

R.L.A. Zendeck

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

AUTOMATIZAÇÃO DO CÁLCULO
DE CASCAS PRISMÁTICAS PELO
MÉTODO DE VLASSOV

MARCO ANTONIO CAMARGO JULIANI

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1984

AUTOMATIZAÇÃO DO CÁLCULO
DE CASCAS PRISMÁTICAS PELO
MÉTODO DE VLASSOV

MARCO ANTONIO CAMARGO JULIANI

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador:

Prof. Dr. Dante A. O. Martinelli

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Dante A. O. Martinelli

Prof. Dr. Roberto L. A. Barbato

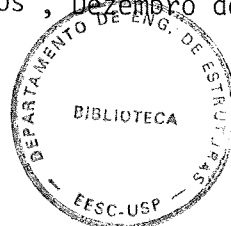
Prof. Dr. Victor M. de Souza Lima

Suplentes:

Prof. Dr. Helena M. C. C. Antunes

Prof. Dr. Mário Franco

São Carlos, Dezembro de 1984.



Aos meus pais
Gottardo
Abigail

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Dante Angelo O. Martinelli pela orientação e incentivo.

Ao colega Rutênio Gurgel Bastos, responsável pelos meus estudos iniciais do Método de Vlassov.

Aos Engenheiros Antonio Carlos C. Camargo e José Carlos Garcia, pelas trocas de idéias e sugestões neste trabalho.

Aos Srs. Paulo Sérgio S. Ramon e Celso Luiz Cardoso, pela elaboração dos desenhos.

À Sra. Hiroko Hissataka M. Sanches, pelos serviços de datilografia.

À Shirley e à Livia, pela compreensão.

RESUMO

mas pode ser skuld?

Apresenta-se neste trabalho um programa para o cálculo de cascas prismáticas de um ou dois tramos, baseado no método de Vlassov. X
Esse programa foi feito para ser processado em microcomputadores compatíveis com o Apple II Plus.

Apesar do pequeno porte do equipamento necessário, o X
programa tem um bom desempenho, já que através dele podem ser calculados os esforços e deslocamentos em cascas prismáticas com apoios livres, articulados ou engastados, submetidas a diversos tipos de cargas, inclusive diferença de temperatura entre as faces de uma mesma lâmina. *lâmina*

Além disso, o programa fornece os esforços solicitantes e os deslocamentos em 55 pontos por lâmina de cada tramo da estrutura. Com isso, no caso de cascas de concreto armado, pode-se dispor convenientemente as armaduras necessárias, de modo a cobrir, com mais segurança, todas as variações dos esforços dentro de cada lâmina. }

ABSTRACT

This work presents a program to compute folded plate structures that have one or two spans, based on Vlassov's method. This program runs in Apple II Plus compatible microcomputers.

In despite of the poor capacity of the hardware, the program has a good performance, because it computes the stresses and displacements of free, hinged or fixed end folded plates, under several load types, including differences of temperatures on both faces of a single plate.

Besides, the program gives the stresses and displacements of 55 points of all plates of each span of the structure. Consequently, in reinforced concrete folded plates, the reinforcing necessary is conveniently put as to cover, much more safely, all the stress variations in the plates.

ÍNDICE

PÁGINA

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - Considerações sobre as estruturas prismáticas constituídas de lâminas	1
I.2 - Comparação entre o comportamento estrutural das cascas prismáticas e o das cascas cilíndricas	2
I.3 - Vantagens do método de Vlassov	3 4
I.4 - Objetivos	3 4
I.5 - Conteúdo	5

CAPÍTULO II - O MÉTODO DE VLASSOV

II.1 - Considerações gerais	6
II.2 - Relações entre esforços, deformações e deslocamentos de um elemento plano isolado	8
II.3 - Sistema fundamental isostático	15
II.3.1 - Efeitos das cargas	18
II.3.2 - Efeitos das incógnitas hiperestáticas	22
II.4 - Equilíbrio e compatibilidade	32
II.5 - Solução geral do sistema de equações diferenciais	34
II.6 - Soluções do sistema de equações diferenciais para as diversas condições de apoio das extremidades transversais	39
II.6.1 - Extremidades simplesmente apoiadas	39
II.6.2 - Extremidades engastadas	40
II.6.3 - Uma extremidade simplesmente apoiada e a outra engastada	42
II.6.4 - Uma extremidade livre e a outra engastada	43

II.7 - Cascas prismáticas contínuas. Solução do sistema para as diversas condições de apoio das extremidades transversais	45
II.7.1 - Extremidades simplesmente apoiadas	47
II.7.2 - Extremidades engastadas	51
II.7.3 - Uma extremidade simplesmente apoiada e a outra engastada	55
II.7.4 - Uma extremidade livre e a outra simplesmente apoiada	58
II.7.5 - Uma extremidade livre e a outra engastada	60
II.8 - Cálculo das constantes das funções de aproximação para os diversos tipos de carga	62
II.8.1 - Geral	62
II.8.2 - Cargas nas arestas	64
II.8.2.1 - Carga uniforme	64
II.8.2.2 - Carga triangular 0 a P	66
II.8.2.3 - Carga triangular P a 0	68
II.8.2.4 - Carga concentrada	69
II.8.3 - Cargas nas lâminas	71
II.8.3.1 - Carga uniforme	72
II.8.3.2 - Carga triangular 0 a P	74
II.8.3.3 - Carga triangular P a 0	76
II.8.3.4 - Carga concentrada	77
II.8.3.5 - Diferença de temperatura	79
II.9 - Exemplo	81

	<u>PÁGINA</u>
<u>CAPÍTULO III - PROGRAMA PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO DE CASCAS</u>	
<u>PRISMÁTICAS</u>	91
III.1 - Considerações gerais	91
III.2 - Montagem da matriz dos coeficientes	92
III.3 - Montagem da matriz dos carregamentos	99
III.4 - Cálculo das incógnitas através do método de Cholesky modificado para sistemas simétricos	100
III.5 - Cálculo dos esforços e deslocamentos em toda a estrutura	104
III.6 - Significado das variáveis do programa	106
III.6.1 - Geral	106
III.6.2 - Dados	106
III.6.3 - Variáveis calculadas pelo programa	110
III.7 - Entrada do programa	114
III.8 - Saída do programa	116
III.9 - Fluxograma simplificado	118
III.10 - Cuidados na utilização do programa	122
III.11 - Exemplos	123
<u>CAPÍTULO IV - CONCLUSÕES E SUGESTÕES</u>	135
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	137
<u>APÊNDICE A - LISTAGEM DO PROGRAMA</u>	138
<u>APÊNDICE B - LISTAGENS DOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO III</u>	152

I. INTRODUÇÃO

I.1 - Considerações sobre as estruturas prismáticas constituídas de lâminas

Uma estrutura prismática espacial longa constituída de lâminas é formada por elementos planos retangulares delgados, ligados entre si pelas suas bordas maiores, podendo formar um ou mais contornos fechados (figura 1.1).

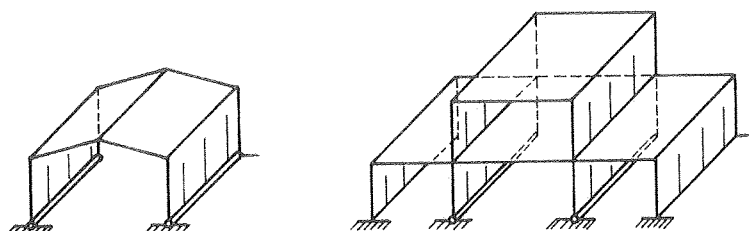


Figura 1.1 - Exemplos de estruturas prismáticas constituídas de lâminas

Essas estruturas são denominadas folhas prismáticas ou pórticos espaciais prismáticos devido à forma de suas seções transversais e os esforços que nelas atuam. As estruturas, cujas bordas longitudinais extremas são livres e a cada aresta de ligação concorrem apenas duas lâminas (figura 1.2), são chamadas cascas prismáticas, pois o seu comportamento estrutural se assemelha ao das cascas cilíndricas.

Os elementos planos das estruturas prismáticas trabalham como placas, se as cargas atuantes estiverem na direção normal aos planos dos mesmos, e como chapas para as reações mútuas entre si e cargas aplicadas nas arestas e em seus próprios planos.

A análise dos efeitos "placa" e "chapa" é feita por diversos métodos, sendo que a maioria deles considera separadamente os dois efeitos, determinando-se os esforços iterativamente. O método de Vlassov,

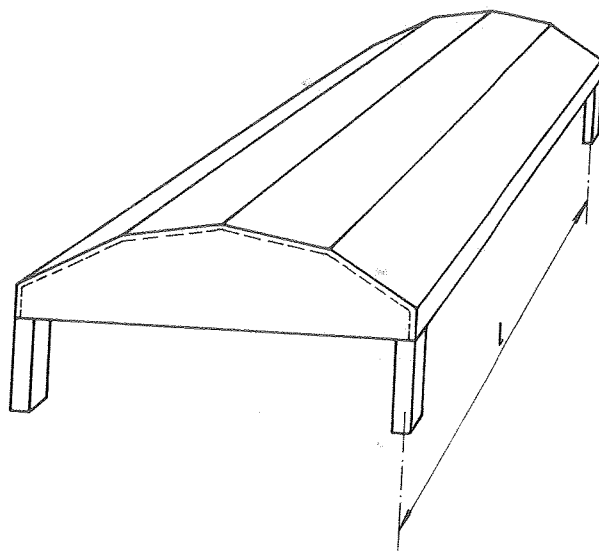


Figura 1.2 - Exemplo de uma casca prismática

utilizado neste trabalho, considera conjuntamente os dois efeitos, determinando de uma só vez os esforços solicitantes. A formulação geral do método (capítulo II), baseou-se na formulação apresentada por Grekow, Isnard e Mrozowicz (referência [1]).

Quanto ao aspecto construtivo, verifica-se que o consumo de material das estruturas prismáticas de concreto armado é maior que o das estruturas cilíndricas semelhantes, mas em compensação as formas são bem menos trabalhosas e, portanto, há uma economia em mão de obra e um melhor aproveitamento do material. Além disso, elas possibilitam uma grande variedade de formas arquitetônicas e mais facilidades na pré-fabricação.

As estruturas prismáticas são utilizadas predominantemente em coberturas, reservatórios, barragens, silos, etc.

I.2 - Comparação entre o comportamento estrutural das cascas prismáticas e o das cascas cilíndricas

Uma casca prismática, definida no item anterior, pode ser encarada como uma casca cilíndrica discretizada em lâminas planas, ligadas lado a lado, formando uma superfície prismática.

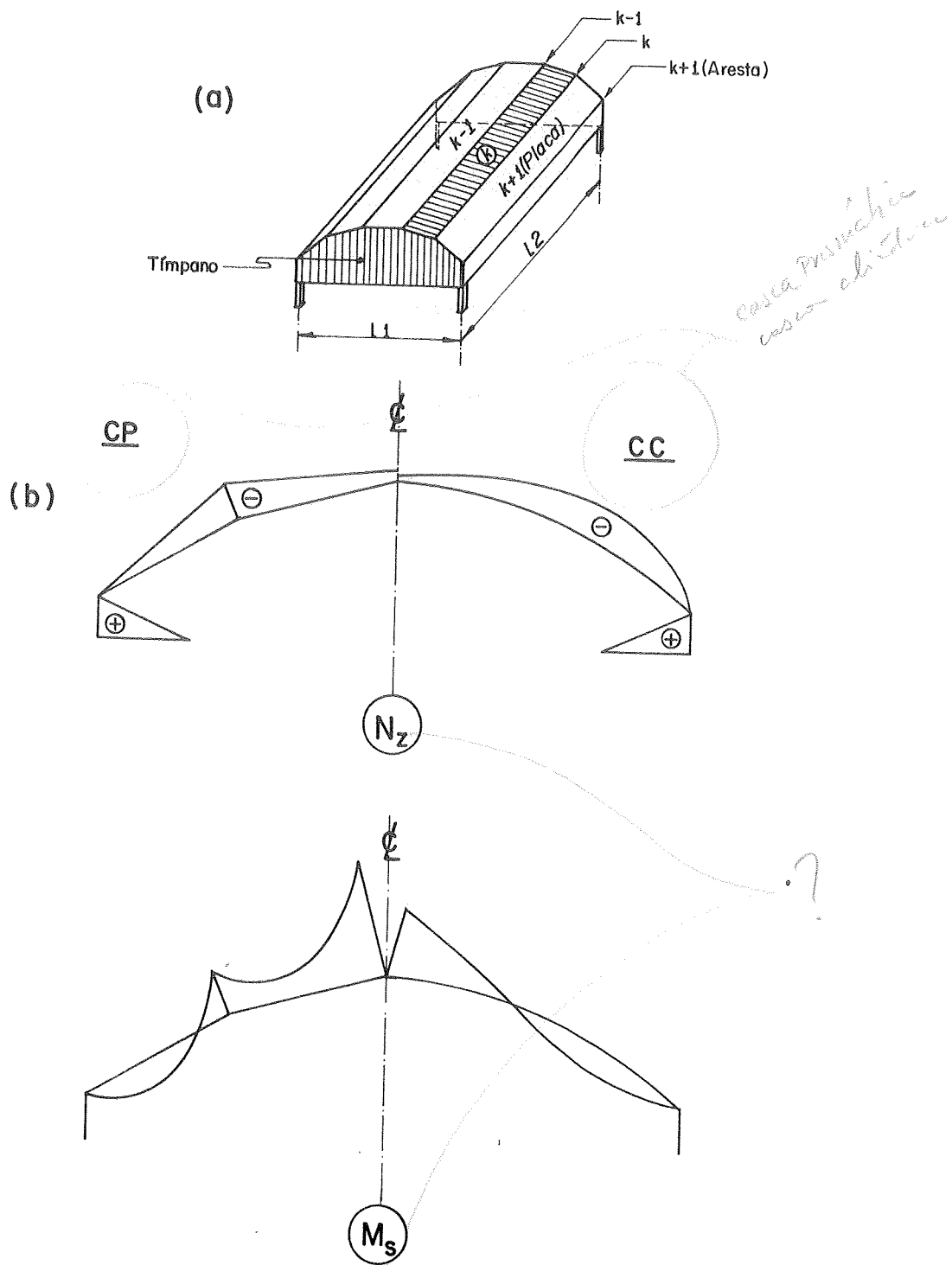


Figura 1.3 - Comparação dos esforços entre cascas cilíndricas e prismáticas

De um modo geral, dependendo da discretização, o comportamento das cascas prismáticas se assemelha muito ao das cascas cilíndricas, exceto nas alterações provocadas pela existência das arestas, as quais fazem com que se desenvolvam esforços de flexão nos vãos menores dos elementos planos (figura 1.3). Os esforços atuantes são dos mesmos tipos em ambas as estruturas.

Pode-se dizer, portanto, que qualquer casca cilíndrica pode ser calculada como uma casca prismática com um número de elementos planos compatível com o grau de precisão desejado.

I.3 - Vantagens do método de Vlassov

O método de Vlassov, para o cálculo de cascas prismáticas, apresenta as seguintes vantagens sobre os outros métodos:

- formulação geral para as cascas prismáticas com quaisquer vínculos transversais, inclusive apoios intermediários;
- a determinação dos esforços é feita de uma só vez, ou seja, não é um método iterativo. Todas as incógnitas recaem num sistema de equações lineares, cuja solução é fácil de se obter através de computadores ou mesmo calculadoras eletrônicas;
- as cargas podem ser quaisquer, não necessariamente uniformemente distribuídas sobre toda a lâmina, como requer a maioria dos outros métodos.

e as desvantagens? não existem?

I.4 - Objetivos

Pretende-se, neste trabalho, apresentar o método de Vlassov para o cálculo de cascas prismáticas com diversas condições de apoio, inclusive continuidade.

Além disso, com base no método citado, pretende-se mostrar um programa para o cálculo dessas estruturas com as mais diversas condições de apoio e de cargas, incluindo-se diferença de temperatura entre as faces de um mesmo elemento.

Espera-se, finalmente, que o trabalho apresentado contribua para a divulgação das estruturas em cascas prismáticas, pois embora sejam estruturas bastante comuns no exterior, elas são pouco utilizadas no Brasil e possuem bibliografia escassa em nosso idioma. Particularmente, o método de Vlasov também é muito pouco conhecido em nosso país, embora seja um método eficiente, podendo ser utilizado em computadores de pequeno porte, tão comuns na atualidade.

I.5 - Conteúdo

O capítulo II deste trabalho mostra a formulação do Método de Vlasov para o cálculo de cascas prismáticas e um exemplo resolvido sem o auxílio de computador.

No capítulo III, é apresentado um programa escrito em linguagem BASIC para ser processado em microcomputadores compatíveis com o APPLE II PLUS e também vários exemplos tirados da bibliografia do final deste trabalho, cujos resultados foram comparados com os resultados do programa.

No capítulo IV, apresentam-se as conclusões e sugestões para próximos trabalhos.

Finalmente, no Apêndice A é mostrada a listagem do programa elaborado e no Apêndice B são mostradas as listagens dos exemplos do capítulo III.

II. O MÉTODO DE VLASSOV

II.1 - Considerações gerais

De acordo com o item I.1, a figura 2.1.a) representa esquematicamente uma casca prismática. As ligações entre os elementos planos constituintes são monolíticas e portanto, nessas arestas não existem deslocamentos longitudinais relativos entre os elementos ali concorrentes. Em alguns casos, poderá existir rotação relativa nas arestas, desde que existam charneiras de rotação nas ligações entre os elementos. Neste capítulo, será considerado o caso mais geral no qual as ligações são rígidas, não existindo a possibilidade de giro relativo.

Os esforços que definem o estado de tensões em um ponto B da casca prismática, determinado pelas coordenadas \underline{z} e \underline{s} (figura 2.1.a), são

- a) N_z , N_s e S , que atuam no plano médio do elemento ao qual pertence o ponto em estudo e são, respectivamente, os esforços normais nas direções longitudinal e transversal e o esforço de cisalhamento (figura 2.1.b);
- b) M_1 , M_2 , T_1 , T_2 e M_t atuando em planos normais ao da lâmina e significam respectivamente, os movimentos fletores nas direções longitudinal e transversal, os esforços cortantes nas mesmas direções e o momento torsor (figura 2.1.c).

O estado de deformação em um ponto \bar{e} é definido pelos alongamentos nas direções transversal e longitudinal devidos a N_1 e N_2 , pela distorção devida aos esforços de cisalhamento S e pelas deformações de flexão e torção devidas a M_1 , M_2 e M_t .

Admitindo-se que todos os elementos que formam a casca prismática tenham uma dimensão (no sentido longitudinal) maior ou igual ao dobro da outra dimensão (sentido transversal), os esforços M_1 , M_t e T_1 , a distorção e o alongamento no sentido transversal são praticamente nulos (infinitésimos de segunda ordem). Portanto, os esforços não desprezíveis que atuam nas cascas prismáticas são os mostrados na figura 2.2.

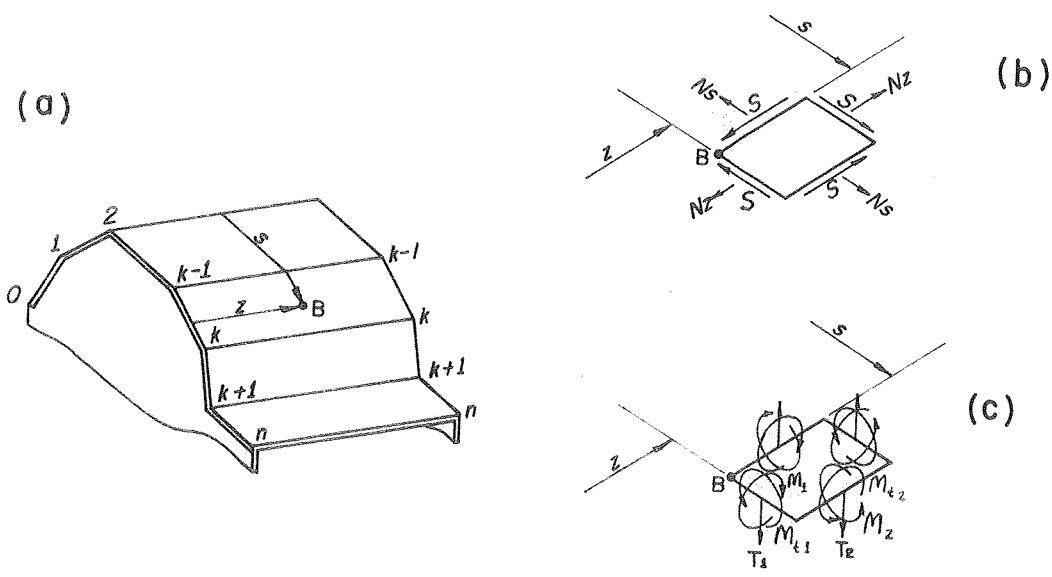


Figura 2.1 - Casca prismática esquemática (a) e esforços atuantes em um ponto (b, c).

As hipóteses admitidas conduzem a considerar a estrutura dividida em várias faixas transversais unitárias, formando cada divisão, uma viga plana de eixo poligonal, composta de elementos retos inextensíveis submetidos à flexão. Na união de duas faixas transversais são se produzem esforços normais e de cisalhamento, o que pode ser representado através de pequenas barras articuladas (figura 2.3).

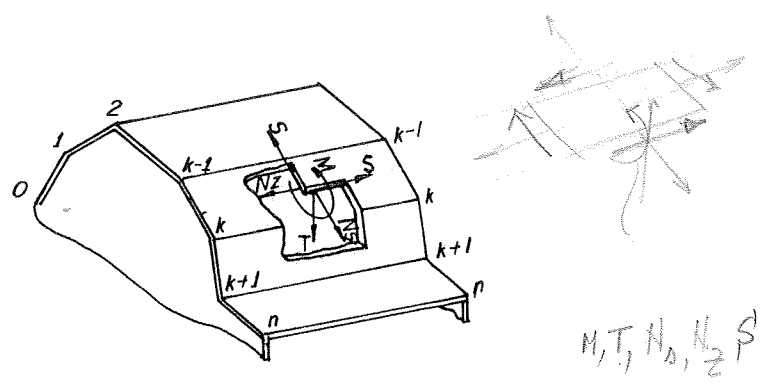


Figura 2.2 - Esforços atuantes não desprezíveis em uma casca prismática

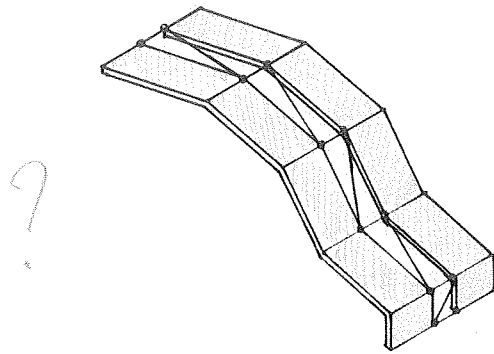


Figura 2.3 - Representação do comportamento estrutural de uma casca prismática

Os pontos da casca são locados através das coordenadas z no sentido longitudinal e s no sentido transversal. A origem de s para cada lâmina localiza-se na aresta de menor ordem.

As arestas são numeradas a partir de 0 e as lâminas de 1 e portanto, a lâmina de ordem k será ligada às lâminas adjacentes através das arestas $k-1$ e k .

II.2 - Relações entre esforços, deformações e deslocamentos de um elemento plano isolado

As cargas atuantes em um elemento k da casca são representadas através de suas componentes $p_n(z, s)$, $p_s(z, s)$ e $p_z(z, s)$, de acordo com a figura 2.4.c. Supondo-se que os bordos transversais e longitudinais do elemento estejam fixos, calculam-se os esforços em planos normais no sentido transversal (efeito placa), isolando-se um elemento infinitesimal $dz ds$, definido pelo ponto $B(z, s)$, cujo equilíbrio é dado por (ver figura 2.4):

$$p_n ds + \frac{\partial T}{\partial s} ds = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial s} ds - T ds + p_n ds \frac{ds}{2} = 0$$

Eliminando-se ds nas duas equações e desprezando-se os infinitesimais de segunda ordem, tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial s} + p_n = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial s} - T = 0 \quad (2.1)$$

Substituindo-se a expressão de T da segunda equação na primeira, obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial s^2} + p_n = 0 \quad (2.2)$$

A integral da equação acima resulta:

$$M(z, s) = M_{k-1}(z) \frac{d_k - s}{d_k} + M_k(z) \frac{s}{d_k} + M_k^0(z, s) \quad (2.3)$$

onde $M_{k-1}(z)$ e $M_k(z)$ são os momentos fletores aplicados nas arestas $k-1$ e k , d_k é o menor vão da placa, s é a distância da aresta $k-1$ ao ponto B e $M_k^0(z, s)$ é o momento fletor de uma viga de largura unitária, simplesmente apoiada nas arestas $k-1$ e k e submetida à carga $p_n(z, s)$.

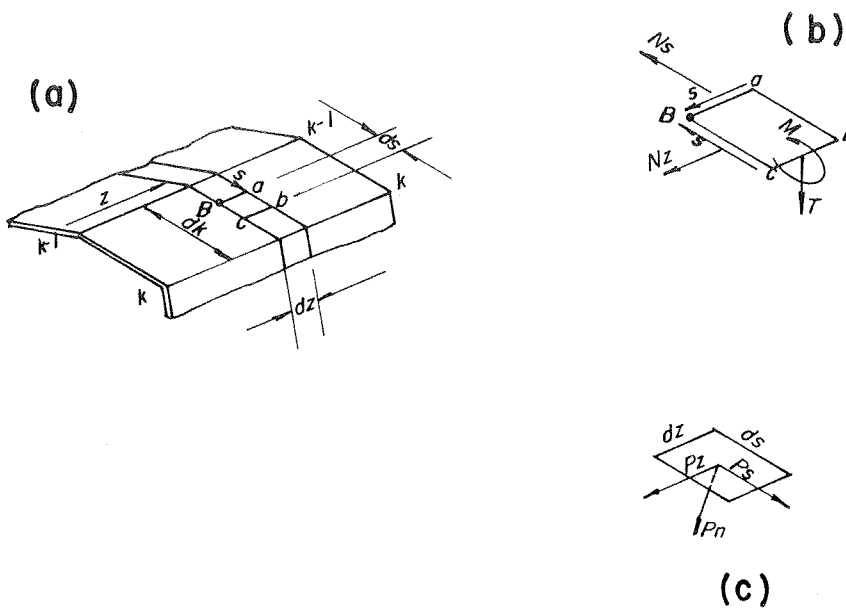


Figura 2.4 - Cargas atuantes e esforços em um elemento infinitesimal

De acordo com a 2.^a fórmula (2.1), calcula-se o esforço cortante $T(z, s)$:

$$T(z, s) = \frac{1}{d_k} \left[M_k(z) - M_{k-1}(z) \right] + T_k^0(z, s) \quad (2.4)$$

onde $T_k^0(z, s)$ é o esforço cortante correspondente a $M_k^0(z, s)$.

Os ângulos de giro nas arestas, supondo articulação nas mesmas, sob a ação dos momentos $M_{k-1}(z)$ e $M_k(z)$ e da carga $p_n(z, s)$, são calculados pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} \Theta_{k-1}(z) &= \frac{d_k}{6 E J_k} \left[2 M_{k-1}(z) + M_k(z) \right] + \Theta_{k-1}^0(z) \\ \Theta_k(z) &= \frac{d_k}{6 E J_k} \left[M_{k-1}(z) + 2 M_k(z) \right] + \Theta_k^0(z) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\text{com } J_k = \frac{1 \times (\delta_k)^3}{12} \quad (2.6)$$

onde $\Theta_{k-1}^0(z)$ e $\Theta_k^0(z)$ são os ângulos de giro nas arestas de uma viga elementar simplesmente apoiada, sob a ação da carga $p_n(z, s)$ e δ_k é a espessura da placa de ordem k . As fórmulas (2.5) são da Resistência dos Materiais para vigas simplesmente apoiadas.

Os deslocamentos no plano do elemento, dados pelas suas componentes $u(z, s)$ na direção longitudinal e $v(z, s)$ na direção transversal (figura 2.5), determinam o estado de deformações (efeito de chapa) em todo os pontos da estrutura (supõe-se que o coeficiente de Poisson do material constituinte seja igual a zero).

As componentes da deformação são dadas pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{\partial u}{\partial z} \\ \epsilon_s &= \frac{\partial v}{\partial s} \\ \gamma_{zs} &= \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.7)$$

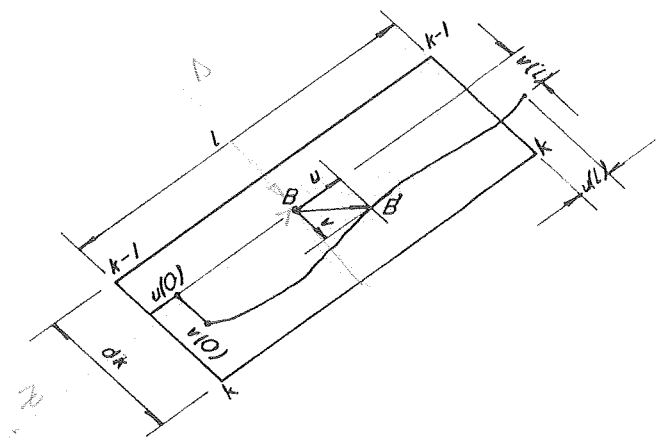


Figura 2.5 - Deslocamentos no plano do elemento

De acordo com as hipóteses do item II.1, $\epsilon_s = 0$ e $\gamma_{zs} = 0$, tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

(2.8)

Integrando-se essas equações, obtemos:

$$v(z, s) = v_k(z)$$

$$u(z, s) = v'_k(z)s + u_{k-1}(z)$$

(2.9)

A primeira equação mostra que os deslocamentos v não variam em uma seção $z = \text{cte.}$. A segunda mostra que os deslocamentos u variam linearmente com s e podem ser escritos da seguinte forma:

$$u(z, s) = u_{k-1}(z) \frac{d_k - s}{d_k} + u_k(z) \frac{s}{d_k}$$

(2.10)

onde $u_{k-1}(z)$ e $u_k(z)$ são os deslocamentos u das arestas $k-1$ e k , respectivamente.

Derivando-se a equação (2.10) em relação a z , obtêm-se a

deformação longitudinal do elemento:

$$\epsilon_z(z,s) = \frac{\partial u(z,s)}{\partial z} = \epsilon_{k-1}(z) \frac{d_k - s}{d_k} + \epsilon_k(z) \frac{s}{d_k} \quad (2.11)$$

Pela lei de Hooke, tem-se a tensão normal no sentido longitudinal.

$$\sigma_z(z,s) = \sigma_{k-1}(z) \frac{d_k - s}{d_k} + \sigma_k(z) \frac{s}{d_k} \quad (2.12)$$

onde $\sigma_{k-1}(z)$ e $\sigma_k(z)$ são as tensões normais no sentido longitudinal nas arestas $k-1$ e k , respectivamente.

Integrando-se a equação (2.11), substituindo-a na 2ª equação (2.8) e integrando-se esta última, resultam

$$u(z,s) = \frac{d_k - s}{d_k} \int_0^z \epsilon_{k-1}(z) dz + \frac{s}{d_k} \int_0^z \epsilon_k(z) dz + \frac{d_k - s}{d_k} u_{k-1}(0) + \frac{s}{d_k} u_k(0) \quad (2.13)$$

$$v_k(z) = \frac{1}{d_k} \int_0^z \int_0^z (\epsilon_{k-1}(z) - \epsilon_k(z)) dz^2 - \frac{z}{d_k} (u_k(0) - u_{k-1}(0)) + v_k(0)$$

O esforço de cisalhamento $S(z,s)$ é determinado através do equilíbrio em z das forças que atuam em um elemento dz da lâmina (ver figura 2.6).

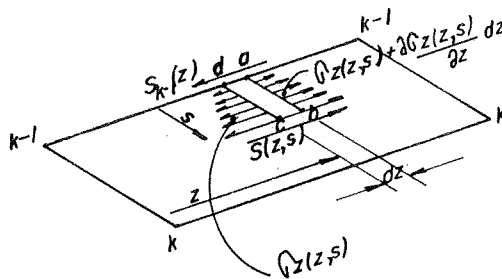


Figura 2.6 - Cálculo de $S(z,s)$

$$S(z,s) = S_{k-1}(z) - \int_0^s \frac{\partial \sigma_z(z,s)}{\partial z} ds - \int_0^s p_z(z,s) ds \quad (2.14)$$

Substituindo-se a equação (2.12) na (2.14) e integrando-se os termos em $\sigma_{k-1}(z)$ e $\sigma_k(z)$, obtemos:

$$S(z,s) = S_{k-1}(z) - \frac{A_k}{2} \left(\sigma'_{k-1}(z) \left(\frac{2s}{d_k} - \frac{s^2}{d_k} \right) + \sigma'_k(z) \frac{s^2}{d_k} \right) - \int_0^s p_z(z,s) ds \quad (2.15)$$

Quando $p_z(z,s) = 0$, a fórmula (2.15) se reduz a:

$$S(z,s) = S_{k-1}(z) - \frac{A_k}{2} \left(\sigma'_{k-1}(z) \left(\frac{2s}{d_k} - \frac{s^2}{d_k} \right) + \sigma'_k(z) \frac{s^2}{d_k} \right) \quad (2.16)$$

Fazendo-se $s = d_k$, obtêm-se o esforço de cisalhamento $S_k(z)$ que atua na aresta k :

$$S_k(z) = S_{k-1}(z) - \frac{A_k}{2} \left(\sigma'_{k-1}(z) + \sigma'_k(z) \right) \quad (2.17)$$

onde $A_k = d_k \delta_k$ corresponde à seção transversal da lâmina k .

Os esforços $\sigma_s(z,s)$ podem ser calculados através da condição de equilíbrio do elemento da casca tomado nas proximidades da aresta k (figura 2.7). Para tanto, é necessário que os esforços $T(z, s)$ sejam previamente calculados em função de $M(z, s)$, de acordo com a fórmula 2.4.

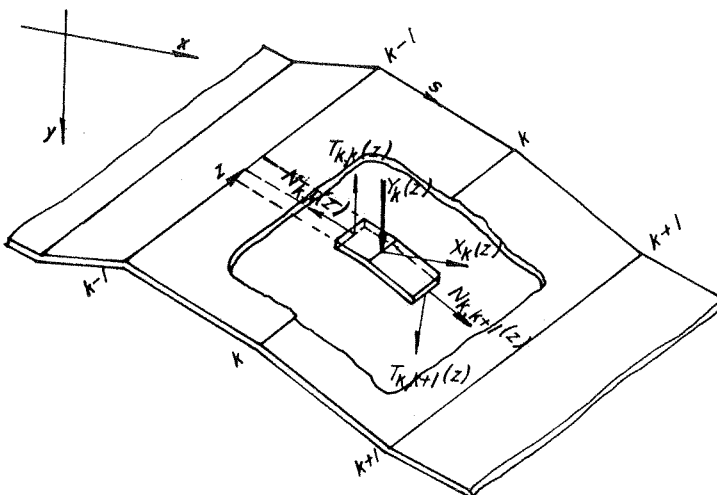


Figura 2.7 - Cálculo dos esforços $\sigma_s(z,s)$

Fazendo-se o equilíbrio nas direções vertical e horizontal, determinam-se as seguintes expressões para $N_{k,k}(z)$ e $N_{k,k-1}(z)$:

$$N_{k,k}(z) = \frac{-T_{k,k}(z) (\cos\psi_k \cos\psi_{k+1} + \operatorname{sen}\psi_k \operatorname{sen}\psi_{k+1}) + T_{k,k+1}(z) + X_k(z) \operatorname{sen}\psi_{k+1} + Y_k(z) \cos\psi_{k+1}}{-\operatorname{sen}\psi_k \cos\psi_{k+1} + \cos\psi_k \operatorname{sen}\psi_{k+1}} \quad (2.18)$$

$$N_{k,k+1}(z) = \frac{T_{k,k+1}(z) (\operatorname{sen}\psi_k \operatorname{sen}\psi_{k+1} + \cos\psi_k \cos\psi_{k+1}) - T_{k,k}(z) + X_k(z) \operatorname{sen}\psi_k + Y_k(z) \cos\psi_k}{-\operatorname{sen}\psi_k \cos\psi_{k+1} + \cos\psi_k \operatorname{sen}\psi_{k+1}} \quad (2.19)$$

Nessas expressões $X_k(z)$ e $Y_k(z)$ são as componentes nas direções horizontal e vertical (x, y) das cargas externas aplicadas diretamente nas arestas.

Conhecidas as forças $N_{k,k}(z)$ e $N_{k,k+1}(z)$ nas extremidades dos elementos, calcula-se a tensão normal $\sigma_s(z,s)$ em qualquer ponto do elemento, fazendo-se o equilíbrio dos esforços atuantes na direção s, de acordo com a figura 2.8.

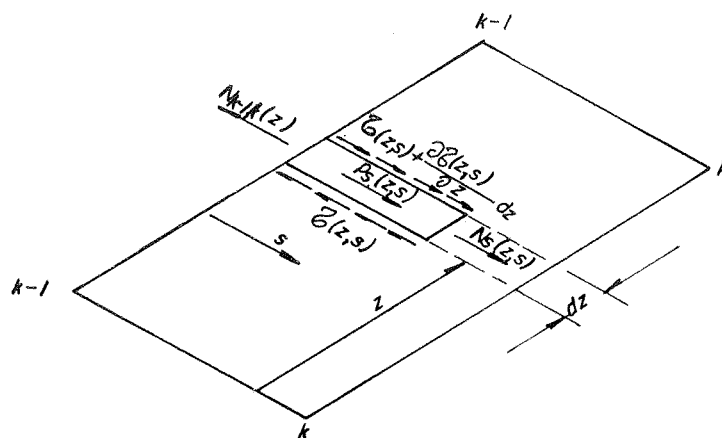


Figura 2.8 - Equilíbrio dos esforços atuantes na direção s

$$N_S(z,s) = N_{k-1,k}(z) - \int_0^s \frac{\partial \tau(z,s)}{\partial z} \delta ds - \int_0^s p_S(z,s) ds \quad (2.20)$$

Sabendo-se que $\tau(z,s) \delta_k = S(z,s)$ e substituindo o valor de $S(z,s)$ dado pela expressão (2.16) em (2.20), obtêm-se:

$$N_S(z,s) = N_{k-1,k}(z) - S'_{k-1}(z)s + \frac{A_k}{2} \left[\sigma''_{k-1}(z) \left(\frac{s^2}{d_k} - \frac{s^3}{3d_k^2} + \sigma''_k(z) \frac{s^3}{3d_k^2} \right) - \int_0^s p_S(z,s) ds \right] \quad (2.21)$$

Determina-se, finalmente, o valor de $\sigma_S(z,s)$:

$$\sigma_S(z,s) = \frac{N_S(z,s)}{\delta_k} \quad (2.22)$$

II.3 - Sistema fundamental isostático

De acordo com o item II.2, todos os esforços e deslocamentos da estrutura podem ser calculados através do conhecimento de $M_k(z)$ e $\epsilon_k(z)$ em todas as arestas.

Portanto, como sistema fundamental será considerada a estrutura isostática e indeslocável, isto é, com charneiras (vinculadas transversalmente) ao longo das arestas e com vínculos longitudinais (figura 2.9).

As incógnitas hiperestáticas do problema são os esforços $M_k(z)$ e $\sigma_k(z)$ (que substituem as deformações $\epsilon_k(z)$), atuantes em todas as arestas da estrutura. Entretanto, os momentos nas arestas 0, 1, n-1 e n podem ser calculados por condições de equilíbrio, como mostra a figura 2.10. O momento $M_0(z)$ é o momento exterior aplicado na aresta 0 e o momento $M_1(z)$ é o momento de todas as forças externas que atuam à esquerda da aresta 1, como se o primeiro elemento estivesse em balanço e engastado na aresta 1. Para o cálculo do esforço $M_2(z)$ é necessário o conhecimento do momento

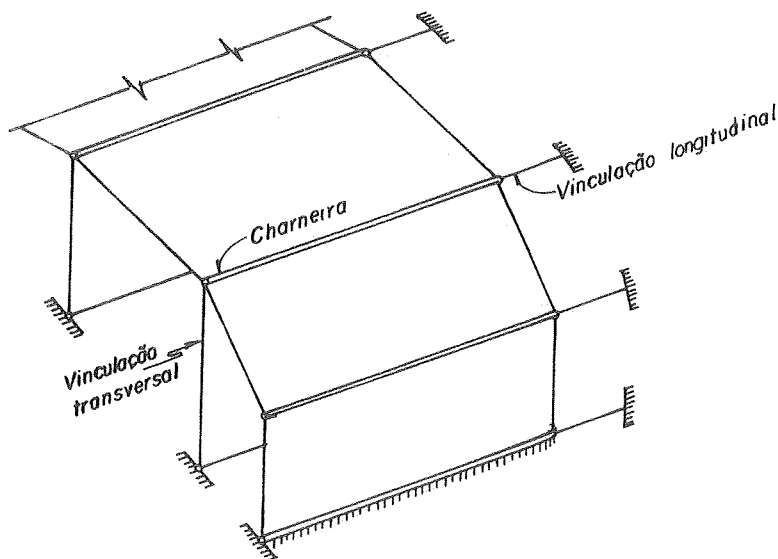


Figura 2.9 - Sistema fundamental isostático

devido a $\frac{\partial S(z, s)}{\partial z}$, o qual não pode ser determinado somente por condições de equilíbrio. Portanto, se a estrutura possuir n placas, os momentos incôgnitos serão $n - 3$ e as tensões incôgnitas $n + 1$, totalizando $2 \times (n-1)$ funções incôgnitas.

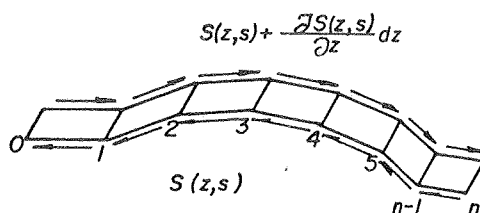


Figura 2.10 - Faixa elementar com os esforços de cisalhamento

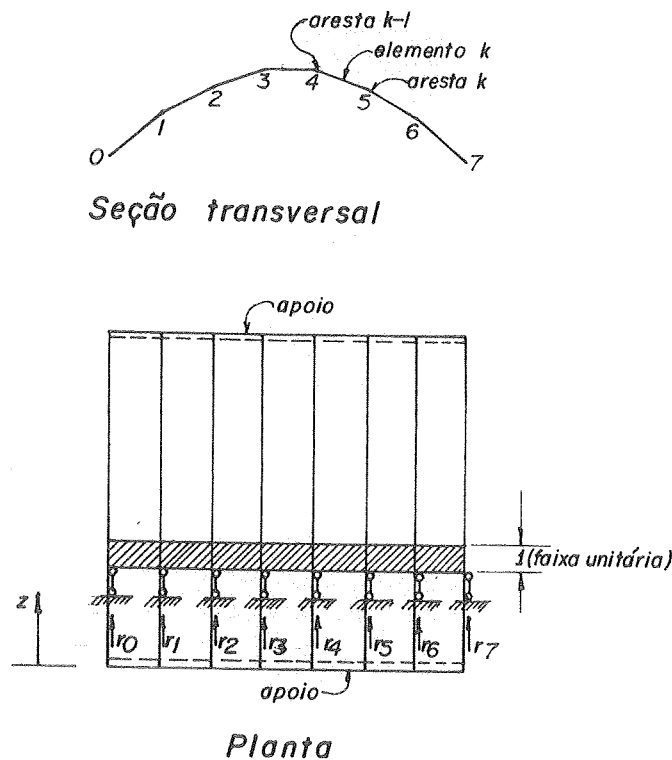


Figura 2.11 - Reações nos vínculos fictícios longitudinais

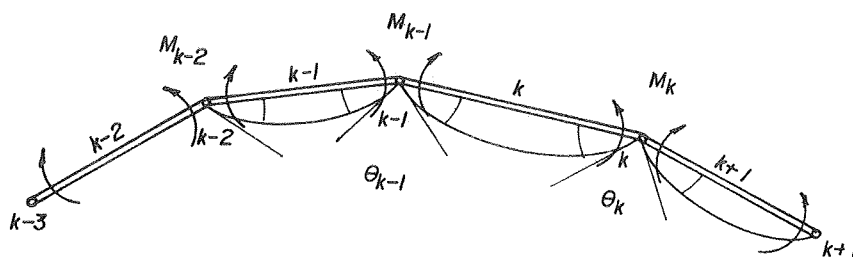


Figura 2.12 - Giros da estrutura fundamental

Isolando-se uma faixa unitária transversal da estrutura fundamental, calculam-se os efeitos provocados pelas cargas externas, que são os giros relativos $\theta_i^{(p)}$ das arestas (figura 2.12) e as reações $r_i^{(p)}$ nos vínculos fictícios longitudinais (figura 2.11) e os efeitos dos momentos e tensões incôgnitas ($\theta_i^{(m)}$; $\theta_i^{(\sigma)}$; $r_i^{(m)}$ e $r_i^{(\sigma)}$). No final, faz-se a compatibilização de esforços e deslocamentos, determinando-se, então, as incôgnitas hiperestáticas.

II.3.1 - Efeitos das cargas

Seja a estrutura da figura 2.13, onde os ângulos ϕ_i e ψ_i indicados obedecem a seguinte convenção:

- a) o ângulo de deflexão ϕ entre dois elementos adjacentes é positivo se o giro do elemento de menor ordem sobre o outro elemento é horário. Na figura, são positivos os ângulos ϕ_3 , ϕ_{k-1} e ϕ_k .
- b) o ângulo ψ formado por um elemento e o eixo x (horizontal) é positivo se o elemento girar ao redor de sua aresta de menor ordem em direção ao eixo x no sentido horário. Portanto, na figura 2.13, ψ_k e ψ_{k+1} são negativos e ψ_3 é positivo.

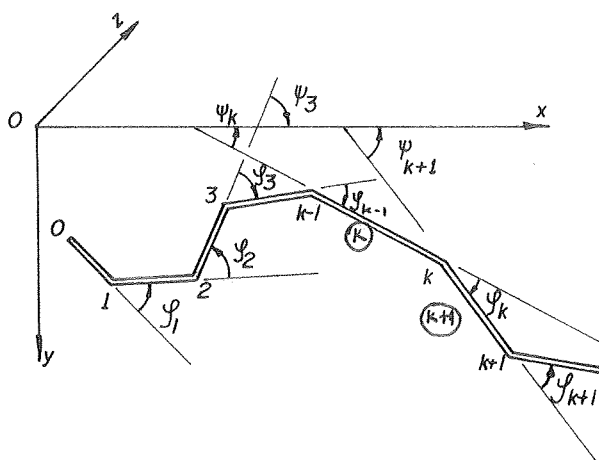


Figura 2.13 - Convenção de ângulos adotada

As cargas normais ao eixo de uma placa k qualquer serão transferidas às arestas $k - 1$ e k , como se a placa fosse apoiada nessas arestas: O vetor de carga $P_k(z)$ sobre a aresta k resultante das reações das placas k e $k + 1$, deve ser decomposto nas forças $X_k(z)$ e $Y_k(z)$, paralelas aos eixos Ox e Oy , respectivamente (ver figura 2.14).

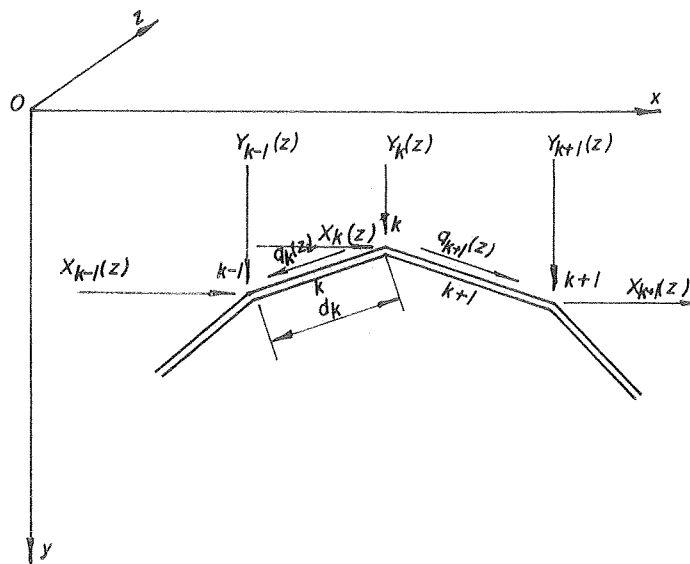


Figura 2.14 - Cargas nas arestas e lâminas

Com as cargas decompostas, calculam-se, então as cargas $q_k(z)$, paralelas aos planos dos elementos, as quais são somadas às cargas aplicadas diretamente no elemento e paralelas aos respectivos planos. Portanto, a carga $q_k(z)$ é dada por (composição vetorial das cargas concorrentes aos nós):

$$q_k(z) = \frac{\text{sen } \psi_{k-1}}{\text{sen } \phi_{k-1}} X_{k-1}(z) - \frac{\text{sen } \psi_{k+1}}{\text{sen } \phi_k} X_k(z) +$$

$$+ \frac{\text{cos } \psi_{k-1}}{\text{sen } \phi_{k-1}} Y_{k-1}(z) - \frac{\text{cos } \psi_{k+1}}{\text{sen } \phi_k} Y_k(z) + q_k^{\text{in}}(z) \quad (2.23)$$

onde $q_k^{\text{in}}(z)$ é a carga aplicada diretamente no plano da lâmina.

As cargas $q_k(z)$ são produzirão esforços de cisalhamento nas seções transversais e podem ser calculados da seguinte maneira (ver figura 2.15):

$$\frac{d Q_k(z)}{dz} = - q_k(z) \quad (\text{equilíbrio de forças no elemento}) \quad (2.24)$$

$$S_k(z) = \frac{Q_k(z)}{d_k} \quad (\text{somat\u00f3ria de momentos no elemento \bar{e} nula}) \quad (2.25)$$

Substituindo a express\u00e3o (2.24) na (2.25), temos:

$$S_k'(z) = -\frac{1}{d_k} q_k(z) \quad (2.26)$$

Integrando-se a express\u00e3o (2.26), obtemos:

$$S_k(z) = -\frac{1}{d_k} \left[\int_0^z q_k(z) dz - Q_k(0) \right] \quad (2.27)$$

Somando-se os efeitos de $q_k(z)$ e $q_{k+1}(z)$ e tamb\u00e9m a carga $Z_k(z)$ aplicada diretamente na aresta, obt\u00eam-se a rea\u00e7\u00e3o $r_k^{(p)}(z)$, de acordo com a figura 2.15:

$$r_k^{(p)}(z) = -S_k(z) + S_{k+1}(z) + Z_k(z)$$

$$r_k^{(p)}(z) = \frac{1}{d_k} \left[\int_0^z q_k(z) dz - Q_k(0) \right] - \frac{1}{d_{k+1}} \left[\int_0^z q_{k+1}(z) dz - Q_{k+1}(0) \right] + Z_k(z) \quad (2.28)$$

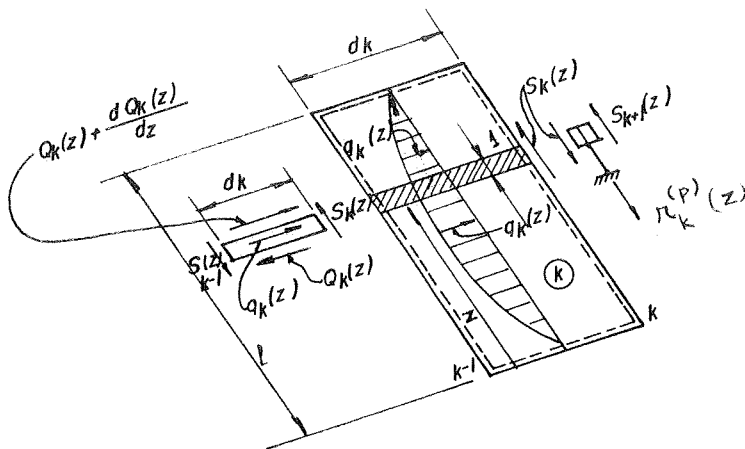


Figura 2.15 - C\u00e1lculo da rea\u00e7\u00e3o fict\u00edcia $r_k^{(p)}(z)$

As cargas normais aos planos das lâminas produzirão também rotações das extremidades longitudinais das mesmas (efeito placa). Essas rotações são calculadas como se cada placa k fosse uma viga bi-apoiada de largura unitária e vão d_k . Considera-se sua seção transversal como $1 \times \delta_k$, onde δ_k é a espessura da placa.

A rotação relativa dos elementos na aresta k pode ser calculada determinando-se o diagrama de momento fletor devido ao carregamento externo no sistema fundamental e o diagrama de momento fletor devido à aplicação de momentos unitários (tração embaixo) na aresta k (figura 2.16).

A rotação final será dada por:

$$\theta_k^{(p)}(z) = \int_0^{d_k} \frac{M_k(s) \bar{M}_k(s)}{E J_k} ds + \int_0^{d_{k+1}} \frac{M_{k+1}(s) \bar{M}_{k+1}(s)}{E J_{k+1}} ds \quad (2.29)$$

Os momentos de inércia J_k e J_{k+1} são dados pela fórmula (2.6).

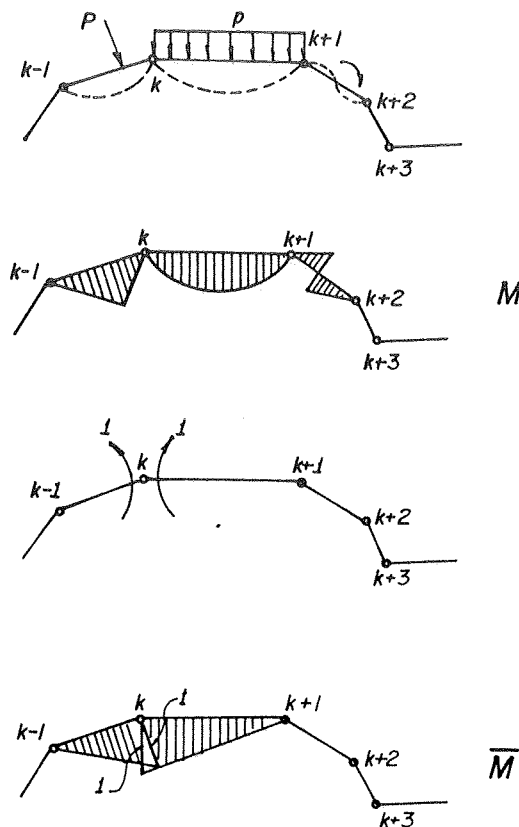


Figura 2.16 - Cálculo da rotação relativa $\theta_k^{(p)}(z)$

Se carga $p_k(z)$ for uniformemente distribuída no sentido transversal e normal ao plano da placa, a rotação será dada por:

$$\theta_k^{(p)}(z) = \frac{1}{24 E} \left[\frac{d_k^3}{J_k} p_k(z) + \frac{d_{k+1}^3}{J_{k+1}} p_{k+1}(z) \right] \quad (2.30)$$

II.3.2 - Efeitos das incógnitas hiperestáticas

Os momentos desconhecidos $M_k(z)$ também produzirão reações $r_k^{(m)}(z)$ e giros $\theta_k^{(m)}(z)$. Como convenção serão considerados positivos os momentos que tracionam a fibra inferior de cada elemento.

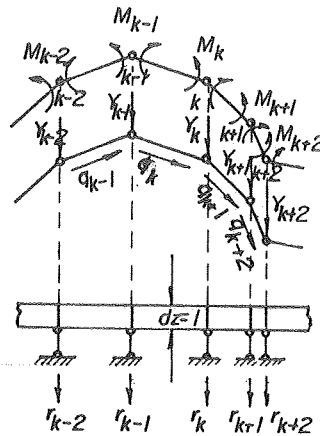


Figura 2.17 - Cálculo das reações fictícias $r_k^{(m)}(z)$

Para o cálculo das reações $r_k^{(m)}(z)$, os momentos $M_k(z)$ serão substituídos por cargas verticais $Y_k(z)$, dadas por:

$$Y_k(z) = \frac{1}{d_k \cos \psi_k} M_{k+1}(z) - \left(\frac{1}{d_k \cos \psi_k} + \frac{1}{d_{k+1} \cos \psi_{k+1}} \right) M_k(z) + \frac{1}{d_{k+1} \cos \psi_{k+1}} M_{k+1}(z) \quad (2.31)$$

Ou seja, substitui-se cada momento por um binário de forças verticais colocadas nas arestas (ver figura 2.17).

Barbato

Do Prof.

Substituindo-se as expressões de $Y_k(z)$ e $Y_{k-1}(z)$, dadas por (2.31), e fazendo-se $X_k(z) = X_{k-1}(z) = q_k^{in}(z) = 0$ na fórmula (2.23), obtêm-se as cargas $q_k(z)$, paralelas aos planos das lâminas oriundas dos momentos fletores $M_k(z)$:

$$\begin{aligned}
 q_k(z) = & \frac{1}{d_{k-1} \operatorname{sen} \phi_{k-1}} M_{k-2}(z) - \left[\frac{1}{d_k} (\cotg \phi_{k-1} + \cotg \phi_k) + \frac{1}{d_{k-1} \operatorname{sen} \phi_{k-1}} \right] M_{k-1}(z) + \\
 & + \left[\frac{1}{d_k} (\cotg \phi_{k-1} + \cotg \phi_k) + \frac{1}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} \right] M_k(z) - \\
 & - \frac{1}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} M_{k+1}(z) \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

Para o cálculo da expressão anterior, foram utilizadas as seguintes relações entre ângulos:

$$\psi_{k-1} = \psi_k + \phi_{k-1}$$

$$\psi_{k+1} = \psi_k - \phi_k$$

Com as expressões de $q_k(z)$ e $q_{k+1}(z)$, obtidas de (2.32), e a fórmula (2.28), obtêm-se as reações fictícias $r_k^{(m)}(z)$:

$$\begin{aligned}
 r_k^{(m)}(z) = & r_{k,k-2}^{(m)} \int_0^z M_{k-2}(z) dz + r_{k,k-1}^{(m)} \int_0^z M_{k-1}(z) dz + \\
 & + r_{k,k}^{(m)} \int_0^z M_k(z) dz + r_{k,k+1}^{(m)} \int_0^z M_{k+1}(z) dz + r_{k,k+2}^{(m)} \int_0^z M_{k+2}(z) dz \quad (2.33)
 \end{aligned}$$

onde os coeficientes $r_{k,i}^{(m)}$ são constantes que são dependentes da geometria da seção transversal da estrutura e são dados por:

$$r_{k,k-2}^{(m)} = \frac{1}{d_{k-1} d_k \operatorname{sen} \phi_{k-1}}$$

$$r_{k,k-1}^{(m)} = \frac{1}{d_k^2} \left(\cotg \phi_{k-1} + \cotg \phi_k + \frac{d_k}{d_{k-1} \operatorname{sen} \phi_{k-1}} + \frac{d_k}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} \right)$$

$$r_{k,k}^{(m)} = \frac{1}{d_k^2} (\cotg \phi_{k-1} + \cotg \phi_k) + \frac{2}{d_k d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} + \frac{1}{d_{k+1}^2} (\cotg \phi_k + \cotg \phi_{k+1})$$

$$r_{k,k+1}^{(m)} = -\frac{1}{d_{k+1}^2} \left(\cotg \phi_k + \cotg \phi_{k+1} + \frac{d_{k+1}}{d_k \operatorname{sen} \phi_k} + \frac{d_{k+1}}{d_{k+2} \operatorname{sen} \phi_{k+1}} \right)$$

$$r_{k,k+2}^{(m)} = \frac{1}{d_{k+1} d_{k+2} \operatorname{sen} \phi_{k+1}} \quad (2.34)$$

As rotações $\Theta_k^{(m)}(z)$ são calculadas considerando-se as placas bi-apoiadas nas arestas e submetidas aos momentos $M_k(z)$ nas extremidades.

