

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
Departamento de Estruturas

CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO  
DOS RESERVATÓRIOS ELEVADOS  
EM CASCA CÔNICA

ENGº VICTOR MANUEL HENRIQUEZ MOTIÑO

São Carlos , maio de 1983

CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO DOS RESERVATÓRIOS  
ELEVADOS EM CASCA CÔNICA

ENG. VICTOR MANUEL HENRIQUEZ MOTIÑO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ORIENTADOR

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

Prof. Dr. Wilson Sergio Venturini

Prof. Dr. Dante F.V. Guelpa

SUPLENTES

Prof. Dr. João Bento de Hanai

Prof. Dr. Luis Gastão de Castro Lima

## AGRADECIMENTOS

Em especial ao Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli, que soube através de sua orientação capaz e segura conduzir o desenvolvimento deste trabalho, pela sua amizade demonstrada em momentos difíceis, como também pelo grande exemplo que representa.

A Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo pela oportunidade concedida, aos professores do Departamento de Estruturas pelos conhecimentos brindados.

Aos funcionários do Departamento de Estruturas, Wilma Provinciali Vall, Rui Roberto Casale e Sylvia Helena Moretti pela extrema dedicação nos trabalhos de datilografia e desenho.

A EDUCREDITO de Honduras, que proporcionou a elaboração deste trabalho.

## R E S U M O

Estuda-se neste trabalho um conjunto de reservatórios elevados de concreto armado, destinados ao armazenamento de água, os quais são constituídos por recipiente em casca cônica e cobertura em laje. O objetivo principal é fornecer os elementos necessários para a fixação das dimensões na fase de anteprojeto, bem como fornecer os recursos necessários para o cálculo dos esforços finais nessas estruturas.

Mostra-se também um exemplo de cálculo completo de um reservatório composto por recipiente e cobertura em cascas cônicas, com o dimensionamento segundo a NB-1/78. São apresentadas verificações aproximadas das tensões atuantes na torre e na fundação.

Finalmente, faz-se uma análise preliminar da possibilidade de substituição do recipiente em casca cônica por recipiente em cascas de dupla curvatura.

## A B S T R A C T

A set of reinforced concrete water towers composed by a conical shell and a roof slab is analysed. The main purpose is to give the element necessary to the dimensions in the design phase, together with all the means for the complete analysis of the structures.

A complete design example of a water conical tank with domed roof is also shown, following the Brazilian Specification NB-1/78. Stress verifications in the tower and on the foundation are carried out.

Finally, a preliminary analysis is performed, on the possibility of replacing the conical tank by double curvature shells.

## I N D I C E

1. <u>INTRODUÇÃO</u> .....	1.1-1.11
1.1 - OBJETIVO .....	1.1
1.2 - ALGUMAS OBRAS EXPRESSIVAS .....	1.2
1.3 - CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO .....	1.10
2. <u>FUNDAMENTOS DO CÁLCULO</u> .....	2.1-2.45
2.1 - DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA .....	2.1
2.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	2.3
2.3 - TEORIA GERAL DAS CASCAS .....	2.4
2.3.1 - Definições e hipóteses .....	2.4
2.3.2 - Esforços solicitantes .....	2.4
2.3.3 - Equações de equilíbrio .....	2.8
2.3.4 - Relações deformações-deslocamentos .....	2.9
2.3.5 - Relações tensão-deformação .....	2.10
2.3.6 - Relações esforços-deslocamentos .....	2.11
2.4 - TEORIA DE MEMBRANA .....	2.12
2.4.1 - Cascas cônicas .....	2.14
2.4.2 - Cascas cilíndricas .....	2.16
2.4.3 - Efeitos térmicos. Variação de temperatura entre cobertura e recipiente .....	2.17
2.4.4 - Efeitos devidos ao vento .....	2.19
2.5 - TEORIA DE FLEXÃO .....	2.22
2.5.1 - Equações diferenciais gerais das cascas de revolução .....	2.23
2.5.2 - Solução de Geckeler .....	2.24
2.5.3 - Cascas cônicas .....	2.24
2.5.4 - Cascas cilíndricas .....	2.27
2.5.5 - Casca esférica equivalente .....	2.30
2.5.6 - Aproximação de Hanna .....	2.31

2.6 - ANEL DE BORDA .....	2.32
2.6.1 - Esforços e deslocamentos devidos a uma força horizontal centrada .	2.32
2.6.2 - Esforços e deslocamentos devidos a um momento uniformemente dis- tribuído .....	2.33
2.7 - PLACAS E CHAPAS .....	2.35
2.7.1 - Placas anulares .....	2.35
2.7.2 - Chapas anulares .....	2.41
2.8 - CARGAS HORIZONTAIS NA ESTRUTURA .....	2.43
2.9 - FUNDAÇÕES .....	2.45
 3. <u>ROTEIROS DE CÁLCULO</u> .....	3.1-3.48
3.1 - INTRODUÇÃO .....	3.1
3.1.1 - Considerações gerais .....	3.1
3.1.2 - Simplificações de cálculo .....	3.2
3.2 - RESERVATÓRIO EM CASCA CÔNICA RECIPIENTE E COBERTURA EM LAJE .....	3.5
3.2.1 - Esforços e deslocamentos na laje anular de cobertura .....	3.5
3.2.2 - Esforços e deslocamentos de mem- brana na casca cônica recipiente.	3.7
3.2.3 - Esforços e deslocamentos de mem- brana na casca cilíndrica de aces- so .....	3.11
3.2.4 - Deslocamentos no anel intermedia- rio da ligação recipiente - laje de cobertura .....	3.15
3.2.5 - Coeficientes de flexibilidade e esforços na laje de cobertura ...	3.17
3.2.6 - Coeficientes de flexibilidade e esforços na casca cônica recipi- ente .....	3.20
3.2.7 - Coeficientes de felxibilidade e esforços na casca cilíndrica ....	3.23

3.2.8 - Coeficientes de flexibilidade e es_		
forços no anel intermediário .....	3.27	
3.2.9 - Compatibilização de deslocamentos.	3.29	
3.2.10- Determinação dos esforços finais .	3.32	
 3.3 - RESERVATÓRIO CONSTITUÍDO POR RECIPIENTE E		
COBERTURA EM CASCAS CÔNICAS .....	3.33	
3.3.1 - Observações preliminares .....	3.33	
3.3.2 - Esforços e deslocamentos de membra		
na na cobertura cônica .....	3.33	
3.3.3 - Deslocamentos no anel intermediá-		
rio da ligação recipiente - cober-		
tura cônica .....	3.37	
3.3.4 - Deslocamentos no anel superior da		
cobertura cônica .....	3.38	
3.3.5 - Coeficientes de flexibilidade e es_		
forços na casca cônica de cobertu-		
ra .....	3.39	
3.3.6 - Coeficientes de flexibilidade e es_		
forços no anel intermediário .....	3.43	
3.3.7 - Coeficientes de flexibilidade e es_		
forços no anel superior .....	3.44	
3.3.8 - Compatibilização de deslocamentos.	3.46	
3.3.9 - Determinação dos esforços finais .	3.48	
 4. ANÁLISE DE RESERVATÓRIOS EM CASCA CÔNICA RECIPIEN		
TE E COBERTURA EM LAJE .....	4.1-4.86	
4.1 - INTRODUÇÃO .....	4.1	
4.1.1 - Considerações gerais .....	4.2	
4.1.2 - Predimensionamento da casca cônica		
recipiente .....	4.3	
4.2 - DADOS .....	4.5	
4.3 - RESULTADOS .....	4.8	
4.3.1 - Esforços na casca cônica recipiente	4.9	
4.3.2 - Esforços na laje anular de cobertu-		
ra .....	4.10	

4.3.3 - Esforços na casca cilíndrica de acesso .....	4.11
4.3.4 - Esforços no anel intermediário ..	4.11
4.3.5 - Diagramas .....	4.12
4.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS E COMENTÁRIOS ....	4.82
4.4.1 - Laje anular de cobertura .....	4.82
4.4.2 - Comentários .....	4.83
<b>5. EXEMPLO DE CÁLCULO DE RESERVATÓRIO CONSTITUÍDO POR RECIPIENTE E COBERTURA EM CASCAS CÔNICAS ..</b>	<b>5.1.5.54</b>
5.1 - INTRODUÇÃO .....	5.1
5.2 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE MEMBRANA ....	5.4
5.2.1 - Cobertura cônica .....	5.4
5.2.2 - Anel superior .....	5.7
5.2.3 - Casca cônica recipiente .....	5.7
5.2.4 - Anel intermediário .....	5.10
5.3 - COEFICIENTES DE FLEXIBILIDADE .....	5.12
5.3.1 - Cobertura cônica .....	5.12
5.3.2 - Anel superior .....	5.13
5.3.3 - Casca cônica recipiente .....	5.13
5.3.4 - Anel intermediário .....	5.13
5.4 - COMPATIBILIZAÇÃO DE DESLOCAMENTOS .....	5.14
5.4.1 - Ligação casca cônica recipiente - fundo do reservatório .....	5.14
5.4.2 - Ligação cobertura cônica - anel superior .....	5.16
5.4.3 - Ligação recipiente-anel-cobertura	5.17
5.5 - ESFORÇOS FINAIS .....	5.20
5.5.1 - Esforços na cobertura cônica ....	5.22
5.5.2 - Esforços na casca cônica recipiente .....	5.22
5.5.3 - Esforços no anel intermediário ..	5.35
5.5.4 - Esforços no anel superior .....	5.35

5.6 - DIMENSIONAMENTO .....	5.35
5.6.1 - Introdução .....	5.35
5.6.2 - Valores de serviço e de cálculo ..	5.36
5.6.3 - Casca cônica recipiente .....	5.37
5.6.4 - Anel intermediário .....	5.43
5.6.5 - Anel superior .....	5.43
5.6.6 - Cobertura cônica .....	5.43
5.6.7 - Laje do fundo do reservatório ...	5.45
5.6.8 - Torre .....	5.48
5.6.9 - Fundação .....	5.51
5.7 - COMENTÁRIOS .....	5.53
 6. <u>RESERVATÓRIOS COM CASCAS RECIPIENTES COM OUTROS MERIDIANOS</u> .....	6.1-6.20
6.1 - INTRODUÇÃO .....	6.1
6.2 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE MEMBRANA ....	6.2
6.2.1 - Casca hiperbólica de revolução ..	6.3
6.2.2 - Casca com meridiano em arco de círculo - zona tórica .....	6.6
6.2.3 - Casca com meridiano em arco de círculo - zona esférica .....	6.8
6.2.4 - Casca em elipsóide de revolução .	6.10
6.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O REGIME DE FLEXÃO ..	6.12
6.4 - APLICAÇÃO .....	6.13
6.4.1 - Análise dos esforços de membrana. nas diversas variantes .....	6.13
 7. <u>COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÕES</u> .....	7.1-7.3
 <u>APÊNDICE</u> .....	A.1-A.10
 <u>BIBLIOGRAFIA</u> .....	B.1-B.4

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 - OBJETIVO

Surge, cada vez mais, a conveniência da construção de obras destinadas ao armazenamento de água. Entre essas obras, os reservatórios elevados desempenham importante papel, quando se trata de regular as variações de captação e dos consumos de água.

Em projeto de reservatórios, e especialmente nos elevados, devido à multiplicidade de formas e ao grande número de parâmetros a serem definidos, torna-se realmente difícil para o projetista inexperiente a definição dos valores dos parâmetros mais adequados. Em geral, essas escolhas são fundamentadas na experiência do projetista em obras similares e, consequentemente, esse tipo de dificuldade na escolha dos citados parâmetros conduz, com certa frequência, ao encarecimento nos custos da obra.

Pretende-se, neste trabalho, fazer o estudo de um conjunto de reservatórios elevados, com recipiente em tronco de cone, tratando de cobrir os intervalos de volu-

mesmais frequentes na prática, com vistas à determinação dos valores mais convenientes dos parâmetros característicos nesse tipo de reservatórios.

Trata-se, portanto, de fornecer os subsídios que permitam uma melhor definição da estrutura na fase de anteprojeto, bem como os recursos para o cálculo dos esforços desse tipo particular de estruturas.

Finalmente, efetua-se um estudo preliminar sobre o comportamento das citadas estruturas, quando constituídas por recipiente em cascas de dupla curvatura.

## 1.2 - ALGUMAS OBRAS EXPRESSIVAS

Um breve panorama dos reservatórios elevados pode ser encontrado, por exemplo, em Hanai (27), o qual cita abundante bibliografia, já que em matéria de reservatórios elevados existe uma infinidade de obras na mais ampla diversidade de formas, desde as mais simples e tradicionais (retangulares e cilíndricas) até as mais modernas e arrojadas.

Aqui, são inseridos a seguir apenas alguns exemplos que, dadas suas características peculiares, possam fornecer um quadro mais representativo, sobre as qualidades dos reservatórios com recipiente em casca cônica, seja no aspecto de funcionamento seja na parte estética, às vezes muito importante. Assim sendo, são dignos de menção os grandiosos reservatórios de Uppsala (Fig. 1.1) e Örebro (Fig. 1.2) ambos na Suécia, com capacidade para  $10000\text{m}^3$  e  $9000\text{m}^3$  respectivamente.

Além desses enormes reservatórios, outros magníficos exemplos são os castelos de água de linhas arrojadas que se erguem na cidade de Al-Kuwait, Kuwait (Fig. 1.3), construídos ao que parece na última década; essas torres em forma de cogumelos - 31 ao todo - alimentadas por duas centrais de destilação da água do mar, garantem o abastecimento de água doce à cidade em franca expansão. Os três reservatórios construídos em Alençon, França (Fig. 1.4), na década de 1960, com

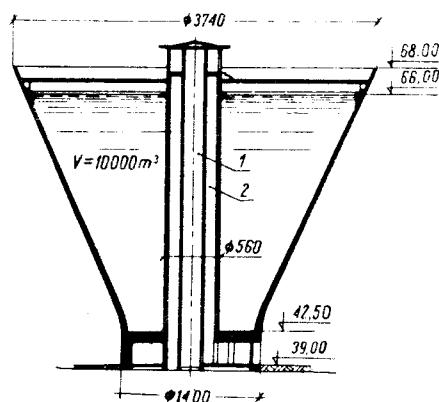


Figura 1.1 — RESERVATÓRIO DE UPPSALA ,  
SUECIA ( 10 000 m<sup>3</sup> )

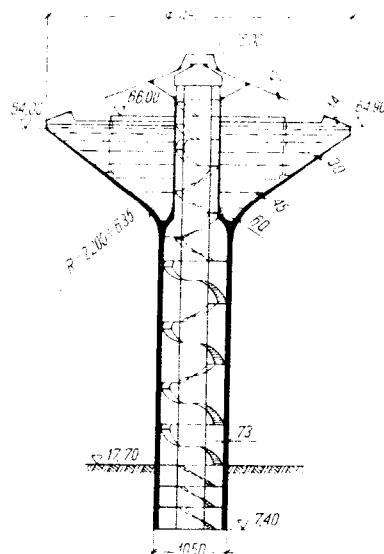
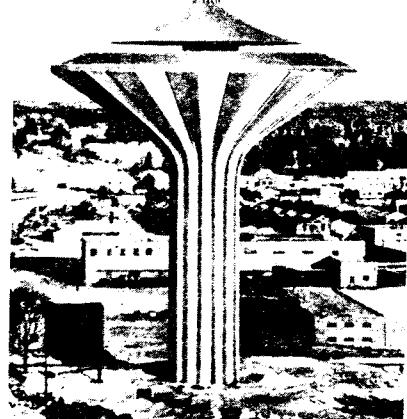


Figura 1.2 — RESERVATÓRIO DE OEREBRO, SUECIA ( 9 000 m<sup>3</sup> )

capacidade total para o armazenamento de 6000m<sup>3</sup> de água, representam uma solução alternativa ao projeto original de um único reservatório, permitindo, dessa forma, maior flexibilidade no uso dos depósitos e melhor escalonamento dos gastos, como também o aproveitamento das mesmas formas.

Sobre este tipo de obras, devem citar-se também os reservatórios de Cutro, Itália, para 2000m<sup>3</sup>, e Al-Khobar,

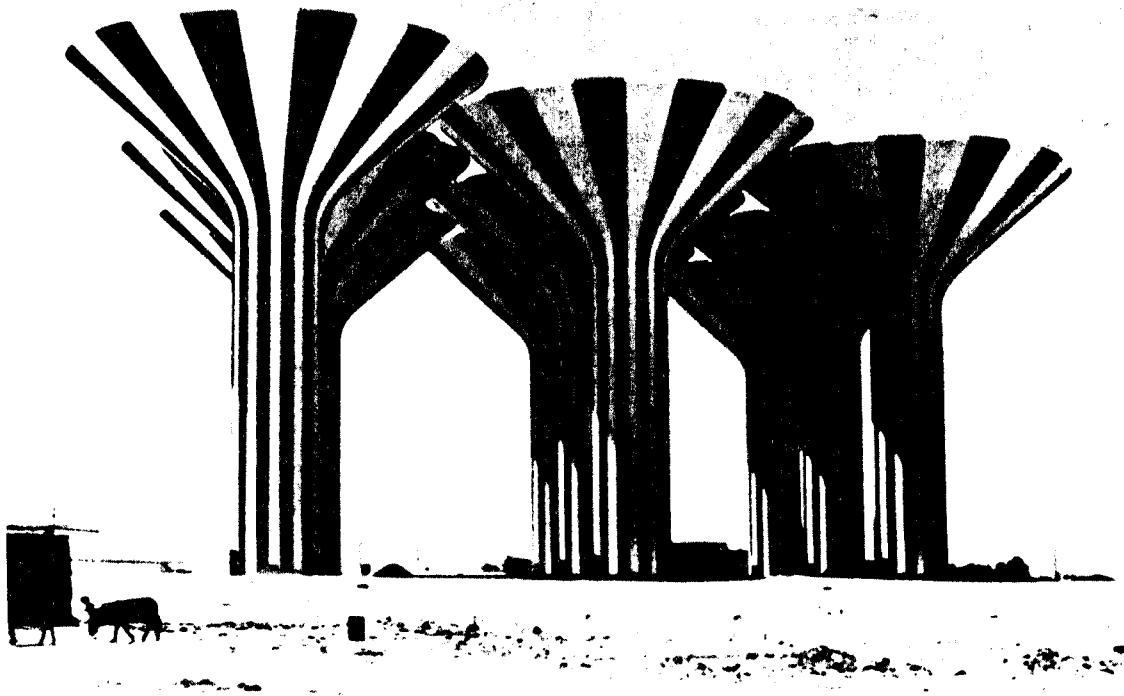


Figura 1.3 — RESERVATÓRIOS EM AL-KUWAIT, KUWAIT

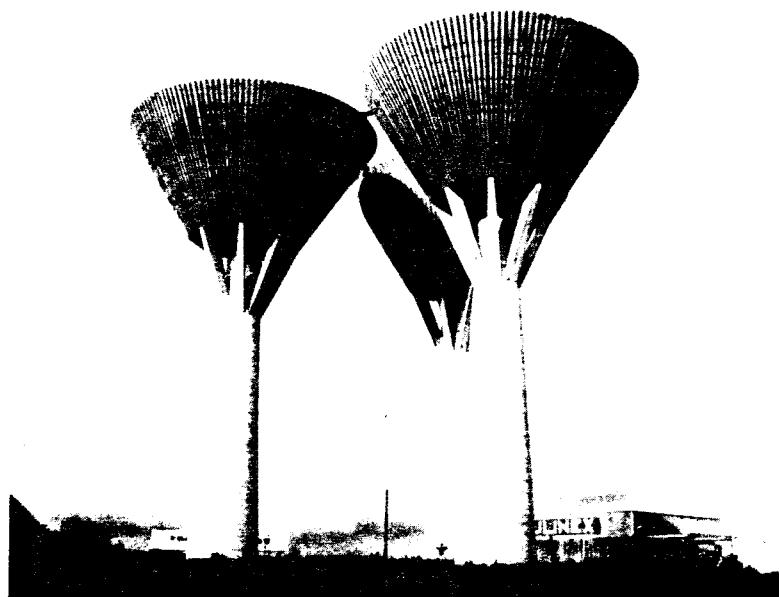


Figura 1.4 — RESERVATÓRIOS EM ALENÇON, FRANÇA

Arábia Saudita, para 1400m<sup>3</sup> (Figs. 1.5 e 1.6), construídos em 1980 e 1981 respectivamente.

Quanto às coberturas mais frequentemente utilizadas neste tipo de estruturas, destacam-se as coberturas em laje (maciças ou nervuradas) e em casca (Fig. 1.7), como também, em menor escala, as coberturas pêncveis com elementos pré-moldados em concreto armado ou argamassa armada (Fig. 1.8). As coberturas em laje circular são geralmente utilizadas para cobrir diâmetros relativamente pequenos, e as coberturas em casca ou pêncveis, pelo seu melhor comportamento estático, são utilizadas para cobrir diâmetros maiores. Entretanto, nem sempre é selecionado um determinado tipo de cobertura apenas em função de seu melhor partido estrutural; muitas vezes a escolha é feita em função de aspectos puramente estéticos.

Outro aspecto de considerável importância neste tipo particular de reservatórios elevados é o relacionado com os processos construtivos. Apresentam-se neste trabalho alguns dos processos utilizados na construção desse tipo de obras. Entre eles é digno de menção o utilizado no reservatório de Cutro, Itália (Fig. 1.5), no qual a torre foi construída com o emprego de formas deslizantes em trechos de 1,87m de altura e o reservatório foi concretado utilizando formas metálicas colocadas ao nível do solo e posteriormente elevado através de 15 cabos tipo VSL devidamente apoiados no topo da torre e base do recipiente como pode observar-se na figura 1.9. Outro sistema de elevação do reservatório consiste na utilização de macacos hidráulicos apoiados diretamente na coroa de círculo da torre construída em forma gradual através da intercalação de elementos pré-moldados ou concretagem no local. Este último processo foi utilizado na construção do reservatório de Örebro (Suécia), e muitos outros.

Além deste sistema de construção do reservatório ao nível do solo para sua posterior elevação, mediante cabos tracionados apoiados no topo da torre ou pela utilização de macacos hidráulicos apoiados diretamente sobre a

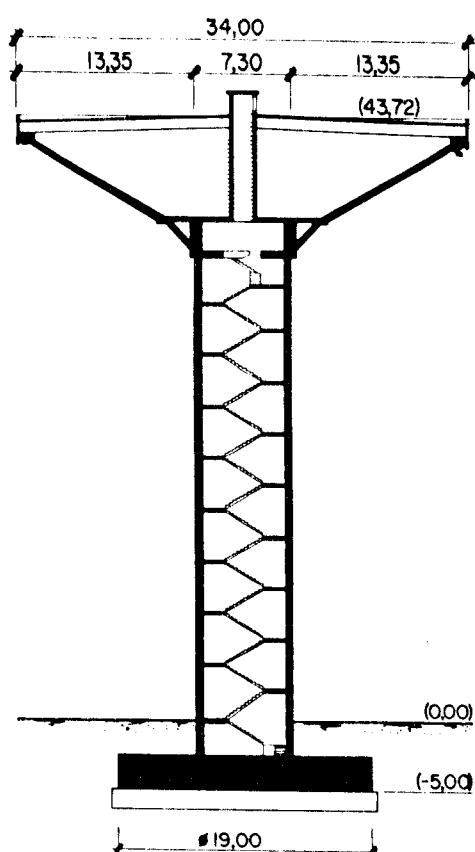
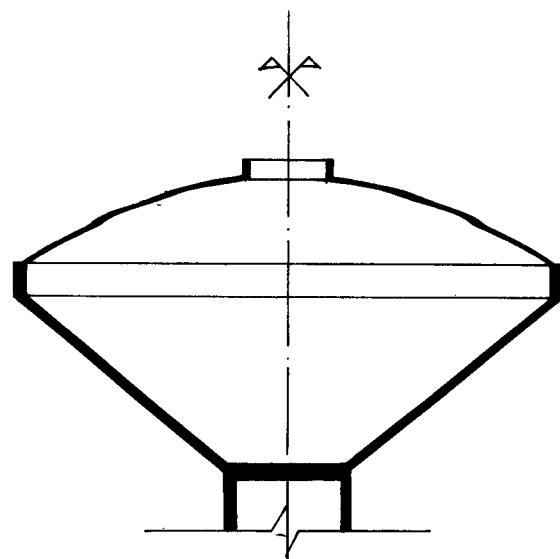


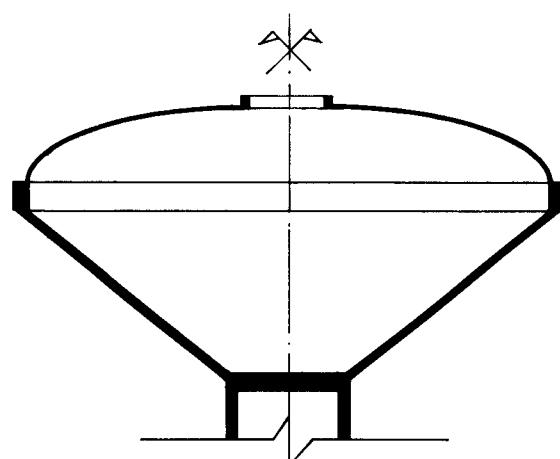
Figura 1.5 — RESERVATÓRIO DE CUTRO  
ITÁLIA ( $2\ 000\ m^3$ )



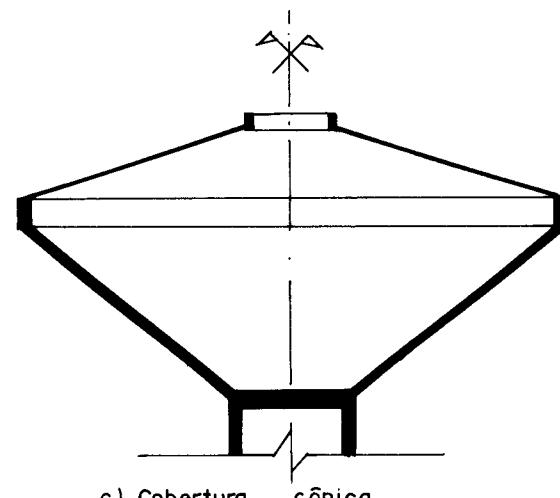
Figura 1.6 — RESERVATORIO DE AL-KHOBAR, ARABIA SAUDITA ( $1\ 400\ m^3$ )



a) Cobertura esférica

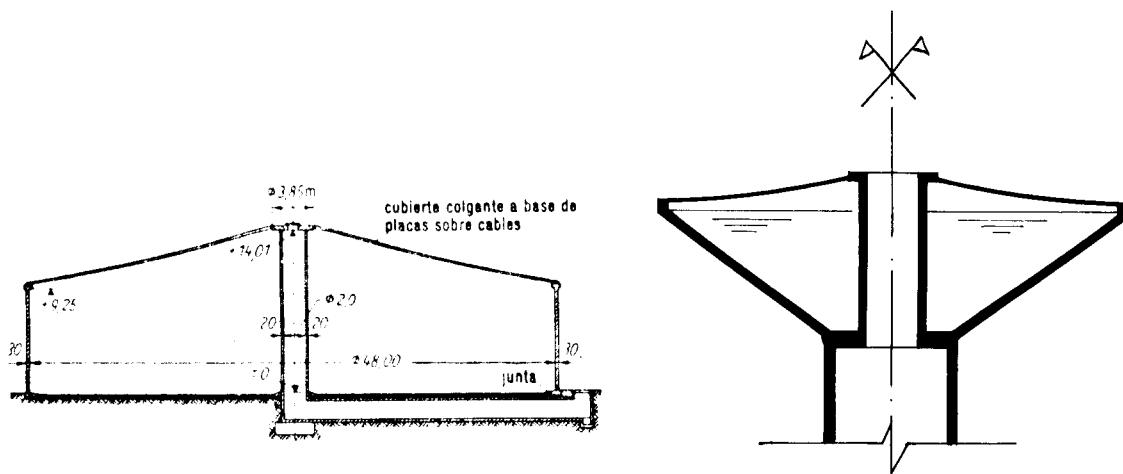


b) Cobertura elíptica



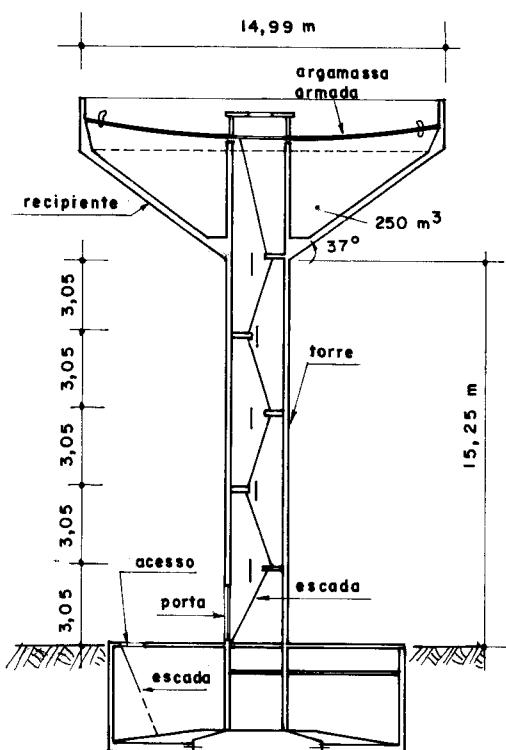
c) Cobertura cônica

Figura 1.7 — TIPOS DE COBERTURAS EM CASCA



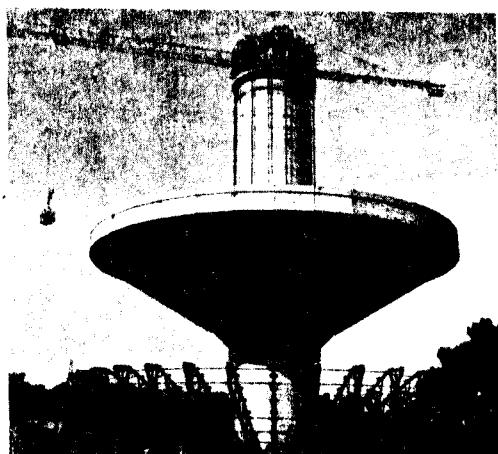
Sugestão Leonhardt (30)

Adaptação da "sugestão de Leonhardt" ao caso dos reservatórios em casca cônica

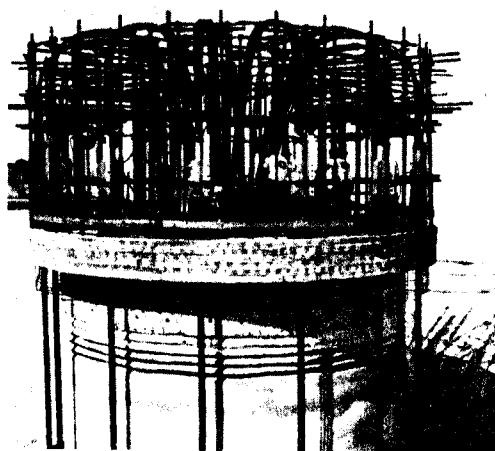


Exemplo de utilização de cobertura pensil em cobertura de reservatório elevado construído em Bangalore, India em 1980 (43)

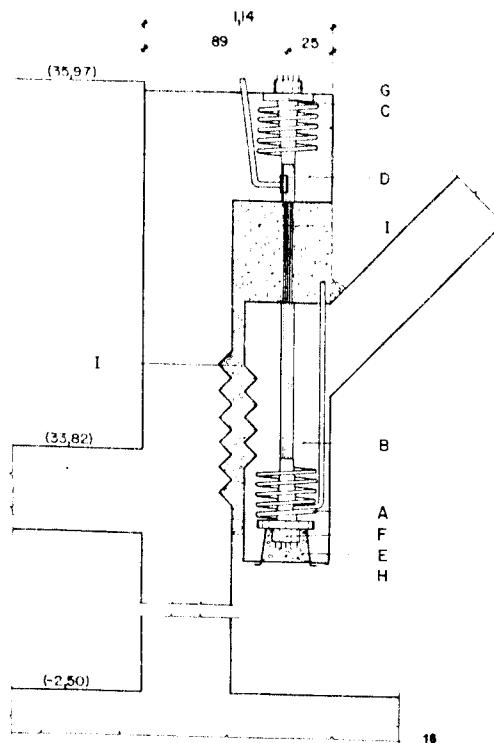
Figura 1.8 — COBERTURAS PÊNSEIS EM RESERVATÓRIOS



a) Processo de elevação  
do reservatório



b) Fixação dos cabos VSL  
no topo da torre



c) Detalhe final da junção  
torre - recipiente

A = espiral ; B = casca ; C = placa de apoio ; D = anel no topo da torre ; E = calço ; F = ancoragem inferior ; G = ancoragem superior ; H = concreto ; I = junta de concretagem entre a torre e o recipiente

Figura 1.9 — ESQUEMAS DE LEVANTAMENTO DO RESERVATÓRIO  
DE CUTRO , ITÁLIA

torre construída paulatinamente como já foi indicado anteriormente, existem os processos de concretagem do reservatório na posição final, através da utilização de cimbramento em balanço, geralmente fixado à torre com a utilização de suportes auxiliares (Fig. 1.10) e o cimbramento total desde o nível do terreno. Este último é limitado em função

da altura da torre, já que para torres com altura igual ou superior aos 30 metros, torna-se praticamente inviável este tipo de solução.

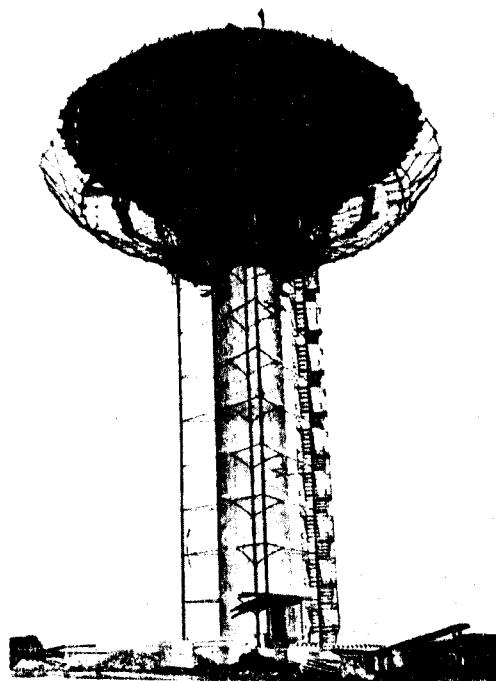


Figura 1.10 — CIMBRAMENTO EM BALANÇO

As referências utilizadas para apresentação sobre os reservatórios elevados com recipiente em tronco de cone são Hanai (27), Viswanath e Nanjunda (43), Mathis (32), Boll, Münzner e Najjar (11), Barthell (5), Aeberhard (1), que podem ser consultados também para maior aprofundamento sobre os diversos processos construtivos utilizados neste tipo particular de estruturas.

### 1.3 - CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO

No capítulo 2 são dados os fundamentos necessários para o cálculo das estruturas tratadas neste trabalho. É apresentada a teoria geral das cascas, tomando-se com base os textos de autores conhecidos, como BILLINGTON (1965),

GRAVINA (1957) e outros. Particularizam-se as equações gerais das cascas para a determinação dos esforços de membrana e flexão nas cascas cônicas e cilíndricas, sendo que no tratamento da flexão das cascas cônicas é utilizada a aproximação de Geckeler, como também é adaptada ao caso da casca cônica a aproximação de Hanna para cascas esféricas com espessura linearmente variável nas bordas. Finalmente, são dadas algumas soluções para placas anulares e chapas anulares tomadas de BEYER (1959) e HAMPE (1968) respectivamente.

No capítulo 3 são apresentadas as sequências para o cálculo das estruturas previamente definidas. Assim, sendo, fornecem-se as expressões para o cálculo dos esforços e deslocamentos de membrana produzidos pelos diversos carregamentos nas cascas cônicas e cilíndricas, bem como nos outros elementos dos conjuntos estruturais. As expressões para o cálculo dos coeficientes de flexibilidade e dos esforços de flexão são também apresentadas neste capítulo, assim como as compatibilizações dos deslocamentos nas diversas vinculações das citadas estruturas, para a determinação dos esforços finais.

No capítulo 4, analisa-se o comportamento estático de um conjunto de reservatórios elevados constituídos por recipiente em casca cônica e cobertura em laje anular.

No capítulo 5 apresenta-se um exemplo completo de cálculo de um reservatório elevado composto por recipiente e cobertura em cascas cônicas. Neste exemplo é mostrado também o dimensionamento do reservatório propriamente dito, segundo as prescrições da NB-1/78, e são apresentadas algumas verificações aproximadas das tensões atuantes na base da torre e fundação, sob os efeitos combinados mais desfavoráveis dos carregamentos verticais e os horizontais devidos ao vento segundo a NB-599/78.

Mostra-se, no capítulo 6, uma análise preliminar sobre o comportamento em regime de membrana de algumas variantes do meridiano da casca cônica recipiente sob os efeitos devidos aos carregamentos do peso próprio e da água.

As variantes examinadas são a casca hiperbólica de revolução, elipsóide de revolução e as cascas com meridiano em arco de círculo de zona esférica e zona tórica.

No Capítulo 7 dão-se os comentários finais e as conclusões decorrentes da análise das estruturas estudadas neste trabalho.

## 2. FUNDAMENTOS DO CÁLCULO

### 2.1 - DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA

A estrutura para reservatório elevado, motivo de definição e análise é constituída (Fig. 2.1) pelos seguintes elementos: recipiente em casca cônica de espessura constante, fundo e cobertura em lajes anulares de espessura constante, casca cilíndrica de acesso para inspeção, torre de sustentação do reservatório propriamente dito, constituída por casca cilíndrica e fundação em tronco de cone.

Além disso, outras variantes no reservatório são motivo de análise preliminar no capítulo 6, como é o caso da substituição do meridiano da casca cônica recipiente por casca hiperbólica de revolução, elipsóide de revolução ou por cascas em arco de círculo de zona esférica e zona tórica (Fig. 2.2), como também a substituição da cobertura em laje por coberturas em casca e em particular por cobertura em casca cônica.

É importante, também, ressaltar que todas as viñ

culações entre os diferentes elementos estruturais são monolíticas.

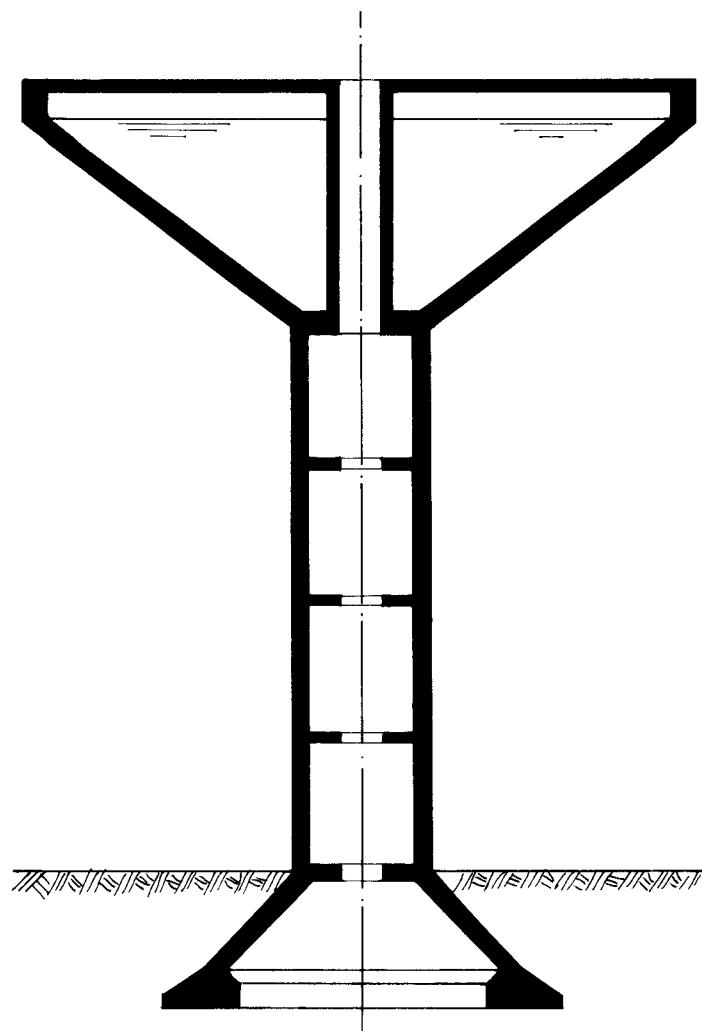


Figura 2.1 — RESERVATÓRIO ELEVADO OBJETO DE ANÁLISE

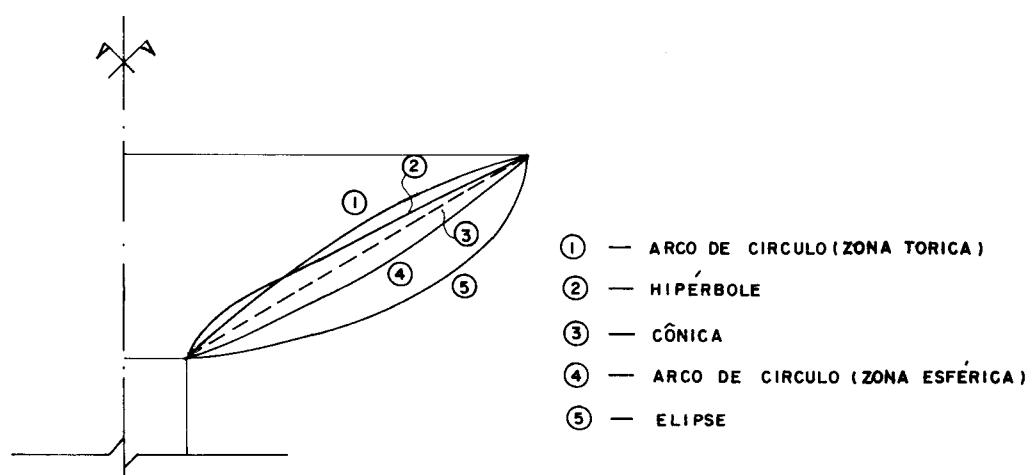


Figura 2.2 — VARIANTES NO MERIDIANO DA CASCA CÔNICA RECIPIENTE

## 2.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Após a visão global sobre a importância dos reservatórios elevados apresentada no capítulo 1, começa-se, neste capítulo, definindo os conceitos e formulações teóricas em que se fundamentam os processos de cálculo utilizados neste trabalho.

É importante deixar aqui registrado que não é a presentada toda a sequência para a dedução das expressões que permitem a obtenção dos esforços e deslocamentos das estruturas em casca, mas apenas os passos fundamentais que conduzem, com auxílio das referências oportunamente indicadas, à obtenção das citadas grandezas.

Deve-se, porém, esclarecer que as expressões finais para o cálculo dos esforços e deslocamentos de membrana produzidos pelos diversos carregamentos com simetria de revolução, bem como as expressões para o cálculo dos coeficientes de flexibilidade e os esforços de flexão das estruturas em casca são, por conveniência, dados no capítulo seguinte; entretanto, são apresentadas neste as relações fundamentais para sua dedução, bem como as expressões para a determinação dos esforços devidos à ação do vento nas cascas cônicas e na casca cilíndrica.

Para a determinação dos esforços de flexão nas cascas cônicas com espessura constante, utilizam-se as equações diferenciais gerais das cascas de revolução com a aproximação de Geckeler.

Os aspectos concernentes à teoria de membrana para as cascas hiperbólicas e elípticas de revolução e para as cascas com meridiano em arco de círculo (curvatura positiva e negativa), de interesse para a análise comparativa delas com a cascaônica, poderiam ser expostos também neste capítulo. Todavia, julgou-se conveniente, a fim de não criar confusão ao leitor, relegar estes aspectos para o capítulo 6, onde se trata unicamente da análise dessas soluções alternativas.

## 2.3 - TEORIA GERAL DAS CASCAS

### 2.3.1 - Definições e hipóteses

Denominam-se "cascas" as estruturas com superfície média curva, nas quais a espessura  $h$  é pequena em relação às outras dimensões e aos raios principais de curvatura. Se a superfície média é constituída por elementos de superfície plana tem-se as estruturas de folhas poliédricas ou prismáticas.

Para a análise estática das estruturas de superfície, admitem-se em geral as seguintes hipóteses fundamentais de KIRCHHOF-LOVE (cfr., p. ex., GRAVINA, 1957);

- 1 - o material que constitui a estrutura é homogêneo, isotropo e obedece à lei de Hooke;
- 2 - a espessura  $h$  é pequena em relação às dimensões e aos raios de curvatura da superfície média;
- 3 - as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às demais tensões;
- 4 - os pontos pertencentes antes da deformação a retas normais à superfície média encontram-se, após a deformação, sobre retas perpendiculares à superfície média deformada;
- 5 - os deslocamentos são muito pequenos em relação à espessura  $h$ , sendo possível desprezar a influência deles no estudo das condições de equilíbrio do elemento de superfície.

### 2.3.2 - Esforços solicitantes

Os esforços solicitantes num elemento infinitesimal de casca (Fig. 2.3) são definidos como forças ou momentos por unidade de comprimento da superfície média da casca.

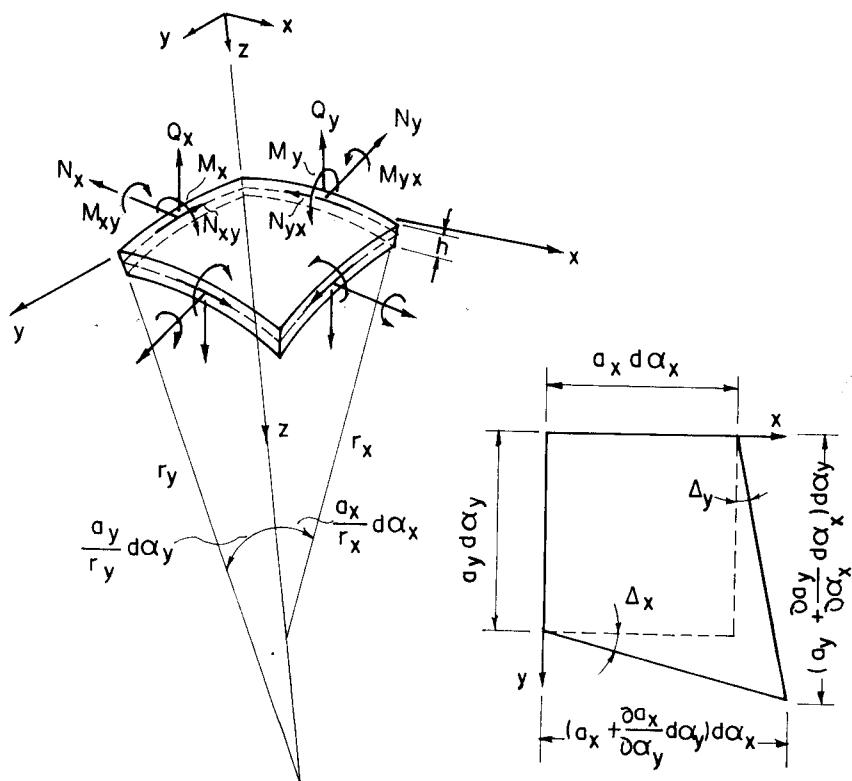


Figura 2.3—ELEMENTO DE CASCA—COMPRIMENTO DOS SEUS LADOS

A determinação dos valores dos esforços solicitantes se faz mediante o cálculo da resultante das tensões atuantes em cada fase do elemento. Considerando-se os comprimentos de seus lados na superfície média como unitários, sendo  $r_x$  e  $r_y$  os raios principais de curvatura da superfície média da casca, as áreas das regiões indicadas no elemento da Fig. 2.4, valem

$$S_x = \left(1 - z/r_y\right) dz \quad \dots \quad (2.1)$$

$$S_y = \left(1 - z/r_x\right) dz$$

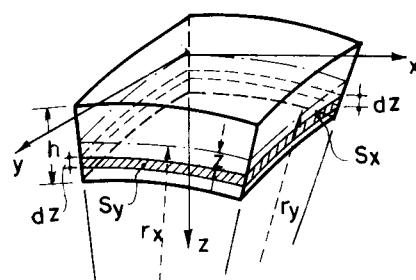


Figura 2.4—ELEMENTO DE CASCA

Efetuando-se a integração na espessura  $h$  em cada face do elemento, obtém-se os seguintes valores correspondentes aos esforços (TOMOSHENKO, 1959; BILLINGTON, 1965):

$$\begin{aligned}
 N_x &= \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x (1 - \frac{z}{r_y}) dz & N_y &= \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y (1 - \frac{z}{r_x}) dz \\
 N_{xy} &= \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} (1 - \frac{z}{r_y}) dz & N_{yx} &= \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{yx} (1 - \frac{z}{r_x}) dz \\
 Q_x &= \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xz} (1 - \frac{z}{r_y}) dz & Q_y &= \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{yz} (1 - \frac{z}{r_x}) dz \\
 M_x &= \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z (1 - \frac{z}{r_y}) dz & M_y &= \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y z (1 - \frac{z}{r_x}) dz \\
 M_{xy} &= - \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} z (1 - \frac{z}{r_y}) dz & M_{yx} &= - \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{yx} z (1 - \frac{z}{r_x}) dz
 \end{aligned}
 \quad \dots \quad (2.2)$$

É importante, porém, definir a convenção para os sentidos positivos dos esforços (Fig. 2.5), como se mostra a seguir.

Os esforços  $N_x$  e  $N_y$  são considerados positivos quando provocam tração na seção em exame.

O esforço tangencial  $N_{xy}$  atuando na seção  $\alpha_x$  constante é positivo, quando tiver o sentido da curva coordenada  $\alpha$  constante ao atuar numa seção em que também a força normal  $N_x$  tem sentido positivo da curva coordenada que lhe corresponde,  $\alpha_y$  constante. Considerações análogas quanto ao sentido positivo são feitas em relação a  $N_{yx}$ .

O esforço cortante  $Q_x$  atuando na seção  $\alpha_x$  constante, é positivo quando tiver o mesmo sentido da normal  $z$

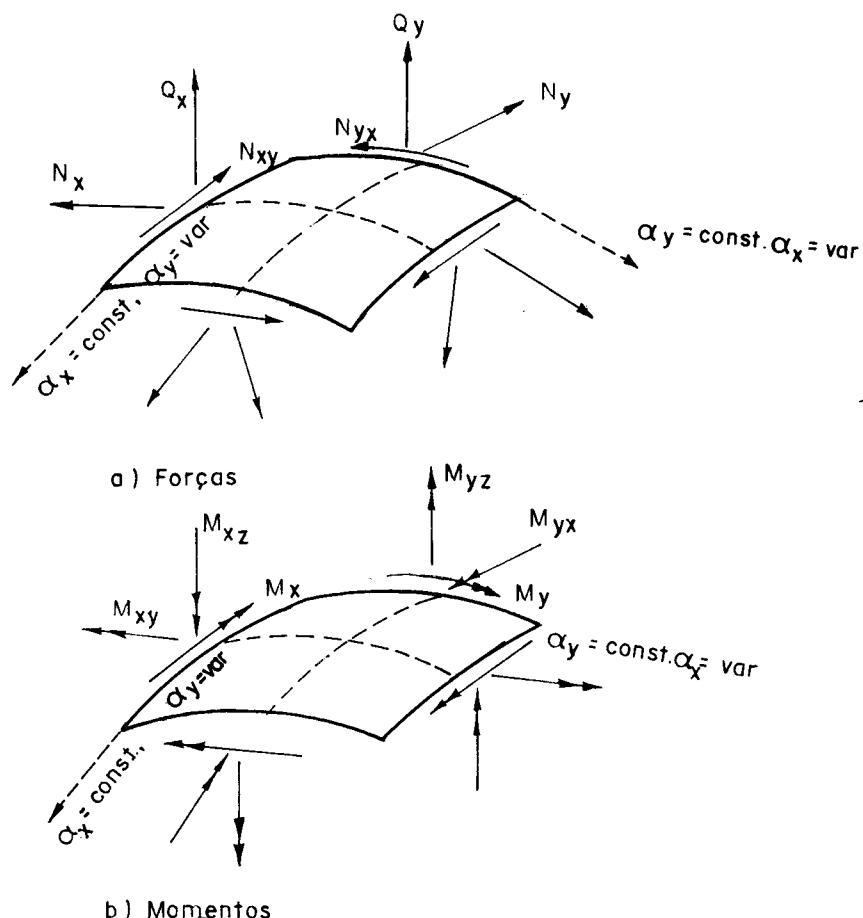


Figura 2.5 — ESFORÇOS ATUANTES NUM ELEMENTO DE CASCA

à superfície média, ao atuar numa seção  $\alpha_x$  constante para a qual a força normal positiva tem o sentido positivo da curva coordenada correspondente; analogamente quanto ao sentido positivo de  $Q_y$ .

Os momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$  são considerados positivos quando provocarem tensões normais positivas, nas fibras da seção correspondentes a valores de  $z$  positivos.

Os momentos volventes  $M_{xy}$  e  $M_{yx}$  são considerados positivos quando provocarem tensões de cisalhamento positivas nas fibras da seção correspondentes a valores de  $z$  negativos.

Ainda com relação aos esforços, pode-se considerar que  $N_{xy} = N_{yx}$  e  $M_{xy} = M_{yx}$ , admitindo que os termos  $z/r_x$  e  $z/r_y$  são desprezíveis em relação à unidade.

### 2.3.3 - Equações de equilíbrio

Aplicando-se as seis equações de equilíbrio ( $\sum_x = \sum_y = \sum_z = \sum_{M_x} = \sum_{M_y} = \sum_{M_z} = 0$ ) nos esforços que atuam num elemento de casca (Fig. 2.3), a que exprime o equilíbrio à rotação em torno da normal,  $\sum_{M_z} = 0$ , é identicamente satisfeita por se considerar, aproximadamente,  $N_{xy} = N_{yx}$ .

Levando em consideração os comprimentos dos lados sobre a superfície média da casca (Fig. 2.3) os ângulos  $\Delta_x$  e  $\Delta_y$  do elemento

$$\begin{aligned}\Delta_x &= \frac{1}{a_x} \cdot \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} d\alpha_y \\ \Delta_y &= \frac{1}{a_y} \cdot \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} d\alpha_x\end{aligned}\dots (2.3)$$

e lembrando ainda que o elemento em referência, além dos esforços solicitantes anteriormente descritos, está sujeito a uma força externa que pode ser expressa pelas três componentes ( $p_x a_x a_y d\alpha_x d\alpha_y$ ,  $p_y a_x a_y d\alpha_x d\alpha_y$  e  $p_z a_x a_y d\alpha_x d\alpha_y$ ), obtém-se finalmente, impondo o equilíbrio em cada direção, as seguintes relações BILLINGTON (10):

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \alpha_x} (N_x a_y) - N_y \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + N_{xy} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + \frac{\partial}{\partial \alpha_y} (N_y a_x) - Q_y \frac{a_x a_y}{r_{xy}} + \\ - Q_x \frac{a_x a_y}{r_x} + p_x a_x a_y &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_y} (N_y a_x) - N_x \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + N_{yx} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + \frac{\partial}{\partial \alpha_x} (N_x a_y) - Q_x \frac{a_x a_y}{r_{xy}} + \\ - Q_y \frac{a_x a_y}{r_y} + p_y a_x a_y &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha_x} (Q_x a_y) + \frac{\partial}{\partial \alpha_y} (Q_y a_x) + N_x \frac{a_x a_y}{r_x} + N_{xy} \frac{a_x a_y}{r_{xy}} + N_{yx} \frac{a_x a_y}{r_{xy}} +\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + N_y \frac{a_x a_y}{r_y} + p_z a_x a_y = 0 \\
 - \frac{\partial}{\partial \alpha_y} (M_y a_x) + M_x \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + M_{yx} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + \frac{\partial}{\partial \alpha_x} (M_{xy} a_y) + Q_y a_x a_y &= 0 \\
 - \frac{\partial}{\partial \alpha_x} (M_x a_y) + M_y \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + M_{xy} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + \frac{\partial}{\partial \alpha_y} (M_{yx} a_x) + Q_x a_x a_y &= 0
 \end{aligned}
 \quad \dots \quad (2.4)$$

onde  $1/r_{xy}$  é denominado "torção da superfície" e pode calcular-se com a seguinte relação:

$$\frac{1}{r_{xy}} = \frac{1}{a_x a_y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial \alpha_x \partial \alpha_y} \quad \dots \quad (2.5)$$

Observa-se nas equações de equilíbrio (2.4) que há oito incógnitas e cinco equações. Portanto, é necessário introduzir as relações entre deformações e deslocamentos, e entre tensões e deformações.

#### 2.3.4 - Relações deformações-deslocamentos

Considerando as componentes do deslocamento ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente, num elemento de casca (Fig. 2.6) as deformações ficam dadas pelas relações abaixo (cfr. p. ex., BILLINGTON, 1965):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xo} &= \frac{1}{a_x} \cdot \frac{\partial u}{\partial \alpha_x} + \frac{v}{a_x a_y} \cdot \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{w}{r_x} \\
 \varepsilon_{yo} &= \frac{1}{a_y} \cdot \frac{\partial v}{\partial \alpha_y} + \frac{u}{a_y a_x} \cdot \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} - \frac{w}{r_y} \\
 \gamma_{xyo} &= \frac{1}{a_x} \frac{\partial v}{\partial \alpha_x} + \frac{1}{a_y} \frac{\partial u}{\partial \alpha_y} - \frac{u}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{v}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} - \frac{2w}{r_{xy}}
 \end{aligned}
 \quad \dots \quad (2.6)$$

As rotações da superfície média em relação aos eixos coordenados x e y, são respectivamente:

$$\phi_x = \frac{u}{r_x} + \frac{\partial w}{a_x \partial \alpha_x} + \frac{v}{r_{xy}} \quad \dots \dots (2.7)$$

$$\phi_y = \frac{v}{r_y} + \frac{\partial w}{a_y \partial \alpha_y} + \frac{u}{r_{xy}}$$

e as expressões que fornecem as variações de curvatura são:

$$\chi_x = \frac{1}{a_x} \cdot \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha_x} + \frac{\phi_y}{a_x a_y} \cdot \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y}$$

$$\chi_y = \frac{1}{a_y} \cdot \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha_y} + \frac{\phi_x}{a_x a_y} \cdot \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} \quad \dots \dots (2.8)$$

$$2\chi_{xy} = \frac{1}{a_y} \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha_y} + \frac{1}{a_x} \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha_x} - \frac{\phi_x}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{\phi_y}{a_y a_x} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x}$$

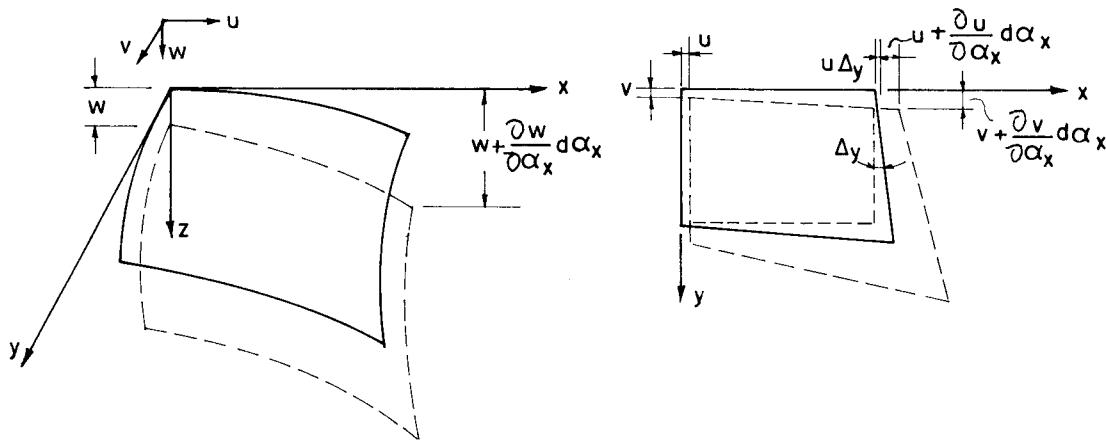


Figura 2.6 — DESLOCAMENTOS NUM ELEMENTO DE CASCA

### 2.3.5 — Relações tensão-deformação

Considerando que o material que constitui a estrutura é linearmente elástico, isótropo e homogêneo, são válidas as seguintes relações entre tensões e deformações:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \varepsilon_{xo} + \nu \varepsilon_{yo} - z(\chi_x + \nu \chi_y) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \varepsilon_{yo} + \nu \varepsilon_{xo} - z(\chi_y + \nu \chi_x) \right] \dots \quad (2.9)$$

$$\tau_{xy} = G(\gamma_{xyo} - 2z \chi_{xy}), \text{ com } G = \frac{E}{2(1-\nu)}$$

Nas relações acima E e  $\nu$  são respectivamente o módulo de deformação longitudinal e o coeficiente de Poisson, e G o módulo de deformação transversal.

### 2.3.6 - Relações esforços-deslocamentos

Substituindo-se as relações (2.9) nas (2.2), efetuando-se as integrações sobre a espessura h e ainda introduzindo nos resultados as relações (2.6) e (2.8), obtém-se as seguintes relações:

$$N_x = K \left[ \frac{1}{a_x} \frac{\partial u}{\partial \alpha_x} + \frac{v}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{w}{r_x} + \nu \left( \frac{1}{a_y} \frac{\partial v}{\partial \alpha_y} + \frac{u}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} - \frac{w}{r_y} \right) \right]$$

$$N_y = K \left[ \frac{1}{a_y} \frac{\partial v}{\partial \alpha_y} + \frac{u}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} - \frac{w}{r_y} + \nu \left( \frac{1}{a_x} \frac{\partial u}{\partial \alpha_x} + \frac{v}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{w}{r_x} \right) \right]$$

$$N_{xy} = N_{yx} = Gh \left( \frac{1}{a_x} \frac{\partial v}{\partial \alpha_x} + \frac{1}{a_y} \frac{\partial u}{\partial \alpha_y} - \frac{u}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{v}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} - \frac{2w}{r_{xy}} \right)$$

$$M_x = -D \left[ \frac{1}{a_x} \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha_x} + \frac{\phi_y}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + \nu \left( \frac{1}{a_y} \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha_y} + \frac{\phi_x}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} \right) \right]$$

$$M_y = -D \left[ \frac{1}{a_y} \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha_y} + \frac{\phi_x}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + \nu \left( \frac{1}{a_x} \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha_x} + \frac{\phi_y}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} \right) \right]$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \frac{D(1-\nu)}{2} \left( \frac{1}{a_y} \frac{\partial \phi_x}{\partial \alpha_y} + \frac{1}{a_x} \frac{\partial \phi_y}{\partial \alpha_x} - \frac{\phi_x}{a_x a_y} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} - \frac{\phi_y}{a_x a_y} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} \right) \dots \quad (2.10)$$

onde:

$$K = Eh/(1-\nu^2) \dots \quad (2.11)$$

$$D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$$

As equações (2.10) e as (2.4) formam um sistema de onze equações e onze incógnitas, indicando desta forma que o problema teoricamente está resolvido. Embora a resolução do sistema sem nenhuma simplificação seja matematicamente possível, é extremamente complexa. Salienta-se porém que, em geral, para a determinação dos esforços e deslocamentos de estruturas em casca, são introduzidos, nos equacionamentos gerais, algumas simplificações que dependem das particularidades geométricas de cada problema, reduzindo assim de maneira sensível o trabalho.

