

**TRAÇADO DE CABOS DE PROTENSÃO  
EM VIGAS E PÓRTICOS**

**Eng. NEWTON DE OLIVEIRA PINTO JÚNIOR**  
**Orientador: Prof. Dr. ILIO MONTANARI**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
ÁREA DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

TRAÇADO DE CABOS DE PROTENSÃO  
EM VIGAS E PÓRTICOS

DEFENDIDO EM  
08 DE ABRIL DE 1985.

---

ENG. NEWTON DE OLIVEIRA PINTO JÚNIOR

SÃO CARLOS, AGOSTO DE 1987

TRAÇADO DE CABOS DE PROTENSÃO  
EM VIGAS E PÓRTICOS

ENG<sup>o</sup> NEWTON DE OLIVEIRA PINTO JÚNIOR

Dissertação apresentada à Escola de  
Engenharia de São Carlos, da Universidade  
de São Paulo, como parte dos requisitos  
para a obtenção do título de "Mestre em  
Engenharia de Estruturas"

ORIENTADOR:  
PROF. DR. ILIO MONTANARI

À meus avós, meus pais,  
Lidia, Felipe e Talita

## A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Dr. Ilio Montanari, pela orientação da  
da durante o desenvolvimento deste trabalho.

A Vinícius Fernando Arcaro, então quintanista e a  
tualmente colega docente, pela valiosa colaboração nos trabalhos  
de programação.

Aos colegas do Departamento de Construção Civil da  
Faculdade de Engenharia de Limeira - UNICAMP, pelo incentivo cons  
tante.

A srta. Elisabete Miranda Gonçalves, datilógrafa de  
dicada, e a sra. Dalva Maria Michel Ferrari, desenhista eficien  
te, pelo excelente trabalho de datilografia e desenho.

## R E S U M O

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um método de cálculo para a determinação do traçado resultante dos ca bos de protensão em vigas e pórticos protendidos.

A determinação do traçado resultante contínuo, representado em cada tramo por dois trechos de parábolas quadráticas, bem como das forças de protensão, mínima e máxima, compatíveis com o traçado, respeitando as condições de tensões limites e levando também em consideração as perdas por atrito entre cabos e bainhas, é conseguida através de aproximações sucessivas.

O método de cálculo desenvolvido é baseado na formulação matricial do Processo dos Deslocamentos, visando uma programação automática, apresentada no final do trabalho, para utilização em computadores, programação esta que permite ao usuário iterar, via terminal de computador, com os programas desenvolvidos.

## A B S T R A C T

The main objective of this paper is the presentation of a method of calculation to determine the resulting cable layout in prestressed beams and frames.

The determination of the resulting continuous cable layout, represented in each span by two intervals of quadratic parabolas, as well as of prestressing forces, the minimum and the maximum, compatible to the cable layout, satisfying the conditions of limiting stresses and also taking into account the frictional losses, is got by successive approximations.

The method of calculation developed here is based on the matricial formulation of the Stiffness Method, towards an automatic programming, shown at the end of this paper, for utilization in computers that permits to the user to iterate, by a computer terminal, with the developed programs.

# Í N D I C E

1 - INTRODUÇÃO .....	I.1
2 - PÓRTICOS PROTENDIDOS .....	II.1
2.1 - Particularidades Construtivas .....	II.1
2.2 - Dificuldades para a Definição de um Método de Dimensionamento de Pórticos Protendidos .....	II.6
3 - APLICAÇÃO DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS ÀS VIGAS E PÓRTICOS PROTENDIDOS .....	III.1
3.1 - Introdução .....	III.1
3.2 - Análise de Pórticos Planos sob a Ação das Forças de Protensão .....	III.1
3.2.1 - Resumo do Processo dos Deslocamentos ...	III.1
3.2.2 - Definição da Geometria do Cabo .....	III.4
3.2.3 - Solicitações de Engastamento Perfeito ..	III.7
3.2.4 - Efeitos da Protensão nas Solicitações Finais na Extremidade das Barras .....	III.9
3.2.5 - Determinação do Traçado Resultante .....	III.14
3.2.6 - Consideração das Perdas por Atrito .....	III.17
3.2.6.1 - Determinação da função $\theta(x)$ ..	III.21
4 - PROGRAMAS PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO .....	IV.1
4.1 - Introdução .....	IV.1
4.2 - Organização dos Programas .....	IV.1
4.3 - Identificação das Variáveis Utilizadas .....	IV.3
4.3.1 - Introdução .....	IV.3
4.3.2 - Programa ENVOLT .....	IV.3
4.3.3 - Programa COEFI .....	IV.4
4.3.4 - Programa PROTEN .....	IV.4
4.3.5 - Programa ATRITO .....	IV.6
4.4 - Preparação dos Dados para os Programas .....	IV.9
4.4.1 - Entrada de Dados para o Programa ENVOLT.	IV.10
4.4.2 - Entrada de Dados para o Programa COEFI..	IV.10
4.4.3 - Entrada de Dados para o Programa PROTEN.	IV.11
4.4.4 - Iteração Programa-Usuário .....	IV.11
4.4.5 - Entrada de Dados para o Programa ATRITO.	IV.12
4.5 - Descrição dos Programas .....	IV.13
4.5.1 - Programa ENVOLT .....	IV.13



4.5.2 - Programa COEFI .....	IV.14
4.5.3 - Programa PROTEN .....	IV.15
4.5.4 - Programa ATRITO .....	IV.17
5 - EXEMPLOS .....	V.1
5.1 - Introdução .....	V.1
5.2 - Exemplo nº 1 .....	V.1
5.2.1 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Sem Considerar as Perdas por Atrito .....	V.4
5.2.2 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito .....	V.19
5.3 - Exemplo nº 2 .....	V.39
5.3.1 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, sem Considerar as Perdas por Atrito .....	V.44
5.3.2 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito .....	V.57
5.4 - Exemplo nº 3 .....	V.68
5.4.1 - Descrição da Estrutura .....	V.68
5.4.2 - Esforços Solicitantes .....	V.70
5.4.3 - Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito .....	V.79
6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	VI.1
7 - BIBLIOGRAFIA .....	VII.1
ANEXO I .....	A.I.1
Equação do Cabo Resultante Representado por Quatro Trechos de Parábolas .....	A.I.2
Cálculo das Integrais $I_1$ e $I_2$ .....	A.I.7
ANEXO II .....	A.II.1
Programas em Linguagem Pascal .....	A.II.1
Programa ENVOLT .....	A.II.2
Programa COEFI .....	A.II.5
Programa PROTEN .....	A.II.16
Programa ATRITO .....	A.II.22

## 1 - INTRODUÇÃO

A determinação da protensão adequada e do traçado resultante dos cabos em pórticos protendidos, segue, em linhas gerais, as mesmas orientações utilizadas para as vigas protendidas.

Tendo como objetivo inicial do trabalho a análise das estruturas em pórticos protendidos, optou-se, para as determinações acima citadas, por um procedimento utilizado para as vigas protendidas, baseado no processo dos esforços e desenvolvido por CHAUSSIN [7] (números entre colchetes referem-se à bibliografia), posteriormente retomado por MONTANARI [23] e JORGE [15].

Este procedimento é baseado na determinação de um traçado concordante contínuo, interior ao fuso de passagem, traçado este proporcional a abertura do fuso, segundo CHAUSSIN, e derivado da curva que define o limite superior do fuso, sendo também tangente a ela na seção de maior solicitação, segundo MONTANARI e JORGE.

O traçado resultante final (discordante) é determinado após transformações lineares obtendo-se ainda, segundo JORGE [15], o total aproveitamento da altura da peça, na seção mais solicitada, respeitadas as condições de cobrimento mínimo.

Esta linha de análise foi exaustivamente pesquisada para aplicação aos pórticos protendidos tendo, no entanto, que ser abandonada em virtude do aparecimento dos seguintes problemas:

a) impossibilidade, na grande maioria dos casos, de determinação de um traçado concordante contínuo, uma vez que as curvas representativas do fuso possuem descontinuidades, derivadas que são dos momentos fletores e estes, neste tipo de estrutura, apresentam tais descontinuidades;

b) impossibilidade de generalização do procedimento no caso dos pórticos, pois sendo este baseado no processo dos esforços, a escolha das incógnitas hiperestáticas que conduzem à solução do problema é função do esforço solicitante que se quer determinar.

Face aos problemas acima citados, adotou-se um novo procedimento de análise baseado na formulação matricial do processo dos deslocamentos, o qual permite a determinação, de uma forma rápida e segura, da protensão adequada e do traçado dos cabos, através da confecção de programas de cálculo automático para a uti

lização em computadores.

Além disso, com este novo procedimento conseguiu-se a generalização desejada, pois o mesmo permite a análise tanto dos pórticos quanto das vigas protendidas, permitindo ainda, com as necessárias modificações na estrutura básica dos programas, sua extensão às grelhas e aos pórticos espaciais protendidos.

Em virtude do pequeno tratamento dado na literatura aos pórticos protendidos, apresentam-se no capítulo 2 certas particularidades construtivas assim como os princípios gerais do dimensionamento destas estruturas.

A definição da geometria do traçado, das solicitações de engastamento perfeito, das equações necessárias à determinação da força de protensão que atende a estrutura (levando também em consideração as perdas por atrito), base dos programas de cálculo desenvolvidos, são apresentadas no capítulo 3. Cabe ressaltar que as forças de protensão determinadas considerando as perdas por atrito são as aplicadas nas extremidades da peça, sendo também adotado que a protensão será aplicada distendendo os cabos pelas duas extremidades.

No capítulo 4 são apresentados os programas de cálculo desenvolvidos, a forma de entrada dos dados e explicações sucintas sobre seus principais passos.

No capítulo 5 são apresentados três exemplos de aplicação dos programas. No Exemplo nº 1, após a obtenção dos traçados resultantes e respectivas forças de protensão, faz-se uma análise comparativa dos resultados obtidos, sem a consideração das perdas por atrito e com a consideração destas, análise esta, também realizada no Exemplo nº 2. O Exemplo nº 3 analisa um particular tipo de pórtico protendido constituído por três tramos com apoios inclinados.

No anexo I é apresentada a equação do cabo resultante representada por quatro trechos de parábola, bem como o desenvolvimento das integrais que conduzem à determinação das solicitações de engastamento perfeito utilizadas na elaboração dos programas de cálculo desenvolvidos.

No anexo II são apresentadas as listagens dos programas em linguagem PASCAL.

Chama-se a atenção do leitor para os resultados numéricos apresentados: trabalhou-se, muitas vezes, com quatro decimais somente por questão de exatidão dos cálculos, não tendo tal precisão, na maioria dos casos, significado físico.

## 2 - PÓRTICOS PROTENDIDOS

Como já se salientou na Introdução, pelo pequeno tratamento dado, na literatura, aos pórticos protendidos, achou-se conveniente introduzir aqui o que de mais importante se encontrou sobre o assunto.

### 2.1 - Particularidades Construtivas

Nos pórticos protendidos, a protensão adequada é função das relações de rigidez entre vigas e pilares. Pilares rígidos são responsáveis pelo aparecimento de grandes momentos nos nós, os quais produzem elevadas trações nos pilares, trações estas ligeiramente reduzidas pela atuação de esforços axiais de compressão, provenientes da ação do peso próprio.

Face a estes momentos é que se considera como traçado adequado dos cabos de protensão aquele que envolve todo o nó (fig. 2.1.a), da mesma forma que a armadura frouxa o envolve nos pórticos em concreto armado. Entretanto, tal traçado se torna, construtivamente, difícil de executar, além de ocasionar grandes perdas por atrito. Por este motivo é que se protendem separadamente vigas e pilares (fig. 2.1.b).

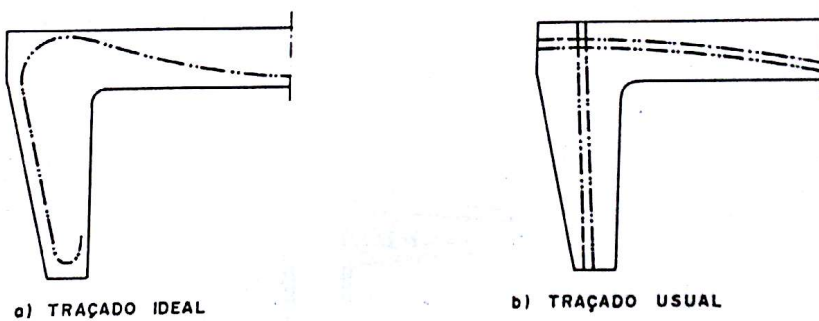


FIG. 2.1 - TRAÇADOS DE CABOS EM PÓRTICOS

Por outro lado, o cruzamento dos cabos no nó ocasiona o aparecimento de elevadas compressões, segundo duas direções, o que exige a disposição de uma armadura transversal perpendicular ao plano do pórtico.

A protensão é responsável pela redução do empuxo horizontal atuante nos pés dos pilares dos pórticos protendidos (fig. 2.2), podendo ocorrer, inclusive, inversão de sentido do empuxo dependendo da intensidade da protensão aplicada.

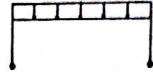

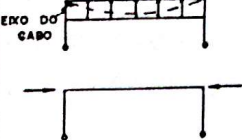
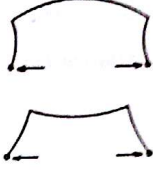
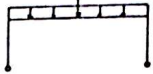

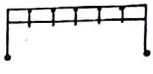

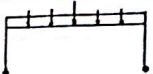

	ACÕES	DEFORMAÇÃO E REACÇÃO DE APOIO
PESO PRÓPRIO		
PROTENSÃO		
SOBRECARGA		
PESO PRÓPRIO + PROTENSÃO		
PESO PRÓPRIO + PROTENSÃO + SOBRECARGA		

FIG. 2.2 - INFLUÊNCIA DA PROTENSÃO SOBRE O EMPUXO NA BASE DO PILAR

A redução do empuxo facilita o dimensionamento das fundações e permite, graças aos pequenos momentos atuantes nos pilares, que os mesmos não sejam protendidos, sendo tais momentos combatidos por uma armadura passiva convenientemente ancorada na zona comprimida da viga (fig. 2.3).

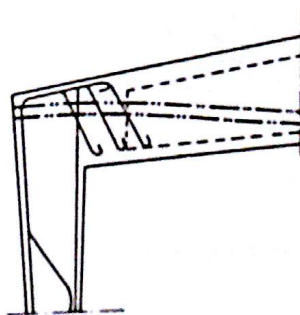


FIG. 2.3 - PILAR COM ARMADURA PASSIVA

Quando tal solução não é conseguida, uma outra pode ser adotada protendendo-se alguns cabos nos pilares. Neste caso, os pilares devem ser dimensionados como elementos de concreto armado

do sob flexo-compressão, considerando-se a força axial e o momento introduzido como carregamento externo. Em geral, com este procedimento consegue-se eliminar as tensões de tração, devidas ao peso próprio, que aparecem nos pilares.

Ainda com relação à resistência exercida pelos pilares aos encurtamentos das vigas, considere-se o pórtico simples (fig. 2.4) com protensão só na viga.

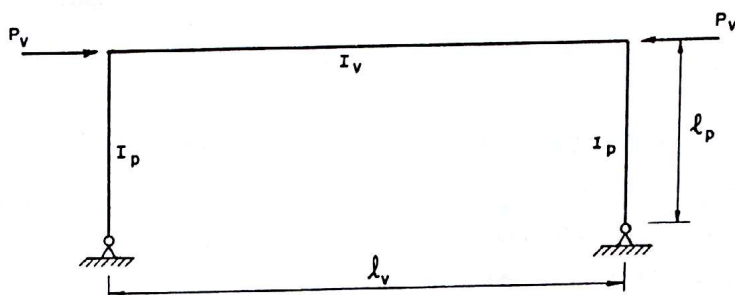


FIG. 2.4 - PÓRTICO BI-ARTICULADO COM PROTENSÃO SÓ NA VIGA

Ao aplicar a protensão à viga, esta sofre um encurtamento  $\Delta l_v$ . Tal encurtamento ocasiona o aparecimento de uma reação  $\Delta H$  nos pés do pórtico:

$$\Delta H = \frac{\frac{P_v l_v}{A_v}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{l_v^3}{I_p} + l_v^2 \cdot \frac{l_v}{I_v}} = \frac{\frac{P_v l_v}{A_v}}{l_v^2 \cdot \frac{l_v}{I_v} \cdot \left( \frac{2}{3} \frac{l_p}{I_p} \frac{I_v}{l_v} + 1 \right)}$$

Adotando  $\rho = \frac{I_v}{l_v} \cdot \frac{l_p}{I_p}$  e sendo  $i_v$  o raio de giração da viga, conclui-se que a reação horizontal é igual a:

$$\Delta H = \frac{i_v^2}{l_v^2} \cdot \frac{3}{(3 + 2\rho)} \cdot P_v$$

Analisando a expressão acima, verifica-se que para  $\rho = 0$  (pilares infinitamente rígidos) tem-se:

$$\Delta H = \frac{i^2 v}{l^2 p} \cdot P_v$$

que geralmente é muito pequeno.

Se o pórtico for bi-engastado a reação horizontal será expressa por:

$$\Delta H = \frac{i^2 v}{l^2 p} \cdot \frac{l}{\left(\frac{2\rho + \rho^2}{3 + 6\rho} + \frac{i^2 v}{l^2 p}\right)} \cdot P_v$$

Neste caso, a reação  $\Delta H$  pode assumir valores consideráveis. Quando  $\rho = 0$ , obtém-se  $\Delta H = P_v$ , ou seja, a protensão se torna ineficiente. A única forma de resolver este problema é introduzir uma articulação temporária, tornando a estrutura rígida somente após ocorrerem as deformações provenientes da aplicação da protensão.

As deformações das vigas causadas pela fluência devem ser também levadas em consideração, pois os pilares devem permitir tais deformações sem sofrer danos. LEONHARDT 18 indica as seguintes possibilidades construtivas para resolver este problema:

a) criar pilares suficientemente esbeltos que acompanhem as vigas no seu encurtamento, considerando, no entanto, os efeitos da fluência sobre os pilares. Por outro lado, pilares esbeltos implicam em uma distribuição de esforços com grandes momentos nos centros dos vãos.

b) criar pilares constituídos por duas barras formando um triângulo com o extremo da viga (fig. 2.5). A barra interior resiste a forças de compressão e a exterior a forças de tração causadas pelo momento de engastamento da viga. Desta forma, a viga pode deslocar-se horizontalmente, o empuxo na base do pilar é pequeno, sem ocasionar redução do momento de engastamento.

Este tipo de pórtico foi empregado em uma estrutura de concreto armado já em 1936, para uma ponte de autopista em Rinderstall (citado por LEONHARDT 18, pág. 361). Desde então tem encontrado grande difusão, em algumas ocasiões com tirantes muito inclinados.



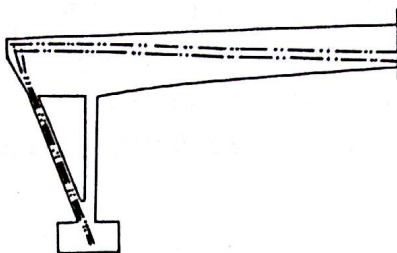


FIG. 2.5 - PILAR CONSTITUIDO POR DUAS BARRAS FORMANDO TRIÂNGULO

Neste tipo de pórtico, o lado superior do triângulo de apoio, braço mecânico de engastamento da viga, não deve ser muito pequeno, nem a solicitação do tirante excessiva, para que ao carregar a viga a tensão e o alongamento do tirante sejam pequenos. Tensões elevadas no tirante pré-comprimido dão origem a grandes flechas e, em consequência, a vibrações nas vigas, pois é grande a relação de transmissão do alongamento do tirante para o centro das vigas.

c) no caso de pilares curtos e rígidos, pode-se compensar o encurtamento das vigas dispondo uma articulação deslocável horizontalmente em um dos pés do pórtico (fig. 2.6). Este procedimento construtivo foi adotado na ponte de Rosenstein, em Stuttgart (citado por LEONHARDT [18], pág. 361), na qual o reajustamento efetuado através da articulação, durante os primeiros anos, impediu que as deformações da viga por fluência dessem lugar a uma flecha de 27cm no centro do vão. A articulação reajustável permite também aproveitar o empuxo passivo para resistir ao empuxo horizontal atuante no pórtico. Entretanto, convém ressaltar que o deslocamento da articulação modifica a distribuição dos momentos causados pela fluência, devendo, portanto, tal modificação ser analisada.

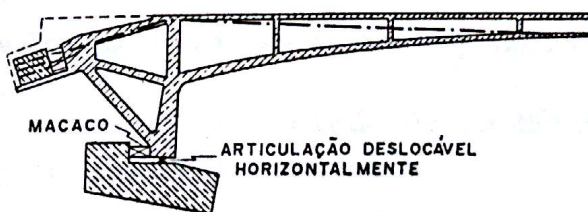


FIG. 2.6 - PÓRTICO COM PILAR CURTO E RÍGIDO

Nos pórticos com pilares inclinados (fig. 2.7), a protensão no vão central sofre a influência favorável do esforço axial produzido pela inclinação dos pilares. Estes, geralmente, não necessitam ser protendidos, pois trabalham fundamentalmente à compressão.

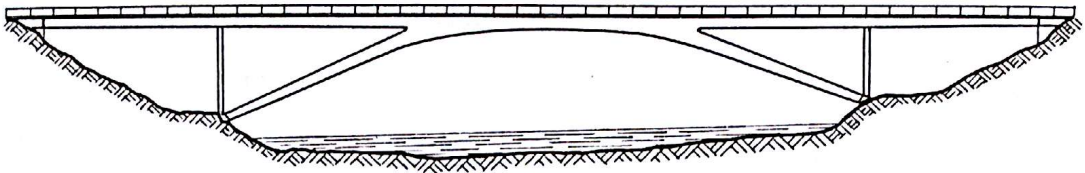


FIG. 2.7 - PÓRTICO COM PILARES INCLINADOS

Em pórticos de vários pisos, utilizados em edifícios, protende-se normalmente só as vigas, fazendo os pilares esbeltos de tal forma que se possa dimensioná-los somente com armaduras frouxas. Nos pórticos constituídos por um único vão, os pilares inferiores devem ser altos e esbeltos para permitir o encurtamento das vigas. LEONHARDT [18] recomenda que se execute a protensão das vigas em etapas, piso a piso, aplicando, por exemplo,  $1/2 P$  em cada etapa de construção, para que os pilares superiores sejam pouco afetados (fig. 2.8).

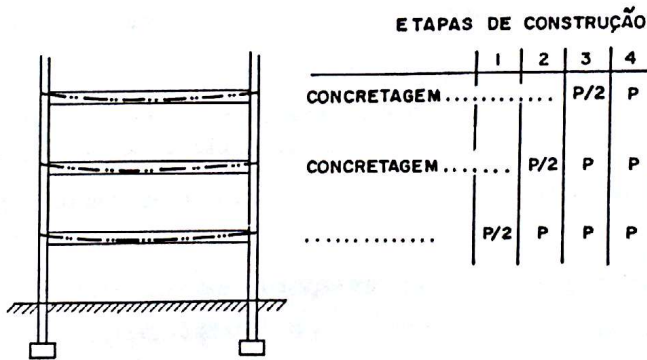


FIG. 2.8 - PROTENSÃO POR ETAPAS EM PÓRTICO DE VÁRIOS PISOS

## 2.2 - Dificuldades para a Definição de um Método de Dimensionamento de Pórticos Protendidos

A fim de melhor compreender os problemas relativos ao dimensionamento dos pórticos protendidos considere-se, para exemplificar, o pórtico mostrado na fig. 2.9, assumindo que os momentos de inércia da viga ( $I_v$ ), dos pilares ( $I_p$ ), as forças de pro

tensão, na viga ( $P_v$ ) e nos pilares ( $P_p$ ), sejam constantes e que a estrutura esteja submetida a condições de solicitação máxima e mínima.

O problema é, em essência, igual ao das vigas contínuas protendidas, diferindo destas no que se refere à atuação de um esforço normal, além daquele introduzido pela protensão, em cada uma das barras da estrutura.

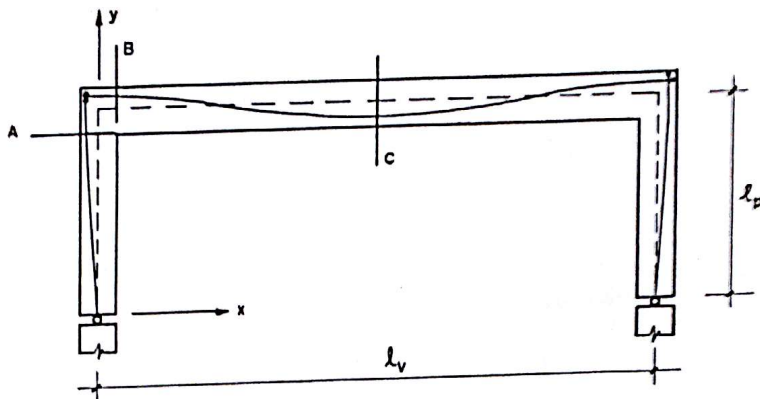


Fig. 2.9

Para uma melhor compreensão do problema, examinemos a fig. 2.10 que apresenta as ações finais em cada uma das barras do pórtico, na qual os índices  $m$  e  $M$  representam as condições de carregamento mínimo e máximo, respectivamente, e o índice  $h$  refere-se aos hiperestáticos de protensão.

Uma primeira solução pode ser encontrada adotando um traçado para os cabos e estabelecendo valores para as forças de protensão, de tal forma que as condições de tensões limites sejam respeitadas.

Para que estas adoções iniciais possam se transformar em uma solução do problema, as seguintes condições devem ser satisfeitas para qualquer seção do pórtico:

pilares:

$$\bar{\sigma}_c \leq - \left( \frac{P_p + V_{m \text{ ou } M}}{A_p} \right) + \left( \frac{M_{m \text{ ou } M} - P_p e_y - M_h}{I_p} \right) \cdot y_p'' \leq \bar{\sigma}_c$$

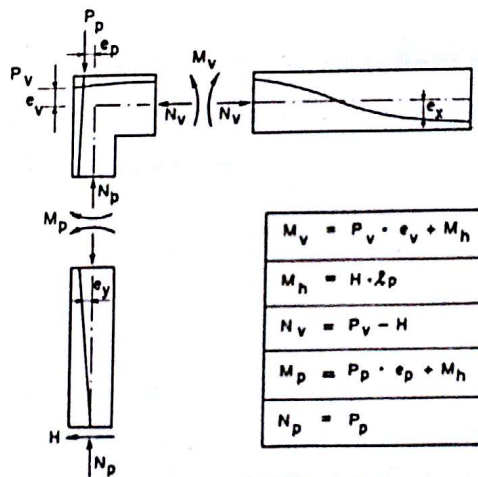
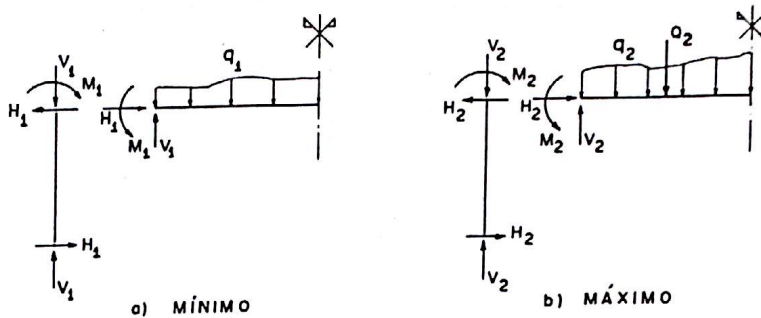
..... (I)

$$\bar{\sigma}_c \leq - \left( \frac{P_p + V_{m \text{ ou } M}}{A_p} \right) + \left( \frac{P_p e_y + M_h - M_{m \text{ ou } M}}{I_p} \right) \cdot y_p' \leq \bar{\sigma}_c$$

viga:

$$\sigma_c \leq - \left( \frac{P_v + H_m \text{ ou } M - N_h}{A_v} \right) + \left( \frac{P_v e_x + M_h - M_m \text{ ou } M}{I_v} \right) y_v'' \leq \sigma_c \quad \dots (I)$$

$$\sigma_c \leq - \left( \frac{P_v + H_m \text{ ou } M - N_h}{A_v} \right) + \left( \frac{M_m \text{ ou } M - M_h - P_v e_x}{I_v} \right) y_v' \leq \sigma_c$$



c) PROTENSÃO

Fig. 2.10 - SOLICITAÇÕES EM PÓRTICO BI-ARTICULADO COM PROTENSÃO NA VIGA E PILARES

As seções críticas são, geralmente, na viga, a do meio do vão e as das extremidades, no pilar, as do topo e da base. Na realidade, para o nó do pórtico, a seção crítica não é a seção teórica "a", mas sim aquelas definidas por X e Y (fig. 2.11)

O nó (compreendido entre as seções X e Y) deve ser analisado separadamente.

Teoricamente é possível encontrar uma solução atra-

vés da aplicação das inequações (I), pois quando o máximo aproveitamento da seção é conseguido, tais inequações transformam-se em equações.

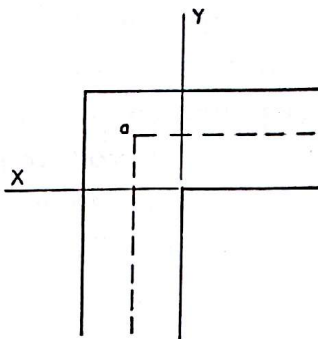


Fig. 2 .11

As incógnitas do problema podem ser expressas pelos seguintes parâmetros:

a) os módulos de resistência das três seções críticas A, B e C (fig. 2.9), portanto seis incógnitas;

b) as forças de protensão  $P_v$  e  $P_p$ , portanto duas incógnitas;

c) as excentricidades nas três seções críticas, portanto três incógnitas;

d) a inclinação da reação, ou seja, a relação entre a reação horizontal e a vertical, que depende da rigidez relativa entre a viga e os pilares, portanto uma incógnita.

Tem-se, então, doze incógnitas no total.

O máximo aproveitamento da seção pode ser conseguido, nos casos extremos de solicitação, somente quando o peso próprio não tiver grande predominância. Mesmo que o peso próprio seja grande, porém não predominante, seus efeitos podem ser absorvidos pelos efeitos da protensão e a excentricidade necessária para satisfazer as inequações (I) deve ser a maior possível, respeitando as condições de cobrimento mínimo. Desta forma, as excentricidades nas três seções críticas ficam determinadas, reduzindo o número de incógnitas para nove.

Além dos fatores até agora mencionados, devem ser ainda analisadas as influências da retração e fluência do concreto, relaxação da armadura de protensão, bem como o atrito entre cabos e bainhas, pois tais fatores podem não só tornar a protensão ineficiente como também criar problemas para o dimensionamento, obrigando, em alguns casos, até a utilizar artifícios construtivos para compensar seus efeitos sobre a estrutura, caso específico da retração e fluência do concreto. Devem ser também verificados os estados limites de utilização e os estados limites últimos.

Como se pode observar, o número de incógnitas envolvidas é muito grande, tornando a resolução do problema por métodos exatos muito difícil, podendo, entretanto, ser encontrada uma solução através de aproximações sucessivas.

### 3 - APLICAÇÃO DO PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS ÀS VIGAS E PÓRTICOS PROTENDIDOS

#### 3.1 - Introdução

O projeto das estruturas protendidas requer, como já se teve oportunidade de observar no capítulo anterior, a análise de uma série de fatores, que vão desde a estimativa das seções transversais até a definição de uma eficiente e segura técnica construtiva. Dentre estes fatores, a obtenção do traçado dos cabos, e conseqüentemente da força de protensão necessária, é de capital importância para que se tenha uma estrutura bem projetada.

Em estruturas com grandes vãos, caso típico dos pórticos com protensão, nem sempre é possível (e muitas vezes desnecessária) a utilização de cabos com traçado contínuo ao longo dos vãos. Entretanto, para a obtenção da cablagem é preferível, na maioria dos casos, partir de um traçado resultante contínuo, uma vez que este simplifica os cálculos.

Por outro lado, em estruturas de elevado grau de hiperestaticidade tem-se que executar cálculos laboriosos, com grande risco de erro, para se chegar à definição do traçado resultante.

Com a utilização de computadores e com o auxílio da técnica matricial, uma parcela dos problemas acima pode ser resolvida com rapidez, permitindo a obtenção de soluções seguras. É com este objetivo que se apresenta, neste capítulo, o desenvolvimento de um método expedito, baseado na formulação matricial do processo dos deslocamentos, para a determinação do traçado resultante dos cabos, bem com da força de protensão que satisfaz este traçado.

#### 3.2 - Análise de Pórticos Planos sob a Ação das Forças de Protensão

##### 3.2.1 - Resumo do Processo dos Deslocamentos

A formulação matricial do processo dos deslocamentos constitui um instrumento geral de análise, organizado essencialmente para a solução de problemas estruturais, mediante o uso de com

putadores. Sua aplicação ao caso particular da ação das forças de protensão é similar ao de qualquer outro tipo de solicitação.

A equação fundamental para este processo é expressa por:

$$F = S.D$$

a qual declara que ações podem ser expressas em termos de deslocamentos, através de uma matriz de rigidez representando solicitações devidas a valores unitários de deslocamentos. Esta equação traduz o equilíbrio de forças nos nós.

Nas estruturas cinematicamente indeterminadas, existe distinção entre deslocamentos conhecidos  $D_s$ , correspondentes aos vínculos externos, e deslocamentos desconhecidos  $D_d$ .

Para analisar uma estrutura pelo processo dos deslocamentos, considera-se, inicialmente, todos os deslocamentos impedidos. As solicitações de engastamento perfeito, provenientes de cargas externas não aplicadas diretamente nos nós, podem ser representadas por um vetor coluna  $F_{fj}$ .

Novamente existe distinção entre solicitações de engastamento correspondentes aos deslocamentos desconhecidos e aquelas correspondentes aos deslocamentos conhecidos.

Desta forma:

$$F_{fj} = \begin{pmatrix} F_{fd} \\ F_{fs} \end{pmatrix}$$

Analogamente:

$$D_j = \begin{pmatrix} D_d \\ D_s \end{pmatrix}$$

A próxima etapa no processo dos deslocamentos, consiste em considerar a estrutura liberada sob a ação de valores unitários para os deslocamentos dos nós.

Considerando somente valores unitários para  $D_d$  ( $D_s$  é assumido zero), o equilíbrio de forças nos vários nós, onde tais deslocamentos desconhecidos são considerados, pode ser expresso como:



$$F_d = F_{fd} + S_{dd} D_d \quad \dots (3.1)$$

onde  $F_d$  é um vetor coluna de ordem  $d$ , representando as cargas reais na localização e direção dos deslocamentos desconhecidos  $D_d$  (vetor coluna de ordem  $d$ ).

O vetor coluna  $F_{fd}$  (ordem  $d$ ) representa as solicitações de engastamento resultantes das cargas externas não aplicadas diretamente nos nós. Estas solicitações de engastamento são somente aquelas que agem na localização e direção dos deslocamentos desconhecidos  $D_d$ .

A matriz de rigidez  $S_{dd}$  ( $d \times d$ ) representa os valores das solicitações nos nós, na localização e direção dos deslocamentos desconhecidos, atribuindo-se a estes deslocamentos valores unitários.

A solução da equação (3.1):

$$D_d = S_{dd}^{-1} (F_d - F_{fd})$$

fornece os valores dos deslocamentos incógnitos.

As solicitações finais, nas extremidades de cada uma das barras que compõem a estrutura, podem então ser obtidas pela superposição das solicitações de engastamento perfeito, atuantes inicialmente na barra, com as solicitações adicionais causadas pelos deslocamentos ocorridos nas suas extremidades.

Esta superposição está expressa, para a  $j$ -ésima barra de uma estrutura, pela seguinte equação:

$$(F_m)_j = (F_{fd})_j + (S_m)_j (D_m)_j$$

onde:

$(F_m)_j$  = vetor das solicitações finais de extremidades

$(F_{fd})_j$  = vetor das solicitações de engastamento perfeito

$(S_m)_j$  = matriz de rigidez da barra  $j$

$(D_m)_j$  = vetor de deslocamentos das extremidades

O vetor  $(D_m)_j$  deve ser determinado a partir do ve-

tor de deslocamentos nodais  $D_d$ . Os deslocamentos  $D_d$  estão referidos às direções dos eixos da estrutura (em relação a um referencial global), enquanto que os deslocamentos  $D_m$  estão nas direções dos eixos da barra (em relação a um referencial local).

Devido a este fato, para a obtenção do vetor  $(D_m)_j$  é necessário efetuar a seguinte transformação:

$$(D_m)_j = (R_T)_j (D_d)_j$$

onde:

$(R_T)_j$  = matriz de transformação de rotação para os deslocamentos das extremidades da barra  $j$ .

$(D_d)_j$  = vetor de deslocamentos nodais para as extremidades da barra  $j$ .

Substituindo a expressão acima na de superposição apresentada anteriormente, conclui-se que:

$$(F_m)_j = (F_{fd})_j + (S_m)_j (R_T)_j (D_d)_j$$

### 3.2.2 - Definição da Geometria do Cabo

Nas estruturas constituídas por barras retas, os traçados dos cabos podem ser facilmente representados por equações. Dentre estas equações, a parábola apresenta grande interesse prático, por ser uma curva de simples representação.

Na fig. 3.1 é apresentada uma barra reta genérica, com o traçado resultante dos cabos de protensão representado por dois trechos de parábolas. Tal representação tem a vantagem, além das acima citadas, de garantir que o traçado resultante esteja alojado no interior da barra.\*

As parábolas IT e TF definem as excentricidades de  $x = 0$  a  $x = \xi L$  e de  $x = \xi L$  a  $x = L$ , respectivamente. A parábola IT é tangente à parábola TF, no ponto T, (ponto de concordância das parábolas), sendo esta tangente comum horizontal.

---

\* No Anexo I é apresentado o traçado resultante dos cabos representado por quatro trechos de parábola.

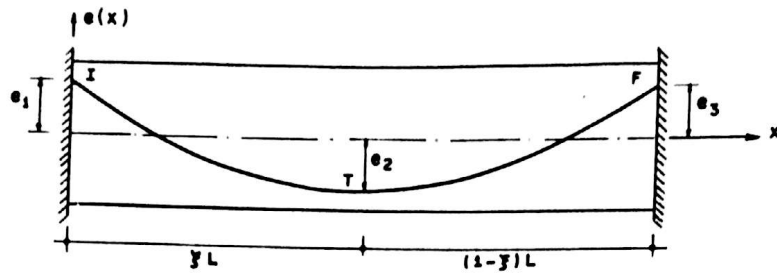


FIG. 3.1 - CABO RESULTANTE COMPOSTO POR DOIS TRECHOS DE PARÁBOLAS

A equação da parábola IT pode ser escrita como:

$$e(x) = a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1 \quad \dots(3.2)$$

Para  $x = 0$  conclui-se:

$$c_1 = e_1 \quad \dots(3.3)$$

Para  $x = \xi \cdot L$  tem-se:

$$e(x) = e_2 \rightarrow a_1 (\xi L)^2 + b_1 \xi L + e_1 = e_2$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2a_1 \xi L + b_1 = 0$$

A solução das equações acima fornece:

$$a_1 = \frac{(e_1 - e_2)}{(\xi L)^2} \quad \dots(3.4)$$

$$b_1 = \frac{2(e_1 - e_2)}{\xi L} \quad \dots(3.5)$$

Substituindo as constantes acima na equação (3.2),  
obtém-se:

$$e(x) = \frac{(e_1 - e_2)}{(\xi L)^2} x^2 - \frac{2(e_1 - e_2)}{\xi L} x + e_1 \quad \dots(3.6)$$

No trecho TF a equação da parábola pode ser escrita como:

$$e(x) = a_2 x^2 + b_2 x + c_2 \quad \dots(3.7)$$

Para  $x = \xi L$  tem-se:

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2a_2 \xi L + b_2 = 0$$

$$e(x) = e_2 \rightarrow a_2 (\xi L)^2 + b_2 \xi L + c_2 = e_2$$

Para  $x = L$  conclui-se:

$$e(x) = e_3 \rightarrow a_2 L^2 + b_2 L + c_2 = e_3$$

A solução das equações acima fornece:

$$a_2 = - \frac{(e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2 L^2} \quad \dots(3.8)$$

$$b_2 = \frac{2\xi L (e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2 L^2} \quad \dots(3.9)$$

$$c_2 = \frac{(1 - 2\xi)}{(1 - \xi)^2} e_2 + \frac{\xi^2}{(1 - \xi)^2} e_3 \quad \dots(3.10)$$

Substituindo as expressões acima na equação (3.7) obtém-se:

$$e(x) = - \frac{(e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2 L^2} x^2 + \frac{2\xi L (e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2 L^2} x + \frac{(1 - 2\xi)}{(1 - \xi)^2} e_2 + \frac{\xi^2}{(1 - \xi)^2} e_3 \quad \dots(3.11)$$

Observando as equações (3.6) e (3.11) anteriormente definidas, nota-se que a equação do cabo resultante fica definida através do conhecimento das excentricidades nas seções I, T e F, bem como da abscissa  $\xi L$  correspondente à seção T. Os efeitos da pro tensão sobre a estrutura podem ser agora determinados, através da aplicação de qualquer dos processos de cálculo existente. No estudo em questão, será utilizado o Processo dos Deslocamentos pois o mesmo facilita a automatização dos cálculos.

### 3.2.3 - Solicitações de Engastamento Perfeito

Considere-se uma barra genérica da estrutura sujeita somente ao carregamento da protensão (fig. 3.2).

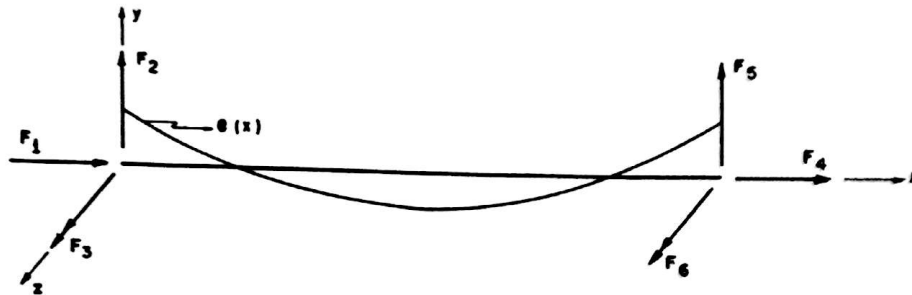


FIG. 3.2 - SOLICITAÇÕES DE ENGASTAMENTO PERFEITO NO SISTEMA LOCAL

O momento fletor (positivo no sentido horário), em uma seção  $x$  qualquer da barra, bem como o esforço normal atuante podem ser expressos por:

$$M(x) = F_3 - F_2 x - P \cdot e(x)$$

$$N = - F_1 - P$$

onde  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  representam as solicitações de engastamento perfeito.

O trabalho realizado pelas cargas de protensão é igual à energia de deformação armazenada na barra, logo:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{N}{EA} \cdot dx + \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M(x)}{EI} dx$$

Pelo teorema de Castigliano e da condição de engastamento perfeito pode-se escrever:

$$\frac{\partial W}{\partial F_1} = \frac{1}{EA} \int_0^L (F_1 + P) dx = 0 = (F_1 + P) \frac{L}{EA}$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_2} = \frac{1}{EI} \int_0^L [F_3 - F_2 x - P e(x)] \cdot (-x) \cdot dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_3} = \frac{1}{EI} \int_0^L F_3 - F_2 x - P e(x) \cdot dx = 0$$

Então:

$$\frac{\partial w}{\partial F_1} = 0 \rightarrow F_1 = -P$$

$$\frac{\partial w}{\partial F_2} = 0 \rightarrow -\frac{L^3}{3} F_2 + \frac{L^2}{2} F_3 = I_1 \quad \dots (3.12)$$

$$\frac{\partial w}{\partial F_3} = 0 \rightarrow -\frac{L^2}{2} F_2 + L F_3 = I_2 \quad \dots (3.13)$$

onde:

$$I_1 = P \int_0^L e(x) \cdot x \cdot dx \quad e \quad I_2 = P \int_0^L e(x) \cdot dx$$

Das equações (3.12) e (3.13) conclui-se que:

$$F_2 = \frac{6}{L^2} \cdot I_2 - \frac{12}{L^3} \cdot I_1$$

$$F_3 = -\frac{6}{L^2} \cdot I_1 + \frac{4}{L} \cdot I_2$$

Do equilíbrio da barra tem-se:

$$F_4 = P$$

$$F_5 = \frac{12}{L^3} \cdot I_1 - \frac{6}{L^2} \cdot I_2$$

$$F_6 = \frac{2}{L} \cdot I_2 - \frac{6}{L^2} \cdot I_1$$

As integrais  $I_1$  e  $I_2$  são expressas por:

$$I_1 = P \left[ \int_0^{\xi L} (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) x \, dx + \int_{\xi L}^L (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) x \, dx \right] \quad \dots (3.14)$$

$$I_2 = P \left[ \int_0^{\xi L} (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) dx + \int_{\xi L}^L (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) dx \right] \quad \dots (3.15)$$

Introduzindo nas expressões (3.14) e (3.15) as equações (3.3), (3.4), (3.5) e (3.8), (3.9), (3.10), respectivamente, tem-se:

$$I_1 = \frac{PL^2}{12} \left[ \xi^2 \cdot e_1 + (2\xi + 3) \cdot e_2 + (3 - 2\xi - \xi^2) \cdot e_3 \right]$$

$$I_2 = \frac{PL}{3} \left[ \xi \cdot e_1 + 2e_2 + (1 - \xi) e_3 \right] **$$

Finalmente conclui-se que:

$$F_1 = -P \quad \dots (3.16)$$

$$F_2 = \frac{P}{L} \left[ \xi(2 - \xi) \cdot e_1 + (1 - 2\xi) \cdot e_2 + (\xi^2 - 1) e_3 \right] \dots (3.17)$$

$$F_3 = \frac{P}{6} \left[ \xi(8 - 3\xi) e_1 + (7 - 6\xi) e_2 + (3\xi^2 - 2\xi - 1) e_3 \right] \dots (3.18)$$

$$F_4 = P \quad \dots (3.19)$$

$$F_5 = \frac{P}{L} \left[ \xi(\xi - 2) e_1 + (2\xi - 1) e_2 + (1 - \xi^2) e_3 \right] \dots (3.20)$$

$$F_6 = \frac{P}{6} \left[ \xi(4 - 3\xi) e_1 - (1 + 6\xi) e_2 + (3\xi^2 + 2\xi - 5) e_3 \right] \dots (3.21)$$

As expressões de (3.16) a (3.21) representam as solicitações de engastamento perfeito, devido à protensão, no sistema local.

#### 3.2.4 - Efeitos da Protensão nas Solicitações Finais na Extremidade das Barras

A determinação dos efeitos da protensão, através do processo dos deslocamentos, é similar a de qualquer outro tipo de solicitação causado por carregamentos externos.

Pelo fato de não existirem cargas aplicadas direta-

---

\*\* O desenvolvimento completo das integrais  $I_1$  e  $I_2$  é apresentado no Anexo I.

mente nos nós, a equação (3.1) torna-se:

$$-F_{fd} = S_{dd} \cdot D_d$$

Desta forma, os deslocamentos procurados são expressos por:

$$D_d = S_{dd}^{-1} (-F_{fd}) \quad \dots (3.22)$$

Seja  $e(x)$  uma função polinomial qualquer.

As solicitações de engastamento perfeito podem ser expressas por:

$$F_1 = -P$$

$$F_2 = \frac{6}{L^2} \cdot I_2 - \frac{12}{L^3} \cdot I_1$$

$$F_3 = -\frac{6}{L^2} \cdot I_1 + \frac{4}{L} \cdot I_2$$

onde:

$$I_1 = P \int_0^L e(x) \cdot x \cdot dx \quad \text{e} \quad I_2 = P \int_0^L e(x) \cdot dx$$

Considerando a superposição de efeitos, o conjunto das solicitações de engastamento perfeito atuantes em cada barra pode ser expresso como:

$$\underbrace{(F_1, F_4)}_{\text{Problema (0)}} + \underbrace{(F_2, F_3, F_5, F_6)}_{\text{Problema (1)}}$$

Para uma melhor compreensão, na fig. 3.3 exemplifica-se o exposto acima.



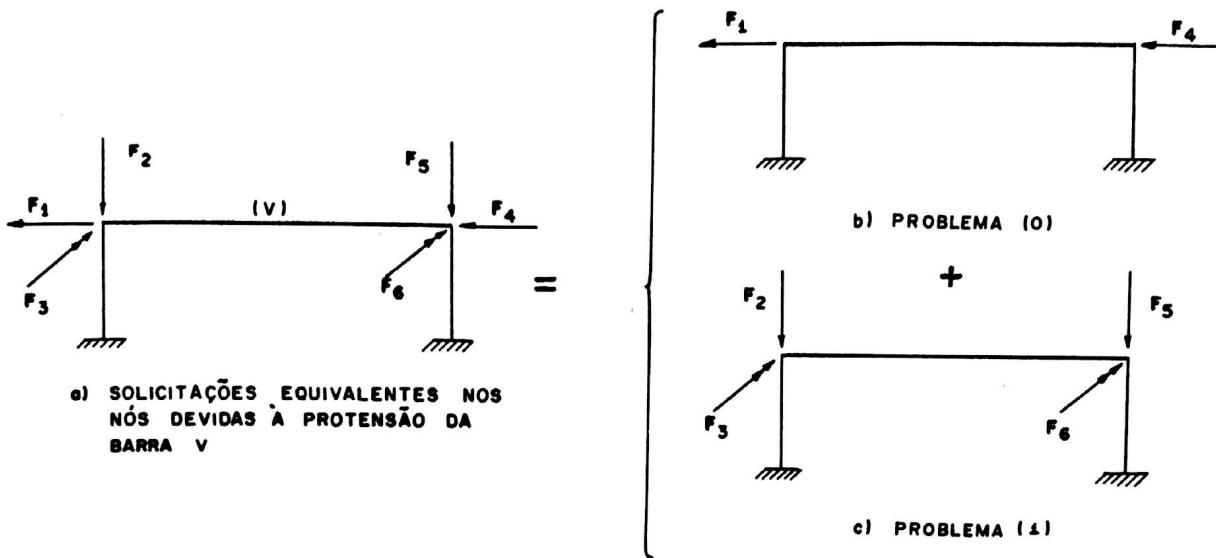


FIG. 3.3 - SUPERPOSIÇÃO DOS EFEITOS

Assim, as solicitações finais na extremidade da barra, no problema (0), não dependem da equação que define a posição do cabo, ou seja, da função  $e(x)$ .

Admitindo, no problema (1), que a função  $e(x)$  possa ser expressa por um polinômio, conclui-se que  $F_2, F_3, F_5$  e  $F_6$  podem ser expressos como combinações lineares de valores particulares de  $e(x)$ , valores estes usados para a definição do polinômio. Estes valores serão referenciados por  $e_{\bar{k}}$ , ( $\bar{k} = 1, 2, \dots, \bar{n}$ ), sendo esta uma numeração local.

Como consequência das considerações anteriores, as solicitações equivalentes nos nós ( $-F_{fd}$ ), expressas em relação a um referencial global, podem ser escritas como combinações lineares de  $e_k$ , ( $k = 1, 2, \dots, n$ ), sendo esta uma numeração global.