O giro relativo da aresta k será devido aos momentos $M_{k-1}(z)$, $M_k(z)$ e $M_{k+1}(z)$:

$$\Theta_k^{(m)}(z) = \frac{1}{E} \left(\Theta_{k,k-1}^{(m)} M_{k-1}(z) + \Theta_{k,k}^{(m)} M_k(z) + \Theta_{k,k+1}^{(m)} M_{k+1}(z) \right) \quad (2.35)$$

Os coeficientes $\Theta_{i,j}^{(m)}$ são constantes geométricas dadas por:

$$\Theta_{k,k-1}^{(m)} = \frac{d_k}{6 J_k}$$

$$\Theta_{k,k}^{(m)} = \frac{1}{3} \left(\frac{d_k}{J_k} + \frac{d_{k+1}}{J_{k+1}} \right)$$

$$\Theta_{k,k+1}^{(m)} = \frac{d_{k+1}}{6 J_{k+1}} \quad (2.36)$$

Substituindo-se J_k e J_{k+1} por suas expressões dadas por (2.6), obtêm-se os coeficientes $\theta_{i,j}^{(m)}$ finais:

$$\theta_{k,k-1}^{(m)} = \frac{2d_k}{\delta_k^3}$$

$$\theta_{k,k}^{(m)} = 4 \left(\frac{d_k}{\delta_k^3} + \frac{d_{k+1}}{\delta_{k+1}^3} \right)$$

$$\theta_{k,k+1}^{(m)} = \frac{2d_k}{\delta_{k+1}^3} \tag{2.37}$$

As reações fictícias $r_k^{(\sigma)}(z)$ devidas as tensões normais incógnitas nas arestas são calculadas levando-se em conta a linearidade das tensões nas lâminas (ver figura 2.18).

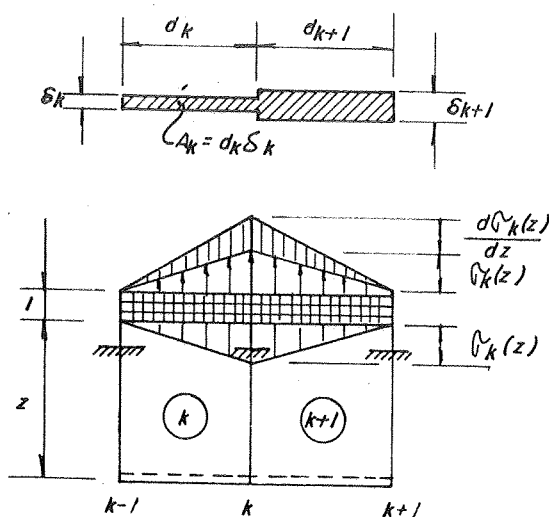
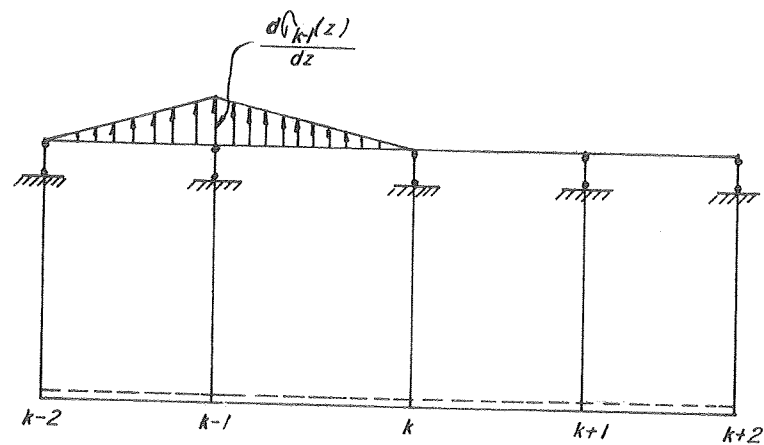
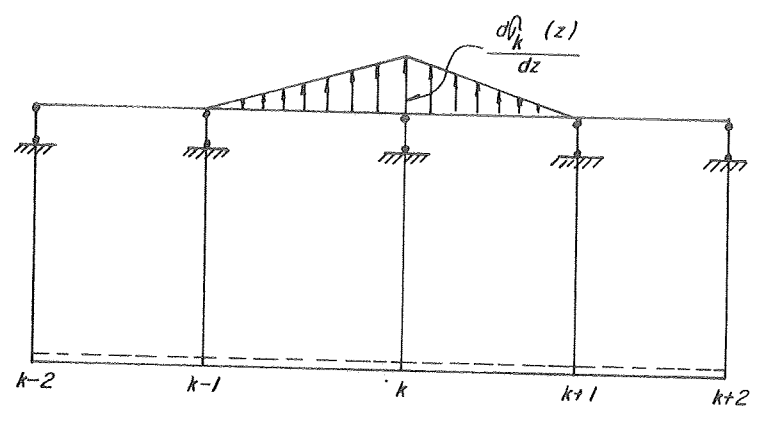


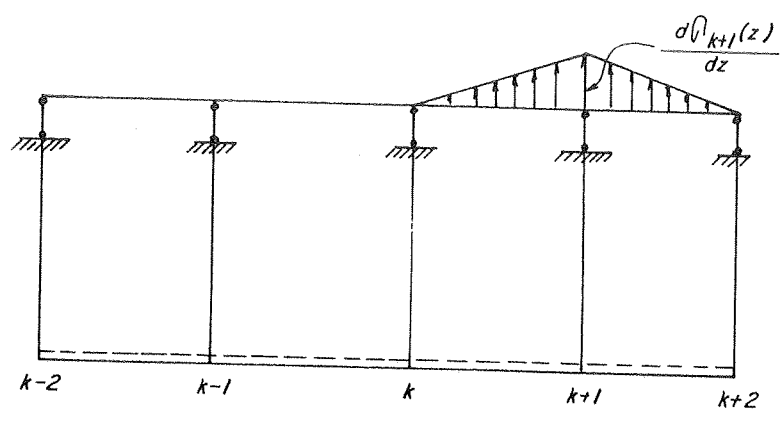
Figura 2.18 - Distribuição de tensões normais nas lâminas



(a)



(b)



(c)

Figura 2.19 - Cálculo da reação fictícia $r_k^{(\sigma)}(z)$

A resultante das tensões $\sigma_k(z)$ na chapa k é dada por $\frac{1}{2} A_k \frac{d\sigma_k(z)}{dz}$, onde A_k é a área da seção transversal da chapa = $d_k \delta_k$. Analogamente na chapa $k+1$, tem-se a resultante $\frac{1}{2} A_{k+1} \frac{d\sigma_{k+1}(z)}{dz}$, com $A_{k+1} = d_{k+1} \delta_{k+1}$.

De acordo com a figura 2.19, a reação total $r_k^{(\sigma)}(z)$ depende das tensões aplicadas nas arestas $k-1$, k e $k+1$ sendo dada por:

$$r_k^{(\sigma)}(z) = r_{k,k-1}^{(\sigma)} \frac{d\sigma_{k-1}(z)}{dz} + r_{k,k}^{(\sigma)} \frac{d\sigma_k(z)}{dz} + r_{k,k+1}^{(\sigma)} \frac{d\sigma_{k+1}(z)}{dz} \quad (2.38)$$

onde $r_{k,k-1}^{(\sigma)}$, $r_{k,k}^{(\sigma)}$, $r_{k,k+1}^{(\sigma)}$ são constantes que são dependentes das dimensões e características geométricas dos elementos e são dadas por:

$$r_{k,k-1}^{(\sigma)} = \frac{1}{6} A_k = \frac{1}{6} \delta_k d_k$$

$$r_{k,k}^{(\sigma)} = \frac{1}{3} (A_k + A_{k+1}) = \frac{1}{3} (\delta_k d_k + \delta_{k+1} d_{k+1})$$

$$r_{k,k+1}^{(\sigma)} = \frac{1}{6} A_{k+1} = \frac{1}{6} \delta_{k+1} d_{k+1} \quad (2.39)$$

Para a determinação das rotações $\theta_k^{(\sigma)}(z)$, deve-se levar em conta que, em geral, as deformações das extremidades longitudinais de uma lâmina k , $\epsilon_{k+1}(z)$ e $\epsilon_k(z)$, são diferentes e para que as seções transversais dos elementos permaneçam planas é necessário que elas sofram deslocamentos longitudinais e giros em seus planos. Devido a esses giros e em ausência das deformações de cisalhamento, as seções transversais das lâminas sofrerão deflexão em seu plano (ver figura 2.20).

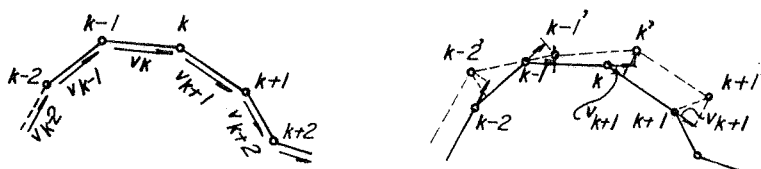


Figura 2.20 - Deformação das lâminas para o cálculo de $\theta_k^{(\sigma)}(z)$

De acordo com a figura 2.20, o ponto (aresta) k se deslocará ao ponto k' , que é determinado pela intersecção das perpendiculares aos planos dos elementos k e $k+1$ a partir dos pontos determinados nesses elementos pelos deslocamentos $v_k(z)$ e $v_{k+1}(z)$, respectivamente. Devido às articulações do sistema fundamental, haverá um giro $\alpha_k(z)$ no elemento de ordem k . Esse ângulo é positivo se o elemento gira no sentido horário, em relação à sua aresta de menor ordem.

O cálculo do giro $\alpha_k(z)$ é feito utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais. Aplica-se à estrutura fundamental isostática, um momento unitário e as forças verticais que o equilibram:

$$Y_{k-1} = \frac{1}{d_k \cos \psi_k}$$

$$Y_k = - \frac{1}{d_k \cos \psi_k}$$

nas arestas k e $k-1$, respectivamente (ver figura 2.21).

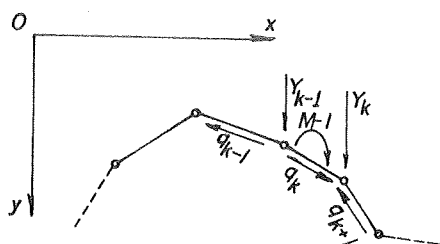


Figura 2.21 - Aplicação de $M = 1$ e das forças Y_{k-1} e Y_k que o equilibram, no elemento k

Essas forças são substituídas por forças estaticamente equivalentes paralelas aos planos dos elementos, dadas pela fórmula (2.23):

$$q_{k-1} = - \frac{1}{d_k \sin \phi_{k-1}}$$

$$q_k = \frac{1}{d_k \cos \psi_k} \left(\frac{\cos \psi_{k-1}}{\sin \phi_{k-1}} + \frac{\cos \psi_{k+1}}{\sin \phi_k} \right)$$

$$q_{k+1} = - \frac{1}{d_k \sin \phi_k}$$

(2.40)

Sabendo-se que:

$$\psi_{k-1} = \psi_k + \phi_{k-1}$$

$$\psi_{k+1} = \psi_k - \phi_k \quad \text{tem-se:}$$

$$q_{k-1} = - \frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_{k-1}}$$

$$q_k = \frac{1}{d_k} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \phi_{k-1}} + \frac{1}{\operatorname{tg} \phi_k} \right)$$

$$q_{k+1} = - \frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_k} \quad (2.41)$$

Pelo princípio dos trabalhos virtuais, o trabalho de todas as forças aplicadas à estrutura devido aos deslocamentos compatíveis é nulo.

Portanto:

$$\alpha_k(z) + q_{k-1}(z) v_{k+1}(z) + q_k v_k(z) + q_{k+1} v_{k+1}(z) = 0 \quad (2.42)$$

Substituindo-se as expressões (2.41) em (2.42), tem-se o valor final de $\alpha_k(z)$.

$$\begin{aligned} \alpha_k(z) &= \frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_{k-1}} v_{k-1}(z) - \frac{1}{d_k} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \phi_{k-1}} + \frac{1}{\operatorname{tg} \phi_k} \right) v_k(z) + \\ &+ \frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_k} v_{k+1}(z) \end{aligned} \quad (2.43)$$

A variação total do ângulo formado pelos elementos k e $k+1$ vem dada por:

$$\theta_k^{(\sigma)}(z) = \alpha_{k+1}(z) - \alpha_k(z) \quad (2.44)$$

onde a expressão de $\alpha_{k+1}(z)$ pode ser obtida de (2.43) através de uma mudança adequada nos índices.

Substituindo-se $\alpha_k(z)$ e $\alpha_{k+1}(z)$ em (2.44), tem-se:

$$\begin{aligned} \Theta_k^{(\sigma)}(z) = & -\frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_{k-1}} v_{k-1}(z) + \left[\frac{1}{d_k} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \phi_{k-1}} + \frac{1}{\operatorname{tg} \phi_k} \right) + \frac{1}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} \right] v_k(z) - \\ & - \left[\frac{1}{d_{k+1}} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \phi_k} + \frac{1}{\operatorname{tg} \phi_{k+1}} \right) + \frac{1}{d_k \operatorname{sen} \phi_k} \right] v_{k+1}(z) + \\ & + \frac{1}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_{k+1}} v_{k+2}(z) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Substituindo-se $\epsilon_k(z)$ e $\epsilon_{k-1}(z)$ por $\frac{\sigma_k(z)}{E}$ e $\frac{\sigma_{k-1}(z)}{E}$ respectivamente, na expressão de $v_k(z)$ em (2.13), obtêm-se os valores desses deslocamentos em função das tensões normais longitudinais nas arestas, que quando aplicados em (2.45) fornecem a expressão final de $\Theta_k^{(\sigma)}(z)$:

$$\begin{aligned} \Theta_k^{(\sigma)}(z) = & \frac{1}{E} \left[\Theta_{k,k-2}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_{k-2}(z) dz^2 + \Theta_{k,k-1}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_{k-1}(z) dz^2 + \right. \\ & + \Theta_{k,k}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_k(z) dz^2 + \Theta_{k,k+1}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_{k+1}(z) dz^2 + \\ & \left. + \Theta_{k,k+2}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_{k+2}(z) dz^2 \right] + z \Theta_k^{(u)}(0) + \Theta_k^{(v)}(0) \end{aligned} \quad (2.46)$$

onde:

$$\Theta_{k,k-2}^{(\sigma)} = -\frac{1}{d_{k-1} d_k \operatorname{sen} \phi_{k-1}}$$

$$\Theta_{k,k-1}^{(\sigma)} = \frac{1}{d_k^2} \left(\operatorname{cotg} \phi_{k-1} + \operatorname{cotg} \phi_k + \frac{d_k}{d_{k-1} \operatorname{sen} \phi_{k-1}} + \frac{d_k}{d_{k+1} \operatorname{sen} \phi_k} \right)$$

$$\theta_{k,k}^{(\sigma)} = - \left[\frac{1}{d_k^2} (\cotg \phi_{k-1} + \cotg \phi_k) + \frac{2}{d_k d_{k+1} \text{sen } \phi_k} + \frac{1}{d_{k+1}^2} (\cotg \phi_k + \cotg \phi_{k+1}) \right]$$

$$\theta_{k,k+1}^{(\sigma)} = \frac{1}{d_{k+1}^2} (\cotg \phi_k + \cotg \phi_{k+1} + \frac{d_{k+1}}{d_k \text{sen } \phi_k} + \frac{d_{k+1}}{d_{k+2} \text{sen } \phi_{k+1}})$$

$$\theta_{k,k+2}^{(\sigma)} = - \frac{1}{d_{k+1} d_{k+2} \text{sen } \phi_{k+1}} \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \theta_k^{(u)}(0) = & \theta_{k,k-2}^{(\sigma)} u_{k-2}(0) + \theta_{k,k-1}^{(\sigma)} u_{k-1}(0) + \theta_{k,k}^{(\sigma)} u_k(0) + \\ & + \theta_{k,k+1}^{(\sigma)} u_{k+1}(0) + \theta_{k,k+2}^{(\sigma)} u_{k+2}(0) \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \theta_k^{(v)}(0) = & - \frac{1}{d_k \text{sen } \phi_{k-1}} v_{k-1}(0) + \left[\frac{1}{d_k} \left(\frac{1}{\text{tg } \phi_{k-1}} + \frac{1}{\text{tg } \phi_k} \right) + \frac{1}{d_{k+1} \text{sen } \phi_k} \right] v_k(0) - \\ & - \left[\frac{1}{d_{k+1}} \left(\frac{1}{\text{tg } \phi_k} + \frac{1}{\text{tg } \phi_{k+1}} \right) + \frac{1}{d_k \text{sen } \phi_k} \right] v_{k+1}(0) + \frac{1}{d_{k+1} \text{sen } \phi_{k+1}} v_{k+2}(0) \end{aligned} \quad (2.49)$$

As expressões (2.34), (2.37), (2.39) e (2.47) mostram que os coeficientes das equações da casca prismática possuem a propriedade da reciprocidade e, portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} r_{i,k}^{(m)} &= r_{k,i}^{(m)} \\ \theta_{i,k}^{(m)} &= \theta_{k,i}^{(m)} \\ r_{i,k}^{(\sigma)} &= r_{k,i}^{(\sigma)} \\ \theta_{i,k}^{(\sigma)} &= \theta_{k,i}^{(\sigma)} \\ \theta_{i,k}^{(\sigma)} &= - r_{k,i}^{(m)} \end{aligned} \quad (2.50)$$

II.4 - Equilíbrio e compatibilidade

O sistema de equações diferenciais para a resolução do problema de cascas prismáticas pelo método de Vlassov é formado por dois tipos de equações: equilíbrio de forças (estática) e compatibilidade de deslocamentos (geométrica).

A somatória das reações $r_k(z)$ devidas às cargas externas e incôgnitas hiperestáticas é igual a zero, pois os vínculos são fictícios e portanto, essas reações não existem. Por outro lado, as arestas longitudinais são monolíticas, ou seja, não existe deslocamento relativo nas arestas entre dois elementos ali concorrentes. Isto significa que a somatória dos giros $\theta_k(z)$ na aresta k é igual a zero. Portanto, para uma determinada aresta k , valem as relações:

$$\begin{aligned} r_k^{(p)}(z) + r_k^{(m)}(z) + r_k^{(\sigma)} &= 0 \\ \theta_k^{(p)}(z) + \theta_k^{(m)}(z) + \theta_k^{(\sigma)}(z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Substituindo-se as expressões (2.33), (2.35), (2.38) e (2.46) em (2.51), tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{i=k-1}^{k+1} r_{k,i}^{(\sigma)} \sigma_i(z) + \sum_{i=k-2}^{k+2} r_{k,i}^{(m)} \int_0^z M_i(z) dz + r_k^{(p)}(z) &= 0 \\ \sum_{i=k-2}^{k+2} \theta_{k,i}^{(\sigma)} \int_0^z \int_0^z \sigma_i(z) dz^2 + \sum_{i=k-1}^{k+1} \theta_{k,i}^{(m)} M_i(z) + \\ + E \left[\theta_k^{(p)}(z) + z \theta_k^{(u)}(0) + \theta_k^{(v)}(0) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.52)$$

Derivando-se uma vez a primeira equação e duas vezes a segunda, obtêm-se:

$$\sum_{i=k-1}^{k+1} r_{k,i}^{(\sigma)} \sigma_i''(z) + \sum_{i=k-2}^{k+2} r_{k,i}^{(m)} M_i''(z) + \bar{r}_k^{(p)}(z) = 0$$

$$\sum_{i=k-2}^{k+2} \theta_{k,i}^{(\sigma)} \sigma_i''(z) + \sum_{i=k-1}^{k+1} \theta_{k,i}^{(m)} M_i''(z) + \bar{\theta}_k^{(p)}(z) = 0 \quad (2.53)$$

onde:

$$\bar{r}_k^{(p)}(z) = \frac{1}{d_k} q_k(z) - \frac{1}{d_{k+1}} q_{k+1}(z) + Z_k'(z) \quad (2.54)$$

com $q_k(z)$ e $q_{k+1}(z)$ dados pela expressão (2.23), e:

$$\bar{\theta}_k^{(p)}(z) = \frac{d^2 \theta_k^{(p)}(z)}{dz^2} E \quad (2.55)$$

No caso de carga uniformemente distribuída no sentido transversal, $p_k(z)$, a expressão (2.55) se transforma em:

$$\bar{\theta}_k^{(p)}(z) = \frac{1}{24} \left[\frac{d_k^3}{J_k} p_k''(z) + \frac{d_{k+1}^3}{J_{k+1}} p_{k+1}''(z) \right] \quad (2.56)$$

As equações (2.53) formam o sistema que determina os esforços e deslocamentos em cascas prismáticas. Esse sistema é conhecido por *equações de oito termos da casca prismática*, pois na primeira equação (2.53) as incógnitas são $\sigma_{k-1}''(z)$, $\sigma_k''(z)$, $\sigma_{k+1}''(z)$, $M_{k-2}''(z)$, $M_{k-1}''(z)$, $M_k''(z)$, $M_{k+1}''(z)$ e $M_{k+2}''(z)$ (oito termos) e na segunda $\sigma_{k-2}''(z)$, $\sigma_{k-1}''(z)$, $\sigma_k''(z)$, $\sigma_{k+1}''(z)$, $\sigma_{k+2}''(z)$, $M_{k-1}''(z)$, $M_k''(z)$ e $M_{k+1}''(z)$, também composta por oito termos.

II.5 - Solução geral do sistema de equações diferenciais

Admitindo-se a função $H(z)$, multiplicada por uma constante \bar{M}_k , como sendo uma solução particular para os momentos $M_k(z)$ e considerando-se as expressões (2.5), (2.13) e (2.45), demonstra-se que existe uma relação linear entre as funções $M_k(z)$, $\Theta_k(z)$ e $v_k(z)$. Considerando-se, também, as expressões (2.9), (2.11) e (2.17), e admitindo-se que os termos independentes das expressões (2.53) são representados aproximadamente pela função $H(z)$, obtêm-se as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 M_k(z) &= \bar{M}_k H(z) & \bar{r}_k^{(p)}(z) &= \bar{r}_k^{(p)} H(z) \\
 u_k(z) &= \bar{u}_k H'(z) & \bar{\theta}_k^{(p)}(z) &= \bar{\theta}_k^{(p)} H''(z) \\
 \sigma_k(z) &= \bar{\sigma}_k H''(z) \\
 S_k(z) &= \bar{S}_k H'''(z) & & (2.57)
 \end{aligned}$$

onde \bar{M}_k , \bar{u}_k , $\bar{\sigma}_k$, \bar{S}_k , $\bar{r}_k^{(p)}$ e $\bar{\theta}_k^{(p)}$ são constantes correspondentes à aresta k .

As relações dadas em (2.57) são análogas às da teoria elementar de flexão de vigas ($y, w = \frac{dy}{dx}$; $M = -\frac{1}{EI} \frac{d^2y}{dx^2}$; $Q = -\frac{1}{EI} \frac{d^3y}{dx^3}$) e além disso, as equações de oito termos da casca prismática são, em sua estrutura, idênticas às equações de uma viga apoiada em um meio que produz reações proporcionais aos deslocamentos. Portanto, serão utilizadas as funções transcendentais elementares dadas na teoria de vibrações livres de vigas homogêneas, partindo da equação diferencial seguinte:

$$H^{IV}(z) = \frac{\mu^4}{\lambda^4} H(z) \quad (2.58)$$

onde λ é o comprimento da casca prismática e μ um parâmetro que depende do problema de vibração livre.

A integral geral da equação (2.58) é dada por:

$$H(z) = C_1 \operatorname{sen} \frac{\mu z}{\ell} + C_2 \cos \frac{\mu z}{\ell} + C_3 \operatorname{senh} \frac{\mu z}{\ell} + C_4 \operatorname{cosh} \frac{\mu z}{\ell} \quad (2.59)$$

onde C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes arbitrárias, que podem ser determinadas, juntamente com o parâmetro μ , através das condições de contorno das bordas transversais em $z = 0$ e $z = \ell$.

Substituindo-se a expressão geral de $H(z)$ em (2.57), obtêm-se as expressões gerais para $M_k(z)$, $u_k(z)$, $\sigma_k(z)$ e $S_k(z)$:

$$\begin{aligned} M_k(z) &= \bar{M}_k \left(C_1 \operatorname{sen} \frac{\mu z}{\ell} + C_2 \cos \frac{\mu z}{\ell} + C_3 \operatorname{senh} \frac{\mu z}{\ell} + C_4 \operatorname{cosh} \frac{\mu z}{\ell} \right) \\ u_k(z) &= \bar{u}_k \frac{\mu}{\ell} \left(C_1 \cos \frac{\mu z}{\ell} - C_2 \operatorname{sen} \frac{\mu z}{\ell} + C_3 \operatorname{cosh} \frac{\mu z}{\ell} + C_4 \operatorname{senh} \frac{\mu z}{\ell} \right) \\ \sigma_k(z) &= \bar{\sigma}_k \frac{\mu^2}{\ell^2} \left(-C_1 \operatorname{sen} \frac{\mu z}{\ell} - C_2 \cos \frac{\mu z}{\ell} + C_3 \operatorname{senh} \frac{\mu z}{\ell} + C_4 \operatorname{cosh} \frac{\mu z}{\ell} \right) \\ S_k(z) &= \bar{S}_k \frac{\mu^3}{\ell^3} \left(-C_1 \cos \frac{\mu z}{\ell} + C_2 \operatorname{sen} \frac{\mu z}{\ell} + C_3 \operatorname{cosh} \frac{\mu z}{\ell} + C_4 \operatorname{senh} \frac{\mu z}{\ell} \right) \end{aligned} \quad (2.60)$$

A função $H(z)$ terá infinitas soluções particulares $H_m(z)$ em função do parâmetro μ e a solução geral será a seguinte soma:

$$H(z) = \sum_{m=0}^{\infty} H_m(z) \quad (2.61)$$

As funções $H_m(z)$ são linearmente independentes e ortogonais, ou seja, possuem a seguinte propriedade:

$$\int_0^{\ell} H_m(z) \times H_n(z) dz = 0 \quad (2.62)$$

para $m \neq n$

As derivadas de ordem par de $H_m(z)$ também são ortogonais e possuem a propriedade da expressão (2.62).

Além disso, as funções fundamentais $H_m(z)$, bem como as suas derivadas de ordem par, possuem a propriedade mostrada em (2.63).

$$\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz = \frac{\ell}{4} \left(H_m^2 - 2 H_m' H_m'' + (H_m'')^2 \right)_{z=\ell} \quad (2.63)$$

Colocando-se as funções das expressões (2.57), representadas como somatória de funções fundamentais, obtêm-se:

$$M_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{M}_{km} H_m(z)$$

$$u_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{u}_{km} H_m'(z)$$

$$\sigma_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{km} H_m''(z)$$

$$S_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{S}_{km} H_m^{(4)}(z)$$

$$\bar{r}_k^{(p)}(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{r}_{km}^{(p)} H_m(z)$$

$$\bar{\theta}_k^{(p)}(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\theta}_{km}^{(p)} H_m''(z) \quad (2.64)$$

onde as constantes \bar{M}_{km} e $\bar{\sigma}_{km}$ para $m = 0, \dots, \infty$ são as incógnitas do problema.

As constantes $\bar{r}_{km}^{(p)}$ e $\bar{\theta}_{km}^{(p)}$, que dependem dos carregamentos aplicados, são determinadas através das expressões seguintes:

$$\bar{r}_{km}^{(p)} = \frac{\int_0^{\ell} \bar{r}_k^{(p)}(z) H_m(z) dz}{\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz}$$

$$\bar{\theta}_{km}^{(p)} = \frac{\int_0^{\ell} \bar{\theta}_k^{(p)}(z) H_m''(z) dz}{\int_0^{\ell} \left[H_m''(z) \right]^2 dz} \quad (2.65)$$

Considerando-se alguns casos particulares para as cargas aplicadas na estrutura, as expressões (2.65) podem ser simplificadas. Quando a carga externa for aplicada somente nas arestas e além disso ela for constante, teremos então $\bar{r}_k^{(p)}(z) = \bar{r}_k^{(p)} = \text{Cte}$ e $\bar{\theta}_k^{(p)}(z) = 0$ e a expressão dada em (2.65) se transforma em:

$$\bar{r}_{km}^{(p)} = \bar{r}_k^{(p)} \frac{\int_0^{\ell} H_m(z) dz}{\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz} \quad (2.66)$$

Para o caso de cargas concentradas aplicadas em $z = a$ e $z = b$, utilizando-se as integrais de Stieltjes, obtêm-se:

$$r_{km}^{(p)} = \frac{r_{ka}^{(p)} H_m(a) + r_{kb}^{(p)} H_m(b)}{\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz} \quad (2.67)$$

Substituindo-se um dado termo \underline{m} das expressões (2.64) no sistema (2.53), considerando-se que as funções $H_m(z)$ são linearmente independentes e

que as derivadas de quarta ordem são proporcionais à própria função (expressão (2.58)), obtêm-se o seguinte sistema de equações algébricas lineares:

$$\lambda_m^4 \sum_{i=k-1}^{k+1} r_{k,i}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_{im} + \sum_{i=k-2}^{k+2} r_{k,i}^{(m)} \bar{M}_{im} + \bar{r}_{im}^{(p)} = 0 \quad \text{para } i = 0, \dots, n$$

$$\lambda_m = \frac{\mu_m}{\ell}$$

$$\sum_{i=k-2}^{k+2} \theta_{k,i}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_{im} + \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{\theta}_{k,i}^{(m)} \bar{M}_{im} + \bar{\theta}_{im}^{(p)} = 0 \quad (2.68)$$

para $i = 2, \dots, n-2$

As incógnitas são $\bar{\sigma}_{im}$ e \bar{M}_{im} , que determinam os coeficientes em (2.64), fazendo-se $m = 1, 2, \dots$, sucessivamente até o valor adequado de \underline{m} para a convergência satisfatória.

Conhecendo-se as constantes $\bar{\sigma}_{im}$ e \bar{M}_{im} , determinam-se os outros esforços, como por exemplo $S_k(z)$, partindo-se da expressão (2.17):

$$S_k(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{S}_{km} H_m'''(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{S}_{(k-1)m} H_m'''(z) -$$

$$- \frac{A_k}{2} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{(k-1)m} H_m'''(z) + \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{km} H_m'''(z) \right) \quad (2.69)$$

determinando-se, então, as constantes \bar{S}_{km} , através da expressão seguinte:

$$\bar{S}_{km} = \bar{S}_{(k-1)m} - \frac{A_k}{2} (\bar{\sigma}_{(k-1)m} + \bar{\sigma}_{km}) \quad (2.70)$$

Da mesma forma, determinam-se as constantes \bar{u}_{km} :

$$u_k'(z) = \epsilon_k(z) = \frac{\sigma_k(z)}{E} \quad (2.71)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \bar{u}_{km} H_m''(z) = \frac{1}{E} \sum_{m=0}^{\infty} \bar{\sigma}_{km}(z)$$

$$\therefore \bar{u}_{km} = \frac{\bar{\sigma}_{km}}{E} \quad (2.72)$$

II.6 - Soluções do sistema de equações diferenciais para as diversas condições de apoio das extremidades transversais

II.6.1 - Extremidades simplesmente apoiadas

Nesse caso, supõe-se que os vínculos não impedem os deslocamentos e os giros no sentido longitudinal. Os deslocamentos no plano das seções de apoio são totalmente impedidos. Portanto, as condições de contorno são as seguintes:

$$\begin{aligned} M_k(0) = M_k(\ell) &= 0 \\ \sigma_k(0) = \sigma_k(\ell) &= 0 \end{aligned} \quad (2.73)$$

De acordo com (2.60), obtêm-se:

$$\begin{aligned} C_2 + C_4 &= 0 \\ -C_2 + C_4 &= 0 \\ C_1 \operatorname{sen} \mu + C_2 \cos \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu + C_4 \operatorname{cosh} \mu &= 0 \\ -C_1 \operatorname{sen} \mu - C_2 \cos \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu + C_4 \operatorname{cosh} \mu &= 0 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Das duas primeiras equações, conclui-se que $C_2 = C_4 = 0$ e, portanto, o sistema fica reduzido a:

$$\begin{aligned} C_1 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu &= 0 \\ -C_1 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu &= 0 \end{aligned} \quad (2.75)$$

Para que a solução em C_1 e C_3 não seja nula é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a zero. Portanto, tem-se:

$$\operatorname{sen} \mu = 0 \quad (2.76)$$

As soluções dessa equação são infinitas, isto é, $\mu_m = m\pi$, com $m = 1, 2, 3, \dots, \infty$. Para que o sistema (2.75) seja satisfeito C_3 deve ser nulo, e fazendo-se $C_1 = 1$, tem-se finalmente a função $H(z)$:

$$H_m(z) = \text{sen} \frac{m\pi z}{\ell} \quad (m = 1, 2, \dots, \infty) \quad (2.77)$$

ou em sua forma geral:

$$H(z) = \sum_{m=1}^{\infty} H_m(z) = \sum_{m=1}^{\infty} \text{sen} \frac{m\pi z}{\ell} \quad (2.78)$$

Os esforços e deslocamentos das expressões (2.64) se transformam em:

$$\begin{aligned} M_k(z) &= \sum_{m=1}^{\infty} \bar{M}_{km} \text{sen} \frac{m\pi z}{\ell} \\ u_k(z) &= \sum_{m=1}^{\infty} u_{km} \frac{m\pi}{\ell} \cos \frac{m\pi z}{\ell} \\ \sigma_k(z) &= - \sum_{m=1}^{\infty} \bar{\sigma}_{km} \left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^2 \text{sen} \frac{m\pi z}{\ell} \\ \bar{S}_k(z) &= - \sum_{m=1}^{\infty} \bar{S}_{km} \left(\frac{m\pi}{\ell}\right)^3 \cos \frac{m\pi z}{\ell} \end{aligned} \quad (2.79)$$

II.6.2 - Extremidades engastadas

Sob essas condições de vinculação, são impedidos os deslocamentos transversais e longitudinais nas seções dos apoios, ou seja:

$$\begin{aligned} M_k(0) &= u_k(0) = 0 \\ M_k(\ell) &= u_k(\ell) = 0 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Aplicando-se essas condições em (2.60), obtemos:

$$C_2 + C_4 = 0$$

$$C_1 + C_3 = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen} \mu + C_2 \operatorname{cos} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu + C_4 \operatorname{cosh} \mu = 0$$

$$C_1 \operatorname{cos} \mu - C_2 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{cosh} \mu + C_4 \operatorname{senh} \mu = 0 \quad (2.81)$$

Esse sistema pode ser reduzido, através da eliminação de C_3 e C_4 ,

a:

$$C_1 (\operatorname{sen} \mu - \operatorname{senh} \mu) + C_2 (\operatorname{cos} \mu - \operatorname{cosh} \mu) = 0$$

$$C_1 (\operatorname{cos} \mu - \operatorname{cosh} \mu) - C_2 (\operatorname{sen} \mu + \operatorname{senh} \mu) = 0 \quad (2.82)$$

Para que o sistema (2.82) tenha solução não nula é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a zero, ou seja:

$$\operatorname{cos} \mu \cdot \operatorname{cosh} \mu = 1 \quad (2.83)$$

As soluções para a equação (2.83) são: 0; 4,73004; 7,85320; 10,99555; 14,13717, etc., valores esses que se aproximam de $\frac{2m+1}{2} \pi$, principalmente a partir do segundo valor.

$$\mu_m = 4,73004 \text{ para } m = 1$$

$$\therefore \mu_m = \frac{(2m+1)\pi}{2}, \quad m = 2, 3, \dots, \infty \quad (2.84)$$

Fazendo-se $C_{1m} = 1$, obtêm-se da 1ª equação do sistema (2.82):

$$C_{2m} = - \frac{\operatorname{sen} \mu_m \operatorname{senh} \mu_m}{\operatorname{cos} \mu_m - \operatorname{cosh} \mu_m}$$

$$\begin{aligned} \therefore H_m(z) = & \operatorname{sen} \frac{\mu_m z}{\ell} - \operatorname{senh} \frac{\mu_m z}{\ell} + \\ & + \frac{\operatorname{senh} \mu_m - \operatorname{sen} \mu_m}{\operatorname{cos} \mu_m - \operatorname{cosh} \mu_m} \left(\operatorname{cos} \frac{\mu_m z}{\ell} - \operatorname{cosh} \frac{\mu_m z}{\ell} \right) \quad (2.85) \end{aligned}$$

II.6.3 - Uma extremidade simplesmente apoiada e a outra engastada

As condições de contorno para esse caso são as seguintes:

$$\begin{aligned} M_k(0) = \sigma_k(0) = 0 & \quad (\text{extremidade apoiada}) \\ M_k(\ell) = u_k(\ell) = 0 & \quad (\text{extremidade engastada}) \end{aligned} \quad (2.86)$$

Essas condições se transformam em:

$$\begin{aligned} C_2 + C_4 &= 0 \\ -C_2 + C_4 &= 0 \\ C_1 \operatorname{sen} \mu + C_2 \operatorname{cos} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu + C_4 \operatorname{cosh} \mu &= 0 \\ C_1 \operatorname{cos} \mu - C_2 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{cosh} \mu + C_4 \operatorname{sinh} \mu &= 0 \end{aligned} \quad (2.87)$$

Das duas primeiras equações, deduz-se que $C_2 = C_4 = 0$ e portanto, o sistema se reduz a:

$$\begin{aligned} C_1 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu &= 0 \\ C_1 \operatorname{cos} \mu + C_3 \operatorname{cosh} \mu &= 0 \end{aligned} \quad (2.88)$$

O determinante do sistema, cujo valor deve ser igual a zero, é dado por:

$$\operatorname{sen} \mu \operatorname{cosh} \mu - \operatorname{cos} \mu \operatorname{sinh} \mu = 0$$

$$\text{ou :} \quad \operatorname{tg} \mu = \operatorname{tgh} \mu \quad (2.89)$$

As raízes dessa equação são: 3,92660; 7,06858; 10,21018; 13,35177, etc., valores muito próximos de $\frac{4m+1}{4} \pi$.

$$\therefore \mu_m = \frac{(4m+1)\pi}{4}, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.90)$$

Fazendo $C_{1m} = 1$, obtêm-se $C_{3m} = - \frac{\operatorname{sen} \frac{(4m+1)\pi}{4}}{\operatorname{senh} \frac{(4m+1)\pi}{4}}$

$$\therefore H_m(z) = \operatorname{sen} \frac{(4m+1)\pi z}{4\ell} - \frac{(-1)^m \sqrt{2}}{\operatorname{sen} \frac{(4m+1)\pi}{4}} \operatorname{senh} \frac{(4m+1)\pi z}{4\ell} \quad (2.91)$$

II.6.4 - Uma extremidade livre e a outra engastada

As condições de contorno são as seguintes:

$$\sigma_k(0) = S_k(0) = 0 \quad (\text{extremidade livre})$$

$$M_k(\ell) = u_k(\ell) = 0 \quad (\text{extremidade engastada}) \quad (2.92)$$

Aplicando-se essas condições, temos:

$$- C_2 + C_4 = 0$$

$$- C_1 + C_3 = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen} \mu + C_2 \operatorname{cos} \mu + C_3 \operatorname{senh} \mu + C_4 \operatorname{cosh} \mu = 0$$

$$C_1 \operatorname{cos} \mu - C_2 \operatorname{sen} \mu + C_3 \operatorname{cosh} \mu + C_4 \operatorname{senh} \mu = 0 \quad (2.93)$$

Eliminando-se C_3 e C_4 , o sistema (2.93) se transforma em:

$$C_1 (\operatorname{sen} \mu + \operatorname{senh} \mu) + C_2 (\operatorname{cos} \mu + \operatorname{cosh} \mu) = 0$$

$$C_1 (\operatorname{cos} \mu + \operatorname{cosh} \mu) + C_2 (-\operatorname{sen} \mu + \operatorname{senh} \mu) = 0 \quad (2.94)$$

O determinante do sistema, que deve ser igual a zero, é dado por:

$$(\operatorname{senh}^2 \mu - \operatorname{sen}^2 \mu) - (\operatorname{cos} \mu + \operatorname{cosh} \mu)^2 = 0$$

ou: $\operatorname{cos} \mu \operatorname{cosh} \mu = -1 \quad (2.95)$

As raízes dessa equação são: 1,87510; 4,69409; 7,85476; 10,99555; 14,13717, etc...., valores esses que se aproximam de $\frac{(2m-1)}{2} \pi$, principalmente a partir do terceiro valor.

$$\bullet \bullet \quad \mu_m = 1,87510 \quad \text{para } m = 1$$

$$\mu_m = 4,69409 \quad \text{para } m = 2$$

$$\mu_m = \frac{(2m-1)}{2} \pi \quad \text{para } m = 3, 4, \dots, \infty \quad (2.96)$$

$$\text{Com } C_{1m} = 1, \text{ tem-se } C_{2m} = - \frac{\sin \mu_m + \sinh \mu_m}{\cos \mu_m + \cosh \mu_m}$$

$$\bullet \bullet \quad H_m(z) = \sin \frac{\mu_m}{\ell} z + \sinh \frac{\mu_m}{\ell} z -$$

$$- \frac{\sin \mu_m + \sinh \mu_m}{\cos \mu_m + \cosh \mu_m} \left(\cos \frac{\mu_m z}{\ell} + \cosh \frac{\mu_m z}{\ell} \right) \quad (2.97)$$

II.7 - Casas prismáticas contínuas. Solução do sistema para as diversas condições de apoio das extremidades transversais

Nas cascas prismáticas contínuas, as funções fundamentais são diferentes para cada tramo. Portanto, é necessário determinar as quatro constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 e o parâmetro μ para cada tramo da estrutura.

Neste trabalho serão estudadas somente as cascas contínuas com dois tramos, como mostra a figura 2.22.

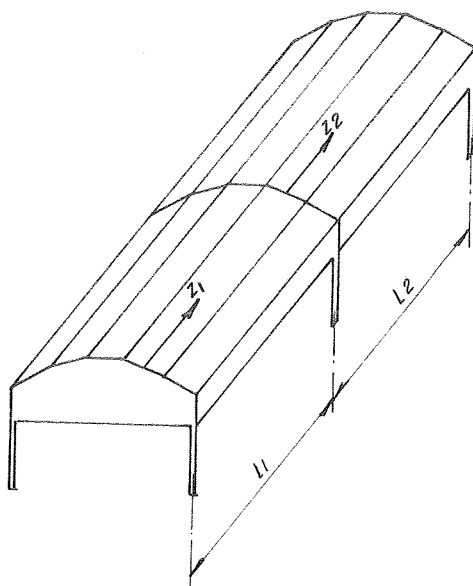


Figura 2.22 - Casca prismática contínua

Para facilitar a determinação das constantes e dos parâmetros μ_m , serão consideradas as coordenadas z_1 , que varia de 0 a l_1 , e z_2 de 0 a l_2 , onde l_1 e l_2 são os comprimentos dos tramos 1 e 2, respectivamente.

Portanto, as funções fundamentais são dadas por:

$$H_{1m}(z_1) = C_1 \sin \frac{\mu_{1m} z_1}{\ell_1} + C_2 \cos \frac{\mu_{1m} z_1}{\ell_1} + \\ + C_3 \sinh \frac{\mu_{1m} z_1}{\ell_1} + C_4 \cosh \frac{\mu_{1m} z_1}{\ell_1} \quad p/ 0 \leq z_1 \leq \ell_1$$

$$H_{2m}(z_2) = C_5 \sin \frac{\mu_{2m} z_2}{\ell_2} + C_6 \cos \frac{\mu_{2m} z_2}{\ell_2} + \\ + C_7 \sinh \frac{\mu_{2m} z_2}{\ell_2} + C_8 \cosh \frac{\mu_{2m} z_2}{\ell_2} \quad p/ 0 \leq z_2 \leq \ell_2$$

(2.98)

Os esforços e deslocamentos na casca serão dados pelas seguintes expressões:

$$M_k(z) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \overline{M}_{km} H_{1m}(z_1) & p/ 0 \leq z \leq \ell_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} \overline{M}_{km} H_{2m}(z_2) & p/ \ell_1 < z \leq \ell_1 + \ell_2 \end{cases}$$

$$u_k(z) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \overline{u}_{km} H_{1m}(z_1) & p/ 0 \leq z \leq \ell_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} \overline{u}_{km} H_{2m}(z_2) & p/ \ell_1 < z \leq \ell_1 + \ell_2 \end{cases}$$

$$\sigma_k(z) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \overline{\sigma}_{km} H_{1m}(z_1) & p/ 0 \leq z \leq \ell_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} \overline{\sigma}_{km} H_{2m}(z_2) & p/ \ell_1 < z \leq \ell_1 + \ell_2 \end{cases}$$

$$S_k(z) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} \overline{S}_{km} H_{1m}(z_1) & p/ 0 \leq z \leq \ell_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} \overline{S}_{km} H_{2m}(z_2) & p/ \ell_1 < z \leq \ell_1 + \ell_2 \end{cases} \quad (2.99)$$

As constantes \bar{M}_{km} , \bar{u}_{km} , $\bar{\sigma}_{km}$ e \bar{S}_{km} , bem como as correspondentes constantes das cargas externas e outros esforços e deslocamentos, são válidas igualmente para os dois tramos da estrutura.

As condições de contorno para a determinação das constantes C_1 a C_8 , $\mu_1 m$ e $\mu_2 m$ obedecem às condições normais de vinculação (livre, apoio ou engaste) para os apoios extremos, enquanto que nos apoios intermediários os momentos transversais nos dois tramos são iguais a zero e as tensões normais e os deslocamentos longitudinais dos dois tramos são iguais. Para isso, supõe-se que o apoio intermediário é infinitamente rígido em seu plano e completamente flexível fora dele.

Partindo-se das considerações anteriores, determinam-se nos itens II.7.1 a II.7.5 as constantes que fornecem a solução do sistema de equações diferenciais para as diversas condições de vinculação dos apoios extremos.

II.7.1 - Extremidades simplesmente apoiadas

As funções fundamentais e suas derivadas para os dois tramos são mostradas nas expressões (2.100).

$$H_1(z_1) = C_1 \operatorname{sen} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_2 \cos \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_3 \operatorname{senh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_4 \operatorname{cosh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1}$$

$$H_1'(z_1) = \frac{\mu_1}{\ell_1} \left(C_1 \cos \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} - C_2 \operatorname{sen} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_3 \operatorname{cosh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_4 \operatorname{senh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} \right)$$

$$H_1''(z_1) = \frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} \left(-C_1 \operatorname{sen} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} - C_2 \cos \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_3 \operatorname{senh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_4 \operatorname{cosh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} \right)$$

$$H_1'''(z_1) = \frac{\mu_1^3}{\ell_1^3} \left(-C_1 \cos \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_2 \operatorname{sen} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_3 \operatorname{cosh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} + C_4 \operatorname{senh} \frac{\mu_1 z_1}{\ell_1} \right)$$

$$H_2(z_2) = C_5 \sin \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_6 \cos \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_7 \sinh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_8 \cosh \frac{\mu_2 z_2}{l_2}$$

$$H_2'(z_2) = \frac{\mu_2}{l_2} \left(C_5 \cos \frac{\mu_2 z_2}{l_2} - C_6 \sin \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_7 \cosh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_8 \sinh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} \right)$$

$$H_2''(z_2) = \frac{\mu_2^2}{l_2^2} \left(-C_5 \sin \frac{\mu_2 z_2}{l_2} - C_6 \cos \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_7 \sinh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_8 \cosh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} \right)$$

$$H_2'''(z_2) = \frac{\mu_2^3}{l_2^3} \left(-C_5 \cos \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_6 \sin \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_7 \cosh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} + C_8 \sinh \frac{\mu_2 z_2}{l_2} \right)$$

(2.100)

As condições de contorno para a solução do problema são as seguintes:

$$M_k(0) = 0 \longrightarrow H_1(0) = 0$$

$$\sigma_k(0) = 0 \longrightarrow H_1''(0) = 0$$

$$M_k(l_1 + l_2) = 0 \rightarrow H_2(l_2) = 0$$

$$\sigma_k(l_1 + l_2) = 0 \rightarrow H_2''(l_2) = 0$$

$$\sigma_k(l_1)_{z_1=l_1} = \sigma_k(l_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_1''(l_1) = H_2''(0)$$

$$u_k(l_1)_{z_1=l_1} = u_k(l_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_1'(l_1) = H_2'(0)$$

$$M_k(l_1)_{z_1=l_1} = 0$$

$$M_1(l_1)_{z_2=0} = 0$$

(2.101)

Substituindo-se esses valores nas expressões (2.100), obtemos:

$$C_2 + C_4 = 0$$

$$-C_2 + C_4 = 0$$

$$C_5 \operatorname{sen} \mu_2 + C_6 \cos \mu_2 + C_7 \operatorname{senh} \mu_2 + C_8 \operatorname{cosh} \mu_2 = 0$$

$$-C_5 \operatorname{sen} \mu_2 - C_6 \cos \mu_2 + C_7 \operatorname{senh} \mu_2 + C_8 \operatorname{cosh} \mu_2 = 0$$

$$\frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} \left(-C_1 \operatorname{sen} \mu_1 - C_2 \cos \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 \right) = \frac{\mu_2^2}{\ell_2} (-C_6 + C_8)$$

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(C_1 \cos \mu_1 - C_2 \operatorname{sen} \mu_1 + C_3 \operatorname{cosh} \mu_1 + C_4 \operatorname{senh} \mu_1 \right) = \frac{\mu_2}{\ell_2} (C_5 + C_7)$$

$$C_1 \operatorname{sen} \mu_1 + C_2 \cos \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 = 0$$

$$C_6 + C_8 = 0 \quad (2.102)$$

Dessas expressões, tem-se que $C_2 = C_4 = 0$, $C_6 = -C_8$, $C_7 = -\frac{C_8}{\operatorname{tgh} \mu_2}$

$$C_5 = \frac{C_8}{\operatorname{tg} \mu_2} \quad \text{e} \quad C_1 = -C_3 \frac{\operatorname{senh} \mu_1}{\operatorname{sen} \mu_1}.$$

O sistema se reduz a:

$$\frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} \operatorname{senh} \mu_1 C_3 - \frac{\mu_2^2}{\ell_2} C_8 = 0$$

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(\operatorname{cosh} \mu_1 - \frac{\operatorname{senh} \mu_1}{\operatorname{tg} \mu_1} \right) C_3 - \frac{\mu_2}{\ell_2} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \mu_2} - \frac{1}{\operatorname{tgh} \mu_2} \right) C_8 = 0 \quad (2.103)$$

Para que o sistema tenha solução real é necessário que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a zero, ou seja:

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} \mu_2} - \frac{1}{\operatorname{tg} \mu_2} \right) + \frac{\mu_2}{\ell_2} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} \mu_1} - \frac{1}{\operatorname{tg} \mu_1} \right) = 0 \quad (2.104)$$

Portanto: $\operatorname{tg} \mu_1 = \operatorname{tgh} \mu_1$

$$\operatorname{tg} \mu_2 = \operatorname{tgh} \mu_2 \quad (2.105)$$

A solução é: $\mu_1 = \mu_2 = 3,92660; 7,06858; 10,21018, \text{ etc.}$, valores que se aproximam de $\frac{(4m+1)\pi}{4}$ para $m = 1, 2, \dots, \infty$,

$$\mu_{1m} = \mu_{2m} = \mu_m = \frac{(4m+1)\pi}{4} \quad p/m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.106)$$

Fazendo-se $C_{3m} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$, obtêm-se, então, os valores para todas as constantes:

$$C_{1m} = -\frac{\ell_1}{\ell_2} \times \frac{\operatorname{senh} \mu_m}{\operatorname{sen} \mu_m}$$

$$C_{2m} = 0$$

$$C_{3m} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$C_{4m} = 0$$

$$C_{5m} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{\operatorname{senh} \mu_m}{\operatorname{tg} \mu_m}$$

$$C_{6m} = -\frac{\ell_2}{\ell_1} \operatorname{senh} \mu_m$$

$$C_{7m} = -\frac{\ell_2}{\ell_1} \operatorname{cosh} \mu_m$$

$$C_{8m} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \operatorname{senh} \mu_m \quad (2.107)$$

II.7.2 - Extremidades engastadas

As condições de contorno são as seguintes:

$$M_k(0) = 0 \longrightarrow H_1(0) = 0$$

$$u_k(0) = 0 \longrightarrow H_1'(0) = 0$$

$$M_k(l_1 + l_2) = 0 \longrightarrow H_2(l_2) = 0$$

$$u_k(l_1 + l_2) = 0 \longrightarrow H_2'(l_2) = 0$$

$$M_k(l_1)_{z_1=l_1} = 0 \longrightarrow H_1(l_1) = 0$$

$$M_k(l_1)_{z_2=0} = 0 \longrightarrow H_2(0) = 0$$

$$\sigma_k(l_1)_{z_1=l_1} = \sigma_k(l_2)_{z_2=0} \longrightarrow H_1''(l_1) = H_2''(0)$$

$$u_k(l_1)_{z_1=l_1} = u_k(l_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_1'(l_1) = H_2'(0) \quad (2.108)$$

Substituindo em (2.100), obtemos:

$$C_2 + C_4 = 0$$

$$C_1 + C_3 = 0$$

$$C_5 \operatorname{sen} \mu_2 + C_6 \operatorname{cos} \mu_2 + C_7 \operatorname{senh} \mu_2 + C_8 \operatorname{cosh} \mu_2 = 0$$

$$C_5 \operatorname{cos} \mu_2 - C_6 \operatorname{sen} \mu_2 + C_7 \operatorname{cosh} \mu_2 + C_8 \operatorname{senh} \mu_2 = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen} \mu_1 + C_2 \operatorname{cos} \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 = 0$$

$$C_6 + C_8 = 0$$

$$\frac{\mu_1^2}{l_1^2} \left(-C_1 \operatorname{sen} \mu_1 - C_2 \operatorname{cos} \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 \right) = \frac{\mu_2^2}{l_2^2} (-C_6 + C_8)$$

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(C_1 \cos \mu_1 - C_2 \sin \mu_1 + C_3 \cosh \mu_1 + C_4 \sinh \mu_1 \right) = \frac{\mu_2}{\ell_2} (C_5 + C_7) \quad (2.109)$$

Dessas expressões, obtêm-se:

$$C_2 = -C_4$$

$$C_1 = -C_3$$

$$C_6 = -C_8$$

$$C_3 = -C_4 \frac{(-\cos \mu_1 + \cosh \mu_1)}{(-\sin \mu_1 + \sinh \mu_1)} \quad (2.110)$$

Substituindo-se na penúltima equação de (2.109), temos:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} C_4 \left(-\frac{(-\cos \mu_1 + \cosh \mu_1)}{(-\sin \mu_1 + \sinh \mu_1)} (\sin \mu_1 + \sinh \mu_1) + C_4 (\cos \mu_1 + \cosh \mu_1) \right) = \\ = \frac{\mu_2^2}{\ell_2^2} (2 C_8) \end{aligned}$$

que pode ser transformada em:

$$\frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} C_4 \left(-\cos \mu_1 \sinh \mu_1 + \cosh \mu_1 \sin \mu_1 \right) = \frac{\mu_2^2}{\ell_2^2} C_8 (\sin \mu_1 - \sinh \mu_1)$$

e daí em:

$$\frac{\mu_1^2}{\mu_2^2} \cdot \frac{\ell_2^2}{\ell_1^2} \cdot C_4 \cdot \frac{\cosh \mu_1 \cdot \sin \mu_1 - \cos \mu_1 \sinh \mu_1}{\sin \mu_1 - \sinh \mu_1} - C_8 = 0 \quad (2.111)$$

Utilizando-se as expressões de (2.110) na última equação de (2.109), tem-se:

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} C_4 \left(- \frac{(-\cos \mu_1 + \cosh \mu_1)}{(-\sin \mu_1 + \sinh \mu_1)} (-\cos \mu_1 + \cosh \mu_1) + (\sin \mu_1 + \sinh \mu_1) \right) =$$

$$= \frac{\mu_2}{\ell_2} (C_5 + C_7)$$

cujo desenvolvimento fornece:

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} 2 C_4 (1 - \cos \mu_1 \cosh \mu_1) = \frac{\mu_2}{\ell_2} (C_5 + C_7) (\sin \mu_1 - \sinh \mu_1)$$

e, finalmente:

$$C_5 + C_7 = \frac{\mu_1}{\ell_1} \times \frac{\ell_2}{\mu_2} 2 C_4 \frac{1 - \cos \mu_1 \cosh \mu_1}{\sin \mu_1 - \sinh \mu_1} \quad (2.112)$$

Da terceira equação de (2.109), temos:

$$C_5 = \frac{-C_8 (\cosh \mu_2 - \cos \mu_2) - C_7 \sinh \mu_2}{\sin \mu_2} \quad (2.113)$$

que substituindo na quarta equação de (2.109), fornece:

$$\frac{-C_8 (\cosh \mu_2 - \cos \mu_2) - C_7 \sinh \mu_2}{\sin \mu_2} \cos \mu_2 + C_7 \cosh \mu_2 +$$

$$+ C_8 (\sin \mu_2 + \sinh \mu_2) = 0$$

O desenvolvimento dessa equação leva a:

$$C_7 = -C_8 \left(\frac{1 - \cos \mu_2 \cosh \mu_2 + \sinh \mu_2 \sin \mu_2}{\cosh \mu_2 \sin \mu_2 - \sin \mu_2 \cos \mu_2} \right) \quad (2.114)$$

Substituindo-se (2.114) em (2.113), chegamos a:

$$C_5 = C_8 \left(\frac{\cosh \mu_2 \cos \mu_2 - 1 + \sin \mu_2 \sinh \mu_2}{\cosh \mu_2 \sin \mu_2 - \cos \mu_2 \sinh \mu_2} \right) \quad (2.115)$$

Substituindo-se os valores de C_5 e C_7 , dados respectivamente por (2.115) e (2.114), em (2.112), obtêm-se a seguinte equação:

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \frac{\ell_2}{\mu_2} C_4 \frac{1 - \cos \mu_1 \cosh \mu_1}{\operatorname{sen} \mu_1 - \operatorname{sh} \mu_1} - C_8 \frac{(-1 + \cos \mu_2 \cosh \mu_2)}{(\cosh \mu_2 \operatorname{sen} \mu_2 - \cos \mu_2 \operatorname{senh} \mu_2)} = 0 \quad (2.116)$$

Esta última equação e a equação (2.111) formam o sistema de equações em C_4 e C_8 , cujo determinante da matriz dos coeficientes deve ser igual a zero.

$$-(1 - \cos \mu_1 \cosh \mu_1) + \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{(\cosh \mu_1 \operatorname{sen} \mu_1 - \cos \mu_1 \operatorname{sh} \mu_1)(-1 + \cos \mu_2 \operatorname{ch} \mu_2)}{(\cosh \mu_2 \operatorname{sen} \mu_2 - \cos \mu_2 \operatorname{sh} \mu_2)} = 0 \quad (2.117)$$

Para que a equação acima seja verdadeira é necessário que:

$$\cos \mu_1 \cosh \mu_1 = 1$$

$$\cos \mu_2 \cosh \mu_2 = 1 \quad (2.118)$$

As raízes dessas equações são: 4,7300; 7,8532; 10,9956; 14,1372, ..., valores que se aproximam de $\frac{(2m+1)\pi}{2}$, para $m = 1, 2, 3, \dots, \infty$, principalmente a partir do segundo termo.

$$\mu_{1m} = \mu_{2m} = \mu_m = 4,7300 \quad \text{para } m = 1$$

$$\mu_{1m} = \mu_{2m} = \mu_m = \frac{(2m+1)\pi}{2} \quad \text{para } m = 2, 3, \dots, \quad (2.119)$$

Fazendo-se $C_{4m} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$ obtemos todas as outras constantes:

$$C_{1m} = \frac{\ell_1}{\ell_2} \frac{\cosh \mu_m - \cos \mu_m}{\operatorname{senh} \mu_m - \operatorname{sen} \mu_m}$$

$$C_{2m} = -\frac{\ell_1}{\ell_2}$$

$$\begin{aligned}
C_{3m} &= \frac{\ell_1}{\ell_2} \frac{\cos \mu_m - \cosh \mu_m}{\sinh \mu_m - \sin \mu_m} \\
C_{4m} &= \frac{\ell_1}{\ell_2} \\
C_{5m} &= \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{\sin \mu_m \sinh \mu_m}{(\sin \mu_m - \sinh \mu_m)} \\
C_{6m} &= \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{(\cosh \mu_m \sin \mu_m - \cos \mu_m \sinh \mu_m)}{(\sinh \mu_m - \sin \mu_m)} \\
C_{7m} &= -\frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{\sin \mu_m \sinh \mu_m}{(\sin \mu_m - \sinh \mu_m)} \\
C_{8m} &= \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{(\cosh \mu_m \sin \mu_m - \cos \mu_m \sinh \mu_m)}{(\sin \mu_m - \sinh \mu_m)}
\end{aligned} \tag{2.120}$$

