required to comply with requirements of Sections 11.11.4.7 and 11.11.4.8.

11.11.4.7 – Critical slab section for shear shall be perpendicular to plane of slab and shall cross each shearhead arm three-quarters the distance $[\ell_v - (c_1/2)]$ from column face to end of shearhead arm. Critical section shall be located so that its perimeter b_o is a minimum, but need not approach closer than $d/2$ to perimeter of column section.

11.11.4.8 – Shear strength V_n shall not be taken greater than $4\sqrt{f'_c}b_o d$, on the critical section defined in Section 11.11.4.7. When shearhead reinforcement is provided, shear strength V_n shall not be taken greater than $7\sqrt{f'_c}b_o d$ on the critical section defined in Section 11.11.1.2.

11.11.4.9 – A shearhead may be assumed to contribute a moment resistance M_v to each slab column strip computed by

$$M_v = \frac{\phi \alpha_v V_u}{2\eta} \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \quad (11-39)$$

where ϕ is the strength reduction factor for flexure, η is the number of arms, and ℓ_v is the length of each

(a) 30 percent of total factored moment required for each slab column strip,

(b) change in column strip moment over length ℓ_v ,

(c) value of M_p computed by Eq. (11-38).

11.11.4.10 – When unbalanced moments are considered, shearhead must have adequate anchorage to transmit M_p to column.

11.11.5 – Openings in slabs

When openings in slabs are located at a distance less than 10 times the slab thickness from a concentrated load or reaction area, or when openings in flat slabs are located within column strips as defined in Chapter 13, the critical slab section for shear defined in Sections 11.11.1.2 and 11.11.4.7 shall be modified as follows:

11.11.5.1 – For slabs without shearheads, that part of the perimeter of the critical section that is enclosed by straight lines projecting from the centroid of the load or reaction area and tangent to the boundaries of the openings shall be considered ineffective.

11.11.5.2 – For slabs with shearheads, the ineffective portion of the perimeter shall be one-half of that defined in Section 11.11.5.1.

11.12 – Transfer of moments to columns

11.12.1 – General

11.12.1.1 – When gravity load, wind, earthquake, or other lateral forces cause transfer of moment at connections of framing elements to columns, shear resulting from moment transfer shall be considered in design of lateral reinforcement in columns.

11.12.1.2 – Lateral reinforcement not less than that required by Eq. (11-14) shall be provided within connections of framing elements to columns, except for connections not part of a primary seismic load-resisting system that are restrained on four sides by beams or slabs of approximately equal depth.

11.12.2 – Special provisions for slabs

11.12.2.1 – When gravity load, wind, earthquake, or other lateral forces cause transfer of moment between slab and column, a fraction of the unbalanced moment shall be transferred by eccentricity of shear in accordance with Sections 11.12.2.3 through 11.12.2.5.

11.12.2.2 – Fraction of unbalanced moment not transferred by eccentricity of shear shall be transferred by flexure in accordance with Section 13.3.2

11.12.2.3 – A fraction of the unbalanced moment given by

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} \quad (11-40)$$

shall be considered transferred by eccentricity of shear about centroid of a critical section perpendicular to plane of slab and located so that its perimeter is a minimum, but need not approach closer than $d/2$ to perimeter of column.

11.12.2.4 – Shear stresses resulting from moment transfer by eccentricity of shear shall be assumed to vary linearly about centroid of critical section defined in Section 11.12.2.3. Maximum shear stress due to factored shear forces and moments shall not exceed v_c computed in accordance with Section 11.12.2.4.1 or 11.12.2.4.2.

11.12.2.4.1 – For nonprestressed slabs:

$$v_c = \phi(2 + 4/\beta_c)\sqrt{f'_c} \quad (11-41)$$

but not greater than $\phi 4\sqrt{f'_c}$.

11.12.2.4.2 – At columns of two-way prestressed slabs that meet requirements of Section 18.9.3:

$$v_c = \phi(3.5\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc} + V_p/b_o d) \quad (11-42)$$

where b_o is perimeter of critical section defined in Section 11.12.2.3 and V_p is vertical component of all effective prestress forces crossing the critical section. If permissible shear stress is computed by Eq. (11-42), the following shall be satisfied; otherwise, Eq. (11-41) shall apply.

(a) no portion of column cross section shall be closer to a discontinuous edge than four times the slab thickness, and

(b) f'_c in Eq. (11-42) shall not be taken greater than 5000 psi, and

(c) f_{pc} in each direction shall not be less than 125 psi, nor be taken greater than 500 psi.

11.12.2.5 – When shear reinforcement consisting of steel I- or channel-shaped sections (shearheads) is provided, the sum of shear stresses due to vertical load acting on the critical section defined by Section 11.11.4.7 and moment transferred by eccentricity of shear about centroid of the critical section defined in Section 11.11.1.2 shall not exceed $\phi 4\sqrt{f'_c}$.

COMMENTARY ON BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE (ACI 318-83)

REPORTED BY ACI COMMITTEE 318

Because the 1983 ACI Building Code is written as a legal document so that it may be adopted by reference in a general building code, it cannot present background details or suggestions for carrying out its requirements or intent. It is the function of this commentary to fill this need.

The commentary discusses some of the considerations of the committee in developing the code with emphasis given to the explanation of new or revised provisions that may be unfamiliar to code users.

References to much of the research data referred to in preparing the code are cited for the user desiring to study individual questions in greater detail. Other documents that provide suggestions for carrying out the requirements of the code are also cited.

The chapter and section numbering of the code are followed throughout.

Keywords: admixtures; aggregates; anchorage (structural); beam-column frame; beams (supports); building codes; cements; cold weather construction; columns (supports); combined stress; composite construction (concrete and steel); composite construction (concrete to concrete); compressive strength; concrete construction; concretes; concrete slabs; construction joints; continuity (structural); cover; curing; deep-beams; deflections; drawings; earthquake resistant structures; embedded service ducts; flexural strength; floors; folded plates; footings; formwork (construction); frames; hot weather construction; inspection; joints (junctions); joists; lightweight concretes; loads (forces), load tests (structural); materials; mixing; mix proportioning; modulus of elasticity; moments; pipe columns; pipes (tubes), placing; precast concrete; prestressed concrete; prestressing steels; quality control; reinforced concrete; reinforcing steels; roofs; serviceability; shear strength; shearwalls; shells (structural forms); spans; specifications; splicing; strength; strength analysis; structural analysis; structural design; T-beams; torsion; walls; water; welded wire fabric.

ACI Committee Reports, Guides, Standard Practices, and Commentaries are intended for guidance in designing, planning, executing, or inspecting construction, and in preparing specifications. Reference to these documents shall not be made

in the Project Documents. If items found in these documents are desired to be part of the Project Documents, they should be phrased in mandatory language and incorporated into the Project Documents.

Copyright © 1983, American Concrete Institute.

All rights reserved including rights of reproduction and use in any form or by any means, including the making of copies by any photo process, or by any electronic or mechanical

device, printed or written or oral, or recording for sound or visual reproduction or for use in any knowledge or retrieval system or device, unless permission in writing is obtained from the copyright proprietors.

318R-1
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND
BIBLIOTECA

Concrete Columns, SP-50, American Concrete Institute, Detroit, 1965, pp. 1-40.

10.25. "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members," Column Research Council, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, Pa., 2nd Edition, 1966.

10.26. ACI Committee 340, *Design Handbook in Accordance with the Strength Design Method of ACI 318-77, V. 2, Columns*, 17A(78), American Concrete Institute, Detroit, 1978, 228 pp.

10.27. Breen, John E.; MacGregor, James G.; and Pfang, Edward. "Determination of Effective Length Factors for Slender Concrete Columns," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 69, No. 11, Nov. 1972, pp. 669-672.

10.28. "Code of Practice for the Structural Use of Concrete, Part 1: Design Materials and Workmanship," (CP110:Part 1, Nov. 1972) British Standards Institution, London, 1972, 154 pp.

10.29. Cranston, W. B., "Analysis and Design of Reinforced Concrete Columns," *Research Report* No. 20, Paper 41.020, Cement and Concrete Association, London, 1972, 54 pp.

10.30. Ford, J. S.; Chang, D. C.; and Breen, J. E., "Design Indications from Tests of Unbraced Multipanel Concrete Frames," *Concrete International: Design and Construction*, V. 3, No. 3, Mar. 1981, pp. 37-47.

10.31. Bianchini, Albert C.; Woods, Robert E.; and Kesler, Clyde E., "Effect of Floor Concrete Strength on Column Strength," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 56, No. 11, May 1960, pp. 1149-1169.

10.32. Everard, Noel J., and Cohen, Edward, "Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete Columns," ACI Publication SP-7, American Concrete Institute, Detroit, 1964, 182 pp.

10.33. Hawkins, N. M., "The Bearing Strength of Concrete Loaded Through Rigid Plates," *Magazine of Concrete Research* (London), V. 20, No. 62, Mar. 1968, pp. 31-40.

CHAPTER 11 - SHEAR AND TORSION

This chapter includes shear provisions for both nonprestressed and prestressed concrete members. The torsion provisions apply only to nonprestressed concrete. The shear-friction concept (Section 11.7) is particularly applicable to design of reinforcing details in precast structures. Special provisions are included for deep flexural members (Section 11.8), brackets and corbels (Section 11.9), and shearwalls (Section 11.10). Shear provisions for slabs and footings (Section 11.11) include a design procedure for shearhead reinforcement at column supports (Section 11.11.4).

11.1 - Shear strength

11.1.1 - With the 1977 code edition, the basic design equations for shear were rearranged in terms of shear forces, rather than shear stresses as in the 1971 code. Designers had expressed a preference for shear in terms of forces for design by the strength design method, particularly in design of shear reinforcement. With the rearrangement no changes were made in any of the limiting shear strength values or other design requirements for shear from that presented in the 1971 code. In addition, the design equations were presented to reflect the distinction between required shear or factored shear V_u and the shear design strength ϕV_n . This separation between required strength and design strength clarifies application of the strength reduction factor ϕ for shear. For additional discussion on the concepts and nomenclature for strength design see Commentary Chapter 9. The concept of presenting shear strength in terms of shear forces is continued for the 1983 code edition.

As first introduced in the 1971 code, shear strength is based on an average shear stress on the full effective cross section $b_w d$. However, to account for the

varied location of the centroid of prestressing tendons, the value of d for prestressed concrete members need not be taken less than $0.8h$.

Tests^{11.1} have indicated that average shear over the full effective section also may be applied for circular sections. The definition of d (Section 11.0) as the distance from the extreme compression fiber to the centroid of the longitudinal reinforcement in the opposite half of the member is intended to cover the case of a circular section subjected only to transverse loads.

In a member without shear reinforcement, shear is assumed carried by the concrete web. In a member with shear reinforcement, shear is assumed carried by the concrete compression zone and the shear reinforcement.

Shear strength provided by concrete V_c is assumed equal in both cases and is taken equal to the shear causing significant inclined cracking. These assumptions are discussed in the ACI-ASCE Committee 426 reports^{11.1,11.2} and in References 11.3 and 11.4.

Two types of inclined cracking occur in concrete beams: web-shear cracking and flexure-shear cracking. These two types of inclined cracking are illustrated in Fig. 11.1.1.

Web-shear cracking begins from an interior point in a member when the principal tensile stresses exceed the tensile strength of the concrete. Flexure-shear cracking is initiated by flexural cracking. When flexural cracking occurs, the shear stresses in the concrete above the crack are increased. The flexure-shear crack develops when the combined shear and tensile stress exceeds the tensile strength of the concrete.

concrete member, it is generally of the type. Web-shear cracking generally occurs near the supports of deep flexural members with thin webs, or near the inflection point or bar cutoff points of continuous beams, particularly if the beam is subjected to axial tension.

Both types of inclined cracking may be observed when prestressed concrete beams are subjected to loads greater than the maximum service load. Flexure-shear cracking is the more typical type in prestressed members, particularly those subject to uniform loads. Web-shear cracking may occur in heavily prestressed beams with thin webs, particularly when the beam is subjected to large concentrated loads near a simple support.

Because of the different behavior of nonprestressed and prestressed members, and because researchers have approached the inclined cracking problem in different ways, it is necessary to calculate the shear strength V_c provided by concrete according to Section 11.3 for nonprestressed members and Section 11.4 for prestressed members.

11.1.1.1 – Openings in the web of a member can reduce its shear strength. The effects of openings are discussed in Section 4.7 of the 1973 Report of Joint ACI-ASCE Committee 426, Shear and Diagonal Tension.^{11.1} Additional guidance on this topic can be found in References 11.5, 11.6, 11.7, and 11.8.

11.1.1.2 – In a member of variable depth, the internal shear at any section is increased or decreased by the vertical component of the inclined flexural stresses. Computation methods are outlined in various textbooks and in the 1940 Joint Committee Report.^{11.9}

11.1.2 – Shear strength near concentrated loads or reactions is increased if compression is introduced into the member. Accordingly, the code permits design for a maximum factored shear force V_u at a distance d from the support for nonprestressed members, and at a distance $h/2$ for prestressed members.

included: (1) members supported by bearing at the bottom of the member, such as shown in Fig. 11.1.2(a); and (2) members framing monolithically into another member as illustrated in Fig. 11.1.2(b).

Support conditions where this provision should not be applied include: (1) Members framing into a supporting member in tension, such as shown in Fig. 11.1.2(c). The critical section for shear should be taken at the face of the support. For this case, shear within the connection should also be investigated, and special corner reinforcement should be provided. (2) Members loaded such that the shear at sections between the support and a distance d differs radically from the shear at distance d . This commonly occurs in brackets and in beams where a concentrated load is located close to the support, as shown in Fig. 11.1.2(d). In this case the shear at the face of the support should be used.