#### 2.4 - TEORIA DE MEMBRANA

A consideração do comportamento limite chamado de membrana foi feita desde os primeiros estudos sobre cascas, e supõe que a espessura  $h$  da casca seja suficientemente pequena para que se possam desprezar as rigidezes à flexão e à torção, anulando-se portanto os momentos correspondentes. Isto corresponde a admitir que as tensões se distribuam uniformemente pela espessura, sendo, desta forma, tanto mais aceitável quanto menor for a espessura.

É possível, portanto, admitir o comportamento de membrana nas cascas quando se verificam as seguintes condições (cfr. p. ex., GRAVINA, 1957):

- 1 - a variação das curvaturas normais da superfície média deverá ser contínua;

- 2 - a variação da espessura  $h$  da casca deverá ser contínua;
- 3 - a distribuição das forças externas deverá ser contínua;
- 4 - as forças externas aplicadas às bordas livres devem atuar nas correspondentes planos tangentes à superfície média;
- 5 - as reações dos vínculos deverão ser contidas nos planos tangentes à superfície média.

Qualquer alteração nas condições acima mencionadas provocará uma perturbação, em geral local, para cuja análise deve-se levar em consideração a rigidez da casca.

Introduzindo as simplificações que definem o comportamento de membrana, ou seja  $M_x = M_y = 0$ ;  $M_{xy} = M_{yx} = 0$  e  $Q_x = Q_y = 0$  nas equações de equilíbrio (2.4), obtém-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\bar{N}_x a_y)}{\partial \alpha_x} - \bar{N}_y \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + \bar{N}_{xy} \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + \frac{\partial(\bar{N}_{yx} a_x)}{\partial \alpha_y} + p_x a_x a_y &= 0 \\ \frac{\partial(\bar{N}_y a_x)}{\partial \alpha_y} - \bar{N}_x \frac{\partial a_x}{\partial \alpha_y} + \bar{N}_{yx} \frac{\partial a_y}{\partial \alpha_x} + \frac{\partial(\bar{N}_{xy} a_y)}{\partial \alpha_x} + p_y a_x a_y &= 0 \\ \frac{\bar{N}_x}{r_x} + \frac{\bar{N}_{xy}}{r_{xy}} + \frac{\bar{N}_{yx}}{r_{xy}} + \frac{\bar{N}_y}{r_y} + p_z &= 0\end{aligned}\dots\quad(2.12)$$

Cabe ressaltar que os esforços  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_{xy}$  passam a ser indicados com  $\bar{N}_x$ ,  $\bar{N}_y$  e  $\bar{N}_{xy}$ , respectivamente, para não haver confusão entre a solução completa e a solução de membrana.

Como já tinha sido admitido,  $\bar{N}_{xy} = \bar{N}_{yx}$ , o sistema se reduz a três equações e três incógnitas, permitindo, assim, a obtenção da solução de membrana.

### 2.4.1 - Cascas cônicas

As equações (2.12), para a obtenção da solução de membrana de uma estrutura em casca de revolução qualquer, foram definidas com um sistema de coordenadas ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Na procura da obtenção dos esforços e deslocamentos de membrana das cascas cônicas (Fig. 2.7), surge a conveniência de se efetuar a mudança para um sistema de coordenadas cilíndricas.

Introduzindo-se portanto nas equações (2.12) os seguintes parâmetros

$$\begin{array}{llll} \alpha_x = \theta & a_x = r_o & r_x = r_2 & \bar{N}_x = \bar{N}_\theta \\ \alpha_y = y & a_y = 1 & r_y = r_1 = \infty & \bar{N}_{xy} = \bar{N}_{\theta y} \end{array}$$

e considerando ainda que as derivadas de parâmetros geométricos em relação a  $\theta$  são nulas, devido à simetria de revolução da casca, o referido sistema de equações fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{N}_\theta}{\partial \theta} + \bar{N}_{\theta y} \frac{\partial r_o}{\partial y} + \frac{\partial (\bar{N}_{y\theta} r_o)}{\partial y} + p_\theta r_o &= 0 \\ \frac{\partial (\bar{N}_y r_o)}{\partial y} - \bar{N}_\theta \frac{\partial r_o}{\partial y} + \frac{\partial \bar{N}_{\theta y}}{\partial \theta} + p_y r_o &= 0 \quad \dots \quad (2.13) \end{aligned}$$

$$\frac{\bar{N}_\theta}{r_2} + p_z = 0$$

Nas equações acima,  $p_\theta$ ,  $p_y$  e  $p_z$  são as componentes de carregamento nas direções correspondentes (Fig. 2.8),  $\bar{N}_{\theta y} = \bar{N}_{y\theta}$ ;  $r_o = y \operatorname{sen}\alpha$ ,  $\partial r_o / \partial y = \operatorname{sen}\alpha$  e  $r_2 = y \operatorname{tg}\alpha$ , como pode observar-se na figura 2.7.

É importante ressaltar que o sistema de equações (2.13) permite a determinação dos esforços das cascas cônicas submetidas a carregamentos que podem, ou não, apresentar simetria de revolução.

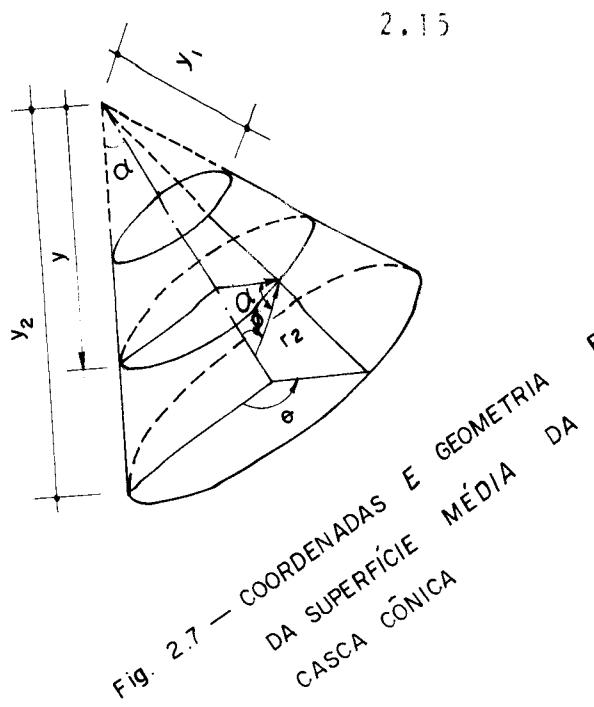


Fig. 2.7 - COORDENADAS E GEOMETRIA DA SUPERFÍCIE MÉDIA DA CASCA CÔNICA

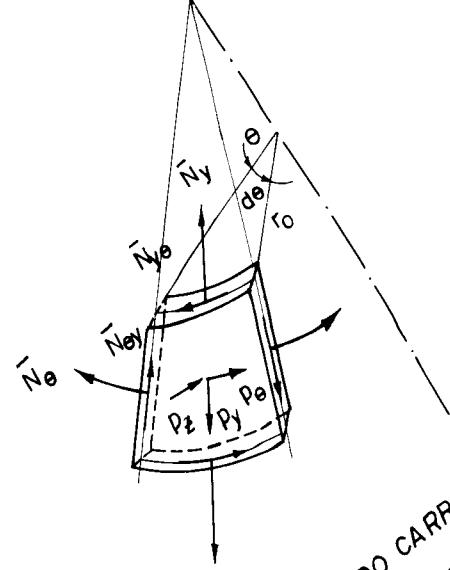


Fig. 2.8 - COMPONENTES DO CARREGAMENTO NUM ELEMENTO DE CASCA CÔNICA

Além da determinação dos esforços na estrutura, é necessário calcular os deslocamentos que permitam estabelecer a compatibilidade das vinculações. Assim, os deslocamentos num paralelo genérico da casca (Fig. 2.9) são calculados com as expressões abaixo (cfr. p. ex., BORN, 1968; HAMPE, 1970; CIECIELSKI, 1970):

$$\Delta_H = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{Eh} \left[ \bar{N}_\theta - v \bar{N}_y \right] y \quad \dots \quad (2.14)$$

$$\Delta_\alpha = - \frac{t g \alpha}{Eh} \left[ (\bar{N}_\theta - \bar{N}_y)(1+v) + y \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\bar{N}_\theta - v \bar{N}_y) \right]$$

onde  $\Delta_H$  representa o deslocamento horizontal e  $\Delta_\alpha$  a rotação da tangente ao meridiano.

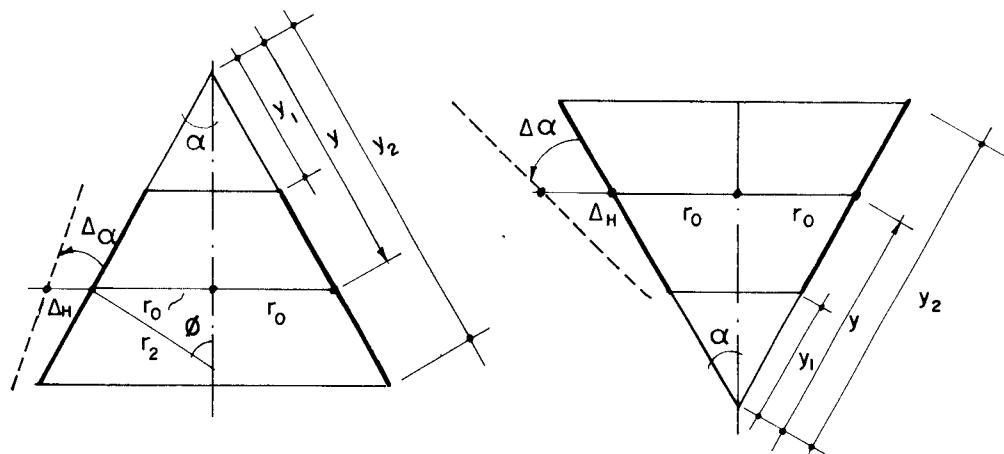


Figura 2.9 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS DAS CÁSCAS CÔNICAS

### 2.4.2 - Cascas cilíndricas

De forma análoga ao caso das cascas cônicas, efetuando-se a mudança do sistema  $(x, y, z)$  para coordenadas cilíndricas e considerando que o raio  $r_{cc}$  é constante para as cascas cilíndricas (Fig. 2.10), obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{N}_\theta}{\partial \theta} + r_{cc} \frac{\partial \bar{N}_y \theta}{\partial y} + p_\theta r_{cc} = 0$$

$$r_{cc} \frac{\partial \bar{N}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{N}_\theta y}{\partial \theta} + p_y r_{cc} = 0 \quad \dots \dots \quad (2.15)$$

$$\frac{\bar{N}_\theta}{r_{cc}} + p_z = 0$$

As equações acima são válidas para determinar os esforços na estrutura, submetida a carregamentos com simetria de revolução ou carregamentos que não possuem esta propriedade, e os valores  $p_\theta$ ,  $p_y$  e  $p_z$  são as componentes do carregamento (Fig. 2.11)

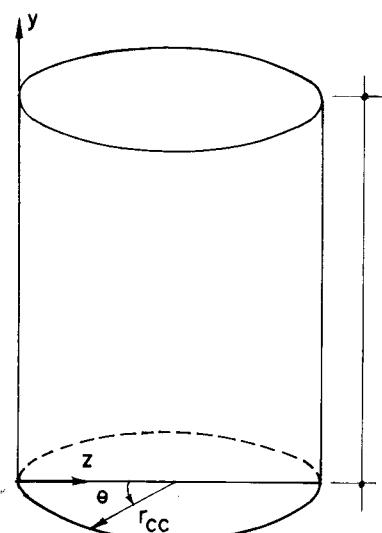


Fig. 2.10 — SISTEMA DE COORDENADAS  
PARA A CASCA CILINDRICA

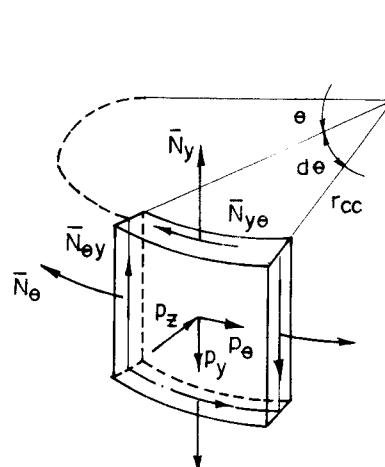


Fig. 2.11 — COMPONENTES DO CARREGAMENTO  
NUM ELEMENTO DE CASCA CILIN-  
DRICA

Os deslocamentos num paralelo genérico da casca, adotados positivos por conveniência, como se mostra na Fig. 2.12, são determinados com as seguintes expressões:

$$\Delta_H = - \frac{r_{cc}}{Eh} (\bar{N}_\theta - v \bar{N}_y) \quad \dots \quad (2.16)$$

$$\Delta_\alpha = - \frac{r_{cc}}{Eh} \cdot \frac{\partial}{\partial y} (\bar{N}_\theta - v \bar{N}_y)$$

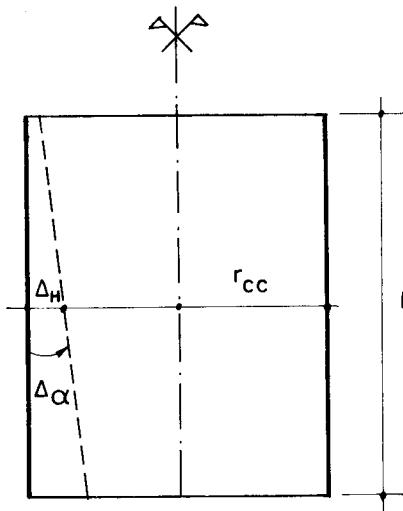


Figura 2.12 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS DA CASCA CILINDRICA

#### 2.4.3 - Efeitos térmicos. Variação de temperatura entre cobertura e recipiente

Como já foi citado anteriormente, o objetivo principal desta Dissertação é o estudo de um conjunto de reservatórios elevados, com recipiente em tronco de cone, que cubra o intervalo de volumes mais frequente na prática, com vistas à determinação dos valores mais convenientes dos parâmetros característicos desse tipo de reservatórios. Com isto, pretende-se orientar melhor a definição

ção da estrutura na fase de anteprojeto, aspecto que é decisivo para que as análises minuciosas posteriores não se façam sobre a estrutura definida inadequadamente.

Interessa, portanto, determinar com precisão coerente com esse objetivo fundamental os esforços mais significativos de maneira a caracterizar suficientemente bem os reservatórios mais convenientes para cada volume estudado e a permitir, por interpolação ou extrapolação, as características de reservatórios de capacidade intermediária entre os estudados.

Essa precisão pode e deve ser maior no caso de ações importantes e bem definidas, como é o caso das cargas devidas ao peso próprio e ao líquido armazenado e é necessariamente menor no caso de ações que, embora importantes, são definidas menos precisamente, como é o caso das ações térmicas.

Entre os casos de ações térmicas com simetria de revolução capazes de produzir esforços significativos na estrutura, destacam-se os seguintes:

- Variação de temperatura entre interior e exterior do reservatório.
- Variação de temperatura entre cobertura e recipiente.
- Variação de temperatura entre torre e fundo de reservatório ou entre torre e fundação.

Além dos casos citados, outros tipos de ações térmicas ocorrem na estrutura. Entretanto, provavelmente os esforços causados na estrutura serão pouco significativos quando comparados com os totais, pelo menos do ponto de vista da fixação de diretrizes de anteprojeto. É este o caso, entre outros, das variações de temperatura com assimetria.

A variação de temperatura entre interior e exterior do reservatório pode produzir acréscimos consideráveis nos valores totais das tensões quando se efetua o armazena-

mento de líquidos quentes a temperaturas razoavelmente altas, sendo nesses casos recomendável uma análise mais cuidadosa do problema. Não é este o caso considerado neste trabalho, para o qual o caso mais importante é o segundo.

A variação uniforme de temperatura da cobertura em relação ao recipiente e ao anel, ou seja temperaturas diferentes em ambas as partes, decorre da maior incidência dos raios solares na cobertura, quase que perpendicularmente nas horas próximas do meio dia, enquanto que a parede do recipiente, em virtude de sua forma, praticamente não recebe a incidência dos raios solares; por outro lado, a presença do líquido, mantido no interior a temperatura normal, contribui para garantir um aquecimento menor. Assim sendo, os esforços e deslocamentos de membrana são nulos, exceto o deslocamento horizontal, que vale:

$$\Delta_H = \Delta_t \cdot \alpha_t \cdot r \quad \dots \quad (2.17)$$

onde:  $\Delta_t$  é a variação de temperatura

$\alpha_t$  é o coeficiente de dilatação térmica do material, igual a  $10^{-5}^{\circ}\text{C}$  para o concreto armado (NB-1/78)

$r$  é o raio da cobertura no ponto considerado.

Quanto ao terceiro caso, o dos efeitos térmicos nas junções da torre com o fundo do recipiente ou com a fundação, não é ele objeto de análise neste trabalho, tendo em vista que os deslocamentos horizontais nas bordas de verão ser pequenos, pois dependem do raio, sendo lógico admitir que os esforços nessas junções serão pequenos.

#### 2.4.4 - Efeitos devido as vento

Tendo em vista o objetivo principal do presente trabalho, relembrados no item anterior, a determinação dos efeitos do vento, para os reservatórios aqui considerados,

é de interesse secundário em relação aos efeitos de outras ações, mesmo as térmicas.

Apresentam-se, neste item, as expressões para a determinação dos esforços de membrana nas cascas cônicas e na casca cilíndrica (torre) solicitadas por carregamentos devidos ao vento, relegando para o item 2.8 as considerações suplementares dos carregamentos horizontais devidos à ação do vento atuando ao longo da altura da estrutura.

Sendo que o carregamento produzido pela ação do vento não possui a propriedade de simetria de revolução, a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana nas citadas estruturas é mais complexa que nos casos de carregamentos com simetria de revolução. Entretanto, pode-se em primeira aproximação adotar o carregamento, como uma função periódica da seguinte forma:

$$p_z = p_v \cos \theta$$

onde  $p_z$  é a componente do carregamento na direção perpendicular à superfície da estrutura e  $p_v$  é a pressão horizontal do vento, determinada conforme a NB-599/78. Desta forma, os esforços de membrana para a casca côncica (Fig. 2.13.a) são dados pelas seguintes expressões (cfr. p. ex., BILLINGTON, 1965; BELES SOARE, 1969):

$$\begin{aligned} \bar{N}_\theta &= - p_v y \operatorname{sen} \alpha \cos \theta \\ \bar{N}_y &= - \frac{p_v \cos \theta}{\operatorname{sen} \alpha} \left( \frac{y^3 - y_1^3}{3y^2} - \frac{y^2 - y_1^2}{2y} \cos^2 \alpha \right) \dots \quad (2.18) \\ \bar{N}_{\theta y} &= - \frac{p_v}{3} \cdot \frac{y^3 - y_1^3}{y^2} \operatorname{sen} \theta \end{aligned}$$

e para a casca côncica (Fig. 2.13.b) são dados por:

$$\bar{N}_\theta = - p_v y \operatorname{sen} \alpha \cos \theta$$

$$\begin{aligned}\bar{N}_y &= \frac{p_v \cos \theta}{\operatorname{sen} \alpha} \left( \frac{y_2^3 - y^3}{3y^2} - \frac{y_2^2 - y^2}{2y} \cos^2 \alpha \right) \\ \bar{N}_{\theta y} &= \frac{p_v}{3} \frac{y_2^3 - y^3}{y^2} \operatorname{sen} \theta\end{aligned} \dots \quad (2.19)$$

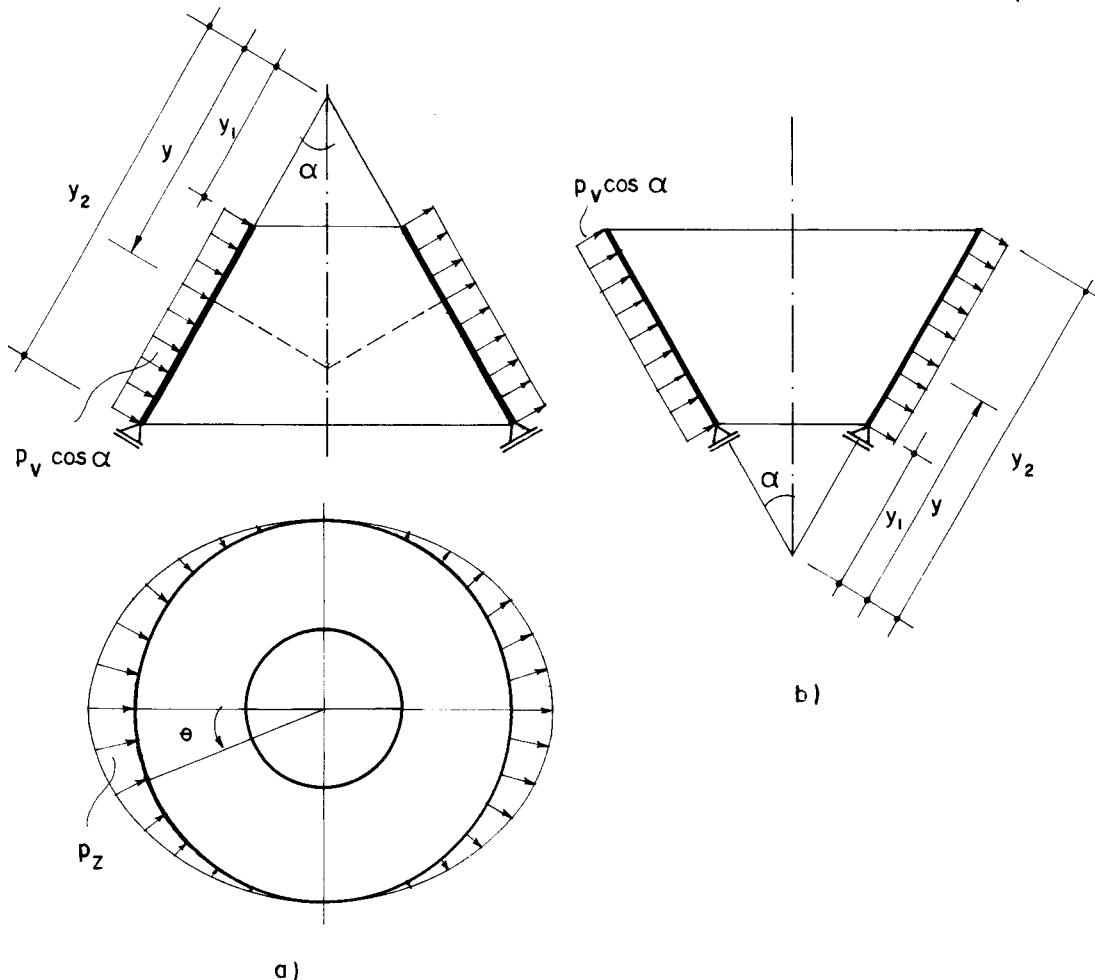


Figura 2.13 — CARREGAMENTOS DO VENTO NAS CASCAS CÔNICAS

Os esforços de membrana na casca cilíndrica (Fig. 2.14) são dados pelas seguintes expressões (36):

$$\begin{aligned}\bar{N}_{\theta} &= - p_v r_{cc} \cos \theta \\ \bar{N}_y &= p_v y^2 \cos \theta / 2 r_{cc} \\ \bar{N}_{\theta y} &= - p_v y \operatorname{sen} \theta\end{aligned} \dots \quad (2.20)$$

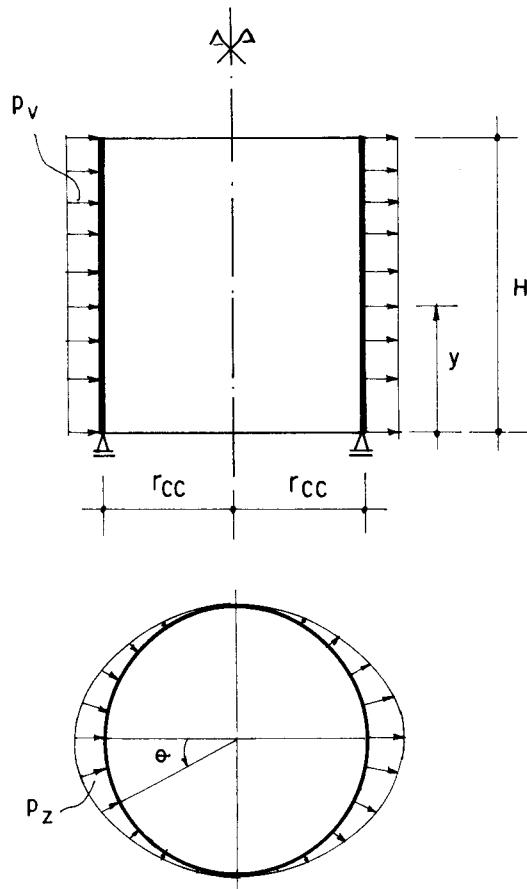


Figura 2.14—CARREGAMENTO DO VENTO NA CASCA CILINDRICA

A determinação aproximada dos deslocamentos horizontais de membrana tanto para as cascas cônicas como para a casca cilíndrica é feita considerando-se os valores máximos dos esforços de membrana nas bordas como constantes ao longo das bordas e utilizando as mesmas expressões para o cálculo dos deslocamentos horizontais em cascas carregadas simetricamente, por outro lado, a rotação da tangente ao meridiano é considerada nula.

## 2.5 - TEORIA DE FLEXÃO

O estudo da teoria de flexão das estruturas em casca permite a determinação dos esforços produzidos como consequência de alterações nas condições que regem o comportamento de membrana ou, dito de outra forma, representa

a parte suplementar para a obtenção dos esforços totais em estruturas arbitrariamente vinculadas.

Embora a solução completa seja extremamente complexa, é viável, para fins práticos, a utilização de soluções aproximadas que fornecem, sob algumas restrições, resultados satisfatórios para os casos de ações com simetria de revolução, os quais, como já se disse, são os de maior interesse para os fins deste trabalho.

#### 2.5.1 - Equações diferenciais gerais das cascas de revolução

Para as cascas sujeitas a cargas com simetria radial é possível, a partir das equações de equilíbrio (2.4), com as devidas compatibilizações de deslocamentos, a montagem do seguinte sistema de equações diferenciais (cfr., p. ex., TIMOSHENKO, 1959; BILLINGTON, 1965):

$$\begin{aligned} \frac{r_2}{r_1^2} \cdot \frac{d^2 U}{d\phi^2} + \frac{1}{r_1} \left[ \frac{d}{d\phi} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{r_2}{r_1} \operatorname{ctg}\phi - \frac{r_2}{r_1 h} \cdot \frac{dh}{d\phi} \right] \frac{dU}{d\phi} \\ - \frac{1}{r_1} \left[ \frac{r_1}{r_2} \operatorname{ctg}^2 \phi - v - \frac{v}{h} \cdot \frac{dh}{d\phi} \operatorname{ctg}\phi \right] U = Eh\chi \end{aligned} \quad \dots \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{r_2}{r_1^2} \frac{d^2 \chi}{d\phi^2} + \frac{1}{r_1} \left[ \frac{d}{d\phi} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{r_2}{r_1} \operatorname{ctg}\phi + \frac{3r_2}{r_1 h} \frac{dh}{d\phi} \right] \frac{d\chi}{d\phi} \\ - \frac{1}{r_1} \left[ v - \frac{3v \operatorname{ctg}\phi}{h} \cdot \frac{dh}{d\phi} + \frac{r_1}{r_2} \operatorname{ctg}^2 \phi \right] \chi = - \frac{U}{D} \end{aligned}$$

As variáveis  $\chi$  e  $U$  mostradas a seguir, são: a rotação da tangente ao meridiano ,

$$\chi = \frac{1}{r_1} (v + \frac{dw}{d\phi}) \quad \dots \quad (2.22)$$

e

$$U = r_2 Q_\phi \quad \dots \quad (2.23)$$

É importante ressaltar que as equações diferenciais (2.21) são válidas para a determinação dos esforços em cascas de revolução qualquer, submetidas a carregamentos com simetria radial. Este método de análise foi preconizado por REISSNER em 1912 no estudo das cascas esféricas e posteriormente estendido às demais cascas de revolução por MEISSNER em 1913.

### 2.5.2 - Solução de Geckeler

Esta solução aproximada é bastante utilizada para a determinação dos esforços oriundos de perturbações de flexão nas bordas de estruturas em casca de revolução, submetidas a carregamentos com simetria radial.

A aproximação de Geckeler, 1926; consiste em desprezar, no sistema de equações diferenciais gerais das cascas de revolução, os valores da função e a primeira derivada da função diante da segunda derivada.

### 2.5.3 - Cascas cônicas

Introduzindo-se a simplificação de Geckeler nas equações diferenciais (2.21), dividindo a casca cônica em uma série de faixas de largura  $\Delta s_1$ ,  $\Delta s_2$ ,  $\Delta s_3$ , etc. para as quais se admitem constante  $r_2 = r_{2,i}$  (Fig. 2.15) e considerando ainda que no limite pode substituir-se o segmento ds da geratriz por  $r_1 d\phi$ , obtém-se:

$$\frac{r_2^2 d^2 U}{ds^2} - Eh \chi = 0 \quad \dots \quad (2.24)$$

$$\frac{r_2^2 d^2 \chi}{ds^2} + \frac{U}{D} = 0$$

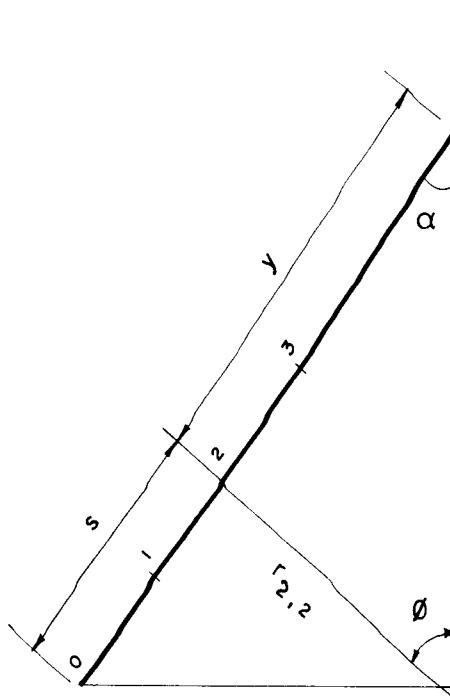


Figura 2.15 — DIVISÃO DA CASCA CÔNICA

efetuando-se a resolução do sistema (2.24) por substituição e considerando que  $r_2 = y/\operatorname{ctg} \alpha$ , resulta:

$$\frac{d^4 \chi}{ds^4} + \frac{12(1-v^2)\operatorname{ctg}^2 \alpha}{y^2 h^2} \chi = 0 \quad \dots \quad (2.25)$$

Fazendo-se

$$L = \sqrt[4]{\frac{y^2 h^2}{3(1-v^2)\operatorname{ctg}^2 \alpha}} \quad \dots \quad (2.26)$$

e

$$\eta = \frac{s}{L} \quad \dots \quad (2.27)$$

a equação diferencial (2.25) pode ser escrita na seguinte forma CIESIELSKI (14):

$$\frac{d^4 \chi}{d\eta^4} + 4\chi = 0 \quad \dots \quad (2.28)$$

É importante, porém, definir que o parâmetro L (denominado de  $L_1$  ou  $L_2$  para  $y = y_1$  ou  $y_2$ , respectivamente,

em se tratando da borda 1 ou 2, Fig. 2.16) e o valor do parâmetro adimensional  $\eta$  dependem da distância do ponto em consideração à borda em exame e ao valor correspondente de  $L$ .

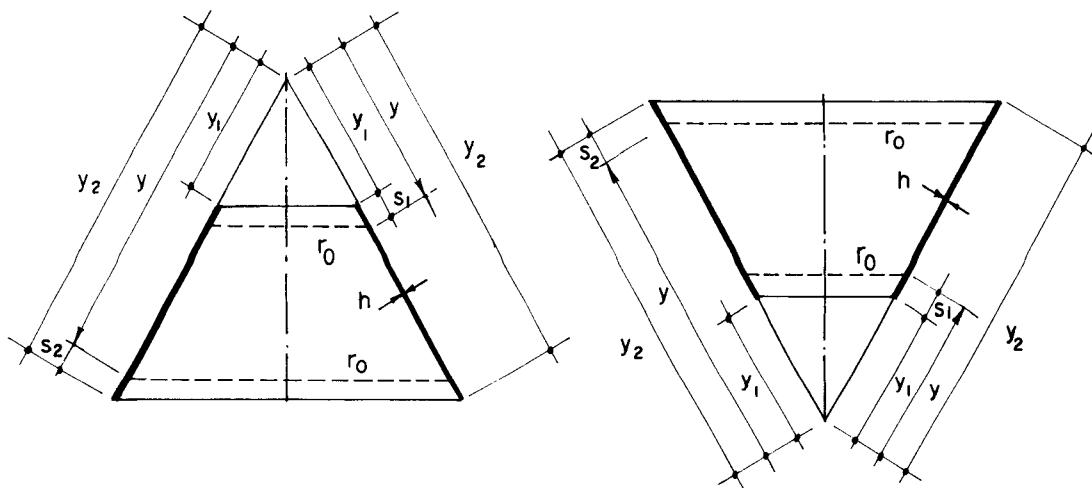


Figura 2.16 — SISTEMA DE COORDENADAS DAS CASCAS CÔNICAS

Por outro lado, a solução da equação diferencial (2.28) tem quatro constantes de integração, as quais são reduzidas a duas no caso da casca cônica fechada, já que as outras duas constantes são realmente nulas. Entretanto, no caso da casca cônica aberta, pode-se considerar na solução unicamente duas constantes de integração admitindo que a casca seja longa, isto é, que as ações aplicadas em uma borda têm efeitos desprezíveis na outra.

A fixação dos limites para os quais a casca deve ser considerada longa depende unicamente da precisão desejada nos resultados. Assim, por exemplo, para valores de  $\eta = s/L$  entre 3,0 e 6,0 a casca pode ser considerada longa; fora destes limites, ou seja, para valores menores que 3,0 é curta e para valores maiores que 6,0 é longa mesmo; como pode-se observar na Fig. 5.6.

Considerando-se então a casca cônica como longa, a solução da equação diferencial (2.28) é a seguinte:

$$x = e^{-\eta} (C_1 \cos \eta + C_2 \sin \eta) \quad \dots \quad (2.29)$$

Com a solução da equação diferencial, pode-se determinar os valores dos esforços através das seguintes relações (BEYER, 1959; CIESIELSKI, 1970):

$$M_y = -D \frac{dX}{dy}$$

$$M_\theta = -D \left( v \frac{dX}{dy} + \frac{X}{y} \right)$$

$$Q_y = -D \frac{d^2 X}{dy^2} \quad \dots \quad (2.30)$$

$$N_y = -Q_y \operatorname{tg} \alpha$$

$$N_\theta = \frac{d(N_y \cdot y)}{dy}$$

e os deslocamentos com as seguintes expressões:

$$\Delta_H = \frac{y \operatorname{sen} \alpha}{Eh} N_\theta \quad \dots \quad (2.31)$$

$$\Delta_\alpha = X$$

Para a determinação dos esforços finais deve-se calcular o valor das constantes  $C_1$  e  $C_2$ , estabelecendo a compatibilidade dos deslocamentos finais da borda com as condições de vinculação impostas, ou seja, determinar o valor das constantes através da utilização das condições de contorno.

#### 2.5.4 - Cascas cilíndricas

Introduzindo-se as particularidades geométricas da casca cilíndrica (Fig. 2.17) nas equações gerais de equilíbrio (2.4) e nas expressões (2.10) e denominando de s

a distância do ponto em consideração à borda em exame, análogamente ao caso das cascas cônicas, obtém-se a seguinte equação diferencial homogênea:

$$\frac{d^4 w}{ds^4} + \frac{12(1-v^2)}{r_{cc}^2 h^2} w = 0 \quad \dots \quad (2.32)$$

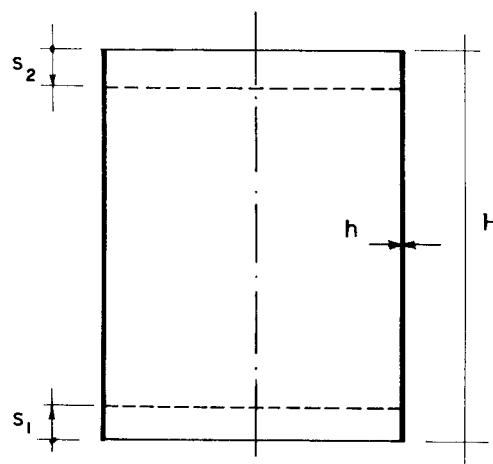


Figura 2.17 — SISTEMA DE COORDENADAS PARA  
A CASCA CILIÁDRICA

É importante ressaltar, que neste caso particular não é necessário a utilização da simplificação de Geckeler, já que as expressões gerais entre esforços e deslocamentos ficam simplificadas apenas pela geometria da casca .

Fazendo-se:

$$L = \sqrt[4]{\frac{r_{cc}^2 h^2}{3(1-v^2)}} \quad \dots \quad (2.33)$$

e

$$\eta = \frac{s}{L} \quad \dots \quad (2.34)$$

a equação diferencial pode ser escrita como segue:

$$\frac{d^4 w}{d^4 \eta} + 4w = 0 \quad \dots \quad (2.35)$$

Analogamente às cascas cônicas a solução da equação diferencial tem quatro constantes de integração, as quais são reduzidas a duas, se a casca é considerada longa. Então a solução fica:

$$w = e^{-\eta} (C_1 \cos \eta + C_2 \sin \eta) \quad \dots \quad (2.36)$$

As constantes  $C_1$  e  $C_2$  são determinadas com a utilização das condições de contorno.

Com a solução da equação diferencial, pode-se determinar os valores dos esforços através das seguintes relações (BILLINGTON, 1965):

$$\begin{aligned} M_y &= -D \frac{d^2 w}{dy^2} \\ Q_y &= -D \frac{d^3 w}{dy^3} \end{aligned} \quad \dots \quad (2.37)$$

$$M_\theta = v M_y$$

$$N_\theta = - \frac{Eh}{r_{cc}} w$$

e os deslocamentos com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \Delta_H &= w \\ \Delta_\alpha &= \frac{dw}{dy} \end{aligned} \quad \dots \quad (2.38)$$

### 2.5.5 - Casca esférica equivalente

Este tipo de solução aproximada consiste em substituir uma casca de revolução e meridiano qualquer (parabólica, elíptica, cônica, etc) por uma casca esférica (Fig. 2.18) tangenciando a borda em exame e com a mesma espessura (BELLUZZI, 1953).

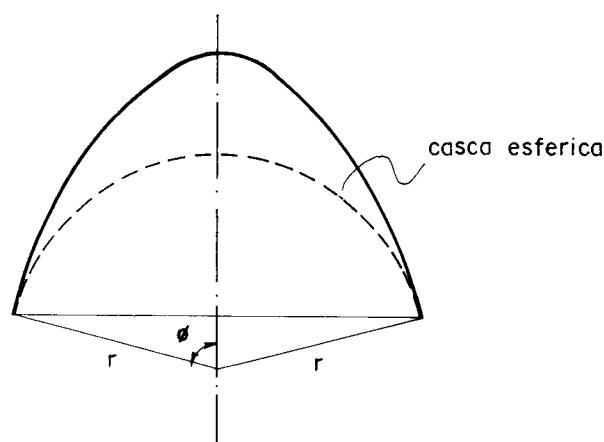


Figura 2.18 — CASCA ESFÉRICA EQUIVALENTE

Considerando-se que em um pequeno trecho na região da borda as duas cascas se confundem, então ao se aplicar esforços horizontais  $H$  e momentos distribuídos  $M$  na borda os deslocamentos  $\Delta_H$  e  $\Delta_\alpha$  e consequentemente os coeficientes de flexibilidade devem ser aproximadamente iguais nas duas cascas.

Pode-se portanto, utilizar a casca esférica equivalente para a obtenção dos esforços nas proximidades da borda de estruturas em casca de revolução com meridianos quaisquer. Ressalta-se, porém, que os erros dependem da proximidade do ponto em consideração à borda, já que os mesmos aumentam à medida que as superfícies das duas cascas se distanciam, ao afastar-se da borda.

### 2.5.6 - Aproximação de Hanna

Esta aproximação, baseada em resultados experimentais em cascas esféricas com espessura linearmente variável, consiste em admitir que os esforços e deslocamentos na região da borda sejam iguais aos da mesma casca com espessura constante equivalente.

Pode-se utilizar a aproximação de Hanna também para cascas cônicas com espessura variável, levando em conta que os esforços e deslocamentos nas proximidades da borda podem ser obtidos com razoável aproximação mediante a utilização da casca esférica equivalente.

Assim sendo, a espessura equivalente é a que a casca apresenta a uma distância  $S_a$  da borda, determinada com BILLINGTON, (10):

$$S_a = 0,5 \sqrt{r h_m} \quad \dots \quad (2.39)$$

e a região de engrossamento (Fig. 2.19) deve-se estender a uma distância  $S$  a partir da borda, dada por:

$$S = 2 \sqrt{r h_m} \quad \dots \quad (2.40)$$

onde  $h_m$  representa a espessura média da região de engrossamento e  $r$  é o raio da casca esférica equivalente correspondente.

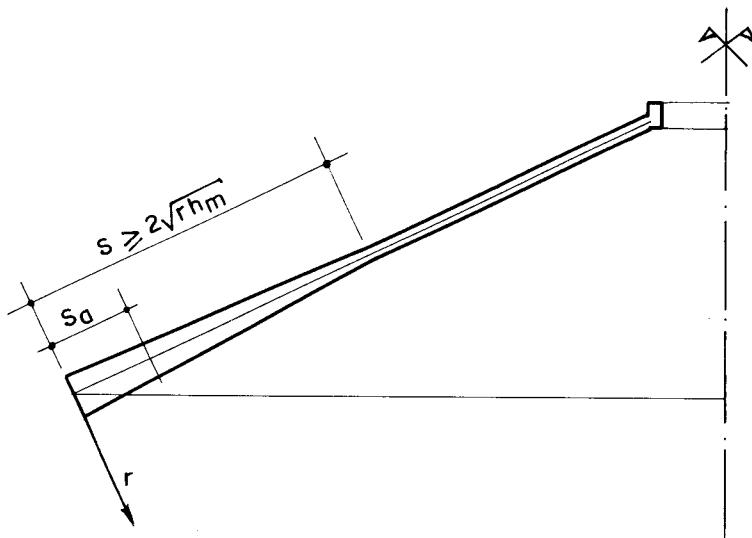


Figura 2.19 — REGIÃO DE ENGROSSAMENTO DA CASCA CÔNICA

## 2.6 - Anel de borda

É muito frequente na construção de reservatórios a utilização de anéis na ligação entre duas cascas ou nas aberturas da parte superior de coberturas em casca.

A função principal desse elemento estrutural é limitar os deslocamentos horizontais nas bordas das cascas, não permitindo, portanto, o aparecimento de esforços anulares muito grandes nessas regiões.

O caso geral é o do anel submetido a uma força horizontal uniformemente distribuída, atuando fora do centro de gravidade da seção transversal (Fig. 2.20), tratado logo a seguir centrando a força e aplicando o momento correspondente.

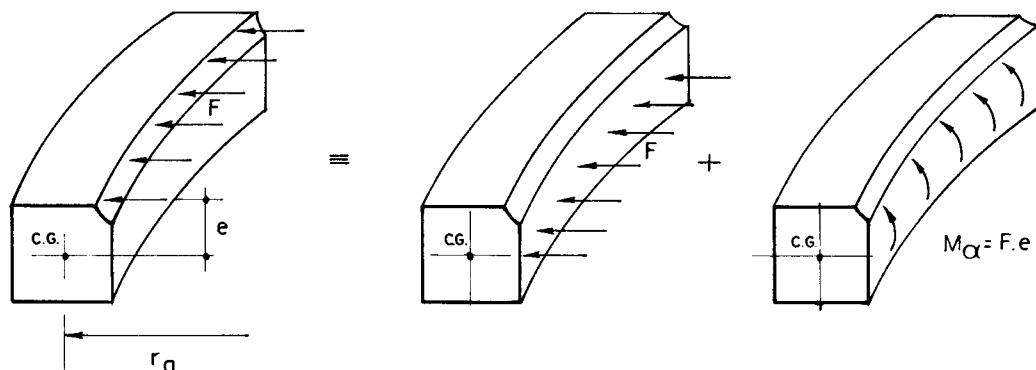


Figura 2.20 — FORÇA HORIZONTAL EXCÊNTRICA DESCOMPOSTA EM FORÇA CENTRADA E MOMENTO

#### 2.6.1 - Esforços e deslocamentos devidos a uma força horizontal centrada

A força  $F$  horizontal distribuída atuando no centro de gravidade da seção transversal (Fig. 2.21) produz uma força circumferencial  $T$  de tração no anel que vale:

$$T = F \cdot r_a \quad \dots \quad (2.41)$$

onde  $r_a$  é o raio do anel no centro de gravidade da seção transversal.

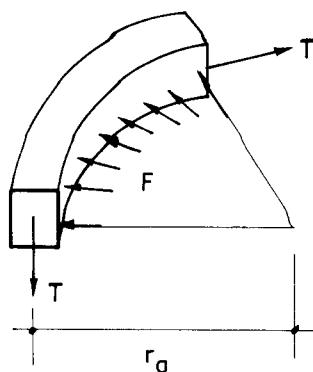


Figura 2.21 — FORÇA HORIZONTAL DISTRIBUIDA ATUANDO NO CENTRO DE GRAVIDADE DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO ANEL

O aumento do raio do anel correspondente à deformação produzida pela força horizontal  $F$ , é dado por:

$$\Delta_H = \frac{r_a^2}{EA} F \quad \dots \quad (2.42)$$

onde  $A$  representa a área da seção transversal do anel.

#### 2.6.2 - Esforços e deslocamentos devidos a um momento uniformemente distribuído

Considerando-se o equilíbrio do anel solicitado por um momento  $M_\alpha$  distribuído (Fig. 2.22.a), obtém-se que o momento fletor  $M_x$  solicitante vale (cfr., p. ex., BILLINGTON, 1965), ou através dos vetores momento (Fig. 2.22.b).

$$M_x = M_\alpha \cdot r_a \quad \dots \quad (2.43)$$

A rotação devida ao momento  $M_\alpha$  atuando no anel, é:

$$\Delta_\alpha = \frac{r_a^2}{EI} M_\alpha \quad \dots \quad (2.44)$$

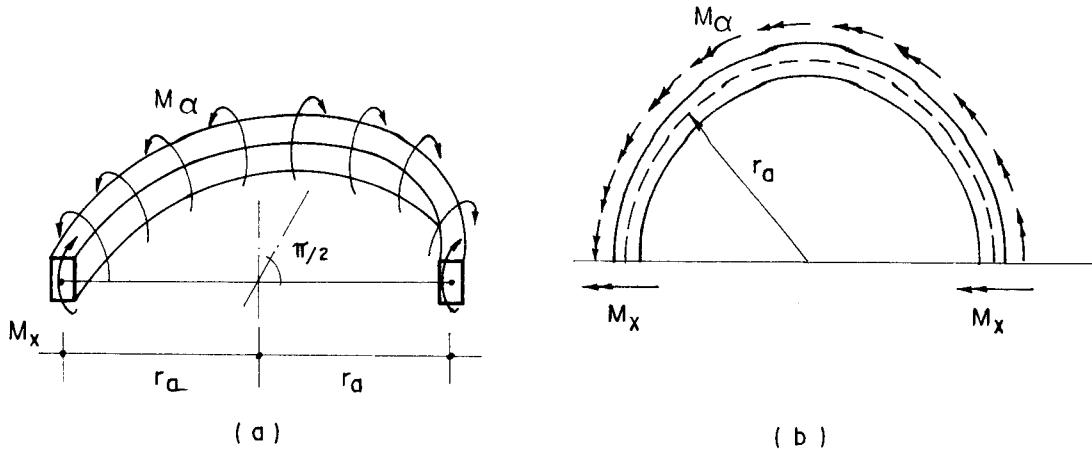


Figura 2.22 — MOMENTOS ATUANTES NOS ANEL

onde  $I$  é o momento de inércia da seção transversal do anel.

Conhecendo-se a rotação da seção transversal do anel, pode-se calcular o deslocamento horizontal de um ponto qualquer da seção, com a seguinte expressão:

$$\Delta_H = y \cdot \Delta_\alpha \quad \dots \quad (2.45)$$

sendo  $y$  a distância do ponto ao plano horizontal que passa pela linha neutra da seção transversal do anel.

Em casos onde a largura  $b$  entre as faces interna e externa da seção transversal do anel é considerada grande em relação ao raio interno do anel, a expressão (2.44) já não pode mais ser utilizada, sendo então necessário, para se calcular a rotação, recorrer à seguinte expressão (cfr., TIMOSHENKO, 1956):

$$\Delta_\alpha = \frac{12 r_a M_\alpha}{E d^3 \log_e(1+b/r_i)} \quad \dots \quad (2.46)$$

onde  $d$  e  $b$  representam respectivamente, a altura e a largura da seção transversal do anel e  $r_i$  o raio interno do anel.

## 2.7 - PLACAS E CHAPAS

As placas e as chapas são estruturas com superfície média plana onde a espessura  $h$  é pequena em relação às outras dimensões.

A diferença entre as placas e as chapas consiste em que as placas estão sujeitas a forças que atuam perpendicularmente à superfície média e as chapas são solicitadas por forças contidas no plano da superfície média.

Deve-se ressaltar que hipóteses análogas às enunciadas para as estruturas em casca são válidas também para este tipo de estruturas (ver, por exemplo, GRAVINA, 1957; TIMOSHENKO, 1959).

### 2.7.1 - Placas anulares

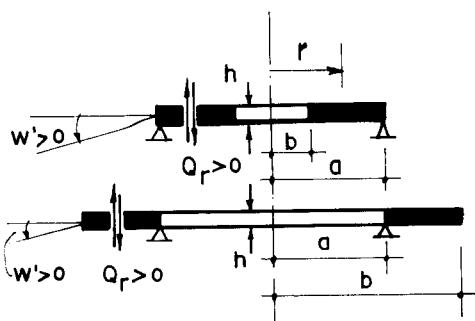
Para as placas anulares de espessura constante as equações diferenciais fundamentais das placas podem ser escritas em coordenadas  $(r, \theta)$ , devido à simetria central geométrica existente.

Por outro lado, todas as grandezas em função desses parâmetros ficam simplificadas, considerando-se que existe simetria de carregamento. Assim, todas as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos obtidas através da solução da equação diferencial ficam expressas unicamente em função da coordenada  $r$  e todas as grandezas em relação a  $\theta$  são nulas, já que as derivadas em relação a este parâmetro são nulas.

Após as considerações anteriormente apontadas, deve-se ressaltar que a maioria dos casos correntes na prática de placas circulares ou anulares, com vinculações e carregamentos diversos, são encontrados em BEYER (9), de onde foram extraídos alguns casos de placas anulares simplesmente apoiadas em um dos contornos e solicitadas por carregamentos diversos, apresentados nos quadros 2.1 a 2.5.

A resolução dos casos mais complexos pode ser feita mediante a utilização do Processo dos Esforços com a superposição dos efeitos dos casos mais simples.

QUADRO 2.1 - Notação e convenção de sinais



$$\left. \begin{array}{l} M_r > 0 \\ M_t > 0 \end{array} \right\} \text{Tração na face inferior}$$

$a$  = raio ao contorno apoiado

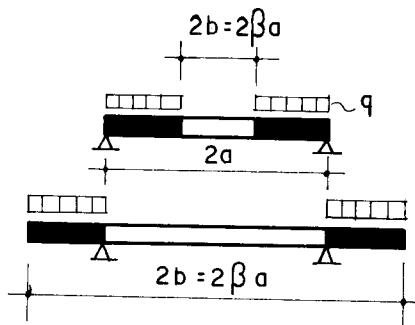
$b$  = raio ao contorno livre

$$\rho = \frac{r}{a} ; \quad \beta = \frac{b}{a} ; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} ; \quad w' = \frac{dw}{dr}$$

$$\phi_0 = 1 - \rho^4 ; \quad \phi_1 = 1 - \rho^2 ; \quad \phi_2 = \rho^2 \ln \rho$$

$$\phi_3 = \ln \rho ; \quad \phi_4 = \frac{1}{\rho^2} - 1$$

QUADRO 2.2 - Placa anular com carga uniformemente distribuída



$$x_1 = (3+\nu) + 4(1+\nu) \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \ln \beta$$

$$x_2 = (3+\nu) - 4(1+\nu) \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \ln \beta$$

$$w = \frac{q a^4}{64 D} \left\{ \frac{2}{1+\nu} \left[ (3+\nu) - \beta^2 x_2 \right] \phi_1 - \phi_0 - \frac{4}{1-\nu} \beta^2 x_1 \phi_3 - 8\beta^2 \phi_2 \right\}$$

$$M_r = \frac{q a^2}{16} \left[ (3+\nu) \phi_1 - \beta^2 x_1 \phi_4 + 4(1+\nu) \beta^2 \phi_3 \right]; \quad Q_r = - \frac{q a}{2} (\rho - \frac{\beta^2}{\rho})$$

$$M_t = \frac{q a^2}{16} \left\{ (1+3\nu) \phi_1 + \beta^2 x_1 \phi_4 + 4(1+\nu) \beta^2 \phi_3 + 2(1-\nu) - 2\beta^2 \left[ 2(1-\nu) - x_1 \right] \right\}$$

$$\text{Para } \rho = \beta: \quad w = \frac{q a^4}{64 D} \left\{ \left[ (5+\nu) - (7+3\nu) \beta^2 \right] \frac{1-\beta^2}{1+\nu} - \frac{4}{1-\nu} \beta^2 x_1 \ln \beta \right\}$$

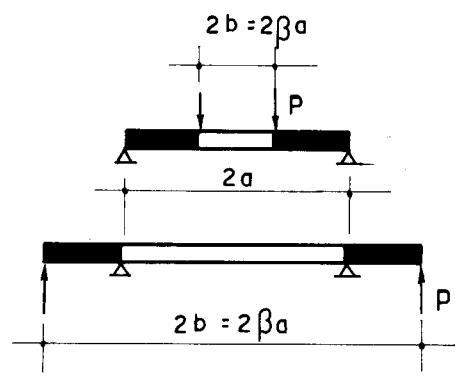
$$w' = - \frac{q a^2 b}{8D(1+\nu)} \left( \frac{x_1}{1-\nu} - \beta^2 \right); \quad M_t = \frac{q a^2}{8} \left[ x_1 - (1-\nu) \beta^2 \right]$$

$$\text{Para } \rho = 1: \quad w' = - \frac{q a^3}{8D(1+\nu)} \left[ 1 - \beta^2 \left( 2 - \frac{x_1}{1-\nu} \right) \right]$$

$$M_t = \frac{q a^2}{8} \left\{ (1-\nu) - \beta^2 \left[ 2(1-\nu) - x_1 \right] \right\};$$

$$Q_r = - \frac{q a}{2} (1-\beta^2)$$

QUADRO 2.3 - Placa anular com cargas concentradas ao longo do contorno livre



$$x = \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \ln \beta$$

$$w = \frac{P a^2 b}{8 D} \left[ \left( \frac{3+\nu}{1+\nu} - 2x \right) \phi_1 + 4 \frac{1+\nu}{1-\nu} x \phi_3 + 2\phi_2 \right]$$

$$M_r = - \frac{P b}{2} (1+\nu) (-x \phi_4 + \phi_3) ; Q_r = - P \frac{\beta}{\rho}$$

$$M_t = - \frac{P b}{2} (1+\nu) \left[ x \phi_4 + \phi_3 + (2x - \frac{1-\nu}{1+\nu}) \right]$$

$$\text{Para } \rho = \beta: w = \frac{P a^2 b}{8 D} \left[ \frac{3+\nu}{1+\nu} (1-\beta^2) + 4 \frac{1+\nu}{1-\nu} x \ln \beta \right]$$

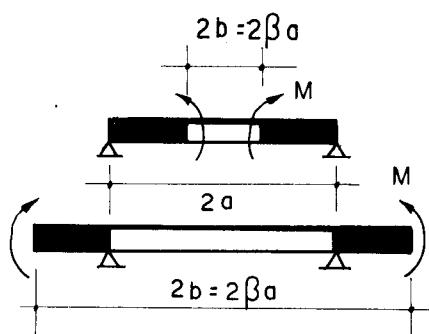
$$w' = - \frac{P a^2}{2D(1+\nu)} (\beta^2 - 2x \frac{1+\nu}{1-\nu})$$

$$M_t = - \frac{P b}{2} (1+\nu) (2 \frac{x}{\beta^2} - \frac{1-\nu}{1+\nu}) ; Q_r = - P$$

$$\text{Para } \rho = 1: w' = - \frac{P a b}{2D(1+\nu)} (1 - 2x \frac{1+\nu}{1-\nu}) ; Q_r = - P \beta$$

$$M_t = - \frac{P b}{2} (1+\nu) (2x - \frac{1-\nu}{1+\nu})$$

QUADRO 2.4 - Placa anular com momentos aplicados ao longo do contorno livre



$$w = - \frac{M b^2}{2D(1+\nu)} \frac{1}{1-\beta^2} (\phi_1 - 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \phi_3)$$

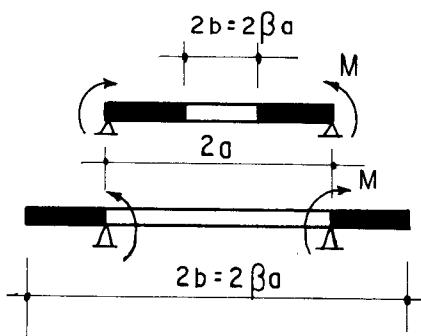
$$M_r = M \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \phi_4 ; \quad M_t = -M \frac{\beta^2}{1-\beta^2} (\phi_4 + 2) ; \quad Q_r = 0$$

$$\text{Para } \rho = \beta: \quad w = - \frac{M b^2}{2D(1+\nu)} (1 - 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\ln \beta}{1-\beta^2})$$

$$w' = \frac{M b}{D(1+\nu)} \frac{1}{1-\beta^2} (\beta^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu}) ; \quad M_t = -M \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}$$

$$\text{Para } \rho = 1: \quad w' = 2 \frac{M b}{D(1-\nu^2)} \frac{\beta}{1-\beta^2} ; \quad M_t = -2M \frac{\beta^2}{1-\beta^2}$$

QUADRO 2.5 - Placa anular com momentos aplicados ao longo do contorno apoiado



$$w = \frac{M a^2}{2D(1+\nu)(1-\beta^2)} (\phi_1 - 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \beta^2 \phi_3)$$

$$M_r = M \left(1 - \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \phi_4\right) ; \quad M_t = M \left(\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \phi_4\right) ; \quad Q_r = 0$$

$$\text{Para } \rho = \beta: \quad w = \frac{M a^2}{2D(1+\nu)} \left(1 - 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \ln \beta\right)$$

$$w' = - \frac{M b}{D(1-\nu^2)} \frac{2}{1-\beta^2} ; \quad M_t = M \frac{2}{1-\beta^2}$$

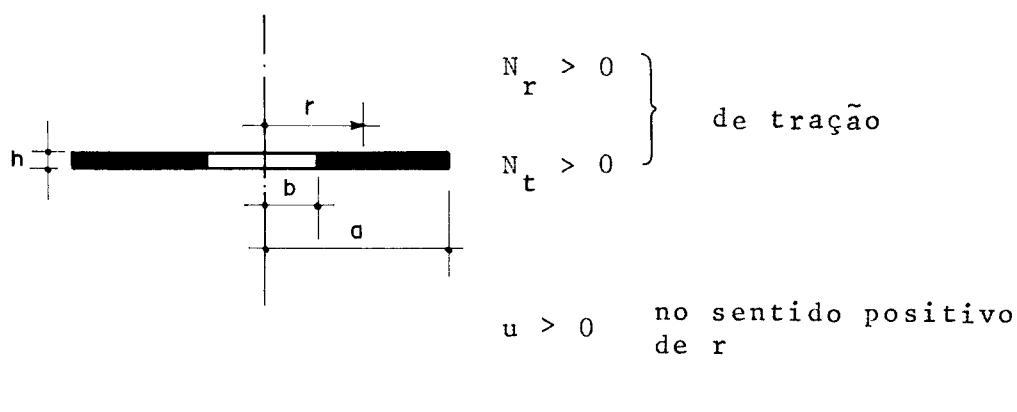
$$\text{Para } \rho = 1: \quad w' = - \frac{M a}{D(1+\nu)(1-\beta^2)} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \beta^2\right) ; \quad M_t = M \frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}$$

## 2.7.2 - Chapas anulares

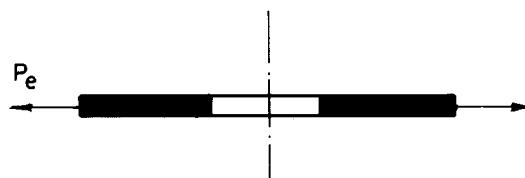
Interessa nas chapas anulares de espessura constante a avaliação dos efeitos produzidos por carga e deslocamentos impostos com simetria central e aplicados radialmente.

Dessa forma, são apresentados nos quadros 2.6 a 2.8 as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos radiais em chapas anulares solicitadas por esforços aplicados no contorno e que foram extraídos de HAMPE (24)

QUADRO 2.6 - Notação e convenção de sinais



QUADRO 2.7 - Carga aplicada no contorno externo

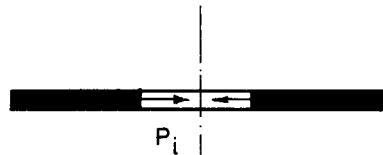


$$N_r = \frac{P_e}{1-\beta^2} \frac{\rho^2 - \beta^2}{\rho^2}$$

$$N_t = \frac{P_e}{1-\beta^2} \frac{\rho^2 + \beta^2}{\rho^2}$$

$$u = \frac{P_e \cdot a}{Eh(1-\beta^2)} \frac{(1-v)\rho^2 + (1+v)\beta^2}{\rho}$$

QUADRO 2.8 - Carga aplicada no contorno interno



$$N_r = \frac{P_i \beta^2}{1-\beta^2} \frac{1-\rho^2}{\rho^2}$$

$$N_t = - \frac{P_i \beta^2}{1-\beta^2} \frac{1+\rho^2}{\rho^2}$$

$$u = - \frac{P_i \beta^2 a}{Eh(1-\beta^2)} \frac{(1+v) + (1-v)\rho^2}{\rho}$$

## 2.8 - CARGAS HORIZONTAIS NA ESTRUTURA

Inicialmente é importante citar que embora se tenham considerado no item 2.4.4 os efeitos das cargas horizontais devidas à ação do vento atuando isoladamente nas cascas cônicas e cilíndrica, trata-se agora de mostrar apenas uma forma aproximada de calcular este carregamento do vento atuando no conjunto estrutural, visando verificações posteriores dos efeitos por ele provocados na base da torre e na fundação da estrutura.