II.7.3 - Uma extremidade simplesmente apoiada e a outra engastada

Considerando-se a primeira extremidade como simplesmente apoiada e a segunda engastada, temos as seguintes condições de contorno:

$$M_k(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad H_1(0) = 0$$

$$\sigma_k(0) = 0 \quad \longrightarrow \quad H_1''(0) = 0$$

$$M_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \quad \longrightarrow \quad H_2(\ell_2) = 0$$

$$u_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \quad \longrightarrow \quad H_2'(\ell_2) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = 0 \quad \longrightarrow \quad H_1(\ell_1) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_2=0} = 0 \quad \longrightarrow \quad H_2(0) = 0$$

$$\sigma_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = \sigma_k(\ell_1)_{z_2=0} \quad \longrightarrow \quad H_1''(\ell_1) = H_2''(0)$$

$$u_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = u_k(\ell_1)_{z_2=0} \quad \longrightarrow \quad H_1'(\ell_1) = H_2'(0)$$

(2.121)

Essas condições de contorno conduzem às seguintes equações:

$$C_2 + C_4 = 0$$

$$-C_2 + C_4 = 0$$

$$C_5 \operatorname{sen} \mu_2 + C_6 \cos \mu_2 + C_7 \operatorname{senh} \mu_2 + C_8 \operatorname{cosh} \mu_2 = 0$$

$$C_5 \cos \mu_2 - C_6 \operatorname{sen} \mu_2 + C_7 \operatorname{cosh} \mu_2 + C_8 \operatorname{senh} \mu_2 = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen} \mu_1 + C_2 \cos \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 = 0$$

$$C_6 + C_8 = 0$$

$$\frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} \left(-C_1 \operatorname{sen} \mu_1 - C_2 \cos \mu_1 + C_3 \operatorname{senh} \mu_1 + C_4 \operatorname{cosh} \mu_1 \right) = \frac{\mu_2^2}{\ell_2^2} (-C_6 + C_8)$$

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(C_1 \cos \mu_1 - C_2 \operatorname{sen} \mu_1 + C_3 \operatorname{cosh} \mu_1 + C_4 \operatorname{senh} \mu_1 \right) = \frac{\mu_2}{\ell_2} (C_5 + C_7)$$

(2.122)

De maneira análoga ao item II.7.2, chegamos ao seguinte sistema em C_3 e C_8 :

$$\frac{\mu_1^2}{\ell_1^2} \operatorname{senh} \mu_1 C_3 - \frac{\mu_2^2}{\ell_2^2} C_8 = 0$$

$$\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(\operatorname{cosh} \mu_1 - \frac{\operatorname{senh} \mu_1}{\operatorname{tg} \mu_1} \right) C_3 - \frac{\mu_2}{\ell_2} \left(\frac{-2 + 2 \operatorname{cosh} \mu_2 \cos \mu_2}{(\operatorname{cosh} \mu_2 \operatorname{sen} \mu_2 - \operatorname{senh} \mu_2 \cos \mu_2)} \right) C_8 = 0$$

(2.123)

O determinante da matriz dos coeficientes, que deve ser igual a zero, é dado por:

$$-\frac{\mu_1}{\ell_1} \left(\frac{-2 + 2 \cosh \mu_2 \cos \mu_2}{\cosh \mu_2 \operatorname{sen} \mu_2 - \sinh \mu_2 \cos \mu_2} \right) + \frac{\mu_2}{\ell_2} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} \mu_1} - \frac{1}{\operatorname{tg} \mu_1} \right) \quad (2.124)$$

Para que esta relação seja verdadeira é necessário que:

$$\operatorname{tg} \mu_1 = \operatorname{tgh} \mu_1$$

$$\cosh \mu_2 \cos \mu_2 = -1 \quad (2.125)$$

As raízes dessas equações são:

$$\mu_{1 m} = \frac{(4m+1)\pi}{4} \quad p/m = 1, 2, \dots, \infty$$

$$\mu_{2 m} = 4,7300 \quad p/m = 1$$

$$\mu_{2 m} = \frac{(2m+1)\pi}{2} \quad p/m = 2, 3, \dots, \infty \quad (2.126)$$

As constantes $C_{1 m}$ a $C_{8 m}$ são dadas pelas expressões (2.127):

$$C_{1 m} = -\frac{\mu_{2 m}}{\mu_{1 m}} \frac{\ell_1}{\ell_2} \frac{\sinh \mu_{1 m}}{\operatorname{sen} \mu_{1 m}}$$

$$C_{2 m} = 0$$

$$C_{3 m} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\ell_2}{\ell_1}$$

$$C_{4 m} = 0$$

$$C_{5 m} = \frac{\mu_{1 m}}{\mu_{2 m}} \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{\sinh \mu_{1 m} \operatorname{sen} \mu_{2 m} \sinh \mu_{2 m}}{(\cosh \mu_{2 m} \operatorname{sen} \mu_{2 m} - \sinh \mu_{2 m} \cos \mu_{2 m})}$$

$$C_{6 m} = -\frac{\mu_{1 m}}{\mu_{2 m}} \frac{\ell_2}{\ell_1} \operatorname{senh} \mu_{1 m}$$

$$C_{7m} = - \frac{\mu_1 m}{\mu_2 m} \frac{\ell_2}{\ell_1} \frac{\sinh \mu_1 m \sinh \mu_2 m \sin \mu_2 m}{(\cosh \mu_2 m \sin \mu_2 m - \sinh \mu_2 m \cos \mu_2 m)}$$

$$C_{8m} = \frac{\mu_1 m}{\mu_2 m} \frac{\ell_2}{\ell_1} \sinh \mu_1 m$$

(2.127)

II.7.4 - Uma extremidade livre e a outra simplesmente apoiada

Considerando-se a primeira extremidade como sendo a extremidade apoiada e a segunda como sendo a extremidade livre, temos as seguintes condições de contorno:

$$M_k(0) = 0 \longrightarrow H_1(0) = 0$$

$$\sigma_k(0) = 0 \longrightarrow H_1''(0) = 0$$

$$\sigma_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \longrightarrow H_2''(\ell_2) = 0$$

$$S_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \longrightarrow H_2'''(\ell_2) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = 0 \longrightarrow H_1(\ell_1) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_2=0} = 0 \longrightarrow H_2(0) = 0$$

$$\sigma_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = \sigma_k(\ell_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_1''(\ell_1) = H_2''(0)$$

$$u_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = u_k(\ell_2)_{z_2=0} \longrightarrow H_1'(\ell_1) = H_2'(0) \quad (2.128)$$

Estas equações, após o devido desenvolvimento e eliminação de incógnitas, levam à seguinte condição para determinação dos parâmetros μ_1 e μ_2 :

$$- 2 \frac{\mu_1}{\ell_1} \left(\frac{1 + \cos \mu_2 \cosh \mu_2}{(\cosh \mu_2 \sin \mu_2 - \cos \mu_2 \sinh \mu_2)} \right) + \frac{\mu_2}{\ell_2} \left(\frac{1}{\operatorname{tgh} \mu_1} - \frac{1}{\operatorname{tg} \mu_1} \right) = 0$$

(2.129)

Cada parcela da soma de (2.129) deve ser isoladamente igual a zero, ou seja:

$$\begin{aligned} \operatorname{tgh} \mu_1 &= \operatorname{tg} \mu_1 \\ \cos \mu_2 \operatorname{cosh} \mu_2 &= -1 \end{aligned} \quad (2.130)$$

As raízes dessas equações são:

$$\begin{aligned} \mu_{1m} &= \frac{(4m+1)\pi}{4} && \text{para } m = 1, 2, 3, \dots, \infty \\ \mu_{2m} &= 1,8751 && \text{para } m = 1 \\ \mu_{2m} &= 4,6941 && \text{para } m = 2 \\ \mu_{2m} &= \frac{(2m-1)\pi}{2} && \text{para } m = 3, 4, \dots, \infty \end{aligned} \quad (2.131)$$

As constantes C_{1m} a C_{8m} são dadas pelas fórmulas:

$$\begin{aligned} C_{1m} &= -\frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \times \frac{\operatorname{senh} \mu_{1m}}{\operatorname{sen} \mu_{1m}} \\ C_{2m} &= 0 \\ C_{3m} &= \frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \\ C_{4m} &= 0 \\ C_{5m} &= \frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \left(\frac{\operatorname{senh} \mu_{1m} \operatorname{senh} \mu_{2m} \operatorname{sen} \mu_{2m}}{(\operatorname{cosh} \mu_{2m} \operatorname{sen} \mu_{2m} - \operatorname{senh} \mu_{2m} \operatorname{cos} \mu_{2m})} \right) \\ C_{6m} &= -\frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \operatorname{senh} \mu_{1m} \\ C_{7m} &= -\frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \left(\frac{\operatorname{senh} \mu_{1m} \operatorname{senh} \mu_{2m} \operatorname{sen} \mu_{2m}}{(\operatorname{cosh} \mu_{2m} \operatorname{sen} \mu_{2m} - \operatorname{senh} \mu_{2m} \operatorname{cos} \mu_{2m})} \right) \\ C_{8m} &= \frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \end{aligned} \quad (2.132)$$

II.7.5 - Uma extremidade livre e a outra engastada

Admitindo-se que a primeira extremidade ($z = 0$) seja engastada e a segunda ($z = \ell_1 + \ell_2$) livre, temos as seguintes condições de contorno:

$$M_k(0) = 0 \longrightarrow H_1(0) = 0$$

$$u_k(0) = 0 \longrightarrow H_1'(0) = 0$$

$$\sigma_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \longrightarrow H_2''(\ell_2) = 0$$

$$S_k(\ell_1 + \ell_2) = 0 \longrightarrow H_2'''(\ell_2) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = 0 \longrightarrow H_1(\ell_1) = 0$$

$$M_k(\ell_1)_{z_2=0} = 0 \longrightarrow H_2(0) = 0$$

$$\sigma_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = \sigma_k(\ell_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_2''(\ell_1) = H_2''(0)$$

$$u_k(\ell_1)_{z_1=\ell_1} = u_k(\ell_1)_{z_2=0} \longrightarrow H_1'(\ell_1) = H_2'(0)$$

(2.133)

As expressões (2.133) levam à seguinte equação para determinação de μ_1 e μ_2 :

$$\frac{\mu_2}{\ell_2} \times \frac{(-1 + \cosh \mu_1 \cos \mu_1)}{(\cos \mu_1 \sinh \mu_1 - \sin \mu_1 \cosh \mu_1)} + \frac{\mu_1}{\ell_1} \times \frac{(1 + \cos \mu_2 \cosh \mu_2)}{(\cosh \mu_2 \sin \mu_2 - \sinh \mu_2 \cos \mu_2)} = 0$$

(2.134)

Separando os termos e igualando-os a zero, chega-se à seguinte equação:

$$\cosh \mu_1 \cos \mu_1 = 1$$

$$\cosh \mu_2 \cos \mu_2 = -1$$

(2.135)

cujas raízes são:

$$\begin{aligned}
 \mu_{1m} &= 4,7300 & p/m &= 1 \\
 \mu_{1m} &= \frac{(2m+1)\pi}{2} & p/m &= 2, 3, \dots, \infty \\
 \mu_{2m} &= 1,8751 & p/m &= 1 \\
 \mu_{2m} &= 4,6941 & p/m &= 2 \\
 \mu_{2m} &= \frac{(2m-1)\pi}{2} & p/m &= 3, 4, \dots, \infty
 \end{aligned}$$

(2.136)

As constantes C_{1m} a C_{8m} são dadas pelas fórmulas:

$$\begin{aligned}
 C_{1m} &= -\frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \\
 C_{2m} &= \frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \times \frac{(\sinh \mu_{1m} - \sin \mu_{1m})}{(\cosh \mu_{1m} - \cos \mu_{1m})} \\
 C_{3m} &= \frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \\
 C_{4m} &= \frac{\mu_{2m}}{\mu_{1m}} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \times \frac{(\sinh \mu_{1m} - \sin \mu_{1m})}{(\cos \mu_{1m} - \cosh \mu_{1m})} \\
 C_{5m} &= \frac{C_{7m} \sinh \mu_{2m} + C_{8m} (\cos \mu_{2m} + \cosh \mu_{2m})}{\sin \mu_{2m}} \\
 C_{6m} &= \frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \frac{(\cos \mu_{1m} \sinh \mu_{1m} - \sin \mu_{1m} \cosh \mu_{1m})}{(\cosh \mu_{1m} - \cos \mu_{1m})} \\
 C_{7m} &= C_{8m} \frac{\sinh \mu_{2m} \sin \mu_{2m}}{(\sinh \mu_{2m} \cos \mu_{2m} - \cosh \mu_{2m} \sin \mu_{2m})} \\
 C_{8m} &= \frac{\mu_{1m}}{\mu_{2m}} \times \frac{\ell_2}{\ell_1} \times \frac{(\cos \mu_{1m} \sinh \mu_{1m} - \sin \mu_{1m} \cosh \mu_{1m})}{(\cos \mu_{1m} - \cosh \mu_{1m})}
 \end{aligned}$$

(2.137)

II.8 - Cálculo das constantes das funções de aproximação para os diversos tipos de cargas

II.8.1 - Geral

Como foi visto no item II.5 qualquer função pode ser representada aproximadamente pelas funções fundamentais e quanto mais termos forem usados maior será o grau de precisão.

Portanto, a carga real $p_k(z)$ aplicada à estrutura pode ser representada por:

$$p_k(z) \approx \sum_{m=0}^{\infty} p_{km} H_m(z) \quad (2.138)$$

onde:

$$p_{km} = \frac{\int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz}{\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz} \quad (2.139)$$

No caso de cascas com dois tramos a expressão (2.139) se transforma em:

$$p_{km} = \frac{\int_0^{\ell_1} p_{k1}(z_1) H_{1m}(z_1) dz_1 + \int_0^{\ell_2} p_{k2}(z_2) H_{2m}(z_2) dz_2}{\int_0^{\ell_1} H_{1m}^2(z_1) dz_1 + \int_0^{\ell_2} H_{2m}^2(z_2) dz_2} \quad (2.140)$$

Como se pode ver pela expressão acima, mesmo se a carga atuar em um só tramo, o denominador deverá ser formado pelas funções H_{1m} e H_{2m} . Além disso, a constante deverá sempre ser aplicada nos dois tramos, como mostra a expressão (2.141).

$$p_k(z) \approx \begin{cases} \sum_{m=0}^{\infty} p_{km} H_{1m}(z_1) & \text{para } 0 \leq z \leq \ell_1 \\ \sum_{m=0}^{\infty} p_{km} H_{2m}(z_2) & \text{para } \ell_1 < z \leq \ell_1 + \ell_2 \end{cases} \quad (2.141)$$

Os termos $\bar{r}_k^{(p)}(z)$ e $\bar{\theta}_k^{(p)}(z)$ são funções de $p_k(z)$ e conhecidas as constantes p_{km} , não é necessário calcular as constantes $\bar{r}_{km}^{(p)}$ e $\bar{\theta}_{km}^{(p)}$ através de (2.65). Basta colocá-las como funções de p_{km} , de acordo com o tipo de carga.

As cargas nas arestas dependem apenas da coordenada z e aqui serão estudadas as cargas parcialmente distribuídas – uniforme, triangular aumentando no sentido positivo de z (0 a P), triangular diminuindo no sentido positivo de z (P a 0) – e concentrada.

As cargas nas lâminas variam também com a coordenada s . No sentido longitudinal (coordenada z) serão estudados os mesmos tipos de cargas das arestas já que as fórmulas das constantes p_{km} são iguais para as lâminas e as arestas. Conhecidos os valores p_{km} , calculam-se os efeitos das cargas no sentido transversal (coordenada s), dependendo do tipo da carga neste sentido, que também pode ser parcialmente distribuída ou concentrada. Será estudado também o caso de diferença de temperatura entre as faces de uma mesma lâmina.

Como em todos os casos será necessário o cálculo de

$\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz$, o seu valor é dado em (2.142). No caso de dois tramos, as

integrais parciais podem ser calculadas através da mesma expressão, com uma troca conveniente de variáveis (z para z_1 e z_2) e comprimentos (ℓ para ℓ_1 e ℓ_2). O valor final deverá ser a soma das integrais nos dois tramos.

$$\begin{aligned}
\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz = \ell & \left\{ C_{1m}^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4\mu_m} \operatorname{sen} 2\mu_m \right) + \right. \\
& + C_{2m}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\mu_m} \operatorname{sen} 2\mu_m \right) + C_{3m}^2 \left(\frac{1}{2\mu_m} \operatorname{senh} \mu_m \operatorname{cosh} \mu_m - \frac{1}{2} \right) + \\
& + C_{4m}^2 \left(\frac{1}{2\mu_m} \operatorname{senh} \mu_m \operatorname{cosh} \mu_m + \frac{1}{2} \right) + \frac{C_{1m} C_{2m}}{\mu_m} \operatorname{sen}^2 \mu_m + \\
& + \frac{C_{1m} C_{3m}}{\mu_m} (\operatorname{cosh} \mu_m \operatorname{sen} \mu_m - \operatorname{senh} \mu_m \operatorname{cos} \mu_m) + \\
& + \frac{C_{1m} C_{4m}}{\mu_m} (\operatorname{senh} \mu_m \operatorname{sen} \mu_m - \operatorname{cosh} \mu_m \operatorname{cos} \mu_m + 1) + \\
& + \frac{C_{2m} C_{3m}}{\mu_m} (\operatorname{cosh} \mu_m \operatorname{cos} \mu_m + \operatorname{senh} \mu_m \operatorname{sen} \mu_m - 1) + \\
& + \frac{C_{2m} C_{4m}}{\mu_m} (\operatorname{senh} \mu_m \operatorname{cos} \mu_m + \operatorname{cosh} \mu_m \operatorname{sen} \mu_m) + \\
& \left. + \frac{C_{3m} C_{4m}}{2\mu_m} (\operatorname{cosh} 2\mu_m - 1) \right\} \quad (2.142)
\end{aligned}$$

II.8.2 - Cargas nas arestas

II.8.2.1 - Carga uniforme

De acordo com a figura 2.23, considera-se a carga uniformemente distribuída atuando em um comprimento c a partir de $z = a$.

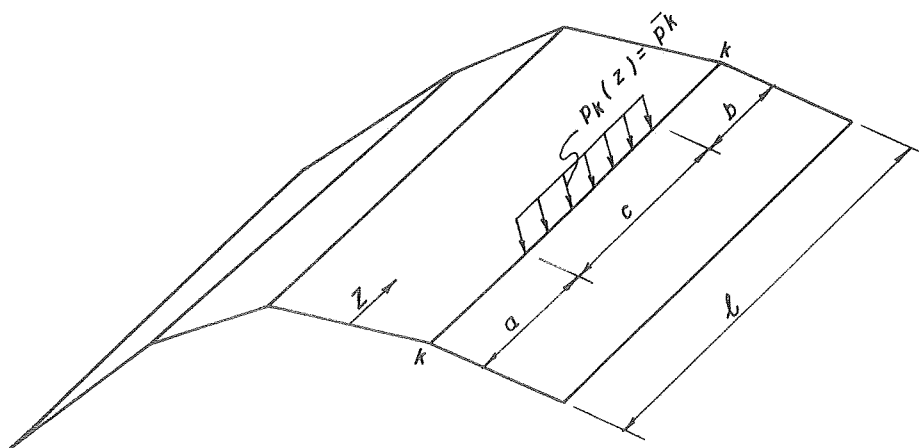


Figura 2.23 - Carga distribuída uniformemente na aresta k

A carga $p_k(z)$ é dada por:

$$p_k(z) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq z \leq a \\ \bar{p}_k & \text{para } a < z \leq a + c \\ 0 & \text{para } a + c < z \leq l \end{cases} \quad (2.143)$$

A expressão (2.144) fornece o valor da integral do produto $p_k(z) \times H_m(z)$, necessária para o cálculo de p_{km} .

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz &= \bar{p}_k \int_a^{a+c} H_m(z) dz = \\
 &= \frac{\bar{p}_k}{\lambda_m} \left\{ -C_{1m} \left(\cos(\lambda_m(a+c)) - \cos(\lambda_m a) \right) + \right. \\
 &+ C_{2m} \left(\sin(\lambda_m(a+c)) - \sin(\lambda_m a) \right) \\
 &+ C_{3m} \left(\cosh(\lambda_m(a+c)) - \cosh(\lambda_m a) \right) + \\
 &\left. + C_{4m} \left(\sinh(\lambda_m(a+c)) - \sinh(\lambda_m a) \right) \right\} \\
 \lambda_m &= \frac{H_m}{\ell} \quad (2.144)
 \end{aligned}$$

Portanto, as constantes p_{km} serão obtidas através da divisão do valor da expressão (2.144) pelo dado por (2.142).

II.8.2.2 - Carga triangular 0 a P

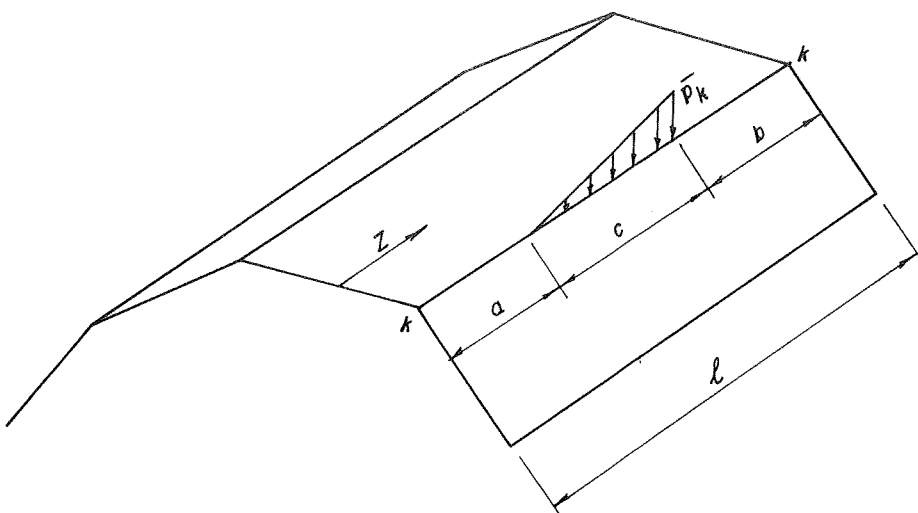


Figura 2.24 - Carga triangular parcialmente distribuída na aresta k

A carga $p_k(z)$ e a integral $\int_0^{\ell} p_k(z) dz$ são dadas pelas expressões a seguir:

$$p_k(z) = \begin{cases} 0 & p/ a \leq z < a \\ \frac{\bar{p}_k}{c} (z-a) & p/ a \leq z \leq a+c \\ 0 & p/ a+c < z \leq \ell \end{cases} \quad (2.145)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz &= \frac{\bar{p}_k}{c} \int_a^{a+c} (z-a) H_m(z) dz = \\ &= \frac{p_k}{c} \left(\int_a^{a+c} z H_m(z) dz - a \int_a^{a+c} H_m(z) dz \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz &= \frac{\bar{p}_k}{\lambda_m^2 c} \left\{ \text{sen} (\lambda_m (a+c)) \left(C_{1 m} + c \lambda_m C_{2 m} \right) + \right. \\ &+ \cos (\lambda_m (a+c)) \left(C_{2 m} - c \lambda_m C_{1 m} \right) + \text{senh} (\lambda_m (a+c)) \left(-C_{3 m} + c \lambda_m C_{4 m} \right) + \\ &+ \cosh (\lambda_m (a+c)) \left(-C_{4 m} + c \lambda_m C_{3 m} \right) - C_{1 m} \text{sen} (\lambda_m a) - C_{2 m} \cos (\lambda_m a) + \\ &\left. + C_{3 m} \text{senh} (\lambda_m a) + C_{4 m} \cosh (\lambda_m a) \right\} \quad (2.146) \end{aligned}$$

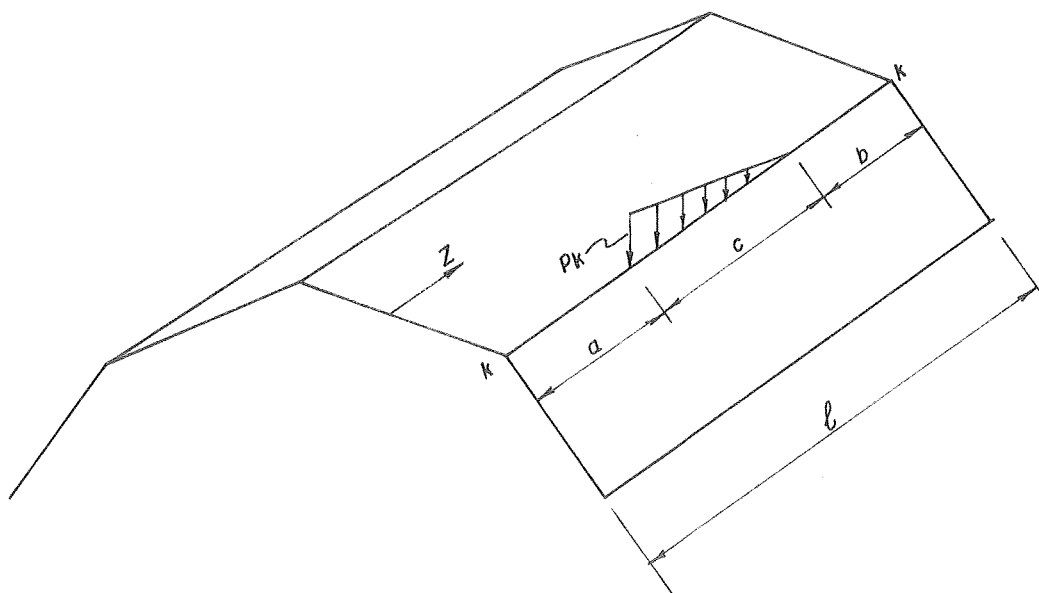
II.8.2.3 - Carga triangular P a 0

Figura 2.25 - Carga triangular parcialmente distribuída na aresta k

As expressões (2.147 e (2.148) fornecem os valores necessários para o cálculo das constantes p_{km} .

$$p_k(z) = \begin{cases} 0 & p/ 0 \leq z < a \\ \frac{\bar{p}_k (a+c-z)}{c} & p/ a \leq z \leq a+c \\ 0 & p/ a+c < z \leq l \end{cases} \quad (2.147)$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz &= \frac{\bar{p}_k}{c} \int_a^{a+c} (a+c-z) H_m(z) dz = \\
&= \frac{\bar{p}_k}{c} \left(a \int_a^{a+c} H_m(z) dz + c \int_a^{a+c} H_m(z) dz - \int_a^{a+c} z H_m(z) dz = \right. \\
&= \frac{\bar{p}_k}{c \lambda_m^2} \left\{ \operatorname{sen}(\lambda_m(a+c)) \left(C_{1m} + 2c \lambda_m C_{2m} \right) + \operatorname{cos}(\lambda_m(a+c)) \left(C_{2m} - 2c \lambda_m C_{1m} \right) + \right. \\
&+ \operatorname{senh}(\lambda_m(a+c)) \left(-C_{3m} + 2c \lambda_m C_{4m} \right) + \operatorname{cosh}(\lambda_m(a+c)) \left(-C_{4m} + 2c \lambda_m C_{3m} \right) - \\
&- (C_{1m} + \lambda_m c C_{2m}) \operatorname{sen}(\lambda_m a) - (C_{2m} - \lambda_m c C_{1m}) \operatorname{cos}(\lambda_m a) + \\
&\left. + (C_{3m} - \lambda_m c C_{4m}) \operatorname{senh}(\lambda_m a) + (C_{4m} - \lambda_m c C_{3m}) \operatorname{cosh}(\lambda_m a) \right\}
\end{aligned}$$

(2.148)

II.8.2.4 - Carga concentrada

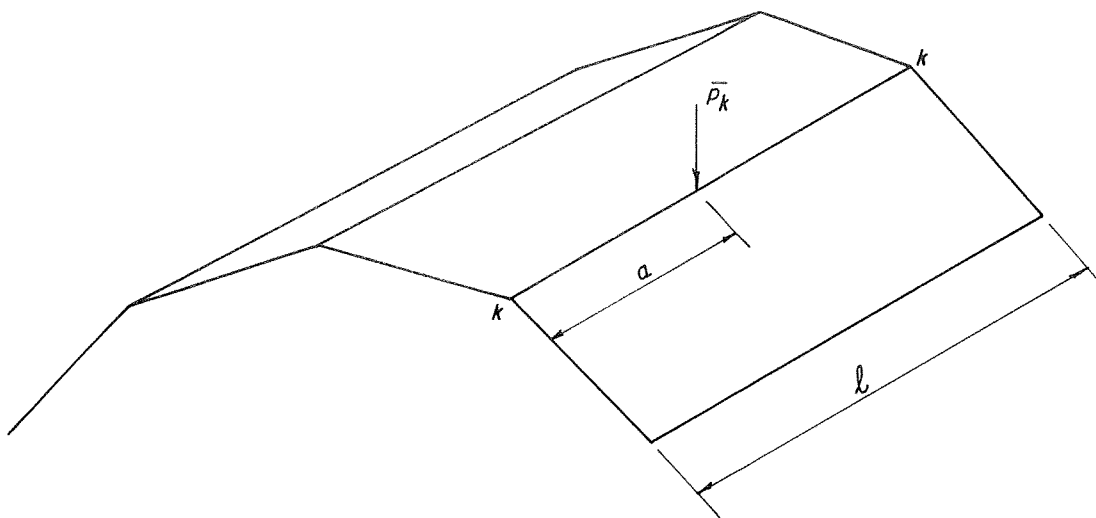


Figura 2.26 - Carga concentrada na aresta

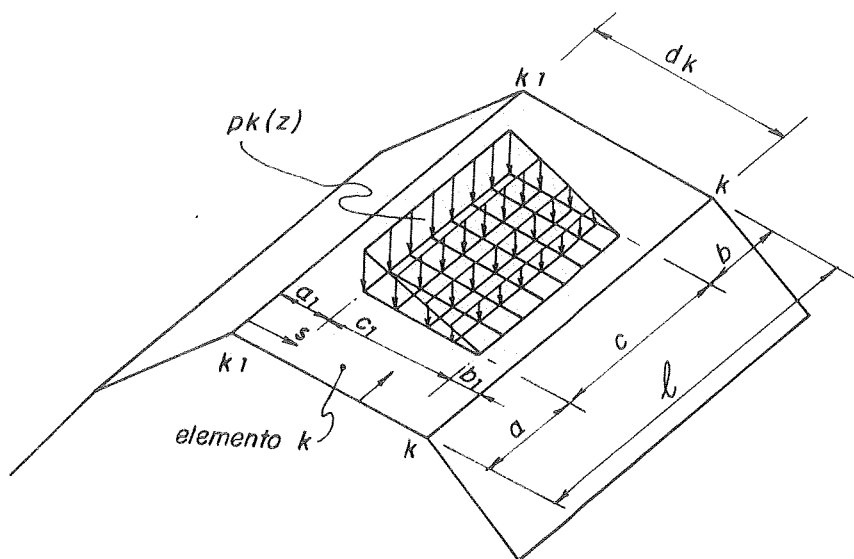


Figura 2.27 - Carga no elemento k, uniforme parcialmente distribuída no sentido longitudinal e triangular no sentido transversal

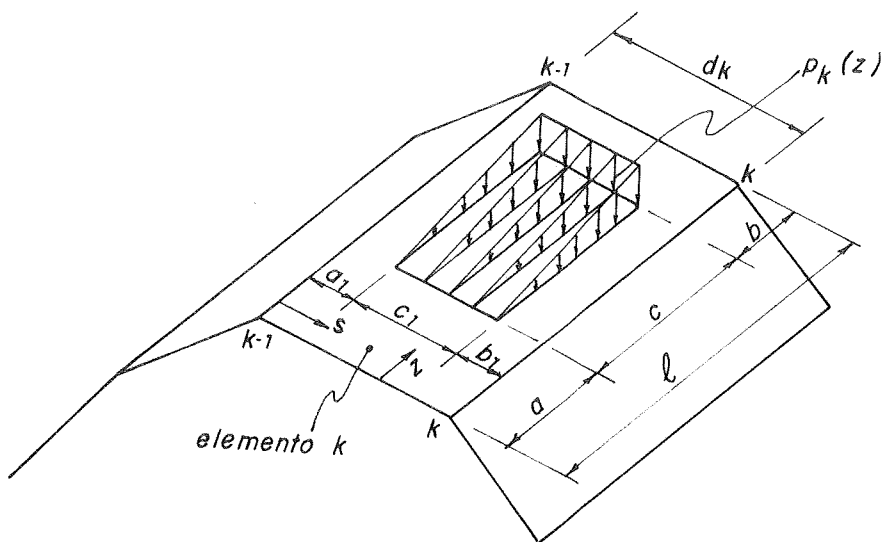


Figura 2.28 - Carga no elemento k, triangular parcialmente carregada no sentido longitudinal e uniforme no sentido transversal

Os valores de p_{km} para a carga concentrada são dados pela expressão seguinte:

$$p_{km} = \frac{\bar{P}_k H_m(a)}{\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz} \quad (2.149)$$

onde:

$$\int_0^{\ell} H_m^2(z) dz \text{ é dado em (2.142) e}$$

$$\bar{P}_k H_m(a) = \bar{P}_k \left(C_{1m} \operatorname{sen} \frac{\mu_m a}{\ell} + C_{2m} \cos \frac{\mu_m a}{\ell} + C_{3m} \operatorname{senh} \frac{\mu_m a}{\ell} + C_{4m} \operatorname{cosh} \frac{\mu_m a}{\ell} \right) \quad (2.150)$$

II.8.3 - Cargas nas lâminas

Para as lâminas somente serão estudadas as distribuições das cargas no sentido transversal, já que no sentido longitudinal valem as expressões (2.142), (2.144), (2.146), (2.148) e (2.150). Portanto, todos os tipos de cargas no sentido longitudinal podem ser combinados com todos os tipos no sentido transversal (ver figuras 2.27; 2.28 e 2.29), com exceção da variação de temperatura, que será estudada no item II.8.3.5.

As cargas no sentido transversal irão influenciar, principalmente, o cálculo dos giros relativos das arestas no sistema fundamental, as reações transferidas às arestas para o cálculo das reações fictícias e os momentos e forças cortantes no sentido transversal.

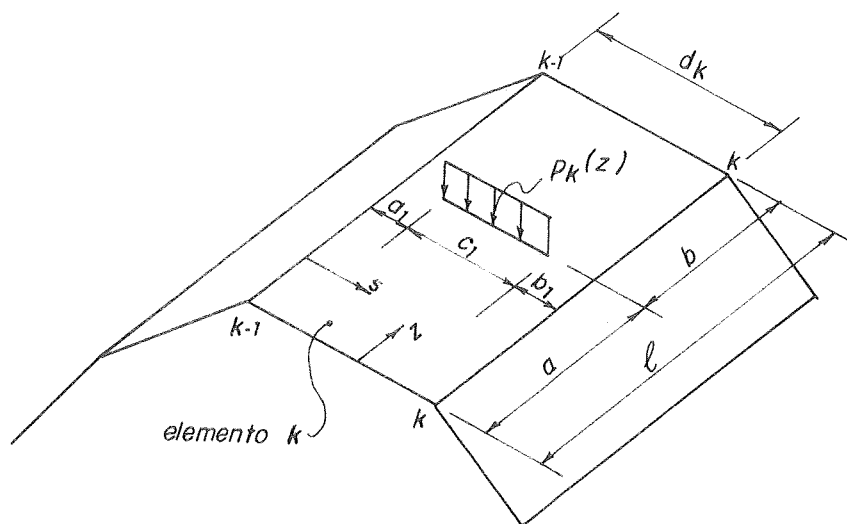


Figura 2.29 - Carga no elemento k, concentrada no sentido longitudinal e uniforme parcialmente distribuída no sentido transversal.

II.8.3.1 - Carga uniforme

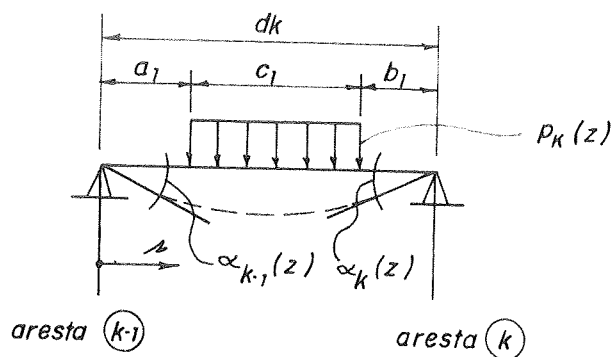


Figura 2.30 - Carga uniforme parcialmente distribuída no sentido transversal. Seção por um elemento.

Supondo-se que $p_k(z)$ seja normal ao plano do elemento, os giros $\alpha_{k-1}(z)$ e $\alpha_k(z)$ podem ser calculados através das seguintes fórmulas:

$$\alpha_{k-1}(z) = \frac{2 d_k}{E \delta_k^3} p_k(z) \cdot b' \cdot c_1 \cdot (1 - \beta^2 - 0,25 \gamma^2)$$

$$\alpha_k(z) = \frac{2 d_k}{E \delta_k^3} p_k(z) \cdot a' \cdot c_1 \cdot (1 - \alpha^2 - 0,25 \gamma^2)$$

(2.151)

onde: $a' = a_1 + \frac{c_1}{2}$

$$b' = b_1 + \frac{c_1}{2}$$

$$\alpha = \frac{a'}{d_k} \quad ; \quad \beta = \frac{b'}{d_k} \quad ; \quad \gamma = \frac{c_1}{d_k}$$

As forças cortantes nas arestas devidas à carga $p_k(z)$, supondo a lâmina articulada (sistema fundamental), são dadas por:

$$T_{k-1,k}^0(z) = \frac{p_k(z) c_1}{d_k} \cdot b'$$

$$T_{k,k}^0(z) = \frac{-p_k(z) c_1}{d_k} a' \quad (2.152)$$

Os esforços cortantes, bem como os momentos transversais da estrutura fundamental em qualquer ponto do elemento são dados por:

$$T_k^0(z, s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) & p/ 0 \leq s \leq a_1 \\ T_{k-1,k}^0(z) - p_k(z) (s-a_1) & p/ a_1 < s \leq a_1 + c_1 \\ T_{k,k}^0(z) & p/ a_1+c_1 < s \leq d_k \end{cases}$$

(2.153)



$$M_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) \cdot s & \text{p/ } 0 \leq s \leq a_1 \\ T_{k-1,k}^0(z) \cdot s - p_k(z) \cdot \frac{(s - a_1)^2}{2} & \text{p/ } a_1 < s \leq a_1 + c_1 \\ - T_{k,k}^0(z) \cdot (d_k - s) & \text{p/ } a_1 + c_1 < s \leq d_k \end{cases} \quad (2.154)$$

II.8.3.2 - Carga triangular 0 a P

De acordo com a figura 2.31 e supondo-se que $p_k(z)$ seja normal ao plano das lâminas, são válidas as seguintes fórmulas para o cálculo dos giros $\alpha_k(z)$ e $\alpha_{k-1}(z)$:

$$\alpha_{k-1}(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \left(R_1(z) d_k^2 - W(z) \left(\frac{d_1^3}{d_k} + \frac{1}{6} c_1^2 + \frac{17}{270} \frac{c_1^3}{d_k} - \frac{1}{6} \frac{c_1^2 (a_1 + c_1)}{d_k} \right) \right)$$

$$\alpha_k(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \left(2R_1(z) d_k^2 + W(z) \left(\frac{d_1^3}{d_k} + \frac{17}{270} \frac{c_1^3}{d_k} - \frac{1}{6} \frac{c_1^2 (a_1 + c_1)}{d_k} - 3 d_1^2 \right) \right) \quad (2.155)$$

com os seguintes significados:

$$d_1 = b_1 + \frac{c_1}{3}$$

$$W(z) = \frac{p_k(z) c_1}{2}$$

$$R_1(z) = W(z) \frac{d_1}{d_k}$$

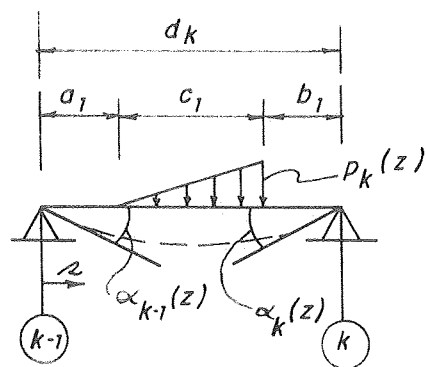


Figura 2.31 - Carga distribuída linearmente no sentido transversal, aumentando no sentido positivo de s . Seção por uma lâmina.

Considerando-se o sistema fundamental, temos as seguintes fórmulas para o cálculo das forças cortantes nas arestas e dos momentos e forças cortantes transversais em qualquer ponto da lâmina :

$$T_{k-1,k}^0(z) = \frac{1}{d_k} \cdot \frac{p_k(z) c_1}{2} \left(b_1 + \frac{c_1}{3} \right)$$

$$T_{k,k}^0(z) = - \frac{1}{d_k} \cdot \frac{p_k(z) c_1}{2} \cdot \left(a_1 + \frac{2 c_1}{3} \right) \quad (2.156)$$

$$T_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) & p/ 0 \leq s \leq a_1 \\ T_{k-1,k}^0(z) - p_k(z) \frac{(s - a_1)^2}{2 c_1} & p/ a_1 < s \leq a_1 + c_1 \\ T_{k,k}^0(z) & p/ a_1 + c_1 < s \leq d_k \end{cases} \quad (2.157)$$

$$M_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) \cdot s & p/ 0 \leq s \leq a_1 \\ T_{k-1,k}^0(z) \cdot s - p_k(z) \frac{(s-a_1)^3}{6 c_1} & p/ a_1 < s \leq a_1 + c_1 \\ - T_{k,k}^0(z) \cdot (d_k - s) & p/ a_1 + c_1 < s \leq d_k \end{cases} \quad (2.158)$$

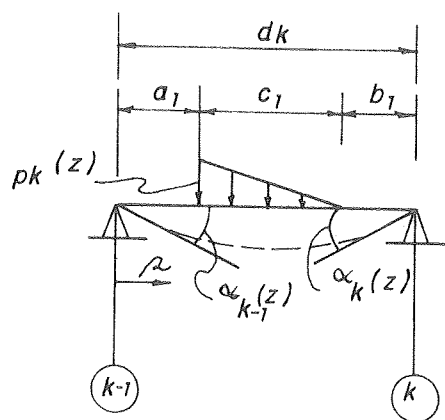
II.8.3.3 - Carga triangular P a 0

Figura 2.32 - Carga linearmente distribuída no sentido transversal, diminuindo no sentido positivo de s . Seção por uma lâmina.

De acordo com a figura 2.32, os giros $\alpha_{k-1}(z)$ e $\alpha_k(z)$, as forças cortantes nas arestas, os momentos e forças cortantes transversais nas lâminas (todos os valores relativos ao sistema fundamental) são dados pelas fórmulas a seguir:

$$\alpha_{k-1}(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \left[2R_2(z) d_k^2 + W(z) \cdot \left(\frac{d_1^3}{d_k} + \frac{17}{270} \cdot \frac{c_1^3}{d_k} - \frac{1}{6} c_1^2 \frac{(b_1 + c_1)}{d_k} - 3 d_1^2 \right) \right]$$

$$\alpha_k(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \left[R_2(z) d_k^2 - W(z) \cdot \left(\frac{d_1^3}{d_k} + \frac{1}{6} c_1^2 + \frac{17}{270} \cdot \frac{c_1^3}{d_k} - \frac{1}{6} c_1^2 \frac{(b_1 + c_1)}{d_k} \right) \right] \quad (2.159)$$

onde: $d_1 = a_1 + \frac{c_1}{3}$

$$W(z) = \frac{p_k(z) c_1}{2}$$

$$R_2(z) = W(z) \frac{d_1}{d_k}$$

$$T_{k-1,k}^0(z) = \frac{1}{d_k} \cdot \frac{p_k(z) c_1}{2} \cdot \left(b_1 + \frac{2 c_1}{3}\right)$$

$$T_{k,k}^0(z) = -\frac{1}{d_k} \cdot \frac{p_k(z) c_1}{2} \cdot \left(a_1 + \frac{c_1}{3}\right)$$

(2.160)

$$T_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) & p/ 0 \leq s \leq a_1 \\ T_{k-1,k}^0(z) - p_k(z) \cdot \frac{(a_1+2c_1-s)}{2 c_1} \cdot (s-a_1) & p/ a_1 < s \leq a_1+c_1 \\ T_{k,k}^0(z) & p/ a_1+c_1 < s \leq d_k \end{cases}$$

(2.161)

$$M_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) \cdot s & p/ 0 \leq s \leq a_1 \\ -T_{k,k}^0(z) \cdot s - p_k(z) \cdot \frac{(d_k - s - b_1)}{6 c_1} & p/ a_1 < s \leq a_1+c_1 \\ -T_{k,k}^0(z) \cdot (d_k - s) & p/ a_1+c_1 < s \leq d_k \end{cases}$$

(2.162)

II.8.3.4 - Carga concentrada

Analogamente aos outros tipos de carga, as expressões (2.163), (2.164), (2.165) e (2.166) fornecem as fórmulas para cálculo de $\alpha_{k-1}(z)$, $\alpha_k(z)$, $T_{k-1,1}^0(z)$, $T_{k,k}^0(z)$, $T_k^0(z,s)$ e $M_k^0(z,s)$.

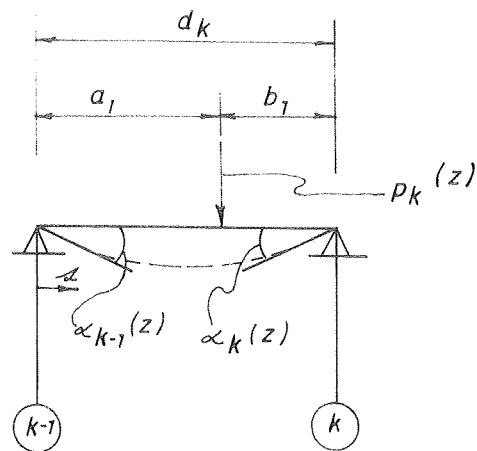


Figura 2.33 - Carga concentrada no sentido transversal.
Seção por uma lâmina.

$$\alpha_{k-1}(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \cdot p_k(z) \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot \left(1 + \frac{b_1}{d_k}\right)$$

$$\alpha_k(z) = \frac{2}{E \delta_k^3} \cdot p_k(z) \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot \left(1 + \frac{a_1}{d_k}\right) \quad (2.163)$$

$$T_{k-1,k}^0(z) = \frac{p_k(z) \cdot b_1}{d_k}$$

$$T_{k,k}^0(z) = - \frac{p_k(z) \cdot a_1}{d_k} \quad (2.164)$$

$$T_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) & p/ 0 < s \leq a_1 \\ T_{k,k}^0(z) & p/ a_1 < s \leq d_k \end{cases} \quad (2.165)$$

$$M_k^0(z,s) = \begin{cases} T_{k-1,k}^0(z) \cdot s & p/ 0 < s \leq a_1 \\ - T_{k,k}^0(z) \cdot (d_k - s) & p/ a_1 < s \leq d_k \end{cases} \quad (2.166)$$

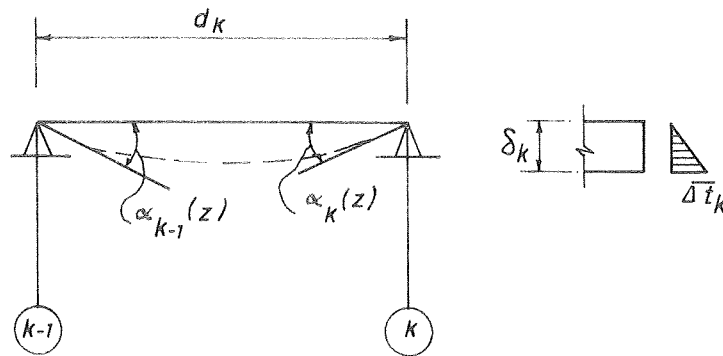
II.8.3.5 - Diferença de temperatura

Figura 2.34 - Diferença de temperatura entre as faces de uma lâmina

A diferença de temperatura $\Delta t_k(z)$ atuará em toda a lâmina e para o cálculo deverá ser substituída pela expressão:

$$\Delta t_k(z) \approx \sum_{m=0}^{\infty} \Delta t_{km} H_m(z) \quad (2.167)$$

onde:

$$\Delta t_{km} = \frac{\overline{\Delta t}_k \int_0^l H_m(z) dz}{\int_0^l H_m^2(z) dz} \quad (2.168)$$

O denominador desta divisão é dado por (2.142) e o numerador por (2.169), a seguir.

$$\overline{\Delta t}_k \int_0^l H_m(z) dz = \frac{\overline{\Delta t}_k \ell}{\mu_m} \left(C_{1m} (1 - \cos \mu_m) + C_{2m} \sin \mu_m + \right. \\ \left. + C_{3m} (\cosh \mu_m - 1) + C_{4m} \sinh \mu_m \right) \quad (2.169)$$

No sentido transversal, supõe-se que a diferença seja constante, e os giros $\alpha_{k-1}(z)$ e $\alpha_k(z)$ são dados por:

$$\alpha_{k-1}(z) = \frac{d_k}{2} \alpha_T \frac{\Delta t_k(z)}{\delta_k}$$

$$\alpha_k(z) = \frac{d_k}{2} \alpha_T \frac{\Delta t_k(z)}{\delta_k} \quad (2.170)$$

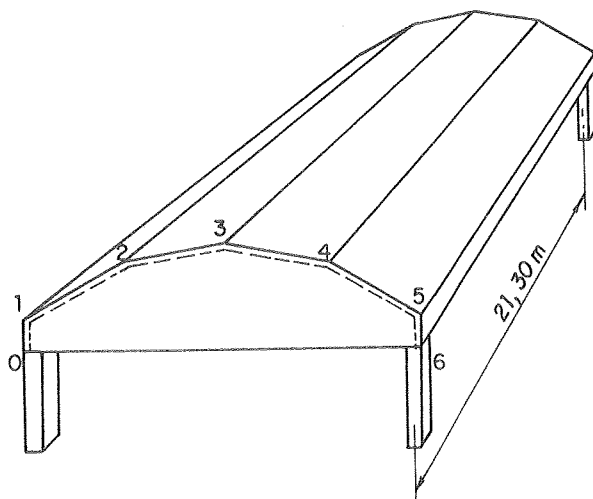
onde α_T é o coeficiente de dilatação térmica do material constituinte.

A diferença de temperatura não provoca momentos e forças cortantes transversais no sistema fundamental.

II.9 - Exemplo

O exemplo apresentado foi retirado de Billington (2), para que se possa comparar o processo de cálculo lá apresentado e o método de Vlassov. A figura 2.35 mostra a estrutura e a sua seção transversal.

(a)



(b)

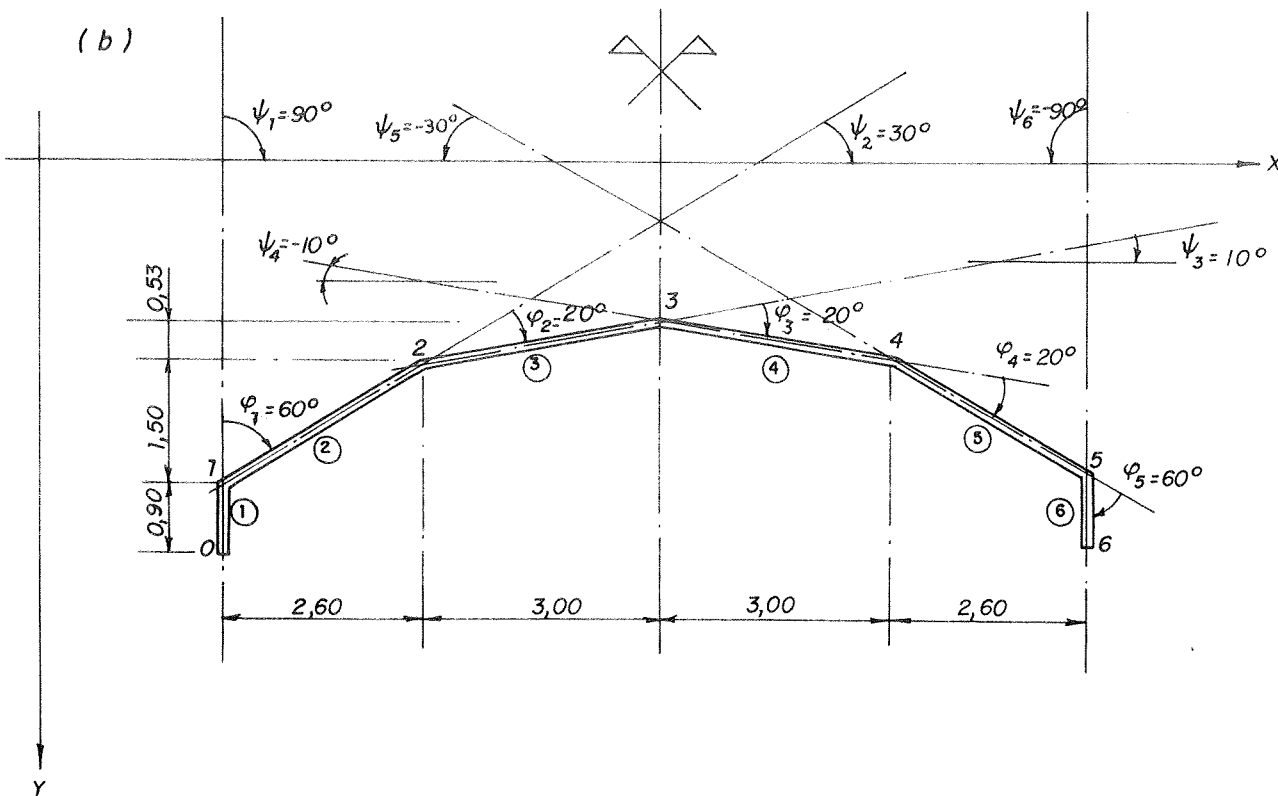


Figura 2.35 - Características geométricas da estrutura

Como mostra a figura 2.35, temos as seguintes características geométricas da estrutura:

$$\delta_1 = \delta_6 = 0,15 \text{ m}$$

$$\delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_5 = 0,10 \text{ m}$$

$$d_1 = d_6 = 0,90 \text{ m}$$

$$d_2 = d_5 = 3,00 \text{ m}$$

$$d_3 = d_4 = 3,05 \text{ m}$$

$$\psi_1 = -\psi_6 = 90^\circ$$

$$\psi_2 = -\psi_5 = 30^\circ$$

$$\psi_3 = -\psi_4 = 10^\circ$$

$$\phi_1 = \phi_5 = 60^\circ$$

$$\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = 20^\circ$$

$$L = 21,30 \text{ m}$$

Os coeficientes geométricos da estrutura, dados pelas fórmulas (2.34), (2.37), (2.39) e (2.47), são os seguintes:

$$r_{0,2}^{(m)} = \frac{1}{0,90 \cdot 3,00 \cdot \text{sen } 60^\circ} = 0,428$$

$$r_{1,2}^{(m)} = -\frac{1}{3,0^2} \left(\text{cotg } 60^\circ + \text{cotg } 20^\circ + \frac{3,0}{0,90 \cdot \text{sen } 60^\circ} + \frac{3,0}{3,05 \cdot \text{sen } 20^\circ} \right) = -1,117$$

$$r_{1,3}^{(m)} = \frac{1}{3,0 \cdot 3,05 \cdot \text{sen } 20^\circ} = 0,320$$

$$r_{2,2}^{(m)} = \frac{1}{3,0^2} (\cotg 60^0 + \cotg 20^0) + \frac{2}{3,0 \cdot 3,05 \cdot \text{sen } 20^0} + \frac{1}{3,05^2} \cdot (2 \cotg 20^0) =$$

$$= 1,599$$

$$r_{2,3}^{(m)} = - \frac{1}{3,05^2} \left(2 \cotg 20^0 + \frac{3,05}{3,0 \cdot \text{sen } 20^0} + \frac{3,05}{3,05 \cdot \text{sen } 20^0} \right) = - 1,225$$

$$r_{2,4}^{(m)} = \frac{1}{3,05^2 \cdot \text{sen } 20^0} = 0,314$$

$$r_{3,2}^{(m)} = r_{2,3}^{(m)} = - 1,225$$

$$r_{3,3}^{(m)} = \frac{2}{3,05^2} (2 \cotg 20^0) + \frac{2}{3,05^2 \text{ sen } 20^0} = 1,810$$

$$r_{3,4}^{(m)} = r_{3,2}^{(m)} = - 1,225 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{4,2}^{(m)} = r_{2,4}^{(m)} = 0,314$$

$$r_{4,3}^{(m)} = r_{3,4}^{(m)} = - 1,225$$

$$r_{4,4}^{(m)} = r_{2,2}^{(m)} = 1,599 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{5,3}^{(m)} = r_{1,3}^{(m)} = 0,320 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{5,4}^{(m)} = r_{1,2}^{(m)} = - 1,117 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{6,4}^{(m)} = r_{0,2}^{(m)} = 0,428 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{0,0}^{(\sigma)} = \frac{1}{3} \cdot 0,15 \cdot 0,90 = 0,0450$$

$$r_{0,1}^{(\sigma)} = \frac{1}{6} \cdot 0,15 \cdot 0,90 = 0,0225$$

$$r_{1,0}^{(\sigma)} = r_{0,1}^{(\sigma)} = 0,0225$$

$$r_{1,1}^{(\sigma)} = \frac{1}{3} (0,15 \cdot 0,90 + 0,10 \cdot 3,00) = 0,1450$$

$$r_{1,2}^{(\sigma)} = \frac{1}{6} \cdot 0,10 \cdot 3,0 = 0,0500$$

$$r_{2,1}^{(\sigma)} = r_{1,2}^{(\sigma)} = 0,0500$$

$$r_{2,2}^{(\sigma)} = \frac{1}{3} (0,10 \cdot 3,00 + 0,10 \cdot 3,05) = 0,2017$$

$$r_{2,3}^{(\sigma)} = \frac{1}{6} \cdot 0,10 \cdot 3,05 = 0,0508$$

$$r_{3,2}^{(\sigma)} = r_{2,3}^{(\sigma)} = 0,0508$$

$$r_{3,3}^{(\sigma)} = \frac{1}{3} (0,10 \cdot 3,05 \cdot 2) = 0,2033$$

$$r_{3,4}^{(\sigma)} = r_{3,2}^{(\sigma)} = 0,0508 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{4,3}^{(\sigma)} = r_{3,4}^{(\sigma)} = 0,0508$$

$$r_{4,4}^{(\sigma)} = r_{2,2}^{(\sigma)} = 0,2017 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{4,5}^{(\sigma)} = r_{2,1}^{(\sigma)} = 0,0500 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{5,4}^{(\sigma)} = r_{4,5}^{(\sigma)} = 0,0500$$

$$r_{5,5}^{(\sigma)} = r_{1,1}^{(\sigma)} = 0,1450 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{5,6}^{(\sigma)} = r_{1,0}^{(\sigma)} = 0,0225 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$r_{6,5}^{(\sigma)} = r_{5,6}^{(\sigma)} = 0,0225$$

$$r_{6,6}^{(\sigma)} = r_{0,0}^{(\sigma)} = 0,0450 \quad (\text{devido } \bar{a} \text{ simetria})$$

$$\Theta_{2,2}^{(m)} = \Theta_{4,4}^{(m)} = 4 \cdot \left(\frac{3,0}{0,10^3} + \frac{3,05}{0,10^3} \right) = 24200$$

$$\Theta_{2,3}^{(m)} = \Theta_{3,2}^{(m)} = \Theta_{3,4}^{(m)} = \Theta_{4,3}^{(m)} = \frac{2 \cdot 3,05}{0,10^3} = 6100$$

$$\Theta_{3,3}^{(m)} = 4 \cdot \left(\frac{2 \cdot 3,05}{0,10^3} \right) = 24.400$$

$$\Theta_{2,0}^{(\sigma)} = \Theta_{4,6}^{(\sigma)} = - r_{0,2}^{(m)} = - 0,428$$

$$\Theta_{2,1}^{(\sigma)} = \Theta_{4,5}^{(\sigma)} = - r_{1,2}^{(m)} = 1,117$$

$$\Theta_{2,2}^{(\sigma)} = \Theta_{4,4}^{(\sigma)} = - r_{2,2}^{(m)} = - 1,599$$

$$\Theta_{2,3}^{(\sigma)} = \Theta_{3,2}^{(\sigma)} = \Theta_{3,4}^{(\sigma)} = \Theta_{4,3}^{(\sigma)} = - r_{3,2}^{(m)} = 1,225$$

$$\Theta_{2,4}^{(\sigma)} = \Theta_{4,2}^{(\sigma)} = - r_{4,2}^{(m)} = - 0,314$$

$$\Theta_{3,1}^{(\sigma)} = \Theta_{3,5}^{(\sigma)} = - r_{1,3}^{(m)} = - 0,320$$

$$\Theta_{3,3}^{(\sigma)} = - r_{3,3}^{(m)} = - 1,810$$

A casca está apoiada em tímpanos transversais, cuja rigidez em seu plano é considerada infinita e no plano normal a rigidez é nula. Portanto, a casca pode ser considerada como simplesmente apoiada nas extremidades transversais. A solução geral para este caso é dada pela fórmula (2.78). Será considerado aqui apenas o primeiro termo da solução, ou seja:

$$H(z) = \text{sen} \frac{\pi z}{21,30}$$

O carregamento aplicado à estrutura consiste no peso próprio, considerando-se $\gamma_{\text{concreto}} = 24,0 \text{ kN/m}^3$, e em uma sobrecarga de $1,50 \text{ kN/m}^2$ em toda a superfície da casca.