11.2 – Lightweight concrete

Two alternate procedures are provided to modify the provisions for shear when lightweight aggregate concrete is used. The lightweight concrete modification applies only to the terms containing $\sqrt{f'_c}$ in the equations of Chapter 11.

11.2.1.1 – The first alternate is based on laboratory tests to determine the relationship between splitting tensile strength f_{ct} and the compressive strength f'_c for the lightweight concrete being used. For normal weight concrete, the splitting tensile strength f_{ct} is approximately equal to $6.7 \sqrt{f'_c}$. Therefore, when f_{ct} is determined for a particular lightweight aggregate concrete (Section 4.1.4), the value of $f_{ct}/6.7$ may be substituted for all values of $\sqrt{f'_c}$ affecting V_c , T_c , and M_{cr} in Chapter 11. Tests^{11.10, 11.11} have shown this is a valid approach.

However, the calculated shear strength values for lightweight concrete should not exceed those for normal weight concrete; therefore, in calculations, the value of $f_{ct}/6.7$ must not be taken greater than $\sqrt{f'_c}$.

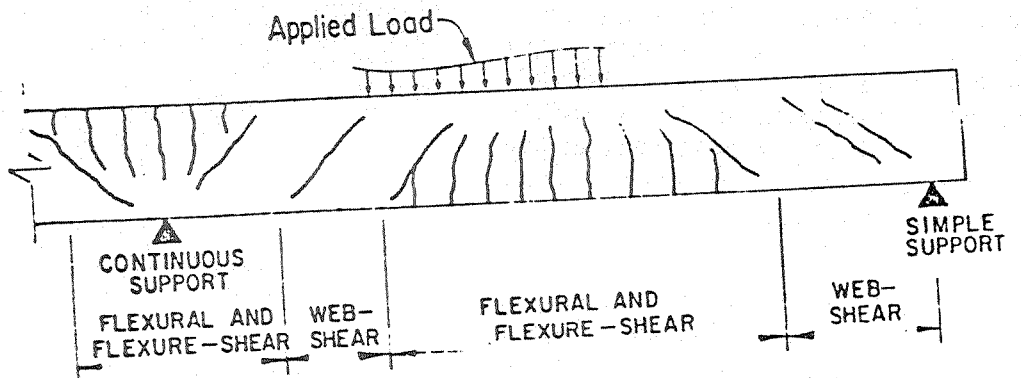


Fig. 11.1.1 – Types of cracking in concrete beams

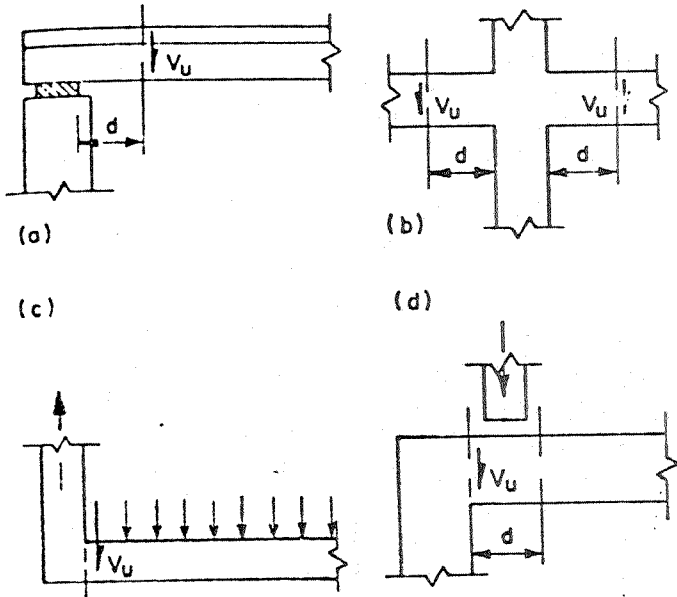


Fig. 11.1.2 – Typical support conditions for locating factored shear force V_u

11.2.1.2 – As a simplification, the modification may be based on the assumption that, for a given compressive strength of concrete, the tensile strength of lightweight concrete (with or without sand replacement) is a fixed proportion of the tensile strength of normal weight concrete.^{11,12} A factor of 0.75 is applied to the shear strength values for normal weight concrete, if all lightweight aggregate is used. If natural sand is combined with lightweight coarse aggregate (all fine aggregate replaced by sand), the modification factor is 0.85. Linear interpolation is allowed for partial sand replacement of the fine aggregate. Use of the factors 0.75 for "all-lightweight" concrete and 0.85 for "sand-lightweight" concrete imply a ratio of 5 and 5.7 for $f_{ct}/\sqrt{f'_c}$, respectively. These values are based on data obtained from tests^{11,2,11,13} on many types of structural lightweight aggregate concrete.

11.3 – Shear strength provided by concrete for nonprestressed members

11.3.1.1 and 11.3.2.1 – Eq. (11-6) is the basic expression for shear strength of members without shear reinforcement. It was first adopted in the 1963 ACI Building Code after being endorsed by ACI-ASCE Committee 326 (now 426). The equation assumes that useful shear strength is exhausted when inclined cracking first develops in a member.

Designers should recognize that the three variables in Eq. (11-6), $\sqrt{f'_c}$ (as a measure of concrete tensile strength), ρ_w , and $V_u d/M_u$, are known to affect shear strength, although some research data^{11,14,11,15} indicate that Eq. (11-6) overestimates the influence of f'_c

and underestimates the influence of ρ_w and $V_u d/M_u$. Further information^{11,16,11,17} has indicated that shear strength decreases as the overall depth of the member increases.

The minimum value of M_u equal to $V_u d$ in Eq. (11-6) is to limit V_c near points of inflection.

For most designs, it is convenient to assume that the second term of Eq. (11-6) equals $0.1 \sqrt{f'_c}$ and use V_c equal to $2 \sqrt{f'_c} b_w d$ as permitted in Section 11.3.1.1.

11.3.1.2, 11.3.2.2, and 11.3.1.3, 11.3.2.3 – Eq. (11-7) and (11-8) for members subject to axial compression in addition to shear and flexure, are derived in the ACI-ASCE Committee 426 report.^{11,2} As N_u is progressively increased, the value of V_c computed from Eq. (11-6) and (11-7) will exceed the upper limit given by Eq. (11-8) before the value of M_m given by Eq. (11-7) becomes negative. Further, the value of V_c obtained from Eq. (11-6), when a negative value of M_m is substituted, has no physical significance. For this condition, Eq. (11-8) or Eq. (11-4) should be used to calculate V_c . Eq. (11-9) is included for the case of axial tension existing with shear and flexure.

Values of V_c for members subject to shear and axial load are illustrated in Fig. 11.3. These equations are discussed and comparisons made with test data in Reference 11.4. Because of the complexity of Eq. (11-6) and (11-7), an alternative design provision, Eq. (11-4), is permitted. For members subject to axial compression, the designer may also elect to use V_c equal to $2 \sqrt{f'_c} b_w d$, neglecting the increase in V_c permitted due to axial compression N_u .

11.3.1.4 – See discussion for Commentary Section 11.6.1.

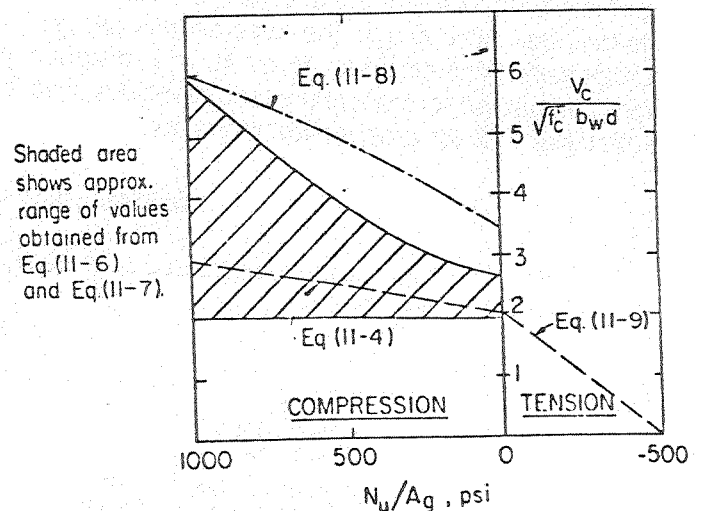


Fig. 11.3 – Comparison of shear strength equations for members subject to axial load

11.4.1 – Eq. (11-10) offers a simplified means of computing V_c for prestressed concrete beams with an effective prestress force at least equal to 40 percent of the tensile strength of the flexural reinforcement. Thus, Eq. (11-10) may be applied to some members reinforced with a combination of prestressed tendons and nonprestressed deformed bars. The equation is discussed in detail in Reference 11.4. It is most applicable to members subject to uniform loading. The equation may give conservative results when applied to members such as composite I-section girders for bridges with concentrated loadings.

In applying Eq. (11-10) to simply supported members subject to uniform loads, $V_u d/M_u$ becomes a simple function of d/ℓ , where ℓ is the span length. If x is the distance from the section being investigated to the support,

$$\frac{V_u d}{M_u} = \frac{d(\ell - 2x)}{x(\ell - x)}$$

Thus, for concrete with a compressive strength of 5000 psi, V_c given by Eq. (11-10) can be represented as shown in Fig. 11.4. Similar curves can be developed for members of other concrete strength. However, Eq. (11-10) is quite insensitive to concrete strength, and Fig. 11.4 could be used for members with concrete strength ranging from 4000 to 6000 psi with an error of less than 10 percent.

11.4.2 – This section gives the basic design provisions for determining V_c for prestressed concrete

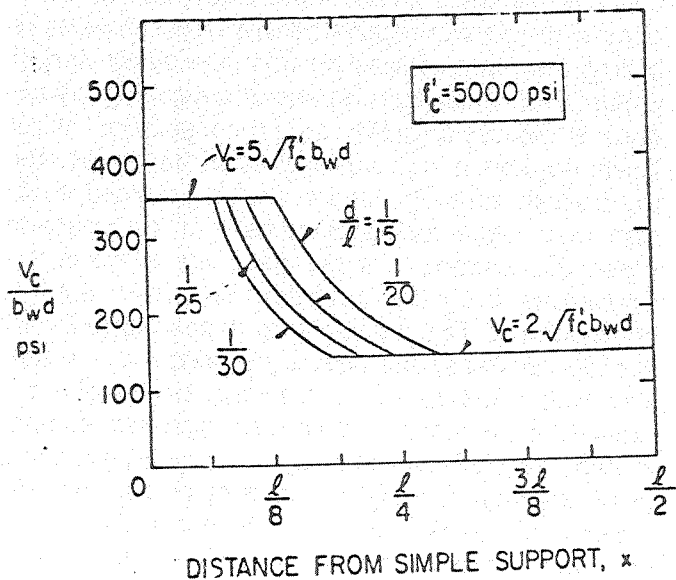


Fig. 11.4 – Application of Eq. (11-10) to uniformly loaded prestressed members

ACI Building Code. Eq. (11-11) and Eq. (11-13) predict the shear strength at inclined flexure-shear and web-shear cracking, respectively. The shear strength provided by the concrete, V_c , is assumed equal to the lesser of V_{ci} and V_{cu} . The externally applied factored loads, from which V_l and M_{max} are determined, include superimposed dead load, earth pressure, live load, etc.

Eq. (11-11) predicts flexure-shear cracking as the shear force due to dead load, live load causing flexural cracking at the section being investigated, and load required to transform the flexural crack into an inclined crack.

In computing M_{cr} for substitution into Eq. (11-11), I and y_t are properties of the section resisting the externally applied loads. For a composite member, where part of the dead load is resisted noncompositely, appropriate section properties should be used to compute f_d . V_d is then the total shear force due to unfactored dead load acting on the noncomposite member plus the unfactored superimposed dead load acting on the composite member.

For noncomposite uniformly loaded beams, Eq. (11-11) reduces to:

$$V_d = 0.6 \sqrt{f'_c} b_w d + \frac{V_u M_{cr}}{M_u}$$

where

$$M_{cr} = (I/y_t)(6 \sqrt{f'_c} + f_{pe})$$

M_u is the factored moment on the beams at the section under consideration, and V_u is the factored shear force occurring simultaneously with M_u . Since the same section properties apply to both dead and live load stresses, there is no need to compute dead load stresses and shears separately, and the cracking moment reflects the total stress change from effective prestress to a tension of $6 \sqrt{f'_c}$, here assumed to cause flexural cracking.

Eq. (11-13) predicts web-shear cracking as the shear causing a principal tensile stress of approximately $4 \sqrt{f'_c}$ at the centroidal axis of the cross section.

In applying Eq. (11-11) and (11-13) to the section under consideration, the terms V_d and f_d refer to the shear force and the extreme fiber flexural stress due to an

unfactored dead load resulting from self-weight of the member only. The terms V_i and M_{max} may be taken as:

$$V_i = V_u - V_d$$

$$M_{max} = M_u - M_d$$

where V_u and M_u are the factored shear and moment due to the total factored loads, and M_d is the moment due to unfactored dead load (i.e., the moment corresponding to f_d). V_p is based on the effective prestress force without load factors.

11.4.3 and 11.4.4 – These sections specify how the effect on shear strength of reduced prestress near the ends of pretensioned beams is to be taken into account.

Section 11.4.3 relates to the shear strength at sections within the transfer length of tendons when bonding of tendons extends to the end of the member.

