

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

VIGAS COMPOSTAS DE QUATRO ELEMENTOS DE MADEIRA
INTERLIGADOS POR ANÉIS METÁLICOS

MANOEL SANTINHO RODRIGUES JUNIOR

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

COMISSÃO EXAMINADORA

PROF. DR. JOÃO CESAR HELLMEISTER - ORIENTADOR (EESC-USP)
PROF. DR: ALUÍZIO FONTANA MARGARIDO (FAU - USP)
PROF. DR: CARLITO CALIL JUNIOR (EESC-USP)



SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1.984

AGRADEÇO:

À Rosana, pelo carinho, amor e incentivo, sempre presentes em todos os momentos.

Ao Prof. Dr. João Cesar Hellmeister, pela orientação, pelo estímulo e pelo exemplo de dedicação ao trabalho e à pesquisa.

À Fundação Universidade Federal de Mato Grosso, pelo apoio financeiro.

Ao estudante Rhycardo Luiz Monteiro, pelo trabalho realizado junto ao Núcleo de Processamento de Dados da Fundação Universidade Federal de Mato Grosso.

A todos os professores, técnicos e funcionários do Laboratório de Madeira e de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, pelo apoio, incentivo e amizade.

À Izabela, Milena e Rosana

R E S U M O

Apresenta-se um estudo teórico e experimental sobre a aplicação da teoria da flexão das vigas compostas com interação parcial às vigas de madeira constituídas de quatro elementos sobrepostos e interligados por anéis metálicos nas interfaces dos elementos.

Os resultados obtidos na experimentação de cinco corpos de prova submetidos a forças concentradas permitiram apreciar um razoável grau de aproximação da teoria. Principalmente as deformações longitudinais das fibras extremas e as flechas máximas de vigas longas. Entretanto, foram observadas, sensíveis diferenças entre as flechas à medida que a relação l/h das vigas diminuíam. Tal fato pode ser atribuído às influências das deformações produzidas pela força cortante nos deslocamentos das peças, as quais não foram computadas na teoria.

A B S T R A C T

An experimental study on the application of the theory composite beams with semi-rigid connection for built-up wood beams constituted of four elements connected by metallic ring is presented.

The experimental results of five specimens confirmed a good approximation for longitudinal deformations and deflections predicted by theory. But reducing the length of span the results of deflections did not always confirm the theory. This is consequence of shear deformation which has not been considered in the theory.

Í N D I C E

<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO. FORMAS CONSTRUTIVAS</u>	Pag.
1. GENERALIDADES	1.01
2. VIGAS ENDENTEADAS E VIGAS CLARK	1.01
3. VIGAS DE ELEMENTOS INTERLIGADOS POR CONECTORES DISCRETOS DE MADEIRA.....	1.03
4. VIGAS DE ELEMENTOS INTERLIGADOS POR CONECTORES DISCRETOS METÁLICOS.....	1.07
<u>CAPÍTULO II - REVISÃO TEÓRICA</u>	
1. GENERALIDADES.....	2.01
2. PROCESSO DE CÁLCULO UTILIZANDO OS COEFICIENTES DE MINORAÇÃO.	2.03
2.1. Considerações gerais	2.03
2.2. Dimensionamento das vigas compostas utilizando os coeficientes de minoração.....	2.08
3. PROCESSO ANALÍTICO DE CÁLCULO	2.10
3.1. Aceno histórico	2.10
3.2. Teoria da flexão de peças compostas de elementos sobrepostos interligados por conectores deformáveis.....	2.13
3.2.1. Observações iniciais	2.13
3.2.2. Aspectos gerais	2.13
3.2.3. Análise das vigas compostas de dois, três e quatro elementos	2.15
3.2.3.1. Vigas compostas de dois elementos.....	2.16
3.2.3.2. Vigas compostas de três elementos.....	2.19
3.2.3.3. Vigas compostas de quatro elementos.....	2.21

CAPÍTULO III - DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE RIGIDEZ ESPECÍFICA DA SUPERFÍCIE DE LIGAÇÃO DOS ELEMENTOS.

	Pag.
1. GENERALIDADES	3.01
2. MÉTODOS DE EXPERIMENTAÇÃO	3.02

CAPÍTULO IV - EXPERIMENTAÇÃO

1. SÍNTESE GERAL	4.01
2. ENSAIOS PRELIMINARES	4.02
3. VIGAS COMPOSTAS DE PEROBA ROSA	4.03
3.1. Montagem das peças	4.03
3.2. Instrumentação empregada e montagem dos ensaios	4.03
3.3. Procedimento adotado durante a experimentação	4.04
3.4. Apresentação dos resultados	4.05
4. VIGA DE DIMENSÕES ESTRUTURAIS	4.14
4.1. Descrição sumária	4.14
4.2. Instrumentação empregada e montagem do ensaio	4.14
4.3. Procedimento adotado durante a experimentação	4.15
4.4. Apresentação dos resultados	4.15
5. VIGAS DE PINHO DO PARANÁ	4.19
5.1. Obtenção e descrição dos corpos de prova	4.19
5.2. Procedimento adotado	4.20
5.3. Instrumentação e esquema de ensaio	4.21
5.4. Apresentação dos resultados	4.22
6. EXPERIMENTAÇÃO DOS CONECTORES	4.30
6.1. Descrição sumária dos corpos de prova utilizado	4.30
6.2. A experimentação	4.31
6.3. Apresentação dos resultados	4.32

CAPÍTULO V - APLICAÇÃO DA TEORIA ÀS VIGAS ENSAIADAS

	Pag.
1. INTRODUÇÃO	5.01
2. DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA FLECHA E DAS DEFORMAÇÕES	5.02
3. APLICAÇÃO ÀS VIGAS ENSAIADAS	5.07
3.1. Parâmetros adotados	5.07
3.2. Apresentação dos resultados	5.10
4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS	5.10
4.1. Resultados das deformações	5.12
4.2. Resultados das flechas	5.16
5. CONCLUSÕES	5.20

BIBLIOGRAFIA

1. - INTRODUÇÃO. FORMAS CONSTRUTIVAS

1.1. - Generalidades

As vigas de madeira de seções compostas são peças construídas interligando-se elementos por conectores aplicados nas interfaces, com objetivo de impedir deslocamentos relativos. Os elementos utilizados são peças de bitola comercial frequentemente empregadas como vigas maçicas.

As vigas compostas podem ser construídas por sobreposição ou por justaposição dos elementos. Na interligação dos mesmos pode-se utilizar: conectores discretos, anéis metálicos, endenteações, etc., ou, conectores contínuos, os adesivos.

Neste trabalho são estudadas as vigas de elementos sobrepostos interligados por conectores discretos. As outras formas de seção composta são objeto de outros trabalhos em desenvolvimento no LaMEM. As formas mais tradicionais e algumas considerações sobre o processo construtivo e comportamento mecânico são apresentados neste capítulo.

1.2. - Vigas Endenteadas e Vigas Clark

Uma forma muito encontrada na literatura são as vigas endenteadas (fig. 1.1). Estas vigas apresentam duas variações: com as faces dos dentes inclinadas ou com as endenteações de faces verticais. A primeira só pode ser empregada em estruturas submetidas a carregamentos predominantemente fixos. As endenteações inclinadas absorvem esforços orientados num único sentido.

Em qualquer uma daquelas variações é necessário o uso de dispositivos encarregados de impedir a separação lateral e vertical dos elementos.

Tais dispositivos podem ser estribos metálicos, parafusos, ou até travessas de madeira pregadas em ambas as faces laterais. As vigas endenteadas são de difícil execução, além disso, como os dentes são executados nos elementos em separados, o ajustamento é irregular. Para atenuar esta deficiência, Tredgold (1850), propôs a utilização do mecanismo de cunha e parafuso representado esquematicamente na figura 1.1.c. Porém, esta solução, além de promover enfraquecimento da zona traçionada, mostrou-se ineficiente.

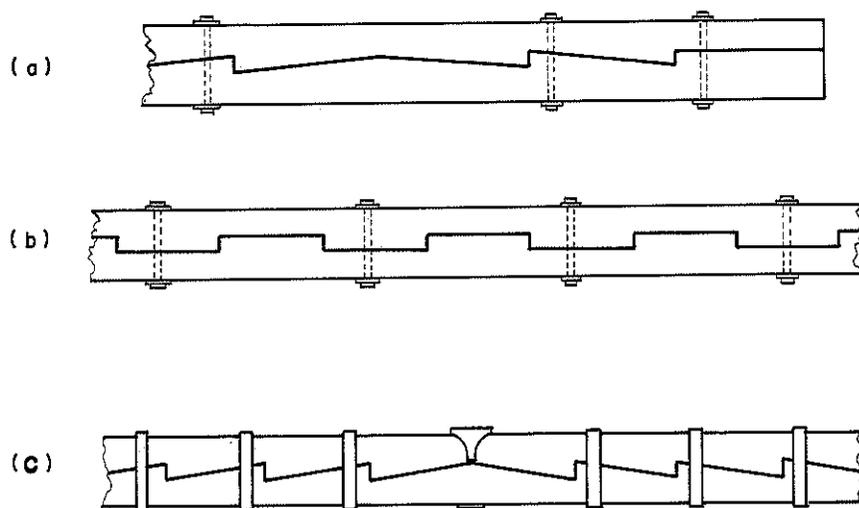


Fig. 1.1. - Vigas de elementos interligados por intermédio de "dentes".

Por apresentarem grande desperdício de material na fabricação dos dentes, lentidão de execução, dificuldades de automatização do processo construtivo, baixa eficiência no comportamento mecânico e ainda, construção artesanal, as vigas endenteadas são pouco utilizadas atualmente.

Outra forma de viga composta muito citada na literatura consultada é a constituída de dois elementos sobrepostos ligados por tábua estreitas e delgadas, fixadas por pregos, com inclinação de 45° e orientadas numa e noutra face segundo direções cruzadas, conforme está esquematizada na figura 1.2.

Tal solução foi sugerida por Clark e foi inspirada nas estruturas de treliça utilizadas em construções de pontes ferroviárias daquela época.

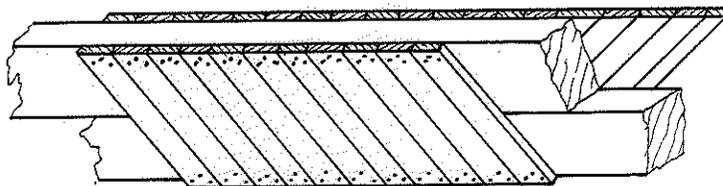


Fig. 1.2. - Viga com elementos interligados por meio de tábuas e pregos - Viga Clark

As pequenas rigidez e resistência desta forma de viga composta, em virtude da grande deformabilidade das ligações pregadas, são os principais motivos da sua pouca utilização.

1.3. - Vigas de Elementos Interligados por Conectores Discr- tos de Madeira

É muito antiga a utilização de vigas compostas interligadas por conectores de madeira dura, os tarugos, associados a outros dispositivos necessários para manter a unidade do sistema. Tredgold (1850), considerava-as de uso tradicional e foi o primeiro a estabelecer as regras gerais para a confecção e o emprego dos mesmos.⁽¹⁾

Os tarugos (fig. 1.3.a e 1.3.b), são constituídos por um bloco de madeira ou por dois elementos em forma de cunha, os quais são colocados em cavidades previamente executadas nas interfaces dos elementos a serem unidos (fig. 1.3.c e 1.3.d).

(1) - KIDWELL, E. (1897), pag. 767

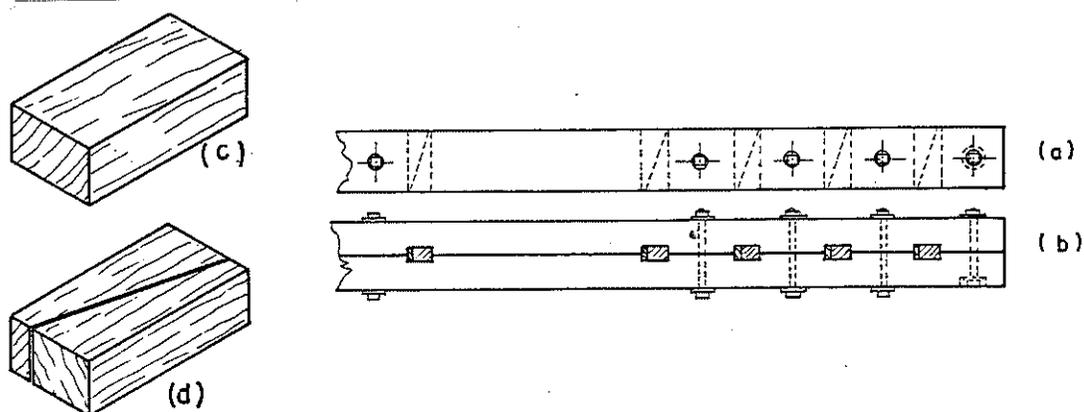


Fig. 1.3. - Viga de elementos interligados por tarugos. Esquemas dos tarugos.

São encontrados na literatura dois arranjos dos tarugos, um posicionamento normal, tal como o representado na fig. 1.3.b, e outro inclinado (fig. 1.4). Nesta última disposição, são possíveis duas variações quanto ao posicionamento dos parafusos: a primeira, os parafusos verticais, é devido à sugestão de Brunel; a outra, de Rankine, os parafusos são dispostos com inclinação de 45° . A fig. 1.4 ilustra estes dois arranjos.

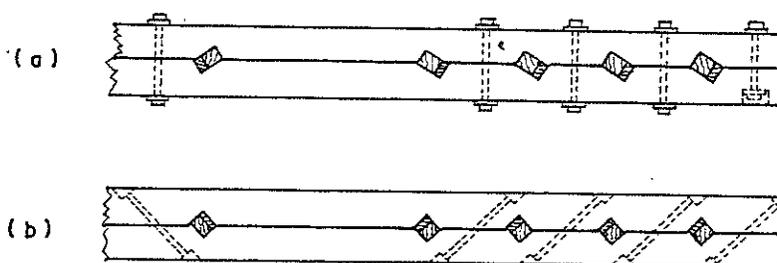


Fig. 1.4 - Esquemas alternativos do posicionamento dos tarugos e parafusos. (a) Brunel; (b) Rankine.

Como pode ser observada, a direção dos eixos dos parafusos é a mesma das tensões principais de tração na posição do eixo neutro de uma viga maciça submetida a ações orientadas de cima para baixo. Rankine acreditava ser este o arranjo dos parafusos mais indicado para as vigas compostas com os tarugos. Entretanto, tal fato não foi comprovado experimentalmente. Kidwell obteve resultados os quais contrariam as idéias de Rankine.

A principal deficiência das vigas interligadas por tarugos são as grandes flechas, sobretudo quando submetidas a cargas permanentes, devido ao afrouxamento das ligações por decorrência da retração do tarugo. Outro importante fator é a tendência da separação dos elementos na direção vertical imprimida pela rotação dos tarugos em relação aos seus eixos. Para atenuar este problema, poderia-se pensar em dar um aperto nos parafusos, entretanto, o aperto seria prejudicado pela influência da deformação lenta e da retração da madeira.

Com a intenção de aumentar a inércia da seção, podem ser empregados tarugos com a altura maior que a profundidade dos entalhes, produzindo-se um afastamento vertical entre os elementos (fig. 1.5). Quando os centros dos tarugos e parafusos não são coincidentes, é necessário utilizar tacos de madeira posicionados centradamente aos parafusos com objetivo de impedir a flexão localizada dos componentes da viga na fase de montagem.

Giordano⁽²⁾, dá especial atenção a esta técnica e apresenta um estudo teórico de Melan sobre a influência da relação entre a altura do conector e a da seção transversal total da viga na sua resistência e rigidez.

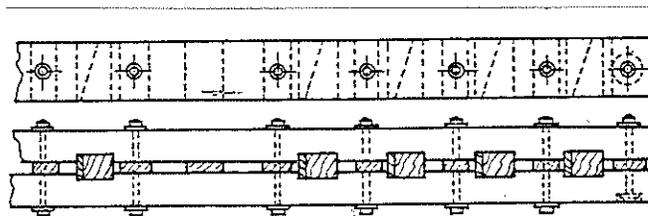


Fig. 1.5. - Esquema da alternativa construtiva sugerida por Giordano.

(2) GIORDANO, G. (1964); pag. 187

Na construção de vigas interligadas por conectores discretos de madeira geralmente são empregadas ferramentas manuais, pouco eficientes, as quais exigem mão-de-obra qualificada para se confeccionar os sulcos, entalhes, furações e o conector. Com atenção a estes inconvenientes, Derevyagin, em 1932 na União Soviética, desenvolveu uma forma de viga composta mais adequada de ser construída.

As vigas Derevyagin, representadas na fig. 1.6, são constituídas de dois ou três elementos de seção quadrada ou retangular, sobrepostos e interligados por plaquetas de madeira dura alojadas em entalhes pouco espaçados. As plaquetas são mais estreitas que os tarugos e os entalhes são construídos utilizando-se uma serra de corrente movida a energia elétrica cuja a largura de corte corresponde à necessária para a instalação do conector. Estas vigas apresentam a vantagem de dispensar os dispositivos encarregados de impedir a separação dos elementos na direção vertical. Tal fato se deve à presença de numerosas plaquetas dispostas apertadamente nos sulcos.

As plaquetas têm fabricação nomalizada e são facilmente produzidas em série, geralmente têm 1,2cm de espessura e altura de 5,4cm e comprimento de até 15cm. Quando as larguras dos componentes da viga superarem o último valor, a disposição dos conectores é a forma alternada apresentada na fig. 1.6.e.

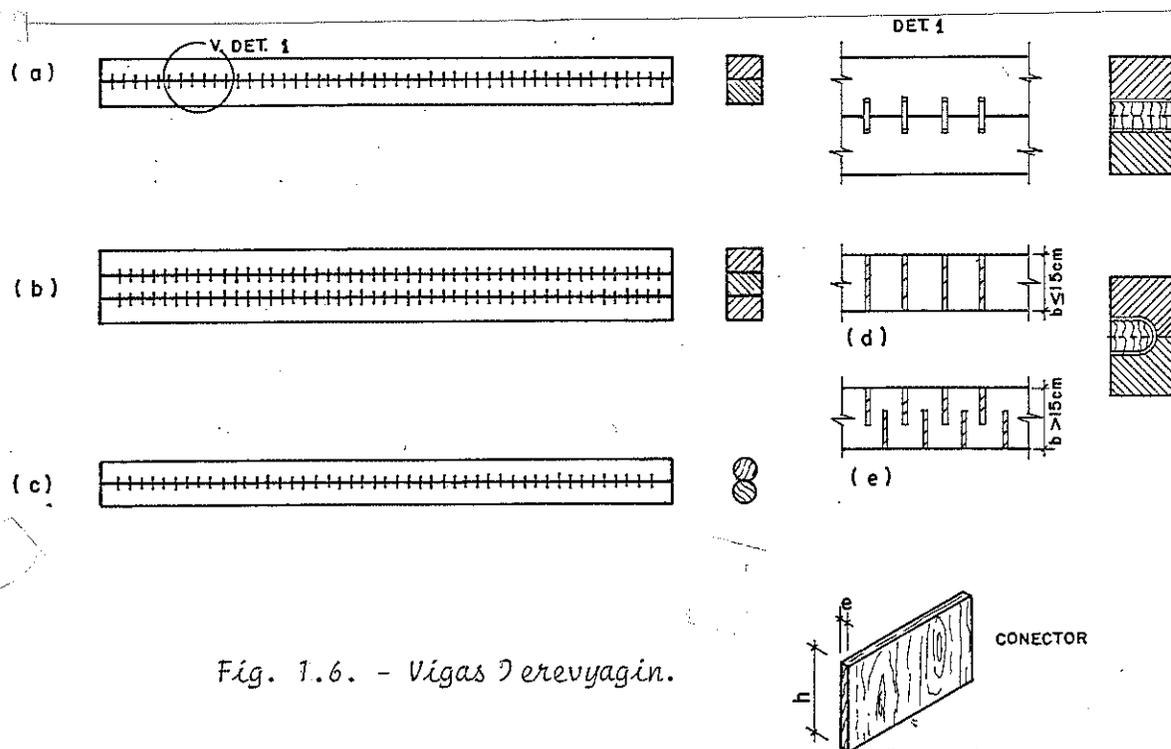


Fig. 1.6. - Vigas Derevyagin.

Diversas experiências realizadas por Derevyagin, confirmaram a conveniência da utilização de postes de madeira para a confecção de vigas com dois elementos interligados pelas plaquetas. Os mesmos devem ser dispostos de modo a compensar a conicidade natural (fig. 1.6.c), entretanto, nas regiões de contato, as quais recebem os conectores, são necessários cortes e aplainamentos para garantir um melhor ajuste.

Além das vantagens de caráter construtivo, com o emprego das plaquetas obtém-se vigas compostas com rigidez e resistência sensivelmente mais acentuadas que as das formas anteriormente comentadas. Este fato pode ser atribuído ao processo de fabricação dos conectores e dos entalhes, o qual minimiza as folgas e contribui para uma maior interação dos componentes. As vigas Derevyagin apresentam comportamento mecânico adequado quando submetidas à ação de cargas oscilantes, podendo ser utilizadas em pontes. E ainda, são menos afetadas pela retração dos conectores, porque o controle da umidade dos mesmos pode ser feito com maior facilidade devido suas dimensões reduzidas.

1.4. - Vigas de Elementos Interligados por Conectores Metálicos.

As formas anteriores, consideradas pertencentes aos processos da carpintaria clássica, apresentam como deficiência a deformabilidade e a retração dos conectores. Com o intuito de minimizá-las, ou até mesmo suprimi-las, são empregados conectores metálicos no lugar daqueles em madeira.

A utilização dos conectores metálicos não é recente. Segundo Kidwell, as estruturas portantes de máquinas a vapor, utilizadas nos fins do século XVIII, eram construídas de vigas de madeira com dois elementos quadrados sobrepostos e interligados com tarugos de ferro fundido.

Os conectores metálicos modernos utilizados na construção de vigas compostas estão esquematizados na fig. 1.7.

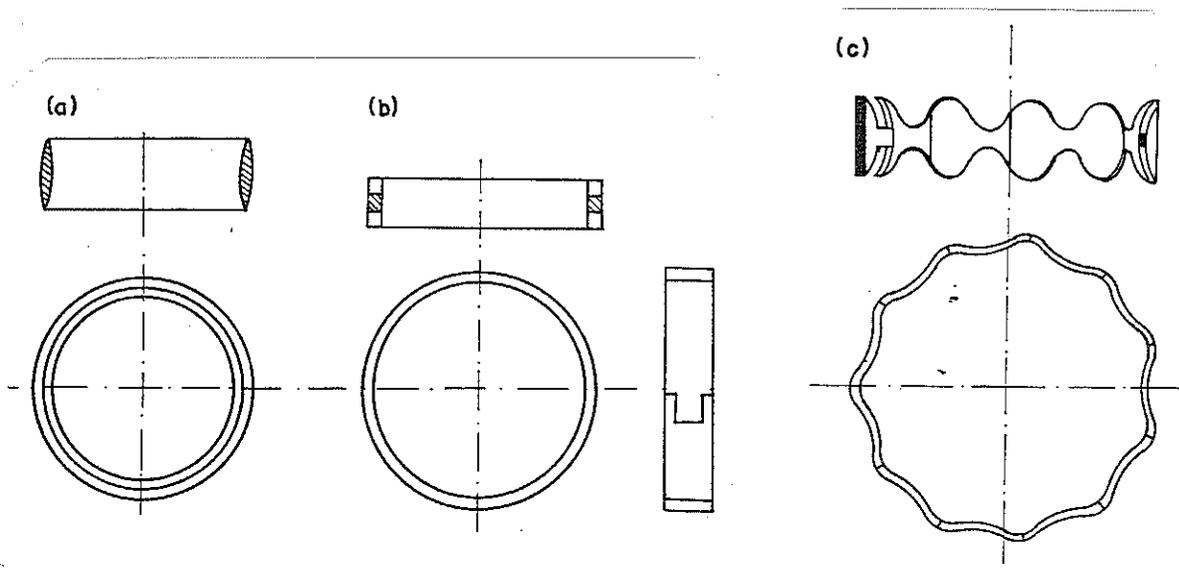


Fig. 1.7. - Conectores metálicos utilizados atualmente. (a) Anel Appel; (b) Anel Tuscherer; (c) Anel Endenteado.

As vigas compostas de elementos interligados pelos conectores apresentados na fig. 1.7, são constituídas por duas ou três barras sobrepostas de seção transversal quadrada ou retangular. Os exemplos de estruturas encontrados na literatura sugerem, na maioria, o emprego dos conectores tipo Tuscherer e Appel com parafusos dispostos verticalmente e localizados no centro, necessários para impedir a separação vertical dos elementos (fig. 1.8).

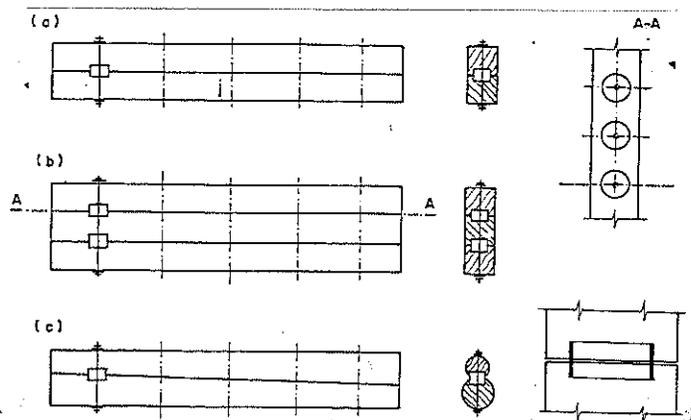


Fig. 1.8. - Esquema das vigas compostas de elementos interligados por anéis.

A principal característica das vigas com anéis metálicos é o seu comportamento mecânico mais favorável que os das anteriormente apresentadas. Tal fato deve-se, principalmente, à maior eficiência das ligações em anéis, extraordinariamente resistentes e pouco deformáveis⁽³⁾.

No Brasil, a introdução dos anéis metálicos como conectores utilizáveis em vigas compostas ocorreu em 1974, graças à solução de Hellmeister para a superestrutura da ponte rodoviária classe 36 localizada na estrada Camba-ratiba - Borborema⁽⁴⁾. Nesta obra utilizaram-se vigas de postes de Eucalipto Citriodora interligados por anéis fabricados de canos de aço galvanizado, tipicamente empregados em condutos forçados.

As vigas de postes interligados por este tipo de anel, mereceram um extenso estudo experimental antes de sua primeira aplicação prática. Na experimentação realizada, os corpos de prova ensaiados apresentaram ruptura por compressão no poste superior seguida de ruptura por tração no poste inferior. Tal comportamento evidenciou nitidamente a interação dos elementos, estimulando Hellmeister a desenvolver outros projetos aplicando tais formas estruturais. É digna de nota a estrutura da ponte pênsil sobre o rio Tietê, localizada no município de São Miguel Paulista, interligando duas áreas da Companhia Nitro Química S/A, com extensão de 62m (15,50 + 31,00 + 15,50), na qual as vigas de rigidez foram feitas de postes com diâmetro médio de 35cm.

(3) - MATEUS, T.J.E. (1961), pag. 256.

(4) - HELLMEISTER, J.C. (1979), pag. 71.

2. - REVISÃO TEÓRICA

2.1. - Generalidades

Uma viga maciça de madeira quando é flexionada apresenta, numa seção transversal qualquer tomada ao longo do vão, distribuição contínua das deformações longitudinais ao longo da sua altura. Por outro lado, numa peça de elementos sobrepostos independentes, isto é, sem nenhum conector interligando-os, a distribuição das deformações é contínua somente ao longo da altura de cada elemento, nas superfícies de separação são observadas descontinuidades decorrentes do comportamento individualizado. Verificam-se, nestas interfaces, alongamentos e encurtamentos das superfícies externas dos elementos adjacentes da viga.

Quando os elementos constituintes de uma viga composta estiverem interligados a ação destes é conjunta, os conectores restringem parte daquelas deformações da ação independente produzindo uma interação. A distribuição das deformações nesta viga, ainda apresenta as descontinuidades nas interfaces, entretanto, estas são inferiores às verificadas na peça de elementos independentes.

(fig. 2.1.).