Desta forma:

$$-F_{fd} = (P \sum_{k=1}^n a_{ik} e_k) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad \dots(3.23)$$

onde  $N$  representa o número de deslocamentos desconhecidos

Seja:

$$S_{dd}^{-1} = (S_{ij}) \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad \dots(3.24)$$

$$D_d = (d_i) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad \dots(3.25)$$

Substituindo (3.23) e (3.24) em (3.22) tem-se:

$$d_i = \sum_{j=1}^N (S_{ij} P \sum_{k=1}^n a_{jk} e_k), \text{ donde:}$$

$$d_i = P \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n (S_{ij} a_{jk} e_k)$$

$$d_i = P \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^N (S_{ij} a_{jk} e_k)$$

$$d_i = P \sum_{k=1}^n e_k \left( \sum_{j=1}^N S_{ij} a_{jk} \right) \quad \dots (3.26)$$

Definindo a matriz

$$B = (b_{ik}) \quad \begin{matrix} (i = 1, 2, \dots, N) \\ (k = 1, 2, \dots, n) \end{matrix}$$

onde:

$$b_{ik} = \sum_{j=1}^N S_{ij} a_{jk} \quad \dots (3.27)$$

Substituindo (3.27) em (3.26) obtém-se:

$$d_i = P \sum_{k=1}^n b_{ik} e_k$$

Sejam J e K o número do nó inicial e final da barra, respectivamente. Os deslocamentos nas extremidades das barras podem então ser expressos por:

$$d_{(3J-2)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^1 e_k$$

$$d_{(3J-1)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^2 e_k$$

$$d_{(3J)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^3 e_k$$

$$d_{(3K-2)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^4 e_k$$

$$d_{(3K-1)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^5 e_k$$

$$d_{(3K)} = P \sum_{k=1}^n b_{ik}^6 e_k$$

onde os índices superiores referenciam uma notação local.

Definindo ainda

$$\bar{S}_m = (\bar{S}_{ij}) \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6)$$

$$F_m = (f_i) \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

onde:

$\bar{S}_m$ : matriz de rigidez da barra (local) multiplicada à direita, pela matriz de transformação de rotação  $R_T$ .

$F_m$ : solicitação final na extremidade da barra.

Pode-se então escrever que:

$$F_m = \bar{S}_m \cdot \begin{pmatrix} d_{(3J-2)} \\ d_{(3J-1)} \\ d_{(3J)} \\ d_{(3K-2)} \\ d_{(3K-1)} \\ d_{(3K)} \end{pmatrix}$$

Portanto:

$$f_i = \sum_{j=1}^6 \bar{S}_{ij} P \sum_{k=1}^n b_{ik}^j e_k$$

$$f_i = P \sum_{k=1}^n e_k \left( \sum_{j=1}^6 \bar{S}_{ij} b_{ik}^j \right) \quad \dots (3.28)$$

Denominando "coeficientes de influência para as solicitações finais" a matriz:

$$C = (c_{ik}) \quad \begin{array}{l} (i = 1, 2, \dots, 6) \\ (k = 1, 2, \dots, n) \end{array}$$

onde:

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^6 \bar{s}_{ij} b_{ik}^j \quad \dots (3.29)$$

Substituindo (3.29) em (3.28) obtêm-se:

$$f_i = P \sum_{k=1}^n c_{ik} e_k \quad \dots (3.30)$$

que representa a solicitação final na extremidade da barra, devida somente à protensão.

### 3.2.5 - Determinação do Traçado Resultante

A determinação do traçado resultante, bem como da força de protensão, é função, em primeira análise, das tensões normais atuantes na seção, as quais, geralmente, possuem valores diferentes nas bordas superior e inferior.

Nos pórticos, estas tensões normais não são funções somente dos momentos fletores, mas também dos esforços normais provenientes do carregamento externo. Quando da atuação de carregamentos acidentais móveis, caso típico das estruturas de pontes, tais esforços normais podem, para determinadas posições do carregamento, preponderar sobre os momentos fletores, sendo, desta forma, necessário pesquisar quais combinações do par de solicitações  $M$ ,  $N$  produzem tensões normais extremas. Este fato é que torna necessária a opção pela envoltória de tensões, para descrição das possíveis combinações de solicitações extremas do carregamento externo.

Para analisar o efeito conjunto da protensão e carregamentos externos, considere-se uma barra genérica da estrutura, conforme figura 3.4.

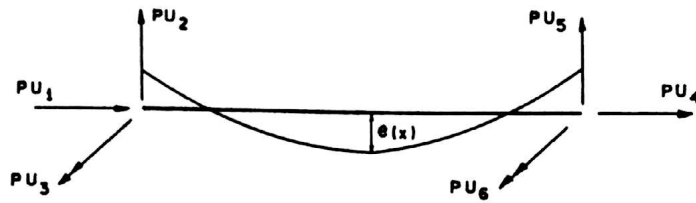


FIG. 3.4 - SOLICITAÇÕES FINAIS DA PROTENSÃO

O efeito da protensão pode ser expresso por:

$$M(x) = P U_3 - P U_2 x - P e(x)$$

$$N(x) = - (P U_1 + P)$$

onde  $U_i$ , ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) representa a solicitação final na extremidade da barra, devida à força de protensão unitária ( $P = 1$  na equação 3.30).

Denominando

$\sigma(x)$ : tensão devida à carga externa

$\sigma_p(x)$ : tensão devida à protensão

a condição para que as tensões limites não sejam ultrapassadas é expressa por:

a) borda superior

$$\bar{\sigma} - \sigma_M''(x) \leq \sigma_p''(x) \leq \bar{\bar{\sigma}} - \sigma_m''(x) \quad \dots (3.31)$$

b) borda inferior

$$\bar{\sigma} - \sigma_m'(x) \leq \sigma_p'(x) \leq \bar{\bar{\sigma}} - \sigma_M'(x) \quad \dots (3.32)$$

onde os índices  $M$  e  $m$  indicam as condições de solicitação máxima e mínima, respectivamente.

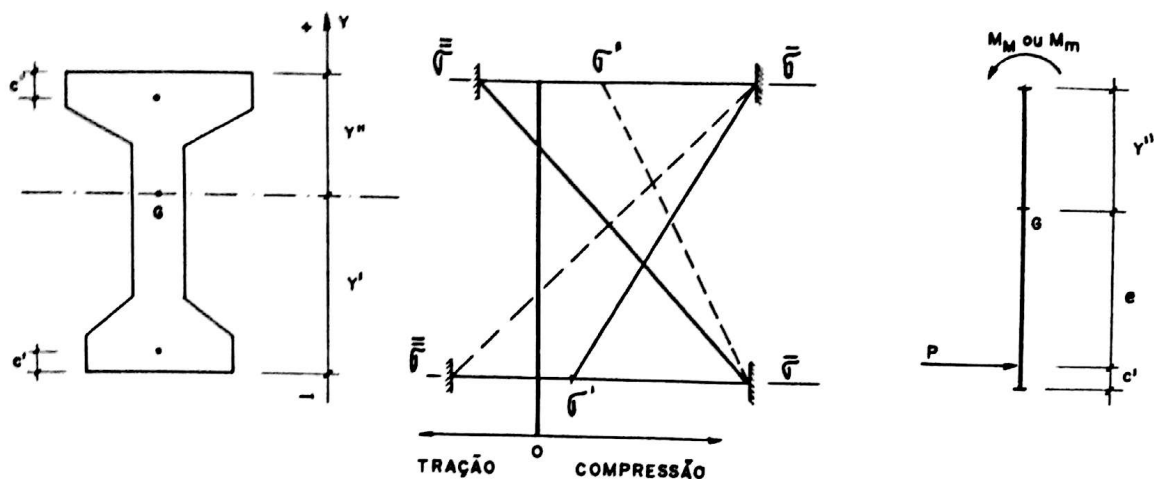


FIG. 3. 5 - TENSÕES LIMITES NAS BORDAS DA SEÇÃO

As tensões devidas à protensão, nas bordas inferior e superior da seção, podem então ser expressas por:

$$\sigma'_p(x) = P \left[ \frac{U_3 - U_2 x - e(x)}{w'} - \frac{U_1 - 1}{A} \right]$$

$$\sigma''_p(x) = P \left[ \frac{U_3 - U_2 x - e(x)}{w''} - \frac{U_1 - 1}{A} \right]$$

onde  $w' < 0$

Denominando "tensões alteradas" os parâmetros

$$\sigma''_{alt,M}(x) = \bar{\sigma} - \sigma''_M(x)$$

$$\sigma''_{alt,m}(x) = \bar{\bar{\sigma}} - \sigma''_m(x)$$

$$\sigma'_{alt,m}(x) = \bar{\sigma} - \sigma'_m(x)$$

$$\sigma'_{alt,M}(x) = \bar{\bar{\sigma}} - \sigma'_M(x)$$

constantes das equações (3.31) e (3.32), respectivamente, as condições para que as tensões limites sejam respeitadas passam a ser expressas por:

$$\sigma''_{alt, M}(x) \leq P \left[ \frac{U_3 - U_2 x - e(x)}{w''} - \frac{U_1 - 1}{A} \right] \leq \sigma''_{alt, m}(x) \quad \dots (3.33)$$

$$\sigma'_{alt, m}(x) \leq P \left[ \frac{U_3 - U_2 x - e(x)}{w'} - \frac{U_1 - 1}{A} \right] \leq \sigma'_{alt, M}(x) \quad \dots (3.34)$$

As equações (3.33) e (3.34) aplicadas sucessivamente, conduzem à definição de um intervalo para a seção, do tipo:

$$P_{min_{sec}} \leq P \leq P_{max_{sec}}$$

onde  $P_{min_{sec}}$  e  $P_{max_{sec}}$  correspondem as forças de protensão mínima e máxima, respectivamente, que satisfazem a seção.

A superposição dos vários intervalos, conduz à determinação de um intervalo para a força de protensão que atende a estrutura, da forma:

$$P_{min_{estr}} \leq P \leq P_{max_{estr}}$$

onde  $P_{min_{estr}}$  e  $P_{max_{estr}}$  correspondem as forças de protensão mínima e máxima, respectivamente, que satisfazem a estrutura.

Obviamente, se  $P_{min_{estr}} > P_{max_{estr}}$  implica na não existência de uma força de protensão que respeite as tensões limites impostas.

### 3.2.6 - Consideração das Perdas por Atrito

A perda da força de protensão causada pelo atrito entre cabos e bainhas é expressa pela fórmula de Euler:

$$P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu[\theta(x) + \beta x]}$$

sendo:

$P(x)$  = força de protensão, reduzida pelo atrito, na seção  $x$  em consideração

$P_0$  = força de protensão na seção de extremidade do cabo.

$\mu$  = coeficiente de atrito

- $\theta(x)$  = deflexão geométrica total, na seção  $x$  em consideração
- $\beta$  = deflexão fictícia, por unidade de comprimento ao longo do cabo, devida às ondulações parasitas (irregularidades no alinhamento da armadura ou bainha).
- $x$  = comprimento do cabo (em projeção) a partir da extremidade onde se aplica  $P_0$ .

Assim, em uma barra genérica da estrutura sujeita somente ao carregamento da protensão, o momento fletor, em uma seção  $x$  qualquer da barra, bem como o esforço normal atuante, levando em consideração as perdas por atrito, podem ser expressas por:

$$M(x) = F_3 - F_2 x - P f(x) e(x)$$

$$N = - F_1 - P f(x)$$

onde  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  representam as solicitações de engastamento perfeito e  $f(x)$  é a função representativa dos efeitos do atrito.

O trabalho realizado pelas cargas de protensão sendo igual à energia de deformação armazenada, pelo teorema de Castigliano e da condição de engastamento perfeito pode-se escrever:

$$\frac{\partial w}{\partial F_1} = \frac{1}{EA} \int_0^L [F_1 + P f(x)] dx = 0 \quad \dots (3.35)$$

$$\frac{\partial w}{\partial F_2} = \frac{1}{EI} \int_0^L [-F_3 x + F_2 x^2 + P f(x) e(x) x] dx = 0 \quad \dots (3.36)$$

$$\frac{\partial w}{\partial F_3} = \frac{1}{EI} \int_0^L [F_3 - F_2 x - P f(x) e(x)] dx = 0 \quad \dots (3.37)$$

Fazendo:

$$I_1 = \int_0^L f(x) e(x) dx$$



$$I_2 = \int_0^L f(x) e(x) x dx$$

$$I_3 = \int_0^L f(x) dx$$

da equação (3.35) conclui-se que:

$$F_1 = \frac{-P I_3}{L}$$

e as equações (3.36) e (3.37) passam a ser expressas por:

$$- F_3 \frac{L^2}{2} + F_2 \frac{L^3}{3} + P I_2 = 0 \quad \dots\dots(3.38)$$

$$F_3 L - F_2 \frac{L^2}{2} - P I_1 = 0 \quad \dots\dots(3.39)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (3.38) e (3.39) chega-se a:

$$F_2 = \frac{6P}{L^2} \left( I_1 - \frac{2I_2}{L} \right)$$

$$F_3 = \frac{2P}{L} \left( 2I_1 - \frac{3I_2}{L} \right)$$

que representam, em conjunto com  $F_1$ , as solicitações de engastamento perfeito de extremidade inicial da barra. As de extremidade final ( $F_4$ ,  $F_5$  e  $F_6$ ) são obtidas através do equilíbrio da barra.

As integrais  $I_1$  e  $I_2$ , expressas por:

$$I_1 = \int_0^{\xi L} f(x) (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) dx + \int_{\xi L}^L f(x) (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) dx$$

$$I_2 = \int_0^{\xi L} f(x) (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) x dx + \int_{\xi L}^L f(x) (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) x dx$$

bem como a integral  $I_3$ , devem ser calculadas numericamente.

A função  $f(x)$ , representativa dos efeitos do atrito, é expressa por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\mu} [\theta(x) + \beta x] & \text{para } x \leq x_r \quad (a) \\ e^{-\mu} [\theta_T - \theta(x) + \beta(x_T - x)] & \text{para } x > x_r \quad (b) \end{cases} \quad \dots (3.40)$$

onde:

$x_r$  = abscissa do Ponto de Imobilização, contada a partir da extremidade inicial das barras protendidas.

$\theta_T$  = deflexão geométrica total de todas as barras protendidas.

$x_T$  = abscissa total das barras protendidas.

Para uma melhor esclarecimento, na fig. 3.6 são apresentados os parâmetros acima definidos.

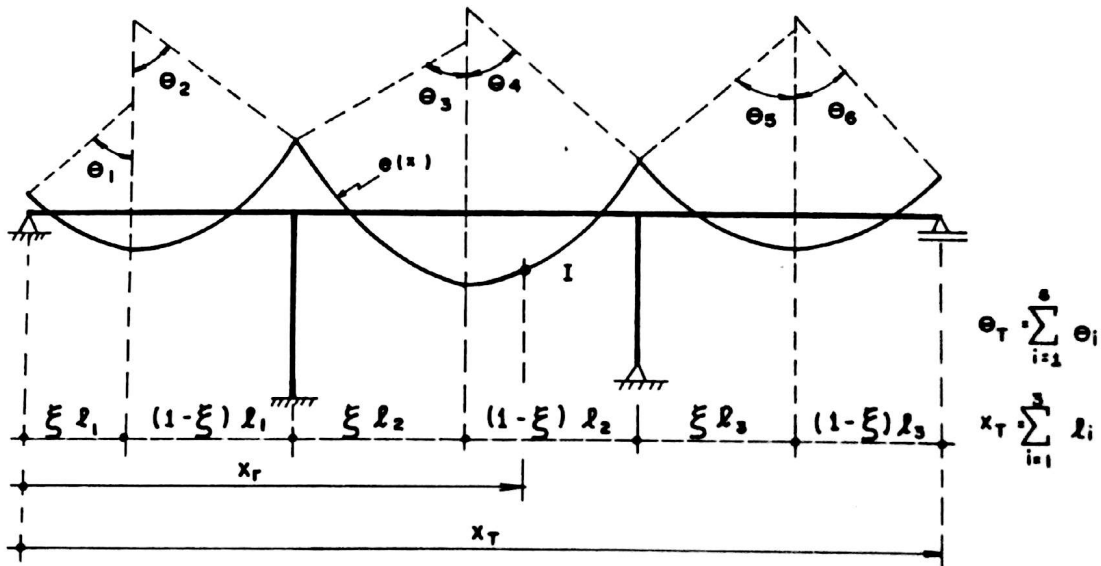


FIG. 3.6

A abscissa  $x_r$  do Ponto de Imobilização é obtida igualando as parcelas (a) e (b) da expressão (3.40).

Resta, portanto, para a definição de  $f(x)$ , somente a determinação da parcela  $\theta(x)$ , que a seguir passa-se a analisar.

3.2.6.1 - Determinação da função  $\theta(x)$

Seja um trecho de cabo representado por uma função polinomial  $y = f(x)$ , conforme esquematizado à fig. 3.7. Considere-se, ainda, dois pontos A e B pertencentes a  $y = f(x)$ , com coordenadas  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ , respectivamente.

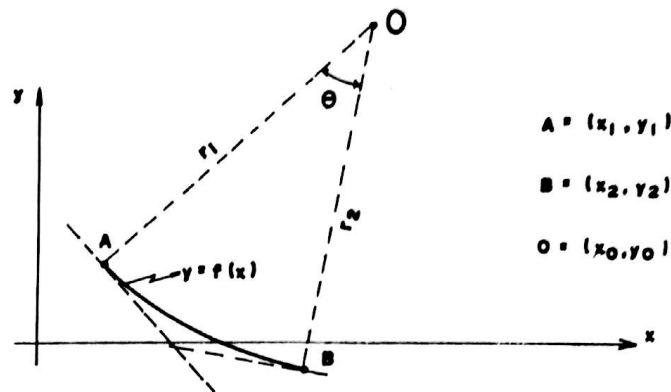


Fig. 3.7

As retas  $r_1$  e  $r_2$ , normais, respectivamente, às tangentes aos pontos A e B e que se interceptam no ponto 0, formando entre si um ângulo  $\theta$ , podem ser expressas em sua forma explícita por:

$$\textcircled{r_1} \rightarrow y = \frac{-x}{f'(x_1)} + y_1 + \frac{x_1}{f'(x_1)} \quad \dots\dots(3.41)$$

$$\textcircled{r_2} \rightarrow y = \frac{-x}{f'(x_2)} + y_2 + \frac{x_2}{f'(x_2)} \quad \dots\dots(3.42)$$

Desta forma, as coordenadas do ponto 0 podem ser obtidas pela igualdade das equações (3.41) e (3.42), ou seja:

$$-\frac{x}{f'(x_1)} + y_1 + \frac{x_1}{f'(x_1)} = -\frac{x}{f'(x_2)} + y_2 + \frac{x_2}{f'(x_2)}$$

que conduz a:

$$x = \frac{(y_2 - y_1) f'(x_1) f'(x_2) + x_2 f'(x_1) - x_1 f'(x_2)}{[f'(x_1) - f'(x_2)]} \quad \dots(3.43)$$

$$Y = \frac{y_1 f'(x_1) - y_2 f'(x_2) - (x_2 - x_1)}{[f'(x_1) - f'(x_2)]} \dots\dots(3.44)$$

Fazendo:

$$f_1 = f'(x_1)$$

$$f_2 = f'(x_2)$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1)$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1)$$

e substituindo em (3.43) e (3.44), chega-se a:

$$x_0 = \frac{\Delta y f_1 f_2 + x_2 f_1 - x_1 f_2}{(f_1 - f_2)} \dots\dots(3.45)$$

$$y_0 = \frac{y_1 f_1 - y_2 f_2 - \Delta x}{(f_1 - f_2)} \dots\dots(3.46)$$

que representam as coordenadas do ponto de intersecção das retas  $r_1$  e  $r_2$ .

Definindo os vetores:

$$\vec{u} = A - 0 \quad \text{e} \quad \vec{v} = B - 0$$

e sendo o ângulo de dois vetores expresso por

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\theta$$

expressão válida para  $0 \leq \theta \leq \pi$  e que permite a determinação do ângulo  $\theta$ .

Exprimindo  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  na forma:

$$\vec{u} = (x_1 - x_0)\vec{i} + (y_1 - y_0)\vec{j}$$

$$\vec{v} = (x_2 - x_0)\vec{i} + (y_2 - y_0)\vec{j}$$

a expressão que define o cosseno do ângulo  $\theta$  será dada por:

$$\cos \theta = \frac{(x_1 - x_0)(x_2 - x_0) + (y_1 - y_0)(y_2 - y_0)}{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^{1/2} [(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2]^{1/2}} \quad \dots (3.47)$$

Sendo:

$$(x_1 - x_0) = \frac{-\Delta y f_1 f_2 - \Delta x f_1}{f_1 - f_2}$$

$$(y_1 - y_0) = \frac{\Delta y f_2 + \Delta x}{f_1 - f_2}$$

$$(x_2 - x_0) = \frac{-\Delta y f_1 f_2 - \Delta x f_2}{f_1 - f_2}$$

$$(y_2 - y_0) = \frac{\Delta y f_1 + \Delta x}{f_1 - f_2}$$

chega-se, após substituir as expressões acima em (3.47) e efetuar as operações necessárias, a :

$$\cos \theta = \frac{(1 + f_1 f_2)(\Delta x + f_1 \Delta y)(\Delta x + f_2 \Delta y)}{(1 + f_1^2)^{1/2} (1 + f_2^2)^{1/2} |\Delta x + f_1 \Delta y| |\Delta x + f_2 \Delta y|} \quad \dots (3.48)$$

Denominando:

$$\delta = \frac{(\Delta x + f_1 \Delta y)(\Delta x + f_2 \Delta y)}{|\Delta x + f_1 \Delta y| |\Delta x + f_2 \Delta y|}$$

a expressão (3.48) passa a ser expressa por:

$$\cos \theta = \frac{\delta(1 + f_1 f_2)}{(1 + f_1^2)^{1/2} (1 + f_2^2)^{1/2}} \quad \dots (3.49)$$

Passa-se, a seguir, à análise da função  $\delta$  para curvas definidas por dois trechos de parábolas (curvas representativas dos traçados dos cabos de protensão em cada barra, conforme ítem 3.2.2 deste capítulo).

a) análise da função  $\delta$  para  $0 \leq x \leq \xi L$

A equação representativa da parábola neste trecho é expressa por:

$$e(x) = a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

onde

$$a_1 = \frac{(e_1 - e_2)}{(\xi L)^2}$$

$$b_1 = \frac{2(e_2 - e_1)}{\xi L}$$

$$c_1 = e_1$$

$$\text{Fazendo } x_1 = 0 \rightarrow y_1 = c_1$$

e

$$x_2 = x \rightarrow y_2 = a_1 x^2 + b_1 x + c_1$$

Desta forma:

$$f_1 = f'(x_1) = b_1$$

$$f_2 = f'(x_2) = 2a_1 x + b_1$$

$$\Delta x = x$$

$$\Delta y = a_1 x^2 + b_1 x$$

Assim:

$$[\Delta x + f_1 \Delta y] = x[1 + b_1(a_1 x + b_1)] \quad \dots (3.50)$$

$$[\Delta x + f_2 \Delta y] = x[1 + (2a_1 x + b_1)(a_1 x + b_1)] \quad \dots (3.51)$$

Impondo

$$e_1 > e_2 \rightarrow (e_1 - e_2) > 0$$

o que conduz a:

$$a_1 > 0 \text{ e } b_1 < 0$$

$$\text{Para } x \leq \xi L \rightarrow x \leq -\frac{b_1}{2a_1} \text{ e sendo } a_1 > 0 \text{ tem-se:}$$

$$2a_1x \leq -b_1 \rightarrow 2a_1x + b_1 \leq 0$$

$$\text{Para } x \leq \xi L \rightarrow (x - \xi L) \leq 0 < \xi L \rightarrow x - \xi L < \xi L \rightarrow x < 2\xi L$$

$$\text{Desta forma, } x < -\frac{b_1}{a_1} \text{ e sendo } a_1 > 0 \text{ conclui-se que:}$$

$$a_1x + b_1 < 0$$

Portanto, pode-se concluir que as expressões (3.50) e (3.51) serão sempre positivas para qualquer  $x$  diferente de zero. Em consequência,  $\delta = 1$  para  $0 < x \leq \xi L$ .

b) análise da função  $\delta$  para  $\xi L \leq x \leq L$

A equação da parábola neste trecho é expressa por:

$$e(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

onde

$$a_2 = \frac{(e_3 - e_2)}{(1 - \xi)^2 L^2}$$

$$b_2 = \frac{2\xi (e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2 L}$$

$$c_2 = e_2 + \frac{\xi^2 (e_3 - e_2)}{(1 - \xi)^2}$$

Impondo

$$e_3 > e_2 \rightarrow (e_3 - e_2) > 0$$

o que conduz a:

$$a_2 < 0 \quad e \quad b_2 < 0$$

$$\text{Para } x > \xi L \rightarrow x > -\frac{b_2}{2a_2} \text{ e sendo } a_2 > 0 \text{ tem-se:}$$

$2a_2x > -b_2 \rightarrow 2a_2x + b_2 > 0$ , função esta estritamente crescente.

Fazendo  $x_1 = \xi L$  e  $x_2 = x$ , com  $x > \xi L$  e sendo a função estritamente crescente, conclui-se que  $\Delta y > 0$ .

Sendo:

$$f_1 = f'(x_1) = 0 \text{ (da condição de tangente horizontal)}$$

$$f_2 = f'(x_2) = 2a_2x + b_2 > 0$$

pode-se concluir que:

$$(\Delta x + f_1 \Delta y) > 0$$

e

$$(\Delta x + f_2 \Delta y) > 0$$

para qualquer  $x > \xi L$ .

Logo  $\delta = 1$  para  $\xi L < x \leq L$ .

Portanto, conclui-se que a função  $\delta = 1$  (extendendo-se para  $x = 0$ ), e (3.49) passa a ser expressa por:

$$\cos \theta = \frac{(1 + f_1 f_2)}{(1 + f_1^2)^{1/2} (1 + f_2^2)^{1/2}}$$



Sendo:

$$\text{sen } \theta = (1 - \cos^2 \theta)^{1/2}$$

uma vez que  $0 \leq \theta \leq \pi$  e  $\text{sen } \theta \geq 0$  conclui-se que:

$$\text{sen } \theta = \frac{|f_1 - f_2|}{(1 + f_1^2)^{1/2} (1 + f_2^2)^{1/2}}, \text{ donde}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{|f_1 - f_2|}{(1 + f_1 f_2)}$$

Uma vez que  $0 \leq \theta < \pi/2$  pode-se finalmente escrever que:

$$\theta = \text{arctg} \frac{|f_1 - f_2|}{(1 + f_1 f_2)} \dots\dots (3.52)$$

A seguir, passa-se a operar com (3.52) com a finalidade de exprimi-la em função das equações das parábolas representativas do traçado resultante dos cabos.

Para  $0 \leq x \leq \xi L$ , a equação do cabo resultante é expressa por:

$$e(x) = a_1 x^2 + b_1 x + c_1 \quad (a_1 > 0, b_1 < 0)$$

sendo sua primeira derivada

$$e'(x) = 2a_1 x + b_1$$

Portanto:

$$f_1 = b_1$$

$$f_2 = 2a_1 x + b_1$$

$$f_1 - f_2 = 2a_1 x$$

donde se conclui que:

$$\theta = \operatorname{arctg} \left[ \frac{2a_1 x}{1 + (2a_1 x + b_1) b_1} \right] \quad \dots\dots (3.53)$$

Em particular, quando  $x = \xi L$ , tem-se

$$\theta = \theta_1 = \operatorname{arctg} (-b_1)$$

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{2(e_1 - e_2)}{\xi L}$$

Para  $\xi L \leq x \leq L$ , a equação do cabo resultante é expressa por:

$$e(x) = a_2 x^2 + b_2 x + c_2 \quad (a_2 > 0, b_2 < 0)$$

sendo sua primeira derivada

$$e'(x) = 2a_2 x + b_2$$

Portanto:

$$f_1 = 0$$

$$f_2 = 2a_2 x + b_2$$

$$|f_1 - f_2| = 2a_2 x + b_2$$

donde conclui-se que:

$$\theta = \operatorname{arctg} (2a_2 x + b_2) \quad \dots\dots (3.54)$$

Em particular, quando  $x = L$  tem-se:

$$\theta = \theta_2 = \operatorname{arctg} (2a_2 L + b_2)$$

$$\theta_2 = \operatorname{arctg} \left[ \frac{2(e_3 - e_2)}{(1 - \xi L)} \right]$$

As equações (3.53) e (3.54) permitem a determinação da função  $\theta(x)$ , conseqüentemente, o cálculo da função  $f(x)$  expressa em (3.40).

As integrais  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  podem, então, ser calculadas e, em conseqüência, as solicitações de engastamento perfeito.

O traçado resultante dos cabos, bem como as forças de protensão (mínima e máxima), são determinados de maneira análoga à exposta no ítem 3.2.5 deste capítulo.



#### 4 - PROGRAMAS PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

##### 4.1 - Introdução

De acordo com as hipóteses descritas no capítulo 3 deste trabalho, foram elaborados programas, em linguagem PASCAL, que foram processados no computador DEC SYSTEM-10, com 256w de memória pertencente à UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, utilizando-se um terminal instalado na FACULDADE DE ENGENHARIA DE LIMEIRA.

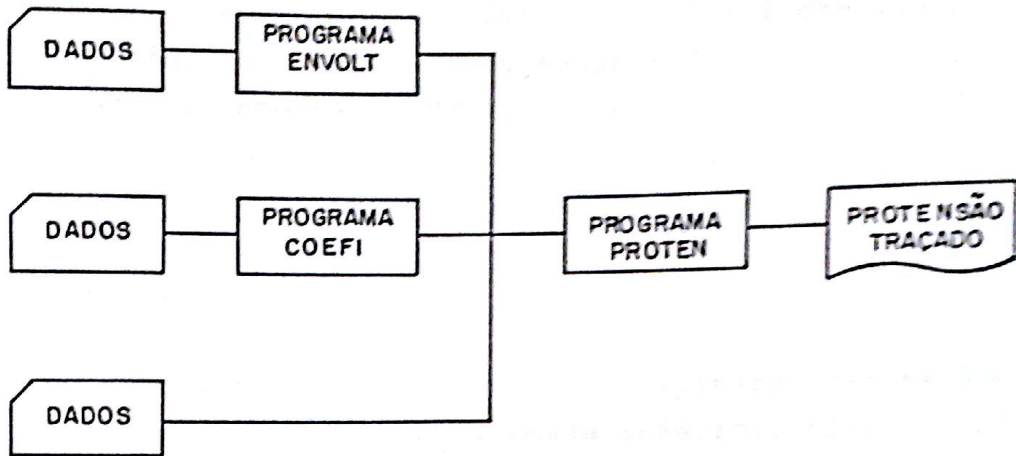
A seguir são dadas as características dos programas, a forma de entrada de dados, um resumo das principais variáveis utilizadas e uma explicação sucinta do roteiro de programação. As listagens dos programas são apresentadas no Anexo II.

##### 4.2 - Organização dos Programas

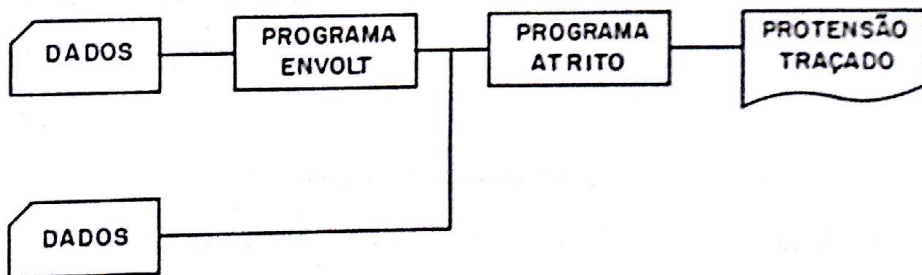
Os programas elaborados possuem as seguintes funções:

- ENVOLT - Calcula as tensões máximas e mínimas, nas bordas superior e inferior, devidas às diversas condições de carregamento externo atuantes na estrutura.
- COEFI - Calcula as influências das excentricidades do traço do resultante nas diversas barras componentes da estrutura, assumindo para tal valores unitários para as excentricidades e força de protensão.
- PROTEN - Utilizando resultados obtidos nos programas ENVOLT e COEFI, calcula as forças de protensão, mínima e máxima, que satisfazem a um dado traçado resultante dos cabos.
- ATRITO - Utilizando resultados obtidos no programa ENVOLT, calcula as forças de protensão, mínima e máxima, que satisfazem a um dado traçado resultante dos cabos, levando em consideração as perdas por atrito. Fornece, ainda, a seção correspondente ao ponto de tensão mínima ao longo do cabo (Ponto de Imobilização).

A Fig. 4.1 mostra os diagramas de blocos representativos do encadeamento dos programas.



a) SEM CONSIDERAR PERDAS POR ATRITO



b) CONSIDERANDO PERDAS POR ATRITO

FIG. 4.1

## 4.3 - Identificação das Variáveis Utilizadas

### 4.3.1 - Introdução

Para uma melhor compreensão dos programas automáticos desenvolvidos, é apresentada a seguir a lista das principais variáveis utilizadas, com explicações suscintas dos seus significados. Desta forma, nos programas COEFI e ATRITO, cuja estrutura básica é a do programa de Pórticos Planos existente em Weaver [29], são descritas apenas as novas variáveis introduzidas.

### 4.3.2 - Programa ENVOLT

- A1, A2, A3, A4 - valores auxiliares para a impressão das tensões, mínima e máxima na borda inferior, mínima e máxima na borda superior, respectivamente.
- MAX, MIN - variáveis auxiliares para o cálculo das tensões, máxima e mínima, nas bordas da seção.
- MO - momentos fletores das diversas condições de carregamento.
- NLS - número de condições de carregamento.
- NLSMAX - valor máximo que pode assumir NLS.
- NPM - número de barras protendidas.
- NPMMAX - valor máximo que pode assumir NPM.
- NSEC - número de seções a analisar por barra.
- NSECMAX - valor máximo que pode assumir NSEC.
- S - área da seção transversal da barra.
- T1, T2 - tensões limites, máxima de compressão e máxima de tração (ou mínima de compressão), respectivamente.
- TB, TT - tensões nas bordas da seção, inferior e superior respectivamente, para cada condição de carregamento.
- TBMAX, TBMIN - valor máximo e mínimo que pode assumir TB, em uma determinada seção.

TNL - tensão devida ao esforço normal, em uma determinada seção.

TTMAX, TTMIN - valor máximo e mínimo que pode assumir a variável TT, em uma determinada seção.

WB, WT - módulos de resistência da seção.

#### 4.3.3 - Programa COEFI

EXN - numeração global (arbitrária) das excentricidades locais.

G - número da excentricidade global.

H - coeficiente que, multiplicado pelo comprimento da barra, fornece a abcissa do ponto de concordância das parábolas.

H0 - variável temporária de H.

ICP - coeficiente de influência devido a cada excentricidade global.

L0 - variável temporária de L.

MMAX - número máximo de barras.

NEX - número total de excentricidades da estrutura.

NEXMAX - valor máximo que pode assumir NEX.

NJ3MAX - número de deslocamentos possíveis.

NJMAX - número máximo de nós.

NPM - número de barras protendidas.

NPMMAX - valor máximo que pode assumir NPM.

#### 4.3.4 - Programa PROTEN

A1, B1, C1, A2, B2, C2 - coeficientes que definem as equações das parábolas.

AUP - matriz das ações, de extremidade inicial das barras, devida à protensão unitária.

AUP2, AUP3 - variáveis temporárias de AUP.

- AUX0 - momento fletor da protensão unitária na seção considerada.
- AUX1 - tensão devida ao esforço normal da protensão unitária.
- AX - área da seção transversal da barra.
- DIVB, DIVT - tensões, na borda inferior e superior, devidas à protensão unitária.
- EX - excentricidade do cabo resultante na seção.
- EXC - valores das excentricidades.
- EXN - numeração global (arbitrária) das excentricidades locais.
- H - coeficiente que, multiplicado pelo comprimento da barra, fornece a abscissa do ponto de concordância das parábolas.
- H0 - variável temporária de H.
- ICP - coeficiente de influência devido a cada excentricidade global.
- IMAX, IMIN - definem as barras que levam à determinação das forças de protensão máxima e mínima.
- L - comprimento da barra.
- L0 - variável temporária de L.
- NEX - número total de excentricidades na estrutura.
- NEXMAX - valor máximo que pode assumir NEX
- NPM - número de barras protendidas.
- NPMAX - valor máximo que pode assumir NPM.
- NSEC - número de seções a analisar por barra.
- NSECMAX - valor máximo que pode assumir NSEC.
- P - força de protensão.
- PBMAX, PBMIN - força de protensão, máxima e mínima respectivamente, que atende a borda inferior da seção considerada.



- P<sub>MAX</sub> - força de protensão máxima que atende a estrutura,  
P<sub>MAXJ</sub> - força de protensão máxima que atende a seção,  
P<sub>MIN</sub> - força de protensão mínima que atende a estrutura,  
P<sub>MINJ</sub> - força de protensão mínima que atende a seção,  
P<sub>TMAX</sub>, P<sub>TMIN</sub> - força de protensão, máxima e mínima respectivamente, que atende a borda superior da seção considerada.  
T<sub>BMAX</sub>, T<sub>BMIN</sub> - tensões na borda inferior, máxima e mínima respectivamente, alteradas por T<sub>2</sub> e T<sub>1</sub> respectivamente (T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub> são tensões limites).  
T<sub>BOT</sub>, T<sub>TOP</sub> - tensões finais, devidas à protensão (máxima e mínima), nas diversas seções.  
T<sub>TMAX</sub>, T<sub>TMIN</sub> - tensões na borda superior, máxima e mínima respectivamente, alteradas por T<sub>2</sub> e T<sub>1</sub> respectivamente.  
W<sub>B</sub>, W<sub>T</sub> - módulos de resistência de seção.  
X - abscissa da seção considerada.  
X<sub>T</sub> - abscissa do ponto de mínimo das parábolas.

#### 4.3.5 - Programa ATRITO

- A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>2</sub> - coeficientes que definem as equações das parábolas.  
A<sub>UP</sub> - matriz das ações, de extremidade inicial das barras, devida à protensão unitária.  
BETA - deflexão fictícia, por unidade de comprimento ao longo do cabo, devida às ondulações parasitas.  
DELTA - auxiliar utilizado no cálculo da integração numérica.  
D<sub>IVB</sub>, D<sub>IVT</sub> - tensões, na borda inferior e superior, devidas à protensão unitária.  
DLTX - delta da integral de Simpson

- EPS - constante para a definição da precisão da raiz que define o Ponto de Imobilização
- EX - excentricidade do cabo resultante na seção.
- EXC - valores das excentricidades,
- EXN - numeração global (arbitrária) das excentricidades locais.
- F1, F2 - tangentes (derivadas primeiras) à curva que define a equação do cabo, em duas seções consecutivas, utilizadas na determinação da deflexão geométrica entre estas seções.
- FX - função cuja raiz define o Ponto de Imobilização.
- H - coeficiente que multiplicado pelo comprimento da barra, fornece a abscissa do ponto de concordância das parábolas (abscissa em cuja seção a tangente à curva é horizontal).
- H0 - variável temporária de H.
- HP - coeficiente de atrito ( $\mu$ ).
- I1 - integral da função:  $f(x) \cdot e(x) \cdot dx$
- I2 - integral da função:  $f(x) \cdot e(x) \cdot x \cdot dx$
- I3 - integral da função:  $f(x) \cdot dx$
- IMAX, IMIN - definem as barras que levam à determinação das forças de protensão máxima e mínima, respectivamente.
- IS - sub-intervalo onde ocorre o Ponto de Imobilização.
- JMAX, JMIN - definem as seções que levam à determinação das forças de protensão máxima e mínima, respectivamente.
- L0 - variável temporária de L (comprimento);
- IMAX - número máximo de barras;
- NEX - número total de excentricidades na estrutura;

- NEXMAX - valor máximo que pode assumir NEX.
- NJ3MAX - número de deslocamentos possíveis.
- NJMAX - número máximo de nós.
- NPM - número de barras protendidas.
- NPMMAX - valor máximo que pode assumir NPM.
- NPM2 - duas vezes NPM.
- NPM2MAX - valor máximo que pode assumir NPM2.
- NSEC - número de seções a analisar por barra.
- NSECMAX - valor máximo que pode assumir NSEC.
- PBMAX, PBMIN - força de protensão máxima e mínima, respectivamente, que atende a borda inferior da seção considerada.
- PMAX - força de protensão máxima que atende a estrutura.
- PMAXJ - força de protensão máxima que atende a seção.
- PMIM - força de protensão mínima que atende a estrutura.
- PMINJ - força de protensão mínima que atende a seção.
- PTMAX, PTMIN - força de protensão máxima e mínima, respectivamente, que atende a borda superior da seção considerada.
- TBMAX, TBMIN - tensões na borda inferior, máxima e mínima respectivamente, alteradas pelas tensões limites.
- TBOT - tensão final na borda inferior, devida à protensão (máxima e mínima), nas diversas seções das barras protendidas.
- TETA - ângulo.
- TETAO - ângulo central correspondente a cada trecho do cabo resultante ajustado por uma parábola quadrática; existem dois por barra.
- TOT - somatória dos ângulos TETA.
- TTMAX, TTMIN - tensões na borda superior, máxima e mínima res

pectivamente, alteradas pelas tensões limites.

- TTOP - tensão final na borda superior, devida à protensão (máxima e mínima), nas diversas seções das barras protendidas.
- WB, WT - módulos de resistência da seção, inferior e superior respectivamente.
- XA, XB - abscissas que definem o intervalo que contém o Ponto de Imobilização.
- XO - abscissa inicial de cada barra protendida.
- XOT - somatória dos comprimentos das barras protendidas (só válido quando em sequência).
- XL - auxiliar para a determinação do trecho de parábola quadrática a considerar em cada barra protendida.
- XM - abscissa do Ponto de Imobilização a partir da extremidade inicial da barra em que o mesmo se encontra.
- XR - abscissa do Ponto de Imobilização contada a partir da extremidade inicial da estrutura.
- XT - auxiliar para o cálculo do produto ( $\mu \cdot L$ ).

#### 4.4 - Preparação dos Dados para os Programas

Devem ser fornecidos ao computador arquivos contendo os dados que serão lidos pelo programa. Esses arquivos podem ser criados diretamente no terminal do usuário, no momento da execução dos programas, ou podem estar residentes no disco.

Apresenta-se a seguir a forma de entrada dos dados para os programas desenvolvidos.

4.4.1 - Entrada de Dados para o Programa ENVOLT

Número de linhas	Variáveis a serem lidas	Descrição
1	NPM, NSEC NLS, T1, T2	Número de Barras Protendidas NPM Número de Seções por Barra NSEC Número de Condições de Carregamento NLS Tensões Limites T1, T2
Conjunto Repetido NPM vezes	1	Número da Barra I Área da Seção Transversal da Barra S Módulos de Resistência da Seção WB, WT
	Variável	MAX Esforço Normal na Barra MAX
	Variável	J, M0 [K] Número da Seção I Momentos Fletores de cada Condição de Carregamento M0

4.4.2 - Entrada de Dados para o Programa COEFI

Número de linhas	Variáveis a serem lidas	Descrição
1	M, NJ, NR, NJR, E	Número de Barras M Número de Nós NJ Número de Nós com Restrições NJR Módulo de Elasticidade E Número de Restrições NR
NJ	J, X[J], Y[J]	Número do Nó J Abscissa do Nó X Ordenada do Nó Y
M	I, JJ[I], JK[I], AX[I], IZ[I]	Número da Barra I Nó Inicial JJ Nó Final JK Área da Seção Transversal da Barra AX Momento de Inércia IZ
NRJ	K, RL [J1], RL[J2], RL[J3]	Lista de Restrições de Nó
1	NPM, NEX	Número de Barras Protendidas NPM Número de Excentricidades NEX
NPM	I, EXN[I, 1], EXN[I, 2], EXN[I, 3.] H[I]	Número da Barra I Números Globais das Excentricidades Locais EXN Coeficiente para Determinação do Ponto de Concordância H

4.4.3 - Entrada de Dados para o Programa PROTEN

Número de linhas	Variáveis a serem lidas	Descrição
1	NPM, NEX	Número de Barras Protendidas NPM Número de Excentricidades NEX
NPM	I, EXN [I, 1] EXN [I, 2], EXN [I, 3], H [I], L [I], AX [I], WB [I], WT [I], NSEC [I]	Número da Barra I Números Globais das Excentricidades Locais EXN Coeficiente para Determinação do Ponto de Concordância H Comprimento da Barra L Área da Seção Transversal da Barra AX Módulos de Resistência da Seção WB, WT
Variável	EXC I	Valores das Excentricidades EXC Obs.: I variando de 1 até NEX

4.4.4 - Iteração Programa-Usuário

Após o processamento dos arquivos de dados detalhados acima, o programa PROTEN fornece uma das duas respostas abaixo:

1<sup>a</sup>) NÃO EXISTE SOLUÇÃO

2<sup>a</sup>) o intervalo da força de protensão que satisfaz a estrutura e o traçado do cabo resultante.

É apresentada ainda uma terceira mensagem (ALGUMA MODIFICAÇÃO?) que permite alterar os valores das excentricidades inicialmente fornecidas, podendo o usuário obter os valores P<sub>MIN</sub> e P<sub>MAX</sub> para diferentes traçados do cabo resultante.

A interação com o programa é obtida fornecendo-se o número de alterações a executar no conjunto de excentricidades, o número global da excentricidade e seu novo valor.

Número de linhas	Variáveis a serem lidas	Descrição
1	YON	Variável lida no terminal
1	K	Número de Modificações a introduzir K Número da Excentricidade a ser alterada J Valor Alterado da Excentricidade EXC
K	J, EXC [J]	Obs.: estas variáveis serão lidas no terminal só em caso de resposta afirmativa na leitura da variável YON

4.4.5 - Entrada de Dados para o Programa ATRITO

Número de Linhas	Variáveis a serem lidas	Descrição
1	M, NJ, NR, NRJ, E	Número de Barras M Número de Nós NJ Número de Restrições NR Número de Nós com Restrições NRJ Módulo de Elasticidade E
NJ	J, X[J], Y[J]	Número do Nó J Abscissa do Nó X Ordenada do Nó Y
M	I, JJ [I], JK[I], AX[I], IZ[I]	Número da Barra I Nó Inicial JJ Nó Final JK Área da Seção Transversal da Barra AX Momento de Inércia IZ
NRJ	K, RL [J1], RL [J2], RL [J3]	Lista de Restrições de Nó
1	NPM, NEX HF, BETA	Número de Barras Protendidas NPM Número de Excentricidades NEX Coeficiente de Atrito HF Deflexão Fictícia por Unidade de Comprimento do Cabo BETA
NPM	J, EXN [J, 1], EXN [J, 2], EXN [J, 3] H [J], WB [J], WT [J], NSEC [J]	Número da Barra J Números Globais das Excentricidades Locais EXN Coeficiente para Determinação do Ponto de Concordância H Módulos de Resistência da Seção WB, WT Número de Seções a Analisar na Barra NSEC
NPM	J, EXC [J]	Número Global da Excentricidade Local J Valor da Excentricidade EXC

Deve ser ainda fornecido ao programa ATRITO, o arquivo de dados (F1) gerado quando da execução do programa ENVOLT, o qual contém a envoltória de tensões das cargas externas alterada pelas tensões limites de norma.

Após o processamento dos arquivos de dados acima descritos, o programa ATRITO fornece como primeira resposta a posição do Ponto de Imobilização, apresentando a seguir uma das duas respostas:

1ª) NÃO EXISTE SOLUÇÃO

2ª) o intervalo da força de protensão que satisfaz a estrutura e o traçado do cabo resultante, fornecendo, ainda, uma terceira mensagem (ALGUMA MODIFICAÇÃO) que permite alterar os valores das excentricidades inicialmente adotadas, como também iterar com o programa de cálculo. A forma de iteração é análoga à apresentada no item 4.4.4 deste capítulo.

#### 4.5 - Descrição dos Programas

São dadas a seguir algumas explicações suscintas dos principais comandos dos programas escritos em linguagem PASCAL, cujas listagens são apresentadas no final deste trabalho.

##### 4.5.1 - Programa ENVOLT

Linha	Descrição
30 a 50	Constantes para alteração das dimensões dos vetores e matrizes.
60 a 110	Definição de todas as variáveis utilizadas.
140	Leitura do número de barras protendidas, dos parâmetros do carregamento externo e das tensões limites.
150 a 390	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para:
170	Leitura das características geométricas da barra
180 a 210	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de condições de carregamento para:
	a) leitura do esforço normal
	b) cálculo da tensão devida ao esforço normal.
220 a 380	Instrução de controle iterativo percorrendo as seções para:
240	Leitura do número da seção e do momento fletor atuante nesta para cada condição de carregamento.
250 a 290	Cálculo das tensões nas bordas da seção para cada condição de carregamento.
300 a 330	Cálculo das tensões máxima e mínima na borda inferior.
340 a 370	Cálculo das tensões máxima e mínima na borda superior.
400 a 570	Impressão dos resultados.
580 a 640	Alteração das tensões máxima e mínima, nas bordas superior e inferior, em cada seção.
650 a 710	Armazenamento das tensões alteradas para posterior utilização no programa PROTEN.



4.5.2 - Programa COEFI

Linha	Descrição
50 a 90	Constantes para alteração das dimensões dos vetores e matrizes
100 a 250	Definição de todas as variáveis utilizadas.
280	Entrada dos parâmetros da estrutura e cálculo do número de graus de liberdade.
290	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de nós para a leitura do número do nó e das coordenadas x e y correspondentes.
300 a 360	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras para: <ul style="list-style-type: none"><li>a) leitura das propriedades da barra</li><li>b) cálculo do comprimento da barra</li><li>c) cálculo dos cossenos diretores da barra</li></ul>
370 a 410	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de nós com restrições para a leitura do número e das restrições do nó.
420 a 430	Cálculo da lista de restrições acumulativas.
440 a 1330	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras para geração da matriz de rigidez por barra e construção da matriz de rigidez global.
1340 a 1600	Inversão da matriz de rigidez global.
1620	Entrada dos parâmetros relativos a protensão.
1630	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras protendidas para a leitura dos parâmetros da protensão por barra.
1640 a 2370	Instrução de controle iterativo percorrendo as excentricidades globais para: <ul style="list-style-type: none"><li>1660 Atribuição do valor "ZERO" ao vetor carga equivalente.</li></ul>
1670 a 2040	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para localizar o número local da excentricidade global e determinar a contribuição desta excentricidade no vetor carga equivalente.
2060 a 2100	Reindexação do vetor carga equivalente de acordo com as condições de vinculação da estrutura.
2110 a 2150	Cálculo dos deslocamentos globais.

Linha	Descrição
2160 a 2170	Expansão do vetor deslocamento de acordo com as condições de vinculação da estrutura.
2180 a 2370	Cálculo da <u>parcela dos coeficientes de influência</u> , somente para as barras protendidas, devida aos deslocamentos (os coeficientes de influência, nas barras protendidas, são obtidos somando-se à esta parcela as ações de engastamento perfeito). As barras não protendidas já possuem neste paço do programa os coeficientes de influência finais.
2380 a 2470	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para o cálculo dos coeficientes de influência.
2490 a 2880	Cálculo do coeficiente de influência devido à "pseudo" excentricidade (efeito da força normal devida à protensão).
2900 a 2930	Armazenamento dos coeficientes de influência para posterior utilização no programa PROTEN.
2940 a 3380	Impressão dos resultados.

#### 4.5.3 - Programa PROTEN

Linha	Descrição
50 a 70	Constantes para alteração das dimensões dos vetores e matrizes.
100 a 210	Definição de todas as variáveis utilizadas.
220 a 510	Subrotina OUTSTR
230 a 240	Definição das variáveis utilizadas.
260 a 270	Impressão de cabeçalho.
280 a 510	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para o cálculo das tensões devidas à protensão, nas bordas superior e inferior, e da excentricidade do cabo resultante, em cada seção.
550	Leitura do número de barras protendidas, do número de excentricidades e do número de seções a analisar por barra.
560 a 620	Leitura das tensões alteradas geradas no programa ENVOLT

Linha	Descrição
630 a 660	Leitura dos coeficientes de influência geradas no programa COEFI.
670	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras pretendidas para leitura do número da barra, da numeração global das excentricidades locais, do número que define o ponto de concordância das parábolas e das características geométricas das barras.
690	Leitura do conjunto de excentricidades inicialmente estimadas.
700	"LABEL" 100.
720	Atribuição do valor "ZERO" à matriz das ações, de extremidade inicial das barras, devida à protensão "unitária" (AUP).
730	Geração da matriz AUP.
740 a 1160	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras pretendidas para:
760 a 830	Definição das equações das parábolas.
860	Cálculo da tensão devida à força normal de protensão "unitária".
870 a 1150	Instrução de controle iterativo percorrendo as seções para:
890 a 900	Cálculo da excentricidade do cabo resultante na seção.
910	Cálculo do momento fletor devido à força de protensão "unitária".
920	Cálculo das tensões nas bordas da seção, devidas à protensão "unitária".
930 a 970	Cálculo das forças de protensão, mínima e máxima, respeitando as tensões limites na borda inferior.
980 a 1020	Cálculo das forças de protensão, mínima e máxima, respeitando as tensões limites na borda superior.
1030	Escolha da protensão máxima que atende a seção (é o menor valor entre os máximos encontrados na seção).
1040	Escolha da protensão mínima que atende a seção (é o maior valor entre os mínimos encontrados na seção).
1050 a 1140	Escolha da protensão máxima e mínima que atende a seção e as anteriormente analisadas como também o local que as define (barra e seção).

