

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
Departamento de Estruturas

Determinação de Propriedades Elásticas e de Resistência dos Compensados Estruturais

GABRIEL DE OLIVEIRA RIBEIRO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA

PROF. DR. JOÃO CESAR HELLMEISTER - ORIENTADOR -- (EESC-USP)
PROF. DR. VAHAN AGOPYAN - (EPUSP)
PROF. DR. FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR - (EESC-USP)

SÃO CARLOS, maio 1986



AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. João Cesar Hellmeister pela orientação e pelo incentivo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Francisco Antonio Rocco Lahr e Carlito Calil Junior pelo estímulo e colaboração ao longo deste período e em especial ao professor João Carlos Barreiro pela inestimável orientação teórica e pela contribuição na revisão do texto final.

Aos funcionários do Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira, do Departamento de Estruturas da EESC-USP pelo auxílio constante e em especial à Silvana Aparecida Araújo pela valiosa dedicação no trabalho de datilografia.

Aos colegas e amigos do LaMEM pela amizade e pelas manifestações de incentivo e apoio, em especial ao Francisco Antonio Romero Gesualdo pelo auxílio na análise estatística.

À Universidade Federal de Minas Gerais e à CAPES através do programa PICD, pelo apoio financeiro concedido.

A meus pais e a Roseane, Leandro, Leonardo e
Gabriel Junior

RESUMO

Neste trabalho estudou-se a determinação das propriedades elásticas e de resistência das chapas de madeira compensada (compensados).

Através da metodologia de ensaios proposta e analisada, foram realizados ensaios de tração, compressão, flexão e torção de placas de compensados estruturais de espessuras: 4 mm, 8 mm, 12mm, 15 mm e para compensado naval de 12 mm. Os resultados dos ensaios levaram à determinação das constantes elásticas: módulos de elasticidade efetivos nas direções principais (E_x e E_y), módulo de elasticidade transversal (G_{xy}), coeficientes de Poisson (ν_{xy} e ν_{yx}), e das resistências do material à tração, à compressão e à flexão. A determinação das constantes elásticas permite a formulação da matriz $[S]$ da relação constitutiva entre tensão e deformação.

Foram também verificadas, através de análise estatística, evidências da influência da espessura (h) das chapas nos valores das propriedades elásticas e de resistência efetivas.

A comparação dos valores dos módulos de elasticidade determinados nos ensaios de tração e de compressão mostrou que os mesmos são estatisticamente equivalentes.

Foi notada uma forte tendência à uma equivalência entre as propriedades elásticas e entre as propriedades de resistência nas duas direções principais para chapas de compensado estrutural com espessuras maiores ou iguais a 8 mm.

A determinação de G_{xy} através dos ensaios de torção de placa seguindo três processos diferentes mostrou-se equivalente permitindo a adoção do mais simples. A utilização de metodologia de ensaios, essencialmente simples, permite a caracterização do compensado visando principalmente o seu emprego estrutural.

ABSTRACT

In this study it was determined the elastic constants and strength properties of plywood.

It was used a test method which is proposed. According to this method it was executed the following tests: tension, compression, bending and plate twisting. The test specimens were made of structural plywood and their thicknesses were: 4 mm, 8mm, 12mm, 15mm.

The experimental results provided the following elastic constants: the effective moduli of elasticity in the two principal directions (E_x and E_y), shear modulus (G_{xy}), Poisson's ratios (ν_{xy} and ν_{yx}), and the strength properties of tension, compression and bending.

The elastic constants of orthotropic plates are related to the compliances S_{ij} of the equations for the stress-strain relationship, so the compliance matrix was determined. Also it was verified by statistical analysis the influence of the thickness (h) of the plates in the values of the effective elastic properties and in the effective strength properties.

The comparison of the Young's moduli determined by tension and compression tests showed that they are statistically equivalent.

It was noted a good tendency to an equivalence among the elastic and strength properties in the two principal directions of the structural plywood with thickness equal or greater than 8mm.

The determination of shear modulus (G_{xy}) by three different procedures of twisting test showed equivalent. The choice of the simplest test method is therefore justified.

The proposed method provides an easy way to determine all the parameters of plywood in order to be used in structures.

SUMÁRIO

	PÁGINAS
1- INTRODUÇÃO	01
2- REVISÃO DA LITERATURA	03
2.1- Compostos Laminados de Madeira	03
2.2- Compensado	04
2.3- Parâmetros Elásticos e de Resistência do Compensado.	08
3- EXPERIMENTAÇÃO	31
3.1- Generalidades	31
3.2- Material	31
3.3- Equipamentos	33
4- ENSAIOS DE TRAÇÃO	35
4.1- Material	35
4.2- Metodologia	36
4.3- Resultados	37
4.4- Análise de Resultados	43
4.5- Homogeneização da Seção Transversal no Cálculo de E_x e f_{pt}	58
4.6- Comparação Entre E_x , E_y e h	62
4.7- Comparação Entre f_{pt}^x , f_{pt}^y e h	68
4.8- Comparação Entre E_x e E_y em cada Espessura	70
4.9- Comparação Entre f_{pt}^x e f_{pt}^y em cada Espessura	72
4.10- Conclusões	74
5- ENSAIOS DE COMPRESSÃO	75
5.1- Material	75
5.2- Metodologia	77
5.3- Resultados	80
5.4- Análise de Resultados	84
5.5- Homogeneização da Seção Transversal no Cálculo de E_x e f_{pt}	97
5.6- Comparação Entre E_x , E_y e h	99
5.7- Comparação Entre f_{pc}^x , f_{pc}^y e h	102
5.8- Comparação Entre E_x e E_y , em cada Espessura	105
5.9- Comparação Entre f_{pc}^x e f_{pc}^y , em cada Espessura	106
5.10- Cálculo Teórico dos Valores dos Módulos de Elasticidade de Efetivos E_x e E_y	108
5.11- Conclusões	109
6- ENSAIOS DE FLEXÃO	110
6.1- Material	110
6.2- Metodologia	111

6.3-	Resultados	115
6.4-	Análise de Resultados	120
6.5-	Homogeneização da Seção Transversal no Cálculo de E e f_{pf}	132
6.6-	Comparação Entre E_x , E_y e h	136
6.7-	Comparação Entre f_{pf}^x , f_{pf}^y e h	140
6.8-	Comparação Entre E_{fx} e E_{fy} , em cada Espessura	144
6.9-	Comparação Entre f_{pf}^x e f_{pf}^y , em cada Espessura	145
6.10-	Conclusões	147
7-	ENSAIOS DE TORÇÃO DE PLACAS	148
7.1-	Generalidades	148
7.2-	Ensaio de Torção de Placa para $\theta = 0^\circ$	155
7.3-	Ensaio de Torção de Placa para $\theta = + 45^\circ$	172
7.4-	Ensaio de Torção de Placa para $\theta = - 45^\circ$	173
7.5-	Cálculo dos Coeficientes de Poisson	177
7.6-	Determinação do Coeficiente de Poisson Através de Ensaio de Tração Utilizando-se Extensômetros Elétricos de Resistência	178
7.7-	Matriz $[S]$	182
7.8-	Conclusões	185
8-	COMPARAÇÕES ENTRE OS MÓDULOS DE ELASTICIDADE OBTIDOS NOS ENSAIOS DE TRAÇÃO, COMPRESSÃO E FLEXÃO	186
8.1-	Introdução	186
8.2-	Comparação Entre E_{tx} , E_{cx} e E_{fx}	186
8.3-	Comparação Entre E_{ty} , E_{cy} e E_{fy}	189
8.4-	Comparação Entre E_{tx} e E_{cx}	192
8.5-	Comparação Entre E_{ty} e E_{cy}	195
8.6-	Comparação Entre E_{tx} e E_{cx} em cada Espessura	198
8.7-	Comparação Entre E_{ty} e E_{cy} em cada Espessura	199
8.8-	Conclusões	201
9-	CONCLUSÕES GERAIS	202
-	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	203
-	BIBLIOGRAFIA	208
-	APÊNDICE A	215

1. INTRODUÇÃO

A utilização das chapas de madeira compensada ou dos compensados dotados de boas características estruturais apresenta-se em muitos casos extremamente vantajosa. Boa resistência e elevada rigidez permitem o seu emprego em diversas soluções tais como: almas de vigas I e de vigas caixão em composição com madeira serrada maciça, placas, cascas, painéis de piso e divisórios.

Para um emprego mais racional do compensado é indispensável o conhecimento de suas propriedades elásticas e de resistência.

Este trabalho teve como um dos seus objetivos, procurar estabelecer uma metodologia para a determinação das propriedades mencionadas e também para estabelecer valores médios destas propriedades para compensados de espessuras diversas, necessários como ponto de partida para futuras análises estruturais. É importante ressaltar a inexistência destes dados na literatura nacional, sendo este um fator limitante ao uso do material em projetos de responsabilidade.

O estabelecimento da matriz de coeficientes $[S]$, da relação constitutiva entre tensão e deformação ($\{\epsilon\} = [S]\{\sigma\}$), obtida com a utilização desta metodologia, permite a análise do estado plano de tensões no compensado, considerado como material ortotrópico, em regime elástico.

A obtenção dos valores de resistência e de elasticidade permite uma avaliação da capacidade das estruturas no estado limite último.

Procura-se também verificar a influência da espessura das chapas nas propriedades elásticas e de resistência efetivas do material, fator importante na escolha da chapa a ser utilizada.

A composição transversal das lâminas no compensado permite a obtenção de equilíbrio nas propriedades do mesmo, nas direções principais, conseguindo-se assim um produto com características bastante melhoradas em relação às da madeira maciça. Além disto, deve-se notar a boa estabilidade dimensional do material quando submetido à variação de umidade.

A variabilidade dos valores das características elásticas e de resistência do compensado é consideravelmente menor do que a da madeira, pois a composição transversal e o controle de qualidade no processo de fabricação conduzem sempre a um produto final

mais homogêneo.

Os resultados e conclusões deste trabalho são da maior importância, não só para a continuação das pesquisas teórica e experimental relativas às estruturas compostas de madeira e compensado, em desenvolvimento no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira da Escola de Engenharia de São Carlos (LaMEM), como também para execução de projetos nos quais seja utilizado o compensado.

Este trabalho evidencia a importância e a oportunidade do estabelecimento de uma metodologia de ensaios para a determinação das propriedades elásticas e de resistência do compensado. É imprescindível a realização destes ensaios e a divulgação dos resultados pelos fabricantes, para vir a ser possível a utilização mais eficiente do compensado na confecção de estruturas e principalmente para se mostrar as potencialidades do material.

A absoluta falta de dados sobre as propriedades dos compensados nacionais foi sentida, recentemente, quando do desenvolvimento, no LaMEM, do projeto do Centro de Práticas Esportivas da USP, na Cidade Universitária Armando Salles de Oliveira, no qual eram utilizadas vigas compostas de madeira com alma de compensado na estrutura de piso do mezanino. Este foi um dos fatores preponderantes que levaram à busca de uma rotina para a determinação das referidas propriedades.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. COMPOSTOS LAMINADOS DE MADEIRA

O grande desenvolvimento da tecnologia de fabricação, combinado com o encarecimento da madeira maciça de grandes dimensões, conduziram ao desenvolvimento da indústria de produtos laminados de madeira. A laminação é executada de forma a produzir um material com propriedades melhoradas, quando comparado à madeira maciça serrada.

Os compostos laminados constituem uma considerável porção dos compostos de madeira usados atualmente. Várias subclasses de sistemas laminados são frequentemente utilizadas, incluindo-se laminados paralelos, laminados transversais, madeira reforçada, painéis em sanduíche e laminados ligados mecanicamente.

A madeira laminada colada e a madeira laminada composta de lâminas finas são os melhores exemplos de laminação paralela.

A madeira laminada paralela tem propriedades similares às da madeira serrada maciça.

Na estrutura convencional da madeira laminada, os eixos longitudinais das lâminas coincidem com a direção das fibras e são paralelas ao eixo longitudinal da peça.

A madeira laminada composta de lâminas de pequena espessura, é um produto relativamente novo. A laminação é executada em larguras de até 1,20 m e a peça é serrada de forma a se obter vigas de menores dimensões. O custo adicional de adesivo, necessário devido ao grande número de linhas de cola, é compensado pelo acréscimo de resistência e rigidez. Este produto é denominado "microlaminado".

A madeira compensada ou simplesmente compensado, é o composto de laminação transversal mais utilizado, no qual as lâminas adjacentes estão orientadas usualmente com direção de fibras formando ângulo de 90°.

A madeira reforçada frequentemente tem a forma de uma viga laminada, na qual são colocados tirantes de aço para incrementar a resistência à tração.

Os painéis em sanduíche são compostos por lâminas de face de alta resistência e rigidez e por um núcleo de baixa resistência e rigidez.

Os laminados ligados mecanicamente podem ser obtidos atra

vês da composição de qualquer um dos anteriormente descritos, com a ligação entre as lâminas efetuada por elementos mecânicos discretos, tais como pregos e parafusos em substituição ao adesivo.

2.2. COMPENSADO

O compensado começou a ser fabricado comercialmente no início deste século, nos Estados Unidos, a partir da espécie "Douglas-fir".

Partindo da utilização de poucas espécies e de poucos arranjos, o compensado se expandiu, englobando a maioria das espécies comercialmente importantes e uma grande variedade de tipos de composição.

O compensado possui dois componentes característicos: os elementos básicos da madeira, denominados lâminas e o adesivo predominantemente de origem sintética, interligando as lâminas.

A designação do uso final do compensado é função da espécie, da qualidade das lâminas do arranjo e do tipo de adesivo usado na fabricação da chapa.

Em contraste com a madeira laminada, no compensado, as lâminas são alinhadas de acordo com uma disposição pré-determinada, de forma a se obter uma equivalência das propriedades elásticas e de resistência nas direções principais da chapa.

As lâminas do compensado são produzidas por corte através de facas. Assim, a maior parte da perda ocorrida no processo de seragem para obtenção das peças maciças de madeira, é eliminada neste processo. O corte para obtenção das lâminas pode ser executado por faqueamento, forçando-se a faca contra o tronco, ou por corte rotatório fazendo o tronco girar em torno do seu eixo contra uma faca fixa.

Vários tipos de lâminas de madeira dura para superfície de compensado decorativo são obtidos por faqueamento, entretanto, o compensado estrutural é produzido a partir de lâminas obtidas por corte rotatório. A figura 2.1 ilustra o desdobro de uma tora através de corte rotatório, (desenrolamento).

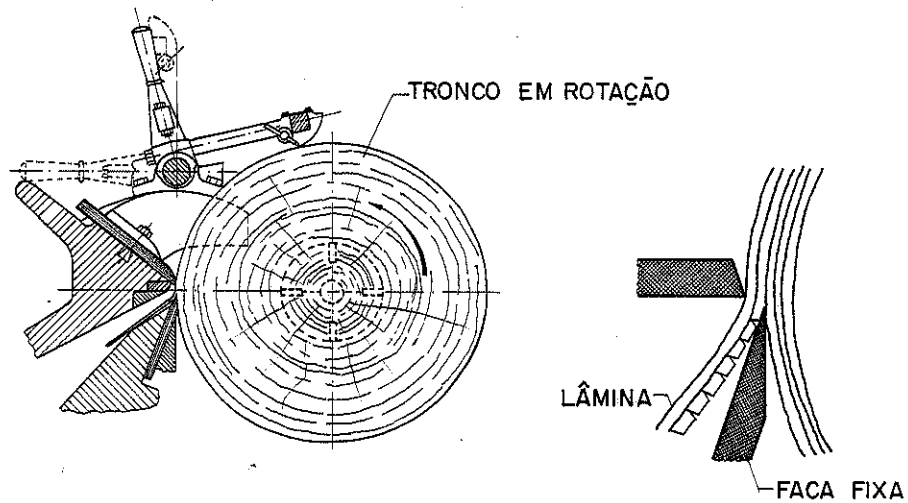


Figura 2.1 - Obtenção de Lâminas por Corte Rotatório.

As chapas de madeira compensada são normalmente constituídas por um número ímpar de lâminas. As lâminas são arranjadas de forma que a direção das fibras das lâminas alternadas seja paralela. A figura 2.2 (a) ilustra a composição de uma chapa de cinco (5) lâminas. A lâmina central é denominada núcleo.

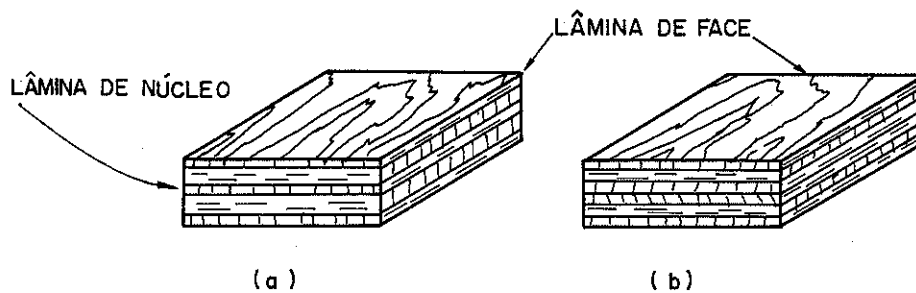


Figura 2.2 - Composição das Lâminas no Compensado.

Teoricamente todo o compensado apresenta simetria estrutural em relação ao plano central. Assim, as lâminas de cada lado do plano de simetria equidistantes do mesmo, devem ter as mesmas propriedades físicas, mesma espessura e orientação das fibras. A existência do plano de simetria na lâmina do núcleo implica na existên

cia de um número ímpar de lâminas. Este tipo de compensado é denominado balanceado.

O arranjo das lâminas no compensado deve ser rigorosamente estabelecido, de maneira a garantir a estabilidade das chapas quando submetidas à variação de umidade.

Se o balanceamento na fabricação não for perfeito, poderão ocorrer tensões internas com a variação da umidade, podendo, outrossim, ocorrer empenamento da chapa.

Há alguns anos atrás surgiu a idéia da construção de um tipo de compensado com um número par de lâminas. A figura 2.2b ilustra uma composição de seis (6) lâminas.

Todas as lâminas utilizadas são da mesma espessura, mas o custo adicional de uma lâmina e do adesivo, não compensa o ganho de eficiência do produto obtido. Neste caso, o balanceamento da construção não é violado, pois são coladas duas lâminas centrais com a mesma orientação das fibras. Consequentemente, o plano de simetria é mantido no plano central da chapa.

O exemplo mais simples de compensado balanceado é aquele composto por um número ímpar de lâminas da mesma espessura e da mesma espécie. Entretanto, o balanceamento pode ser conseguido utilizando-se lâminas de espécies diferentes. Para isto, as lâminas correspondentes de cada lado do plano de simetria, devem ter propriedades físicas equivalentes.

Na figura 2.3 é apresentado o empenamento dos painéis desbalanceados, devido à variação do teor de umidade.

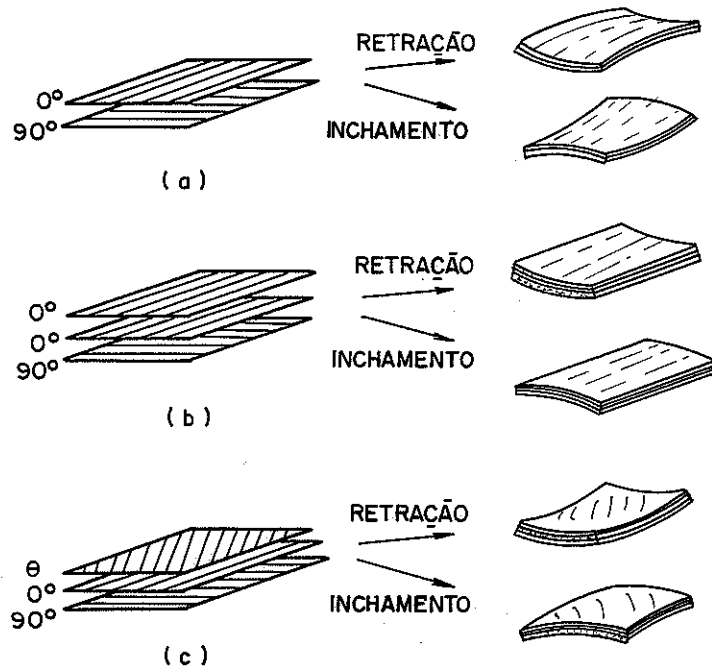


Figura 2.3 - Empenamento do Compensado Desbalanceado Devido à Variação de Umidade.

A montagem do compensado balanceado a partir de espécies com diferentes coeficientes de inchamento requer um controle preciso do processo de fabricação. Para preservar o balanceamento, a espessura das lâminas deve ser ajustada para compensar o inchamento diferencial.

A eficiência da composição transversal das lâminas pode ser ilustrada pelos diagramas da figura 2.4. Assim, a variação dos parâmetros elásticos de uma lâmina de madeira no plano longitudinal-tangencial (LT) pode ser representada em um gráfico de coordenadas polares conforme figura 2.4a.

No caso de lâminas obtidas por corte rotatório o plano da lâmina coincide com o plano LT. Se duas lâminas de mesma espessura

são coladas, com suas fibras formando ângulo de 90° , suas propriedades são ponderadas conforme ilustrado pelo gráfico com linha cheia da figura 2.4b. Este diagrama mostra o módulo de elasticidade médio \bar{E} , da composição obtida. Os valores mínimos de \bar{E} ocorrem nas direções a 45° com os eixos x e y . Na figura 2.4c é apresentado em linha cheia, o diagrama para uma composição de lâminas, na qual a direção das fibras nas lâminas é desalinhada de um ângulo de 30° . Neste caso, consegue-se um valor de \bar{E} quase constante, aproximando-se assim de uma isotropia do material.

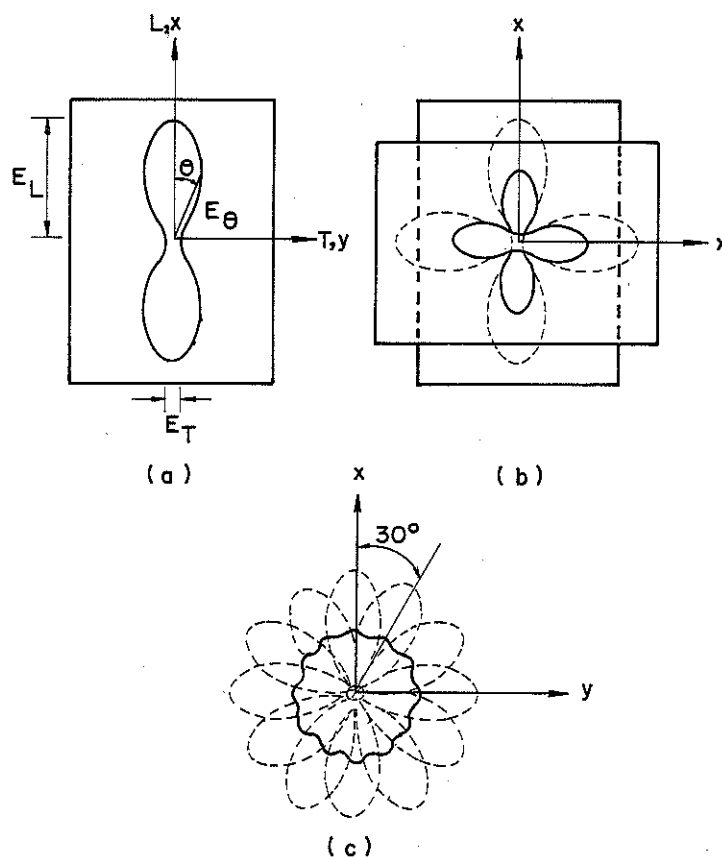


Figura 2.4 - Composição das Lâminas e Variação dos Parâmetros Elásticos.

2.3. PARÂMETROS ELÁSTICOS E DE RESISTÊNCIA DO COMPENSADO:

A determinação dos parâmetros elásticos e de resistência do compensado vem merecendo a atenção de diversos pesquisadores, tendo em vista a aplicação estrutural dos painéis.

Os trabalhos dirigem-se basicamente a dois objetivos. 0

primeiro é a determinação das referidas propriedades experimentalmente; neste sentido, diversos métodos de ensaio têm sido propostos, testados e analisados. O segundo objetivo básico é a formulação de equações para a avaliação destes parâmetros, a partir das propriedades correspondentes das lâminas individuais.

A análise dos parâmetros elásticos exige a introdução de algumas hipóteses simplificadoras. A camada de adesivo entre as lâminas é considerada rígida e, além disto, o seu efeito nas propriedades elásticas da chapa é desprezível. A consideração da contribuição da linha de cola no comportamento elástico complicaria demasiadamente a análise. A espessura irregular da camada de adesivo, a sua qualidade, as descontinuidades e a penetração nos vazios, introduzem complicações que quando se tratar de uma análise mais simples devem ser ignoradas.

O volume de adesivo utilizado no compensado é quase sempre inferior a 1 % do volume total, assim, para finalidades práticas, a sua contribuição nas propriedades macroscópicas é mínima. Entretanto, deve ser enfatizada a importância da qualidade do adesivo nas propriedades de resistência e de elasticidade do painel.

A análise das propriedades elásticas do compensado é baseada no conhecimento dos parâmetros elásticos de cada lâmina isolada. As lâminas são consideradas homogêneas, isto é, os seus parâmetros elásticos são constantes, ao longo e através da espessura da lâmina.

O compensado pode ser considerado, para efeito de análise, como sendo um material ortotrópico, isto é, com simetria elástica em relação a três planos mutuamente perpendiculares e, como todo material ortotrópico, é caracterizado por propriedades direcionais. As direções principais de elasticidade, (x e y) no caso mais comum de compensado balanceado com fibras de lâminas adjacentes, formando ângulos de 90° entre si, podem ser identificadas de acordo com a figura 2.5. A direção x é paralela à direção das fibras da lâmina da face; a direção y é perpendicular à direção das fibras da lâmina de face e a direção z , perpendicular ao plano xy (plano do painel).

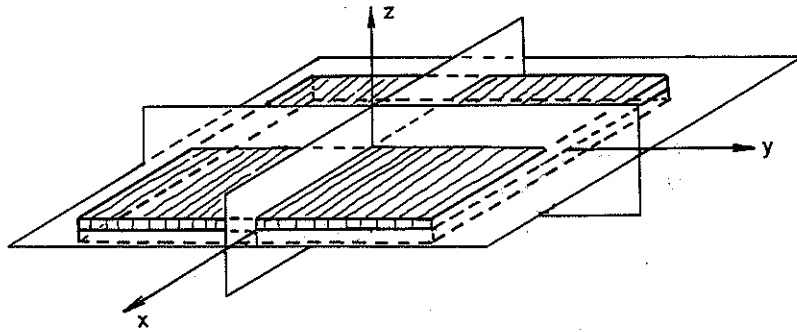


Figura 2.5 - Planos de Simetria Elástica e Direções Principais.

A utilização do compensado em soluções estruturais práticas implica frequentemente na utilização da lei de Hooke no estado plano de tensões.

A lei de Hooke no estado plano de tensões, para materiais ortotrópicos, pode ser expressa como: $\{\epsilon\} = [S] \{\sigma\}$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\text{sendo } S_{11} = \frac{1}{E_x}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_y}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{xy}}, \quad S_{12} = S_{21} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y}.$$

A equação (2.1) é bastante utilizada, pois em diversos

problemas nos quais se utiliza o compensado, as componentes de tensão σ_z , τ_{xz} e τ_{yz} são nulas ou podem ser desprezadas e a componente de deformação ϵ_z é pouco importante, refletindo apenas a variação de espessura do painel.

Explicitando-se o vetor das tensões através da inversão da matriz S, tem-se $\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\}$.

$$\text{ou} \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

sendo

$$C_{11} = \frac{E_x E_y}{E_y - E_x (v_{yx})^2}$$

$$C_{12} = C_{21} = \frac{E_x E_y v_{yx}}{E_y - E_x (v_{yx})^2}$$

$$C_{22} = \frac{E_x E_y}{E_x - E_y (v_{xy})^2}$$

$$C_{66} = G_{xy}$$

Assim:

$$[C] = [S]^{-1} \quad (2.3)$$

Fica pois evidenciada, a importância do conhecimento dos parâmetros elásticos do compensado E_x , E_y , G_{xy} , v_{xy} , v_{yx} para a solução dos problemas nos quais é utilizado.

MARCH (1944) apresentou os fundamentos do tratamento matemático dos materiais ortotrópicos e a sua extensão à madeira e ao compensado.

O módulo de elasticidade efetivo para uma placa de compensado balanceado, submetido à ação de forças no seu plano, pode

ser expresso por,

$$\bar{E}_x = \frac{1}{h} \left[\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(E_x)_i h_i}{\lambda_i} - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(E_x)_i (v_{yx})_i h_i}{\lambda_i} \sum_{i=1}^n \frac{(E_y)_i (v_{xy})_i h_i}{\lambda_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{(E_y)_i h_i}{\lambda_i}} \right] \quad (2.4)$$

na qual \bar{E}_x é o módulo de elasticidade efetivo na direção x

$(E_x)_i$ é o módulo de elasticidade da i-ésima lâmina na direção x

$(E_y)_i$ é o módulo de elasticidade da i-ésima lâmina na direção y

h é a espessura total do compensado

$\lambda_i = 1 - (v_{xy})_i (v_{yx})_i$, aproximadamente igual a 1

$(v_{xy})_i$ - o coeficiente de Poisson da i-ésima lâmina, significando a relação entre a deformação na direção y e a deformação na direção x, para um esforço axial na direção x.

$(v_{yx})_i$ - coeficiente de Poisson da i-ésima lâmina, significando a relação entre a deformação na direção x e a deformação na direção y, para um esforço axial na direção y.

O eixo x é paralelo à direção das fibras da lâmina de face e y perpendicular.

A expressão acima pode ser simplificada desprezando-se o termo seguinte ao sinal menos, sem introduzir-se com isto erro significativo. Substituindo-se λ_i por um, tem-se,

$$\bar{E}_x = \frac{1}{h} \left[\sum_{i=1}^n (E_x)_i h_i \right] \quad (2.5)$$

O valor do módulo de elasticidade efetivo, \bar{E}_y , na direção y pode ser obtido de maneira análoga.

O módulo de elasticidade transversal efetivo G_{xy} também é definido de maneira análoga ao módulo de elasticidade longitudinal, como:

$$G_{xy} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i (G_{xy})_i \quad (2.6)$$

sendo $(G_{xy})_i$ o módulo de elasticidade transversal da i -ésima lâmina.

Para o compensado de n lâminas da mesma espécie, o valor $(G_{xy})_i$ é igual para todas as lâminas.

No caso de painéis compostos de lâminas de madeira da mesma espécie, obtidas por corte rotatório, o plano xy coincide com o plano longitudinal-tangencial da madeira de origem (LT) e os valores \bar{E}_x e \bar{E}_y podem ser expressos:

$$\bar{E}_x = \frac{H}{E_b}, \quad \bar{E}_y = \frac{H}{E_a} \quad (2.7)$$

$$\text{onde } H = \frac{E_a E_b - E_L^2 \nu_{TL}^2}{\lambda}$$

$$\text{sendo } \lambda = 1 - \nu_{LT} \nu_{TL}$$

$$E_a = \frac{h_1 E_L + h_2 E_T}{h}$$

$$E_b = \frac{h_1 E_T + h_2 E_L}{h}$$

h_1 = soma das espessuras das lâminas com fibras paralelas a x

h_2 = soma das espessuras das lâminas com fibras paralelas a y

$h = h_1 + h_2$ = espessura total do painel

ν_{LT} = coeficiente de Poisson da espécie de origem dado pela relação entre a deformação na direção tangencial (T) e a deformação na direção longitudinal (L), para um esforço axial na direção L

ν_{TL} = coeficiente de Poisson da espécie de origem, dado pela relação entre a deformação na direção L e a deformação na direção T, para um esforço axial na direção T

Os valores dos coeficientes de Poisson podem ser expressos por:

$$\bar{\nu}_{yx} = \frac{E_L}{E_a} \nu_{TL} \quad \bar{\nu}_{xy} = \frac{E_L}{E_b} \nu_{TL} \quad (2.8)$$

MARCH (1956) apresentou expressões teóricas para o cálculo das constantes \bar{E}_x , \bar{E}_y , G_{xy} e λ , para placas de compensado cujas lâminas adjacentes possuam fibras perpendiculares entre si, a partir do conhecimento das propriedades das lâminas componentes.

Assim, para uma placa de espessura h , com n lâminas, submetida à flexão,

$$\bar{E}_x I = \sum_{i=1}^n (E_x)_i I_i \quad (2.9)$$

sendo \bar{E}_x o módulo de elasticidade efetivo do compensado na direção das fibras de face; $(E_x)_i$, o módulo de elasticidade da i -ésima lâmina na direção x ; I_i , o momento de inércia da seção transversal da i -ésima lâmina em relação ao eixo neutro da placa; I , o momento de inércia da seção completa, em relação ao eixo neutro da seção; sendo $I = \frac{h^3}{12}$, para uma faixa de largura unitária.

De forma análoga, é definido o valor de \bar{E}_y , módulo de elasticidade efetivo do compensado na direção perpendicular às fibras de face,

$$\bar{E}_y I = \sum_{i=1}^n (\Sigma_y)_i I_i \quad (2.10)$$

Uma forma de cálculo aproximada para ambos os casos, na qual o erro seja desprezível, consiste em considerar-se como atuantes apenas as lâminas com fibras paralelas à direção, em relação à qual está se calculando o valor de E efetivo, exceto no caso de compensado de três (3) lâminas. A validade desta aproximação evidenciou-se experimentalmente.

O fator $(1-\nu^2)$, da teoria de placas isotrópicas, é substituído por,

$$\lambda = 1 - \nu_{xy} \nu_{yx} \quad (2.11)$$

A definição acima é válida para o caso de uma lâmina única, mas λ não é muito diferente da unidade se os eixos x e y são

respectivamente paralelos e perpendiculares às fibras.

MARCH adotou $\lambda = 0,99$ para a espécie "spruce".

LISKA (1955) realizou a determinação experimental das propriedades elásticas e de resistência na compressão, utilizando 448 corpos de prova de compensado. Foram ensaiados corpos de prova obtidos de quatro (4) tipos de compensado, compostos por lâminas de uma única espessura. As lâminas foram retiradas de duas espécies de madeira, "Douglas-fir" e "Sitka spruce". A comparação entre os resultados experimentais e os teóricos apresentou boa concordância, justificando as conclusões:

1.^a) As propriedades elásticas e de resistência do compensado à compressão sob tensão na direção paralela ou perpendicular à direção das fibras de face, para compensado com lâminas tendo as suas fibras perpendiculares entre si, podem ser determinadas teoricamente a partir dos dados disponíveis para madeira maciça.

2.^a) O efeito das lâminas com direção de fibras perpendicular à direção do esforço aplicado, nas propriedades elásticas e de resistência à compressão, é pequeno quando comparado ao das lâminas com fibras paralelas ao esforço aplicado. Portanto, pode ser obtida uma boa aproximação das propriedades na compressão, considerando-se apenas as lâminas com fibras paralelas à direção do esforço aplicado, quando se utiliza o cálculo teórico.

LISKA utilizou basicamente neste trabalho a formulação teórica proposta por MARCH (1944).

NORRIS e MCKINNON (1956) apresentaram um estudo das propriedades elásticas e de resistência do compensado sujeito a esforços no seu plano, com direções variadas em relação às fibras. Foi feita uma investigação experimental das relações teóricas com base nos ensaios realizados em compensado de "yellow-poplar". São também apresentadas equações teóricas para o cálculo dos módulos de elasticidade e das propriedades de resistência do compensado sujeito à tração, compressão e cisalhamento na chapa para diversos ângulos em relação às fibras. Os ensaios à tração sob vários ângulos em relação às fibras de face revelaram resultados para o módulo de elasticidade concordantes com a teoria da elasticidade. Os valores do módulo de elasticidade obtidos dos ensaios à compressão variaram entre os valores máximos e mínimos preditos pela teoria. Os valores obtidos para o módulo de elasticidade transversal através do ensaio de cisalhamento do painel (figura 2.6) não foram satisfató-

rios. Os valores da tensão limite de proporcionalidade dos ensaios de tração e compressão em várias direções se mostraram razoavelmente próximos dos valores teóricos.

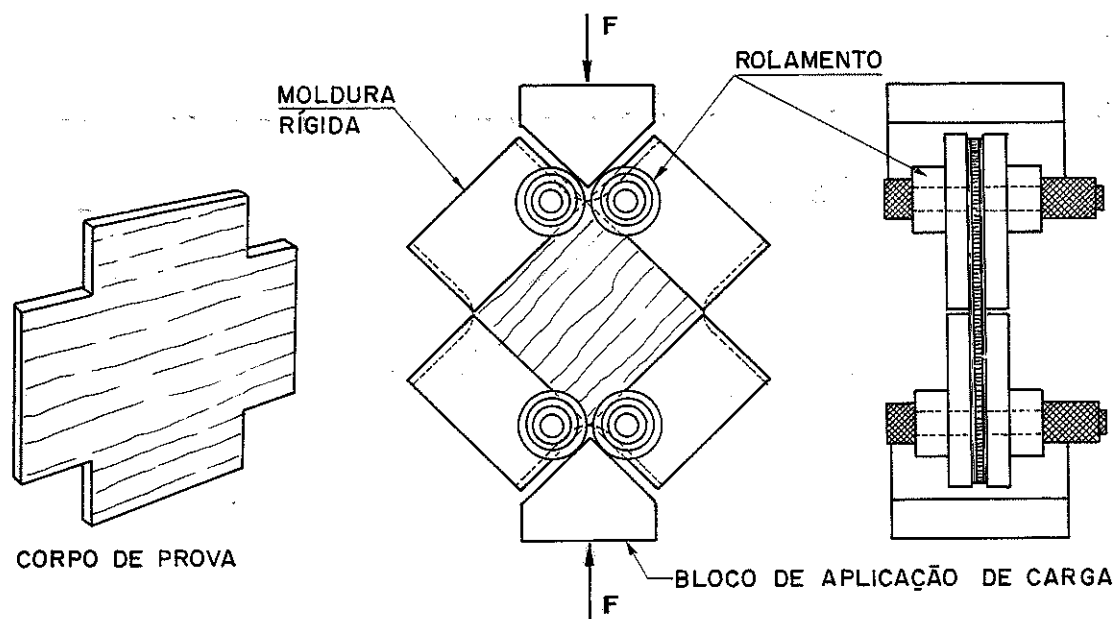


Figura 2.6 - Ensaio de Cisalhamento do Painel

Segundo DROW (1957), estudando o efeito do conteúdo de umidade na resistência à compressão, flexão, cisalhamento e choque do compensado, os métodos gerais e fórmulas desenvolvidas para ajuste das propriedades de resistência em função da umidade não podem ser considerados como de alta precisão nos casos particulares. Estes ajustes são na verdade um expediente a ser utilizado quando não há outra alternativa disponível e são válidos somente para material homogêneo com teor de umidade uniforme.

Os ensaios mecânicos devem ser realizados em níveis de umidade tais que sejam evitados ajustes subsequentes.

Se forem necessários ajustes, a variação no teor de umidade deve ser a menor possível. DROW apresentou resultados de ensaios para as propriedades de resistência em compensado de "Douglas-fir" e "Stika-spruce" de vários tipos de construção em diversos níveis de umidade. As fórmulas de ajuste usuais são aplicáveis ao

compensado e a madeira maciça, na compressão, na flexão estática e provavelmente no cisalhamento, se o ajuste for limitado a valores de variação do conteúdo de umidade abaixo de 8 %.

NORRIS *et alii* (1961) relatam os resultados de um estudo para se determinar o efeito da espessura das lâminas na resistência ao cisalhamento do compensado. Cada chapa utilizada era composta por cinco (5) lâminas de uma única espécie e espessura. Três tipos de construção de compensado e quatro espessuras de lâminas foram usadas na fabricação dos compensados. As lâminas foram obtidas de toras das seguintes espécies: "Douglas-fir", "khaya", "yellow birch", "sweetgum" e "yellow-poplar". Para cada espécie, exceto "Douglas-fir", foram cortadas lâminas de espessuras $\frac{1}{8}$ ", $\frac{1}{16}$ ", $\frac{1}{32}$ " e $\frac{1}{64}$ ". Para o "Douglas-fir" não foram retiradas lâminas de $\frac{1}{8}$ ".

No total, foram efetuados 1658 ensaios. Os resultados obtidos mostraram que a resistência a cisalhamento de um painel de compensado é fortemente influenciada pela espessura das lâminas componentes. O método usado na execução do ensaio de cisalhamento do painel pode influenciar bastante nos resultados obtidos.

A figura 2.6 ilustra a montagem utilizada para cisalhamento do painel.

Os ensaios de cisalhamento em blocos e ensaios de cisalhamento por tração apresentam valores maiores e menores, respectivamente, do que aqueles obtidos no ensaio de cisalhamento do painel.

A figura 2.7(a) mostra o corpo de prova utilizado no ensaio de cisalhamento em blocos e a figura 2.7(b) o ensaio de cisalhamento por tração.

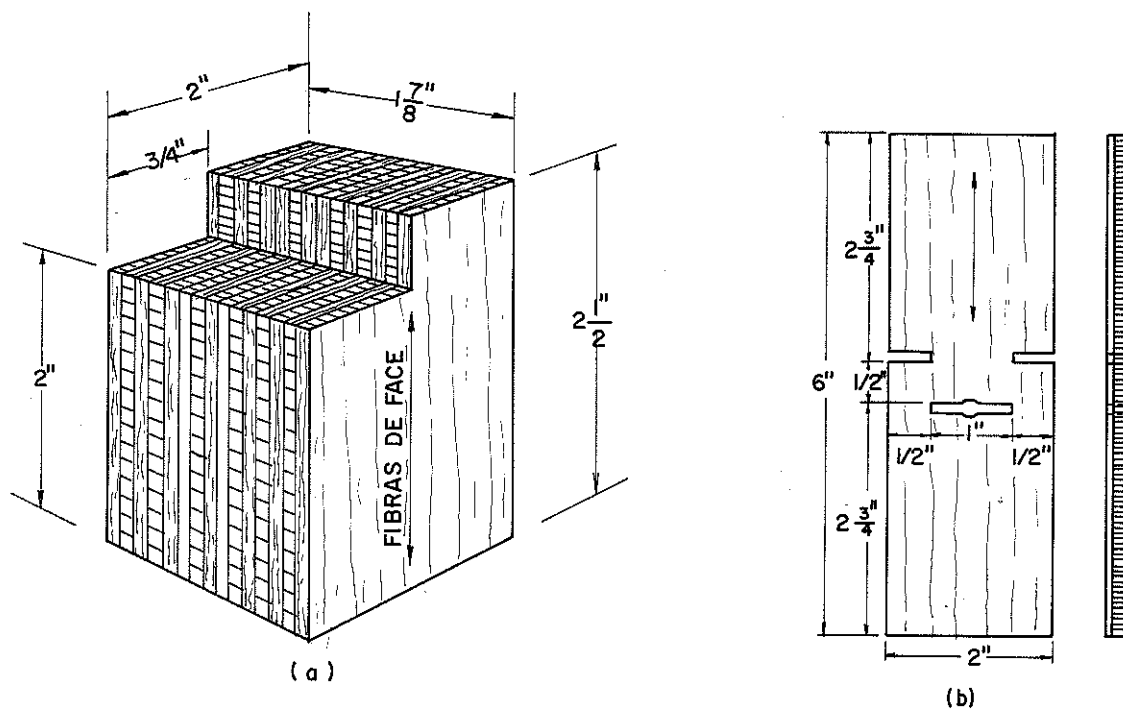


Figura 2.7 - Cisalhamento em Blocos e Cisalhamento por Tração.

FREAS (1964) estudou as propriedades elásticas e de resistência à flexão do compensado, visando estabelecer métodos de cálculo para estas, a partir das propriedades das lâminas individuais.

De acordo com este autor, o módulo de elasticidade aparente na flexão E_c , é uma composição dos módulos das lâminas em duas direções principais. Assim, E_c pode ser obtido pela utilização das equações usuais com dados dos ensaios de tração, compressão ou de flexão. Neste caso, deve ser efetuada uma correção, tendo-se em conta as deformações por cisalhamento. As equações de cálculo apresentadas para módulo de elasticidade efetivo na flexão são as mesmas apresentadas no trabalho de MARCH (1944). FREAS cita também os resultados obtidos para o valor de E_c através de ampla experimentação de corpos de prova à flexão e ressalta a boa concordância dos valores observados com os valores preditos pelo modelo proposto.

Os ensaios de flexão foram realizados com corpos de prova

biapoiados e a determinação dos valores experimentais de E_c foi feita através da equação:

$$W = \frac{Pa^3}{48E_c I} (1 - \nu_{LT} \nu_{TL}) B \left(1 + e \frac{h^2}{a^2}\right) \quad (2.12)$$

na qual W é a flecha medida, P a carga aplicada no centro do vão, a o vão, I momento de inércia da seção considerada globalmente como de um único material, ν_{LT} e ν_{TL} são os coeficientes de Poisson associados às direções longitudinal e tangencial, h é a espessura do corpo de prova.

O fator $(1 - \nu_{LT} \nu_{TL}) B$ leva em conta a diferença na flecha ao longo da largura do corpo de prova, resultante da curvatura anticlástica, sendo seu valor, da ordem de 0,99.

O fator $\left(1 + e \frac{h^2}{a^2}\right)$ é a correção da flecha devida às deformações por cisalhamento. Este fator varia entre 1,01 e 1,13 dependendo do tipo de construção de compensado considerada.

No trabalho são apresentados também critérios de cálculo para a tensão normal no limite de proporcionalidade e para o cálculo da tensão convencional de ruptura na flexão, bem como resultados de determinação experimental para estes parâmetros.

Segundo FREAS a não consideração das lâminas com fibras perpendiculares ao vão não provoca erros apreciáveis.

BIBLIS (1969) estudando as propriedades do compensado de "Southern pine", determinou a influência das deformações por cisalhamento no ensaio de flexão para diversas relações entre vão e espessura. Para a relação 48:1 em corpos de prova com fibras de face paralelas ao vão, as flechas devidas ao cisalhamento são 7,5% e 5,1% da flecha total no meio do vão para compensados de três (3) lâminas e cinco (5) lâminas, respectivamente. Para a relação vão-espessura igual a 14:1, a porcentagem da flecha no meio do vão, devida ao cisalhamento, para corpos de prova de compensado de três (3) lâminas, com fibras de face paralelas ao vão, é ligeiramente superior à porcentagem da flecha causada pela flexão pura.

KEENAN (1973) determinou os coeficientes de Poisson e os módulos de elasticidade em corpos de prova retirados de uma prancha de Douglas-fir, com conteúdo de umidade de 4,4 %.

Os corpos de prova utilizados tinham 7" de comprimento, seção transversal octogonal com largura de 2" e foram solicitados

axialmente à tração e à compressão. Foram utilizados três (3) corpos de prova para cada coeficiente, tendo sido medidas as deformações através de extensômetros elétricos de resistência. Os resultados médios encontrados são os seguintes:

$$\begin{aligned} \nu_{LR} &= 0,367 (0,028) \\ \nu_{LT} &= 0,455 (0,107) \\ \nu_{RL} &= 0,042 (0,010) \\ \nu_{RT} &= 0,476 (0,048) \\ \nu_{TL} &= 0,051 (0,007) \\ \nu_{TR} &= 0,370 (0,030) \end{aligned}$$

Os valores entre parênteses correspondem aos desvios padrão.

O autor não conseguiu verificar as equações de simetria elástica,

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R}, \quad \frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}, \quad \frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T} \quad (2.13)$$

embora a discrepância encontrada não tenha sido muito grande.

Os coeficientes de Poisson ν_{RL} e ν_{TL} são muito pequenos e a sua determinação precisa é muito difícil. Quando for admitida simetria elástica, KEENAN recomenda a adoção de coeficientes calculados a partir das relações de simetria, no lugar de determiná-los experimentalmente.

MARCH *et alii* (1942) apresentaram um trabalho pioneiro da maior importância, tendo em vista a necessidade de determinação do módulo de elasticidade transversal (G) para a solução de problemas estruturais, nos quais eram empregadas chapas planas de compensado. Foram os primeiros a sugerir e utilizar o ensaio de torção de placas, que mais tarde foi adotado pela ASTM como Método D-3044.

Estes autores inicialmente trabalharam com placas quadradas, com lâminas tendo fibras paralelas e perpendiculares aos lados do corpo de prova, tendo projeções para fora do perímetro do quadrado, nas quais eram colocados os apoios e aplicadas cargas diagonais opostas.

As projeções nos cantos visavam uma maior aproximação com a solução teórica destas placas.

Na continuação do trabalho foram removidas as projeções nos cantos e os corpos de prova ensaiados sem as projeções acusaram um acréscimo da ordem de 1 % no valor do módulo G. Os autores

passaram a utilizar o corpo de prova sem as projeções por serem de confecção mais simples. Nestes ensaios eram aplicadas cargas, e medidas as flechas relativas ao centro em quatro pontos simétricos sobre as diagonais. O valor de G era determinado a partir da inclinação da curva carga x flecha média, utilizando-se a solução teórica deste tipo de placa dada por:

$$w = \frac{3 P}{Gh^3} xy \quad (2.14)$$

na qual P é a carga aplicada em cada canto, h a espessura da placa, w a flecha relativa, medida no ponto de coordenadas x , y e G o módulo de elasticidade transversal associado ao plano xy (figura 2.8).

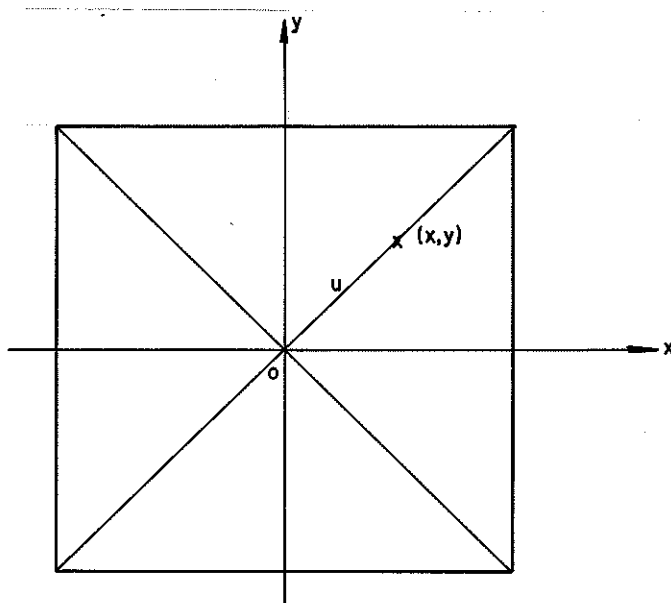


Figura 2.8-Sistema de Referência na Placa.