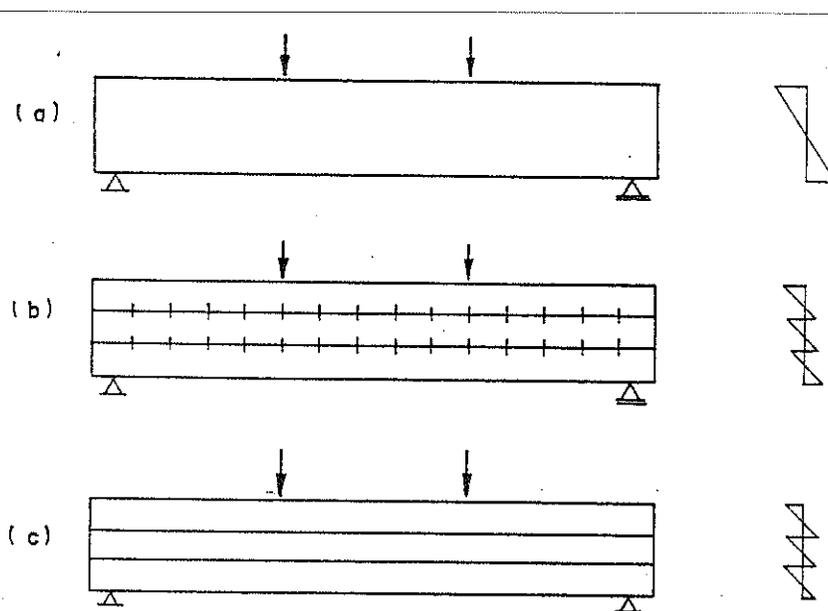


Fig. 2.1. - Esquemas das diferentes distribuições de deformações (a) viga maciça; (b) viga composta; (c) viga de elementos independentes.

Diante disto, fica evidenciada a principal característica das vigas compostas: o comportamento mecânico interposto ao das vigas maciças e ao das peças de elementos independentes. A maneira de destacar este fato é experimental, através da comparação dos resultados das flechas verificadas nos ensaios de vigas maciças, de vigas compostas e de vigas de elementos independentes, todas com dimensões equivalentes e submetida ao mesmo sistema de cargas.

O gráfico da figura 2.2., apresenta as relações $P \times f_m$ obtidas nos ensaios das vigas VM, VI e VC 5. Maiores detalhes sobre a experimentação estão fornecidos em capítulo à parte. Entretanto, ressalta-se o posicionamento da semi-reta \overline{OB} , caracterizando os resultados da experimentação da viga composta.

Este comportamento intermediário, exige critérios especiais para o projeto das vigas compostas. Tradicionalmente, são utilizados coeficientes de minoração os quais são aplicados ao módulo de resistência e ao momento de inércia da área transversal total da viga composta.

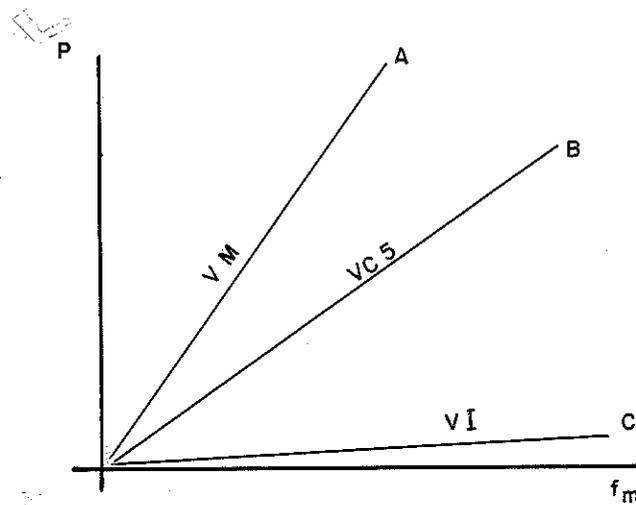


Fig. 2.2. - Gráfico $P \times f_m$. VM - viga maciça; VC 5 - viga composta, VI - viga de elementos independentes.

Este processo, ganhou a aceitação do meio técnico após a publicação do trabalho de Kidwell⁽⁵⁾. Os coeficientes de minoração, também chamados de coe

(5) KIDWELL, E. (1987).

Diante disto fica evidenciada a principal característica das vigas compostas: o comportamento mecânico interposto ao das vigas maciças e ao das peças de elementos independentes. A maneira de destacar este fato é através da comparação dos resultados das flechas verificadas nos ensaios de vigas maciças, de vigas compostas e de vigas de elementos independentes todas com dimensões equivalentes e submetida ao mesmo sistema de cargas.

O gráfico da figura 2.2, apresenta as relações $P \times f_m$ obtidas nos ensaios das vigas VM, VI e VC5. Maiores detalhes sobre a experimentação estão fornecidos em capítulo a parte. Entretanto, ressalta-se o posicionamento da semi-reta \overline{OB} , caracterizando os resultados da experimentação da viga composta.

Este comportamento intermediário, exige critérios especiais para o projeto das vigas compostas. Tradicionalmente, são utilizados coeficientes de minoração os quais são aplicados ao módulo de resistência e ao momento de inércia da área transversal total da viga composta.

Fig. 2.2. - Gráfico $P \times f_m$. VM - viga maciça; VC5 - viga composta, VI - viga de elementos independentes.

Este processo, ganhou a aceitação do meio técnico após a publicação do trabalho de Kidwell⁽⁵⁾. Os coeficientes de minoração, também chamados de coe

(5) KIDWELL, E. (1897)

ficientes de eficiência, são determinados em função de resultados de experimentação de pares de vigas semelhantes, uma composta e outra maciça.

Outra forma de se projetar as vigas compostas é a baseada no desenvolvimento teórico proposto por Newmark, em 1943. O trabalho de Newmark teve como objetivo verificar certas hipóteses assumidas no dimensionamento das vigas longitudinais de pontes mistas (pontes com tabuleiro de concreto e viga longitudinal principal metálica). Além de apresentar o equacionamento completo, baseado em algumas hipóteses simplificadoras, Newmark comprovou a validade daquela teoria com observações experimentais.

2.2. - Processo de Cálculo Utilizando os Coeficientes de Minoração

2.2.1. - Considerações Gerais

Os coeficientes de eficiência são determinados para permitir o cálculo das vigas compostas com o equacionamento típico das vigas maciças. Para isto, são necessários dados experimentais adequados para estabelecer a correspondência entre uma e outra.

O processo para a determinação dos coeficientes de redução do módulo de resistência (K_r) adotado por Kidwell, envolve os valores das forças de ruptura obtidas em ensaios de vigas compostas e vigas maciças. Segundo acreditava aquele autor, as influências dos diferentes processos construtivos utilizados na montagem das peças poderiam ser computadas considerando o seu peso final⁽⁶⁾. Assim, o cálculo do coeficiente K_r é feito utilizando a seguinte expressão:

$$K_r = \frac{P_c + g_c}{P_s + g_s} \dots\dots\dots (2.1)$$

sendo:

P_c = força de ruptura da viga composta;

P_s = força de ruptura da viga maciça;

g_c = peso da viga composta;

g_s = peso da viga maciça.

(6) KIDWELL, E. (1897); pag 742

Em todo o seu trabalho, a flexão das vigas foi produzida por uma força concentrada central. A influência da variação das propriedades mecânicas dos materiais constituintes dos modelos ensaiados nos resultados da experimentação, foi minimizada adotando-se o critério de amostragem esquematizado na fig. 2.3. Nesta figura, os segmentos das pranchas identificados pela letra A foram destinados ao ensaio das peças maciças, os outros foram destinados à fabricação das peças compostas.

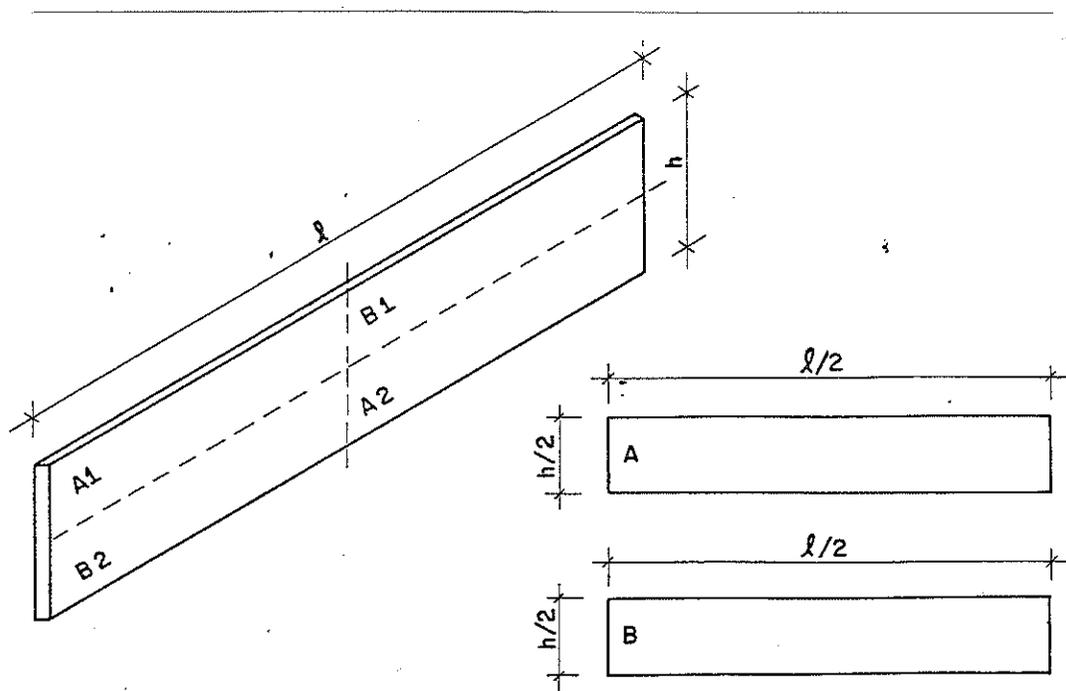


Fig. 2.3. - Esquema de amostragem utilizado por Kidwell.

O coeficiente de redução do momento de inércia é calculado através do quociente das flechas centrais verificadas na viga maciça e na viga composta, quando estas são solicitadas por uma mesma força. Entretanto, nas vigas de Pinho Branco, Kidwell preferiu determinar analiticamente as flechas da peça maciça, admitindo o valor do módulo de elasticidade definido em tabela.

Assim, a expressão de K_f , apresentada por Kidwell, é a seguinte:

$$K_i = \frac{f_s}{f_c} \dots\dots\dots (2.2)$$

sendo: f_s = flecha verificada na seção central da peça maciça;
 f_c = análoga à anterior, porém, correspondente à peça composta;
 K_i = coeficiente de redução do momento de inércia.

Os coeficientes de minoração encontrados na literatura são pouco diferentes dos obtidos por Kidwell. A título de ilustração, transcreveu-se os resultados indicados para as vigas compostas de dois elementos de seção quadrada recomendados por aquele autor (quadro 2.1). Na determinação destes valores, a influência do espaçamento dos conectores, suas dimensões, a relação vão/altura da viga composta, foram consideradas de maneira global através de média aritmética dos resultados obtidos em diversos ensaios. Nenhuma particularização envolvendo qualquer um dos parâmetros relacionados acima é feita. Ressalta-se este fato, apresentando os resultados das vigas de elementos interligados por conectores de aço forjado (Quadro 2.2).

TIPO	EFICIÊNCIA %	FLECHAS %
Viga maciça.....	100	100
Viga Clark	65	50
Viga com parafusos e tubos	65	57
Viga com tarugos de madeira dura	75	80
Viga com tarugos de aço forjado	70	66,7
Viga com conectores metálicos especiais..	65 a 75	66,7 a 100

QUADRO 2.1 - Eficiência das Vigas Compostas de dois Elementos Definidos por Kidwell.

Nº	RELAÇÃO ℓ/h	CARGA DE RUP (Pound)	EFICIÊNCIA %	Nº DE CONECTORES NO MODELO
30	12	7.800	77,2	12
31	12	8.200	72,3	12
32	12	6.350	79,3	12
			MÉDIA 76,3	
33	12	10.750	81,6	8
34	12	7.990	78,0	8
35	12	9.270	85,0	8
			MÉDIA 81,5	
36	15,2	5.600	87,5	12
37	22,7	2.380	87,8	12
38	22,7	2.760	91,1	12
			MÉDIA 88,8	

QUADRO 2.2 - Sumário da Experimentação das Vigas com dois Elementos Interligados por Conectores de Aço Forjado.

O valor do coeficiente de eficiência apresentado no quadro 2.1, para as vigas com conectores de aço forjado, é inferior ao menor dos valores verificados no quadro 2.2. Isto também pode ser notado para as demais formas de composição. Kidwell, justificou esses valores pelo fato da eficiência revelar-se como sendo um parâmetro altamente variável. Em vista disto e a título de maior segurança, foram fixados valores menores. Com referência ao exposto, os valores apresentados no quadro 2.1 podem ser considerados intuitivos, uma vez que, não foi esclarecido o critério para avaliar o nível de segurança empregado nos valores definidos por Kidwell, além disto, naquela ocasião, os métodos estatísticos aplicáveis às pequenas amostras ainda não eram conhecidos⁽⁷⁾.

(7) GUSSET, W.S. - Apud HELLMEISTER, J.C., (1973) - pag.93.

A atual redação do item 22 da NB-11, apresenta as mesmas recomendações da extinta versão de 1940 da DIN 1052⁽⁸⁾, nesta norma, os coeficientes de eficiência são definidos genericamente, sem particularizar nem mesmo os dispositivos de conexão empregados na composição, além disto, são numericamente menores os sugeridos por Kidwell. Já o Wood Handbook do U.S. Department of Agriculture define para a eficiência os mesmos valores de Kidwell. Giordano, apresenta também coeficientes genéricos, e propõe ainda valores alternativos visando a utilização das vigas compostas em diferentes tipos de obra. Pearson definiu alguns coeficientes de minoração aplicáveis a formas de vigas compostas mais modernas.

Com objetivo de mostrar a proximidade entre os coeficientes de eficiência definidos por Kidwell com os recomendados na literatura, são apresentados no quadro 2.3 alguns valores.

QUADRO 2.3 = Coeficientes de Eficiência para Vigas de Elementos de Seção Quadrada

F O N T E	VIGA COM DOIS ELEMENTOS										TRÊS ELEMENTOS	
	CLARK		TARUGOS DE MADEIRA DURA		TARUGOS DE FERRO FUNDIDO		ANÉIS METÁLICOS		GENÉRICO		GENÉRICO	
	K_r	K_i	K_r	K_i	K_r	K_i	K_r	K_i	K_r	K_i	K_r	K_i
DIN 1052/1940 e NB-11/1951	-	-	-	-	-	-	-	-	0,80	0,65 ⁽¹⁾	0,70	0,40 ⁽¹⁾
MATEUS (LNEC)	0,70 ⁽²⁾ 0,80 ⁽³⁾	0,50	0,75	-	0,80	-	0,85	-	-	-	-	-
GIORDANO	-	-	-	-	-	-	-	-	0,85 ⁽⁴⁾ 0,80 ⁽⁵⁾	-	0,70 ⁽⁴⁾ 0,60 ⁽⁵⁾	-
WOOD HANDBOOK	0,70 ⁽²⁾ 0,80 ⁽³⁾	0,50	0,75	-	0,80	-	0,85	-	-	-	-	-
PEARSON	0,75	0,50	0,70	0,50	-	-	0,95	0,80	-	-	-	-

K_r = coeficiente de minoração do módulo de resistência; K_i = coeficiente de minoração do momento de inércia; (1) = recomendado pela DIN 1052/1940; (2) = recomendado para as vigas com $l/h < 12$; (3) = recomendado para as vigas com $l/h \leq 24$; (4) = utilizado em vigas solicitadas por ações predominantemente permanentes; (5) = utilizado em vigas de pontes.

(8) DIN 1052 - 1940 - Apud, SALIGER, R. (1950) - pag. 959.

2.2.2. - Dimensionamento das Vigas Compostas Utilizando os Coeficientes de Minoração

Os coeficientes de eficiência têm a propriedade de estabelecer a correspondência entre peças compostas e maciças. Em vista disto, o cálculo da viga composta é feito considerando um elemento estrutural maciço com as mesmas dimensões da viga composta em questão. O momento de inércia e o módulo de resistência da seção total são reduzidos pelos coeficientes de eficiência.

A verificação da resistência é feita considerando o valor da tensão admissível de flexão definido para a espécie. A máxima tensão normal, igual ou inferior à admissível, é calculada pela expressão:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{K_r \cdot \omega} \dots\dots\dots (2.4)$$

sendo:

σ_{\max} = tensão normal máxima;

M_{\max} = momento fletor máximo;

ω = módulo de resistência da seção total

A flecha máxima é calculada utilizando-se as expressões da Resistência dos Materiais, adotando-se nesta determinação o momento de inércia reduzido por K_i . A seção é considerada suficiente quando a máxima flecha for igual ou inferior ao valor admissível.

No cálculo dos conectores são envolvidas somente condições de resistência. Conhecida a força admissível do conector, calcula-se o seu espaçamento através da igualdade entre a força admissível e a resultante das tensões de cisalhamento atuantes no plano de separação dos elementos, estendida à respectiva zona de ação do conector. A força admissível do conector é determinada ou em função da resistência do material que o constitui, como no caso dos tarugos de madeira, ou em função da resistência do material da viga composta, como no caso dos conectores metálicos.

O fluxo de cisalhamento na superfície de separação dos elementos $\bar{\phi}$ é calculado pela expressão:

$$\phi = \tau \cdot b \dots\dots\dots (2.5)$$

sendo:

ϕ = fluxo de cisalhamento;

τ = tensão de cisalhamento calculada na posição do plano de separação dos elementos, considerando a seção total, sem envolver o coeficiente K_f ;

b = largura dos elementos.

O valor de τ é calculado pela conhecida expressão da Resistência dos Materiais:

$$\tau = \frac{V \cdot M_s}{b \cdot I}$$

O espaçamento dos conectores pode ser constante e neste caso é determinado para o maior valor da força cortante; ou pode ser variável, de acordo com a distribuição da força cortante ao longo da viga. Com isto, pode-se ter:

a) Conectores igualmente espaçados.

O espaçamento é calculado pela expressão:

$$e = \frac{\bar{F}_C}{\phi_{\max}} \dots\dots\dots (2.6)$$

sendo:

\bar{F}_C = força admissível do conector;

ϕ = fluxo de cisalhamento;

e = espaçamento entre os conectores.

b) Conectores com espaçamento variável.

Conhecendo-se a lei de variação do fluxo de cisalhamento, análoga à lei de variação da força cortante, o espaçamento do conector é calculado observando-se a seguinte identidade:

$$\bar{F} = \int_a^b \phi(x) dx \dots\dots\dots (2.7)$$

2.3. - Processo Analítico de Cálculo

2.3.1. - Aceno Histórico

Foi Newmark, em 1943, o primeiro autor a apresentar uma formulação analítica e geral para as vigas compostas, envolvendo grau de interação dos elementos proporcionados pelos conectores empregados na composição. Neste trabalho, além do método experimental mais conveniente para a caracterização dos conectores e da teoria para análise, esta última fundamentada nas hipóteses da Resistência dos Materiais, são apresentadas observações experimentais comprovando o tratamento analítico de sua autoria. Cabe ainda ressaltar o fato dos estudos posteriores, desenvolvidos por outros autores, seguirem todos os princípios estabelecidos por Newmark.

Em 1952, Na União Soviética⁽⁹⁾, foi publicado um estudo teórico-experimental sobre o comportamento de colunas de madeira construídas de elementos interligados deformáveis. Seu autor, Pleskov, deduziu as equações diferenciais de comportamento e apresentou as soluções em séries trigonométricas.

Karl Mühler, em 1956⁽¹⁰⁾, na Universidade Técnica de Karlsruhe, apresentou um dos mais completos textos sobre o comportamento de vigas e colunas de madeira constituídas de elementos interligados. Este trabalho serviu de base para a atual redação da norma DIN 1052.

Goodman, em 1968, estudou as vigas compostas de três elementos desenvolvendo um equacionamento fundamentado nas hipóteses de Newmark. Novas contribuições ao estudo das vigas compostas foram apresentadas com análise teórica e com experimentação da influência no comportamento destas peças produzidas quando a interligação das extremidades dos elementos das vigas é feita ou utilizando-se conexões rígidas, ou utilizando-se conexões deformáveis⁽¹¹⁾.

(9) PLESKOV, P. F. - Apud SMITH, I. (1980) - pag. 708

(10) MÜHLER, K. - Apud MUÑOZ, M.W. (1979) - pag. 3.

(11) GOODMAN, J.R.; POPOV, E.P. (1968) - pag. 2546

Em 1971, Kuenzi apresentou um estudo teórico-experimental das vigas compostas constituídas de três elementos sobrepostos sendo o elemento central altamente deformável às solicitações tangenciais. Seu trabalho é uma complementação ao estudo iniciado por Norris sobre as vigas biapoiadas submetidas a pares de forças simetricamente aplicadas. Kuenzi estendeu a formulação de Norris para outras formas de carregamento.

Uma aplicação do método dos elementos finitos no estudo das vigas compostas foi desenvolvida em 1975 por Thompson. O funcional de energia potencial considera: força normal e momento fletor nos elementos, tensões cisalhantes nos conectores e as ações exteriores. Os deslocamentos verticais e horizontais da viga foram aproximados por funções cúbicas e por funções lineares, respectivamente, as quais são explicitadas através de variável única, a do posicionamento dos pontos nodais dos elementos finitos. As variações de forma geométrica e de propriedades mecânicas dos componentes da viga composta e os diferentes valores do módulo de escorregamento das conexões, podem ser considerados no cálculo das flechas e dos deslocamentos horizontais.

O grau de precisão dos deslocamentos, os quais foram calculados num programa de computador especialmente desenvolvido, foi avaliado através da comparação destes resultados calculados com os verificados em experimentação de dezesseis vigas. Os autores concluíram através da diferença observada, a validade do método de análise⁽¹²⁾, viabilizando-se então o estudo de problemas mais complexos através da simulação em computador, evitando-se com isto, alguns trabalhos experimentais dispendiosos.

O informe número 45 de 1979 da Universidade do Chile de autoria de Wagner⁽¹³⁾, apresenta um estudo sobre as vigas e colunas compostas seguindo o método proposto nas especificações da norma alemã DIN 1052 - Folha 1, de outubro de 1969.

(12) THOMPSON, E.G.; *et alii*, (1975) - pag 2670

(13) WAGNER M. , M. (1979).

Neste informe, são apresentadas a teoria fundamental aplicável às vigas e às colunas de madeira com seção simétrica ou não, algumas considerações sobre o método experimental a ser empregado na determinação das propriedades mecânicas do conector e a extensão da teoria a outros casos mais complexos quanto a forma da seção transversal.

Em 1980, Smith, apresentou um estudo geral das peças compostas de dois e de três elementos, biapoiadas e submetidas a oito formas de carregamentos. Smith, empregou as séries de Fourier para a solução das equações diferenciais e seus resultados teóricos foram comparados com os experimentais obtidos por Kuenzi e Hoyle. A respeito da utilização das séries trigonométricas, não foi possível fixar o número de termos da série necessário para se obter a solução mais próxima da exata⁽¹⁴⁾.

Conforme já se comentou anteriormente, todos os trabalhos citados neste item foram desenvolvidos considerando-se as hipóteses estabelecidas por Newmark. No seu trabalho, foi admitida a hipótese de resposta linear do conector, entretanto, mesmo nos ensaios realizados por ele e em outros de diferentes pesquisadores, o comportamento verificado apresentava uma acentuada tendência de não linearidade.

Apesar dos resultados obtidos com a adoção do comportamento linear apresentarem boa aproximação em relação aos obtidos em experimentação, o refinamento da análise das vigas compostas trata-se da consideração de não linearidade física do conector. Tremblay⁽¹⁵⁾, apresentou em 1974, um estudo considerando a não linearidade. Ele resolveu o problema empregando um processo iterativo. Fageiri e Booth, deram soluções generalizadas para vigas de três elementos com conectores de resposta não linear resolvendo as equações diferenciais por processos numéricos⁽¹⁶⁾.

(14)- SMITH, I.; (1980); pag. 718.

(15)- TREMBLAY, G.A -Apud THOMPSON, E.G. et alii (1975); pag: 2663.

(16)- FAGEIRI, O.M.; BOTH, L.G. - Apud SMITH, I. (1980); pag. 709.

2.3.2. - Teoria da Flexão de Peças Compostas de Elementos Sobrepostos Interligados por Conectores Deformáveis

2.3.2.1. - Observações Iniciais

Neste item, apresenta-se a teoria da flexão de vigas compostas de elementos sobrepostos interligados por conectores deformáveis desenvolvida inicialmente por Newmark para peças constituídas de dois elementos (concreto e aço) e, mais tarde, aplicada por Goodman para as vigas de madeira com dois e três elementos.

O objetivo fundamental de todo o trabalho é o estudo das vigas compostas de quatro elementos. As equações diferenciais de comportamento aplicáveis a estas peças foram deduzidas tomando-se por base a teoria inicial de Newmark. Entretanto, considerou-se importante a apresentação das equações aplicáveis às vigas de dois e de três elementos porque a atual redação da NB-11 (em processo de revisão), recomenda ainda o cálculo destas vigas em função dos coeficientes de eficiência. Um outro aspecto, é o de se ter tais estudos disponíveis em textos técnicos especializados estrangeiros.

2.3.2.2. - Aspectos Gerais

No item 2.1., ressaltou-se o comportamento intermediário das peças compostas ao das peças maciças e ao das de elementos independentes. Explica-se este comportamento através da perda de monolitismo da viga, em virtude dos escorregamentos relativos das porções interligadas ocasionados pela deformabilidade do conector.

Este comportamento pode ser melhor explicado supondo uma viga composta de dois elementos sobrepostos submetida a um sistema de cargas orientadas de cima para baixo. A tendência das deformações das superfícies de contato dos elementos é distensão da face inferior do elemento de cima e contração da face superior do outro. Como o conector está situado nesta região, fica submetido a um es-

tado de deformações compatível com as deformações das superfícies de contato dos elementos da peça composta. Admitir-se a inexistência de escorregamentos relativos, significa considerar o conector rígido, entretanto os dispositivos de união empregados nos casos correntes são deformáveis, desta maneira ocorrem deslocamentos relativos e conseqüentemente uma perda de monolitismo de seção.

Assim sendo, é necessário estabelecer uma grandeza encarregada de definir a característica de rigidez dos diferentes conectores. Nas vigas laminadas coladas, a interligação dos componentes é feita de forma contínua e mais ou menos homogênea, principalmente quando se tem um processo construtivo adequado e quando são desprezadas as variações da umidade e da densidade das lâminas ao longo dos seus comprimentos interferindo no grau de adesão. Para estas vigas, a característica de rigidez da superfície de interligação é obtida em função do adesivo utilizado, além disto, a existência real de uma região contínua, encarregada da interligação dos componentes, facilita a modelagem matemática do comportamento mecânico, permitindo o emprego da técnica usual da Resistência dos Materiais.

Nas vigas compostas de elementos interligados por conectores discretos, admiti-se também a existência de uma superfície contínua responsável pela interligação dos elementos.

A característica de rigidez deste plano fictício deve ser compatível com a do conector utilizado e com o seu arranjo no plano de separação dos elementos. Tal idealização foi proposta por Newmark e consiste numa das hipóteses fundamentais para o estudo de vigas compostas de elementos solidarizados por conectores discretos. Sobre a determinação experimental da característica de rigidez da superfície de ligação, são feitos, em capítulo a parte, comentários mais pormenorizados.

A teoria de flexão das vigas compostas formulada por Newmark é uma extensão da teoria elementar das vigas (modelo de Bernoulli-Navier). O escorregamento relativo é calculado a partir das deformações da superfície de interligação. Estas deformações correspondem às diferenças das deformações das fibras externas de cada face em contato dos elementos.

Todo o desenvolvimento da Teoria está baseado em hipóteses, nas quais a linearidade entre causa e efeito é sempre observada. Admiti-se a validade das seguintes afirmações:

a) As conexões entre os elementos são contínuas, distribuídas uniformemente e apresentam as mesmas propriedades mecânicas em todo o comprimento da viga;

b) A quantidade de deslocamento relativo da região correspondente à superfície de contato dos elementos é diretamente proporcional ao esforço atuante na conexão;

c) A distribuição das deformações ao longo da altura dos elementos da viga composta é linear;

d) As flechas dos elementos da viga composta tomadas em qualquer posição ao longo do comprimento são sempre as mesmas para todos os elementos;

e) Os elementos constituintes da viga composta são linearmente elásticos;

f) As flechas são pequenas;

g) As solicitações não ultrapassam o regime elástico;

h) São desprezadas as deformações produzidas pelo esforço cortante no cálculo dos deslocamentos das seções transversais.

A adoção da hipótese a restringe o estudo em um caso particular de vigas compostas. O fato de se considerar a superfície fictícia de interligação com propriedades mecânicas invariantes, implica em se ter os conectores aplicados em arranjos regulares por todo o plano de separação dos elementos.