Linha	Descrição
1170 a 1530	Impressão dos valores atuais das excentricidades.
1550 a 1600	Impressão, caso exista solução, dos valores da protensão mínima e máxima e seus locais de definição, para o conjunto de excentricidades atuais.
1610	Impressão de mensagem sobre a possível alteração nos valores atuais do conjunto de excentricidades, com o propósito de ministrar a força de protensão.
1620 a 1710	Resposta afirmativa: a) leitura do número de modificações a efetuar b) leitura do número e novo valor da excentricidade c) "LABEL" 100
1720 a 1810	Resposta negativa: impressão de resultados.

#### 4.5.4 - Programa ATRITO

Linha	Descrição
50 a 130	Constantes para alteração das dimensões dos vetores e matrizes.
140 a 150	Definição de tipos de variáveis.
160 a 360	Definição de todas as variáveis utilizadas.
370	Início da sub-rotina OUTSTR.
380 a 390	Definição das variáveis locais utilizadas.
410 a 420	Impressão de cabeçalho.
430 a 820	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para o cálculo das tensões devidas a protensão, nas bordas superior e inferior, e da excentricidade do cabo resultante em cada seção, considerando a variação da força de protensão causada pelo atrito entre cabos e bainhas.
830	Fim da sub-rotina OUTSTR.
860	Entrada dos parâmetros da estrutura e cálculo do número de graus de liberdade.
870	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de nós para a leitura do número do nó e das coordenadas x e y correspondentes.
880 a 940	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras para:

- a) leitura da incidência e propriedades da barra.
  - b) cálculo do comprimento da barra.
  - c) cálculo dos cossenos diretores da barra.
- 950 a 990 Instrução de controle iterativo percorrendo o número de nós com restrições para leitura do número e das restrições do nó.
- 1000 a 1010 Cálculo da lista de restrições acumuladas.
- 1020 a 1910 Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras para geração da matriz de rigidez da barra e construção da matriz de rigidez global.
- 1930 a 2170 Inversão da matriz de rigidez global.
- 2200 Entrada dos parâmetros relativos à protensão e perdas por atrito.
- 2210 Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras protendidas para a leitura do número da barra, da numeração global das excentricidades locais, dos parâmetros geométricos e do número de seções a analisar por barra.
- 2220 Leitura do conjunto de excentricidades inicialmente estimadas.
- 2230 a 2300 Leitura das tensões alteradas geradas no programa ENVOLT.
- 2310 "LABEL" 100.
- 2320 a 2370 Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras protendidas para o cálculo das tangentes dos ângulos centrais, correspondentes aos trechos  $(0, \mu L)$  e  $(\mu L, L)$ .
- 2380 Cálculo dos ângulos cujas tangentes estão acima definidas (TETAO).
- 2390 Cálculo dos ângulos acumulados e da somatória dos ângulos.
- 2400 Deslocamento, para a direita, da lista de ângulos acumuladas
- 2410 Cálculo da abscissa inicial de cada barra protendida.
- 2420 Termo constante da equação que define o Ponto de Imobilização.
- 2430 a 2810 Determinação do "Ponto de Imobilização" através do método da bissecção gráfica.
- 2820 Atribuição do valor "ZERO" ao vetor carga equivalente.

Linha	Descrição
2830 a 3600	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de barras protendidas para o cálculo das ações equivalentes no nó, considerando a variação da força de protensão devida ao atrito (as integrais I1, I2 e I3 são calculadas pelo método de Simpson).
3610 a 3650	Reindexação do vetor carga equivalente de acordo com as condições de vinculação da estrutura.
3660 a 3720	Cálculo dos deslocamentos globais.
3730 a 3740	Expansão do vetor deslocamento de acordo com as condições de vinculação da estrutura.
3750 a 3990	Geração da matriz AUP (gerada a cada alteração no conjunto de excentricidades).
4010	Atribuição do valor FALSE às variáveis FLAGMAX e FLAGMIN.
4020 a 4600	Instrução de controle iterativo percorrendo as barras protendidas para:
4040 a 4120	Definição das equações das parábolas.
4160 a 4590	Instrução de controle iterativo percorrendo o número de seções de cada barra para:
4180 a 4320	Cálculo da excentricidade do cabo resultante na seção.
4330	Cálculo da função $FX = e^{-\nu[\theta(x)+\beta x]}$
4340	Cálculo do momento fletor devido à força de protensão "unitária".
4350	Cálculo da tensão normal devida à força axial de protensão "unitária".
4360	Cálculo da tensão nas bordas da seção devida à protensão "unitária".
4370 a 4410	Cálculo das forças de protensão, mínima e máxima, respeitando as tensões limites na borda inferior.
4420 a 4460	Cálculo das forças de protensão, mínima e máxima, respeitando as tensões limites na borda superior.
4470	Escolha da protensão máxima que atende a seção (é o menor valor entre os máximos encontrados para a seção).
4480	Escolha da protensão mínima que atende a seção (é o maior valor entre os mínimos encontrados para a seção)
4490 a 4580	Escolha da protensão máxima e mínima que atende a seção e as anteriormente analisadas, como também o local que as define (barra e seção)

Linha	Descrição
4610 a 4970	Impressão dos valores atuais das excentricidades.
4990 a 5040	Impressão, caso exista solução, dos valores da protensão mínima e máxima e seus locais de definição, para o conjunto de excentricidades atuais.
5050	Impressão de mensagem sobre a possível alteração nos valores atuais do conjunto de excentricidades, com o propósito de minimizar a força de protensão.
5060 a 5150	Resposta afirmativa: <ul style="list-style-type: none"><li>a) leitura do número de modificações a efetuar</li><li>b) leitura do número e novo valor da excentricidade.</li><li>c) "LABEL" 100</li></ul>
5160 a 5250	Resposta negativa: impressão de resultados.
5260	"LABEL" 300.

## 5 - EXEMPLOS

### 5.1 - Introdução

De acordo com as hipóteses descritas no capítulo 3 e utilizando os programas automáticos elaborados, apresenta-se, a seguir, três exemplos de determinação do traçado resultante dos cabos e respectivas forças de protensão (mínima e máxima, respectivamente).

A determinação de um limite superior para a força de protensão, além de ser inerente ao procedimento adotado para a determinação do traçado resultante dos cabos, tem também a importância de servir como um indicador do aproveitamento que se está dando à seção de concreto adotada no pré-dimensionamento.

São apresentados os resultados obtidos sem e com a consideração das perdas por atrito, efetuando-se, ainda, a comparação entre estes resultados.

Para comprovar a eficiência dos programas, o Exemplo Nº 1 apresenta os resultados obtidos para uma viga contínua de três tramos também analisada por MONTANARI [23] (págs. 120 a 124).

### 5.2 - Exemplo Nº 1

Seja a viga contínua com seção transversal constante, carregada com uma carga acidental uniformemente distribuída (fig. 5.1).

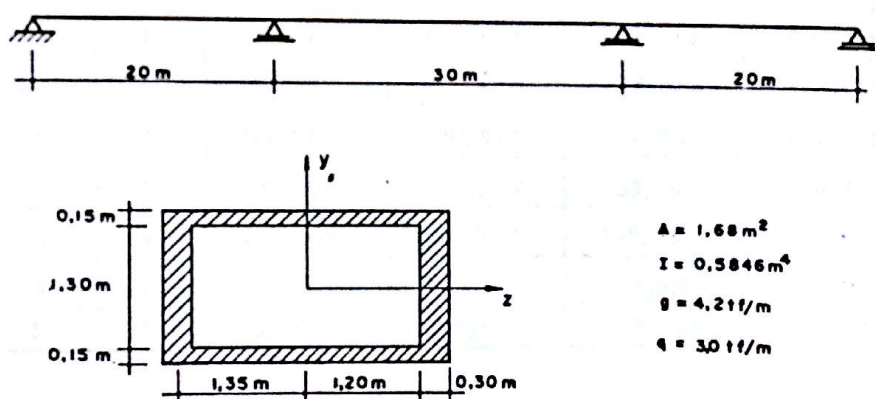


FIG. 5.1 - ESQUEMA DA VIGA E CARACTERÍSTICAS DA SEÇÃO



Na Tabela 5.1 são fornecidos os esforços solicitantes devidos ao carregamento externo.

**TABELA 5.1 ESFORÇOS SOLICITANTES (t.f.m)**

**EQUAÇÕES DOS MOMENTOS (PARA CARGA UNITÁRIA)**

**1ª TRAMO:**  $M(x) = 10x(1 - \frac{x}{20}) - 67.308 \frac{x}{20}$

**2ª TRAMO:**  $M(x) = 15x(1 - \frac{x}{20}) - 67.308$

**3ª TRAMO:**  $M(x) = 10x(1 - \frac{x}{20}) - \frac{67.308}{20}(1-x)$

MOMENTOS FINAIS					
Seção	X (m)	M <sub>g</sub>	M <sub>q</sub>	max M	min M
0	0	0	0	0	0
1	2	47,331	33,808	81,139	47,331
2	4	77,862	55,615	133,477	77,862
3	6	91,592	65,423	157,015	91,592
4	8	88,523	63,231	151,754	88,523
5	10	68,654	49,039	117,692	68,654
6	12	31,985	22,846	54,831	31,985
7	14	- 21,485	- 15,346	- 21,485	- 36,831
8	16	- 91,954	- 65,539	- 91,754	- 157,292
9	18	- 178,823	- 127,731	- 178,823	- 306,554
10/0	20/0	-282,692	-201,923	-282,692	-484,615
1	3	-112,592	-80,423	-112,592	-193,015
2	6	19,708	14,077	33,785	19,708
3	9	114,208	81,577	195,785	114,208
4	12	170,908	122,077	292,985	170,908
5	15	189,808	135,577	325,385	189,808

Utilizando o programa ENVOLT, obtêm-se a envoltória de tensões apresentada na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 - TENSÕES DEVIDAS AS CARGAS EXTERNAS (tf/m<sup>2</sup>)

B/ S	BORDA INFERIOR		BORDA SUPERIOR	
	MINIMA	MAXIMA	MINIMA	MAXIMA
1/ 0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1/ 1	64.7704	111.0352	-111.0352	-64.7704
1/ 2	106.5508	182.6575	-182.6575	-106.5508
1/ 3	125.3397	214.8682	-214.8682	-125.3397
1/ 4	121.1399	207.6688	-207.6688	-121.1399
1/ 5	93.9500	161.0564	-161.0564	-93.9500
1/ 6	43.7700	75.0338	-75.0338	-43.7700
1/ 7	-50.4016	-29.4013	29.4013	50.4016
1/ 8	-215.2473	-125.5614	125.5614	215.2473
1/ 9	-419.5059	-244.7115	244.7115	419.5059
1/10	-663.1748	-386.8518	386.8518	663.1748
2/ 0	-663.1748	-386.8518	386.8518	663.1748
2/ 1	-264.1327	-154.0773	154.0773	264.1327
2/ 2	26.9695	46.2333	-46.2333	-26.9695
2/ 3	156.2887	267.9233	-267.9233	-156.2887
2/ 4	233.8802	400.9373	-400.9373	-233.8802
2/ 5	259.7440	445.2754	-445.2754	-259.7440
2/ 6	233.8802	400.9373	-400.9373	-233.8802
2/ 7	156.2887	267.9233	-267.9233	-156.2887
2/ 8	26.9695	46.2333	-46.2333	-26.9695
2/ 9	-264.1327	-154.0773	154.0773	264.1327
2/10	-663.1748	-386.8518	386.8518	663.1748
3/ 0	-663.1748	-386.8518	386.8518	663.1748
3/ 1	-419.5059	-244.7115	244.7115	419.5059
3/ 2	-215.2473	-125.5614	125.5614	215.2473
3/ 3	-50.4016	-29.4013	29.4013	50.4016
3/ 4	43.7700	75.0338	-75.0338	-43.7700
3/ 5	93.9500	161.0564	-161.0564	-93.9500
3/ 6	121.1399	207.6688	-207.6688	-121.1399
3/ 7	125.3397	214.8682	-214.8682	-125.3397
3/ 8	106.5508	182.6575	-182.6575	-106.5508
3/ 9	64.7704	111.0352	-111.0352	-64.7704
3/10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

### 5.2.1 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Sem Considerar as Perdas por Atrito

Adotando, inicialmente, o traçado resultante proposto por Montanari [23] (pág. 124), obtido de um traçado concordante após transformações lineares e que apresenta as características mostradas no Quadro I, chega-se, após processamento no computador, aos resultados contidos na Tabela 5.3, a qual fornece a mínima força de protensão possível de se aplicar com este traçado, o tramo (barra) e a seção condicionante do dimensionamento, bem como as tensões, devidas à protensão, nas bordas superior e inferior, ao longo da estrutura, para que sejam respeitadas as condições de protensão completa, fixando para as tensões limites de norma os valores:

máxima compressão:  $\bar{\sigma}_c \geq -1500 \text{tf/m}^2$  ( $f_{ck} = 300 \text{kgf/cm}^2$ )

mínima compressão:  $\bar{\sigma} \leq 0$

TRAMO	SEÇÃO	EXCENTRICIDADES (m)
1º	0	0,3208
	4	- 0,0848
	10	0,6968
2º	0	0,6968
	5	- 0,6968
	10	0,6968
3º	0	0,6968
	6	- 0,0848
	10	0,3208

QUADRO I

A Tabela 5.4 fornece as tensões devidas à máxima força de protensão possível de se aplicar com este traçado, respeitando as mesmas condições de tensões limites.

TABELA 5.3 - TRAÇADO I

Unidades: tf,m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSÃO MINIMA= 402.48      BARRA= 1      SEÇÃO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3200	-62.8826	-416.2628
1/ 1	0.1433	-156.6366	-322.5088
1/ 2	0.0165	-222.4660	-256.6794
1/ 3	-0.0594	-260.3709	-218.7745
1/ 4	-0.0847	-270.3513	-208.7941
1/ 5	-0.0630	-254.4114	-224.7340
1/ 6	0.0020	-214.5554	-264.5900
1/ 7	0.1106	-150.7833	-328.3621
1/ 8	0.2625	-63.0951	-416.0502
1/ 9	0.4579	48.5090	-527.6545
1/10	0.6968	184.0293	-663.1748
2/ 0	0.6968	184.0293	-663.1748
2/ 1	0.1951	-92.2946	-386.8508
2/ 2	-0.1951	-307.2132	-171.9322
2/ 3	-0.4738	-460.7265	-18.4189
2/ 4	-0.6410	-552.8345	73.6890
2/ 5	-0.6968	-583.5371	104.3916
2/ 6	-0.6410	-552.8345	73.6890
2/ 7	-0.4738	-460.7265	-18.4189
2/ 8	-0.1951	-307.2132	-171.9322
2/ 9	0.1951	-92.2946	-386.8508
2/10	0.6968	184.0293	-663.1748
3/ 0	0.6968	184.0293	-663.1748
3/ 1	0.4579	48.5090	-527.6545
3/ 2	0.2625	-63.0951	-416.0503
3/ 3	0.1105	-150.7833	-328.3621
3/ 4	0.0020	-214.5554	-264.5900
3/ 5	-0.0630	-254.4114	-224.7340
3/ 6	-0.0848	-270.3513	-208.7941
3/ 7	-0.0594	-260.3709	-218.7745
3/ 8	0.0165	-222.4660	-256.6794
3/ 9	0.1433	-156.6366	-322.5088
3/10	0.3207	-62.8826	-416.2628

TABELA 5.4 - TRAÇADO I

Unidades: tf, m

TENSÕES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 846.06      BARRA= 2      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3208	-132.1868	-875.0347
1/ 1	0.1433	-329.2690	-677.9525
1/ 2	0.0165	-467.6504	-539.5711
1/ 3	-0.0594	-547.3311	-459.8904
1/ 4	-0.0847	-568.3111	-438.9105
1/ 5	-0.0630	-534.8034	-472.4181
1/ 6	0.0020	-451.0213	-556.2002
1/ 7	0.1106	-316.9647	-690.2568
1/ 8	0.2625	-132.6337	-874.5878
1/ 9	0.4579	101.9718	-1109.1934
1/10	0.6968	386.8518	-1394.0734
2/ 0	0.6968	386.8518	-1394.0735
2/ 1	0.1951	-194.0143	-813.2072
2/ 2	-0.1951	-645.7992	-361.4223
2/ 3	-0.4738	-968.5027	-38.7188
2/ 4	-0.6410	-1162.1248	154.9031
2/ 5	-0.6968	-1226.6655	219.4438
2/ 6	-0.6410	-1162.1248	154.9032
2/ 7	-0.4738	-968.5027	-38.7188
2/ 8	-0.1951	-645.7992	-361.4223
2/ 9	0.1951	-194.0144	-813.2071
2/10	0.6968	386.8518	-1394.0734
3/ 0	0.6968	386.8518	-1394.0734
3/ 1	0.4579	101.9718	-1109.1934
3/ 2	0.2625	-132.6337	-874.5879
3/ 3	0.1106	-316.9647	-690.2568
3/ 4	0.0020	-451.0213	-556.2002
3/ 5	-0.0630	-534.8034	-472.4181
3/ 6	-0.0848	-568.3111	-438.9105
3/ 7	-0.0594	-547.3311	-459.8904
3/ 8	0.0165	-467.6504	-539.5711
3/ 9	0.1433	-329.2690	-677.9525
3/10	0.3207	-132.1869	-875.0346

Executando alterações no conjunto de excentricidades inicialmente adotado, busca-se reduzir a força de protensão, tendo como ponto de partida a adoção das maiores excentricidades possíveis, respeitando as condições de cobrimento mínimo, mantidas as mesmas condições de tensões limites.

As alterações necessárias são efetuadas através de iterações, via terminal de computador, com os programas de cálculo elaborados, como exemplificado abaixo.

ITERAÇÕES, VIA TERMINAL, PARA REDUÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO  
PONTOS DE CONCORDÂNCIA DAS PARÁBOLAS: 0,5L EM TODOS OS TRAMOS

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.3208	-0.0848	0.6968	-0.6968	0.6968	-0.0848	0.3208

PMIN= 397.65 BARRA= 1 J= 10  
PMAX= 810.57 BARRA= 2 J= 0

ALGUMA MODIFICACAO ?  
SIM

DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES  
2

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
2 -0.4500

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
6 -0.4500

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.3208	-0.4500	0.6968	-0.6968	0.6968	-0.4500	0.3208

PMIN= 364.08 BARRA= 1 J= 10  
PMAX= 643.05 BARRA= 2 J= 0

ALGUMA MODIFICACAO ?  
SIM

DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES  
3

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
3 0.7000

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
4 -0.7000

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
5 0.7000

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.3200	-0.4500	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.4500	0.3200

PHIR= 363.12 BARRA= 1 J= 10  
PHAX= 600.42 BARRA= 2 J= 0

ALGUMA MODIFICACAO ?  
SIM

DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES

2

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
2 -0.5500

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
6 -0.5500

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.3200	-0.5500	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.5500	0.3200

PHIR= 359.70 BARRA= 2 J= 5  
PHAX= 570.63 BARRA= 2 J= 0

ALGUMA MODIFICACAO ?  
SIM

DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES

4

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
1 0.3195

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
2 -0.5260

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
6 -0.5260

DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE  
7 0.3195

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.3194	-0.5259	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.5259	0.3194

PHIR= 356.86 BARRA= 1 J= 10  
PHAX= 579.24 BARRA= 2 J= 0

ALGUMA MODIFICACAO ?  
NAO

EXIT

No Quadro II sintetiza-se o conjunto de alterações introduzidas, que conduzem aos resultados contidos nas Tabelas 5.5 a 5.10.

	TRAMO	SEÇÃO	EXCENTRICIDADES (m)	PONTO DE CONCORD. DAS PARÁBOLAS	
1ª ALTERAÇÃO		0	0,3200	0,4 l	
	1ª	4	- 0,6000		
		10	0,7000		
	2ª		0	0,7000	0,5 l
			5	- 0,7000	
			10	0,7000	
3ª		0	0,7000	0,6 l	
		6	- 0,6000		
		10	0,3200		
2ª ALTERAÇÃO		0	0,4300	0,3 l	
	1ª	3	- 0,7000		
		10	0,7000		
	2ª		0	0,7000	0,5 l
			5	- 0,7000	
			10	0,7000	
3ª		0	0,7000	0,7 l	
		7	- 0,7000		
		10	0,4300		
3ª ALTERAÇÃO		0	0,3195	0,5 l	
	1ª	5	- 0,5260		
		10	0,7000		
	2ª		0	0,7000	0,5 l
			5	- 0,7000	
			10	0,7000	
3ª		0	0,7000	0,5 l	
		5	- 0,5260		
		10	0,3195		

QUADRO II



TABELA 5.5 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 356.84      BARRA= 2      SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3200	-56.1434	-368.6750
1/ 1	-0.0825	-241.8000	-183.0185
1/ 2	-0.3700	-371.2985	-53.5200
1/ 3	-0.5425	-444.6390	19.8204
1/ 4	-0.5999	-461.8215	37.0029
1/ 5	-0.5638	-433.2908	8.4722
1/ 6	-0.4555	-369.4918	-55.3267
1/ 7	-0.2750	-270.4244	-154.3941
1/ 8	-0.0222	-136.0887	-288.7297
1/ 9	0.3027	33.5151	-458.3337
1/10	0.7000	238.3875	-663.2061
2/ 0	0.7000	238.3875	-663.2061
2/ 1	0.1960	-7.7311	-417.0874
2/ 2	-0.1960	-199.1567	-225.6618
2/ 3	-0.4760	-335.8893	-88.9292
2/ 4	-0.6440	-417.9288	-6.8897
2/ 5	-0.7000	-445.2754	20.4568
2/ 6	-0.6440	-417.9288	-6.8897
2/ 7	-0.4759	-335.8893	-88.9292
2/ 8	-0.1959	-199.1567	-225.6618
2/ 9	0.1959	-7.7311	-417.0874
2/10	0.7000	238.3875	-663.2061
3/ 0	0.7000	238.3874	-663.2060
3/ 1	0.3027	33.5151	-458.3337
3/ 2	-0.0222	-136.0888	-288.7297
3/ 3	-0.2750	-270.4244	-154.3941
3/ 4	-0.4555	-369.4918	-55.3267
3/ 5	-0.5638	-433.2908	8.4722
3/ 6	-0.6000	-461.8215	37.0029
3/ 7	-0.5425	-444.6391	19.8205
3/ 8	-0.3700	-371.2985	-53.5199
3/ 9	-0.0825	-241.8000	-183.0185
3/10	0.3199	-56.1435	-368.6750

TRAÇADO 5.6 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TIENSÕES DEVIDAS A PROTENSÃO

PROTENSÃO MÁXIMA= 579.00      BARRA= 1      SECCÃO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3200	-91.4088	-598.2806
1/ 1	-0.0825	-392.3896	-296.9998
1/ 2	-0.3700	-602.5380	-86.8515
1/ 3	-0.5425	-721.5539	32.1644
1/ 4	-0.5999	-749.4373	60.0478
1/ 5	-0.5638	-703.1381	13.7486
1/ 6	-0.4555	-599.6060	-89.7834
1/ 7	-0.2750	-438.8409	-250.5485
1/ 8	-0.0222	-220.8429	-468.5465
1/ 9	0.3027	54.3879	-743.7774
1/10	0.7000	386.8518	-1076.2413
2/ 0	0.7000	386.8518	-1076.2413
2/ 1	0.1960	-12.5459	-676.8435
2/ 2	-0.1960	-323.1887	-366.2007
2/ 3	-0.4760	-545.0764	-144.3131
2/ 4	-0.6440	-678.2090	-11.1805
2/ 5	-0.7000	-722.5865	33.1970
2/ 6	-0.6440	-678.2090	-11.1805
2/ 7	-0.4759	-545.0764	-144.3131
2/ 8	-0.1959	-323.1887	-366.2008
2/ 9	0.1959	-12.5459	-676.8435
2/10	0.7000	386.8518	-1076.2413
3/ 0	0.7000	386.8518	-1076.2413
3/ 1	0.3027	54.3879	-743.7774
3/ 2	-0.0222	-220.8429	-468.5465
3/ 3	-0.2750	-438.8409	-250.5485
3/ 4	-0.4555	-599.6060	-89.7834
3/ 5	-0.5638	-703.1381	13.7486
3/ 6	-0.6000	-749.4374	60.0479
3/ 7	-0.5425	-721.5539	32.1644
3/ 8	-0.3700	-602.5380	-86.8514
3/ 9	-0.0825	-392.3896	-296.9998
3/10	0.3199	-91.4089	-598.2805

TABELA 5.7 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 358.76      BARRA= 2      SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.4300	-2.4401	-424.6663
1/ 1	-0.1977	-299.4593	-127.6471
1/ 2	-0.5744	-473.1928	46.0862
1/ 3	-0.7000	-523.6406	96.5340
1/ 4	-0.6714	-498.4181	71.3116
1/ 5	-0.5857	-445.1407	18.0342
1/ 6	-0.4428	-363.8085	-63.2980
1/ 7	-0.2428	-254.4213	-172.6852
1/ 8	0.0142	-116.9792	-310.1273
1/ 9	0.3285	48.5176	-475.6242
1/10	0.6999	242.0695	-669.1761
2/ 0	0.7000	242.0695	-669.1761
2/ 1	0.1960	-5.3746	-421.7319
2/ 2	-0.1960	-197.8312	-229.2753
2/ 3	-0.4760	-335.3002	-91.8063
2/ 4	-0.6440	-417.7816	-9.3249
2/ 5	-0.7000	-445.2754	18.1688
2/ 6	-0.6440	-417.7816	-9.3249
2/ 7	-0.4759	-335.3002	-91.8063
2/ 8	-0.1959	-197.8312	-229.2753
2/ 9	0.1959	-5.3746	-421.7319
2/10	0.7000	242.0695	-669.1761
3/ 0	0.7000	242.0695	-669.1761
3/ 1	0.3285	48.5176	-475.6242
3/ 2	0.0142	-116.9792	-310.1273
3/ 3	-0.2428	-254.4213	-172.6852
3/ 4	-0.4428	-363.8085	-63.2980
3/ 5	-0.5857	-445.1408	18.0342
3/ 6	-0.6714	-498.4181	71.3116
3/ 7	-0.7000	-523.6406	96.5340
3/ 8	-0.5744	-473.1928	46.0863
3/ 9	-0.1977	-299.4593	-127.6471
3/10	0.4299	-2.4402	-424.6663

TABELA 5.8 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 465.82

BARRA= 1 SECAO= 3

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.4300	-3.1683	-551.3861
1/ 1	-0.1977	-388.8175	-165.7369
1/ 2	-0.5744	-614.3928	59.8383
1/ 3	-0.7000	-679.8942	125.3397
1/ 4	-0.6714	-647.1454	92.5908
1/ 5	-0.5857	-577.9701	23.4156
1/ 6	-0.4428	-472.3684	-82.1860
1/ 7	-0.2428	-330.3402	-224.2142
1/ 8	0.0142	-151.8857	-402.6688
1/ 9	0.3285	62.9952	-617.5498
1/10	0.6999	314.3027	-868.8572
2/ 0	0.7000	314.3027	-868.8573
2/ 1	0.1960	-6.9784	-547.5761
2/ 2	-0.1960	-256.8637	-297.6907
2/ 3	-0.4760	-435.3532	-119.2012
2/ 4	-0.6440	-542.4470	-12.1075
2/ 5	-0.7000	-578.1449	23.5903
2/ 6	-0.6440	-542.4470	-12.1075
2/ 7	-0.4759	-435.3532	-119.2012
2/ 8	-0.1959	-256.8637	-297.6907
2/ 9	0.1959	-6.9784	-547.5761
2/10	0.7000	314.3027	-868.8573
3/ 0	0.7000	314.3027	-868.8572
3/ 1	0.3285	62.9953	-617.5498
3/ 2	0.0142	-151.8857	-402.6688
3/ 3	-0.2428	-330.3402	-224.2142
3/ 4	-0.4428	-472.3684	-82.1860
3/ 5	-0.5857	-577.9701	23.4156
3/ 6	-0.6714	-647.1454	92.5908
3/ 7	-0.7000	-679.8942	125.3397
3/ 8	-0.5744	-614.3929	59.8383
3/ 9	-0.1977	-388.8176	-165.7369
3/10	0.4299	-3.1684	-551.3861

TABELA 5.9 - TRAÇADO IV

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 356.86      BARRA= 1      SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3194	-56.3903	-368.4485
1/ 1	0.0151	-194.1447	-230.6941
1/ 2	-0.2216	-298.8669	-125.9719
1/ 3	-0.3907	-370.5567	-54.2820
1/ 4	-0.4921	-409.2144	-15.6244
1/ 5	-0.5260	-414.8398	-9.9990
1/ 6	-0.4769	-380.0001	-44.8386
1/ 7	-0.3298	-297.2627	-127.5761
1/ 8	-0.0846	-166.6276	-258.2112
1/ 9	0.2586	11.9052	-436.7441
1/10	0.7000	238.3359	-663.1748
2/ 0	0.7000	238.3359	-663.1748
2/ 1	0.1960	-7.7944	-417.0444
2/ 2	-0.1960	-199.2291	-225.6096
2/ 3	-0.4760	-335.9682	-88.8705
2/ 4	-0.6440	-418.0117	-6.8271
2/ 5	-0.7000	-445.3595	20.5207
2/ 6	-0.6440	-418.0117	-6.8271
2/ 7	-0.4759	-335.9682	-88.8705
2/ 8	-0.1959	-199.2291	-225.6096
2/ 9	0.1959	-7.7944	-417.0444
2/10	0.7000	238.3359	-663.1748
3/ 0	0.7000	238.3359	-663.1748
3/ 1	0.2586	11.9052	-436.7441
3/ 2	-0.0846	-166.6276	-258.2112
3/ 3	-0.3298	-297.2627	-127.5761
3/ 4	-0.4769	-380.0001	-44.8387
3/ 5	-0.5259	-414.8397	-9.9990
3/ 6	-0.4921	-409.2144	-15.6244
3/ 7	-0.3907	-370.5567	-54.2820
3/ 8	-0.2216	-298.8669	-125.9719
3/ 9	0.0151	-194.1447	-230.6941
3/10	0.3194	-56.3903	-368.4485

TABELA 5.10 - TRAÇADO IV

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 579.24

BARRA= 2 SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3194		
1/ 1	0.0151	-91.5292	-598.0423
1/ 2	-0.2216	-315.1234	-374.4480
1/ 3	-0.3907	-485.1018	-204.4696
1/ 4	-0.4921	-601.4643	-88.1072
1/ 5	-0.5260	-664.2109	-25.3606
1/ 6	-0.4769	-673.3417	-16.2298
1/ 7	-0.3298	-616.7922	-72.7793
1/ 8	-0.0846	-482.4981	-207.0734
1/ 9	0.2586	-270.4594	-419.1121
1/10	0.7000	19.3239	-708.8954
		386.8518	-1076.4234
2/ 0	0.7000	386.8518	-1076.4234
2/ 1	0.1960	-12.6514	-676.9201
2/ 2	-0.1960	-323.3762	-366.1953
2/ 3	-0.4760	-545.3224	-144.2491
2/ 4	-0.6440	-678.4902	-11.0813
2/ 5	-0.7000	-722.8794	33.3079
2/ 6	-0.6440	-678.4902	-11.0813
2/ 7	-0.4759	-545.3224	-144.2491
2/ 8	-0.1959	-323.3762	-366.1953
2/ 9	0.1959	-12.6514	-676.9201
2/10	0.7000	386.8518	-1076.4234
3/ 0	0.7000	386.8518	-1076.4234
3/ 1	0.2586	19.3239	-708.8955
3/ 2	-0.0846	-270.4593	-419.1121
3/ 3	-0.3298	-482.4981	-207.0734
3/ 4	-0.4769	-616.7922	-72.7793
3/ 5	-0.5259	-673.3417	-16.2298
3/ 6	-0.4921	-664.2109	-25.3606
3/ 7	-0.3907	-601.4643	-88.1072
3/ 8	-0.2216	-485.1018	-204.4697
3/ 9	0.0151	-315.1234	-374.4480
3/10	0.3194	-91.5292	-598.0423

A seguir, apresenta-se uma análise comparativa dos resultados. Os traçados resultantes encontrados são mostrados na fig. 5.2.

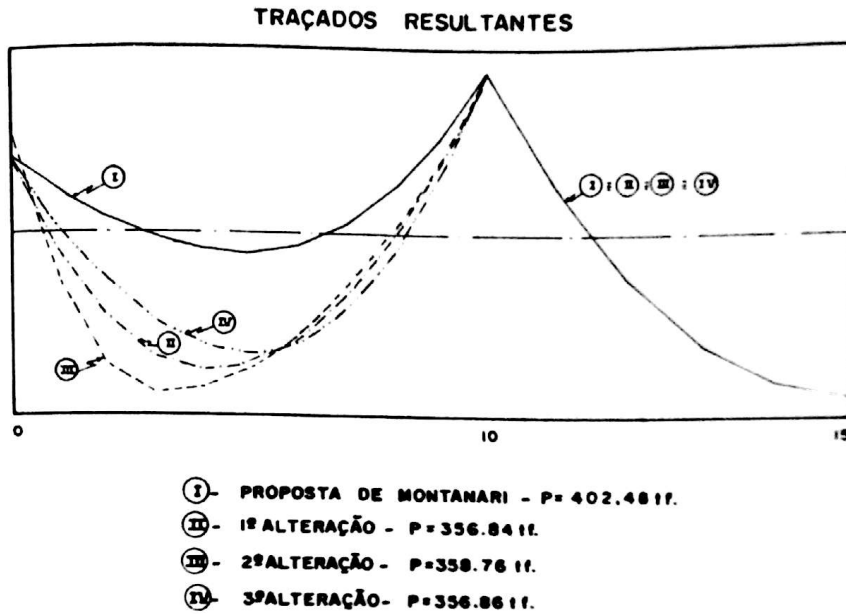


Fig. 5.2

As envoltórias finais de tensões, correspondentes a cada traçado, são apresentadas nas Tabelas 5.11 a 5.14 e na fig. 5.3, nas quais pode ser observado que se obtém um bom aproveitamento da seção de concreto com os traçados II, III e IV, pois a tensão limite (mínima compressão) é praticamente atingida nas duas seções críticas (seções 10 a 15).

Outro fator importante a destacar é o da possibilidade de redução do  $f_{ck}$  inicialmente adotado, pois para todos os traçados analisados, a tensão limite de compressão está longe de ser atingida, permitindo, desta forma, tal redução.

TABELA 5.11 - TRAÇADO I - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (kg/cm<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma_p + \sigma_{\min}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\min}^{II}$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^{II}$
0	- 62,12	- 62,12	- 411,27	- 411,27
1	- 72,08	- 25,81	- 447,57	- 401,31
2	- 87,37	- 11,26	- 462,12	- 386,02
3	- 107,99	- 18,46	- 454,92	- 365,40
4	- 133,95	- 47,42	- 425,96	- 339,44
5	- 165,24	- 98,13	- 375,26	- 308,15
6	- 193,67	- 162,41	- 310,98	- 279,72
7	- 232,08	- 211,08	- 262,31	- 241,31
8	- 307,13	- 217,44	- 255,95	- 166,26
9	- 387,57	- 212,77	- 260,62	- 85,82
10	- 473,39	- 197,07	- 276,32	0
11	- 347,35	- 237,30	- 236,09	- 126,04
12	- 268,59	- 249,33	- 224,06	- 204,80
13	- 290,94	- 179,31	- 294,08	- 182,45
14	- 304,35	- 137,30	- 336,10	- 169,04
15	- 308,82	- 123,29	- 350,10	- 164,56

TABELA 5.12 - TRAÇADO II - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (kg/cm<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma_p + \sigma_{\min}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\min}^{II}$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^{II}$
0	- 56,14	- 56,14	- 368,68	- 368,68
1	- 177,03	- 130,76	- 294,06	- 247,79
2	- 246,75	- 188,64	- 236,18	- 160,07
3	- 319,30	- 229,77	- 195,05	- 105,52
4	- 337,69	- 252,15	- 170,64	- 84,11
5	- 339,34	- 272,24	- 152,59	- 85,48
6	- 325,73	- 294,47	- 130,36	- 99,10
7	- 320,82	- 299,82	- 125,00	- 103,99
8	- 351,34	- 261,65	- 163,17	- 73,48
9	- 385,99	- 211,19	- 213,62	- 38,82
10	- 424,78	- 148,46	- 276,36	- 0,03
11	- 271,86	- 161,81	- 263,01	- 152,96
12	- 172,19	- 152,93	- 271,89	- 252,63
13	- 179,60	- 67,97	- 356,85	- 245,22
14	- 184,05	- 16,99	- 407,83	- 240,77
15	- 185,94	0	- 424,82	- 239,28

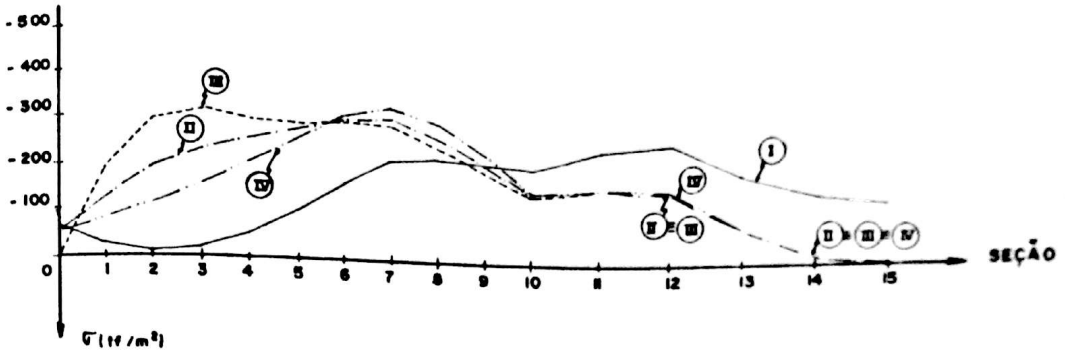
TABELA 5.13 - TRAÇADO III - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (kg/cm<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma_p + \sigma_{\min}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\min}^{II}$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^{II}$
0	- 2,44	- 2,44	- 424,67	- 424,67
1	- 234,69	- 188,42	- 236,69	- 192,42
2	- 368,64	- 290,52	- 136,57	- 60,46
3	- 398,30	- 308,77	- 118,34	- 28,81
4	- 377,28	- 290,75	- 136,36	- 49,83
5	- 351,19	- 284,08	- 143,03	- 75,92
6	- 320,04	- 288,78	- 138,33	- 107,07
7	- 304,82	- 283,82	- 143,29	- 122,29
8	- 332,23	- 242,54	- 184,57	- 94,88
9	- 370,99	- 196,19	- 230,91	- 56,11
10	- 421,10	- 144,78	- 282,33	- 6,00
11	- 269,50	- 159,45	- 267,65	- 157,60
12	- 170,86	- 151,60	- 275,51	- 256,25
13	- 179,01	- 67,38	- 359,73	- 248,10
14	- 183,90	- 16,84	- 410,26	- 243,20
15	- 185,54	0	- 427,11	- 241,57

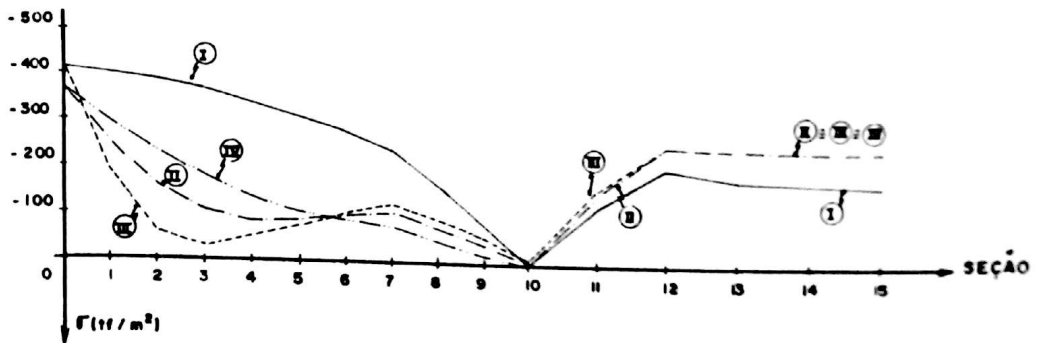
TABELA 5.14 - TRAÇADO IV - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (kg/cm<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma_p + \sigma_{\min}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^I$	$\sigma_p + \sigma_{\min}^{II}$	$\sigma_p + \sigma_{\max}^{II}$
0	- 56,39	- 56,39	- 368,45	- 368,45
1	- 129,37	- 83,10	- 341,73	- 295,46
2	- 192,32	- 116,21	- 308,63	- 232,52
3	- 245,22	- 155,69	- 269,15	- 179,62
4	- 288,07	- 201,54	- 223,29	- 136,76
5	- 320,89	- 253,78	- 171,06	- 103,95
6	- 336,23	- 304,97	- 119,87	- 88,61
7	- 347,66	- 326,66	- 98,18	- 77,18
8	- 381,88	- 292,19	- 132,63	- 42,96
9	- 407,60	- 232,80	- 192,03	- 17,23
10	- 424,83	- 148,51	- 276,32	0
11	- 271,92	- 161,87	- 262,96	- 152,91
12	- 172,26	- 153,00	- 271,84	- 252,58
13	- 179,68	- 68,05	- 356,79	- 245,16
14	- 184,13	- 17,07	- 407,77	- 240,71
15	- 185,62	- 0,08	- 424,76	- 239,22

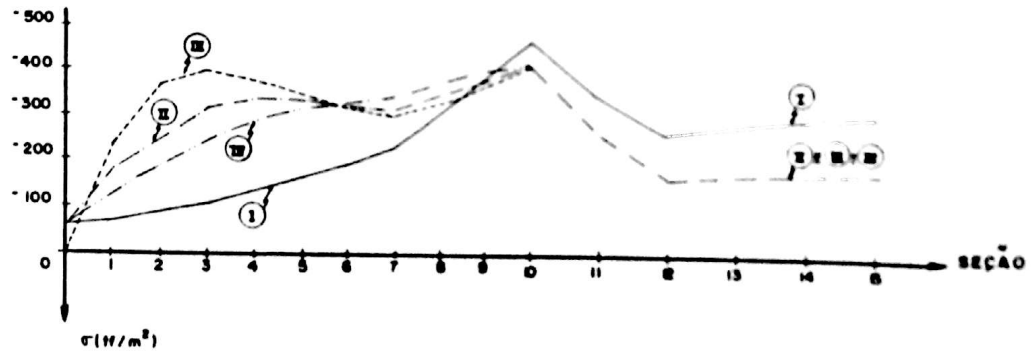




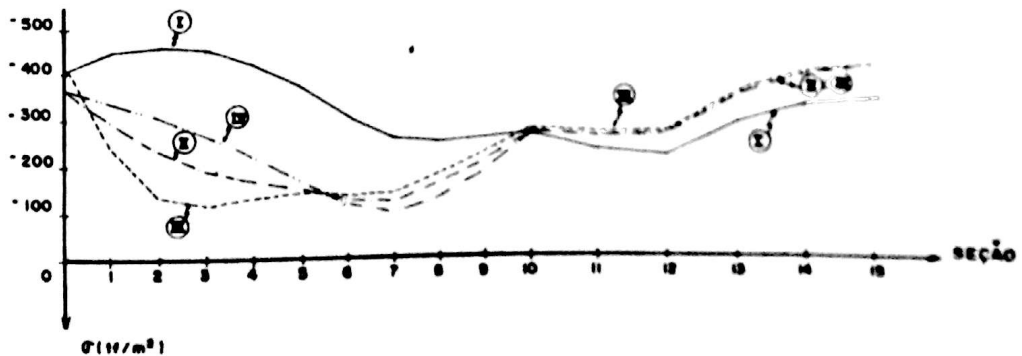
a) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO



b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO



c) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MIN. SOLICITAÇÃO



d) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MIN. SOLICITAÇÃO

Fig. 5.3 - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES

### 5.2.2 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito

A análise dos traçados anteriormente determinados, levando em conta as perdas por atrito, é a seguir apresentada. Para tal considerar-se-á:

- Coeficiente de Atrito: 0,30
- Ondulação Parasita: 0,01rad/ml,

mantendo-se as demais características dos traçados (excentricidades e pontos de concordância das parábolas).

Utilizando o programa ATRITO, encontra-se para os traçados I, II e IV os resultados constantes das Tabelas 5.15 a 5.20, estando o Ponto de Imobilização situado na seção do meio do vão do 2º tramo (seção 15) para os três traçados. Para o traçado III não é obtida solução, quando as perdas por atrito são considerados, sendo necessário introduzir alterações no conjunto de excentricidades para que uma solução seja encontrada.

#### TRAÇADO III CONSIDERANDO ATRITO

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15.000			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2			
EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.4300	-0.7000	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.7000	0.4300

NAO EXISTE SOLUCAO

O traçado I, apresentando as menores inclinações, requer, como já se poderia prever, a menor força de protensão.

As envoltórias finais de tensões, correspondentes a cada traçado, são apresentadas nas Tabelas 5.21, 5.22 e 5.23, enquanto que nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6 é apresentada, a título de ilustração, uma comparação entre as envoltórias finais de tensões de cada traçado determinado, levando em conta as perdas por atrito e sem considerá-las. É mostrada somente a superposição da protensão com a máxima solicitação por ser esta superposição a condicionante do dimensionamento.