A carga vertical em toda a superfície das lâminas 2 a 5 é igual a $1,50 + 0,10 \cdot 24,0 = 3,90 \text{ kN/m}^2$. A carga nas arestas 1 e 5, proveniente do peso próprio das lâminas 1 e 6, é igual a $0,15 \cdot 0,90 \cdot 24,0 = 3,24 \text{ kN/m}$.

Pelas fórmulas (2.142) e (2.144), as cargas externas podem ser transformadas em funções de $H(z)$.

$$\int_0^{\ell} H^2(z) dz = \frac{\ell}{2}$$

$$\int_0^{\ell} p_k(z) H_m(z) dz = \frac{2 \bar{p}_k \cdot \ell}{\pi}$$

$$p_{k1} = \frac{\frac{2 \bar{p}_k \cdot \ell}{\pi}}{\frac{\ell}{2}} = \frac{4}{\pi} \bar{p}_k$$

$$p_{e2} = p_{e3} = p_{e4} = p_{e5} = \frac{4}{\pi} \cdot 3,90 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{21,30} = 4,966 \text{ sen} \frac{\pi z}{21,30}$$

$$p_{a1} = p_{a5} = \frac{4}{\pi} \cdot 3,24 \text{ sen} \frac{\pi z}{21,30} = 4,125 \text{ sen} \frac{\pi z}{21,30}$$

Estas cargas produzem as seguintes forças nas arestas:

$$\bar{Y}_1 = \bar{Y}_5 = 4,125 + \frac{3,00}{2} \cdot 4,966 = 11,574 \text{ kN/m}$$

$$\bar{Y}_2 = \bar{Y}_4 = \frac{(3,0 + 3,05)}{2} \cdot 4,966 = 15,022 \text{ kN/m}$$

$$\bar{Y}_3 = 3,05 \cdot 4,966 = 15,146 \text{ kN/m}$$

A expressão (2.23) fornece as forças nos planos das lâminas:

$$\bar{q}_1 = -\bar{q}_6 = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} \cdot 11,574 = -11,574 \text{ kN/m}$$

$$\bar{q}_2 = -\bar{q}_5 = \frac{\cos 90^\circ}{\cos 60^\circ} \cdot 11,574 - \frac{\cos 10^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot 15,022 = -43,254 \text{ kN/m}$$

$$\bar{q}_3 = -\bar{q}_4 = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot 15,022 - \frac{\cos (-10^\circ)}{\sin 20^\circ} \cdot 15,146 = -5,574 \text{ kN/m}$$

Através da expressão (2.54) calculam-se as reações fictícias devidas às cargas:

$$\bar{r}_0(p) = \bar{r}_6(p) = -\frac{1}{0,90} \cdot (-11,574) = 12,860$$

$$\bar{r}_1(p) = \bar{r}_5(p) = \frac{1}{0,90} \cdot (-11,574) - \frac{1}{3,00} \cdot (-43,254) = 1,558$$

$$\bar{r}_2(p) = \bar{r}_4(p) = \frac{1}{3,00} \cdot (-43,254) - \frac{1}{3,05} \cdot (-5,574) = -12,590$$

$$\bar{r}_3(p) = \frac{1}{3,05} \cdot (-5,574) - \frac{1}{3,05} \cdot (5,574) = -3,655$$

Os giros nas arestas da estrutura fundamental provenientes das cargas são calculados através das fórmulas (2.55) e (2.151).

$$\bar{\bar{\theta}}_2(p) = \bar{\bar{\theta}}_4(p) = \left(\frac{2 \cdot 3,00}{0,10^3} \cdot 4,966 \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{3,0}{2} \cdot 3,00 + 0,5 + \right. \\ \left. + \frac{2 \cdot 3,05}{0,10^3} \cdot 4,966 \cdot \frac{3,05}{2} \cdot 3,05 \cdot 0,5 \right) = 128.508,437$$

$$\bar{\bar{\theta}}_3(p) = 2 \cdot \frac{2 \cdot 3,05}{0,10^3} \cdot 4,966 \cdot \cos 10^\circ \cdot \frac{3,05}{2} \cdot 3,05 \cdot 0,5 = 138.757,892$$

O sistema que determina as incógnitas \bar{M}_2 , \bar{M}_3 , \bar{M}_4 , $\bar{\sigma}_0$, $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$, $\bar{\sigma}_3$, $\bar{\sigma}_4$, $\bar{\sigma}_5$ e $\bar{\sigma}_6$ considerando-se a simetria do problema, é dado por:

$$2,130 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_0 + 1,065 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_1 + 0,428 \bar{M}_2 = -12,860$$

$$1,065 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_0 + 6,862 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_1 + 2,366 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_2 - 1,117 \bar{M}_2 + 0,320 \bar{M}_3 = \\ = -1,558$$

$$2,366 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_1 + 9,545 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_2 + 2,404 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_3 + 1,913 \bar{M}_2 - 1,225 \bar{M}_3 = \\ = 12,590$$

$$-0,428 \bar{\sigma}_0 + 1,117 \bar{\sigma}_1 - 1,913 \bar{\sigma}_2 + 1,225 \bar{\sigma}_3 + 24200 \bar{M}_2 + 6100 \bar{M}_3 = -128.508,437$$

$$4,808 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_2 + 9,621 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_3 - 2,450 \bar{M}_2 + 1,810 \bar{M}_3 = 3,655$$

$$-0,640 \bar{\sigma}_1 + 2,450 \bar{\sigma}_2 - 1,810 \bar{\sigma}_3 + 12200 \bar{M}_2 + 24400 \bar{M}_3 = -138.757,892$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}_6 = - 491.100,9718$$

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_5 = - 17.740,4536$$

$$\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_4 = 98.954,5140$$

$$\bar{\sigma}_3 = 46.374,6243$$

$$\bar{M}_2 = \bar{M}_4 = - 5,1650$$

$$\bar{M}_3 = - 10,0656$$

Estes valores levam aos seguintes esforços máximos no meio do vão ($z = \ell/2$):

$$\sigma_0 \text{ max} = \sigma_6 \text{ max} = 10.683,4 \text{ kN/m}^2 = 10,68 \text{ MPa} \quad (\times 10 \text{ em kg/cm}^2)$$

$$\sigma_1 \text{ max} = \sigma_5 \text{ max} = 385,9 \text{ kN/m}^2 = 0,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 \text{ max} = \sigma_4 \text{ max} = - 2152,7 \text{ kN/m}^2 = - 2,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 \text{ max} = - 1.008,8 \text{ kN/m}^2 = - 1,01 \text{ MPa}$$

$$M_2 \text{ max} = M_4 \text{ max} = - 5,17 \text{ kN m/m} \quad (\approx 52 \text{ kgm/100cm})$$

$$M_3 \text{ max} = - 10,07 \text{ kN m/m}$$

A figura 2.36 mostra a comparação dos resultados obtidos pelo método de Vlassov e pelo método apresentado por Billington (2).

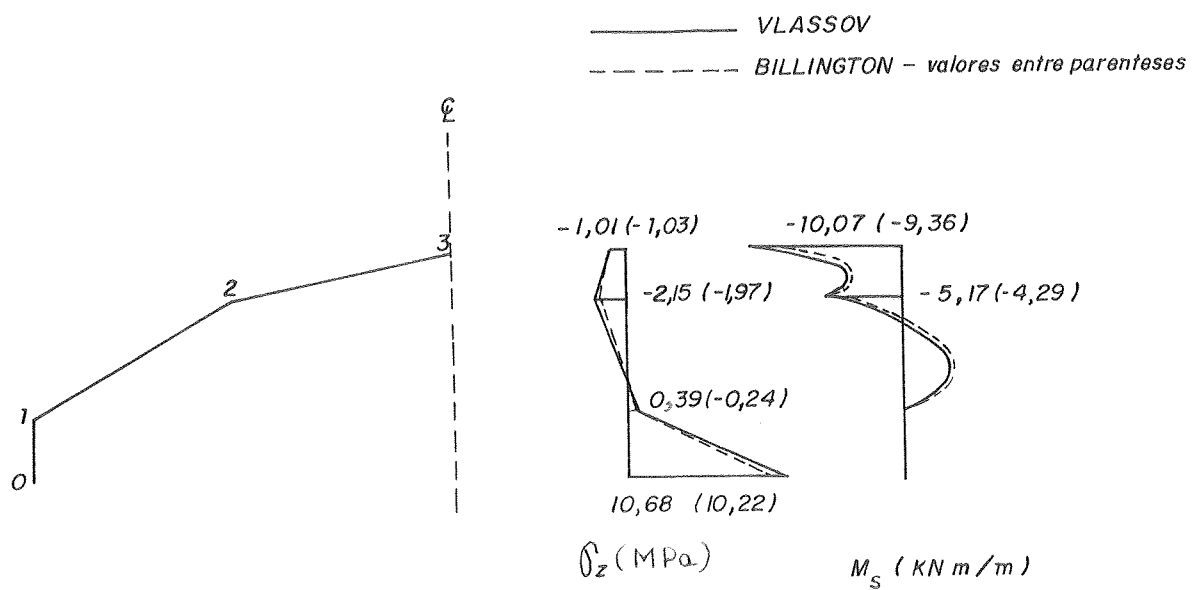


Figura 2.36 - Comparação entre os métodos de Vlassov e o apresentado em Billington (2).

III. PROGRAMA PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO DE CASCAS PRISMÁTICAS

III.1 - Considerações gerais

O programa aqui apresentado calcula os esforços e deslocamentos em cascas prismáticas de um ou dois tramos, utilizando o método de Vlassov desenvolvido no capítulo II.

Ele foi elaborado em linguagem APPLESOFT, que é a linguagem BASIC desenvolvida para o microcomputador APPLE II PLUS e o sistema operacional utilizado foi o DOS 3.3. O equipamento ("hardware") mínimo necessário para a execução do programa consiste em:

- UCP Apple II Plus com 48 kbytes de RAM;
- monitor de baixa resolução (pode ser TV comum);
- uma unidade de disco flexível de 5 1/4";
- uma impressora Epson de 132 colunas (MX 100, RX 100 ou FX 100).

A listagem do programa ocupa cerca de 30 kbytes de memória, sendo necessária a divisão do mesmo em dois subprogramas para que haja mais espaço disponível para os dados, aumentando assim a capacidade do programa para resolver estruturas com maior número de arestas, alcançando um máximo de 16 arestas.

A ligação dos dois subprogramas é feita automaticamente durante a execução, através do programa "CHAIN" que é fornecido no "disco mestre" do sistema operacional DOS 3.3.

O equipamento necessário anteriormente descrito é praticamente o mínimo para o funcionamento do computador, o que demonstra que mesmo em microcomputadores de pequeno porte o programa é utilizável, ao contrário de programas baseados no método dos elementos finitos que

necessitam de computadores de grande capacidade de memória e maior precisão para resolver o mesmo tipo de estrutura.

III.2 - Montagem da matriz dos coeficientes

De acordo com (2.68), o sistema de equações mostrado pode ser desenvolvido para a forma indicada na tabela 1, tomando-se como exemplo uma estrutura que tenha 10 incógnitas: $\bar{\sigma}_0$ a $\bar{\sigma}_6$, \bar{M}_2 , \bar{M}_3 e \bar{M}_4 .

Quando a estrutura possuir dois tramos, λ_m^4 deve ser substituído por I_m , dado pela seguinte expressão:

$$I_m = \frac{\lambda_{1m}^4 \int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \lambda_{2m}^4 \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz}{\int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz} \quad (3.1)$$

$$\text{onde } \lambda_{1m} = \frac{\mu_{1m}}{\ell_2} \quad \text{e} \quad \lambda_{2m} = \frac{\mu_{2m}}{\ell_2}$$

Esta expressão pode ser obtida integrando-se a primeira fórmula de (2.53):

$$\begin{aligned} & \sum_{i=k-1}^{k+1} r_{k,i}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_{im} \left(\int_0^{\ell_1} H_{1m}^{IV}(z) dz + \int_0^{\ell_2} H_{2m}^{IV}(z) dz \right) + \\ & + \sum_{i=k-2}^{k+2} r_{k,i}^{(m)} \bar{M}_{im} \left(\int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz \right) + \\ & + \bar{r}_k^{(p)} \left(\int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz \right) = 0 \end{aligned}$$

portanto:

$$\begin{aligned}
& \frac{(\lambda_1^4 \int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \lambda_2^4 \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz)}{(\int_0^{\ell_1} H_{1m}(z) dz + \int_0^{\ell_2} H_{2m}(z) dz)} \sum_{i=k-1}^{k+1} r_{k,i}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_{im} + \\
& + \sum_{i=k-2}^{k+2} r_{k,i}^{(m)} \bar{M}_{im} + \bar{r}_k^{(p)} = 0 \tag{3.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \lambda_m^4 r_{0,0}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_0 m + \lambda_m^4 r_{0,1}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_1 m + r_{0,2}^{(m)} \bar{M}_2 m \\
& = - \bar{r}_{0,m}^{(p)} \\
& \lambda_m^4 r_{1,0}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_0 m + \lambda_m^4 r_{1,1}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_1 m + r_{1,2}^{(m)} \bar{M}_2 m + \lambda_m^4 r_{1,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + r_{1,3}^{(m)} \bar{M}_3 m \\
& = - \bar{r}_{1,m}^{(p)} \\
& \Theta_{2,0}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_0 m + \Theta_{2,1}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_1 m + \Theta_{2,2}^{(m)} \bar{M}_2 m + \Theta_{2,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + \Theta_{2,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \Theta_{2,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + \Theta_{2,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m \\
& = - \bar{\Theta}_{2,m}^{(p)} \\
& \lambda_m^4 r_{2,1}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_1 m + r_{2,2}^{(m)} \bar{M}_2 m + \lambda_m^4 r_{2,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + r_{2,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \lambda_m^4 r_{2,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + r_{2,4}^{(m)} \bar{M}_4 m \\
& = - \bar{r}_{2,m}^{(p)} \\
& \Theta_{3,1}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_1 m + \Theta_{3,2}^{(m)} \bar{M}_2 m + \Theta_{3,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + \Theta_{3,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \Theta_{3,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + \Theta_{3,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \Theta_{3,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m + \Theta_{3,5}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_5 m \\
& = - \bar{\Theta}_{3,m}^{(p)} \\
& r_{3,2}^{(m)} \bar{M}_2 m + \lambda_m^4 r_{3,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + r_{3,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \lambda_m^4 r_{3,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + r_{3,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \lambda_m^4 r_{3,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m \\
& = - \bar{r}_{3,m}^{(p)} \\
& \Theta_{4,2}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_2 m + \Theta_{4,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \Theta_{4,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + \Theta_{4,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \Theta_{4,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m + \Theta_{4,5}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_5 m + \Theta_{4,6}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_6 m \\
& = - \bar{\Theta}_{4,m}^{(p)} \\
& r_{4,2}^{(p)} \bar{M}_2 m + r_{4,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + \lambda_m^4 r_{4,3}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_3 m + r_{4,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \lambda_m^4 r_{4,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m + \lambda_m^4 r_{4,5}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_5 m \\
& = - \bar{r}_{4,m}^{(p)} \\
& r_{5,3}^{(m)} \bar{M}_3 m + r_{5,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \lambda_m^4 r_{5,4}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_4 m + \lambda_m^4 r_{5,5}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_5 m + \lambda_m^4 r_{5,6}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_6 m \\
& = - \bar{r}_{5,m}^{(p)} \\
& r_{6,4}^{(m)} \bar{M}_4 m + \lambda_m^4 r_{6,5}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_5 m + \lambda_m^4 r_{6,6}^{(\sigma)} \bar{\sigma}_6 m \\
& = - \bar{r}_{6,m}^{(p)}
\end{aligned}$$

TABELA 1 - Sistema de equações para o cálculo de $\bar{\sigma}_0 m$ a $\bar{\sigma}_6 m$, $\bar{M}_2 m$, $\bar{M}_3 m$ e $\bar{M}_4 m$

Tomando-se apenas a matriz dos coeficientes, substituindo-se $\theta_{i,k}^{(\sigma)}$ por $-r_{k,i}^{(m)}$, conforme a última fórmula de (2.50) e generalizando para um número qualquer de incógnitas, obtêm-se a matriz da tabela 2, que permite tirar as seguintes conclusões:

- se todos os elementos das linhas 3, 5, 7, ..., $2n - 5$ forem multiplicados por (-1) a matriz torna-se simétrica;
- considerando-se a sua simetria, a matriz tem largura de banda igual a 6 e pode ser representada em sua forma final na tabela 3.

$I_m r_{0,0}^{(\sigma)}$	$I_m r_{0,1}^{(\sigma)}$	$r_{0,2}^{(m)}$	0	0	0
$I_m r_{1,1}^{(\sigma)}$	$r_{1,2}^{(m)}$	$I_m r_{1,2}^{(\sigma)}$	$r_{1,3}^{(m)}$	0	0
$-\theta_{2,2}^{(m)}$	$r_{2,2}^{(m)}$	$-\theta_{2,3}^{(m)}$	$r_{3,2}^{(m)}$	0	$r_{4,2}^{(m)}$
$I_m r_{2,2}^{(\sigma)}$	$r_{2,3}^{(m)}$	$I_m r_{2,3}^{(\sigma)}$	$r_{2,4}^{(m)}$	0	0
$-\theta_{3,3}^{(m)}$	$r_{3,3}^{(m)}$	$-\theta_{3,4}^{(m)}$	$r_{4,3}^{(m)}$	0	$r_{5,3}^{(m)}$
$I_m r_{3,3}^{(\sigma)}$	$r_{3,4}^{(m)}$	$I_m r_{3,4}^{(\sigma)}$	$r_{3,5}^{(m)}$	0	0
$-\theta_{k,k}^{(m)}$	$r_{k,k}^{(m)}$	$-\theta_{k,k+1}^{(m)}$	$r_{k+1,k}^{(m)}$	0	$r_{k+2,k}^{(m)}$
$I_m r_{k,k}^{(\sigma)}$	$r_{k,k+1}^{(m)}$	$I_m r_{k,k+1}^{(\sigma)}$	$r_{k,k+2}^{(m)}$	0	0
$-\theta_{n-3,n-3}^{(m)}$	$r_{n-3,n-3}^{(m)}$	$-\theta_{n-3,n-2}^{(m)}$	$r_{n-2,n-3}^{(m)}$	$r_{n-1,n-3}^{(m)}$	0
$I_m r_{n-3,n-3}^{(\sigma)}$	$r_{n-3,n-2}^{(m)}$	$I_m r_{n-3,n-2}^{(\sigma)}$	0	0	0
$-\theta_{n-2,n-2}^{(m)}$	$r_{n-2,n-2}^{(m)}$	$r_{n-1,n-2}^{(m)}$	$r_{n,n-2}^{(m)}$	0	0
$I_m r_{n-2,n-2}^{(\sigma)}$	$I_m r_{n-2,n-1}^{(\sigma)}$	0	0	0	0
$I_m r_{n-1,n-1}^{(\sigma)}$	$I_m r_{n-1,n}^{(\sigma)}$	0	0	0	0
$I_m r_{n,n}^{(\sigma)}$	0	0	0	0	0

TABELA 3 - Matriz dos coeficientes, considerando-se a simetria e a largura de banda.

A matriz da tabela 3 tem dimensões $2(n-1) \times 6$, e chamando-a de (KR) , a sua lei de formação será dada por:

$$KR(0,0) = I_m r_{0,0}^{(\sigma)}$$

$$KR(0,1) = I_m r_{0,1}^{(\sigma)}$$

$$KR(0,2) = r_{0,2}^{(m)}$$

$$KR(k,0) = I_m r_{\frac{k+1}{2}, \frac{k+1}{2}}^{(\sigma)}$$

$$KR(k,1) = r_{\frac{k+1}{2}, \frac{k+3}{2}}^{(m)}$$

$$KR(k,2) = I_m r_{\frac{k+1}{2}, \frac{k+3}{2}}^{(\sigma)}$$

$$KR(k,3) = r_{\frac{k+1}{2}, \frac{k+5}{2}}^{(m)}$$

$p/ k = 1, 3, 5, \dots, 2n-9$

$$KR(i,0) = -\theta_{\frac{i}{2}+1, \frac{i}{2}+1}^{(m)}$$

$$KR(i,1) = r_{\frac{i}{2}+1, \frac{i}{2}+1}^{(m)}$$

$$KR(i,2) = -\theta_{\frac{i}{2}+1, \frac{i}{2}+2}^{(m)}$$

$$KR(i,3) = r_{\frac{i}{2}+2, \frac{i}{2}+1}^{(m)}$$

$$KR(i,5) = r_{\frac{i}{2}+3, \frac{i}{2}+1}^{(m)}$$

$p/ i = 2, 4, 6, \dots, 2n-10$

$$KR(2n-8,0) = -\theta_{n-3, n-3}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-8, 1) = r_{n-3, n-3}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-8, 2) = -\Theta_{n-3, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-8, 3) = r_{n-2, n-3}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-8, 4) = r_{n-1, n-3}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-7, 0) = I_m r_{n-3, n-3}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-7, 1) = r_{n-3, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-7, 2) = I_m r_{n-3, n-2}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-6, 0) = -\Theta_{n-2, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-6, 1) = r_{n-2, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-6, 2) = r_{n-1, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-6, 3) = r_{n, n-2}^{(m)}$$

$$\text{KR} (2n-5, 0) = I_m r_{n-2, n-2}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-5, 1) = I_m r_{n-2, n-1}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-4, 0) = I_m r_{n-1, n-1}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-4, 1) = I_m r_{n-1, n}^{(\sigma)}$$

$$\text{KR} (2n-3, 0) = I_m r_{n, n}^{(\sigma)}$$

(3.3)

Todos os outros elementos da matriz são iguais a zero.

Para cada termo da função fundamental, ou seja, para cada valor de m ($1, 2, \dots, \infty$), a matriz dos coeficientes muda e portanto, é necessário montar no programa tantas matrizes quantos forem os termos adotados da função fundamental. Deve-se notar, também, que apenas os elementos da matriz que contêm I_m são variáveis.

III.3 - Montagem da matriz dos carregamentos

Seja $\{B\}$ a matriz coluna dos carregamentos.

De acordo com a tabela 1 e levando-se em conta a troca de sinais das linhas 2, 4, ..., etc., temos os seguintes valores para os elementos de $\{B\}$.

$$\begin{aligned}
 B(0) &= -\bar{r}_{0,m}^{(p)} \\
 B(i) &= -\frac{\bar{r}_{i+1}^{(p)}}{2} m && p/i = 1, 3, 5, \dots, 2n-5 \\
 B(j) &= \frac{\bar{\theta}_j^{(p)}}{\frac{j}{2} + 1} m && p/j = 2, 4, 6, \dots, 2n-6 \\
 B(2n-4) &= -\bar{r}_{n-1,m}^{(p)} \\
 B(2n-3) &= -\bar{r}_{n,m}^{(p)} && (3.4)
 \end{aligned}$$

Para que sejam válidas as relações (3.3) e (3.4) é necessário que a matriz $\{X\}$ das incógnitas tenha a seguinte formação:

$$\begin{aligned}
 X(0) &= \bar{\sigma}_{0,m} \\
 X(i) &= \frac{\bar{\sigma}_{i+1}}{2}, m && p/i = 1, 3, 5, \dots, 2n-5
 \end{aligned}$$

$$X(j) = \bar{M}_{\frac{j}{2} + 1, m} \quad p/ j = 2, 4, 6, \dots, 2n-6$$

$$X(2n-4) = \bar{\sigma}_{n-1, m}$$

$$X(2n-3) = \bar{\sigma}_{n, m} \quad (3.5)$$

Portanto, a equação final que resolve o problema pode ser dada por:

$$\{KR\}_m \{X\}_m = \{B\}_m \quad p/ m = 1, 2, \dots, \infty \quad (3.6)$$

III.4 - Cálculo das incógnitas através do método do Cholesky modificado para sistemas simétricos

O método de Cholesky para resolução de sistemas de equações lineares se baseia na decomposição da matriz dos coeficientes (A) em duas matrizes (L) e (U), triangulares inferior e superior, respectivamente.

$$\text{Portanto, } \{A\} = \{L\} \cdot \{U\}$$

A resolução do sistema é feita através das seguintes fórmulas matriciais:

$$\{A\} \cdot \{X\} = \{B\}$$

$$\{L\} \cdot \{U\} \cdot \{X\} = \{B\}$$

$$\{L\} \cdot \{Y\} = \{B\}$$

$$\{U\} \cdot \{X\} = \{Y\}$$

No caso de matrizes simétricas, a decomposição $\{L\} \cdot \{U\}$ se transforma em:

$$(A) = (L) \cdot (L)^t = (U)^t \cdot (U)$$

Os elementos da matriz (U) , quando (A) é simétrica, são calculados através das seguintes fórmulas:

$$u_{11} = \sqrt{a_{11}}$$

$$u_{1j} = \frac{a_{1j}}{u_{11}} \quad p/j = 2, 3, \dots, n$$

$$u_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{ri}^2} \quad p/i = 2, 3, \dots, n$$

$$u_{ij} = \frac{1}{u_{ii}} \left(a_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} u_{ri} u_{rj} \right) \quad p/j = i+1, \dots, n$$

(3.7)

Os elementos do vetor $\{Y\}$ são calculados através das fórmulas:

$$y_1 = \frac{b_1}{u_{11}}$$

$$y_i = \frac{1}{u_{ii}} \left(b_i - \sum_{r=1}^{i-1} u_{ri} y_r \right) \quad p/i = 2, \dots, n$$

(3.8)

Finalmente, as incógnitas são determinadas por:

$$x_n = \frac{y_n}{u_{nn}}$$

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left(y_i - \sum_{r=i+1}^n u_{ir} x_r \right) \quad p/i = n-1, \dots, 1$$

(3.9)

Quando a matriz (A) for positiva definida todas as raízes

quadradas extraídas conduzem a números reais. No caso da matriz (KR), isto pode não acontecer e portanto, é necessário usar um artifício para eliminar as raízes quadradas das fórmulas. Este artifício consiste na substituição dos elementos de (U) pelos seguintes valores:

$$u_{ii} = \sqrt{s_{ii}} \quad u_{ij} = s_{ij} \sqrt{s_{ii}}$$

As expressões (3.10) a (3.12) a seguir, substituem as expressões (3.7) a (3.9), respectivamente.

$$\begin{aligned} s_{11} &= a_{11} \\ s_{ij} &= \frac{a_{1j}}{s_{1j}} \quad p/j = 2, 3, \dots, n \\ s_{ii} &= a_{ii} - \sum_{r=1}^{i-1} s_{ri}^2 s_{rr} \quad p/i = 2, 3, \dots, n \\ s_{ij} &= \frac{1}{s_{ii}} \left(a_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} s_{ri} s_{rj} s_{rr} \right) \quad p/j = i+1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{b_1}{s_{11}} \\ z_i &= \frac{1}{s_{ii}} \left(b_i - \sum_{r=1}^{i-1} s_{ri} s_{rr} z_r \right) \quad p/i = 2, \dots, n \\ \text{com } y_i &= z_i \sqrt{s_{ii}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} x_n &= z_n \\ x_i &= z_i - \sum_{r=i+1}^n s_{ir} x_r \quad p/i = n-1, \dots, 1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

As expressões (3.10) a (3.12) são conhecidas como o "método de Cholesky modificado para sistemas simétricos".

No caso da matriz dos coeficientes, além de ser simétrica

e de banda, e considerando-se apenas os elementos da diagonal e a parte superior da matriz dentro da largura de banda, as expressões (3.10) a (3.12) podem ser modificadas para este caso particular.

Colocando-se os elementos da diagonal da matriz (A) na primeira coluna de uma nova matriz e os elementos adjacentes de maior ordem nas demais colunas, a matriz resultante terá dimensões $(n) \cdot (\frac{w+1}{2})$ onde w é a largura da banda, considerando-se a matriz (A) inteira.

As novas fórmulas, dadas em (3.13) a (3.15) são mostradas a seguir:

$$s_{11} = a_{11}$$

$$s_{1j} = \frac{a_{1j}}{s_{11}} \quad p/ j = 2, \dots, \frac{w+1}{2}$$

$$s_{i1} = a_{i1} - \sum_{r=1}^{i-1} s_{rk}^2 s_{r1} \quad p/ i = 2, \dots, n$$

$$s_{ij} = \frac{1}{s_{i1}} (a_{ij} - \sum_{r=1}^{i-1} s_{rk} s_{rm} s_{r1}) \quad p/ j = 2, \dots, \frac{w+1}{2}$$

$$k = i - r + 1$$

$$m = i + j - r \quad (3.13)$$

$$z_1 = \frac{b_1}{s_{11}}$$

$$z_i = \frac{1}{s_{i1}} (b_i - \sum_{r=1}^{i-1} s_{rk} s_{r1} z_r)$$

$$k = i - r + 1 \quad (3.14)$$

$$x_n = z_n$$

$$x_i = z_i - \sum_{r=2}^w s_{ir} x_p \quad p/ i = n-1, \dots, 1$$

$$p = i + r - 1 \quad (3.15)$$

No programa foram utilizadas as expressões (3.13) a (3.15).

III.5 - Cálculo dos esforços e deslocamentos em toda a estrutura

Os esforços e deslocamentos que determinam os estados de tensão e deformação da estrutura, conforme indicado no capítulo II, são os seguintes: $\sigma_s(z,s)$, $\sigma_z(z,s)$, $M(z,s)$, $\tau(z,s)$, $u(z,s)$ e $v(z,s)$.

Esses esforços e deslocamentos ficam perfeitamente determinados através do conhecimento dos mesmos nas arestas em função da coordenada z e de suas variações em função de s .

Valem, portanto, as fórmulas para a aresta k :

$$a) \sigma_{z,k,m}(z) = \bar{\sigma}_{z,k,m} H_m''(z)$$

$\bar{\sigma}_{z,k,m}$ fornecido pela determinação das incógnitas e em s , $\sigma_z(z,s)$ tem variação linear.

$$b) M_{k,m}(z) = \bar{M}_{k,m} H_m(z)$$

- $\bar{M}_{k,m}$ fornecidas diretamente pela determinação das incógnitas hiperestáticas,

- variação em s dada pela expressão (2.3).

$$c) T_{k,k,m}(z) = \bar{T}_{k,k,m} H_m(z)$$

$$T_{k,k+1,m}(z) = \bar{T}_{k,k+1,m} H_m(z)$$

$$\bar{T}_{k,k,m} = \frac{\bar{M}_{k,m} - \bar{M}_{k-1,m}}{d_k} + \bar{T}_{k,k}^0$$

$$\bar{T}_{k,k+1,m} = \frac{\bar{M}_{k+1,m} - \bar{M}_{k,m}}{d_k} + \bar{T}_{k,k+1}$$

- a variação em s dada pelas expressões (2.4), (2.153), (2.157), (2.161) e (2.165).

$$d) \tau_{k,m}(z) = \bar{\tau}_{k,m} H_m''(z) = \frac{\bar{S}_{k,m}}{\delta_k} H_m''(z)$$

$$\bar{S}_{k,m} = \bar{S}_{k-1,m} - \frac{A_k}{2} (\bar{\sigma}_{z_{k-1,m}} + \bar{\sigma}_{z_{k,m}})$$

- variação em s dada por (2.15) e (2.16).

$$e) \sigma_{s_{k,k,m}}(z) = \bar{\sigma}_{s_{k,k,m}} H_m(z) = \frac{\bar{N}_{k,k,m}}{\delta_k} H_m(z)$$

$$\sigma_{s_{k,k+1,m}}(z) = \bar{\sigma}_{s_{k,k+1,m}} H_m(z) = \frac{\bar{N}_{k,k+1,m}}{\delta_k} H_m(z)$$

$$\bar{N}_{k,k,m} = \frac{-\bar{Y}_{k,k,m} (\cos \psi_k \cos \psi_{k+1} + \sin \psi_k \sin \psi_{k+1}) + \bar{Y}_{k,k+1,m} + \bar{Y}_{km} \sin \psi_{k+1} + \bar{Y}_{km} \cos \psi_{k+1}}{-\sin \psi_k \cos \psi_{k+1} + \cos \psi_k \sin \psi_{k+1}}$$

$$\bar{N}_{k,k+1,m} = \frac{\bar{Y}_{k,k+1,m} (\sin \psi_k \sin \psi_{k+1} + \cos \psi_k \cos \psi_{k+1}) - \bar{Y}_{k,k,m} + \bar{Y}_{km} \sin \psi_k + \bar{Y}_{km} \cos \psi_k}{-\sin \psi_k \cos \psi_{k+1} + \cos \psi_k \sin \psi_{k+1}}$$

- variação em s dada pela expressão (2.21).

$$f) u_{km}(z) = \bar{u}_{k,m} H_m'(z)$$

$$\bar{u}_{k,m} = \frac{\bar{\sigma}_{k,m}}{E}$$

- variação em s dada por (2.10).

$$g) v_{k,m}(z) = \bar{v}_{k,m} H_m(z)$$

$$\bar{v}_{k,m} = \frac{1}{E d_k} (\bar{\sigma}_{z_{k-1,m}} - \bar{\sigma}_{z_{k,m}})$$

- v é constante em s .

No programa são calculados os esforços e deslocamentos em

11 pontos no sentido longitudinal (coordenada z) por 5 pontos no sentido transversal (coordenada s) em cada lâmina totalizando $n \times 55$ pontos por tramo em toda a estrutura.

III.6 - Significado das variáveis do programa

III.6.1 - Geral

As variáveis acompanhadas pelo símbolo % ("por cento") são consideradas variáveis inteiras pela linguagem Applesoft.

As matrizes têm seus índices começando por 0 (zero), o que faz com que algumas quantidades, principalmente as dimensões das matrizes, sejam diminuídas de 1.

III.6.2 - Dados

a) Não indexadas:

A = distância do início da carga ao início do tramo, utilizada para cargas nas arestas;

AF = ângulo da carga com o eixo x, em graus, positivo no sentido anti-horário (ver figura 3.1). Deve ser adotada a mesma convenção para as cargas nas arestas e nos elementos.

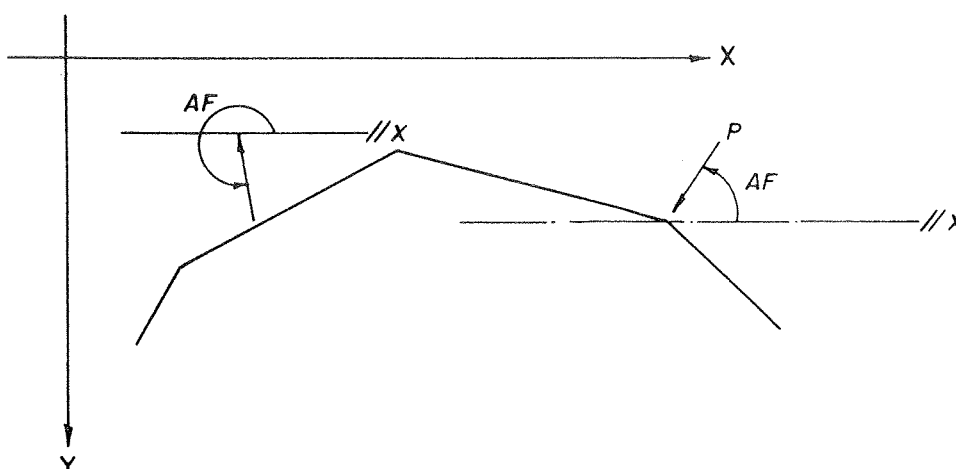


Figura 3.1 - Sentido positivo do ângulo AF

AI = distância do início da carga ao início do tramo, no sentido longitudinal, para cargas nas lâminas;

AL = coeficiente de dilatação térmica do material constituinte;

AØ = distância do início da carga à primeira aresta da lâmina no sentido transversal;

C = extensão da carga, utilizada para cargas nas arestas;

CI = extensão da carga no sentido longitudinal, utilizada para cargas nas lâminas;

CØ = extensão da carga no sentido transversal, utilizada para cargas nas lâminas;

DT = diferença de temperatura Δt entre as faces de uma mesma lâmina, DT é positivo se a temperatura maior estiver atuando na face inferior;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material constituinte;

II% = número da condição de vinculação do apoio inicial. Se II% = 0, não existe vínculos em $z = 0$. Se for igual a 1, o apoio inicial é articulado e se for igual a 2, o apoio é engastado. No caso de cascas com dois tramos, o apoio inicial só pode ser articulado ou engastado (ver figura 3.2);

IJ% = número da condição de vinculação do apoio final. Assume os mesmos valores de II% para as correspondentes condições de apoio. Para qualquer número de tramos da estrutura, o apoio final só poderá ser articulado ou engastado (ver figura 3.2).

IR% = identificação do tipo de carga no sentido transversal, atuante nos elementos. IR% tem os seguintes valores:

- 1 - carga uniformemente distribuída
- 2 - carga triangular aumentando com s

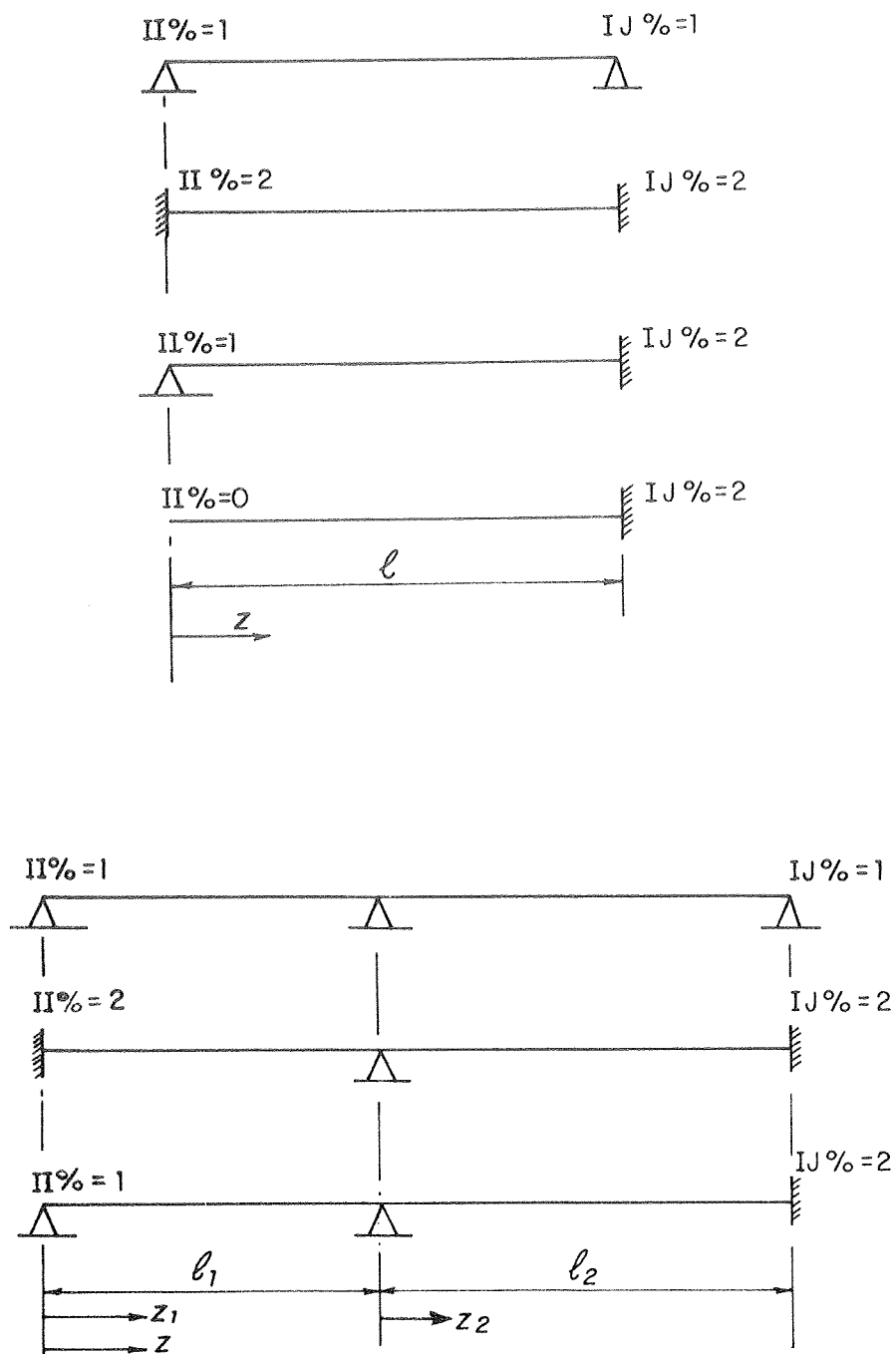


Figura 3.2 - Vinculações aceitas pelo programa para as cascas com um ou dois tramos

3 - carga triangular diminuindo com s

4 - carga concentrada;

IT% - identificação do tipo de carga no sentido longitudinal, atuante nas arestas ou nas lâminas. IT% tem os seguintes valores:

1 - carga uniformemente distribuída

2 - carga triangular aumentando com z

3 - carga triangular diminuindo com z

4 - carga concentrada

5 - diferença de temperatura entre as faces de um elemento (não é válida para arestas);

M% = número de tramos da função fundamental;

N% = número de lâminas da estrutura;

NA% = número de arestas carregadas;

NC% = número de cargas atuantes na aresta N1% ou na lâmina N2%;

NE% = número de elementos carregados;

NV% = número de tramos da estrutura;

N1% = número da aresta carregada;

N2% = número do elemento carregado;

P = valor real da carga, nas arestas ou nos elementos. Deve ser fornecido sempre com sinal positivo.

b) Indexadas

H(I) = espessura da lâmina I (dimensão N%);

L(I) = comprimento do tramo I (dimensão l);

XC(I) = coordenada segundo o eixo x do nó I (dimensão N%);

YC(I) = coordenada segundo o eixo y do nó I (dimensão N%).

III.6.3 - Variáveis calculadas pelo programaa) Não indexadas

F = valor da função fundamental em um ponto onde a coordenada z é dada;

F1 = valor da primeira derivada da função fundamental em um ponto onde a coordenada z é dada;

F2 = valor da segunda derivada da função fundamental em um ponto onde a coordenada z é dada;

F3 = valor da terceira derivada da função fundamental em um ponto onde a coordenada z é dada;

F4 = valor da quarta derivada da função fundamental em um ponto onde a coordenada z é dada;

$$LM = \frac{\mu_{im} z}{\lambda_i} ;$$

NI% = 2 . N% - 3, número de incógnitas hiperestáticas, começando de zero;

PD = \bar{p}_{km} para cargas nas lâminas;

PH = componente de PD na direção do plano da lâmina na qual PD está aplicado;

PN = componente de PD na direção normal ao plano da lâmina em que PD está aplicado;

Q1 = componente na direção do plano da lâmina k das cargas aplicadas na aresta k ;

Q2 = componente na direção do plano da lâmina $k+1$ das cargas aplicadas na aresta k ;

RA = reação no sentido transversal das cargas aplicadas em uma lâmina na aresta de menor ordem;

RB = idem RA na aresta de maior ordem;

RM = coeficiente geométrico $r_{i,k}^{(m)}$, usado em sub-rotinas;

S9 = coordenada s de um elemento em análise;

TT = coeficiente que multiplica um termo genérico da função fundamental, representando a diferença de temperatura;

XK = componente na direção do eixo x da carga PK(I), aplicada em uma determinada aresta;

YK = idem XK para o eixo y;

Z9 = coordenada z de um elemento em análise.

b) Indexadas

B(I) = matriz coluna dos coeficientes independentes (cargas) do sistema de equações (dimensão NI%);

C1(I,J) = constante C_{1m} do tramo I+1 e termo J+1 da função fundamental (dimensões NV%-1 x M%-1);

C2(I,J) = constante C_{2m} do tramo I+1 e termo J+1 da função fundamental (dimensões NV%-1 x M%-1);

C3(I,J) = constante C_{3m} do tramo I+1 e termo J+1 da função fundamental (dimensões NV%-1 x M%-1);

C4(I,J) = constante C_{4m} do tramo I+1 e termo J+1 da função fundamental (dimensões NV%-1 x M%-1);

DK(I) = largura da lâmina I (dimensão N%);

FI(I) = ângulo ϕ_i da lâmina I (dimensão N%);

$$G1(I) = \int_0^{\ell_i} H_i(z) dz \quad (\text{dimensão NV}\%-1)$$

$$H2(I,J) = \int_0^{\ell} H_{im}^2(z) dz, \text{ onde I+1 } \bar{e} \text{ o tramo e J+1 o termo da função fundamental (dimensões NV}\%-1 \times \text{M}\%-1);$$

IH(I) = parâmetro I_m dado na expressão (3.1) para o termo I+1 (dimensão $M\%-1$);

KR(I,J) = matriz dos coeficientes das incôgnitas do sistema de equações (dimensões $NI\% \times 5$);

ME(I) = variável auxiliar para o cálculo de $M(z,s)$ no ponto I+2 no sentido transversal de uma lâmina (dimensão 2);

MM(I,J) = momento final na aresta I correspondente ao termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

$M\emptyset(I,J,K) = M_{km}^0(z,s)$ no ponto I+1 da lâmina J+1 correspondente ao termo K+1 da função fundamental (dimensões $4 \times N\%-1 \times M\%-1$);

NK(I,J,K) = força $\sigma_s \cdot \delta_k$ no ponto I+1 do elemento J+1 para o termo K+1 da função fundamental (dimensões $4 \times N\%-1 \times M\%-1$);

PA(I) = RA correspondente ao termo I+1 da função fundamental (dimensão $M\%-1$);

PB(I) = RB correspondente ao termo I+1 da função fundamental (dimensão $M\%-1$);

PD(I) = PD correspondente ao termo I+1 da função fundamental (dimensão $M\%-1$);

PG(I) = variável auxiliar para o cálculo de $N_s(z,s)$ no ponto I+2 no sentido transversal de um elemento (dimensão 2);

PH(I) = PH correspondente ao termo I+1 da função fundamental (dimensão $M\%-1$);

PK(I) = \bar{p}_{km} para cargas nas arestas, onde $m = I+1$ (dimensão $M\%-1$);

PN(I) = PN correspondente ao termo I+1 da função fundamental (dimensão $M\%-1$);

PS(I) = ângulo ψ_i da lâmina I (dimensão $N\%$);

RP(I,J) = coeficiente $\bar{r}_{km}^{(p)}$ da aresta I, correspondente ao termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

SK(I,J) = coeficiente \bar{S}_{km} da força $S_{km}(z)$, correspondente ao termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

SR(I,J) = matriz que assume os valores de KR para o termo em análise da função fundamental (dimensões $NI\% \times 5$);

SS(I,J) = incôgnita $\bar{\sigma}_{im}$ na aresta I e termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

TG(I) = variável auxiliar para o cálculo de $T_k(z,s)$ no ponto I+2 no sentido transversal de um elemento (dimensão 2);

TK(I,J,K) = força $T_k(z,s)$ no ponto I+1 do elemento J+1, correspondente ao termo K+1 da função fundamental (dimensões 4 $N\%-1$ $M\%-1$);

TP(I,J) = $\bar{\theta}_{km}^{(p)}$ da aresta I, correspondente ao termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\%-2 \times M\%-1$);

U(I,J) = parâmetro μ_m do tramo I+1 e termo J+1 da função fundamental (dimensões $NV\%-1 \times M\%-1$);

UK(I,J) = coeficiente \bar{u}_{km} do deslocamento $u_k(z)$ da aresta I para o termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

VK(I,J) = coeficiente \bar{v}_{km} do deslocamento $v_k(z)$ da lâmina I, correspondente ao termo J+1 da função fundamental (dimensões $N\% \times M\%-1$);

III.7 - Entrada do programa

Dentro do limite de capacidade do microcomputador Apple II Plus, na configuração indicada no item II.1, as seguintes quantidades máximas devem ser respeitadas:

- Número de lâminas: 16
- Número de termos da função fundamental: 4
- Número de tramos: 2

Não há limitação para o número de cargas atuantes na estrutura.

Para o início da execução do programa, deve-se carregá-lo na memória do computador através do comando "RUN CASCACONT1". O programa deve estar armazenado em arquivos em disco com os nomes "CASCACONT1" (1a. parte) e "CASCACONT2" (2a. parte). Além disso, o mesmo disco deve conter o programa "CHAIN".

Os dados de entrada para a resolução da estrutura são pedidos através do monitor pelo próprio programa e devem ser fornecidos na seguinte ordem:

a) geometria e características do material constituinte:

- a.1) número de lâminas (N%);
- a.2) coordenadas das arestas no plano formado pelos eixos x e y, de 0 a N%;
- a.3) módulo de elasticidade longitudinal do material;
- a.4) coeficiente de dilatação térmica do material (só será utilizado se houver carregamentos com diferenças de temperatura);
- a.5) espessuras das lâminas (supostas constantes), de 1 a N%;
- a.6) número de tramos da estrutura;
- a.7) número de termos da função fundamental utilizados na resolução da estrutura;
- a.8) comprimento(s) do tramo(s);

a.9) números das condições de vinculação dos apoios inicial e final;

b) cargas atuantes

Para cada tramo deve ser fornecido o seguinte conjunto de dados:

- b.1) número de arestas carregadas (caso seja zero, ir para b.4);
- b.2) para cada aresta carregada, fornecer o seu número, o número de cargas aã atuantes e os dados de b.3;
- b.3) fornecer para cada carga o tipo, o seu valor, a distância de seu início ao apoio inicial do tramo, a sua extensão e o ângulo com o eixo x;
- b.4) número de lâminas carregadas (caso seja zero, passar para o tramo seguinte);
- b.5) para cada lâmina carregada, fornecer o seu número, o número de cargas aã atuantes e os dados de b.6 ou b.7, caso a carga atuante seja diferença de temperatura;
- b.6) fornecer para cada carga atuante, o tipo no sentido longitudinal (direção paralela ao eixo z), o valor, a distância do seu início ao apoio inicial do tramo, a sua extensão longitudinal, o ângulo com o eixo x, o tipo no sentido transversal (direção paralela ao eixo s), a distância no sentido transversal entre o seu início e a primeira aresta e a sua extensão no sentido transversal;
- b.7) se a carga for diferença de temperatura entre as faces de uma lâmina, deve-se fornecer apenas o tipo e essa diferença;

Todos os dados devem ser fornecidos em unidades compatíveis, sendo que a única exigência é que o ângulo entre a carga e o eixo x deve ser dado com seu valor em graus.

Supõe-se que todas as cargas atuantes sejam paralelas ao plano formado pelos eixos x e y.

A convenção de sinais e outros detalhes dos dados de entrada devem ser vistos em III.6.2.

III.8 - Saída do programa

Na saída do programa, são apresentados todos os dados de entrada para verificação dos mesmos.

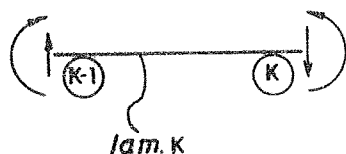
Os esforços e deslocamentos finais mostrados na saída são os seguintes: momento transversal (M_s), força cortante (T), tensão normal longitudinal (σ_z), tensão normal transversal (σ_s), tensão de cisalhamento (τ), deslocamento longitudinal (u) e deslocamento transversal (v).

Estes valores são fornecidos para cada tramo e cada lâmina da estrutura da seguinte forma:

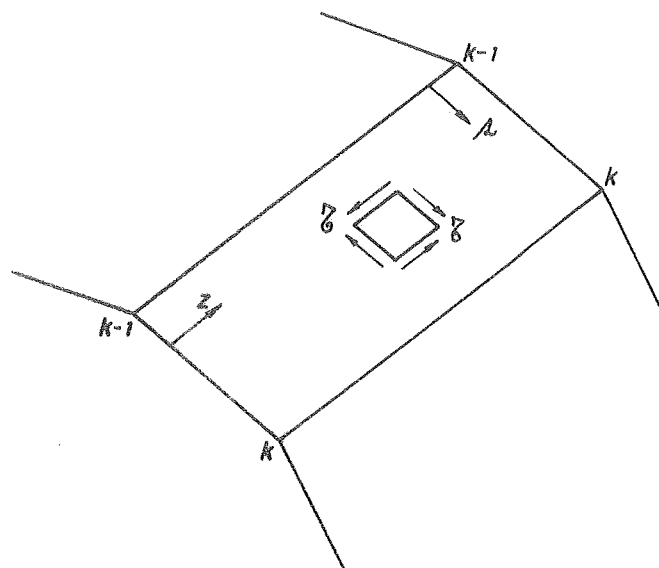
- divide-se longitudinalmente a lâmina em 10 partes, obtendo-se 11 pontos em retas paralelas ao eixo z ;
- para cada divisão longitudinal, divide-se a largura d_k de cada lâmina em quatro partes, obtendo-se 5 pontos no sentido transversal;
- nestes pontos, totalizando 55 por lâmina, são fornecidos os valores dos deslocamentos e esforços solicitantes.

As convenções de sinais são as seguintes:

- momento e força cortante positivos:



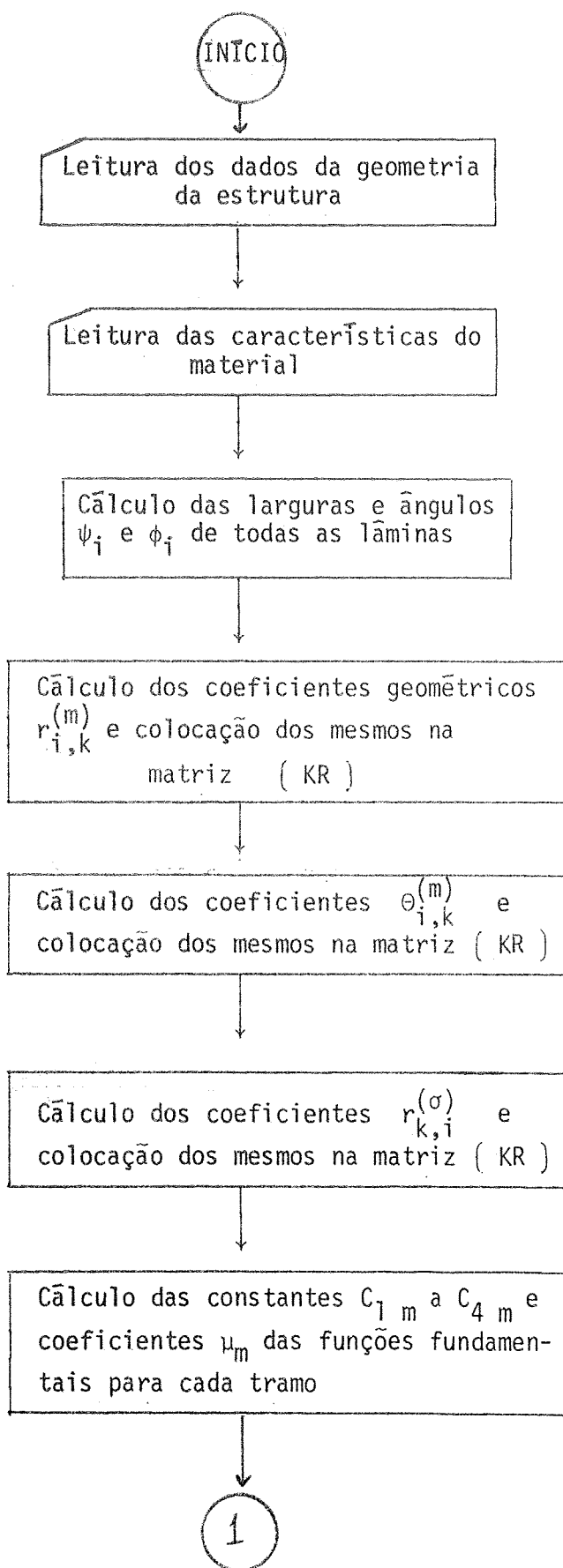
- tensões normais de tração: positivas;
- tensões de cisalhamento positivas:

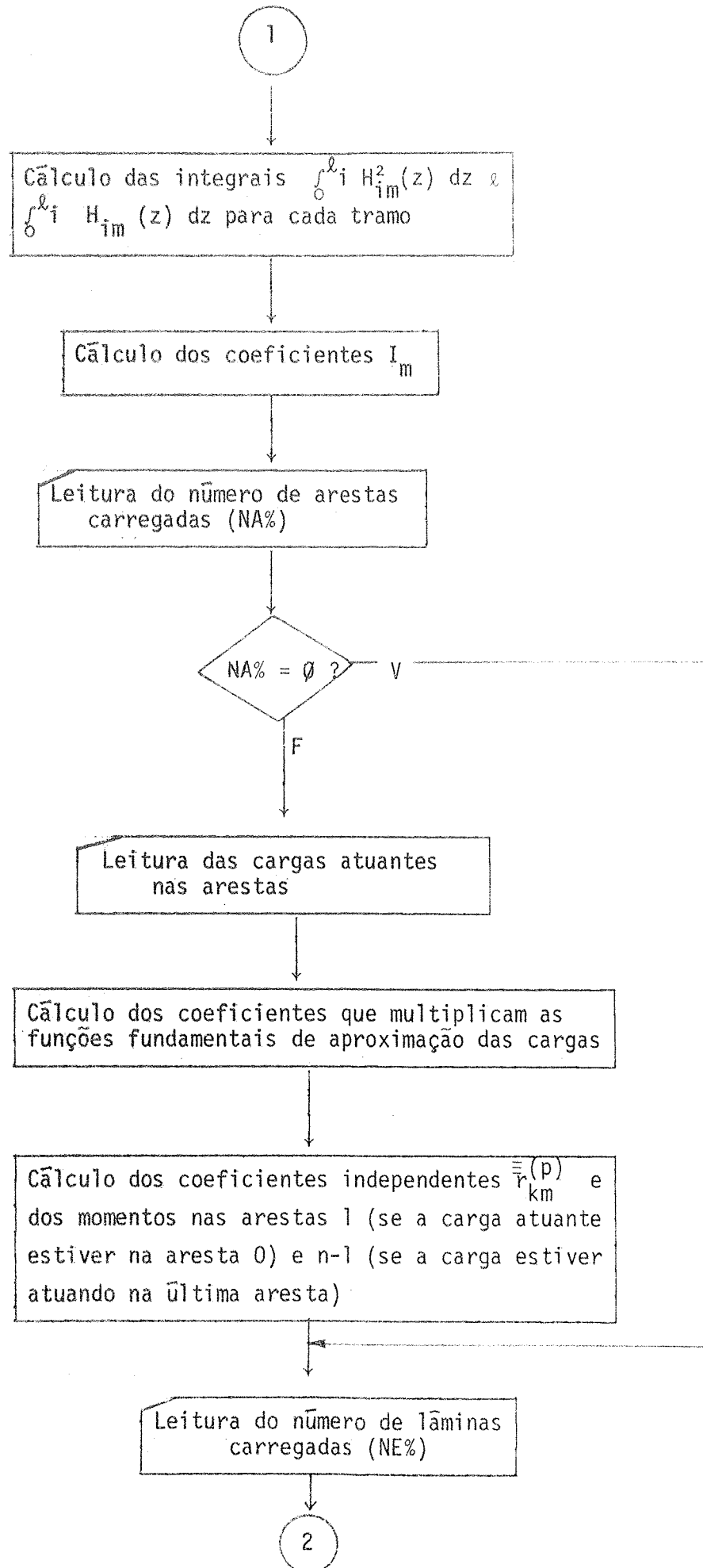


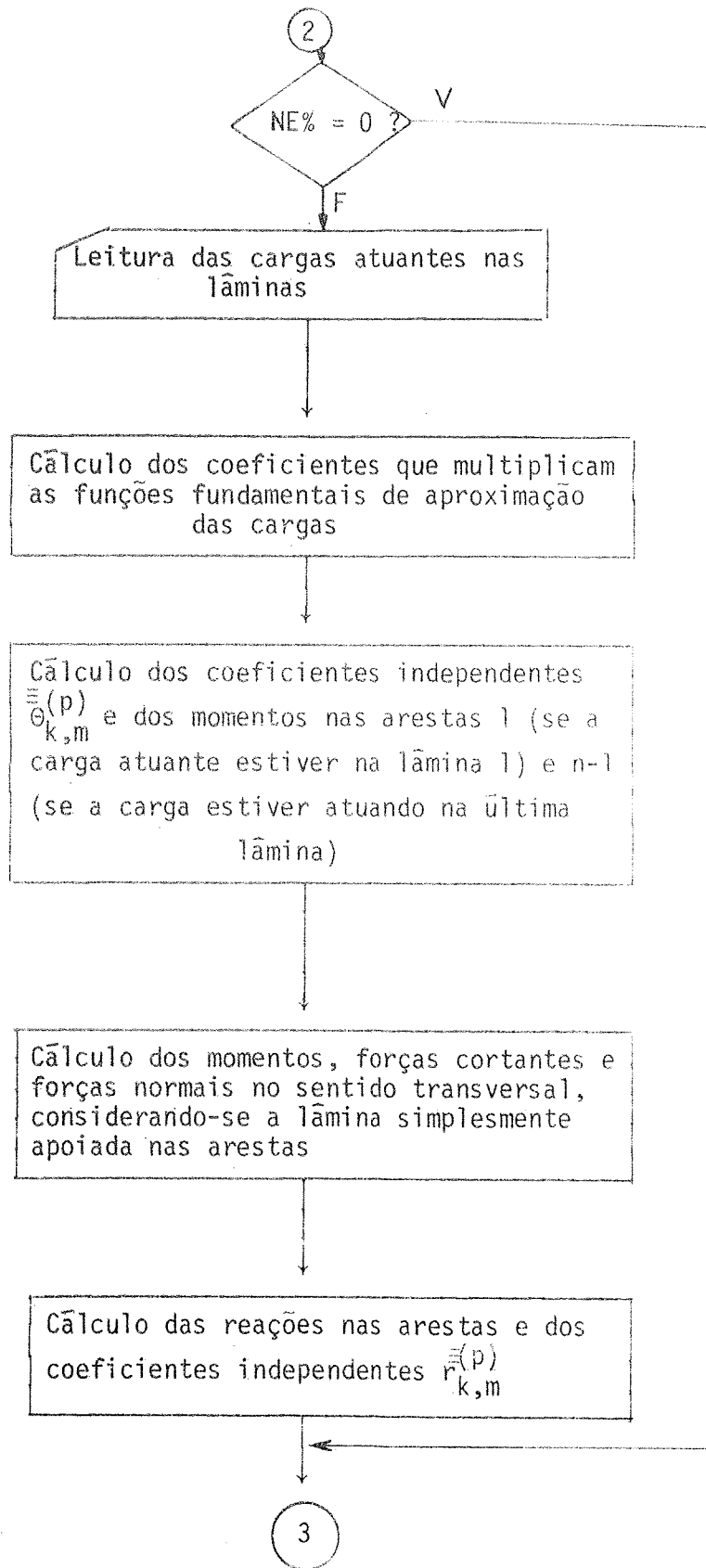
- deslocamentos u e v : o mesmo sentido de v e s , respectivamente.