Com a hipótese b ficou assumido um comportamento linear para o conector isolado. Tal fato, entretanto, por vezes, não é confirmado experimentalmente em ensaios dos conectores isolados, porém a determinação da característica de rigidez com base na inclinação de reta secante à curva experimental do conector isolado e o seu posterior emprego nas expressões teóricas, conduzem a resultados coerentes com os de experimentação de vigas.

A integridade da viga composta é admitida na hipótese d. As demais se enquadram no grupo de hipóteses da modelagem de Bernoulli-Navier para a flexão de vigas ordinárias.

2.3.2.3. - Análise das Vigas Compostas de Dois, Três e Quatro Elementos.

2.3.2.3.1. - Vigas Compostas de Dois Elementos

A viga composta em análise apresenta um plano vertical de simetria, neste plano agem forças orientadas de cima para baixo, produzindo flexão normal (fig. 2.4).

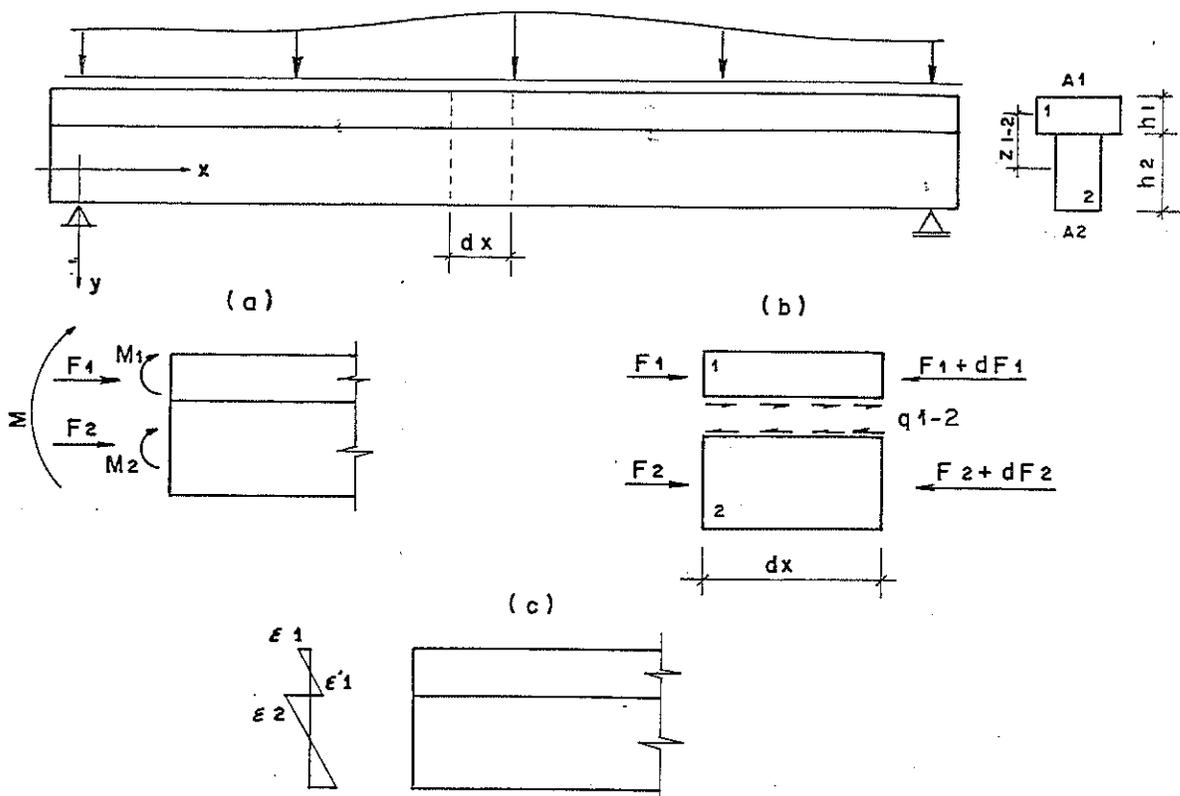


Fig. 2.4.

Aplicando-se as condições de equilíbrio ao elemento (a), tem-se:

$$M = M_1 + M_2 + F_1 z_{1-2} ; \dots \dots \dots (2.8)$$

$$F_1 = F_2 = F ; \dots \dots \dots (2.9)$$

Considerando as hipóteses d , e , f , h tem-se:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - \frac{M_i}{E_i I_i} ; \dots \dots \dots (2.10)$$

Combinando as expressões acima, fica-se com:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{-M + F z_{1-2}}{\sum_{i=1}^2 E_i I_i} \dots \dots \dots (2.11)$$

A incógnita F é calculada envolvendo-se os deslocamentos relativos entre os elementos, sendo ϵ_{1-2} a deformação específica da superfície de ligação, Δ_{1-2} é calculado pela expressão:

$$\Delta_{1-2} = \int_0^x \epsilon_{1-2} \cdot dx \dots \dots \dots (2.12)$$

A deformação específica do plano de ligação corresponde à diferença das deformações das superfícies extremas em contato dos elementos. Considerando o sistema de referência da fig. 2.4.a, tem-se:

$$\epsilon_{1-2} = \epsilon_2 - \epsilon'_1 ; \dots \dots \dots (2.13)$$

sendo:

$$\epsilon_2 = \frac{-M_2 h_2}{2E_2 I_2} + \frac{F}{A_2 E_2} ; \dots \dots \dots (2.14)$$

$$\epsilon'_1 = \frac{M_1 h_1}{2E_1 I_1} - \frac{F}{A_1 E_1} \dots \dots \dots (2.15)$$

Considerando o estabelecido nas hipóteses a e b, tem-se a força nos conectores proporcionais aos deslocamentos relativos. Sendo o fluxo de cisalhamento uma força por unidade de comprimento, o deslocamento relativo por unidade de comprimento $\bar{\epsilon}$ é calculado por:

$$\Delta_{1-2}^u = \frac{q_{1-2}}{k} \quad ; \dots \dots \dots (2.16)$$

então:

$$\epsilon_{1-2} = \frac{d \Delta_{1-2}^u}{dx} = \frac{d q_{1-2}}{dx} \cdot \frac{1}{k} \dots \dots \dots (2.17)$$

A deformação corresponde a:

$$\epsilon_{1-2} = \frac{d^2 F}{d x^2} \cdot \frac{1}{k} \dots \dots \dots (2.18)$$

Combinando-se as expressões (2.13) , (2.14) , (2.15) e (2.18), fica se com:

$$\frac{d^2 F}{d x^2} = -k \left\{ \frac{M_1}{E_1 \cdot I_1} \cdot \frac{h_1}{2} + \frac{M_2}{E_2 \cdot I_2} \cdot \frac{h_2}{2} \right\} + k \left(F \cdot \frac{1}{A_1 \cdot E_1} + \frac{1}{A_2 \cdot E_2} \right) \dots \dots \dots (2.19)$$

Considerando:

$$z_{1-2} = \frac{h_1 + h_2}{2}; \quad e \quad \frac{M_1}{E_1 \cdot I_1} = \frac{M_2}{E_2 \cdot I_2} = \frac{M - F \cdot z_{1-2}}{\sum_{i=1} E_i \cdot I_i}$$

a expressão (2.19) pode ser reescrita. Portanto:

$$\frac{d^2 F}{d x^2} = \frac{-k \cdot M \cdot z_{1-2}}{\sum E_i \cdot I_i} + k \cdot F \cdot \left\{ \frac{z_{1-2}}{\sum E_i \cdot I_i} + \sum \frac{1}{A_i \cdot E_i} \right\} \dots \dots (2.20)$$

Concluindo-se, o cálculo das vigas compostas de dois elementos interligados por conectores deformáveis consiste em integrar as equações (2.11) e (2.20). As tensões normais nos elementos são calculadas superpondo-se os efeitos de flexão, produzido pelos momentos internos, com os de força normal, produzidos por F , as forças cisalhantes nos conectores são determinadas derivando-se F com respeito a x .

2.3.2.3.2. - Vigas Compostas de Três Elementos

O raciocínio a ser desenvolvido é inteiramente análogo ao anterior, entretanto, devido às condições naturais do problema, surgem três forças normais aos elementos, estas forças são calculadas envolvendo-se equações de equilíbrio e os deslocamentos relativos em cada interface.

Considerando o representado na fig. 2.5 e as equações de equilíbrio, obtem-se as seguintes relações:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + F_1 z_{1-3} + F_2 z_{2-3} \dots \dots \dots (2.21)$$

$$F_2 = F_1 - F_3 \dots \dots \dots (2.22)$$

$$q_{1-2} = \frac{d F_1}{d x} \dots \dots \dots (2.23)$$

$$q_{2-3} = \frac{d F_3}{d x} \dots \dots \dots (2.24)$$

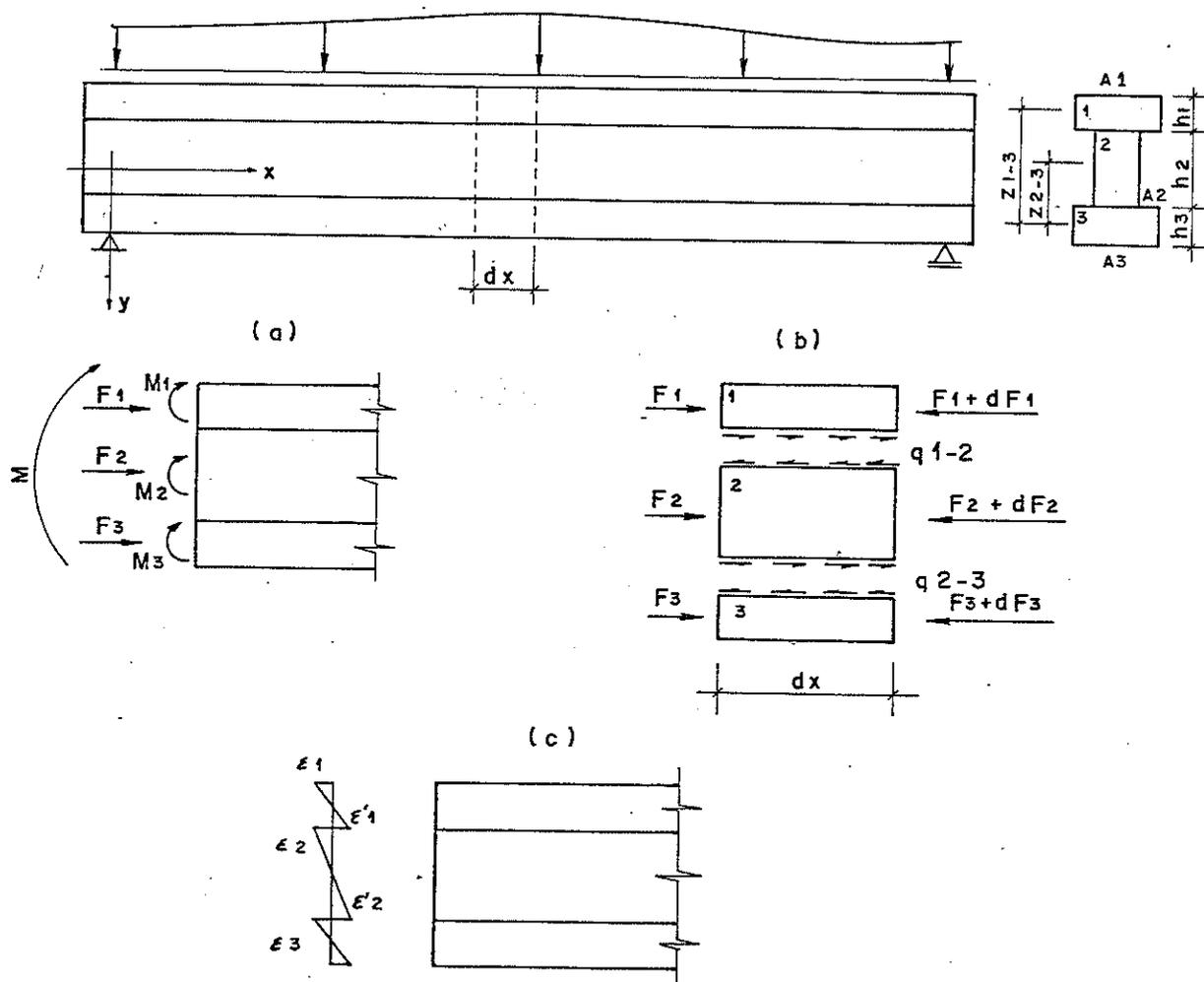


Fig. 2.5.

Com as relações anteriores e mais aquelas decorrentes das hipóteses adotadas para o estudo do problema, deduz-se o seguinte:

$$\frac{d^2 F_1}{dx^2} = \frac{-k \cdot z_{1-3}}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} M + k F_1 \left\{ \frac{z_{1-3}^2}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} + \frac{1}{A_1 E_1} + \frac{1}{A_2 E_2} \right\} +$$

$$+ k F_3 \left\{ \frac{z_{1-3} z_{2-3}}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} - \frac{1}{A_2 E_2} \right\} \dots \dots \dots (2.25)$$

$$\frac{d^2 F_3}{dx^2} = \frac{-k z_{2-3}}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} M + k F_3 \left\{ \frac{z_{2-3}^2}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} + \frac{1}{A_2 E_1} + \frac{1}{A_3 E_3} \right\} +$$

$$+ k F_1 \left\{ \frac{z_{1-3} z_{2-3}}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} - \frac{1}{A_2 E_2} \right\} \dots \dots \dots (2.26)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-M}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} + \frac{1}{\sum_{i=1}^3 E_i I_i} \{ F_1 z_{1-3} + F_3 z_{2-3} \} \dots \dots (2.27)$$

A análise das vigas compostas de três elementos consiste em resolver o sistema de equações diferenciais formado por (2.25) e (2.26), e na integração da equação (2.27).

2.3.2.3.3. - Vigas Compostas de Quatro Elementos

Os esquemas representados na fig. 2.6 mostram a distribuição dos momentos e forças normais internos numa seção genérica de uma viga composta de quatro elementos e o fluxo de cisalhamento atuante em cada interface.

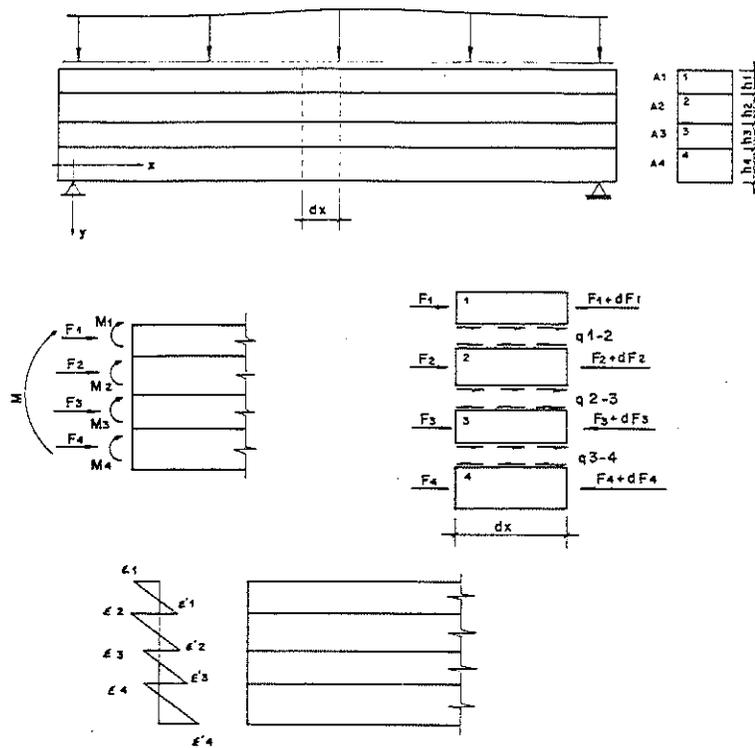


Fig. 2.6. -

As equações de equilíbrio aplicadas ao elemento e à seção levam às seguintes relações:

$$M = \sum_{i=1}^4 M_i + \sum_{i=1}^3 F_i z_i \dots \dots \dots (2.28)$$

$$\sum_{i=1}^4 F_i = 0 \dots \dots \dots (2.29)$$

$$\frac{dF_1}{dx} = q_{1-2} \dots \dots \dots (2.30)$$

$$\frac{dF_2}{dx} = q_{2-3} - q_{1-2} \dots \dots \dots (2.31)$$

$$\frac{dF_2}{dx} = q_{3-4} - q_{2-3} \dots \dots \dots (2.32)$$

$$\frac{dF_4}{dx} = - q_{3-4} \dots \dots \dots (2.33)$$

Sendo:

$z_i = z_{i-4}$, correspondendo à distância medida na vertical entre o centro do elemento "i" até o centro do elemento 4.

Considerando a distribuição de forças normais mostrada em 2.6.a e as convenções de sinais da Resistência dos Materiais, as deformações específicas das interfaces são dadas de forma geral, por:

$$\epsilon_{i-j} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{M_i}{E_i} \frac{h_i}{I_i} + \frac{M_j}{E_j} \frac{h_j}{I_j} \right\} + \frac{F_i}{A_i E_i} - \frac{F_j}{A_j E_j} \dots \dots \dots (2.34)$$

e por:

$$\epsilon_{i-j} = \frac{1}{k} \frac{d}{dx} q_{i-j} \dots \dots \dots (2.35)$$

Procedendo-se de maneira análoga às anteriormente feitas (na dedução das equações aplicáveis às vigas de dois e de três elementos), chega-se no seguinte sistema de equações diferenciais envolvendo-se as forças normais atuantes nos elementos:

$$\frac{d^2 F_1}{dx^2} = -r M + r_1 F_1 + r_2 F_2 + r_3 F_3 \dots \dots \dots (2.36)$$

$$\frac{d^2 F_1}{dx^2} + \frac{d^2 F_2}{dx^2} = -s M + s_1 F_1 + s_2 F_2 + s_3 F_3 \dots \dots \dots (2.37)$$

$$\frac{d^2 F_1}{dx^2} + \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{d^2 F_3}{dx^2} = -t M + t_1 F_1 + t_2 F_2 + t_3 F_3 \dots \dots (2.38)$$

Combinando-se as expressões acima, tem-se, finalmente, o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_1}{dx^2} &= -r M + r_1 F_1 + r_2 F_2 + r_3 F_3 \\ \frac{d^2 F_2}{dx^2} &= -(s - r)M + (s_1 - r_1)F_1 + (s_2 - r_2)F_2 + (s_3 - r_3)F_3 \\ \frac{d^2 F_3}{dx^2} &= -(t - s)M + (t_1 - s_1)F_1 + (t_2 - s_2)F_2 + (t_3 - s_3)F_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots (2.39)$$

sendo:

$$r = k \frac{(h_1 + h_2)}{2\bar{EI}} ; \dots \dots \dots (2.40)$$

$$r_1 = k \left\{ \frac{z_1 (h_1 + h_2)}{2\bar{EI}} + \frac{1}{A_1 E_1} \right\} ; \dots \dots \dots (2.41)$$

$$r_2 = k \left\{ \frac{z_2 (h_1 + h_2)}{2\bar{EI}} - \frac{1}{A_2 E_2} \right\} ; \dots \dots \dots (2.42)$$

$$r_3 = k \frac{z_3 (h_1 + h_2)}{2\bar{EI}} ; \dots \dots \dots (2.43)$$

$$s = k \frac{(h_2 + h_3)}{2\bar{EI}} ; \dots \dots \dots (2.44)$$

$$s_1 = k \frac{z_1 (h_2 + h_3)}{2\bar{EI}} ; \dots \dots \dots (2.45)$$

$$s_2 = k \left\{ \frac{z_2 (h_2 + h_3)}{2\bar{EI}} + \frac{1}{A_2 E_2} \right\} ; \dots \dots \dots (2.46)$$

$$s_3 = k \left\{ \frac{z_3 (h_2 + h_3)}{2\bar{EI}} - \frac{1}{A_3 E_3} \right\} ; \dots \dots \dots (2.47)$$

$$t = \frac{k (h_3 + h_4)}{2\bar{EI}} ; \dots \dots \dots (2.48)$$

$$t_1 = k \left\{ \frac{z_1 (h_3 + h_4)}{2\bar{EI}} + \frac{1}{A_4 E_4} \right\} ; \dots \dots \dots (2.49)$$

$$t_2 = k \left\{ \frac{z_2 (h_3 + h_4)}{2\bar{EI}} + \frac{1}{A_4 E_4} \right\} ; \dots \dots \dots (2.50)$$

$$t_3 = k \left\{ \frac{z_3 (h_3 + h_4)}{2\bar{EI}} + \frac{1}{A_3 E_3} + \frac{1}{A_4 E_4} \right\} ; \dots \dots \dots (2.51)$$

$$\bar{EI} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_4 I_4 ; \dots \dots \dots (2.52)$$

$$z_1 = z_{1-4} ; \dots \dots \dots (2.53)$$

$$z_2 = z_{2-4} ; \dots \dots \dots (2.54)$$

$$z_3 = z_{3-4} ; \dots \dots \dots (2.55)$$

As flechas são calculadas integrando-se a equação:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{\bar{EI}} M(x) = -\frac{1}{\bar{EI}} \sum_{i=1}^3 F_i Z_i ; \dots \dots \dots (2.56)$$

3. - DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE RIGIDEZ ESPECÍFICA DA SUPERFÍCIE DE LIGAÇÃO DOS ELEMENTOS

3.1. - Generalidades

À luz da teoria apresentada no capítulo anterior, a viga composta é constituída por um conjunto de elementos e de planos responsáveis pela interligação dos primeiros. O módulo k estabelece a rigidez deste plano e portanto, o grau de interação dos elementos, ficando a resistência e a rigidez da viga composta relacionadas de forma direta com ele.

Para as vigas de elementos interligados por conectores discretos, a rigidez específica \bar{e} é determinada através do cociente abaixo:

$$k = \frac{K}{\bar{e}} ; \dots\dots\dots (3.1)$$

sendo k o módulo de rigidez específica da ligação e K o módulo de escorregamento do conector, denominação esta encontrada na literatura internacional^{(17), (18)}. A variável " \bar{e} " representa o espaçamento médio, sendo o cociente da distância entre os centros dos conectores de uma fila pelo número de filas existentes ao longo da largura da viga (fig. 3.1).

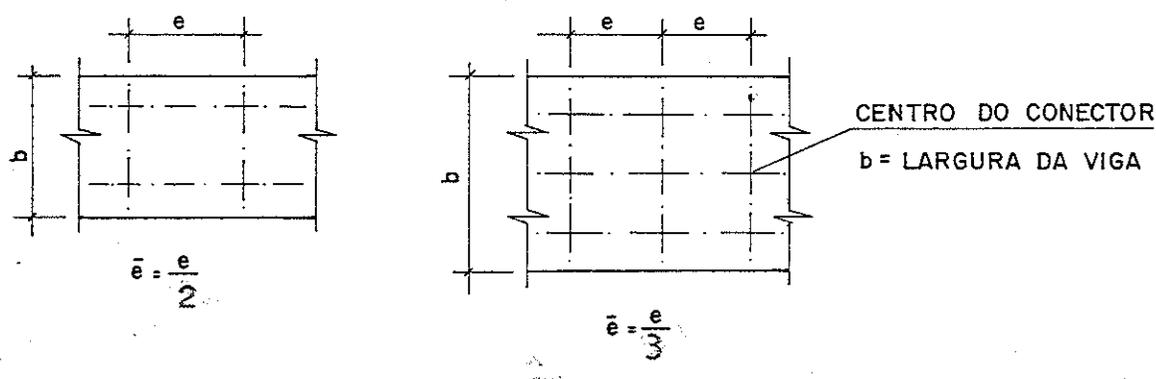


Fig. 3.1. - Esquema indicativo do espaçamento médio

(17) - NEWMARK, N. M; et alii (1943)
 (18) - WAGNER, M. M. , (1969)

Portanto, o módulo de rigidez específica é determinado em função da grandeza K . Esta, por sua vez, é determinada experimentalmente.

A seguir são apresentadas as recomendações encontradas na literatura consultada para a determinação do módulo de escorregamento.

3.2. - Métodos de Experimentação

Newmark estabeleceu a idéia geral da experimentação necessária para a determinação do módulo de escorregamento. O corpo de prova adotado está esquematizado na fig. 3.2.

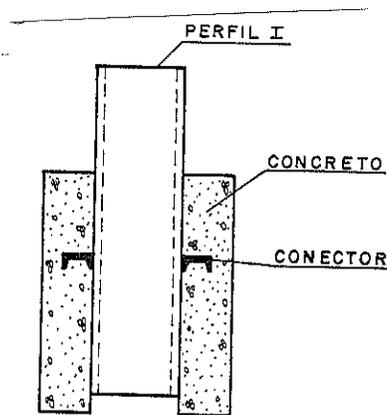


Fig. 3.2. - Esquema do corpo de prova utilizado por Newmark.

O corpo de prova foi construído utilizando-se o mesmo material e conector empregados nas vigas de aço/concreto ensaiadas. A experimentação consistia num ensaio de compressão, no qual as solicitações aplicadas contra o corpo de prova e os respectivos deslocamentos relativos das porções interligadas foram medidas.

O módulo de escorregamento do conector foi calculado em função da média das inclinações dos trechos retilíneos iniciais das curvas carga no conector x deslocamento relativo ($P \times \Delta$). O posterior emprego da grandeza K nas equações deduzidas conduziu a resultados aceitáveis⁽¹⁹⁾.

(19) - NEUMARK, N.M.; et alii - pag. 91

Em todos os trabalhos consultados na revisão bibliográfica, foram encontrados processos experimentais para a determinação do módulo de escorregamento semelhantes ao de Newmark.

Goodman utilizou corpos de prova de compressão, construídos de porções das vigas ensaiadas e interligadas pelo mesmo tipo de conector. O módulo de escorregamento foi determinado em função da inclinação da reta secante à curva $P \times \Delta$.

Os critérios adotados para estabelecer a inclinação da reta secante foram omitidos⁽²⁰⁾.

Kuenzi estudou vigas compostas solidarizadas por adesivos e por pregos. A determinação do módulo de escorregamento destes conectores se fez traçando-se corpos de prova semelhantes ao da fig. 3.3, constituídos de porções das vigas ensaiadas.

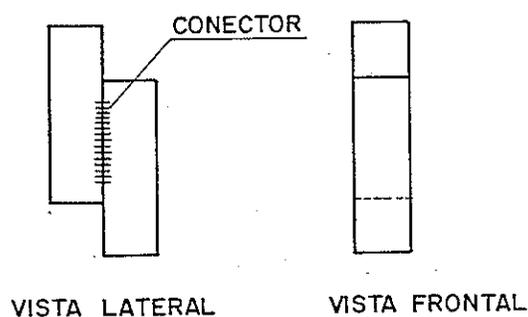


Fig. 3.3 - Esquema do corpo de prova utilizado por Kuenzi

O módulo de escorregamento foi determinado em função da inclinação do trecho retilíneo inicial da curva $P \times \Delta$ ⁽²¹⁾.

Com exceção da norma DIN 1052, a qual indica a metodologia estabelecida na DIN 4110 para ser utilizada na determinação do módulo de escorregamento, nenhuma outra referência a métodos estabelecidos em normas técnicas foi encontrada na literatura consultada.

(20) - GOODMAN, J.R.; POPOV, E.P. (1969), pag. 2542.

(21) - KUENZI, E.W.; Wilkinson, Tol. (1971), pag. 13.

O método DIN 4110 adota para a determinação do módulo de escorregamento o mesmo corpo de prova utilizado para definir a resistência do conector⁽²²⁾. Neste método é exigida a repetição de doze ciclos de carga e descarga de uma força admissível (\bar{P}) definida num ensaio inicial. A descarga é feita até o valor de 25% de \bar{P} . No décimo terceiro ciclo, prossegue-se com o carregamento em incrementos de 25% de \bar{P} até conseguir-se um deslocamento relativo de 1,0 cm das porções interligadas pelos conectores.

O módulo de escorregamento é calculado através do cociente:

$$K = \frac{\bar{P}}{\Delta}$$

sendo Δ o escorregamento relativo correspondente a \bar{P} , obtido no décimo terceiro carregamento do corpo de prova.