Os pontos de medida estão situados sobre a diagonal, $x=y=\frac{u}{\sqrt{2}}$ (fig. 2.8) e a equação (2.14) pode ser reescrita como segue:

$$w = \frac{3 Pu^2}{2 Gh^3} \quad (2.15)$$

São introduzidos erros consideráveis na determinação de G quando as fibras da madeira estão sensivelmente inclinadas em relação aos lados. Para se evitar deformações apreciáveis por cisalha-

mento, a relação entre o comprimento do lado da placa e a espessura deve ser maior ou igual a 25. Quando a ordem de grandeza das flechas relativas ao centro são próximas do valor da espessura da placa, começam a aparecer efeitos de membrana, apreciáveis, podendo mascarar os resultados. Pelo mesmo motivo, devem ser evitadas placas com relação entre o lado e a espessura maior ou igual a 50.

HEARMON e ADAMS (1952), utilizando a teoria de placas ortotrópicas, realizaram ensaios para a determinação dos coeficientes S_{ij} da matriz $[S]$. Para fazer uma verificação da teoria, inicialmente realizaram ensaios em quatro (4) placas metálicas, admitidas como isotrópicas. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com a teoria.

Em seguida, realizaram ensaios de flexão pura e de torção pura em placas de compensado. Os corpos de prova foram cortados mantendo as fibras de face fazendo ângulo de 0° , $22,5^\circ$, 45° , $67,5^\circ$ e 90° com o lado mais longo de placa. Os resultados obtidos evidenciaram a boa concordância entre valores teóricos e experimentais, apesar de em alguns casos terem ocorrido grandes discrepâncias.

É apresentada também uma comparação entre os valores do módulo de elasticidade longitudinal (E) e dos módulos de elasticidade transversal (G), oriundos dos ensaios de placas de compensado e os valores correspondentes obtidos em ensaios de flexão dinâmica e de torção dinâmica, respectivamente, encontrando uma boa aproximação. A figura 2.9a mostra o esquema utilizado para os ensaios de flexão pura, a figura 2.9b o de torção.

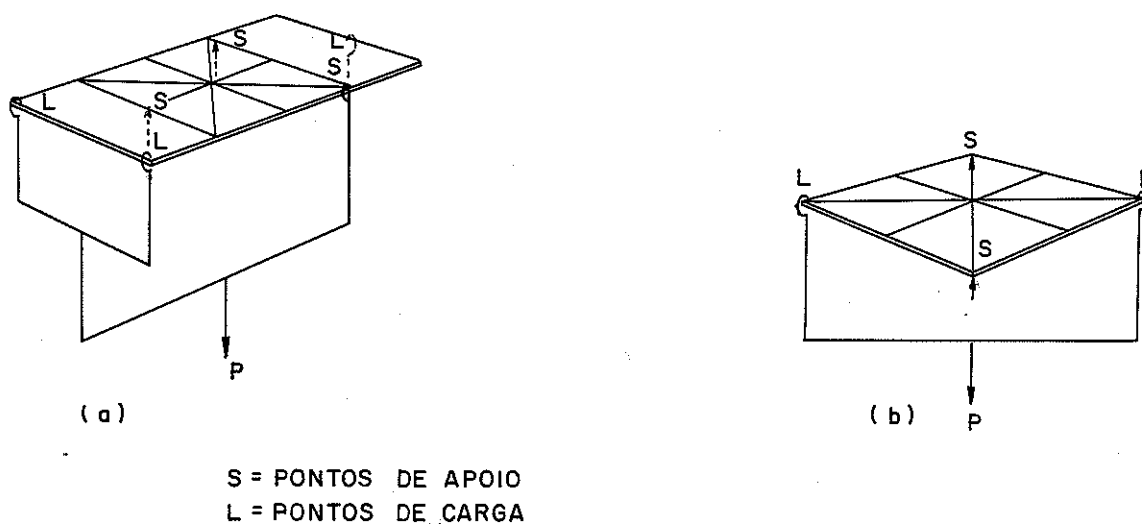


Figura 2.9 - Ensaios de Flexão Pura e de Torção de Placas.

TSAI (1965) propõe um método experimental para a determinação das constantes elásticas de placas ortotrônicas, prevenindo a utilização de um ensaio de flexão de viga, com as fibras de face do material orientadas a 0° ou a 90° , isto é, paralelas ou perpendiculares ao vão. A partir destes ensaios são determinados os coeficientes S_{11} ou S_{22} , conforme a orientação adotada (0° ou 90°).

O ensaio de flexão pode ser substituído por um outro ensaio, sendo o corpo de prova solicitado axialmente por tração ou por compressão. Através do ensaio de torção em placas, conforme figura 2.11, é determinado o coeficiente S_{66} ($S_{66} = \frac{1}{G_{xy}}$). Fazendo em seguida o

ensaio de torção de placas com orientação $+45^\circ$ e -45° , foram determinados respectivamente $(S_{22} - S_{12})$ e $(S_{11} - S_{12})$. Desta forma, ficam determinados todos os coeficientes S_{ij} . A validade e precisão do método foram verificadas através de experimentação em placas ortotrônicas, compostas de filamentos de fibra de vidro paralelos, aglutinados por uma matriz de resina epóxica.

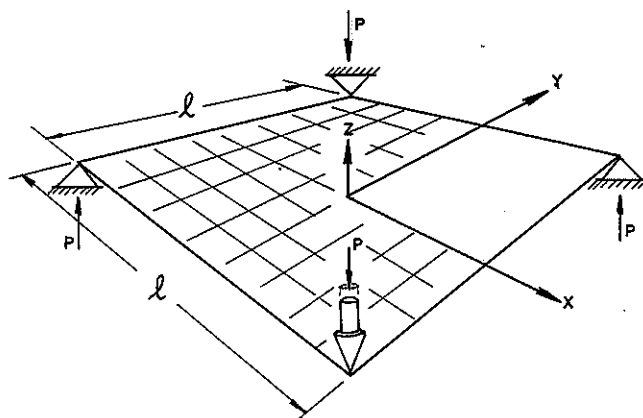


Figura 2.11 - Ensaio de Torção de Placa.

Apesar do ensaio de torção de placas ser um bom caminho para a determinação do módulo de elasticidade transversal G_{xy} de placas ortotrônicas, FOYE (1967) realizou um estudo avaliando a limitação das flechas nos ensaios para a correta utilização da teoria linear de placas com pequenas deformações.

O autor apresenta a solução para uma placa isotrônica a

torção, através de análise aproximada de placas com grandes deformações.

Através da plotagem dos valores de carga nos cantos contra a flecha média nos cantos, é mostrada a diferença entre a solução com pequenas deformações e a solução considerando grandes deformações. Esta curva bifurca-se quando a flecha média no canto excede cinco vezes a espessura da placa.

Quando a flecha média no canto iguala-se à espessura da placa, a análise não linear difere apenas 7,5% da análise linear. Quando a flecha no canto é igual a duas vezes a espessura da placa, a diferença chega a 30%.

GUNNERSON *et alii* (1973) repetiram basicamente o roteiro de HEARMON tentando viabilizar uma metodologia para a determinação dos parâmetros elásticos da madeira e de outros materiais ortotrópicos.

Através de ensaios de placa à flexão pura, conforme figura 2.10,

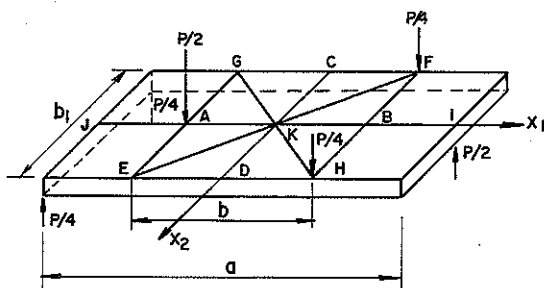


Figura 2.10 - Ensaio de Flexão Pura em Placas.

aplicando-se o momento fletor uniformemente distribuído nas bordas EG e HF e medindo-se a flecha W sobre a linha AB com $X_2 = 0$, fica determinado o valor de E_L . A relação de E_L com a flecha W é dada por:

$$W = - \frac{6M_1}{h^3} \left[\frac{X_1^2}{E_L} - \frac{\nu_{LT} X_2^2}{E_L} \right] \quad (2.16)$$

Sendo,

$$M_1 = \frac{P(a-b)}{4b_1} \quad (2.17)$$

Medindo-se a flecha sobre a diagonal GH com $X_1 = X_2 = \bar{x}$, determina-se v_{LT} por meio da equação (2.16), pois E_L já foi determinado. Devido à flexão transversal, introduzida nas extremidades da placa pelo esquema de carregamento em três (3) pontos, foi notado um acréscimo de flecha nos pontos A, B e K, por isto os autores usaram um fator de correção Δ , aplicado aos valores da flecha. Este efeito é mais pronunciado quando os eixos R ou T coincidem com a direção X_2 .

De acordo com GUNNERSON o método de ensaio de placas é um bom procedimento para o cálculo dos parâmetros elásticos da madeira, mas os resultados obtidos para os coeficientes de Poisson não apresentam boa precisão.

BIBLIS e LEE (1976) demonstraram, através de estudos experimentais em placas de compensado e de partículas, que o módulo de elasticidade transversal (G_{xy}) pode ser obtido de modo simples e preciso, medindo-se a flecha média nas extremidades da diagonal da placa ensaiada à torção.

Utilizando-se uma máquina de ensaio equipada com registrador x-y, o módulo G_{xy} pode ser determinado sem a necessidade de um leitorista para as flechas.

A carga e a flecha da extremidade dada pela descida do travessão da máquina são gravadas. A partir da reta carga x flecha na extremidade, tem-se o valor de G_{xy} , função da inclinação da reta.

BIBLIS e LEE apresentaram também resultados da variação de G_{xy} com a variação da relação entre o lado da placa e espessura (l/h). Na maioria dos casos, os valores de G_{xy} crescem linearmente com o acréscimo da relação $\frac{l}{h}$. No caso das chapas de partículas, os valores de G_{xy} aparentemente decrescem linearmente com o acréscimo da relação $\frac{l}{h}$.

Seguindo o mesmo esquema apresentado por TSAI, LEE e BIBLIS (1977) realizaram experimentação com painéis de compensado e painéis tipo sanduíche.

Os coeficientes S_{ij} estão relacionados com as constantes elásticas, módulo de elasticidade na direção paralela às fibras da lâmina de face (E_x), módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras da lâmina (E_y), módulo de elasticidade transversal no plano xy (G_{xy}) e coeficientes de Poisson associados às direções x e y (ν_{xy} e ν_{yx}). Conhecidas estas constantes, ficam automaticamente determinados os coeficientes S_{ij} , ou vice-versa. Os coeficien-

tes S_{ij} podem ser determinados por um dos seguintes roteiros:

1º) A partir dos ensaios de flexão de tiras de compensado com as fibras das lâminas das faces paralelas ao vão determina-se o coeficiente S_{11} . Dos ensaios de placas à torção com as fibras das lâminas das faces paralelas e perpendiculares aos lados, determina-se o valor de S_{66} . A partir dos ensaios à torção em placas tendo as fibras das faces em ângulo de $+45^\circ$ e -45° com os lados tem-se $(S_{22} - S_{12})$ e $(S_{11} + S_{12})$.

2º) A partir dos ensaios de tiras de compensado à flexão com as fibras das faces paralelas e perpendiculares ao vão, tem-se respectivamente, S_{11} e S_{22} . Dos valores das flechas dos cantos das placas ensaiadas à torção, tendo as fibras das faces orientadas a 0° , $+45^\circ$ e -45° em relação aos lados determina-se S_{66} e $(S_{11} + S_{22} - 2S_{12})$.

Os resultados experimentais realizados com cinco tipos de chapas de compensado e sanduíche mostraram ótima concordância com a teoria.

McLAIN e BODIG (1974) realizaram estudos visando determinar através de ensaios não destrutivos os parâmetros elásticos de painéis de compensado e de chapas de partículas de madeira, em escala real. Para o compensado foram utilizadas duas espécies: "Engelmann spruce" e "Douglas-fir". Para a determinação do valor de E , os autores realizaram ensaios com montagem de viga sobre dois apoios com um balanço e foi medida a flecha na extremidade do balanço. O valor de E foi calculado através da equação da linha elástica, sendo para tal considerado o momento de inércia (I) da seção homogeneizada; considerando-se também a relação entre o módulo de elasticidade na direção perpendicular às fibras e o módulo na direção paralela às fibras, igual a $\frac{1}{35}$. Criou-se assim uma seção transversal teórica apenas com módulo de elasticidade na direção paralela às fibras.

O módulo de elasticidade transversal foi determinado através do ensaio de torção de placa, utilizando-se procedimento similar aos propostos por March *et alii* (1942) e pelo Método D-3044-76 da ASTM.

Os resultados encontrados para o módulo de elasticidade transversal no plano da placa foram bastante discrepantes, quando comparados aos valores obtidos para corpos de prova pequenos do mesmo material, ensaiados de acordo com o método D-3044-76 da ASTM, pois ficou evi-

denciado o efeito de membrana nos primeiros em razão dos altos valores de flechas das placas em escala real.

O efeito do teor de umidade e da espessura na resistência à compressão do compensado foi estudada por LONGWORTH e WARREN (1976), utilizando-se compensado de "Douglas-fir" com espessura de $\frac{3}{8}$ ". Os ensaios foram realizados com os corpos de prova condicionados em 3 diferentes níveis de umidade, ou seja, 5%, 15% e saturado. Foram utilizados (2) dois tipos de corpos de prova. O primeiro de ($\frac{3}{8}$ " x 7.1/2" x 15") e o segundo de ($\frac{3}{4}$ " x 7.1/2" x 15") sendo este obtido pela colagem de duas placas de $\frac{3}{8}$ ".

Os resultados deste trabalho evidenciaram um decréscimo linear na tensão última à compressão com o aumento do teor de umidade, confirmado também pelos trabalhos de BOHLEN (1975) e SAMEK (1970).

Os corpos de prova de $\frac{3}{4}$ " apresentaram resistência à compressão superior à dos corpos de prova de $\frac{3}{8}$ ". Além disto, os primeiros apresentaram uma menor variabilidade de resultados. Por outro lado, a taxa de redução da resistência à compressão foi menor nos corpos de prova de $\frac{3}{8}$ ".

PALKA (1977) realizou experimentação utilizando compensado comercial de "Douglas-fir" para determinar o efeito da variação do teor de umidade na tensão última de cisalhamento e no módulo de elasticidade transversal G. Foram encontradas equações de regressão linear simples, proporcionando uma boa estimativa das tendências observadas experimentalmente para conteúdos de umidade abaixo do ponto de saturação das fibras.

LEE e BIBLIS (1980) sugeriram um novo corpo de prova para a determinação da resistência e do módulo de elasticidade por meio de ensaios à compressão. A evidência experimental deste trabalho acusou a inadequabilidade do corpo de prova proposto pelo Método D-3501-76 da ASTM, de 7,5" x 15" x espessura da placa, para a determinação do módulo de elasticidade.

Os resultados experimentais com um corpo de prova alternativo proposto pelos autores, de 2" x 2" x 8", mostraram-se compatíveis para a determinação da resistência e do módulo de elasticidade, tendo ainda a vantagem de não exigirem montagem especial de ensaio.

FOUDJET *et alii* (1982) apresentaram um método indireto para a determinação das constantes elásticas de placas ortotrópicas u-

sando as equações diferenciais de equilíbrio. O estudo considera o caso de placas de pequena espessura, quadradas e isostáticas, à flexão.

Através do ensaio de placas, determinaram-se as flechas em alguns pontos da placa e estes dados são fornecidos a um programa de cálculo automático de placas por elementos finitos para a determinação das constantes. O método é aplicável ao ensaio de corpos de prova, tendo geometria e condições de contorno quaisquer.

O problema do cisalhamento por rolamento das fibras (rolling-shear) assume importância fundamental em diversas aplicações estruturais de compensado. LEE e BIBLIS (1979), tendo em vista o cálculo do módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento das fibras, (G) apresentaram a equação,

$$G = \frac{n G_{TR}}{n_{\perp} + n_{\parallel} \frac{G_{TR}}{G_{LR}}} \quad (2.18)$$

para compensado composto por n lâminas da mesma espessura e da mesma espécie, na qual:

n_{\perp} = número de lâminas com fibras perpendiculares ao esforço aplicado.

n_{\parallel} = número de lâminas com fibras paralelas ao esforço aplicado.

G = módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento, do compensado.

G_{LR} = módulo de elasticidade a cisalhamento paralelo da lâmina.

G_{TR} = módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento, da lâmina.

Quando a relação $\frac{G_{TR}}{G_{LR}}$ é muito pequena, podendo ser desprezada, tem-se:

$$G \approx G_{TR} \left(\frac{n}{n_{\perp}} \right) \quad (2.19)$$

Se o compensado é fabricado com lâminas de diferentes espessuras, substitui-se n , n_{\perp} e n_{\parallel} pela espessura total (h), espessura total das lâminas perpendiculares (h_{\perp}) e pela espessura total das lâminas paralelas (h_{\parallel}), respectivamente.

As equações (2.18) e (2.19) podem ser usadas para calcular

o módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento, sendo a força aplicada na direção das fibras de face ($G_{||}$) ou o módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento das fibras com a força aplicada na direção perpendicular às fibras das lâminas das faces (G_{\perp}).

LEE e BIBLIS realizaram um estudo experimental para verificar a formulação proposta, utilizando painéis de compensado de "yellow-pine" e painéis laminados unidirecionais da mesma espécie.

Através dos ensaios em corpos de prova de laminado unidirecional, determinaram o módulo de elasticidade ao cisalhamento por rolamento verdadeiro e o módulo de elasticidade ao cisalhamento paralelo às fibras. Os ensaios no compensado permitiram a determinação do módulo de elasticidade a cisalhamento por rolamento aparente.

Os resultados dos ensaios realizados, mostraram que as equações (2.18) e (2.19) são adequadas para a determinação do módulo de elasticidade ao cisalhamento por rolamento do compensado, com precisão satisfatória, a partir do conhecimento de G_{LR} e de G_{TR} das lâminas componentes do mesmo.

Na continuação do estudo relativo às propriedades de resistência e de rigidez do compensado ao cisalhamento por rolamento das fibras (rolling-shear), BIBLIS *et alii* (1982) fizeram determinações experimentais da resistência e do módulo de elasticidade ao cisalhamento por rolamento em compensados e laminados unidirecionais de "Southern-pine".

Foram utilizados quatro (4) tipos de compensados, sendo um com espessura de $\frac{1}{2}$ " composto por três (3) lâminas iguais; outro com espessura $\frac{1}{2}$ " composto por quatro (4) lâminas iguais; e dois com espessura de $\frac{5}{8}$ ", tendo cinco (5) lâminas de mesma espessura, mas de qualidades diferentes.

Os compensados e os laminados foram ensaiados nas condições de madeira seca e de madeira saturada. Os resultados mostraram efeito significativo do tipo de construção do compensado no valor do módulo; entretanto, isto não ocorre na resistência. Ocorreram diferenças significativas no módulo e na resistência ao cisalhamento por rolamento, em função da variação da qualidade das lâminas para uma mesma espessura de placa.

Na condição saturada, os valores médios da resistência e do módulo para todos os tipos de compensado são 25% e 50%, respectivamente, dos valores correspondentes na condição seca (teor de

umidade de 7,5 %).

A aplicação do modelo teórico de cálculo do módulo de elasticidade ao cisalhamento por rolamento, proposto por LEE e BIBLIS (1979) apresentou boa concordância com os resultados obtidos.

CHOW (1974) apresentou uma avaliação do efeito das fissuras ocorridas nas lâminas durante o desdobro das toras por corte rotatório, na resistência ao cisalhamento por rolamento das fibras do compensado. As fotografias dos ensaios mostraram que a tensão última de cisalhamento é alcançada no compensado convencional quando as fissuras começam a se abrir. Se as fissuras na lâmina central são minimizadas por meio de impregnação com resina, a resistência ao cisalhamento é aumentada de 1,5 vezes e a configuração de ruptura é muito diferente daquela ocorrida no compensado convencional, composto de lâminas obtidas por corte rotatório, mas é semelhante àquela em compensado composto por lâminas serradas.

De acordo com as conclusões deste trabalho, a resistência ao cisalhamento é fortemente influenciada pela altura de penetração do adesivo nas fissuras, e a relação entre estes fatores é linear.

3. EXPERIMENTAÇÃO

3.1. GENERALIDADES

Visando determinar os parâmetros elásticos e de resistência do compensado estrutural foi realizada uma ampla experimentação constando de ensaios estáticos de tração, compressão, flexão e de torção de placas.

Os resultados obtidos, além da determinação dos referidos parâmetros para algumas espessuras do material, possibilitaram o estudo e a análise dos seguintes tópicos:

- relações entre os parâmetros de elasticidade e de ruptura.
- relações entre os parâmetros de elasticidade e a espessura das chapas.
- relações entre os parâmetros de resistência e a espessura.
- determinação da matriz $[S]$ da relação constitutiva entre tensão e deformação no estado plano de tensões e de deformações.
- avaliação da metodologia para a determinação dos parâmetros elásticos e de resistência.

3.2. MATERIAL

O compensado utilizado é do tipo estrutural, composto por um número ímpar de lâminas de mesma espessura. Foram escolhidas as seguintes espessuras nominais a serem pesquisadas: 4mm, 8mm, 12mm e 15mm.

Além disto, foram realizados alguns ensaios em um tipo diferente de composição denominado compensado naval de 12mm de espessura, composto de 5 lâminas com espessuras diferentes, mas balanceado. Para distinguir-se do compensado estrutural, esta espessura será designada por 12A ao longo deste trabalho.

Todas as lâminas componentes das chapas ensaiadas são provenientes de toras de madeira da espécie Pinho do Paraná (*Araucária angustifolia*) obtidas por corte rotatório.

O compensado estrutural e naval utilizado é fabricado pela Madeirit sendo as lâminas ligadas por adesivo à base de fenol-formaldeído, sob pressão e calor.

Será adotado um sistema de referência Oxy para uma chapa ge

nérica, no qual a direção Ox é paralela à direção das fibras das lâminas das faces e Oy perpendicular, conforme apresentação na figura 3.1.

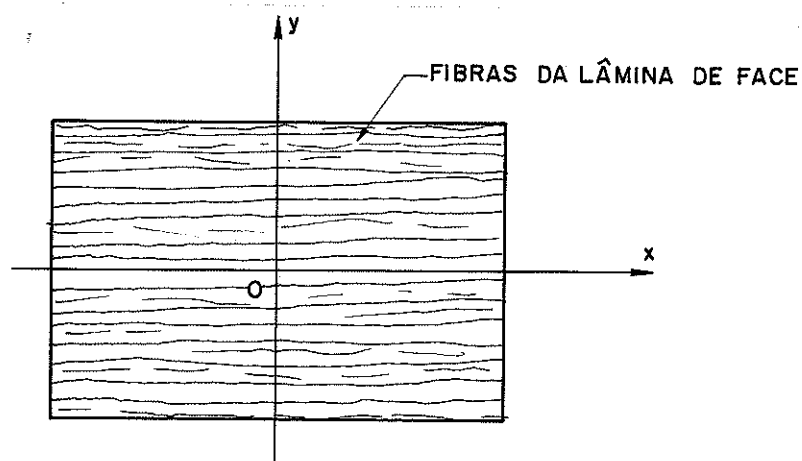


Figura 3.1 - Sistema de Referência na Chapa.

Na Tabela 3.1 é apresentada a composição de cada tipo de chapa ensaiada. O número total de lâminas será denotado por n , o número de lâminas com fibras paralelas a Ox por n_x e o número de lâminas com fibras paralelas a Oy por n_y .

TABELA 3.1 - Espessura Nominal das Chapas e Composição de Lâminas.

Espessura Nominal (mm)	n	n_x	n_y
4	5	3	2
8	9	5	4
12	13	7	6
15	17	9	8
12A	5	3	2

Para cada tipo de ensaio foram realizadas 3 determinações de umidade e de densidade, por espessura. Na Tabela 3.2 são apresentados os valores médios encontrados para cada espessura. Deve-se notar a ocorrência de uma grande uniformidade nos valores, explicada pelo fato do material ser proveniente de um lote estocado para estudo no LaMEM, desde 1970.

TABELA 3.2. -Umidade e Densidade do Compensado

Espessura Nominal (mm)	Umidade Média (%)	Desvio Padrão	Densidade Média (g/cm ³)	Desvio Padrão
4	10,69	1,19	0,6122	0,0127
8	9,88	0,35	0,6317	0,0145
12	9,78	0,67	0,6435	0,0107
15	10,61	0,42	0,6454	0,0191
12A	9,77	0,67	0,5876	0,0059

Todos os corpos de prova de mesma espessura, foram retirados de duas chapas e cortados de maneira aleatória. As chapas eram retangulares com dimensões de 110 cm por 220 cm. Antes da retirada dos corpos de prova, as chapas foram recortadas eliminando-se uma tira de 5cm ao longo de todo o perímetro, evitando-se assim a utilização da parte do material que em geral apresentava pequenos defeitos decorrentes do transporte e manuseio.

3.3. EQUIPAMENTOS

Máquina Universal de Ensaio AMSLER, com capacidade de 250KN, utilizada nos ensaios de tração, compressão e em alguns ensaios de flexão.

Cilindro Hidráulico Vickers, capacidade 40KN, utilizado nos ensaios de flexão e de torção de placas

Anel Dinamométrico da Engineering Equipment Laboratory (E.L.E.), capacidade 4KN, utilizado acoplado ao cilindro hidráulico Vickers.

Relógios Comparadores Mitutoyo, precisão de 0,01mm, curso de 10mm, utilizados nos ensaios de flexão e de torção de placas.

Relógios Comparadores Mitutoyo, precisão de 0,01mm, curso 30mm, utilizados nos ensaios de flexão e de torção de placas.

Relógios Comparadores Mitutoyo, precisão de 0,001mm, curso de 1,0mm, utilizados nos ensaios de tração e compressão.

Paquímetro Mitutoyo, precisão de 0,02mm, curso de 150mm, utilizado na medição das dimensões transversais dos corpos de prova.

Extensômetros Elétricos, de resistência, KYOWA, tipo KI - 10-A4, resistência 119,7 ohms, fator de resistência 1,91%, comprimento da resistência 10 mm, utilizados em alguns ensaios de tração.

Indicador de Deformações SM-60B. - KYOWA.
Caixa Comutadora SS-24R - KYOWA.

4. ENSAIOS DE TRAÇÃO

4.1. MATERIAL

Foram ensaiados à tração 6 corpos de prova com eixo longitudinal paralelo às fibras de face e 6 corpos de prova com eixo longitudinal na direção perpendicular às fibras de face, para cada espessura, exceto para a espessura 12A, não ensaiada à tração.

O número seis, número de corpos de prova por ensaio, foi adotado tendo em vista as conclusões de diversos trabalhos realizados no LaMEM nos quais está demonstrada a validade deste número como mínimo para a determinação das propriedades elásticas e de resistência da madeira.

A Figura 4.1 ilustra o corpo de prova utilizado.

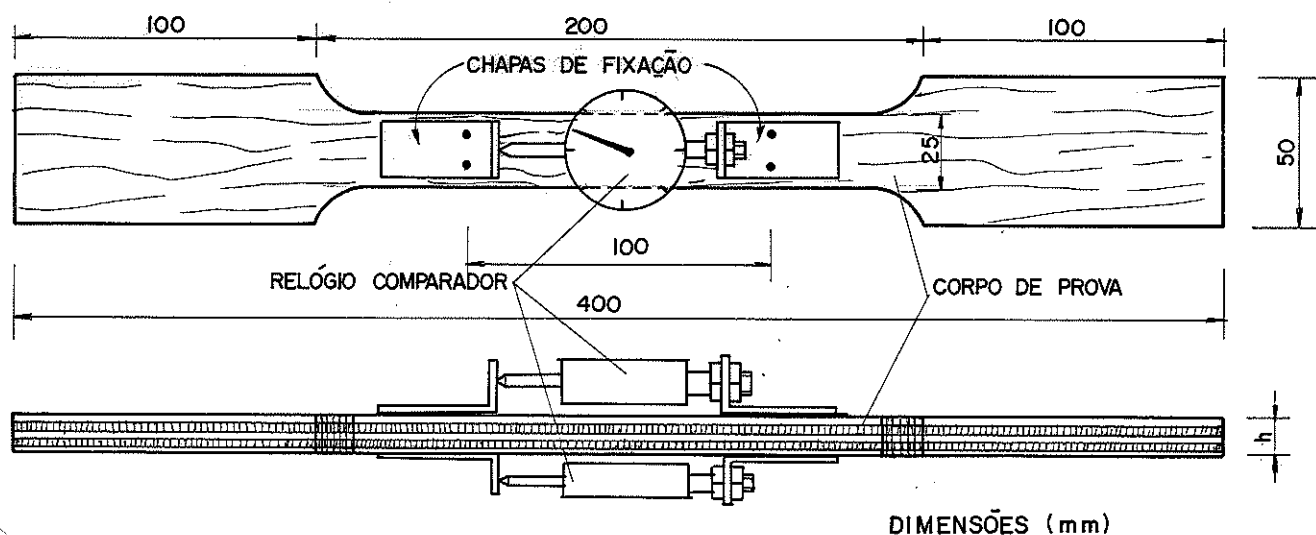


Figura 4.1 - Corpo de Prova de Tração

Os corpos de prova foram obtidos a partir de peças de dimensões $(50 \times 400 \times h)$ mm³, sendo o trecho central de 200 mm rebaixado posteriormente para uma seção transversal de $(25 \times h)$ mm². A espessura original foi mantida em todos os exemplares. As medidas de alongamento foram efetuadas sobre o trecho central de 100 mm mostrado na fig. 4.1, através de 2 relógios comparadores, precisão de 0,001 mm, colocados um em cada face, conforme indicado na fig. 4.1 e na fig. 4.2.

As dimensões das seções transversais das extremidades do

trecho central, base de medida dos alongamentos, foram medidas por meio de um paquímetro, com precisão de 0,02 mm.

4.2. METODOLOGIA

Os corpos de prova foram tracionados axialmente através de Máquina Universal de Ensaio. A figura 4.2 ilustra a montagem do corpo de prova. Após a colocação do corpo de prova na máquina foi aplicada uma carga de acomodação no conjunto da ordem de 20% da carga de ruptura estimada e em seguida, esta carga foi removida. Feito isto, foi executado o ensaio sendo efetuadas leituras de alongamento através dos 2 relógios comparadores a cada intervalo regular de carga como indicado na Tabela 4.1 em função da espessura do corpo de prova. As leituras foram feitas até a carga limite indicada na Tabela 4.1, quando então o sistema era descarregado.

TABELA 4.1 - Intervalos de Carga e Cargas Limite

Espessura Nominal (mm)	Direção Eixo do C.P.	Intervalo de Carga (KN)	Carga Limite (KN)
4	x	2,0	28,0
4	y	1,0	16,0
8	x	2,0	32,0
8	y	2,0	28,0
12	x	5,0	80,0
12	y	5,0	80,0
15	x	10,0	130,0
15	y	10,0	130,0

A seguir a operação era repetida e quando se atingia novamente a carga limite, os relógios comparadores eram removidos e o corpo de prova levado à ruptura. Portanto para cada corpo de prova foram obtidas quatro séries de valores para alongamento em função da carga aplicada, duas por face.

A carga foi aplicada com velocidade constante de deslocamento do travessão móvel da máquina, aproximadamente 0,9 mm/min, como prescrito pelo Método ASTM D-3500-76.

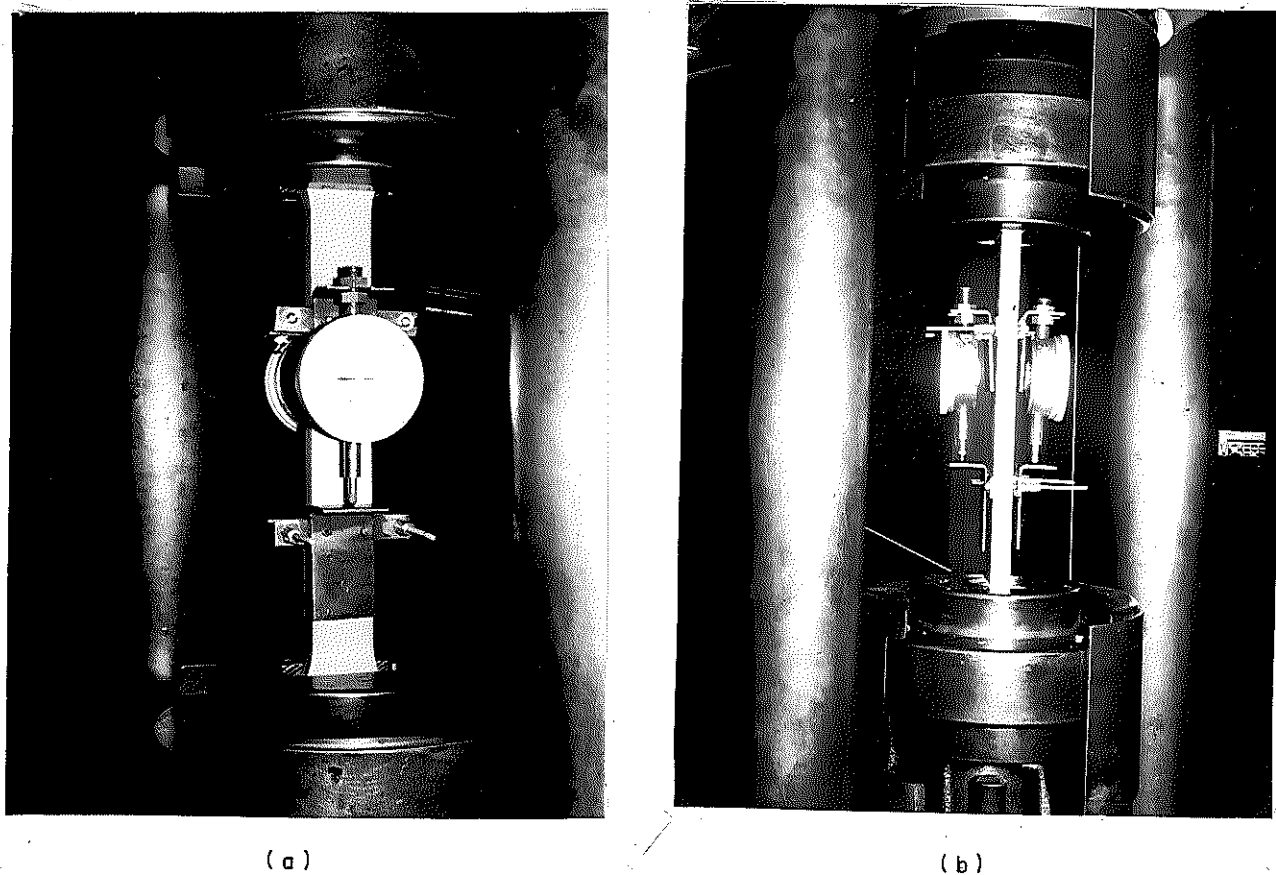


Figura 4.2. - Montagem de Ensaio de Tração.

4.3. RESULTADOS

A partir das quatro séries de leituras de alongamentos (Δl) obtidos para cada corpo de prova (duas por face) foi estabelecida uma série de médias de alongamentos. Através de regressão linear simples entre os alongamentos médios e os respectivos valores da força normal N , chegou-se à equação da reta, correlacionando o alongamento e força normal aplicada, tendo sido desprezados os (3) três primeiros pares (N , Δl).

Esta equação pode ser expressa como:

$$\Delta l = a + bN \quad (4.1.)$$

sendo Δl o alongamento sobre a base de medida de 100 mm.

O módulo de elasticidade é então calculado a partir do coeficiente angular b da reta. A análise de regressão mostrou em todos os casos o comportamento fortemente linear entre N e Δl . A figura 4.3. ilustra o gráfico típico obtido para $N \times \Delta l$.

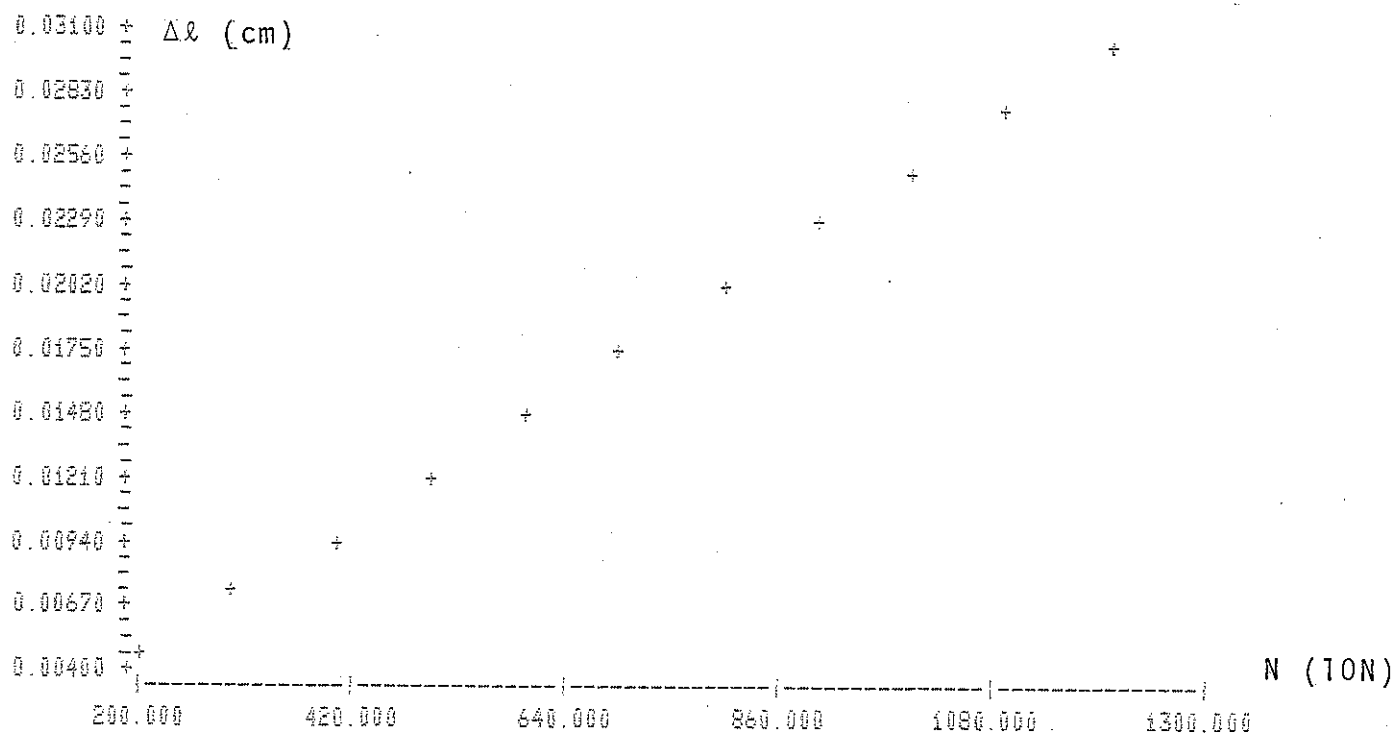


Figura 4.3. - Comportamento Típico de $N \times \Delta l$ nos Ensaios de Tração.

Da resistência dos materiais tem-se o alongamento (Δl) de uma barra de seção transversal constante, solicitada por força normal (N), no regime elástico linear, dado por:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \quad (4.2.)$$

sendo A a área da seção transversal e l o comprimento de referência e E o módulo de elasticidade longitudinal.

Desprezando-se o termo de intersecção a na equação (4.1) e igualando-se o valor de Δl dado pela equação obtida pela regressão com o valor teórico da resistência dos materiais.

$$\text{Tem-se: } E = \frac{l}{b \cdot A} \quad (4.3.)$$

Utilizando-se a equação (4.3.) foi calculado o valor do módulo de elasticidade E para cada corpo de prova.

A área da seção transversal adotada foi a média entre as áreas das seções transversais das extremidades do trecho base de medida.

Na Tabela 4.2. são apresentados os valores encontrados para o módulo de elasticidade e a resistência à tração para cada corpo de prova, na direção x . A resistência à tração foi deter-

minada dividindo-se a força normal de ruptura pela área média da seção transversal adotada no cálculo de E, isto é,

$$f_{pt}^x = \frac{N_u}{A} \quad (4.4.)$$

sendo f_{pt}^x a resistência à tração dos corpos de prova com eixo longitudinal paralelo à direção das fibras da lâmina de face (direção x) e N_u a força normal última (de ruptura).

A área de seção transversal utilizada para o cálculo do módulo de elasticidade e da resistência à tração foi determinada considerando-se a peça como sendo composta de um material único.

TABELA 4.2. Ensaio de Tração X-Resultados.

Nº do C.P.	E_x (MPa)	f_{pt}^x (MPa)	Espessura Média (mm)
CT-4-01-x	10145,7	67,2	4,54
CT-4-02-x	10552,2	69,4	
CT-4-03-x	9269,5	68,8	
CT-4-04-x	10366,7	62,4	
CT-4-05-x	9508,9	45,6	
CT-4-06-x	10352,7	57,9	
Média	10032,6	61,9	
Desvio Padrão	520,3	5,1	
CT-8-01-x	8594,4	48,8	8,05
CT-8-02-x	8526,7	57,0	
CT-8-03-x	8777,4	52,7	
CT-8-04-x	8109,7	56,2	
CT-8-05-x	8792,3	69,4	
CT-8-06-x	8356,5	59,1	
Média	8526,2	57,2	
Desvio Padrão	261,1	7,0	
CT-12-01-x	10966,5	63,1	12,27
CT-12-02-x	9167,3	53,8	
CT-12-03-x	9455,8	65,2	
CT-12-04-x	9456,5	63,2	
CT-12-05-x	8998,9	57,4	
CT-12-06-x	9188,3	54,9	
Média	9538,9	59,6	
Desvio Padrão	721,7	4,8	
CT-15-01-x	9639,8	54,5	15,86
CT-15-02-x	8262,0	45,3	
CT-15-03-x	7678,9	45,2	
CT-15-04-x	8281,7	50,4	
CT-15-05-x	10580,5	48,4	
CT-15-06-x	8626,7	47,9	
Média	8844,9	48,6	
Desvio Padrão	1068,5	3,5	

Analogamente, na Tabela 4.3. são apresentados os valores encontrados para o módulo de elasticidade (E_y) e a resistência à tração (f_{pt}^y) na direção y , para cada corpo de prova.

A resistência à tração dada por:

$$f_{pt}^y = \frac{N_u}{A} \quad (4.5.)$$

A figura 4.4. mostra um corpo de prova rompido por tração, com a ruptura típica ocorrida na maioria dos ensaios. Na figura 4.5. são apresentados alguns corpos de prova rompidos, com eixo longitudinal na direção perpendicular às fibras de face (y).

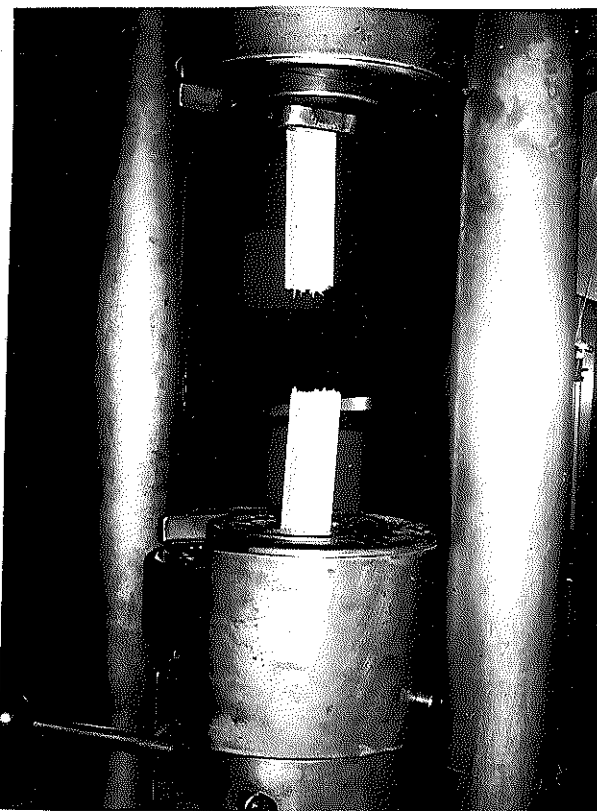


Figura 4.4 - Ruptura Típica no Ensaio de Tração.

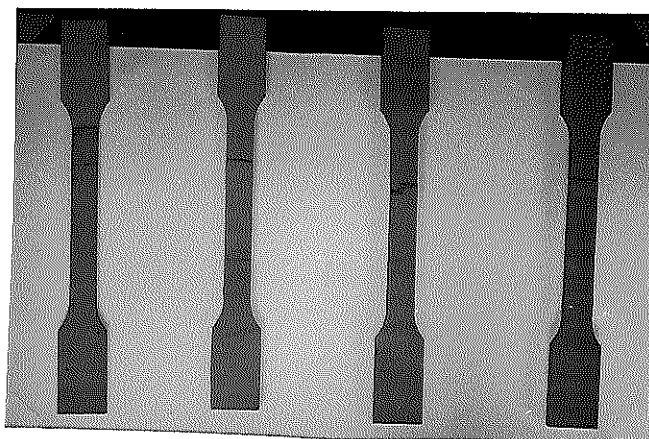


Figura 4.5 - Corpos de Prova Rompidos Por Tração.

TABELA 4.3 - Ensaio de Tração Y - Resultados.

Corpo de Prova	E_y (MPa)	f_{pt}^y (MPa)	Espessura Média (mm)
CT- 4-01-y	6488,5	30,4	
CT- 4-02-y	6236,8	43,5	
CT- 4-03-y	5507,2	40,0	
CT- 4-04-y	6191,8	37,5	4,40
CT- 4-05-y	6541,9	45,2	
CT- 4-06-y	5616,9	32,0	
Média	6097,2	38,1	
Desvio Padrão	437,7	6,0	
CT- 8-01-y	8933,3	58,9	
CT- 8-02-y	8635,0	65,1	
CT- 8-03-y	8388,2	60,5	
CT- 8-04-y	10322,9	68,8	7,58
CT- 8-05-y	9493,0	63,3	
CT- 8-06-y	8921,8	62,2	
Média	9115,7	63,1	
Desvio Padrão	697,2	3,5	
CT-12-01-y	9992,7	72,6	
CT-12-02-y	9629,7	64,7	
CT-12-03-y	9692,8	67,7	
CT-12-04-y	9499,8	61,4	12,19
CT-12-05-y	8324,3	60,1	
CT-12-06-y	9744,1	58,5	
Média	9480,6	64,2	
Desvio Padrão	589,3	5,3	
CT-15-01-y	9004,6	52,7	
CT-15-02-y	8559,8	53,6	
CT-15-03-y	8542,2	49,3	
CT-15-04-y	8740,4	51,7	15,63
CT-15-05-y	8554,3	51,3	
CT-15-06-y	9155,3	52,3	
Média	8759,4	51,8	
Desvio Padrão	263,2	1,6	

4.4. ANÁLISE DE RESULTADOS

4.4.1. Generalidades

A análise estatística utilizada tem finalidade comparativa e foi conduzida com o auxílio do microcomputador Hewlett Packard 9825-T do LaMEM e dos subprogramas estatísticos desenvolvidos por Gesualdo (1985).

Assim foram traçados gráficos de dispersão entre os parâmetros envolvidos e ajustados modelos matemáticos utilizando a teoria dos mínimos quadrados.

Através da análise de regressão linear, chegou-se a um modelo matemático que pode ser expresso genericamente por:

$$Y_i = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_m X_m + e_i \quad (4.6)$$

sendo Y_i a variável dependente, (x_1, x_2, \dots, x_m) variáveis independentes, e_i é determinado "erro".

O erro representa as variações medidas e ou o efeito de outras variáveis não consideradas no modelo, sendo considerado como variável aleatória, com distribuição normal de média zero e variância σ^2 . O "erro" pode ser decomposto em duas parcelas básicas, sendo a primeira denominada "erro puro" e a segunda, falta de ajuste. O "erro puro" é a parcela aleatória do erro enquanto a falta de ajuste é uma parcela sistemática de erro devido ao fato de não se utilizar o modelo matemático correto.

No caso de experimentos com repetição, a parcela de "erro puro" pode ser explicitada, possibilitando uma avaliação do grau de ajuste do modelo proposto.

A falta de ajuste do modelo é verificada através do teste F.

4.4.2. Relação Entre o Módulo de Elasticidade E_x e a Espessura h .

Tendo em vista verificar a influência da espessura nos valores do módulo de elasticidade determinados pelos ensaios de tração, foi realizada a análise estatística dos resultados.

A figura 4.6 apresenta o gráfico de E_x vs h , obtido através do microcomputador HP-9825-T, com base nos dados de E_x e de espessuras médias da Tabela 4.2.

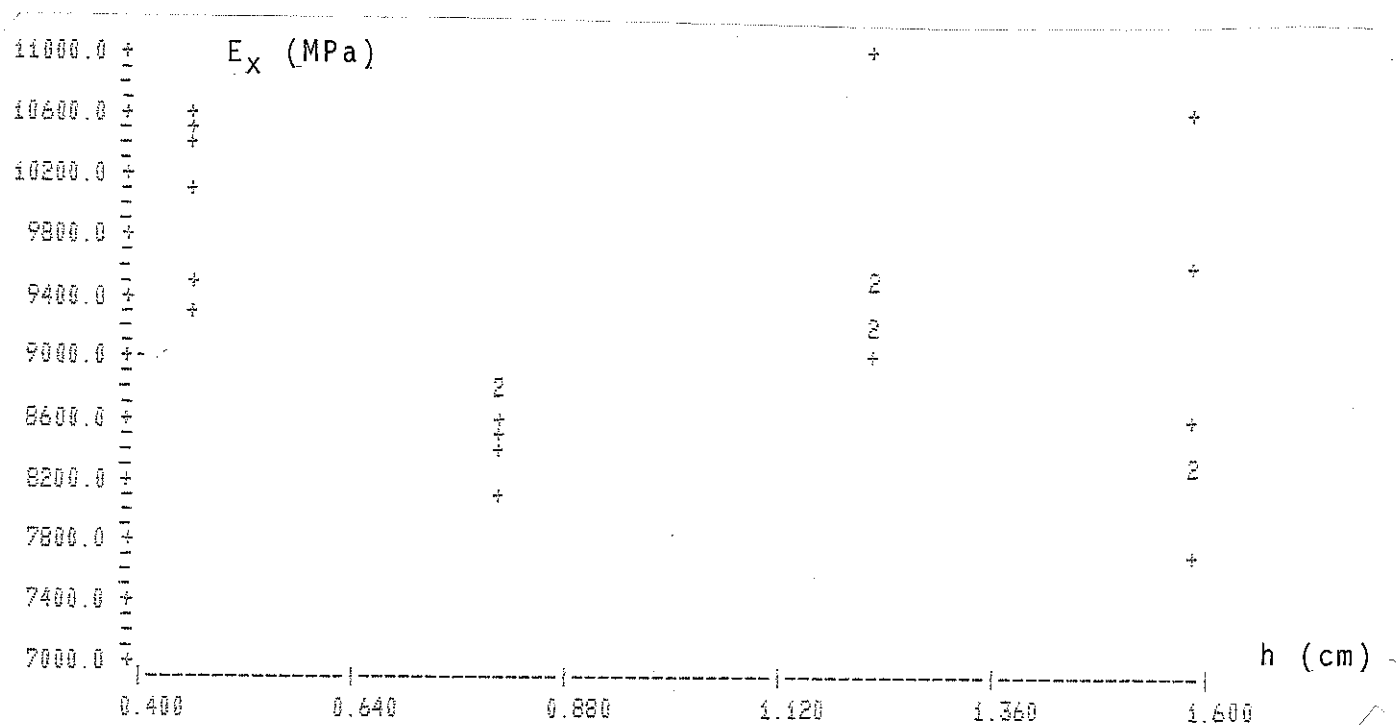


Figura 4.6. Gráfico de E_x vs h

A saída com o programa de Análise de Regressão é apresentada a seguir, com o modelo que melhor se ajustou para correlacionar E_x e h .