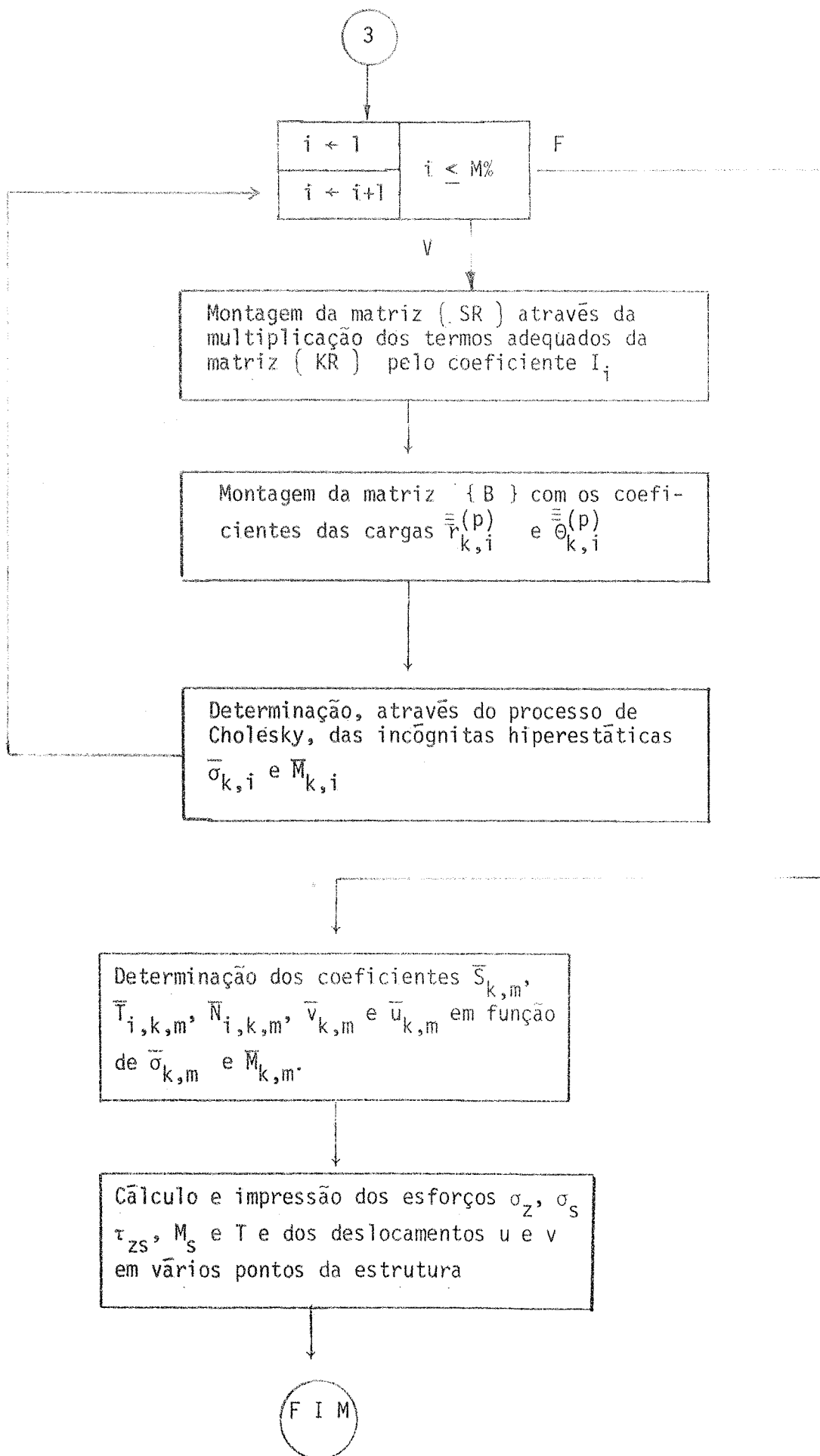
No Apêndice B, encontram-se as listagens dos exemplos do item III.11, as quais mostram as saídas descritas neste item.

III.9 - Fluxograma simplificado









III.10 - Cuidados na utilização do programa

Como acontece com todos os programas computacionais que necessitam determinar a solução de sistemas de equações lineares, através da inversão de matrizes ou algum outro método numérico, o programa para o cálculo de cascas prismáticas pelo método de Vlassov pode apresentar alguns resultados incorretos se a matriz dos coeficientes for mal condicionada, já que a linguagem Applesoft trabalha com 9 dígitos.

Além disso, as funções fundamentais que aproximam as cargas podem, em alguns casos, transformá-las em valores irrealis, principalmente nas estruturas com dois tramos, já que a carga atuante em um tramo é aproximada por uma função fundamental nos dois tramos. Portanto, quando se tem cargas completamente diferentes nos tramos (por exemplo um tramo carregado e outro não) ou quando se tem tramos com vãos ou rigidezes muito diferentes entre si, os resultados obtidos podem fugir muito dos valores reais.

Por esses motivos, não foram incluídas no programa as estruturas com dois tramos, sendo um deles em balanço, embora as constantes das funções fundamentais para estes casos tenham sido calculadas no capítulo II.

Por problemas de precisão, o quinto termo da função fundamental das estruturas com um tramo com apoio inicial livre e final engastado (balanço), conduz a resultados absurdos e por este motivo o programa, para estruturas desse tipo, utiliza no máximo 4 termos, mesmo se o usuário pedir 5.

III.11 - Exemplos

Os exemplos mostrados foram retirados das publicações indicadas na bibliografia, para efeito de comparação entre os resultados obtidos através do programa e os resultados dos outros métodos de cálculo.

1º exemplo:

Este exemplo foi retirado de Billington (2) e é o mesmo exemplo do capítulo II, mostrado na figura 2.35.

Foram feitos processamentos para 1, 3 e 5 termos da função fundamental e as tensões e momentos obtidos estão mostrados na tabela 4, juntamente com os resultados obtidos por Billington.

O método utilizado por Billington utiliza a função seno como função de aproximação para as cargas apenas no cálculo do efeito "chapa" e para o efeito "placa" a carga utilizada é a real, ou seja, uniformemente distribuída. Daí decorrem algumas das diferenças entre os dois métodos, verificadas na tabela, principalmente para o 1º termo da função fundamental.

Foram processados também mais dois carregamentos, cada um com 1 e 5 termos da função fundamental. O primeiro carregamento é composto de uma diferença de temperatura de 10°C entre as faces de todos os elementos, sendo o aumento na face inferior. O segundo carregamento corresponde à combinação dos dois anteriores. A tabela 5 mostra os resultados obtidos através do programa, mas não compara com o método de Billington, pois ele não aceita carregamentos com efeitos térmicos.

Embora as diferenças de temperatura sejam carregamentos frequentemente desprezados na prática, a tabela 5 mostra que os seus efeitos não são desprezíveis, principalmente os momentos transversais positivos.

Scordelis (10) calcula a mesma estrutura, com dois tramos,

	Billington	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	10,22	10,71	10,40	10,38
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,24	0,37	0,33	0,33
σ_z na aresta 2 (MPa)	-1,97	-2,15	-2,03	-2,02
σ_z na aresta 3 (MPa)	-1,03	-1,01	-1,06	-1,06
M_s na aresta 2 (kNm/m)	-4,29	-5,14	-4,65	-4,51
M_s na aresta 3 (kNm/m)	-9,36	-10,07	-9,45	-9,34

TABELA 4 - Tensões e momentos do 19 exemplo em $z = \ell/2$, para o carregamento igual ao de Billington.

	Dif.de temp. (1 termo)	Dif.de temp. (5 termos)	Δt + cargas (1 termo)	Δt + cargas (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	1,24	1,16	11,95	11,54
σ_z na aresta 1 (MPa)	-0,60	-0,54	-0,23	-0,20
σ_z na aresta 2 (MPa)	0,02	-0,03	-2,13	-2,05
σ_z na aresta 3 (MPa)	0,27	0,32	-0,74	-0,75
M_s na aresta 2 (kNm/m)	2,15	1,57	-2,99	-2,94
M_s na aresta 3 (kNm/m)	3,59	3,03	-6,48	-6,31

TABELA 5 - Tensões e momentos do 19 exemplo em $z = \ell/2$, para as cargas indicadas na primeira linha da tabela.

$$1 \text{ kNm/m} = 1000 \text{ N/m/m} = 100 \text{ kgf/m/m} = 100 \text{ kgf/cm/cm}$$

$$\sigma = \frac{6M}{b d^2} = \frac{6 \times 601}{1 \times 100} \approx 37,8 \text{ kgf/cm}^2$$

por intermédio de dois programas: o primeiro baseado no método dos elementos finitos e o segundo através de séries de funções semelhantes às funções fundamentais do método de Vlassov, com 95 termos.

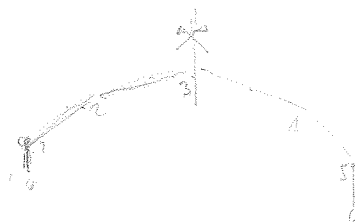
Os carregamentos são iguais para os dois tramos e os resultados obtidos estão mostrados nas tabelas 6 e 7.

Algumas hipóteses básicas do método de Vlassov, como por exemplo, momento nulo nas arestas 1 e 5 e sobre todo o apoio intermediário e distribuição linear das tensões σ_z em uma mesma lâmina, não são seguidas nos programas de Scordelis. Isto explica algumas diferenças nos valores obtidos por esses métodos.

MÉTODOS

	Scordelis (MEF)	Scordelis (Séries)	Programa (1 termo)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	5,21	5,48	5,73	5,46
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,10	0,14	0,09	0,05
σ_z na aresta 2 (MPa)	-1,08	-1,15	-1,21	-1,08
σ_z na aresta 3 (MPa)	-0,59	-0,59	-0,27	-0,33
M_s na aresta 0 (kNm/m)	0	0	0	0
M_s na aresta 1 (kNm/m)	0,680	0,499	0	0
M_s na aresta 2 (kNm/m)	-2,177	-2,994	-3,828	-2,561
M_s na aresta 3 (kNm/m)	-5,489	-6,623	-7,393	-6,253

TABELA 6 - Tensões e momentos do 1º exemplo (2 tramos) em $z = l_1/2$.



	Scordelis (MEF)	Scordelis (Séries)	Programa (1 termo)	Programa (5 termo)
σ_z na aresta 0 (MPa)	-11,34	-12,45	-9,80	-10,62
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,66	0,25	-0,16	-0,25
σ_z na aresta 2 (MPa)	2,79	3,24	2,07	2,38
σ_z na aresta 3 (MPa)	1,37	1,54	0,47	0,33
M_s na aresta 0 (kNm/m)	0,363	2,948	0	0
M_s na aresta 1 (kNm/m)	0,499	0,998	0	0
M_s na aresta 2 (kNm/m)	-0,953	-3,583	0	0
M_s na aresta 3 (kNm/m)	-0,680	-1,814	0	0

TABELA 7 - Tensões e momentos do 1º exemplo (2 tramos) no apoio intermediário

2º exemplo:

Da referência (1), temos este exemplo, cuja seção transversal é mostrada na figura 3.3.

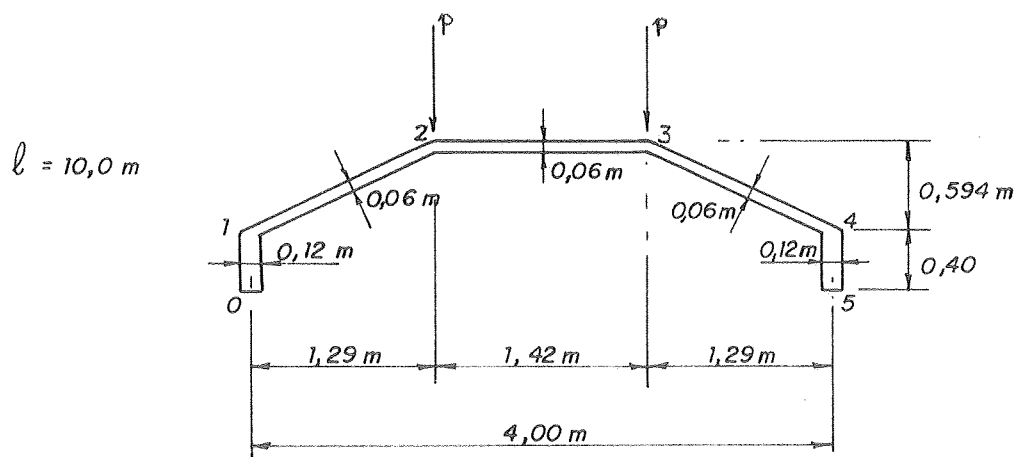


Figura 3.3 - Seção transversal do 2º exemplo

A carga p é igual a 1,0 kN/m e é uniformemente distribuída nas arestas 2 e 3.

Na referência (1), a estrutura foi calculada pelo método de Vlasov com 1 termo da função fundamental, considerando três condições de vinculação longitudinal: apoios articulados, engastados e articulado/engastado.

	Grekow (1 termo)	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (3 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	0,095	0,095	0,105	0,105
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,403	0,403	0,383	0,382
σ_z na aresta 2 (MPa)	-0,342	-0,341	-0,329	-0,328
M_s na aresta 2 (kNm/m)	0,242	0,241	0,239	0,239

TABELA 8 - Tensões e momentos do 2º exemplo em $z = l/2$, considerando-se os apoios articulados.

	Grekow (1 termo)	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	0,111	0,110	0,126	0,126
σ_z na aresta 1 (MPa)	-0,341	-0,341	-0,372	-0,372
σ_z na aresta 2 (MPa)	0,235	0,235	0,256	0,256
M_s na aresta 2 (kNm/m)	0	0	0	0

TABELA 9 - Tensões e momentos do 2º exemplo em $z = 0$, considerando-se os apoios engastados.

	Grekow (1 termo)	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	- ϵ	-0,067	-0,056	-0,056
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,208	0,207	0,185	0,185
σ_z na aresta 2 (MPa)	-0,143	-0,143	-0,128	-0,128
M_s na aresta 2 (kNm/m)	0,088	0,088	0,086	0,086

TABELA 10 - Tensões e momentos do 2º exemplo em $z = l/2$, considerando-se os apoios engastados.

	Grekow (1 termo)	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	+ ϵ	0,068	0,092	0,098
σ_z na aresta 1 (MPa)	-0,447	-0,447	-0,498	-0,509
σ_z na aresta 2 (MPa)	0,330	0,330	0,363	0,370
M_s na aresta 2 (kNm/m)	0	0	0	0

TABELA 11 - Tensões e momentos do 2º exemplo em $z = \ell$, considerando-se o apoio inicial articulado e o apoio final engastado.

	Grekow (1 termo)	Programa (1 termo)	Programa (3 termos)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	-0,045	-0,045	-0,033	-0,035
σ_z na aresta 1 (MPa)	0,296	0,296	0,272	0,276
σ_z na aresta 2 (MPa)	-0,219	-0,219	-0,203	-0,206
M_s na aresta 2 (kNm/m)	0,150	0,149	0,147	0,147

TABELA 12 - Tensões e momentos do 2º exemplo em $z = 0,4\ell$, considerando-se o apoio inicial articulado e o apoio final engastado.

Utilizando-se o programa, calculou-se a estrutura para as mesmas condições de apoio, com um, três e cinco termos da função fundamental. Os resultados comparativos estão mostrados nas tabelas 8 a 12.

Os valores das tabelas mostram que para 3 e 5 termos da função fundamental, os esforços quase não se modificam para a estrutura em estudo.

As diferenças nos esforços obtidos entre um e cinco termos da função não é muito grande para as tensões σ_z (cerca de 10% em média), enquanto que para os momentos transversais elas são praticamente nulas.

3º exemplo:

Ramaswamy (3) adota o método de Simpson para o cálculo de cascas prismáticas contínuas, como por exemplo a estrutura da figura 3.4, calculada dessa maneira. Essa mesma estrutura foi calculada através do programa para 1 e 5 termos da função fundamental e os resultados são mostrados nas tabelas 13 e 14.

As cargas mostradas na figura 3.5 são uniformemente distribuídas nas lâminas e nas arestas. Foi suposto que a estrutura é simplesmente apoiada nas extremidades transversais.

As tensões σ_z no meio do 1º tramo são bem parecidas para os dois métodos, enquanto que os momentos na aresta 2, considerando-se 5 termos da função fundamental para o método de Vlassov, são menores que os do método de Simpson. Isto não significa muita coisa, pois, os momentos nos outros pontos do tramo são bem maiores, ou seja, os momentos máximos no tramo para os dois métodos são bem parecidos.

No apoio intermediário, as tensões normais variam bastante entre os dois métodos. Isto pode ser explicado pela diferença de hipóteses de cálculo, já que o método de Vlassov admite momento nulo nos apoios.

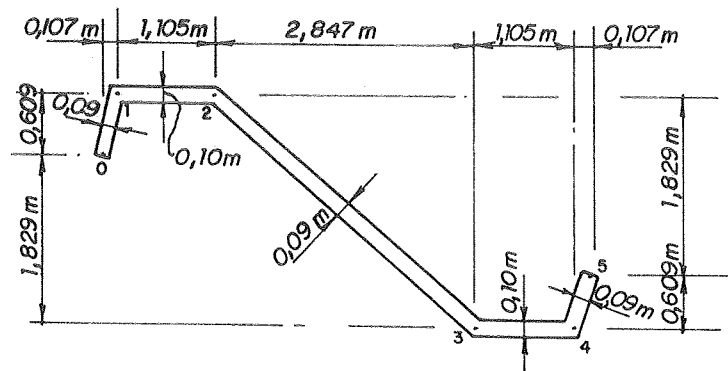
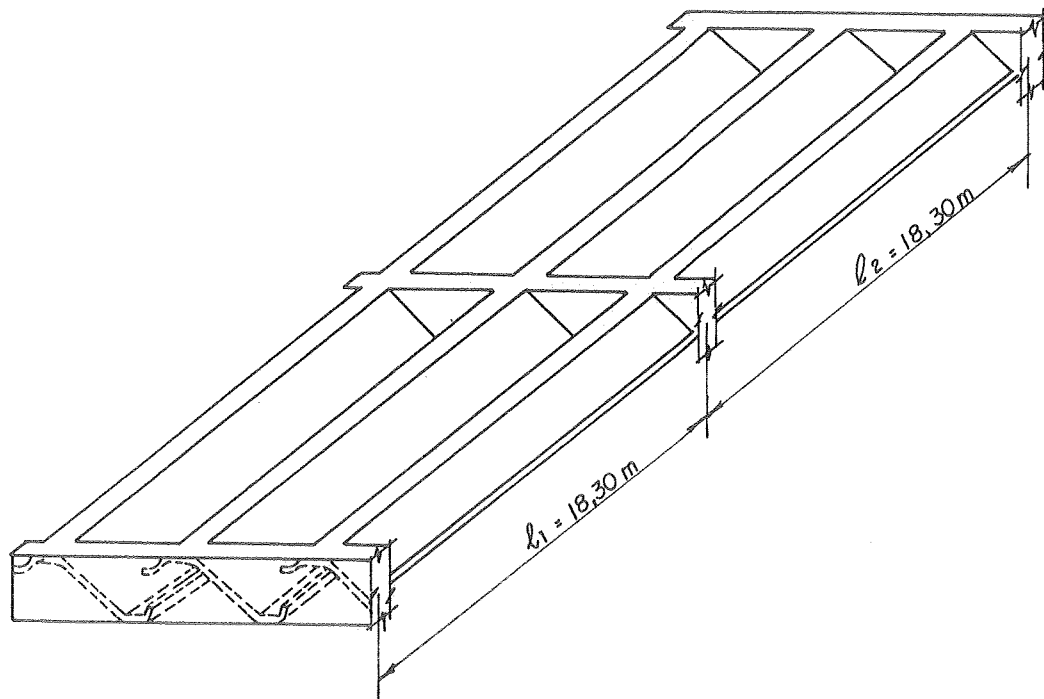


Figura 3.4 - Exemplo de Ramaswami (3)

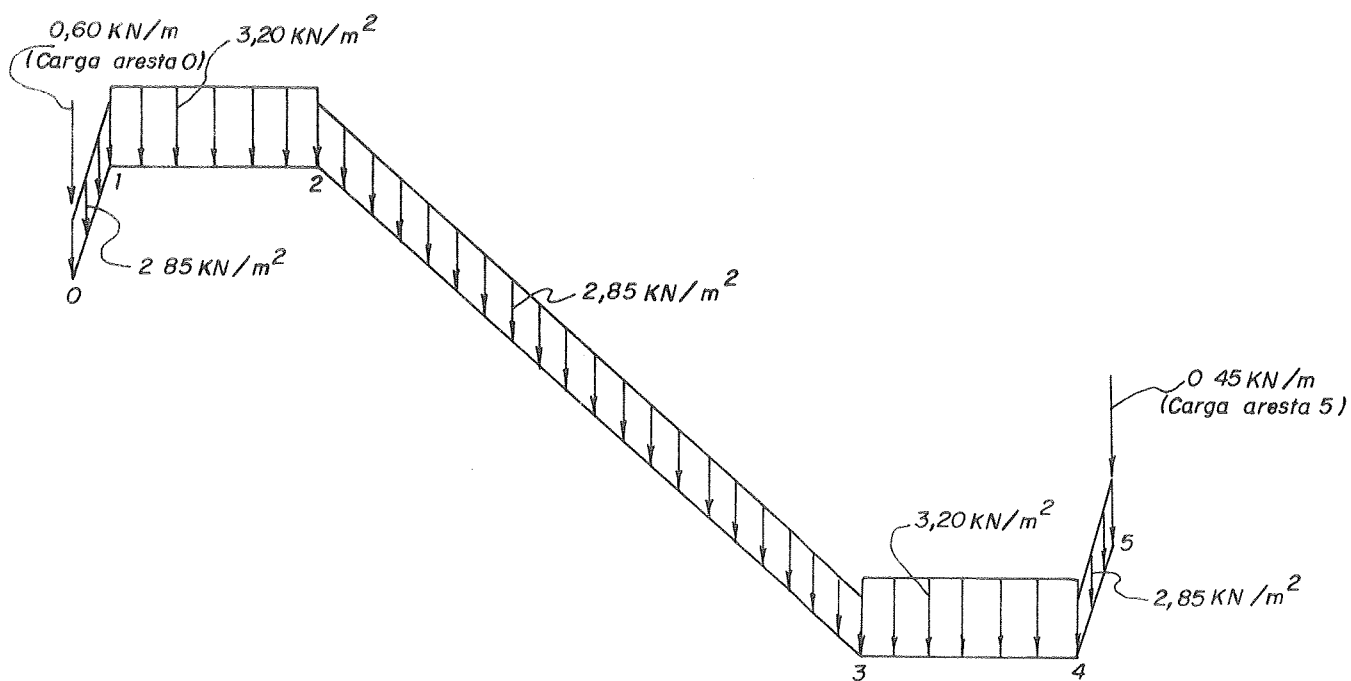


Figura 3.5 - Cargas aplicadas na estrutura da figura 3.4

	Ramaswamy	Programa (1 termo)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	5,372	5,537	5,417
σ_z na aresta 1 (MPa)	1,076	1,389	1,214
σ_z na aresta 2 (MPa)	-3,515	-3,685	-3,450
σ_z na aresta 3 (MPa)	3,466	3,664	3,429
σ_z na aresta 4 (MPa)	-1,027	-1,372	-1,189
σ_z na aresta 5 (MPa)	-5,273	-5,424	-5,323
M_s na aresta 1 (kNm/m)	-0,159	-0,197	-0,136
M_s na aresta 2 (kNm/m)	-1,139	-1,227	-0,402
M_s na aresta 3 (kNm/m)	0,925	-1,091	-0,276
M_s na aresta 4 (kNm/m)	-0,145	-0,178	-0,123

TABELA 13 - Tensões e momentos do exemplo 3 em $z = \ell_1/2$.

	Ramaswamy	Programa (1 termo)	Programa (5 termos)
σ_z na aresta 0 (MPa)	-5,512	-9,474	-9,909
σ_z na aresta 1 (MPa)	-6,025	-2,377	-2,835
σ_z na aresta 2 (MPa)	8,676	6,304	6,966
σ_z na aresta 3 (MPa)	-8,774	-6,270	-6,931
σ_z na aresta 4 (MPa)	6,700	2,348	2,822
σ_z na aresta 5 (MPa)	4,197	9,281	9,673
M_s na aresta 1 (kNm/m)	-0,076	0	0
M_s na aresta 2 (kNm/m)	-0,698	0	0
M_s na aresta 3 (kNm/m)	-0,702	0	0
M_s na aresta 4 (kNm/m)	-0,044	0	0

TABELA 14 - Tensões e momentos do 3º exemplo no apoio intermediário.

IV. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O programa elaborado neste trabalho mostrou-se muito bom para o cálculo de cascas prismáticas, pois, além de resolver estruturas de um tramo com várias condições de apoio, ele resolve estruturas de dois tramos de uma forma muito mais próxima da realidade que a maioria dos outros métodos existentes, que algumas vezes fazem aproximações até certo ponto incompatíveis com o comportamento da estrutura.

Além disso, as cargas aceitas pelo programa cobrem praticamente todas as condições de carregamento existentes, inclusive efeitos térmicos.

Isto abre um campo de pesquisa muito bom, pois, com o programa podem ser estudados:

- a influência das condições de vinculação sobre os esforços e deslocamentos internos das estruturas encontradas na prática, já que nem sempre os vínculos podem ser perfeitamente definidos.
- os efeitos térmicos, que como foi visto no 1º exemplo do capítulo III, podem ser importantes no dimensionamento, principalmente em coberturas;
- as cascas cilíndricas com qualquer seção transversal, pois elas podem ser aproximadas por cascas prismáticas, variando-se o número de lâminas até a precisão desejada;
- o número de termos da função fundamental necessário para um bom resultado da análise, economizando-se tempo de processamento em outros problemas semelhantes.

Deve-se notar que esse programa foi feito para microcomputadores de pequeno porte, apresentando alguns problemas próprios desses equipamentos, tais como pouca capacidade de memória e precisão numérica relativamente baixa (9 dígitos significativos). Por outro lado, o

seu desempenho pode ser equiparado, dentro das condições por ele aceitas, aos programas que utilizam o método dos elementos finitos para resolver estruturas semelhantes, os quais são muito mais dispendiosos e necessitam de grandes computadores, além de um trabalho muito maior na entrada de dados e elaboração de malhas.

Para a sequência deste trabalho, são sugeridos:

- a dedução das equações para as condições de contorno referentes a três, quatro ou mais tramos e a implantação das mesmas no programa;
- a implantação de carregamentos de protensão no programa; X *problema do programa*
- a automatização, pelo programa, dos carregamentos mais corriqueiros, como por exemplo peso próprio, vento, etc.;
- a introdução de rotinas para dimensionamento de armaduras, utilizando-se os esforços calculados;
- a adaptação do método de Vlasov para cascas curtas;
- a introdução de rotinas para o cálculo dos coeficientes geométricos e das cargas para lâminas com espessura variável;
- a tradução do programa para linguagens que utilizam o sistema operacional CP/M, pois, este sistema é aceito por um número muito maior de microcomputadores e trabalha com precisão numérica maior.

BIBLIOGRAFIA

- (1) Grekow, A.; Isnard, V.; Mrozowicz, P., "Formulário del Ingeniero", Capítulo II - 2a. parte, Urmo S.A., Bilbao, 1976.
- (2) Billington, D.P., "Thin Shell Concrete Structures", McGraw-Hill Inc., 1965.
- (3) Ramaswamy, G.S., "Design and Construction of Concrete Shell Roofs", MacGraw-Hill Inc., 1968
- (4) Ciloni, A.D., "Contribuição ao Estudo das Estruturas em Folhas Prismáticas", dissertação de mestrado apresentada à EESC-USP, São Carlos, 1984.
- (5) Baikov, V.M., "Reinforced Concrete Structures", Mir Publishers, Moscow, 1978.
- (6) Rekach, V.G., "Static Theory of Thin - Walled Space Structures", Mir Publishers, Moscow, 1978.
- (7) Faria, A.M., "Processo Discreto de Análise de Estruturas Constituídas de Chapas", dissertação de mestrado apresentada à EESC-USP, São Carlos, 1976.
- (8) Kardestuncer, H., "Elementary Matrix Analysis of Structures", MacGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 1974.
- (9) Vlassov, B.Z., "Pièces Longues en Voiles Minces", Eyrolles, Paris, 1962.
- (10) Scordelis, A.C., "Analysis of Cylindrical Shells and Folded Plates", trabalho apresentado no Symposium on Concrete Thin Shells, 66th ACI Annual Convention, New York City, 1970 e publicado em ACI Publication SP-28, "Concrete Thin Shells", 2a. impressão, Detroit, 1980.
- (11) Belluzzi, O., "Ciencia de la Construcción", Aguillar S.A., Madri, 1973.
- (13) Juliani, M.A.C./Bastos, R.G., "Cálculo de Cascas Prismáticas pelo Método de Vlassov", trabalho apresentado na EESC-USP como requisito da disciplina SET-825 - "Seminário de Estruturas em Casca", São Carlos, 1980.

APÊNDICE A

LISTAGEM DO PROGRAMA

JLOAD CASCACONTI
JLIST

```

10 DIM XC(16),DK(16),PS(16),FI(16),H(16),C1(1,4),C2(1,4),C3(1,4),C4(1,4),FK(4),MM(16,4),RP(16,4),TF(13,4)
20 DIM KR(29,5),U(1,4),B(29),SS(16,4),SR(29,5),L(1),H2(1,4),B1(1),IH(4),PA(4),PB(4),MO(2,15,4)
30 HOME
40 DIM SK(16,4),TK(4,15,4),VK(16,4),NK(4,15,4),UK(16,4),PN(4),PH(4),PD(4)
50 REM *****LEITURA DOS DADOS GEOMETRICOS E CALCULO DOS ANGULOS PSI,FI E DAS LARGURAS DAS LAMINAS*****
60 INPUT "IDENTIFICACAO DA ESTRUTURA ?";ID#: HOME
70 INPUT "NUM. DE LAMINAS = ?";NZ;
80 NZ = 2 * NZ - 3
90 PRINT "FORNECA AS COORDENADAS X E Y DAS ARESTAS"
100 FOR I = 0 TO NZ: PRINT
110 PRINT "ARESTA ";I
120 INPUT "X=?";XC(I): INPUT "Y=?";YC(I)
130 NEXT I
140 FOR I = 1 TO NZ
150 IF XC(I) < > YC(I - 1) THEN 180
160 IF YC(I) > YC(I - 1) THEN PS(I) = - 3.141593 / 2: GOTO 190
170 PS(I) = 3.14159 / 2: GOTO 190
180 PS(I) = - ATN ((YC(I) - YC(I - 1)) / (XC(I) - XC(I - 1)))
190 DK(I) = SQR ((YC(I) - YC(I - 1)) ^ 2 + ((XC(I) - XC(I - 1)) ^ 2))
200 NEXT I
210 FOR I = 1 TO NZ - 1:FI(I) = PS(I) - PS(I + 1)
220 NEXT I
230 INPUT "MOD. DE ELAST. = ?";E
240 INPUT "COEF. DE DILATAÇAO TERMICA=?";AL
250 HOME: PRINT "FORNECER ESPESURAS DAS LAMINAS"
260 FOR I = 1 TO NZ: PRINT
270 PRINT "LAMINA ";I; " ?"
280 INPUT " ";H(I)
290 NEXT I
300 REM *****MONTAGEM DA MATRIZ KR PARA OS TERMOS CORRESPONDENTES AS REACOES FICTICIAS DEVIDAS AOS MOMENTOS DESCONHECIDOS*****
310 I = 0: GOSUB 530:KR(0,2) = RM
320 FOR I = 1 TO NZ - 3
330 GOSUB 510:KR(2 * I - 1,1) = RM
340 IF I = NZ - 3 GOTO 380
350 GOSUB 530
360 KR(2 * I - 1,3) = RM
370 NEXT I
380 FOR I = 2 TO NZ - 2
390 GOSUB 480:KR(2 * I - 2,1) = RM:GOSUB 510
400 IF I = NZ - 2 THEN J1 = 2:J2 = 3: GOTO 440
410 J1 = 3
420 IF I = NZ - 2 THEN J2 = 4: GOTO 440
430 J2 = 5
440 KR(2 * I - 2,J1) = RM
450 GOSUB 530:KR(2 * I - 2,J2) = RM
460 NEXT I:GOTO 580
470 REM *****SUBROTINAS PARA O CALCULO DAS REACOES FICTICIAS DEVIDAS AOS MOMENTOS DESCONHECIDOS*****
480 RM = (1 / TAN (FI(I) - 1)) + 1 / TAN (FI(I)) / (DK(I) ^ 2) + 2 / (DK(I) * DK(I + 1) * SIN (FI(I)))
490 RM = RM + (1 / TAN (FI(I)) + 1 / TAN (FI(I + 1))) / (DK(I + 1) ^ 2)
500 RETURN
510 RM = -(1 / TAN (FI(I)) + 1 / TAN (FI(I + 1))) + DK(I) * SIN (FI(I)) + DK(I + 1) / (DK(I + 1) * SIN (FI(I + 1)
))) / (DK(I + 1) ^ 2)
520 RETURN
530 RM = 1 / (DK(I + 1) * DK(I + 2) * SIN (FI(I + 1)))
540 RETURN
550 REM *****MONTAGEM DA MATRIZ KR PARA OS TERMOS CORRESPONDENTES AOS GIROS DAS ARESTAS DEVIDOS AOS MOMENTOS DESCONHECIDOS*****
560 I = NZ - 2
570 KR(2 * I - 2,0) = - 4 * (DK(I) / (H(I) ^ 3) + DK(I + 1) / (H(I + 1) ^ 3))
580 IF NZ = 4 GOTO 640

```

```

590 FOR I = 2 TO NZ
600 KR(2 * I - 2, 0) = - 4 * DK(I) / (H(I) / 3) + DK(I + 1) / (H(I + 1) / 3)
610 KR(2 * I - 2, 2) = - 2 * DK(I + 1) / (H(I + 1) / 3)
620 NEXT I
630 REM *****MONTAGEM DA MATRIZ KR PARA OS TERMOS CORRESPONDENTES AS REACAOES FICTICIAS DEVIDAS AS TENSOES NORMAIS INCOGNITAS*****
640 KR(0, 0) = H(1) * DK(1) / 3
650 KR(0, 1) = KR(0, 0) / 2
660 KR(2 * NZ - 3, 0) = (H(NZ) * DK(NZ)) / 3
670 KR(2 * NZ - 4, 0) = (H(NZ) - 1) * DK(NZ - 1) + H(NZ) * DK(NZ) / 3
680 KR(2 * NZ - 4, 1) = KR(2 * NZ - 3, 0) / 2
690 KR(2 * NZ - 5, 0) = (H(NZ) - 2) * DK(NZ - 2) + H(NZ - 1) * DK(NZ - 1) / 3
700 KR(2 * NZ - 5, 1) = (H(NZ) - 1) * DK(NZ - 1) / 6
710 FOR I = 1 TO NZ - 3
720 KR(2 * I - 1, 0) = (H(I) * DK(I) + H(I + 1) * DK(I + 1)) / 3
730 KR(2 * I - 1, 2) = (H(I + 1) * DK(I + 1)) / 6
740 NEXT I
750 REM *****LEITURA DOS DADOS RESTANTES E SELECAO DA SUBROTINA P/ CALCULO DAS CONSTANTES DA FUNCAO FUNDAMENTAL*****
760 DEF FN SH(Z) = ( EXP (Z) - EXP (- Z) ) / 2
770 DEF FN CH(Z) = ( EXP (Z) + EXP (- Z) ) / 2
780 HOME : INPUT "NUM. DE TRAMOS=?":NVZ: PRINT : PRINT
790 INPUT "NUM. DE TERMOS DA FUNCAO FUNDAMENTAL=?":MZ: PRINT : PRINT
800 IF NVZ = 1 THEN 870
810 INPUT "COMPR. DO TRAMO NUM. 1=?":L(0): PRINT : INPUT "COMPR. DO TRAMO NUM. 2=?":L(1)
820 HOME : PRINT "APOIO INICIAL=?"
830 INPUT "ARTICULADO=1 ENGASTADO=2 ":IJZ
840 PRINT : PRINT "APOIO FINAL=?"
850 INPUT "ARTICULADO=1 ENGASTADO=2 ":IJZ
860 GOTO 970
870 INPUT "VAO DA ESTRUTURA=?":L(0)
880 HOME : PRINT "APOIO INICIAL=?"
890 INPUT "LIVRE=0 ARTICULADO=1 ENGASTADO=2":IJZ
900 PRINT : PRINT "APOIO FINAL=?"
910 INPUT "ARTICULADO=1 ENGASTADO=2":IJZ
920 IF IJZ = 0 THEN GOSUB 1190: GOTO 1290
930 IF IJZ = 1 THEN GOTO 950
940 GOSUB 1060: GOTO 1290
950 IF IJZ = 1 THEN GOSUB 1020: GOTO 1290
960 GOSUB 1140: GOTO 1290
970 IF IJZ = 1 GOTO 990
980 GOSUB 2990: GOTO 1290
990 IF IJZ = 1 THEN GOSUB 2890: GOTO 1290
1000 GOSUB 3100: GOTO 1290
1010 REM *****SUBROTINA PARA O CALCULO DAS CONSTANTES P/ ESTRUTURAS COM 1 TRAMO E APOIOS ARTICULADOS*****
1020 FOR I = 0 TO MZ - 1
1030 C1(0, I) = 1:U(0, I) = (2 * I + 1) * 3.14159: NEXT I
1040 RETURN
1050 REM *****SUBROTINA PARA O CALCULO DAS CONSTANTES P/ ESTRUTURAS COM 1 TRAMO E APOIOS ENGASTADOS*****
1060 W7 = 1: FOR I = 1 TO MZ
1070 IF I = 1 THEN U(0, 0) = 4.73604:GOTO 1090
1080 U(0, I - 1) = (2 * I + 1) * 3.14159 / 2
1090 C1(0, I - 1) = 1
1100 C2(0, I - 1) = FN SH(U(0, I - 1)) / ( CDS (U(0, I - 1)) - FN CH(U(0, I - 1)) )
1110 C3(0, I - 1) = 1: C4(0, I - 1) = 0: NEXT I
1120 RETURN
1130 REM *****SUBROTINA P/ O CALCULO DAS CONSTANTES P/ ESTRUTURAS COM 1 TRAMO, SENDO O PRIM. APOIO ARTIC. E O SEGUNDO ENGAST.****
1140 FOR I = 1 TO MZ
1150 U(0, I - 1) = (4 * I + 1) * 3.14159 / 4: C1(0, I - 1) = 1
1160 C3(0, I - 1) = - ((- 1) ^ I) / (SGR (2) * FN SH(U(0, I - 1))) : NEXT I
1170 RETURN
1180 REM *****SUBROTINA P/ O CALCULO DAS CONSTANTES P/ ESTRUTURAS COM 1 TRAMO, SENDO O PRIM. APOIO LIVRE E O SEGUNDO ENGAST.****
1190 IF MZ = 5 THEN MZ = 4
1200 FOR I = 1 TO MZ
1210 IF I = 1 THEN U(0, 0) = 1.8751: GOTO 1240
1220 IF I = 2 THEN U(0, 1) = 4.69409: GOTO 1240

```

```

1230 U(O,I - 1) = (2 * I) - 1) * 3.14159 / 2
1240 C1(O,I - 1) = 1
1250 C2(O,I - 1) = - ( SIN (U(O,I - 1)) + FN SH(U(O,I - 1)) * COS (U(O,I - 1)) + FN CH(U(O,I - 1)) )
1260 C3(O,I - 1) = 1:C4(O,I - 1) = C2(O,I - 1) * NEXT I
1270 RETURN
1280 REM *****CALCULO DAS INTEGRALIS DO QUADRADO DAS FUNCOES FUNDAMENTAIS P/ TODOS OS TRAMOS E TERMOS*****
1290 FOR J = 0 TO 1
1300 IF J > NVZ - 1 GOTO 3210
1310 FOR I = 0 TO MZ - 1
1320 H2(J,I) = C1(O,I) / 2 * ( U(O,I) + U(O,I) ) * C2(J,I) + C3(J,I) * ( FN SH(U(O,I)) + FN CH(U(O,I)) ) / 2 * U(O,I) ^ 2 * ( FN SH(U(O,I)) * C4(J,I) - .5) + ( FN SH(U(O,I)) * C4(J,I) - .5) * ( FN CH(U(O,I)) ) / U(O,I)
1330 H2(J,I) = H2(J,I) + C3(J,I) * C2(J,I) * ( ( SIN (U(O,I)) ) ^ 2 / U(O,I) + C3(J,I) * C2(J,I) * ( FN CH(U(O,I)) ) ^ 2 / U(O,I) + C3(J,I) * C2(J,I) * ( FN SH(U(O,I)) ) / U(O,I) )
1340 H2(J,I) = H2(J,I) + C1(O,I) * C2(J,I) * ( ( SIN (U(O,I)) ) ^ 2 / U(O,I) + C3(J,I) * C2(J,I) * ( FN CH(U(O,I)) ) ^ 2 / U(O,I) + C3(J,I) * C2(J,I) * ( FN SH(U(O,I)) ) / U(O,I) )
1350 H2(J,I) = H2(J,I) + C1(O,I) * C3(J,I) * ( FN CH(U(O,I)) ) * SIN (U(O,I)) - FN SH(U(O,I)) * COS (U(O,I)) / U(O,I)
1360 H2(J,I) = H2(J,I) + C1(O,I) * C4(J,I) * ( FN SH(U(O,I)) ) * SIN (U(O,I)) - FN CH(U(O,I)) * COS (U(O,I)) / U(O,I)
1370 H2(J,I) = H2(J,I) + C2(J,I) * C3(J,I) * ( FN CH(U(O,I)) ) * COS (U(O,I)) + FN SH(U(O,I)) * SIN (U(O,I)) - 1) / U(O,I)
1380 H2(J,I) = H2(J,I) + C2(J,I) * C4(J,I) * ( FN SH(U(O,I)) ) * COS (U(O,I)) + FN CH(U(O,I)) * SIN (U(O,I)) / U(O,I)
1390 H2(J,I) = H2(J,I) * L(J): NEXT I: NEXT J: GOTO 3210
1400 REM *****LEITURA DOS DADOS DAS CARGAS NAS ARESTAS E SELECAO DA SUBROTINA APROPRIADA P/ CADA CARGA*****
1410 GOSUB 5360
1420 FOR J1 = 1 TO 2
1430 IF J1 > NVZ GOTO 2870
1440 HOME: PRINT "CARGAS NO TRAMO ";J1: PRINT : PRINT : PRINT
1450 INPUT "NUM. DE ARESTAS CARREGADAS=";NAZ
1460 P9 = 1
1470 IF NAZ = 0 GOTO 1580
1480 FOR I = 1 TO NAZ
1490 PRINT : PRINT : INPUT "NUM. DA ARESTA, NUM. DE CARGAS=";N1Z,NCZ
1500 FOR J = 1 TO NCZ
1510 INPUT "TIPO DE CARGA=";ITZ
1520 IF ITZ = 1 THEN GOSUB 1740: GOTO 1560
1530 IF ITZ = 2 THEN GOSUB 1870: GOTO 1560
1540 IF ITZ = 3 THEN GOSUB 2020: GOTO 1560
1550 GOSUB 2170
1560 NEXT J: NEXT I
1570 REM *****LEITURA DOS TIPOS DAS CARGAS NAS LAMINAS NO SENT. LONG. E SELECAO DA SUBROTINA APROPRIADA P/ CADA CARGA*****
1580 HOME: INPUT "NUM. DE LAMINAS CARREGADAS=";NEZ
1590 P9 = 0
1600 IF NEZ = 0 GOTO 1720
1610 FOR I = 1 TO NEZ
1620 PRINT
1630 PRINT : INPUT "NUM. DA LAMINA, NUM. DE CARGAS=";N2Z,NCZ
1640 FOR J = 1 TO NCZ
1650 INPUT "TIPO DA CARGA = ?";ITZ
1660 IF ITZ = 1 THEN GOSUB 2670: GOTO 1710
1670 IF ITZ = 2 THEN GOSUB 3320: GOTO 1710
1680 IF ITZ = 3 THEN GOSUB 3500: GOTO 1710
1690 IF ITZ = 4 THEN GOSUB 3680: GOTO 1710
1700 GOSUB 3820
1710 NEXT J: NEXT I
1720 NEXT I
1730 REM *****SUBROTINA P/ CARGAS UNIF. DISTR. NAS ARESTAS ; LEITURA DOS DADOS E CALCULO DOS PK*****
1740 PRINT "CARGA UNIF. DISTRIBUIDA": INPUT "CARGA P=";P
1750 INPUT "INCLINACAO DA CARGA (EM GRAUS)=";ANG
1760 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=";A
1770 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=";L
1780 GOSUB 5720
1790 FOR K = 0 TO MZ - 1
1800 IF M7 = 0 THEN 1820
1810 IF K = 3 THEN PK(K) = 0: GOTO 1850
1820 U1 = U(J1 - 1,K) * ( A + C ) / L(J1 - 1,K) + U(J1 - 1,K) * A / L(J1 - 1)
1830 PK(K) = - C1(J1 - 1,K) * ( COS (U1) - COS (U2) ) + C2(J1 - 1,K) * ( SIN (U1) - SIN (U2) ) + C3(J1 - 1,K) * ( FN CH(U1) - FN CH(U2) ) + C4(J1 - 1,K) * ( FN SH(U1) - FN SH(U2) )
1840 PK(K) = PK(K) * P * L(J1 - 1) / ( U(J1 - 1,K) * ( H2(O,K) + H2(1,K) ) )
1850 NEXT K: GOTO 2290

```

```

1860 REM *****SUBROTINA P/ CARGAS TRIANG. O A F NAS ARESTAS ; LEITURA DOS DADOS E CALCULO DOS PKM*****
1870 PRINT "CARGA TRIANGULAR O A P:"; INPUT "CARGA P=?";P
1880 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=?";AF
1890 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=?";A
1900 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?";C
1910 GOSUB 5720
1920 FOR K = 0 TO M% - 1
1930 IF W7 = 0 THEN 1950
1940 IF K = 3 THEN PK(K) = 0: GOTO 2000
1950 U1 = U(J1 - 1,K) * (A + C) / L(J1 - 1)
1960 U2 = U(J1 - 1,K) * A / L(J1 - 1):U3 = C * U(J1 - 1,K) / L(J1 - 1)
1970 PK(K) = (C1(J1 - 1,K) * U3 + C2(J1 - 1,K) * U1) + (C3(J1 - 1,K) * U3 + C4(J1 - 1,K) * U2)
1980 PK(K) = PK(K) + (U3 * C3(J1 - 1,K) - C4(J1 - 1,K)) * FN CH(U1) - C1(J1 - 1,K) * SIN(U2) - C2(J1 - 1,K) * COS(U2) + C3(J1 - 1,K) * FN SH(U2) + C4(J1 - 1,K) * FN CH(U2)
1990 PK(K) * P * L(J1 - 1) / (U(J1 - 1,K) * U3 * (H2(0,K) + H2(1,K)))
2000 NEXT K: GOTO 2290
2010 REM *****SUBROTINA P/ CARGAS TRIANG. P A O NAS ARESTAS ; LEITURA DOS DADOS E CALCULO DOS PKM*****
2020 PRINT "CARGA TRIANGULAR P A O:"; INPUT "CARGA P=?";P
2030 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=?";AF
2040 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=?";A
2050 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?";C
2060 GOSUB 5720
2070 FOR K = 0 TO M% - 1
2080 IF W7 = 0 THEN 2100
2090 IF K = 3 THEN PK(K) = 0: GOTO 2150
2100 U1 = U(J1 - 1,K) * (A + C) / L(J1 - 1)
2110 U2 = U(J1 - 1,K) * A / L(J1 - 1):U3 = C * U(J1 - 1,K) / L(J1 - 1)
2120 PK(K) = (C1(J1 - 1,K) * U3 + 2 * U3 * C2(J1 - 1,K)) * SIN(U1) + (C2(J1 - 1,K) - 2 * U3 * C1(J1 - 1,K)) * COS(U1) + (2 * U3 * C4(J1 - 1,K) - C3(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (2 * U3 * C3(J1 - 1,K) - C4(J1 - 1,K)) * FN CH(U1)
2130 PK(K) = PK(K) + (C1(J1 - 1,K) * U3 + U3 * C2(J1 - 1,K)) * SIN(U2) - (C2(J1 - 1,K) - U3 * C1(J1 - 1,K)) * COS(U2) + (C3(J1 - 1,K) - U3 * C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U2) + (C4(J1 - 1,K) - U3 * C3(J1 - 1,K)) * FN CH(U2)
2140 PK(K) = PK(K) * P * L(J1 - 1) / (U(J1 - 1,K) * U3 * (H2(0,K) + H2(1,K)))
2150 NEXT K: GOTO 2290
2160 REM *****SUBROTINA P/ CARGAS CONCENTRADAS NAS ARESTAS ; LEITURA DOS DADOS E CALCULO DOS PKM*****
2170 PRINT "CARGA CONCENTRADA:"; INPUT "CARGA P=?";P
2180 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=?";AF
2190 INPUT "DIST. DO APOIO INICIAL AO IN. DA CARGA=?";A
2200 C = 0: GOSUB 5720
2210 FOR K = 0 TO M% - 1:U1 = U(J1 - 1,K) * A / L(J1 - 1)
2220 IF W7 = 0 THEN 2240
2230 IF K = 3 THEN PK(K) = 0: GOTO 2260
2240 PK(K) = P * (C1(J1 - 1,K) * SIN(U1) + C2(J1 - 1,K) * COS(U1) + C3(J1 - 1,K) * FN SH(U1) + C4(J1 - 1,K) * FN CH(U1))
2250 PK(K) = PK(K) / (H2(0,K) + H2(1,K))
2260 NEXT K
2270 REM *****COMPLEMENTO DAS 4 SUBROTINAS ANTERIORES P/ CALCULO DAS COMPO. X E Y DAS CARGAS NAS ARESTAS ; DAS REACOES FICTICIAS
2280 REM "DEVIDAS AS CARGAS E DA FORÇA NORMAL TRANSVERSAL NAS ARESTAS PARA ESSAS COMPONENTES X E Y*****
2290 FOR K = 1 TO M%
2300 XK = -PK(K - 1) * COS(C3.14159 / AF / 180)
2310 YK = PK(K) * SIN(C3.14159 / AF / 180)
2320 IF W1X = 0 THEN 2420
2330 IF W1Y = 0 THEN 2370
2340 IF W2 = 0 THEN 2370
2350 NK(O,0,K - 1) = NK(O,N1X,K - 1) * XK * SIN(P5(N1X)) + YK * COS(P5(N1X))
2360 NK(1,N1X,K - 1,K - 1) = NK(1,N1X,K - 1) * XK * SIN(P5(N1X) + 1) + YK * COS(P5(N1X) + 1)
2370 Q1 = -SIN(P5(N1X) + 1) * XK / SIN(FI(N1X)) - COS(P5(N1X) + 1) * YK / SIN(FI(N1X))
2380 Q2 = SIN(P5(N1X)) * XK / SIN(FI(N1X)) + COS(P5(N1X)) * YK / SIN(FI(N1X))
2390 RP(N1X,K - 1) = RP(N1X,K - 1) + Q1 / DK(N1X) - Q2 / DK(N1X) + 1
2400 RP(N1X + 1,K - 1) = RP(N1X + 1,K - 1) + Q2 / DK(N1X) + 1
2410 RP(N1X - 1,K - 1) = RP(N1X - 1,K - 1) - Q1 / DK(N1X) - GOTO 2640
2420 IF W4 = 0 THEN 2440
2430 NK(O,0,K - 1) = NK(O,0,K - 1) - XK * COS(P5(1)) + YK * SIN(P5(1))
2440 Q1 = 0:Q2 = -PK(K - 1) * COS(AF * 3.14159 / 180 - P5(1))
2450 MM(1,K - 1) = MM(1,K - 1) - PK(K - 1) * SIN(AF * 3.14159 / 180 - P5(1))
2460 SIN(AF * 3.14159 / 180 - P5(1))
2460 TK(4,0,K - 1) = TK(4,0,K - 1) - PK(K - 1) * SIN(AF * 3.14159 / 180 - P5(1))

```

```

2470 FOR IB = 0 TO 2: S7 = (IB + 1) * DK(1) / 4
2480 MO(IB,0,K - 1) = MO(IB,0,K - 1) - PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(1)) * S7
2490 TK(IB + 1,0,K - 1) = TK(IB + 1,0,K - 1) - PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(1))
2500 NEXT IB
2510 RP(0,K - 1) = RP(0,K - 1) - Q2 / DK(1)
2520 RP(1,K - 1) = RP(1,K - 1) + Q2 / DK(1): GOTO 2640
2530 IF P9 = 0 THEN 2550
2540 NK(4,NZ - 1,K - 1) = NK(4,NZ - 1,K - 1) + XK * COS (PS(NZ)) + YK * SIN (PS(NZ))
2550 Q2 = 0: Q1 = - PK(K - 1) * COS (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
2560 MM(NZ - 1,K - 1) = MM(NZ - 1,K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ)) * DK(NZ)
2570 TK(0,NZ - 1,K - 1) = TK(0,NZ - 1,K - 1) + PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
  ) + PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
2580 FOR IB = 0 TO 2: S7 = DK(NZ) / 4
2590 MO(IB,NZ - 1,K - 1) = MO(IB,NZ - 1,K - 1) - PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ)) * (S7 - DK(NZ))
2600 TK(IB + 1,NZ - 1,K - 1) = TK(IB + 1,NZ - 1,K - 1) + PK(K - 1) * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
2610 NEXT IB
2620 RP(NZ - 1,K - 1) = RP(NZ - 1,K - 1) - Q1 / DK(NZ)
2630 RP(NZ,K - 1) = RP(NZ,K - 1) + Q1 / DK(NZ)
2640 NEXT K
  )
2650 RETURN
2660 REM *****SUBROTINA P/CARGAS NAS LAMINAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NO SENTIDO LONGITUDINAL*****
2670 PRINT "CARGA UNIF. DIST. NO SENT. LONGITUDINAL"
2680 INPUT "CARGA P=?": P
2690 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=?": AI
2700 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?": CI
2710 INPUT "INCLINACAO DA CARGA (EM GRAUS) =?": AF
2720 FOR K = 0 TO MZ - 1
2730 IF W7 = 0 THEN 2750
2740 IF K = 3 THEN PD = 0: PN = 0: GOTO 2780
2750 PD = - C1(J1 - 1,K) * ( COS (U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)) - COS (U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1))) + C2(J1 - 1,K) * ( SIN (U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)) - SIN (U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1)))
2760 PN = (PD + C3(J1 - 1,K) * ( FN CH(U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)) - FN CH(U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1))) + C4(J1 - 1,K) * ( FN SH(U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)) - FN SH(U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1))) * P * L(J1 - 1) / U(J1 - 1,K)
2770 PH = PD / (H2(O,K) + H2(1,K)): PN = PD * SIN (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
2780 PH = PD * COS (AF * 3.14159 / 180 - PS(NZ))
2790 PD(K) = PD: PN(K) = PN: PH(K) = PH
2800 NEXT K
2810 GOSUB 3970
2820 REM *****EFEITO DAS REACoes NAS ARESTAS NAS CARGAS NAS LAMINAS*****
2830 FOR K = 0 TO MZ - 1: PK(K) = PA(K): NEXT K
2840 N1Z = NZ: N2Z = 1: GOSUB 2290
2850 FOR K = 0 TO MZ - 1: PK(K) = PB(K): NEXT K
2860 N1Z = NZ: GOTO 2290
2870 GOTO 5810
2880 REM *****SUBROTINA P/O CALCULO DAS CTES. DA FUNCAO FUND. P/ ESTR. C/ 2 TRAMOS E APOIOS EXTREMOS ARTICULADOS*****
2890 FOR I = 0 TO MZ - 1
2900 U(0,I) = (4 * (I + 1) + 1) * 3.14159 / 4U(I,I) = U(0,I)
2910 C1(0,I) = (L(0) * FN SH(U(0,I))) / L(1) * SIN (U(0,I))
2920 C3(0,I) = L(0) / L(1) * FN SH(U(0,I)) / L(1) * SIN (U(0,I))
2930 C1(1,I) = (L(1) * FN SH(U(0,I))) / L(0) * TAN (U(0,I))
2940 C2(1,I) = L(1) * FN SH(U(0,I)) / L(0)
2950 C3(1,I) = L(1) * FN CH(U(0,I)) / L(0)
2960 C4(1,I) = C2(1,I)
2970 NEXT I: RETURN
2980 REM *****SUBROTINA P/O CALCULO DAS CTES. DA FUNCAO FUND. P/ ESTR. C/ 2 TRAMOS E APOIOS EXTREMOS ENGASTADOS*****
2990 FOR I = 0 TO MZ - 1
3000 IF I = 0 THEN U(0,0) = 4.73004: GOTO 3020
3010 U(0,I) = (2 * (I + 1) + 1) * 3.14159 / 2
3020 U(1,I) = U(0,I)
3030 C1(0,I) = (L(0) * ( FN CH(U(0,I)) - COS (U(0,I)))) / L(1) * ( FN SH(U(0,I)) - SIN (U(0,I)))
3040 C2(0,I) = L(0) / L(1) * C3(0,I) = - C1(0,I) / C4(0,I) = - C2(0,I)
3050 C1(1,I) = L(1) * SIN (U(0,I)) * FN SH(U(0,I)) / L(0) * ( SIN (U(0,I)) - FN SH(U(0,I)))
3060 C2(1,I) = L(1) * ( FN CH(U(0,I)) * SIN (U(0,I)) - COS (U(0,I)) * FN SH(U(0,I))) / L(0) * ( FN SH(U(0,I)) - SIN (U(0,I)))
3070 C3(1,I) = - C1(1,I) / C4(1,I) = - C2(1,I)
3080 NEXT I: RETURN
3090 REM *****SUBROTINA P/O CALCULO DAS CTES. DA FUNCAO FUND. P/ ESTR. C/ 2 TRAMOS , APOIO IN. ARTIC. E APOIO FINAL ENGAST.*****