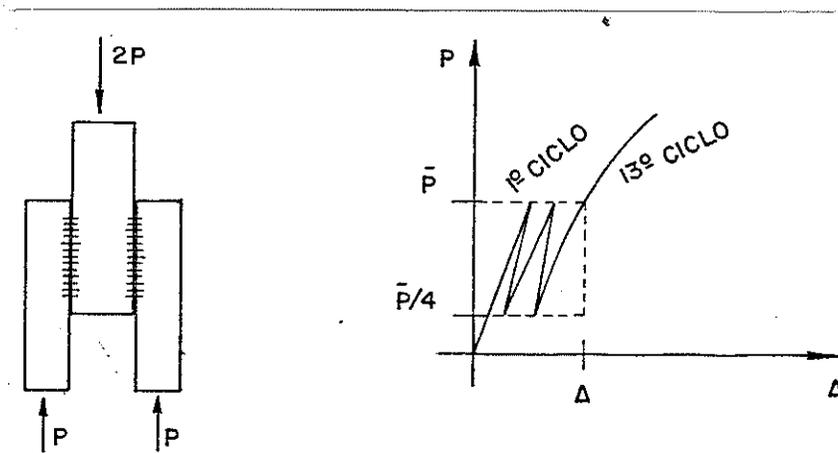


Fig. 3.4. - Ilustração sobre o método DIN 4110

(22) - WAGNER, M.M. (1974), pag. 89

4. - EXPERIMENTAÇÃO

4.1. - Síntese Geral

Com objetivo de se verificar o grau de validade dos resultados calculados pela teoria apresentada no Capítulo 2, desenvolveu-se uma experimentação de vigas compostas constituídas com Peroba Rosa e Pinho do Paraná.

A experimentação consistiu na elaboração de três tipos de ensaios, um para a determinação do módulo de elasticidade dos elementos das vigas compostas, outro para a determinação da característica de rigidez dos conectores utilizados e, finalmente, os ensaios das vigas propriamente ditas.

No estudo das peças de Peroba Rosa foram ensaiados três corpos de prova, destes, dois foram ensaiados com dimensões reduzidas e o terceiro apresentava dimensões compatíveis com as de peças utilizadas correntemente em estruturas. Ensaíram-se duas peças de Pinho do Paraná. O processo de obtenção dos corpos de prova de Pinho permitiu executar dois ensaios adicionais necessários para a verificação experimental da influência da variação do módulo de rigidez da superfície de interligação dos elementos no comportamento da peça. Os dois corpos de prova adicionais, uma peça maciça e a outra de elementos independentes, ou seja, sem interligações, foram conseguidos em estágios sucessivos do processo de fabricação de uma viga composta.

A influência das deformações produzidas pela força cortante nas flechas, foram avaliadas nos ensaios das peças de Pinho do Paraná. A forma de avaliação consistiu em se fazer variar a relação l/h (vão por altura de seção transversal do corpo de prova) da viga testada. A influência da relação l/h pode ser apreciada ensaiando-se o corpo de prova com os apoios situados em diferentes posições.

4.2. - Ensaio Preliminares

A montagem das vigas compostas foi precedida de ensaios expeditos de cada um dos seus elementos. Nestes ensaios, padronizados para todas as vigas, cada elemento foi submetido à flexão produzida por uma força central. O procedimento adotado constituiu-se na aplicação de uma solicitação final dividida em três etapas de carregamento. Em cada uma destas foram lidas as flechas da seção central tanto na fase de carga quanto na fase de descarga.

Repetiu-se o carregamento e descarregamento de três a cinco vezes dependendo da dispersão dos resultados obtidos. Terminadas as repetições, executou-se novamente as três etapas de carga após o giro de 180° ao redor do eixo longitudinal do elemento.

O módulo de elasticidade adotado para o elemento foi o valor médio dos calculados com os resultados de cada ciclo de carga/descarga com o emprego da expressão das flechas deduzida na Resistência dos Materiais:

$$E_m = \frac{\Delta P \ell^3}{48 I \Delta_f} \dots\dots\dots (4.1)$$

sendo:

E_m = módulo de elasticidade do elemento m;

ℓ = distância entre os apoios;

I = momento de inércia da área da seção transversal;

ΔP = incremento de carga adotada para o ensaio;

Δ_f = incremento de flecha devido a ΔP .

4.3. - Vigas Compostas de Peroba Rosa. Modelos Reduzidos

4.3.1. - Montagem das Peças

De um lote de caibros com dimensões nominais de $(6 \times 6 \times 280)\text{cm}^3$ foram escolhidos, adotando-se um critério de regularidade de forma e arranjo das fibras aparentes, oito unidades. Após os ensaios expedidos, estes oito caibros foram separados em dois grupos de quatro com base nos seus módulos de elasticidade. De cada grupo se fez uma viga composta dispondo os elementos de maior módulo de elasticidade nas bordas.

Em seguida fez-se a regularização das superfícies de contato de cada uma das peças utilizando-se uma desempenadeira. Com as peças agrupadas e ordenadas segundo a forma final, fez-se a marcação na superfície externa do elemento da borda superior da posição dos centros dos anéis. Estes posicionamentos foram transferidos para os elementos seguintes através de furação.

Para a solidarização dos caibros foram utilizados anéis metálicos inteiriços de 5,08cm (2") de diâmetro, espaçados de centro a centro de 7,5cm aproximadamente. A espessura média das paredes dos anéis foi de 1,0mm e a altura de 10mm, aproximadamente.

Os sulcos para colocação dos anéis foram confeccionados com uma serra-copo instalada no mandril de uma furadeira elétrica convencional, com cerca de 5mm de profundidade. Na posição correspondente aos centros dos anéis foram introduzidos parafusos de 6,25mm de diâmetro, especialmente fabricados para impedir a separação na vertical dos elementos.

Após a instalação dos anéis e a montagem dos elementos os parafusos verticais foram colocados e em seguida aplicava-se um aperto para ajuste.

4.3.2. - Instrumentação Empregada e Montagem dos Ensaios

Na experimentação foram observadas as flechas e deformações das fi-

bras próximas as bordas de cada elemento da seção central.

As flechas da seção central foram medidas utilizando-se um relógio comparador de leitura graduada em centésimos de milímetros. O relógio comparador foi fixado em uma base magnética e esta em uma placa de aço espessa apoiada sobre a laje de reação.

As leituras das deformações longitudinais foram feitas através de extensômetros elétricos fixados nos pontos de interesse acima mencionados e ligados a uma unidade comutadora e esta num medidor de deformações. Os extensômetros foram colados às faces laterais dos elementos um pouco afastados das bordas.

A estrutura de reação empregada foi montada utilizando-se um par de blocos de concreto assentados sobre a laje de reação mais dispositivos metálicos de apoio entre as extremidades do corpo de provas e os blocos. Estes apoios metálicos, um rolete e um semi-rolete, garantiam a isostaticidade do sistema. Num ensaio preliminar verificou-se uma forte tendência de tombamento do corpo de prova. Para atenuar este efeito, foram utilizados nas extremidades das vigas ensaiadas dispositivos em forma de garfo.

Para a aplicação das cargas empregou-se um cilindro hidráulico munido de um anel dinamométrico. A sua ação sobre um perfil metálico apoiado nos limites do terço central do corpo de prova permitiu a aplicação de duas cargas (fig. 4.1).

4.3.3. - Procedimento Adotado Durante a Experimentação

Os ensaios executados foram de flexão produzido por um par de forças aplicadas nos limites do terço central.

A carga limite de ensaio foi inicialmente fixada considerando a flecha máxima $l/350$ (l = a distância entre os apoios) de uma viga maciça com módulo de elasticidade correspondente à média aritmética dos valores determinados na experimentação expedida dos elementos do corpo de prova. Num ensaio preliminar fez-se a correção do valor limite da solicitação. Em seguida preparou-se um programa

bras próximas às bordas de cada elemento da seção central.

As flechas da seção central foram medidas utilizando-se um relógio comparador de leitura graduada em centésimos de milímetros. O relógio comparador foi fixado em uma base magnética e esta em uma placa de aço espessa apoiada sobre a laje de reação.

As leituras das deformações longitudinais foram feitas através de extensômetros elétricos fixados em pontos de interesse e ligados a uma unidade comutadora e esta num medidor de deformações. Os extensômetros foram colados às faces laterais dos elementos um pouco afastados das bordas.

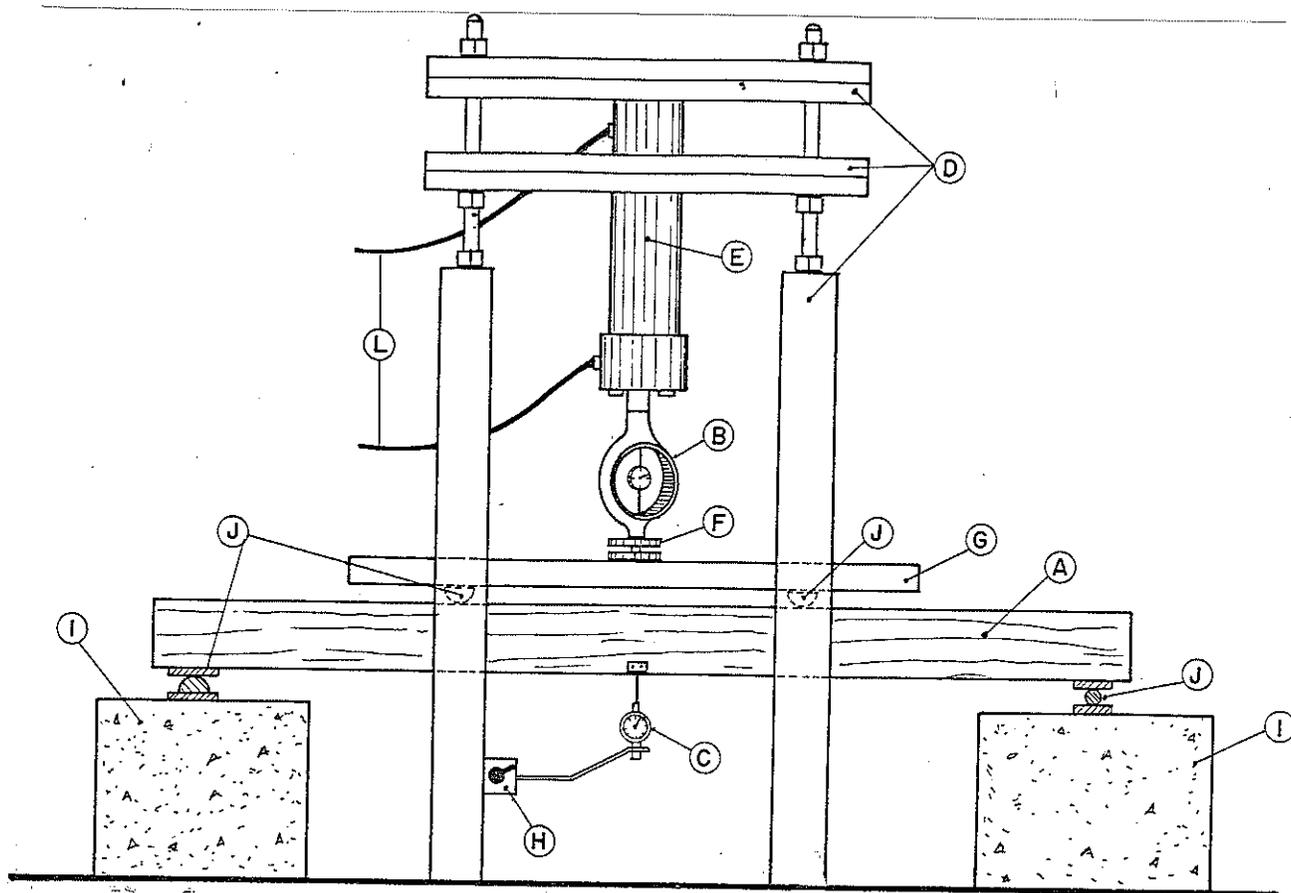
A estrutura de reação empregada foi montada utilizando-se um par de blocos de concreto assentados sobre a laje de reação mais dispositivos metálicos de apoio entre as extremidades do corpo de prova e os blocos. Estes apoios metálicos, um rolete e um semi-rolete, garantiam a isostaticidade do sistema. Num ensaio preliminar verificou-se uma forte tendência de tombamento do corpo de prova. Para atenuar este efeito, foram utilizados nas extremidades das vigas ensaiadas dispositivos em forma de garfo.

Para a aplicação das cargas empregou-se um cilindro hidráulico munido de um anel dinamométrico. A sua ação sobre um perfil metálico apoiado nos limites do terço central do corpo de prova permitiu a aplicação de duas cargas (fig. 4.1).

4.3.3. - Procedimento Adotado Durante a Experimentação

Os ensaios executados foram de flexão produzido por um par de forças aplicadas nos limites do terço central.

A carga limite de ensaio foi inicialmente fixada considerando a flecha máxima $\ell/350$ (ℓ = a distância entre os apoios) de uma viga maciça com módulo de elasticidade correspondente à média aritmética dos valores determinados na experimentação expedida dos elementos do corpo de prova. Num ensaio preliminar fez-se a correção do valor limite da sollicitação. Em seguida preparou-se um programa



- A - viga ensaiada;
- B - anel de deformação;
- C - relógio comparador;
- D - suportes de fixação do macaco hidráulico;
- E - macaco hidráulico para aplicação de carga;
- F - junta universal;
- G - perfil metálico para distribuição da carga;
- H - base magnética;
- I - blocos de concreto;
- J - roletes de apoio;
- L - mangueiras hidráulicas.

Fig. 4.1. - Esquema de Ensaio

de acréscimos graduais de carregamento visando atingir a solicitação última em etapas. Ao término de cada etapa, faziam-se as leituras das flechas e deformações correspondentes.

Para o corpo de prova VC1, a carga limite de 5.590N aproximadamente, foi atingida em acréscimos graduais de 932N, correspondente a 1/6 do carregamento total. Anotaram-se as flechas e as deformações correspondentes aos cinco últimos sextos da carga total.

Para o corpo de prova VC2, o limite de ensaio foi de aproximadamente 5.200N. Os acréscimos graduais de carregamento foram os mesmos 932N, entretanto, fez-se a última leitura quando a força aplicada no terço atingia o valor de 5.125N aproximadamente.

Cada corpo de prova foi ensaiado em duas posições A e B obtidas girando-se o corpo de prova de 180°, analogamente ao da experimentação preliminar. Em cada uma destas posições, o programa de carregamento foi repetido de três a cinco vezes, dependendo da dispersão dos resultados obtidos.

4.3.4. - Apresentação dos Resultados

Optou-se pela apresentação dos resultados em forma gráfica. Os valores apresentados correspondem à média aritmética dos obtidos nas repetições de carregamento dos corpos de prova em cada uma das posições ensaiadas.

As dimensões transversais e módulos de elasticidade dos elementos dos corpos de prova são apresentados nos quadros 4.1 e 4.2, juntamente com o posicionamento dos extensômetros na seção central.

As semi-retas traçadas foram definidas por intermédio de regressões lineares. Observa-se em todos os gráficos uma relação nitidamente linear entre os parâmetros medidos e a solicitação.

Quadro nº 1 - Principais Características dos Elementos do Corpo de Prova VC1. Posicionamento dos Extensômetros.

Nº	h	b	A	E	es	ei
	(cm)	(cm)	(cm ²)	E (MPa)	(cm)	(cm)
1	6,05	6,26	37,873	13 650	0,20	0,30
2	5,96	6,06	36,118	12 210	0,30	-
3	5,95	6,31	37,545	11 900	-	0,30
4	6,20	6,06	37,572	12 720	0,30	0,30

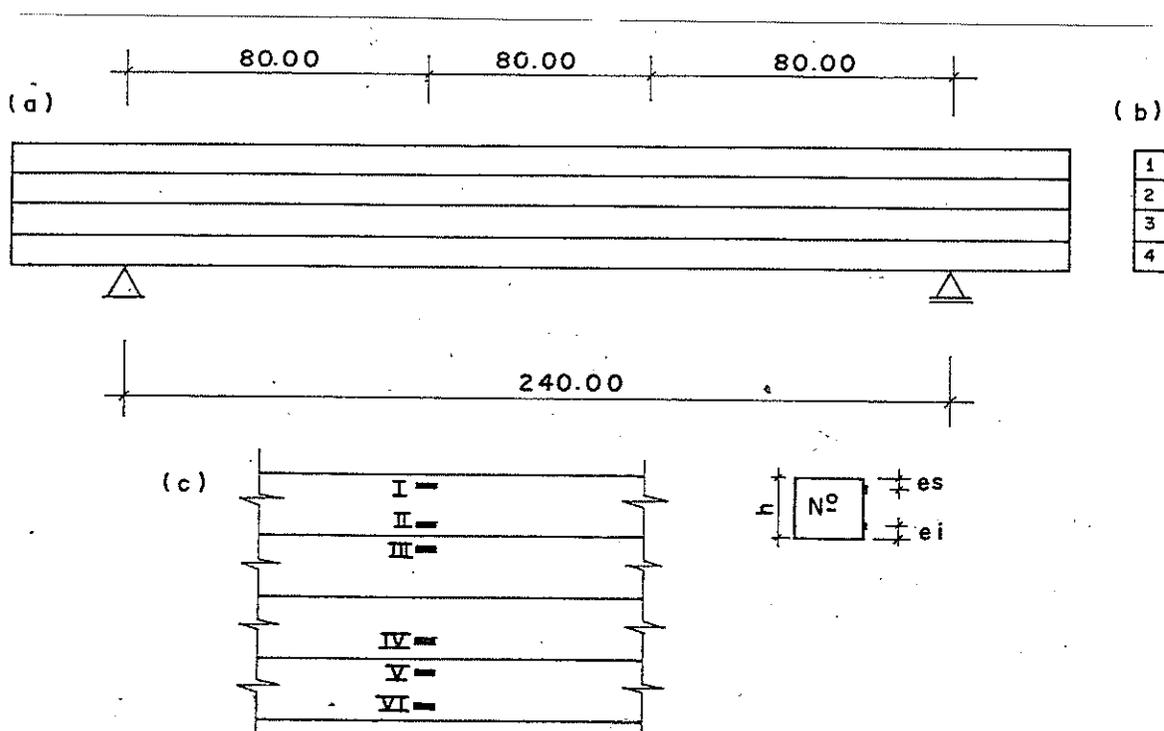
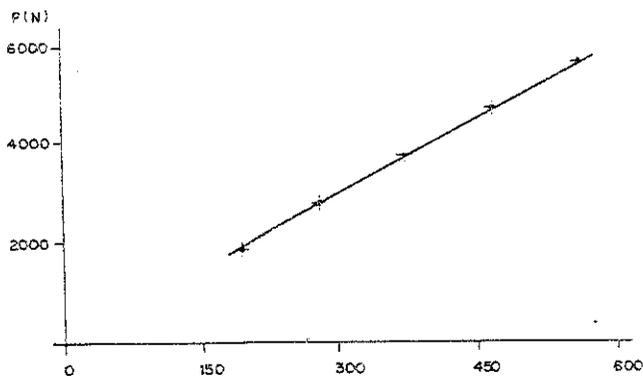
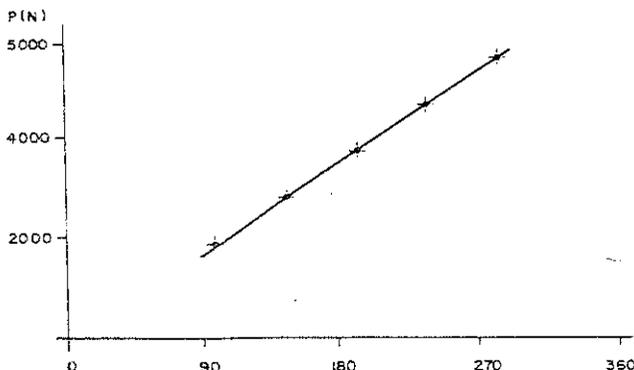


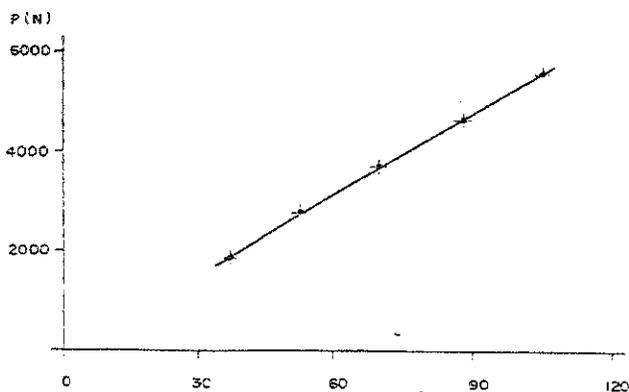
Fig. 4.2. - Esquema geral de VC1 posição A de ensaio; (a) corpo de prova; (b) identificação dos elementos; (c) arranjo dos extensômetros na seção central.



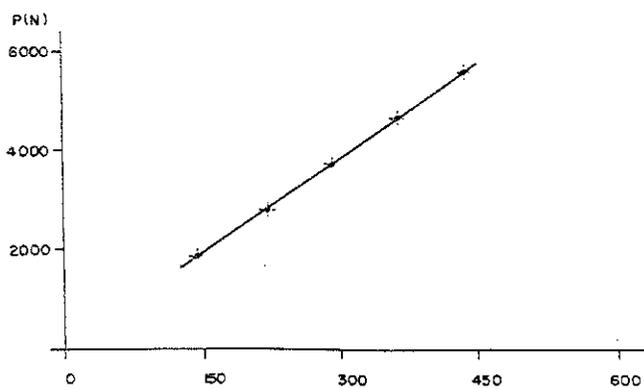
Graf. nº 1 - extensômetro I



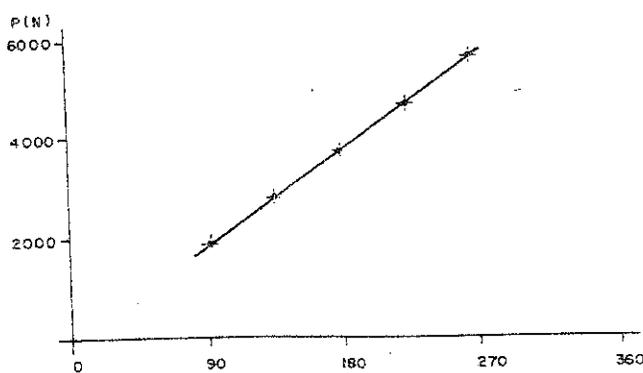
Graf. nº 2 - extensômetro II



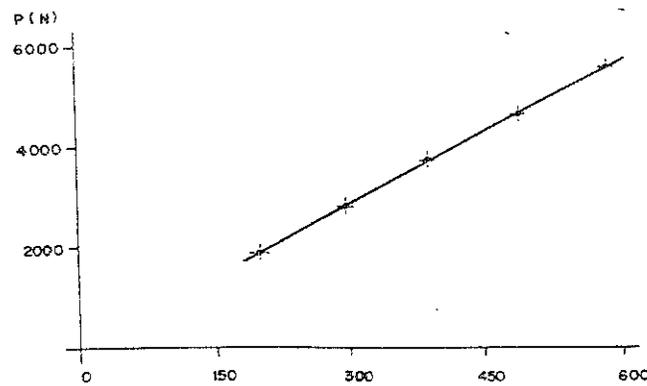
Graf. nº 3 - extensômetro III



Graf. nº 4 - extensômetro IV

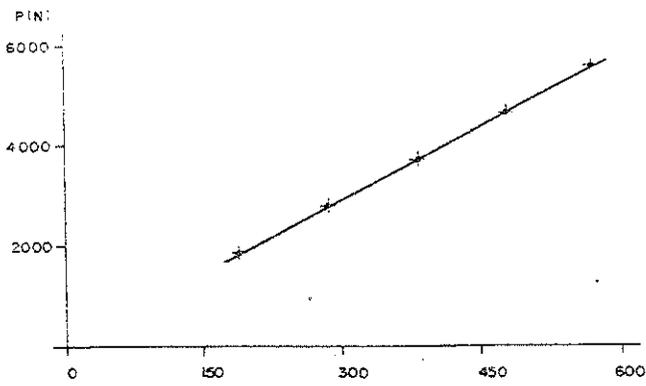


Graf. nº 5 - extensômetro V

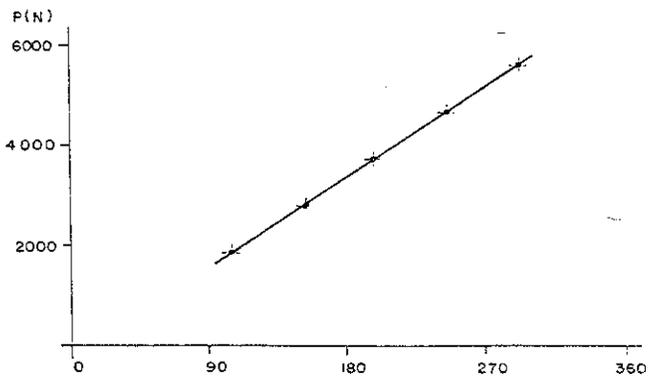


Graf. nº 6 - extensômetro VI

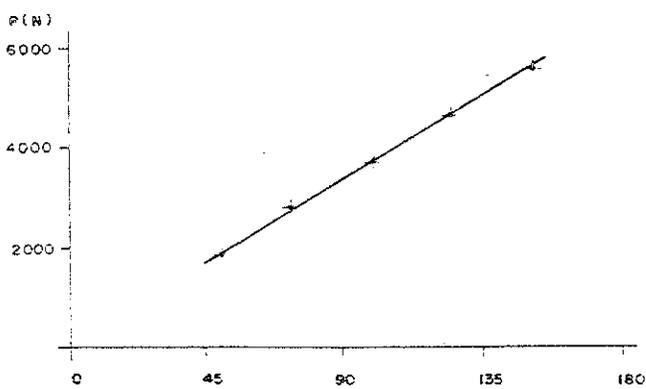
Resultados dos ensaios de VC1-A. Deformações multiplicadas por 10^6 . Os pontos representam os valores de ensaio. Gráficos 1, 2 e 3, apresentam os encurtamentos verificados, os demais apresentam os alongamentos.



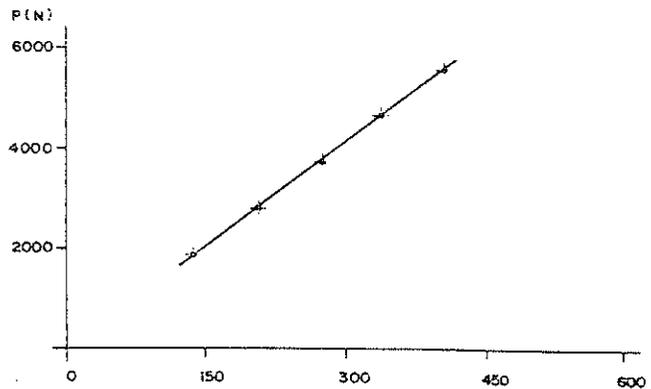
Gráf. nº 7 - extensômetro I



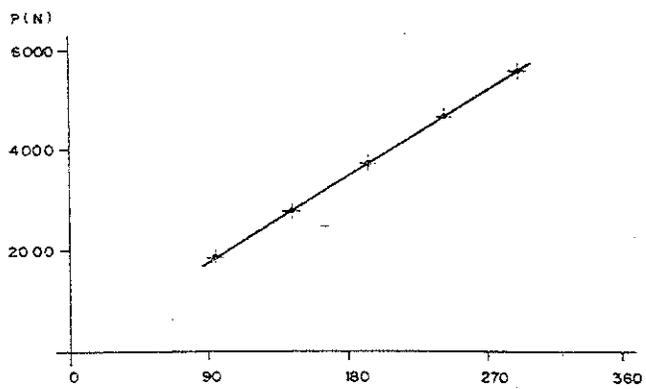
Gráf. nº 8 - extensômetro II



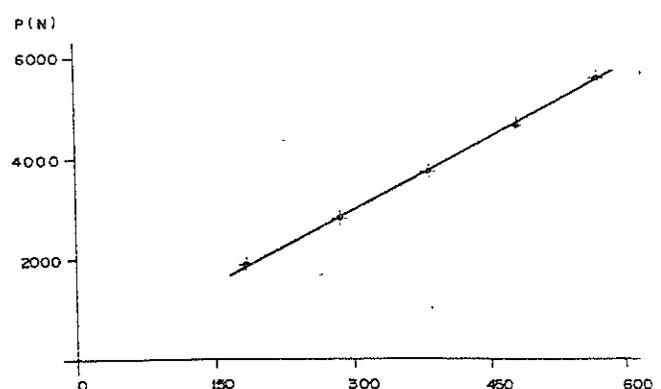
Gráf. nº 9 - extensômetro III



Gráf. nº 10 - extensômetro IV

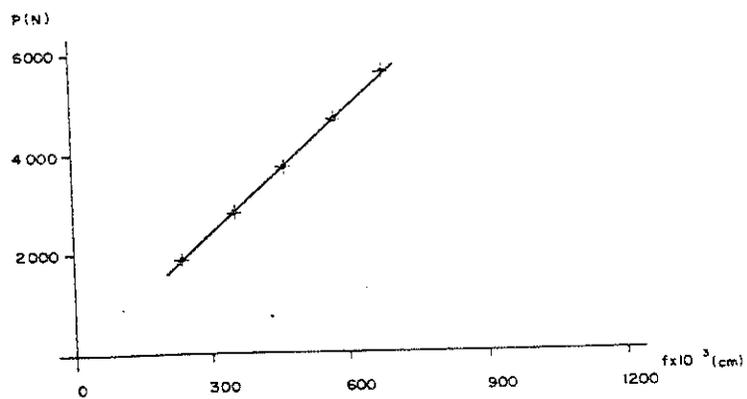


Gráf. nº 11 - extensômetro V

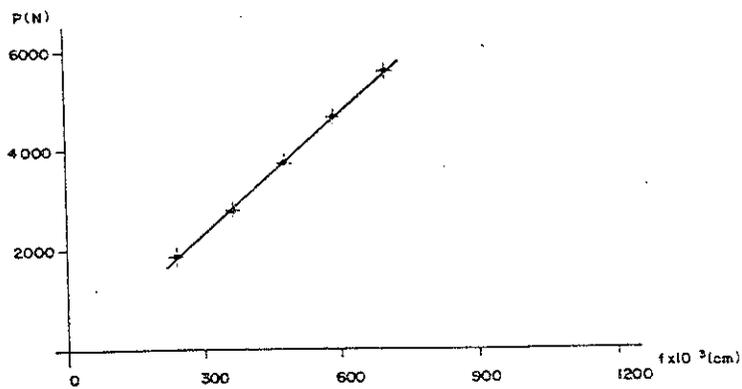


Gráf. nº 12 - extensômetro VI

Resultados dos ensaios de VCI-B. Deformações multiplicadas por 10^6 .
Gráficos 7, 8 e 9 as deformações são de alongamentos, as demais são encurta-
mentos.



