

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
Departamento de Estruturas

Uma Introdução ao Estudo dos Silos

Eng. Jorge Fortes Filho

São Carlos, 1985
Publicação 030/86

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DOS SILOS

ENG. JORGE FORTES FILHO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador :

PROF.DR.WALTER SAVASSI

Suplentes:

Prof. Dr. Carlito Calil Jr.

Prof. Dr. José H. Albiero

Comissão Examinadora:

Eng.Ari Antonio Negrisoni

Prof. Dr. Walter A. Nimir

Prof. Dr. Walter Savassi

À minha mãe, irmãos e parentes,
Estrelas distantes a brilhar,
Gente ousada, persistente,
Apoio neste meu caminhar.

AGRADECIMENTOS

O meu agradecimento especial ao Prof. Walter Savassi pela orientação e amizade constante durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos funcionários Laerte Aparecido Soares pela dactilografia da minuta, a Silvana Flores pela extrema dedicação no trabalho de dactilografia, às bibliotecárias Sra. Fátima Aparecida Gonçalves Ciapina e Srta. Neide Coi pelo auxílio na organização da bibliografia, à desenhista Sylvia Helena Moretti pelos desenhos do segundo e terceiro capítulos e ao desenhista João Paulo Moretti por todos os outros desenhos.

Aos meus familiares e, especialmente, ao meu pai, "in memoriam".

A minha esposa, por seu incentivo e apoio na realização deste trabalho.

À Universidade Federal da Bahia (UFBA), ao Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq) e a Industry Business Machines (IBM) pelo auxílio financeiro para o desenvolvimento do trabalho.

E a todos os amigos e colegas que de vários modos me auxiliaram durante o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

O trabalho aborda a problemática dos silos, de maneira ampla e suficientemente profunda para as aplicações correntes, apoiado em uma análise de estudos teóricos e experimentais.

Inicialmente apresentam-se informações sobre a importância dos silos e tecem-se comentários gerais sobre suas partes constituintes e os vários tipos de silos.

Sobre os materiais passíveis de ensilagem trata-se dos agentes que provocam a deterioração, dos procedimentos e equipamentos para sua conservação e fornecem-se valores das características físicas, comentando-se sobre os fatores que modificam estes valores.

Apresentam-se teorias para o cálculo das pressões nas paredes e no fundo das células provocadas pelo material ensilado inerte. Discorre-se sobre o comportamento do material durante a carga e a descarga, tratando-se das sobrepressões e procedimentos para anulá-las, da ocorrência de arqueamento e da influência da tremonha no escoamento do material. Apresenta-se um resumo de vários estudos experimentais sobre o material ensilado em movimento. Expõem-se teorias e coeficientes de majoração para o cálculo das sobrepressões.

Apresentam-se, criticando, os processos usuais de cálculo dos mais diversos tipos de silos e sugerem-se processos mais sofisticados e pouco utilizados.

São sugeridos vários temas para o desenvolvimento de novas pesquisas sobre os vários assuntos relacionados aos silos.

ABSTRACT

This work deal with the problem of silos in a general and deep level for current applications with basis on analysis of theoretical and experimental studies.

At first we present informations about the importance of silos and then general considerations are made about its usual types and its component parts.

On the material stored in silos, we consider the deterioration agents, procedures and equipments for material conservation. Values related with physical characteristics are given together with discussions on factors that can modify them.

Theories are presented to compute pressures on walls and bottom of cells applied by the ensiled inert material. The behaviour of stored material during the loading or unloading is described together with the corresponding overpressures and the process to vanish them, the arching and hopper influences in the material flow. A resume of several experimental studies on material flow is presented. It is also shown theories and overpressures coefficient for determination of dynamics pressures.

Usual processes in order to compute structural efforts are presented and discussed for several types of silos and suggestions of other different procedures not frequently adopted are made.

Several themes are also suggested for the development of new researches about the various subjects related to silos.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - RAZÃO E OBJETIVOS DO TRABALHO.....	1
1.2 - DIFICULDADES E LIMITAÇÕES.....	2
1.3 - CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO.....	4
2 - DEFINIÇÕES, PARTES CONSTITUINTES E CLASSIFICAÇÕES...	7
2.1 - DEFINIÇÃO E IMPORTÂNCIA DOS SILOS.....	7
2.2 - PARTES CONSTITUINTES DE UM SILO.....	9
2.2.1 - <u>Fundação</u>	10
2.2.2 - <u>Pilares ou apoios</u>	12
2.2.3 - <u>Fundo da célula</u>	12
2.2.4 - <u>Célula</u>	13
2.2.5 - <u>Cobertura</u>	19
2.2.6 - <u>Torre</u>	19
2.3 - DIFERENÇA ENTRE SILOS E "BUNKERS".....	20
2.4 - ALGUMAS CLASSIFICAÇÕES DE SILOS.....	22
2.4.1 - <u>Quanto à construção em relação ao so-</u> <u>lo</u>	22
a) Silos elevados ou aéreos.....	22
b) Silos subterrâneos.....	22
c) Silos semi-subterrâneos.....	22
2.4.2 - <u>Quanto ao material de construção</u>	22
a) Silos de madeira.....	22
b) Silos de alvenaria.....	23
c) Silos de concreto.....	23
d) Silos metálicos.....	23
e) Silos de argamassa armada.....	23

2.4.3	-	<u>Quanto à categoria</u>	24
	a)	Silos agrícolas.....	24
		a.1) silos de granja.....	24
		a.2) silos coletores ou regionais..	24
		a.3) silos intermediários.....	24
		a.4) silos portuários.....	24
	b)	Silos industriais.....	24
2.4.4	-	<u>Quanto à entrada de ar</u>	25
	a)	Silos herméticos.....	25
	b)	Silos não herméticos.....	25
2.4.5	-	<u>Quanto à capacidade estática</u>	25
2.4.6	-	<u>Quanto ao sentido da maior dimensão da célula</u>	25
3	-	SOBRE O MATERIAL ENSILADO.....	27
3.1	-	CONSERVAÇÃO DO MATERIAL ENSILADO.....	27
3.1.1	-	<u>Conservação de grãos alimentícios</u>	27
3.1.2	-	<u>Conservação de grãos industriais</u>	33
3.2	-	OPERAÇÕES BÁSICAS DE ARMAZENAMENTO.....	35
3.2.1	-	<u>No caso de grãos alimentícios</u>	35
	a)	Recebimento.....	37
	b)	Limpeza.....	38
	c)	Secagem.....	41
	d)	Aeração e transilagem.....	44
3.2.2	-	<u>No caso de grãos industriais</u>	45
3.3	-	TRANSPORTE DE MATERIAL A GRANEL.....	46
3.3.1	-	<u>Transportadores por gravidade ou por deslizamento</u>	46
3.3.2	-	<u>Correia transportadora</u>	47
3.3.3	-	<u>Rosca sem fim ou caracol</u>	48
3.3.4	-	<u>Elevador de canecas</u>	49
3.3.5	-	<u>Calha vibradora</u>	50
3.3.6	-	<u>Transportadores pneumáticos</u>	51
3.3.7	-	<u>Transportadores de corrente ("redlers")</u>	52

3.4 - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DO MATERIAL ENSILADO.....	53
4 - CARREGAMENTOS E FENÔMENOS DEVIDOS AO MATERIAL ENSILADO.....	63
4.1 - TEORIAS PARA O CÁLCULO DAS PRESSÕES ESTÁTICAS NAS CÉLULAS.....	63
4.1.1 - <u>Teoria Hidrostática</u>	65
4.1.2 - <u>Teoria de Janssen</u>	66
4.1.3 - <u>Teoria de Airy</u>	71
4.1.4 - <u>Teoria de M. e A. Reimbert</u>	77
4.1.5 - <u>Teoria de Caquot e Kérisel</u>	88
4.1.6 - <u>Teoria de Jáky</u>	96
4.2 - MÉTODOS PARA O CÁLCULO DAS PRESSÕES NAS TREMONHAS.....	108
4.2.1 - <u>Primeiro método</u>	109
4.2.2 - <u>Segundo método - Reimbert</u>	110
4.2.3 - <u>Terceiro método - Baikov</u>	111
4.2.4 - <u>Quarto método - Sarrazin</u>	112
4.3 - COMPORTAMENTO DO MATERIAL EM MOVIMENTO.....	115
4.3.1 - <u>Durante a carga</u>	115
4.3.2 - <u>Durante a descarga</u>	116
4.4 - SOBREPRESSÕES DURANTE A CARGA E A DESCARGA..	122
4.5 - ARQUEAMENTO DURANTE A DESCARGA.....	130
4.6 - PROCESSOS PARA REDUZIR OU ANULAR AS SOBREPRESSÕES.....	135
4.6.1 - <u>Tubo antidinâmico</u>	136
4.6.2 - <u>Coluna antidinâmica</u>	138
4.6.3 - <u>Instalação de obstáculos ao escoamento</u>	139
4.6.4 - <u>Outros processos</u>	141
4.7 - A INFLUÊNCIA DA TREMONHA.....	142
4.8 - RELATOS DE ESTUDOS EXPERIMENTAIS.....	150
4.8.1 - <u>ROBERTS²⁹³, 1882; ROBERTS²⁹², 1884 (RAVENET²⁷⁴)</u>	151

4.8.2 -	<u>JANSSEN¹⁴⁹, 1895 (RAVENET²⁷⁴ e GRAY & MANNING¹²³)</u>	152
4.8.3 -	<u>BOVEY³⁸, 1904</u>	153
4.8.4 -	<u>LUFFT²¹⁶, 1904</u>	155
4.8.5 -	<u>JAMIESON¹⁴⁸, 1903 (RAVENET²⁷⁴ e BOVEY³⁸)</u>	158
4.8.6 -	<u>PLEISSNER²⁵⁹, 1906 (GRAY & MANNING¹²³ e RAVENET²⁷⁴)</u>	161
4.8.7 -	<u>Takhtamishev, 1941 (TURITZIN³³⁶)</u>	162
4.8.8 -	<u>A. & M. REIMBERT²⁸³, 1943 (TURITZIN³³⁶ e RAVENET²⁷⁴)</u>	163
4.8.9 -	<u>CAUGHEY, TOOLES, SCHEER⁶², 1951 (RAVENET²⁷⁴)</u>	165
4.8.10-	<u>A. & M. REIMBERT²⁸⁵, 1956</u>	166
4.8.11-	<u>KIM¹⁹⁰, 1959 (TURITZIN³³⁶)</u>	169
4.8.12-	<u>KOVTUN & PLATONOV¹⁹⁴, 1959 (TURITZIN³³⁶ e RAVENET²⁷⁴)</u>	173
4.8.13-	<u>LENCZNER²⁰⁹, 1963</u>	177
4.8.14-	<u>LENCZNER²⁰⁷, 1963</u>	182
4.8.15-	<u>LAFORGE & BORUFF²⁰², 1964</u>	190
4.8.16-	<u>KVAPIL²⁰⁰, 1965 (RAVENET²⁷⁴)</u>	195
4.8.17-	<u>HANDLEY¹³⁰, 1967 (RAVENET²⁷⁴)</u>	197
4.8.18-	<u>DEUTSCH & CLYDE⁸¹, 1967</u>	201
4.8.19-	<u>DEUTSCH & SCHMIDT⁸², 1969</u>	207
4.8.20-	<u>PIEPER²⁵⁰, 1969</u>	208
4.8.21-	<u>RAVENET²⁷⁴, 1977</u>	218
4.9 -	TEORIAS PARA O CÁLCULO DAS SOBREPRESSÕES.....	229
4.9.1 -	<u>Teoria de Caquot</u>	230
4.9.2 -	<u>Teoria de Kovtun e Platonov</u>	234
4.9.3 -	<u>Teoria de Lenczner</u>	237
4.9.4 -	<u>Teoria de Vivancos</u>	238
4.10-	COEFICIENTES DE SOBREPRESSÃO OU MAJORAÇÃO....	242
4.10.1-	<u>Recomendações do "American Concrete Institute"</u>	243
4.10.2-	<u>Norma russa</u>	247
4.10.3-	<u>Norma alemã</u>	250

4.10.4-	<u>Segundo THEIMER²⁵⁶</u>	256
4.10.5-	<u>Segundo DEUTSCH & SCHMIDT⁸²</u>	258
4.10.6-	<u>Segundo SAFARIAN³⁰⁰</u>	259
5 -	<u>CÁLCULO ESTRUTURAL DOS SILOS</u>	267
5.1 -	<u>AÇÕES A CONSIDERAR NO CÁLCULO DOS SILOS</u>	268
5.2 -	<u>MÉTODOS DE CÁLCULO COMUMENTE USADOS</u>	269
5.2.1 -	<u>Células isoladas (silos de célula única)</u>	270
a)	<u>Células cilíndricas</u>	270
a.1)	parede lisa.....	271
a.2)	parede ondulada.....	279
b)	<u>Células prismáticas</u>	280
b.1)	paredes planas.....	281
b.2)	paredes corrugadas ou trapezoidais.....	287
5.2.2 -	<u>Multicélulas</u>	293
a)	<u>Células cilíndricas</u>	283
a.1)	discretização em arcos bi-entastados.....	295
a.2)	método de M. Albigès e A. Lumbroso.....	299
a.3)	método de Laredo.....	312
b)	<u>células prismáticas</u>	315
5.2.3 -	<u>Coberturas</u>	317
5.2.4 -	<u>Fundo da célula</u>	322
a)	Fundo plano.....	322
b)	Tremonha tronco-cônica.....	323
c)	Tremonha tronco-piramidal.....	325
5.2.5 -	<u>Apoios das células e tremonhas</u>	327
5.3 -	<u>APLICAÇÃO DA TEORIA DAS CASCAS DELGADAS</u>	340
5.3.1 -	<u>Definições e hipóteses</u>	340
5.3.2 -	<u>Esforços solicitantes e carregamentos</u>	341
5.3.3 -	<u>Determinação dos esforços solicitantes internos e dos deslocamentos</u>	343
5.3.4 -	<u>Roteiro de cálculo</u>	344

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - RAZÃO E OBJETIVOS DO TRABALHO

O Brasil, assim como vários outros países, ainda enfrenta problemas quanto ao armazenamento de grãos destinados à alimentação, sendo comum, em algumas regiões do país, a perda de parte das colheitas devido à insuficiência da capacidade de armazenamento ou ao mau armazenamento.

A necessidade de ampliar a capacidade de armazenamento de grãos alimentícios, principalmente a nível de fazenda, e de atender às solicitações de novas construções ou ampliações de silos em indústrias, alimentícias ou não, torna o estudo da problemática dos silos sempre importante, o qual deve interessar a pesquisadores, projetistas, construtores e governantes.

A situação exposta acima, o conhecimento deficiente, ou mesmo nenhum, dos engenheiros sobre silos, ressalvando-se algumas exceções e, principalmente, a falta de um text

to, pelo menos do que é do conhecimento do autor, em português ou em outro idioma, que aborde de maneira ampla o tema silos, induziram o autor à elaboração de um trabalho de pesquisa cujo resultado fosse um texto que abordasse, de maneira ampla e suficientemente profunda para as aplicações mais freqüentes, os diversos aspectos relacionados com a problemática dos silos, que possam ser incluídos no âmbito da engenharia civil e da agronomia, e que servisse de apoio a estudantes e engenheiros que desejem ter um primeiro contato com o assunto.

Sendo este o primeiro texto elaborado na Escola de Engenharia de São Carlos tratando de modo amplo os silos, espera-se que sirva de apoio a pesquisadores que desejem realizar estudos sobre temas mais específicos dentro desta área. Para auxiliar os que virão, anexou-se uma extensa bibliografia onde se procurou reunir referências sobre os mais diversos temas relacionados aos silos.

1.2 - DIFICULDADES E LIMITAÇÕES

Ao elaborar o trabalho o autor defrontou-se com dificuldades que certamente resultaram em limitações do texto.

Sem dúvida, a primeira dificuldade foi o conhecimento limitado a respeito de vários tópicos tratados, sendo alguns deles totalmente desconhecidos no início da pesquisa. Ainda que durante a execução do trabalho se tenham envidado esforços no sentido de minorar as deficiências, seria muita pretensão do autor acreditar que essas tenham sido completamente eliminadas. É de se esperar que tais deficiências tenham dificultado um tratamento mais amplo e profundo de vários tópicos abordados.

Para elaborar o texto muitas foram as publicações analisadas. A escolha dos textos (artigos, livros, relatórios, teses, apostilas e prospectos de firmas), quando se tinha a possibilidade, era feita analisando-se o resumo

do trabalho ou fazendo-se uma leitura rápida, mas muitas vezes analisava-se apenas o título da publicação, tentando-se obter o texto através de bibliotecas ou editoras, nem sempre se obtendo êxito. Procurou-se também obter os artigos mais citados como referência bibliográfica e tomar conhecimento dos textos mais significativos, para que o texto apresentado a seguir reunisse as várias opiniões de diversos especialistas sobre os temas abordados. Cabe informar que não se logrou atingir plenamente este objetivo, seja devido a dificuldades financeiras, que impediram a compra de livros editados em outros países, seja porque os textos escritos em alemão ou russo, idiomas que o autor não domina, não foram considerados na elaboração do texto, exceto quando se conseguia uma tradução da publicação, o que certamente empobrece o texto.

Os textos consultados foram elaborados em diversas épocas e por autores de diversos países havendo assim uma heterogeneidade quanto às unidades empregadas para as grandezas tratadas nos textos. Procurou-se utilizar sempre o sistema internacional de unidades. Nos gráficos apresentados, obtidos de outros trabalhos, preferiu-se conservar as unidades do texto original, apenas indicando-se na escala empregada no gráfico os valores da grandeza representada em unidades do sistema internacional.

A escolha dos textos que serviram de base para a elaboração do trabalho, os tópicos que foram abordados e a profundidade da abordagem envolvem decisões subjetivas, que certamente não terão aprovação unânime e são passíveis de críticas. Procurou-se durante a realização do trabalho dar um tratamento equânime para todos os tópicos, baseando-se na importância de cada um deles e nos objetivos do texto. Espera-se ter satisfeito as expectativas do leitor tanto na escolha dos tópicos como na profundidade da abordagem.

Durante a pesquisa procurou-se visitar unidades de armazenamento, tendo-se conhecido o sistema de armazena

mento da Companhia de Entrepósitos e Armazéns Gerais de São Paulo (CEAGESP) na cidade de Araraquara, composto de silos de concreto armado, e da Universidade Federal de Viçosa, uma bateria de silos metálicos; procurou-se também ter contato com engenheiros que lidam com silos, tendo-se conversado com engenheiros da Companhia Brasileira de Armazenamento (CIBRAZEM) e com os engenheiros José Alfredo Pedreschi e Carlito Calil Junior, professores da Escola de Engenharia de São Carlos, o primeiro com experiência no cálculo e construção de silos metálicos e o segundo com pesquisas sobre silos de madeira e escoamento de materiais pulverulentos. Acredita-se que o texto poderia ter sido enriquecido com a experiência de mais engenheiros que lidam com silos.

O trabalho visou apenas os silos, entretanto, muito do que é exposto pode ser aplicado aos "bunkers".

Ao término da pesquisa para a dissertação, pronto o texto, o autor não o vê como ponto de chegada, trabalho findo, mas sim como ponto de passagem, etapa evolutiva, que servirá de apoio para novos estudos, que o autor pretende desenvolver sobre silos, que resultarão em melhorias e acréscimos ao texto desta dissertação ou, talvez, em outro texto bem mais amplo.

1.3 - CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO

A dissertação compõe-se de seis capítulos, um apêndice e uma pesquisa bibliográfica. No segundo capítulo é definido o termo silo e vista sua importância em um sistema de armazenamento; trata-se de cada uma das partes constituintes de um silo, tecendo-se comentários gerais e fornecendo-se indicações para dimensionamento de algumas delas; analisa-se a diferença entre silos e "bunkers" e apresentam-se várias classificações de silos.

O terceiro capítulo trata dos materiais que são armazenados a granel nos silos. Aborda-se a conservação

dos materiais, os fatores que contribuem para a conservação e a deterioração dos materiais e a interação entre estes fatores; as operações básicas para garantir a conservação do material por longo tempo, os equipamentos para movimentação do material a granel e as características físicas do material ensilado (peso específico, ângulo de atrito interno e o ângulo de atrito entre material e paredes), tendo-se reunido várias observações sobre como estas características físicas são influenciadas pela temperatura, umidade, tempo de armazenamento, etc., fornecendo-se tabelas com os valores

Os carregamentos e os fenômenos relacionados com o material ensilado em movimento são tratados no quarto capítulo. Inicia-se expondo-se e comentando-se as várias teorias para a determinação das ações exercidas pelo material inerte na determinação das ações exercidas pelo material inerte no interior do silo. Segue-se então uma abordagem do comportamento do material em movimento, das sobrepressões ou pressões dinâmicas durante o enchimento e o esvaziamento do silo, do arqueamento durante o esvaziamento do silo, dos processos para anular as sobrepressões e da influência da tremor na movimentação do material. Apresentam-se resumos de artigos que tratam de estudos experimentais a respeito do material ensilado em movimento. Trata-se superficialmente de teorias para o cálculo das pressões dinâmicas e fornecem - se coeficientes de majoração, indicados por normas e pesquisadores, para o cálculo das sobrepressões.

O quinto capítulo é dedicado aos processos de cálculo estrutural, expondo-se inicialmente os processos comumente empregados na determinação dos esforços que solicitam as paredes, a cobertura e os apoios dos silos. Para os silos unicelulares cilíndricos é feita uma aplicação da teoria das cascas cilíndricas delgadas. Comenta-se também sobre outros métodos de cálculo mais sofisticados passíveis de emprego, que ainda não são largamente utilizados.

No último capítulo fazem-se comentários finais e sugerem-se alguns temas para pesquisas.

No apêndice A trata-se dos silos de argamassa armada, dando-se informações básicas sobre o material e explanando-se sobre os vários exemplos de silos de argamassa armada em várias partes do mundo.

Por fim apresenta-se o resultado de uma pesquisa bibliográfica, efetuada enquanto se desenvolvia o trabalho, que reúne cerca de 350 referências sobre temas relacionados com os silos.

CAPÍTULO 2

DEFINIÇÕES, PARTES CONSTITUINTES E CLASSIFICAÇÕES

2.1 - DEFINIÇÃO E IMPORTÂNCIA DOS SILOS

O significado do termo silo, dado por dicionários editados há algumas décadas atrás, (vide AULETE¹⁵, FERNANDES & GUIMARÃES⁹⁷, FREIRE¹⁰⁵) era: tulha ou cavidade subterrânea protegida da umidade, onde se guarda trigo, forragem, etc. Atualmente o significado dado a esta palavra nos dicionários (vide FERREIRA⁹⁸ e AULETE & GARCIA¹⁶) é o de grande depósito para armazenar cereais, forragens, etc., em geral dotado de aparelhamento de carga e descarga.

Neste trabalho o termo silo significará: construção destinada a armazenar e conservar qualquer material granular ou pulverulento a granel. O termo unidade ou conjunto de armazenagem engloba tanto os depósitos propriamente ditos, onde fica o material armazenado, como a construção que envolve as máquinas para transporte, conservação, beneficiamento, mistura, etc. do material ensilado.

Os silos são construídos com os mais diversos materiais como concreto armado (às vezes protendido), chapas metálicas lisas, onduladas, corrugadas (trapezoidais), madeira, alvenaria de tijolos ou blocos de concreto, que podem estar cintados por fios de aço, argamassa armada, chapas plásticas, membranas de lona ou de plástico e outros.

Os silos são encontrados em fazendas, indústrias químicas, da construção civil, de alimentação, de mineração, siderúrgicas, portos, etc., armazenando sementes, forragens, cereais, farinhas, compostos químicos, fertilizantes, cimento, cal, minérios, carvão, etc.

O manuseio de material a granel de grãos alimentícios e o seu armazenamento em silos adequados contribuem eficazmente para o abastecimento de um país, pois apresentam as seguintes vantagens:

- permitem armazenar diferentes espécies de grãos, podendo o silo ser ocupado várias vezes ao ano;
- diminuem a um nível mínimo as perdas do material ensilado, ao mesmo tempo que propicia um produto limpo, livre do ataque de insetos, roedores, microorganismos, e com qualidades alimentícias preservadas;
- reduzem, apreciavelmente, os custos de comercialização do produto com a eliminação da sacaria e redução do custo de manuseio;
- permitem o armazenamento por diversos anos, sem alterações substanciais do material ensilado, evitando assim as flutuações de oferta no mercado interno e externo;
- propiciam a regularização dos transportes, principalmente por ocasião de uma safra abundante;
- possibilitam um controle efetivo dos estoques.

O armazenamento de materiais granulares ou pulverulentos empregados como matéria prima em indústrias ou produzidos por estas possibilita:

- a concentração de grandes quantidades de material em áreas relativamente pequenas;
- grande estoque de matéria(s) - prima(s), protegendo a indústria de variações de oferta e preço do mercado em um determinado período;
- formação de um estoque do produto da indústria com as vantagens daí advindas.

2.2 - PARTES CONSTITUINTES DE UM SILO

Tecendo-se comentários sobre cada uma das partes constituintes de uma unidade armazenadora procurar-se-á, neste item, familiarizar o leitor com este tipo de construção e dar indicações de ordem construtiva. Na figura 1 apresentam-se esquematicamente duas unidades, através de suas plantas e cortes verticais correspondentes, indicando-se as partes constituintes de cada um.

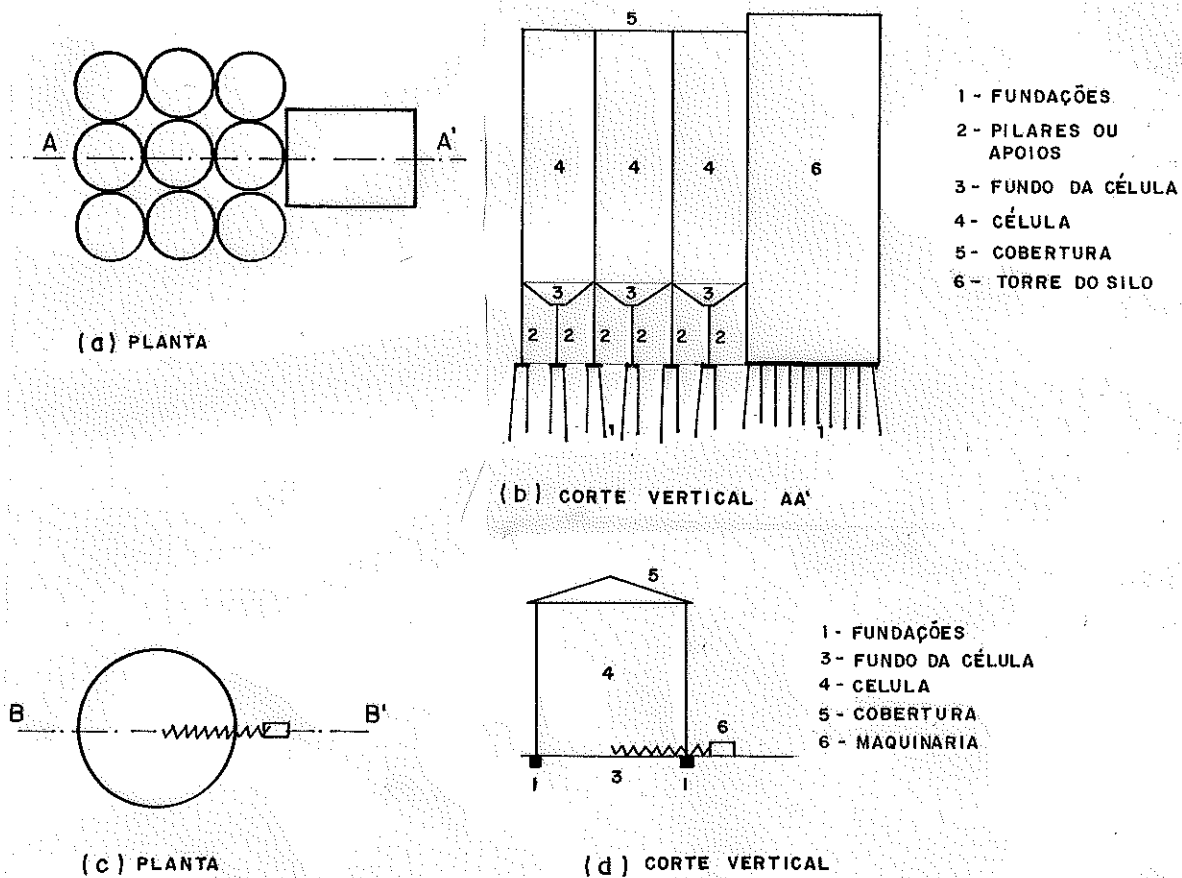


FIGURA 1 - Partes constituintes de unidades armazenadoras

As figuras la e lb dizem respeito a um silo com várias células. As figuras lc e ld dizem respeito a um silo com um único local para armazenamento do material ou uma única célula.

2.2.1 - Fundação

Devido ao peso do material ensilado, da estrutura, e às vezes da maquinaria, quando houver, estar aplicado em uma área relativamente pequena, são exercidas sobre o solo abaixo dos silos altas pressões.

Note-se que nos silos, diverso do que ocorre nas edificações corriqueiras, grande parte da carga no solo é aplicada após a conclusão da construção (cerca de 60% ou mais no caso de silos de concreto e cerca de 90% ou mais, no caso de silos metálicos) e em período relativamente curto, o que pode acarretar rupturas de solos argilosos com baixa permeabilidade, ou recalques imediatos consideráveis.

Os sucessivos enchimentos e esvaziamentos das células do silo, principalmente naquelas em que o nível de material ensilado sofre grandes variações, ocasionam variações nos valores das tensões no solo, que provocam alteração no valor do módulo de deformabilidade do solo e a existência de deformações residuais e permanentes. O módulo de deformabilidade aumenta com as sucessivas variações de tensões, até atingir um valor estável superior ao inicial, sendo que as deformações acumuladas durante as variações de tensões podem ser consideráveis.

É comum, nos silos dotados de várias células, algumas ou todas as células terem cada uma um nível de material ensilado diferente, o que pode acarretar grandes variações de pressões no solo, conduzindo ao aparecimento de recalques diferenciais danosos à estrutura; por este motivo deve-se analisar as várias combinações de carga no cálculo da fundação.

Para a sustentação dos silos são utilizados os vários tipos de fundações, como sapatas, "radiers", estacas e outros, utilizando-se, quando possível, poços para diminuir a pressão no solo, principalmente no caso dos silos altos.

Tendo-se em mente as dificuldades de estabelecer um critério que relacione o tipo de fundação indicado para um determinado silo, devido à enorme diversidade dos tipos de silos, dos materiais ensilados e dos solos, observa-se que, de modo geral, os silos de pequeno porte com uma única célula estão geralmente assentados sobre sapata corrida que recebe o peso das paredes da célula, enquanto que o fundo do silo, neste caso uma placa, está diretamente apoiado no solo, como é o caso mostrado na figura 1c e 1d, havendo também casos de se ter a placa sustentada por estacas, solução que deve ser evitada por ser muito dispendiosa. No caso de as paredes estarem apoiadas por vigas e pilares, estes transmitem as forças que suportam através de sapatas ou conjunto de estacas. No caso dos silos de várias células, as cargas são transmitidas ao solo por meio de sapatas, "radiers", estacas ou tubulões.

A ação do vento sobre o silo propendendo ao tombamento da construção não deve ser esquecida no dimensionamento da fundação.

O material mais utilizado nas fundações dos silos é o concreto armado.

Na bibliografia sobre silos encontram-se indicações de alturas máximas de células em função do tipo de solo, que serão transcritas a seguir; porém, considerando-se o que foi mencionado anteriormente, tais indicações devem ser seguidas com muito cuidado.

Em CIESIELSKI et alii⁶⁷, pág. 344, recomenda-se para solos com tensão admissível entre 0,2MPa a 0,3MPa uma altura máxima de célula entre 25m a 35m, informando que a transgressão deste limite leva a fundações antieconômicas. Para fundações sobre rocha ou fundações profundas assentadas em solos com maior capacidade de ruptura podem-se ter células com maiores alturas.

BAIKOV¹⁸ , pág.274 e BAIKOV & SIGALOV¹⁹ , pág.630 indicam como altura máxima de células 30m, sem fazer menção ao tipo de solo; para o caso de fundações assentadas sobre rocha,esses autores indicam uma altura máxima de 40m e 42m respectivamente, existindo alguns casos em que se podem ter alturas superiores a estes valores.

2.2.2 - Pilares ou apoios

O recipiente onde está o material ensilado pode estar apoiado diretamente no solo, ou afastado deste apoiando-se em pilares que levam às fundações e estas ao solo o carregamento proveniente da construção. Quando se tem a existência dos pilares, a distribuição destes é condicionada pela distribuição das células do silo, pela localização da maquinaria e do acesso de veículos a determinado ponto abaixo das células. Nos silos com células de seção transversal circular é conveniente, estruturalmente, colocar-se o eixo do pilar coincidindo com a reta vertical obtida pelo encontro das superfícies médias das paredes de duas células e nos silos com células de seção transversal poligonal o eixo deve coincidir com as interseções dos planos médios de duas paredes adjacentes. É bastante comum algumas das paredes das células, com fundos distantes do solo, prosseguirem abaixo do fundo da célula até o solo, servindo como elementos de apoio.

Comumente, unindo os topos dos pilares, têm-se vigas de eixo reto ou circular, de acordo com a forma da seção transversal da célula, dispostas abaixo das paredes das células, nas interseções destas com seus fundos.

2.2.3 - Fundo da célula

O fundo da célula pode ser plano, uma placa, ou

ter a forma de um funil, recebendo então a denominação de tremonha, cujas formas mais comuns são as tronco-cônicas e as tronco-piramidais.

É pelo fundo da célula, por uma saída denominada abertura de descarga ou orifício de saída, que o material ensilado deixa a célula, sendo descarga a denominação dada à retirada do material do interior da célula, podendo ser realizada naturalmente por ação da gravidade ou por meio de equipamentos apropriados. Quando o centro do orifício coincide com o eixo da célula tem-se uma descarga centrada, caso contrário, tem-se uma descarga excêntrica. O processo de enchimento da célula é denominado carga ou enchimento.

A influência da tremonha na descarga será tratada no item 4.7 deste trabalho, encontrando-se vários tipos de tremonhas na figura 46.

Normalmente o fundo da célula é construído com concreto armado ou com chapas metálicas.

2.2.4 - Célula

A célula é um compartimento onde fica armazenado o material a ser preservado. A célula pode ter as mais variadas formas sendo as mais comuns as prismáticas e cilíndricas cujo eixo coincide com a vertical.

No intuito de simplificar, identificar-se-á de agora em diante as células quanto à sua forma pela figura de terminada pela sua seção transversal; assim, a denominação célula circular significará célula com seção transversal circular, célula retangular significará célula com seção transversal retangular e assim por diante.

Um silo pode ter uma ou mais células, denominando-se, no primeiro caso, silo unicelular ou de célula única e, no segundo caso, silo multicelular ou de várias células, sendo que, no caso do silo unicelular, a célula na maior par-

te das vezes é cilíndrica e raramente tem a forma de um prisma alongado.

O silo multicelular apresenta algumas vantagens frente ao silo unicelular, pois pode se movimentar a massa ensilada de uma célula para outra provocando uma aeração que é benéfica em certas ocasiões para a conservação do material, como será visto posteriormente, pode-se selecionar um mesmo produto (um cereal, por exemplo), depositando-o em células diferentes conforme as características dos vários tipos do produto.

No silo multicelular as células podem estar dispostas de inúmeras maneiras, apresentando-se na figura 2 alguns exemplos através de cortes transversais esquematizados do conjunto de células.

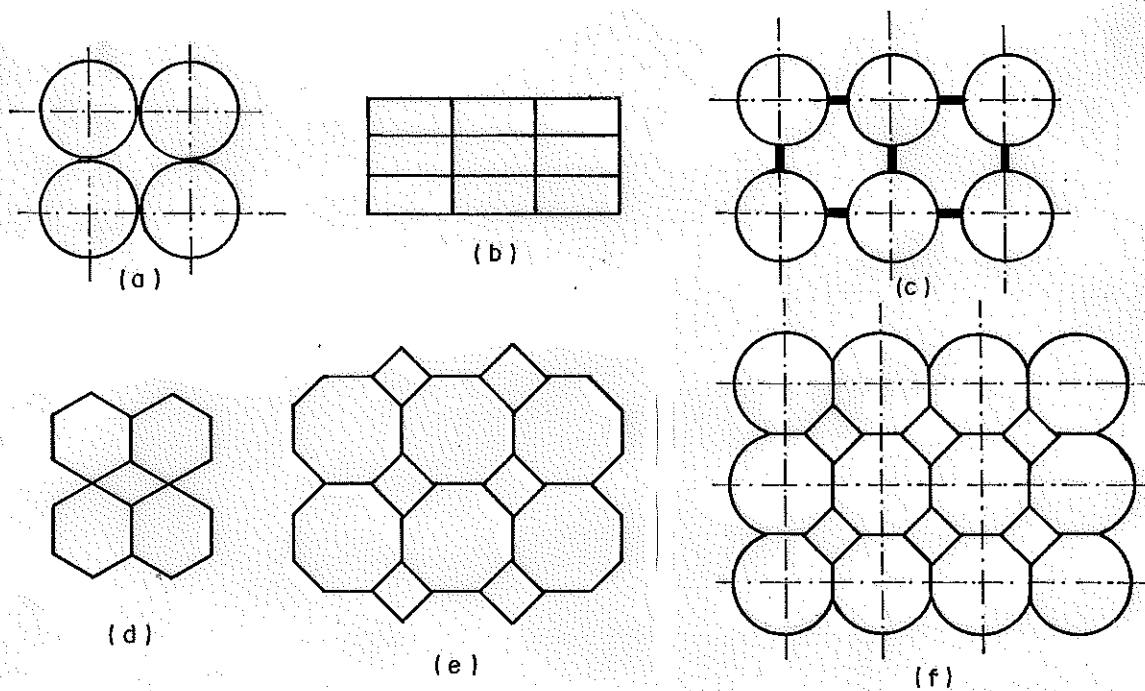









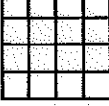


FIGURA 2 - Disposições de células em silos multicelulares.

Observando-se a figura 2 vê-se que, com exceção da disposição (b), todas as outras disposições proporcionam espaços pequenos entre as células, denominados de intercélulas, que são aproveitados para armazenarem materiais ou servir de conduto para a descarga como será visto posteriormente. A dispo

sição mostrada na figura 2f é preconizada por THEIMER³²⁶ como a melhor sob o ponto de vista econômico.

Outra vantagem do silo multicelular é que neste se obtém uma maior relação entre a capacidade de armazenamento e a quantidade de material de construção, pois uma ou mais paredes são comuns a duas células, obtendo-se um menor custo por unidade de volume armazenado considerando-se apenas o material de construção do silo; todavia, deve-se ter em conta que outros fatores interferem no custo final como maquinaria, processo construtivo, etc. A título de exemplo, têm-se na figura 3 várias disposições de células quadradas juntamente com a razão entre o número de paredes e o de células, dadas por RAVENET²⁷⁴, página 240.

	1	2	3	4
1	 C = 4	 C = 3,5	 C = 3,33	 C = 3,25
2		 C = 3	 C = 2,83	 C = 2,75
3			 C = 2,67	 C = 2,58
4				 C = 2,50

C — RAZÃO ENTRE O NÚMERO DE PAREDES E O DE CÉLULAS

FIGURA 3 - Razão entre o número de paredes e o de células para várias disposições de células quadradas.

As células são construídas com os mais diversos materiais de construção sendo os mais utilizados o concreto armado (e menos frequentemente o concreto protendido) e chapas metálicas lisas, onduladas e corrugadas (trapezoidais). Outros materiais também utilizados são a madeira, alvenaria de tijolos ou blocos de concreto, que podem estar cintados por cabos de aço, argamassa armada, lonas, membranas plásticas e outros. Células constituídas de peças pré-moldadas, de concreto armado ou argamassa armada que são unidas por protensão ou concretagem posteriormente à montagem, são encontradas em BAIKOV¹⁸, pág. 275 e seguintes, BAIKOV & SIGALOV¹⁹, pág. 630, e em SHARMA et alii³¹².

Encontram-se em algumas publicações recomendações sobre as dimensões da seção transversal e espessura da célula, apresentadas a seguir.

Segundo CIESIELSKI et alii⁶⁷, página 346, em silos de concreto armado, os lados das células quadradas ou retangulares geralmente não ultrapassam 4 ou 5 metros de largura, porém quando o material ensilado tem baixo peso específico, como por exemplo: acha, serragem, beterrabas, flocos de aveia, a largura das paredes pode ir além dos 5 metros, não ultrapassando os 10 metros. Nas células circulares têm-se diâmetros internos de 4 a 20 metros, dependendo das características do material armazenado e de o silo ter apenas uma célula ou muitas:

<u>material</u>	<u>diâmetro interno (m)</u>
cereais	< 7
cimento	8 a 15
carvão	10 a 13
soda calcinada	10 a 15
óxido de alumínio	< 8

BAIKOV¹⁸, página 274, recomenda para células circulares de concreto armado os seguintes valores para o diâmetro interno:

<u>material</u>	<u>diâmetro interno (m)</u>
grãos pesados (ex. trigo)	6
grãos leves (ex. semente de girassol)	12; 18
cimento	12; 15; 18
carvão	12
soda calcinada	18; 24

Considerando-se as obras existentes, observa-se que para silos de várias células circulares de concreto armado, naqueles em que a altura é maior que o dobro do diâmetro, o diâmetro das células geralmente não ultrapassa 6 ou 7 metros, existindo exemplos com mais de 12m; quando o valor da altura é menor ou aproximadamente igual ao valor do diâmetro, caso comum nos silos unicelulares circulares, o diâmetro geralmente é superior a 6m, atingindo muitas vezes 15m.

Analisando-se os dados de catálogos das firmas fabricantes e montadoras de silos unicelulares, erigidos com chapas metálicas lisas ou onduladas, com o fundo todo apoiado no solo, para uma relação entre altura e diâmetro da célula inferior a 2 aproximadamente, o diâmetro da célula pode atingir 20m; no caso de pequenos diâmetros (5 a 8m), a relação entre altura e diâmetro alcança o valor 3 para os diâmetros menores deste intervalo. Quando a célula está apoiada sobre colunas, a relação entre altura e diâmetro é superior a 2, e o diâmetro raramente ultrapassa 6 a 8 metros. No caso de chapas corrugadas (trapezoidais), utilizadas em silos multicelulares com células poligonais, geralmente os lados têm largura entre 3 a 5 metros, tendo as células altura bem maior que os lados.

Quanto à espessura das paredes, para células construídas com concreto armado, o A.C.I.COMMITTEE 313³ especifica no item 4.2.3 que a espessura de paredes moldadas "in situ" não deve ser menor do que 15cm e a de paredes pré-moldadas menor do que 5cm. BAIKOV & SIGALOV¹⁹, pág.631, apresentam valores mínimos para a espessura de paredes cons

truídas com formas deslizantes, reproduzidas na Tabela 1.

Nesta tabela o termo célula externa refere-se àque-
las que estão na periferia do bloco de células.

Tabela 1 - Espessuras de paredes de células cons-
truídas com formas deslizantes.

Seção Transversal	Espessura das Paredes (centímetros)	
	Célula Externa	Célula Interna
circular de 6m de diâmetro	18	16
circular de 12m de diâmetro	24	-
quadrada	16	15

Segundo RAVENET²⁷⁴, página 325, a maioria dos auto-
res recomenda para as paredes construídas com formas desli-
zantes a espessura mínima de 15cm, se utilizada armadura
simples, e nunca inferior a 23cm, no caso de armadura dupla.
A espessura mínima a considerar em qualquer parede resisten-
te de um silo cilíndrico deve ser de 10cm.

A espessura da parede de silos metálicos de chapas
lisas ou onduladas varia de 0,9mm a 4,5mm, sendo que normal-
mente a espessura fica entre 1,25mm e 3,25mm.

As células de madeira são constituídas de peças
serradas, cujas dimensões já são padronizadas; as tábuas, por
exemplo, utilizadas para compor as paredes das células, têm
2,5 cm de espessura.

As células de argamassa armada têm espessuras que
variam de 1cm até 4cm.

A altura das células, bem como dos silos, varia den-
tro de uma ampla gama de valores, sendo que, de maneira geral,
os silos multicelulares têm maior altura que os unicelula-
res. Alguns fatores que limitam a altura da célula são a ca-
pacidade de carga do solo, o processo de carga e descarga, o ti-
po e volume de material armazenado e fatores econômicos.

2.2.5 - Cobertura

Comumente a cobertura é constituída do mesmo material de construção das paredes no caso dos silos de concreto e nos de chapas metálicas. Nos silos de madeira é comum se empregarem cúpulas de madeira ou os telhados convencionais de telhas de barro cozido.

As coberturas de silos unicelulares são comumente placas, cúpulas, ou telhados convencionais, possuindo às vezes aberturas para enchimento e entrada de pessoas na célula. Nos silos multicelulares de concreto tem-se quase sempre uma placa cobrindo todas as células, sendo comum esta placa servir de piso para suportar equipamentos e facilitar a inspeção das células, e acima desta vir a cobertura que é outra placa de concreto.

Nos silos multicelulares de chapa corrugada, cada célula tem sua cobertura.

2.2.6 - Torre

A torre, também denominada coração do silo, abriga o centro de controle do silo e a totalidade ou parte dos vários equipamentos necessários para as operações básicas de armazenamento (expostos no item 3.2). A torre pode localizar-se em posição central ou lateral ao conjunto de células. Nos silos de célula única a torre comumente não existe no caso dos pequenos silos, ou é apenas um pequeno galpão onde ficam as máquinas de tratamento e beneficiamento do material a ser ensilado. Nas indústrias os equipamentos para conservação e transporte do material ensilado podem estar dispostos em vários locais, devido a características de cada processo produtivo, podendo não existir assim uma construção, a torre, que contenha o centro de controle e os equipamentos do silo.

2.3 - DIFERENÇA ENTRE SILOS E "BUNKERS"

A definição do termo silo, já apresentada, engloba uma ampla gama de tipos de reservatórios, não se fazendo menção às dimensões da célula ou relações entre estas dimensões. O termo silo no exterior é destinado àqueles cujas células tenham a razão entre sua altura e o diâmetro do círculo inscrito na seção transversal da célula igual ou maior que um determinado valor, geralmente 1,5; quando a razão é menor que este valor o reservatório é denominado "bunker".

O valor da razão entre a altura e o diâmetro tem relação com a superfície de ruptura do material ensilado; no caso do "bunker" o plano de ruptura atinge a superfície mais alta do material antes de interceptar as paredes (vide Fig.4a), enquanto que no silo o plano de ruptura atinge as paredes da célula antes de atingir a superfície mais alta do material (vide Fig.4b), sendo os planos de ruptura obtidos considerando-se as várias possibilidades para o início do plano de ruptura.

Num silo as ações de atrito que se desenvolvem entre o material ensilado e as faces internas das paredes exercem um papel importante na sustentação da massa ensilada, enquanto que num "bunker" tais ações não são primordiais na sustentação e até mesmo podem ser desprezadas.

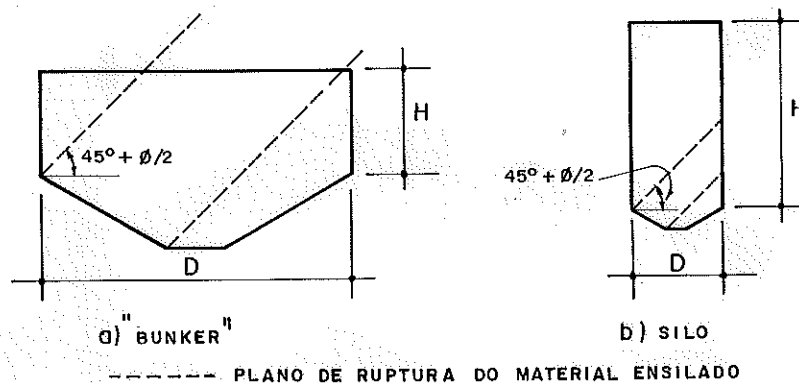


FIGURA 4 - Diferença entre silos e "bunkers".

Se for admitido que a superfície de ruptura é determinada através da teoria do equilíbrio plástico dos maciços de terra (vide VARGAS³⁴³, pág. 341 e seguintes), para que a superfície de ruptura encontre a parede antes de alcançar a superfície mais alta do material, se considerarmos o material submetido a um estado ativo de pressões, é preciso que $H > D \operatorname{tg}(45 + \phi/2)$, sendo H a altura da célula, D o diâmetro do círculo inscrito na seção transversal da célula e ϕ o ângulo de atrito interno do material ensilado em graus. Tomando-se $\operatorname{tg}(\pi/4 + \phi/2) = 1,5$ encontrar-se-á $\phi = 23^\circ$, um dos menores ângulos de atrito interno existente (vide item 3.4), obedecendo-se assim à maioria dos casos existentes.

BAIKOV¹⁸, pág. 266, além de restringir a razão em questão a um valor menor que 1,5 nos "bunkers", ainda especifica que estes se destinam a armazenar materiais secos não coesivos; tal especificação só foi encontrada na fonte mencionada acima.

A importância de diferenciar os silos dos "bunkers" prende-se ao fato de que para cada um existem processos específicos para a determinação das ações exercidas pelo material ensilado. No caso dos silos, estes processos serão vistos detalhadamente no capítulo 4 deste trabalho; no caso dos "bunkers" pode-se empregar a teoria de Rankine para o cálculo das pressões exercidas por um maciço de terra contra um anteparo, ou outra teoria adequada para o cálculo das ações. BOWLES⁴⁰, pág. 362, recomenda a teoria de Rankine para os "bunkers" desde que a célula tenha altura inferior a 7,0 metros e relação entre altura e diâmetro menor que 2. A restrição da altura provavelmente busca impedir que o efeito das ações de atrito entre o material ensilado e as paredes sejam significativas.

De agora em diante o emprego do termo silo, sempre obedecendo à definição dada em 2.1, estará restrito aos possuidores de células cuja razão entre a altura e o diâmetro do círculo inscrito na seção transversal da célula seja maior que 1,5.

Este trabalho será dedicado ao estudo dos silos, no entanto, muito do aqui exposto pode ser aplicado aos "bunkers".

2.4 - ALGUMAS CLASSIFICAÇÕES DE SILOS

Os silos podem ser classificados de diversos modos, sendo apresentadas aqui seis classificações: quanto à construção em relação ao solo, quanto ao material de construção, quanto à categoria, quanto à entrada de ar, quanto à capacidade estática, definida como o volume ou peso máximo de material que o silo pode armazenar, e quanto ao sentido da maior dimensão da célula.

2.4.1 - Quanto à construção em relação ao solo:

a) Silos elevados ou aéreos

São caracterizados por serem construídos acima do nível do solo; todos os grandes silos com células de muitos metros de altura geralmente são deste tipo.

b) Silos subterrâneos

São aqueles em que os compartimentos para a estocagem localizam-se abaixo do nível do solo. São construções mais simples que os silos elevados, porém estão sujeitos à infiltração de água e têm descarga mais lenta.

c) Silos semi-subterrâneos

São unidades intermediárias entre os dois tipos anteriores, pois parte de sua construção fica acima do solo e parte abaixo.

2.4.2 - Quanto ao material de construção:

a) Silos de madeira

São silos com capacidade relativamente pequena, apresentando algumas desvantagens como o perigo de incêndio e pou

ca durabilidade. Nas regiões onde a madeira é um material de construção disponível e barato, tais silos devem ser vistos com interesse.

b) Silos de alvenaria

São silos construídos com tijolos ou blocos de concreto e argamassa de cimento; são pouco utilizados no Brasil.

c) Silos de concreto

Estes silos subdividem-se em silos de concreto armado e de concreto protendido e destinam-se geralmente ao armazenamento de grandes volumes, possuindo várias células. Os silos de concreto armado são geralmente multicelulares com células cilíndricas interligadas com grande altura. Os silos de concreto protendido não são usuais, podendo-se citar exemplos de silos formados por um conjunto de células cilíndricas isoladas com grande diâmetro e de silos constituídos por peças pré-moldadas onde uma das funções da protensão é solidarizar estas peças.

d) Silos metálicos

São geralmente pré-fabricados de pequena e média capacidade cujas paredes das células são de chapas lisas ou onduladas de aço, alumínio ou ferro galvanizado, montados sobre um piso de concreto. Estes silos são muitas vezes constituídos de várias células cilíndricas isoladas, conseguindo-se atingir então uma grande capacidade de armazenamento. Os silos cujas paredes das células são constituídas de chapas corrugadas (trapezoidais) são geralmente elevados.

e) Silos de argamassa armada

São silos não usuais no Brasil, porém os de pequeno porte são construídos em países do Sudeste Asiático e da África, encontrando-se silos de grande porte construídos com este material na U.R.S.S.. No apêndice A encontram-se mais informações sobre estes silos.

2.4.3 - Quanto à categoria:

Segundo uma classificação apresentada em A. & M. REIMBERT²⁸⁵, pág. 133 e seguintes, dividem-se em:

a) Silos agrícolas

São todos aqueles destinados à estocagem de grãos alimentícios e quanto à função podem ser:

a.1) silos de granja

Geralmente pequenos, construídos de concreto armado, chapas metálicas, madeira, destinam-se a facilitar a manipulação dos grãos e diminuir os custos com sacarias.

a.2) silos coletores ou regionais

Estão localizados em zonas de produção e servem para coletar e beneficiar uma parcela significativa da produção de grãos da região ao seu alcance.

a.3) silos intermediários

Estes silos acham-se localizados em pontos estratégicos da malha de vias de transporte e visam regular e escalonar os fluxos que se dirigem aos terminais portuários, proporcionando um armazenamento temporário.

a.4) silos portuários

São unidades de grande porte e alta cadência operacional, localizados em pontos de embarque, possuindo equipamentos especiais para carregamento e descarregamento de navios, barcas, chatas, etc.

b) Silos industriais

São silos destinados ao armazenamento de materiais industriais constituídos de partículas cujo tamanho varia dentro de uma ampla gama de valores. Para cada espécie de material há um tipo de silo específico; assim existem silos para carvão, fosfatos, cimento, etc.

2.4.4 - Quanto à entrada de ar:

a) Silos herméticos

Neste tipo de silo a troca do ar no interior da célula com o exterior é impedida, fato este importante na conservação do material.

b) Silos não herméticos

São aqueles em que nenhum impedimento é feito à troca de ar entre o interior da célula e o exterior.

2.4.5 - Quanto a capacidade estática:

Os silos podem ser classificados como de pequeno, de médio e de grande porte. Os valores das capacidades que identificam o porte dos silos não foram encontrados na bibliografia pesquisada. Pode-se dizer que os pequenos silos têm quase sempre apenas uma célula e estão presentes nas pequenas granjas e fazendas, tendo pequenas dimensões; os silos de médio porte encontram-se nas grandes fazendas ou servem para guardar a produção agrícola de regiões produtoras; os grandes silos têm geralmente muitas células e são encontrados nos portos, ou em locais onde há necessidade de guardar grandes quantidades de determinados produtos. Nas indústrias têm-se geralmente os silos de pequeno e médio porte, sendo comum os "bunkers".

2.4.6 - Quanto ao sentido da maior dimensão da célula:

Existe ainda uma classificação, bastante utilizada no Brasil, que distingue os silos segundo o sentido de desenvolvimento da célula, separando-os em silos horizontais,

se uma das dimensões do fundo do silo prevalece em relação à altura, e em silos verticais, se a altura da célula prevalece em relação às dimensões da base.

Os silos horizontais são geralmente alongados e compostos de compartimentos cuja capacidade individual deve ser inferior a 20% da capacidade total do silo.

CAPÍTULO 3

SOBRE O MATERIAL ENSILADO

3.1 - CONSERVAÇÃO DO MATERIAL ENSILADO

Os materiais ensilados necessitam de cuidados permanentes para que suas características não se alterem com o tempo. Expõem-se a seguir os fatores que afetam a conservação dos materiais, como afetam e as medidas convenientes para a proteção destes materiais. Para expor o assunto dividiram-se os materiais passíveis de armazenamento em silos em dois grandes grupos: os grãos alimentícios e os grãos industriais.

3.1.1 - Conservação de grãos alimentícios

O termo grãos alimentícios engloba os cereais, os grãos leguminosos secos, os grãos oleaginosos, grãos de café e outros grãos secos alimentícios destinados a nutrição humana e animal. A conservação dos grãos alimentícios é afetada por fatores biológicos (respiração do grão, microflora, insetos, ácaros) que por sua vez são influenciados por fatores físicos (temperatura, teor de umidade, teor de oxigênio, impurezas).

Após a colheita, os grãos alimentícios continuam a viver e seu processo respiratório prossegue durante o armazenamento, com os grãos sofrendo pequenas, porém contínuas transformações. Os grãos são compostos por hidratos de carbono ou carboidratos (compostos orgânicos contendo carbono, hidrogênio e oxigênio), proteínas (compostos orgânicos nitrogenados formados por cadeias de aminoácidos unidos entre si), lipídios (componentes orgânicos formados por carbono, hidrogênio e oxigênio insolúveis em álcool, éter, clorofórmio) e substâncias minerais (sulfatos e fosfatos de potássio, cálcio, sódio, cloro, enxofre, etc., ferro, magnésio, zinco).

A respiração dos grãos alimentícios se processa ou sob condições aeróbias, nas quais as células vivas dos grãos através do oxigênio atmosférico oxidam carboidratos e gorduras, produzindo gás carbônico, água e calor; ou sob condições anaeróbias, com o oxigênio utilizado na oxidação sendo obtido pelas células em seu próprio organismo, sendo o gás carbônico, compostos orgânicos simples e calor os produtos finais deste tipo de respiração. O calor liberado na respiração anaeróbia é consideravelmente menor por unidade de substrato consumido que na respiração aeróbia. Devido ao processo respiratório implicar em um consumo das substâncias nutritivas dos grãos, resultando em uma deterioração lenta, porém contínua, deve-se controlar este processo de modo que o desgaste do produto seja o mínimo possível. O teor de umidade, a temperatura dos grãos, a presença de oxigênio e a ocorrência de microrganismos são os fatores principais que afetam a intensidade da respiração. De maneira geral, o aumento de um ou mais destes fatores intensifica o processo de respiração, sendo que a intensificação varia de material para material. Valores baixos de temperatura e umidade inibem o processo de respiração. A umidade e a temperatura são fatores independentes, porém correlacionados, pois a temperatura irá influenciar na capacidade dos grãos de absorção de água. Estes dois fatores in-

fluem grandemente na atividade dos microrganismos, que por sua vez aceleram a respiração dos grãos, como será visto posteriormente.

A microflora dos grãos armazenados é formada por uma grande variedade de fungos e bactérias, que já estão presentes nos grãos na colheita ou são adquiridos em uma das etapas de transporte dos grãos. Os fungos são os principais microrganismos presentes nos grãos, desenvolvendo-se tanto na parte interna como na parte externa dos grãos. Mofos, bolores, levedos e fermentos são denominações de diversos tipos de fungos. Elevados teores de umidade (acima de 14% ou 15%) produzem a germinação e o desenvolvimento dos esporos de diversas espécies de fungos, acelerando-se o processo com a elevação da temperatura acima de 25°C. Para cada espécie de fungo existe uma faixa de temperatura sob a qual são capazes de se desenvolverem, existindo dentro desta faixa uma temperatura ótima, na qual o crescimento e a proliferação ocorrem mais intensamente. A maioria dos fungos são aeróbios, havendo porém levedos anaeróbios. Muitas espécies de fungos têm seu desenvolvimento inibido em uma atmosfera cujo teor de umidade seja inferior a 15%. Os grãos ao serem colhidos contêm impurezas (grãos avariados, detritos vegetais, torrões de terra, etc.) que são futuros focos de deterioração. Os grãos avariados apresentam melhores condições para a penetração dos microrganismos do que os grãos sadios.

As bactérias são constituídas de uma só célula e se diferenciam dos fungos pela maneira de crescimento e reprodução. São incapazes de penetrar nos tecidos intactos dos grãos, introduzindo-se nestes através de aberturas naturais, por lesões produzidas na colheita ou no beneficiamento, por insetos e através de tecidos apodrecidos. O desenvolvimento das bactérias requer umidade relativa do ar intergranular acima de 90%, quando a proliferação dos fungos já está adiantada; assim, quando do ataque das bactérias, o adiantado do processo de deterioração já tornou os grãos impróprios para o consumo normal. Algumas bactérias que causam fermentação

tação podem desenvolver-se em atmosferas cujo teor de oxigênio seja inferior a 1%, necessitando, porém, de elevado teor de umidade.

A ação da microflora afeta o poder germinativo das sementes, as qualidades de sabor e aroma, o valor nutritivo, o aproveitamento industrial dos grãos e seus subprodutos e produz substâncias tóxicas. A invasão de várias partes das sementes pelos fungos causa ou contribui para uma grande perda do poder germinativo. O aparecimento do mofo e acidez, de responsabilidade da microflora, produz alterações no gosto, aroma e coloração do produto armazenado. O metabolismo dos microrganismos consome o substrato nutriente do grão deteriorando a sua qualidade. A ação dos fungos acelera transformações que se processam nas matérias graxas (substâncias que consistem de uma combinação de ácidos graxos com glicerina) de grãos oleaginosos, farinhas, que resultam em rancidez, caracterizada pelo sabor e odor desagradáveis. A atividade respiratória dos grãos úmidos e a ação dos fungos produzem um aquecimento na massa dos grãos. Um elevado teor de umidade dos grãos acelera sua respiração e favorece o desenvolvimento da microflora e dos insetos; a atividade biológica eleva a temperatura, o que incrementa a respiração dos grãos, elevando a umidade do ar, propiciando melhores condições para a aceleração da atividade dos microrganismos, o que irá gerar mais calor. Esta reação em cadeia continua até a temperatura ultrapassar o nível letal para os fungos (55°C a 57°C), com a elevação da temperatura prosseguindo devido ao desenvolvimento de bactérias termófilas (aquelas que vivem em temperaturas de 70°C a 75°C), ou à oxidação não biológica, com a temperatura podendo atingir o ponto de combustão. Se o aquecimento ocorrer em uma determinada região da massa ensilada, nesta região forma-se uma bolsa de calor estacionária, pois os grãos possuem baixa condutividade térmica. Este aquecimento traz uma deterioração em progressão geométrica.

Devido aos grandes prejuízos causados pelos fungos e bactérias, um controle contínuo, rigoroso e eficaz deve

ser empregado para tornar as perdas as menores possíveis. Pelo exposto anteriormente, os principais fatores que afetam a microflora são a temperatura, a umidade dos grãos e o teor de oxigênio; assim, a conservação do material ensilado sob determinadas condições de temperatura e umidade, que variam para cada material, possibilita manter inativos os fungos e as bactérias. Processos como secagem, limpeza e aeração, que serão expostos posteriormente, possibilitam alcançar e manter os valores ideais da umidade e temperatura para uma estocagem segura. A fixação do teor de oxigênio em níveis bastante baixos, que provoque a morte ou a inatividade de fungos, bactérias e insetos, pode ser obtido fazendo-se uso do armazenamento hermético. Em decorrência da respiração dos grãos e dos microrganismos e insetos presentes no material ensilado tem-se uma diminuição do teor de oxigênio e um aumento do teor de gás carbônico a níveis que causam a morte ou a inatividade da microflora e dos insetos, antes que ocorra uma proliferação destes organismos a ponto de prejudicar o material ensilado. Uma estocagem cuidadosa de grãos alimentícios possibilita que estes conservem quase que a totalidade das suas características iniciais durante muitos anos.

Os pequenos besouros chamados carunchos e as micromariposas ou traças, são os insetos que atacam os grãos. Os primeiros têm o corpo revestido por um envoltório rígido, liso e brilhante, possuindo um par de asas, os segundos possuem quatro asas membranosas, recobertas de escamas coloridas. Estes insetos desenvolvem-se através de uma metamorfose de quatro estágios bem distintos: o ovo; a larva, que se alimenta intensamente; a pupa, que permanece em um estado de repouso enquanto se transforma na forma adulta, e o inseto adulto, cuja principal função é a reprodução e o desenvolvimento da espécie.

Os besouros, cujo tamanho varia de 2mm a 6mm, devido ao seu tamanho e ao tipo de seu envoltório movimentam-se pelos espaços intergranulares e são encontrados em qualquer região da massa ensilada; já as traças são mais frágeis que

os besouros e não penetram na massa ensilada, permanecendo na superfície. A alta capacidade de proliferação permite a formação de uma grande população de insetos em curto espaço de tempo.

Os ácaros são animais com forma oval achatada, mais ou menos transparentes, e apenas duas ou três espécies encontradas nos grãos e farinhas apresentam importância.

Os principais fatores que influem no desenvolvimento dos insetos nos grãos armazenados são a temperatura e o teor de umidade dos grãos.

Os insetos desenvolvem-se plenamente dentro de determinadas faixas de temperatura, que varia para cada espécie, cujos limites estão entre 27°C e 35°C, sendo que para temperaturas inferiores a 17°C a atividade da maioria das espécies torna-se insignificante. Elevados teores de umidade propiciam o meio ideal para a proliferação dos insetos, sendo que grãos com teor de umidade inferior a 9% não oferecem condições para a multiplicação da maioria dos insetos que infestam o material ensilado. Os ácaros não sobrevivem em ambientes cuja umidade relativa seja menor que 60% quando o teor de umidade dos grãos é inferior a 12%. Acima de 75% de umidade relativa do ar, a multiplicação se acelera, aumentando com a elevação da umidade.

Os danos causados pelo insetos nos grãos alimentícios e subprodutos são perda de peso e de poder germinativo, poluição e disseminação de fungos. A presença de insetos em uma massa ensilada causa, ao se alimentarem, uma considerável perda de peso dos grãos, reduzindo a quantidade de nutrientes e a capacidade germinativa dos grãos que, juntamente com a poluição dos grãos com seus dejetos das várias fases de metamorfose e com os microrganismos que vivem associados aos insetos, resulta em uma desvalorização do produto devido à queda de qualidade. Os insetos também geram calor originando as bolsas de calor, que aceleram a deterioração dos grãos e a migração dos insetos que mudam para zonas mais frescas

onde formarão outras bolsas de calor. O ataque de ácaros aos grãos e farinhas causa odores estranhos, provenientes de secreções de suas glândulas, que depreciam o material ensilado.

Inspeções constantes e controle de temperatura devem ser empregados para descobrir infestações de insetos em estágio incipiente, adotando-se medidas convenientes antes que tais focos cresçam provocando grandes prejuízos. O combate aos insetos e ácaros é executado através de expurgo, operação que consiste em encerrar o produto em ambiente hermético, onde é introduzido um fumigante, inseticida que exerce ação tóxica no estado gasoso. Com este processo procura-se destruir os insetos em suas diversas fases evolutivas, de modo a eliminar toda a população de insetos presente na massa de grãos. A operação de expurgo é efetuada antes de o material ser estocado, estando seco e limpo. As operações de secagem e limpeza, diminuindo a umidade dos grãos e retirando impurezas, também auxiliam na melhora das condições da massa ensilada quanto ao ataque de insetos.

Maiores informações podem ser encontradas em PUZZI²⁶³ e COMPANHIA ESTADUAL DE SILOS E ARMAZÉNS⁶⁹, onde também se encontram outras referências bibliográficas sobre o assunto.

3.1.2 - Conservação de grãos industriais

Os grãos industriais englobam todos os grãos utilizados em indústrias, menos os de indústrias alimentícias, que podem ser grandes blocos de minérios, carvão, cimentos, produtos químicos, materiais pulverulentos, etc. Vários materiais industriais são compostos de vários produtos químicos, como os fertilizantes, por exemplo.

Durante a estocagem e a manipulação de materiais constituídos de diminutos grãos, pode ocorrer adesão entre as partículas e entre estas e as paredes ou equipamentos do silo, bem como aglomeração de partículas, originando massas compactas que trazem incômodos como a diminuição da seção útil

e mesmo entupimento de tubos, entupimento de máquinas, interrupções no processo de transporte ou descarga e dificuldades em atingir misturas satisfatórias entre produtos ensilados ou na separação das partículas aglomeradas.

Vários são os mecanismos que promovem a ligação entre as partículas, sendo expostos aqui apenas alguns, a título de exemplo do funcionamento destes mecanismos. A união de partículas pode ocorrer quando a temperatura ultrapassa cerca de 2/3 da temperatura de fusão, causando uma difusão molecular entre as partículas, que é influenciada pela temperatura, pressão de contato e área de contato das partículas. Reações químicas, que dependem apenas do material e seu comportamento perante a temperatura e a umidade do ambiente, e a cristalização de substâncias dissolvidas no material armazenado, que ocorre com variações de temperatura ou umidade, também provocam a aglomeração de partículas. O imbricamento de partículas lamelares ou fibrosas produz adesão. Outros mecanismos de aglomeração de partículas são forças eletrostáticas ou magnéticas e camadas adsorvidas de água em volta das partículas. A união das partículas pode ser causada por mais de um dos mecanismos acima citados atuando simultaneamente. O conhecimento do mecanismo responsável pela adesão ou aglomeração é de grande importância na elaboração de medidas para diminuir ou eliminar os problemas daí decorrentes.

Uma discussão sobre estes mecanismos é encontrada em PIETSCH²⁵⁷, que apresenta várias referências bibliográficas sobre o assunto.

A extensão dos problemas trazidos com a adesão e aglomeração das partículas varia com a umidade, a temperatura, o tamanho da partícula e as características do material ensilado (como temperatura de fusão, atividade química, higroscopicidade).

A diversidade das características dos materiais industriais impede um procedimento único para a conservação de tais materiais; assim, medidas para evitar ou diminuir a ocorrência de adesão ou aglomeração devem ser elaboradas tendo em vista cada produto que se deseja armazenar, analisando-

-se os mecanismos responsáveis pela adesão ou aglomeração e os parâmetros que influenciam tais mecanismos, tentando -se reduzir seus efeitos. A redução do teor de umidade, a separação de alguns componentes de uma mistura e a adição de um produto que impeça a união das partículas são alguns procedimentos empregados na conservação de materiais industriais.

3.2 - OPERAÇÕES BÁSICAS DE ARMAZENAMENTO

O armazenamento de material a granel envolve uma série de operações destinadas a proporcionar um armazenamento seguro e facilidade no transporte e manipulação destes materiais. Inicialmente serão expostas as operações aplicadas aos grãos alimentícios.

3.2.1 - No caso de grãos alimentícios

Desde o recebimento até sua expedição, o material a ser armazenado é submetido a um sistema integrado de operações, aplicando-se todas as operações necessárias à boa armazenagem. Será analisado um sistema integrado de operações de um grande silo, pois assim englobam-se todas as possíveis operações que podem ocorrer nos silos menores. Nos silos de pequena capacidade estática, evidentemente, a maquinaria para realizar as operações é bem mais simples e menor que aquela existente nos grandes silos.

Na figura 5 apresenta-se, esquematicamente, um sistema integrado de operações em um grande silo, sendo a movimentação dos grãos nas diversas etapas da ensilagem realizada e controlada por um quadro de comando central; quase todo o complexo funcional dos equipamentos é automático e controlado por este quadro.

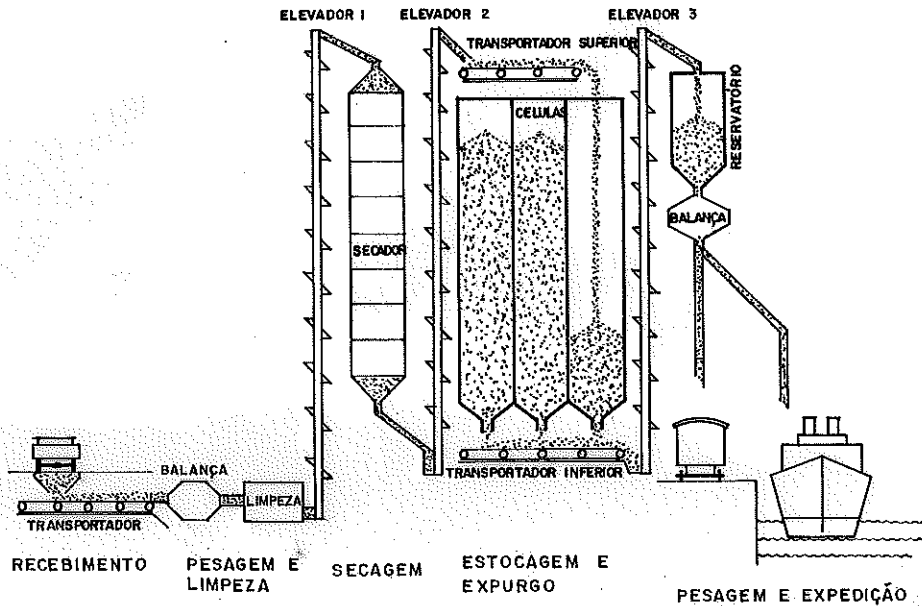


FIGURA 5 - Sistema integrado de operações em um grande silo.

Cada uma das operações vistas na figura 5 será analisada posteriormente.

Na figura 6 apresenta-se a seqüência do fluxo do material no interior do silo em função das condições do mesmo no momento do recebimento.

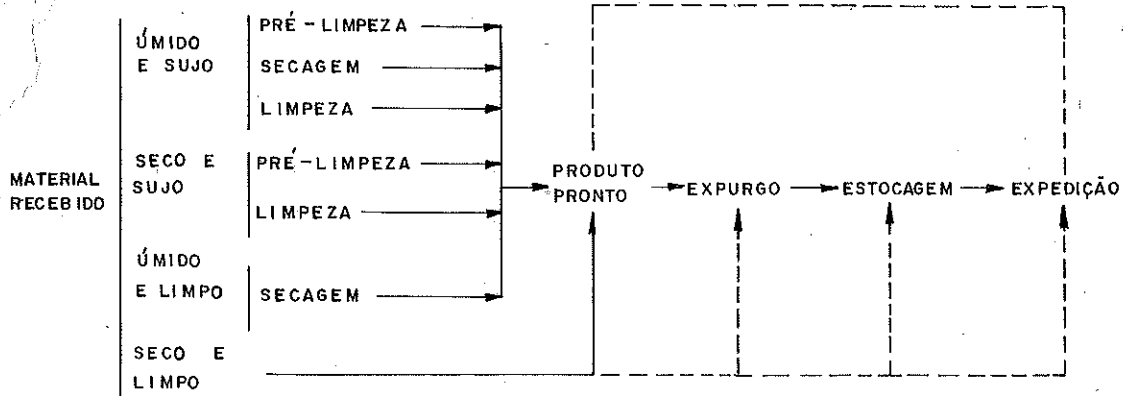


FIGURA 6 - Fluxograma do andamento do material com respeito às operações em função das condições do mesmo.

Em vários silos existem dispositivos para medir a temperatura em diversos pontos da massa ensilada.

a) Recebimento

No recebimento, o material é pesado ou por balanças pesa-veículos, que ao fornecer o peso do veículo mais a carga, possibilita a determinação do peso da carga desde que o peso do veículo seja conhecido; ou por balanças de fluxo, que são balanças internas automáticas que permitem a pesagem sem afetar o andamento da massa de grãos, pois as interrupções no fluxo são mínimas. Após a pesagem identifica-se qualitativamente o material, para estabelecer seu valor econômico, através da retirada de amostras, que serão levadas ao laboratório para determinar:

- espécie agrícola, tipo e condições dos grãos.
- grau de impureza para determinação da percentagem de resíduos.
- teor de umidade.

Após a seleção qualitativa conhecem-se as condições do material, podendo-se programar as providências necessárias para uma conservação segura.

A determinação do teor de umidade do material, feita não somente no recebimento mas também em outras fases do armazenamento, deve alcançar a maior exatidão possível, pois é o principal fator que governa a qualidade do produto armazenado. Os métodos para a determinação do teor de umidade podem ser classificados em dois grupos: os diretos e os indiretos. Os principais métodos diretos são os de estufa, de destilação e de radiação infravermelha. No método da estufa o material é submetido a temperaturas de 105°C ou 130°C, e através da diferença entre o peso inicial e o final, após a secagem, é possível determinar-se o teor da umidade. No método de destilação, a umidade é retirada através do aquecimento da amostra imersa em um líquido não miscível em água e com temperatura de ebulição superior à desta. O vapor d'água resultante do aquecimento é condensado e pesado posteriormente. No processo de radiações, infravermelhas uma amostra moída é exposta a estas radiações, e a diferença entre os pesos inicial e final permite a determinação do teor de

umidade. Os métodos indiretos são os mais utilizados nas determinações rotineiras do teor de umidade, devido à facilidade de manuseio e leitura direta dos aparelhos utilizados, bem como a rapidez da operação. O teor de umidade é determinado através de aparelhos elétricos que têm por base a condutibilidade elétrica ou as propriedades dielétricas da massa de grãos, ambos fatores que dependem do teor da umidade e da temperatura dos grãos.

A identificação da espécie agrícola, tipo e condições do grão possibilitará respeitar as características de cada espécie na ensilagem.

O grau de impurezas do material é determinado a partir de amostra coletada na entrada do material no silo através de uma pequena máquina que separa os grãos das impurezas.

Com a identificação qualitativa do material podem-se programar as operações a que deve ser submetido antes da ensilagem.

b) Limpeza

A operação de limpeza destina-se a retirar as impurezas e matérias estranhas existentes na massa de grãos, de modo a permitir um melhor armazenamento ou a valorização do produto para a comercialização. Estas impurezas estranhas são incorporadas aos grãos durante a colheita ou na secagem em terreiros sujos.

A limpeza é uma operação fundamental, pois a retirada de impurezas e matérias estranhas elimina prováveis focos de manifestação de insetos e microrganismos, facilita as operações de secagem e expurgo, pois aumenta a porosidade da massa de grãos melhorando a passagem de ar e de fumigante, aumenta o valor comercial do produto e facilita a manipulação dos grãos.

Conforme o grau de limpeza que se deseja alcançar, diferencia-se a operação em duas etapas: a pré-limpeza e a limpeza. A pré-limpeza destina-se à retirada de um teor de impurezas antes da secagem mecânica de modo a facilitar esta última operação. Na pré-limpeza não há separação de grãos

quebrados, sementes de outras espécies, etc. A pré-limpeza é realizada por máquinas que têm funcionamento semelhante às que processam a limpeza, havendo vários tipos em oferta no mercado. As máquinas de pré-limpeza possuem em geral duas peneiras com crivos diferentes, a superior, com crivos maiores, e a inferior, que retêm os grãos, com crivos menores, possuindo um sistema de aspiração na entrada dos grãos para a retirada de impurezas mais leves que estes.

Na figura 7 apresenta-se, esquematicamente, uma máquina de pré-limpeza composta de peneiras rotativas, tendo um aspirador para a eliminação de pó.

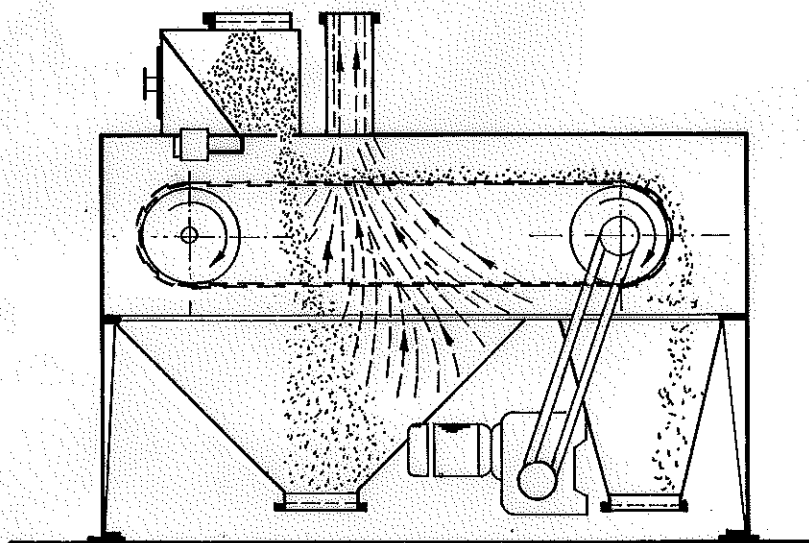
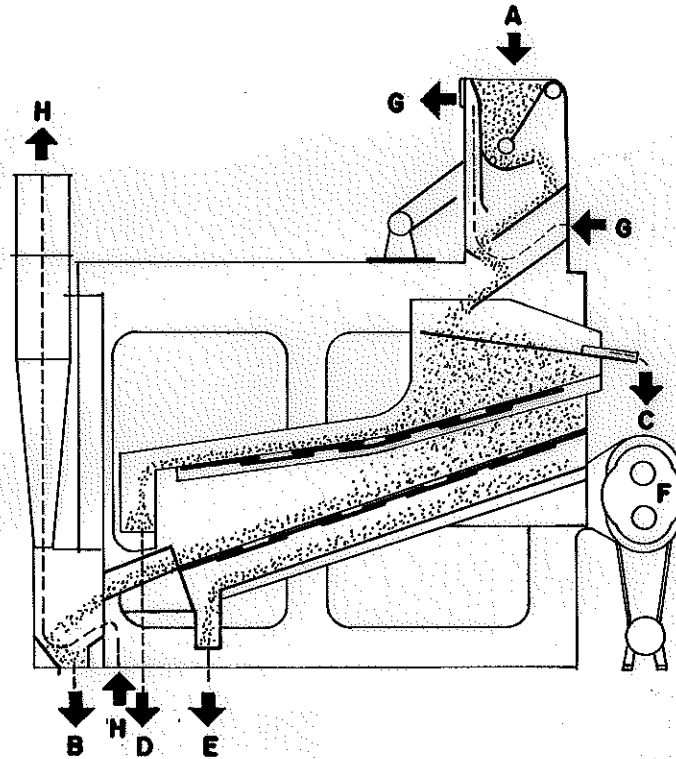


FIGURA 7 - Máquina de pré-limpeza

Apenas a pré-limpeza não é suficiente para uma ensilagem segura sendo necessária a limpeza propriamente dita.

As máquinas de limpeza visam, comumente, deixar a massa de grãos com um percentual de impureza máximo de 1% em relação ao peso. A limpeza através destas máquinas é feita basicamente por intermédio de peneiras, usando ainda a ação de ar forçado através de ventiladores. As peneiras mais usadas compõem-se de chapas finas de ferro ou zinco com crivos de tamanho e forma diferentes, específicos para cada grão. As peneiras são dispostas inclinadas, geralmente em números de três, possuindo um movimento contínuo e vibratório ou oscilan

te, para facilitar o deslizamento e a queda do material. As partículas mais leves, que os grãos sadios, são aspiradas ou impulsionadas por um exaustor ou um ventilador, que provoca um movimento forçado de ar na entrada ou na saída do produto da máquina. Na figura 8 apresenta-se o esquema de uma máquina de limpeza.



- | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| A - ENTRADA DO PRODUTO | E - GRÃOS PEQUENOS, QUEBRADOS E AREIA |
| B - PRODUTO LIMPO | F - MECANISMO VIBRADOR |
| C - CORPÓS ESTRANHOS, PEDRAS, etc. | G - ASPIRAÇÃO DE ENTRADA |
| D - GRÃOS GRANDES | H - ASPIRAÇÃO DE SAÍDA |

FIGURA 8 - Máquina de limpeza

Evidentemente existem no mercado vários tipos de máquinas para limpeza, sendo que algumas fazem uso apenas das peneiras para a limpeza dos grãos.

Os principais fatores que determinam o rendimento de uma máquina de limpeza são: percentual de impurezas, teor de umidade dos grãos e área das peneiras. Quanto maior a quantidade de impurezas contida no produto, menor será o rendimento, pois este terá de passar na máquina tantas vezes quantas

forem necessárias para se obter o teor de impurezas igual a 1%. Os grãos com umidade muito elevada podem apresentar impurezas aderidas às suas superfícies e dificuldade no deslizamento, o que diminui o rendimento da operação. O rendimento da máquina relaciona-se em razão direta com a área das peneiras, ou seja, peneiras com maior área proporcionam capacidade de operação maior.

c) Secagem

Secagem é o processo que tem por finalidade reduzir o teor de umidade dos grãos por meios naturais ou artificiais, através da evaporação da água contida nos grãos mediante a ação do calor. Como já visto no item 3.1.1, um elevado teor de umidade propicia condições adequadas para o desenvolvimento da microflora, aceleração da respiração do grão, aumento da temperatura, resultando em deterioração do produto com os prejuízos daí decorrentes. O elevado teor de umidade também é responsável por perdas no poder germinativo dos grãos. Dificilmente o teor de umidade nos grãos após a colheita, geralmente acima de 20%, é adequado para um armazenamento a longo prazo, que requer um teor de umidade entre 11% a 14% dependendo do tipo do material. Pelas razões expostas, pode-se dizer que a secagem é a operação mais importante no beneficiamento do material.

A secagem natural realizada pela ação do calor do sol, largamente difundida no Brasil, é obtida espalhando-se o produto em finas camadas nos terreiros. A secagem artificial ou mecânica é realizada por meio de equipamentos que submetem o produto à ação de uma corrente de ar quente que atravessa a massa de grãos. Uma pré-secagem nos terreiros, apesar de não proporcionar o necessário teor de umidade para a estocagem, traz vantagens à secagem artificial, pois aumenta o rendimento desta última.

Na secagem natural, o produto fica exposto ao ataque de insetos e fungos, além da umidade do ar e chuvas ocasionais.

A secagem mecânica, apesar de ser mais dispendiosa, apresenta algumas vantagens sobre a secagem natural: a secagem pode ser realizada sob quaisquer condições de tempo e no momento desejado, é um processo mais rápido e o único capaz de atender ao ritmo da colheita mecanizada, diminui o tempo de exposição dos grãos ao ataque de insetos e fungos.

Na secagem mecânica o ar aquecido produz um aumento da pressão d'água existente nos grãos facilitando a saída de água do grão ao mesmo tempo em que aumenta a temperatura do ar, aumentando a capacidade do ar de absorver umidade, conseguindo-se então um movimento da umidade do grão para o ar secante.

As experiências indicam que a secagem se processa com maior rapidez para os níveis altos de umidade, tornando-se mais demorada à medida que a umidade dos grãos diminui.

A temperatura de secagem não deve ultrapassar um certo valor, que é função da espécie de grão, do teor de umidade e da destinação dos grãos, para que o grão não seja afetado nas suas qualidades. A temperatura em função da destinação dos grãos é máxima para os destinados à alimentação animal, sendo menor para os destinados às agroindústrias e os moinhos e menor ainda para os grãos que serão empregados como semente de modo a não afetar o poder germinativo.

Secadores são equipamentos mecânicos destinados a reduzir o teor de umidade dos grãos por meios artificiais, provocando a passagem de ar aquecido ou não através da massa de grãos. O secador de ar não aquecido é viável apenas em regiões de clima seco. O secador de ar quente é composto basicamente por uma câmara, onde os grãos sofrem a ação do ar aquecido; por uma fonte de calor, destinada a aquecer o ar; por um sistema de ventilação, para impulsionar o ar quente; e por uma região de arrefecimento, para o resfriamento da massa de grãos. Um secador é dotado também de um conjunto instrumental de controle e segurança da operação, composto de termômetro, termógrafo, barômetro e termostato, havendo ainda equipamentos para a movimentação dos grãos.

Os secadores, quanto ao fluxo do material, podem ser classificados como estacionários, contínuos e intermitentes. Os secadores estacionários são os mais simples consistindo de um depósito, onde os grãos são colocados a granel, com o fundo perfurado por onde é introduzido ar, que penetra na camada de grãos até atingir-se o teor de umidade desejado, após o que a massa de grãos é retirada e nova camada é espalhada por sobre o piso. Este tipo de secador é pouco usado, devido ao seu baixo rendimento e dificuldade de carga e descarga. Nos secadores contínuos os grãos permanecem em constante movimentação, passando pelo secador o número de vezes necessário para que o teor de umidade desejado seja alcançado. Nos secadores intermitentes o produto sofre a ação do calor por pequenos períodos de tempo intercalados por períodos bem maiores, durante os quais a massa de grãos é submetida a uma ventilação fria.

A intensidade da corrente de ar, a temperatura, o teor da umidade presente e o desejado e o teor de impurezas são fatores que influem no tempo de secagem.

Na figura 9 é exposto o esquema de um secador contínuo tipo cascata.

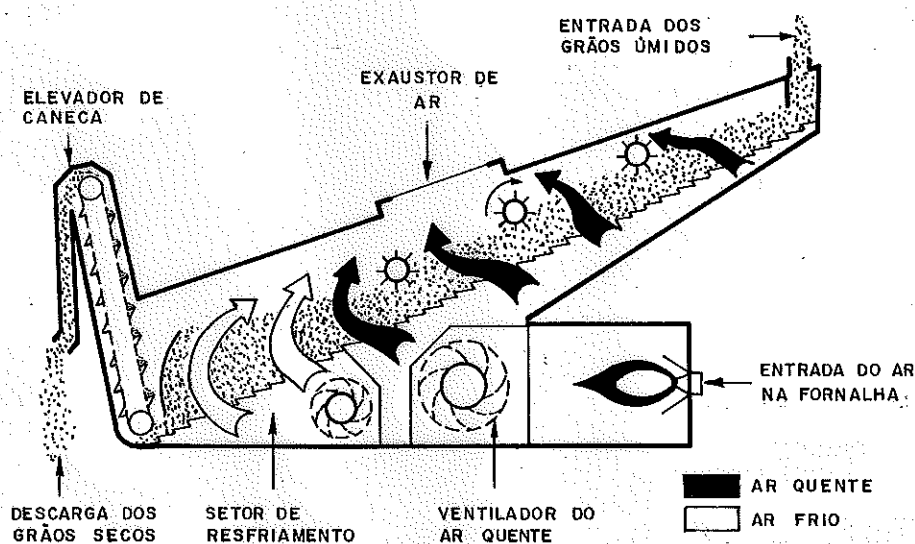


FIGURA 9 - Secador contínuo

d) Aeração e transilagem

O arejamento é a movimentação do ar ambiente através da massa de grãos com o objetivo de ventilar o material melhorando as condições de armazenamento.

O arejamento pode ser realizado através da transilagem, que consiste na passagem dos grãos de uma célula para outra expondo-se os grãos ao ar ambiente; ou através da aeração, onde uma corrente de ar ambiente é introduzida na massa de grãos imóvel. A aeração apresenta algumas vantagens em relação à transilagem: menor custo, prescinde da reserva de células vazias, não danifica os grãos, pois não ocorre movimentação destes.

O arejamento é indicado quando a temperatura torna-se elevada em alguns pontos da massa de grãos. Expondo-se os grãos ao ar ambiente consegue-se uma temperatura quase uniforme, estável e de valor inferior àquela de antes do arejamento, o que dificulta o desenvolvimento dos microrganismos, evita a condensação de umidade e a formação de torrões de material no interior do silo e minimiza alguns odores característicos de grãos mofados. Fumigantes também podem ser aplicados através de um sistema de aeração representando um processo prático e eficiente, que permite diminuir a dosagem de fumigante empregada normalmente.

Para se ter uma aeração eficiente é necessário que a temperatura e a umidade do ar ambiente sejam adequadas para que ocorra a diminuição da umidade; assim, em regiões quentes, a aeração deve ser empregada com certos cuidados. O tempo necessário para o resfriamento desejado depende principalmente da magnitude do fluxo de ar e das características de temperatura e umidade relativa do ar ambiente.

A aeração pode ser realizada por sucção, com o fluxo de ar deslocando-se de cima para baixo; ou por insuflação, com o fluxo de ar deslocando-se de baixo para cima. Em qualquer um destes processos, as principais partes que compõem um sistema de aeração são: um ventilador, para impulsionar o ar através da massa de grãos; condutos perfurados,

para conduzir e distribuir o ar na massa de grãos; e tubos de conexão, que ligam o ventilador aos condutos.

Na figura 10 têm-se os componentes de um sistema de aeração de um silo vertical.

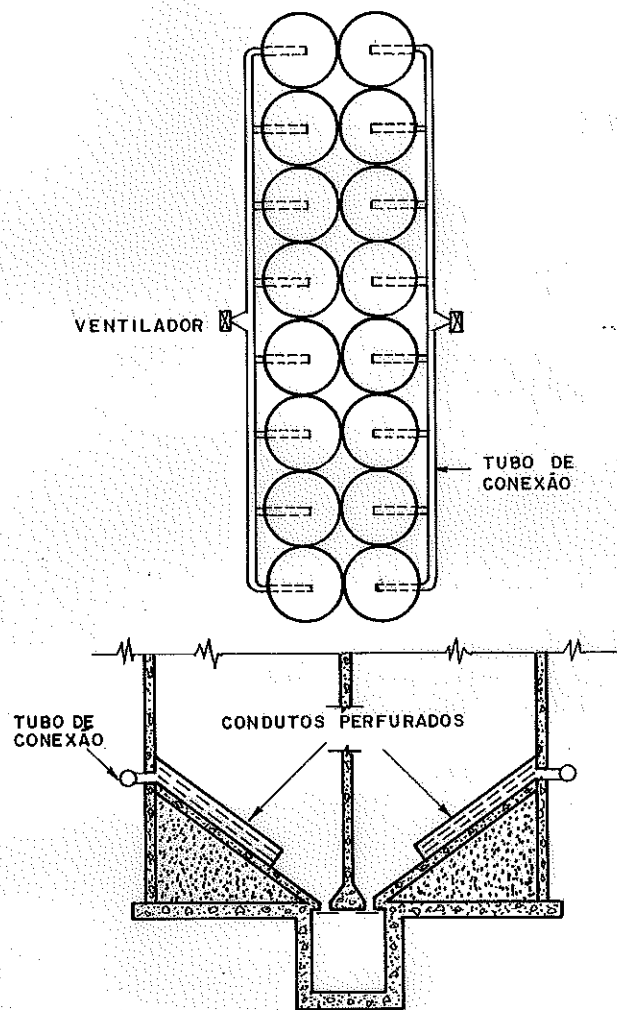


FIGURA 10 - Sistema da aeração de um silo vertical

3.2.2 - No caso de grãos industriais

Infelizmente não se encontraram na bibliografia analisada informações que permitissem abordar as operações no armazenamento de grãos industriais de modo idêntico ao feito para os grãos alimentícios.

A grande variação de características entre os grãos industriais sugere que cada material exige procedi-

mentos específicos para o seu armazenamento

É bastante provável que, além do controle do recebimento (pesagem, verificação da qualidade), haja também controle do teor de umidade e temperatura para vários materiais.

3.3 - TRANSPORTE DE MATERIAL A GRANEL

A necessidade de equipamentos para a movimentação do material a granel pode estar presente após a chegada do material ao silo, para que possa ser submetido às várias operações adequadas a um bom armazenamento; na descarga, se for preciso transportar o material até um caminhão, trem, navio, etc. e na produção de uma material derivado daquele armazenado.

O transporte pode ser feito manualmente ou através de equipamentos. O transporte manual tem baixo rendimento e só é empregado em silos bem pequenos.

Serão expostos a seguir, superficialmente, vários dispositivos utilizados no transporte de materiais a granel.

3.3.1 - Transportadores por gravidade ou por deslizamento

O movimento dos grãos por estes transportadores é realizado através de calhas, planos inclinados e condutos fechados (vide Fig.11). Este tipo de transportador não possui dispositivos mecânicos, sendo o material deslocado apenas pela ação da gravidade; assim, o ângulo de inclinação da superfície por onde rolam os grãos deve ser maior que o ângulo de repouso do material. Estes transportadores operam com uma inclinação mínima de 45° em relação à horizontal.

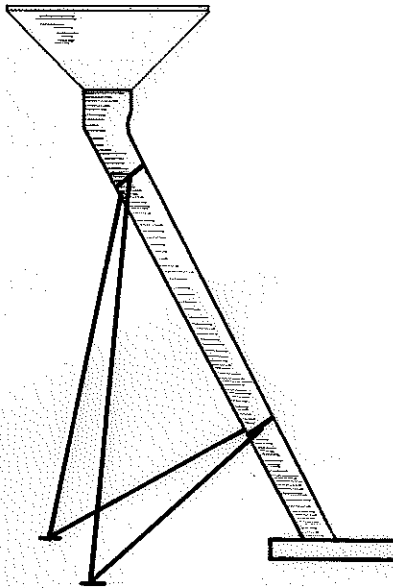


FIGURA 11 - Transportador por gravidade

A descarga por gravidade do material, que abandona o interior da célula quando se abrem um ou mais orifícios no fundo da célula, é mais econômica e também a mais utilizada.

3.3.2 - Correia transportadora

Este dispositivo de transporte é formado por uma correia sem fim de lona ou borracha, operando entre duas ou mais polias acionadas por motores elétricos, movimentando-se sobre vários roletes (vide Fig.12). A correia transportadora opera preferencialmente na posição horizontal, embora, a depender do material transportado, possa operar com uma inclinação de aproximadamente 15° em relação à horizontal. Este tipo de transporte apresenta alta eficiência mecânica, reduz ao mínimo a quebra e danos nos grãos e possibilita o transporte do produto, tanto ensacado quanto a granel, a grande distâncias, sendo muito utilizado em unidades armazenadoras de médio porte. É também muito utili-

zado no transporte de grãos de grandes dimensões de minerais.

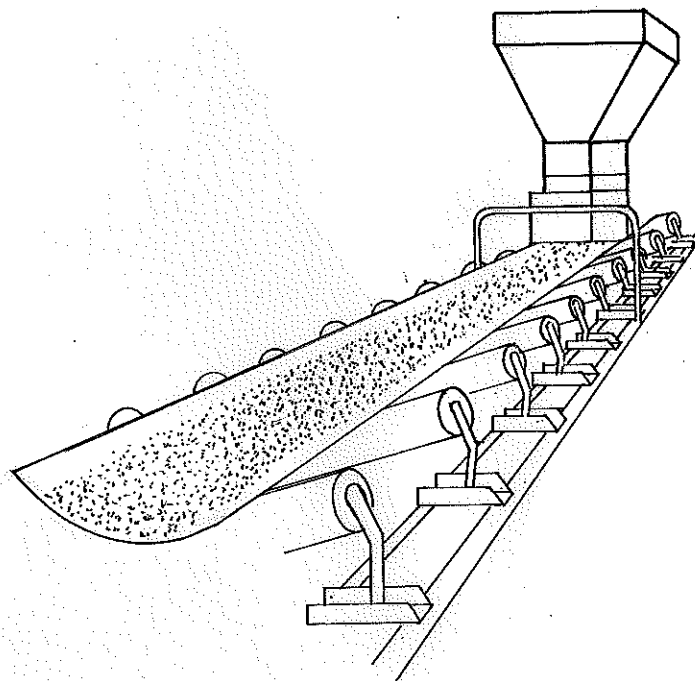


FIGURA 12 - Correia transportadora

3.3.3 - Rosca sem fim ou caracol

É um transportador de grãos, fixo ou portátil, formado por um helicóide montado em um eixo, que ao girar transporta os grãos (vide Fig.13); opera no interior de condutores (calhas em forma de U ou tubos) ou livre para descarregar silos de fundo plano. Sua capacidade de transporte varia de acordo

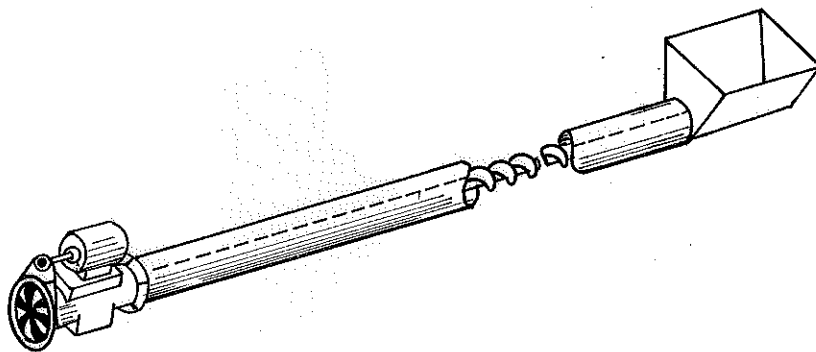


FIGURA 13 - Rosca sem fim ou caracol

com a rotação, diâmetro e passo (distância entre dois dentes consecutivos e paralela ao eixo). Instalada em tubos redondos

a rosca sem fim pode operar na posição vertical. Como transportador portátil é bastante prático.

3.3.4 - Elevador de canecas

É um transportador de grãos que opera na posição vertical, requer baixa potência por tonelada transportada e não danifica os grãos. Compõe-se de uma correia ou corrente sem fim sobre a qual acham-se fixadas canecas. O sistema é acionado por duas polias motoras, uma colocada na parte superior e outra na inferior junto à moega de recepção. Os grãos são elevados continuamente no interior das canecas que, ao chegarem à parte superior e girarem sobre a polia motora, impulsionam bruscamente os grãos no conduto que os conduzirá ao local desejado. (vide Fig.14).

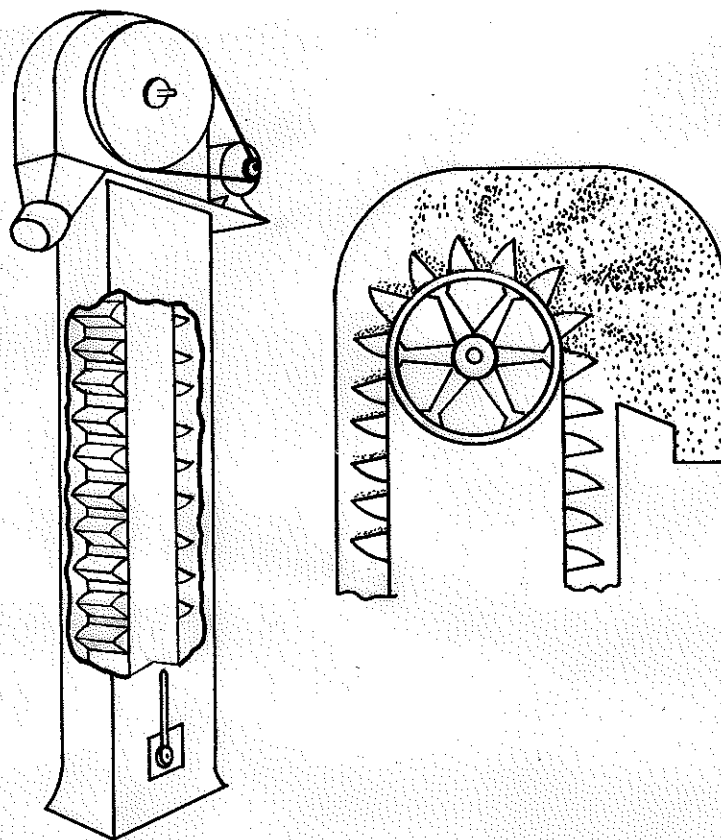


FIGURA 14 - Elevador de canecas

3.3.5 - Calha vibradora

Este equipamento consiste de uma calha na qual são produzidas vibrações que provocam o deslocamento dos grãos dentro da calha de um local para outro. Quanto mais intensas as vibrações maior a capacidade de movimentar os grãos. Na figura 15 pode-se ver uma calha vibradora.

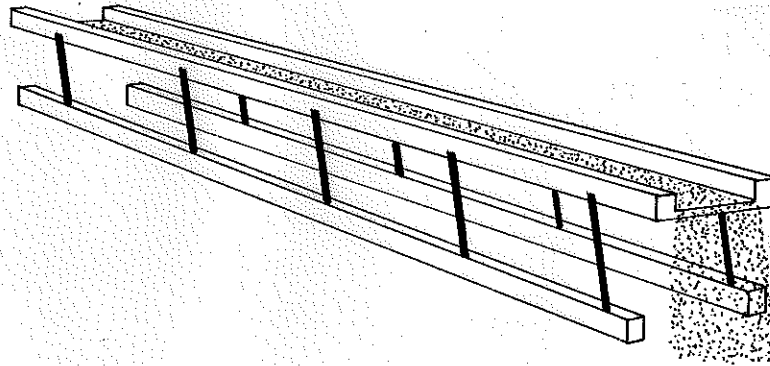


FIGURA 15 - Calha vibradora

3.3.6 - Transportadores pneumáticos

Estes transportadores geram uma corrente de ar com alta velocidade que conduz os grãos por dentro de tubos fechados de um lugar para outro. Podem atuar por sucção, por pressão, ou por um sistema combinado de sucção e pressão. O sistema por sucção produz uma pressão inferior à pressão atmosférica no interior de um tubo cuja extremidade está em contato com o material ensilado, que penetra no tubo e é conduzido ao local desejado (vide Fig. 16a). No sistema por pressão têm-se os grãos transportados por um fluxo de ar em alta velocidade dentro de um tubo que impulsiona os grãos (vide Fig. 16b). No sistema combinado, parte do transporte é feito por pressão e parte por sucção (vide Fig. 16c).

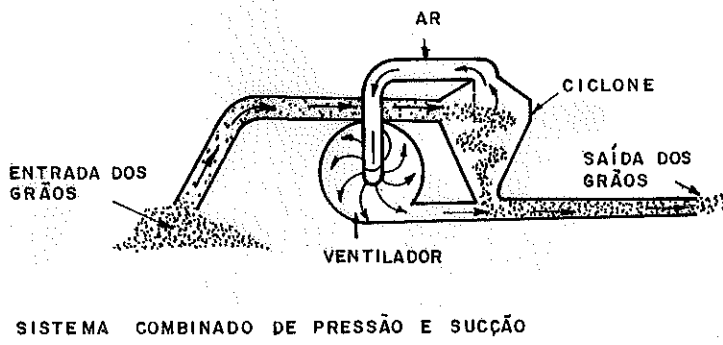
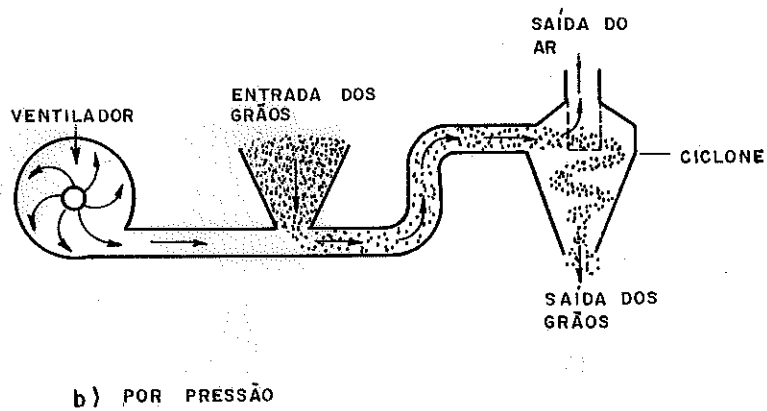
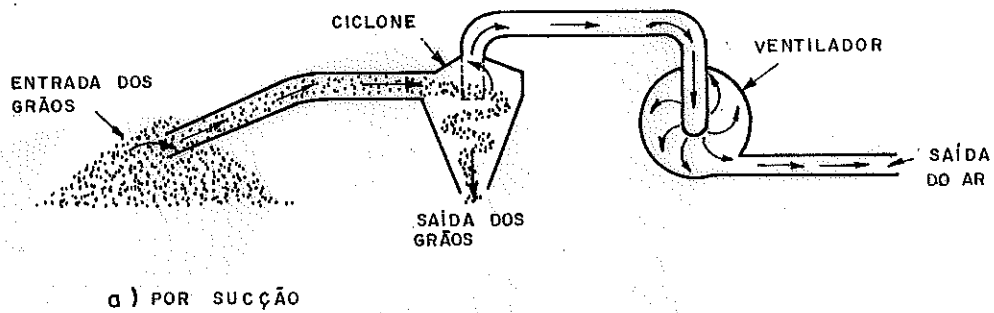


FIGURA 16 - Transportadores pneumáticos.

Os transportadores pneumáticos operam em diferentes situações, transportando grãos a grande distância (mais de 20m), e são bastante utilizados na carga e descarga de vagões, navios e barcos. Este tipo de transportador é também muito empregado na movimentação de materiais pulverulentos.

3.3.7 - Transportadores de corrente ("redlers")

São transportadores metálicos formados por uma série de peças conjugadas compondo uma corrente que, ao se movimentar no interior de um conduto hermeticamente fechado, transporta os grãos pelo interior do conduto até o local desejado (vide Fig. 17). Este transportador pode atuar tanto na posição horizontal como na vertical, existindo unidades móveis.