Além das forças horizontais produzidas pela pressão do vento atuando na estrutura, outros tipos de forças horizontais eventualmente podem acontecer, como por exemplo, as provocadas por fenômenos sísmicos, ressaltando-se que nesses casos é recomendável a realização de estudos mais sofisticados.

No caso particular dos reservatórios elevados em análise, é importante destacar que embora não sejam apresentadas neste texto verificações locais dos efeitos devidos à ação do vento no reservatório propriamente dito, este tipo de verificações é necessário em estruturas de grande superfície exposta. Por outro lado, apresentam-se no exemplo do capítulo 5 apenas verificações aproximadas das tensões atuantes na base da torre e na fundação produzidos pelos efeitos combinados mais desfavoráveis do vento, peso próprio, sobrecarga e água.

Outro aspecto importante que não pode deixar de mencionar-se é o fato de que em reservatórios de grande volume sobre torres de grande altura é recomendável uma análise mais apurada sobre os efeitos produzidos pela ação do vento.

Para o cálculo das pressões devidas ao vento, conforme as indicações da NB-599/78, item 3.2, a pressão é calculada mediante a seguinte expressão:

$$p_v = v_k^2 / 16 \quad \dots \quad (2.47)$$

onde  $p_v$  é a pressão do vento em  $\text{kgf/m}^2$ , e  $v_k$  é a velocidade característica do vento em  $\text{m/s}$ , dada por:

$$v_k = v_o s_1 s_2 s_3 \quad \dots \quad (2.48)$$

onde  $v_o$  é a velocidade básica do vento e  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$  são fatores calculados através dos itens 4.2 a 4.4 da citada norma.

A obtenção dos carregamentos distribuídos ao longo da altura da estrutura por unidade de comprimento é calculada de forma aproximada, multiplicando-se o valor da pressão pelo diâmetro externo das diversas partes da estrutura, resultando assim, os carregamentos esquematizados na Fig. 2.23.

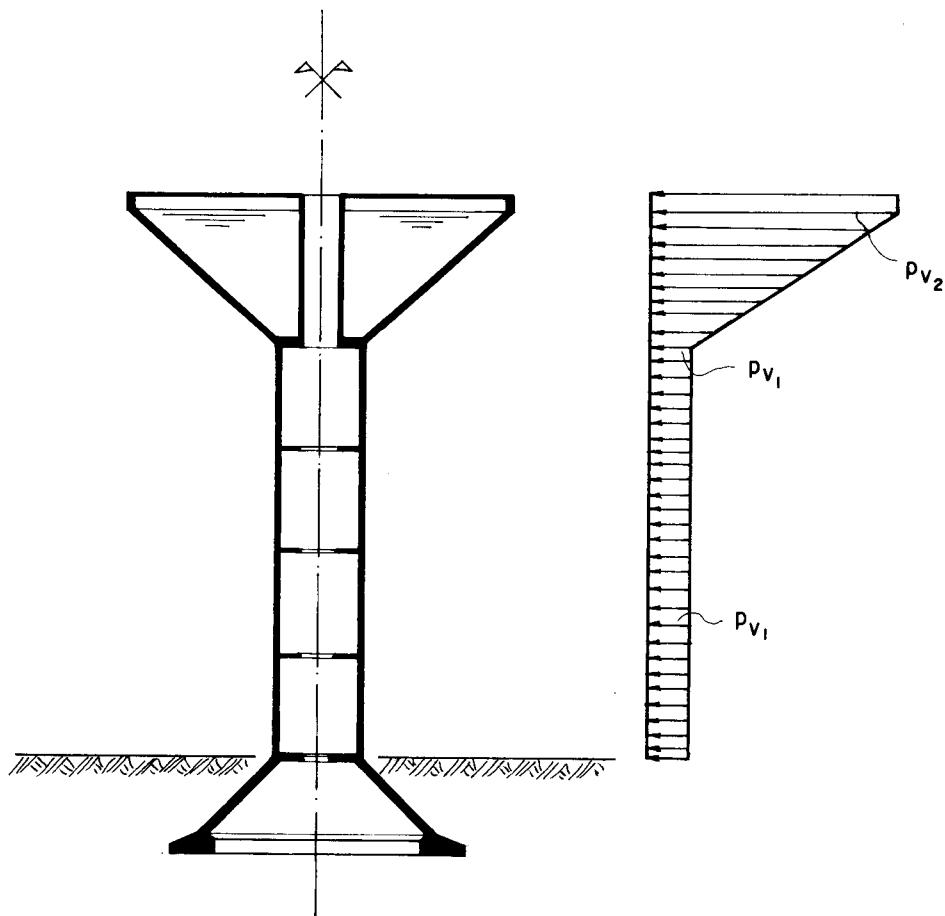


Figura 2.23 — AÇÃO DO VENTO NA ESTRUTURA

## 2.9 - FUNDAÇÕES

Embora as estruturas para fundações constituam, sem dúvida nenhuma, um aspecto de fundamental importância, não se reserva a elas, neste texto, o tratamento que este tipo de estruturas merece, devido ao fato que se dispensa maior atenção à análise das estruturas para reservatórios propriamente ditos. Entretanto, citam-se diversos trabalhos na seguinte bibliografia (2 ,13 ,16 ,28 ,33 ,34 ,35 ,37) , onde os autores apresentam tabelas e ábacos que permitem o cálculo dos esforços e deslocamentos, em particular POULOS e DAVIS (35) , que apresentam uma obra completa densamente ilustrada para a determinação dos esforços e deslocamentos em estacas isoladas e em grupo, submetidas aos mais diversos tipos de solicitações e confinamentos no solo.

No presente trabalho, apresenta-se um tipo de fundação constituída por tronco de cone apoiada em sapata em coroa de círculo (Fig. 2.1), acrescentando porém que, no exemplo de cálculo do capítulo 5, se faz unicamente uma análise aproximada desde o ponto de vista estrutural admitindo-se um comportamento linear de tensões do solo.

### 3. ROTEIROS DE CÁLCULO

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Trata-se, neste capítulo, de fixar as seqüências de cálculo que permitam, através da utilização dos fundamentos apresentados no capítulo 2, a determinação completa dos esforços nos diferentes elementos estruturais dos reservatórios analisados neste trabalho.

É importante citar que a determinação dos esforços em cada elemento é feita desmembrando a estrutura global em elementos isolados e efetuando-se as devidas compatibilizações dos deslocamentos nas vinculações mediante a aplicação do Processo dos Esforços.

##### 3.1.1 - Considerações gerais

O cálculo aproximado da estrutura é feito dividindo-se o conjunto nas três sub-estruturas seguintes: reservatório propriamente dito, torre e fundação, dando-se ênfase especial ao cálculo do reservatório.

Para a obtenção dos esforços e deslocamentos, o reservatório é desmembrado por sua vez em elementos isolados, como se mostra nas figuras 3.1 e 3.2, que constituem respectivamente, os sistemas fundamentais do reservatório em casca cônica recipiente com coberturas em laje e casca cônica.

Por outro lado, as incógnitas hiperestáticas são consideradas positivas conforme os sentidos indicados nas citadas figuras, e representam forças horizontais por unidade de comprimento ou momentos fletores também por unidade de comprimento.

É importante também deixar aqui registrado, que neste capítulo são unicamente considerados os efeitos dos carregamentos verticais, os efeitos dos carregamentos horizontais são tratados no exemplo do capítulo 5.

### 3.1.2 - Simplificações de cálculo

Por causa da rigidez relativamente grande na junção casca cônica recipiente-laje de fundo-torre, pode-se considerar, em primeira aproximação, a casca recipiente como perfeitamente engastada no fundo do reservatório. Desta forma, são desprezados os deslocamentos na laje do fundo ao se efetuarem as compatibilizações dos deslocamentos.

Analogamente, pode-se considerar a casca cilíndrica de acesso, em vista da rigidez relativamente pequena em comparação à rigidez da laje, como perfeitamente engastada no fundo.

## 3.2 - RESERVATÓRIO EM CASCA CÔNICA RECIPIENTE E COBERTURA EM LAJE

Apresenta-se, a seguir, a sequência de cálculo para a determinação dos esforços em cada elemento do reservatório mostrado na figura 3.1, levando em consideração as simplificações de cálculo citadas anteriormente.

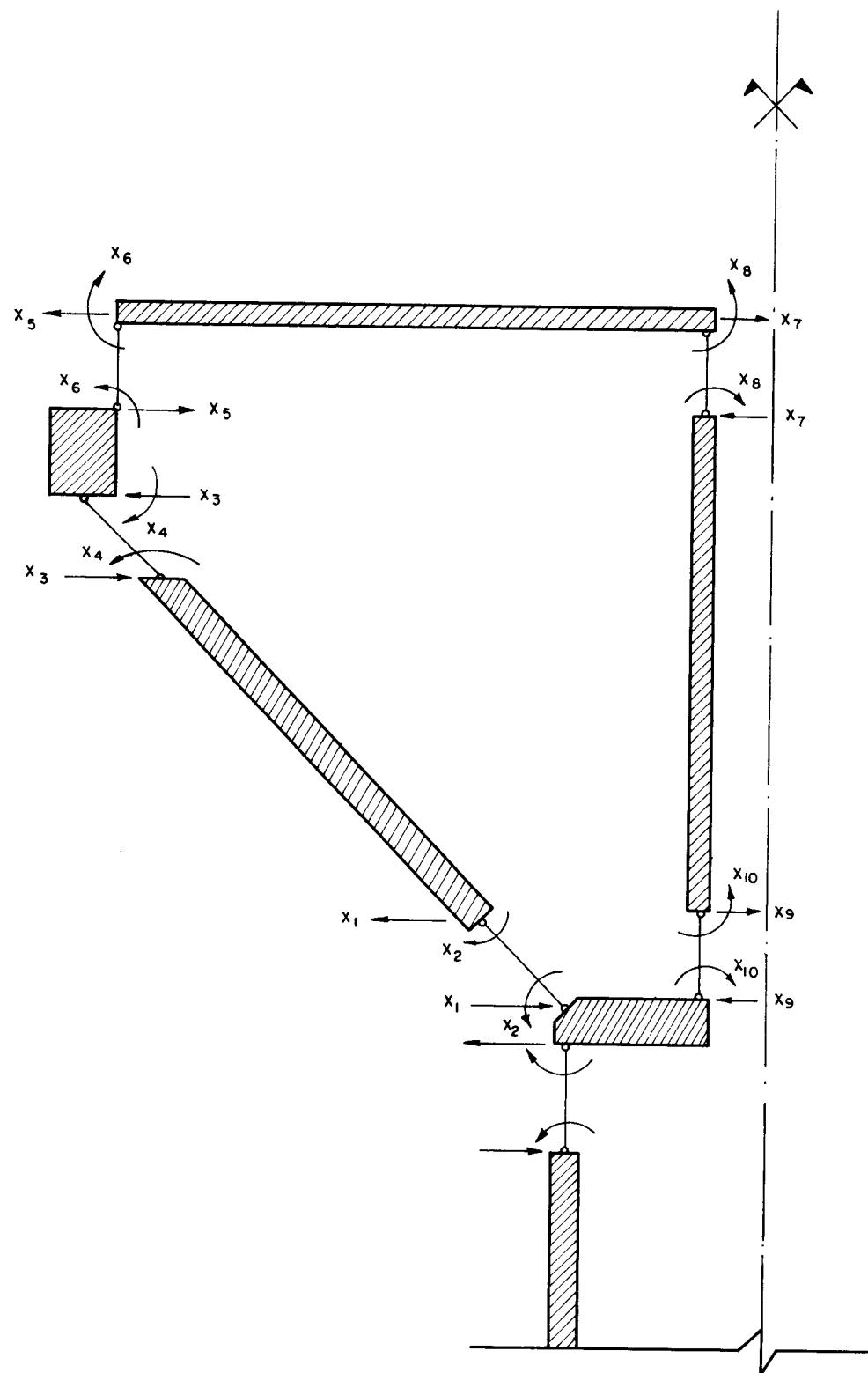


Figura 3.1 — SISTEMA FUNDAMENTAL DO RESERVATÓRIO  
COM COBERTURA EM LAJE

3.4

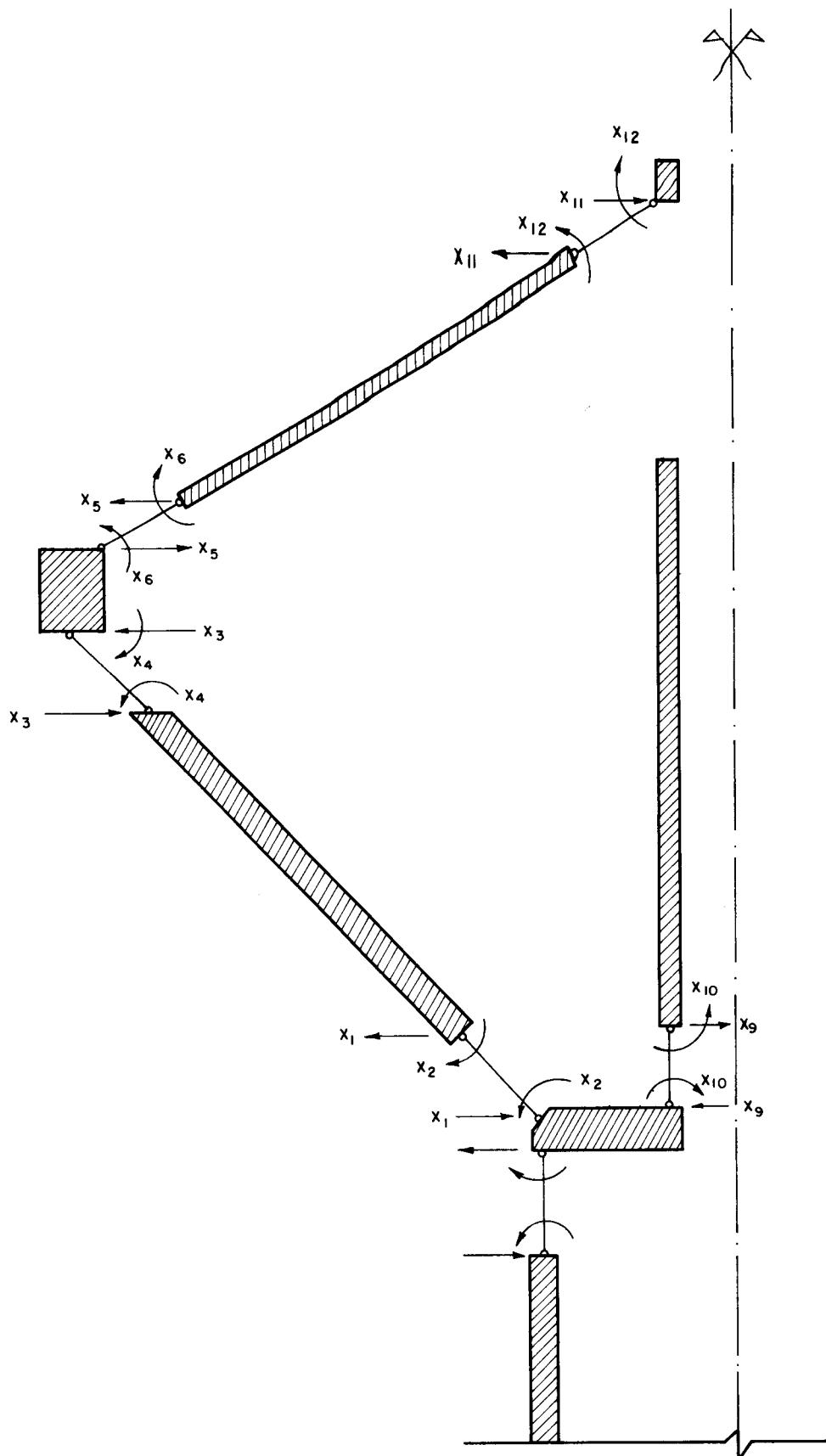


Figura 3.2 — SISTEMA FUNDAMENTAL DO RESERVATÓRIO  
COM COBERTURA EM CASCA CÔNICA

3.2.1 - Esforços e deslocamentos na laje anular de co  
bertura

Os esforços e deslocamentos da laje anular de co  
bertura simplesmente apoiada nos contornos externo e inter  
no com carga uniformemente distribuída (Fig. 3.3), são de  
terminados através da aplicação do Processo dos Esforços,  
ou seja, efetuando a compatibilização dos deslocamentos me  
diante a superposição de efeitos calculados em casos mais  
simples. Assim sendo, a laje original é dividida em duas  
lajes simplesmente apoiadas no contorno externo com car  
gas uniformemente distribuídas e concentradas ao longo do  
contorno interno (Fig. 3.3).

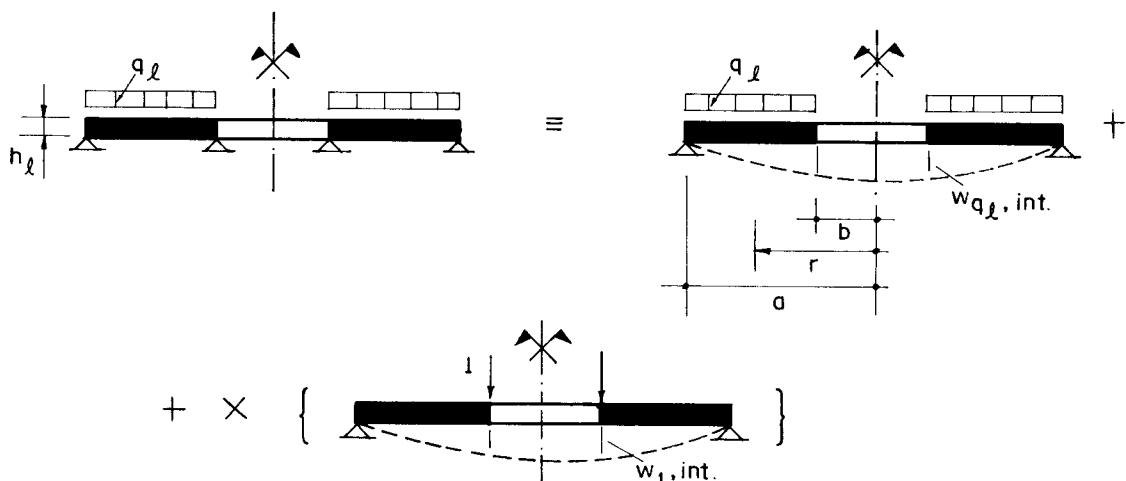


Figura 3.3. — LAJE ANULAR DE COBERTURA SIMPLESMENTE APOIADA NOS CONTORNOS EXTERNO E INTERNO

onde  $q_l$  é a carga uniformemente distribuída sobre a laje de cobertura devida ao peso próprio e sobrecarga.

Determinando os deslocamentos  $w_{q_l, int}$  e  $w_{1,int}$ , através das expressões apresentadas, respectivamente, nos quadros (2.2) e (2.3) e efetuando as compatibilizações dos deslocamentos, obtém-se:

$$w_{q\ell, \text{int}} + X w_{1, \text{int}} = 0 \quad \dots \quad (3.1)$$

$$X = \frac{-w_{q\ell, \text{int}}}{w_{1, \text{int}}}$$

onde a incógnita  $X$  representa a reação no contorno interno da laje por unidade de comprimento, ficando, desta forma, imediata a determinação da reação no contorno externo.

Efetuando agora a superposição de efeitos, mediante a utilização das expressões apresentadas no capítulo 2, obtém-se os esforços  $M_r$  e  $M_t$  dados por:

$$M_r = M_r(q\ell) + X M_r(1) \quad \dots \quad (3.2)$$

$$M_t = M_t(q\ell) + X M_t(1)$$

e os deslocamentos nos contornos, conforme convenção apresentada na figura 3.4, são dados por:

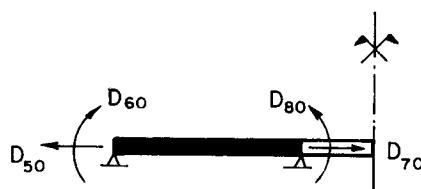


Figura 3.4 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS DA LAJE ANULAR DE COBERTURA

$$D_{50} = 0$$

$$D_{60} = -w'_{q\ell, \text{ext}} + X(-w'_{1, \text{ext}}) \quad \dots \quad (3.3)$$

$$D_{70} = 0$$

$$D_{80} = w'_{q\ell, \text{int}} + X(w'_{1, \text{int}})$$

onde  $w'_{ql,ext}$  e  $w'_{ql,int}$  representam, respectivamente, as rotações nos contornos externo e interno da laje anular, devidas ao carregamento uniforme  $q_l$ ;  $w'_{l,ext}$  e  $w'_{l,int}$  são as rotações nos contornos externo e interno devidas à carga concentrada unitária no contorno interno da laje.

O deslocamento horizontal  $D_{50}$ , no contorno externo da laje anular de cobertura, devido à diferença de temperatura entre a laje e o anel, é calculado através da expressão correspondente apresentada no capítulo 2.

### 3.2.2 - Esforços e deslocamentos de membrana da casca côni ca recipiente

As expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana, para cada carregamento, são obtidas através das expressões gerais do regime de membrana fornecidas no capítulo 2, devidamente particularizadas para as cascas cônicas.

A convenção para os deslocamentos positivos nas bordas da casca é indicada na Fig. 3.5.

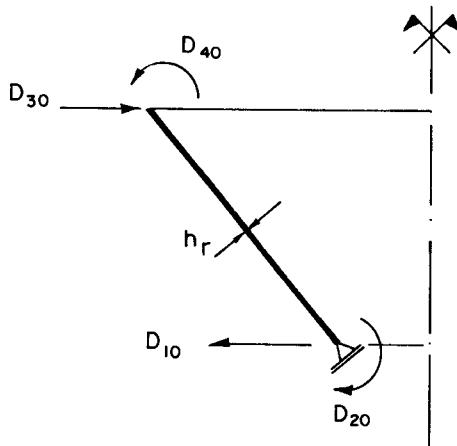


Figura 3.5 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS NA CASCA CÔNICA RECIPIENTE

Apresentam-se portanto, a seguir, as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana para os diferentes carregamentos, extraídas de HAMPE (26).

## a) Pressão hidrostática

Para a casca cônica recipiente (Fig. 3.6), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca são dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\bar{N}_y &= \gamma \operatorname{sen} \alpha \left\{ \frac{y_2}{2} \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{y_2}{y} \right)^2 \right] - \frac{y}{3} \right\} y \\ \bar{N}_\theta &= \gamma \operatorname{sen} \alpha (y_2 - y) y\end{aligned}\dots (3.4)$$

onde  $\gamma$  é o peso específico da água

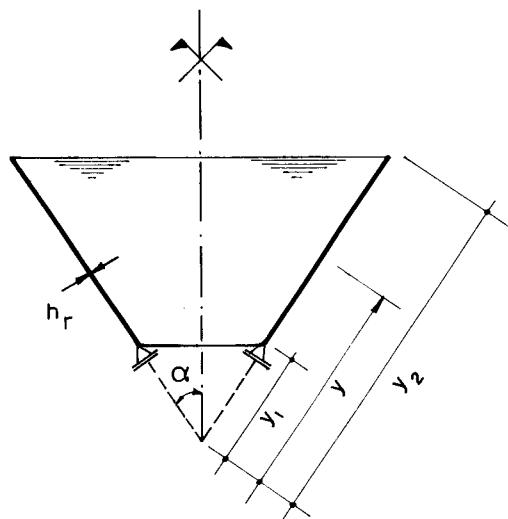


Figura 3.6 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA A PRESSÃO HIDROSTÁTICA

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$\begin{aligned}D_{10} &= \frac{\gamma \operatorname{sen}^2 \alpha}{E h_r} \left\{ y_2 - y_1 - \nu \left[ \frac{y_2}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right) - \frac{y_1}{3} \right] \right\} y_1^2 \\ D_{20} &= - \frac{\gamma \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} \left\{ - \frac{8}{3} y_1 + \frac{y_2}{2} \left[ 3 + \frac{1}{3} \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] \right\} y_1 \\ D_{30} &= 0 \\ D_{40} &= - \frac{\gamma \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} y_2^2\end{aligned}\dots (3.5)$$

## b) Peso próprio

Para a casca cônica (Fig. 3.7), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca são dados pelas seguintes expressões:

$$\bar{N}_y = \frac{g}{2 \cos \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{y_2}{y} \right)^2 \right] y \quad \dots \dots (3.6)$$

$$\bar{N}_\theta = g \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} y$$

onde  $g = \gamma_c \cdot h_r$ , sendo  $\gamma_c$  o peso específico do concreto

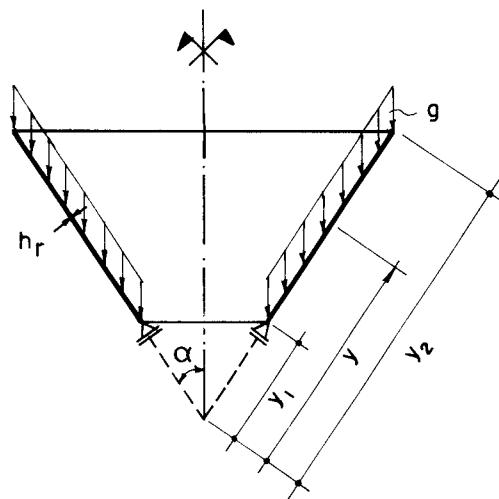


Figura 3.7 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA AO PESO PRÓPRIO

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$D_{10} = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} \left\{ \sin^2 \alpha - \frac{\nu}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] \right\} y_1^2$$

$$D_{20} = - \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2 E h_r \cos \alpha} \left[ 2(2+\nu) \sin^2 \alpha - 1 + \left( \frac{y_2}{y_1} \right)^2 - 2\nu \right] y_1^2$$

$$D_{30} = - \frac{g \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} y_2^2$$

$$D_{40} = \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2 E h_r \cos \alpha} \left[ 2(2+v) \operatorname{sen}^2 \alpha - 2v \right] y_2 \quad \dots \quad (3.7)$$

c) Carregamento uniforme na borda superior

Para a casca cônica (Fig. 3.8), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca são dados pelas seguintes expressões:

$$\bar{N}_y = -P \frac{1}{\cos \alpha} \frac{y_2}{y} \quad \dots \quad (3.8)$$

$$\bar{N}_\theta = 0$$

onde  $P$  é a carga distribuída na borda superior e provém do peso do anel e o peso da cobertura

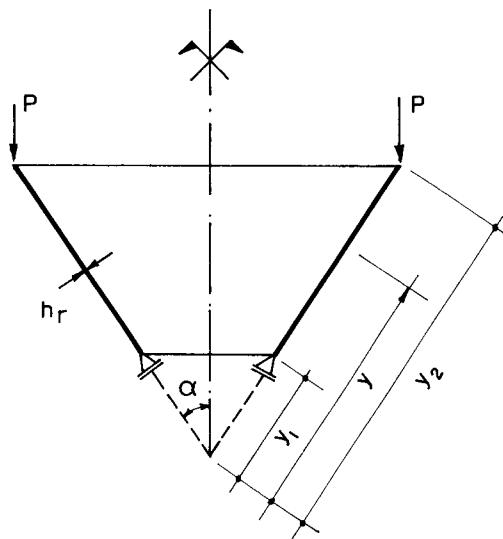


Figura 3.8 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA A CARGA UNIFORME NA BORDA SUPERIOR

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$D_{10} = \frac{P v \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} y_2$$

$$D_{20} = - \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h_r \cos \alpha} \frac{y_2}{y_1}$$

$$D_{30} = - \frac{P v \operatorname{tg} \alpha}{E h_r} y_2$$

$$D_{40} = \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h_r \cos \alpha} \quad \dots \quad (3.9)$$

### 3.2.3 - Esforços e deslocamentos de membrana na casca cilíndrica de acesso

De forma análoga às cascas cônicas, obtém-se agora, com as expressões gerais dadas no capítulo 2 para as cascas cilíndricas, as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos para os diferentes carregamentos.

Os deslocamentos nas bordas da casca cilíndrica são considerados positivos como se mostra na Fig. 3.9.

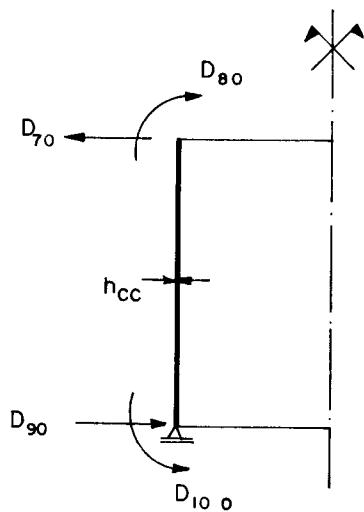


Fig. 3.9 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS NA CASCA CILINDRICA DE ACESSO

Apresentam-se então, a seguir, as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana nas cascas cilíndricas submetidas a diferentes carregamentos.

#### a) Pressão hidrostática

Os esforços de membrana, em qualquer ponto da casca cilíndrica submetida ao carregamento da pressão hidrostática (Fig. 3.10), são dados pelas seguintes expressões.

$$\begin{aligned}\bar{N}_\theta &= -\gamma(H_{cc} - y) r_{cc} \\ \bar{N}_y &= 0\end{aligned}\dots\dots (3.1^0)$$

onde  $\gamma$  é o peso específico da água

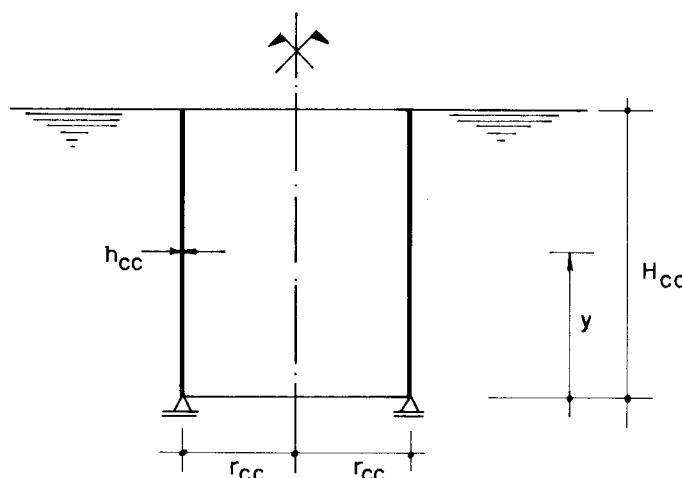


Figura 3.10 — CASCA CILINDRICA SUBMETIDA A PRESSÃO HIDROSTÁTICA

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$D_{90} = \frac{\gamma r_{cc}^2}{E h_{cc}} H_{cc}$$

$$D_{100} = \frac{\gamma r_{cc}^2}{E h_{cc}}$$

$$D_{70} = 0$$

$$D_{80} = - \frac{\gamma r_{cc}^2}{E h_{cc}} \quad \dots \dots (3.11)$$

b) Peso próprio

Os esforços de membrana, em qualquer ponto da casca cilíndrica submetida ao peso próprio (Fig. 3.11), são dados pelas seguintes expressões:

$$\bar{N}_y = -g(H_{cc} - y) \quad \dots \dots (3.12)$$

$$\bar{N}_\theta = 0$$

onde  $g = \gamma_c \cdot h_{cc}$ , sendo  $\gamma_c$  o peso específico do concreto.

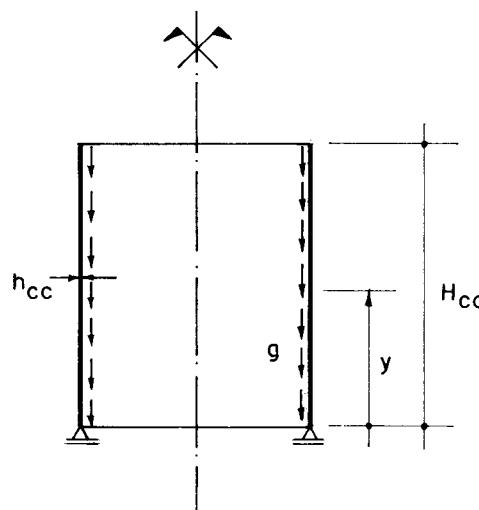


Figura 3.11 — CASCA CILÍNDRICA SUBMETIDA AO PESO PRÓPRIO

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$D_{90} = - \frac{g \nu r_{cc}}{E h_{cc}} H_{cc}$$

$$D_{100} = - \frac{g \nu r_{cc}}{E h_{cc}}$$

$$D_{70} = 0$$

$$D_{80} = \frac{g \nu r_{cc}}{E h_{cc}}$$

.... (3.13)

c) Carregamento uniforme na borda superior:

Os esforços de membrana, em qualquer ponto da casca cilíndrica submetida ao carregamento uniforme na borda superior, como se mostra na Fig. 3.12, são dados pelas seguintes expressões:

$$\bar{N}_y = -P$$

.... (3.14)

$$\bar{N}_\theta = 0$$

onde  $P$  é a carga distribuída na borda superior e provém do peso da cobertura,

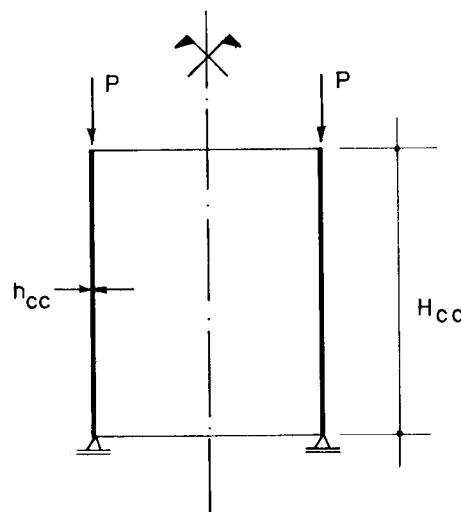


Figura 3.12—CASCA CILÍNDRICA SUBMETIDA A CARGA UNIFORME NA BORDA SUPERIOR

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$D_{90} = - \frac{P v r_{cc}}{E h_{cc}}$$

$$D_{100} = D_{80} = 0 \quad \dots \dots (3.15)$$

$$D_{70} = \frac{P v r_{cc}}{E h_{cc}}$$

### 3.2.4 - Deslocamentos no anel intermediário da ligação recipiente-laje de cobertura

O cálculo dos deslocamentos do anel intermediário, considerados positivos como se mostra na figura 3.13, é feito mediante a utilização das expressões para a determinação dos deslocamentos definidas no capítulo 2, para o anel de borda.

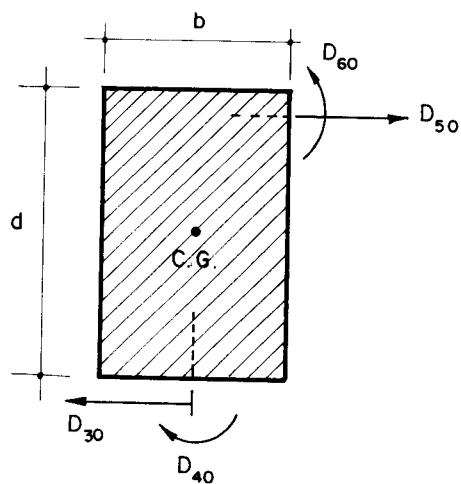


Figura 3.13 — DESLOCAMENTOS POSITIVOS PARA O ANEL INTERMEDIÁRIO

Sendo assim, os valores dos deslocamentos para o anel intermediário submetido aos carregamentos  $\bar{N}_{yr}$  e  $R_{el}$  (Fig. 3.14) que representam o esforço  $\bar{N}_y$  na casca recipiente e a reação  $R_e$  no contorno externo da laje de cobertura, são dados pelas seguintes expressões:

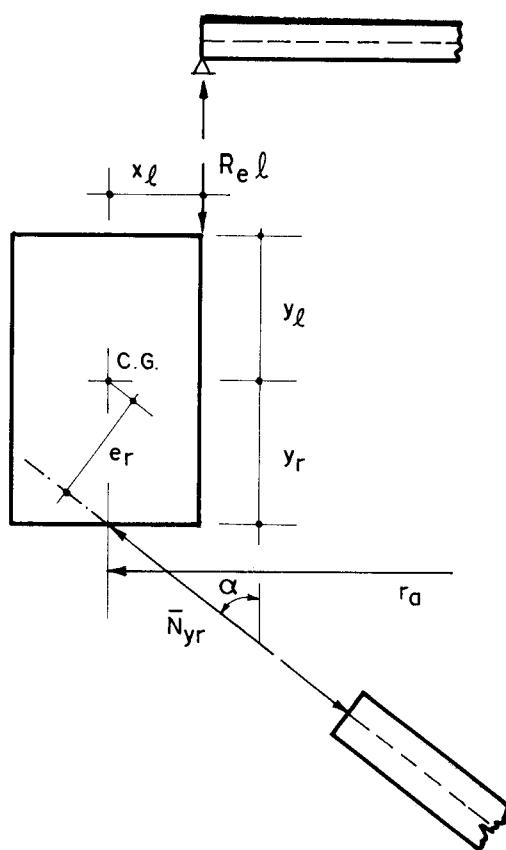


Figura 3.14 — CARGAS ATUANTES NO ANEL INTERMEDIÁRIO DA LIGAÇÃO RECIPIENTE — LAJE DE COBERTURA

$$\begin{aligned}
 D_{30} &= \frac{r_a^2}{E} \bar{N}_{yr} \left( \frac{\sin \alpha}{A} + \frac{e_r y_r}{I} \right) + \frac{r_a^2}{EI} y_r R_{el} x_l \\
 D_{40} &= \frac{r_a^2}{EI} \bar{N}_{yr} e_r + \frac{r_a^2}{EI} R_{el} x_l \\
 D_{50} &= -\frac{r_a^2}{E} \bar{N}_{yr} \left( \frac{\sin \alpha}{A} - \frac{e_r y_l}{I} \right) + \frac{r_a^2}{EI} y_l R_{el} x_l \\
 D_{60} &= -\frac{r_a^2}{EI} \bar{N}_{yr} e_r - \frac{r_a^2}{EI} R_{el} x_l
 \end{aligned} \quad \dots \quad (3.16)$$

onde  $y_r$  e  $y_\ell$  são, respectivamente, as ordenadas verticais medidas a partir do plano horizontal que passa pela linha neutra do anel ao ponto de junção da casca recipiente e a laje da cobertura,  $x_\ell$  é a ordenada horizontal do ponto de junção da laje de cobertura ao centro de gravidade do anel e  $e_r$  é a excentricidade da linha de ação do esforço  $\bar{N}_y$  da casca recipiente em relação ao centro de gravidade do anel.

### 3.2.5 - Coeficientes de flexibilidade e esforços na laje de cobertura

Os coeficientes de flexibilidade são os deslocamentos  $D_{ij}$  na direção das incógnitas  $X_i$  produzidos por esforços unitários na direção das incógnitas  $X_j$ , os referidos coeficientes compõem a matriz de flexibilidade do sistema fundamental adotado, ao aplicar-se o Processo dos Esforços.

A determinação dos coeficientes de flexibilidade da laje anular de cobertura, conforme a convenção adotada para os sentidos positivos dos esforços incógnitos (Fig. 3.15), é feita através das expressões para o cálculo dos deslocamentos apresentadas no capítulo 2.

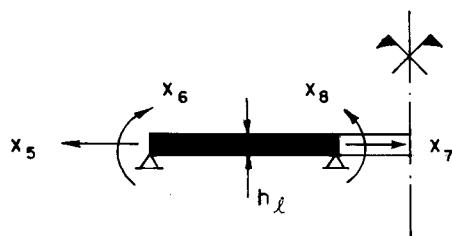


Fig. 3.15 — ESFORÇOS INCÓGNITOS NA LAJE ANULAR — SENTIDOS POSITIVOS

Ressalta-se porém, que os deslocamentos  $D_{ij}$  são considerados positivos quando têm o mesmo sentido adotado como positivo para a incógnita  $X_i$ .

Considerando-se então  $X_5 = 1$  no contorno externo da laje anular, os deslocamentos são calculados pelas seguintes expressões:

$$D_{55} = \frac{a}{E h_\ell (1-\beta^2)} \frac{(1-v)+(1+v)\beta^2}{1} \quad \dots \quad (3.17)$$

$$D_{75} = - \frac{a}{E h_\ell (1-\beta^2)} \frac{(1-v)\beta^2+(1+v)\beta^2}{\beta}$$

Para  $X_7 = 1$ , os deslocamentos são dados por:

$$D_{77} = \frac{a \beta^2}{E h_\ell (1-\beta^2)} \frac{(1+v)+(1-v)\beta^2}{\beta} \quad \dots \quad (3.18)$$

$$D_{57} = - \frac{a \beta^2}{E h_\ell (1-\beta^2)} \frac{(1+v)+(1-v)1^2}{1}$$

Os valores dos esforços  $N_r$  e  $N_t$  são calculados utilizando-se as expressões correspondentes dadas nos quadros (2.7) e (2.8) do capítulo anterior.

Para  $X_6 = 1$  aplicado no contorno externo e aplicando-se o Processo dos Esforços conforme a formulação apresentada na Fig. 3.16, os deslocamentos são calculados através da superposição de efeitos e dados pelas seguintes expressões

$$D_{66} = -w'_{X6, \text{ext}} + X(-w'_{1, \text{ext}}) \quad \dots \quad (3.19)$$

$$D_{126} = w'_{X6, \text{int}} + X(w'_{1, \text{int}})$$

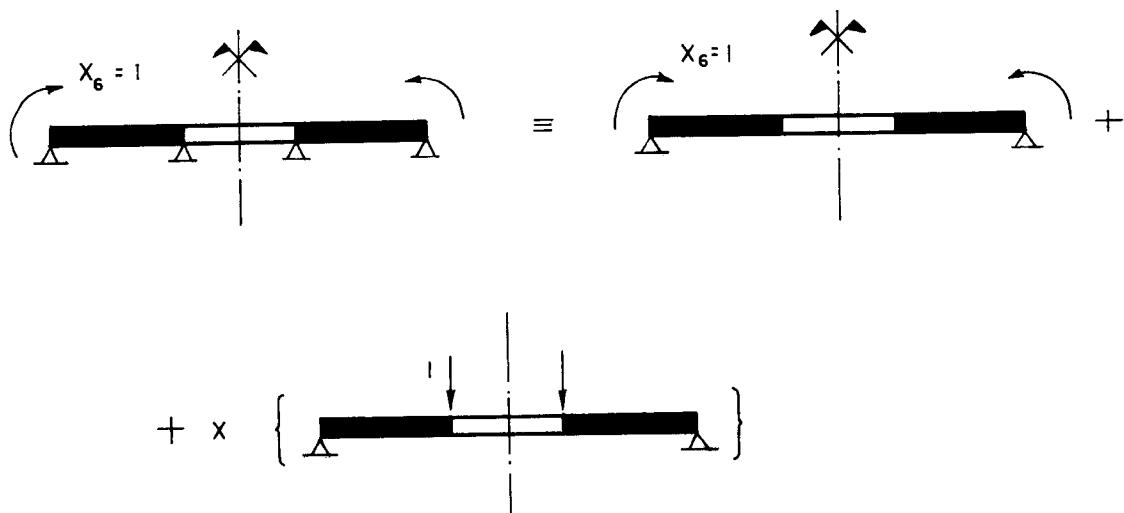


Figura 3.16 — MOMENTO UNITÁRIO NO CONTORNO EXTERNO DA LAJE ANULAR

onde  $w'_{X6,ext}$  e  $w'_{X6,int}$  representam respectivamente, as rotações nos contornos externo e interno da laje anular, devidas ao momento unitário  $X_6$ ,  $w'_{1,ext}$  e  $w'_{1,int}$  são as rotações nos contornos externo e interno, devidas à carga concentrada unitária no contorno interno da laje.

Analogamente ao caso anterior, obtém-se para  $X_8 = 1$ , conforme a formulação apresentada na figura 3.17, que os deslocamentos são dados por:

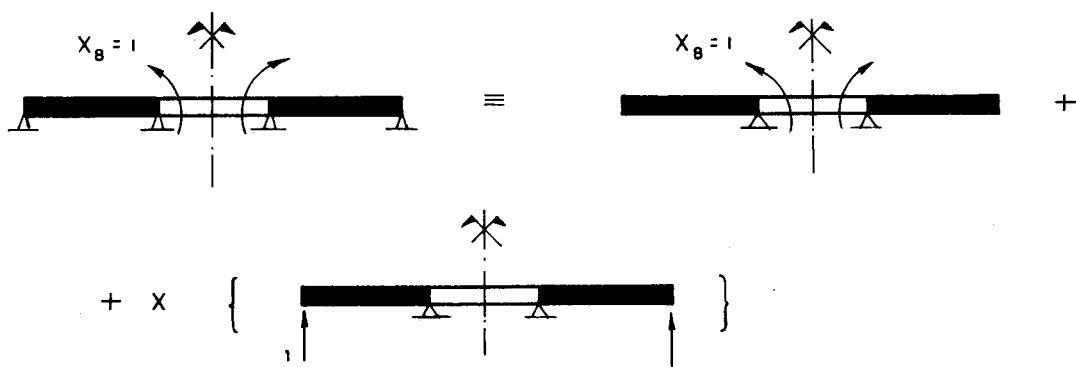


Figura 3.17 — MOMENTO UNITÁRIO NO CONTORNO INTERNO DA LAJE ANULAR

$$D_{88} = w'_{X8,int} + X(w'_{1,int}) \quad \dots \quad (3.20)$$

$$D_{68} = -w'_{X8,ext} + X(-w'_{1,ext})$$

Os esforços  $M_r$  e  $M_t$  são calculados de forma análoga, ou seja, efetuando-se a superposição de efeitos.

### 3.2.6 - Coeficientes de flexibilidade e esforços na casca cônica recipiente

A determinação dos coeficientes de flexibilidade e os esforços na casca cônica é feita mediante as expressões apresentadas no capítulo 2, considerando os sentidos positivos para os esforços incógnitos como se mostra na Fig. 3.18.

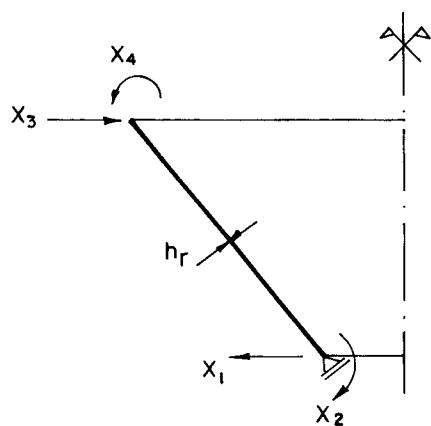


Figura 3.18—ESFORÇOS INCÓGNITOS NA CASCA CÔNICA RECIPIENTE — SENTIDOS POSITIVOS

Para força horizontal distribuída  $H = X_1 = 1$  aplicada na borda inferior, os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{11} = \frac{2 y_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_1 E h_r} \quad \dots \quad (3.21)$$

$$D_{21} = \frac{6 L_1^2 (1-\nu^2) \cos \alpha}{E h_r^3}$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = \frac{2 r_o}{L_1} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = -\sqrt{2} \operatorname{sen} \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

$$M_y = L_1 \cos \alpha e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta H \quad \dots \quad (3.22)$$

$$M_{\theta} = \frac{\sqrt{2} L_1^2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{2 r_o} e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) H + v M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} \cos \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

Para momento distribuído  $M = X_2 = 1$  aplicado na borda inferior, os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{12} = \frac{2 y_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_1^2 E h_r \cos \alpha} \quad \dots \quad (3.23)$$

$$D_{22} = \frac{12 L_1 (1-v^2)}{E h_r^3}$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = \frac{2 \sqrt{2} r_o}{L_1^2 \cos \alpha} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$N_y = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{L_1} e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta M$$

$$M_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$M_{\theta} = \frac{L_1 \sin \alpha}{r_0} e^{-\eta} \cos \eta M + v M_y$$

$$Q_y = \frac{2}{L_1} e^{-\eta} \sin \eta M$$

.... (3.24)

Para força horizontal distribuída  $H = X_3 = 1$ , aplicada na borda superior, os coeficientes de flexibilidade de correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{33} = \frac{2 y_2^2 \sin^2 \alpha}{L_2 E h_r} \quad \dots \dots (3.25)$$

$$D_{43} = - \frac{6 L_2^2 (1-v^2) \cos \alpha}{E h_r^3}$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = - \frac{2 r_o}{L_2} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = - \sqrt{2} \sin \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

$$M_y = -L_2 \cos \alpha e^{-\eta} \sin \eta H$$

$$M_{\theta} = - \frac{\sqrt{2} L_2^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 r_o} e^{-\eta} \sin(\eta + \frac{\pi}{4}) H + v M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} \cos \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

.... (3.26)

Para momento distribuído  $M = X_4 = 1$  aplicado na borda superior, os coeficientes de flexibilidade correspondentes são:

pondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{34} = - \frac{2 y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_2^2 E h_r^r \cos \alpha} \quad \dots \dots (3.27)$$

$$D_{44} = \frac{12 L_2 (1-\nu^2)}{E h_r^3} \quad \dots \dots (3.27)$$

e os esforços são dados por:

$$N_\theta = \frac{2 \sqrt{2} r_o}{L_2^2 \cos \alpha} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$N_y = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{L_2} e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta M$$

$$M_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) M \quad \dots \dots (3.28)$$

$$M_\theta = \frac{L_2 \operatorname{sen} \alpha}{r_o} e^{-\eta} \cos \eta M + \nu M_y$$

$$Q_y = \frac{2}{L_2} e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta M$$

### 3.2.7. - Coeficientes de flexibilidade e esforços na casca cilíndrica

Analogamente ao caso das cascas cônicas determinam-se, com auxílio das expressões para as cascas cilíndricas apresentadas no capítulo 2, os coeficientes de flexibilidade e os esforços, utilizando a convenção para os sentidos positivos dos esforços incógnitos mostrada na Fig. 3.19.

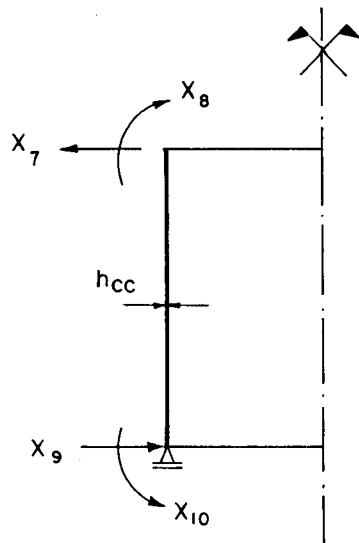


Figura 3.19 — ESFORÇOS INCÓGNITOS PARA A CASCA  
CILINDRICA — SENTIDOS POSITIVOS

Para força horizontal distribuída  $H = x_9 = 1$  aplicada na borda inferior os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{99} = \frac{2 r_{cc}^2}{L E h_{cc}} \quad \dots \dots (3.29)$$

$$D_{109} = \frac{2 r_{cc}^2}{L^2 E h_{cc}}$$

e os esforços são dados por:

$$N_\theta = - \frac{2 r_{cc}}{L} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = 0$$

$$M_y = L e^{-\eta} \sin \eta H \quad \dots \dots (3.30)$$

$$M = v M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

Para momento distribuído  $M = X_{10} = 1$  aplicado na borda inferior, os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{910} = \frac{2 r_{cc}^2}{L^2 E h_{cc}} \quad \dots \quad (3.31)$$

$$D_{1010} = \frac{4 r_{cc}^2}{L^3 E h_{cc}}$$

e os esforços são dados por:

$$N_\theta = - \frac{2 \sqrt{2} r_{cc}}{L^2} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$N_y = 0$$

$$M_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \sin(\eta + \frac{\pi}{4}) M \quad \dots \quad (3.32)$$

$$M_\theta = v M_y$$

$$Q_y = \frac{2}{L} e^{-\eta} \sin \eta M$$

Para força horizontal distribuída  $H = X_7 = 1$  aplicada na borda superior os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{77} = \frac{2 r_{cc}^2}{L E h_{cc}} \quad \dots \quad (3.33)$$

$$D_{87} = - \frac{2 r_{cc}^2}{L^2 E h_{cc}}$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = \frac{2 r_{cc}}{L} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = 0$$

$$M_y = -L e^{-\eta} \sin \eta H \quad \dots \quad (3.34)$$

$$M_{\theta} = v M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

Para momento distribuído  $M = X_8 = 1$  aplicado na borda superior, os coeficientes de flexibilidade correspondentes são calculados com as seguintes expressões:

$$D_{78} = -\frac{2 r_{cc}^2}{L^2 E h_{cc}} \quad \dots \quad (3.35)$$

$$D_{88} = \frac{4 r_{cc}^2}{L^3 E h_{cc}}$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = -\frac{2 \sqrt{2} r_{cc}}{L^2} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$N_y = 0$$

$$M_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \sin(\eta + \frac{\pi}{4}) M \quad \dots \quad (3.36)$$

$$M_{\theta} = v M_y$$

$$Q_y = \frac{2}{L} e^{-\eta} \sin \eta M$$

### 3.2.8 - Coeficientes de flexibilidade e esforços no anel intermediário

Os coeficientes de flexibilidade no anel intermediário, são determinados mediante a aplicação de esforços unitários distribuídos e as expressões para o cálculo dos deslocamentos do anel de borda apresentadas no capítulo anterior.

Dessa forma, e adotando os sentidos positivos para os esforços incógnitos, como se indica na figura 3.20, os coeficientes de flexibilidade são dados por:

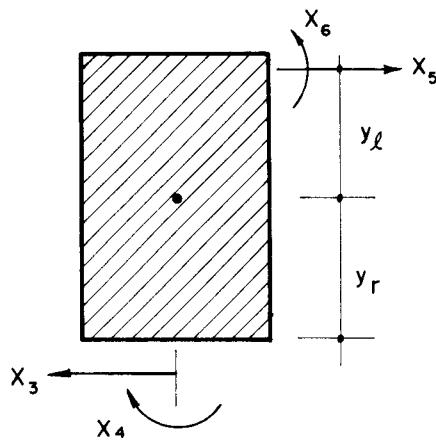


Figura 3.20 — ESFORÇOS INCÓGNITOS PARA O ANEL INTERMEDIÁRIO DA LIGAÇÃO RECIPIENTE - LAJE. SENTIDOS POSITIVOS

$$D_{33} = \frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_r^2}{I} \right)$$

$$D_{43} = D_{34} = -D_{63} = -D_{36} = \frac{r^2}{EI} y_r$$

$$D_{35} = D_{53} = -\frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} - \frac{y_r y_\ell}{I} \right)$$

$$D_{55} = \frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_\ell^2}{I} \right)$$

$$\begin{aligned}
 D_{65} &= D_{56} = -D_{45} = -D_{54} = -\frac{r^2}{EI} y_\ell \\
 D_{44} &= D_{66} = -D_{46} = -D_{64} = \frac{r^2}{EI} \\
 &\dots \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

e os esforços  $H_a$  e  $M_a$  no anel adotados positivos conforme se mostra na figura 3.21, são dados pelas seguintes expressões:

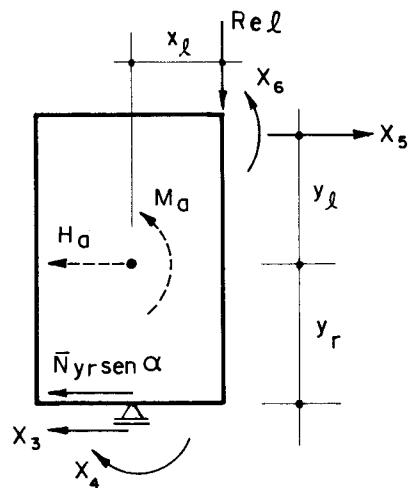


Figura 3.21 — ESFORÇOS TOTAIS NO ANEL INTERMEDIÁRIO  
DA LIGAÇÃO RECIPIENTE — LAJE

$$\begin{aligned}
 H_a &= \bar{N}_y r \operatorname{sen} \alpha + x_3 - x_5 \\
 M_a &= -(\bar{N}_y r \operatorname{sen} \alpha + x_3) y_r - x_5 y_\ell - R_{e\ell} x_\ell + \\
 &- x_4 + x_6 \quad \dots \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

### 3.2.9 - Compatibilização de deslocamentos

Conhecidos os deslocamentos de membrana e os coeficientes de flexibilidade nas bordas dos diferentes elementos estruturais, procede-se agora a efetuar as compatibilizações dos deslocamentos nas ligações desses elementos, como segue:

- a) Compatibilização de deslocamentos na ligação casca cônica recipiente-fundo do reservatório

Considera-se devido às simplificações de cálculo adotadas, a casca cônica perfeitamente engastada no fundo do reservatório, portanto, ao efetuar a compatibilidade de deslocamentos, são nulos respectivamente, o deslocamento horizontal e a rotação na borda inferior da casca, ficando as equações de compatibilidade expressas por:

$$\sum_{j=1}^2 X_j D_{ij} + D_{io} = 0 \quad \dots \quad (3.39)$$

para  $i = 1, 2$

onde  $D_{io}$  representa os deslocamentos horizontais ou as rotações na borda em exame, produzidos pelos diversos carregamentos atuando bem em forma isolada ou simultânea; analogamente  $D_{ij}$  representa os coeficientes de flexibilidade na borda considerada e  $X_j$  os esforços incógnitos procurados. Assim sendo, tem-se que

$$D_{io} = D_{io,r} \quad \dots \quad (3.40)$$

$$D_{ij} = D_{ij,r}$$

para  $i = j = 1, 2$

onde  $D_{io,r}$  e  $D_{ij,r}$  são respectivamente os deslocamentos de membrana e os coeficientes de flexibilidade da casca cônica recipiente.

b) Compatibilização de deslocamentos na ligação casca cilíndrica-fundo do reservatório

Analogamente ao caso da casca cônica, ou seja, considerando-se a casca cilíndrica perfeitamente engastada no fundo, as equações de compatibilidade são dadas por:

$$\sum_{j=9}^{10} X_j D_{ij} + D_{io} = 0 \quad \dots \quad (3.41)$$

para  $i = 9, 10$

sendo que

$$D_{io} = D_{io,cc} \quad \dots \quad (3.42)$$

$$D_{ij} = D_{ij,cc}$$

para  $i = j = 9, 10$

onde  $D_{io,cc}$  e  $D_{ij,cc}$  são, respectivamente, os deslocamentos de membrana e os coeficientes de flexibilidade da casca cilíndrica.

c) Compatibilização de deslocamentos nas ligações casca cônica recipiente-anel-laje e casca cilíndrica-laje

Considerando-se que na laje anular de cobertura, a diferença do comportamento das cascas longas, os efeitos aplicados em um contorno atingem o outro, ou seja, os esforços aplicados em um contorno provocam deslocamentos em ambos os contornos, as equações de compatibilidade de des-

camentos devido à interdependência existente entre os contornos da laje anular, ficam expressas por:

$$\sum_{j=3}^8 x_j D_{ij} + D_{io} = 0 \quad \dots \quad (3.43)$$

para  $i = 3, 4, 5, 6, 7, 8$

onde o sistema de equações (3.43) escrito matricialmente e levando em consideração os termos nulos, fica:

$$\begin{bmatrix} D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} & 0 & 0 \\ D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} & 0 & 0 \\ D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} & D_{57} & 0 \\ D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} & 0 & D_{68} \\ 0 & 0 & D_{75} & 0 & D_{77} & D_{78} \\ 0 & 0 & 0 & D_{86} & D_{87} & D_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} D_{30} \\ D_{40} \\ D_{50} \\ D_{60} \\ D_{70} \\ D_{80} \end{Bmatrix}$$

sendo:

$$D_{33} = D_{33,r} + D_{33,a}$$

$$D_{34} = D_{43} = D_{34,r} + D_{34,a}$$

$$D_{35} = D_{53} = D_{35,a}$$

$$D_{36} = D_{63} = D_{36,a}$$

$$D_{44} = D_{44,r} + D_{44,a}$$

$$D_{45} = D_{54} = D_{45,a}$$

$$D_{46} = D_{64} = D_{46,a}$$

$$D_{55} = D_{55,a} + D_{55,l}$$

$$D_{56} = D_{65} = D_{56,a} + D_{56,l}$$

$$D_{57} = D_{57,l}$$

$$D_{66} = D_{66,a} + D_{66,l}$$

$$D_{68} = D_{68,l}$$

$$D_{75} = D_{75,l}$$

$$D_{77} = D_{77,cc} + D_{77,l}$$

$$D_{78} = D_{87} = D_{78,cc} + D_{78,l}$$

$$D_{86} = D_{86,l}$$

$$D_{88} = D_{88,cc} + D_{88,l}$$

onde r, a, l e cc representam respectivamente, recipiente, anel, laje e casca cilíndrica.

Resolvendo então os sistemas de equações (3.39), (3.41) e (3.43) obtém-se os esforços incógnitos  $X_j$  procurados.

### 3.2.10 - Determinação dos esforços finais

Calculados os esforços incógnitos  $X_j$  produzidos por cada carregamento ou pelos diversos carregamentos agindo simultaneamente na estrutura (Fig. 3.1), os esforços finais em cada elemento são calculados superpondo os esforços do sistema fundamental ou de membrana com os esforços oriundos do regime de flexão, utilizando-se as expressões de flexão e membrana já apresentadas.

### 3.3 - RESERVATÓRIO CONSTITUÍDO POR RECIPIENTE E COBERTURA EM CASCAS CÔNICAS

Apresenta-se a seguir a sequência de cálculo para a determinação dos esforços em cada elemento do reservatório mostrado na Fig. 3.2, levando em consideração as mesmas simplificações de cálculo adotadas para o cálculo do reservatório com cobertura em laje.

#### 3.3.1 - Observações preliminares

Em se tratando de apresentar a sequência de cálculo que permita a determinação dos esforços em cada elemento da estrutura para reservatório constituído por cascas cônicas, e sendo que difere do caso anterior cuja sequência de cálculo já foi apresentada unicamente na cobertura, não são mais incluídas as expressões que já foram apresentadas, tendo em vista a igualdade dos sentidos positivos das incógnitas hiperestáticas em ambos os sistemas fundamentais adotados.

#### 3.3.2 - Esforços e deslocamentos de membrana na cobertura côncica

As expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana para cada carregamento, são obtidas através das expressões gerais do regime de membrana devidamente particularizadas para as cascas cônicas.

Adotando a convenção para deslocamentos positivos nas bordas, como se mostra na figura 3.22, apresentam-se a seguir as expressões para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana para os diversos carregamentos e que foram colhidas da HAMPE (26).