Graf. nº 13 - flechas da seção central-VC1A



Graf. nº 14 - flechas da seção central-VC1B

Resultados dos ensaios de VC1A e VC1B - Flechas da seção central.

Quadro 4.2. - Principais características dos elementos do corpo de prova VC2. Posicionamento dos extensômetros.

Nº	h	b	A	E	es	ei
	(cm)	(cm)	(cm ²)	E (MPa)	(cm)	(cm)
5	6,05	6,09	36,845	11 550	0,40	0,40
6	5,97	6,01	35,880	10 860	0,40	-
7	5,92	6,18	36,586	10 460	-	0,40
8	6,11	6,16	37,658	12 015	0,40	0,40

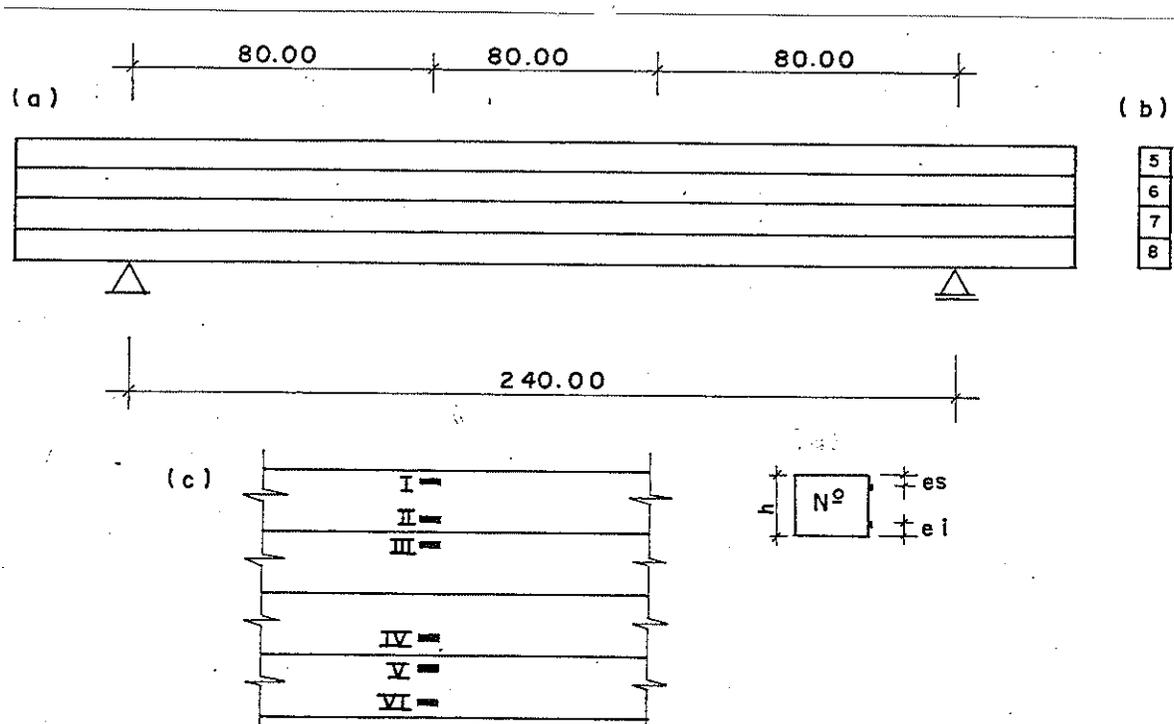
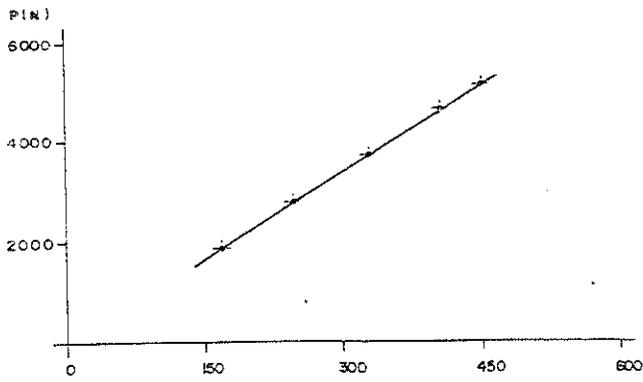
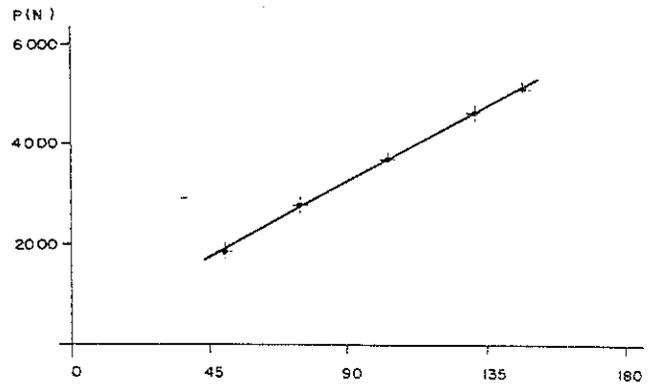


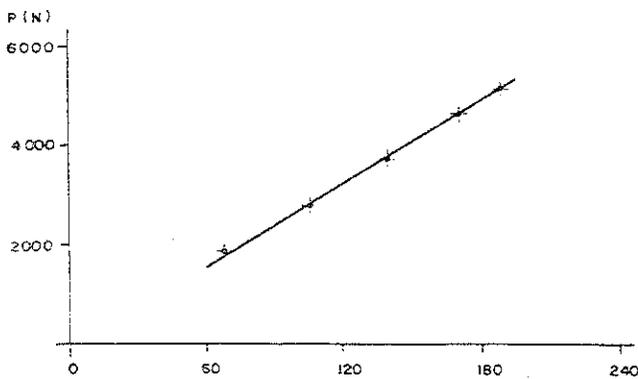
Fig. 4.3 - Esquema geral de VC2 posição A; (a) corpo de prova; (b) identificação dos elementos; (c) arranjo dos extensômetros na seção central.



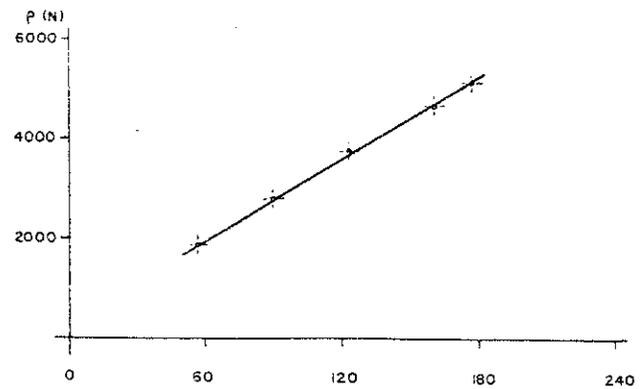
Gráf. nº 15 - extensômetro I



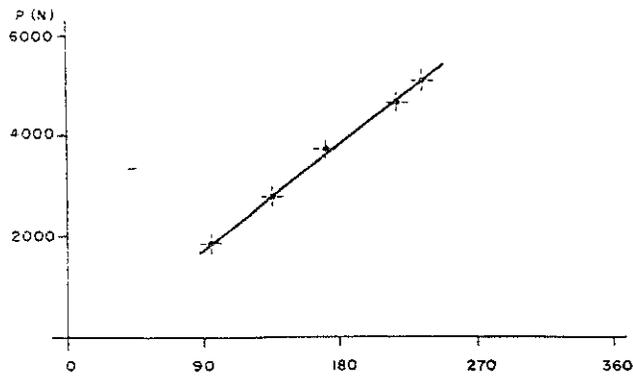
Gráf. nº 16 - extensômetro II



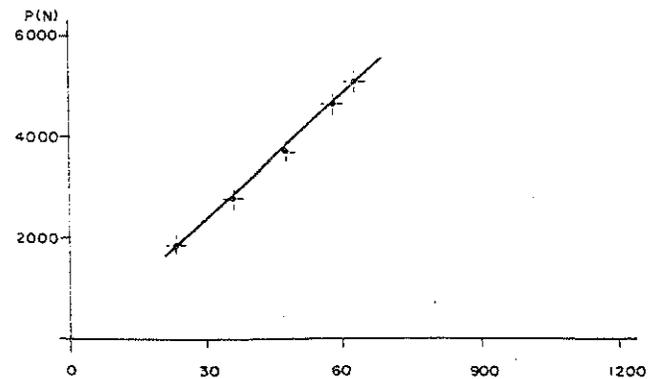
Gráf. nº 17 - extensômetro III



Gráf. nº 18 - extensômetro IV

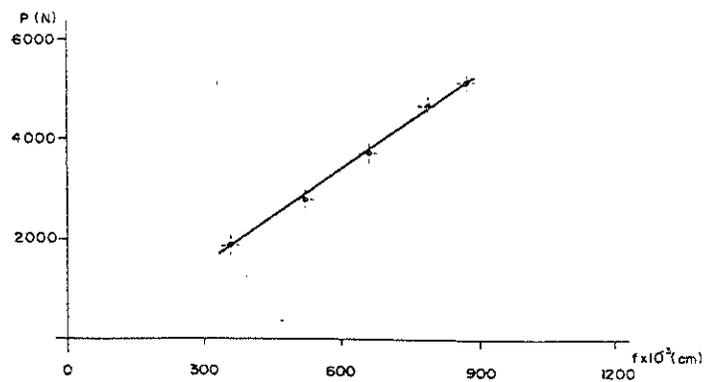


Gráf. nº 19 - extensômetro V

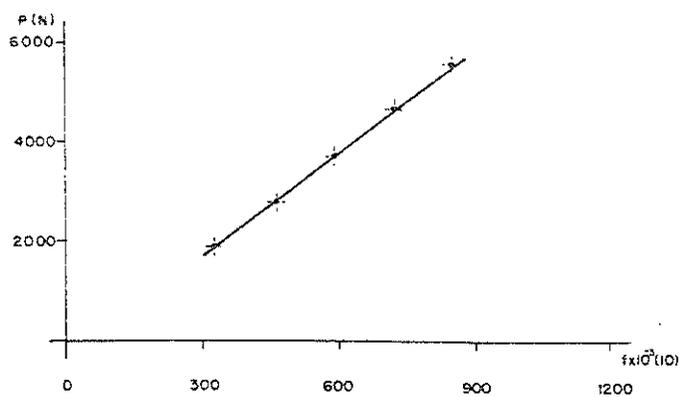


Gráf. nº 20 - extensômetro VI

Resultados dos ensaios de VC2-A. Deformações multiplicadas por 10^6 . Gráficos 15, 16 e 17 as deformações são encurtamentos, nos demais, alongamentos.



Graf. nº 21 - flechas da seção central VC2-A



Graf. nº 22 - flechas da seção central VC2-B

Resultados dos ensaios de VC2-A e VC2-B. Flechas da se
ção central.

4.4. - Viga de Dimensões Estruturais

4.4.1. - Descrição Sumária

Este corpo de prova foi montado utilizando-se o mesmo processo empregado para as vigas VC1 e VC2. Os elementos utilizados apresentavam dimensões nominais de $(12 \times 12 \times 600)\text{cm}^3$ e foram interligados com anéis metálicos inteiriços de 10,20cm (4") de diâmetro, espessura média das paredes de 2,0mm e altura de 40mm aproximadamente. Adotou-se um espaçamento de centro a centro de aproximadamente 20cm. Os parafusos verticais instalados nas posições correspondentes aos centros dos anéis apresentavam 12,27mm (1/2") de diâmetro.

4.4.2. - Instrumentação Empregada e Montagem do Ensaio

Neste corpo de prova foram medidas as deformações longitudinais e as flechas, todas posicionadas no centro, mais as flechas das seções correspondentes aos limites do terço central.

As deformações longitudinais foram medidas utilizando-se relógios com paradores de graduação de milésimos de milímetros. Os relógios foram instalados em peças metálicas em L pregadas contra a face lateral da viga nas posições de interesse. As hastes móveis dos relógios ficavam encostadas em peças semelhantes às de fixação. Manteve-se um afastamento de 10cm entre os pontos de fixação do relógio e do apoio da haste.

As flechas das seções foram medidas por relógios comparadores de sensibilidade de centésimo de milímetro.

O esquema de ensaio foi semelhante ao empregado na experimentação das vigas VC1 e VC2, porém com a aplicação de uma única força central diretamente contra uma placa de distribuição assentada sobre o paramento superior do corpo de prova.

4.4.3. - Procedimento Adotado Durante a Experimentação

Os ensaios executados foram de flexão produzida por força concentrada central em virtude da pouca capacidade de carga dos cilindros hidráulicos disponíveis.

A carga limite do ensaio foi avaliada de forma análoga à da experimentação anterior e, em seguida, corrigida num ensaio preliminar. Adotou-se um programa de acréscimos graduais de carregamento e o acréscimo padrão foi de 3,7 KN para uma solicitação total de 29,8 KN.

Não se fez a rotação de 180° do corpo de prova e a experimentação limitou-se à aplicação dos acréscimos graduais de carregamento em seis repetições.

4.4.4. - Apresentação dos Resultados

Os gráficos apresentados a seguir correspondem às médias dos valores obtidos nos seis carregamentos. O de número 24, mostra as flechas da seção do terço médio e os valores marcados são provenientes da média aritmética das flechas das seções à esquerda e à direita da seção central.

No quadro nº 4.3 estão indicados o posicionamento dos relógios comparadores utilizados para medir as deformações longitudinais, as dimensões transversais dos elementos e os seus módulos de elasticidade. Estes últimos foram determinados inicialmente nos ensaios expeditos.

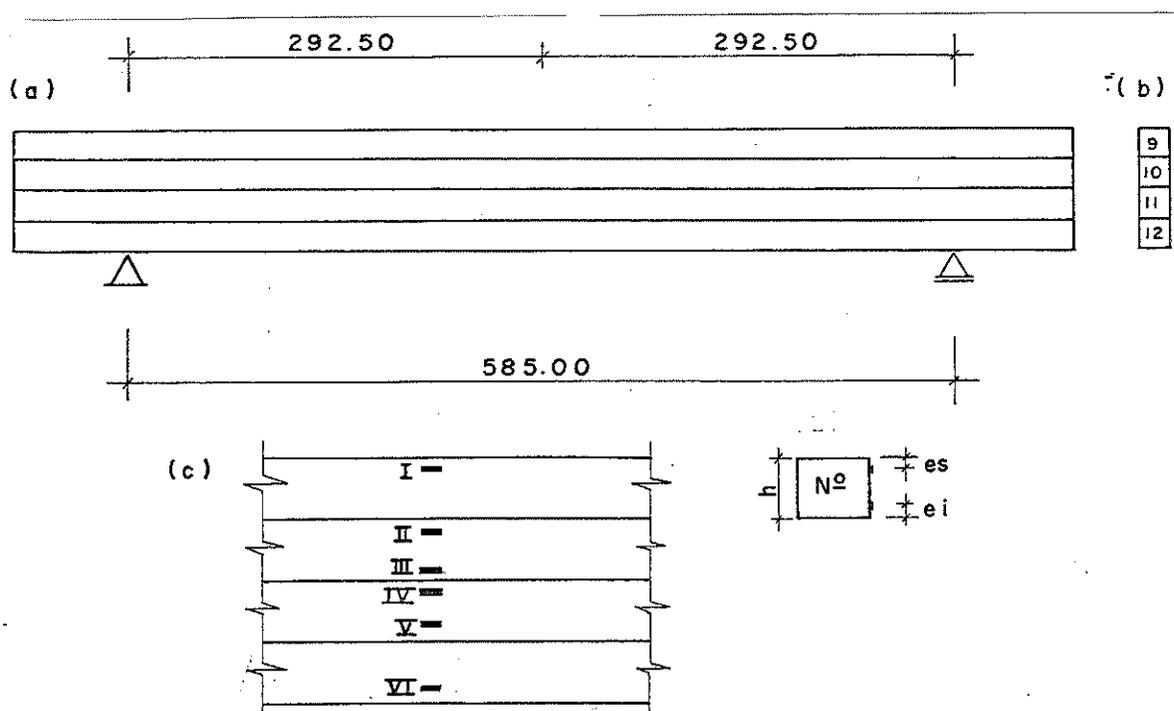
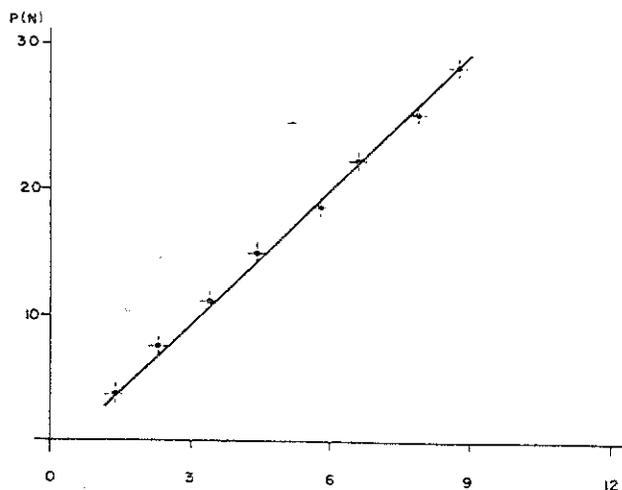
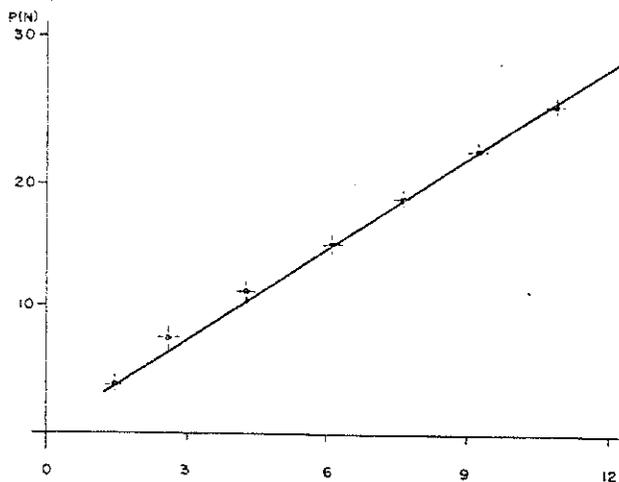


Fig. 4.4. - Esquema Geral de VC3;

(a) corpo de prova; (b) identificação dos elementos;
 (c) arranjo dos extensômetros.

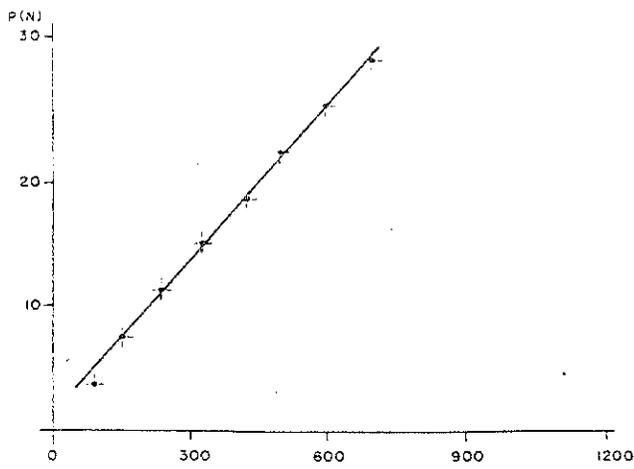
Quadro 4.3. - Principais características do corpo de prova VC3. Posi
 cionamento dos extensômetros.

Nº	h	b	A_2 (cm^2)	E (MPa)	es	ei
09	12,11	12,51	151,5	15 200	3,0	-
10	12,47	12,42	154,9	12 340	3,0	3,0
11	12,40	12,48	154,8	10 800	3,0	3,0
12	11,65	12,26	142,8	12 260	0	3,0

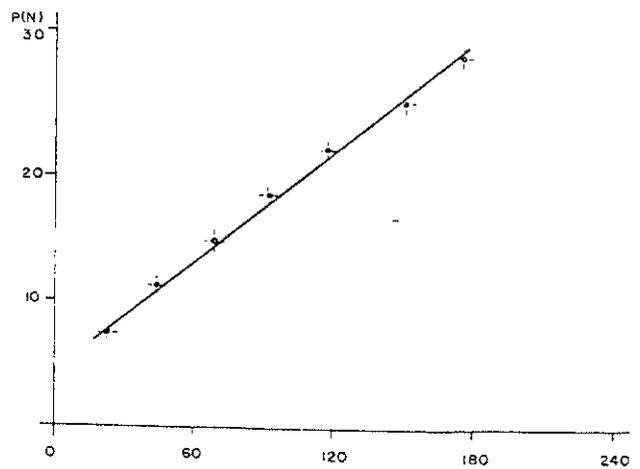


Gráf.nº 23- flechas da seção central Gráf.nº 24- flechas do terço médio

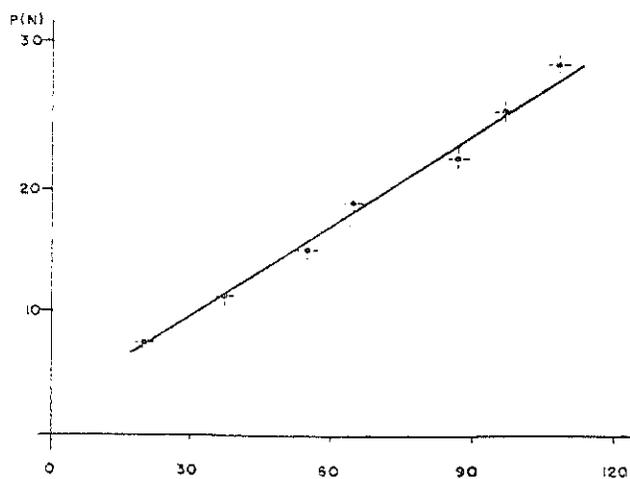
Resultados dos ensaios de VC3 - Flechas



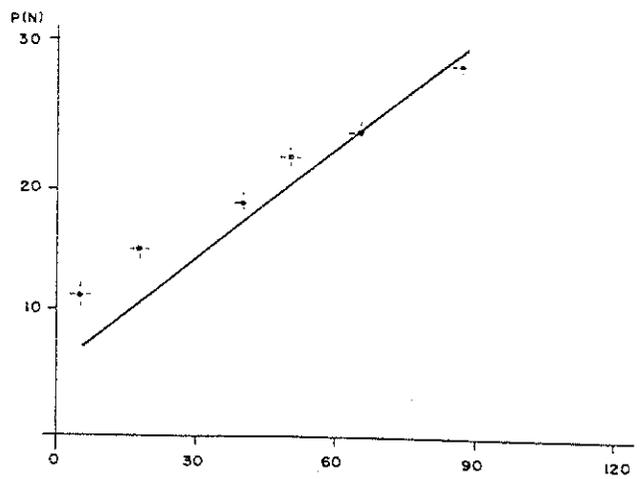
Graf. nº 25 - extensômetro I



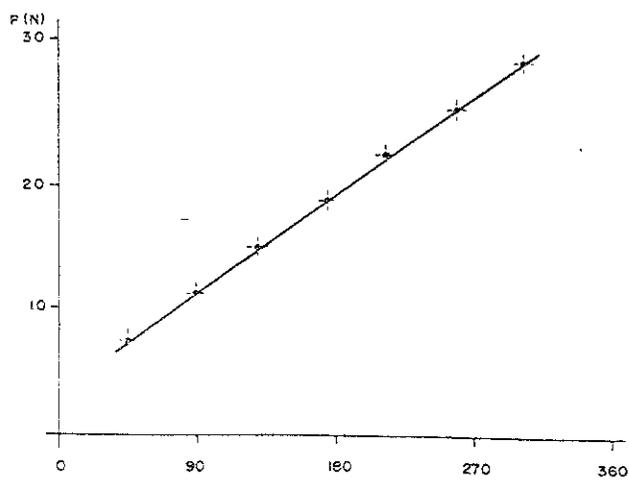
Graf. nº 26 - extensômetro II



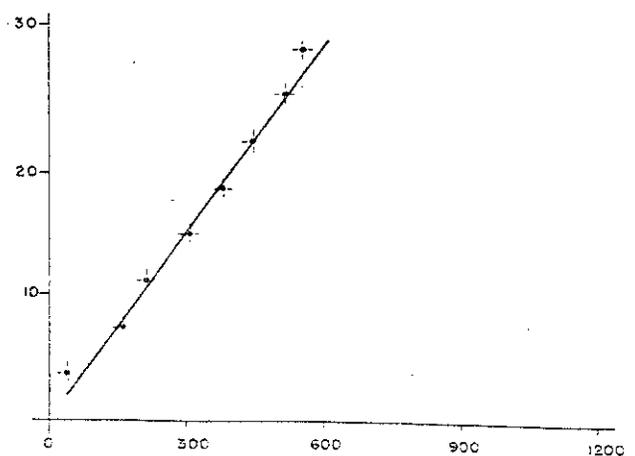
Graf. nº 27 - extensômetro III



Graf. nº 28 - extensômetro IV



Graf. nº 29 - extensômetro V



Graf. nº 30 - extensômetro VI

Resultados dos ensaios de VC3 - Deformações multiplicadas por 10^6 . Gráficos 25, 26 e 27 encurtamentos, nos demais alongamentos.

4.5. - Vigas de Pinho do Paraná

4.5.1. - Obtenção e Descrição dos Corpos de Prova

As peças ensaiadas foram retiradas de uma prancha de $(4 \times 30 \times 350)$ cm^3 . Esta prancha foi dividida em duas porções de aproximadamente $(4 \times 15 \times 350)$ cm^3 . Uma delas ficou reservada para o estudo da influência do módulo de rigidez específico da superfície fictícia de ligação (k). A outra foi cortada longitudinalmente em quatro partes, as quais foram interligadas pelos anéis.

Para a obtenção dos dados experimentais relativos à influência do módulo k , julgou-se ser suficiente o ensaio de peças nas quais a grandeza do seu valor variasse entre limites bem defasados. Assim sendo, a experimentação de uma peça maciça, de uma peça com elementos independentes e de outra com elementos interligados, forneceu dados de vigas compostas com k assumindo, respectivamente, valor infinito, nulo e uma certa quantidade função das características dos conectores utilizados.

Inicialmente foram executados todos os ensaios programados para a viga maciça (VM), em seguida esta peça foi cortada em quatro porções de igual altura. A viga de elementos independentes (VI) foi montada dispondo-se os elementos de forma a reconstituir o corpo inicial; aplicou-se antes na superfície de separação das partes um talco industrial com o objetivo de atenuar eventual atrito. Após a execução dos ensaios programados, fez-se a interligação daquelas partes com os anéis metálicos, obtendo-se assim a terceira configuração desejada (VC5).

Na construção das vigas de elementos interligados utilizou-se um anel metálico inteiriço de 3,2cm de diâmetro, altura de 8mm e espessura das paredes de 1mm. Os parafusos verticais instalados nas posições correspondentes aos centros dos anéis tinham 4mm de diâmetro.

Na viga VC4, construída inicialmente, os anéis foram instalados com espaçamento de 3,8cm, medidos de centro a centro. Na viga VC5 o espaçamento ado

tado foi de 4,8cm.

O processo empregado na montagem das vigas compostas foi inteiramente análogo àquele já descrito no item 4.3.1.