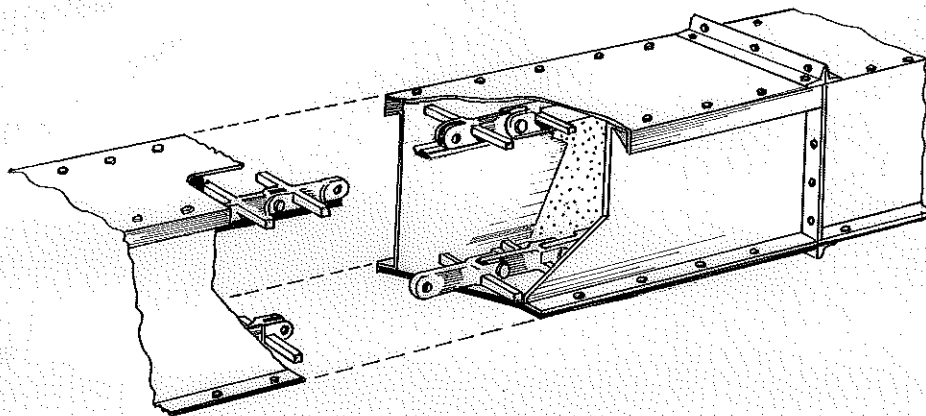


FIGURA 17 - Transportador de corrente

3.4 - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DO MATERIAL ENSILADO

O conhecimento das características físicas do material ensilado tais como:

- peso específico;
- ângulo de atrito interno, ou a tangente deste ângulo denominada coeficiente de atrito interno;
- ângulo de atrito entre o material ensilado e as paredes da célula, ou a tangente deste ângulo denominada coeficiente de atrito entre o material e as paredes da célula

é indispensável para a determinação das ações que o material ensilado exerce sobre as partes constituintes dos silos.

O tamanho dos grãos pode influenciar os valores das características físicas conforme será visto. Segundo a antiga DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN⁷⁸, materiais cujos grãos têm um diâmetro médio maior que 0,20mm são designados granulares e menor que 0,06mm pulverulentos; para os valores do diâmetro médio entre 0,06mm e 0,20mm nenhuma designação é fornecida. CALIL⁵³ apresenta a seguinte classificação em função do diâmetro médio dos grãos (d) em milímetros:

- $d > 0,42$ granular
- $0,42 > d > 0,149$ pulverulento coesivo ou não
- $0,149 > d > 0,074$ pulverulento coesivo fino
- $d \leq 0,074$ pulverulento coesivo extra fino

BISHARA, AYOUB, MAHDY³³ classificam os materiais em pulverulentos ("fine material"), se o diâmetro médio dos grãos é inferior ou igual a 2,50mm, e granulares ("coarse material"), se o diâmetro médio é superior a 2,50mm.

Encontram-se na literatura a respeito de silos várias tabelas contendo os valores das características físicas de vários materiais, porém estes valores devem ser vistos mais como uma orientação devido à influência dos vários fatores que afetam estes valores como é relatado abaixo:

- o valor do peso específico é afetado pela umida

de e pode alcançar um máximo para algum valor intermediário entre o estado seco e o saturado.

- o valor do peso específico é afetado pela pressão a que o material está submetido, existindo variações consideráveis no peso específico de materiais muito suscetíveis à pressão ou que aprisionem ar nos seus interstícios. A forragem composta de milho, alfafa, trevo e aveia, por exemplo, colocada de forma adequada dentro do silo, isto é, sendo comprimida para eliminar o ar dentro do volume ensilado, tem seu peso específico variando dentro de uma grande extensão, como pode ser visto na figura 18.

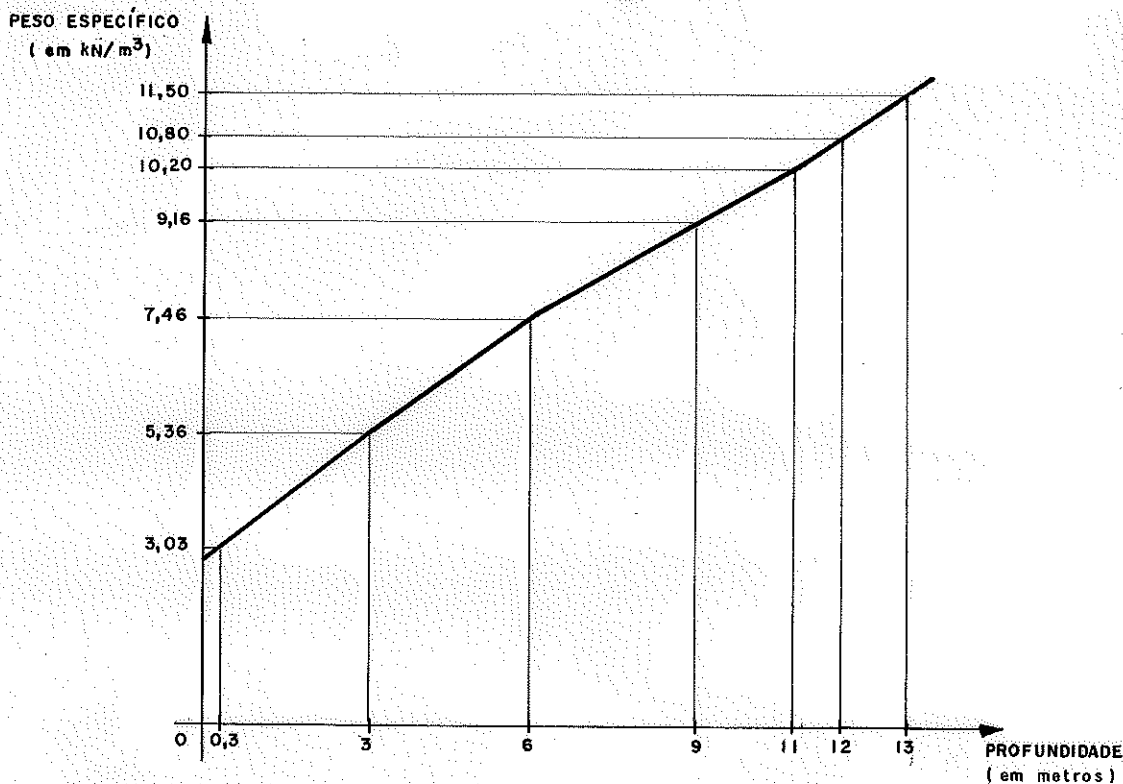


FIGURA 18 - Variação do peso específico da forragem com a altura do material ensilado.

- de acordo com FOWLER & CHODZIESNER¹⁰², o ângulo de atrito entre materiais granulares secos deslizando por calhas, rampas, etc. e o material de que é feito estes equipamentos, depende do fator de forma média dos grãos (definido como a razão entre o diâmetro médio do grão e o diâmetro da esfera circunscrita ao grão), da rugosidade da superfície (definida como a altura média das protuberâncias da superfície), do diâmetro médio das partículas e do peso específico dos grãos (considerando-se o peso específico da água, a 25°C, igual à unidade), sendo que estes pesquisadores, além de obter uma equação adimensional desenvolvida estatisticamente, chegaram às seguintes conclusões, algumas já relatadas por outros pesquisadores: as partículas de forma esférica deslizam mais facilmente do que as de formas irregulares com o mesmo diâmetro médio e peso específico; materiais com o mesmo fator de forma e diâmetro médio deslizam mais facilmente quanto maior o peso específico; quanto mais rugosa a superfície, maior o ângulo de atrito entre material e superfície; o coeficiente de atrito entre os grãos e a superfície de deslizamento tende a crescer quando o diâmetro médio das partículas diminui; grãos com fator de forma próximo da unidade têm mais tendência a rolarem que deslizarem.
- quando o diâmetro dos grãos em movimento é menor que os interstícios das paredes da célula ou do fundo do silo, o material preenche os interstícios alterando a superfície; assim, o material desliza sobre uma superfície com características iguais às suas, resultando um ângulo de atrito entre material e paredes próximo do ângulo de atrito interno.

- a umidade pode afetar apreciavelmente o valor do ângulo de atrito interno, sendo que o material seco tem geralmente um ângulo de atrito interno maior do que quando úmido.
- nos materiais pulverulentos, cujas partículas sejam pouco compressíveis, o imbricamento entre as partículas cresce com o aumento da compacidade do meio, sendo pouco afetado por pressões estáticas e muito sensível a vibrações.
- nos materiais granulares, devido ao seu baixo peso específico, o imbricamento não chega a ser modificado por vibrações, mas é bastante influenciado pelo aumento de compacidade do material ensilado.
- os grãos oleaginosos, mesmo sob baixa pressão, liberam um líquido oleoso que interfere no valor do atrito entre grãos e entre grãos e paredes. Os resultados obtidos pela medida do atrito nos ensaios de cisalhamento é uma combinação entre a diminuição do atrito devido ao líquido oleoso e o aumento do atrito interno e do atrito entre grãos e paredes devido ao maior contato provocado pelo aumento da compressão sobre os grãos.
- o tipo de granulometria do material afeta a acomodação e o imbricamento das partículas, interferindo no peso específico e no ângulo de atrito interno, pois quanto maior este imbricamento maior é o valor das características físicas citadas.
- LENCZNER²⁰⁹, buscando determinar as características físicas do cimento, obteve que acima de certa pressão aparece uma coesão entre as partículas.
- de modo geral, materiais estáveis quimicamente são pouco afetados pelo tempo de armazenamento, contanto que não ocorram variações sensíveis de umidade, pois estas variações afetam as características físicas do material ensilado. Uma diminui-

- ção do teor de umidade por evaporação pode causar precipitação de sais e uma cimentação das partículas, resultando em um aumento do ângulo de atrito interno.
- materiais quimicamente instáveis podem desenvolver forte vinculação entre as partículas e as superfícies de contato, acarretando altos valores para o ângulo de atrito interno e o coeficiente de atrito entre partículas e paredes.
 - materiais pulverulentos, que durante a carga aprisionam ar, apresentam um aumento nos valores do peso específico e do ângulo de atrito interno após a liberação deste ar. Há aumentos significativos nestas características quando se armazena um pó seco possuidor de carga elétrica estática, a qual se dissipa gradualmente com o passar do tempo.
 - variações na temperatura do ambiente podem provocar mudanças no teor de umidade de uma parte ou de todo o material armazenado, bem como mudanças químicas ou físicas na superfície das partículas, ocorrendo uma variação nos valores dos ângulos de atrito.
 - no caso de materiais com baixo ponto de fusão, com o aumento de temperatura o material pode amolecer, ocorrendo ligações entre as partículas, havendo um aumento do ângulo de atrito interno.
 - durante a carga de materiais pulverulentos, junto às partículas tem-se uma quantidade de ar aprisionado; para baixas velocidades de carga, o ar escapa nesta operação e as características físicas finais são rapidamente alcançadas, porém, no caso de altas velocidades de carga, o material pode tornar-se quase fluido, tendo-se um ângulo de atrito interno próximo de zero.

- o processo de descarga pode interferir nas características físicas; exemplificando: em um dos processos de descarga existentes injeta-se ar na região inferior da célula; com isto, reduzem-se a densidade e os ângulos de atrito na porção fluidificada do material, facilitando a saída do material ensilado.
- o processo de transporte pode interferir no conteúdo de ar do material; sabe-se que materiais pulverulentos envolvem-se de maior quantidade de ar quando transportados pneumaticamente do que quando transportados mecanicamente.

Confrontando-se os valores das características físicas dos materiais ensilados, dados em várias tabelas, observam-se diferenças entre estes valores, à vezes consideráveis; isto pode ser decorrente dos métodos utilizados na determinação das características físicas, do teor de umidade e da temperatura do material no momento da análise, da compactidade e de outros fatores que, de modo geral, não são mencionados nas tabelas. É aconselhável obterem-se os valores característicos do material a armazenar através de ensaios, utilizando os valores das tabelas apenas para comparações. Apresentam-se a seguir tabelas retiradas de três trabalhos.

Entre as várias tabelas encontradas na bibliografia reproduz-se aqui a apresentada em CIESIELSKI et alii⁶⁷, que reúne o maior número de materiais. Nesta tabela γ representa o peso específico e ϕ o ângulo de atrito interno. O ângulo de atrito entre o material e parede é admitido aproximadamente igual a $\phi/2$ para paredes lisas e $2\phi/3$ para paredes rugosas.

Tabela 2 - Características físicas do material (segundo CIESIELSKI et alii⁶⁷)

MATERIAL A GRANEL	γ (KN/M ³)	ϕ (em graus)	COEFICIENTE DE ATRITO ENTRE MATERIAL E PAREDE	
			PAREDE REBOCADA $\text{tg } \frac{\phi}{2}$	PAREDE SEM REBOCO $\text{tg } \frac{2\phi}{3}$
MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO				
CAL EM PÓ	10,00	25	0,2217	0,2994
CAL RECÉM QUEIMADA	10,00	45	0,4142	0,5773
ESCÓRIA DE CALDEIRA	10,00	40	0,3640	0,5022
ESCÓRIA DE ALTO-FORNO	15,00	40	0,3640	0,5022
ESCÓRIA GRANULAR POROSA SOLTA	6,00	35	0,3153	0,4314
CIMENTO SOLTO	12,00	25	0,2217	0,2994
GESSO DE CONSTRUÇÃO				
MARCA USADA PARA OBTENÇÃO DO CIMENTO	15,00	30	0,2679	0,3640
CINZA DE COQUE	7,00	25	0,2217	0,2994
PEDRA POME EM PÓ	7,00	35	0,3153	0,4314
PEDREGULHO	20,00	35	0,3153	0,4314
PEDREGULHO POROSO	15,00	35	0,3153	0,4314
CACOS DE TIJOLOS	11,00	35	0,3153	0,4314
CACOS DE TIJOLOS COM CAL	12,00	35	0,3153	0,4314
TERRA VEGETAL SECA	14,00	35-40	0,3153-0,3670	0,4314-0,5022
TERRA VEGETAL ÚMIDA	16,00	45	0,4142	0,5773
AREIA SECA	16,00	35	0,3153	0,4314
AREIA ÚMIDA	18,00	40	0,3640	0,5022
ARGILA SECA	15,00	40-45	0,3640-0,4142	0,5022-0,5773
ARGILA ÚMIDA	15,50	45	0,4142	0,5773
CASCALHO SECO	18,00	35-40	0,3153-0,3640	0,4314-0,5022
CASCALHO ÚMIDO	20,00	25	0,2217	0,2994
OUTROS MATERIAIS				
LIGNITA SECA	7,00	35	0,3153	0,4314
LIGNITA ÚMIDA	10,00	40	0,3640	0,5022
CARVÃO DE PEDRA EM PEÇAS	10,00	45	0,4142	0,5773
CARVÃO DE PEDRA LISO	7,00	25	0,2217	0,2994
CARVÃO DE LENHA	2,00	45	0,4142	0,5773
CARVÃO DE GÁS	8,00-9,00	45	0,4142	0,5773
CARVÃO DE BETUME	7,50-9,00	35	0,3153	0,4312
ANTRACITO	8,35	27	0,2400	0,3077
COQUE	5,00	45	0,4142	0,5773
APARAS DE MADEIRA	2,00	45	0,4142	0,5773
APARAS DE MADEIRA SOLTA	1,50	45	0,4142	0,5773
SERRAGEM	2,50	45	0,4142	0,5773
CÁRBURETO DE CÁLCIO	9,00	28	0,2493	0,3268
MINÉRIO DE FERRO	30,00	40	0,3640	0,5022

Continua

MATERIAL A GRANEL	γ (KN/M ³)	ϕ (em graus)	COEFICIENTE DE ATRITO ENTRE MATERIAL E PAREDE	
			PAREDE REBOCADA $\text{tg } \frac{\phi}{2}$	PAREDE SEM REBOCO $\text{tg } \frac{2\phi}{3}$
PRODUTOS AGRÍCOLAS				
CEREAIS	7,50	30	0,2679	0,3640
NABOS	7,50	30	0,2679	0,3640
AÇUCAR	7,50	35	0,3153	0,4314
ERVILHA	8,00	25	0,2217	0,2994
CEVADA	6,50	30	0,2679	0,3640
MILHO	7,50	28	0,2493	0,3268
AVEIA	4,50	36	0,3249	0,4452
FRUTAS	4,00	45	0,4142	0,5772
MILHO MIÚDO	7,00	35	0,3153	0,4314
TRIGO	7,60	34	0,3057	0,4100
MALTE	5,30	22	0,1944	0,2549
BATATAS	7,50	30	0,2679	0,3640
CENTEIO	7,50	30	0,2679	0,3640
FARELO	5,00	40	0,3640	0,5022
FEIJÃO	7,40	30-32	0,2689	0,3758
SEMENTE DE LINHO	6,60-6,90	25	0,2217	0,2994
SEMENTE DE COLZA	5,70-7,00	28	0,2493	0,3268
SAL	12,50	40	0,3640	0,5022
ADUBOS QUÍMICOS				
FARINHA DE PEIXE	8,00	45	0,4142	0,5773
FOSFATO DE THOMAS	22,00	40	0,3640	0,5022
OUTROS ADUBOS QUÍMICOS	12,00	40	0,3640	0,5022

Em A. & M. REIMBERT²⁸⁵ encontram-se várias tabelas com valores das características físicas de alguns materiais. Apresentam-se também gráficos que mostram a variação do ângulo de atrito interno do material em função da tensão normal aplicada ao corpo de prova.

Apresenta-se aqui a tabela para o ângulo de atrito entre material e parede, estando o corpo de prova submetido a uma tensão normal média de compressão igual a 16,2 kN/m².

Nesta tabela pode-se notar a variação do valor do ângulo ao se mudar o tipo da superfície interna da parede e conseqüentemente a rugosidade da parede.

Tabela 3 - Ângulo de atrito entre material e paredes (segundo A. & M. REIMBERT²⁸⁵)

MATERIAL	TIPO DE PAREDE	ÂNGULO DE ATRITO	
		MÁXIMO	MÍNIMO
NABO	CIMENTO LISO	21°10'	17°15'
	CIMENTO RUGOSO	40°40'	33°15'
	CHAPA METÁLICA LISA	17°15'	15°20'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	28°20'	25°10'
CAMELINA	CIMENTO LISO	22°05'	21°05'
	CIMENTO RUGOSO	35°00'	30°50'
	CHAPA METÁLICA LISA	20°55'	19°40'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	23°55'	23°15'
COLZA	CIMENTO LISO	19°35'	18°10'
	CIMENTO RUGOSO	27°40'	22°00'
	CHAPA METÁLICA LISA	18°40'	17°40'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	16°50'	16°15'
PAPOULA	CIMENTO LISO	24°10'	22°40'
	CIMENTO RUGOSO	35°50'	32°45'
	CHAPA METÁLICA LISA	19°55'	18°15'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	25°20'	20°30'
PAINÇO	CIMENTO LISO	28°30'	25°55'
	CIMENTO RUGOSO	28°10'	22°00'
	CHAPA METÁLICA LISA	18°55'	18°00'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	22°20'	18°55'
GAFSA	CIMENTO LISO	35°30'	32°10'
	CHAPA METÁLICA LISA	46°15'	39°30'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	25°05'	18°55'
HOULU	CIMENTO LISO	34°10'	27°10'
	CHAPA METÁLICA LISA	34°10'	29°00'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	32°30'	29°40'
RÉNO	CIMENTO LISO	33°10'	27°55'
	CHAPA METÁLICA LISA	41°05'	29°20'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	35°30'	25°05'
AGROPHOS	CIMENTO LISO	36°40'	30°35'
	CHAPA METÁLICA LISA	36°55'	33°10'
	CHAPA METÁLICA RUGOSA	42°10'	35°35'

O ACI COMMITTEE 313³ apresenta outra tabela, onde, em vez do ângulo de atrito interno, fornece o ângulo de talude natural, geralmente menor que o ângulo de atrito interno.

Tabela 4 - Características físicas do material (Segundo ACI COMMITTEE 313³).

MATERIAL	PESO ESPECÍFICO (KN/M^3)	ÂNGULO DE REPOUSO (em graus)	COEFICIENTE DE ATRITO	
			CONTRA O CONCRETO	CONTRA O ACO
CLINQUER	14,10	33	0,60	0,30
CIMENTO PORTLAND	13,44-16,00	24 a 30	0,36-0,45	0,30
ARGILA	18,10-22,10	15 a 40	0,20-0,50	0,36-0,70
CARVÃO(BETUMINOSO)	8,00-10,40	32 a 44	0,50-0,60	0,30
CARVÃO(ANDRACITO)	9,60-11,20	24 a 30	0,45-0,50	0,30
COQUE	6,00	40	0,80	0,50
FARINHA	6,00	40	0,30	0,30
CASCALHO	16,00-20,00	25 a 35	0,40-0,45	
GRÃOS(PEQUENOS): TRIGO, MILHO, SOJA, CEVADA, ERVILHAS, FEIJÃO, FEIJÃO VERDE, AVEIA, ARROZ, CENTEIO	7,36- 9,90	23 a 37	0,29-0,47	0,26-0,42
GESSO EM PEDAÇOS, PEDRAS DE CAL	16,00	40	0,50	0,30
MINÉRIO DE FERRO	26,40	40	0,50	0,36
CAL QUEIMADA(SEIXOS)	8,00- 9,60	35 a 55	0,50-0,60	0,30
CAL QUEIMADA, FINA	9,10	35	0,50	0,30
CAL QUEIMADA, GROSSA	12,00	35	0,50	0,30
CAL QUEIMADA, EM PÓ	7,00	35	0,50	0,30
MINÉRIO DE MANGANÊS	20,00	40		
AREIA	16,00-20,00	25 a 40	0,40-0,70	0,35-0,50
AÇUCAR GRANULADO	10,00	35	0,43	

A norma brasileira CARGAS PARA O CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE EDIFICAÇÕES¹³ apresenta valores de peso específico e ângulo de atrito interno para alguns materiais.

CAPÍTULO 4

CARREGAMENTOS E FENÔMENOS DEVIDOS AO MATERIAL ENSILADO

4.1 - TEORIAS PARA O CÁLCULO DAS PRESSÕES ESTÁTICAS NAS CÉLULAS

O problema da determinação das pressões exercidas pelo material ensilado nas paredes de uma célula teve um interesse crescente entre pesquisadores e calculistas a partir das últimas décadas do século XIX, com o início da construção de silos elevados de dimensões razoáveis, sendo que algumas das teorias aqui apresentadas datam de fins do século XIX. Denominam-se pressões estáticas aquelas exercidas pelo material em repouso no interior da célula e da tremonha, interessando para o cálculo as que atuam sobre as paredes e o fundo da célula. Após o enchimento da célula, o peso do material confinado é suportado em parte pelas paredes, devido ao atrito entre estas e o material ensilado, e em parte pelo fundo da célula, existindo pressões perpendiculares às paredes, denominadas pressões horizontais ou pressões laterais,

ações paralelas às paredes devidas ao atrito e pressões verticais atuando na seção transversal da massa ensilada, cujo conhecimento é necessário para o cálculo estrutural. Apresentam-se aqui transcrições comentadas de seis teorias para o cálculo das pressões estáticas. Como há variáveis, coeficientes, etc., de mesmo significado físico aparecendo em mais de uma teoria com símbolos diferentes, adotou-se uma nomenclatura padrão, no intuito de facilitar a leitura e a comparação entre as várias teorias e fórmulas, que, longe de reunir todos os símbolos, contém os principais, sendo que os termos não definidos aqui o serão no desenvolvimento de cada teoria.

Nomenclatura padrão:

- γ - peso específico do material ensilado.
- ϕ - ângulo de atrito entre as partículas do material ensilado (ângulo de atrito interno).
- ϕ' - ângulo de atrito entre material ensilado e as paredes da célula.
- $\mu = \text{tg}\phi$ - coeficiente de atrito entre as partículas do material ensilado (coeficiente de atrito interno).
- $\mu' = \text{tg}\phi'$ - coeficiente de atrito entre material ensilado e paredes da célula.
- O y z - sistema de eixos coordenados ortogonais com a origem em um ponto de interseção da superfície superior do material ensilado e as paredes da célula, tendo o eixo z direção perpendicular ao eixo longitudinal da célula e sentido positivo para o interior do silo, e o eixo y vertical sentido positivo para baixo, paralelo ao eixo longitudinal da célula.
- p - pressão horizontal atuando na parede do silo.
- q - pressão vertical atuando sobre a seção transversal da massa ensilada.
- S - área da seção transversal da massa ensilada.
- U - perímetro da seção S.
- $R' = \frac{S}{U}$ - raio hidráulico da célula.

- D - diâmetro do círculo inscrito na seção transversal S.
- H - altura total da célula.
- $K = p/q$ - razão entre as pressões horizontal e vertical.
- F_a - força vertical resultante das ações de atrito nas faces internas das paredes da célula.
- $C, k_i, C_i, i = 1, 2, 3 \dots$ - constantes
- a, b, c, \dots - largura da face interna das paredes de células com seção poligonal; coeficientes de equações.

4.1.1 - Teoria Hidrostática

Um dos primeiros processos utilizados para o cálculo das pressões exercidas pelo material ensilado foi considerar estas pressões idênticas àsquelas exercidas por um líquido em repouso com mesmo peso específico do material; deste modo era obtido o valor da pressão horizontal atuando na parede da célula para qualquer profundidade desejada (fórmula 1), bem como a variação da pressão ao longo do perímetro (constante em qualquer ponto deste) e da altura (variação linear) da parede.

$$p = \gamma y$$

01

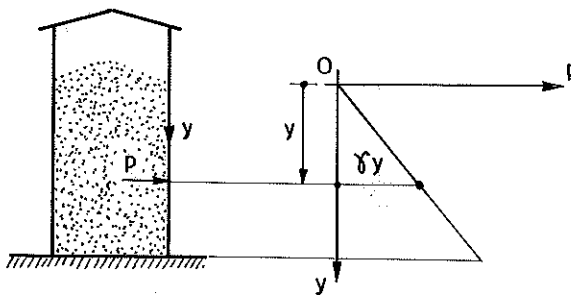


FIGURA 19 - Pressão horizontal segundo a teoria hidrostática.

RAVENET²⁷⁴, na pág.2, informa que as pressões consideradas no cálculo eram aquelas obtidas através da fórmula 1, porém LENCZER²⁰⁷ informa que as pressões eram majoradas com um coeficiente de 1,50. Na época da utilização desta teo-

ria quase nada se conhecia sobre as pressões durante a movimentação do material e estas não eram computadas no cálculo; assim, ao empregarem esta teoria os calculistas englobavam na realidade, inadvertidamente, tanto as pressões estáticas como as pressões decorrentes da movimentação do material. A aceitação da teoria hidrostática implica também em não se considerar o atrito do material ensilado com as paredes da célula e admitir-se que as pressões em um ponto no interior do material são iguais para qualquer direção. Ao desprezar este atrito não é avaliada a parcela do peso do material ensilado que é suportada pelas paredes da célula, sendo que todo o peso do material ensilado é suportado pelo fundo da célula. Por outro lado, sabe-se que as pressões horizontais provocadas pelo material ensilado na realidade são menores do que aquelas fornecidas pela teoria hidrostática; assim, um recipiente destinado ao armazenamento de um líquido seria inadequado para o armazenamento de um material granular de mesmo peso específico do líquido, pois este recipiente poderia não suportar as ações verticais atuantes e teria espessuras de paredes antieconômicas, pois estas seriam construídas para resistir a pressões horizontais superiores às reais. Inversamente, um recipiente destinado a armazenar materiais granulares poderia não suportar as pressões horizontais provocadas pelo líquido. Esta teoria começou a cair em desuso a partir de fins do século XIX, pois a importância do atrito entre material e paredes no valor das pressões foi percebida pelos calculistas e pesquisadores.

4.1.2 - Teoria de Janssen

A teoria de Janssen apresentada em 1895 em JANSSEN¹⁴⁹ até hoje é bastante utilizada, determinando as pressões horizontal e vertical através do equilíbrio das forças verticais que atuam em uma camada horizontal de material ensilado de altura infinitesimal. Janssen baseou-se em duas

suposições fundamentais para desenvolver sua teoria:

- a pressão vertical em uma seção transversal horizontal da massa ensilada é constante na seção;
- denominando K a razão entre as pressões horizontal (p) e vertical (q), K tem valor constante para qualquer profundidade considerada.

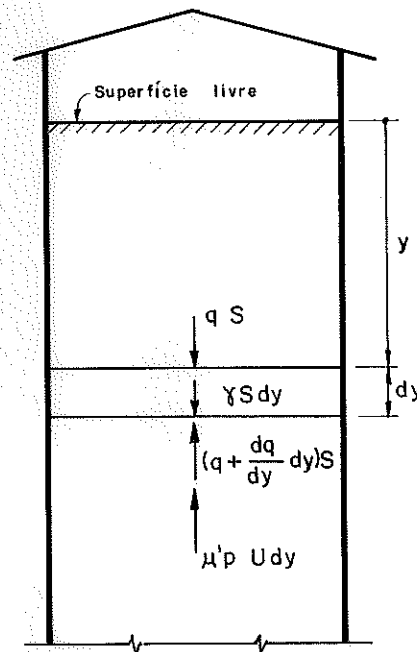


FIGURA 20 — Forças atuando em uma camada de material ensilado

Sobre a camada de material ensilado, mostrada na figura 20, atuam o peso próprio da camada, as forças nas faces superior e inferior da camada devidas ao material, que são expressas como produto da área da seção transversal pela pressão vertical na face correspondente, e a força devida ao atrito entre material e paredes, que pode ser expressa como o produto da pressão horizontal pelo coeficiente de atrito entre material e paredes pela área lateral da camada. Fazendo-se o equilíbrio das forças na direção vertical:

$$qS + \gamma S dy - \left(q + \frac{dq}{dy} dy \right) S - \mu' p U dy = 0$$

Simplificando-se e dividindo os termos por S dy

$$\gamma - \frac{dq}{dy} - \mu' p \frac{U}{S} = 0$$

Substituindo-se nesta equação p por Kq, baseando-se na segunda suposição, U/S por 1/R' e separando-se as variáveis:

$$dy = \frac{dq}{\gamma - \frac{\mu' K}{R'} q}$$

Integrando esta equação e determinando a constante de integração através da condição que em y=0, q=0:

$$\ln \left(\gamma - \frac{\mu' K}{R'} q \right) = - \frac{\mu' K}{R'} y + \ln \gamma$$

e com algumas modificações na equação acima obtêm-se finalmente as equações das pressões vertical e horizontal:

$$q = \frac{\gamma R'}{\mu' K} \left(1 - e^{-(\mu' K/R') y} \right) \quad (a)$$

$$p = Kq = \frac{\gamma R'}{\mu'} \left(1 - e^{-(\mu' K/R') y} \right) \quad (b)$$

Observando-se as fórmulas 2a e 2b percebe-se que as pressões sofrem acréscimos que se tornam cada vez menores com o aumento do valor de y, sendo que para grandes valores de y pode-se desprezar o termo exponencial, obtendo-se os valores máximos das pressões:

$$q_{\max} = \frac{\gamma R'}{\mu' K} \quad (a) \quad p_{\max} = \frac{\gamma R'}{\mu'} \quad (b) \quad 3$$

A força vertical resultante da ação do atrito na superfície interna das paredes da célula na profundidade y pode ser obtida fazendo-se o equilíbrio das forças verticais atuando na massa ensilada até a profundidade y. Fazendo-se o equilíbrio das forças verticais produzidas pelo peso próprio, pela pressão vertical e pelas ações de atrito obtêm-se:

$$F_a = \gamma y S - q S = S \left[\gamma y - (1 - e^{-(\mu' K/R') y}) \right] (c) \quad 2$$

Esta força também pode ser obtida fazendo-se o so matório do produto das ações de atrito pelo perímetro inter no, desde a superfície livre de material até a profundidade considerada. A expressão matemática do que foi dito acima é:

$$F_a = \int_0^y \mu' p U dy = S \left[\gamma y - (1 - e^{-(\mu' K/R') y}) \right]$$

que fornece para F_a o mesmo resultado encontrado anteriormente, como não poderia deixar de ser.

Analisando-se a expressão de F_a , partindo-se de $y = 0$, nota-se que, para acréscimos iguais no valor de y , esta força sofre acréscimos que são crescentes com o valor de y , acréscimos estes que, com o aumento do valor de y , tendem a um valor constante; para grandes profundidades a função F_a varia linearmente com y , tendo um coeficiente angular igual a γS . Já a pressão q cresce no início rapidamente com o valor de y , tendendo porém para um valor constante. Este comportamento da pressão q e da força de atrito F_a indica que, para pequenas profundidades, o peso da massa ensilada é suportado basicamente pela própria massa ensilada, pouco auxiliando a ação do atrito; com o aumento da profundidade, a responsabilidade pela sustentação da massa ensilada vai sendo transferida da massa ensilada para a ação do atrito e, para grandes profundidades, os acréscimos de material são absorvidos quase integralmente pela ação do atrito.

O valor de K , razão entre as pressões horizontal e vertical, não foi especificado por Janssen na sua teoria, estabelecendo que este valor deveria ser determinado experimentalmente para cada silo e material a ser armazenado. De modo geral, escolhendo-se um valor conveniente para o K , pode-se obter uma razoável aproximação entre as pressões dadas pela teoria da Janssen e aquelas obtidas experimentalmente. Existem divergências entre pesquisadores a respeito de uma fórmula para a obtenção da razão entre as pressões horizontal e vertical; KOENEN¹⁹³ propõe que o K seja determi-

nado de modo idêntico ao coeficiente do empuxo ativo da teoria de Rankine sobre empuxos de terra; Jáky na sua teoria, vide item 4.1.6, utiliza uma fórmula determinada por ele que fornece o coeficiente de empuxo de um maciço de terra em repouso; Frazer, segundo LENCZNER²⁰⁷ e LENCZNER²⁰⁹, indica uma expressão onde aparece o coeficiente de atrito entre material e paredes. Todas estas expressões estão reunidas na tabela abaixo.

Tabela 5 - Expressões para a determinação do valor de K

Pesquisadores	Expressões
Koenen	$K = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi}$
Jáky	$K = 1 - \text{sen}\phi$
Frazer	$\frac{1}{K} = \frac{1 + \text{sen}^2\phi}{\cos^2\phi} + \frac{2 \text{sen}\phi}{\cos^2\phi} \sqrt{1 - \frac{\text{tg}^2\phi}{\text{tg}^2\phi}}$

A expressão mais utilizada é aquela proposta por Koenen. Comparações entre as curvas obtidas utilizando cada uma das expressões podem ser vistas nas figuras 67 e 72 nos itens 4.8.13 e 4.8.14. Para maiores informações sobre o fator K vide o item 4.8, COWIN⁷¹ e PIEPER & WENZEL²⁵⁴, sendo que nesta última referência encontra-se uma ampla discussão sobre o coeficiente K.

Outro fator do qual dependem as pressões é o raio hidráulico; observe-se que sendo o raio hidráulico de uma célula quadrada igual a a/4 e o de uma célula circular igual a D/4, para células armazenando um mesmo material, as pressões laterais serão iguais tanto para a célula quadrada como para a célula cilíndrica quando a for igual a D, fato que não está de acordo com resultados experimentais. Na tabela 6 apresentam-se o perímetro, a área e o raio hidráulico das seções transversais de células mais utilizadas na prática.

Tabela 6 - Perímetro, área e raio hidráulico de seções transversais de células

Seção Transversal	Perímetro (U)	Área (S)	Raio Hidráulico (R')
Retangular	$2(a+b)$	$a b$	$\frac{a b}{2(a + b)}$
Quadrada	$4a$	a^2	$a/4$
Hexagonal	$6a$	$3\sqrt{3} a^2/2$	$\sqrt{3} a / 4$
Octagonal	$8a$	$2(\sqrt{2}+1)a^2$	$(\sqrt{2}+1) a/4$
Circular	πD	$\pi D^2 / 4$	$D/4$

O comitê 313 da Associação Americana do Concreto (vide ACI COMMITTEE 313³) recomenda para células circulares $R' = D/4$; para células cuja seção transversal é um polígono regular $R' = D_e/4$, onde D_e é o diâmetro do círculo de área equivalente \tilde{a} do polígono; para silos quadrados $R' = a/4$, onde a é a largura do lado, e para silos retangulares usar $R' = b/4$ quando calcular a pressão sobre o lado menor e $R' = a'/4$ quando calcular a pressão sobre o lado maior, sendo:

$$a' = \frac{2ab}{a+b}, \text{ onde: } 4$$

a e b - largura do lado maior e menor respectivamente.

4.1.3.- Teoria de Airy

W. Airy apresentou em 1897, vide AIRY⁶, uma teoria que possibilita o cálculo da força horizontal atuando por unidade de comprimento do perímetro interno da seção transversal da célula, sendo esta força calculada para cada parede isoladamente. Conhecendo-se esta força, podem-se determinar as ações laterais nas paredes. Para determinar esta força, Airy

estabeleceu o equilíbrio de uma cunha de material de espessura unitária, utilizando processo semelhante ao empregado por Coulomb na sua teoria para o cálculo de empuxo de terra.

Além dos símbolos já definidos no início deste item, utilizam-se na teoria de Airy os abaixo relacionados:

- θ - ângulo que o plano de deslizamento forma com a horizontal e que corresponde à máxima força lateral.
- P - força horizontal na parede da célula, distribuída por unidade de comprimento do perímetro da seção transversal da massa ensilada.
- R - componente na direção perpendicular ao plano de deslizamento da força reativa do maciço sobre o plano de deslizamento da cunha de espessura unitária.
- W - peso da cunha de material.
- b - dimensão da seção transversal da célula, perpendicular à parede sobre a qual se está calculando a força P.

Airy desenvolveu sua teoria para dois tipos de células: a célula baixa e a célula alta. No caso da célula baixa o plano de deslizamento emerge na superfície livre do material ensilado antes de atingir qualquer parede da célula; no caso da célula alta o plano de deslizamento atinge uma das paredes antes da superfície livre do material. Observe-se que mesmo nas células altas existe uma região de material na qual o plano de deslizamento atinge a superfície livre antes de atingir qualquer parede. Na figura 21 têm-se os dois casos citados.

Considerando-se primeiramente o caso de célula baixa (vide Fig.21a), sobre a cunha ABC de espessura unitária atuam as seguintes forças: o peso W da cunha, a reação da massa de material restante atuando na superfície de deslizamento, considerando-se que ao longo deste plano a resistência ao cisalhamento deve estar totalmente mobilizada, reação

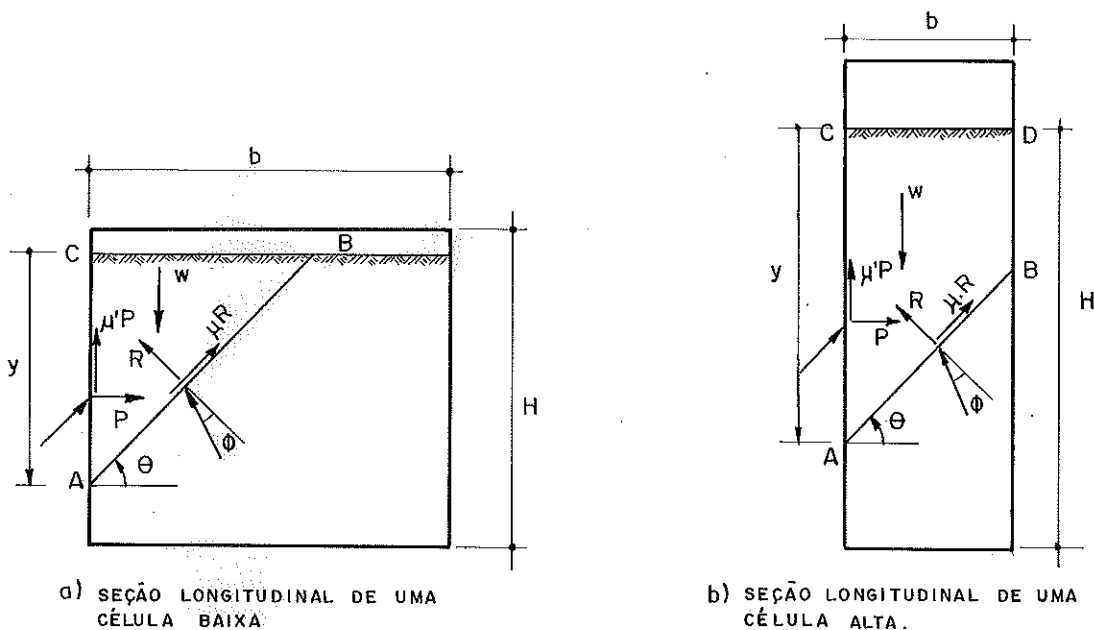


FIGURA 21 - Forças atuando na cunha de material.

esta decomposta na direção perpendicular ao plano de deslizamento (R) e na direção paralela a este plano (μR), e a reação da parede sobre a massa ensilada, decomposta na direção horizontal (P), atuando na parede AC , e na direção vertical ($\mu'P$), devido ao atrito entre os grãos e a parede AC .

Fazendo-se o somatório de forças nas direções normal e paralela ao plano de deslizamento, encontram-se:

$$R - P \sin \theta = (W - \mu'P) \cos \theta \quad (a) \quad 5$$

$$\mu R + P \cos \theta = (W - \mu'P) \sin \theta \quad (b)$$

Das duas equações acima, multiplicando-se a primeira por $-\mu$, somando-se as duas e dividindo-se por $\cos \theta$, obtêm-se:

$$P = W \frac{\text{tg} \theta - \mu}{(1 - \mu \mu') + (\mu + \mu') \text{tg} \theta}$$

Para obter o máximo valor de P deve-se encontrar a forma da cunha, variando θ , que exerce a máxima pressão sobre a parede e para este valor de θ a derivada de P em relação a θ deve ser nula. Substituindo o peso por $\gamma y^2 / 2 \text{tg} \theta$ e

impondo as condições acima, obtêm-se o valor da $\text{tg}\theta$ que torna a pressão horizontal máxima; este valor e a fórmula que permite obter P em função da profundidade são dadas pelas expressões 6.

$$P = \frac{\gamma}{2 \text{tg}\theta} \frac{\text{tg}\theta - \mu}{(1 - \mu\mu') + (\mu + \mu') \text{tg}\theta} y^2 \quad (a)$$

$$\text{tg}\theta = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}} \quad (b)$$

6

No caso de célula alta, o processo para a obtenção de P e da $\text{tg}\theta$ é idêntico ao utilizado no caso das células baixas, substituindo-se porém W pelo seu valor para o caso do plano de deslizamento atingir a parede da célula:

$$W = \frac{\gamma b}{2} (2y - b \text{tg}\theta)$$

Deste modo para as células altas têm-se:

$$P = \frac{\gamma b}{2} (2y - b \text{tg}\theta) \frac{\text{tg}\theta - \mu}{(1 + \mu\mu') + (\mu + \mu') \text{tg}\theta} \quad (a)$$

$$\text{tg}\theta = \sqrt{\frac{2y}{b} \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} + \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'} - \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'}} \quad (b)$$

7

Ao considerar o equilíbrio da cunha de espessura unitária na obtenção de P, Airy não leva em conta o atrito entre as paredes paralelas ao plano médio da cunha e o material ensilado, que interfere no deslocamento da cunha, sendo este um problema tridimensional e não bidimensional; assim, a teoria de Airy, sob este ponto de vista, fornece bons resultados apenas nas regiões centrais de um "bunker" em que uma das dimensões da seção transversal é bem maior que as outras.

Em um segundo trabalho Airy mostrou que as fórmulas 6a e 7a podem ser reduzidas para:

no caso de células baixas

$$P = \frac{\gamma y^2}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu + \mu')} + \sqrt{1 + \mu^2}} \right)^2 \quad (a)$$

no caso de células altas

$$P = \frac{\gamma b^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2y}{b} (\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \quad (b)$$

8

Para a determinação das pressões laterais, utilizar-se-ão as últimas expressões, bem mais simples que as vistas anteriormente.

A posição de aplicação da força horizontal não é estabelecida pela teoria de Airy, podendo ser determinada graficamente, já que todas as forças devem passar pelo mesmo ponto e o somatório delas deve ser nulo.

Segundo indicações de GRAY & MANNING¹²³, págs. 244 e 245, para determinar o valor da pressão horizontal numa profundidade y , expressa em metros, considerando-se uma faixa horizontal de 1 m de altura, podem-se calcular os valores da força horizontal nas profundidades $(y-0,5)$ m e $(y+0,5)$ m, subtraindo-se do segundo valor o primeiro e dividindo-se o resultado pela altura da faixa, no caso unitária. Ao se realizar este cálculo está implícito que a força está aplicada na profundidade y , o que é incorreto. Note-se que o processo de determinação da pressão horizontal equivale a determinar a variação da força com a profundidade, ou seja, a derivada da força em relação à profundidade (dP/dy).

Note-se que ao se considerar o equilíbrio da cunha para o cálculo das pressões laterais, ocorre uma superposição de volumes de material pertencentes às várias cunhas tomadas ao percorrer-se o perímetro da célula, pois além de uma determinada profundidade, uma cunha sempre engloba material de outras cunhas (vide Fig.22).

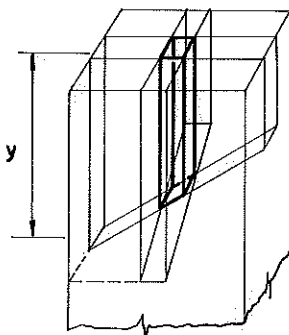


FIGURA 22 - Interceptação de cunhas

Esta superposição produz um comportamento da força vertical atuando na seção transversal do material ensilado conflitante com observações experimentais, sendo que, pela teoria de Airy, para relações entre a altura do material armazenado e o diâmetro da célula superior a 4 aproximadamente, os valores desta força decrescem com o aumento da profundidade, fato este não confirmado experimentalmente. Ao determinar-se a força vertical numa determinada profundidade, faz-se a diferença entre o peso do material ensilado até aquela profundidade e o somatório das forças causadas pelo atrito entre material ensilado e paredes em todo o perímetro da célula, ou seja, faz-se o equilíbrio de forças na direção vertical; neste somatório computa-se a influência do volume comum às várias cunhas mais de uma vez, diminuindo-se assim o valor da força vertical que deveria ser fornecido pela teoria de Airy se não houvesse superposição. A influência da superposição cresce com o aumento da profundidade, pois estarão se superpondo volumes cada vez maiores.

As expressões das pressões horizontal e vertical e a força devida ao atrito entre material e paredes, determinadas a partir das fórmulas 8 e das indicações de GRAY & MANNING^{1 2 3} já expostas, são:
no caso de células baixas:

$$p = \frac{dp}{dy} = \gamma y \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu+\mu')}} + \sqrt{1+\mu^2} \right)^2 \quad (a)$$

$$F_a = \mu'UP = \frac{\gamma\mu'U}{2} y^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu+\mu')}} + \sqrt{1+\mu^2} \right)^2 \quad (b) \quad 09$$

$$q = \frac{\gamma Sy - \mu'UP}{S} = \gamma y \left[1 - \frac{\mu'U}{S} y \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu+\mu')}} + \sqrt{1+\mu^2} \right)^2 \right] \quad (c)$$

no caso de células altas:

$$p = \frac{\gamma b}{(\mu+\mu')} \left[1 + \sqrt{1+\mu^2} + \frac{1}{\sqrt{\frac{2y}{b}(\mu+\mu') + (1-\mu\mu')}} \right] \quad (a) \quad 10$$

$$F_a = \frac{\gamma\mu'b^2U}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2y}{b}(\mu+\mu') + (1-\mu\mu')}}{\mu + \mu'} - \sqrt{1 + \mu^2} \right)^2 \quad (b)$$

$$q = \gamma y - \frac{\gamma \mu' U b}{2S} \left(\frac{\sqrt{\frac{2y}{-b} (\mu + \mu') + (1 - \mu \mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \quad (c) \quad 10$$

As fórmulas 9 devem ser usadas até a profundidade para a qual o plano de deslizamento atinge a parede da célula; esta profundidade é facilmente obtida multiplicando-se a dimensão b pela tangente do ângulo θ dada por $6b$; abaixo desta profundidade deve-se utilizar as fórmulas 10.

No caso de células com valores de b diferentes para um ou mais lados, células cujas seções transversais são polígonos irregulares por exemplo, implicando em ângulos θ diferentes para cada parede, o cálculo de p , q e F_a pode ser feito através das fórmulas 9 e 10, tendo-se o cuidado de executar o cálculo considerando cada parede separadamente. Para estes tipos de células podem-se empregar diretamente estas fórmulas para o cálculo de p , mas para o cálculo de q e F_a deve-se substituir o produto $U P$ pelo somatório do produto da força P atuando em cada parede pela largura desta. Note-se que para determinar a tensão vertical atuando na seção transversal de cada parede deve-se tomar o produto da força horizontal atuando nesta parede pelo coeficiente de atrito e dividi-lo pela área da seção transversal da parede; este mesmo procedimento é indicado no caso de nem todas as paredes terem a mesma espessura.

4.1.4 - Teoria de A. e M. Reimbert

A teoria dos irmãos Reimbert determina as pressões laterais baseando-se tanto em resultados experimentais como em deduções matemáticas. Apesar de ter sido deduzida para o cálculo das pressões durante a carga de silo, vide A. & M. REIMBERT²⁸⁵, pág. 46, apresenta-se esta teoria neste item de pressões estáticas porque é normalmente utilizada na determinação das pressões estáticas. Os irmãos Reimbert realizaram uma série de ensaios com os quais obtinham a car

ga suportada pelo fundo da célula, com o objetivo de estabelecer uma função que relacionasse a parcela do peso do material suportada pelas paredes da célula, devido ao atrito entre elas e o material ensilado, com a altura do material ensilado. Para que os ensaios pudessem ser comparados entre si, todas as experiências foram realizadas nas mesmas condições, com velocidade de carga constante e altura de queda também constante, de modo que o ângulo de atrito interno e o coeficiente de atrito entre material e paredes fossem praticamente os mesmos para todos os ensaios. M. e A. Reimbert chamaram a atenção para o fato de que na prática a velocidade de enchimento não é constante e a altura de queda do material é variável, sendo aconselhável levar em conta as variações das características físicas do material, utilizando-se os valores mais desfavoráveis. Os ensaios mostraram que o valor da pressão vertical (q) cresce com a profundidade, porém sofre acréscimos cada vez menores com o aumento da profundidade, tendendo a um valor máximo. A pressão horizontal (p) contra as paredes da célula tem também comportamento idêntico.

Apresenta-se aqui a dedução das fórmulas para a obtenção das pressões horizontal e vertical, seguindo-se as mesmas etapas do trabalho original.

Além dos símbolos já definidos, relacionam-se abaixo outros símbolos utilizados por A. e M. Reimbert na apresentação de sua teoria.

- Q - força vertical na profundidade y, calculada sem considerar o efeito do atrito entre material ensilado e paredes da célula.
- $Q_0 = \frac{\gamma S h}{3}$ - peso do cone superior de material ensilado.
- $Q_{m\acute{a}x}$ - força vertical máxima na seção transversal do material ensilado.
- $A = \frac{Q_{m\acute{a}x} - Q_0}{\gamma S}$ - abscissa característica.
- $Q_{m\acute{a}x_c}$ - força vertical máxima numa célula cilíndrica.
- $Q_{m\acute{a}x_p}$ - força vertical máxima numa célula de seção transversal poligonal.

- $p_{m\acute{a}x}$ - press\~{a}o horizontal m\~{a}xima.
 $q_{m\acute{a}x}$ - press\~{a}o vertical m\~{a}xima.
 h - altura do cone superior de material ensilado.
 k - raz\~{a}o entre os per\~{i}metros das se\~{c}o\~{e}s transversais de uma c\~{e}lula poligonal e de uma circular inscrita na precedente.
 $a' = \frac{2ab - b^2}{a}$ - largura equivalente.

Inicialmente A. e M. Reimbert estabelecem o valor da press\~{a}o horizontal m\~{a}xima ($p_{m\acute{a}x}$) e da press\~{a}o vertical m\~{a}xima ($q_{m\acute{a}x}$), sendo a primeira obtida igualando-se o peso de uma camada de material de altura infinitesimal \(\tilde{a}\) for\~{c}a proveniente do atrito entre gr\~{a}os e paredes, que significa considerar n\~{a}o existir varia\~{c}o\~{e} da press\~{a}o vertical com a profundidade, e a segunda \(\tilde{e}\) obtida da primeira considerando o material ensilado submetido a um estado ativo de press\~{o}es. Considerando-se uma camada horizontal de espessura dy no interior de uma c\~{e}lula cil\~{i}ndrica (vide Fig. 23), o peso da camada ser\~{a} $\gamma S dy$, estando a camada submetida a uma press\~{a}o horizontal em todo o per\~{i}metro da camada. Esta press\~{a}o horizontal cresce com a profundidade at\~{e} atingir um m\~{a}ximo tal que a for\~{c}a devida ao atrito

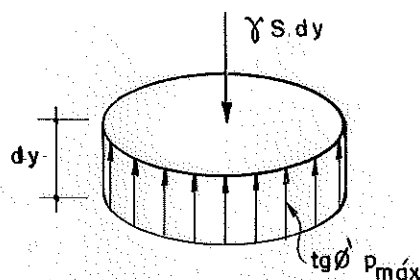


FIGURA 23 - A\~{c}o\~{e}s sobre uma camada horizontal de material localizada numa profundidade infinita.

equilibre o peso pr\~{o}prio da camada considerada; nesta profundidade tem-se:

$$p_{m\acute{a}x} \cdot tg \phi' \cdot U dy = \gamma S dy$$

e com as devidas substitui\~{c}o\~{e}s:

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{\gamma D}{4 \cdot tg \phi'}$$

Baseando-se em trabalhos de Caquot, que estabelece a existência de um estado ativo de Rankine para as pressões, A. e M. Reimbert relacionam as pressões horizontal e vertical através do coeficiente de empuxo ativo de Rankine:

$$\frac{q}{p} = \frac{1}{K} = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2(45 - \phi/2)} ;$$

assim, a pressão vertical máxima será:

$$q_{\text{máx}} = \frac{p_{\text{máx}}}{K} = \frac{D}{4 \operatorname{tg}\phi \operatorname{tg}^2(45 - \phi/2)} \quad 12$$

Conhecendo-se as pressões vertical e horizontal máximas que atuam em uma célula de altura infinita, podem-se obter as pressões para qualquer profundidade, desde que se conheça a função da curva representativa da força vertical a qualquer profundidade devida ao atrito dos grãos contra as paredes (F_a), que será obtida a seguir.

Não se considerando o atrito com as paredes, a força vertical na profundidade y será dada pela expressão 13, que fornece o peso próprio do material ensilado:

$$Q = \gamma S y + \gamma S \frac{h}{3} \quad 13$$

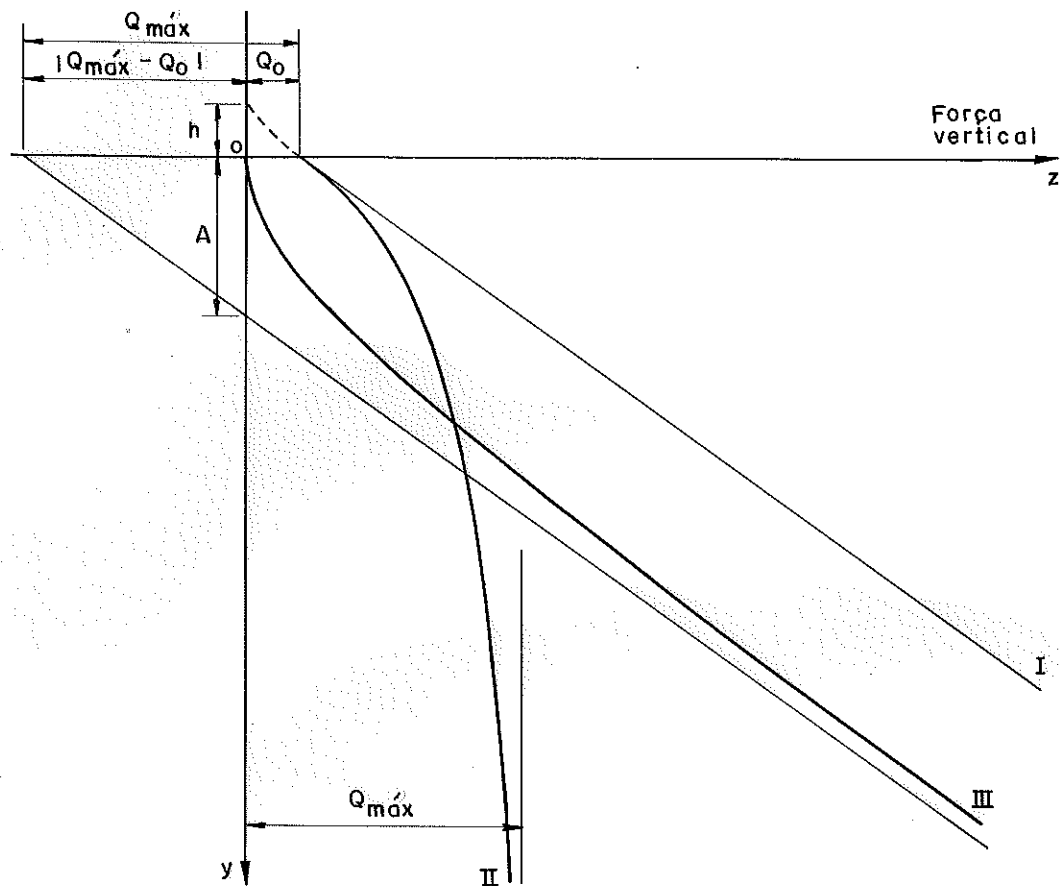
Nesta expressão a segunda parcela do lado direito da equação representa o peso do cone de material, cuja base coincide com plano horizontal $y=0$, sendo o valor de h dado por:

$$h = \frac{D}{2} \operatorname{tg}\phi \quad 14$$

Representando-se a equação 13 em um sistema de coordenadas ortogonais, de modo que no eixo horizontal (z) sejam computadas forças e no eixo vertical (y) a profundidade do material armazenado, medida a partir da base do cone superior do material ensilado, obtém-se a reta I (vide Fig. 24) com inclinação igual a γS e cortando o eixo horizontal em Q_0 , igual a:

$$Q_0 = \gamma S \frac{h}{3} \quad 15$$

Traçando-se no mesmo sistema de coordenadas a curva II, representativa da força sobre o fundo, conseguida através de ensaios, pode-se obter a curva III, que diz respeito



- RETA I - Força vertical atuando na seção transversal do material ensilado, considerando-se nulo o atrito entre grãos e paredes.
- CURVA II- Força vertical atuando na seção transversal do material ensilado, existindo atrito entre grãos e paredes.
- CURA III - Força vertical atuando nas paredes da célula decorrente do atrito entre grãos e paredes.

FIGURA 24 - Variação das forças verticais com a profundidade.

to à força vertical decorrente do atrito entre grãos e paredes, através da diferença entre as coordenadas horizontais da reta I, que fornece a força vertical no caso de atrito nulo, e as da curva II, a qual fornece as cargas verticais que realmente ocorrem numa profundidade y qualquer.

A curva II é tangente à reta I em $y=0$ e tem uma assíntota paralela ao eixo y , distando deste de um valor igual ao máximo valor que a força vertical pode alcançar, o

qual seria:

$$Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} = S q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}}$$

Substituindo o valor de $q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}}$ dado pela fórmula 12 na equação acima, fica-se com:

$$Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} = \frac{\gamma S D}{4 \text{tg} \phi' \cdot \text{tg}^2 (45 - \phi/2)} \quad 16$$

Desde que a curva II é tangente à reta I no ponto $y=0$ e $z=Q_0$, a curva III, obtida da diferença entre a reta I e a curva II, é tangente na origem ao eixo vertical, tendo uma as síntola paralela à reta I, cujas coordenadas horizontais são aquelas da reta I menos o valor $|Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}}|$, pois para valores de y superiores a um determinado valor as coordenadas horizontais da curva II sofrem acr êscimos cada vez menores com o aumento de profundidade e , sendo a curva III obtida da subtração da reta I e curva II, para altos valores de y , o valor da coordenada horizontal de II mantém-se próximo a $Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}}$. A curva III torna-se então aproximadamente uma reta, tendo como as síntota a reta de coeficiente angular igual ao da reta I, que corta o eixo horizontal à esquerda da origem, a uma distância cujo valor é a coordenada horizontal da reta I para $y=0$ menos o valor de $Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}}$, ou seja, $Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} - Q_0$. Estas característi cas irão orientar a determinação da função da curva III.

Os ensaios realizados pelos irmãos Reimbert, tanto em modelos reduzidos como em silos industriais de grandes di mensões, mostraram que a curva III pode ser representada com boa precisão por um ramo de hipérbole da forma:

$$F_a = \frac{ay^2 + by + c}{dy + e} \quad (a) \quad 17$$

A equação da assíntota ao ramo da hipérbole será a reta:

$$z = \gamma S y - (Q_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} - Q_0)$$

Para a assíntota acima, para qualquer valor de y o coeficiente angular é S ; este valor deve ser igual ao valor do limite da função da hipérbole dividida por y , para y tendendo ao infinito; isto significa impor que para valores de y bastante grandes, a incli

nação da assíntota e da curva III coincidem. Fazendo-se este segundo limite obtêm-se:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{ay^2 + by + c}{y(dy + e)} = \frac{a}{d}$$

igualando os resultados dos dois limites tem-se:

$$\frac{a}{d} = \gamma S, \text{ ou então } a = \gamma S d$$

Observando-se que para $y=0$ a força vertical dada pela curva III é nula, o numerador da função deve ser nulo, implicando que:

$$c = 0 ;$$

com estas condições a função da hipérbole torna-se:

$$F_a = \frac{d\gamma S y^2 + by}{dy + e} \quad (b) \quad 17$$

Sendo a curva III tangente ao eixo y em $y=0$, o valor da derivada da hipérbole para este ponto deve ser nulo; impondo-se esta condição à função da hipérbole, tem-se:

$$\left. \frac{dF_a}{dy} \right|_{y=0} = \left[\frac{(dy+e)(2d\gamma S y + b) - (d\gamma S y^2 + by)d}{(dy+e)^2} \right] \Big|_{y=0} = 0$$

ou: $\frac{b}{e} = 0$

deste modo deve-se ter $b=0$, com o que a função se torna:

$$F_a = \frac{d\gamma S y^2}{dy+e} \quad (c) \quad 17$$

Considerando-se que o valor do limite da diferença entre o ramo da hipérbole e a reta paralela à reta I passando pela origem, para y tendendo ao infinito, será: $|Q_{\text{máx}} - Q_0|$ (vide Fig.24), obtêm-se a condição:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} (F_a - \gamma S y) = - |Q_{\text{máx}} - Q_0|$$

e substituindo-se a última equação do ramo da hipérbole nesta condição:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(- \frac{e\gamma S y}{dy+e} \right) = - |Q_{\text{máx}} - Q_0| ,$$

que resulta:

$$e = \frac{d(Q_{\text{máx}} - Q_0)}{\gamma S}$$

substituindo-se o valor de e na equação 17c, obtêm-se

$$F_a = \frac{\gamma S y^2}{y + \frac{Q_{\text{máx}} - Q_0}{\gamma S}} \quad (d) \quad 17$$

Introduzindo-se na expressão 17d uma nova constante A, cujo valor será:

$$A = \frac{Q_{\text{máx}} - Q_0}{\gamma S} \quad , \quad (a) \quad 18$$

a equação da carga vertical suportada pelas paredes será:

$$F_a = \frac{\gamma S y^2}{y + A} \quad (e) \quad 17$$

A constante A tem dimensão de comprimento, sendo igual à distância da origem ao ponto em que a assíntota da curva III corta o eixo vertical, e foi denominada pelos irmãos Reimbert de abscissa característica. Introduzindo-se na expressão 18a os valores de Q_0 e $Q_{\text{máx}}$ dados por 15 e 16, respectivamente, a fórmula da abscissa característica torna-se:

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2(45 - \phi/2)} - \frac{h}{3} \quad (b) \quad 18$$

Com a obtenção da função das cargas suportadas pelo atrito entre material e paredes, para qualquer profundidade, podem-se, a partir dela, obter as pressões horizontal e vertical e a força vertical devida ao atrito entre material e paredes.

Para uma faixa horizontal da parede de altura infinitesimal dy , a carga absorvida pelas paredes devida ao atrito entre material e paredes, em função da pressão horizontal será:

$$p \operatorname{tg} \phi' U dy$$

A mesma carga obtida a partir da fórmula 17e será o valor do diferencial desta fórmula:

$$dF_a = \frac{2\gamma S y(y+A) - \gamma S y^2}{(y+A)^2} dy$$

igualando as duas expressões acima obtém-se a pressão horizontal:

$$p = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg} \phi'} \left[1 - \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (a) \quad 19$$

O fator fora dos colchetes na fórmula acima é a expressão da pressão horizontal máxima (vide fórmula 11), assim a pressão horizontal contra a parede da célula é dada por:

$$p = p_{\text{m}\ddot{a}\text{x}} \left[1 - \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (\text{b}) \quad 19$$

Obtêm-se a pressão vertical que atua em uma determinada profundidade y diminuindo-se do peso do material ensilado a parcela absorvida pelo atrito com as paredes e dividindo-se este resultado pela área da seção transversal da massa ensilada. O peso do material ensilado na profundidade y é dado por 13 e a carga absorvida pelo atrito neste mesmo nível é dada por 17e, sendo a pressão vertical dada por:

$$q = \gamma y + \frac{\gamma h}{3} - \frac{\gamma y^2}{y+A}$$

que resulta:

$$q = \gamma \left[y \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right] \quad (\text{a}) \quad 20$$

Segundo o A.C.I.COMMITTEE 313³, o peso do cone superior do material pode ser desprezado para grandes profundidades, reduzindo-se a expressão 20 acima a:

$$q = \gamma S y \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-1} \quad (\text{b}) \quad 20$$

A expressão da força vertical decorrente do atrito entre material e parede é:

$$F_a = \frac{\gamma S y^2}{y + A} \quad 21$$

Até aqui tratou-se apenas de silos com seção transversal circular; para silos de seção transversal poligonal regular os irmãos Reimbert propõem modificações no valor da abscissa característica, como se passa a apresentar.

No caso dos silos de seção transversal poligonal regular, baseando-se em resultados experimentais que mostram ser a força máxima vertical dependente da forma do silo, definindo $Q_{\text{m}\ddot{a}\text{x}c}$ como a força máxima vertical atuando em uma célula cilíndrica e $Q_{\text{m}\ddot{a}\text{x}p}$ como a força máxima vertical atuando em uma célula poligonal, os irmãos Reimbert estabeleceram a seguinte relação entre estas forças:

$$Q_{\text{m}\ddot{a}\text{x}p} = k Q_{\text{m}\ddot{a}\text{x}c} \quad , \quad 22$$

em que a constante k é igual à razão entre o perímetro da seção transversal do polígono regular e o perímetro do círculo inscrito nesta seção, ou seja:

$$k = \frac{U}{\pi D} \quad (\text{vide tabela 7})$$

Desde que, nas fórmulas das pressões e forças, é na abscissa característica que está contida a força máxima vertical, ao modificar-se o valor desta força, impõe-se na realidade uma modificação no valor da abscissa característica. Aplicando-se o coeficiente k nas expressões 18a e 18b, obtidas para silos cilíndricos, obtêm-se as expressões da abscissa característica para silos de seção poligonal regular; assim a fórmula 18a torna-se:





$$A = \frac{k Q_{\text{máx}} - Q_0}{\gamma S} \quad (\text{a}) \quad 23$$

e a 18b:

$$A = \frac{U}{4\pi \text{tg} \phi \text{tg}^2(45 - \phi/2)} - \frac{h}{3} \quad (\text{b}) \quad 23$$

Observe-se que a obtenção das pressões laterais e da força vertical na seção transversal das paredes, para um silo de seção transversal poligonal regular, pode ser feita seguindo-se os mesmos processos já utilizados para silos cilíndricos e, portanto, as fórmulas para estas pressões e força, já obtidas, continuam válidas para células de seção poligonal regular, desde que se utilize qualquer uma das expressões 23 para o cálculo da abscissa característica.

Tabela 7 - Valores de k

Seções Transversais (Polígonos Regulares)				
Coeficiente k	1,654	1,273	1,104	1,052

Para células com seção transversal retangular, os irmãos Reimbert apóiam-se em resultados experimentais para determinar as pressões laterais nas paredes. Ensaios realizados mostravam que em uma célula de seção transversal retangular, de lados com larguras a e b sendo a maior que b , a

pressão horizontal permanece praticamente constante na parede de largura menor a partir de uma profundidade idêntica à que la determinada para a pressão horizontal praticamente constante em uma célula quadrada de lado com largura b, sendo estas pressões idênticas qualquer que seja o valor da largura maior.

Para se determinar a expressão da pressão horizontal máxima nas paredes maiores, faz-se o equilíbrio de uma camada horizontal de material ensilado de espessura dy sobre a qual estão atuando pressões horizontais $p_{m\acute{a}x_1}$ e $p_{m\acute{a}x_2}$, que serão consideradas máximas porque supõe-se que o atrito nas paredes, correspondentes a estas pressões, equilibra o peso da camada considerada, o que ocorreria a uma profundidade infinita. A expressão deste equilíbrio será:

$$\gamma abdy = p_{m\acute{a}x_1} 2ady \operatorname{tg}\phi' + p_{m\acute{a}x_2} 2bdy \operatorname{tg}\phi'$$

Baseando-se nos ensaios, pode-se substituir $p_{m\acute{a}x_2}$ pelo valor:

$$p_{m\acute{a}x_2} = \frac{\gamma b}{4 \operatorname{tg}\phi'} \quad (a) \quad 24$$

Obtendo o seguinte valor para $p_{m\acute{a}x_1}$

$$p_{m\acute{a}x_1} = \frac{\gamma}{4 \operatorname{tg}\phi'} \frac{2ab - b^2}{a} \quad (b) \quad 24$$

Comparando-se este valor de $p_{m\acute{a}x_1}$ com a expressão horizontal máxima sobre os lados de uma célula quadrada de lado a dada abaixo:

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{\gamma}{4 \operatorname{tg}\phi'} a$$

conclui-se que a pressão horizontal máxima no lado maior é a mesma que atua em um silo quadrado que tenha lado com largura igual a:

$$a' = \frac{2ab - b^2}{a} \quad 25$$

Seguindo-se procedimentos já empregados na determinação de pressões laterais e força vertical nesta teoria e nas anteriores, aplicando-se o coeficiente k no cálculo de $Q_{m\acute{a}x}$ e utilizando-se o índice 1 para o lado maior e o 2 para o menor, determinam-se a seguir as fórmulas da abscissa característica, das pressões laterais e da força vertical para um silo retangular.

Valores da abscissa característica:

$$\text{para o lado maior } A_1 = \frac{a}{\pi \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 (45 - \phi/2)} - \frac{h}{3} \quad (a) \quad 26$$

$$\text{para o lado menor } A_2 = \frac{b}{\pi \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 (45 - \phi/2)} - \frac{h}{3} \quad (b)$$

Pressão horizontal:

$$\text{no lado maior } p_1 = p_{\text{máx}1} \left[1 - \left(\frac{y}{A_1} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (a) \quad 27$$

$$\text{no lado menor } p_2 = p_{\text{máx}2} \left[1 - \left(\frac{y}{A_2} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (b)$$

A força vertical devida ao atrito entre material en silado e paredes será obtida fazendo-se o somatório das pressões verticais decorrentes do atrito entre material ensilado e paredes a partir da base de cone superior de material até a profundidade desejada:

$$F_a = 2 \int_0^y a p_1 \operatorname{tg} \phi' dy + 2 \int_0^y b p_2 \operatorname{tg} \phi' dy$$

Substituindo-se os valores de p_1 e p_2 dados por 27, resolvendo as integrais e impondo-se a condição que em $y=0$ $F_a=0$, obtém-se o valor da força vertical:

$$F_a = 2a p_{\text{máx}1} \operatorname{tg} \phi' \left(\frac{y^2}{y+A_1} \right) + 2b p_{\text{máx}2} \operatorname{tg} \phi' \left(\frac{y^2}{y+A_2} \right) \quad 28$$

A pressão vertical sobre a seção transversal da mas sa ensilada será determinada subtraindo-se do peso do material ensilado a força vertical atuando nas paredes e dividindo-se o resultado pela área transversal da massa ensilada.

$$q = \frac{1}{S} \left\{ (\gamma S y + \gamma S \frac{h}{3}) - \left[2a p_{\text{máx}1} \operatorname{tg} \phi' \left(\frac{y^2}{y+A_1} \right) + 2b p_{\text{máx}2} \operatorname{tg} \phi' \left(\frac{y^2}{y+A_2} \right) \right] \right\} \quad 29$$

O valor de h nas expressões acima, para qualquer uma das paredes, será:

$$h = \frac{b}{2} \operatorname{tg} \phi \quad 30$$

4.1.5 - Teoria de Caquot e Kérisel

A teoria de Caquot e Kérisel apresentada em CAQUOT

& KÉRISEL⁵⁸ é anterior a 1949. Estes pesquisadores elaboraram uma teoria que considera os grãos formando cúpulas ou abóbadas parabólicas sobrepostas, limitadas pelas paredes do silo, cada uma suportada em parte pela ação do atrito entre as bordas destas formações dos grãos e as paredes da célula e em parte pela cúpula ou abóbada logo abaixo; assim, o peso do material a partir da superfície livre até uma determinada profundidade produz pressões verticais sobre as camadas abaixo desta profundidade e pressões contra as paredes, inclinadas em relação à horizontal de um ângulo igual ao ângulo de atrito entre material e paredes, transmitidas pelas bordas das cúpulas ou abóbadas. Quando a célula é cilíndrica, os grãos formam cúpulas e no caso da célula ter seção transversal retangular, em que uma das dimensões é bem maior que a outra, tem-se a ocorrência de uma abóbada. Caquot e Kérisel consideraram também que o material está submetido a um estado ativo de pressões e determinaram a pressão contra as paredes em função da sua componente horizontal perpendicular à parede e da sua componente vertical paralela à parede. A teoria foi desenvolvida considerando-se a princípio que a célula era cilíndrica, adaptando-se posteriormente as fórmulas assim obtidas para silos de seção transversal poligonal.

Além dos símbolos já definidos utilizam-se os seguintes:

- α - ângulo entre a linha horizontal e a tangente à curva gerada pela intersecção entre a superfície média da abóbada ou cúpula e um plano vertical (vide Fig. 25b).
- K_{α} - coeficiente de empuxo ativo para a pressão vertical e a pressão inclinada de um ângulo α com a horizontal.
- T e T' - tensões atuando numa seção vertical e numa seção inclinada de um ângulo α com a horizontal respectivamente. (vide Fig. 25b).
- σ_z e τ_z - tensões normal e de cisalhamento, respectivamente, atuando em uma seção vertical da massa ensilada. (vide Fig. 25c).

- σ e τ - tensões normal e de cisalhamento, respectivamente, atuando em uma seção inclinada de um ângulo α em relação a horizontal (vide Fig. 25c).
- t - tensão de cisalhamento na interface material ensilado e parede causada pelo atrito.
- x - variável auxiliar.
- $F(x) = \frac{(1-3x)(1+x)^3}{24}$
- B - constante denominada altura característica.
- λ - coeficiente.
- Oyz - sistema ortogonal de eixos com a origem no cume da abóbada ou cúpula formada pelos grãos, com o eixo vertical y coincidindo com o eixo longitudinal da célula (vide Fig. 27).

Inicialmente Caquot e Kérisel buscam determinar o valor das pressões laterais a uma profundidade infinita. Nesta profundidade a variação da pressão vertical com a profundidade é praticamente nula e a ação tangencial na parede irá suportar qualquer acréscimo no peso do material ensilado, devendo atingir seu valor máximo. Considerando-se duas superfícies curvas numa profundidade infinita, vistas na figura 25 apenas por suas interseções com um plano diametral da célula, definidas por A B C e A' B' C' distantes entre si de um infinitésimo dy, sobre o volume de material, limitado por estas superfícies e as paredes do silo, atuam apenas a força decorrente do atrito entre o material e as paredes e o peso do material entre as superfícies, já que nesta profundidade as forças nas duas superfícies são praticamente iguais. Fazendo-se o equilíbrio na direção vertical:

$$\pi D t_{\text{máx}} dy = \frac{\pi D^2 \gamma}{4} dy \quad \text{ou} \quad t_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4} \quad (a) \quad 31$$

e desde que a razão entre as pressões $t_{\text{máx}}$ e $p_{\text{máx}}$ é igual a $\text{tg}\phi'$, a pressão $p_{\text{máx}}$ pode ser expressa por:

$$p_{\text{máx}} = \frac{t_{\text{máx}}}{\text{tg}\phi'} \quad , \quad \text{ou} \quad p_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4 \text{tg}\phi'} \quad (b) \quad 31$$

Note-se que estas fórmulas coincidem com as obtidas pelos irmãos Reimbert e, pela expressão 31, o ângulo de

atrito interno do material não influencia o valor das pressões nas paredes a grandes profundidades.

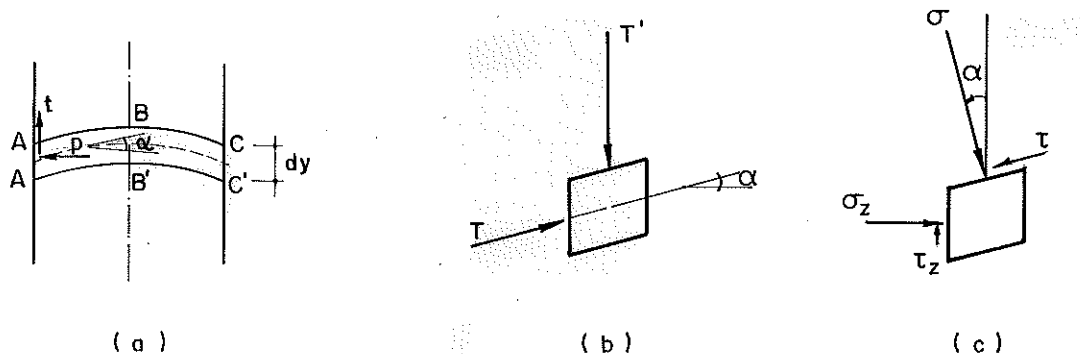


FIGURA 25 - Pressões e tensões no material ensilado.

Para determinar as pressões nas paredes para uma profundidade qualquer é necessário estudar o estado de tensões em um elemento infinitesimal entre as duas superfícies A B C e A' B' C', analisando-se o estado de tensões bidimensional. Retirando-se um elemento infinitesimal (vide Fig. 25b), sobre este elemento atuam tensões resultantes na direção vertical (T') e na direção inclinada de α em relação à horizontal (T) (vide Fig. 25c), que podem ser expressas por suas componentes normal e tangencial às suas respectivas áreas de atuação, como pode ser visto na figura 25c.

A representação gráfica através do círculo de Mohr das pressões T e T' , com $T < T'$, pois admitiu-se o estado ativo de pressões, é vista na figura 26.

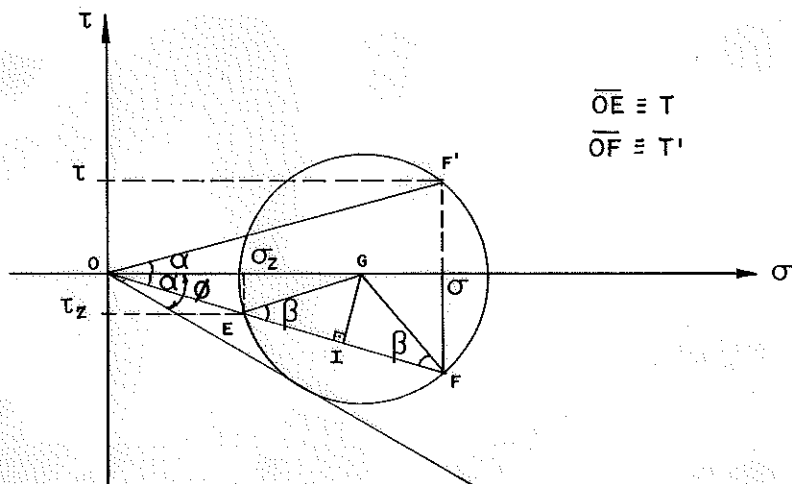


FIGURA 26 - Representação de T e T' pelo círculo de Mohr

A razão entre T e T' , que é por definição o coeficiente de empuxo ativo K_α , será dada por:

$$K_\alpha = \frac{T}{T'} = \frac{\overline{OE}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{OE}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{OI} - \overline{EI}}{\overline{OI} + \overline{EI}} = \frac{\overline{OG} \cos\alpha - \overline{GE} \cos\beta}{\overline{OG} \cos\alpha + \overline{GE} \cos\beta}$$

sendo α e β os ângulos mostrados no círculo de Mohr da figura 26. Dividindo-se o numerador e o denominador desta última expressão por \overline{OG} e considerando-se que:

$$\begin{aligned} \text{sen}\beta &= \frac{\overline{GI}}{\overline{GE}} = \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}\phi}, \text{ logo} \\ \text{cos}\beta &= \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2\alpha}{\text{sen}^2\phi}} = \frac{1}{\text{sen}\phi} \sqrt{\text{cos}^2\alpha - \text{cos}^2\phi} \end{aligned}$$

encontra-se finalmente:

$$\frac{T}{T'} = K_\alpha = \frac{\text{cos}\alpha - \sqrt{\text{cos}^2\alpha - \text{cos}^2\phi}}{\text{cos}\alpha + \sqrt{\text{cos}^2\alpha - \text{cos}^2\phi}} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\text{cos}^2\phi}{\text{cos}^2\alpha}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\text{cos}^2\phi}{\text{cos}^2\alpha}}} \quad 32$$

Se as pressões T e T' forem representadas através da elipse de Lamé, constata-se que estas pressões têm direções conjugadas e, conseqüentemente, os planos em que elas ocorrem também têm direções conjugadas.

A pressão vertical T' em função da pressão horizontal σ_z será dada por:

$$K_\alpha = \frac{T}{T'} = \frac{\sigma_z}{T' \text{cos}\alpha} \quad \text{ou} \quad T' = \frac{\sigma_z}{K_\alpha \text{cos}\alpha}$$

A força resultante das pressões que atuam sobre a superfície A B C será dada pela integral do produto da pressão T' por um infinitésimo da área da superfície A B C que é igual a $dS = 2\pi z \, dz / \text{cos}\alpha$, como pode ser visto na figura 27.

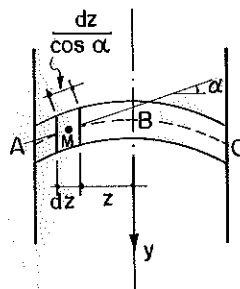


FIGURA 27 - Camada ABC

Assim a resultante, considerando-se a última expressão do valor de T' , será dada por:

$$\int_s T' dS = \int_0^z \frac{\sigma_z}{K_\alpha} \frac{1}{\cos \alpha} \frac{2\pi z dz}{\cos \alpha} = \int_0^z \frac{\sigma_z}{K_\alpha} \frac{2\pi z dz}{\cos^2 \alpha}$$

A pressão média, por definição igual ao quociente da resultante pela área da seção transversal, introduzindo os valores de σ_z e K_α já obtidos (expressões 31b e 32 respectivamente), será dada por:

$$q_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4 \text{tg} \phi'} \frac{8}{D^2} \int_0^{D/2} \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \alpha}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \alpha}}} \frac{z dz}{\cos^2 \alpha} \quad (\text{a}) \quad 33$$

com o ângulo α variando de zero a ϕ' entre o ponto B em $z=0$ e o ponto A em $z=D/2$, respectivamente (vide Fig.25a).

As pressões sobre as superfícies A B C e A' B' C' são praticamente iguais, assim as forças que restam são as forças volumétricas, que carregam cada elemento de volume da cúpula por uma pressão igual a γdy por superfície unitária projetada, e para que a cúpula delgada suporte esta pressão uniforme a superfície deve ser parabólica. Baseando-se neste fato, pode-se determinar a equação da curva A B C, e a tangente a esta curva em um ponto qualquer M será dada por:

$$\text{tg} \alpha = \text{tg} \phi' \frac{2z}{D} \quad 34$$

Determinada esta relação, pode-se resolver a integral da expressão 33a. Introduzindo-se a variável auxiliar x definida como:

$$x = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \alpha}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1-x^2}{\cos^2 \phi} = 1 + \text{tg}^2 \alpha$$

e com o valor de $\text{tg} \alpha$ dado pela expressão 34 obtêm-se:

$$\frac{1-x^2}{\cos^2 \phi} = 1 + \text{tg}^2 \phi' \frac{4z^2}{D^2},$$

cuja diferenciação fornece:

$$- \frac{2x dx}{\cos^2 \phi} = 8 \frac{\text{tg}^2 \phi'}{D^2} z dz$$

Com a integral 33 expressa em função da variável auxiliar

x, tem-se:

$$q_{\max} = - \frac{\gamma D}{\text{tg}^3 \phi' \cos^4 \phi} \int_0^{D/2} \frac{(1+x)^2 x \, dx}{2}$$

Resolvendo-se a integral, definindo-se F(x) como a função abaixo e impondo-se para z = 0, tgα = 0 e para z=D/2, tgα = tgφ', tem-se a pressão vertical média na massa ensilada a uma profundidade infinita:

$$q_{\max} = \frac{\gamma D}{\text{tg}^3 \phi' \cos^4 \phi} \left[F \left(\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi'}} \right) - F(\text{sen} \phi) \right] = B \gamma \quad (b) \quad 33$$

$$B = \frac{\gamma D}{\text{tg}^3 \phi' \cos^4 \phi} \left[F \left(\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi'}} \right) - F(\text{sen} \phi) \right] \quad (a)$$

$$F(x) = \frac{(1-3x)(1+x)^3}{24} \quad (b) \quad 35$$

$$x = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \alpha}} \quad (c)$$

A pressão contra a parede será dada por suas componentes vertical e horizontal dadas pelas expressões 31.

Para determinar o valor das pressões q e p em uma profundidade qualquer, Caquot e Kérisel consideram que a superfície A B C é igual para qualquer profundidade.

Entre as superfícies A B C e A' B' C', situadas a uma profundidade finita y, a variação da pressão vertical será dq e a diferença entre as forças atuando sobre as duas superfícies será (πD²/4)dq. O peso do material entre as superfícies será equilibrado em parte por esta diferença e em parte pela ação de atrito t devida ao atrito entre material e parede, que pode ser considerada proporcional à pressão média vertical, em razão de se ter considerado a curva A B C com uma forma constante; assim a ação de atrito pode ser expressa como:

$$t = \frac{qD}{4B} \quad 36$$

O equilíbrio das forças verticais, atuando sobre o elemento de altura infinitesimal limitado pelas superfícies A B C e A' B' C' e a parede do silo, é expresso pela equação:

$$\frac{\pi D^2}{4} \gamma dy = \frac{\pi D^2}{4} dq + \pi D dy \frac{qD}{4B} \quad \text{ou}$$

$$\gamma = \frac{dq}{4B} + \frac{q}{B} dy \quad ,$$

equação diferencial análoga àquela obtida por Janssen. Resolvendo-se esta equação diferencial e levando-se em conta que na superfície livre do material ensilado a pressão vertical é nula, tem-se:

$$q = \gamma B (1 - e^{-y/B}) \quad (a) \quad 37$$

e a pressão contra a parede do silo é dada por suas componentes nas direções vertical e horizontal, dadas por

$$t = \gamma R (1 - e^{-y/B}), \quad (b) \quad \text{e} \quad p = \frac{t}{\operatorname{tg} \phi'} \quad (c) \quad 37$$

Notando que em $y=0$, o termo dp/dy obtido a partir das fórmulas acima é igual a:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{\gamma \operatorname{tg}^2 \phi' \cos^4 \phi}{F \left(\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi'}} \right) - F(\operatorname{sen} \phi)} \frac{1}{4} \quad (a) \quad 38$$

e o mesmo termo fornecido pela teoria clássica de empuxo de terra, para a superfície livre formando um ângulo α com a parede do silo, é igual a:

$$\frac{dp}{dy} = \gamma K_{\alpha} \cos^2 \alpha \quad ; \quad (b) \quad 38$$

Caquot e Kérisel, com o objetivo de eliminar esta discrepância, modificam a expressão da pressão q introduzindo um coeficiente k que é expresso em função de outro coeficiente λ , este último igual à razão entre as expressões 38b e 38a. Com a modificação feita pelos pesquisadores franceses a expressão da pressão q agora é:

$$q = \gamma B (1 - e^{-(y/B)/(1 + ky/B)}) \quad (a) \quad 39$$

Introduzindo este valor de q na expressão 36 obtém-se o novo valor de t e portanto o novo valor de p , dados abaixo:

$$t = \gamma R' \left[1 - \frac{e^{-(y/B)/(1 + ky/B)}}{(1 + ky/B)^2} \right] \quad (b) \quad 39$$

$$p = \frac{t}{\operatorname{tg} \phi'} = \frac{\gamma R'}{\operatorname{tg} \phi'} \left[1 - \frac{e^{-(y/B)/(1 + ky/B)}}{(1 + ky/B)^2} \right] \quad (c)$$

sendo:

$$k = \frac{\lambda - 1}{2} \quad e$$

$$\lambda = \frac{4 \left[F \left(\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi'}} \right) - F(\text{sen} \phi) \right]}{\text{tg}^2 \phi' \cos^4 \phi} K_{\alpha} \cos^2 \alpha$$

A força F_a sobre a seção transversal das paredes da célula é obtida subtraindo-se do peso total de material ensilado a uma certa profundidade a força sobre a seção transversal da massa ensilada, que resulta:

$$F_a = \gamma S \left[y - B(1 - e^{-(y/B)/(1+ky/B)}) \right] \quad 40$$

Para o caso da célula com seção transversal poligonal regular, as fórmulas acima continuam válidas devendo -se modificar a expressão da altura característica, colocando-se no lugar de D o fator U/π .

A pressão q calculada sobre a seção transversal é relativa à resultante sobre a superfície curva, havendo entre esta e o plano horizontal um volume de material cujo peso distribuído sobre a seção transversal corresponde a uma pressão média igual a $\gamma D \text{tg} \phi' / 8$ para o silo circular e $\gamma U \text{tg} \phi' / 8\pi$ para o silo poligonal, segundo Caquot e Kêrisel, que deve ser adicionada à pressão vertical sobre a seção transversal da massa ensilada.

4.1.6 - Teoria de Jaky

Em 1948, na II Conferência Internacional de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Jaky apresentou sua teoria para o cálculo das pressões causadas pelo material ensilado. Inicialmente Jaky critica as teorias que computam as pressões supondo, erroneamente, que o ângulo de atrito entre paredes e material é constante, e que estabelecem as condições de equilíbrio para uma fatia de material ensilado de espessura infinitesimal, porém com dimensões finitas no plano transversal da célula, ao invés de tomar um ponto arbitrário no interior da massa ensilada, o que permitiria conhecer-se a distribuição das tensões normal e de cisalhamento para qualquer ponto do material ensilado. Já-

ky parte de algumas suposições básicas para elaborar sua teoria. Considera que o problema das pressões nas células é essencialmente o mesmo das pressões atuando em um maciço de terra sem coesão, que pode ser resolvido através da teoria clássica das pressões em um maciço de terra, desde que se faça uma suposição plausível da configuração da superfície de ruptura. Por falta do conhecimento desta superfície, Jáky faz uso de curvas empíricas obtidas através dos ensaios realizados por LUFFT²¹⁵, assumindo uma curva espiral logarítmica como curva de deslizamento.

Além dos símbolos já definidos utilizam-se aqui os relacionados abaixo:

- y_0 - profundidade até a qual se pode aplicar a teoria clássica das pressões em um maciço de terra na de terminação das pressões no interior da massa ensilada.
- $K_0 = 1 - \text{sen} \phi$ - coeficiente de empuxo em repouso.
- b - semidistância entre as paredes verticais paralelas de uma célula.
- Oyz - sistema de eixos coordenados ortogonais com a origem no ponto de intersecção da superfície livre horizontal de material ensilado com o eixo da célula; sendo que o eixo y vertical coincide com o eixo da célula e tem sentido positivo para baixo.
- σ_y, σ_z - tensões normais no interior da massa ensilada nas direções y e z respectivamente.
- τ - tensão de cisalhamento nas áreas de atuação de σ_y e σ_z .
- $\text{tg} \alpha = \frac{d\sigma_y}{dy}$ - variação da pressão vertical com a profundidade
- λ - coeficiente de atrito entre material e paredes em função da profundidade.
- u - variável auxiliar.
- β_1 e β_2 - constantes.
- F G J - funções de y, auxiliares.

Considerando uma célula com paredes verticais paralelas distantes entre si de $2b$ (vide Fig.28) e admitindo a existência de um estado ativo de pressões no interior da mas

sa ensilada, Jáky determinou a profundidade y_0 , até onde é válida a teoria clássica de equilíbrio de um maciço de terra. Desde que a superfície livre não esteja submetida a carregamentos externos, a existência do confinamento das paredes da célula só produz efeito para profundidades maiores que y_0 ; deste modo a célula fica dividida em duas partes: a superior, na qual a teoria clássica de maciços terrosos tem validade, e a inferior, na qual se deve considerar o efeito de confinamento das paredes. Assumindo a superfície de deslizamento como uma espiral logarítmica, a distância y_0 obtida por Jáky é dada por:

$$y_0 = \frac{b e^{\operatorname{tg}(45^\circ - \phi/2)}}{\operatorname{sen}(45^\circ - \phi/2)} \quad 41$$

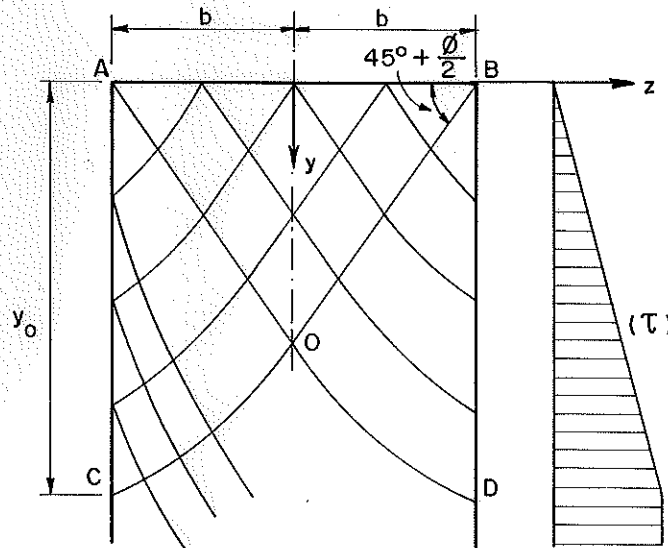


FIGURA 28 - Superfícies de ruptura do material ensilado até a profundidade y_0 .

Ao se assumir a teoria clássica de equilíbrio plástico de um maciço de terra, segundo Jáky, resulta em se terem as tensões de cisalhamento variando linearmente até a profundidade $y = y_0$, como é visto na figura 28. Fazendo-se o equilíbrio estático na direção vertical de uma faixa elementar na qual atuam as tensões vistas na figura 29b, sendo λ o coeficiente de atrito entre material ensilado e paredes em função da profundidade (definido na pág. 97), tem-se:

$$S d\sigma_y + \lambda \sigma_z U dy = \gamma S dy, \text{ ou}$$

$$\frac{d\sigma_y}{y} + \lambda \sigma_z \frac{U}{y} = \gamma \quad (a) \quad 42$$

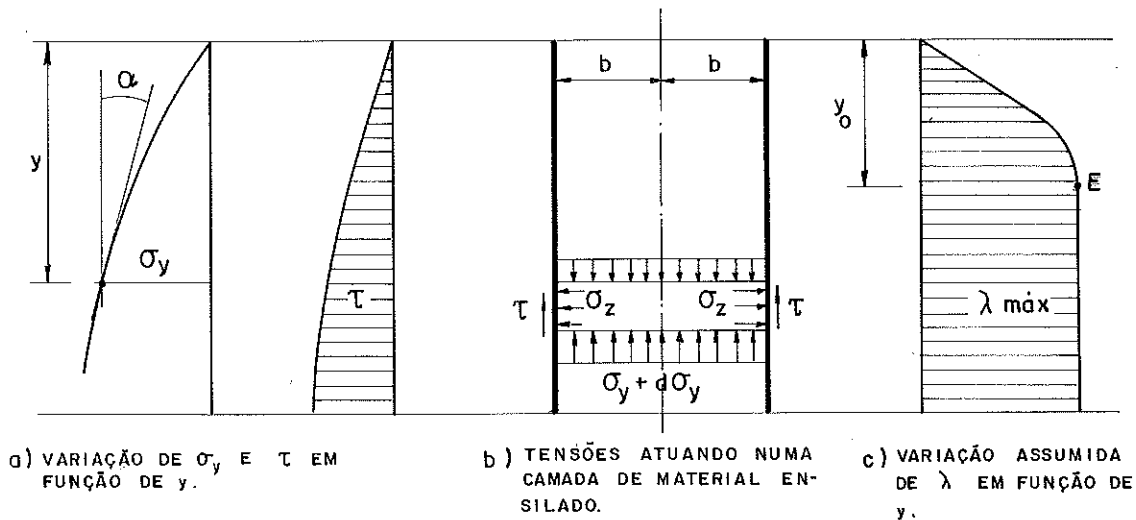


FIGURA 29 - Tensões atuando numa camada de material ensilado e sua variação com a profundidade.

Se a função σ_y é conhecida a partir de curvas obtidas de estudos experimentais, o valor de $d\sigma_y/dy$, igual a $\text{tg}\alpha$, pode ser medido no diagrama de tensão (vide Fig.29a) e a equação anterior torna-se:

$$\lambda \sigma_z = (\gamma - \text{tg}\alpha) \frac{S}{U} \quad , \quad (b) \quad 42$$

e o valor do coeficiente de atrito variando com a profundidade será:

$$\lambda = (\gamma - \text{tg}\alpha) \frac{S}{U} \frac{1}{\sigma_z} \quad 43$$

Jáky selecionou resultados de alguns ensaios executados por JAMIESON¹⁴⁸ e PLEISSNER²⁵⁹ (vide Fig.30), obtendo uma configuração das funções das tensões normal e de cisalhamento na parede e da variação do coeficiente de atrito entre material ensilado e paredes com a profundidade.

Da configuração das curvas dos ensaios Jáky fez algumas considerações, nas quais se baseou para o desenvolvimento de sua teoria, que são expostas a seguir:

- a curva da tensão de cisalhamento compõe-se nitidamente de dois trechos; o trecho superior é uma linha reta inclinada e o trecho inferior uma curva cujo aspecto se aproxima de uma reta vertical.

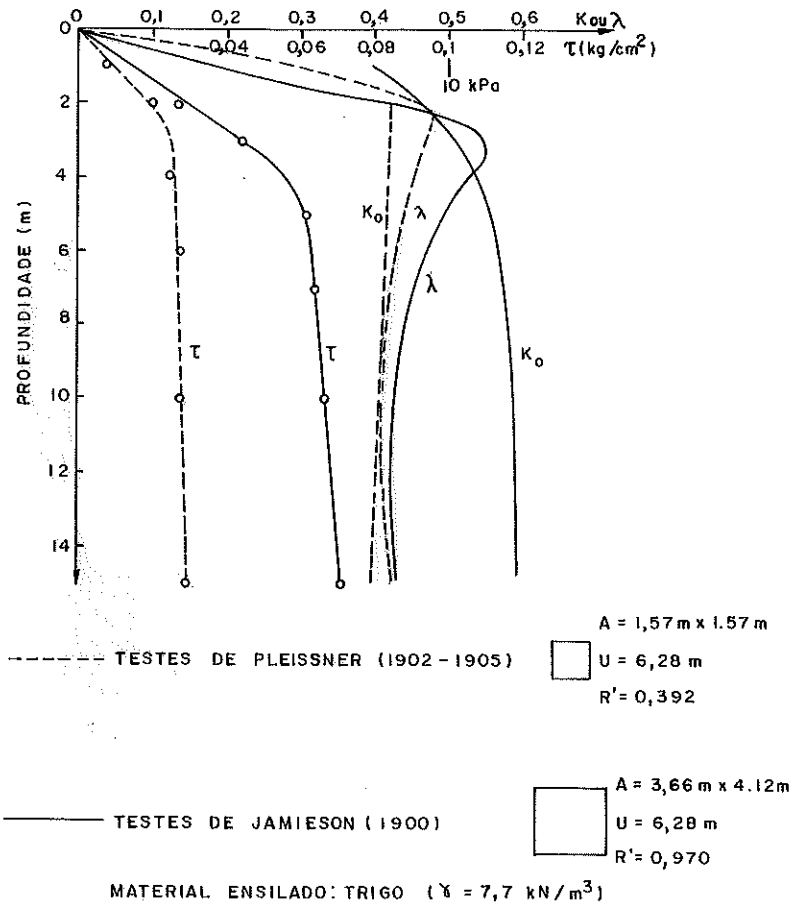


FIGURA 30 - Valores de λ e K_0 de ensaios de Pleissner e Jamieson.

- o coeficiente de empuxo em repouso ao longo da parede é variável no primeiro trecho, mas no trecho inferior é aproximadamente constante e seu valor depende não só do material ensilado, mas também da geometria da célula.
- o atrito do material com a parede cresce de modo aproximadamente linear para pequenas profundidades e, após atingir um valor máximo igual a $\text{tg } \phi'$, tende assintoticamente para um valor constante (vide Fig. 31). É interessante notar que esta curva tem forma idêntica à da curva de deformação por cisalhamento de materiais granulares compactos.
- no trecho inferior o coeficiente de atrito en-

tre material e parede é constante e não depende da pressão.

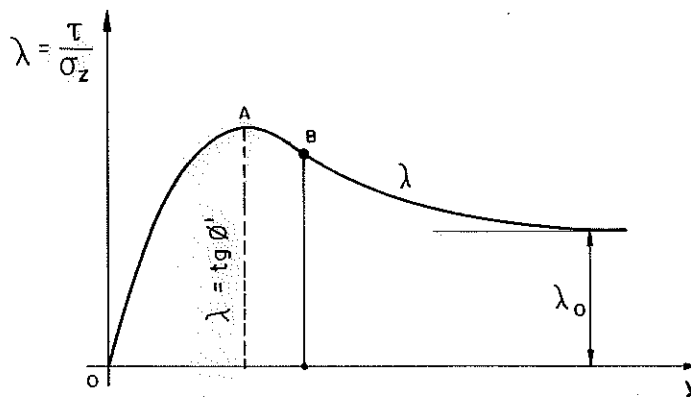


FIGURA 31 - Variação do coeficiente de atrito entre o material ensilado e as paredes com a profundidade.

A partir destas considerações, Jāky busca o equilíbrio de um elemento infinitesimal utilizando as conhecidas equações de equilíbrio para um estado de tensão bidimensional. Primeiramente o trecho superior é examinado, construindo-se uma função conveniente para a tensão de cisalhamento. Desde que no eixo de simetria da massa ensilada ($z = 0$) e na superfície livre ($y = 0$) a tensão de cisalhamento deve ser nula e que ela cresce linearmente em relação a y , a função mais simples para tensão de cisalhamento será:

$$\tau = C z y \quad 44$$

As equações de equilíbrio para um estado bidimensional de tensões, considerando as tensões de compressão positivas são:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial z} = \gamma \quad e \quad (a) \quad 45$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (b)$$

com o peso específico constante para qualquer profundidade, desde que Jāky considera a compressão causada pelo peso próprio insignificante.

Substituindo o valor da tensão de cisalhamento da 44 nas equações 45 e resolvendo-se o sistema obtêm-

-se:

$$\sigma_y = \gamma y - \frac{C}{2} y^2 \quad \text{e} \quad (a) \quad 46$$

$$\sigma_z = F(y) - \frac{C}{2} z^2 \quad , \quad (b)$$

sendo a tensão vertical constante em toda a seção transversal. A determinação da função $F(y)$ é conseguida notando-se que, em todos os pontos do eixo y ($z=0$), tem-se $\sigma_z = F(y)$ de compressão e que, desde que o material está inerte, se pode relacionar a tensão horizontal σ_z com a tensão vertical σ_y através do coeficiente de empuxo em repouso K_o , obtendo-se:

$$\sigma_z = K_o \sigma_y \quad 47$$

Com as condições expostas acima introduzidas nas fórmulas 46, determina-se o valor de $F(y)$, faltando determinar a constante C .

$$F(y) = K_o \left(\gamma y - \frac{C}{2} y^2 \right)$$

com este valor introduzido em 46b, tem-se:

$$\sigma_z = K_o \gamma y - \frac{CK_o}{2} y^2 - \frac{C}{2} z^2 \quad (c) \quad 46$$

O coeficiente de empuxo em repouso ao longo da parede será:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_y} \right) \Big|_{z=b} &= \frac{K_o \gamma y - \frac{C}{2} K_o y^2 - \frac{C}{2} b^2}{\gamma y - \frac{C}{2} y^2} = \\ &= K_o - \frac{Cb^2/2}{\gamma y - Cy^2/2} \end{aligned}$$

que não é constante e cresce com a profundidade de modo semelhante ao obtido em ensaios.

Para determinar a constante C , Jáky adotou a variação de λ junto à parede como mostrado na figura 29c, com o trecho superior parabólico e o trecho inferior uma reta vertical, sendo que abaixo do ponto E ($y=y_o$), o valor de λ é igual ao coeficiente de atrito entre grãos e paredes. Para corroborar esta suposição, Jáky lembra que a curva da resistência ao cisalhamento de uma material granular fofo é semelhante à curva de λ da figura 30.

No trecho superior o coeficiente de atrito do material com a parede será:

$$\lambda = \left(\frac{\tau}{\sigma_z} \right) \Big|_{z=b} = \frac{C b y}{K_o \gamma y - C \frac{K_o}{2} y^2 - \frac{C}{2} b^2} \quad 47$$

De acordo com a curva admitida, no ponto E λ atinge seu valor máximo igual a $\text{tg}\phi'$; assim, derivando-se a equação acima e igualando a zero, obtêm-se o ponto em que a função atinge o seu máximo; substituindo este valor na expressão 47 e igualando a $\text{tg}\phi'$ obtêm-se o valor de C

$$C = \text{tg}\phi' \frac{K_o \gamma}{b(1 + \sqrt{K_o} \text{tg}\phi')} \quad 48$$

Com este valor da constante C, as equações de σ_y , σ_z e τ dadas por 44 e 46 permitem determinar as tensões em qualquer ponto da massa ensilada e na parede.

$$\sigma_y = \gamma y - \frac{\text{tg}\phi'}{2} \frac{K_o \gamma}{b(1 + \sqrt{K_o} \text{tg}\phi')} y^2 \quad (a)$$

$$\sigma_z = K_o \gamma y - \frac{\text{tg}\phi'}{2} \frac{K_o \gamma}{b(1 + \sqrt{K_o} \text{tg}\phi')} (K_o y^2 + z^2) \quad (b) \quad 49$$

$$\tau = \text{tg}\phi' \frac{K_o \gamma}{b(1 + \sqrt{K_o} \text{tg}\phi')} zy \quad (c)$$

O trecho inferior é caracterizado por um coeficiente de atrito entre grãos e paredes constante. Continuando-se a utilizar as duas equações de equilíbrio do estado bidimensional de tensão e admitindo-se que a pressão vertical (σ_y) é constante em toda a seção, de acordo com o que foi obtido no trecho superior, a pressão vertical pode ser expressa como uma função somente de y:

$$\sigma_y = J(y) \quad (a) \quad 50$$

Substituindo esta expressão na equação 45a e integrando em relação a z, obtêm-se:

$$\tau = \left\{ \gamma - \frac{\partial [J(y)]}{\partial y} \right\} z + F(y)$$

Desde que em $z=0$ a tensão de cisalhamento é nula, a equação acima torna-se:

$$\tau = \left\{ \gamma - \frac{\partial [J(y)]}{\partial y} \right\} z \quad (b) \quad 50$$

Introduzindo-se este valor de τ na equação 45b e integrando, obtêm-se a tensão horizontal:

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 [J(y)]}{\partial y^2} \frac{z^2}{2} + G(y)$$

Desde que no eixo de simetria existe apenas compressão e usando o coeficiente de empuxo em repouso, pode-se expressar $G(y)$ em função de $J(y)$

$$\sigma_z |_{z=0} = G(y) = K_o \sigma_y |_{z=0} = K_o J(y),$$

substituindo esta relação na equação de σ_z acima, tem-se:

$$\sigma_z = K_o J(y) + \frac{\partial^2 [J(y)]}{\partial y^2} \frac{z^2}{2} \quad (c) \quad 50$$

Note-se que as equações do trecho inferior (50) e as do trecho superior (49) em $y = y_o$ relacionam-se coerentemente; as equações 49c e 50b da tensão de cisalhamento nos trechos superior e inferior respectivamente, no ponto de transição, variam linearmente em relação a z ; as equações 49b e 50c da tensão horizontal compõem-se de dois termos, um constante e outro variando apenas com z e as equações 49a e 50a da tensão vertical estão apenas em função de y que, no caso da última equação, foi uma relação imposta.