TABELA 5.15 - TRAÇADO I CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf,m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 464.30      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3208		
1/ 1	0.1433	-72.5417	-480.2031
1/ 2	0.0165	-179.6764	-365.6318
1/ 3	-0.0594	-252.4707	-285.4854
1/ 4	-0.0847	-292.2497	-238.4431
1/ 5	-0.0630	-300.3088	-223.2137
1/ 6	0.0020	-280.3953	-236.6176
1/ 7	0.1106	-235.3672	-275.2200
1/ 8	0.2625	-166.1686	-338.0790
1/ 9	0.4579	-73.7171	-424.2788
1/10	0.6968	41.0973	-532.9310
		177.4127	-663.1748
2/ 0	0.6968	177.4127	-663.1748
2/ 1	0.1951	-100.0952	-376.1221
2/ 2	-0.1951	-306.8836	-159.9217
2/ 3	-0.4738	-446.7621	-10.7759
2/ 4	-0.6410	-523.4476	75.0200
2/ 5	-0.6968	-540.5470	101.0628
2/ 6	-0.6410	-523.4476	75.0200
2/ 7	-0.4738	-446.7621	-10.7759
2/ 8	-0.1951	-306.8836	-159.9217
2/ 9	0.1951	-100.0953	-376.1221
2/10	0.6968	177.4127	-663.1748
3/ 0	0.6968	177.4127	-663.1748
3/ 1	0.4579	41.0973	-532.9309
3/ 2	0.2625	-73.7171	-424.2788
3/ 3	0.1106	-166.1687	-338.0790
3/ 4	0.0020	-235.3672	-275.2200
3/ 5	-0.0630	-280.3953	-236.6175
3/ 6	-0.0847	-300.3088	-223.2136
3/ 7	-0.0594	-292.2497	-238.4431
3/ 8	0.0165	-252.4707	-285.4853
3/ 9	0.1433	-179.6764	-365.6318
3/10	0.3207	-72.5417	-480.2030

TABELA 5.16 - TRAÇADO I CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

## TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 1012.42      BARRA= 1      SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3208	-158.1786	-1047.0919
1/ 1	0.1433	-391.7877	-797.2672
1/ 2	0.0165	-550.5172	-622.5063
1/ 3	-0.0594	-637.2559	-519.9298
1/ 4	-0.0847	-654.8291	-486.7216
1/ 5	-0.0630	-611.4072	-515.9491
1/ 6	0.0020	-513.2226	-600.1225
1/ 7	0.1106	-362.3339	-737.1877
1/ 8	0.2625	-160.7415	-925.1480
1/ 9	0.4579	89.6136	-1162.0661
1/10	0.6968	386.8518	-1446.0652
2/ 0	0.6968	386.8518	-1446.0652
2/ 1	0.1951	-218.2596	-820.1414
2/ 2	-0.1951	-669.1655	-348.7123
2/ 3	-0.4738	-974.1732	-23.4972
2/ 4	-0.6410	-1141.3874	163.5826
2/ 5	-0.6968	-1178.6748	220.3695
2/ 6	-0.6410	-1141.3875	163.5826
2/ 7	-0.4738	-974.1733	-23.4972
2/ 8	-0.1951	-669.1655	-348.7123
2/ 9	0.1951	-218.2597	-820.1414
2/10	0.6968	386.8517	-1446.0652
3/ 0	0.6968	386.8518	-1446.0651
3/ 1	0.4579	89.6136	-1162.0660
3/ 2	0.2625	-160.7415	-925.1479
3/ 3	0.1105	-362.3339	-737.1876
3/ 4	0.0020	-513.2227	-600.1225
3/ 5	-0.0630	-611.4072	-515.9491
3/ 6	-0.0848	-654.8291	-486.7216
3/ 7	-0.0594	-637.2560	-519.9298
3/ 8	0.0165	-550.5172	-622.5062
3/ 9	0.1433	-391.7877	-797.2671
3/10	0.3207	-158.1787	-1047.0918

TABELA 5.17 - TRAÇADO II CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 487.20      BARRA= 2      SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3200	-76.6536	-503.3581
1/ 1	-0.0825	-325.3389	-241.7258
1/ 2	-0.3700	-488.8956	-65.3327
1/ 3	-0.5425	-572.5915	31.0287
1/ 4	-0.5999	-581.6211	52.4944
1/ 5	-0.5638	-537.5481	17.2514
1/ 6	-0.4555	-451.9119	-59.7165
1/ 7	-0.2749	-326.8198	-176.3129
1/ 8	-0.0222	-164.2852	-330.5338
1/ 9	0.3027	33.7785	-520.4739
1/10	0.7000	265.5633	-744.3319
2/ 0	0.7000	265.5633	-744.3319
2/ 1	0.1960	-9.2209	-460.1182
2/ 2	-0.1960	-213.9636	-246.0771
2/ 3	-0.4760	-352.4455	-98.4397
2/ 4	-0.6440	-428.3559	-13.5288
2/ 5	-0.7000	-445.2754	12.2248
2/ 6	-0.6440	-428.3559	-13.5288
2/ 7	-0.4759	-352.4455	-98.4397
2/ 8	-0.1959	-213.9636	-246.0771
2/ 9	0.1959	-9.2209	-460.1182
2/10	0.7000	265.5633	-744.3319
3/ 0	0.7000	265.5633	-744.3319
3/ 1	0.3027	33.7785	-520.4739
3/ 2	-0.0222	-164.2853	-330.5337
3/ 3	-0.2750	-326.8198	-176.3129
3/ 4	-0.4555	-451.9120	-59.7164
3/ 5	-0.5638	-537.5482	17.2514
3/ 6	-0.6000	-581.6212	52.4945
3/ 7	-0.5425	-572.5915	31.0288
3/ 8	-0.3700	-488.8957	-65.3327
3/ 9	-0.0825	-325.3389	-241.7258
3/10	0.3199	-76.6536	-503.3580

TABELA 5.18 - TRAÇADO II CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 709.72      BARRA= 1      SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3200	-111.6629	-733.2525
1/ 1	-0.0825	-473.9281	-352.1271
1/ 2	-0.3700	-712.1847	-95.1716
1/ 3	-0.5425	-834.1063	45.2003
1/ 4	-0.5999	-847.2599	76.4698
1/ 5	-0.5638	-783.0579	25.1305
1/ 6	-0.4555	-658.3098	-86.9903
1/ 7	-0.2749	-476.0854	-256.8388
1/ 8	-0.0222	-239.3178	-481.4956
1/ 9	0.3027	49.2058	-758.1855
1/10	0.7000	386.8518	-1084.2842
2/ 0	0.7000	386.8518	-1084.2841
2/ 1	0.1960	-13.4324	-670.2640
2/ 2	-0.1960	-311.6853	-358.4657
2/ 3	-0.4760	-513.4150	-143.3992
2/ 4	-0.6440	-623.9952	-19.7078
2/ 5	-0.7000	-648.6421	17.8081
2/ 6	-0.6440	-623.9952	-19.7078
2/ 7	-0.4759	-513.4150	-143.3992
2/ 8	-0.1959	-311.6853	-358.4657
2/ 9	0.1959	-13.4324	-670.2640
2/10	0.7000	386.8518	-1084.2841
3/ 0	0.7000	386.8518	-1084.2841
3/ 1	0.3027	49.2058	-758.1855
3/ 2	-0.0222	-239.3179	-481.4956
3/ 3	-0.2750	-476.0854	-256.8388
3/ 4	-0.4555	-658.3098	-86.9902
3/ 5	-0.5638	-783.0579	25.1305
3/ 6	-0.6000	-847.2600	76.4699
3/ 7	-0.5425	-834.1063	45.2003
3/ 8	-0.3700	-712.1847	-95.1716
3/ 9	-0.0825	-473.9281	-352.1272
3/10	0.3199	-111.6630	-733.2524

TRAÇADO 5.19 - TRAÇADO IV CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 482.79      BARRA= 2      SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3194	-76.2890	-498.4646
1/ 1	0.0151	-261.0182	-304.6604
1/ 2	-0.2216	-396.1901	-160.5069
1/ 3	-0.3907	-483.9874	-63.8333
1/ 4	-0.4921	-526.5540	-12.5071
1/ 5	-0.5259	-525.9864	-4.4429
1/ 6	-0.4769	-472.7042	-46.8580
1/ 7	-0.3298	-363.5224	-145.4311
1/ 8	-0.0846	-201.9143	-296.7161
1/ 9	0.2586	8.8652	-497.4812
1/10	0.7000	265.8000	-744.7280
2/ 0	0.7000	265.8000	-744.7280
2/ 1	0.1960	-9.0758	-460.4197
2/ 2	-0.1960	-213.8866	-246.3072
2/ 3	-0.4760	-352.4147	-98.6207
2/ 4	-0.6440	-428.3503	-13.6816
2/ 5	-0.7000	-445.2754	12.0806
2/ 6	-0.6440	-428.3503	-13.6816
2/ 7	-0.4759	-352.4146	-98.6207
2/ 8	-0.1959	-213.8865	-246.3073
2/ 9	0.1959	-9.0757	-460.4197
2/10	0.7000	265.8000	-744.7280
3/ 0	0.7000	265.8000	-744.7280
3/ 1	0.2586	8.8653	-497.4812
3/ 2	-0.0846	-201.9143	-296.7161
3/ 3	-0.3298	-363.5224	-145.4311
3/ 4	-0.4769	-472.7042	-46.8580
3/ 5	-0.5259	-525.9864	-4.4430
3/ 6	-0.4921	-526.5540	-12.5071
3/ 7	-0.3907	-483.9874	-63.8333
3/ 8	-0.2216	-396.1901	-160.5069
3/ 9	0.0151	-261.0182	-304.6604
3/10	0.3194	-76.2890	-498.4646

TABELA 5.20 - TRAÇADO IV CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 702.66      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.3194	-111.0329	-725.4774
1/ 1	0.0151	-379.8922	-443.4101
1/ 2	-0.2216	-576.6247	-233.6056
1/ 3	-0.3907	-704.4069	-92.9045
1/ 4	-0.4921	-766.3595	-18.2031
1/ 5	-0.5259	-765.5334	-6.4664
1/ 6	-0.4769	-687.9852	-68.1983
1/ 7	-0.3298	-529.0793	-211.6639
1/ 8	-0.0846	-293.8710	-431.8478
1/ 9	0.2586	12.9027	-724.0462
1/10	0.7000	386.8517	-1083.8951
2/ 0	0.7000	386.8517	-1083.8951
2/ 1	0.1960	-13.2091	-670.1059
2/ 2	-0.1960	-311.2957	-358.4815
2/ 3	-0.4760	-512.9128	-143.5349
2/ 4	-0.6440	-623.4314	-19.9125
2/ 5	-0.7000	-648.0645	17.5824
2/ 6	-0.6440	-623.4314	-19.9125
2/ 7	-0.4759	-512.9128	-143.5350
2/ 8	-0.1959	-311.2957	-358.4816
2/ 9	0.1959	-13.2091	-670.1060
2/10	0.7000	386.8518	-1083.8951
3/ 0	0.7000	386.8518	-1083.8952
3/ 1	0.2586	12.9027	-724.0462
3/ 2	-0.0846	-293.8710	-431.8478
3/ 3	-0.3298	-529.0793	-211.6640
3/ 4	-0.4769	-687.9851	-68.1983
3/ 5	-0.5259	-765.5333	-6.4664
3/ 6	-0.4921	-766.3595	-18.2031
3/ 7	-0.3907	-704.4069	-92.9046
3/ 8	-0.2216	-576.6246	-233.6056
3/ 9	0.0151	-379.8922	-443.4101
3/10	0.3194	-111.0329	-725.4774



TABELA 5.21 - TRACADO I - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (N/m<sup>2</sup>)

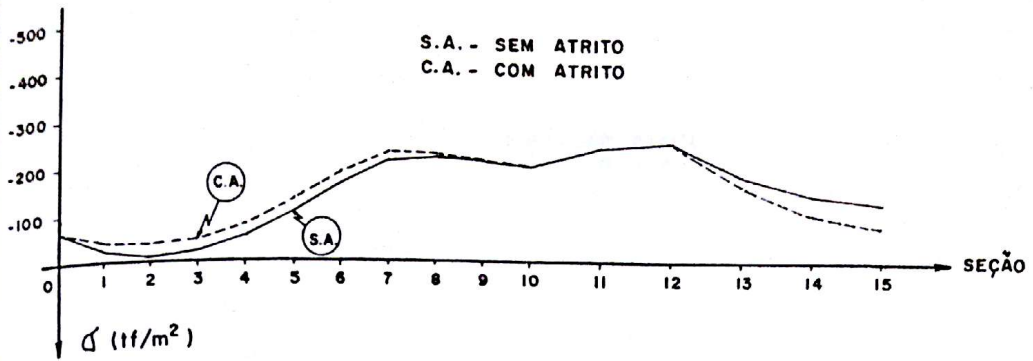
Seção	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$
0	- 71,76	- 71,76	- 475,06	- 475,06	- 475,06	- 475,06
1	- 93,11	- 46,85	- 494,08	- 447,81	- 494,08	- 447,81
2	- 115,54	- 39,43	- 495,65	- 419,55	- 495,65	- 419,55
3	- 139,73	- 50,20	- 479,11	- 389,58	- 479,11	- 389,58
4	- 166,33	- 79,80	- 443,79	- 357,26	- 443,79	- 357,26
5	- 192,00	- 126,90	- 398,03	- 321,93	- 398,03	- 321,93
6	- 219,23	- 187,97	- 322,06	- 290,80	- 322,06	- 290,80
7	- 250,99	- 229,99	- 272,27	- 251,27	- 272,27	- 251,27
8	- 319,59	- 229,91	- 264,71	- 179,03	- 264,71	- 179,03
9	- 395,35	- 220,56	- 266,56	- 91,77	- 266,56	- 91,77
10	- 479,76	- 203,45	- 276,32	0,0	- 276,32	0,0
11	- 554,82	- 244,77	- 225,56	- 115,53	- 244,77	- 115,53
12	- 627,96	- 248,70	- 212,36	- 193,09	- 248,70	- 193,09
13	- 676,80	- 165,16	- 206,74	- 175,10	- 165,16	- 175,10
14	- 724,95	- 107,89	- 335,01	- 167,96	- 107,89	- 167,96
15	- 765,97	- 80,44	- 353,63	- 168,10	- 80,44	- 168,10

TABELA 5.22 - TRACADO II - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (N/m<sup>2</sup>)

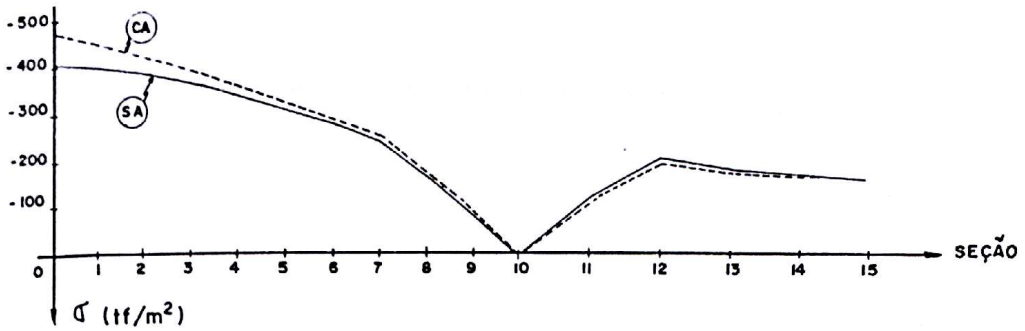
Seção	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$
0	- 76,65	- 76,65	- 503,36	- 503,36	- 503,36	- 503,36
1	- 280,57	- 214,30	- 352,76	- 308,50	- 352,76	- 308,50
2	- 382,34	- 306,24	- 247,99	- 171,88	- 306,24	- 171,88
3	- 447,25	- 357,72	- 183,84	- 94,31	- 357,72	- 94,31
4	- 460,48	- 373,95	- 155,17	- 68,65	- 373,95	- 68,65
5	- 443,60	- 376,50	- 143,81	- 76,68	- 376,50	- 76,68
6	- 408,14	- 376,88	- 134,75	- 103,49	- 376,88	- 103,49
7	- 377,22	- 356,22	- 146,91	- 123,91	- 356,22	- 146,91
8	- 375,93	- 289,85	- 204,97	- 115,29	- 289,85	- 115,29
9	- 365,73	- 210,93	- 275,76	- 100,97	- 210,93	- 100,97
10	- 397,61	- 121,29	- 357,48	- 81,16	- 121,29	- 357,48
11	- 273,95	- 163,30	- 306,04	- 195,99	- 163,30	- 306,04
12	- 186,99	- 167,73	- 292,31	- 273,05	- 167,73	- 292,31
13	- 196,16	- 84,52	- 366,36	- 254,73	- 84,52	- 366,36
14	- 194,48	- 27,42	- 414,47	- 247,41	- 27,42	- 414,47
15	- 185,53	0,0	- 433,05	- 247,52	0,0	- 433,05

TABELA 5.23 - TRACADO III - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (N/m<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$	$\sigma_p + \sigma_{min}$	$\sigma_p + \sigma_{méd}$	$\sigma_p + \sigma_{max}$
0	- 76,29	- 76,29	- 498,46	- 498,46	- 498,46	- 498,46
1	- 196,25	- 149,98	- 415,70	- 369,43	- 415,70	- 369,43
2	- 289,64	- 213,53	- 343,16	- 267,06	- 343,16	- 267,06
3	- 358,65	- 269,12	- 278,70	- 189,17	- 269,12	- 189,17
4	- 405,41	- 318,89	- 220,18	- 133,85	- 318,89	- 133,85
5	- 432,04	- 364,93	- 165,50	- 96,40	- 364,93	- 96,40
6	- 428,93	- 397,67	- 121,89	- 90,63	- 397,67	- 121,89
7	- 413,92	- 392,92	- 116,03	- 95,03	- 392,92	- 116,03
8	- 417,16	- 327,48	- 171,13	- 61,47	- 327,48	- 171,13
9	- 410,64	- 235,85	- 252,77	- 77,98	- 235,85	- 252,77
10	- 397,37	- 121,05	- 357,88	- 81,55	- 121,05	- 357,88
11	- 273,21	- 163,15	- 306,34	- 196,29	- 163,15	- 306,34
12	- 186,92	- 167,65	- 292,54	- 273,28	- 167,65	- 292,54
13	- 196,13	- 84,50	- 366,54	- 254,91	- 84,50	- 366,54
14	- 194,47	- 27,41	- 414,62	- 247,56	- 27,41	- 414,62
15	- 185,53	0,0	- 433,20	- 247,66	0,0	- 433,20

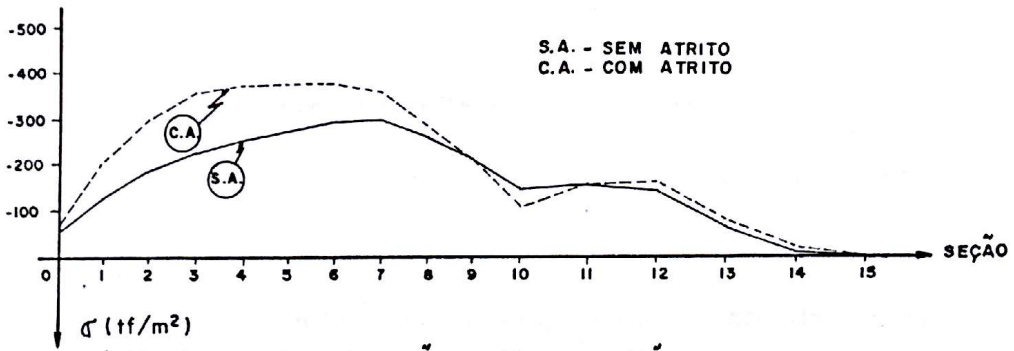


a) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

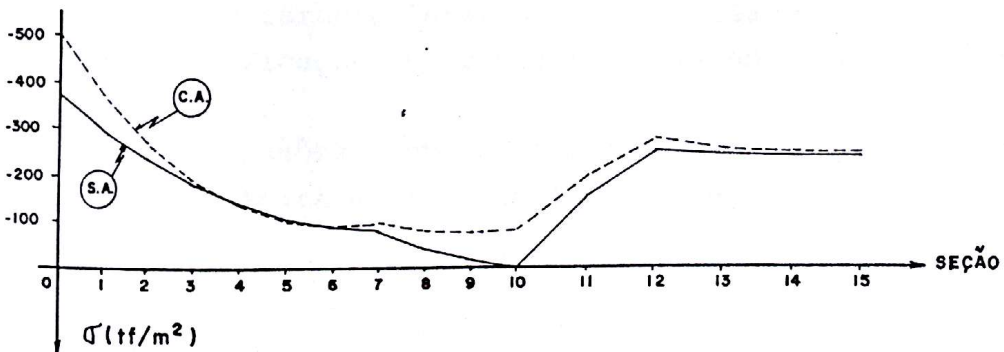


b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

Fig. 5.4 - TRAÇADO (I) - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES

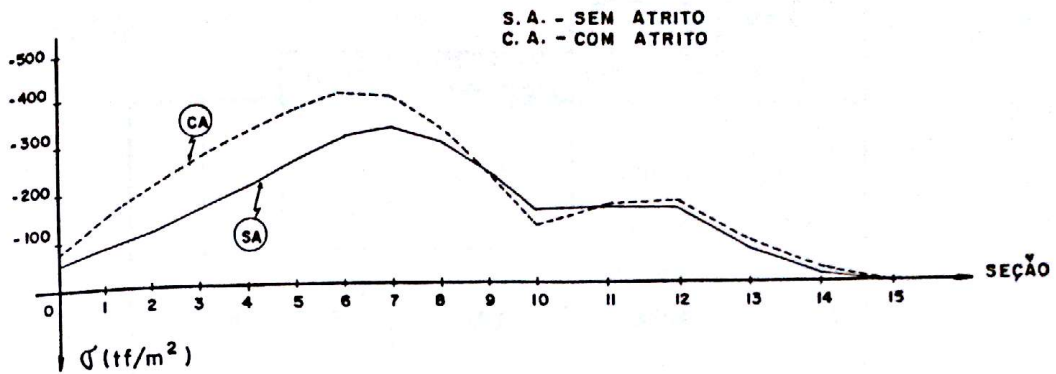


a) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

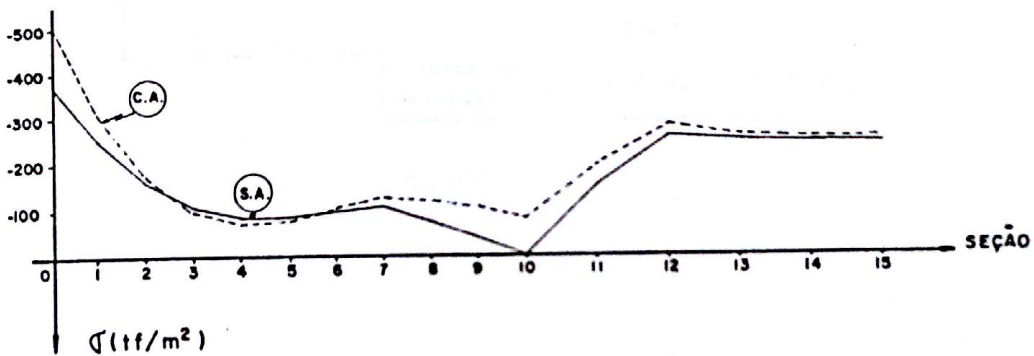


b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

Fig. 5.5 - TRAÇADO (II) - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES



a) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO



b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

Fig. 5.6 - TRAÇADO (IV) - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES

Procedendo alterações no conjunto de excentricidades, busca-se reduzir a força de protensão. Desta forma, nos traçados I e II, cujas características são sintetizadas no Quadro IV, são realizadas modificações no conjunto de excentricidades, gerando o Traçado I Alterado.

As tensões provocadas pela protensão para o Traçado I Alterado são apresentadas nas Tabelas 5.24 e 5.25.

		SEÇÃO	PONTO DE CONC. DAS PARÁBOLAS	EXCENTRICIDADE (m)	
				TRAÇADO I	TRAÇADO II
TRAMO	1º	0	0,4ℓ	0,3208	0,3200
		4		- 0,0848	- 0,6000
		10		0,6968	0,7000
	2º	0	0,5ℓ	0,6968	0,7000
		5		- 0,6968	- 0,7000
		10		0,6968	0,7000
	3º	0	0,6ℓ	0,6968	0,7000
		6		- 0,0848	- 0,6000
		10		0,3208	0,3200
			FORÇA DE PROTENSÃO (tf)	464,30	487,20

QUADRO IV

Resultados Obtidos para o Traçado I Alterado

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15.029      A PARTIR DO INÍCIO DA BARRA 1 2

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.3900	-0.4000	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.4000	-0.3900

PHIN= 423.02      BARRA= 2      J= 5  
 PMAX= 740.40      BARRA= 4      J= 10



TABELA 5.24 - TRAÇADO I ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSÕES DEVIDAS À PROTENSÃO

PROTENSÃO MÍNIMA: 423.02      BARRA: 2      SEÇÃO: 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.3900	-477.5728	-26.0331
1/ 1	-0.3943	-468.7062	-31.7932
1/ 2	-0.3975	-459.1120	-38.3001
1/ 3	-0.3993	-448.8036	-45.5403
1/ 4	-0.3999	-437.7943	-53.5003
1/ 5	-0.3694	-405.2636	-78.6373
1/ 6	-0.2777	-339.8767	-136.7498
1/ 7	-0.1249	-243.1327	-226.3449
1/ 8	0.0888	-116.4742	-345.9850
1/ 9	0.3638	38.7156	-494.2915
1/10	0.7000	221.1155	-669.9473
2/ 0	0.7000	221.1155	-669.9473
2/ 1	0.1960	-36.4869	-403.5051
2/ 2	-0.1960	-228.4272	-202.8477
2/ 3	-0.4760	-358.2501	-64.4419
2/ 4	-0.6440	-429.4139	15.1595
2/ 5	-0.7000	-445.2754	39.3029
2/ 6	-0.6440	-429.4139	15.1595
2/ 7	-0.4759	-358.2501	-64.4419
2/ 8	-0.1959	-228.4272	-202.8477
2/ 9	0.1959	-36.4868	-403.5051
2/10	0.7000	221.1155	-669.9473
3/ 0	0.7000	221.1155	-669.9473
3/ 1	0.3638	38.7156	-494.2915
3/ 2	0.0888	-116.4742	-345.9849
3/ 3	-0.1250	-243.1327	-226.3449
3/ 4	-0.2777	-339.8767	-136.7498
3/ 5	-0.3694	-405.2636	-78.6373
3/ 6	-0.4000	-437.7943	-53.5003
3/ 7	-0.3993	-448.8036	-45.5403
3/ 8	-0.3974	-459.1120	-38.3001
3/ 9	-0.3943	-468.7062	-31.7932
3/10	-0.3900	-477.5728	-26.0331

TABELA 5.25 - TRAÇADO I ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 740.10      BARRA= 1      SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.3900	-835.5356	-45.5461
1/ 1	-0.3943	-820.0231	-55.6237
1/ 2	-0.3975	-803.2376	-67.0078
1/ 3	-0.3993	-785.2026	-79.6748
1/ 4	-0.3999	-765.9413	-93.6013
1/ 5	-0.3694	-709.0274	-137.5796
1/ 6	-0.2777	-594.6300	-239.2502
1/ 7	-0.1249	-425.3719	-396.0008
1/ 8	0.0888	-203.7770	-605.3166
1/ 9	0.3638	67.7347	-864.7858
1/10	0.7000	386.8518	-1172.1037
2/ 0	0.7000	386.8518	-1172.1037
2/ 1	0.1960	-63.8355	-705.9508
2/ 2	-0.1960	-399.6439	-354.8914
2/ 3	-0.4760	-626.7751	-112.7440
2/ 4	-0.6440	-751.2794	26.5223
2/ 5	-0.7000	-779.0298	68.7622
2/ 6	-0.6440	-751.2794	26.5223
2/ 7	-0.4759	-626.7750	-112.7441
2/ 8	-0.1959	-399.6439	-354.8914
2/ 9	0.1959	-63.8355	-705.9508
2/10	0.7000	386.8518	-1172.1037
3/ 0	0.7000	386.8518	-1172.1037
3/ 1	0.3638	67.7347	-864.7858
3/ 2	0.0888	-203.7770	-605.3166
3/ 3	-0.1250	-425.3719	-396.0008
3/ 4	-0.2777	-594.6300	-239.2502
3/ 5	-0.3694	-709.0274	-137.5795
3/ 6	-0.4000	-765.9413	-93.6013
3/ 7	-0.3993	-785.2026	-79.6748
3/ 8	-0.3974	-803.2376	-67.0079
3/ 9	-0.3943	-820.0231	-55.6237
3/10	-0.3900	-835.5355	-45.5461

Mantendo-se os pontos de concordância das parábolas e alterando os conjuntos de excentricidades, encontra-se para o Traçado III, para o qual não foi obtida solução quando da consideração das perdas por atrito, e para o Traçado IV (as características destes traçados, antes de efetuar as alterações, estão sintetizadas no Quadro V) os resultados:

		TRAÇADO III			TRAÇADO IV		
		SEÇÃO	PONTO DE CONC. DAS PARÁBOLAS	EXCENTRIC. (m)	SEÇÃO	PONTO DE CONC. DAS PARÁBOLAS	EXCENTRIC. (m)
TRAMO	1º	0		0,4300	0		0,3195
		3	0.3ℓ	-0,7000	5	0.5ℓ	-0,5260
		10		0,7000	10		0,7000
	2º	0		0,7000	0		0,7000
		5	0.5ℓ	-0,7000	5	0.5ℓ	-0,7000
		10		0,7000	10		0,7000
	3º	0		0,7000	0		0,7000
		7	0.7ℓ	-0,7000	5	0.5ℓ	-0,5260
		10		0,4300	10		0,3195
		FORÇA DE PROTENSÃO (tf)	NÃO ENCONTRADA			FORÇA DE PROTENSÃO (tf)	482,79

QUADRO V

Resultados Obtidos para o Traçado III Alterado

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15,029      A PARTIR DO INÍCIO DA BARRA : 2

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.4300	-0.4500	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.4500	-0.4300

PMIN= 419.97      BARRA= 1      J= 10  
 PMAX= 753.34      BARRA= 2      J= 0

Resultados Obtidos para o Traçado IV Alterado

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15,000      A PARTIR DO INÍCIO DA BARRA : 2

EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.2000	-0.3099	0.7000	-0.7000	0.7000	-0.3099	-0.2000

PMIN= 425.91      BARRA= 3      J= 0  
 PMAX= 761.61      BARRA= 4      J= 10

III e IV Alterados, são apresentadas nas Tabelas 5.26, 5.27 e 5.28, 5.29, respectivamente.

TABELA 5.26 - TRAÇADO III ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 419.97      BARRA= 1      SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.4300	-497.1147	-2.8564
1/ 1	-0.4411	-492.2221	-4.4269
1/ 2	-0.4477	-484.7467	-8.6024
1/ 3	-0.4500	-474.7394	-15.3316
1/ 4	-0.4265	-447.2981	-36.4241
1/ 5	-0.3561	-394.5203	-82.9391
1/ 6	-0.2387	-317.4006	-153.8842
1/ 7	-0.0744	-216.9041	-248.2968
1/ 8	0.1367	-93.9648	-365.2446
1/ 9	0.3948	50.5144	-503.8268
1/10	0.6999	215.6638	-663.1748
2/ 0	0.7000	215.6638	-663.1748
2/ 1	0.1960	-41.1805	-397.5167
2/ 2	-0.1960	-232.5561	-197.4497
2/ 3	-0.4760	-361.9969	-59.4512
2/ 4	-0.6440	-432.9513	19.9160
2/ 5	-0.7000	-448.7661	43.9883
2/ 6	-0.6440	-432.9513	19.9159
2/ 7	-0.4759	-361.9969	-59.4512
2/ 8	-0.1959	-232.5560	-197.4497
2/ 9	0.1959	-41.1805	-397.5167
2/10	0.7000	215.6638	-663.1748
3/ 0	0.7000	215.6638	-663.1748
3/ 1	0.3948	50.5144	-503.8269
3/ 2	0.1367	-93.9648	-365.2446
3/ 3	-0.0744	-216.9040	-248.2968
3/ 4	-0.2387	-317.4006	-153.8843
3/ 5	-0.3561	-394.5203	-82.9391
3/ 6	-0.4265	-447.2981	-36.4241
3/ 7	-0.4500	-474.7394	-15.3316
3/ 8	-0.4477	-484.7467	-8.6024
3/ 9	-0.4411	-492.2221	-4.4270
3/10	-0.4300	-497.1147	-2.8564



TABELA 5.27 - TRAÇADO III ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 753.34      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.4300	-891.7107	-5.1238
1/ 1	-0.4411	-882.9345	-7.9410
1/ 2	-0.4477	-869.5254	-15.4307
1/ 3	-0.4500	-851.5746	-27.5014
1/ 4	-0.4265	-802.3512	-65.3365
1/ 5	-0.3561	-707.6797	-148.7738
1/ 6	-0.2387	-569.3445	-276.0334
1/ 7	-0.0744	-389.0766	-445.3801
1/ 8	0.1367	-168.5516	-655.1658
1/ 9	0.3948	90.6114	-903.7508
1/10	0.6999	386.8518	-1189.5848
2/ 0	0.7000	386.8518	-1189.5848
2/ 1	0.1960	-73.8686	-713.0546
2/ 2	-0.1960	-417.1527	-354.1799
2/ 3	-0.4760	-649.3402	-106.6419
2/ 4	-0.6440	-776.6162	35.7247
2/ 5	-0.7000	-804.9844	78.9050
2/ 6	-0.6440	-776.6162	35.7247
2/ 7	-0.4759	-649.3402	-106.6419
2/ 8	-0.1959	-417.1527	-354.1800
2/ 9	0.1959	-73.8686	-713.0546
2/10	0.7000	386.8518	-1189.5848
3/ 0	0.7000	386.8518	-1189.5848
3/ 1	0.3948	90.6114	-903.7508
3/ 2	0.1367	-168.5516	-655.1658
3/ 3	-0.0744	-389.0766	-445.3801
3/ 4	-0.2387	-569.3445	-276.0334
3/ 5	-0.3561	-707.6797	-148.7739
3/ 6	-0.4265	-802.3512	-65.3365
3/ 7	-0.4500	-851.5746	-27.5014
3/ 8	-0.4477	-869.5254	-15.4307
3/ 9	-0.4411	-882.9345	-7.9410
3/10	-0.4300	-891.7107	-5.1238

TABELA 5.28 - TRAÇADO IV ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 425.91      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.2000	-370.0893	-136.9512
1/ 1	-0.2395	-382.2820	-121.0607
1/ 2	-0.2703	-389.1057	-110.5662
1/ 3	-0.2923	-390.6744	-105.3533
1/ 4	-0.3055	-387.1006	-105.3095
1/ 5	-0.3099	-378.4952	-110.3236
1/ 6	-0.2695	-340.6673	-139.3770
1/ 7	-0.1483	-260.0010	-211.4449
1/ 8	0.0536	-138.8247	-324.2130
1/ 9	0.3363	20.6498	-475.4816
1/10	0.7000	216.3365	-663.1748
2/ 0	0.7000	216.3365	-663.1748
2/ 1	0.1960	-40.1217	-397.9160
2/ 2	-0.1960	-231.2095	-198.1498
2/ 3	-0.4760	-360.4558	-60.3587
2/ 4	-0.6440	-431.3035	18.8891
2/ 5	-0.7000	-447.0945	42.9252
2/ 6	-0.6440	-431.3035	18.8891
2/ 7	-0.4759	-360.4558	-60.3587
2/ 8	-0.1959	-231.2095	-198.1498
2/ 9	0.1959	-40.1217	-397.9160
2/10	0.7000	216.3365	-663.1748
3/ 0	0.7000	216.3365	-663.1748
3/ 1	0.3363	20.6498	-475.4816
3/ 2	0.0535	-138.8247	-324.2130
3/ 3	-0.1484	-260.0010	-211.4449
3/ 4	-0.2696	-340.6673	-139.3770
3/ 5	-0.3099	-378.4952	-110.3236
3/ 6	-0.3055	-387.1006	-105.3095
3/ 7	-0.2923	-390.6744	-105.3533
3/ 8	-0.2703	-389.1057	-110.5662
3/ 9	-0.2395	-382.2820	-121.0607
3/10	-0.2000	-370.0893	-136.9512

TABELA 5.29 - TRAÇADO IV ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSÃO

PROTENSÃO MÁXIMA= 764.64      BARRA= 1      SEÇÃO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.2000	-664.7917	-244.8954
1/ 1	-0.2395	-683.5947	-216.4801
1/ 2	-0.2703	-695.7968	-197.7139
1/ 3	-0.2923	-698.6019	-188.3922
1/ 4	-0.3055	-692.2113	-188.3138
1/ 5	-0.3099	-676.8231	-197.2802
1/ 6	-0.2695	-609.1795	-249.2332
1/ 7	-0.1483	-464.9325	-378.1047
1/ 8	0.0536	-248.2455	-579.7559
1/ 9	0.3363	36.9259	-850.2537
1/10	0.7000	386.8518	-1185.8856
2/ 0	0.7000	386.8518	-1185.8856
2/ 1	0.1960	-71.7454	-711.5513
2/ 2	-0.1960	-413.4477	-354.3305
2/ 3	-0.4760	-644.5651	-107.9332
2/ 4	-0.6440	-771.2546	33.7774
2/ 5	-0.7000	-799.4921	76.7587
2/ 6	-0.6440	-771.2546	33.7774
2/ 7	-0.4759	-644.5651	-107.9332
2/ 8	-0.1959	-413.4477	-354.3305
2/ 9	0.1959	-71.7454	-711.5513
2/10	0.7000	386.8518	-1185.8856
3/ 0	0.7000	386.8518	-1185.8856
3/ 1	0.3363	36.9259	-850.2536
3/ 2	0.0535	-248.2456	-579.7559
3/ 3	-0.1484	-464.9325	-378.1047
3/ 4	-0.2696	-609.1795	-249.2332
3/ 5	-0.3099	-676.8231	-197.2802
3/ 6	-0.3055	-692.2113	-188.3138
3/ 7	-0.2923	-698.6019	-188.3922
3/ 8	-0.2703	-695.7968	-197.7139
3/ 9	-0.2395	-683.5947	-216.4801
3/10	-0.2000	-664.7917	-244.8954

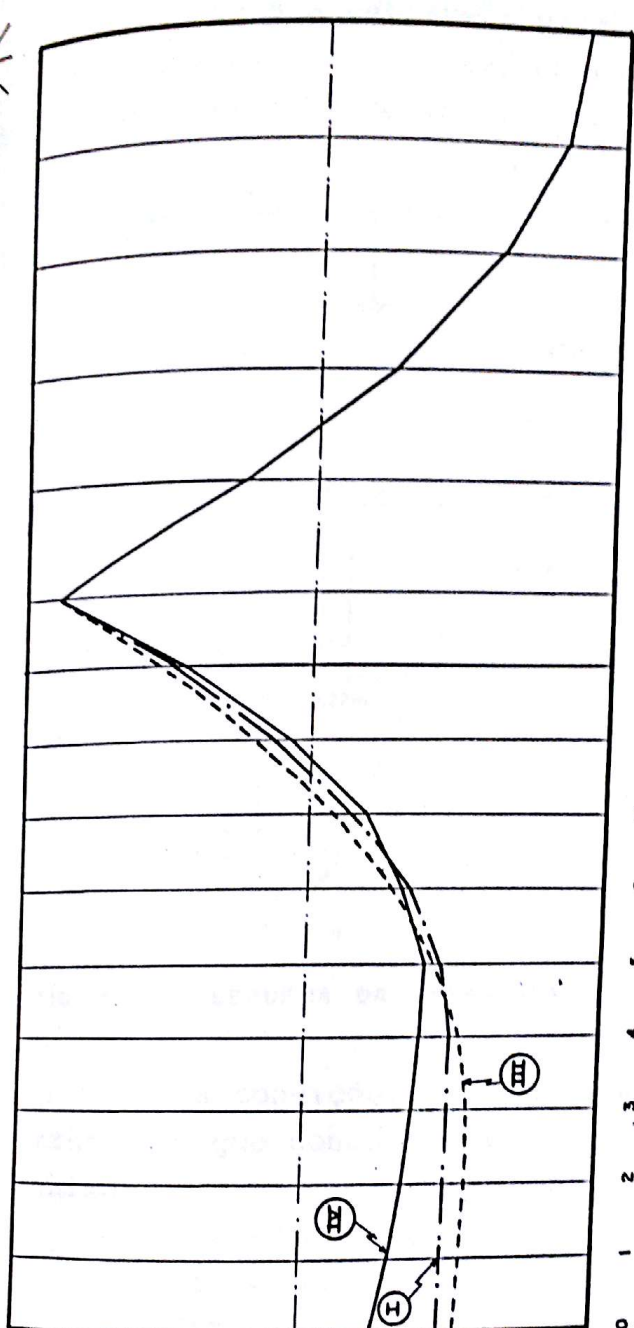
No Quadro VI é apresentado um resumo dos resultados obtidos para os três traçados, nas seções de maiores solicitações.

TRAÇADO I ALTERADO	SEÇÃO	e (m)	ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m <sup>2</sup> )				
			$\sigma'_p + \sigma'_{min}$	$\sigma'_p + \sigma'_{max}$	$\sigma''_p + \sigma''_{min}$	$\sigma''_p + \sigma''_{max}$	
P <sub>min</sub> = 423,02 tf	0	-0,39	- 477,57	- 477,57	- 26,03	- 26,03	
	4	-0,40	- 316,65	- 230,12	- 261,17	- 174,64	
	10	0,70	- 442,06	- 161,09	- 283,09	- 6,77	
	15	-0,70	- 185,53	0	- 405,97	- 220,44	
TRAÇADO III ALTERADO	P <sub>min</sub> = 419,97 tf	0	-0,43	- 497,11	- 497,11	- 2,86	- 2,86
		3	-0,45	- 348,96	- 259,43	- 251,29	- 161,76
		10	0,70	- 447,51	- 171,19	- 276,32	0
		15	-0,70	- 189,02	- 3,49	- 401,29	- 215,76
TRAÇADO II ALTERADO	P <sub>min</sub> = 425,91 tf	0	-0,20	- 370,09	- 136,95	- 136,95	- 136,95
		5	-0,31	- 284,55	- 217,44	- 271,38	- 204,27
		10	0,70	- 446,84	- 170,44	- 276,32	0
		15	0,70	- 187,35	- 1,82	- 402,35	- 216,32

QUADRO VI

Os traçados resultantes são apresentados na fig. 5.7.

Analisando os resultados encontrados verifica-se que todos são praticamente iguais, não existindo diferenças sensíveis nos valores das forças de protensão, o que conduz a um mesmo número de cabos para qualquer dos traçados, permitindo, desta forma, a escolha de qualquer dos traçados como boa solução para a estrutura.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
TRAÇADO IV ALTERADO	- 0,2000	- 0,2395	- 0,2703	- 0,2923	- 0,3055	- 0,3100	- 0,2695	- 0,1483	0,0536	0,3363	0,7000	0,1960	- 0,1960	- 0,4760	- 0,6440	- 0,7000
TRAÇADO III ALTERADO	- 0,4300	- 0,4411	- 0,4477	- 0,4500	- 0,4265	- 0,3561	- 0,2367	- 0,0744	0,1367	0,3948	0,7000	0,1960	- 0,1960	- 0,4760	- 0,6440	- 0,7000
TRAÇADO I ALTERADO	- 0,3900	- 0,3943	- 0,3976	- 0,3993	- 0,4000	- 0,3694	- 0,2777	- 0,1249	0,0688	0,3638	0,7000	0,1960	- 0,1960	- 0,4760	- 0,6440	- 0,7000

FIG. 5.7 - TRAÇADOS RESULTANTES

### 5.3 - Exemplo Nº 2

Seja a passarela para pedestres com vigas e pilares de seção transversal constante, carregada com uma carga acidental uniformemente distribuída (fig. 5.8).

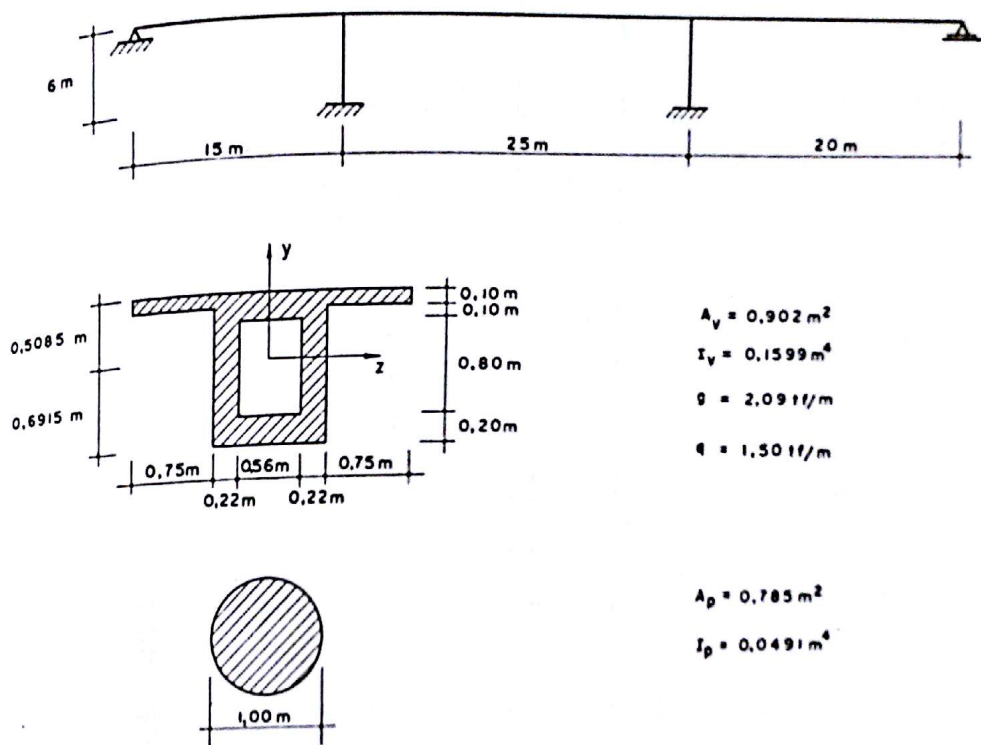


FIG. 5.8 - ESQUEMA DA ESTRUTURA E CARACTERÍSTICAS DAS SEÇÕES

As condições de carregamento a que se acha submetida a estrutura e que conduzem às maiores solicitações são apresentadas abaixo:

- I - Permanente
- II - Permanente + Acidental
- III - Permanente + Acidental no 1º Tramo
- IV - Permanente + Acidental no 2º Tramo
- V - Permanente + Acidental no 3º Tramo
- VI - Permanente + Acidental no 1º e 3º Tramos
- VII - Permanente + Acidental no 2º e 3º Tramos

Nas Tabelas 5.30, 5.31 e 5.32, apresentam-se os esforços solicitantes no 1º, 2º e 3º tramos, respectivamente, para as diversas condições de carregamento.

TABELA 5.30 - ESFORÇOS SOLICITANTES NO 1º TRAMO PARA AS DIVERSAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

I -  $M(x) = 13.076 x - \frac{2.59}{2} x^2$

II -  $M(x) = 20.647 x - \frac{4.09}{2} x^2$

III -  $M(x) = 22.555 x - \frac{2.59}{2} x^2$

IV -  $M(x) = 10.904 x - \frac{2.59}{2} x^2$

V -  $M(x) = 13.341 x - \frac{2.59}{2} x^2$

VI -  $M(x) = 20.382 x - \frac{4.09}{2} x^2$

VII -  $M(x) = 11.609 x - \frac{2.59}{2} x^2$

Momentos Fletores: tf.m

Esforços Normais: tf

SEÇÃO	X (m)	MOMENTOS FLETORES									
		I	II	III	IV	V	VI	VII			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1,50	16,700	26,369	29,231	13,442	17,098	25,972	13,840			
2	3,00	27,573	43,536	49,260	21,057	28,368	42,741	21,852			
3	4,50	32,618	51,500	60,086	22,844	33,811	50,308	24,037			
4	6,00	31,836	50,262	61,710	18,804	33,426	48,672	20,397			
5	7,50	25,226	39,821	54,131	8,936	27,214	37,834	10,924			
6	9,00	12,789	20,178	37,350	- 6,759	15,174	17,793	- 4,374			
7	10,50	- 5,476	- 8,668	11,366	- 28,282	- 2,693	- 11,450	- 25,499			
8	12,00	- 29,568	- 46,716	- 23,820	- 55,832	- 26,388	- 49,896	- 52,452			
9	13,50	- 59,488	- 93,967	- 68,209	- 88,810	- 55,910	- 97,544	- 85,232			
10	15,00	- 95,235	- 150,420	- 121,800	- 127,815	- 91,260	- 154,395	- 123,840			
ESFORÇOS NORMAIS		4,224	6,668	1,090	4,024	10,001	0,981	9,802			

TABELA 5.31 - ESFORÇOS SOLICITANTES NO 2º TRAMO PARA AS DIVERSAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

$$I - M(x) = 31.541x - \frac{2.59}{2}x^2 - 118.610$$

$$II - M(x) = 49.808x - \frac{4.09}{2}x^2 - 187.315$$

$$III - M(x) = 32.159x - \frac{2.59}{2}x^2 - 129.866$$

$$IV - M(x) = 50.453x - \frac{4.09}{2}x^2 - 184.911$$

$$V - M(x) = 30.277x - \frac{2.59}{2}x^2 - 109.759$$

$$VI - M(x) = 51.071x - \frac{4.09}{2}x^2 - 196.166$$

$$VII - M(x) = 49.189x - \frac{4.09}{2}x^2 - 179.060$$

Momentos Fletores : tf.m

Esforços Normais : tf

SEÇÃO	X (m)	MOMENTOS FLETORES									
		I	II	III	IV	V	VI	VII			
0	0	-118,610	-187,315	-129,866	-184,911	-109,759	-196,166	-176,060			
1	2,50	-47,851	-75,576	-57,562	-71,560	-42,160	-81,270	-65,869			
2	5,00	6,720	10,600	-1,446	16,229	9,251	8,064	18,760			
3	7,50	45,104	71,214	38,483	78,455	44,475	71,835	77,826			
4	10,00	67,300	106,250	62,224	115,119	63,511	110,044	111,330			
5	12,50	73,309	115,754	69,778	126,220	66,360	122,690	119,271			
6	15,00	63,130	99,680	61,144	111,759	53,021	109,774	101,650			
7	17,50	36,764	58,044	36,322	71,735	23,495	71,295	58,466			
8	20,00	-5,790	-9,155	-4,686	6,149	-22,219	7,254	-10,280			
9	22,50	-64,531	-101,916	-61,882	-85,000	-84,120	-82,350	-104,590			
10	25,00	-139,460	-220,240	-135,266	-201,711	-162,209	-197,516	-224,460			
ESFORÇOS NORMAIS		-1,574	-2,481	-0,913	-10,204	5,489	-9,544	-3,142			



TABELA 5.32 - ESFORÇOS SOLICITANTES NO 3º TRAMO PARA AS DIVERSAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

I -  $M(x) = 32.562x - \frac{2.59}{2}x^2 - 133.245$   
 II -  $M(x) = 51.422x - \frac{4.09}{2}x^2 - 210.433$   
 III -  $M(x) = 32.479x - \frac{2.59}{2}x^2 - 131.585$   
 IV -  $M(x) = 33.915x - \frac{2.59}{2}x^2 - 160.309$   
 V -  $M(x) = 50.151x - \frac{4.09}{2}x^2 - 185.030$   
 VI -  $M(x) = 33.832x - \frac{2.59}{2}x^2 - 158.649$   
 VII -  $M(x) = 51.505x - \frac{4.09}{2}x^2 - 212.094$

Momentos Fletores: tf.m  
 Esforços Normais : tf

SEÇÃO	X (m)	MOMENTOS FLETORES									
		I	II	III	IV	V	VI	VII			
0	0	-133,245	-210,433	-131,585	-160,309	-185,030	-158,649	-212,094			
1	2,00	-73,301	-115,769	-71,807	-97,459	-92,908	-96,165	-117,264			
2	4,00	-23,717	-37,465	-22,389	-45,368	-17,146	-44,041	-38,794			
3	6,00	15,507	24,479	16,669	-3,439	42,256	-2,277	23,316			
4	8,00	44,371	70,063	45,367	28,131	85,298	29,127	69,066			
5	10,00	62,875	99,287	63,705	49,341	111,980	50,171	98,456			
6	12,00	71,019	112,151	71,683	60,191	122,302	60,855	111,486			
7	14,00	68,803	108,655	69,301	60,681	116,264	61,179	108,156			
8	16,00	56,227	88,799	56,559	50,811	93,866	51,143	88,466			
9	18,00	33,291	52,583	33,457	30,581	55,108	30,747	52,416			
10	20,00	0	0	0	0	0	0	0			
ESFORÇOS NORMAIS		0	0	0	0	0	0	0			

Utilizando o programa ENVOLT, obtêm-se a envoltória de tensões apresentada na Tabela 5.33.

TABELA 5.33 - TENSÕES DEVIDAS AS CARGAS EXTERNAS ( $\text{tf/m}^2$ )

B/ S	BORDA INFERIOR		BORDA SUPERIOR	
	MINIMA	MAXIMA	MINIMA	MAXIMA
1/ 0	1.0875	11.0875	1.0875	11.0875
1/ 1	62.5776	127.5885	-91.7262	-33.1347
1/ 2	95.5010	214.1838	-155.4047	-58.6074
1/ 3	103.2271	260.9900	-189.8240	-65.5542
1/ 4	85.7602	268.0113	-194.9872	-53.9720
1/ 5	43.0959	235.2435	-170.8912	-23.8639
1/ 6	-24.7613	162.6910	-117.5390	25.9502
1/ 7	-117.8159	50.3492	-34.9276	94.3786
1/ 8	-236.0635	-101.7772	76.9397	181.3329
1/ 9	-420.6435	-230.6390	188.8432	311.2109
1/10	-666.4385	-383.4746	301.2321	491.9583
2/ 0	-858.7038	-468.4572	355.0440	613.0930
2/ 1	-361.9514	-176.1932	140.1253	247.8022
2/ 2	-7.2639	77.6254	-63.1273	3.5850
2/ 3	165.3688	332.9970	-260.7460	-123.3618
2/ 4	268.0130	486.4039	-377.3125	-195.8362
2/ 5	292.9925	534.3990	-412.6061	-204.8941
2/ 6	235.3214	471.8769	-366.6299	-162.4852
2/ 7	107.6659	298.8333	-239.3809	-68.6127
2/ 8	-89.9783	20.7817	-33.6437	76.7266
2/ 9	-455.6734	-268.5587	195.7303	329.0382
2/10	-973.9352	-585.8342	429.0413	710.1462
3/ 0	-916.9875	-568.9072	418.3505	674.3142
3/ 1	-506.9904	-310.4572	228.2972	372.8195
3/ 2	-196.1526	-74.1306	54.5125	144.2424
3/ 3	-14.8685	182.6936	-134.3452	10.9336
3/ 4	121.6242	368.7855	-271.1894	-89.4373
3/ 5	213.3256	484.1450	-356.0199	-156.8707
3/ 6	260.2355	528.7721	-388.8369	-191.3663
3/ 7	262.3540	502.6669	-369.6401	-192.9241
3/ 8	219.6811	405.8292	-298.4298	-161.5443
3/ 9	132.2168	238.2592	-175.2058	-97.2267
3/10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

### 5.3.1 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, sem Considerar as Perdas por Atrito

Analisando a Tabela 5.33, identificam-se as seções que apresentam as maiores solicitações. Dentre estas seções, naquelas correspondentes à região central dos tramos, serão fixados os pontos de concordância das parábolas nas diversas fases da análise.

Impondo as condições de protensão completa, as tensões atuantes nas diversas seções deverão respeitar as seguintes tensões limites:

$$\text{m\acute{a}xima compress\~{a}o: } \bar{\sigma}_c \geq - 1500 \text{ tf/m}^2 \quad (f_{ck} = 300 \text{ kgf/cm}^2)$$

$$\text{m\acute{i}nima compress\~{a}o: } \bar{\sigma}_c \leq 0$$

Fixando, inicialmente, os pontos de concordância das parábolas na seção do meio do vão, nos três tramos, ( $\xi = 0,5$ ) e buscando as maiores excentricidades nas seções mais solicitadas, determina-se, após iterações com os programas de cálculo, o traçado resultante e respectiva força de protensão que atendem as tensões limites acima estabelecidas. Tal traçado, bem como a força de protensão mínima, o tramo (barra) e a seção condicionante do dimensionamento, como também as tensões causadas pela protensão, nas bordas superior e inferior, nas diversas seções das barras protendidas da estrutura, são apresentados na Tabela 5.34.

A Tabela 5.35 fornece as tensões devidas à máxima força de protensão possível de se aplicar com este traçado, respeitando as mesmas condições de tensões limites.

Alterando os pontos de concordância das parábolas para:

a) 1º tramo: 0,4ℓ

2º tramo: 0,5ℓ

3º tramo: 0,6ℓ

b) 1º tramo: 0,3ℓ

2º tramo: 0,5ℓ

3º tramo: 0,7ℓ

e buscando as maiores excentricidades nas seções mais solicitadas, obtêm-se os traçados resultantes e respectivas forças de protensão, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 5.36 a 5.39, para as situações a) e b), respectivamente.