```

```

3100 FOR I = 0 TO MZ - 1
3110 U(O,I) = (4 * (I + 1) * 3.14159 / 4
3120 IF I = 0 THEN U(1,0) = 4.73004: GOTO 3140
3130 U(1,I) = (2 * (I + 1) + 1) * 3.14159 / Z
3140 C1(O,I) = -L(O) * U(1,I) * FN SH(U(O,I)) / (L(1) * U(O,I) * SIN(U(O,I)))
3150 C3(O,I) = L(O) * U(1,I) / (L(1) * U(O,I))
3160 C1(I,I) = L(1) * U(O,I) * FN SH(U(O,I)) * FN SH(U(1,I)) * SIN(U(1,I)) / (L(O) * U(1,I)) * FN CH(U(1,I)) * SIN(U(1,I)) -
FN SH(U(1,I)) * COS(U(1,I)))
3170 C2(1,I) = -L(1) * U(O,I) * FN SH(U(O,I)) / (L(O) * U(1,I))
3180 C3(1,I) = -C1(1,I) * C4(1,I) = -C2(1,I)
3190 NEXT I: RETURN
3200 REM *****CALCULO DE IM PARA TODOS OS TERMOS DA FUNCAO FUNDAMENTAL*****
3210 IF NVZ = 1 GOTO 3290
3220 FOR J = 0 TO MZ - 1
3230 FOR I = 0 TO 1
3240 G1(I) = (-C1(I,J) * (COS(U(I,J)) - 1) + C2(I,J) * SIN(U(1,J)) + C3(I,J) * (FN CH(U(I,J)) - 1) + C4(I,J) * FN SH(U(I,J))
) * L(I) / U(I,J)
3250 NEXT I
3260 IH(J) = (U(O,J) / L(O)) ^ 4 * G1(O) + ((U(1,J) / L(1)) ^ 4) * G1(1)
3270 IH(J) = IH(J) / (G1(O) + G1(1)): NEXT J
3280 GOTO 1410
3290 FOR J = 0 TO MZ - 1
3300 IH(J) = (U(O,J) / L(O)) ^ 4: NEXT J
3310 GOTO 1410
3320 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS NAS LAMINAS TRIANG. O A P NO SENTIDO LONGITUDINAL*****
3330 PRINT "CARGA TRIANG. O A P": INPUT "CARGA P=?":P
3340 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=?":AI
3350 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?":CI
3360 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=?":AF
3370 FOR K = 0 TO MZ - 1
3380 IF W7 = 0 THEN 3400
3390 IF K = 3 THEN PD = 0: GOTO 3460
3400 U1 = U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)
3410 U2 = U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1)
3420 U3 = CI * U(J1 - 1,K) / L(J1 - 1)
3430 PD = (C1(J1 - 1,K) + U3 * C2(J1 - 1,K)) * SIN(U1) + (C2(J1 - 1,K) - U3 * C1(J1 - 1,K)) * COS(U1) + (-C3(J1 - 1,K) + U3 *
C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (-C4(J1 - 1,K) + U3 * C3(J1 - 1,K)) * FN CH(U1) * FN SH(U2) + C4(J1 - 1,K) * FN CH(U2) * P * (
L(J1 - 1) ^ 2) / (U(J1 - 1,K) ^ 2)
3450 PD = PD / (H2(O,K) + H2(1,K))
3460 PN = PD * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(N2Z))
3470 PH = PD * COS(AF * 3.14159 / 180 - PS(N2Z))
3480 PD(K) = PD:PN(K) = PN:PH(K) = PH
3490 NEXT K: GOSUB 3970: GOTO 2820
3500 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS NAS LAMINAS TRIANG. P A O NO SENTIDO LONGITUDINAL*****
3510 PRINT "CARGA TRIANG. O A P": INPUT "CARGA P=?":P
3520 INPUT "DIST. DA CARGA AO INICIO DO TRAMO=?":AI
3530 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?":CI
3540 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=?":AF
3550 FOR K = 0 TO MZ - 1
3560 IF W7 = 0 THEN 3580
3570 IF K = 3 THEN PD = 0: GOTO 3640
3580 U1 = U(J1 - 1,K) * (AI + CI) / L(J1 - 1)
3590 U2 = U(J1 - 1,K) * AI / L(J1 - 1)
3600 U3 = CI * U(J1 - 1,K) / L(J1 - 1)
3610 PD = (C1(J1 - 1,K) + U3 * C2(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (C2(J1 - 1,K) - U3 * C1(J1 - 1,K)) * COS(U1) + (-C3(J1 - 1,K) +
U3 * C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (-C4(J1 - 1,K) + U3 * C3(J1 - 1,K)) * FN CH(U1) * FN SH(U2) + C4(J1 - 1,K) * FN CH(U2) - U3
* C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U2) + (-C4(J1 - 1,K) - U3 * C3(J1 - 1,K)) * (U(J1 - 1,K) ^ 2) * (H2(O,K) + H2(1,K))
3620 PD = PD - (C1(J1 - 1,K) + U3 * C2(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (C2(J1 - 1,K) - U3 * C1(J1 - 1,K)) * COS(U1) + (-C3(J1 - 1,K) +
U3 * C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U1) + (-C4(J1 - 1,K) + U3 * C3(J1 - 1,K)) * FN CH(U1) * FN SH(U2) + C4(J1 - 1,K) * FN CH(U2) - U3
* C4(J1 - 1,K)) * FN SH(U2) + (-C4(J1 - 1,K) - U3 * C3(J1 - 1,K)) * (H2(O,K) + H2(1,K))
3640 PN = PD * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(N2Z))
3650 PH = PD * COS(AF * 3.14159 / 180 - PS(N2Z))
3660 PD(K) = PD:PN(K) = PN:PH(K) = PH
3670 NEXT K: GOSUB 3970: GOTO 2820
3680 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS CONCENTRADAS NAS LAMINAS NO SENTIDO LONGITUDINAL*****
3690 PRINT "CARGA CONCENTRADA": INPUT "CARGA P=?":P

```

```

3700 IRETI "DIST. DA CARGA NO INICIO DO (RANGE) 1A1
3710 INPUT "INCLINACAO DA CARGA(EM GRAUS)=",AF
3720 CI = 0
3730 FOR K = 0 TO MZ - 1
3740 IF W7 = 0 THEN 3760
3750 IF K = 3 THEN PD = 0: GOTO 3780
3760 U1 = AI * U(J1 - 1, K) / L(J1 - 1)
3770 PD = P * (C1(J1 - 1, K) * SIN(U1) + C2(J1 - 1, K) * COS(U1) + C3(J1 - 1, K) * FN SH(U1) + C4(J1 - 1, K) * FN CH(U1)) / (H2(0, K) + H2(1, K))
3780 PN = PD * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK))
3790 PH = PD * COS(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK))
3800 PD(K) = PD: FN(K) = PN: PH(K) = PH
3810 NEXT K: GOSUB 3970: GOTO 2820
3820 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS PROVOCADAS POR DIFERENCAS DE TEMPERATURA NAS LAMINAS*****
3830 REM ENTRE AS FACES INTERNA E EXTERNA DOS ELEMENTOS
3840 INPUT "DIFERENCA DE TEMPERATURA = ?":DT
3850 PRINT CHR$(4); "PR#1"
3860 PRINT TAB(13); J1; TAB(20); NZK; TAB(40); DT; TAB(70); "TEMPERATURA"
3870 PRINT CHR$(4); "PR#0"
3880 FOR K = 0 TO MZ - 1
3890 IF W7 = 0 THEN 3910
3900 IF K = 3 THEN TT = 0: GOTO 3930
3910 TT = (- C1(J1 - 1, K) * (COS(U(J1 - 1, K)) - 1) + C2(J1 - 1, K) * SIN(U(J1 - 1, K)) + C3(J1 - 1, K) * (FN CH(U(J1 - 1, K)) - 1) + C4(J1 - 1, K) * FN SH(U(J1 - 1, K))) * DT * L(J1 - 1) / U(J1 - 1, K)
3920 TT = TT / (H2(0, K) + H2(1, K))
3930 TP(NZK - 1, K) = TP(NZK - 1, K) + E * DK(NZK) * AL * TT / (2 * H(NZK))
3940 TP(NZK, K) = TP(NZK, K) + E * DK(NZK) * AL * TT / (2 * H(NZK))
3950 NEXT K
3960 RETURN
3970 REM *****LEITURA DO TIPO DE CARGA NAS LAMINAS NO SENT. TRANSV. E SELECAO DA SUBROTINA APROPRIADA P/ CADA CARGA*****
3980 INPUT "TIPO DA CARGA NO SENT. TRANSV.=?":IRZ
3990 IF IRZ = 1 GOTO 4030
4000 IF IRZ = 2 GOTO 4360
4010 IF IRZ = 3 GOTO 4720
4020 GOTO 5080
4030 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS NAS LAMINAS NO SENTIDO TRANSVERSAL*****
4040 PRINT "CARGA UNIFORME TRANSVERSAL"
4050 PRINT : INPUT "DIST. DO INICIO DA CARGA A FRIM. ARESTA=?":AO
4060 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?":CO
4070 GOSUB 5760
4080 FOR K = 0 TO MZ - 1: PN = FN(K): PD = PD(K): PH = PH(K)
4090 TP(NZK - 1, K) = TP(NZK - 1, K) + 2 * DK(NZK) * FN * (DK(NZK) - AO - CO / 2) * CO * (1 - ((DK(NZK) - AO - CO / 2) / DK(NZK)) ^ 2) / DK(NZK) + 2 * ((CO / DK(NZK)) ^ 2) / (H(NZK)) ^ 3
4100 TP(NZK, K) = TP(NZK, K) + 2 * DK(NZK) * FN * (AO + CO / 2) * CO * (1 - ((AO + CO / 2) / DK(NZK)) ^ 2) - .25 * ((CO / DK(NZK)) ^ 2) / (H(NZK)) ^ 3
4110 IF NZK = 1 THEN 4150
4120 IF NZK = NZ THEN 4160
4130 RA = PD * CO * DK(NZK) - AO - CO / 2) / DK(NZK)
4140 RB = PD * CO - RA: GOTO 4170
4150 RA = 0: RB = PD * CO: GOTO 4170
4160 RA = PD * CO: RB = 0: GOTO 4170
4170 RA = PD * CO: RB = PD * CO: GOTO 4170
4180 JK(0, NZK - 1, K) = JK(0, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) - RB * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK))
4190 JK(1, NZK - 1, K) = JK(1, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) - RB * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK))
4200 FOR I9 = 0 TO 2: S9 = (I9 + 1) * DK(NZK) / 4
4210 IF S9 > AO THEN 4250
4220 TK(I9 + 1, NZK - 1, K) = TK(I9 + 1, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) - PS(NZK)
4230 MO(I9, NZK - 1, K) = MO(I9, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) * S9
4240 GOTO 4330
4250 IF S9 > (AO + CO) THEN 4300
4260 TK(I9 + 1, NZK - 1, K) = TK(I9 + 1, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) - PS(NZK) - PN * (S9 - AO)
4270 MO(I9, NZK - 1, K) = MO(I9, NZK - 1, K) + RA * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) * S9 - PN * ((S9 - AO) ^ 2) / 2
4280 NK(I9 + 1, NZK - 1, K) = NK(I9 + 1, NZK - 1, K) + PH * (S9 - AO)
4290 GOTO 4330
4300 TK(I9 + 1, NZK - 1, K) = TK(I9 + 1, NZK - 1, K) + RB * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK))
4310 MO(I9, NZK - 1, K) = MO(I9, NZK - 1, K) + RB * SIN(AF * 3.14159 / 180 - PS(NZK)) * S9

```



```

4330 PRINT "CARGA TRIANG. P A O TRANSVERSAL"
4330 NEXT I9
4340 NEXT K
4350 RETURN
4360 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS TRIANGULARES O A F NAS LAMINAS NO SENTIDO TRANSVERSAL*****
4370 PRINT "CARGA TRIANG. O A F TRANSVERSAL"
4380 PRINT "INPUT "DIST. DO INICIO DA CARGA A PRIM. ARESTA=?":A0
4390 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?":CO
4400 GOSUB 5760
4410 FOR K = 0 TO MZ - 1:PN = FN(K):PD = PD(K):PH = PH(K)
4420 W1 = PN * CO / 2
4430 DO = DK(NZ) - A0 - 2 * CO / 3
4440 IF NZ = 1 THEN R1 = 0:R2 = W1:MM(1,K) = MM(1,K) - PN * (CO / 2) * (DK(NZ) - A0 - 2 * CO / 3): GOTO 4480
4450 IF NZ = NZ THEN R1 = W1:R2 = 0:MM(NZ - 1,K) = MM(NZ - 1,K) - PN * (CO / 2) * (A0 + 2 * CO / 3): GOTO 4480
4460 R1 = W1 * DO / DK(NZ)
4470 R2 = W1 - R1
4480 AK = (DO ^ 3) / DK(NZ) + (CO ^ 2) / 6 + 17 * (CO ^ 3) / (270 * DK(NZ)) - (CO ^ 2) * (A0 + CO) / (6 * DK(NZ))
4490 TP(NZ, - 1,K) = TP(NZ, - 1,K) + 2 * (R1 * (DK(NZ) ^ 2) - W1 * AK) / (H(NZ) ^ 3)
4500 AK = (DO ^ 3) / DK(NZ) + 17 * (CO ^ 3) / (270 * DK(NZ)) - (CO ^ 2) * (A0 + CO) / (6 * DK(NZ)) - 3 * (DO ^ 2)
4510 TP(NZ,K) = TP(NZ,K) + 2 * (R1 * (DK(NZ) ^ 2) + W1 * AK) / (H(NZ) ^ 3)
4520 TK(0,NZ - 1,K) = TK(0,NZ - 1,K) + R1
4530 TK(4,NZ - 1,K) = TK(4,NZ - 1,K) - R2
4540 PA(K) = R1 * PD / PN
4550 PB(K) = R2 * PD / PN
4560 FOR I9 = 0 TO 2:S9 = (I9 + 1) * DK(NZ) / 4
4570 IF S9 > = A0 THEN 4610
4580 TK(I9 + 1,NZ - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ - 1,K) + R1
4590 MO(I9,NZ - 1,K) = MO(I9,NZ - 1,K) + R1 * S9
4600 GOTO 4690
4610 IF S9 > (A0 + CO) THEN 4660
4620 TK(I9 + 1,NZ - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ - 1,K) - PN * ((S9 - A0) ^ 2) / (2 * CO) + R1
4630 MO(I9,NZ - 1,K) = MO(I9,NZ - 1,K) + R1 * (S9 - A0) - PN * ((S9 - A0) ^ 3) / (6 * CO)
4640 NK(I9 + 1,NZ - 1,K) = NK(I9 + 1,NZ - 1,K) + PH * ((S9 - A0) ^ 2) / (2 * CO)
4650 GOTO 4690
4660 TK(I9 + 1,NZ - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ - 1,K) - R2
4670 MO(I9,NZ - 1,K) = MO(I9,NZ - 1,K) + R2 * (DK(NZ) - S9)
4680 NK(I9 + 1,NZ - 1,K) = NK(I9 + 1,NZ - 1,K) + PH * CO / 2
4690 NEXT I9
4700 NEXT K
4710 RETURN
4720 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS TRIANGULARES P A O NAS LAMINAS NO SENTIDO TRANSVERSAL*****
4730 PRINT "CARGA TRIANG. P A O TRANSVERSAL": PRINT
4740 INPUT "DIST. DO INICIO DA CARGA A PRIM. ARESTA=?":A0
4750 INPUT "EXTENSAO DA CARGA=?":CO
4760 GOSUB 5760
4770 FOR K = 0 TO MZ - 1:PN = FN(K):PD = PD(K):PH = PH(K)
4780 W1 = PN * CO / 2
4790 DO = A0 + CO / 3
4800 IF NZ = 1 THEN R1 = 0:R2 = W1:MM(1,K) = MM(1,K) - PN * (CO / 2) * (DK(NZ) - A0 - CO / 3): GOTO 4840
4810 IF NZ = NZ THEN R1 = W1:R2 = 0:MM(NZ - 1,K) = MM(NZ - 1,K) - PN * (CO / 2) * (A0 + CO / 3): GOTO 4840
4820 R1 = W1 * DO / DK(NZ)
4830 R1 = W1 * R2 / DK(NZ) + 17 * (CO ^ 3) / (270 * DK(NZ)) - (CO ^ 2) * (DK(NZ) - A0) / (6 * DK(NZ)) - 3 * (DO ^ 2)
4840 AK = (DO ^ 3) / DK(NZ) + (CO ^ 2) / 6 + 17 * (CO ^ 3) / (270 * DK(NZ)) - (CO ^ 2) * (A0 + CO) / (6 * DK(NZ))
4850 TP(NZ, - 1,K) = TP(NZ, - 1,K) + 2 * (R1 * (DK(NZ) ^ 2) + W1 * AK) / (H(NZ) ^ 3)
4860 AK = (DO ^ 3) / DK(NZ) + 17 * (CO ^ 3) / (270 * DK(NZ)) - (CO ^ 2) * (A0 + CO) / (6 * DK(NZ)) - 3 * (DO ^ 2)
4870 TP(NZ,K) = TP(NZ,K) + 2 * (R1 * (DK(NZ) ^ 2) + W1 * AK) / (H(NZ) ^ 3)
4880 TK(0,NZ - 1,K) = TK(0,NZ - 1,K) + R1
4890 TK(4,NZ - 1,K) = TK(4,NZ - 1,K) - R2
4900 PA(K) = R1 * PD / PN
4910 PB(K) = R2 * PD / PN
4920 FOR I9 = 0 TO 2:S9 = (I9 + 1) * DK(NZ) / 4
4930 IF S9 > = A0 THEN 4970
4940 TK(I9 + 1,NZ - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ - 1,K) + R1
4950 MO(I9,NZ - 1,K) = MO(I9,NZ - 1,K) + R1 * S9
4960 GOTO 5070
4970 IF S9 > (A0 + CO) THEN 5020

```

```

4990 TK(I9 + 1,NZ) = I,P) = TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) + R1 - PN * (AO + 2 * CO - S9) * (59 - AO) / (2 * CO)
5000 MO(I9,NZ) - 1,K) = MO(I9,NZ) - 1,K) + R2 * S9 - PN * ((AO + CO - S9) / (6 * CO))
4990 NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) + PH * (AO + 2 * CO - S9) * (59 - AO) / (2 * CO)
5010 GOTO 5070
5020 TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) - R2
5030 MO(I9,NZ) - 1,K) = MO(I9,NZ) - 1,K) + R2 * (DK(NZ) - S9)
5040 NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) + PH * CO / 2
5050 NEXT I9
5060 NEXT K
5070 RETURN
5080 REM *****SUBROTINA PARA CARGAS CONCENTRADAS NAS LAMINAS NO SENTIDO TRANSVERSAL*****
5090 PRINT "CARGA CONCENTRADA TRANSVERSAL": PRINT
5100 INPUT "DIST. DA CARGA A PRIM. ARESTA=?":AO
5110 CO = 0: GOSUB 5760
5120 FOR K = 0 TO NZ - 1: PN = FN(K): PD = PD(K): PH = PH(K)
5130 IF NZ = 1 THEN R1 = 0: R2 = FN(MM(1,K) - MM(1,K) - PN * (DK(NZ) - AO): GOTO 5170
5140 IF NZ = NZ THEN R1 = PN: R2 = 0: MM(NZ - 1,K) = MM(NZ - 1,K) - PN * AO: GOTO 5170
5150 R2 = PN * AO / DK(NZ)
5160 R1 = PN - R2
5170 TP(NZ - 1,K) = TP(NZ) - 1,K) + 2 * PN * AO * (DK(NZ) - AO) * (1 + DK(NZ) - AO) / DK(NZ) / (H(NZ) ^ 3)
5180 TP(NZ,K) = TP(NZ,K) + 2 * PN * AO * (DK(NZ) - AO) * (1 + AO / DK(NZ)) / (H(NZ) ^ 3)
5190 TK(0,NZ) - 1,K) = TK(0,NZ) - 1,K) + R1
5200 TK(4,NZ) - 1,K) = TK(4,NZ) - 1,K) - R2
5210 PA(K) = R1 * PD / PN
5220 PB(K) = R2 * PD / PN
5230 FOR I9 = 0 TO 2
5240 S9 = (I9 + 1) * DK(NZ) / 4
5250 IF S9 > AO THEN 5290
5260 TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) + R1
5270 MO(I9,NZ) - 1,K) = MO(I9,NZ) - 1,K) + R1 * S9
5280 GOTO 5320
5290 TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = TK(I9 + 1,NZ) - 1,K) - R2
5300 MO(I9,NZ) - 1,K) = MO(I9,NZ) - 1,K) + R2 * (DK(NZ) - S9)
5310 NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) = NK(I9 + 1,NZ) - 1,K) + PH
5320 NEXT I9
5330 NEXT K
5340 RETURN
5350 REM *****IMPRESSAO DOS DADOS GEOMETRICOS E DOS DADOS DO MATERIAL*****
5360 PRINT CHR$(4); "PR#1"
5370 PRINT CHR$(14); TAB(12); "PROGRAMA PARA O CALCULO DE CASCAS PRISMATICAS"; CHR$(10); CHR$(10)
5380 PRINT CHR$(14); TAB(28); "ESTRUTURA"; ID$: CHR$(10); CHR$(10)
5390 PRINT CHR$(27); "M"; CHR$(14); TAB(37); "GEOMETRIA"; CHR$(27); "P"; CHR$(10)
5400 PRINT TAB(57); "NUM. DE LAMINAS = "; NZ; CHR$(10)
5410 PRINT CHR$(15); TAB(90); CHR$(14); "COORDENADAS DAS ARESTAS"; CHR$(18); CHR$(20)
5420 PRINT CHR$(15); TAB(85); CHR$(14); "ARESTA COORD. X COORD. Y"; CHR$(18); CHR$(20)
5430 FOR I = 0 TO NZ
5440 PRINT TAB(53); I; TAB(22); X(I); TAB(36); Y(I)
5450 NEXT I
5460 PRINT
5470 PRINT CHR$(15); TAB(92); CHR$(14); "ESPESURAS DAS LAMINAS"; CHR$(18); CHR$(20)
5480 PRINT CHR$(15); TAB(97); CHR$(14); "LAMINA ESPESS. "; CHR$(18); CHR$(20)
5490 FOR I = 1 TO NZ
5500 PRINT TAB(60); I; TAB(29); H(I)
5510 NEXT I: PRINT
5520 PRINT TAB(44); "MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL = "; E
5530 PRINT TAB(44); "COEFICIENTE DE DILATAÇAO TERMICA = "; AL
5540 PRINT : PRINT TAB(56); "NUMERO DE TRAMOS = "; NVZ
5550 FOR I = 1 TO NVZ
5560 PRINT TAB(52); "COMPRIMENTO DO TRAMO "; I; " = "; L(I) - 1)
5570 NEXT I: PRINT
5580 IF IJZ = 0 THEN Z1$ = "LIVRE": GOTO 5610
5590 IF IJZ = 1 THEN Z1$ = "ARTICULADO": GOTO 5610
5600 IF IJZ = 2 THEN Z1$ = "ENGASTADO"
5610 IF IJZ = 1 THEN Z2$ = "ARTICULADO": GOTO 5630
5620 IF IJZ = 2 THEN Z2$ = "ENGASTADO"
5630 PRINT TAB(55); "AFORO INICIAL "; Z1$

```

```

5640 PRINT TAB( 55);"AFOIO FINHA";:22;
5650 PRINT CHR$( 10); CHR$( 10); CHR$( 10); CHR$( 10); CHR$( 10);
5660 PRINT CHR$( 27);"M"; CHR$( 14); TAB( 38);"CARGAS"; CHR$( 27);"P"; CHR$( 10);
5670 PRINT CHR$( 15); TAB( 17); CHR$( 14);"TRAMO LAMINA ARESTA" *F* ALFA *SENTIDO LONGITUDINAL**SENTIDO TRANSVERSAL*
OBS.*: CHR$( 18); CHR$( 20);
5680 PRINT CHR$( 15); CHR$( 14); TAB( 48);"TIPO DIST.IN. EXT. **TIPO DIST.IN. EXT.*"; CHR$( 18); CHR$( 20);
5690 PRINT CHR$( 4);"PR#0"
5700 RETURN
5710 REM *****SUBROTINA PARA IMPRESSAO DAS CARGAS*****
5720 PRINT CHR$( 4);"PR#1"
5730 PRINT TAB( 13);J1; TAB( 28);N1X; TAB( 40);P; TAB( 10);AF; TAB( 19);ITX; TAB( 26);A; TAB( 34);C; TAB( 70);"CARGA ARESTA"
5740 PRINT CHR$( 4);"PR#0"
5750 RETURN
5760 PRINT CHR$( 4);"PR#1"
5770 PRINT TAB( 13);J1; TAB( 20);N2Z; TAB( 40);P; TAB( 10);AF; TAB( 19);ITX; TAB( 26);AI; TAB( 34);CI; TAB( 44);IRX; TAB( 11);AO;
TAB( 20);D0; TAB( 30);"CARGA LAMINA"
5780 PRINT CHR$( 4);"PR#0"
5790 RETURN
5800 REM *****LIGACAO COM O PROGRAMA CASCACDNT2*****
5810 PRINT CHR$( 4);"BLOAD CHAIN,A520"
5820 CALL 520"CASCACDNT2"
]PR#0

```

5640 PRINT TAB(55);"AFOIO FINHA";:22;
 5650 PRINT CHR\$(10); CHR\$(10); CHR\$(10); CHR\$(10); CHR\$(10);
 5660 PRINT CHR\$(27);"M"; CHR\$(14); TAB(38);"CARGAS"; CHR\$(27);"P"; CHR\$(10);
 5670 PRINT CHR\$(15); TAB(17); CHR\$(14);"TRAMO LAMINA ARESTA" *F* ALFA *SENTIDO LONGITUDINAL**SENTIDO TRANSVERSAL*
 OBS.*: CHR\$(18); CHR\$(20);
 5680 PRINT CHR\$(15); CHR\$(14); TAB(48);"TIPO DIST.IN. EXT. **TIPO DIST.IN. EXT.*"; CHR\$(18); CHR\$(20);
 5690 PRINT CHR\$(4);"PR#0"
 5700 RETURN
 5710 REM *****SUBROTINA PARA IMPRESSAO DAS CARGAS*****
 5720 PRINT CHR\$(4);"PR#1"
 5730 PRINT TAB(13);J1; TAB(28);N1X; TAB(40);P; TAB(10);AF; TAB(19);ITX; TAB(26);A; TAB(34);C; TAB(70);"CARGA ARESTA"
 5740 PRINT CHR\$(4);"PR#0"
 5750 RETURN
 5760 PRINT CHR\$(4);"PR#1"
 5770 PRINT TAB(13);J1; TAB(20);N2Z; TAB(40);P; TAB(10);AF; TAB(19);ITX; TAB(26);AI; TAB(34);CI; TAB(44);IRX; TAB(11);AO;
 TAB(20);D0; TAB(30);"CARGA LAMINA"
 5780 PRINT CHR\$(4);"PR#0"
 5790 RETURN
 5800 REM *****LIGACAO COM O PROGRAMA CASCACDNT2*****
 5810 PRINT CHR\$(4);"BLOAD CHAIN,A520"
 5820 CALL 520"CASCACDNT2"
]PR#0

11LOAD CASCACONTZ
11LIST

```

10 REM *****CALCULO DAS INCOGNITAS ATRAVES DA MATRIZ B . PREVIAMENTE DETERMINADA*****
20 I = 1:UK = IH(0):GOSUB 200
30 FOR J = 2 TO NZ - 2
40 MM(J,0) = B(2 * J - 2):SS(J,0) = B(2 * J - 1)
50 NEXT J
60 SS(0,0) = B(0):SS(1,0) = B(1)
70 SS(NZ - 1,0) = B(NIZ - 1):SS(NZ,0) = B(NIZ)
80 IF MZ = 1 GOTO 710
90 FOR I = 2 TO MZ
100 UK = IH(I - 1):GOSUB 200
110 FOR J = 2 TO NZ - 2
120 MM(J,I - 1) = B(2 * J - 2)
130 SS(J,I - 1) = B(2 * J - 1)
140 NEXT J
150 SS(0,I - 1) = B(0):SS(1,I - 1) = B(1)
160 SS(NZ - 1,I - 1) = B(NIZ - 1):SS(NZ,I - 1) = B(NIZ)
170 NEXT I:GOTO 710
180 REM *****SUBROTINA PARA CALCULO DAS INCOGNITAS*****
190 REM *****MONTAGEM DA MATRIZ SR*****
200 FOR J = 0 TO NIZ
210 FOR K = 0 TO 5
220 SR(J,K) = KR(J,K)
230 NEXT K: NEXT J
240 SR(0,0) = UK * KR(0,0):SR(0,1) = UK * KR(0,1)
250 SR(2 * NZ - 3,0) = UK * KR(2 * NZ - 3,0)
260 SR(2 * NZ - 4,0) = UK * KR(2 * NZ - 4,0)
270 SR(2 * NZ - 4,1) = UK * KR(2 * NZ - 4,1)
280 SR(2 * NZ - 5,0) = UK * KR(2 * NZ - 5,0)
290 SR(2 * NZ - 5,1) = UK * KR(2 * NZ - 5,1)
300 FOR J = 1 TO NZ - 3
310 SR(2 * J - 1,0) = UK * KR(2 * J - 1,0)
320 SR(2 * J - 1,2) = UK * KR(2 * J - 1,2): NEXT J
330 REM *****MONTAGEM DA MATRIZ DOS CARREGAMENTOS*****
340 FOR K = 2 TO NZ - 2
350 B(2 * K - 1) = - RP(K,I - 1):B(2 * K - 2) = TP(K,I - 1)
360 NEXT K
370 B(0) = - RP(0,I - 1):B(1) = - RP(1,I - 1)
380 B(2 * NZ - 3) = - RP(NZ,I - 1):B(2 * NZ - 4) = - RP(NZ - 1,I - 1)
390 REM *****CALCULO DAS INCOGNITAS FELO METODO DE CHOLESKY*****
400 FOR J = 1 TO 5
410 SR(0,J) = SR(0,J) / SR(0,0): NEXT J
420 FOR J = 1 TO NIZ:AU = 0
430 FOR R = 0 TO J - 1:K = J - R
440 IF K > 5 GOTO 460
450 AU = AU + (SR(R,K) ^ 2) * SR(R,0)
460 NEXT R
470 SR(J,0) = SR(J,0) - AU
480 FOR J1 = 1 TO 5:AU = 0
490 FOR R = 0 TO J - 1:K = J - R:K1 = J + J1 - R
500 IF K1 > 5 GOTO 520
510 AU = AU + SR(R,K) * SR(R,K1) * SR(R,0)
520 NEXT R
530 SR(J,J1) = (SR(J,J1) - AU) / SR(J,0): NEXT J1
540 NEXT J
550 B(0) = B(0) / SR(0,0)
560 FOR J = 1 TO NIZ:AU = 0
570 FOR R = 0 TO J - 1:K = J - R
580 IF K > 5 GOTO 600
590 AU = AU + SR(R,K) * B(R) * SR(R,0)

```

```

500 NEXT R
610 B(J) = (B(J) - AU) / SR(J,0) : NEXT J
620 FOR J = N1Z - 1 TO 0 STEP - 1
630 AU = 0
640 FOR R = 1 TO 5
650 IF (J + R) > N1Z GOTO 680
660 AU = AU + SR(J,R) * B(J + R)
670 NEXT R
680 B(J) = B(J) - AU
690 NEXT J
700 RETURN
710 DIM ME(2), TG(2), PG(2)
720 REM *****CALCULO DOS OUTROS ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS , CONHECENDO - SE AS INCOGNITAS*****
730 DEF FN SH(Z) = ( EXP (Z) - EXP (- Z) ) / 2
740 DEF FN CH(Z) = ( EXP (Z) + EXP (- Z) ) / 2
750 FOR I = 1 TO N1Z - 1
760 FOR J = 0 TO M1Z - 1
770 SK(I,J) = SK(I - 1,J) - DK(I) * H(I) * (SS(I - 1,J) + SS(I,J)) / 2
780 NEXT J : NEXT I
790 FOR I = 1 TO N1Z
800 FOR J = 0 TO M1Z - 1
810 IF I = 1 GOTO 850
820 IF I = N1Z GOTO 850
830 TK(0,I - 1,J) = (MM(I,J) - MM(I - 1,J)) / DK(I) + TK(0,I - 1,J)
840 TK(4,I - 1,J) = (MM(I,J) - MM(I - 1,J)) / DK(I) + TK(4,I - 1,J)
850 VK(I,J) = (SS(I - 1,J) - SS(I,J)) / (E * DK(I))
860 NEXT J : NEXT I
870 FOR J = 0 TO M1Z - 1
880 FOR I = 2 TO N1Z
890 NK(0,I - 1,J) = ( SIN (PS(I - 1)) * SIN (PS(I)) + COS (PS(I - 1)) * COS (PS(I))) * TK(0,I - 1,J) - TK(4,I - 2,J) + NK(0,I - 1,J)
900 NK(0,I - 1,J) = NK(0,I - 1,J) / (- SIN (PS(I - 1)) * COS (PS(I)) + COS (PS(I - 1)) * SIN (PS(I)))
910 NK(4,I - 2,J) = - ( COS (PS(I - 1)) * SIN (PS(I)) + SIN (PS(I - 1)) * COS (PS(I))) * TK(4,I - 2,J) + NK(4,I - 1,J) + NK(4,I - 2,J)
920 NK(4,I - 2,J) = NK(4,I - 2,J) / (- SIN (PS(I - 1)) * COS (PS(I)) + COS (PS(I - 1)) * SIN (PS(I)))
930 NEXT I : NEXT J
940 FOR I = 0 TO N1Z
950 FOR J = 0 TO M1Z - 1
960 UK(I,J) = SS(I,J) / E
970 NEXT J : NEXT I
980 REM *****CALCULO E IMPRESSAO DOS ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS EM VARIOS PONTOS DA ESTRUTURA*****
990 PRINT CHR$(4); "PR#1"
1000 PRINT CHR$(10)
1010 PRINT TAB(45); "NUMERO DE TERMOS DA FUNCAO FUNDAMENTAL = "; M1Z
1020 PRINT CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10); CHR$(10)
1030 PRINT CHR$(27); "M"; CHR$(14); TAB(30); "ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS"; CHR$(27); "P"; CHR$(10); CHR$(10)
1040 FOR J1 = 0 TO N1Z - 1
1050 PRINT CHR$(27); "M"; CHR$(14); TAB(38); "TRAMO "; J1 + 1; CHR$(27); "F"; CHR$(10)
1060 FOR I = 1 TO N1Z
1070 PRINT CHR$(15); TAB(106); CHR$(14); "LAMINA "; I; CHR$(18); CHR$(20); CHR$(10); CHR$(10)
1080 PRINT CHR$(15); CHR$(14); TAB(8); "COORD. Z. COORD. S. MOMENTO CORTANTE SIGMA Z SIGMA S (AU Z) DESL. U
1090 PRINT CHR$(18); CHR$(20)
1100 FOR I1 = 0 TO 10
1110 Z9 = I1 * L(J1) / 10
1120 M1 = 0:M2 = 0:TE = 0:TD = 0:ME(0) = 0:ME(1) = 0:ME(2) = 0:TG(0) = 0:TG(1) = 0:TG(2) = 0
1130 RE = 0:RD = 0:PE = 0:PD = 0:SE = 0:SD = 0:SL = 0:RI = 0:R2 = 0
1140 UE = 0:UD = 0:VE = 0:VG(0) = 0:VG(1) = 0:VG(2) = 0:R3 = 0:R4 = 0
1150 FOR K = 0 TO M1Z - 1
1160 LM = Z9 * U(J1,K) / L(J1)
1170 F = C1(J1,K) * SIN (LM) + C2(J1,K) * COS (LM) + C3(J1,K) * FN SH(LM) + C4(J1,K) * FN CH(LM)
1180 F1 = U(J1,K) * (C1(J1,K) * SIN (LM) - C2(J1,K) * COS (LM) + C3(J1,K) * FN SH(LM) + C4(J1,K) * FN CH(LM)) / L(J1)
1190 F2 = (U(J1,K) ^ 2) * (- C1(J1,K) * SIN (LM) + C2(J1,K) * COS (LM) + C3(J1,K) * FN SH(LM) + C4(J1,K) * FN CH(LM)) / L(J1)
1200 F3 = (U(J1,K) ^ 3) * (- C1(J1,K) * SIN (LM) + C2(J1,K) * COS (LM) + C3(J1,K) * FN SH(LM) + C4(J1,K) * FN CH(LM)) / L(J1)

```

```

1210 S4 = (U(I),K) - 4) * 5 - 100
1220 M1 = M1 + MM(I - 1,K) * F
1230 FOR I6 = 0 TO 2
1240 ME(I6) = ME(I6) + M0(I6, I - 1,K) * F
1250 TG(I6) = TG(I6) + TK(I6 + 1, I - 1,K) * F
1260 PG(I6) = PG(I6) + NK(I6 + 1, I - 1,K) * F: NEXT I6
1270 M2 = M2 + MM(I,K) * F
1280 TE = TE + TK(I, I - 1,K) * F
1290 TD = TD + TK(4, I - 1,K) * F
1300 RE = RE + SS(I - 1,K) * F2
1310 RD = RD + SS(I,K) * F2
1320 R1 = R1 + SS(I - 1,K) * F4: R3 = R3 + SS(I - 1,K) * F3
1330 R2 = R2 + SS(I,K) * F4: R4 = R4 + SS(I,K) * F3
1340 PE = PE + NK(I, I - 1,K) * F
1350 PD = PD + NK(4, I - 1,K) * F3
1360 SE = SE + SK(I - 1,K) * F3
1370 SD = SD + SK(I,K) * F3
1380 SL = SL + SK(I - 1,K) * F4
1390 UE = UE + UK(I - 1,K) * F1
1400 UD = UD + UK(I,K) * F1
1410 V = V + VK(I,K) * F
1420 NEXT K
1430 S9 = 0: MF = M1: TF = TE: RF = RE: FF = PE / H(I): SF = SE / H(I): UF = UE: Z8 = Z9: V8 = V
1440 GOSUB 1710
1450 FOR I5 = 1 TO 3
1460 S9 = I5 * DK(I) / 4
1470 IF I = 1 THEN MF = ME(I5 - 1): TF = TG(I5 - 1): GOTO 1510
1480 IF I = N% THEN MF = ME(I5 - 1) + M1: TF = TG(I5 - 1): GOTO 1510
1490 MF = M1 + (M2 - M1) * S9 / DK(I) + ME(I5 - 1)
1500 TF = TG(I5 - 1) + (M2 - M1) / DK(I)
1510 RF = RE + (RD - RE) * S9 / DK(I)
1520 PF = PE - SL * S9 + DK(I) * H(I) * (R1 * ((S9 ^ 2) / DK(I) - (S9 ^ 3) / (3 * (DK(I) ^ 2))) + R2 * (S9 ^ 3) / (3 * (DK(I) ^ 2))) / 2 - PG(I5 - 1)
1530 FF = PF / H(I)
1540 SF = SE - DK(I) * H(I) * (R3 * (2 * S9 / DK(I) - (S9 ^ 2) / (DK(I) ^ 2)) + R4 * (S9 ^ 2) / (DK(I) ^ 2)) / 2
1550 SF = SF / H(I)
1560 UF = UE + (UD - UE) * S9 / DK(I): Z8 = Z9: V8 = V
1570 GOSUB 1710
1580 NEXT I5
1590 S9 = DK(I): MF = M2: TF = TD: RF = RD: FF = PD / H(I): SF = SD / H(I): UF = UD: Z8 = Z9: V8 = V
1600 GOSUB 1710
1610 PRINT TAB( 8); "-----"
1620 NEXT I1
1630 NEXT I: PRINT : PRINT
1640 NEXT J1
1650 REM *****FINAL DO PROGRAMA*****
1660 PRINT : PRINT : PRINT
1670 PRINT CHR$(14); TAB(27); "FIM DO PROGRAMA"; CHR$(10); CHR$(10)
1680 PRINT CHR$(4); PRN0
1690 END
1700 REM *****PREPARACAO E IMPRESSAO DOS RESULTADOS*****
1710 Z8 = INT(Z8 * 100 + .5) / 100: A9 = Z8 / 100: A9 = Z8: D = 2: GOSUB 1830: Z8$ = A9$
1720 S9 = INT(S9 * 100 + .5) / 100: A9 = S9 / 100: A9 = S9: GOSUB 1830: S9$ = A9$
1730 D = 4
1740 A9 = MF: GOSUB 1830: MF$ = A9$
1750 A9 = TF: GOSUB 1830: TF$ = A9$
1760 A9 = RF: GOSUB 1830: RF$ = A9$
1770 A9 = PF: GOSUB 1830: PF$ = A9$
1780 A9 = SF: GOSUB 1830: SF$ = A9$
1790 A9 = VF: GOSUB 1830: VF$ = A9$
1800 A9 = UF: GOSUB 1830: UF$ = A9$
1810 PRINT TAB(15 - LEN(Z8$)); Z8$: TAB(24 - LEN(S9$)); S9$: TAB(37 - LEN(MF$)); MF$: TAB(50 - LEN(TF$)); TF$: TAB(24 - LEN(RE$)); RF$: TAB(37 - LEN(PF$)); PF$: TAB(51 - LEN(SF$)); SF$: TAB(28 - LEN(UF$)); UF$: TAB(42 - LEN(V8$)); V8$
1820 RETURN *****SUBROTINA PARA FORMATAR OS NUMEROS*****
1830 REM

```

```
1840 A9$ = STR$(A9)
1850 FOR Z = 1 TO LEN (A9$)
1860 IF MID$(A9$,Z,1) < "E" THEN NEXT Z: GOTO 1980
1870 FOR W = 1 TO Z - 1
1880 IF MID$(A9$,W,1) < "." THEN NEXT W: A8$ = "." + N9 = Z - 1: GOTO 1900
1890 GOTO 1920
1900 FOR T5 = 1 TO D
1910 A8$ = A8$ + "0": NEXT T5
1920 IF W + D < = Z - 1 THEN N9 = W + D: A8$ = "": GOTO 1960
1930 A8$ = ""
1940 FOR T5 = Z TO W + D
1950 A8$ = A8$ + " ": NEXT T5: N9 = Z - 1
1960 A9$ = LEFT$(A9$,N9) + A8$ + MID$(A9$,Z)
1970 RETURN
1980 FOR W = 1 TO LEN (A9$)
1990 IF MID$(A9$,W,1) < "." THEN NEXT W: A9$ = A9$ + ".": GOTO 2010
2000 GOTO 2030
2010 FOR T5 = 1 TO D
2020 A9$ = A9$ + "0": NEXT T5: GOTO 2070
2030 IF W + D < = LEN (A9$) THEN N9 = W + D: GOTO 2060
2040 FOR T5 = 1 TO (W + D - LEN (A9$))
2050 A9$ = A9$ + "0": NEXT T5: N9 = W + D: GOTO 2070
2060 A9$ = LEFT$(A9$,N9)
2070 RETURN
```

APENDICE B

LISTAGENS DOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO III

PROGRAMA PARA O CALCULO DE CASCAS PRISMATICAS

ESTRUTURA NUM. 01

GEOMETRIA

NUM. DE LAMINAS = 6

COORDENADAS DAS ARESTAS

ARESTA	COORD. X	COORD. Y
0	0	2.93
1	0	2.03
2	2.6	.53
3	5.6	0
4	8.6	.53
5	11.2	2.03
6	11.2	2.93

ESPESSURAS DAS LAMINAS

LAMINA	ESPESS.
1	.15
2	.1
3	.1
4	.1
5	.1
6	.15

MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL 30000000
 COEFICIENTE DE DILATAÇAO TERMICA = 1E-05

NUMERO DE TRAMOS = 1

COMPRIMENTO DO TRAMO 1 = 21.3

APOIO INICIAL ARTICULADO

APOIO FINAL ARTICULADO

CARGAS

TRAMO	LAMINA	ARESTA	*P*	ALFA	*SENTIDO LONGITUDINAL*	*SENTIDO TRANSVERSAL*	*TIPO DIST. IN. EXT.	**TIPO DIST. IN. EXT.**	*OBS.*
1	1	5	3.24	90	1	0	21.3		CARGA ARESTA
1	1	5	3.24	90	1	0	21.3		CARGA ARESTA
1	3	4	3.9	90	1	0	21.3	3	CARGA LAMINA
1	4	3	3.9	90	1	0	21.3	3	CARGA LAMINA
1	5	4	3.9	90	1	0	21.3	3	CARGA LAMINA
1	5	4	3.9	90	1	0	21.3	3	CARGA LAMINA

NUMERO DE TERMOS DA FUNÇAO FUNDAMENTAL = 1

ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS

TRAMO 1

LAMINA 1

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.4206E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-312.5629	-1.8365E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-539.3480	-1.2523E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-680.3553	-6.6820E-04	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-735.5849	-8.4041E-05	0.0000
2.13	0.00	0.0000	0.0000	3309.8656	0.0000	0.0000	-2.3022E-03	-5.4395E-03
2.13	0.00	0.0000	0.0000	2511.1272	-1.6759	-297.2650	-1.7466E-03	-5.4395E-03
2.13	0.00	0.0000	0.0000	1712.3889	-6.1174	-512.9505	-1.1910E-03	-5.4395E-03
2.13	0.00	0.0000	0.0000	913.6505	-12.4447	-647.0564	-6.5549E-04	-5.4395E-03
2.13	0.00	0.0000	0.0000	114.9122	-19.7752	-699.5828	-7.9928E-05	-5.4395E-03
4.26	0.00	0.0000	0.0000	6295.7390	0.0000	0.0000	-1.9583E-03	-0.103
4.26	0.00	0.0000	0.0000	4776.4483	-3.1878	-252.8688	-1.4857E-03	-0.103
4.26	0.00	0.0000	0.0000	3257.1575	-11.6360	-436.3419	-1.0131E-03	-0.103
4.26	0.00	0.0000	0.0000	1737.8668	-23.6713	-550.4192	-5.4058E-04	-0.103
4.26	0.00	0.0000	0.0000	218.5760	-37.6204	-595.1009	-6.7990E-05	-0.103
6.39	0.00	0.0000	0.0000	8665.3427	0.0000	0.0000	-1.4228E-03	-0.142
6.39	0.00	0.0000	0.0000	6574.2181	-4.3877	-183.7200	-1.0794E-03	-0.142
6.39	0.00	0.0000	0.0000	4483.0934	-16.0156	-317.0211	-7.3611E-04	-0.142
6.39	0.00	0.0000	0.0000	2391.9688	-32.5807	-399.9033	-3.9275E-04	-0.142
6.39	0.00	0.0000	0.0000	300.8442	-51.7801	-432.3664	-4.9398E-05	-0.142
8.52	0.00	0.0000	0.0000	10186.7237	0.0000	0.0000	-7.4803E-04	-0.167
8.52	0.00	0.0000	0.0000	7728.4587	-5.1580	-96.5875	-5.6751E-04	-0.167
8.52	0.00	0.0000	0.0000	5270.1937	-18.8275	-166.6682	-3.8700E-04	-0.167
8.52	0.00	0.0000	0.0000	2811.9286	-38.3010	-210.2420	-2.0648E-04	-0.167
8.52	0.00	0.0000	0.0000	353.6636	-60.8712	-227.3089	-2.5970E-05	-0.167
10.65	0.00	0.0000	0.0000	10710.9589	0.0000	0.0000	-3.2101E-09	-0.176
10.65	0.00	0.0000	0.0000	8126.1851	-5.4235	-4.1450E-04	-2.4354E-09	-0.176
10.65	0.00	0.0000	0.0000	5541.4115	-19.7964	-7.1524E-04	-1.8607E-09	-0.176
10.65	0.00	0.0000	0.0000	2956.6378	-40.2720	-9.0224E-04	-8.8612E-10	-0.176
10.65	0.00	0.0000	0.0000	371.8641	-64.0038	-9.7548E-04	-1.1145E-10	-0.176
12.78	0.00	0.0000	0.0000	10186.7325	0.0000	0.0000	7.4802E-04	-0.167
12.78	0.00	0.0000	0.0000	7728.4653	-5.1580	96.5867	5.6751E-04	-0.167
12.78	0.00	0.0000	0.0000	5270.1982	-18.8275	166.6669	3.8699E-04	-0.167
12.78	0.00	0.0000	0.0000	2811.9311	-38.3010	210.2403	2.0648E-04	-0.167
12.78	0.00	0.0000	0.0000	353.6639	-60.8713	227.3071	2.5970E-05	-0.167
14.91	0.00	0.0000	0.0000	8665.3594	0.0000	0.0000	1.4228E-03	-0.142
14.91	0.00	0.0000	0.0000	6574.2307	-4.3877	183.7194	1.0794E-03	-0.142
14.91	0.00	0.0000	0.0000	4483.1021	-16.0156	317.0200	7.3611E-04	-0.142
14.91	0.00	0.0000	0.0000	2391.9734	-32.5808	399.9018	3.9275E-04	-0.142
14.91	0.00	0.0000	0.0000	300.8447	-51.7802	432.3648	4.9398E-05	-0.142
17.04	0.00	0.0000	0.0000	6295.7620	0.0000	0.0000	1.9583E-03	-0.103
17.04	0.00	0.0000	0.0000	4776.4657	-3.1878	252.8683	1.4857E-03	-0.103
17.04	0.00	0.0000	0.0000	3257.1694	-11.6360	436.3410	1.0131E-03	-0.103
17.04	0.00	0.0000	0.0000	1737.8731	-23.6714	550.4182	5.4058E-04	-0.103
17.04	0.00	0.0000	0.0000	218.5768	-37.6206	595.0977	6.7990E-05	-0.103
19.17	0.00	0.0000	0.0000	3309.8924	0.0000	0.0000	2.3022E-03	-5.4395E-03
19.17	0.00	0.0000	0.0000	2511.1477	-1.6759	297.2647	1.7466E-03	-5.4395E-03
19.17	0.00	0.0000	0.0000	1712.4029	-6.1174	512.9501	1.1910E-03	-5.4395E-03
19.17	0.00	0.0000	0.0000	913.6580	-12.4448	647.0559	6.5549E-04	-5.4395E-03
19.17	0.00	0.0000	0.0000	114.9131	-19.7784	699.5822	7.9928E-05	-5.4395E-03
21.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0284	0.0000	0.0000	2.4206E-03	-4.6699E-08
21.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0215	-1.4388E-05	312.5629	1.8365E-03	-4.6699E-08
21.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0147	-5.2519E-05	539.3480	1.2523E-03	-4.6699E-08

0.0000 7.8439E-03 1.0684E-04 689.5206 9.8820E-04 1.2647E-08
 0.0000 9.8655E-04 -1.6980E-04 735.5849 8.4041E-05 -4.6595E-08

LAMINA 2

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL.U	DESL.V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1103.3773	-8.4041E-05	0.0000
0.00	0.75	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1109.6217	5.8540E-05	0.0000
0.00	1.50	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1046.0385	2.0112E-04	0.0000
0.00	2.25	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-912.6276	3.4370E-04	0.0000
0.00	3.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-709.3890	4.8628E-04	0.0000
2.13	0.00	0.0000	1.4655	114.9122	-8.4550	-1049.3743	-7.9928E-05	-3.9808E-04
2.13	0.75	0.7255	0.4681	-80.0439	-52.2531	-1055.3131	5.5675E-05	-3.9808E-04
2.13	1.50	0.7026	-0.5292	-275.0002	-95.0705	-994.8418	1.9127E-04	-3.9808E-04
2.13	2.25	-0.0687	-1.5266	-469.9564	-134.5192	-867.9605	3.2688E-04	-3.9808E-04
2.13	3.00	-1.5886	-2.5218	-664.9126	-122.1895	-674.6691	4.6248E-04	-3.9808E-04
4.26	0.00	0.0000	2.7876	218.5760	-16.0825	-892.6513	-6.7990E-05	-7.5720E-04
4.26	0.75	1.3800	0.8904	-152.2527	-99.3913	-897.7032	4.7360E-05	-7.5720E-04
4.26	1.50	1.3364	-1.0067	-523.0815	-180.8349	-846.2632	1.6271E-04	-7.5720E-04
4.26	2.25	-1.1308	-2.9038	-893.9103	-255.8707	-738.065E-04	2.7806E-04	-7.5720E-04
4.26	3.00	-3.0217	-4.7968	-1264.7392	-232.4183	-573.9080	3.9341E-04	-7.5720E-04
6.39	0.00	0.0000	3.8368	300.8442	-22.1357	-648.5496	-4.9398E-05	-1.0421E-03
6.39	0.75	1.8974	1.2256	-209.5579	-136.8004	-652.2200	3.4409E-05	-1.0421E-03
6.39	1.50	1.8394	-1.3856	-719.9601	-248.8980	-614.8466	1.1821E-04	-1.0421E-03
6.39	2.25	-1.1800	-3.9968	-1230.3622	-352.1759	-536.4296	2.0202E-04	-1.0421E-03
6.39	3.00	-4.1591	-6.6022	-1740.7644	-319.8964	-416.9688	2.8583E-04	-1.0421E-03
8.52	0.00	0.0000	4.5104	353.6636	-26.0221	-340.9634	-2.5970E-05	-1.2251E-03
8.52	0.75	2.2329	1.4408	-246.3502	-160.8186	-342.8931	1.8090E-05	-1.2251E-03
8.52	1.50	2.1624	-1.6288	-846.3640	-292.5972	-323.2447	6.2150E-05	-1.2251E-03
8.52	2.25	-2.2117	-4.6985	-1446.3779	-414.0077	-282.0183	1.0621E-04	-1.2251E-03
8.52	3.00	-4.8893	-7.7614	-2046.3918	-376.0608	-219.2139	1.5027E-04	-1.2251E-03
10.65	0.00	0.0000	4.7426	371.8641	-27.3612	-1.4632E-03	-1.1145E-10	-1.2882E-03
10.65	0.75	2.3478	1.5149	-259.0280	-169.0947	-1.4713E-03	7.7632E-11	-1.2882E-03
10.65	1.50	2.2736	-1.7127	-889.9201	-307.6550	-1.3871E-03	2.6671E-10	-1.2882E-03
10.65	2.25	-2.2226	-4.9403	-1520.8122	-435.3136	-1.2102E-03	4.5579E-10	-1.2882E-03
10.65	3.00	-5.1409	-8.1608	-2151.7944	-395.4139	-9.4074E-04	6.4488E-10	-1.2882E-03
12.78	0.00	0.0000	4.5104	353.6639	-26.0221	340.9606	2.5970E-05	-1.2251E-03
12.78	0.75	2.2329	1.4408	-246.3504	-160.8187	342.8903	-1.8089E-05	-1.2251E-03
12.78	1.50	2.1624	-1.6288	-846.3647	-292.5975	323.2420	-6.2149E-05	-1.2251E-03
12.78	2.25	-2.2117	-4.6985	-1446.3791	-414.0081	282.0160	-1.0620E-04	-1.2251E-03
12.78	3.00	-4.8893	-7.7614	-2046.3935	-376.0611	219.2122	-1.5026E-04	-1.2251E-03
14.91	0.00	0.0000	3.8368	300.8447	-22.1357	648.5472	4.9398E-05	-1.0421E-03
14.91	0.75	1.8974	1.2256	-209.5583	-136.8007	652.2176	-3.4409E-05	-1.0421E-03
14.91	1.50	1.8394	-1.3856	-719.9614	-248.8985	614.8444	-1.1821E-04	-1.0421E-03
14.91	2.25	-1.1800	-3.9968	-1230.3646	-352.1766	536.4276	-2.0202E-04	-1.0421E-03
14.91	3.00	-4.1591	-6.6022	-1740.7677	-319.8970	416.9673	-2.8583E-04	-1.0421E-03
17.04	0.00	0.0000	2.7876	218.5768	-16.0826	892.6496	6.7990E-05	-7.5720E-04
17.04	0.75	1.3800	0.8904	-152.2532	-99.3916	897.7014	-4.7360E-05	-7.5720E-04
17.04	1.50	1.3364	-1.0067	-523.0834	-180.8356	846.2616	1.6271E-04	-7.5720E-04
17.04	2.25	-1.1308	-2.9038	-893.9136	-255.8717	738.3301	-2.7806E-04	-7.5720E-04
17.04	3.00	-3.0218	-4.7968	-1264.7438	-232.4191	573.9069	-3.9341E-04	-7.5720E-04
19.17	0.00	0.0000	1.4655	114.9131	-8.4551	1049.3734	7.9928E-05	-3.9808E-04
19.17	0.75	0.7255	0.4681	-80.0446	-52.2533	1055.3121	-5.5675E-05	-3.9808E-04
19.17	1.50	0.7026	-0.5292	-275.0024	-95.0713	994.8409	-1.9127E-04	-3.9808E-04
19.17	2.25	-0.0687	-1.5266	-469.9602	-134.5203	867.9597	-3.2688E-04	-3.9808E-04
19.17	3.00	-1.5886	-2.5218	-664.9181	-122.1905	674.6685	-4.6248E-04	-3.9808E-04

21.30	0.00	0.0000	1.2582E-05	9.8655E-04	-7.2589E-05	1103.3773	8.4041E-05	-3.4176E-09
21.30	.75	6.2289E-06	4.0191E-06	-6.8720E-04	-4.4860E-04	1109.6217	-5.8540E-05	-3.4176E-09
21.30	1.50	6.0320E-06	-4.5438E-06	-2.3609E-03	-8.1620E-04	1046.0385	-2.0112E-04	-3.4176E-09
21.30	2.25	-5.9057E-07	-1.3106E-05	-4.0347E-03	-1.1548E-03	912.6276	-3.4370E-04	-3.4176E-09
21.30	3.00	-1.3639E-05	-2.1650E-05	-5.7084E-03	-1.0490E-03	709.3890	-4.8628E-04	-3.4176E-09