Section 11.4.4 relates to the shear strength at sections within the length over which some tendons are not bonded to the concrete, or within the transfer length of those tendons for which bonding does not extend to the end of the beam.

11.5 – Shear strength provided by shear reinforcement

11.5.2 – Limiting the design yield strength of shear reinforcement to 60,000 psi provides a control on diagonal crack width. Higher strength reinforcement also may be brittle near sharp bends.

11.5.3 – It is essential that shear (and torsion) reinforcement be adequately anchored at both ends, to be fully effective on either side of any potential inclined crack. This generally requires a hook or bend at the end of the reinforcement as provided by Section 12.13.

However, it should be noted that Eq. (11-15) may only be used for prestressed members meeting the 40 percent minimum prestress force requirements.

11.5.5 – Minimum shear reinforcement

11.5.5.1 – Shear reinforcement restrains the growth of inclined cracking, and hence increases ductility and provides a warning of failure. Otherwise, in an unreinforced web, the sudden formation of inclined cracking might lead directly to failure without warning. Such reinforcement is of great value if a member is subjected to an unexpected tensile force or catastrophic loading. Accordingly, a minimum area of shear reinforcement not less than that given by Eq. (11-14) or (11-15) is required wherever the total factored shear force V_u is greater than one-half the shear strength

provided by concrete ϕV_c . Three types of members are excluded from the minimum shear reinforcement requirement: slabs and footings; floor joists; and wide, shallow beams. Slabs, footings and joists are excluded because there is a possibility of load sharing between weak and strong areas.

11.5.5.2 – In addition to slabs, footings, joists, and shallow beams as defined in Section 11.5.5.1, shear reinforcement may be excluded from other members if it is shown by physical tests that the required strength can be developed when shear reinforcement is omitted.

When a member is tested to demonstrate that its shear and flexural strengths are adequate, the actual member dimensions and material strengths are known. The strength used as a basis for comparison should therefore be that corresponding to a strength reduction factor of unity ($\phi = 1.0$), i.e., the required nominal strength V_n and M_n . This ensures that if in the field the actual material strengths were less than specified, or the member dimensions were in error, such as to result in a reduced member strength, a satisfactory margin of safety will be retained.

If a member is restrained, development of forces and moments in the member due to the factors listed can result in a significant reduction in shear strength if web reinforcement is omitted. It is, therefore, appropriate that these effects should be simulated in any test designed to demonstrate adequate shear strength without the use of web reinforcement.

Even when the total factored shear strength V_u is less than one-half of the shear strength provided by the concrete, ϕV_c , use of some web reinforcement is recommended in all thin-web post-tensioned prestressed concrete members (joists, waffle slabs, beams and T-beams) to reinforce against tensile forces in webs resulting from local deviations from the design tendon profile, and to provide a means of supporting the tendons in the design profile during construction. If sufficient support is not provided, local deviations from the smooth parabolic tendon profile assumed in design may result during placement of the concrete. When the tendons in such cases are stressed, the deviations from the intended curvature tend to straighten out. This process may impose large tensile stresses in webs, and severe cracking may develop if no web reinforcement is provided. Unintended curvature of the tendons, and the resulting tensile stresses in webs, may be minimized by securely tying tendons to stirrups that are rigidly held in place by other elements of the reinforcing cage. The maximum spacing of stirrups used for this purpose should not exceed the smaller of $1-1/2h$ or 4 ft. When applicable, the shear reinforcement provisions of Sections 11.5.4 and 11.5.5 will require closer stirrup spacings.

forming at appreciably smaller stresses than under static loading should be taken into account in the design. In these instances, it would be prudent to use at least the minimum shear reinforcement expressed by Eq. (11-14) or (11-15), even though tests or calculations based on static loads show that shear reinforcement is not required.

11.5.5.4 – Eq. (11-14) may also be applied to prestressed concrete members, but it will generally require greater minimum shear reinforcement in typical building members than Eq. (11-15). However, Eq. (11-15) may only be used for prestressed members meeting the minimum prestress force requirements.

11.5.5.5 – If a nonprestressed member is subject to a factored torsional moment T_u greater than $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$, the minimum amount of transverse web reinforcement for combined shear and torsion is $50b_ws/f_y$. The differences in the definition of A_v and the symbol A_t used in Section 11.6 should be carefully noted; A_v is the area of two legs of a closed stirrup, while A_t is the area of only one leg of a similar closed stirrup.

11.5.6 – Design of shear reinforcement

Design of shear reinforcement is based on a modified form of the truss analogy. The truss analogy assumes that the total shear is carried by shear reinforcement. However, considerable research on both nonprestressed and prestressed members has indicated that shear reinforcement need be designed to carry only the shear exceeding that which causes inclined cracking.

Eqs. (11-17), (11-18), and (11-19) are presented in terms of shear strength V_u provided by shear reinforcement for direct application in Eq. (11-1) and (11-2). When shear reinforcement perpendicular to axis of member is used, required area of shear reinforcement A_v is computed by

$$V_u \leq \phi V_n \quad (11-1)$$

$$\leq \phi(V_c + V_s) \quad (11-2)$$

$$V_u \leq \phi V_c + \frac{\phi A_v f_y d}{s} \quad (11-17)$$

Solving for A_v

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c)s}{\phi f_y d}$$

Similarly, when inclined stirrups are used as shear reinforcement,

When shear reinforcement consists of a single bar or a single group of parallel bars, all bent up at the same distance from the support,

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi f_y \sin \alpha}$$

where $(V_u - \phi V_c)$ must not exceed $\phi 3 \sqrt{f'_c} b_w d$.

11.6 – Combined shear and torsion strength for nonprestressed members with rectangular or flanged sections

Design criteria for torsion are based on the report by ACI Committee 438^{11,18} and have been discussed, along with a presentation of example problems, in References 11.19, 11.20, and 11.21. Combined shear and torsion for prestressed members is not covered by the code. Extensive research has been in progress since the late 1960s, but design criteria have not been fully developed.

11.6.1 – This section allows torsion to be neglected in design if the factored torsional moment T_u is less than $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2y)$. This limiting torsional moment is based on a maximum torsional stress of $1.5\sqrt{f'_c}$. This stress corresponds to about 25 percent of the pure torsional strength of a member without torsion reinforcement. ACI Committee 438^{11,18} has reported that such simplification is possible because torsion of such magnitude will not cause significant reduction in ultimate strength in either flexure or shear.

In the development of the torsion design criteria, the effect of restrained warping was not included. In designing thin-walled open sections, consideration of the torsion caused by restrained warping may be necessary.

11.6.1.1 – Calculation of the quantity Σx^2y for flanged sections depends on the selection of component rectangles. These rectangles should not overlap. In the normal case where the closed stirrups are located in the stem, as shown in Fig. 11.6.1(b), the quantity Σx^2y should be taken as the x^2y values of the web extending through the overall depth of the section plus the x^2y values of the outstanding flanges. However, in the special case of cross sections such as shown in Fig. 11.6.1(c), it would be more advantageous to locate the closed stirrups in the upper wider rectangular portion. In the latter case the Σx^2y value should be taken as the x^2y value of the upper wide component rectangle plus that for the narrow vertical outstanding stem. In the case of members without web reinforcement, the component rectangles should not overlap and may be taken so as to result in the highest possible Σx^2y .

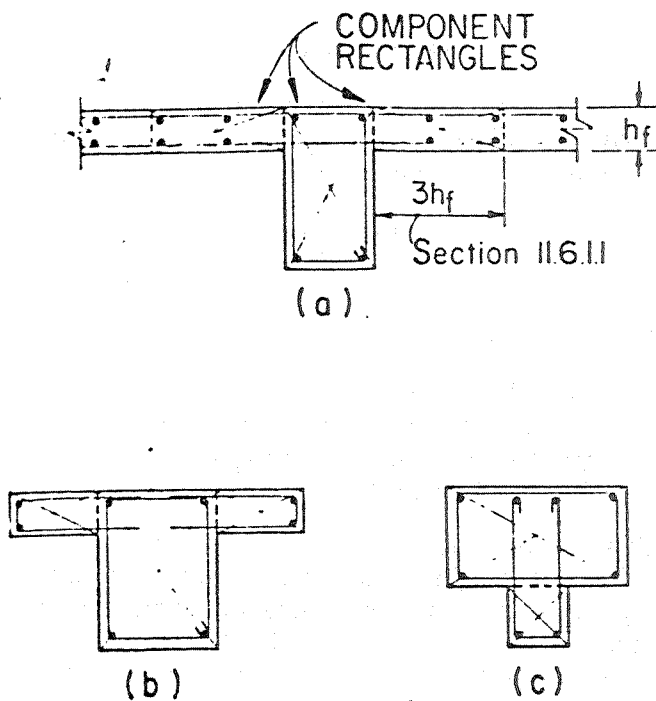


Fig. 11.6.1 – Component rectangles for the calculation of $\Sigma x^2 y$

11.6.1.2 – The design criteria of Section 11.6 may be applied to hollow box sections with a wall thickness equal to or greater than $x/4$. If the wall thickness h is less than $x/4$, the torsional strength of a hollow box section will be less than that of a comparable solid beam. This strength reduction is reflected by the factor $4h/x$, which is conservative when compared to test results. This conservatism is desirable because hollow beams with thin walls may fail in a brittle manner when subjected to torsion, as compared to a ductile mode of failure for solid beams. Also, the ratio of cracking torque to ultimate torque decreases with decreasing wall thickness.

The minimum wall thickness of $x/10$ prevents excessive flexibility and possible buckling of the wall. If h is less than $x/10$, the design of the cross section should consider the stiffness of the wall.

Box sections, in which the longitudinal torsion reinforcement consists of less than eight bars distributed around the section perimeter, should have, at each interior corner, a fillet with minimum leg size of $x/6$. When the longitudinal torsion reinforcement consists of eight or more bars distributed around the section perimeter, fillets should have a minimum leg size of $x/12$, but not necessarily more than 4 in.

11.6.2 and 11.6.3 – In designing for torsion in reinforced concrete structures, two conditions may be distinguished:^{11, 22, 11.23}

(a) The torsional moment cannot be reduced by redistribution of internal forces (Section 11.6.2). This is referred to as “equilibrium torsion,” since the torsional moment is required for the structure to be in equilibrium.

(b) The torsional moment can be reduced by redistribution of internal forces after cracking (Section 11.6.3). This will occur, for example, in a spandrel^{11, 24} beam if the torsion arises from the member twisting in order to maintain compatibility of deformations. This type of torsion is referred to as “compatibility torsion.”

Application of both design conditions is illustrated in Fig. 11.6.2 and 11.6.3. For condition (a), Fig. 11.6.2, torsion reinforcement designed according to Section 11.6.4 through 11.6.10 must be provided to resist the total design torsional moments.

For Condition (b), Fig. 11.6.3, the structure can be analyzed using equilibrium and compatibility conditions. Before cracking, the torsional stiffness required in the compatibility equations can be based on the uncracked section according to St. Venant's theory. At torsional cracking, however, a large twist occurs under an essentially constant torque, resulting in a large redistribution of forces in the structure.^{11, 22, 11.23} Increasing the amount of torsion reinforcement would increase the ultimate torque; however, this is not necessarily desirable since the increased ultimate torque cannot be reached without a larger rotation.^{11, 25} The cracking torque is quite insensitive to the amount of torsion reinforcement and, for the combined loading case considered here, corresponds to a torsional stress of about $4\sqrt{f'_c}$. Hence, when the torsional moment exceeds the cracking torque, a simple method^{11, 23} can be used to analyze the structure. That is, a maximum factored torsional moment equal to $\phi(4\sqrt{f'_c}\Sigma x^2 y/3)$ may be assumed at the critical sections. To insure sufficient ductility and to control crack widths, torsion reinforcement must be provided to develop an ultimate torque equal to the cracking torque. In this case, compatibility equations are no longer necessary and the factored torsional moment along the beam can be determined by statics.

When the factored torsional moment calculated before cracking by elastic analysis based on the uncracked section properties is between $\phi(0.5\sqrt{f'_c}\Sigma x^2 y)$ and $\phi(4\sqrt{f'_c}\Sigma x^2 y/3)$, torsion reinforcement may be designed using the actual computed torsional moments.

A typical case in which the torsional moment can be redistributed, is that of an edge beam into which floor beams or a slab are framed from one side only, Fig. 11.6.3. If moment is transferred to such a torsional member from a uniformly loaded slab (or closely spaced beams), the torsional moment will be zero at

line distribution of torsional moment, but not less than the minimum amount specified in Section 11.5.5.5.

Section 11.6.3 relates to typical and regular framing conditions. With layouts which essentially impress significant torsional rotations within a limited length of the member, such as a heavy torque loading located close to a stiff column, or a column which rotates in the reverse direction because of other loading, a more exact analysis is advisable.

11.6.4 – This provision is analogous to Section 11.1.3.

11.6.5 – Torsional moment strength

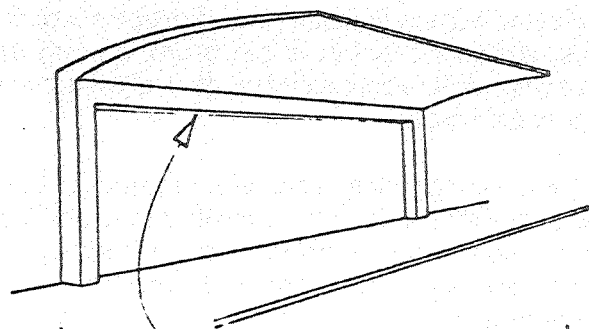
This provision is analogous to Section 11.1.1. See discussion for Commentary Section 11.1.