Para determinar a função $J(y)$ Jáky parte da suposição de que ao longo da parede o coeficiente de atrito entre material e paredes é constante, tendo-se então:

$$\operatorname{tg} \phi' = \left(\frac{\tau}{\sigma_z} \right) \Big|_{z=b} = \frac{\left\{ \gamma - \frac{\partial [J(y)]}{\partial y} \right\} b}{K_o J(y) + \frac{b^2}{2} \frac{\partial^2 [J(y)]}{\partial y^2}}$$

esta identidade exposta na forma abaixo é denominada por Jáky de equação fundamental do problema do silo.

$$\frac{\partial^2 [J(y)]}{\partial y^2} \frac{b^2}{2} + \frac{\partial [J(y)]}{\partial y} \frac{b}{\operatorname{tg} \phi'} + K_o J(y) = \frac{b\gamma}{\operatorname{tg} \phi'} \quad 51$$

Para solucionar esta equação não homogênea de segunda ordem introduz-se uma variável auxiliar u definida como:

$$u = K_0 J(y) - \frac{b\gamma}{\operatorname{tg}\phi'} \quad , \quad 52$$

que substituída na equação 51 fornece:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{2}{b \operatorname{tg}\phi'} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2K_0}{b^2} u = 0 \quad 53$$

cuja equação característica será:

$$k^2 + \frac{2}{b \operatorname{tg}\phi'} k + 2 \frac{K_0}{b^2} = 0 \quad ,$$

cujas raízes são:

$$k_1 = - \frac{1}{b \operatorname{tg}\phi'} (1 + \sqrt{1 - 2 K_0 \operatorname{tg}^2 \phi'})$$

$$k_2 = - \frac{1}{b \operatorname{tg}\phi'} (1 - \sqrt{1 - 2 K_0 \operatorname{tg}^2 \phi'})$$

Definindo-se β_1 e β_2 como:

$$\beta_1 = \frac{1}{\operatorname{tg}\phi'} (1 + \sqrt{1 - 2 K_0 \operatorname{tg}^2 \phi'}) \quad (a)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg}\phi'} (1 - \sqrt{1 - 2 K_0 \operatorname{tg}^2 \phi'}) \quad (b)$$

54

a solução da equação 53 é:

$$u = C_1 e^{-\beta_1 y/b} + C_2 e^{-\beta_2 y/b} \quad ;$$

com esta função introduzida em 52 obtêm-se a expressão da função $J(y)$ que, introduzida nas expressões 50, fornece:

$$\sigma_y = \frac{C_1}{K_0} e^{-\beta_1 y/b} + \frac{C_2}{K_0} e^{-\beta_2 y/b} + \frac{b\gamma}{K_0 \operatorname{tg}\phi'} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = & (C_1 e^{-\beta_1 y/b} + C_2 e^{-\beta_2 y/b}) + \\ & + \frac{z^2}{2} \left(\frac{C_1}{K_0} \frac{\beta_1^2}{b^2} e^{-\beta_1 y/b} + \frac{C_2}{K_0} \frac{\beta_2^2}{b^2} e^{-\beta_2 y/b} \right) + \end{aligned} \quad 55$$

$$+ \frac{b\gamma}{\operatorname{tg}\phi'} \quad (b)$$

$$\tau = \left(\gamma + \frac{C_1}{K_0} \frac{\beta_1}{b} e^{-\beta_1 y/b} + \frac{C_2}{K_0} \frac{\beta_2}{b} e^{-\beta_2 y/b} \right) z \quad (c) \quad 55$$

Desde que os valores das constantes C_1 e C_2 sejam determinados, o que será feito posteriormente, as equações acima fornecem os valores das tensões em qualquer ponto no interior da massa ensilada e nos seus limites (paredes da célula), para todo o trecho inferior, ou seja, para $y > y_0$. Como as tensões que interessam são aquelas atuando ao longo da parede, nas expressões 55 a variável z é igualada a b . Segundo Jaky, para passar do estado plano de tensões para o estado tridimensional basta substituir b nas fórmulas 55 por:

$$\frac{1}{b} = \frac{U}{S} = \frac{1}{R'}$$

Na realidade esta substituição não capacita as fórmulas, obtidas para um silo de paredes verticais infinitas, a servirem para um estado tridimensional de tensões, mas sim permite a aplicação destas fórmulas para se obterem as tensões no material ensilado em uma célula tendo um plano de simetria.

Igualando z a semilargura b e introduzindo o raio hidráulico da célula nas equações 55, tem-se:

$$\sigma_y = \frac{C_1}{K_0} e^{-\beta_1 y/R'} + \frac{C_2}{K_0} e^{-\beta_2 y/R'} + \frac{R'}{K_0 \operatorname{tg} \phi'} \quad (a)$$

$$\sigma_z = C_1 \left(1 + \frac{\beta_1^2}{2K_0} \right) e^{-\beta_1 y/R'} + C_2 \left(1 + \frac{\beta_2^2}{2K_0} \right) e^{-\beta_2 y/R'} + \frac{R' \gamma}{\operatorname{tg} \phi'} \quad (b) \quad 56$$

$$\tau = \frac{C_1}{K_0} \beta_1 e^{-\beta_1 y/R'} + \frac{C_2}{K_0} \beta_2 e^{-\beta_2 y/R'} + R' \gamma \quad (c)$$

Para determinar as constantes C_1 e C_2 são impostas duas condições: os valores de σ_y no trecho superior dado por 49a e no trecho inferior dado por 56a devem ser iguais em $y=y_0$ e nesse ponto deve haver também coincidência da inclinação das tangentes das funções de σ_y ; com estas condições obtêm-se:

$$C_1 = K_0 \left[\frac{R'(Cy_0 - \gamma) - \beta_2 \left(\gamma y_0 - \frac{Cy_0^2}{2} - \frac{R' \gamma}{K_0 \operatorname{tg} \phi'} \right)}{\beta_1 - \beta_2} \right] e^{\beta_1 y_0 / R'} \quad (a)$$

$$C_2 = K_0 \left[\frac{\beta_1 \left(\gamma y_0 - \frac{Cy_0^2}{2} - \frac{R' \gamma}{K_0 \operatorname{tg} \phi'} \right) - R'(Cy_0 - \gamma)}{\beta_1 - \beta_2} \right] e^{\beta_2 y_0 / R'} \quad (b) \quad 57$$

Os valores de y_0 , C , β_1 e β_2 são dados pelas fórmulas 41, 48, 54a e 54b, respectivamente.

A expressão do coeficiente de empuxo em repouso foi obtida a partir de dados experimentais e é dada por:

$$K_0 = 1 - \operatorname{sen} \phi \quad 58$$

Conhecendo-se as fórmulas 49 e 56 pode-se agora expressar as pressões p , q e a força F_a nas paredes. As pressões p e q são dadas diretamente pelas expressões de σ_z e σ_y para $z = b$ ou R' , e a força F_a é fornecida subtraindo-se do peso total do material ensilado na profundidade y o valor do produto qS nesta profundidade.

No trecho superior ($y \leq y_0$)

$$p = \gamma y - \frac{\operatorname{tg} \phi'}{2} \frac{K_0 \gamma}{R'(1 + \sqrt{K_0} \operatorname{tg} \phi')} y^2 \quad (a)$$

$$q = K_0 \gamma y - \frac{\operatorname{tg} \phi'}{2} \frac{K_0 \gamma}{R'(1 + \sqrt{K_0} \operatorname{tg} \phi')} (K_0 y^2 + R'^2) \quad (b) \quad 59$$

$$F_a = U \frac{\operatorname{tg} \phi'}{2} \frac{K_0 \gamma}{(1 + \sqrt{K_0} \operatorname{tg} \phi')} y^2 \quad (c)$$

No trecho inferior ($y \geq y_0$)

$$p = C_1 \left(1 + \frac{\beta_1^2}{2 K_0} \right) e^{-\beta_1 y / R'} + C_2 \left(1 + \frac{\beta_2^2}{2 K_0} \right) e^{-\beta_2 y / R'} + \frac{R' \gamma}{\operatorname{tg} \phi'} \quad (a)$$

$$q = \frac{C_1}{K_0} e^{-\beta_1 y / R'} + \frac{C_2}{K_0} e^{-\beta_2 y / R'} + \frac{\gamma R'}{K_0 \operatorname{tg} \phi'} \quad (b) \quad 60$$

$$F_a = \gamma S y - \frac{S C_1}{K_0} e^{-y \beta_1 / R'} - \frac{S C_2}{K_0} e^{-y \beta_2 / R'} - \frac{\gamma S R'}{K_0 \operatorname{tg} \phi'} \quad (c)$$

Ensaio realizados por Jáky mostraram boa concor-
dância entre resultados teóricos e experimentais, sendo que
diferenças de 7% nos valores de σ_y foram motivadas, segundo
Jáky, pela distribuição não uniforme de σ_y na seção trans
versal da massa ensilada.

Em cálculos práticos o primeiro termo de cada uma
das expressões 56 pode ser desprezado em face dos valores
dos outros termos.

4.2 - MÉTODOS PARA O CÁLCULO DAS PRESSÕES NAS TREMONHAS

Apresentam-se aqui alguns métodos de fácil aplica-
ção para a determinação das pressões estáticas exercidas pe-
lo material ensilado nas paredes da tremonha.

A nomenclatura adicional àquela já apresentada no
item anterior utilizada na exposição das teorias é exposta
abaixo:

Nomenclatura

- | | |
|-------------------------------|---|
| G | - peso do volume de material no interior da trem <u>o</u>
nha. |
| q_o | - pressão vertical atuando na seção transversal da
massa ensilada que contém a linha de junção <u>en</u>
tre a célula e a tremonha. |
| p | - pressão horizontal que o material ensilado exer <u>ce</u>
contra as paredes da tremonha. |
| p_t | - pressão na parede da tremonha com direção nor-
mal a esta. |
| t_t | - pressão na parede da tremonha com direção para-
lela a esta. |
| R | - força resultante das pressões que atuam na pare <u>de</u>
da tremonha. |
| α | - ângulo formado entre a parede da tremonha e a
horizontal. |
| $\beta, \theta, \rho, \delta$ | - ângulos. |
| s | - eixo coordenado com origem na junção da célula |

com a tremonha, contido na superfície média da parede da tremonha, com sentido positivo da junção para o orifício de saída.

- x - eixo coordenado com origem no vértice fictício da tremonha, localizado abaixo da abertura da saída, e com sentido positivo para cima.
- h - altura de cada triângulo de menor área que contém cada lado da tremonha piramidal.
- H_t - altura da tremonha não truncada.

4.2.1 - Primeiro método

Este método consiste em acrescentar à pressão q_o a pressão oriunda do peso do material no interior da tremonha, uniformemente distribuída na seção transversal que contém a junção entre a célula e a tremonha, obtendo-se assim uma pressão vertical constante, sendo a pressão horizontal nas paredes da tremonha tomada igual àquela que atua na profundidade da junção, calculada por uma das teorias vistas no item 4.1. Utilizando-se este método, a pressão vertical será igual em qualquer ponto da tremonha e dada por:

$$q = q_o + \frac{G}{S} \tag{61}$$

podendo-se ver as pressões q_o, q e p na figura 32a. Multiplicando as pressões p e q por áreas unitárias vertical e horizontal, respectivamente, pode-se determinar a força resultante dada por 62. Na figura 32b pode-se ver a resultante R.

$$R = \sqrt{(1.p)^2 + (1.q)^2} \tag{62}$$

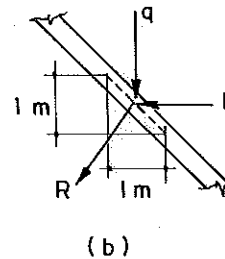
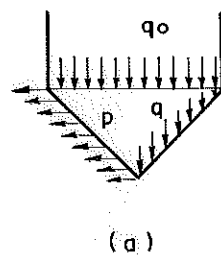


FIGURA 32 - Pressões na parede da tremonha.

Uma variação deste método é considerar que a pressão q varia linearmente ao longo da parede da tremonha, tendo um valor igual a q_0 na junção e um valor dado pela expressão 61 junto ao orifício.

4.2.2 - Segundo método-Reimbert

Em A. & M. REIMBERT²⁸⁵, págs. 101 e 102, é proposto um método que considera as pressões horizontal e vertical constantes em cada parede e iguais àquelas obtidas para uma profundidade igual à distância da superfície livre até o centróide de um triângulo de altura H_t .

Reportando-se à figura 33a tem-se a tremonha ABCD cuja projeção vertical se inscreve no triângulo ABE e, sendo CG o centróide do triângulo, a distância da superfície livre até o ponto CG será:

$$y = H + \frac{H_t}{3}, \quad 63$$

sendo as pressões p e q nas paredes da tremonha calculadas para esta profundidade como se as paredes fossem verticais até a profundidade do ponto CG.

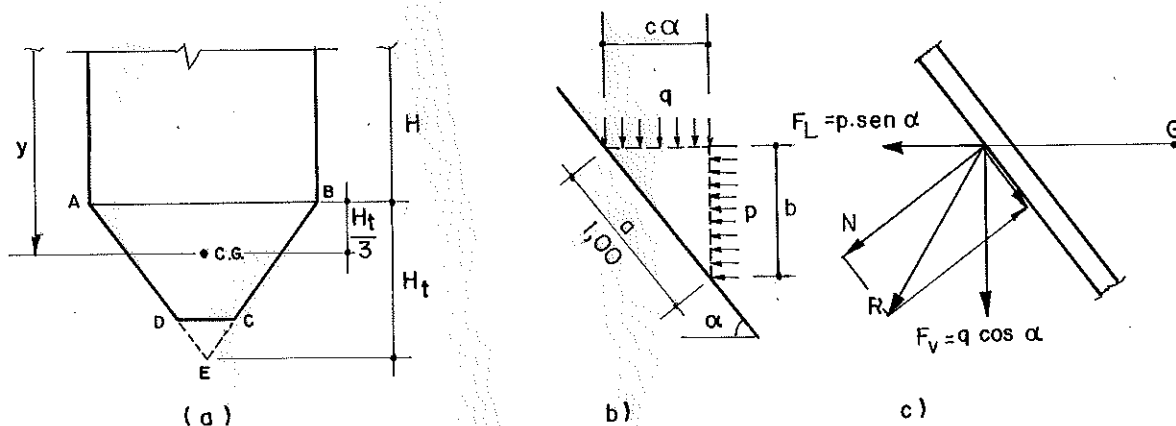


FIGURA 33 - Resultante das pressões na parede da tremonha - Irmãos Reimbert.

Desde que α é o ângulo de inclinação da parede com a horizontal, as pressões horizontal e vertical sobre uma superfície unitária inclinada da parede (vide Fig.33b) serão dadas por: $p \text{ sen } \alpha$ e $q \text{ cos } \alpha$ respectivamente. No caso de tremonhas em que as paredes não tenham todas a mesma inclinação basta substituir α pelo ângulo de inclinação de cada parede que se está a considerar.

A força resultante vista na figura 33c será dada por:

$$R = \sqrt{p^2 \text{ sen}^2 \alpha + q^2 \text{ cos}^2 \alpha} \quad 64$$

O peso do material no interior da tremonha pode ser distribuído por toda a área da superfície da tremonha em contato com o material, dividindo-se o peso pela área desta superfície, obtendo-se assim uma pressão constante e vertical que deve ser somada à pressão q da fórmula 64 para a determinação da resultante. O mesmo pode ser feito para o peso das paredes da tremonha.

4.2.3 - Terceiro Método - Baikov

Em BAIKOV¹⁸, pág.282, apresenta-se um método para determinar as pressões nas direções normal (p_t) e paralela (q_t) à superfície média das paredes da tremonha, fazendo-se a decomposição, nestas direções, das pressões p e q obtidas através de uma das teorias já expostas, sem considerar a redução da seção transversal do silo, ou seja, como se as paredes verticais da tremonha se prolongassem até o nível da abertura de saída. Tomando-se uma faixa das paredes da tremonha com largura inclinada unitária (Fig.34a), fazendo-se o somatório das forças que agem nesta faixa, nas direções normal e paralela à parede (vide Fig. 34c) e dividindo-se pela área da faixa, obtêm-se as pressões p_t e t_t

$$p_t = p \text{ sen}^2 \alpha + q \text{ cos}^2 \alpha \quad (a)$$

$$t_t = (q-p) \text{ sen} \alpha \text{ cos} \alpha \quad (b)$$

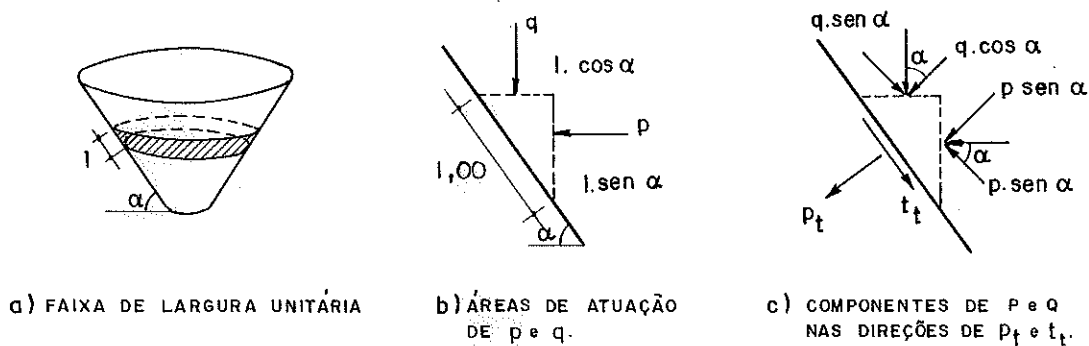


FIGURA 34 - Pressões na parede da tremonha-Baikov.

No caso da tremonha ter forma piramidal, para se calcularem as pressões p_t e t_t em cada parede, basta substituir o ângulo α nas fórmulas 65 pelo ângulo de inclinação da parede considerada.

Note-se que, neste método, as pressões na parede da tremonha variam com a profundidade, o que, de modo geral, não ocorria nos métodos vistos anteriormente.

4.2.4 - Quarto método - Sarrazin

GUYON¹²⁷, págs. 211 e seguintes, apresenta um método proposto por SARRAZIN³⁰⁷, que se expõe abaixo. Sarrazin considera que o material no interior da tremonha está submetido a um estado ativo de pressões, podendo-se relacionar a pressão vertical e a horizontal no interior da massa ensilada através do coeficiente de empuxo ativo estabelecido pela teoria clássica de empuxo de Rankine. Considerando-se um estado ativo de pressões e a fórmula 65a, pode-se estabelecer a expressão:

$$p_t = q \left[\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 (45 - \phi/2) \operatorname{sen}^2 \alpha \right] \quad 66$$

Na figura 35 apresentam-se a planta e vistas laterais de uma tremonha tronco-piramidal, para a qual serão deduzidas as pressões vertical e horizontal no interior do

material ensilado. Nesta mesma figura podem ser vistas as forças que atuam numa camada horizontal de espessura infinitesimal do material.

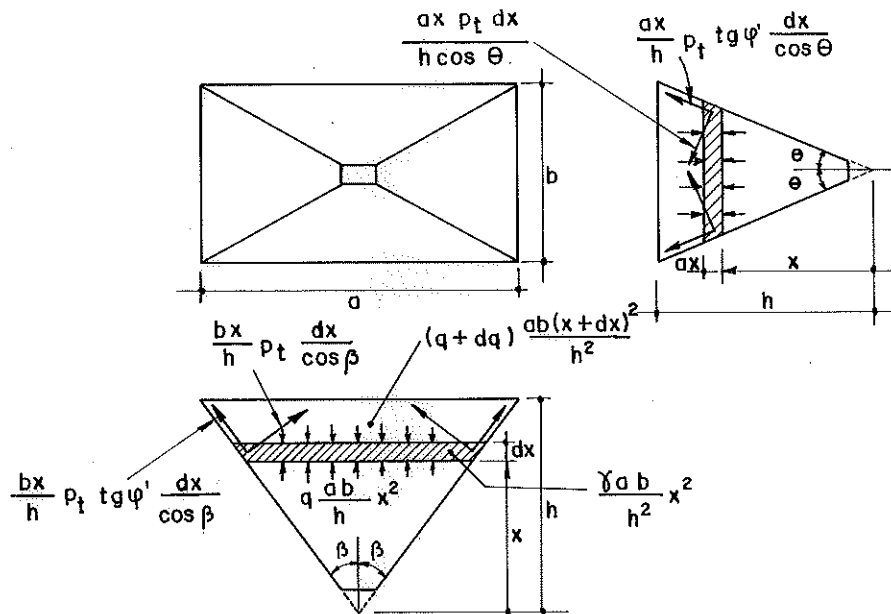


FIGURA 35 - Pressões na parede de uma tremonha piramidal - Sarrazin.

Equilibrando-se, na direção vertical, as forças que atuam na camada e utilizando a expressão de p_t obtêm-se a equação diferencial:

$$\frac{dq}{dx} - (C - 2) \frac{q}{x} = -\gamma \quad 67$$

sendo:

$$C = \left[\text{sen}^2 \beta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \beta \right] \left(1 + \frac{\text{tg} \phi'}{\text{tg} \beta} \right) + \left[\text{sen}^2 \theta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \theta \right] \left(1 + \frac{\text{tg} \phi'}{\text{tg} \theta} \right) \quad (a) \quad 68$$

β e θ semi-ângulos daqueles formados pelas arestas, que convergem para a saída, de cada lado da tremonha (vide Fig.35).

A solução desta equação diferencial impondo-se a condição de contorno, que em $x = h$, tem-se $q = q_0$, é:

$$q = q_0 \left(\frac{x}{h} \right)^{C-2} + \frac{\gamma h}{C-3} \left[\frac{x}{h} - \left(\frac{x}{h} \right)^{C-2} \right] \quad 69$$

Determinada a pressão q atuando sobre uma área unitária horizontal, a pressão p sobre uma área unitária h_0

rizontal é obtida de 66. A determinação das pressões p_t e q_t pode ser feita através da expressão 65.

No caso da tremonha tronco-cônica, depois de substituir h por H_t , ou no caso da tremonha tronco-piramidal assimétrica (vide Fig.36), todas as expressões acima continuam válidas menos a da constante C cujos novos valores serão:

para a tremonha tronco-cônica (vide Fig.36a)

$$C = 2 \left[\text{sen}^2 \beta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \beta \right] \left(1 + \frac{\text{tg} \phi'}{\text{tg} \beta} \right) \quad (b) \quad 68$$

β - ângulo entre o meridiano e a vertical

para a tremonha tronco-piramidal assimétrica (vide Fig.36b)

$$C = \frac{1}{\text{tg} \beta + \text{tg} \theta} \left\{ \left[\text{sen}^2 \beta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \beta \right] (\text{tg} \beta + \text{tg} \phi') + \left[\text{sen}^2 \theta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \theta \right] (\text{tg} \theta + \text{tg} \phi') \right\} + \frac{1}{\text{tg} \rho + \text{tg} \delta} \left\{ \left[\text{sen}^2 \rho + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \rho \right] (\text{tg} \rho + \text{tg} \phi') + \left[\text{sen}^2 \delta + \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \cos^2 \delta \right] (\text{tg} \delta + \text{tg} \phi') \right\} \quad (c) \quad 68$$

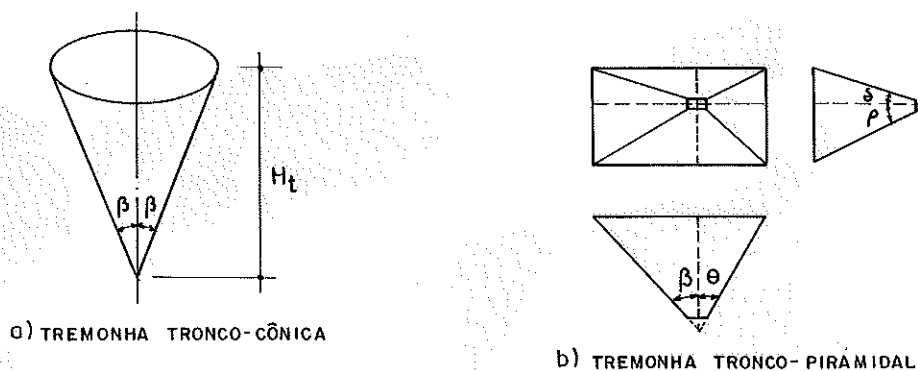


FIGURA 36 - Designação dos ângulos nas tremonhas.

4.3 - COMPORTAMENTO DO MATERIAL EM MOVIMENTO

4.3.1 - Durante a carga

O material a ser ensilado pode ser lançado no interior da célula manualmente, processo sô utilizado em silos de pequenas dimensões, ou mecanicamente, através de equipamentos que produzem um jorro concentrado de grãos ou um espalhamento dos grãos no interior da célula. No caso de existir uma grande distância entre o ponto onde jorra o material e a superfície livre, o diâmetro do jorro pode crescer consideravelmente.

Quando a carga é feita através de um jorro dirigido ao centro do fundo do silo, os grãos caem sobre um monte central, constituído pelos próprios grãos, e rolam sobre a superfície livre dando origem a um material pouco denso, em que provavelmente cada camada do material sofrerá um adensamento durante um certo tempo, devido ao peso próprio das camadas superiores do material. Se o material for pulverulento a dispersão do jorro pode ser grande, com os grãos espalhando-se por toda a seção transversal da célula, ocorrendo também uma acomodação dos grãos com o tempo, devido à liberação gradativa do ar aprisionado durante a carga, mais significativa do que aquela nos materiais de grãos maiores.

Quando o carregamento da célula é feito de modo a se ter um espalhamento dos grãos por toda a seção, as camadas sofrem uma compactação imediata decorrente do impacto dos grãos sobre a superfície, obtendo-se imediatamente um material mais denso que no caso do carregamento através de um jorro. No caso de materiais pulverulentos, devido à resistência do ar, a compactação será fraca ou mesmo insignificante.

Note-se que nos dois tipos de carregamento, através de um jorro ou um espalhamento, ocorre tanto compactação como adensamento. A compactação no carregamento por jorro é mais pronunciada na região em que o jorro golpeia a su

perfície livre, enquanto que, quando se tem um espalhamento, a compactação ocorre em grande parte da superfície.

A importância da compactação cresce com a velocidade de de carga, o volume de material lançado por unidade de tempo, com a altura de queda dos grãos dependendo também da granulometria do material. O adensamento é um fenômeno que se desenvolve com o tempo e vai depender muito do tipo e do volume de material ensilado, ocorrendo com maior intensidade nas regiões que não sofreram compactação.

A densidade do material ensilado irá influenciar nas suas características físicas, nos valores das pressões exercidas pelo material armazenado e, às vezes, no comportamento do material durante a descarga.

É de se esperar, pelo caráter do carregamento da célula, que o material no seu interior apresente características físicas cujos valores não são constantes em toda a massa ensilada, ocorrendo casos de variações consideráveis.

4.3.2 - Durante a descarga

Será discutido somente o caso de descarga por ação da gravidade, ou seja, aquela em que a ação da gravidade é que provoca o movimento dos grãos. Acredita-se que o estudo deste tipo de descarga permite compreender melhor outros tipos de descarga, como aquelas realizadas por meios mecânicos ou pneumáticos.

Denomina-se escoamento a movimentação do material durante a descarga.

Existem basicamente dois tipos de escoamento:

- escoamento tipo funil
- escoamento tipo global

O comportamento do material ensilado durante a descarga obedece às características de um dos dois tipos de escoamento ou então de um tipo híbrido.

No escoamento tipo funil, ao abrir-se o orifício de saída, apenas os grãos logo acima deste entram em movimento, surgindo um canal com início na abertura da tremonha dentro do qual os grãos estão em movimento, denominado canal de escoamento. Durante a descarga, a região do canal avança na direção da superfície livre do material, às vezes aumentando simultaneamente de diâmetro, sendo que os grãos só começam a movimentar-se quando são atingidos pelos limites do canal de escoamento, enquanto que os grãos fora deste canal permanecem inertes. Alcançando a superfície livre do material, o topo do canal alarga-se e o escoamento prossegue com os grãos da superfície livre, superfície esta de agora em diante descendente enquanto durar a descarga, deslizando sobre a camada de grãos imediatamente inferior, até penetrar na região do canal dirigindo-se para o orifício de saída, repetindo-se o mesmo processo para todos os grãos do material ensilado, até esvaziar-se o silo ou a descarga ser interrompida. Na figura 37 têm-se as várias etapas de um escoamento tipo funil.

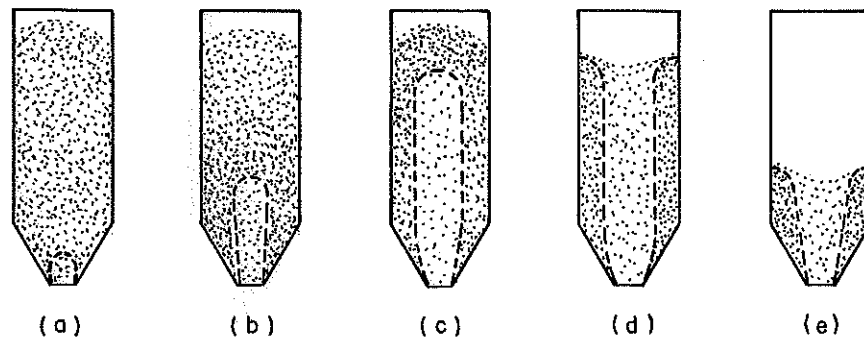


FIGURA 37 - Fases de um escoamento tipo funil

O canal de escoamento tende a assumir a forma de um cone vertical, com o vértice abaixo da abertura de saída, tendo sua parede inclinação próxima à vertical, sendo que o diâmetro do cone no orifício de abertura pode aproximar-se da maior dimensão deste orifício. O ângulo entre as paredes do cone varia, para um dado material, com o teor de umidade, temperatura, tempo de estocagem e seqüência e vazão de carga e descarga. Se o silo for suficientemente alto e o material ensilado pouco coesivo, o canal de escoamento

mento termina encontrando as paredes da célula e, acima do nível de encontro, todo o material está em movimento descendente.

No item 4.8.16 deste trabalho encontra-se um relato de um escoamento do tipo funil apresentado em KVAPIL²⁰⁰ onde se apresentam as várias regiões de material do interior da célula, diferenciadas em cada uma delas pela velocidade e densidade do material.

No escoamento tipo global, todo ou quase todo o material dentro do silo entra em movimento quando uma pequena quantidade de material sai ao abrir-se o orifício de saída; assim, neste tipo de escoamento, os limites laterais do canal de escoamento coincidem com as paredes do silo. Atualmente, para a maioria dos autores, o escoamento do tipo global só ocorre quando todo o material está em movimento.

A superfície livre neste tipo de escoamento, logo após a abertura da saída, tem um movimento descendente sem modificar sua forma ou, às vezes, apresenta uma pequena depressão, mantendo sua forma até atingir uma certa distância do fundo do silo, quando então a superfície livre parece desmoronar.

No item 4.8.18 deste trabalho tem-se um relato das experiências de Deutsch e Clyde, que trazem maiores informações sobre este tipo de escoamento.

Pode-se ter uma descarga que apresente características dos dois tipos de escoamento como, por exemplo, um material escoar no início sob um escoamento tipo funil e, após o canal de escoamento atingir a superfície livre, ter-se uma movimentação de toda a massa ensilada, ocorrendo a partir de então um escoamento tipo global. LENCZNER²⁰⁷ observou tal tipo de comportamento quando realizou experiências com areia compactada (vide item 4.8.13).

A rugosidade das paredes do silo, o ângulo de atrito interno, a inclinação das paredes da tremonha e a sua forma e o tamanho do orifício da saída influenciam o comportamento do material durante a descarga. Uma exposição superficial sobre esta influência é exposta no item 4.7 deste

trabalho.

Conhecido o comportamento do material em cada tipo de escoamento, cabe comentar as denominações dos tipos de escoamento utilizadas neste trabalho. A denominação escoamento tipo funil provém da tradução do termo da língua inglesa "funnel flow", crendo-se que essa denominação é bem adequada. O outro tipo de escoamento é designado na língua inglesa como "mass flow"; na língua portuguesa uma designação às vezes utilizada é escoamento mássico, que o autor deste trabalho julga inadequada, seja porque é uma tradução incorreta do termo inglês, seja porque não fornece nenhuma indicação do comportamento do material em movimento, como o termo funil o faz. O autor sugere e emprega o termo global para este tipo de escoamento, procurando-se assim transmitir a idéia de que todo o material está em movimento, até que seja proposto outro termo mais apropriado.

Cada tipo de escoamento apresenta vantagens e desvantagens que são descritas a seguir, tratando-se inicialmente do escoamento tipo funil.

Para materiais que se deterioram com o tempo o escoamento tipo funil é desaconselhável, pois o primeiro material lançado no interior da célula rola para junto das paredes, ficando fora da região do futuro canal de escoamento e, no caso do silo ser raramente esvaziado ou no caso de não ocorrerem grandes variações no nível de material ensilado, as partículas nas regiões mais profundas permanecerão por um longo período no interior da célula, deteriorando-se durante este período. A permanência por longo período de tempo do material em repouso e sob pressão pode provocar a consolidação do material, que conduz a interrupções no escoamento, pois quando a superfície livre alcança esta região consolidada as partículas não mais deslizam e, após o esvaziamento do canal de escoamento, ocorre a interrupção da descarga que, para prosseguir, necessitará de uma interferência externa.

É comum o material no escoamento tipo funil apresentar taxa de descarga muito variável com o tempo, sendo o

material descarregado por meio de jorros intermitentes, devido à formação e posterior colapso de abóbadas ou cúpulas no interior do canal de escoamento (vide item 4.5).

Para materiais cujas partículas segregam durante a carga, o escoamento do tipo funil pode ser prejudicial pois há pouca mistura quando o material escoar dentro do canal; assim, no início do escoamento, existe uma predominância de partículas pequenas (vide Fig.38a) e após o canal alcançar a superfície livre, as partículas maiores começam a entrar no canal, havendo predominância destas no material descarregado (vide Fig.38b). Durante uma carga e descarga simultâneas, se a taxa de carga for igual à taxa de descarga, o nível do material permanece constante e as últimas partículas a entrarem são as primeiras a saírem (vide Fig.38c). Também podem ser vistas como situações de carga e descarga simultâneas a figura 38a, para o nível de material aumentando, e a figura 38b, para o nível de material diminuindo.

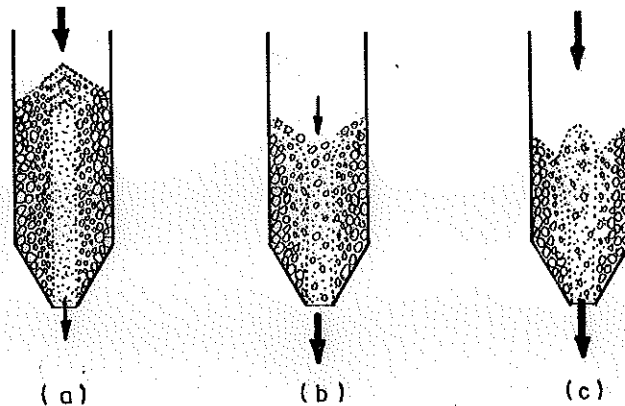


FIGURA 38 - Escoamento tipo funil, carga e descarga de material que segrega.

De acordo com os problemas que podem ocorrer no escoamento tipo funil, este não é conveniente para materiais que permaneçam ensilados por um período de tempo suficiente para que ocorra a deterioração do mesmo, para materiais em que a segregação é indesejável e quando há necessidade de taxa de descarga constante.

O escoamento tipo funil pode ser interessante em silos que contêm materiais constituídos de partículas duras e abrasivas, pois ocorre um desgaste menor das paredes da célula; porém, se o material for muito coesivo será necessária a instalação de equipamentos para facilitar a descarga, o que onera o armazenamento.

No escoamento tipo global a ocorrência de interrupções na descarga decorrentes da consolidação do material ensilado são raras, devido a não haver regiões que permaneçam inertes durante a descarga e pelo mesmo motivo a deterioração, se houver, é mínima. O escoamento global é uniforme, não apresentando variações com o tempo durante a maior parte da descarga, fato importante nas teorias modernas para o cálculo das pressões durante a descarga. Neste tipo de escoamento o peso específico do material retirado é constante e praticamente independe da altura do material no interior do silo, o que é vantajoso nos casos de se ter uma taxa de descarga controlada. É possível conseguir-se no escoamento tipo global que as primeiras partículas a entrarem no silo sejam as primeiras a saírem, fato útil para materiais passíveis de deterioração ou para materiais que segregam pois, neste último caso, se na carga ocorre a segregação, na descarga dentro da tremonha ocorre uma mistura das partículas do material.

O tipo de escoamento influi grandemente nas pressões horizontais nas paredes da célula durante a descarga. Várias experiências indicam que as pressões horizontais nos dois tipos de escoamento são maiores que as pressões horizontais estáticas, sendo que no caso do escoamento tipo global as pressões horizontais são bem maiores que aquelas causadas pelo material inerte ou em escoamento tipo funil.

4.4 - SOBREPRESSÕES DURANTE A CARGA E A DESCARGA

As magnitudes das pressões exercidas pelo material contra as paredes e o fundo do silo durante a carga e descarga muitas vezes suplantam grandemente as pressões estáticas, sendo a causa ou contribuindo para o colapso da estrutura dos silos. Denominam-se sobrepressões ou pressões dinâmicas aquelas que atuam na estrutura do silo durante a carga ou descarga do material ensilado.

A obtenção das pressões dinâmicas pode ser feita através de três procedimentos: utilizando-se uma das teorias elaboradas por pesquisadores para tal fim, algumas das quais encontram-se no item 4.9; majorando-se as pressões estáticas por coeficientes de majoração fornecidos por normas ou determinados por pesquisadores através de ensaios; exemplos destes coeficientes são apresentados no item 4.10 deste trabalho; realizando-se estudos experimentais de modo a estabelecer o comportamento do material na carga e na descarga e obter informações que permitam um cálculo seguro; no item 4.8 encontram-se relatos de várias experiências.

Durante a carga, o impacto dos grãos no fundo da célula provoca pressões verticais nesta região e, conforme o silo vai sendo preenchido, a expansão lateral do material granular, causada pela pressão vertical, provoca pressões horizontais ligeiramente maiores que as pressões estáticas, pois está presente um componente dinâmico. Materiais pulverulentos, quando lançados na célula em grandes quantidades e velocidades, não se depositam instantaneamente, ficando suas partículas suspensas no ar, exercendo nas paredes sobrepressões semelhantes às pressões exercidas por um líquido com peso específico inferior ao do material pulverulento.

Geralmente as sobrepessões durante a descarga são as que apresentam maior perigo, principalmente as pressões horizontais contra as paredes.

Razões da existência das sobrepessões durante a descarga já foram apresentadas por alguns autores, como por

exemplo Zweing (vide DEUTSCH & CLYDE⁶¹), que expôs a possibilidade de ondas acústicas e suas reflexões e superposições serem as responsáveis pelas sobrepressões, ou BROWN & RICHARDS⁴⁶ que responsabilizaram o colapso de estruturas, por exemplo abóbadas ou cúpulas, geradas no interior do material em escoamento. Aqui serão expostas as idéias de Jenike e Johanson apresentadas em uma série de trabalhos (vide JENIKE & JOHANSON^{164 a 167}) que estudaram o assunto profundamente.

Para Jenike e Johanson a ocorrência das sobrepressões pode ser explicada analisando-se três possíveis estados de carregamento a que o material ensilado pode estar submetido: um primeiro estado de carregamento denominado inicial, em que o material está inerte dentro da célula, sem qualquer quantidade ter sido retirada; o estado de carregamento no escoamento, que se instala após algum tempo do início da descarga; e o estado de carregamento de transição, presente durante a passagem do material de uma situação estática para uma situação dinâmica. O tipo de escoamento do material tem grande importância no surgimento, na magnitude e na distribuição das pressões sobre as paredes da célula. Inicialmente serão vistas as sobrepressões ligadas a uma descarga de material sob escoamento tipo global, analisando-se cada estado de carregamento, começando-se com o estado de carregamento inicial, seguindo-se para o estado de carregamento no escoamento e depois para o de transição.

Considere-se que uma célula cilíndrica vazia começa a ser carregada sem haver retirada de material; devido ao impacto e ao peso dos grãos do material que está sendo acrescentado, a camada de material já depositado contrai-se verticalmente, enquanto sofre uma expansão horizontal praticamente desprezível, devido à rigidez da parede da célula a deslocamentos radiais. Na célula, o material praticamente contrai-se somente na direção vertical desenvolvendo-se um estado ativo de pressões, onde o material está em regime plástico (considerando-se o critério de resistência Mohr-Coulomb). Neste estado ativo de ten-

sões a direção da maior tensão principal afasta-se pouco da direção vertical na região central da célula, sendo que este afastamento aumenta na direção da parede. Na tremonha, além da contração vertical, o deslizamento das partículas sobre as paredes inclinadas possibilita também uma contração horizontal, dificultando a existência de um regime plástico, estando o material dentro da tremonha em um estado ativo de pressões em regime elástico. Durante a acomodação do material este desliza ao longo das paredes do silo ocasionando uma ação de atrito (t) paralela às paredes e uma pressão normal (p) às paredes, sendo o peso do material ensilado equilibrado pelo somatório das componentes verticais da pressão normal e da ação de atrito sobre as paredes verticais e inclinadas do silo. Assim, as áreas limitadas pelas funções que exprimem a variação do p e t ao longo da altura do silo e o eixo correspondente à profundidade, por representarem as resultantes destas ações, têm correspondência com o peso do produto estocado, já que uma parcela destas resultantes irá suportar o peso do material ensilado. Baseando-se em resultados experimentais (JENIKE¹⁵², WALKER³⁴⁷, HANDLEY & PERRY¹³¹) e analíticos (SMOLTCZUK³¹⁷, JENIKE¹⁵³ e ¹⁵⁴), Jenike e Johanson consideraram que as pressões nas paredes da tremonha variam linearmente com a profundidade, decrescendo na direção do vértice da tremonha, como pode se ver nas figuras 39 e 40. Quando as pressões têm tal comportamento, diz-se que um campo radial de pressões existe no interior da tremonha. Neste campo radial de pressões todas as pressões ao longo de um determinado raio são proporcionais à distância do ponto considerado ao vértice. Evidentemente este campo radial de pressões não atinge a superfície livre do material.

Na figura 39 apresenta-se o efeito da altura de material ensilado no estado de carregamento inicial. Para quatro níveis de material apresentados na figura 39a, têm-se as curvas correspondentes da pressão perpendicular à parede na figura 39b.

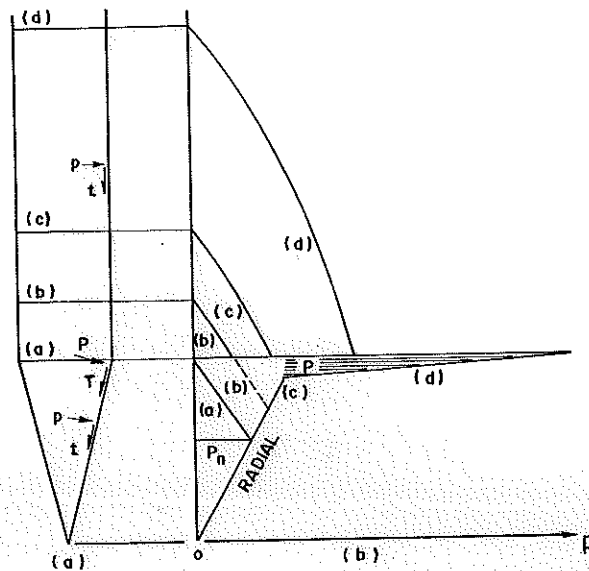


FIGURA 39. — Efeito da altura de material ensilado no estado de carregamento inicial

Não havendo material na célula e estando a tremonha cheia (nível a), a curva das pressões atuando dentro da tremonha pode ser adequadamente representada por um triângulo (linha a). Quando o nível do material ultrapassa a seção onde se dá o encontro entre a parede da célula e da tremonha (nível b), o campo radial de pressões estende-se até a linha b. Continuando a aumentar o volume de material atinge-se um nível (nível c), para o qual o campo radial de pressões atinge a seção do encontro; a pressão nesta situação está representada pela linha c. Para níveis de material acima do nível c, tem-se um aumento da força vertical sobre a seção do encontro da célula e da tremonha e, para que exista equilíbrio, é necessário que a força vertical exercida pelo material contido na célula sobre a seção transversal da massa de grãos no nível de encontro somada ao peso do material no interior da tremonha seja igual à soma dos componentes verticais das forças que atuam nas paredes da tremonha; desde que a área do gráfico das pressões atuando nas paredes da tremonha é praticamente invariável após um determinado nível de material, desenvolvem-se ações (P e T) atu

ando concentradas em uma pequena região da tremonha junto ao encontro, (vide Fig.39b) de modo que a soma dos componentes verticais das forças provenientes destas pressões seja igual ao acréscimo da força vertical, decorrente do acréscimo de material acima do nível c , obtendo-se assim o equilíbrio. O valor da força P , do mesmo modo que o da força vertical exercida pelo material sobre a seção transversal da massa ensilada na profundidade correspondente ao encontro da célula com a tremonha, cresce rapidamente, tendendo, porém, para um valor constante além de um certo nível de material (com o peso de material acima deste nível sendo resistido pelas ações de atrito nas paredes).

Os três estados de carregamento para um material ensilado com escoamento do tipo global são representados na figura 40, sendo apresentadas para cada estado de carregamento linhas que indicam a direção da maior tensão principal e a distribuição da pressão p em função da profundidade.

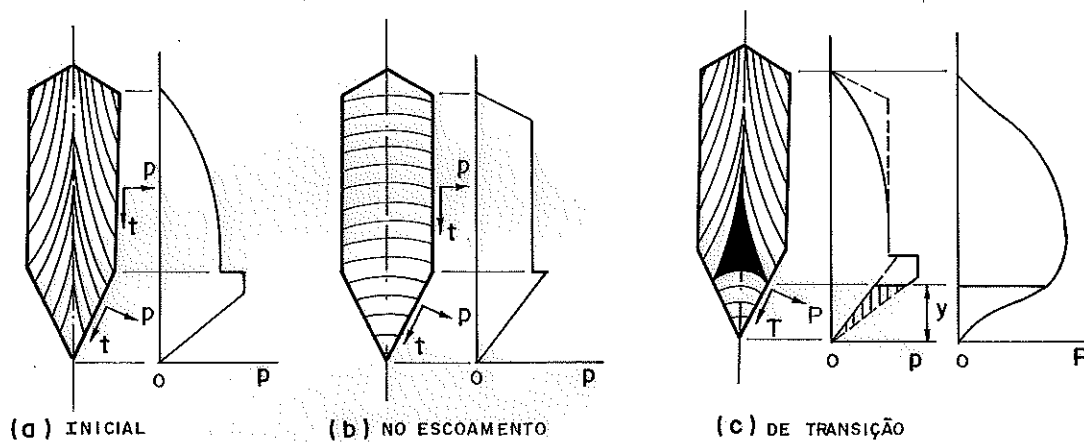


FIGURA 40 — Estados de carregamento no escoamento tipo global

Passa-se agora à análise do estado de carregamento no escoamento. Considere-se que o material está em movimento contínuo no interior da célula, decorrido um determinado lapso após a abertura do orifício de saída da célula. O escoamento provoca uma expansão vertical e um movimento radial em direção ao eixo do silo da massa de grãos, desen

volvendo-se um estado passivo de tensões, com a maior tensão principal atuando aproximadamente na direção horizontal. O material ao se deslocar ao longo das paredes provoca pressão normal (p) e uma ação devida ao atrito (t) paralela às paredes. A distribuição da pressão p é mostrada na figura 40b. No material dentro da tremonha continua ocorrendo um campo radial de pressões, sendo que estas pressões têm valores menores que aquelas do carregamento inicial. Embora o material esteja em movimento, como este movimento é geralmente lento e não sofre modificações com o tempo no escoamento tipo global, a não ser que a altura de material torne-se menor que um determinado valor (vide item 4.8.18), podem-se desprezar as forças que mantêm o material em movimento permanecendo as condições de equilíbrio continuam as mesmas do carregamento inicial. Cálculos efetuados por Jenike e Johanson estabeleceram a distribuição da pressão p ao longo da altura conforme é visto na figura 40c.

Comparando-se o gráfico de p no escoamento com o gráfico de p para o carregamento inicial, nota-se que houve um aumento na área do gráfico no trecho correspondente à célula, conseqüentemente, ocorre uma diminuição na área do trecho da tremonha.

No estado de carregamento de transição ocorrem pressões transitórias decorrentes da mudança do estado de pressão ativo, a que o material estocado está submetido, para o passivo. Após o início da descarga, o material logo acima do orifício de saída, que estava sob um estado ativo de pressões, com a expansão vertical fica submetido a um estado passivo de pressões. Esta mudança ocorrerá inicialmente acima da saída e se propagará na direção da superfície livre do material ensilado. Na figura 40c têm-se as direções das tensões principais maiores e a distribuição das pressões horizontais contra as paredes no instante em que a transição alcançou o nível y mostrado na figura. Acima da região de transição prevalece o estado de carregamento inicial, abaixo, o estado de carregamento no escoamento, e na região de transi-

ção, representada pela área escura na figura 40c, na parte de contato desta região com as paredes, estarão ocorrendo sobrepressões. Para explicar a existência destas sobrepressões deve-se atentar para a distribuição da pressão horizontal e da ação do atrito entre material e paredes e para o equilíbrio da massa ensilada. Como o equilíbrio do material exige que, para qualquer profundidade, a qualquer tempo, o somatório das componentes verticais de p e t seja igual ao peso do material até aquela profundidade e como a pressão p na região da tremonha é menor no estado de carregamento no escoamento do que no estado de carregamento inicial (vide Figs. 40b e 40a), aparecem sobrepressões P , acompanhadas da ação do atrito T , altamente concentradas, necessárias para a conservação do equilíbrio. A magnitude da pressão P quando a transição atingir o nível y é representada na figura 40c pela área hachuriada entre os dois estados de carregamento representados nesta figura; apresenta-se ainda nesta mesma figura a variação da pressão P em função do nível de transição.

A depender do tipo de célula, da compressibilidade do material e da taxa de descarga, a transição de todo o material do estado ativo para o passivo pode ser gradativa ou durar frações de segundo, sendo esta última situação mais prejudicial, pois ocorrerá uma carga de choque.

A existência de estados de carregamento bem definidos no escoamento tipo global é decorrente do canal de escoamento bem definido, de forma e volume constante, e das pressões atuando diretamente nas paredes, condições estas que não ocorrem no escoamento do tipo funil visto a seguir.

No escoamento tipo funil, o canal de escoamento não é bem definido como já visto, dependendo das características do material e da forma e rugosidade das paredes da célula, o que impede o conhecimento da seção em que o canal de escoamento intercepta as paredes da célula. Para células muito altas, nas quais o valor da razão entre a altura e o diâmetro excede a 5, o canal de escoamento intercep

ta as paredes antes de atingir a superfície livre; para silos baixos, nos quais a razão entre a altura e o diâmetro não excede a 2, o canal de escoamento aflora na superfície livre. Na figura 41 tem-se uma provável distribuição das pressões horizontais (sempre acompanhadas da ação tangencial às paredes) para os estados de carregamento inicial e no escoamento e para as pressões horizontais altamente concentradas durante a transição. Observe-se que a descontinuidade das pressões horizontais nos dois últimos estados de carregamento ocorre na seção onde o canal de escoamento intercepta a parede do silo e não na seção de encontro da parede da célula com a da tremonha, como no caso do estado de carregamento inicial.

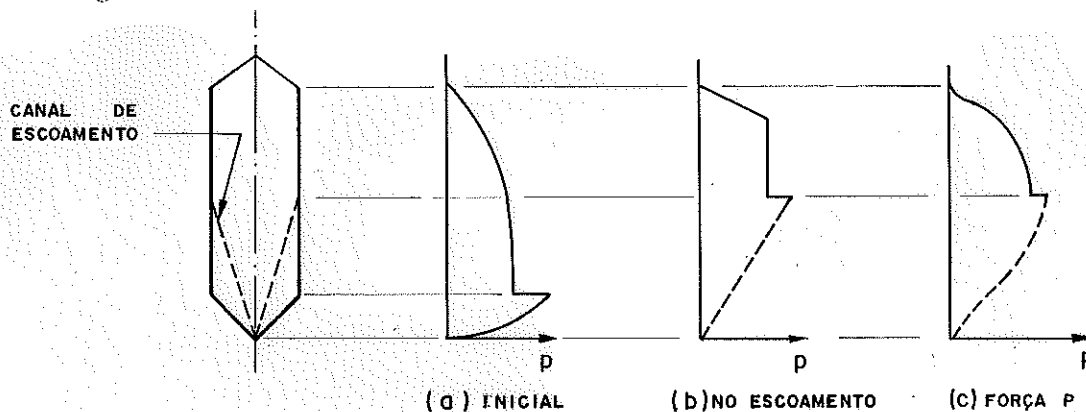


FIGURA 41 - Estados de carregamento no escoamento tipo funil e sobrepressões

As pressões que ocorrem durante a passagem do estado ativo de pressões para o passivo atuam dentro do canal de escoamento e, devido ao material praticamente imóvel junto às paredes, as pressões ao alcançarem a parede estão amortecidas e dispositivos medidores de pressão podem não as registrar. Talvez este amortecimento das pressões seja um dos fatores que explique a enorme variação de magnitudes e distribuição das sobrepressões encontradas dos inúmeros estudos experimentais já realizados.

4.5 - ARQUEAMENTO DURANTE A DESCARGA

Um dos problemas mais sérios que pode ocorrer durante a descarga é a formação de arcos no interior do silo, constituídos pelas partículas do próprio material ensilado. O colapso de um arco provoca grandes variações nas pressões contra as paredes da célula e da tremonha que podem levar a estrutura do silo à ruína. O fenômeno do aparecimento destas estruturas formadas pelas partículas do material ensilado é denominado de arqueamento do material. Na figura 42 pode-se ver o fenômeno do arqueamento presente no interior do canal de escoamento em um escoamento do tipo funil.

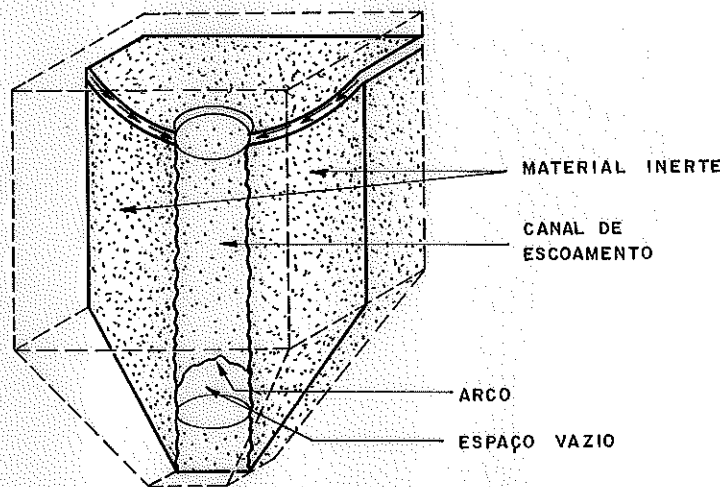


FIGURA 42 - Corte vertical da massa ensilada em movimento onde o fenômeno do arqueamento está presente.

É de se esperar que a arrumação das partículas não forme uma estrutura linear, como a designação comumente usada de arco pode induzir, mas sim uma estrutura laminar, que pode ser classificada de abóbada ou cúpula. Se o arqueamento ocorre no interior da tremonha, supõe-se que, se esta tem um eixo de simetria, forma-se dentro desta uma cúpula e quando a tremonha é simétrica a um plano ocorre uma abóbada. De maneira geral as designações abobadas ou cúpulas são pouco usadas nos textos técnicos sobre o assunto, dando-se prefe -

rência ao termo arco. Neste trabalho dar-se-á preferência aos termos abóbadas e cúpulas, pois acredita-se que estes termos são mais adequados às configurações das partículas durante os fenômenos do arqueamento.

Uma abóbada ou cúpula é formada por uma ou mais camadas de partículas dispostas de tal modo que esta configuração das partículas suporta seu próprio peso e, muitas vezes, parte ou todo o peso do material acima delas, sendo que a abóbada ou cúpula é sustentada ou pelas paredes do silo ou por regiões de material inerte. A região abaixo do arqueamento do material apresenta-se vazia ou contém material com baixa densidade.

Trabalhos experimentais indicam que o fenômeno do arqueamento pode aparecer tanto no interior da tremonha como no interior da célula, ocorrendo a intervalos de tempo arbitrários e com diferentes períodos de existência. O tempo de existência da cúpula ou abóbada depende da disposição das partículas que as formam, do volume de material acima delas e do grau de perfeição da forma das abóbadas ou cúpulas. A ocorrência do arqueamento no interior da tremonha é facilitada se a razão entre o diâmetro inscrito no orifício de saída e o tamanho da partícula é pequena, se o material tem coesão e se o atrito entre a estrutura laminar e a superfície em que se apóia é grande.

Cada vez que uma abóbada ou cúpula ocorre, o escoamento do material é interrompido, com a taxa de descarga diminuindo sensivelmente, podendo cair a zero, até que a abóbada ou cúpula entre em colapso, tendo-se então continuação do escoamento e o retorno da taxa de descarga aos valores anteriores ao arqueamento, até o momento de novo arqueamento, quando o processo se repete. A ocorrência intermitente de abóbadas ou cúpulas denominadas dinâmicas, caracterizadas por um curto período de existência, gera um escoamento bastante irregular, com maiores volumes de material sendo descarregados quando não existe o arqueamento e, quando da existência deste, menores volumes, ou mesmo nenhum é descarregado, tendo-se assim uma descarga em ondas. Se o material descarregado é pulverulento, após

o colapso da abóbada ou cúpula, o material, ao penetrar no vazio abaixo desta, comporta-se como um fluido, provocando impactos sobre possíveis equipamentos localizados abaixo da abertura de saída no caso de a região vazia chegar até a abertura.

Em certas circunstâncias, abóbadas ou cúpulas denominadas estáticas, caracterizadas por um período de existência ilimitado, podem ocorrer provocando a interrupção permanente do escoamento. A massa de material ensilado caindo após o colapso da estrutura laminar funciona como um pistão, provocando uma alta pressão de ar na região da tremonha, danificando as paredes da tremonha ou separando-a da estrutura do silo.

O arqueamento dinâmico é influenciado principalmente pela forma e tamanho das partículas, pelo atrito interno e pela coesão do material ensilado. O arqueamento estático é influenciado principalmente pelo atrito entre material e paredes.

Existem basicamente, a depender do tipo de material ensilado, dois processos distintos para o aparecimento de abóbadas ou cúpulas. No caso de material sem coesão, geralmente granular seco cujas partículas não sejam diminutas, para razões pequenas entre a menor dimensão do orifício de saída e o tamanho do grão, a interação entre os grãos na região acima da abertura de saída durante a descarga pode levar os grãos a se apoiarem entre si, com as paredes ou uma região de material inerte servindo de apoio. Na figura 43 é mostrado esquematicamente este tipo de arqueamento. Pode-se dizer que a possibilidade de formação de abóbadas ou cúpulas e seu tempo de existência crescem quanto menor o número de partículas envolvidas no arqueamento.

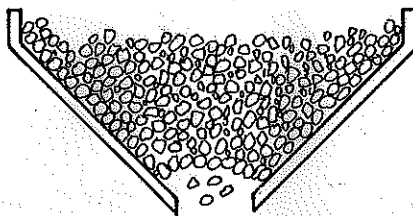


FIGURA 43 - Arqueamento de material granular.

No caso de materiais com alguma coesão, como, de modo geral, os pulverulentos, os granulares úmidos no período de armazenamento e os que desenvolvam ligações entre as partículas durante este período, abóbadas ou cúpulas podem acontecer mesmo para grandes razões entre a menor dimensão do orifício de saída e o diâmetro do grão. Este fenômeno de nominado arqueamento coesivo ocorre devido à capacidade do material coesivo de suportar tensões de cisalhamento com tensões normais nulas.

Pode-se evitar a formação do arqueamento de materiais granulares secos e com partículas não diminutas, na região próxima ao orifício de saída, projetando-se este orifício com dimensões convenientes. LENCZNER²⁰⁸ aconselha, como um valor seguro, ter-se a razão entre a menor dimensão da abertura de saída e a maior dimensão do grão superior a três; NEWTON, DUNHAM, SIMPSON²³⁹, realizando experiências com grãos de chumbo, obtiveram descargas irregulares com interrupções quando esta razão era menor que seis. FOWLER & GLASTONBURY¹⁰³ também encontraram interferências no escoamento em suas experiências com vários tipos de materiais e orifícios de saída quando a relação entre o quádruplo do raio hidráulico do orifício e o diâmetro da esfera circunscrita à partícula era menor que seis; em BAIKOV¹⁸ encontra-se uma recomendação, para "bunkers" contendo material granular seco, de que a menor dimensão da abertura de saída seja maior do que seis vezes a maior dimensão da partícula e nunca inferior a 60 centímetros. Apesar de as dimensões do orifício de saída serem um fator preponderante, uma maior inclinação das paredes da tremonha com relação à horizontal dificultará a formação de abóbadas ou cúpulas, pois irá diminuir os choques entre as partículas (vide item 4.8.15) na região de saída.

Para evitar o aparecimento de abóbadas ou cúpulas em materiais coesivos no interior da tremonha, procura-se construir a tremonha com formas e dimensões tais que impossibilitem a ocorrência do arqueamento. Várias teorias oferecem valores para a dimensão mínima ou crítica do ori-

fício de saída. Na tabela 8, retirada de LENCZNER²⁰⁸, apresentam-se expressões obtidas por vários pesquisadores para a determinação da dimensão crítica. As diferenças entre as expressões são devidas às hipóteses consideradas na concepção de cada teoria. Uma discussão sobre cada teoria foge ao escopo deste trabalho; maiores informações sobre cada teoria podem ser obtidas nas referências bibliográficas constantes na tabela.

Sobre a forma da tremonha vide o item 4.7.

Tabela 8 - Valores de dimensões críticas do orifício de saída fornecidas por várias teorias.

Pesquisadores	Valores das dimensões críticas do orifício de saída (para paredes rugosas)
JENIKE ¹⁵⁴	$B = \frac{f_c}{\gamma}$, $D = 2B$
GARDNER ¹¹³	$B = \frac{2c}{\gamma} \left(\frac{\pi}{2} + \phi \right) \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi}$
RICHMOND ²⁸⁶	$B = \frac{2c}{\gamma} \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$, $D = 2B$
WALKER ³⁴⁸	$B = \frac{f_c}{\gamma}$, $D = 2B$
LENCZNER ²⁰⁸	$B = \frac{f_c}{\gamma} \frac{(2 \operatorname{tg} \phi \operatorname{sen} \theta + \cos \theta) \operatorname{sen} \theta}{\theta}$ $D = \frac{f_c}{\gamma} (1 + \cos \theta) (2 \operatorname{tg} \phi \operatorname{sen} \theta + \cos \theta)$

Notação:

- B - dimensão crítica no caso de tremonha simétrica em relação a um plano.
- D - dimensão crítica no caso de tremonha com simetria axial.
- γ - peso específico do material.

- c - coesão do material.
- f_c - resistência à compressão de uma amostra não con
finada .
- ϕ - ângulo de atrito interno do material.
- θ - ângulo entre a parede da tremonha e a vertical.

Além dos procedimentos já apresentados para combater a formação de abóbada ou cúpula, podem-se utilizar alguns artifícios, como por exemplo possibilitar que uma parte da parede da tremonha possa sofrer deslocamentos elásticos de valores consideráveis de modo que uma abóbada ou cúpula que esteja prestes a ocorrer na região próxima ao orifício de saída, devido à possibilidade de deslocamento das paredes, não encontre sustentação nesta. Maiores informações e dimensionamento deste artifício podem ser encontradas em PESCHL²⁴⁸. Instalação de dispositivos que provoquem vibrações nas paredes do silo, dificultando assim o apoio que as cúpulas ou abóbadas necessitam, é outro procedimento que pode ser empregado contra o arqueamento.

4.6 - PROCESSOS PARA REDUZIR OU ANULAR AS SOBREPRESSÕES

Os processos para reduzir ou anular as sobrepressões durante a descarga por gravidade na realidade procuram ou estabelecer um escoamento tipo funil, de modo que a massa inerte próxima às paredes funcione distribuindo pressões concentradas, como um amortecedor das pressões horizontais dinâmicas, ou provocar uma movimentação vagarosa do material ensilado.

A introdução de um tubo antidinâmico e a instalação de obstáculos à livre movimentação do material ensilado são os processos mais conhecidos e utilizados, podendo - se também diminuir as pressões dinâmicas descarregando a célula através das células intersticiais.

4.6.1 - Tubo antidinâmico

Segundo é narrado em RAVENET²⁷⁴, pág.43, Duhle foi o precursor da instalação de tubos antidinâmicos em um silo de Alexandra Dock (Liverpool), sendo utilizado também por Miersch em silos em Frankfurt-am-Main no início do século XX. Os irmãos Reimbert são os grandes preconizadores deste tipo de dispositivo, com o qual realizaram vários ensaios que comprovaram a eficiência deste tubo.

O tubo antidinâmico é um cilindro perfurado em toda a sua altura (vide Fig.44), que deve atingir a mais alta superfície livre possível do material, colocado no interior da célula, convenientemente ajustado sobre o orifício de saída. A instalação do tubo antidinâmico produz uma descarga ordenada em que apenas o material próximo à superfície livre e no interior do tubo está em movimento, impedindo simultaneamente a movimentação de todo o resto da massa ensilada.

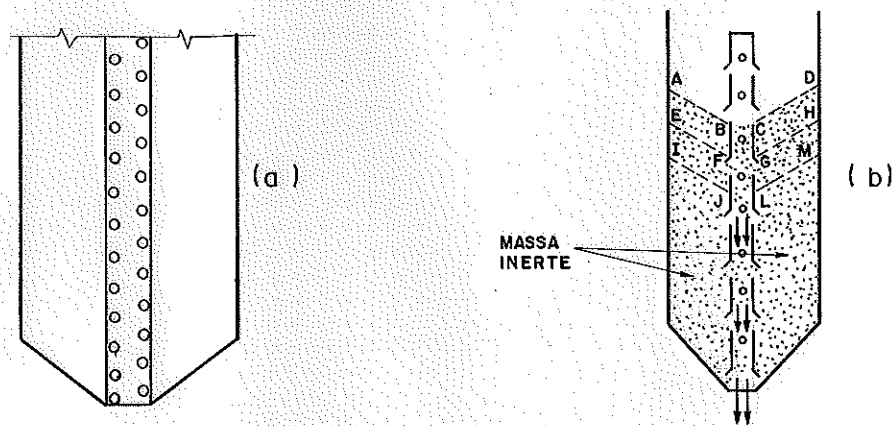


FIGURA 44 - Tubo Antidinâmico

Na figura 44b vê-se a seção vertical de uma célula contendo um tubo antidinâmico que servirá para explicar o funcionamento do dispositivo. Após o carregamento, o material no interior e no exterior do tubo está em um mesmo nível. Após a abertura da saída, o material no interior do tubo começa a ser descarregado, iniciando-se uma movimentação progressiva deste material no sentido descendente, enquanto todo o material ao redor do tubo permanece em repouso. Assim que o nível do material no interior do tubo atinge a perfuração mais alta, os grãos ao redor do tubo pertencentes ao volume ABCDEFGH (vide Fig. 44b) começam a penetrar pelos orifícios F e G, enquanto as camadas inferiores do material permanecem inertes. Após a superfície livre do material atingir a linha EFGH, os grãos pertencentes ao volume EFGHIJLM, começam a se movimentar penetrando no tubo pelos orifícios J e L, enquanto o material abaixo destes orifícios permanece em repouso. Este processo se reproduz para cada camada até o fim da descarga. Note-se que neste processo de descarga existe uma certa analogia com o escoamento tipo funil.

A penetração de grãos pertencentes às camadas distantes da superfície livre no interior do tubo é dificultada pela movimentação dos grãos junto às paredes do tubo e pelas pressões exercidas por eles.

A determinação da área transversal do tubo e da área e da distribuição dos orifícios ao longo da altura do tubo é feita considerando-se a altura e a seção transversal do silo, a forma e as dimensões dos orifícios de saída, a vazão de descarga desejada e as características físicas e mecânicas do material ensilado.

O tubo antidinâmico pode ser instalado durante a construção do silo, o que resulta de modo geral em economia da obra, pois o silo é calculado apenas para pressões estáticas; ou pode ser instalado após o silo estar em funcionamento, para repará-lo, quando ocorrem problemas durante a

descarga como deformação excessiva das paredes. Procedimentos para reparar silos de concreto ou de chapas metálicas com a inserção do tubo antidinâmico podem ser encontrados em A. & M. REIMBERT²⁸².

Note-se que o funcionamento estrutural do tubo é muito bom, pois o material ao seu redor funciona como um sistema de molas que auxilia na absorção das pressões horizontais dinâmicas contra a face interna da parede do tubo.

Para o funcionamento do tubo é necessário que enquanto dure a descarga haja sempre material em movimento no seu interior em toda a sua extensão abaixo da superfície livre de material. A formação de cúpulas no interior do tubo impede a movimentação contínua das partículas, possibilitando a penetração de material distante da superfície livre, que provoca a movimentação do material em volta do tubo, podendo ocorrer pressões dinâmicas de altos valores. Assim o tubo antidinâmico deve ter um diâmetro que impeça a formação de cúpulas, sendo recomendado para materiais com pouca coesão, como vários cereais, pois para materiais coesivos é bastante provável a ocorrência de arqueamento.

4.6.2 - Coluna antidinâmica

Outro dispositivo cujo princípio para impedir as pressões dinâmicas é idêntico ao tubo antidinâmico é uma coluna de seção retangular formada com peças de madeira, em pilhadas de modo semelhante àquelas nas fogueiras, possuindo aberturas retangulares por toda a sua altura. Esta coluna instalada sobre a abertura de saída funciona como um canal de escoamento artificial no interior do silo, com a descar-

ga do material processando-se de modo análogo à descarga do material em uma célula contendo um tubo antidinâmico. Ensaios realizados por Kim (vide item 4.8.11) em um silo onde foi instalada esta coluna apresentaram pressões durante a descarga iguais ou menores que as pressões estáticas.

4.6.3 - Instalação de obstáculos ao escoamento

A instalação de obstáculos junto às paredes ou transversalmente no interior do silo tem sido utilizada para combater as pressões dinâmicas. Dispositivos instalados no sentido transversal da célula como telas, barras e outros visam diminuir a velocidade do material na descarga e assim conseguir diminuir as pressões dinâmicas. Este procedimento baseia-se na hipótese de que existe uma relação entre as pressões dinâmicas e vazão de descarga, em que o aumento da última provoca aumento nas pressões dinâmicas. Esta relação tem sido contestada. Os irmãos Reimbert realizaram ensaios com modelos reduzidos de silos contendo travessas metálicas cruzadas (vide A. & M. REIMBERT²⁶⁵, pág. 82) obtendo pressões horizontais com valores iguais a 2/3 daqueles obtidos sem os obstáculos. Nesta situação as travessas ficam submetidas a esforços consideráveis.

Dispositivos instalados nas paredes procuram provocar a existência de uma massa de material inerte ou movendo-se vagorosamente junto às paredes de modo que este material possa amortecer as pressões dinâmicas. Um processo baseado neste fato foi estudado por V.S. Kim, que obteve boa eficiência do processo. Trata-se de implantar horizontalmente anéis de madeira ou de outro material na face interna da parede de uma célula cilíndrica, de maneira que o eixo perpendicular ao plano de cada anel coincida com o eixo da célula, sendo os anéis fixados na parede através de parafusos ou por outro meio qualquer. Ao ocorrer a descarga, os anéis

dificultam a movimentação do material próximo à parede, gerando a camada amortecedora de material. Na figura 45 têm-se duas vistas de uma célula com anéis no seu interior.

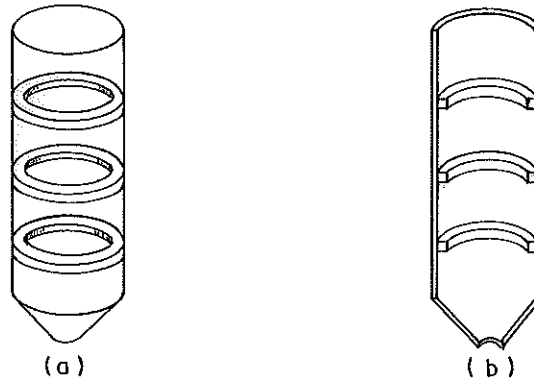


FIGURA 45 - Anéis obstaculizadores de escoamento.

De ensaios realizados (vide item 4.8.11), Kim concluiu que a distância entre os anéis e a razão entre a largura dos anéis e o raio da célula eram dois dos fatores que influam na eficiência deste processo para diminuição ou anulação das pressões dinâmicas.

Kim realizou ensaios apenas com uma espécie de material ensilado e contido em células de concreto armado, não pesquisando sobre a eficiência dos anéis para materiais que tenham baixos coeficientes de atrito, tanto o interno como aquele em relação às paredes do silo.

Como este processo de redução das pressões dinâmicas provoca a existência de material inerte junto às paredes, se o silo raramente for totalmente esvaziado, o material próximo às paredes nas regiões inferiores do silo raramente será descarregado, permanecendo durante um longo período de tempo no interior do silo e, caso o produto estocado seja passível de degeneração, cuidado especial deve ser tomado com o produto nestas regiões inferiores.

A fixação dos anéis às paredes deve ser feita de modo cuidadoso, para que estes não funcionem solidários à

parede, o que modificaria o comportamento estrutural desta, devendo - se ter especial atenção com os locais das fixações, onde se podem ter altas concentrações de tensões.

Com algumas modificações este processo pode ser aplicado às células com seção transversal não circular.

4.6.4 - Outros processos

O emprego das células intersticiais para a descarga dos silos é um artifício que se assemelha à utilização do tubo antidinâmico. A descarga das células que tenham paredes comuns com as células intersticiais pode ser feita através destas, fazendo-se orifícios espaçados ao longo destas paredes comuns, de modo que a célula intersticial funcione como um tubo antidinâmico, ocorrendo a descarga como é explicado a seguir. Com as células maiores e as células intersticiais cheias de material, começa-se a descarga de uma ou mais células intersticiais e conforme o nível de material no interior destas células, vai descendo o material proveniente das células maiores, circunvizinhas à célula intersticial, penetra nesta e é descarregado pelo fundo desta. Desejando-se descarregar cada grande célula isoladamente, podem-se vedar os orifícios com placas deslocáveis e, conforme os orifícios vão sendo descobertos de cima para baixo, o material da grande célula penetra na célula intersticial e daí é retirado do silo. No item 4.8.11 deste trabalho têm-se algumas informações sobre um silo no qual foi utilizada a descarga por células intersticiais.

Modificando-se o modo de descarregar o silo pode-se diminuir ou eliminar as pressões dinâmicas. A descarga feita por sucção através de um tubo telescópico, em que uma de suas extremidades tenha um movimento descendente, de modo a estar sempre em contato com a superfície livre dos grãos durante a sucção, produz uma movimentação mínima de material e conseqüentemente menores ou nenhuma sobrepressão.

Note-se que com a utilização do tubo telescópico tem-se um custo do emprego de equipamentos que não existe na descarga por gravidade, porém, no caso de se ter um silo com problemas, este processo de descarga pode ser temporariamente interessante, durante os reparos do silo.

4.7 - A INFLUÊNCIA DA TREMONHA

A forma, a rugosidade da superfície interna das paredes e as dimensões do orifício de saída são características da tremonha que têm grande influência sobre o tipo de escoamento presente na descarga do material estocado e a ocorrência de arqueamento do material.

A influência da tremonha será tratada aqui superficialmente, explanando-se sobre os pontos principais, procurando-se fornecer informações que, unidas às fornecidas no próximo item, possibilitem ao leitor compreender como influem as características da tremonha na movimentação do material, na taxa de descarga e no arqueamento.

As tremonhas podem ter diversas formas, algumas destas mostradas na figura 46. As formas de tremonhas assinaladas pelas letras a, b, c, d, e, desde que a inclinação das paredes seja suficiente, como se irá ver, conduzem o material a mover-se sob um escoamento do tipo global, pois a configuração das paredes da tremonha tende a impedir regiões de material inerte. A forma de tremonha assinalada pela letra f conduz o material a um escoamento tipo funil pois nas regiões junto às arestas permanece material inerte.

Os orifícios de saída do material nas tremonhas têm geralmente a forma circular, quadrada, ou retangular, podendo-se ver estas formas na figura 46. Quando o orifício tem uma relação entre comprimento e largura maior do que três, diz-se que a saída é do tipo ranhura.

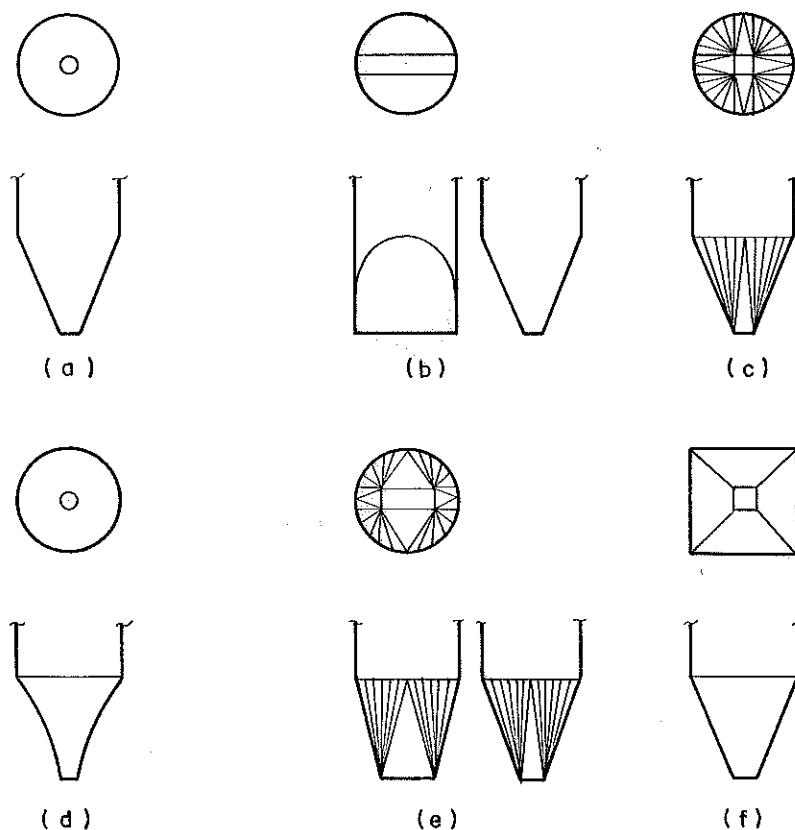


FIGURA 46 - Tipos de tremonha

Em JENIKE¹⁵⁸ apresentam-se gráficos reproduzidos na figura 47, que permitem estabelecer a inclinação das paredes para que haja escoamento tipo global. Nestes gráficos no eixo das abscissas tem-se o ângulo entre a parede da tremonha e a vertical em graus e no eixo das ordenadas o ângulo de atrito cinemático, que é obtido experimentalmente através de uma aparelho semelhante àquele utilizado no ensaio de cisalhamento direto. Nesse aparelho faz-se deslizar uma amostra do material a ser ensilado, submetido a uma força normal, por sobre uma amostra de material com o qual serão construídas as paredes de tremonha. Para cada valor da força normal mede-se a força de atrito ao ocorrer o deslizamento da amostra de material granular e, tendo-se uma certa quantidade de pares de forças, com as forças de atrito marcadas no eixo das ordenadas e as forças normais no eixo das abscissas, traça-se uma curva que una os pontos,

sendo o ângulo de atrito cinemático, para um determinado par de força normal e de cisalhamento, igual ao ângulo entre a reta, que une este ponto à origem, e o eixo horizontal.

O gráfico da figura 47a deve ser utilizado para os casos de tremonhas cônicas e para a parede da tremonha conectada ao lado menor de um orifício tipo ranhura; o gráfico da figura 47b serve para a parede da tremonha conectada ao lado maior do orifício tipo ranhura. O ângulo de inclinação entre a parede e a vertical para que ocorra escoamento tipo global deve ser tal que o ponto definido por este ângulo e o ângulo de atrito cinemático esteja dentro da área sombreada do gráfico. Para vários materiais o ângulo de atrito cinemático varia conforme a pressão a que o material está submetido; assim, a rigor, a inclinação da parede seria variável, tendo a parede um perfil curvo.

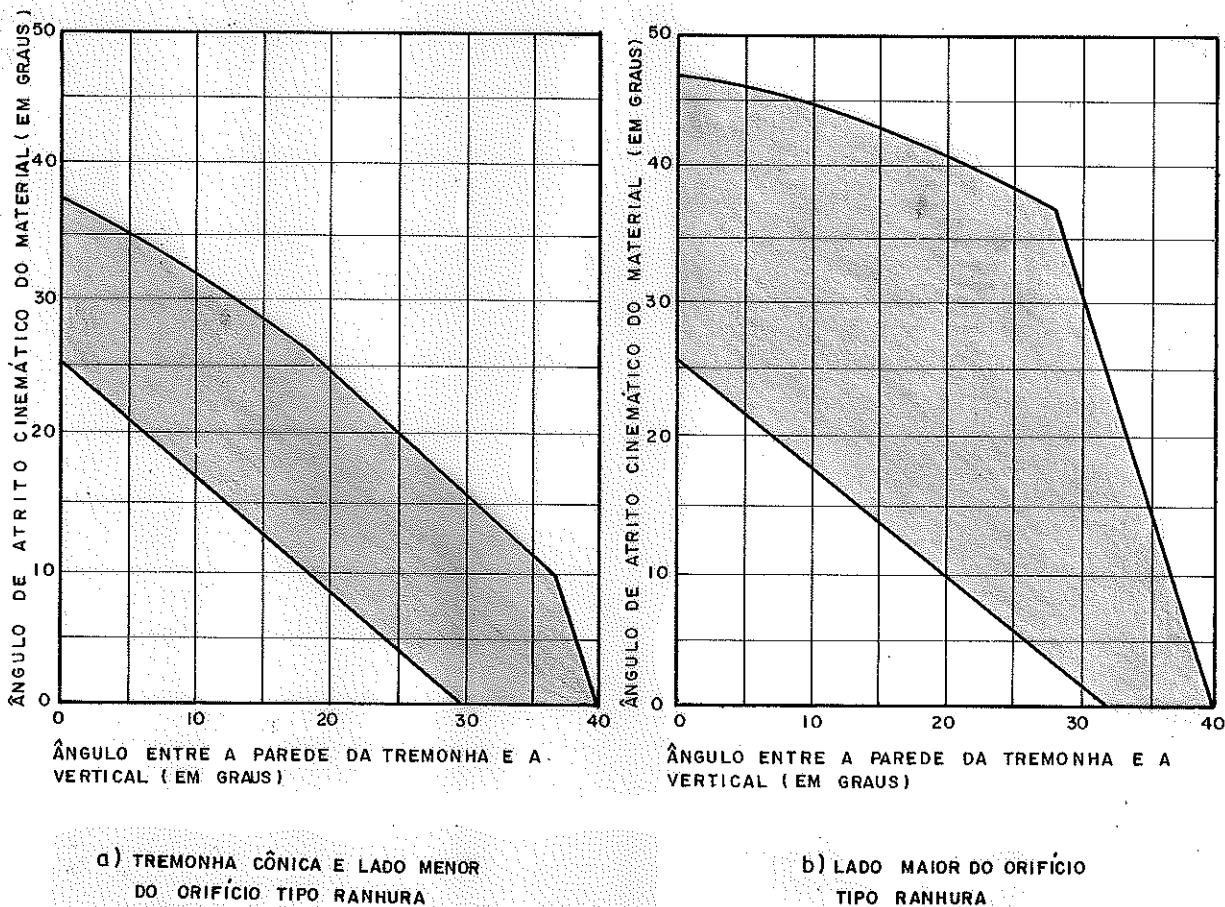


FIGURA 47:— Gráficos para a determinação da inclinação da parede da tremonha para se ter escoamento tipo global

BERNACHE²⁵ apresenta um gráfico que deve ser utilizado para tremonhas cônicas reproduzido na figura 48 que, acredita-se, não necessita de maiores informações para sua utilização.

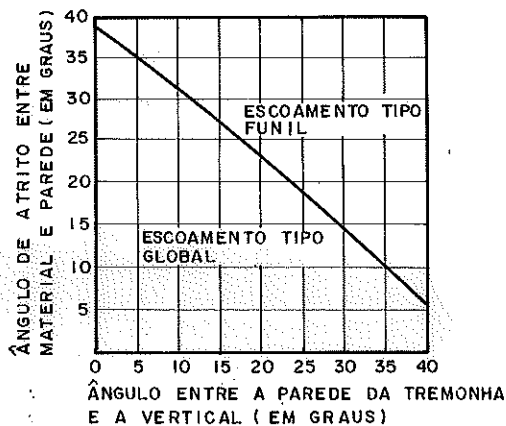


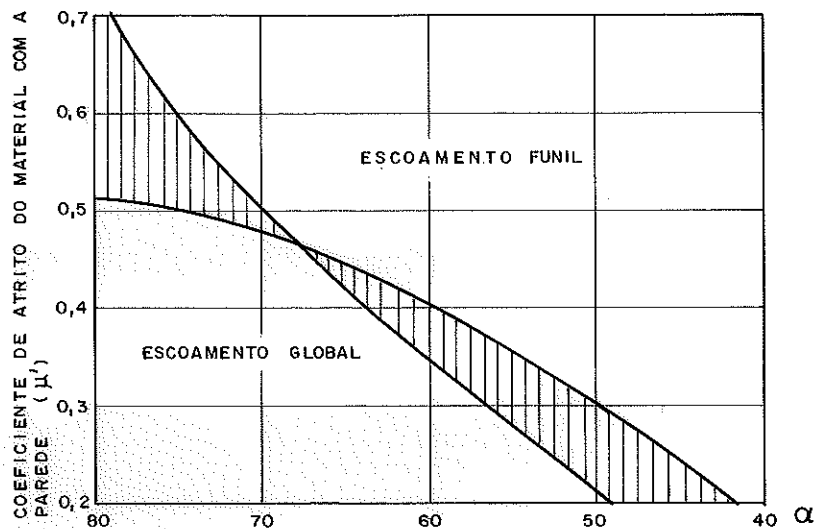
FIGURA 48 - Gráfico para a determinação da inclinação da parede da tremonha cônica.

Em DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN⁷⁹ é fornecido um outro gráfico para determinar o tipo do escoamento em tremonhas tronco-cônicas com descarga central, apresentado na figura 49. A região hachuriada é uma região de transição entre os dois tipos de escoamento.

Para cereais não coesivos, existe indicação em RAVENET²⁷⁴, pág. 269, de que basta uma inclinação de 45° com a vertical para não se terem problemas na descarga.

BAIKOV¹⁸, pág. 266, afirma que para fundos afunilados de bunkers contendo materiais não coesivos, o ângulo de inclinação deve ser maior do que o ângulo de talude natural acrescido de 5% a 10% do seu valor, para que todo o material seja descarregado por gravidade.

É importante observar que apenas uma inclinação adequada das paredes não permite afirmar que o material escoará livremente, sendo necessário também impedir a formação de cúpulas ou abobadas.



α - ÂNGULO ENTRE A PAREDE E A RETA HORIZONTAL

FIGURA 49 - Gráfico para a determinação do tipo de escoamento, descarga centrada - tremonha cônica.

A melhor configuração da tremonha (no idioma inglês: "the 'best' hopper profile"), definida como aquela que permite a determinado material granular escoar por gravidade, sem obstrução, de uma dada abertura de entrada até uma menor abertura de saída no menor percurso vertical possível, foi estudada por alguns pesquisadores como LEE²⁰⁴, RICHMOND²⁸⁶ e GARDNER¹¹³. Lee realizou estudos teóricos para obter a melhor configuração para tremonha contendo carvão, recomendando uma que ele chamou de hiperbólica, cuja parede tinha um perfil (interseção da parede com o plano vertical) convexo em relação ao interior da tremonha. Richmond e Gardner, também através de estudos teóricos, obtiveram o melhor perfil para a parede como uma curva exponencial convexa em relação ao interior da tremonha, dependendo dos ângulos de atrito interno e entre material e paredes, da coesão do material, bem como do peso específico, sendo que estes pesquisadores obtiveram funções exponenciais diferentes. Ri

chmond realizou ensaios que comprovaram a excelência do perfil exponencial quando comparado com outros tipos. Na figura 46d vê-se uma tremonha com perfil exponencial.

A determinação das dimensões do orifício de saída dependerá além do problema de arqueamento do material (já tratado no item 4.5), da taxa de descarga desejada que por sua vez dependerá da capacidade de operação do silo. O primeiro estudo relacionando a taxa de descarga com a dimensão do orifício foi realizado por KETCHUM¹⁸⁹ que, utilizando trigo, obteve que a taxa de descarga era independente da altura do trigo no interior do silo e variava com o cubo do diâmetro do orifício. DEMING & MEHRING⁷⁴ estudaram o escoamento de materiais granulares em tremonhas cônicas, propondo uma fórmula na qual a taxa de descarga era função do diâmetro do grão, do peso específico do material compactado, do ângulo de atrito interno e do diâmetro do orifício circular de saída. NEWTON, DUNHAM, SIMPSON²³⁹ estudaram o escoamento de grãos de chumbo com diâmetro de 2,54mm e 5,08mm obtendo que a taxa de descarga máxima era função do diâmetro do orifício de saída e da altura de material no interior do silo, sendo a influência do último parâmetro bem pequena em relação ao primeiro. FOWLER & GLASTONBURY¹⁰³ realizaram experiências com areia, sementes de nabo, arroz, trigo e açúcar movimentando-se dentro de modelos reduzidos de células de parede de vidro com fundo plano, portanto sem tremonha, sendo os vários materiais descarregados através de orifícios com as mais variadas formas (círculo, elipse, retângulo, quadrado, pentágono, hexágono e triângulo), obtendo uma equação para a determinação da taxa de descarga em função das dimensões do orifício de saída, dimensão da partícula, peso específico do material compactado e da aceleração da gravidade. Estes pesquisadores observaram uma influência insignificante da altura de material no interior da célula sobre a taxa de descarga.

Com o exposto anteriormente, percebe-se que, a grosso modo, o aumento da área do orifício de saída, paredes da tremonha mais íngremes e faces internas das paredes

da tremonha lisas, que podem ser obtidas revestindo-se internamente a tremonha com materiais de baixo coeficiente de atrito, são procedimentos que facilitam o escoamento do material, a inexistência de arqueamento e regiões inertes de material. Também se utiliza a implantação de equipamentos conjugados à tremonha para auxiliar o escoamento, que podem concomitantemente regular a taxa de descarga. Exemplos de equipamentos que auxiliam o escoamento são vistos na figura 50. Na figura

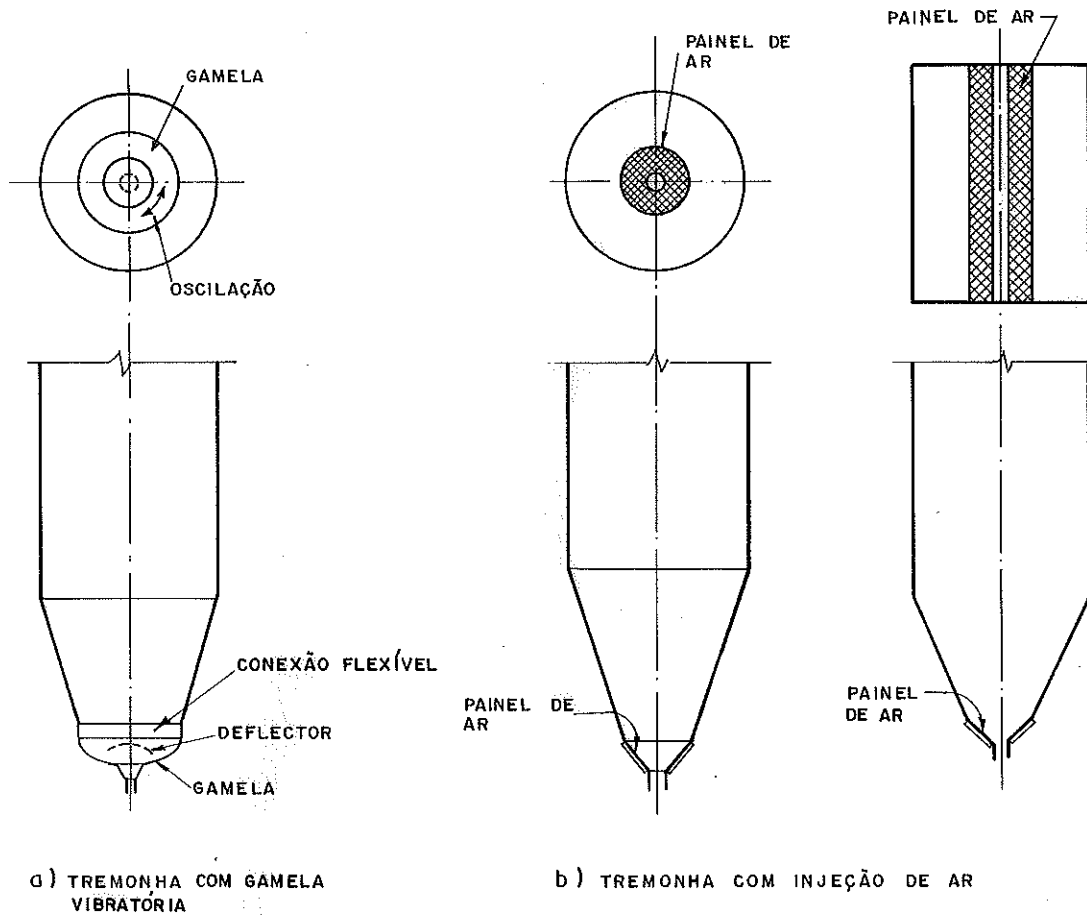


FIGURA 50 - Tremonhas com equipamentos para facilitar a descarga.

50a vê-se uma gamela conectada à tremonha por uma junção flexível, a qual sofre oscilações em torno do seu eixo vertical. Estas oscilações desagregam o material acima da gamela e causam sua movimentação por sobre um defletor, implantado no interior da gamela, que dirige o material para a saída. Na figura 50b, apresentam-se tremonhas com painéis que injetam ar

no material em uma pequena região acima da saída, diminuindo o atrito entre material e paredes. Na figura 51 podem ser vistos exemplos de equipamentos que além de provocar o escoamento também permitem controlar a taxa de descarga. Na figura 51a tem-se uma tremonha cuja descarga é efetuada por uma rosca sem fim. Na figura 51b, uma cinta acoplada a um orifício com largura variável. Na figura 51c tem-se um dispositivo que retira o material da tremonha e o lança para uma rosca sem fim que transporta o material para o local desejado.

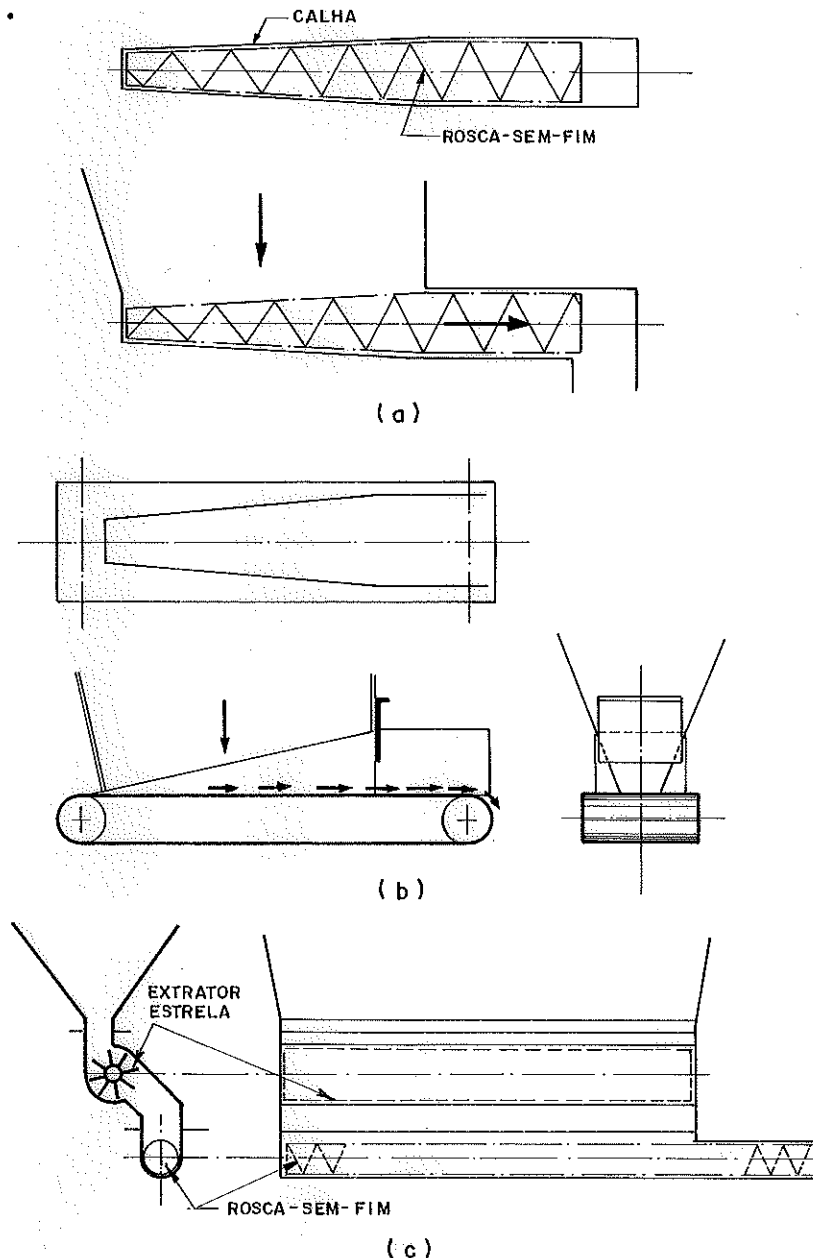


FIGURA 51 - Equipamentos para descarregar o material ensilado e controlar a taxa de descarga.

4.8 - RELATOS DE ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Reuniram-se neste item resumos de vários estudos experimentais apresentados a partir de 1882 por pesquisadores de várias nacionalidades sobre pressões dinâmicas, escoamento do material, formação de cúpulas e abóbadas e outros fenômenos que ocorrem dentro das células.

O objetivo destes relatos é apresentar ao leitor resultados experimentais e observações feitas por vários pesquisadores para que, fundamentado no exposto, possa evitar problemas que ocorrem nos silos e, ao mesmo tempo, tomando conhecimento do que já foi feito, utilizá-los como ponto de partida e de apoio para novas pesquisas.

Algumas dificuldades ocorrem ao se desejar executar uma reunião de trabalhos como aqui se propõe; uma das primeiras é decidir, entre os inúmeros trabalhos já publicados, quais devem ser apresentados e com que profundidade; adotou-se escolher artigos que expunham novas idéias na época de sua publicação, trazendo contribuição considerável à compreensão da problemática dos silos e que serviram de apoio para publicações posteriores. Quanto à profundidade a adotar, decidiu-se elaborar resumos de artigos que não se detivessem em aspectos quantitativos, dando-se mais ênfase aos aspectos qualitativos. Apesar de serem apresentados vários gráficos, espera-se que o leitor se detenha mais na configuração e comportamento entre os parâmetros relacionados nestes gráficos. Outra dificuldade encontrada foi a diversidade de idiomas em que estavam escritos os artigos; assim, artigos escritos em russo ou alemão não foram incluídos nesta coletânea, a não ser quando foi possível encontrá-los já traduzidos, o que certamente empobrece, devido ao grande número de informações que autores alemães, russos, japoneses e outros podem fornecer para um melhor estudo dos silos.

A apresentação dos artigos é feita por ordem cronológica, com o sobrenome do autor do trabalho seguido da referência bibliográfica que indica o texto original. Quando

houver referências bibliográficas entre parênteses significa que o resumo se baseia nestas referências e não no texto original.

4.8.1 - ROBERTS²⁹³ 1882; e ROBERTS²⁹² 1884 (RAVENET²⁷⁴)

Um dos primeiros estudos experimentais de que se tem notícia foi feito por Isaac Roberts em 1882, que procurou medir a pressão vertical utilizando modelos reduzidos de células com seção transversal quadrada e hexagonal, construídos com madeira, com diferentes relações entre altura do modelo e lado da seção transversal, em cujo interior colocou trigo. Baseado nos ensaios, Roberts estabeleceu uma fórmula para determinar a força vertical sobre o fundo de um silo:

$$P = A H C W , \quad 70$$

sendo:

- A - área da seção transversal da célula (m²)
- H - diâmetro da célula (m)
- C - coeficiente com valor de 1,03
- P - força sobre o fundo (kgf)
- W - peso específico do material ensilado (kgf/m³)

Roberts observou que, em células de paredes paralelas, o valor da pressão vertical torna-se constante para valores de relação entre a altura do material armazenado e o diâmetro do círculo inscrito na seção transversal maiores que dois.

Em artigo datado de 1884, Roberts relata ensaios realizados em um silo de tamanho natural, de seção retangular (2,06m x 1,83m), com 15,9m de altura, tendo duas paredes do armazém da Duke's Dock, contendo trigo e depois ervilha. Nos ensaios realizados foram medidas pressões verticais e horizontais, que serviram de base para o estabelecimento de fórmulas destinadas ao cálculo destas pressões, que são apresentadas a seguir:

pressão horizontal $p = C\gamma$ (a) 71

sendo:

- P - pressão lateral em kgf/m^2 ;
C - coeficiente igual a 0,8;
 γ - peso específico do material ensilado em kgf/m^3

pressão vertical. $q = D\gamma$ (b) 71

sendo:

- q - pressão sobre o fundo em kgf/m^2 ;
D - diâmetro ou lado da célula em m;
 γ - peso específico do material ensilado em kgf/m^3 .

Os valores dados por estas fórmulas são maiores que aqueles obtidos nos ensaios. É interessante observar a simplicidade destas fórmulas em comparação com as teorias já vistas para o cálculo das pressões estáticas.

4.8.2 - JANSSEN¹⁴⁹, 1895 (RAVENET²⁷⁴ e GRAY & MANNING¹²³)

Em 1895, Janssen publicou os resultados de ensaios a respeito de pressões laterais. Através de ensaios realizados com modelos reduzidos de células feitas de madeira, de seção transversal quadrada (5,08cm x 5,08cm) e alturas menores que 15cm, preenchidas com trigo, Janssen obteve um valor igual a 0,6 para a razão entre a pressão horizontal e a vertical, valor este superior aos obtidos por outros pesquisadores (vide, por exemplo, PLEISSNER²⁵⁹). Determinando-se o valor de K através da fórmula do coeficiente de empuxo ativo dado por Rankine, adotando-se valores de ângulo de atrito interno entre 22° e 28°, indicados no caso do trigo, obtêm-se para K valores entre 0,360 e 0,455, bem menores que o determinado experimentalmente por Janssen.

É provável que as pressões laterais em silos retangulares não sejam constantes em uma seção transversal e, segundo Janssen, para silos de seção transversal quadrada, a pressão nos cantos será 80% da pressão média e a pressão no

meio do lado será 115% da pressão média.

4.8.3 - BOVEY^{3º}, 1904.

Nos primeiros parágrafos deste trabalho, Bovey critica a utilização da teoria hidrostática no cálculo dos silos pois, segundo ele, esta teoria não se baseia nem em fatos experimentais nem no bom senso. No início do artigo está também reproduzida uma parte do parecer de um comitê de especialistas agregado ao "Minister of Publics Works" do Canadá, que condena, baseando-se na teoria hidrostática, cálculos elaborados por J.A.Jamieson que não seguiam esta teoria.

O artigo descreve o resultado de ensaios realizados no ano de 1901 em dois grandes silos, sendo observadas pressões do material em repouso e em movimento durante a carga e a descarga e os efeitos de um fechamento súbito da calha de saída. Relatam-se inicialmente as experiências no silo da "Canadian Pacific Railroad" localizado em Montreal.

A célula tinha seção transversal retangular de 3,66m x 4,27m, tendo uma tremonha com abertura circular com diâmetro de 30,48cm, sendo os dispositivos de medição colocados na face interna das paredes, distando 13,67m da borda destas.

Na primeira série de testes o carregamento era intermitente, sendo interrompido a cada 18,18m³ de material acrescentado, quando eram medidas as pressões horizontal e vertical. As pressões horizontal e vertical inicialmente tinham grandes acréscimos, que diminuïam conforme aumentava o volume do material armazenado, sendo que as pressões alcançavam um máximo, após o que seus valores sofriam pequena diminuição. As súbitas interrupções do processo de carga a cada 18,18m³ de material acrescentado, não produziã efeitos apreciáveis nos valores das pressões. Em uma segunda e terceira série de ensaios as interrupções súbitas da carga também não produziram efeitos apreciáveis.

Em outro ensaio, Bovey mediu a pressão horizontal na célula e a pressão normal à superfície inclinada da tremonha, durante o esvaziamento da célula, sendo as observações feitas a intervalos de 30 segundos ou de um minuto. Estas pressões contra o tempo estão mostradas na figura 52.

Nos ensaios neste silo, observou-se que a velocidade média dos grãos na tremonha era cerca de 160 vezes maior que a velocidade média dos grãos no interior da célula.

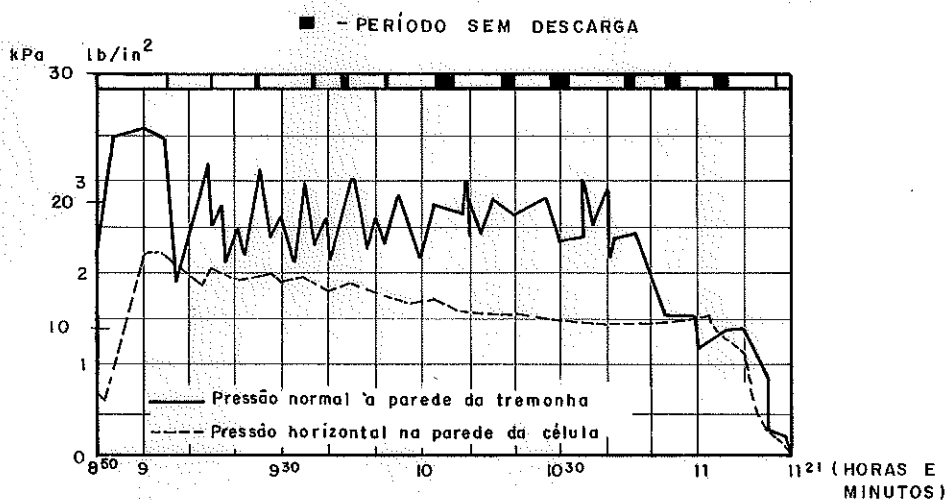


FIGURA 52 - Variações das pressões com o tempo durante a descarga.

Outra série de experiências foi realizada no silo da "Great Northern Railroad" em Quebec.