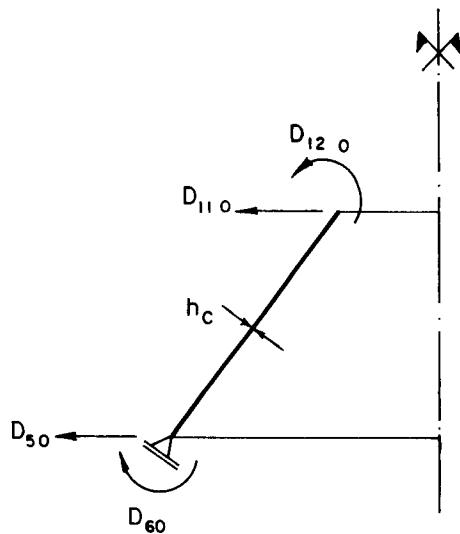


Figura 3.22— DESLOCAMENTOS POSITIVOS NA CASCA CÔNICA DE COBERTURA

a) Peso próprio

Para a casca cônica submetida ao peso próprio (Fig. 3.23), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca são dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\bar{N}_y &= - \frac{g}{2 \cos \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y} \right)^2 \right] y \\ \bar{N}_\theta &= - \frac{g \operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} y\end{aligned} \quad \dots \quad (3.44)$$

onde  $g = \gamma_c h_c$ , sendo  $\gamma_c$  o peso específico do concreto

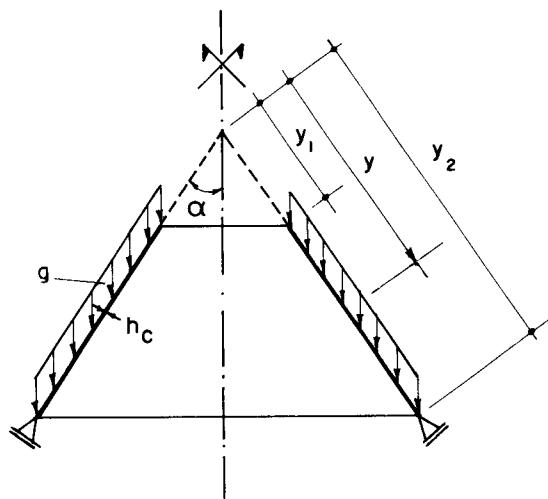


Figura 3.23 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA AO PESO PRÓPRIO

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$\begin{aligned}
 D_{50} &= -\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} \left\{ \operatorname{sen}^2 \alpha - \frac{v}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \right\} y_2^2 \\
 D_{60} &= -\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2 E h_c \cos \alpha} \left[ 2(2+v) \operatorname{sen}^2 \alpha - 1 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 2v \right] y_2 \\
 D_{110} &= -\frac{g \operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} y_1^2 \\
 D_{120} &= \frac{g \operatorname{tg} \alpha}{2 E h_c \cos \alpha} \left[ 2(2+v) \operatorname{sen}^2 \alpha - 2v \right] y_1
 \end{aligned} \quad \dots \quad (3.45)$$

### b) Sobrecarga

Para a casca cônica submetida ao carregamento uniformemente distribuído sobre a projeção horizontal (Fig. 3.24), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca, são dados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_y &= -\frac{p \operatorname{tg} \alpha}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y} \right)^2 \right] y \\
 \bar{N}_\theta &= -\frac{p \operatorname{sen}^3 \alpha}{\cos \alpha} y
 \end{aligned} \quad \dots \quad (3.46)$$

onde  $p$  é o valor da carga distribuída sobre a projeção horizontal

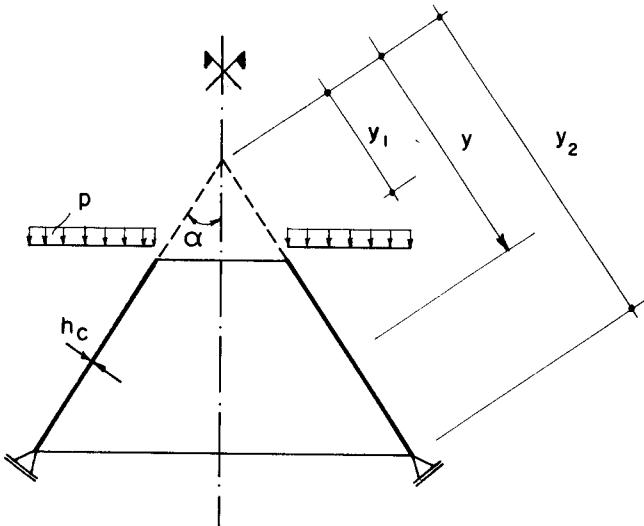


Figura 3.24 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA A SOBRECARGA

e os deslocamentos de membrana nas bordas são dados por:

$$\begin{aligned}
 D_{50} &= -\frac{p \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} \left\{ \operatorname{sen}^2 \alpha - \frac{v}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right] \right\} y_2^2 \\
 D_{60} &= -\frac{p \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 E h_c} \left[ 2(2+v) \operatorname{sen}^2 \alpha - 1 + \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^2 - 2v \right] y_2 \\
 D_{110} &= -\frac{p \operatorname{sen}^3 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} y_1^2 \\
 D_{120} &= \frac{p \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 E h_c} \left[ 2(2+v) \operatorname{sen}^2 \alpha - 2v \right] y_1
 \end{aligned} \quad \dots \quad (3.47)$$

c) Lanternim

Para a casca cônica submetida a carga uniforme ao longo da abertura superior (Fig. 3.25), os esforços de membrana em qualquer ponto da casca são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \bar{N}_y &= -\frac{P}{\cos \alpha} \cdot \frac{y_1}{y} \\
 \bar{N}_\theta &= 0
 \end{aligned} \quad \dots \quad (3.48)$$

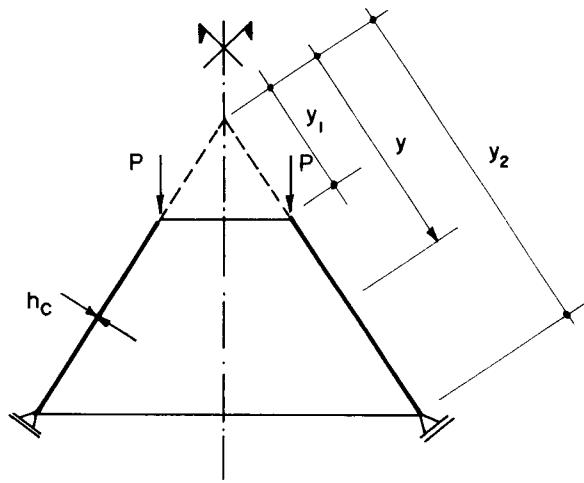


Figura 3.25 — CASCA CÔNICA SUBMETIDA A CARGA DISTRIBUÍDA NA BORDA SUPERIOR

e os deslocamentos de membrana nas bordas, são dados por:

$$D_{50} = \frac{P v \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} y_1$$

$$D_{60} = \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h_c \cos \alpha} \frac{y_1}{y_2} \quad \dots \quad (3.49)$$

$$D_{110} = \frac{P v \operatorname{tg} \alpha}{E h_c} y_1$$

$$D_{120} = - \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{E h_c \cos \alpha}$$

d) Variação de temperatura entre cobertura cônica e anel intermediário

Os esforços de membrana para a cobertura cônica submetida ao aquecimento uniforme de temperatura são nulos, e os deslocamentos na borda inferior da cobertura são calculados da seguinte forma:

$$D_{50} = \Delta t \cdot \dot{\alpha} t \cdot y_2 \operatorname{sen} \alpha \quad \dots \quad (3.50)$$

$$D_{60} = 0$$

### 3.3.3 - Deslocamentos no anel intermediário da ligação recipiente-cobertura cônica

Os deslocamentos no anel intermediário submetido aos carregamentos indicados na Fig. 3.26 são calculados a través das seguintes expressões:

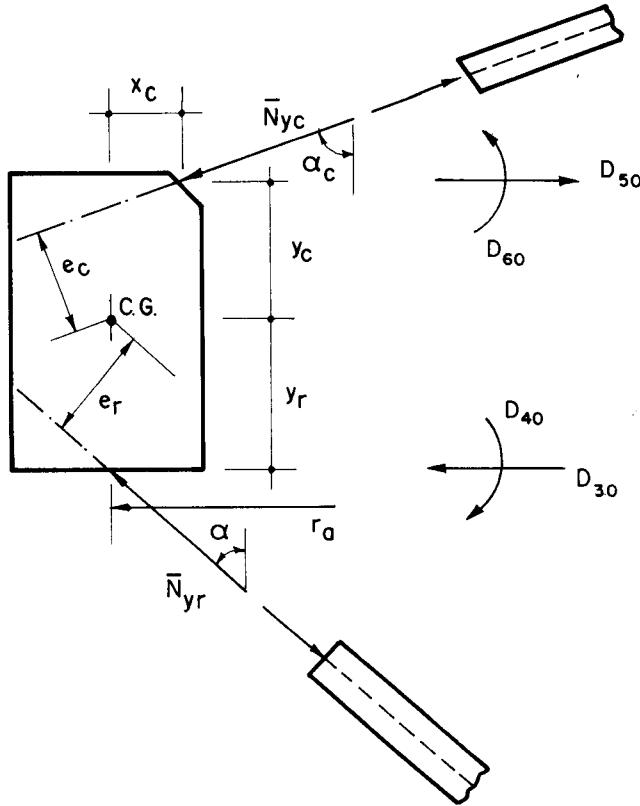


Figura 3.26 — CARGAS ATUANTES NO ANEL INTERMEDIÁRIO DA LIGAÇÃO RECIPIENTE — COBERTURA CÔNICA. DESLOCAMENTOS POSITIVOS

$$\begin{aligned}
 D_{30} &= \frac{r^2}{EA} (\bar{N}_{yc} \sin \alpha_c + \bar{N}_{yr} \sin \alpha) - \frac{r^2}{EI} y_r (\bar{N}_{yc} e_c - \bar{N}_{yr} e_r) \\
 D_{60} &= -D_{40} = \frac{r^2}{EI} (\bar{N}_{yc} e_c - \bar{N}_{yr} e_r) \quad \dots \dots (3.51) \\
 D_{50} &= -\frac{r^2}{EA} (\bar{N}_{yc} \sin \alpha_c + \bar{N}_{yr} \sin \alpha) - \frac{r^2}{EI} y_c (\bar{N}_{yc} e_c - \bar{N}_{yr} e_r)
 \end{aligned}$$

### 3.3.4 — Deslocamentos no anel superior da cobertura cônica

Considerando-se o anel superior submetido ao peso próprio e carga uniforme  $Q$  ao longo do anel e ainda com os sentidos positivos para os deslocamentos mostrados na figura 3.27, as expressões para a determinação dos deslocamentos são dadas por:

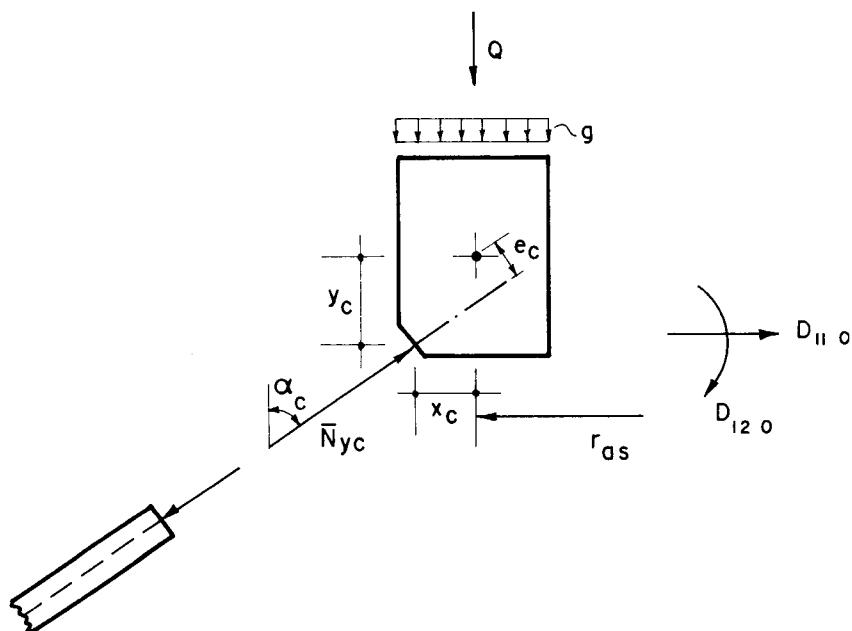


Figura 3.27 — CARGAS ATUANTES NO ANEL SUPERIOR E SENTIDOS POSITIVOS PARA OS DESLOCAMENTOS

$$D_{110} = \frac{r_{as}^2}{E} \left[ \frac{\bar{N}_{yc} \sin \alpha_c}{A} + \frac{\bar{N}_{yc} e_c y_c}{I} \right] \quad \dots \dots (3.52)$$

$$D_{120} = - \frac{r_{as}^2}{EI} \bar{N}_{yc} e_c$$

### 3.3.5 - Coeficientes de flexibilidade e esforços na casca cônica de cobertura

Analogamente ao caso da casca cônica recipiente, os coeficientes de flexibilidade e os esforços na casca cônica de cobertura são determinados através das expressões apresentadas no capítulo 2, considerando-se os sentidos positivos para os esforços incógnitos, como se mostra na figura 3.28.

Então, para força horizontal distribuída  $H = X_5 = 1$  aplicada na borda inferior, os coeficientes de flexibilidade são determinados com as seguintes expressões

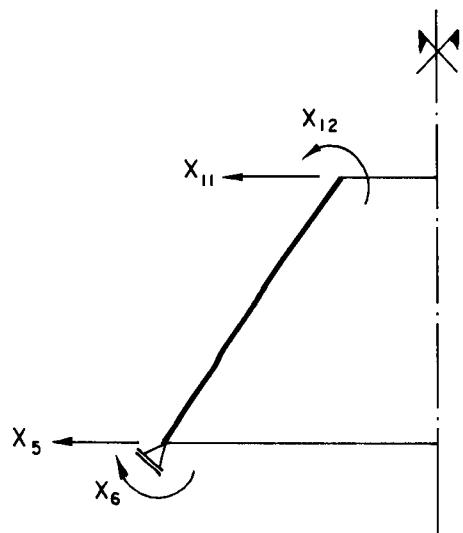


Figura 3.28 — ESFORÇOS INCÓGNITOS NA CASCA CÔNICA  
DE COBERTURA - SENTIDOS POSITIVOS

$$D_{55} = \frac{2 y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_2 E h_c} \quad \dots \dots (3.53)$$

$$D_{65} = \frac{6 L_2^2 (1-\nu^2) \cos \alpha}{E h_c^3}$$

e os esforços são dados por:

$$N_\theta = \frac{2 r_o}{L_2} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = \sqrt{2} \operatorname{sen} \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

$$M_y = L_2 \cos \alpha e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta H \quad \dots \dots (3.54)$$

$$M_\theta = \frac{\sqrt{2} L_2^2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{2 r_o} e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) H + \nu M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} \cos \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

Para momento distribuído  $M = X_6 = 1$  aplicado na borda inferior, os coeficientes de flexibilidade são determinados com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} D_{56} &= \frac{2 y_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_2^2 E h_c \cos \alpha} \\ D_{66} &= \frac{12 L_2 (1 - \nu^2)}{E h_c^3} \end{aligned} \quad \dots \quad (3.55)$$

e os esforços são dados por:

$$\begin{aligned} N_\theta &= \frac{2 \sqrt{2} r_o}{L_2 \cos \alpha} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M \\ N_y &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{L_2} e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta M \\ M_y &= \sqrt{2} e^{-\eta} \operatorname{sen}(\eta + \frac{\pi}{4}) M \end{aligned} \quad \dots \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} M_\theta &= \frac{L_2 \operatorname{sen} \alpha}{r_o} e^{-\eta} \cos \eta M + \nu M_y \\ Q_y &= \frac{2}{L_2} e^{-\eta} \operatorname{sen} \eta M \end{aligned}$$

Para força horizontal distribuída  $H = X_{11} = 1$  na borda superior, os coeficientes de flexibilidade são determinados com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} D_{1111} &= \frac{2 y_1^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{L_1 E h_c} \\ D_{1211} &= \frac{6 L_1^2 (1 - \nu^2) \cos \alpha}{E h_c^3} \end{aligned} \quad \dots \quad (3.57)$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = \frac{2 r_o}{L_1} e^{-\eta} \cos \eta H$$

$$N_y = -\sqrt{2} \sin \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

$$M_y = L_1 \cos \alpha e^{-\eta} \sin \eta H \quad \dots \quad (3.58)$$

$$M_{\theta} = \frac{\sqrt{2} L_1^2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 r_o} e^{-\eta} \sin(\eta + \frac{\pi}{4}) H + v M_y$$

$$Q_y = \sqrt{2} \cos \alpha e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) H$$

Para momento distribuído  $M = x_{12} = 1$  aplicado na borda superior, os coeficientes de flexibilidade são determinados com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} D_{1112} &= \frac{2 y_1^2 \sin^2 \alpha}{L_1^2 E h_c \cos \alpha} \\ D_{1212} &= \frac{12 L_1 (1-v^2)}{E h_c^3} \end{aligned} \quad \dots \quad (3.59)$$

e os esforços são dados por:

$$N_{\theta} = \frac{2 \sqrt{2} r_o}{L_1^2 \cos \alpha} e^{-\eta} \cos(\eta + \frac{\pi}{4}) M$$

$$N_y = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{L_1} e^{-\eta} \sin \eta M$$

$$M_y = \sqrt{2} e^{-\eta} \sin(\eta + \frac{\pi}{4}) M \quad \dots \quad (3.60)$$

$$M_{\theta} = \frac{L_1 \sin \alpha}{r_0} e^{-\eta} \cos \eta M + v M_y$$

$$Q_y = \frac{2}{L_1} e^{-\eta} \sin \eta M$$

### 3.3.6 - Coeficientes de flexibilidade e esforços no anel intermediário

Os coeficientes de flexibilidade no anel intermediário da ligação recipiente-cobertura cônica são calculados de forma análoga ao caso anterior do anel da ligação recipiente-laje. Assim sendo, e considerando os sentidos positivos para os esforços incógnitos como se mostra na figura 3.29, os coeficientes são dados por:

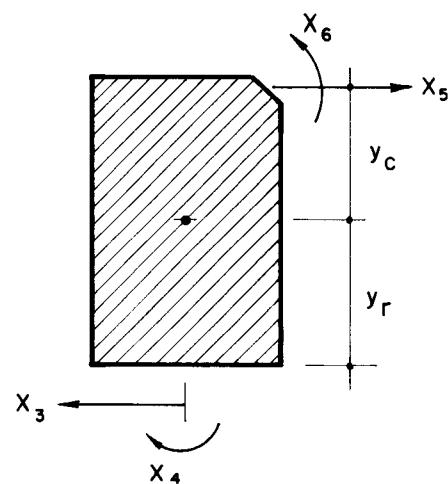


Figura 3.29 – ESFORÇOS INCÓGNITOS PARA O ANEL INTERMEDIÁRIO DA LIGAÇÃO RECIPIENTE – COBERTURA CÔNICA. SENTIDOS POSITIVOS

$$D_{33} = \frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_r^2}{I} \right)$$

$$D_{43} = D_{34} = -D_{63} = -D_{36} = \frac{r^2}{EI} y_r$$

$$D_{35} = D_{53} = -\frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} - \frac{y_r y_c}{I} \right)$$

$$D_{55} = \frac{r^2}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_c^2}{I} \right)$$

$$D_{65} = D_{56} = -D_{45} = -D_{54} = -\frac{r^2}{EI} y_c$$

$$D_{44} = D_{66} = -D_{46} = -D_{64} = \frac{r_a^2}{EI}$$

.... (3.61)

e os esforços  $H_a$  e  $M_a$  no anel, positivos como se indica na figura 3.30, são dados pelas seguintes expressões:

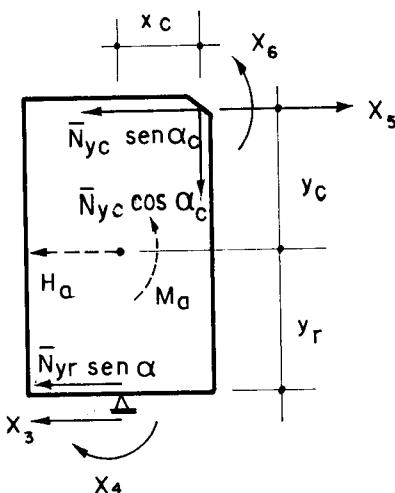


Figura 3.30 — ESFORÇOS TOTAIS NO ANEL INTERMEDIÁRIO DA LIGAÇÃO RECIPIENTE — COBERTURA CÔNICA

$$H_a = \bar{N}_{yc} \operatorname{sen} \alpha_c + \bar{N}_{yr} \operatorname{sen} \alpha + x_3 - x_5$$

$$M_a = (\bar{N}_{yc} \operatorname{sen} \alpha_c - x_5) y_c - (\bar{N}_{yr} \operatorname{sen} \alpha + x_3) y_r +$$

$$- \bar{N}_{yc} \cos \alpha_c x_c - x_4 + x_6$$

.... (3.62)

### 3.5.7 - Coeficientes de flexibilidade e esforços no anel superior

Os coeficientes de flexibilidade do anel superior são calculados de forma análoga aos casos anteriores, portanto, considerando-se os sentidos positivos indicados na figura 3.31, obtém-se os coeficientes dados pelas seguintes expressões:

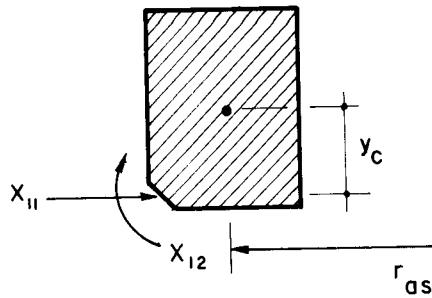


Figura 3.31 — ESFORÇOS INCÓGNITOS NO ANEL  
SUPERIOR — SENTIDOS POSITIVOS

$$\begin{aligned}
 D_{1111} &= \frac{r_{as}^2}{E} \left( \frac{1}{A} + \frac{y_c^2}{I} \right) \\
 D_{1211} &= D_{11} = -\frac{r_{as}^2}{EI} y_c \quad \dots \dots (3.63) \\
 D_{1212} &= \frac{r_{as}^2}{EI}
 \end{aligned}$$

e os esforços  $H_{as}$  e  $M_{as}$  no anel, com os sentidos positivos como se mostra na figura 3.32, são dados por:

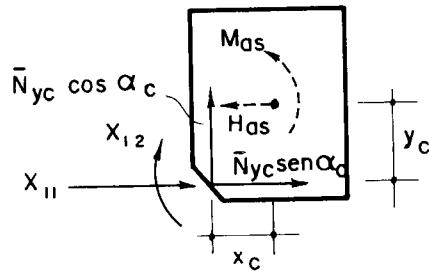


Figura 3.32 — ESFORÇOS TOTAIS NO ANEL SUPERIOR  
DA CASCA CÔNICA DE COBERTURA

$$\begin{aligned}
 H_{as} &= -\bar{N}_{yc} \sin \alpha_c - x_{11} \\
 M_{as} &= (\bar{N}_{yc} \sin \alpha_c + x_{11}) y_c - \bar{N}_{yc} \cos \alpha_c x_c - x_{12} \quad \dots \dots (3.64)
 \end{aligned}$$

### 3.3.8 - Compatibilização de deslocamentos

A compatibilização de deslocamentos no reservatório constituído por cascas cônicas é análogo ao caso do reservatório com cobertura em laje, diferindo em que a casca cilíndrica de acesso para inspeção não está mais vinculada com a cobertura, portanto as equações de compatibilidade obtidas ao efetuar-se as compatibilizações dos deslocamentos no fundo do reservatório com cobertura em laje para a casca cônicâ e cilíndrica respectivamente, permanecem válidas.

Apresentam-se então a seguir, as compatibilizações dos deslocamentos nas ligações que diferem do caso do reservatório com cobertura em laje, como segue:

- a) Compatibilização de deslocamentos na ligação cobertura cônicâ-anel superior

Fazendo-se a compatibilização de deslocamentos na ligação cobertura cônicâ-anel superior e tendo em vista que na seção de desmembramento os deslocamentos relativos horizontais e as rotações dos elementos considerados contínuos na referida seção são nulos, as equações de compatibilidade ficam:

$$\sum_{j=11}^{12} x_j D_{ij} + D_{io} = 0 \quad \dots \quad (3.65)$$

com  $i = 11, 12$

onde  $D_{io}$  representa a soma algébrica dos deslocamentos de membrana horizontais ou das rotações de cada elemento na seção de desmembramento considerada e  $D_{ij}$  a soma algébrica dos coeficientes de flexibilidade, como indica-se nas seguintes expressões:

$$D_{io} = D_{io,c} + D_{io,as}$$

.... (3.66)

$$D_{ij} = D_{ij,c} + D_{ij,as}$$

com  $i = j = 11, 12$

onde c e as representam respectivamente, cobertura e anel superior.

b) Compatibilização de deslocamentos na ligação recipiente-anel-cobertura

As equações de compatibilidade ao efetuar-se as compatibilizações dos deslocamentos, são dadas por:

$$\sum_{j=3}^6 X_j D_{ij} + D_{io} = 0 \quad \dots \quad (3.67)$$

com  $i = 3, 4, 5, 6$ .

Em forma matricial a expressão (3.67) é escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} D_{30} \\ D_{40} \\ D_{50} \\ D_{60} \end{Bmatrix}$$

onde

$$D_{33} = D_{33,r} + D_{33,a}$$

$$D_{34} = D_{43} = D_{34,r} + D_{34,a}$$

$$D_{35} = D_{53} = D_{35,a}$$

$$D_{36} = D_{63} = D_{36,a}$$

$$D_{44} = D_{44,r} + D_{44,a}$$

$$D_{45} = D_{54} = D_{45,a}$$

$$D_{46} = D_{64} = D_{46,a}$$

$$D_{55} = D_{55,a} + D_{55,c}$$

$$D_{56} = D_{65} = D_{56,a} + D_{56,c}$$

$$D_{66} = D_{66,a} + D_{66,c}$$

sendo que r, a e c representam respectivamente, recipiente, anel e cobertura.

Os esforços incógnitos  $X_j$  procurados, para a determinação dos esforços finais em cada elemento da estrutura (Fig. 3.2), são obtidos através da resolução dos sistemas de equações (3.39), (3.41), (3.65) e (3.67).

### 3.3.9 - Determinação dos esforços finais

Conhecidos os valores dos esforços incógnitos  $X_j$  devidos a cada carregamento ou aos diversos carregamentos agindo simultaneamente na estrutura, pode-se calcular os esforços finais em cada elemento estrutural, superpondo os esforços do sistema fundamental ou de membrana com os esforços do regime de flexão.

Para a obtenção dos citados esforços em cada elemento, utilizam-se as expressões dos esforços correspondentes já apresentadas neste capítulo.

4. ANÁLISE DE RESERVATÓRIOS EM CASCA CÔNICA RECIPIENTE E COBERTURA EM LAJE

4.1 - INTRODUÇÃO

Trata-se neste capítulo de analisar o comportamento estático de um grupo de nove reservatórios destinados ao armazenamento de água, constituídos por recipientes em casca cônica e coberturas em laje, utilizando para o cálculo dos esforços finais de cada problema a sequência de cálculo correspondente apresentada no capítulo 3.

Entre os aspectos principais levados em consideração para a seleção desse grupo de reservatórios merece menção destacada o fato de que as características geométricas da estrutura em referência são relativamente simples, constituindo-se quase com certeza num alvo de muita utilidade prática; por outro lado, procura-se com essa escolha, abranger uma determinada faixa de volumes de uso mais frequente.

Cabe citar que a faixa de volumes em referência para os reservatórios em estudo oscila entre os 200 e 1000

metros cúbicos e os ângulos  $\psi$  de inclinação do meridiano da casca cônica recipiente medidos a partir do plano horizontal (Fig. 4.1) situa-se entre  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , que são aproximadamente os limites dentro dos quais se encontra a grande maioria das obras existentes para reservatórios elevados em tronco de cone.

Outro aspecto importante que deve ser registrado, é o fato de que somente são analisados neste capítulo, os comportamentos estáticos dos reservatórios propriamente ditos, deixando para o exemplo do capítulo 5, a análise sobre o comportamento estático da torre e fundação sob os efeitos combinados das cargas verticais e as cargas horizontais devidas à ação do vento.

#### 4.1.1 - Considerações gerais

Para a determinação dos esforços finais nos diferentes elementos das estruturas em análise são utilizadas as mesmas simplificações de cálculo apontadas no capítulo anterior, ou seja, considerar respectivamente as cascas cônicas e cilíndrica como perfeitamente angastadas no fundo do reservatório. Além disto, utiliza-se integralmente a sequência de cálculo já apresentada e, portanto, não são mais apresentados os diferentes passos para o cálculo dos esforços e sim os seus valores finais.

Por outro lado, consideram-se para o cálculo dos esforços na estrutura os seguintes carregamentos atuando simultaneamente: pressão hidrostática, peso próprio da estrutura e sobrecarga uniformemente distribuída sobre a laje de cobertura, obtendo dessa forma os resultados que permitem analisar, de maneira geral, o comportamento estático de cada estrutura, sendo que o conveniente é determinar os esforços produzidos pelos diversos carregamentos atuando isoladamente (ver Apêndice), o que permite examinar o comportamento estático de cada elemento da estrutura sob os efeitos de cada carregamento.

#### 4.1.2 - Predimensionamento da casca cônica recipiente

A fixação das espessuras de cada elemento estrutural, primeiro passo para a análise estática da estrutura, pode ser feita facilmente, no caso da casca cônica recipiente, tendo-se em conta que a variação dos esforços anulares  $\bar{N}_\theta$  de membrana para a pressão hidrostática e peso próprio é, respectivamente, parabólica segundo uma curva de 2º grau e linear (Fig. 4.1), e que, por outro lado, a pressão hidrostática produz o máximo valor a  $0,5y_2$  e o peso próprio a  $y_2$  do vértice da casca. Assim sendo, para efeito de pré-dimensionamento, pode-se considerar o valor de  $\bar{N}_\theta$  que ocorre em  $0,5y_2$  do vértice produzido pela superposição da pressão hidrostática e peso próprio, e se fixa a espessura levando em conta o controle de fissuração e os cobrimentos das armaduras segundo as prescrições da NB-1, bem como os aspectos construtivos.

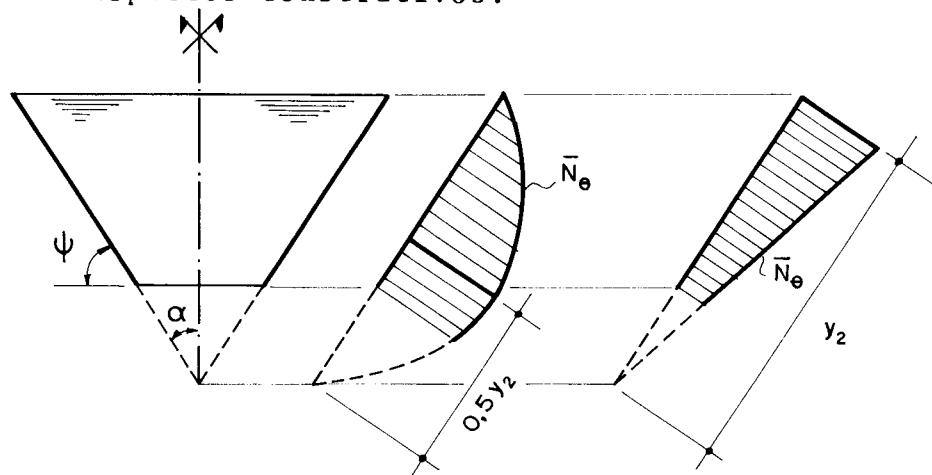


Figura 4.1 — ESFORÇOS  $\bar{N}_\theta$  NA CASCA CÔNICA RECIPIENTE DEVIDOS À ÁGUA E PESO PRÓPRIO

Por outra parte, dependendo da capacidade do reservatório em análise e o ângulo  $\psi$  de inclinação do meridiano, é provável que surja a conveniência de se adotar espessura linearmente variável ao longo da geratriz do recipiente.

piente, diminuindo da borda inferior para a borda superior. Devido que o tratamento de flexão nas vinculações das bordas com espessura linearmente variável é mais complexa, pode-se fazer um cálculo aproximado para a determinação dos esforços oriundos do regime de flexão considerando a média dessas espessuras e efetuando o cálculo com espessura constante.

Apresentam-se para finalizar, nas figuras 4.2 e 4.3, unicamente como ilustração, a variação dos esforços máximos  $\bar{N}_\theta$  em função do ângulo  $\psi$  do meridiano do recipiente e o volume V para um diâmetro de 3,0 metros do fundo do reservatório, e que podem evidentemente ser aproveitados para fins de predimensionamento.

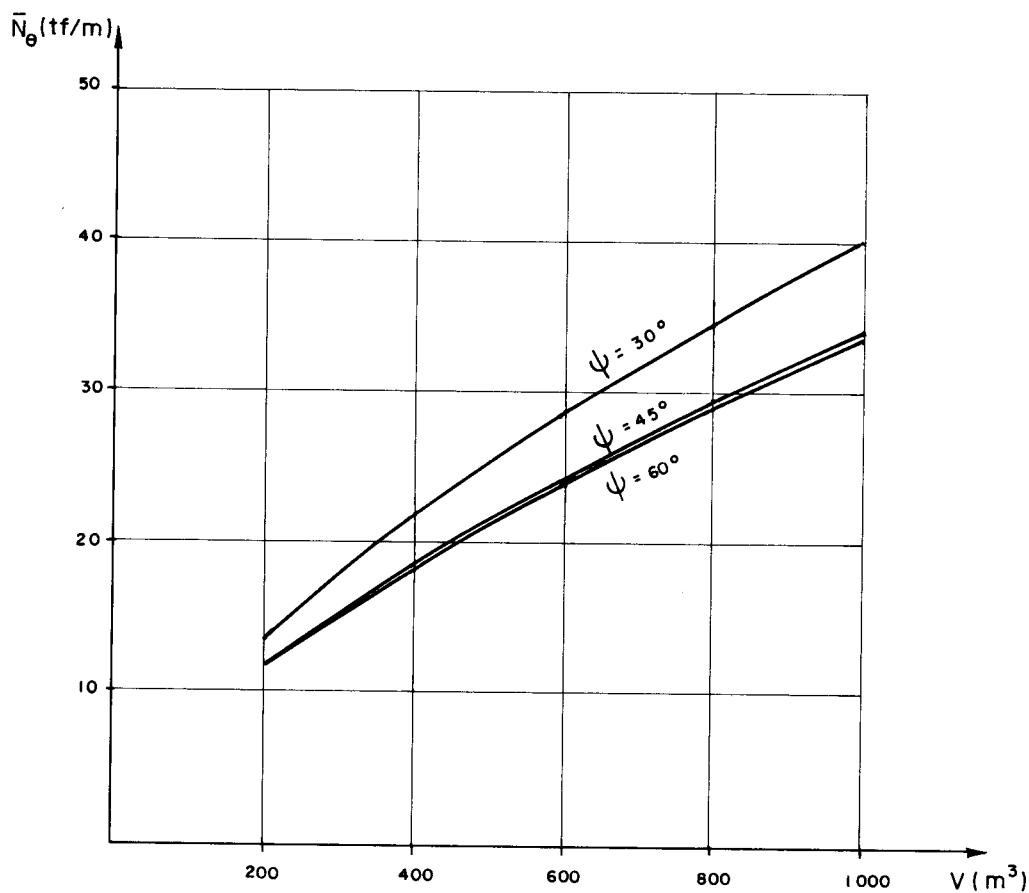


Figura 4.2 – VARIAÇÃO DOS ESFORÇOS  $\bar{N}_\theta$  MÁXIMOS PRODUZIDOS PELA PRESSÃO HIDROSTÁTICA

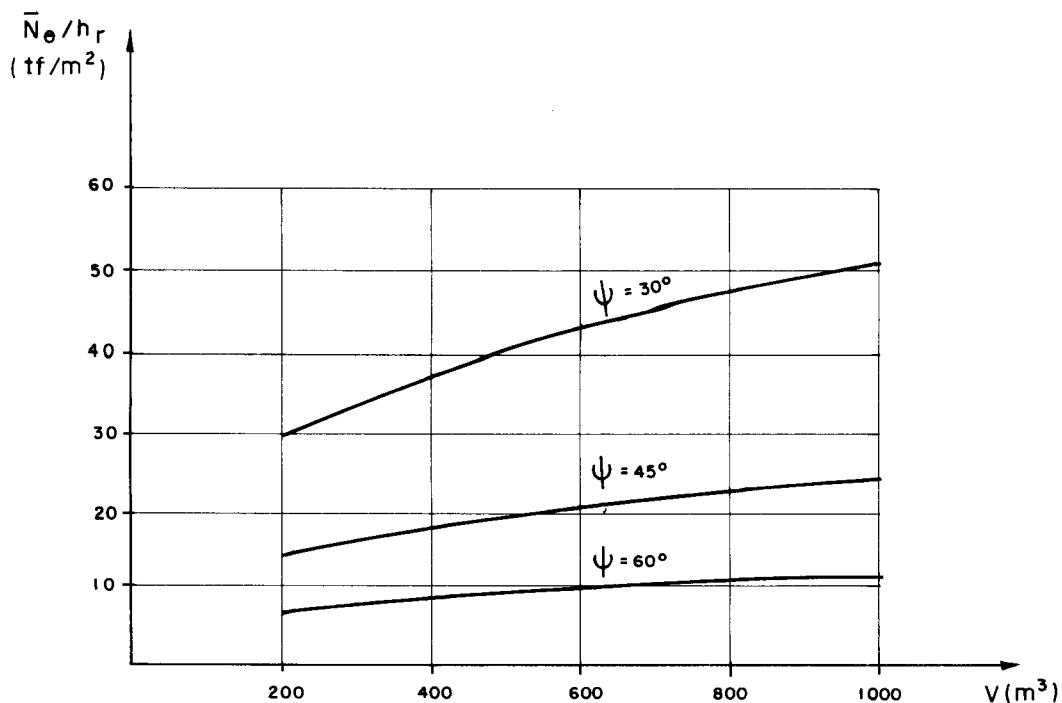


Figura 4.3 — VARIAÇÃO DOS ESFORÇOS  $\bar{N}_e$  MÁXIMOS PRODUZIDOS PELO PESO PRÓRIO EM FUNÇÃO DA ESPESSURA  $h_r$

#### 4.2 - DADOS

Os dados relativos à geometria dos reservatórios a serem analisados (Fig. 4.4) são indicados na Tabela 4.1 e logo após são fornecidos os dados relativos às propriedades dos materiais e aos carregamentos atuantes nas citadas estruturas.

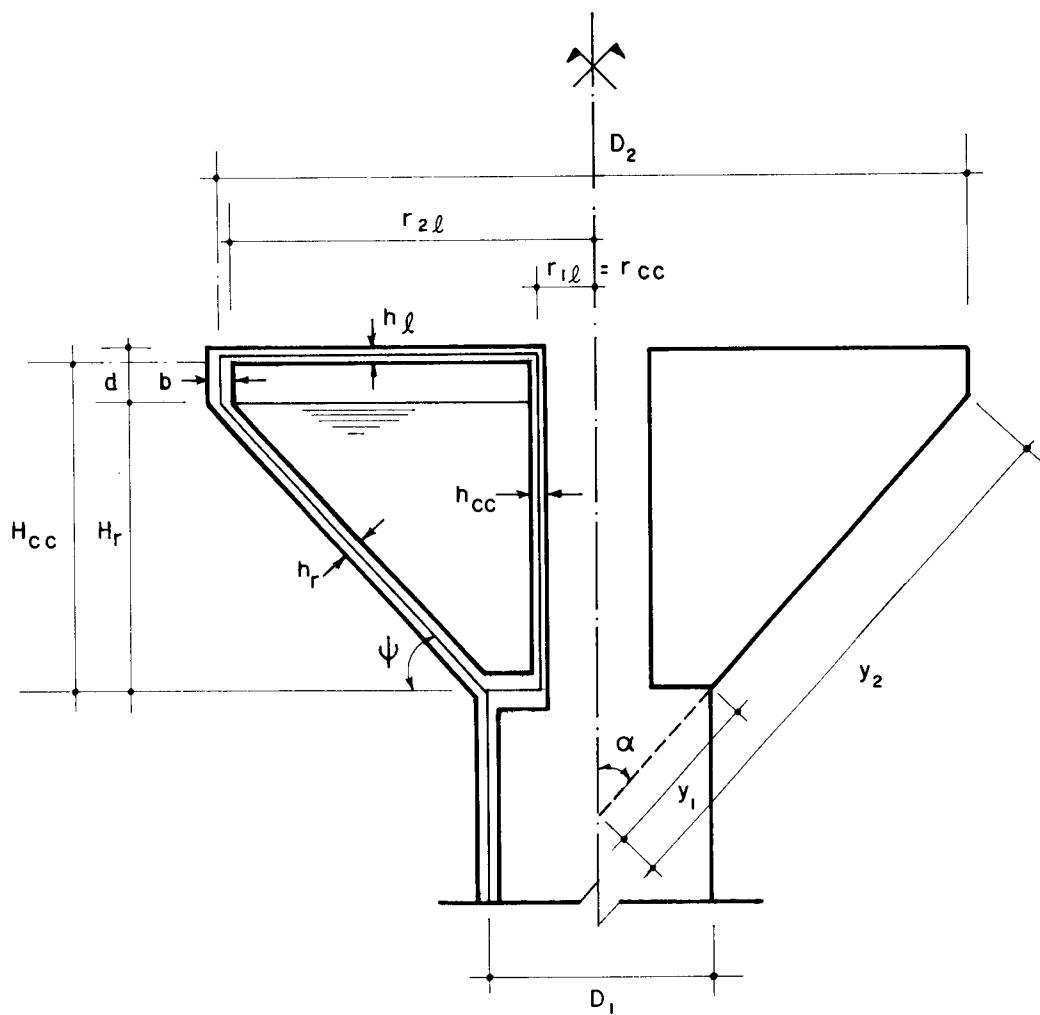


Figura 4.4 — GEOMETRIA DO RESERVATÓRIO OBJETO DE ANÁLISE

TABELA 4.1 - Dimensões dos reservatórios em análise

$V$ (m <sup>3</sup> )	$\Psi$	$h_r$ (m)	$h_{\ell}$ (m)	$h_{cc}$ (m)	$H_r$ (m)	$H_{cc}$ (m)	$y_1$ (m)	$y_2$ (m)	$D_1$ (m)	$D_2$ (m)	$r_{1\ell}$ (m)	$r_{2\ell}$ (m)	$b$ (m)	$d$ (m)
200	30°	0,150	0,100	0,10	3,25	3,65	1,59	8,09	2,75	14,00	0,75	6,850	0,30	0,50
	45°	0,150	0,100	0,10	4,50	4,90	1,94	8,31	2,75	11,75	0,75	5,765	0,22	0,50
	60°	0,150	0,100	0,10	6,15	6,55	2,75	9,85	2,75	9,85	0,75	4,840	0,17	0,50
500	30°	0,200	0,125	0,10	4,59	4,97	1,73	10,91	3,00	18,90	0,75	9,300	0,30	0,50
	45°	0,175	0,100	0,10	6,40	6,80	2,12	11,17	3,00	15,80	0,75	7,790	0,22	0,50
	60°	0,175	0,100	0,10	8,83	9,23	3,00	13,20	3,00	13,20	0,75	6,515	0,17	0,50
1000	30°	0,250	0,125	0,10	5,86	6,24	2,02	13,74	3,50	23,80	0,75	11,725	0,35	0,50
	45°	0,225	0,125	0,10	8,18	8,56	2,47	14,04	3,50	19,85	0,75	9,800	0,25	0,50
	60°	0,200	0,100	0,10	11,34	11,74	3,50	16,59	3,50	16,60	0,75	8,215	0,17	0,50

- Peso específico do concreto armado	2,50	$\text{tf/m}^3$
- Peso específico da água	1,00	$\text{tf/m}^3$
- Coeficiente de Poisson	0,167	
- Módulo de deformação do concreto armado para ações de curta duração, para ações de longa duração dito valor deverá diminuir até o seu valor correto	$3 \cdot 10^6$	$\text{tf/m}^2$
- Sobrecarga considerada sobre a laje anular de cobertura	0,050	$\text{tf/m}^2$
- Coeficiente de dilatação térmica do concreto armado	$10^{-5}$	$\text{C}^{\circ}{}^{-1}$
- Diferença de temperatura entre cobertura e anel intermediário	15	graus

#### 4.3 - RESULTADOS

Considerando os carregamentos da pressão hidrostática, peso próprio e sobrecarga distribuída sobre a laje de cobertura, atuando simultaneamente nas estruturas para reservatórios em análise e fazendo-se as compatibilizações dos deslocamentos nas vinculações conforme a sequência de cálculo apresentada no capítulo 3, obtém-se os esforços incógnitos dados na Tabela 4.2.

Analogamente obtém-se os resultados dos esforços incógnitos dados na Tabela 4.3, produzidos por uma variação de temperatura de  $+15^{\circ}\text{C}$  entre a laje de cobertura e o anel. Salienta-se porém, que na determinação destes valores considera-se apenas o deslocamento horizontal  $D_{50}$  no contorno externo, produzido pelo aquecimento uniforme da laje anular além disso foram desprezados os coeficientes de flexibilidade produzidos em contornos "opostos" (externo ou interno) da laje anular por esforços unitários aplicados em ambos os contornos. Assim, sendo, a

obtenção dos citados valores se resume na resolução de um sistema de equações de "4 x 4", como se pode observar no sistema de equações correspondente, dado no capítulo anterior.

Determinados os valores dos esforços incógnitos nas vinculações, procede-se ao cálculo dos esforços finais nos diferentes elementos da estrutura, conforme a sequência de cálculo apresentada no capítulo 3.

#### 4.3.1 - Esforços na casca cônica recipiente

Apresentam-se, nas Tabelas 4.4 a 4.21, os esforços na parede da casca cônica recipiente (Fig. 4.5), produzidos pela ação simultânea do peso próprio, pressão hidrostática e sobrecarga uniforme sobre a laje de cobertura nas estruturas em análise.

De forma análoga são calculados os valores apresentados nas Tabelas 4.22 a 4.30, correspondentes aos esforços na parede da casca recipiente devidos a uma variação de temperatura de  $+15^{\circ}\text{C}$  entre a laje de cobertura e anel nos reservatórios em estudo.

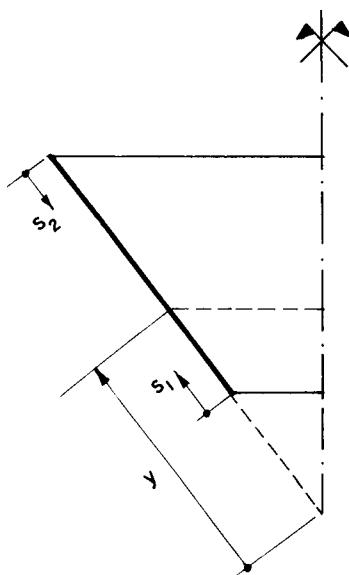


Figura 4.5 — CASCA CÔNICA RECIPIENTE — COORDENADAS

#### 4.3.2 - Esforços na laje anular de cobertura

Os esforços finais  $M_r$  e  $M_t$  na laje anular de cobertura (Fig. 4.6) das estruturas em análise, dados nas Tabelas 4.31 a 4.39 são determinados através da superposição de efeitos em casos mais simples, ou seja, superpondo-se aos efeitos produzidos pela carga uniforme (sobrecarga e peso próprio) sobre a laje anular simplesmente apoiada, os efeitos produzidos pelos esforços incógnitos  $X_6$  e  $X_8$  dados na Tabela 4.2 e obtidos considerando-se as estruturas solicitadas simultaneamente por peso próprio, pressão hidrostática e sobrecarga uniforme na cobertura.

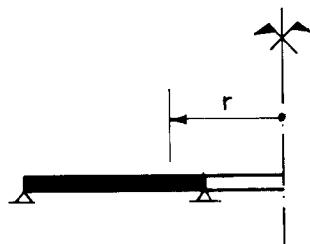


Figura 4.6 — LAJE ANULAR DE COBERTURA

É importante ressaltar, que tanto para a determinação dos esforços devidos ao peso próprio e sobrecarga sobre a laje de cobertura como também dos esforços incógnitos  $X_6$  e  $X_8$  atuando respectivamente nos contornos externo e interno, foi utilizado o Processo dos Esforços. Acrescenta-se porém, que como os valores de  $X_6$  devidos à variação de temperatura de  $15^{\circ}\text{C}$  entre a laje e o anel são pequenos (Tabela 4.3), não foram calculados os esforços finais correspondentes.

#### 4.3.3 - Esforços na casca cilíndrica de acesso

Nas Tabelas 4.40 a 4.57 são fornecidos os valo  
res dos esforços na casca cilíndrica de acesso (Fig. 4.7)  
das estruturas em análise, calculados considerando os valo  
res dos esforços incógnitos correspondentes dados na Tabe  
la 4.2 e a seqüência de cálculo apresentada no capítulo 3.

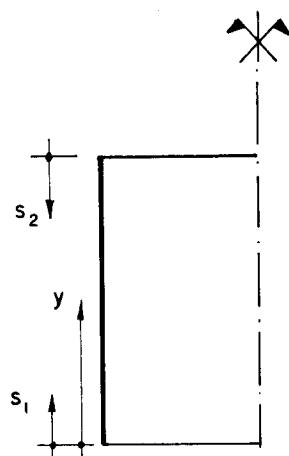


Figura 4.7 — CASCA CILINDRICA DE ACESSO — COORDENADAS

Ressalta-se, que os esforços incógnitos consi  
derados para a determinação dos esforços, são produzidos  
pela ação simultânea do peso próprio, pressão hidrostá  
tica e sobrecarga uniforme na laje de cobertura.

Deve-se também citar que os efeitos produzidos  
pelo aquecimento da laje de cobertura de +15°C sobre a bor  
da superior da casca cilíndrica foram desprezados.

#### 4.3.4 - Esforços no anel intermediário

Apresentam-se na Tabela 4.58 os esforços  $H_a$  e  
 $M_a$  no anel intermediário da ligação casca cônicare  
cipiente-laje de cobertura, produzidos pela ação simul  
tânea do peso próprio, sobrecarga uniforme na cobertura  
e pressão hidrostática, como também pela variação de tempe

ratura de +15<sup>o</sup>C entre a laje de cobertura e o anel nas estruturas em análise.

Cabe, por outra parte, destacar que a convenção para os sentidos positivos dos esforços em referência, é a mesma apresentada no capítulo 3, para o cálculo dos esforços no anel intermediário, e o esforço circunferencial T é positivo quando provoca tração no anel.

#### 4.3.5 - Diagramas

Os diagramas dos esforços finais  $N_\theta$  e  $M_y$  na casca cônica recipiente e na casca cilíndrica de acesso interno ao reservatório, bem como os esforços finais  $M_r$  e  $M_t$  na laje de cobertura são apresentados nas figuras 4.8 a 4.43, para todos os casos estudados neste capítulo.

TABELA 4.2 - Esforços incógnitos dos reservatórios em análise, devidos ao peso próprio, sobrecarga e água.

$V$ (m <sup>3</sup> )	$\psi$	$X_1$ (tf/m)	$X_2$ (tf/m)	$X_3$ (tf/m)	$X_4$ (tf/m)	$X_5$ (tf/m)	$X_6$ (tf/m)	$X_7$ (tf/m)	$X_8$ (tf/m)	$X_9$ (tf/m)	$X_{10}$ (tf/m)
200	30°	-12,262	2,085	-1,193	-0,661	-0,596	-0,694	-7,559	-1,797	-0,525	0,053
	45°	-6,463	1,159	-0,926	-0,391	-0,510	-0,520	-4,593	-1,083	-0,826	0,085
	60°	-5,106	0,971	-0,582	-0,205	-0,552	-0,353	-2,850	-0,667	-1,191	0,123
500	30°	-27,810	5,882	-2,719	-1,546	-0,349	-1,697	-17,716	-4,131	-0,581	0,059
	45°	-13,376	2,869	-1,487	-0,816	-0,817	-1,069	-9,069	-2,148	-1,106	0,114
	60°	-9,823	2,151	-0,879	-0,470	-0,583	-0,663	-6,036	-1,428	-1,656	0,172
1000	30°	-48,197	12,465	-3,470	-2,682	-0,989	-2,830	-30,951	-7,244	-0,602	0,061
	45°	-23,298	6,226	-2,230	-1,629	-1,099	-1,950	-19,218	-4,471	-1,249	0,129
	60°	-15,311	3,889	-1,225	-0,829	-0,820	-1,119	-11,055	-2,632	-2,060	0,214

TABELA 4.3 - Esforços incógnitos devidos a  $\Delta_t = +15^{\circ}\text{C}$   
entre laje e anel

$V$ ( $\text{m}^3$ )	$\psi$	$X_3$ ( $\text{tf/m}$ )	$X_4$ ( $\text{tfm/m}$ )	$X_5$ ( $\text{tf/m}$ )	$X_6$ ( $\text{tfm/m}$ )
200	30°	-0,084	0,904	-6,213	-0,134
	45°	-0,318	0,902	-5,772	-0,136
	60°	-0,396	0,879	-5,481	-0,137
500	30°	-1,599	1,276	-6,647	-0,228
	45°	-1,024	1,086	-5,402	-0,127
	60°	-1,060	1,058	-5,122	-0,117
1000	30°	-2,722	1,792	-7,521	-0,189
	45°	-2,285	1,498	-6,477	-0,192
	60°	-1,659	1,240	-5,025	-0,100

TABELA 4.4 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$		$X_1 = -12,262 \text{ tf/m}$	$X_2 = 2,085 \text{ tfm/m}$
		$L_1 = 0,492 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	1,59	1,84	2,09
$s_1 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	9,844	10,867	12,036
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	-68,537	-41,696	-17,176
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	47,374	11,663	-7,296
$N_\theta (\text{tf/m})$	-11,319	-19,166	-12,436
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-67,529	-56,893	-48,034
$N_y, X_1 (\text{tf/m})$	10,619	2,473	-1,244
$N_y, X_2 (\text{tf/m})$	0,000	4,297	4,517
$N_y (\text{tf/m})$	-56,910	-50,123	-44,761
$M_y (\text{tfm/m})$	0,000	-0,833	-0,928
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	2,085	1,706	1,039
$M_y (\text{tfm/m})$	2,085	0,873	0,111
			-0,231
			-0,102
			0,010
			4,05 (*)
			2,46
			16,448
			6,293
			-0,334
			1,011
			16,656
			17,125
			-26,940
			-17,673
			-0,548
			0,089
			-0,095
			-17,679
			0,019
			-0,009
			0,010

(\*) - Ponto onde ocorrem os esforços totais máximos  $\bar{N}_\theta$  de membrana.