Na equação fornecida pela listagem x (4) corresponde a E_x , x(1) a h , x(5) a h^2 e x(6) a h^3 .

EQUACAO DA REGRESSAO =

```

=====
X( 4 ) =      20924.936  +
            + -39572.344 X( 1 )
            +  40204.942 X( 5 )
            + -12645.858 X( 6 )

```

R-QUADRADO = 45.84 %

ANALISE DE VARIANCIA

=====

FONTE DE VARIACAO	GRAUS DE LIBERDADE	SOMA DOS QUADRADOS	QUADRADO MEDIO	VALOR DE 'F'
REGRESSAO	3	8589752.339	2863250.780	5.64
RESIDUOS	20	10149159.941	507457.997	
TOTAL	23	18738912.280	814735.317	

DESVIO PADRAO DA REGRESSAO = 712.361 COM 20 GRAUS DE LIBERDADE

VARIAVEL	COEFICIENTE	D.P. DO COEF.	VALOR DE T
1	-3.9572E 04	10909.884	-3.627
5	4.0205E 04	11588.555	3.469
6	-1.2646E 04	3771.345	-3.353

O modelo matemático encontrado pode então ser expresso por:

$$E_x = 20924,936 - 39572,344h + 40204,942h^2 - 12645,858h^3 \quad (4.7.)$$

Na equação (4.7.), E_x é dado em MPa e h em cm.

O resumo da análise de regressão será apresentada daqui por diante por meio de uma tabela do tipo da Tabela 4.4. A análise de variância será mostrada em tabelas do tipo da Tabela 4.5.

TABELA 4.4. Relação Entre E_x e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da análise de regressão	Observações
Modelo Matemático	$E_x = 20924,936 - 39572,344h + 40204,942h^2 - 12645,858h^3$	E_x em MPa h em cm
Coefficiente de Correlação Linear	$R^2 = 45,84\%$	Baixo grau de correlação linear.
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 3,627 \rightarrow \alpha = 0,09\%$ $h^2 : t = 3,469 \rightarrow \alpha = 0,13\%$ $h^3 : t = 3,353 \rightarrow \alpha = 0,17\%$	As variáveis h , h^2 e h^3 estão altamente correlacionadas com E_x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendências. Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 93,05\%$ (fig.4.9.)	Ver figuras 4.7 e 4.8. Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 4.5. Relação Entre E_x vs h
Análise de Variância

Fonte	SQ	G.L.	QM	F	Observações
Regressão	8589752,339	3	2863250,78	5,64	Regressão significativa.
Residual	10149159,941	20	507457,997		$\alpha = 0,78\%$
Falta de Ajuste.	3217753,941	4	804438,485	1,86	Falta de ajuste não significativa.
Erro Puro	6931406,00	16	433212,875	-	$\alpha = 18,49\%$
Total	18738912,28	23	814735,317	-	-

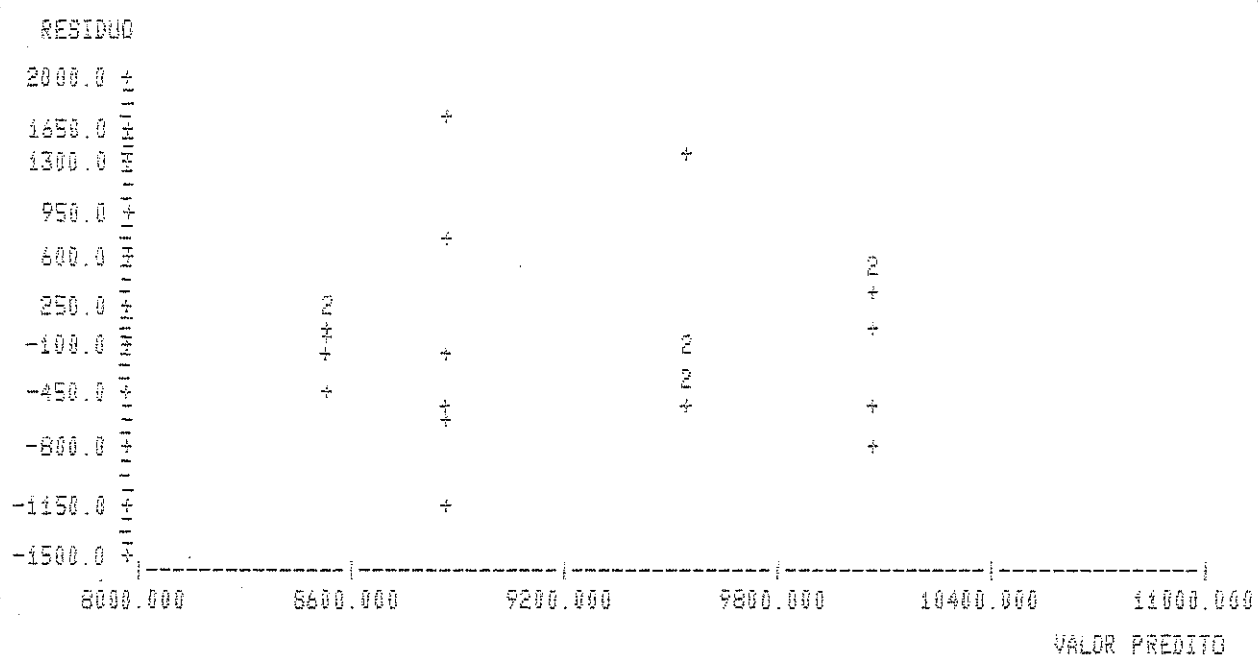


Figura 4.7. Gráfico de Resíduos vs Valores Preditos

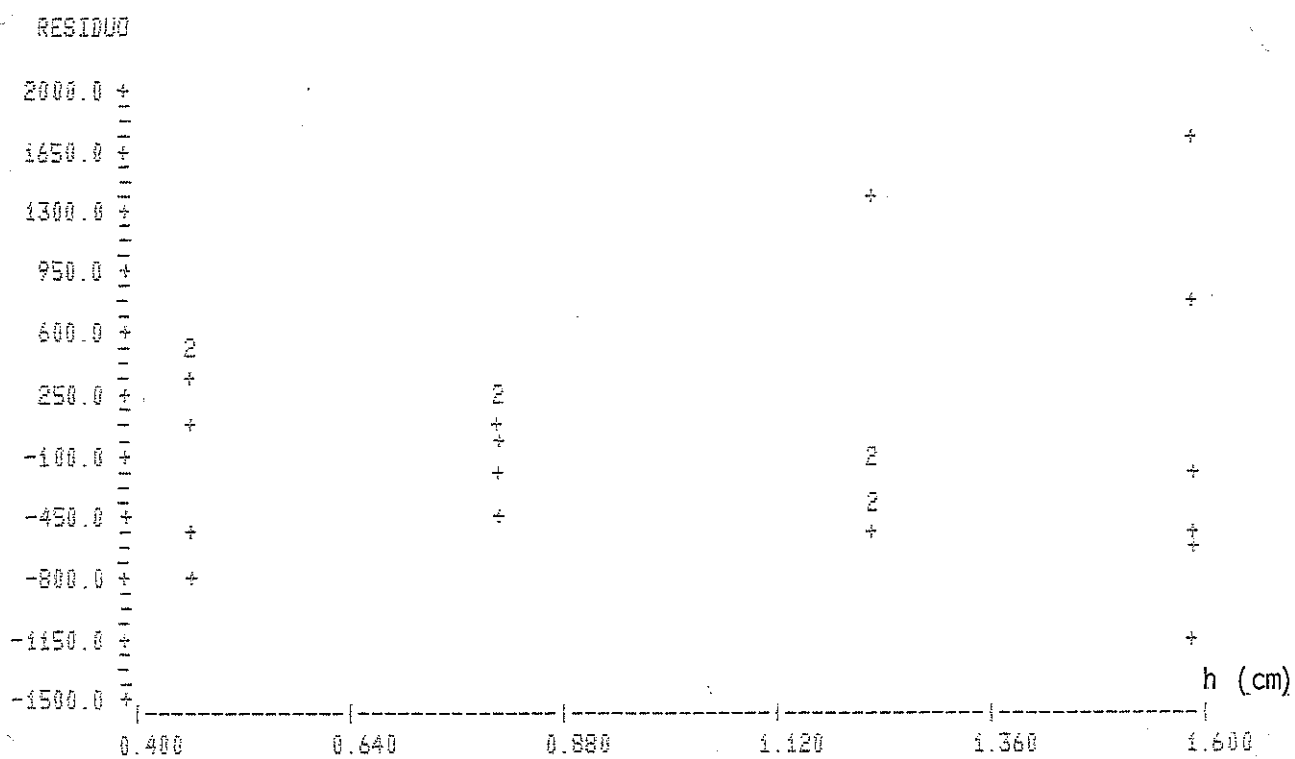


Figura 4.8. Gráfico de Resíduos vs h

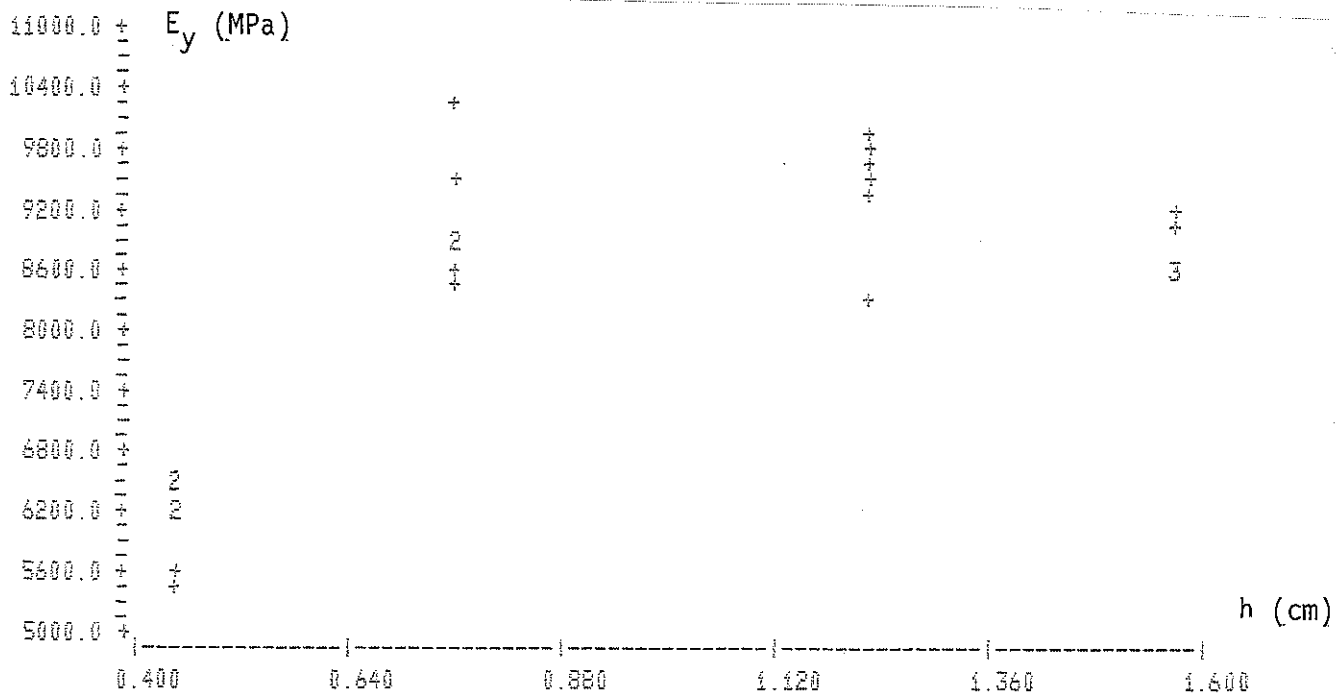


Figura 4.10. Gráfico E_y vs h

TABELA 4.6. Relação Entre E_y vs h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da análise de regressão	Observações
Modelo Matemático	$E_y = 378,625 + 16499,981h - 7181,364h^2$	E _y em MPa h em cm
Coefficiente de Correlação Linear	$R^2 = 85,09\%$	Alto Grau de Correlação Linear
Teste "t" (para cada variável)	h : t = 8,942 → α < 0,05% h ² : t = 7,888 → α < 0,05%	As variáveis h e h ² estão altamente correlacionados com E _y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos R ² = 88,86%	Hipótese de distribuição normal aceita

TABELA 4.7. Relação Entre E_y vs. h
Análise de Variância

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	F	Observações
Regressão	40936589,983	2	20468294,992	59,91	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1\%$
Residual	7174612,957	21	341648,236	-	
Falta de Ajuste	1702991,427	1	1702991,427	6,255	Falta de ajuste significativa $\alpha = 3,0\%$
Erro Puro	5471621,530	20	273581,08	-	
Total	48111202,940	23	2091791,432	-	-

4.4.4 Relação Entre f_{pt}^x e h

A influência da espessura h na resistência à tração f_{pt}^x foi pesquisada a partir dos resultados de f_{pt}^x e h apresentados na Tabela 4.2. Na Tabela 4.8 é mostrado o resumo da análise de regressão e na Tabela 4.9 a análise de variância. O comportamento de f_{pt}^x vs h é ilustrado pela Figura 4.11.

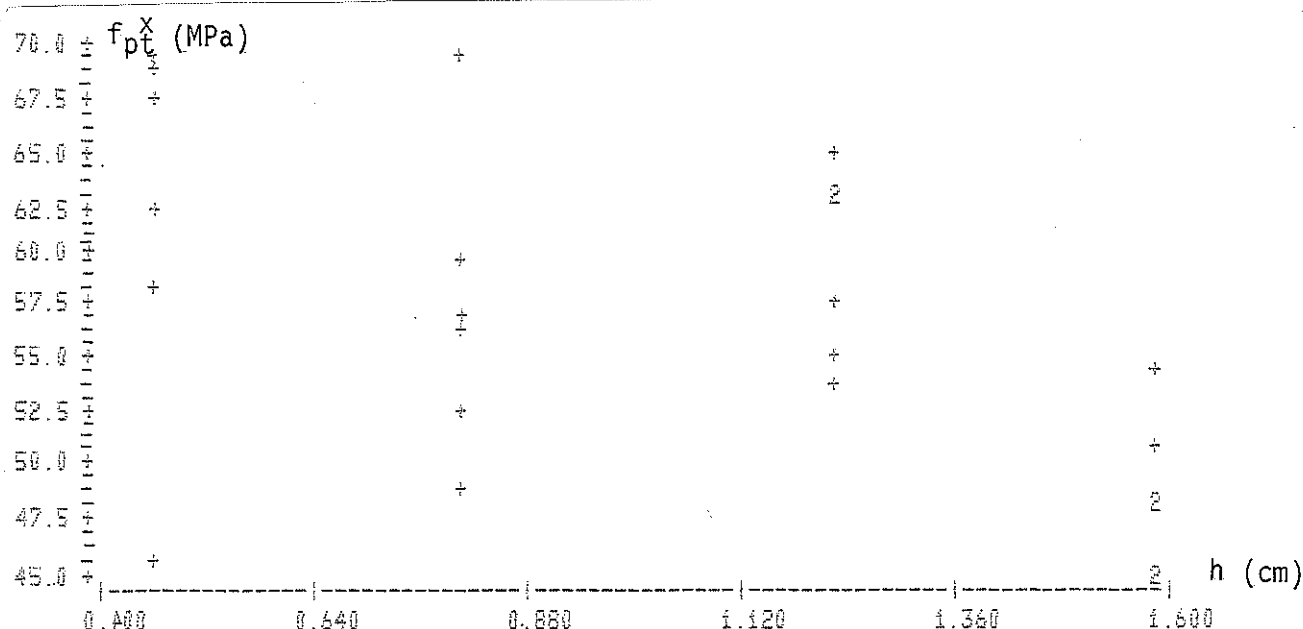


Figura 4.11. Gráfico f_{pt}^x vs h

TABELA 4.8. Relação f_{pt}^x vs h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pt}^x = 105,093 - 164,275h + 180,704h^2 - 62,786h^3$	f_{pt}^x em MPa h em cm
Coefficiente de Correlação Linear	$R^2 = 41,47 \%$	Baixo Grau de Correlação Linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 1,659 \rightarrow \alpha = 5,83 \%$ $h^2 : t = 1,718 \rightarrow \alpha = 5,09 \%$ $h^3 : t = 1,834 \rightarrow \alpha = 4,25 \%$	As variáveis h, h^2 , h^3 se correlacionam razoavelmente com f_{pt}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos- $R^2 = 96,17 \%$	- Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 4.9. Relação f_{pt}^x vs h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	604,828	3	201,609	4,82	Regressão significativa
Residual	836,357	20	41,818	-	$\alpha = 1,26 \%$
Falta de Ajuste Erro Puro	174,829	4	43,707	1,06	Falta de ajuste não significativa $\alpha > 25 \%$
Total	1441,185	23	62,660	-	-

4.4.5. Relação Entre f_{pt}^y e h

A Tabela 4.10 apresenta o resultado da análise de regressão entre a resistência à tração na direção y , f_{pt}^y , e a espessura h . A análise de variância respectiva é mostrada na Tabela 4.11. A análise foi efetuada com base nos valores de f_{pt}^y e de h dados na Tabela 4.3.

Na Figura 4.12 é mostrado o gráfico de f_{pt}^y vs h

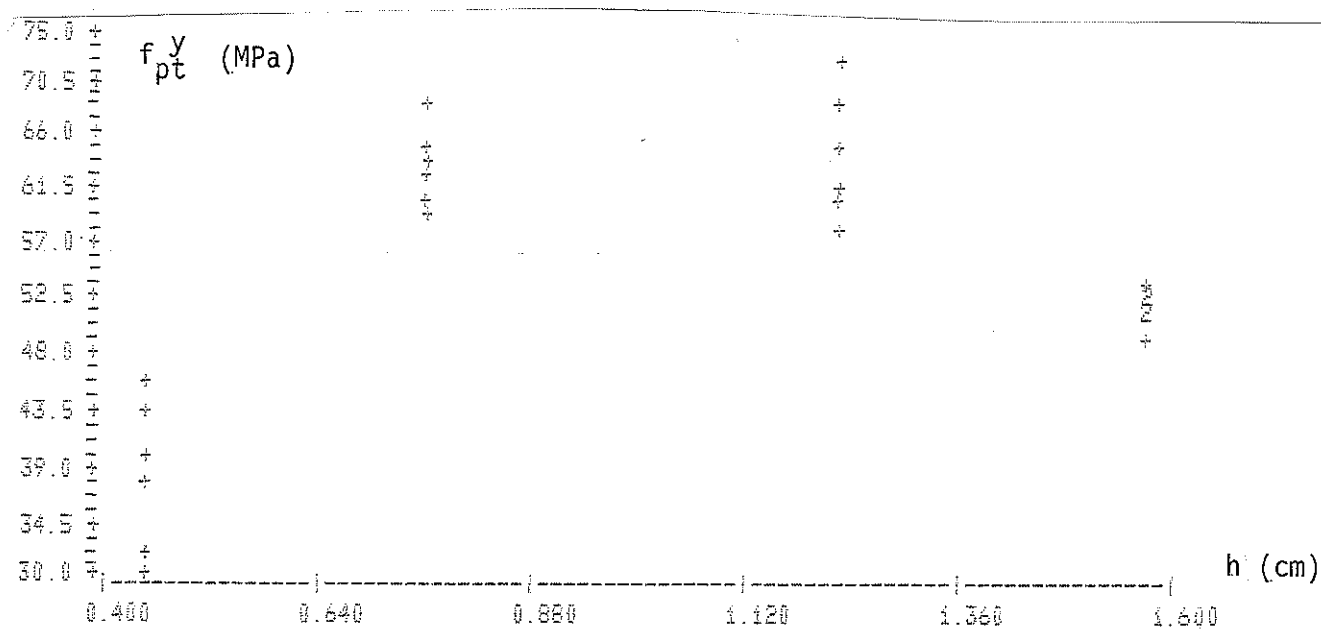


Figura 4.12 - Gráfico de f_{pt}^y vs h

TABELA 4.10. Relação Entre f_{pt}^y e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pt}^y = -14,655 + 153,642h - 71,461h^2$	f_{pt}^y em MPa h em cm
Coefficiente de Correlação Linear	$R^2 = 84,65 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável).	h : t = 10,296 $\rightarrow \alpha < 0,05 \%$ h ² : t = 9,707 $\rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h, h ² estão altamente correlacionados com f_{pt}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos- $R^2 = 96,39\%$	- Hipótese de distribuição normal aceita

TABELA 4.11 - Relação Entre f_{pt}^y e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	2587,478	2	1293,739	57,90	Regressão altamente sig cante
Residual	469,212	21	22,343	-	$\alpha < 0,1 \%$
Falta de Ajuste	76,429	1	76,429	3,89	Falta de ajuste não sig nificante
Erro Puro	392,783	20	19,639	-	$\alpha = 6,67 \%$
Total	3056,690	23	132,900	-	-

4.4.6. Relação Entre f_{pt}^x e E_x

A correlação entre a resistência à tração f_{pt}^x e o módulo de elasticidade, E_x , foi pesquisada, não sendo encontrado um modelo satisfatório para explicar o fenômeno. O resumo de análise de regressão e a análise de variância são apresentados na Tabela 4.12, e na Tabela 4.13, respectivamente.

O gráfico de f_{pt}^x e E_x é mostrado na Figura 4.13.

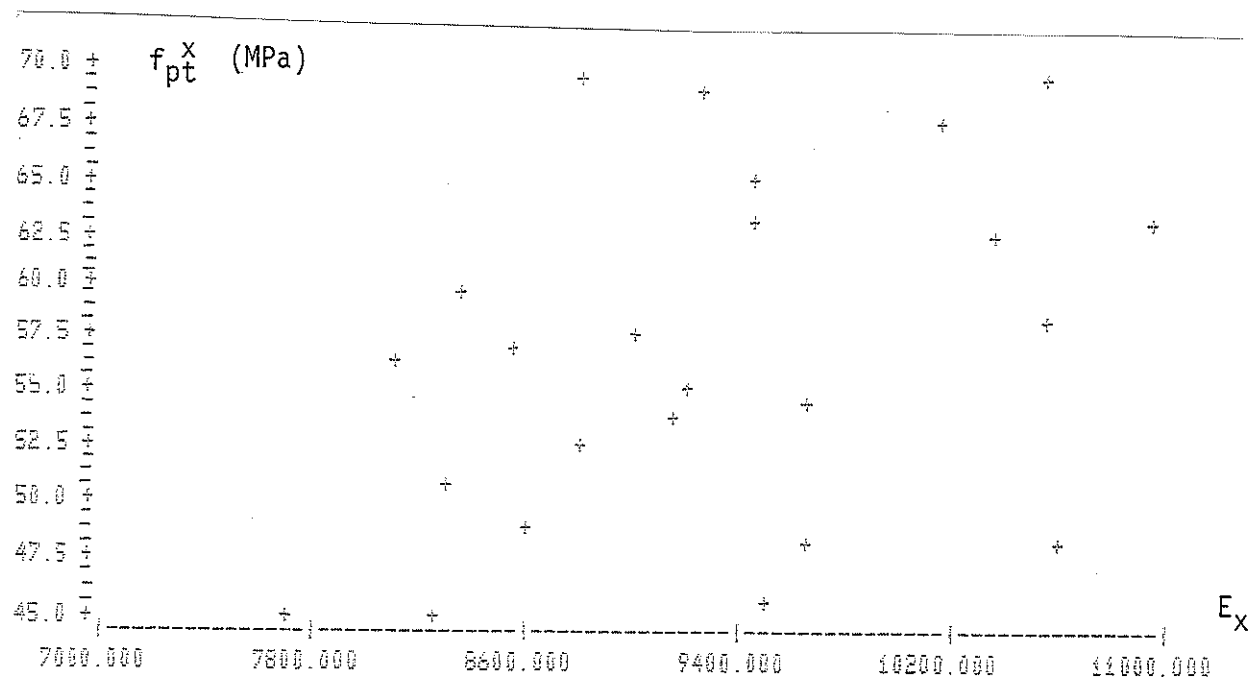


Figura 4.13 - Gráfico de f_{pt}^x vs E_x

TABELA 4.12. Relação Entre f_{pt}^x e E_x
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pt}^x = 24,120 + 3,5224 \times 10^{-3} E_x$	E_x e f_{pt}^x em MPa
Coefficiente de Correlação Linear	$R^2 = 15,90 \%$	Baixo Grau de Correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$E_x : t = 2,039 \Rightarrow \alpha = 2,75 \%$	A variável E_x está bem correlacionada com f_{pt}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos- $R^2 = 98,96 \%$	- A hipótese de distribuição normal é aceita

TABELA 4.13. Relação Entre f_{pt}^x e E_x
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	229,089	1	229,089	4,16	Regressão significativa
Residual	1212,096	22	55,095	-	$\alpha = 4,78\%$
Falta de Ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	-	23	-	-	-

4.4.7 - Relação Entre f_{pt}^y e E_y

Na Tabela 4.14 é apresentado o resumo da análise de regressão entre f_{pt}^y e E_y e na Tabela 4.15 a análise de variância.

A figura 4.14 mostra o gráfico de f_{pt}^y vs E_y .

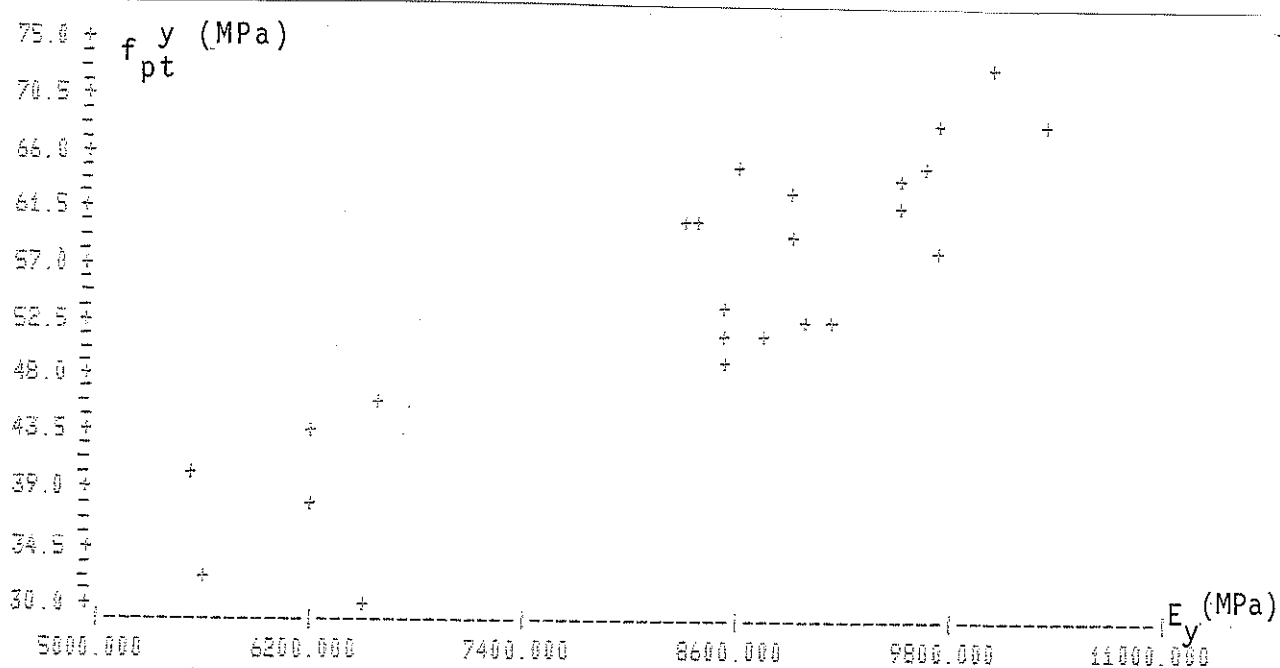


Figura 4.14.-Gráfico de f_{pt}^y vs E_y

TABELA 4.14 - Relação Entre f_{pt}^y e E_y
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pt}^y = -4,950 + 7,0851 \times 10^{-3} E_y$	f_{pt}^y e E_y em MPa
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 79,01 \%$	Excelente grau de correlação linear.
Teste "t" (para cada variável)	$E_y: t = 9,100 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	A variável E_y está altamente correlacionada com f_{pt}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 97,25 \%$	- A hipótese de distribuição normal é aceita.

TABELA 4.15. Relação Entre f_{pt}^y e E_y
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	2415,105	1	2415,105	82,81	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1 \%$
Residual	641,585	22	29,163	-	
Falta de ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	3056,59	23	132,900	-	-

4.5- HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL NO CÁLCULO DE E e f_{pt}

A seção transversal de uma peça de compensado pode ser considerada como sendo composta por dois tipos de materiais intercalados, tendo diferentes valores de módulos de elasticidade. O primeiro tipo é representado pelas lâminas com fibras normais ao plano da seção e módulo de elasticidade E_L . O segundo tipo de material é representado pelas lâminas com fibras paralelas ao plano da seção e com módulo de elasticidade E_T .

Assim, para efeito de cálculo, de acordo com a Resistência dos Materiais, a seção transversal pode ser homogeneizada para uma seção de um único material. A transformação é feita com base na relação dos módulos de elasticidade $\frac{E_L}{E_T}$. A seção transversal mostrada na figura 4.15a é transformada na seção homogênea da figura 4.15b, com módulo de elasticidade E_L .

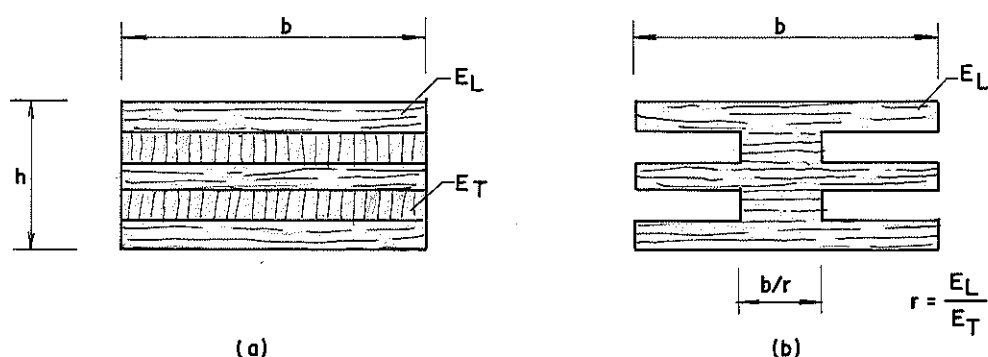


Figura 4.15 - Seção Transversal Real e Seção Transversal Homogeneizada

Admitindo-se um compensado composto de n lâminas de mesma espessura e homogeneizando-se para esforço na direção X , tem-se a seção transformada dada por:

$$A_h = \left(n_x b + n_y \cdot \frac{b}{r} \right) \cdot \frac{h}{n}, \text{ onde } r = \frac{E_L}{E_T} \text{ e } n = n_x + n_y$$

$$A_h = \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right) \cdot \frac{bh}{n}, \text{ mas } A = bh$$

$$A_{xh} = \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right) \cdot \frac{A}{n} \quad (4.8)$$

sendo n_x o número de lâminas com fibras paralelas à direção das fibras da lâmina de face x , n_y o número de lâminas com fibras na direção perpendicular à direção das fibras da lâmina de face y e A_h é a área de seção homogeneizada para E_L , substituindo-se A por A_h na equação (4.3) tem-se E_h . Assim:

$$E_h = \frac{\ell}{b \cdot A_h}, \quad (4.9)$$

$$\text{mas } A_{xh} = \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right) \cdot \frac{A}{n}$$

$$\text{então } E_{xh} = \frac{\ell}{b \cdot A} \cdot \frac{l}{\frac{1}{n} \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right)} \quad (4.10)$$

$$\text{ou } E_{xh} = E_x \cdot \frac{l}{\frac{1}{n} \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right)}$$

Analogamente para o esforço axial na direção y , tem-se:

$$A_{yh} = \left(\frac{n_x}{r} + n_y \right) \frac{A}{n} \quad (4.11)$$

$$E_{yh} = E_y \cdot \frac{l}{\frac{1}{n} \left(\frac{n_x}{r} + n_y \right)} \quad (4.12)$$

Para a resistência à tração na direção x ,

$$f_{pth}^x = \frac{N_u}{A_h} \quad (4.13)$$

$$f_{pth}^x = \frac{N_u}{\frac{A}{n} \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right)} \quad (4.14)$$

$$f_{pth}^x = f_{pt}^x \cdot \frac{l}{\frac{1}{n} \left(n_x + \frac{n_y}{r} \right)}$$

Analogamente,

$$f_{pth}^y = f_{pt}^y \cdot \frac{l}{\frac{1}{n} \left(\frac{n_x}{r} + n_y \right)} \quad (4.15)$$

Na Tabela 4.16 são apresentados os valores do módulo de elasticidade e da resistência à tração calculados considerando-se a seção homogeneizada com $r = 39,5$. Estes valores foram determinados a partir dos resultados dos mesmos ensaios e dos mesmos corpos de prova relacionados na Tabela 4.2. A relação entre E_L e E_T igual a 39,5 foi adotada com base nos ensaios à compressão axial de 10 corpos de prova com eixo na direção longitudinal e de 10 corpos com eixo na direção tangencial, de madeira maciça da espécie Pinho do Paraná como consta no apêndice A.

Uma outra maneira de se determinar os parâmetros elásticos e de resistência do compensado, bastante citada na literatura especializada despreza a contribuição das lâminas cujas fibras têm direção transversal ao esforço aplicado, considerando-se apenas as lâminas com fibras paralelas à direção do esforço aplicado. Os valores do módulo de elasticidade E e da resistência à tração f_{pt} para os corpos de prova da Tabela 4.2, foram também determinados de acordo com este procedimento e são apresentados na Tabela 4.16. De acordo com este procedimento, a área da seção transversal para esforço axial na direção x e o módulo de elasticidade são dados por:

$$A_p = b \cdot \frac{h}{n} \cdot n_x$$

$$A_p = A \cdot \frac{n_x}{n}$$

$$E_{xp} = E_x \cdot \frac{n}{n_x} \quad (4.16)$$

De modo análogo, para tração na direção y ,

$$A_p = A \cdot \frac{n_y}{n}$$

$$E_{yp} = E_y \cdot \frac{n}{n_y} \quad (4.17)$$

As resistências à tração na direção x e y são dadas respectivamente por:

$$f_{ptp}^x = \frac{N_{ux}}{A_p} \quad (4.18)$$

$$f_{ptp}^y = \frac{N_{uy}}{A_p} \quad (4.19)$$

ou

$$f_{ptp}^y = \frac{N_{ux}}{A} \cdot \frac{n}{n_x} \quad (4.20)$$

$$f_{ptp}^y = \frac{N_{uy}}{A} \cdot \frac{n}{n_y} \quad (4.21)$$

Na Tabela 4.17 são apresentados os valores de E_{yh} , f_{pth}^y , E_{yp} e f_{ptp}^y determinados para os corpos de prova de Tabela 4.3.

Tabela 4.16. - Valores de E_{xh} , f_{pth}^x , E_{xp} e f_{ptp}^x .

Nº do C.P.	E_{xh} (MPa)	f_{pth}^x (MPa)	E_{xp} (MPa)	f_{ptp}^x (MPa)
CT- 4-01	16628,8	110,1	16909,5	112,0
CT- 4-02	17295,1	113,7	17587,0	115,7
CT- 4-03	15192,7	112,8	15449,2	114,7
CT- 4-04	16991,1	102,3	17277,8	104,0
CT- 4-05	15585,1	74,7	15848,2	76,0
CT- 4-06	16968,1	94,9	17254,5	96,5
Média	16376,8	101,4	16721,0	103,2
Desvio Padrão	851,0	14,9	867,1	15,2
CT- 8-01	15162,8	86,10	15469,9	87,8
CT- 8-02	15043,4	100,56	15348,1	102,6
CT- 8-03	15485,7	93,0	15777,3	94,9
CT- 8-04	14307,7	99,2	14597,5	101,2
CT- 8-05	15511,9	122,4	15826,1	124,9
CT- 8-06	14743,1	104,3	15041,7	106,4
Média	15042,4	100,9	15343,4	103,0
Desvio Padrão	460,6	12,3	465,8	12,6
CT-12-01	19933,8	114,7	20366,4	117,2
CT-12-02	16663,4	97,8	17025,0	99,9
CT-12-03	17187,8	118,5	17560,8	121,1
CT-12-04	17189,1	114,9	17562,1	117,4
CT-12-05	16357,3	104,3	16712,2	106,6
CT-12-06	16701,6	99,8	17064,0	102,0
Média	17338,8	108,3	17715,1	110,7
Desvio Padrão	1311,9	8,8	1340,3	9,0
CT-15-01	17807,8	100,7	18208,5	102,9
CT-15-02	15262,0	83,7	15606,0	85,6
CT-15-03	14185,4	83,5	14504,6	85,4
CT-15-04	15298,9	93,1	15643,2	95,2
CT-15-05	19545,5	89,4	19985,4	91,4
CT-15-06	15936,3	88,5	16294,9	90,5
Média	16339,3	89,8	16707,1	91,8
Desvio Padrão	1973,9	6,5	2018,3	6,6

TABELA 4.17 - Valores de E_{yh} , f_{pth}^y , E_{yp} e f_{ptp}^y

Nº C.P.	E_{yh} (MPa)	f_{pth}^y (MPa)	E_{yp} (MPa)	f_{ptp}^y (MPa)
CTy- 4-01	15627,8	73,2	16221,2	76,0
CTy- 4-02	15021,6	104,8	15592,0	108,8
CTy- 4-03	13264,3	96,3	13768,0	100,0
CTy- 4-04	14913,2	90,3	15479,5	93,8
CTy- 4-05	15756,4	108,9	16354,8	113,0
CTy- 4-06	13528,5	77,1	14042,3	80,0
Média	14625,3	91,8	15243,0	95,3
Desvio Padrão	998,7	14,5	1094,4	15,0
CTy- 8-01	19483,4	128,5	20099,9	132,5
CTy- 8-02	18832,8	142,0	19428,8	146,5
CTy- 8-03	18294,5	131,9	18873,5	136,1
CTy- 8-04	22514,1	150,1	23226,5	154,8
CTy- 8-05	20704,1	138,1	21359,3	142,4
CTy- 8-06	19458,3	135,7	20074,1	140,0
Média	19881,2	137,7	20510,4	142,1
Desvio Padrão	1520,7	7,7	1568,8	7,9
CTy-12-01	21029,7	152,8	21650,9	157,3
CTy-12-02	20265,8	136,2	20864,4	140,2
CTy-12-03	20398,6	142,5	21001,1	146,7
CTy-12-04	19992,4	129,2	20582,9	133,0
CTy-12-05	17518,6	126,5	18036,0	130,2
CTy-12-06	20506,5	123,1	21112,0	126,8
Média	19951,9	135,1	20541,2	139,0
Desvio Padrão	1240,2	11,2	1276,8	11,5
CTy-15-01	18604,9	108,9	19134,8	112,0
CTy-15-02	17685,9	110,7	18189,6	113,9
CTy-15-03	17649,5	101,9	18152,2	104,8
CTy-15-04	18059,0	106,8	18573,4	109,9
CTy-15-05	17674,5	106,0	18177,9	109,0
CTy-15-06	18916,3	108,1	19455,0	111,1
Média	18098,4	107,1	18613,8	110,1
Desvio Padrão	543,8	3,0	559,2	3,1

4.6. COMPARAÇÃO ENTRE E_x , E_y e h

A idéia da equivalência entre os parâmetros elásticos nas duas direções principais do compensado, à medida que é aumentada a espessura, levou a uma análise estatística de blocos e tratamentos.

Nesta análise cada espessura ensaiada representa um bloco e cada módulo de elasticidade (E_x ou E_y) um tratamento.

Através de análise de regressão é testado o efeito dos blocos e dos tratamentos.

O modelo matemático admitido supõe que uma observação y_{ti} pode ser representado pela soma de uma média geral μ_i , um efeito de bloco β_i , um efeito de tratamento δ_t e um erro ϵ_{ti} , ou seja:

$$y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \varepsilon_{ti} \quad (4.22.)$$

A importância ou não do efeito de blocos (variação de espessura) é verificada aplicando-se o teste F sobre a hipótese: $\beta=0$

O efeito do tratamento (E_x ou E_y) é analisado de maneira análoga testando-se a hipótese: $\delta_t = 0$.

A análise de blocos e tratamentos foi realizada com o auxílio do microcomputador HP-9825-T e do programa de análise de regressão.

O valor real do módulo de elasticidade (E_x ou E_y) é considerado como variável dependente. Cada espessura nominal é tomada como sendo uma variável binária ("dummy variable").

O módulo de elasticidade E_x ou E_y é considerado de forma semelhante à espessura com a utilização de uma variável binária. A princípio faz-se a regressão linear entre a variável dependente E e as variáveis binárias relativas à espessura e ao módulo de elasticidade obtendo-se modelo completo. Para se conhecer o efeito de uma ou mais variáveis (blocos ou tratamentos) procede-se a uma nova regressão linear excluindo-se as variáveis em questão, obtendo-se o modelo reduzido.

Fazendo-se a diferença entre a soma de quadrados devidos à regressão no modelo completo e a soma de quadrados devidos à regressão no modelo reduzido tem-se a soma de quadrados devidos à regressão para as variáveis que estão sendo analisadas.

O valor de F para o teste de hipóteses pode então ser calculado por:

$$F = \frac{SQ}{K \times QM_c}$$

onde SQ é a soma de quadrados devidos às variáveis em questão, QM_c é o quadrado médio residual no modelo completo e K número de variáveis em questão.

Em seguida é feita a verificação na Tabela de F para se determinar o nível de significância (α) de F, com K graus de liberdade e n_r graus de liberdade dos resíduos no modelo completo. Encontrando-se valores de α elevados, a hipótese nula é aceita e consequentemente as variáveis em questão tem pequena significância podendo ser excluídas do modelo. Adota-se como limite $\alpha = 5\%$, acima deste valor aceita-se a hipótese nula.

O resumo da análise de variância para o estudo do efeito

da variação E_x , E_y e h é apresentado na Tabela 4.18. Os valores utilizados na análise são aqueles contidos nas Tabelas 4.2 e 4.3.

A análise de blocos e tratamentos é efetuada novamente excluindo-se, agora, os resultados correspondentes ao bloco de espessura 4mm. Na Tabela 4.19 é apresentada a análise de variância.

Na continuação da análise, mostrada na Tabela 4.20, excluiu-se o bloco referente à espessura de 8mm.

TABELA 4.18. Comparação Entre (E_x , E_y) e h (4, 8, 12, 15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta + \delta_t + \epsilon_{ti}$

β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	12337980	3	4112660	3,20	A hipótese nula, $\beta_i = 0$ é rejeitada ao nível $\alpha = 3,99 \%$
TRATAMENTOS	9798587	1	9798587	7,62	A hipótese nula $\delta_t = 0$ é rejeitada ao nível $\alpha = 0,94 \%$
RESÍDUOS	53976517	42	1285155	-	

TABELA 4.19. Comparação Entre (E_x , E_y) e h (8, 12, 15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$					
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos					
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$					
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	3901603	2	1950801	4,45	A hipótese nula, $\beta_i = 0$ é rejeitada ao nível $\alpha = 1,47 \%$
TRATAMENTOS	198664	1	198664	0,45	A hipótese nula $\delta_t = 0$ é aceita ao nível $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	14043124	32	438847	-	-

TABELA 4.20. Comparação Entre (E_x , E_y) e h (12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$

β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	3003692	1	3003692	6,07	A hipótese nula, $\beta_i = 0$ é rejeitada ao nível $\alpha = 2,71 \%$
TRATAMENTOS	31025	1	31025	0,06	A hipótese nula $\delta_t = 0$ é aceita ao nível $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	10396399	21	495066	-	-

4.7. COMPARAÇÃO ENTRE f_{pt}^x , f_{pt}^y e h

A análise de blocos e tratamentos efetuada de maneira análoga àquela realizada no item 4.6 possibilitou a comparação das resistências à tração f_{pt}^x e f_{pt}^y com a variação da espessura h. Cada espessura é considerada como um bloco e as resistências f_{pt}^x ou f_{pt}^y como tratamentos.

Na Tabela 4.21 é mostrado o resumo da análise de variância, considerando as espessuras 4, 8, 12, 15 mm.

Os valores de tensão utilizados na análise estão relacionados nas Tabelas 4.2 e 4.3.

TABELA 4.21. Comparação Entre f_{pt}^x , f_{pt}^y e h (4,8,12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{tj} = \mu + \beta_j + \delta_t + \epsilon_{tj}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	1449,161	3	483,054	6,81	A hipótese $\beta_j = 0$ é rejeitada ao nível $\alpha < 0,1 \%$
TRATAMENTOS	76,255	1	76,255	1,08	A hipótese $\delta_t = 0$ é aceita ao nível $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	3048,714	43	70,900	-	-

4.8. COMPARAÇÃO ENTRE E_x e E_y EM CADA ESPESSURA

Com a finalidade de comparar-se as médias dos resultados E_x e E_y em cada espessura, foram realizados dois testes estatísticos admitindo-se os dados das duas amostras (E_x e E_y) não emparelhados.

No primeiro teste supõe-se que os desvios padrão das duas populações sejam iguais, mas de valores desconhecidos.

Assim, calcula-se o valor s_p através de :

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (4.23.)$$

onde s_1^2 e s_2^2 são as variâncias das duas amostras, n_1 e n_2 o respectivo tamanho de cada amostra. O teste é feito calculando-se:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (4.24.)$$

sendo \bar{x}_1 e \bar{x}_2 , as médias das amostras 1 e 2, respectivamente. O valor calculado de t com $(n_1 + n_2 - 2)$ graus de liberdade é comparado com o valor t da Tabela da distribuição de Student ao nível $\alpha = 5\%$. A aceitação da hipótese nula significa não haver evidências contrárias à igualdade das médias ao nível de significância α .

O resultado desta comparação é mostrado na Tabela 4.22.

Para o segundo teste admite-se que os desvios-padrão sejam diferentes e desconhecidos. O valor de t é dado por:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (4.25.)$$

onde, n_1 e n_2 representam tamanho das amostras 1 e 2 respectivamente, \bar{x}_1 e \bar{x}_2 são as médias das amostras 1 e 2, s_1^2 e s_2^2 são as respectivas variâncias.

O número de graus de liberdade v é calculado com base na seguinte expressão aproximada:

$$v = \frac{[(s_1^2/n_1) + (s_2^2/n_2)]^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{(n_1 - 1)} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{(n_2 - 1)}} \quad (4.26)$$

O teste da hipótese nula é feito comparando-se o valor de t calculado pela Eq. 4.25 com v graus de liberdade com o valor t_{α} tabelado t da distribuição de Student ao nível de 5%. Na Tabela 4.23 é apresentado o resultado desta comparação.

TABELA 4.22. Comparação Entre E_x e E_y - Tração
Comparação de Médias
Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	10032,6	6097,2	10	14,170	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	8526,2	9115,7	10	1,940	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 4,23 \%$
12	9538,9	9480,6	10	0,153	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$
15	8844,9	8759,4	10	0,190	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

TABELA 4.23. Comparação Entre E_x e E_y - Tração
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	10032,6	6097,2	10	14,170	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	8526,2	9115,7	6	1,940	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 5 \%$
12	9538,9	9480,6	10	0,153	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$
15	8844,9	8759,4	6	0,190	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

4.9. COMPARAÇÃO ENTRE f_{pt}^x e f_{pt}^y EM CADA ESPESSURA

A comparação de médias considerando-se dados não emparelhados com variâncias desconhecidas mas supostas iguais entre si, é apresentada na Tabela 4.24.

Na Tabela 4.25 é mostrada a comparação de médias f_{pt}^x e f_{pt}^y , considerando-se dados não emparelhados com variâncias diferentes e de valores desconhecidos.

TABELA 4.24. Comparação Entre f_{pt}^x e f_{pt}^y - Tração
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	f_{pt}^x (MPa)	f_{pt}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	61,8	38,1	10	5,345	A hipótese nula é rejeitada ao nível $\alpha < 0,05 \%$
8	57,2	63,1	10	1,858	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 4,72 \%$
12	59,6	64,1	10	1,559	Hipótese nula aceita $\alpha = 7,87 \%$
15	48,6	51,8	10	2,07	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 3,45 \%$

TABELA 4.25. Comparação Entre f_{pt}^x e f_{pt}^y - Tração
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h	f_{pt}^x (MPa)	f_{pt}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	61,8	38,1	9	5,345	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	57,2	63,1	7	1,858	Hipótese nula aceita $\alpha = 5,39 \%$
12	59,6	64,1	10	1,559	Hipótese nula aceita $\alpha = 7,87 \%$
15	48,6	51,8	7	2,07	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 4,07 \%$

4.10. CONCLUSÕES

A análise de regressão entre o módulo de elasticidade E_x ou E_y obtido nos ensaios de tração e a espessura h evidencia a alta correlação dos dois parâmetros. O mesmo ocorre em relação às resistências à tração f_{pt}^x ou f_{pt}^y e a espessura. Analogamente às análises realizadas entre os parâmetros E_x e E_y foram efetuadas análises de regressão linear entre E_x (ou E_y) e a relação entre número de lâminas na direção x (ou y) para o número total de lâminas, $\frac{n_x}{n}$ (ou $\frac{n_y}{n}$), chegando-se a altos índices de correlação. Estas análises não são apresentadas no texto. Estas observações também são válidas para as correlações entre f_{pt}^x (ou f_{pt}^y) e $\frac{n_x}{n}$ (ou $\frac{n_y}{n}$).

O modelo encontrado para explicar a variação entre f_{pt}^x e E_x não é satisfatório, porém há evidências de que os dois parâmetros estejam correlacionados. No caso de f_{pt}^y e E_y o modelo encontrado é satisfatório e a correlação é altamente significativa.

A análise através de blocos e tratamentos mostra a equivalência estatística entre E_x e E_y para compensados de espessuras maiores ou iguais a 8 mm, compostos de n lâminas de mesma espessura.

A equivalência entre f_{pt}^x e f_{pt}^y também é sugerida pela análise de blocos e tratamentos.

A comparação entre médias de E_x e E_y em cada nível de espessura, admitindo-se dados não emparelhados confirma a equivalência para espessuras acima de 8 mm.

A comparação de médias de f_{pt}^x e f_{pt}^y em cada nível de espessura, apresenta equivalência estatística apenas para os compensados de espessuras nominais 8 mm e 12 mm.