TABELA 5.34 - TRAÇADO I

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 304.16

BARRA= 2 SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-299.5118	-299.5118
1/ 1	-0.1079	-419.8316	-211.0338
1/ 2	-0.1920	-508.5897	-145.7647
1/ 3	-0.2520	-565.7863	-103.7047
1/ 4	-0.2880	-591.4214	-84.8538
1/ 5	-0.3000	-585.4949	-89.2119
1/ 6	-0.2759	-532.2260	-128.3836
1/ 7	-0.2040	-415.8341	-213.9733
1/ 8	-0.0840	-236.3190	-345.9812
1/ 9	0.0840	6.3192	-524.4072
1/10	0.3000	312.0805	-749.2512
2/ 0	0.3000	134.3876	-642.6983
2/ 1	0.0840	-125.6159	-451.5026
2/ 2	-0.0839	-322.4963	-306.7250
2/ 3	-0.2039	-456.2537	-208.3655
2/ 4	-0.2759	-526.8879	-156.4240
2/ 5	-0.3000	-534.3990	-150.9007
2/ 6	-0.2759	-478.7869	-191.7954
2/ 7	-0.2039	-360.0510	-279.1083
2/ 8	-0.0839	-178.1935	-412.8392
2/ 9	0.0840	66.7878	-592.9803
2/10	0.3000	374.8923	-819.5554
3/ 0	0.3000	125.0944	-677.1763
3/ 1	0.0840	-165.7384	-463.3099
3/ 2	-0.0839	-393.4482	-295.8617
3/ 3	-0.2039	-558.0349	-174.8315
3/ 4	-0.2760	-659.4985	-100.2194
3/ 5	-0.3000	-697.8390	-72.0255
3/ 6	-0.2879	-688.8371	-78.6451
3/ 7	-0.2520	-648.2737	-108.4737
3/ 8	-0.1920	-576.1487	-161.5114
3/ 9	-0.1080	-472.4621	-237.7582
3/10	0.0000	-337.2140	-337.2140

TABELA 5.35 - TRAÇADO I

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA<sup>m</sup> 373.75      BARRA<sup>m</sup> 1      SECAO<sup>m</sup> 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-368.0307	-368.0307
1/ 1	-0.1079	-515.8757	-259.3116
1/ 2	-0.1920	-624.9389	-179.1111
1/ 3	-0.2520	-695.2203	-127.4291
1/ 4	-0.2880	-726.7199	-104.2657
1/ 5	-0.3000	-719.4376	-109.6208
1/ 6	-0.2759	-653.9025	-157.7537
1/ 7	-0.2040	-510.9637	-262.9237
1/ 8	-0.0840	-290.3813	-425.1308
1/ 9	0.0840	7.7648	-644.3750
1/10	0.3000	383.4746	-920.6562
2/ 0	0.3000	165.1312	-789.7274
2/ 1	0.0840	-154.3528	-554.7921
2/ 2	-0.0839	-396.2733	-376.8940
2/ 3	-0.2039	-560.6301	-256.0329
2/ 4	-0.2759	-647.4231	-192.2089
2/ 5	-0.3000	-656.6525	-105.4220
2/ 6	-0.2759	-588.3182	-235.6722
2/ 7	-0.2039	-442.4202	-342.9594
2/ 8	-0.0839	-218.9585	-507.2838
2/ 9	0.0840	82.0667	-728.6452
2/10	0.3000	460.6557	-1007.0437
3/ 0	0.3000	153.7121	-832.0927
3/ 1	0.0840	-203.6541	-569.3005
3/ 2	-0.0839	-483.4567	-363.5454
3/ 3	-0.2039	-685.6957	-214.8274
3/ 4	-0.2760	-810.3709	-123.1465
3/ 5	-0.3000	-857.4824	-88.5026
3/ 6	-0.2879	-846.4212	-96.6366
3/ 7	-0.2520	-796.5781	-133.2891
3/ 8	-0.1920	-707.9532	-198.4601
3/ 9	-0.1080	-580.5465	-292.1497
3/10	0.0000	-414.3579	-414.3579

TABELA 5.36 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 224.04

BARRA= 2 SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.1000	-322.5995	-154.5041
1/ 1	-0.1875	-391.3318	-103.9612
1/ 2	-0.2500	-435.8478	-71.2260
1/ 3	-0.2875	-456.1476	-56.2984
1/ 4	-0.3000	-452.2312	-59.1784
1/ 5	-0.2803	-417.1430	-84.9807
1/ 6	-0.2212	-343.9277	-138.8202
1/ 7	-0.1228	-232.5853	-220.6967
1/ 8	0.0148	-83.1158	-330.6104
1/ 9	0.1920	104.4808	-468.5611
1/10	0.4084	330.2047	-634.5490
2/ 0	0.4084	289.5748	-613.0930
2/ 1	0.0484	-31.2828	-377.1478
2/ 2	-0.2315	-274.6484	-198.1869
2/ 3	-0.4315	-440.5221	-76.2103
2/ 4	-0.5515	-528.9038	-11.2181
2/ 5	-0.5915	-539.7935	-3.2103
2/ 6	-0.5515	-473.1912	-52.1868
2/ 7	-0.4315	-329.0969	-158.1478
2/ 8	-0.2315	-107.5106	-321.0930
2/ 9	0.0485	191.5676	-541.0227
2/10	0.4084	568.1379	-817.9367
3/ 0	0.4084	380.6126	-710.9233
3/ 1	0.1029	61.3058	-476.1185
3/ 2	-0.1470	-204.1870	-280.8862
3/ 3	-0.3415	-415.8660	-125.2263
3/ 4	-0.4803	-573.7311	-9.1389
3/ 5	-0.5637	-677.7824	67.3759
3/ 6	-0.5915	-728.0197	104.3184
3/ 7	-0.5607	-721.5944	99.5934
3/ 8	-0.4686	-655.6577	51.1063
3/ 9	-0.3150	-530.2095	-41.1429
3/10	-0.1000	-345.2499	-177.1544

TABELA 5.37 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 231.02

BARRA= 2 SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.1000	-332.6478	-159.3165
1/ 1	-0.1875	-403.5209	-107.1994
1/ 2	-0.2500	-449.4235	-73.4445
1/ 3	-0.2875	-470.3556	-58.0519
1/ 4	-0.3000	-466.3172	-61.0216
1/ 5	-0.2803	-430.1361	-87.6277
1/ 6	-0.2212	-354.6403	-143.1441
1/ 7	-0.1228	-239.8298	-227.5709
1/ 8	0.0148	-85.7046	-340.9081
1/ 9	0.1920	107.7352	-483.1557
1/10	0.4084	340.4898	-654.3137
2/ 0	0.4084	298.5944	-632.1895
2/ 1	0.0484	-32.2572	-388.8951
2/ 2	-0.2315	-283.2031	-204.3599
2/ 3	-0.4315	-454.2434	-78.5841
2/ 4	-0.5515	-545.3780	-11.5675
2/ 5	-0.5915	-556.6069	-3.3103
2/ 6	-0.5515	-487.9300	-53.8124
2/ 7	-0.4315	-339.3475	-163.0737
2/ 8	-0.2315	-110.8593	-331.0944
2/ 9	0.0485	197.5345	-557.8743
2/10	0.4084	585.8342	-843.4136
3/ 0	0.4084	392.4678	-733.0670
3/ 1	0.1029	63.2153	-490.9486
3/ 2	-0.1470	-210.5470	-289.6352
3/ 3	-0.3415	-428.8193	-129.1268
3/ 4	-0.4803	-591.6016	-9.4236
3/ 5	-0.5637	-698.8938	69.4745
3/ 6	-0.5915	-750.6959	107.5676
3/ 7	-0.5607	-744.0705	102.6956
3/ 8	-0.4686	-676.0800	52.6982
3/ 9	-0.3150	-546.7244	-42.4244
3/10	-0.1000	-356.0037	-182.6724

TABELA 5.38 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 223.84

BARRA= B SECAO= 6

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.2500	-467.4030	-47.6199
1/ 1	-0.2777	-478.0198	-39.0722
1/ 2	-0.2944	-477.8025	-40.0319
1/ 3	-0.2999	-466.8322	-48.0991
1/ 4	-0.2855	-436.4918	-70.4101
1/ 5	-0.2421	-378.1646	-113.3015
1/ 6	-0.1698	-291.8506	-176.7732
1/ 7	-0.0686	-177.5498	-260.8252
1/ 8	0.0614	-35.2623	-365.4575
1/ 9	0.2205	135.0120	-490.6701
1/10	0.4085	333.2732	-636.4631
2/ 0	0.4084	290.0248	-613.3517
2/ 1	0.0484	-30.5160	-377.6394
2/ 2	-0.2315	-273.6339	-198.8606
2/ 3	-0.4315	-439.3290	-77.0134
2/ 4	-0.5515	-527.6012	-12.1037
2/ 5	-0.5915	-538.4505	-4.1256
2/ 6	-0.5515	-471.8769	-53.0811
2/ 7	-0.4315	-327.8804	-158.9701
2/ 8	-0.2315	-106.4610	-321.7926
2/ 9	0.0485	192.3812	-541.5487
2/10	0.4084	568.6464	-818.2384
3/ 0	0.4084	384.0592	-713.0735
3/ 1	0.1431	103.6114	-506.8439
3/ 2	-0.0812	-137.9349	-329.6621
3/ 3	-0.2649	-338.7798	-181.5280
3/ 4	-0.4078	-500.7231	-62.4416
3/ 5	-0.5098	-623.1650	27.5989
3/ 6	-0.5710	-706.1055	88.5878
3/ 7	-0.5915	-749.5444	120.5310
3/ 8	-0.5535	-736.5105	110.9465
3/ 9	-0.4397	-650.0324	47.9541
3/10	-0.2500	-490.1101	-70.2480



TABELA 5.39 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 230.60

BARRAS= 2 BECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.2500	-481.6138	-49.0592
1/ 1	-0.2777	-492.4682	-41.0773
1/ 2	-0.2944	-492.2444	-41.2419
1/ 3	-0.2999	-480.9425	-49.5529
1/ 4	-0.2855	-449.6850	-72.5383
1/ 5	-0.2621	-389.5949	-116.7261
1/ 6	-0.1698	-300.6720	-182.4163
1/ 7	-0.0686	-182.9164	-268.7088
1/ 8	0.0614	-36.3281	-376.5037
1/ 9	0.2205	139.0928	-505.5009
1/10	0.4085	343.3466	-655.7006
2/ 0	0.4084	298.7910	-631.8907
2/ 1	0.0484	-31.4383	-389.0538
2/ 2	-0.2315	-281.9047	-204.8713
2/ 3	-0.4315	-452.6080	-79.3433
2/ 4	-0.5515	-543.5483	-12.4696
2/ 5	-0.5915	-554.7255	-4.2503
2/ 6	-0.5515	-486.1397	-54.6855
2/ 7	-0.4315	-337.7908	-163.7750
2/ 8	-0.2315	-109.6788	-331.5190
2/ 9	0.0485	198.1961	-557.9174
2/10	0.4084	585.8342	-842.9702
3/ 0	0.4084	395.6676	-734.6266
3/ 1	0.1431	106.7431	-522.1636
3/ 2	-0.0812	-141.4859	-339.6263
3/ 3	-0.2649	-349.0196	-187.0148
3/ 4	-0.4078	-515.8578	-64.3289
3/ 5	-0.5098	-642.0006	28.4311
3/ 6	-0.5710	-727.4480	91.2655
3/ 7	-0.5915	-772.1999	124.1742
3/ 8	-0.5535	-758.7221	114.2999
3/ 9	-0.4397	-669.6801	40.7854
3/10	-0.2500	-504.9240	-72.3692

Analisando os resultados encontrados, observa-se a pequena faixa de variação existente entre os valores das forças de protensão mínima e máxima, para os traçados II e III, o que demonstra uma boa utilização da capacidade resistente da seção adotada. Os traçados resultantes obtidos são apresentados à

fig. 5.9.

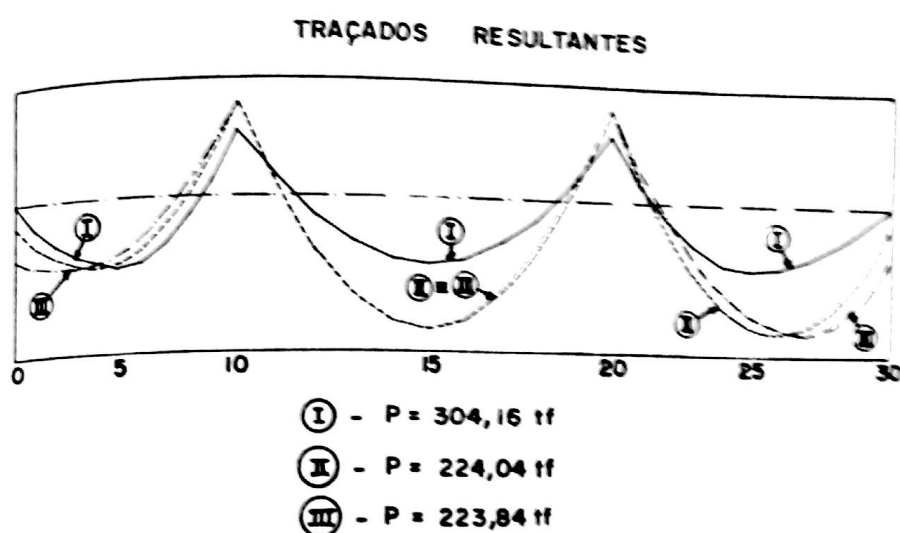


FIG. 5.9

As envoltórias finais de tensões, correspondentes a cada traçado, são apresentadas nas Tabelas 5.40 a 5.42 e suas respectivas representações gráficas nas figs. 5.10 e 5.11, as quais nos mostram o bom aproveitamento da seção, para os traçados II e III. Cabe ainda observar a possibilidade da redução do  $f_{ck}$  inicialmente fixado, pois ao longo de toda a estrutura, para os traçados estudados, a tensão limite de compressão está longe de ser atingida.

TABELA 5.40 - TRAÇADO I - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)

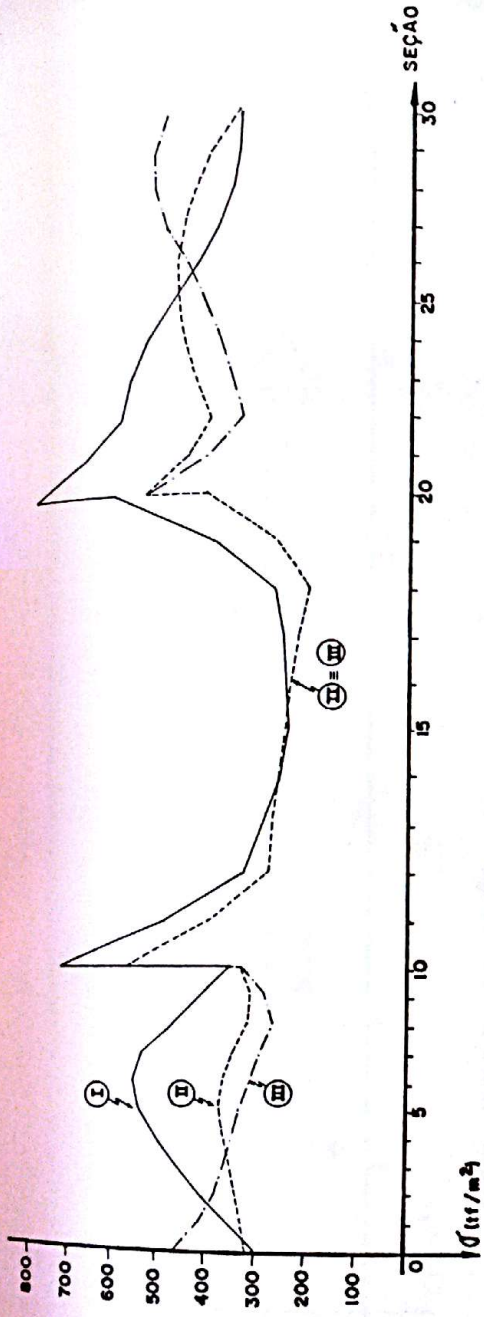
Seção	$\sigma'_p + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_p + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\max}$
0	- 298,42	- 288,42	- 298,42	- 288,42
1	- 357,25	- 292,24	- 302,76	- 244,16
2	- 413,09	- 294,41	- 301,17	- 204,37
3	- 462,56	- 304,80	- 293,52	- 169,25
4	- 505,66	- 323,41	- 279,84	- 138,82
5	- 542,40	- 350,26	- 260,10	- 113,07
6	- 556,99	- 369,54	- 245,92	- 102,43
7	- 533,65	- 365,48	- 248,90	- 119,59
8	- 472,38	- 338,10	- 269,04	- 164,65
9	- 414,32	- 224,32	- 335,57	- 213,20
10	<del>-354,56</del> - 724,31	<del>-71,59</del> - 334,07	<del>-448,02</del> - 287,66	<del>-257,28</del> - 39,81
11	- 487,57	- 301,81	- 311,37	- 203,70
12	- 329,76	- 244,87	- 369,86	- 303,14
13	- 290,88	- 123,25	- 469,12	- 331,73
14	- 258,88	- 40,49	- 533,73	- 352,26
15	- 241,40	0	- 563,51	- 355,79
16	- 243,47	- 6,91	- 558,43	- 354,29
17	- 252,38	- 61,22	- 518,48	- 347,72
18	- 268,17	- 157,42	- 446,48	- 336,11
19	- 388,88	- 201,77	- 397,77	- 263,95
20	<del>-590,05</del> - 791,89	<del>-209,4</del> - 443,82	<del>-390,52</del> - 258,83	<del>-109,41</del> - 2,87
21	- 672,73	- 476,20	- 235,31	- 90,49
22	- 589,60	- 467,58	- 241,35	151,62
23	- 572,90	- 375,33	- 309,18	- 163,90
24	- 537,88	- 290,71	- 371,41	- 189,66
25	- 484,51	- 213,70	- 428,05	- 228,90
26	- 428,60	- 160,07	- 467,49	- 270,02
27	- 385,92	- 145,60	- 478,11	- 301,39
28	- 356,47	- 170,32	- 459,94	- 323,05
29	- 340,24	- 234,20	- 412,97	- 334,99
30	- 337,21	- 337,21	- 337,21	- 337,21

TABELA 5.41 - TRAÇADO II - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)

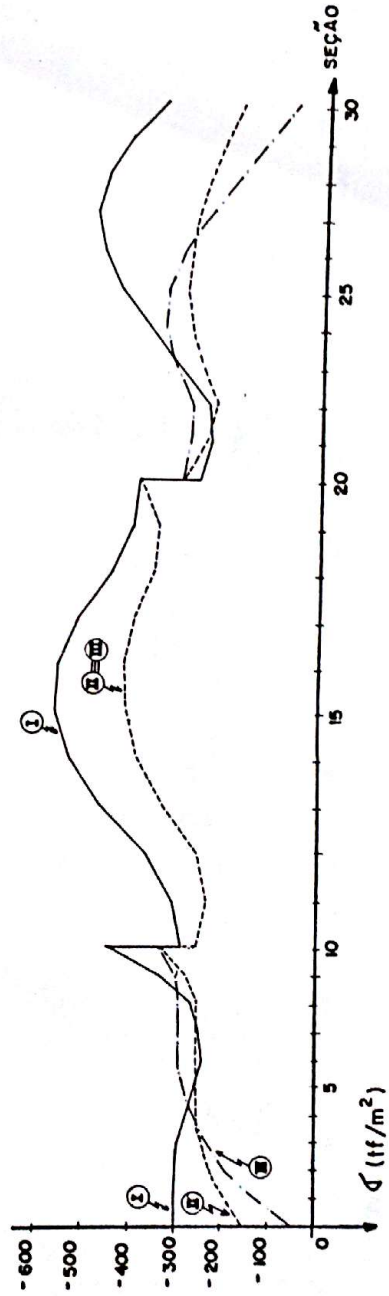
Seção	$\sigma'_p + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_p + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\max}$
0	- 321,51	- 311,51	- 153,41	- 143,41
1	- 328,75	- 263,74	- 195,69	- 137,09
2	- 340,35	- 221,67	- 226,63	- 129,84
3	- 352,92	- 195,16	- 246,12	- 121,85
4	- 366,47	- 184,22	- 254,18	- 113,15
5	- 374,04	- 181,90	- 255,87	- 108,84
6	- 368,69	- 181,24	- 256,36	- 112,87
7	- 350,41	- 182,24	- 255,63	- 126,32
8	- 319,18	- 184,90	- 253,67	- 149,28
9	- 316,16	- 126,16	- 279,72	- 157,35
10	<del>-338,24 -369,13</del>	<del>-53,27 -178,89</del>	<del>-333,32 -258,05</del>	<del>-142,59 0</del>
11	- 393,23	- 207,47	- 237,02	- 129,35
12	- 281,91	- 197,02	- 261,32	- 194,60
13	- 275,15	- 107,52	- 336,96	- 199,57
14	- 260,89	- 42,50	- 388,53	- 207,06
15	- 246,80	- 5,39	- 415,82	- 208,10
16	- 237,87	- 1,31	- 418,82	- 214,68
17	- 221,43	- 30,27	- 397,53	- 226,76
18	- 197,49	- 86,73	- 354,73	- 244,36
19	- 264,10	- 76,99	- 345,29	- 211,98
20	<del>-405,80 -536,38</del>	<del>-17,39 -188,30</del>	<del>-388,90 -292,27</del>	<del>-107,79 -36,81</del>
21	- 445,68	- 249,15	- 247,82	- 103,30
22	- 400,34	- 278,32	- 226,38	- 136,65
23	- 430,74	- 233,18	- 259,58	- 114,30
24	- 452,11	- 204,94	- 280,33	- 98,58
25	- 464,45	- 193,63	- 288,64	- 89,49
26	- 467,78	- 199,25	- 284,52	- 87,05
27	- 459,24	- 218,93	- 270,05	- 93,33
28	- 435,98	- 249,83	- 247,32	- 110,43
29	- 397,99	- 291,95	- 216,35	- 138,37
30	- 345,25	- 345,25	- 177,15	- 177,15

TABELA 5.42 - TRAÇADO III - ENVOLTÓRIA  
DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma'_p + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_p + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\max}$
0	- 466,39	- 456,39	- 46,53	- 36,53
1	- 415,44	- 350,43	- 131,60	- 73,00
2	- 382,30	- 263,62	- 195,43	- 98,64
3	- 363,60	- 205,84	- 237,92	- 113,65
4	- 350,73	- 168,48	- 265,40	- 124,38
5	- 335,06	- 142,92	- 284,19	- 137,16
6	- 316,61	- 129,16	- 294,31	- 150,82
7	- 295,37	- 127,20	- 295,76	- 166,45
8	- 271,32	- 137,04	- 288,52	- 184,13
9	- 285,63	- 95,63	- 301,83	- 179,46
10	<del>-333,17 -568,68</del>	<del>-50,20 -178,44</del>	<del>-335,23 -258,31</del>	<del>-144,50 -0,26</del>
11	- 392,47	- 207,71	- 237,51	- 129,84
12	- 280,89	- 196,00	- 261,99	- 195,27
13	- 273,96	- 106,33	- 337,77	- 200,38
14	- 259,59	- 41,20	- 389,41	- 207,94
15	- 245,45	- 4,05	- 416,74	- 209,02
16	- 236,56	0	- 419,71	- 215,57
17	- 220,21	- 29,05	- 398,35	- 227,58
18	- 196,44	- 85,68	- 355,43	- 245,06
19	- 263,29	- 76,18	- 345,82	- 212,51
20	<del>-405,29 -532,93</del>	<del>-17,18 -184,85</del>	<del>-389,20 -294,72</del>	<del>-108,09 -38,76</del>
21	- 403,38	- 206,85	- 278,54	- 134,02
22	- 333,48	- 211,46	- 275,15	- 185,42
23	- 353,65	- 156,09	- 315,88	- 170,60
24	- 379,10	- 131,93	- 333,63	- 151,88
25	- 409,84	- 139,02	- 328,42	- 129,27
26	- 445,87	- 177,34	- 300,25	- 102,78
27	- 487,19	- 246,87	- 249,11	- 72,39
28	- 516,83	- 330,68	- 187,48	- 50,59
29	- 517,81	- 411,77	- 127,86	- 49,88
30	- 490,11	- 490,11	- 70,25	- 70,25

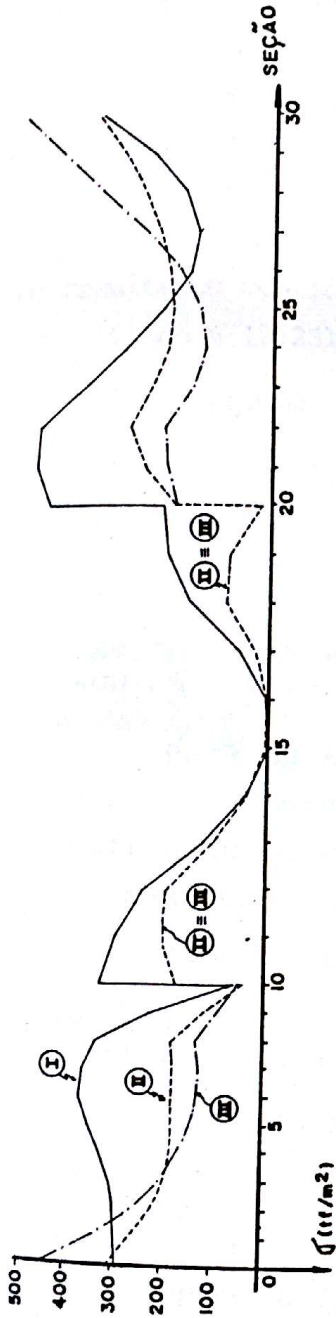


a) BORDA INFERIOR : PROTENSÃO + MÍNIMA SOLICITAÇÃO

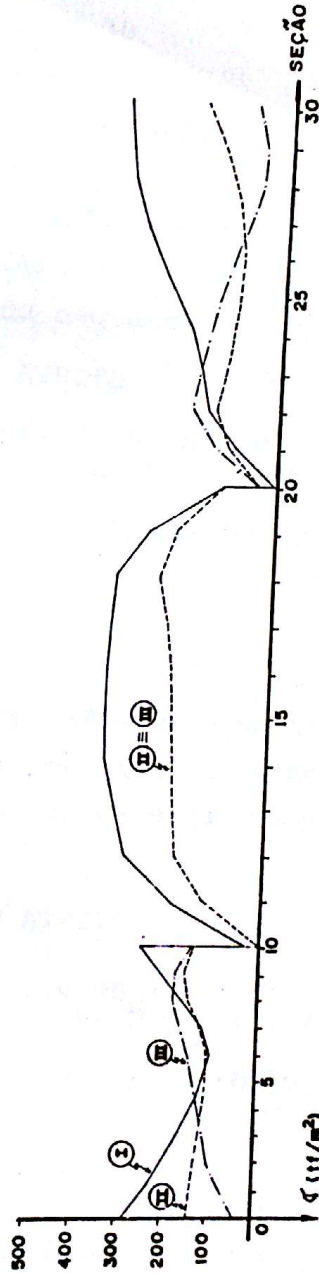


b) BORDA SUPERIOR : PROTENSÃO + MÍNIMA SOLICITAÇÃO

FIG 5.10 - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES



a) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MÁXIMA SOLICITAÇÃO



b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MÁXIMA SOLICITAÇÃO

FIG. 5. II - ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES

### 5.3.2 - Determinação do Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito.

Os traçados anteriormente determinados são a seguir analisados levando em conta as perdas por atrito. Para tal considera-se:

- Coeficiente de Atrito: 0,30

- Ondulação Parasita: 0,01rad/ml,

mantendo-se todas as características dos traçados (excentricidades e pontos de concordância das parábolas.

Utilizando o programa ATRITO, encontra-se para o traçado I os resultados contidos nas Tabelas 5.43 e 5.44, estando o Ponto de Imobilização situado a 12,231m da extremidade esquerda do tramo central.

#### TRAÇADO I CONSIDERANDO ATRITO

PUNTO DE EXC 1	IMOBILIZACAO : 12.231			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.0000	-0.3000	0.3000	-0.3000	0.3000	-0.3000	0.0000

PMIN= 369.50      BARRA= 2      J= 5  
 PMAX= 403.65      BARRA= 1      J= 10

Para os traçados II e III não são encontradas soluções quando da consideração das perdas por atrito, sendo necessário introduzir alterações nos conjuntos de excentricidades para que uma solução seja encontrada.

#### TRAÇADO II CONSIDERANDO ATRITO

PUNTO DE EXC 1	IMOBILIZACAO : 15.014			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.1000	-0.3000	0.4084	-0.5915	0.4084	-0.5915	-0.1000

NAO EXISTE SOLUCAO

#### TRAÇADO III CONSIDERANDO ATRITO

PUNTO DE EXC 1	IMOBILIZACAO : 15.747			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.2500	-0.3000	0.4084	-0.5915	0.4084	-0.5915	-0.2500

NAO EXISTE SOLUCAO



TABELA 5.43 = TRAÇADO I CONSIDERANDO APRETO

Unidades: tF, m

TEMPOS DEVIDAS A PROTERRÃO

PROTERRÃO BILHETE = 367,50 BORDA P SEÇÃO 5

07 0	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
17 0	0.0000	= 367,7423	= 367,7423
17 1	= 0.4077	= 510,3664	= 496,6600
17 2	= 0.1720	= 613,0024	= 479,3060
17 3	= 0.2520	= 674,0006	= 499,3536
17 4	= 0.2000	= 697,3600	= 477,7710
17 5	= 0.3000	= 603,4766	= 403,0674
17 6	= 0.3257	= 610,6710	= 467,0309
17 7	= 0.2040	= 667,7927	= 469,8999
17 0	= 0.0040	= 250,4011	= 500,4007
17 9	0.0040	15,7494	= 500,7474
1710	0.3000	351,0263	= 010,4359
27 0	0.3000	136,5043	= 607,5054
27 1	0.0040	= 140,6157	= 677,4365
27 2	= 0.0037	= 343,3733	= 570,4100
27 3	= 0.2037	= 474,4576	= 215,6267
27 4	= 0.2757	= 536,5754	= 161,7413
27 5	= 0.3000	= 534,3990	= 157,2648
27 6	= 0.2757	= 405,4205	= 204,3077
27 7	= 0.2037	= 367,4355	= 274,5227
27 0	= 0.0037	= 104,5447	= 430,6144
27 9	0.0040	73,2453	= 635,6550
2710	0.3000	603,6224	= 007,6007
37 0	0.3000	145,3930	= 744,3203
37 1	0.0040	= 174,4265	= 514,7425
37 2	= 0.0037	= 431,6396	= 333,0062
37 3	= 0.2037	= 624,5302	= 200,6734
37 4	= 0.2760	= 750,4277	= 117,0025
37 5	= 0.3000	= 805,6294	= 05,4533
37 6	= 0.2077	= 803,6004	= 73,4225
37 7	= 0.2520	= 764,2004	= 120,2520
37 0	= 0.1720	= 606,4065	= 472,0402
37 9	= 0.4000	= 560,2757	= 286,4257
3710	0.0000	= 407,6452	= 407,6452



TABELA 5.44 - TRAÇADO I CONSIDERANDO ATRITO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 403.65

BARRA= 1 SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-401.9566	-401.9566
1/ 1	-0.1079	-557.5448	-280.3738
1/ 2	-0.1920	-668.6002	-191.5973
1/ 3	-0.2520	-736.3083	-134.7568
1/ 4	-0.2880	-761.8359	-108.9956
1/ 5	-0.3000	-746.3305	-113.4712
1/ 6	-0.2759	-666.9067	-161.4989
1/ 7	-0.2040	-511.0377	-265.9005
1/ 8	-0.0840	-281.9612	-424.3063
1/ 9	0.0840	17.2054	-634.4341
1/10	0.3000	383.4746	-894.0959
2/ 0	0.3000	149.2107	-753.3336
2/ 1	0.0840	-153.6150	-521.5730
2/ 2	-0.0839	-375.1163	-349.7230
2/ 3	-0.2039	-518.3187	-235.5602
2/ 4	-0.2759	-586.1789	-176.9119
2/ 5	-0.3000	-583.8013	-171.7998
2/ 6	-0.2759	-530.0219	-220.0049
2/ 7	-0.2039	-403.5878	-321.7500
2/ 8	-0.0839	-201.6051	-479.1617
2/ 9	0.0840	78.8912	-694.4188
2/10	0.3000	440.9352	-969.7508
3/ 0	0.3000	158.8347	-809.8601
3/ 1	0.0840	-190.2236	-562.3277
3/ 2	-0.0839	-471.5424	-364.7522
3/ 3	-0.2039	-682.2735	-219.2246
3/ 4	-0.2760	-819.4732	-127.9061
3/ 5	-0.3000	-880.1056	-93.0253
3/ 6	-0.2879	-877.9763	-101.7312
3/ 7	-0.2520	-834.8466	-140.6553
3/ 8	-0.1920	-749.5334	-210.6673
3/ 9	-0.1080	-620.8317	-312.6531
3/10	0.0000	-447.5147	-447.5147

Procedendo alterações nos conjuntos de excentricidades, busca-se reduzir a força de protensão. Executando, portanto, tais alterações, determinam-se os traçados I, II e III alterados.

TRAÇADO I ALTERADO

PONTO DE EXC 1	IMOBILIZAÇÃO : 12.182			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.0000	-0.3000	0.3500	-0.4840	0.3500	-0.3000	0.0000
PMIN=	306.43	BARRA= 3	J= 0			
PMAX=	306.43	BARRA= 1	J= 10			

TRAÇADO II ALTERADO

PONTO DE EXC 1	IMOBILIZAÇÃO : 13.647			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.0000	-0.3000	0.4084	-0.5915	0.4084	-0.4000	0.1000
PMIN=	279.05	BARRA= 3	J= 0			
PMAX=	282.47	BARRA= 1	J= 10			

TRAÇADO III ALTERADO

PONTO DE EXC 1	IMOBILIZAÇÃO : 13.598			A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2		
	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
-0.0900	-0.3000	0.4080	-0.5500	0.4080	-0.5500	-0.2800
PMIN=	279.51	BARRA= 2	J= 6			
PMAX=	286.56	BARRA= 2	J= 10			

Chama-se atenção para os resultados encontrados para as forças de protensão mínima e máxima correspondentes à cada traçado e, com particular interesse, para o primeiro resultado (traçado I), onde a existência de um único valor para as forças de protensão, indica a obtenção da melhor solução para a seção. Examinando os valores das forças de protensão obtidos com os demais traçados, verifica-se, também, o bom aproveitamento da seção adotada em pré-dimensionamento.

As tensões causadas pela protensão ao longo das barras

ras protendidas, para os três traçados acima caracterizados, são apresentadas nas Tabelas 5.45 a 5.50.

TABELA 5.45 - TRAÇADO I ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 306.43      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-305.1815	-305.1815
1/ 1	-0.1079	-419.9074	-215.3741
1/ 2	-0.1920	-500.8265	-150.4713
1/ 3	-0.2520	-548.8390	-109.8124
1/ 4	-0.2880	-564.8306	-92.7470
1/ 5	-0.3000	-549.6724	-98.6356
1/ 6	-0.2740	-482.9687	-139.3656
1/ 7	-0.1960	-353.5551	-226.3465
1/ 8	-0.0660	-164.2367	-357.5263
1/ 9	0.1159	82.2949	-530.9355
1/10	0.3500	383.4722	-744.6943
2/ 0	0.3500	271.0903	-679.1223
2/ 1	0.0497	-56.5362	-430.2164
2/ 2	-0.1837	-297.5173	-245.1251
2/ 3	-0.3505	-455.5620	-121.1259
2/ 4	-0.4506	-534.2933	-55.5585
2/ 5	-0.4840	-540.2070	-45.4326
2/ 6	-0.4506	-494.5530	-86.5916
2/ 7	-0.3505	-372.8373	-183.7961
2/ 8	-0.1837	-171.5162	-339.6477
2/ 9	0.0497	113.0468	-554.8163
2/10	0.3499	484.5744	-838.0347
3/ 0	0.3500	203.6240	-624.3142
3/ 1	0.1160	-83.8428	-470.1562
3/ 2	-0.0659	-316.0141	-306.7823
3/ 3	-0.1960	-490.4576	-185.9777
3/ 4	-0.2740	-604.6532	-109.5922
3/ 5	-0.3000	-655.9959	-79.5373
3/ 6	-0.2879	-656.8050	-84.3627
3/ 7	-0.2520	-626.4890	-112.1279
3/ 8	-0.1920	-564.1498	-163.4932
3/ 9	-0.1080	-468.8727	-239.1311
3/10	0.0000	-339.7264	-339.7264

TABELA 5.46 - TRAÇADO I ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSÃO MÁXIMA<sup>m</sup> 306.43      BARRA<sup>m</sup> 1      SEÇÃO<sup>m</sup> 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-305.1834	-305.1835
1/ 1	-0.1079	-419.2100	-215.3755
1/ 2	-0.1920	-500.8297	-150.4722
1/ 3	-0.2520	-548.8425	-109.8131
1/ 4	-0.2880	-564.8341	-92.7476
1/ 5	-0.3000	-549.6758	-98.6362
1/ 6	-0.2740	-482.9718	-139.3664
1/ 7	-0.1960	-353.5573	-226.3479
1/ 8	-0.0660	-164.2378	-357.5285
1/ 9	0.1159	82.2955	-530.9388
1/10	0.3500	383.4746	-744.6990
2/ 0	0.3500	271.0920	-679.1266
2/ 1	0.0497	-56.5365	-430.2190
2/ 2	-0.1837	-297.5192	-245.1266
2/ 3	-0.3505	-455.5648	-121.1266
2/ 4	-0.4506	-534.2967	-55.5589
2/ 5	-0.4840	-540.2104	-45.4329
2/ 6	-0.4506	-494.5561	-86.5921
2/ 7	-0.3505	-372.8396	-183.7972
2/ 8	-0.1837	-171.5173	-339.6498
2/ 9	0.0497	113.0475	-556.8198
2/10	0.3499	484.5774	-838.0399
3/ 0	0.3500	203.6252	-674.3184
3/ 1	0.1160	-83.8433	-470.1591
3/ 2	-0.0659	-316.0160	-306.7842
3/ 3	-0.1960	-490.4607	-185.9789
3/ 4	-0.2740	-604.6569	-109.5929
3/ 5	-0.3000	-655.9999	-79.5378
3/ 6	-0.2879	-656.8091	-84.3632
3/ 7	-0.2520	-626.4929	-112.1286
3/ 8	-0.1920	-564.1533	-163.4942
3/ 9	-0.1080	-460.8756	-239.1326
3/10	0.0000	-339.7285	-339.7285

TABELA 5.47 - TRAÇADO II ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINJMA= 279.06      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-280.1776	-280.1776
1/ 1	-0.1312	-414.2666	-175.2003
1/ 2	-0.2250	-500.4909	-105.4819
1/ 3	-0.2812	-540.4903	-69.8208
1/ 4	-0.3000	-535.8742	-67.0377
1/ 5	-0.2803	-486.9338	-96.7345
1/ 6	-0.2212	-394.4823	-158.5101
1/ 7	-0.1228	-260.1382	-251.1789
1/ 8	0.0148	-85.4704	-373.5907
1/ 9	0.1920	128.0042	-524.6335
1/10	0.4084	378.8236	-703.2354
2/ 0	0.4084	328.9145	-676.6001
2/ 1	0.0484	-29.2746	-405.2349
2/ 2	-0.2315	-292.0859	-204.1052
2/ 3	-0.4315	-463.9616	-69.9520
2/ 4	-0.5515	-549.2457	0.4113
2/ 5	-0.5915	-552.1693	10.0893
2/ 6	-0.5515	-491.3498	-35.2274
2/ 7	-0.4315	-362.4475	-137.5463
2/ 8	-0.2315	-148.3059	-302.6588
2/ 9	0.0485	155.3511	-533.7019
2/10	0.4085	552.8966	-833.8836
3/ 0	0.4084	280.6624	-674.3142
3/ 1	0.1614	7.5409	-479.4223
3/ 2	-0.0406	-223.8150	-315.3346
3/ 3	-0.1978	-411.6990	-183.3044
3/ 4	-0.3101	-554.3475	-84.6268
3/ 5	-0.3775	-649.9410	-20.6378
3/ 6	-0.4000	-696.6059	7.2868
3/ 7	-0.3687	-684.2081	-9.6522
3/ 8	-0.2750	-597.7231	-81.1836
3/ 9	-0.1187	-433.7305	-209.8145
3/10	0.1000	-188.7314	-398.1091

TABELA 5.48 - TRAÇADO II ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA<sup>m</sup> 282.49      BARRA<sup>m</sup> 1      SECAO<sup>m</sup> 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0000	-283.6175	-283.6175
1/ 1	-0.1312	-419.3528	-177.3513
1/ 2	-0.2250	-506.6357	-106.7769
1/ 3	-0.2812	-547.1262	-70.6780
1/ 4	-0.3000	-542.4534	-67.8607
1/ 5	-0.2803	-492.9121	-97.9221
1/ 6	-0.2212	-399.3256	-160.4563
1/ 7	-0.1228	-263.3320	-254.2627
1/ 8	0.0148	-86.5197	-378.1774
1/ 9	0.1920	129.5758	-531.0747
1/10	0.4084	383.4746	-711.8694
2/ 0	0.4084	332.9527	-684.9071
2/ 1	0.0484	-29.6340	-410.2102
2/ 2	-0.2315	-295.6720	-206.6111
2/ 3	-0.4315	-469.6579	-70.8109
2/ 4	-0.5515	-555.9891	0.4164
2/ 5	-0.5915	-558.9486	10.2132
2/ 6	-0.5515	-497.3824	-35.6599
2/ 7	-0.4315	-366.8975	-139.2351
2/ 8	-0.2315	-150.1267	-306.3747
2/ 9	0.0485	157.2584	-540.2545
2/10	0.4085	559.6848	-844.1217
3/ 0	0.4084	284.1082	-682.5931
3/ 1	0.1614	7.6335	-485.3084
3/ 2	-0.0406	-226.5629	-319.2062
3/ 3	-0.1978	-416.7537	-185.5549
3/ 4	-0.3101	-561.1536	-85.6658
3/ 5	-0.3775	-657.9207	-20.8912
3/ 6	-0.4000	-705.1585	7.3763
3/ 7	-0.3687	-692.6085	-9.7707
3/ 8	-0.2750	-605.0617	-82.1804
3/ 9	-0.1187	-439.0556	-212.3905
3/10	0.1000	-191.0486	-402.9969

TABELA 5.49 - TRAÇADO III ALTERADO

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 279.51      BARRA= 2      SECAO= 6

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.0900	-392.3418	-203.5985
1/ 1	-0.2066	-511.5002	-108.6167
1/ 2	-0.2766	-572.0463	-56.8180
1/ 3	-0.2999	-576.3182	-46.4914
1/ 4	-0.2855	-538.9653	-68.6831
1/ 5	-0.2422	-469.1973	-114.7675
1/ 6	-0.1699	-368.0165	-184.0092
1/ 7	-0.0688	-236.4015	-275.6901
1/ 8	0.0612	-75.3069	-389.1094
1/ 9	0.2201	114.3376	-523.5847
1/10	0.4080	331.6281	-678.4522
2/ 0	0.4080	279.6450	-650.5715
2/ 1	0.0631	-59.7203	-393.1461
2/ 2	-0.2051	-306.9877	-203.5434
2/ 3	-0.3967	-466.3601	-78.6797
2/ 4	-0.5116	-541.9458	-15.5403
2/ 5	-0.5500	-537.7468	-11.1887
2/ 6	-0.5116	-471.8769	-60.5541
2/ 7	-0.3967	-338.9843	-165.7250
2/ 8	-0.2051	-123.5193	-331.7258
2/ 9	0.0631	178.5670	-561.5274
2/10	0.4079	571.4166	-858.1689
3/ 0	0.4080	352.4587	-732.4594
3/ 1	0.1538	61.7210	-524.2674
3/ 2	-0.0612	-192.9022	-342.7114
3/ 3	-0.2371	-410.0267	-188.8087
3/ 4	-0.3740	-588.2250	-63.6081
3/ 5	-0.4717	-726.0273	31.8108
3/ 6	-0.5304	-821.9227	96.3381
3/ 7	-0.5500	-874.3592	128.8338
3/ 8	-0.5200	-872.3772	119.6076
3/ 9	-0.4300	-798.0973	57.1077
3/10	-0.2800	-648.2582	-61.0567



TABELA 5.50 - TRAÇADO III ALTERADO

Unidades: tf, m

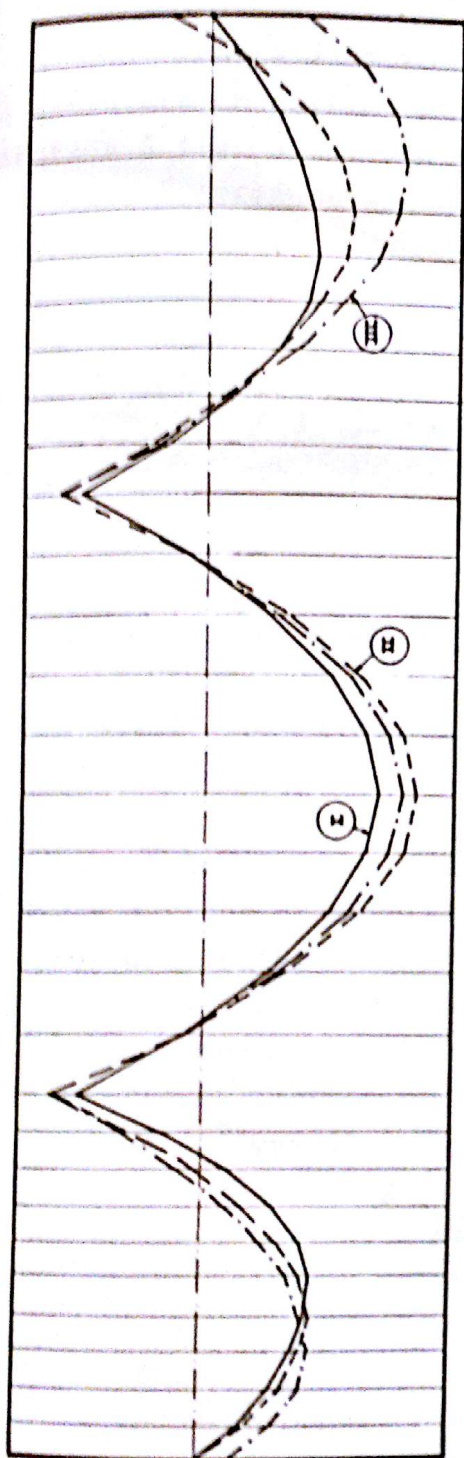
TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 286.56

BARRA= 2 SECAO= 10

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	-0.0900	-402.2410	-208.7355
1/ 1	-0.2066	-524.4060	-111.3572
1/ 2	-0.2766	-586.4797	-58.2516
1/ 3	-0.2999	-590.8594	-47.6644
1/ 4	-0.2855	-552.5640	-70.4160
1/ 5	-0.2422	-481.0357	-117.6632
1/ 6	-0.1699	-377.3020	-188.6520
1/ 7	-0.0688	-242.3662	-282.6460
1/ 8	0.0612	-77.2070	-398.9270
1/ 9	0.2201	117.2225	-536.7954
1/10	0.4080	339.9954	-695.5704
2/ 0	0.4080	286.7008	-666.9862
2/ 1	0.0631	-61.2271	-403.0656
2/ 2	-0.2051	-314.7334	-208.6790
2/ 3	-0.3967	-478.1269	-80.6649
2/ 4	-0.5116	-555.6198	-15.9324
2/ 5	-0.5500	-551.3148	-11.4710
2/ 6	-0.5116	-483.7829	-62.0819
2/ 7	-0.3967	-347.5373	-169.9064
2/ 8	-0.2051	-126.6359	-340.0956
2/ 9	0.0631	183.0725	-575.6954
2/10	0.4079	585.8342	-879.8215
3/ 0	0.4080	361.3516	-750.9402
3/ 1	0.1538	63.2783	-537.4953
3/ 2	-0.0612	-197.7694	-351.3584
3/ 3	-0.2371	-420.3722	-193.5726
3/ 4	-0.3740	-603.0666	-65.2130
3/ 5	-0.4717	-744.3459	32.6134
3/ 6	-0.5304	-842.6607	98.7688
3/ 7	-0.5500	-896.4203	132.0844
3/ 8	-0.5200	-894.3884	122.6255
3/ 9	-0.4300	-818.2343	58.5486
3/10	-0.2800	-664.6145	-62.5973

Os traçados resultantes determinados são apresentados à fig. 5.12, constituindo, qualquer deles, uma boa solução para a estrutura.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
<b>TRAÇADO I</b>	0,0000	-0,1079	-0,1920	-0,2520	-0,2880	-0,3000	-0,2740	-0,1960	-0,0660	0,1139	0,3500	0,0497	-0,1837	-0,3503	-0,4506	-0,4840	-0,4506	-0,3505	-0,1837	0,0497	0,4085	0,1614	-0,0659	-0,1960	-0,2740	-0,3740	-0,4717	-0,5304	-0,5500	-0,5200	-0,4300	0,0000
<b>ALTERADO</b>	0,0000	-0,1079	-0,1920	-0,2520	-0,2880	-0,3000	-0,2740	-0,1960	-0,0660	0,1139	0,3500	0,0497	-0,1837	-0,3503	-0,4506	-0,4840	-0,4506	-0,3505	-0,1837	0,0497	0,4085	0,1614	-0,0659	-0,1960	-0,2740	-0,3740	-0,4717	-0,5304	-0,5500	-0,5200	-0,4300	0,1000
<b>TRAÇADO II</b>	0,0000	-0,1312	-0,2250	-0,2812	-0,3000	-0,2803	-0,2212	-0,1228	0,0148	0,1920	0,4085	0,0485	-0,2315	-0,4315	-0,5515	-0,5915	-0,5515	-0,4315	-0,2315	0,0485	0,4085	0,1614	-0,0406	-0,1978	-0,3101	-0,4375	-0,5000	-0,4000	-0,3687	-0,2750	-0,1187	0,1000
<b>ALTERADO</b>	0,0000	-0,1312	-0,2250	-0,2812	-0,3000	-0,2803	-0,2212	-0,1228	0,0148	0,1920	0,4085	0,0485	-0,2315	-0,4315	-0,5515	-0,5915	-0,5515	-0,4315	-0,2315	0,0485	0,4085	0,1614	-0,0406	-0,1978	-0,3101	-0,4375	-0,5000	-0,4000	-0,3687	-0,2750	-0,1187	0,1000
<b>TRAÇADO III</b>	-0,0900	-0,2066	-0,2766	-0,3000	-0,2855	-0,2422	-0,1699	-0,0688	0,0612	0,2201	0,4080	0,0631	-0,2031	-0,3967	-0,5116	-0,5500	-0,5116	-0,3967	-0,2031	0,0631	0,4080	0,1538	-0,0612	-0,2371	-0,3740	-0,4717	-0,5304	-0,5500	-0,5200	-0,4300	-0,2800	0,0000
<b>ALTERADO</b>	-0,0900	-0,2066	-0,2766	-0,3000	-0,2855	-0,2422	-0,1699	-0,0688	0,0612	0,2201	0,4080	0,0631	-0,2031	-0,3967	-0,5116	-0,5500	-0,5116	-0,3967	-0,2031	0,0631	0,4080	0,1538	-0,0612	-0,2371	-0,3740	-0,4717	-0,5304	-0,5500	-0,5200	-0,4300	-0,2800	0,0000

FIG. 5.12 - TRAÇADOS RESULTANTES

#### 5.4 - Exemplo Nº 3

Neste exemplo é analisada uma particular e interessante estrutura em pórtico protendido, cuja vista em perspectiva é apresentada à fig. 5.13. Uma análise bastante detalhada deste tipo de estrutura é apresentada em [ 8 ]

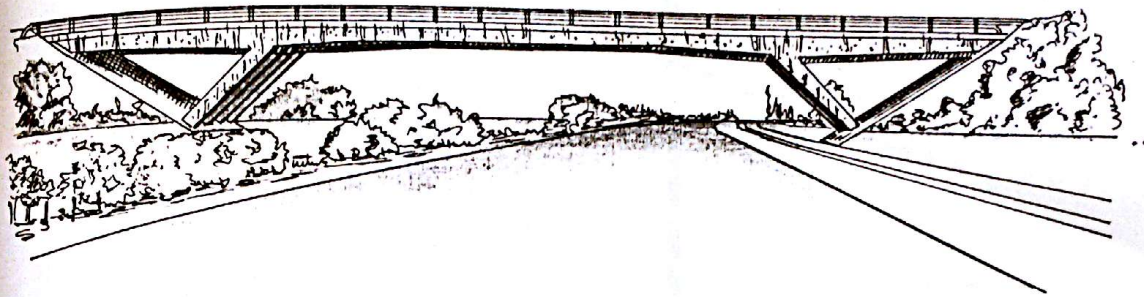


FIG. 5.13 - VIADUTO SOBRE RODOVIA, SOLUÇÃO TÍPICA PARA CORTES.