TABELA 4.5 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 30^0$	$X_3 = -1,193 \text{ tf/m}$				$X_4 = -0,661 \text{ tfm/m}$			
	$L_2 = 1,109 \text{ m}$							
$y (\text{m})$	8,09	7,84	7,59	7,09	6,59	5,32	4,05 (*)	
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,77	4,04	
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	4,551	6,107	7,556	10,128	12,268	15,755	16,448	
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	15,059	11,354	8,100	3,320	0,687	-0,650	-0,174	
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	-15,048	-8,743	-4,177	0,878	2,408	1,139	0,078	
$N_\theta (\text{tf/m})$	4,562	8,718	11,479	14,326	15,363	16,244	16,352	
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-1,860	-2,136	-2,480	-3,378	-4,584	-9,346	-17,673	
$N_y, X_3 (\text{tf/m})$	1,033	0,619	0,305	-0,069	-0,203	-0,119	-0,011	
$N_y, X_4 (\text{tf/m})$	0,000	-0,368	-0,573	-0,657	-0,521	-0,102	0,026	
$N_y (\text{tf/m})$	-0,827	-1,885	-2,748	-4,104	-5,308	-9,567	-17,658	
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,117	0,185	0,211	0,167	0,031	-0,009	
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	-0,661	-0,632	-0,562	-0,376	-0,203	0,010	0,023	
$M_y (\text{tfm/m})$	-0,661	-0,515	-0,377	-0,165	-0,036	0,041	0,012	

TABELA 4.6 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$	$X_1 = -6,463 \text{ tfm/m}$		$X_2 = 1,159 \text{ tfm/m}$	
	$L_1 = 0,413 \text{ m}$	$L_2 = 1,159 \text{ tfm/m}$	$L_1 = 0,413 \text{ m}$	$L_2 = 1,159 \text{ tfm/m}$
$y \text{ (m)}$	1,94	2,19	2,44	3,44
$s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta \text{ (tfm/m)}$	9,252	10,058	10,775	11,949
$N_\theta, X_1 \text{ (tfm/m)}$	-43,034	-21,802	-5,681	4,350
$N_\theta, X_2 \text{ (tfm/m)}$	26,425	4,124	-5,776	-5,015
$N_\theta \text{ (tfm/m)}$	-7,357	-7,620	-0,682	11,279
$\bar{N}_y \text{ (tfm/m)}$	-43,491	-37,360	-32,381	-24,834
$N_y, X_1 \text{ (tfm/m)}$	4,570	0,632	-0,794	-0,171
$N_y, X_2 \text{ (tfm/m)}$	0,000	1,743	1,565	0,329
$N_y \text{ (tfm/m)}$	-38,921	-34,985	-31,610	-24,676
$M_y, X_1 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,586	-0,526	-0,111
$M_y, X_2 \text{ (tfm/m)}$	1,159	0,880	0,445	-0,015
$M_y \text{ (tfm/m)}$	1,159	0,294	-0,081	-0,126

TABELA 4.7 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$	$X_3 = -0,926 \text{ tfm/m}$	$X_4 = -0,391 \text{ tfm/m}$
	$L_2 = 0,854 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	8,31	7,81
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,50
$\bar{N}_0 (\text{tf/m})$	2,203	4,832
$N_0, X_3 (\text{tf/m})$	12,741	5,556
$N_0, X_4 (\text{tf/m})$	-8,908	-1,310
$N_0 (\text{tf/m})$	6,036	9,078
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-1,055	-1,486
$N_y, X_3 (\text{tf/m})$	0,655	0,103
$N_y, X_4 (\text{tf/m})$	0,000	-0,281
$N_y (\text{tf/m})$	-0,400	-1,644
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,171
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	-0,391	-0,301
$M_y (\text{tfm/m})$	-0,391	-0,130
	7,31	6,81
	1,00	1,50
	7,107	9,029
	1,292	1,471
	9,752	10,167
	-2,135	-3,024
	0,108	-0,132
	-0,261	-0,156
	-2,504	-3,312
	0,159	0,093
	-0,159	-0,054
	0,000	-0,039
	6,31	5,23
	2,00	3,08
	10,598	12,777
	0,919	0,067
	-0,647	-0,194
	10,870	12,650
	-4,182	-7,802
	-0,132	-0,089
	-0,063	0,003
	-4,334	-7,806
	0,093	-0,007
	-0,054	0,011
	0,039	0,037
		4,15 (*)

TABELA 4.8 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_1 = -5,106 \text{ tf/m}$			$X_2 = 0,971 \text{ tfm/m}$		
	$L_1 = 0,373 \text{ m}$			$L_1 = 4,93 \text{ (*)}$		
$y \text{ (m)}$	2,75	3,00	3,25	3,75	4,25	4,93
$s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,18
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	10,061	10,599	11,077	11,844	12,360	12,662
$N_\theta, X_1 \text{ (tf/m)}$	-37,645	-16,464	-2,658	3,150	0,665	-0,177
$N_\theta, X_2 \text{ (tf/m)}$	22,162	2,009	-5,109	-2,774	0,082	0,153
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-5,422	-3,856	3,310	12,220	13,107	12,638
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-33,003	-29,316	-26,150	-20,981	-16,932	-12,661
$N_y, X_1 \text{ (tf/m)}$	2,553	0,212	-0,498	-0,234	0,006	0,010
$N_y, X_2 \text{ (tf/m)}$	0,000	0,955	0,766	0,092	-0,042	-0,004
$N_y \text{ (tf/m)}$	-30,450	-28,145	-25,882	-21,123	-16,968	-12,655
$M_y, X_1 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,524	-0,420	-0,050	0,023	0,002
$M_y, X_2 \text{ (tfm/m)}$	0,971	0,698	0,305	-0,030	-0,025	0,001
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,971	0,174	-0,115	-0,080	-0,020	0,003

TABELA 4.9 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$		$X_3 = -0,582 \text{ tf/m}$			$X_4 = -0,205 \text{ tfm/m}$		
		$L_2 = 0,707 \text{ m}$					
$y \text{ (m)}$	9,85	9,35	8,85	8,35	7,85	6,39	4,93 (*)
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	3,46	4,92
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	1,066	3,350	5,383	7,167	8,700	11,747	12,662
$N_\theta, X_3 \text{ (tf/m)}$	8,109	2,884	0,275	-0,431	-0,363	0,007	-0,003
$N_\theta, X_4 \text{ (tf/m)}$	-4,664	-0,241	0,848	0,652	0,276	-0,026	0,000
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	4,511	5,993	6,506	7,388	8,613	11,726	12,659
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-0,702	-1,026	-1,497	-2,132	-2,942	-6,159	-12,661
$N_y, X_3 \text{ (tf/m)}$	0,290	0,016	-0,058	-0,048	-0,021	0,002	0,000
$N_y, X_4 \text{ (tf/m)}$	0,000	-0,107	-0,081	-0,034	-0,006	-0,002	0,000
$N_y \text{ (tf/m)}$	-0,412	-1,117	-1,636	-2,214	-2,969	-6,159	-12,661
$M_y, X_3 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,112	0,086	0,037	0,006	-0,002	0,000
$M_y, X_4 \text{ (tfm/m)}$	-0,205	-0,143	-0,057	-0,008	0,010	0,001	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-0,205	-0,031	0,029	0,029	0,016	-0,001	0,000

TABELA 4.10 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$	$X_1 = -27,810 \text{ tf/m}$			$X_2 = 5,882 \text{ tfm/m}$		
	$L_1 = 0,592 \text{ m}$			$L_1 = 0,592 \text{ m}$		
$y (\text{m})$	1,73	1,98	2,23	2,73	3,23	4,34
$s_1 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,61
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	15,025	16,798	18,436	21,387	23,861	27,949
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	-140,929	-96,431	-51,824	4,848	17,131	1,286
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	100,700	37,944	-4,665	-32,591	-20,756	2,013
$N_\theta (\text{tf/m})$	-25,177	-41,685	-38,053	-6,373	20,236	31,248
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-152,092	-130,817	-114,117	-89,449	-71,845	-46,649
$N_y, X_1 (\text{tf/m})$	24,084	7,930	-0,866	-4,942	-2,660	0,192
$N_y, X_2 (\text{tf/m})$	0,000	9,247	11,059	6,312	1,560	-0,400
$N_y (\text{tf/m})$	-128,008	-113,640	-130,924	-88,079	-72,945	-46,857
$M_y, X_1 (\text{tfm/m})$	0,000	-2,212	-2,644	-1,509	-0,374	0,095
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	5,882	5,097	3,568	0,951	-0,116	-0,089
$M_y (\text{tfm/m})$	5,882	2,885	0,924	-0,558	-0,490	0,006

TABELA 4.11 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$		$X_3 = -2,719 \text{ t}_f/\text{m}$	$X_4 = -1,546 \text{ t}_f\text{m}/\text{m}$
		$L_2 = 1,488 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	10,91	10,66	10,41
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta (\text{t}_f/\text{m})$	8,183	10,303	12,316
$N_\theta, X_3 (\text{t}_f/\text{m})$	34,535	28,124	22,230
$N_\theta, X_4 (\text{t}_f/\text{m})$	-26,393	-17,848	-11,056
$N_\theta (\text{t}_f/\text{m})$	16,325	20,579	23,490
$\bar{N}_y (\text{t}_f/\text{m})$	-2,778	-3,123	-3,533
$N_y, X_3 (\text{t}_f/\text{m})$	2,355	1,630	1,034
$N_y, X_4 (\text{t}_f/\text{m})$	0,000	-0,509	-0,848
$N_y (\text{t}_f/\text{m})$	-0,423	-2,002	-3,347
$M_y, X_3 (\text{t}_f\text{m}/\text{m})$	0,000	0,286	0,476
$M_y, X_4 (\text{t}_f\text{m}/\text{m})$	-1,546	-1,508	-1,407
$M_y (\text{t}_f\text{m}/\text{m})$	-1,546	-1,222	-0,931

TABELA 4.12 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$		$X_1 = -13,376 \text{ tf/m}$			$X_2 = 2,869 \text{ tfm/m}$		
		$L_1 = 0,466 \text{ m}$			$L_1 = 0,466 \text{ m}$		
$y \text{ (m)}$	2,12	2,37	2,62	3,12	3,62	4,59	5,59 (*)
$s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,47	3,47
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	14,224	15,481	16,651	18,726	20,447	22,778	23,787
$N_\theta, X_1 \text{ (tf/m)}$	-86,112	-48,384	-17,378	8,061	5,862	-0,516	-0,052
$N_\theta, X_2 \text{ (tf/m)}$	56,170	12,767	-9,500	-13,342	-3,520	0,839	-0,045
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-15,718	-20,136	-10,227	13,445	22,789	23,101	23,690
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-95,011	-83,345	-73,790	-58,982	-47,981	-32,981	-22,614
$N_y, X_1 \text{ (tf/m)}$	9,458	1,927	-1,297	-1,530	-0,348	0,065	-0,003
$N_y, X_2 \text{ (tf/m)}$	0,000	3,680	3,700	1,208	-0,038	-0,051	0,007
$N_y \text{ (tf/m)}$	-85,553	-77,738	-71,387	-59,304	-48,367	-32,967	-22,610
$M_y, X_1 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-1,318	-1,578	-0,433	0,014	0,018	-0,002
$M_y, X_2 \text{ (tfm/m)}$	2,869	2,299	1,331	0,099	-0,123	-0,004	0,002
$M_y \text{ (tfm/m)}$	2,869	0,981	-0,247	-0,334	-0,105	0,014	0,000

TABELA 4.13 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$		$X_3 = -1,487 \text{ tf/m}$				$X_4 = -0,816 \text{ tfm/m}$			
		$L_2 = 1,070 \text{ m}$							
$y (\text{m})$		11,17	10,92	10,67	10,17	9,67	9,17	8,17	6,88
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,58
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	3,459	5,312	7,077	10,341	13,251	15,808	19,861	23,001	23,787
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	21,958	16,532	11,736	4,666	0,787	-0,817	-0,917	-0,157	0,029
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	-15,925	-9,137	-4,217	1,196	2,775	2,522	0,900	-0,020	-0,059
$N_\theta (\text{tf/m})$	9,492	12,707	14,596	16,203	16,813	17,513	19,844	22,824	23,757
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-1,381	-1,592	-1,853	-2,533	-3,434	-4,574	-7,659	-13,588	-22,614
$N_y, X_3 (\text{tf/m})$	1,052	0,617	0,292	-0,087	-0,211	-0,203	-0,081	-0,007	+0,008
$N_y, X_4 (\text{tf/m})$	0,000	-0,280	-0,431	-0,482	-0,370	-0,225	-0,031	0,020	0,007
$N_y (\text{tf/m})$	-0,329	-1,255	-1,992	-3,102	-4,015	-5,002	-7,771	-13,575	-22,599
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,206	0,317	0,355	0,274	0,166	0,023	-0,016	-0,005
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	-0,816	-0,778	-0,687	-0,448	-0,231	-0,083	0,030	0,021	0,002
$M_y (\text{tfm/m})$	-0,816	-0,572	-0,370	-0,093	0,043	0,083	0,053	0,005	-0,003

TABELA 4.14 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_1 = -9,823 \text{ tf/m}$				$X_2 = 2,151 \text{ tfm/m}$			
	$L_1 = 0,421 \text{ m}$				$L_1 = 0,50 \text{ (*)}$			
$y \text{ (m)}$	3,00	3,25	3,50	4,00	4,50	5,50	6,60	6,60
$s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,50	3,60	3,60
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	15,679	16,580	17,418	18,906	20,144	21,870	22,614	22,614
$N_\theta, X_1 \text{ (tf/m)}$	-69,998	-34,706	-9,309	6,253	2,717	-0,318	0,019	0,019
$N_\theta, X_2 \text{ (tf/m)}$	42,040	6,772	-8,281	-7,370	-0,900	0,260	-0,025	-0,025
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-12,279	-11,354	-0,172	17,789	21,961	21,812	22,608	22,608
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-73,471	-66,488	-60,432	-50,428	-42,474	-30,571	-21,370	-21,370
$N_y, X_1 \text{ (tf/m)}$	4,911	0,730	-0,829	-0,646	-0,070	0,017	-0,001	-0,001
$N_y, X_2 \text{ (tf/m)}$	0,000	1,823	1,669	0,380	0,068	0,005	0,001	0,001
$N_y \text{ (tf/m)}$	-68,560	-63,935	-59,592	-50,694	-42,476	-30,549	-21,370	-21,370
$M_y, X_1 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-1,107	-1,013	-0,231	0,042	0,003	0,000	0,000
$M_y, X_2 \text{ (tfm/m)}$	2,151	1,649	0,854	-0,005	-0,081	0,003	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	2.151	0,542	-0,159	-0,236	-0,039	0,006	0,000	0,000

TABELA 4.15 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$	$X_3 = -0,879 \text{ tf/m}$				$X_4 = -0,470 \text{ tfm/m}$					
	$L_2 = 0,884 \text{ m}$				$L_2 = 6,60 (\ast)$					
$y \text{ (m)}$	13,20	12,95	12,70	12,20	11,70	11,20	10,05	8,90	7,75	6,60
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,15	4,30	5,45	6,60
$\bar{N}_0 \text{ (tf/m)}$	1,669	3,258	4,781	7,643	10,254	12,686	17,100	20,260	22,099	22,614
$N_0, X_3 \text{ (tf/m)}$	13,126	9,318	6,056	1,666	-0,268	-0,739	-0,258	0,010	0,016	0,001
$N_0, X_4 \text{ (tf/m)}$	-9,167	-4,618	-1,545	1,310	1,664	1,139	0,099	-0,054	-0,012	0,001
$N_0 \text{ (tf/m)}$	5,628	7,958	9,292	10,619	11,650	13,086	16,941	20,216	22,103	22,616
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-0,921	-1,083	-1,279	-1,780	-2,434	-3,248	-5,793	-9,434	-14,461	-21,370
$N_y, X_3 \text{ (tf/m)}$	0,440	0,225	0,077	-0,068	-0,089	-0,065	-0,006	0,003	0,001	0,000
$N_y, X_4 \text{ (tf/m)}$	0,000	-0,129	-0,187	-0,179	-0,111	-0,049	0,007	0,005	0,000	0,000
$N_y \text{ (tf/m)}$	-0,481	-0,987	-1,389	-2,027	-2,634	-3,362	-5,792	-9,426	-14,460	-21,370
$M_y, X_3 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,141	0,205	0,197	0,123	0,053	-0,008	-0,004	0,000	0,000
$N_y, X_4 \text{ (tfm/m)}$	-0,470	-0,439	-0,368	-0,202	-0,074	-0,007	0,017	0,003	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-0,470	-0,298	-0,163	-0,005	0,049	0,046	0,009	-0,001	0,000	0,000

TABELA 4.16 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$		$X_1 = -48,197 \text{ tfm/m}$		$X_2 = 12,465 \text{ tfm/m}$	
		$L_1 = 0,716 \text{ m}$			
$y (\text{m})$	2,02	2,27	2,52	3,02	3,52
$s_1 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	22,397	24,677	26,849	30,868	34,455
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	-235,600	-175,454	-111,969	-15,099	25,285
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	170,202	80,604	12,989	-51,092	-49,863
$N_\theta (\text{tf/m})$	-43,001	-70,173	-72,131	-35,323	9,877
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	-255,001	-224,251	-199,373	-161,437	-133,716
$N_y, X_1 (\text{tf/m})$	41,740	17,591	2,553	-8,382	-7,018
$N_y, X_2 (\text{tf/m})$	0,000	14,551	19,287	14,696	6,426
$N_y (\text{tf/m})$	-213,261	-192,109	-177,533	-155,123	-134,308
$M_y, X_1 (\text{tfm/m})$	0,000	-4,163	-5,518	-4,205	-1,838
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	12,465	11,268	8,735	3,572	0,560
$M_y (\text{tfm/m})$	12,465	7,105	3,217	-0,633	-1,278
				-0,818	0,047
					0,010

TABELA 4.17 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

V = 1000 m <sup>3</sup> /ψ = 30°		X <sub>3</sub> = -3,470 tf/m	X <sub>4</sub> = -2,682 tfm/m
		L <sub>2</sub> = 1,866 m	
y (m)	13,74	13,49	13,24
s <sub>2</sub> (m)	0,00	0,25	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	12,882	15,568	18,146
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	44,258	37,664	31,459
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-36,664	-26,996	-18,905
N <sub>θ</sub> (tf/m)	20,476	26,236	30,700
N <sub>y</sub> (tf/m)	-3,432	-3,838	-4,309
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	3,005	2,254	1,608
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	0,000	-0,582	-1,008
N <sub>y</sub> (tf/m)	-0,427	-2,166	-3,709
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,000	0,378	0,656
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,638	-2,521
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,260	-1,865
y (m)	13,74	12,74	12,24
s <sub>2</sub> (m)	0,00	1,00	1,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	22,977	27,375	31,341
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	20,646	12,246	6,196
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-6,946	0,382	4,286
N <sub>θ</sub> (tf/m)	36,677	40,003	41,823
N <sub>y</sub> (tf/m)	-5,445	-6,857	-8,560
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	0,614	-0,614	-0,411
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-0,582	-1,488	-1,605
N <sub>y</sub> (tf/m)	-2,166	-3,709	-6,319
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,000	0,378	0,656
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,638	-2,521
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,260	-1,865
y (m)	13,49	12,74	11,74
s <sub>2</sub> (m)	0,25	0,50	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	18,146	22,977	27,375
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	30,646	20,646	12,246
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-6,946	0,382	4,286
N <sub>θ</sub> (tf/m)	36,677	40,003	41,823
N <sub>y</sub> (tf/m)	-5,445	-6,857	-8,560
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	0,614	-0,614	-0,411
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-0,582	-1,488	-1,605
N <sub>y</sub> (tf/m)	-2,166	-3,709	-6,319
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,000	0,378	0,656
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,638	-2,521
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-2,682	-2,260	-1,865
y (m)	12,74	10,74	9,74
s <sub>2</sub> (m)	0,50	0,50	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	27,375	31,341	37,976
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	12,246	6,196	-0,256
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	4,286	5,950	4,211
N <sub>θ</sub> (tf/m)	41,823	43,670	45,089
N <sub>y</sub> (tf/m)	-6,857	-8,560	-12,924
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-0,411	-0,623	-0,487
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-1,605	-1,496	-0,996
N <sub>y</sub> (tf/m)	-6,319	-8,497	-10,467
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,656	0,967	1,044
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,521	-2,150	-1,698
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-2,260	-1,865	-0,654
y (m)	11,74	10,74	9,74
s <sub>2</sub> (m)	0,50	0,50	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	31,341	37,976	42,871
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	6,196	-0,256	-1,993
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	4,286	5,950	4,211
N <sub>θ</sub> (tf/m)	43,670	45,089	46,876
N <sub>y</sub> (tf/m)	-8,560	-12,924	-18,745
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-0,623	-0,487	-0,487
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-1,496	-0,996	-0,490
N <sub>y</sub> (tf/m)	-8,497	-10,467	-14,543
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,967	1,044	0,963
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,150	-1,698	-1,246
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-1,865	-0,654	0,131
y (m)	10,74	9,74	8,34
s <sub>2</sub> (m)	0,50	0,50	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	37,976	42,871	46,821
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-0,256	-1,993	-1,441
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	5,950	4,211	-0,478
N <sub>θ</sub> (tf/m)	45,089	46,876	46,996
N <sub>y</sub> (tf/m)	-12,924	-18,745	-29,941
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-0,487	-0,487	-0,487
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-0,996	-0,490	-0,068
N <sub>y</sub> (tf/m)	-14,543	-19,722	-30,211
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	1,044	0,963	0,963
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-1,698	-1,246	-0,517
M <sub>y</sub> (tfm/m)	-0,654	0,131	0,225
y (m)	9,74	8,34	6,87 (*)
s <sub>2</sub> (m)	0,50	0,50	0,50
N <sub>θ</sub> (tf/m)	42,871	46,821	47,315
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-1,993	-1,441	-0,478
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	4,211	-0,478	-0,478
N <sub>θ</sub> (tf/m)	46,876	46,996	46,996
N <sub>y</sub> (tf/m)	-29,941	-46,941	-46,995
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tf/m)	-0,487	-0,487	-0,487
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tf/m)	-0,490	-0,068	0,064
N <sub>y</sub> (tf/m)	-30,211	-46,957	-46,957
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tfm/m)	0,963	0,963	0,963
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tfm/m)	-0,517	-0,094	0,108
M <sub>y</sub> (tfm/m)	0,225	0,151	0,051

TABELA 4.18 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$	$X_1 = -23,298 \text{ tF/m}$				$X_2 = 6,226 \text{ tFm/m}$			
	$L_1 = 0,570 \text{ m}$							
$y \text{ (m)}$	2,47	2,72	2,97	3,47	3,97	4,47	5,72	7,02 (*)
$s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,25	4,55
$\bar{N}_\theta \text{ (tF/m)}$	21,190	22,954	24,429	27,315	29,848	32,027	35,926	37,638
$N_\theta, X_1 \text{ (tF/m)}$	-143,058	-91,969	-45,728	6,344	14,431	7,227	-0,924	-0,018
$N_\theta, X_2 \text{ (tF/m)}$	94,851	32,375	-6,148	-26,860	-14,920	-2,948	1,015	-0,103
$N_\theta \text{ (tF/m)}$	-27,017	-36,640	-27,447	6,785	29,355	36,306	36,017	37,517
$\bar{N}_y \text{ (tF/m)}$	-163,088	-145,979	-131,607	-108,726	-91,242	-77,384	-52,566	-35,514
$N_y, X_1 \text{ (tF/m)}$	16,474	5,107	-0,888	-3,323	-1,613	-0,283	0,076	0,006
$N_y, X_2 \text{ (tF/m)}$	0,000	5,983	6,987	3,716	0,767	-0,235	-0,040	0,007
$N_y \text{ (tF/m)}$	-146,614	-134,889	-125,508	-108,242	-92,088	-77,902	-52,530	-35,501
$M_y, X_1 \text{ (tFm/m)}$	0,000	-2,572	-3,003	-1,597	-0,330	0,101	0,017	0,003
$M_y, X_2 \text{ (tFm/m)}$	6,226	5,341	3,647	0,862	-0,172	-0,241	0,006	0,002
$M_y \text{ (tFm/m)}$	6,226	2,769	0,644	-0,735	-0,502	-0,140	0,023	0,005

TABELA 4.19 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

TABELA 4.19 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

V = 1000 m <sup>3</sup> /ψ = 45°		X <sub>3</sub> = -2,230 tF/m		X <sub>4</sub> = -1,629 tFm/m	
		L <sub>2</sub> = 1,360 m			
y (m)	14,04	13,79	13,54	13,04	12,54
s <sub>2</sub> (m)	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
N <sub>θ</sub> (tF/m)	5,584	7,923	10,173	14,407	18,288
N <sub>θ</sub> , X <sub>3</sub> (tF/m)	32,548	26,152	20,280	10,747	4,351
N <sub>θ</sub> , X <sub>4</sub> (tF/m)	-24,724	-16,172	-9,471	-0,780	3,236
N <sub>θ</sub> (tF/m)	13,408	17,903	20,982	24,373	25,875
N <sub>y</sub> (tF/m)	-1,953	-2,210	-2,519	-3,291	-4,278
N <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tF/m)	1,576	1,050	0,626	0,054	-0,231
N <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tF/m)	0,000	-0,437	-0,596	-0,770	-0,709
N <sub>y</sub> (tF/m)	-0,377	-1,597	-2,489	-4,007	-5,218
M <sub>y</sub> , X <sub>3</sub> (tFm/m)	0,000	0,326	0,534	0,689	0,635
M <sub>y</sub> , X <sub>4</sub> (tFm/m)	-1,629	-1,580	-1,458	-1,103	-0,726
M <sub>y</sub> (tFm/m)	-1,629	-1,254	-0,924	-0,414	-0,095

TABELA 4 . 20 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

V = 1000 m <sup>3</sup> /ψ = 60°	X <sub>1</sub> = -15,311 tf/m				X <sub>2</sub> = 3,889 tf/m			
	L <sub>1</sub> = 0,486 m				L <sub>1</sub> = 0,486 m			
y (m)	3,50	3,75	4,00	4,50	5,00	5,50	6,30	7,30
s <sub>1</sub> (m)	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	2,80	3,80
N <sub>θ</sub> (tf/m)	23,413	24,616	25,757	27,853	29,697	31,292	33,322	34,963
N <sub>θ</sub> , X <sub>1</sub> (tf/m)	-110,264	-61,490	-23,235	8,473	7,182	1,590	-0,541	-0,288
N <sub>θ</sub> , X <sub>2</sub> (tf/m)	66,543	16,137	-9,265	-14,774	-4,574	0,452	0,515	-0,054
N <sub>θ</sub> tf/m)	-20,308	-20,737	-6,743	21,552	32,305	33,334	33,296	34,621
N <sub>y</sub> (tf/m)	-123,147	-113,230	-104,474	-89,681	-77,627	-67,590	-54,574	-42,005
N <sub>y</sub> , X <sub>1</sub> (tf/m)	7,656	1,733	-0,933	-1,322	-0,368	0,033	0,032	-0,003
N <sub>y</sub> , X <sub>2</sub> (tf/m)	0,000	2,718	2,829	1,043	0,023	-0,125	-0,014	0,004
N <sub>y</sub> (tf/m)	-115,491	-108,779	-102,578	-89,960	-77,972	-67,682	-54,556	-42,004
M <sub>y</sub> , X <sub>1</sub> (tfm/m)	0,000	-1,896	-1,973	-0,728	-0,016	0,087	0,010	-0,003
M <sub>y</sub> , X <sub>2</sub> (tfm/m)	3,889	3,168	1,908	0,207	-0,168	-0,088	0,004	0,002
M <sub>y</sub> (tfm/m)	3,889	1,272	-0,065	-0,521	-0,184	-0,001	0,014	-0,001

TABELA 4.21 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$		$X_3 = -1,225 \text{ tf/m}$				$X_4 = -0,829 \text{ tfm/m}$			
		$L_2 = 1,059 \text{ m}$							
$y \text{ (m)}$	16,59	16,34	16,09	15,59	15,09	14,59	13,02	11,45	9,88
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,57	5,14	6,71
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	2,395	4,401	6,345	10,045	13,496	16,696	25,120	31,080	34,573
$N_\theta, X_3 \text{ (tf/m)}$	19,202	14,521	10,344	4,116	0,651	-0,798	-0,504	0,015	0,020
$N_\theta, X_4 \text{ (tf/m)}$	-14,169	-8,138	-3,735	1,159	2,608	2,380	-0,285	-0,086	-0,014
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	7,428	10,784	12,954	15,320	16,755	18,278	24,901	31,009	34,579
$\bar{N}_y \text{ (tf/m)}$	-1,100	-1,278	-1,491	-2,022	-2,700	-3,531	-7,223	-12,821	-20,841
$N_y, X_3 \text{ (tf/m)}$	0,612	0,357	0,166	-0,053	-0,132	-0,117	-0,022	0,008	0,001
$N_y, X_4 \text{ (tf/m)}$	0,000	-0,167	-0,256	-0,285	-0,216	-0,129	0,007	0,007	0,000
$N_y \text{ (tf/m)}$	-0,488	-1,088	-1,581	-2,360	-3,048	-3,777	-7,238	-12,806	-20,840
$M_y, X_3 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,208	0,319	0,354	0,269	0,161	-0,009	-0,009	0,000
$M_y, X_4 \text{ (tfm/m)}$	-0,829	-0,790	-0,695	-0,450	-0,229	-0,080	0,001	0,005	-0,001
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-0,829	-0,582	-0,376	-0,096	0,040	0,081	-0,008	-0,004	-0,001

TABELA 4.22 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta t = +15^\circ\text{C}$ 

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_3 = -0,084 \text{ tf/m}$	$X_4 = 0,904 \text{ tfm/m}$	$L_2 = 1,109 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	8,09	7,84	7,59	7,09
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	1,060	0,799	0,570	0,234
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	20,581	11,958	5,712	-1,201
$N_\theta (\text{tf/m})$	21,641	12,757	6,282	-0,787
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,008	0,013	0,015
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	0,904	0,865	0,769	0,515
$M_y (\text{tfm/m})$	0,904	0,873	0,782	0,530

TABELA 4.23 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_t = +15^{\circ}\text{C}$ 

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 45^{\circ}$	$X_3 = -0,318 \text{ tf/m}$	$X_4 = 0,902 \text{ tfm/m}$	$L_2 = 0,854 \text{ m}$	$X_4 = 0,902 \text{ tfm/m}$	$4,15 (*)$
$y (\text{m})$	8,31	7,81	7,31	6,81	5,23
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00
$N_{\theta}, X_3 (\text{tf/m})$	4,375	1,908	0,464	-0,114	-0,067
$N_{\theta}, X_4 (\text{tf/m})$	20,552	3,021	-2,981	-3,394	-2,121
$N_{\theta} (\text{tf/m})$	24,927	4,929	-2,517	-3,508	-2,344
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,059	0,055	0,033	0,013
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	0,902	0,696	0,366	0,124	0,002
$M_y (\text{tfm/m})$	0,902	0,755	0,421	0,157	0,015

TABELA 4.24 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_f = +15^{\circ}\text{C}$

TABELA 4.24 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_t = +15^\circ C$

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_3 = -0,396 \text{ t}_f/\text{m}$	$X_4 = 0,879 \text{ t}_f/\text{m}$
$s_2 (\text{m})$	$L_2 = 0,707 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	$9,85$	$9,35$
	$0,00$	$0,50$
$N_\theta, X_3 (\text{t}_f/\text{m})$	$5,517$	$1,963$
	$20,001$	$1,034$
$N_\theta, X_4 (\text{t}_f/\text{m})$	$25,518$	$2,997$
	$25,518$	$2,997$
$M_y, X_3 (\text{t}_f\text{m}/\text{m})$	$0,000$	$0,078$
	$0,879$	$0,611$
$M_y (\text{t}_f\text{m}/\text{m})$	$0,879$	$0,685$

TABELA 4.25 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_f = +15^{\circ}\text{C}$

TABELA 4.25 – Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_t = +15^\circ\text{C}$

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_3 = -1,599 \text{ tf/m}$	$X_4 = 1,276 \text{ tfm/m}$
$y (\text{m})$	$L_2 = 1,488 \text{ m}$	
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	20,310	16,539
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	21,784	14,731
$N_\theta (\text{tf/m})$	42,094	31,270
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,168
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	1,276	1,244
$M_y (\text{tfm/m})$	1,276	1,412

TABELA 4.26 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta t = 15^\circ C$ 

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$	$X_3 = -1,024 \text{ tf/m}$				$X_4 = 1,086 \text{ tf/m}$			
	$L_2 = 1,070 \text{ m}$							
$y \text{ (m)}$	11,17	10,92	10,67	10,17	9,67	9,17	8,17	6,88
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	4,29
$N_0, X_3 \text{ (tf/m)}$	15,121	11,384	8,082	3,213	0,542	-0,563	-0,632	-0,109
$N_0, X_4 \text{ (tf/m)}$	21,195	12,160	5,612	-1,593	-3,693	-2,372	-1,197	0,028
$N_0 \text{ (tf/m)}$	36,316	23,544	13,694	1,620	-3,151	-2,935	-1,829	-0,082
$M_y, X_3 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,142	0,219	0,245	0,188	0,114	0,016	-0,011
$M_y, X_4 \text{ (tfm/m)}$	1,086	1,035	0,914	0,596	0,308	0,111	-0,040	-0,028
$M_y \text{ (tfm/m)}$	1,086	1,177	1,133	0,841	0,496	0,225	-0,024	-0,039

TABELA 4.27 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_t = +15^\circ C$ 

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_3 = -1,060 \text{ tF/m}$						$X_4 = 1,058 \text{ tFm/m}$			
	$L_2 = 0,884 \text{ m}$									
$y \text{ (m)}$	13,20	12,95	12,70	12,20	11,70	11,20	10,05	8,90	7,75	6,60 (*)
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,15	4,30	5,45	6,60
$N_\theta, X_3 \text{ (tF/m)}$	15,828	11,238	7,303	2,008	-0,323	-0,892	-0,312	0,012	0,019	0,002
$N_\theta, X_4 \text{ (tF/m)}$	20,636	10,394	3,477	-2,950	-3,747	-2,566	-0,224	0,122	0,028	0,000
$N_\theta \text{ (tF/m)}$	36,464	21,632	10,780	-0,942	-4,070	-3,458	-0,536	0,134	0,047	0,002
$M_y, X_3 \text{ (tFm/m)}$	0,000	0,171	0,247	0,237	0,148	0,065	-0,009	-0,006	0,000	0,000
$M_y, X_4 \text{ (tFm/m)}$	1,058	0,988	0,829	0,454	0,168	0,014	-0,040	-0,007	0,002	0,000
$M_y \text{ (tFm/m)}$	1,058	1,159	1,076	0,691	0,316	0,079	-0,049	-0,013	0,002	0,000

TABELA 4.28 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta_t = +15^\circ C$ 

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_3 = -2,722 \text{ tF/m}$				$X_4 = 1,792 \text{ tFm/m}$					
	$L_2 = 1,866 \text{ m}$									
$y (\text{m})$	13,74	13,49	13,24	12,74	12,24	11,74	10,74	9,74	8,34	6,87 (*)
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,40	6,87
$N_\theta, X_3 (\text{tF/m})$	34,718	29,545	24,678	16,196	9,606	-4,860	-0,201	-1,564	-1,131	-0,375
$N_\theta, X_4 (\text{tF/m})$	24,497	18,038	12,632	4,641	-0,255	-2,864	-3,975	-2,814	-1,000	-0,106
$N_\theta (\text{tF/m})$	59,215	47,583	37,310	20,837	9,351	1,996	-4,176	-4,378	-2,131	-0,481
$M_y, X_3 (\text{tFm/m})$	0,000	0,297	0,514	0,759	0,818	0,764	0,508	0,250	0,034	-0,033
$M_y, X_4 (\text{tFm/m})$	1,792	1,763	1,685	1,437	1,134	0,832	0,346	0,063	-0,072	-0,062
$M_y (\text{tFm/m})$	1,792	2,060	2,199	2,196	1,952	1,596	0,854	0,313	-0,038	-0,095

TABELA 4.29 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)  $\Delta_t = +15^\circ C$ 

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$	$X_3 = -2,285 \text{ tf/m}$				$X_4 = 1,498 \text{ tfm/m}$					
	$L_2 = 1,360 \text{ m}$									
$y (\text{m})$	14,04	13,79	13,54	13,04	12,54	12,04	10,79	9,54	8,28	7,02 (*)
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,25	4,50	5,76	7,02
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	33,351	26,797	20,780	11,012	4,458	0,657	-1,716	-0,817	-0,131	0,042
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	22,736	14,872	8,710	0,717	-2,976	-4,009	-2,263	-0,463	0,083	0,087
$N_\theta (\text{tf/m})$	55,987	41,669	29,490	11,729	1,482	-3,352	-3,979	-1,280	-0,048	0,129
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,334	0,547	0,706	0,651	0,502	0,194	-0,013	-0,028	-0,011
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	1,498	1,453	1,341	1,014	0,668	0,377	-0,006	-0,063	-0,029	-0,004
$M_y (\text{tfm/m})$	1,498	1,787	1,888	1,720	1,319	0,879	0,188	-0,076	-0,057	-0,015

TABELA 4.30 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior);  $\Delta t = +15^\circ C$ 

$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$	$X_3 = -1,659 \text{ tf/m}$						$X_4 = 1,240 \text{ tfm/m}$					
	$L_2 = 1,059 \text{ m}$											
$y \text{ (m)}$	16,59	16,34	16,09	15,59	15,09	14,59	13,02	11,45	9,88	8,30 (*)		
$s_2 \text{ (m)}$	0,000	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,57	5,14	6,71	8,29		
$N_\theta, X_3 \text{ (tf/m)}$	26,005	19,666	14,009	5,573	0,882	-1,081	-0,682	0,020	0,027	0,000		
$N_\theta, X_4 \text{ (tf/m)}$	21,194	12,172	5,586	-1,733	-3,902	-3,560	-0,426	0,129	0,021	-0,004		
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	47,199	31,838	19,595	3,840	-3,020	-4,641	-1,108	0,149	0,048	-0,004		
$M_y, X_3 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,281	0,431	0,479	0,364	0,219	-0,012	-0,012	0,000	0,001		
$M_y, X_4 \text{ (tfm/m)}$	1,240	1,181	1,040	0,673	0,343	0,120	-0,051	-0,008	0,002	0,000		
$M_y \text{ (tfm/m)}$	1,240	1,462	1,471	1,152	0,707	0,339	-0,063	-0,020	0,002	0,001		

TABELA 4.31 - Esforços na laje de cobertura

$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$	$X_6 = -0,694 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -1,797 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	4,00	6,00	6,85	
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-1,797	-0,894	0,189	0,453	-0,213	-0,694	
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,376	-0,605	-0,241	0,153	0,070	-0,080	

TABELA 4.32 - Esforços na laje de cobertura

$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$	$X_6 = -0,520 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -1,083 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	3,50	5,00	5,765	
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-1,083	-0,549	0,201	0,272	-0,159	-0,520	
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,197	-0,288	-0,083	0,147	0,034	-0,078	

TABELA 4.33 - Esforços na laje de cobertura

$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$	$X_6 = -0,353 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -0,667 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	3,00	4,00	4,84	
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-0,667	-0,294	0,178	0,180	-0,037	-0,353	
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,107	-0,153	-0,009	0,069	0,043	-0,051	

TABELA 4.34 - Esforços na laje de cobertura

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$	$X_6 = -1,697 \text{ tfm/m}$	$X_2 = -4,131 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	4,00	6,00	8,00	9,30
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-4,131	-2,460	-0,021	1,157	0,842	-0,471	-1,697
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-1,550	-1,737	-1,021	0,099	0,409	0,171	-0,214

TABELA 4.35 - Esforços na laje de cobertura

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$	$X_6 = -1,069 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -2,148 \text{ tfm/m}$				
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	4,00	6,00	7,79
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-2,148	-1,196	0,169	0,593	0,012	-1,069
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,617	-0,755	-0,373	0,151	0,149	-0,179

TABELA 4.36 - Esforços na laje de cobertura

$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$	$X_6 = -0,663 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -1,428 \text{ tfm/m}$				
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	3,75	5,50	6,515
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-1,428	-0,743	0,213	0,393	-0,129	-0,663
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,401	-0,491	-0,189	0,123	0,070	-0,094

TABELA 4.37 - Esforços na laje de cobertura

$V=1000m^3/\psi=30^\circ$	$X_6 = -2,830 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -7,244 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	5,00	8,00	10,00	11,725
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-7,244	-4,631	-0,643	1,846	0,889	-0,774	-2,830
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-3,008	-3,459	-2,492	0,148	0,669	0,258	-0,401

TABELA 4.38 - Esforços na laje de cobertura

$V=1000m^3/\psi=45^\circ$	$X_6 = -1,950 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -4,471 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	4,00	6,00	8,00	9,80
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-4,471	-2,734	-0,067	1,248	0,974	-0,131	-1,950
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-1,930	-2,144	-1,263	0,152	0,422	0,256	-0,279

TABELA 4.39 - Esforços na laje de cobertura

$V=1000m^3/\psi=60^\circ$	$X_6 = -1,119 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -2,632 \text{ tfm/m}$					
$r \text{ (m)}$	0,75	1,00	2,00	3,75	5,50	7,00	8,215
$M_r \text{ (tfm/m)}$	-2,632	-1,371	0,098	0,702	0,408	-0,290	-1,119
$M_t \text{ (tfm/m)}$	-0,754	-1,069	-0,535	0,075	0,224	0,085	-0,174

TABELA 4.40 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$		$X_9 = -0,525 \text{ tf/m}$		$X_{10} = 0,053 \text{ tfm/m}$	
$y = s_1 \text{ (m)}$	$0,00$	$0,25$	$0,50$	$1,00$	$1,50$
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	-2,738	-2,550	-2,363	-1,988	-1,613
$N_\theta, X_g \text{ (tf/m)}$	3,759	0,424	-0,252	0,001	-1,125
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-1,803	0,306	0,237	-0,016	0,000
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-0,790	-1,820	-2,378	-2,030	0,000
$M_y, X_g \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,031	-0,007	0,001	-1,125
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,053	0,021	0,000	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,053	-0,010	-0,007	0,001	0,000

TABELA 4.41 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$		$X_7 = -7,559 \text{ tf/m}$	$X_8 = -1,797 \text{ tfm/m}$
		$L = 0,210 \text{ m}$	
$y \text{ (m)}$	3,65	3,40	3,15
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	0,000	-0,188	-0,375
$N_\theta, X_7 \text{ (tf/m)}$	-53,992	-6,094	3,616
$N_\theta, X_8 \text{ (tf/m)}$	61,123	-10,358	-7,989
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	7,131	-16,640	-4,748
$M_y, X_7 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,448	0,101
$M_y, X_8 \text{ (tfm/m)}$	-1,797	-0,710	0,006
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-1,797	-0,262	0,107
			0,001

TABELA 4.42 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$		$X_9 = -0,826 \text{ t f/m}$		$X_{10} = 0,085 \text{ t f m/m}$	
				$L = 0,210 \text{ m}$	
$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta \text{ (t f/m)}$	-3,675	-3,488	-3,300	-2,925	-2,550
$N_\theta, X_9 \text{ (t f/m)}$	5,899	0,665	-0,395	0,002	0,003
$N_\theta, X_{10} \text{ (t f/m)}$	-2,890	0,490	0,378	-0,026	0,000
$N_\theta \text{ (t f/m)}$	-0,666	-2,333	-3,317	-2,949	-2,547
$M_y, X_9 \text{ (t f m/m)}$	0,000	-0,048	-0,011	0,001	0,000
$M_y, X_{10} \text{ (t f m/m)}$	0,085	0,034	0,000	-0,001	0,000
$M_y \text{ (t f m/m)}$	0,085	-0,014	-0,011	0,000	0,000

TABELA 4.43 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 450$		$X_7 = -4,593 \text{ tf/m}$		$X_8 = -1,083 \text{ tfm/m}$	
		$L = 0,210 \text{ m}$			
$y (\text{m})$		4,90	4,65	4,40	3,90
$s_2 (\text{m})$	0,000	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	0,000	-0,188	-0,375	-0,750	-1,125
$N_\theta, X_7 (\text{tf/m})$	-32,807	-3,703	2,197	-0,013	-0,016
$N_\theta, X_8 (\text{tf/m})$	36,836	-6,242	-4,816	0,330	-0,003
$N_\theta (\text{tf/m})$	4,209	-10,133	-2,994	-0,433	-1,144
$M_y, X_7 (\text{tfm/m})$	0,000	0,272	0,061	-0,008	0,001
$M_y, X_8 (\text{tfm/m})$	-1,083	-0,428	0,003	0,009	-0,001
$M_y (\text{tfm/m})$	-1,083	-0,156	0,064	0,001	0,000

TABELA 4.44 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$		$X_9 = -1,191 \text{ tf/m}$		$X_{10} = 0,123 \text{ tfm/m}$	
		$L = 0,210 \text{ m}$			
$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	-4,193	-4,725	-4,538	-4,163	-3,788
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	8,507	0,961	-0,570	0,003	0,004
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-4,183	0,709	0,546	-0,038	0,000
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-0,589	-3,055	-4,562	-4,198	-3,784
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,071	-0,016	0,002	0,000
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,124	0,049	-0,000	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,124	-0,022	-0,016	0,002	0,000

TABELA 4.45 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 200 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$		$X_7 = -2,850 \text{ t f/m}$	$X_8 = -0,667 \text{ t f/m}$	$L = 0,210 \text{ m}$
$y (\text{m})$	6,55	6,30	6,05	5,55
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00
$N_\theta (\text{t f/m})$	0,000	-0,188	-0,375	-0,750
$N_\theta, X_7 (\text{t f/m})$	-20,357	-2,298	1,364	-0,008
$N_\theta, X_8 (\text{t f/m})$	22,687	-3,845	-2,966	0,203
$N_\theta (\text{t f/m})$	2,330	-6,331	-1,977	-0,555
$M_y, X_7 (\text{t f m/m})$	0,000	0,169	0,038	-0,005
$M_y, X_8 (\text{t f m/m})$	-0,667	-0,263	0,002	0,005
$M_y (\text{t f m/m})$	-0,667	-0,094	0,040	0,000

TABELA 4.46 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_9 = -0,581 \text{ tf/m}$	$X_{10} = 0,059 \text{ tfm/m}$
$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	$L = 0,210 \text{ m}$
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-3,723	0,25
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	4,150	0,50
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-2,007	1,00
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-1,580	1,50
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	2,50
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,060	
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,060	

Tabela 4.47 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_7 = -17,716 \text{ tf/m}$			$X_8 = -4,131 \text{ tfm/m}$		
	$L = 0,210 \text{ m}$			$L = 0,210 \text{ m}$		
$y (\text{m})$	4,97	4,72	4,47	3,97	3,47	2,50
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,47
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	0,000	-0,188	-0,375	-0,750	-1,125	-1,853
$N_\theta, X_7 (\text{tf/m})$	-126,543	-14,284	8,476	-0,054	-0,065	-0,001
$N_\theta, X_8 (\text{tf/m})$	140,510	-23,812	-18,367	1,260	-0,011	0,001
$N_\theta (\text{tf/m})$	13,967	-38,282	-10,266	0,456	-1,201	-1,853
$M_y, X_7 (\text{tfm/m})$	0,000	1,050	0,237	-0,032	0,002	0,000
$M_y, X_8 (\text{tfm/m})$	-4,131	-1,633	0,013	0,034	-0,004	0,000
$M_y (\text{tfm/m})$	-4,131	-0,583	0,250	0,002	-0,002	0,000

TABELA 4.48 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$	$X_9 = -1,106 \text{ tf/m}$	$X_{10} = 0,114 \text{ tfm/m}$
$y = s_1 \text{ (m)}$	$L = 0,210 \text{ m}$	
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	0,00	0,25
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	-5,100	-4,913
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	7,900	0,892
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-3,878	0,657
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-3,364
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,114	-4,747
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,114	-0,021

TABELA 4.49 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$	$X_7 = -9,069 \text{ tfm/m}$	$X_8 = -2,148 \text{ tfm/m}$	$L = 0,210 \text{ m}$
$y (\text{m})$	6,80	6,55	6,30
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta (\text{tfm})$	0,000	-0,188	-0,375
$N_\theta, X_7 (\text{tfm})$	-64,779	-7,312	4,339
$N_\theta, X_8 (\text{tfm})$	73,062	-12,382	-9,551
$N_\theta (\text{tfm})$	8,283	-19,882	-5,587
$M_y, X_7 (\text{tfm/m})$	0,000	0,538	0,121
$M_y, X_8 (\text{tfm/m})$	-2,148	-0,849	0,007
$M_y (\text{tfm/m})$	-2,148	-0,311	0,128

TABELA 4.50 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_9 = -1,656 \text{ tf/m}$			$X_{10} = 0,172 \text{ tfm/m}$		
	$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	-6,923	-6,735	-6,548	-6,173	-5,798	-4,628
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	11,829	1,335	-0,792	0,005	0,006	0,000
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-5,850	0,991	0,765	-0,052	0,000	0,000
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-0,944	-4,409	-6,575	-6,220	-5,792	-4,628
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,098	-0,022	0,003	0,000	0,000
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,172	0,068	0,000	-0,001	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,172	-0,030	-0,022	0,002	0,000	0,000

TABELA 4.51 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 500 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_7 = -6,036 \text{ tf/m}$	$X_8 = -1,428 \text{ tfm/m}$	$L = 0,210 \text{ m}$
$y \text{ (m)}$	9,23	8,98	8,73
$s_2 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	0,000	-0,188	-0,375
$N_\theta, X_7 \text{ (tf/m)}$	-43,114	-4,867	2,887
$N_\theta, X_8 \text{ (tf/m)}$	48,571	-8,231	-6,350
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	5,457	-13,286	-3,838
$M_y, X_7 \text{ (tfm/m)}$	0,000	0,358	0,081
$M_y, X_8 \text{ (tfm/m)}$	-1,428	-0,564	0,004
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-1,428	-0,206	0,085
			0,000
			0,000

TABELA 4.52 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$		$X_9 = -0,602 \text{ tf/m}$		$X_{10} = 0,061 \text{ tfm/m}$	
		$L = 0,210 \text{ m}$			
$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	-4,680	-4,493	-4,305	-3,930	-3,555
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	4,300	0,485	-0,288	0,002	0,000
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-2,075	0,352	0,271	-0,019	0,000
$N_\theta \text{ (tf/m)}$	-2,455	-3,656	-4,322	-3,947	-3,555
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,036	-0,008	0,001	0,000
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,061	0,024	0,000	0,000	0,000
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,061	-0,012	-0,008	0,001	0,000

TABELA 4.53 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 30^\circ$	$X_7 = -30,951 \text{ tf/m}$		$X_8 = -7,244 \text{ tfm/m}$	
	$y (\text{m})$	$L = 0,210 \text{ m}$	$L = 0,210 \text{ m}$	$L = 0,210 \text{ m}$
$s_2 (\text{m})$	6,24	5,99	5,74	5,24
$N_\theta (\text{tf/m})$	0,00	0,25	0,50	1,00
$N_\theta, X_7 (\text{tf/m})$	0,000	-0,188	-0,375	-0,750
$N_\theta, X_8 (\text{tf/m})$	-221,078	-24,955	14,807	-0,093
$N_\theta (\text{tf/m})$	246,395	-41,756	-32,209	2,208
$M_y (\text{tfm/m})$	25,317	-66,899	-17,777	1,365
$M_y, X_7 (\text{tfm/m})$	0,000	1,836	0,414	-0,055
$M_y, X_8 (\text{tfm/m})$	-7,244	-2,863	0,023	0,059
$M_y (\text{tfm/m})$	-7,244	-1,027	0,437	0,004

TABELA 4.54 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 450$		$X_9 = -1,249 \text{ t_f/m}$		$X_{10} = 0,129 \text{ t_f/m}$	
		$L = 0,210 \text{ m}$			
$y = s_1 \text{ (m)}$	0,00	0,25	0,50	1,00	2,36
$\bar{N}_\theta \text{ (t_f/m)}$	-6,420	-6,233	-6,045	-5,670	-4,650
$N_\theta, X_9 \text{ (t_f/m)}$	8,921	1,007	-0,598	0,004	0,000
$N_\theta, X_{10} \text{ (t_f/m)}$	-4,388	0,744	0,574	-0,039	0,000
$N_\theta \text{ (t_f/m)}$	-1,887	-4,482	-6,069	-5,705	-4,650
$M_y, X_9 \text{ (t_f m/m)}$	0,000	-0,074	-0,017	0,002	0,000
$M_y, X_{10} \text{ (t_f m/m)}$	0,129	0,051	0,000	0,000	0,000
$M_y \text{ (t_f m/m)}$	0,129	-0,023	-0,017	0,002	0,000

TABELA 4.55 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 45^\circ$		$X_7 = -19,218 \text{ t f/m}$		$X_8 = -4,471 \text{ t f m/m}$	
		$L = 0,210 \text{ m}$			
$y (\text{m})$	8,56	8,31	8,06	7,56	6,56
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	2,00
$\bar{N}_\theta (\text{t f/m})$	0,000	-0,188	-0,375	-0,750	-1,500
$N_\theta, X_7 (\text{t f/m})$	-137,271	-15,495	9,194	-0,058	0,010
$N_\theta, X_8 (\text{t f/m})$	152,075	-25,772	-19,879	1,363	-0,010
$N_\theta (\text{t f/m})$	14,804	-41,455	-11,060	0,555	-1,500
$M_y, X_7 (\text{t f m/m})$	0,000	1,139	0,257	-0,035	0,000
$M_y, X_8 (\text{t f m/m})$	-4,471	-1,767	0,014	0,037	0,000
$M_y (\text{t f m/m})$	-4,471	-0,628	0,271	0,002	0,000

TABELA 4.56 - Esforços na casca cilíndrica (borda inferior)

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$	$X_9 = -2,060 \text{ tf/m}$	$X_{10} = 0,214 \text{ tfm/m}$
$y = s_1 \text{ (m)}$	$L = 0,210 \text{ m}$	
$\bar{N}_\theta \text{ (tf/m)}$	0,00	1,00
$N_\theta, X_9 \text{ (tf/m)}$	0,25	1,50
$N_\theta, X_{10} \text{ (tf/m)}$	-8,618	-8,055
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-8,805	-8,430
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	14,704	1,661
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	-7,279	1,234
$M_y \text{ (tfm/m)}$	-1,370	-5,723
		-8,464
		-8,114
		-7,671
		-6,593
$M_y, X_9 \text{ (tfm/m)}$	0,000	-0,122
$M_y, X_{10} \text{ (tfm/m)}$	0,214	0,085
$M_y \text{ (tfm/m)}$	0,214	-0,037
		-0,029
		0,004
		0,000
		0,000
		0,000

TABELA 4.57 - Esforços na casca cilíndrica (borda superior)

$V = 1000 \text{ m}^3/\psi = 60^\circ$		$X_7 = -11,055 \text{ tf/m}$	$X_8 = -2,632 \text{ tfm/m}$
		$L = 0,210 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	11,74	11,49	11,24
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	0,000	-0,188	-0,375
$N_\theta, X_7 (\text{tf/m})$	-78,964	-8,913	5,289
$N_\theta, X_8 (\text{tf/m})$	89,523	-15,171	-11,702
$N_\theta (\text{tf/m})$	10,599	-24,272	-6,788
$M_y, X_7 (\text{tfm/m})$	0,000	0,656	0,148
$M_y, X_8 (\text{tfm/m})$	-2,632	-1,041	0,008
$M_y (\text{tfm/m})$	-2,632	-0,385	0,156
			0,002
			0,000

TABELA 4.58 - Esforços no anel intermediário das estruturas em análise

V (m <sup>3</sup> )	$\psi$	Anel bx d (m <sup>2</sup> )	r <sub>a</sub> (m)	p.p.+sobrec.+água			$\Delta_t = +15^{\circ}\text{C}$	TOTais		
				H <sub>a</sub> (t <sub>f</sub> /m)	M <sub>a</sub> (t <sub>f</sub> m/m)	H <sub>a</sub> (t <sub>f</sub> /m)		H <sub>a</sub> (t <sub>f</sub> /m)	M <sub>a</sub> (t <sub>f</sub> m/m)	T (t <sub>f</sub> )
200	30°	0,30x0,50	7,000	1,014	-0,113	6,129	0,226	7,143	0,113	50,001
	45°	0,22x0,50	5,875	0,330	-0,040	5,454	0,196	5,784	0,156	33,981
	60°	0,17x0,50	4,925	0,321	-0,017	5,085	0,108	5,406	0,091	26,625
500	30°	0,30x0,50	9,450	0,536	-0,066	5,048	0,142	5,584	0,076	52,769
	45°	0,22x0,50	7,900	0,307	-0,039	4,378	0,123	4,685	0,084	37,011
	60°	0,17x0,50	6,600	0,165	-0,022	4,062	0,114	4,227	0,092	27,898
1000	30°	0,35x0,50	11,900	0,491	-0,062	4,799	0,105	5,290	0,043	62,951
	45°	0,25x0,50	9,925	0,250	-0,036	4,192	0,096	4,442	0,060	44,087
	60°	0,17x0150	8,300	0,145	-0,020	3,366	0,080	3,511	0,060	29,141

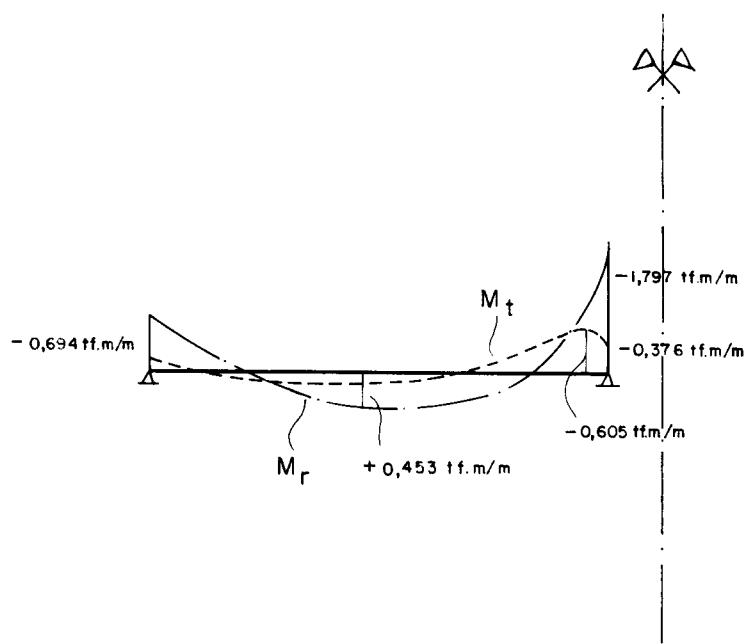


Figura 4.10 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

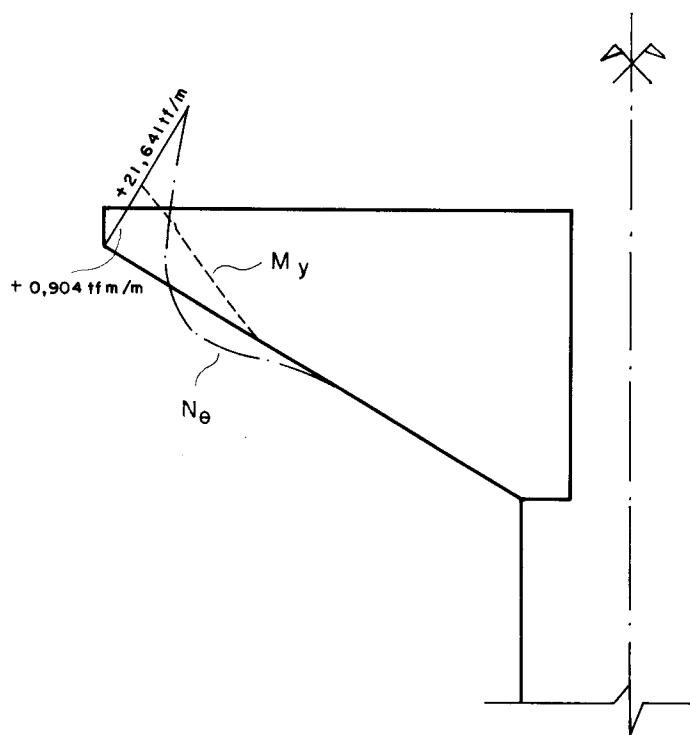


Figura 4.11 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE 15°C ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$$

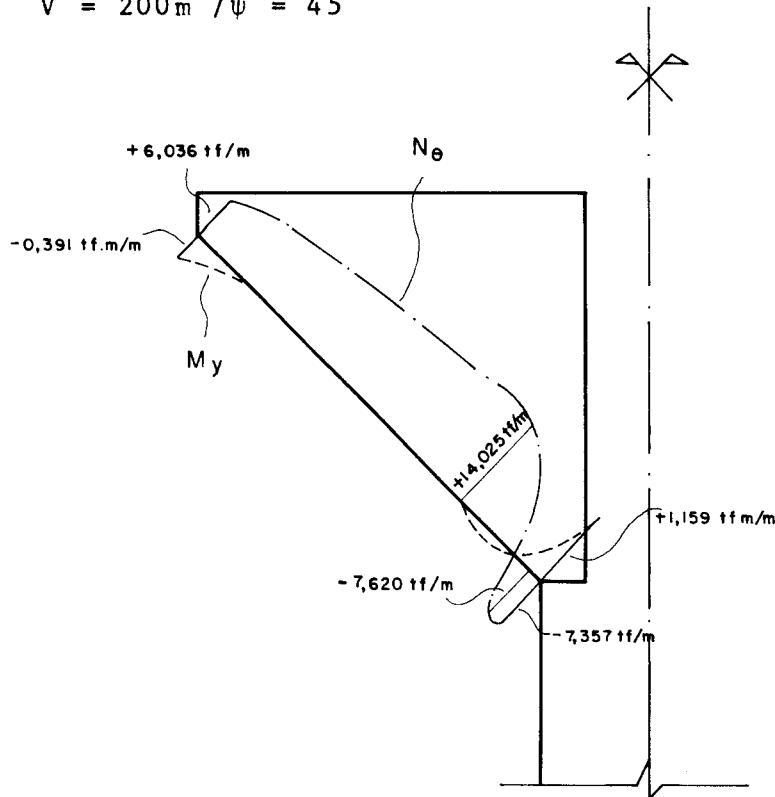


Figura 4.12 – ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

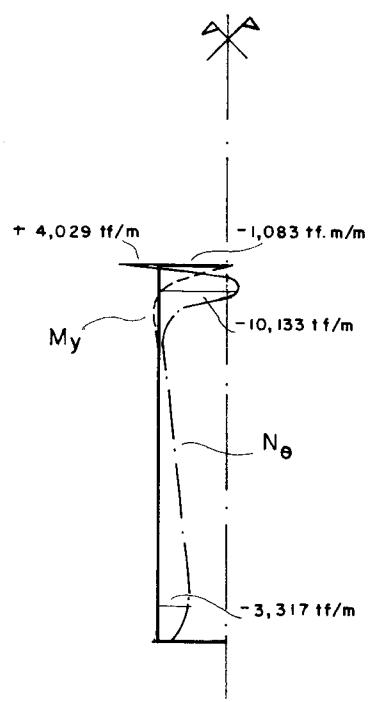


Figura 4.13 – ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

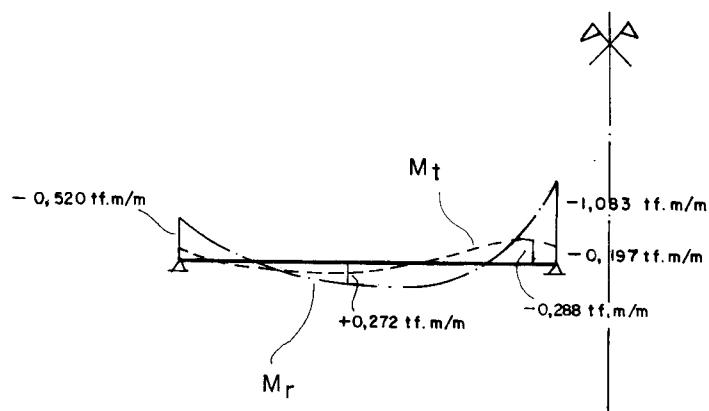


Figura 4.14 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

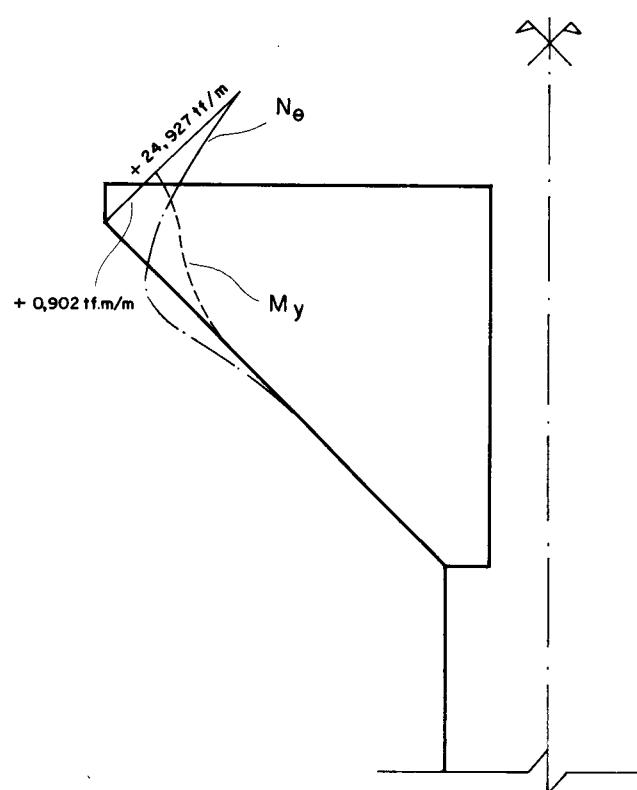


Figura 4.15—ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^\circ\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 200 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$$

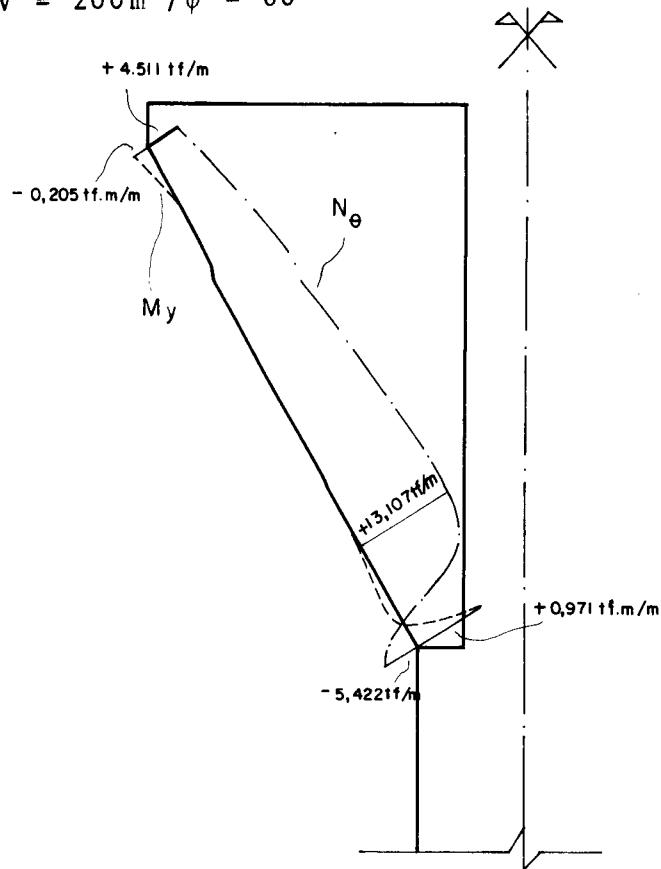


Figura 4.16 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

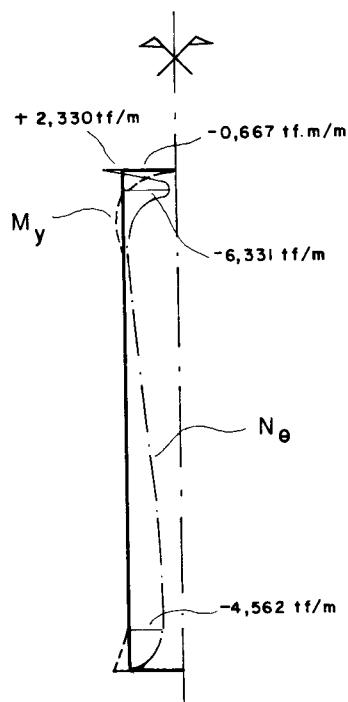


Figura 4.17 — ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

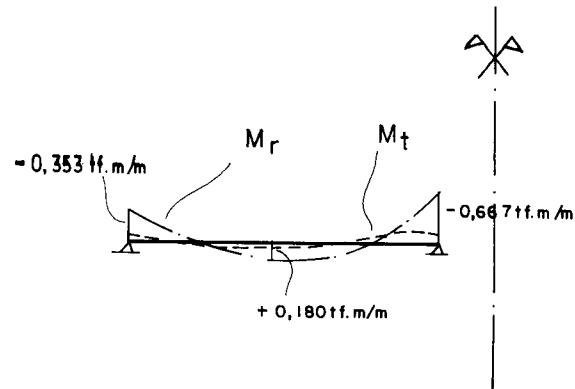


Figura 4.18 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

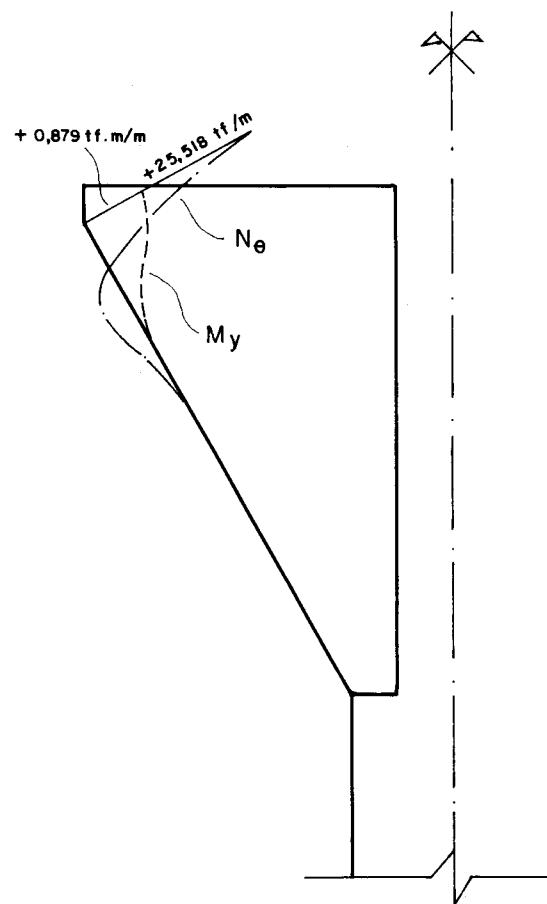


Figura 4.19 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^{\circ}\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$$