LAMINA 3

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-709.3890	4.8628E-04	0.0000
0.00	.76	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-483.7709	4.2155E-04	0.0000
0.00	1.52	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-290.3289	3.5681E-04	0.0000
0.00	2.28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-129.0628	2.9208E-04	0.0000
0.00	3.05	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.0272	2.2734E-04	0.0000
2.13	0.00	-1.5886	1.8013	-664.9126	-123.4575	-674.6691	4.6248E-04	1.7807E-04
2.13	.76	-6.5449	.6504	-576.3992	-146.1064	-460.0935	4.0091E-04	1.7807E-04
2.13	1.52	-5.9777	-5.0003	-487.8858	-161.4820	-276.1192	3.3935E-04	1.7807E-04
2.13	2.28	-1.4171	-1.6511	-399.3723	-170.7012	-122.7460	2.7778E-04	1.7807E-04
2.13	3.05	-3.1129	-2.8013	-310.8589	-158.6167	.0258	2.1622E-04	1.7807E-04
4.26	0.00	-3.0217	3.4263	-1264.7392	-234.8302	-573.9080	3.9341E-04	3.3872E-04
4.26	.76	-1.2458	1.2373	-1096.3766	-277.9110	-391.3790	3.4104E-04	3.3872E-04
4.26	1.52	-1.1370	-9.9517	-928.0140	-307.1572	-234.8811	2.8867E-04	3.3872E-04
4.26	2.28	-2.6955	-3.1407	-759.6515	-324.6931	-104.4140	2.3629E-04	3.3872E-04
4.26	3.05	-5.9211	-5.3284	-591.2889	-301.7070	.0220	1.8392E-04	3.3872E-04
6.39	0.00	-4.1591	4.7159	-1740.7644	-323.2161	-416.9688	2.8583E-04	4.6621E-04
6.39	.76	-1.7147	1.7030	-1509.0332	-382.5118	-284.3537	2.4778E-04	4.6621E-04
6.39	1.52	-1.5650	-1.3099	-1277.3019	-422.7657	-170.8512	2.0973E-04	4.6621E-04
6.39	2.28	-3.7100	-4.3228	-1045.5707	-446.9018	-75.8613	1.7168E-04	4.6621E-04
6.39	3.05	-8.1497	-7.3340	-813.8395	-415.2641	.0159	1.3363E-04	4.6621E-04
8.52	0.00	-4.8893	5.5439	-2046.3918	-379.9634	-219.2139	1.5027E-04	5.4807E-04
8.52	.76	-2.0157	2.0020	-1773.9753	-449.6997	-149.4939	1.3026E-04	5.4807E-04
8.52	1.52	-1.8398	-1.5399	-1501.5588	-496.9910	-89.7168	1.1026E-04	5.4807E-04
8.52	2.28	-4.3614	-5.0818	-1229.1424	-525.3647	-39.8827	9.0258E-05	5.4807E-04
8.52	3.05	-9.5806	-8.6216	-956.7259	-488.1723	8.4080E-03	7.0254E-05	5.4807E-04
10.65	0.00	-5.1409	5.8292	-2151.7044	-399.5173	-9.4074E-04	6.4488E-04	5.7627E-04
10.65	.76	-2.1195	2.1050	-1865.2687	-472.8108	-6.4154E-04	5.5903E-04	5.7627E-04
10.65	1.52	-1.9344	-1.6191	-1578.8329	-522.5674	-3.8501E-04	4.7318E-04	5.7627E-04
10.65	2.28	-4.5858	-5.3433	-1292.3972	-552.4013	-1.7115E-04	3.8734E-04	5.7627E-04
10.65	3.05	-10.0736	-9.0653	-1005.9615	-513.2949	3.6082E-08	3.0149E-04	5.7627E-04
12.78	0.00	-4.8893	5.5439	-2046.3975	-379.9637	219.2122	-1.5026E-04	5.4807E-04
12.78	.76	-2.0157	2.0020	-1773.9768	-449.6701	149.4927	-1.3026E-04	5.4807E-04
12.78	1.52	-1.8398	-1.5399	-1501.5601	-496.9914	89.7161	-1.1026E-04	5.4807E-04
12.78	2.28	-4.3614	-5.0818	-1229.1425	-525.3652	39.8824	-9.0258E-05	5.4807E-04
12.78	3.05	-9.5806	-8.6216	-956.7268	-488.1727	-8.4080E-03	7.0254E-05	5.4807E-04
14.91	0.00	-4.1591	4.7159	-1740.7677	-323.2167	416.9673	-2.8583E-04	4.6621E-04
14.91	.76	-1.7147	1.7030	-1509.0361	-382.5125	284.3527	-2.4778E-04	4.6621E-04
14.91	1.52	-1.5650	-1.3099	-1277.3044	-422.7665	170.8506	-2.0973E-04	4.6621E-04
14.91	2.28	-3.7100	-4.3228	-1045.5727	-446.9027	75.8610	-1.7168E-04	4.6621E-04
14.91	3.05	-8.1498	-7.3340	-813.8411	-415.2649	-.0159	-1.3363E-04	4.6621E-04
17.04	0.00	-3.0218	3.4263	-1264.7438	-234.8310	573.9069	-3.9341E-04	3.3872E-04
17.04	.76	-1.2458	1.2373	-1096.3806	-277.9120	391.3783	-3.4104E-04	3.3872E-04
17.04	1.52	-1.1370	-9.9517	-928.0174	-307.1583	234.8806	-2.8867E-04	3.3872E-04
17.04	2.28	-2.6955	-3.1407	-759.6542	-324.6943	104.4138	-2.3629E-04	3.3872E-04
17.04	3.05	-5.9211	-5.3285	-591.2911	-301.7081	-.0220	-1.8392E-04	3.3872E-04
19.17	0.00	-1.5886	1.8013	-664.9181	-123.4585	674.6685	-4.6248E-04	1.7808E-04

LAMINA 4

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
19.17	1.76	6549	6503	-576.4039	146.1074	460.0931	4.0091E-04	1.7808E-04
19.17	1.52	5977	-5003	-487.8898	-161.4834	276.1189	-3.3935E-04	1.7808E-04
19.17	2.28	-1.4171	-1.6512	-399.3756	-170.7026	122.7459	-2.7778E-04	1.7808E-04
19.17	3.05	-3.1129	-2.8013	-310.8615	-158.6180	-0.0258	-2.1622E-04	1.7808E-04
21.30	0.00	-1.3639E-05	1.5465E-05	-5.7084E-03	-1.0599E-03	709.3890	-4.8628E-04	1.5288E-09
21.30	1.76	-5.6231E-06	5.5847E-06	-4.9485E-03	-1.2543E-03	483.7709	-4.2155E-04	1.5288E-09
21.30	1.52	-5.1322E-06	-4.2956E-06	-4.1886E-03	-1.3863E-03	290.3289	-3.5681E-04	1.5288E-09
21.30	2.28	-1.2166E-05	-1.4176E-05	-3.4287E-03	-1.4655E-03	129.0628	-2.9208E-04	1.5288E-09
21.30	3.05	-2.6725E-05	-2.4050E-05	-2.6688E-03	-1.3617E-03	-0.0272	-2.2734E-04	1.5288E-09
2.13	0.00	-3.1129	2.8030	-310.8589	-158.6137	0.0258	2.1622E-04	-1.7809E-04
2.13	1.76	-1.4163	1.6522	-399.3797	-154.4321	122.7991	2.7779E-04	-1.7809E-04
2.13	1.52	-5962	5013	-487.9006	-145.2110	276.1760	3.3936E-04	-1.7809E-04
2.13	2.28	-1.6526	-1.6494	-576.4214	-129.8332	460.1568	4.0093E-04	-1.7809E-04
2.13	3.05	-1.5855	-1.7996	-664.9422	-123.4458	674.7413	4.6250E-04	-1.7809E-04
4.26	0.00	-5.9211	5.3317	-591.2889	-301.7012	0.0220	1.8392E-04	-3.3875E-04
4.26	1.76	-2.6940	3.1426	-759.6655	-293.7474	104.4591	2.3630E-04	-3.3875E-04
4.26	1.52	-1.1341	1.9536	-928.0422	-276.2078	234.9294	2.8867E-04	-3.3875E-04
4.26	2.28	-1.2414	-1.2354	-1096.4188	-246.9575	391.4329	3.4105E-04	-3.3875E-04
4.26	3.05	-3.0159	-3.4231	-1264.7954	-234.8080	573.9694	3.9343E-04	-3.3875E-04
6.39	0.00	-8.1497	7.3384	-813.8395	-415.2562	0.0159	1.3363E-04	-4.6625E-04
6.39	1.76	-3.7080	4.3255	-1045.5901	-404.3088	75.8940	1.7168E-04	-4.6625E-04
6.39	1.52	-1.5610	1.3125	-1277.3407	-380.1674	170.6863	2.0973E-04	-4.6625E-04
6.39	2.28	-1.7087	-1.7003	-1509.0913	-339.9079	284.3928	2.4779E-04	-4.6625E-04
6.39	3.05	-4.1511	-4.7115	-1740.8418	-323.1855	417.0135	2.8584E-04	-4.6625E-04
8.52	0.00	-9.5806	8.6269	-956.7259	-488.1631	8.4080E-03	7.0254E-05	-5.4811E-04
8.52	1.76	-4.3590	5.0849	-1229.1652	-475.2936	39.8999	9.0260E-05	-5.4811E-04
8.52	1.52	-1.8350	1.5430	-1501.6044	-446.9138	89.7353	1.1026E-04	-5.4811E-04
8.52	2.28	-2.0087	-1.9989	-1774.0436	-399.5858	149.5144	1.3027E-04	-5.4811E-04
8.52	3.05	-4.8799	-5.5387	-2046.4828	-379.9274	219.2374	1.5027E-04	-5.4811E-04
10.65	0.00	-10.0736	9.0708	-1005.7615	-513.2852	3.6082E-08	3.0149E-10	-5.7632E-04
10.65	1.76	-4.5834	5.3466	-1292.4212	-499.7534	1.7122E-04	3.8734E-10	-5.7632E-04
10.65	1.52	-1.9295	1.6224	-1578.8808	-468.9131	3.8509E-04	4.7320E-10	-5.7632E-04
10.65	2.28	-2.1120	-2.1018	-1865.3405	-426.1496	6.4163E-04	5.9705E-10	-5.7632E-04
10.65	3.05	-5.1310	-5.8237	-2151.8001	-399.4795	9.4084E-04	6.4490E-10	-5.7632E-04
12.78	0.00	-9.5806	8.6269	-956.7268	-488.1635	-8.4080E-03	-7.0253E-05	-5.4811E-04
12.78	1.76	-4.3590	5.0849	-1229.1682	-475.2940	-39.8999	-9.0259E-05	-5.4811E-04
12.78	1.52	-1.8350	1.5430	-1501.6057	-446.9141	-89.7346	-1.1026E-04	-5.4811E-04
12.78	2.28	-2.0087	-1.9989	-1774.0451	-399.5862	-149.5132	-1.3027E-04	-5.4811E-04
12.78	3.05	-4.8799	-5.5387	-2046.4846	-379.9278	-219.2356	-1.5027E-04	-5.4811E-04
14.91	0.00	-8.1498	7.3385	-813.8411	-415.2570	0.0159	1.3363E-04	-4.6625E-04
14.91	1.76	-3.7080	4.3255	-1045.5921	-404.3095	-75.8938	-1.7168E-04	-4.6625E-04
14.91	1.52	-1.5610	1.3125	-1277.3431	-380.1682	170.6857	-2.0973E-04	-4.6625E-04
14.91	2.28	-1.7087	-1.7003	-1509.0942	-339.9086	284.3918	-2.4779E-04	-4.6625E-04
14.91	3.05	-4.1511	-4.7115	-1740.8452	-323.1861	417.0119	-2.8584E-04	-4.6625E-04
17.04	0.00	-5.9211	5.3317	-591.2911	-301.7023	0.0220	1.8392E-04	-3.3875E-04
17.04	1.76	-2.6940	3.1426	-759.6683	-293.7485	104.4589	2.3630E-04	-3.3875E-04
17.04	1.52	-1.1341	1.9536	-928.0455	-276.2088	234.9290	2.8867E-04	-3.3875E-04

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL.U	DESL.V
17.04	2.28	-1.2414	1.2354	-1096.4228	-246.9584	-391.4321	-3.4105E-04	-3.5875E-04
17.04	3.05	-3.0159	-3.4231	-1264.8000	-234.8088	-573.9683	-3.9343E-04	-3.3675E-04
19.17	0.00	-3.1129	2.8030	-310.8615	-158.6150	-0.2588	-2.1622E-04	-1.7809E-04
19.17	0.76	-1.4163	1.6522	-399.3830	-154.4334	-122.7990	-2.7779E-04	-1.7809E-04
19.17	1.52	-5.9762	-5013	-487.9046	-145.2122	-276.1758	-3.5936E-04	-1.7809E-04
19.17	2.28	-6.8226	-6494	-576.4261	-129.8343	-460.1564	-4.0093E-04	-1.7809E-04
19.17	3.05	-1.5855	-1.7996	-664.9476	-123.4468	-674.7407	-4.6250E-04	-1.7809E-04
21.30	0.00	-2.6725E-05	2.4065E-05	-2.6688E-03	-1.3617E-03	-0.272	-2.2734E-04	-1.5289E-09
21.30	0.76	-1.2159E-05	1.4184E-05	-3.4287E-03	-1.3258E-03	-129.1186	-2.9208E-04	-1.5289E-09
21.30	1.52	-5.1190E-06	4.3042E-06	-4.1887E-03	-1.2466E-03	-290.3887	-3.5682E-04	-1.5289E-09
21.30	2.28	-5.6033E-06	-5.5760E-06	-4.9487E-03	-1.1146E-03	-483.8375	-4.2156E-04	-1.5289E-09
21.30	3.05	-1.3612E-05	-1.5450E-05	-5.7087E-03	-1.0598E-03	-709.4649	-4.8630E-04	-1.5289E-09
LAMINA 5								
2.13	0.00	-1.5855	2.5230	-664.9422	-122.1727	674.7413	4.6250E-04	3.9844E-04
2.13	0.75	-0.664	1.5256	-469.8078	-88.4788	868.0124	3.2677E-04	3.9844E-04
2.13	1.50	-7.041	-5.282	-274.6734	-49.0296	994.8128	1.9105E-04	3.9844E-04
2.13	2.25	-7.263	-4.691	-79.5391	-6.2155	1055.1424	5.5248E-05	3.9844E-04
2.13	3.00	0.0000	-1.4643	115.5952	-8.4482	1049.0013	-8.0403E-05	3.9844E-04
4.26	0.00	-3.0159	4.7991	-1264.7954	-232.3864	573.9694	3.9343E-04	7.5789E-04
4.26	0.75	-1.1264	2.9019	-893.6277	-168.2967	738.3757	2.7797E-04	7.5789E-04
4.26	1.50	1.3393	1.0047	-522.4600	-93.2598	846.2385	1.6251E-04	7.5789E-04
4.26	2.25	1.3815	-1.8924	-151.2923	-11.8227	897.5580	4.7061E-05	7.5789E-04
4.26	3.00	0.0000	-2.7853	219.8753	-16.0694	892.3341	-6.8395E-05	7.5789E-04
6.39	0.00	-4.1511	6.6054	-1740.8418	-319.8525	417.0135	2.8584E-04	1.0431E-03
6.39	0.75	-1.1740	3.9941	-1229.9733	-231.6406	536.4617	2.0196E-04	1.0431E-03
6.39	1.50	1.8434	1.3829	-719.1047	-128.3612	614.8287	1.1807E-04	1.0431E-03
6.39	2.25	1.9014	-1.2282	-208.2361	-16.2726	652.1145	3.4192E-05	1.0431E-03
6.39	3.00	0.0000	-3.8337	302.6324	-22.1177	648.3191	-4.9691E-05	1.0431E-03
8.52	0.00	-4.8799	7.7651	-2046.4828	-376.0092	219.2374	1.5027E-04	1.2262E-03
8.52	0.75	-2.2046	4.6954	-1445.9206	-272.3099	282.0352	1.0617E-04	1.2262E-03
8.52	1.50	2.1671	1.6257	-845.3584	-150.8976	323.2353	6.2076E-05	1.2262E-03
8.52	2.25	2.2353	-1.4439	-244.7963	-19.1295	342.8376	1.7975E-05	1.2262E-03
8.52	3.00	0.0000	-4.5068	355.7658	-26.0009	340.8622	-2.6124E-05	1.2262E-03
10.65	0.00	-5.1310	8.1647	-2151.8001	-395.3594	9.4084E-04	6.4490E-10	1.2894E-03
10.65	0.75	-2.2151	4.9370	-1526.5314	-286.3236	1.2103E-03	4.3585E-10	1.2894E-03
10.65	1.50	2.2786	1.7094	-888.8628	-158.6632	1.3871E-03	2.6637E-10	1.2894E-03
10.65	2.25	2.3603	-1.5182	-257.3941	-20.1140	1.4712E-03	7.7542E-11	1.2894E-03
10.65	3.00	0.0000	-4.7387	374.0745	-27.3390	1.4627E-03	-1.1211E-10	1.2894E-03
12.78	0.00	-4.8799	7.7651	-2046.4846	-376.0096	-219.2356	-1.5027E-04	1.2262E-03
12.78	0.75	-2.2046	4.6954	-1445.9219	-272.3101	-282.0329	-1.0617E-04	1.2262E-03
12.78	1.50	2.1671	1.6257	-845.3592	-150.8978	-323.2326	-6.2076E-05	1.2262E-03
12.78	2.25	2.2353	-1.4439	-244.7965	-19.1296	-342.8348	-1.7975E-05	1.2262E-03
12.78	3.00	0.0000	-4.5068	355.7661	-26.0009	-340.8395	2.6124E-05	1.2262E-03
14.91	0.00	-4.1511	6.6054	-1740.8452	-319.8531	-417.0119	-2.8584E-04	1.0431E-03
14.91	0.75	-1.1740	3.9941	-1229.9756	-231.6410	-536.4597	-2.0196E-04	1.0431E-03
14.91	1.50	1.8434	1.3829	-719.1060	-128.3614	-614.8265	-1.1807E-04	1.0431E-03
14.91	2.25	1.9014	-1.2283	-208.2365	-16.2726	-652.1121	-3.4192E-05	1.0431E-03
14.91	3.00	0.0000	-3.8337	302.6330	-22.1177	-648.3167	4.9691E-05	1.0431E-03

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
17.04	0.00	-3.0159	4.7991	-1264.8000	-232.3872	-573.9683	-3.9343E-04	7.5789E-04
17.04	.75	-1.1264	2.9019	-893.6310	-168.2973	-738.3742	-2.7797E-04	7.5789E-04
17.04	1.50	1.3393	1.0047	-522.4619	-93.2602	-846.2369	-1.6251E-04	7.5789E-04
17.04	2.25	-1.3815	-1.8924	-151.2929	-11.8227	-897.5563	-4.7061E-05	7.5789E-04
17.04	3.00	0.0000	-2.7853	219.8761	-16.0695	-892.3323	6.8394E-05	7.5789E-04
19.17	0.00	-1.5855	2.5230	-664.9476	-122.1737	-674.7407	-4.6250E-04	3.9845E-04
19.17	.75	-0.0664	1.5256	-469.8117	-88.4795	-868.0117	-3.2677E-04	3.9845E-04
19.17	1.50	1.7041	1.5282	-274.6757	-49.0300	-994.8119	-1.9105E-04	3.9845E-04
19.17	2.25	-0.0000	-4.4691	-79.5397	-6.2156	-1055.1415	-5.5323E-05	3.9845E-04
19.17	3.00	0.0000	-1.4643	115.5962	-8.4482	-1049.0004	8.0403E-05	3.9845E-04
21.30	0.00	-1.3612E-05	2.1661E-05	-5.7087E-03	-1.0488E-03	-709.4649	-4.8630E-04	3.4207E-09
21.30	.75	-5.7081E-07	1.3098E-05	-4.0334E-03	-7.5961E-04	-912.6822	-3.4359E-04	3.4207E-09
21.30	1.50	6.0452E-06	4.5350E-06	-2.3581E-03	-4.2093E-04	-1046.0080	-2.0088E-04	3.4207E-09
21.30	2.25	6.2355E-06	-4.0279E-06	-6.8286E-04	-5.3362E-05	-1109.4423	-5.8171E-05	3.4207E-09
21.30	3.00	0.0000	-1.2571E-05	9.9242E-04	-7.2530E-05	-1102.9851	8.4540E-05	3.4207E-09
4.26	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.4192E-03	0.0000
4.26	.23	0.0000	0.0000	115.5952	-19.7691	699.3342	-8.0403E-05	5.4351E-03
4.26	.45	0.0000	0.0000	913.6877	-12.4385	646.7710	-6.3552E-04	5.4351E-03
4.26	.68	0.0000	0.0000	1711.7802	-6.1141	512.6942	-1.1906E-03	5.4351E-03
4.26	.90	0.0000	0.0000	2509.8727	-1.6750	297.1039	-1.7457E-03	5.4351E-03
4.26	1.13	0.0000	0.0000	3307.9652	0.0000	0.0000	-2.3008E-03	5.4351E-03
4.26	1.36	0.0000	0.0000	219.8753	-37.6030	594.8894	-6.8395E-05	.0103
4.26	1.59	0.0000	0.0000	1737.9375	-23.6594	550.1764	-5.4060E-04	.0103
4.26	1.82	0.0000	0.0000	3255.9998	-11.6298	436.1239	-1.0128E-03	.0103
4.26	2.05	0.0000	0.0000	4774.0621	-3.1861	252.7317	-1.4850E-03	.0103
4.26	2.28	0.0000	0.0000	6292.1244	0.0000	0.0000	-1.9572E-03	.0103
6.39	0.00	0.0000	0.0000	302.6324	-51.7562	432.2127	-4.8691E-05	.0142
6.39	.23	0.0000	0.0000	2392.0662	-32.5645	399.7268	-3.9277E-04	.0142
6.39	.45	0.0000	0.0000	4481.5000	-16.0071	316.8628	-7.3585E-04	.0142
6.39	.68	0.0000	0.0000	6570.9338	-4.3853	183.6205	-1.0789E-03	.0142
6.39	.90	0.0000	0.0000	8660.3675	0.0000	0.0000	-1.4220E-03	.0142
8.52	0.00	0.0000	0.0000	355.7658	-60.8430	237.2281	-2.6124E-05	.0167
8.52	.23	0.0000	0.0000	2812.0431	-38.2818	210.1493	-2.0649E-04	.0167
8.52	.45	0.0000	0.0000	5268.3204	-18.8175	166.5850	-3.8686E-04	.0167
8.52	.68	0.0000	0.0000	7724.6977	-5.1552	96.5352	-5.6723E-04	.0167
8.52	.90	0.0000	0.0000	10180.8751	0.0000	0.0000	-7.4760E-04	.0167
10.65	0.00	0.0000	0.0000	374.0745	-63.9742	9.7513E-04	-1.1211E-10	.0175
10.65	.23	0.0000	0.0000	2956.7581	-40.2519	7.0184E-04	-8.8616E-10	.0175
10.65	.45	0.0000	0.0000	5539.4418	-19.7859	7.1489E-04	-1.6602E-09	.0175
10.65	.68	0.0000	0.0000	8122.1285	-5.4205	4.1427E-04	-2.4342E-09	.0175
10.65	.90	0.0000	0.0000	10704.8092	0.0000	0.0000	-3.2083E-09	.0175
12.78	0.00	0.0000	0.0000	355.7661	-60.8431	-227.2263	2.6124E-05	.0167
12.78	.23	0.0000	0.0000	2812.0456	-38.2819	-210.1476	2.0649E-04	.0167
12.78	.45	0.0000	0.0000	5268.3250	-18.8175	-166.5836	-3.8686E-04	.0167
12.78	.68	0.0000	0.0000	7724.6044	-5.1552	-96.5344	-5.6722E-04	.0167
12.78	.90	0.0000	0.0000	10180.8839	0.0000	0.0000	7.4759E-04	.0167
14.91	0.00	0.0000	0.0000	302.6330	-51.7563	-432.2111	4.8691E-05	.0142

LAMINA 6

14.91	.45	0.0000	4294.0708	32.0640	397.7204	17276.04	0.0103
14.91	.45	0.0000	4481.5086	-16.0072	-316.8616	7.3585E-04	.0142
14.91	.68	0.0000	6570.9464	-4.3853	-183.6198	1.0789E-03	.0142
14.91	.90	0.0000	8660.3842	0.0000	0.0000	1.4220E-03	.0142
17.04	0.00	0.0000	219.8761	-37.6032	-594.8882	6.8394E-05	.0103
17.04	.23	0.0000	1737.9439	-23.6595	-550.1754	5.4060E-04	.0103
17.04	.45	0.0000	3256.0117	-11.6299	-436.1231	1.0128E-03	.0103
17.04	.68	0.0000	4774.0795	-3.1861	-252.7312	1.4850E-03	.0103
17.04	.90	0.0000	6292.1473	0.0000	0.0000	1.9572E-03	.0103
19.17	0.00	0.0000	115.5962	-19.7692	-699.3336	8.0403E-05	5.4351E-03
19.17	.23	0.0000	913.6952	-12.4386	-646.7704	6.3552E-04	5.4351E-03
19.17	.45	0.0000	1711.7942	-6.1142	-512.6938	1.1906E-03	5.4351E-03
19.17	.68	0.0000	2509.8932	-1.6750	-297.1036	1.7457E-03	5.4351E-03
19.17	.90	0.0000	3307.9922	0.0000	0.0000	2.3008E-03	5.4351E-03
21.30	0.00	0.0000	9.9242E-04	-1.6972E-04	-735.3234	9.4540E-05	4.6662E-08
21.30	.23	0.0000	7.8442E-03	-1.0678E-04	-680.0552	6.6822E-04	4.6662E-08
21.30	.45	0.0000	.0146	-5.2492E-05	-539.0786	1.2519E-03	4.6662E-08
21.30	.68	0.0000	.0215	-1.4380E-05	-312.3935	1.8356E-03	4.6662E-08
21.30	.90	0.0000	.0283	0.0000	0.0000	2.4172E-03	4.6662E-08

FIM DO PROGRAMA

PROGRAMA PARA O CALCULO DE CASCAS PRISMATICAS

ESTRUTURA NUM. 02

GEOMETRIA

NUM. DE LAMINAS = 5

COORDENADAS DAS ARESTAS

ARESTA	COORD. X	COORD. Y
0	0	.994
1	0	.594
2	1.29	0
3	2.71	0
4	4	.594
5	4	.994

ESPESSURAS DAS LAMINAS

LAMINA	ESPESS.
1	.12
2	.06
3	.06
4	.06
5	.12

MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL = 30000000
 COEFICIENTE DE DILATAÇAO TERMICA = 1E-05

NUMERO DE TRAMOS = 1
 COMPRIMENTO DO TRAMO 1 = 10

APOIO INICIAL ARTICULADO
 APOIO FINAL ENGASTADO

CARGAS

TRAMO	LAMINA	ARESTA	*P*	ALFA	*SENTIDO LONGITUDINAL**SENTIDO TRANSVERSAL*	*TIPO DIST.IN. EXT. **TIPO DIST.IN. EXT.*	*OBS.*
1	1	2	1	90	1	0	CARGA ARESTA
1	1	3	1	90	1	0	CARGA ARESTA

NUMERO DE TERMOS DA FUNÇAO FUNDAMENTAL = 3

ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS

TRAMO 1

LAMINA 1

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU IS	DESL.U	DESL.V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.2954E-06	0.0000
0.00	.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.6020	-3.7256E-06	0.0000
0.00	.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.8749	-1.1746E-05	0.0000

0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.9757E-05	0.0000
0.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.7789E-05	0.0000
1.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.8735E-06	7.7982E-05
1.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.4862E-06	7.7982E-05
1.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.8206E-05	7.7982E-05
1.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.8206E-05	7.7982E-05
1.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.5565E-05	7.7982E-05
2.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.8030E-06	1.4343E-04
2.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.7754E-06	1.4343E-04
2.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-8.3539E-06	1.4343E-04
2.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.7331E-05	1.4343E-04
2.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.9510E-05	1.4343E-04
3.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.5075E-06	1.8741E-04
3.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.4646E-06	1.8741E-04
3.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-4.8008E-06	1.8741E-04
3.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-7.9550E-06	1.8741E-04
3.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.1109E-05	1.8741E-04
4.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	3.1119E-07	2.0599E-04
4.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.5744E-07	2.0599E-04
4.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-8.2608E-07	2.0599E-04
4.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.3947E-06	2.0599E-04
4.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.9633E-06	2.0599E-04
5.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-7.4165E-07	1.9931E-04
5.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.1193E-06	1.9931E-04
5.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.9804E-06	1.9931E-04
5.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4.8415E-06	1.9931E-04
5.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.7025E-06	1.9931E-04
6.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.7483E-06	1.7001E-04
6.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.1671E-06	1.7001E-04
6.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6.0826E-06	1.7001E-04
6.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.9981E-06	1.7001E-04
6.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.5913E-05	1.7001E-04
7.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.6368E-06	1.2329E-04
7.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.6378E-06	1.2329E-04
7.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.9125E-06	1.2329E-04
7.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.3187E-05	1.2329E-04
7.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.8461E-05	1.2329E-04
8.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.0006E-06	6.8549E-05
8.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.4225E-06	6.8549E-05
8.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	7.8458E-06	6.8549E-05
8.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.3269E-05	6.8549E-05
8.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.8692E-05	6.8549E-05
9.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.2600E-06	2.0799E-05
9.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.5290E-06	2.0799E-05
9.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5.3182E-06	2.0799E-05
9.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	9.1073E-06	2.0799E-05
9.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.2896E-05	2.0799E-05
10.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.2165E-09	4.9112E-10
10.00	0.10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0031E-09	4.9112E-10
10.00	0.20	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.2229E-09	4.9112E-10
10.00	0.30	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0442E-08	4.9112E-10
10.00	0.40	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.4662E-08	4.9112E-10

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-44.1519	-2.7789E-05	0.0000
0.00	.36	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-82.2002	-1.5713E-05	0.0000
0.00	.71	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-99.3030	-3.6389E-06	0.0000
0.00	1.07	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-95.4404	8.4374E-06	0.0000
0.00	1.42	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-70.6123	2.0512E-05	0.0000
1.00	0.00	0.0000	.0391	130.1126	-3.3003	-38.8749	-2.5565E-05	-3.3100E-05
1.00	.36	.0138	.0391	73.8642	-5.8580	-71.4940	-1.4450E-05	-3.3100E-05
1.00	.71	.0277	.0391	17.6158	-14.0876	-86.0671	-3.3360E-06	-3.3100E-05
1.00	1.07	.0416	.0391	-38.6326	-23.0339	-82.5942	7.7789E-06	-3.3100E-05
1.00	1.42	.0555	.0391	-94.8810	-30.7300	-61.0755	1.8893E-05	-3.3100E-05
2.00	0.00	0.0000	.0720	225.3304	-5.5331	-25.6571	-1.9510E-05	-6.1039E-05
2.00	.36	.0255	.0720	127.6157	-8.8348	-45.2162	-1.1017E-05	-6.1039E-05
2.00	.71	.0511	.0720	29.9010	-20.8830	-53.7740	-2.5243E-06	-6.1039E-05
2.00	1.07	.0767	.0720	-67.8136	-33.8912	-51.3305	5.9689E-06	-6.1039E-05
2.00	1.42	.1023	.0720	-165.5282	-45.0533	-37.8858	1.4462E-05	-6.1039E-05
3.00	0.00	0.0000	.0943	270.4733	-7.7237	-9.9744	-1.1109E-05	-7.9975E-05
3.00	.36	.0334	.0943	152.6561	-8.5058	-15.7605	-6.2670E-06	-7.9975E-05
3.00	.71	.0669	.0943	34.9188	-19.4056	-18.1087	-1.4248E-06	-7.9975E-05
3.00	1.07	.1004	.0943	-82.8584	-31.0104	-17.0190	3.4173E-06	-7.9975E-05
3.00	1.42	.1339	.0943	-200.6356	-40.9076	-12.4914	8.2595E-06	-7.9975E-05
4.00	0.00	0.0000	.1037	272.2472	-7.7959	4.1741	-1.9633E-06	-8.8003E-05
4.00	.36	.0368	.1037	153.3274	-7.0257	8.4182	-1.1107E-06	-8.8003E-05
4.00	.71	.0736	.1037	34.4076	-15.3036	10.3822	-2.5812E-07	-8.8003E-05
4.00	1.07	.1104	.1037	-84.5122	-23.9366	10.0664	5.9449E-07	-8.8003E-05
4.00	1.42	.1472	.1037	-203.4320	-31.2315	7.4706	1.4471E-06	-8.8003E-05
5.00	0.00	0.0000	.1002	243.1296	-7.7893	16.8207	6.7029E-06	-8.4973E-05
5.00	.36	.0355	.1002	136.9827	-6.8322	28.6866	3.7693E-06	-8.4973E-05
5.00	.71	.0711	.1002	30.8358	-14.8995	33.7817	8.3602E-07	-8.4973E-05
5.00	1.07	.1067	.1002	-75.3110	-23.3175	32.1062	-2.0972E-06	-8.4973E-05
5.00	1.42	.1423	.1002	-181.4579	-30.4326	23.6600	-5.0305E-06	-8.4973E-05
6.00	0.00	0.0000	.0852	183.6330	-6.6544	30.3756	1.3913E-05	-7.2082E-05
6.00	.36	.0302	.0852	103.9236	-8.1808	52.0770	7.8392E-06	-7.2082E-05
6.00	.71	.0605	.0852	24.2142	-18.8164	61.4254	1.7648E-06	-7.2082E-05
6.00	1.07	.0908	.0852	-55.4951	-30.1780	58.4206	-4.3095E-06	-7.2082E-05
6.00	1.42	.1211	.0852	-135.2044	-39.8821	43.0629	-1.0383E-05	-7.2082E-05
7.00	0.00	0.0000	.0615	80.7649	-4.726	45.6206	1.8461E-05	-5.1855E-05
7.00	.36	.0218	.0615	46.3088	-8.9403	81.4911	1.0424E-05	-5.1855E-05
7.00	.71	.0437	.0615	11.8527	-21.4508	97.2960	2.3844E-06	-5.1855E-05
7.00	1.07	.0656	.0615	-22.6033	-35.0327	93.0353	-5.6813E-06	-5.1855E-05
7.00	1.42	.0874	.0615	-57.0595	-46.7146	68.7091	-1.3689E-05	-5.1855E-05
8.00	0.00	0.0000	.0340	75.8876	-2.616	59.5598	1.8692E-05	-2.8575E-05
8.00	.36	.0121	.0340	42.8662	-6.8300	110.3478	1.0577E-05	-2.8575E-05
8.00	.71	.0242	.0340	8.6829	-17.0108	133.1128	2.4628E-06	-2.8575E-05
8.00	1.07	.0363	.0340	-24.7204	-28.8422	127.8546	-5.5598E-06	-2.8575E-05
8.00	1.42	.0484	.0340	-58.5238	-37.5627	94.5732	-1.3766E-05	-2.8575E-05
9.00	0.00	0.0000	.0103	-277.4382	-0.0790	67.7038	1.2896E-05	-8.6006E-06
9.00	.36	3.6578E-03	.0103	-156.9425	-2.6559	127.8495	7.3111E-06	-8.6006E-06
9.00	.71	7.3156E-03	.0103	-36.4468	-6.5969	155.0265	1.7259E-06	-8.6006E-06
9.00	1.07	.0109	.0103	84.0488	-10.9265	149.2349	-3.8593E-06	-8.6006E-06
9.00	1.42	.0146	.0103	204.5445	-14.6693	110.4746	-9.4446E-06	-8.6006E-06
10.00	0.00	0.0000	2.4474E-07	-498.2783	-1.8782E-06	69.3109	-1.4662E-08	-2.0557E-10
10.00	.36	8.6896E-08	2.4474E-07	-282.8382	-4.4625E-05	131.3690	-8.2874E-09	-2.0557E-10
10.00	.71	1.7379E-07	2.4474E-07	-67.3981	-1.0883E-04	159.4521	-1.9125E-09	-2.0557E-10
10.00	1.07	2.6068E-07	2.4474E-07	148.0419	-1.7893E-04	153.5602	4.4623E-09	-2.0557E-10
10.00	1.42	3.4758E-07	2.4474E-07	363.4820	-2.3938E-04	113.6935	1.0837E-08	-2.0557E-10

LAMINA 3

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-70.6123	2.0512E-05	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-35.3062	2.0512E-05	0.0000
0.00	.36	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-7.8851E-05	2.0512E-05	0.0000
0.00	0.71	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	35.3060	2.0512E-05	0.0000
0.00	1.07	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	70.6122	2.0512E-05	0.0000
0.00	1.42	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			
1.00	0.00	.0555	6.8938E-08	-94.8810	-27.6401	-61.0755	1.8893E-05	-1.8667E-11
1.00	.36	.0555	6.8937E-08	-94.8811	-32.4531	-30.5377	1.8893E-05	-1.8667E-11
1.00	.71	.0555	6.8937E-08	-94.8811	-34.0574	-6.6806E-05	1.8893E-05	-1.8667E-11
1.00	1.07	.0555	6.8937E-08	-94.8811	-32.4531	30.5376	1.8893E-05	-1.8667E-11
1.00	1.42	.0555	6.8938E-08	-94.8812	-27.6402	61.0754	1.8893E-05	-1.8667E-11
2.00	0.00	.1023	1.2414E-07	-165.5282	-40.4208	-37.8858	1.4462E-05	-3.4190E-11
2.00	.36	.1023	1.2414E-07	-165.5282	-47.3976	-18.9429	1.4462E-05	-3.4190E-11
2.00	.71	.1023	1.2414E-07	-165.5284	-49.7332	-3.8401E-05	1.4462E-05	-3.4190E-11
2.00	1.07	.1023	1.2414E-07	-165.5284	-47.3976	18.9428	1.4462E-05	-3.4190E-11
2.00	1.42	.1023	1.2414E-07	-165.5285	-40.4209	37.8857	1.4462E-05	-3.4190E-11
3.00	0.00	.1339	1.5832E-07	-200.6356	-36.5002	-12.4914	8.2595E-06	-4.4455E-11
3.00	.36	.1339	1.5834E-07	-200.6357	-42.6788	-6.2457	8.2595E-06	-4.4455E-11
3.00	.71	.1339	1.5834E-07	-200.6358	-44.7384	-9.9848E-06	8.2595E-06	-4.4455E-11
3.00	1.07	.1339	1.5834E-07	-200.6358	-42.6789	6.2457	8.2595E-06	-4.4455E-11
3.00	1.42	.1339	1.5832E-07	-200.6359	-36.5002	12.4914	8.2595E-06	-4.4455E-11
4.00	0.00	.1472	1.7172E-07	-203.4320	-27.6455	7.4706	1.4471E-06	-4.8721E-11
4.00	.36	.1472	1.7175E-07	-203.4321	-32.1911	3.7353	1.4471E-06	-4.8721E-11
4.00	.71	.1472	1.7175E-07	-203.4321	-33.7063	9.5945E-06	1.4471E-06	-4.8721E-11
4.00	1.07	.1472	1.7175E-07	-203.4322	-32.1911	-3.7352	1.4471E-06	-4.8721E-11
4.00	1.42	.1472	1.7172E-07	-203.4323	-27.6455	-7.4706	1.4471E-06	-4.8721E-11
5.00	0.00	.1423	1.6777E-07	-181.4579	-26.9440	23.6600	-5.0305E-06	-4.7196E-11
5.00	.36	.1423	1.6781E-07	-181.4580	-31.3777	11.8300	-5.0305E-06	-4.7196E-11
5.00	.71	.1423	1.6781E-07	-181.4581	-32.8556	2.2770E-05	-5.0305E-06	-4.7196E-11
5.00	1.07	.1423	1.6781E-07	-181.4581	-31.3777	-11.8299	-5.0305E-06	-4.7196E-11
5.00	1.42	.1423	1.6777E-07	-181.4582	-26.9440	-23.6600	-5.0305E-06	-4.7196E-11
6.00	0.00	.1211	1.4822E-07	-135.2044	-35.6316	43.0629	-1.0383E-05	-4.0499E-11
6.00	.36	.1211	1.4824E-07	-135.2045	-41.6914	21.5314	-1.0383E-05	-4.0499E-11
6.00	.71	.1211	1.4824E-07	-135.2045	-43.7114	4.1428E-05	-1.0383E-05	-4.0499E-11
6.00	1.07	.1211	1.4824E-07	-135.2046	-41.6915	-21.5314	-1.0383E-05	-4.0499E-11
6.00	1.42	.1211	1.4822E-07	-135.2046	-35.6317	-43.0628	-1.0383E-05	-4.0499E-11
7.00	0.00	.0874	1.1319E-07	-57.0595	-42.0029	68.7091	-1.3689E-05	-2.9649E-11
7.00	.36	.0874	1.1319E-07	-57.0595	-49.3080	34.3546	-1.3689E-05	-2.9649E-11
7.00	.71	.0874	1.1319E-07	-57.0595	-51.7431	7.1184E-05	-1.3689E-05	-2.9649E-11
7.00	1.07	.0874	1.1319E-07	-57.0595	-49.3081	-34.3544	-1.3689E-05	-2.9649E-11
7.00	1.42	.0874	1.1319E-07	-57.0596	-42.0029	-68.7090	-1.3689E-05	-2.9649E-11
8.00	0.00	.0484	6.6471E-08	58.5238	-33.8816	94.5732	-1.3766E-05	-1.6659E-11
8.00	.36	.0484	6.6467E-08	58.5238	-39.8391	47.2867	-1.3766E-05	-1.6659E-11
8.00	.71	.0484	6.6467E-08	58.5238	-41.8250	1.0387E-04	-1.3766E-05	-1.6659E-11
8.00	1.07	.0484	6.6467E-08	58.5238	-39.8391	-47.2865	-1.3766E-05	-1.6659E-11
8.00	1.42	.0484	6.6471E-08	58.5239	-33.8817	-94.5731	-1.3766E-05	-1.6659E-11
9.00	0.00	.0146	2.1148E-08	204.5445	-13.2528	110.4746	-9.4446E-06	-5.1038E-12
9.00	.36	.0146	2.1146E-08	204.5446	-15.5956	55.2374	-9.4446E-06	-5.1038E-12
9.00	.71	.0146	2.1146E-08	204.5447	-16.3766	1.2476E-04	-9.4446E-06	-5.1038E-12
9.00	1.07	.0146	2.1146E-08	204.5447	-15.5956	-55.2371	-9.4446E-06	-5.1038E-12
9.00	1.42	.0146	2.1148E-08	204.5448	-13.2528	-110.4745	-9.4446E-06	-5.1038E-12
10.00	0.00	3.4758E-07	4.6538E-13	363.4820	-2.1575E-04	113.6935	1.0837E-08	-1.1884E-16

LAMINA 4

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
10.00	1.00	3.4758E-07	4.6535E-13	363.4822	2.5354E-04	36.8468	1.0837E-08	1.1884E-16
10.00	0.00	3.4758E-07	4.6535E-13	363.4823	-2.6615E-04	1.2911E-04	1.0837E-08	-1.1884E-16
10.00	0.00	3.4758E-07	4.6535E-13	363.4824	-2.5354E-04	-56.8465	1.0837E-08	-1.1884E-16
10.00	1.07	3.4758E-07	4.6535E-13	363.4825	-2.1573E-04	-113.6933	1.0837E-08	-1.1884E-16
10.00	1.42	3.4758E-07	4.6535E-13	363.4825	-2.1573E-04	-113.6933	1.0837E-08	-1.1884E-16
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0512E-05	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	8.4374E-06	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-3.6380E-06	0.0000
0.00	1.07	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	82.2002	-1.5713E-05	0.0000
0.00	1.42	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	44.1319	-2.7789E-05	0.0000
1.00	0.00	.0555	-.0391	-94.8812	-30.7300	61.0754	1.8893E-05	3.3100E-05
1.00	.36	.0416	-.0391	-38.6327	-23.0339	82.5942	7.7789E-06	3.3100E-05
1.00	.71	.0277	-.0391	17.6157	-14.9896	86.0671	-3.3359E-06	3.3100E-05
1.00	1.07	.0138	-.0391	73.8641	-5.8580	71.4940	-1.4450E-05	3.3100E-05
1.00	1.42	0.0000	-.0391	130.1126	-.3003	38.8749	-2.5565E-05	3.3100E-05
2.00	0.00	.1023	-.0720	-165.5285	-45.0533	37.8857	1.4462E-05	6.1039E-05
2.00	.36	.0767	-.0720	-67.8137	-33.8912	51.3305	5.9689E-06	6.1039E-05
2.00	.71	.0511	-.0720	29.9009	-20.8830	53.7740	-2.5243E-06	6.1039E-05
2.00	1.07	.0255	-.0720	127.6156	-8.8348	45.2162	-1.1017E-05	6.1039E-05
2.00	1.42	0.0000	-.0720	225.3304	-.5531	25.6571	-1.9510E-05	6.1039E-05
3.00	0.00	.1339	-.0943	-200.6359	-40.9076	12.4914	8.2595E-06	7.9975E-05
3.00	.36	.1004	-.0943	-82.8586	-31.0104	17.0190	3.4173E-06	7.9975E-05
3.00	.71	.0669	-.0943	34.9186	-19.4056	18.1087	-1.4248E-06	7.9975E-05
3.00	1.07	.0334	-.0943	152.6760	-8.5058	15.7605	-6.2670E-06	7.9975E-05
3.00	1.42	0.0000	-.0943	270.4733	-.7237	9.9744	-1.1109E-05	7.9975E-05
4.00	0.00	.1472	-.1037	-203.4323	-31.2315	-7.4706	1.4471E-06	8.8003E-05
4.00	.36	.1104	-.1037	-84.5124	-23.9366	-10.0664	5.9449E-07	8.8003E-05
4.00	.71	.0736	-.1037	34.4074	-15.3036	-10.3822	-2.5812E-07	8.8003E-05
4.00	1.07	.0368	-.1037	153.3273	-7.0254	-8.4182	-1.1107E-06	8.8003E-05
4.00	1.42	0.0000	-.1037	272.2471	-.7959	-4.1741	-1.9633E-06	8.8003E-05
5.00	0.00	.1423	-.1002	-181.4582	-30.4326	-23.6600	-8.0305E-06	8.4973E-05
5.00	.36	.1067	-.1002	-75.3112	-23.3175	-32.1062	-2.0972E-06	8.4973E-05
5.00	.71	.0711	-.1002	30.8356	-14.8995	-33.7817	8.3602E-07	8.4973E-05
5.00	1.07	.0355	-.1002	136.9826	-6.8322	-28.6866	3.7672E-06	8.4973E-05
5.00	1.42	0.0000	-.1002	243.1295	-.7693	-16.8207	6.7025E-06	8.4973E-05
6.00	0.00	.1211	-.0852	-135.2046	-39.8821	-43.0628	-1.0383E-05	7.2082E-05
6.00	.36	.0908	-.0852	-55.8952	-30.1780	-58.4206	-4.3095E-06	7.2082E-05
6.00	.71	.0605	-.0852	24.2141	-18.5164	-61.4253	1.7648E-06	7.2082E-05
6.00	1.07	.0302	-.0852	103.9235	-8.5608	-52.0770	7.8392E-06	7.2082E-05
6.00	1.42	0.0000	-.0852	183.6330	-.6544	30.3756	1.3913E-05	7.2082E-05
7.00	0.00	.0874	-.0615	-57.0396	-46.7146	-68.7090	-1.3689E-05	5.1855E-05
7.00	.36	.0656	-.0615	-22.8034	-35.6327	-93.0353	-5.6333E-06	5.1855E-05
7.00	.71	.0437	-.0615	11.8526	-21.9508	-97.2960	2.3848E-06	5.1855E-05
7.00	1.07	.0218	-.0615	46.3088	-8.9403	-81.4911	1.0404E-05	5.1855E-05
7.00	1.42	0.0000	-.0615	80.7449	-.4726	-45.6206	1.8461E-05	5.1855E-05
8.00	0.00	.0484	-.0340	58.5239	-37.5627	-94.5731	-1.3766E-05	2.8575E-05
8.00	.36	.0363	-.0340	24.9205	-28.0423	-127.8545	-5.6519E-06	2.8575E-05
8.00	.71	.0242	-.0340	-8.6828	-17.0108	-133.1127	2.4628E-06	2.8575E-05
8.00	1.07	.0121	-.0340	42.2862	-6.9300	-110.3478	1.0577E-05	2.8575E-05
8.00	1.42	0.0000	-.0340	75.8896	-.2616	-59.5598	1.8692E-05	2.8575E-05
9.00	0.00	.0146	-.0103	204.5448	-14.6693	-149.4745	-9.4446E-06	8.6006E-06
9.00	.36	.0109	-.0103	84.0490	-10.9265	-110.2348	-3.8593E-06	8.6006E-06
9.00	.71	7.3156E-03	-.0103	-36.4466	-.6197	-155.0265	1.7259E-06	8.6006E-06

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTIANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
9.00	1.07	3.6579E-03	-0.0102	-156.9427	0.6559	127.8495	7.3111E-06	8.6006E-06
9.00	1.42	0.0000	-0.0103	-277.4381	0.0790	-67.7038	1.2896E-05	8.6006E-06
10.00	0.00	3.4758E-07	-2.4474E-07	363.4825	-2.3938E-04	-113.6933	1.0837E-08	2.0557E-10
10.00	.36	2.6068E-07	-2.4474E-07	148.0423	-1.7893E-04	-153.5601	4.4623E-09	2.0557E-10
10.00	.71	1.7379E-07	-2.4474E-07	-67.3978	-1.0838E-04	-159.4520	-1.9125E-09	2.0557E-10
10.00	1.07	8.6896E-08	-2.4474E-07	-282.8380	-4.4623E-05	-131.3690	-8.2874E-09	2.0557E-10
10.00	1.42	0.0000	-2.4474E-07	-498.2762	-1.8782E-06	-69.3110	-1.4662E-08	2.0557E-10
1.00	0.00	0.0000	0.0000	130.1126	0.0000	0.0000	4.2954E-06	0.0000
1.00	.10	0.0000	0.0000	91.5237	-0.3590	19.4374	-2.5565E-05	-7.7982E-05
1.00	.20	0.0000	0.0000	52.9348	-0.0716	9.4261	-1.8206E-05	-7.7982E-05
1.00	.30	0.0000	0.0000	14.3459	0.0380	-2.2925	-1.0846E-05	-7.7982E-05
1.00	.40	0.0000	0.0000	-24.2429	0.0000	0.0000	-3.4862E-06	-7.7982E-05
2.00	0.00	0.0000	0.0000	225.3304	-0.6612	12.8285	3.8733E-06	-7.7982E-05
2.00	.10	0.0000	0.0000	159.5777	-1.1251	6.7331	-1.9510E-05	-1.4343E-04
2.00	.20	0.0000	0.0000	93.8551	-0.0540	2.5632	-8.3539E-06	-1.4343E-04
2.00	.30	0.0000	0.0000	28.0724	0.0409	3.188	-2.7754E-06	-1.4343E-04
2.00	.40	0.0000	0.0000	-37.6802	0.0000	0.0000	2.8030E-06	-1.4343E-04
3.00	0.00	0.0000	0.0000	270.4733	-0.8651	4.9872	-1.1109E-05	-1.8741E-04
3.00	.10	0.0000	0.0000	193.2742	-1.3007	3.0901	-7.9550E-06	-1.8741E-04
3.00	.20	0.0000	0.0000	116.0752	-0.0510	1.6266	-4.8008E-06	-1.8741E-04
3.00	.30	0.0000	0.0000	38.8761	7.9052E-03	.5965	-1.6466E-06	-1.8741E-04
3.00	.40	0.0000	0.0000	-38.3228	0.0000	0.0000	1.5075E-06	-1.8741E-04
4.00	0.00	0.0000	0.0000	272.2471	-0.9515	-2.0870	-1.9633E-06	-2.0599E-04
4.00	.10	0.0000	0.0000	195.8559	-1.4351	-8.193	-1.3947E-06	-2.0599E-04
4.00	.20	0.0000	0.0000	119.4646	-1.1489	-0.488	-8.2608E-07	-2.0599E-04
4.00	.30	0.0000	0.0000	43.0733	-0.0261	2.242	-2.5744E-07	-2.0599E-04
4.00	.40	0.0000	0.0000	-33.3179	0.0000	0.0000	3.1119E-07	-2.0599E-04
5.00	0.00	0.0000	0.0000	243.1295	-0.9196	-8.4103	6.7025E-06	-1.9931E-04
5.00	.10	0.0000	0.0000	174.7164	-1.4187	-4.6630	4.8415E-06	-1.9931E-04
5.00	.20	0.0000	0.0000	106.3033	-1.1423	-2.0122	2.9804E-06	-1.9931E-04
5.00	.30	0.0000	0.0000	37.8902	-0.0246	-0.4578	1.1194E-06	-1.9931E-04
5.00	.40	0.0000	0.0000	-30.5228	0.0000	0.0000	-7.4165E-07	-1.9931E-04
6.00	0.00	0.0000	0.0000	183.6330	-0.7823	-15.1878	1.3913E-05	-1.7001E-04
6.00	.10	0.0000	0.0000	130.3205	-1.2499	-8.3496	9.9981E-06	-1.7001E-04
6.00	.20	0.0000	0.0000	77.0081	-0.0266	3.5389	6.0826E-06	-1.7001E-04
6.00	.30	0.0000	0.0000	23.6956	0.0144	-7.757	-2.1671E-06	-1.7001E-04
6.00	.40	0.0000	0.0000	-29.6167	0.0000	0.0000	-1.7483E-06	-1.7001E-04
7.00	0.00	0.0000	0.0000	80.7649	-0.5650	-22.8103	1.8461E-05	-1.2329E-04
7.00	.10	0.0000	0.0000	55.1819	-0.0445	-11.6880	1.3187E-05	-1.2329E-04
7.00	.20	0.0000	0.0000	29.5989	-0.1016	-4.1789	7.9125E-06	-1.2329E-04
7.00	.30	0.0000	0.0000	4.0160	0.0557	-2.2829	-2.6378E-06	-1.2329E-04
7.00	.40	0.0000	0.0000	-21.5669	0.0000	0.0000	-2.6368E-06	-1.2329E-04
8.00	0.00	0.0000	0.0000	-75.8896	-0.3127	-29.7799	1.8692E-05	-6.8549E-05
8.00	.10	0.0000	0.0000	-56.2077	0.0641	-14.2304	1.3269E-05	-6.8549E-05
8.00	.20	0.0000	0.0000	-36.5257	0.1352	-4.0839	7.8458E-06	-6.8549E-05
8.00	.30	0.0000	0.0000	-16.8438	0.0604	-6.595	2.4226E-06	-6.8549E-05
8.00	.40	0.0000	0.0000	2.8380	0.0000	0.0000	-3.0006E-06	-6.8549E-05

LAMINA 5

9.00	0.00	0.0000	0.0000	-277.4381	-.0945	-33.8519	1.2896E-05	-2.0799E-05
9.00	.10	0.0000	0.0000	-197.1350	.0445	-15.5488	9.1073E-06	-2.0799E-05
9.00	.20	0.0000	0.0000	-116.8318	.0632	-3.8058	5.3182E-06	-2.0799E-05
9.00	.30	0.0000	0.0000	-36.5287	.0266	1.3770	1.5290E-06	-2.0799E-05
9.00	.40	0.0000	0.0000	43.7743	0.0000	0.0000	-2.2600E-06	-2.0799E-05
10.00	0.00	0.0000	0.0000	-498.2782	-2.2453E-06	-34.6555	-1.4662E-08	-4.9112E-10
10.00	.10	0.0000	0.0000	-350.6107	2.3089E-07	-15.7920	-1.0442E-08	-4.9112E-10
10.00	.20	0.0000	0.0000	-202.9433	7.6658E-07	-3.7282	-6.2229E-09	-4.9112E-10
10.00	.30	0.0000	0.0000	-55.2758	3.5763E-07	1.5357	-2.0031E-09	-4.9112E-10
10.00	.40	0.0000	0.0000	92.3916	0.0000	0.0000	2.2165E-09	-4.9112E-10

FIM DO PROGRAMA

PROGRAMA PARA O CALCULO DE CASCAS PRISMATICAS

ESTRUTURA NUM. 03

GEOMETRIA

NUM. DE LAMINAS = 5

COORDENADAS DAS ARESTAS		
ARESTA	COORD. X	COORD. Y
0	0	.609
1	.107	0
2	1.212	0
3	4.059	2.438
4	5.164	2.438
5	5.271	1.829

ESPESURAS DAS LAMINAS

LAMINA	ESPES.
1	.09
2	.1
3	.09
4	.1
5	.09

MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL = 30000000
 COEFICIENTE DE DILATAÇAO TERMICA = 1E-05

NUMERO DE TRAMOS = 2
 COMPRIMENTO DO TRAMO 1 = 18.3
 COMPRIMENTO DO TRAMO 2 = 18.3

APOIO INICIAL ARTICULADO
 APOIO FINAL ARTICULADO

CARGAS

TRAMO	LAMINA	ARESTA	*P*	ALFA	*SENTIDO LONGITUDINAL**SENTIDO TRANSVERSAL*	*TIPO DIST. IN. EXT. **TIPO DIST. IN. EXT.*	*OBS.*
1		0	.6	90	1	0 18.3	CARGA ARESTA
1		5	.45	90	1	0 18.3	CARGA ARESTA
1	1		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
1	2		3.2	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
1	3		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
1	4		3.2	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
1	5		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
2		0	.6	90	1	0 18.3	CARGA ARESTA
2		5	.45	90	1	0 18.3	CARGA ARESTA
2	1		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
2	2		3.2	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
2	3		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
2	4		3.2	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA
2	5		2.85	90	1	0 18.3	CARGA LAMINA

NUMERO DE TERMOS DA FUNÇAO FUNDAMENTAL = 5

ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS

TRAMO 1

LAMINA 1

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0692E-03	0.0000
1.83	0.00	0.0000	-0.0824	2556.2634	5.2164	0.0000	-9.8986E-04	-2.2998E-03
1.83	0.15	-0.0174	-0.1430	2105.4364	-0.4015	-182.6659	-8.0484E-04	-2.2998E-03
1.83	0.31	-0.0442	-0.2036	1654.6094	-9.2942	-329.0274	-6.1983E-04	-2.2998E-03
1.83	0.46	-0.0803	-0.2641	1203.7823	-21.0101	-439.0846	-4.3481E-04	-2.2998E-03
1.83	0.62	-0.1259	-0.3254	752.9553	-5.8607	-512.8375	-2.4979E-04	-2.2998E-03
3.66	0.00	0.0000	-0.1231	4606.5914	7.7883	0.0000	-7.6777E-04	-4.2779E-03
3.66	0.15	-0.0260	-0.2135	3768.2388	-0.8385	-126.7032	-6.2255E-04	-4.2779E-03
3.66	0.31	-0.0660	-0.3040	2929.8862	-14.6794	-225.1352	-4.7734E-04	-4.2779E-03
3.66	0.46	-0.1200	-0.3944	2091.5336	-32.8310	-295.2959	-3.3212E-04	-4.2779E-03
3.66	0.62	-0.1879	-0.4858	1253.1810	-10.7379	-337.1854	-1.8691E-04	-4.2779E-03
5.49	0.00	0.0000	-0.1158	5819.7725	7.3247	0.0000	-4.4504E-04	-5.6582E-03
5.49	0.15	-0.0244	-0.2008	4719.8895	-1.2574	-55.1562	-3.5974E-04	-5.6582E-03
5.49	0.31	-0.0621	-0.2859	3620.0066	-15.3807	-95.1864	-2.7443E-04	-5.6582E-03
5.49	0.46	-0.1128	-0.3709	2520.1237	-33.7453	-120.0904	-1.8912E-04	-5.6582E-03
5.49	0.62	-0.1767	-0.4569	1420.2407	-13.9978	-129.8683	-1.0382E-04	-5.6582E-03
7.32	0.00	0.0000	-0.0923	6085.0316	5.8381	0.0000	-7.7121E-05	-6.2551E-03
7.32	0.15	-0.0195	-0.1601	4903.8478	-1.5176	16.5654	-6.2411E-05	-6.2551E-03
7.32	0.31	-0.0494	-0.2378	3722.6640	-13.9908	31.2893	-4.7701E-05	-6.2551E-03
7.32	0.46	-0.0899	-0.2956	2541.4802	-30.0504	44.1447	-3.2992E-05	-6.2551E-03
7.32	0.62	-0.1409	-0.3641	1360.2964	-15.4439	55.1585	-1.8282E-05	-6.2551E-03
9.15	0.00	0.0000	-0.0893	5417.6247	5.6506	0.0000	2.7836E-04	-6.0119E-03
9.15	0.15	-0.0188	-0.1549	4366.6270	-1.4914	84.8945	2.2389E-04	-6.0119E-03
9.15	0.31	-0.0479	-0.2205	3315.6293	-13.6173	149.6999	1.6942E-04	-6.0119E-03
9.15	0.46	-0.0870	-0.2861	2264.6316	-29.2235	194.4162	1.1494E-04	-6.0119E-03
9.15	0.62	-0.1363	-0.3524	1213.6339	-15.1358	219.0434	6.0475E-05	-6.0119E-03
10.98	0.00	0.0000	-0.1115	3838.3169	7.0533	0.0000	5.6530E-04	-5.0224E-03
10.98	0.15	-0.0235	-0.1934	3125.1359	-1.1760	153.7319	4.5604E-04	-5.0224E-03
10.98	0.31	-0.0598	-0.2753	2411.9548	-14.6940	271.0484	3.4677E-04	-5.0224E-03
10.98	0.46	-0.1084	-0.3572	1698.7377	-32.2824	351.9494	2.3751E-04	-5.0224E-03
10.98	0.62	-0.1702	-0.4399	985.5926	-13.1902	396.4350	1.2824E-04	-5.0224E-03
12.81	0.00	0.0000	-0.1267	1353.8066	8.0180	0.0000	7.2818E-04	-3.5280E-03
12.81	0.15	-0.0267	-0.2198	1147.4362	-0.7145	222.5588	5.9015E-04	-3.5280E-03
12.81	0.31	-0.0679	-0.3129	941.0598	-14.6129	396.7671	4.5232E-04	-3.5280E-03
12.81	0.46	-0.1235	-0.4060	734.7014	-32.8897	522.6249	3.1488E-04	-3.5280E-03
12.81	0.62	-0.1935	-0.5001	528.3330	-9.8187	600.1322	1.7605E-04	-3.5280E-03
14.64	0.00	0.0000	-0.1007	1949.2392	6.3705	0.0000	7.1370E-04	-1.8913E-03
14.64	0.15	-0.0212	-0.1747	1538.2644	-0.3033	280.0909	5.8150E-04	-1.8913E-03
14.64	0.31	-0.0540	-0.2486	1127.2897	-10.7220	505.0614	4.4930E-04	-1.8913E-03
14.64	0.46	-0.0981	-0.3226	716.3149	-24.5139	674.9116	3.1711E-04	-1.8913E-03
14.64	0.62	-0.1537	-0.3974	305.3402	-5.6018	789.6413	1.8491E-04	-1.8913E-03
16.47	0.00	0.0000	-0.0391	5818.8487	2.4770	0.0000	4.7877E-04	-5.8454E-04
16.47	0.15	-0.0277E-03	-0.0679	4736.8057	-0.0649	311.9644	3.9495E-04	-5.8454E-04
16.47	0.31	-0.0210	-0.0966	3654.7626	-3.9910	566.2075	3.0517E-04	-5.8454E-04
16.47	0.46	-0.0381	-0.1256	2570.7195	-10.0075	789.6413	2.1517E-04	-5.8454E-04
16.47	0.62	-0.0581	-0.1554	1486.7726	-4.8075	900.1322	1.2517E-04	-5.8454E-04