5. ENSAIOS DE COMPRESSÃO

5.1. MATERIAL

A determinação do módulo de elasticidade e da resistência média através do ensaio de compressão foi realizada em 6 (seis) corpos de prova com eixo longitudinal na direção x e 6 (seis) corpos de prova na direção y, para cada espessura de compensado.

Os corpos de prova foram obtidos colocando-se n peças tendo dimensões de $(hx50x200)$ mm³, utilizando-se adesivo à base de PVA, para conseguir corpos de prova de seção transversal de dimensões $(50x50)$ mm² e comprimento de 200 mm.

Na Tabela 5.1. é apresentado o número de peças n necessário para a composição de um corpo de prova em função da espessura nominal.

Este corpo de prova tem dimensões equivalentes às do corpo de prova para compressão paralela às fibras em madeira maciça do Método D-143 da ASTM, tendo sido utilizado e sugerido por LEE e BILIS (1980). A utilização do referido modelo elimina a necessidade de dispositivos especiais para obter estabilidade lateral do corpo de prova e para evitar os problemas decorrentes do uso do corpo de prova do Método D-3501-76 da ASTM, constatados pelos autores mencionados.

TABELA 5.1. Número de Peças de $(hx50x200)$ mm³
Necessário por Corpo de Prova

<u>h (mm)</u>	<u>n</u>
4	10
8	6
12	4
15	3
12A	4

A figura 5.1 mostra o corpo de prova utilizado com suas dimensões.

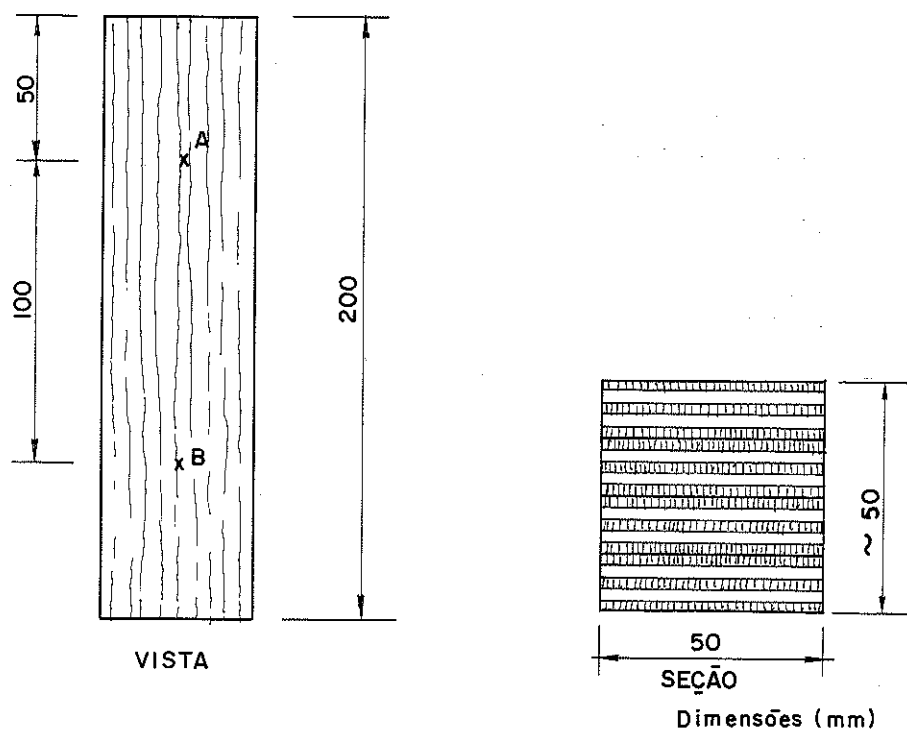


Figura 5.1. Corpo de Prova de Compressão.

As medidas de encurtamento foram efetuadas sobre o trecho central AB indicado na Figura 5.1. através de dois relógios comparadores Mitutoyo de 1 mm de curso e precisão de 0,001 mm, colocados um em cada face paralela ao plano das lâminas, figura 5.2.

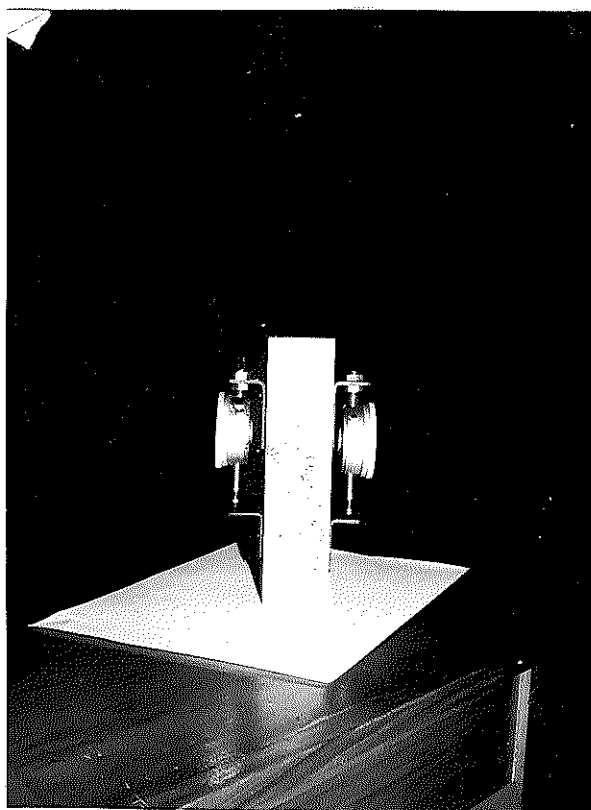


Figura 5.2. Corpo de Prova de Compressão com os Relógios Comparadores Acoplados.

5.2. METODOLOGIA

Os corpos de prova foram comprimidos axialmente por meio da máquina universal de ensaios AMSLER. Após a colocação do corpo de prova na máquina de ensaios, era aplicada inicialmente uma carga de acomodação da ordem de 20% da carga estimada de ruptura e em seguida o sistema era descarregado. A seguir, era iniciado o ensaio propriamente dito efetuando-se as leituras de encurtamento, nos relógios comparadores, em intervalos regulares de carga, conforme Tabela 5.2, para cada corpo de prova. A carga de compressão era aplicada gradualmente com velocidade constante de deslocamento do travessão móvel, até atingir-se a carga limite indicada na Tabela 5.2, quando então a mesma era removida. Na continuação, a operação anterior era repetida e ao atingir-se a carga limite de Tabela 5.2, os relógios eram removidos e a carga acrescida até a ruptura do corpo de prova.

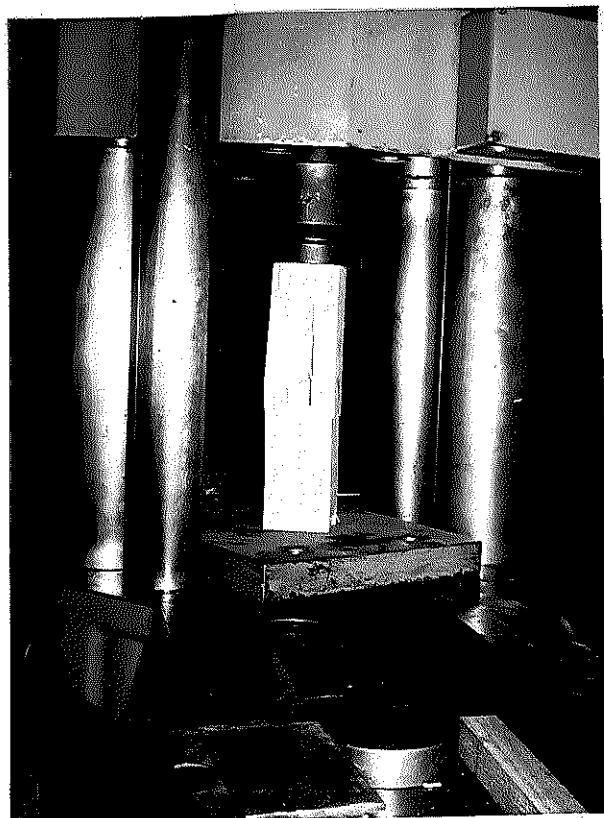
TABELA 5.2. Intervalos de Carga e Carga Limite

h(mm)	Direção do Eixo Long. do Corpo de Prova	Intervalo de Carga (KN)	Carga Limite (KN)
4	x	2,0	34,0
4	y	2,0	30,0
8	x	2,0	34,0
8	y	2,0	30,0
12	x	2,0	36,0
12	y	2,0	32,0
15	x	2,0	36,0
15	y	2,0	34,0
12A	x	2,0	28,0
12A	y	2,0	26,0

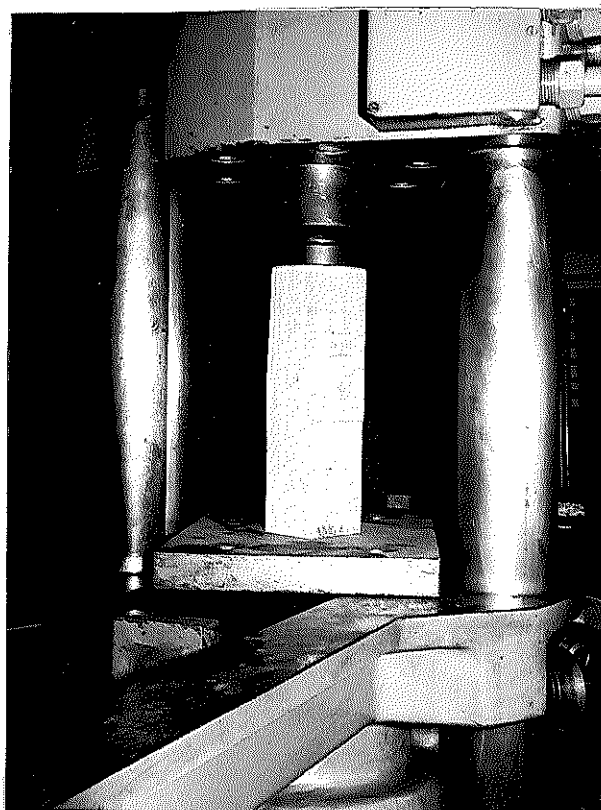
A velocidade de deslocamento do travessão móvel da máquina foi mantida constante com valor aproximado de 0,9 mm por minuto.

Na parte superior, na ligação entre o corpo de prova e a máquina, foi utilizada uma conexão articulada para precaver-se contra os desvios na direção de aplicação da carga, como pode ser observado na Figura 5.3.

Os principais tipos de ruptura ocorridos nos ensaios de compressão são ilustrados pelas Figuras 5.4 e 5.5. Na figura 5.4 são apresentados corpos de prova com eixo longitudinal na direção x e na figura 5.5, corpos de prova com eixo longitudinal na direção y.



(a)



(b)

Figura 5.3. Montagem do Ensaio de Compressão e Ruptura dos Corpos de Prova.

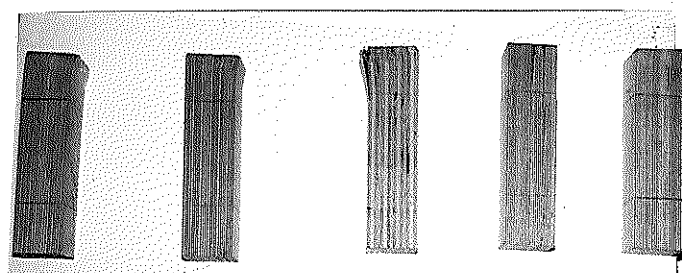


Figura 5.4. Ruptura à Compressão - Corpos de Prova com Eixo Longitudinal na Direção x.

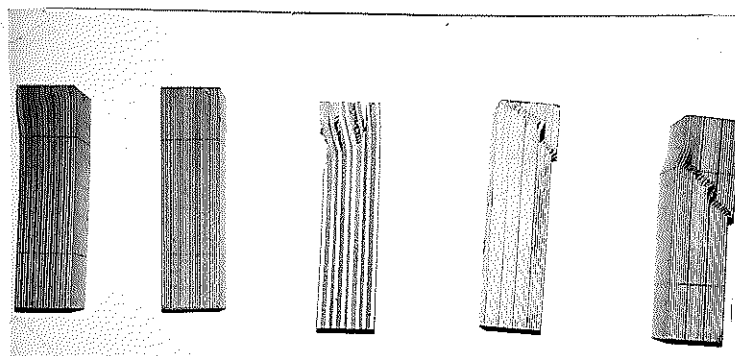


Figura 5.5. Ruptura à Compressão - Corpos de Prova com Eixo Longitudinal na Direção y.

5.3. RESULTADOS

Para cada corpo de prova foram obtidas 2 (duas) séries de leituras, em cada face, totalizando 4 (quatro) séries de leituras de encurtamento a partir das quais foi calculada uma série de leituras médias. Por meio de regressão linear simples entre os valores obtidos para leitura média de encurtamento e para os valores correspondentes da força normal aplicada, chegou-se à equação da reta correlacionando Δl e N . Os três primeiros pares $(N, \Delta l)$ não foram considerados na análise de regressão de cada corpo de prova. A reta encontrada pode ser expressa por:

$$\Delta l = a + bN \quad (5.1.)$$

na qual N é a força normal aplicada e Δl o encurtamento do trecho base de medida, de 100mm.

O módulo de elasticidade é calculado a partir do coeficiente angular b da reta de regressão. O comportamento entre N e Δl , em todos os casos se mostrou fortemente linear. Na figura 5.6 é apresentado o gráfico típico para o ensaio de um corpo de prova à compressão.

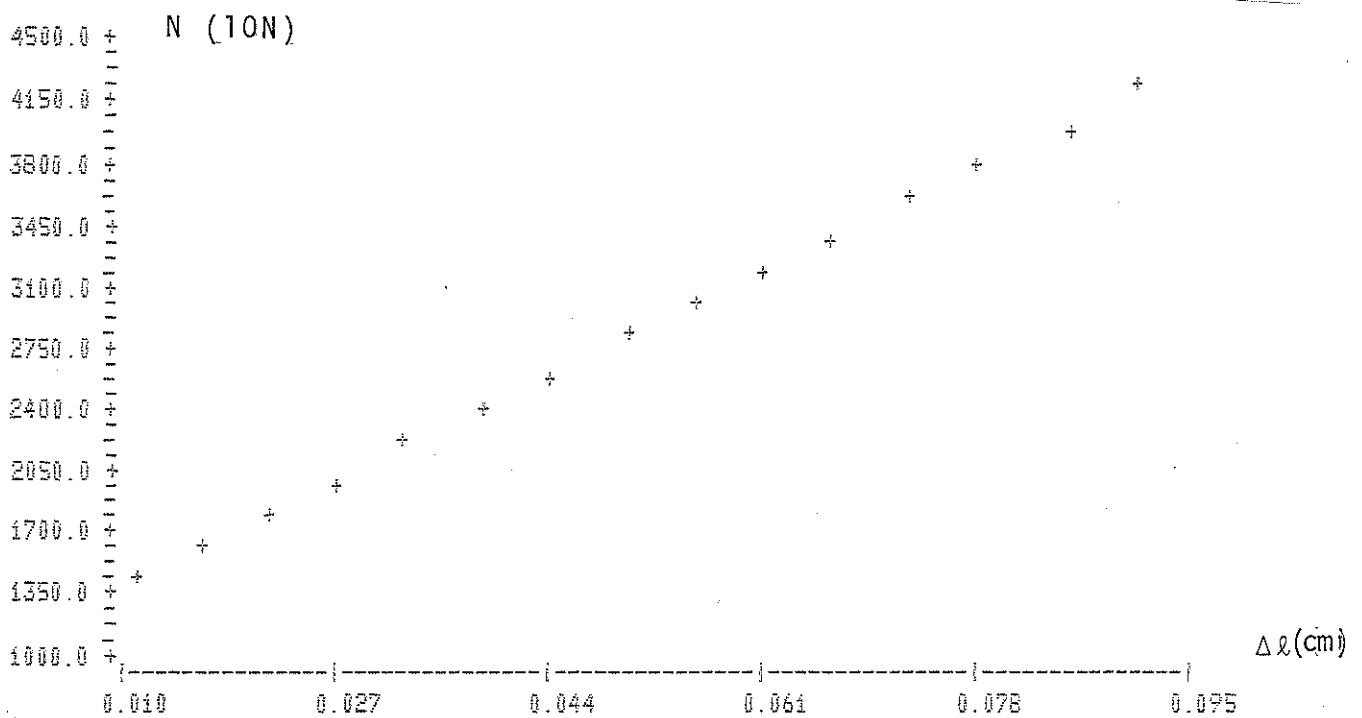


Figura 5.6. Comportamento Típico obtido nos Ensaios de Compressão.

O valor do módulo de elasticidade foi então determinado pela equação:

$$E = \frac{l}{b \cdot A} \quad (5.2.)$$

na qual l é a base de medida adotada, 100mm, b é o coeficiente angular da reta e A a área da seção transversal.

A área da seção transversal adotada foi a média das áreas das seções transversais das extremidades do trecho base da medida.

Na Tabela 5.3 são apresentados os valores encontrados para o módulo de elasticidade e a resistência à compressão de cada corpo de prova com eixo longitudinal na direção x . Na Tabela 5.4 são apresentados os valores do módulo de elasticidade e da resistência à compressão para os corpos de prova com eixo longitudinal na direção y . As resistências à compressão f_{pc}^x e f_{pc}^y foram calculadas por:

$$\begin{aligned} f_{pc}^x &= \frac{N_u}{A} \\ f_{pc}^y &= \frac{N_u}{A} \end{aligned} \quad (5.3)$$

sendo A a área da seção transversal, N_u a força normal última. A área da seção transversal para o cálculo da resistência à compressão e para o módulo de elasticidade foi admitida como sendo constituída por um único material.

Na Tabela 5.3 e 5.4 são também apresentados os valores da espessura média das peças componentes dos corpos de prova.

TABELA 5.3. Ensaio de Compressão X - Resultados

Nº do C.P.	E_x (MPa)	f_{pc}^x (MPa)	Espessura Média (mm)
CC- 4 -01-x	10301,8	39,9	4,6
CC- 4 -02-x	10671,2	43,0	
CC- 4 -03-x	9542,6	41,2	
CC- 4 -04-x	9337,5	34,2	
CC- 4 -05-x	9132,4	34,4	
CC- 4 -06-x	9465,1	32,5	
Média	9741,8	37,5	
Desvio Padrão	604,7	4,4	
CC- 8 -01-x	9507,2	40,4	8,1
CC- 8 -02-x	9121,7	40,0	
CC- 8 -03-x	9086,6	40,1	
CC- 8 -04-x	8776,0	36,4	
CC- 8 -05-x	9020,3	36,6	
CC- 8 -06-x	7783,8	32,4	
Média	8882,6	37,6	
Desvio Padrão	587,6	3,1	
CC-12 -01-x	8900,4	37,9	12,1
CC-12 -02-x	7460,8	40,2	
CC-12 -03-x	9433,5	38,5	
CC-12 -04-x	8758,6	39,4	
CC-12 -05-x	7432,5	38,1	
CC-12 -06-x	7001,8	37,6	
Média	8164,6	38,6	
Desvio Padrão	988,7	1,0	
CC-15 -01-x	8639,7	38,4	15,8
CC-15 -02-x	8913,6	39,6	
CC-15 -03-x	8949,2	39,0	
CC-15 -04-x	7300,8	39,6	
CC-15 -05-x	9759,5	36,0	
CC-15 -06-x	9306,7	36,9	
Média	8811,6	38,2	
Desvio Padrão	834,8	1,5	
CC-12A-01-x	8673,9	30,1	12,1
CC-12A-02-x	8420,3	31,3	
CC-12A-03-x	7771,4	32,1	
CC-12A-04-x	9402,9	32,1	
CC-12A-05-x	7593,4	31,6	
CC-12A-06-x	7081,7	29,8	
Média	8157,3	31,2	
Desvio Padrão	838,0	1,0	

TABELA 5.4. Ensaio de Compressão Y - Resultados

Nº do C.P.	E_y (MPa)	f_{pc}^y (MPa)	Espessura Média (mm)
CC- 4 -01-y	7738,4	19,9	4,5
CC- 4 -02-y	6182,2	20,1	
CC- 4 -03-y	7328,7	23,9	
CC- 4 -04-y	7547,5	25,0	
CC- 4 -05-y	7517,9	29,0	
CC- 4 -06-y	6649,5	26,1	
Média	7160,7	24,0	
Desvio Padrão	609,6	3,5	
CC- 8 -01-y	8769,6	33,4	7,8
CC- 8 -02-y	7543,5	32,4	
CC- 8 -03-y	10267,2	29,9	
CC- 8 -04-y	8905,1	33,4	
CC- 8 -05-y	8712,2	31,9	
CC- 8 -06-y	8993,6	28,1	
Média	8865,2	31,5	
Desvio Padrão	867,5	1,4	
CC-12 -01-y	10706,0	41,5	12,0
CC-12 -02-y	10737,3	39,4	
CC-12 -03-y	8390,9	40,8	
CC-12 -04-y	9320,1	39,5	
CC-12 -05-y	9804,0	41,1	
CC-12 -06-y	9658,8	40,0	
Média	9679,5	40,4	
Desvio Padrão	886,5	0,9	
CC-15 -01-y	9059,8	38,8	15,7
CC-15 -02-y	9517,4	38,8	
CC-15 -03-y	8348,9	37,9	
CC-15 -04-y	9622,9	40,9	
CC-15 -05-y	9080,5	38,2	
CC-15 -06-y	9405,1	36,1	
Média	9172,4	38,5	
Desvio Padrão	463,8	1,6	
CC-12A-01-y	8348,5	33,4	12,1
CC-12A-02-y	9659,7	34,7	
CC-12A-03-y	8567,5	30,2	
CC-12A-04-y	7848,8	30,6	
CC-12A-05-y	8962,1	31,9	
CC-12A-06-y	8640,5	33,5	
Média	8671,2	32,3	
Desvio Padrão	608,9	1,8	

5.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.4.1. Generalidades

A análise estatística dos resultados obtidos nos ensaios

de compressão é análoga àquela utilizada para os resultados dos ensaios de tração. Assim foram pesquisadas as seguintes correlações:

- . módulo de elasticidade e espessura
- . módulo de elasticidade e resistência à compressão
- . resistência à compressão e espessura

Foram também efetuadas análises de blocos e tratamentos, comparando-se os parâmetros elásticos nas direções x e y, em função da espessura. Da mesma forma foram comparados os parâmetros de resistência nas direções x e y em função da espessura.

5.4.2. Relação Entre o Módulo de Elasticidade E_x e a Espessura h .

Na figura 5.7 é apresentado o gráfico de E_x vs h

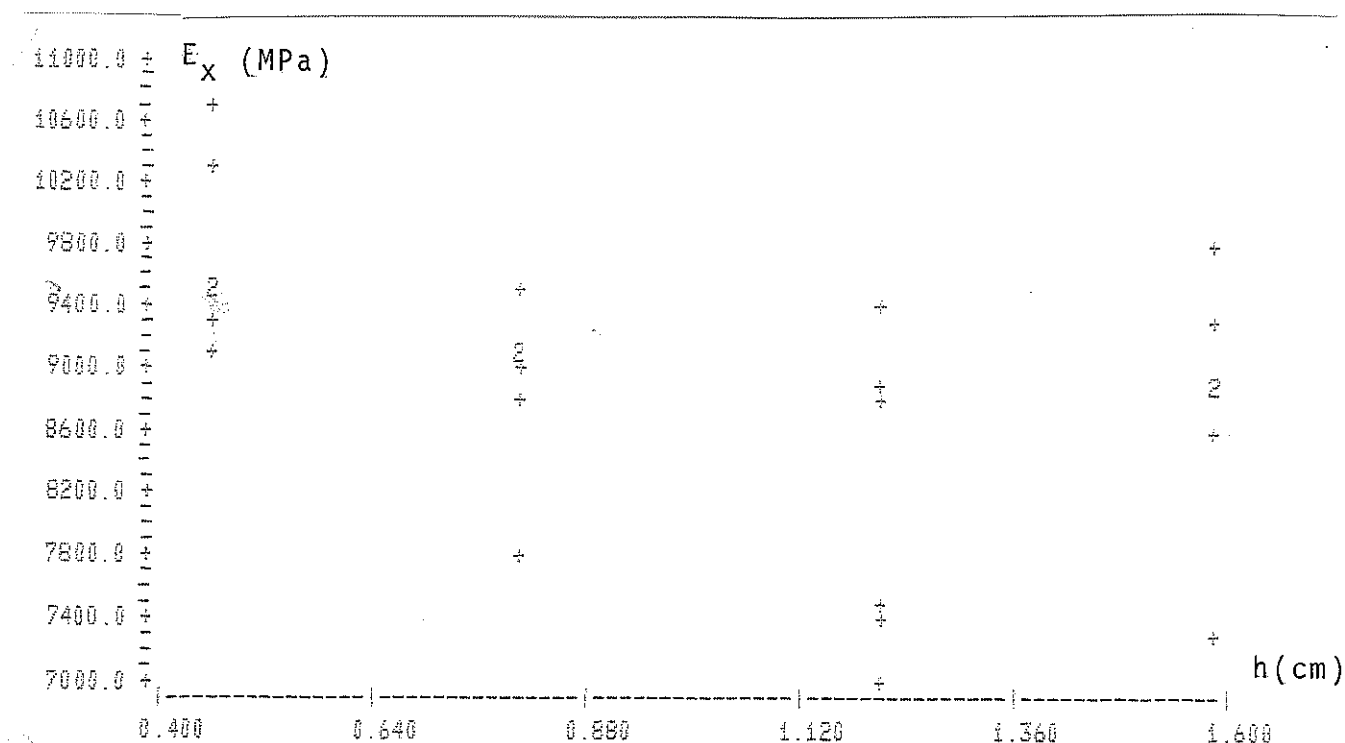


Figura 5.7. Gráfico de E_x vs h .

O resumo da análise de regressão entre E_x e h é apresentado na Tabela 5.5 e a análise de variância na Tabela 5.6. A análise foi conduzida com base nos valores de E_x e h constantes da Tabela 5.3.

TABELA 5.5. Relação Entre E_x e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultado da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$E_x = 12269,594 - 6655,199h + 2804,830h^2$	E_x em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 36,94 \%$	Baixo Grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h: t = 2,821 \rightarrow \alpha = 0,52 \%$ $h^2: t = 2,458 \rightarrow \alpha = 1,21 \%$	As variáveis h e h^2 estão bem correlacionadas com E_x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de Resíduos - $R^2 = 96,39 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 5.6. Relação Entre E_x e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	7193622,309	2	3596811,154	6,15	Regressão significativa $\alpha = 0,92\%$
Residual	12279251,488	21	584726,261	-	
Falta de Ajuste	351532,070	1	351532,07	0,59	Falta de ajuste não significativa
Erro Puro	11927719,410	20	596385,97	-	significativa $\alpha > 25 \%$
Total	19472873,796	23	846646,687	-	-

5.4.3. Relação Entre E_y e h

Com base nos valores de E_y e h dados na Tabela 5.4, foi realizada a análise de regressão entre E_y e h sendo o resumo destas apresentado na Tabela 5.7 e a análise de variância, na Tabela 5.8.

A figura 5.8. mostra o gráfico de E_y vs h .

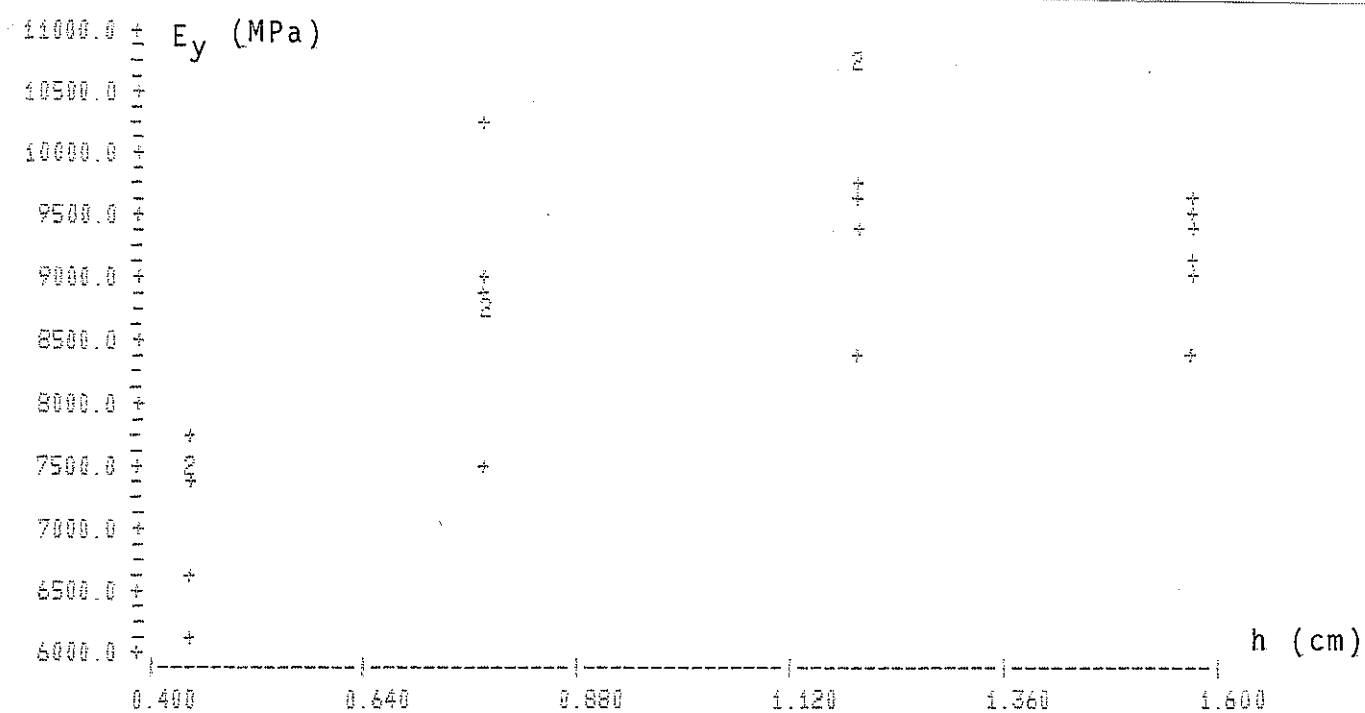


Figura 5.8. Gráfico de E_y vs h

TABELA 5.7. - Relação Entre E_y e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$E_y = 3206,657 + 10745,428h - 4419,290h^2$	E_y em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 67,92 \%$	Bom grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h: t = 4,864 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^2: t = 4,096 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h e h^2 estão altamente correlacionadas com E_y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos $R^2 = 96,87 \%$	- Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 5.8. Relação Entre E_y e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	22525420,888	2	11262710,444	22,23	Regressão significativa
Residual	10641176,968	21	506722,713	-	$\alpha < 0,1\%$
Falta de Ajuste	15086,77	1	15086,77	0,03	Falta de ajuste não significativa
Erro Puro	10626090,190	20	531304,51	-	$\alpha > 25\%$
Total	33166597,856	23	1442025,994	-	-

TABELA 5.9. Relação Entre f_{pc}^x e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pc}^x = 36,343 + 2,772h - 0,948h^2$	f_{pc}^x em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 2,04 \%$	Baixo grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 0,324 \rightarrow \alpha = 37,66 \%$ $h^2 : t = 0,229 \rightarrow \alpha > 40 \%$	As variáveis h e h^2 estão altamente correlacionadas com f_{pc}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos $R^2 = 98,40 \%$	- Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 5.10. Relação Entre f_{pc}^x e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	3,379	2	1,689	0,22	Regressão não significativa
Residual	161,888	21	7,709	-	$\alpha > 25 \%$
Falta de Ajuste	1,278	1	1,278	0,16	Falta de ajuste não significativa
Erro Puro	160,610	20	8,031	-	$\alpha > 25\%$
Total	165,266	23	7,185	-	-

5.4.5. Relação Entre a Resistência f_{pc}^y e a Espessura h

O resumo da análise de regressão entre f_{pc}^y e h é apresentado na Tabela 5.11 e a respectiva análise de variância na Tabela 5.12. Os dados de f_{pc}^y e h utilizados, constam da Tabela 5.4. O gráfico de f_{pc}^y vs h é mostrado na figura 5.10.

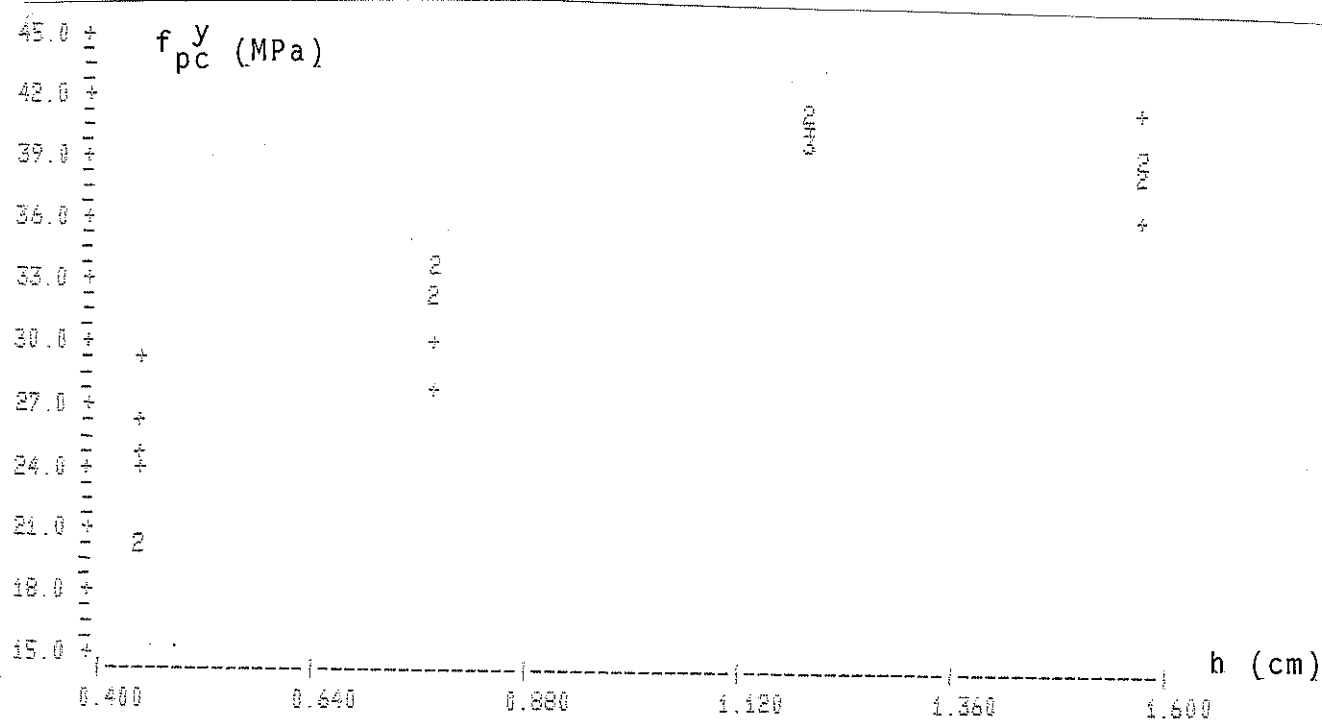


Figura 5.10. Gráfico de f_{pc}^y vs h

TABELA 5.11. Relação Entre f_{pc}^y e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pc}^y = 3,865 + 52,009h - 18,904h^2$	f_{pc}^y em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 88,47 \%$	Excelente grau de correlação linear.
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 6,828 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^2 : t = 5,081 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h e h^2 estão altamente correlacionadas com f_{pc}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de análise de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 95,42 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 5.12. Relação Entre f_{pc}^y e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	970,398	2	485,199	80,53	Regressão significativa
Residual	126,528	21	6,025	-	$\alpha < 0,1 \%$
Falta de Ajuste	25,798	1	25,798	5,12	Falta de ajuste significativa
Erro Puro	100,730	20	5,037	-	$\alpha = 4,18\%$
Total	1096,926	23	47,692	-	-

5.4.6. Relação Entre a Resistência à Compressão f_{pc}^x e E_x

A correlação entre f_{pc}^x e E_x foi pesquisada com base nos dados da Tabela 5.3, sendo o resumo da análise de regressão mostrado na Tabela 5.13 e a análise de variância na Tabela 5.14.

O gráfico entre f_{pc}^x e E_x é apresentado na Figura 5.11.

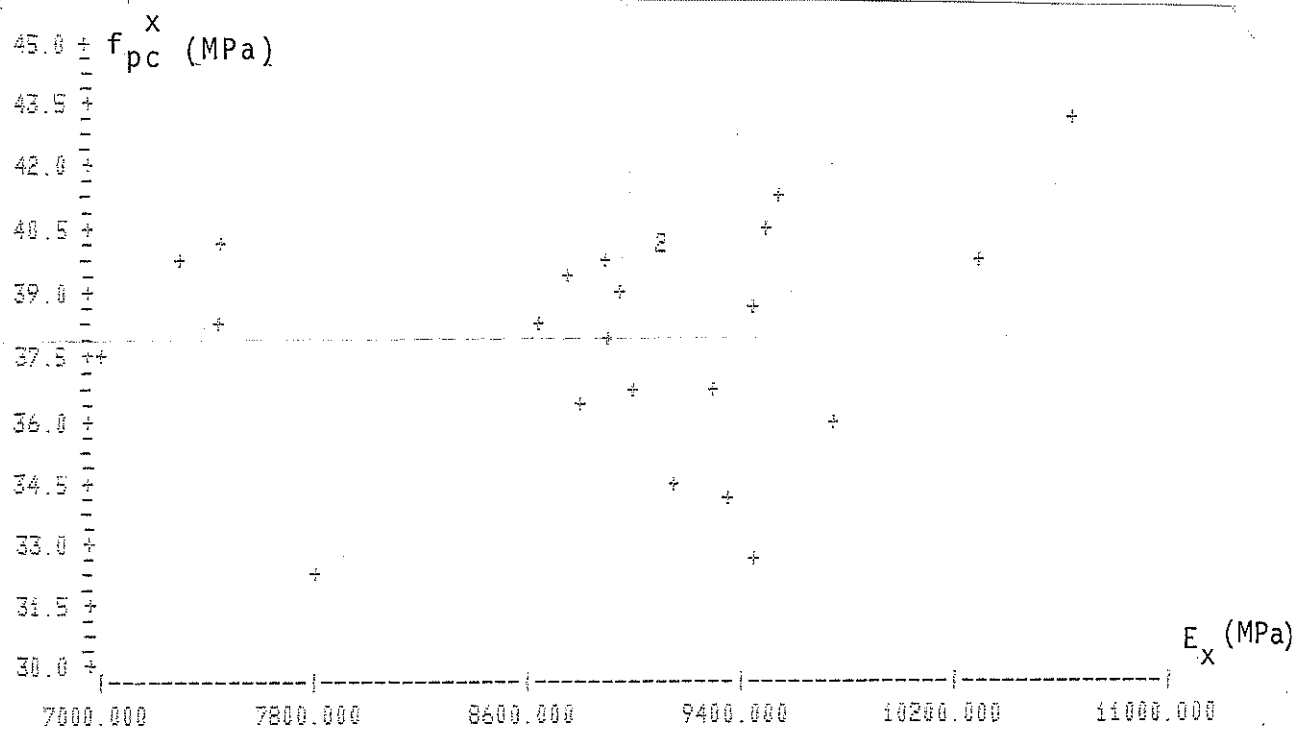


Figura 5.11. Gráfico de f_{pc}^x vs E_x

TABELA 5.13. Relação Entre f_{pc}^x e E_x
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pc}^x = 33,763 + 4,7751 \times 10^{-4} E_x$	f_{pc}^x e E_x em MPa
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 2,69 \%$	Baixo grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$E_x: t = 0,779 \rightarrow \alpha = 22,80 \%$	A variável E_x não está bem correlacionada com f_{pc}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de Resíduos- $R^2 = 93,69 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 5.14. Relação Entre f_{pc}^x e E_x
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	4,440	1	4,440	0,61	Regressão não significativa $\alpha > 25 \%$
Residual	160,826	22	7,310	-	
Falta de Ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	165,266	23	7,185	-	-

5.4.7. Relação Entre f_{pc}^y e E_y

A análise de regressão entre f_{pc}^y e E_y foi efetuada utilizando-se os dados da Tabela 5.4, sendo o resumo apresentado na Tabela 5.15 e a análise de variância na Tabela 5.16.

O gráfico de f_{pc}^y vs E_y é mostrado na Figura 5.12.

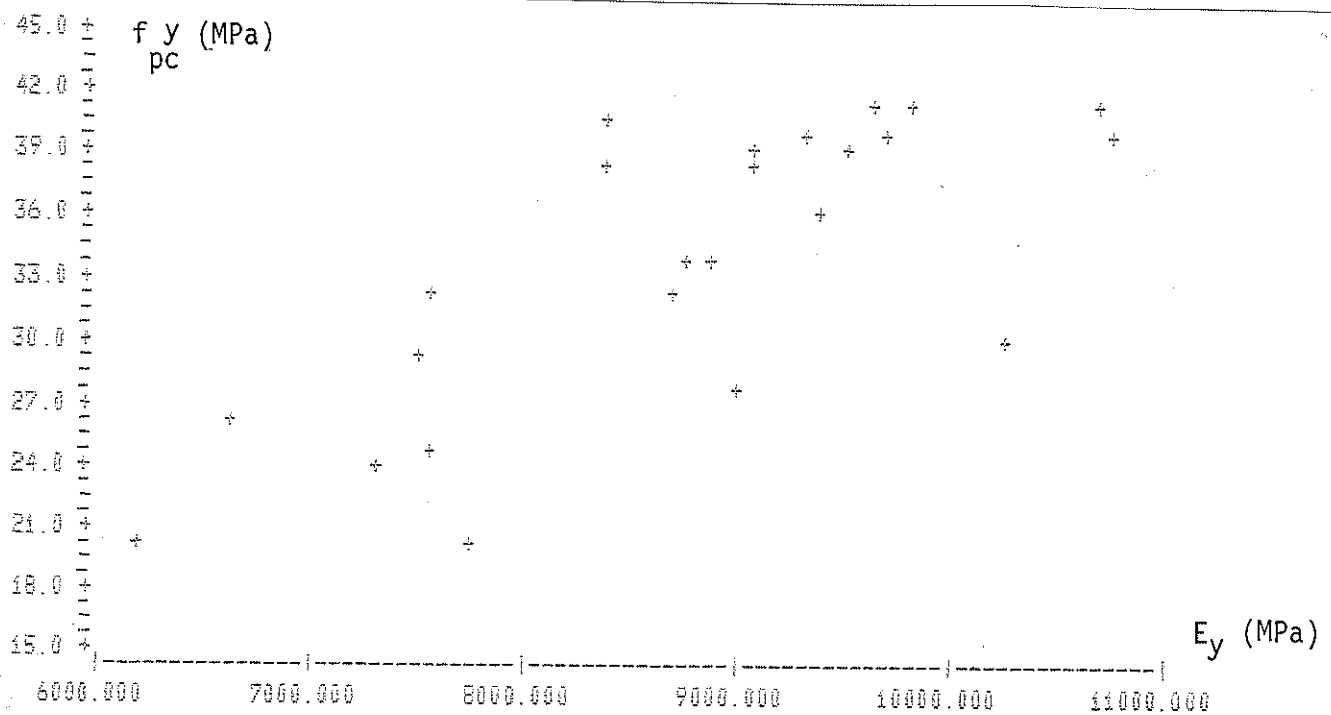


Figura 5.12. Gráfico de f_{pc}^y vs E_y .

TABELA 5.15. Relação f_{pc}^y e E_y
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pc}^y = -4,231 + 4,326 \times 10^{-3} E_y$	f_{pc}^y em MPa E_y em MPa
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 56,59 \%$	Grau de correlação linear aceitável
Teste "t" (para cada variável)	$E_y : t = 5,355 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	A variável E_y está altamente correlacionada com f_{pc}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 95,86 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 5.16. Relação Entre f_{pc}^y e E_y
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	620,701	1	620,701	28,67	Regressão sig nificante
Residual	476,226	22	21,647	-	$\alpha < 0,1 \%$
Falta de Ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	1096,926	23	47,692	-	-

5.5. HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL NO CÁLCULO DE E e f_{pt}

De modo análogo ao utilizado no item 4.5 para os resultados dos ensaios de tração, foram determinados os valores do módulo de elasticidade E_{xh} e da resistência f_{pch} para os corpos de prova das Tabelas 5.3 e 5.4, homogeneizando-se a seção transversal do corpo de prova com base na relação entre o módulo de elasticidade longitudinal e o módulo de elasticidade tangencial do Pinho do Paraná igual a 39,5, levantada através de ensaios de compressão em corpos de prova de madeira maciça desta espécie, conforme apresentado no Apêndice A. Na Tabela 5.17 são apresentados os valores de módulo de elasticidade E_{xh} e da resistência à compressão f_{pch}^x obtidos com a homogeneização da seção transversal. São também apresentados na Tabela 5.17, valores do módulo de elasticidade E_{xp} e da resistência f_{pcp}^x , calculados desprezando-se a contribuição das lâminas cujas fibras têm direção normal ao esforço axial aplicado.

Na Tabela 5.18 são apresentados os valores E_{yh} , f_{pch}^y , E_{yp} e f_{pcp}^y correspondentes aos corpos de prova com eixos longitudinais na direção y .

O cálculo das áreas das seções transversais homogeneizadas, dos módulos de elasticidade homogeneizados E_{xh} e E_{yh} , das resistências à compressão f_{pch}^x e f_{pch}^y , para corpos de prova com eixos longitudinais nas direções x e y respectivamente, é feito utilizando-se as equações (4.8) e (4.10), (4.11) e (4.12), (4.14) e (4.15).

O cálculo dos módulos de elasticidade E_{xp} e E_{yp} e das resistências f_{pcp}^x e f_{pcp}^y é feito através das equações (4.16), (4.17), (4.18) e (4.19), respectivamente. Na figura 5.13 é apresentada a seção transversal real e a seção homogeneizada

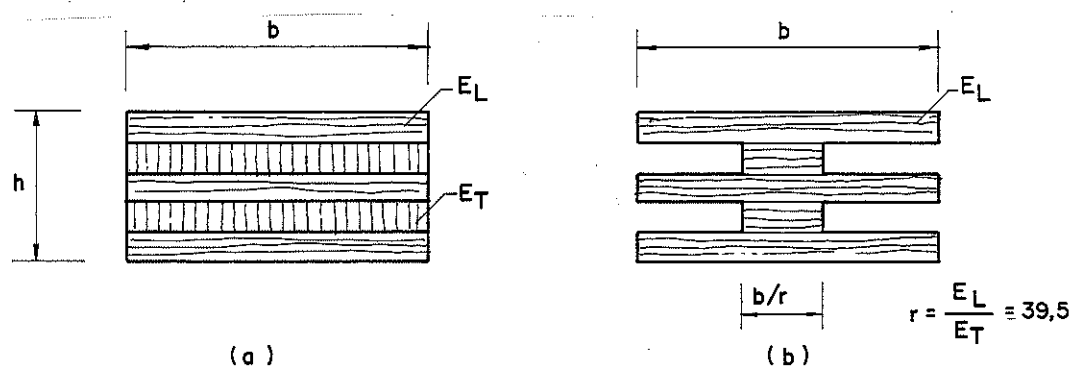


Figura 5.13 (a) Seção Transversal Real (b) Seção Homogeneizada.

TABELA 5.17. - Valores de E_{xh} , f_{pch}^x , E_{xp} e f_{pcp}^x

Nº de C.P.	E_{xh} (MPa)	f_{pch}^x (MPa)	E_{xp} (MPa)	f_{pcp}^x (MPa)
CC- 4-01-x	16884,7	65,4	17169,7	66,5
CC- 4-02-x	17490,1	70,5	17785,3	71,7
CC- 4-03-x	15640,4	67,5	15904,3	68,7
CC- 4-04-x	15304,2	56,1	15562,5	57,0
CC- 4-05-x	14968,0	56,4	15220,7	57,3
CC- 4-06-x	15513,3	53,3	15775,2	54,2
Média	15966,8	61,5	16236,3	62,6
Desvio Padrão	991,1	7,1	1007,9	7,3
CC- 8-01-x	16773,2	71,3	17113,0	72,7
CC- 8-02-x	16093,1	70,6	16419,1	72,0
CC- 8-03-x	16031,2	70,7	16355,9	72,2
CC- 8-04-x	15483,2	64,2	15796,8	65,5
CC- 8-05-x	15914,2	64,6	16236,5	65,9
CC- 8-06-x	13732,7	57,2	14010,8	58,3
Média	15671,3	66,4	15988,7	67,8
Desvio Padrão	1036,7	5,5	1057,8	5,7
CC-12-01-x	16178,2	68,9	16529,3	70,4
CC-12-02-x	13561,5	73,1	13855,8	74,7
CC-12-03-x	17147,3	70,0	17519,4	71,5
CC-12-04-x	15920,5	71,6	16266,0	73,2
CC-12-05-x	13510,0	69,3	13803,2	70,8
CC-12-06-x	12727,2	68,3	13003,3	69,8
Média	14840,8	70,2	15162,8	71,7
Desvio Padrão	1797,2	1,8	1836,2	1,9
CC-15-01-x	15960,3	70,9	16319,4	72,5
CC-15-02-x	16466,3	73,2	16836,8	74,8
CC-15-03-x	16532,0	72,0	16904,0	73,7
CC-15-04-x	13486,9	73,2	13790,4	74,8
CC-15-05-x	18028,9	66,5	18434,6	68,0
CC-15-06-x	17192,4	68,2	17579,3	69,7
Média	16277,8	70,7	16644,1	72,3
Desvio Padrão	1542,3	2,8	1577,0	2,8

TABELA 5.18. - Valores de E_{yh} , f_{pch}^y , E_{yp} e f_{pcp}^y

Nº C.P.	E_{yh} (MPa)	f_{pch}^y (MPa)	E_{yp} (MPa)	f_{pcp}^y (MPa)
CC- 4-01-y	18638,2	47,9	19346,0	49,8
CC- 4-02-y	14890,1	48,4	15455,5	50,3
CC- 4-03-y	17651,4	57,6	18321,8	59,8
CC- 4-04-y	18178,4	60,2	18868,8	62,5
CC- 4-05-y	18107,1	69,8	18794,8	72,5
CC- 4-06-y	16015,6	62,9	16623,8	65,3
Média	17246,8	57,8	17901,8	60,0
Desvio Padrão	1468,2	8,5	1524,0	8,8
CC- 8-01-y	19126,3	72,8	19731,6	75,2
CC- 8-02-y	16452,2	70,7	16972,9	72,9
CC- 8-03-y	22392,6	65,2	23101,2	67,3
CC- 8-04-y	19421,9	72,8	20036,5	75,2
CC- 8-05-y	19001,1	69,6	19602,5	71,8
CC- 8-06-y	19614,9	61,3	20235,6	63,2
Média	19334,8	68,7	19446,7	70,9
Desvio Padrão	1892,1	4,6	1952,0	4,8
CC-12-01-y	22530,9	87,3	23196,3	89,9
CC-12-02-y	22596,7	82,9	23264,2	85,4
CC-12-03-y	17658,7	85,9	18180,3	88,4
CC-12-04-y	19614,2	83,1	20193,6	85,6
CC-12-05-y	20632,6	86,5	21242,0	89,1
CC-12-06-y	20327,0	84,2	20927,4	86,7
Média	20560,0	85,0	21287,3	87,5
Desvio Padrão	1865,7	1,8	1869,6	1,9
CC-15-01-y	18718,9	80,2	19252,1	82,5
CC-15-02-y	19664,4	80,2	20224,5	82,5
CC-15-03-y	17250,1	78,3	17741,4	80,5
CC-15-04-y	19882,4	84,5	20448,7	86,9
CC-15-05-y	18761,7	78,9	19296,1	81,2
CC-15-06-y	19432,4	74,6	19985,8	76,7
Média	18951,7	79,5	19491,4	81,7
Desvio Padrão	958,2	3,2	985,5	3,3

5.6. COMPARAÇÃO ENTRE E_x e E_y e h

A equivalência estatística entre os parâmetros E_{cx} e E_{cy} obtidos dos ensaios de compressão nas duas direções principais do compensado, com a variação da espessura h, foi pesquisada utilizando-se a análise de blocos e tratamentos, de modo análogo ao que foi feito para os resultados dos ensaios de tração no item 4.6.