The torsional moment strength of a plain concrete member of rectangular cross section can be expressed by:

$$T = \alpha x^2 y f_t$$

where α is a coefficient depending on the ratio y/x , x and y are the smaller and larger dimensions of a rectangular cross section, and f_t is the tensile strength of concrete. The coefficient α varies from 0.208 to 1/3 in the elastic theory and from 1/3 to 1/2 in the plastic theory. However, a theory based on the bending mechanism of torsional failure^{11,19} shows that α can be taken as 1/3. This constant coincides with the maximum value of α in the elastic theory and the minimum value in the plastic theory. For simplicity, ACI Committee 438^{11,18} adopted a value of 1/3 for α .

It is assumed that the torsional strength of a flanged member is equal to the sum of the torsional strengths of the web and flanges. Tests on isolated members have shown that this assumption is conservative, pro-



Design torque may not be reduced, because moment redistribution is not possible.

Fig. 11.6.2 – Design torque may not be reduced (Section 11.6.2)

Committee 438 recommends these design rules for beams integral with slabs, as shown in Fig. 11.6.1(a). Since the shear stress due to torsion is a measure of the diagonal tension, f_t in the above equation can be replaced by a torsional shear stress v_t . Rearranging terms

$$v_t = \frac{3T}{\Sigma x^2 y}$$

where $\Sigma x^2 y$ is the sum of the component rectangles of the section resisting torsion. This torsional stress expression was the basis of the design torsional stress equations first presented in the 1971 code. For the 1977 and 1983 code editions, with torsion provisions expressed in terms of torsional moments rather than torsional stresses, the torsional moment strengths are derived using

$$T = v_t \frac{\Sigma x^2 y}{3}$$

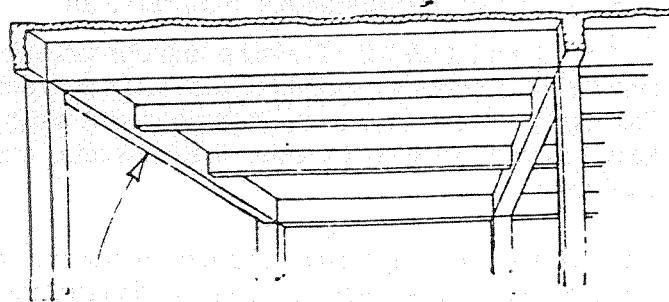
For example, in the 1971 code, torsion effects could be neglected where the factored torsional stress did not exceed $\phi 1.5 \sqrt{f'_c}$. For the 1977 and 1983 code editions, Section 11.6.1, the limiting stress condition is expressed as a limiting torsional moment

$$T_u = \phi \left(1.5 \sqrt{f'_c} \frac{\Sigma x^2 y}{3} \right) = \phi (0.5 \sqrt{f'_c} \Sigma x^2 y)$$

The other torsional moments are derived in a similar manner.

11.6.6 – Torsional moment strength provided by concrete

11.6.6.1 – Eq. (11-22) is based on a limiting torsional shear stress of $2.4 \sqrt{f'_c}$. In the case of pure



Design torque for this spandrel beam may be reduced because moment redistribution is possible.

Fig. 11.6.3 – Design torque may be reduced (Section 11.6.3)

torsion, the torsional shear stress of $2.4\sqrt{f'_c}$ is assumed to be contributed by the concrete to the ultimate torsional strength of a beam with web reinforcement. This stress corresponds to a torque equal to about 40 percent of the cracking torque of a beam without web reinforcement. Consequently, it conservatively predicts torsional cracking and failure of an unreinforced web. Such conservatism is justified for two reasons. First, the torsional strength of a beam without web reinforcement may be reduced by up to one-half due to the simultaneous application of a bending moment and a torsional moment. Therefore, by specifying a limiting torsional shear stress which corresponds to 40 percent of the cracking torque, the effect of bending moment on the torsional strength of beams without web reinforcement may be neglected. Second, any member subjected to a large torsional moment should be designed with torsion reinforcement.

In the case of combined torsion, shear, and flexure, the interaction of torsion and shear is taken into account by means of a circular interaction curve.^{11,20} The square root factors in Eq. (11-22) and (11-5) were derived on this basis.^{11,18,11,21}

The effect of bending is not shown explicitly in Eq. (11-22) and (11-5). However, the adoption of a torsional shear stress which corresponds to 40 percent of the cracking torque, also considers the effect of bending. Hence these equations are conservative for any combination of torsion, shear, and bending in beams without stirrups.

11.6.6.2 – The effect of axial tension on torque at diagonal tension cracking has not been studied experimentally. Since the theoretical effect of axial tension on the cracking torque is similar to its effect on the shear at diagonal tension cracking, the same reduction coefficient used in Eq. (11-9) is applied to torsion.

11.6.7 – Torsion reinforcement requirements

11.6.7.1 and 11.6.7.2 – A simple and conservative method is permitted to provide torsion reinforcement. The reinforcement required to resist torsion is simply added to that required to resist shear, flexure, and axial forces.

11.6.7.3 – Both longitudinal and closed transverse reinforcement are required to resist the diagonal tension stresses due to torsion, and if one or the other types of reinforcement are not provided, the other will be relatively ineffective. The stirrups must be closed, since inclined cracking due to torsion may appear on all faces of a member.

In the general case of hollow box sections and in the particular case of solid sections subjected primarily to

torsion, the concrete side cover over the stirrups spalls off at high values of torque. This renders lapped-spliced stirrups ineffective, leading to a premature torsional failure.^{11,26} For these types of members and loading, closed stirrups should not, therefore, be made up of pairs of U-stirrups lapping one another.

In the more usual case of solid sections subject to torsion together with a substantial amount of flexure, spalling of the side cover to the stirrups does not occur. In this case, it is, therefore, possible to use closed stirrups made up of pairs of U-stirrups lapping one another, providing the splice requirements of Section 12.13.5 are met.^{11,27}

11.6.7.4 – Limiting the design yield strength of torsion reinforcement to 60,000 psi provides a control on diagonal crack width. Higher strength reinforcement also may be brittle near sharp bends.

11.6.7.5 – It is essential that torsion (and shear) reinforcement be adequately anchored at both ends, to be fully effective on either side of any potential inclined crack. This generally requires a hook or bend at the end of the reinforcement as provided by Section 12.13.

The stirrup reinforcement provided to resist torsion should be anchored by being bent into the concrete contained within the stirrups. However, the exterior leg of a stirrup in a spandrel beam may be extended into the slab for development, instead of hooking.

11.6.7.6 – The required distance ($b_1 + d$) beyond the point theoretically required for torsional reinforcement is larger than those commonly used for shear and flexural reinforcement. This is desirable because torsional diagonal tension cracks develop in a helical form.

11.6.8 – Spacing limits for torsion reinforcement

11.6.8.1 – Spacing of the stirrups must be limited to the indicated values to insure the development of the ultimate torsional strength of the beam, prevent excessive loss of torsional stiffness after cracking, and control crack widths.

11.6.8.2 – Longitudinal bars are required in each corner of the stirrups to provide anchorage for the legs of the stirrups, and for convenience in fabricating the reinforcement cage. Corner bars have also been found to be very effective in developing torsional strength and in controlling cracks.

11.6.9 – Design of torsion reinforcement

Eq. (11-23) is presented in terms of torsional moment strength T_s provided by torsion reinforcement for direct application in Eq. (11-20) and (11-21). The re-

$$T_u \leq \phi T_n \quad (11-20)$$

$$\leq \phi(T_c + T_s) \quad (11-21)$$

$$T_u \leq \phi T_c + \frac{A_t \alpha_t x_1 y_1 f_y}{s} \quad (11-23)$$

Solving for A_t ,

$$A_t = \frac{(T_u - \phi T_c) s}{\phi f_y \alpha_t x_1 y_1}$$

where $\alpha_t = [0.66 + 0.33(y_1/x_1)]$ but not more than 1.50.

In flanged sections, closed stirrups may be placed either in the largest or in all component rectangles. In the first case, the factor $x_1 y_1$ in Eq. (11-23) refers to the dimensions of the closed stirrups placed in the largest rectangle. If closed stirrups are placed in all component rectangles, a limited series of pure torsion tests indicates that Eq. (11-23) may be applied separately to each component rectangle using x , y , x_1 , and y_1 for the rectangle under consideration.

The overhanging flange width used in design should not exceed three times the flange thickness, and the corresponding stirrup dimension should be taken as flange width minus the concrete cover to the center of the stirrup. Flange stirrup reinforcement should be securely anchored in the web.

11.6.9.3 – Eq. (11-24) requires that the volume of longitudinal reinforcement be equal to the volume of the closed stirrups required by Eq. (11-23), unless a greater amount of longitudinal reinforcement is required to satisfy the minimum requirement given by Eq. (11-25).

11.6.9.4 – Torsion reinforcement should be designed to reach the yield stress before the concrete crushes. Test data^{11,28} indicate that for pure torsion the maximum torsional stress should be limited to $12 \sqrt{f'_c}$. In the case of beams subjected to combined torsion, shear, and flexure, it was considered reasonable to assume an elliptical interaction relationship between the maximum shear stress and the maximum torsion stress. The limiting torsional moment strength T_n of five times that given by Eq. (11-22) is based on this relationship.

11.7 – Shear-friction

11.7.1 – With the exception of Section 11.7, virtually all provisions regarding shear are intended to prevent diagonal tension failures rather than direct shear-

failures where shear transfer should be considered, such as at an interface between concretes cast at different times, at an interface between concrete and steel, in design of reinforcing details for precast concrete structures, and in other situations where it is considered appropriate to investigate shear transfer across a plane in structural concrete. (See References 11.29, 11.30, 11.31, 11.32, 11.33).

11.7.3 – Uncracked concrete is relatively strong in direct shear; however, there is always the possibility that a crack will form in an unfavorable location. The design procedure for the shear-transfer concept is to assume that such a crack will form, and then to provide reinforcement across the assumed crack to resist relative displacement along it. When shear acts along a crack, slip of one crack face occurs with respect to the other. If the crack faces are rough and irregular, this slip is accompanied by separation of the crack faces. At ultimate, this separation is sufficient to stress the reinforcement crossing the crack to its yield point. This provides a clamping force $A_v f_y$ across the crack faces. The applied shear is then resisted by friction between the crack faces, resistance to the shearing off of protrusions on the crack faces, and dowel action of the reinforcement crossing the crack.

Successful application of Section 11.7 depends on proper selection of the location of an assumed crack. Some examples are illustrated in Fig. 11.7.3. Fig. 11.7.3(a) is an end-bearing detail for a precast beam. Stirrups or ties may be needed to enclose the shear-friction reinforcement and prevent a secondary failure plane from forming around it. [See example in Section 5.8 of Reference.^{11,33}]

Fig. 11.7.3(b) shows a short corbel. Depending on reinforcement and geometry, the shear-failure mode may be either diagonal tension or shear-transfer. The use of the shear-friction concept in the design of corbels is detailed in Section 11.9.

Fig. 11.7.3(c) illustrates a column face plate. The headed studs function as shear-friction reinforcement, and should be firmly anchored into the confined core of the column. Ties may be needed to enclose the shear-friction reinforcement, so as to prevent a secondary failure plane from forming around the headed studs.

The relationship between shear-transfer strength and the amount, strength, and orientation of the reinforcement crossing the shear plane can be expressed in various ways. Eq. (11-26) and (11-27) of Section 11.7.4 are based on the simplest model of behavior, the shear-friction model. Use of this simplified behavior model results in a conservative prediction of shear-

transfer strength. Other less simple relationships have been proposed which result in a closer prediction of shear-transfer strength (see References 11.33, 11.34, and 11.35). These relationships can be used in design under the provisions of Section 11.7.3. One such relationship is the modified shear-friction method of calculation which more closely reflects the actual mechanics of behavior when shear is transferred across a crack in reinforced concrete (see References 11.34 and 11.35). In this method, when the shear-friction reinforcement is perpendicular to the shear plane, the shear strength V_n is given by

$$V_n = 0.8A_{vf}f_y + A_cK_1 \quad (1b)$$

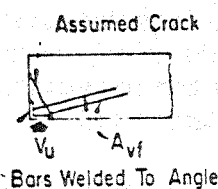
where A_c is the area of concrete section resisting shear transfer (sq in.) and $K_1 = 400$ psi for normal weight concrete, 200 psi for "all lightweight" concrete, and 250 psi for "sand lightweight" concrete. These values of K_1 apply to both monolithically cast concrete and to concrete cast against hardened concrete with a rough surface, as defined in Section 11.7.9.

When the shear-friction reinforcement is inclined to the shear plane, such that the shear force produces tension in that reinforcement, the shear strength V_n is given by

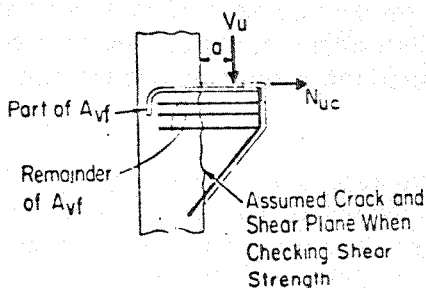
$$V_n = A_{vf}f_y(0.8 \sin \alpha_f + \cos \alpha_f) + A_cK_1 \sin^2 \alpha_f$$

where α_f is the angle between the shear-friction reinforcement and the shear plane, (i.e., $0 < \alpha < 90$ deg).