LAMINA 2

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-524.5378	-2.7350E-04	0.0000
0.00	.28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-594.4809	-2.5854E-05	0.0000
0.00	.55	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-562.1011	2.2179E-04	0.0000
0.00	.83	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-427.3983	4.6943E-04	0.0000
0.00	1.11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-190.3726	7.1708E-04	0.0000
1.83	0.00	-1.1259	.4631	752.9553	-4.1177	-461.5537	-2.4979E-04	-1.5955E-03
1.83	.28	-0.9749	-2.391	109.6763	-24.6225	-517.4006	-2.2288E-05	-1.5955E-03
1.83	.55	-2.580	-7.9414	-533.6026	-46.9080	-486.2161	2.0521E-04	-1.5955E-03
1.83	.83	-6.150	-1.6437	-1176.8816	-66.6213	-368.0002	4.3272E-04	-1.5955E-03
1.83	1.11	-1.1661	-2.3332	-1820.1606	-77.0413	-162.7529	6.6022E-04	-1.5955E-03
3.66	0.00	-1.1879	.8677	1253.1810	-6.4575	-303.4669	-1.8691E-04	-2.9375E-03
3.66	.28	-0.9930	-1.807	147.5342	-37.1758	-327.7369	-1.3984E-05	-2.9375E-03
3.66	.55	-2.878	-1.2293	-958.1125	-69.8155	-301.3507	1.5894E-04	-2.9375E-03
3.66	.83	-7.723	-2.2779	-2063.7592	-98.3026	-224.3083	3.1846E-04	-2.9375E-03
3.66	1.11	-1.5463	-3.3074	-3169.4060	-113.0230	-96.6096	5.0479E-04	-2.9375E-03
5.49	0.00	-1.1767	1.1617	1420.2407	-6.6803	-116.8814	-1.0382E-04	-3.8414E-03
5.49	.28	7.9283E-03	1.755	107.6411	-35.7745	-114.2452	-5.9227E-06	-3.8414E-03
5.49	.55	-0.0797	-8.105	-1204.9583	-65.2297	-98.4207	9.1977E-05	-3.8414E-03
5.49	.83	-4.399	-1.7966	-2517.5579	-90.1638	-69.4078	1.8987E-04	-3.8414E-03
5.49	1.11	-1.0724	-2.7649	-3830.1575	-102.3697	-27.2065	2.8777E-04	-3.8414E-03
7.32	0.00	-1.1409	1.3059	1360.2964	-5.9922	49.6426	-1.8282E-05	-4.2222E-03
7.32	.28	1.112	.5199	52.3150	-29.4063	61.4577	1.1697E-06	-4.2222E-03
7.32	.55	-1.463	-1.2660	-1255.6664	-51.5182	60.8451	1.5942E-05	-4.2222E-03
7.32	.83	-0.356	-1.0520	-2563.6478	-69.3513	47.8047	3.3055E-05	-4.2222E-03
7.32	1.11	-4.348	-1.8237	-3871.6292	-77.2784	22.3364	5.0168E-05	-4.2222E-03
9.15	0.00	-1.1363	1.2806	1213.6339	-5.8290	197.1390	6.0475E-05	-4.0789E-03
9.15	.28	1.123	.5199	47.8253	-28.5014	208.0292	1.5439E-06	-4.0789E-03
9.15	.55	-1.508	-1.2408	-1117.9833	-49.8442	188.5794	-5.7388E-05	-4.0789E-03
9.15	.83	-0.207	-1.0015	-2283.7919	-67.0167	138.7896	-1.1631E-04	-4.0789E-03
9.15	1.11	-4.024	-1.7485	-3449.6005	-74.6124	58.6599	1.7525E-04	-4.0789E-03
10.98	0.00	-1.1702	1.0730	985.5926	-6.3878	356.7915	1.2824E-04	-3.4688E-03
10.98	.28	5.5898E-04	.1434	94.6752	-34.3899	376.3416	5.7649E-06	-3.4688E-03
10.98	.55	-0.967	-1.8061	-796.2422	-62.8480	341.0711	-1.1571E-04	-3.4688E-03
10.98	.83	-4.448	-1.7557	-1487.1597	-86.9596	250.9799	-2.3949E-04	-3.4688E-03
10.98	1.11	-1.0609	-2.6861	-2578.0771	-98.8802	106.0680	-3.6168E-04	-3.4688E-03
12.81	0.00	-1.1935	.7837	528.3330	-6.4554	540.1190	1.7605E-04	-2.5057E-03
12.81	.28	1.1260	-1.2956	120.7431	-38.0159	588.8816	1.2677E-05	-2.5057E-03
12.81	.55	-1.3568	-1.3751	-286.8466	-72.0142	544.5527	-1.5070E-04	-2.5057E-03
12.81	.83	-0.8858	-2.4546	-694.4367	-101.9329	407.1324	-3.1408E-04	-2.5057E-03
12.81	1.11	-1.7130	-3.5145	-1102.0267	-117.6143	176.6206	-4.7746E-04	-2.5057E-03
14.64	0.00	-1.1537	.4277	-305.3402	-4.7865	710.6772	1.8491E-04	-1.3874E-03
14.64	.28	1.1540	-1.4298	46.2746	-29.7470	798.8755	1.8399E-05	-1.3874E-03
14.64	.55	-1.2875	-1.2875	397.8895	-57.4601	751.9131	-1.4811E-04	-1.3874E-03
14.64	.83	-1.8654	-2.1452	749.5044	-82.2785	569.7900	-3.1463E-04	-1.3874E-03
14.64	1.11	-1.5764	-2.9873	1101.1193	-95.6623	252.5063	-4.8115E-04	-1.3874E-03

LAMINA 3

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
16.47	0.00	-0.0597	1.1272	-1450.6764	-11.7925	811.4834	1.3152E-04	-4.1949E-04
16.47	.28	-0.0706	-2.0622	-141.8180	-11.4747	927.0061	1.5955E-05	-4.1949E-04
16.47	.55	-0.1737	-5.3977	1207.0402	-22.3977	880.3853	-9.9610E-05	-4.1949E-04
16.47	.83	-0.3488	-8.7311	2555.8986	-32.2505	671.6216	-2.1517E-04	-4.1949E-04
16.47	1.11	-0.6561	-1.2006	3904.7569	-37.6397	300.7143	-3.3074E-04	-4.1949E-04
18.30	0.00	0.0000	0.0000	-2835.0197	0.0000	831.5108	-1.4193E-07	0.0000
18.30	.28	0.0000	0.0000	-384.8650	0.0000	952.8721	-1.2271E-08	0.0000
18.30	.55	0.0000	0.0000	2065.2895	0.0000	906.5132	1.1739E-07	0.0000
18.30	.83	0.0000	0.0000	4515.4442	0.0000	692.4340	2.4706E-07	0.0000
18.30	1.11	0.0000	0.0000	6965.5989	0.0000	310.6346	3.7673E-07	0.0000
1.83	0.00	-1.1661	3.2388	-1820.1606	-81.8822	-180.8365	6.6022E-04	6.7968E-04
1.83	.94	1.1137	1.6272	-912.1976	-42.1494	452.5520	3.3101E-04	6.7968E-04
1.83	1.83	1.8835	0.0157	-4.2343	62.5257	665.0768	1.7991E-06	6.7968E-04
1.83	2.81	1.1431	-1.5958	903.7284	167.3203	456.7377	-3.2741E-04	6.7968E-04
1.83	3.75	-1.1072	-3.2104	1811.6915	81.0111	-172.4652	-6.5663E-04	6.7968E-04
3.66	0.00	-1.15463	4.8392	-3169.4060	-119.2896	-107.3440	5.0479E-04	1.2536E-03
3.66	.94	1.8609	2.4331	-1588.7031	-60.1120	282.3918	2.5310E-04	1.2536E-03
3.66	1.87	3.0136	0.0270	-8.0002	93.0012	413.4450	1.4221E-06	1.2536E-03
3.66	2.81	1.9117	-2.3790	1572.7026	246.3925	285.8157	-2.5026E-04	1.2536E-03
3.66	3.75	-1.4448	-4.7896	3153.4054	117.6849	-100.4962	-5.0194E-04	1.2536E-03
5.49	0.00	-1.0724	4.5583	-3830.1575	-106.3780	-30.2294	2.8777E-04	1.6427E-03
5.49	.94	2.1388	2.2954	-1920.4277	-51.0088	94.1565	1.4431E-04	1.6427E-03
5.49	1.87	3.2296	0.0326	-10.6979	86.7705	136.2795	8.4473E-07	1.6427E-03
5.49	2.81	2.1999	-2.2302	1899.0318	225.0085	96.1396	-1.4262E-04	1.6427E-03
5.49	3.75	-1.9500	-4.4973	3808.7616	104.2672	-26.2632	-2.8608E-04	1.6427E-03
7.32	0.00	-1.4348	3.6412	-3871.6292	-78.4000	24.8183	5.0168E-05	1.8074E-03
7.32	.94	2.1321	1.8376	-1941.6466	-34.5889	55.7935	2.5160E-05	1.8074E-03
7.32	1.87	3.0091	0.0340	-11.6640	68.3816	82.6936	1.5238E-07	1.8074E-03
7.32	2.81	2.1959	-1.7695	1918.3186	171.9382	-55.8819	-2.4855E-05	1.8074E-03
7.32	3.75	-3.3072	-3.5765	3848.3012	76.0442	24.6415	-4.9863E-05	1.8074E-03
9.15	0.00	-1.4024	3.5249	-3449.6005	-75.6063	65.1777	-1.7525E-04	1.7444E-03
9.15	.94	2.0827	1.7792	-1730.0187	-33.2292	-177.5725	-8.7892E-05	1.7444E-03
9.15	1.87	2.9321	0.0336	-10.4369	66.1209	259.2975	-5.334E-07	1.7444E-03
9.15	2.81	2.1457	-1.7120	1709.1448	166.0566	-179.9972	8.6825E-05	1.7444E-03
9.15	3.75	-2.2764	-3.4610	3428.7266	73.2701	60.3283	-1.7418E-04	1.7444E-03
10.98	0.00	-1.0609	4.3897	-2578.0771	-102.8778	117.8534	-3.6168E-04	1.4787E-03
10.98	.94	2.0315	2.2107	-1292.5493	-49.5717	-321.1029	-1.8137E-04	1.4787E-03
10.98	1.87	3.0821	0.0316	-7.0215	83.5299	468.9154	-1.0760E-06	1.4787E-03
10.98	2.81	2.0909	-2.1473	1278.5063	217.0804	-325.5839	1.7922E-04	1.4787E-03
10.98	3.75	-1.9421	-4.3304	2564.0341	100.8229	108.8914	3.5952E-04	1.4787E-03
12.81	0.00	-1.7130	4.9805	-1102.0267	-124.6611	196.2451	-4.7746E-04	1.0629E-03
12.81	.94	1.7935	2.5035	-551.9708	-63.6854	-509.3338	-2.3941E-04	1.0629E-03
12.81	1.87	2.9789	0.0245	-1.9150	95.8754	746.4757	-1.3554E-06	1.0629E-03
12.81	2.81	1.8432	-2.4505	548.1408	255.6851	-515.1806	2.3669E-04	1.0629E-03
12.81	3.75	-1.6136	-4.9322	1098.1966	123.1230	184.5516	4.7475E-04	1.0629E-03
14.64	0.00	-1.5764	3.9531	1101.1193	-102.3247	280.5625	-4.8115E-04	5.8533E-04
14.64	.94	1.2057	1.9850	552.6360	-53.7145	-699.3600	-2.4122E-04	5.8533E-04

LAMINA 4

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
14.64	3.87	2.1437	0.0169	4.1327	76.5722	1028.1591	-1.2902E-06	5.8533E-04
14.64	2.81	1.2375	-1.9511	-544.3305	206.9443	-705.8344	2.3864E-04	5.8533E-04
14.64	3.75	-1.5128	-3.9229	1092.8138	101.4455	267.6138	4.7857E-04	5.8533E-04
16.47	0.00	-6.561	1.5362	3904.7569	-40.4434	334.1270	-3.3074E-04	1.7606E-04
16.47	.94	.4248	-7.710	1957.6662	-21.5094	-816.5587	-1.6579E-04	1.7606E-04
16.47	1.87	.7888	5.7770E-03	10.5755	29.8533	-1202.3315	-8.4180E-07	1.7606E-04
16.47	2.81	.4357	-7.7594	-1936.5151	91.2267	-823.1913	1.6410E-04	1.7606E-04
16.47	3.75	-6.344	-1.5261	-3883.6058	40.1707	320.8618	3.2905E-04	1.7606E-04
18.30	0.00	0.0000	0.0000	6985.5989	0.0000	345.1495	3.7673E-07	0.0000
18.30	.94	0.0000	0.0000	3491.3293	0.0000	-840.3417	1.8888E-07	0.0000
18.30	1.87	0.0000	0.0000	17.0597	0.0000	-1237.7196	1.0363E-09	0.0000
18.30	2.81	0.0000	0.0000	-3457.2099	0.0000	-846.9839	-1.8681E-07	0.0000
18.30	3.75	0.0000	0.0000	-6931.4795	0.0000	331.8651	-3.7466E-07	0.0000
1.83	0.00	-1.1072	2.3038	1811.6915	76.2613	-155.2187	-6.5663E-04	-1.5845E-03
1.83	.28	-1.5678	1.6015	1170.8453	63.6149	-359.4514	-4.3074E-04	-1.5845E-03
1.83	.55	-2.224	.8992	529.9991	44.0932	-477.0912	-2.0485E-04	-1.5845E-03
1.83	.83	-2.709	-1.9469	-110.8470	22.0781	-508.1384	2.1037E-05	-1.5845E-03
1.83	1.11	-3.1135	-4.926	-751.6932	3.9601	-452.5927	2.4692E-04	-1.5845E-03
3.66	0.00	-1.4448	3.2512	3153.4054	111.6033	-90.4465	-5.0194E-04	-2.9164E-03
3.66	.28	-6.915	2.2026	2053.7350	93.6678	-217.4446	-3.3038E-04	-2.9164E-03
3.66	.55	-9.2279	1.1541	954.0646	65.5685	-294.4039	-1.5882E-04	-2.9164E-03
3.66	.83	-9.0539	-1.055	-145.6057	33.3968	-321.3244	1.2731E-05	-2.9164E-03
3.66	1.11	-1.1695	-9.240	-1245.2762	6.2437	-298.2062	1.8429E-04	-2.9164E-03
5.49	0.00	-9.9500	2.6877	3808.7616	100.5300	-23.6369	-2.8608E-04	-3.8129E-03
5.49	.28	-3.438	1.7016	2506.2469	85.5188	-65.5348	-1.8906E-04	-3.8129E-03
5.49	.55	-9.9525E-03	.7154	1203.7322	61.1473	-94.8071	-9.2036E-05	-3.8129E-03
5.49	.83	.0514	-2.706	-98.7824	32.2599	-111.4536	4.9892E-06	-3.8129E-03
5.49	1.11	-1.1594	-1.2389	-1401.2971	6.5220	-115.4744	1.0201E-04	-3.8129E-03
7.32	0.00	-3.072	1.7349	3848.3012	75.2473	22.1774	-4.9863E-05	-4.1901E-03
7.32	.28	.0434	.9490	2552.8852	65.3277	47.5553	-3.2919E-05	-4.1901E-03
7.32	.55	-2.170	-1.630	1257.4691	48.1657	60.3772	-1.5975E-05	-4.1901E-03
7.32	.83	.1335	-6.229	-37.9468	26.6490	60.6429	9.6826E-07	-4.1901E-03
7.32	1.11	-1.1270	-1.3947	-1333.3628	5.9138	48.3525	1.7712E-05	-4.1901E-03
9.15	0.00	-2.764	1.6603	3428.7266	72.5995	54.2955	1.7418E-04	-4.0482E-03
9.15	.28	.071	.8996	2274.2553	63.0956	133.9612	1.1583E-04	-4.0482E-03
9.15	.55	-2.205	.1388	1119.7841	46.5912	183.7884	5.7844E-05	-4.0482E-03
9.15	.83	.1538	-3.6219	-34.6870	25.8364	203.7771	-8.6539E-07	-4.0482E-03
9.15	1.11	-1.1230	-1.3688	-1189.1583	5.7572	193.9274	-5.9215E-05	-4.0482E-03
10.98	0.00	-9.421	2.6128	2564.0341	97.0899	98.0022	3.5952E-04	-3.4439E-03
10.98	.28	-3.515	1.6632	1679.4490	82.5160	242.0681	2.3818E-04	-3.4439E-03
10.98	.55	-0.232	.7136	794.8640	58.9135	332.2635	1.1683E-04	-3.4439E-03
10.98	.83	.0427	-2.359	-89.7210	31.0070	348.5883	-4.5093E-06	-3.4439E-03
10.98	1.11	-1.1935	-1.1683	-974.3060	6.2370	351.0425	-1.2585E-04	-3.4439E-03
12.81	0.00	-1.6136	3.4612	1098.1966	116.2484	166.0964	4.7475E-04	-2.4892E-03
12.81	.28	-8.065	2.3817	690.3183	97.2169	395.3726	3.1269E-04	-2.4892E-03
12.81	.55	-2.977	1.3023	282.4399	67.6586	522.5334	1.5063E-04	-2.4892E-03
12.81	.83	-0.0870	-2.228	-125.4383	34.1180	577.5788	-1.1425E-05	-2.4892E-03

12.81	1.11	.1745	.8371	-533.3167	530.5088	-1.7348E-04	-2.4892E-03
14.64	0.00	-1.5128	2.9588	-1092.8138	94.8645	4.7857E-04	-1.3792E-03
14.64	.28	.8139	2.1012	-747.0784	78.5698	3.1317E-04	-1.3792E-03
14.64	.55	-3.519	1.2435	-401.3429	54.0497	1.4778E-04	-1.3792E-03
14.64	.83	-1.268	.3858	-55.6078	26.6276	-1.7611E-05	-1.3792E-03
14.64	1.11	-1.386	-.4562	290.1379	4.5809	-1.8300E-04	-1.3792E-03
16.47	0.00	-.6344	1.1923	-3883.6058	37.3875	3.2905E-04	-4.1727E-04
16.47	.28	-.3511	.8588	-2544.1476	30.8902	2.143E-04	-4.1727E-04
16.47	.55	-1.599	.5253	-1204.6935	21.0748	9.9221E-05	-4.1727E-04
16.47	.83	-.0608	.1918	-134.7625	10.2573	-1.5697E-05	-4.1727E-04
16.47	1.11	-.0539	-.1355	1474.2186	1.7076	-1.3061E-04	-4.1727E-04
18.30	0.00	0.0000	0.0000	-6931.4795	0.0000	-3.7466E-07	0.0000
18.30	.28	0.0000	0.0000	-4493.1118	0.0000	-2.4594E-07	0.0000
18.30	.55	0.0000	0.0000	-2054.7442	0.0000	-1.1722E-07	0.0000
18.30	.83	0.0000	0.0000	383.6234	0.0000	1.1492E-08	0.0000
18.30	1.11	0.0000	0.0000	2821.9911	0.0000	1.4021E-07	0.0000
18.30	0.00	0.0000	0.0000	-502.8808	0.0000	2.4692E-04	-2.2440E-03
1.83	0.00	-1.135	.3047	-751.6932	6.1526	4.2756E-04	-2.2440E-03
1.83	.15	-0.711	.2442	-1186.7389	-7.6486	6.0819E-04	-2.2440E-03
1.83	.31	-0.380	.1836	-1621.7846	-19.0909	7.8883E-04	-2.2440E-03
1.83	.46	-0.143	.1230	-2056.8302	-27.7785	9.6947E-04	-2.2440E-03
1.83	.62	0.0000	.0618	-2491.8759	3.9123	0.0000	0.0000
3.66	0.00	-1.1695	.4550	-1245.2762	11.3125	1.8429E-04	-4.1772E-03
3.66	.15	-1.061	.3646	-2059.3140	-9.8536	3.2639E-04	-4.1772E-03
3.66	.31	-0.0568	.2742	-2873.3319	-21.5688	4.6849E-04	-4.1772E-03
3.66	.46	-0.214	.1837	-3687.3898	-41.2179	6.1059E-04	-4.1772E-03
3.66	.62	0.0000	.0923	-4501.4277	5.8412	7.5270E-04	-4.1772E-03
5.49	0.00	-1.1594	.4279	-1401.2971	14.8126	1.0201E-04	-5.5296E-03
5.49	.15	-0.998	.3429	-2477.0097	-6.1938	1.8572E-04	-5.5296E-03
5.49	.31	-0.534	.2578	-3552.7223	-24.3090	2.6943E-04	-5.5296E-03
5.49	.46	-0.201	.1728	-4628.4349	-38.2617	3.5314E-04	-5.5296E-03
5.49	.62	0.0000	.0868	-5704.1475	5.4935	4.3685E-04	-5.5296E-03
7.32	0.00	-1.1270	.3411	-1333.3628	16.4005	1.7912E-05	-6.1159E-03
7.32	.15	-0.726	.2733	-2494.4504	-1.5534	3.2377E-05	-6.1159E-03
7.32	.31	-.0425	.2055	-3655.5379	-17.5164	4.6842E-05	-6.1159E-03
7.32	.46	-.0160	.1377	-4816.6254	15.7118	6.1308E-05	-6.1159E-03
7.32	.62	0.0000	.0692	-5977.7129	4.3785	7.5773E-05	-6.1159E-03
9.15	0.00	-1.1230	.3301	-1189.1583	16.0873	5.9215E-05	-5.8767E-03
9.15	.15	-0.770	.2645	-2222.5479	-1.3462	1.1279E-04	-5.8767E-03
9.15	.31	-0.412	.1989	-3255.9375	-16.8675	1.6638E-04	-5.8767E-03
9.15	.46	-0.155	.1333	-4289.3271	-28.9553	2.1996E-04	-5.8767E-03
9.15	.62	0.0000	.0670	-5322.7167	4.2379	2.7354E-04	-5.8767E-03
10.98	0.00	-1.1535	.4121	-974.3060	13.9850	1.2585E-04	-4.9039E-03
10.98	.15	-0.961	.3302	-1670.4803	-6.1694	2.3317E-04	-4.9039E-03
10.98	.31	-0.0514	.2483	-2366.6545	-23.5210	3.4049E-04	-4.9039E-03
10.98	.46	-0.193	.1664	-3062.8288	-36.8777	4.4781E-04	-4.9039E-03
10.98	.62	0.0000	.0836	-3759.0030	5.2900	5.5512E-04	-4.9039E-03

LAMINA 5

COORD. Z COORD. S MOMENTO CORTANTE SIGMA Z SIGMA S TAU ZS DESL. U DESL. V

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA 9	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
12.81	0.00	0.1749	4684	533.3167	10.7582	589.4542	-1.7348E-04	3.4385E-03
12.81	.15	-1.1073	.3753	-727.0136	-11.0925	513.5295	-3.0862E-04	-3.4385E-03
12.81	.31	-0.0584	.2822	-920.7106	-28.9790	389.9789	-4.4376E-04	-3.4385E-03
12.81	.46	-0.0220	.1891	-1114.4076	-42.5885	218.8024	-5.7890E-04	-3.4385E-03
12.81	.62	0.0000	.0950	-1308.1045	6.0135	0.0000	-7.1404E-04	-3.4385E-03
14.64	0.00	-1.1386	.3722	290.1279	5.8742	774.2951	-1.8300E-04	-1.8392E-03
14.64	.15	-0.0868	.2982	699.5507	-10.5481	660.8727	-3.1191E-04	-1.8392E-03
14.64	.31	-0.0464	.2242	1108.9736	-23.9779	494.0161	-4.4082E-04	-1.8392E-03
14.64	.46	-0.0175	.1503	1518.3964	-34.1218	273.7251	-5.6973E-04	-1.8392E-03
14.64	.62	0.0000	.0755	1927.8192	4.7779	0.0000	-6.9844E-04	-1.8392E-03
16.47	0.00	-0.0539	.1447	1474.2186	1.8118	883.3196	-1.3061E-04	-5.3807E-04
16.47	.15	-0.0337	.1159	2530.1068	-4.4491	745.4698	-2.1494E-04	-5.3807E-04
16.47	.31	-0.0180	.0872	3585.9950	-9.5143	552.2999	-2.9927E-04	-5.3807E-04
16.47	.46	-6.8123E-03	.0584	4641.8832	-13.3244	303.8100	-3.8360E-04	-5.3807E-04
16.47	.62	0.0000	.0293	5697.7714	1.8577	0.0000	-4.6792E-04	-5.3807E-04
18.30	0.00	0.0000	0.0000	2821.9911	0.0000	904.9549	1.4021E-07	0.0000
18.30	.15	0.0000	0.0000	4534.7337	0.0000	762.0227	2.4388E-07	0.0000
18.30	.31	0.0000	0.0000	6247.4764	0.0000	563.5518	3.4756E-07	0.0000
18.30	.46	0.0000	0.0000	7960.2190	0.0000	309.5442	4.5124E-07	0.0000
18.30	.62	0.0000	0.0000	9672.9617	0.0000	0.0000	5.5491E-07	0.0000
1.83	0.00	0.0000	-0.0391	-5818.8487	2.4770	0.0000	-4.7877E-04	-5.5454E-04
1.83	.15	-8.2777E-03	-0.0679	-4736.8056	-0.649	-311.9644	-3.9195E-04	-5.5454E-04
1.83	.31	-0.0210	-0.0966	-3654.7626	-3.9910	-566.2272	-3.0514E-04	-5.5454E-04
1.83	.46	-0.0381	-0.1254	-2572.7195	-9.2075	-762.7885	-2.1833E-04	-5.5454E-04
1.83	.62	-0.0597	-0.1545	-1490.6764	-1.7374	-901.6482	-1.3152E-04	-5.5454E-04
3.66	0.00	0.0000	-1.007	-1949.2392	6.3705	0.0000	-7.1370E-04	-1.8913E-03
3.66	.15	-0.0212	-1.1747	-1538.2644	-0.3033	-280.0909	-5.8150E-04	-1.8913E-03
3.66	.31	-0.0540	-1.2486	-1127.2897	-10.7220	-505.0614	-4.4930E-04	-1.8913E-03
3.66	.46	-0.0981	-1.3226	-716.3149	-24.5139	-674.9116	-3.7712E-04	-1.8913E-03
3.66	.62	-0.1537	-1.3974	-305.3402	-5.6018	-789.6413	-3.0593E-04	-1.8913E-03
5.49	0.00	0.0000	-1.2674	-1353.8066	8.0180	0.0000	-7.2818E-04	-3.5280E-03
5.49	.15	-0.0267	-1.2198	-1147.4382	-0.7145	-222.5588	-5.9015E-04	-3.5280E-03
5.49	.31	-0.0679	-1.3129	-941.0698	-14.6129	-396.7671	-4.5122E-04	-3.5280E-03
5.49	.46	-0.1235	-1.4060	-734.7014	-32.8897	-522.6249	-3.1408E-04	-3.5280E-03
5.49	.62	-0.1935	-1.5001	-528.3330	-9.8187	-600.1322	-1.7605E-04	-3.5280E-03
7.32	0.00	0.0000	-1.1115	-3838.3169	7.0533	0.0000	-5.6530E-04	-5.0224E-03
7.32	.15	-0.0235	-1.1934	-3125.1359	-1.1760	-153.7319	-4.5604E-04	-5.0224E-03
7.32	.31	-0.0598	-1.2753	-2411.9548	-14.6940	-271.0484	-3.4677E-04	-5.0224E-03
7.32	.46	-0.1086	-1.3572	-1698.7737	-32.2824	-351.9494	-2.3751E-04	-5.0224E-03
7.32	.62	-0.1702	-1.4399	-985.5926	-13.1962	-396.4350	-1.2824E-04	-5.0224E-03
9.15	0.00	0.0000	-0.0893	-5417.6247	5.6506	0.0000	-2.7836E-04	-6.0119E-03
9.15	.15	-0.0188	-0.1549	-4366.6270	-1.4914	-84.8945	-2.2389E-04	-6.0119E-03
9.15	.31	-0.0479	-0.2205	-3315.6293	-13.6173	-149.6999	-1.6942E-04	-6.0119E-03

TRAMO 2

LAMINA 1

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
9.15	.46	-0.0870	-0.2861	2264.6316	-29.2235	-1.1494E-04	-5.0119E-03
9.15	.62	-0.1363	-0.3524	1213.6339	-15.1358	-6.0475E-05	-6.0119E-03
10.98	0.00	0.0000	-0.0923	6085.0316	5.8381	7.7121E-05	-6.2551E-03
10.98	.15	-0.0195	-0.1601	4903.8478	-1.5176	6.2411E-05	-6.2551E-03
10.98	.31	-0.0494	-0.2278	3722.6640	-13.9908	4.7701E-05	-6.2551E-03
10.98	.46	-0.0899	-0.2956	2541.4802	-30.0504	3.2992E-05	-6.2551E-03
10.98	.62	-0.1409	-0.3641	1360.2964	-55.1585	1.8282E-05	-6.2551E-03
12.81	0.00	0.0000	-0.1158	5819.7725	7.3247	4.4504E-04	-5.6582E-03
12.81	.15	-0.0244	-0.2008	4719.8895	-1.2574	3.5974E-04	-5.6582E-03
12.81	.31	-0.0621	-0.2859	3620.0066	-15.3807	2.7443E-04	-5.6582E-03
12.81	.46	-0.1128	-0.3709	2520.1236	-33.7453	1.8912E-04	-5.6582E-03
12.81	.62	-0.1767	-0.4569	1420.2407	-53.9978	1.0382E-04	-5.6582E-03
14.64	0.00	0.0000	-0.1231	4606.5915	7.7883	7.6777E-04	-4.2779E-03
14.64	.15	-0.0260	-0.2135	3768.2388	-1.8385	6.2255E-04	-4.2779E-03
14.64	.31	-0.0660	-0.3040	2929.8862	-14.6794	4.7734E-04	-4.2779E-03
14.64	.46	-0.1200	-0.3944	2091.5336	-32.8310	3.3212E-04	-4.2779E-03
14.64	.62	-0.1879	-0.4858	1253.1810	-50.7379	1.8691E-04	-4.2779E-03
16.47	0.00	0.0000	-0.0824	2556.2634	5.2164	9.8986E-04	-2.2998E-03
16.47	.15	-0.0174	-0.1430	2105.4364	-1.4015	8.0484E-04	-2.2998E-03
16.47	.31	-0.0442	-0.2036	1654.6093	-9.2942	6.1983E-04	-2.2998E-03
16.47	.46	-0.0803	-0.2641	1203.7823	-21.0101	4.3481E-04	-2.2998E-03
16.47	.62	-0.1259	-0.3254	752.9552	-35.8607	2.4979E-04	-2.2998E-03
18.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0692E-03	0.0000
18.30	.15	0.0000	0.0000	0.0000	204.1585	8.7028E-04	0.0000
18.30	.31	0.0000	0.0000	0.0000	369.3480	6.7135E-04	0.0000
18.30	.46	0.0000	0.0000	0.0000	495.5684	4.7243E-04	0.0000
18.30	.62	0.0000	0.0000	0.0000	582.8198	2.7350E-04	0.0000

LAMINA 2

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	-5.4659E-11	2.5723E-10	-2835.0197	-831.5108	1.4193E-07	-8.4551E-13
0.00	.28	-2.5710E-11	-4.7455E-11	-384.8650	-952.8721	1.2271E-08	-8.4551E-13
0.00	.55	-8.0989E-11	-3.5255E-10	2065.2895	-906.5132	-1.1739E-07	-8.4551E-13
0.00	.83	-2.2049E-10	-6.5744E-10	4515.4442	-692.4340	-2.4706E-07	-8.4551E-13
0.00	1.11	-4.4421E-10	-9.5682E-10	6965.5989	-310.6346	-3.7673E-07	-8.4551E-13
1.83	0.00	-0.0597	.1272	-1490.6764	-811.4834	-1.3152E-04	-4.1949E-04
1.83	.28	-0.0706	-0.2062	-141.8180	-927.0061	-1.5955E-05	-4.1949E-04
1.83	.55	-0.1737	-0.5397	1207.0402	-880.3855	9.9410E-05	-4.1949E-04
1.83	.83	-0.3488	-0.8731	2555.8986	-671.6216	2.1517E-04	-4.1949E-04
1.83	1.11	-0.5561	-1.2005	3904.7569	-300.7143	3.5074E-04	-4.1949E-04
3.66	0.00	-0.1537	0.4277	-305.3402	-740.6772	1.8491E-04	-1.3874E-03
3.66	.28	-0.1570	-0.2956	461.2746	-788.8755	-1.8399E-05	-1.3874E-03
3.66	.55	-0.3412	-1.2875	397.8895	-751.9431	1.4811E-04	-1.3874E-03
3.66	.83	-0.8654	-2.1452	749.5044	-569.7900	-3.4633E-04	-1.3874E-03
3.66	1.11	-1.5764	-2.9873	1101.1193	-252.5063	4.8115E-04	-1.3874E-03
5.49	0.00	-0.1935	.7837	528.3330	-540.1190	-1.7605E-04	-2.5057E-03
5.49	.28	-0.1260	-0.2956	120.7431	-588.8816	-1.2677E-05	-2.5057E-03
5.49	.55	-0.3568	-1.3751	-286.8468	-544.5527	1.5070E-04	-2.5057E-03
5.49	.83	-0.8858	-2.9546	-694.4367	-407.1324	3.1408E-04	-2.5057E-03
5.49	1.11	-1.7130	-3.5145	-1102.0267	-176.6206	4.7446E-04	-2.5057E-03
7.32	0.00	-0.1702	1.0930	985.5926	-356.7915	-1.2824E-04	-3.4688E-03
7.32	.28	5.5898E-04	0.1434	94.6752	-376.3416	-5.7649E-06	-3.4688E-03
7.32	.55	-0.0709	-0.8061	-796.2422	-341.0711	1.1671E-04	-3.4688E-03
7.32	.83	-0.4448	-1.7557	-1687.1597	-250.9799	2.3919E-04	-3.4688E-03
7.32	1.11	-1.0609	-2.6881	-2578.0771	-106.0680	3.6168E-04	-3.4688E-03

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
9.15	0.00	-1.1363	1.2806	1213.6339	-5.8290	-197.1390	-6.0475E-05	-4.0789E-03
9.15	.28	1.123	.5199	47.8253	-28.5014	-208.0292	-1.5439E-06	-4.0789E-03
9.15	.55	1.508	-.2408	-1117.9833	-49.8442	-188.5794	5.7388E-05	-4.0789E-03
9.15	.83	-.0207	-1.0015	-2283.7919	-67.0167	-138.7896	1.1631E-04	-4.0789E-03
9.15	1.11	-.4024	-1.7485	-3449.6005	-74.6124	-58.6599	1.7525E-04	-4.0789E-03
10.98	0.00	-.1409	1.3059	1360.2964	-51.9922	-49.6426	1.8282E-05	-4.2222E-03
10.98	.28	1.112	.5199	52.3150	-29.4063	-61.4578	1.1697E-06	-4.2222E-03
10.98	.55	1.463	-.2660	-1255.6664	-51.5182	-60.8451	-1.5942E-05	-4.2222E-03
10.98	.83	-.0356	-1.0520	-2563.6478	-69.3513	-47.8047	-3.3055E-05	-4.2222E-03
10.98	1.11	-.4348	-1.8237	-3871.6292	-77.2784	-22.3364	-5.0168E-05	-4.2222E-03
12.81	0.00	-.1767	1.1617	1420.2407	-6.6803	116.8814	1.0392E-04	3.8414E-03
12.81	.28	7.9283E-03	.1755	107.6411	-35.7745	114.2452	5.9227E-06	3.8414E-03
12.81	.55	-.0797	-.8106	-1204.9583	-65.2297	98.4207	-9.1977E-05	3.8414E-03
12.81	.83	-.4399	-1.7966	-2517.5579	-90.1638	69.4078	-1.8987E-04	3.8414E-03
12.81	1.11	-1.0724	-2.7649	-3830.1575	-102.3697	27.2065	-2.8777E-04	3.8414E-03
14.64	0.00	-.1879	.8677	1253.1810	-6.4575	303.4669	1.8691E-04	-2.9375E-03
14.64	.28	-.0930	-.1807	147.5342	-37.1758	327.7369	1.3984E-05	-2.9375E-03
14.64	.55	-.2878	-1.2293	-958.1125	-69.8155	301.3507	-1.5894E-04	-2.9375E-03
14.64	.83	-.7723	-2.2779	-2063.7593	-98.3016	224.3083	-3.3186E-04	-2.9375E-03
14.64	1.11	-1.5463	-3.3074	-3169.4060	-113.0230	96.6096	-5.0479E-04	-2.9375E-03
16.47	0.00	-.1259	.4631	752.9552	-4.1177	461.5537	2.4979E-04	-1.5955E-03
16.47	.28	-.0949	-.2391	109.6763	-24.6225	517.4005	2.2288E-05	-1.5955E-03
16.47	.55	-.2580	-.9414	-533.6026	-46.9080	486.2160	-2.0521E-04	-1.5955E-03
16.47	.83	-.6150	-1.6437	-1176.8816	-66.6213	368.0001	-4.3272E-04	-1.5955E-03
16.47	1.11	-1.1661	-2.3332	-1820.1605	-77.0413	162.7529	-6.6022E-04	-1.5955E-03
18.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	524.5378	2.7350E-04	0.0000
18.30	.28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	594.4808	2.5854E-05	0.0000
18.30	.55	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	562.1010	-2.2179E-04	0.0000
18.30	.83	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	427.3982	-4.6943E-04	0.0000
18.30	1.11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	190.3726	-7.1708E-04	0.0000

LAMINA 3

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	-4.4621E-10	1.4073E-09	6965.5989	-3.4605E-08	-345.1495	-3.7673E-07	1.7606E-04
0.00	.94	5.4677E-10	7.0773E-10	3491.3293	-1.7407E-08	340.3417	-1.5898E-07	1.7606E-04
0.00	1.87	8.8215E-10	8.0979E-12	17.0897	2.7020E-06	-237.2156	1.0363E-04	1.7606E-04
0.00	2.81	5.6194E-10	-6.9153E-10	-3457.2399	7.5358E-05	974.0248	1.0461E-04	1.7606E-04
0.00	3.75	-4.1386E-10	-1.3924E-08	-693.3775	-3.3024E-06	1.116	-3.5626E-07	1.7606E-04
3.66	0.00	-.0506	1.0360	1943.0267	61.6430	374.2214	1.6074E-04	1.7606E-04
3.66	.28	1.4246	1.7717	37.6650	31.3067	174.958	1.6579E-04	1.7606E-04
3.66	.55	1.7685	5.7770E-04	10.8730	17.8330	-22.3315	8.4180E-07	1.7606E-04
3.66	.83	4.357	-1.7560	-1874.8151	31.2267	823.1913	-1.6410E-04	1.7606E-04
3.66	1.11	-1.5544	-1.526	-3883.6056	40.1707	-320.8616	-3.2905E-04	1.7606E-04
5.49	0.00	-1.5764	3.9531	1101.1193	-102.3247	-280.5625	4.8115E-04	5.8533E-04
5.49	.28	1.2057	1.9850	552.6360	-53.7145	699.3600	2.4122E-04	5.8533E-04
5.49	.55	2.1437	.0169	4.1527	76.5722	1028.1591	1.2902E-06	5.8533E-04
5.49	.83	1.2375	-1.9511	-544.3305	206.9443	705.8344	-2.3864E-04	5.8533E-04
5.49	1.11	-1.5128	-3.9229	-1092.8138	101.4455	-267.6138	-4.7857E-04	5.8533E-04
5.49	0.00	-1.7130	4.9805	-1102.0267	-124.6611	-196.2451	4.7746E-04	1.0629E-03
5.49	.28	1.7935	2.5035	-551.9708	-63.6854	509.3338	2.3941E-04	1.0629E-03
5.49	.55	2.9789	0.2665	-1.9150	95.8754	746.4757	1.3554E-06	1.0629E-03
5.49	.83	1.8432	-2.4505	548.1408	255.6851	515.1806	-2.3669E-04	1.0629E-03
5.49	1.11	-1.6136	-4.9322	1098.1966	123.1230	-184.5516	-4.7475E-04	1.0629E-03

7.32	.94	2.0315	2.2107	-1292.5493	-49.5719	321.1029	1.8137E-04	1.4787E-03
7.32	1.87	3.0821	3.0316	-7.0215	83.5299	468.9154	1.0760E-06	1.4287E-03
7.32	2.81	2.0909	-2.1473	1278.5083	217.0804	325.5839	1.7922E-04	1.4787E-03
7.32	3.75	3.8421	74.3304	2564.0341	100.8229	-108.8914	-3.5952E-04	1.4787E-03
8.15	0.00	7.4024	3.5249	-3489.6005	-75.6063	-65.1777	1.7525E-04	1.7444E-03
8.15	.94	2.8827	1.7792	-1730.0187	-33.2292	177.5725	8.7892E-05	1.7444E-03
8.15	1.87	2.8321	0.0336	-10.4369	66.1209	259.2975	5.3334E-07	1.7444E-03
8.15	2.81	2.1457	1.7120	1709.1488	166.0566	179.9972	-8.6822E-05	1.7444E-03
8.15	3.75	3.2744	3.4610	3428.7264	73.2701	-60.3283	-1.7418E-04	1.7444E-03
10.98	0.00	3.4348	1.6412	-3871.6292	-78.4000	-24.8183	5.0148E-05	1.8074E-03
10.98	.94	3.3021	1.8376	-1941.6468	-34.5889	551.9936	-2.5180E-05	1.8074E-03
10.98	1.87	3.0089	0.0340	-8.5660	68.5816	82.6937	3.5285E-07	1.8074E-03
10.98	2.81	2.1959	1.7875	1948.3188	171.9382	55.8819	-2.8856E-05	1.8074E-03
10.98	3.75	3.3072	3.5765	3848.3912	76.0442	-24.6415	4.9843E-05	1.8074E-03
12.81	0.00	1.0724	4.5583	3330.1575	104.3780	30.2294	-1.8772E-04	1.6427E-03
12.81	.94	2.1388	2.2954	-4920.4277	-51.0088	-94.1545	-1.7431E-04	1.6427E-03
12.81	1.87	3.2294	0.0324	-10.6979	86.7705	-136.2795	-8.4473E-07	1.6427E-03
12.81	2.81	2.1999	1.8949	1899.0318	225.0085	-96.1396	1.4262E-04	1.6427E-03
12.81	3.75	3.9500	4.4973	3808.7616	104.2672	26.2632	2.8608E-04	1.6427E-03
14.64	0.00	-1.5463	4.8392	-3169.4060	-119.2896	107.3440	-5.0479E-04	1.2536E-03
14.64	.94	1.8609	2.4331	-1988.7031	-60.1120	-282.3918	-2.5310E-04	1.2536E-03
14.64	1.87	3.0136	0.0270	-8.0002	93.0012	-413.4450	-1.4221E-06	1.2536E-03
14.64	2.81	1.9117	-2.3790	1572.7026	246.3924	-285.8157	2.5026E-04	1.2536E-03
14.64	3.75	-1.4448	-4.7896	3153.4055	117.6848	100.4962	5.0194E-04	1.2536E-03
16.47	0.00	-1.1661	3.2388	-1820.1605	-81.8822	180.8365	-6.6022E-04	6.7968E-04
16.47	.94	1.1137	1.6272	-912.1975	-42.1494	-452.5519	-3.3101E-04	6.7968E-04
16.47	1.87	1.8835	0.0157	-4.2345	62.5203	-665.0766	-1.7991E-06	6.7968E-04
16.47	2.81	1.1431	-1.5958	903.7284	167.3257	-456.7376	3.2741E-04	6.7968E-04
16.47	3.75	-1.1072	-3.2104	1811.6914	81.0111	172.4652	6.5663E-04	6.7968E-04
18.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	211.5251	-7.1708E-04	0.0000
18.30	.94	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-522.1884	-3.5950E-04	0.0000
18.30	1.87	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-768.2298	-1.9293E-06	0.0000
18.30	2.81	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-526.5988	3.5564E-04	0.0000
18.30	3.75	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	202.7043	7.1322E-04	0.0000

LAMINA 4

COORD. Z	COORD. S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL. U	DESL. V
0.00	0.00	-4.1386E-10	9.3969E-10	-6931.4795	3.2381E-08	-298.6786	3.7465E-07	-8.3959E-13
0.00	.28	-1.9638E-10	6.3480E-10	-4493.1118	2.7195E-08	-678.6710	2.4594E-07	-8.3959E-13
0.00	.55	-6.3132E-11	3.2990E-10	-2054.7442	1.9057E-08	-891.3256	1.1722E-07	-8.3959E-13
0.00	.83	-1.4109E-11	2.5010E-11	383.6234	9.7239E-09	-936.5823	-1.1492E-08	-8.3959E-13
0.00	1.11	-4.9300E-11	-2.7434E-10	2821.9911	1.8255E-09	-814.4612	-1.4021E-07	-8.3959E-13
1.83	0.00	-7.6344	1.1923	-3883.6058	37.3875	-288.7756	-3.2905E-04	-4.1727E-04
1.83	.28	-1.3511	.8588	-2544.1496	30.8902	-657.9316	-2.1413E-04	-4.1727E-04
1.83	.55	-1.1599	.5253	-1204.6955	21.0748	-865.3522	-9.9221E-05	-4.1727E-04
1.83	.83	-1.0608	.1918	134.7625	10.2573	-911.0376	1.5697E-05	-4.1727E-04
1.83	1.11	-1.0539	-1.1355	1474.2186	1.7076	-794.9876	1.3061E-04	-4.1727E-04
3.66	0.00	-1.5128	2.9588	-1092.8138	94.8645	-240.8524	-4.7857E-04	-1.3792E-03
3.66	.28	-1.8139	2.1012	-747.0784	78.6950	-556.5698	-3.1317E-04	-1.3792E-03
3.66	.55	-1.3519	1.2435	-401.3429	54.0457	-737.8111	-1.4778E-04	-1.3792E-03
3.66	.83	-1.1268	.3858	-55.6075	26.6276	-784.5764	1.7611E-05	-1.3792E-03
3.66	1.11	-1.1386	-1.4562	290.1279	4.5809	-696.8655	1.8300E-04	-1.3792E-03
5.49	0.00	-1.6136	3.4612	1098.1966	116.2484	-166.0964	-4.7475E-04	-2.4892E-03
5.49	.28	-1.8065	2.3817	690.3183	97.2169	-33.1269E-04	-3.1269E-04	-2.4892E-03
5.49	.55	-1.2977	1.3023	282.4799	47.6584	-571.5374	1.5063E-04	-2.4892E-03

3.45	.83	.9871	.2238	125.9387	4.4188	577.5788	1.925E-03	2.4892E-03
3.45	1.11	.1745	.6371	533.3167	6.2377	536.5086	1.7348E-04	2.4892E-03
7.32	0.00	.9421	2.6128	2564.0341	97.18996	98.0022	3.5952E-04	3.4439E-03
7.32	.28	.3515	1.6632	1679.4490	82.5160	242.0681	2.3818E-04	3.4439E-03
7.32	.55	.40232	.7136	794.8846	56.9135	332.2635	1.1683E-04	3.4439E-03
7.32	.83	.0427	.2755	89.7210	71.0070	368.5883	4.5093E-06	3.4439E-03
7.32	1.11	-.1535	1.1683	974.3066	6.2377	351.0423	1.2585E-04	3.4439E-03
9.15	0.00	.2764	1.6603	3428.7266	72.8995	54.2955	-1.7418E-04	-4.0482E-03
9.15	.28	.0771	.8996	2274.2533	63.0956	-133.9612	-1.1563E-04	-4.0482E-03
9.15	.55	.2205	1.388	1119.7841	46.5912	-183.7884	-5.7484E-05	-4.0482E-03
9.15	.83	.1538	-.6219	-.34.6870	35.8364	-203.7771	9.6539E-07	-4.0482E-03
9.15	1.11	-.1230	-1.3688	-1189.1583	5.7572	-193.9274	5.9215E-05	-4.0482E-03
10.98	0.00	-.3072	1.7349	3848.3012	75.2473	-22.1774	4.9863E-05	-4.1901E-03
10.98	.28	.0634	.9490	2552.8652	65.3277	-47.5553	3.2919E-05	-4.1901E-03
10.98	.55	.2170	1.630	1257.4691	48.1657	-60.3772	1.5975E-05	-4.1901E-03
10.98	.83	.1535	-.6229	-.37.9468	26.6490	-60.6429	-9.6826E-07	-4.1901E-03
10.98	1.11	-.1270	-1.3947	-1333.3628	5.9136	-48.3525	-1.7912E-05	-4.1901E-03
12.81	0.00	-.9500	2.6877	3898.7616	100.8300	23.6369	2.8608E-04	-3.8129E-03
12.81	.28	-.3438	1.7016	2506.2669	85.5186	65.5348	1.8966E-04	-3.8129E-03
12.81	.55	-9.9525E-03	.7154	1263.7322	61.1470	94.8071	9.2036E-05	-3.8129E-03
12.81	.83	.0514	-.2706	-.98.7824	32.2399	111.4536	-4.9828E-06	-3.8129E-03
12.81	1.11	.1594	-1.2389	-1401.2970	6.8220	-115.4744	-1.0201E-04	-3.8129E-03
14.64	0.00	1.4448	3.2512	3153.4055	111.6033	90.4465	5.0194E-04	-2.9164E-03
14.64	.28	-.6915	2.2026	2053.7351	93.6678	217.4446	3.3038E-04	-2.9164E-03
14.64	.55	-.2279	1.1541	954.0646	65.15684	294.4039	1.5826E-04	-2.9164E-03
14.64	.83	-.0539	.1055	-.145.6057	33.3968	321.3244	-1.2731E-05	-2.9164E-03
14.64	1.11	-.1695	-.9240	-1245.2762	6.2437	-298.2062	-1.8429E-04	-2.9164E-03
16.47	0.00	-1.1072	2.3038	1811.6914	76.2613	155.2187	6.5663E-04	-1.5845E-03
16.47	.28	-.5678	1.6015	1170.8452	63.6145	359.4513	4.3074E-04	-1.5845E-03
16.47	.55	-.2224	.8992	529.9991	44.0932	477.0912	2.0485E-04	-1.5845E-03
16.47	.83	-.0709	.1969	-110.8470	22.0781	508.1383	-2.1038E-05	-1.5845E-03
16.47	1.11	-.1135	-.4926	-751.6932	3.9601	452.5927	-2.4692E-04	-1.5845E-03
18.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	182.4335	7.1322E-04	0.0000
18.30	.28	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	418.3236	4.6726E-04	0.0000
18.30	.55	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	552.2152	2.2130E-04	0.0000
18.30	.83	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	584.1305	-2.4653E-05	0.0000
18.30	1.11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	514.0277	-2.7061E-04	0.0000

LAMINA 5

COORD.Z	COORD.S	MOMENTO	CORTANTE	SIGMA Z	SIGMA S	TAU ZS	DESL.U	DESL.V
0.00	0.00	-4.9300E-11	1.3231E-10	2821.9911	3.3535E-09	-904.9569	-1.4021E-07	-1.1892E-12
0.00	.15	-3.0878E-11	1.0602E-10	4534.7337	-2.8180E-09	-762.0227	-2.4388E-07	-1.1892E-12
0.00	.31	-1.6520E-11	7.9731E-11	6247.4764	-8.0119E-09	-563.5518	-3.4756E-07	-1.1892E-12
0.00	.46	-6.2282E-11	5.3436E-11	7960.2190	-1.1977E-08	-309.5443	-4.5124E-07	-1.1892E-12
0.00	.62	0.0000	2.6857E-11	9672.9617	1.6985E-09	0.0000	-5.5491E-07	-1.1892E-12
1.83	0.00	-.0539	.1447	1474.2166	1.8118	-883.3196	1.3061E-04	-5.3807E-04
1.83	.15	-.0337	.1159	2530.1068	-4.4491	-745.4698	2.1494E-04	-5.3807E-04
1.83	.31	-.0180	.0872	3585.9950	-9.5143	-552.2999	2.9927E-04	-5.3807E-04
1.83	.46	-6.8123E-03	.0584	4641.8832	-13.3244	-303.8100	3.8360E-04	-5.3807E-04
1.83	.62	0.0000	.0293	5697.7714	1.8577	0.0000	4.6792E-04	-5.3807E-04
3.66	0.00	-.1386	.3722	290.1279	5.8743	-774.2951	1.8300E-04	-1.8392E-03
3.66	.15	-.0868	.2982	699.5507	-10.5481	-660.8727	3.1191E-04	-1.8392E-03
3.66	.31	-.0464	.2242	1108.9735	-23.9775	-494.0161	4.4082E-04	-1.8392E-03
3.66	.46	.0175	.1503	1518.7964	36.1216	-297.7251	5.6973E-04	-1.8392E-03
3.66	.62	0.0000	.0751	1927.1118	49.1418	-187.4187	6.9740E-04	-1.8392E-03

5.49	0.00	.1745	.4684	-533.3167	10.3982	-569.4542	1.7388E-04	-3.4385E-03
5.49	.15	-1.093	.3753	-727.0136	-11.6925	-513.5295	3.0862E-04	-3.4385E-03
5.49	.31	-.0584	.2822	-920.7106	-28.9790	-389.9789	4.4376E-04	-3.4385E-03
5.49	.46	-.0220	.1891	-1114.4076	-42.5885	-218.8024	5.7890E-04	-3.4385E-03
5.49	.62	0.0000	.0950	-1308.1045	6.0135	0.0000	7.1404E-04	-3.4385E-03
7.32	0.00	-.1535	.4121	-.974.3060	13.9850	-390.0472	1.2585E-04	-4.9039E-03
7.32	.15	-.0961	.3302	-1670.4803	-6.1694	-347.0015	2.3317E-04	-4.9039E-03
7.32	.31	-.0514	.2483	-2366.6545	-23.5210	-267.6450	3.4049E-04	-4.9039E-03
7.32	.46	-.0193	.1664	-3062.8288	-36.8777	-151.9778	4.4781E-04	-4.9039E-03
7.32	.62	0.0000	.0836	-3759.0030	5.2900	0.0000	5.5512E-04	-4.9039E-03
9.15	0.00	-.1230	.3301	-1189.1583	16.0873	-215.4749	5.9215E-05	-5.8767E-03
9.15	.15	-.0770	.2645	-2222.5479	-1.3462	-191.6127	1.1279E-04	-5.8767E-03
9.15	.31	-.0412	.1989	-3255.9375	-16.8675	-147.7461	1.6638E-04	-5.8767E-03
9.15	.46	-.0155	.1333	-4289.3271	-83.9553	-83.8752	2.1996E-04	-5.8767E-03
9.15	.62	0.0000	.0670	-5322.7167	4.2379	0.0000	2.7354E-04	-5.8767E-03
10.98	0.00	-.1270	.3411	-1333.3628	16.4005	-53.7250	-1.7912E-05	-6.1159E-03
10.98	.15	-.0796	.2733	-2494.4504	-1.5534	-42.5744	-3.2377E-05	-6.1159E-03
10.98	.31	-.0425	.2055	-3655.5379	-17.5164	-29.9033	-4.6842E-05	-6.1159E-03
10.98	.46	-.0160	.1377	-4815.6254	-29.9426	-15.7118	-6.1308E-05	-6.1159E-03
10.98	.62	0.0000	.0692	-5977.7129	4.3785	0.0000	-7.5773E-05	-6.1159E-03
12.81	0.00	-.1594	.4279	-1401.2970	14.8126	128.3049	-1.0201E-04	-5.5296E-03
12.81	.15	-.0998	.3429	-2477.0096	-6.1938	119.3239	-1.8572E-04	-5.5296E-03
12.81	.31	-.0534	.2578	-3552.7222	-24.3090	94.9461	-2.6743E-04	-5.5296E-03
12.81	.46	-.0201	.1728	-4628.4348	-38.2617	55.1714	-3.5314E-04	-5.5296E-03
12.81	.62	0.0000	.0868	-5704.1474	5.4935	0.0000	-4.3685E-04	-5.5296E-03
14.64	0.00	-.1695	.4550	-1245.2742	11.3125	331.3402	-1.8429E-04	-4.1772E-03
14.64	.15	-.1061	.3646	-2059.3141	-9.6536	290.4291	-3.2639E-04	-4.1772E-03
14.64	.31	-.0568	.2742	-2873.3520	-27.6429	221.5686	-4.6849E-04	-4.1772E-03
14.64	.46	-.0214	.1837	-3687.3898	-41.2179	124.7589	-6.1059E-04	-4.1772E-03
14.64	.62	0.0000	.0923	-4501.4277	5.8412	0.0000	-7.5270E-04	-4.1772E-03
16.47	0.00	-.1135	.3047	-751.6932	6.1526	502.8807	-2.4692E-04	-2.2440E-03
16.47	.15	-.0711	.2442	-1186.7388	-7.6486	429.9687	-4.2756E-04	-2.2440E-03
16.47	.31	-.0380	.1836	-1621.7845	-19.0909	321.8512	-6.0819E-04	-2.2440E-03
16.47	.46	-.0143	.1230	-2056.8302	-27.7785	178.5283	-7.8883E-04	-2.2440E-03
16.47	.62	0.0000	.0618	-2491.8759	3.9123	0.0000	-9.6947E-04	-2.2440E-03
18.30	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	571.1419	-2.7061E-04	0.0000
18.30	.15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	484.6265	-4.6465E-04	0.0000
18.30	.31	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	360.5977	-6.5869E-04	0.0000
18.30	.46	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	199.0555	-8.5274E-04	0.0000
18.30	.62	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1.0467E-03	0.0000

FIM DO PROGRAMA