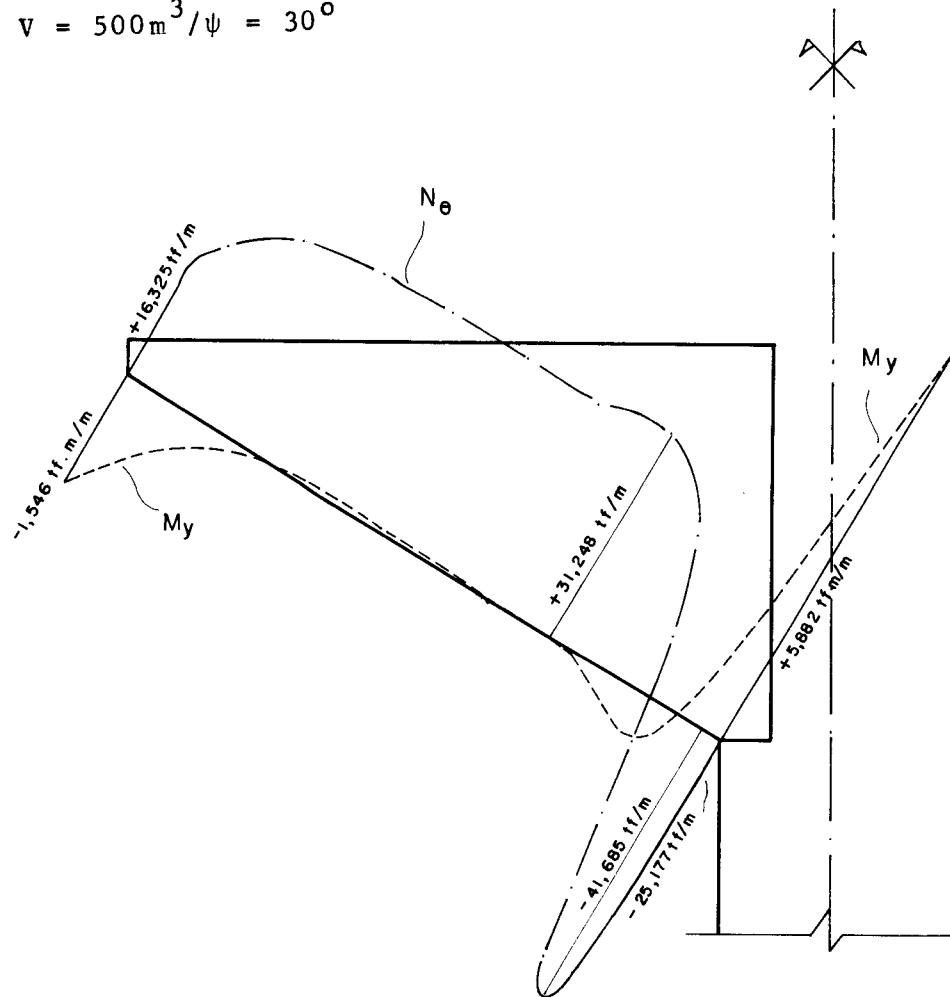


Figura 4.20 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

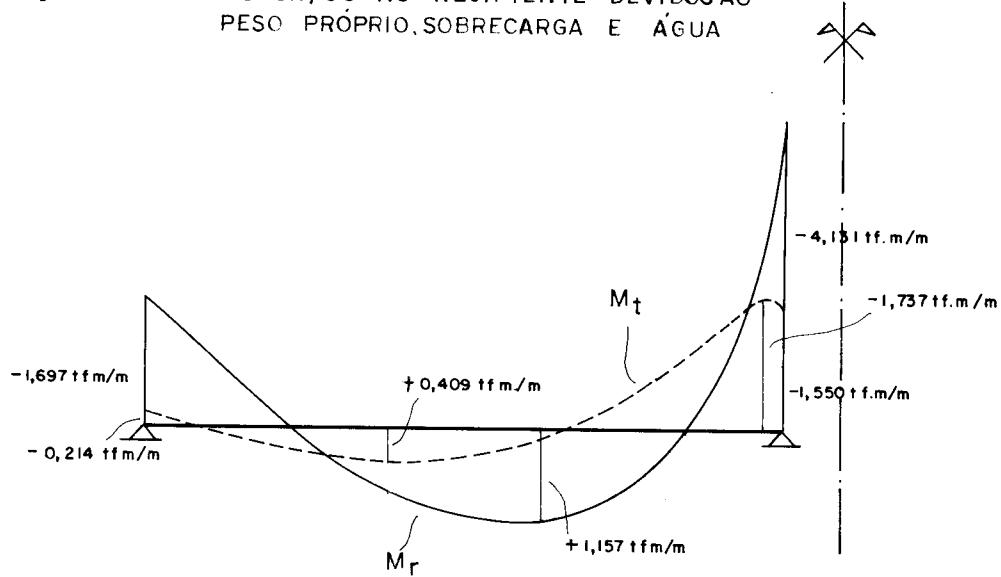


Figura 4.21 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

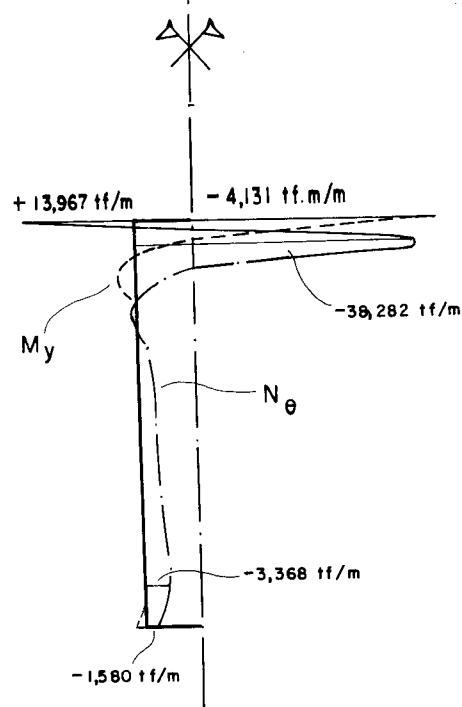


Figura 4.22 – ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

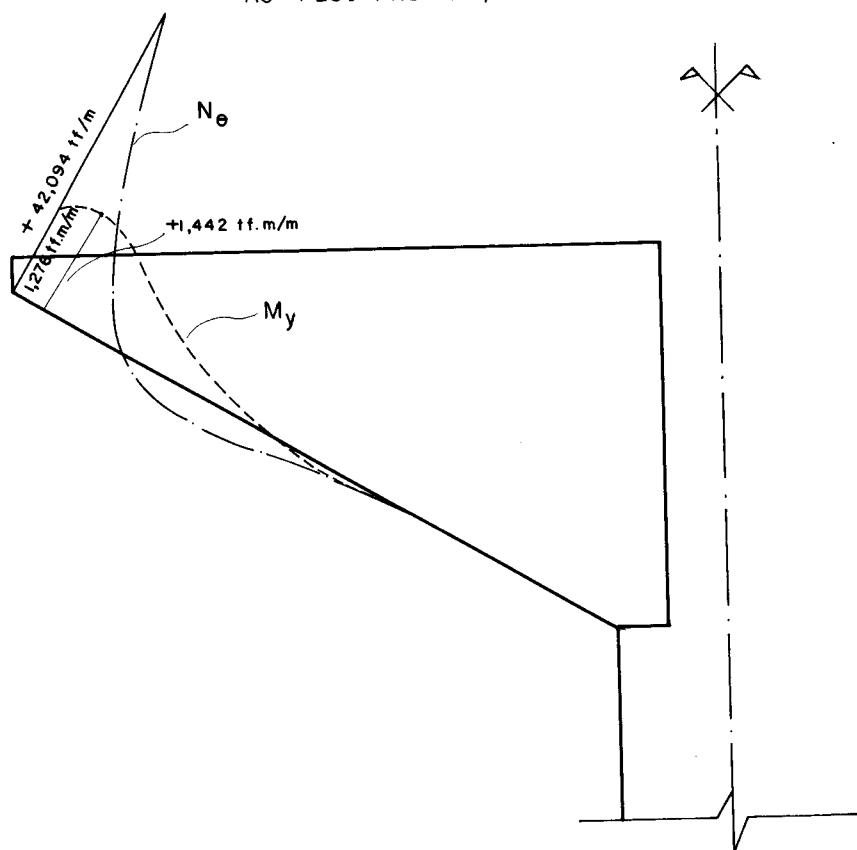


Figura 4.23 – ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^{\circ}\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$$

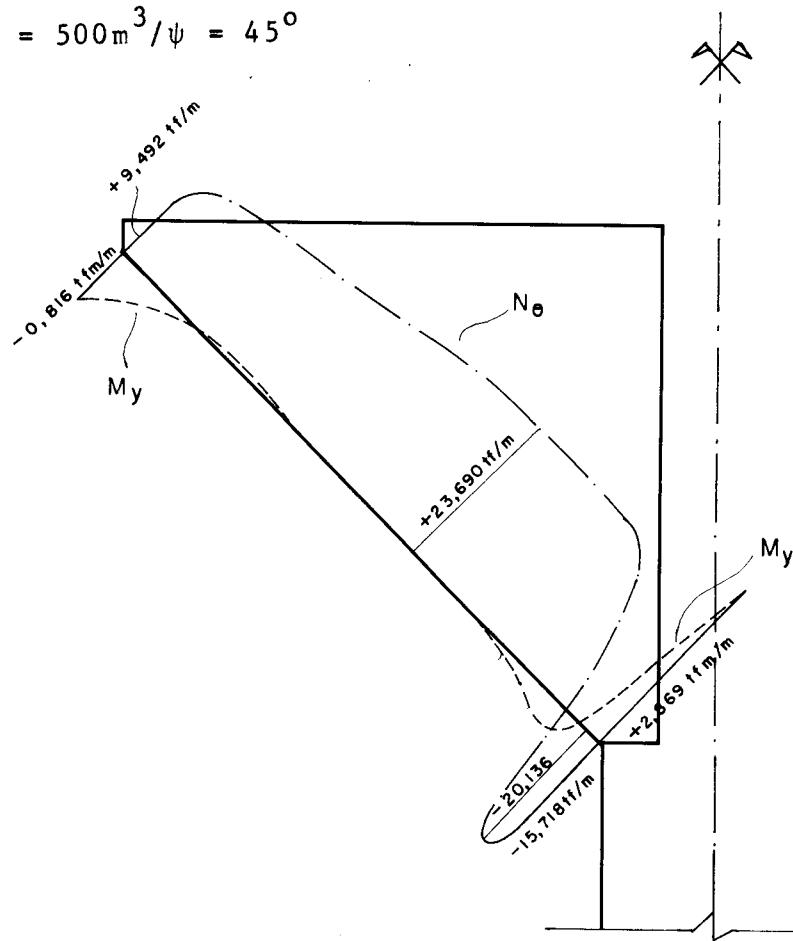


Figura 4.24 — ESFORÇOS NO RECIPENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

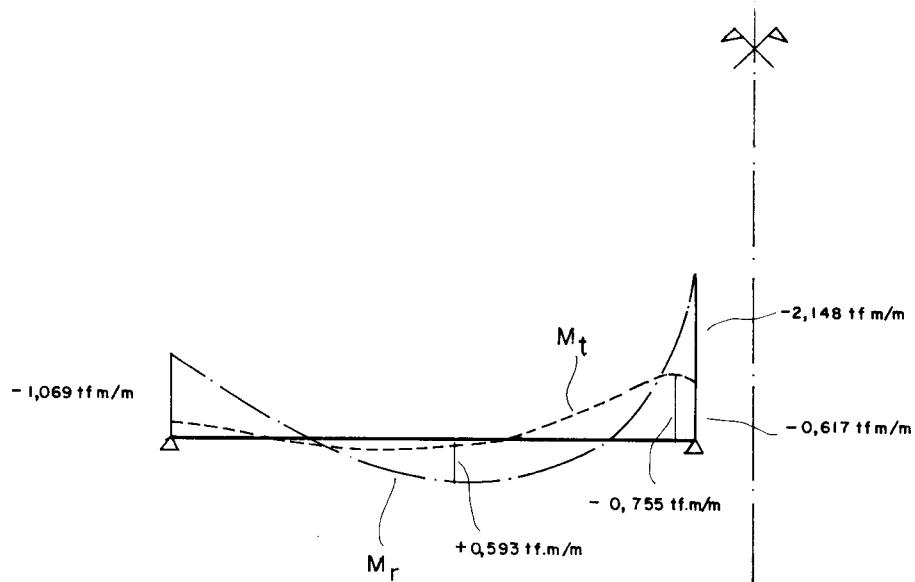


Figura 4.25 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

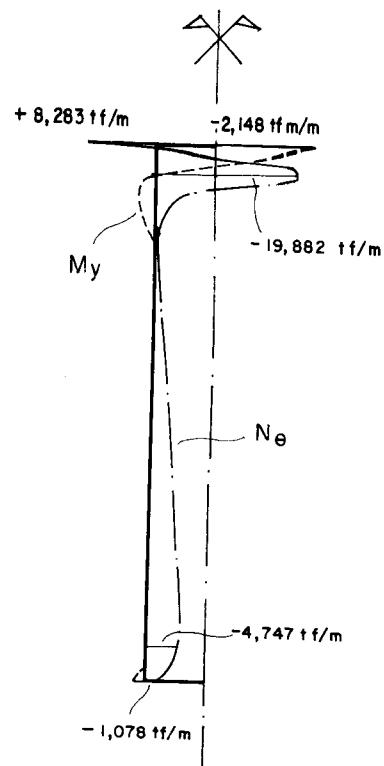


Figura 4.26 — ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS  
AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

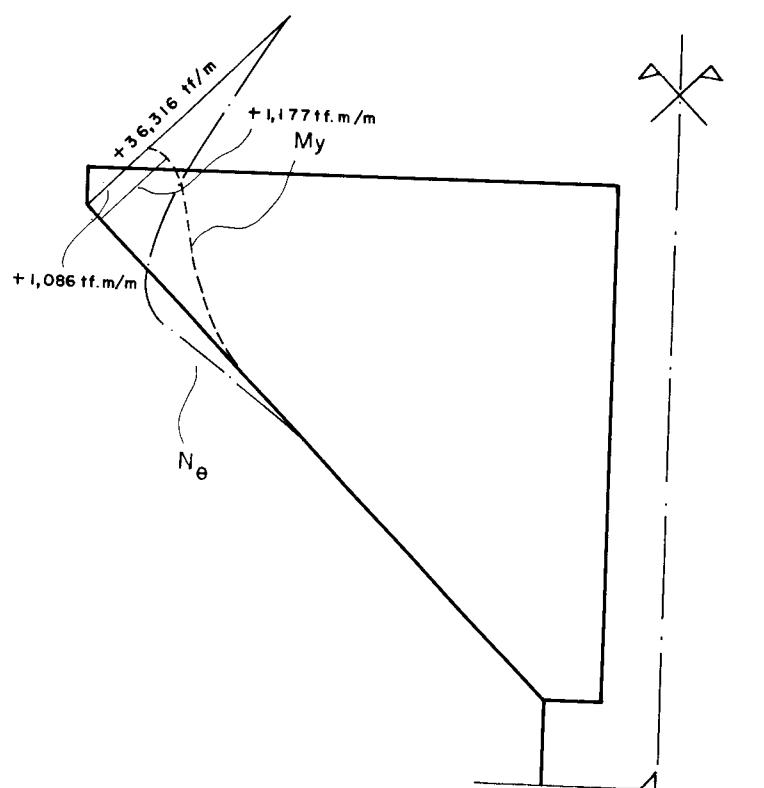


Figura 4.27 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO  
DE TEMPERATURA DE  $15^\circ\text{C}$  ENTRE COBERTURA  
E RECIPIENTE

$$V = 500 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$$

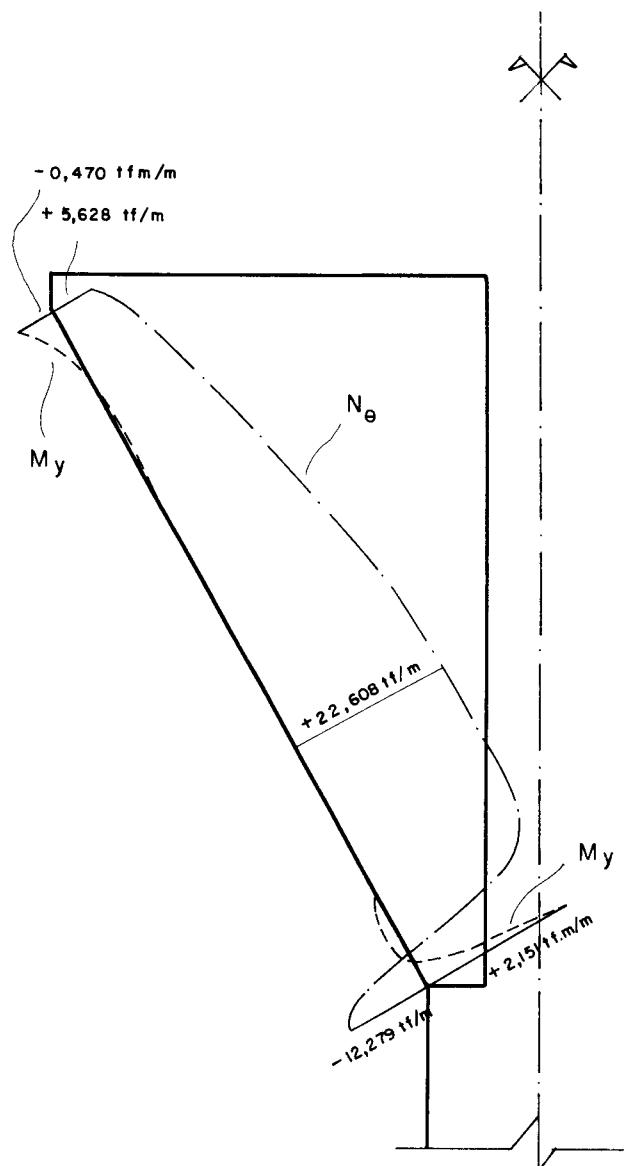


Figura 4.28—ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

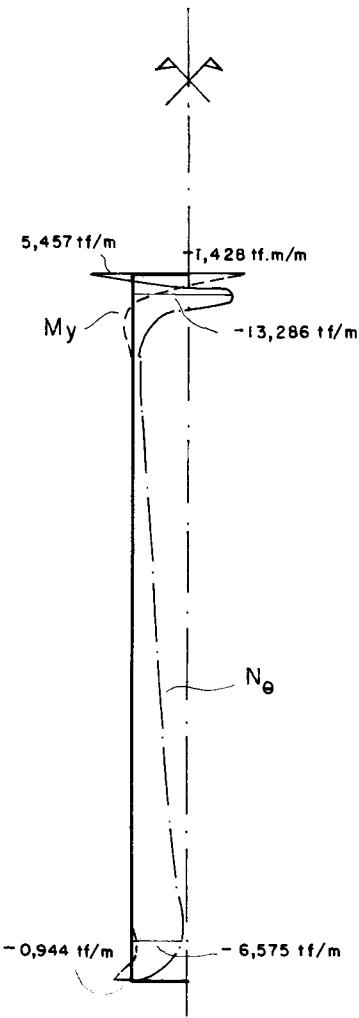


Figura 4.29—ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

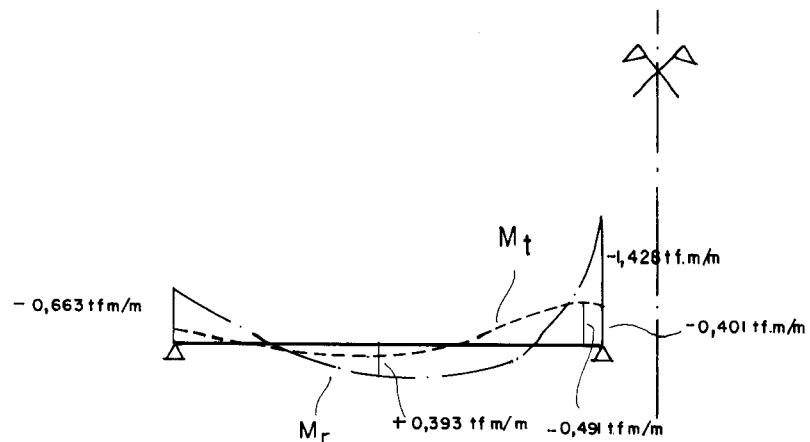


Figura 4.30 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

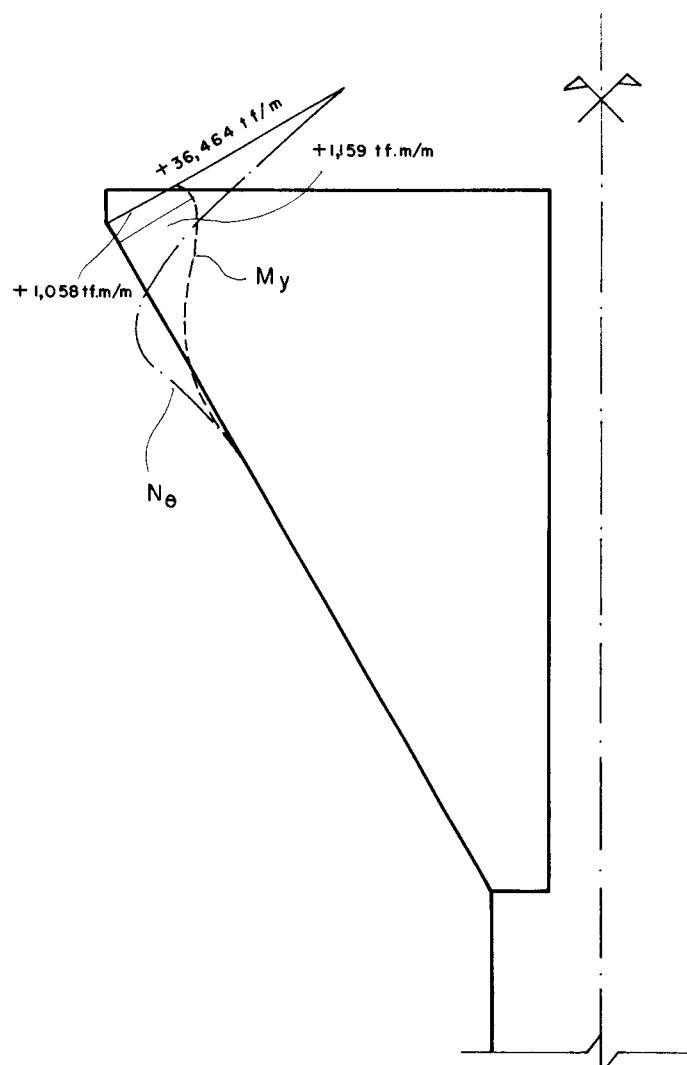


Figura 4.31 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^\circ\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 30^\circ$$

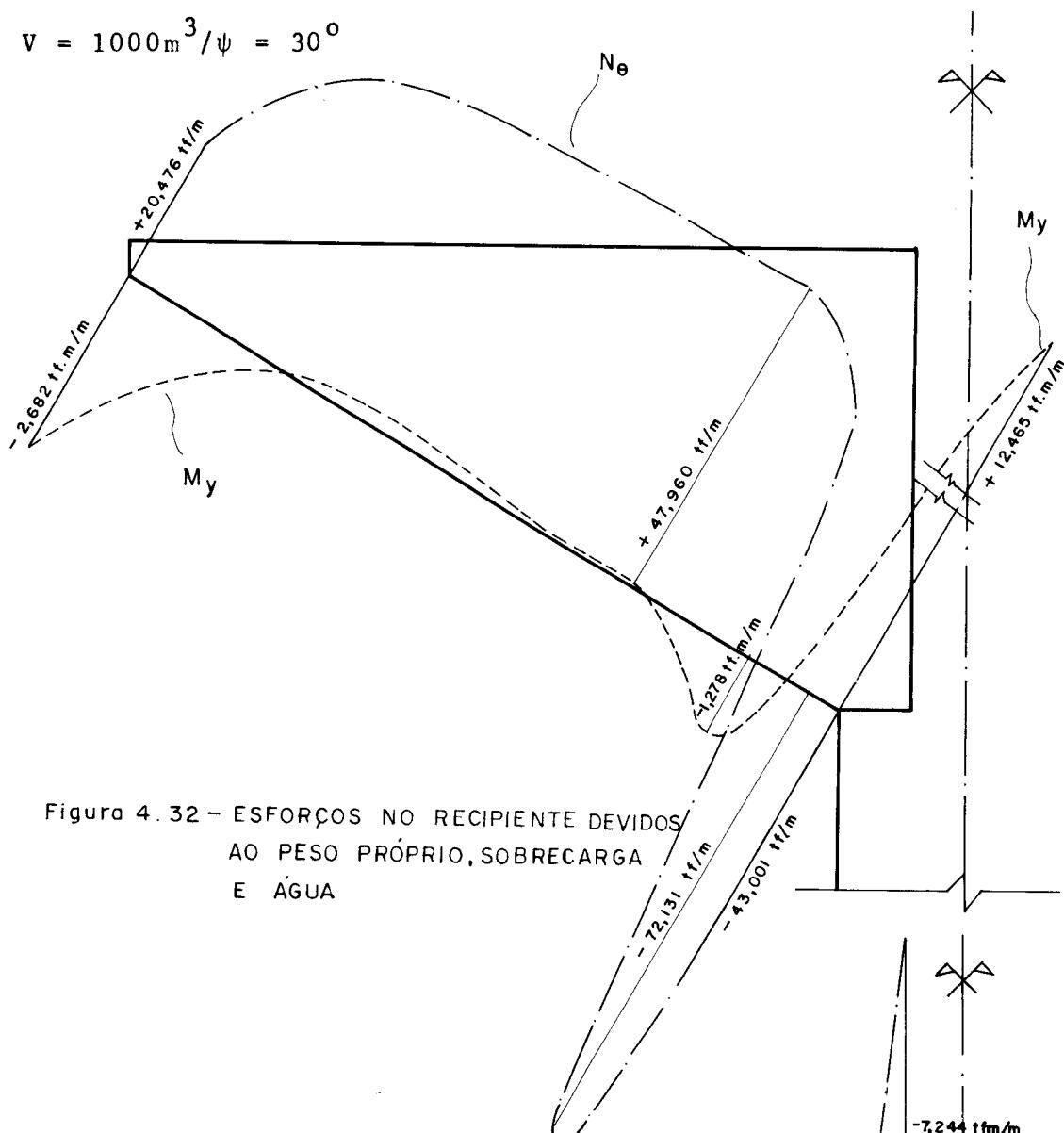


Figura 4.32 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS  
AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA  
E ÁGUA

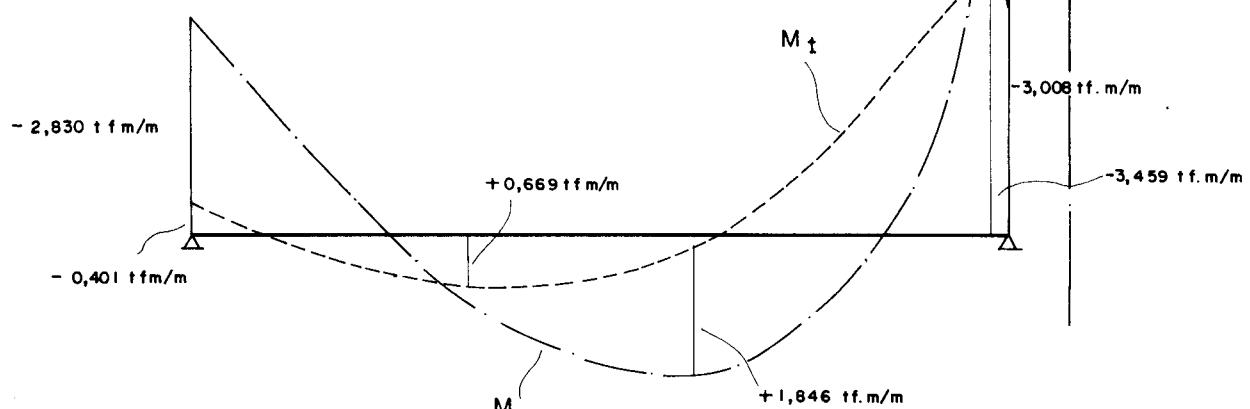


Figura 4.33 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO  
PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

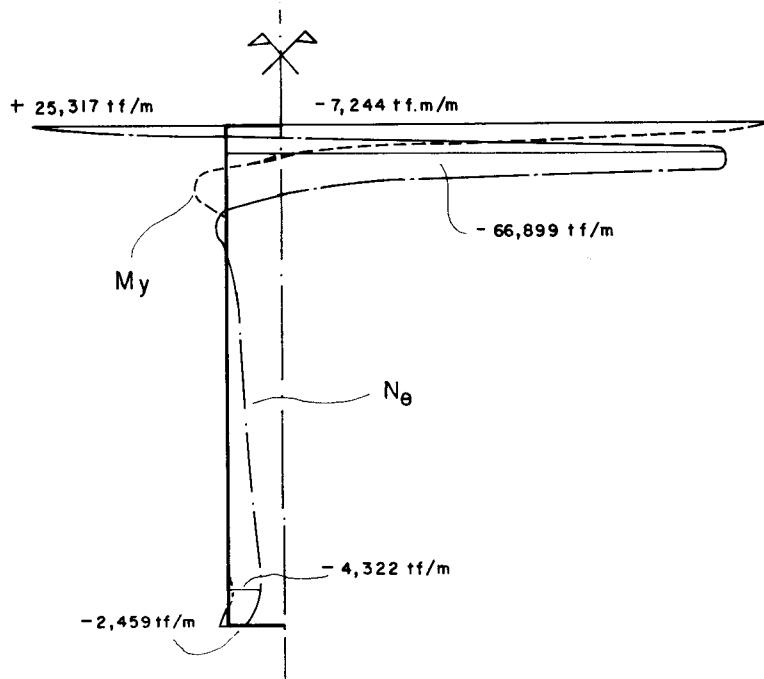


Figura 4.34—ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO , SOBRECARGA E ÁGUA

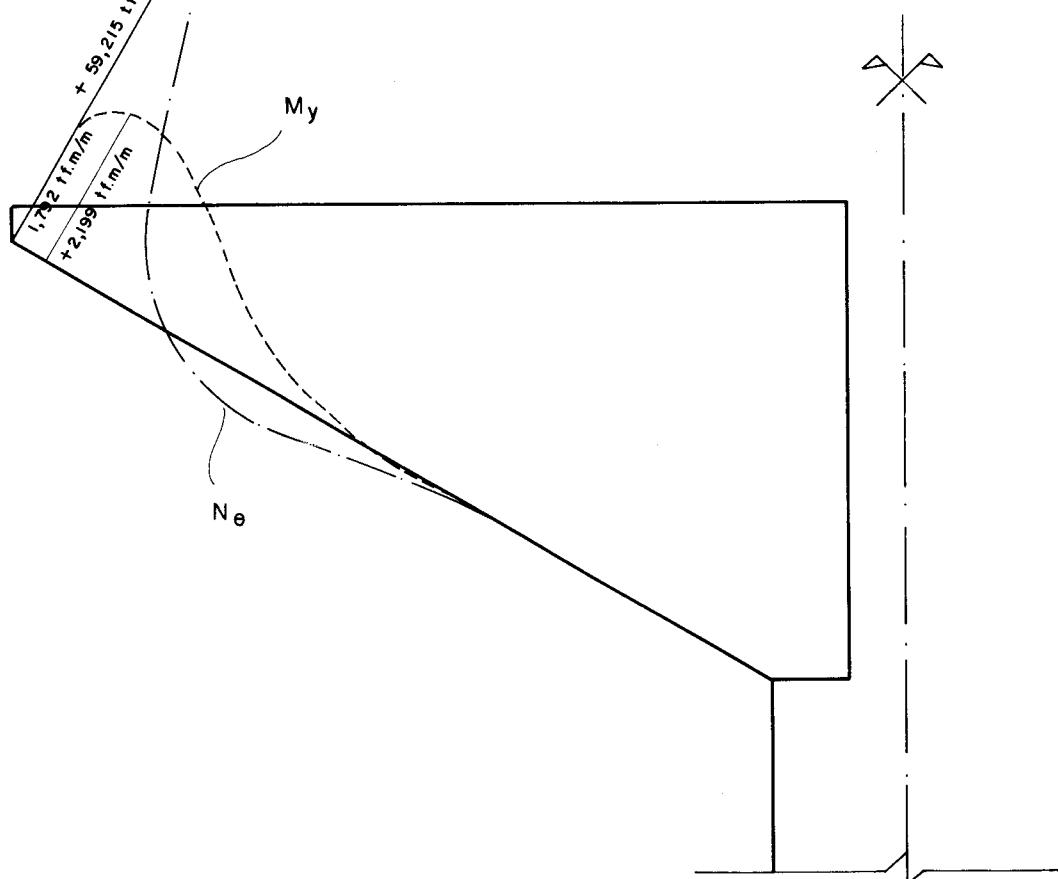


Figura 4.35 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^{\circ}\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 45^\circ$$

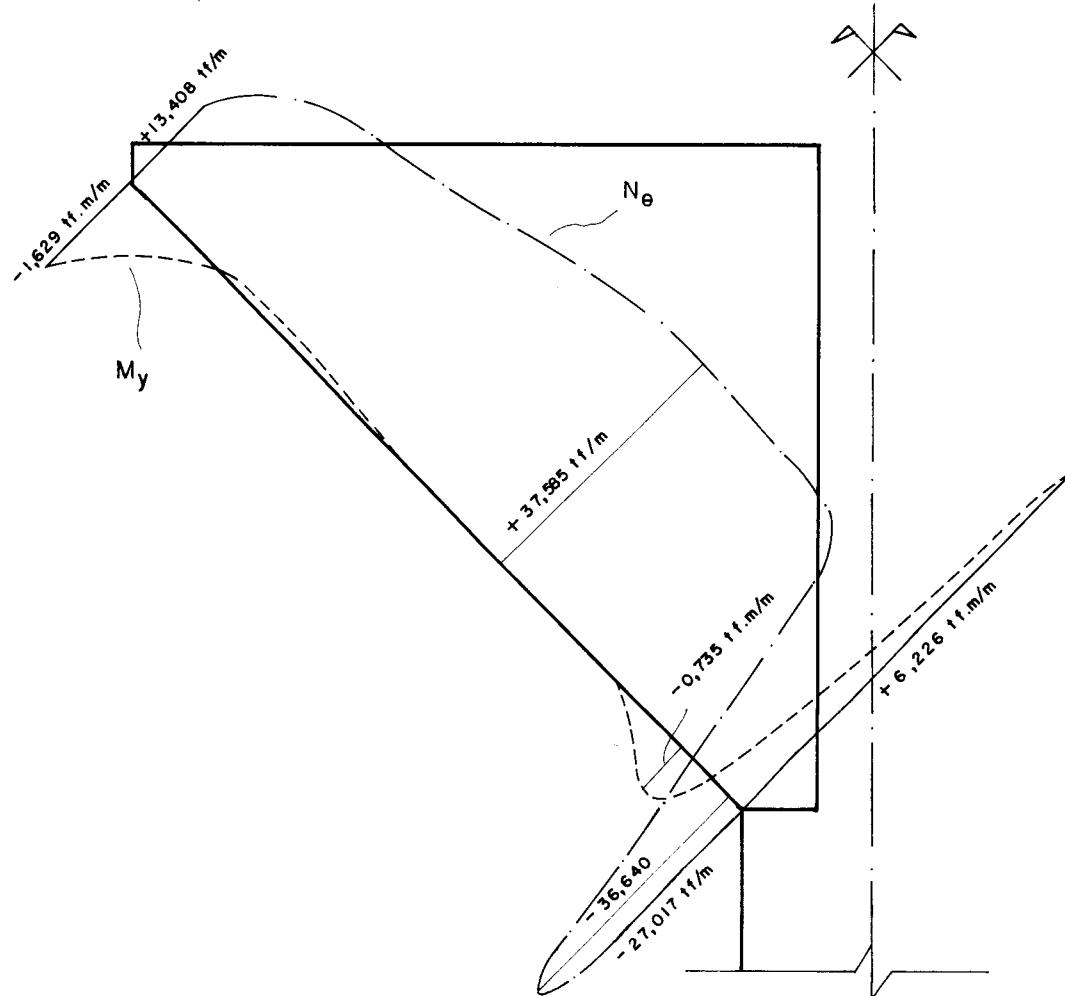


Figura 4.36—ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

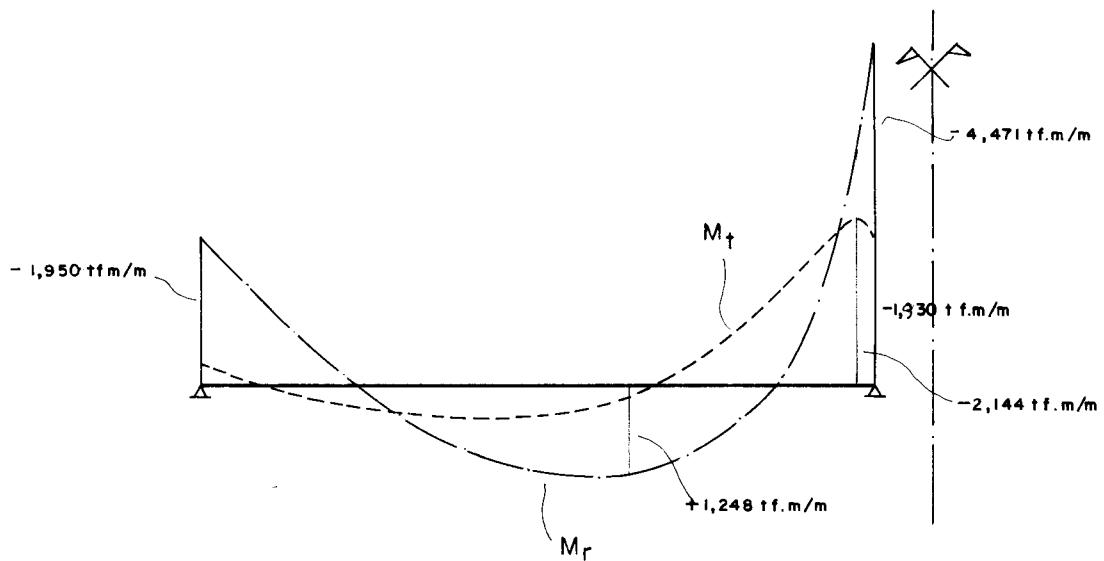


Figura 4.37—ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

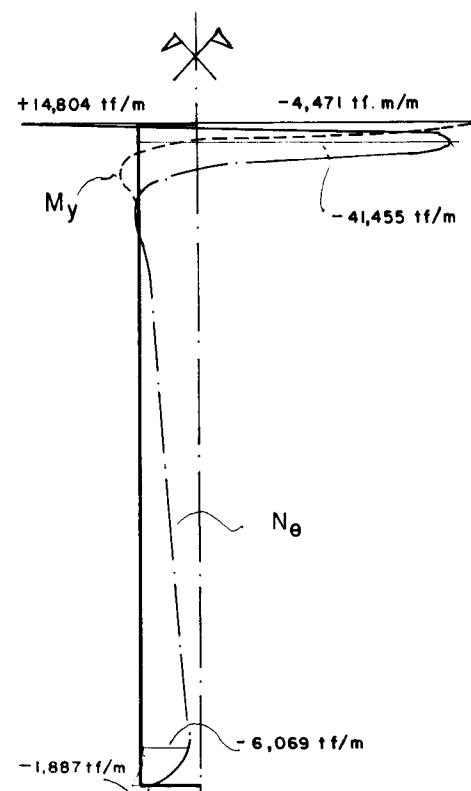


Figura 4.38 — ESFORÇOS NA CASCA CILINDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

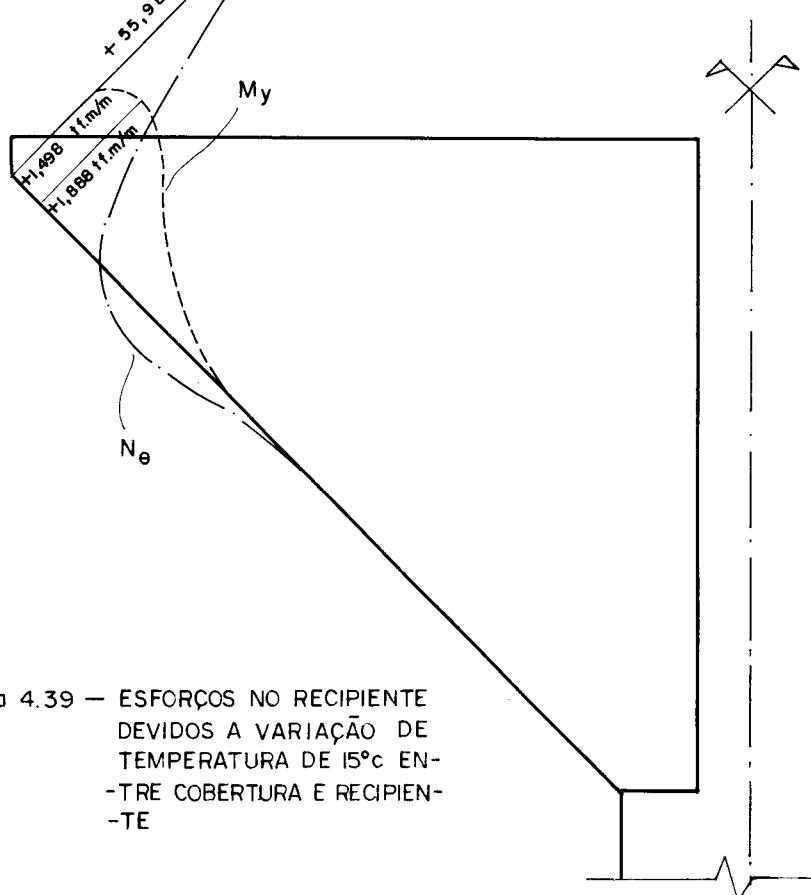


Figura 4.39 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE  $15^{\circ}\text{C}$  ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

$$V = 1000 \text{ m}^3 / \psi = 60^\circ$$

+ 7,428 t/m

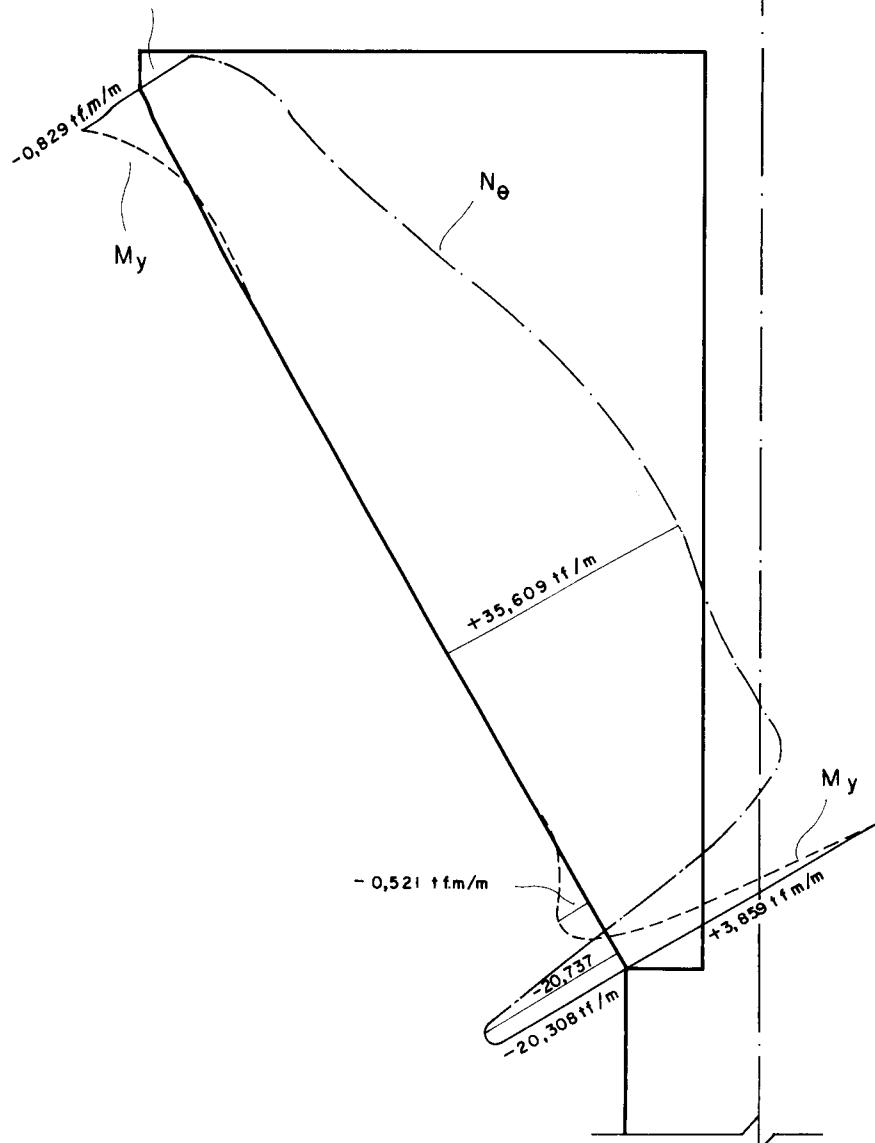


Figura 4.40 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

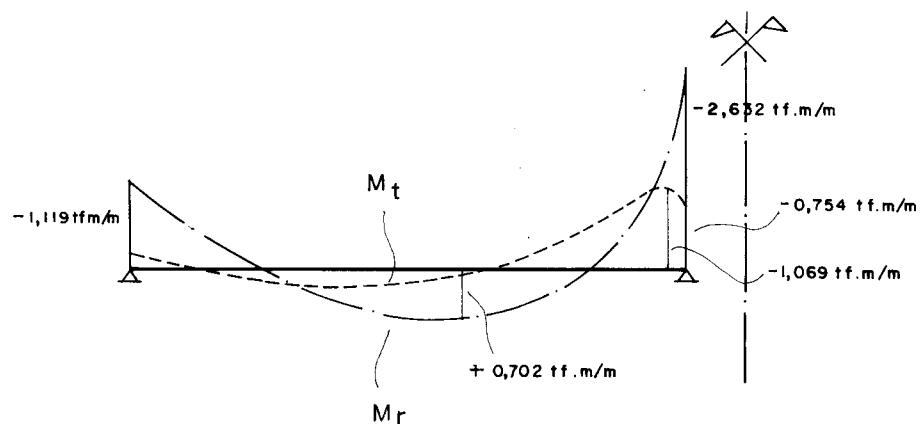


Figura 4.41 — ESFORÇOS NA LAJE DE COBERTURA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

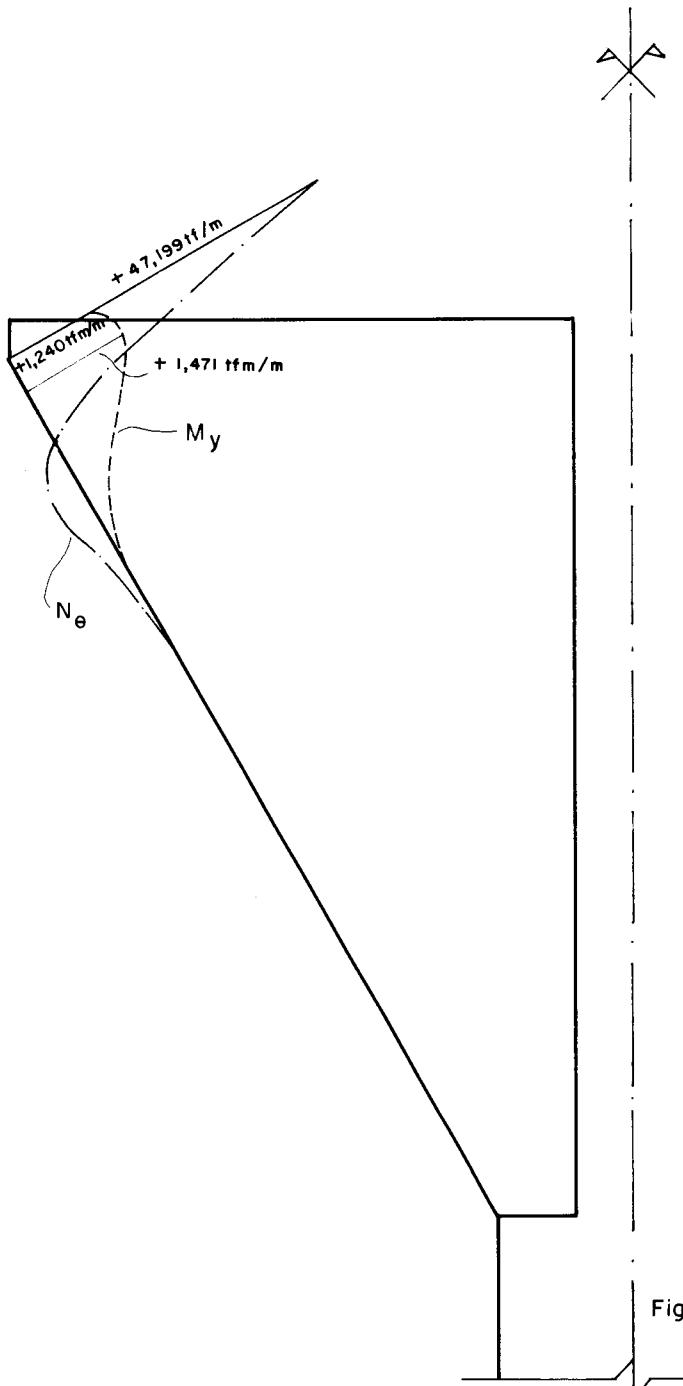


Figura 4.42 — ESFORÇOS NO RECIPIENTE DEVIDOS A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA DE 15°C ENTRE COBERTURA E RECIPIENTE

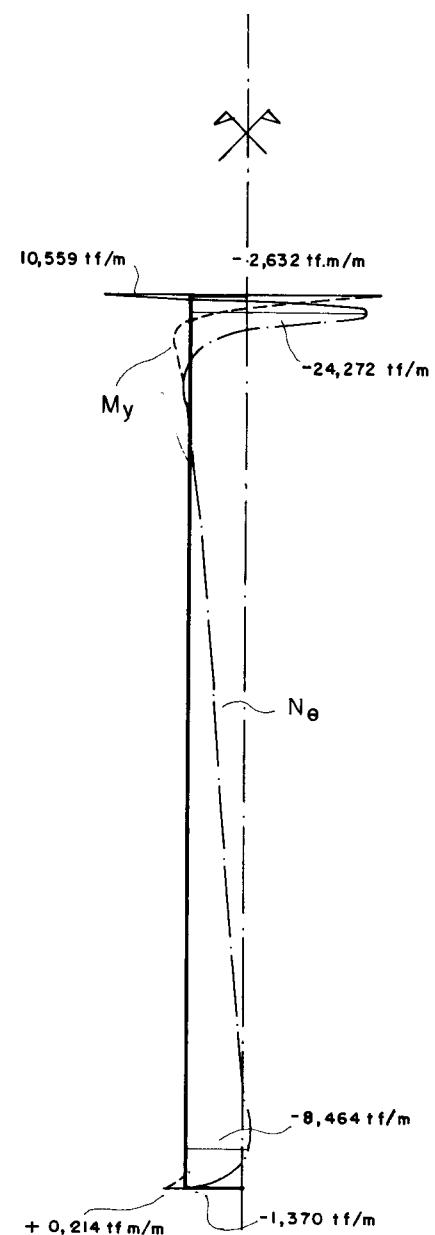


Figura 4.43—ESFORÇOS NA CASCA CILÍNDRICA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO, SOBRECARGA E ÁGUA

#### 4.4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS E COMENTÁRIOS

##### 4.4.1 - Laje anular de cobertura

As coberturas em laje circular são muito utilizadas, especialmente em reservatórios cilíndricos de pequeno diâmetro. Pode-se, entretanto, obter maiores diâmetros com este tipo de cobertura através da utilização de apoios internos. Baseados neste simples princípio entre outros, adotou-se para a cobertura dos reservatórios analisados, a laje anular em questão, visando fundamentalmente sua facilidade de execução perante outras soluções, como por exemplo as coberturas em casca (Fig. 1.7) que aliás são muito utilizadas para cobrir grandes vãos.

Além das coberturas citadas, pode-se também utilizar as coberturas pêncéis com elementos de vedação premoldados em concreto armado ou argamassa armada (Fig. 1.8), sobre este tipo de coberturas pode ser consultado Barbato (4), que analisa o comportamento estático das citadas coberturas, com elementos de vedação de argamassa armada.

Analizando os resultados na laje anular, pode-se observar que os momentos radiais  $M_r$  tracionam as fibras superiores nas regiões dos contornos externo e interno respectivamente, contribuindo desta forma na redução do momento positivo no meio do vão, que resultaria, caso a laje fosse apenas simplesmente apoiada em ambos os contornos.

Continuando com a análise dos esforços na laje anular dos reservatórios estudados, observa-se que a medida que o diâmetro externo aumenta, vai tornando-se também necessário o aumento gradual da espessura, inicialmente no contorno interno, depois no contorno externo e finalmente na região do meio do vão entre ambos os contornos. Desta forma, é conveniente a partir de um diâmetro externo da ordem de 20,00 metros, partir para outro tipo de solução, bem como para coberturas em casca ou para coberturas pêncéis.

Finalmente, após uma análise dos resultados chega-se à conclusão de que para o reservatório de  $1000\text{m}^3$  e  $\psi = 30^\circ$ , é melhor adotar outro tipo de solução para a cobertura, tendo em vista que é necessário aumentar a espessura de um mínimo de 14cm na região do meio do vão, até 16 e 26cm respectivamente, nos contornos externo e interno. No capítulo 5, apresenta-se um exemplo completo de cálculo de um reservatório elevado com recipiente e cobertura em cascas cônicas.

#### 4.5.2 - Comentários

É extremamente importante fazer agora as análises e os comentários de rigor sobre o comportamento estático propriamente dito das estruturas para reservatórios elevados estudadas. Pode-se desde logo, a partir da referida análise, antever as perspectivas ou alternativas que vêm a oferecer vantagens tanto no aspecto econômico como de funcionamento das citadas estruturas.

Devido às simplificações introduzidas nos cálculos não é possível fazer uma análise sobre resultados exatos. Salienta-se porém, que embora os resultados tenham sido obtidos com a introdução das citadas simplificações, são suficientemente aproximados, como para preencher as exigências normais da prática, que é o propósito fundamental deste trabalho.

Baseado logicamente nos resultados já apresentados, expõem-se a seguir, os comentários sobre o desempenho dos diferentes elementos estruturais:

- O comportamento estático da parede do recipiente em casca cônica melhora quando o ângulo  $\psi$  que mede a inclinação do meridiano da casca em relação ao plano horizontal aumenta. Também pode observar-se que os esforços finais  $N_\theta$  atuando na parede do recipiente provocam tração nas

faixas circunferenciais da parte superior e compressão nas faixas da região do fundo do reservatório. Assim sendo, deve ser mais conveniente, a partir de uma determinada faixa de volumes e valores de  $\psi$  em reservatórios desse tipo, a substituição do concreto armado por concreto protendido, a fim de combater eficientemente os esforços anulares de tração. Como ilustração, mostra-se na figura 4.44 a protensão utilizada no reservatório de Oerebro, Suécia (Fig. 1.2), com capacidade para  $9000\text{m}^3$  e constituída por 206 cabos freyssinet  $12 \phi 7$  de 37t de esforço útil definitivo ancorados em 16 nervuras verticais, adotadas unicamente por razões arquitetônicas, tendo em vista que o comprimento dos cabos era de meia circunferência e poderia ter sido suficiente 4 ou 6 nervuras apenas.

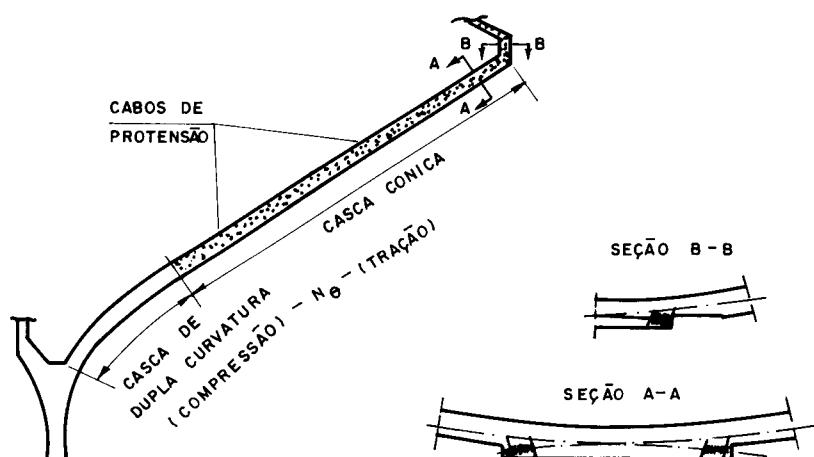


Figura 4.44 — DISTRIBUIÇÃO DA PROTENSÃO NA CASCA CÔNICA DO RESERVATÓRIO DE OEREBRO (SUÉCIA)

Por outro lado, pode-se diminuir os esforços anulares de tração na região da borda superior do recipiente através do enrijecimento do anel, entretanto o aumento da rigidez da citada peça deverá produzir maiores esforços de flexão nessa região, desta forma, este tipo de solução não parece, em princípio, ser a mais adequada, já que trará, como consequência, um aumento do peso próprio da estrutura

devido ao aumento das dimensões do anel, como também da espessura na região da borda do recipiente, para combater os esforços de flexão. Assim sendo, provavelmente a utilização da protensão, tanto no anel como no recipiente, seja a melhor solução, tanto no aspecto econômico como de funcionamento da estrutura, sempre e quando dispõem-se, no lugar de implantação da obra, dos recursos técnicos adequados.

- O funcionamento da casca cilíndrica de acesso, como pode observar-se nos resultados, é altamente satisfatório como era de se esperar, tendo em vista que, além de ser uma casca muito rígida o carregamento da água provoca compressão nas faixas anulares, que constitui sem dúvida nenhuma uma situação ideal em projeto de reservatórios. Deve-se também observar, pela análise dos resultados que é necessário na maioria dos casos estudados, aumentar a espessura nas regiões da borda superior da casca, para combater os esforços de flexão na citada região.

Ressalta-se porém, que não é correto uma vez determinados os esforços, partir para o simples aumento das espessuras nas bordas das cascas para combater os esforços de flexão, já que o aumento da rigidez da peça traz como consequência um aumento nos esforços. O processo correto é adotar uma espessura variável ou não, calcular os esforços correspondentes e verificar se as espessuras adotadas são compatíveis com os resultados. Salienta-se que nos casos estudados não foi possível fazer isto, ou seja, adotar espessuras variáveis nas bordas, já que o objetivo fundamental do trabalho é mostrar o comportamento estático deste tipo particular de estrutura de uma maneira geral, que venha oferecer, salvo essas pequenas diferenças, um subsídio de muita utilidade prática para o cálculo deste tipo de estruturas.

- Para finalizar estes comentários vale a pena lembrar que também, em alguns casos da laje anular de cobertura dos casos estudados, é necessário o aumento das espessuras na região dos contornos para combater os esforços de flexão.

5. EXEMPLO DE CÁLCULO DE UM RESERVATÓRIO CONSTITUÍDO POR RECIPIENTE E COBERTURA EM CASCAS CÔNICAS.

5.1 - INTRODUÇÃO

Como ilustração dos roteiros de cálculo apresentados no capítulo 3, apresenta-se um exemplo de cálculo de um reservatório elevado destinado ao armazenamento de água com capacidade para  $1000\text{m}^3$ . O reservatório é constituído por recipiente e cobertura em cascas cônicas, torre cilíndrica e fundação em tronco de cone (Fig. 5.1), submetido aos carregamentos do peso próprio, sobrecarga, água, temperatura e vento.

Os dados geométricos da estrutura para reservatório elevado em questão são indicados na Fig. 5.1, e os relativos às propriedades dos materiais e aos carregamentos atuantes são os mesmos considerados para a análise dos reservatórios apresentados no capítulo 4.