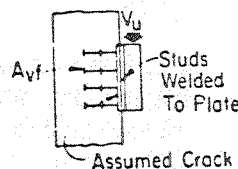
When using the modified shear-friction method of design ($A_{vf}f_y \sin \alpha_f / A_c$) must be not less than 200 psi, in order for the design equations to be valid.



(a) PRECAST BEAM BEARING



(b) CORBEL



(c) COLUMN FACE PLATE

Fig. 11.7.3 - Application of shear-friction

In the modified shear-friction equations, the first term represents the contribution of friction to shear-transfer resistance (0.8 being the true coefficient of friction). The second term in the strength equation represents the sum of two additional contributions to shear-transfer resistance: (1) resistance to shearing off of protrusions on the crack faces, and (2) dowel action of the reinforcement.

11.7.4.1 and 11.7.4.2 - The shear-friction equations are presented in terms of shear-transfer strength for direct application in Eq. (11-1). Required area of shear-transfer reinforcement A_{vf} is computed by transposing Eq. (11-1), e.g., when using the shear-friction equation (Eq. 11-26).

$$V_u \leq \phi V_n \quad (11-1)$$

Substituting from Eq. (11-26) for V_n

$$V_u \leq \phi A_{vf} f_y \mu$$

Solving for A_{vf}

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu}$$

A similar procedure is followed when using Eq. (11-27) and when using the modified shear-friction equations given above. The specified upper limit on shear strength must also be observed.

When the shear-friction reinforcement is inclined to the shear plane, such that the component of the shear force parallel to the reinforcement tends to produce tension in the reinforcement, as shown in Fig. 11.7.4, then part of the shear is resisted by the component of the tension force in the reinforcement, acting parallel to the shear plane.^{11,34} This behavior is reflected in Eq. (11-27). This equation must only be used when the shear force component parallel to the reinforcement produces tension in the reinforcement, as shown in Fig. 11.7.4. As α_f becomes greater than 90 deg, the stress in the reinforcement becomes less than f_y and Eq. (11-27) is not valid.

11.7.4.3 - In the shear-friction method of calculation, it is assumed that all the shear resistance is due to the friction between the crack faces. It is, therefore, necessary to use artificially high values of the coefficient of friction in the shear-friction equations, for concrete placed monolithically and for concrete placed against hardened concrete with a roughened surface, so that the calculated shear strength will be in reasonable agreement with test results. For the case of concrete cast against hardened concrete not roughened in accordance with Section 11.7.9, shear resistance is primarily due to dowel action of the reinforcement and tests^{11,36} indicate that reduced value of $\mu = 0.6\lambda$ specified for this case is appropriate. Note the

The value of μ specified for concrete placed against as-rolled structural steel relates to the design of connections between precast concrete members, or between structural steel members and structural concrete members. The shear-transfer reinforcement may be either reinforcing bars or headed stud shear connectors; also, field welding to steel plates after casting of concrete is common. The design of shear connectors for composite action of concrete slabs and steel beams is not covered by these provisions, but should be in accordance with the AISC "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings."^{11.37}

11.7.5 – This upper limit on shear strength is specified to prevent congestion of reinforcement, and also because Eq. (11-26) and (11-27) become unconservative if V_n has a greater value.

11.7.7 – If a resultant tensile force acts across a shear plane, reinforcement to carry that tension must be provided in addition to that provided for shear transfer. Unforeseen resultant tensile forces have caused failures, particularly in beam bearings. Tension may be caused by restraint of deformations due to temperature change, creep and shrinkage, etc.

When the moment acts on a shear plane the flexural tension stresses and flexural compression stresses equilibrate one another. There is no change in the resultant compression $A_v f_y$ acting across the shear plane and hence the shear-transfer strength is not changed.

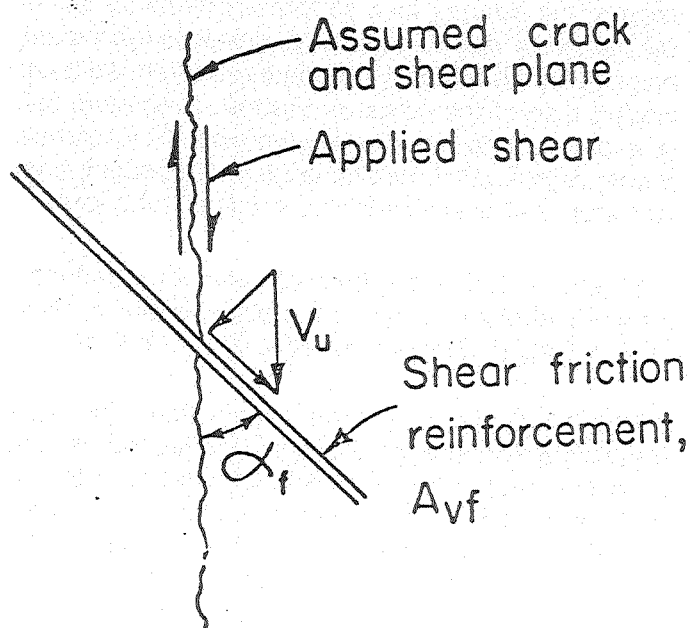


Fig. 11.7.4 – Shear-friction reinforcement at an angle to assumed crack

less the required flexural tension reinforcement exceeds the amount of shear-transfer reinforcement provided in the flexural tension zone. This has been demonstrated experimentally.^{11.38}

It has also been demonstrated experimentally^{11.32} that if a resultant compressive force acts across a shear plane, the shear-transfer strength is a function of the sum of the resultant compressive force and the force $A_v f_y$ in the shear-friction reinforcement. In design, advantage should only be taken of the existence of a compressive force across the shear plane to reduce the amount of shear-friction reinforcement required, if it is absolutely certain that the compressive force is permanent.

11.7.8 – If no moment acts across the shear plane, reinforcement uniformly distributed along the shear plane will minimize crack widths and is, therefore, to be preferred. If a moment acts across the shear plane, it is desirable to distribute the shear-transfer reinforcement so that most of it lies in the flexural tension zone.

Since the shear-friction reinforcement acts in tension, it must have full tensile anchorage on both sides of the shear plane. Further, the shear-friction reinforcement anchorage must engage the primary reinforcement, otherwise a potential crack may pass between the shear-friction reinforcement and the body of the concrete. This requirement applies particularly to welded headed studs used with steel inserts for connections in precast and cast-in-place concrete. Anchorage may be developed by bond, by a welded mechanical anchorage, or by threaded dowels and screw inserts. Space limitations often require a welded mechanical anchorage. For anchorage of headed studs in concrete see Reference 11.33.

11.8 – Special provisions for deep flexural members

11.8.1 – Provisions for the design of deep flexural members are based on the results of more than 250 tests,^{11.1,11.39,11.40} and are intended to apply only to members loaded at the top or compression face and with a span-depth ratio less than 5. If the loads are applied through the sides or bottom of a member, design for shear should be the same as for ordinary members. The longitudinal tension reinforcement in deep flexural members should be extended to the support and adequately anchored by embedment. *Hooks or bending to secure laps as bars are not recommended.*

11.8.6 – As the span-depth ratio of a member without web reinforcement decreases, its shear strength increases above the shear causing diagonal tension

cracking. Thus, in Eq. (11-30) it is assumed that diagonal cracking occurs at the same shear strength as for ordinary beams, but that the shear strength carried by the concrete will be greater than the shear strength causing diagonal cracking. The ratio by which it is increased is given by the first term of Eq. (11-30), which shall not exceed a conservatively established limit of 2.5.

Designers should note that shear in excess of the shear causing diagonal cracking may result in cracking of unsightly width unless shear reinforcement is provided.

11.8.7 – The inclination of diagonal cracking may be greater than 45 deg, therefore, both horizontal and vertical shear reinforcement is required in deep flexural members. The relative amounts of horizontal and vertical shear reinforcement that are selected from Eq. (11-31) may vary, as long as limits on the minimum amount and spacing are observed. Eq. (11-31) is presented in terms of shear strength V_s provided by both horizontal and vertical shear reinforcement for deep flexural members. Shear reinforcement A_v and A_{vh} in terms of factored shear force V_u is computed as follows

$$V_u \leq \phi V_n \quad (11-1)$$

$$\leq \phi(V_c + V_s) \quad (11-2)$$

$$V_n \leq \phi V_c + \phi \left[\frac{A_v}{s} \left(\frac{1 + \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \times \left(\frac{11 - \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) \right] f_y d \quad (11-31)$$

Rearranging

$$\frac{A_v}{s} \left(\frac{1 + \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) + \frac{A_{vh}}{s_2} \left(\frac{11 - \frac{\ell_n}{d}}{12} \right) = \frac{(V_u - \phi V_c)}{\phi f_y d}$$

Special attention is directed to the importance of adequate anchorage for the shear reinforcement. Horizontal web reinforcement should be extended to the support and anchored in the same manner as the tension reinforcement. Bearing on the top of deep beams should satisfy requirements similar to those for brackets and corbels.

11.8.10 – Based on the analysis carried out at the critical sections specified in Section 11.8.4, it may be determined that the member either does not need shear reinforcement, or that shear reinforcement is required, in which case it must be used throughout the span.

11.9 – Special provisions for brackets and corbels

Brackets and corbels are cantilevers having shear span-to-depth ratios not greater than unity, which tend to act as simple trusses or deep beams. Because the strength of a bracket or corbel may be governed by modes of failure different from those of cantilevers having shear span-to-depth ratios greater than unity, they are to be proportioned according to the provisions of Section 11.9. For example, the corbel shown in Fig. 11.9.1 may fail by shearing along the interface between the column and the corbel, by yielding of the tension tie, by crushing or splitting of the compression strut, or by localized bearing or shearing failure under the loading plate. These failure modes are illustrated and are discussed more fully in Reference 11.1. Notation used in Section 11.9 is illustrated in Fig. 11.9.2.

11.9.1 – An upper limit of unity for a/d is specified for two reasons. First, for shear span-to-depth ratios exceeding unity, the diagonal tension cracks are less steeply inclined and the use of horizontal stirrups alone as specified in Section 11.9.4 is not appropriate. (For such cantilevers both vertical and horizontal stirrups should be provided, designed as proposed by ACI-ASCE Committee 426 in Section 4 of Reference 11.41). Second, the specified method of design has only been validated experimentally for a/d of unity or less. Although the specified method of design would probably yield safe designs for values of N_{uc} greater than V_u , an upper limit is specified for N_{uc} because this method of design has only been validated experimentally for N_{uc} less than or equal to V_u , including N_{uc} equal to zero.

11.9.2 – A minimum depth is specified at the outside edge of the bearing area so that a premature failure will not occur due to a major diagonal tension crack propagating from below the bearing area to the outer sloping face of the corbel or bracket. Premature failures of this type have been observed^{11,42} in corbels having depths at the outside edge of the bearing area less than that specified in this section of the code.

11.9.3.1 – Corbel and bracket behavior is predominantly controlled by shear; therefore, a single value of $\phi = 0.85$ is specified for all design conditions.

11.9.3.2.2 – Tests^{11,43} have shown that when corbels or brackets are made of lightweight concrete, the maximum shear strength is a function of both f'_c and a/d , whereas for normal weight concrete it is a function of f'_c only. The reason for this is not known. No data are available for corbels or brackets made of sand-lightweight concrete. It was, therefore, considered that for safety and simplicity, the same limitations should be placed on both all-lightweight and sand-lightweight brackets and corbels.

factored moment is calculated by summing moments about the flexural reinforcement at the face of support.

11.9.3.4 – This section specifies the design procedure for reinforcement to resist the horizontal force N_{uc} . Because the magnitude of horizontal forces acting on corbels or brackets cannot usually be determined with great accuracy, it is specified that N_{uc} be regarded as a live load.

11.9.3.5 – Tests^{11.43} indicate that the total amount of reinforcement ($A_s + A_n$) required to cross the face of support must be the greater of:

- (a) The sum of A_{vf} calculated according to Section 11.9.3.2 and A_n calculated according to Section 11.9.3.4, or
- (b) The sum of $3/2$ times A_f calculated according to Section 11.9.3.3 and A_n calculated according to Section 11.9.3.4.

If (a) controls, $A_s = (2A_{vf}/3 + A_n)$ is required as primary tensile reinforcement, and the remaining $A_{vf}/3$ must be provided as closed stirrups parallel to A_s and distributed within $2/3d$, adjacent to A_s .

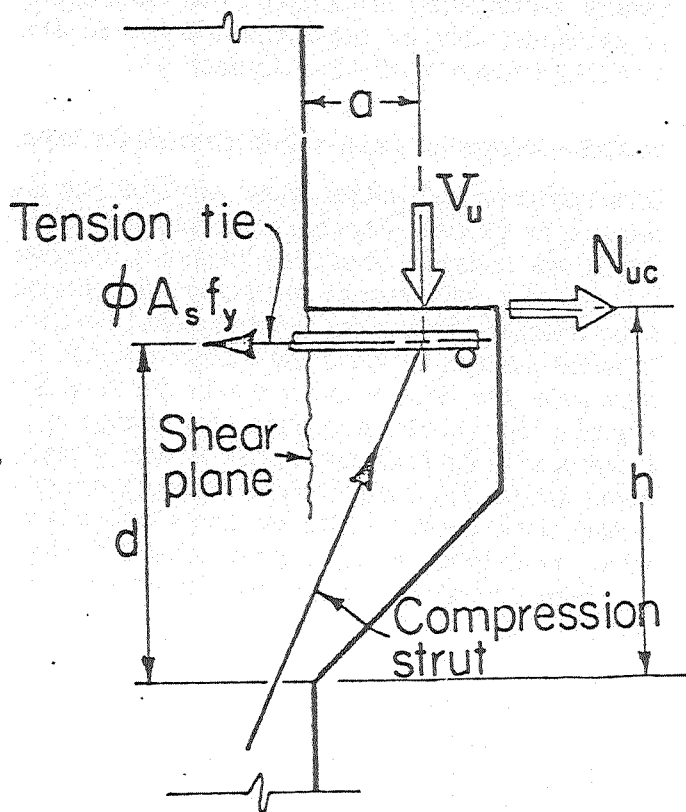


Fig. 11.9.1 – Structural action of a corbel

be provided as closed stirrups parallel to A_s and distributed within $2/3d$, adjacent to A_s .