Nesta análise, cada espessura ensaiada representa um bloco e cada módulo de elasticidade (E_{cx} ou E_{cy}), um tratamento.

O resumo da análise de variância para o estudo do efeito da variação E_{cx} , E_{cy} e h é apresentado na Tabela 5.19. Os dados utilizados na análise são aqueles constantes das Tabelas 5.3 e 5.4.

TABELA 5.19. Comparação E_x , E_y e h (4,8,12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$
 β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	2281232	3	760411	0,65	Hipótese nula aceita $\alpha > 25\%$
TRATAMENTOS	300232	1	300232	0,26	Hipótese nula aceita $\alpha > 25\%$
RESÍDUOS	50358240	43	1171122	-	-

5.7. COMPARAÇÃO ENTRE f_{pc}^x , f_{pc}^y e h

A comparação entre as resistências à compressão nas direções principais do compensado, com a variação da espessura, foi efetuada pela análise de blocos e tratamentos. Os blocos são representados pelas espessuras h e os tratamentos pelas resistências f_{pc}^x e f_{pc}^y .

A análise foi conduzida de maneira análoga àquela utilizada e descrita no item 4.6.

O resumo da análise de variância é apresentado na Tabela 5.20. Os dados utilizados na análise estão listados nas Tabelas 5.3 e 5.4.

A análise foi repetida excluindo-se os resultados referentes ao bloco representado pela espessura de 4mm, sendo o resumo da análise de variância mostrado na Tabela 5.21.

TABELA 5.20. Comparação Entre f_{pc}^X , f_{pc}^Y e h (4,8,12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_j + \delta_t + \epsilon_{ti}$				
β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos				
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$				
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIOS	F OBSERVAÇÕES
BLOCOS	567,169	3	189,056	11,72
				Hipótese nula rejeitada $\alpha \leq 0,10 \%$
TRATAMENTOS	237,63	1	237,630	14,73
				Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
RESÍDUOS	693,753	43	16,134	-

TABELA 5.21. Comparação Entre f_{pc}^x , f_{pc}^y e $h(8,12,15)$
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$					
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos					
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$					
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	159,803	2	79,902	12,41	Hipóteses nula rejeitada $\alpha < 0,1 \%$
TRATAMENTOS	18,205	1	18,205	2,83	Hipótese nula aceita $\alpha = 10,40 \%$
RESÍDUOS	206,092	32	6,440	-	-

5.8. COMPARAÇÃO ENTRE E_{cx} e E_{cy} EM CADA ESPESSURA

A comparação das médias em cada nível de espessura ensaiada foi efetuada considerando-se os dados não emparelhados com variâncias iguais, porém desconhecidas. O resultado desta comparação é apresentado na Tabela 5.22.

Em seguida foi realizada a comparação de médias considerando-se dados não emparelhados, variâncias diferentes e desconhecidas, sendo o resultado mostrado na Tabela 5.23.

As comparações acima foram conduzidas conforme o procedimento detalhado no item 4.8.

TABELA 5.22. Comparação Entre E_x e E_y - Compressão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	9741,8	7160,7	10	7,363	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	8882,6	8865,6	10	0,041	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$
12	8164,6	9769,5	10	2,96	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,76\%$
15	8811,6	9172,4	10	0,926	Hipótese nula aceita $\alpha = 19,96 \%$

TABELA 5.23. Compressão Entre E_x e E_y - Compressão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	9741,8	7160,7	10	7,363	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	8882,6	8865,2	9	0,041	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$
12	8164,6	9769,5	10	2,96	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,76 \%$
15	8811,6	9172,4	8	0,926	Hipótese nula aceita $\alpha = 20,22\%$

5.9. COMPARAÇÃO ENTRE f_{pc}^x e f_{pc}^y , EM CADA ESPESSURA

De maneira análoga à do item 4.8, procedeu-se à comparação das médias em cada nível de espessura admitindo-se dados não emparelhados, variâncias iguais porém desconhecidas. Esta comparação é apresentada na Tabela 5.24.

Na Tabela 5.25 é mostrada a comparação das médias considerando-se dados não emparelhados, variâncias diferentes e desconhecidas.

TABELA 5.24. Comparação Entre f_{pc}^x e f_{pc}^y - Compressão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	f_{pc}^x (MPa)	f_{pc}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	37,5	24,0	10	5,904	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	37,6	31,5	10	3,969	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,15 \%$
12	38,6	40,3	10	3,266	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,44 \%$
15	38,3	38,4	10	0,118	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

TABELA 5.25. Comparação Entre f_{pc}^x e f_{pc}^y - Compressão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h	f_{pc}^x (MPa)	f_{pc}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	37,5	24,0	10	5,904	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	37,6	31,5	9	3,969	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,18 \%$
12	38,6	40,3	10	3,266	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,44\%$
15	38,3	38,4	10	0,118	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

5.10 - CÁLCULO TEÓRICO DOS VALORES DOS MÓDULOS DE ELASTICIDADE EFETIVOS \bar{E}_x E \bar{E}_y

Admitindo-se as lâminas componentes dos compensados ensaiados com módulos de elasticidade E_L e E_T conhecidos e iguais aos valores médios obtidos para os corpos de prova de Pinho do Paraná (*Araucária angustifolia*), conforme Apêndice A, foram determinados os valores dos módulos de elasticidade efetivos \bar{E}_x e \bar{E}_y dos compensados, sendo:

$$E_L = 17600,3 \text{ MPa}$$

$$E_T = 445,4 \text{ MPa}$$

O cálculo foi feito com base nas equações propostas por MARCH (1944). No caso particular de compensados compostos por n lâminas de mesma espessura e da mesma espécie obtidas por desenrolamento, tem-se:

$$\bar{E}_x = \frac{1}{n} (n_x E_L + n_y E_T)$$

e

$$\bar{E}_y = \frac{1}{n} (n_x E_T + n_y E_L)$$

sendo n_x o número de lâminas com fibras paralelas à direção x e n_y o número de lâminas com fibras paralelas à direção y .

Na Tabela 5.26 são apresentados os valores obtidos para \bar{E}_x e \bar{E}_y de acordo com este procedimento.

TABELA 5.26 - Valores Teóricos dos Módulos de Elasticidade Efetivos \bar{E}_x e \bar{E}_y

h (mm)	\bar{E}_x (MPa)	\bar{E}_y (MPa)
4	10738,3	7307,4
8	9975,9	8020,3
12	9682,6	8363,1
15	9527,4	8492,1

5.11 - CONCLUSÕES

A análise de regressão entre o módulo de elasticidade E_x e a espessura h mostra bons índices de correlação. O mesmo acontece em relação à análise entre E_y e h .

A análise entre E_x (ou E_y) e $\frac{n_x}{n}$ (ou $\frac{n_y}{n}$) foi efetuada, e embora não tenha sido apresentada no texto, mostrou bons índices de correlação.

A resistência à compressão f_{pc}^x mostra evidências de correlação com a espessura h , porém não foi encontrado um modelo satisfatório para a explicação.

No caso da resistência f_{pc}^y em função da espessura h , a análise fornece altos índices de correlação e o modelo matemático encontrado é satisfatório.

Não se chegou a um modelo satisfatório na análise entre f_{pc}^x e E_x , porém apareceram evidências de correlação entre os referidos parâmetros. A análise entre f_{pc}^y e E_y apresentou altos índices de correlação e o modelo encontrado é satisfatório.

A comparação entre E_x e E_y , através da análise de blocos e tratamentos, sugere equivalência estatística entre os dois parâmetros para todas as espessuras.

A comparação de médias de E_x e E_y , em cada nível de espessura, apresenta equivalência apenas nas espessuras de 8 mm e 15 mm.

A análise de blocos e tratamentos aplicada a f_{pc}^x e f_{pc}^y indica equivalência entre os parâmetros para espessuras maiores ou iguais a 8 mm.

A comparação de médias de f_{pc}^x e f_{pc}^y , em cada espessura, apresentou equivalência apenas para a espessura de 15 mm.

Os valores \bar{E}_x e \bar{E}_y calculados através das equações teóricas propostas por MARCH concordam razoavelmente com os valores experimentais obtidos.

6. ENSAIOS DE FLEXÃO

6.1. MATERIAL

Foram ensaiados à flexão 6 corpos de prova com eixo longitudinal na direção x (direção paralela à direção das fibras da lâmina da face) e 6 corpos com eixo longitudinal na direção y (direção perpendicular à direção das fibras da lâmina da face) para as diversas espessuras com exceção da 12A, eixo longitudinal na direção y com apenas 3 corpos de prova.

As dimensões adotadas para os corpos de prova seguem basicamente as prescrições do Método D-3043-76 da ASTM. A seção transversal dos corpos de prova é retangular com largura b e altura h , conforme é apresentado na figura 6.1. A altura h é igual à espessura da chapa de compensado e a largura adotada é de 25 mm para a espessura de 4 mm e 50 mm para as espessuras de 8 mm, 12 mm, 15 mm e 12A mm. O vão l considerado é igual a 48 vezes a espessura h , para corpos de prova com eixo longitudinal na direção x e 24 vezes a altura h , para corpos de prova com eixo longitudinal na direção y.

O comprimento total c para cada corpo de prova é igual ao vão l acrescido de 50 mm, para todas as espessuras ensaiadas.

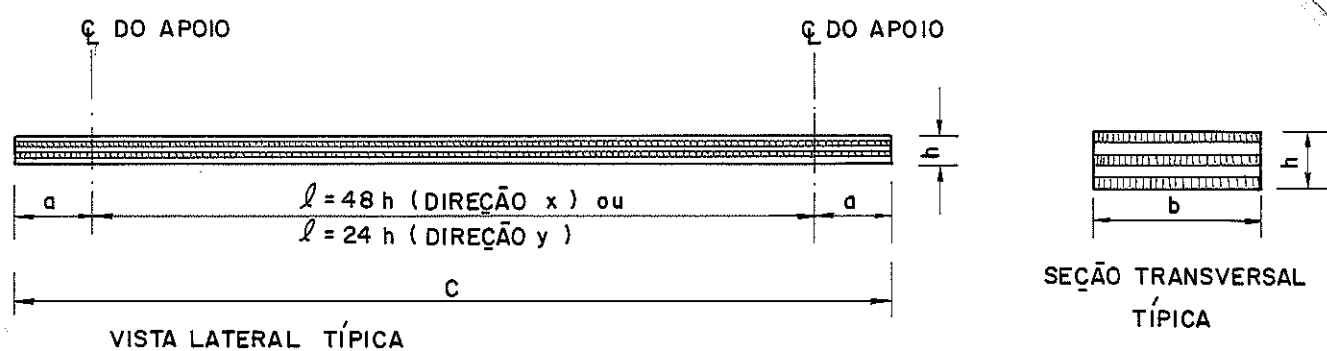


Figura 6.1. Corpo de Prova de Flexão.

As dimensões básicas adotadas para os corpos de prova de flexão estão indicadas na Tabela 6.1.

TABELA 6.1. Corpos de Prova de Flexão - Dimensões Básicas

h (mm)	Direção do Eixo Longitudinal do C.P.	b (mm)	a (mm)	c (mm)
4	x	25	25	290
4	y	25	25	170
8	x	50	25	440
8	y	50	25	240
12	x	50	25	650
12	y	50	25	350
15	x	50	25	840
15	y	50	25	440
12A	x	50	25	650
12A	y	50	25	440

6.2. METODOLOGIA

Os ensaios à flexão foram realizados com os corpos de prova bi-apoiados e com aplicação de carga concentrada F no meio do vão, conforme esquema estático ilustrado pela figura 6.2.

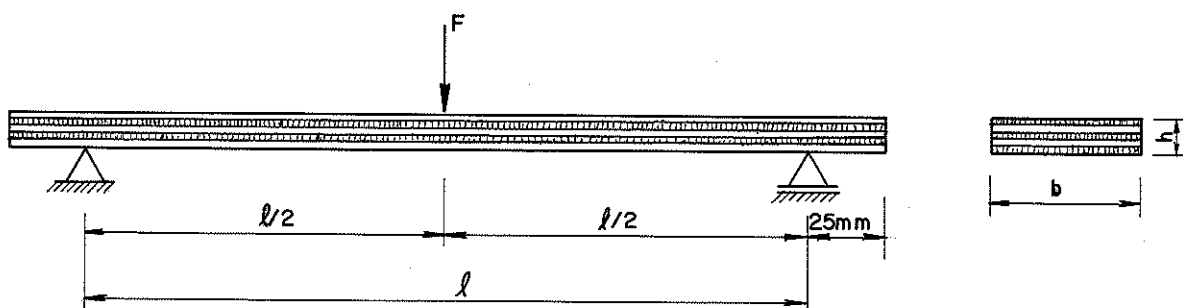


Figura 6.2. Ensaio de Flexão - Esquema Estático.

Os três primeiros corpos de prova de espessuras 4 mm, 8mm e 12 mm, com eixos longitudinais nas direções x e y, foram ensaiados na máquina universal de ensaios AMSLER. Os demais foram realizados no sistema de aplicação de cargas composto por um cilindro hidráulico Vickers, com capacidade de 20 KN, um anel dinamométrico E.L.E. com capacidade de 4 KN, pela estrutura auxiliar de fixação do cilindro e pelo painel de comando. A comparação estatística dos resultados de corpos de prova de mesma espessura nominal e do mesmo tipo mostrou não haver diferenças significativas entre os dois processos de aplicação de cargas.

Os apoios utilizados constam de um rolete de aço simulando o apoio articulado móvel e um apoio articulado fixo representado por uma barra de aço com a base plana e superfície superior arredondada.

Em cada ensaio foram efetuadas medidas da flecha no meio do vão a cada intervalo regular de acréscimo de carga, através de um relógio comparador Mitutoyo com precisão de 0,01 mm. As figuras 6.3 e 6.4 ilustram a montagem do ensaio.

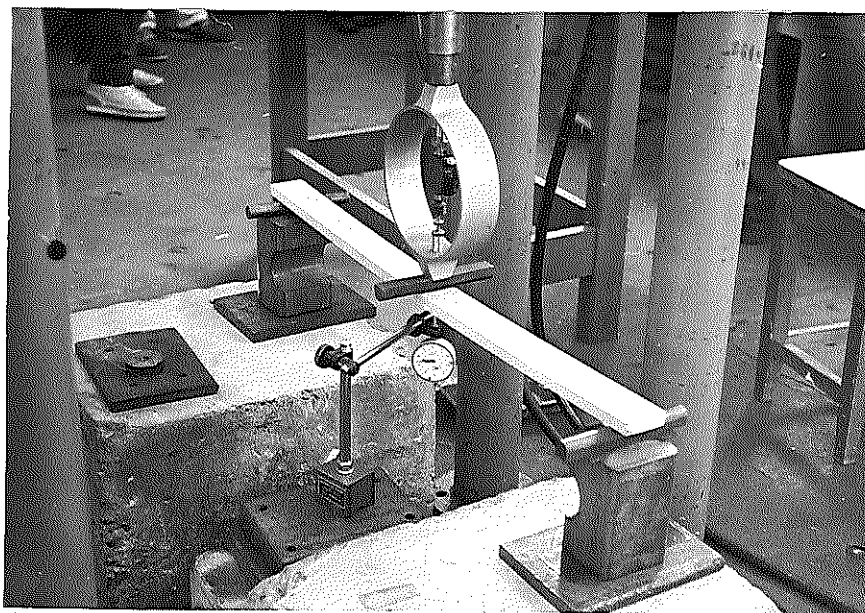


Figura 6.3. Montagem do Ensaio de Flexão. Equipamento de Carga: Anel Dinamométrico e Cilindro Hidráulico.

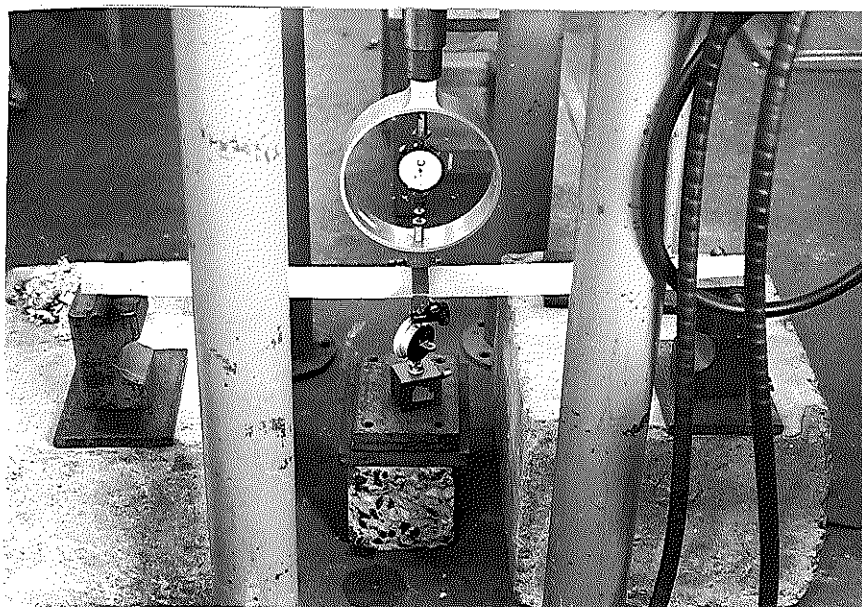


Figura 6.4. Ensaio de Flexão - Equipamento de Carga: Anel Dinamométrico e Cilindro Hidráulico.

A figura 6.5. mostra a montagem de ensaio utilizada na máquina universal de ensaios AMSLER, com o corpo de prova rompido.

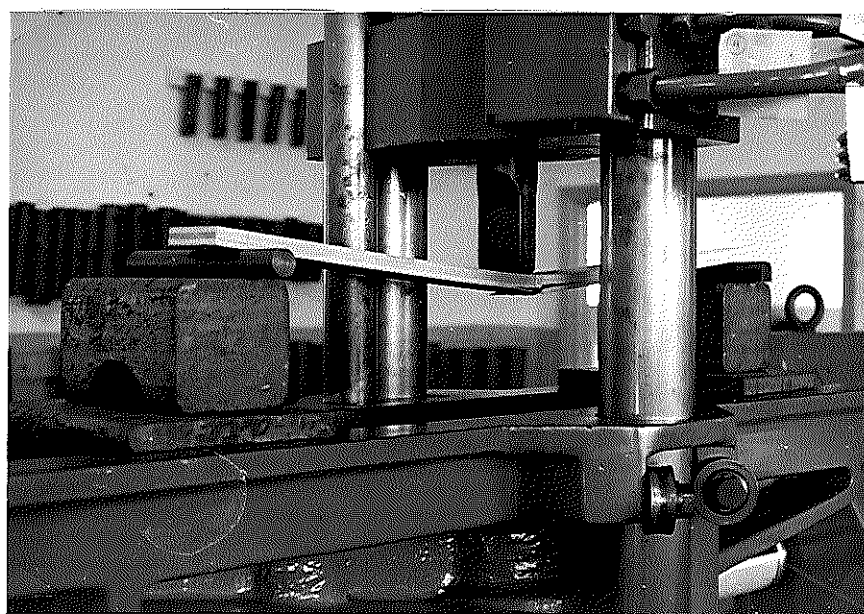


Figura 6.5. Ensaio de Flexão na Máquina Universal de Ensaio.

Os cutelos de aplicação de carga utilizados tinham extremidades arredondadas com raio de curvatura de aproximadamente 1,5 vezes a espessura do corpo de prova.

Para cada corpo de prova foram aplicados dois carregamentos consecutivos, tendo sido obtidos dois conjuntos de valores: de flechas no meio do vão bem como os correspondentes valores de carga aplicada. Antes de se iniciar o ensaio propriamente dito, foi aplicada uma carga de acomodação ao conjunto da ordem de 20% da carga de ruptura do corpo de prova, sem a preocupação de se registrar as flechas. Em seguida esta carga foi removida, sendo então iniciado efetivamente o primeiro carregamento; foram efetuadas e registradas as leituras da flecha e os respectivos valores de carga a cada intervalo regular de acréscimo de carga ΔF , especificado na Tabela 6.2. No primeiro carregamento, o valor da carga aplicada foi levado à carga limite de leitura ($F_{lim.}$) dada na Tabela 6.2, para cada tipo de corpo de prova.

Na continuação do ensaio, o sistema foi descarregado e após um intervalo de dez minutos, o segundo carregamento foi aplicado efetuando-se leituras de carga e flecha até atingir-se novamente a carga limite de leitura ($F_{lim.}$), quando o relógio comparador era retirado e a carga acrescida gradualmente até atingir-se a ruptura do corpo de prova.

TABELA 6.2. Ensaio de Flexão - Intervalo de Carga (ΔF) e Carga Limite $F_{lim.}$

h (mm)	Direção do Eixo Longitudinal do C.P.	ΔF (N)	$F_{lim.}$ (N)
4	x	5,0	60,0
4	y	5,0	60,0
8	x	10,0	140,0
8	y	20,0	280,0
12	x	10,0	140,0
12	y	18,0	288,0
15	x	15,0	225,0
15	y	36,0	432,0
12A	x	10,0	140,0
12A	y	20,0	280,0

A carga foi aplicada velocidade constante de deformação na fibra extrema do corpo de prova de aproximadamente 0,15 % por minuto. A velocidade V de deslocamento do cutelo de carga foi calculada pela expressão:

$$v = \frac{0,0015 \cdot \ell^2}{6 h}$$

sendo ℓ o vão e h a espessura do corpo de prova.

6.3. RESULTADOS

A partir dos dois conjuntos de leituras de carga e flecha obtidos para cada corpo de prova, procedeu-se à análise de regressão linear e chegou-se à equação da reta correlacionando a flecha no meio do vão com a carga F aplicada. Esta equação é expressa genericamente como:

$$v = b + aF \quad (6.1)$$

sendo v a flecha ou componente vertical de deslocamento no meio do vão, F a carga aplicada no centro, b o termo de interseção e a o coeficiente angular da reta. Uma estimativa do módulo de elasticidade pode ser feita com base no valor de a .

A análise de regressão evidenciou em todos os casos um comportamento fortemente linear entre v e F . O gráfico típico da figura 6.6 ilustra este comportamento.

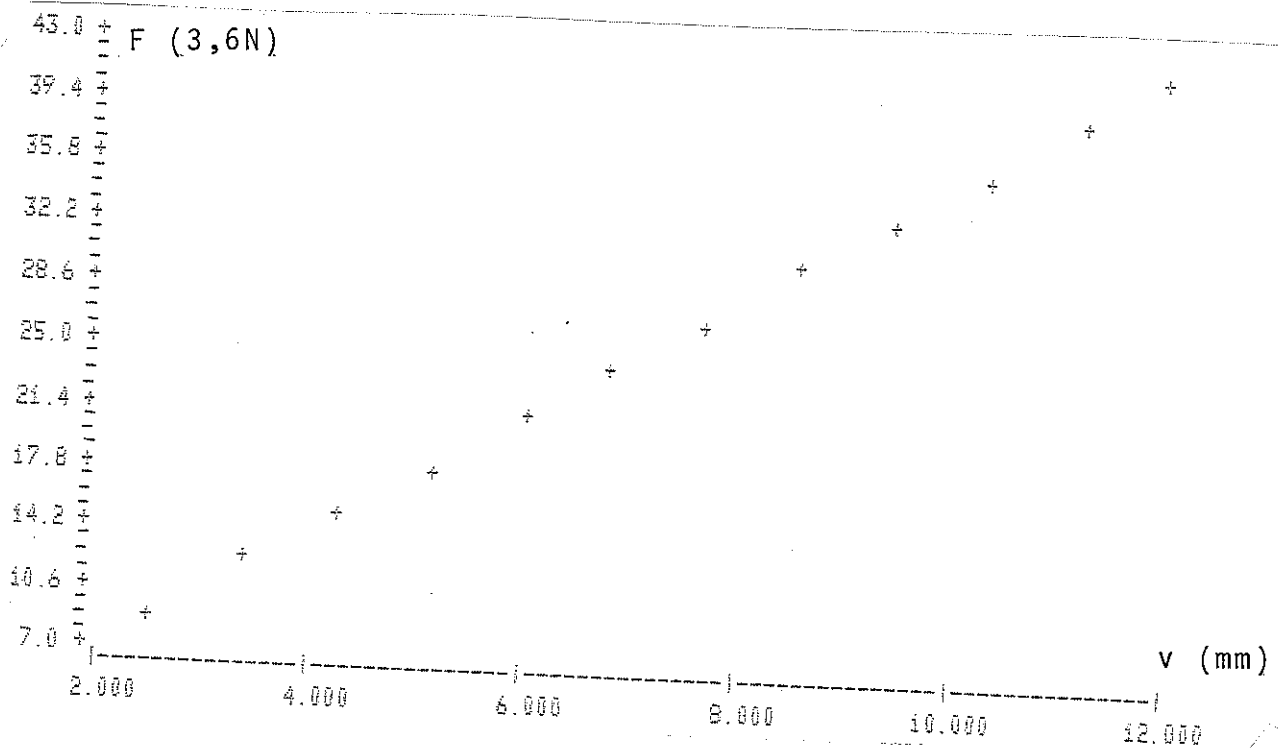


Figura 6.6. Gráfico Típico de F vs v

Para efeito da análise de regressão linear não foram considerados os três primeiros pares de valores (F, v).

Os vãos adotados em função da espessura dos corpos de prova, de acordo com o Método D -3043-76 da ASTM, são tais que a parcela da flecha no centro do vão, devida ao cisalhamento, possa ser desprezada. Da resistência dos materiais tem-se a flecha para uma viga sobre dois apoios de material elástico linear, isotrópico, homogêneo, submetida a uma carga concentrada no meio do vão:

$$v = \frac{F l^3}{48EI} \quad (6.2)$$

Desprezando-se o termo de intersecção b da equação 6.2 e igualando-se as equações 6.1 e 6.2, tem-se o produto EI dado por:

$$EI = \frac{l^3}{48a} \quad (6.3)$$

Nas Tabelas 6.3 e 6.4 são apresentados os módulos de ri

gidez à flexão (EI), nas direções x e y respectivamente (EI_x) e (EI_y), para uma faixa de largura unitária.

Considerando-se a seção transversal composta de um único material e homogênea, tem-se:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (6.4.)$$

A estimativa do módulo de elasticidade efetivo \bar{E} é dada por:

$$E = \frac{\ell^3}{4a} \times \frac{1}{bh^3} \quad (6.5.)$$

Os valores de E_x calculados com a Equação (6.5.) são apresentados na Tabela 6.3. e para E_y na Tabela 6.4, para cada corpo ensaiado. Foi também registrada a carga de colapso F_u a partir da qual pode ser calculado o momento fletor último da peça dado por:

$$M_u = \frac{F_u \cdot \ell}{4} \quad (6.6.)$$

A resistência convencional à flexão será então calculada por:

$$f_{pf} = \frac{M_u}{W} = \frac{3}{2} \frac{F_u \cdot \ell}{b \cdot h^2} \quad (6.7.)$$

Para corpos de prova com eixo longitudinal na direção x , a resistência convencional à flexão será designada por f_{pf}^x e para os corpos de prova com eixo longitudinal na direção y , a resistência convencional à flexão será denotada por f_{pf}^y .

A Tabela 6.3., apresenta os valores de f_{pf}^x obtidos para cada corpo de prova e a Tabela 6.4. os valores de f_{pf}^y .

TABELA 6.3. Ensaio de Flexão-Corpos de Prova Com Eixo Longitudinal na Direção x

Nº do C.P.	$(EI)_x$ (N . cm ² /cm)	E_x (MPa)	f_{pf}^x (MPa)	Espessura Média (mm)
CF- 4- 01-x	11032,93	13871,5	99,0	4,60
CF- 4- 02-x	11235,87	13672,9	89,0	
CF- 4- 03-x	10200,09	12412,5	87,0	
CF- 4- 04-x	9098,31	11514,5	98,9	
CF- 4- 05-x	9560,89	13916,8	106,8	
CF- 4- 06-x	9787,69	11988,3	95,2	
Média	10152,63	12776,1	95,9	
Desvio Padrão	842,08	951,4	7,3	
CF- 8- 01-x	34894,85	7938,0	75,5	8,14
CF- 8- 02-x	32915,68	7487,7	64,5	
CF- 8- 03-x	35522,30	8021,0	68,8	
CF- 8- 04-x	34855,31	7394,9	66,9	
CF- 8- 05-x	35732,19	7748,3	62,6	
CF- 8- 06-x	35547,55	7295,1	60,8	
Média	34911,31	7647,5	66,5	
Desvio Padrão	1042,87	299,2	5,3	
CF-12- 01-x	127859,38	9174,1	85,5	11,87
CF-12- 02-x	121480,66	8940,4	77,8	
CF-12- 03-x	116462,08	8189,6	74,2	
CF-12- 04-x	123871,91	8580,7	70,2	
CF-12- 05-x	125659,93	9062,0	73,8	
CF-12- 06-x	120267,01	8851,1	69,7	
Média	122600,16	8799,7	75,2	
Desvio Padrão	4074,60	360,7	5,9	
CF-15- 01-x	294113,43	9296,6	75,5	15,73
CF-15- 02-x	302610,87	9549,8	73,2	
CF-15- 03-x	298337,15	9375,9	62,3	
CF-15- 04-x	282363,34	8445,4	59,1	
CF-15- 05-x	286055,47	8669,9	66,6	
CF-15- 06-x	260793,03	7949,3	65,6	
Média	287378,88	8881,2	67,1	
Desvio Padrão	15041,05	627,3	6,3	
CF-12A-01-x	132361,24	9055,2	58,0	12,07
CF-12A-02-x	124531,87	8540,8	55,8	
CF-12A-03-x	130919,62	8846,1	51,7	
CF-12A-04-x	118176,38	7906,5	60,2	
CF-12A-05-x	112171,00	7789,7	55,4	
CF-12A-06-x	130338,58	8961,4	62,4	
Média	124749,78	8516,6	57,3	
Desvio Padrão	8108,25	547,3	3,8	

TABELA 6.4. Ensaios de Flexão-Corpos de Prova Com Eixo Longitudinal na Direção y

Nº do C.P.	$(EI)_y$ (N.cm ² /cm)	E_y (MPa)	f_{pf}^y (MPa)	Espessura Média (mm)
CF- 4 -01-y	2640,00	3407,9	49,9	4,59
CF- 4 -02-y	2901,11	3207,7	41,4	
CF- 4 -03-y	3320,58	3813,6	47,1	
CF- 4 -04-y	2863,82	3979,8	56,9	
CF- 4 -05-y	3193,02	3690,5	53,0	
CF- 4 -06-y	3442,70	4108,9	36,8	
Média	3060,21	3701,4	47,5	
Desvio Padrão	307,31	342,4	7,4	
CF- 8 -01-y	25316,56	6000,8	61,8	8,08
CF- 8 -02-y	25977,96	6088,5	73,1	
CF- 8 -03-y	22296,97	5245,5	64,1	
CF- 8 -04-y	29047,98	6118,3	64,1	
CF- 8 -05-y	30169,24	6812,3	70,6	
CF- 8 -06-y	29412,93	6520,0	71,6	
Média	27036,94	6130,9	67,6	
Desvio Padrão	3034,78	532,6	4,8	
CF-12 -01-y	101334,18	7090,1	69,3	11,84
CF-12 -02-y	98274,83	7033,5	66,0	
CF-12 -03-y	92793,40	6988,3	65,2	
CF-12 -04-y	89923,36	6419,6	61,7	
CF-12 -05-y	99155,93	7467,4	72,7	
CF-12 -06-y	97616,01	6864,3	67,8	
Média	95516,29	6977,2	67,1	
Desvio Padrão	4285,05	340,6	3,8	
CF-15 -01-y	232170,08	7158,2	67,0	15,80
CF-15 -02-y	241558,00	7307,3	70,5	
CF-15 -03-y	236584,26	7392,5	71,1	
CF-15 -04-y	272831,35	8191,1	67,8	
CF-15 -05-y	309031,81	9225,6	78,4	
CF-15 -06-y	264963,25	7850,6	68,7	
Média	259523,13	7584,2	70,6	
Desvio Padrão	29171,70	773,4	4,1	
CF-12A-01-y	92921,81	6650,4	62,3	11,95
CF-12A-02-y	105490,96	7418,1	54,0	
CF-12A-03-y	108392,28	7508,4	59,9	
Média	102268,35	7192,3	58,7	
Desvio Padrão	8223,31	471,5	4,3	

6.4. ANÁLISE DE RESULTADOS - FLEXÃO

6.4.1. Generalidades

Os resultados obtidos nos ensaios de flexão foram submetidos a uma análise estatística análoga à utilizada para os ensaios de tração e compressão. Desta forma foram pesquisadas as correlações entre os seguintes parâmetros:

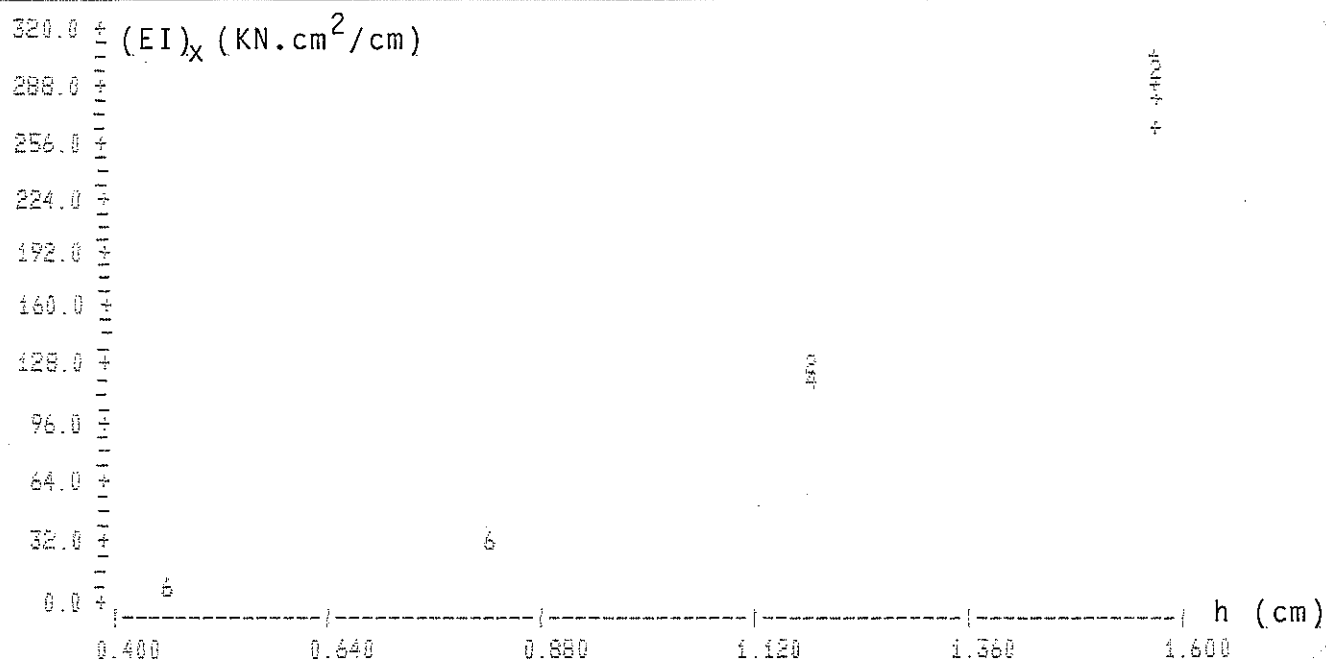
- . módulo de rigidez à flexão (EI) e espessura h
- . resistência convencional à flexão f_{pf} e a espessura h
- . resistência convencional à flexão e o módulo de elasticidade à flexão E .

No caso da flexão, foram estudadas correlações entre o módulo de rigidez à flexão (EI) para uma faixa de largura unitária e os outros parâmetros citados, ao invés de estudar-se as correlações com a estimativa do módulo de elasticidade E . Com a utilização do módulo EI chegou-se a modelos matemáticos mais simples e mais ajustados. Além disto, o módulo de rigidez à flexão EI tem um significado prático maior do que o valor E , principalmente no estudo das placas de compensado. Em todas as análises realizadas não foram considerados os resultados referentes à espessura 12A por se tratar de um tipo de composição de compensado diferente das demais.

6.4.2. Relação Entre o Módulo de Rigidez à Flexão $(EI)_x$ e a Espessura h

A análise de regressão entre $(EI)_x$ e h é apresentada na Tabela 6.5 e a análise de variância Tabela 6.6. A análise se baseia nos dados de $(EI)_x$ e h da Tabela 6.3.

Na figura 6.7 é apresentado o gráfico de $(EI)_x$ vs h

Figura 6.7. Gráfico de EI_x vs h TABELA 6.6. Relação Entre $(EI)_x$ e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$(EI)_x = 70,336 - 240,688h + 240,596h^2$	$(EI)_x$ em KNcm^2/cm h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 99,56 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 10,228 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^2 : t = 21,090 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h e h^2 estão altamente correlacionadas com $(EI)_x$
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 75,56 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 6.7. Relação Entre $(EI)_x$ e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	283024,742	2	141512,371	2400,41	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1 \%$
Residual	1238,022	21	58,953	-	
Falta de Ajuste	14,861	1	14,861	0,24	Falta de ajuste não significativa $\alpha > 25 \%$
Erro Puro	1223,161	20	61,158	-	
Total	284262,763	23	12359,251	-	-

6.4.3. Relação Entre o Módulo de Rigidez à Flexão $(EI)_y$ e a Espessura h

O resumo da análise de regressão entre $(EI)_y$ e h é mostrado na Tabela 6.8. e a análise de variância correspondente na Tabela 6.9.

O comportamento de $(EI)_y$ vs h é ilustrado pelo gráfico da figura 6.8.

Os dados de $(EI)_y$ e h utilizados na análise estão listados na Tabela 6.4.

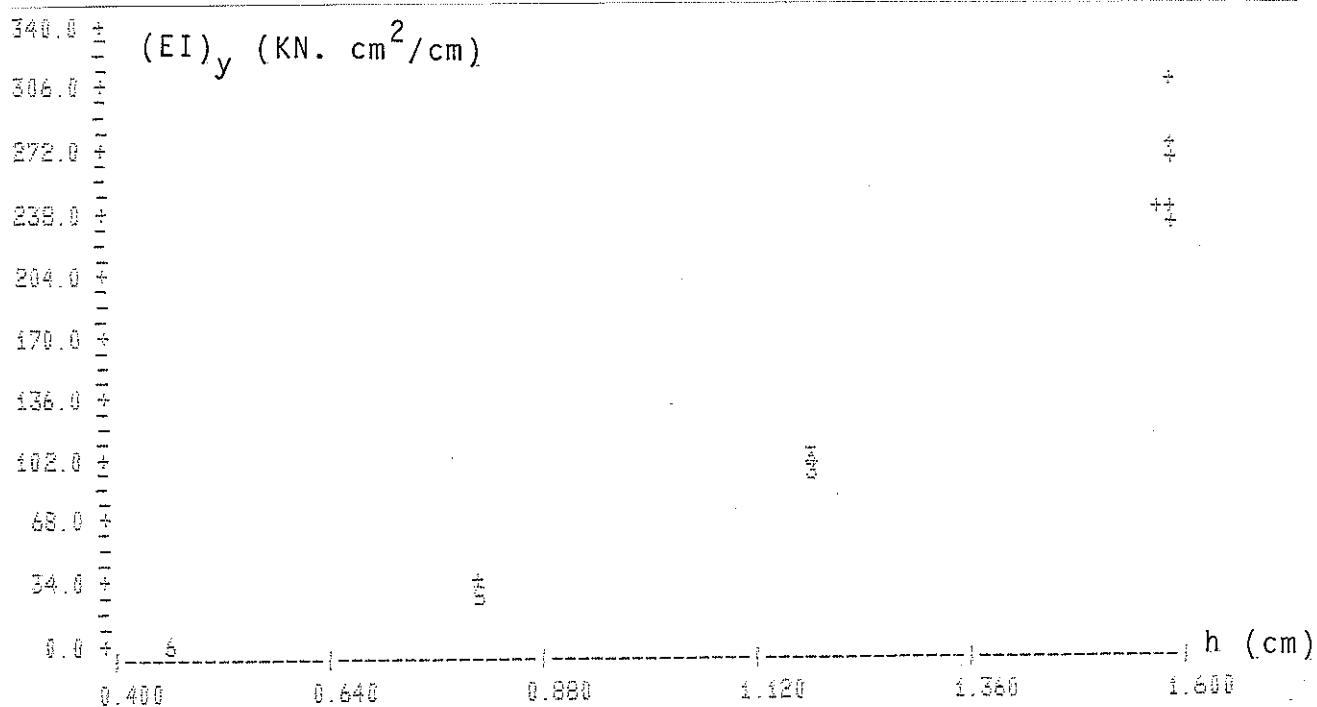


Figura 6.8 - Gráfico de $(EI)_y$ vs h

TABELA 6.8. Relação Entre $(EI)_y$ e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$(EI)_y = 68,904 - 245,543h + 231,488h^2$	$(EI)_y$ em $\text{KN} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$ h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 98,12 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	h : $t = 5,474 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ h ² : $t = 10,677 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h e h ² estão altamente correlacionadas com $(EI)_y$
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência Teste de Normalidade de Resíduos $R^2 = 79,57 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 6.9 - Relação Entre $(EI)_y$ e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	240591,049	2	120295,524	549,4	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1 \%$
Residual	4598,120	21	218,957	-	
Falta de Ajuste	204,850	1	204,850	0,933	Falta de ajuste não significativa $\alpha > 25 \%$
Erro Puro	4393,270	20	219,663	-	
Total	245189,151	23	10660,398	-	-

6.4.4 - Relação Entre a Resistência Convencional à Flexão f_{pf}^x e a Espessura h .

Com base nos dados da resistência convencional à flexão f_{pf}^x e de h dados na Tabela 6.3, procedeu-se a análise de regressão linear, apresentada na Tabela 6.10 e a respectiva análise de variância na Tabela 6.11.

Na figura 6.9 é mostrado o gráfico de f_{pf}^x vs h .

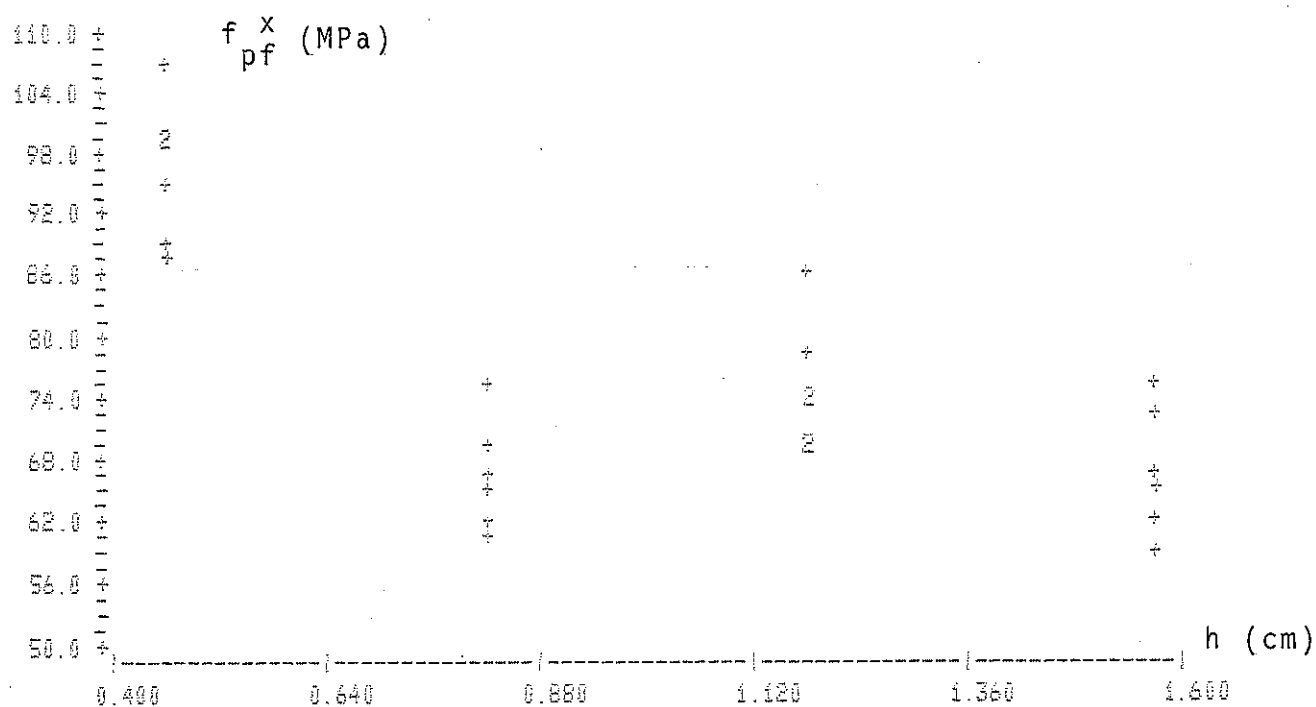


Figura 6.9 - Gráfico de f_{pf}^x vs h

TABELA 6.10. Relação Entre f_{pf}^x e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pf}^x = 271,003 - 617,419h + 599,820h^2 - 184,194h^3$	f_{pf}^x em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 81,60 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 5,846 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^2 : t = 5,311 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^3 : t = 4,985 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h , h^2 e h^3 são tão altamente correlacionadas com f_{pf}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos $R^2 = 96,14 \%$	A hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 6.11. Relação Entre f_{pf}^x e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	3419,214	3	1139,738	29,56	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1\%$
Residual	771,192	20	38,560	-	
Falta de Ajuste	320,752	4	80,188	2,85	Falta de ajuste não significativa $\alpha = 6,18\%$
Erro Puro	450,440	16	28,152	-	
Total	4190,406	23	182,192	-	-

6.4.5. Relação Entre a Resistência Convencional à Flexão f_{pf}^y e a Espessura h .

A análise de regressão linear entre a resistência convencional à flexão f_{pf}^y e a espessura média h é apresentada na Tabela 6.12. A análise de variância correspondente é mostrada na Tabela 6.13. A análise foi realizada com base nos dados de f_{pf}^y e h relacionados na Tabela 6.4.

O comportamento entre f_{pf}^y e h é ilustrado pelo gráfico da figura 6.10.

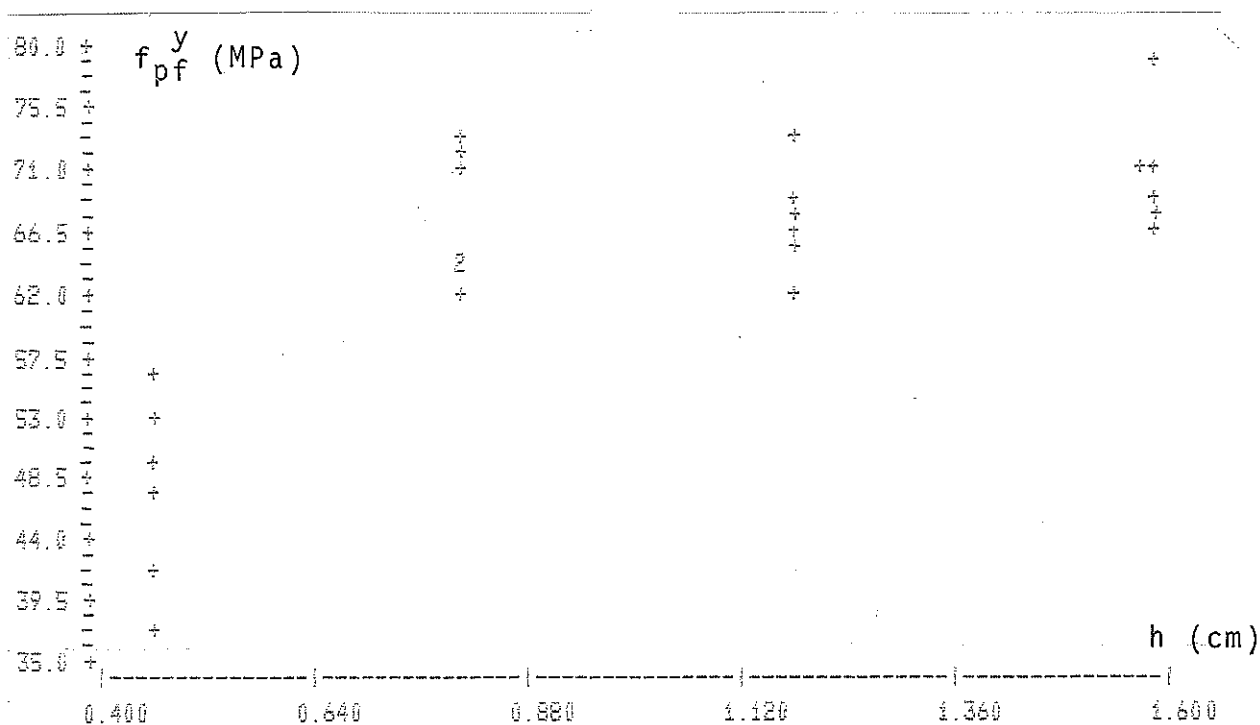


Figura 6.10. Gráfico de f_{pf}^y vs h

TABELA 6.12. Relação entre f_{pf}^y e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pf}^y = -45,243 + 315,611h - 285,397h^2 + 83,586h^3$	f_{pf}^y em MPa h em cm
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 78,57 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 3,58 \rightarrow \alpha = 0,10 \%$ $h^2 : t = 3,028 \rightarrow \alpha = 0,35 \%$ $h^3 : t = 0,714 \rightarrow \alpha = 0,71 \%$	As variáveis h , h^2 e h^3 estão altamente correlacionadas com f_{pf}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 98,89 \%$	A hipótese de distribuição normal de resíduos é aceita.