4.5.2. - Procedimento Adotado

Conforme já se comentou, os objetivos da experimentação foram a obtenção de parâmetros para a verificação do grau de aproximação da teoria desenvolvida e o estudo da influência das deformações produzidas pela força cortante nas flechas.

O envolvimento desta variável obrigou à execução de vários carregamentos num mesmo corpo de prova variando-se o posicionamento dos apoios. Em cada um destes ensaios, especial atenção foi dada à solicitação máxima. Esta não poderia assumir valores capazes de produzir danos ao corpo de prova.

Em virtude disto, as solicitações máximas foram estabelecidas para cada caso em ensaios preliminares, com o devido controle do andamento das flechas e das deformações obtidas com os acréscimos graduais do carregamento. Estes ensaios foram executados incrementando-se as solicitações lenta e gradualmente. Concomitantemente, tomavam-se as leituras das flechas e deformações. O limite do ensaio foi determinado para o valor da solicitação capaz de produzir acréscimo das deformações das fibras extremas diferente dos valores obtidos até então. Estes últimos, sempre se apresentavam com uma regularidade bem definida. Conhecido o valor da solicitação limite, a carga máxima aplicada ao corpo de prova durante a experimentação, teve um valor correspondente a aproximadamente 80% daquele definido no ensaio preliminar.

O esquema adotado para todos os ensaios foi o de viga simplesmente apoiada, flexionada através da ação de um par de forças aplicadas simetricamente e afastadas entre si de uma distância correspondente a 30% do vão de flexão.

Mantiveram-se inalterados os comprimentos totais dos corpos de prova. Os diferentes valores dos vãos de flexão, necessários para o estudo do parâmetro

l/h, foram conseguidos repartindo-se em balanços iguais as porções restantes do comprimento total.

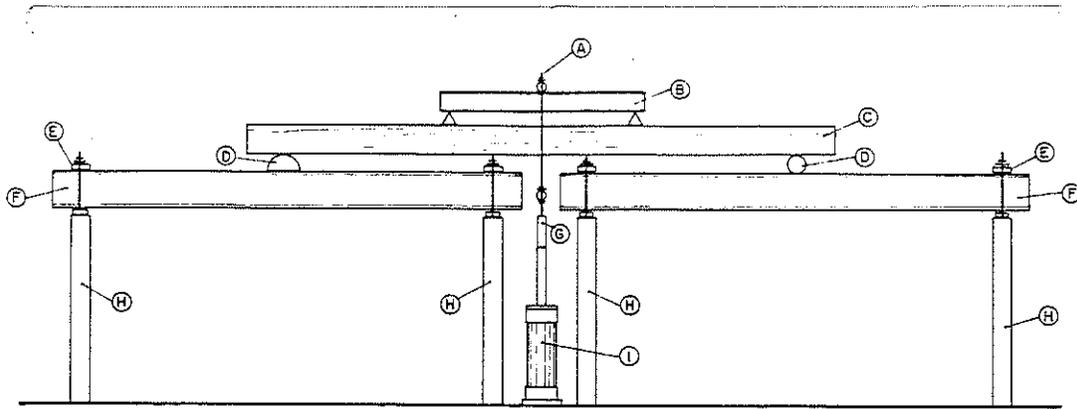
A viga VC4 foi ensaiada inicialmente. Os vãos adotados foram respectivamente 210cm, 180cm e 150cm. Os carregamentos totais foram aplicados aos poucos, por acréscimos graduais, de maneira semelhante à executada nos ensaios das vigas de Peroba Rosa. Este corpo de prova também foi ensaiado em duas posições obtidas com a rotação de 180° ao redor do eixo longitudinal.

As vigas VM, VI e VC 5 foram ensaiadas com os mesmos vãos de VC4. Todo o procedimento da experimentação foi análogo ao dos corpos de prova anteriores, entretanto, em virtude da pouca dispersão dos resultados verificados nos ensaios da peça VC 4, em relação à rotação do corpo de prova, prescindiu-se disto nos ensaios destas últimas três peças.

4.5.3. - Instrumentação e Esquema de Ensaio

Foram utilizados extensômetros elétricos para a medida das deformações e relógios comparadores de sensibilidade de centésimos de milímetro para a leitura das flechas da seção central. As posições dos extensômetros na seção média estão indicadas em quadros correspondentes a cada corpo de prova.

A estrutura de reação foi montada utilizando-se um par de perfis metálicos em I, presos por intermédio de placas de aço espessas, parafusos e porcas, em tubos metálicos previamente fixados à laje de reação. O conjunto assim formado, compôs um par de cavaletes rígidos com um afastamento de forma a permitir a ação do cilindro de carga também fixado diretamente à laje de reação (fig. 4.5). A trave de cada cavalete recebia um dos apoios do corpo de prova. Com esta estrutura de reação, conseguiu-se executar, com certa simplicidade, os diversos ensaios de um corpo de prova com a variação do posicionamento de seus apoios.



- A - Estribo p/ transmissão de força;
- B - Perfil metálico;
- C - Viga ensaiada;
- D - Apoios;
- E - Dispositivo para fixação da trave do cavalete;
- F - Trave do cavalete;
- G - Êmbolo do cilindro hidráulico;
- H - Tubo metálico;
- I - Cilindro hidráulico.

Fig. 4.5. - Esquema de Ensaio.

4.5.4. - Apresentação dos Resultados

Os resultados são apresentados na mesma ordem da execução dos ensaios. Os diferentes vãos adotados foram identificados com os índices 1, 2 e 3, respectivamente para $l=210$ cm, $l=180$ cm e $l=150$ cm .

Quadro 4.4. - Principais características do corpo de prova VC4. Posi-
cionamento dos extensômetros

N	h	b	A	E	es	ei	ℓ	a	b
	(cm)	(cm)	(cm ²)	(MPa)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
13	3,52	3,94	13,869	14 590	0,00	0,30	210	73,5	63
14	3,55	3,96	14,058	13 350	0,30	-	180	63	54
15	3,57	3,95	14,102	12 870	-	0,20			
16	3,09	4,05	12,515	13 400	0,30	0,00	150	52,5	45

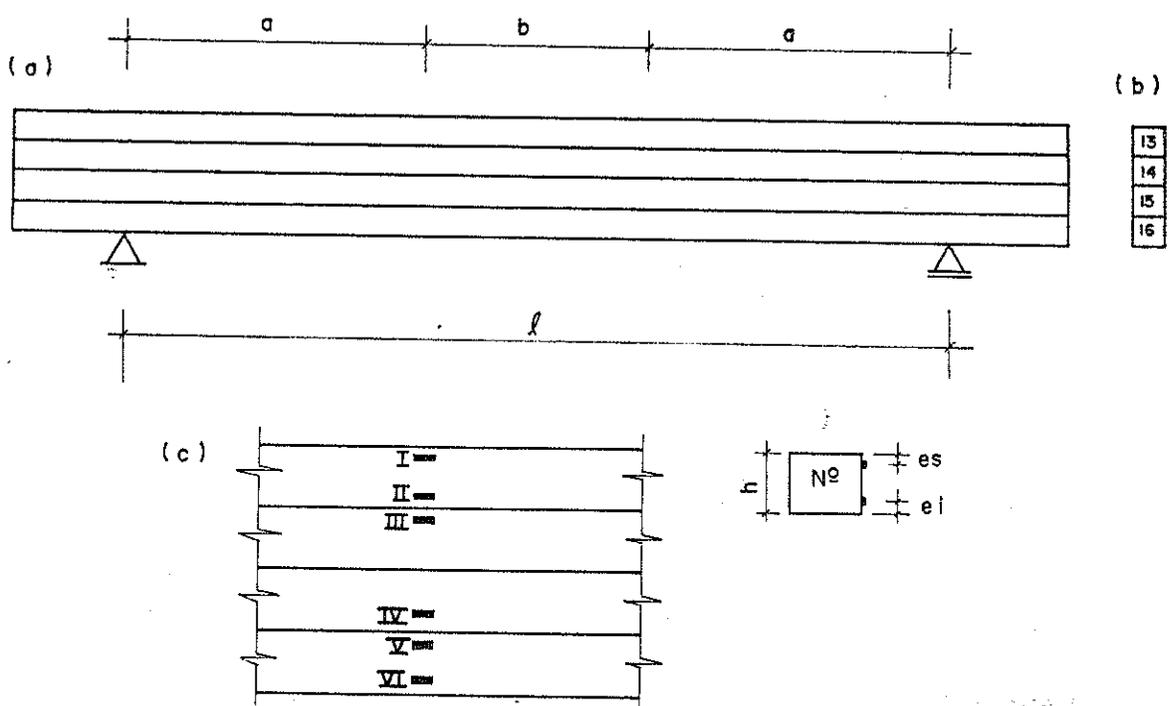
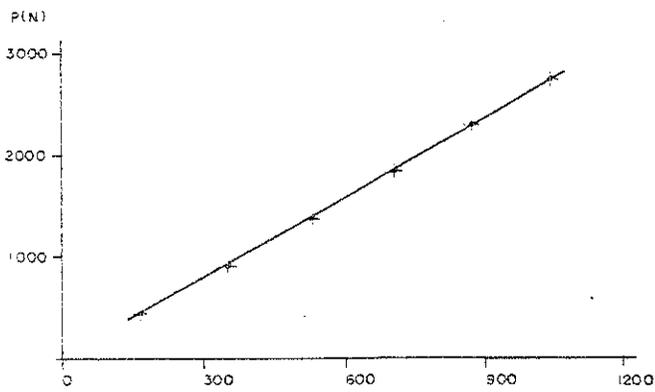
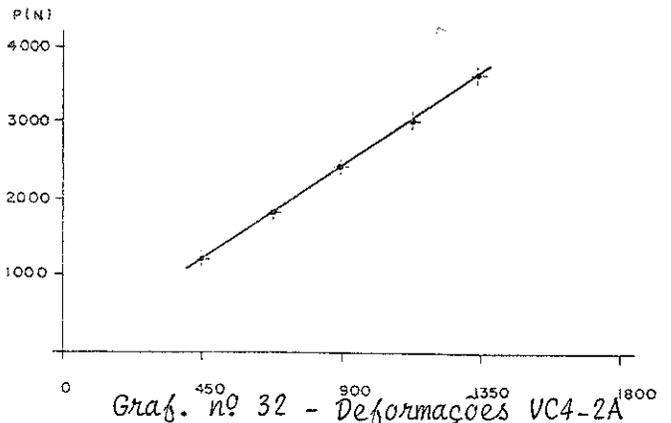


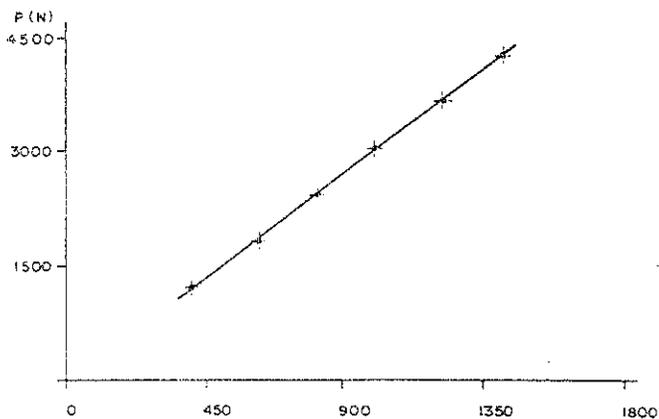
Fig. 4.6.- Corpo de prova VC4 posição A; (a) corpo de prova; (b) identificação dos elementos; (c) arranjo dos extensômetros.



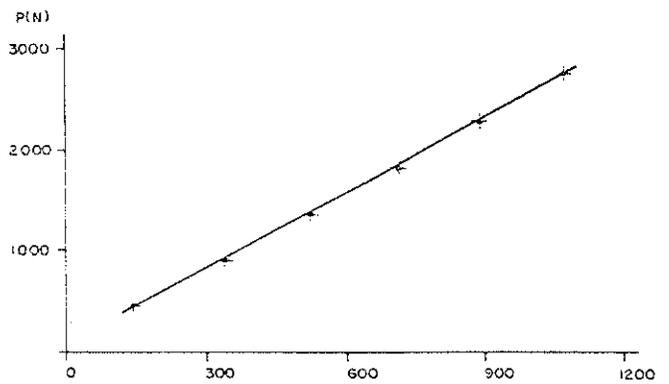
Graf. nº 31 - Deformações VC4-1A



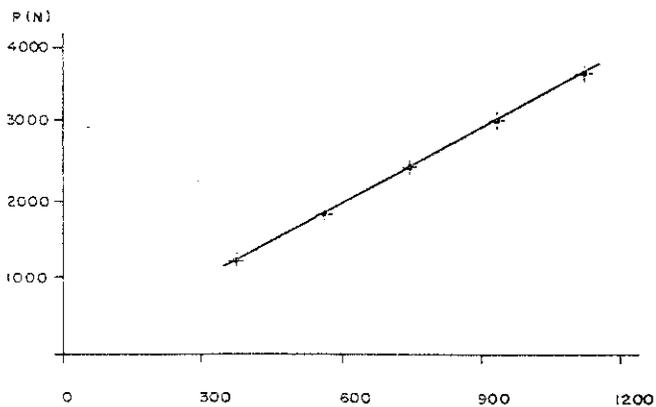
Graf. nº 32 - Deformações VC4-2A



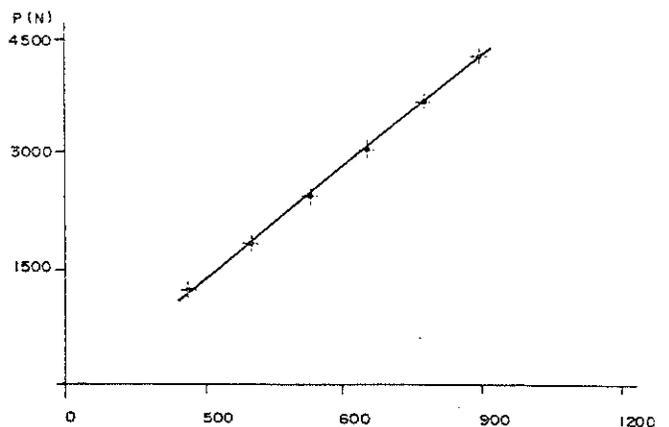
Graf. nº 33 - Deformações VC4-3A



Graf. nº 34 - Flecha VC4-1A



Graf. nº 35 - Flecha VC4-2A



Graf. nº 36 - Flecha VC4-3A

Principais resultados dos alongamentos verificados no extensômetro VI e Flechas da seção central do ensaio do corpo de prova VC4. Deformações multiplicadas por 10^6 .

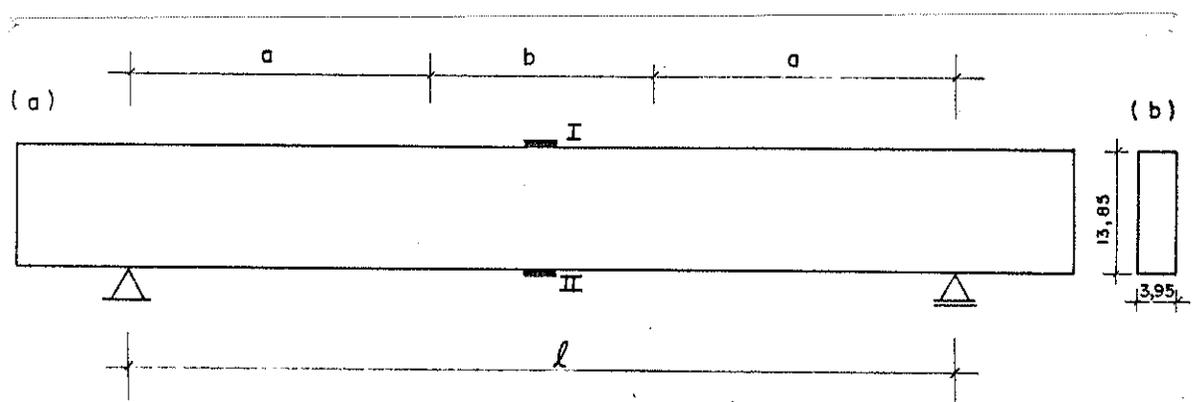
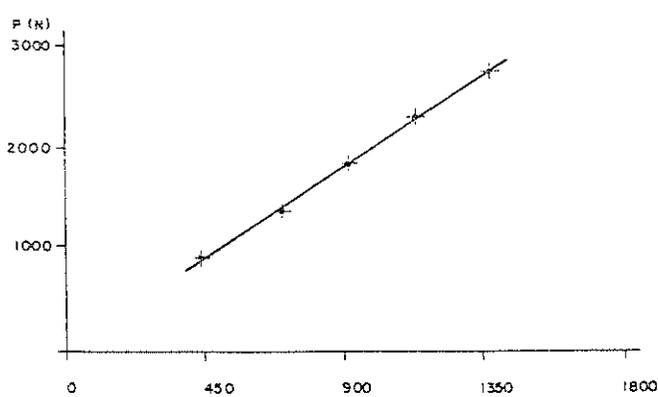
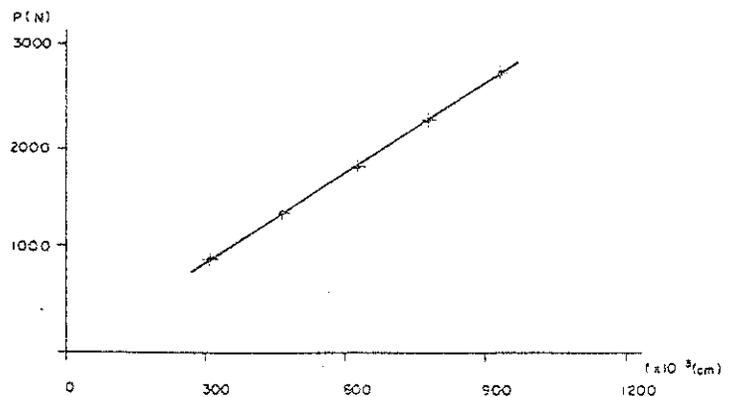


Fig. 4.7. - Corpo de prova VM posição A; (a) corpo de prova; (b) seção transversal

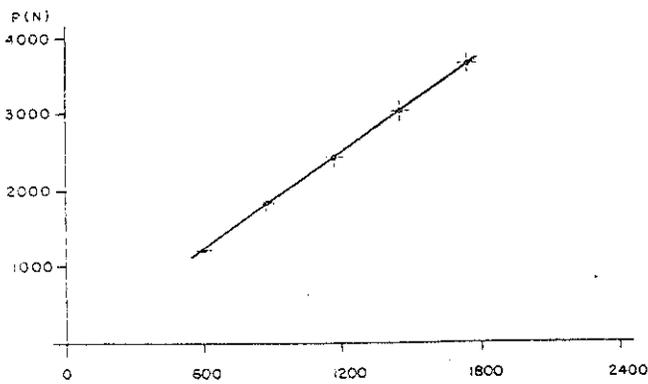


Graf. nº 37 - Deformações VM-1A

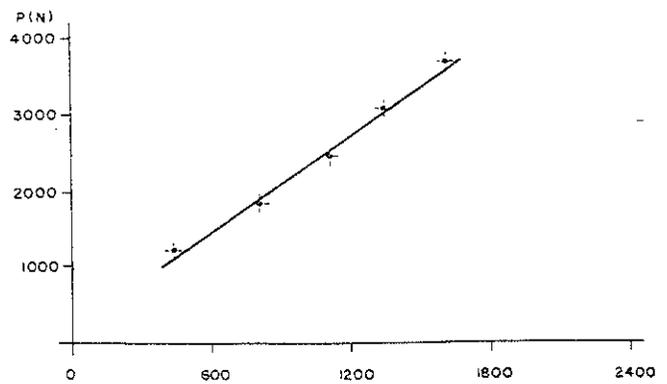


Graf. nº 38 - Flecha VM-1A

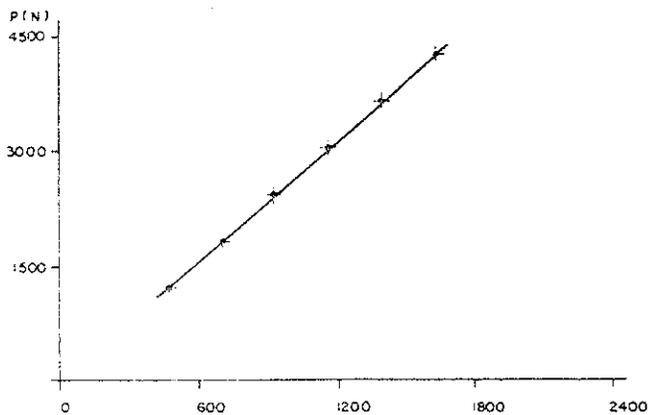
Principais resultados das encurtamentos no extensômetro I e flechas da seção central do ensaio do corpo de prova VM-1A. Deformações multiplicadas por 10^6 .



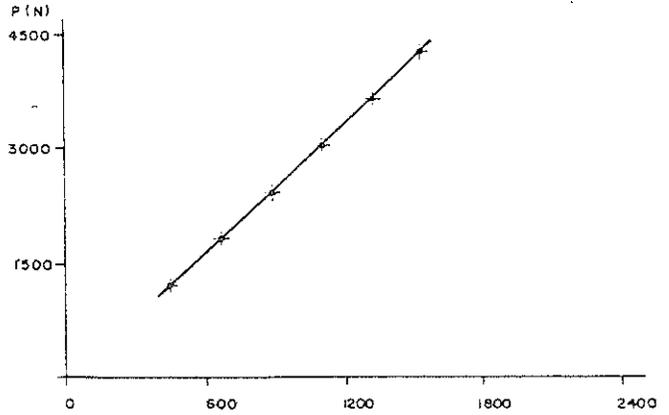
Graf. nº 39 - extensômetro I-VM-2A



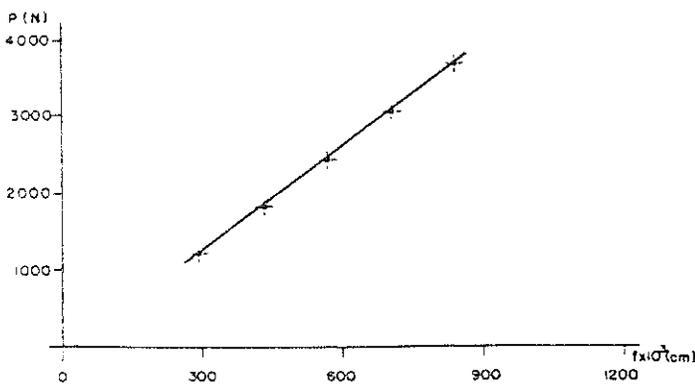
Graf. nº 40 - extensômetro II-VM-2A



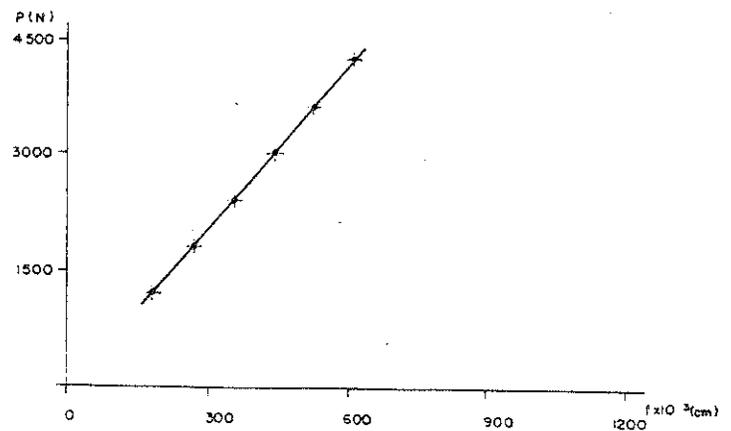
Graf. nº 41 - extensômetro I-VM-3A



Graf. nº 42 - extensômetro II-VM-3A



Graf. nº 43 - flecha VM-2-2A



Graf. nº 44 - flecha VM3-A

Principais resultados dos encurtamentos no extensômetro I e alongamentos no extensômetro II e das flechas da seção central dos ensaios de VM2-A e VM3-A. Deformações multiplicadas por 10^6 .

Quadro 4.5. - Principais características de VI e VC5. Vãos de ensaio.
Posicionamento dos extensômetros referente a VC5.

N	h	b	A	E	es	ei		a	b
	(cm)	(cm)	(cm ²)	(MPa)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
17	3,14	3,93	12,340	13 600	0	0,30	210,0	73,5	63,0
18	3,15	3,93	12,380	12 440	0,30	0	180,0	63,0	54,0
19	3,13	3,96	12,395	11 990	0	0,30	150,0	52,5	45
20	3,19	3,96	12,632	11 470	0,30	0			

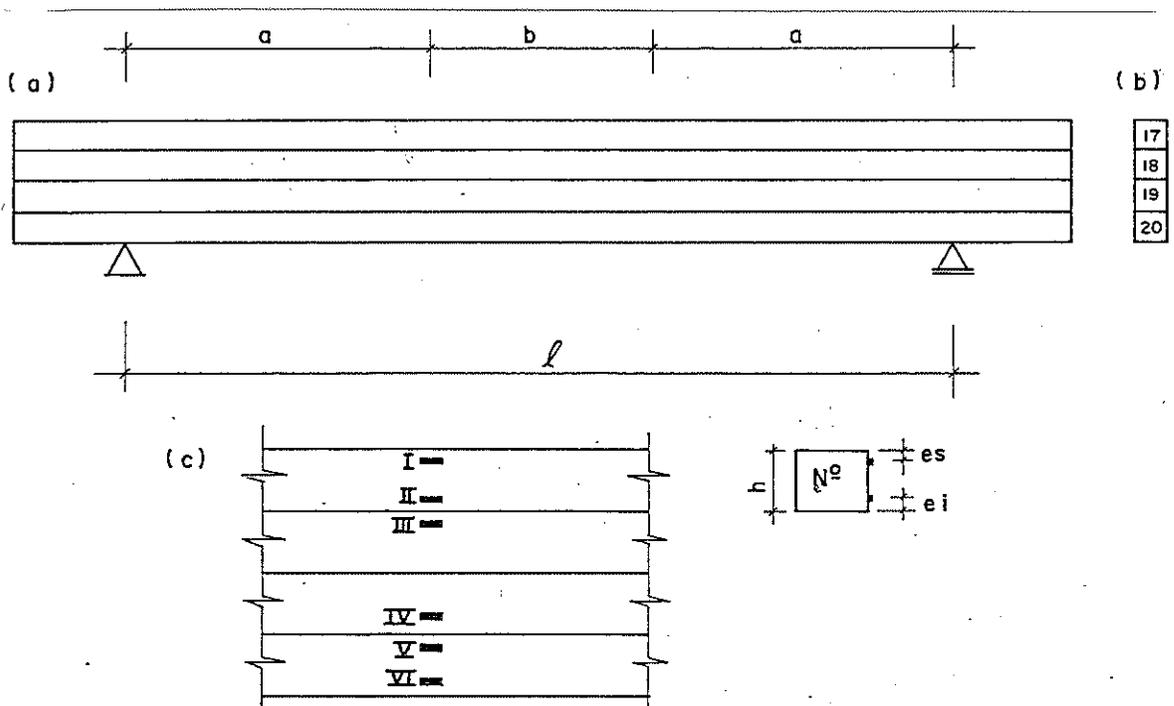
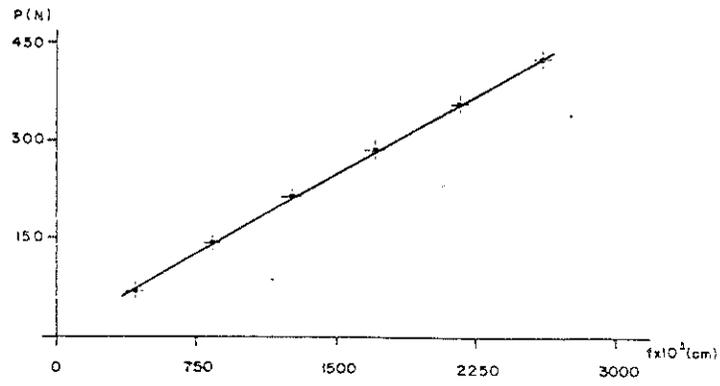
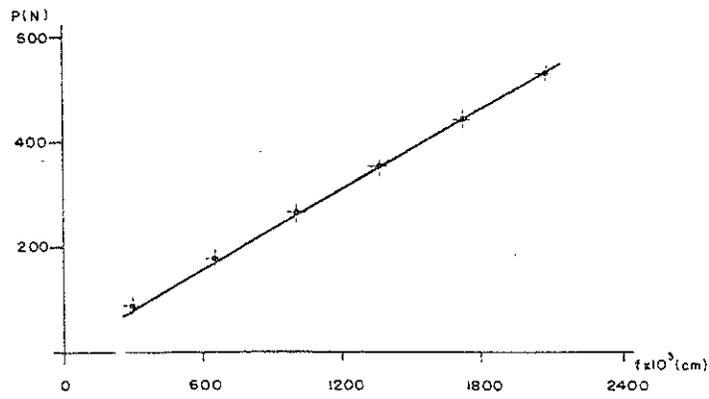


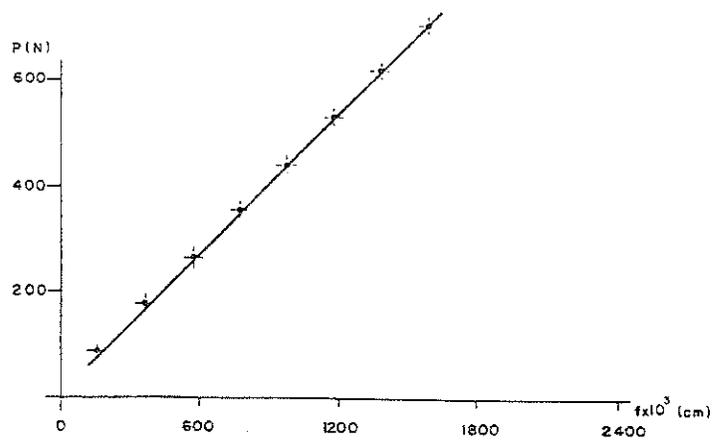
Fig. 4.8. - Corpo de prova VI, VC5; (a) corpo de prova; (b) identificação dos elementos; (c) arranjo dos extensômetros utilizados em VC5.