The areas of primary tension reinforcement and closed stirrups specified in Sections 11.9.3.5 and 11.9.4 automatically yield the appropriate amounts required by Conditions (a) or (b).

11.9.4 – Closed stirrups parallel to the primary tension reinforcement are necessary to prevent a premature diagonal tension failure of the corbel or bracket. The required area of closed stirrups $A_n = 0.5(A_s - A_f)$ automatically yields the appropriate amounts, as discussed in Section 11.9.3.5 above. If required A_f is greater than $2A_{vf}/3$, then $A_s = (A_f + A_n)$ and $A_n = 0.5(A_f + A_n - A_n) = A_f/2$. If required A_f is less than $2A_{vf}/3$, then $A_s = (2A_{vf}/3 + A_n)$ and $A_n = 0.5(2A_{vf}/3 + A_n - A_n) = A_{vf}/3$.

11.9.5 – A minimum amount of reinforcement is specified so as to prevent the possibility of sudden failure should the bracket or corbel concrete crack under the action of flexural moment and outward tensile force N_{uc} .

11.9.6 – Because the horizontal component of the inclined concrete compression strut (see Fig. 11.9.1) is transferred to the primary tension reinforcement at the location of the vertical load, the reinforcement A_s is essentially uniformly stressed from the vertical load to the face of support. It must, therefore, be anchored at its outer end and in the supporting column, so as to be able to develop its yield strength from the face of support to the vertical load. Satisfactory anchorage at the outer end can be obtained by bending the A_s

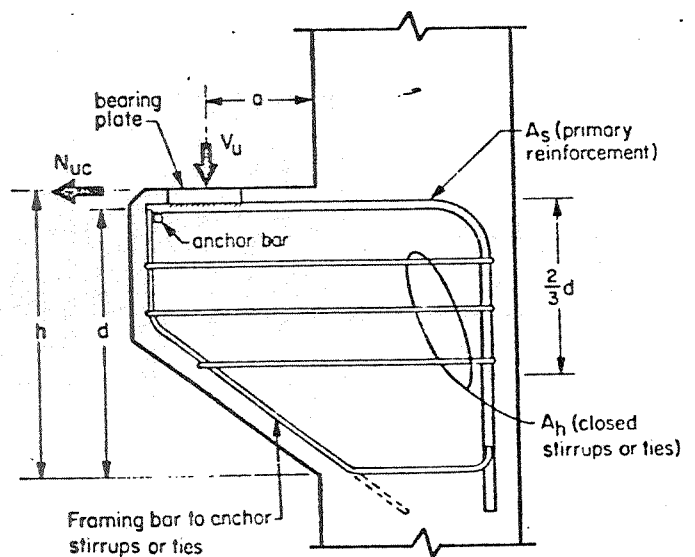


Fig. 11.9.2 – Notation used in Section 11.9

bars in a horizontal loop as specified in (b), or by welding a bar of equal diameter or a suitably sized angle across the ends of the A_s bars. (The angle alternative would serve to armor the outer corner of the corbel or bracket, and would also serve as a bearing plate.) The welds must be designed to develop the yield strength of the reinforcement A_s . The weld detail used successfully in the corbel tests reported in Reference 11.43 is shown in Fig. 11.9.6. Reinforcement A_s must be anchored within the supporting column in accordance with the requirements of Chapter 12. See additional discussion on end anchorage in Commentary Section 12.10.6.

11.9.7 – Restriction on the location of the bearing area is necessary to ensure development of the yield strength of the reinforcement A_s near the load. When corbels are designed to resist horizontal forces, the bearing plate should be welded to the tension reinforcement A_s .

11.10 – Special provisions for walls

11.10.1 – Shear in the plane of the wall, as a design consideration, is primarily of importance for shearwalls with a small height-to-length ratio. The design of higher walls, particularly walls with uniformly distributed reinforcement, will probably be controlled by flexural considerations. It is, therefore, essential that the flexural strength of shearwalls be computed, along with their shear strength.

11.10.3 – Although the width-to-depth ratio of shearwalls is less than that for ordinary beams, tests^{11.44,11.45} on shearwalls with a thickness equal to $\ell_w/25$ have indicated that ultimate shear stresses up to $12 \sqrt{f'_c}$ can be obtained. However, the design shear stress is limited by the code to a value of $10 \sqrt{f'_c}$.

11.10.5 and 11.10.6 – Eq. (11-32) and (11-33) predict the inclined cracking strength at any section through a shearwall. Eq. (11-32) corresponds to the occurrence of a principal tensile stress of approximately $4 \sqrt{f'_c}$ at the centroid of the shearwall cross section. Eq. (11-33) corresponds approximately to the occurrence of a flexural tensile stress of $6 \sqrt{f'_c}$ at a section $\ell_w/2$ above the section being investigated. As the term

$$\left(\frac{M_c}{V_u} - \frac{\ell_w}{2} \right)$$

decreases, Eq. (11-32) will control before this term becomes negative. Further, the value of V_c obtained when a negative value of

$$\left(\frac{M_u}{V_u} - \frac{\ell_w}{2} \right)$$

is substituted in Eq. (11-33) has no physical significance. In this case, Eq. (11-32) should be used.

11.10.7 – The values of V_c computed from Eq. (11-32) and (11-33) at a section located a distance $\ell_w/2$ or $h_w/2$ (whichever is less) above the base apply to that and all sections between this section and the base. However, the maximum factored shear force V_u at any section, including the base of the wall, is limited to ϕV_n in accordance with Section 11.10.3.

11.10.8 – For low values of shear force, V_u less than $\phi V_c/2$, a minimum amount of both horizontal and vertical reinforcement is required. This amount may be calculated using the provisions of either Sections 11.10.9.2 through 11.10.9.5 or Chapter 14.

11.10.9 – Design of shear reinforcement for walls

Both horizontal and vertical shear reinforcement are required for all walls. For low walls, test data^{11.46} indicate that horizontal shear reinforcement becomes less effective with vertical reinforcement becoming more effective. The vertical reinforcement contributes to shear strength by the shear-friction concept. For high walls, the vertical reinforcement becomes less effective. Eq. (11-35) recognizes this change in effectiveness of the horizontal versus vertical reinforcement; when h_w/ℓ_w is less than 0.5, amount of vertical reinforcement is equal to the amount of horizontal reinforcement. When h_w/ℓ_w is greater than 2.5, only a minimum amount of vertical reinforcement is required ($0.0025 s, h$).

Eq. (11-34) is presented in terms of shear strength V_s provided by the horizontal shear reinforcement for direct application in Eq. (11-1) and (11-2). Required area of horizontal shear reinforcement is computed by substituting Eq. (11-34) in Eq. (11-1) and (11-2) and solving for A_v .

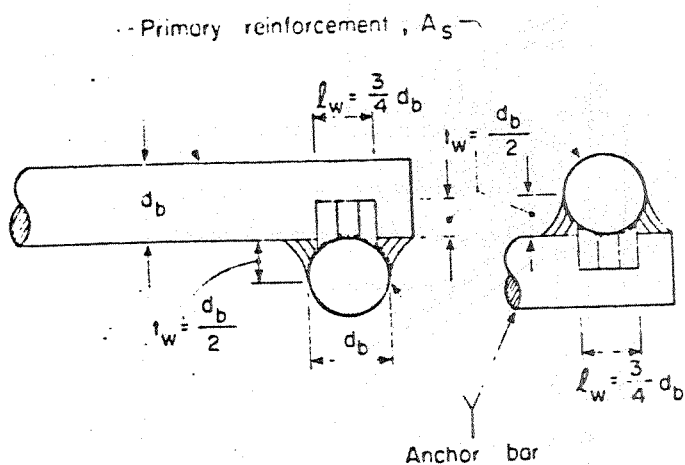


Fig. 11.9.6 – Weld details used in tests of Reference 11.43

Vertical shear reinforcement also must be provided in accordance with Section 11.10.9.4 within the spacing limitation of Section 11.10.9.5.

11.11 – Special provisions for slabs and footings

11.11.1 – Differentiation must be made between a long and narrow slab or footing acting as a beam, and a slab or footing subject to two-way action where failure may occur by "punching" along a truncated cone or pyramid around a concentrated load or reaction area.

11.11.2 – Research studied by ACI-ASCE Committee 426^{11,2} indicated that the critical section for shear in slabs subjected to bending in two directions follows the perimeter at the edge of the loaded area. The ultimate shear stress acting on this section is a function of $\sqrt{f'_c}$ and the ratio of the side dimension of a square column to the effective slab depth. Committee 426 recommended, however, that the effect of this variable be taken into account by assuming a pseudo-critical section located at a distance $d/2$ from the periphery of the concentrated load. For rectangular loaded areas, this critical section was defined by straight lines drawn parallel to and at a distance $d/2$ from the edges of the loaded area. The ultimate shear stress is then independent of the ratio of column size to slab depth. This method was first adopted for the 1963 ACI Building Code because of its simplicity, especially for irregularly shaped column sections and when slab openings are present near a column.

In both the 1963 and 1971 ACI Building Codes, the permissible shear stress in slabs subjected to bending in two directions was $4\sqrt{f'_c}$. Tests of punching shear around columns or loads,^{11,13} as well as observations in buildings that have suffered distress, indicated that the value of $4\sqrt{f'_c}$ was unconservative when the ratio β_c of the lengths of the long and short sides of a rectangular column or loaded area is larger than 2.0. In such cases, the actual shear stress on the critical section at punching shear failure varies from a maximum of about $4\sqrt{f'_c}$ around the ends of the column or loaded area, down to $2\sqrt{f'_c}$ or less along the long sides between the two end sections. The exact shear stress distribution is complex. Eq. (11-36) was therefore developed to facilitate calculation of the punching shear strength and to reflect the reduction in shear strength which occurs as the aspect ratio of a column section or loaded area increases above 2.0. Shear strength as a function of the aspect ratio of the loaded area was first introduced in the 1977 code.

For shapes other than rectangular, the shear stress on the critical section defined in Section 11.11.1.2

largest overall dimension of the effective loaded area measured perpendicular thereto, as illustrated for an L-shaped reaction area in Fig. 11.11.2. The effective loaded area is that area totally enclosing the actual loaded area, for which the perimeter is a minimum.

For prestressed slabs and footings, a modified form of Code Eq. (11-13) is specified for two-way action shear strength. Research^{11,47,11,48,11,49} indicates that Eq. (11-37) conservatively predicts the shear strength of two-way prestressed slabs around interior columns. Shear strength by Eq. (11-37) corresponds to a diagonal tension failure of the concrete initiating at the critical section defined in Section 11.11.1.2. This mode of failure differs from that of Eq. (11-36) which predicts a punching shear failure of the concrete compression zone around the perimeter of the loaded area; consequently, the term β_c does not enter into Eq. (11-37). Design values for f'_c and f_{pc} are restricted due to limited test data available for higher values. Also, when computing f_{pc} , loss of prestress due to restraint of the slab by shear walls and other structural elements must be taken into account.

In a prestressed slab with distributed tendons, the V_p term in Eq. (11-37) contributes only a small amount to the shear strength; therefore, it may be conservatively taken as zero. If V_p is to be included, it is necessary to use the actual reverse curvature tendon geometry in calculations to assess the shear carried by the tendons crossing the critical section. If the designer does not specify the complete reverse curva-

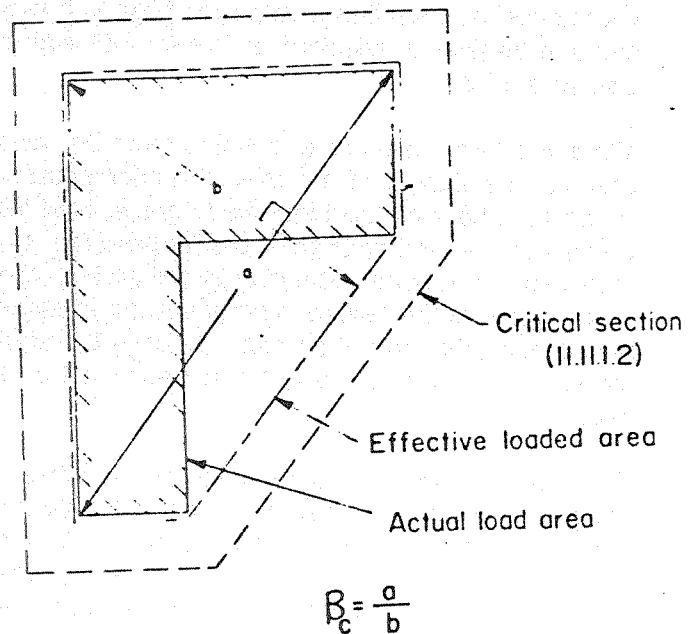


Fig. 11.11.2 – Value of β_c for a nonrectangular loaded area

ture tendon geometry, it is not possible to calculate V_p , and therefore V_p cannot be included when calculating shear strength in accordance with Eq. (11-37).