A seção transversal retangular deste silo tinha 4,08m x 3,76m (a altura não é fornecida por Bovey), tendo a abertura de saída dos grãos um diâmetro de 35,56cm. Dispositivos para medir a pressão vertical na massa de grãos e a pressão horizontal na parede durante a carga foram colocados logo acima da seção de junção da tremonha com a célula. Na figura 53a vê-se a posição do dispositivo designado G, colocado na face interna da parede, que permite obter pressões horizontais, e os dispositivos assinalados D, E, F, que possibilitam obter a pressão vertical para pontos a distâncias diferentes do eixo da célula. A figura 53b apresenta o va-

lor da pressão em cada dispositivo em função do tempo. As medições eram feitas a intervalos de 20 segundos.

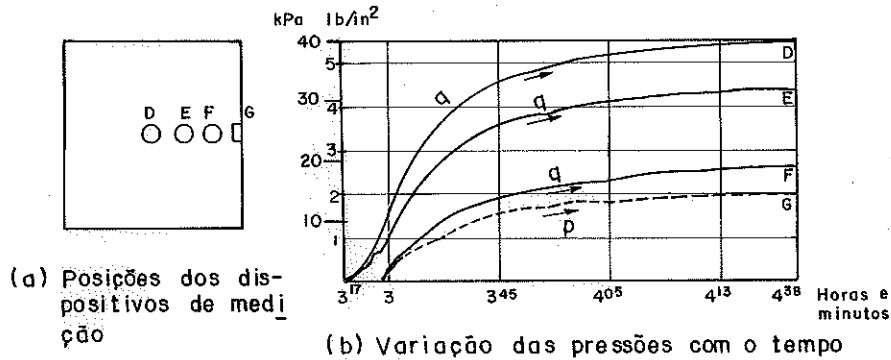


FIGURA 53 - Variação das pressões durante a carga

Como se pode observar na figura 53b, a intensidade da pressão vertical durante o enchimento diminui do centro para os lados, fato este que, segundo Bovey, corrobora a teoria de que a massa de grãos no interior do silo se comporta como uma série de cascas em forma de cúpulas superpostas, possíveis de existir pela capacidade de resistência inerente a tais formas estruturais e pelo atrito entre material e paredes.

4.8.4 - LUFFT²¹⁶, 1904

Utilizando dispositivos hidráulicos, Lufft realizou de fevereiro a novembro de 1903 uma série de ensaios no silo do porto de Buenos Aires, constituído de células cilíndricas de concreto armado, com altura de 16,70m, havendo células com diâmetro interno de 7,26m e outras com 3,43m. Na época da realização dos ensaios, as tremonhas ainda não tinham sido colocadas e a descarga do material era feita através de aberturas no fundo plano do silo, sendo que a célula maior tinha quatro aberturas e a célula menor uma. Os dispositivos para medição da pressão horizontal foram colocados próximos ao fundo, distando deste 86cm na célula maior e 127cm na célula menor; deste modo Lufft obtinha a pressão ho

rizontal nas proximidades do fundo da célula, para várias alturas de material ensilado. Durante os ensaios a célula era carregada com trigo seco, de peso específico igual a $7,48 \text{ kN/m}^3$.

Os resultados dos ensaios, realizados durante a descarga das células, apresentaram grandes decréscimos no valor das pressões quando se abria rapidamente a saída mais próxima do dispositivo de medição, dando a impressão, segundo Lufft, de que os grãos na vizinhança do dispositivo eram os primeiros a saírem; se a saída era aberta vagarosamente ou em etapas, tal decréscimo não ocorria, observando-se um ligeiro aumento no valor da pressão, sendo que a região de escoamento do material parecia ser formado pela parte central e superior do material ensilado. A figura 54 mostra a forma característica de todas as curvas da pressão horizontal na descarga, na profundidade onde foram colocados os dispositivos de medição.

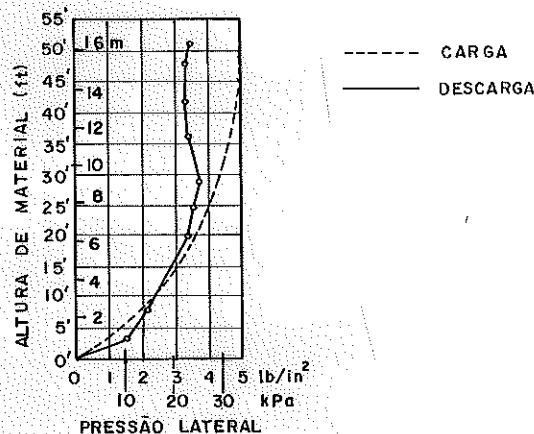


FIGURA 54 - Pressões laterais na carga e descarga

Informações interessantes foram obtidas por Lufft ao estudar o enchimento do silo com milho, feito através de três carregamentos separados por intervalos de várias horas. Imediatamente após a interrupção do processo de carga, as pressões laterais diminuíram e este decréscimo continuava durante horas e às vezes dias, até as pressões horizontais atingirem um valor constante, sendo esta diminuição na pressão considerável em todas as vezes em que houve interrupção no enchimento, como se pode observar na figura 55. Segundo

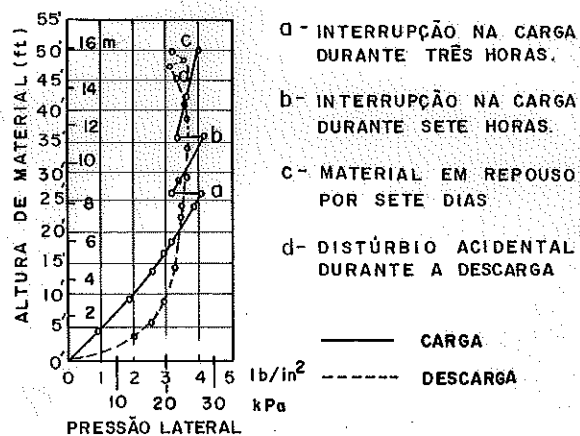


FIGURA 55 - Pressões laterais na carga e descarga

Lufft, este fenômeno é devido a uma acomodação dos grãos, que gera um aumento no coeficiente de atrito entre grãos e paredes, sendo as paredes do silo solicitadas a suportarem gradualmente, cada vez mais, o peso do material ensilado, ocasionando necessariamente uma diminuição da pressão vertical no interior do material e da pressão horizontal nas paredes.

Lufft ainda observou que uma mesma quantidade de material armazenado na mesma célula, em ocasiões diferentes, não provoca as mesmas pressões, sendo observadas pequenas diferenças nos valores das pressões. Isto é devido à velocidade de carga e às variações das características do material ensilado, próximo ao dispositivo medidor, pois na realidade não se está trabalhando com um material homogêneo. Lufft recomenda um aumento de 10% nas pressões experimentais obser-

vadas para atingir a pressão máxima que está atuando em algum ponto da massa ensilada.

Observações a respeito do canal de escoamento do material indicavam que este não tinha, no início da descarga, uma posição ou direção constante no interior da célula, atingindo entretanto um comportamento mais estável conforme decorria a descarga.

É interessante observar que Lufft não obteve aumentos consideráveis nos valores das pressões laterais durante a carga ou descarga.

4.8.5 - JAMIESON¹⁴⁸, 1903 (RAVENET²⁷⁴ e BOVEY³⁸)

Este pesquisador realizou uma série de ensaios com três silos de madeira; o primeiro com seção transversal retangular de 3,65m x 4,10m e altura de 20,63m e os outros dois de seção transversal quadrada com 3,05m e 6,10m de lado tendo alturas idênticas iguais a 24,30m. O material ensilado era trigo com peso específico de aproximadamente 7,85 kN/m³, com ângulo de atrito interno igual a 28° e coeficiente de atrito entre material e parede igual a 22,6°. Foram medidas a pressão horizontal e a pressão vertical sobre o fundo da célula para o material em repouso e em movimento. Dos resultados obtidos por Jamieson observa-se que:

- o valor da razão entre as pressões horizontal e vertical (K) foi aproximadamente 0,6 para todos os três silos, tanto para as pressões estáticas como para as dinâmicas;
- as pressões dinâmicas durante a carga e a descarga apresentaram valores praticamente iguais para as duas situações;
- nos ensaios não foram obtidas sobrepressões durante a descarga, provavelmente devido a se ter colocado o dispositivo de medição nas vizinhanças de uma massa inerte de material, que amorteceu as sobrepressões.

Jamieson realizou ainda ensaios com modelos reduzidos de cêlulas quadradas com 30,50cm de lado e 2,00m de altura, tendo paredes metálicas onduladas, lisas e de madeira, obtendo valores de K prôximos a 0,6, semelhante ao determinado para os silos de tamanho natural. Na figura 56 apresentam-se as curvas de pressões horizontais medidas na carga e na descarga sendo que as pressões máximas durante a descarga eram apenas 11% superiores àquelas obtidas na carga.

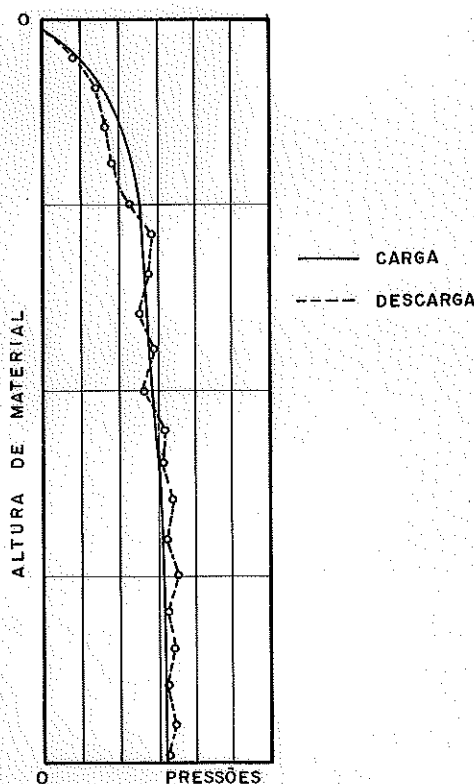


FIGURA 56 - Pressões horizontais na carga e descarga - saída centrada.

O importante a se notar é a configuração da curva que diverge bastante da fornecida pela teoria hidrostática, aproximando-se das curvas dadas pelas teorias de Jassen, irmãos Reimbert e outros para as pressões horizontais.

Jamieson efetuou também ensaios em modelos reduzidos, dotados de saída excêntrica localizada na parede do modelo, junto ao fundo da célula. O sistema de medição utilizado permitia medir pressões horizontais nas proximidades do

orifício de saída e na parede oposta a este. O comportamento das pressões horizontais na carga e descarga está representado na figura 57. Na parede em que se encontra o orifício de saída as pressões horizontais na descarga em alguns pontos é apenas 50% do valor da pressão na carga, enquanto que na parede oposta obtêm-se pressões cerca de 25% maiores que na carga.

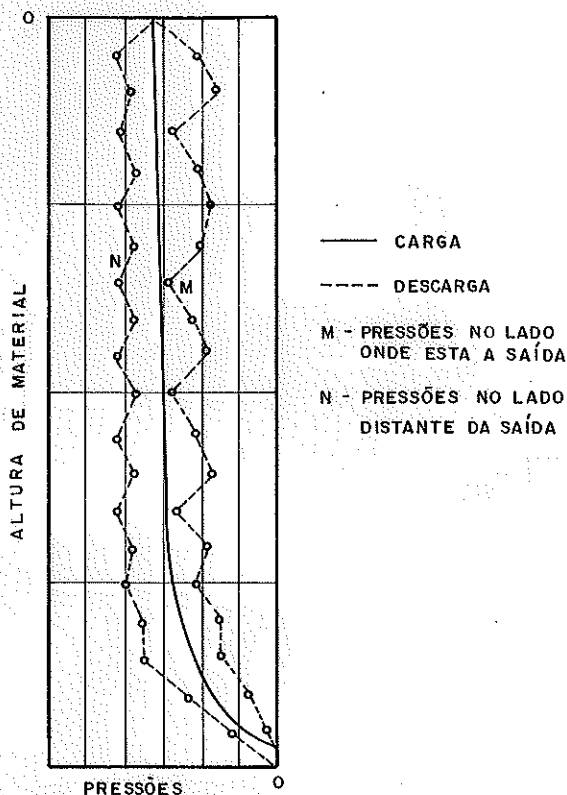


FIGURA 57 - Pressões horizontais na carga e descarga - saída excêntrica.

Destes resultados obtidos por Jamieson, conclui-se que no caso de descarga excêntrica o comportamento simétrico do escoamento do material em relação à célula é alterado, dando origem a sobrepressões na parede distante do orifício de saída e decréscimo no valor das pressões atuando na parede próxima ao orifício de saída.

4.8.6 - PLEISSNER^{2 59}, 1906 (GRAY & MANNING^{1 2 3} e RAVE
NET^{2 7 4})

Pleissner executou ensaios analisando o valor da razão entre a pressão horizontal e a vertical (K), a distribuição das pressões laterais ao longo de uma parede plana a uma mesma profundidade e pressões dinâmicas.

Experiências utilizando trigo forneceram para K valores de 0,40 a 0,50, para células constituídas de peças de madeira dispostas como numa fogueira, e 0,30 a 0,46 para silos constituídos de pranchões de madeira, estes últimos valores concordantes com aqueles dados por Rankine, através de sua teoria de empuxo de uma maciço de terra em estado ativo.

Pleissner estudou também a razão entre a pressão lateral atuando no canto e aquela atuando no meio do lado em uma mesma profundidade, em silos retangulares, obtendo para silos de concreto armado, seção transversal igual a 2,80m x 3,15m, o valor de 0,63; para silo de madeira, seção 2,51x2,90 m, o valor de 0,60; e para silo de madeira com seção quadrada de lado 1,50m, o valor de 0,75.

As experiências de Pleissner mostraram que:

- a razão entre a pressão horizontal e a vertical era maior para pequenas alturas de material armazenado.
- o valor de K varia com os diferentes tipos de superfícies das paredes.
- o valor da pressão horizontal durante a descarga da célula duplica-se em algumas ocasiões.
- se a descarga ocorrer pela parede da célula ou através de uma saída excêntrica no fundo do silo pode haver um aumento considerável no valor da pressão horizontal no lado oposto ao do orifício de saída.

4.8.7 - Takhtamishev, 1941 (TURITZIN³³⁶)

Discorre-se aqui sobre os estudos experimentais de Takhtamishev expostos por Alexander M. Turitzin, que se baseou em relato de BERNSTEIN²⁶.

Nos anos de 1938 e 1939 Takhtamishev realizou uma série de ensaios em silos obtendo pressões laterais durante a descarga duas a três vezes maiores que aquelas dadas pela teoria de Jansen. No ano de 1941 foram realizados ensaios com modelos reduzidos de silos de concreto, contendo areia e trigo, obtendo um quociente entre pressão horizontal durante a descarga e a pressão estática igual a 1,65, para o trigo, e 1,35 para a areia. Observações interessantes sobre o escoamento de material granular em silos de tamanho natural e em modelos reduzidos foram feitas por Takhtamishev. Este pesquisador classificou o escoamento do material granular em dois tipos que podem ser vistos na figura 58.

O comportamento do material durante a descarga se enquadrava dentro de um dos tipos de escoamento já descritos no item 4.3 deste trabalho. Em muitos ensaios o escoamento tipo global não ocorria até que o nível de material armazenado alcançava menos da metade da altura do modelo, sendo que até este momento estava ocorrendo um escoamento tipo funil. Takhtamishev observou que as pressões laterais eram consideravelmente maiores no escoamento global do que no escoamento funil. Considerando este fato e notando que o escoamento global era parecido com o escoamento de um líquido, ele concluiu que o coeficiente de atrito entre o material ensilado e as paredes devia diminuir durante a descarga, correspondendo a pressões horizontais maiores do que aquelas obtidas no escoamento funil.

O escoamento tipo funil era experimentalmente obtido espalhando-se regularmente o material granular por toda a área transversal da célula do modelo reduzido, tentando-se assim conseguir uma compactação uniforme, pelo menos aproximadamente.

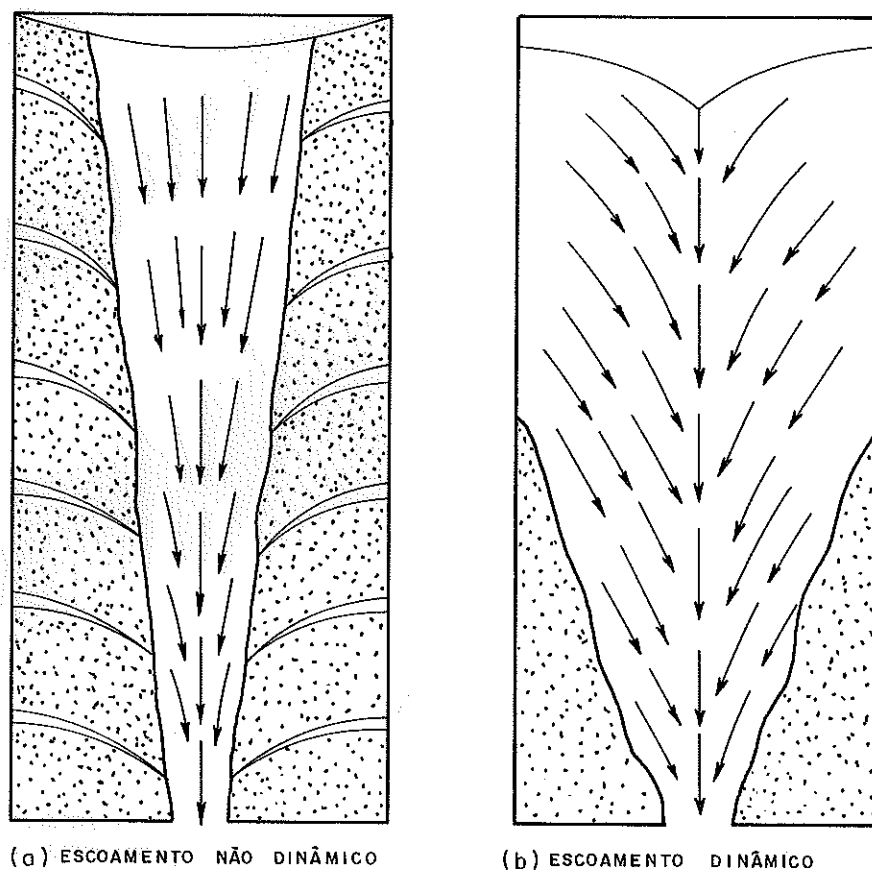


FIGURA 58 -Tipos de escoamento segundo Takhtamishev

O escoamento global era obtido quando o modelo era carregado através de um jorro estreito de grãos, que produzia um cone constituído pelo próprio material carregado, sendo que todos os grãos caíam no topo deste cone, rolando até depositarem-se sobre outros grãos, produzindo-se assim um depósito em estado fofo, pois, ao rolarem, os grãos não compactavam os outros já em repouso.

Baseando-se nos fatos expostos, Takhtamishev concluiu que durante a descarga o material granular compactado produz pressões laterais inferiores àquelas do material em estado fofo.

4.8.8 - A. & M. REIMBERT²⁸³, 1943 (TURITZIN³³⁶ e RAVENET²⁷⁴)

Entre os anos de 1941 e 1943 os irmãos Reimbert realizaram um número considerável de ensaios com modelos reduzidos de silos, de várias seções transversais e alturas, utilizando extensômetros elétricos. Estas experiências foram realizadas depois destes engenheiros terem sido requisitados a darem parecer sobre silos de concreto armado que apresentavam problemas; fissuras verticais apareceram na parte superior das paredes e ao longo da junção da tremonha com as paredes da célula. Para examinar estes fatos, foram executados ensaios em modelos reduzidos de silos cilíndricos, obtendo-se pressões, durante a carga, maiores que as fornecidas pela teoria de Janssen, a qual foi empregada no cálculo dos silos; assim os irmãos Reimbert concluíram que as pressões dadas pela teoria de Janssen eram fidedignas somente no caso do material em repouso, observando ainda que:

- a razão das pressões horizontal e vertical não é constante e varia com a altura do material armazenado e com a forma do silo.
- em uma célula de seção transversal retangular a pressão horizontal média não é a mesma sobre os lados maiores e menores para uma mesma profundidade.
- em silos poligonal e circular de mesmo raio hidráulico médio, para uma mesma profundidade, a pressão horizontal média não é idêntica para os dois tipos de silo, mas varia com a forma do silo.

A partir dos fatos conhecidos nestes ensaios, os irmãos Reimbert idealizaram a sua teoria para o cálculo das pressões estáticas e durante a carga, tendo sugerido posteriormente o emprego de coeficientes de majoração sobre as pressões horizontais estáticas para se obterem as pressões horizontais durante a descarga.

Os testes durante a descarga produziram resultados bastante erráticos, implicando em um estudo apenas qualitativo do escoamento. Em alguns testes, logo após a abertura do orifício de saída e da retirada de uma pequena quantidade de

material, o equilíbrio da massa granular era destruído e o movimento descendente produzia consideráveis incrementos nos valores da pressão horizontal. Em outros testes, no início o material escoava normalmente sem haver movimentos na parte superior do material, porém, após determinado período de tempo, que variava com o grau de compactação, a parte superior entrava subitamente em colapso, produzindo impactos consideráveis no fundo do silo. Reimbert interpretava este fenômeno como o material atingindo o equilíbrio devido ao que podia ser denominado efeito de abóbada. Após o esvaziamento da região abaixo da abóbada, esta passava a suportar o material acima de si, ocasionando então a perda de equilíbrio da abóbada, com o material acima desta precipitando-se para o fundo da célula, preenchendo o espaço vazio abaixo da abóbada.

4.8.9 - CAUGHEY, TOOLES, SCHEER⁶², 1951 (RAVENET²⁷⁴)

Os ensaios realizados destinavam-se a investigar as pressões na parede e no fundo de células altas. Os ensaios foram realizados em um cilindro de concreto armado de 152cm de altura e 45cm de diâmetro, com espessura de 6,5cm, contendo, durante os ensaios, trigo, milho, soja, cimento, areia e cascalho. O fundo do modelo era constituído por uma placa circular de madeira, existindo um dispositivo que permitia determinar a pressão vertical.

Os resultados dos ensaios, válidos para células com relação entre altura e diâmetro ou lado da célula igual a 3,6, levaram a algumas observações:

- o valor da razão entre a pressão horizontal e a vertical não é constante e varia dentro de uma grande amplitude. Para o trigo esta razão assume valores entre 0,30 e 0,67 e para o cimento entre 0,27 e 0,50. Este fato pode ser devido ao efeito de formação de cúpulas ou abóbadas no interior do silo.

- no caso de descarga centrada não ocorreram sobrepressões na descarga.
- no caso de descarga excêntrica as pressões na parede oposta ao orifício de saída eram 20% maiores que as pressões estáticas.
- para o milho zaburro, sementes de soja, areia e cascalho, as pressões obtidas através da teoria de Janssen são maiores que as obtidas experimentalmente.

Um fato significativo foi o incremento das pressões laterais de uns 300%, devido à queda accidental da placa de fundo a uma distância de 1,26cm.

A não obtenção de sobrepressões pode ter sido devida aos pontos de medição, muito próximos do fundo, terem entre si e o fluxo de escoamento uma massa inerte de material que amorteceu as pressões.

4.8.10--A. & M. REIMBERT²⁸⁵, 1956

Em 1953 e 1954, conforme relata A. & M. REIMBERT²⁸⁵, foram realizados vários ensaios nos silos das Cooperativas Agrícolas de Château-London, de Crécy-en-Briès e de Masnières, nos quais uma das paredes da célula, onde nenhum problema foi constatado durante as operações de carga, apresentou subitamente grandes deformações durante a descarga dos silos. Através do uso de extensômetros elétricos puderam-se obter as pressões dinâmicas na descarga.

O silo da Cooperativa Agrícola de Château-London era composto de quatro células de seção transversal quadrada de 4,10m de lado com altura de 10,0m, sendo as paredes feitas de chapas delgadas trapezoidais de aço.

Foram feitas duas séries de ensaios; em cada ensaio a carga e a descarga ocorriam de modo contínuo, com um intervalo de tempo entre as operações de carga e descarga de uma noite, sendo colocados extensômetros elétricos em quatro

profundidades diferentes.

Observaram-se nos ensaios valores das pressões horizontais na descarga bastante superiores àqueles obtidos na carga, tendo os irmãos Reimbert obtido um coeficiente que expressa o quanto a pressão horizontal na descarga é maior que na carga, denominado coeficiente de majoração, conhecidos em todos os pontos onde havia extensômetros. Com os valores destes coeficientes foram traçadas curvas que os relacionam com qualquer profundidade da célula; estas curvas para os dois ensaios podem ser vistas na figura 59.

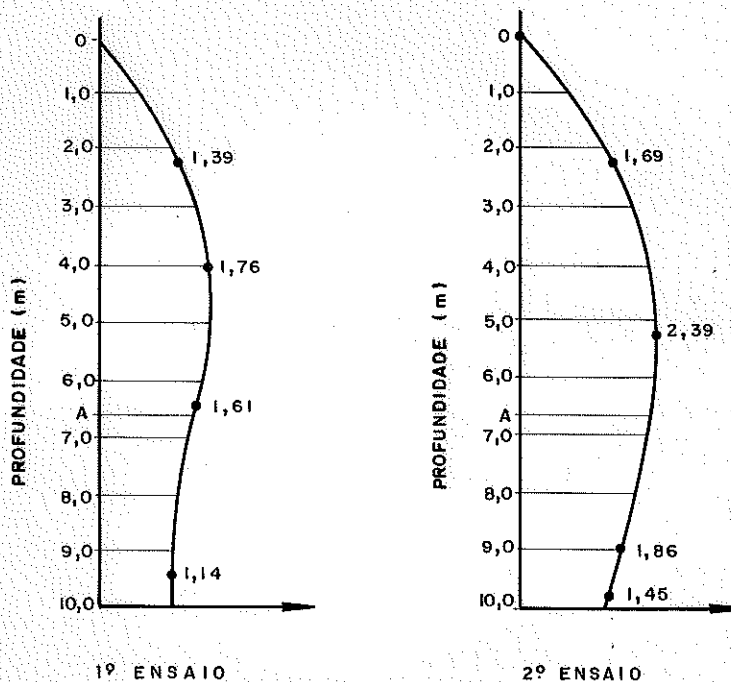


FIGURA 59 - Razão entre pressões laterais na descarga e na carga.

A comparação das duas curvas mostra coeficientes de majoração bastante variáveis em um mesmo ponto, para um mesmo silo, contendo o mesmo material, fato este decorrente, segundo M. e A. Reimbert, das diferenças de velocidades de carga e descarga nos dois ensaios. Nas duas curvas o coeficiente de sobrepressão máximo é obtido, segundo os irmãos Reimbert, em uma profundidade pouco inferior ao valor da abscissa característica, que nesta célula tem valor igual a 6,60m; note-se, porém, que no segundo ensaio o ponto em que

ocorre a pressão máxima dista aproximadamente 1,40m da profundidade dada pela abscissa característica e no primeiro ensaio cerca de 2,10m.

Os irmãos Reimbert observam ainda que a diminuição da pressão na região inferior é consequência do volume inerte de material nesta região, que somente se movimenta no fim da descarga; a ocorrência de pressões maiores na parte superior do silo está de acordo com numerosas observações feitas, durante anos, sobre um certo número de silos de grandes dimensões, cujas paredes apresentavam problemas, pois nestes silos defeituosos o agravamento dos problemas era observado na parte alta das paredes, para grande surpresa dos especialistas, que pensavam que a máxima pressão devia ocorrer na base dos silos.

O silo da Cooperativa Agrícola de Masnières tinha a maior altura do mundo na época, sendo composto de células de seção transversal octogonal, de 2,0m de lado, com as paredes metálicas tendo uma altura de 22,0m. O material armazenado durante os ensaios era trigo com peso específico de $7,85 \text{ kN/m}^3$ e ângulo de atrito interno de 25° . O objetivo destes ensaios era obter o desempenho do tubo antidinâmico, para comparar com dados fornecidos por ensaios em modelos reduzidos, que mostravam um bom funcionamento deste dispositivo para anular as pressões dinâmicas.

Nos ensaios procurou-se medir a deformação das chapas metálicas durante a carga e descarga. Extensômetros elétricos foram colocados nas seguintes profundidades: 4,0m; 10,m e 20,0m.

Dos ensaios efetuados, os irmãos Reimbert concluíram que a inserção do tubo antidinâmico elimina totalmente as sobrepressões, podendo-se calcular as pressões que solicitam as paredes e o fundo do silo, com o material em repouso ou em movimento, através da teoria preconizada por eles, sem a necessidade do emprego de coeficientes de majoração.

4.8.11 - KIM¹⁹⁰, 1959 (TURITZIN³³⁶)

Com o propósito de recomendar um processo para prevenir fissuras nas paredes de silos, que acreditava serem produzidas pelas pressões dinâmicas durante a descarga, Kim realizou de 1948 a 1953 muitas experiências em modelos reduzidos e em silos de tamanho natural.

As observações nos ensaios eram feitas simultaneamente no interior do silo, descendo um homem através de um guindaste dentro do silo, e pelo lado externo das paredes, através de quatro aberturas ao longo do perímetro em cinco níveis diferentes, vedadas por placas de vidro.

Kim observou dois tipos diferentes de escoamento, que correspondiam ao escoamento tipo global e ao escoamento tipo funil.

Altas pressões ocorriam apenas durante o escoamento tipo global, indicando uma relação entre pressões dinâmicas e tipo de escoamento. Kim imaginou que, se o escoamento dos grãos pudesse ser controlado, as pressões dinâmicas podiam ser praticamente eliminadas.

No relato das experiências de Kim, serão apresentados os resultados dos ensaios a respeito dos processos para diminuir ou anular as pressões dinâmicas, sem maiores comentários sobre o funcionamento destes processos, que já foram tratados no item 4.6 deste trabalho.

Kim expôs que um alto coeficiente de atrito entre material ensilado e paredes, um método de carregamento que produzisse uma compactação uniforme por toda a seção transversal da massa ensilada e uma razão entre altura e largura mínima da célula menor que 1,5, contribuíam para um escoamento tipo funil; a existência de apenas um destes fatores não garantia a ocorrência de um escoamento deste tipo.

Ensaio foram realizados para se conhecer o desempenho dos processos de instalação dos anéis e da coluna antidinâmica (referidos no item 4.6) em provocar um escoamento tipo funil e conseqüentemente a inexistência de pressões dinâ-

micas.

Em um silo de concreto armado com 6,5m de diâmetro interno e 2,10m de altura foram colocados, em determinados níveis, quatro medidores de deformações em cada nível, igualmente distanciados entre si. Realizaram-se ensaios descarregando-se o silo sem qualquer dispositivo no seu interior, colocando-se anéis nas paredes, e com a inserção da coluna antidinâmica de seção transversal quadrada; os resultados obtidos para cada uma destas situações são vistos na figura 60.

A curva a foi obtida através da teoria de Janssen (tendo sido incluída neste gráfico por Turitzin). A curva b das pressões durante a descarga foi obtida a partir da leitura dos medidores. Observou-se que o escoamento foi do tipo global. No quarto nível, na profundidade de 13,40m aproximadamente, a razão entre a pressão dinâmica e a estática era de 1,90 e para o quinto nível (na profundidade de 16,80m aproximadamente) esta razão era de 1,75, aceitando-se que a curva de Janssen representa a curva das pressões estáticas.

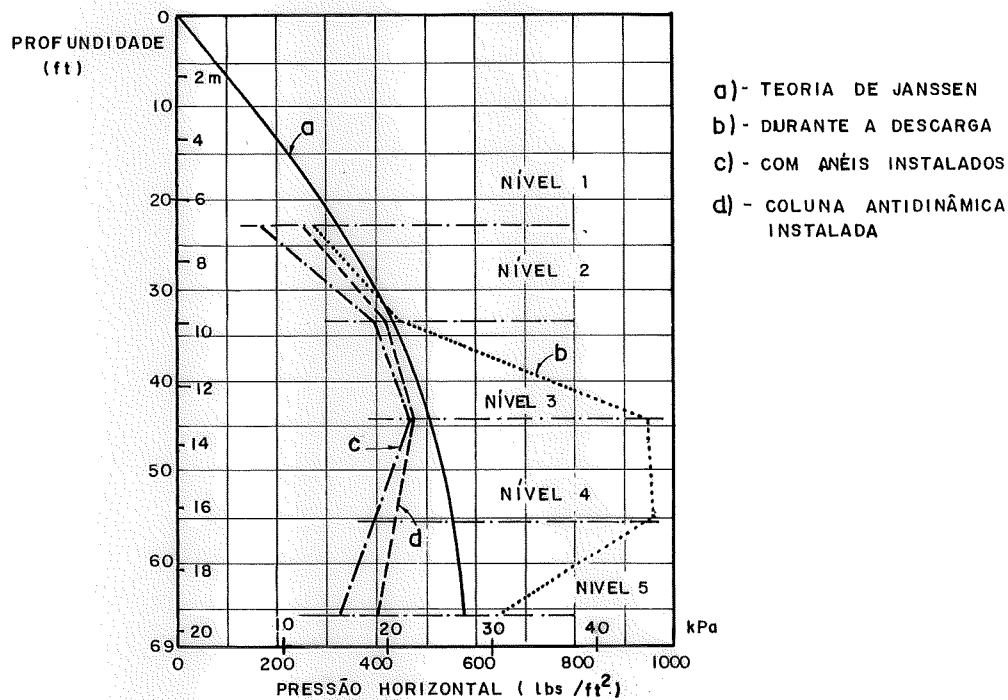


FIGURA 60 - Ensaios de Kim - célula com 6,5m de diâmetro e 21 m de altura.

Após aparafusar três anéis de madeira na face interna da parede da célula, em níveis diferentes, com seção transversal de 15cm x 15cm, distanciados entre si em valor idêntico ao raio da célula, foi realizada a descarga, que ocorreu sob um escoamento tipo funil, sendo obtida a curva c da figura 60 correspondente a esta situação. Os valores das pressões foram menores que os dados pela curva de Janssen, mostrando que a colocação dos anéis foi um processo eficiente para a anulação das pressões dinâmicas. A razão entre a largura do anel (proeminência da parede) e o diâmetro da célula era de 1:43. A curva d foi obtida durante a descarga do silo após a inserção da coluna antidinâmica, com 1,30m de lado e 12,0m de altura logo acima do orifício de saída do material. O escoamento foi do tipo funil, obtendo-se pressões inferiores aos dados pela curva a; também este dispositivo demonstrou eficiência.

Outros ensaios foram executados em células de concreto circulares, com diâmetro de 5,30m e altura de 33,0m. As distribuições das pressões horizontais obtidas nos ensaios estão representados na figura 61. A curva a fornece as pressões horizontais dadas pela teoria de Janssen. A curva b foi obtida durante a descarga da célula, cujo escoamento foi do tipo global, com a existência de sobrepresões. A forma oscilatória da curva b, segundo Kim, indicava que o escoamento era irregular. Durante estes ensaios, fendas de 19mm de largura apareceram nas paredes da célula, através das quais os grãos passavam. Antes de se realizarem os próximos ensaios foram instalados nove anéis horizontais, distantes entre si de 2,65m (valor do raio da célula), tendo cada um 9,20cm de largura e 12,4cm de altura. A razão entre a largura de cada anel e o diâmetro da célula era 1:64. A instalação dos anéis não evitou a ocorrência de sobrepresões, tendo o escoamento sido do tipo global. Kim achou que o motivo da existência de sobrepresões era a insuficiência da projeção dos anéis no interior da célula. Segundo Kim este foi, de todos os ensaios feitos, o único em que os anéis

não produziram resultados positivos.

Com base nestes resultados, Kim recomendou para silos que apresentassem fissuras ou fendas verticais a instalação de anéis ou de uma coluna antidinâmica, para impedir o surgimento de pressões dinâmicas.

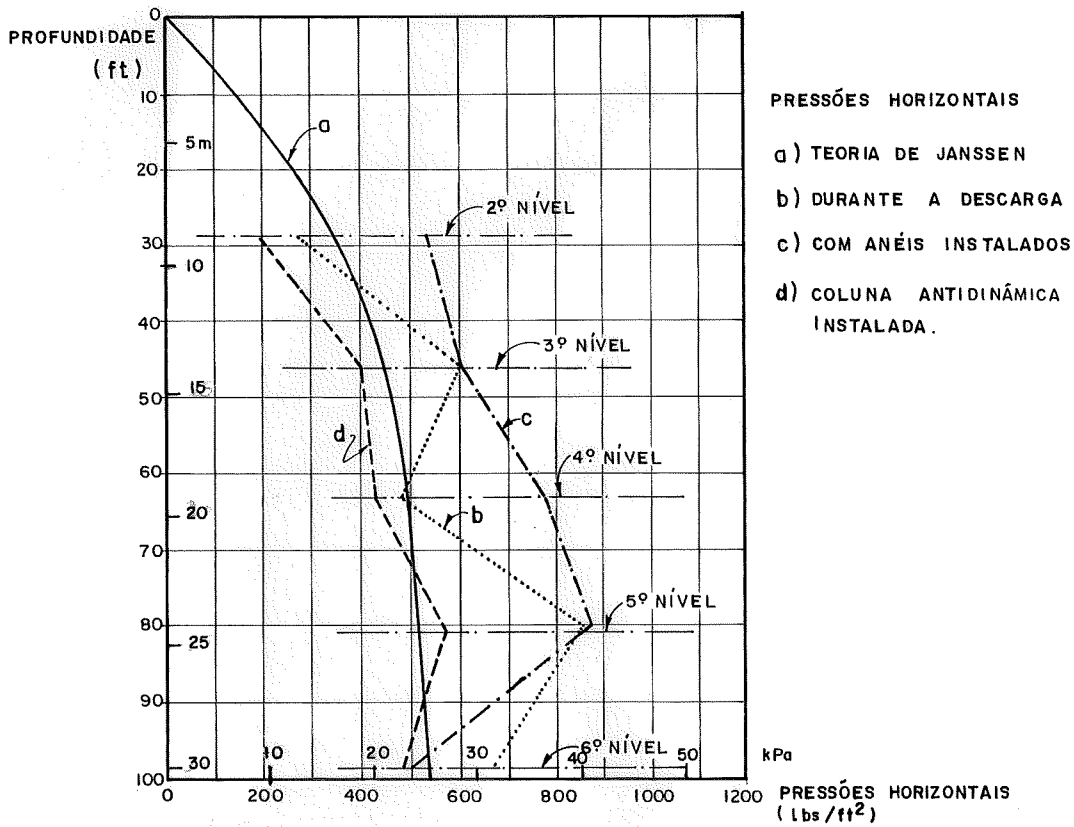


FIGURA 61 - Ensaios de Kim-célula com 5,3m de diâmetro e 33,0m de altura.

O processo de utilizar as células intersticiais para a descarga foi empregado por Kim num silo em Bolskovo, no distrito de Moscou. O silo era pré-moldado de concreto protendido com diâmetro de 2,97m e altura de 29,7m constituído por um conjunto de 36 células distribuídas em 6 linhas, tendo cada linha 6 células, existindo 25 células intersticiais. Cada célula era enchida por aberturas individuais na cobertura, sendo a descarga feita através de orifícios nas paredes das células que lançavam os grãos para as células

intersticiais. A área de cada orifício tinha aproximadamente 930cm^2 e os orifícios estavam espaçados de 13,50cm aproximadamente ao longo da altura das paredes da célula intersticial.

Kim executou também várias experiências em modelos reduzidos e silos de tamanho natural para estudar o efeito da velocidade de carregamento, da densidade do material e de outros fatores sobre a estrutura do silo. Algumas das constatações feitas por Kim são dadas abaixo:

- a velocidade do carregamento e interrupções temporárias do carregamento não causam alterações importantes na densidade da massa de grãos e, por conseguinte, na pressão sobre o fundo do silo.
- para uma mesma altura de material dentro do silo, a pressão sobre o fundo do silo durante o enchimento é maior que durante a descarga.
- a densidade da massa de grãos pode afetar o tipo de escoamento do material durante a descarga. Entretanto, o fato de se ter uma massa densa não implica na ocorrência de um escoamento tipo funil.
- as pressões horizontais durante a carga são sempre menores que aquelas durante a descarga.
- durante o carregamento a pressão horizontal em uma mesma profundidade não é uniforme ao longo do perímetro interno da célula circular.
- a ação vertical na seção transversal das paredes do solo (devido ao atrito entre material e paredes) é maior na descarga do que na carga do silo.

4.8.12 - KOVTUN & PLATONOV¹⁹⁴, 1959 (TURITZIN³³⁶ e RAVENET²⁷⁴).

Em fins de 1959, Kovtun e Platonov apresentaram o resultado de ensaios realizados em três silos de concreto com diâmetros de 3,71m, 5,0m e 6,0m, e alturas de 22,0m, 17,5m

e 40,0m, respectivamente, durante a carga e descarga, registrando as pressões horizontais e as pressões verticais sobre o fundo do silo.

Os resultados destes ensaios mostraram que, durante a carga, a pressão horizontal incrementava-se gradualmente com a profundidade, com valores ligeiramente superiores aos obtidos com a teoria de Janssen; porém, logo após a abertura do orifício de saída, as pressões horizontais tinham seus valores consideravelmente aumentados, por toda a altura do silo, que decresciam somente nas proximidades do fundo do silo. As pressões horizontal e vertical tinham um comportamento pulsante, com maior amplitude de vibração nas proximidades da parede, decrescendo gradualmente em direção à coluna central de escoamento.

Na figura 62, no lado esquerdo, estão registradas as curvas da pressão horizontal durante a carga e a descarga, obtidas de ensaios realizados no silo com diâmetro de 6,0m, juntamente com a curva fornecida pela teoria de Janssen; no lado direito, apresenta-se a variação da razão entre a pressão dinâmica e a estática em toda a altura do silo, obtendo-se a sobrepressão máxima na descarga na parte inferior do silo, sendo 2,32 vezes o valor da pressão da teoria de Janssen.

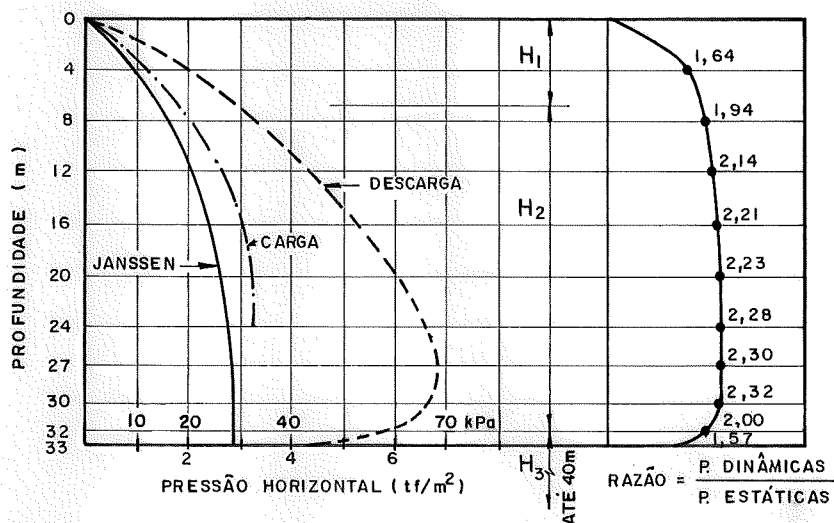


FIGURA 62 - Pressões horizontais - célula com 6,0m de diâmetro e 40,0 m de altura.

O processo de instalação de anéis foi utilizado não fornecendo resultados satisfatórios, havendo a possibilidade de Kovtun e Plantonov não terem utilizado largura de anéis e espaçamento entre eles necessários para o bom desempenho deste processo.

Na figura 63 têm-se as pressões verticais obtidas pela teoria de Janssen e aquelas determinadas experimentalmente por Kovtun e Platanov para o silo de 6,0m de diâmetro. A pressão máxima vertical era cerca de 28% maior que a pressão dada por Janssen, sendo que as curvas de pressão vertical para os silos de 3,71m e 5,0m de diâmetro eram semelhantes a esta. Note-se que a razão entre a pressão dinâmica e a estática permanece aproximadamente constante por quase toda a altura do silo, afastando-se desta configuração no topo da célula e nas proximidades do fundo do silo.

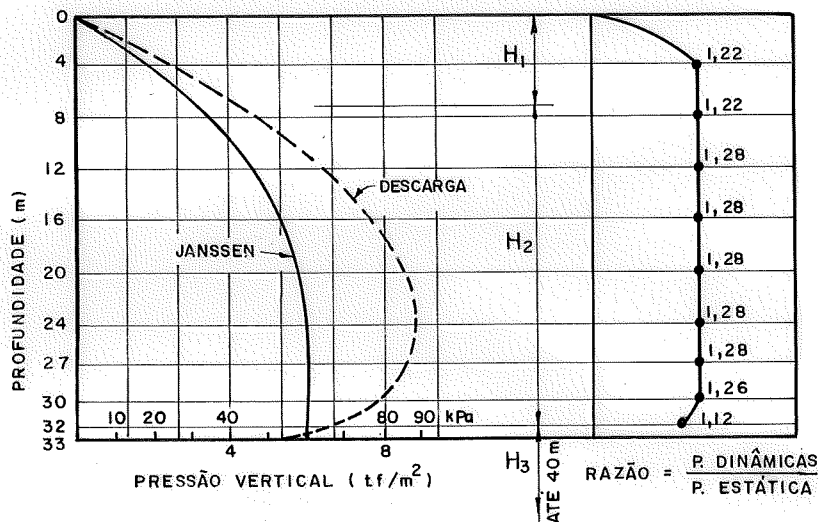


FIGURA 63 - Pressões verticais - célula com 6,0 m de diâmetro e 40,0 m de altura.

Baseados nos resultados experimentais, Kovtun e Platonov dividiram a altura do silo em três regiões (vide Fig. 64), que apresentaram características distintas na descarga.

A região superior inicia no topo da massa ensilada e termina na profundidade H_1 , igual ao produto do diâmetro da célula pela tangente do ângulo de talude natural do material ensilado. Nesta região não ocorre arqueamento do material e a pressão horizontal é determinada pela teoria de Rankine para pressões em maciço de terra majorada por um fator, que para o trigo é igual a 1,65.

A região intermediária, com altura H_2 , é caracterizada pela formação de cúpulas ou abóbadas durante o escoamento do material, que transfere as tensões de modo similar à transferência de tensões em estruturas com forma de cúpula ou abóbada.

A pressão horizontal foi determinada igual ao produto do raio do silo pelo peso específico do material e pelo coeficiente de atrito interno, sendo constatado, porém, que este último variava com a intensidade da movimentação de material, que por sua vez era função da profundidade do material. A pressão vertical nesta região foi estabelecida como sendo igual ao produto do peso específico dos grãos pelo valor da altura reduzido por uma expressão que é função do coeficiente de atrito interno, do coeficiente de atrito entre grãos e paredes, do diâmetro, do raio hidráulico e de um coeficiente denominado pelos pesquisadores russos de coeficiente de capacidade de carga da abóbada. Kovtun e Platonov acharam que, nesta região, as abóbadas formadas pelos grãos, tendiam a suportar várias camadas sobrepostas de grãos, causando pressões laterais máximas.

O valor de H_2 é determinado subtraindo-se da altura total do silo a soma de H_1 e H_3 .

A zona inferior, de altura H_3 , é caracterizada pela existência de uma cone, dentro do qual os grãos estão em movimento, formado pelo material imobilizado junto à parede e ao fundo do silo. Nesta zona as pressões dinâmicas são me

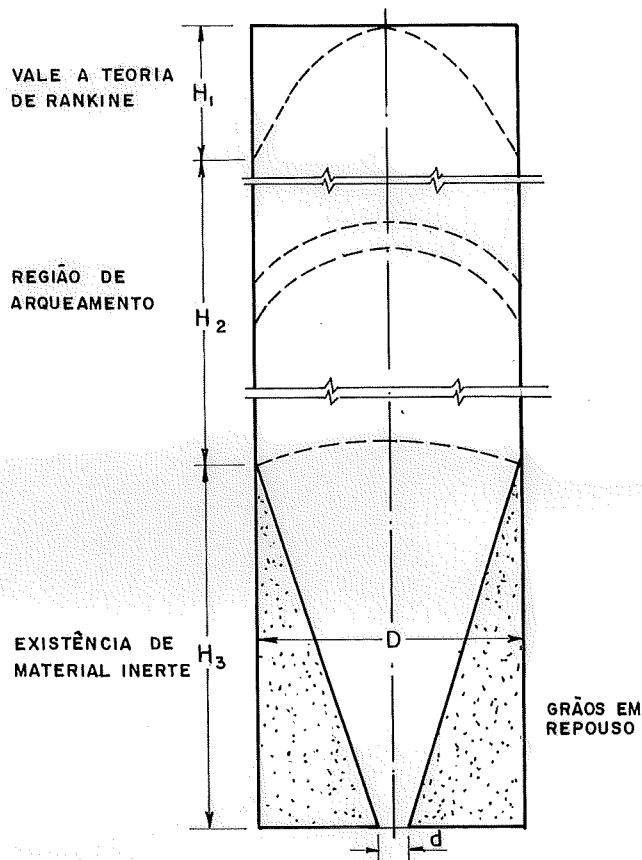


FIGURA 64 - Divisão da célula em três regiões segundo Kovtun e Platonov.

nores porque as pressões são transmitidas até as paredes através de material inerte. O valor da altura H_3 é igual à metade da diferença entre o diâmetro do silo e do orifício de saída multiplicada pela tangente do ângulo de atrito interno.

4.8.13 - LENCZNER²⁰⁹, 1963

Lenczner estudou a distribuição de pressões estáticas e dinâmicas em um modelo reduzido de silo contendo diferentes materiais. No artigo acima referido são apresentados os resultados obtidos para o cimento como material ensilado. O modelo reduzido era obtido aparafusando-se semicilindros de 30,48cm de altura e 25,4cm de diâmetro com flanges nas bor

das, onde se localizavam os parafusos, conseguindo-se um cilindro com 1,22m de altura. Sendo esta a altura máxima utilizada, todos os valores nos gráficos aqui apresentados, que correspondam a alturas maiores, foram obtidos por extrapolação. A base do modelo era constituída de anéis concêntricos a um disco central, que permitiam medir a pressão vertical sobre o fundo para várias distâncias do centro do disco. O modelo era apoiado em três suportes rígidos simetricamente espaçados.

Lenczner determinou cada característica física que seria importante no caso do cimento. O peso específico foi determinado para várias profundidades, obtendo-se que este parâmetro variava consideravelmente com a profundidade, sendo de 11,08 kN/m³ a uma profundidade de 30,48cm, e de 13,28 kN/m³ a 1,22m. O ângulo de atrito interno não variava com a tensão normal e era independente do estado inicial de compactação, tendo sido encontrado um valor médio de 39°30'. A coesão variava de zero, no estado fofo, até 1,02 Pa no estado de compactação máxima. O ângulo de atrito entre o cimento e a parede metálica foi encontrado igual a 32°30'.

Os pontos de especial interesse neste artigo são: a distribuição das pressões verticais estáticas sobre o fundo da célula, a parcela de peso suportada pelas paredes e pelo fundo do silo em relação à altura de cimento e a comparação dos resultados experimentais com as teorias de Janssen, Airy e Jáky.

A distribuição da pressão vertical sobre o fundo da célula para diferentes alturas de cimento pode ser vista na figura 65, na qual o eixo vertical coincide com o eixo do cilindro e o eixo horizontal está contido na base do modelo. Os resultados mostraram uma tendência de diminuição da pressão vertical, do eixo do cilindro em direção às paredes, tornando-se mais pronunciada com o aumento da altura do cimento.

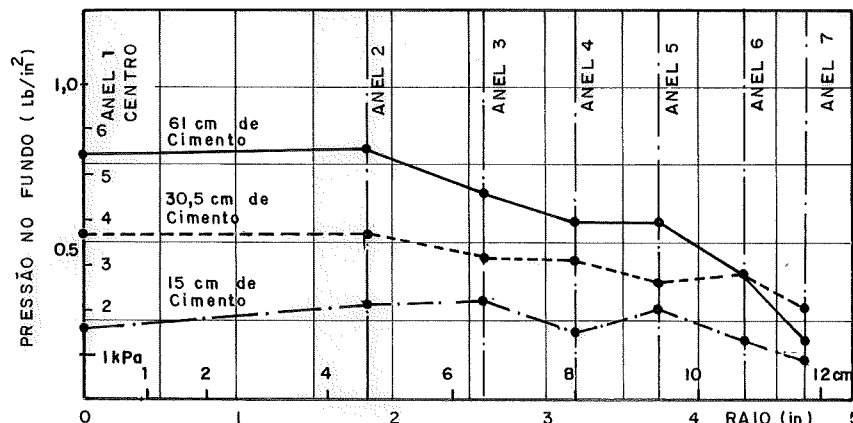


FIGURA 65 - Distribuição da pressão vertical estática no fundo do silo.

A parcela do peso do cimento suportada pelas paredes e a parcela suportada pelo fundo do silo em relação à percentagem do peso total e da razão da altura de cimento pelo diâmetro da célula podem ser vistas na figura 66. Como era de se esperar, conforme se aumenta a altura de material ensilado, o fundo do silo é cada vez menos requisitado a suportar os acréscimos de peso adicional, ao mesmo tempo em que aumenta a responsabilidade da parede em suportar estes acréscimos.

Tomando a teoria de Janssen como base, Lenczner fez estudos sobre a razão entre a pressão horizontal e a vertical (K), comparando a curva da força vertical no fundo da célula, para várias profundidades de cimento, com as curvas dadas pelas teorias de Airy, de Jaky e de Janssen com três valores de K:

$$K = 1 - \text{sen}\phi \quad (\text{Jaky})$$

$$K = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi} \quad (\text{Rankine})$$

$$K = \frac{1 + \text{sen}^2\phi}{\cos^2\phi} + \frac{2 \text{sen}\phi}{\cos^2\phi} \sqrt{1 - \frac{\text{tg}^2\phi}{\text{tg}\phi}} \quad (\text{Frazer})$$

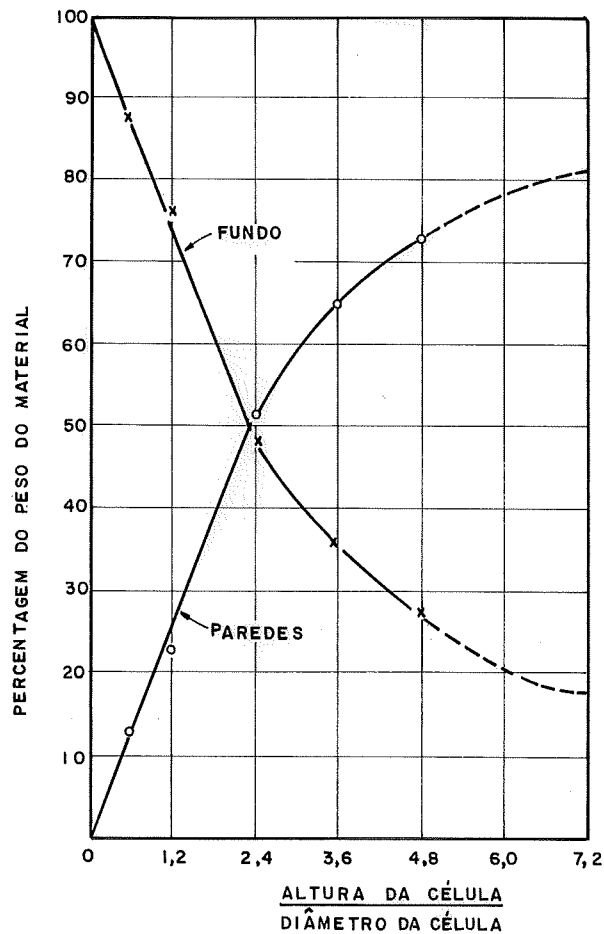


FIGURA 66 - Proporção da carga total suportada pelas paredes e pelo fundo, em função da razão entre a altura do cimento e o diâmetro do silo.

O último valor de K foi dado por Frazer em correspondência particular com Lenczner.

O resultado dos valores dados pelas teorias já referidas e pelas experiências de Lenczner acha-se exposto na figura 67.

Na figura 67 vê-se que para pequenas alturas de cimento todas as curvas praticamente coincidem com a curva experimental, porém, a partir de determinada altura, a curva de Janssen com coeficiente dado por Frazer é a que melhor concorda com os resultados experimentais. A curva utilizando o coeficiente de empuxo ativo de Rankine fornece forças com valores cerca de 20% maiores que os experimentais e a

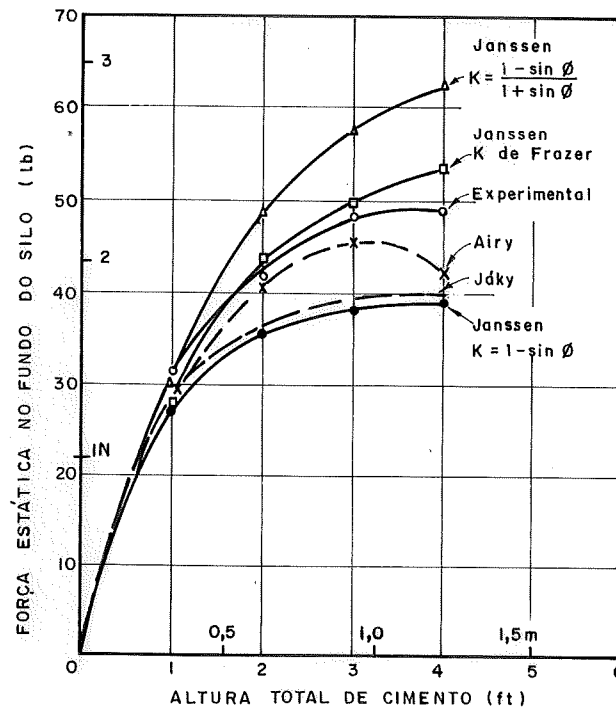


FIGURA 67 - Curvas teóricas e experimentais da força sobre a base do silo contra a altura total de cimento.

curva com o coeficiente dado por Jaky fornece forças com valores cerca de 20% menores. Os valores dados por Airy concordam bem com os resultados experimentais até uma razão entre a altura de cimento e o diâmetro da célula igual a 3,0; para razões maiores, a discrepância cresce subestimando-se consideravelmente a força no fundo da célula.

Lenczner apresentou ainda a curva de variação dos valores de K em função da razão entre altura de cimento e diâmetro da célula, de modo que as pressões verticais no fundo do silo dadas pela teoria de Janssen concordem com aquelas obtidas nos ensaios. Esta variação é parabólica e tende para um valor limite de 0,3035.

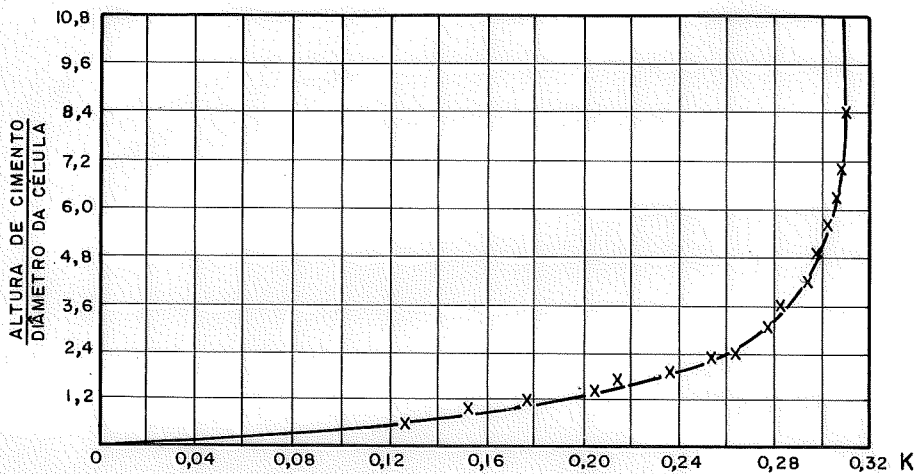


FIGURA 68 - Variação de K para que as pressões verticais dadas por Janssen concordem com as obtidas nos ensaios.

4.8.14 - LENCZNER²⁰⁷, 1963.

Lenzner investigou o comportamento da areia durante o escoamento e a distribuição das pressões estáticas e dinâmicas, utilizando o mesmo modelo reduzido e os mesmos aparelhos de medição já descritos anteriormente. Para observar a areia durante a descarga, um modelo semicircular era montado, sendo vedado diametralmente por uma placa transparente, na qual era marcada uma rede de linhas distantes entre si de 2,54cm, que permitia se fazerem observações qualitativas. Para facilitar as observações, finas camadas horizontais de areia tingida eram colocadas a intervalos regulares.

Foram utilizados dois tipos de areia, denominados tipo A e tipo B, com curvas granulométricas quase idênticas no estado original, tendo o tipo A um ângulo de atrito interno máximo igual a 37° e mínimo de 25°, e o tipo B um ângulo de atrito interno máximo de 39° e mínimo de 26°.

O enchimento do modelo era feito de modo a obter-se uma densidade constante da areia ensilada. A figura 69 mostra os diagramas das várias etapas de escoamento na descarga, feita através de um orifício semicircular com diâmetro de 1,90cm.

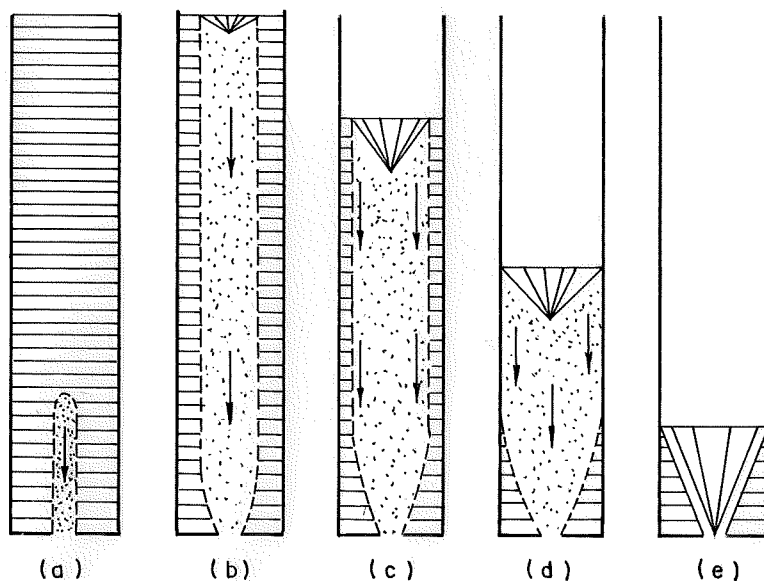


FIGURA 69 - Diferentes estágios do escoamento da areia tipo A durante a descarga.

Na descarga da areia do tipo A, logo após a abertura do orifício da saída, uma pequena quantidade de areia transpunha o orifício, devido inteiramente à perda de sustentação, e um canal central de escoamento de aproximadamente 5,0 cm de diâmetro se formava (vide Fig.69a). O canal de escoamento avançava para cima, com um pequeno aumento do diâmetro, até alcançar a superfície livre, aparecendo então uma depressão cônica nesta superfície (vide Fig.69b). Durante o avanço do canal de escoamento, nenhuma alteração na superfície livre foi observada. A partir deste momento, todo o escoamento da areia advém da perda de compactação desta, no interior do canal de escoamento, e o diâmetro do canal aumenta com o cone de depressão alcançando as paredes do silo (vide Fig.69c). Na figura 69d, o diâmetro do canal de escoamento cresceu até atingir as paredes do silo e o escoamento, que era do tipo funil, torna-se do tipo global. O escoamento permanece global até o fim da descarga, restando uma cunha inerte no fundo do silo, cujo ângulo é consideravelmente maior do que o ângulo de talude natural da areia (vide

Fig.69e).

Se a descarga era interrompida e o silo preenchido com areia até a altura quando do início da descarga, quando se descarregava o silo novamente o escoamento era do tipo global não ocorrendo o outro tipo, mostrando que, uma vez instalado o plano de ruptura, o escoamento da areia era do tipo global, sem influir a altura inicial da areia.

Com a areia do tipo B obtiveram-se três outros tipos com curvas granulométricas diferentes e se observaram seus comportamentos na descarga. Para dois tipos o escoamento era similar àquele observado com a areia A, exceto o canal central atingir uma altura de aproximadamente 60cm, o escoamento tornava-se do tipo global. Com outro tipo de areia, enquanto o canal de escoamento avançava na direção da superfície livre, notava-se que esta também se movimentava, assim, simultaneamente ao movimento da areia na região do canal, ocorria também uma movimentação da areia em outras regiões dentro do silo, com as duas regiões movendo-se verticalmente para baixo com velocidades diferentes.

Embora diferenças granulométricas parecem ter influenciado ligeiramente no tipo de escoamento, diferenças de forma e textura dos grãos parecem influir bem mais.

Variando a dimensão do orifício de saída, Lenczner obteve que a vazão de descarga era independente da altura de material no interior da célula, sendo proporcional ao diâmetro do semicírculo do orifício de saída (d) elevado a 2,86.

A distribuição das pressões no interior do silo foi estudada através de experiências utilizando a areia tipo B, com peso específico igual a $15,72\text{kN/m}^3$, ângulo de atrito interno igual a 32° e ângulo de atrito entre areia e paredes do modelo igual a 25° .

A figura 70 mostra a variação da pressão vertical no fundo do silo, com a areia em repouso, para diferentes razões entre altura da areia ensilada e diâmetro de célula.

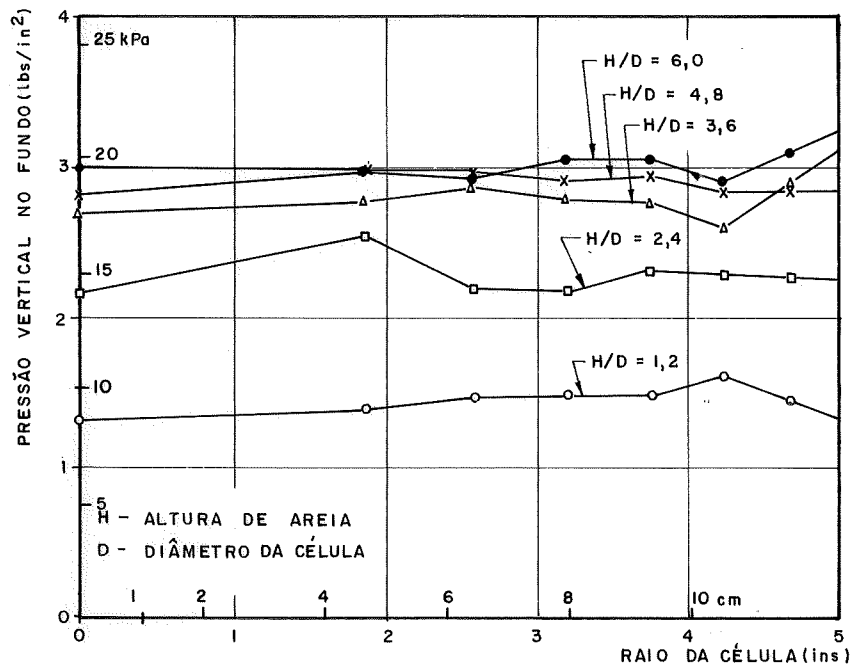


FIGURA 70 - Variação da pressão vertical estática no fundo do silo em função da altura de areia.

De uma maneira geral, as pressões verticais são praticamente iguais em todo o fundo do silo para as várias razões entre altura de areia e diâmetro da célula analisados.

Os quinhões do peso da areia em repouso suportados pelo fundo do silo e pela parede, para várias razões entre a altura da areia ensilada e o diâmetro da célula, estão representados na figura 71. Como era de se esperar, para pequenas alturas o peso da areia é quase que totalmente suportado pelo fundo, conseqüentemente o quinhão de peso suportado pela parede é muito pequeno. O quinhão de carga suportada pela parede tende a crescer rapidamente depois de uma razão altura por diâmetro igual a 3 e, para razões maiores que 5, o peso da areia acrescentada é suportado quase que totalmente pela parede enquanto que a carga suportada pelo fundo do silo é praticamente constante.

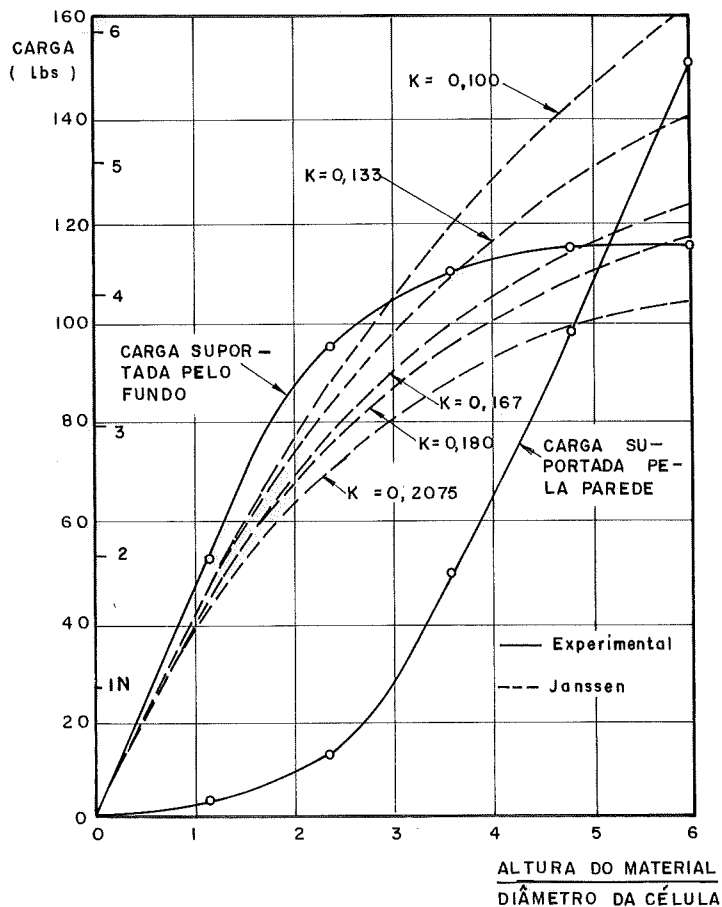


FIGURA 71 - Variação das cargas suportadas pelo fundo e pela parede do silo para diferentes alturas de areia.

As curvas dos valores das cargas verticais na base do silo em função da razão entre altura de material e diâmetro da célula, obtidas experimentalmente, e aquelas dadas pelas teorias de Airy, Jaky e Janssen, esta última com três valores para K, obtidos utilizando a fórmula do coeficiente de empuxo ativo de Rankine, o coeficiente do empuxo em repouso dado por Jaky e o proposto por Frazer, são apresentadas na figura 72.

Na figura 72 percebe-se que nenhuma das curvas teóricas se aproxima da curva experimental, sendo que, em todos os casos, a discrepância cresce com a altura da areia ensilada e torna-se da ordem de 40% para razões entre altura e diâmetros maiores que 2,4. Os melhores resultados são

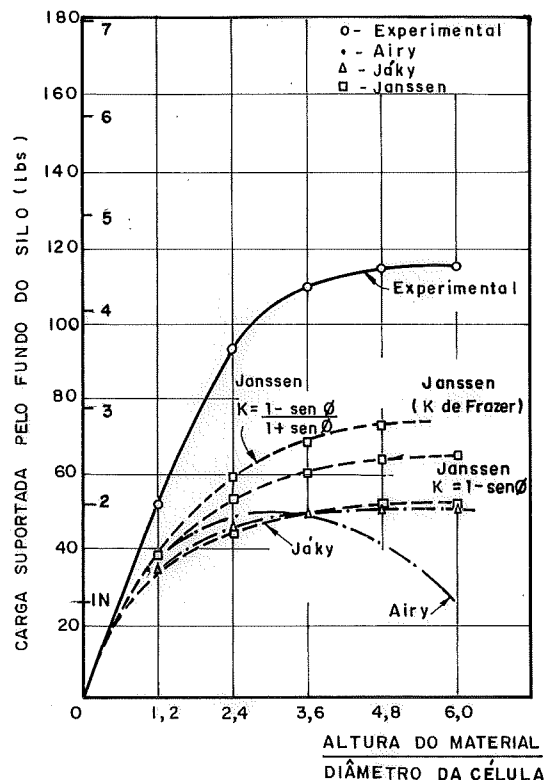


FIGURA 72 - Comparação de resultados experimentais e teóricos.

obtidos com a fórmula de Janssen, com o valor de K dado pela fórmula de Rankine.

Buscando os valores de K necessários para que a pressão vertical na base da célula obtida através da teoria de Janssen concorde com o valor experimental em cada profundidade, Lenczner obteve uma curva, que fornece o valor de K em função da razão entre altura da areia e diâmetro da célula, que pode ser vista na figura 73. O valor de K não é constante como admitido por Janssen e, acima de uma razão igual a 4, a variação de K é hiperbólica, tendendo ao valor 0,2075.

Os resultados experimentais dos estudos de Lenczner sobre a distribuição das forças verticais sobre o fundo do silo e na parede, devido ao atrito entre a areia e a parede, em função da razão entre a altura da areia e o diâmetro da célula, durante a carga e descarga, podem ser vistos na

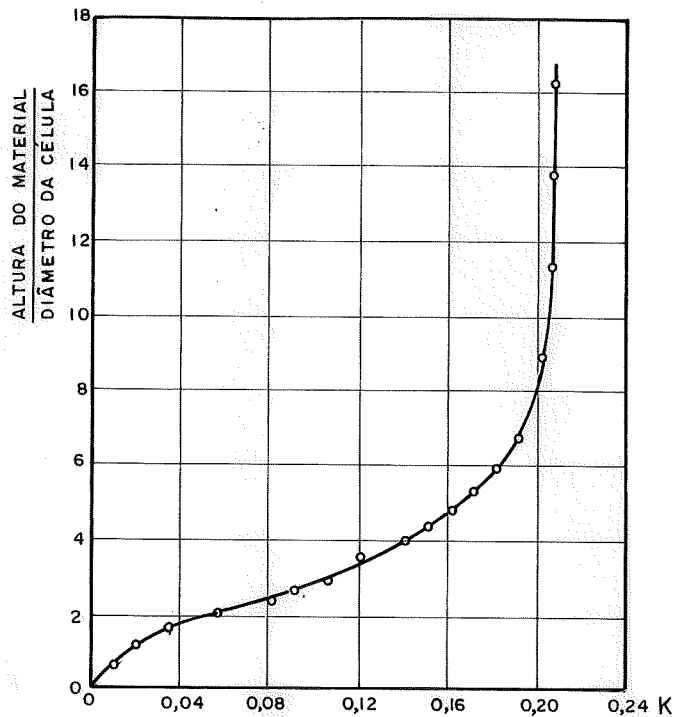


FIGURA 73 - Variação de K em função da relação entre altura de material e diâmetro da célula.

figura 74. Note-se que a carga suportada pelas paredes é ligeiramente maior na descarga do que na carga e, nas duas situações, bem maior do que no caso do material em repouso. A força vertical sobre o fundo do silo é maior na carga do que na descarga.

Na tabela 9 têm-se os coeficientes de majoração para a força vertical devida ao atrito entre areia e parede durante a carga e descarga. Estes coeficientes foram obtidos a partir de valores experimentais, dividindo-se a força vertical na carga ou descarga pela força estática.

Para relações entre altura do material e diâmetro da célula menores que 3, os coeficientes de majoração tanto na carga como na descarga são muito altos, diminuindo com o incremento da razão entre altura e diâmetro. Para razões entre 3 e 5, o valor do coeficiente fica entre 2,5 e 1,5.

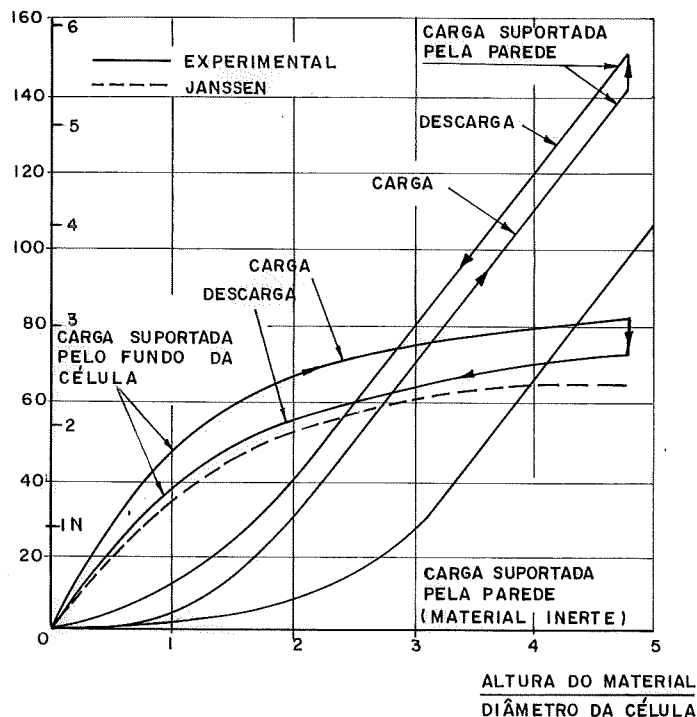


FIGURA 74 - Cargas suportadas pela parede e pelo fundo da célula

Tabela 9 - Coeficientes de majoração para a carga vertical suportada pelas paredes

Razão entre altura de areia e diâmetro da célula	Coeficientes de majoração para a força vertical devida ao atrito entre areia e parede	
	carga	descarga
0	-	-
1,2	2,29	4,85
2,4	3,46	4,31
3,6	1,86	2,04
4,8	1,45	1,55

A variação da pressão vertical sobre o fundo do silo para várias razões entre altura e diâmetro não era uniforme, variando de zero na borda do orifício de saída para um valor máximo junto às paredes.

4.8.15 - LAFORGE & BORUFF²⁰², 1964

Laforge e Boruff estudaram o perfil da velocidade de partículas movendo-se por ação da gravidade no interior de uma tremonha tronco-piramidal, com paredes de inclinação variável. A influência da rugosidade das paredes também foi estudada.

Para estudar o perfil de velocidade das partículas foi construído um modelo reduzido de silo cuja tremonha tinha paredes de aço polido, tendo um orifício de saída sempre quadrado de lado igual a 31,5mm.

O material utilizado nos ensaios foram sementes secas de ervilha, tendo-se estudado o escoamento para três inclinações das paredes da tremonha: 0° , 20° e 60° . O ângulo de inclinação positiva era o menor ângulo entre a reta horizontal passando pelo orifício de saída e a parede da tremonha.

Apresentam-se a seguir relatos resumidos dos fenômenos observados para cada inclinação.

No modelo com fundo plano (inclinação nula), como era de se esperar, no escoamento do material ocorria uma grande região de forma triangular (vide Fig. 75a), na qual as partículas estão inertes. Esta região não se estende até a borda da abertura, com as partículas na periferia do orifício deslocando-se vagarosamente (velocidade de 0,55 cm/s) em direção ao orifício, até penetrarem no canal de escoamento, saindo posteriormente pela abertura.

Um exemplo do perfil de velocidade é mostrado na figura 75b, tendo-se estudado oito trajetórias de partículas, designadas na figura pelos segmentos assinalados de A a H, com os números ao lados destes segmentos correspondendo à velocidade medida no trecho do segmento e as setas nos segmentos indicando o sentido do movimento da partícula. Este modo de representar a velocidade foi também utilizado quando se tratou dos casos de paredes inclinadas de 20° e 60° . Pode-se notar uma grande variação da velocidade do início até o fim para as trajetórias contidas entre as trajetórias

rias B e G inclusive, com a velocidade final sendo em torno do triplo da velocidade inicial. As trajetórias centrais do escoamento, C, D e E, apresentam uma velocidade praticamente triplo das trajetórias B e G mais afastados do centro do canal de escoamento. Na trajetória A tem-se uma desaceleração ao aproximar-se do orifício de saída, decorrentes provavelmente da dificuldade das partículas de penetrarem no canal de escoamento. Na trajetória H a velocidade é muito baixa, por estar muito próxima da zona inerte.

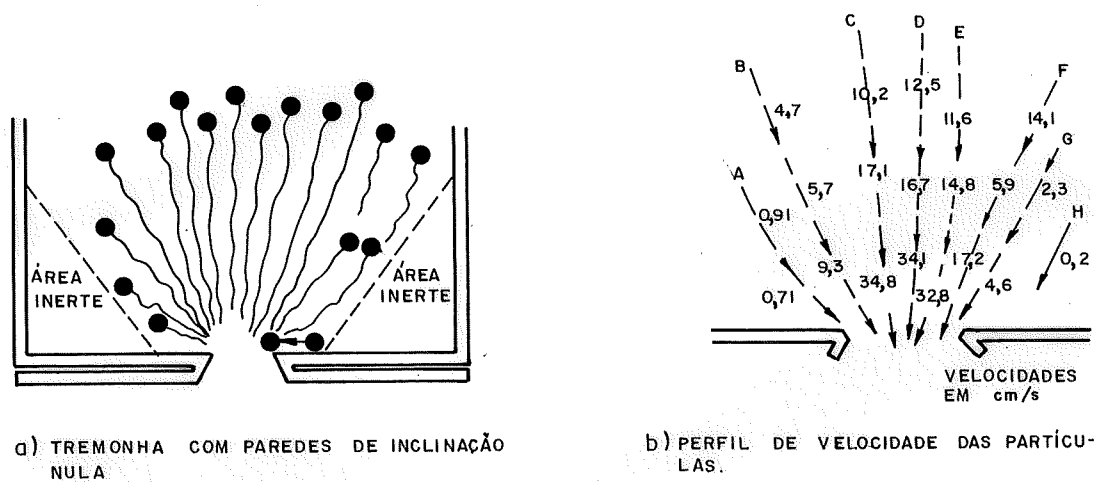
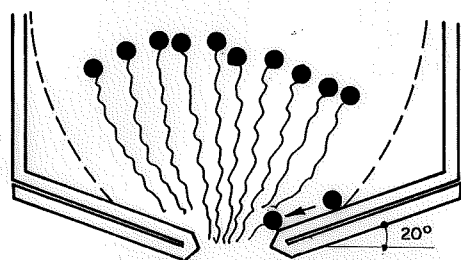


FIGURA 75 — Escoamento no caso de fundo plano

Na tremonha com paredes inclinadas de 20° a região de material inerte (vide Fig.76a) era bem menor, com forma diferente da observada para a inclinação de 0° , e as partículas na periferia da abertura tinham velocidade bem maior (cerca de 64% superior). Em conexão com este aumento de velocidade observou-se uma zona de grande interferência entre as partículas em volta da abertura, ocorrendo uma turbulência que produzia arqueamento, sendo que o colapso do arco levava as partículas a moverem-se rapidamente dentro de uma nova configuração, até alcançarem a abertura de saída. Este fenômeno produzia uma redução na área efetiva de escoamento do orifício (vide Fig.76c).

Na figura 76d mostra-se um exemplo do perfil de velocidade para uma tremonha com paredes inclinadas de 20° .

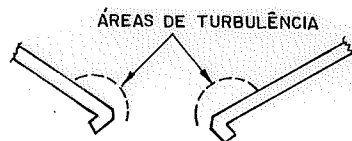
As velocidades no início das trajetórias são menores e no fim bem maiores, em todas as trajetórias, quando comparadas com aquelas obtidas para a tremonha com paredes de inclinação nula. Este fato é devido à maior velocidade das partículas próximas às paredes que, além de interferir na velocidade das partículas na região central do silo, reduz a abertura efetiva da saída devido à turbulência nesta zona.



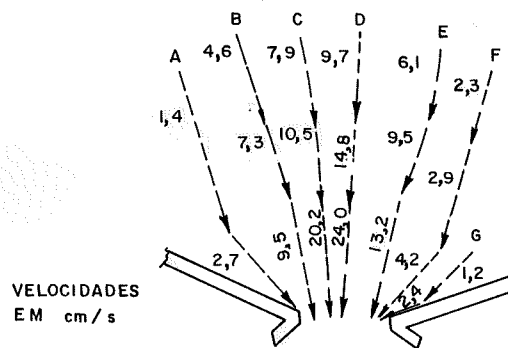
a) TREMONHA COM PAREDES INCLINADAS DE 20°



b) FORMAÇÃO DE ARCOS NO ORIFÍCIO DE SAÍDA



c) REGIÕES DE TURBULÊNCIA



VELOCIDADES EM cm/s

d) PERFIL DE VELOCIDADE DAS PARTÍCULAS

FIGURA 76 - Modelo de escoamento para tremonhas com paredes inclinadas de 20°.

Na tremonha com paredes inclinadas de 60° não se observou nenhuma zona de material inerte (vide Fig.77a). As partículas deslocavam-se em direção à abertura com pequena ou nenhuma turbulência. É de se notar a velocidade bem maior das partículas nas proximidades das paredes em comparação com as observadas para outras inclinações das paredes. Logo abaixo do orifício de saída notou-se uma contração do jorro

dos grãos que, embora presente em outras tremonhas com ângulo de inclinação diferente de 60° , era mais pronunciada neste caso (vide Fig.77b). O movimento rápido do material através do orifício e a quantidade de movimento horizontal das partículas provocam esta contração. A uma curta distância abaixo do orifício de saída o jorro alcança sua seção transversal mínima e a interação entre as partículas causa um espalhamento das mesmas em forma de leque. Observando-se o perfil de velocidade (vide Fig.77c), vê-se que na região central da tremonha a velocidade é somente ligeiramente maior que aquela na tremonha com inclinação de 20° e a velocidade das partículas próximas às paredes é bem maior e com direção próxima à vertical, o que diminui a interferência destas partículas no canal central de descarga, resultando em menor turbulência. A área efetiva de escoamento e a velocidade média maior produzem uma vazão de descarga maior para a inclinação de 60° do que para as de 0° ou 20° .

Laforge e Boruff estudaram também a vazão de descarga ou taxa de descarga variando o tamanho e a forma da partícula e a inclinação das paredes da tremonha, mantendo constante as dimensões do orifício de saída. Os materiais estudados foram sementes de ervilhas, sementes de leguminosas, sementes de nabos, esferas e cubos plásticos.

Observaram que quanto menor o diâmetro médio da partícula maior a taxa de descarga e que para inclinações superiores a 30° tinha-se um aumento na vazão de descarga.

Outro fato observado é que para uma tremonha contendo ervilhas, sementes de leguminosas e sementes de nabo, constituída de duas partes verticais contíguas e duas paredes que podiam ter ângulos de inclinação de 20° , 40° , 50° e 60° com o orifício de saída no canto, a vazão de descarga era 25% a 35% maior do que a conseguida com a tremonha tronco - piramidal com descarga centrada.

Das experiências, Laforge e Boruff observaram que o movimento do material durante a descarga por gravidade era

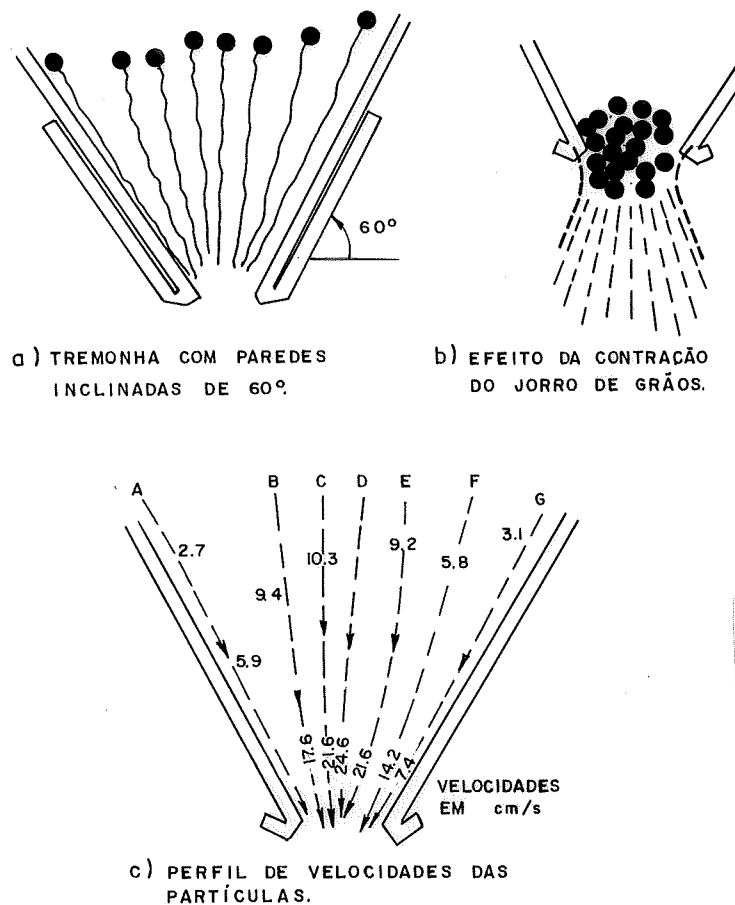


FIGURA 77 - Modelo de escoamento para tremonhas com paredes inclinadas de 60°.

aparentemente uma série de movimentos individuais das partículas causados pela atração da gravidade e influenciados por:

- interferência dos deslocamentos das partículas adjacentes;
- atrito entre partículas;
- impacto das partículas caindo ou pressionando a partir das regiões superiores;
- forma das partículas;
- atrito entre as partículas e as superfícies internas da célula e da tremonha.

Os fatores que retardavam a entrada das partículas no canal central de escoamento eram:

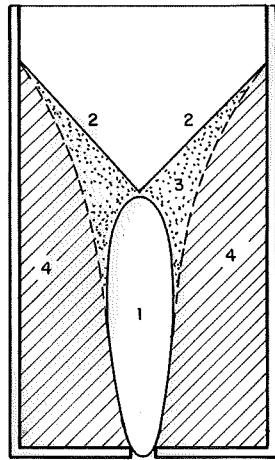
- o atrito entre as partículas e a parede da tremonha;
- um pequeno ângulo de inclinação das paredes da tremonha;
- o atrito entre as partículas.

4.8.16 - KVAPIL²⁰⁰, 1965 (RAVENET²⁷⁴)

Este pesquisador realizou estudos sobre o escoamento por gravidade de materiais granulares. Os materiais foram divididos em quatro grandes grupos: materiais soltos, materiais parcialmente soltos, materiais grossos, materiais coesivos.

Qualquer partícula de material, teoricamente, pode realizar dois tipos de movimento durante a descarga por gravidade: uma translação e uma rotação. As partículas dos materiais soltos, sofrem um movimento de translação e um movimento de rotação; se o atrito é grande, este segundo movimento é mais difícil de realizar-se. No caso de grãos de materiais com tamanhos maiores que 20cm, contendo considerável porcentagem de partículas pequenas e pó, o movimento de rotação é ainda mais restrito. Segundo relata Ravenet, o estabelecimento dos limites entre os quatro grandes grupos é quase impossível, não sendo fornecidas indicações a respeito das dificuldades encontradas para o estabelecimento dos limites.

No caso de materiais soltos, após a abertura da saída, somente uma parte da massa ensilada está em movimento, podendo-se distinguir claramente três zonas (vide Fig.78). Iniciando na abertura de saída, tem-se uma zona em forma de elipsóide, na qual o material está em movimento; a forma real desta zona obtida nos ensaios diferia pouco da forma de um elipsóide de revolução. A zona em volta deste elipsóide alimenta-o com material solto, e todo o material restante, em repouso, forma a terceira zona.

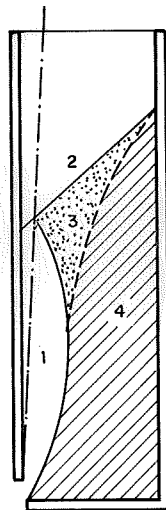


- 1 - ZONA ELIPSOIDAL
- 2 - SUPERFÍCIE DO CANAL DE ESCOAMENTO
- 3 - CANAL DE DESCARGA
- 4 - ZONA DE MATERIAL EM REPOUSO

FIGURA 78 - Zonas de escoamento de materiais soltos - descarga centrada.

Durante a descarga observou-se que, para um dado material, a relação entre os semi-eixos maior e menor é constante, independente da inclinação das paredes da tremonha.

No caso da descarga ocorrer através de um orifício na parede junto ao fundo do silo (vide Fig.79), continua a existir o elipsóide, porém truncado e com seu eixo vertical inclinado em relação à vertical.



- 1 - ZONA ELIPSOIDAL
- 2 - SUPERFÍCIE DO CANAL DE ESCOAMENTO
- 3 - CANAL DE DESCARGA
- 4 - ZONA DE MATERIAL EM REPOUSO

FIGURA 79 - Zonas de escoamento de materiais soltos - descargas excêntricas.

Conhecendo-se as dimensões do elipsóide pode-se melhorar as condições de ensilagem, impedindo ou minimizando a existência de regiões de material inerte, modificando-se as dimensões do orifício de saída ou instalando placas defletoras que tornem a zona do elipsóide a maior possível.

Ravenet não informa no seu resumo do trabalho de Kvapil se este realizou ensaios com os outros três grupos de material e se materiais pertencentes a estes grupos comportavam-se no escoamento de forma diferente.

4.8.17 - HANDLEY¹³⁰, 1967 (RAVENET²⁷⁴)

Em 1967, Handley apresentou sua tese de doutorado a respeito das pressões durante o escoamento de materiais granulares. Handley inicialmente analisa as várias teorias a respeito das pressões estáticas e dinâmicas expondo as seguintes conclusões:

- o conhecimento das pressões nas paredes do silo durante a descarga e no interior do material ensilado é muito limitado. A medição das pressões por dispositivos colocados no interior do material escoando afeta a forma do escoamento alterando os resultados obtidos.
- através de estudos experimentais tem-se comprovado que o escoamento tipo global provoca altas pressões nas paredes da célula durante a descarga.
- a razão entre as pressões horizontais e verticais (K) não é constante e, portanto, não são válidas as teorias que consideram esta razão constante.
- existe pouca confirmação experimental das teorias elaboradas por Jenike, Johanson e Walker.

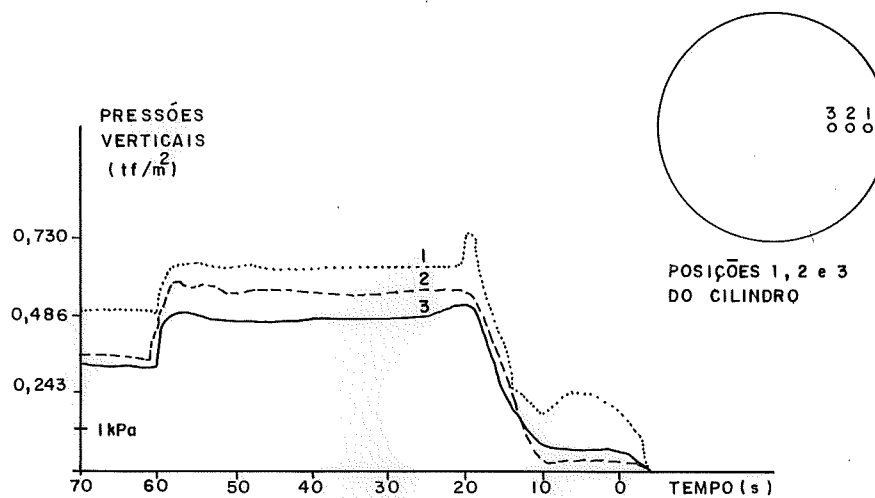
- fatores tais como forma da tremonha e vazão da descarga têm influência decisiva sobre as pressões geradas durante a descarga.
- a configuração do escoamento obtida para um sistema bidimensional é muito diferente da obtida em um sistema tridimensional e, devido à dificuldade de medição, é praticamente desconhecida.

Levando em conta principalmente a última conclusão, este pesquisador efetuou uma série de ensaios em modelos reduzidos, que não foram seccionados por placas transparentes diametraes, como feito por vários pesquisadores, para observar o escoamento do material.

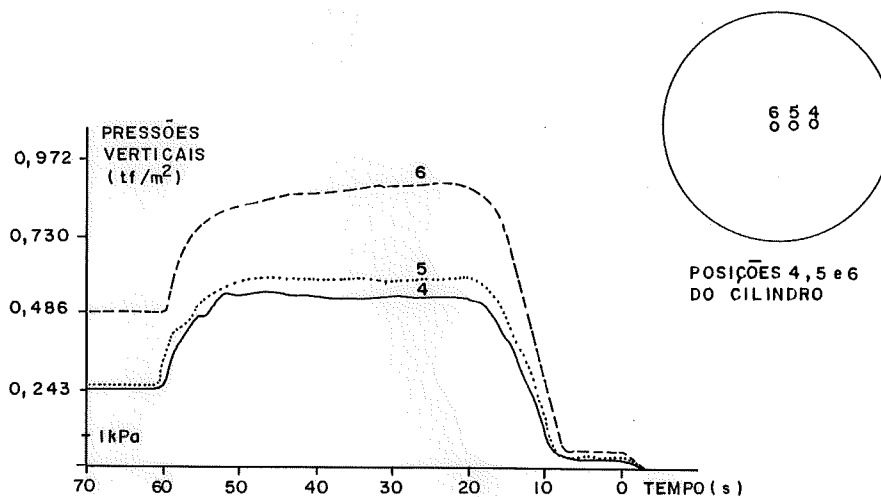
Para medir as pressões laterais e sobre o fundo foi empregado um pequeno cilindro, com 2cm de altura e 1cm de diâmetro, com densidade muito próxima à do produto ensilado, composto por um transductor e um transmissor que emitia um sinal cuja frequência variava com a pressão para um receptor, de modo que se podiam medir pressões até o valor de 28,7 kPa, aproximadamente, com uma capacidade de resposta de 0 a 9,55 kPa em um lapso de meio segundo. O material ensilado era areia com peso específico de $15,66 \text{ kN/m}^3$.

Para os ensaios utilizaram-se dois tipos de modelos reduzidos: uma célula cilíndrica com raio de 15cm e altura de 90cm, tremonha tronco-cônica cuja parede podia estar inclinada de 50° , 60° e 70° , feitas de plexiglás, cujo orifício de saída tinha 3,5cm de diâmetro; e outro uma célula retangular, com lados de 22,5cm e 30,0cm e altura de 90,0cm, com tremonha piramidal também de plexiglás.

Na figura 80 mostra-se a variação da pressão vertical com o tempo para várias posições do pequeno cilindro na seção transversal do modelo cilíndrico unido à tremonha cujas paredes tinham 70° de inclinação. Para todas as posições, quando o cilindro penetrava na tremonha, ocorria uma diminuição sensível da pressão vertical e somente na posição 1 a pressão após a diminuição voltava a crescer, sem atingir contudo o valor anterior. Resultados idênticos foram obtidos para as pressões horizontais.



(a)



(b)

FIGURA 80 - Pressões verticais no interior do material ensilado em uma célula cilíndrica com tremonha tronco-cônica com parede inclinada de 70°.

Nos ensaios ocorreu escoamento do tipo global e o cilindro se movia no interior da massa ensilada paralelo a parede com a mesma velocidade para qualquer posição, até o momento em que penetrava na tremonha, movendo-se no interior desta com uma velocidade cinco vezes maior do que a ve

locidade no interior da célula.

Observou-se durante os ensaios que, logo acima da tremonha, havia uma região onde ocorria o fenômeno de arqueamento.

Na figura 81 apresentam-se os valores das pressões verticais contra o tempo obtidas com a célula retangular tendo tremonha piramidal com paredes inclinadas de 65° , para três posições do pequeno cilindro.

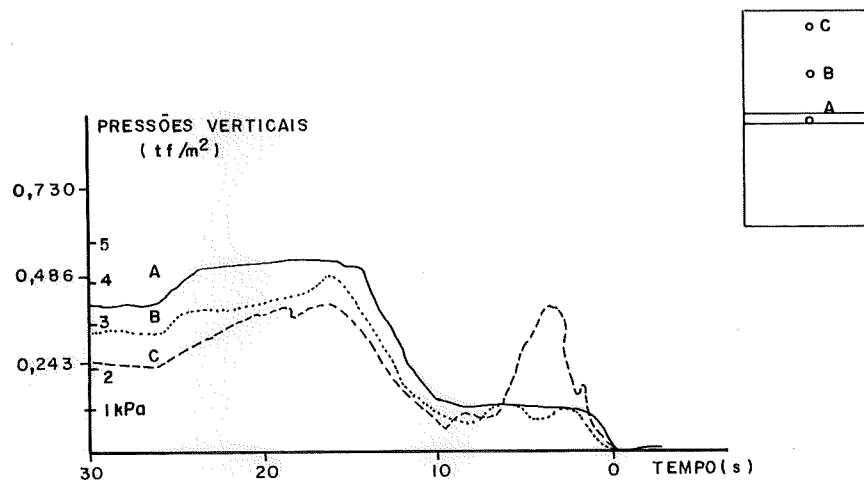


FIGURA 81 - Pressões verticais no interior do material ensilado em uma célula retangular cujo fundo tinha duas paredes paralelas e duas inclinadas de 65° .

Percebe-se da figura 81 que a pressão vertical cresce da parede para o centro da célula em uma mesma seção transversal, sendo importante notar que, para a posição C, quando a pilha penetra na tremonha, ocorre um aumento brusco nas pressões verticais e portanto nas horizontais, que pode causar danos nestas tremonhas piramidais.

Das suas experiências Handley apresentou uma série de conclusões, expressas abaixo:

Em uma célula podem-se distinguir três regiões claramente diferenciadas: uma região acima de onde ocorria o arqueamento do material, na qual a velocidade e densidade do material eram constantes; uma região de arqueamento, na qual o valor da densidade é maior que os das outras regiões e próximo do valor da densidade de consolidação; e uma região

abaixo de onde ocorria o arqueamento, na qual a densidade era muito pequena, inferior à densidade de fluidificação, e a velocidade era muito elevada, cinco vezes superior à velocidade acima da região de arqueamento.

No caso da tremonha cônica de 70° o arco dinâmico é uma semi-esfera e no caso da tremonha piramidal de 65° o arco dinâmico se forma acima da tremonha.

Abaixo do arco dinâmico a densidade da areia era de $11,586 \text{ kN/m}^3$ quando se usava a tremonha tronco-cônica de 70° , e $12,056 \text{ kN/m}^3$ quando se usava a tremonha piramidal de 65° . A densidade da areia fluidificada é de $13,626 \text{ kN/m}^3$.

A baixa densidade nas proximidades da boca de saída é a causa de uma baixa vazão de descarga.

A medição das pressões horizontais e verticais dinâmicas mostra diferenças na magnitude das pressões ao longo do diâmetro da tremonha e maiores nas proximidades das paredes.

4.8.18 - DEUTSCH & CLYDE⁸¹, 1967

Observando que não existe nenhuma teoria que explique satisfatoriamente a existência das pressões dinâmicas e nenhuma delas parece considerar o tipo de escoamento, Deutsch e Clyde resolveram executar um trabalho experimental para estudar o escoamento de materiais granulares durante a descarga por gravidade, resultando em um processo teórico aproximado para determinar o limite superior do valor das pressões atuando nas paredes do silo durante a descarga.

O tipo de escoamento era investigado utilizando-se modelos de silos construídos com módulos semicilíndricos de 30,48cm de diâmetro; assim, modelos semicilíndricos e cilíndricos com 1,52m de altura foram montados. Foram feitos ensaios com modelos tendo fundo plano com um ou mais orifícios de saída ou unidos a tremonhas tronco -

-cônicas, cuja parede fazia ângulos de 30° , 45° e 60° com o plano horizontal. Os materiais granulares usados foram areia e esferas plásticas com diâmetro de 6,35mm. As razões entre diâmetro do modelo e da partícula utilizada era de aproximadamente 400:1 e 48:1 para a areia e as esferas respectivamente.

O escoamento era observado colocando-se faixas de partículas tingidas de preto a intervalos regulares no interior da massa ensilada e por meio de fotografias, distinguindo-se claramente as zonas de escoamento.

Os ensaios com as esferas foram feitos com taxa de descarga livre ou controlada, sendo que neste último caso os valores da vazão variavam de 150 a 600 esferas por minuto. Alguns testes foram conduzidos com material sendo lançado no interior do modelo enquanto ocorria a descarga, de modo a manter-se constante a altura de material acima do fundo do modelo. Observou-se também o efeito da elevação do orifício de saída; Deutsch e Clyde não informam como foi conseguida esta elevação, se com a diminuição do ângulo que a parede da tremonha faz com a horizontal ou se com a elevação de todo o fundo plano durante a descarga. Os fenômenos observados nos modelos cilíndricos correlacionavam-se bem com os testes utilizando modelos semicilíndricos, como pode ser visto na tabela 10; parece que a parede plana do modelo semicilíndrico não afetava o escoamento.

Em todos os ensaios realizados, controlando-se a vazão de descarga, variando-se o número de orifícios de saída e a inclinação das paredes da tremonha, tanto para a areia como para as esferas, observaram-se quatro zonas de escoamento, que Deutsch e Clyde denominaram de: zona inerte ("dead zone"), zona de canal ("pipe zone"), zona alimentadora do canal ("pipe feed zone"), e zona de escoamento sem deformação ("plug flow zone"). Estas zonas estão mostradas na figura 82.

As alturas médias destas zonas obtidas de vários ensaios em função do diâmetro do modelo podem ser vistas na tabela 10.

Tabela 10 - Resultados dos ensaios

TIPO DE MODELO	TIPO DO FUNDO DO MODELO	DIÂMETRO DA ABERTURA DE SAÍDA (CM)	ALTURAS EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DO MODELO (H/D)		
			ZONA INERTE	ZONA DO CANAL	DESMORONAMENTO
AREIA					
SEMICILÍNDRO	PLANO	1,59	1,25	1,9	2,3
SEMICILÍNDRO	PLANO	2,54	1,2	2,0	2,2
SEMICILÍNDRO	PLANO	5,08	1,0	2,2	2,4
CILÍNDRO	PLANO	1,59	1,15	-	2,3
CILÍNDRO	PLANO	2,54	1,1	-	2,5
CILÍNDRO	PLANO	5,08	1,0	-	2,5
SEMICILÍNDRO	30°	2,54	1,2	2,0	2,3
SEMICILÍNDRO	45°	2,54	-	1,7	2,0
SEMICILÍNDRO	60°	2,54	-	1,4	1,6
CILÍNDRO	30°	2,54	1,0	-	2,7
CILÍNDRO	45°	2,54	-	-	2,5
CILÍNDRO	60°	2,54	-	-	1,8
	<u>PLANO</u>				
CILÍNDRO	7 SAÍDAS	1,27	0,3	-	0,8
SEMICILÍNDRO	3 SAÍDAS	2,54	0,3	0,6 a 1,0	1,2
SEMICILÍNDRO	2 SAÍDAS	2,54	0,7	1,2	1,4
ESFERAS PLÁSTICAS					
SEMICILÍNDRO	PLANO	5,08	0,4	0,7	1,2
CILÍNDRO	PLANO	5,08	0,35	-	1,4
SEMICILÍNDRO	ELEVADO	5,08	0,5	0,9	1,2
CILÍNDRO	ELEVADO	5,08	0,45	-	1,3
SEMICILÍNDRO	30°	5,08	0,2	0,8	1,2
SEMICILÍNDRO	60°	5,08	-	0,8	1,3

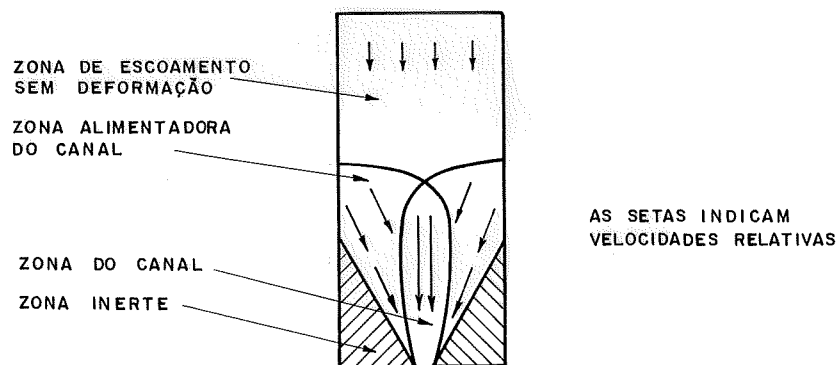


FIGURA 82 - Zonas de escoamento

Na zona inerte, como a própria designação já indica, o material não se move. Este fato pode ser capaz de explicar dois efeitos secundários durante a descarga, denominados: efeito de Venturi e efeito da direção preferenciada. O efeito Venturi denomina o fato de o material nas bordas do orifício de saída ser intermitentemente sugado para fora do silo. O efeito Venturi amplia o diâmetro efetivo de saída e a zona alimentadora do canal, causando também uma pequena movimentação de toda a zona inerte em ensaios prolongados e contínuos obtidos carregando-se o modelo durante a descarga. O efeito da orientação preferenciada também amplia a zona de alimentação do canal. Estes dois efeitos são significativos para pequenas relações entre o diâmetro da abertura de saída e o diâmetro do grão; tais efeitos foram observados nos ensaios com esferas plásticas quando a relação entre os diâmetros era de 48:1. Como a ruptura dentro da massa ensilada ocorre na superfície de menor resistência e a orientação dos grãos varia durante a descarga, ocorrem modificações na superfície de ruptura, que causam mudanças nos limites da zona inerte.