Graf. nº 45 - Flechas VI-1

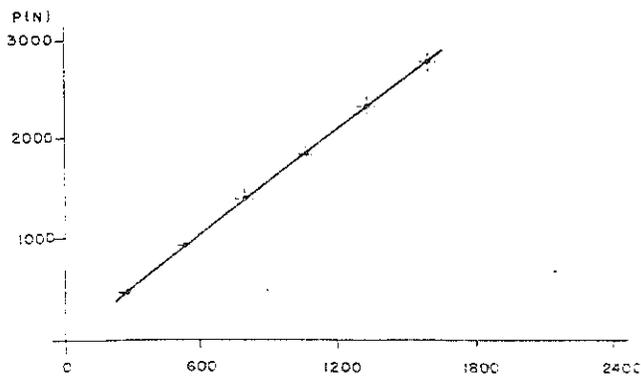


Graf. nº 46 - Flechas VI-2

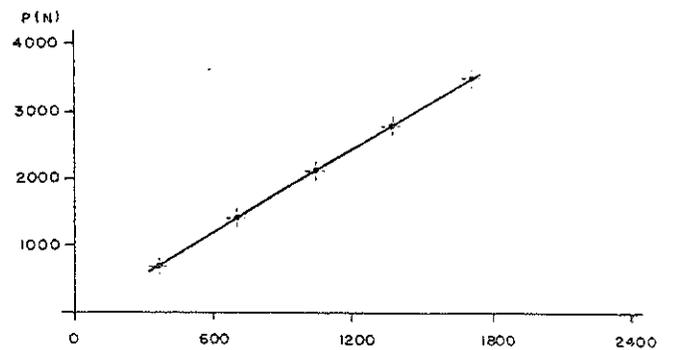


Graf. nº 47 - Flechas VI-3

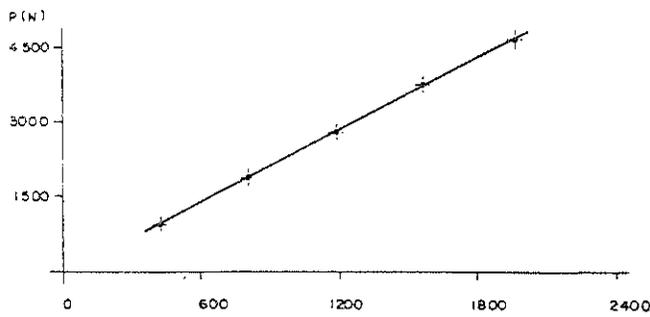
Resultados das flechas da seção central dos ensaios de VI.



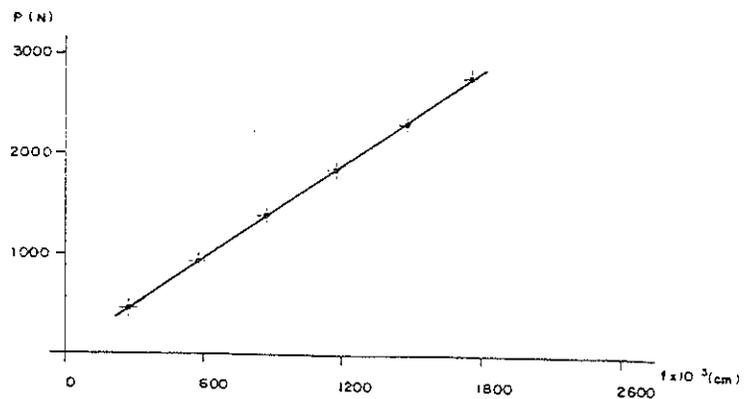
Graf. nº 48 - Deformações VC5-1



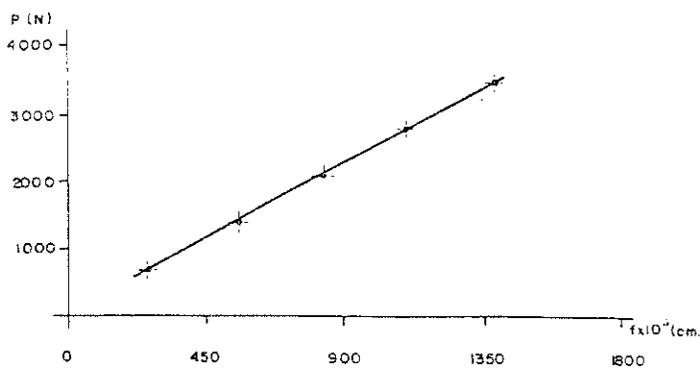
Graf. nº 49 - Deformações VC5-2



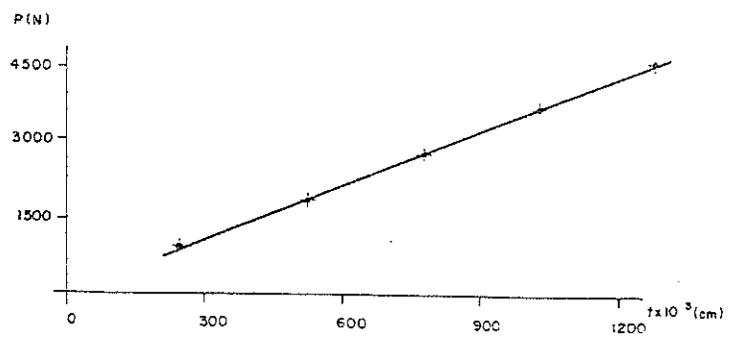
Graf. nº 50 - Deformações VC5-3



Graf. nº 51 - Deformações VC5-1



Graf. nº 52 - Flechas VC5-2



Graf. nº 53 - Flechas VC5-3

Principais resultados das alongamentos no extensômetro VI e flechas da seção central dos ensaios de VC5. Deformações multiplcadas por 10^6 .

4.6. - Experimentação dos Conectores

O objetivo destes ensaios foi determinar parâmetros suficientes para o cálculo da característica de rigidez da superfície fictícia de ligação dos elementos das vigas compostas ensaiadas. Para este fim, considerou-se ser viável a realização de ensaio de corpos de prova retirados das porções não afetadas das vigas já ensaiadas.

Pôde-se prescindir da execução dos ensaios dos anéis utilizados na viga VC 3, em virtude de já existirem os parâmetros necessários para a determinação da rigidez da ligação. Os anéis de 10,2 cm (4") de diâmetro, foram objeto de um abrangente estudo realizado pelo Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo⁽²³⁾.

4.6.1. - Descrição Sumária dos Corpos de Prova Utilizados

O corpo de prova utilizado está esquematizado na fig. 4.9. O mesmo, é semelhante ao recomendado pela norma DIN 1052.

Suas dimensões verticais foram estabelecidas em função do diâmetro do anel. O parafuso embutido na posição correspondente ao centro do anel, apresentava o mesmo diâmetro daquele utilizado nas vigas compostas.

(23) - MATHIESEN, J.A. (1981)

$$\begin{aligned} a &= 1,5 \phi \\ b &= 0,5 \phi \\ c &= 3,0 \phi \\ d &= 1,0 \phi \end{aligned}$$

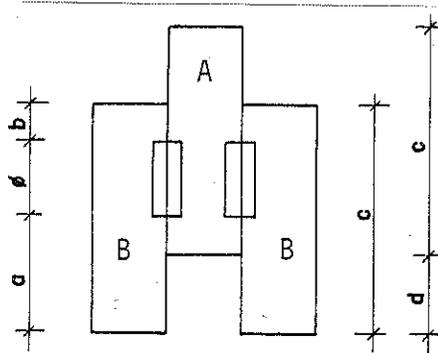


Fig. 4.9. - Esquema do corpo de prova utilizado.

4.6.2. - A Experimentação

Os corpos de prova foram ensaiados à compressão numa prensa Amsler. Nestes ensaios foram anotados os escorregamentos relativos entre as porções A e B (fig. 4.9) e das forças correspondentes a eles. Os escorregamentos foram lidos com relógio comparador de sensibilidade de centésimo de milímetro, fixado no corpo de prova de maneira adequada.

A ausência de um Método Brasileiro específico para tal determinação motivou a adoção do procedimento descrito a seguir.

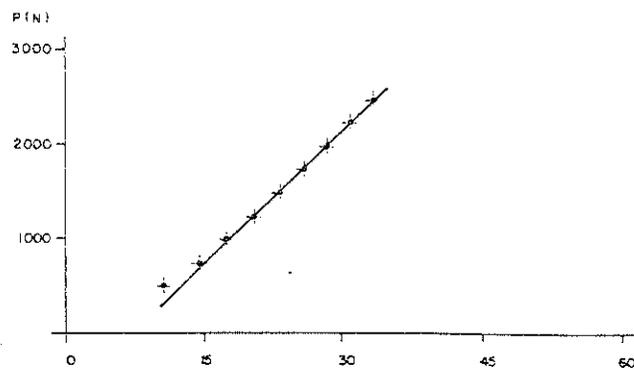
Os corpos de prova foram submetidos a uma força limite correspondente a uma parcela de 30% da capacidade de carga estimada com os dados de resistência tabelados para a espécie ($\bar{\tau}_{lig}$ e $\bar{\sigma}_c$). Esta força foi aplicada por acréscimos graduais, anotando-se os deslocamentos relativos correspondentes.

Atingido o valor limite, fazia-se a interrupção dos acréscimos de carga e passava-se em seguida para a descarga controlada. Durante esta fase anotavam-se também os deslocamentos relativos até a solicitação atingir os mesmos valores adotados na fase de carregamento.

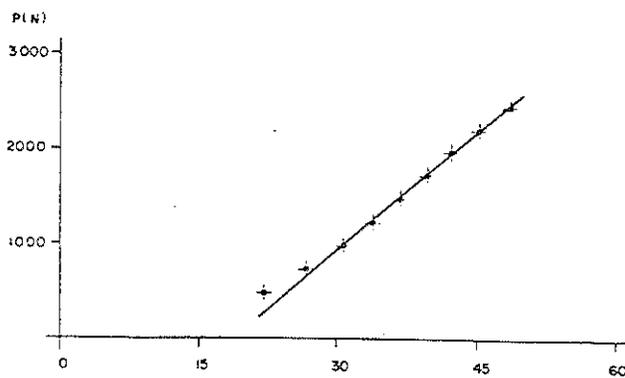
Estes ciclos de carga e descarga foram repetidos seis vezes. No sétimo prosseguiu-se com os acréscimos até a ruptura do corpo de prova.

4.6.3. - Apresentação dos Resultados

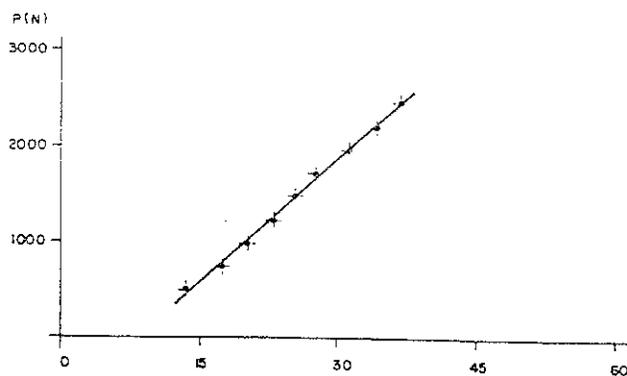
Os gráficos a seguir mostram os resultados médios dos deslocamentos relativos e a força no conector. Os deslocamentos considerados para a interpolação linear são aqueles lidos durante a fase de acréscimo de solicitação. Foram desprezados os resultados da fase de descarga em virtude de não se ter conseguido controlar a sua velocidade.



Graf. nº 54 - Deslocamento relativo e força no conector



Graf. nº 55 - Deslocamento relativo e força no conector



Graf. nº 56 - Deslocamento relativo e força no conector

Resultados dos ensaios dos corpos de prova de Pinho do Paraná utilizados no estudo do conector. Deslocamento relativo multiplicado por 10^3 cm.

5. - APLICAÇÃO DA TEORIA ÀS VIGAS ENSAIADAS

5.1. Introdução

Na dedução das equações de comportamento das vigas compostas de quatro elementos (capítulo 2), considerou-se a mesma constituída de elementos diferentes (forma da seção transversal e módulo de elasticidade). Neste capítulo, se faz uma aplicação daqueles resultados a uma viga constituída de elementos idênticos. Com isto, o sistema de equações (2.39) fica reduzido ao seguinte:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_1}{dx^2} - \frac{10k}{AE} F_1 - \frac{2k}{AE} F_2 &= - \frac{hk}{4EI} M(x) ; \dots\dots (a) \\ \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{k}{AE} F_1 - \frac{3k}{AE} F_2 &= 0 \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right\} \dots\dots (5.1)$$

sendo:

- A = área da seção transversal do elemento;
- h = altura da seção transversal do elemento;
- E = módulo de elasticidade.

A equação da linha elástica fica também reduzida à expressão seguinte:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-1}{4EI} \{ M(x) - h (3F_1 + F_2) \} ; \dots\dots\dots (5.2)$$

sendo:

- I = momento de inércia da área do elemento.

A solução do sistema (5.1) é obtida através da integração da equação seguinte:

$$\frac{d^4}{dx^4} F_2 - \frac{13k}{AE} \frac{d^2 F_2}{dx^2} + \frac{32k^2}{(AE)^2} F_2 = \frac{hk^2}{4AE^2 I} M(x) \dots\dots\dots (5.3)$$

e a força F_1 é calculada através de :

$$F_1 = 3F_2 - \frac{AE}{k} \frac{d^2 F_2}{dx^2} \dots\dots\dots (5.4)$$

Portanto, as expressões (5.2) , (5.3) e (5.4) formam o conjunto de equações diferenciais de comportamento das vigas compostas em questão.

5.2. - Dedução das Equações da Flecha e das Deformações

Considera-se a viga composta esquematizada na Fig. 5.1, submetida a uma força concentrada posicionada numa seção genérica ao longo do vão.

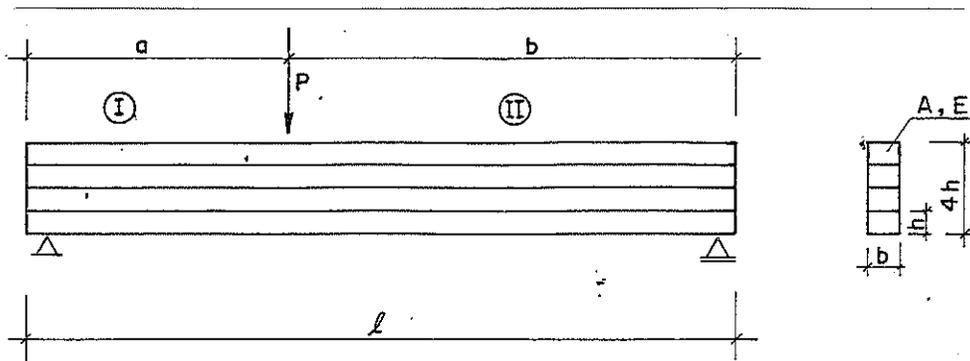


Fig. 5.1 -

Em virtude da natureza do problema, as expressões das forças F_1 , F_2 e da flecha y são definidas para os dois domínios seguintes:

Domínio I: $0 \leq x \leq a$;

Domínio II: $a \leq x \leq l$.

Integrando-se as equações (5.3) e (5.4) obtem-se as expressões seguintes válidas nos limites anteriormente fixados:

$$F_1^{(I)} = T_1 (C_1 \cosh\theta x + C_2 \sinh\theta x) + T_2 (C_3 \cosh\rho x + C_4 \sinh\rho x) + 3\gamma \frac{bx}{l} ; \dots \dots \dots (5.5)$$

$$F_2^{(I)} = C_1 \cosh\theta x + C_2 \sinh\theta x + C_3 \cosh\rho x + C_4 \sinh\rho x + \gamma \frac{bx}{l} \dots \dots (5.6)$$

$$F_1^{(II)} = T_1 (D_1 \cosh\theta x + D_2 \sinh\theta x) + T_2 (D_3 \cosh\rho x + D_4 \sinh\rho x) + 3\gamma a \frac{(l-x)}{l} ; \dots \dots \dots (5.7)$$

$$F_2^{(II)} = D_1 \cosh\theta x + D_2 \sinh\theta x + D_3 \cosh\rho x + D_4 \sinh\rho x + 3\gamma a \frac{(l-x)}{l} (5.8)$$

sendo:

$$\theta = \sqrt{\frac{k}{2AE} (13 + \sqrt{41})} ; \dots \dots \dots (5.9)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{k}{2AE} (13 - \sqrt{41})} ; \dots \dots \dots (5.10)$$

$$\gamma = \frac{3}{32h} ; \dots \dots \dots (5.11)$$

$$T_1 = 3 - \frac{AE\theta^2}{k} ; \dots \dots \dots (5.12)$$

$$T_2 = 3 - \frac{AE\rho^2}{k} ; \dots \dots \dots (5.13)$$

As flechas $y^{(I)}$ e $y^{(II)}$ são calculadas integrando-se as equações :

$$\frac{d^2}{dx^2} y^{(I)} = - \frac{1}{4EI} \left\{ \frac{Pbx}{\ell} - h (3F_1^{(I)} + F_2^{(I)}) \right\} ; \dots \dots \dots (5.14)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} y^{(II)} = - \frac{1}{4EI} \left\{ \frac{Pa}{\ell} (\ell-x) - h (3F_1^{(II)} + F_2^{(II)}) \right\} ; \dots \dots \dots (5.15)$$

As constantes de integração $C_{(i)}$, $D_{(i)}$ e mais aquelas decorrentes da integração de (5.14) e (5.15), são determinadas em função das condições de contorno seguintes:

"em $x = 0$ ":

- (a) $y^{(I)} = 0$;
- (b) $F_1^{(I)} = 0$;
- (c) $F_2^{(I)} = 0$;

"em $x = a$ ":

- (d) $y^{(I)} = y^{(II)}$;
- (e) $\frac{dy^{(I)}}{dx} = \frac{dy^{(II)}}{dx}$;
- (f) $F_1^{(I)} = F_1^{(II)}$;
- (g) $F_2^{(I)} = F_2^{(II)}$;
- (h) $\frac{d^2 F_1^{(I)}}{dx^2} = \frac{d^2 F_1^{(II)}}{dx^2}$;
- (i) $\frac{d^2 F_2^{(I)}}{dx^2} = \frac{d^2 F_2^{(II)}}{dx^2}$;

"em $x = \ell$ ":

(j) $y^{(II)} = 0;$

(k) $F_1^{(II)} = 0;$

(l) $F_2^{(II)} = 0.$

A seguir, são apresentados os valores das constantes $C_{(i)}$ e $D_{(i)}$:

$C_1 = 0;$

$C_2 = \beta_1 (\cosh\theta a - \operatorname{tgh}\theta\ell \operatorname{senh}\theta a), \dots\dots\dots (5.16)$

$C_3 = 0;$

$C_4 = \beta_2 (\cosh\rho a - \operatorname{cotgh}\rho\ell \operatorname{senh}\rho a); \dots\dots\dots (5.17)$

$D_1 = \beta_1 \operatorname{senh}\theta a ; \dots\dots\dots (5.18)$

$D_2 = -\beta_1 \operatorname{senh}\theta a \operatorname{cotgh}\theta\ell ; \dots\dots\dots (5.19)$

$D_3 = \beta_2 \operatorname{senh}\rho a ; \dots\dots\dots (5.20)$

$D_4 = \beta_2 \operatorname{senh}\rho a \operatorname{cotgh}\rho\ell ; \dots\dots\dots (5.21)$

sendo:

$\beta_1 = \frac{(\tau_2 - 3)}{(\tau_1 - \tau_2)} ; \dots\dots\dots (5.22)$

$\beta_2 = \frac{(3 - \tau_1)}{(\tau_1 - \tau_2)} ; \dots\dots\dots (5.23)$

As constantes W_1, W_2 e W_3, W_4 , pertinentes às funções $y^{(I)}$ e $y^{(II)}$ respectivamente, valem:

$W_1 = \frac{1}{\ell} (R_1 + R_2) ; \dots\dots\dots (5.24)$

$W_2 = 0 ;$

$W_3 = \frac{1}{\ell} (-aR_1 + R_2) \dots\dots\dots (5.25)$

$W_4 = aR_1 - R_2 ; \dots\dots\dots (5.26)$

sendo:

$$R_1 = \frac{1}{4EI} \left\{ \frac{ab}{32} - h \left[\frac{\theta m}{\sinh \theta a} D_1 + \frac{\rho n}{\sinh \rho a} D_3 \right] \right\}; \dots \quad (5.27)$$

$$R_2 = \frac{ab(a^2 - b^2)}{384EI}; \dots \quad (5.28)$$

e:

$$m = \frac{3 T_1 + 1}{\theta^2}; \dots \quad (5.29)$$

$$n = \frac{3 T_2 + 1}{\rho^2} \dots \quad (5.30)$$

Portanto, as principais equações necessárias para o cálculo da viga da fig. 5.1, são:

Quando $0 \leq x \leq a$:

$$F_1^{(I)} = P \left\{ \beta_1 T_1 (\cosh \theta a - \cotgh \theta \ell \sinh \theta a) \sinh \theta x + \beta_2 T_2 (\cosh \theta a - \cotgh \rho \ell \sinh \rho a) \sinh \rho x + 3\gamma \frac{bx}{\ell} \right\}; \dots \quad (5.31)$$

$$F_2^{(I)} = P \left\{ \beta_1 (\cosh \theta a - \cotgh \theta \ell \sinh \theta a) \sinh \theta x + \beta_2 (\cosh \rho a - \cotgh \rho \ell \sinh \rho a) \sinh \rho x + \gamma \frac{bx}{\ell} \right\}; \dots \quad (5.32)$$

$$y^{(I)} = - \frac{Pbx^3}{384EI} + P \left\{ \frac{h}{4EI} (m C_2 \sinh \theta x + C_4 \sinh \rho x) + W_1 x \right\} \dots \quad (5.33)$$

Quando $a \leq x \leq \ell$:

$$F_1^{(II)} = P \left\{ T_1 \beta_1 \sinh \theta a (\cosh \theta x - \cotgh \theta \ell \sinh \theta x) + T_2 \beta_2 \sinh \rho a (\cosh \rho x - \cotgh \rho \ell \sinh \rho x) + \frac{3\gamma a}{\ell} (\ell - x) \right\}; \dots \quad (5.34)$$

$$F_2^{(II)} = P \left\{ \beta_1 \sinh \theta a (\cosh \theta x - \coth \theta l \sinh \theta x) + \beta_2 \sinh \rho a (\cosh \rho x - \coth \rho l \sinh \rho x) + \frac{\gamma a}{l} (l - x) \right\}; \dots \dots \dots (5.35)$$

$$y^{(II)} = - \frac{Pa (l-x)^3}{384EI} + \frac{Ph}{4EI} \{ m (D_1 \cosh \theta x + D_2 \sinh \theta x) + n (D_3 \cosh \rho x + D_4 \sinh \rho x) + W_3 x + W_4 \}; \dots \dots \dots (5.36)$$

As deformações das fibras dos elementos são determinadas superpondo se os efeitos da força normal $F_{(i)}$ com o do momento fletor $M_{(i)}$. Este último, é obtido considerando as relações definidas no capítulo 2.

5.3 - Aplicação da Teoria às Vigas Ensaídas

5.3.1.- Parâmetros Adotados

Neste item, são apresentados os resultados das flechas e das deformações calculadas empregando-se as equações anteriores. Estes resultados foram obtidos através de um programa de computação escrito em linguagem MBASIC do micro-computador COBRA 350.

As grandezas A , h e E adotadas no cálculo, são provenientes de média aritmética dos respectivos valores apresentados nos quadros 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.6. As solicitações consideradas são os maiores valores das cargas de ensaio. No quadro 5.1, encontram-se as grandezas citadas, exceto as solicitações, o módulo de rigidez específica e os diversos posicionamentos das fibras das seções centrais considerados na determinação das deformações, sendo ainda apresentadas as distâncias em centímetros das fibras às faces mais próximas dos elementos considerados. Estes valores correspondem àqueles apresentados nos quadros do capítulo 4.

QUADRO 5.1.1. - Principais Características dos Elementos das Vigas Compostas Ensaaiadas. Posicionamento dos Extensômetros

Nº DE ORDEM	C.P. Nº	A cm ²	h cm	ℓ cm	E MPa	k MPa	POSICÃO - EXTENSÔMETROS (cm)						
							I	II	III	IV	V	VI	
01	VC-1	37,27	6,04	240,0	12 570	-	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
02	VC-2	36,74	6,01	240,0	11 220	-	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
03	VC-3	151,03	12,12	585,0	12 654	119,6	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
04	VC4-1	13,64	3,43	210,0	13 654	230,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
05	VC4-2	13,64	3,43	180,0	13 654	230,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0
06	VC4-3	13,64	3,43	150,0	13 654	230,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0
07	VC5-1	12,44	3,15	210,0	12 385	182,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0
08	VC5-2	12,44	3,15	180,0	12 385	182,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0
09	VC5-3	12,44	3,15	150,0	12 385	182,6	0	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0
10	VM -1	13,67	3,46	210,0	12 385		0	-	-	-	-	-	0
11	VM -2	13,67	3,46	180,0	12 385		0	-	-	-	-	-	0
12	VM -3	13,67	3,46	150,0	12 385		0	-	-	-	-	-	0
13	VI -1	12,44	3,15	210,0	12 385	0	-	-	-	-	-	-	-
14	VI -2	12,44	3,15	180,0	12 385	0	-	-	-	-	-	-	-
15	VI -3	12,44	3,15	150,0	12 385	0	-	-	-	-	-	-	-

O módulo de escorregamento dos anéis utilizados nas vigas de Pinho do Paraná foi calculado através da média aritmética das inclinações dos trechos retilíneos dos gráficos apresentados no item 4.6.3. (pag.4.33). Foram obtidos os seguintes valores:

$$K(54) = 92,36 \text{ KN/cm};$$

$$K(55) = 84,79 \text{ KN/cm};$$

$$K(56) = 85,73 \text{ KN/cm};$$

portanto:

$$\bar{K} = 87,63 \text{ KN/cm}$$

Os módulos de rigidez específica das vigas VC4 e VC5 foram determinadas em função do \bar{K} . A diferença entre ambos, se deve aos espaçamentos dos anéis utilizados numa e noutra viga.

O módulo de escorregamento do anel de 10,2cm (4") utilizado em VC3, corresponde à inclinação da semi-reta do gráfico 57. Este, foi retirado do trabalho de Mathiesen (ver nota 23 à pag. 4.30).

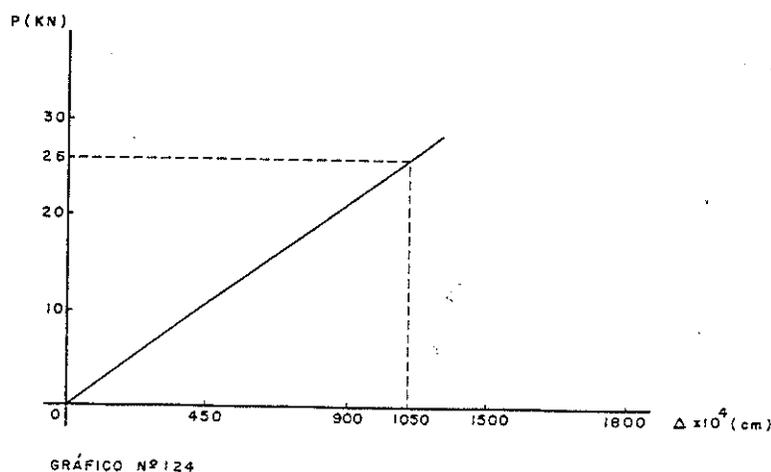


Gráfico n° 57

Os anéis utilizados nas vigas VC1 e VC2 não foram ensaiados, em vista disto, neste item não são apresentados resultados de cálculo referentes a estes dois corpos de prova.