##### 5.4.1 - Descrição da Estrutura

A estrutura em consideração é constituída por um ta buleiro em caixão multicelular (fig. 5.15) com vigas longitudinais protendidas e vigas transversais simplesmente armadas, sendo as la je superior e inferior também simplesmente armadas.

O tabuleiro é sustentado por pilares inclinados entre si à  $45^{\circ}$ , convergentes para um mesmo bloco de fundação, com os pilares exteriores imersos nos aterros de acesso (figs. 5.14 e 5.16). A inclinação à  $45^{\circ}$  permite, do ponto de vista estático, uma boa distribuição dos vãos. Os pilares internos são articulados na base o que, apesar de complicar a execução, dá-lhes uma maior flexibilidade tornando os esforços neles atuantes mais moderados.

A estrutura repousa sobre dois blocos de fundação monolíticos (figs. 5.14 e 5.16). A face superior na qual concorre o pilar interno é perpendicular ao eixo deste, enquanto que a face em contato com o solo é posicionada de tal forma que a resultante dos esforços transmitidos ao solo seja aproximadamente perpendicular a ela e que a força horizontal seja absorvida pelo atrito com o solo, ou que o escorregamento seja o menor possível.



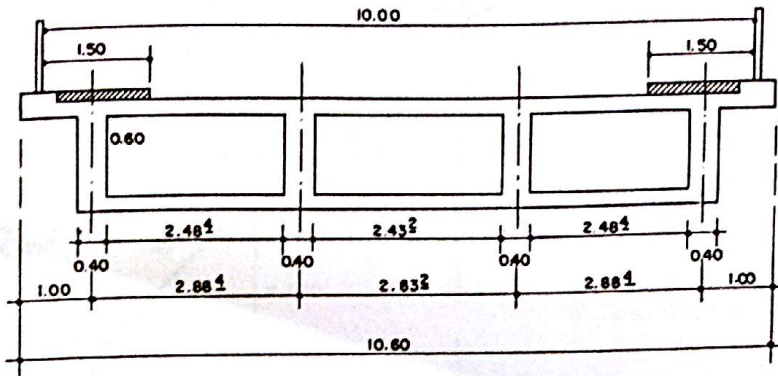


FIG. 5.15 - SEÇÃO TRANSVERSAL DO TABULEIRO

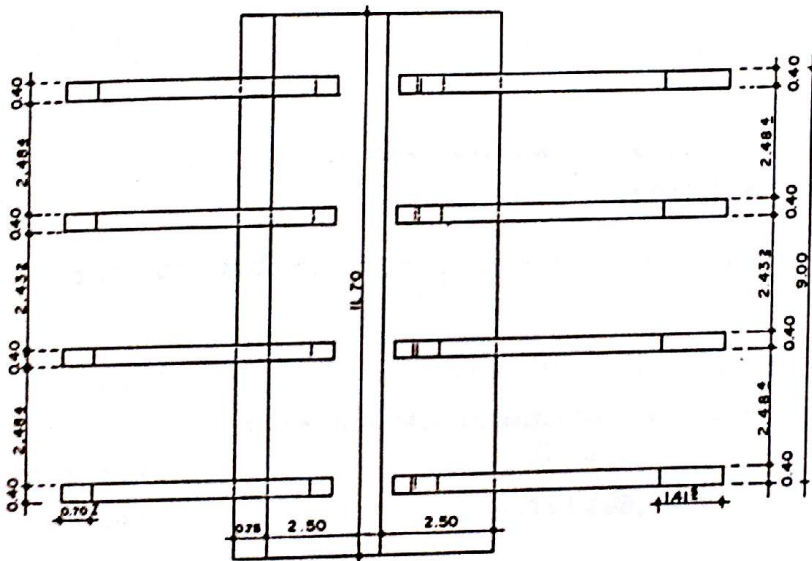
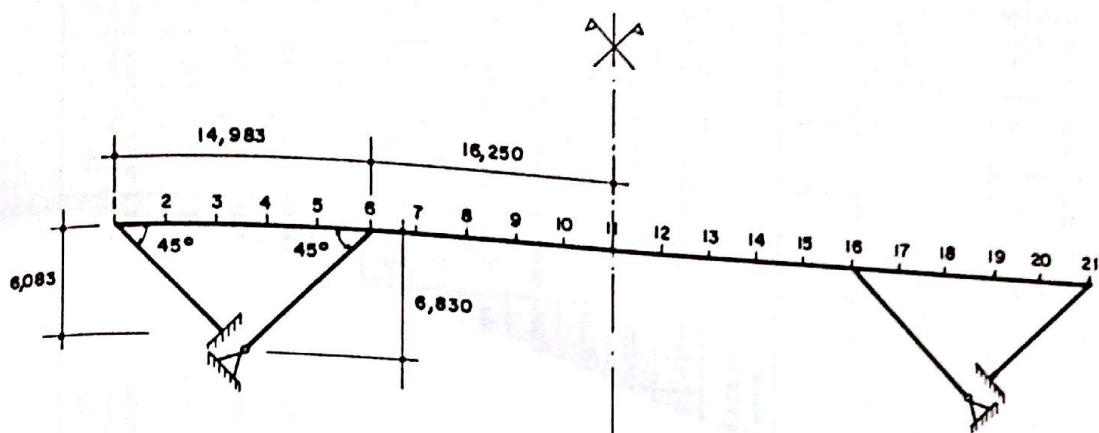


FIG. 5.16 - PLANTA DO BLOCO DE APOIO E PILARES

#### 5.4.2 - Esforços Solicitantes

A determinação dos esforços solicitantes é efetuada em um pórtico equivalente, obtido substituindo o caixão multicelular por uma seção equivalente em duplo T, seção esta determinada reunindo todas as almas e conservando as espessuras das lajes superior e inferior, bem como a altura total do caixão. Os pilares equivalentes são determinados de maneira análoga.

O esquema estático, as características geométricas, bem como as seções adotadas para a determinação dos esforços solicitantes são apresentados à fig. 5.17.



VIGA :  $A = 6,00 \text{ m}^2$   
 $I = 1,983 \text{ m}^4$

PILARES EXTERNOS :  $A = 0,80 \text{ m}^2$   
 $I = 0,01667 \text{ m}^4$

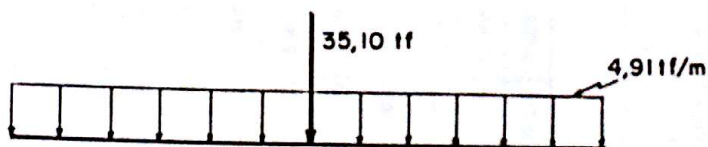
PILARES INTERNOS :  $A = 1,60 \text{ m}^2$   
 $I = 0,13333 \text{ m}^4$

FIG. 5.17 - ESQUEMA ESTÁTICO E CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

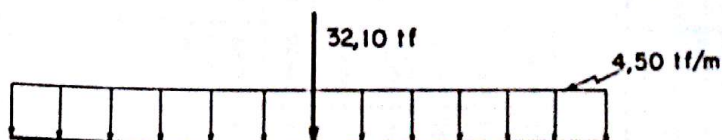
As linhas de influência de momentos fletores e esforços normais na estrutura são apresentadas na Tabela 5.51 e nas figuras 5.18 a 5.22.

Carregando as linhas de influência com os trens-ti-  
pos simplificados

a) tramos extremos



b) tramo interno



e carregamento permanente, obtêm-se os esforços solicitantes mos-  
trados na Tabela 5.52.

TABELA 5.51 - LINHAS DE INFLUÊNCIA

MOMENTOS FLETORES NA VIGA

posição seção	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	-0,042	-0,060	-0,023	-0,031	-0,002	0,034	0,040	0,046	0,044	0,036	0,024	0,010	-0,004	-0,017	-0,026	-0,029	-0,023	-0,016	-0,003	+0,012	+0,030
2	-0,493	2,011	1,555	1,139	0,772	0,462	0,196	-0,033	-0,225	-0,378	-0,492	-0,566	-0,600	-0,591	-0,540	-0,446	-0,315	-0,153	0,031	0,231	0,440
3	-0,943	1,069	3,163	2,309	1,546	0,900	0,352	-0,113	-0,495	-0,793	-1,009	-1,143	-1,195	-1,165	-1,025	-0,863	-0,604	-0,290	0,065	0,450	0,850
4	-1,394	0,167	1,778	3,479	2,321	1,338	0,508	-0,193	-0,794	-1,206	-1,526	-1,719	-1,790	-1,740	-1,569	-1,281	-0,894	-0,428	0,099	0,668	1,260
5	-1,845	-0,755	0,382	1,855	3,028	1,778	0,663	-0,272	-1,034	-1,623	-2,043	-2,296	-2,385	-2,314	-2,084	-1,698	-1,183	-0,565	0,134	0,887	1,670
6e	-2,296	-1,877	-0,994	-0,169	0,875	2,214	0,819	-0,352	-1,303	-2,037	-2,359	-2,872	-2,981	-2,888	-2,598	-2,115	-1,473	-0,702	0,168	1,105	2,080
6d	-2,512	-1,873	-0,900	0,154	1,206	2,491	0,946	-0,296	-1,417	-2,242	-2,832	-3,192	-3,223	-3,228	-2,912	-2,376	-1,658	-0,793	0,185	1,240	2,358
7	-2,027	-1,382	-0,702	0,029	0,946	2,004	3,305	1,797	0,927	-0,507	-1,307	-1,877	-2,217	-2,331	-2,221	-1,890	-1,369	-0,698	0,086	0,949	1,853
8	-1,542	-1,091	-0,603	-0,035	0,657	1,317	2,814	3,990	2,471	1,228	0,218	-0,562	-1,112	-1,434	-1,530	-1,403	-1,080	-0,604	-0,012	0,657	1,368
9	-1,057	-0,799	-0,508	-0,130	0,387	1,031	1,924	3,092	4,416	2,963	1,743	0,753	-0,006	-0,537	-0,840	-0,916	-0,790	-0,509	-0,111	0,368	0,883
10	-0,572	-0,308	-0,406	-0,225	0,078	0,544	1,233	2,155	3,310	4,698	3,668	2,068	1,099	0,361	-0,149	-0,429	-0,301	-0,414	-0,209	0,073	0,398
11	-0,087	-0,217	-0,308	-0,319	-0,211	0,057	0,942	1,298	2,205	3,383	4,793	3,363	2,205	1,258	0,542	0,037	-0,211	-0,319	-0,308	-0,217	-0,087

P.E. - PILAR EXTERNO  
P.I. - PILAR INTERNO

MOMENTOS FLETORES NO TOPO DOS PILARES

posição seção	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
P. E.	0,042	0,060	0,023	0,031	0,002	-0,024	-0,040	-0,046	-0,044	-0,036	-0,024	-0,010	0,004	0,017	0,026	0,029	0,025	0,016	0,003	-0,012	-0,030
P. I.	0,217	-0,004	-0,093	-0,323	-0,360	-0,276	-0,127	0,004	0,114	0,205	0,273	0,319	0,342	0,341	0,314	0,261	0,185	0,091	-0,017	-0,135	-0,259

ESFORÇOS NORMAIS  
T.E. - TRAMO EXTERNO  
T.I. - TRAMO INTERNO

posição seção	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
T. E.	0,828	0,671	0,323	0,287	0,265	0,161	0,072	-0,007	-0,072	-0,126	-0,166	-0,193	-0,206	-0,204	-0,187	-0,135	-0,110	-0,054	0,010	0,080	0,153
T. I.	0,487	0,268	0,076	-0,144	-0,329	-0,492	-0,631	0,739	-0,817	-0,863	-0,879	-0,863	-0,817	-0,739	-0,631	-0,492	-0,329	-0,144	0,056	0,268	0,487

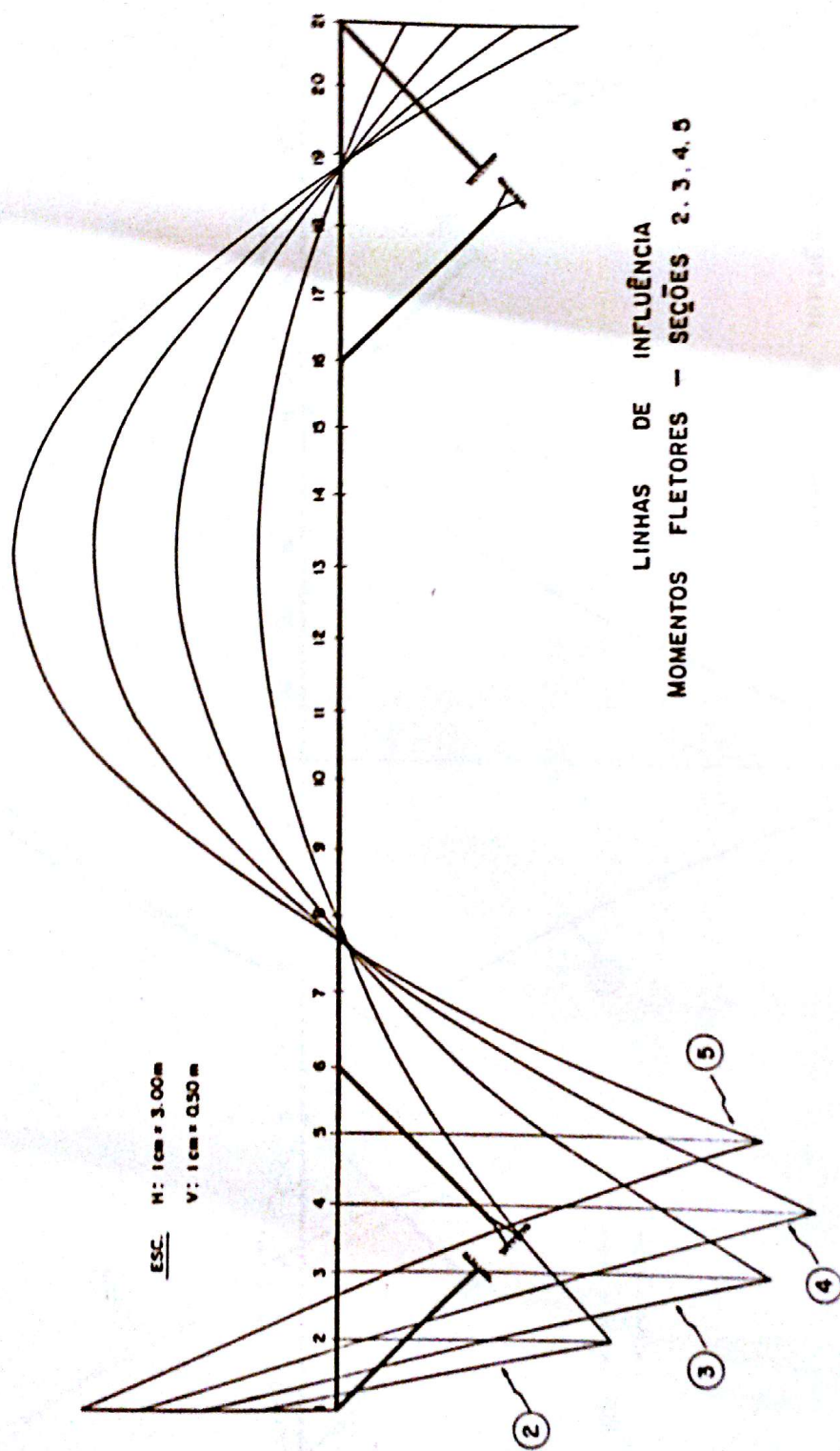
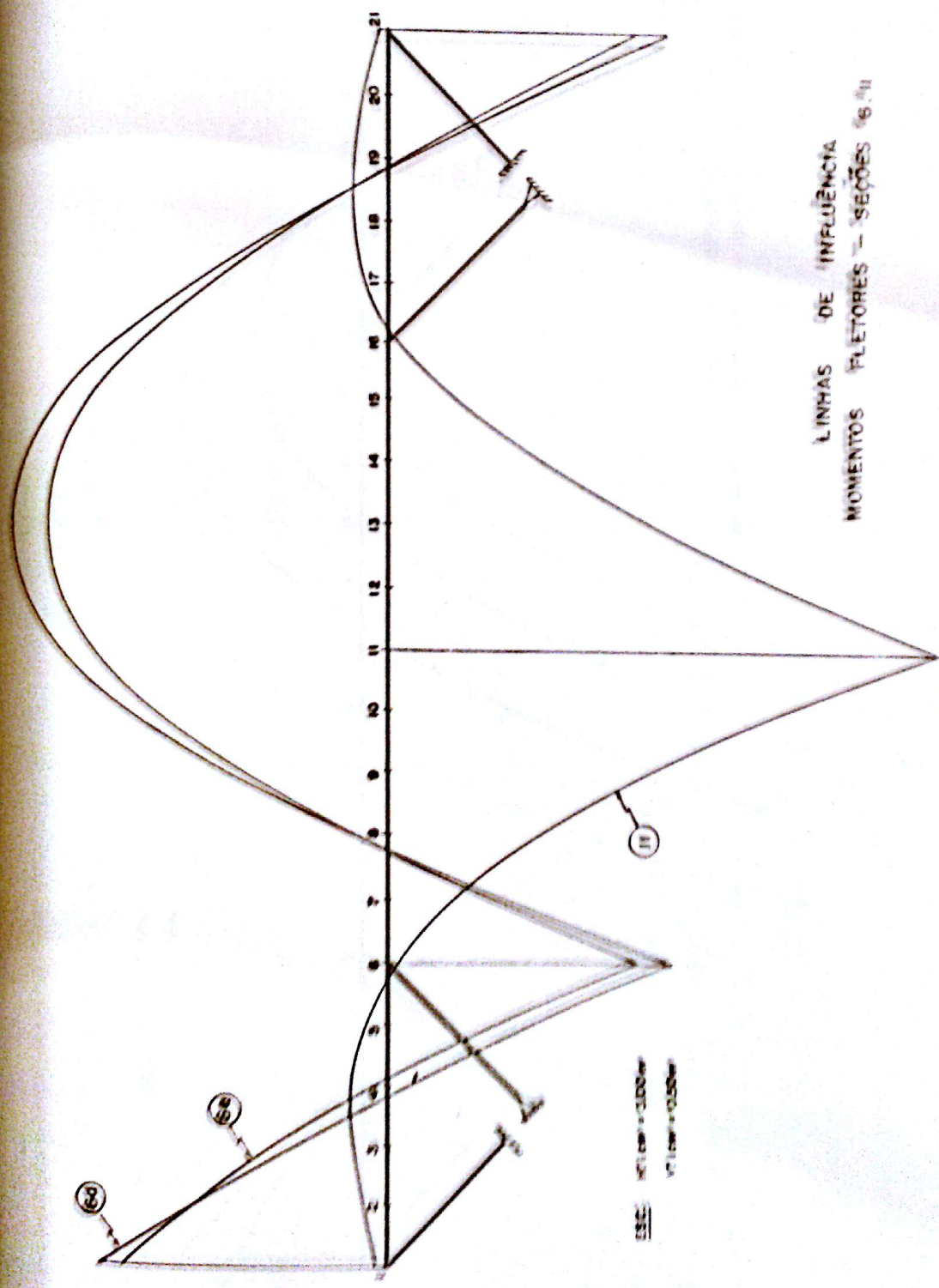


FIG. 5.18

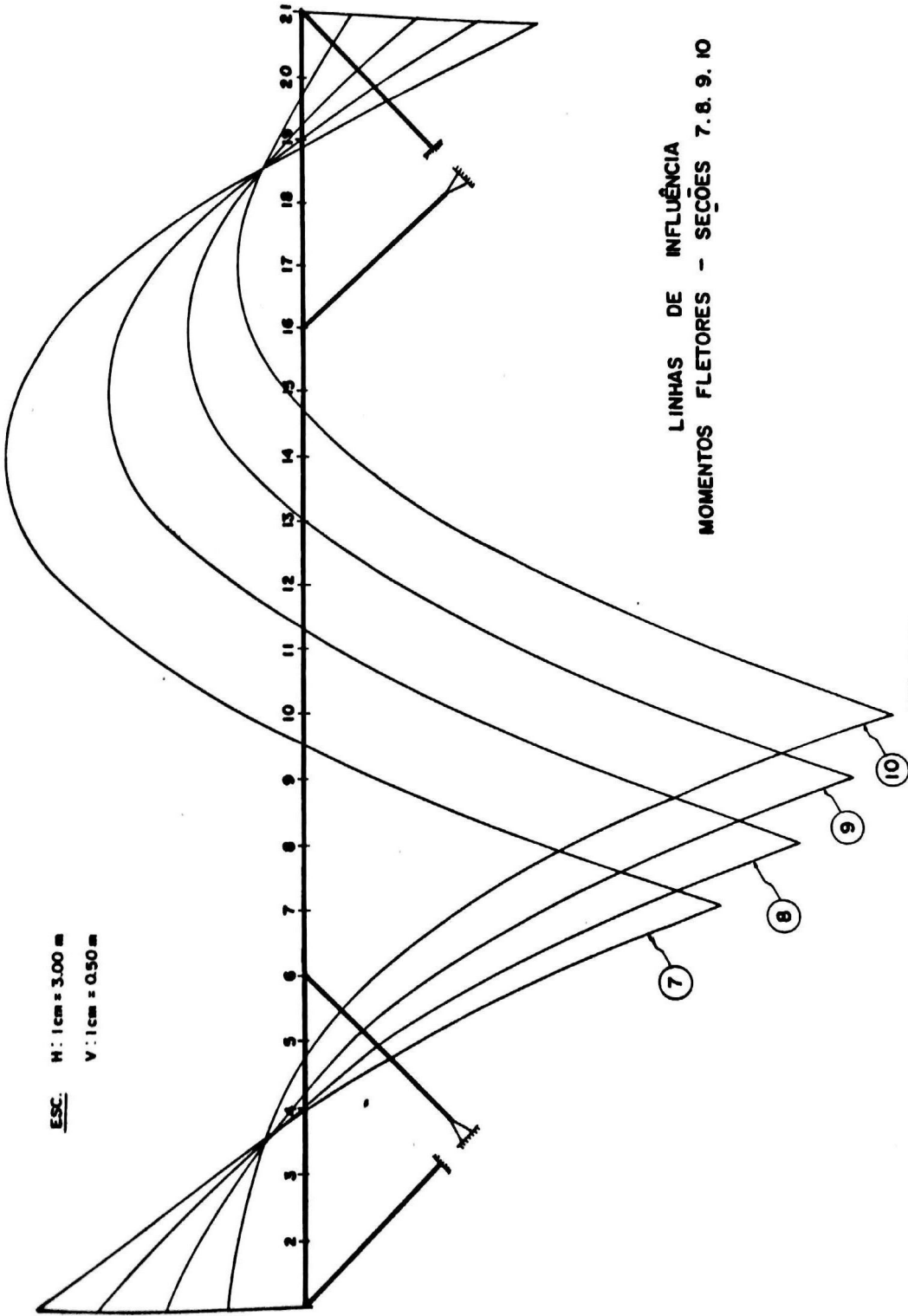




LINHAS DE INFLUÊNCIA  
MOMENTOS FLETORES - SEÇÕES 6, 11

FIG. 5.19

ESL = 10,00m  
V = 10,00m



LINHAS DE INFLUÊNCIA  
MOMENTOS FLETORES - SEÇÕES 7. 8. 9. 10

FIG. 5.20

LINHAS DE INFLUÊNCIA  
MOMENTOS FLETORES NO TOPO DOS PILARES

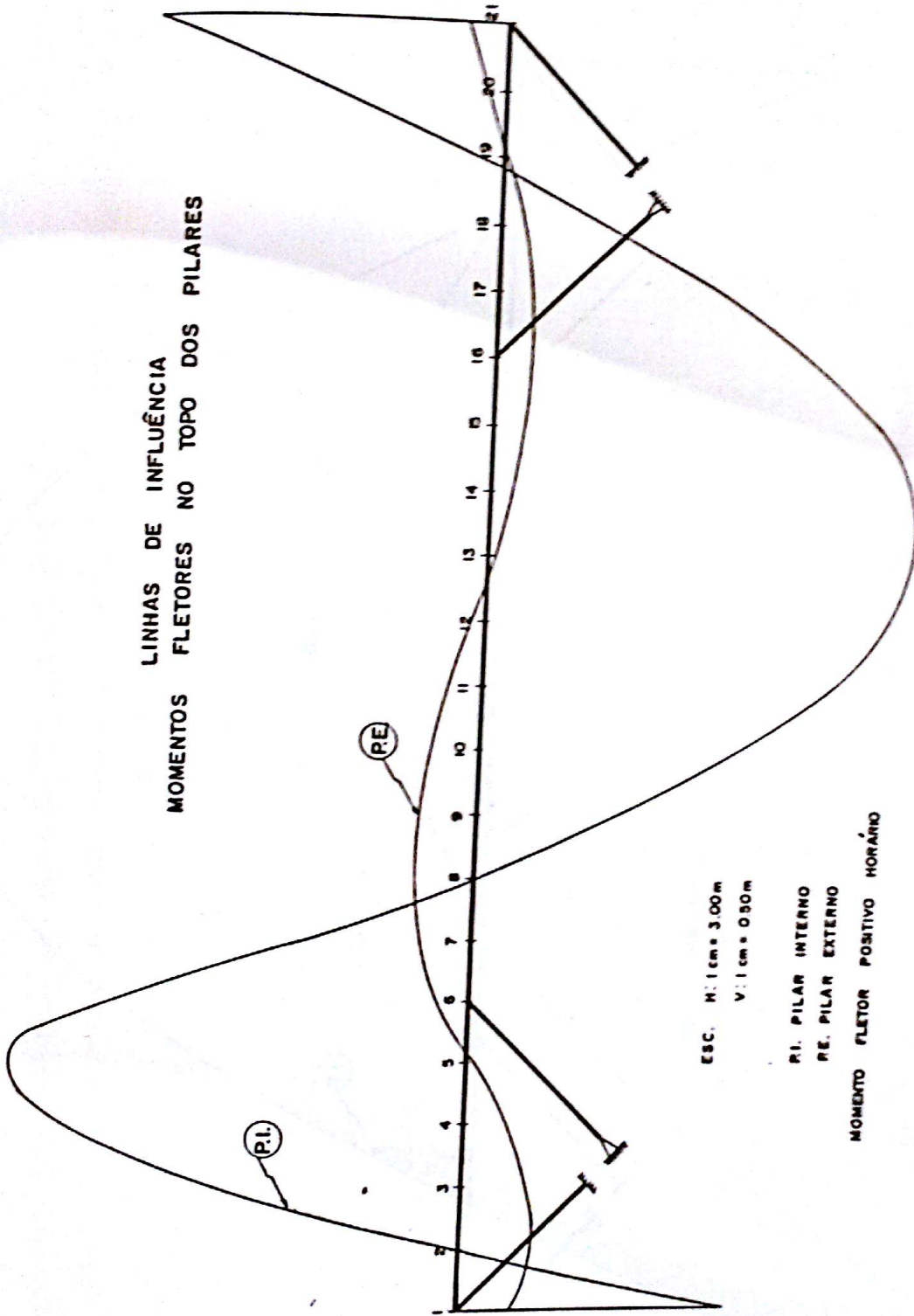
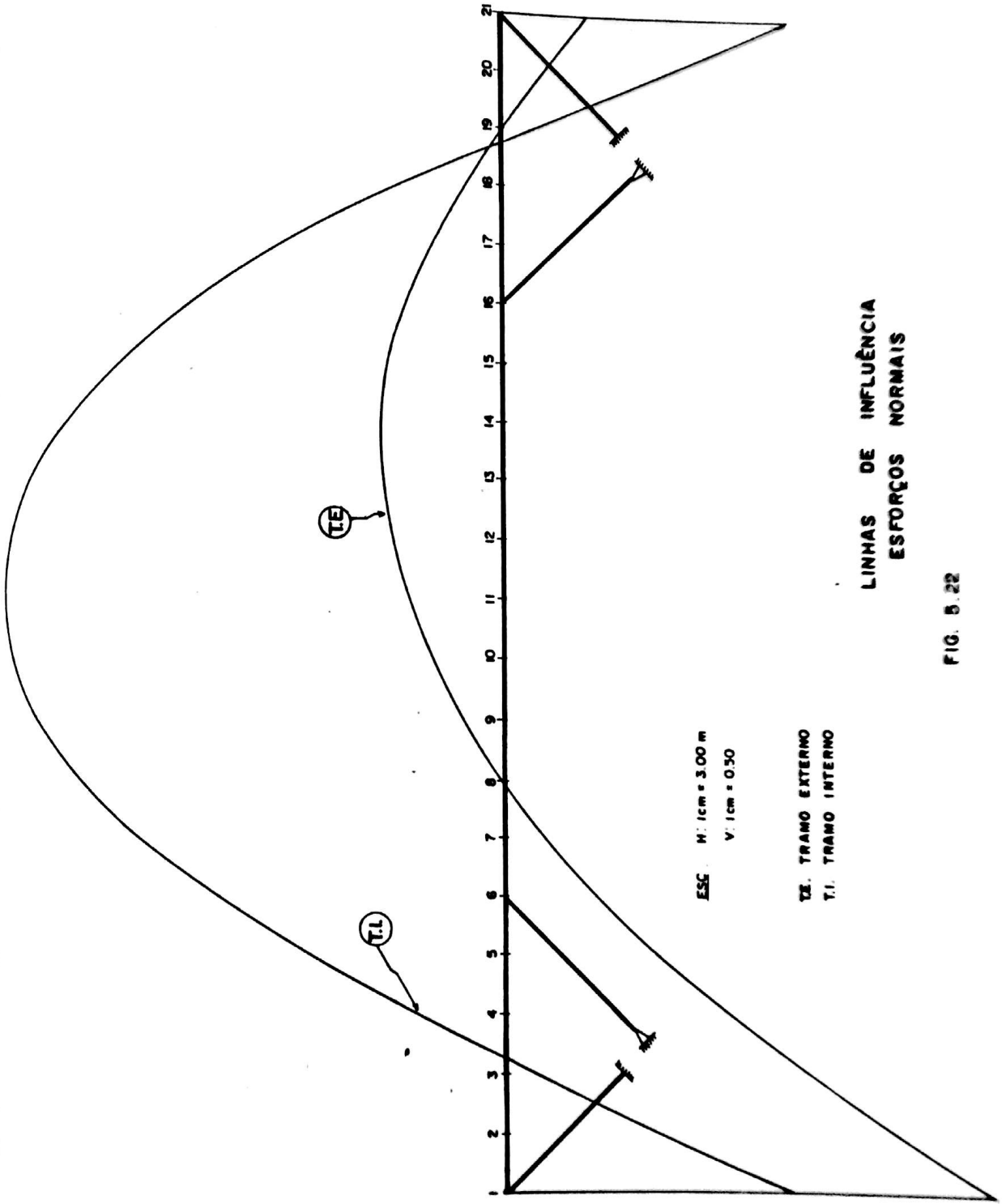


FIG. 5.21



LINHAS DE INFLUÊNCIA  
ESFORÇOS NORMAIS

FIG. 5.22

TABELA 5.52 - ESFORÇOS SOLICITANTES (tf.m)

SEÇÃO	MOMENTO		CARGA PERMANENTE		CARGA ACIDENTAL		ENVOLTÓRIA DAS SOLICITAÇÕES	
	M	N	M	N <sub>ass.</sub>	Mg + 1.2Mq	Ng + 1.2Nq <sub>ass.</sub>		
1	max	1.49	52.10	4.96	- 0.78	4.46	51.16	
	min	1.49	52.10	- 6.26	43.81	- 9.00	104.67	
2	max	88.51	52.10	167.44	62.38	289.44	126.96	
	min	88.51	52.10	- 83.11	- 27.00	- 11.22	84.50	
3	max	43.95	52.10	261.63	46.17	357.91	107.50	
	min	43.95	52.10	- 166.33	- 15.91	- 155.65	33.01	
4	max	- 135.09	52.10	282.48	41.39	203.87	101.77	
	min	- 135.09	52.10	- 249.58	- 15.91	- 434.59	33.01	
5	max	- 448.53	52.10	245.85	28.34	- 153.51	86.11	
	min	- 448.53	52.10	- 343.89	- 7.20	- 861.20	43.46	
6e	max	- 896.38	52.10	167.27	18.00	- 695.66	73.70	
	min	- 896.38	52.10	- 457.77	- 0.52	- 1445.70	51.48	
6d	max	- 942.34	- 355.40	186.91	- 34.48	- 718.05	- 396.78	
	min	- 942.34	- 355.40	- 498.95	- 114.53	- 1541.08	- 492.84	
7	max	- 314.55	- 355.40	255.43	- 61.16	- 8.03	- 428.79	
	min	- 314.55	- 355.40	- 321.17	- 89.81	- 699.95	- 463.17	
8	max	173.78	- 355.40	321.58	- 76.57	559.68	- 447.28	
	min	173.78	- 355.40	- 199.40	- 37.05	- 65.50	- 399.86	
9	max	522.67	- 355.40	377.50	- 102.56	975.67	- 478.47	
	min	522.67	- 355.40	- 118.68	- 13.57	380.27	- 371.68	
10	max	732.02	- 355.40	413.40	- 123.00	1228.10	- 503.00	
	min	732.02	- 355.40	- 65.69	6.71	653.19	- 347.35	
11	max	801.79	- 355.40	424.07	- 130.76	1310.67	- 513.51	
	min	801.79	- 355.40	- 43.49	46.88	749.60	- 299.14	

5.4.3 - Traçado Resultante e Força de Protensão, Considerando as Perdas por Atrito

Neste exemplo considerar-se-á somente a determinação do traçado resultante e força de protensão levando em conta as perdas por atrito. Adota-se, como nos exemplos anteriores, a condição de protensão completa com  $f_{ck} = 300\text{kgf/cm}^2$ .

A partir dos esforços solicitantes apresentados à Tabela 5.52 e utilizando o programa ENVOLT, obtém-se a envoltória de tensões apresentadas à Tabela 5.53.

Considerando, ainda,

- Coeficiente de Atrito: 0,30

- Ondulação Parasita: 0,01rad/ml

e utilizando o programa ATRITO, encontra-se, após iterações, os resultados apresentados abaixo.

TRAÇADO I

Pontos de Concordância 1º tramo: 0,3ℓ 2º tramo: 0,5ℓ 3º tramo: 0,7ℓ

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15.250 A PARTIR DO INÍCIO DA BARRA : 2  
EXC 1 EXC 2 EXC 3 EXC 4 EXC 5 EXC 6 EXC 7  
0.0001 0.0000 0.6500 -0.6500 0.6500 0.0000 0.0001

PMIN= 1377.03 BARRA= 1 J= 5  
PMAX= 2558.24 BARRA= 3 J= 0

TRAÇADO II

Pontos de Concordância 1º tramo: 0,4ℓ 2º tramo: 0,5ℓ 3º tramo: 0,6ℓ

PONTO DE IMOBILIZAÇÃO : 15.250 A PARTIR DO INÍCIO DA BARRA : 2  
EXC 1 EXC 2 EXC 3 EXC 4 EXC 5 EXC 6 EXC 7  
0.1000 0.0000 0.6500 -0.6500 0.6500 0.0000 0.1000

PMIN= 1386.46 BARRA= 2 J= 5  
PMAX= 2490.28 BARRA= 1 J= 5

TRAÇADO III

Pontos de Concordância 1º tramo: 0,5l 2º tramo: 0,5l 3º tramo: 0,5l

PUNTO DE IMOBILIZACAO : 15.250		A PARTIR DO INICIO DA BARRA : 2				
EXC 1	EXC 2	EXC 3	EXC 4	EXC 5	EXC 6	EXC 7
0.1000	0.0500	0.6500	-0.6500	0.6500	0.0500	0.1000
PMIN=	1385.52	BARRA=	3	J=	0	
PMAX=	2504.42	BARRA=	3	J=	0	

As tensões produzidas pela protensão, mínima e máxima respectivamente, correspondentes a cada traçado são apresentadas nas Tabelas 5.54 a 5.59.

TABELA 5.53 - TENSÕES DEVIDAS AS CARGAS EXTERNAS (tf/m<sup>2</sup>)

B/ S	BORDA INFERIOR		BORDA SUPERIOR	
	MINIMA	MAXIMA	MINIMA	MAXIMA
1/ 0	10.2135	14.0410		
1/ 1	9.8397	130.6304	6.8398	20.8489
1/ 2	-53.3674	153.2835	-08.3104	18.3269
1/ 3	-158.8667	94.0683	-117.4502	64.3708
1/ 4	-318.4752	-43.7080	-60.1449	169.8700
1/ 5	-538.2051	-250.8255	72.4114	332.9619
			275.3922	555.3651
2/ 0	-664.9993	-337.7071	205.4471	500.7193
2/ 1	-341.9264	-74.5020	-68.4279	187.5364
2/ 2	-91.4164	137.1326	-286.2259	-41.8702
2/ 3	81.8695	289.2678	-448.7578	-205.7628
2/ 4	189.1544	380.6522	-548.3189	-304.9378
2/ 5	233.6531	410.1298	-584.2998	-333.3664
2/ 6	189.1544	380.6522	-548.3189	-304.9378
2/ 7	81.8695	289.2678	-448.7578	-205.7628
2/ 8	-91.4164	137.1326	-286.2259	-41.8702
2/ 9	-341.9264	-74.5020	-68.4279	187.5364
2/10	-664.9993	-337.7071	205.4471	500.7193
3/ 0	-538.2051	-250.8255	275.3922	555.3651
3/ 1	-318.4752	-43.7080	72.4114	332.9619
3/ 2	-158.8667	94.0683	-60.1449	169.8700
3/ 3	-53.3674	153.2835	-117.4502	64.3708
3/ 4	9.8397	130.6304	-08.3104	18.3269
3/ 5	10.2135	14.0410	6.8398	20.8489

TABELA 5.54 - TRAÇADO I

Unidades: tf, m

TEMPOES DEVIDAS A PROTENSÃO

PROTENSÃO MÍNIMA= 1377.03

BARRA= 1 SEÇÃO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0001	-226.5733	-229.8955
1/ 1	0.0000	-218.2281	-234.1326
1/ 2	0.0132	-201.9167	-243.9841
1/ 3	0.1193	-138.4086	-298.7878
1/ 4	0.3316	-25.1185	-403.5596
1/ 5	0.6499	135.0124	-555.3651
2/ 0	0.6500	157.1268	-573.0463
2/ 1	0.1820	-65.0822	-342.8186
2/ 2	-0.1820	-230.8460	-169.1510
2/ 3	-0.4420	-343.1127	-49.1031
2/ 4	-0.5980	-404.7546	20.1895
2/ 5	-0.6500	-418.5582	41.5064
2/ 6	-0.5979	-404.7546	20.1895
2/ 7	-0.4419	-343.1127	-49.1031
2/ 8	-0.1819	-230.8459	-169.1510
2/ 9	0.1820	-65.0821	-342.8187
2/10	0.6500	157.1269	-573.0464
3/ 0	0.6500	135.0125	-555.3653
3/ 1	0.3316	-25.1185	-403.5597
3/ 2	0.1193	-138.4086	-298.7879
3/ 3	0.0132	-201.9167	-243.9842
3/ 4	0.0000	-218.2281	-234.1327
3/ 5	0.0001	-226.5734	-229.8956



TABELA 5.55 - TRAÇADO I

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 2558.24

BARRA= 3 SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.0001	-420.9268	-427.0988
1/ 1	0.0000	-405.4231	-434.9705
1/ 2	0.0132	-375.1199	-453.2725
1/ 3	0.1193	-257.1349	-555.0865
1/ 4	0.3316	-46.6651	-749.7310
1/ 5	0.6499	250.8255	-1031.7547
2/ 0	0.6500	291.9094	-1064.6026
2/ 1	0.1820	-120.9094	-636.8868
2/ 2	-0.1820	-428.8646	-314.2479
2/ 3	-0.4420	-637.4332	-91.2235
2/ 4	-0.5980	-751.9513	37.5081
2/ 5	-0.6500	-777.5955	77.1104
2/ 6	-0.5979	-751.9512	37.5080
2/ 7	-0.4419	-637.4331	-91.2236
2/ 8	-0.1819	-428.8644	-314.2480
2/ 9	0.1820	-120.9092	-636.8870
2/10	0.6500	291.9096	-1064.6029
3/ 0	0.6500	250.8255	-1031.7551
3/ 1	0.3316	-46.6651	-749.7314
3/ 2	0.1193	-257.1350	-555.0868
3/ 3	0.0132	-375.1199	-453.2728
3/ 4	0.0000	-405.4232	-434.9707
3/ 5	0.0001	-420.9270	-427.0990

TABELA 5.56 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 1386.46

BARRA= 2 SECAO= 5

H/ B	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.1000	-175.8395	-283.4922
1/ 1	0.0249	-204.6745	-248.2373
1/ 2	0.0000	-206.9702	-239.6096
1/ 3	0.0722	-158.3240	-277.8423
1/ 4	0.2888	-41.1904	-384.8325
1/ 5	0.6500	139.6470	-555.8162
2/ 0	0.6500	160.2438	-571.8518
2/ 1	0.1820	-59.9150	-343.7483
2/ 2	-0.1820	-224.1494	-171.6829
2/ 3	-0.4420	-335.3804	-52.7426
2/ 4	-0.5980	-396.4535	15.9107
2/ 5	-0.6500	-410.1298	37.0309
2/ 6	-0.5929	-396.4535	15.9106
2/ 7	-0.4419	-335.3803	-52.7427
2/ 8	-0.1819	-224.1493	-171.6830
2/ 9	0.1820	-59.9149	-343.7484
2/10	0.6500	160.2439	-571.8519
3/ 0	0.6500	139.6470	-555.8165
3/ 1	0.2888	-41.1905	-384.8327
3/ 2	0.0722	-158.3242	-277.8425
3/ 3	0.0000	-206.9704	-239.6098
3/ 4	0.0249	-204.6747	-248.2374
3/ 5	0.1000	-175.8397	-283.4923

TABELA 5.57 - TRAÇADO II

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 2490.28      BARRA= 1      SECAO= 5

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.1000	-315.8322	-509.1913
1/ 1	0.0249	-367.6239	-445.8687
1/ 2	0.0000	-371.7473	-430.3722
1/ 3	0.0722	-284.3720	-499.0434
1/ 4	0.2888	-73.9837	-691.2126
1/ 5	0.6500	250.8255	-998.3231
2/ 0	0.6500	287.8201	-1027.1252
2/ 1	0.1820	-107.6157	-617.4197
2/ 2	-0.1820	-402.6035	-308.3664
2/ 3	-0.4420	-602.3898	-94.7331
2/ 4	-0.5980	-712.0857	28.5778
2/ 5	-0.6500	-736.6501	66.5126
2/ 6	-0.5979	-712.0856	28.5778
2/ 7	-0.4419	-602.3897	-94.7332
2/ 8	-0.1819	-402.6034	-308.3666
2/ 9	0.1820	-107.6155	-617.4199
2/10	0.6500	287.8204	-1027.1255
3/ 0	0.6500	250.8255	-998.3237
3/ 1	0.2888	-73.9839	-691.2130
3/ 2	0.0722	-284.3722	-499.0438
3/ 3	0.0000	-371.7476	-430.3726
3/ 4	0.0249	-367.6242	-445.8690
3/ 5	0.1000	-315.8325	-509.1916

TABELA 5.58 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSÕES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MINIMA= 1385.52      BARRA= 3      SECAO= 0

B/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.1000	-176.1536	-282.9774
1/ 1	0.0680	-183.5052	-270.7632
1/ 2	0.0519	-182.3185	-267.1385
1/ 3	0.0740	-160.0560	-280.7135
1/ 4	0.2659	-53.6435	-374.8222
1/ 5	0.6500	138.7644	-555.3651
2/ 0	0.6500	159.6027	-571.6414
2/ 1	0.1820	-60.7238	-343.3641
2/ 2	-0.1820	-225.0834	-171.1676
2/ 3	-0.4420	-336.3991	-52.1367
2/ 4	-0.5980	-397.5189	16.5689
2/ 5	-0.6500	-411.2055	37.7052
2/ 6	-0.5979	-397.5188	16.5689
2/ 7	-0.4419	-336.3991	-52.1368
2/ 8	-0.1819	-225.0833	-171.1677
2/ 9	0.1820	-60.7237	-343.3642
2/10	0.6500	159.6029	-571.6416
3/ 0	0.6500	138.7646	-555.3651
3/ 1	0.2659	-53.6433	-374.8222
3/ 2	0.0739	-160.0559	-280.7135
3/ 3	0.0520	-182.3183	-267.1384
3/ 4	0.0680	-183.5051	-270.7631
3/ 5	0.1000	-176.1534	-282.9773

TABELA 5.59 - TRAÇADO III

Unidades: tf, m

TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO

PROTENSAO MAXIMA= 2504.42      BARRA= 3      SECAO= 0

R/ S	EXC	BORDA INF.	BORDA SUP.
1/ 0	0.1000	-318.4083	-511.4989
1/ 1	0.0680	-331.6968	-489.4209
1/ 2	0.0519	-329.5517	-482.8690
1/ 3	0.0740	-289.3110	-507.4068
1/ 4	0.2659	-96.9640	-677.5139
1/ 5	0.6500	250.8252	-1003.8561
2/ 0	0.6500	288.4916	-1033.2766
2/ 1	0.1820	-109.7620	-620.6514
2/ 2	-0.1820	-406.8519	-309.3959
2/ 3	-0.4420	-608.0619	-94.2402
2/ 4	-0.5980	-718.5394	29.9494
2/ 5	-0.6500	-743.2789	68.1545
2/ 6	-0.5979	-718.5394	29.9493
2/ 7	-0.4419	-608.0617	-94.2404
2/ 8	-0.1819	-406.8518	-309.3961
2/ 9	0.1820	-109.7618	-620.6517
2/10	0.6500	288.4919	-1033.2768
3/ 0	0.6500	250.8255	-1003.8561
3/ 1	0.2659	-96.9636	-677.5138
3/ 2	0.0739	-289.3107	-507.4067
3/ 3	0.0520	-329.5514	-482.8689
3/ 4	0.0680	-331.6966	-489.4208
3/ 5	0.1000	-318.4080	-511.4987

As envoltórias finais de tensões, correspondentes a cada traçado, são apresentadas nas Tabelas 5.60, 5.61 e 5.62, sendo sua representação gráfica mostrada nas figuras 5.23 e 5.24 (apresentam-se somente as envoltórias correspondentes a protensão + solicitações máximas, por serem estas as condicionantes do dimensionamento).

**TABELA 5.60 - TRAÇADO I - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)**

Seção	$\sigma'_P + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_P + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_P + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_P + \sigma''_{\max}$
1	- 216,36	- 212,53	- 223,06	- 209,05
2	- 208,39	- 87,60	- 322,44	- 215,81
3	- 255,28	- 48,63	- 361,43	- 179,61
4	- 297,28	- 44,34	- 358,93	- 128,92
5	- 343,59	- 68,83	- 331,15	- 70,60
6	<del>-403,19</del> -507,87	<del>-115,81</del> -180,58	<del>-279,97</del> -387,60	<del>0,00</del> -72,33
7	-407,01	- 139,58	- 411,25	- 155,28
8	- 322,26	- 93,71	- 455,38	- 211,02
9	- 261,24	- 53,84	- 497,86	- 254,87
10	- 215,60	- 24,10	- 528,13	- 284,75
11	- 184,91	- 8,43	- 539,79	- 291,86

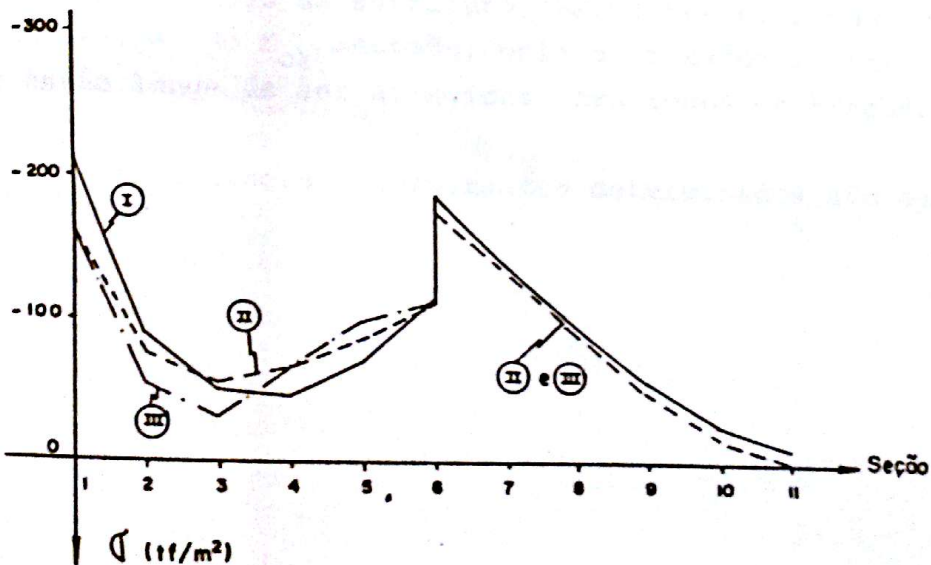
**TABELA 5.61 - TRAÇADO II - ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)**

Seção	$\sigma'_P + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_P + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_P + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_P + \sigma''_{\max}$
1	-165,63	- 161,80	-276,65	-262,64
2	-194,83	- 74,04	-336,55	- 229,91
3	- 260,34	- 53,69	- 357,06	- 175,24
4	- 317,19	- 64,26	- 337,99	- 107,97
5	- 359,67	- 84,90	- 312,42	- 51,87
6	<del>-398,55</del> -504,76	<del>-111,18</del> -177,46	<del>-280,42</del> -366,40	<del>-0,45</del> -71,13
7	- 401,84	- 134,42	- 412,18	- 156,21
8	- 315,57	- 87,02	- 457,91	- 213,55
9	- 253,51	- 46,11	- 501,50	- 258,51
10	- 207,30	- 15,80	- 532,41	- 289,03
11	- 176,48	0,00	- 544,27	- 296,34



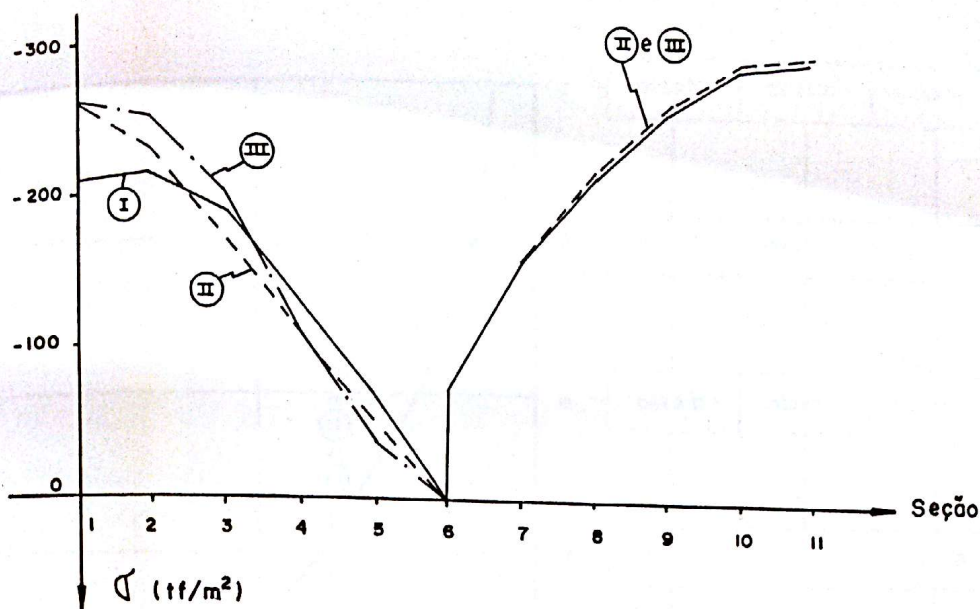
TABELA 5.62 - TRAÇADO III- ENVOLTÓRIA DE TENSÕES (tf/m<sup>2</sup>)

Seção	$\sigma'_p + \sigma'_{\min}$	$\sigma'_p + \sigma'_{\max}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\min}$	$\sigma''_p + \sigma''_{\max}$
1	-165,94	-162,11	-276,14	-262,13
2	-173,67	-52,87	-359,07	-252,44
3	-235,69	-29,04	-384,59	-202,77
4	-318,92	-65,99	-340,86	-110,84
5	-372,12	-97,35	-302,41	-41,86
6	<del>-399,44</del> -505,40	<del>-112,06</del> -178,10	<del>-279,97</del> -366,19	<del>0,00</del> -70,92
7	-402,65	-135,23	-411,79	-155,83
8	-316,50	-87,95	-457,39	-213,04
9	-254,53	-47,13	-500,89	-257,90
10	-208,36	-16,87	-531,75	-288,37
11	-177,55	-1,08	-543,59	-295,66



o) BORDA INFERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

FIG. 5.23- ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES



b) BORDA SUPERIOR: PROTENSÃO + MAX. SOLICITAÇÃO

FIG. 5.24- ENVOLTÓRIAS FINAIS DE TENSÕES

Analisando os resultados encontrados, verifica-se que todos os traçados obtidos representam uma boa solução para a estrutura, uma vez que não existem diferenças significativas entre os valores das forças de protensão como também nos valores das tensões atuantes ao longo da estrutura. Ressalte-se, ainda, a possibilidade de redução do  $f_{ck}$  adotado, pois as tensões limites de compressão estão longe de ser atingidas para todos os traçados analisados.