O ângulo entre a horizontal e o limite da zona inerte foi encontrado sendo aproximadamente duas vezes o ângulo de atrito interno.

A zona de escoamento sem deformações é uma região não influenciada pelo fundo da célula. O perfil de velocidade dentro desta zona é uniforme, exceto nas proximidades das paredes, devido ao efeito do atrito entre as partículas e as paredes. O material pertencente a esta zona move-se como uma massa sólida, não existindo um estado de ruptura. Incrementos de peso do material são absorvidos pelas ações de atrito nas paredes do silo, sendo que a pressão no fundo do modelo e a vazão de descarga não são afetadas pelo acréscimo de material acima de uma certa altura de material. A superfície livre da zona de escoamento sem deformação permanece sem alterações durante a descarga até atingir a região de influência do orifício de saída. Quando a zona do canal de escoamento

atinge a superfície livre, a zona de escoamento sem deformação é totalmente deformada, deixando de existir; neste instante, diz-se que ocorreu o desmoronamento dessa zona. A distância da superfície livre ao orifício de saída no fundo da célula em que isto ocorre é denominada altura de desmoronamento ("cave-in height").

Na zona de alimentação do canal, o material recebe uma componente de velocidade na direção radial, dirigindo-se para a zona do canal. Durante os vários ensaios os limites da zona de alimentação do canal eram constantes e facilmente identificáveis. Todo o material dentro desta zona atingia o estado de ruptura em algum estágio do escoamento.

A zona do canal é uma região de velocidades relativamente altas, com direções divergindo pouco da vertical, ocorrendo variações do peso específico do material nesta zona, sendo que todo o material sempre deixa a célula através desta zona. Após a ocorrência do desmoronamento, a zona do canal amplia-se e encontra as paredes do silo abaixo da superfície livre, havendo também um incremento na altura da zona inerte.

As zonas de escoamento aqui descritas ocorriam em todos os testes realizados como pode ser visto na tabela 10, naqueles testes em que estas zonas podiam ser observadas. Fazendo-se modificações nas dimensões e no número de orifícios de saída e na forma da tremonha, as dimensões das zonas eram alteradas. O aumento do ângulo de inclinação das tremonhas reduzia as alturas da zona de canal e de desmoronamento, ocorrendo um ressalto nos valores destas alturas, logo após o ângulo da tremonha tornar-se maior que o ângulo de atrito interno, sendo que para ângulos maiores que este a zona inerte deixava de existir, embora todas as outras continuassem presentes. Os testes realizados variando-se a taxa de descarga apresentaram modelos de escoamento semelhantes. Também não se encontraram diferenças perceptíveis nas zonas de escoamento para testes conduzidos com ou sem altura constante de material no interior do modelo.

O que foi exposto até aqui diz respeito a ensaios realizados com o material inicialmente em estado fofo. Testes com areia compactada por vibração, apresentaram tipo de escoamento diferente do já apresentado. Imediatamente após a abertura do orifício de saída, a zona do canal atingia a superfície livre, com esta superfície formando uma depressão cônica com uma inclinação idêntica ao ângulo de repouso do material, com as partículas em volta do canal permanecendo inertes até então. Depois de um curto período de tempo, após a superfície livre do material ter se movido muito pouco, o modelo de escoamento com todas as zonas descritas anteriormente aparece. Os dois estágios de escoamento da areia densa estão representados na figura 83.

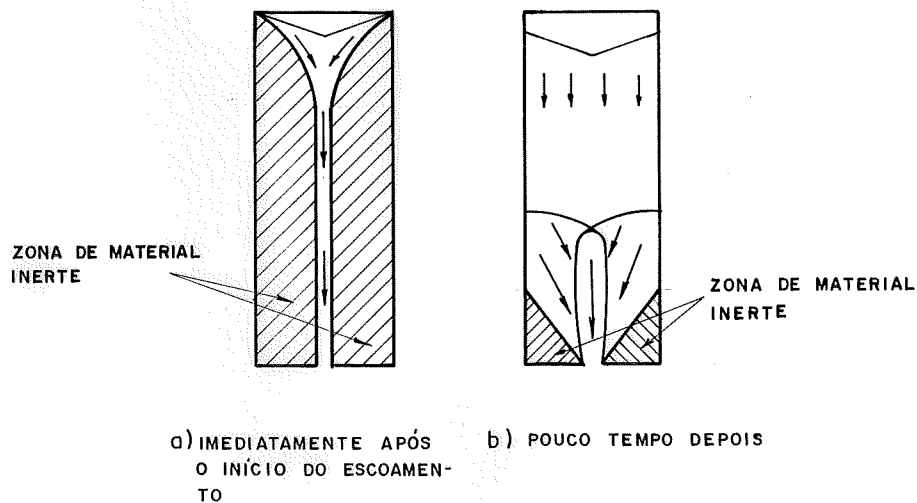


FIGURA 83 - Modelo de escoamento de areia compactada.

Este comportamento da areia compactada durante a descarga reafirma a natureza fundamental e constante do modelo de escoamento anteriormente descrito.

Segundo Deutsch e Clyde, a estabilidade dos limites das zonas de escoamento, durante a descarga, enquanto existe a zona de escoamento sem deformação, a constância dos resultados e a natureza do escoamento indicam que o escoamento é um fenômeno cujo comportamento independe do tempo.

O processo de Deutsch e Clyde para a determinação do limite superior das pressões laterais fornece valores bem superiores aos dados por várias fontes podendo ser encontrado em DEUTSCH & CLYDE⁸¹.

4.8.19 - DEUTSCH & SCHMIDT⁸², 1969.

Considerando-se que o primeiro e talvez o mais importante passo para o cálculo estrutural de um silo é a determinação da distribuição e magnitude das pressões laterais sobre as paredes, Deutsch e Schmidt realizaram uma série de ensaios para estudar as pressões dinâmicas, resultando uma sugestão de valores para coeficientes de sobrepressão.

Nos ensaios foram utilizadas células cilíndricas com 3,66m de altura e 0,76m de diâmetro com fundo plano, contendo areia com ângulo de atrito interno igual a 36°. As dimensões da célula foram escolhidas de modo que o material escoasse conforme o modelo de escoamento mostrado na figura 82.

Células de pressão tipo diafragma, contendo extensômetros elétricos no diafragma, embutidas na parede do silo, foram empregadas para a determinação das pressões estáticas e sobrepressões, tendo-se um grande cuidado na calibração destas células.

A carga do silo foi feita em estágios, com a areia sendo lançada no interior do modelo de dois modos: de uma altura constante em relação ao fundo do modelo para obter-se uma areia compacta, de uma altura quase nula em relação à superfície livre do material, para obter-se uma areia fofa.

A curva média das pressões estáticas obtida de várias experiências coincidia razoavelmente com a fornecida pela teoria de Janssen utilizando a fórmula do coeficiente de empuxo ativo de Rankine para determinar a razão entre as pressões horizontal e vertical. As curvas de pressões está-

ticas para o estado fofo e o compactado da areia não apresentaram diferenças significativas.

No estudo experimental das pressões dinâmicas encontrou-se que estas pressões estão associadas ao tipo de escoamento e que as pressões horizontais durante a descarga no trecho da parede que envolvia a zona alimentadora do canal alcançavam quatro vezes o valor das pressões horizontais estáticas no mesmo trecho antes de ocorrer o desmoronamento do material ensilado. Não se observaram altas sobrepressões nas regiões inertes, parecendo que esta zona protege as paredes do silo contra as sobrepressões. As pressões no trecho da parede que envolvia a zona de material inerte, depois do desmoronamento ocorrer, não diferiam muito das pressões estáticas.

Experiências foram realizadas para várias taxas de descarga não se notando evidências de influências da taxa de descarga no valor das sobrepressões.

Baseados nos seus ensaios, Deutsch e Schmidt sugerem valores de coeficientes de majoração, que são apresentados no item 4.10.5.

Deutsch e Schmidt chamaram a atenção para a divergência dos valores obtidos por eles para o coeficiente de majoração e aqueles fornecidos pelas normas russa e alemã, e por SAFARIAN³⁰⁰. Os valores obtidos nos ensaios são bem maiores que os dados pelas fontes referidas.

Apesar do cuidado na calibração dos dispositivos de medição, os valores das pressões obtidas nas experiências variavam dentro de uma ampla faixa de valores.

4.8.20 - PIEPER²⁵⁰, 1969

Com o objetivo de verificar a DEUTSCH NORMEN INDUSTRIE⁷⁸, a norma alemã que trata dos carregamentos provenientes dos materiais nos silos, Pieper realizou uma série de ensaios concluindo que, embora as especificações da norma para a determinação das pressões no silo diverjam em alguns pontos -

tos dos resultados experimentais, um cálculo utilizando estas especificações não leva o silo ao colapso.

Foram utilizados dois tipos de modelos reduzidos nos ensaios. O primeiro modelo com seção retangular de 0,7m x 0,7m, com uma altura de 5,0m, sendo as paredes compostas por placas independentes entre si. As forças que cada placa suportava eram medidas com precisão de 3%. Segundo Pieper, este tipo de modelo é bom para trabalhos experimentais sobre as propriedades dos materiais granulares, a influência da rugosidade das paredes, velocidade de carga e descarga, posição e forma dos orifícios de saída, podendo-se ainda alterar a forma de seção transversal do modelo. O segundo tipo de modelo, utilizado nas experiências com materiais pulverulentos, constava de um cilindro de alumínio elevada com paredes extremamente lisas, tendo um diâmetro de 0,80m e altura de 6,00m, possuindo um sistema de ar comprimido que permitia uma descarga pneumática e uma mistura do material. As medições eram feitas por um grande número de extensômetros elétricos, sendo 10% a margem de erro.

Pieper estudou vários tópicos como efeito da rugosidade das paredes, a razão entre a pressão horizontal e vertical, o efeito da velocidade de carga e descarga, etc., cujas observações feitas foram resumidas e são apresentadas a seguir.

A figura 84 apresenta a variação das pressões horizontais (p) e das ações verticais na face interna da parede (t) devidas ao atrito em função da profundidade durante o enchimento do silo, obtida para doze ensaios, sendo que os resultados para a descarga foram similares. Utilizou-se ensaios cevada, com peso específico de $7,65\text{kN/m}^3$ e ângulo de atrito interno igual a 29° . Os valores dos ângulos de atrito entre o material em movimento e as paredes (δ) em função do ângulo de atrito interno do material inerte (ϕ) foram colocados junto a cada curva. O coeficiente de atrito entre material e paredes está representado por μ' . A parede de madeira compensada torna-se lisa com a repetição dos ensaios e a re

lação $\delta = 0,75\phi$ era alcançada após 10 descargas.

A zona hachuriada junto a algumas curvas nos gráficos representa a região de dispersão dos resultados.

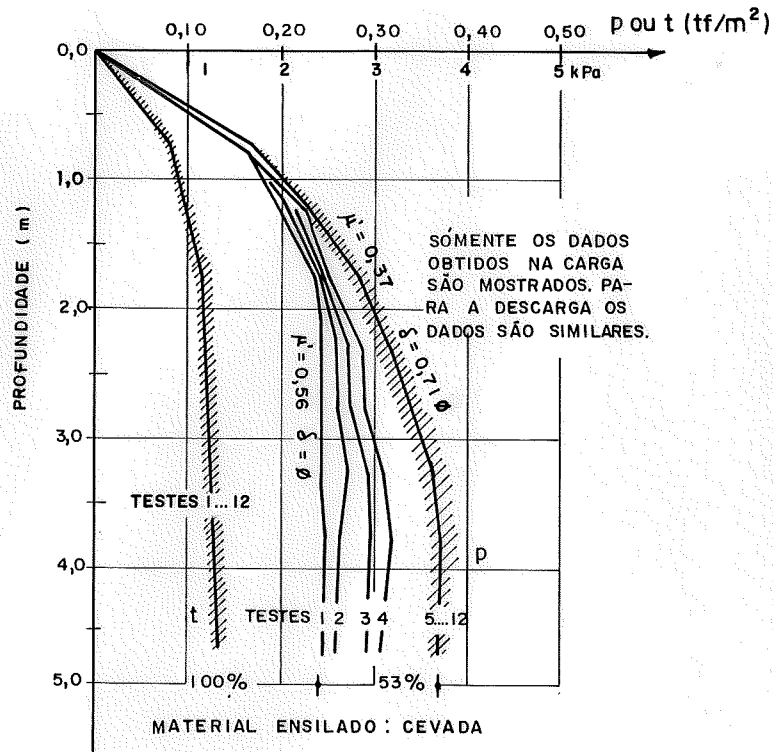


FIGURA 84 - Variação da ação vertical devida ao atrito e da pressão horizontal com o alisamento das paredes.

Os resultados das experiências confirmaram a validade das relações entre o ângulo de atrito interno e o ângulo de atrito entre material e paredes durante a carga ($\delta = 0,75 \phi'$), e durante a descarga ($\delta = 0,60 \phi'$) recomendados pela antiga norma alemã. Relações divergentes destas podem ocorrer quando a razão entre o tamanho das protuberâncias e o diâmetro da partícula ensilada é muito grande. Quando as paredes apresentam protuberâncias decorrentes da forma da parede (como por exemplo chapas metálicas onduladas ou trapezoidais), para materiais pulverulentos ou constituídos por pequenos grãos, estes grãos preenchem as concavidades

das paredes, tendo-se então, próximo às paredes, os grãos deslizando sobre outros grãos. As pressões diferentes na carga e descarga para um mesmo material, variando-se o tipo de paredes, como pode ser visto na figura 85, indicam que as relações entre os ângulos de atrito dados pela antiga norma alemã devem ser vistas com cuidado.

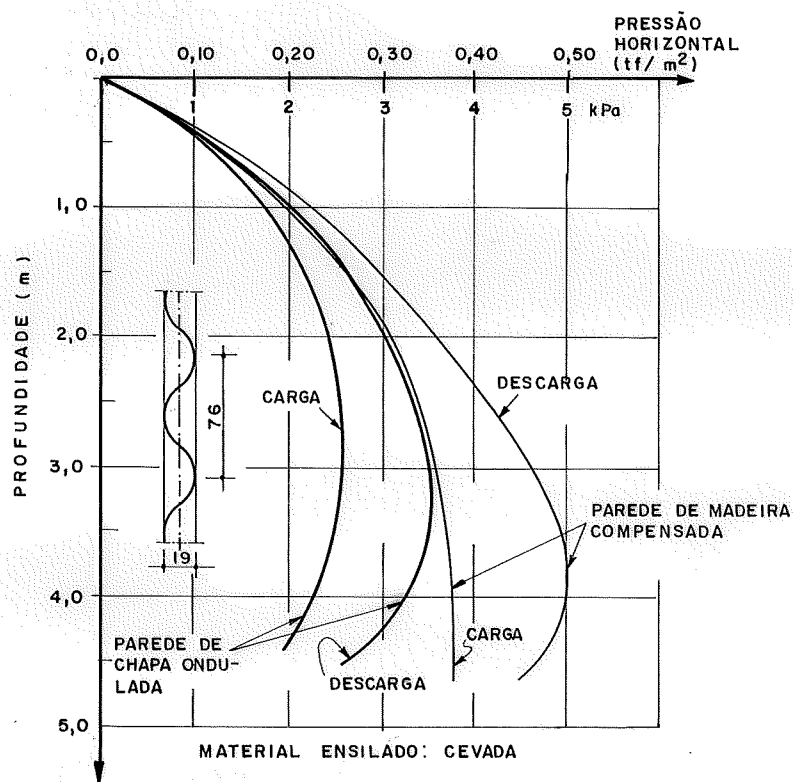


FIGURA 85 - Pressões horizontais na carga e descarga centrada.

A razão entre as pressões horizontal e vertical (K) indicada por Koenen (vide tabela 5, no item 4.1.2) é comprovadamente errada. O valor do coeficiente K para o material inerte proposto pela antiga norma é de 0,50, porém nas experiências foram obtidos valores inferiores. Para a descarga o valor proposto pela norma é igual a 1,0 enquanto que o valor obtido de várias medições era invariavelmente igual a 0,60.

Em vários testes Pieper não encontrou influências consideráveis da velocidade de carga e descarga centrada sobre as pressões horizontais. Na figura 86 apresentam-se as curvas das pressões horizontais provocadas por cevada, variando-se a velocidade. Foram realizados oito ensaios. A dispersão dos resultados na carga permanecem entre menos 7% a mais 13% do valor médio e na descarga de menos 9% a 14%. As pressões máximas na carga e descarga eram maiores 9% e 17% respectivamente, que aquelas recomendadas pela antiga norma alemã.

Em um único caso, para descarga excêntrica de areia através de orifício de saída semelhante ao do tipo ranhura, a velocidade de carga mostrou-se importante, não tanto no valor da pressão horizontal máxima e sim na configuração da curva das pressões horizontais, como pode ser visto na figura 90.

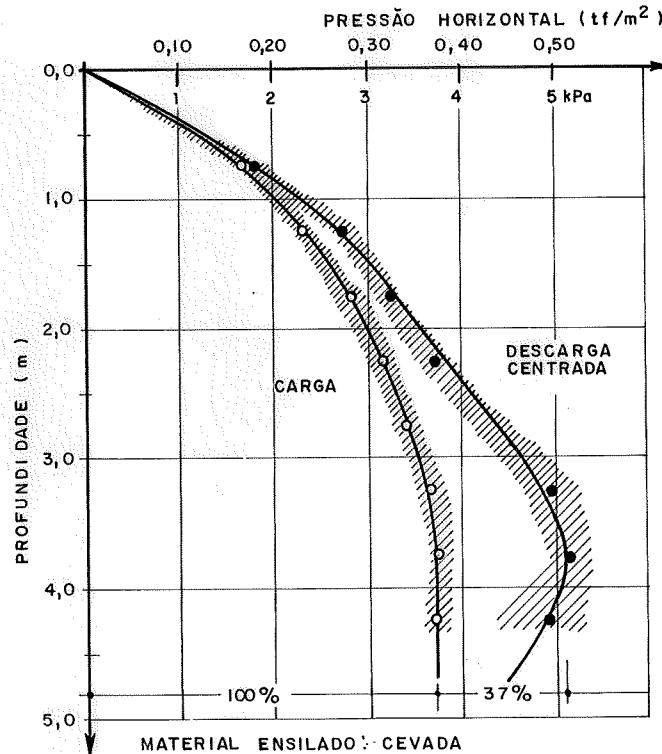


FIGURA 86 - Dispersão da pressão horizontal com a variação da velocidade de carga e descarga.

Sabedor que as pressões em silos com descargas ex cêntricas são inteiramente diferentes daquelas para descar gas centradas, Pieper realizou uma série de ensaios para estudar o assunto.

Resultados de ensaios com o orifício de saída po sicionado na metade da distância entre a parede e centro da célula e junto à parede, são apresentados na figura 87. O material utilizado na descarga foi areia quartzosa com diâ-

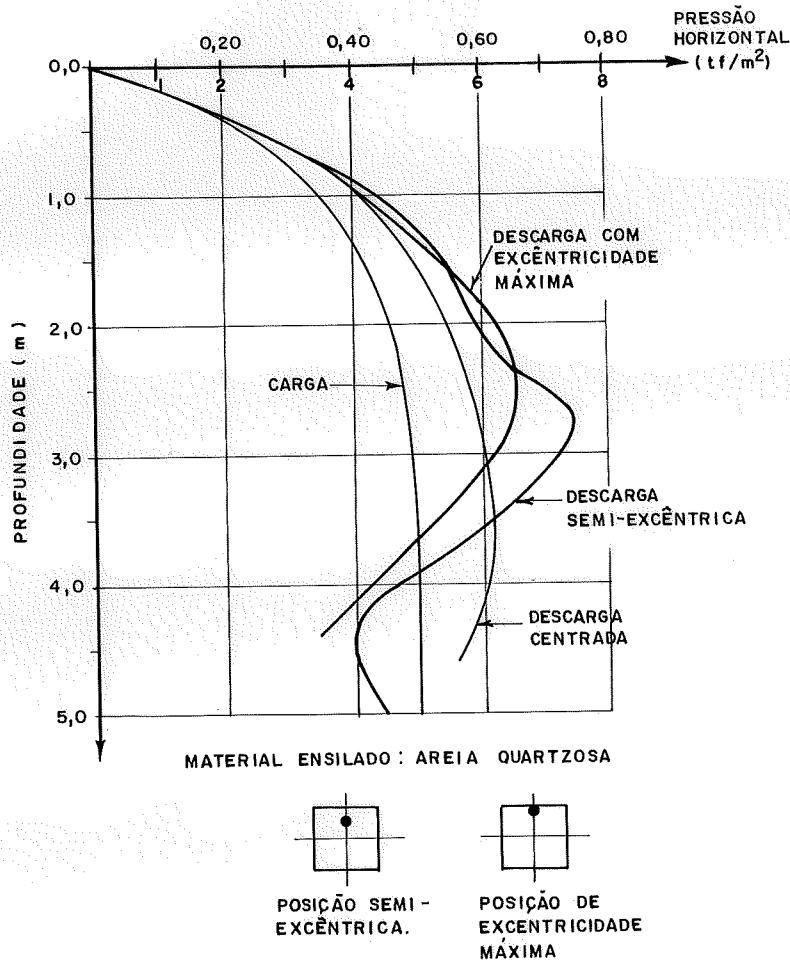


FIGURA 87 - Pressão horizontal na descarga para duas posições do orifício de saída.

metro das partículas entre 1mm a 2mm. Pode-se notar que a forma da curva de pressões horizontais para qualquer uma das posições do orifício de saída excêntrico é bastante diferente da curva para descarga centrada, e a pressão horizon

tal máxima tem valores diferentes em cada caso.

Na figura 88 vêm-se as curvas de pressões horizontais na descarga excêntrica para a parede próxima ao orifício e para a parede mais distante deste, podendo-se notar que a pressão máxima ocorre na parede próxima ao orifício. A curva da pressão horizontal na parede mais distante da saída pouco diverge daquela para o caso de descarga centrada.

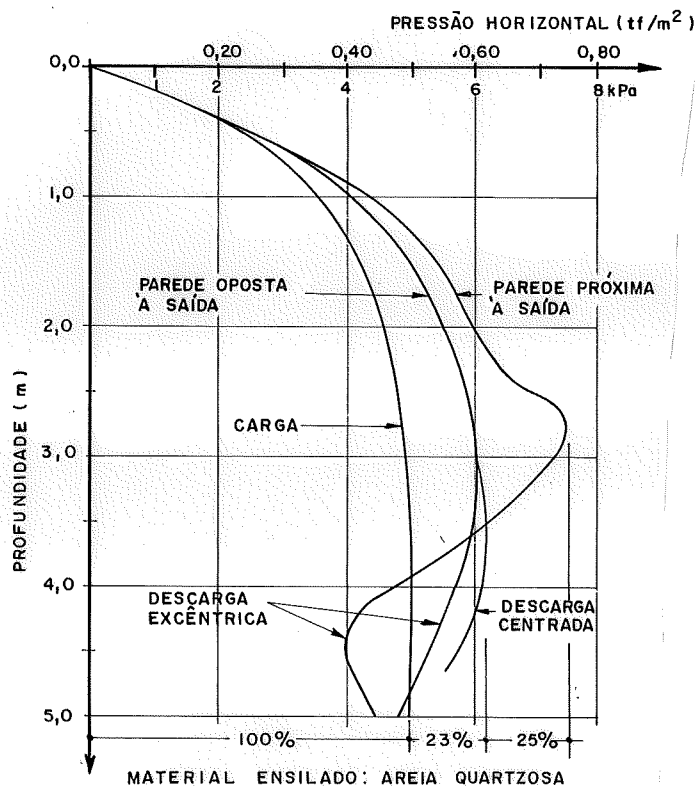


FIGURA 88 - Pressões horizontais numa descarga excêntrica.

Resultados de ensaios realizados com trigo são apresentados na figura 89, podendo-se notar que as curvas da pressão horizontal tanto no lado próximo como no lado mais distante da saída têm a mesma configuração, continuando a pressão máxima a ocorrer no lado próximo ao orifício de descarga.

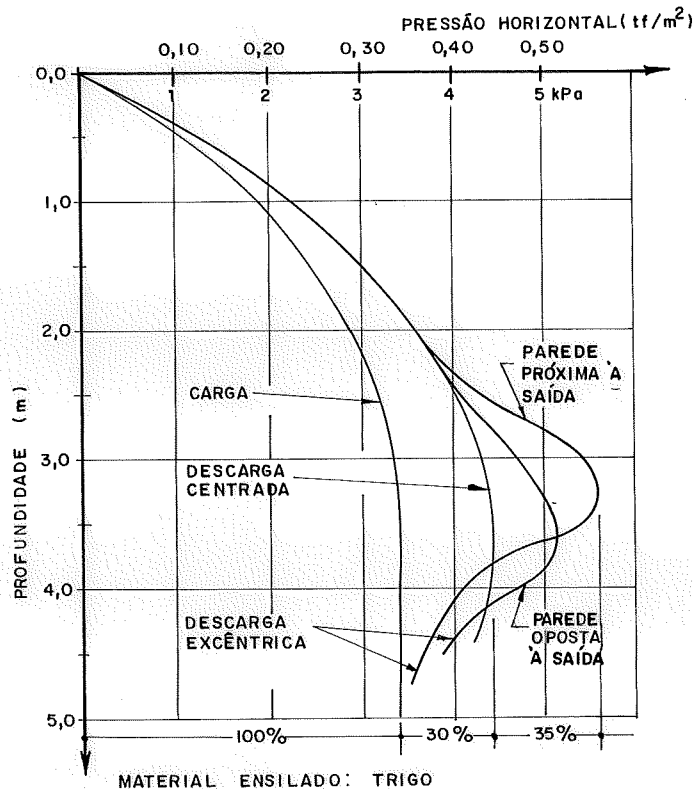


FIGURA 89 - Pressões horizontais numa descarga excêntrica

Na figura 90 têm-se as curvas de pressões horizontais na parede próxima à saída, na descarga efetuada por cinco orifícios em linha próximos à parede, para um carregamento rápido e para um carregamento lento do modelo reduzido. O incremento da pressão horizontal encontrado foi de 40% da pressão máxima atuando na descarga centrada.

Pieper estudou o comportamento de materiais pulverulentos, constatando que um material pulverulento ao ser lançado no interior do silo carrega consigo uma grande quantidade de ar, que resulta em um baixíssimo ângulo de atrito interno, e o material escoava de forma parecida com a da água. A superfície livre é quase plana e o incremento de pressão corresponde ao de um líquido com o mesmo peso específico

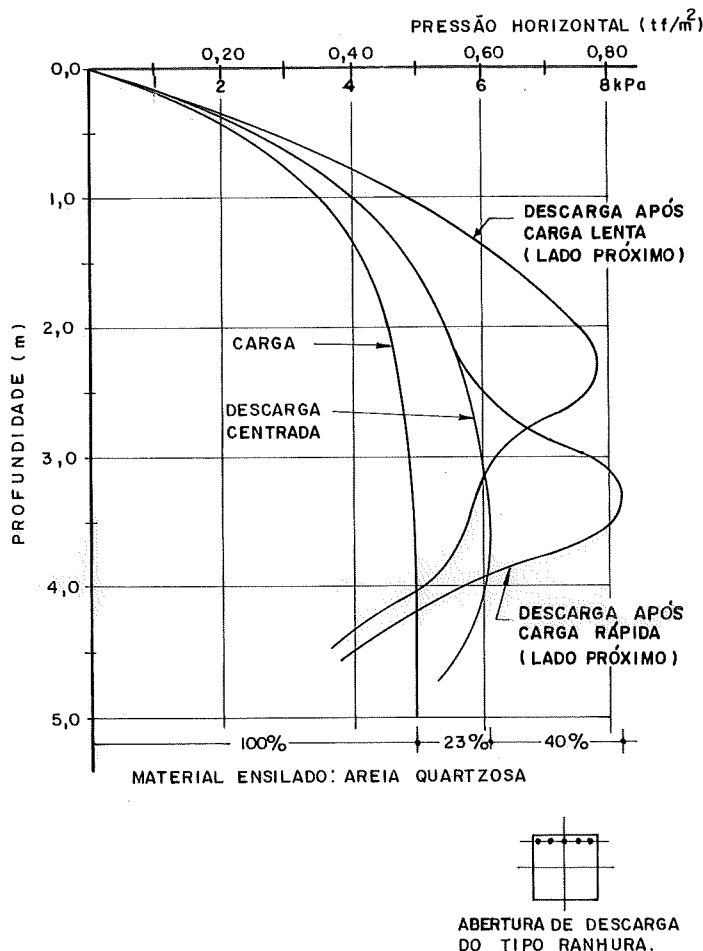


FIGURA 90 - Pressões horizontais na parede próxima à abertura de descarga - carga lenta ou rápida

do material ensilado. Quando ao material pulverulento é permitido repousar, o atrito interno cresce e, provavelmente, a coesão também, enquanto que a pressão horizontal diminui.

Nas figuras 91 e 92 pode-se observar a gradual diminuição da pressão horizontal com o tempo para o cimento, peso específico de 13,7 kN/m³, e para o calcário pulverizado, peso específico de 10,8 kN/m³.

Nestas figuras tem-se a curva de pressões recomendada pela norma alemã para efeito de comparação. Segundo Pieper, se a carga é feita muito lentamente, a curva dada pela norma fornece valores bem maiores que os registrados, porém, no caso de um carga rápida, os valores dados pela norma são bem menores que os obtidos experimentalmente.

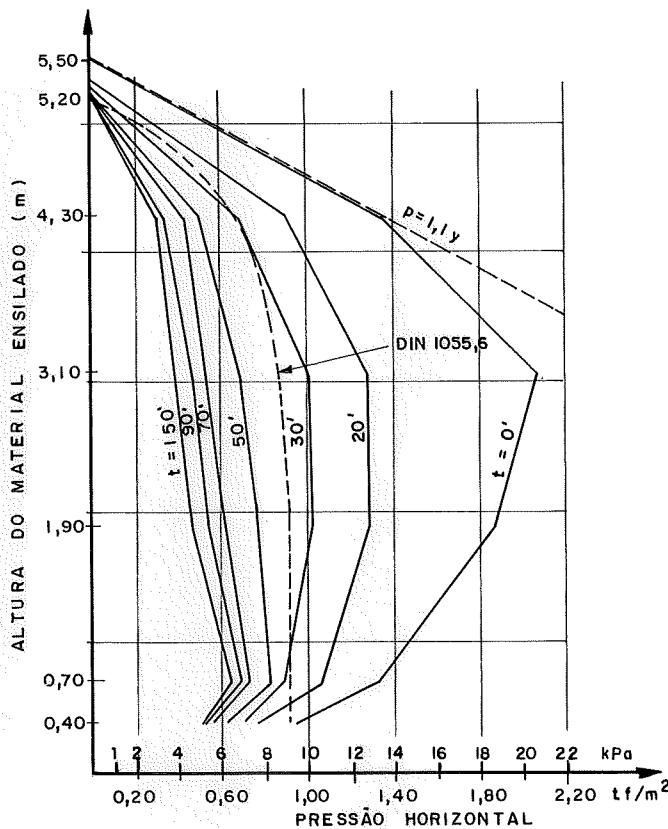


FIGURA 91 - Variação da pressão horizontal com o tempo em uma célula contendo cimento.

Dos ensaios, Pieper obteve alguns dados sobre as características e o comportamento dos materiais utilizados, que se passa a descrever. Entre os cereais, a cevada parece ser o material que exerce as maiores pressões, registrando-se valores aproximadamente 17% maiores do que aqueles recomendados pela norma. O peso específico do arroz, igual a $7,9\text{kN/m}^3$, deve ser adotado igual a $8,8\text{kN/m}^3$ para os grandes silos. Nas experiências com cimento foram observadas grandes variações nas medições das pressões, sendo atribuído tal fato à formação e posterior colapso de arcos intermitentes, ocorrendo a uma distância de 1,5m a 2,0m do orifício de saída. Ao ocorrer o colapso, na região acima do arco, tem-se inicialmente um grande decréscimo no valor da pressão horizontal, seguido de um aumento até a ocorrência

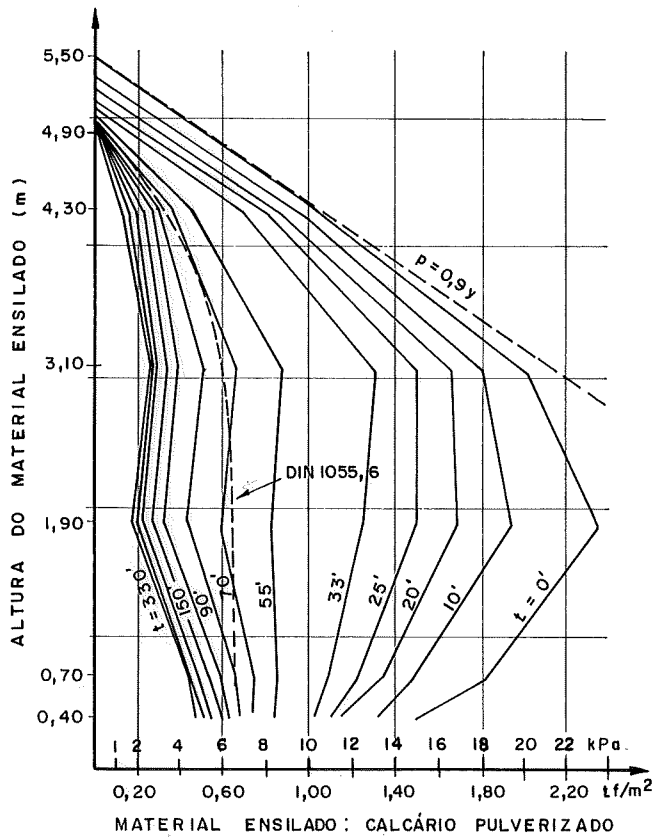


FIGURA 92- Variação da pressão horizontal com o tempo em uma célula contendo calcário pulverizado

de outro arco. Na região abaixo do arco somente o aumento de pressão ocorre.

4.8.21 - RAVENET²⁷⁴, 1977

No capítulo III de RAVENET²⁷⁴, este expõe observações e conclusões sobre uma série de ensaios a respeito do comportamento do material na descarga e das pressões horizontais, para descargas centradas e excêntricas, variando a relação entre a altura e o lado da seção transversal da célula. Serão relatadas aqui sucintamente as observações feitas por Ravenet, transcrevendo integralmente as suas conclusões.

Para observar o comportamento do material durante a

descarga, um modelo reduzido de uma célula com lados transparentes era carregado com camadas intercaladas, uma clara, que era milho, e outra escura; esta última colocada para se ter um contraste que permitisse observar o escoamento através das faces transparentes do modelo. O fundo do modelo era plano.

Para o estudo das pressões horizontais foi construído um modelo reduzido com dimensões de 30cm x 30cm x 198cm, sendo três lados construídos com chapas de ferro galvanizado com dimensões de 30cm x 10cm x 0,4cm e o quarto lado com 20 placas de plexiglás com iguais dimensões. Estas chapas eram dispostas independentes entre si de modo que o material no interior do modelo produzia deformações apenas nas placas abaixo da superfície livre do material. Em cada placa de plexiglás era colocado um extensômetro elétrico e a partir das deformações obtidas eram calculadas as pressões. Nos ensaios com descarga centrada o fundo do modelo era uma tremonha tronco-pirâmidal cujas paredes tinham uma inclinação de 45° ; nos ensaios com descarga excêntrica o fundo era plano e a abertura da descarga tinha seção quadrada, distando do eixo do modelo de aproximadamente 0,33a, sendo a o lado do modelo.

Na figura 93 estão representadas várias fases do escoamento do material no modelo com relação entre altura e lado igual a seis e descarga centrada. Na figura 93a o material está em repouso e o único movimento que pode existir de corre de uma acomodação do material devido ao adensamento. Na figura 93b foi aberto o orifício de descarga, formando-se um canal, no qual o material está em movimento, com a velocidade máxima dos grãos ocorrendo no eixo do canal. Seccionando-se o canal de escoamento por um plano vertical que contenha seu eixo, obtém-se a seção longitudinal deste que, no início do escoamento, tem a forma de um cone com paredes curvas, estando inerte o material limitado pelas paredes do cone e do modelo. O canal de escoamento intercepta as paredes do modelo a uma distância, contada a partir do fundo, de 0,7a. Acima desta distância a velocidade não varia de um

ponto para outro exceto nas zonas próximas às paredes, onde o atrito entre material e paredes retarda a movimentação dos grãos. Nesta fase do escoamento podem-se definir duas zonas no interior do modelo: uma que começa no orifício de saída e termina a $0,7a$ deste, com características já mencionadas, na qual as sobrepressões são absorvidas e amortecidas pelo material inerte que as transmite às paredes do modelo de modo uniforme; e outra que se inicia a distância de $0,7a$ do fundo e se estende até a superfície livre, onde o material se movimenta para baixo com velocidade constante. Devido a uma diminuição do ângulo de atrito entre material e paredes ocorre um aumento nas pressões horizontais, ainda que ocorra simultaneamente uma diminuição do peso específico do material. Se a taxa de descarga é muito elevada a diminuição do ângulo de atrito é maior gerando maiores sobrepressões.

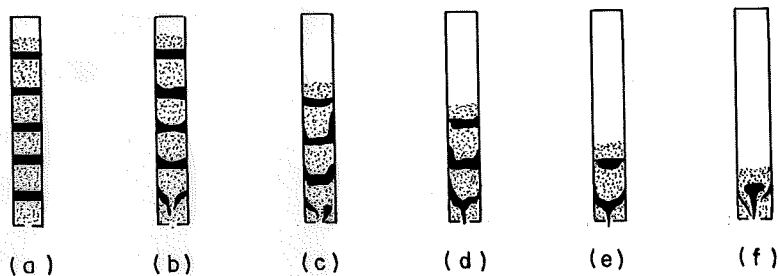


FIGURA 93 - Fases de escoamento - relação entre altura e lado da célula igual a 6 e descarga centrada.

Na figura 93c tem-se outra etapa da descarga, que corresponde à saída da camada escura seguinte. Enquanto o canal de escoamento continua tocando as paredes a uma distância de $0,7a$ do fundo, o cone formado pela camada escura toca as paredes a uma distância de $0,4a$. Nesta fase do escoamento podem-se definir três zonas. Uma primeira zona que vai do orifício de saída até $0,4a$, na qual o material próximo às paredes permanece imóvel, enquanto o restante dirige-se ao orifício de saída; uma segunda zona compreendida entre as distâncias $0,4a$ e $0,7a$ a partir do fundo, onde a massa ensi

lada tem um movimento lento que apenas produz variações no ângulo de atrito, sem variações no peso específico e pequenas variações nas pressões; a terceira zona compreende o resto do material, na qual este se desloca com velocidade constante, ocorrendo um movimento retardado do material junto às paredes bem mais pronunciado que na fase anterior, notando-se uma esteira de material escuro; as pressões nesta zona são menores que nas outras zonas, pois o ângulo de atrito entre material e paredes é maior.

Nas figuras 93d e 93e têm-se outras fases do escoamento, vendo-se que o canal de escoamento permanece imóvel, tendo-se observado que a velocidade na zona superior continuava constante. Na última fase, figura 93f, vê-se somente o canal de escoamento em forma de cone, com o material próximo às paredes permanecendo imóvel.

Na figura 94 têm-se as curvas das pressões horizontais na carga e descarga e a configuração das zonas de escoamento segundo as fotografias. Foram efetuadas medições em cinco extensômetros. A seção do orifício de descarga era de $4,0\text{cm}^2$ e a de carga de $5,26\text{cm}^2$. Pode-se notar que a pressão máxima de descarga ocorre na região onde o canal de escoamento encontra as paredes, devendo-se ter em mente que a linha da interseção se desloca para baixo à medida que vai ocorrendo a descarga.

Na figura 95 apresentam-se as várias fases do escoamento de material contido em um modelo, com uma relação entre altura de material e lado do modelo igual a 2, para descarga centrada. Após a abertura da saída, figura 95b, aparece um canal de escoamento em forma de cone que alcança a superfície livre antes de tocar nas paredes. A deformação das camadas escuras permite perceber a variação da velocidade no interior do canal. A velocidade próxima à abertura da saída é muito elevada, enquanto que, distante do fundo, a velocidade no interior do canal é menor e praticamente constante.

A descarga é alimentada pelos grãos da superfície livre que deslizam uns sobre os outros e penetram no canal

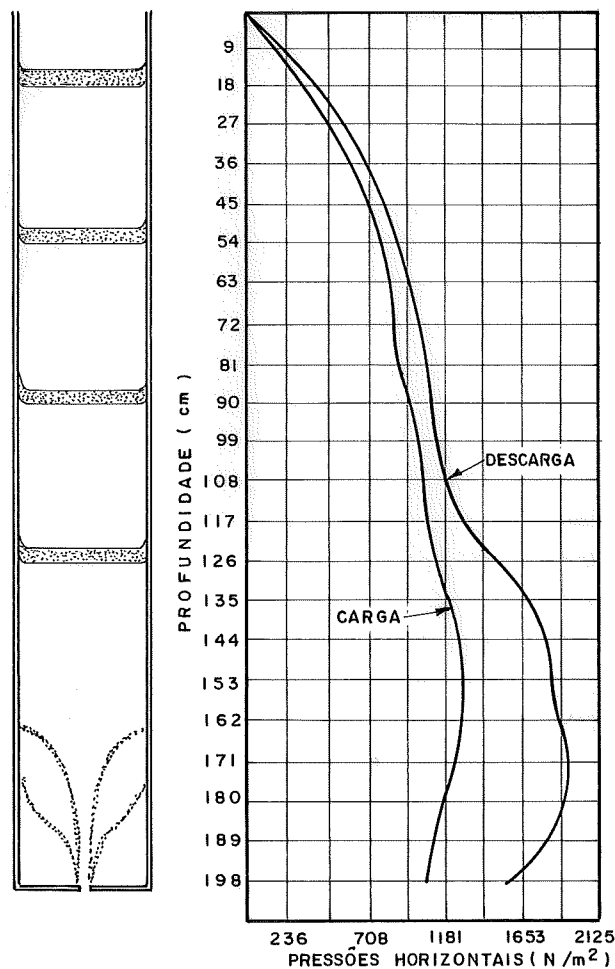


FIGURA 94 - Pressões horizontais na carga e na descarga - relação entre altura e lado igual a 6.

de escoamento. As sobrepressões que ocorrem nesta fase são absorvidas e distribuídas uniformemente nas paredes pelo material inerte. Nesta fase não aparecem sobrepressões na região inferior e apenas sobrepressões de pequena magnitude na região superior das paredes.

Com a continuidade da descarga, o canal de escoamento alarga-se, sem porém alcançar as paredes, como pode ser visto na figura 95c. Na região próxima ao orifício de saída pode notar-se a variação da velocidade, enquanto que na região superior a velocidade é constante. O canal de escoamento tem uma forma cônica na parte inferior e uma forma cilíndrica na superior, tendo a superfície livre a forma de um co

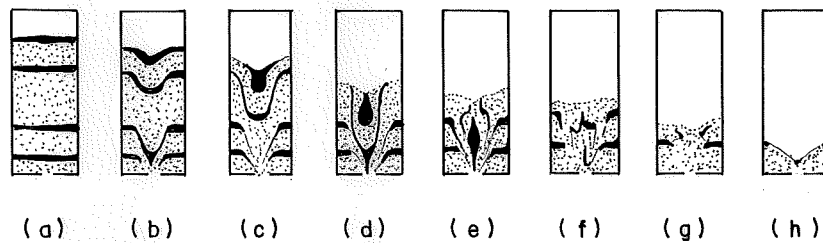


FIGURA 95 - Fases do escoamento-relação entre altura e lado igual a 2 e descarga centrada.

ne invertido abatido, quase um plano, com seu eixo coincidindo com o eixo do modelo. Também nesta fase as sobrepressões são absorvidas pelo material inerte junto às paredes. Na figura 95d o canal de escoamento tem seção longitudinal semelhante a uma parábola com vértice no orifício e eixo coincidindo com o eixo do modelo. Nas figuras 95e, 95f e 95g vê-se a sequência de continuação da descarga com a seção transversal do canal de escoamento tendo a forma parabólica, até o esvaziamento do modelo, e a superfície livre do material que permanece no modelo forma com a horizontal um ângulo igual ao do talude natural do cereal.

Na figura 96 vêem-se as curvas das pressões horizontais na carga e na descarga, para uma relação entre altura e lado do modelo igual a 1,50 ocorrendo um aumento máximo da pressão de 30% na região superior do modelo.

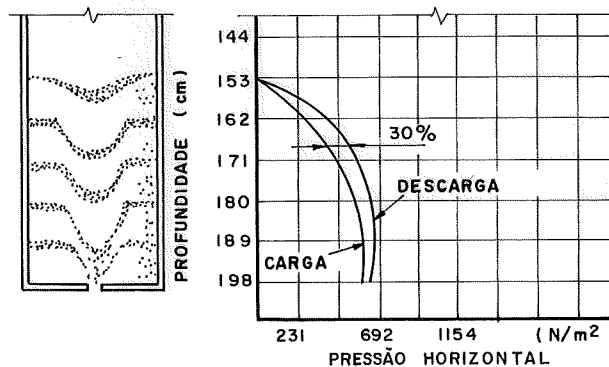


FIGURA 96 - Pressões horizontais na carga e na descarga-relação entre altura e lado igual a 1,5.

Na figura 97 vêem-se as várias fases do escoamento em um modelo, com descarga excêntrica, cuja relação entre altura do material e lado da célula é igual a 7. Após a abertura do orifício de saída, forma-se o canal de escoamento, cujo eixo está deslocado na direção da abertura, devido à descarga ser excêntrica (vide Fig. 97b). Na parede próxima ao orifício quase todo o material encontra-se em movimento e o canal de escoamento, em forma de cone, atinge a parede próximo ao fundo, enquanto a maior parte do material vizinho à parede distante da saída permanece inerte, com o canal de escoamento interceptando esta parede mais distante do fundo do que no caso da parede próxima ao orifício de saída.

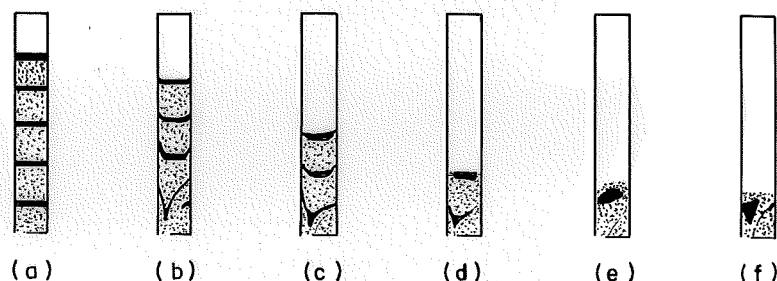


FIGURA 97 - Fases do escoamento - descarga excêntrica e relação entre altura e lado igual a 7.

A figura 97c mostra uma expansão do canal de escoamento e uma diminuição do volume de material em repouso. Nesta fase distinguem-se três zonas em cada parede: a inferior, com o material imóvel, existindo um estado ativo de pressões; a superior, com o material deslizando pelas paredes, onde existe um estado passivo de pressões; e uma intermediária, entre as duas anteriores, onde se tem um estado transitório de pressões.

Nas figuras 97d, 97e, 97f tem-se a continuação da descarga.

A distribuição da pressão horizontal ao longo da altura do modelo, para o lado mais próximo e o mais distante do orifício de saída, pode ser vista na figura 98, podendo-se comparar com a curva das pressões horizontais durante a carga, também apresentada.

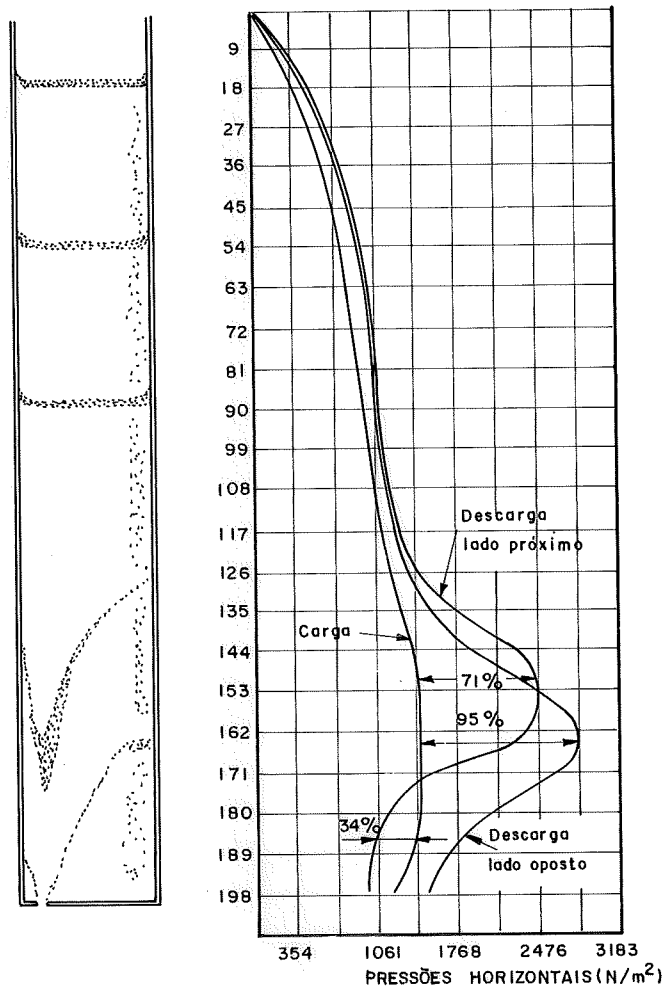


FIGURA 98 - Pressões horizontais na carga e na descarga excêntrica - relação entre altura e lado igual a 7.

Ravenet estudou também a descarga excêntrica em um modelo com relação entre altura e lado igual a 1,5. Na figura 99b vê-se o movimento do material logo após a abertura da saída. Nesta fase apenas o material em contato com a parede próxima ao orifício de saída está em movimento gerando sobrepressões nesta parede, enquanto que o material em contato com as outras três paredes permanece em repouso.

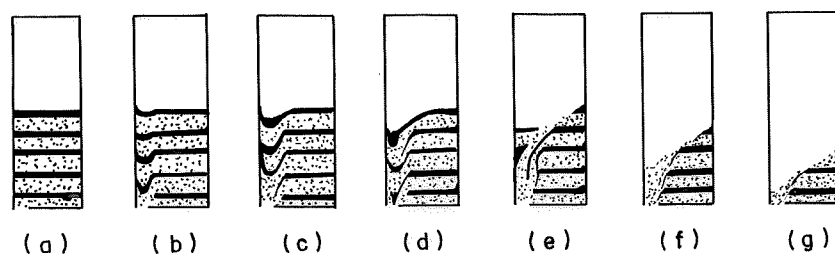


FIGURA 99 - Fases do escoamento-descarga excêntrica e relação entre altura e lado igual a 1,5.

Na figura 99c o canal de escoamento alargou-se mais um pouco, sem porém tocar a parede do lado oposto da abertura, com os grãos na superfície livre rolando e caindo na depressão formada junto ao lado próximo à saída. As pressões sobre os outros três lados praticamente não sofreram variações. Na fase representada pela figura 99d a movimentação dos grãos produz variações nas pressões horizontais nas paredes contíguas ao orifício de saída; na parede próxima ao orifício de saída tem-se uma diminuição no valor da pressão nas proximidades da saída, decorrente do material inerte existente nesta região. Nas fases representadas pelas figuras 99e e 99f as pressões nas três paredes distantes da abertura continuam com valores baixos.

Na figura 100 têm-se as pressões horizontais na carga e na descarga na parede próxima e na distante do orifício de saída.

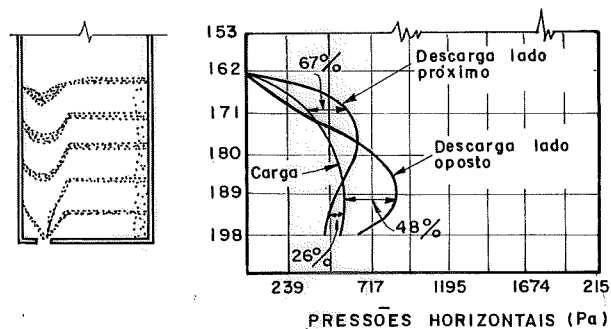


FIGURA 100 - Pressões horizontais na carga e na descarga excêntrica - relação entre altura e lado igual a 1,5.

Dos resultados do estudo experimental Ravenet con-
cluiu que:

- antes de efetuar o projeto de um silo é fundamen-
tal conhecer a geometria da célula e principal-
mente a relação entre a altura e o lado ou diâ-
metro da célula.
- deve-se conhecer o(s) produto(s) a ensilar, de-
terminando-se o ângulo de atrito interno e o
ângulo do cone de descarga, sabendo-se assim o
nível em que o cone de descarga intercepta a pa-
rede, pois neste nível ocorrem as sobrepressões
máximas na descarga. Para cada produto ensilado
se tem um nível no qual ocorre a sobre-
pressão máxima.
- A sobrepressão máxima não ocorre particularmen-
te na parte alta como afirmam Reimbert, Nakonz
e a norma alemã DIN 1055 (aqui Ravenet refere-
-se à norma alemã antiga), nem particularmente
na parte baixa da célula, como afirmam Platonov,
Geniev, Kovtun e Kim; depende sim, da relação
entre a altura e o lado da célula e do tipo e
características físicas do material a ensilar.
- para cada tipo de célula ou relação entre altu-
ra e lado devem-se aplicar coeficientes de sobre-
pressão (C_d) sobre as pressões horizontais da-
das pela teoria de Janssen; estes coeficientes
são:
 - para descarga central:
 - relação entre altura e lado igual a 6: $C_d = 1,65$
 - relação entre altura e lado igual a 1,5: $C_d =$
1,30
 - para descarga excêntrica:
 - relação entre altura e lado igual a 7

lado oposto à abertura de saída $C_d = 1,95$

lado próximo à abertura de saída $C_d = 0,66$;

$C_d = 1,71$

relação entre altura e lado igual a 1,5

lado oposto à abertura de saída $C_d = 1,48$

lado próximo à abertura de saída $C_d = 0,74$;

$C_d = 1,67$

- quando se efetua o cálculo de uma célula de grande altura, não é correto tomar este cálculo como base para a determinação das pressões em uma célula baixa, já que na parte superior da célula alta os coeficientes de sobrepressão são pequenos, enquanto que em uma célula baixa os coeficientes de sobrepressão são elevados em toda a altura.

- no caso de um produto pulverulento coesivo, como pode ser a farinha, todos os estudos realizados anteriormente não são válidos devido à coesão. Neste caso, facilmente se forma um canal central de escoamento, e ocorrem abóbadas ou cúpulas cujo colapso produzirá sobrepressões, que em determinado momento podem ser muito superiores àsquelas obtidas no caso de cereais. O valor do coeficiente de sobrepressão pode atingir o valor 5 devido ao colapso da abóbada ou cúpula, com sobrepressões na parte inferior da célula e sucção na parte superior.

Para ensilar produtos pulverulentos deve-se projetar adequadamente a tremonha e o orifício de saída: tremonhas com paredes muito inclinadas e lisas e orifício de saída suficientemente grande para evitar arqueamento.

- no caso de células cilíndricas com descarga ex cêntrica deve-se ter muito cuidado, pois ao longo do perímetro interno de uma seção transversal a pressão horizontal varia de uma forte sobrepressão a uma sucção. No caso da parede

não ser suficientemente rígida, caso de silos metálicos cilíndricos, podem ocorrer abaulamentos, que trazem riscos de colapso da célula.

- para um determinado cereal, as pressões laterais não são constantes, como também os coeficientes de sobrepressão. Deve-se considerar que uma variação do teor de umidade e de impurezas produz variações no escoamento e portanto nas pressões horizontais.

4.9 - TEORIAS PARA O CÁLCULO DAS SOBREPRESSÕES

A complexidade do comportamento do material em movimento aliada a um conhecimento precário, qualitativo e quantitativo, da influência dos fatores envolvidos na carga e descarga criam enormes dificuldades para a elaboração de uma teoria para o cálculo das sobrepressões, aplicável a uma ampla gama de materiais ensilados, que forneça valores confiáveis para a construção de um silo estruturalmente seguro, com a máxima economia possível.

Apresentam-se neste item teorias destinadas ao cálculo das sobrepressões, principalmente as que ocorrem durante a descarga, sendo que algumas foram desenvolvidas baseando-se em estudos experimentais com uma única espécie de material. Na exposição destas teorias evitaram-se as deduções matemáticas empregadas na obtenção das expressões das ações exercidas pelo material ensilado, procurando-se reunir os principais aspectos de cada teoria, fornecendo-se um formulário derivado delas, de modo a se poder determinar as sobrepressões dentro de cada teoria sem vacilações. Uma exposição mais detalhada de cada teoria pode ser encontrada nas referências bibliográficas citadas na apresentação de cada uma.

4.9.1 - Teoria de Caquot

Em 1957, na 4^a Conferência Internacional de Mecânica dos Solos e Fundações, o Eng. Caquot, que juntamente com Kérisel já havia elaborado uma teoria para o cálculo das ações exercidas pelo material ensilado em repouso, apresenta uma teoria para a determinação das sobrepressões na carga e descarga do silo (vide CAQUOT⁵⁷ e CAQUOT & KÉRISEL⁵⁸).

De modo idêntico ao feito para o material em repouso, Caquot inicia a busca das sobrepressões determinando as ações em uma grande profundidade em um recipiente formado por dois planos verticais paralelos e infinitos, passando depois para um recipiente cilíndrico de altura finita. A transmissão do peso da massa ensilada para as paredes, a uma grande profundidade, é idealizada como realizada por abóbodas (no caso de recipientes formados por planos paralelos), ou cúpulas (no caso de recipiente cilíndricos), que fazem o papel de fundo do recipiente na profundidade considerada, que ao se apoiarem nas paredes exercem pressões inclinadas e ações de atrito. Determinadas as ações em uma grande profundidade, na qual a pressão vertical na seção transversal da massa ensilada praticamente não varia com o aumento de profundidade, obtêm-se as ações perpendiculares e paralelas às paredes para qualquer profundidade multiplicando-se as ações a uma grande profundidade por um coeficiente. Este coeficiente varia com a profundidade, sendo obtido a partir de considerações do modo assumido de transmissão das cargas às paredes e de condições de equilíbrio.

Algumas observações dignas de nota estão presentes em CAQUOT⁵⁷ e são aqui transcritas:

- as ações exercidas pela massa ensilada dependem dos meios empregados na carga e descarga do material.
- o valor do peso específico e do ângulo de atrito interno sofre um aumento nas regiões inferiores da célula quando o carregamento é executado

através de uma calha ou tubo, que lança os grãos de um ponto central, ou por um espalhamento dos grãos.

- o coeficiente de atrito interno de meios pulverulentos é sensivelmente proporcional ao inverso do índice de vazios.
- o coeficiente de atrito entre material e paredes pode ser o coeficiente de atrito interno se as paredes são rugosas ou onduladas (o deslizamento dos grãos ocorre nas vizinhanças das paredes entre os próprio grãos). Para outros tipos de paredes o coeficiente de atrito entre material e paredes tem valor menor que o coeficiente de atrito interno.

A expressão da pressão horizontal nas paredes durante a carga dada por Caquot é:

$$p = \gamma R' \cot \phi' (1 - e^{-y/b_1}) \quad 72$$

onde:

- p - pressão horizontal nas paredes durante a carga;
- γ - peso específico;
- ϕ' - ângulo de atrito entre grãos e paredes;
- y - profundidade, medida a partir da superfície livre do material;
- R' - vide comentários a seguir;

$$b_1 = \frac{2R'K_p}{\text{sen}2\phi'}$$

$$K_p = \frac{1 + \text{sen}\phi \sqrt{1 - (\text{tg}^2\phi' / \text{tg}^2\phi)}}{1 - \text{sen}\phi \sqrt{1 - (\text{tg}^2\phi' / \text{tg}^2\phi)}} ;$$

O valor de R' varia conforme o tipo de seção transversal da célula. Para células cilíndricas R' tem o valor da metade do raio, ou seja, é igual ao raio hidráulico. Para as células poligonais, Caquot recomenda tomar-se

$$R' = \frac{R_c + 2R_i}{6}$$

73

R_c - raio do círculo circunscrito ao polígono regular;

R_i - raio do círculo inscrito ao polígono regular.

Este valor é bem superior ao raio hidráulico de um polígono regular com poucos lados; a razão deste valor superior é, segundo Caquot, porque as pressões horizontais nas células poligonais são maiores que nas células circulares, pois as pressões nos cantos são menores que aquelas no meio do lado.

A respeito das sobrepressões na descarga, Caquot comenta que as maiores sobrepressões não ocorrem no início da descarga e que as sobrepressões irão depender da posição do orifício de saída. Afirmando que o escoamento por um orifício central da tremonha conduz à situação mais desfavorável, Caquot desenvolve sua teoria para este caso específico. Admitindo que durante a descarga o material está sob um estado passivo de pressões e o peso do material é transmitido às paredes através de abóbadas, Caquot determina a pressão horizontal durante a descarga fazendo uma analogia entre as abóbadas e o revestimento interno de um túnel de seção circular. O desenvolvimento seguido para obter estas pressões pode ser encontrado em CAQUOT⁵⁹ e CAQUOT & KÉRISEL⁵⁸, pág.329 e seguintes.

A expressão da pressão horizontal durante a descarga é:

$$p = n \frac{1 - \cos^2 \lambda \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

74

para células poligonais:

$$n = \gamma(y_1 - y) + \frac{\gamma r}{K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{y_0}\right)^{K_p - 2} \right] \quad (a)$$

para células cilíndricas:

75

$$n = \gamma(y_1 - y) + \frac{\gamma r}{2K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{y_0}\right)^{2K_p - 2} \right] \quad (b)$$

Definem-se a seguir apenas os símbolos não definidos anteriormente;

- r - distância do vértice da tremonha até o ponto de parede considerada (vide Fig. 101);
- y₀ - distância do vértice da tremonha até a superfície livre (vide Fig. 101);
- y₁ - distância do vértice da tremonha até o cume da abóbada correspondentes ao ponto considerado (o valor da y₁ confunde-se com o de r, quando o ponto está sobre o cume da abóbada);
- y - distância vertical do vértice da tremonha até o ponto da parede considerado.

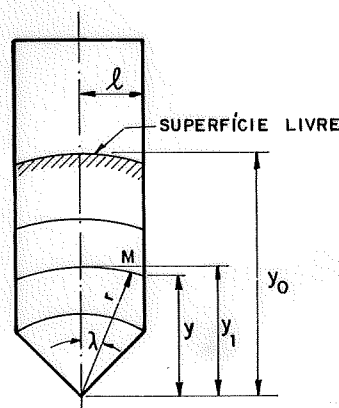


FIGURA 101 - Variáveis empregadas na teoria de Caquot - descarga do material.

λ - ângulo entre a reta que une o vértice da tremo-
nha ao ponto da abóbada considerada e a verti
cal.

Convém salientar que, com a teoria para a obten-
ção das pressões sobre o revestimento do tunel de seção cir-
cular, é possível se determinarem as pressões radiais e tan-
genciais que ocorrem em qualquer ponto de uma cúpula ou abó-
bada em uma profundidade qualquer.

4.9.2 - Teoria de Kovtun e Platonov

Kovtun e Platonov foram os primeiros a fornecerem
um método para determinar as pressões vertical e horizontal
durante a descarga do silo, baseados em observações de estu-
dos experimentais por eles realizados e comentados no item
4.8.12. Nos seus estudos experimentais foram utilizadas cê-
lulas cilíndricas e como material ensilado o trigo, sendo
que a teoria é dirigida para este caso particular.

O silo foi dividido em três regiões, já comentadas
anteriormente, mostradas na figura 102.

Os limites de cada região e as pressões horizon
tal e vertical em cada região são dadas a seguir.

Região de altura H_1

$$H_1 = D \operatorname{tg} \phi_0 \quad (a)$$

$$P_{d_1} = \xi \gamma y \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi_0}{2} \right) \quad (b) \quad 76$$

$$q_{d_2} = \gamma y \quad (c)$$

Região de altura H_2

$$H_2 = H - (H_2 + H_3) \quad (a)$$

$$P_{d_2} = 0,5 \gamma D \operatorname{tg} \phi_y \quad (b) \quad 77$$

$$q_{d_2} = \gamma y \left(1 - 0,5 \eta \frac{DU}{S} \operatorname{tg} \phi_y \operatorname{tg} \phi' \right) \quad (c)$$

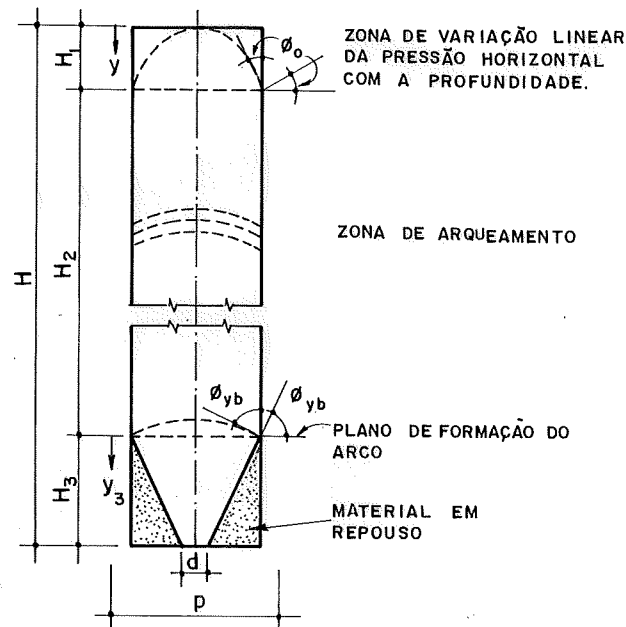


FIGURA 102 - Regiões de pressões de um silo.

Região de altura H_3

$$H_3 = 0,5 (D-d) \operatorname{tg} \phi_{yb} \quad (a)$$

$$p_{d3} = \xi \gamma y_3 \operatorname{tg}^2 (45 - \phi_0) \quad (b) \quad 78$$

$$q_{d3} = \gamma y_3$$

onde:

$H_i, i=1,2,3$ - altura da região i ;

$p_{di}, i=1,2,3$ - pressão horizontal na parede pertencente a região i ;

$q_{di}, i=1,2,3$ - pressão vertical na seção transversal da massa ensilada na região i ;

D - diâmetro da seção transversal do material ensilado;

U - perímetro da seção transversal do material ensilado;

S - área da seção transversal do material ensilado

γ - peso específico;

γ_y - peso específico do material na profundidade y ;

- m - densidade do material ensilado (para o trigo igual a 1.335 kg/m^3);
- $\text{tg}\phi'$ - coeficiente de atrito entre material e parede;
- ϕ_0 - ângulo de talude natural do material;
- $\text{tg}\phi_y$ - coeficiente de atrito interno do material na profundidade y, igual a:
- $$\text{tg}\phi_y = \text{tg}\phi_0 + \frac{K - K'_{\min}}{K'_{\max} - K} \alpha \quad ;$$
- $\text{tg}\phi_{yb}$ - coeficiente de atrito interno do material na profundidade $H_1 + H_2$;
- K - fator de densidade do material em escoamento
- $$K = \frac{\gamma_y}{m} \approx a K'_{\max} \left[1 - e^{-(b + cy)} \right] \quad ;$$
- K'_{\max} - fator de densidade máxima para o escoamento (igual a 0,665 para o trigo) ;
- K'_{\max} - fator de densidade máxima do material armazenado assumido ser constituído de partículas esféricas (igual a 0,7405);
- K'_{\min} - fator de densidade mínima do material armazenado assumido ser constituído de partículas esféricas (igual a 0,5236);
- α - constante (igual a 1,1 para o trigo);
- η - coeficiente de capacidade de carga de uma cúpula granular, igual a $0,15 + 0,5 \frac{Ky}{D}$ (para o trigo).
- ξ - coeficiente de distribuição de pressão (igual a 1,65 para trigo armazenado em células circulares, tendo diâmetro no intervalo de 3,7m a 6,m);
- a, b, c - constantes iguais a 1,0; 1,6; e 0,332 respectivamente, para o trigo.
- y - distância da superfície livre até a profundidade considerada.
- y_3 - coordenada vertical com sentido positivo para baixo e origem no início da região H_3 .

4.9.3 - Teoria de Lenczner

Em 1963 este pesquisador apresentou sua teoria para o cálculo da pressão vertical, durante a descarga, na seção transversal da massa ensilada baseando-se em resultados obtidos de estudos experimentais, utilizando um modelo reduzido de um silo cilíndrico contendo areia. A descrição dos resultados destes ensaios encontra-se em LENCZNER²⁰⁷; no item 4.8.14 tem-se um resumo dos resultados.

Lenczner estabeleceu o equilíbrio de um anel de largura e altura infinitesimais retirado da massa ensilada, obtendo os esforços procurados considerando que a pressão vertical na seção transversal da massa ensilada varia de zero, no centro da seção, até um valor máximo, junto à parede, e que os grãos só têm movimentos verticais. Lenczner assume ainda que a relação entre a pressão vertical na face horizontal do anel e a pressão horizontal normal às seções obtidas cortando o anel por um plano diametral é constante em qualquer ponto e que o ângulo de atrito interno também é constante.

Lenczner forneceu explicitamente apenas a pressão vertical, dada por:

$$q_d = \frac{\gamma R}{K_1 \operatorname{tg} \phi} \left[1 - e^{-K_1 y \operatorname{tg} \phi / R} \right] y; \text{ onde} \quad 79$$

- q_d - pressão vertical na seção transversal da massa ensilada durante a descarga;
- R - raio da seção transversal interna da célula;
- y - distância da superfície livre até a profundidade considerada;
- K_1 - relação entre a pressão vertical e a horizontal (vide texto abaixo);
- ϕ - ângulo de atrito interno;
- γ - peso específico.

A pressão vertical fornecida pela fórmula 79 apresenta boa concordância com os valores experimentais obtidos por Lenczner.

Lenczner não apresentou nenhuma fórmula para a determinação do valor de K_1 , recomendando obter esta constante igualando a força vertical a uma profundidade, além da qual a pressão vertical não sofre variações sensíveis com a profundidade (igual $y/D > 4,8$, segundo ensaios), obtida através de ensaios, com o valor da força vertical dada pela expressão 79 em toda a seção transversal da massa ensilada, para um y muito grande:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{2\pi\gamma R^3}{3K_1 \text{tg}\phi} \quad , \text{ onde} \quad 80$$

$Q_{\text{máx}}$ - força vertical em uma profundidade infinita na seção transversal da massa ensilada.

4.9.4 - Teoria de Vivancos

Em 1978, o engenheiro J. Vivancos apresenta uma teoria para a determinação das pressões e forças na célula durante a descarga (vide VIVANCOS³⁴⁵), resultante de uma generalização da teoria dos Reimbert, já vista no item 4.1.4.

O engenheiro Vivancos chama a atenção para o fato de que, apesar de o problema das sobrepressões durante a descarga já ter sido tratado por diversos autores, alguns critérios de cálculo nem sempre podem ser aplicados satisfatoriamente e os coeficientes de majoração, resultantes de um grande número de estudos experimentais, geralmente são de aplicação duvidosa em determinados casos.

O método de Vivancos, empregando a teoria dos irmãos Reimbert para o cálculo das ações do material ensilado inerte e sendo carregado, baseia-se nas seguintes hipóteses: que durante o lançamento do material no interior da célula, a partir do cume deste, os grãos se dispõem em camadas de forma cônica (vide Fig. 103a), que se deslocam radialmente no sentido das paredes, com as tensões entre duas camadas dependendo do ângulo de atrito interno; que durante a descarga pelo fundo do silo os grãos tornam a se arranjar em camadas de forma cônica (vide Fig. 103b), deslocando-se ra

dialmente no sentido do eixo do silo, por sobre a camada inferior, com as tensões entre as camadas dependendo do ângulo de atrito interno; os grãos do material em repouso em contato com as paredes continuam em contato com estas, tanto na carga como na descarga, e as tensões que ocorrem entre as paredes e os grãos dependem do atrito entre estes dois materiais. Vivancos admite que o ângulo de atrito interno do material e o ângulo de atrito entre material e paredes são constantes e que estes ângulos não variam quando ocorre a carga ou descarga.

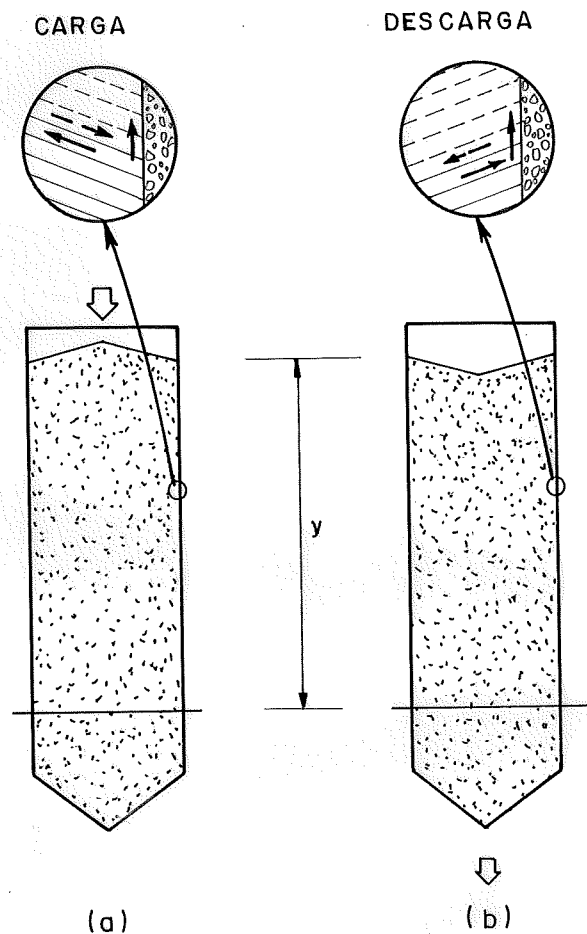


FIGURA 103 - Disposição das camadas de grãos na carga e na descarga — segundo Vivancos

Para a situação de carga, Vivancos determina as ações empregando a teoria dos irmãos Reimbert, que considera a existência de um estado ativo de tensões na massa ensilada, cujas expressões que interessam para o cálculo das ações são transcritas abaixo:

Ações na carga:

$$p_c = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg} \phi'} \left[1 - \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (a)$$

$$q_c = \gamma \left[y \left(\frac{y}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{D}{6} \operatorname{tg} \phi \right] \quad (b)$$

$$F_{ac} = \frac{\gamma S y^2}{y+A} \quad (c)$$

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 (45 - \phi/2)} - \frac{D}{6} \operatorname{tg} \phi \quad (d)$$

81

onde os símbolos ainda não definidos são:

- p_c - pressão horizontal na parede durante a carga;
- q_c - pressão vertical sobre a seção transversal da massa ensilada durante a carga;
- F_{ac} - força vertical devido ao atrito na face interna da parede durante a carga.

Para a situação de descarga, Vivancos considerou o ângulo de atrito interno com o mesmo valor em módulo considerado na carga, porém com sinal negativo, que introduzido nas expressões para as ações, dadas pela teoria dos irmãos Reimbert, fornece as expressões das sobrepressões na descarga estabelecidas por Vivancos, o que equivale a empregar a teoria já referida admitindo um estado passivo de tensões na massa ensilada. Apresentam-se abaixo as expressões para as sobrepressões na descarga assim obtidas:

$$p_d = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg} \phi'} \left[1 - \left(\frac{y}{A'} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (a)$$

$$q_d = \gamma \left[y \left(\frac{y}{A'} + 1 \right)^{-1} - \frac{D}{6} \operatorname{tg} \phi \right] \quad (b)$$

$$F_{ad} = \frac{\gamma S y^2}{y+A'} \quad (c)$$

$$A' = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 (45 + \phi/2)} + \frac{D}{6} \operatorname{tg} \phi \quad (d)$$

82

- p_d - pressão horizontal na parede durante a descarga;
- q_d - pressão vertical sobre a seção transversal da massa ensilada durante a descarga;
- F_{ad} - força vertical devido ao atrito na face interna da parede durante a descarga.

A teoria de Vivancos foi desenvolvida para o caso de silos cilíndricos; no entanto, como ele mesmo afirma, pode ser generalizada para silos de seção poligonal. Acredita-se que, para tal, basta substituir $D/4$ nas expressões das alturas características tanto na carga como na descarga pelo valor do raio hidráulico da célula.

Analisando-se os valores de A e A' , Vivancos confeccionou o gráfico mostrado na figura 104, sendo que o retângulo tracejado envolve os valores dos ângulos de atrito interno e entre material e paredes mais encontrados na prática, do gráfico conclui-se que predomina a situação $A > A'$.

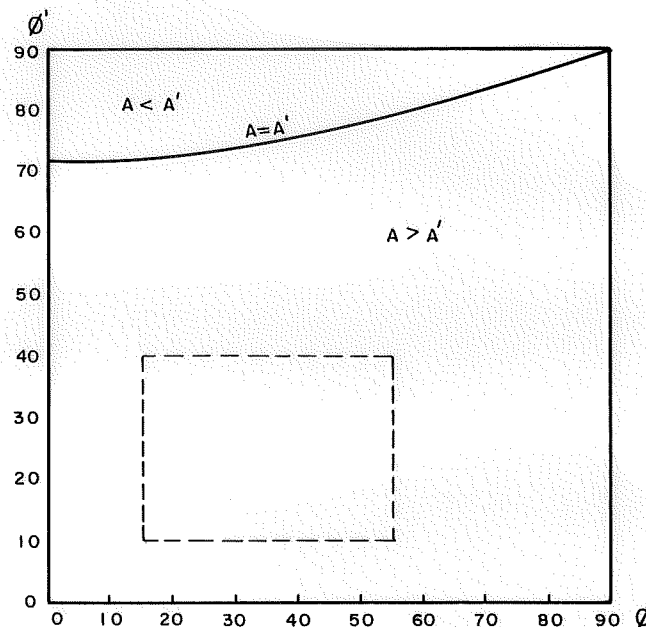


FIGURA 104 - Relações entre A e A' para valores de ϕ e ϕ' .

Analisando-se as expressões 81 e 82 e admitindo $A > A'$ tem-se que a pressão horizontal na descarga é maior que na carga; a pressão vertical na seção transversal da massa ensilada é maior na carga que na descarga e a força vertical decorrente do atrito entre grãos e paredes é maior na descarga do que na carga.

Vivancos comparou resultados teóricos obtidos através de uma teoria com resultados experimentais das pressões horizontais atuantes num silo em Meniêres (já apresentado em 4.8.10) obtendo uma boa concordância entre os valores teóricos e experimentais.

4.10 - COEFICIENTES DE SOBREPRESSÃO OU MAJORAÇÃO

Um dos métodos mais utilizados para a obtenção das sobrepressões na carga ou na descarga é a multiplicação dos valores das pressões estáticas, obtidas geralmente através das teorias de Janssen ou dos irmãos Reimbert, por números denominados coeficientes de majoração ou de sobrepressão.

Serão apresentados aqui coeficientes de majoração recomendados por várias normas e pesquisadores que divergem bastante entre si, não só quanto ao valor para cada profundidade, como também quanto à forma de curva das sobrepressões dada pelos coeficientes ao longo da altura do silo.

Como os coeficientes de sobrepressão são estabelecidos a partir de estudos experimentais, cujos resultados são influenciados por vários fatores, como já visto anteriormente, conjectura-se que a notável divergência entre os valores destes coeficientes provém dos fatores mencionados, que certamente variavam nos vários ensaios que serviram de base para as recomendações de cada norma ou pesquisadores.

A seguir apresentam-se as indicações das normas e depois a dos pesquisadores para os coeficientes de majoração ou sobrepressão.

4.10.1 - Recomendações do "American Concrete Institute"

Organizado pelo Instituto Americano do Concreto, o Comitê de número 313 elaborou recomendações (vide ACI COMMITTEE 313³) para o cálculo e dimensionamento de silos, bunkers e qualquer outro recipiente destinado a armazenar material a granel construído de concreto armado ou blocos de concreto (denominados no idioma inglês de "stave silos"). Estas recomendações tratam de definições, características dos materiais ensilados, disposições construtivas, dimensionamento e cálculo. Anexo às recomendações tem-se um grande número de comentários sobre cada item das recomendações. Neste trabalho serão expostos apenas os pontos mais importantes da determinação das pressões estáticas e dinâmicas recomendando-se ao leitor tomar conhecimento de todo o trabalho deste comitê e da discussão sobre o trabalho em ACI COMMITTEE 313⁴.

Além das pressões provocadas pelo material em repouso, devem ser consideradas as pressões durante a carga e descarga centrada e excêntrica do material, devido ao arqueamento e à aeração. No caso de silos multicelulares, deve-se considerar a possibilidade de se terem algumas células cheias e outras vazias.

Quando às características físicas do material variarem consideravelmente deve-se calcular as pressões com as combinações dos valores das características físicas mais desfavoráveis.

As pressões estáticas devem ser calculadas ou pelo método de Janssen ou pelo dos irmãos Reimbert, utilizando-se o raio hidráulico recomendado pelo Comitê 313 já visto no item 4.1.2 e a razão entre as pressões horizontal e vertical igual ao valor do coeficiente de empuxo ativo dado por Rankine, também apresentado no item já referido.

A força vertical devida ao atrito entre material e paredes é determinada subtraindo-se do peso do material

até a profundidade y , com origem no centro de gravidade do cone superior de material ensilado, a força atuando na seção transversal do material ensilado. Quando se empregar a teoria de Janssen deve-se multiplicar a pressão vertical na seção transversal do material por 0,8.

Isto visa possibilitar valores da força vertical devida ao atrito aproximadamente iguais quando calculados por qualquer um dos dois métodos propostos.

As pressões horizontais na parede, as pressões verticais no fundo da célula e a força vertical devida ao atrito máximo são obtidas multiplicando-se os valores calculados para o material em repouso por coeficientes C_d apresentados na tabela 12. Ressalta-se que, conforme é observado no fim da tabela, os coeficientes C_d são inadequados para silos cuja descarga do material ocorra sob um escoamento tipo global ou quando ocorra o fenômeno do arqueamento. Não são fornecidos coeficientes para o cálculo das pressões para essas situações. Na tabela 11 têm-se os valores do coeficiente de impacto C_i , que devem ser aplicados nas forças ou pressões verticais no fundo da célula durante a carga.

Tabela 11 - Valores mínimos recomendados para o coeficiente de impacto (C_i)

Razão entre o volume lançado de uma vez e a capacidade total do silo		1:2	1:3	1:4	1:5	1:6 ou menos
Fator de Impacto C_i	Fundo de Concreto	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00
	Fundo de Aço	1,75	1,60	1,50	1,35	1,25

Sobre a pressão horizontal de cálculo em silos com descarga excêntrica, após mencionar as divergências entre os resultados de ensaios sobre o assunto, o Comitê 313

Tabela 12 - Coeficientes de majoração C_d

D - DIÂMETRO INTERNO DA CÉLULA CILÍNDRICA a - LARGURA DA PAREDE DE CÉLULA POLIGONAL REGULAR OU DO LADO MENOR DE CÉLULA RETANGULAR b - LARGURA DO LADO MAIOR DE CÉLULA RETANGULAR H_t - ALTURA DA TREMONHA, OU ALTURA DA TREMONHA FORMADA PELO MATERIAL ENSILADO OU ALTURA DO MATERIAL DE ENCHIMENTO SOBRE A LAJE DE FUNDO		$\frac{H}{D} < 2$		$2 = \frac{H}{D} < 3$		$3 = \frac{H}{D} < 4$		$4 = \frac{H}{D} < 5$		$\frac{H}{D} > 5$	
	$(H-H_t)/4$	$(H-H_t)/4$	1,65	1,65	1,75	1,75	1,85	1,85	2,00	2,00	2,00
	$(H-H_t)/4$	$(H-H_t)/4$	1,65	1,65	1,75	1,75	1,85	1,85	2,00	2,00	2,00
	$(H-H_t)/4$	$(H-H_t)/4$	1,65	1,65	1,75	1,75	1,85	1,85	2,00	2,00	2,00
	$(H-H_t)/4$	$(H-H_t)/4$	1,55	1,45	1,65	1,55	1,75	1,60	1,90	1,90	1,90
	$(H-H_t)/4$	$(H-H_t)/4$	1,45	1,20	1,55	1,30	1,60	1,35	1,70	1,60	1,65
			1,35	1,10	1,45	1,20	1,50	1,25	1,30	1,35	1,35
			JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN
<p>USAR A MESMA PRESSÃO EM TODA A ALTURA DA TREMONHA OU, SE DESEJAR, REDUZIR AS PRESSÕES DE ACORDO COM A VARIAÇÃO DO RAIOS HIDRÁULICO</p> <p>SE DESEJADO, AS PRESSÕES PODEM SER REDUZIDAS DO INÍCIO ATÉ O FUNDO DA TREMONHA</p>											
COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO C_d PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO DINÂMICA NO FUNDO DO SILO	FUNDO DE CONCRETO	1,35	1,50	1,35	1,50	1,35	1,50	1,35	1,50	1,35	1,50
	FUNDO DE AÇO	1,50	1,75	1,50	1,75	1,50	1,75	1,50	1,75	1,50	1,75
<p>OBSERVAÇÕES:</p> <ol style="list-style-type: none"> O COEFICIENTE C_d PARA PRESSÕES LATERAIS É DADO PARA O FIM DA ALTURA DE CADA ZONA MOSTRADA. NAS REGIÕES ONDE ESTÃO INSTALADOS DISPOSITIVOS PARA CORRIGIR ESCOAMENTO, AS PRESSÕES LATERAIS PODEM SER MUITAS VEZES MAIORES DO QUE AS PRESSÕES ESTÁTICAS, E OS VALORES DE C_d ACIMA SÃO INSUFICIENTES PARA TAL SITUAÇÃO. NÃO É NECESSÁRIO CONSIDERAR AS PRESSÕES VERTICAIS NO FUNDO DO SILO MAIORES DO QUE AQUELAS CAUSADAS PELO PESO DO MATERIAL COM O SILO TOTALMENTE PREENCHIDO. 											

apresenta um processo para o cálculo das pressões horizontais em silos com descargas excêntricas, exposto a seguir.

O valor mínimo recomendado para a pressão horizontal na descarga em células com abertura de saída excêntrica, próxima à parede, é dado por:

$$p_{de} = C_d p + \frac{y}{H} \left(\frac{e}{r} \right) (0,25p') \quad 83$$

- p_{de} - pressão horizontal dinâmica para a descarga excêntrica;
- p' - pressão horizontal estática em $y = H$;
- H - altura da célula;
- e - excêntricidade do orifício de saída, distância do centro do orifício até o eixo da célula;
- r - raio da seção transversal da célula (não é mencionado nas recomendações sobre o caso de células não circulares);
- y - profundidade considerada, medida a partir da seção transversal mais alta da célula ou do centro de gravidade do cone superior do material ensilado se for o caso.

Tendo-se em conta que a variação da pressão horizontal a uma certa profundidade ao longo do perímetro é desconhecida, alguma aproximação deve ser efetuada para tratar o problema. Para silos de seção circular assume-se que o incremento da pressão ocorre em todo o perímetro; para silos retangulares freqüentemente assume-se que o incremento ocorra tanto na parede próxima ao orifício de saída como na parede oposta àquela, enquanto que nas outras paredes considera-se a pressão horizontal de cálculo sem o acrêscimo.

Nos silos para homogeneização do material através da injeção de ar, deve-se adotar o maior valor das pressões horizontal e vertical calculadas ou com os coeficientes de majoração da tabela 12 ou com a expressão abaixo.

$$p_d = q_d = 0,6\gamma y$$

As forças verticais devidas ao atrito entre material e parede são iguais àquelas determinadas para o mate-

rial inerte.

4.10.2 - Norma russa

Conforme é exposto em GARG¹¹⁶, de onde foram obtidas as informações aqui apresentadas, a norma russa UKAZANIYA po Proektirovaniyu silosov dlya sypuchikh materialov³⁴¹, não faz comentários sobre as pressões na carga ou descarga, recomendando que as pressões horizontais e verticais de cálculo sejam obtidas por meio das expressões 84a e 84b, respectivamente, sendo p e q obtidos através da teoria de Jansen e os coeficientes m e ℓ dados na tabela 13.

$$p_d = \frac{n\ell}{m} p \quad (a) \quad q_d = \frac{n\ell}{m} q \quad (b) \quad 84$$

sendo:

- n = 1,3 - constante para todas as formas e tipos (concreto, aço, etc) de silo;
- ℓ - coeficiente que leva em conta sobrepressões decorrentes da descarga, diferença de temperatura através das paredes no caso de carregamento de material quente até a temperatura de 120°C, descarga pneumática, efeitos dinâmicos decorrentes do colapso de arcos dentro da célula, etc;
- m - fator de correção para a forma do silo.

A norma russa não fornece qualquer recomendação para o cálculo das pressões em silos com descarga excêntrica.

Encontraram-se em alguns textos referências a duas outras normas russas, que não forneciam especificações de coeficientes de sobrepressões tão detalhadas como a norma aqui apresentada.

Tabela 13 - Valores dos fatores de correção
 l e m

DESCRIÇÃO DA ÁREA DE APLICAÇÃO	l	m
I FATORES DE CORREÇÃO PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO HORIZONTAL NAS PAREDES DE SILO DE CONCRETO ARMADO.		
1. SILO CILÍNDRICO UNICELULAR		
(i) 2/3 INFERIORES DA ALTURA DA CÉLULA	2	1
(ii) 1/3 SUPERIOR DA ALTURA DA CÉLULA	1	1
(iii) ALTURA TOTAL H, PARA UMA CÉLULA COM DIÂMETRO $D \geq 18M$ E PARA UMA CÉLULA EM QUE $H/D < 1,5$, COM ESCOAMENTO TIPO FUNIL	1	1
2. GRUPO DE CÉLULAS CIRCULARES DISPOSTAS EM LINHA RETA		
(a) CÉLULAS EXTERNAS		
(i) 2/3 INFERIORES DA ALTURA DA CÉLULA	2	1
(ii) 1/3 SUPERIOR DA ALTURA DA CÉLULA	1	1
(b) CÉLULAS INTERNAS		
(i) 2/3 INFERIORES DA ALTURA DA CÉLULA	2	2
(ii) 1/3 SUPERIOR DA ALTURA DA CÉLULA	1	1
3. GRUPO DE CÉLULAS CIRCULARES UNIDAS E COM INTERCÉLULAS		
(a) CÉLULAS (INCLUSIVE AS INTERSTICIAIS) EXTERNAS		
(i) 2/3 INFERIORES DA ALTURA DA CÉLULA	2	0,85
(ii) TRECHO ENTRE 2/3 e 5/6 DA ALTURA DA CÉLULA	1	0,5
(iii) 1/6 SUPERIOR DA ALTURA DA CÉLULA	1	1
(b) CÉLULAS INTERNAS		
(i) 2/3 SUPERIORES DA ALTURA DA CÉLULA	2	1,7
(ii) 1/3 INFERIOR DA ALTURA DA CÉLULA	1	1
4. GRUPO DE CÉLULAS QUADRADAS COM A LARGURA DO LADO NÃO EXCEDENDO 4M		
(i) 2/3 INFERIORES DA ALTURA DA CÉLULA INTERNA OU EXTERNA (TAMBÉM PARA SILO UNICELULAR)	2	2
(ii) 1/3 SUPERIOR DA ALTURA DA CÉLULA INTERNA OU EXTERNA (TAMBÉM PARA SILO UNICELULAR)	1	1

Continua

Continuação

DESCRIÇÃO DA ÁREA DE APLICAÇÃO	ℓ	m
II FATORES DE CORREÇÃO PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO VERTICAL NO FUNDO DOS SILOS		
5. LAJE DE FUNDO COM OU SEM TREMONHA FORMADA POR ENCHIMENTO DE CONCRETO SOBRE A LAJE.		
(a) LAJE DE CONCRETO, VIGAS DE APOIO E TREMONHAS		
(i) PARA TODOS OS TIPOS DE GRÃOS ALIMENTÍCIOS	1,25	1
(ii) PARA FARINHA E FARELO		
(b) TREMONHA E VIGAS ANELARES DE AÇO, VIGAS DE AÇO EM SILOS DE CONCRETO ARMADO OU DE AÇO		
(i) PARA TODOS OS TIPOS DE GRÃOS ALIMENTÍCIOS	1	0,8
(ii) PARA FARINHA E FARELO	1,25	0,8
6. (a) LAJES DE FUNDO SEM TREMONHA FORMADA POR ENCHIMENTO DE CONCRETO, TREMONHAS DE CONCRETO, VIGAS ANELARES DE CONCRETO		
(i) TODOS OS MATERIAIS GRANULARES EXCETO AQUELES DE (5)	2	1,3
(b) LAJES DE FUNDO COM TREMONHA FORMADA POR ENCHIMENTO DE CONCRETO COM ALTURA DE 1,5M OU MAIS		
(i) TODOS OS MATERIAIS GRANULARES EXCETO AQUELES DE (5)	2	2
NOTA: PARA UMA PROFUNDIDADE DE ENCHIMENTO DE CONCRETO MENOR DO QUE 1,5M O VALOR DE m PODE SER OBTIDO POR INTERPOLAÇÃO (ENTRE 1,3 E 2,0).		
(c) TREMONHA E VIGA ANELAR DE AÇO, VIGAS DE AÇO EM SILOS DE AÇO OU CONCRETO ARMADO		
(i) TODOS OS MATERIAIS GRANULARES EXCETO AQUELES DE (5)	2	0,8
OBSERVAÇÕES:		
(i) O CÁLCULO DAS PRESSÕES DEVIDAS AO MATERIAL ENSILADO DEVE SER FEITO COM A ALTURA DA CÉLULA.		
(ii) PARA O CÁLCULO DAS PAREDES DE SILOS METÁLICOS, O FATOR m DEVE SER MULTIPLICADO POR 0,8 NOS CASOS (1), (2), (3) E (4).		
(iii) PARA O CÁLCULO DAS PAREDES DE SILOS PARA CARVÃO OS FATORES ℓ E m DEVEM SER CONSIDERADOS IGUAL A 1,0 NOS CASOS (1), (2), (3) E (4).		

4.10.3 - Norma alemã

A DIN-1055⁷⁸, de modo original, recomenda a determinação das pressões dinâmicas não por meio da aplicação de coeficientes de majoração, mas sim propondo modificações nos valores das características físicas do material ensilado e na razão entre as pressões horizontal e vertical para cada caso de carga ou descarga que, ao serem introduzidas nas expressões de Janssen para o cálculo de pressões estáticas, fornecem as pressões dinâmicas na carga e descarga. Deste modo obtêm-se ações dinâmicas maiores do que aquelas estáticas fornecidas pela teoria de Janssen, conservando-se porém o comportamento exponencial, ao longo da altura da célula, para as sobrepressões.

Na descrição da norma serão utilizados os subscritos c e d, que dizem respeito à carga e descarga respectivamente.

Esta norma tem validade para células cilíndricas ou prismáticas, não se aplicando para regiões do silo cujas paredes não sejam verticais. Os materiais ensilados considerados pela norma são todos aqueles granulares ou pulverulentos nos quais a coesão é pequena em relação ao atrito interno; incluem-se também misturas de água e materiais orgânicos presentes nos silos para forragem e misturas de pó e ar nos silos de homogeneização. Estão fora da norma materiais que sofram inchamento com o aumento do teor de umidade, que pode levar a cargas superiores às dadas na norma.

A profundidade y é contada a partir do plano que resulta ao se nivelar o máximo volume possível de material.

Quanto às características físicas do produto ensilado, o peso específico teórico e o ângulo de atrito interno do material são dados por outra norma alemã: DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN⁷⁷, e o ângulo de atrito entre material e parede é dado como uma fração do ângulo de atrito interno segundo o exposto na tabela 14. Para o material com grãos de diâmetro médio entre 0,06 a 0,20mm deve-se obter o valor

do ângulo procurado através de uma interpolação linear. No caso de o ângulo de atrito do material com as paredes sofrer diminuição sob a influência da umidade, devem-se determinar os valores reais.

Tabela 14 - Ângulo de atrito entre material e paredes.

Material ensilado	Ângulo de atrito entre material e paredes (ϕ') (em graus)	
	Na carga (ϕ'_c)	Na descarga (ϕ'_d)
Material granular com diâmetro médio do grão maior que 2mm	0,75 ϕ	0,60 ϕ
Material pulverulento com diâmetro médio do grão menor que 0,06mm	1,00 ϕ	1,00 ϕ

O coeficiente entre as pressões horizontal e vertical (K) é suposto constante ao longo da altura da célula, tendo na carga um valor correspondente, aproximadamente, ao coeficiente de empuxo em repouso, admitido igual a $K_c = 0,50$; e na descarga $K_d = 1,00$, representando o fato de que, segundo a norma, as pressões horizontal e vertical são aproximadamente iguais na descarga.

As situações em que ocorrem as ações máximas para materiais granulares e pulverulentos, para os casos de profundidade finitas e infinitas, são expostas na tabela 15, segundo a norma.

Tabela 15 - Situações críticas de carregamento

Pressões e Ações	Material granular		Material pulverulento	
	Profundidade finita	Profundidade infinita	Profundidade finita	Profundidade infinita
q	carga	carga	carga	carga
p	descarga	descarga	descarga	carga = desc carga
t	descarga	carga = desc carga	descarga	carga = desc carga

A uma profundidade infinita as ações alcançam os seguintes valores máximos:

Durante a carga:

$$p_{m\acute{a}xc} = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg}\phi'_c} \quad (a)$$

$$q_{m\acute{a}xc} = \frac{\gamma S}{K_c U \operatorname{tg}\phi'_c} \quad (b) \quad 86$$

$$t_{m\acute{a}xc} = \frac{\gamma S}{U} \quad (c)$$

Durante a descarga:

$$p_{m\acute{a}xd} = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg}\phi'_d} \quad (a)$$

$$q_{m\acute{a}xd} = \frac{\gamma S}{K_d U \operatorname{tg}\phi'_d} \quad (b) \quad 87$$

$$t_{m\acute{a}xd} = \frac{\gamma S}{U} \quad (c)$$

Qualquer uma das ações é determinada em uma profundidade finita multiplicando-se seu valor máximo por uma função exponencial β que, estabelecidas as características físicas do material ensilado e a razão entre as pressões horizontal e vertical, depende apenas da profundidade considerada. A função β é dada por:

$$\beta = 1 - e^{-y / \bar{y}} \quad (a)$$

na carga:

na descarga:

88

$$\bar{y} = \frac{S}{K_c U \operatorname{tg}\phi'_c} \quad (b)$$

$$\bar{y} = \frac{S}{K_d U \operatorname{tg}\phi'_d} \quad (c)$$

Assim, por exemplo, desejando determinar a pressão horizontal na descarga para uma profundidade y qualquer, a expressão desta pressão seria:

$$p_d = \beta p_{m\acute{a}xd} = \frac{\gamma S}{U \operatorname{tg}\phi'_d} (1 - e^{-Sy / K_d U \operatorname{tg}\phi'_d})$$

Note-se que esta última expressão é idêntica à de terminada por Janssen para a pressão horizontal estática, menos a dos valores para as características do material e da razão entre as pressões horizontal e vertical, sendo utilizados aqueles dados pela norma.

Devido à influência do fundo da célula a norma permite reduzir a pressão horizontal na descarga a partir de uma distância do orifício de saída de $1,2D$, sendo D o diâmetro da circunferência máxima que pode ser inscrita na seção transversal da célula, não ultrapassando $0,75H$, sendo H a soma da altura da célula mais a altura da tremonha, assumindo que a pressão decresça linearmente a partir deste ponto, até atingir o valor da pressão horizontal na carga na profundidade do orifício de saída, como pode ser visto na figura 105.

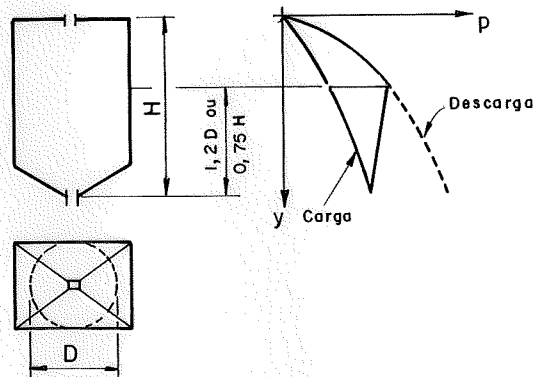


FIGURA 105 - Redução da pressão horizontal

Dentro do item 3 (Influências que incrementam a carga) da norma alemã são fornecidas indicações para se estabelecerem as pressões nas situações de arqueamento do material, descarga excêntrica e injeção de ar durante a descarga. Sobre a formação de abóbadas ou cúpulas, quando não é possível garantir que este fenômeno não ocorre, recomenda-se tomar como pressão vertical no fundo da célula o dobro da pressão na carga, tomando-se como valor máximo aquela provocada por um líquido de mesmo peso específico do material ensilado.

A descarga excêntrica origina, por toda a altura, pressões horizontais variáveis no perímetro da célula. Para levar em conta esta variação, a norma determina adicionar -se a p_d os valores de p' , em todos os pontos em que a soma resulte desfavorável, sendo as pressões p_d e p' determinadas do seguinte modo:

- p_d - pressão horizontal na descarga da célula real, determinada de acordo com o estabelecido anteriormente;
- $p' = \bar{p} - p_d$ - pressão assimétrica sobre a célula real (vide Fig.106), que se mantém em equilíbrio com a ação horizontal do atrito entre material e paredes da célula;
- \bar{p} - pressão horizontal na descarga de uma célula fictícia que é obtida dobrando-se a parte maior da seção ao redor do eixo que passa pelo orifício de saída, (vide Fig.106). Esta pressão, atuando na célula fictícia, é determinada através do método visto anteriormente.

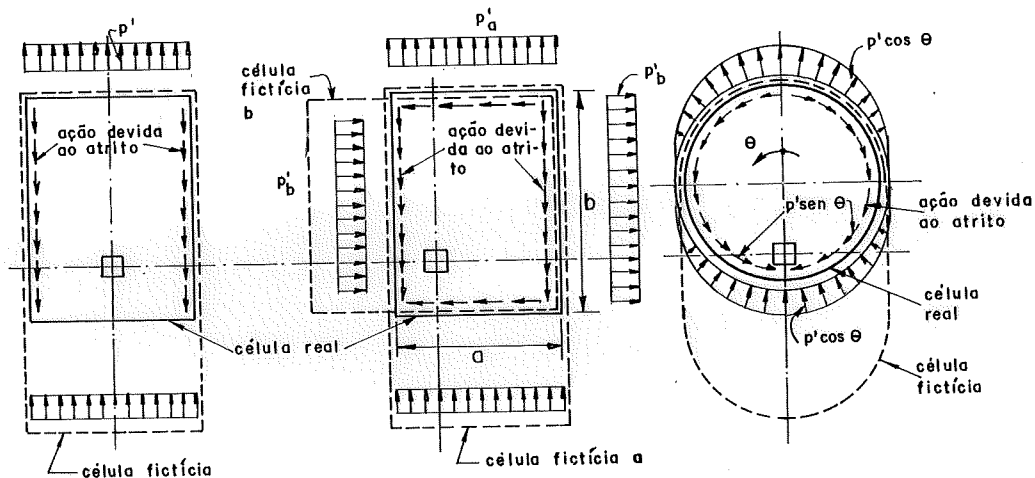


FIGURA 106 - Pressões horizontais assimétricas p' a serem acrescentadas a p_d .

Com este método tem-se um aumento de pressão na parede distante do orifício de saída, enquanto que na parede próxima do orifício tem-se uma diminuição.

Pode-se prescindir de considerar o efeito da descarga excêntrica quando a excentricidade do orifício de saída não é superior a $d/6$, ou se a altura h não é superior a $2d$.

Esta norma permite se calcular o silo sem se considerarem as sobrepressões na descarga, desde que sejam instalados dispositivos que anulem as sobrepressões, com funcionamento semelhantes ao tubo antidinâmico, e que seja garantido o seu bom funcionamento.

Nas células com sistema de aeração para o material inerte deve-se, para o cálculo das pressões, separar os materiais em granulares e pulverulentos. No caso de material granular, deve-se acrescentar às pressões horizontais calculadas para a situação de carga, na região de insuflação de ar, a pressão do ar nesta região, permitindo-se a diminuição deste aumento de pressão de maneira uniforme a partir da abertura superior para entrada do ar até o valor zero na borda superior da célula. No caso de material pulverulento, a norma informa que não se havia constatado, até então, nas medições de pressões, aumentos que devam ser levados em conta. O mesmo se pode dizer para o caso de descargas de materiais pulverulentos por meio de dispositivos pneumáticos, que promovam uma insuflação de ar apenas na região da abertura de descarga.

Nos silos para homogeneização de materiais pulverulentos devem-se calcular as pressões horizontal e vertical pelas expressões 86, 87 e 88 e também pela expressão 89, considerando-se os valores mais desfavoráveis.

$$p_d = q_d = 0,6 \gamma y \quad 89$$

No caso de silos para forragem fermentada, as pressões dependem do teor de água e do processo de fermentação do material a ensilar. Na tabela 16 têm-se as pressões que devem ser consideradas atuando nas células desses silos.

No cálculo de células com os valores dados na tabela pressupõe-se que haja no silo uma inscrição clara, visível e indelével da classe de material a que se destina o

Tabela 16 - Pressões em células para forragem fermentada

	CLASSE I MATERIAL MUITO MURCHO	CLASSE II MATERIAL MURCHO	CLASSE III MATERIAL ÚMIDO
TEOR DE UNIDADE EM PORCENTAGEM DO PESO DO MATERIAL FRESCO	< 65	77 a 65	> 77
PESO ESPECÍFICO EM KN/M^3	5,0	7,5	10,0
PRESSÃO VERTICAL q EM KN/M^2	γz	γz	γz
PRESSÃO HORIZONTAL p EM KN/M^2	$0,70\gamma z$	$0,70\gamma z$	$1,00\gamma z$
AÇÃO DEVIDO AO ATRITO τ EM KN/M^2	$0,16p$	$0,14p$	$0,10p$

silos; que nos silos para as classes I e II haja uma inscrição complementar, informando que a célula só pode ser enchida até a metade no caso de material de outra classe, e que seja assegurado que a altura de líquido não ultrapasse o valor de 1m.

4.10.4 - Segundo THEIMER³²⁶

O engenheiro O. F. Theimer, em um artigo publicado em 1969 (THEIMER³²⁶), propôs valores de coeficientes de sobrepressão, a serem aplicados à pressão horizontal dada pela teoria de Janssen, para obter as pressões dinâmicas horizontais na descarga. Os valores destes coeficientes são dados na figura 107 para trechos da altura de células internas e externas de um silo multicelular, acreditando-se que não sejam necessárias maiores explicações.

Os coeficientes para as células externas são maiores que para as internas, devido às primeiras estarem sujeitas a ter uma parte das paredes submetida a pressões do material ensilado em apenas um dos lados, da ação direta da temperatura e do impacto do vento.