5.3.2. - Apresentação dos Resultados

Encontram-se no quadro 5.2, os resultados de cálculo, os da experimentação e as solicitações consideradas.

As vigas VC4 e VM foram ensaiadas em duas posições, portanto, são apresentadas os resultados obtidos em cada uma das situações de ensaio, começando sempre pelas referentes à posição A. As deformações negativas significam encurtamentos.

5.4. - Discussão dos Resultados Obtidos

A partir de agora são denominadas as deformações referentes às posições I e VI de deformações de borda, as demais denominam-se deformações internas.

No quadro 5.3 apresentam-se os resultados dos seguintes cocientes : deformações teóricas por deformações experimentais (ϵ_t/ϵ_e) e flechas teóricas por flechas obtidas experimentalmente (f_t/f_e). Com estes resultados pretende-se ter, em primeiro grau de aproximação, isto é, sem envolver um tratamento estatístico, parâmetro para avaliar a precisão da teoria.

Quadro 5.2. - Principais Resultados Experimentais e Teóricos
 Obs. - As deformações devem ser multiplicadas por 10^{-4}

Nº DE ORDEM	C. P. Nº	SOLICITAÇÃO P (N)	RESULTADOS EXPERIMENTAIS						RESULTADOS TEÓRICOS							
			εI	εII	εIII	εIV	εV	εVI	f (cm)	εI	εII	εIII	εIV	εV	εVI	f (cm)
01	VC3	29790	- 6,90	-1,74	+1,14	-0,84	3,00	5,90	1,238	- 6,94	-3,72	0,86	-0,86	3,72	6,94	1,466
02	VC4-1	2740	-10,43 10,95	-1,36 1,22	-1,78 1,67	2,08 -2,28	0,92 -1,23	10,50 -10,60	1,076 1,083	-12,12	-6,31	-5,48	5,48	6,31	12,12	1,022
03	VC4-2	3660	-12,73 13,03	-1,37 1,37	-2,10 2,02	2,63 -2,63	1,08 -1,28	13,43 -11,50	1,125 1,134	-14,00	-7,05	-6,34	6,34	7,05	14,00	0,923
04	VC4-3	4270	-12,53 13,78	-1,12 1,15	-1,95 2,18	2,97 -2,55	0,80 -1,25	14,15 -10,45	0,895 0,826	-13,95	-6,51	-6,35	6,35	6,51	13,95	0,696
05	VC5-1	2795	-20,21	-8,52	-2,78	4,63	4,60	15,89	1,756	-16,15	-8,46	-7,23	7,23	8,46	16,15	1,497
06	VC5-2	3425	-21,03	-8,82	-3,10	5,03	4,68	17,05	1,382	-17,53	-8,83	-7,86	7,86	8,83	17,53	1,272
07	VC5-3	4660	-24,52	-8,97	-3,85	5,72	4,63	19,72	1,273	-19,98	-9,28	-9,02	9,02	9,28	19,98	1,100
08	VM -1	2740	-15,30 14,62	-	-	-	-	13,80 -13,57	0,937 0,946	-12,91	-	-	-	-	12,91	0,860
09	VM -2	3660	-17,54 16,75	-	-	-	-	16,23 -15,18	0,842 0,867	-14,78	-	-	-	-	14,78	0,724
10	VM -3	4270	-16,38 16,62	-	-	-	-	15,40 -15,17	0,609 0,624	-14,37	-	-	-	-	14,37	0,489
11	VI -1	424	-	-	-	-	-	-	2,610	-	-	-	-	-	2,812	
12	VI -2	530	-	-	-	-	-	-	2,072	-	-	-	-	-	2,212	
13	VI -3	705	-	-	-	-	-	-	1,589	-	-	-	-	-	1,736	

Quadro 5.3. - Resultados dos Cocientes entre Deformações e Flechas Teóricas com as Respectivas Obtidas Experimentalmente.

Nº	RESULTADOS DOS COCIENTES						
	DEFORMAÇÕES						FLECHAS
	I	II	III	IV	V	VI	
VC3	1,006	2,138	0,754	1,024	1,240	1,176	1,184
VC4-1	1,162	4,64	3,079	2,635	6,859	1,154	0,95
	1,107	5,172	3,281	2,404	5,130	1,143	0,944
VC4-2	1,101	5,146	3,020	2,411	6,528	1,042	0,820
	1,074	5,146	3,139	2,411	5,508	1,217	0,814
VC4-3	1,113	5,812	3,256	2,138	8,138	0,986	0,778
	1,012	5,661	2,913	2,49	5,208	1,335	0,843
VC5-1	0,799	0,993	2,601	1,562	1,838	1,016	0,853
VC5-2	0,834	1,001	2,535	1,563	1,887	1,028	0,920
VC5-3	0,815	1,035	2,343	1,577	2,004	1,013	0,864
VM -1	0,844	-	-	-	-	0,936	0,912
	0,883	-	-	-	-	0,951	0,902
VM -2	0,843	-	-	-	-	0,911	0,860
	0,882	-	-	-	-	0,974	0,835
VM -3	0,877	-	-	-	-	0,933	0,803
	0,865	-	-	-	-	0,947	0,784
VI -1	-	-	-	-	-	-	1,077
VI -2	-	-	-	-	-	-	1,068
VI -3	-	-	-	-	-	-	1,093

5.4.1. - Resultados das Deformações

Observa-se para a maioria dos resultados, exceto das deformações da posição II de VC5 e das posições IV e V de VC3, um grau de aproximação grosseiro entre as deformações internas experimentais e as teóricas.

Para explicar tal ocorrência pode-se considerar o seguinte:

- a) as regiões onde foram instalados os extensômetros são livres de qualquer continuidade;
- b) os extensômetros sempre foram instalados muito próximos dos anéis, portanto, em regiões de introdução de tensões onde leituras de deformações são perturbadas (princípio de Saint Venant).

A consideração anterior adquire significação maior através dos resultados obtidos das vigas de Pinho do Paraná apresentados no quadro 5.3. Maiores valores são observados para o corpo de prova VC4. Os elementos do mesmo foram interligados por anéis com espaçamento menor, e este foi de 79% do empregado em VC5.

O grau de aproximação entre as deformações das bordas tracionadas obtidas experimentalmente e as teóricas é altamente relevante. A diferença média observada é de 2,84% considerando somente os resultados das vigas VC4-2, VC4-3, VC5-1, VC5-2 e VC5-3. No total, a diferença média obtida foi de 6,36%.

As deformações das bordas comprimidas experimentais divergiram mais das calculadas, exceto as da viga VC3. A diferença média observada nos resultados das vigas de Pinho do Paraná foi de 18,3%. Entretanto, o fato a ser destacado é o seguinte: as deformações teóricas determinadas para a viga VC4 são maiores que as experimentais, já, para a viga VC5, são maiores as obtidas nos ensaios. Este comportamento divergente pode ser atribuído às perturbações das leituras das deformações do corpo de prova VC5 produzidas por defeitos anatômicos na região onde se instalou o extensômetro. Posteriormente, pôde-se identificar através de inspeção visual o defeito anatômico desta região.

Ressalta-se ainda mais as influências produzidas pelo defeito anatômico nos resultados obtidos considerando-se o seguinte:

- a) os corpos de prova VM e VC5 são constituídos do mesmo material;
- b) o comportamento típico das vigas de Pinho do Paraná é apresentar

maiores deformações na zona tracionada (24);

c) as deformações obtidas no cálculo são muito próximas das experimentais de tração.

Apreciando-se os resultados do quadro 5.2, pode-se perceber uma sensível aproximação do comportamento típico das vigas de Pinho do Paraná. aquele apresentado pelo corpo de prova VC4. Entretanto, a maioria dos resultados de VC5 e VM contrariam este comportamento.

A influência da variação do módulo k nos resultados teóricos das deformações pode ser verificada através dos resultados apresentados no quadro 5.4.

Quadro 5.4. - Principais Resultados Obtidos no Estudo da Influência da Variação do Módulo k nas Deformações

CORPO DE PROVA	k / k_1	ϵ / ϵ_1
VC3	0,656	1,032
VC3	0,820	1,014
VC3	1,148	1,001
VC3	1,311	0,979
VC4-1	0,681	1,003
VC4-1	0,851	1,001
VC4-1	1,191	0,998
VC4-1	1,362	0,997
VC5-3	0,656	1,058
VC5-3	0,860	1,028
VC5-3	1,183	0,965
VC5-3	1,398	0,963

(24) PINTO, M. L., (1983), pag. 125

Os valores apresentados na segunda e na terceira coluna são os resultados dos cocientes supra citados, sendo:

k = módulo de rigidez específica adotado no estudo;

K_1 = módulo de rigidez específica apresentado no quadro 5.1 correspondente a cada corpo de prova;

ϵ = deformação de borda obtida para o valor de k correspondente a cada corpo de prova;

ϵ_1 = deformação de borda apresentada no quadro 5.2

Os resultados apresentados são aqueles nos quais as variações das deformações foram mais acentuadas. Para o corpo de prova VC4 os mesmos foram obtidos na primeira relação l/h estudada, para o corpo de prova VC5 foram mais desfavoráveis os valores correspondentes à terceira relação l/h . Considerando então os resultados do quadro 5.4, pode-se concluir ser pequena a influência produzida por uma eventual variação do módulo k nas deformações teóricas do quadro 5.2, as quais foram consideradas na discussão anterior. Este fato, a influência da variação de k nas deformações, assume caráter de importância secundária considerando os resultados calculados nas situações limites $k=0$ e $k \rightarrow \infty$. No primeiro limite, o qual corresponde à viga de elementos independentes a deformação na borda vale:

$$\epsilon_{(k=0)} = \frac{Mh}{8EI} ;$$

no segundo limite, viga maciça, a deformação vale:

$$\epsilon_{(k \rightarrow \infty)} = \frac{Mh}{32EI} .$$

Portanto, no intervalo de variação do módulo $0 < k < \infty$, a relação entre as deformações limites é de 4 para 1.

5.4.2. - Resultados das Flechas

As diferenças verificadas entre os resultados experimentais e os obtidos no cálculo serão analisadas considerando que os últimos são suscetíveis de sofrerem variações decorrentes de:

- a) influências das hipóteses simplificadoras adotadas na teoria;
- b) influências de eventuais erros nos valores dos módulos de elasticidade e dos módulos de rigidez específica adotados nos cálculos das flechas do quadro 5.2.

Com o fito de avaliar as influências produzidas por variações dos módulos de elasticidade e de rigidez específica nos resultados das flechas centrais, fez-se uma série de determinações desta adotando-se diferentes valores das constantes acima. Os resultados obtidos estão sintetizados nos quadros 5.5 e 5.6. Foram calculadas flechas "f" para os diferentes valores de "k" e de "E". As grandezas " k_1 " e " E_1 " são aquelas consideradas nos cálculos das flechas (f_1) apresentadas no quadro 5.2.

Na determinação das flechas "f" variando-se o módulo k considerou-se o módulo de elasticidade E_1 . Empregou-se o mesmo raciocínio, mutatis mutandis, no cálculo de "f" com a variação do módulo E.

Os resultados mais significativos permitem concluir o seguinte:

- a) para a viga VC3: o decréscimo de 34,4% no módulo de rigidez específica ocasionou um acréscimo de 20% na flecha; o acréscimo de 31,1% no módulo de rigidez produziu um decréscimo de 9,4% na flecha. Por outro lado, o acréscimo de 20,1% no módulo de elasticidade ocasionou um decréscimo de 10,3% na flecha; o decréscimo de 14,8% no módulo de elasticidade produziu um acréscimo da flecha de 9%;
- b) para a viga VC4: o decréscimo de 31,7% (VC4-3) no módulo de rigidez específica ocasionou um acréscimo de 15,6% na flecha; o acréscimo de 36,2%

Quadro 5.5. - Resultados do Estudo da Variação do k nas Flechas

k/k ₁	f/f ₁						
	VC3	VC4-1	VC4-2	VC4-3	VC5-1	VC5-2	VC5-3
0,656	1,200	-	-	-	-	-	-
0,820	1,084	-	-	-	-	-	-
1,148	0,940	-	-	-	-	-	-
1,311	0,906	-	-	-	-	-	-
0,683	-	1,101	1,123	1,156	-	-	-
0,851	-	1,038	1,048	1,059	-	-	-
1,191	-	0,965	0,956	0,948	-	-	-
1,362	-	0,942	0,927	0,911	-	-	-
0,656	-	-	-	-	1,118	1,139	1,178
0,860	-	-	-	-	1,037	1,046	1,054
1,183	-	-	-	-	0,965	0,956	0,948
1,398	-	-	-	-	0,936	0,919	0,901

Quadro 5.6. - Resultados do Estudo da Variação do E nas Flechas

E/E ₁	f/f ₁						
	VC3	VC4-1	VC4-2	VC4-3	VC5-1	VC5-2	VC5-3
1,201	0,897	-	-	-	-	-	-
0,975	1,009	-	-	-	-	-	-
0,968	1,024	-	-	-	-	-	-
0,852	1,090	-	-	-	-	-	-
1,077	-	0,944	0,948	0,954	-	-	-
0,989	-	1,009	1,008	1,007	-	-	-
0,985	-	1,012	1,011	1,010	-	-	-
0,950	-	1,041	1,039	1,039	-	-	-
1,099	-	-	-	-	0,930	0,935	0,939
1,005	-	-	-	-	0,996	0,996	0,977
0,969	-	-	-	-	1,025	1,023	1,020
0,927	-	-	-	-	1,061	1,056	1,055

no módulo de rigidez específica produziu um decréscimo de 8,9% na flecha. Por outro lado, o acréscimo de 7,7% (VC4-1) no módulo de elasticidade ocasionou um decréscimo de 5,6% da flecha; o decréscimo de 5% no módulo de elasticidade produziu um acréscimo de 4,1% da flecha;

c) para a viga VC5: o decréscimo de 34,4% (VC5-3) no módulo de rigidez específica ocasionou um acréscimo de 17,8% na flecha; o acréscimo de 39,8% no módulo de rigidez específica produziu um decréscimo de 9,0% na flecha. Por outro lado, o acréscimo de 9,9% do módulo de elasticidade ocasionou um decréscimo de 5,6% da flecha; o decréscimo de 7,3% no módulo de elasticidade produziu um acréscimo de 6,1% na flecha.

A alta deformabilidade da madeira perante solicitações tangenciais é um fator de importância no comportamento das vigas curtas. Em vista disto, é natural obter-se o aumento das influências da força cortante na flecha com o decréscimo do valor do cociente l/h .

Foi comprovado experimentalmente⁽²⁵⁾ em vigas maciças com l/h maior ou igual 21 ser desprezível a participação das forças cortantes, entretanto, para valores menores e principalmente abaixo de 14, obtem-se sensíveis diferenças entre as flechas medidas em ensaios e as flechas calculadas sem a consideração das deformações produzidas pela força cortante.

Considerando este fato, o qual é o comportamento típico das vigas de madeira, são altamente significantes os resultados obtidos nos corpos de prova VM e VI. Nos do primeiro, as diferenças entre as flechas experimentais e teóricas se acentuaram com o decréscimo de l/h . Por outro lado, foram observadas pequenas diferenças entre as referidas flechas do corpo de prova VI, e ainda, as obtidas no cálculo são ligeiramente maiores (contrariando o comportamento típico).

Quanto aos resultados dos corpos de prova VC4 e VC5, nos do primeiro pode ser observada a mesma tendência de VM, nos do segundo, exceto VC5-1,

(25) ROCCO LAHR, F.A., 1983

no módulo de rigidez específica produziu um decréscimo de 8,9% na flecha. Por outro lado, o acréscimo de 7,7% (VC4-1) no módulo de elasticidade ocasionou um decréscimo de 5,6% da flecha; o decréscimo de 5% no módulo de elasticidade produziu um acréscimo de 4,1% da flecha;

c) para a viga VC5: o decréscimo de 34,4% (VC5-3) no módulo de rigidez específica ocasionou um acréscimo de 17,8% na flecha; o acréscimo de 39,8% no módulo de rigidez específica produziu um decréscimo de 9,0% na flecha. Por outro lado, o acréscimo de 9,9% do módulo de elasticidade ocasionou um decréscimo de 5,6% da flecha; o decréscimo de 7,3% no módulo de elasticidade produziu um acréscimo de 6,1% na flecha.

A alta deformabilidade da madeira perante solicitações tangenciais é um fator de importância no comportamento das vigas curtas. Em vista disto, é natural obter-se o aumento das influências da força cortante na flecha com o decréscimo do valor do cociente l/h .

Foi comprovado experimentalmente⁽²⁵⁾ em vigas maciças com l/h maior ou igual 21 ser desprezível a participação das forças cortantes, entretanto, para valores menores e principalmente abaixo de 14, obtém-se sensíveis diferenças entre as flechas medidas em ensaios e as flechas calculadas sem a consideração das deformações produzidas pela força cortante.

Considerando este fato, o qual é o comportamento típico das vigas de madeira, são altamente significantes os resultados obtidos nos corpos de prova VM e VI. Nos do primeiro, as diferenças entre as flechas experimentais e teóricas se acentuaram com o decréscimo de l/h . Por outro lado, foram observadas pequenas diferenças entre as referidas flechas do corpo de prova VI, e ainda, as obtidas no cálculo são ligeiramente maiores (contrariando o comportamento típico).

Quanto aos resultados dos corpos de prova VC4 e VC5, nos do primeiro pode ser observada a mesma tendência de VM, nos do segundo, exceto VC5-1,

(25) ROCCO LAHR, F.A., 1983

também verifica-se o mesmo comportamento.

As diferenças entre os resultados das flechas teóricas e experimentais das vigas de Pinho do Paraná podem ser atribuídas aos efeitos produzidos pelas tensões de cisalhamento nas flechas, as quais não foram computados nas equações deduzidas. Esta conclusão adquire significado relevante quando são considerados os seguintes fatos:

a) as diferenças entre as flechas teóricas e de experimentação se acentuaram com as variações dos comprimentos dos vãos dos corpos de prova;

b) considerando apenas os resultados dos cocientes entre os módulos de escorregamento obtidos nos ensaios dos conectores e o valor médio adotado para a determinação dos módulos de rigidez específica, pode-se estimar uma variação de 5,4% no valor deste parâmetro, portanto, uma variação de k desta ordem de grandeza não é suficiente para produzir as alterações dos resultados das flechas que foram observadas;

c) os módulos de elasticidade adotados nos cálculos daqueles valores do quadro 5.6 foram os dos respectivos elementos de cada viga composta. Estes módulos, foram determinados nos ensaios expeditos em relação l/h altamente favoráveis (para VC4, $l/h \approx 62,1$ e para VC5, $l/h \approx 66,7$), portanto os valores determinados nestas condições correspondem praticamente aos dos materiais. Os decréscimos considerados, respectivamente, 5% para VC4 e 7,3% para VC5, produziram os incrementos de 4,1% e 6,1% nas respectivas flechas, portanto, irrelevantes em comparação com os apresentados no quadro 5.3.

Com respeito ao resultado de VC3, não se obteve dados suficientes para uma explicação plausível do valor observado no quadro 5.2. Entretanto, duas hipóteses podem ser consideradas:

- existem razoáveis diferenças entre os módulos de elasticidade dos elementos e o módulo de elasticidade médio considerado;
- o módulo de rigidez específica foi determinado em função de dados experimentais de corpos de prova construídos de materiais não provenientes da viga ensaiada.

5.5. - Conclusões

As vigas compostas apresentam um comportamento caracterizado por perdas de rigidez e de resistência em relação às peças maciças de mesmas dimensões, devido a deformabilidade dos conectores. Os processos de cálculos fundamentados nos coeficientes de minoração, os quais não consideram as propriedades dos conectores, são suscetíveis de erros. Estes, dependendo do caso específico, podem ser a favor ou contra a segurança.

A teoria da flexão das vigas compostas com interação parcial aplicada às peças de quatro elementos, resultou equações diferenciais de solução relativamente complexa, dando um cunho pouco prático ao cálculo das tensões e dos deslocamentos.

Através da comparação de resultados teóricos e experimentais, pode-se observar uma sensível diferença entre ambos à medida que eram feitas comparações com as flechas dos ensaios de vigas curtas. Esta ocorrência pode ser atribuída às influências produzidas pelas forças cortantes nas flechas, visto que, as mesmas não foram computadas no elenco de hipóteses da teoria clássica. Ao mesmo tempo, através da experimentação dos corpos de prova de Pinho do Paraná, pôde-se concluir que uma maior ou menor participação das forças cortantes nas flechas, dependerá da capacidade do conector produzir a interação dos elementos da viga composta.

A eficiência média das vigas compostas de Pinho do Paraná, avaliada segundo o critério mostrado no quadro 5.7, é de aproximadamente 73,1%. Entretanto, como pode ser observado nos resultados apresentados, existe uma sensível tendência da mesma diminuir com o decréscimo da relação l/h .

Quadro 5.7 - Avaliação da eficiência das Vigas de Pinho

CP	RESULTADOS EXPERIMENTAIS		$f_u = \frac{1000 f}{P}$	$\alpha = \frac{f_u (V.M.)}{f_u (V.C.)}$	FATOR DE CORREÇÃO $\alpha' = \frac{EJ (V.M.)}{EJ (V.C.)}$	EFICIÊNCIA (%) $\lambda = \alpha \cdot \alpha' \times 100$
	FORÇA (N) P	FLECHA (CM) f				
VC4-1	2740	1,079	0,394	0,873	0,934	81,56
VC4-2	3660	1,130	0,309	0,757	0,934	70,72
VC4-3	4270	0,863	0,202	0,713	0,934	66,61
VC5-1	2795	1,756	0,628	0,548	1,330	72,88
VC5-2	3425	1,382	0,404	0,579	1,330	77,01
VC5-3	4660	1,273	0,273	0,527	1,330	70,09
VM -1	2740	0,942	0,344	-	-	-
VM -2	3660	0,855	0,234	-	-	-
VM -3	4270	0,617	0,144	-	-	-
VI -1	424	2,610	6,156	0,056	1,330	7,45
VI -2	530	2,072	3,909	0,059	1,330	7,85
VI -3	705	1,589	2,254	0,060	1,330	7,98

Diante dos resultados obtidos, conclui-se ser necessário o envolvimento da força cortante nos processos de cálculo. Com respeito aos métodos experimentais, fica imprescindível a introdução de experimentação adicional com o fito de determinar o módulo G. A conduta geral da experimentação deve ser se melhante à adotada nos ensaios das vigas de Pinho do Paraná.

BIBLIOGRAFIA

- AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION- Timber construction manual. 2. ed .
New York, John Wiley and Sons, 1974.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Cálculo e execução de estruturas de madeira- NB-11. Rio de Janeiro, ABNT, 1951.
- BROCHARD, F.X. - Bois et charpentes en bois: le materiau et son utilization .
Paris, Eyrolles, 1960.
- ETHINGTON, R. L. - Stiffness and bending strength of beams laminated from two species of wood. USDA-FS-FPL, Mad., Wis.,(2156), Sept. 1960.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY - Wood handbook: basic information on wood as a material of construction with data for its use in desing and specification .
Washington, D.C., FPL-FS-USDA, 1955. (Agriculture Handbook, 72).
- GIORDANO, G. - La moderna tecnica delle costruzioni in legno. Milão, Ulrico Hoepli, 1964.
- GOODMAN, J.R. & POPOV, E.P. - Layered beam systems with inter layer slip. Journal of the Structural Division, ASCE, 94(11):2535-547, Nov. 1968.
- HELLMEISTER, J.C.- Sobre a determinação das características físicas da madeira.
São Carlos, EESC-USP, 1973. Tese (Doutor-Engenheiro).
- - Pontes de Eucalipto Citriodora. São Carlos, EESC-USP, 1978. Tese (Livre-Docência).
- HOYLE Jr., J. - Designing wood structures bonded with elastomeric adhesives .
Forest Products Journal, 26(3), Mar. 1976.
- KARLSEN, G.G. - Wooden structures. Moscow, Mir Publishers, 1967.

- KIDWELL, E.- The efficiency of built-up wooden beams, American Institute of Mining Engineers, 1897.
- KOLLMAN, F. - Tecnologia de la madera y sus aplicaciones. Madrid, Instituto Forestal de Investigaciones y Experiencias y Servicio de la Madera, 1959.
- KUENZI, W.; WILKINSON, T.L. - Composite beams: effect of adhesive or fastener rigidity. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., 1971. (Research Paper, FPL 152).
- LIU, J.Y.- Analysis of orthotropic beams. USDA-FS-FPL, Mad., Wis., May, 1979. (Research Paper, FPL 343).
- MARCH, H.W. & SMITH, C.B.- Flexural rigidity of a rectangular strip of sandwich construction. USDA-FS-FPL, MAD., Wis., Feb. 1944. (Research Report nº 1505).
- MARX, C.M. & MOODY, R.C. - Effect of lumber width and tension lamination quality on the bending strength of four-ply laminated beams. Forest Products Journal, 32(1), Jan. 1982.
- MATEUS, J.T.E. - Bases para o dimensionamento de estruturas de madeira. Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1961.
- MATTHIESEN, J.A. - Ligação de peças estruturais de madeira por anéis metálicos. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, EESC-USP, 1981. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- NEWMARK, N.M.; SIESS, C.P.; VIEST, I.M.- Test and analysis of composite beams with incomplete interactions. PROCEEDINGS- Society for Experimental Stress Analysis, 9(1): 75-91, 1951.
- PARKER, H.- Diseño simplificado de estructuras de madeira. Mexico, Limusa - Wiley, 1972.
- PEARSON, R.G.; KLOOT, N.H.; BOYD, J.D.- Timber engineering design handbook. Austrália, Melbourne University, 1958.

- PFEIL, W.- Estruturas de madeira. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- PINTO, M.L.- Flexão em peças de madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, EESC-USP, 1983. Dissertação (Mestre-Arquitetura).
- RAO, K.M. & GHOSH, B.G.- Imperfectly bonded unsymmetric laminated beam. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 106(4): 685-697, Aug. 1980.
- ROCCO LAHR, F.A.- Sobre a determinação de propriedades de elasticidade da madeira. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, EESC-USP, 1983. Tese (Doutor-Engenheiro).
- SALIGER, R.- Estática aplicada. 3. ed. Barcelona, Labor, 1950.
- SANTOS, W.N.- Métodos matemáticos e numéricos em engenharia nuclear. São Carlos, Fundação Universidade Federal de São Carlos, Centro de Ciências e Tecnologia, Grupo de Engenharia Nuclear, 1983. (Notas de Aula).
- SILVERMAN, J.K.- Flexure of laminated beams. Journal of the Structural Division, ASCE, 106(106): 711-725, Mar. 1980.
- SMITH, I.- Series type solutions for built-up timber beams with semirigid connections. PROCEEDINGS- Institute of Civil Engineers. Part 2. p.707-719.
- THOMPSON, G.; GOODMAN, J.R.; VANDERBILT, D.- Finite element analysis of layered wood systems. Journal of the Structural Division, ASCE, 101(12): 2659-2672, Dec. 1975.
- TORRES ZANDER, J.R.- Cálculo e fabricação de peças de madeira laminada. Orientador: Prof. Dr. João Cesar Hellmeister. São Carlos, EESC-USP, 1979. Dissertação (Mestre-Engenharia de Estruturas).
- VANDERBILT, M.D.; GOODMAN, J.R.; GISWELL, E.M.- Service and overload behavior of wood joist floor systems. Journal of the Structural Division, ASCE, 100

(1): 11-29, Jan. 1974.

WAGNER M., M.- La norma alemana para el calculo u ejecucion de estructuras de madera - DIN 1052, Hoja 1 (redacción 1969). Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Fisicas y Matematicas, Departamento de Obras Civiles , Seccion Construccion, 1976. (Informe nº 39).

- El fundamento de las especificaciones de la norma alemana DIN 1052 relativas al diseño de piezas estructurales de madera de seccion transversal compuesta sollicitas a flexion y a compression. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Fisicas y Matematicas, Departamento de Obras Civiles, Seccion Construccion, 1979. (Informe nº45).

WAGNER M., M. & MONGE E., J. - Criterios modernos para el diseño estructural en madera: curso del programa de educacion continuada. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Fisicas y Matematicas, Departamneto de Obras Civiles, Seccion Construccion, 1983. (Apuntes de Clases).