TABELA 6.13. Relação entre f_{pf}^y e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	2006,781	3	668,927	24,44	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,10\%$
Residual	547,457	20	27,373	-	
Falta Ajuste	69,297	4	17,324	0,60	Falta de ajuste não significativa $\alpha > 25 \%$
Erro Puro	478,160	16	29,885	-	
Total	2554,238	23	111,054	-	-

6.4.6 - Relação Entre a Resistência Convencional à Flexão f_{pf}^X e o Módulo de Elasticidade E_x

Foi pesquisada a correlação entre a resistência convencional à flexão f_{pf}^X e o módulo de elasticidade E_x com base nos valores dados na Tabela 6.3. O resumo da análise de regressão é apresentado na Tabela 6.14 e a análise de variância correspondente, na Tabela 6.15. O gráfico da figura 6.11 ilustra o comportamento de f_{pf}^X vs E_x .

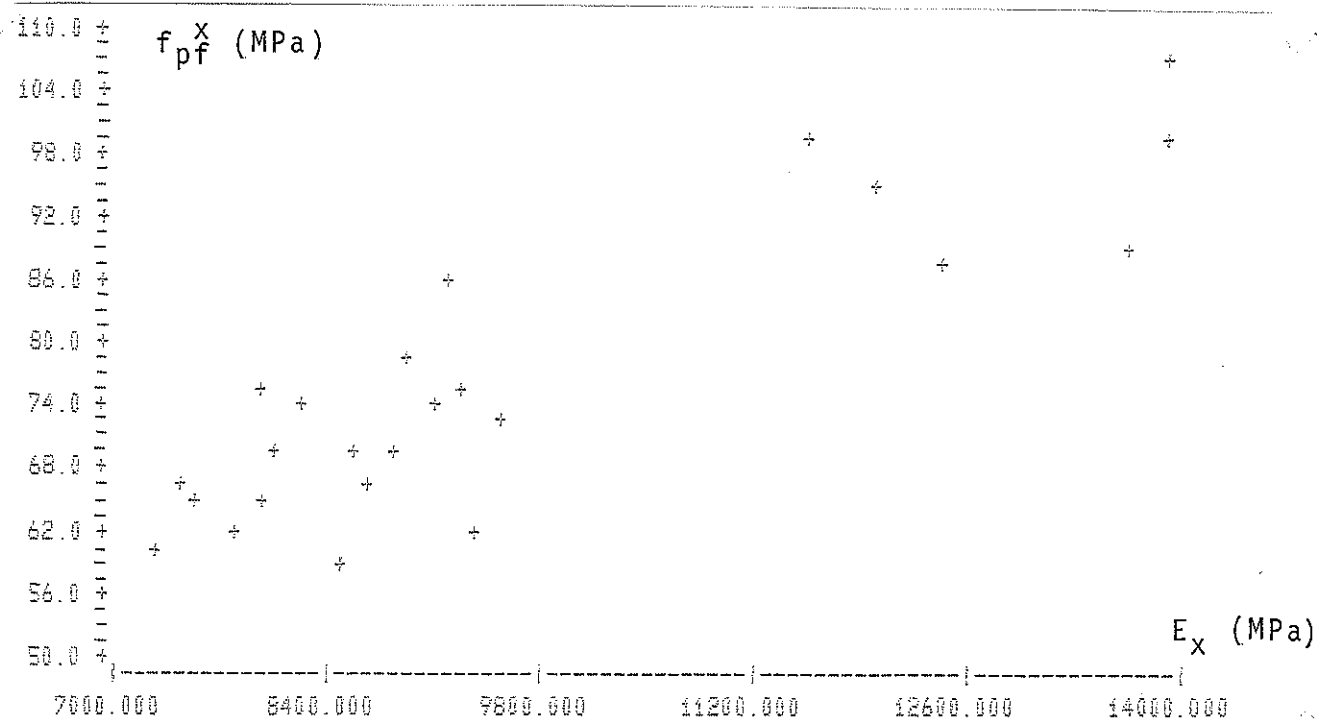


Figura 6.11 - Gráfico de f_{pf}^X vs E_x

TABELA 6.14. Relação Entre f_{pf}^x e E_x

Análise de Regressão		
Especificação	Resultado da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pf}^x = 22,746 + 5,592 \times 10^{-3} E_x$	f_{pf}^x em MPa E_x em MPa
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 77,31 \%$	Excelente grau de correlação linear.
Teste "t" (para cada variável)	Ex: $t = 8,658 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	A variável E_x está altamente correlacionada com f_{pf}^x
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos $R^2 = 97,76 \%$	- A hipótese de distribuição normal de resíduos é aceita.

TABELA 6.15. Relação Entre f_{pf}^x e E_x

Análise de Variância					
Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	3239,611	1	3239,611	74,96	A regressão é altamente significativa $\alpha < 0,10 \%$
Residual	950,795	22	43,218	-	
Falta de Ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	4190,406	23	182,192	-	-

6.4.7 - Relação Entre a Resistência Convencional à Flexão f_{pf}^y e o Módulo de Elasticidade E_y

A análise de regressão entre f_{pf}^y e E_y foi realizada com base nos dados da Tabela 6.4. O resumo da referida análise é apresentado na Tabela 6.16 e a análise de variância na Tabela 6.17. Na figura 6.12 é apresentado o gráfico de f_{pf}^y vs E_y .

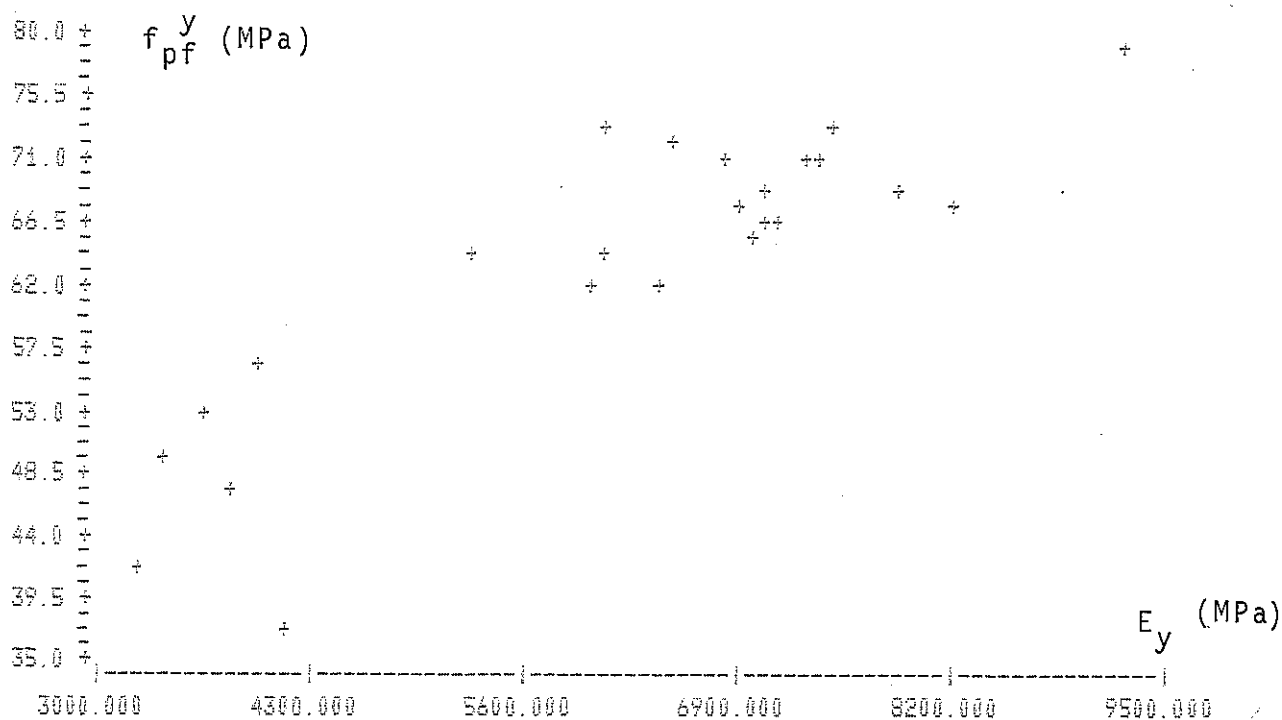


TABELA 6.16. Relação Entre f_{pf}^y e E_y
Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$f_{pf}^y = 28,829 + 5,557 \times 10^{-3} E_y$	f_{pf}^y em MPa E_y em MPa
Coefficiente de correlação linear	$R^2 = 76,25 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$E_y : t = 8,405 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	A variável E_y está altamente correlacionada com f_{pf}^y
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos não apresentam tendência Teste de normalidade de resíduos. $R^2 = 93,76 \%$	- Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita

TABELA 6.17. Relação Entre f_{pf}^y e E_y
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	1947,731	1	1947,731	70,65	A regressão é altamente significativa $\alpha < 0,10 \%$
Residual	606,507	22	27,569	-	
Falta de Ajuste	-	-	-	-	-
Erro Puro	-	-	-	-	-
Total	2554,238	23	111,054	-	-

6.5. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE E DA TENSÃO CONVENCIONAL DE RUPTURA À FLEXÃO CONSIDERANDO A SEÇÃO TRANSVERSAL HOMOGENEIZADA.

Admitindo-se a relação $\frac{E_L}{E_T} = 39,5$, Apêndice A, efetuou-se

a homogeneização das seções transversais dos corpos de prova de flexão e assim foram calculados os valores do módulo de elasticidade E_{xh} (E_{yh}) e da resistência convencional à flexão f_{pfh}^x (f_{pfh}^y), para as espessuras nominais de 4mm, 8mm, 12mm e 15mm.

O momento de inércia I_{xh} da seção transversal homogeneizada na direção x é dado por:

$$I_{xh} = \frac{b}{12} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \left[\left(\frac{n+1}{2r}\right) + \left(\frac{n-1}{2}\right) \right] + 2b \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\frac{n-3}{2}} \left[2(i-1)\right]^2 + \frac{2b}{r} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} (2i-1)^2 \quad (6.8)$$

Analogamente na direção y tem-se I_{yh} dado por:

$$I_{yh} = \frac{b}{12} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \left[\left(\frac{n+1}{2r}\right) + \left(\frac{n-1}{2}\right) \right] + \frac{2b}{r} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\frac{n-3}{2}} \left[2(i-1)\right]^2 + 2b \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} (2i-1)^2 \quad (6.9)$$

sendo h a espessura total do compensado, b a largura da seção transversal,

$$r = \frac{E_L}{E_T} = 39,5, \quad n \text{ o número total de lâminas, conforme}$$

figura 6.13.

Admitiu-se a seção como sendo composta de n lâminas de mesma espessura e $\left(\frac{n-1}{2}\right)$, um número inteiro par.

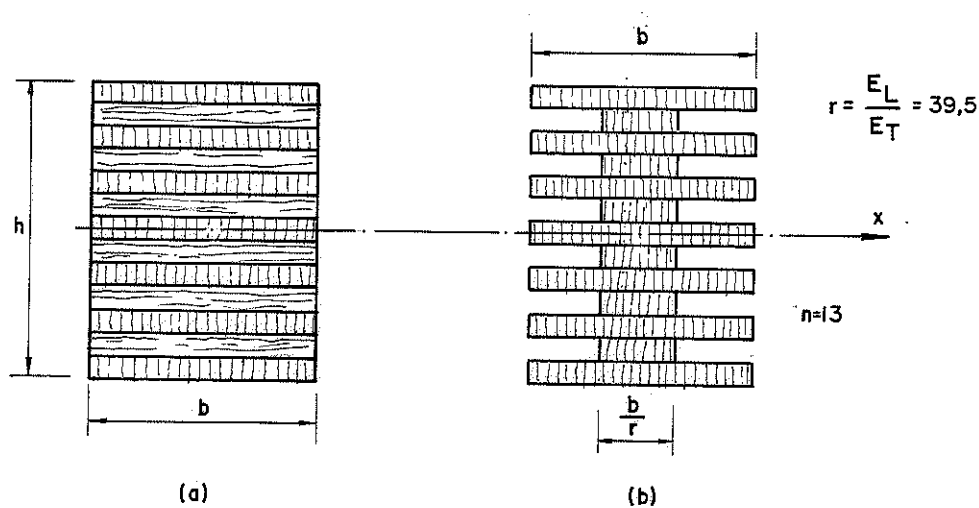


Figura 6.13. Homogeneização da Seção Transversal

Os valores do módulo de elasticidade E_{xh} foram determinados a partir dos valores do módulo de rigidez à flexão $(EI)_x$ dados na Tabela 6.3. Assim:

$$E_{xh} = \frac{(EI)_x}{I_{xh}} \quad (6.10.)$$

Analogamente na direção y , os valores de E_{yh} foram determinados a partir dos valores do módulo de rigidez à flexão $(EI)_y$ dados na Tabela 6.4. Então:

$$E_{yh} = \frac{(EI)_y}{I_{yh}} \quad (6.11.)$$

A resistência convencional à flexão na direção x , para a seção homogeneizada foi calculada por:

$$f_{pfh}^x = \frac{M_u}{I_{xh}} \cdot \frac{h}{2} \quad (6.12.)$$

sendo M_u o momento fletor último de cada corpo de prova, dado por:

$$M_u = \frac{F_u \cdot l}{4} \quad (6.13.)$$

sendo F_u a carga de colapso.

Analogamente na direção y ,

$$f_{pfh}^y = \frac{M_u}{I_{yh}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{F_u \cdot l \cdot h}{8I_{yh}} \quad (6.14.)$$

Foram também efetuadas determinações do módulo de elasticidade e da resistência convencional à flexão, considerando-se no cálculo do momento de inércia, apenas as lâminas com fibras paralelas ao vão. O momento de inércia é então expresso por:

$$I_{xp} = \frac{b}{12} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \left(\frac{n+1}{2}\right) + 2b \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\left(\frac{n+3}{4}\right)} [2(i-1)]^2 \quad (6.15.)$$

ou

$$I_{yp} = \frac{b}{12} \left(\frac{h}{n}\right)^3 \left(\frac{n-1}{2}\right) + 2b \left(\frac{h}{n}\right)^3 \sum_{i=1}^{\left(\frac{n-1}{4}\right)} (2i-1)^2 \quad (6.16.)$$

O módulo de elasticidade é então determinado por :

$$E_{xp} = \frac{(EI)_x}{I_{xp}} \quad \text{ou} \quad E_{yp} = \frac{(EI)_y}{I_{yp}} \quad (6.17.)$$

sendo E_{xp} (E_{yp}) o módulo de elasticidade na direção x (y), calculado desprezando-se as lâminas com fibras com direção transversal ao vão, $(EI)_x$ [$(EI)_y$] o módulo de rigidez à flexão na direção x (y), e I_{xp} (I_{yp}) o momento de inércia na direção x (y) calculado sob a referida hipótese. A resistência convencional à flexão f_{pfp}^x (ou f_{pfp}^y) neste caso é dada por:

$$f_{pfp}^x = \frac{M_u}{I_{xp}} \cdot \frac{h}{2} \quad \text{ou} \quad f_{pfp}^y = \frac{M_u}{I_{yp}} \cdot \frac{h}{2} \quad (6.18.)$$

sendo M_u é o momento fletor último de cada corpo de prova.

Na Tabela 6.18. são apresentados os valores de E_{xh} , f_{pfh}^x , E_{xp} e f_{pfp}^x obtidos para cada corpo de prova ensaiado com eixo longitudinal na direção x e as médias respectivas para cada espessura nominal.

Na Tabela 6.19 são apresentados os valores de E_{yh} , f_{pfh}^y , E_{yp} e f_{pfp}^y determinados para cada corpo de prova ensaiado com eixo longitudinal na direção y e as médias respectivas para cada espessura nominal.

TABELA 6.18. Valores de E_{xh} , f_{pfh}^x , E_{xp} e f_{pfp}^x

Nº C.P.	E_{xh} (MPa)	f_{pfh}^x (MPa)	E_{xp} (MPa)	f_{pfp}^x (MPa)
CF- 4-01-x	17398,84	124,2	17514,5	125,0
CF- 4-02-x	17149,79	112,7	17263,8	113,5
CF- 4-03-x	15568,83	113,4	15672,4	114,2
CF- 4-04-x	14442,56	101,8	14538,6	102,5
CF- 4-05-x	16552,56	120,3	16662,6	121,1
CF- 4-06-x	15036,80	136,6	15136,8	137,5
Média	16024,9	118,2	16131,5	119,0
Desvio Padrão	1193,3	11,8	1201,2	11,9
CF- 8-01-x	11781,4	112,1	11931,5	113,5
CF- 8-02-x	11113,2	95,7	11254,7	96,9
CF- 8-03-x	11904,3	102,1	12056,3	103,4
CF- 8-04-x	10975,5	99,3	11115,3	100,6
CF- 8-05-x	11500,1	92,9	11646,5	94,1
CF- 8-06-x	11825,3	90,2	11975,9	91,4
Média	11516,6	98,7	11663,4	100,0
Desvio Padrão	392,8	7,8	397,9	7,9
CF-12-01-x	14686,1	136,8	14918,9	139,0
CF-12-02-x	14312,1	124,6	14538,9	126,6
CF-12-03-x	13110,1	118,7	13317,9	120,6
CF-12-04-x	13736,3	112,4	13954,0	114,2
CF-12-05-x	14506,6	118,2	14736,6	120,1
CF-12-06-x	14169,1	111,6	14393,7	113,4
Média	14086,7	120,4	14310,0	122,3
Desvio Padrão	577,9	9,3	587,1	9,5
CF-15-01-x	15534,1	126,1	15809,6	128,4
CF-15-02-x	15769,7	122,3	16049,4	124,5
CF-15-03-x	15666,6	104,2	15944,5	106,0
CF-15-04-x	14111,8	98,8	14362,1	100,5
CF-15-05-x	14486,9	111,3	14743,9	113,3
CF-15-06-x	13282,9	109,7	13518,5	111,6
Média	14808,7	112,1	15071,3	114,1
Desvio Padrão	1010,3	10,5	1028,2	10,7

TABELA 6.19. Valores de E_{yh} , f_{pfh}^y , E_{yp} e f_{pfp}^y

Nº C.P.	E_{yh} (MPa)	f_{pfh}^y (MPa)	E_{yp} (MPa)	f_{pfp}^y (MPa)
CF- 4-01-y	14943,7	218,9	16384,3	240,1
CF- 4-02-y	14065,6	181,6	15421,5	199,1
CF- 4-03-y	16722,5	206,6	18334,5	226,5
CF- 4-04-y	17451,3	249,7	19133,6	273,8
CF- 4-05-y	16182,9	232,3	17742,9	254,6
CF- 4-06-y	18017,3	161,4	19754,1	177,0
Média	16230,6	208,4	17795,2	228,5
Desvio Padrão	1501,3	32,6	1646,0	35,7
CF- 8-01-y	15856,1	175,7	16653,9	184,6
CF- 8-02-y	17319,4	207,9	18190,9	218,3
CF- 8-03-y	14921,1	182,2	15672,0	191,4
CF- 8-04-y	17403,9	182,3	18280,0	191,5
CF- 8-05-y	19377,9	200,7	20353,0	210,8
CF- 8-06-y	18546,5	203,5	19479,8	213,9
Média	17237,5	192,1	18104,9	201,8
Desvio Padrão	1649,4	13,5	1732,4	14,2
CF-12-01-y	17697,1	173,0	18412,6	180,0
CF-12-02-y	17555,8	164,8	18265,6	171,5
CF-12-03-y	17442,8	162,8	18148,0	169,3
CF-12-04-y	16023,4	154,1	16671,2	160,3
CF-12-05-y	18368,8	181,5	19392,4	188,8
CF-12-06-y	17133,5	169,3	17826,2	176,1
Média	17370,2	167,6	18119,3	174,3
Desvio Padrão	776,4	9,4	884,5	9,7
CF-15-01-y	16769,5	156,7	17375,5	162,4
CF-15-02-y	17119,0	165,3	17737,7	171,3
CF-15-03-y	17318,5	166,6	17944,4	172,6
CF-15-04-y	19189,5	158,7	19882,9	164,5
CF-15-05-y	21612,9	183,7	22393,9	190,3
CF-15-06-y	18391,7	160,9	19056,3	166,7
Média	18400,2	165,3	19065,1	171,3
Desvio Padrão	1811,9	9,8	1877,4	10,1

6.6. COMPARAÇÃO ENTRE O MÓDULO DE ELASTICIDADE E_x E O MÓDULO DE ELASTICIDADE E_y , DETERMINADOS NOS ENSAIOS DE FLEXÃO

Através da análise de blocos e tratamentos, foi pesquisada a equivalência entre E_x e E_y com a variação da espessura. Cada espessura ensaiada representa um bloco e cada módulo de elasticidade (E_x ou E_y) um tratamento.

O resumo da análise de variância para o efeito da variação de E_x , E_y e h é apresentado na Tabela 6.20. Os dados utilizados na análise constam das Tabelas 6.3 e 6.4.

Na continuação, a análise foi repetida excluindo-se os resultados do bloco correspondente à espessura de 4 mm e a Tabela 6.21 mostra o resumo da análise de variância.

TABELA 6.20. Comparação Entre E_{fx} , E_{fy} e h (4,8,12,15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$					
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos					
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$					
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	16509295	3	5503098	1,41	A hipótese nula é aceita $\alpha = 25\%$
TRATAMENTOS	109607638	1	109607638	28,16	A hipótese nula é rejeitada. $\alpha < 0,1\%$
RESÍDUOS	167362956	43	3892162	-	-

TABELA 6.21. Comparação Entre E_{fx} , E_{fy} e h (8,12,15) mm
Análise de Variância

Modelo: $Y_{tj} = \mu + \beta_j + \delta_t + \epsilon_{tj}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	10099495	2	5049748	18,33	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,1 \%$
TRATAMENTOS	8376972	1	8376972	30,40	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,1 \%$
RESÍDUOS	8817425	32	275544	-	-

6.7. COMPARAÇÃO ENTRE AS RESISTÊNCIAS CONVENCIONAIS À FLEXÃO f_{pf}^x E f_{pf}^y E A ESPESSURA h .

A equivalência entre f_{pf}^x , f_{pf}^y foi pesquisada considerando-se cada espessura como um bloco e cada resistência f_{pf}^x ou f_{pf}^y como um tratamento.

Os resultados nos quais se baseia a análise de blocos e tratamentos estão relacionados nas Tabelas 6.3 e 6.4. O resumo da análise de variância é apresentado na Tabela 6.22. Em seguida, uma nova análise foi efetuada excluindo-se o bloco de resultados correspondente à espessura de 4 mm, sendo o resumo da análise mostrado na Tabela 6.23.

Na continuação da análise exclui-se também o bloco de resultados correspondente à espessura de 8 mm, e a Tabela 6.24 apresenta o resumo da análise de variância.

TABELA 6.22. Comparação Entre f_{pf}^x , f_{pf}^y e h (4,8,12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_j + \delta_t + \varepsilon_{ti}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
-------	-------------------	--------------------	----------------	---	-------------

BLOCOS	170,642	3	56,881	0,37	A hipótese nula é aceita $\alpha > 25 \%$
--------	---------	---	--------	------	--

TRATAMENTOS	2026,700	1	2026,700	12,92	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
-------------	----------	---	----------	-------	---

RESÍDUOS	6574,002	43	152,884	-	-
----------	----------	----	---------	---	---

TABELA 6.23. Comparação Entre f_{pf}^x , f_{pf}^y e h (8,12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \varepsilon_{ti}$
 β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	102,717	2	51,36	1,64	A hipótese nula é aceita $\alpha = 22,35$
TRATAMENTOS	12,367	1	12,367	0,40	A hipótese nula é aceita $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	1000,366	32	31,261	-	-

TABELA 6.24. Comparação Entre f_{pf}^x , f_{pf}^y e h (12,15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$				
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos				
Teste das Hipóteses: (ii) $\beta_i = 0$ (iii) $\delta_t = 0$				
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F OBSERVAÇÕES
BLOCOS	32,900	1	32,900	0,95
A hipótese nula é aceita $\alpha > 25 \%$				
TRATAMENTOS	31,054	1	31,054	0,90
A hipótese nula é aceita $\alpha > 25 \%$				
RESÍDUOS	726,952	21	34,617	-

6.8. COMPARAÇÃO ENTRE E_{fx} E E_{fy} EM CADA ESPESSURA

A comparação das médias de E_{fx} e E_{fy} , em cada nível de espessura estudada, foi efetuada considerando-se os dados não emparelhados e variâncias iguais, porém de valor desconhecido. O resultado desta comparação é apresentado na Tabela 6.25.

Em seguida foi realizada a comparação de médias considerando-se dados não emparelhados, variâncias diferentes e desconhecidas, sendo o resultado, mostrado na Tabela 6.26.

As comparações acima foram conduzidas conforme o exposto no item 4.8 e com base nos dados das Tabelas 6.3 e 6.4.

TABELA 6.25. Comparação Entre E_x e E_y - Flexão
Comparação de Médias
Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	12766,1	3701,4	10	21,984	Hipótese nula rejeitada. $\alpha < 0,05 \%$
8	7647,5	6130,9	10	6,081	Hipótese nula rejeitada. $\alpha < 0,05 \%$
12	8799,7	6977,2	10	8,995	Hipótese nula rejeitada. $\alpha < 0,05 \%$
15	8881,2	7854,2	10	2,526	Hipótese nula rejeitada. $\alpha = 1,67 \%$

TABELA 6.26. Comparação Entre E_x e E_y - Flexão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	12766,1	3701,4	6	21,984	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	7647,5	6130,9	8	6,081	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
12	8799,7	6977,2	10	8,995	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
15	8881,2	7854,2	10	2,526	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 1,67 \%$

6.9. COMPARAÇÃO ENTRE f_{pf}^x e f_{pf}^y EM CADA ESPESSURA

Foi efetuada a comparação de médias de f_{pf}^x e f_{pf}^y em cada nível de espessura, considerando-se dados não emparelhados com variâncias iguais mas desconhecidas. O resultado desta comparação é apresentada na Tabela 6.27.

Na Tabela 6.28. é mostrado o resultado da comparação entre f_{pf}^x e f_{pf}^y para cada espessura, considerando-se variâncias diferentes entre si e de valores desconhecidos.

TABELA 6.27. Comparação Entre f_{pf}^x e f_{pf}^y - Flexão
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

h (mm)	f_{pf}^x (MPa)	f_{pf}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	96,0	47,0	10	11,414	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	66,5	67,5	10	0,357	Hipótese nula aceita $\alpha = 36,69\%$
12	75,2	67,1	10	2,848	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,90 \%$
15	67,1	70,6	10	1,151	Hipótese nula aceita $\alpha = 14,93\%$

TABELA 6.28. Comparação Entre f_{pf}^x e f_{pf}^y
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados

$$\sigma_1 \neq \sigma_2$$

h (mm)	f_{pf}^x (MPa)	f_{pf}^y (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	96,0	47,5	10	11,414	Hipótese nula rejeitada $\alpha < 0,05 \%$
8	66,5	67,5	10	0,357	Hipótese nula aceita $\alpha = 36,69\%$
12	75,2	67,1	9	2,848	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,97 \%$
15	67,1	70,6	9	1,151	Hipótese nula aceita $\alpha = 15,12$

6.10. CONCLUSÕES

A análise de regressão entre o módulo de rigidez à flexão $(EI)_x$ determinado através de ensaios de flexão e a espessura h , apresentam altos índices de correlação. Este fato também é verificado para a correlação entre $(EI)_y$ e h .

As análises de $(EI)_x$ e a relação $(\frac{n_x}{n})$ e de $(EI)_y$ e $\frac{n_y}{n}$, foram efetuadas, embora não tenham sido apresentadas, mostraram altos índices de correlação.

A resistência convencional à flexão f_{pf}^x (ou f_{pf}^y) e a espessura h mostraram-se fortemente correlacionadas, como pode ser notado pelos resultados da análise de regressão. As análises indicam também altos índices de correlação entre f_{pf}^x (ou f_{pf}^y) e a relação

$\frac{n_x}{n}$ (ou $\frac{n_y}{n}$), não apresentadas no texto.

A tensão f_{pf}^x e a estimativa do módulo de elasticidade E_{fx} estão altamente correlacionadas e o mesmo é verificado entre f_{pf}^y e E_{fy} .

Este fato sugere a possibilidade de obter-se uma boa estimativa de f_{pf} a partir do conhecimento de E_f determinado por ensaios não destrutivos de flexão estática.

A comparação entre f_{pf}^x e f_{pf}^y através da análise de blocos e tratamentos sugere equivalência estatística entre os dois parâmetros para espessuras maiores ou iguais a 8 mm.

A comparação entre f_{pf}^x e f_{pf}^y , em cada nível de espessura, mostra a equivalência dos dois parâmetros apenas nas espessuras de 8 mm e 15 mm.

A comparação entre E_{fx} e E_{fy} , em cada nível de espessura, não indicou evidências de equivalência, em nenhuma das espessuras em estudo.

7. ENSAIOS DE TORÇÃO DE PLACAS

7.1. GENERALIDADES

A relação constitutiva entre tensão e deformação, admitindo-se o material elástico linear, homogêneo e ortotrópico é expressa por:

$$\{\epsilon\} = [S] \{\sigma\} \quad (7.1)$$

sendo $\{\epsilon\}$ o vetor das componentes de deformação e $\{\sigma\}$ o vetor das componentes de tensão.

A determinação das constantes elásticas:

- . módulo de elasticidade transversal (G_{xy}),
- . coeficientes de Poisson ν_{xy} e ν_{yx} , para placas ortotrópicas em conjunto com os módulos de elasticidade E_x e E_y , já determinados, permite a formulação da matriz $[S]$ da relação entre tensão e deformação para os estados planos de tensão e de deformação.

A grande maioria das aplicações estruturais práticas do compensado é caracterizada pela ocorrência de um dos referidos estados.

O coeficiente de Poisson ν_{xy} significa a relação entre a deformação linear medida na direção y e a deformação linear na direção x quando o material é solicitado axialmente na direção x .

Analogamente, o coeficiente de Poisson ν_{yx} é a relação entre a deformação na direção x e a deformação na direção y quando o material é solicitado axialmente na direção y .

De acordo com HEARMON e ADAMS (1952), quando a placa é ortotrópica e as direções dos eixos x e y coincidem com as duas direções principais de elasticidade (fig. 7.1a) pode-se reescrever a equação (7.1) como:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7.2)$$

Os coeficientes (S_{11} , S_{12} , S_{21} , S_{22} , S_{66}) podem ser expressos em termos dos módulos de elasticidade (E_x , E_y), dos coeficientes de Poisson (ν_{xy} , ν_{yx}) e do módulo de elasticidade transversal (G_{xy}).

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{1}{E_x} \\
 S_{22} &= \frac{1}{E_y} \\
 S_{12} = S_{21} &= - \frac{\nu_{xy}}{E_x} = - \frac{\nu_{yx}}{E_y} \\
 S_{66} &= \frac{1}{G_{xy}}
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

Se os eixos $(0x, 0y)$ na placa são girados de um ângulo θ no sentido anti-horário (fig.7.1b), então os novos coeficientes S'_{ij} podem ser expressos por:

$$\begin{aligned}
 S'_{11} &= S_{11} m^4 + (2S_{12} + S_{66}) m^2 n^2 + S_{22} n^4 \\
 S'_{22} &= S_{11} n^4 + (2S_{12} + S_{66}) m^2 n^2 + S_{22} m^4 \\
 S'_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66}) m^2 n^2 + S_{12} (m^4 + n^4) \\
 S'_{16} &= mn [2S_{22} n^2 - 2S_{11} m^2 + (2S_{12} + S_{66}) (m^2 + n^2)] \\
 S'_{26} &= mn [2S_{22} m^2 - 2S_{11} n^2 - (2S_{12} + S_{66}) (m^2 - n^2)] \\
 S'_{66} &= 4 (S_{11} + S_{22} - 2S_{12}) m^2 n^2 + S_{66} (m^2 - n^2)^2
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

sendo $m = \cos \theta$ e $n = \sin \theta$

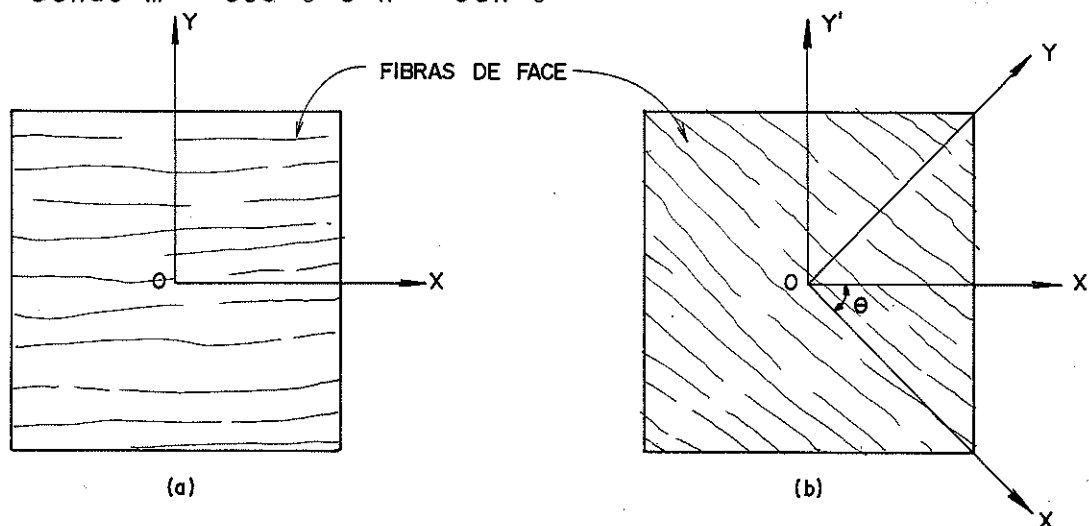


Figura 7.1 - Sistema de Referência e Direções Principais de Ortotropia da Placa.

Se uma placa ortotrôpica \bar{e} submetida a momentos fletores uniformes (M_x, M_y) e momento torçor (M_{xy}), a expressão geral para a placa deformada (w) sob estas condições \bar{e} :

$$w = \frac{1}{h^3} \{ 6M_x (S'_{11} x'^2 + S'_{12} y'^2 + S'_{16} x' y') + 6M_y (S'_{12} x'^2 + S'_{22} y'^2 + S'_{26} x' y') + 6M_{xy} (S'_{16} x'^2 + S'_{26} y'^2 + S'_{66} x' y') + ax' + by' + c \} \quad (7.5)$$

sendo h a espessura da placa, w a componente de deslocamento de um ponto na direção do eixo z , perpendicular ao plano Oxy e a, b, c constantes que dependem da posição do sistema de coordenadas. Para uma placa submetida a um carregamento conforme esquematizado na fig. 7.2, tem-se solicitação por torção pura.

Este carregamento \bar{e} equivalente a carregar-se a placa com um momento torçor uniformemente distribuído ao longo dos lados, igual $P/2$ e momentos fletores M_x e M_y nulos. A equação (7.5) reduz-se a:

$$w = - \frac{1}{h^3} \{ 3P(S'_{16} x'^2 + S'_{26} y'^2 + S'_{66} x' y') + ax' + by' + c \} \quad (7.6)$$

As constantes (a, b, c) podem ser determinadas pelas condições de contorno, ver fig. 7.2a, como segue:

$$w = 0 \text{ para } x' = \frac{\ell}{2}, y' = \frac{\ell}{2}$$

$$w = 0 \text{ para } x' = -\frac{\ell}{2}, y' = \frac{\ell}{2}$$

$$w = 0 \text{ para } x' = -\frac{\ell}{2}, y' = -\frac{\ell}{2}$$

sendo ℓ o vão da placa. Substituindo-se estas condições de contorno na equação (7.6), as constantes a, b, c são determinadas:

$$a = -b = - \frac{3P\ell^2 S'_{66}}{2}$$

$$c = - \frac{3}{4} P \ell^2 (S'_{16} + S'_{26} + S'_{66})$$

Substituindo-se o valor das constantes na equação (7.6)

tem-se,

$$w = - \frac{1}{h^3} \left\{ 3P(S'_{16} x'^2 + S'_{26} y'^2 + S'_{66} x'y') + \frac{3P\ell S'_{66}}{2} (y' - x') - \frac{3P\ell^2}{4} (S'_{16} + S'_{26} + S'_{66}) \right\} \quad (7.7)$$

A flecha (w_0) no centro da placa é dada por:

$$w_0 = \frac{3}{4} \frac{P\ell^2}{h^3} (S'_{16} + S'_{26} + S'_{66}) \quad (7.8)$$

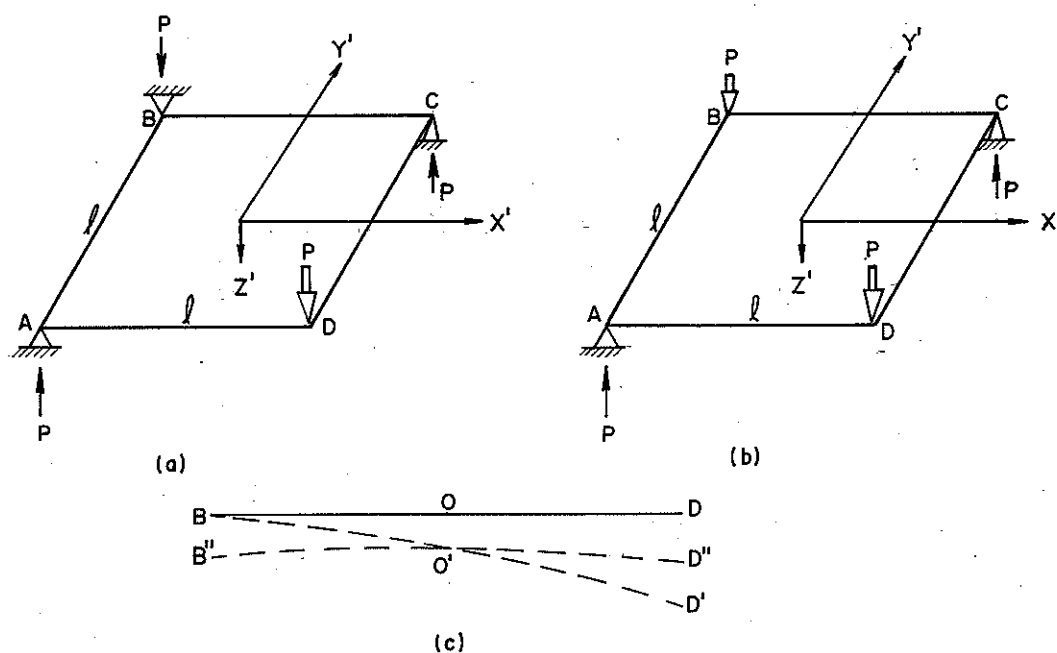


Figura 7.2 - Esquema de Carregamento para o Ensaio de Torção de Placa.

Fazendo, $S_t = S'_{16} + S'_{26} + S'_{66}$, a equação (7.8) pode ser reescrita como:

$$S_t = \frac{4}{3} \frac{h^3 w_0}{P\ell^2} \quad (7.9)$$

Usando as equações (7.4), tem-se:

$$S_t = 2 mn (m-n)^2 S_{11} - 8 m^2 n^2 S_{12} + 2 mn (m+n)^2 S_{22} + (m^2 - n^2)^2 S_{66}$$

Quando a placa é testada com $\theta = 0^\circ$ ou 90° ,

$$\left. \begin{array}{l} m = \cos 0^\circ = 1 \\ n = \sin 0^\circ = 0 \end{array} \right\} \text{ ou } \left. \begin{array}{l} m = \cos 90^\circ = 0 \\ n = \sin 90^\circ = 1 \end{array} \right\}$$

$$\text{Então, } S_t = S_{66} = \frac{1}{G_{xy}} \quad (7.10)$$

$$\text{Se } \theta = +45^\circ, m = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; n = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Então, } S_t = 2(S_{22} - S_{12}) \quad (7.11)$$

$$\text{Se } \theta = -45^\circ, m = \cos(-45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$n = \sin(-45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Então, } S_t = 2(S_{11} - S_{12}) \quad (7.12)$$

Medindo-se as flechas no centro da placa testada com orientações θ igual a 0° , $+45^\circ$ e -45° , pode-se obter através das equações (7.10), (7.11) e (7.12) os quatro coeficientes desconhecidos.

Assim todos os coeficientes da matriz $[S]$ e portanto todas as constantes elásticas da placa ortotrópica são determinadas.

Os coeficientes de Poisson efetivos podem ser calculados utilizando-se a equação (7.3):

$$v_{xy} = -S_{12} E_x = -\frac{S_{12}}{S_{11}}$$

$$v_{yx} = -S_{12} E_y = -\frac{S_{12}}{S_{22}}$$

A flecha (w_ℓ) no canto carregado pode ser usada como uma verificação da precisão da relação entre flechas no centro e nos cantos carregados. No canto carregado D (fig. 7.3a), $x = \frac{\ell}{2}$ e $y = -\frac{\ell}{2}$, a flecha é dada, de acordo com a equação (7.7), por:

$$w_{\ell} = 3 \frac{P_{\ell}^2 S'_{66}}{h^3}$$

$$\text{Ou } S'_{66} = \frac{h^3 w_{\ell}}{3 P_{\ell}^2} \quad (7.13)$$

Substituindo-se S'_{66} da equação (7.4) na equação (7.13) tem-se,

$$4(S_{11} + S_{22} - 2S_{12}) m^2 n^2 + S_{66} (m^2 - n^2) = \frac{h^3 w_{\ell}}{3P_{\ell}^2} \quad (7.14)$$

Para $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 90^\circ$, a equação (7.14) reduz-se a

$$S_{66} = \frac{h^3 w_{\ell}}{3P_{\ell}^2} \quad (7.15)$$

Das equações (7.15), (7.10) e (7.9), obtêm-se

$$w_{\ell} = 4w_0 \quad (7.16)$$

Para $\theta = +45^\circ$ ou -45° , a equação (7.14) reduz-se a

$$S_{11} + S_{22} - 2S_{12} = \frac{h^3 w_{\ell}}{3P_{\ell}^2} \quad (7.17)$$

Das equações (7.17), (7.12), (7.11) e (7.9), tem-se

$$w_{\ell} = 2 \left[w_0 (\theta = +45^\circ) + w_0 (\theta = -45^\circ) \right] \quad (7.18)$$

Para a execução do ensaio foi utilizado o esquema de carregamento mostrado na fig. 7.2b, em substituição ao esquema da fig. 7.2a, em razão da maior facilidade de montagem. A relação das flechas nestas duas condições de ensaio é apresentada na fig. 7.2c.

A curva $BO'D'$ representa a linha BOD após a deformação, pela aplicação do carregamento da fig. (7.2a), enquanto a curva $B''O''D''$ representa a linha BOD depois da deformação devido à aplicação do carregamento da fig. 7.2b. As flechas centrais das placas (w_0) nas duas condições de carregamento são as mesmas, mas a flecha no canto carregado D da fig. 7.2a é duas vezes maior que a flecha nos cantos carregados B e D da fig. 7.2b. Portanto, w_{ℓ} nas equações

(7.13) a (7.18) deve ser substituída por $2 w_{\lambda}$, sendo w_{λ} obtido com o esquema de carregamento da figura 7.2b.

O Método D-3044 (1976) da ASTM prescreve a medição de flechas relativas ao centro da placa em pontos situados sobre as diagonais e distantes do centro da placa de aproximadamente $\frac{1}{4}$ do comprimento das mesmas conforme esquema da figura 7.3, no ensaio de torção de placas para $\theta = 0^{\circ}$.

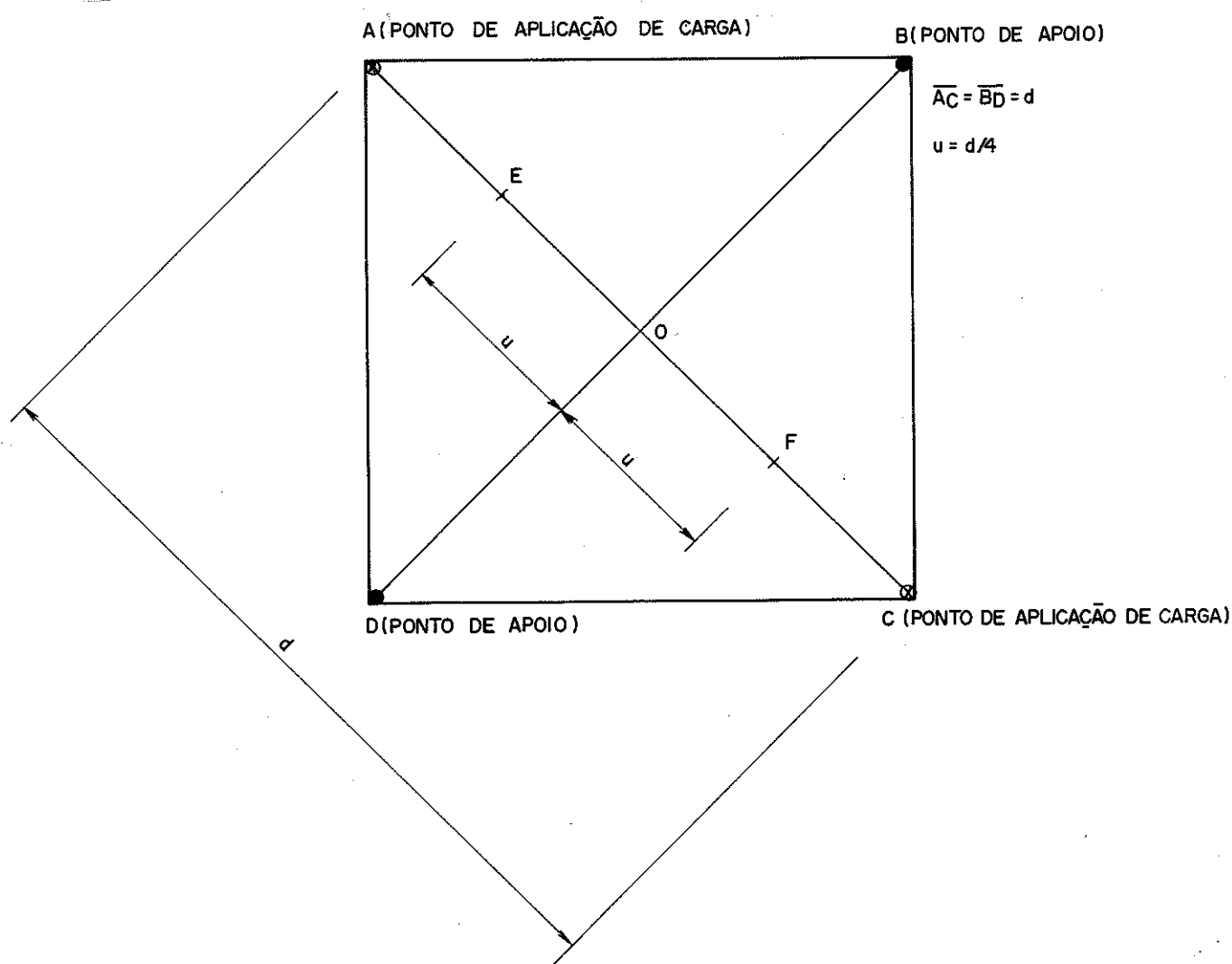


Figura 7.3 - Esquema de Locação dos Pontos de Medição de Flechas do Método D-3044 (1976) da ASTM.

A ASTM apresenta ainda a expressão de cálculo do módulo de elasticidade transversal, G , como:

$$G = \frac{3 u^2 P}{2 h^3 w} \quad (7.19)$$

sendo P a carga aplicada em cada canto, h a espessura da placa, w a flecha média entre as flechas em E e F, relativas ao centro e u a distância do centro da placa ao ponto onde é medida a flecha.

7.2. ENSAIO DE TORÇÃO DE PLACA PARA $\theta = 0^\circ$

7.2.1. Material

Foram ensaiadas (seis) 6 placas quadradas para cada uma das espessuras de 4, 8, 12 e 15 mm e (três) 3 placas para a espessura 12A.

As fibras de face dos corpos de prova faziam ângulos de 0° e 90° respectivamente com os lados.

Na Tabela 7.1 são apresentadas as dimensões a (lados das placas) adotadas em função da espessura.

TABELA 7.1 - Dimensão dos Corpos de Prova de Torção

h (mm)	a (mm)
4	160
8	260
12	400
15	400
12A	400

7.2.2. Metodologia

Os corpos de prova foram montados sobre apoios esféricos em dois pontos extremos de uma diagonal e a carga aplicada através dos dois pontos extremos da outra diagonal. Cada aparelho de apoio para ensaios em placas de 12 e 15 mm consta de um par de chapinhas de aço quadradas de $(6 \times 25 \times 25) \text{ mm}^3$ tendo cada uma um rebaixo central esférico de profundidade aproximadamente de 3 mm e raio de 6 mm. Nos ensaios de placas com espessuras de 4 e 8 mm foram utilizados apoios com pares de chapinhas de $(6 \times 15 \times 15) \text{ mm}^3$. As chapinhas eram providas de quatro furos nos cantos para serem pregadas nas pla-

cas: duas chapinhas nas extremidades da diagonal superior e duas nas extremidades da diagonal inferior, perpendicular à primeira.

A figura 7.4 ilustra a posição das chapinhas de apoio no e das chapinhas de aplicação de carga no corpo de prova.