Para levar em conta o efeito da descarga excêntrica sobre a pressão horizontal, Theimer propõe, para os casos de células com seção transversal quadrada ou circular, multiplicar a pressão na parede distante do orifício de saída pelo fator k_1 ou k_2 conforme se tenha uma célula quadrada ou circular, respectivamente, como é exposto nas fórmulas 90a e 90b, sendo que a pressão horizontal assim obtida é constante em

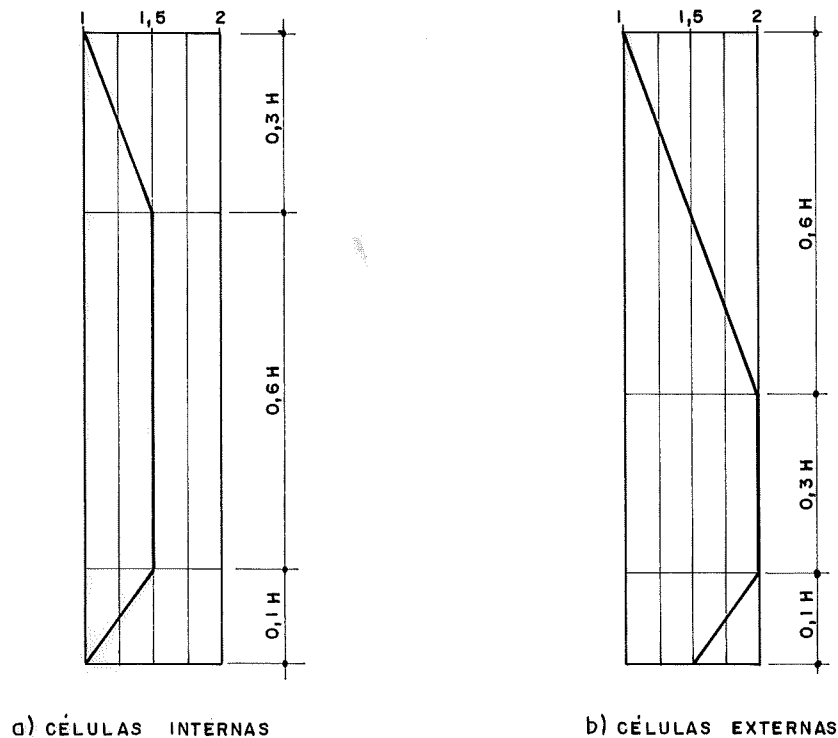


FIGURA 107 - Coeficientes de sobrepressão recomendados por Theimer.

toda a largura da parede, no caso de célula quadrada e tem uma variação cosenoidal no semicírculo distante do orifício de saída, no caso de célula circular como pode ser visto na figura 108. Os valores de k_1 e k_2 são os seguintes:

para células de seção transversal quadrada

$$k_1 = \frac{a + 2e}{a + e} \quad (a)$$

para células de seção transversal circular 90

$$k_2 = \frac{\pi r + 4e}{\pi r + 2e} \quad (b)$$

sendo:

- e - excêntricidade do orifício de saída, distância entre o centro do orifício até o eixo da célula;
- a - largura do lado da célula quadrada;
- r - raio da célula circular.

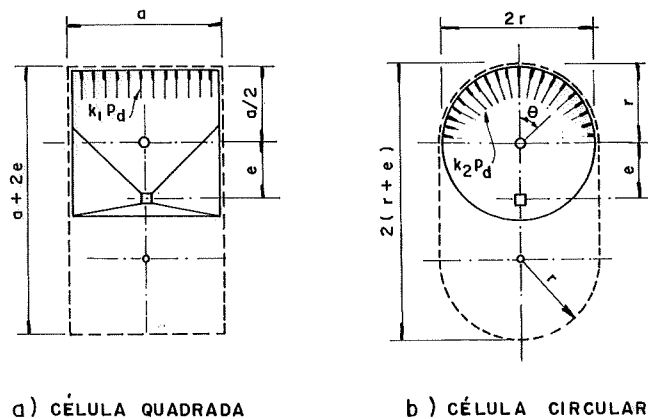


FIGURA 108 - Pressões horizontais na parede distante da abertura de descarga excêntrica

4.10.5 - Segundo DEUTSCH & SCHMIDT⁸²

Baseados em experiências realizadas com areia, já apresentadas no item 4.8.19 deste trabalho, Deutsch e Schmidt propuseram coeficientes de sobrepressão que multiplicados pelas pressões horizontais obtidas pela teoria de Janssen fornecem as pressões horizontais na descarga. Na figura 109 são apresentados o modelo de escoamento, a variação do coeficiente de majoração com a altura e uma curva simplificada da pressão horizontal na descarga, proposta por Deutsch e Schmidt, composta de 3 segmentos de reta. Os pontos de encontro dos três segmentos de reta devem coincidir com os pontos de interceptação dos limites da zona alimentadora do canal com as paredes da célula (vide Fig.109a). O valor da pressão dinâmica em cada ponto de encontro de dois trechos de retas é dado pelo produto da pressão horizontal, dada pela teoria de Janssen àquela profundidade, pelo coeficiente de majoração correspondente. Esses pesquisadores sugeriram que os limites da zona alimentadora do canal podiam ser estabelecidos a partir da experiência do engenheiro e dos resultados obtidos em DEUTSCH & CLYDE⁸¹ (vide item 4.8.18).

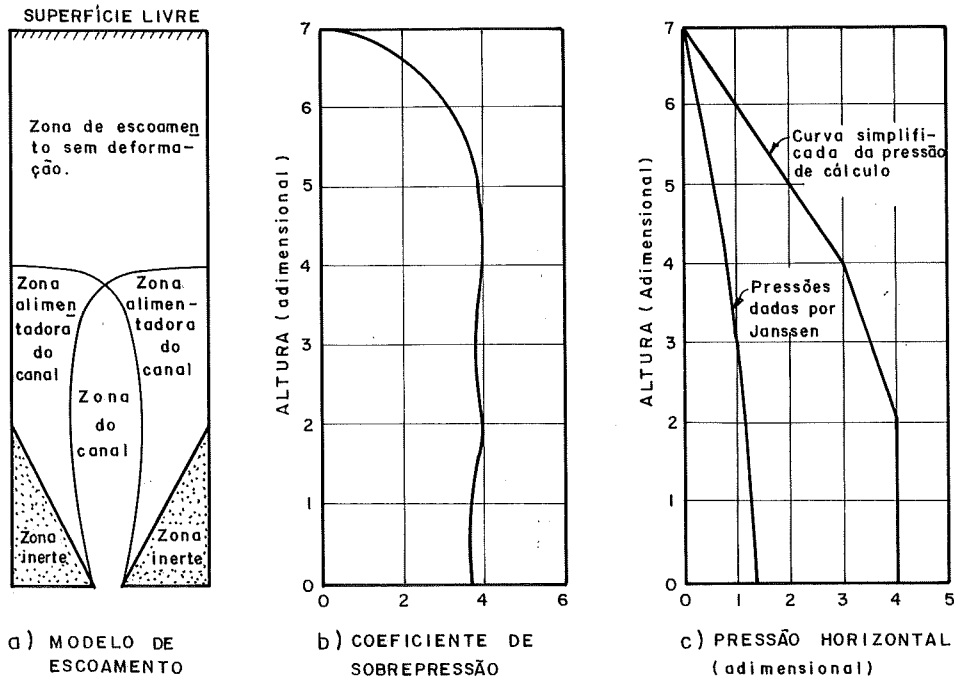


FIGURA 109 - Curvas para o cálculo da pressão horizontal dinâmica na descarga.

4.10.6 - Segundo SAFARIAN³⁰⁰

Em 1969, S.Safarian apresenta uma proposta para a determinação das pressões dinâmicas, a partir das pressões estáticas dadas por Janssen ou Reimbert, empregando coeficientes de majoração, dados na tabela 17, estabelecidos por ele a partir de trabalhos teóricos e experimentais de numerosos especialistas em silos e das normas russa e alemã para silos. Na utilização da teoria de Janssen, Safarian recomenda no cálculo das pressões nas células hexagonais e octogonais usar o raio hidráulico de um círculo com área equivalente à área da seção transversal da célula e para células retangulares utilizar os mesmos raios hidráulicos recomendados pelos irmãos Reimbert para este tipo de célula (vide item 4.1.4, página 87). Esse fator de correção majora as pressões exercidas pelo material em repouso considerando: pressões dinâmicas localizadas provenientes do escoamento por gravidade em silos de descarga centrada, arqueamento do

material, aeração e outros fatores que incrementam as pressões. Também é considerado no valor do coeficiente o tipo do elemento estrutural e sua durabilidade. Os acréscimos das pressões provenientes da temperatura, no caso de materiais armazenados quentes, não estão incluídos no coeficiente C_d .

Tabela 17 - Coeficientes de majoração C_d

DESCRIÇÃO DA ÁREA DE APLICAÇÃO	SILO DE CONCRETO		SILO DE AÇO	
	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN
I - VALORES DE C_d PARA A DETERMINAÇÃO DAS PRESSÕES HORIZONTAIS DINÂMICAS (VERE TAMBÉM FIGURA 111)				
1. SILO UNICELULAR CIRCULAR OU POLIGONAL				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/D = 1,5$	1,50	1,75	1,65	1,95
$H/D > 4,5$	1,75	1,75	1,95	1,95
2. GRUPO DE CÉLULAS CIRCULARES OU POLIGONAIS EM LINHA RETA E TORRE DE CONTROLE				
(A) CÉLULAS EXTERNAS				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/D = 1,5$	1,50	1,75	1,65	1,95
$H/D > 4,5$	1,75	1,75	1,95	1,95
(B) CÉLULAS INTERNAS				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/D = 1,5$	1,25	1,50	1,40	1,65
$H/D > 4,5$	1,50	1,50	1,65	1,65
3. CÉLULAS INTERSTICIAIS				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/D = 1,5$	1,25	1,50	1,40	1,65
$H/D > 4,5$	1,50	1,50	1,65	1,65
4. PEQUENAS CÉLULAS NO INTERIOR DE QUALQUER ARRANJO DE CÉLULAS E CÉLULAS EXTERNAS CONECTADAS A PEQUENAS CÉLULAS				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/D = 1,5$	1,75	2,00	1,95	2,20
$H/D > 4,5$	2,00	2,00	2,20	2,20
5. SILOS UNICELULARES E MULTICELULARES QUADRADOS OU RETANGULARES				
TRECHO SUPERIOR COM EXTENSÃO H_1	1,00	1,35	1,10	1,50
TRECHO INFERIOR COM EXTENSÃO $2/3H$				
$H/(a \text{ OU } b) = 1,50$	1,25	1,50	1,40	1,65
$H/(a \text{ OU } b) > 4,50$	1,50	1,50	1,65	1,65
$H_1 = D \text{tg} \phi < H/3$				
$(H_1)_a = b \text{tg} \phi < H/3$				
$(H_1)_b = a \text{tg} \phi < H/3$				

Continua

Continuação

DESCRIÇÃO DA ÁREA DE APLICAÇÃO	SILO DE CONCRETO		SILO DE AÇO	
	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN
II-VALORES DE C_d PARA A DETERMINAÇÃO DAS PRESSÕES NO FUNDO DA CÉLULA				
1. FUNDOS PLANOS SEM OU COM TREMONHA FORMADA POR ENCHIMENTO DE CONCRETO, SISTEMA DE VIGAS E PLACAS DE CONCRETO, TREMONHAS DE CONCRETO, VIGAS CURVAS E PILARES DE CONCRETO				
(A) PARA AVEIA E FARINHA	1,50	1,25	1,50	1,25
(B) PARA TODOS OS TIPOS DE CEREAIS	1,35	1,10	1,35	1,10
(C) TODOS OS TIPOS DE MATERIAIS GRANULARES EXCETO OS DOS ITENS (A) E (B) ACIMA				
C.1 FUNDOS COM TREMONHAS FORMADAS POR ENCHIMENTO DE CONCRETO	1,35	1,10	1,35	1,10
C.2 FUNDOS SEM TREMONHAS FORMADAS POR ENCHIMENTO DE CONCRETO, TREMONHAS DE CONCRETO, VIGAS CURVAS E PILARES SUPTORANDO O FUNDO DAS CÉLULAS	1,75	1,50	1,75	1,50
2. TREMONHAS E VIGAS CURVAS DE AÇO; VIGAS DE AÇO EM SILOS METÁLICOS OU DE CONCRETO ARMADO				
(A) PARA AVEIA E FARINHA	1,75	1,50	1,75	1,50
(B) PARA TODOS OS TIPOS DE CEREAIS	1,50	1,25	1,50	1,25
(C) TODOS OS TIPOS DE MATERIAIS GRANULARES EXCETO OS DOS ITENS (A) E (B)	2,50	2,25	2,50	2,25
OBSERVAÇÃO:				
- OS VALORES DO COEFICIENTE C_d PARA H/D ENTRE 1,50 E 4,50, PARA A TEORIA DE REIMBERT, PODEM SER DETERMINADOS POR INTERPOLAÇÃO.				

Considerando que o comportamento do material em movimento ainda não é perfeitamente conhecido, **Safarian** diz que os valores do coeficiente estão sujeitos a modificações conforme estudos posteriores indiquem a necessidade destas modificações.

As ações da massa ensilada em movimento são dadas por:

$$P_d = C_d P \quad (a)$$

$$q_d = C_d q \quad (b)$$

91

para silos de concreto

para silos de aço

$$F_{a_d} = F_a \quad (c)$$

$$F_{a_d} = \frac{F_a}{0,9} \quad (d)$$

O valor da pressão vertical não deve ultrapassar o produto do peso específico pela altura da célula, caso isto não se verifique, deve-se tomar para valor da pressão vertical o valor deste produto.

No caso de silos com descarga excêntrica, Safarian menciona as divergências de opinião sobre em que parede ocorre a pressão horizontal máxima, se na parede próxima ou na distante do orifício de saída e, em vista desta divergência, recomenda admitir que o incremento da pressão ocorra tanto na parede próxima como na distante do orifício de saída nos silos retangulares e em todo o perímetro nos silos circulares, até que futuras pesquisas indiquem um procedimento seguro a ser empregado nestes casos.

Desde que existe a possibilidade de a pressão horizontal decrescer na parede próxima à abertura de saída, é conveniente no caso dos silos metálicos considerar esta situação para verificar as chapas metálicas que constituem as paredes e tremonha contra abaulamentos localizados.

O efeito da descarga excêntrica é considerado adicionando-se à pressão horizontal calculada para o caso de descarga centrada um determinado incremento; este é admitido constante no interior da tremonha, tendo uma variação linear a partir de junção entre a célula e a tremonha até a borda superior da célula, onde é nulo.

O valor do incremento Δp a uma profundidade qualquer é dado por:

$$\Delta p = \frac{y}{H} \Delta p_H \quad (a) \quad 92$$

sendo:

- H - altura da célula;
- Δp - valor a ser acrescido algebricamente à pressão horizontal calculada como se a descarga fosse centrada;
- \bar{p} - pressão horizontal na profundidade H determinada para uma célula fictícia, cuja seção transversal é fornecida na figura 110;

$$\Delta p_H = \bar{p} - p_H$$

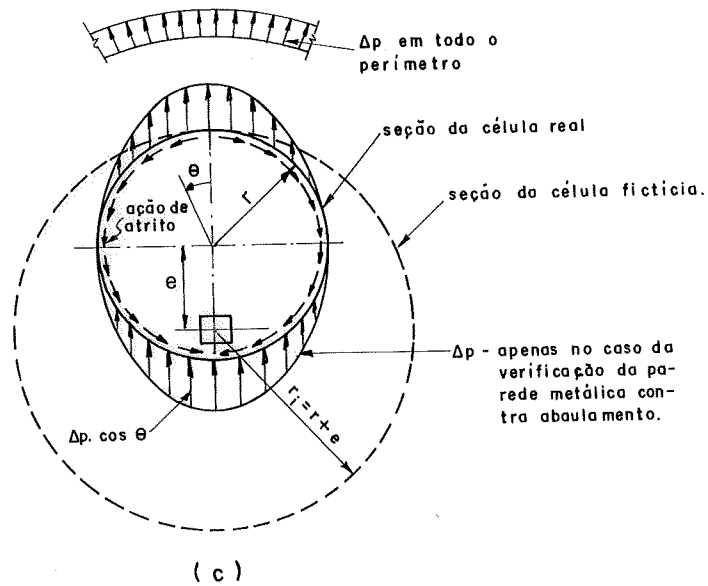
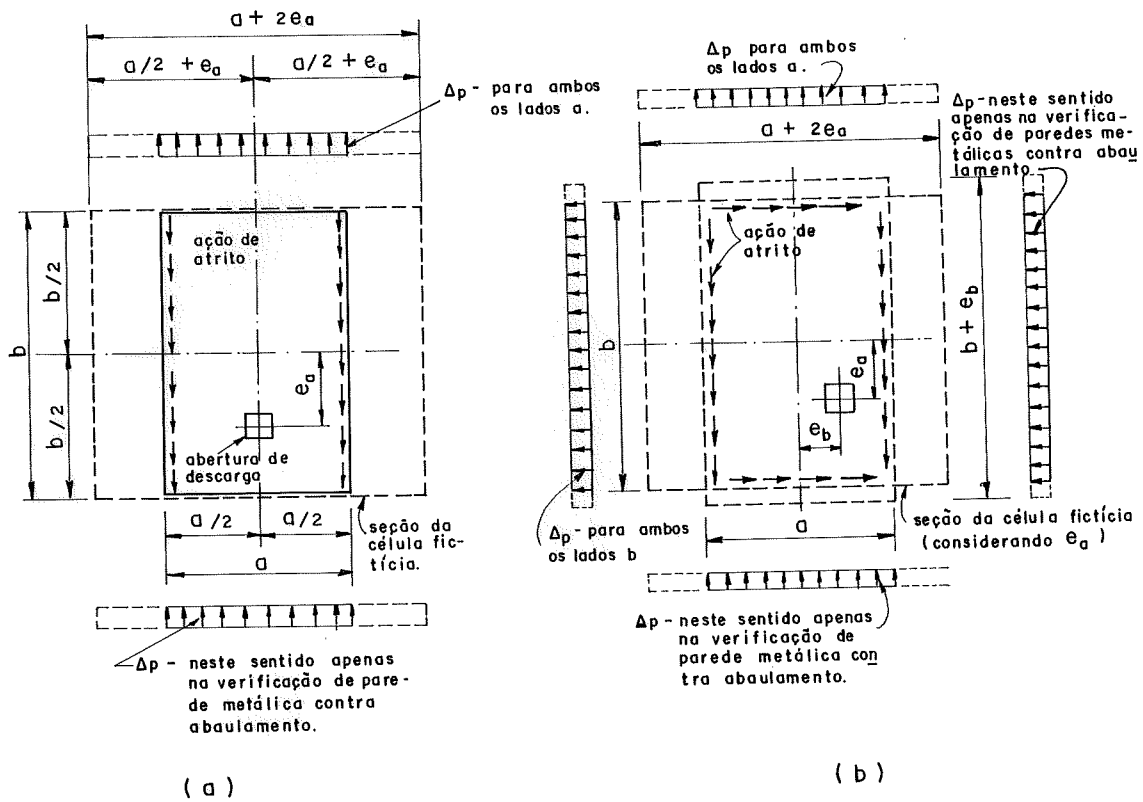


FIGURA 110 - Dimensões das células fictícias e acréscimo de pressão na descarga excêntrica.

p_H - pressão horizontal na célula real calculada na profundidade H como se a descarga fosse centrada.

A seção transversal da célula retangular fictícia, quando o orifício de saída é excêntrico em relação a um dos eixos que divide equitativamente um dos lados da seção, é obtida adicionando-se do lado a (ou b) duas vezes a excêntricidade e_a (ou e_b), como mostrado na figura 110a. Se as duas excêntricidades ocorrem, para o cálculo de \bar{p} no lado menor, a seção transversal da célula fictícia é obtida adicionando-se, ao lado de largura a, duas vezes a excentricidade e_a , conservando-se a largura (b) do outro lado, como já visto na figura 110a; para o cálculo de \bar{p} no lado maior, deve-se acrescentar a largura b da parede o valor da excentricidade e_b , conservando-se a largura (a) do outro lado, como pode ser visto na figura 110b. No caso da excentricidade e_a ser maior do que o valor de a deve-se tomar a excentricidade igual à largura do lado menor.

No caso de célula circular, a seção transversal da célula fictícia é obtida traçando-se um círculo de raio igual ao raio da seção real acrescido da excentricidade do orifício de descarga, tendo este círculo o mesmo centro do orifício de saída, como pode ser visto na figura 110c. A verificação contra o abaulamento da parede é realizada com o valor a ser acrescido à pressão sendo expresso por $\Delta p \cos \theta$.

Para um silo retangular, por exemplo, com orifício de descarga com uma excentricidade, a pressão horizontal dinâmica nas paredes próxima e afastada da abertura de descarga é dada por:

$$p_d = C_d \left(p \pm \frac{y}{H} \Delta p_H \right)$$

onde o sinal negativo só deve ser usado no caso de verificação de paredes metálicas contra o abaulamento.

Baseado em várias curvas experimentais de pressões horizontais obtidas durante a descarga de materiais em silados, as quais indicavam que grandes sobrepressões po-

diam ocorrer nos dois terços inferiores da célula enquanto que, comparativamente, pequenas sobrepressões ocorriam na parte superior da célula, Safarian estabeleceu uma curva simplificada para as pressões horizontais dinâmicas, dividindo a altura da célula em três regiões (vide Fig.111).

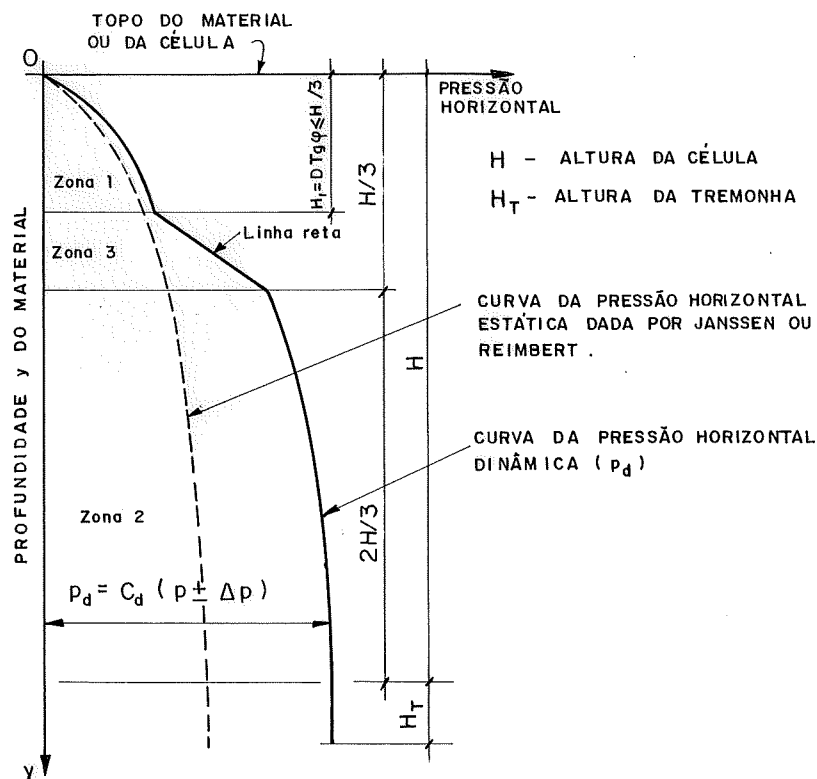


FIGURA 111 - Variação da pressão horizontal dinâmica com a profundidade proposta por Safarian.

Zona 1 - esta zona compreende a região superior da célula e se estende da superfície livre até a profundidade $H_1 = D \text{tg} \phi < H/3$. É caracterizada por um efeito insignificante de arqueamento do material. Para alguns pesquisadores, PLATONOV & KOVTUN¹⁹⁴ e LEONHARDT, BOLL, SPIEDEL²¹⁰, a fórmula de Rankine para o cálculo do empuxo de um maciço de terra, desde que majorada para levar em conta a forma da célula, é válida para o cálculo das pressões horizontais estáticas. O coeficiente de majoração para esta região, para todas as

formas de células de concreto, admite-se ser $C_d = 1,35$, quando se utiliza a teoria de Janssen, e $C_d = 1,00$ para a teoria dos irmãos Reimbert.

Zona 2 - esta zona compreende os dois terços inferiores da altura da célula. Esta região é caracterizada por arqueamento e conseqüentemente grandes pressões horizontais. O valor de C_d depende do tipo da estrutura.

Zona 3 - a variação da pressão nesta zona é representada por uma reta que une a pressão máxima da zona 1 com a pressão mínima da zona 2. Quando H_1 é igual a $H/3$ a reta é horizontal.

Safarian permite considerar o coeficiente C_d igual à unidade, quando no interior da célula, para materiais granulares não coesivos, for instalado dispositivo para eliminar as sobrepressões, com funcionamento idêntico ao tubo antidínâmico, desde que se assegure o seu bom desempenho.

CAPÍTULO 5

CÁLCULO ESTRUTURAL DOS SILOS

Trata-se neste capítulo do cálculo estrutural dos silos verticais. Os métodos de cálculo comumente utilizados são expostos e comentados com o objetivo de auxiliar o leitor na compreensão do comportamento estrutural dos vários tipos de silos e no cálculo estrutural destes, fornecendo elementos para a comparação dos métodos de cálculo comumente utilizados com métodos sofisticados, passíveis de aplicação, que serão expostos posteriormente.

O tratamento dado aos métodos de cálculo passíveis de utilização no cálculo dos silos será feito de modo introdutório, com o objetivo de expor alguns aspectos de tais métodos, de modo a se poder apreciar suas potencialidades.

Muitas das informações vistas nos capítulos anteriores se aplicam a bunkers, silos subterrâneos e construções semelhantes; do mesmo modo algumas informações que serão expostas também se aplicam a estas estruturas, sendo po

rêm dada ênfase aos silos verticais. O cálculo de bunkers e de silos subterrâneos pode ser encontrado nas seguintes referências bibliográficas: GRAY¹²², GRAY & MANNING¹²³, FISCHER¹⁰⁰ e ZABELLETA³⁵⁸.

5.1 - AÇÕES A CONSIDERAR NO CÁLCULO DOS SILOS

As ações consideradas comumente são: o peso próprio do silo, as provocadas pelo material ensilado, o peso próprio dos equipamentos, o efeito do vento e a variação de temperatura. Outras ações que podem atuar são recalques diferenciais de apoios, protensão, vibração de máquinas, etc., sendo que os esforços solicitantes provenientes destas ações não são obtidos através dos métodos simples a seguir expostos, sendo necessários métodos de cálculo mais rigorosos.

O peso próprio da estrutura é determinado facilmente a partir das dimensões escolhidas inicialmente pelo calculista ou projetista, baseando-se em recomendações de projetistas e de normas para as dimensões (como as dadas no item 2.2), em projetos de silos já executados e na própria experiência do calculista.

As ações exercidas pelo material ensilado podem ser determinadas através de um dos métodos vistos no capítulo 3 deste trabalho, onde se encontram os tipos de células e tremonhas mais correntes na prática.

O efeito do vento deve ser considerado no cálculo estrutural das paredes e, principalmente, no cálculo dos pilares e das fundações, sendo muito importante a verificação da estabilidade da construção como um todo. O efeito do vento pode ser determinado com o apoio da NBR6123/80¹⁴.

As ações exercidas pelos equipamentos, cuja maior parte está na torre do silo, são muito importantes no cálculo da torre, mas geralmente pouco solicitam as células. No interior das células e tremonhas são instalados equipamentos, como condutos para aeração, dispositivos para determinação da temperatura e umidade do material ensilado, dispo-

sitivos para informar o nível de material no interior da célula, cujo peso próprio pode ser introduzido no cálculo estrutural sem maiores dificuldades. O teto do silo pode ser utilizado para sustentar equipamentos para transporte de material; o peso deste transportador deve ser considerado no cálculo estrutural da cobertura.

A variação de temperatura pode produzir esforços não desprezíveis, principalmente em silos de várias células solidárias e em regiões com grandes variações de temperatura. Um caso especial, onde a variação de temperatura pode causar esforços consideráveis, é aquele de silos que armazenam materiais que ao serem lançados no interior da célula estão com uma temperatura bem superior à do meio-ambiente.

5.2 - MÉTODOS DE CÁLCULO COMUMENTE UTILIZADOS

Os métodos de cálculo de silos comumente utilizados e expostos a seguir são baseados em análises um tanto ingênuas, que poderão levar o leitor a uma atitude de desconfiança ou mesmo de descrédito para com tais métodos, e a temer pela segurança da estrutura; entretanto, os resultados obtidos por meio destes métodos têm sido utilizados no cálculo estrutural de um grande número de silos que apresentam um ótimo comportamento estrutural, vindo a confirmar que os esforços que ocorrem na realidade, na maior parte do silo, ou estão próximos ou têm valores inferiores àqueles fornecidos pelas análises simplistas.

Os métodos empregados no cálculo dos silos, baseados em análises simplistas, contêm muito do engenho dos engenheiros do passado que, sem poderem recorrer a métodos sofisticados por várias razões, conseguiram elevar do solo construções belas e seguras.

Apresentar-se-ão inicialmente os métodos de cálculo para os vários tipos de células, depois para as coberturas, as tremonhas e os apoios (vigas e pilares), nesta ordem.

5.2.1 - Células isoladas (silos de célula única)

No Brasil estas células são geralmente de seção transversal circular construídas com chapas metálicas lisas, onduladas ou corrugadas, encontrando-se também em menor número células de concreto armado ou protendido, de madeira, e de outros materiais. A cobertura é geralmente cônica, encontrando-se também aquelas planas ou em cúpula. A célula pode estar apoiada no solo, continuamente ao longo de toda uma seção transversal, ou distante do solo, apoiada sobre pilares e vigas, que unem os topos dos pilares, a célula e o fundo do silo.

a) Células cilíndricas

A parede destas células, devido às pressões provocadas pelo material ensilado, está submetida basicamente a pressões radiais, que tendem a expandir radialmente o cilindro, gerando tensões de tração; e a ações devido ao atrito, na direção da geratriz, que comprimem o cilindro nesta direção, gerando tensões de compressão.

O cálculo da célula é feito dividindo-se esta em anéis de altura unitária, considerados independentes entre si (vide Fig. 112a), determinando-se para cada anel as tensões de tração atuando na seção do anel obtida ao seccioná-lo por um plano diametral (vide Fig. 112b), e as tensões de compressão atuando na área da parede determinada por um corte transversal da célula (vide Fig. 112c). Considerando-se os vários anéis tem-se a variação destas tensões com a profundidade do material ensilado.

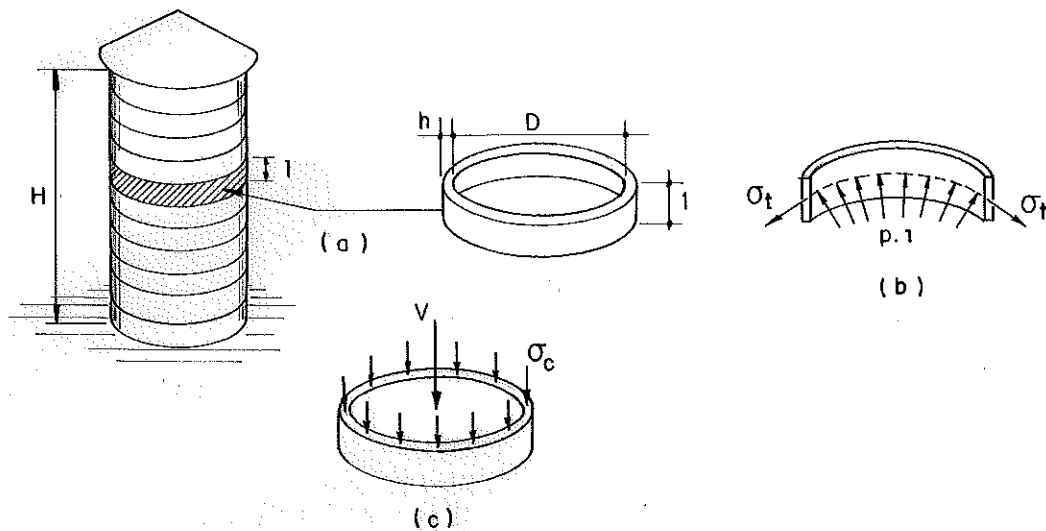


FIGURA 112 - Tensões nas células cilíndricas.

a.1) parede lisa.

Fazendo-se o equilíbrio das forças contidas no plano horizontal que atuam numa metade do anel obtêm-se a expressão que fornece a tensão de tração (fórmula 93a). A tensão de compressão é obtida dividindo-se a força resultante na direção vertical pela área da seção transversal do anel (fórmula 93b).

$$\sigma_t = \frac{Dp}{2h} \quad (a) \qquad \sigma_c = \frac{V}{\pi Dh} \quad (b) \qquad 93$$

onde:

- σ_t - tensão de tração horizontal na parede da célula;
- σ_c - tensão de compressão vertical na parede da célula;
- p - pressão horizontal exercida pelo material ensilado;
- V - força resultante na direção vertical proveniente da ação do atrito entre grãos e parede, do peso próprio da parede e do teto, etc.;

D - diâmetro interno da seção transversal da célula;
h - espessura da parede.

No caso de células metálicas com ligações rebita-
das ou aparafusadas estas fórmulas não são válidas para as
seções nas ligações, devendo-se utilizar no lugar da área
total a área útil (área total menos a área perdida nos fu-
ros para a ligação). Tal afirmação também é válida para célu-
las construídas com outros materiais, que por motivos vá-
rios (por exemplo: orifícios de descarga na parede, sistemas
de ligação, etc.), tenham a área total reduzida.

As tensões dadas pelas fórmulas 93, no caso de ci-
lindros delgados (relação entre a espessura da parede e o
raio esteja entre 1/20 e 1/500) fornecem excelentes resulta-
dos nas regiões afastadas das extremidades da célula, porém,
nas regiões próximas às extremidades, onde se tem um enrije-
cimento devido à existência da ligação com a cobertura, ou
com uma tremonha ou laje de fundo, ou ainda com um anel de
fundação, ocorrem momentos fletores e esforços cortantes (vi-
de Fig. 113a) que, devido à forma da célula e do carregamen-
to, têm valores máximos nas extremidades e são amortecidos ra-
pidamente (vide Fig. 113b), quanto mais delgada for a parede.
Os valores destes esforços ao longo da altura da célula são

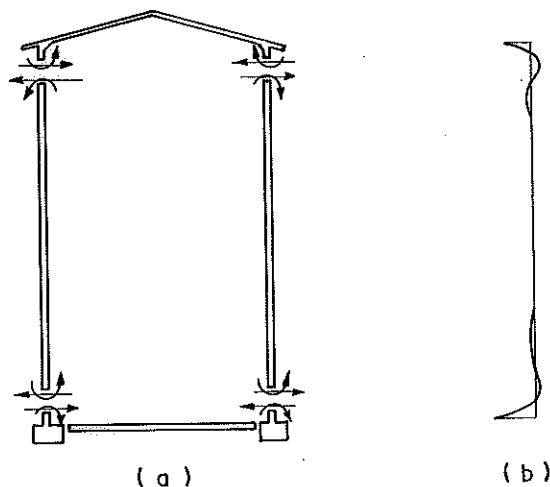


FIGURA 113 - Comportamento do momento fletor e esforço cortante
ao longo da altura da célula.

podem ser determinados através da aplicação da teoria das cascas às células cilíndricas, o que será visto no item 5.3.

Denominar-se-ão esforços secundários aqueles que atuam em regiões restritas da parede da célula, tremonha ou cobertura, como esses momentos fletores e esforços cortantes próximos às extremidades da célula.

No caso de células de grandes diâmetros a pressão horizontal é maior; isto resulta em valores de esforços cortantes e momentos fletores maiores nas extremidades.

No caso de células cuja extremidade inferior está apoiada sobre apoios discretos, como pilares (havendo sempre uma viga de eixo curvo que une a célula, a tremonha e os topos dos pilares), os esforços solicitantes na região inferior da parede, região compreendida entre a extremidade inferior até uma distância aproximadamente igual ao raio da célula, diferem muito daqueles dados pelas fórmulas 93. Analisar-se-ão inicialmente os esforços secundários que surgem devido ao carregamento vertical e, posteriormente, ao carregamento horizontal atuando na parede da célula.

O carregamento vertical gera tensões de compressão na seção transversal da parede cujo valor cresce rapidamente a partir de uma certa distância do nível superior do material ensilado, devido à ação do atrito entre material e parede, sendo estas tensões praticamente uniformes em uma seção transversal da célula distante da região inferior desta; entretanto, na região próxima aos pilares, como a maior parte do carregamento será transferida diretamente da parede para os pilares (a parte restante irá para os pilares através da viga curva), as tensões de compressão entre os pilares desviam-se da trajetória vertical até então seguida e dirigem-se para os apoios discretos, gerando, logo acima destes, tensões de compressão bem maiores que aquelas dadas pela fórmula 93b. Tensões de cisalhamento também ocorrem devido às faixas verticais da parede próxima aos pilares e se deslocarem, na direção vertical, bem menos do que aquelas afastadas dos pilares, existindo então deslocamentos diferenciais entre faixas adjacentes, produzindo-se assim as tensões de ci

salhamento atuando tanto na direção vertical, em planos dia-
metrais, como na direção horizontal, em planos transversais
da célula; estas tensões podem ser significativas apenas na
região inferior da parede, já que os deslocamentos diferen-
ciais diminuem ao se distanciar da extremidade inferior, pois
aumenta a dificuldade da ocorrência dos mesmos. Tensões de
tração horizontais, decorrentes da existência de deslocamen-
tos verticais diferenciais que provocam alongamento de fi-
bras horizontais, também ocorrem na região mencionada. A exis-
tência de elementos estruturais possuindo diferentes graus
de rigidez interligados, o tipo de carregamento, a existên-
cia de esforços cisalhantes e o modo como a célula está
sustentada são indicadores que levam à existência de momen-
tos fletores que, se forem significativos devem ser numa re-
gião restrita próxima à extremidade inferior da célula. Uma
analogia que se é tentado a empregar, para se ter uma idéia
dos valores das tensões horizontais, é analisar a casca co-
mo uma viga parede contínua; no entanto, resultados apresen-
tados por FLÜGGE¹⁰¹, págs. 233 e seguintes, mostram que, pa-
ra uma força vertical linearmente distribuída na extremida-
de inferior da célula entre os pilares, as tensões horizon-
tais assim obtidas são bem maiores que as dadas pela teoria
das cascas na região sobre o pilar e, na região entre os pi-
lares, tem-se o agravamento de inversão de sinal das tensões.

O carregamento horizontal, além de provocar ten-
sões de tração horizontais nos anéis, devido à existência
dos pilares, que provoca uma variação na rigidez ao longo
das seções transversais da célula próximas deles, e da vi-
ga de bordo que confere uma diferença brusca de rigidez, pro-
voca também momentos: um momento que flexiona as faixas ver-
ticais da parede, cujo vetor momento tem direção horizontal,
e outro momento que flexiona os anéis horizontais, cujo ve-
tor momento é vertical, tendo estes momentos um comportamen-
to ao longo da altura semelhante ao apresentado na figura
113b. Estes momentos cujos valores variam ao longo do anel,
devido à variação de rigidez já mencionada, são acompanhados
de esforços cortantes correspondentes.

Indicar valores máximos ou expressões para o cálculo destes esforços secundários sem um estudo utilizando a teoria das cascas seria temerário e o emprego da teoria das cascas, ao caso específico, sem recorrer a métodos numéricos sofisticados, envolve várias dificuldades devido às condições de contorno e aos tipos de carregamento. Estes esforços secundários atuam em uma região pouco extensa, e quanto menor for a distância entre pilares, menor será esta região. Uma simplificação que se pode empregar para determinar valores aproximados dos momentos fletores e esforços cortantes, na extremidade inferior da célula, é calcular os esforços na região do pilar como se a casca fosse perfeitamente engastada e nas proximidades da região entre os pilares como se a casca fosse ligada ao anel inferior e este estivesse sobre um apoio contínuo.

Existem silos cuja sustentação da célula é realizada por pilares, havendo uma laje muito espessa (logo bastante rígida) que serve de fundo e solidariza célula e pilares; nestes casos, os esforços secundários são semelhantes àqueles que ocorrem na célula engastada em toda a extremidade.

O estudo da flambagem de cascas cilíndricas submetidas a carregamentos devidos a materiais granulares não foi encontrado na bibliografia disponível, sendo que RAVENET²⁷⁴, pág.209, apresenta um processo para obter o índice de esbeltez de uma das chapas que compõem uma célula metálica, de maneira ingênua é bem verdade, como se poderá comprovar no momento da sua apresentação, porém certamente com o objetivo de se ter uma idéia do perigo de flambagem localizada.

GIONCU¹¹⁰, pág.413, indica algumas expressões para o cálculo da pressão crítica que não deve ser ultrapassada se se deseja evitar a flambagem, para o caso de um cilindro com extremidades livres e carregadas por pressão vertical distribuída linearmente nas extremidades de modo a comprimir a parede do cilindro. Para cilindros cuja relação

entre o raio e a espessura seja pequena, caso típico de silos de concreto, a pressão crítica é dada por:

$$P_{\text{crít}} = \frac{E \cdot h^2}{r \sqrt{3(1 - \nu^2)}} \quad , \quad \text{onde} \quad 94$$

r - raio do cilindro

ν - coeficiente de Poisson do material

Para cilindros metálicos, Gioncu indica expressões retiradas de um trabalho de IVAN¹⁴⁵ sobre instabilidade de cilindros metálicos:

para $w \leq 1$

$$P_{\text{crít}} = E \cdot h \sqrt{k_1} \left(\frac{1}{w^2} + w^2 \right) \quad (a)$$

para $w > 1$ $\bar{w} < 0,2725$

$$P_{\text{crít}} = E \cdot h \sqrt{k_1} \frac{2 - \bar{w} + \bar{w}^2}{1 + \bar{w}} \quad (b) \quad 95$$

onde:

$$k_1 = \frac{k_2}{1 - \nu^2} \quad (c) \quad k_2 = \frac{h^2}{12r^2} \quad (d)$$

$$\lambda = \frac{\pi \cdot r}{H} \quad (e) \quad w^2 = \frac{1}{\lambda^2 \sqrt{k_1}} \quad (f) \quad \bar{w}^2 = \frac{\sqrt{k_1}}{\lambda^2} \quad (g)$$

H - altura do cilindro

Conhecendo-se o valor da pressão crítica, basta dividir este valor pela espessura da parede, obtendo-se a tensão crítica que deve ser comparada com a tensão vertical que está atuando na parede da célula.

As expressões fornecidas para a determinação da pressão crítica devem ser utilizadas tendo-se em mente as observações que se expõem a seguir. As expressões foram obtidas para um cilindro com as extremidades livres, sem impedimento quanto a deslocamentos, caso que não ocorre nas células que têm suas extremidades ligadas à cobertura, ao fundo do silo ou às fundações; estas ligações implicam em uma pressão crítica maior. O carregamento vertical atuante na célula está distribuído ao longo da parede, que certamente resulta em uma pressão crítica superior àquela dada para o

caso do carregamento aplicado nas extremidades. O material granular provoca deslocamentos radiais variáveis ao longo da altura da célula que interferem no valor da pressão crítica diminuindo-a; por outro lado, o material granular pode atuar favoravelmente na pós-flambagem, servindo de empecilho aos deslocamentos radiais decorrentes da flambagem. Imprecisões geométricas da parede da célula também diminuem o valor da pressão crítica, às vezes consideravelmente.

O processo proposto por Ravenet para células metálicas construídas com chapas lisas, já mencionado anteriormente, visa determinar o índice de esbeltez de uma faixa vertical de largura unitária de uma das chapas, tendo-se assim uma idéia da esbeltez. Ravenet não fornece qualquer valor do índice de esbeltez para comparação com aquele obtido na expressão 96b. Na figura 114 têm-se as seções vertical e horizontal de uma das chapas da parede. Considerando-se um

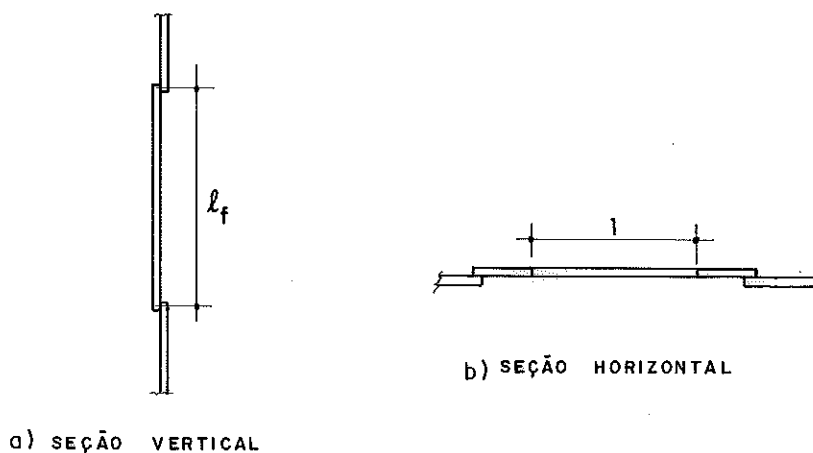


FIGURA 114 - Seções vertical e horizontal da chapa.

trecho de largura unitária da seção horizontal e tomando-se o comprimento de flambagem como a distância entre os centros de ligação da chapa analisada com as chapas superior e inferior têm-se:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{1 \cdot h^3}{12} \frac{1}{1 \cdot h}} = 0,29h \quad (a)$$

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{l_f}{0,29h} \quad (b)$$

onde:

- i - raio de giração;
- I - momento de inércia da faixa de seção horizontal;
- A - área da faixa da seção horizontal;
- ℓ_f - comprimento de flambagem(vide texto);
- λ - índice de esbeltez.

Note-se que esta verificação, além de restringir -se a uma flambagem "local", envolve algumas simplificações grosseiras, pois não se considera o efeito constritor das paredes ao lado da faixa considerada, e é discutível o valor admitido para comprimento de flambagem; porém, pela recomendação de Ravenet, parece que tal verificação está a favor da segurança.

A ocorrência da flambagem em silos de chapas metálicas é basicamente devida à pequena espessura de sua parede, enquanto que os silos construídos com outros materiais (por exemplo: madeira, concreto armado) possuem paredes bem menos delgadas, cujo perigo de flambagem é menor. Deparando-se com o perigo de flambagem da parede metálica, um procedimento a se adotar é a colocação de enrijecedores verticais, que são comumente perfis metálicos ou chapas dobradas, distribuídos no perímetro interno e ao longo de toda a altura da célula, ligados a esta normalmente por parafusos. Estes enrijecedores devem ser dimensionados para suportar a força vertical resultante na sua área de influência, cuja largura é igual ao quociente do perímetro interno da seção transversal da célula pelo número de enrijecedores e a altura depende da profundidade considerada, desprezando-se o auxílio que a parede presta na absorção desta força. Normalmente os enrijecedores estão distanciados de aproximadamente um metro.

As ligações das peças que compõem o silo metálico devem ser dimensionadas cuidadosamente, considerando-se as várias possibilidades de ruína da ligação. O mesmo cuidado deve se ter no cálculo das ligações dos silos de madeira. Vários são os acidentes em silos onde se constatou uma deficiência nas ligações entre as chapas metálicas.

a.2) parede ondulada

Este tipo de parede é próprio dos silos metálicos, compostos por chapas onduladas unidas entre si e a perfis metálicos verticais por meio de parafusos ou rebites. No Brasil os parafusos são os elementos de ligação mais utilizados.

As tensões de tração são dadas por uma expressão semelhante àquela para os silos cilíndricos de parede lisa, devendo-se no caso presente trabalhar com a área líquida (S_{liq}) obtida subtraindo-se da área transversal da chapa às áreas perdidas ao se fazer os orifícios para os dispositivos de ligação

$$\sigma_t = \frac{pD}{2 S_{liq}} \quad 97$$

Quanto às tensões decorrentes do atrito entre material ensilado e parede e de outras solicitações verticais, supõe-se que as chapas onduladas não podem resistir a estas solicitações, pois apresentariam um "efeito de sanfona"; assim são dispostos perfis da base até o teto e ao longo de todo o perímetro interno, para absorver as solicitações verticais. Os enrijecedores são calculados como pilares, carregando-se cada pilar com as forças verticais concentradas e distribuídas ao longo da altura, que estejam na área de influência de cada enrijecedor. Como geralmente os enrijecedores são equidistantes e não se considera que os carregamentos devidos ao material ensilado, se a descarga for centrada, variem ao longo do perímetro, cada enrijecedor tem a mesma área de influência e está submetido à mesma solicitação.

Indicações sobre a flambagem de chapas onduladas não foram encontradas na bibliografia sobre silos e estruturas metálicas pesquisada. Recomenda-se analisar projetos já implantados e que não apresentem deficiências, para servirem de subsídios para novos projetos. Note-se que os grãos ensilados tendem a impedir deslocamentos, da mesma forma que os enrijecedores, auxiliando no combate à flambagem;

desprezando-se o efeito dos grãos contra a parede, deve -se dispor os enrijecedores para impedir a flambagem das chapas, verificando-se também a possibilidade de flambagem dos enrijecedores.

O largo emprego de silos metálicos de paredes onduladas por várias firmas que fabricam e montam as chapas, faz crer que a flambagem e outros problemas relacionados com os silos constituídos de chapas metálicas já foram resolvidos, devendo existir recomendações para o bom comportamento estrutural destes silos que, infelizmente, não são do conhecimento do autor.

b) Células prismáticas

O cálculo das células de seção transversal poligonal é realizado usualmente considerando-se faixas transversais de altura unitária, independentes umas das outras, ao longo da altura das células (vide Fig.115a), determinando-se os esforços solicitantes que atuam em cada uma dessas faixas ou pórticos fechados, obtendo-se assim os esforços solicitantes principais em toda a célula. Observe-se que se utiliza aqui o mesmo princípio de anéis independentes empregado no cálculo das células cilíndricas. Nas células poligonais a pressão horizontal exercida pelo material ensilado, além de provocar em cada parede um esforço normal de tração nas seções nascidas de um corte da parede por um plano vertical perpendicular a esta (vide Fig.115b), provoca também momentos fletores nestas seções que podem ser representados por vetores momento verticais. A força resultante na vertical provoca apenas compressão na seção transversal da célula (vide Fig.115c). Estes são os principais esforços que ocorrem nas paredes das células poligonais, e que serão determinados a seguir, primeiramente para células de paredes lisas e depois para células de paredes corrugadas. Também se tecerão comentários e se darão indicações para a determinação de esforços secundários.

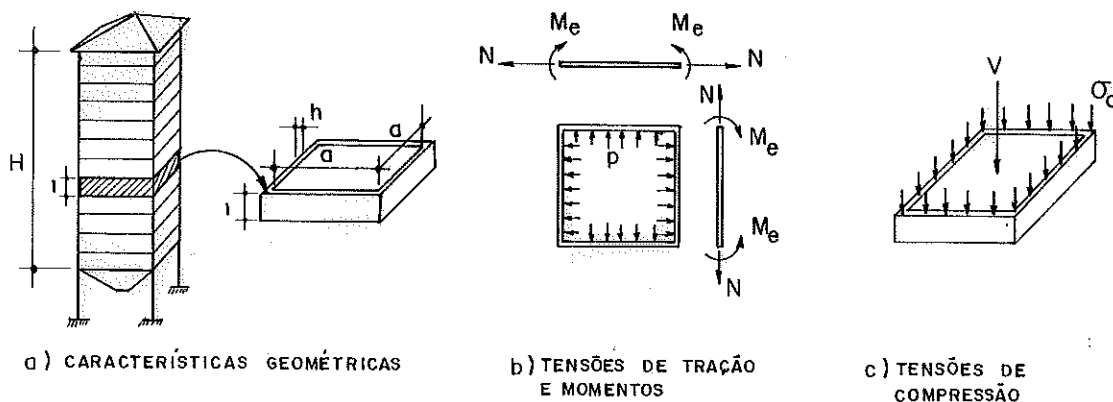


FIGURA 115 - Esforços solicitantes em células poligonais.

b.1) paredes planas

Este tipo de célula é construída geralmente com concreto armado, havendo também aquelas construídas com madeira.

A determinação das tensões de tração será feita para uma célula de seção transversal hexagonal regular, podendo-se aplicar o processo para outras seções transversais.

A determinação das tensões pode ser realizada tomando-se uma faixa de altura unitária da célula, seccionando-se o hexágono assim obtido em duas partes iguais pelo plano diametral AA' (vide Fig.116a) e fazendo-se o equilíbrio. Nesta metade da faixa atuam as pressões horizontais e as forças N, distribuídas linearmente ao longo da altura da faixa, que exercem tração na parede, como pode ser visto na figura 116b.

As forças paralelas ao plano são devidas apenas às pressões e são autoequilibradas, restando as componentes da pressão perpendiculares ao plano AA', que são equilibradas pelas forças N; fazendo-se o equilíbrio tem-se:

$$N = p a \text{ sen } 60^{\circ} = 0,867 p a$$

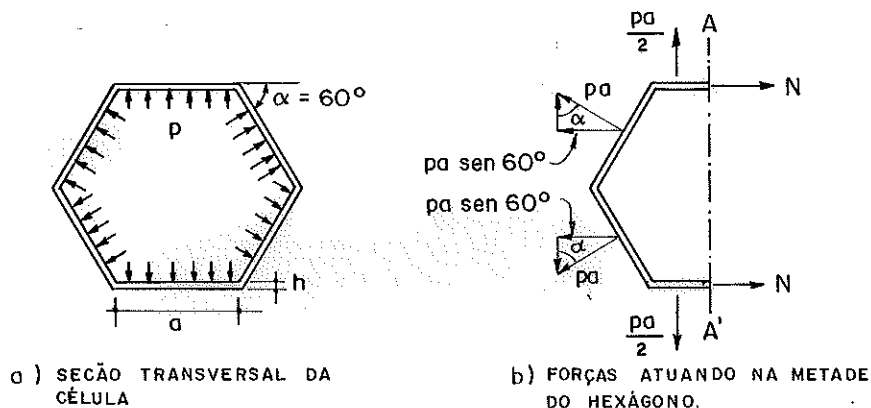


FIGURA 116 - Determinação da tensão de tração nos paredes.

O valor das tensões de tração para as seções mais comuns encontram-se na tabela 18.

Tabela 18 Tensões de tração nas paredes de células prismáticas

Seção transversal	$\frac{\sigma_t}{pa} \quad h =$
Triângulo equilátero	0,289
Quadrado	0,500
Hexágono	0,867
Octágono	1,207

Em A. & M. REIMBERT²⁸⁵, pág. 76, encontra-se uma expressão para a tensão de tração apresentada abaixo:

$$\sigma_t = \frac{pa}{h} \frac{1 + \cos\alpha}{2 \operatorname{sen}\alpha}, \quad \text{onde} \quad 98$$

α - ângulo formado por uma parede e o prolongamento da contígua (vide Fig. 116). Em polígonos regulares de n lados: $\alpha = 360/n$;

a - lado da célula poligonal.

A tensão de compressão é obtida dividindo-se a força resultante vertical pela seção transversal das paredes da célula:

$$\sigma_c = \frac{V}{nah}$$

n - número de lados da célula.

Os momentos fletores, vistos na figura 115, são obtidos considerando-se cada faixa transversal como um polígono carregado pelas pressões horizontais, determinando-se os momentos fletores por um dos processos adequados para a resolução de tais estruturas, sendo que no caso de polígonos regulares e com pressões perpendiculares iguais em todas as paredes, os nós dos polígonos não giram, configurando nas extremidades dos lados uma vinculação do tipo engaste perfeito. Os momentos fletores nas extremidades (M_e) e nos meios (M_m) de cada parede são dados por:

$$M_e = \frac{p a^2}{12} \quad (a) \qquad M_m = - \frac{p a^2}{24} \quad (b) \quad 100$$

sendo considerado positivo o momento que traciona as fibras da face interna da parede. A variação do momento ao longo da largura da parede obedece a uma parábola de segundo grau.

Esforços secundários também estão presentes nas células prismáticas sendo comentados oportunamente, após se tratar de células não prismáticas, porém muito empregadas na prática, que são as células com seção transversal retangular, pois os comentários sobre os esforços secundários também se aplicam a este tipo de célula.

Células de seção transversal retangular

As tensões de tração são obtidas seguindo-se os mesmos passos quando da análise das células com seção transversal poligonal regular. Deste modo, nas paredes atuam as seguintes tensões de tração:

$$\sigma_{ta} = \frac{p_b b}{2 h_a} \quad (a) \qquad \sigma_{tb} = \frac{p_a a}{2 h_b} \quad (b) \quad 101$$

sendo:

- σ_{ta} - tensão de tração na parede de largura a;
- σ_{tb} - tensão de tração na parede de largura b;
- a - largura maior das paredes;

- b - largura menor das paredes;
- p_a - pressão horizontal na parede de largura a;
- p_b - pressão horizontal na parede de largura b;
- h_a - espessura da parede de maior largura;
- h_b - espessura da parede de menor largura.

Os momentos fletores provocados pelas pressões horizontais nos cantos e no meio de cada parede da faixa transversal da célula podem ser obtidos por qualquer processo para a resolução de tais estruturas. Encontram-se em A. & M. REIMBERT²⁸⁵, pág.78, expressões para estes esforços apresentadas a seguir:

$$M_e = \frac{p_a a^2 k + p_b b^2}{12 (k+1)} \quad (a)$$

$$M_{ma} = M_e - \frac{p_a a^2}{8} \quad (b) \quad 102$$

$$M_{mb} = M_e - \frac{p_b b^2}{8} \quad (c)$$

sendo:

$$k = \frac{I_b}{I_a} \frac{a}{b}$$

- M_e - momento fletor nas extremidades da faixa das paredes;
- M_{ma} - momento fletor no meio da faixa da parede de largura a;
- M_{mb} - momento fletor no meio da faixa da parede de largura b;
- I_a - momento de inércia da seção transversal da faixa da parede de largura a em relação ao eixo principal contido na superfície média da parede;
- I_b - momento de inércia da seção transversal da faixa da parede de largura b em relação ao eixo principal contido na superfície média da parede.

A tensão de compressão na seção transversal de cada parede é dada por:

$$\sigma_{ca} = \frac{V_a}{ah_a} \quad (a) \quad \sigma_{cb} = \frac{V_b}{bh_b} \quad (b) \quad 103$$

onde:

- V_a - força vertical na parede de largura a;
 V_b - força vertical na parede de largura b;
 σ_{ca} - tensão de compressão na parede de largura a;
 σ_{cb} - tensão de compressão na parede de largura b.

Retornando aos esforços secundários, no caso de as paredes estarem assentadas sobre apoios discretos, por exemplo pilares cujos topos são ligados por viga que une a parede ao fundo do silo, as expressões 103 já não são válidas na região inferior da parede, havendo uma concentração de tensões de compressão sobre os pilares, ocorrendo tensões horizontais de tração na região inferior da parede; estas tensões e mais as de cisalhamento podem ser determinadas considerando a parede como uma chapa com a mesma vinculação e submetida ao mesmo carregamento da parede. Não se encontraram expressões ou tabelas que fornecessem as tensões numa chapa submetida a um carregamento do tipo produzido pelo material ensilado, podendo-se utilizar resultados obtidos para carregamentos que possam ter alguma semelhança com o carregamento analisado.

Além dos momentos fletores dados pelas expressões 100 ou 102, conforme for o caso, ocorrem outros momentos fletores, que podem ser representados por vetores horizontais contidos na superfície média da parede, que são significativos na região inferior da parede, na ligação desta com o fundo da célula ou com a fundação. Para determinar os valores deste momento e sua distribuição na parede seria necessário analisar a parede juntamente com o elemento ao qual ela está unida; tal procedimento levaria a complexidades no cálculo não condizentes com a simplicidade dos processos até aqui apresentados.

Considerando-se a parede como uma placa submetida a uma pressão uniformemente distribuída igual a $p_{\text{máx}}$, engas

tada em três bordas (junções com as paredes adjacentes e com o elemento na extremidade inferior), tendo as bordas verticais da placa comprimento superior a quatro vezes o das bordas horizontais, de modo que a influência do tipo de vinculação da quarta borda não seja significativa, e utilizando-se o trabalho de RÜSCH²⁹⁸, págs.44 e 76, obtêm-se os valores do momento fletor, representado por vetores momento horizontais, em determinados pontos, dados na tabela 19, e a distribuição destes momentos, que nas duas direções varia segundo uma parábola, é apresentada na figura 117b.

Os momentos são considerados positivos se provocam tração nas fibras pertencentes à face interna da parede.

Tabela 19-Valores de momentos fletores secundários

x	0	0	0
y	0	H/2	2a
$\frac{M}{a^2 p_{m\acute{a}x}}$	0,057	-0,015	-0,009

$p_{m\acute{a}x}$ em tf/m^2

a em m

- Obs.: 1. válido para $H/a > 4$ e $\nu = 1/6$
 2. coordenadas x e y e dimensões a e H identificados na figura 117.

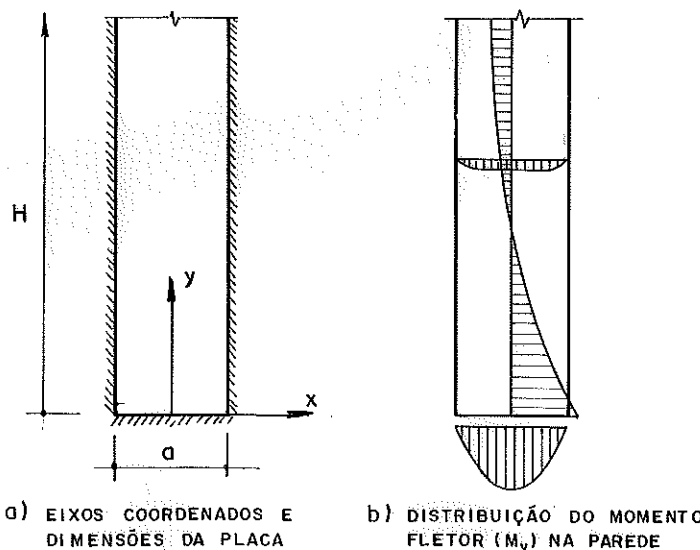
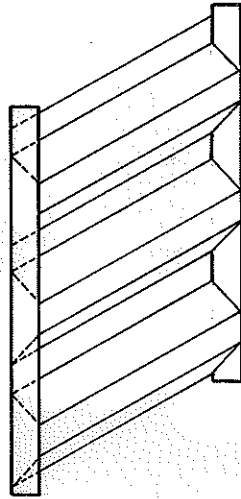


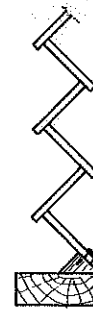
FIGURA 117 - Distribuição do momento fletor secundário na parede.

b.2) paredes corrugadas ou trapezoidais

Estas células são construídas com chapas metálicas corrugadas ou trapezoidais pré-fabricadas, tendo enrijecedores verticais, como pode ser visto na figura 118a, sendo a célula sustentada por apoios discretos. Existem exemplos de silos construídos com peças pré-moldadas de concreto armado que formam paredes corrugadas, sendo cada onda uma peça pré-moldada. Em A. & R. REIMBERT²⁸⁵, pág. 156 e seguintes, apresenta-se um silo de madeira de paredes corrugadas cuja seção longitudinal é vista na figura 118b.



a) CHAPA METÁLICA CORRUGADA



b) SEÇÃO LONGITUDINAL DE UMA PAREDE CORRUGADA DE MADEIRA.

FIGURA 118- Exemplos de paredes corrugadas.

Do mesmo modo que as paredes planas, as paredes corrugadas têm suas seções longitudinais submetidas predominantemente a momento fletor e a esforço normal de tração por unidade de comprimento do corte longitudinal, esforços estes produzidos pela pressão horizontal.

Apresentar-se-á aqui um processo para o cálculo das tensões produzidas pelos esforços acima mencionados, que é exposto em A. & M. REIMBERT²⁸⁵, págs. 86 e seguintes e também em RAVENET²⁷⁴, pág. 242 e seguintes, tomando-se como exemplo a parede da figura 119.

As tensões decorrentes da flexão deverão ser obtidas para três casos diferentes: flexão em torno do eixo vertical yy' (vide Fig.119a); flexão em torno do eixo zz' para o qual o momento de inércia da seção do trecho \overline{BE} é mínimo (vide Fig.119b); flexão de um dos trechos planos que formam a parede corrugada em torno do eixo xx' , para o qual o momento de inércia da seção transversal do trecho é mínimo (vide Fig.119c).

Ao se tratar de cada um destes casos apresentar-se-ão as tensões devidas à flexão e ao esforço normal. Con-

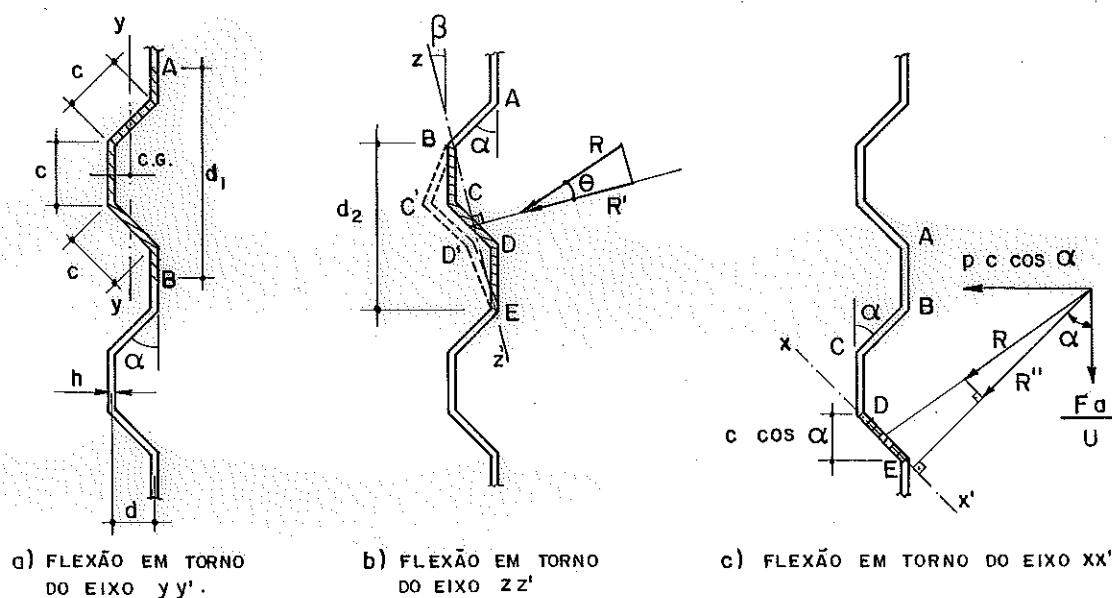


FIGURA 119 - Casos de flexão de faixas de paredes corrugadas.

Considerar-se-á que todas as faixas retangulares que formam a chapa corrugada têm as mesmas dimensões e a mesma inclinação em relação à vertical.

Considerando-se inicialmente a flexão em torno do eixo vertical yy' , a faixa de espessura h , largura d_1 e comprimento a' é considerada perfeitamente engastada nas extremidades (junções da chapa corrugada com enrijecedores ou em contros entre duas paredes), sendo solicitada por momentos fletores considerados positivos se tracionam as fibras internas das paredes, representadas por vetores momento paralelos ao eixo yy' , cujos valores são:

$$M_e = \frac{p d_1}{12} a'^2 \quad (a)$$

$$M_m = \frac{p d_1}{24} a'^2 \quad (b)$$

104

sendo:

- M_e - momento fletor nas seções das extremidades da faixa;
- M_m - momento fletor na seção no meio da faixa;
- p - pressão horizontal;
- d_1 - altura da faixa ou largura de uma onda (vide Fig. 119a);
- a' - comprimento da faixa, ou seja: distância entre os cantos da parede, se não houver enrijecedores, ou entre dois enrijecedores adjacentes na parede.

O módulo de resistência da seção transversal da faixa é dado por:

$$W = \frac{2 I_{yy'}}{d} \quad (a)$$

105

$$I_{yy'} = \frac{ch^3}{6} + ch \frac{d^2}{4} + \frac{hc^3}{6} \text{sen}^2\alpha + \frac{ch^3}{6} \text{cos}^2\alpha \quad (b)$$

sendo:

- W - módulo de resistência da seção transversal da faixa em relação ao eixo yy' ;
- h - espessura da chapa;
- c - altura da seção transversal de cada trecho plano da chapa corrugada;
- d - distância entre trechos planos verticais opostos, ou seja, valor da amplitude da onda.

As tensões normais devidas aos momentos fletores são obtidas dividindo-se estes pelo módulo de resistência.

O esforço normal atuando na seção transversal da faixa é obtido de modo idêntico ao utilizado quando se tratou deste esforço no estudo das células de paredes lisas, to

mando-se aqui, em vez de uma altura unitária para a faixa, uma altura igual ao comprimento da onda (d_1). Assim, para uma célula de seção transversal quadrada cujo lado meça a , por exemplo, o esforço normal e a tensão normal decorrente deste esforço são dados por:

$$N = \frac{p a}{2} d_1 \quad (a)$$

106

$$\sigma = \frac{N}{4 h c} = \frac{p a}{2} d_1 \frac{1}{4 h c} \quad (b)$$

sendo:

a - largura da parede ou comprimento da faixa de altura d_1 .

Conforme relatam M. & A. REIMBERT²⁸⁵, pág. 88, estudaram-se as deformações do trecho ABCDE da parede (vide Fig. 119b), observando-se que os trechos verticais \overline{BC} e \overline{DE} tendem a girar em torno dos pontos B e E, respectivamente, e a parede assume a nova posição ABC'D'E. Convém então estudar o trecho BCDE com respeito ao momento fletor que solicita este trecho, considerando-se o eixo zz' para o qual o momento de inércia é mínimo.

Para determinar os momentos fletores, inicialmente deve-se obter a pressão resultante, distribuída linearmente, perpendicular ao eixo zz' , atuando na faixa de altura d_2 (projeção vertical do segmento da reta \overline{BE}), decorrente das ações horizontal e vertical sobre a parede. Esta resultante pode ser determinada obtendo-se a resultante (R) das ações mencionadas multiplicadas por d_2 e projetando-se esta resultante na direção perpendicular ao eixo zz' , encontrando-se o valor dado na expressão 107a, como preconizam A. & M. Reimbert; ou projetando-se cada ação, multiplicada por d_2 diretamente na direção perpendicular ao eixo zz' , obtendo-se a expressão 107b.

$$R' = R \cos\theta = \cos\theta \sqrt{(pd_2)^2 + (F_a/U)^2} \quad (a)$$

107

$$R' = pd_2 \cos\beta + \frac{F_a}{U} \text{sen}\beta \quad (b)$$

sendo:

- R - resultante das ações vertical e horizontal na parede, distribuída linearmente ao longo do comprimento da faixa de altura d_2 ;
- R' - projeção na direção perpendicular ao eixo zz' da resultante R (vide Fig. 119b);
- d_2 - projeção vertical do segmento de reta \overline{BE}
 $d_2 = 2c + c \cos \alpha$;
- θ - ângulo entre a direção da resultante das ações vertical e horizontal na parede e a direção perpendicular ao eixo zz' ;
- β - ângulo entre o eixo zz' e a vertical ($\beta = \text{arc tg } \frac{d}{d_2}$).

Os momentos fletores nas extremidades (M_e) e no meio (M_m) da faixa são dados por:

$$M_e = \frac{R' a'^2}{12} \quad (a) \quad M_m = -\frac{R' a'^2}{24} \quad (b) \quad 108$$

As tensões normais devidas aos momentos fletores acima são máximas nos pontos C e D, sendo obtidas dividindo-se o momento fletor atuando na seção transversal considerada da faixa pelo módulo de resistência dado pela expressão 109a.

$$W = \frac{I_{zz'}}{m} \quad (a) \quad 109$$

$$I_{zz'} = \frac{1}{12} hc^3 \sin^2(\alpha - \beta) + 2 \left[\frac{1}{12} hc^3 \sin^2 \beta + hc \frac{m^2}{4} \right] \quad (b)$$

sendo:

- $I_{zz'}$ - momento de inércia mínimo em relação ao eixo zz' da seção transversal da faixa compreendendo os trechos \overline{BC} , \overline{CD} e \overline{DE} (vide Fig. 119b);
- m - distância entre o ponto C ou o ponto D e o eixo zz' .

O esforço normal é determinado utilizando-se o mesmo processo empregado nas células poliédricas de paredes lisas. Para uma célula de seção transversal quadrada de lado a, com

uma pressão R' atuando em todos os lados, o esforço normal e a tensão normal de tração produzida por estes esforços são dados por:

$$N = \frac{R' a}{2} \quad (a) \quad 110$$

$$\sigma = \frac{N}{3h c} = \frac{R' a}{6hc} \quad (b)$$

Considerando-se a flexão de cada trecho plano que compõe a parede corrugada, nota-se que na faixa ABCDE o trecho, para uma grande profundidade, mais solicitado é aquele designado por \overline{DE} (vide Fig.119c), já que é sobre este que se tem a maior componente perpendicular ao trecho da resultante das ações horizontal e vertical. Os momentos fletores nas extremidades e no meio do comprimento do trecho plano podem ser determinados utilizando-se as expressões 108 a e b, substituindo-se nelas R' por R'' cujo valor é:

$$R'' = pc \cos^2 \alpha + \frac{F}{U} a \operatorname{sen} \alpha \quad (a) \quad 111$$

onde:

R'' - componente da resultante das ações horizontal e vertical, perpendicular ao trecho CD.

Desejando-se calcular os momentos que solicitam um trecho vertical, como o BC por exemplo, caso crítico para pequenas profundidades, deve-se tomar para R'' :

$$R'' = p c \quad (b) \quad 111$$

As tensões normais devidas aos momentos fletores são obtidas dividindo-se o momento fletor pelo módulo de resistência dado por:

$$W = \frac{c h^2}{6} \quad 112$$

O esforço normal e a tensão correspondente, para uma célula de seção transversal quadrada, são dados por:

$$N = \frac{R'' a}{2} \quad (a) \quad \sigma = \frac{N}{2hc} = \frac{R'' a}{2hc} \quad (b) \quad 113$$

Caso a seção transversal da célula não seja quadrada, utiliza-se o mesmo processo empregado na obtenção do esforço normal apresentado quando se tratou das células prismáticas de paredes lisas, aplicando-se como pressão na parede os valores pd_1 , ou R' , ou R'' , de acordo com a seção transversal da faixa analisada.

Quanto às ações verticais, considera-se que as paredes corrugadas não tenham capacidade de absorver estas ações, sendo elas absorvidas pelos enrijecedores convenientemente distribuídos no perímetro da seção transversal da célula e ao longo de sua altura. Deste modo cada enrijecedor deve ser dimensionado para suportar a totalidade das ações verticais atuando na sua área de influência.

5.2.2 - Multicélulas

Os silos multicelulares são construídos há muitas décadas, tendo geralmente grandes dimensões, e são construídos quase sempre com concreto armado, havendo também os metálicos e os de argamassa armada.

a) Células cilíndricas

Este tipo de célula é construída quase sempre em concreto armado desde o início do século; entretanto, até hoje, os métodos de cálculo usualmente utilizados deixam a desejar, pois não conseguem expressar fielmente o comportamento estrutural destas células, como poderá ser constatado nos vários processos de cálculos apresentados a seguir. Uma esperança é o Método dos Elementos Finitos, de emprego recente, que deverá fornecer subsídios valiosos para um melhor conhecimento do comportamento estrutural.

Quanto aos processos aproximados, novamente, o primeiro passo para o cálculo estrutural é retirar uma faixa horizontal de altura unitária do conjunto de células, reduzindo-se o conjunto a tipos estruturais mais simples para o cálculo. Esta faixa horizontal pode ser discretiza-

da em uma série de arcos, cujas nascenças são as regiões de contatos entre as células, funcionando estas regiões como vinculações do tipo engastamento elástico. A determinação dos coeficientes de mola deste engastamento elástico é por demais complexa já que, a rigor, se deveria analisar todo o restante da faixa horizontal para se obterem os coeficientes para determinado arco. O tipo de vinculação normalmente considerado, para facilitar o cálculo estrutural, é o engaste perfeito, que mais se aproxima da realidade quanto maior for a rigidez da região de encontro de duas células e quanto mais próxima estiver a faixa da extremidade do conjunto de células, pois nestas extremidades existem placas ou vigas que dificultam substancialmente os possíveis deslocamentos das regiões de encontro. Já nas regiões próximas à meia altura das células, distantes dos elementos enrijecedores das extremidades, e no caso das regiões de encontro serem diminutas, a condição de engastamento perfeito para os arcos diverge mais das condições de vinculação reinantes. Não se pode esquecer que a estrutura real é um conjunto de cascas cilíndricas. Este tipo estrutural transmite o carregamento externo até os elementos de borda não através de uma única direção, como o arco, mas sim através de duas direções.

Quanto às tensões provocadas pelas ações verticais, continuam válidas as considerações feitas quando da análise destas ações em um silo de célula única cilíndrica, desde que o eixo dos pilares coincida com o eixo longitudinal da região de encontro de duas células. As tensões de compressão podem ser obtidas utilizando-se a expressão 93b, pelo menos na região distante da extremidade inferior das células, no caso de a célula estar assentada sobre apoios discretos.

Outros esforços solicitantes são momentos fletores e esforços cortantes que solicitam as seções transversais da região de encontro de duas células (considerada como uma viga de eixo longitudinal vertical) e as seções transversais das células. Na região de encontro tais esforços são

fornecidos por uma das teorias que serão expostas a seguir. A determinação dos esforços nas seções transversais das células não é simples devido ao tipo de vinculação da parede nas suas extremidades superior e inferior e a existência das regiões de encontro com uma rigidez diferente daquela da parede. Um modo de estimar estes esforços numa faixa vertical central da parede da célula e distante das regiões de encontro das células, ou seja, onde a influência destas regiões pode ser desprezada, é considerar que estes esforços são iguais aos obtidos para um cilindro com mesmo raio, espessura, altura e tipos de vinculação nas extremidades da parede da célula.

Quando as paredes das células são suportadas por apoios discretos, geralmente pilares cujo eixo de cada um coincide com o eixo da região de encontro das células, havendo vigas curvas que unem os topos dos pilares, o fundo da célula e as paredes, ocorrem esforços secundários a respeito dos quais já se teceram comentários quando se tratou das células isoladas cilíndricas sobre apoios discretos.

Apresentar-se-ão a seguir três métodos para o cálculo das células dos silos multicelulares cilíndricos, sendo que o último deles trata apenas das intercélulas cheias: a discretização em arcos biengastados, o método de M. Albigès e A. Lumbroso, e o método de M. Laredo. Nestas apresentações procurou-se expor as particularidades de cada método e fornecer as expressões dos esforços solicitantes de modo a facilitar a determinação de tais esforços, sem preocupações quanto à dedução dessas expressões, que pode ser encontrada em cada um dos artigos mencionados na apresentação dos métodos.

a.1) discretização em arcos bi-engastados

O método de calcular as células cilíndricas de silos multicelulares discretizando-os em uma série de arcos talvez tenha sido o primeiro método aplicado no tratamento do problema. Considerações a respeito das falhas deste método já foram feitas anteriormente; apresentar-se-ão aqui so-

mente as expressões para o cálculo dos esforços solicitantes conseguidos em MARTOCCIA, RASETTI, SONINO²²⁷ devidos à pressão horizontal do material ensilado, à variação de temperatura uniforme ou não ao longo da espessura da parede.

Tomando-se uma faixa horizontal de altura unitária do conjunto de células (vide Fig.120a), pode-se discretizar esta faixa em uma série de arcos, um deles mostrado na figura 120b. Empregando o método dos esforços, Martoccia, Rasetti e Sonino determinaram os esforços no arco: o momento fletor (m), considerado positivo se traciona as fibras do intradorso, o esforço normal (n), considerado positivo se for de tração, e o esforço cortante (q), positivo se tende a girar a seção transversal à direita do corte no sentido anti-horário. A pressão radial considerada positiva é aquela divergente em relação ao centro do círculo, conforme pode ser visto na figura 120c.

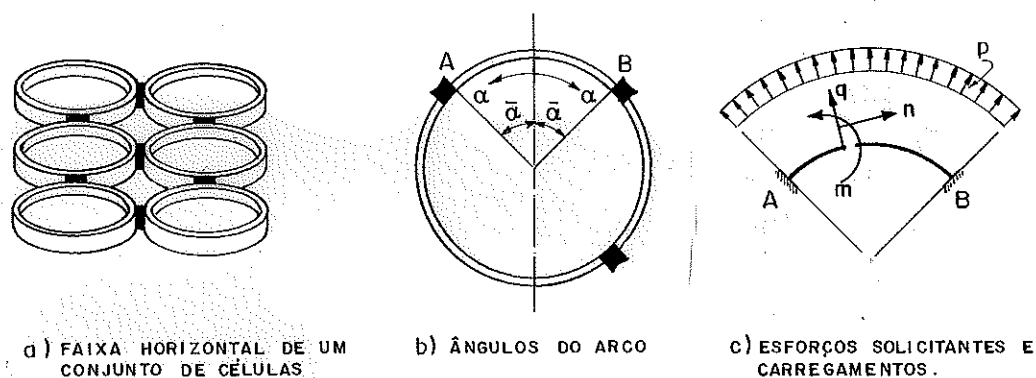


FIGURA 120 - Discretização dos silos multicelulares cilíndricos em arcos.

Os esforços no trecho AB são dados por:

$$m = m_0 + X_1 m_1 + X_2 m_2 \quad (a)$$

$$n = n_0 + X_1 n_1 + X_2 n_2 \quad (b) \quad 114$$

$$q = q_0 + X_1 q_1 + X_2 q_2 \quad (c)$$

onde:

$$m_1 = - \frac{\cos \alpha - \cos \bar{\alpha}}{1 - \cos \bar{\alpha}} \quad (a) \quad n_1 = - \frac{\cos \alpha}{r(1 - \cos \bar{\alpha})} \quad (b) \quad 115$$

$$q_1 = \frac{\text{sen}\alpha}{r(1-\cos\bar{\alpha})} \quad (c) \quad m_2 = \frac{1 - \cos\alpha}{1 - \cos\bar{\alpha}} \quad (d) \quad 115$$

$$n_2 = - \frac{\cos\alpha}{r(1-\cos\bar{\alpha})} \quad (e) \quad q_2 = \frac{\text{sen}\alpha}{r(1-\cos\bar{\alpha})} \quad (f)$$

sendo:

- α - ângulo medido a partir da reta que passa pelo centro da célula e pelo fecho do arco considerado até a seção transversal considerada (vide Fig.120b);
- $\bar{\alpha}$ - valor máximo de α ;
- r - raio do arco circular.

As expressões 115 são comuns a todos os carregamentos, enquanto que os outros parâmetros dependem do carregamento considerado.

para a pressão p :

$$m_o = 0 \quad (a) \quad n_o = p r \quad (b) \quad q_o = 0 \quad (c)$$

$$X_1 = X_{1p} = ph^2 (1-\cos\bar{\alpha}) \text{sen}\bar{\alpha} \frac{\eta_{22} + \eta_{12}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} \quad (d) \quad 116$$

$$X_2 = X_{2p} = ph^2 (1-\cos\bar{\alpha}) \text{sen}\bar{\alpha} \frac{\eta_{12} + \eta_{11}}{\eta_{11} \eta_{12} - \eta_{12}^2} \quad (e)$$

Os valores de η_{11} , η_{22} e η_{12} para qualquer carregamento são:

$$\eta_{11} = 12 \left[\bar{\alpha} \left(\frac{1}{2} + \cos^2\bar{\alpha} \right) - \frac{3}{4} \text{sen}2\bar{\alpha} \right] \quad (a)$$

$$\eta_{22} = 12 \left[\frac{3}{2} \bar{\alpha} + \frac{1}{4} \text{sen}2\bar{\alpha} - 2\text{sen}\bar{\alpha} \right] \quad (b) \quad 117$$

$$\eta_{12} = 12 \left[\text{sen}\bar{\alpha} - \bar{\alpha} \left(\frac{1}{2} + \cos\bar{\alpha} \right) - \frac{1}{4} \text{sen}2\bar{\alpha} + \frac{\text{sen}2\bar{\alpha}}{2} \right] \quad (c)$$

para variação uniforme de temperatura

$$m_o = 0 \quad (a) \quad n_o = 0 \quad (b) \quad q_o = 0 \quad (c)$$

$$X_1 = X_{1,\Delta t} = \frac{Eh^3}{r} \alpha_t \Delta t (1 - \cos \bar{\alpha}) \operatorname{sen} \bar{\alpha} \frac{\eta_{22} + \eta_{12}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} \quad (d)$$

118

$$X_2 = X_{2,\Delta t} = \frac{Eh^3}{r} \alpha_t \Delta t (1 - \cos \bar{\alpha}) \operatorname{sen} \bar{\alpha} \frac{\eta_{12} + \eta_{11}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} \quad (e)$$

sendo:

- α_t - coeficiente de dilatação térmica do material de construção das células;
- E - módulo de deformação longitudinal do material de construção das células;
- Δt - variação de temperatura, uniforme na espessura da parede.

para variação não uniforme de temperatura

$$m_o = 0 \quad (a) \quad n_o = 0 \quad (b) \quad q_o = 0 \quad (c)$$

$$X_1 = X_{1,\Delta(\Delta t)} = E h^2 \alpha_t (t_i - t_e) (1 - \cos \bar{\alpha}) \left[\frac{\eta_{22}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} (\operatorname{sen} \bar{\alpha} - \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha}) + \frac{\eta_{12}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} (\bar{\alpha} - \operatorname{sen} \bar{\alpha}) \right] + X_1 \Delta t \quad (d) \quad 119$$

$$X_2 = X_{2,\Delta(\Delta t)} = E h^2 \alpha_t (t_i - t_e) (1 - \cos \bar{\alpha}) \left[\frac{\eta_{11}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} (\operatorname{sen} \bar{\alpha} - \bar{\alpha} \cos \bar{\alpha}) + \frac{\eta_{12}}{\eta_{11} \eta_{22} - \eta_{12}^2} (\bar{\alpha} - \operatorname{sen} \bar{\alpha}) \right] + X_2 \Delta t \quad (e)$$

sendo:

t_i - temperatura interna;

t_e - temperatura externa;

$X_1 \Delta t$ e

$X_2 \Delta t$ - valores para uma variação uniforme de temperatura

$$\Delta t = \frac{t_i + t_e}{2} \quad \text{obtidas com as fórmulas 118d}$$

e 118 e.

Pode-se considerar o efeito da retração do concreto simulando-o através de uma diminuição uniforme de temperatura.

a.2) método de M. Albigès e A. Lumbroso

No artigo ALBIGÈS & LUMBROSO⁷ trata-se da obtenção dos esforços solicitantes devidos apenas ao material ensilado, sendo propostos dois métodos para obter os esforços devidos somente a uma intercélula cheia, e um para obter os esforços devidos somente a uma célula principal cheia. Combinando adequadamente estas duas situações de carregamento (apenas uma das intercélulas carregada e apenas uma das células principais carregada), pode-se obter outras possíveis combinações de células e intercélulas cheias ou vazias, determinando-se assim uma envoltória de esforços solicitantes provocados pelo material ensilado.

Na obtenção dos esforços é admitido que as paredes podem se deformar livremente, não podendo o material ensilado interferir através do empuxo passivo para dificultar os deslocamentos. A atuação do material ensilado sobre as paredes devido aos deslocamentos destas não é considerada em nenhum dos processos correntes de cálculo.

Apresentar-se-ão primeiramente os dois métodos para a obtenção dos esforços solicitantes devidos a uma intercélula cheia.

Tomando-se um grupo de quatro células principais unidas de modo a se ter uma intercélula, como pode ser visto na figura 121, a análise de uma faixa horizontal de altura unitária do grupo de células permite obter os esforços nas paredes provocados pela intercélula carregada. As seguintes hipóteses foram admitidas na análise: a espessura (h) das paredes é constante e muito menor que o raio médio (r), todos os cilindros de seção transversal circular são idênticos, a largura (a) da região de encontro de duas células circulares adjacentes é pequena em relação ao raio

médio (vide Fig.122), a variação da pressão horizontal (p) ao longo da altura é dada por:

$$p = p_{\text{máx}}(1 - e^{-y/C}), \text{ sendo}$$

- $p_{\text{máx}}$ - máxima pressão horizontal
- y - profundidade medida a partir da superfície livre do material ensilado, com sentido vertical positivo para baixo
- C - constante

e a pressão horizontal está distribuída uniformemente, a determinada profundidade, ao longo do arco $P'Q'$ (vide Fig. 121).

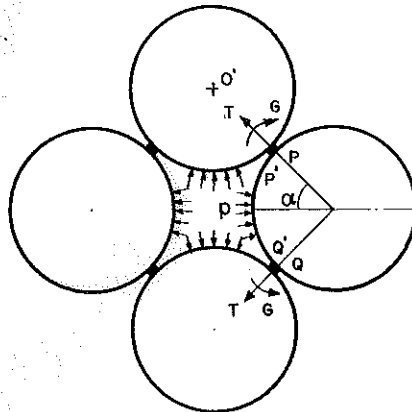


FIGURA 121 - Esforços nas junções das células principais com intercélula carregada.

Baseados nestas hipóteses Albigès e Lumbroso consideraram um anel horizontal da célula cilíndrica submetido à pressão apenas no trecho curvo $P'Q'$, às forças e momentos fletores nas ligações entre as células, e às solicitações devidas às diferenças dos esforços cortantes que atuam nas seções transversais superior e inferior do cilindro, que limitam o anel, determinando o momento fletor (G) e o esforço cortante (T) na ligação entre duas células, atuando na seção transversal do anel, por unidade de comprimento da altura da célula, e a variação do momento fletor ao longo da parede do anel.

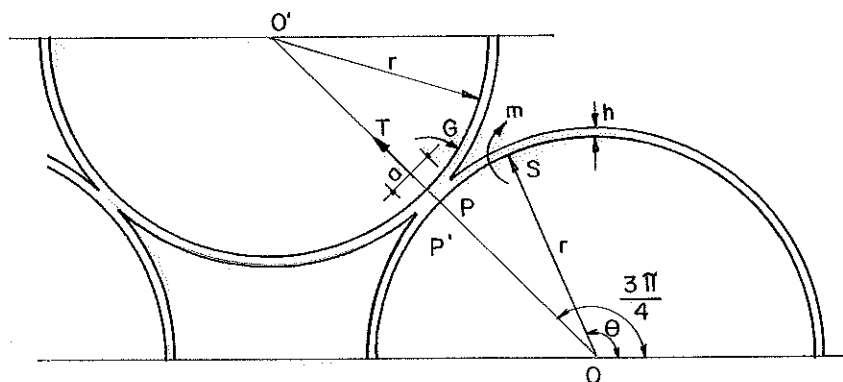
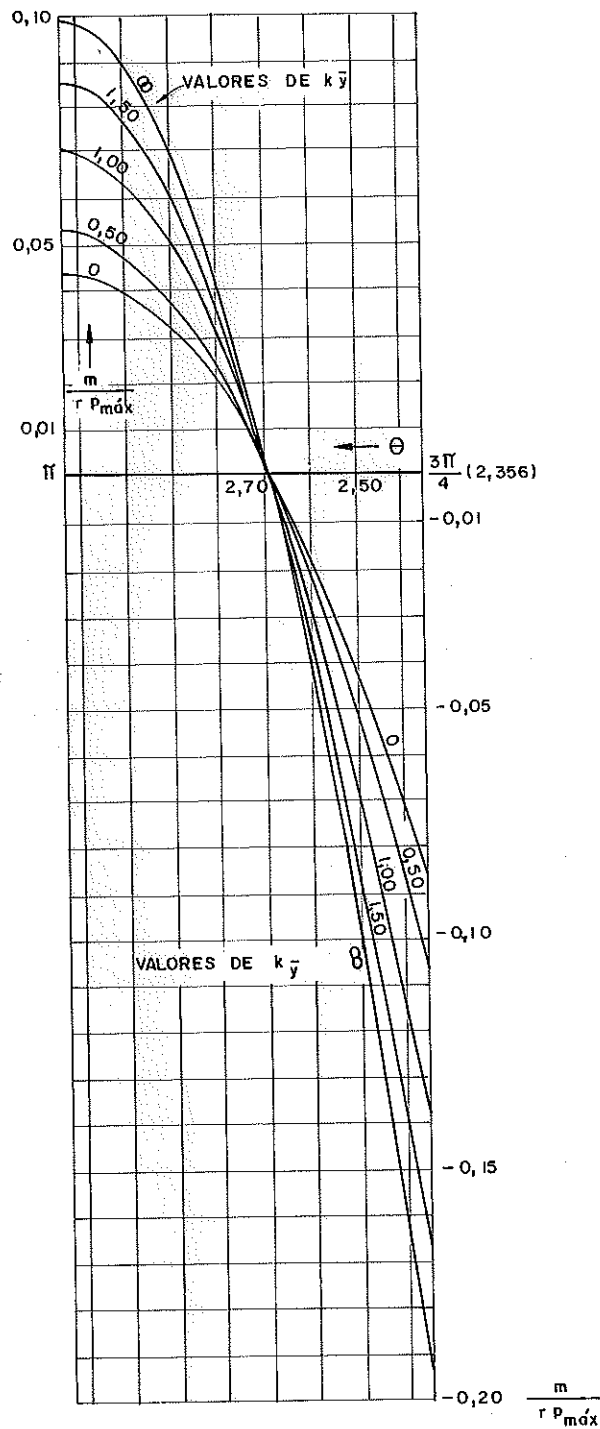


FIGURA 122 - Esforços solicitantes nas ligações das células e características geométricas.

No artigo citado encontram-se as deduções das expressões para estes esforços, preferindo-se aqui transcrever alguns gráficos e tabelas que permitem calcular os esforços mencionados em várias profundidades e seções de interesse.

O momento fletor que solicita a seção transversal do anel é considerado positivo se traciona as fibras internas, sendo fornecido através dos gráficos da figura 123 nos quais o parâmetro $k\bar{y}$ permite fixar a profundidade desejada, e o ângulo θ (vide Fig.122) identifica a seção transversal desejada do anel. O valor de k é determinado por meio da expressão 121c e \bar{y} é a distância da base da célula até o anel considerado. Acredita-se que a utilização dos gráficos é simples e não necessita de maiores explicações.



a) PARA θ VARIANDO DE $\frac{3\pi}{4}$ A π RADIANS

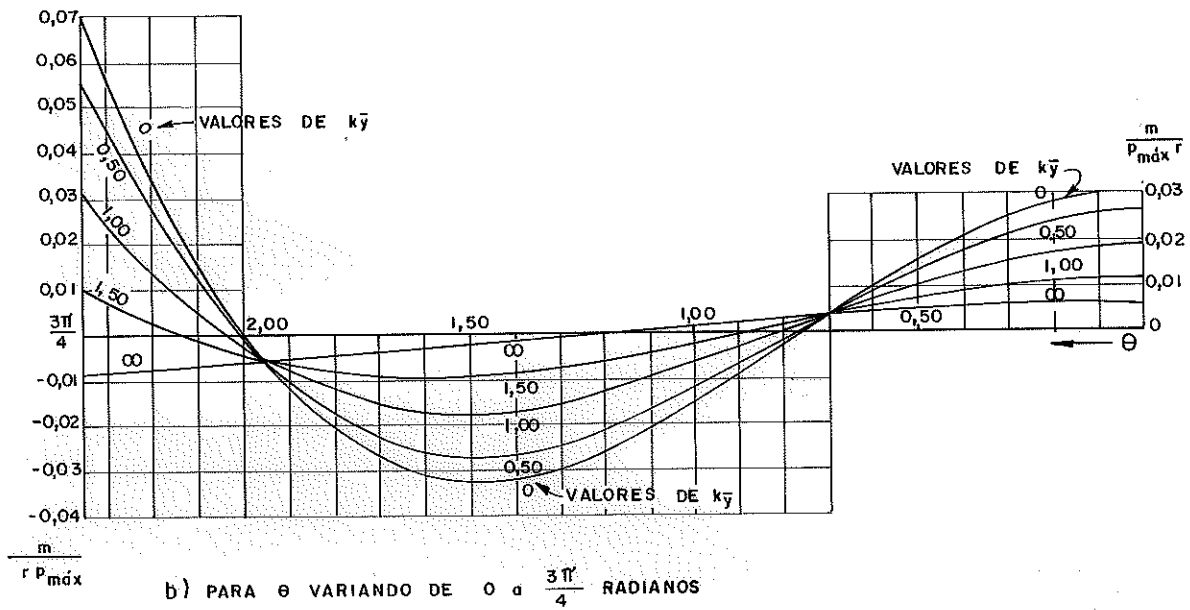


FIGURA 123 - Gráficos para o cálculo do momento fletor ao longo de um perímetro da célula.

Os valores do momento fletor (G) e do esforço cortante (T) atuando são dados na tabela 20 para algumas profundidades em função de $k_{\bar{y}}$, $p_{\bar{m}\bar{x}}$ e r .

Tabela 20-Valores de G e T

$k_{\bar{y}}$	$T/p_{\bar{m}\bar{x}}$	$G/r p_{\bar{m}\bar{x}}$
0	0,0724	0,1567
0,25	0,1060	0,1581
0,50	0,1847	0,1614
0,75	0,2834	0,1655
1,00	0,3845	0,1697
1,25	0,4772	0,1735
1,50	0,5558	0,1768
1,75	0,6182	0,1794
2,00	0,6648	0,1813
∞	0,7071	0,1831

O momento fletor (M) e o esforço cortante (Q), representados por vetores contidos na seção transversal das células principais adjacentes à intercélula cheia, são dados pelas expressões 120 e 121, obtidas considerando-se a célula cilíndrica como uma viga vertical. Na dedução das expressões 120 considerou-se a célula engastada na extremidade inferior e semi-infinita e na dedução das expressões 121 a célula foi considerada apoiada na extremidade superior e com comprimento infinito para baixo. Também considerou-se que as células adjacentes se opunham aos deslocamentos da célula considerada, de tal forma que os esforços atuando nas seções transversais da viga, isto é, da célula, eram amortecidos ao longo do seu comprimento sendo desprezíveis a determinada distância de cada uma das extremidades. As expressões destes esforços, dadas abaixo, foram obtidas a partir da função do deslocamento dos anéis ao longo da altura da célula e das relações entre deslocamentos, momentos fletores e esforços cortantes atuando em uma viga.

para a região próxima à extremidade engastada:

$$M = - \frac{0,4488}{k^2} e^{-k\bar{y}} (\cos k\bar{y} - \operatorname{sen} k\bar{y}) p_{\text{m\acute{a}x}} \quad (a) \quad 120$$

$$Q = \frac{0,8976}{k} p_{\text{m\acute{a}x}} e^{-k\bar{y}} \cos k\bar{y} \quad (b)$$

para a região próxima à extremidade apoiada:

$$M = \frac{0,4488}{k^2} p_{\text{m\acute{a}x}} \frac{(\operatorname{sen} ky - 2k^2 C^2 \cos ky) e^{-ky} + 2k^2 C^2 e^{-y/C}}{1 + 4k^4 C^4} \quad (a)$$

$$Q = \frac{0,4488}{k} p_{\text{m\acute{a}x}} \frac{[(1+2k^2 C^2) \cos ky - (1-2k^2 C^2) \operatorname{sen} ky] e^{-ky} - 2k C e^{-y/C}}{1 + 4k^4 C^2} \quad (b) \quad 121$$

$$4k^4 = \frac{115}{r^3} \frac{I_a}{I_c} \quad (c)$$

I_a - momento de inércia da seção transversal do anel igual a $h^3/12$;

I_c - momento de inércia da seção transversal circu

- lar da célula cilíndrica;
- r - raio médio do cilindro;
- y - coordenada vertical medida a partir da extremidade superior da célula com sentido positivo para baixo;
- \bar{y} - coordenada vertical com origem na extremidade inferior da célula e com sentido positivo para cima.

Neste método não é determinada uma expressão que forneça o esforço normal numa seção transversal do anel.

É discutível a validade do emprego nas células cilíndricas das relações entre os esforços e deslocamentos em uma viga para obter M e Q, pois as células têm restrições aos deslocamentos devidos às ligações entre elas, que juntamente com o pequeno valor de sua espessura em relação ao raio médio configura um funcionamento das paredes das células como cascas cilíndricas e não um funcionamento como viga, como é proposto no método em questão.

Em um segundo método, ainda para intercélulas cheias, apresentado no artigo já mencionado, as regiões de encontro das células são consideradas extremamente rígidas, sendo novamente analisada uma faixa de altura unitária. Na figura 124a tem-se a seção transversal de um conjunto de quatro células, destacando-se a intercélula carregada e suas características geométricas empregadas nas expressões dos esforços.

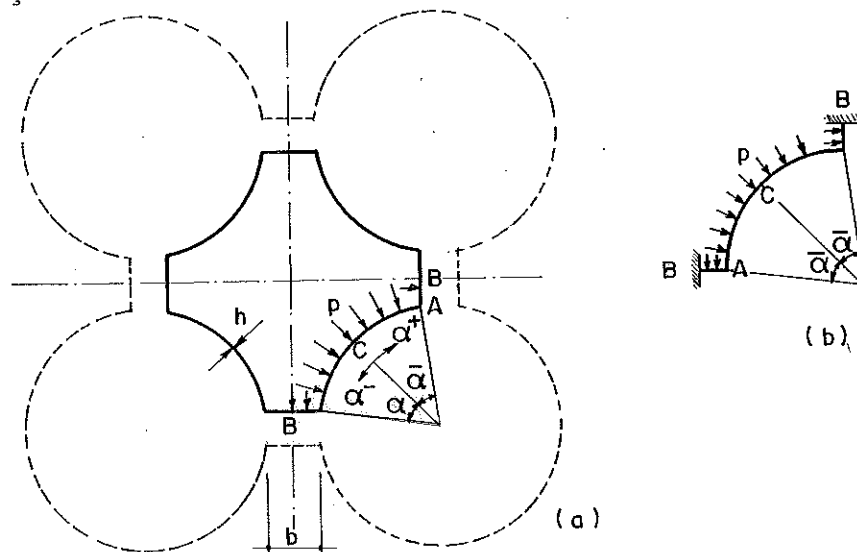


FIGURA 124 - Intercélula carregada. Características geométricas.

A faixa transversal da intercélula é discretizada em vigas biengastadas de eixo reto nos trechos AB e eixo curvo no trecho AA, sendo o trecho reto considerado indeformável (vide Fig.124b).

A determinação dos esforços nesta viga pode ser encontrada tanto em ALBIGÈS E LUMBROSO⁷, como em LAREDO²⁰³, anexo I, sendo que neste último são fornecidos os valores dos esforços na seção no meio do trecho AA para o caso em que a rigidez do trecho AB não é infinita.

Os esforços numa seção transversal do trecho curvo são dados por:

$$m = p r \left[r (\cos \bar{\alpha} + \sin \bar{\alpha}) + \frac{\sqrt{2} b}{2} \right] \left(\cos \alpha - \frac{\sin \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right) \quad (a)$$

$$n = p r - p \left[r (\cos \bar{\alpha} + \sin \bar{\alpha}) + \frac{\sqrt{2} b}{2} \right] \cos \alpha \quad (b) \quad 122$$

$$q = -p \left[r (\cos \bar{\alpha} + \sin \bar{\alpha}) + \frac{\sqrt{2} b}{2} \right] \sin \alpha \quad (c)$$

O momento fletor é considerado positivo se traciona as fibras do intradorso, o esforço normal é positivo se comprime a seção, e o esforço cortante é positivo se tende a girar a seção no sentido dextrógiro. O sentido do ângulo α é visto na figura 124.

As expressões 122 fornecem valores tão mais próximos dos reais quanto mais rígidas forem as regiões de encontro das células.

Note-se que neste método os esforços produzidos pela pressão horizontal ficam restritos ao trecho da parede da célula no qual atua a pressão, devido à hipótese da infinita rigidez da região do encontro, não se propagando para o restante da parede da célula cilíndrica.

Quanto à região de encontro de duas células, Albígès e Lumbroso propõem considerar esta região como uma viga do eixo vertical, carregada com os empuxos dos arcos aos quais serve de apoio. A dedução das expressões dos esforços encontra-se no artigo sobre o qual se comenta, tendo a viga

sido considerada engastada na extremidade inferior e semi-infinita. Os esforços solicitantes são dados por:

$$M = -\frac{\sqrt{2} r p_{\text{máx}}}{2\beta^2} F(\bar{\alpha}) (\cos\beta\bar{y} + \text{sen}\beta\bar{y}) e^{-\beta\bar{y}} \quad (a)$$

$$Q = \frac{\sqrt{2} r p_{\text{máx}}}{\beta} e^{-\beta\bar{y}} \cos\beta\bar{y} \quad (b)$$

$$4\beta^4 = \frac{45}{\bar{\alpha}^5 (1 - \frac{\bar{\alpha}^2}{7})} \frac{I_a}{I_v r^3} \quad (c) \quad 123$$

$$F(\alpha) = \cos\bar{\alpha} + \text{sen}\bar{\alpha} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{b}{r} \quad (d)$$

sendo:

- M - momento fletor na seção transversal da região de encontro de duas células (vide Fig.125);
- Q - esforço cortante na seção transversal da região de encontro de duas células (vide Fig.125);
- b - comprimento do trecho reto do perímetro da seção transversal da intercélula (vide Fig.125);
- I_v - momento de inércia da seção transversal da viga em relação ao eixo x (que passa pelo centro de gravidade da seção transversal (vide Fig.125)).

Os esforços solicitantes, quando se tem apenas uma das células principais cheia, são obtidos considerando - se válidas as hipóteses estabelecidas no primeiro método para determinação dos esforços quando uma das intercélulas está carregada, sendo desprezado o esforço normal devido às reações das células circunvizinhas à célula considerada, em geral pequeno diante do esforço normal provocado pela pressão horizontal. Supõe-se que os pontos de ligações entre as células não sofram qualquer deslocamento; esta suposição aproxima-se da realidade quando as células circunvizinhas estão cheias antes da célula considerada ser carregada.

Analisa-se primeiramente uma célula cilíndrica interna, isto é, que seja circundada por outras quatro células iguais, como a célula carregada vista na figura 126. De

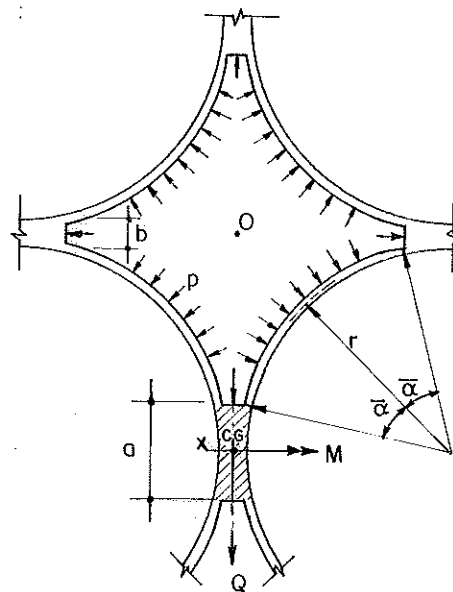


FIGURA 125 - Região de encontro de duas células principais.

vido à simetria, as quatro reações T (reação de uma das células circunvizinhas atuando na altura unitária do anel) são iguais e o sistema de forças é auto-equilibrado.

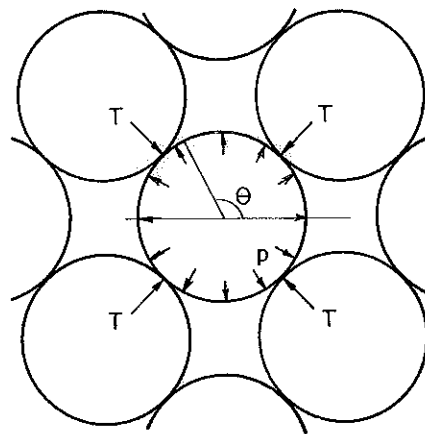


FIGURA 126 - Célula principal interna

As expressões para o cálculo das reações T e do momento fletor, em determinadas seções transversais do anel, estão designadas por 124 e 125, respectivamente.

reação de uma das células circunvizinhas

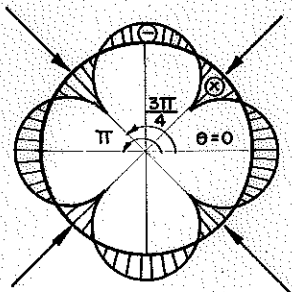
$$T = 167 \frac{I}{hr} p \quad 124$$

momento fletor

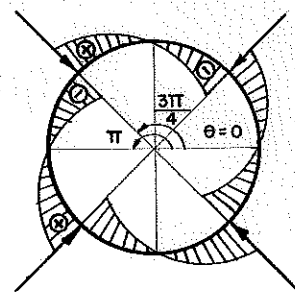
$$\text{para } \theta = \frac{3\pi}{4} \quad m = 0,1366 Tr \quad (a) \quad 125$$

$$\text{para } \theta = \pi \quad m = -0,0705 Tr \quad (b)$$

Albigès e Lumbroso nada informaram sobre a variação destes esforços ao longo do anel; baseando-se na simetria do carregamento e nos valores dados pelas expressões 124 e 125 apresenta-se na figura 127 uma configuração da variação destes esforços ao longo do perímetro do anel.