Os traçados resultantes determinados são apresentados à fig. 5.25.



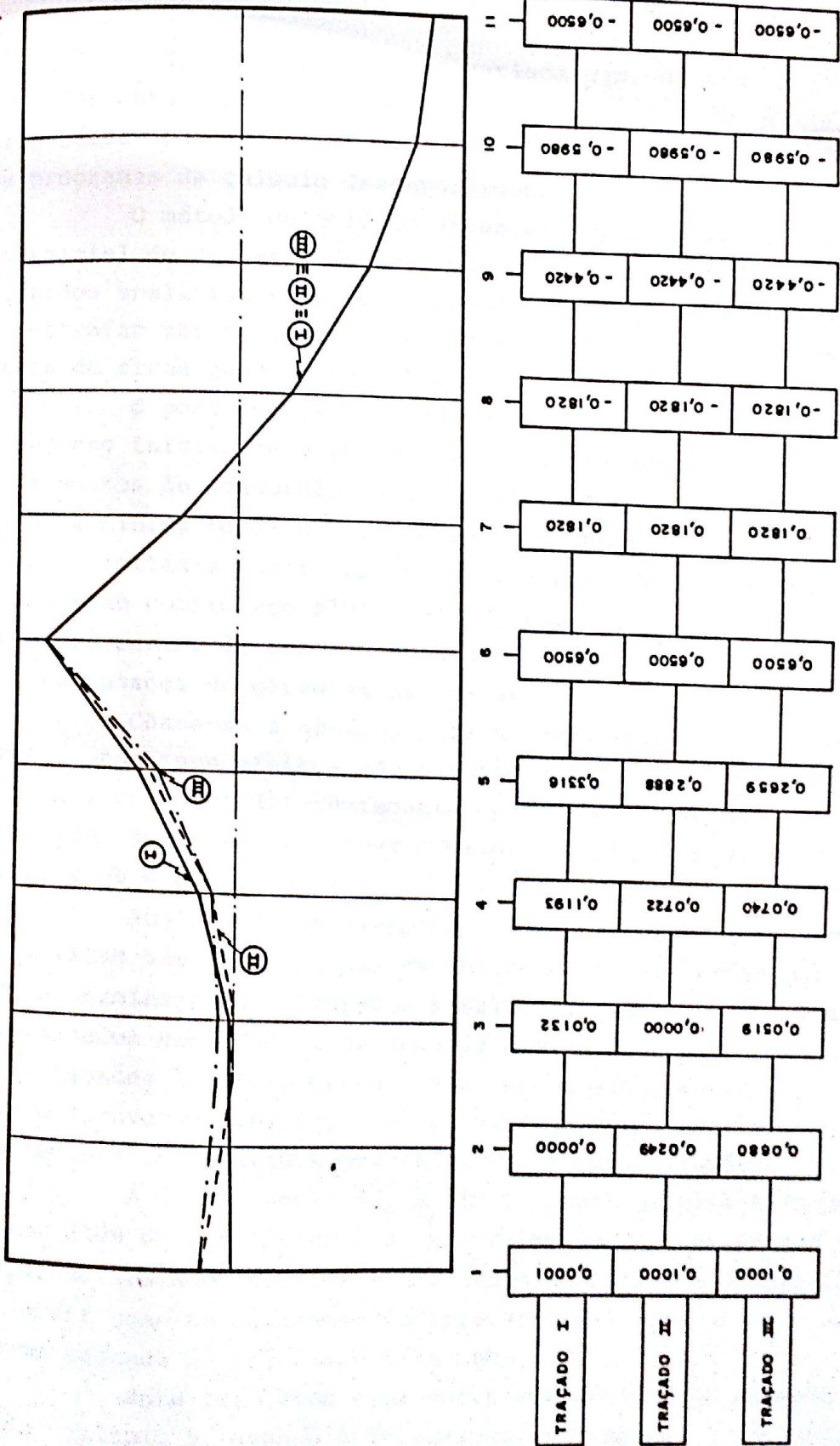


FIG. 5.25 - TRAÇADOS RESULTANTES

## 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A determinação de uma variada gama de traçados resultantes dos cabos, bem como das forças de protensão mínimas a eles associadas, pode ser obtida de forma rápida e simples, através dos programas de cálculo desenvolvidos.

O método de cálculo apresentado, baseado na formulação matricial do processo dos deslocamentos com traçados de cabos definidos analiticamente, e os programas escritos em linguagem PASCAL mostraram ser bastante eficientes, pois soluções rápidas e sem riscos de erros puderam ser obtidos.

O ponto de partida do método consiste na imposição de um conjunto inicial de excentricidades e das seções que conter os pontos de concordância das parábolas. Como o objetivo é determinar a mínima força de protensão, as excentricidades nas seções mais solicitadas devem ser as maiores possíveis, respeitadas as condições de cobrimento mínimo. A orientação de quais seções devem conter os pontos de concordância das parábolas é dada pela envoltória de tensões do carregamento externo.

Chama-se a atenção para a consideração das perdas por atrito, onde seus efeitos são diretamente introduzidos nos cálculos das solicitações, diferentemente do procedimento, muitas vezes empregado, de apenas acrescer o valor da força de protensão para compensar os efeitos do atrito.

Analisando os exemplos numéricos apresentados no capítulo 5, ficam bem evidenciadas as influências das perdas por atrito na determinação dos traçados resultantes, uma vez que traçados determinados sem a sua consideração deixam de atender as condições de tensões limites, quando tais perdas são introduzidas. Tal fato vem comprovar que os efeitos das variações produzidos pelo atrito devem ser introduzidos nos cálculos das solicitações.

A determinação de um limite superior para a força de protensão, além de ser inerente ao procedimento adotado para a determinação do traçado resultante dos cabos, tem também a importância de servir como um indicador do aproveitamento que se está dando à seção adotada no pré-dimensionamento.

Este fato fica claramente evidenciado no exemplo número 2 do capítulo 5, quando é determinado o Traçado I Alterado,

onde as forças de protensão, mínima e máxima, assumem um único valor, indicando que a melhor solução foi encontrada.

Outro fato importante a destacar diz respeito a estruturação dos programas, a qual permite, sem que se efetuem grandiosas alterações, considerar outros traçados de cabos definidos analiticamente, como por exemplo o apresentado no Anexo II que considera o arredondamento dos cabos sobre os apoios, bastando para isto introduzir as novas equações da função  $s(x)$  e as solicitações de engastamento perfeito.

7 - BIBLIOGRAFIA

- 1 ABELES, P.W.; BARDHAN-ROY, B.K.; TURNER, F.H. Statically - indeterminate structures. In: \_\_\_\_\_. Prestressed concrete designer's handbook. 2. ed. s.l.p. , Viewpoint Publications, 1976. cap. 14, p. 343-99.
- 2 AGOSTINI, L.R.S. Contribuição à otimização do traçado de cabos de vigas contínuas protendidas. São Carlos, EESC-USP, 1976. Tese de Mestrado.
- 3 ASSAN, A.E. Contribuição ao cálculo automático de vigas contínuas protendidas. São Carlos, EESC-USP, 1974. Tese de Mestrado.
- 4 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS  
NB-116: cálculo e execução de obras de concreto protendido. Rio de Janeiro, 1970.
- 5 ANTONINI, T. - Cemento armato precompresso: richiami teorici ed esercizi. Milano, Tamburini, 1971.
- 6 CAPUTO, H.P. - Matemática para a engenharia. Rio de Janeiro, Livro Técnico, 1969.
- 7 CHAUSSIN, M. Beton precontraint: poutres continues coulees en place a cables filants. Paris, s. ed., s.d. . Apostila de curso ministrado no Centre d'Essais des Structures do Institut Technique Batiment et des Travaux Publics.
- 8 FRANÇA. Ministère de l'Equipement. Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes (S.E.T.R.A.). Ouvrages Types pour Autoroutes. Passages supérieurs a béquilles a tablier de béton précontraint (PS.BQ.67). Bagneux, 1975.
- 9 FUSCO, P.B. Fundamentos da técnica de armar: estruturas de concreto. São Paulo, Grêmio Politécnico, 1975. Estruturas de concreto, v. 3 .
- 10 GERE, J.M. & WEAVER JR., W. Análise de estruturas reticuladas. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981.
- 11 GUYON, Y. Arches and portal frames. In: \_\_\_\_\_. Prestressed concrete: statically indeterminate structures. Translitera do do francês. London, C.R. Books, 1963. cap. 25, p. 231 - 75. v. 2.

- 12 \_\_\_\_\_ Constructions en béton précontraint: classes, états limites (cours chabap). Paris, Eyrolles, 1966.
- 13 HAHN, J. Vigas contínuas, pórticos y placas. Barcelona, Gustavo Gili, 1966.
- 14 JOHANNSON, J. Análise matricial de sistemas planos pretensados. In: \_\_\_\_\_. Diseño y calculo estructuras pretensadas. Barcelona, Marcombo, 1974. cap. 15, p. 361-58.
- 15 JORGE, F.A. Contribuição ao cálculo do traçado econômico de cabos de protensão em vigas contínuas. São Carlos, EESC-USP, 1983. Tese de Mestrado.
- 16 KHACHATURIAN, N. & GURFINKEL, G. Analysis and design of continous prestressed - concrete beams. In: \_\_\_\_\_. Prestressed concrete. New York, MacGraw-Hill, 1969. cap. 10, p. 342-99.
- 17 LACROIX, R. & FUENTES, A. Hormigon pretensado: concepcion, calculo, ejecucion. Trad. de Amalio Jaime Rivas Zaragueta. Barcelona, Técnicos Asociados, 1978.
- 18 LEONHARDT, F. Hormigon pretensado: proyecto y construccion. Madrid, Instituto Eduardo Torroja de la Construccion y del Cemento, 1967.
- 19 \_\_\_\_\_. Construções de concreto: princípios básicos da construção de pontes de concreto. Trad. de João Luis E. Merino. Rio de Janeiro, Interciência, 1979. v. 6.
- 20 LIBBY, J.R. Modern prestressed concrete: design principles and constructions methods. New York, Van Nostrand Reinhold, 1971.
- 21 LIN, T.Y. Design of prestressed concrete structures. New York, John Wiley & Sons, 1963.
- 22 MONTANARI, I. Complementos de Concreto Protendido. São Carlos, s. ed. , 1976. Apostila de curso ministrado na EESC-USP.
- 23 \_\_\_\_\_. Protensão em vigas com torção. São Carlos, EESC-USP, 1980. Tese de Livre Docência.
- 24 PFEIL, W. Concreto protendido. Rio de Janeiro, Livros Téc

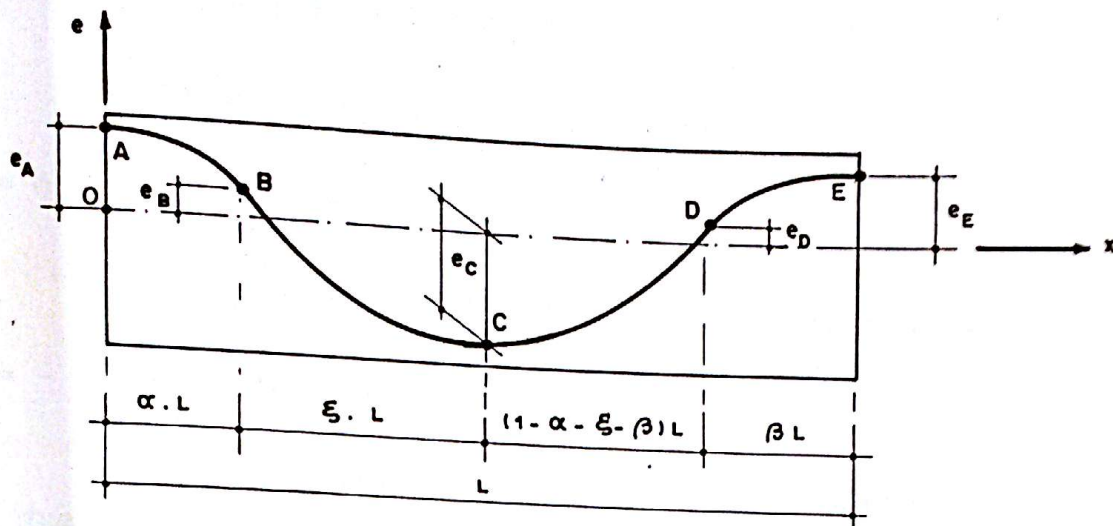
nicos e Científicos, 1980.

- 25 RUBISTEIN, M.F. Matrix computer analysis of structures. New Jersey, Prentice-Hall, 1966.
- 26 RÜSCH, H. Hormigon armado y hormigon pretensado. Barcelona, Continental, 1975.
- 27 VASCONCELOS, A.C. de Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto pretendido em obediência às normas atualizadas. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- 28 \_\_\_\_\_ . Concreto pretendido. São Carlos, s. ed., s.d. . Apostila de curso ministrado na EESC-USP.
- 29 WEAVER JR., W. Computer programs for structural analysis. New York, Van Nostrand Reinhold, 1967.

A N E X O I

- EQUAÇÃO DO CABO RESULTANTE REPRESENTADO POR QUATRO TRECHOS DE PARÁBOLAS
- CÁLCULO DAS INTEGRAIS  $I_1$  e  $I_2$

a) EQUAÇÃO DO CABO RESULTANTE REPRESENTADO POR QUATRO TRECHOS DE PARÁBOLAS



TRECHO AB:  $e(x)_{AB} = A_1 x^2 + B_1 x + C_1$

Para  $x = 0$  tem-se:

$$e(x) = e_A \rightarrow C_1 = e_A$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_1 x + B_1 = 0 \rightarrow B_1 = 0$$

Para  $x = \alpha L$  tem-se:

$$e(x) = e_B \rightarrow A_1 \alpha^2 L^2 + e_A = e_B \rightarrow A_1 = - \frac{e_A - e_B}{\alpha^2 L^2}$$

Desta forma, chega-se a:

$$e(x)_{AB} = - \frac{e_A - e_B}{\alpha^2 L^2} x^2 + e_A \quad \dots (I)$$

TRECHO BC:  $e(x)_{BC} = A_2 x^2 + B_2 x + C_2$

Para  $x = \alpha L$  tem-se:

$$e(x) = e_B \rightarrow A_2 \alpha^2 L^2 + B_2 \alpha L + C_2 = e_B \quad \dots (1)$$



Para  $x = (\alpha + \xi)L$  tem-se:

$$e(x) = e_C \rightarrow A_2(\alpha + \xi)^2 L^2 + B_2(\alpha + \xi)L + C_2 = e_C \quad \dots (2)$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_2x + B_2 = 0 \rightarrow A_2 = - \frac{B_2}{2(\alpha + \xi)L} \quad \dots (3)$$

Substituindo (3) em (2) chega-se a:

$$C_2 = e_C - B_2 \frac{(\alpha + \xi)L}{2} \quad \dots (4)$$

As equações (3) e (4) levadas em (1) conduzem a:

$$B_2 = - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C) \quad \dots (5)$$

Substituindo (5) em (3) e (4), respectivamente, conclui-se que:

$$A_2 = \frac{(e_B - e_C)}{\xi^2 \cdot L^2}$$

$$C_2 = e_C + \frac{(\alpha + \xi)^2}{\xi^2} (e_B - e_C)$$

Desta forma:

$$e(x)_{BC} = \frac{(e_B - e_C)}{\xi^2 L^2} x^2 - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C)x + e_C + \frac{(\alpha + \xi)^2}{\xi^2} (e_B - e_C) \quad \dots (II)$$

TRECHO CD:  $e(x)_{CD} = A_3x^2 + B_3x + C_3$

Para  $x = (\alpha + \xi)L$  tem-se:

$$e(x) = e_C \rightarrow A_3(\alpha + \xi)^2 L^2 + B_3(\alpha + \xi)L + C_3 = e_C \quad \dots (6)$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_3x + B_3 = 0 \rightarrow A_3 = - \frac{B_3}{2(\alpha + \xi)L} \quad \dots (7)$$

Para  $x = (1 - \beta)L$  tem-se:

$$e(x) = e_D \rightarrow A_3(1 - \beta)^2 L^2 + B_3(1 - \beta)L + C_3 = e_D \quad \dots (8)$$

Para  $x = (\alpha + \xi)L$  tem-se:

$$e(x) = e_C \rightarrow A_2(\alpha + \xi)^2 L^2 + B_2(\alpha + \xi)L + C_2 = e_C \quad \dots (2)$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_2x + B_2 = 0 \rightarrow A_2 = - \frac{B_2}{2(\alpha + \xi)L} \quad \dots (3)$$

Substituindo (3) em (2) chega-se a:

$$C_2 = e_C - B_2 \frac{(\alpha + \xi)L}{2} \quad \dots (4)$$

As equações (3) e (4) levadas em (1) conduzem a:

$$B_2 = - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C) \quad \dots (5)$$

Substituindo (5) em (3) e (4), respectivamente, conclui-se que:

$$A_2 = \frac{(e_B - e_C)}{\xi^2 \cdot L^2}$$

$$C_2 = e_C + \frac{(\alpha + \xi)^2}{\xi^2} (e_B - e_C)$$

Desta forma:

$$e(x)_{BC} = \frac{(e_B - e_C)}{\xi^2 L^2} x^2 - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C)x + e_C + \frac{(\alpha + \xi)^2}{\xi^2} (e_B - e_C) \quad \dots (II)$$

TRECHO CD:  $e(x)_{CD} = A_3 x^2 + B_3 x + C_3$

Para  $x = (\alpha + \xi)L$  tem-se:

$$e(x) = e_C \rightarrow A_3(\alpha + \xi)^2 L^2 + B_3(\alpha + \xi)L + C_3 = e_C \quad \dots (6)$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_3x + B_3 = 0 \rightarrow A_3 = - \frac{B_3}{2(\alpha + \xi)L} \quad \dots (7)$$

Para  $x = (1 - \beta)L$  tem-se:

$$e(x) = e_D \rightarrow A_3(1 - \beta)^2 L^2 + B_3(1 - \beta)L + C_3 = e_D \quad \dots (8)$$

Substituindo (7) em (6) chega-se a:

$$C_3 = e_C - B_3 \frac{(\alpha + \xi)L}{2} \quad \dots (9)$$

As equações (9) e (7) levadas em (8) conduzem a:

$$B_3 = \frac{2(\alpha + \xi)}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2 L} (e_C - e_D) \quad \dots (10)$$

Substituindo (10) em (7) e (9), respectivamente, conclui-se que:

$$A_3 = - \frac{(e_C - e_D)}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2 L^2}$$

$$C_3 = e_C - \frac{(\alpha + \xi)^2}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2} (e_C - e_D)$$

e a equação no trecho passa a ser expressa por:

$$e(x)_{CD} = - \frac{(e_C - e_D)}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2 L^2} x^2 + \frac{2(\alpha + \xi)}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2 L} x + e_C - \frac{(\alpha + \xi)^2}{(1 - \alpha - \xi - \beta)^2} (e_C - e_D) \dots (III)$$

TRECHO DE:  $e(x)_{DE} = A_4 x^2 + B_4 x + C_4$

Para  $x = (1 - \beta)L$  tem-se:

$$e(x) = e_B \rightarrow A_4 (1 - \beta)^2 L^2 + B_4 (1 - \beta)L + C_4 = e_B \quad \dots (11)$$

Para  $x = L$  tem-se:

$$e(x) = e_E \rightarrow A_4 L^2 + B_4 L + C_4 = e_E \quad \dots (12)$$

$$e'(x) = 0 \rightarrow 2A_4 L + B_4 = 0 \rightarrow A_4 = - \frac{B_4}{2L} \quad \dots (13)$$

Substituindo (13) em (12) chega-se a:

$$C_4 = e_E - B_4 \frac{L}{2} \quad \dots (14)$$

As equações (13) e (14) levadas em (11) conduzem a:

$$B_4 = - \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L}$$

Desta forma

$$A_4 = \frac{(e_D - e_E)}{\beta^2 L^2}$$

$$C_4 = e_E + \frac{(e_D - e_E)}{\beta^2}$$

e a equação no trecho passa a ser expressa por:

$$e(x)_{DE} = \frac{(e_D - e_E)}{\beta^2 L^2} x^2 - \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L} x + e_E + \frac{(e_D - e_E)}{\beta^2} \quad \dots (IV)$$

Com a finalidade de exprimir a equação do cabo resultante somente em função de três excentricidades ( $e_A, e_C, e_E$ ), cujo objetivo é reduzir o número de incógnitas envolvidas e aproveitar a mesma linha adotada no desenvolvimento do trabalho, passa-se, a seguir, à determinação das condições a serem respeitadas pelas demais excentricidades ( $e_B, e_D$ ).

1 - Determinação da condição a ser satisfeita pela excentricidade  $e_B$  para que as curvas  $e(x)_{AB}$  e  $e(x)_{BC}$  tenham tangente comum no ponto B.

A condição de tangente comum é expressa pela igualdade das derivadas primeiras das equações. Assim:

$$e'(x)_{AB} = e'(x)_{BC}$$
$$- \frac{2(e_A - e_B)}{\alpha^2 L^2} x = \frac{2(e_B - e_C)}{\xi^2 L^2} x - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C)$$

No ponto B tem-se:

$$- \frac{2(e_A - e_B)}{\alpha^2 L^2} \alpha L = \frac{2(e_B - e_C)}{\xi^2 L^2} \alpha L - \frac{2(\alpha + \xi)}{\xi^2 L} (e_B - e_C)$$

expressão que desenvolvida conduz a:

$$e_B = \frac{\xi}{(\alpha + \xi)} e_A + \frac{\alpha}{(\alpha + \xi)} e_C \quad \dots (15)$$

2 - Determinação da condição a ser satisfeita pela excentricidade  $e_D$  para que as curvas  $e(x)_{CD}$  e  $e(x)_{DE}$  tenham tangente comum no ponto D.

Da condição de tangente comum pode-se escrever que:

$$e'(x)_{CD} = e'(x)_{DE}$$

$$-\frac{2(e_C - e_D)}{(1-\alpha-\xi-\beta)^2 L^2} x + \frac{2(\alpha + \xi)}{(1-\alpha-\xi-\beta)^2 L} = \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L^2} x - \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L}$$

No ponto D tem-se:

$$-\frac{2(e_C - e_D)}{(1-\alpha-\xi-\beta)^2 L^2} (1-\beta)L + \frac{2(\alpha + \xi)}{(1-\alpha-\xi-\beta)^2 L} = \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L^2} (1-\beta)L - \frac{2(e_D - e_E)}{\beta^2 L}$$

expressão que desenvolvida conduz a:

$$e_D = \frac{\beta}{(1-\alpha-\xi)} e_C + \frac{(1-\alpha-\xi-\beta)}{(1-\alpha-\xi)} e_E \quad \dots (16)$$

Introduzindo a equação (15) em (I) e (II), respectivamente, conclui-se que:

$$e(x)_{AB} = -\frac{(e_A - e_C)}{\alpha(\alpha + \xi)L^2} x^2 + e_A \quad \dots (V)$$

$$e(x)_{BC} = \frac{(e_A - e_C)}{\xi(\alpha + \xi)L^2} x^2 - \frac{2(e_A - e_C)}{\xi L} x + e_C + \frac{(\alpha + \xi)}{\xi}(e_A - e_C) \quad \dots (VI)$$

Introduzindo a equação (16) em (III) e (IV), respectivamente, chega-se a:

$$e(x)_{CD} = -\frac{(e_C - e_E)}{(1-\alpha-\xi-\beta)(1-\alpha-\xi)L^2} x^2 + \frac{2(\alpha + \xi)(e_C - e_E)}{(1-\alpha-\xi-\beta)(1-\alpha-\xi)L} x + e_C - \frac{(\alpha + \xi)^2(e_C - e_E)}{(1-\alpha-\xi-\beta)(1-\alpha-\xi)}$$

... (VII)

$$e(x)_{DE} = \frac{(e_C - e_E)}{\beta(1-\alpha-\xi)L^2} x^2 - \frac{2(e_C - e_E)}{\beta(1-\alpha-\xi)L} x + e_E + \frac{(e_C - e_E)}{\beta(1-\alpha-\xi)} \dots \text{(VIII)}$$

Portanto, as expressões de (V) a (VIII) representam a equação do cabo resultante composto por quatro trechos de parábolas, expressas em função de tres excentricidades.

b) CÁLCULO DAS INTEGRAIS  $I_1$  e  $I_2$

$$b.1) I_1 = P \int_0^l e(x) x dx$$

$$I_1 = P \left[ \int_0^{\xi l} (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) x dx + \int_{\xi l}^l (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) x dx \right]$$

$$I_1 = P \left\{ \left[ a_1 \frac{x^4}{4} + b_1 \frac{x^3}{3} + c_1 \frac{x^2}{2} \right]_0^{\xi l} + \left[ a_2 \frac{x^4}{4} + b_2 \frac{x^3}{3} + c_2 \frac{x^2}{2} \right]_{\xi l}^l \right\}$$

$$I_1 = P \left[ a_1 \frac{(\xi l)^4}{4} + b_1 \frac{(\xi l)^3}{3} + c_1 \frac{(\xi l)^2}{2} + a_2 \frac{l^4 - (\xi l)^4}{4} + b_2 \frac{l^3 - (\xi l)^3}{3} + c_2 \frac{l^2 - (\xi l)^2}{2} \right]$$

$$I_1 = P \left[ \frac{(e_1 - e_2)}{(\xi l)^2} \frac{(\xi l)^4}{4} - \frac{2(e_1 - e_2)}{\xi l} \cdot \frac{(\xi l)^3}{3} + e_1 \frac{(\xi l)^2}{2} - \frac{(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2 l^2} \frac{l^4 - (\xi l)^4}{4} + \right. \\ \left. + \frac{2\xi(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2 l} \cdot \frac{l^3 - (\xi l)^3}{3} + \frac{(1-2\xi)}{(1-\xi)^2} e_2 \frac{l^2 - (\xi l)^2}{2} + \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} e_3 \frac{l^2 - (\xi l)^2}{2} \right]$$

$$I_1 = P \left[ \frac{(e_1 - e_2)}{4} (\xi l)^2 - \frac{2(e_1 - e_2)}{3} (\xi l)^2 + e_1 \frac{(\xi l)^2}{2} - \frac{(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2} (1-\xi^4) \frac{l^2}{4} + \right. \\ \left. + \frac{2\xi(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2} (1-\xi^3) \frac{l^2}{3} + \frac{(1-2\xi)}{(1-\xi)^2} \frac{(1-\xi^2)}{2} l^2 e_2 + \frac{\xi^2 l^2 (1-\xi^2)}{2(1-\xi)^2} e_3 \right]$$

$$I_1 = P \left\{ -\frac{5}{12} (e_1 - e_2) \xi^2 l^2 + e_1 \frac{\xi^2 l^2}{2} + \frac{(e_2 - e_3) l^2}{12(1-\xi)^2} \left[ -3(1-\xi^4) + 8\xi(1-\xi^3) \right] + \right. \\ \left. + \frac{6(1-2\xi)(1-\xi^2) l^2}{12(1-\xi)^2} e_2 + \frac{6\xi^2(1-\xi^2) l^2}{12(1-\xi)^2} e_3 \right\}$$

$$I_1 = P \left\{ -\frac{5}{12} \xi^2 l^2 e_1 + \frac{1}{2} \xi^2 l^2 e_1 + \frac{5}{12} \xi^2 l^2 e_2 + \frac{l^2 (e_2 - e_3)}{12(1-\xi)^2} [8\xi(1-\xi^3) - 3 + 3\xi^4] + \right. \\ \left. + \frac{l^2 e_2}{12(1-\xi)^2} 6(1-2\xi)(1-\xi^2) + \frac{l^2 e_3}{12(1-\xi)^2} 6\xi^2(1-\xi^2) \right\}$$

$$I_1 = P \left\{ \frac{\xi^2 l^2}{12} e_1 + \frac{5}{12} \xi^2 l^2 e_2 + \frac{l^2 e_2}{12(1-\xi)^2} [8\xi(1-\xi^3) - 3 + 3\xi^4] + \right. \\ \left. + \frac{l^2 e_2}{12(1-\xi)^2} 6(1-2\xi)(1-\xi^2) - \frac{l^2 e_3}{12(1-\xi)^2} [8\xi(1-\xi^3) - 3 + 3\xi^4] + \right. \\ \left. + \frac{l^2 e_3}{12(1-\xi)^2} 6\xi^2(1-\xi^2) \right\}$$

$$I_1 = P \left\{ \frac{\xi^2 l^2}{12} e_1 + \frac{l^2 e_2}{12(1-\xi)^2} [5\xi^2(1-\xi)^2 + 8\xi(1-\xi^3) - 3 + 3\xi^4 + \right. \\ \left. + 6(1-2\xi)(1-\xi^2)] + \frac{l^2 e_3}{12(1-\xi)^2} [6\xi^2(1-\xi^2) - 8\xi(1-\xi^3) + 3 - 3\xi^4] \right\}$$

$$I_1 = P \left\{ \frac{\xi^2 l^2}{12} e_1 + \frac{l^2}{12(1-\xi)^2} e_2 [5\xi^2 - 10\xi^3 + 5\xi^4 + 8\xi - 8\xi^4 - 3 + 3\xi^4 + \right. \\ \left. + 12\xi^3 - 6\xi^2 - 12\xi + 6] + \frac{l^2}{12(1-\xi)^2} e_3 [6\xi^2 - 6\xi^4 - 8\xi + 8\xi^4 + 3 - 3\xi^4] \right\}$$

$$I_1 = P \left[ \frac{l^2}{12} e_1 \xi^2 + \frac{l^2}{12(1-\xi)^2} e_2 \underbrace{(3-4\xi-\xi^2+2\xi^3)}_{(i)} + \frac{l^2}{12(1-\xi)^2} e_3 \underbrace{(3-8\xi+6\xi^2-\xi^4)}_{(ii)} \right]$$

Expressando os termos (i) e (ii) da forma

$$(i) \quad (3 - 4\xi - \xi^2 + 2\xi^3) = 2(1-\xi)(1-\xi)\left(\xi + \frac{3}{2}\right) = 2(1-\xi)^2\left(\xi + \frac{3}{2}\right)$$

$$(ii) \quad (3 - 8\xi + 6\xi^2 - \xi^4) = -1(1-\xi)(1-\xi)(1-\xi)(-3-\xi) = -(1-\xi)^3(-3-\xi)$$

conclui-se que:

$$I_1 = P \left\{ \frac{\ell^2}{12} e_1 \xi^2 + \frac{\ell^2}{12(1-\xi)^2} e_2 2(1-\xi)^2(\xi + \frac{3}{2}) + \frac{\ell^2}{12(1-\xi)^2} e_3 [-(1-\xi)^2(1-\xi)(-3-\xi)] \right\}$$

$$I_1 = P \left[ \frac{\ell^2}{12} e_1 \xi^2 + \frac{\ell^2}{12} e_2 2(\xi + \frac{3}{2}) - \frac{\ell^2}{12} e_3 (1-\xi)(-3-\xi) \right]$$

$$I_1 = \frac{P \ell^2}{12} \left[ \xi^2 e_1 + (2\xi + 3) e_2 + (3 - 2\xi - \xi^2) e_3 \right]$$

$$b.2) I_2 = P \int_0^{\ell} e(x) dx$$

$$I_2 = P \left[ \int_0^{\xi \ell} (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) dx + \int_{\xi \ell}^{\ell} (a_2 x^2 + b_2 x + c_2) dx \right]$$

$$I_2 = P \left\{ \left[ a_1 \frac{x^3}{3} + b_1 \frac{x^2}{2} + c_1 x \right]_0^{\xi \ell} + \left[ a_2 \frac{x^3}{3} + b_2 \frac{x^2}{2} + c_2 x \right]_{\xi \ell}^{\ell} \right\}$$

$$I_2 = P \left[ a_1 \frac{\xi^3 \ell^3}{3} + b_1 \frac{\xi^2 \ell^2}{2} + c_1 \xi \ell + a_2 \frac{\ell^3 - \xi^3 \ell^3}{3} + b_2 \frac{\ell^2 - \xi^2 \ell^2}{2} + c_2 (\ell - \xi \ell) \right]$$

$$I_2 = P \left\{ \left[ \frac{(e_1 - e_2)}{\xi^2 \ell^2} \frac{\xi^3 \ell^3}{3} - \frac{2(e_1 - e_2)}{\xi \ell} \frac{\xi^2 \ell^2}{2} + e_1 \xi \ell \right] + \left[ -\frac{(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2 \ell^2} \frac{(1-\xi^3) \ell^3}{3} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{2\xi(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2 \ell} \frac{(1-\xi^2) \ell^2}{2} + \frac{(1-2\xi)}{(1-\xi)^2} e_2 (1-\xi) \ell + \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} e_3 (1-\xi) \ell \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ \left[ (e_1 - e_2) \frac{\xi \ell}{3} - (e_1 - e_2) \xi \ell + e_1 \xi \ell \right] + \left[ -\frac{(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2} \frac{(1-\xi^3) \ell}{3} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{\xi(e_2 - e_3)}{(1-\xi)^2} (1-\xi^2) \ell + \frac{(1-2\xi)}{(1-\xi)} \ell e_2 + \frac{\xi^2}{(1-\xi)} \ell e_3 \right\}$$



$$I_2 = P \left\{ \left( e_1 \frac{\xi \ell}{3} + e_2 \frac{2\xi \ell}{3} \right) + \left[ - \frac{(e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2} \cdot \frac{(1 - \xi^3)\ell}{3} + \frac{\xi(e_2 - e_3)}{(1 - \xi)^2} (1 - \xi^2)\ell + \frac{(1 - 2\xi)\ell}{(1 - \xi)} e_2 + \frac{\xi^2 \ell}{(1 - \xi)} e_3 \right] \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi \ell}{3} + \frac{\ell}{(1 - \xi)^2} \left[ e_2 \cdot \frac{2\xi(1 - \xi)^2}{3} - (e_2 - e_3) \frac{(1 - \xi^3)}{3} + (e_2 - e_3)\xi(1 - \xi^2) + e_2(1 - \xi)(1 - 2\xi) + e_3 \xi^2(1 - \xi) \right] \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi \ell}{3} + \frac{\ell}{(1 - \xi)^2} \left[ e_2 \cdot 2\xi \frac{(1 - \xi)^2}{3} - e_2 \frac{(1 - \xi^3)}{3} + e_3 \frac{(1 - \xi^3)}{3} + e_2 \xi(1 - \xi)^2 - e_3 \xi(1 - \xi^2) + e_2(1 - \xi)(1 - 2\xi) + e_3(1 - \xi)\xi^2 \right] \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi \ell}{3} + \frac{\ell}{(1 - \xi)^2} \left\{ e_2 \left[ 2\xi \frac{(1 - \xi)^2}{3} - \frac{(1 - \xi^3)}{3} + \xi(1 - \xi^2) + (1 - \xi)(1 - 2\xi) \right] + e_3 \left[ \frac{(1 - \xi^3)}{3} - \xi(1 - \xi^2) + \xi^2(1 - \xi) \right] \right\} \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi \ell}{3} + \frac{\ell}{(1 - \xi)^2} \left\{ \frac{e_2}{3} \left[ 2\xi(1 - \xi)^2 - (1 - \xi^3) + 3\xi(1 - \xi^2) + 3(1 - \xi)(1 - 2\xi) \right] + \frac{e_3}{3} \left[ (1 - \xi^3) - 3\xi(1 - \xi^2) + 3\xi^2(1 - \xi) \right] \right\} \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi \ell}{3} + \frac{\ell}{3(1 - \xi)^2} \left[ e_2(2\xi - 4\xi^2 + 2\xi^3 - 1 + \xi^3 + 3\xi - 3\xi^3 + 3 - 9\xi + 6\xi^2) + e_3(1 - \xi^3 - 3\xi + 3\xi^3 + 3\xi^2 - 3\xi^3) \right] \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi t}{3} + \frac{t}{3(1-\xi)^2} \left[ e_2(2-4\xi+2\xi^2) + e_3(1-3\xi+3\xi^2-\xi^3) \right] \right\}$$

$$I_2 = P \left\{ e_1 \frac{\xi t}{3} + \frac{t}{3(1-\xi)^2} \left[ 2(1-\xi)^2 e_2 - (1-\xi)^2(\xi-1) e_3 \right] \right\}$$

Finalmente, conclui-se que:

$$I_2 = \frac{P t}{3} \left[ \xi e_1 + 2 e_2 + (1 - \xi) e_3 \right]$$

A N E X O II

PROGRAMAS EM LINGUAGEM PASCAL

PROGRAMA ENVOLT

```
10 PROGRAM ENVOLETCINPUM, OUTPUT)
20 CONST
30 NPMMAX=107
40 NSECMAX=207
50 NLSMAX=107
60 VAR
70 I,J,K,II,JJ,NPH,NLS: INTEGER
80 T1,T2,S,WB,WT,MIN,MAX,A1,A2,A3,A4: REAL
90 NSEC: ARRAY(1..NPMMAX) OF INTEGER
100 TBMIN,TBMAX,TBMIN,TBMAX: ARRAY(1..NPMMAX,0..NSECMAX) OF REAL
110 TNL: ARRAY(0..NSECMAX,1..NLSMAX) OF REAL
120 MO,TB,TT: ARRAY(1..NLSMAX) OF REAL
130 F1: FILE OF REAL
140 BEGIN
150 REWRITE(F1)
160 READLN(NPM,NLS,T1,T2)
170 FOR II:=1 TO NPH DO
180   BEGIN
190     READLN(I,S,WB,WT,NSEC(I))
200     FOR JJ:=0 TO NSEC(I) DO
210       BEGIN
220         READ(J)
230         FOR K:=1 TO NLS DO TNL(I,K):=TNL(I,K)/S
240         END
250         FOR JJ:=0 TO NSEC(I) DO
260           BEGIN
270             READ(J)
280             FOR K:=1 TO NLS DO READ(MO(K))
290             BEGIN
300               TB(K):=TNL(I,K)-MO(K)/WB
310               TT(K):=TNL(I,K)-MO(K)/WT
320             END
330             MIN:=TB(1); MAX:=MIN
340             FOR K:=2 TO NLS DO IF (TB(K) > MAX) THEN MAX:=TB(K)
350             FOR K:=2 TO NLS DO IF (TT(K) < MIN) THEN MIN:=TT(K)
360             TBMIN(I,JJ):=MIN; TBMAX(I,JJ):=MAX
370             MIN:=TT(1); MAX:=MIN
380             FOR K:=2 TO NLS DO IF (TT(K) > MAX) THEN MAX:=TT(K)
```

```

390 FOR K:=2 TO NLS DO IF (TTICK < MIN) THEN MIN:=TTICK;
400 TTMINLI, JJ:=MIN; TTMAXLI, JJ:=MAX
410 END

```

```

420 END;
430 WRITELN( ' TENSORES DEVIDAS AS CARGAS EXTERNAS' );
440 WRITELN( ' BORDA INFERIOR BORDA SUPERIOR' );
450 WRITELN( ' MINIMA MAXIMA MINIMA MAXIMA' );
460 WRITELN( ' BORDA INFERIOR BORDA SUPERIOR' );

```

```

470 WRITELN( ' B / S MINIMA MAXIMA MINIMA MAXIMA' );
480 WRITELN( ' ' );

```

```

490 FOR I:=1 TO NPM DO
500 BEGIN
510 FOR J:=0 TO NSECLID DO
520 BEGIN
530 A1:=TBHINLI, JJ;
540 A2:=TBMAXLI, JJ;
550 A3:=TTMINLI, JJ;
560 A4:=TTMAXLI, JJ;
570 WRITELN( I:2, ' / ', J:2, ' ', A1:10:4, ' ', A2:10:4, ' ' );

```

```

580 END;
590 WRITELN( ' ' );
600 END;

```

```

610 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=0 TO NSECLID DO
620 BEGIN
630 TBHINLI, JJ:=T1-TBHINLI, JJ;
640 TBMAXLI, JJ:=T2-TBMAXLI, JJ;
650 TTMINLI, JJ:=T1-TTMINLI, JJ;
660 TTMAXLI, JJ:=T2-TTMAXLI, JJ;
670 END;

```

```

680 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=0 TO NSECLID DO
690 BEGIN
700 F1:=TBHINLI, JJ; PUT( F1 );
710 F1:=TBMAXLI, JJ; PUT( F1 );
720 F1:=TTMINLI, JJ; PUT( F1 );
730 F1:=TTMAXLI, JJ; PUT( F1 );
740 END;
750 END.

```

PROGRAMA COEFI

PROGRAM COEFF INPUTS, OUTPUTS

10  
20  
30  
40  
50  
60  
70  
80  
90  
100  
110  
120  
130  
140  
150  
160  
170  
180  
190  
200  
210  
220  
230  
240  
250  
260  
270  
280  
290  
300  
310  
320  
330  
340  
350  
360  
370  
380

LABEL

100.000

CONST

MHAX=20

NJHAX=30

NJSMAX=90

NEXMAX=30

NPHMAX=10

VAR

61, 62, 63, 64, 65, 66, 1, J, J1, J2, J3, K, K1, K2, K3, H, N, NJ, NL, J, NLH, NR, NRJ, G, NEX, NPH: INTEGER

AUX, E, SC1, SC2, SC3, SC4, SC5, SC6, SUB, TEMP, XCL, YCL, HD, LD, COSO, SINO: REAL

CRI, RI: ARRAY(1..NJSMAX) OF INTEGER

JJ, JK: ARRAY(1..MHAX) OF INTEGER

AC, AL, AR, D, P: ARRAY(1..NJHAX) OF REAL

AX, CX, CY, IZ, L: ARRAY(1..MHAX) OF REAL

X, Y: ARRAY(1..MHAX) OF REAL

APD: ARRAY(1..6) OF REAL

AM: ARRAY(1..MHAX, 1..6) OF REAL

SH, SHD, SHS: ARRAY(1..6, 1..6) OF REAL

SI: ARRAY(1..NJHAX, 1..NJSMAX) OF REAL

EXN: ARRAY(1..NPHMAX, 1..3) OF INTEGER

H: ARRAY(1..NPHMAX) OF REAL

ICP: ARRAY(1..MHAX, 1..3, 0..NEXMAX) OF REAL

TABLE OF REAL

BEGIN

WRITE(0,2)

READ(HC, HJ, HE, HR, J, J1, H1, S, HRJ, RR)

FOR K=1 TO NJ DO READ(HC, J, X, Y, YE, J1)

FOR K=1 TO H DO

  BEGIN

  READ(HC, J, J1, J2, J3, K, K1, K2, K3, H, N, NJ, NL, J, NLH, NR, NRJ, G, NEX, NPH: REAL)

  XCL=XL, YCL=Y, XLJ=XL, YLJ=Y, XLJ1=XL, YLJ1=Y, XLJ2=XL, YLJ2=Y, XLJ3=XL, YLJ3=Y

  XCL1=XCL, YCL1=Y, XCL2=XCL, YCL2=Y, XCL3=XCL, YCL3=Y

  END

FOR J=1 TO HR, 100

  BEGIN

  READ(HC, J, J1, J2, J3, K, K1, K2, K3, H, N, NJ, NL, J, NLH, NR, NRJ, G, NEX, NPH: REAL)

  XCL=XL, YCL=Y, XLJ=XL, YLJ=Y, XLJ1=XL, YLJ1=Y, XLJ2=XL, YLJ2=Y, XLJ3=XL, YLJ3=Y

  END

FOR J=1 TO HR, 100

  BEGIN



```

390 READ(K1,J3)=3*K1;J2:=J3-1;J1:=JR-1;
400 READLN(CRLEJ1J,RLFJR1,RLFJS1)
410 END;
420 CRLEJ1J:=RLF1J;
430 FOR K:=2 TO (N+NR) DO CRLEKJ:=CRLEK-1J+RLEKJ;
440 FOR I:=1 TO N DO
450 BEGIN
460 J3:=3*J1J1;J2:=J3-1;J1:=JR-1;
470 K3:=3*K1J1;K2:=K3-1;K1:=K2-1;
480 SC2:=4.0*E*NIZI1J/LI1J;
490 SC3:=1.5*SC2/LI1J;
500 SC4:=2.0*SC3/LI1J;
510 SC1:=E*N*LI1J/LI1J;
520 IF RLEJ1J=0 THEN J1:=J1-CRLEJ1J ELSE J1:=N+CRLEJ1J;
530 IF RLEJ2J=0 THEN J2:=J2-CRLEJ2J ELSE J2:=N+CRLEJ2J;
540 IF RLEJ3J=0 THEN J3:=J3-CRLEJ3J ELSE J3:=N+CRLEJ3J;
550 IF RLEK1J=0 THEN K1:=K1-CRLEK1J ELSE K1:=N+CRLEK1J;
560 IF RLEK2J=0 THEN K2:=K2-CRLEK2J ELSE K2:=N+CRLEK2J;
570 IF RLEK3J=0 THEN K3:=K3-CRLEK3J ELSE K3:=N+CRLEK3J;
580 SML1,1J:=SC1;SML4,4J:=SC1;SML1,4J:=--SC1;
590 SML2,2J:=SC4;SML5,5J:=SC4;SML2,5J:=--SC4;SML5,2J:=--SC4;
600 SML2,3J:=SC3;SML3,2J:=SC3;SML2,6J:=SC3;SML6,2J:=SC3;
610 SML3,5J:=--SC3;SML5,3J:=--SC3;SML5,6J:=--SC3;SML6,5J:=--SC3;
620 SML3,3J:=SC2;SML6,6J:=SC2;SML3,6J:=SC2/2;SML6,3J:=SC2/2;
630 FOR K:=1 TO 2 DO FOR J:=1 TO 6 DO
640 BEGIN
650 A3:=3*K;A2:=A3-1;A1:=A2-1;
660 SHRLJ,A1J:=SMLJ,A1J*CXLIJ-SMLJ,A2J*CYLIJ;
670 SHRLJ,A2J:=SMLJ,A1J*CYLIJ+SMLJ,A2J*CXLIJ;
680 SHRLJ,A3J:=SMLJ,A3J
690 END;
700 FOR J:=1 TO 2 DO FOR K:=1 TO 6 DO
710 BEGIN
720 A3:=3*J;A2:=A3-1;A1:=A2-1;
730 SMDLA1,KJ:=SHRLA1,KJ*CXLIJ-SHRLA2,KJ*CYLIJ;
740 SMDLA2,KJ:=SHRLA1,KJ*CYLIJ+SMDLA2,KJ*CXLIJ;
750 SMDLA3,KJ:=SHRLA3,KJ
760 END;

```

```

720 031=30,J1,C11021=03-1101L=02--11
780 061=30,JKE111051=06-1104L=05--11
750 IF RL1613=0 THEN
800 BEGIN
810 SEJ1,J1J1=SEJ1,J1J1+SMDL1,1J1
820 SEJ2,J1J1=SEJ2,J1J1+SMDL2,1J1
830 SEJ3,J1J1=SEJ3,J1J1+SMDL3,1J1
840 SEK1,J1J1=SMDL4,1J1
850 SEK2,J1J1=SMDL5,1J1
860 SEK3,J1J1=SMDL6,1J1
870 END
880 IF RL1623=0 THEN
890 BEGIN
900 SEJ1,J2J1=SEJ1,J2J1+SMDL1,2J1
910 SEJ2,J2J1=SEJ2,J2J1+SMDL2,2J1
920 SEJ3,J2J1=SEJ3,J2J1+SMDL3,2J1
930 SEK1,J2J1=SMDL4,2J1
940 SEK2,J2J1=SMDL5,2J1
950 SEK3,J2J1=SMDL6,2J1
960 END
970 IF RL1633=0 THEN
980 BEGIN
990 SEJ1,J3J1=SEJ1,J3J1+SMDL1,3J1
1000 SEJ2,J3J1=SEJ2,J3J1+SMDL2,3J1
1010 SEJ3,J3J1=SEJ3,J3J1+SMDL3,3J1
1020 SEK1,J3J1=SMDL4,3J1
1030 SEK2,J3J1=SMDL5,3J1
1040 SEK3,J3J1=SMDL6,3J1
1050 END
1060 IF RL1643=0 THEN
1070 BEGIN
1080 SEJ1,K1J1=SEJ1,K1J1+SMDL1,4J1
1090 SEJ2,K1J1=SEJ2,K1J1+SMDL2,4J1
1100 SEJ3,K1J1=SEJ3,K1J1+SMDL3,4J1
1110 SEK1,K1J1=SEK1,K1J1+SMDL4,4J1
1120 SEK2,K1J1=SEK2,K1J1+SMDL5,4J1
1130 SEK3,K1J1=SEK3,K1J1+SMDL6,4J1
1140 END

```

```

1150 IF RL16J=0 THEN
1160 BEGIN
1170 SLJ1,K2J:=SMDL1,5J;
1180 SLJ2,K2J:=SMDL2,5J;
1190 SLJ3,K2J:=SMDL3,5J;
1200 SLK1,K2J:=SLK1,K2J+SMDL4,5J;
1210 SLK2,K2J:=SLK2,K2J+SMDL5,5J;
1220 SLK3,K2J:=SLK3,K2J+SMDL6,5J
1230 END;
1240 IF RL16J=0 THEN
1250 BEGIN
1260 SLJ1,K3J:=SMDL1,6J;
1270 SLJ2,K3J:=SMDL2,6J;
1280 SLJ3,K3J:=SMDL3,6J;
1290 SLK1,K3J:=SLK1,K3J+SMDL4,6J;
1300 SLK2,K3J:=SLK2,K3J+SMDL5,6J;
1310 SLK3,K3J:=SLK3,K3J+SMDL6,6J
1320 END
1330 END;
1340 (* PROCEDURE DECOMPOSE *)
1350 FOR I:=1 TO N DO FOR J:=I TO N DO
1360 BEGIN
1370 SUM:=SLI,J;
1380 FOR K:=1 TO (I-1) DO SUM:=SUM-SLK,I)*SLK,J;
1390 IF J=I THEN
1400 BEGIN
1410 IF SUM <= 0.0 THEN BEGIN WRITELN('DECOMPOSE ERROR');GOTO 200 END;
1420 TEMP:=1.0/SQRT(SUM);SLI,J:=TEMP
1430 END
1440 ELSE SLI,J:=SUM*TEMP
1450 END;
1460 (* END DECOMPOSE *)
1470 (* PROCEDURE INVERT *)
1480 FOR I:=1 TO N DO FOR J:=(I+1) TO N DO
1490 BEGIN
1500 SUM:=0.0;
1510 FOR K:=I TO (J-1) DO SUM:=SUM-SLK,I)*SLK,K;
1520 SLJ,I:=SUM*SLJ,K;