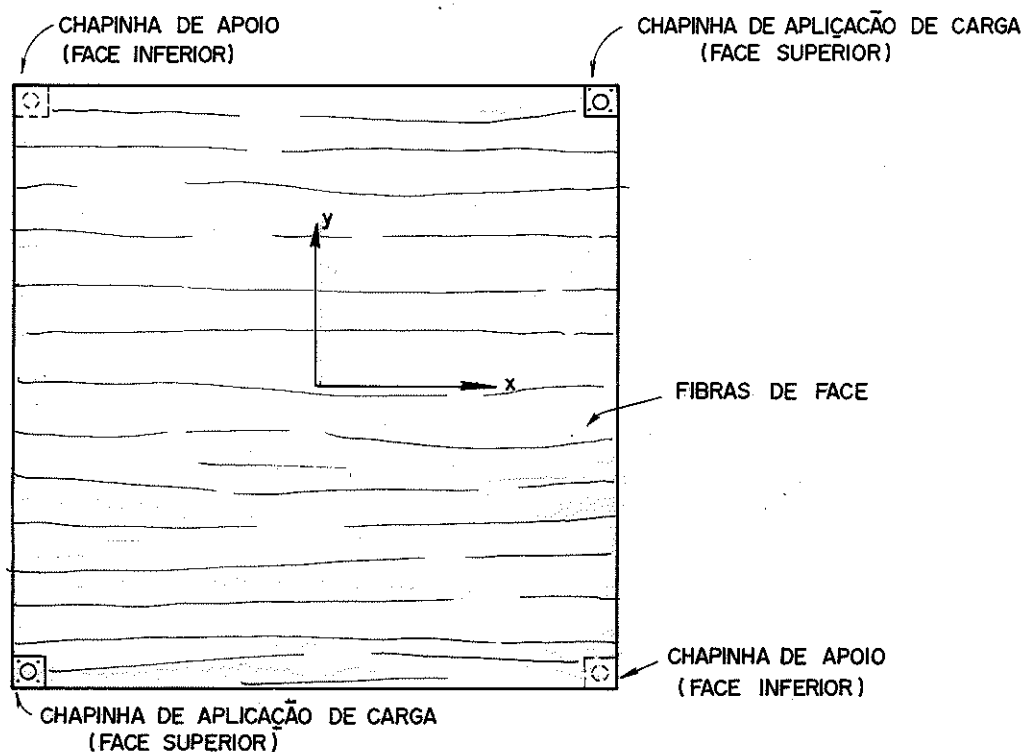


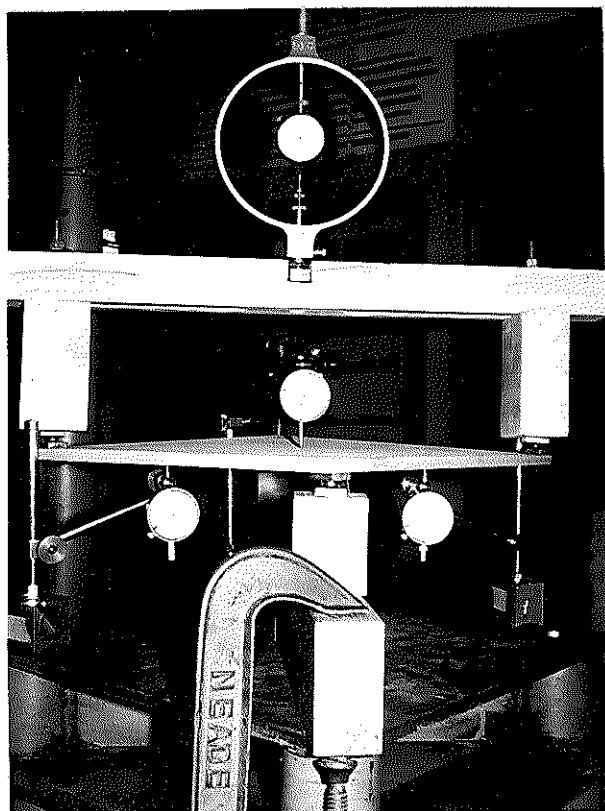
Figura 7.4 - Posição dos Pontos de Apoio e dos Pontos de Aplicação de Carga.

Após a fixação das quatro chapinhas ao corpo de prova, este era apoiado sobre duas esferas de aço de diâmetro 11 mm alojadas em chapinhas iguais às do corpo de prova, estando as mesmas fixadas em dois blocos de madeira ajustáveis, montados sobre um travessão de madeira. Os blocos foram regulados de modo a ajustar perfeitamente as esferas nos rebaixos das chapinhas superior e inferior, em cada canto.

Em seguida foi colocado sobre a placa um travessão superior para aplicação de carga ficando o mesmo apoiado sobre duas esferas de aço alojadas nas chapinhas da placa e em duas chapinhas fixas em dois blocos de madeira reguláveis ao longo do travessão.

A carga era aplicada através do cilindro no centro do travessão superior e este a transmitia às extremidades da placa, sendo lida no anel dinamométrico acoplado ao cilindro de carga.

A figura 7.5 ilustra a montagem do ensaio.



Tomou-se o cuidado de fazer a linha de centro do anel dinamométrico passar pelo centro da placa e de nivelar a superfície da placa antes do início do ensaio.

Figura 7.5 - Montagem do Ensaio de Torção.

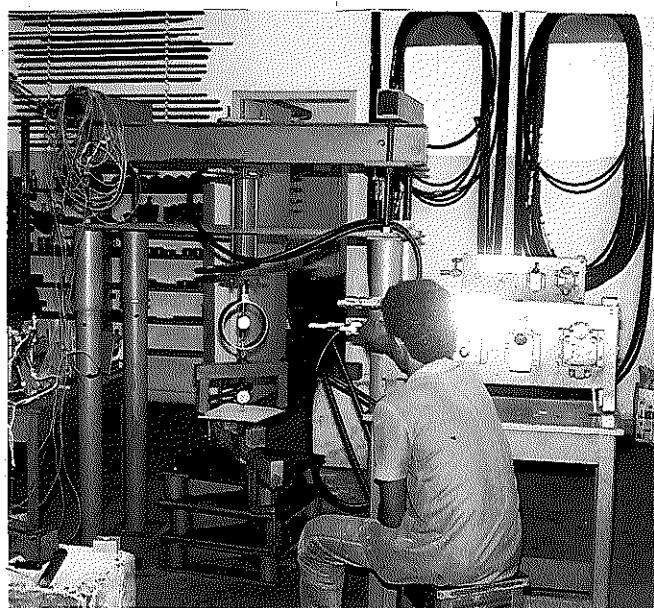


Figura 7.6 - Ensaio de Torção de Placa - Vista Geral da Montagem.

Na figura 7.6 é mostrada uma vista geral da montagem do ensaio de torção destacando-se a estrutura e equipamento de aplicação de carga.

Para cada corpo de prova ensaiado foram efetuadas e anotadas as leituras de flechas a cada intervalo regular de acréscimo de carga. Antes de iniciar-se o ensaio propriamente dito foi dada uma carga de acomodação no conjunto com valor aproximadamente de 50% da carga limite dada na Tabela 7.2. A carga limite da Tabela 7.2 corresponde à carga máxima aplicada ao corpo de prova.

Esta carga era limitada pela deformação da placa. Com a limitação da deformação procurou-se evitar o aparecimento de esforços de segunda ordem na placa. A flecha máxima na extremidade carregada da placa foi limitada em valores da ordem de $\frac{h}{10}$, conforme sugerido por HEARMON (1952).

Em todos os ensaios de torção, foi efetuada instrumentação com relógios comparadores no topo dos blocos de apoio, medindo-se o recalque, possibilitando a correção de todos os resultados.

TABELA 7.2.- Intervalo de Carga e Carga Limite Para Ensaios de Torção de Placas.

h (mm)	Intervalo de Carga (N)	Carga Limite (N)
4	3,6	43,2
8	3,6	43,2
12	7,2	108,0
15	10,8	151,2
12A	7,2	108,0

7.2.3. Ensaios Preliminares

7.2.3.1. Metodologia

Inicialmente foram ensaiados três corpos de prova de chapas de compensado para cada uma das espessuras, exceto para a espessura de 12 mm.

Cada corpo de prova foi ensaiado duas vezes por dois métodos distintos, tendo em vista a verificação da equivalência entre os mesmos.

No Método 1 o corpo de prova foi montado conforme procedimento descrito em 7.2.2 e foram instalados dois relógios comparadores nos pontos extremos da diagonal, sob os pontos de aplicação de carga, (pontos A e C da figura 7.3), e um relógio comparador no

centro da placa (ponto 0 da figura 7.3). Todos os relógios utilizados tinham precisão de 0,01 mm e curso de 10 mm. A figura 7.7 ilustra a montagem deste ensaio.

Após a aplicação da carga de acomodação referida em 7.2.2, foi aplicado o primeiro carregamento até atingir-se a carga limite da Tabela 7.2, e foram registrados valores de carga e flecha em cada relógio comparador, a cada intervalo regular de acréscimo de carga. Em seguida, a carga era removida e um segundo carregamento aplicado, repetindo-se a mesma sequência de operações anteriores.

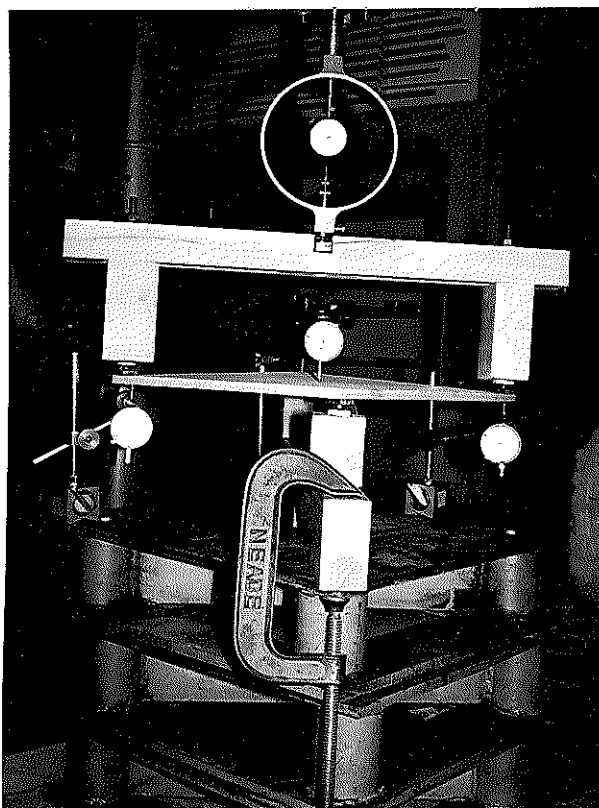


Figura 7.7 - Montagem do Ensaio de Torção com Relógios Comparadores no Centro e nas Extremidades

No Método 2, foi mantida a montagem mudando-se apenas os relógios comparadores das extremidades para os pontos E e F (figura 7.3) distantes $\frac{1}{4}$ do comprimento da diagonal em relação ao centro da placa. Foram⁴ aplicados dois carregamentos, registrando-se os valores de carga e respectivos valores de flechas seguindo o mesmo procedimento do primeiro método. A figura 7.5 ilustra a montagem deste ensaio. Este método acompanha basicamente os procedimentos do Método 3044- (1976) da ASTM.

7.2.3.2. Resultados do Ensaio Preliminares

Dos ensaios preliminares pelo Método 1 foram obtidas duas séries de valores de carga, flecha no centro (w_0) e duas séries de flecha (w_ℓ) para cada extremidade. Em seguida, calculou-se uma série de valores médios de flecha no centro e uma de flecha nas extremidades. A partir das séries médias de flechas no centro (w_0) e flechas nas extremidades (w_ℓ) procedeu-se à análise de regressão linear entre flecha e carga, chegando-se às equações de retas do tipo,

$$w_0 = a + b \cdot F \quad (7.20)$$

ou

$$w_\ell = a + b \cdot F \quad (7.21)$$

sendo F a carga total aplicada sobre a placa.

O comportamento entre w e F mostrou-se fortemente linear em todos os casos. O gráfico de F vs w da figura 7.8 ilustra o comportamento típico ocorrido.

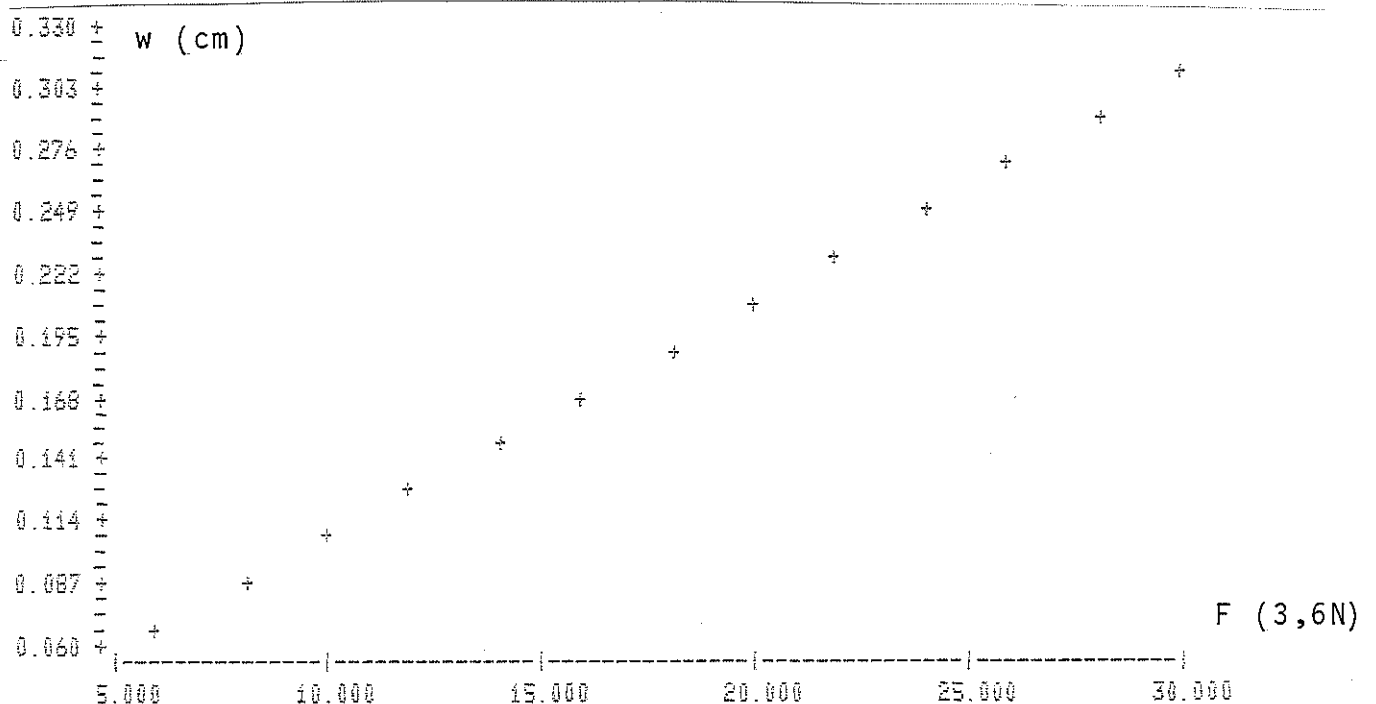


Figura 7.8 - Gráfico de $F \times w$

Desprezando-se o termo intercessão a , da equação (7.20) e igualando-se o valor de w_0 dado por esta equação com o valor de w_0 dado pela equação (7.9), sendo $F = 2P$,

$$S_{66} = \frac{8}{3} \frac{bh^3}{l^2} \quad (7.22)$$

ou

$$G_{xy} = \frac{3}{8} \frac{l^2}{bh^3} \quad (7.23)$$

Analogamente, igualando-se o valor w_ℓ dado pela equação (7.21) com o valor de w_ℓ dado pela equação (7.15), substituindo-se w_ℓ na equação (7.15) por $2 w_\ell$ e desprezando-se o termo a na equação (7.21), tem-se:

$$S_{66} = \frac{4}{3} \frac{bh^3}{l^2} \quad (7.24)$$

ou

$$G_{xy} = \frac{3}{4} \frac{l^2}{b \cdot h^3} \quad (7.25)$$

Dos ensaios preliminares pelo Método 2 foram obtidas duas séries de valores carga-flecha no centro (w_0), duas séries de valores de flecha no ponto E e duas séries de valores de flecha no ponto F (figura 7.3).

Em seguida determinou-se uma série de valores médios de flecha no centro e uma série de valores médios de flecha para os pontos E e F (figura 7.3).

Fazendo-se a diferença entre a série de flechas médias para os pontos E e F e a série de flechas médias no centro da placa obteve-se a série de flechas médias dos pontos E e F relativas ao centro.

Fazendo-se a análise de regressão linear entre a flecha média dos pontos E e F, relativa ao centro, e a carga aplicada F, tem-se para cada corpo de prova equações do tipo:

$$w \left(\frac{d}{4} \right) = a + b \cdot F \quad (7.26)$$

Igualando-se a flecha $w_{(d/4)}$ dado pela equação (7.26) com o valor de $w_{(d/4)}$ dado pela equação (7.19) (Método D-3044-(1976) - ASTM), desprezando-se o termo a de equação (7.26) e tendo-se $F=2P$,

$$G_{xy} = \frac{3}{2} \frac{u^2}{b \cdot h^3} \quad (7.27)$$

Na Tabela 7.3, são apresentados para cada corpo de prova ensaiado, os valores de G_{xy} obtidos pelo Método 1 com base nas equações (7.23) e (7.25) e o valor de G_{xy} obtido pela equação (7.27)

TABELA 7.3 - Módulo de Elasticidade Transversal - G_{xy} - Ensaios Preliminares.

Nº C. P.	G_{xy} (MPa)		
	Equação (7.23)	Equação (7.25)	Equação (7.27)
PL- 4 -01	1701,9	1558,3	-
PL- 4 -02	1632,5	1476,0	-
PL- 4 -03	1659,1	1743,4	-
PL- 8 -01	1272,9	1160,5	1159,4
PL- 8 -02	1352,7	1339,7	1344,5
PL- 8 -03	1325,5	1225,5	1352,0
PL-15 -01	1173,6	1182,2	1275,8
PL-15 -02	1179,6	1157,5	1177,5
PL-15 -03	1211,8	1192,1	1172,8
PL-12A-01	1035,0	969,1	1033,6
PL-12A-02	1031,9	1107,7	1058,9
PL-12A-03	1078,1	1031,3	1104,2

7.2.3.3. Análise dos Resultados Preliminares

A comparação entre os valores de G_{xy} obtidos com base nas medidas de flecha no centro (equação 7.23), de flecha nos cantos (equação 7.25) e de flecha no quarto da diagonal relativa ao centro (equação 7.27), dados na Tabela 7.3, foi efetuada por meio de análise de blocos e tratamentos.

Cada espessura representa um bloco e cada determinação de

G_{xy} ($G_{xy}(w_0)$ ou $G_{xy}(w_\ell)$ ou $G_{xy}(d/4)$) um tratamento.

O resumo da análise de variância é apresentado na Tabela 7.4.

As evidências favoráveis à hipótese nula na Tabela 7.4 indicam não haver influência do método de ensaio na determinação dos valores de G_{xy} .

Com base nesta conclusão, na complementação dos ensaios de torção, a instrumentação visando a medida de flechas foi efetuada apenas no centro das placas.

TABELA 7.4 - Comparação Entre $G_{xy}(w_0)$, $G_{xy}(w_x)$, $G_{xy}(d/4)$ e h (8, 12A, 15)
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$				
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos				
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$				
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	468066,27	2	234033,13	20,48
				A hipótese nula é rejeitada ao nível $\alpha < 0,1 \%$
TRATAMENTOS	7991,54	2	3995,77	0,35
				A hipótese nula é aceita ao nível $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	251420,66	22	11428,21	

7.2.4. Ensaio Complementares

7.2.4.1. Metodologia

Na complementação dos ensaios de torção de placas com $\theta = 0^\circ$, foram ensaiados 3 corpos para cada uma das espessuras: 4mm, 8mm, e 15mm. Para a espessura 12mm foram ensaiados 6 (seis) corpos de prova. Desta forma considerando-se no total, ensaios preliminares e complementares, foram ensaiados 6 (seis) corpos de prova por espessura, exceto para espessura 12A.

A metodologia básica de ensaio é descrita no item 7.2, ressaltando-se no caso, a simplificação obtida com a utilização de apenas um relógio comparador com base nas conclusões e resultados dos ensaios preliminares.

A figura 7.8 ilustra a montagem de ensaio utilizada.

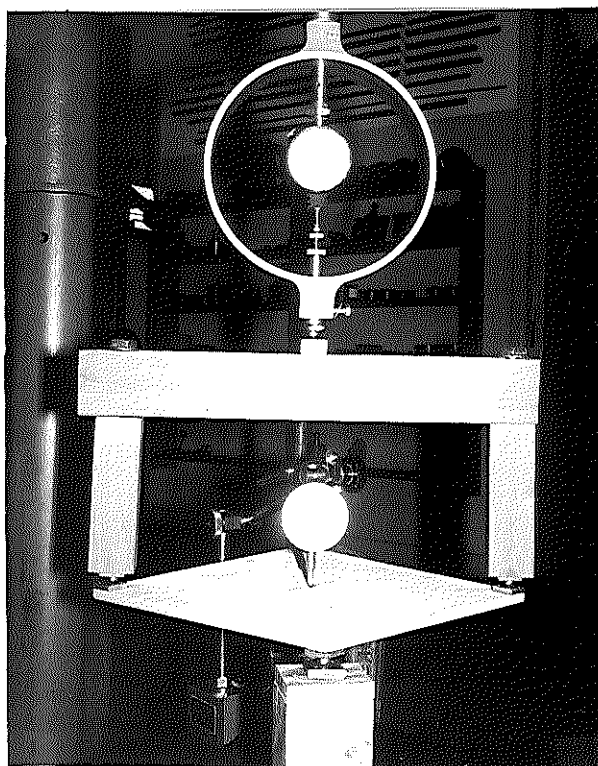


Figura 7.8 - Montagem dos Ensaio Complementares.

7.2.4.2. Ensaio Complementares - Resultados

Para cada corpo de prova foram obtidas duas séries de valores: carga-flecha no centro da placa em função de carga aplicada. Através de regressão linear entre os valores de flecha e carga foram determinadas equações do tipo:

$$w_0 = a + b.F \quad (7.28)$$

sendo F a carga total aplicada.

Utilizando-se a equação 7.23. foram determinados os valores de G_{xy} para cada corpo de prova, sendo estes apresentados na Tabela 7.5.

TABELA 7.5.- Módulo de Elasticidade Transversal - G_{xy}

<u>Nº C.P.</u>	<u>G_{xy} (MPa)</u>
PL- 4-04	1733,0
PL--4-05	1767,4
PL--4-06	1649,6
PL- 8-04	1218,9
PL--8-05	1165,1
PL- 8-06	1278,8
PL-12-01	1123,1
PL-12-02	1125,9
PL-12-03	1183,8
PL-12-04	1162,4
PL-12-05	1216,9
PL-12-06	1113,2
PL-15-04	1168,5
PL-15-05	1076,8
PL-15-06	1124,8

7.2.5. Resultado Geral

Na Tabela 7.6. são apresentados os valores de G_{xy} calculados com base na flecha (w_0) no centro da placa, para o conjunto de corpos de prova dos ensaios preliminares e dos ensaios complementares. São também apresentados os valores das espessuras médias h.

TABELA 7.6 - Valores de G_{xy} determinados a partir de w_0

<u>Nº C.P.</u>	<u>G_{xy} (MPa)</u>	<u>n (mm)</u>
PL- 4 -01	1701,9	4,63
PL- 4 -02	1632,5	
PL- 4 -03	1659,1	
PL- 4 -04	1733,0	
PL- 4 -05	1767,4	
PL- 4 -06	1649,6	
Média	1690,6	
Desvio Padrão	52,7	
PL- 8 -01	1272,9	8,04
PL- 8 -02	1352,7	
PL- 8 -03	1325,5	
PL- 8 -04	1218,9	
PL- 8 -05	1165,1	
PL- 8 -06	1278,8	
Média	1269,0	
Desvio Padrão	68,7	
PL-12 -01	1123,1	11,82
PL-12 -02	1125,9	
PL-12 -03	1183,8	
PL-12 -04	1162,4	
PL-12 -05	1216,9	
PL-12 -06	1113,2	
Média	1154,7	
Desvio Padrão	39,6	
PL-15 -01	1173,6	15,77
PL-15 -02	1179,6	
PL-15 -03	1211,8	
PL-15 -04	1168,5	
PL-15 -05	1076,8	
PL-15 -06	1124,8	
Média	1155,8	
Desvio Padrão	47,7	
PL-12A-01	1035,0	12,09
PL-12A-02	1031,9	
PL-12A-03	1078,1	
Média	1048,3	
Desvio Padrão	25,8	

7.2.6 - Análise de Resultados

7.2.6.1 - Relação Entre G_{xy} e h

Com base nos resultados apresentados na Tabela 7.6 foi pesquisada a correlação entre G_{xy} e h. O resumo da análise de regressão é apresentado na Tabela 7.7 e a análise de variância na Ta

bela 7.8.

Na figura 7.9 é apresentado o gráfico de G_{xy} vs h .

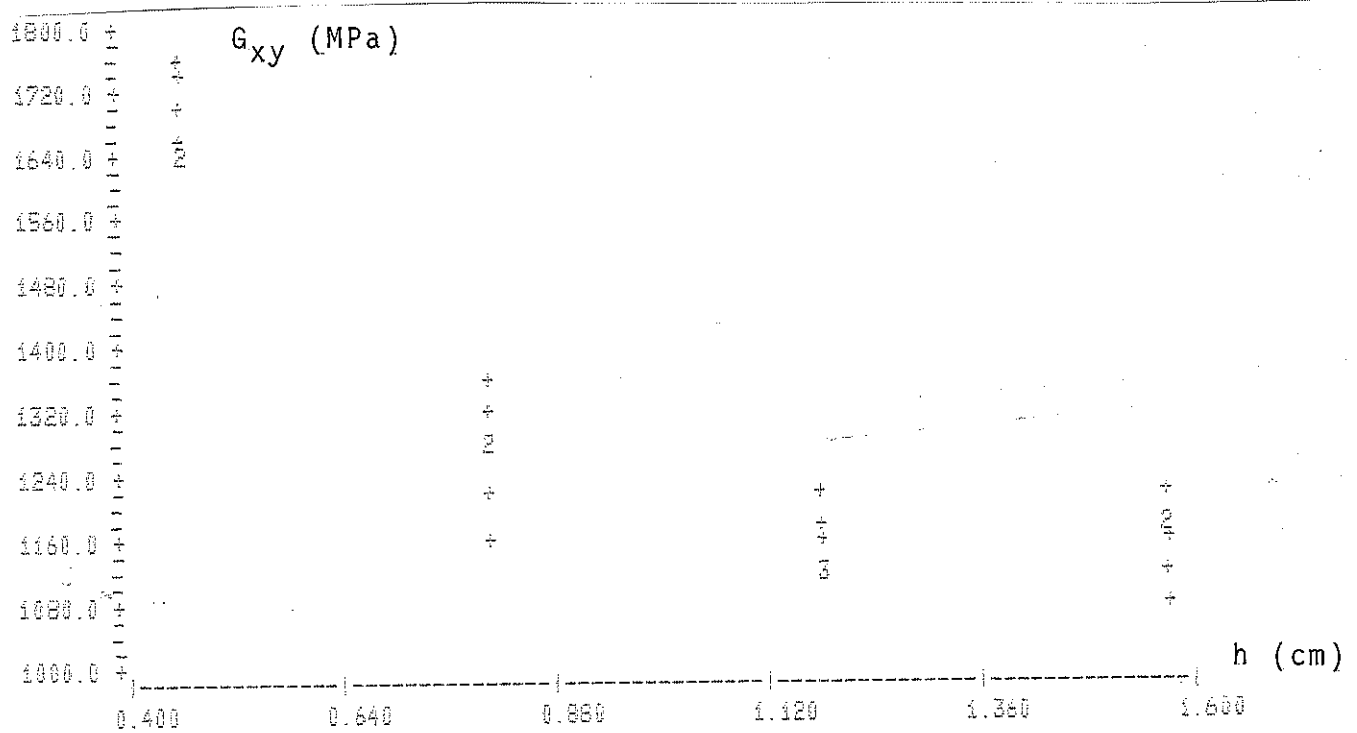


Figura 7.9 - Gráfico de G_{xy} vs h .

TABELA 7.7 - Relação entre G_{xy} e h
Análise de Regressão

Especificação	Resultado da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$G_{xy} = 2477,99 - 2105,15h + 807,83h^2$	G_{xy} em MPa h em cm
Coefficiente de correlação r linear	$R^2 = 93,80 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$h : t = 11,35 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$ $h^2 : t = 9,03 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	As variáveis h e h^2 estão altamente correlacionadas com G_{xy}
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduo apresentaram tendência Teste de normalidade de resíduos- $R^2 = 96,95 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 7.8 - Relação Entre G_{xy} e h
Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	1147368,7	2	573684,4	158,84	Regressão altamente significativa $\alpha < 0,1\%$
Residual	75847,8	21	3611,7	-	
Falta de Ajuste	18641,3	1	18641,3	6,45	Falta de ajuste significativa $\alpha = 2,76 \%$
Erro Puro	57206,5	20	2860,3	-	
Total	1223216,5	23	53183,3	-	-

7.2.6.2 -Relação Entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$

Procedeu-se à análise de regressão linear entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$ sendo os valores de G_{xy} apresentados na Tabela 7.6. O valor de $\frac{n_x}{n_y}$ é a relação entre o número de lâminas na direção x e o número de lâminas na direção y. O comportamento entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$ é ilustrado pelo gráfico da figura 7.10.

O resumo da análise de regressão é apresentado na Tabela 7.9 e a análise de variância na Tabela 7.10.

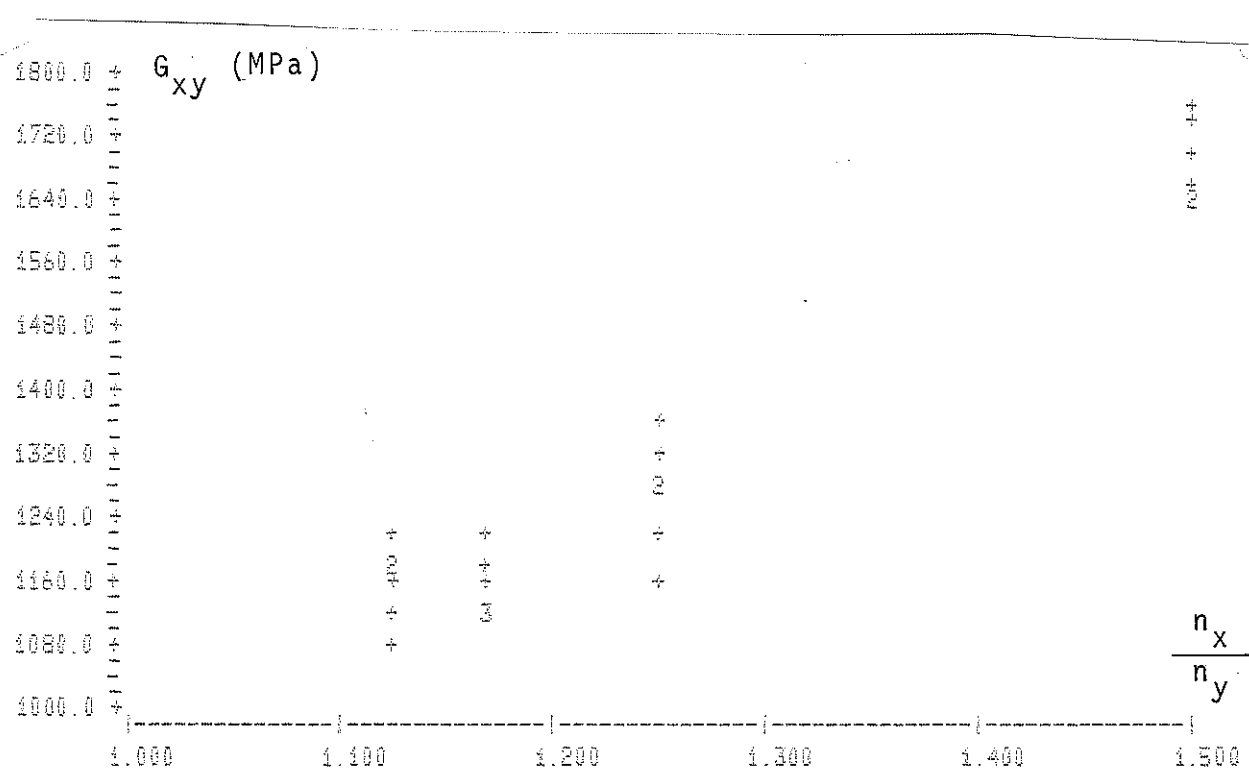


Figura 7.10 - Gráfico de G_{xy} vs $\frac{n_x}{n_y}$

TABELA 7.9 - Relação Entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$

Análise de Regressão

Especificação	Resultados da Análise de Regressão	Observações
Modelo Matemático	$G_{xy} = - 575,934 + 1502,057 \left(\frac{n_x}{n_y} \right)$	G_{xy} em MPa
Coefficiente de Correlação linear	$R^2 = 93,59 \%$	Excelente grau de correlação linear
Teste "t" (para cada variável)	$\left(\frac{n_x}{n_y} \right) : t = 17,93 \rightarrow \alpha < 0,05 \%$	A variável $\left(\frac{n_x}{n_y} \right)$ está altamente correlacionada com G_{xy}
Análise de Resíduos	Os gráficos de resíduos revelaram tendência. Teste de normalidade de resíduos - $R^2 = 97,56 \%$	Hipótese de distribuição normal de resíduos aceita.

TABELA 7.10 - Relação Entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$

Análise de Variância

Fonte	SQ	GL	QM	F	Observações
Regressão	1144868	1	1144868	321,5	Regressão altamente significante $\alpha < 0,1\%$
Residual	78347	22	3561	-	
Falta de Ajuste	20742	1	20742	7,25	Falta de ajuste significante $\alpha = 1,91 \%$
Erro Puro	57605	20	2860	-	
Total	1223216	23	53183	-	-

7.3. - ENSAIOS DE TORÇÃO DE PLACA PARA $\theta = + 45^\circ$

7.3.1 - Material

Foram ensaiadas 6 placas com fibras de face inclinadas de 45° em relação aos lados ($\theta = 45^\circ$) para cada uma das espessuras : 4mm, 8mm, 12mm e 15mm. Para a espessura 12A foram ensaiadas 3 placas.

A figura 7.11 ilustra a posição relativa das fibras de face em relação à diagonal em cujas extremidades são aplicadas as cargas $\frac{F}{2}$, estando as fibras de face, paralelas a esta diagonal.

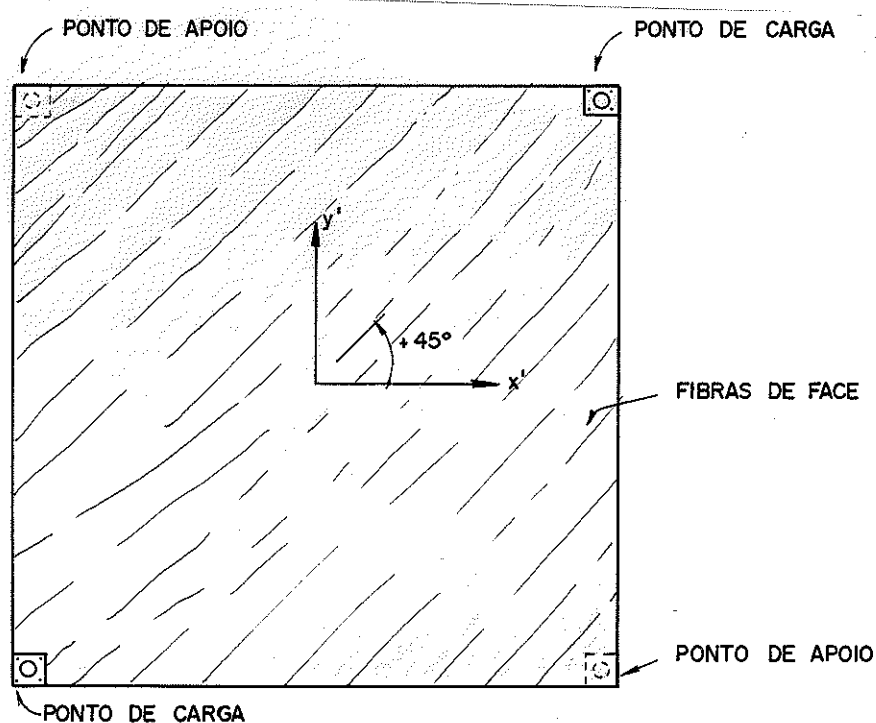


Figura 7.11 - Posição das Fibras de Face da Placa no Ensaio de Torção com $\theta = + 45^\circ$

A dimensão das placas é dada pela Tabela 7.1.

7.3.2 - Metodologia

A metodologia empregada nos ensaios de placa com $\theta = +45^\circ$ é aquela descrita em 7.2.2. Foram efetuadas medidas de flecha no centro da placa por meio de um relógio comparador de precisão 0,01 mm e curso 10mm. Para cada corpo de prova foram obtidas duas séries de valores de flecha em função de carga aplicada.

7.3.3 - Resultados

A partir das duas séries de valores de flecha no centro da placa foi determinada uma série de valores médios de flechas. A análise de regressão linear entre os valores médios de flecha (w_0) e a carga F aplicada forneceu equações do tipo:

$$w_0 = a + bF \quad (7.29)$$

Em todos os ensaios o comportamento entre w_0 e F mostrou-se fortemente linear.

Desprezando-se o termo interseção a e igualando-se w_0 , dado pela equação 7.29, com o valor w_0 dado pela equação 7.9, sendo $F=2P$, tem-se:

$$S_t = \frac{8}{3} \frac{bh^3}{l^2} \quad (7.30)$$

Neste caso, $\theta = +45^\circ$

$$S_t = 2 (S_{22} - S_{12})$$

Na tabela 7.11 estão apresentados os resultados de S_t obtidos nos ensaios.

7.4. ENSAIOS DE TORÇÃO $\theta = -45^\circ$

7.4.1 - Material

Os corpos de prova utilizados neste ensaio ($\theta = -45^\circ$) foram os mesmos ensaiados à torção com $\theta = +45^\circ$. A figura 7.12 ilustra a posição relativa das fibras de face em relação à diagonal, em cujas extremidades são aplicadas as cargas $\frac{F}{2}$, estando as fibras de face perpendiculares a esta diagonal.

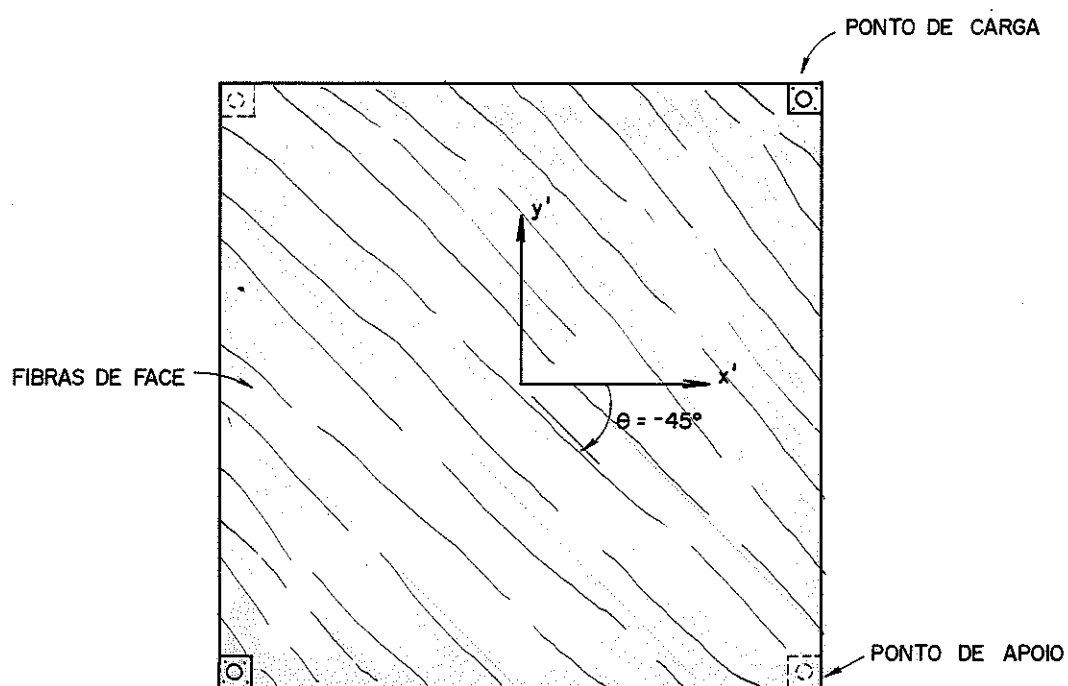


Figura 7.12 - Posição das Fibras de Face no Ensaio de Torção com $\theta = -45^\circ$.

7.4.2 - Metodologia

A metodologia empregada nos ensaios de placa com $\theta = -45^\circ$ é descrita em 7.2.2 e complementada em 7.3.2.

A figura 7.13 ilustra a montagem do ensaio

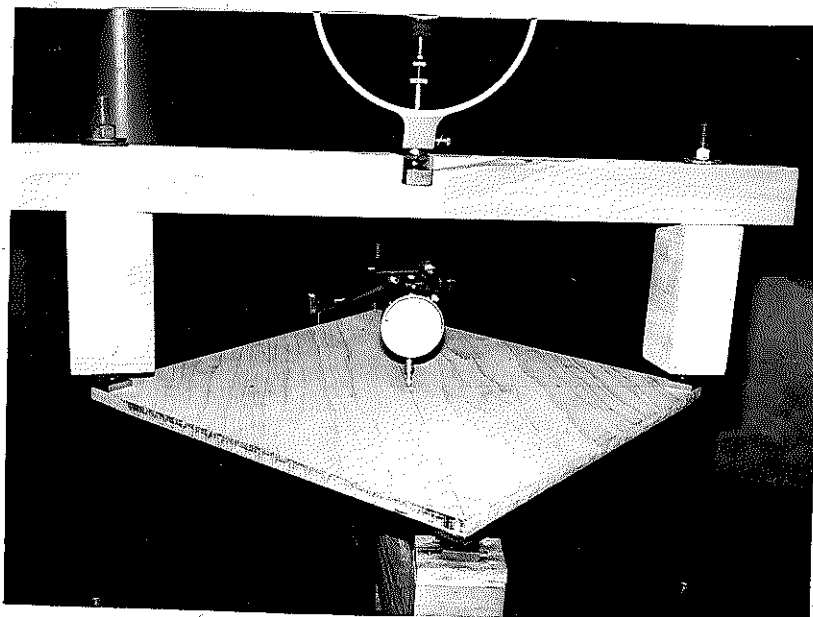


Figura 7.13 - Ensaio de Torção de Placa - $\theta = -45^\circ$ - Fibras de Face Perpendiculares à Diagonal com Extremidades Carregadas.

7.4.3 - Resultados

Para cada corpo de prova foram obtidas retas correlacionando w_0 e E , equação (7.29). Em todos os casos o comportamento entre w_0 e F mostrou-se fortemente linear. A figura 7.14 ilustra o comportamento típico ocorrido. Através da equação (7.30) foram determinados os valores de S_t para cada corpo de prova. Neste caso, como $\theta = -45^\circ$, tem-se:

$$S_t = 2 (S_{11} - S_{12})$$

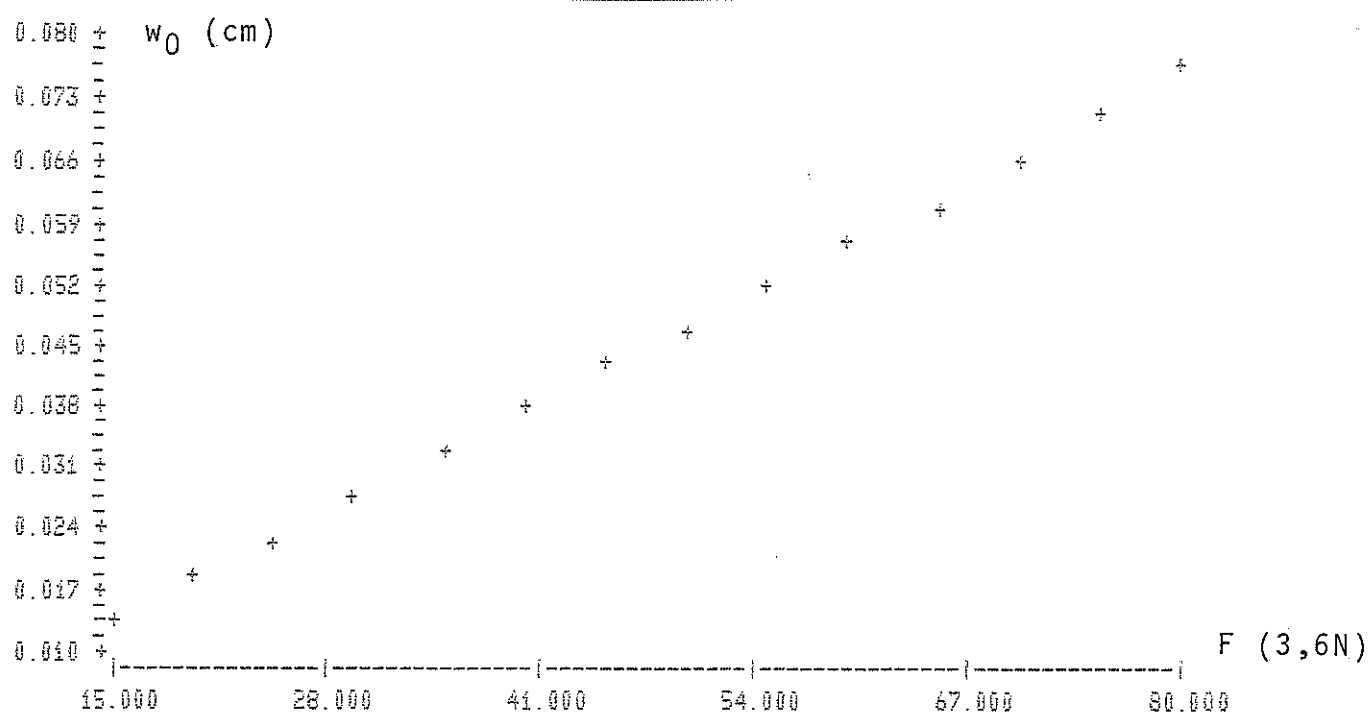


Figura 7.14 - Gráfico de w_0 vs F

Na Tabela 7.11 são apresentados os valores de S_t para cada corpo de prova.

TABELA 7.11 - Valores de $(S_{22} - S_{12})$ para $\theta = + 45^\circ$ e de $(S_{11} - S_{12})$ para $\theta = - 45^\circ$

Nº C.P.	$\theta = + 45^\circ$	$\theta = - 45^\circ$
	$(S_{22} - S_{12})$ $(10^5 \text{ MPa})^{-1}$	$(S_{11} - S_{12})$ $(10^5 \text{ MPa})^{-1}$
PT- 4 -01	17,4187	6,7676
PT- 4 -02	17,0415	6,1945
PT- 4 -03	17,8887	5,9230
PT- 4 -04	16,9069	6,7961
PT- 4 -05	14,8627	7,4770
PT- 4 -06	18,6489	8,7805
Média	17,1279	6,9898
Desvio Padrão	1,2778	1,0297
PT- 8 -01	12,7435	8,3900
PT- 8 -02	14,4119	10,3417
PT- 8 -03	14,2466	8,8545
PT- 8 -04	14,7708	8,7186
PT- 8 -05	12,9726	8,1539
PT- 8 -06	16,6658	8,6024
Média	14,3019	8,8435
Desvio Padrão	1,4155	0,7746
PT-12 -01	13,2633	11,8609
PT-12 -02	12,5652	13,2047
PT-12 -03	11,7635	9,2758
PT-12 -04	11,8884	10,9648
PT-12 -05	12,8543	11,0816
PT-12 -06	12,0757	9,3460
Média	12,4017	10,9556
Desvio Padrão	0,5918	1,5038
PT-15 -01	15,5238	12,6621
PT-15 -02	14,1868	11,3130
PT-15 -03	13,1496	11,1308
PT-15 -04	13,8904	11,0815
PT-15 -05	13,5784	9,6406
PT-15 -06	12,8676	10,3946
Média	13,8661	11,0371
Desvio Padrão	0,9428	1,0090
PT-12A-01	10,7747	15,1591
PT-12A-02	12,9322	13,7602
PT-12A-03	11,3810	14,2375
Média	11,6960	14,3856
Desvio Padrão	1,1127	0,7111

7.5. CÁLCULO DOS COEFICIENTES DE POISSON

7.5.1- Generalidades

Com base nos dados de $(S_{22} - S_{12})$ e $(S_{11} - S_{12})$ dados na Tabela 7.11 e de E_x e E_y determinados por ensaios de tração (Tabelas 4.2 e 4.3) e de compressão (Tabelas 5.3 e 5.4) pode-se calcular S_{12} . Assim,

$$S_{12} = S_{22} - (S_{22} - S_{12}) \quad (7.31)$$

$$S_{12} = S_{11} - (S_{11} - S_{12}) \quad (7.32)$$

$$\text{sendo, } S_{11} = \frac{1}{E_x} \quad \text{e} \quad S_{22} = \frac{1}{E_y}$$

$$S_{12} = - \frac{\nu_{xy}}{E_x} = - \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad (7.33)$$

Na Tabela 7.12 são apresentados os valores médios S_{12} , ν_{xy} e ν_{yx} obtidos com base nos valores médios de E_x e E_y dos ensaios de tração, para cada espessura. Na Tabela 7.13 são apresentados os valores médios de S_{12} , ν_{xy} e ν_{yx} obtidos com base nos valores médios de E_x e E_y dos ensaios de compressão, para cada espessura. Os resultados obtidos, em alguns casos mostraram-se bastante discrepantes, não tendo por isto sido apresentados.

TABELA 7.12 - Valores Médios de S_{12} , ν_{xy} e ν_{yx} Calculados com Base em E_x e E_y Obtidos dos Ensaios de Tração

h (mm)	$S_{12} (10^5 \text{ MPa})^{-1}$ (Equação 7.31)	ν_{xy}	ν_{yx}	$S_{12} (10^5 \text{ MPa})^{-1}$ (Equação 7.32)	ν_{xy}	ν_{yx}
4	- 0,7296	0,073	0,044	*	*	*
8	- 3,3318	0,284	0,304	*	*	*
12	- 1,8358	0,177	0,176	- 0,4621	0,045	0,045
15	- 2,4498	0,217	0,215	*	*	*

* - Valores discrepantes - não apresentados

TABELA 7.13 - Valores Médios de S_{12} , ν_{xy} e ν_{yx} calculados com Base em E_x e E_y Obtidos dos Ensaios de Compressão

h (mm)	$S_{12} (10^5 \text{ MPa})^{-1}$ (Equação 7.31)	ν_{xy}	ν_{yx}	$S_{12} (10^5 \text{ MPa})^{-1}$ (Equação 7.32)	ν_{xy}	ν_{yx}
4	- 3,1638	0,308	0,226	*	*	*
8	- 3,0218	0,268	0,268	*	*	*
12	- 2,0706	0,169	0,200	*	*	*
15	- 2,9638	0,261	0,272	*	*	*
12A	- 0,16357	0,013	0,014	- 2,1266	0,173	0,184

* Valores discrepantes - não apresentados

7.6 - DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DO POISSON ATRAVÉS DE ENSAIOS DE TRAÇÃO UTILIZANDO-SE EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS DE RESISTÊNCIA.

7.6.1 - Material e Metodologia

A ocorrência de discrepâncias e de valores absurdos motivou a realização de ensaios adicionais, tendo em vista uma determinação mais direta e confiável dos coeficientes de Poisson, permitindo também uma avaliação dos resultados obtidos nos ensaios de torção. Assim, decidiu-se pela execução de ensaios de tração utilizando-se corpos de prova do mesmo tipo e dimensões daqueles descritos em 4.1. Foram preparados e ensaiados dois corpos de prova com eixo longitudinal na direção x, sendo um de espessura 4 mm e outro de 12 mm, e dois corpos de prova com eixos longitudinais na direção y, sendo um de espessura 4 mm e outro de 12 mm. Em cada face dos corpos de prova foram instalados dois extensômetros elétricos de resistência do tipo KL-10-A4, de resistência 119,7 ohms, e de fator de resistência 1,91 %, fabricadas pela Kyowa. Um extensômetro foi instalado com eixo longitudinal paralelo ao eixo longitudinal do corpo de prova e um com eixo longitudinal paralelo ao eixo transversal do corpo de prova. A figura 7.15 ilustra o posicionamento dos extensômetros.