For an exterior column support (slab edge distance less than four times slab thickness) the prestress is not fully effective around the total perimeter b_o of the critical section. Shear strength in this case is therefore conservatively taken the same as for a nonprestressed slab.

11.11.3 – Research has shown that shear reinforcement consisting of bars or wires can work well in slabs provided that such reinforcement is anchored as described in Section 12.13

The importance of anchorage details for slab shear reinforcement cannot be overemphasized. Some forms of slab shear reinforcement formerly used, such as those consisting of concentric circles of V-shaped wires may not meet anchorage requirements. Extreme care should be taken to assure that shear reinforcement is accurately placed, especially in thin slabs.

11.11.3.2 and 11.11.3.4 – When bars or wires are provided as shear reinforcement, the shear strength may be increased to a maximum shear stress of $6\sqrt{f'_c}$. However, shear reinforcement must be designed to carry all shear in excess of a stress of $2\sqrt{f'_c}$. The $2\sqrt{f'_c}$ limit is one-half that permitted by Eq. (11-36) for a 2:1 rectangular column support ($\beta_c = 2$) when shear reinforcement is not provided.

11.11.4 – Based on reported test data,^{11.50,11.51} design procedures are presented for shearhead reinforcement consisting of structural steel shapes. Design procedures for shearheads at a slab edge and where moment transfer is required at interior columns are also presented.

There are three basic criteria which must be considered for the design of shearhead reinforcement for connections transferring shear due to gravity load. First, a minimum flexural strength must be provided to assure that the required shear strength of the slab is reached before the flexural strength of the shearhead is exceeded. Second, the shear stress in the slab at the end of the shearhead reinforcement must be limited.

Third, after these two requirements are satisfied, the designer can reduce the negative slab reinforcement in proportion to the moment contribution of the shearhead at the design section. For an interior column connection transferring moment, design considerations are given in Section 11.12.

The assumed idealized shear distribution along an arm of a shearhead at an interior column is shown in Fig.

11.11.4.1. The shear along each of the arms is taken as $\alpha_v V_c / \eta$, where α_v is the ratio of the EI value of the shearhead to the EI value of a composite section made up of a portion of the cracked slab, with a width equal to that of the column plus the effective depth of the slab in which the shearhead is embedded, and V_c is the diagonal cracking shear force for the same portion of the slab, and η is the number of arms. However, the peak shear at the face of the column is taken as the total shear considered per arm $V_u / \phi \eta$ minus the shear considered carried to the column by the concrete compression zone of the slab. The latter term is expressed as $(V_c / \eta)(1 - \alpha_v)$, so that it approaches zero for a heavy shearhead and approaches $V_u / \phi \eta$ when a light shearhead is used. Eq. (11-37) then follows from the assumption that the inclined cracking shear force V_c is about one-half the shear force V_u . In this equation, ϕ is the strength reduction factor for flexure (0.9) and M_p is the required plastic moment strength of each shearhead arm necessary to assure that ultimate shear is attained as the moment strength of the shearhead is reached. The quantity ℓ_v is the length from the center of the column to the point at which the shearhead is no longer required, and the distance $c_1/2$ is one-half the dimension of the column in the direction considered.

The test results indicated that slabs containing "underreinforcing" shearheads failed at a shear stress on a critical section at the end of the shearhead reinforcement less than $4\sqrt{f'_c}$. Although the use of "overreinforcing" shearheads brought the shear strength back to about the equivalent of $4\sqrt{f'_c}$, the limited test data suggest that a conservative design is desirable. Therefore, the shear strength is calculated as $4\sqrt{f'_c}$ on an assumed critical section located inside the end of the shearhead reinforcement.

The design critical section is shown in Fig. 11.11.4.7. The critical section is taken through the shearhead arms three-fourths of the distance $[\ell_v - (c_1/2)]$ from the face of the column to the end of the shearhead. However, this assumed critical section need not be taken closer than $d/2$ to the column.

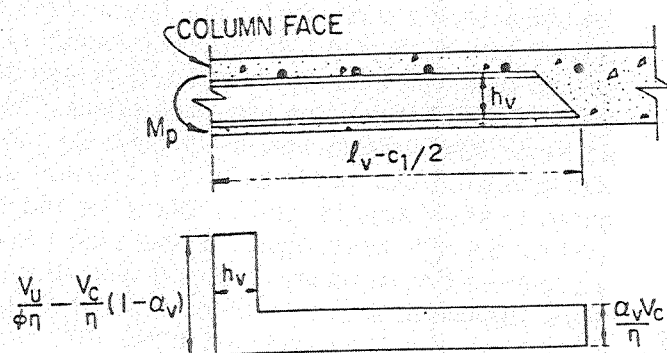


Fig. 11.11.4.1 – Idealized shear acting on shearhead

to the column width, the shear stress on the section at the end of the shearhead becomes $3.3 \sqrt{f'_c}$. For a very long shearhead, the minimum shear stress at its end approaches the value of $3 \sqrt{f'_c}$.

If the peak shear at the face of the column is neglected, and the cracking load V_c is again assumed to be about one-half of V_u , the moment contribution of the shearhead M_v can be conservatively computed from Eq. (11-39), in which ϕ is the factor for flexure (0.9).

11.11.5 - Openings in slabs

Provisions for design of openings in slabs (and footings) were developed in the ACI-ASCE Committee 426 report.^{11.2} The locations of the effective portions of the critical section near typical openings and free edges are shown by the dashed lines in Fig. 11.11.5. Additional research reported by ACI-ASCE Committee 426^{11.13} has confirmed that these provisions are conservative.

11.12 - Transfer of moments to columns

11.12.1 - General

11.12.1.2 - Tests^{11.52} have shown that the joint region of a beam to column connection in the interior of a building does not require shear reinforcement if the joint is confined on four sides by beams of approximately equal depth. However, joints without lateral confinement, such as at the exterior of a building,

For regions where strong earthquakes may occur, joints may be required to withstand several reversals of loading that develop the flexural capacity of the adjoining beams. See Appendix A for special provisions for seismic design.

Tests indicate that isolated joints designed for the shear which includes the effect of the flexural tensile and compressive forces in the adjoining beams are able to resist this severe loading.^{11.53}

11.12.2 - Special provisions for slabs

11.12.2.1 - 11.12.2.3 - In Reference 11.54 it was found that where moment is transferred between a column and a slab, 60 percent of the moment should be considered transferred by flexure across the perimeter of the critical section defined in Section 11.11.1.2, and 40 percent by eccentricity of the shear about the centroid of the critical section. Most of the data in Reference 11.54 were obtained from tests of square columns, and little other information is available. Fig. 13.6.2.5 shows square supports having the same area as some nonrectangular members. For rectangular columns, it is reasonable to assume that the portion of the moment transferred by shear decreases as the width of the face of the critical section

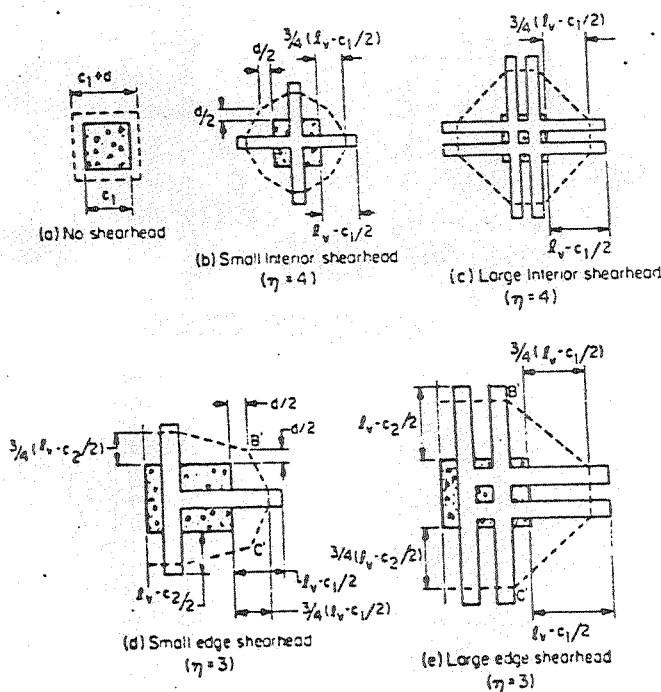


Fig. 11.11.4.7 - Location of critical section defined in Section 11.11.1.2

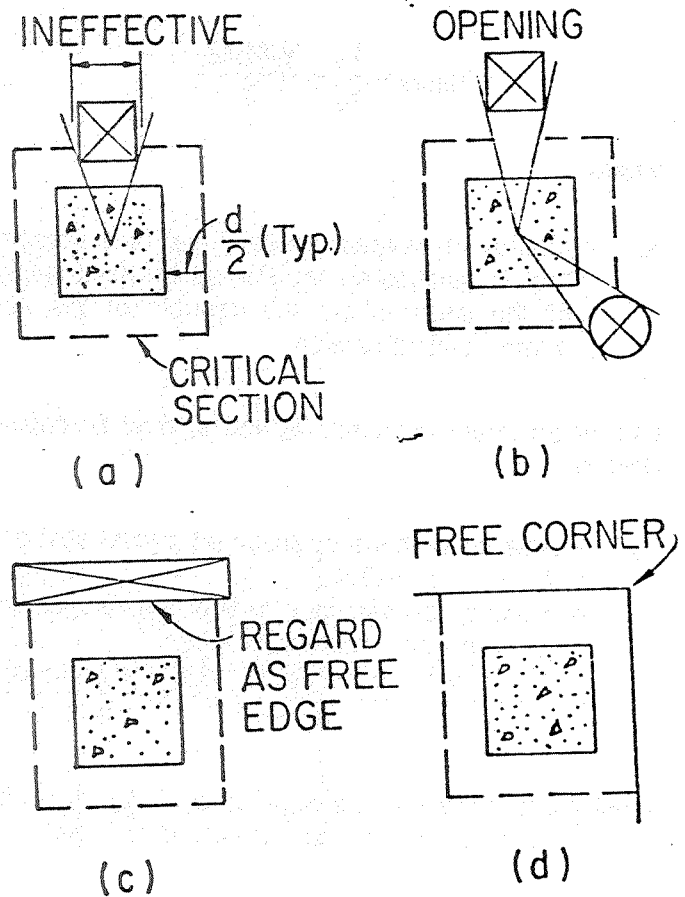


Fig. 11.11.5 - Effect of openings and free edges (Effective portions shown with dashed lines)

resisting the moment increases. Accordingly, this fraction is taken equal to

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

where $(c_2 + d)$ is the width of the face of the critical section resisting the moment, and $(c_1 + d)$ is the width of the face at right angles to $(c_2 + d)$. The remainder is taken by flexure in accordance with Section 13.3.3.

11.12.2.4 – Since the shear stresses shall be taken as varying linearly about the centroid of the critical section, the stress distribution is assumed as illustrated in Fig. 11.12.2 for an interior or exterior column. The perimeter of the critical section, ABCD, is determined in accordance with Section 11.11.1.2. The factored shear force V_u and unbalanced moment M_u are determined at the centroidal axis c-c of the critical section. The maximum factored shear stress may be calculated from:

$$V_{u(AB)} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c}$$

or

$$V_{u(CD)} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_u c_{CD}}{J_c}$$

where

γ_v = fraction of moment between slab and column that is considered transferred by eccentricity of the shear about the centroid of the assumed critical section

and for an interior column, A_c and J_c may be calculated by

$$\begin{aligned} A_c &= \text{area of concrete of assumed critical section} \\ &= 2d(c_1 + c_2 + 2d) \\ J_c &= \text{property of assumed critical section analogous to polar moment of inertia} \\ &= \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} \end{aligned}$$

Similar equations may be developed for A_c and J_c for columns located at the edge or corner of a slab.

The fraction of the unbalanced moment between slab and column not transferred by eccentricity of the shear must be transferred by flexure in accordance with Section 13.3.3. A conservative method assigns the

fraction transferred by flexure over an effective slab width defined in Section 13.3.3.2. Often designers concentrate column strip reinforcement near the column to accommodate this unbalanced moment. However, available test data seem to indicate that this practice does not increase shear strength but may be desirable to increase the stiffness of the slab-column junction.

Test data^{11.55} indicate that the moment transfer capacity of a prestressed slab to column connection can be calculated using the procedures of Sections 11.12.2 and 13.3.3. For an interior slab column connection, the appropriate limiting stress is $\phi[3.5\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc}] + V_p/(b_o d)$. For an exterior slab column connection, the appropriate limiting stress is the same as for a nonprestressed slab, as the prestress is not fully effective around the total perimeter b_o of the critical section for this case.

11.12.2.5 – Tests indicate that the critical section defined in Section 11.11.1.2 is appropriate for calculations of shear stresses caused by transfer of moments even when shearheads are used. Then, even though the critical sections for direct shear and shear due to moment transfer differ, they coincide or are in close proximity at the column corners where the failures initiate. Because a shearhead attracts most of the shear as it funnels toward the column, it is conservative to take the maximum shear stress as the sum of the two components.