(a) DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR



(b) DIAGRAMA DE ESFORÇO CORTANTE

FIGURA 127 - Diagramas de esforços solicitantes

No caso das células principais carregadas, localizadas nos cantos do conjunto de células, tendo conseqüentemente apenas duas células adjacentes (vide Fig.128), a obtenção dos esforços é realizada considerando-se um anel horizontal de altura unitária submetido à pressão horizontal do material ensilado, às forças T e aos momentos G devidos às ligações com duas células vizinhas, e aos momentos fletores e esforços cortantes atuando nas seções horizontais superior e inferior que delimitam o anel, tendo Albigès e Lumbroso

empregado um procedimento idêntico ao utilizado para as intercélulas. A célula foi considerada engastada na extremidade de inferior e semi-infinita.

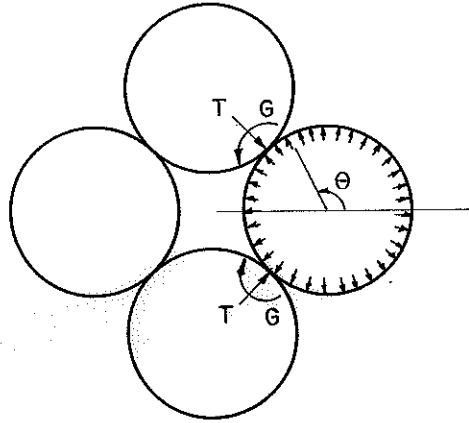


FIGURA 128 - Célula principal de canto carregada

Os esforços são dados pelas expressões 126 e 127

$$T = -\lambda p_{\text{máx}} e^{-k\bar{y}} (\cos k\bar{y} + \text{sen} k\bar{y}) \quad (a)$$

$$G = 0,0416 r T \quad (b) \quad 126$$

$$\lambda = 115 \frac{I_a}{rh} \quad (c) \quad 4k^4 = \frac{115 I_a}{r^3 I_c} \quad (d)$$

$$m(\bar{y}, \theta) = \frac{115 I_a p_{\text{máx}} e^{-k\bar{y}}}{h} (\cos k\bar{y} + \text{sen} k\bar{y}) \frac{f(\theta)}{r} \quad 127$$

Os valores da função $f(\theta)/r$ são fornecidos na figura 129.

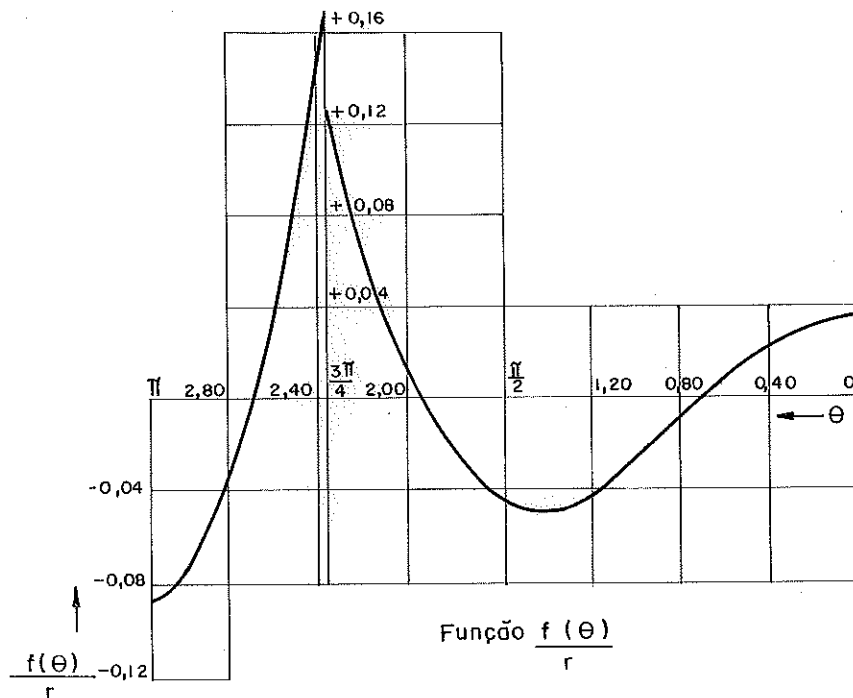


FIGURA 129 - Valores da função $\frac{f(\theta)}{r}$

Na figura 130 tem-se uma configuração da distribuição do momento fletor ao longo do anel.

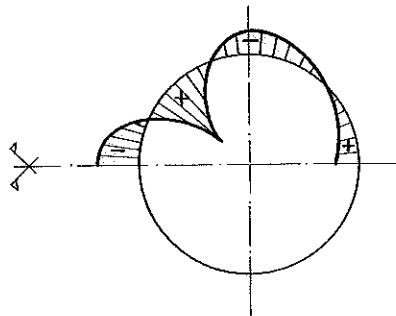


FIGURA 130 - Variação do momento fletor ao longo do perímetro da célula.

O momento fletor e o esforço cortante que atuam na seção transversal da célula são dados por:

$$M = -81,3 \frac{I_a^p \text{m\AA{x}}}{k^2 r h} e^{-k\bar{y}} (\cos k\bar{y} - \text{sen} k\bar{y}) \quad (a)$$

128

$$Q = 162,6 \frac{I_a^p \text{m\AA{x}}}{k r h} e^{-k\bar{y}} \cos k\bar{y} \quad (b)$$

N\AA{o s\AA{o} fornecidas as express\AA{o}es para os esfor\AA{os solicitantes nas se\AA{c}\AA{o}es transversais da c\AA{el}ula pr\AA{o}ximas \AA{a extremidade superior da mesma.

Existem ainda aquelas c\AA{el}ulas que est\AA{o} em contato com tr\AA{s} outras c\AA{el}ulas; sobre estas nada \AA{e dito sobre os esfor\AA{os no artigo em quest\AA{o}; no entanto, \AA{e poss\AA{ivel} se ter um esbo\AA{co da distribui\AA{c}\AA{o} dos esfor\AA{os ao longo do per\AA{im}etro do anel a partir dos resultados obtidos para as c\AA{el}ulas com quatro e com duas c\AA{el}ulas adjacentes.

a.3) m\AA{et}odo de Laredo

Este m\AA{et}odo apresentado em LAREDO²⁰³ destina - -se somente \AA{a} determina\AA{c}\AA{o} dos esfor\AA{os nas paredes das interc\AA{el}ulas e nas regi\AA{o}es de encontro de duas c\AA{el}ulas para o caso em que apenas uma das interc\AA{el}ulas est\AA{a} cheia, obtendo -se os esfor\AA{os para os casos em que mais de uma interc\AA{el}ula est\AA{a} carregada por superposi\AA{c}\AA{o} de efeitos. Os esfor\AA{os que ocorrem quando se tem as c\AA{el}ulas principais cheias n\AA{o} s\AA{o} objeto de estudo deste m\AA{et}odo.

Tamb\AA{em} neste m\AA{et}odo toma-se uma faixa de altura unit\AA{aria} das paredes da interc\AA{el}ula considerada, que s\AA{o} analisadas como arcos vinculados \AA{s} regi\AA{o}es de encontro das c\AA{el}ulas, sendo estas regi\AA{o}es de encontro consideradas como vigas de eixo vertical. Sob a a\AA{c}\AA{o} dos empuxos dos arcos as vigas se deformam, resultando em deslocamentos das nascen\AA{c}\AA{as} dos arcos.

Na determina\AA{c}\AA{o} dos deslocamentos da viga foram consideradas tr\AA{s} condi\AA{c}\AA{o}es de vincula\AA{c}\AA{o}: engastada na extremidade inferior e articulada na extremidade superior, bi-engastada, engastada na extremidade inferior e livre na extremidade superior.

Na obtenção dos esforços considerou-se que a pressão horizontal exercida pelo material ensilado é expressa por uma função do tipo:

$$p = p_{\text{máx}} (1 - e^{-k_1 y}), \quad \text{onde} \quad 129$$

- p - pressão horizontal;
- k_1 - constante que depende das características físicas do material ensilado e das características geométricas da célula;
- y - profundidade do material ensilado;
- $p_{\text{máx}}$ - máxima pressão horizontal.

A expressão 129 é semelhante às fornecidas por algumas das teorias já expostas sobre o assunto como a de Janssen e a de Caquot.

Alicerçado no exposto anteriormente, Laredo determinou expressões para a determinação dos momentos fletores (m) e esforços normais (n), nas nascenças e no fecho do arco, e dos momentos fletores (M) e esforços cortantes (Q), que solicitam a seção transversal da região de encontro de duas células, considerada como uma viga, que se passa a apresentar.

Os esforços solicitantes no arco são:

no fecho

$$m = \frac{k_2 w}{\cos \bar{\alpha}} \left(1 - \frac{\text{sen} \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right) r \quad (a)$$

$$n = pr - \left| \frac{k_2 w}{\cos \bar{\alpha}} \right| \quad (b)$$

nas nascenças

$$m = \frac{k_2 w}{\cos \bar{\alpha}} \left(\frac{\text{sen} \bar{\alpha} - \cos \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right) r \quad (c)$$

$$n = pr - k_2 w \quad (d)$$

sendo

$$k_2 = \frac{1}{\delta_{11}^i} + \frac{1}{\delta_{11}^e} \cos^2 \bar{\alpha}$$

$$\delta_{11}^i = \frac{r^3}{2EI_a} \bar{\alpha} \left[1 + \frac{\text{sen} \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \cos \bar{\alpha} - 2 \left(\frac{\text{sen} \bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \right)^2 \right]$$

Obs.: O valor de δ_{11}^e é obtido substituindo $\bar{\alpha}$ por $(\pi - \bar{\alpha})$ na expressão de δ_{11}^i

- w - deslocamento da viga na profundidade considerada;
- r - raio médio da célula principal;
- E - módulo de deformação longitudinal.

Fornece-se a seguir a expressão da equação da linha elástica em função de quatro constantes, que dependem das condições de vinculação das extremidades da viga, sendo fornecido o sistema de equações para cada condição de vinculação que, resolvido, fornece os valores das quatro constantes:

$$w = e^{\xi} (C_1 \cos \xi + C_2 \text{sen} \xi) + e^{-\xi} (C_3 \cos \xi + C_4 \text{sen} \xi) + \frac{P_{\text{máx}} r}{k_2} - \frac{P_{\text{máx}} r}{k_2 (k_1^4 k^4 + 4)} e^{k_1 k \xi} \quad (a)$$

131

$$\xi = \frac{y}{k} \quad (b) \quad k^4 = \left(\frac{4EI_v}{k_3} \right) \quad (c)$$

para viga articulada na extremidade superior e engastada na extremidade inferior:

$$(a) C_1 = \delta_2 - \delta_1 - C_3$$

$$(b) C_2 = \delta_3 + C_4$$

132

$$(c) 0 = e^{\lambda} (C_1 \cos \lambda + C_2 \text{sen} \lambda) + e^{-\lambda} (C_3 \cos \lambda + C_4 \text{sen} \lambda) + \delta_1 - \delta_2 e^{k_1 k \lambda}$$

$$(d) 0 = C_1 e^{\lambda} (\cos \lambda - \text{sen} \lambda) + C_2 e^{\lambda} (\text{sen} \lambda + \cos \lambda) - C_3 e^{-\lambda} (\cos \lambda + \text{sen} \lambda) + C_4 e^{-\lambda} (\cos \lambda - \text{sen} \lambda) - \delta_4 e^{k_1 k \lambda}$$

onde:

$$\delta_1 = \frac{p_{\text{máx}} r}{k_2} \quad (a) \quad \delta_2 = \frac{4p_{\text{máx}} r}{k_2 (k_1^4 k^4 + 4)} \quad (b)$$

$$\delta_3 = \frac{\delta_2}{2} k_1^3 k^2 \quad (c) \quad \delta_4 = \delta_2 k_1 k \quad (d)$$

$$\lambda = \frac{H}{k} \quad (e) \quad 133$$

para viga biarticulada:

As três primeiras condições do caso anterior continuam válidas mudando apenas a quarta condição para:

$$0 = -C_1 e^{\lambda} \text{sen} \lambda + C_2 e^{\lambda} \text{cos} \lambda + C_3 e^{-\lambda} \text{sen} \lambda + \\ -C_4 e^{-\lambda} \text{cos} \lambda - \delta_3 e^{k_1 k \lambda} \quad (d) \quad 134$$

para viga livre na extremidade superior e engastada na extremidade inferior:

Continuam válidas as condições (a), (c), e (d) do primeiro caso e a segunda condição torna-se:

$$0 = -C_1 - (C_2 + C_3 + C_4) + \delta_3 k_1 k \quad (b) \quad 135$$

Os momentos fletores (M) e esforços cortantes (Q) que atuam na seção transversal da região de encontro de duas células, considerada como viga, são dados por:

$$M = -\frac{k_2 k}{4} \left[e^{\xi} (C_2 \text{cos} \xi - C_1 \text{sen} \xi) + \right. \\ \left. + e^{-\xi} (C_3 \text{sen} \xi - C_4 \text{cos} \xi) \right] - \delta_3 e^{k_1 k \xi} \quad (a)$$

$$Q = -\frac{k_2 k}{4} \left\{ e^{\xi} \left[(C_2 - C_1) \text{cos} \xi - (C_2 + C_1) \text{sen} \xi \right] + \right. \\ \left. + e^{-\xi} \left[(C_4 - C_3) \text{sen} \xi + (C_4 C_3) \text{cos} \xi \right] - \delta_3 k_1 k e^{k_1 k \xi} \right\} \quad (b) \quad 136$$

b) Células prismáticas

Estas células nos silos multicelulares são construídas geralmente com concreto armado ou chapas metálicas corrugadas.

Os processos para obtenção dos esforços solicitantes nas células pouco diferem daqueles vistos para a célula isolada prismática, havendo uma maior diferença quando se analisam os esforços produzidos pela pressão horizontal, o que será feito a seguir.

Sendo o conjunto de células uma estrutura tridimensional, cuja resolução não é simples, procura-se discretizar a estrutura em outras mais simples; assim, discretiza-se o conjunto de células em uma série de faixas horizontais de altura unitária, independentes entre si, obtendo-se uma estrutura plana hiperestática, cujos esforços solicitantes podem ser obtidos por um dos processos comumente empregados para tais tipos estruturais, obtendo-se assim os esforços normais e cortantes e os momentos fletores que solicitam as seções transversais de altura unitária e largura igual a espessura da parede.

No cálculo do conjunto de células devem ser consideradas as várias situações de carregamento obtidas com combinações de células cheias e vazias. Quando se têm várias células, o número de combinações possíveis de células cheias e vazias é considerável; no entanto, empregando-se o princípio da superposição de esforços, basta calcular os esforços solicitantes para determinadas combinações básicas de carregamento, obtendo-se todas as outras a partir destas.

No caso dos esforços provenientes dos carregamentos verticais continuam válidos os comentários feitos quando se tratou das células isoladas prismáticas.

A determinação dos esforços secundários: momentos fletores, que provocam tensões normais na direção longitudinal da célula, e tensões normais e de cisalhamento devido ao funcionamento da parede como chapa, pode ser feita empregando-se um dos métodos de cálculo sugeridos no item 5.2.1.b.1 para o caso das células prismáticas isoladas.

Quando o silo tem células de seção transversal retangular o cálculo estrutural pode ser feito baseando-se no disposto neste item e no item 5.2.1.b.1.

5.2.3 - Coberturas

Nos silos unicelulares a cobertura geralmente é uma cúpula cônica ou esférica, principalmente nos casos dos silos metálicos ou de madeira, sendo que nestes últimos é comum a utilização das treliças de madeira e telhas cerâmicas usuais em telhados. Nos silos unicelulares de concreto armado ou protendido, quase sempre cilíndricos, além das cúpulas, pode-se ter, mais raramente, placas circulares.

Nos silos multicelulares de concreto tem-se geralmente uma placa no nível superior das células, cobrindo-as, sobre a qual são dispostos equipamentos, havendo uma segunda placa que protege os equipamentos e a construção. Nos silos multicelulares metálicos têm-se utilizado cúpulas individuais. Nos de madeira emprega-se como cobertura cúpulas piramidais para cada célula, ou a composição de treliças e telhas já mencionada.

Como se pode perceber a variedade de formas e tipos estruturais que protegem as células e muitas vezes os equipamentos é enorme. Apresentar-se-ão expressões para determinar os principais esforços solicitantes nas cúpulas esféricas e cônicas, tendo sido escolhidas estas formas por serem bastante comuns e não serem tratadas usualmente nos livros brasileiros sobre estruturas nem na maioria dos cursos de graduação em Engenharia Civil no país. As cúpulas esféricas serão tratadas neste item e as cúpulas cônicas, quando se abordar a teoria das cascas delgadas, no item 5.3.4. As placas e treliças são tipos estruturais usuais, cujos processos para determinação de esforços solicitantes ou tabelas fornecendo estes esforços são encontrados em vários livros. As placas circulares são tratadas no item 5.3.4.

A cobertura do silo está submetida normalmente aos seguintes carregamentos: peso próprio da cobertura e de algum equipamento, ação do vento, sobrecargas, variação de temperatura.

Nas cúpulas esféricas e cônicas os esforços soli-

citantes produzidos por um carregamento axi-simétrico são predominantemente normais e atuam na direção dos meridianos e paralelos da cúpula. Estes esforços, cujas expressões serão apresentadas a seguir, atuam ao longo das linhas obtidas pela interseção do plano que contém um paralelo com a superfície média da cúpula, definida a seguir, no caso do esforço normal na direção de um meridiano, e da interseção do plano que contém um meridiano com a superfície média, no caso do esforço normal na direção do paralelo, conforme se vê na figura 131. A superfície média da cúpula é definida como a superfície que contém todos os pontos equidistantes das superfícies do intradorso e extradorso da cúpula.

A determinação das expressões dos esforços aqui apresentadas foi realizada considerando-se que as cúpulas não tenham rigidez à flexão, isto é, que tenham um funcionamento de membrana. Desprezar a rigidez à flexão simplifica sobremaneira a obtenção dos esforços solicitantes restando apenas os esforços normais; entretanto, tal simplificação implica na impossibilidade da determinação dos esforços cortantes e de flexão, que ocorrem nas regiões próximas das bordas da cúpula ou de aberturas; nas bordas destas regiões tem-se um anel para auxiliar a cúpula a absorver os esforços e para fazer a ligação da cúpula com a parede da célula.

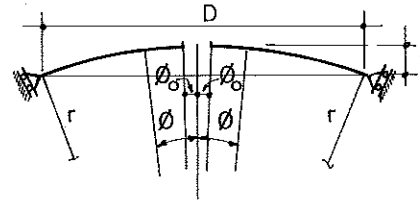
A idealização da estrutura como uma membrana fornece bons resultados quando estão presentes as seguintes condições: carregamentos distribuídos sobre a cúpula que não apresentam alterações bruscas no seu valor, pequenas relações entre a espessura e o raio ($h/r < 1/20$), não há variações na rigidez da estrutura e a vinculação da cúpula permite os deslocamentos requeridos para que esta funcione como membrana; uma vinculação deste tipo seria, por exemplo, um apoio de primeiro gênero contínuo ao longo da borda da cúpula (vide Fig. 131b).

Apresentar-se-ão as expressões dos esforços solicitantes nas cúpulas esféricas com aberturas no ápice (para

carga da célula, entrada para inspeção) submetidas a vários tipos de carregamentos.



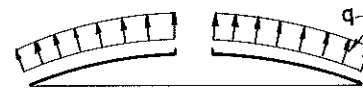
a) ESFORÇOS DE MEMBRANA



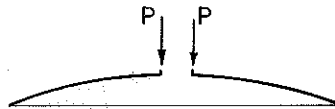
b) SIMBOLOGIA



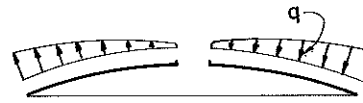
c) CARREGAMENTO VERTICAL UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO.



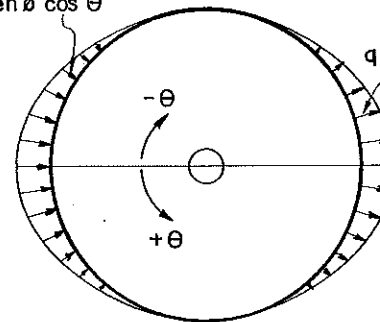
d) CARREGAMENTO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO PERPENDICULAR À SUPERFÍCIE MÉDIA.



e) CARREGAMENTO LINEARMENTE DISTRIBUÍDO NA BORDA DA ABERTURA NO ÁPICE.



$q \sin \theta \cos \theta$



f) CARREGAMENTO ASSIMÉTRICO (VENTO)

FIGURA 131 - Esforços, características geométricas e carregamentos nas cúpulas esféricas.

Na figura 131 são apresentados os vários carregamentos considerados, os esforços de membrana e a notação utilizada nas expressões dos esforços. A determinação dos esforços produzidos por estes carregamentos é feita a partir das equações de equilíbrio, desprezando-se os esforços cortantes e de flexão, encontradas em vários livros que

tratam da teoria das cargas delgadas, podendo-se citar BIL-
LINGTON³⁰, FLÜGGE¹⁰¹ e GRAVINA¹²¹.

As expressões dos esforços solicitantes, positivos se têm os sentidos expostos na figura 131a, na cúpula es-
férica considerada como uma membrana são:

para carregamento vertical uniformemente distribuído (vide
Fig. 131c):

$$N_{\theta} = g r \left(\frac{\cos\phi_0 - \cos\phi}{\text{sen}^2\phi} - \cos\phi \right) \quad (a)$$

$$N_{\phi} = - g r \frac{\cos\phi_0 - \cos\phi}{\text{sen}^2\phi} \quad (b) \quad 137$$

$$N_{\theta\phi} = 0 \quad (c)$$

para carregamento uniformemente distribuído, perpendicular
à superfície média (vide Fig. 131d):

$$N_{\theta} = p r (\text{sen}^2\phi - \text{sen}^2\phi_0 - 1) \quad (a)$$

$$N_{\phi} = p r \left(1 - \frac{\text{sen}^2\phi_0}{\text{sen}\phi} \right) \quad (b) \quad 138$$

$$N_{\theta\phi} = 0 \quad (c)$$

para carregamento linearmente distribuído na borda da aber-
tura no ápice (vide Fig. 131e):

$$N_{\theta} = P \frac{\text{sen}\phi_0}{\text{sen}^2\phi} \quad (a)$$

$$N_{\phi} = - P \frac{\text{sen}\phi_0}{\text{sen}^2\phi} \quad (b) \quad 139$$

$$N_{\theta\phi} = 0 \quad (c)$$

carregamento **assimétrico**:

$$N_{\theta} = q r \frac{1}{\text{sen}^3\phi} \left[\cos\phi \left(\cos\phi_0 - \frac{\cos^3\phi_0}{3} \right) - \text{sen}^2\phi - \frac{2}{3} \cos^4\phi \right] \cos\phi \quad (a)$$

$$N_{\phi} = - q r \frac{\cos\phi}{\text{sen}^3\phi} \left(\cos\phi_0 - \cos\phi - \frac{\cos^3\phi_0 - \cos^3\phi}{3} \right) \cos\theta \quad (b)$$

$$N_{\phi\theta} = - q r \frac{1}{\text{sen}^3\phi} \left(\cos\phi_0 - \cos\phi - \frac{\cos^3\phi_0 - \cos^3\phi}{3} \right) \text{sen}\phi \quad (c)$$

Combinando-se o carregamento *assimétrico* com o carregamento uniformemente distribuído perpendicular à superfície média podem-se obter outros carregamentos que mais se assemelham à ação do vento, dimensionando-se um paralelo para os esforços máximos que ocorrem ao longo deste.

Os símbolos utilizados nas expressões dos esforços são definidos como:

- r - raio de um meridiano (vide Fig.131b), igual a $\frac{1}{2} (f + \frac{D^2}{4f})$;
- ϕ - ângulo entre a reta vertical que passa pelo ápice da cúpula e o ponto da superfície média considerado (vide Fig.131b);
- ϕ_0 - valor de ϕ para o ponto de início da cúpula no ápice;
- f - flecha de um dos meridianos;
- D - comprimento da corda de um dos meridianos;
- θ - ângulo medido no plano de um paralelo, que especifica um ponto desejado neste paralelo (vide Fig.131f);
- N_θ - esforço normal linearmente distribuído ao longo da linha de interseção entre a superfície média e o plano que contém um meridiano, tendo em cada ponto a direção da tangente ao paralelo que passa por este ponto (vide Fig.131a);
- N_ϕ - esforço normal linearmente distribuído ao longo da linha de interseção entre a superfície média e o plano que contém um paralelo, tendo em cada ponto a direção da tangente ao meridiano que passa por este ponto (vide Fig.131a);
- $N_{\phi\theta} = N_{\theta\phi}$ - esforço de cisalhamento linearmente distribuído nas linhas onde atuam N_θ e N_ϕ (vide Fig.131a);
- g, p, q - carregamentos distribuídos sobre a cúpula (vide Fig.131);
- P - força linearmente distribuída na borda da abertura do ápice da cúpula.

Nas bordas da cúpula normalmente se coloca um anel para absorver os esforços de tração originados da componente horizontal de N_{ϕ} na borda e para fazer a transição entre a cobertura e a parede do silo.

A determinação dos esforços no anel é tratada no item 5.3.

5.2.4 - Fundo da célula

O fundo da célula é geralmente plano, tronco-cônico ou tronco-piramidal, axi-simétrico, tendo um orifício no centro por onde se dá a descarga, sendo que os dois últimos casos são mais comuns quando a célula é sustentada por apoios discretos. O contorno do orifício geralmente é idêntico ao da seção transversal da célula. Existem também células, geralmente com seção transversal retangular ou quadrada, destinadas a armazenar materiais pulverulentos, cujo fundo é composto de mais de uma tremonha, geralmente duas ou quatro.

Os principais carregamentos aplicados no fundo da célula são aqueles provenientes do material ensilado do peso próprio da estrutura e dos equipamentos existentes.

Tratar-se-á, a seguir, da obtenção dos esforços solicitantes em pontos significativos, devidos aos carregamentos acima referidos, nos tipos mais comuns de fundo de células com abertura de descarga central.

a) Fundo plano

Neste caso a forma da placa é idêntica à da seção transversal da célula; assim, estas placas de fundo têm a forma de um polígono regular (comumente um quadrado, um hexágono, ou um octógono), um retângulo, ou um círculo.

Entre as publicações que possibilitam a determinação expedita dos principais esforços em placas circulares com um orifício circular no centro podem-se indicar GREKOW, ISNARD, MROZOWICZ¹²⁴, ROARK & YOUNG²⁹⁰ e BEYER²⁸.

Expressões ou tabelas para o cálculo expedito dos esforços em placas cujo contorno é um polígono regular ou um retângulo, com a abertura de descarga no centro, não foram encontradas na bibliografia pesquisada. No caso de placas cujo contorno é um polígono regular com vários lados pode-se determinar os esforços fazendo-se uma analogia desta placa com uma de contorno circular.

b) Tremonha tronco-cônica

Os carregamentos uniformemente distribuídos nas paredes destas tremonhas, que podem ser decompostos na direção da geratriz (t_t) e na direção perpendicular a esta (p_t) como foi visto no item 4.2, provocam esforços nas direções mencionadas acima e, conseqüentemente, tensões normais como pode ser visto na figura 132

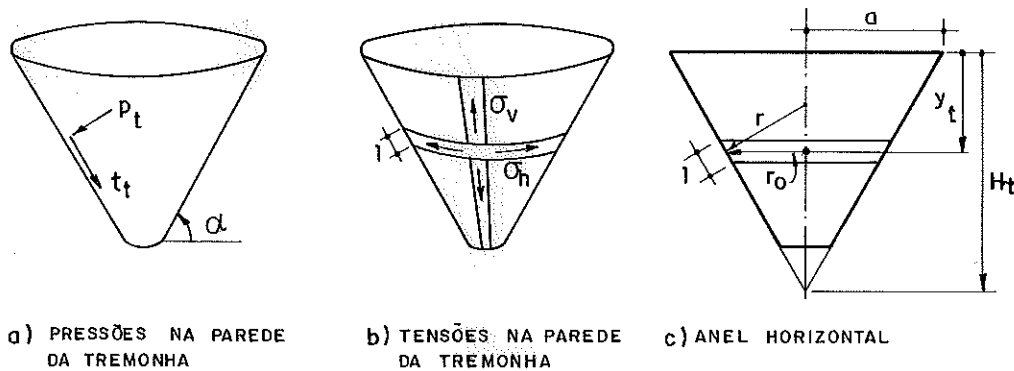


FIGURA 132 - Pressões e tensões na parede da tremonha tronco-cônica.

Considerando-se os carregamentos axi - simétricos e o material que constitui a tremonha homogêneo e isotrópico não ocorrem deslocamentos diferenciais entre dois anéis ou duas faixas inclinadas adjacentes, não existindo portanto tensões cisalhantes. Tensões de cisalhamento ocorrem quando se têm enrijecedores dispostos na parede da tremonha, na direção da geratriz, como é comum em muitas tremonhas metálicas ou de madeira.

A tensão na direção tangente a um paralelo (σ_h) pode ser obtida fazendo-se o equilíbrio das forças atuando

na direção perpendicular à parede. Retirando-se um anel de altura unitária (vide Fig.132c) e deste anel um elemento infinitesimal tem-se que a pressão p_t é equilibrada pelas componentes da tensão σ_h na sua direção. Por analogia com o resultado obtido quando do estudo das tensões de tração na célula cilíndrica, pode-se escrever:

$$\sigma_h = \frac{p_t r_o}{h \operatorname{sen}\alpha} \quad (a) \quad 141$$

onde:

- r_o - distância horizontal entre uma geratriz e o eixo da tremonha;
- h - espessura da parede da tremonha;
- α - ângulo entre uma geratriz e a reta horizontal.

A tensão na direção da geratriz, em uma determinada profundidade, é dada pelo quociente da força vertical, que atua na profundidade considerada, pela área da seção transversal da parede.

Considerando-se, por exemplo, apenas a ação do atrito entre material e parede (t_t), admitida constante ao longo da altura para simplificar, a tensão na direção da geratriz é dada por:

$$\sigma_v = t_t \left(\pi r_o \frac{H_t - y_t}{\operatorname{sen}\alpha} \right) \frac{1}{2\pi r_o h} = \frac{t_t}{2h} \frac{H_t - y_t}{\operatorname{sen}\alpha} \quad (b) \quad 141$$

onde:

- H_t - altura da tremonha;
- y_t - distância vertical da seção superior da tremonha até a profundidade considerada.

As tensões dadas por 141 provocam tração na parede.

Nas tremonhas de concreto têm-se geralmente na borda inferior um anel e na borda superior uma viga de eixo curvo que une parede, pilares e tremonha, tendo-se momentos fletores e esforços cortantes de valores significativos apenas nas regiões próximas às bordas, que são amortecidos ao longo da parede da tremonha, só sendo possível obter tais

valores através da teoria das cascas.

Nas tremonhas metálicas, além destes anéis, têm-se perfis metálicos na direção da geratriz aos quais estão ligadas as chapas metálicas, podendo-se calcular os perfis como vigas, cujos carregamentos a que estão submetidas são aqueles dentro da sua área de influência.

Nas tremonhas de madeira formadas por tábuas, uma ao lado da outra, na direção da geratriz, e mantidas unidas por meio de elementos de madeira que desempenham o papel de anéis ao longo da altura, as tábuas podem ser calculadas como vigas apoiadas nos elementos que circundam a tremonha e estes como anéis.

c) Tremonhas tronco-piramidais

Estas tremonhas estão fixadas a células prismáticas ou cuja seção transversal seja um polígono irregular, funcionando cada parede simultaneamente como placa, devido ao carregamento (p_t) perpendicular à sua superfície média, e como chapa, devido ao carregamento (t_t) paralelo à sua superfície média.

Para obter os momentos fletores máximos e mínimos na placa, A. & M. REIMBERT²⁸⁵, pág. 105, fornecem uma regra prática, obtida a partir de observações de trabalhos experimentais: "os momentos fletores máximos positivos em uma placa, submetida a carregamento uniforme, cuja superfície seja um triângulo equilátero, são aproximadamente os mesmos que atuam em uma placa circular de mesma área que a placa triangular, e os máximos momentos negativos nos apoios podem ser admitidos iguais a 2/3 dos momentos positivos". Como as paredes da tremonha têm a forma trapezoidal, pode-se tomar como lado do triângulo equilátero o lado da parede que está unida à célula. Os irmãos Reimbert fornecem o valor do momento máximo positivo em uma placa circular simplesmente apoiada e submetida a carregamento uniforme igual a:

$$M = \frac{3 p r^2}{16} \quad (a) \quad 142$$

Já TIMOSHENKO & WOINOWSKI-KRIEGER³³¹, pág. 57 indicam:

$$M = (3 + \nu) \frac{p r^2}{16} \quad (b) \quad 142$$

notando-se que os irmãos Reimbert admitiram $\nu = 0$.

Nos casos em que as paredes são engastadas sobre apoios discretos (quando a tremonha está ligada a pilares por exemplo) os momentos são dados com uma aproximação suficiente por 80% daqueles obtidos através de 142, segundo A. & M. REIMBERT²⁸⁵. Em GREKOW, ISNARD, MROZOWICZ¹²⁴ e FISCHER¹⁰⁰, encontram-se tabelas para o cálculo de placas triangulares e trapezoidais.

As ações t_t paralelas à superfície média das paredes provocam tensões de tração com mesma direção destas ações. O valor destas tensões em uma profundidade para uma das paredes pode ser determinado fazendo o equilíbrio de forças na direção das ações t_t na profundidade considerada.

Nas tremonhas metálicas têm-se geralmente enrijecedores nas junções das paredes e no meio destas, que vão da junção da tremonha com a célula até a abertura de saída ou às proximidades desta. Estes enrijecedores podem ser calculados como vigas sobre as quais atuam os carregamentos nas suas áreas de influência, supondo-se que estão engastadas na junção entre a tremonha e a célula e livres, ou simplesmente apoiadas, a depender da existência ou não de enrijecedores em volta do orifício de saída. O mesmo pode-se dizer quanto ao cálculo dos enrijecedores de madeira.

No caso do fundo da célula estar assentado diretamente no solo, desde que não se considere o efeito benéfico do solo na sustentação do fundo, a estrutura pode ser calculada empregando-se as expressões para tal apresentadas neste item, devendo-se considerar ainda o empuxo do solo quando for o caso.

5.2.5 - Apoios das células e tremonhas

Um silo pode ter suas células apoiadas diretamente no solo, sendo o fundo da célula geralmente plano, ou ter o fundo afastado do nível do solo, com as paredes da célula transmitindo as cargas até a fundação, ou com suas células sustentadas por apoios discretos, geralmente pilares, cujos topos são unidos entre si às paredes das células e das tremonhas por vigas.

Os reservatórios subterrâneos ou semi-subterrâneos apresentam geralmente as dimensões em planta maiores ou da mesma ordem de grandeza da altura, sendo as cargas transmitidas ao solo pelas paredes ou partes destas e pelo fundo do reservatório.

No caso de silos de célula única com fundo plano em contato com o solo, geralmente cilíndricos, na junção da parede com o fundo tem-se um anel que transmite as cargas suportadas pela parede ao solo, sendo que o fundo é uma placa, às vezes não unida à parede, denominada então de fundo flutuante, que transmite ao solo as cargas sobre ele. A largura do anel, geralmente de concreto armado, é dimensionada para permitir a construção da parede e para que não seja atingida a tensão admissível do solo. Se a capacidade de suporte do solo for baixa de tal modo a tornar mais conveniente a fundação com estacas, o anel servirá então para o coroamento das estacas.

No caso de vários silos metálicos ou de madeira, a existência de enrijecedores que, supondo-se as cargas verticais absorvidas apenas por estes, provocam cargas concentradas no anel, podendo ocorrer recalques diferenciais ao longo do anel.

Estes anéis tem seções transversais com dimensões tais que os tornam bastante rígidos. Realmente, não se encontrou na bibliografia consultada nem se conhecem casos de colapsos de silos resultante de ruptura do anel por recalque diferencial. Entretanto, caso o leitor deseje fazer alguma

verificação numérica pode consultar ROARK & YOUNG²⁹⁰, pág. 252. Nessa referência bibliográfica não se irá encontrar o anel sobre apoio elástico, mas encontram-se expressões para a determinação dos esforços solicitantes em vigas curvas, submetidas a carga concentrada perpendicular ao plano de curvatura.

A estrutura de apoio dos silos com células sustentadas por apoios discretos pode ser analisada como uma estrutura espacial formada por elementos verticais e horizontais, sendo os primeiros os pilares e os segundos as vigas que unem os topos dos pilares.

As vigas estão submetidas a um carregamento vertical distribuído devido ao peso próprio da célula, à ação do atrito entre material ensilado e paredes, etc.; a um carregamento horizontal proveniente da componente nesta direção da ação da tremonha na viga e a momentos torçores linearmente distribuídos devido à excentricidade na aplicação das cargas vertical e horizontal sobre as vigas e aos momentos fletores que atuam nas junções do fundo e da célula com a viga, que atuam sobre as vigas como momentos torçores. Os pilares estão submetidos a esforço normal de compressão e a momentos fletores.

Os esforços devidos ao vento sobre todo o silo na estrutura de apoio serão tratados adiante.

Tanto para o caso de silos de célula única com seção transversal poligonal, como no caso daqueles multicelulares, não se encontrou na bibliografia pesquisada qualquer informação que permitisse obter os esforços solicitantes na estrutura de modo expedito. O mesmo se pode dizer no caso dos silos multicelulares com células cilíndricas.

Para o caso de silos unicelulares cilíndricos apoiados em 4, 6, 8, 10 ou 12 apoios discretos encontraram-se em SAFARIAN²⁹⁹ e SAFARIAN & HARRIS³⁰¹ indicações que permitem determinar os esforços na viga e nos pilares, sendo que no primeiro artigo considera-se o caso em que o eixo do pilar intercepta o eixo com viga e no segundo artigo tal situação

não ocorre.

No primeiro artigo, a estrutura na qual se determinaram os esforços solicitantes tem as vinculações e está submetida aos carregamentos mostrados na figura 133a, tendo-se aplicado o método dos esforços na resolução do problema, sendo escolhidos os esforços hiperestáticos (H e M), apresentados na figura 133b, todos estes esforços considerados positivos com o sentido mostrado nesta figura.

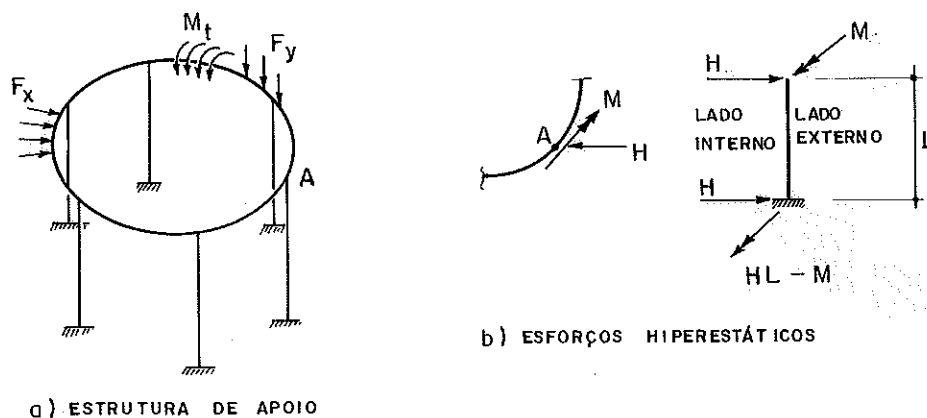


FIGURA 133 - Estrutura de apoio do silo e esforços atuantes.

A seção transversal do anel sô é retangular se o fundo for plano, sendo comum o pentágono irregular quando existe a tremonha. Para tratar a seção transversal como um retângulo, Safarian determina uma seção retangular de mesma área da seção do pentágono e cujos centros de gravidade coincidem, como pode ser visto na figura 134a.

São dadas abaixo expressões para determinar a área do pentágono e as coordenadas do centro de gravidade em relação ao sistema de coordenadas mostrado na figura 134.

$$A_v = a_1 b_1 - \frac{b_2 a_2}{2} \quad (a)$$

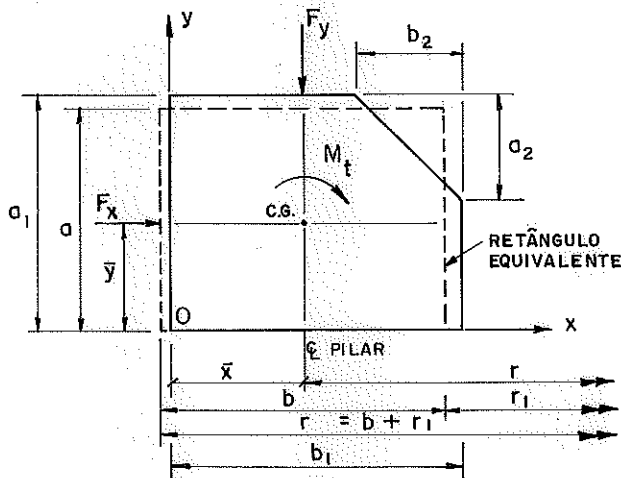
$$a = 2\bar{y} \quad b = \frac{A_v}{a} \quad (b) \quad 143$$

$$\bar{x} = \frac{1}{A_v} \left[\frac{a_1 b_1^2}{2} - \left(\frac{a_2 b_2}{2} \right) \left(b_1 - \frac{b_2}{3} \right) \right] \quad (c)$$

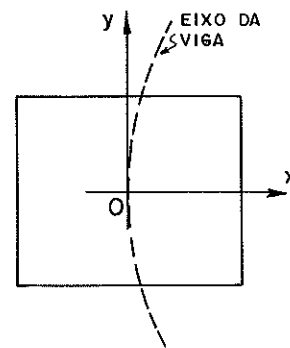
$$\bar{y} = \frac{1}{A_v} \left[\frac{a_1^2 b_1}{2} - \left(\frac{a_2 b_2}{2} \right) \left(a_1 - \frac{a_2}{3} \right) \right] \quad (d) \quad 143$$

onde:

- A_v - área da seção transversal da viga.
- a, b - lados da seção retangular fictícia.
- a_1, b_1 - comprimento dos dois maiores lados vertical e horizontal, respectivamente, do pentágono
- a_2, b_2 - altura e base, respectivamente, do triângulo formado pelo prolongamento dos dois lados do pentágono paralelos aos lados a_1 e b_1 e o menor lado do pentágono.
- \bar{x} e \bar{y} - coordenadas do centro de gravidade do pentágono em relação aos eixos x e y mostrados na figura 134.



a) SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA



b) SEÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR

FIGURA 134 - Seções transversais da viga e do pilar.

As equações de compatibilidade de deslocamentos no ponto de intersecção entre os eixos do pilar e da viga, sendo o pilar constituído de material diferente daquele da viga, são:

$$\frac{F_x r^2}{A_v E_v} = H \left(\frac{r^3}{2E_v I_{vy}} K_1 + \frac{L^3}{3E_p I_p} \right) - \frac{M L^2}{2E_p I_p} \quad (a) \quad 144$$

$$\frac{12M_t r}{E_v a^3 \ln(r_2/r_1)} = \frac{HL^2}{2E_p I_p} + M \left(\frac{r \pi}{16 G J_v} K_2 - \frac{L}{E_p I_p} \right) \quad (b)$$

144

onde:

- F_x - força horizontal linearmente distribuída atuando sobre a viga;
- F_y - força vertical linearmente distribuída atuando sobre a viga;
- M_t - momento torçor uniformemente distribuído atuando ao longo do eixo da viga;
- r - raio do eixo da viga;
- L - comprimento do pilar;
- r_1 - raio da face vertical interna da viga retangular (vide Fig.134a);
- r_2 - raio da face vertical externa da viga retangular (vide Fig.134a);
- E_v - módulo de deformação longitudinal do material constituinte da viga;
- E_p - módulo de deformação longitudinal do material constituinte do pilar;
- G - módulo de cisalhamento do material constituinte da viga;
- J_v - momento de inércia à torção da seção transversal da viga (vide tabela 21);
- I_v - momento de inércia da seção transversal da viga em relação ao eixo que contém o centro de gravidade e é paralelo ao eixo y mostrado na figura 134a;
- I_p - momento de inércia da seção transversal do pilar em relação ao eixo y visto na figura 134b;
- x e y - sistema de eixos coordenados (vide Fig.134a);
- K_1 e K_2 - coeficientes dados na tabela 22.

Tabela 21 - Valores de J_v e de tensões de cisalhamento devidas à torção


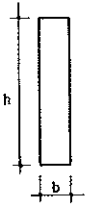
SEÇÃO	MOMENTO DE INÉRCIA J_v TORÇÃO (CM ⁴)	MÓDULO DE TORÇÃO (CM ³)	PONTOS DE TENSÕES CISALHANTES MÁXIMAS (KGF/CM ²)	VALORES DOS COEFICIENTES			
				α	β	γ	ϵ
	$J_v = \alpha b^4$	$W_t = \beta b^3$	NO MEIO DOS LADOS MAIORES $\sigma_{m\grave{a}x} = \frac{M_t}{W_t}$ NO MEIO DOS LADOS MENORES $\sigma = \gamma \sigma_{m\grave{a}x}$ NOS CANTOS $\sigma = 0$	$m = \frac{h}{b}$	α	β	γ
				1,0	0,140	0,208	1,00
				1,5	0,294	0,346	0,859
				2,0	0,457	0,493	0,795
				3,0	0,790	0,801	0,753
				4,0	1,123	1,150	0,745
	$J_v = \frac{(m-0,63)b^4}{3}$	$W_t = \frac{(m-0,63)b^3}{3}$	EM TODOS OS PONTOS DOS LADOS MAIORES EXCETO NOS CANTOS $\sigma_{m\grave{a}x} = \frac{M_t}{W_t}$ NO MEIO DOS LADOS MENORES $\sigma = 0,74 \sigma_{m\grave{a}x}$	6,0	1,789	1,789	0,743
				8,0	2,456	2,456	0,742
				10,0	3,123	3,123	0,742
				ESTAS FÓRMULAS E COEFICIENTES TAMBÉM PODEM SER USADAS PARA $m = \frac{h}{b} > 4$			

Tabela 22 - Valores dos Coeficientes K_1 e K_2

Número de Apoios	4	6	8	10	12
K_1	0,012159	0,003364	0,001387	0,000701	0,000404
K_2	1,0000	1,1153	1,3633	1,6199	1,8972

Resolvendo-se o sistema de equações 144, obtêm-se os valores de H e M e com o auxílio da tabela 23 obtêm-se os esforços solicitantes em algumas seções transversais **significativas** devidos aos carregamentos e aos esforços hiperestáticos.

Tabela 23 - Esforços solicitantes na viga curva

NÚMERO DE APOIOS	SEÇÃO TRANSVERSAL	ESFORÇO						
		CORTANTE VERTICAL	COMPRESSÃO DEVIDO A F_x	MOMENTO FLETOR DEVIDO A M_t	MOMENTO FLETOR DEVIDO A F_x	MOMENTO FLETOR DEVIDO A M	MOMENTO TORÇOR DEVIDO A F_y	MOMENTO TORÇOR DEVIDO A M
4	APOIO	$0,7854rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	$-0,2146r F_y$	$-0,5000 M$	0	$0,5000 M$
	MEIO DO VÃO	0	$F_x r$	$M_t r$	$0,1107r F_y$	$-0,7071 M$	0	0
	*19°12' DO APOIO	$0,4503rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	0	$-0,6366 M$	$-0,0333r^2 F_y$	$0,3069 M$
6	APOIO	$0,5236rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	$-0,0931r F_y$	$-0,8660 M$	0	$0,5000 M$
	MEIO DO VÃO	0	$F_x r$	$M_t r$	$0,0472r F_y$	$-1,000 M$	0	0
	*12°44' DO APOIO	$0,3014rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	0	$-0,9549 M$	$0,0095r^2 F_y$	$0,2982 M$
8	APOIO	$0,3927rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	$-0,0520r F_y$	$-1,2071 M$	0	$0,5000 M$
	MEIO DO VÃO	0	$F_x r$	$M_t r$	$0,0261r F_y$	$-1,3071 M$	0	0
	*9°33' DO APOIO	$0,2260rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	0	$-1,2880 M$	$0,0040r^2 F_y$	$0,2982 M$
10	APOIO	$0,3142rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	$-0,0331r F_y$	$-1,5390 M$	0	$0,5000 M$
	MEIO DO VÃO	0	$F_x r$	$M_t r$	$0,0167r F_y$	$-1,6170 M$	0	0
	*7°37' DO APOIO	$0,1812rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	0	$-1,5915 M$	$0,0020r^2 F_y$	$0,2916 M$
12	APOIO	$0,2618rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	$-0,0229r F_y$	$-1,8660 M$	0	$0,5000 M$
	MEIO DO VÃO	0	$F_x r$	$M_t r$	$0,0119r F_y$	$-1,9313 M$	0	0
	*6°21' DO APOIO	$0,1510rF_y$	$F_x r$	$M_t r$	0	$-1,9049 M$	$0,0011r^2 F_y$	$0,2905 M$

*SEÇÃO ONDE OCORRE O MÁXIMO MOMENTO TORÇOR DEVIDO A F_y

As forças H provocam flexão no plano da viga e compressão não uniforme ao longo do eixo da mesma; estes esforços, segundo Safarian, são relativamente pequenos e podem ser desprezados usualmente. No artigo SAFARIAN & HARRIS³⁰¹, tratado a seguir, são fornecidas indicações para determinar o momento fletor devido a H nos apoios e meio dos vãos e o esforço cortante horizontal devido a H (vide Tabela 28).

Para o caso em que não se tem a intersecção do eixo do pilar com o eixo da viga, considerando ainda a seção pentagonal como uma seção retangular fictícia, Safarian e Harris analisaram a estrutura mostrada na figura 135a, escolhendo como esforços hiperestáticos os mostrados na figura 135b com os sentidos considerados positivos.

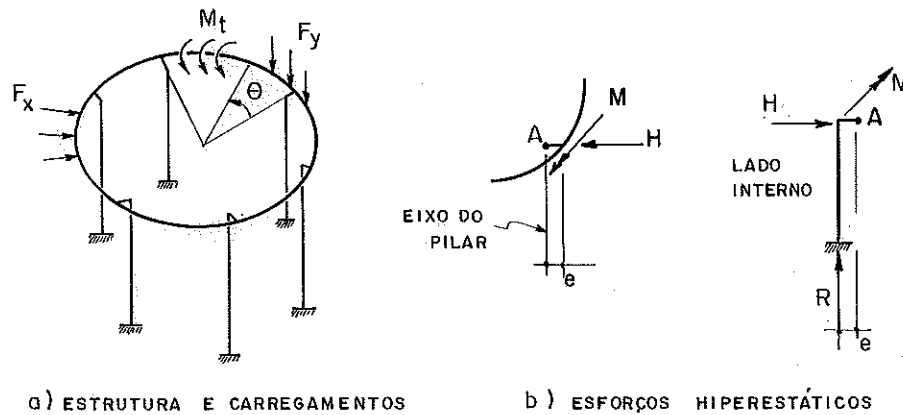


FIGURA 135 - Estrutura de apoio do silo e esforços solicitantes.

As equações de compatibilidade de deslocamentos são :

$$\frac{F_x r^2}{A_v E_v} + \frac{H r^3 K_1}{2 E_v I_{vy}} + \frac{H L^3}{3 E_p I_p} + \frac{M L^2}{2 E_p I_p} = 0 \quad (a)$$

$$\frac{12 M_t r}{E_v a^3 \ln(r_2/r_1)} + \frac{K_3 r (M - R e)}{E_v I_{vx}} + \frac{K_4 F_y r^3}{E_v I_{vy}} + \frac{H L^2}{2 E_p I_p} + \frac{M L}{E_p I_p} = 0 \quad (b) \quad 145$$

onde:

I_{vx} - momento de inércia da seção transversal pentagonal da viga em relação ao eixo horizontal que passa pelo centro de gravidade da seção;

I_{vy} - momento de inércia da seção transversal pentagonal da viga em relação ao eixo vertical que passa pelo centro de gravidade da seção;

e - excentricidade do eixo do pilar em relação ao centro de gravidade da viga, positivo se o pilar está deslocado para o interior do silo;

- R - reação vertical do pilar sobre a viga, igual à carga vertical total dividida pelo número de pilares;
- K_3 - coeficiente cujos valores são dados na tabela abaixo.

Tabela 24 - Valores do coeficiente K_3

λ	NÚMERO DE APOIOS				
	4	6	8	10	12
1,0	0,785	1,047	1,341	1,645	1,954
1,1	0,800	1,056	1,347	1,650	1,959
1,2	0,814	1,065	1,354	1,656	1,963
1,3	0,828	1,074	1,361	1,661	1,967
1,4	0,842	1,091*	1,367	1,666	1,972
1,5	0,857	1,092	1,374	1,671	1,976
1,6	0,871	1,102	1,381	1,677	1,981
1,7	0,885	1,111	1,388	1,629*	1,985

Obs:a) $\lambda = E_v I_{v\bar{x}} / G J_v$

- b) Os valores assinalados com asterisco provavelmente são incorretos. Os valores corretos devem ser, aproximadamente, em vez de 1,091, 1,083; e em vez de 1,629, 1,682.

- K_4 - coeficiente cujos valores são dados na tabela 25

Tabela 25 - Valores do coeficiente K_4

λ	NÚMERO DE PILARES				
	4	6	8	10	12
1,0	0,0191	0,00353	0,00117	0,000496	0,0002417
1,1	0,0200	0,00371	0,00122	0,000510	0,0002509
1,2	0,0210	0,00389	0,00128	0,000524	0,0002601
1,3	0,0219	0,00407	0,00134	0,000538	0,0002693
1,4	0,0229	0,00425	0,00139	0,000553	0,0002785
1,5	0,0238	0,00442	0,00145	0,000567	0,0002877
1,6	0,0248	0,00460	0,00151	0,000581	0,003061*
1,7	0,0257	0,00478	0,00156	0,000595	0,0003061

Obs.: a) $\lambda = E_v I_{vX} / G J_v$

b) O valor assinalado com asterisco provavelmente é incorreto devendo ser, aproximadamente, 0,0002969.

Determinadas as incógnitas H e M têm-se nas tabelas 26 e 27 as expressões para o momento fletor, que flete a viga no plano vertical, e o momento torçor, respectivamente, em função dos esforços hiperestáticos, dos carregamentos e do ângulo θ marcado a partir de um apoio até outro apoio como é visto na figura 135a. Na tabela 28 têm-se o esforço normal e os esforços cortantes na viga, em função dos carregamentos e esforços hiperestáticos, nos apoios e meios dos vãos, e, ainda, o momento fletor que flete a viga no plano horizontal devido a H.

Tabela 26 - Equações do momento fletor na viga

NÚMERO DE APOIOS	EQUAÇÕES DO MOMENTO FLETOR (M_f)
4	$M_f = M'(0,5 \text{ SEN}\theta + 0,5 \text{ COS}\theta) - F_y r^2 (1 - 0,7854 \text{ SEN}\theta - 0,7854 \text{ COS}\theta) + M_t r$
6	$M_f = M'(0,5 \text{ SEN}\theta + 0,866 \text{ COS}\theta) - F_y r^2 (1 - 0,5236 \text{ SEN}\theta - 0,9096 \text{ COS}\theta) + M_t r$
8	$M_f = M'(0,5 \text{ SEN}\theta + 1,207 \text{ COS}\theta) - F_y r^2 (1 - 0,3927 \text{ SEN}\theta - 0,9481 \text{ COS}\theta) + M_t r$
10	$M_f = M'(0,5 \text{ SEN}\theta + 1,539 \text{ COS}\theta) - F_y r^2 (1 - 0,3142 \text{ SEN}\theta - 0,9669 \text{ COS}\theta) + M_t r$
12	$M_f = M'(0,5 \text{ SEN}\theta + 1,866 \text{ COS}\theta) - F_y r^2 (1 - 0,2618 \text{ SEN}\theta - 0,9770 \text{ COS}\theta) + M_t r$

$M' = M - R e$

Tabela 27 - Equações do momento torçor na viga

NÚMERO DE APOIOS	EQUAÇÕES DO MOMENTO TORÇOR (T)
4	$T = M'(0,5 \text{ COS}\theta - 0,5 \text{ SEN}\theta) + F_y r^2 (\theta - 0,7854 \text{ SEN}\theta + 0,7854 \text{ COS}\theta - 0,7854)$
6	$T = M'(0,5 \text{ COS}\theta - 0,866 \text{ SEN}\theta) + F_y r^2 (\theta - 0,9096 \text{ SEN}\theta + 0,5236 \text{ COS}\theta - 0,5236)$
8	$T = M'(0,5 \text{ COS}\theta - 1,207 \text{ SEN}\theta) + F_y r^2 (\theta - 0,9481 \text{ SEN}\theta + 0,3927 \text{ COS}\theta - 0,3927)$
10	$T = M'(0,5 \text{ COS}\theta - 1,539 \text{ SEN}\theta) + F_y r^2 (\theta - 0,9669 \text{ SEN}\theta + 0,3142 \text{ COS}\theta - 0,3142)$
12	$T = M'(0,5 \text{ COS}\theta - 1,866 \text{ SEN}\theta) + F_y r^2 (\theta - 0,9770 \text{ SEN}\theta + 0,2618 \text{ COS}\theta - 0,2618)$

$M' = M - R e$

Tabela 28 - Esforços normal e cortante e momento fletor devido a H na viga

NÚMERO DE APOIOS	SEÇÃO TRANSVERSAL	ESFORÇO DE COMPRESSÃO	ESFORÇO CORTANTE		MOMENTO FLETOR DEVIDO A H
			VERTICAL	HORIZONTAL	
4	APOIO	$F_x r$	$0,7854r F_y$	$0,50 H$	$-0,1366r H$
	MEIO DO VÃO	$F_x r$	0	0	$0,0705r H$
6	APOIO	$F_x r$	$0,5236r F_y$	$0,50 H$	$-0,4550r H$
	MEIO DO VÃO	$F_x r$	0	0	$0,0451r H$
8	APOIO	$F_x r$	$0,3927r F_y$	$0,50 H$	$-0,7730r H$
	MEIO DO VÃO	$F_x r$	0	0	$0,0333r H$
10	APOIO	$F_x r$	$0,3124r F_y$	$0,50 H$	$-1,092r H$
	MEIO DO VÃO	$F_x r$	0	0	$0,0265r H$
12	APOIO	$F_x r$	$0,2618r F_y$	$0,50 H$	$-1,4100r H$
	MEIO DO VÃO	$F_x r$	0	0	$0,0220r H$

A força vertical absorvida por cada pilar pode ser determinada considerando-se que cada pilar absorve as cargas verticais que estão situadas dentro de sua área de influência. Tomando-se, para exemplificar, um silo com seis células retangulares, cuja seção transversal na altura do topo dos pilares é apresentada de forma esquematizada na figura 136a, a área de influência de cada pilar será:

Para os pilares P_1 $A_i = \frac{a}{2} \frac{b}{2} = \frac{a b}{4}$ (a)

Para os pilares P_2 $A_i = a \frac{b}{2} = \frac{a b}{2}$ (b) 146

Para os pilares P_3 $A_i = 4 \left(\frac{a}{2} \frac{b}{2} \right) = a b$ (c)

sendo:

A_i - área de influência do pilar i;

a, b - largura do lado maior e menor, respectivamente, da célula.

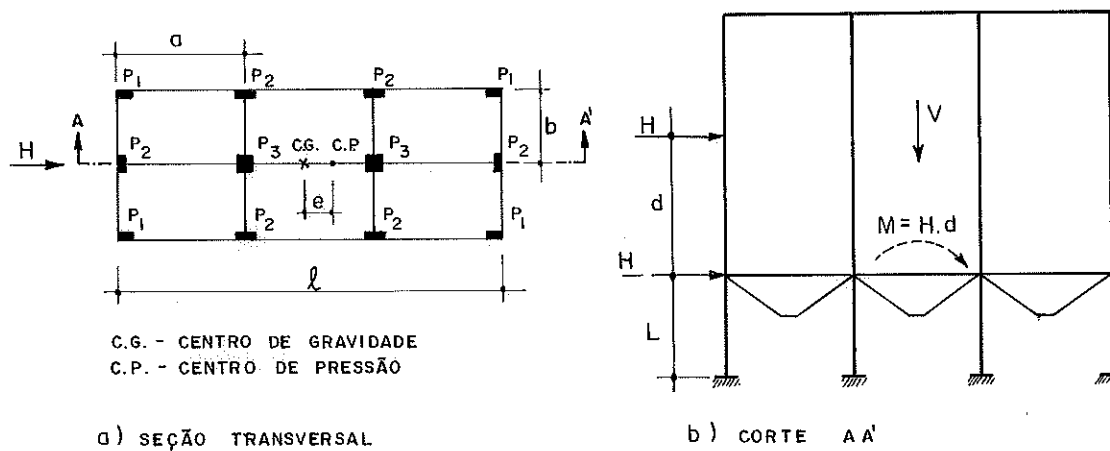


FIGURA 136 - Cargas horizontais e verticais nos apoios de um silo.

A força em cada pilar devida a resultante vertical será:

Para os pilares P_1
$$V_1 = \frac{V \cdot ab/4}{n \cdot a \cdot b} = \frac{V}{4n} \quad (a)$$

Para os pilares P_2
$$V_2 = \frac{V \cdot ab/2}{n \cdot a \cdot b} = \frac{V}{2n} \quad (b) \quad 147$$

Para os pilares P_3
$$V_3 = \frac{V \cdot ab}{n \cdot a \cdot b} = \frac{V}{n} \quad (c)$$

onde:

- V - força vertical total;
- n - número de células;
- V_i - força vertical no pilar i .

Na determinação das forças nos pilares devido à resultante V é considerado que esta resultante provém de carregamentos uniformemente distribuídos na seção transversal do silo, caso contrário, as expressões 147 não mais seriam válidas, devendo-se analisar cada pilar isoladamente com os carregamentos dentro da sua área de influência, para se obter a força em cada pilar. O mesmo se aplica nos cálculos a seguir.

O efeito do vento nos pilares pode ser obtido de maneira simples, se se considerar a célula ou o conjunto de células como um corpo rígido. A resultante da pressão do vento contra as paredes das células, aplicada a uma distância d do topo dos pilares (vide Fig. 136b), quando transferida para o plano que contém os topos dos pilares, resultará em se ter além da força um momento $M = H d$, como mostrado na figura 136b.

As reações nos pilares, devidas às cargas verticais e ao momento M , podem ser obtidas considerando-se que a resultante vertical esteja aplicada no centro de pressão da seção transversal do silo, distante do centro de gravidade de esta seção da excentricidade e .

$$e = \frac{M}{V} \quad 148$$

como pode ser visto na figura 136a.

Empregando-se a expressão para a determinação da tensão normal numa seção submetida à flexão composta, tem-se:

$$N_i = V \left[1 + \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{\sum_{i=1}^n I_i} e x_i \right] \quad 149$$

sendo:

- $\sum_{i=1}^n I_i$ - somatório do momento de inércia da seção transversal de cada pilar em relação à reta horizontal que passa pelo centro de gravidade da seção transversal do silo e é perpendicular à direção da força H ;
- x_i - distância do centro de gravidade do pilar ao centro de gravidade da seção transversal do silo;
- $\sum_{i=1}^n A_i$ - somatório das áreas das seções transversais dos pilares;
- N_i - esforço normal no pilar i .

Supondo que cada pilar absorve uma parcela da resultante horizontal proporcional ao valor do seu momento de inércia, o esforço cortante no topo de cada pilar será dado por:

$$H_i = H \frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \quad 150$$

sendo:

I_i - momento de inércia do pilar i , em relação à reta horizontal que contém o centro de gravidade de do mesmo e é perpendicular à direção da força horizontal.

5.3 - APLICAÇÃO DA TEORIA DAS CASCAS AOS SILOS CILÍNDRICOS

No intuito de expor a aplicabilidade da teoria das cascas delgadas aos silos cilíndricos será considerado a seguir um silo cilíndrico unicelular apoiado em toda a base, cuja cobertura é uma cupula cônica ou placa circular, e o fundo é composto de um anel e uma placa, através da teoria das cascas delgadas.

Não se exporá aqui a teoria das cascas delgadas que pode ser encontrada em BILLINGTON³⁰, FLÜGGE¹⁰¹ e GRAVINA¹²¹. Procurar-se-á fornecer ao leitor os dados necessários para aplicar o processo dos esforços na estrutura em questão. Vários destes dados foram retirados das dissertações de MOTIÑO²³³ e VENTURINI³⁴⁴.

5.3.1 - Definições e hipóteses

O termo casca designa estruturas com superfície média curva, nas quais a espessura é pequena em relação às outras dimensões e aos raios principais de curvatura. Classificam-se como casca delgada todas aquelas em que a relação en-

tre o raio de curvatura e a espessura situa-se entre os valores 20 e 500.

Na análise estática das estruturas de superfície admitem-se, em geral, as seguintes hipóteses fundamentais de Kirchoff-Love:

- a) o material que constitui a estrutura é homogêneo, isotrópico e obedece à lei de Hooke;
- b) a espessura é pequena em relação às dimensões e aos raios de curvatura da superfície média
- c) as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às demais tensões;
- d) os pontos pertencentes antes da deformação a retas normais à superfície média encontram-se, após a deformação, sobre retas perpendiculares à superfície média deformada;
- e) os deslocamentos são muito pequenos em relação à espessura da casca, sendo possível desprezar a influência deles no estudo das condições de equilíbrio do elemento de superfície.

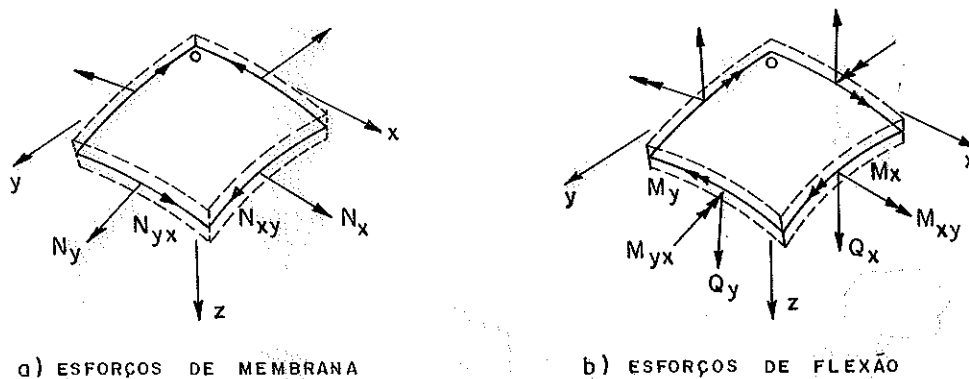
5.3.2 - Esforços solicitantes e carregamentos

Os esforços solicitantes que atuam em um elemento infinitesimal da casca (vide Fig.137) são definidos como forças ou momentos por unidade de comprimento da superfície média da casca.

Os valores dos esforços solicitantes são obtidos calculando-se a resultante das tensões atuando em cada face do elemento infinitesimal. Nas cascas delgadas pode-se considerar que $N_{xy} = N_{yx}$ e $M_{xy} = M_{yx}$ sem se incorrer em erros consideráveis nas aplicações práticas.

A convenção adotada para o sentido positivo dos esforços é a seguinte:

Os esforços N_x e N_y são considerados positivos quando provocam tração na seção em exame. O esforço tangencial N_{xy} atuando na seção x constante é positivo quando



a) ESFORÇOS DE MEMBRANA

b) ESFORÇOS DE FLEXÃO

FIGURA 137 - Esforços solicitantes nas cascas delgadas - sentidos positivos.

tiver o sentido positivo do eixo coordenado y , ao atuar numa seção em que também a força normal N_x tem sentido positivo do eixo coordenado x . Considerações análogas quanto ao sentido positivo são feitas para N_{yx} . O esforço cortante Q_x , atuando na seção x constante, é positivo quando tiver o mesmo sentido positivo do eixo normal à superfície média z , ao atuar numa seção x constante para a qual a força normal positiva tem o sentido positivo do eixo coordenado correspondente; para Q_y a consideração do sentido positivo é análoga. Os momentos fletores M_x e M_y são considerados positivos quando provocam tensões normais positivas nas fibras da seção correspondentes a valores de z positivos. Os momentos torçores M_{xy} e M_{yx} são considerados positivos quando provocam tensões de cisalhamento positivas (a convenção para estas tensões é idêntica à utilizada para N_{xy} e N_{yx}) nas fibras da seção correspondentes a valores de z negativos.

Os carregamentos que atuam nas cascas são apresentados na figura 138 e atuam por unidade de área da superfície média. São considerados positivos tanto os carregamentos distribuídos (p_x , p_y e p_z) como os momentos (m_x , m_y e m_z), aqueles cujo sentido coincide com o sentido positivo dos eixos coordenados.

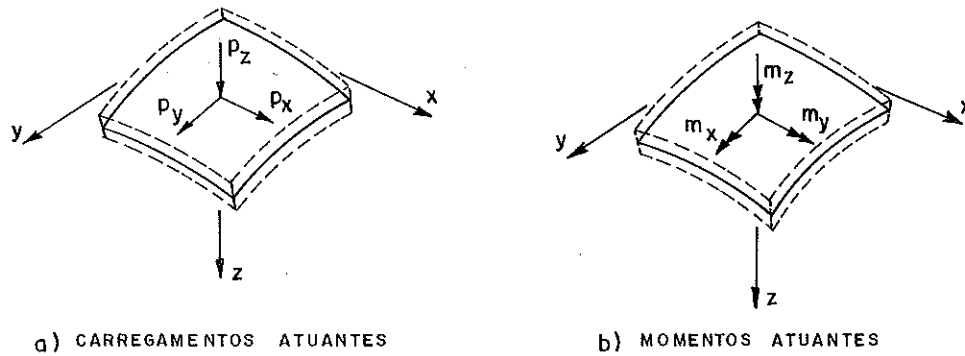


FIGURA 138 - Forças e momentos distribuídos por unidade de área que podem atuar nas cascas.

5.3.3 - Determinação dos esforços solicitantes internos e dos deslocamentos

A obtenção do sistema que, resolvido, fornece os esforços e deslocamentos atuando em uma casca é apresentado em BILLINGTON³⁰. Sucintamente pode-se dizer que a obtenção deste sistema é feita tomando-se as seis equações de equilíbrio, que resultam em cinco equações, já que a equação que expressa o equilíbrio de momentos em torno do eixo z , desde que $m_z = 0$ e $N_{xy} = N_{yx}$, resulta em uma identidade, ficando-se assim com cinco equações e oito incógnitas ($N_x, N_y, N_{xy} = N_{yx}, M_x, M_y, M_{xy} = M_{yx}, Q_x$ e Q_y). Outras equações são obtidas relacionando-se os esforços, a menos de Q_x e Q_y , com os deslocamentos u, v , e w nas direções dos eixos x, y , e z respectivamente de um ponto qualquer da superfície média, obtendo-se outras 6 equações e outras 3 incógnitas. A união das equações de equilíbrio e das equações que relacionam os esforços e deslocamentos resulta em um sistema de onze equações diferenciais a onze incógnitas, que resolvido fornece as expressões dos esforços e deslocamentos em qualquer ponto da superfície média.

A resolução do sistema de equações diferenciais sem nenhuma simplificação é extremamente complexa. As simplificações, que dependem das particularidades geométricas e do carregamento de cada problema, permitem a resolução do sistema simplificado de modo mais cômodo.

5.3.4 - Roteiro de cálculo

A determinação dos esforços solicitantes internos nos diferentes elementos estruturais do silo será feita desmembrando-se a estrutura global em elementos isolados e efetuando-se as devidas compatibilizações de deslocamentos nas vinculações mediante a aplicação do processo dos esforços.

Dois silos em que se pode aplicar o que está sendo exposto, já desmembrados em elementos estruturais isolados, são apresentados na figura 139.

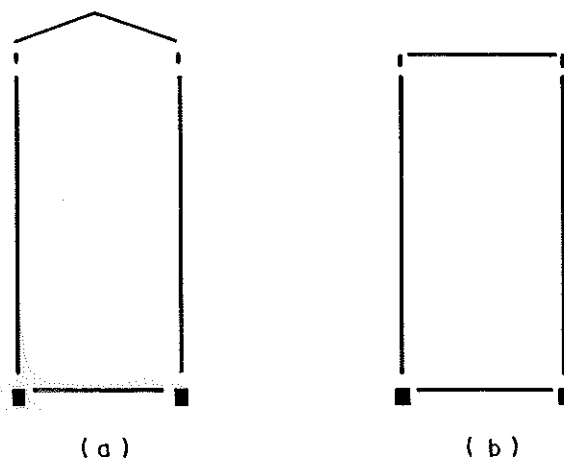


FIGURA 139 - Elementos estruturais isolados de silos cilíndricos.

Observam-se quatro subestruturas em cada silo: uma casca cônica como cobertura, uma casca cilíndrica formando a célula, uma placa formando o fundo ou a cobertura, um anel superior e outro inferior.

Para a aplicação do processo dos esforços serão fornecidos os deslocamentos e rotações devidos aos carregamentos bem como os coeficientes de flexibilidade nas bordas das cascas e placa e nos anéis, possibilitando construir o sistema de equações que resolvido fornece o valor de cada esforço hiperestático aplicado nas bordas das cascas e da placa e nos anéis. Este sistema para a estrutura em questão

é composto de sub-sistemas independentes devido à suposição aqui adotada de que todas as cascas são suficientemente longas de modo que um esforço cortante ou momento fletor linearmente distribuído em uma das bordas tem efeito desprezível na outra borda. Expressões que permitem verificar se a suposição é válida ou não para cada casca serão apresentadas posteriormente.

As equações de compatibilidade podem ser expressas por:

$$\sum_{j=1}^n X_j D_{ij} + D_{i0} = 0 \quad \begin{matrix} i = 1 \text{ até } n \\ j = 1 \text{ até } n \end{matrix} \quad 151$$

onde D_{i0} representa os deslocamentos horizontais ou as rotações na borda da casca, ou placa ou no anel analisado, produzidos pelos carregamentos considerados atuando de forma isolada ou simultânea no sistema fundamental; D_{ij} representa os coeficientes de flexibilidade na borda considerada e X_j os esforços hiperestáticos.

Também serão dadas as expressões dos esforços solicitantes devidos aos carregamentos e aos esforços hiperestáticos em cada subestrutura, sendo os esforços finais dados pela adição dos esforços provenientes dos carregamentos com aqueles devidos aos esforços hiperestáticos.

Na determinação dos esforços, deslocamentos e rotações no sistema fundamental devido aos carregamentos é empregada a teoria de membrana, utilizada desde os primeiros estudos sobre as cascas delgadas, que consiste em supor a espessura da casca bastante pequena de modo a se poder desprezar as rigidezes à flexão e à torção, anulando-se portanto os momentos correspondentes, ficando-se apenas com os esforços mostrados na figura 137a.

O comportamento de membrana das cascas pode ser admitido quando se verificam as seguintes condições, conforme GRAVINA¹²¹, pág. 74 :

- a) a variação das curvaturas normais da superfície média é contínua;

- b) a variação da espessura da casca é contínua;
- c) a distribuição dos carregamentos externos é contínua;
- d) as forças externas aplicadas às bordas livres atuam nos correspondentes planos tangentes à superfície média;
- e) as reações dos vínculos são contidas nos planos tangentes à superfície média.

Analisar-se-á a seguir cada subestrutura começando-se pela cobertura com uma casca cônica.

Considerou-se que a casca cônica tem uma abertura no vértice por onde se pode carregar o silo ou penetrar nele. O sistema fundamental adotado, os esforços hiperestáticos e os deslocamentos e rotações nas bordas são vistos na figura 140.

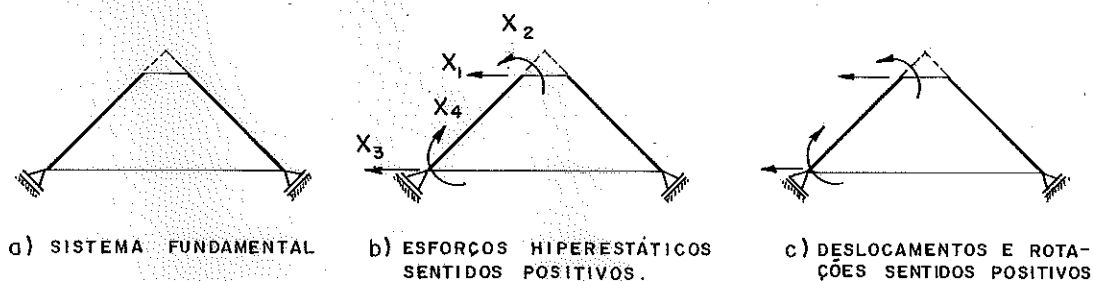


FIGURA 140 - Casca cônica - processo dos esforços

As características geométricas da casca cônica utilizadas nas expressões são apresentadas na figura 141.

Na determinação dos deslocamentos e rotações na casca cônica, provocados pelos esforços hiperestáticos, admitiu-se que estes aplicados em uma das bordas da casca não provocam deslocamentos ou rotações na outra borda; esta suposição é válida se a casca pode ser classificada como longa. A classificação da casca cônica em curta ou longa é feita por meio dos parâmetros η_1 e η_2 , onde:

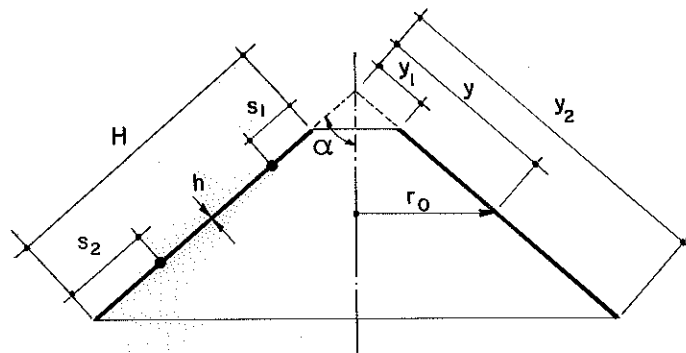


FIGURA 141 - Características geométricas da casca cônica.

$$\eta_1 = \frac{H}{\beta_1} \quad (\text{para a borda superior}) \quad (a)$$

152

$$\eta_2 = \frac{H}{\beta_2} \quad (\text{para a borda inferior}) \quad (b)$$

onde:

H - comprimento do meridiano da casca ($y_2 - y_1$);

$$\beta_1 = \sqrt[4]{\frac{y_1^2 h^2}{3(1 - \nu^2) \cot^2 \alpha}} \quad ;$$

$$\beta_2 = \sqrt[4]{\frac{y_2^2 h^2}{3(1 - \nu^2) \cot^2 \alpha}} \quad ;$$

ν - coeficiente de Poisson;

y_1 - distância do vértice até a borda superior da casca cônica (vide Fig.141);

y_2 - distância do vértice até a borda inferior da casca cônica (vide Fig.141);

h - espessura da casca;

α - ângulo entre um dos meridianos e a vertical.

Se o valor de η_1 ou η_2 for inferior a 3 a casca é considerada curta, entre 3 e 6 tem-se um intervalo cuja classificação não é bem definida e para valores maiores que 6 a casca é considerada longa. Os valores dos limites destes intervalos são fixados em função do erro admissível nos

valores dos esforços ou deslocamentos, sendo que para efeitos práticos, se $\eta > 3$ a casca cônica pode ser considerada longa.

Na tabela 29 são fornecidos os deslocamentos e rotações nas bordas da casca cônica para vários carregamentos e os coeficientes de flexibilidade.

Os carregamentos considerados foram os seguintes: carregamento vertical uniformemente distribuídos em toda a casca, representando o peso próprio da casca; carregamento vertical uniformemente distribuído na projeção horizontal da casca, representando uma sobrecarga; uma força linearmente distribuída na borda superior, que simula o peso de equipamentos ou do anel nesta borda; uma variação uniforme de temperatura na casca e um carregamento assimétrico para simular o efeito do vento, visto na figura 142. Este carregamento é expresso por:

$$q = q_0 \cos \theta \quad 153$$

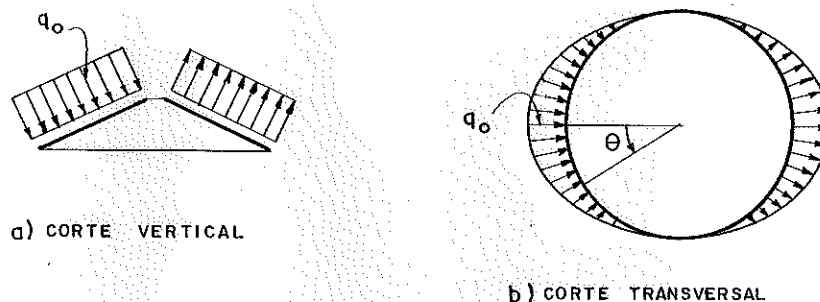


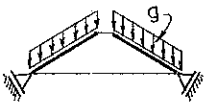
FIGURA 142 - Carregamento simulando o efeito do vento .

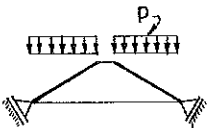
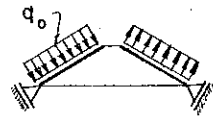
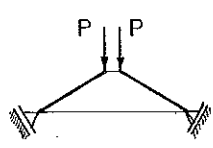
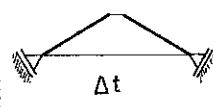
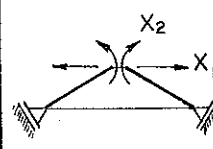
A determinação dos deslocamentos e rotações nas bordas da casca para carregamentos assimétricos apresenta uma complexidade bem maior que no caso dos carregamentos axi-simétricos. Em MOTIÑO²³³, pág.2.22 e VENTURINI³⁴⁴, pág.IV 10 é proposta uma determinação aproximada dos deslocamentos e rotações nas bordas da casca que se baseia em recomendações de BILLINGTON³⁰ para o cálculo de reservatórios; trata-se de fazer esta determinação considerando-se os valores máxi-

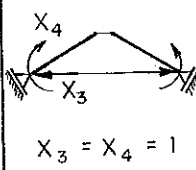
mos dos esforços de membrana na borda considerada, utilizando-se as expressões dos deslocamentos e rotações quando o carregamento é simétrico. Segundo indicação dos dois autores mencionados, a rotação do meridiano deve ser considerada nula, não sendo fornecidos dados que possibilitem estimar a amplitude do erro cometido ao se adotar o processo recomendado. As expressões dos deslocamentos e rotações devidos ao efeito do vento dadas na tabela 29 foram obtidas seguindo-se o processo acima, sem considerar a rotação nula.

Considerar-se-á entre os casos de ações térmicas com simetria de revolução apenas a variação de temperatura entre a cobertura e a célula. Outros casos são: a variação de temperatura entre o interior e o exterior da célula, que ocorre, por exemplo, quando na carga o material está submetido a temperatura superior à do ambiente e a variação de temperatura entre a casca e o fundo desta. Geralmente estes dois últimos casos provocam esforços pouco significativos. Desejando-se obter os esforços provocados por tais ações térmicas em TIMOSHENKO & WOINOWSKY-KRIEGER³³¹, págs. 297 e 298, têm-se expressões para os esforços.

Tabela 29 - Deslocamentos e rotações nas bordas da casca cônica

Cargas	Deslocamentos e rotações
	$D_{10} = - \frac{g \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h} y_1^2$
	$D_{20} = - \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2E h \operatorname{cos} \alpha} \left[2(2 + \nu) \operatorname{sen}^2 \alpha - 2\nu \right] y_1$
	$D_{30} = - \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{E h} \left\{ \operatorname{sen}^2 \alpha - \frac{\nu}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \right\} y_2^2$
	$D_{40} = - \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2E h \operatorname{cos} \alpha} \left[2(2 + \nu) \operatorname{sen}^2 \alpha - 1 + \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 2\nu \right] y_2$

Cargas	Deslocamentos e rotações	
	$D_{10} = - \frac{p \operatorname{sen}^3 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h} y_1^2$ $D_{20} = \frac{p \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 E h} \left[2 (2 + \nu) \operatorname{sen}^2 \alpha - 2 \nu \right] y_1$ $D_{30} = - \frac{p \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h} \left\{ \operatorname{sen}^2 \alpha - \frac{\nu}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \right\} y_2^2$ $D_{40} = - \frac{p \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 E h} \left[2 (2 + \nu) \operatorname{sen}^2 \alpha - 1 + \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 2 \nu \right] y_2$	
	$D_{10} = - \frac{q_0 \operatorname{sen}^2 \alpha}{E h} y_1^2$ $D_{20} = \frac{q_0}{E h} (2 + \nu) y_1 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \alpha$ $D_{30} = - \frac{q_0}{E h} \left[y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha + \nu \left(\frac{y_2^3 - y_1^3}{3 y_2} - \frac{y_2^2 - y_1^2}{2} \right) \right]$ $D_{40} = - \frac{q_0 (2 + \nu)}{E h \operatorname{cos} \alpha} \left(y_2 \operatorname{sen}^2 \alpha - \frac{y_2^3 - y_1^3}{3 y_2^2} + \frac{y_2^2 - y_1^2}{2 y_2} \right)$	
	$D_{10} = \frac{P \nu \operatorname{tg} \alpha}{E h} y_1$ $D_{20} = - \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h \operatorname{cos} \alpha}$ $D_{30} = \frac{P \nu \operatorname{tg} \alpha}{E h} y_1$ $D_{40} = \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h \operatorname{cos} \alpha} \frac{y_1}{y_2}$	
	$D_{10} = \alpha_t \Delta_t y_1 \operatorname{sen} \alpha$ $D_{20} = -\alpha_t \Delta_t \operatorname{tg} \alpha$ $D_{30} = \alpha_t \Delta_t y_2 \operatorname{sen} \alpha$ $D_{40} = \alpha_t \Delta_t \operatorname{tg} \alpha$	
 <p>$X_1 = X_2 = 1$</p>	$D_{11} = \frac{2 y_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{\beta_1 E h}$ $D_{22} = \frac{12 \beta_1 (1 - \nu^2)}{E h^3}$ $D_{12} = \frac{2 y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{\beta_1^2 E h \operatorname{cos} \alpha}$ $D_{21} = \frac{6 \beta_2 (1 - \nu^2)}{E h^3} \operatorname{cos} \alpha$	

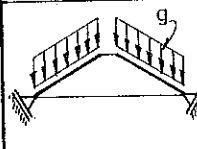
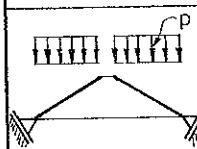
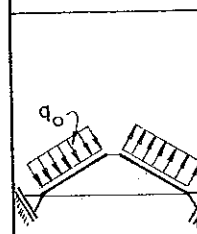
Cargas	Deslocamentos e rotações	
 <p>$X_3 = X_4 = 1$</p>	$D_{33} = \frac{2y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{\beta_2 E h}$ $D_{34} = \frac{2y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{\beta_2^2 E h \operatorname{cos} \alpha}$	$D_{44} = \frac{12 \beta_2 (1-\nu^2)}{E h^3}$ $D_{43} = \frac{6 \beta_2^2 (1-\nu^2)}{E h^3} \operatorname{cos} \alpha$

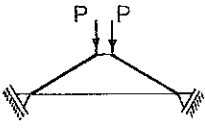
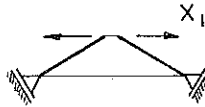
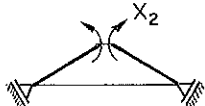
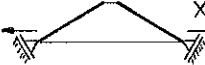
Além dos símbolos já definidos têm-se ainda:


- E - módulo de deformação longitudinal;
- α_t - coeficiente de dilatação térmica;
- Δ_t - variação de temperatura constante ao longo da espessura da casca.

Na tabela 30 encontram-se as expressões dos esforços solicitantes para cada um dos carregamentos já mencionados e para os esforços hiperestáticos aplicados nas bordas.

Tabela 30 - Esforços solicitantes na casca cônica

Cargas	Esforços solicitantes
	$N_\theta = - \frac{q \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} y$ $N_y = - \frac{q}{2 \operatorname{cos} \alpha} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y} \right)^2 \right] y$
	$N_\theta = - \frac{q \operatorname{sen}^3 \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} y$ $N_y = - \frac{q \operatorname{tg} \alpha}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y} \right)^2 \right] y$
	$N_\theta = - q_0 y \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \theta$ $N_y = - \frac{q_0 \operatorname{cos} \theta}{\operatorname{sen} \alpha} \left(\frac{y^3 - y_1^3}{3y^2} - \frac{y^2 - y_1^2}{2y} \right)$ $N_{y\theta} = - \frac{q_0}{3} \frac{y^3 - y_1^3}{y^2} \operatorname{sen} \theta$

Cargas	Esforços solicitantes
	$N_{\theta} = 0$ $N_y = - \frac{P}{\cos \alpha} \frac{y_1}{y}$
	$N_{\theta} = \frac{2y \operatorname{sen} \alpha}{\beta_1} H e^{-\eta} \cos \eta$ $N_y = - \sqrt{2} H \operatorname{sen} \alpha e^{-\eta} \cos \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right)$ $M_y = \beta_1 H \cos \alpha e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$ $M_{\theta} = \frac{\sqrt{2} \beta_1 \cos \alpha}{2} H e^{-\eta} \operatorname{sen} \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right) + \nu M_y$ $Q_y = \sqrt{2} H \cos \alpha e^{-\eta} \cos \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right)$
	$N_{\theta} = \frac{2 \sqrt{2} y \operatorname{tg} \alpha}{\beta_1^2} M e^{-\eta} \cos \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right)$ $N_y = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\beta_1} M e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$ $M_y = \sqrt{2} M e^{-\eta} \operatorname{sen} \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right)$ $M_{\theta} = \frac{\beta_1}{y} M e^{-\eta} \cos \eta + \nu M_y$ $Q_y = \frac{2}{\beta_1} M e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$
	$N_{\theta} = \frac{2 y \operatorname{sen} \alpha}{\beta_2} H e^{-\eta} \cos \eta$ $N_y = \sqrt{2} H \operatorname{sen} \alpha e^{-\eta} \cos \left(\eta + \frac{\pi}{4} \right)$ $M_y = \beta_2 H \cos \alpha e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$

	$M_{\theta} = \frac{\sqrt{2} \beta_2^2 \cos \alpha}{2y} H e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) + \nu M_y$ $Q_y = \sqrt{2} H \cos \alpha e^{-\nu} \cos(\eta + \frac{\pi}{4})$
	$N_{\theta} = \frac{2 \sqrt{2} y \operatorname{tg} \alpha}{\beta_2^2} M e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4})$ $N_y = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\beta_2} M e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$ $M_y = \sqrt{2} M e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4})$ $M_{\theta} = \frac{\beta_2}{y} M e^{-\eta} \cos \eta + \nu M_y$ $Q_y = \frac{2}{\beta_2} M e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta$

As grandezas ainda não definidas são:

- N_{θ} - esforço normal linearmente distribuído ao longo de uma geratriz, com direção tangente ao paralelo considerado;
- N_y - esforço normal linearmente distribuído ao longo de um meridiano, com direção da geratriz que passa pelo ponto considerado;
- Q_y - esforço cortante linearmente distribuído no plano que atua N_y ;
- M_y - momento fletor linearmente distribuído ao longo de um paralelo, que flete a geratriz considerada;
- M_{θ} - momento fletor linearmente distribuído ao longo de uma geratriz, que flete o paralelo considerado.

O valor da variável η depende da borda que está sendo analisada. Para a borda superior vale a expressão 154a e para a borda inferior a 154b.

$$\eta = \frac{s_1}{\beta_1} \quad (a) \quad \eta = \frac{s_2}{\beta_2} \quad (b) \quad 154$$

onde:

- s_1 - distância da seção analisada à borda superior, igual a $y - y_1$ (vide Fig.141);
- s_2 - distância da seção analisada à borda inferior, igual a $y_2 - y$ (vide Fig.141).

Para a casca cilíndrica o sistema fundamental, os esforços hiperestáticos e os deslocamentos e rotações nas bordas com sentidos positivos são vistos na figura 143.

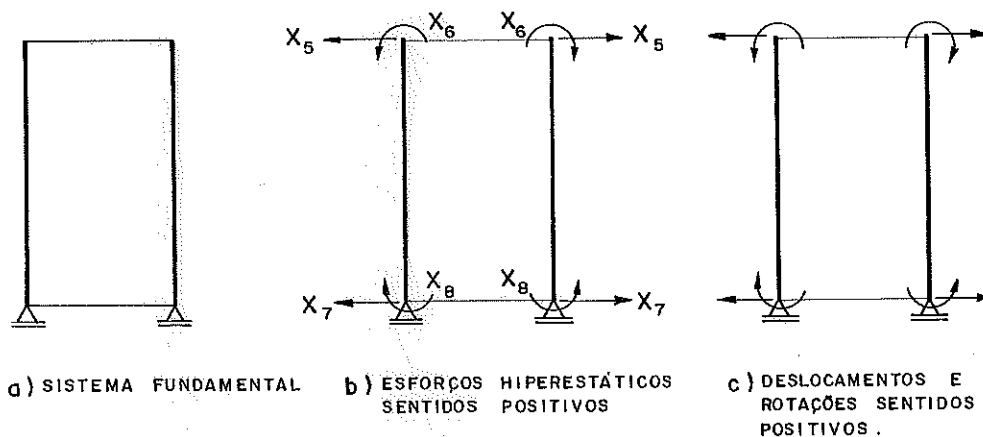


FIGURA 143 - Casca cilíndrica - processo dos esforços.

As características geométricas e o sistema de eixos utilizados nas expressões dos esforços, deslocamentos e rotações são apresentados na figura 144.

Os carregamentos admitidos sobre a casca cilíndrica são os seguintes: peso próprio; uma força linearmente distribuída na extremidade superior da casca para simular a carga da cobertura; pressões estáticas devidas ao material ensilado; pressão horizontal constante ao longo da altura e pressão horizontal variando linearmente ao longo da altura, que podem ser empregadas para simular a variação das pressões dinâmicas horizontais ao longo da altura, seguindo-se as recomendações dadas por normas e pesquisadores; pressão

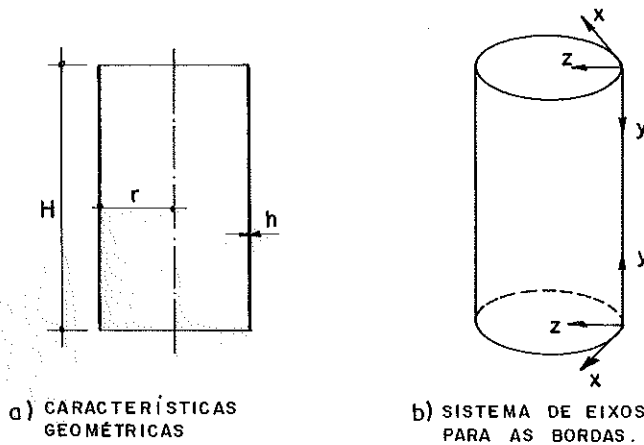


FIGURA 144 - Características geométricas e sistemas de eixos para a casca cilíndrica.

horizontal constante ao longo da altura e variável ao longo do perímetro de uma determinada seção transversal, como pode ser visto na figura 145, para simular a ação do vento.

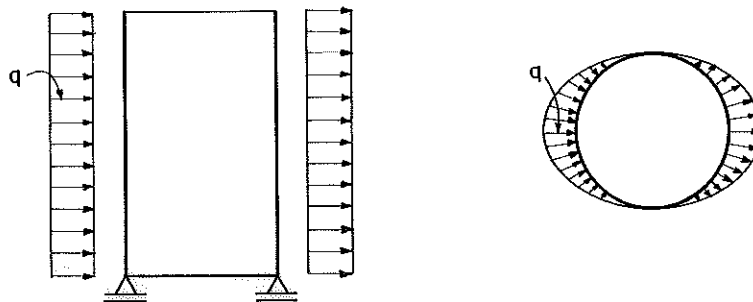


FIGURA 145 - Carregamento para simular o efeito do vento na casca cilíndrica.

Utilizaram-se as expressões dadas pela teoria de Janssen, que é aceita por várias normas e pesquisadores, para exprimir os carregamentos provenientes do material ensilado em repouso: uma pressão horizontal e a ação do atrito; esta última foi analisada considerando-se separadamente a ação vertical aplicada na superfície média da casca e o momento fletor distribuído sobre a superfície média, proveniente da excentricidade da aplicação da ação do atrito em relação à superfície média da casca.

A determinação dos deslocamentos e giros nas bordas e esforços solicitantes ao longo da casca, devidos aos esforços hiperestáticos aplicados nas bordas, foi obtida considerando-se a casca cilíndrica como longa, ou seja, o efeito dos esforços aplicados em uma das bordas sobre a outra é desprezível. A classificação da casca cilíndrica em curta ou longa pode ser feita através do valor do produto do parâmetro β pela altura da casca (H); o valor de β é dado pela expressão abaixo:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1 - \nu^2)}{r^2 h^2}} \quad 155$$

Se βH for inferior a 3 a casca é considerada curta, entre 3 a 6 tem-se um intervalo cuja classificação não é bem definida e para valores superiores a 6 a casca é classificada como longa. Para efeitos práticos, se o valor do produto βH é superior a 4 ou 5, dependendo do erro aceitável, a casca pode ser considerada como longa.

Carregamentos distribuídos, sem variações bruscas, sobre o sistema fundamental normalmente não provocam flexão e os esforços fornecidos pela solução de membrana atendem os requisitos de equilíbrio. Entretanto, para os carregamentos provocados pelo material ensilado isto não ocorre; assim, as expressões dos deslocamentos e giros e dos esforços devidos ao material ensilado para o sistema fundamental foram obtidos utilizando-se a teoria geral das cascas delgadas, sem fazer uso da teoria de membrana.

Na tabela 31 são fornecidos os deslocamentos e giros nas bordas da casca cilíndrica para vários carregamentos, menos aqueles provenientes do material ensilado, que são apresentados na tabela 32.

Tabela 31 - Deslocamentos e giros nas bordas da casca cilíndrica

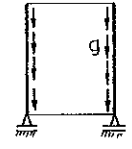
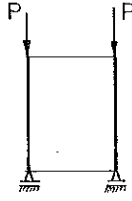
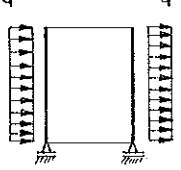
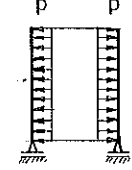
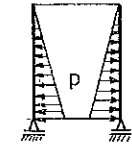
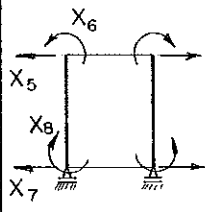
Cargas	Deslocamentos e Giros	
$g = \gamma \cdot h$ 	$D_{50} = 0$ $D_{70} = \frac{\nu r}{Eh} g H$	$D_{60} = - \frac{\nu r}{Eh} \gamma g$ $D_{80} = + \frac{\nu r}{Eh} \gamma g$
	$D_{50} = \frac{\nu P}{2 E h}$ $D_{70} = \frac{\nu P}{2\pi E h}$	$D_{60} = 0$ $D_{80} = 0$
	$D_{50} = - \frac{r^2}{Eh} q \cos \theta$ $D_{70} = - \frac{q_0 r^2}{E h} \cos \theta (1 - \frac{\nu H^2}{2r^2})$ $D_{80} = - \frac{\nu}{Eh} q_0 H \cos \theta$	$D_{60} = 0$
	$D_{50} = \frac{r^2}{Eh} p$ $D_{70} = \frac{r^2}{Eh} p$	$D_{60} = 0$ $D_{80} = 0$
	$D_{50} = 0$ $D_{70} = \frac{p r^2}{E h}$	$D_{60} = - \frac{r^2}{Eh} \frac{p}{H}$ $D_{80} = \frac{r^2}{Eh} \frac{p}{H}$
	$D_{55} = D_{77} = \frac{2\beta r^2}{E h}$ $D_{56} = D_{65} = D_{78} = D_{87} = \frac{2\beta^2 r^2}{E h}$	
$D_{66} = D_{88} = \frac{4\beta^3 r^2}{E h}$		

Tabela 32-Deslocamentos e giros nas bordas da casca provocados pelo material ensilado (JANSSEN)

Para todos os carregamentos devidos ao material ensilado

$$D_{50} = -I - M + \xi_1$$

$$D_{60} = \beta (I + J) - \beta (M - N) + \xi_2$$

$$D_{70} = -k_1 (k_4 I + k_3 J) - k_2 (k_4 M + k_3 N) + \xi_3$$

$$D_{80} = -\beta k_1 [k_4 (I+J) + k_3 (J-I)] + \beta k_2 [k_4 (M-N) + k_3 (M+N)] + \xi_4$$

$$N = (k_6 \xi_5 + \xi_6) / k_5$$

$$M = k_7 N + \xi_7$$

$$J = k_8 M + k_9 N + \xi_8$$

$$I = J + M + N + \xi_9$$

$$\alpha = \frac{R'}{\mu' K}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{r^2 h^2}}$$

$$\Psi = \frac{4 \beta^4 \alpha^4}{1 + 4 \beta^4 \alpha^4}$$

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

$$k_1 = e^{\beta H} \quad k_2 = e^{-\beta H} \quad k_3 = \text{sen} \beta H \quad k_4 = \text{cos} \beta H$$

$$k_5 = \frac{k_3 (k_2 - k_1) [k_2 (1 - 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1]}{k_2 (1 + 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1} + k_1 (2k_3 - k_4) + k_2 k_4$$

$$k_6 = - \frac{k_3 (k_2 - k_1)}{k_2 (1 + 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1}$$

$$k_7 = - \frac{k_2 (1 - 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1}{k_2 (1 + 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1}$$

$$k_8 = - \frac{k_3 (k_2 - k_1)}{k_1 (k_4 - k_3)}$$

$$k_9 = \frac{(k_1 k_3 + k_2 k_3)}{k_1 (k_4 - k_3)}$$

Os valores de ξ_i , $i = 1$ a 9 dependem do carregamento e são fornecidos a seguir para cada carregamento.

Para $p = -\gamma K \alpha (1 - e^{-y/\alpha})$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \gamma K \alpha (1 - \Psi) \frac{r^2}{Eh} & \xi_2 &= -\gamma K \Psi \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_3 &= \gamma K \alpha (1 - \Psi e^{-H/\alpha}) \frac{r^2}{Eh} & \xi_4 &= \gamma K \Psi e^{-H/\alpha} \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_5 &= \frac{\gamma K}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \left\{ k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1 + 2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right] \right\} \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_6 &= \frac{\gamma K}{2\beta^2 \alpha} \Psi \left[\frac{k_1 k_3}{\alpha \beta} + e^{-H/\alpha} - k_1 (k_4 - k_3) \right] \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_7 &= -\frac{\gamma K}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \left\{ \frac{k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1 + 2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right]}{k_2 (1 + 2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1} \right\} \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_8 &= -\frac{\gamma K}{2\beta^2 \alpha} \Psi \left(\frac{k_1 k_3}{\alpha \beta} + e^{-H/\alpha} \right) \frac{1}{k_1 (k_4 - k_3)} \frac{r^2}{Eh} \\ \xi_9 &= -\frac{\gamma K}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \frac{r^2}{Eh} \end{aligned}$$

Para $p_y = \gamma R' (1 - e^{-y/\alpha})$

$$\begin{aligned} \xi_1 &= -\gamma R' \alpha (1 - \Psi) \frac{v r}{Eh} & \xi_2 &= -\gamma R' (1 - \Psi) \frac{v r}{Eh} \\ \xi_3 &= \gamma R' (H + \Psi \alpha e^{-H/\alpha} - \alpha) \frac{v r}{Eh} & \xi_4 &= \gamma R' (1 - \Psi e^{-H/\alpha}) \frac{v r}{Eh} \\ \xi_5 &= \frac{\gamma R'}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \left\{ k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1 + 2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right] \right\} \frac{v r}{Eh} \\ \xi_6 &= -\frac{\gamma R'}{2\beta^2 \alpha} \Psi \left[\frac{k_1 k_3}{\alpha \beta} + e^{-H/\alpha} + k_1 (k_4 - k_3) \right] \frac{v r}{Eh} \\ \xi_7 &= \frac{\gamma R'}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \left\{ \frac{k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1 + 2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right]}{k_2 (1 + 2k_3^2 - 2k_2 k_3) - k_1} \right\} \frac{v r}{Eh} \\ \xi_8 &= \frac{\gamma R'}{2\beta^2 \alpha} \Psi \left(\frac{k_1 k_3}{\alpha \beta} + e^{-H/\alpha} \right) \frac{v r}{Eh} \\ \xi_9 &= \frac{\gamma R'}{2\beta^3 \alpha^2} \Psi \frac{v r}{Eh} \end{aligned}$$

Para $m_y = -\gamma R' (1 - e^{-y/\alpha}) \frac{h}{2}$

$$\xi_1 = -\frac{\gamma R'}{2\alpha} \psi \frac{r^2}{E} \qquad \xi_2 = -\frac{\gamma R'}{2\alpha^2} \psi \frac{r^2}{F}$$

$$\xi_3 = \frac{\gamma R'}{2\alpha} e^{-H/\alpha} \psi \frac{r^2}{E} \qquad \xi_4 = \frac{\gamma R'}{2\alpha^2} e^{-H/\alpha} \psi \frac{r^2}{F}$$

$$\xi_5 = \frac{\gamma R'}{4\beta^3 \alpha^4} \psi \left\{ k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1+2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right] \right\} \frac{r^2}{E} - \frac{\gamma R'}{2\beta^3 D} (1 - e^{-H/\alpha}) \frac{h}{2}$$

$$\xi_6 = \frac{\gamma R'}{4\beta^2 \alpha^3} \psi \left[\frac{k_1 k_3}{\beta \alpha} + e^{-H/\alpha} - k_1 (k_4 - k_3) \right] \frac{r^2}{E}$$

$$\xi_7 = -\frac{\gamma R'}{4\beta^3 \alpha^4} \psi \left\{ \frac{k_1 + e^{-H/\alpha} \left[(1+2\alpha\beta) k_3 - k_4 \right]}{k_2 (1 + 2 k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1} \right\} \frac{r}{E} +$$

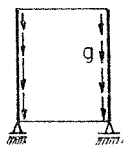
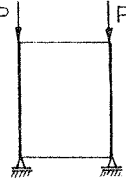
$$+ \frac{\gamma R'}{2\beta^3 D} (1 - e^{-H/\alpha}) \frac{h}{2} \frac{1}{[k_2 (1+2k_3^2 - 2k_3 k_4) - k_1]}$$

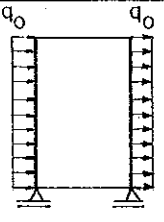
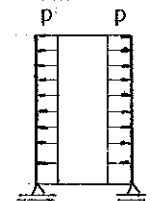
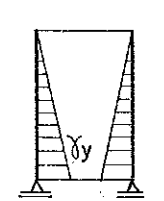
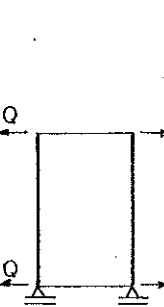
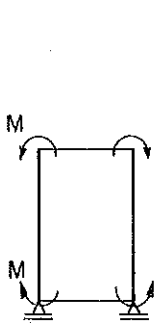
$$\xi_8 = -\frac{\gamma R'}{4\beta^2 \alpha^3} \psi \left(\frac{k_1 k_3}{\beta \alpha} + e^{-H/\alpha} \right) \frac{1}{k_1 (k_4 - k_3)} \frac{r^2}{E}$$

$$\xi_9 = -\frac{\gamma R'}{4\beta^3 \alpha^4} \psi \frac{r^2}{E}$$

Os esforços solicitantes devidos aos carregamentos são fornecido na tabela 33 menos os esforços provocados pelo material ensilado cujas expressões são fornecidas na tabela 34.