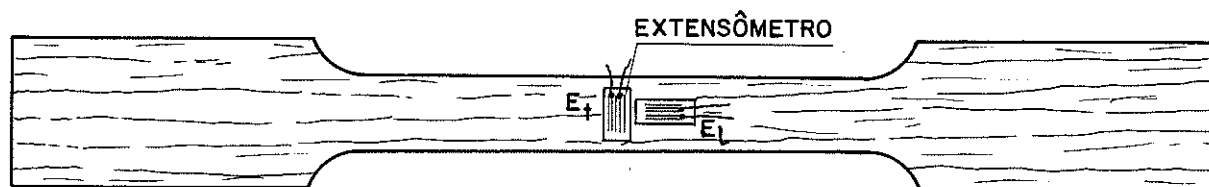


Figura 7.15 - Corpo de Prova de Tração com Extensômetros.

Cada extensômetro foi ligado à caixa comutadora SS-24R -Kyowa no esquema de 1/2 ponte de Wheatstone, tendo sido efetuada a compensação de temperatura.

As deformações eram lidas através do indicador de deformações SM - 60B- Kyowa. A cada corpo de prova foram aplicados dois carregamentos, tendo sido obtidas duas séries de valores de deformações por extensômetro.

A metodologia básica de ensaio seguida é aquela descrita em 4.2.

A figura 7.16 mostra o corpo de prova instalado na Máquina Universal de Ensaios.



Figura 7.16 - Corpo de Prova de Tração com Extensômetros Elétricos de Resistência.

Na figura 7.17 é apresentada uma vista geral da montagem vendo-se a Máquina Universal de Ensaios, a caixa comutadora e o indicador de deformações.

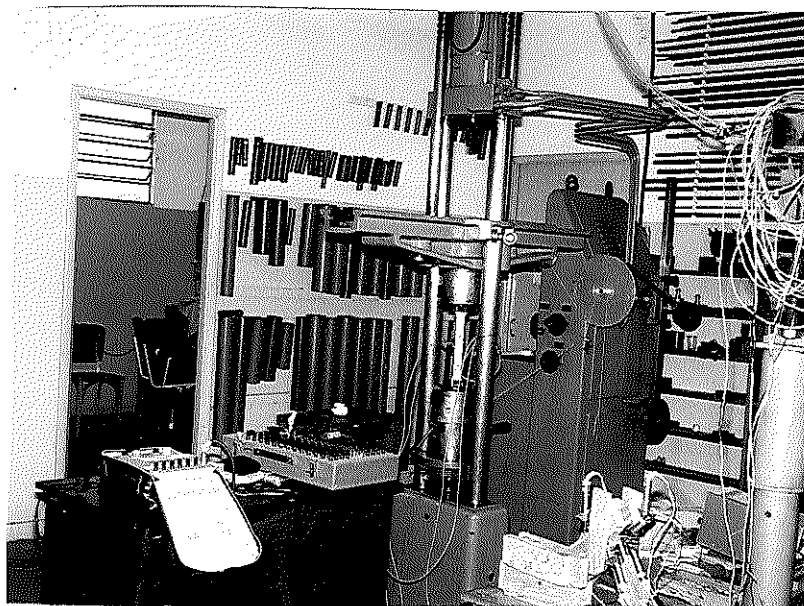


Figura 7.17 - Montagem do Ensaio de Tração Vista Geral.

7.6.2 - Resultados

A partir das duas séries de leituras de deformações obtidas para cada extensômetro, em função da carga axial de tração aplicada, estabeleceu-se uma série de leituras médias de deformações. Efetuando-se a análise de regressão linear com base nos valores de leituras médias de deformação e de força normal aplicada, chegou-se a equações do tipo.

$$\epsilon = a + bN \quad (7.34)$$

sendo ϵ a deformação relativa e N a força normal.

A análise de regressão em todos os casos mostrou um comportamento fortemente linear entre ϵ_L e N .

A figura 7.18 mostra um gráfico de ϵ_L vs N para um extensômetro com eixo longitudinal paralelo ao eixo longitudinal do corpo de prova.

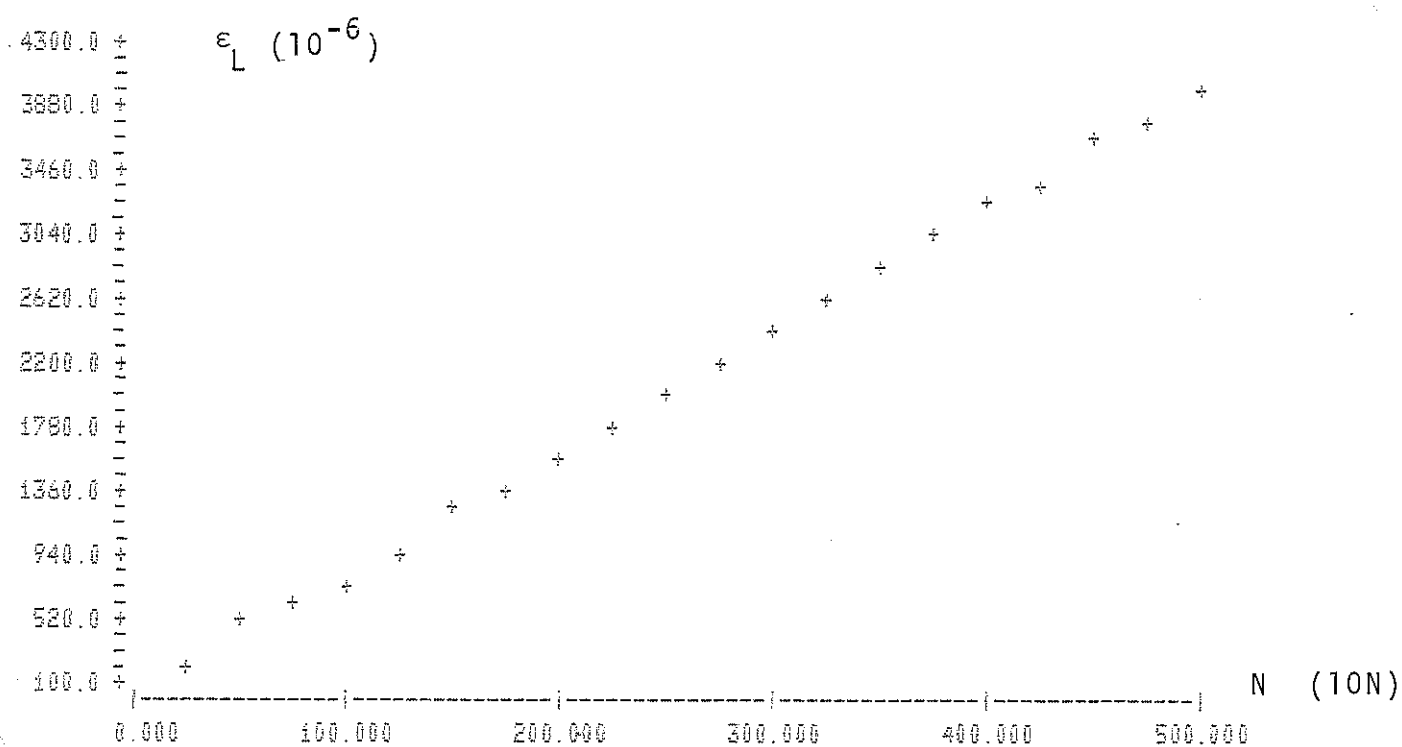


Figura 7.18 - Gráfico Típico de ϵ_L vs N

Na figura 7.19 apresentado o gráfico típico do comportamento ocorrido entre a deformação num extensômetro, com eixo transversal à direção do esforço axial, e o esforço aplicado.

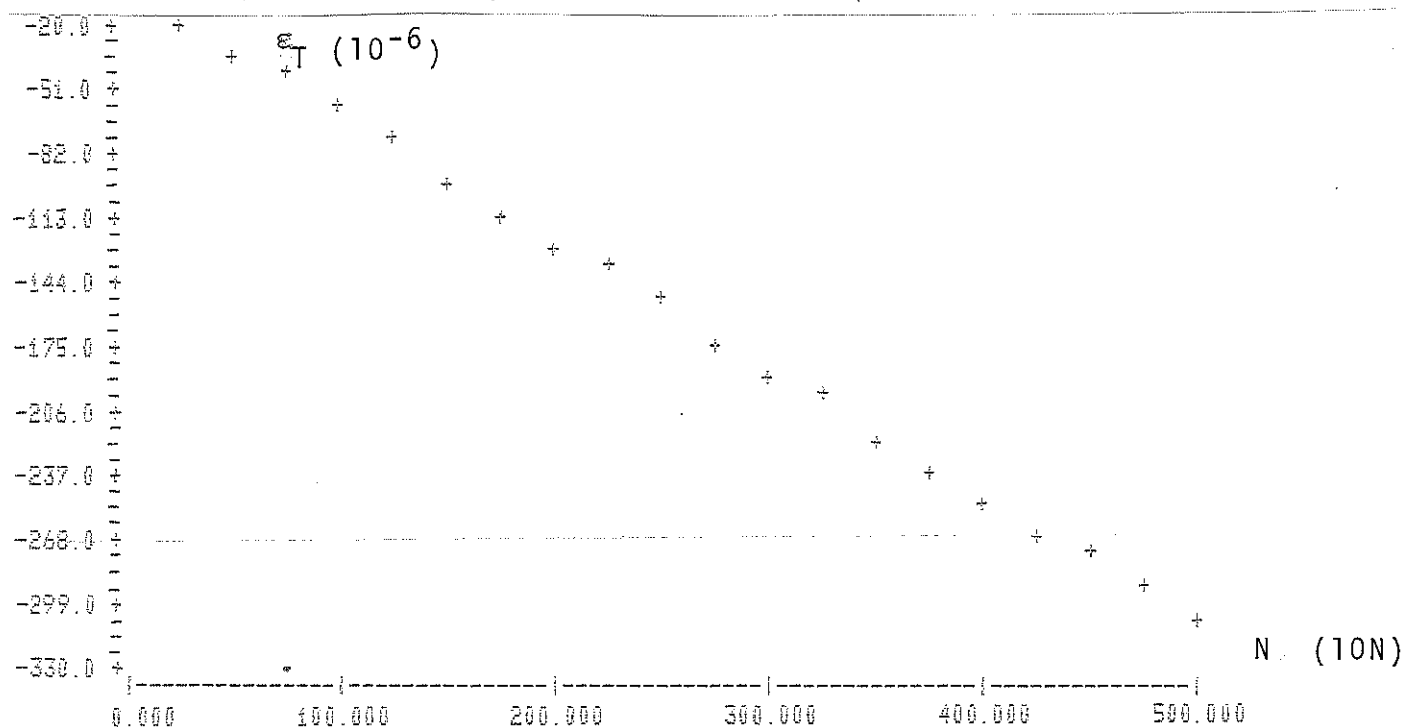


Figura 7.19 - Gráfico Típico de ϵ_T vs N

Para um corpo de prova com eixo longitudinal na direção x (direção paralela às fibras da face) a deformação na direção x é dada por:

$$\epsilon_x = a_x + b_x N$$

e na direção y,

$$\epsilon_y = a_y + b_y N$$

Assim, desprezando-se os termos interseção a_x e a_y , o coeficiente de Poisson ν_{xy} é dado por:

$$\nu_{xy} = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{b_y}{b_x} \quad (7.35)$$

Analogamente para um corpo de prova com eixo longitudinal na direção y (perpendicular às fibras de face), tem-se o coeficiente de Poisson ν_{yx} dado por:

$$\nu_{yx} = - \frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = - \frac{b_x}{b_y} \quad (7.36)$$

Na Tabela 7.14 são apresentados os valores dos coeficientes Poisson obtidos em cada face dos corpos de prova.

TABELA 7.14 - Coeficientes de Poisson - ν_{xy} e ν_{yx} .

Nº C.P.	Coeficiente	Face 1	Face 2	Média
CT- 4-07-x	ν_{xy}	0,079	0,056	0,067
CT- 4-07-y	ν_{yx}	0,039	0,023	0,031
CT-12-07-x	ν_{xy}	0,045	0,035	0,040
CT-12-07-y	ν_{yx}	0,099	0,056	0,075

7.7 - MATRIZ [S]

7.7.1 - Generalidades

A seguir, são apresentados os coeficientes da matriz [S] para cada espessura, calculados com base nos resultados médios dos ensaios realizados. Para cada espessura serão apresentados dois conjuntos de valores, sendo o primeiro referente aos coeficientes obtidos com os módulos de elasticidade dos ensaios de tração e o segundo com os módulos de elasticidade dos ensaios de compressão.

7.7.2 - Coeficientes S_{ij} de $[S]$ com Base em E_x e E_y dos Ensaíes de Tração.

7.7.2.1 - Matriz $[S]$ para $h = 4\text{mm}$

Para a espessura de 4 mm, a matriz $[S]$ obtida é :

$$[S] = \begin{bmatrix} 9,9378 & -0,7296 & 0 \\ -0,7296 & 16,4010 & 0 \\ 0 & 0 & 59,1506 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

Tomando-se os coeficientes de Poisson ν_{xy} e ν_{yx} determinados em 7.5 e apresentados na Tabela 7.14, os coeficientes S_{12} e S_{21} seriam:

$$S_{12} = -\frac{0,067}{10062,6} = -0,6658 \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

e

$$S_{21} = -\frac{0,031}{6097,2} = -0,5084 \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.2.2 - Matriz $[S]$ para $h = 8\text{mm}$

Para a espessura de 8 mm, a matriz $[S]$ obtida é:

$$[S] = \begin{bmatrix} 11,7286 & -3,3318 & 0 \\ -3,3318 & 10,9701 & 0 \\ 0 & 0 & 78,8022 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.2.3 - Matriz $[S]$ para $h = 12\text{mm}$

Para $h = 12$ mm, a matriz $[S]$ obtida é :

$$[S] = \begin{bmatrix} 10,4834 & -1,8358 & 0 \\ -1,8358 & 10,5479 & 0 \\ 0 & 0 & 86,5276 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

Tomando-se os coeficientes de Poisson ν_{xy} e ν_{yx} determinados em 7.5 e apresentados na Tabela 7.14, os coeficientes S_{12} e

S_{21} seriam:

$$S_{12} = - \frac{0,040}{9538,9} = -0,4193 \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

$$S_{21} = - \frac{0,075}{9480,6} = -0,7911 \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.2.4 - Matriz $[S]$ para $h = 15\text{mm}$

$$[S] = \begin{bmatrix} 11,3060 & -2,4498 & 0 \\ -2,4498 & 11,4163 & 0 \\ 0 & 0 & 86,5202 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.3 - Coeficientes S_{ij} de $[S]$ com Base em E_x e E_y dos Ensaios de Compressão

7.7.3.1 - Matriz $[S]$ para $h = 4\text{mm}$

Para $h = 4\text{mm}$, a matriz S obtida é:

$$S = \begin{bmatrix} 10,2650 & -3,1628 & 0 \\ -3,1628 & 13,9651 & 0 \\ 0 & 0 & 55,1506 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}$$

7.7.3.2 - Matriz $[S]$ para $h = 8\text{mm}$

Para $h = 8\text{mm}$, a matriz $[S]$ obtida é:

$$[S] = \begin{bmatrix} 11,2580 & -3,0218 & 0 \\ -3,0218 & 11,2801 & 0 \\ 0 & 0 & 78,8022 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.3.3 - Matriz $[S]$ para $h = 12\text{mm}$

Para $h = 12\text{mm}$, a matriz $[S]$ obtida é:

$$[S] = \begin{bmatrix} 12,2480 & -2,0706 & 0 \\ -2,0706 & 10,3311 & 0 \\ 0 & 0 & 85,5276 \end{bmatrix} \times 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.3.4 - Matriz $[S]$ para $h = 15\text{mm}$

Para $h = 15\text{mm}$ a matriz $[S]$ obtida é:

$$[S] = \begin{bmatrix} 11,3487 & -2,9638 & 0 \\ -2,9638 & 10,9023 & 0 \\ 0 & 0 & 86,5202 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.7.3.5 - Matriz $[S]$ para $h = 12\text{A mm}$

Para $h = 12\text{Amm}$, a matriz $[S]$ obtida é:

$$[S] = \begin{bmatrix} 12,2590 & -0,1636 & 0 \\ -0,1636 & 11,5324 & 0 \\ 0 & 0 & 95,3925 \end{bmatrix} \cdot 10^{-5} \text{ (MPa)}^{-1}$$

7.8 - CONCLUSÕES

Os ensaios de torção de placas se revelaram como um bom método para a determinação do módulo de elasticidade transversal G_{xy} ($\theta = 0^\circ$), entretanto, não mostraram precisão suficiente na determinação dos coeficientes de Poisson ($\theta = \pm 45^\circ$).

Esta falta de precisão na determinação do coeficiente de Poisson também foi apontada nos trabalhos de TSAI (1965) e de GUNNERSON (1973).

Este fato é explicado, por depender o coeficiente de Poisson, da diferença entre valores de flechas quase iguais.

A determinação do módulo de elasticidade transversal G_{xy} , através de ensaios de torção com base na medição de flechas no centro da placa, nas extremidades carregadas da diagonal ou nas flechas relativas ao centro dos pontos situados na diagonal carregada a $d/4$ do centro da placa, não apresentou diferenças significativas.

A análise de regressão linear entre G_{xy} e h apresentou altos índices de correlação. A análise entre G_{xy} e $\frac{n_x}{n_y}$ também apresentou fortes evidências de correlação.

A determinação da matriz $[S]$ permite a análise de tensões nos estados plano de tensão e de deformação, frequentes nas aplicações estruturais do compensado considerado com o material ortotrópico, ressaltando-se a imprecisão dos coeficientes S_{12} e S_{21} em alguns casos.

8. COMPARAÇÕES ENTRE OS VALORES DOS MÓDULOS DE ELASTICIDADE OBTIDOS NOS ENSAIOS DE TRAÇÃO, COMPRESSÃO E FLEXÃO.

8.1 - INTRODUÇÃO

Através da análise de blocos e tratamentos foi pesquisada a equivalência entre os valores do módulo de elasticidade determinados nos ensaios de tração, compressão e flexão. A análise foi efetuada seguindo procedimento análogo ao descrito em 4.6.

Neste estudo, o módulo de elasticidade obtido dos ensaios de tração será denotado por E_{tx} ou E_{ty} , dos ensaios de compressão por E_{cx} ou E_{cy} e dos ensaios de flexão por E_{fx} ou E_{fy} .

Foi também efetuada a comparação entre E_{tx} (E_{ty}) e E_{cx} (E_{cy}) em cada nível de espessura considerando-se dados não emparelhados.

8.2 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{tx} , E_{cx} e E_{fx}

A análise de blocos e tratamentos foi realizada considerando-se cada espessura, h , como um bloco e cada módulo E_{tx} , E_{cx} ou E_{fx} como um tratamento.

Na Tabela 8.1 é apresentado o resumo da análise de variância obtida considerando-se os blocos referentes às espessuras 4mm, 8mm, 12mm e 15mm. Os dados utilizados na análise constam das Tabelas 4.2, 5.3 e 6.3.

Em seguida a análise foi repetida excluindo-se os valores correspondentes aos blocos de 4 mm, sendo a análise de variância apresentada na Tabela 8.2.

TABELA 8.1 - Comparação Entre E_{tx} , E_{cx} , E_{fx} e h (4, 8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{tj} = \mu + \beta_j + \delta_t + \varepsilon_{tj}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	67176079	3	22392026	21,47	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
TRATAMENTOS	4716318	2	2358159	2,26	A hipótese nula é aceita $\alpha = 12,01 \%$
RESÍDUOS	68839131	66	1043017	-	-

TABELA 8.2 - Comparação Entre E_{tx} , E_{cx} , E_{fx} e h (8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$					
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos					
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$					
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	2859441	2	1429721	2,35	A hipótese nula é aceita $\alpha = 11,03 \%$
TRATAMENTOS	2592104	2	1296052	2,13	A hipótese nula é aceita $\alpha = 14,38 \%$
RESÍDUOS	29767758	49	607505	-	-

8.3 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{ty} , E_{cy} e E_{fy}

A análise de blocos e tratamentos foi realizada com base nos dados das Tabelas 4.3, 5.4 e 6.4.

Cada espessura é considerada como um bloco e cada módulo, E_{ty} , E_{cy} e E_{fy} como um tratamento.

O resumo da análise de variância é apresentado na Tabela 8.3.

Na continuação, a análise foi repetida excluindo-se os resultados correspondentes à espessura de 4 mm, sendo o resumo da análise de variância apresentado na Tabela 8.4.

TABELA 8.3 - Comparação Entre E_{ty} , E_{cy} , E_{fy} e h (4, 8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$

β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	111219934	3	37073311	73,84	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
TRATAMENTOS	92859869	2	46429935	92,48	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
RESÍDUOS	33135110	66	502047	-	-

TABELA 8.4 - Comparação de E_{ty} , E_{cy} , E_{fy} e h (8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \epsilon_{ti}$

β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	4982102	2	2491051	4,64	A hipótese nula é rejeitada $\alpha = 1,95\%$
TRATAMENTOS	58620600	2	29310300	54,61	A hipótese nula é rejeitada $\alpha > 0,10\%$
RESÍDUOS	26296968	49	536673	-	-

8.4 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{tx} e E_{cx}

A equivalência entre os parâmetros E_{tx} e E_{cx} foi pesquisada através da análise de blocos e tratamentos considerando-se cada espessura como um bloco e cada módulo E_{tx} , ou E_{cx} como um tratamento.

A análise foi conduzida com base nos dados relacionados na Tabela 4.2 e 5.3, e o resumo da análise de variância é mostrado na Tabela 8.5.

Na continuação, a análise foi repetida excluindo-se os resultados correspondentes à espessura de 4 mm e o resumo é apresentado na Tabela 8.6.

TABELA 8.5 - Comparação de E_{tx} , E_{cx} e h (4, 8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \varepsilon_{ti}$					
β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos					
Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$					
FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	11187401	3	3729134	5,93	A hipótese nula é rejeitada $\alpha = 0,34 \%$
TRATAMENTOS	1411891	1	1411891	2,25	A hipótese nula é aceita $\alpha = 15,91 \%$
RESÍDUOS	27024385	43	628474	-	-

TABELA 8.6 - Comparação de E_{tx} , E_{cx} e h (8, 12, 15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{tj} = \mu + \beta_j + \delta_t + \epsilon_{tj}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	150444	2	75222	0,10	A hipótese nula é aceita $\alpha > 25\%$
TRATAMENTOS	1105021	1	1105021	1,49	A hipótese nula é aceita $\alpha = 23,66\%$
RESÍDUOS	23698289	32	740571	-	-

8.5 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{ty} e E_{cy}

Com base nos valores de E_{ty} e E_{cy} dados na Tabela 4.3 e 5.4, respectivamente, foi efetuada a comparação entre os parâmetros mencionados, através da análise de blocos e tratamentos. Cada espessura foi considerada como um bloco e cada módulo, E_{ty} , ou E_{cy} , como um tratamento. O resumo da análise de variância é apresentado na Tabela 8.7.

Em seguida, a análise foi repetida excluindo-se os valores correspondentes ao bloco de 4 mm, sendo o resumo mostrado na Tabela 8.8.

TABELA 8.7 - Comparação Entre E_{ty} , E_{cy} e h (4,8,12,15) mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_i + \delta_t + \varepsilon_{ti}$

β_i - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_i = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	62557795	3	20852598	47,90	A hipótese nula é rejeitada $\alpha < 0,10 \%$
TRATAMENTOS	1721343	1	1721343	3,95	A hipótese nula é rejeitada $\alpha = 5,48 \%$
RESÍDUOS	18720006	43	435349	-	-

TABELA 8.8 - Comparação Entre E_{ty} , E_{cy} e $h(8,12,15)$ mm
Análise de Variância

Modelo: $y_{ti} = \mu + \beta_j + \delta_t + \epsilon_{ti}$

β_j - efeito de blocos, δ_t - efeito de tratamentos

Teste das Hipóteses: (i) $\beta_j = 0$ (ii) $\delta_t = 0$

FONTE	SOMA DE QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADO MÉDIO	F	OBSERVAÇÕES
BLOCOS	3350926	2	1675463	3,82	A hipótese nula é rejeitada $\alpha = 3,99 \%$
TRATAMENTOS	203807	1	203807	0,46	A hipótese nula é aceita $\alpha > 25 \%$
RESÍDUOS	14028284	32	438384	-	-

8.6 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{tx} e E_{cx} EM CADA ESPESSURA

Esta análise foi conduzida de maneira análoga à descrita em 4.8. Inicialmente considerou-se os valores de E_{tx} e E_{cx} como não emparelhados e oriundos de duas populações com variâncias iguais mas de valores desconhecidos. O resumo da análise é apresentado na Tabela 8.9. Em seguida foi efetuada a comparação considerando os dados não emparelhados e as respectivas populações com variâncias diferentes e de valores desconhecidos, sendo o resumo apresentado na Tabela 8.10.

Os dados utilizados na análise são relacionados nas Tabelas 4.2 e 5.3.

TABELA 8.9 - Comparação Entre E_{tx} e E_{cx}
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	\bar{E}_{tx} (MPa)	\bar{E}_{cx} (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	10032,6	9741,8	10	0,893	Hipótese nula aceita $\alpha = 20,7 \%$
8	8526,2	8882,6	10	1,358	Hipótese nula aceita $\alpha = 10,7 \%$
12	9538,9	8164,6	10	2,750	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 1,0 \%$
15	8844,9	8811,6	10	0,060	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

TABELA 8.10 - Comparação Entre E_{tx} e E_{cx}
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h.	\bar{E}_{tx} (MPa)	\bar{E}_{cx} (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	10032,6	9741,8	10	0,893	Hipótese nula aceita $\alpha = 20,7 \%$
8	8522,2	8882,6	7	1,358	Hipótese nula aceita $\alpha = 11,2 \%$
12	9538,9	8164,6	9	2,750	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 1,2 \%$
15	8844,9	8811,6	9	0,060	Hipótese nula aceita $\alpha > 40 \%$

8.7 - COMPARAÇÃO ENTRE E_{ty} e E_{cy} EM CADA ESPESSURA

Na Tabela 8.11 é apresentado o resumo da comparação entre E_{ty} e E_{cy} considerando-se dados não emparelhados, oriundos de duas populações de variâncias iguais, mas de valores desconhecidos.

Na Tabela 8.12 é mostrado o resumo da comparação entre E_{ty} e E_{cy} considerando-se dados não emparelhados, vindos de populações com variâncias diferentes e de valores desconhecidos.

A análise é efetuada seguindo-se a rotina descrita em 4.8. Os dados utilizados constam das Tabelas 4.3 e 5.4.

TABELA 8.11 - Comparação Entre E_{ty} e E_{cy}
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 = \sigma_2$

h (mm)	\bar{E}_{ty} (MPa)	\bar{E}_{cy} (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	6097,2	7160,7	10	3,471	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,32 \%$
8	9115,7	8865,2	10	0,551	Hipótese nula aceita $\alpha = 30,1 \%$
12	9480,6	9679,5	10	0,458	Hipótese nula aceita $\alpha = 33,3 \%$
15	8759,4	9172,4	10	1,897	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 4,49 \%$

TABELA 8.12 - Comparação Entre E_{yt} e E_{yc}
 Comparação de Médias
 Dados não Emparelhados
 $\sigma_1 \neq \sigma_2$

h	\bar{E}_{ty} (MPa)	\bar{E}_{cy} (MPa)	Graus de Liberdade	t	Observações
4	6097,2	7160,7	9	3,471	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 0,37 \%$
8	9115,7	8865,2	10	0,551	Hipótese nula aceita $\alpha = 30,1 \%$
12	9480,6	9679,5	9	0,458	Hipótese nula aceita $\alpha = 33,3 \%$
15	8759,4	9172,4	8	1,897	Hipótese nula rejeitada $\alpha = 4,8 \%$

8.8 - CONCLUSÕES

A análise de blocos e tratamentos indica a equivalência estatística entre os valores do módulo de elasticidade na direção x determinados pelos ensaios de tração, compressão e flexão, porém isto não se verifica para os valores correspondentes na direção y.

A comparação através de blocos e tratamentos entre os valores do módulo de elasticidade na direção x, determinados pelos ensaios de tração e de compressão mostra a equivalência estatística entre os mesmos.

Este fato também é verificado em relação aos módulos de elasticidade na direção y, determinados através dos ensaios de tração e compressão.

A comparação em cada espessura confirma a equivalência entre E_{ty} e E_{cx} , exceto para a espessura de 12 mm, enquanto esta comparação entre E_{ty} e E_{cy} indica a equivalência apenas para as espessuras de 8 mm e 12 mm.

9. CONCLUSÕES GERAIS

Ao longo do trabalho, foram apresentadas as conclusões relativas a cada capítulo.

A utilização da metodologia de ensaios proposta permite a determinação das constantes elásticas: E_x , E_y , G_{xy} , ν_{xy} e ν_{yx} , do compensado admitido como ortotrópico, com a ressalva da necessidade de um aperfeiçoamento no ensaio de torção de placas com $\theta = \pm 45^\circ$ para se obter precisão suficiente nos coeficientes de Poisson.

A determinação do módulo de elasticidade transversal (G_{xy}) pode ser efetuada pelo método mais simples, nos ensaios em torção: medição de flecha no centro da placa.

Os valores dos módulos de elasticidade longitudinal determinados nos ensaios de tração e compressão apresentaram-se como estatisticamente equivalentes, não havendo portanto, necessidade de se fazer a determinação de ambos.

A determinação das constantes elásticas permite a formulação da matriz de coeficientes $[S]$ da relação constitutiva entre tensão e deformação, imprescindível para a análise do compensado em estado plano de tensões, situação típica na grande maioria das suas aplicações estruturais.

A obtenção das resistências do compensado à tração, à compressão e à flexão, com a utilização da rotina de ensaios proposta dá subsídios aos projetistas para o emprego do compensado em soluções estruturais.

A análise estatística evidenciou influência da espessura nas propriedades elásticas e de resistência efetivas, entendendo-se como propriedades efetivas aquelas decorrentes da hipótese de serem as transversais compostas de um único material.

Notou-se uma forte tendência à equivalência entre as propriedades elásticas, e entre as propriedades de resistência, nas direções principais, para os compensados estruturais ensaiados, para as espessuras maiores ou iguais a 8 mm.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN PLYWOOD ASSOCIATION - Plywood encyclopedia. Tacoma, WA, APA, 1978. 62p. (The APA series General).
- _____ - Plywood agricultural construction guide. Tacoma, WA, APA, 1978. 35p. (The APA series Construction).
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - 1981 Annual book of ASTM standards. Philadelphia, Pa., ASTM, 1981. 1192p. (Part 22 - Wood; adhesives).
-
- _____ - Standard methods of testing veneer, plywood, and other glued veneer constructions - ASTM Designation: D 805 - 52. Philadelphia, Pa., ASTM, 1952. p.57-80.
- _____ - Standard definitions of terms relating to veneer and plywood - ASTM designation : D 1038 -52. Philadelphia, Pa., ASTM, 1958. p.169-174.
- BIBLIS, E. J. - Flexural rigidity of southern pine plywood. Forest Products Journal, 19 (6): 47-54, June, 1969.
- BIBLIS, E. J. & LEE, W. C. - Simplification on the experimental method for determining plate shear modulus of plywood and particleboard. Forest Products Journal, 26 (4): 38-42, 1976.
- BIBLIS, E. J.; CHEN, W. L.; LEE, W. C. - Rolling shear properties of southern pine plywood and unidirectionally laminated veneer. Forest Products Journal, 32 (2): 45-50, Febr. 1982.
- BODIG, J. & JAYNE, B. A. - Mechanics of wood and wood composites. New York, Van Nostrand Reinhold, 1982. 711p
- BODIG, J. & GOODMAN, J. R. - Prediction of elastic parameters for wood. Wood Science, 5 (4): 249-264, April, 1973.

- CHOW, S. - Lathe-check influence on plywood shear strength.
Department of the Environment - Canadian Forestry Service - Western Forest Products Laboratory, Febr. 1974. 24p. (Information Report VP - X - 122).
- COSTA NETO, P. L. O. - Estatística. São Paulo, Edgard Blücher, 1977. 264p.
- DRAPER; N. R. & SMITH, H. - Applied regression analysis. New York, John Wiley & Sons, 1972.
- DROW, J. T. - Effect of moisture on the compressive, bending, and shear strengths, and on the toughness of plywood. USDA-FS-FPL, Mad, Wis, (1519), Jan. 1945. 25p.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY - Bending strength and stiffness of plywood. USDA-FS-FPL, Mad, Wis, Sept. 1964. 54p. (Research Note, FPL-059)
- _____ - Design of plywood webs in box beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1318), 1943. 14p.
- _____ - Manufacture and general characteristics of flat plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (543), 1961. 16p.
- FOSCHI, R. O. Rolling shear failure of plywood in structural components. Vancouver Forest Products Laboratory, 1970. 42p. (Information Report VP - X - 67).
- FOUDJET, A.; SURRY, C.; JULLIEN, J. F. - Indirect identification methods for the elastic constants of orthotropic materials and their application to wood. Wood Science and Technology, 16 (3): 215-222, 1982.
- FOYE, R. L. - Deflection limits on the plate-twisting test. J. Composite Materials, 1: 194-198, 1967.
- FUSCO, P. B. - Estruturas de Concreto. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil; EDUSP, 1976. 298p. (v.I - Fundamentos do projeto estrutural).

- FUSCO, P. B. - Estruturas de Concreto. São Paulo, Grêmio Politécnico, 1975. 449p. (v.II - Conceitos estatísticos associados à segurança das estruturas).
- GESUALDO, F. A. R. - Manual de subprogramas estatísticos: microcomputador Hewlett Packard Modelo 9825 T. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1985. 62p.
- GUNNERSON, R. A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J. - Plate tests for determination of elastic parameters of wood. Wood Science, 5 (4): 241-248, April, 1973.
- GUTTMAN, I.; WILKS, S.; HUNTER, S. - Introductory engineering statistics. New York, John Wiley & Sons, 1982.
- HEARMON, R. F. S. - The elasticity of wood and plywood. London, His Majesty's stationery, 1948. 87p. (Forest Products Research, Special Report nº 7).
- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix-tensor mathematics in orthotropic elasticity. Orientation Effects in the Mechanical Behavior of Anisotropic Materials, 1966. p.39-58. (Special Technical Publication nº 405).
- JAYNE, B. A. & HUNT, M.O. - Plane stress and plane strain in orthotropic and anisotropic media. Wood & Fiber, 1 (3): 236-247, 1969.
- KEENAN, F. J. - The shear strength of glued - laminated timber beams. Toronto, Canadá. Department of Civil Engineering - University of Toronto, 1973. Cap. 4 - p. 204-222. (Ph. D. Thesis).
- KOLLMANN, F. F. P. & CÔTÉ JR., W. A. - Principles of wood science and technology. Berlin, Springer Verlag, 1968. 592p. (v.I. solid wood).
- KOLLMANN, F. F. P.; KUENZI, E. W.; STAMM, A. J. - Principles of wood science and technology. Berlin, Springer-Verlag, 1975. 703p. (v.II - Wood based materials).

- LEE, E. C. & BIBLIS, E. J. - New approach for determination of elastic constants of orthotropic wood-base plates by strip bending and plate twisting. Wood Science, 9 (4): 160-166, April, 1977.
- _____ - Predicting rolling shear modulus of plywood. Forest Products Journal, 29 (4): 31-34, April, 1979.
- _____ - Proposed new specimen size for testing plywood in compression. Forest Products Journal, 30 (5): 54-57, May, 1980.
- LIU, J. Y. - Evaluation of the tensor polynomial strength theory for wood. Sep de: Journal of Composite Materials, 18:216-226, May, 1984.
- LISKA, J. A. - Methods of calculating the strength and modulus of elasticity of plywood in compression. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1315), Sept. 1955.
- LONGWORTH, J. & WARREN, W. G. - Effects of thickness and moisture on the compressive strength of sheating-grade Douglas-fir plywood. Forest Products Journal, 26 (6): 42-46, Jun. 1976.
- MARCH, H. W. - Buckling of flat plywood plates in compression, shear, or combined compression and shear. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1316), April, 1942. 42p.
- _____ - Stress-strain relations in wood and plywood considered as orthotropic materials. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1503), Febr. 1944. 24p.
- MARCH, H. W.; KUENZI, E. W.; KOMMERS, W. J. - Method of measuring the shearing moduli in wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1301), June, 1942. 10p.
- MASUDA, M.; SASAKI, H.; MAKU, T. - Numerical analysis of orthotropic plates (I). J. Japan Wood Res. Soc., (14) 12-38, 1968.
- McLAIN, T. E. & BODIG, J. - Determination of elastic parameters of full-size wood composite boards. Forest Products Journal, 24 (4): 48-57, April, 1974.

- NORRIS, C. B. - The application of Mohr's stress and strain circles to wood and plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1317), 1943. 27p.
- _____ - Strength of orthotropic materials subjected to combined stress. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1816), 1950. 38p.
- NORRIS, C. B. & MCKINNON, P. F. - Compression, tension and shear tests on yellow - poplar plywood panels of sizes that do not buckle tests made at various angles to the face grain. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1328), 1946. 50p.
- NORRIS, C. B.; WERREN, F. ; MCKINNON, P. F. - The effect of veneer thickness and grain direction on the shear strength of plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1801), July, 1948. 42p.
- PALKA, L. C. - Effect of moisture content on shear-through-thickness strength of Douglas-fir plywood. Forest Products Journal, 27 (2): 54-57, Febr. 1977.
- SLIKER, A. - Measuring Poisson's ratios in wood. Sep. de: Experimental Mechanics, May, 1972. 4p.
- STIEDA, C. K. A. - A shear stiffness factor for plywood box beams. Vancouver, B. C., Forest Products Laboratory - Department of Forestry and Rural Development, Dec. 1967. 14p.
- TANG, R. C. - The effect of shear and Poisson's ratio in the static bending of wood beams. Wood Science and Technology, 6: 302-313, 1972.
- TSAI, S. W. - Experimental determination of the elastic behavior of orthotropic plates. Journal of Engineering for Industry, Aug. 1965. p.315-318.

BIBLIOGRAFIA

- AMERICAN PLYWOOD ASSOCIATION - Plywood encyclopedia. Tacoma, WA, APA, 1978. 62p. (The APA series general).
- _____ - Plywood agricultural construction guide. Tacoma, WA, APA, 1978. 35p. (The APA series construction).
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - 1981 Annual book of ASTM standards. Philadelphia, Pa., ASTM, 1981. 1192p. (Part 22 - wood; adhesives).
- _____ - Standard methods of testing veneer, plywood, and other glued veneer constructions - ASTM Designation: D 805-52. Philadelphia, Pa., ASTM, 1952. p.57-80.
- BIBLIS, E. J. - Flexural rigidity of southern pine plywood. Forest Products Journal, 19 (6): 47-54, June, 1969.
- _____ - Shear deflection of wood beams. Forest Products Journal, 15 (11): 492-498, Nov. 1965.
- BIBLIS, E. J.; CHEN, W. L.; LEE, W. C. - Rolling shear properties of southern pine plywood and unidirectionally laminated veneer. Forest Products Journal, 32 (2): 45-50, Febr. 1982.
- BIBLIS, E. J. & LEE, W. C. - Simplification on the experimental method for determining plate shear modulus of plywood and particleboard. Forest Products Journal, 26 (4): 38-42, 1976
- BODIG, J. - Stress-stain relationship for wood in transverse compression. Journal of Materials, 1 (3): 645-666, Sept. 1966.
- BODIG, J. & GOODMAN, J. R. - Prediction of elastic parameters for wood. Wood Science, 5 (4): 249-264, April, 1973.
- BODIG, J. & JAYNE, B. A. - Mechanics of wood and wood composites. New York, Van Nostrand Reinhold, 1982. 711p.

- BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G., HUNTER, J. S. - Statistics for experimenters. S.n.t. 653p.
- CHOW, S. - Lathe-check influence of plywood shear strength.
 Department of Environment - Canadian Forestry Service - Western Forest Products Laboratory, Febr. 1974. 24p. (Information Report VP - X - 122).
- COSTA NETO, P. L. O. - Estatística. São Paulo, Edgard Blücher, 1977. 264p.
- DOYLE, D. V. - Performance of nail - glued joints of plywood to solid wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1964. (Research Note, FPL- 042).
- DRAPER, N. R. & SMITH, H. - Applied regression analysis. New York, John Wiley & Sons, 1972.
- DROW, J. T. - Effect of moisture on the compressive, bending, and shear strengths, and on the toughness of plywood. USDA-FS-FPL, Mad, Wis, (1519), Jan. 1945. 25p.
- FAWCETT, R. & SACK, R. L. - Evaluation of shear web ply orientation for wood I-beams. Journal of the Structural Division, 103 (3): 635-647, March, 1977.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY - Bending strength and stiffness of plywood. USDA-FS-FPL, Mad, Wis, Sept. 1964. 54p. (Research Note, FPL-059)
- _____ - Design of plywood webs in box beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1318), 1943. 14p.
- _____ - Glued structural members. In: _____ Wood handbook: wood as an engineering material. USDA-FS-FPL, Washington, D.C., 19.
- _____ - Manufacture and general characteristics of flat plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (543), 1961. 16p.

- _____ - Manufacture and general characteristics of flat plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1964. (Research Note, FPL-Q64).
- FOSCHI, R. O. - Rolling shear failure of plywood in structural components. Vancouver, Forest Products Laboratory, 1970. 42p. (Information Report VP - X - 67).
- FOUDJET, A.; SURRY, C.; JULLIEN, J. F. - Indirect identification methods for the elastic constants of orthotropic materials and their application to wood. Wood Science and Technology, 16 (3): 215-222, 1982.
- FOYE, R. L. - Deflection limits on the plate - twisting test. J. Composite Materials, 1: 194-198, 1967.
- FUSCO, P. B. - Estruturas de Concreto. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil; EDUSP, 1976. 298p. (v. I - Fundamentos do projeto estrutural).
- _____ - Estruturas de Concreto. São Paulo, Grêmio Politécnico, 1975. 449p. (v. II - Conceitos estatísticos associados à segurança das estruturas).
- GESUALDO, F. A. R. - Manual de subprogramas estatísticos: microcomputador Hewlett Packard Modelo 9825 T. São Carlos, LaMEM-EESC-USP, 1985. 62p.
- GOODMAN, J. R. - Orthotropic strength of wood in compression. Wood Science, 4 (2): 83-94, Oct. 1971.
- GOODMAN, J. R. & BODIG, J. - Orthotropic elastic properties of wood. Journal of the Structural Division, 96 (11): 2031-2319, Nov. 1970.
- GUNNERSON, R. A.; GOODMAN, J. R.; BODIG, J. - Plate tests for determination of elastic parameters of wood. Wood Science, 5 (4): 241-248, April, 1973.
- GUTTMAN, I; WILKS, S.; HUNTER, S. - Introductory engineering statistics. New York, John Wiley & Sons, 1982.

- HANSEN, H. J. - Design of plywood I-beams. Transactions of the American Society of Civil Engineers, (2317): 955-970, 1946.
- HEARMON, R. F. S. - The elasticity of wood and plywood. London, His Majesty's stationery, 1948. 87p. (Forest Products Research, Special Report n^o 7).
- HOYLE JR., R. J. - Wood technology in the design of structures. 3. ed. Missoula, Montana, Mountain Press, 1972. 370p.
- JAYNE, B. A. & HUNT, M. O. - Plane stress and plane strain in orthotropic and anisotropic media. Wood & Fiber, 1 (3): 236-247, 1969.
- JAYNE, B. A. & SUDDARTH, S. K. - Matrix-tensor mathematics in orthotropic elasticity. Orientation Effects in the Mechanical Behavior of Anisotropic Materials, 1966. p.39-58. (Special Technical Publication n^o 405).
- KEENAN, F. J. - The shear strength of glued - laminated timber beams. Toronto, Canada, Department of Civil Engineering - University of Toronto, 1973. Cap. 4 - p. 204-222. (Ph. D. Thesis).
- KOLLMANN, F. F. P. & CÔTÉ JR., W. A. - Principles of wood science and technology. Berlin, Springer Verlag, 1968. 592p. (v. I. - solid wood).
- KOLLMANN, F. F. P.; KUENZI, E. W.; STAMM, A. J. - Principles of wood science and technology. Berlin, Springer-Verlag, 1975. 703p. (v. II - Wood based materials).
- LEE, E. C. & BIBLIS, E. J. - New approach for determination of elastic constants of orthotropic wood-base plates by strip bending and plate twisting. Wood Science, 9 (4): 160-166, April, 1977.
- _____ - Predicting rolling shear modulus of plywood. Forest Products Journal, 29 (4): 31-34, April, 1979.
- _____ - Proposed new specimen size for testing plywood in compression. Forest Products Journal, 30 (5): 54-57, May, 1980.

- LISKA, J. A. - Methods of calculating the strength and modulus of elasticity of plywood in compression. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1315), Sept. 1955.
- LIU, J. Y. - Evaluation of the tensor polynomial strength theory for wood. Journal of Composite Materials, 18: 216-226, May 1984.
- LONGWORTH, J. & WARREN, W. G. - Effects of thickness and moisture on the compressive strength of sheating-grade Douglas-fir plywood. Forest Products Journal, 26 (6): 42-26, Jun. 1976.
- MARCH, H. W. - Buckling of flat plywood plates in compression, shear, or combined compression and shear. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1316), April, 1942. 42p.
- _____ - Stress-strain relations in wood and plywood considered as orthotropic materials. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1503), Febr. 1944. 24p.
- MARCH, H. W.; KUENZI, E. W.; KOMMERS, W. J. - Method of measuring the shearing moduli in wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1301); June, 1942. 10p.
- MASUDA, M.; SASAKI, H; MAKU, T. - Numerical analysis of orthotropic plates (I). J. Japan Wood Res. Soc., (14) 12-38, 1968.
- McLAIN, T. E. & BODIG, J. - Determination of elastic parameters of fullsize wood composited boards. Forest Products Journal, 24 (4): 48-57, April, 1974.
- MUNTHE, B. P. & ETHINGTON, R. L. - Method for evaluating shear properties of wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (0195), 1968. 17p.
- NEWLIN, J. A. & TRAYER, G. W. - Deflection beams with special reference to shear deformations. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1309), 1956. 19p.
- NOACK, D. & ROTH, W. von - On the theory of elasticity of the orthotropic material wood. Wood Science and Technology, 10: 97-110, 1976.

- NORRIS, C. B. - The application of Mohr's stress and strain circles to wood and plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1317), 1943. 27p.
- _____ - Strength of orthotropic materials subjected to combined stress. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1816), 1950. 38p.
- NORRIS, C. B. & MCKINNON, P. F. - Compression, tension and shear tests on yellow - poplar plywood panels of sizes that do not buckle - Tests made at various angles to the face grain. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1328), 1946. 50p.
- NORRIS, C. B.; WERREN, F.; MCKINNON, P. F. - The effect of veneer thickness and grain direction on the shear strength of plywood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., (1801), July, 1948. 42p.
- OROSZ, I. - Simplified method for calculating shear deflections of beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1970. 11p. (Research Note, FPL-0210).
- PALKA, L. C. - Effect of moisture content on shear-through-thickness strength of Douglas-fir plywood. Forest Products Journal, 27 (2): 54-57, Febr. 1977.
- SLIKER, A. - Measuring Poisson's ratios in wood. Experimental Mechanics, May, 1972. 4p.
- SLIKER, A. & SUCHSLAND, O. - Examination of a sinusoidal joint for assembling wood I-beam components. Forest Products Journal, 32 (7): 16-20, July, 1982.
- STIEDA, C. K. A. - A shear stiffness factor for plywood box beams. Vancouver, B. C., Forest Products Laboratory - Department of Forest and Rural Development, Dec. 1967. 14p. (Information Report VP-X - 31).
- TANG, R. C. - The effect of shear and Poisson's ratio in the static bending of wood beams. Wood Science and Technology, 6: 302-313, 1972.

- TSAI, S. W. - Experimental determination of the elastic behavior of orthotropic plates. Journal of Engineering for Industry, Aug. 1965. p.315-318.
- WANGAARD, F. F.; WOODSON, G. E.; WILCOX, W. R. - Analysis o K-factor five-ply plywood. Forest Products Journal, 23 (4): 55-57, April, 1973.
- WELLONS, J.D. e KRAHMER, R.L.-Durability of exterior siding plywood with southeast asian hardwood veneers. Forest Products Journal, 27 (2): 38-44, 1977.
- ZAGOTTIS, D. de - Pontes e grandes estruturas. São Paulo, POLI-USP, 1978. (Parte IV - Introdução da segurança no projeto estrutural).

APÊNDICE A - DETERMINAÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE O MÓDULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL E O MÓDULO DE ELASTICIDADE TANGENCIAL PARA PINHO DO PARANÁ

Com vistas à determinação da relação entre o módulo de elasticidade longitudinal (E_L) e o módulo de elasticidade tangencial (E_T) do Pinho do Paraná (*Araucária angustifolia*) foram realizados ensaios de compressão axial em dez corpos de prova de madeira maciça da espécie em questão, tendo eixo longitudinal paralelo às fibras e em dez corpos de prova tendo eixo longitudinal na direção tangencial aos anéis de crescimento.

A metodologia básica utilizada nestes ensaios está descrita em 5.2. Os corpos de prova tinham dimensões de $(4 \times 4 \times 16) \text{cm}^3$, tendo sido retirados de uma prancha de seção transversal de $(5 \times 30) \text{cm}^2$.

O procedimento para determinação dos valores de E_L ou E_T de cada corpo de prova é análogo ao descrito em 5.3 e os encurtamentos foram medidos sobre o trecho central, de oito (8) centímetros do corpo de prova, por meio de dois (2) relógios Mitutoyo, de precisão 0,001 mm.

A umidade média dos corpos de prova ensaiados era de 9,16%, de acordo com dez (10) determinações efetuadas quando da realização dos ensaios.

Na Tabela A-1 são apresentados os valores de E_L e E_T obtidos nos ensaios.

TABELA A-1 - Valores de E_L e E_T Obtidos Através de Ensaios de Compressão em Corpos de Prova de Pinho do Paraná.

Corpo de Prova	E_L (MPa)	Corpo de Prova	E_T (MPa)
CM- 1-L	18913,8	CM- 1-T	466,7
CM- 2-L	15438,1	CM- 2-T	412,5
CM- 3-L	16566,4	CM- 3-T	422,9
CM- 4-L	17725,9	CM- 4-T	464,1
CM- 5-L	18331,9	CM- 5-T	399,2
CM- 6-L	19081,1	CM- 6-T	472,8
CM- 7-L	16126,4	CM- 7-T	378,7
CM- 8-L	17826,6	CM- 8-T	517,5
CM- 9-L	18097,4	CM- 9-T	461,2
CM-10-L	17895,0	CM-10-T	457,9
<u>Média</u>	<u>17600,3</u>	<u>Média</u>	<u>445,4</u>
Desvio Padrão	1191,2	Desvio Padrão	41,3

A partir do valor médio E_L e do valor médio E_T , tem-se:

$$r = \frac{E_L}{E_T} = \frac{17600,3}{445,4} = 39,5$$

A relação $r = 39,5$ é utilizada nos cálculos de homogeneização da seção transversal.