```

1530  
1540  
1550  
1560  
1570  
1580  
1590  
1600  
1610  
1620  
1630  
1640  
1650  
1660  
1670  
1680  
1690  
1700  
1710  
1720  
1730  
1740  
1750  
1760  
1770  
1780  
1790  
1800  
1810  
1820  
1830  
1840  
1850  
1860  
1870  
1880  
1890

```

END?
FOR I:=1 TO N DO FOR J:=I TO N DO
  BEGIN
    SUM:=0.0?
    FOR K:=J TO N DO SUM:=SUM+SEK,I)*SEK,J)?
    S(I,J):=SUM;SEJ,I):=SUM
  END?
(* END INVERT *)
(* ----- *)
READLN(NPM,NEX)?
FOR K:=1 TO NPM DO READLN(I,EXN1,I,1),EXN1,2),EXN1,3),HE(I)?
FOR G:=1 TO NEX DO
  BEGIN
    FOR J:=1 TO (N+NR) DO AE(I,J):=0.0?
    FOR I:=1 TO NPM DO
      BEGIN
        J:=0?
        IF EXN1,1)=6 THEN J:=1?
        IF EXN1,2)=6 THEN J:=2?
        IF EXN1,3)=6 THEN J:=3?
        IF J (> 0 THEN
          BEGIN
            HO:=HE(I);LO:=L(I);COA:=CX(I);SINA:=CY(I)?
            CASE J OF
              1:BEGIN
                SC1:=HO*(2-HO)/LO?
                SC3:=HO*(3*HO-8)/6?
                SC6:=HO*(3*HO-4)/6
              END?
              2:BEGIN
                SC1:=(1-2*HO)/LO?
                SC3:=(6*HO-7)/6?
                SC6:=(1+6*HO)/6
              END?
              3:BEGIN
                SC1:=(SER(HO)-1)/LO?
                SC3:=(1+HO*(2-3*HO))/6?
            
```

```

1900 SC6:=(5-HUK(2+3*HD))/6
1910 END
1920 END;
1930 SC2:=-COS4*SC1;SC1:=SINA*SC1;SC4:=-SC1;SC5:=-SC2;
1940 J3:=3*JJEIJ;J2:=J3-1;J4:=J2-1;
1950 K3:=3*JKIJJ;K2:=K3-1;K4:=K2-1;
1960 AELJ1J:=AELJ1J+SC1;
1970 AELJ2J:=AELJ2J+SC2;
1980 AELJ3J:=AELJ3J+SC3;
1990 AELK1J:=AELK1J+SC4;
2000 AELK2J:=AELK2J+SC5;
2010 AELK3J:=AELK3J+SC6;
2020 IF J=2 THEN GOTO 100
2030 END

```

```

2040 END;
2050 FOR J:=1 TO (N+NR) DO
2060 BEGIN
2070 IF RLJJ=0 THEN K:=J-CRLEJJ ELSE K:=N+CRLEJJ;
2080 ACEKJ:=AELJJ
2090 END;

```

```

2100 FOR J:=1 TO N DO
2110 BEGIN
2120 DLJJ:=0.0;
2130 FOR K:=1 TO N DO DLJJ:=DLJJ+SLJ,K)*ACEKJ
2140 END;

```

```

2150 J:=N+1;
2160 FOR I:=(N+NR) DOWNT0 1 DO IF RLII=0 THEN BEGIN J:=J-1;DJCIJ:=DLJJ END ELSE DJC

```

```

2170 IJ:=0.0;
2180 FOR I:=1 TO M DO
2190 BEGIN
2200 J3:=3*JJEIJ;J2:=J3-1;J4:=J2-1;
2210 K3:=3*JKIJJ;K2:=K3-1;K4:=K2-1;
2220 SC2:=4.0*E*ZIJ/LIJ;SC3:=1.5*SC2/LIJ;SC4:=2.0*SC3/LIJ;
2230 SC1:=E*AXLIJ/LIJ;COS4:=CXLIJ;SINA:=CYLIJ;
2240 SMRL1,1J:=SC1*COS4;SMRL1,2J:=SC1*SINA;SMRL1,3J:=0.0;
2250 SMRL1,4J:=--SMRL1,1J;SMRL1,5J:=--SMRL1,2J;SMRL1,6J:=0.0;
2260 SMRL2,2J:=SC4*COS4;SMRL2,3J:=SC3;SMRL2,4J:=SC4*SINA;

```

```

2270 SMRI2,1J:=-SMRI2,4J+SMRI2,5J:=-SMRI2,2J+SMRI2,6J:=-SC3;
2280 SMRI3,2J:=-SC3+COS6; SMRI3,3J:=-SC2; SMRI3,4J:=-9C3*SINA;
2290 SMRI3,1J:=-SMRI3,4J; SMRI3,5J:=-SMRI3,2J+SMRI3,6J:=-SC2/2;
2300 FOR J:=1 TO 3 DO
2310 BEGIN
2320 AUX:=-SMRIJ,1J+DJIJ1J+SMRIJ,2J+DJIJ2J+SMRIJ,3J+DJIJ3J;
2330 AUX:=AUX+SMRIJ,4J+DJK1J+SMRIJ,5J+DJK2J+SMRIJ,6J+DJK3J;
2340 ICPLI,J,6J:=AUX
2350 END
2360
2370 END;
2380 FOR I:=1 TO NPM DO
2390 BEGIN
2400 HO:=HLI;LO:=LFI;
2410 G:=EXNEI,1J;
2420 ICPLI,2,6J:=ICPLI,2,6J+HO*(2-HO)/LO; ICPLI,3,6J:=ICPLI,3,6J+HO*(8-3*HO)/6;
2430 G:=EXNEI,2J;
2440 ICPLI,2,6J:=ICPLI,2,6J+(1-2*HO)/LO; ICPLI,3,6J:=ICPLI,3,6J+(7-6*HO)/6;
2450 G:=EXNEI,3J;
2460 ICPLI,2,6J:=ICPLI,2,6J+(SQR(HO)-1)/LO; ICPLI,3,6J:=ICPLI,3,6J+(HO*(3*HO-2)-1)/6
2470 END;
2480 (*
-----*)
2490 FOR J:=1 TO (N+NR) DO AELJJ:=0.0;
2500 FOR I:=1 TO NPM DO
2510 BEGIN
2520 J2:=3*JLIJ-1; J1:=J2-1; K2:=3*JKLIJ-1; K1:=K2-1;
2530 SINA:=CYLI; COSA:=CXLIJ;
2540 AELJ1J:=AELJ1J+COSA; AELJ2J:=AELJ2J+SINA;
2550 AELK1J:=AELK1J-COSA; AELK2J:=AELK2J-SINA
2560 END;
2570 FOR J:=1 TO (N+NR) DO
2580 BEGIN
2590 IF RLLJJ=0 THEN K:=-J-CRLIJJ ELSE K:=N+CRLIJJ;
2600 AELKJ:=AELJJ
2610 END;
2620 FOR J:=1 TO N DO
2630 BEGIN

```

```

2640 DJJ:=0.0;
2650 FOR K:=1 TO N DO DLJ:=DLJ+SEJ,K)*ACEK;
2660 END;
2670 J:=N+1;
2680 FOR I:=(N+NR) DOWNT0 1 DO IF RLI)=0 THEN BEGIN J:=J-1;DJLI:=DLJ END ELSE DJLI:=0.0;
2690 FOR I:=1 TO M DO
2700 BEGIN
2710 JS:=3*JLI;J2:=J3-1;J4:=J2-1;
2720 K3:=3*JKLI;K2:=K3-1;K4:=K2-1;
2730 SC2:=4.0*(XIZI)/LI;SC3:=1.5*SC2/LI;SC4:=2.0*SC3/LI;
2740 SC1:=E*AXLI/LI;COSA:=CXLI;SINA:=CYLI;
2750 SMR1,1J:=SC1*COSA;SMR1,2J:=SC1*SINA;SMR1,3J:=0.0;
2760 SMR1,4J:=--SMR1,1J;SMR1,5J:=--SMR1,2J;SMR1,6J:=0.0;
2770 SMR2,2J:=SC4*COSA;SMR2,3J:=SC3;SMR2,4J:=SC4*SINA;
2780 SMR2,1J:=--SMR2,4J;SMR2,5J:=--SMR2,2J;SMR2,6J:=SC3;
2790 SMR3,2J:=SC3*COSA;SMR3,3J:=SC2;SMR3,4J:=SC3*SINA;
2800 SMR3,1J:=--SMR3,4J;SMR3,5J:=--SMR3,2J;SMR3,6J:=SC2/2;
2810 FOR J1:=1 TO 3 DO
2820 BEGIN
2830 AUX:=SMR1,1J)*DJJ+SMR1,2J)*DJJ2+SMR1,3J)*DJJ3;
2840 AUX:=AUX+SMR1,4J)*DJK1+SMR1,5J)*DJK2+SMR1,6J)*DJK3;
2850 ICPLI,J,0J:=AUX
2860 END
2870 END;
2880 FOR I:=1 TO NPH DO ICPLI,1,0J:=ICPLI,1,0J-1.0;
2890 (* ----- *)

```

```

2900 FOR I:=1 TO NPH DO FOR J:=1 TO 3 DO FOR K:=0 TO NEX DO
2910 BEGIN
2920 F2:=ICPLI,J,K);PUT(F2)
2930 END;
2940 WRITELN(
2950 I);WRITELN;WRITELN;WRITELN;
2960 WRITE(
2970 FOR I:=1 TO (NEX DIV 9) DO
2980 BEGIN
2990 FOR J:=1 TO 9 DO
3000 BEGIN

```

COEFICIENTES DE INFLUENC



```
3000 WRITE('EXC',G:2,' ');G:=G+1
3010 END;
3020 WRITELN;WRITE(' ')
3030 END;
3040 IF (NEX MOD 9) <> 0 THEN
3050 BEGIN
3060 FOR J:=1 TO (NEX MOD 9) DO
3070 BEGIN
3080 WRITE('EXC',G:2,' ');G:=G+1
3090 END;
3100 WRITELN
3110 END;
3120 WRITELN;WRITELN;WRITELN;
3130 FOR K:=1 TO N DO
3140 BEGIN
3150 WRITELN(' BARRA= ',K:3);WRITELN;
3160 FOR J:=1 TO 3 DO
3170 BEGIN
3180 WRITE('A',J:1,' = ');
3190 G:=0;
3200 FOR I:=1 TO (NEX DIV 9) DO
3210 BEGIN
3220 FOR A1:=1 TO 9 DO
3230 BEGIN
3240 WRITE(ICPCK,J,G):10:5,' ');G:=G+1
3250 END;
3260 WRITELN;WRITE(' ')
3270 END;
3280 IF (NEX MOD 9) <> 0 THEN
3290 BEGIN
3300 FOR A1:=1 TO (NEX MOD 9) DO
3310 BEGIN
3320 WRITE(ICPCK,J,G):10:5,' ');G:=G+1
3330 END;
3340 WRITELN
3350 END;
3360 WRITELN
3370 END;
```



WRITELN;WRITELN  
END;

3380  
3390  
3400 200:  
3410 END.

PROGRAMA PROTEN

```

10 PROGRAM PROTENC(INPUT*,OUTPUT*)
20 LABEL
30 100*
40 CONST
50 NPM MAX=10*
60 NEX MAX=30*
70 NSEC MAX=20*
80 TYPE
90 CHOICE=(SIM,NAO)*
100 VAR
110 YON:CHOICE*
120 FLAG MAX,FLAG MIN:BOOLEAN*
130 I,J,J1,J2,J3,K,NEX,NPM,IMAX,IMIN,JMAX,JMIN:INTEGER*
140 A1,B1,C1,A2,B2,C2,HO,LO,X,XT,AUXD,AUX1,AUX2,AUX3,DIVB,DIVT,PBMIN,PTMIN,PBMAX,PTHAX,PHIN
J,P MAX,J,P MIN,P MAX,EX:REAL*
150 NSEC:ARRAY(1..NPM MAX) OF INTEGER*
160 AX,H,L,WB,WT:ARRAY(1..NPM MAX) OF REAL*
170 AUP:ARRAY(1..NPM MAX,1..3) OF REAL*
180 EXC:ARRAY(LO..NEX MAX) OF REAL*
190 EXN:ARRAY(1..NPM MAX,1..3) OF INTEGER*
200 XCP:ARRAY(1..NPM MAX,1..3,0..NEX MAX) OF REAL*
210 YBMIN,TTMIN,TBMAX,TTMAX:ARRAY(1..NPM MAX,0..NSEC MAX) OF REAL*
220 F1,F2:FILE OF REAL*
230 PROCEDURE OUTSTR(P:REAL)*
240 VAR
250 T BOT,TTOP:REAL*
260 BEGIN
270 WRITE(LN,' B/ S EXC BORDA INF. BORDA SUP. ')*
280 WRITE(LN,WRITE(LN))
290 FOR I:=1 TO NPM DO
300 BEGIN
310 HO:=HE(I);LO:=L(I);XT:=HO*LO*
320 J1:=EXN(I,1);J2:=EXN(I,2);J3:=EXN(I,3)*
330 A1:=(EXC(J1)-EXC(J2))/SQR(XT)*
340 B1:=2*(EXC(J2)-EXC(J3))/XT*
350 C1:=EXC(J1)*
360 A2:=(EXC(J3)-EXC(J2))/SQR(LO*(1-HO))*
370 B2:=2*HO*(EXC(J2)-EXC(J3))/LO/SQR(1-HO)*

```

```

380 C2:=(EXC1,JJ:=(1-2*HO)+EXC1*J3)*SQR(MD))/SQR(1-ND)
390 AUP2:=AUP1,2)
400 AUP3:=AUP1,3)
410 AUX1:=- (AUP1,1)+1.0)/(AX1,1)
420 FOR J:=0 TO NSECL1) DO
430 BEGIN
440 X:=LO*J/NSECL1)
450 IF (X < XT) THEN EX:=A1*SQR(X)+B1*X+C1 ELSE EX:=A2*SQR(X)+B2*X+C2)
460 AUXO:=AUP3--AUP2*X-EX)
470 DIVB:=AUXO/WBEL1)+AUX1) DIVT:=AUXO/WTEL1)+AUX1)
480 YBOT:=DIVB*P; TTOP:=DIVT*P)
490 WRITELN(J:2, /, J:2, , EX:7:4, , TTOP:10:4)
500 END)
510 WRITELN)
520 END)
530 END)
540 BEGIN
550 RESET(F1); RESET(F2)
560 READLN(NPM,NEX)
570 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=1 TO 3 DO FOR K:=0 TO NEX DO
580 BEGIN
590 ICPEI,J,KJ:=F2^6GET(F2)
600 END)
610 FOR J:=1 TO NPM DO READLN(I,EXNLI,1),FXNLI,2),EXNLI,3),HEL1,LEI1,AXLI1,WBEL1,WTEL1,NSEC
E.I1)
620 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=0 TO NSECL1) DO
630 BEGIN
640 TBMINI,JJ:=F1^6GET(F1)
650 TBMAXI,JJ:=F1^6GET(F1)
660 TTMINI,JJ:=F1^6GET(F1)
670 TTMAXI,JJ:=F1^6GET(F1)
680 END)
690 EXC1J:=1.0)
700 FOR I:=1 TO NEX DO READ(EXC1J)
710 100)
720 FLAGMAX:=FALSE; FLAGMIN:=FALSE)
730 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=1 TO 3 DO AUP1,JJ:=0.0)
740 FOR I:=1 TO NPM DO FOR J:=1 TO 3 DO FOR K:=0 TO NEX DO AUP1,JJ:=AUP1,JJ+ICPEI,J,KJ*EX
CEK)

```

```

750 FOR I:=1 TO NPM DO
760 BEGIN
770 HD:=HII;LO:=LI;X1:=H0*LO;
780 J1:=EXMI,1;J2:=EXMI,2;J3:=EXMI,3;
790 A1:=(EXCIJ1-EXCIJ2)/SWR(X1);
800 B1:=2*(EXCIJ2-EXCIJ1)/X1;
810 C1:=EXCIJ1;
820 A2:=(EXCIJ3-EXCIJ2)/SWR(LO*(1-HD));
830 B2:=2*HD*(EXCIJ2-EXCIJ3)/LO/SWR(1-HD);
840 C2:=(EXCIJ2*(1-2*HD)+EXCIJ3*SWR(HD))/SWR(1-HD);
850 AUP2:=AUP1,2;
860 AUP3:=AUP1,3;
870 AUX1:=- (AUP1,1)+1.0)/AXLI;
880 FOR J:=0 TO NSECI DO
890 BEGIN
900 X:=LO*J/NSECI;
910 IF (X < X1) THEN EX:=A1*SWR(X)+B1*X+C1 ELSE EX:=A2*SWR(X)+B2*X+C2;
920 AUX0:=AUP3-AUP2*X-EX;
930 DIVB:=AUX0/WBCI+AUX1;DIVT:=AUX0/WTLI+AUX1;
940 PSMIN:=TMINI, J/DIVB;PSMAX:=TMAXI, J/DIVB;
950 IF (DIVB < 0.0) THEN
960 BEGIN
970 AUX0:=PSMIN;PSMIN:=PSMAX;PSMAX:=AUX0
980 END;
990 PTMIN:=TMINI, J/DIVT;PTMAX:=TMAXI, J/DIVT;
1000 IF (DIVT < 0.0) THEN
1010 BEGIN
1020 AUX0:=PTMIN;PTMIN:=PTMAX;PTMAX:=AUX0
1030 END;
1040 PHAXJ:=MIN(PSMAX,PTMAX);
1050 PMINJ:=MAX(PSMIN,PTMIN);
1060 IF (PHAXJ < PMAX) OR (FLAGMAX = FALSE) THEN
1070 BEGIN
1080 FLAGMAX:=TRUE;
1090 PMAX:=PHAXJ;JMAX:=J;JMAX:=J
1100 END;
1110 IF (PMINJ > PMIN) OR (FLAGMIN = FALSE) THEN
1120 BEGIN

```

1130 FLAGMIN:=TRUE;  
1140 PMIN:=PMINJ; JMIN:=J; IMIN:=I  
1150 END

1160 END

1170 END;  
1180 (\* PROCEDURE OUTEXC \*)  
1190 K:=1;

1200 FOR I:=1 TO (NEX DIV 7) DO  
1210 BEGIN

1220 --- FOR J:=1 TO 7 DO

1230 BEGIN  
1240 WRITE(TTY,' EXC',K:2,' ');K:=K+1  
1250 END;

1260 WRITELN(TTY)  
1270 END;

1280 IF (NEX MOD 7) <> 0 THEN

1290 BEGIN  
1300 FOR J:=1 TO (NEX MOD 7) DO

1310 BEGIN  
1320 WRITE(TTY,' EXC',K:2,' ');K:=K+1  
1330 END;

1340 WRITELN(TTY)  
1350 END;

1360 WRITELN(TTY);  
1370 K:=1;

1380 FOR I:=1 TO (NEX DIV 7) DO  
1390 BEGIN

1400 FOR J:=1 TO 7 DO

1410 BEGIN  
1420 WRITE(TTY,EXCEKJ:7:4,' ');K:=K+1  
1430 END;

1440 WRITELN(TTY)  
1450 END;

1460 IF (NEX MOD 7) <> 0 THEN

1470 BEGIN  
1480 FOR J:=1 TO (NEX MOD 7) DO

1490 BEGIN  
1500 WRITE(TTY,EXCEKJ:7:4,' ');K:=K+1

```

1510      END;
1520      WRITELN(TTY)
1530      END;
1540      (* END OUTEXC *)
1550      WRITELN(TTY);WRITELN(TTY);
1560      IF (PHIN (= PHAX) THEN
1570          BEGIN
1580              WRITELN(TTY, 'PHIN= ', PHIN:10:2, ' BARRA= ', IMIN:2, ' J= ', JMIN:2);
1590              WRITELN(TTY, 'PHAX= ', PHAX:10:2, ' BARRA= ', IMAX:2, ' J= ', JMAX:2);
1600          END
1610      ELSE WRITELN(TTY, 'NAO EXISTE SOLUCAO');
1620      MESSAGE('ALGUMA MODIFICACAO ?');READ(TTY,YON);
1630      IF (YON = SIM) THEN
1640          BEGIN
1650              MESSAGE('DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES');READ(TTY,K);
1660              FOR I:=1 TO K DO
1670                  BEGIN
1680                      MESSAGE('DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE');
1690                      READ(TTY,J,EXCEJJ)
1700                  END;
1710              GOTO 100
1720          END;
1730      WRITELN(' TENSORES DEVIDAS A PROTENSAO');
1740      WRITELN;WRITELN;
1750      WRITELN('PROTENSAO MINJMA= ', PHJN:7:2, ' BARRA= ', IMIN:2, ' SECAO= ', JMIN:2);
1760      WRITELN;WRITELN;
1770      OUTSTR(PMIN);PAGE;
1780      WRITELN(' TENSORES DEVIDAS A PROTENSAO');
1790      WRITELN;WRITELN;
1800      WRITELN('PROTENSAO MAXJMA= ', PHMX:7:2, ' BARRA= ', IMAX:2, ' SECAO= ', JMAX:2);
1810      WRITELN;WRITELN;
1820      OUTSTR(PHAX)
1830      END.

```

PROGRAMA ATRITO



PROGRAM AIRTIOCFIL13, INPUT=, OUTPUT=

```

10 LABEL
20 100,200,300
30 CONST
40 DLTX=0.05
50 NSEC=20
60 MHAX=20
70 NJHAX=30
80 NJCHAX=90
90 NPHMAX=10
100 NEXHAX=30
110 NPCHMAX=20
120 EPS=0.005
130 TYPE
140 CHOICE=(SIN,NAO)
150 VAR
160 YON=CHOICE
170 FLAGMAX,FLAGMIN=BOOLEAN
180 INAX,IMIN,IMAX,JMIN,IS,NPH2,NEX,NSUB,1,1,2,1,3,1,4,1,5,1,6,1,7,1,8,1,9,1,10,1,11,1,12,1,13,1,14,1,15,1,16,1,17,1,18,1,19,1,20,1,21,1,22,1,23,1,24,1,25,1,26,1,27,1,28,1,29,1,30,1,31,1,32,1,33,1,34,1,35
190 PM,MR,NR,J: INTEGER
200 A,BETA,B,DELTA,F1,F2,FX,HO,LO,X6,XR,XH,XR,HF,101,X01,XI,1,ETA,XL,AUX,E,SEC1,SEC2,SEC3,SEC4,S
CS,SC6,SUM,TEMP,XCL,YCL:REAL
210 DIUB,DIVT,PRMIN,POMAX,PTHIN,PTMAX,PHINJ,PHAXJ,PHIN,POMAX,A1,B1,C1,A2,B2,C2,1,1,12,1,13,1,14,1,15,1,16,1,17,1,18,1,19,1,20,1,21,1,22,1,23,1,24,1,25,1,26,1,27,1,28,1,29,1,30,1,31,1,32,1,33,1,34,1,35
EAL

```

```

220 NSEC:ARRAY(1..NPHMAX) OF INTEGER
230 CRL,KI:ARRAY(1..NJHMAX) OF INTEGER
240 JJ,JK:ARRAY(1..MHAX) OF INTEGER
250 AC,AE,D,DJ:ARRAY(1..NCHMAX) OF REAL
260 AX,CX,CY,I2,L:ARRAY(1..PHAX) OF REAL
270 X,Y:ARRAY(1..NJHAX) OF REAL
280 AUP:ARRAY(1..NPHMAX,1..3) OF REAL
290 SM,SHD,SMR:ARRAY(1..6,1..6) OF REAL
300 S:ARRAY(1..NJHAX,1..NCHMAX) OF REAL
310 EXC:ARRAY(1..NCHMAX) OF REAL
320 EXN:ARRAY(1..NPHMAX,1..3) OF INTEGER
330 WB,WT,H,XD:ARRAY(1..NPHMAX) OF REAL
340 TETA0:ARRAY(1..NPHMAX) OF REAL
350 TRMIN,TRMAX,TTMIN,TTMAX:ARRAY(1..NPHMAX,0..NCHMAX) OF REAL

```

```

360 FILE1=FILE OF REAL?
370 PROCEDURE OUTSTR(P:REAL)?
380 VAR
390 TBO1,TTOP:REAL?
400 BEGIN
410 WRITELN(' B/ S      EXC      BORDA INF.      BORDA SUP. ');
420 WRITELN:WRITELN?
430 FOR I:=1 TO NPM DO
440 BEGIN
450 HO:=HL1D;LO:=LL1D;XT:=HO*LO?
460 J1:=EXNLI,1D;J2:=EXNLI,2D;J3:=EXNLI,3D?
470 A1:=(EXCLJ1D)-EXCLJ2D)/SQR(XT)?
480 B1:=2*(EXCLJ2D)-EXCLJ1D)/XT?
490 C1:=EXCLJ1D?
500 A2:=(EXCLJ3D)-EXCLJ2D)/SQR(LO*(1--HO))?
510 B2:=2*HO*(EXCLJ2D)-EXCLJ3D)/LO/SQR(1--HO)?
520 C2:=EXCLJ2D+SQR(HO/(1--HO))*(EXCLJ3D)-EXCLJ2D)?
530 XA:=XDL1D;XB:=XA+LO?
540 SC2:=AUP1I,2D?
550 SC3:=AUP1I,3D?
560 SC4:=AUP1I,1D?
570 FOR J1:=0 TO NSECLD DO
580 BEGIN
590 XM:=(XA*(NSECLD--J)+XB*J)/NSECLD;XL:=XM-XA?
600 IF XL < XT THEN
610 BEGIN
620 TETA:=ARCTAN(2*A1*XL/(1+(2*A1*XL+D1)*B1))+TETA0I2*I-1D?
630 EX:=A1*SQR(XL)+D1*XL+C1
640 END
650 ELSE
660 BEGIN
670 TETA:=ARCTAN(2*A2*XL+B2)+TETA0I2*IJ?
680 EX:=A2*SQR(XL)+B2*XL+C2
690 END?
700 IF XM > XR THEN
710 BEGIN
720 TETA:=TOT-TETA;XM:=XOT--XM
730 END?

```

```

740 FX:=EXP(-HF*(TETA+BETA*NR));
750 AUX:=SC3-SC2*XI-EX*FX;
760 TEMP:=- (SC1+FX)/AXLIJ;
770 DIVB:=AUX/WBIIJ+TEMP;DIVT:=AUX/WIICIJ+TEMP;
780 TBOT:=DIVB*P;TTOP:=DIVT*P;
790 WRITELN(I=2, '/', J:2, ', EX:7:4, ', TTOP:10:4)
800 END;
810
820
830
840
850 (* ----- *)

```

```

860 READLN(M,NJ,NR,NRJ,E);N:=3*NRJ-NR;
870 FOR K:=1 TO NJ DO READLN(J,XIJJ,YLJJ);
880 FOR K:=1 TO M DO
890 BEGIN
900 READLN(I,JJII,JKIIJ,AXLIJ,IZLIJ);
910 XCL:=XIJKIIJ-XIJJIIJ;YCL:=YIJKIIJ-YIJJIIJ;
920 LIJ:=SORT(SOR(XCL)*SRR(YCL));
930 CXLIJ:=XCL/LIJ;CYLIJ:=YCL/LIJ
940 END;
950 FOR J:=1 TO NRJ DO
960 BEGIN
970 READ(K);J3:=3*K;J2:=J3-1;J1:=J2-1;
980 READLN(RLIJJ,RLIJJ2,RLIJJ3)
990 END;

```

```

1000 CRLIJJ:=RLIJJ;
1010 FOR K:=2 TO (M+NR) DO CRLIJJ:=CRLIJJ-1J+RLIJJ;
1020 FOR I:=1 TO M DO
1030 BEGIN
1040 J3:=3*JLIJJ;J2:=J3-1;J1:=J2-1;
1050 K3:=3*JKLIJJ;K2:=K3-1;K1:=K2-1;
1060 SC2:=4.0*E*IZLIJ/LIJJ;
1070 SC3:=1.5*SC2/LIJJ;
1080 SC4:=2.0*SC3/LIJJ;
1090 SC1:=E*AXLIJ/LIJJ;
1100 IF RLIJJ=0 THEN J1:=J1-CRLIJJ ELSE J1:=M+CRLIJJ;

```

1110  
1120  
1130  
1140  
1150  
1160  
1170  
1180  
1190  
1200  
1210  
1220  
1230  
1240  
1250  
1260  
1270  
1280  
1290  
1300  
1310  
1320  
1330  
1340  
1350  
1360  
1370  
1380  
1390  
1400  
1410  
1420  
1430  
1440  
1450  
1460  
1470  
1480

```

IF RL1J2J=0 THEN J2:=J2-CR1LJ2J ELSE J2:=N+CR1LJ2J;
IF RL1J3J=0 THEN J3:=J3-CR1LJ3J ELSE J3:=N+CR1LJ3J;
IF RL1K1J=0 THEN K1:=K1-CR1LK1J ELSE K1:=N+CR1LK1J;
IF RL1K2J=0 THEN K2:=K2-CR1LK2J ELSE K2:=N+CR1LK2J;
IF RL1K3J=0 THEN K3:=K3-CR1LK3J ELSE K3:=N+CR1LK3J;
SML1,1J:=SC1;SML4,4J:=SC1;SML1,4J:=--SC1;SML4,1J:=--SC1;
SML2,2J:=SC4;SML5,5J:=SC4;SML2,5J:=--SC4;SML5,2J:=--SC4;
SML2,3J:=SC3;SML3,2J:=SC3;SML2,6J:=SC3;SML6,2J:=SC3;
SML3,5J:=--SC3;SML5,3J:=--SC3;SML5,6J:=--SC3;SML6,5J:=--SC3;
SML3,3J:=SC2;SML6,6J:=SC2;SML3,6J:=SC2/2;SML6,3J:=SC2/2;
FOR K:=1 TO 2 DO FOR J:=1 TO 6 DO
  BEGIN
    L3:=3*K;L2:=L3-1;L1:=L2-1;
    SMRLJ,L1J:=SMLJ,L1J*CXCIJ-SMLJ,L2J*CYCIJ;
    SMRLJ,L2J:=SMLJ,L1J*CYCIJ+SMLJ,L2J*CXCIJ;
    SMRLJ,L3J:=SMLJ,L3J
  END;
FOR J:=1 TO 2 DO FOR K:=1 TO 6 DO
  BEGIN
    L3:=3*J;L2:=L3-1;L1:=L2-1;
    SMDL1,KJ:=SMRL1,KJ*CXCIJ-SMDL2,KJ*CYCIJ;
    SMDL2,KJ:=SMRL1,KJ*CYCIJ+SMDL2,KJ*CXCIJ;
    SMDL3,KJ:=SMRL3,KJ
  END;
L3:=3*J;L2:=L3-1;L1:=L2-1;
L6:=3*K;L5:=L6-1;L4:=L5-1;
IF RL1L1J=0 THEN
  BEGIN
    SEJ1,J1J:=SEJ1,J1J+SMDL1,1J;
    SEJ2,J1J:=SEJ2,J1J+SMDL2,1J;
    SEJ3,J1J:=SEJ3,J1J+SMDL3,1J;
    SEK1,J1J:=SMDL4,1J;
    SEK2,J1J:=SMDL5,1J;
    SEK3,J1J:=SMDL6,1J
  END;
IF RL1L2J=0 THEN
  BEGIN
    SEJ1,J2J:=SEJ1,J2J+SMDL1,2J;

```

```

1490 SEJ2,J2J:=SEJ2,J2J+SMDI2,2J;
1500 SEJ3,J2J:=SEJ3,J2J+SMDI3,2J;
1510 SEK1,J2J:=SMDI4,2J;
1520 SEK2,J2J:=SMDI5,2J;
1530 SEK3,J2J:=SMDI6,2J
1540 END;
1550 IF RL1L3J=0 THEN
1560 BEGIN
1570 SEJ1,J3J:=SEJ1,J3J+SMDI1,3J;
1580 SEJ2,J3J:=SEJ2,J3J+SMDI2,3J;
1590 SEJ3,J3J:=SEJ3,J3J+SMDI3,3J;
1600 SEK1,J3J:=SMDI4,3J;
1610 SEK2,J3J:=SMDI5,3J;
1620 SEK3,J3J:=SMDI6,3J
1630 END;
1640 IF RL1L4J=0 THEN
1650 BEGIN
1660 SEJ1,K1J:=SMDI1,4J;
1670 SEJ2,K1J:=SMDI2,4J;
1680 SEJ3,K1J:=SMDI3,4J;
1690 SEK1,K1J:=SEK1,K1J+SMDI4,4J;
1700 SEK2,K1J:=SEK2,K1J+SMDI5,4J;
1710 SEK3,K1J:=SEK3,K1J+SMDI6,4J
1720 END;
1730 IF RL1L5J=0 THEN
1740 BEGIN
1750 SEJ1,K2J:=SMDI1,5J;
1760 SEJ2,K2J:=SMDI2,5J;
1770 SEJ3,K2J:=SMDI3,5J;
1780 SEK1,K2J:=SEK1,K2J+SMDI4,5J;
1790 SEK2,K2J:=SEK2,K2J+SMDI5,5J;
1800 SEK3,K2J:=SEK3,K2J+SMDI6,5J
1810 END;
1820 IF RL1L6J=0 THEN
1830 BEGIN
1840 SEJ1,K3J:=SMDI1,6J;
1850 SEJ2,K3J:=SMDI2,6J;
1860 SEJ3,K3J:=SMDI3,6J;

```

```

1870
1880
1890
1900
1910
1920
1930
1940
1950
1960
1970
1980
1990
2000
2010
2020
2030
2040
2050
2060
2070
2080
2090
2100
2110
2120
2130
2140
2150
2160
2170
2180
2190
2200
2210
2220
2230

SEK1,K31:=SEK1,K31+EMDF4,6J;
SEK2,K31:=SEK2,K31+EMDF5,6J;
SEK3,K31:=SEK3,K31+EMDF6,6J
END;

(* PROCEDURE DECOMPOSE *)
FOR I:=1 TO N DO FOR J:=I TO N DO
  BEGIN
    SUM:=SEI,JJ;
    FOR K:=1 TO (I-1) DO SUM:=SUM-SEK,IJ*SEK,KJJ;
    IF J=I THEN
      BEGIN
        IF SUM (<= 0.0 THEN BEGIN WRITELN(TTY,'DECOMPOSE ERROR');GOTO 300 END;
        TEMP:=1.0/SQRT(SUM);SEI,JJ:=TEMP
        END;
      ELSE SEI,JJ:=SUM*TEMP
    END;
  END DECOMPOSE *)
(* PROCEDURE INVERT *)
FOR I:=1 TO N DO FOR J:=(I+1) TO N DO
  BEGIN
    SUM:=0.0;
    FOR K:=I TO (J-1) DO SUM:=SUM-SEK,IJ*SEK,KJJ;
    SEI,IJ:=SUM*SEI,JJ
  END;
FOR I:=1 TO N DO FOR J:=I TO N DO
  BEGIN
    SUM:=0.0;
    FOR K:=J TO N DO SUM:=SUM+SEK,IJ*SEK,KJJ;
    SEI,IJ:=SUM;SEI,IJ:=SUM
  END;
(* END INVERT *)
(*)
----- *)
READLN(NPH,NEX,HF,BETA);NPH2:=2*NPH;
FOR I:=1 TO NPH DO READLN(J,EXNEJ,1J,EXNEJ,2J,EXNEJ,3J,HEJJ,WBEJJ,WTJJ,NSECIJJ);
RESEI(FILE1);

```

```

2240 FOR I1=1 TO NPM DO FOR J1=0 TO NSECL1 DO
2250 BEGIN
2260 TBMIN1,J1:=FILE1;GET(FILE1);
2270 TBMAX1,J1:=FILE1;GET(FILE1);
2280 TTMIN1,J1:=FILE1;GET(FILE1);
2290 TTMAX1,J1:=FILE1;GET(FILE1)
2300 END;
2310
2320 FOR I:=1 TO NPM DO
2330 BEGIN
2340 J1:=EXNLI,1;J2:=EXNLI,2;J3:=EXNLI,3;HO:=HLI;LO:=LII;
2350 TETAOL2*I-1;I:=2*(EXCLJ1J-EXCLJ2J)/HO/LO;
2360 TETAOL2*I;I:=2*(EXCLJ3J-EXCLJ2J)/(1.0-HO)/LO
2370 END;
2380 FOR I1=1 TO NPM2 DO TETAOL1:=ARCTAN(ABS(TETAOL1));
2390 FOR I1=2 TO NPM2 DO TETAOL1:=TETAOL1+TETAOL1-1;TOT:=TETAOLNPM2;
2400 FOR I1=NPM2 DOWNTO 2 DO TETAOL1:=TETAOL1-1;TETAOL1:=0.0;XOC1J:=0.0;
2410 FOR I1=2 TO NPM DO XOC1J:=XOC1J-1;XOT:=XOCNPMJ+LENPM;
2420 DELTA:=(TOT+DELTA*XOT)/2.0;
2430 FOR J1=2 TO NPM2 DO
2440 BEGIN
2450 I1:=(J DIV 2)+(J MOD 2);IS:=J-2*I+2;
2460 CASE IS OF
2470 1: XM:=0.0;
2480 2: XM:=HLI*LII
2490 END;
2500 FX:=TETAOL1J+BETA*(XM+XOC1J)-DELTA;
2510 IF FX=0.0 THEN GOTO 200;
2520 IF FX>0.0 THEN
2530 BEGIN
2540 I1:=(J-1) DIV 2+((J-1) MOD 2);IS:=J-2*I+1;
2550 J1:=EXNLI,1;J2:=EXNLI,2;J3:=EXNLI,3;HO:=HLI;LO:=LII;
2560 CASE IS OF
2570 1: BEGIN
2580 XA:=0.0;XB:=HO*LO;
2590 F1:=2*(EXCLJ2J-EXCLJ1J)/HO/LO;
2600 A1:=2*(EXCLJ1J-EXCLJ2J)/SQR(HO*LO);B:=F1;
2610 END;

```

```

2620 2: BEGIN
2630   XA:=HO*LO;XB:=LO;F1:=0.0;
2640   A:=-2*(EXC1J3)-EXC1J2)/SQR(LO*(1.0-HO));
2650   B:=-2*(EXC1J2)-EXC1J3)/SQR(LO*(1.0-HO))
2660   END
2670
2680
2690 DELTA:=TETAO1J-1)+XO11)*BETA-DELTA;
2700 WHILE (XB-XA)/XB > EPS DO
2710   BEGIN
2720     XM:=(XA+XB)/2.0;F2:=A+XM+B;
2730     FX:=ARCTAN(ABS(F1-F2)/(1.0+F1*F2))+BETA*XM+DELTA;
2740     IF FX=0.0 THEN GOTO 200;
2750     IF FX>0.0 THEN XB:=XM ELSE XA:=XM
2760     END;
2770     XM:=(XA+XB)/2.0;GOTO 200
2780   END;
2790
2800
2810
2820
2830
2840
2850
2860
2870
2880
2890
2900
2910
2920
2930
2940
2950
2960
2970
2980
2990

```

4 PARTIR DO INICIO DA BARRA :', I:2):

END;

200:

XR:=XM+XO11);

MESSAGE('PONTO DE IMOBILIZACAO :', XM:7:3, ' 4

FOR J:=1 TO (N+NR) DO AELJ:=0.0;

FOR I:=1 TO NPM DO

BEGIN

HO:=HL1;LO:=LI1;XT:=HO\*LO;

J1:=EXN1,1;J2:=EXN1,2;J3:=EXN1,3;

A1:=(EXC1J1)-EXC1J2)/SQR(X1);

B1:=2\*(EXC1J2)-EXC1J1)/X1;

C1:=EXC1J1;

A2:=(EXC1J3)-EXC1J2)/SQR(1.0\*(1-HO));

B2:=2\*HO\*(EXC1J2)-EXC1J3)/LO/SQR(1-HO);

C2:=EXC1J2)+SQR(HO/(1-HO))\*(EXC1J3)-EXC1J2);

XA:=XO11;XB:=XA+LO;

NSUB:=ROUND(LO/DLTX);

IF (NSUB MOD 2) = 1 THEN NSUB:=NSUB+1;

K:=1;I1:=0.0;I2:=0.0;I3:=0.0;

FOR J:=1 TO (NSUB-1) DO

BEGIN

XM:=(XA\*(NSUB-J)+XB\*J)/NSUB;XL:=XM-XA;



```
3000 IF XL < XT THEN
3010 BEGIN
3020 TETA:=ARCTAN(2*A1*XL/(1+(2*A1*XL+D1)*B1))+TETAOL2*I-1J;
3030 EX:=A1*SQR(XL)+B1*XL+C1
3040 END
3050 ELSE
3060 BEGIN
3070 TETA:=ARCTAN(2*A2*XL+B2)+TETAOL2*IJ;
3080 EX:=A2*SQR(XL)+B2*XL+C2
3090 END;
3100 IF XM > XR THEN
3110 BEGIN
3120 TETA:=-TOT-TETA;XM:=-XOT-XM
3130 END;
3140 FX:=EXP(-HF*(TETA+BETA*XM))*(3+K);
3150 I1:=I1+FX*EX;
3160 I2:=I2+FX*EX*XL;
3170 I3:=I3+FX;
3180 K1:=-K
3190 END;
3200 TETA:=TETAOL2*I-1J;
3210 EX:=C1;
3220 IF XA > XR THEN
3230 BEGIN
3240 TETA:=-TOT-TETA;XA:=-XOT-XA
3250 END;
3260 FX:=EXP(-HF*(TETA+BETA*XA));
3270 I1:=I1+FX*EX;
3280 I3:=I3+FX;
3290 TETA:=ARCTAN(2*A2*LO+B2)+TETAOL2*IJ;
3300 EX:=EXCEJ3J;
3310 IF XB > XR THEN
3320 BEGIN
3330 TETA:=-TOT-TETA;XB:=-XOT-XB
3340 END;
3350 FX:=EXP(-HF*(TETA+BETA*XB));
3360 I1:=I1+FX*EX;
3370 I2:=I2+FX*EX*LO;
```

```

3380 I3:=I3+FX;
3390 DELTA:=LO/3/NSUB;
3400 I1:=DELTA*I1;
3410 I2:=DELTA*I2;
3420 I3:=DELTA*I3;
3430 SC1:=-I3/LO;
3440 SC2:=6*(I1-2*I2/LO)/SQR(LO);
3450 SC3:=2*(2*I1-3*I2/LO)/LO;
3460 SC4:=-SC1;
3470 SC5:=-SC2;
3480 SC6:=SC2*LO-SC3;
3490 AUP1,1):=SC1;
3500 AUP1,2):=SC2;
3510 AUP1,3):=SC3;
3520 J3:=3*JL1);J2:=J3-1;J1:=J2-1;
3530 K3:=3*JK1);K2:=K3-1;K1:=K2-1;
3540 AELJ1):=AELJ1)-CXLIJ)*SC1+CYLIJ)*SC2;
3550 AELJ2):=AELJ2)-CYLIJ)*SC1-CXLIJ)*SC2;
3560 AELJ3):=AELJ3)-SC3;
3570 AELK1):=AELK1)-CXLIJ)*SC4+CYLIJ)*SC5;
3580 AELK2):=AELK2)-CYLIJ)*SC4-CXLIJ)*SC5;
3590 AELK3):=AELK3)-SC6;
3600 END;
3610 FOR J:=1 TO (N+NR) DO
3620 BEGIN
3630 IF RL1J)=0 THEN K:=J-CRL1J) ELSE K:=N+CRL1J);
3640 AC1K):=AELJ)
3650 END;
3660 (* PROCEDURE SOLVE *)
3670 FOR J:=1 TO N DO
3680 BEGIN
3690 DLJ):=0.0;
3700 FOR K:=1 TO N DO DLJ):=DLJ)+SLJ,K)*AC1K)
3710 END;
3720 (* END SOLVE *)
3730 J:=N+1;
3740 FOR I:=(N+NR) DOWNTO 1 DO IF RL1I)=0 THEN BEGIN J:=J-1;DJ1I):=DLJ) END ELSE DJ1I):=0.0;
3750 FOR I:=1 TO NPH DO

```

```

3760 BEGIN
3770 J3:=3*JL1J;J2:=J3-1;J1:=J2-1;
3780 K3:=3*JK1J;K2:=K3-1;K1:=K2-1;
3790 SC2:=4.0#E*IZ1J/LL1J;SC3:=1.5*SC2/LL1J;SC4:=2.0*SC3/LL1J;
3800 SC1:=E*4X1J/LL1J;
3810 SML1,1J:=SC1;SML4,4J:=SC1;SML1,4J:=SC1;SML4,1J:=SC1;
3820 SML2,2J:=SC4;SML5,5J:=SC4;SML2,5J:=SC4;SML5,2J:=SC4;
3830 SML2,3J:=SC3;SML3,2J:=SC3;SML2,6J:=SC3;SML6,2J:=SC3;
3840 SML3,5J:=SC3;SML5,3J:=SC3;SML5,6J:=SC3;SML6,5J:=SC3;
3850 SML3,3J:=SC2;SML6,6J:=SC2;SML3,6J:=SC2/2.0;SML6,3J:=SC2/2.0;
3860 FOR K:=1 TO 2 DO FOR J:=1 TO 6 DO
3870 BEGIN
3880 L3:=3*K;L2:=L3-1;L1:=L2-1;
3890 SMRLJ,L1J:=SMLJ,L1J*CXCIJ-SMLJ,L2J*CYCIJ;
3900 SMRLJ,L2J:=SMLJ,L1J*CYCIJ+SMLJ,L2J*CXCIJ;
3910 SMRLJ,L3J:=SMLJ,L3J;
3920 END;
3930 FOR J:=1 TO 3 DO
3940 BEGIN
3950 AUX:=SMRLJ,1J#DJLJ1J+SMRLJ,2J#DJLJ2J+SMRLJ,3J#DJLJ3J;
3960 AUX:=AUX#SMRLJ,4J#DJLK1J+SMRLJ,5J#DJLK2J+SMRLJ,6J#DJLK3J;
3970 AUPLI,JJ:=AUX+AUPLI,JJ
3980 END
3990 END;
4000 (* ----- *)
4010 FLAGMAX:=FALSE;FLAGMIN:=FALSE;
4020 FOR I:=1 TO NPN DO
4030 BEGIN
4040 H0:=HL1J;L0:=LL1J;XT:=HO#LO;
4050 J1:=EXNLI,1J;J2:=EXNLI,2J;JS:=EXNLI,3J;
4060 A1:=(EXCJ1J-EXCJ2J)/SQR(XT);
4070 B1:=2*(EXCJ2J-EXCJ1J)/XT;
4080 C1:=EXCJ1J;
4090 A2:=(EXCJ3J-EXCJ2J)/SQR(L0*(1-H0));
4100 B2:=2*H0*(EXCJ2J-EXCJ3J)/L0/SQR(1-H0);
4110 C2:=EXCJ2J+SQR(H0/(1-H0))*(EXCJ3J-EXCJ2J);
4120 X0:=XOL1J;XB:=XA+L0;

```

```

4130 SC2:=AUPFI,2J;
4140 SC3:=AUPFI,3J;
4150 SC4:=AUPFI,4J;
4160 FOR J:=0 TO NSECLJ DO
4170   BEGIN
4180     XM:=(X4*(NSECLJ-J)+XB*J)/NSECLJ; XL:=XM-X4;
4190     IF XL < XT THEN
4200       BEGIN
4210         TETA:=ARCTAN(2*A1*XL/(1+(2*A1*XL+B1)*B1))+TETAOL2*IJ;
4220         EX:=A1*SQR(XL)+B1*XL+C1
4230       END
4240     ELSE
4250       BEGIN
4260         TETA:=ARCTAN(2*A2*XL+B2)+TETAOL2*IJ;
4270         EX:=A2*SQR(XL)+B2*XL+C2
4280       END;
4290     IF XM > XR THEN
4300       BEGIN
4310         TETA:=TOT-TETA; XM:=XOT-XM
4320       END;
4330     FX:=EXP(-HF*(TETA+DELTA*XM));
4340     AUX1:=SC3-SC2*XL-EX*FX;
4350     TEMP:=(SC4+FX)/AUEIJ;
4360     DIVB:=AUX/WBLI+TEMP; DIVT:=AUX/WTLI+TEMP;
4370     PBMIN:=TBMINEI,J)/DIVB; PBMAX:=TBMAXEJ,J)/DIVB;
4380     IF (DIVB < 0.0) THEN
4390       BEGIN
4400         AUX:=PBMIN; PBMIN:=PBMAX; PBMAX:=AUX
4410       END;
4420     PTMIN:=TTHINEI,J)/DIVT; PTMAX:=TTHAXEJ,J)/DIVT;
4430     IF (DIVT < 0.0) THEN
4440       BEGIN
4450         AUX:=PTMIN; PTMIN:=PTMAX; PTMAX:=AUX
4460       END;
4470     PMAXJ:=MIN(PBMAX,PTMAX);
4480     PMINJ:=MAX(PBMIN,PTMIN);
4490     IF (PMAXJ < PMAX) OR (FLAGMAX = FALSE) THEN
4500       BEGIN

```

```
4510 FLAGMAX:=TRUE;
4520 PMAX:=PMAXJ;JMAX:=J;IMAX:=I
4530 END;
4540 IF (PMINJ > PMIN) OR (FLAGMIN = FALSE) THEN
4550 BEGIN
4560 FLAGMIN:=TRUE;
4570 PMIN:=PMINJ;JMIN:=J;IMTN:=I
4580 END
4590 END
4600
4610 END;
4620 (* PROCEDURE OUTEXC *)
4630 K:=1;
4640 FOR I:=1 TO (NEX DIV 7) DO
4650 BEGIN
4660 FOR J:=1 TO 7 DO
4670 BEGIN
4680 WRITE(TTY,' EXC',K:2,' ');K:=K+1
4690 END;
4700 WRITELN(TTY)
4710 END;
4720 IF (NEX MOD 7) (> 0) THEN
4730 BEGIN
4740 FOR J:=1 TO (NEX MOD 7) DO
4750 BEGIN
4760 WRITE(TTY,' EXC',K:2,' ');K:=K+1
4770 END;
4780 WRITELN(TTY)
4790 END;
4800 WRITELN(TTY);
4810 K:=1;
4820 FOR I:=1 TO (NEX DIV 7) DO
4830 BEGIN
4840 FOR J:=1 TO 7 DO
4850 BEGIN
4860 WRITE(TTY,EXC(K):7:4,' ');K:=K+1
4870 END;
4880 WRITELN(TTY)
4890 END;
```

```
4890 IF (NEX MOD 7) <> 0 THEN
4900 BEGIN
4910 FOR J:=1 TO (NEX MOD 7) DO
4920 BEGIN
4930 WRITE(TTY,EXCLJ:7:4,' ');K:=K+1
4940 END;
4950 WRITELN(TTY)
4960 END;
4970 (* END OUTEXC *)
4980 WRITELN(TTY);WRITELN(TTY);
4990 IF (PMIN <= PMAX) THEN
5000 BEGIN
5010 WRITELN(TTY,'PMIN= ',PMIN:10:2,' BARRA= ',IMIN:2,' J= ',JMIN:2);
5020 WRITELN(TTY,'PMAX= ',PMAX:10:2,' BARRA= ',IMAX:2,' J= ',JMAX:2);
5030 END
5040 ELSE WRITELN(TTY,'NAO EXISTE SOLUCAO');
5050 MESSAGE('ALGUMA MODIFICACAO ?');READ(TTY,YON);
5060 IF (YON = SIM) THEN
5070 BEGIN
5080 MESSAGE('DIGITE NUMERO DE MODIFICACOES');READ(TTY,K);
5090 FOR I:=1 TO K DO
5100 BEGIN
5110 MESSAGE('DIGITE NUMERO E VALOR DA EXCENTRICIDADE');
5120 READ(TTY,J,EXCLJJ)
5130 END;
5140 GOTO 100
5150 END;
5160 WRITELN(' TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO');
5170 WRITELN;WRITELN;
5180 WRITELN('PROTENSAO MINIMA= ',PMIN:7:2,' BARRA= ',IMIN:2,' SECAO= ',JMIN:2);
5190 WRITELN;WRITELN;
5200 OUTSTR(PMIN);PAGE;
5210 WRITELN(' TENSOES DEVIDAS A PROTENSAO');
5220 WRITELN;WRITELN;
5230 WRITELN('PROTENSAO MAXIMA= ',PMAX:7:2,' BARRA= ',IMAX:2,' SECAO= ',JMAX:2);
5240 WRITELN;WRITELN;
5250 OUTSTR(PMAX);
5260 300;
5270 END.
```