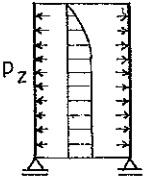
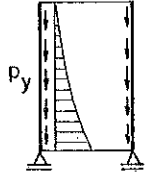
Tabela 33 - Esforços solicitantes na casca cilíndrica

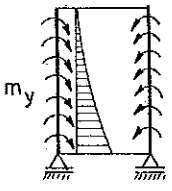
Cargas	Esforços solicitantes
	$N_\theta = 0$ $N_y = -g y$ $N_{y\theta} = 0$ $g = \gamma h$
	$N_\theta = 0$ $N_y = -P$ $N_{y\theta} = 0$

Cargas	Esforços solicitantes
	$N_{\theta} = - q_0 r \cos\theta$ $N_y = \frac{q_0 y^2 \cos\theta}{2 r}$ $N_{y\theta} = - q y \sin\theta$
	$N_{\theta} = pr$ $N_y = 0$ $N_{y\theta} = 0$
	$N_{\theta} = \gamma y r$ $N_y = 0$ $N_{y\theta} = 0$
	<p>Os esforços devidos a uma força linearmente distribuída (Q) em uma das bordas são dados por:</p> $N_{\theta} = 2 \beta r Q e^{-\eta} \cos\eta \quad N_y = 0$ $M_y = - \frac{Q e^{-\eta}}{\beta} \text{sen}\eta \quad M_{\theta} = \nu M_y$ $Q_y = \sqrt{2} Q e^{-\eta} \cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \quad \eta = \beta y$
	<p>Os esforços devidos a um momento linearmente distribuído (M) em uma das bordas são dados por:</p> $N_{\theta} = 2\sqrt{2} \beta^2 r M e^{-\eta} \cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \quad N_y = 0$ $M_y = \sqrt{2} M e^{-\eta} \text{sen}\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \quad M_{\theta} = \nu M_y$ $Q_y = 2\beta M e^{-\eta} \text{sen}\eta \quad \eta = \beta y$

Para os carregamentos Q e M aplicados nas bordas a origem da coordenada y é na borda onde está aplicado o esforço. Para todos os outros carregamentos a origem da coordenada y é na borda superior.

Tabela 34 - Esforços solicitantes devidos aos carregamentos do material ensilado

Cargas	Esforços solicitantes
	<p>Devidos a p_z</p> $N_\theta = - E h w \qquad N_y = 0$ $M_y = - D w'' \qquad M_\theta = \nu M_y \qquad Q_y = -Dw'''$ $w = \bar{w} - \gamma K \alpha (1 - \psi e^{-y/\alpha}) \frac{r^2}{Eh} \qquad w'' = \frac{d^2 w}{dy^2}$ $w''' = \bar{w}''' + \frac{\gamma K}{\alpha} \psi e^{-y/\alpha} \frac{r^2}{Eh} \qquad w'''' = \frac{d^3 w}{dy^3}$ $w'''' = \bar{w}'''' - \frac{\gamma K}{\alpha^2} \psi e^{-y/\alpha} \frac{r^2}{Eh}$ <p>As expressões de \bar{w} e suas derivadas serão dadas posteriormente.</p>
	<p>Devidos a p_y</p> $N_\theta = - \frac{Eh}{r} w + \nu N_y \qquad N_y = -\gamma R'(y + \alpha e^{-y/\alpha} - \alpha)$ $M_y = - D w'' \qquad M_\theta = M_y \qquad Q_y = -Dw'''$ $w = \bar{w} - \gamma R'(y + \psi \alpha e^{-y/\alpha} - \alpha) \frac{\nu r}{Eh}$ $w'' = \bar{w}'' - \frac{\gamma R'}{\alpha} \psi e^{-y/\alpha} \frac{\nu r}{Eh}$ $w'''' = \bar{w}'''' + \frac{\gamma R'}{\alpha^2} \psi e^{-y/\alpha} \frac{\nu r}{Eh}$

	<p>Devidos a m_y</p> $N_\theta = - \frac{E h}{r} w \qquad N_y = 0 \qquad M_y = - D w''$ $M_\theta = \nu M_y \qquad Q_y = - D w'''' + \gamma R' (1 - e^{-y/\alpha}) \frac{h}{2}$ $w = \bar{w} + \frac{\gamma R'}{2\alpha} \psi e^{-y/\alpha} \frac{r^2}{E}$ $w'' = \bar{w}'' + \frac{\gamma R'}{2\alpha^3} \psi e^{-y/\alpha} \frac{r^2}{E}$ $w'''' = \bar{w}'''' - \frac{\gamma R'}{2\alpha^4} \psi e^{-y/\alpha} \frac{r^2}{E}$
$\bar{w} = e^\eta (I \cos \eta + J \sin \eta) + e^{-\eta} (M \cos \eta + N \sin \eta)$ $\bar{w}'' = 2\beta^2 e^\eta (-I \sin \eta + J \cos \eta) + 2\beta^2 e^{-\eta} (M \sin \eta - N \cos \eta)$ $\bar{w}'''' = 2\beta^3 e^\eta [I(-\sin \eta - \cos \eta) + J(\cos \eta - \sin \eta)] +$ $+ 2\beta^3 e^{-\eta} [M(\cos \eta - \sin \eta) + N(\sin \eta + \cos \eta)]$	

A função principal dos anéis é limitar os deslocamentos e rotações nas bordas das casca. Apresentar-se-ão os deslocamentos, rotações e esforços devidos a uma força horizontal radial e a um momento fletor linearmente distribuídos ao longo do comprimento do anel. Tanto o anel superior como o inferior estão submetidos a carregamentos que podem ser reduzidos a um desses dois carregamentos.

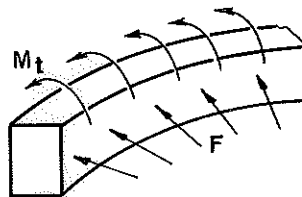


FIGURA 146 - Carregamentos no anel circular

A força horizontal atuando ao longo do eixo do anel produz uma força (T) na seção transversal do anel cujo valor é:

$$T = F r_a \quad 156$$

onde:

- T - força circunferencial no anel;
 r_a - raio médio do anel;
 F - força radial uniformemente distribuída ao longo do eixo do anel.

O deslocamento radial do centro de gravidade da seção transversal do anel devido a F é dado por:

$$\Delta_H = \frac{r_a^2}{E A} F \quad 157$$

Δ_H - deslocamento radial do centro de gravidade;

A - área da seção transversal do anel.

Analisando-se um anel submetido apenas ao momento torçor uniformemente distribuído (vide Fig. 146) encontra-se que cada seção transversal do anel está submetida a um momento fletor igual a:

$$M_f = M_t r_a \quad 158$$

A rotação devida ao momento torçor é igual a:

$$\Delta_\alpha = \frac{r_a^2}{E I} M_t \quad , \quad \text{sendo:} \quad 159$$

Δ_α - rotação da reta vertical que passa pelo centro de gravidade do anel;

M_t - momento torçor linearmente distribuído ao longo do eixo do anel;

I - momento de inércia da seção transversal do anel em relação ao eixo horizontal que passa pelo centro de gravidade desta seção.

O deslocamento de um ponto pertencente à face superior ou inferior do anel é dado, em valor absoluto, por:

$$\Delta_H = \frac{d}{2} \Delta\alpha \quad , \text{ onde} \quad 160$$

d - altura da seção transversal do anel.

A placa circular de cobertura ou de fundo tem as características geométricas mostradas na figura 147a e será considerada submetida a um carregamento uniformemente distribuído, que pode representar o peso próprio ou uma sobrecarga, e os esforços hiperestáticos aplicados na borda da placa; um momento fletor uniformemente distribuído e uma força horizontal radial distribuída, os dois por unidade de comprimento da borda.

Os giros provocados pelo carregamento uniforme e pelo momento na borda, mostrados nas figuras 147b e 147c, são os seguintes:

devido ao carregamento uniforme:

$$\alpha_P = \frac{pa^3}{8D(1+\nu)} \quad (a) \quad 161$$

devido ao momento distribuído:

$$\alpha_M = \frac{Ma}{D(1+\nu)} \quad (b) \quad 161$$

A força horizontal sô provoca um deslocamento na borda da placa igual a:

$$\delta = \frac{a(1-\nu)}{Eh} F \quad (c) \quad 161$$

sendo:

- a - raio da placa;
- h - espessura da placa;
- p - carregamento uniformemente distribuído em toda a superfície da placa;
- M - momento fletor linearmente distribuído na borda da placa;
- F - força linearmente distribuída na borda da placa;
- E - módulo de deformação longitudinal;
- ν - coeficiente de Poisson;

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad = \text{módulo de rigidez da placa.}$$

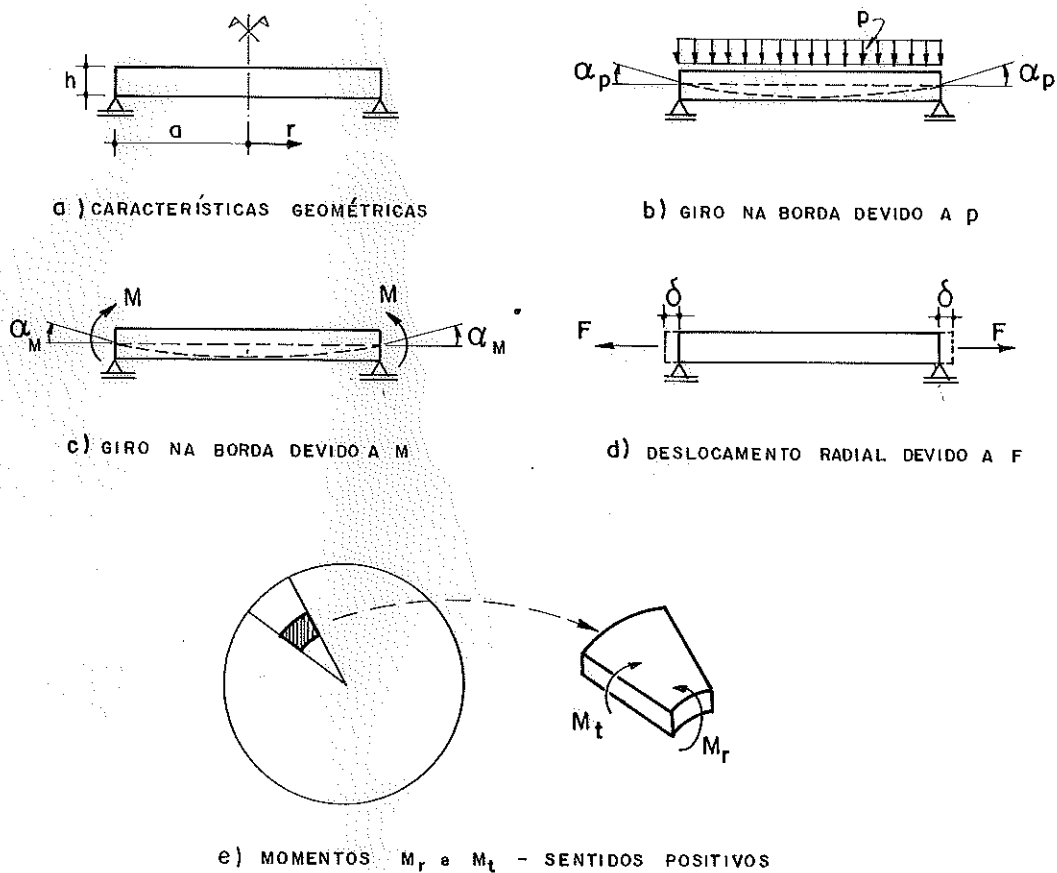


FIGURA 147 - Laje circular

Os momentos fletores que solicitam a placa são dados por:

para carga distribuída:

$$M_r = \frac{p}{16} (3 + \nu) (a^2 - r^2) \quad (a)$$

162

$$M_t = \frac{p}{16} a^2 (3 + \nu) - r^2 (1 + 3\nu) \quad (b)$$

para momento uniformemente distribuído na borda:

$$M_r = M_t = M \quad (c) \quad 162$$

sendo:

r - coordenada radial com origem no centro da placa;

M_r e M_t - momentos distribuídos por unidade de comprimento (vide Fig. 147e), positivos se provocam tração nas fibras inferiores da placa.

5.4 - COMENTÁRIOS SOBRE OUTROS PROCESSOS DE CÁLCULO PASSÍVEIS DE UTILIZAÇÃO

O intuito deste item é expor algumas idéias sobre métodos de cálculo que sejam mais precisos do que os comumente usados no cálculo dos silos.

A utilização dos métodos sofisticados aqui referidos deve ser precedida da seguinte questão: é válido o emprego destes métodos se o conhecimento dos carregamentos provenientes do material ensilado ainda não é tão aprimorado como tais métodos de cálculo? Acredita-se que sim, pois com estes métodos é possível ter-se um melhor conhecimento do comportamento da estrutura, com facilidade de simular várias hipóteses de carregamento. Evidentemente a utilização de tais métodos deve ficar restrita de modo geral aos silos de grande porte, devido ao custo econômico atual do emprego de tais métodos.

5.4.1 - Método de discretização da estrutura em barras

Separando-se mentalmente as partes estruturais constituintes dos silos, depara-se com um conjunto de lâminas e barras, que são as paredes do silo, e os pilares e as vigas respectivamente. Discretizando as lâminas como um conjunto de barras, a estrutura do silo será toda composta de uma enorme quantidade de barras retas ou curvas, e desde que se tenha um programa de análise matricial para a resolução de estruturas compostas de barras, o problema da determinação dos esforços está resolvido.

Note-se que para o emprego da análise matricial espera-se que o engenheiro conheça o método de análise matricial, possua o programa e tenha acesso a computador para processar este programa.

Não só em um conjunto de barras a estrutura do silo pode ser discretizada; outros tipos de discretização também podem ser utilizadas, porém, acredita-se que a transformação da estrutura do silo no conjunto de barras já mencionado, leve a solução mais simples do problema.

5.4.2 - Aplicação do Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos começou a ser empregado na última década para analisar simultaneamente o material ensilado e a estrutura do silo. Este método permite considerar o comportamento do material ensilado em função do tempo, considerando-se algumas ou todas as características físicas variáveis em função do tempo e do espaço; permite ainda o estudo de estruturas com as mais variadas formas e condições de vinculação. A determinação de leis constitutivas que expressem fielmente o comportamento das tensões e deformações do material ensilado ainda é uma das dificuldades do emprego deste método para a análise do material ensilado.

Aos que se interessem por este método aplicado aos silos recomenda-se a leitura de BISHARA & MAHMOND³²; BISHARA, AYOUB, MAHDY³³; BISHARA, EL-AZAZY, HUANG³⁴; BISHARA, MAHMOND, CHANDRANGSU³⁵, FWA¹¹¹, JOFRIET, LELIVRE, FWA¹⁷⁷.

CAPÍTULO 6

TEMAS PARA PESQUISAS

Conforme o leitor deve ter apreendido durante a leitura do texto, muitas são as questões relacionadas aos silos que ainda não estão perfeitamente elucidadas ou sobre as quais o estágio de conhecimento deixa a desejar. Durante a elaboração do trabalho reuniu-se um determinado número de questões que merecem ser estudadas.

O estudo de alguns destes itens será melhor realizado se for feito não apenas por engenheiros civis, principalmente os especializados em estruturas e geotecnia, mas também com o auxílio de engenheiros agrônomos.

Para a determinação das ações exercidas pelo material ensilado é fundamental conhecerem-se suas características físicas. A norma brasileira CARGAS EM EDIFICAÇÕES¹³ fornece valores de peso específico e ângulo de talude natural para alguns cereais e materiais de construção, um núme-

ro bastante modesto se se comparar com outras fontes. Acredita-se que se deve ampliar esta relação de materiais, estudando-se os valores do peso específico, do ângulo de atrito interno e do ângulo de atrito entre grãos e paredes construídas com, pelo menos, os materiais de construção mais comuns: concreto com acabamento liso ou rugoso, madeira e chapas metálicas, atentando-se para mudanças na superfície do material de construção em contato com os grãos. Neste estudo deve-se especificar claramente sob que condições os valores foram obtidos. Paralelamente à determinação dos valores característicos, é desejável estudar a variação das características com a velocidade e o volume de material lançado na carga, pressão a que o material está submetido, tempo de armazenamento e outros fatores que devam ser considerados.

Sobre as pressões exercidas pelo material ensilado tanto no estado em repouso como no estado em movimento ainda há muito a se pesquisar. Apesar de haver poucas objeções sobre a utilização da teoria de Janssen ou da teoria dos irmãos Reimbert para o estado em repouso, a busca por uma teoria que represente melhor os carregamentos provocados pelo material ensilado é desejável. A questão do valor da razão entre as pressões horizontal e vertical a ser utilizada nas teorias ainda não está completamente elucidada merecendo estudos. Seria interessante conhecer-se a variação das pressões horizontais e ações verticais devidas ao atrito ao longo do perímetro interno da seção transversal da célula. Em células poligonais a variação da pressão horizontal em relação a pressão média, pelos registros conhecidos, é cerca de 20%; nos silos multicelulares cilíndricos elevados, ensaios realizados por engenheiros russos mostraram variações consideráveis; tais variações também devem ocorrer em silos multicelulares poligonais.

Os carregamentos durante e logo após a carga de materiais pulverulentos ainda merecem maiores estudos principalmente quanto à variação destas pressões com a velocidade e volume de material na carga e a variação desses carregamentos ao longo do tempo.

Sobre as pressões horizontais devidas à carga ex cêntrica nada se encontrou sobre o assunto; na norma alemã recente recomenda-se acrescentar à pressão horizontal 10% do seu valor. Provavelmente esta recomendação leva em conta apenas a variação das características físicas devida à excêntrica da carga e não o impacto dos grãos sobre as paredes; assim um estudo sobre as pressões devidas ao impacto é pertinente.

Apesar do grande número de trabalhos já feitos sobre descarga centrada, a disparidade entre os resultados fornecidos indica que este campo ainda merece atenção.

O estudo da descarga excêntrica deve ser realizado a fim de estabelecer as reais pressões provocadas durante a retirada do material. Além da descarga excêntrica pelo fundo do silo deve-se estudar a descarga por orifícios na parede e a descarga através de vários orifícios no fundo.

O fenômeno do arqueamento, as medidas para evitá-lo, os fatores que influem no seu aparecimento e recomendações seguras e viáveis economicamente para a determinação das pressões é outro tema que merece atenção.

A descarga através de dispositivos gera interferência nas pressões provocadas pelo material ensilado; recomendações sobre os valores destas pressões ainda não estão perfeitamente estabelecidas.

Também no campo do cálculo estrutural ainda há muito para realizar. A aplicação de métodos de cálculo mais sofisticados no cálculo dos silos com geração de tabelas ou gráficos que tornem o cálculo expedito é uma das tarefas a que a universidade deveria se dedicar, trazendo uma maior segurança ao calculista e certamente estruturas mais econômicas. Outro trabalho seria o estudo de dimensões ótimas para a estrutura de vários tipos de silos, respeitando-se os aspectos econômicos, de segurança estrutural e funcionais. Os acidentes com silos muito têm a ensinar, sendo proveitoso um trabalho que relatasse os vários colapsos

estruturais e outros problemas relacionados a silos cons
truídos no Brasil e outros países, indicando as causas, as
conseqüências e os procedimentos adotados para a reparação
da estrutura.

A flambagem da parede dos silos metálicos merece
estudos já que as recomendações de cálculo encontradas dei
xam a desejar quanto à idealização da estrutura real.

O alto custo atual dos silos elevados exige estu
dos que resultem em opções mais econômicas para a estrutu
ra. Uma possível solução seria silos pré-moldados para
grandes volumes de material ensilado cuja rapidez de cons-
trução fosse grande.

Por fim, deve-se ter uma atenção toda especial
aos silos de argamassa armada, pois as características do
material, principalmente a dualidade tecnológica menciona-
da no apêndice A, indicam que há grandes possibilidades de
sua aplicação em silos para várias regiões do país.

APÊNDICE A

SILOS DE ARGAMASSA ARMADA

O objetivo deste apêndice é apresentar as possibilidades de aplicação da argamassa armada na construção de unidades armazenadoras; antes, porém, procura-se dar uma idéia geral da constituição e do histórico do material e do seu potencial de aplicação na construção em geral.

O texto deste apêndice baseia-se, em boa parte, nos textos de HANAI¹²⁹ e COUTO & FORTES⁷⁰. Na bibliografia encontram-se vários artigos sobre silos de argamassa armada.

A.1 - O MATERIAL

A.1.1 - O que é a argamassa armada

A argamassa armada é um material de construção composto por uma armação metálica, constituída de uma ou mais telas sobrepostas, envolvida por argamassa, resultando

em peças bastante delgadas. Devido ao fato de a armadura ser finamente subdividida e distribuída, este material tem características que o distinguem do concreto armado, podendo ser considerado como um material homogêneo. As estruturas feitas com argamassa armada, geralmente placas, cascas e chapas, têm espessuras que variam de 1 a 3 cm. A figura abaixo representa esquematicamente uma peça típica de argamassa armada.

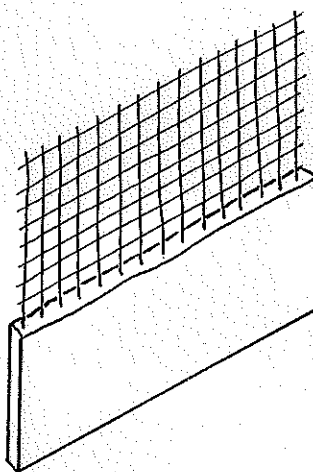


FIGURA 148 - Peça típica de argamassa armada

A argamassa comumente empregada é composta de cimento Portland comum e areia natural de granulometria média, bem graduada e isenta de impurezas, numa proporção em peso de 1:2. A consistência desta argamassa é relativamente seca, conferida por uma relação água/cimento ao redor de 0,4.

Os tipos de tela utilizados na argamassa armada são: tela soldada, tela hexagonal, tela entrelaçada e tela "Deployé" ou metal expandido, ou combinações destas telas e eventualmente barras de aço de pequeno diâmetro funcionando como armadura suplementar. A figura 149 mostra estas telas.

malhas.
de 200 e
300 mm.
de 2,44 mm e 3,00 mm.

malha
de 200 mm e 300 mm
diâmetros dos fios
3,00 mm; 3,44 mm e 3,60 mm.

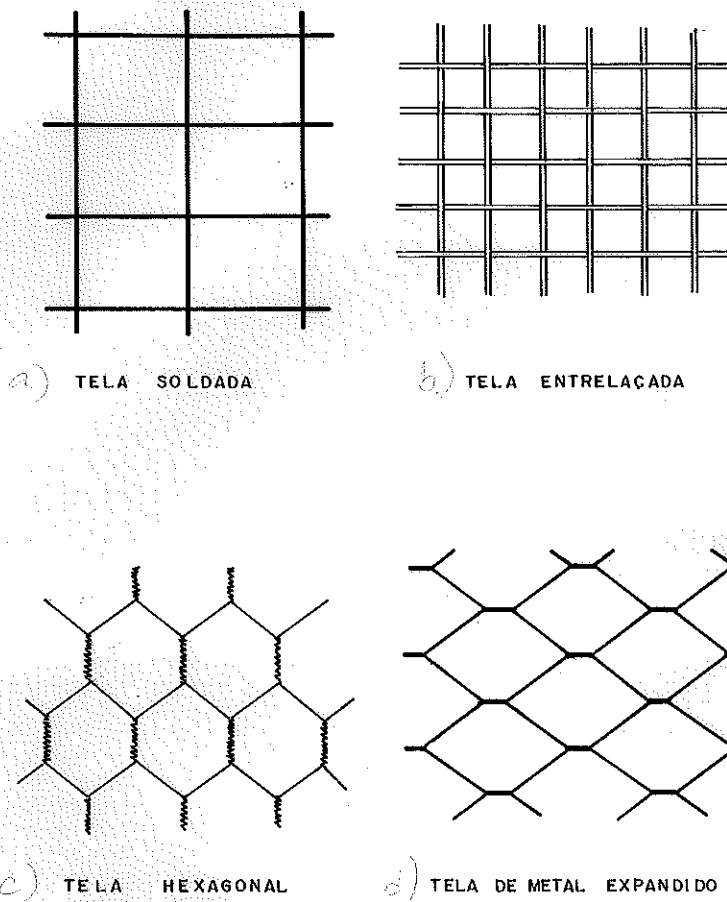


FIGURA 149 - Tipos de telas utilizadas na argamassa armada.

A.1.2 - Vantagens da argamassa armada

a) Dualidade Tecnológica - A argamassa armada é um material que pode ser trabalhado tanto com tecnologias simples como por meio de tecnologias mais requintadas. No quadro seguinte vêem-se alguns aspectos desta dualidade tecnológica.

ALGUNS ASPECTOS DA DUALIDADE TECNOLÓGICA

CRITÉRIO	TECNOLOGIA MAIS REQUINTADA	TECNOLOGIA SIMPLES
USO	Coberturas, ginásios, grandes silos.	Aplicações rurais, pequenas construções.
MÃO-DE-OBRA	Especializada ou pelo menos treinada.	Não especializada, autoconstrução.
MATERIAIS	Com controle rigoroso (de qualidade). Componentes especiais (telas especiais, tubos soldados, espaçadores de nylon).	Em geral pouco ou nenhum controle de qualidade. Componentes alternativos (fibras orgânicas, bambu, sacos de aniagem).
INSTALAÇÕES DE PRODUÇÃO	Usinas. Canteiro mecanizado.	No próprio local. Instrumentos rudimentares.
SUPORTE ENERGÉTICO	Concentração de energia (pré-fabricação). Mecanização. Equipamentos especiais (projeção de argamassa, cura a vapor, transporte de elementos pesados).	Uso intensivo da mão-de-obra. Ferramentas manuais. Quando pré-moldadas, peças leves que não exigem equipamentos para transporte.
ASPECTOS SOCIAIS	Produção em massa de componentes de baixo custo. Treinamento rápido de mão-de-obra.	Produção por autoconstrução. Uso intensivo de mão-de-obra.

b) Baixo peso quando comparado com concreto armado - O peso específico menor e a pequena espessura das peças de argamassa armada resultam em peças bem mais leves que suas correspondentes em concreto armado, implicando, de maneira geral, em menor custo de fundações e facilidade de transporte quando se têm peças pré-moldadas.

c) Facilidade de utilizar a pré-fabricação - A utilização da pré-fabricação favorece um menor tempo de construção, melhor controle de execução da obra, reaproveitamento de formas, melhor controle do produto.

d) Baixa permeabilidade - O baixo teor de água/cimento da argamassa utilizada propicia um material com baixa permeabilidade.

e) Grande capacidade de alongamento.

f) Facilidade de reparar fissuração ou danos na estrutura devidos a impactos localizados.

A.1.3 - Origens históricas

Em 1848 Jean Louis Lambot (1814-1887) concebia na França um novo material de construção, por ele denominado de "fer-ciment", utilizando-o na confecção de vasos para plantas, pequenos barcos e reservatórios de água.

O emprego desse material ficou restrito a poucas construções até que, por volta de 1940, Pier Luigi Nervi (1891-1980) começou a empregá-lo em várias de suas obras, como, por exemplo, os veleiros Irene (165 ton, 1945) e Nenele (1048), o Palácio de Exposições de Turim (1949), a cobertura da Galeria Central da Feira de Milão (1947) e a Marquise da Feira de Milão (1953).

A divulgação das obras de Nervi despertou o interesse de profissionais no campo da construção civil e da construção naval, resultando no desenvolvimento da argamassa armada em vários países. Nos países subdesenvolvidos predominaram as aplicações em barcos, silos, biodigestores e

reservatórios de pequena capacidade, habitações para população de baixa renda, utensílios de uso doméstico etc., aproveitando as possibilidades de uso intensivo de mão-de-obra e de tecnologia construtiva relativamente simples; nos países desenvolvidos encontram-se exemplos de construção de coberturas para grandes áreas, silos de grandes dimensões, reservatórios, sendo muitas delas constituídas de peças pré-moldadas fabricadas em caráter industrial, havendo também na engenharia naval vários exemplos de firmas construtoras de barcos de passeio e de pesca.

Atualmente a argamassa armada é um material pesquisado e empregado em larga escala em diversos países, como nos EUA, URSS, Índia, nos países do Leste Europeu e do Sudeste Asiático. No Brasil esse material tem sido pesquisado e empregado há vários anos pelo "Grupo de São Carlos".

No Brasil, os introdutores da argamassa armada foram os professores Dante A.O.Martinelli e F.Schiel, que utilizaram o material para a cobertura de uma área de 1000 m². A partir daí sucederam-se pesquisas e aplicações, essencialmente terrestres, em coberturas, piscinas, reservatórios enterrados e ao nível do solo, muros de arrimo, pontilhões e lajes de piso e de cobertura, contando com a participação do Prof.Lafael Petroni e outros, constituindo-se um grupo de pesquisa e de elaboração de projetos em argamassa armada que se denominou " Grupo de São Carlos".

Atualmente o grupo é constituído de professores e estudantes da Escola de Engenharia de São Carlos e da Universidade Federal de São Carlos, coordenados pelo Prof. Dr. João Bento de Hanai, e se dedica ao estudo das características do material, a aplicações promissoras e a solicitações feitas por firmas e órgãos governamentais para elaboração de estudos e projetos para a construção de reservatórios, coberturas, muros de arrimo, estruturas pré-moldadas, etc.

A.2 - SILOS DE ARGAMASSA ARMADA.

Para aquilatar a enorme gama de possibilidades da aplicação da argamassa armada na construção de silos, apresentam-se a seguir vários silos já construídos em argamassa armada, produtos de pesquisas feitas em vários países.

Na figura 150 tem-se um exemplo de um silo constituído de peças pré-moldadas desenvolvido pelo " Structural Engineering Research Center " em Rookee, Índia. O silo é composto de cinco tipos de peças pré-moldadas: o fundo, as unidades da parede, a cobertura e as tampas das aberturas de entrada e de saída.

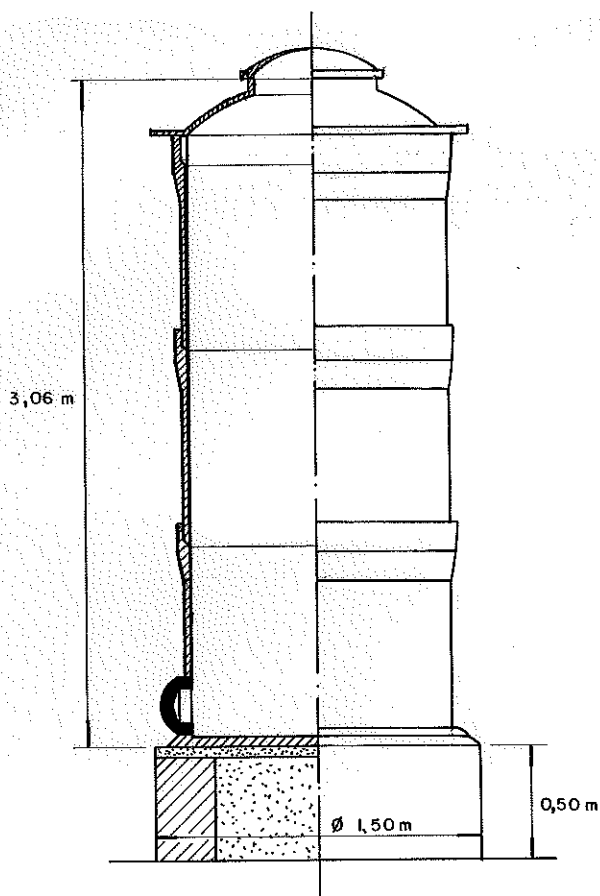


FIGURA 150 - Silo para 3t composto por módulos pré-fabricados de forma cilíndrica (ÍNDIA)

As peças, empilhadas para formarem a parede, são produzidas através de um processo de moldagem semi-mecanizado, onde uma forma cilíndrica de madeira, cujo eixo coincide com a horizontal, ao girar sobre seu eixo posiciona as telas de arame enquanto que, simultaneamente, a peça é argamassada. Este processo exige mão-de-obra intensiva e não necessita de maquinaria dispendiosa.

Após 24 horas o módulo da parede é desmoldado e curado por 14 dias antes da montagem do silo. Para um silo com capacidade de 3 toneladas, a espessura da parede e da unidade de cobertura é de cerca de 1 cm. e as tampas da saída e da entrada tem cerca de 2 cm. de espessura. As unidades da parede pesam 800N, a unidade da cobertura 800N e as tampas menos de 150N.

Após a cura, as peças são transportadas para o local da obra e o silo é montado, sendo suas juntas preenchidas com argamassa com aditivo para que estas regiões sejam impermeáveis.

Na figura 151 apresenta-se um silo cilíndrico elevado desenvolvido na Malásia.

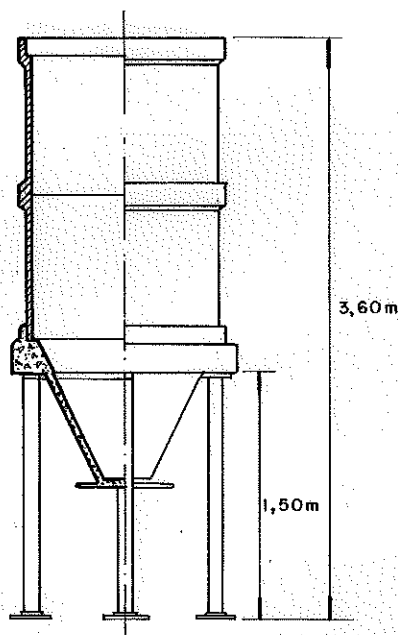


FIGURA 151 - Silo cilíndrico elevado composto por módulos pré-moldados (SINGAPURA)

Na província Harar, Etiópia, os grãos alimentícios são armazenados tradicionalmente em cavidades subterrâneas de forma tronco-cônica (vide Fig.152) com capacidade entre 0,5 toneladas e 20 toneladas (existem registros de cavidades para 70 toneladas). Com o intuito de melhorar as condições de conservação dos grãos, o governo da Etiópia tem proposto aos agricultores o revestimento das paredes com argamassa armada moldada no local, fornecendo a assistência técnica necessária através de funcionários do Ministério da Agricultura.

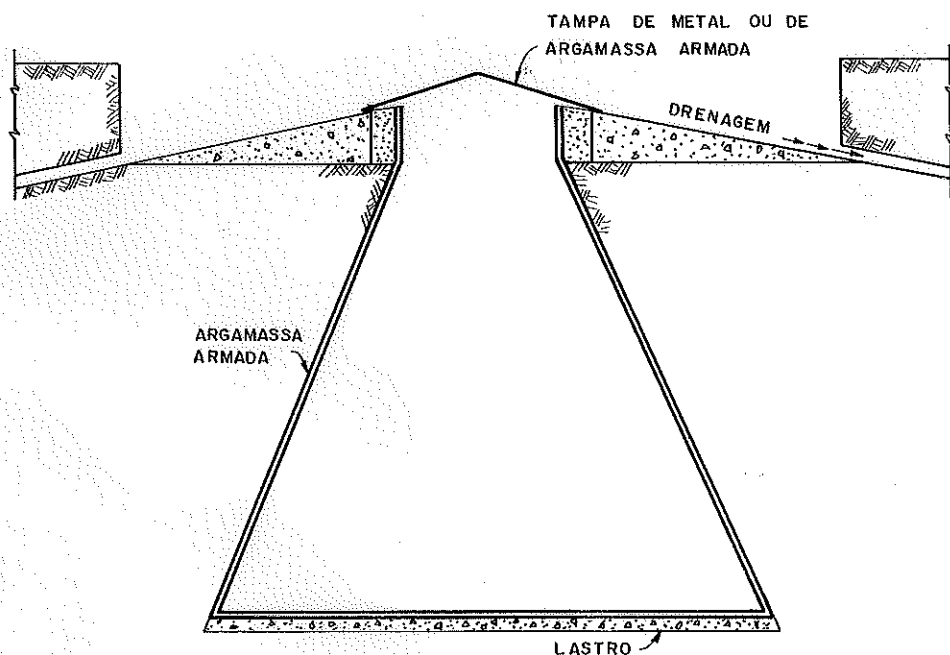


FIGURA 152- Silo subterrâneo para até 20t (ETIÓPIA)

Inicialmente é feita uma limpeza na parede da cavidade removendo-se o material solto e combatendo-se as térmitas, se houver, com um inseticida apropriado. Lança-se então uma camada de concreto de 10 cm de espessura no fundo e uma camada em volta da entrada do silo. Na parede do silo é aplicada uma camada de 3 cm. de argamassa traço 1:3, colocando-se, enquanto a argamassa ainda está úmida, telas hexagonais e, posteriormente, é lançada uma camada de argamassa so-

bre as telas. Após uma cura de 7 dias a superfície é pintada. Obtém-se assim uma parede praticamente impermeável. A tampa do silo, tradicionalmente de tábuas de madeira, é substituída por uma de argamassa armada ou de metal.

Uma comparação de custos entre este tipo de silo e vários outros tipos, feita em 1975, para capacidades entre 1 e 3 toneladas apresentou resultados na maior parte favoráveis a este tipo de silo, havendo duas outras soluções mais baratas: o silo apresentado na figura 150 e um silo de madeira. A diferença de custo não ultrapassava 10%.

Na figura 153 tem-se um exemplo de silo tronco-cônico muito utilizado na Tailândia e outros países, havendo exemplos destes silos feitos com tecnologia bastante simples, construindo-se uma armação com varas de bambu, dispondo-se algumas telas de galinheiro sobre esta armação e argamassando-se manualmente, e exemplos de silos produzidos em fábricas de pré-moldados.

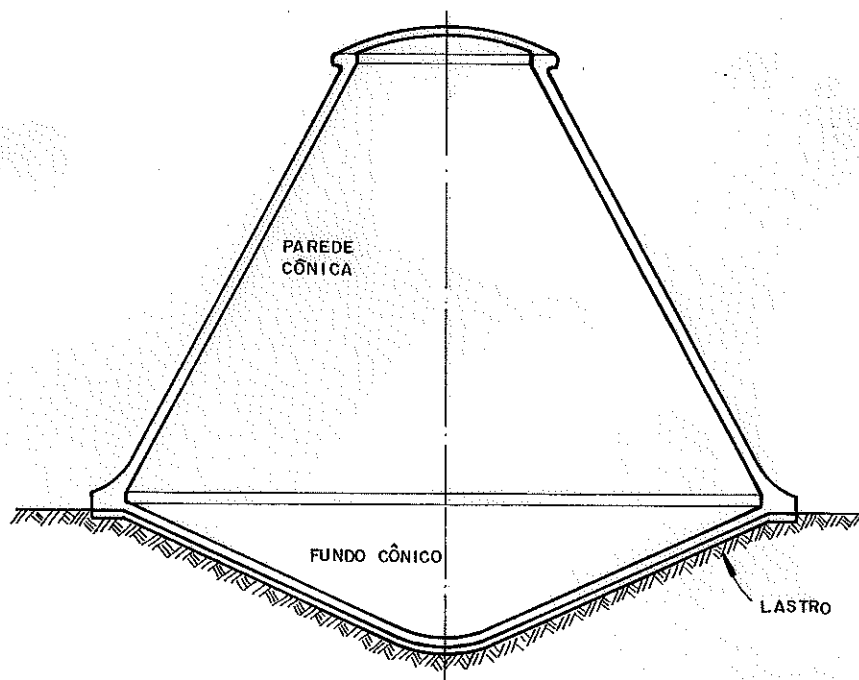


FIGURA 153 - Silo em casca trônco-cônica

Exemplos de silos de grandes dimensões são encontrados na U.R.S.S.. São silos multicelulares cujas paredes são constituídas por cascas cilíndricas com espessura de 4 cm, com altura de 2,99 m e comprimento da corda de 1,50 m, havendo um anel superior e outro inferior de concreto protendido unindo as cascas, resultando em um elemento pré-moldado em forma de anel com parede ondulada, tendo uma altura de 2,99m. Estes elementos são colocados um em cima do outro obtendo-se assim as células. Segundo informações em BAIKOV¹⁸, pág.276, foi construído um silo em Svato (região de Lugansk), utilizando-se este processo, cujas células tinham 12,0m de diâmetro e uma altura de 33,6m. Infelizmente poucas informações são dadas em BAIKOV¹⁸ sobre este processo construtivo. Na figura 154 tem-se uma visão geral do silo e esquematicamente a seção transversal de uma das células.

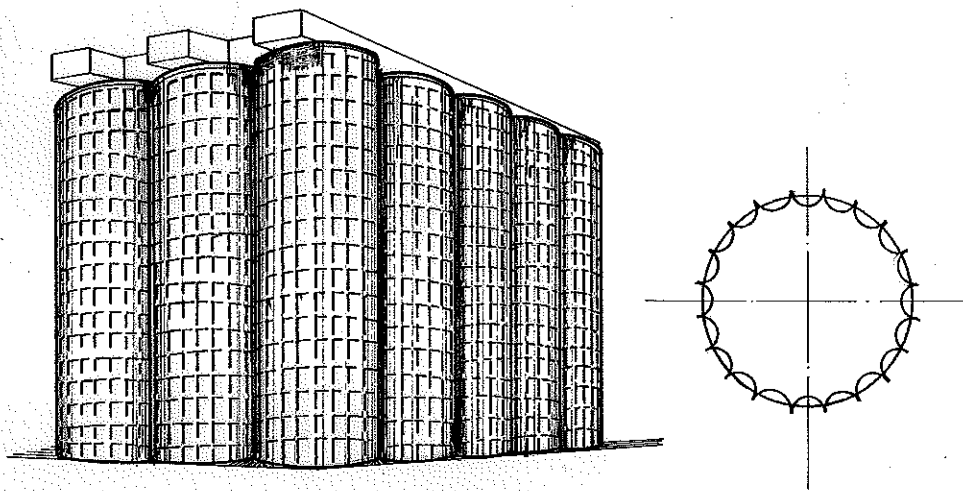


FIGURA 154 - Silo de grandes dimensões pré-moldado com cascas cilíndricas (URSS).

BIBLIOGRAFIA

A bibliografia apresentada a seguir é resultado de pesquisa bibliográfica realizada pelo autor durante o desenvolvimento do trabalho, contando com o auxílio da Sra. Fátima Aparecida Gonçalves Ciapina e Srta. Neide Goi numa primeira e numa segunda fase do trabalho respectivamente.

Reuniram-se nesta bibliografia as publicações citadas no texto, as consultadas de modo geral e outras não consultadas, com o intuito de suprir o leitor com referências bibliográficas sobre temas não tratados ou abordados superficialmente no texto, de fornecer uma idéia, ainda que baseada apenas nos títulos, dos trabalhos elaborados pelos diversos autores desde fins do século passado e de servir de apoio a futuros pesquisadores que desejem desenvolver trabalhos sobre um tema específico relacionado aos silos e sua problemática.

As publicações estão escritas, na sua maioria, no idioma inglês, havendo várias em espanhol, francês e italiano. Incluíram-se também publicações apresentadas no idioma alemão, ainda que sejam certamente acessíveis a um menor número de leitores. No idioma russo encontraram-se várias referências a publicações, incluindo-se na bibliografia apenas aquelas mencionadas no texto ou freqüentemente referidas em livros e artigos, devido a ser este idioma raramente conhecido no Brasil. Caso o leitor se interesse, poderá encontrar várias referências bibliográficas escritas em russo sobre silos em JENIKE & JOHANSON¹⁶², BAIKOV¹⁸ e BAIKOV & SIGALOV¹⁹.

As referências analisadas, no todo ou em partes, para a elaboração deste trabalho estão assinaladas com um asterisco .

Abreviaturas usadas na bibliografia:

ABNT	- Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	- American Concrete Institute
ASAE	- American Society Agricultural Engineering
ASCE	- American Society Civil Engineering
ASME	- American Society Mechanical Engineering
DIN	- Deutsch Industrie Normen
Publ.	- Publicação
Trans.	- Transactions

- *1 - A C I COMMITTEE 313 - Bin wall design and construction. Journal of the American Concrete Institute, 65 (7): 507-512, July, 1968.
- *2 - A C I COMMITTEE 313 - Bin wall design and construction: discussion. Journal of the American Concrete Institute, 66 (3): 211-218, Mar. 1969
- *3 - A C I COMMITTEE 313 - Recommended practice for design and construction of concrete bins, silos and bunkers for storing granular materials. Journal of the American Concrete Institute, 72 (10): 529-565, Oct. 1975.
- *4 - A C I COMMITTEE 313 - Recommended practice for design and construction of concrete bins, silos and bunkers for storing granular material: discussion. Journal of the American Concrete Institute, 73 (4): 233-237, Apr. 1976 ; 73 (6): 345-361, June, 1976.
- 5 - A C I COMMITTEE 714 - Recommended practice for the construction of concrete farm silos. Journal of the American Concrete Institute, 18 (2): 149-164, Oct. 1946

- 6 - AIRY, W. - The pressure of grain. Minutes of Proceedings, Institution of Civil Engineers (London), 131 : 347-358, 1897.
- *7 - ALBIGÈS, M. & LUMBROSO, A. - Silos a células principais circulares et intermediaires en as de carreaux. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, 17 (204): 1547-1562, Dec.1964 Série Théories et Méthodes de Calcul - 65)
- *8 - ALBRIGHT, R.O. & WHITE, G.R. - Above ground or below: horizontal concrete silos. Concrete Construction, 26 (6): 471-475, June, 1981.
- *9 - ARIBERT, J.M. et alii - Experimentation in situ d'un ensemble de silos. Construction Metallique, 20 (1): 61-80, Mar. 1983
- 10- ARNOLD, P.C. & McLEAN, A.G. - Prediction of flowrate of powder from hoppers. In: INTERNATIONAL BULK SOLIDS CONFERENCE, 3, Liverpool (England), Nov.7-9, 1978.
- 11- ASAER 287 - Steel grain storage tanks: materials, fabrication and erection responsibilities. American Society of Agricultural Engineers Recommendation, June, 1965.
- 12- ASHTON, M.D. et alii - Some investigations into the strength and flow properties of powders. Rheological Acta, 4: 206-218, 1965
- *13- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - NBR-6120/80. Rio de Janeiro, ABNT, 1980. 6p.

- *14- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - Forças devidas ao vento em edificações - NBR 6123/80 Rio de Janeiro, ABNT , 1980. 52p
- *15- AULETE, F.J.C. - Dicionário contemporâneo da língua portuguesa. 3ed. Lisboa, E. Pinto Bastos, 1948. 1508p.
- *16- AULETE; F.J.C. & GARCIA, H. - Dicionário contemporâneo da língua portuguesa Caudas Aulete. 3 ed.brasileira Editora Delta, 1974. 3999p.
- 17- AYOUB, S.F. - Analysis of pressures in granular materials silos using material characterization and finite element analysis. Columbus, Ohio State University, 1981. (M,Sc.thesis).
- *18- BAIKOV, V.N. - Reinforced concrete structures. Moscow, Mir, 1978. 630p.
- *19- BAIKOV, V.N.& SIKALOV, F.E. - Estructuras de hormigon armado. Moscow, Mir, 1980. 701p.
- 20- BARETTE, J.F. & PERY, W. Description d'un Silo a Clinker. Ingenieur (Montreal), 61 (308): 2-5, Jul-Aug, 1975
- 21- BARRE, H.J. & WINBERLY, J.G. - Storage of food grains in South Asia. Technology, 4 (4): 24-39, Oct- Dec. 1975
- 22- BARTHELMES, W. - Ermittlung der Schnittkräfte in Kreis zylindrischen Silos mit Kegelförmigen Boden. Bauingenieur, 52 (11): 423-435, Nov.1977 (Averiguação do esforço cortante em silo cilíndrico com fundo cônico)

- 23- BECKER, D.E. & LO, K.Y. - Settlement and load transfer of ring foundation for tower silos. Canadian Agricultural Engineering, 21 (2): 97-110, Dec. 1979
- 24- BERGAU, W.& KALLSTENIUS, T. - Measurements of the pressures of filling materials against walls. Proceedings, Royal Swedish Geotechnical Institute (Stockholm), 17: 47-71, 1959
- *25- BERNACHE, P.L. - Flow of dry bulk solids on bin walls. Journal of Engineering for Industry, Tans. ASME, 91 (2): 489-496, May 1969. (Serie B)
- 26- BERNSTEIN, M.S. - Formas de escoamento em silos para grãos. Stroitel'maya Promishlenopst, 23 (10-11):11-13, 1945. (em russo)
- 27- BERNSTEIN, M. S. - Rostchot Konstruktsii s Odnostoronnimi Sviaziami. Moscow, 1947. 85p. (Cálculo de estruturas com conexões).
- *28- BEYER, T. - Estatica del hormigon armado: tratado y manual de la estatica de las construcciones. Buenos Aires, Nigar, 1959.
- 29- BILLIG, K. - Retaining walls, bunkers and silos. In: Structural concrete. London, MacMillan, 1960. p. 746 - 767
- *30- BILLINGTON, D.P. - Thin shell concrete structures. New York, McGraw-Hill, 1965. 332p.
- 31- BISDOFF, C.& CHATEL, A.-Différentes réalisations d'ensilage du sucre et de manutention mécanique dans des silos en béton et en acier. Annales de L'Ins-

titut Technique du Batiment et des Travaux Publics,
18 (205): 57-78, Jan.1965. (Série Technique Générale
le de la Construction - 40)

32- BISHARA, A.G. & MAHMOND, M.H. - Silage constitutive laws and finite element analysis of silage-silo interaction. In: WORLD CONFERENCE ON SPACE ENCLOSURES, Proceedings, Montreal (Canada), July, 1976

*33- BISHARA, A. G.; AYOUB, S. F.; MAHDY, A. S. - Static pressures in concrete circular silos storing granular materials. American Concrete Institute Journal 80 (3): 210-216, May-June 1983

*34- BISHARA, A. G.; EL-AZAZY, S.S.; HUANG, T.D. - Practical analysis of cylindrical farm silos based on finite element solutions. Journal of the American Concrete Institute, 78 (6): 456-462, Nov-Dec. 1981

*35- BISHARA, A.G.; MAHMOND, M.H.; CHANDRANGSU, K. - Finite element formulation for farm silo analysis. Journal of Structural Division, ASCE, 103 (10): 1903 - 1919, Oct. 1977.

36- BLIGHT, G.E.; SCHAFFNER, R.H.; GILBERT, B. - Strains in a reinforced concrete silo during rapid filling with a fine powder. Journal of Powder & Bulk Solids Technology, 2 (2): 17-27, May, 1982

37- BÖHM, F. - Zur Berechnung runder Silozellen für Zementlagerung. Beton und Stahlbetonbau, 51 (2): 29-37, Feb 1956; 51 (3): 59-62, Mar. 1956. (Sobre cálculo de células cilíndricas para armazenar cimento)

*38- BOVEY, H.T. - Experiments on grain pressures in deep bins and the strength of wooden bins. Engineering News-Record, 52 (2): 32-34, 1904.

- 39- BOVEY, H.T. - Test on full-sized bins. Engineering News-Record, 52, 1904
- *40- BOWLES, J.E. - Foundation analysis and design. Tokyo, McGraw-Hill Kogakusha, 1977. 749p.
- 41- BOYD, J.S. - Pressures in tower silos. East Lansing (Michigan), Michigan State Univ., Engineering Dept., 1960. (Report-project 633)
- 42- BOZOZUK, M. - Instrumental tower silo at Hammond, Ontario. Canadian Agricultural Engineering, 21 (2):79-84, Dec. 1979.
- 43- BOZOZUK, M. - Problems with concrete tower silos. Canadian Agricultural Engineering, 21 (2): 69-77. Dec. 1979.
- 44- BRANDES, R.L. - Design of deep bins and silos. In: CONCRETE ENGINEERING HANDBOOK. New York, McGraw-Hill, 1961. (Section 18).
- 45- BROERSMA, G. & KARIMOEN, N.K. - Siloberechnung under Anwehdung der Methode Reimbert. Verfahrenstechnik, (4): 78-84, 1970. (Cálculo de silos empregando o método de Reimbert).
- *46- BROWN, R.L. & RICHARDS, J.C. - Profile of flow of granular through apertures. Transactions of the Institute of Chemical Engineers, 38 (5): 243-256, 1960.
- 47- BRUFF, W. - Some characteristic qualities of power materials. Journal of Engineering of Industry, Trans. ASME, 91-B (2): 323-328, May, 1969. (Serie B)

- 48- BRUFF, W. & JENIKE, A.W. - A silo for ground anthracite. Powder Technology, 1 : 252-256, 1967/68.
- 49- BUISSON, M. - Étude expérimental et théorique des contraintes dans les silos. Travaux: 129, Apr. 1943;
- 50- BUNDALHI, N. - Application of a computer to hopper design. Computer Aided Design, 5 (4): 224-227, Oct. 1973.
- 51- BURAK, N. - Chemicks for improving the flow properties of powders. Chemistry and Industry: 844-850, May 21, 1966.
- *52- CALIL JUNIOR, C. - Silos de madeira. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1975. (Dissertação de Mestrado).
- *53- CALIL JUNIOR, C. - Sobrepresiones en las paredes de los silos para almacenamiento de productos pulverulentos cohesivos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, 1984. 184p. (Tese de Doutorado)
- 54- CAMERON, C.A. - Pressure in grain silos. Industrial Australian and Mining Standart, 84: 242-243, Set. 25, 1930 ; 84: 258, Oct. 2, 1930 ; 84: 274,)ct. 9, 1930.
- 55- CAMPOS, T.B. - A tendência é o sistema a granel. Granja, 36 (386): 53-57, Mar. 1980.
- 56- CANTENOT, M. - Discharge of non-free-flowing materials from silos and bins. In: POWTECH 79 - INTERNATIONAL CONFERENCE IN POWDER TECHNOLOGY, 6 Birmingham (England), Mar. 6-9, 1979.

- *57- CAQUOT, A. - La pression dans les silos. In: INTERNATIONAL CONFERENCE SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, 4, London, 1957. v.2. p.191-195.
- *58- CAQUOT, A. & KÉRISEL, J. - Traité de mécanique des sols. 2 ed. Paris, Gauthier - Villars, 1949
- 59- CARLETON, A.J.; MILES, J.E.P.; VALENTIN, F.H.H. - A study of factors affecting the performance of screw conveyers and feeders. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 91 (2): 329-334, May, 1969 (Serie B)
- *60- CARNEIRO, O. - Construções rurais. 5ed. s.i.
- 61- CASSENS, J. - Zur Silo Berechnung. Bautechnik, 50 (1): 25-28, Jan. 1973. (Sobre o cálculo de silo).
- 62- CAUGHEY, R.A.; TOOLES, C.W.; SCHEER, A.C. - Lateral and vertical pressures of granular material in deep bins. Bulletin N^o.172, Iowa State College of Agricultural and Mechanical Arts, Engineering Experimental Station, Nov.14, 1951.
- 63- CHANDRANGSU, K. & BISHARA, A.G. - Nonlinear finite element analysis of farm silos. Journal of the Structural Division, ASCE, 104 (7): 1045-1059, Jun. 1978.
- *64- CHANDRASEKARAN, A.R. & JAIN, P.C. - Effective live load of storage materials under dynamic conditions. Indian Concrete Journal (Bombay), 42 (9): 364-364, Sept.1968.
- 65- CHANDRASEKARAN, A.R.; SAINI, S.S.; JHAMB, I.C. - Live load effects on dynamic behaviour of structures.

Journal of the Institution of Engineers (India), 48:
850-859, Jan. 1968.

- 66- CHECCHI, C.P. & DE GIORGIO, A. - Steel silos with aggregate capacity of 25.000 metric tons at Portovesme (Sardinia). Acier-Stahl-Steel, 38 (7-8): 314-320, Jul-Aug. 1973.
- *67- CIESIELSKI, R. et alii - Behälter, Bunker, Silos, Schornsteine, Fernsehürme und Freileitungsmaste. Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1970.
(Reservat6rios, bunker, silos, chamin6s, torre de televis6o e torre de transmiss6o).
- 68- CLAGUE, K. & WRIGHT, H. - Minimizing segregation in bunkers. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 95 (1): 81-85, Feb. 1973 (Serie B)
- *69- COMPANHIA ESTADUAL DE SILOS E ARMAZ6NS - Gr6os: beneficiamento e armazenamento. Porto Alegre, Sulina, 1974
- *70- COUTO, L.G. & FORTES F9, J. - Silos de argamassa armada S6o Carlos, Escola de Engenharia de S6o Carlos -USP, 1984. 15p.
- *71- COWIN, S.C. - Pressure ratio in the theory of bin pressures. Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, 46 (3): 524-528, Sept. 1979
- *72- DABROWSKI, R. - Shell analysis of intermediate silo bin. Journal of the American Concrete Institute, 62 (7) : 795-804, July, 1965.
- 73- DELREE, H. - Steel silo of 60.000t capacity for storage of white sugar at Wanze (Belgium). Acier- Stahl-Steel, 38 (6): 241-246, Jun. 1973.

- 74- DEMING, W.E. & MEHRING, A.L. - The gravitational flow of fertilizers and other comminuted solids. Industrial and Engineering Chemistry, 21: 661, 1929.
- *75- DESIGN OF SILOS: Reimbert's method. Concret and Constructional Engineering, 50: 170-172, Apr.1955.
- *76- DESPEYROUX, J. - Efforts exercés sur les parois par la matière ensilé: monographic succincte de quelques silos réalisés au Maroc. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, 11(131) 1216-1229, Nov. 1958.
- 77- DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN - DIN 1055, Blatt 1
- *78- DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN - DIN-1055, Blatt 6. Beton-und Stahlbetonbau, 5: 126-128, 1965
- *79- DEUTSCH INDUSTRIE NORMEN- DIN 1055, Blatt 6 (Neufassung) (Nova versão).
- 80- DEUTSCH, G.P. - Flow of granular material from a container. Melbourne, Univ. of Melbourne, 1967. (Phd thesis)
- *81- DEUTSCH, G.P. & CLYDE, D.H. - Flow and pressure of granular materials in silos. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 93 (6): 103-125, Dec.1967.
- *82- DEUTSCH, G.P. & SCHMIDT, L.C. - Pressures on silos walls. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 91 (2): 450-459, May, 1969. (Serie B).
- 83- DÖRR, H. - Neuere Silobauten aus Eisenbeton. Beton und Eisen, 37: 129-137, Apr. 20, 1938. (Novas obras de silos em concreto armado)

- 84- DÖRR, H. - Silos Handbuch für Eisenbetonbau. Berlin, Wilhem Ernst & Sohn, 1938. (Silos - Manual para obras de concreto armado).
- 85- DU TOIT, C.V. & BRUNETTE, K.E. - Cost optimized design of corrugated steel silos. Journal of Powder & Bulk Solids Technology, 5 (2): 33-40, May, 1981.
- 86- EIBL, J. et alii - Zur Frage des Silodrucks. Beton- und Stahlbetonbau, 77 (4): 104-110, Apr. 1982. (bre a questão das pressões no silos).
- 87- EISENHART ROTHE, M. & NIJOHF, H.H. Grossraumsilos bis 80.000m³ Speichervolumen: ein neues Konzept für die Schüttgutspeicherung. Aufbereitungs Technik, 19 (11): 536-540, Nov. 1978. (Grandes silos com capacidade estática de até 80.000m³: um novo conceito de armazenamento de material a granel).
- 88- ELLIS, G.H. & FAIRBANK, P. - Method of overcoming the problems associated with the storage of solids particulate materials. In: POWTECH' 79 - INTERNATIONAL CONFERENCE IN POWDER TECHNOLOGY 6, Birmingham (England), Mar. 6-9, 1979.
- 89- EMERY, R.B. - Aeration apparatus converts bin from funnel-flow to mass-flow characteristics. Journal of Engineering for Industry, Trans ASME, 95 (1): 37-41, Feb. 1973. (Serie B)
- 90- ENSTAD, G. - On the theory of arching in mass flow hoppers. Chemical Engineering Science, 30 (10): 1273-1283, Oct. 1975.
- *91- EQUIPO DE INGENIEROS ESPECIALISTAS SERELAND S/A. - Diseño y concepción de silos de cemento. Cemento

Hormigon: ensilado expedicion y transporte del cemento, (número especial): 55-65, Nov.1982

92- ESMAY, M.L.; BROOKER, D.B.; McKIBBEN, J.S. - Design of above-ground horizontal silo. Agricultural Engineering, 37: 325-327, 333, May, 1956.

93- ESSLINGER, M. & PIEPER, K. - Schnittkräfte und Beullos ten von Silos aus Neberlappt Verschraubten Blechplatt en. Stahlbau, 42 (9): 261, 265-268, Sep. 1973.
(Forças cortantes e flambagem de silos construídos com chapas metálicas aparafusadas).

94- FABER, J. - Ocean terminal grain silos. Dock & Harbour Authority, 57 (667): 38-42, Jun. 1976.

*95- FABER, J. & ALSOP, D.J.A. - Economics of reinforced concrete multibin grain-silo configurations. The Structural Engineers, 59-A (1): 9-16, Jan.1981.

96- FELD, J. Foundation failure. Civil Engineering (New York), 43 (6): 89-92, Jun. 1973

*97- FERNANDES, F. & GUIMARÃES, M.F. - Dicionário Brasileiro contemporâneo 2 ed. Porto Alegre, Globo, 1956
1144p.

*98- FERREIRA, A.B.H. - Novo dicionário da língua portuguesa. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1975. 1500p.

99- FERREIRA, R. - A importância do silo no Brasil. Agri cultura-a força verde, 2 (24): 60-63, Feb. 1980.

*100-FISCHER, W. - Silos und Bunkers in Stahlbeton. Berlin, Veb Verlag für Bauwesen, 1975. 343p. (Silos e "Bunkers" de Concreto Armado

- *101- FLÜGGE, W. - Stress in shells. 2 ed. Berlin, Springer - Verlag, 1973 525p.
- *102- FOWLER, R.T. & CHODZIESNER, W.B. - The influence of variables upon the angle of friction of granular materials. Chemical Engineering Science, 10 (3): 157-162, May, 1959.
- *103- FOWLER, R.T. & GLASTONBURY, J.R. - The flow of granular solids through orifices. Chemical Engineering Science, 10 (3): 150-156, May, 1959.
- 104- FRATTINI, J.A. - Armazenamento de milho em silo subterrâneo revestido com polietileno. Campinas, Coordenadoria de Assistência Técnica Integral, s.d.p. (Comunicado Técnico nº 17)
- *105- FREIRE, L. - Grande e novíssimo dicionário da língua portuguesa. 2 ed. Rio de Janeiro, Livraria José Olympio Editora, 1954. 5363p.
- 106- FRIEDRICH, E. - Vertikale und horizontale Spannungen in Silowänden. Österreichische Ingenieurzeitschrift (Viena), 5 (7): 221-233, 1962. (Tensões verticais e horizontais em paredes de silos).
- 107- FRÖHLICH, O.K. - Druckverteilung in der Silozelle und in Baugrund. Beton und Eisen, 33: 268-292, Sept. 5, 1934. (Distribuição de pressão no interior da célula do silo e em fundações).
- 108- FRÖHLICH, O.K. - Druckverteilung in der Silozelle und in Baugrund: discussão. Beton und Eisen, 34:52, Feb. 5, 1935. (Distribuição de pressão no interior da célula do silo e em fundações)

- 109- FUCHSSTEINER, W. & OLSEN, O.W. - Über Fullgutdrücke in Silozellen. Bauingenieur, 55 (4): 125-130, Apr. 1980. (Sobre as pressões durante a carga nas células dos silos).
- 110- FUMAGALLI, E. - Esperienze sulle spinte esercitate dal clinker sulle pareti di contenimento d'un silos e norme pratiche per il calcolo. Tecnica Italiana, 25: 533-540, Dec. 1960.
- 111- FWA. T.F. - Finite element analysis of the stress distribution in a tower silo. Waterloo, Univ. of Waterloo, 1976. (M.Sc.thesis).
- *112- GALLAIRE, C.J. - Silos et reservoirs de forme irrégulière. Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics (223-224), Jul-Aout.1966. (Série Théories et Méthodes de Calcul 76)
- *113- GARDNER, G.C. - The "best" hopper profile for cohesive material, Chemical Engineering Science, 18 (1): 35-39, Jan. 1963.
- 114- GARG, R.M. - Experimental investigation of wall loads in wheat silos. The Indian Concrete Journal, 48 (10): 308-312, Oct. 1974.
- *115- GARG, R.M. - Maximum pressures of granular materials in silos. The Indian Concrete Journal,: 487-493, part I, Dec. 1972.
- *116- GARG, R.M. - Maximum pressures of granular materials in silos. The Indian Concrete Journal,: 101- 106, 110-112, part II, Mar. 1973.
- 117- GENIEV, C.A. - Voprosi Dinamiki Siputchei Sredi. Mos

cow, Informação Científica nº 2, Gossizdat Literatu
ri po Stroitelstvu i Architekture, 1958.

- *118- GIONGU, V. - Thin reinforced concrete shells. Buca-
reste, John Wiley & Sons, 1979. 500p.
- *119- GOPALAKRISHNAN, S.; SURVA KUMAR, G.V.; SHARMA, P.C. -
Application of ferrocement to small capacity food-
grain storage bin. Journal of Structural Engineer-
ing, ASCE, 2 (4): 182-192, Jan. 1975.
- 120- GRAIN DEALERS JOURNAL - Plains of grain elevators. 4
ed. Chicago, 1918. p.30.
- *121- GRAVINA, P.B.J. - Teoria e cálculo das cascas de revo-
lução. São Paulo, Escolas Profissionais Salesianas,
1957. 335p.
- *122- GRAY, S.W. - Reinforced concrete water, towers, bun-
kers, silos and other elevated structures. 4 ed.
London, Concrete Publ. 1964.
- *123- GRAY, W.S. & MANNING, G.P. - Concrete water tower, bun-
ker, silo & other elevated structures. 5 ed. Lon-
don, Billing & Sons Limited Cement and Concrete As-
sociation, 1973.
- *124- GREKOW, A.; ISNARD, V.; MROZOWICZ, P. - Formulário del
Ingeniero Bilbao Ediciones Urmo, 1971. 708p
- 125- GUENTHER, W. - Aktuelle Probleme des Landwirtschaftli-
chen Silobaus-Gärfutterhochsilos. Bauzeitung (Ber-
lin), 30 (4): 213-216, Apr.1976. (Problemas atuais
na construção de silos agrícolas-silos elevados pa-
ra forragem fermentada).

- 126- GUERITTE, T.J. - Reinforced concrete grain silos. The Structural Engineer, 106-115, Mar.1933
- *127- GUYON - Traité de béton armé. s.i. v.XI
- *128- HAEGER, J.M. & SAFARIAN, S.S. - A new concept of storage bin construction. Journal of the American Concrete Institute, 64 (9): 575-579, Sept.1967
- *129- HANAI, J.B.de - Construções de argamassa armada: situação, perspectivas e pesquisas. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos- Universidade de São Paulo, 1981. (Tese de Doutorado)
- 130- HANDLEY, M.F. - The measurement of internal stresses in flowing granular solids. England, Dent.of Fuel Technology and Chemical Engineering, Univ. of Sheffield, June, 1967
- 131- HANDLEY, M.F. & PERRY, M.G. - Stresses in granular materials flowing in converging hopper sections. Powder Technology, 2 (2), Mar.1968
- 132- HARA, T. et alii - Pressões máximas na lateral e no fundo dos silos verticais com relação as operações de carga-descarga. Revista Ceres, 28 (156): 165 - 178, Mar.1981
- *133- HAY, W.W. - Design of circular reinforced concrete bins Concrete, 17: 73-76, Sept.1920
- *134- HAY, W.W. - Design of deep circular bins. Concrete, 32: 43-44, June, 1928.
- 135- HAYDL, H.M. - Additional forces in circular silo walls due to eccentric discharge. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 75(2):307-310, Jun .

1983.

- 136- HEIDENREICH, E.L. - Construction of storage silos in modern stone crushing plants. Rock Products, 33: 72-74, Feb.15, 1930
- 137- HENNY, G.E.J. & STAMM, P.H.H. - Bulk grain silo developments in Southern Africa. Bulk Solids Handling, 3 (1): 150-162, Mar.1983
- 138- HESS, H.D. - Bins, graphics and structural design. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, 1915.
- 139- HOMES, A.G. - Lateral pressures of granular material in silos. New York, ASME, 1972. (Publ.nº72- MH 30).
- 140- HUONDER, A. & VAJD, P. - Kiessilo in Elementbauweise. Betonwerk Fertigteil-Technik, 39 (10): 709-713, Oct. 1973. (Construção modular de silos para cascalho).
- *141- INSTITUTO DEL CEMENTO PORTLAND ARGENTINO - Silos de duelas de hormigon de cemento portland s.i. (Publ. nº 35)
- *142- INSTITUTO DEL CEMENTO PORTLAND ARGENTINO - Silos elevados de suelo-cemento portland. s.i. (Publ.nº 20)
- 143- INSTITUTO DEL CEMENTO PORTLAND ARGENTINO - Silos de hormigon cemento portland. s.i. (Publ. nº 18)
- 144- INSTITUTO DEL CEMENTO PORTLAND ARGENTINO - Silos subterráneos revestidos com suelo-cemento portland. , s.i. (Publ. nº 18)
- 145- IVAN, G.M. - Contributii la calculul spatial ao conductelor metalice circulare. Institutul Politehnic

Timigeara, 1971 (Doctoral thesis)

- 146- JACKSON, H.A. & LESSARD, J.R. - Effects of moisture content on corn silage density and storage losses in a large tower silo. Canadian Agricultural Engineering, 19 (2): 57-58, Dec.1977.
- *147- JÁKY, J.-Pressure in silos. In: INTERNATIONAL CONFERENCE SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS ENGINEERING, 2, Proceedings, Rotterdam, June 21-30, 1948 Rotterdam, 1948. v.1, p.103-107
- 148- JAMIESON, J.A. - Grain pressures in deep bins. Transactions, Canadian Society of Civil Engineers, 17: 554-607, 608-654, 1903 ; Engineering News-Record , 51: 236-243, Mar.10, 1904
- 149- JANSSEN, H.A. - Versuche über Getreidedrücke in Silozellen. Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure , 39 (35): 1045-1049, 31 Aug.1895. (Ensaio sobre as pressões devidas a materiais granulares em células de silos)
- *150- J.E.G. - The design of silos. Concrete and Constructional Engineering (London), 2 (4): 170-172, Apr. 1955.
- 151- JENIKE, A.W. - Denting of circular bins with excentric drawpoints. Proceedings, American Society of Civil Engineers, 93 (1): 27-35, Feb.1967 ; 94 (7): 1831, 1968.
- *152- JENIKE, A.W. - Flow of bulk solids. Bulletin nº 64, Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah, Mar. 1954.

- 153- JENIKE, A. W. - Gravity flow of frictional - cohesive solids-convergence to radial stress fields. Journal of Applied Mechanics, 32:205-207,
- 154- JENIKE, A.W. - Gravity flow of solids. Bulletin n^o 108, Utah Engineering Experiment Station, Univ. Utah, Oct. 1961.
- 155- JENIKE, A.W. - How to keep solids flowing in bins and hoppers. Engineering and Mining Journal, 156 83-93, 1955.
- 156- JENIKE, A.W. - Quantitative design of mass flow bins. Powder Technology, 1 (4): 237-244, Dec.1967.
- *157- JENIKE, A.W. - Storage and flow of solids. Bulletin n^o.123, Utah Engineering Experiment Station, Univ.of Utah, Nov. 1964.
- *158- JENIKE, A.W. - Why bins don't flow. Mechanical Engineering, 86: 40-43, May, 1964.
- *159- JENIKE, A.W. A.W.; ELSEY; P.J.; WOODLEY, R.H. - Flow properties of bulk solids. Bulletin n^o95, Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah, Dec. 1958.
- 160- JENIKE, A.W.; ELSEY, P.J.; WOODLEY R.H. - Flow of bulk solids. Bulletin n^o.96, Utah Engineering Experiment Station, Univ. of Utah, July, 1959.
- *161- JENIKE, A.W.; ELSEY, P.J.; WOODLEY, R.H. - Flow properties of bulk solids. Proceedings, American Society for Testing Materials, 60: 1168-1181,1960.
- *162- JENIKE, A.S. & JOHANSON, J.R. - Bins loads. Journal of Structural Division, ASCE, 94 (4): 1011 - 1041, Apr.1968.

- 163- JENIKE, A.W. & JOHANSON, J.R. - Development of procedures and specifications-steel bins, tanks and hoppers for storage of bulk solids. American Iron and Steel Institute, 1968. Annual Report -Project 126 second part: mass flow bins.
- *164- JENIKE, A.W. & JOHANSON, J.R. - On the theory of bin loads. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 91 (2): 339-344, May, 1969. (Serie B)
- *165- JENIKE, A.W.; JOHANSON, J.R.; CARSON, J.W. - Bin loads part 2: concepts. Journal of Engineering for Industry, Trans ASME, 95 (1): 1-5, Feb.1973. (Serie B).
- *166- JENIKE, A.W.; JOHANSON, J.R.; CARSON, J.W. - Bin loads part 3: mass flow bins. Journal of Engineering for Industry, Trans, ASME, 95 (1): 6-12, Feb. 1973. (Serie B)
- *167- JENIKE, A.W. ; JOHANSON, J.R.; CARSON, J.W. -Bin loads part 4: funnel-flow bins. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 95 (1): 13-16, Feb.1973. (Serie B).
- 168- JENIKE, A.W. & LESER, T. -A flow no-flow criterion in the gravity flow of powders in converging channels. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON RHEOLOGY, 4, Proceeding Brown University, Aug. 1963. s.l., Interscience, 1964. p.125-141. (Part 3)
- *169- JENIKE, A.W. & SHIELD, R. T. - On the Plastic flow of Coulomb solids beyond original failure. Journal of Applied Mechanics, 27 (4): 599-602, Dec.1959

- 170- J.G.M. - Development of standards for the design and use of silo wood. Journal Powder Bulk Solids Technology, 5 (2): 1-6, May 1981
- *171- JERATH, S. & BORESI, A.P. - Stress analysis of bins by shell bending theory. Journal of Structural Division, ASCE, 105 (6): 1069-1087, Jun.1979.
- 172- JOFRIET, J.C. - Corrosion protection for concrete farm silos. Canadian Agricultural Engineering, 19 (2): 59-64, Dec.1977.
- 173- JOFRIET, J.C. - Estimated structural loads on farm tower silo walls. Canadian Agricultural Engineering, 22 (1): 15-20, Jun.1980.
- 174- JOFRIET, J.C. & CZJKOWSKI, J.A. - Parametric study of whole plant corn silage pressures and loads in tower silos. Canadian Agricultural Engineering, 22 (1): 1-7, June 1980.
- 175- JOFRIET, J.C. & DAYNARD, - Tower silos walls loads from high moisture corn. Canadian Agricultural Engineering, 23 (2): 105-108, Winter, 1981.
- 176- JOFRIET, J.C. & KLEYWEGT, H.S. - Design criteria for hoops of concrete stave silos. Canadian Agricultural Engineering, 22 (1): 9-13, Jun.1980.
- 177- JOFRIET, J.C.; LELIEVRE, B.; FWA, T.F. - Friction model for finite element analysis of silos. Transactions of the American Society of Agricultural Engineers, 20 (4): 735-740, 744, Jul.-Aug. 1977 (General Edition)
- 178- JOHANSON, J.R. - Bulk flow properties of powders. Ame

rican Chemical Society Division of Organic Coatings and Plastics Chemistry, 33 (2): 442-446, Aug. 26-31, 1973.

*179- JOHANSON, J.R. - Effect of initial pressures on flowability of bins. Journal of Engineering for Industry, 91(2): 395, May, 1969 (Serie B)

180- JOHANSON, J.R. - Method of calculating rate of discharge from hoppers and bins. Transactions American Society of Mechanical Engineers, 232: 69 - 80, Mar.1965.

181- JOHANSON, J.R. - Stress and velocity fields in the gravity flow of bulk solids. Journal Applied Mechanics, 86: 499-506, Sept. 1964 (Serie E).

182- JOHANSON, J.R. - The use of flow-corrective inserts in bins. Journal of Engineering for Industry, Trans, ASME, 88 (2): 224-230, May, 1966

183- JOHANSON, J.R. & KLEYTEUBER, W.K. - Flow corrective inserts in bins. Chemical Engineering Progress, 62 (11): 79-83, Nov.1966.

184- JONATHAN, G.M. - Thin-walled silo structures failures, testing and design wood. In: INTERNATIONAL CONFERENCE THIN-WALLED STRUCTURES, RECENT TECHNOLOGY ADVANCES AND TRENDS IN DESIGN, RESEARCH AND CONSTRUCTION, Univ. of Strathclyde, Glasgow, Scotland, Apr.3-6. New York, Halsted Press, 1980. p.339-350.

*185- KALATUROV, B.A. & ISSERS, F.A. - Design and construction of silos URSS. Journal of American Concrete Institute, 66 (12): 971-973, Dec.1969.

- 186- KELLNER, M. - Silos à cellules de grande profondeur. Travaux (312): 612-622, Oct. 1960
- 187- KELLNER, M.M. - Essais sur un modèle réduit de un silo en béton armé. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, 11 (130): 1095-1110 (Série Beton Armé 49).
- 188- KELLNER, O.- Calcul des silos. Travaux, 22 (61): 15-30, Jan. 1938
- 189- KETCHUM, M. S. - The design of walls bins and grain elevators. 3ed. New York, Mc Graw - Hill Book, 1919.
- 190- KIM, V.S. - Darlenie Zerna i Sovershenstvovanie Konstruktsii Silosov Zernovikh Elevatorov. Moscou, Khleboizdat, 1959. (Pressão de grãos e aperfeiçoamentos na construção de silos elevados).
- 191- KLEINE, I. - Beitrag zur Ermittlung des Temperaturgefälles in der Wand eines Klinkersilos. Zement-Kalk-Gips, 25 (8): 391-394, Aug. 1972. (Contribuição para averiguação da queda de temperatura na parede de um silos para clínquer).
- 192- KLEYWECT, H. S. & JOPRIET, J. C. - Hoop tension loss and elastic shortening in concrete stave silos, Concrete International 1 (8) : 28-30, Aug. 1979.
- 193- KOENEN, M. - Über Silodrücke Zentralblatt der Bauverwaltung. Mai 1886. (Sobre as pressões nos silos).

- 194- KOVTUN, A.P. & PLATONOV, P. N. - Davlinie Zerna na Stenki Silosov Elevatorrov. Mukomol no Elevator naia Proyshlennost, 25 (12): 22-24, Dec. 1959 (A Pressão dos grãos sobre as paredes dos silos)
- 195- KRAMBROCK, W. - Lagern und Umschlagen von Schüttguter in der Chemischen Industrie. Chemie- Ingenieur - Technik, 51 (2): 104-112, Feb. 1979. (Armazenamento e transbordo de materiais a granel em indústrias químicas).
- *196- KRAMSE, H.A. - Factors influencing design of bulk storage bins for rough rice. Agricultural Engineering, 25: 463-466, Dec. 1944
- 197- KRAUSS, W. - Gestaltungsmöglichkeiten von Bunker und Silos Aufbereit- Technik, 14 (11): 719-723, Nov. 1973. (Possíveis realizações de "bunkers" e silos).
- 198- KRAUSS, W. & PETERS, C. - Técnica moderna para silos de gran capacidade en el conjunto de instalaciones de la industria del cemento. Cemento Hormigon: en silado, expedición y transporte del cemento, (número especial): 3-18, Nov. 1982.
- 199- KURZ, H.P. - Stability of material bridges in aerated silos. Powder Technology, 13 (1): 57-72, Jan-Feb 1976.
- 200- KVAPIL, R. - Gravity flow of granular materials in hoppers and bins. International Journal Rock Mechanics & Mining Sciences, 2: 25-41, 277-403, 1965

- 201- LABIOSA, T.D. - Study of pressure distributions in silos induced by stored granular materials. West Virginia University, 1967. 237p (Dissertation Ph.D).
- *202- LAFORGE, M.R. & BORUFF, B.K. - Profiling flow of particles through hopper openings. Industrial & Engineering Chemistry, 56 (2): 42-46, Feb. 1964.
- *203- LAREDO, M. - Étude tridimensionnelle des cellules "as de carreaux" des grands silo cylindriques. Annales de Ponts et Chaussées, Mai, 1964
- 204- LEE, Y. - Flow of coal in hoppers. Combustion : 20 - 27, Jan. 1960.
- 205- LEE, J.; COWIN, S.C. ; TEMPLETON III, J.S. - An experimental study of flow through hoppers Transactions of the Society of Rheology, 18 (2): 247-269, 1974
- 206- LEIPHOLZ, H.H.E. & BHALLA, K.D. - Stability of a simply supported or clamped silo wall subjected to frictional tangential follower loads. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineers, 5 (2): 69-78, 1978-1979.
- *207- LENCZNER, D. - An investigation into the behaviour of sand in a model silo. The Structural Engineer, 41 (12): 389-398, Dec. 1963.
- *208- LENCZNER, D. - Cohesive arching of bulk materials in bunkers and silo. Civil Engineering and Public Works Review :1393-1396, Nov. 1966.
- *209- LENCZNER, D. - The distribution of pressure in a model silo containing a cement. Magazine of Concrete Research, 15 (44): 101-106, July, 1963

- 210- LEONHARDT, F.; BOLL, K.; SPIEDEL, E. - Zur Frage der Sicherer Bemessung von Zement-Silo. Beton - und Stahbetonbau, 55 (3):48-58, Mar.1960 (Sobre o cálculo seguro de silos para cimento).
- 211- LIGHFOOT, E. & MICHAEL, E - Prismatic coal bunkers in structural steel work. The Structural Engineer, 44 (2): 55-62, Feb. 1966.
- 212- LIPNITSKI, M.E. & ABRAMOVITSCH, Sh. P. - Zhelezobetonnie Bunkera i Silosi Izdatelstvo Literature po Stroitelstvu, 1967 (Bunkers e Silos de Concreto Armado).
- 213- LLOYD, P.J. & YEUNG, P.C.M. - Mixing of powers. Chemical and Process Engineering, 48 (10): 57-61, 1967.
- *214- LONG, E.T. et alii - 11 Year study of concrete stave silo durability, Journal of the American Concrete Institute 32 (7): 797-812, Jan.1961.
- 215- LUFFT, M.E.E. - Druckverhältnisse in Silozellen. Berlin, s.c.p., 1920. (Relações de pressões no interior da célula).
- *216- LUFFT, M.E.E. - Test of grain pressures in deep bins at Buenos Aires- Argentina. Engineering News, 52 (24): 531-532, 1904
- *217- LUMBROSO, A.- Détermination numérique des sollicitations exercées par la matière ensilée dans les silos. Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, 23 (267-268) : 53-80, Mar/Abr. 1970. (Série Théories et Methodes de Calcul 116).

- 218- LUMBROSO, A. - Numerical determination of the loads applied by materials stored in silos. International Civil Engineering, (9): 305-411, Mar. 1971.
- 219- LVIN, B.Y. - Analytical evaluation of pressures of granular materials on silo walls. Powder Technology, 4 (5): 280-285, July 1971
- 220- MAEDA, Y. & ISHIZAKI, S. - Analysis of cylindrical shells for design of steel silos. Journal Civil Engineering Design, 4 (1): 325-354, 1979.
- 221- MAHMOND, M.H. & BISHARA, A.G. - Finite element analysis of deformation and stress histories in farm silos. In: ANNUAL MEET, Chicago, Illinois, ASAE, Dec. 15-18, 1975. 10p.
- 222- MAHMOND, M.H. & BISHARA, A.G. - Using finite element to analyse silo pressure. Agricultural Engineering, 57 (6): 12-15, June, 1976.
- 223- MAHMOUD, M.D. - Silage silo interaction using material characterization and finite element techniques. Columbus, Ohio State University, 1975 (thesis)
- 224- MALDAGUE, M.J.C. - Le silo a sucre d'une capacité de 25000 tonnes realise en béton précontraint a Corbehem (Pas-de-Calais), mesure des deformations de la paroi. Annales de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, 17 (192), 1369 - 1386, Dec. 1963. (Série Béton Précontraint 50).
- 225- MARCONI, G. & MOSCO, V. - Progettazione e calcole dei serbatoi e sili in acciaio. Milano, Centro Italiano Sviluppo Impieghisciaio, 1980. 170p.

- 226- MARCUS, H. - Beanspruchung des unteren Randes Quadratischer Silozellen Beton und Eisen, 35: 115-117, Apr. 5, 1936 (Esforços solicitantes em células quadradas).
- *227- MARTOCCIA, R.F.; RASETTI, L.D.; SONINO, G.R. de - Proyecto de silos de almacenamiento para cereales. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUTURAL, IX, Memorias, Montevideo, 20-25/4/1964, Uruguay, Instituto de Estática, Facultad de Ingeniería y Agrimensura, Universidad de la Republica. p.373-401 (Publ. nº 25)
- 228- MACCABE, R.P. - Flow patterns in granular material in circular silos. Geotechnique, 24 (1): 45 - 62 , Mar.1974
- *229- McCALMONT, J.R. - Measuring bin wall pressures caused by arching materials. Engineering News-Record, 120 619-620, Apr. 28, 1938.
- 230- McDOUGALL, J.R. & KNOWLES, G.H. - Flow of particles through orificies. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 47 (4): 73-78, 1969
- 231- MEHMEL, A. - Ein Beitrag zur Frage der Horizontalen Wanddrücke bei der Leerung von engraumigen Silo. Der Bauingenieur, 31 (10): 377-379, Oct. 1956 (Contribuição às questões das pressões horizontais durante a carga de silos verticais).
- 232- MORGAN, B.B. - The adhesion and cohesion of line particles. British Coal Utilization Research Association Bulletin, 25: 126

- *233- MOTIÑO, V.M.H. - Contribuição ao projeto dos reservatórios elevados em casca cônica. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos EESC- USP, 1983. (Dissertação de Mestrado).
- *234- NAKONZ, W. - Silos (Beton-Kalender, Seção II). Berlin, Ernst & Sohn, 1960.
- 235- NANNING, N.- Gibt die übliche Berechnungsart der Drucke auf die Wände und den Boden von Silobanten sichere Ergebnisse? Der Ingenieur, 68, Nov. 1956 (O cálculo usual das pressões nas paredes e fundo dos silos fornece um resultado seguro?).
- 236- NEGI, S.C. & OGILVIE, J.R. - Silage pressures in tower silos: 1 theoretical and design considerations. Canadian Agricultural Engineering, 19 (2): 92-97, Dec. 1977.
- 237- NEGI, S.C.; OGILVIE, J.R.; MORRIS, E.R. - Silage pressures in tower silos: 2 Measurement of physical properties and effect of silo characteristics. Canadian Agricultural Engineering, 19 (2): 98-106, Dec 1973.
- 238- NEGI, S.C.; OGILVIE, J.R.; MORIS, E.R. - Silage pressures in tower silos: 3 experimental model studies and comparison with some silo theories. Canadian Agricultural Engineering, 19 (2): 107-110, Dec.1977.
- 239- NEWTON, R.H.; DUNHAM, G.S.; SIMPSON, T.P. Transactions of American Institute of Chemical Engineering, 41: 218, 1945

- 240- OLLIER, Ch. - Les silos à céréales, Travaux, (363): 150-157, Mar. 1965.
- 241- OSTENFELD, C. & KALHANGE, E. - Réservoirs et silos en béton précontraint. Travaux, 10-11 (264): 555 - 561, Oct. 1956
- 242- OSTENFELD, C. & KALHANGE, E. - Some important prestressed silos and reservoirs in Scandinavia. Journal Prestressed Concrete Institute, 4 (1): 18-34, June 1959.
- 243- OTIS, C-K. & POMROY, J.H. - Tower silo design, with particular reference to concrete-stave construction. Agricultural Engineering, 42 (7): 363-364, July, 1961.
- 244- PALMER, E.R. - Flow of bulk solids and design of hoppers in New Zealand. Engineering, 25 (9): 177 - 231, Sept. 1970
- 245- PALMELARD, H. - Remarques sur le calcul de silo. Le Génie Civil, 136 (23): 490-492, Dec. 1, 1959
- *246- PARAMASIVAN, P. & NATHAN, G.K. - Analysis, design and construction of ferrocement silo. Journal of Ferrocement, 10 (4): 283-298, Oct. 1980
- 247- PERY, W.E. - Strutture prefabbricate e precomprese per um silo a Saint Constant (Canada). Industria Italiana del Cemento, 48 (12): 823-834, Dec. 1978.
- *248- PESCHL, I.A.S.Z. - Theory of the formation of arches in bins. Journal of Engineering for Industry, 91 (2): 423-434, May 1969 (Serie B).

- 249- PETROV, B.A. - Experimentalnoe opredelnir davlenia cementa no stenki zhelzobetonnich silosov. Tsement (Moscow), 24 (2) : 21-25, Mar-Apr. 1958. (Investigação experimental das pressões exercidas pelo cimento sobre as paredes de um silo de concreto armado).
- *250- PIEPER, K. - Investigation of silo loads in measuring models. Journal of Engineering for Industry, 91 (2): 365-372, May, 1969. (Serie B).
- 251- PIEPER, K. - Neuere Erkenntnisse über die Belastungen von Silokonstruktionen. Die Mühle, 101: 793-796, 1964 (Novos conhecimentos sobre cargas na construção de silos).
- 252- PIEPER, K. - Über das "schlagen" in Silozellen Beobachtungen, Messungen, Erklärungen. Aufbereitungs Technik, 16 (4): 190-193, Apr. 1975. (Sobre o "boom" de observações, medições e explicações a respeito das células de silos).
- 253- PIEPER, K. & WAGNER, K. - Das Verhalten von Reis in Silo. Die Mühle, 106: 711-712, 1969. (O comportamento do arroz no silo).
- 254- PIEPER, K. & WENZEL, F. - Druckverhältnisse in Silozellen. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1964. (Relação entre pressões no interior das células dos silos).
- 255- PIEPER, K. & WENZERL, F. - Erläuterung zu DIN 1055 Blatt 6, Lastannahmen für Bauten; Lasten in Silozellen. Beton und Stahlbetonbau, 60 (5): 124-126, Mai, 1965. (Comentários sobre a DIN 1055 Folha 6, Carregamentos no silo e na célula).
- 256- PIEPER, K.; MITTELMANN, G.; WENZEL, F. - Messungen de Horizontalen Getreidedruckes in einer 65m hohen Si-

lozellen. Beton-und Stahlbetonbau, 59 (11): 241-246, Nov. 1964. (Medições de pressões horizontais em uma célula).

- *257- PIETSCH, W.B. - Adesion and agglomeration of solids during storage, flow and handling: a survey. Journal of Engineering for Industry, 91 (2): 435 -449, May, 1969. (Serie B).
- 258- PILPEL, N. - Flow of powders and granular solids. British Chemical Engineering, 11: 694, 1966
- 259- PLEISSNER, J. - Versuche zur Ermittlung der Boden und Seitenwanddrücke in Getreidesilos. Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure, 50: 976-986, 1906 (Teil 1). (Ensaio sobre averiguações do solo e das pressões laterais em silos para cereais).
- 260- PLUM, D.R. - Silo strains in working conditions. Concrete (London), 14 (12): 30-31, Dec. 1980.
- 261- PRANTE, V. - Messungen des Getreidedruckes gegen Silowandungen. Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure, 40:1122-1125, 1896. (Medições da pressão devida a cereais na parede de um silo).
- 262- PRUDON, G. - Calcul des poussées sur les parois d'un silo presentant une tremie de form quelconque: calcul de la construction. Science et Industrie, 17: 211-213, Mar. 1933.
- *263- PUZZI, D. - Manual de armazenamento de grãos:armazéns e silos. São Paulo,Ed.Agronômica Ceres,1977. 405p.
- 264- RAJ, H. & NAGRAJA, R. - Grain pressures on precast circular concrete silo. Indian Concrete Journal, 53 (9): 239-241, Sept. 1979

- *265- RAMESH, C.K. ; AYYAR, R.S. ; PARANJPE, D.G. - Lateral pressure distribution on the walls of blending silos. The Indian Concrete Journal, 47 (10): 363 - 368, Oct.1973.
- 266- RAO, V.L. & VENKATESWARLUD - Internal pressures in Flowing granular materials from mass flow hoppers. Powder Technology, 11 (2): 133-146, Mar-Apr. 1975.
- 267- RAVENET, J. - Development of industrial silos throughout the world during the last 100 years. Bulk Solids Handling, 3 (1): 127-140, Mar. 1983.
- 268- RAVENET, J.-Graneles continuos: el almacenaje de materiales cohesivos a granel. Manutención y Almacenaje (92): 115-130, Marzo, 1975.
- 269- RAVENET, J. - Over-pressures in silos with off- centre emptying. Acier-Stahl-Steel, 41 (3): 109-113, Mar 1976.
- 270- RAVENET, J. - Presiones en las paredes de los silos. Revista Dyna, 42 537-545, Dec. 1974.
- 271- RAVENET, J. - Pressions en silos para el almacenaje de materiales cohesivos a granel. Manutención y Almacenaje, 11 (93), Abr. 1975
- 272- RAVENET, J. - Silos metálicos de gran capacidad para el almacenamiento de cereales. Manutención y Almacenaje :33-41, Nov. 1974
- *273- RAVENET, J. - Silos para almacenamiento de cemento. Cemento Homigon: ensilado, expedición y transpor-

te del cemento, (número especial): 33-54, Nov.1982.

*274- RAVENET, J.- Silos: teoria, investigacion, construccion
Barcelona, Editores Técnicos Asociados, 1977. 381p.

275- RAVENET, J.- Silos: deformaciones, falhas, explosiones,
prevencion de accidentes., Barcelona, Editores
Técnicos Asociados, 1978.

276- RAVENET, J.- Sobrepresiones en las paredes de los si-
los debidos al vaciado y efectos producidos por la
forma de la tolva y exentricidade des vaciado. Bar
celona Escuela Técnica Superior de Ingenieros Indus
triales, Universidad Politécnica de Barcelona, Mayo,
1974. (Doutorado)

*277- RECENT Construction of silos, Concrete & Construc-
tional Engineering, 60(12): 453-459, Dec. 1965.

278- REIMBERT, M. - Les silos agricoles et industrielles .
Paris, Aunod, 1952.

279- REIMBERT, M. - Supression dans les silos lors de la vi-
dange. Travaux, 38 (241):780-784, Nov. 1954.

280- REIMBERT, M. & REIMBERT, A. - Design of silos. Con-
crete and Constructional Engineering, 50: 170- 172,
1955.

281- REIMBERT, M. & REIMBERT, A - Excess pressure phenomena
due to the emptying of silos. Acier-Stahl- Steel,
28 (9): 337-382, 1963.

*282- REIMBERT, M. & REIMBERT, A. - Manifestation de supres-
sion de vidange dans les silos, réparation prati-
que de silos accidentés au moyen de tubes métalli-

- ques. Acier-Stahl -Steel, 28 (9):385-390, 1963.
- 283- REIMBERT, M. & REIMBERT, A. - Recherches nouvelles sur les efforts exercés par les matières pulvérulentes ensilées sur les parois des silos. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, (Paris), (11): 1-60, May 10, 1943, (Serie 1)
- 284- REIMBERT, M. & REIMBERT, A. - Silos: pressions et surpressions de vidange des silos. Paris, Editions Eyrolles, 216p.
- *285- REIMBERT, M. & REIMBERT A. - Silos: traité théorique et pratique, Paris, Editions Eyrolles, 1956. 368p
- 286- RICHMOND, O. - Gravity hopper design. Mechanical Engineering, 85 (1): 46-49, Jan. 1963
- 287- RIDD, J.D.T. - Silos. Chartered Surveyor Rural Quarterly, 2 (3): 43-46, Spring, 1975
- 288- RIESSAN, F.G. & HUYGRE, C. - Investigations concernant les pressions sur le parois des silos à ciment Revue Française de Mécanique, 5 (6): 167-171, 1983
- 289- RIGANT, D. - Comparasion de différentes méthodes de calcul des silos en béton. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, (351):
- *290- ROARK, R.J. & YOUNG, W.C. - Formulas for stress and strain. Tokyo, Mc Graw-Hill, Kogakusha, 1975, 624p.
- 291- ROBERTS, A.W. - An investigation of the gravity flow of noncohesine granular materials through discharge chutes. Journal of Engineering for Industry, 91 (2): 373-381, May, 1969 (Série B).

- 292- ROBERTS, I. - Determination of the vertical and lateral pressures of granular substances. IN: PROCEEDINGS ROYAL SOCIETY LONDON, 36, 1884. p.225-240.
- 293- ROBERTS, I. - Pressure of stored grain. Engineering, 34: 339, Oct. 27, 1882.
- *294- ROGERS, P. - Design of hexagonal bins. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, 46 (7): 529-538, Mar. 1950.
- 295- ROSE, H.E. & TANAKA, T. - Rate of discharge of granular materials from bins and hoppers. The Engineer, 23: 465, 1956.
- 296- ROWE, R. E. - An investigation into the cause of cracking in a reinforced concrete silo containing cement. Magazine of Concrete Research, 11 (32): 65-74, 1959.
- 297- RUDD, J. K. - How does material flow from a bins. Rock Products : 74, Mar 1954.
- *298- RÜSCH, E. H. - Berechnungstabellen für rechteckige Fahrbahnplatten von Straßenbrücken. 6 ed. München, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1965. 85p.
(Tabelas para o cálculo de lajes retangulares de pontes).
- *299- SAFARIAN, S. S. - Design of circular concrete ring-beam and column system supporting a silo hopper. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, 66 (2): 103-110, Feb. 1969
- *300- SAFARIAN, S. S. - Design pressure of granular material in silos. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, 66 (8): 647-655, Aug. 1969.

- *301- SAFARIAN, S.S. & HARRIS, E.C. - Analysis of concrete ring-beam and column systems for silos hopper support-general case. Journal of the American Concrete Institute, 81 (2): 166-171, March-April, 1984
- *302- SAFARIAN, S.S. & HARRIS, E.C. - Determination of minimum wall thickness and temperature steel in conventionally reinforced circular concrete silos. Journal of the American Concrete Institute, Proceedings, 67 (7): 539-547, July, 1970
- 303- SAFARIAN, S.S. & HARRIS, E.C. - Silos and bunkers. In: HANDBOOK of concrete engineering. New York, Mark Fintel, Editor Van Nostrandreinhold, 1974 p.491 - 535.
- 304- SAHA, P. & SAKTI, K - 30.000t storage silo: a less conventional design approach. Dock & Harbour Authority, 60 (705): 110-112, Aug. 1979
- 305- SANDSTROM, C.O. - Design of metal bins. Chemical and Metallurgical Engineering, 45: 684-687, Dec. 1938; 46: 32-35, Jan. 1939; 46: 116-169, Mar. 1939
- *306- SANTARELLA, L. - Il cemento armato. Milano, Editore Ulrico Hoepli, 1951, v.2.
- 307- SARRAZIN, M. - Béton armé. Questions Techniques, (10): Librairie Rouge à Lausanne.
- 308- SAUL, R.A. - Measurement of grain pressures on bin walls and floors. Agricultural Engineering, 34 (4): 231-234, Apr. 1953.
- 309- SCHWEDES, J - Measurement of powder properties for hopper design. Journal of Engineering for Industry,

Trans. ASME, 95 (1): 55-59, Feb. 1973.

- 310- SCOTT, J.D.; HAILE, G.; BOZOUK, M. - Foundation performance of a steel tower silo. Canadian Agricultural Engineering, 21 (2): 85-89, Dec. 1979
- *311- SHARMA, P.C. et alii - Small capacity ferrocement for foodgrain storage. Journal of Ferrocement, 9 (1): 21-34, Jan. 1979.
- *312- SHARMA, P.C. et alii - State-of-art review on ferrocement storage grain bins. Journal of Ferrocement, 9 (3): 135-152, Jul. 1979
- 313- SHINOHARA, K. & TANAKA, T. - Consideration of the effect of air pressure on solids flow from storage vessels. Chemical Engineering Science, 30 (4): 369 - 377, Apr. 1975
- 314- SHINOHARA, K.; SHOJI, K.; TANAKA, T. - Mechanism of segregation and blending of particles flowing out of mass-flow hoppers. Industrial & Engineering Chemistry, Process Design and Development, 9 (2): 174-180, Apr. 1970.
- 315- SKIELLER, T. - Structural design of silos. Journal of Powder & Bulk Solids Technology 5 (2): 14-20, May, 1981.
- 316- SMITH, R.B.L. & BOON-LON, S. - Ferrocement bins for hermetic storage of rice. Bangkok, Asian Institute of Technology, 1970 (Research Report nº 12).
- 317- SMOLTZYK, H. W. - Druckberechnung in einem Silotrichter Beton - und Stahlbetonbau, 48: 192-194, Aug. 1953 (Cálculo das pressões em um silo trincheira)

- 318- SOKOLOVSKI, V.V. - Statics of soil média (Statika sy puchej sredey). Trad. by D.H. Jones & A. N. Schofield, London, Butterworths Scientific Publications, 1960. (Original russo)
- 319- STAHL, B.M. - Grain bin requirements - Washington, D.C., U.S. Dept. of Agriculture, 1950. (circular nº 835).
- 320- SUGITA, M. - Flow and pressures of noncohesive granular materials in funnel-flow bins. New York, ASME, 1972 (Publication nº 72 - MH - 20).
- 321- SURYA KUMAR, G.V.; SHARMA, P.C.; RAMAN, N.V. - Application of ferrocement to grain storage structures in relation to rural development. (s.i.)
- *322- TARAN, F.C. - Reducing moments and shear forces in silos. Journal of the American Institute. 81 (5) : 443 - 447, Sept. - Oct. 1984.
- 323- THEIMER, O.F. - Bersten von Stahlsilos bei tiefen Temperaturen. Der Bauingenieur, 42 (3): 102-105, 1967 (Ruina de silos metálicos devido a temperatura).
- 324- THEIMER, O.F. - Einfache Zeichnerische Ermittlung der Getreidedrücke und Wandarmierung in Silozellen. Deutsch Müller-Zeitung, 54: 29-32, Jan. 25, 1956. (Gráficos simples para a determinação das pressões de cereais e armadura das paredes das células).
- 325- THEIMER, O.F. - Explosionsgefahren in silos von Mischfutterbetrieben und Mühlenwerken. Aufbereitungs-Technik, 14 (11): 731-734, Nov. 1973. (Riscos de explosão em silos de fábricas de forragens e de moinhos)
- *326- THEIMER, O.F. - Failures of reinforced concrete grain silos. Journal of Engineering for Industry, Trans.

ASME, 91 (2): 460-477, Mar. 1969 (Serie B).

- 327- THEIMER, O.F.- Neue Erkenntnisse über das Fließverhalten und die Druckverhältnisse in Silozellen. Aufbereitungstechnik, 15 (11): 597-599, Nov. 1974. (Novos conhecimentos sobre o escoamento e a relação entre pressões nas células).
- 328- THEIMER, O.F.- On storage of raw cocoa beans in silo compartments. International Chocolate Review, 13 (3/4): 23-32, 1958.
- 329- THEIMER, O.F.- Zur Berechnung von Mehlsilozellen. Die Bautechnik, 34 (12): 458-465, Dec. 1957 (Sobre o cálculo de silos para farinha).
- 330- THE INDIAN STANDARDS INSTITUTION- Indian standard criteria for design of reinforced concrete bins (silos) for bulk food grains storage IS:4995-1968; New Delhi, ISI, 1968
- 331- THOMA, W.- Evolution dans la construction des silos de grande capacité. Construction (Paris) 25 (10): 308-316, Oct. 1970.
- * 332- THOMA, W.- Silos de grande capacité portuaire à céréales 48.000 tonnes au Port de Strasbourg. Travaux (Paris), 23 (433): 39 Avr. 1971.
- 333- TIMM, G.- Neubau einer Siloanlage: die Durch eine Stauexplosion zerstört wurde. Bautechnik, 52 (3): 80-85, Mar. 1975. (Reformas em um silo destruído por uma explosão).
- *334- TIMOSHENKO, S. & WOJNOWSKY-KRIEGER, S. - Theory of plates and shells. 2 ed. Tokyo, Mc Graw - Hill Kogakusha, 1959. 580p.

- 335- TSUNAKAWA, H. & AOKI, R. - Vertical force of bulk solids on objects in bins. Powder Technology, 11 (3): 237-243, May- Jun. 1975.
- *336- TURITZIN, A.M. - Dynamic pressure of granular material in deep bins. Journal of the Structural Division, ASCE, 89 (2): 49-73, Apr. 1963.
- *337- TURITZIN, A.M. - Dynamic pressure of granular material in deep bins: discussions, Journal of the Structural Division, ASCE, 89 (5): 337-346, Oct. 1963.
- 338- TURITZIN, A.M. - Grain storage structures for food deficient areas, Journal of the Structural Division, ASCE, 93 (10): 2161-2181, 1969
- 339- TURITZIN, A.M. - Temporary bulk grain storage structures. Journal of the Structural Division, ASCE, 93 (3): 381-397, March, 1969
- 340- TURNBULL, J.E.; JACKSON, H.A.; LOWE, D. - Reinforced extended ring foundation for top-unloading concrete tower silos. Canadian Agricultural Engineering, 21 (2): 111-116, Dec. 1979.
- 341- UKAZANIYA po proektirovaniyu silosov dlya sypuchikh materialov CH 302-65 Moscow, Stroyizdat, 1965. (Recomendações para o cálculo de silos para materiais escoando pela ação da gravidade).
- 342- VANDERGIFT, L.E. - Some failures of reinforced concrete storage bins. Journal of the American Concrete Institute, 26 (4) Dec. 1954
- *343- VARGAS, M. - Introdução à mecânica dos solos. São Paulo, Mc Graw-Hill do Brasil, Editora da Univer-

sidade de São Paulo, 1977. 509p.

- *344- VENTURINI, W.S.- Contribuição ao dimensionamento de reservatórios cilíndricos protendidos. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1979. (Dissertação de Mestrado).
- *345- VIVANCOS, J.- Calculation of the loads produced in high silo during the emptying process. Journal of American Concrete Institute, 75 (1): 13-21, Jan. 1978.
- 346- WALKER, D.M.- A basis for bunkers design. Powder Technology, 1 (4): 288-236, 1967
- 347- WALKER, D.M.- An approximate theory for pressures and arching in hoppers. Chemical Engineering Science, 21: 975 - 977, 1966.
- 348- WALKER, D.M.- S. Western Region Research Development. Report Nº 22, Central Electricity Generating Board, 1964.
- 349- WALTERS, J.K. - Theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls. Chemical Engineering Science, 28 (1): 13-21, Jan. 1973.
- 350- Was it an explosion or a foundation failure? Engineering News-Record: 27 June 23, 1955
- 351- WEI, W.Y.; BOYD, J.S.; MENEOR, J. - Silage pressure in large diameter silo. In: AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS ANNUAL MEETING, Miami Beach, Florida 1963.
- 352- WILAND, W.F.- Why grain storage structures fail, In: ANNUAL GRAIN DRYING AND STORAGE CONFERENCE, 7th, Texas, Feb. 22-23, 1961. Lubblock, Texas, Technology College, 1961. p.31-32.

- 353- WENZEL, F. - Pressure behavior in double cylindrical silos. Journal of Engineering for Industry, Trans ASME, 95 (1): 97-100, Feb. 1973 (Serie B).
- 354- WENZEL, F. & OERTLING, K. - Pressure conditions in silage silos. Journal of Powder & Bulk Solids Technology, 5 (2): 7-13, May, 1981
- 355- WILLIAMS, J.C. - The rate of discharge of coarse granular materials from conical mass flow hoppers. Chemical Engineering Science, 32: 247-255, 1977.
- 356- WILLIAMS, J.C. & BIRKS, A.H. - The comparison of the failures measurements of powders with theory. Powder Tecnology, 1: 109-206, 1967
- 357- WOOD, J.C. - Development of standards for the design and use of silos. Journal Powder Bulk Solids Tecnology; 5 (2): 1-6; May 1981.
- *358- ZABELLETA, G.C. - Calculo y construcción de depósitos. Ediciones CEAC, 1974. 145p. (Monografías CEAC sobre Construcción y Arquitectura).
- 359- ZENZ, F.A. & ZENZ; F.E. - Gravity flow of gases, liquids and bulk solid. Engineering Chemical Fundaments, 18 (4): 345-348, Nov. 1979