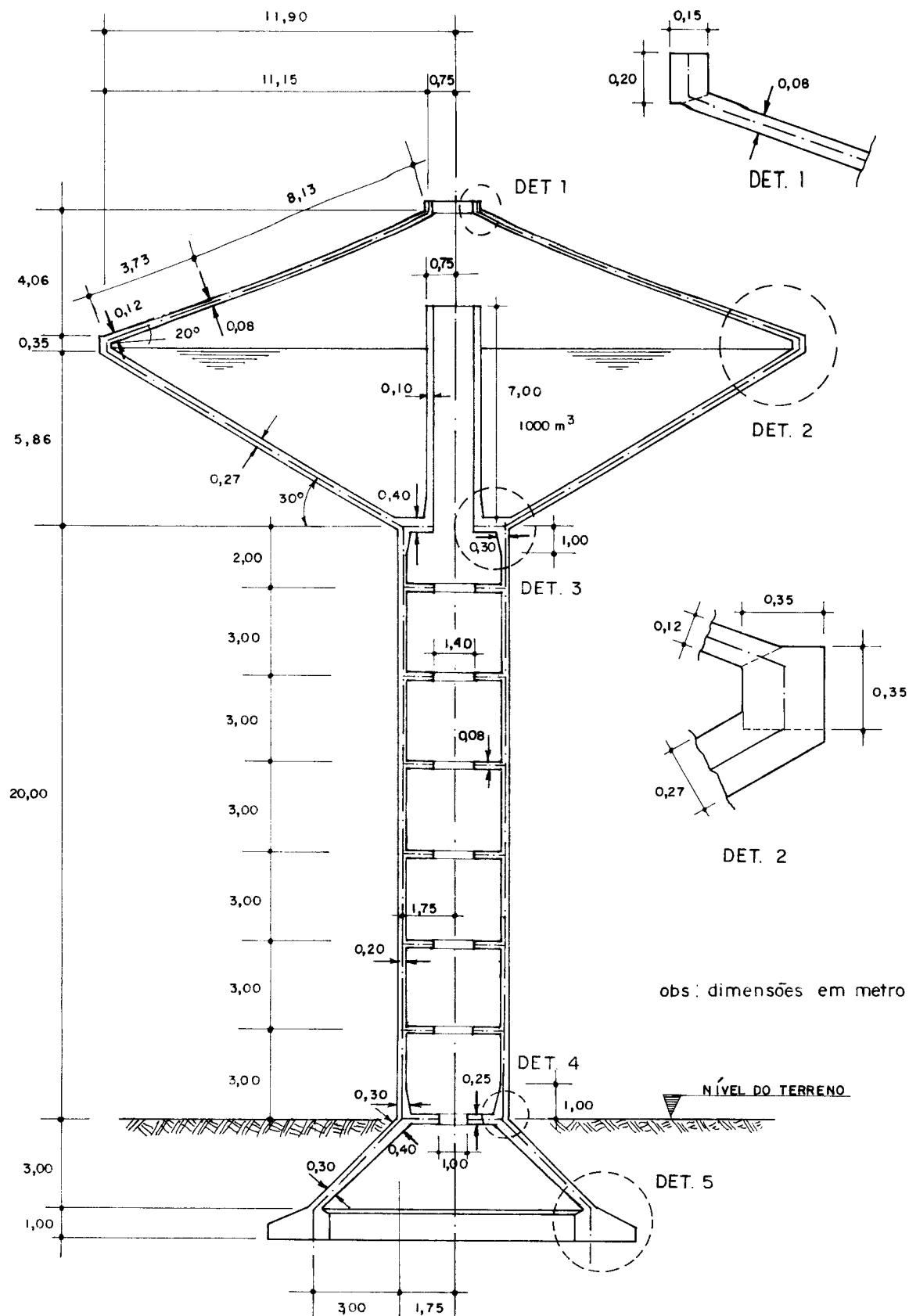
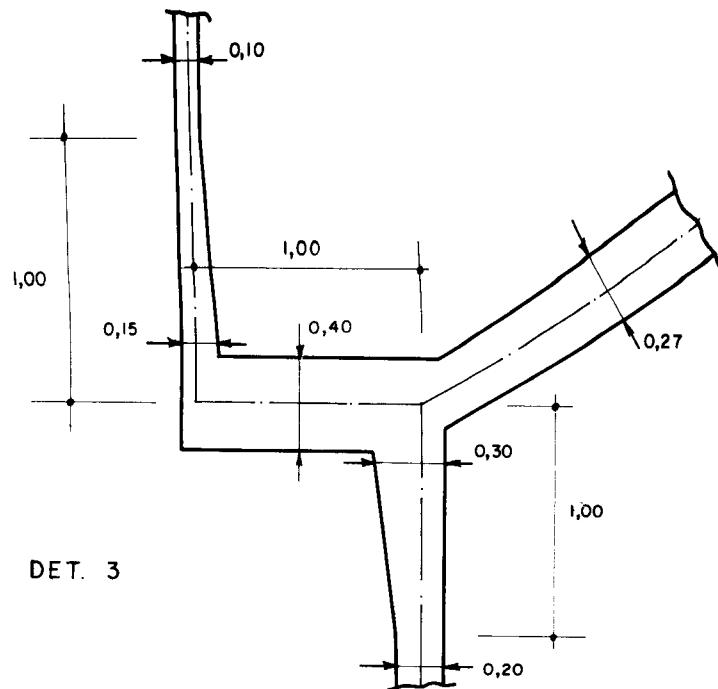
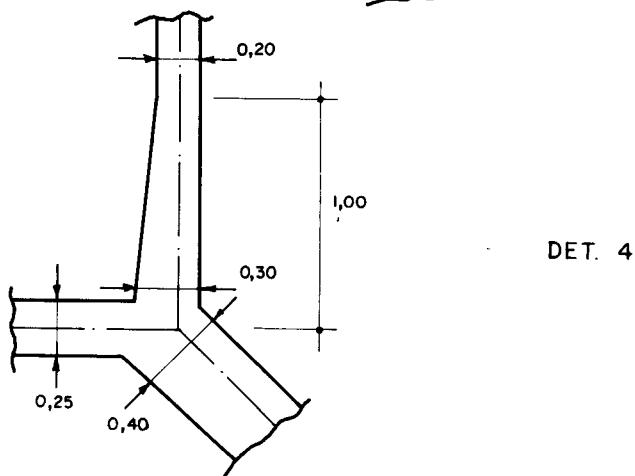


Figura 5.1 — RESERVATÓRIO ELEVADO CONSTITUÍDO  
POR CASCAS CÔNICAS

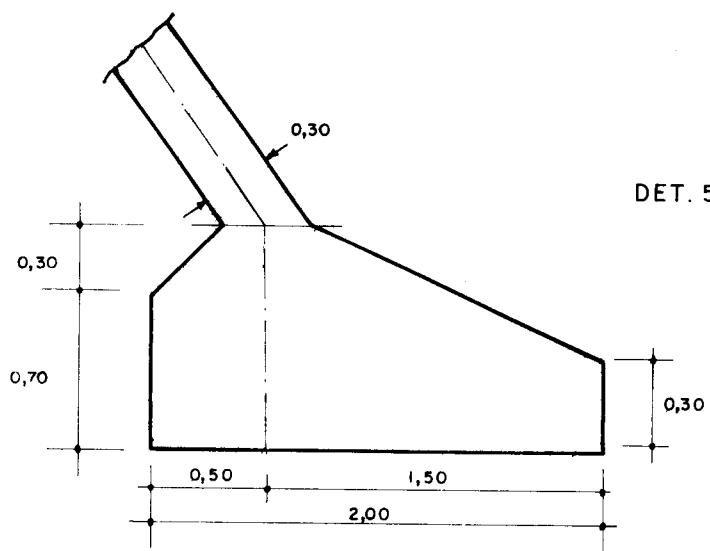
5 . 3



DET. 3



DET. 4



DET. 5

## 5.2 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE MEMBRANA

Consideram-se, para a determinação dos esforços e deslocamentos de membrana nos diferentes elementos estruturais, as expressões correspondentes a cada carregamento fornecidas na sequência de cálculo do capítulo 3, como é visto a seguir.

### 5.2.1 - Cobertura cônica

Para a determinação dos esforços de membrana na cobertura cônica (Fig. 5.2) devidos ao peso próprio, utiliza-se a espessura real do ponto em consideração (tabela 5.1), como também para a determinação dos deslocamentos de membrana nas bordas da casca.

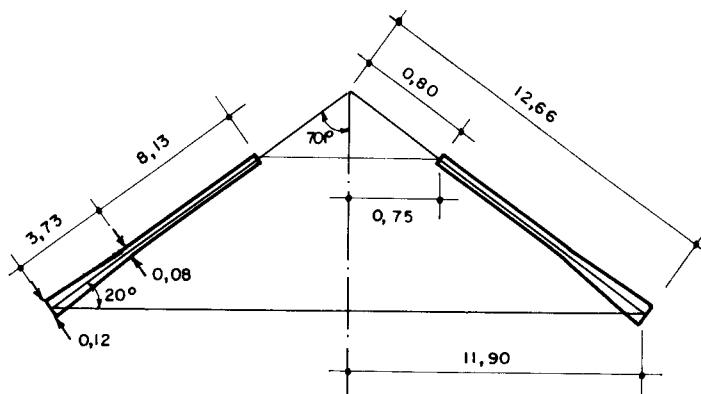


Figura 5.2 — COBERTURA CÔNICA — DIMENSÕES EM METROS

#### a) Peso próprio

Para a borda inferior  $g = 2,5 \cdot 0,12 = 0,30 \text{ tf/m}^2$ , e para a borda superior  $g = 2,5 \cdot 0,08 = 0,20 \text{ tf/m}^2$ . Assim sendo, os deslocamentos nas bordas calculados com estes valores são:

$$D_{50,c}(p.p) = -880,55/E$$

$$D_{60,c}(p.p) = -317,43/E$$

$$D_{110,c}(p.p) = -3,88/E$$

$$D_{120,c}(p.p) = 28,06/E$$

b) Sobrecarga

Os esforços de membrana produzidos por uma sobrecarga uniforme  $p = 0,050 \text{tf/m}^2$  sobre a projeção horizontal da cobertura cônica são mostrados na tabela 5.1, e os deslocamentos nas bordas valem:

$$D_{50,c}(\text{sob.}) = -137,90/E$$

$$D_{60,c}(\text{sob.}) = -49,71/E$$

$$D_{110,c}(\text{sob.}) = -0,91/E$$

$$D_{120,c}(\text{sob.}) = 6,59/E$$

c) Lanternim

$P = \text{peso do anel superior} + \text{carga uniforme considerada sobre o anel} = 2,5.0,20.0,15 + 0,300 = 0,375 \text{tf/m}$

Os esforços de membrana são mostrados na Tabela 5.1, e os deslocamentos nas bordas valem:

$$D_{50,c}(\text{lant.}) = 1,15/E$$

$$D_{60,c}(\text{lant.}) = 1,59/E$$

$$D_{110,c}(\text{lant.}) = 1,72/E$$

$$D_{120,c}(\text{lant.}) = -37,66/E$$

- d) Diferença de temperatura entre cobertura cônica e anel intermediário

Considerando-se, conforme a NB-1/78 um aquecimento uniforme na cobertura cônica de  $+15^{\circ}\text{C}$  em relação ao anel intermediário, os esforços são nulos, e os deslocamentos na borda inferior valem:

$$D_{50,c}(\Delta t) = 1,7845 \cdot 10^{-3} E = 5353,00, \text{ com } E = 3 \cdot 10^6 \text{ tf/m}^2$$

$$D_{60,c}(\Delta t) = 0$$

TABELA 5.1 - Esforços de membrana na cobertura cônica

y (m)	PESO PRÓPRIO		SOBRECARGA		LANTERNIM
	$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	
0,80	-0,413	0,000	-0,097	0,000	-1,096
1,30	-0,671	-0,236	-0,158	-0,089	-0,675
1,80	-0,929	-0,422	-0,218	-0,099	-0,486
2,30	-1,188	-0,591	-0,279	-0,139	-0,381
3,30	-1,704	-0,908	-0,400	-0,213	-0,266
4,30	-2,220	-1,214	-0,522	-0,285	-0,205
5,30	-2,737	-1,514	-0,643	-0,356	-0,164
6,51	-3,361	-1,875	-0,789	-0,440	-0,134
7,72	-3,986	-2,233	-0,936	-0,524	-0,113
8,93	-4,611	-2,590	-1,083	-0,608	-0,098
9,66	-5,476	-3,079	-1,172	-0,659	-0,091
10,66	-6,780	-3,818	-1,293	-0,728	-0,083
11,16	-7,669	-4,217	-1,354	-0,763	-0,079
11,66	-8,224	-4,635	-1,414	-0,797	-0,075
12,16	-8,997	-5,073	-1,475	-0,832	-0,072
12,41	-9,397	-5,299	-1,505	-0,849	-0,070
12,66	-9,806	-5,530	-1,536	-0,866	-0,069

### 5.2.2 - Anel superior

Os deslocamentos no anel superior (Fig. 5.3), considerado para fins da determinação do centro de gravidade, área e inércia como de seção retangular, valem:

$$D_{110,as} \text{ (p.p)} = 52,32/E$$

$$D_{120,as} \text{ (p.p)} = -420,45/E$$

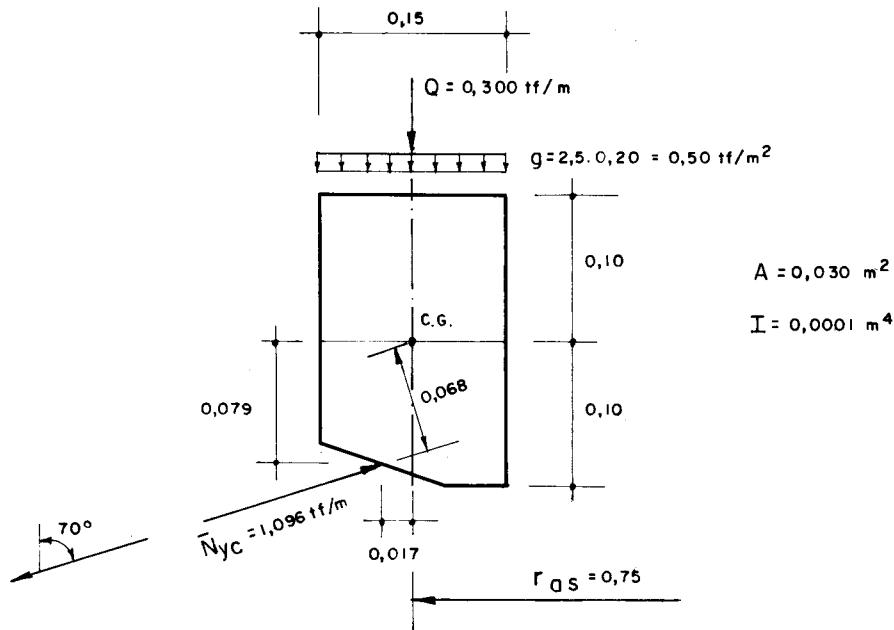


Figura 5.3 — CARREGAMENTOS ATUANTES NO ANEL SUPERIOR

### 5.2.3 - Casca cônica recipiente

Os esforços de membrana produzidos pelos diferentes carregamentos na casca cônica recipiente (Fig. 5.4) são apresentados na Tabela 5.2.

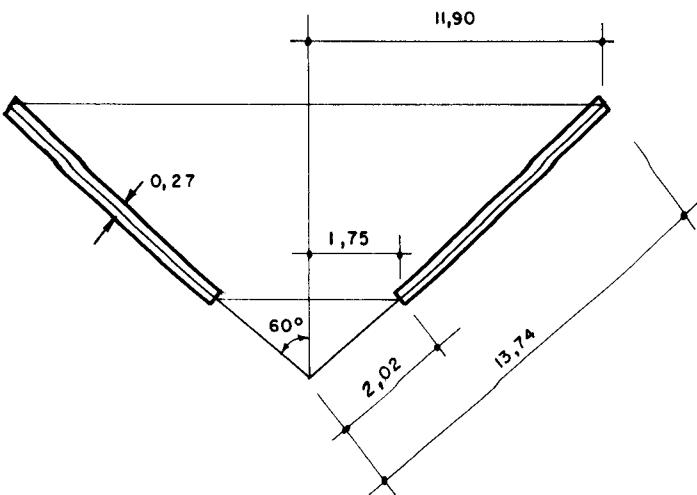


Figura 5.4 — CASCA CÔNICA RECIPIENTE

## a) Peso próprio

$$g = 2,5 \cdot 0,27 = 0,675 \text{ tf/m}^2$$

$$D_{10,r}(\text{p.p.}) = 80,04/E$$

$$D_{20,r}(\text{p.p.}) = -421,45/E$$

$$D_{30,r}(\text{p.p.}) = -613,10/E$$

$$D_{40,r}(\text{p.p.}) = 173,52/E$$

## b) Pressão hidrostática

$$\gamma = 1,00 \text{ tf/m}^3$$

$$D_{10,r}(\text{p.h.}) = 321,66/E$$

$$D_{20,r}(\text{p.h.}) = -1359,84/E$$

$$D_{30,r}(\text{p.h.}) = 0$$

$$D_{40,r}(\text{p.h.}) = -1048,82/E$$

c) Carregamento na borda superior (peso próprio cobertura + lanternim + peso anel intermediário)

$$P = \bar{N}_{yc} (p.p. \text{ cobertura} + \text{lant.}) \cos 70^\circ + \text{Peso anel intermediário} \\ = 5,599 \cos 70^\circ + 2,5 \cdot 0,35 \cdot 0,35 = 2,221 \text{tf/m}$$

$$D_{10,r} (\text{p.p.cob.} + \text{lant.} + \text{anel int.}) = 32,68/E$$

$$D_{20,r} (\text{p.p.cob.} + \text{lant.} + \text{anel int.}) = -193,82/E$$

$$D_{30,r} (\text{p.p.cob.} + \text{lant.} + \text{anel int.}) = -32,68/E$$

$$D_{40,r} (\text{p.p.cob.} + \text{lant.} + \text{anel int.}) = 28,50/E$$

d) Carregamento na borda superior (sobrecarga na cobertura)

$$P = \bar{N}_{yc} (\text{sobrec.cob.}) \cdot \cos 70^\circ = 0,866 \cdot \cos 70^\circ = 0,342 \text{tf/m}$$

$$D_{10,r} (\text{sobrec.cob.}) = 5,03/E$$

$$D_{20,r} (\text{sobrec.cob.}) = -29,85/E$$

$$D_{30,r} (\text{sobrec.cob.}) = -5,03/E$$

$$D_{40,r} (\text{sobrec.cob.}) = 4,39/E$$

TABELA 5.2 - Esforços de membrana na casca cônica recipiente

y (m)	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_y$ (tf/m)	PRESSÃO HIDROST.		CARREG. BORDA SUP.	
			$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_y$ (tf/m)	p.p.cob. +lant.+ anel int.	sobre car ga na co bertura
2,02	+2,045	-61,721	20,503	-174,508	-30,214	-4,653
2,27	2,298	-54,605	22,549	-152,917	-26,887	-4,140
2,52	2,551	-48,867	24,486	-135,413	-24,219	-3,729
3,02	3,058	-40,157	28,037	-108,640	-20,209	-3,112
3,52	3,564	-33,826	31,155	- 88,999	-17,339	-2,670
4,02	4,070	-28,986	33,839	- 73,883	-15,182	-2,338
5,44	5,508	-19,753	39,103	- 45,001	-11,219	-1,728
6,87(*)	6,956	-13,912	40,874	- 27,249	- 8,884	-1,368
8,34	8,444	- 9,650	39,002	- 15,352	- 7,318	-1,127
9,74	9,862	- 6,509	33,740	- 7,877	- 6,266	-0,965
10,74	10,874	- 4,616	27,903	- 4,260	- 5,683	-0,875
11,74	11,887	- 2,930	20,334	- 1,830	- 5,199	-0,800
12,24	12,393	- 2,149	15,900	- 1,014	- 4,986	-0,768
12,74	12,899	- 1,403	11,033	- 0,444	- 4,791	-0,738
13,24	13,406	- 0,688	5,773	- 0,110	- 4,610	-0,710
13,49	13,659	- 0,341	2,921	- 0,027	- 4,524	-0,697
13,74	13,912	0,000	0,000	0,000	- 4,442	-0,684

(\*) - Ponto onde ocorrem os esforços totais máximos  $\bar{N}_\theta$  de membrana.

#### 5.2.4 - Anel intermediário

No anel intermediário (Fig.5.5) considerado para fins da determinação do centro de gravidade, área e inércia como de seção retangular, os deslocamentos produzidos pelos diversos carregamentos são apresentados a seguir.

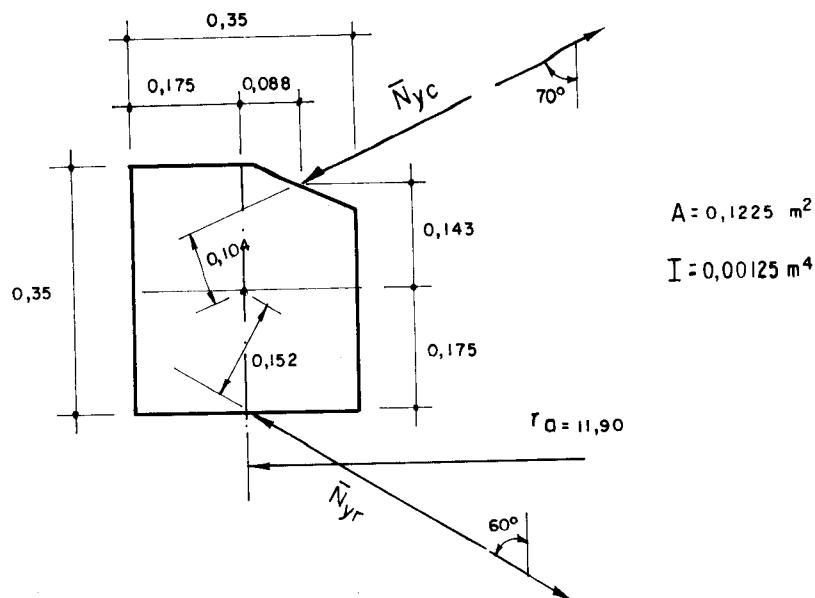


Figura 5.5 — CARREGAMENTOS ATUANTES NO ANEL INTERMEDIÁRIO

a) Peso próprio (cobertura+lant.+anel inter.) + peso próprio da casca recipiente

$$\bar{N}_{yr} = 4,442 \text{ tf/m} ; \quad \bar{N}_{yc} = 5,599 \text{ tf/m}$$

$$D_{30,a} (\text{p.p. reservatório}) = 12331,41/E$$

$$D_{40,a} (\text{p.p. reservatório}) = 10298,88/E$$

$$D_{50,a} (\text{p.p. reservatório}) = -9056,37/E$$

$$D_{60,a} (\text{p.p. reservatório}) = -10298,88/E$$

b) Sobrecarga na cobertura

$$\bar{N}_{yr} = 0,684 \text{ tf/m} ; \quad \bar{N}_{yc} = 0,866 \text{ tf/m}$$

$$D_{30,a} (\text{sob. na cobert.}) = 1845,80/E$$

$$D_{40,a} (\text{sob. na cobert.}) = 1540,63/E$$

$$D_{50,a} (\text{sob. na cobert.}) = -1405,18/E$$

$$D_{60,a} (\text{sob. na cobert.}) = -1540,63/E$$

### 5.3 - COEFICIENTES DE FLEXIBILIDADE

Os coeficientes de flexibilidade provocados pelos esforços unitários aplicados nos diferentes elementos estruturais, conforme a convenção para deslocamentos positivos apresentada no capítulo 3, são dados a seguir:

#### 5.3.1 - Cobertura cônica

Para a determinação dos coeficientes de flexibilidade na borda inferior da cobertura cônica, utiliza-se a aproximação de Hanna.

$$L_1 = 0,321m$$

$$L_2 = 1,497m$$

$$D_{55,c} = 1718,92/E$$

$$D_{56,c} = D_{65,c} = 3358,80/E$$

$$D_{66,c} = 13120,21/E$$

$$D_{1111,c} = 44,01/E$$

$$D_{1112,c} = D_{1211,c} = 401,48/E$$

$$D_{1212,c} = 7313,62/E$$

## 5.3.2 - Anel superior

$$D_{1111,as} = 53,41/E$$

$$D_{1112,as} = D_{1211,as} = -441,56/E$$

$$D_{1212,as} = 5625,00/E$$

## 5.3.3 - Casca cônica recipiente

$$L_1 = 0,744m$$

$$L_2 = 1,940m$$

$$D_{11,r} = 30,47/E$$

$$D_{12,r} = D_{21,r} = 82,01/E$$

$$D_{22,r} = 440,94/E$$

$$D_{33,r} = 540,63/E$$

$$D_{34,r} = D_{43,r} = -557,63/E$$

$$D_{44,r} = 1149,76/E$$

## 5.3.4 - Anel intermediário

$$D_{33,a} = 4625,45/E$$

$$D_{43,a} = D_{34,a} = -D_{63,a} = -D_{36,a} = 19825,40/E$$

$$D_{35,a} = D_{53,a} = 1679,03/E$$

$$D_{55,a} = 3472,63/E$$

$$D_{65,a} = D_{56,a} = -D_{45,a} = -D_{54,a} = -16200,18/E$$

$$D_{44,a} = D_{66,a} = -D_{46,a} = -D_{64,a} = 113288,00/E$$

#### 5.4 - COMPATIBILIZAÇÃO DE DESLOCAMENTOS

Apresentam-se a seguir as compatibilizações de deslocamentos nas diferentes ligações ou vinculações dos elementos estruturais.

##### 5.4.1 - Ligação casca cônica recipiente - fundo do reservatório

Conforme se mostra na sequência de cálculo do capítulo 3, a compatibilização de deslocamentos, se resume à resolução do seguinte sistema de equações, escrito aqui por comodidade em forma matricial, como segue:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} D_{10} \\ D_{20} \end{Bmatrix}, \quad \text{ou}$$

$$[A] \{X\} = - \{B\}$$

sendo  $[A]$  a matriz dos coeficientes de flexibilidade;

$\{X\}$  o vetor dos esforços incógnitos;

$\{B\}$  o vetor dos deslocamentos de membrana ou do sistema fundamental.

Os coeficientes de flexibilidade têm os seguintes valores:

$$D_{11} = D_{11,r} = 30,47/E$$

$$D_{12} = D_{21} = D_{12,r} = 82,01/E$$

$$D_{22} = D_{22,r} = 440,94/E$$

e os deslocamentos de membrana, produzidos por cada carregamento, são:

Peso próprio:

$$D_{10} = D_{10,r}(\text{p.p.}) + D_{10,r}(\text{p.p.cob.+lant.+anel int.}) = 112,72/E$$

$$D_{20} = D_{20,r}(\text{p.p.}) + D_{20,r}(\text{p.p.cob.+lant.+anel int.}) = -615,27/E$$

Sobrecarga na cobertura:

$$D_{10} = D_{10,r}(\text{sobrec. cob.}) = 5,03/E$$

$$D_{20} = D_{20,r}(\text{sobrec. cob.}) = -29,85/E$$

Pressão hidrostática:

$$D_{10} = D_{10,r}(\text{p.h.}) = 321,66/E$$

$$D_{20} = D_{20,r}(\text{p.h.}) = -1359,84/E$$

Substituindo os valores correspondentes a cada carregamento no vetor  $\{B\}$  e resolvendo o sistema encontram-se os esforços incógnitos apresentados na Tabela 5.3.

TABELA 5.3 - Esforços na ligação recipiente - fundo do reservatório.

Esforços incógnitos	Tipo de carregamento		
	peso próprio	sobrecarga na cobertura	pressão hidrostática
$x_1$ (tf/m)	-14,928	-0,695	-37,759
$x_2$ (tf.m/m)	4,172	0,197	10,107

#### 5.4.2 - Ligação cobertura cônica - anel superior

Analogamente ao caso da ligação recipiente - fundo do reservatório, tem-se, conforme a sequência de cálculo do capítulo 3, que o sistema de equações de compatibilidade, escrito de forma matricial, é:

$$\begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1112} \\ D_{1211} & D_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} D_{110} \\ D_{120} \end{Bmatrix}$$

onde:

$$D_{1111} = D_{1111,c} + D_{1111,as} = 97,42/E$$

$$D_{1112} = D_{1211} = D_{1112,c} + D_{1112,as} = -40,08/E$$

$$D_{1212} = D_{1212,c} + D_{1212,as} = 12938,62/E$$

e os deslocamentos, produzidos por cada carregamento, são:

Peso próprio:

$$D_{110} = D_{110,c} (\text{p.p.}) + D_{110,c} (\text{lant.}) + D_{110,as} (\text{p.p.}) = 50,16/E$$

$$D_{120} = D_{120,c} \text{ (p.p.)} + D_{120,c} \text{ (lant.)} + D_{120,as} \text{ (p.p.)} = -430,05/E$$

Sobrecarga na cobertura:

$$D_{110} = D_{110,c} \text{ (sob.)} = -0,91/E$$

$$D_{120} = D_{120,c} \text{ (sob.)} = 6,59/E$$

Substituindo estes valores no sistema e resolvendo, obtém-se os esforços incógnitos mostrados na Tabela 5.4

TABELA 5.4 - Esforços na ligação cobertura - anel superior		
Esforços incógnitos	Tipo de carregamento	
	peso próprio	sobrecarga na cobertura
$X_{11}$ (tf/m)	-0,502	0,009
$X_{12}$ (tf.m/m)	0,032	0,000

5.4.3 - Ligação recipiente - anel - cobertura

A compatibilização de deslocamentos, na ligação recipiente - anel - cobertura, é análoga às outras compatibilizações apresentadas. Assim sendo, os coeficientes de flexibilidade, calculados conforme se mostra no capítulo 3, valem:

$$D_{33} = 5166,08/E$$

$$D_{34} = D_{43} = 19267,77/E$$

$$D_{35} = D_{53} = 1679,03/E$$

$$D_{36} = D_{63} = -19825,40/E$$

$$D_{44} = 114437,76/E$$

$$D_{45} = D_{54} = 16200,18/E$$

$$D_{46} = D_{64} = -113288,00/E$$

$$D_{55} = 5191,55/E$$

$$D_{56} = D_{65} = -12841,38/E$$

$$D_{66} = 126408,21/E$$

e os deslocamentos, produzidos pelos diferentes carregamentos, são dados como segue:

Peso próprio:

$$D_{30} = D_{30,r}(p.p.) + D_{30,r}(p.p.cob.+lant.+anel int.) +$$

$$D_{30,a}(p.p. reservatório) = 11685,63/E$$

$$D_{40} = D_{40,r}(p.p.) + D_{40,r}(p.p.cob.+lant.+anel int.) +$$

$$D_{40,a}(p.p. reservatório) = 10500,90/E$$

$$D_{50} = D_{50,a}(p.p. reservatório) + D_{50,c}(p.p.) + D_{50,c}(lant.) =$$

$$-9935,77/E$$

$$D_{60} = D_{60,a}(p.p. reservatório) + D_{60,c}(p.p.) + D_{60,c}(lant.) =$$

$$-10614,72/E$$

Sobrecarga na cobertura:

$$D_{30} = D_{30,r} (\text{sobrec.cob.}) + D_{30,a} (\text{sob.na cobert.}) = 1840,77/E$$

$$D_{40} = D_{40,r} (\text{sobrec.cob.}) + D_{40,a} (\text{sob.na cobert.}) = 1545,02/E$$

$$D_{50} = D_{50,a} (\text{sob.na cobert.}) + D_{50,c} (\text{sob.}) = -1543,08/E$$

$$D_{60} = D_{60,a} (\text{sob.na cobert.}) + D_{60,c} (\text{sob.}) = -1590,34/E$$

Pressão hidrostática:

$$D_{30} = D_{30,r} (\text{p.h.}) = 0$$

$$D_{40} = D_{40,r} (\text{p.h.}) = -1048,82/E$$

$$D_{50} = 0$$

$$D_{60} = 0$$

Diferença de temperatura de  $+15^{\circ}\text{C}$  da cobertura em relação ao anel:

$$D_{30} = 0$$

$$D_{40} = 0$$

$$D_{50} = D_{50,c} (\Delta t) = 5353,00$$

$$D_{60} = D_{60,c} (\Delta t) = 0$$

Resolvendo o sistema, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 5.5.

TABELA 5.5 - Esforços na ligação recipiente - anel - cobertura.

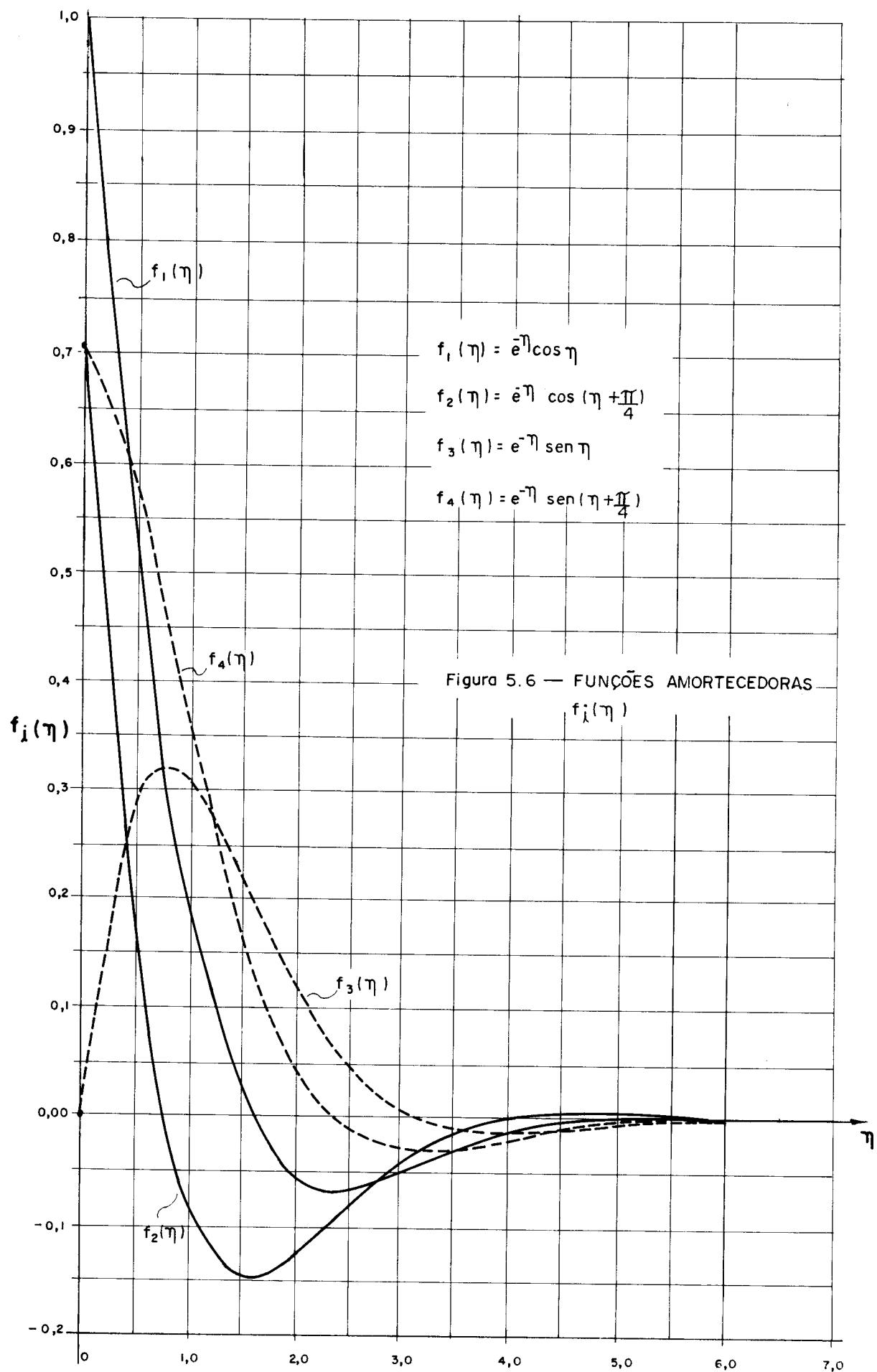
Esforços incógnitos	Tipo de carregamento			
	peso próprio	sobrecarga na cobertura	pressão hidrostática	$\Delta t = +15^\circ C$
$X_3$ (tf/m)	-3,482	-0,568	-0,180	-1,414
$X_4$ (tf.m/m)	-1,056	-0,153	0,192	1,263
$X_5$ (tf/m)	3,808	0,577	-0,248	-3,024
$X_6$ (tf.m/m)	-1,021	-0,155	0,119	0,603

### 5.5 - ESFORÇOS FINAIS

Determinados os valores dos esforços incógnitos apresentados nas tabelas 5.3 a 5.5, devidos aos diversos carregamentos agindo na estrutura, calculam-se os esforços finais em cada elemento estrutural, superpondo aos esforços de membrana os esforços do regime de flexão.

Por outro lado, nas expressões para o cálculo dos esforços do regime de flexão das cascas cônicas e cilíndricas apresentadas no Capítulo 3, estão embutidas as funções amortecedoras  $f_i(\eta)$  mostradas na Fig. 5.6, que representam a forma segundo a qual se amortecem os efeitos ao longo do meridiano. Isto não é surpreendente, tendo em vista que o comportamento de flexão das cascas de revolução em geral é similar ao da viga apoiada sobre base elástica, como pode verificar-se facilmente ao se fazer a análise comparativa das equações diferenciais correspondentes.

Embora a escolha dos pontos ao longo do meridiano para a determinação dos esforços de flexão no recipiente e cobertura não tenha sido feita a partir da consideração das citadas funções amortecedoras, teve-se na região das bordas o cuidado de fazer entre os pontos espaçamento suficientemente pequeno, para evitar que, do ponto de vis-



ta prático, a falta de coincidência entre os pontos de valores máximos e os pré-fixados pudesse causar erros significativos nos resultados.

#### 5.5.1 - Esforços na cobertura cônica

Com as expressões para o cálculo dos esforços de flexão fornecidas no capítulo 3, e os esforços  $X_5$ ,  $X_6$ ,  $X_{11}$  e  $X_{12}$  das tabelas 5.4 e 5.5, são calculados os esforços para a cobertura cônica apresentados nas tabelas 5.6 a 5.10. Para o caso da sobrecarga, foram desprezados os efeitos na borda superior devidos a  $X_{11}$ , já que os devidos a  $X_{12}$  são nulos, tomado-se então unicamente os esforços de membrana correspondentes. Os efeitos na borda superior devidos à pressão hidrostática no reservatório e ao aquecimento uniforme da cobertura de  $+15^{\circ}\text{C}$  em relação ao anel superior são nulos, como pode observar-se nos diagramas de esforços na cobertura nas Figs. 5.7 e 5.8.

#### 5.5.2 - Esforços na casca cônica recipiente

Analogamente ao caso da cobertura cônica, calculam-se os esforços na casca cônica recipiente utilizando os valores dos esforços incógnitos  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$  das tabelas 5.3 e 5.5, e os resultados são apresentados nas tabelas 5.11 a 5.17. Os esforços  $N_y$  ao longo do meridiano são calculados e apresentados unicamente para a região do fundo do reservatório, tendo em vista que esses valores são pequenos na região da borda superior.

Os diagramas de esforços produzidos pelos diversos carregamentos na casca cônica recipiente são apresentados nas figuras 5.9 e 5.10.

TABELA 5.6 - Esforços na cobertura cônica (borda inferior)

Peso próprio	$X_5 = 3,808 t_f m/m$	$X_6 = -1,021 t_f m/m$	$L_2 = 1,497 m$
$y(m)$	12,66	12,41	11,66
$s_2(m)$	0,00	0,25	1,00
$\bar{N}_\theta(t_f/m)$	- 9,806	- 9,397	- 8,997
$N_\theta, X_5(t_f/m)$	60,541	49,520	39,338
$N_\theta, X_6(t_f/m)$	- 31,704	- 21,561	- 13,452
$N_\theta(t_f/m)$	19,031	18,562	16,889
$M_y, X_5(t_f m/m)$	0,000	0,274	0,458
$M_y, X_6(t_f m/m)$	- 1,021	- 0,996	- 0,930
$M_y(t_f m/m)$	- 1,021	- 0,722	- 0,472

TABELA 5.7 - Esforços na cobertura cônica (borda superior)

Peso próprio	$X_{11} = -0,502 t_f m/m$	$X_{12} = 0,032 t_f m/m$	$L_1 = 0,321 m$
$y(m)$	0,80	1,30	1,80
$s_1(m)$	0,00	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta(t_f/m)$	- 0,413	- 0,671	- 0,929
$N_\theta, X_{11}(t_f/m)$	- 2,346	- 0,011	0,234
$N_\theta, X_{12}(t_f/m)$	1,362	- 0,460	- 0,139
$N_\theta(t_f/m)$	- 1,397	- 1,142	- 0,834
$M_y, X_{11}(t_f m/m)$	0,000	- 0,011	0,000
$M_y, X_{12}(t_f m/m)$	0,032	0,067	0,000
$M_y(t_f m/m)$	0,032	0,056	0,000

TABELA 5.8 - Esforços na cobertura cônica (borda inferior)

Sobrecarga	$X_5 = 0,577tf/m$	$X_6 = -0,155tfm/m$	$L_2 = 1,497m$
$y (m)$	12,66	12,41	12,16
$s_2 (m)$	0,00	0,25	0,50
$\bar{N}_\theta (tf/m)$	-1,536	-1,505	-1,475
$N_\theta, X_5 (tf/m)$	9,173	7,503	5,961
$N_\theta, X_6 (tf/m)$	-4,813	-3,273	-2,042
$N_\theta (tf/m)$	2,824	2,725	2,444
$M_y, X_5 (tfm/m)$	0,000	0,042	0,069
$M_y, X_6 (tfm/m)$	-0,155	-0,151	-0,141
$M_y (tfm/m)$	-0,155	-0,109	-0,072
		-0,017	0,012
			0,026
			0,025
			0,016

TABELA 5.9 - Esforços na cobertura cônica (borda inferior)

Pressão hidrostática	$X_5 = -0,248tf/m$	$X_6 = 0,119tfm/m$	$L_2 = 1,497m$
$y (m)$	12,66	12,41	12,16
$s_2 (m)$	0,00	0,25	0,50
$N_\theta, X_5 (tf/m)$	-3,943	-3,225	-2,562
$N_\theta, X_6 (tf/m)$	3,695	2,513	1,568
$N_\theta (tf/m)$	-0,248	-0,712	-0,994
$M_y, X_5 (tfm/m)$	0,000	-0,018	-0,020
$M_y, X_6 (tfm/m)$	0,119	0,116	0,108
$M_y (tfm/m)$	0,119	0,098	0,088
		0,045	0,021
			0,006
			-0,007
			-0,008

TABELA 5.10 - Esforços na cobertura cônica (borda inferior)

Diferença de +15°C da cobertura em relação ao anel 1		$X_5 = -3,024 \text{ tf/m}$		$X_6 = 0,603 \text{ tfm/m}$		$L_2 = 1,497 \text{ m}$	
$y (\text{m})$	12,66	12,41	12,16	11,66	11,16	10,66	9,66
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00
$N_\theta, X_5 (\text{tf/m})$	-48,077	-39,325	-31,239	-17,824	-8,381	-2,476	2,076
$N_\theta, X_6 (\text{tf/m})$	18,724	12,733	7,945	1,465	-1,842	-3,067	-2,556
$N_\theta (\text{tf/m})$	-29,353	-26,592	-23,294	-16,355	-10,223	-5,813	-0,532
$M_y, X_5 (\text{tfm/m})$	0,000	-0,218	-0,363	-0,492	-0,479	-0,396	-0,189
$M_y, X_6 (\text{tfm/m})$	0,603	0,588	0,549	0,434	0,306	0,191	0,040
$M_y (\text{tfm/m})$	0,603	0,370	0,186	-0,058	-0,173	-0,205	-0,149
						-0,087	-0,016
						-0,009	0,014
						-0,025	-0,007

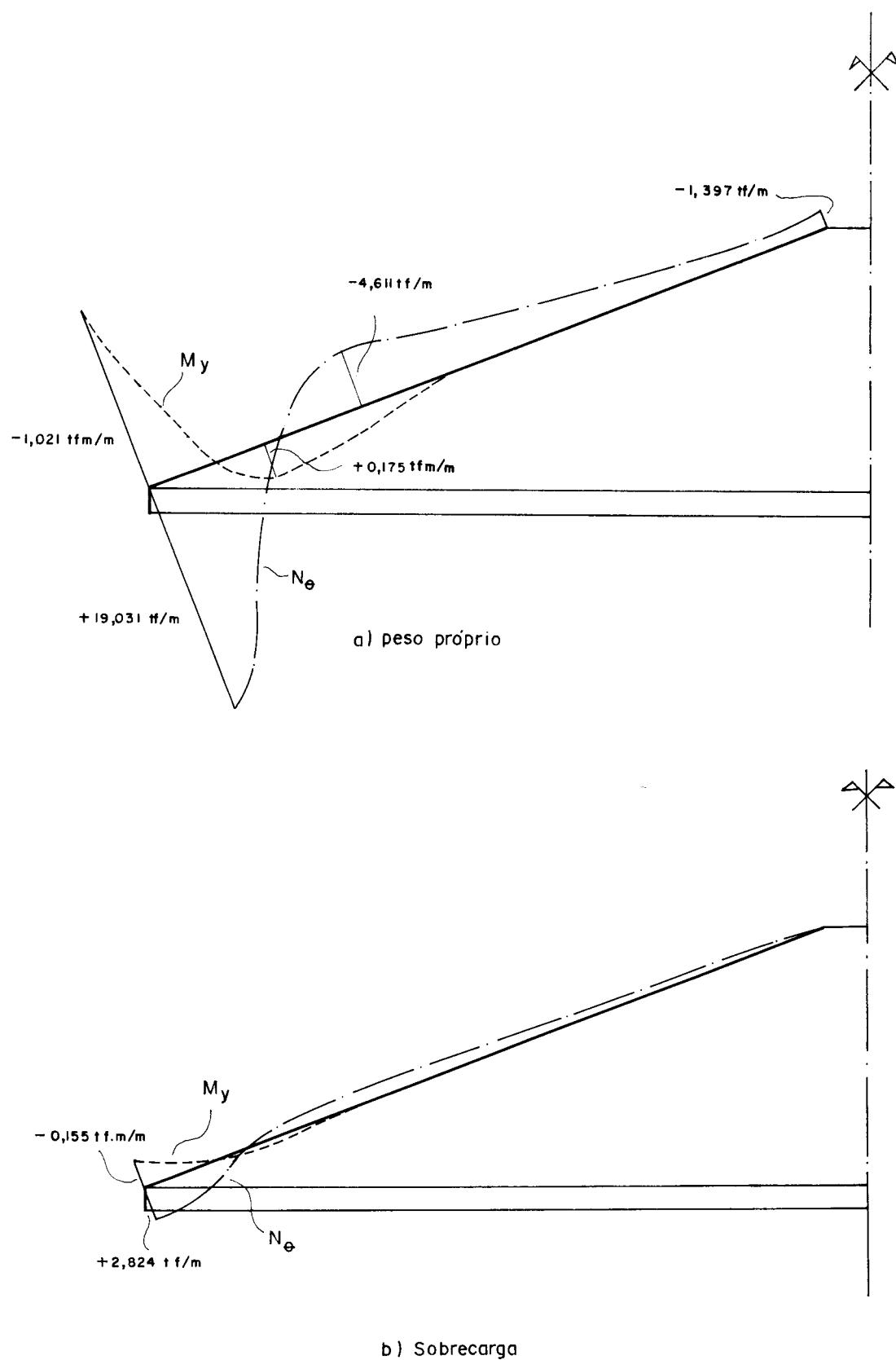


Figura 5.7 — ESFORÇOS NA COBERTURA CÔNICA

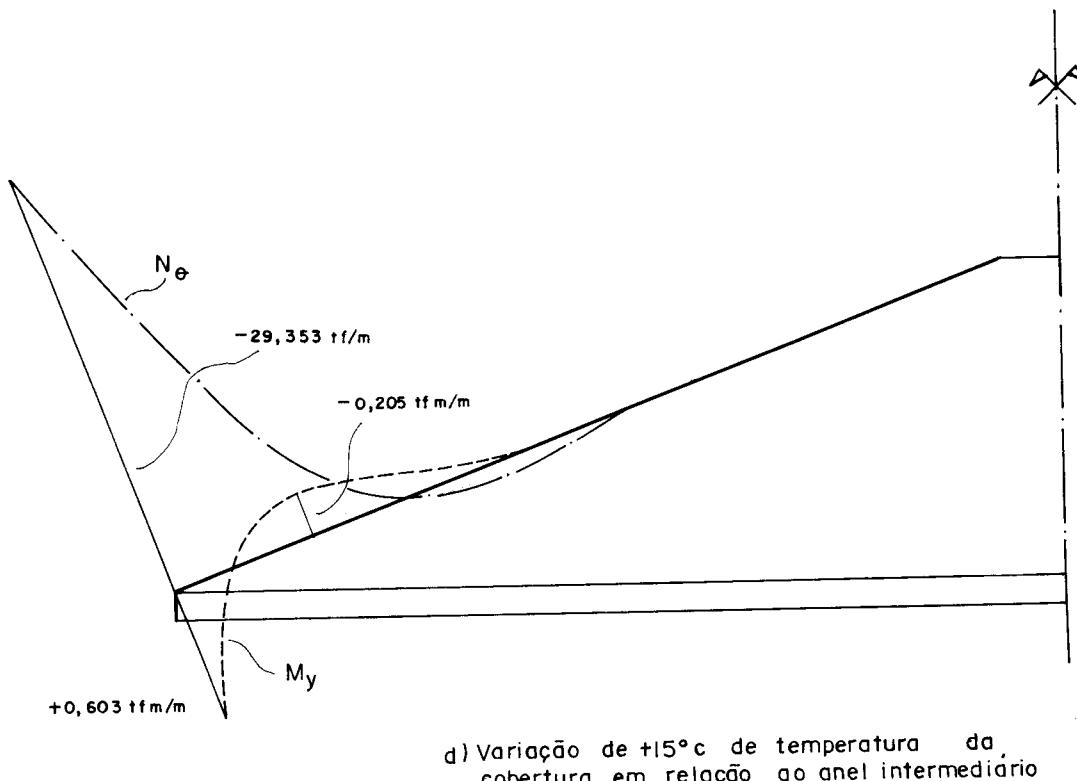
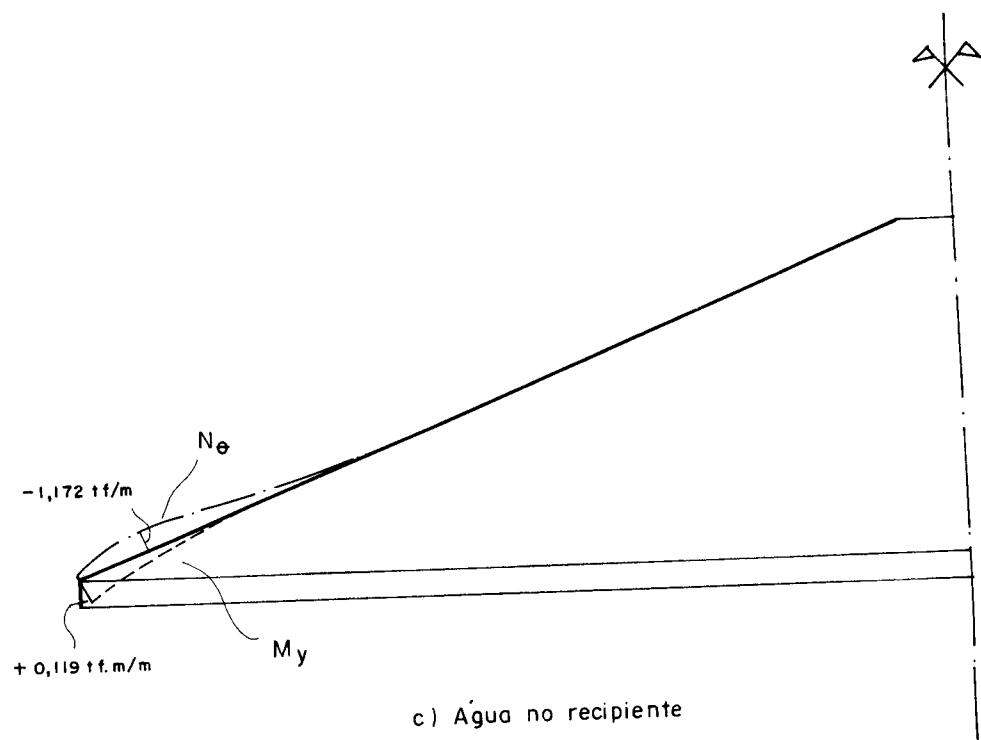


Figura 5.8 — ESFORÇOS NA COBERTURA CÔNICA

TABELA 5:11 - Esforços na casca recipiente (borda inferior)

TABELA 5.11 – Esforços na casca recipiente (borda inferior)						
Peso próprio	X <sub>1</sub> = -14,928tf/m	X <sub>2</sub> = 4,172tf/m	L <sub>1</sub> = 0,744m			
y(m)	2,02	2,27	2,52	3,02	3,52	4,02
s <sub>1</sub> (m)	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00
N <sub>θ</sub> (tf/m)	2,045	2,298	2,551	3,058	3,564	4,070
N <sub>θ</sub> , X <sub>1</sub> (tf/m)	-70,226	-53,239	-35,008	-6,153	7,019	8,542
N <sub>θ</sub> , X <sub>2</sub> (tf/m)	52,759	26,027	5,376	-15,418	-16,320	-9,545
N <sub>θ</sub> (tf/m)	-15,422	-24,914	-27,081	-18,513	-5,737	3,067
–N <sub>y</sub> (tf/m)	-91,935	-81,492	-73,086	-60,366	-51,165	-44,168
N <sub>y</sub> , X <sub>1</sub> (tf/m)	12,928	5,676	1,056	-2,527	-2,295	-1,175
N <sub>y</sub> , X <sub>2</sub> (tf/m)	0,000	4,577	6,176	4,936	2,334	0,579
N <sub>y</sub> (tf/m)	-79,007	-71,239	-65,854	-57,957	-51,126	-44,764
M <sub>y</sub> , X <sub>1</sub> (tfm/m)	0,000	-1,309	-1,766	-1,411	-0,667	-0,165
M <sub>y</sub> , X <sub>2</sub> (tfm/m)	4,172	3,798	2,994	1,305	0,262	-0,131
M <sub>y</sub> (tfm/m)	4,172	2,485	1,228	-0,106	-0,405	-0,296

TABELA 5.12 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

TABELA 5.12 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

Sobrecarga na cobertura		$X_1 = -0,695 \text{ tf/m}$			$X_2 = 0,197 \text{ tf/m}$			$L_1 = 0,744 \text{ m}$		
$y (\text{m})$	$2,02$	$2,27$	$2,52$	$3,02$	$3,52$	$4,02$	$5,44$	$6,87 (\star)$		
$s_1 (\text{m})$	$0,00$	$0,25$	$0,50$	$1,00$	$1,50$	$2,00$	$3,42$	$4,85$		
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	$-3,269$	$-2,479$	$-1,630$	$-0,286$	$0,327$	$0,398$	$0,010$	$-0,016$		
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	$2,491$	$1,229$	$0,254$	$-0,728$	$-0,771$	$-0,451$	$0,059$	$0,009$		
$N_\theta (\text{tf/m})$	$-0,778$	$-1,250$	$-1,376$	$-1,014$	$-0,444$	$-0,053$	$0,069$	$-0,007$		
$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	$-4,653$	$-4,140$	$-3,729$	$-3,112$	$-2,670$	$-2,338$	$-1,728$	$-1,368$		
$N_y, X_1 (\text{tf/m})$	$0,602$	$0,264$	$0,049$	$-0,118$	$-0,107$	$-0,055$	$0,005$	$0,001$		
$N_y, X_2 (\text{tf/m})$	$0,000$	$0,216$	$0,292$	$0,233$	$0,110$	$0,027$	$-0,009$	$0,000$		
$N_y (\text{tf/m})$	$-4,051$	$-3,660$	$-3,388$	$-2,997$	$-2,667$	$-2,366$	$-1,732$	$-1,367$		
$M_y, X_1 (\text{tfm/m})$	$0,000$	$-0,061$	$-0,082$	$-0,066$	$-0,031$	$-0,008$	$0,003$	$0,000$		
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	$0,197$	$0,179$	$0,141$	$0,062$	$0,012$	$-0,006$	$-0,002$	$0,000$		
$M_y (\text{tfm/m})$	$0,197$	$0,118$	$0,059$	$-0,004$	$-0,019$	$-0,014$	$0,001$	$0,000$		

TABELA 5.13 - Esforços na casca cônica recipiente (borda inferior)

Pressão hidrostática		$X_1 = -37,759 t_f / m$	$X_2 = 10,107 t_f / m$	$L_1 = 0,744 m$
$y (m)$	2,02	2,27	2,52	3,02
$s_1 (m)$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta (t_f / m)$	20,503	22,549	24,486	28,037
$N_\theta, X_1 (t_f / m)$	-177,630	-134,662	-88,548	-15,564
$N_\theta, X_2 (t_f / m)$	127,813	63,053	13,024	-37,351
$N_\theta (t_f / m)$	-29,314	-49,060	-51,038	-24,878
$\bar{N}_y (t_f / m)$	-174,508	-152,917	-135,413	-108,640
$N_y, X_1 (t_f / m)$	32,700	14,356	2,671	-6,393
$N_y, X_2 (t_f / m)$	0,000	11,088	14,961	11,958
$N_y (t_f / m)$	-141,808	-127,473	-117,781	-103,075
$M_y, X_1 (t_f / m)$	0,000	-3,310	-4,466	-3,569
$M_y, X_2 (t_f / m)$	10,107	9,200	7,252	3,161
$M_y (t_f / m)$	10,107	5,890	2,786	-0,408

TABELA 5.14 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

Peso próprio		$X_3 = -3,482tf/m$	$X_4 = -1,056tfm/m$	$L_2 = 1,940m$
$y(m)$	13,74	13,49	13,24	12,74
$s_2(m)$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta(tf/m)$	13,912	13,659	13,406	12,899
$N_\theta, X_3(tf/m)$	42,717	36,563	30,760	20,582
$N_\theta, X_4(tf/m)$	-13,356	-9,950	-7,082	-2,789
$N_\theta$	43,273	40,272	37,084	30,682
$M_y, X_3(tfm/m)$	0,000	0,382	0,665	0,994
$M_y, X_4(tfm/m)$	-1,056	-1,040	-0,997	-0,860
$M_y$	-1,056	-0,658	-0,332	0,134

TABELA 5.15 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

Pressão hidrostática		$X_3 = -0,180tf/m$	$X_4 = 0,192tfm/m$	$L_2 = 1,940m$
$y(m)$	13,74	13,49	13,24	12,74
$s_2(m)$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta(tf/m)$	0,000	2,921	5,773	11,033
$N_\theta, X_3(tf/m)$	2,208	1,890	1,590	1,064
$N_\theta, X_4(tf/m)$	2,428	1,809	1,288	0,507
$N_\theta$	4,636	6,620	8,651	12,604
$M_y, X_3(tfm/m)$	0,000	0,020	0,034	0,051
$M_y, X_4(tfm/m)$	0,192	0,189	0,181	0,156
$M_y$	0,192	0,209	0,215	0,207

TABELA 5.16 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

Sobrecarga na cobertura	$X_3 = -0,568 \text{ tf/m}$	$X_4 = -0,153 \text{ tf/m}$	$L_2 = 1,940 \text{ m}$
$y (\text{m})$	13,74	13,49	
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	6,968	5,964	
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	-1,935	-1,441	
$N_\theta (\text{tf/m})$	5,033	4,523	
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,062	
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	-0,153	-0,150	
$M_y (\text{tfm/m})$	-0,153	-0,088	

TABELA 5.17 - Esforços na casca cônica recipiente (borda superior)

$\Delta t = +15^\circ \text{C}$ entre a cobertura e anel 1	$X_3 = -1,414 \text{ tf/m}$	$X_4 = 1,263 \text{ tf/m}$	$L_2 = 1,940 \text{ m}$
$y (\text{m})$	13,74	13,49	
$s_2 (\text{m})$	0,00	0,25	
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	17,347	14,848	
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	15,974	11,900	
$N_\theta (\text{tf/m})$	33,321	26,748	
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,155	
$M_y (\text{tfm/m})$	1,263	1,244	

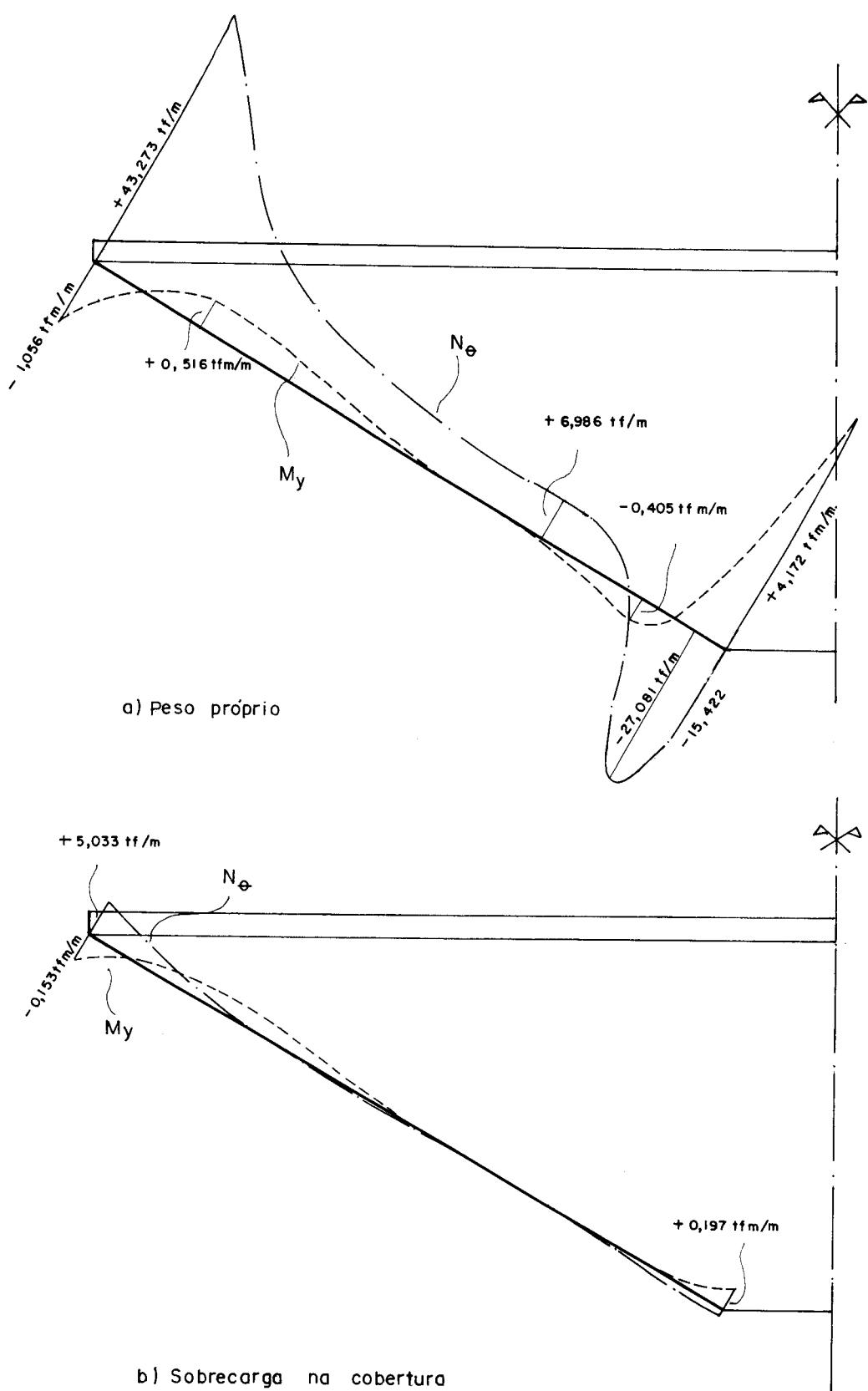


Figura 5.9 — ESFORÇOS NA CASCA CÔNICA RECIPIENTE

5 . 34

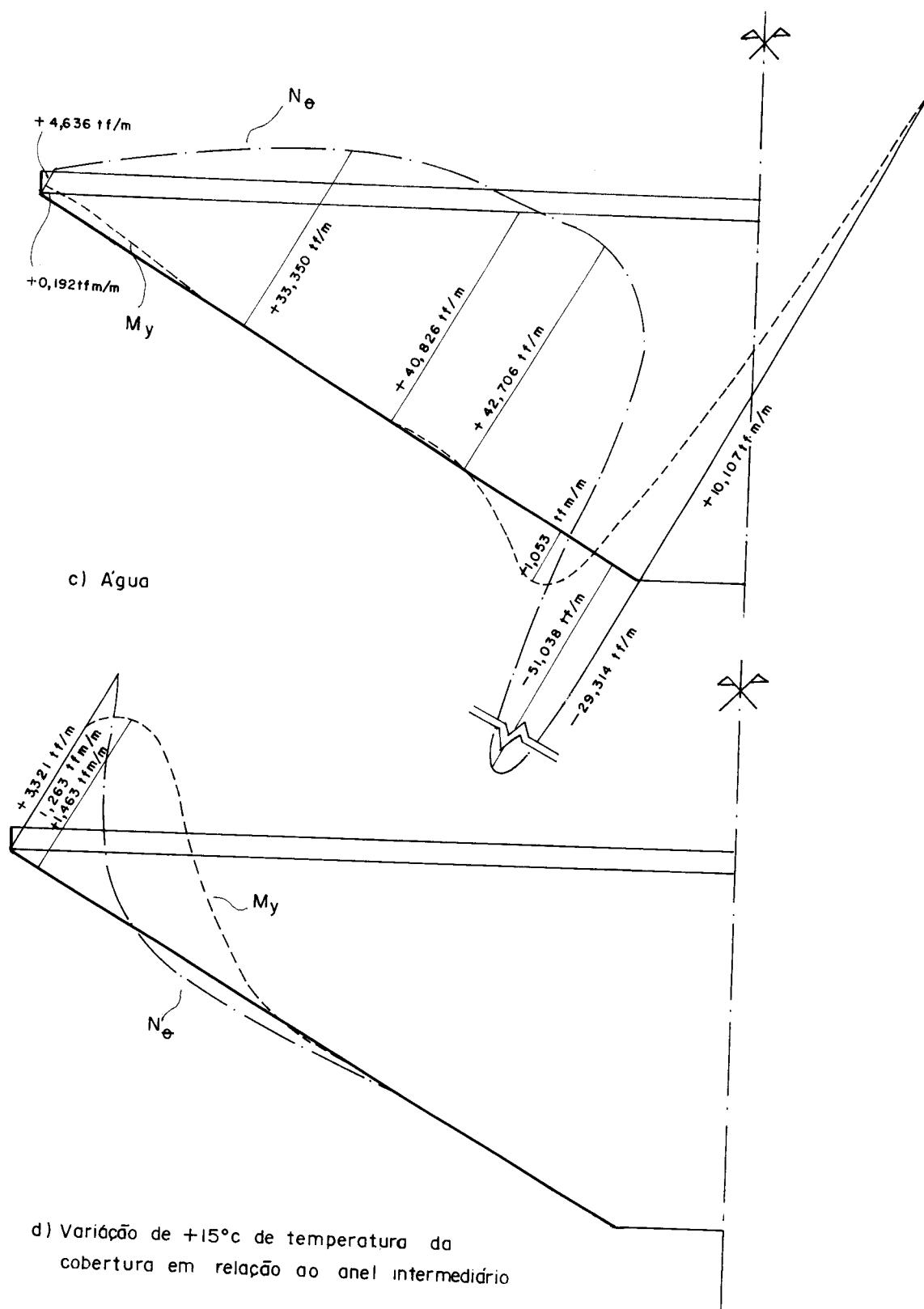


Figura 5.10—ESFORÇOS NA CASCA  
CÔNICA RECIPIENTE

### 5.5.3 - Esforços no anel intermediário

Os esforços finais no anel intermediário são calculados conforme se mostra no capítulo 3, e os valores são apresentados na tabela 5.18.