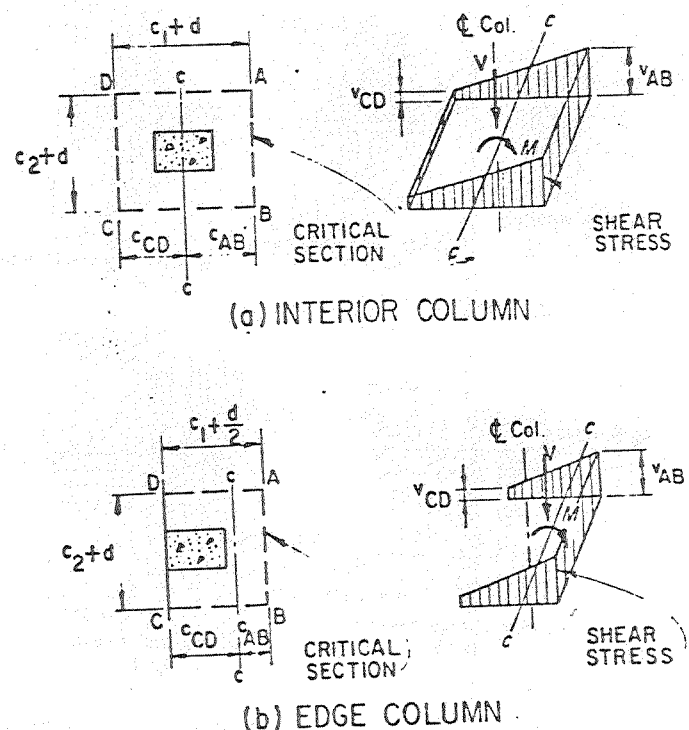


Fig. 11.12.2 – Assumed distribution of shear stress

References

1. ACI-ASCE Committee 426, "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members," (ACI 426R-74)(Reaffirmed 1980), Arts 1 to 4, *Proceedings, ASCE*, V. 99, No. ST6, June 1973, pp. 1148-1157. Also, *ACI Manual of Concrete Practice*, Part 4, American Concrete Institute, Detroit. See also reference 11.13.
2. ACI-ASCE Committee 326 (now 426), "Shear and Diagonal Tension," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 59, No. 1, Jan. 1962, pp. 1-8; No. 2, Feb. 1962, pp. 277-334; and No. 3, Mar. 1962, pp. 335-396.
3. Bresler, B., and MacGregor, J. G., "Review of Concrete Beams Subjected to Shear," *Proceedings, ASCE*, V. 93, ST1, Feb. 1967, pp. 1-372.
4. MacGregor, James G., and Hanson, John M., "Proposed Changes in Shear Provisions for Reinforced and Prestressed Concrete Beams," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 66, No. 4, Apr. 1969, pp. 276-288.
5. Hanson, J. M., "Square Openings in Webs of Continuous Beams" (RD001.01D), Portland Cement Association, 1969.
6. Somes, N. F., and Corley, W. G., "Circular Openings in Webs of Reinforced Concrete Joists," *Shear in Reinforced Concrete*, SP-42, American Concrete Institute. Also Research and Development Bulletin RD18.01B, Portland Cement Association, Skokie, Ill.
7. Ragan, H. S., and Warwaruk, J., "Tee Members with Large Web Openings," *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, V. 1, No. 4, Aug. 1967, pp. 52-65.
8. Barney, G. B.; Coriey, W. G.; Hanson, J. M.; and Parmelee, A., "Behavior and Design of Prestressed Concrete Beams with Large Web Openings," *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, V. 22, No. 6, Nov-Dec. 1977, pp. 32-61. Also Research and Development Bulletin RD054D, Portland Cement Association, Skokie, Ill.
9. Joint Committee, "Recommended Practice and Standard Specification for Concrete and Reinforced Concrete," *Proceedings, ASCE*, V. 66, No. 6, Part 2, June 1940, 81 pp.
10. Hognestad, E.; Elstner, R. C.; and Hanson, J. A., "Shear Strength of Reinforced Structural Lightweight Aggregate Concrete Beams," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 61, No. 6, June 1964, pp. 653-656.
11. Ivey, D. L., and Buth, E., "Shear Capacity of Lightweight Concrete Beams," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 64, No. 10, Oct. 1967, pp. 634-643.
12. Hanson, J. A., "Tensile Strength and Diagonal Tension Resistance of Structural Lightweight Concrete," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 58, No. 1, July 1961, pp. 1-40. (See also Reference 7.)
13. ACI-ASCE Committee 426, "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members," *Proceedings, ASCE*, V. 100, No. ST8, June 1974, pp. 1543-1591.
14. Kani, G. N. J., "Basic Facts Concerning Shear Failure," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 63, No. 6, June 1966, pp. 675-692.
15. Diaz de Cossio, R., and Loera, S., Discussion of "Basic Facts Concerning Shear Failure" by G. N. J. Kani, *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 63, No. 12, Dec. 1966, pp. 1511-1514.
16. Kani, G. N. J., "How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 64, No. 3, Mar. 1967, pp. 128-141.
- 11.17. MacGregor, James G., Discussion of "How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?," by G. N. J. Kani, *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 64, No. 9, Sept. 1967, pp. 603-604.
- 11.18. ACI Committee 438; "Tentative Recommendations for the Design of Reinforced Concrete Members to Resist Torsion," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 66, No. 1, Jan. 1969, pp. 1-8.
- 11.19. Hsu, T. T. C., and Kemp, E. L., "Tentative Design Criteria for Torsion," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 66, No. 1, Jan. 1969, pp. 12-23.
- 11.20. Mattock, A. H., "How to Design for Torsion," *Torsion of Structural Concrete*, SP-18, American Concrete Institute, Detroit, 1968, pp. 469-495.
- 11.21. Discussion of "Tentative Recommendations for the Design of Reinforced Concrete Members to Resist Torsion," by ACI Committee 438, *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 66, No. 7, July 1969, pp. 576-588.
- 11.22. Collins, M. P., and Lampert, P., "Redistribution of Moments at Cracking—The Key to Simpler Torsion Design?" *Analysis of Structural Systems for Torsion*, SP-35 American Concrete Institute, Detroit, 1973, pp. 343-383.
- 11.23. Hsu, T. T. C., and Burton, K. T., "Design of Reinforced Concrete Spandrel Beams," *Proceedings, ASCE*, V. 100, No. ST1, Jan. 1974, pp. 209-229.
- 11.24. Hsu, T. T. C., and Hwang, C. S., "Torsional Limit Design of Spandrel Beams," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 74, No. 2, Feb. 1977, pp. 71-79.
- 11.25. Behera, U.; Rajagopalan, K. S.; and Ferguson, P. M., "Reinforcement for Torque in Spandrel L-Beams," *Proceedings, ASCE*, V. 96, No. ST2, Feb. 1970, pp. 371-379.
- 11.26. Mitchell, D., and Collins, M. P., "Detailing for Torsion," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 73, No. 9, Sept. 1976, pp. 506-511.
- 11.27. Behera, U., and Rajagopalan, K. S., "Two-Piece U-Stirrups in Reinforced Concrete Beams," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 66, No. 7, July 1969, pp. 522-524.
- 11.28. Leonhardt, F.; Walther, R.; and Schelling, A., "Torsion Tests on Reinforced Concrete Beams," *Proceedings, International Conference on Shear, Torsion, and Bond in Reinforced and Prestressed Concrete*, Coimbatore, India, Jan. 1969.
- 11.29. Birkeland, P. W., and Birkeland, H. W., "Connections in Precast Concrete Construction," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 63, No. 3, Mar. 1966, pp. 345-369.
- 11.30. Mast, R. F., "Auxiliary Reinforcement in Precast Concrete Connections," *Proceedings, ASCE*, V. 94, ST6, June 1968, pp. 1485-1504.
- 11.31. Mattock, A. H., "Design Proposals for Reinforced Concrete Corbels," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 21, No. 3, May-June 1976, pp. 2-26.
- 11.32. Mattock, A. H., and Hawkins, N. M., "Shear Transfer in Reinforced Concrete—Recent Research," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 17, No. 2, Mar-Apr. 1972, pp. 55-75.
- 11.33. "Design of Connections," *PCI Design Handbook*, 2nd Edition, Prestressed Concrete Institute, Chicago, 1978, Section 5.6, p. 5.
- 11.34. Mattock, A. H., "Shear Transfer in Concrete Having Reinforcement at an Angle to the Shear Plane," *Shear in Reinforced Concrete*, SP-42, American Concrete Institute, Detroit, 1974, pp. 17-42.

- 11.35. Mattock, Alan H.; Li, W. K.; and Wang, T. C., "Shear Transfer in Lightweight Reinforced Concrete," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 21, No. 1, Jan.-Feb. 1976, pp. 20-39.
- 11.36. Mattock, Alan H., Discussion of "Considerations for the Design of Precast Concrete Bearing Wall Buildings to Withstand Abnormal Loads," by PCI Committee on Precast Concrete Bearing Wall Buildings, *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 22, No. 3, May-June 1977, pp. 105-106.
- 11.37. "Composite Construction," *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings*, American Institute of Steel Construction, New York, 1969, Section 1.11.
- 11.38. Mattock, Alan H.; Johal, L.; and Chow, H. C., "Shear Transfer in Reinforced Concrete with Moment or Tension Acting Across the Shear Plane," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 20, No. 4, July-Aug. 1975, pp. 76-93.
- 11.39. dePaiva, H. A. R., and Siess, C. P., "Strength and Behavior of Deep Beams in Shear," *Proceedings, ASCE*, V. 91, ST5, Part 1, Oct. 1965, pp. 19-41.
- 11.40. Crist, R. A., "Shear Behavior of Deep Reinforced Concrete Beams," *Proceedings, Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structural Elements (Mexico City, 1966)*, V. 4, RILEM, Paris, 31 pp. (Published by Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, Mexico D.F. Mexico.)
- 11.41. ACI-ASCE Committee 426, "Suggested Revisions to Shear Provisions for Building Codes," (ACI 426.1R-77), American Concrete Institute, Detroit, 1979, 84 pp.
- 11.42. Kriz, L. B., and Raths, C. H., "Connections in Precast Concrete Structures - Strength of Corbels," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 10, No. 1, Feb. 1965, pp. 16-47.
- 11.43. Mattock, Alan H.; Chen, K. C.; and Soongswang, K., "The Behavior of Reinforced Concrete Corbels," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 21, No. 2, Mar.-Apr. 1976, pp. 52-77.
- 11.44. Cardenas, Alex E.; Hanson, John M.; Corley, W. Gene; and Hognestad, Eivind, "Design Provisions for Shear Walls," *ACI Journal, Proceedings* V. 70, No. 3, Mar. 1973, pp. 221-230. Also *Research and Development Bulletin RD028D*, Portland Cement Association, Skokie, Ill.
- 11.45. Cardenas, Alex E., and Magura, Donald D., "Strength of High-Rise Shear Walls - Rectangular Cross Section," *Response of Multistory Concrete Structures to Lateral Forces*, SP-36, American Concrete Institute, Detroit, 1973, pp. 119-150. Also *Research and Development Bulletin RD029D*, Portland Cement Association, Skokie, Ill.
- 11.46. Barda, Felix; Hanson, John M.; and Corley, W. Gene, "Shear Strength of Low-Rise Walls with Boundary Elements," *Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones*, SP-53, American Concrete Institute, Detroit, 1977, pp. 149-202. Also, *Research and Development Bulletin RD043.01D*, Portland Cement Association.
- 11.47. ACI-ASCE Committee 423, "Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons," (ACI 423.3-83), *Concrete International: Design & Construction*, V. 5, No. 1, July 1983, pp. 61-76.
- 11.48. Burns, Ned H., and Hemakom, Roongroj, "Test of Scale Model of Post-Tensioned Flat Plate," *Proceedings, ASCE*, V. 10, ST6, June 1977, pp. 1237-1255.
- 11.49. Gerber, Loris L., and Burns, Ned H., "Ultimate Strength Test of Post-Tensioned Flat Plates," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 16, No. 6, Nov.-Dec. 1971, pp. 40-58.
- 11.50. Corley, W. G., and Hawkins, N. M., "Shearhead Reinforcement for Slabs," *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 65, No. 10, Oct 1968, pp. 811-824.
- 11.51. Hawkins, N. M., and Corley, W. G., "Moment Transfer in Columns in Slabs with Shearhead Reinforcement," *Shear in Reinforced Concrete*, SP-42, American Concrete Institute, Detroit, 1977, pp. 847-879. Also, *Research and Development Bulletin RD037.01D*, Portland Cement Association.
- 11.52. Hanson, N. W., and Conner, H. W., "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints," *Proceedings, ASCE*, V. 93, ST5, Oct. 1967, pp. 533-560. Also, *Development Department Bulletin D121*, Portland Cement Association, 1967, 36 pp.
- 11.53. ACI-ASCE Committee 352, "Recommendations for Design of Beam-Column Joints in Monolithic Reinforced Concrete Structures," (ACI 352R-76) (Reaffirmed 1981), *ACI JOURNAL, Proceedings* V. 73, No. 7, July 1976, pp. 375-393. Also *ACI Manual Concrete Practice*, Part 3.
- 11.54. Hanson, N. W., and Hanson, J. M., "Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns," *Journal, Research and Development Laboratories*, V. 10, No. 1, Jan. 1973, pp. 2-16. Also, *Development Department Bulletin D129*, Portland Cement Association, 1968, 16 pp.
- 11.55. Hawkins, Neil M., "Lateral Load Resistance of Unbonded Post-Tensioned Flat Plate Construction," *Journal, Prestressed Concrete Institute*, V. 26, No. 1, Jan.-Feb. 1981, pp. 94-115

Data 15 / 12 / 1993
 Proc. _____
 P ed. _____