TABELA 5.18 - Esforços no anel intermediário				
Esforços	p. próprio	pressão hid.	sobrecarga	t=+15°C
$H_a$ (tf/m)	1,818	0,068	0,261	1,610
$M_a$ (tf.m/m)	0,010	-0,006	0,002	0,020
T(tf)	21,634	0,809	3,106	19,159

### 5.5.4 - Esforços no anel superior

Analogamente ao caso do anel intermediário são calculados os esforços finais no anel superior, e apresentados na tabela 5.19.

TABELA 5.19 - Esforços no anel superior		
Esforços	p. próprio	sobrecarga
$H_{as}$ (tf/m)	-0,528	-0,009
$M_{as}$ (tf.m/m)	0,003	0,000
T (tf)	-0,396	-0,007

## 5.6 - DIMENSIONAMENTO

### 5.6.1 - Introdução

Determinados os esforços nos diferentes elementos do reservatório, procede-se a seguir, ao dimensionamento dos

citados elementos levando em conta o controle da fissuração conforme as disposições da NB-1 oportunamente citadas.

Finalmente são apresentadas algumas verificações aproximadas das tensões atuantes na laje do fundo do reservatório, na base da torre de sustentação do reservatório e na fundação, calculadas conforme explica-se em cada caso.

#### 5.6.2 - Valores de serviço e de cálculo

De acordo com a NB-1/78 (a qual adota processo semi-probabilístico da determinação da segurança) os valores dos esforços de cálculo e de serviço, são calculados da seguinte forma:

$$S_d = 1,4 S_g + 1,4 S_q + 1,2 S_\epsilon$$

$$S = S_g + S_q + S_\epsilon$$

onde:

$S_g$  é o esforço devido ao peso próprio

$S_q$  é o esforço devido à sobrecarga, à água e ao vento

$S_\epsilon$  é o esforço devido à variação de temperatura, à retração e à deformação lenta.

Analogamente ao caso dos esforços, determinam-se os valores de cálculo das resistências do concreto e aço, minorados pelos coeficientes  $\gamma_m$  como segue:

Para o concreto:

$$- à compressão: f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$- \text{ à tração: } f_{td} = \frac{f_{tk}}{\gamma_c}$$

Para o aço:

$$- \text{ à tração: } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$- \text{ à compressão: } f_{ycd} = \frac{f_{yck}}{\gamma_s}$$

onde  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$ , segundo a citada norma, assumem valores de 1.4 e 1.15, respectivamente

### 5.6.3 - Casca cônica recipiente

A distribuição da armação na parede da casca cônica recipiente está constituída por armaduras nas direções circunferencial e meridiana. Desta forma, para determinar as armaduras na direção círcunferencial, procede-se, como se o recipiente fosse composto de faixas submetidas a tração e compressão; acrescentando ainda, que os momentos fletores nessa direção são pequenos, portanto desprezíveis. Quanto as armaduras na direção do meridiano, são calculadas, considerando-se os momentos fletores e os esforços normais atuando nessa direção.

Por outro lado, no cálculo das armaduras devem ser verificados os estados limites de ruina e de utilização conforme as disposições da NB-1. Assim sendo, o controle da abertura das fissuras na parede do recipiente, é feito, conforme o item 4.2.2 da citada norma.

Após estas considerações, apresentam-se na tabela 5.20 os esforços máximos e mínimos de cálculo e de serviço, determinados através dos esforços produzidos pelos diversos carregamentos.

Determinados os esforços de cálculo e serviço, procede-se agora ao cálculo das armaduras nas direções já citadas, como segue.

TABELA 5.20 - Esforços máximos e mínimos de serviço e de cálculo na casca cônica recipiente

$y$ (m)	$N_{\theta\min}$ (tf/m)	$N_{\thetadmín}$ (tf/m)	$N_{\thetamáx}$ (tf/m)	$N_{\thetadmáx}$ (tf/m)	$M_{ymín}$ (tfm/m)	$M_{ydmín}$ (tfm/m)	$M_{ymáx}$ (tfm/m)	$M_{ydmáx}$ (tfm/m)
2,02	-15,422	-21,591	-45,414	-63,720	4,172	5,841	14,476	20,266
2,27	-24,914	-34,880	-75,224	-105,314	2,485	3,479	8,493	11,890
2,52	-27,081	-37,913	-79,495	-111,293	1,228	1,720	4,073	5,702
3,02	-18,513	-25,918	-44,505	-62,307	-0,106	-0,148	-0,518	-0,725
3,52	-5,737	-8,032	3,634	5,088	-0,405	-0,567	-1,477	-2,068
4,02	3,014	4,220	35,390	49,546	-0,296	-0,414	-1,045	-1,463
5,44	6,986	9,780	49,761	69,665	0,005	0,007	0,034	0,048
6,87 (*)	6,056	8,549	47,315	66,241	0,002	0,003	0,018	0,025
8,34	6,054	8,752	46,395	64,953	0,092	0,132	0,128	0,179
9,74	6,926	10,234	43,025	60,235	0,324	0,454	0,598	0,834
10,74	10,693	15,475	41,077	57,508	0,488	0,683	1,218	1,592
11,74	19,977	27,968	42,741	59,629	0,516	0,722	1,751	2,244
12,24	24,868	34,815	48,688	67,120	0,400	0,560	1,924	2,440
12,74	30,682	42,955	57,933	78,767	0,134	0,188	1,810	2,248
13,24	37,084	51,918	70,689	94,772	-0,368	-0,515	1,346	1,592
13,49	40,272	56,381	78,163	104,079	-0,746	-1,044	0,950	1,050
13,74	43,273	60,582	86,263	114,104	0,399	0,558	-1,209	-1,693

a) Armadura circunferencial

Para a determinação desta armadura considera-se, o reservatório composto por faixas tracionadas e comprimidas. As faixas tracionadas funcionam essencialmente como tirantes, desta forma, considerando a força média atuando em cada faixa, assim por exemplo, para a faixa tracionada de 50cm de largura, da borda superior, submetida aos seguintes esforços de cálculo (tabela 5.20):

$$N_{\theta d \text{ máx}} = 114,104 \text{ tf/m}$$

$$N_{\theta d \text{ máx}} = 94,772 \text{ tf/m}$$

valores com os quais, calcula-se a força média no tirante, limitando também conforme a NB-1/78 a abertura das fissuras ao máximo de 0,1mm, encontra-se com  $f_{ck}^2 = 180 \text{ kgf/cm}^2$  que a disposição de armadura é composta por barras de 20mm de aço CA-50B c/ 10cm em ambos os lados da parede. A tensão de serviço nessa armadura é próxima de  $1100 \text{ kgf/cm}^2$ , com taxa geométrica de armadura de 2,9%, menor que o máximo de 4,0% recomendado pelo CEB-78.

Analogamente são determinados as armaduras ao longo da parede (Fig.5.11) para combater os esforços de tração e compressão, acrescentando que não é necessário armadura para combater os esforços de compressão, utilizando-se portanto armadura mínima de 0,35% da área da seção transversal da peça, em cada lado da parede.

Por outro lado, pode-se também diminuir a espessura da parede do recipiente de 27 para 20cm como é mostrado na figura 5.11, devido ao fato de que no cálculo das armaduras em peças tracionadas considera-se que o concreto tem pouca resistência a tração, servindo portanto neste caso, o concreto mais como material de vedação e de enrijecimento da estrutura; devendo proporcionar à armadura o cobrimento mínimo exigido pela NB-1, como também uma taxa geo

métrica adequada que possa garantir uma excelente concretagem. Salienta-se porém, que esta diminuição de espessura de verá produzir pequenas alterações nos esforços finais devendo a diminuição do peso próprio.

#### b) Armadura nos meridianos

Como os esforços de flexão na borda inferior da casca são relativamente grandes, é conveniente aumentar a espessura para 30cm. como pode observar-se na figura 5.11. Então, com os seguintes esforços de cálculo e serviço na borda inferior (tabela 5.20):

$$M_{y\min} = 4,172 \text{ tfm/m} \quad M_{y\text{dmin}} = 5,841 \text{ tfm/m}$$

$$M_{y\max} = 14,476 \text{ tfm/m} \quad M_{y\text{dmáx}} = 20,266 \text{ tfm/m}$$

e com os esforços normais na borda inferior, atuando na direção do meridiano:

$$N_{y\min} = -79,007 \text{ tf/m} \quad N_{y\text{dmin}} = -110,610 \text{ tf/m}$$

$$N_{y\max} = -224,866 \text{ tf/m} \quad N_{y\text{dmáx}} = -314,812 \text{ tf/m}$$

obtém-se, com  $f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$  e CA-50B armaduras compostas por barras de 20mm c/ 10cm no lado externo da parede e armadura mínima ( $0,0035 b_w h_r$ ) composta por barras de 12,5mm c/ 10cm no lado interno da parede.

De forma análoga ao cálculo das armaduras na borda inferior, determinam-se as armaduras para combater os esforços de flexão e os esforços normais em vários pontos da casca (Fig. 5.12), desprezando-se estes últimos apenas na região da borda superior

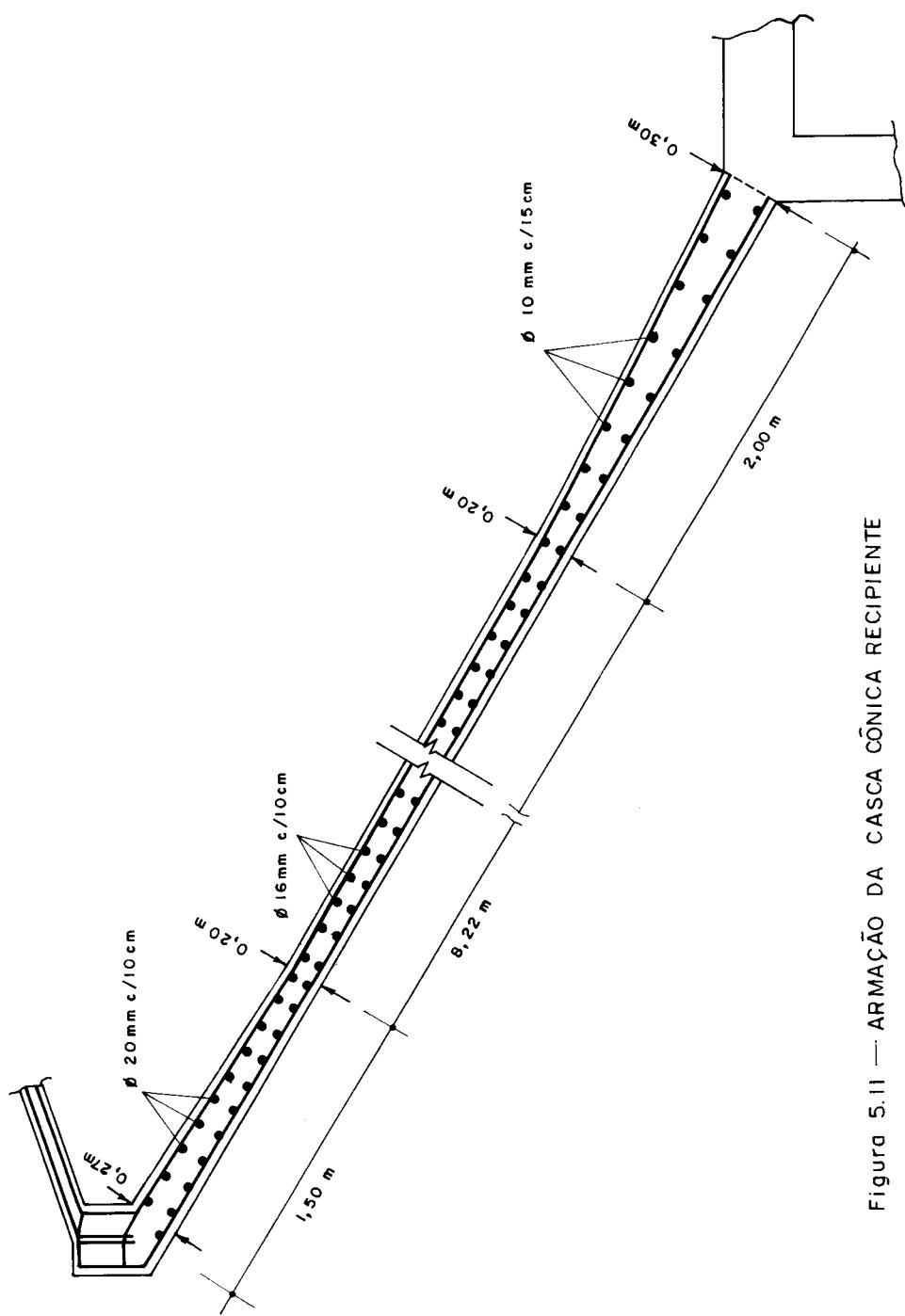


Figura 5.11 — ARMAÇÃO DA CASCA CÔNICA RECIPIENTE

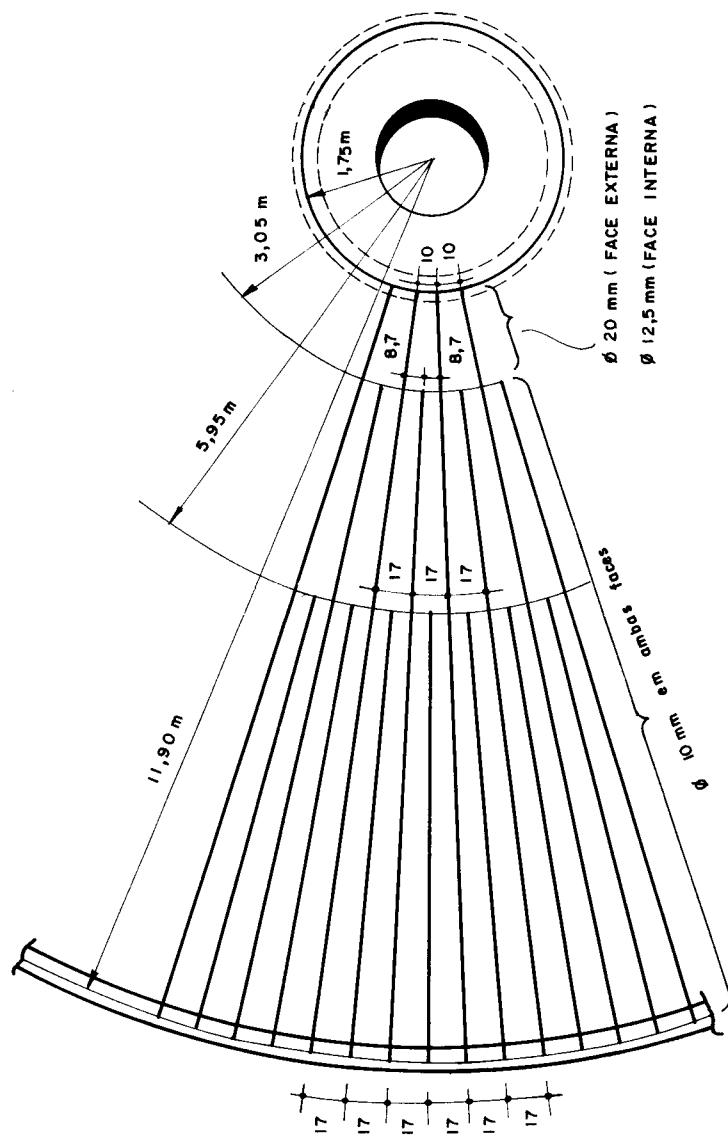


Figura 5.12 — ARMAÇÃO DO RECIPIENTE EM PLANTA

#### 5.6.4 - Anel intermediário

Com os valores dos esforços da Tabela 5.18, determinam-se os seguintes esforços de cálculo e serviço

$$T_{\min} = 21,634 \text{tf}$$

$$T_{d\min} = 30,288 \text{tf}$$

$$T_{\max} = 44,708 \text{tf}$$

$$T_{d\max} = 58,759 \text{tf}$$

por outro lado, fixando para o anel o limite máximo de abertura das fissuras em 0,2mm, verificadas conforme o item 4.2.2 da NB-1/78, obtém-se uma disposição de armadura composta por 9 barras de 20mm de CA-50B (Fig. 5.13), com tensão de serviço na armadura próxima de  $1600 \text{kgf/cm}^2$  e taxa geométrica da armadura de 2,3%.

#### 5.6.5 - Anel superior

Os esforços neste anel são muito pequenos, utilizando-se portanto, armadura mínima composta por 4 barras de 6,3mm de CA-50B.

#### 5.6.6 - Cobertura cônica

##### a) Armadura círcunferencial

De forma análoga ao caso da casca cônica recipiente, ou seja, para a faixa tracionada de 50cm de largura na borda inferior da cobertura, submetida aos seguintes esforços de cálculo:

$$N_{\theta d\max} = 30,597 \text{tf/m}$$

$$N_{\theta d\min} = 27,066 \text{tf/m}$$

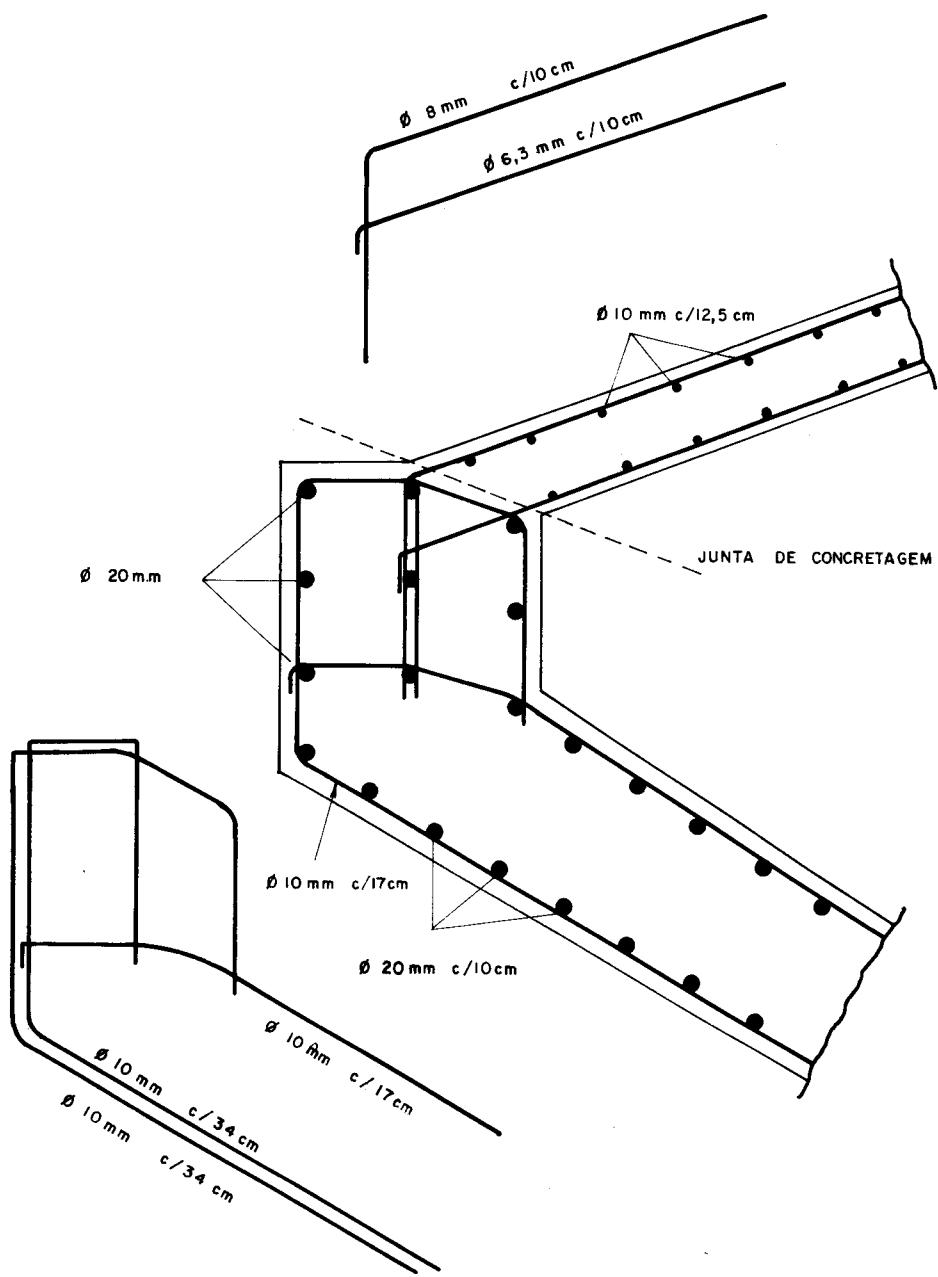


Figura 5.13—ARMAÇÃO NO ANEL INTERMEDIÁRIO

com os quais, calcula-se a força média atuando no tirante e limitando a abertura das fissuras ao máximo de 0,2mm, obtém-se com  $f_{ck} = 180\text{kgf/cm}^2$ , armadura composta por barras de 10mm de CA-50B c/ 12,5cm (Fig. 5.14). A Tensão de serviço é próxima de  $1600\text{kgf/cm}^2$  e taxa geométrica de armadura de 1,10%.

De forma análoga são calculadas as armaduras ao longo da geratriz da cobertura. Deve-se, entretanto ressaltar que apenas na região da borda inferior precisa-se de armadura para combater os esforços na cobertura, já que grande parte dela, se encontra solicitada por esforços pequenos, utilizando-se portanto armadura mínima ( $0,0030 b_w h_c$ ), composta por  $\phi 5\text{mm}$  c/ 10cm de CA-50B.

#### b) Armadura nos meridianos

Com os seguintes esforços de cálculo e serviço na borda inferior da cobertura

$$M_{y\min} = -0,418\text{tfm/m} \quad M_{yd\min} = -0,706\text{tfm/m}$$

$$M_{y\max} = -1,176\text{tfm/m} \quad M_{yd\max} = -1,645\text{tfm/m}$$

e  $f_{ck} = 180\text{kgf/cm}^2$ , obtém-se armadura composta por barras de 8mm de CA-50B c/ 10cm na face externa e armadura mínima composta por barras de 6,3mm de CA-50B c/ 10cm na face interna (Fig. 5.15). Acrescenta-se porém, que na determinação das citadas armaduras, foram desprezados os esforços normais na direção da geratriz, tendo em vista que seus valores são muito pequenos.

#### 5.6.7 - Laje de fundo do reservatório

Para a determinação dos esforços na laje anular do fundo do reservatório (Fig. 5.16) através da aplicação do Processo dos Esforços, recai-se na resolução de um sistema

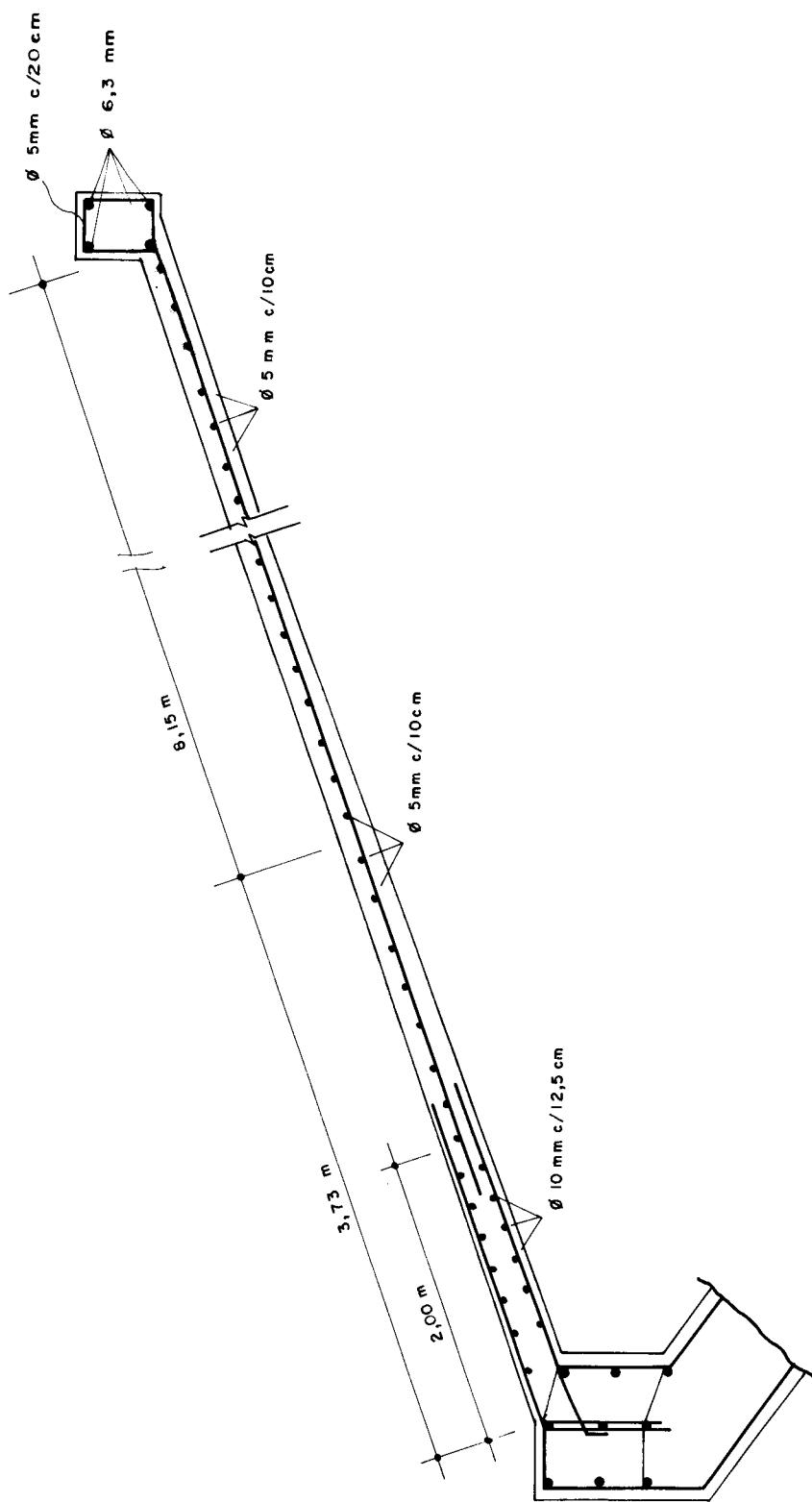


Figura 5.14 — ARMAÇÃO NA COBERTURA CÔNICA

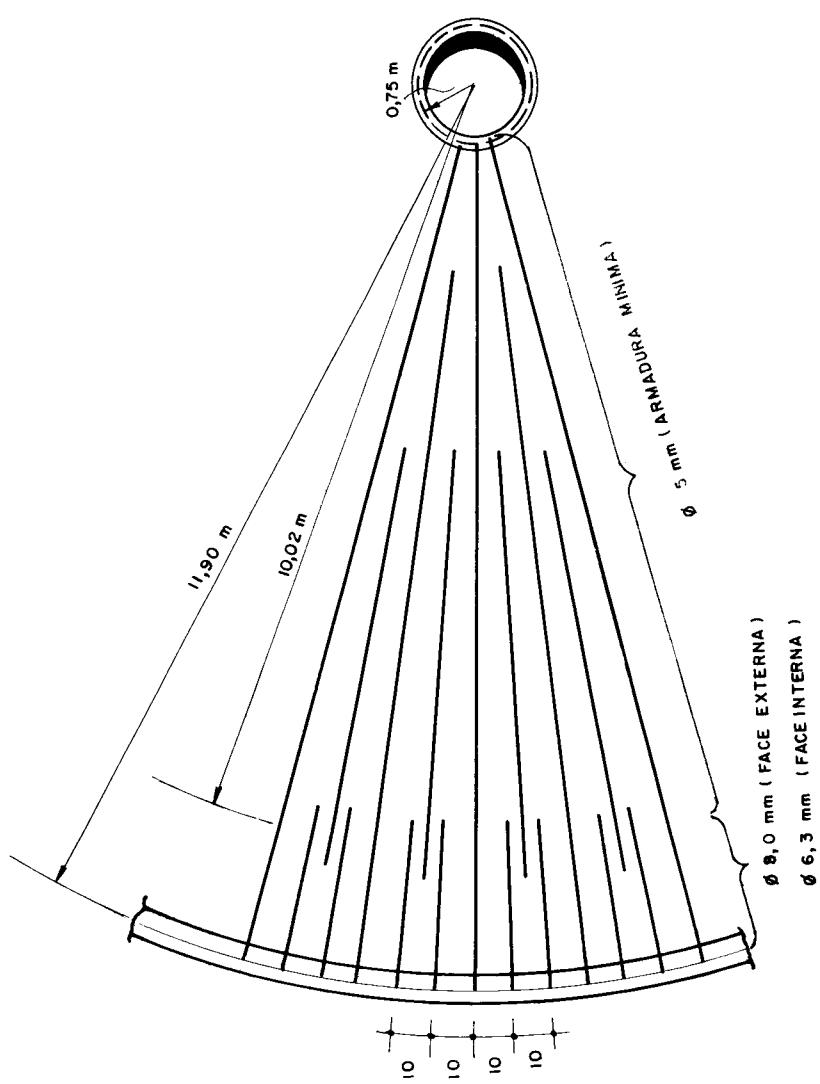


Figura 5.15 — ARMAÇÃO DA COBERTURA EM PLANTA

de seis equações e seis incógnitas. Entretanto, pode-se fazer um cálculo aproximado para a determinação dos citados esforços, considerando a laje, devido à sua grande rigidez, como um anel, e aplicando-se os esforços incógnitos  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_9$ ,  $X_{10}$  correspondentes respectivamente, ao fundo do recipiente e ao fundo da casca cilíndrica de acesso (calculados conforme as simplificações de cálculo indicadas no Capítulo 3) e os esforços de membrana produzidos pelos diversos carregamentos. Desvinculando-se então a ligação laje-torre (Fig. 5.17) e fazendo as devidas compatibilizações dos deslocamentos, determinam-se os esforços incógnitos  $X_{13}$  e  $X_{14}$  nos elementos adjacentes da seção desvinculada; finalmente através da superposição dos esforços atuantes na laje, obtém-se os esforços finais.

Considerando a componente horizontal do esforço de membrana  $\bar{N}_{yr}$ , e superpondo-a ao esforço incógnito  $X_1$  já calculado, obtém-se finalmente, que a tensão aproximada máxima de serviço à compressão na seção considerada é da ordem de  $63\text{kgf/cm}^2$ . Vale a pena acrescentar que para a determinação deste valor não está sendo considerado o esforço incógnito horizontal  $X_9$  da vinculação casca cilíndrica-laje, já que o citado esforço é muito pequeno, como pode observar-se nos resultados apresentados no capítulo 4 (tabela 4.2). Por outro lado, é importante salientar que uma parcela desta tensão deverá ser absorvida pela parede da torre pois encontra-se elasticamente engastada com a laje.

#### 5.6.8 - Torre

Este elemento estrutural, encarregado de transmitir os esforços provenientes do reservatório para a infraestrutura, é constituído, como pode observar-se na fig.5.1, por casca cilíndrica com espessura de 0,20m, exceto nas bordas, onde foram adotadas espessuras de 0,30m por causa dos efeitos provocados pelos esforços hiperestáticos, notando-se, porém, que tanto na borda superior como na borda inferior, deve-se fazer um cálculo mais apurado.

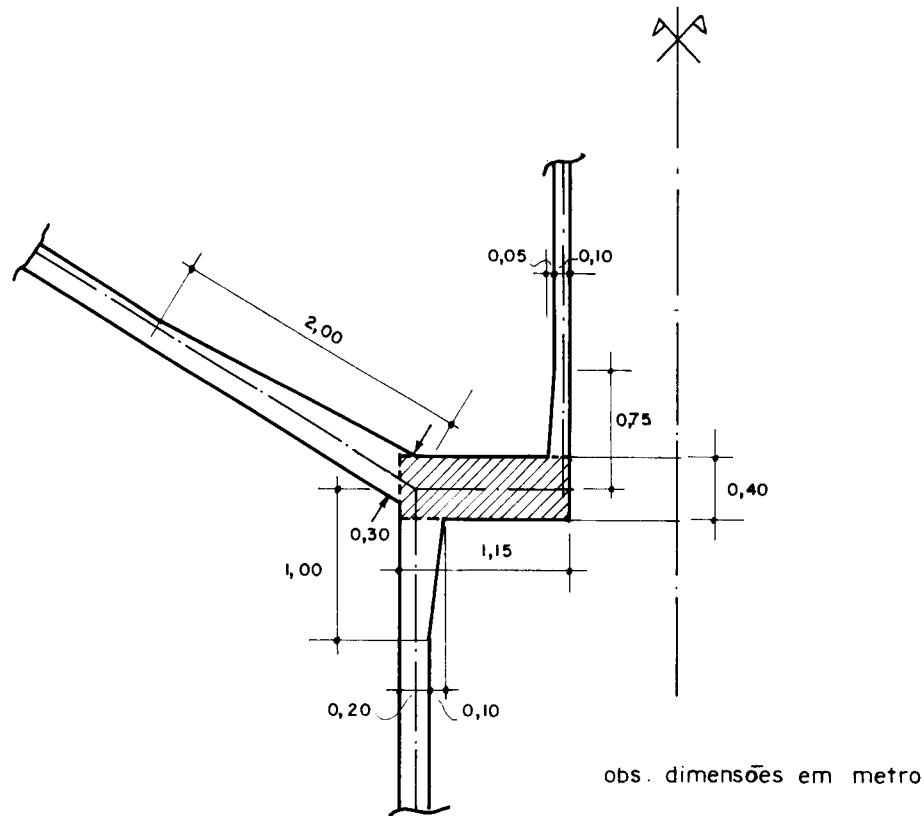


Figura 5.16 — LAJE ANULAR DO FUNDO DO RESERVATÓRIO

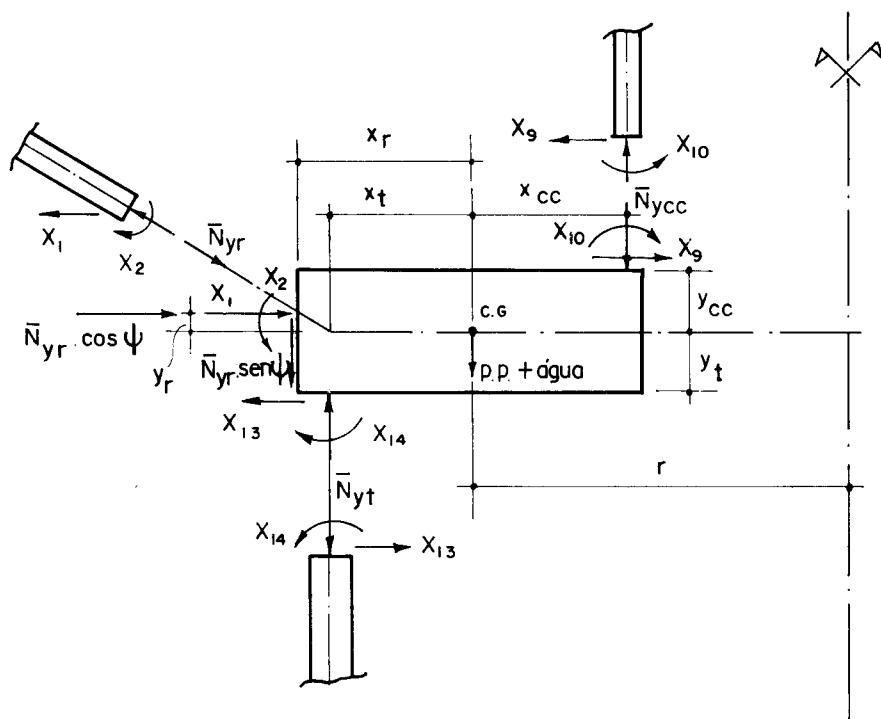


Figura 5.17 — CARREGAMENTOS ATUANTES NA LAJE DO FUNDO DO RESERVATÓRIO

As verificações do comportamento estático da torre que aqui se apresentam são apenas de primeira aproximação, pois, aqui também, o objetivo principal do exemplo numérico é o estudo da casca recipiente.

Em virtude da predominância do esforço  $N_y$ , apresentam-se apenas algumas verificações aproximadas das tensões atuantes na base da torre, calculadas através da combinação mais desfavorável das ações. Aplicando a NB-599/78 como foi indicado no capítulo 2, obtém-se, para velocidade básica do vento  $V_o = 35\text{m/s}$  e os fatores  $S_1 = 1,00$ ,  $S_2 = 1,01$  e  $S_3 = 0,95$ , o valor da pressão horizontal do vento  $p_v = 70\text{kgf/m}^2$ ; multiplicando-se o valor da pressão pelos diâmetros externos das diversas partes da estrutura determina-se o carregamento distribuído ao longo da altura, por unidade de comprimento (Fig. 5.18), a saber:

$$p_{v1} = 255,0\text{kgf/m}$$

$$p_{v2} = 1690,5\text{kgf/m}$$

$$p_{v3} = 115,5\text{kgf/m}$$

Determinando-se com estes valores o momento de tombamento na base da torre e admitindo uma variação linear de tensões em seções diametrais da coroa de círculo da torre, obtém-se, através da combinação de efeitos mais desfavoráveis do peso próprio, sobrecarga, água e vento, que os valores máximos e mínimos das tensões de serviço na parede da base da torre, são respectivamente de  $62,1\text{kgf/cm}^2$  e  $10,6\text{kgf/cm}^2$ , ambas de compressão.

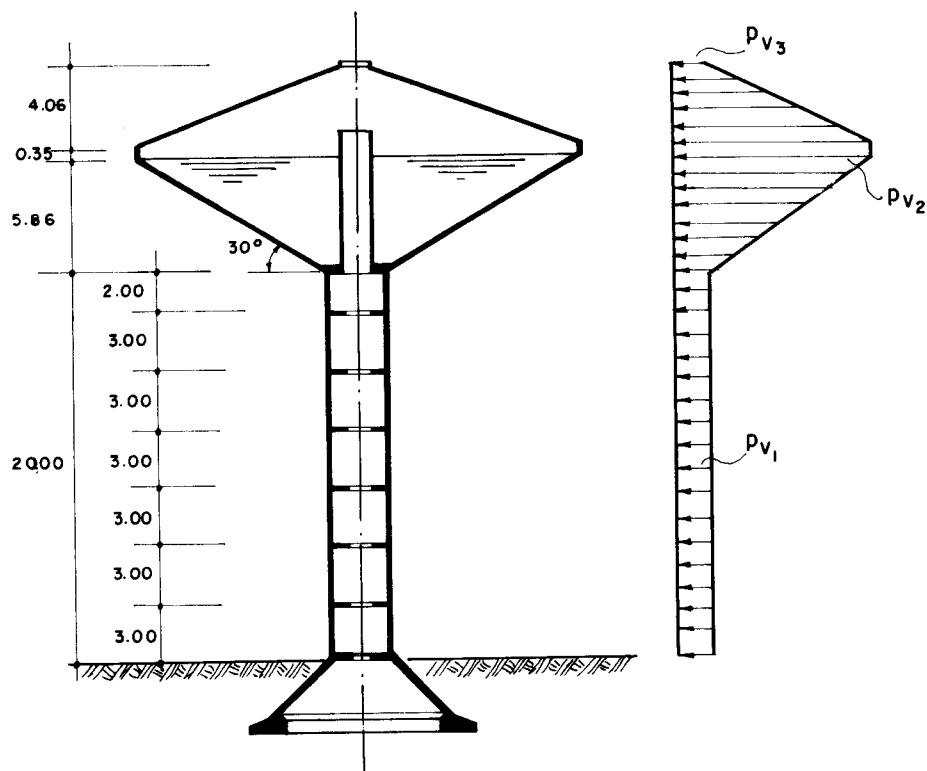


Figura 5.18 — AÇÃO DO VENTO NA ESTRUTURA

#### 5.6.9 - Fundação

De forma geral, a adoção de qualquer tipo de estrutura para fundação, para a transmissão do peso próprio como dos diversos carregamentos provenientes da super estrutura ao terreno, depende fundamentalmente das propriedades do solo. Assim sendo, as fundações são classificadas em diretas ou indiretas, dependendo respectivamente de serem as camadas superficiais do solo resistentes ou fracas.

Para o exemplo em consideração, admitiu-se fundação direta, composta por laje anular na base da torre, tronco de cone e sapata anular no fundo do cone como é esquematizado na Fig. 5.19.

A citada estrutura é solicitada pela carga vertical  $Q$  e por força horizontal  $H_v$  e momento  $M_v$ , produzidos pela ação do vento. Admitindo-se variação linear de tensões no solo, em seções diametrais da sapata em coroa de círculo (Fig. 5.19), obtém-se que os valores das tensões máximas transmitidas

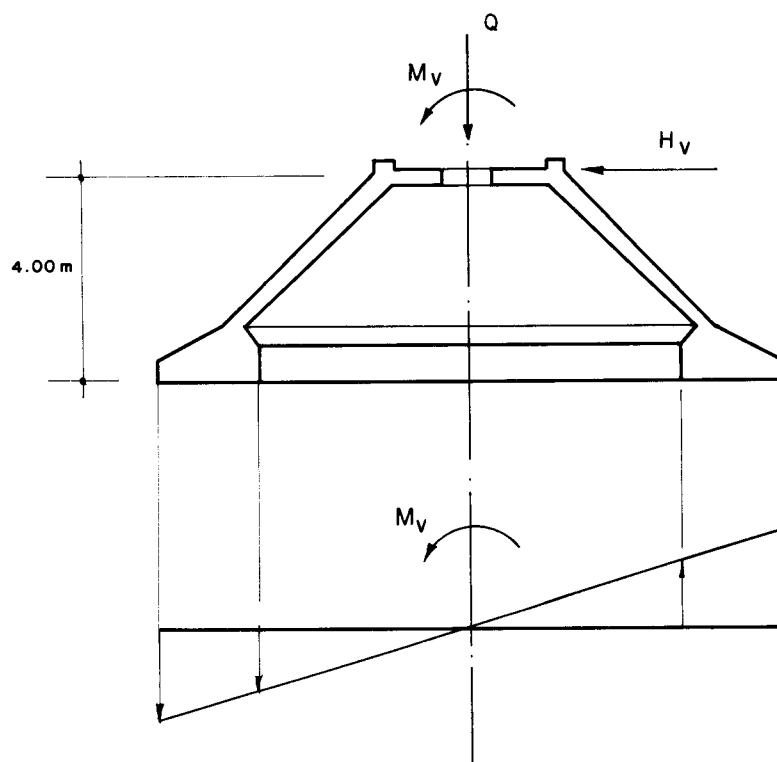


Figura 5.19 — ESTRUTURA DA FUNDAÇÃO — VARIAÇÃO LINEAR DE TENSÕES DO SOLO

das ao solo pela sapata anular da fundação, calculadas através da combinação das ações mais desfavoráveis, são respectivamente de  $3,10 \text{ kgf/cm}^2$  e  $1,1 \text{ kgf/cm}^2$ , ambas de compressão. Estas pressões são admissíveis, de modo geral, para solos compostos por areias compactas grossas; pode-se diminuir estes valores aumentando as dimensões da sapata anular.

Em solos constituídos por grossas camadas superficiais de argilas não rijas ou areias grossas e finas de consistência média ou fofa, é conveniente a utilização de fundações indiretas compostas por estacas ou tubulações.

Concluindo, é importante ressaltar que o estudo da fundação feito neste exemplo destinou-se apenas a uma verificação de primeira aproximação da viabilidade do tipo de fundação indicado. Em cada caso real, verificações mais minuciosas deverão ser feitas para o detalhamento da fundação.

## 5.7 - COMENTÁRIOS

Após uma visão geral mais ampla sobre o comportamento estático deste tipo particular de estruturas, cabe agora fazer um balanço dos resultados, como também tecer alguns comentários sobre diversos aspectos relacionados com o cálculo e dimensionamento dos diferentes elementos estruturais do conjunto.

No capítulo 4, foram feitos comentários sobre o comportamento estático deste tipo de estruturas e especialmente da casca cônica recipiente e se teve a oportunidade de observar, nos diagramas apresentados, que o comportamento estático do recipiente melhora quando aumenta o ângulo  $\psi$ , que mede a inclinação. Assim sendo, trata-se agora de limitar os comentários ao dimensionamento propriamente dito do reservatório analisado como exemplo, e ao desempenho dos restantes elementos do conjunto estrutural.

Em relação ao dimensionamento do recipiente, vale a pena fazer a observação, como já foi citado anteriormente, sobre a diminuição da espessura de 27 para 20cm na região média entre as regiões engrossadas das bordas (Fig. 5.11), feita porque ao efetuar o cálculo das armaduras com a espessura inicial resultava uma taxa de armadura de 1,5%, e se considerou conveniente, a fim de minimizar o volume de concreto, diminuir a citada espessura, ficando a taxa em 2,0%. Por outro lado, para combater os esforços de flexão foram considerados engrossamentos linearmente variáveis para as regiões das bordas superior e inferior com espessuras nas bordas de 27 e 30cm, respectivamente (Fig. 5.10).

É importante, entretanto, esclarecer que essas pequenas alterações nas espessuras não devem modificar apreciavelmente os esforços calculados com espessura constante de 27cm, pelos seguintes motivos: a redução dos esforços oriundos do peso próprio é pequena, tendo em vista que a maior parcela dos esforços finais  $N_\theta$  e  $N_y$  provém do carregamento do líquido armazenado; por outro lado, os efeitos pro-

duzidos nas bordas pelos esforços hiperestáticos devem ser próximos dos valores inicialmente calculados, considerando-se que as alterações nas citadas espessuras é pequena.

O comportamento estático da cobertura, como pode observar-se nos diagramas de esforços, é excelente, sendo necessária apenas a utilização de armadura mínima, exceto na borda inferior onde foi previsto um engrossamento a fim de alojar adequadamente as armaduras para o combate dos esforços de flexão.

Para finalizar, é importante chamar a atenção do leitor para a conveniência de cálculo mais apurado para a determinação dos esforços na laje anular do fundo do reservatório, torre e fundação. Entretanto as verificações aproximadas das tensões atuantes nesses elementos permitem antever, de uma maneira geral, que o comportamento estático, salvo pequenas diferenças, é satisfatório.

## 6. RESERVATÓRIOS COM CASCAS RECIPIENTES COM OUTROS MERIDIANOS

### 6.1 - INTRODUÇÃO

Pretende-se, neste capítulo, fazer uma análise comparativa de primeira aproximação sobre o comportamento estático da casca cônica recipiente perante outras soluções alternativas constituídas por cascas com dupla curvatura, como, por exemplo, a casca hiperbólica de revolução, a casca em elipsóide de revolução e cascas com meridiano em arco de círculo de zona esférica e zona tórica, como é mostrado na Fig. 2.2.

Por outro lado, dado o caráter exploratório deste capítulo, restringe-se ele apenas ao tratamento do regime de membrana e, mesmo assim, são considerados unicamente os carregamentos que possuem simetria de revolução como os devidos ao peso próprio e à pressão hidrostática. Quanto ao regime de flexão, dão-se apenas algumas indicações sobre os diversos recursos de cálculo que poderiam ser utilizados no estudo de variantes estruturais que se afigurassem convenientes, estudo esse que escapa aos objetivos deste trabalho.

## 6.2 - ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS DE MEMBRANA

As expressões para o cálculo dos esforços de membrana, em cascas de revolução com simetria de carregamento, podem ser escritas a partir das equações gerais do regime de membrana da seguinte forma (cfr., p.ex., BILLINGTON, 1965):

$$\begin{aligned}\bar{N}_\theta &= - \frac{R}{2\pi r_1 \sin^2 \phi} - p_z \frac{r_o}{\sin \phi} \\ \bar{N}_\phi &= \frac{R}{2\pi r_o \sin \phi}\end{aligned}\dots\dots(6.1)$$

onde  $R$  representa a resultante das cargas acima do paralelo considerado, dada por:

$$R = \int_0^\phi (p_y \sin \phi + p_z \cos \phi) (2\pi r_o) r_1 d\phi \dots\dots(6.2)$$

Os deslocamentos de membrana em cascas de revolução com simetria de carregamento são calculadas através das seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\Delta_H &= \frac{r_2 \sin \phi}{Eh} (\bar{N}_\theta - v \bar{N}_\phi) \\ \Delta_\alpha &= - \frac{ctg \phi}{r_1 Eh} \left[ \bar{N}_\phi (r_1 + v r_2) - \bar{N}_\theta (r_2 + v r_1) \right] + \frac{d}{r_1 d\phi} \left[ \frac{r_2}{Eh} (\bar{N}_\theta - v \bar{N}_\phi) \right]\end{aligned}\dots\dots(6.3)$$

onde  $\Delta_H$  e  $\Delta_\alpha$  representam respectivamente, o deslocamento horizontal e a rotação da tangente ao meridiano, positivos conforme se mostra na Fig. 6.1.

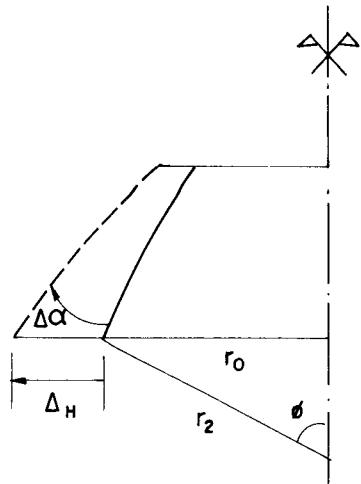


Figura 6.1

## 6.2.1 - Casca hiperbólica de revolução

Antes da dedução das expressões para o cálculo dos esforços e deslocamentos de membrana produzidos pelos diversos carregamentos na casca hiperbólica de revolução, analisam-se os aspectos geométricos da citada casca.

A superfície média é obtida pela rotação da hipérbole (Fig. 6.2) em torno do eixo  $y$ , e sua equação é dada por:

$$\frac{x^2 + z^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots \quad (6.4)$$

onde  $x^2 + z^2 = r_o^2$  e  $b/a$  é a inclinação das assíntotas da hipérbole

Os raios principais de curvatura são dados pelas seguintes expressões (10):

$$r_1 = -a^2 b^2 \left( \frac{r_o^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} \right)^{3/2} \quad \dots \quad (6.5)$$

$$r_2 = a \sqrt{1 + \left( \frac{1}{b^2} + \frac{a^2}{b^4} \right) y^2}$$

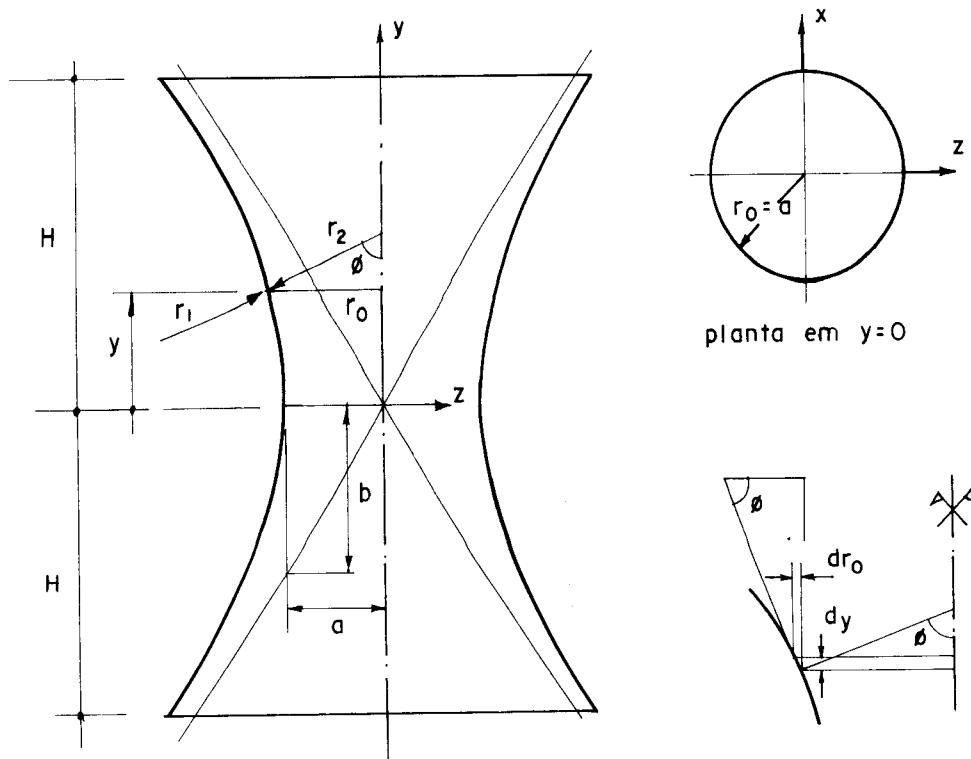


Figura 6.2 — GEOMETRIA DA HIPÉRBOLE

Definida a geometria da casca, procede-se agora à dedução das expressões para o cálculo dos esforços e deslocamentos de membrana para os diversos carregamentos.

#### a) Peso próprio

As componentes do carregamento nas direções  $y_T$  e  $z$  (Fig. 6.3) são:

$$p_y = -g \operatorname{sen} \phi \quad p_z = -g \cos \phi \quad \dots \quad (6.6)$$

onde  $g = \gamma_c h$ , sendo  $\gamma_c$  o peso específico do concreto.

Substituindo as componentes do carregamento  $p_y$  e  $p_z$  na expressão (6.2), obtém-se:

$$R = -2\pi g \int_y^H a \sqrt{1 + \left(\frac{1}{b^2} + \frac{a^2}{b^4}\right)y^2} \cdot dy \quad \dots \quad (6.7)$$

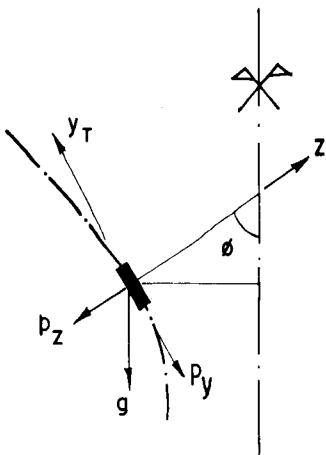


Figura 6.3

Calculando numericamente a integral (Simpson), determinam-se através das expressões (6.1) os esforços  $\bar{N}_\phi$  e  $\bar{N}_\theta$ . Obtidos os esforços, pode-se então determinar o deslocamento horizontal  $\Delta_H$  e a rotação da tangente ao meridiano  $\Delta\alpha$  com auxílio das expressões (6.3).

### b) Pressão hidrostática

Considerando-se a pressão do líquido atuando na altura  $H$  da casca (Fig.6.2), as componentes do carregamento são dadas por:

$$p_z = -\gamma(H-y) \quad p_y = 0 \quad \dots \quad (6.8)$$

onde  $\gamma$  representa o peso específico da água.

Substituindo (6.8) na expressão (6.2) e em seguida na (6.1), obtém-se os esforços de membrana, dados por

$$\bar{N}_\theta = - \frac{a^6 \gamma}{r_o^2 r_2 b^4} H^3 \left( \frac{y^2}{2H^2} - \frac{y^3}{3H^3} - \frac{1}{6} \right) + (H-y)\gamma r_2 \quad \dots \quad (6.9)$$

$$\bar{N}_\phi = \frac{r_2^2 a^2 \gamma}{r_o^2 b^2} H^3 \left( \frac{y^2}{2H^2} - \frac{y^3}{3H^3} - \frac{1}{6} \right)$$

e os deslocamentos de membrana são calculados substituindo as expressões (6.9) nas (6.3)

### 6.2.2 - Casca com meridiano em arco de círculo - zona tórica

O arco de círculo adotado como meridiano é o arco subtendido pela geratriz da casca cônica de comparação (Fig. 6.4). Os elementos geométricos indispensáveis para o cálculo são dados pelas expressões abaixo:

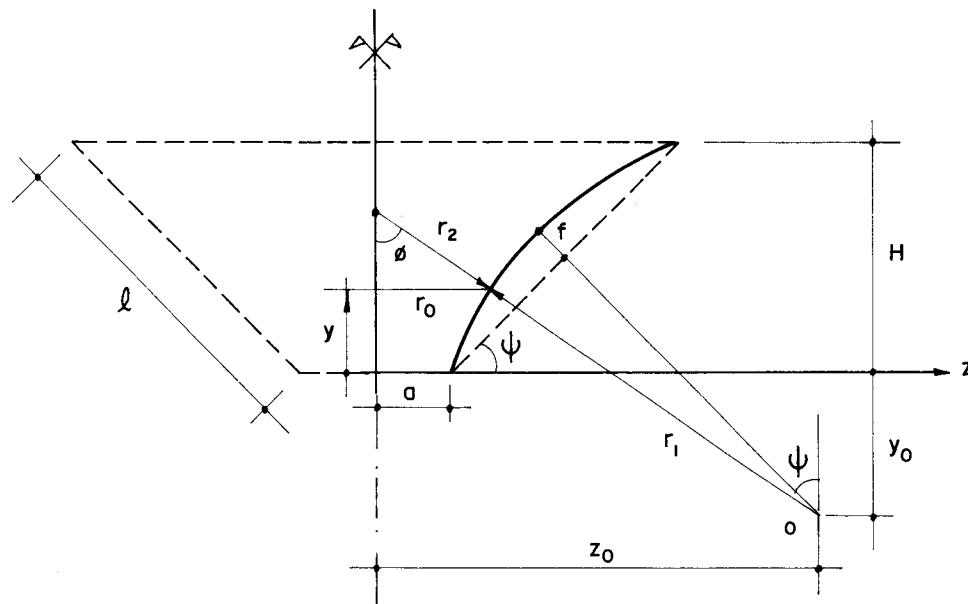


Figura 6.4 — GEOMETRIA DA CASCA COM MERIDIANO EM ARCO DE CÍRCULO - ZONA TÓRICA

$$r_1 = \frac{l^2 + 4f^2}{8f}$$

$$r_2 = z_0 / \operatorname{sen} \phi - r_1$$

$$r_0 = r_2 \operatorname{sen} \phi$$

$$\phi = 90^\circ - \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{y + y_0}{r_1}$$

$$\begin{aligned}y_o &= \left[ r_1 - \left( f + \frac{\ell}{2} \operatorname{tg} \psi \right) \right] \cos \psi \\z_o &= a + (r_1^2 - y_o^2)^{1/2}\end{aligned}\quad \dots \quad (6.10)$$

Determinados os elementos geométricos, procede-se agora ao cálculo dos esforços de membrana devidos aos diversos carregamentos.

#### a) Peso próprio

Analogamente ao caso da casca hiperbólica de revolução as componentes do carregamento devidas ao peso próprio da casca com meridiano em arco de círculo de zona tórica (Fig. 6.4), são dados por:

$$p_y = -g \operatorname{sen} \phi \quad p_z = -g \operatorname{cos} \phi \quad \dots \quad (6.11)$$

Substituindo as (6.11) na expressão (6.2) obtém-se:

$$R = -2\pi g \int_y^H r_2 dy \quad \dots \quad (6.12)$$

Calculando numericamente a integral (Simpson), determinam-se os esforços  $\bar{N}_\phi$  e  $\bar{N}_\theta$ .

#### b) Pressão hidrostática

As componentes do carregamento da água, são de forma análoga ao caso da casca hiperbólica de revolução dadas por:

$$p_z = -\gamma(H-y) \quad p_y = 0 \quad \dots \quad (6.13)$$

Substituindo (6.13) em (6.2) obtém-se:

$$R = - \frac{2\pi Y}{r_1} \int_Y^H (H-y)(y+y_o) r_2 dy \quad \dots \quad (6.14)$$

Efetuando a integração numericamente (Simpson), calculam-se através das expressões (6.1) os esforços de membrana.

### 6.2.3 - Casca com meridiano em arco de círculo - zona esférica

Para a casca com meridiano em arco de círculo mostrada na figura 6.5, os elementos geométricos são dados pelas seguintes expressões:

$$r_1 = \frac{\ell^2 + 4f^2}{8f}$$

$$r_2 = r_1 - z_o / \sin \phi$$

$$r_o = r_2 \sin \phi$$

$$\phi = \arccos \frac{y_o - y}{r_1}$$

$$y_o = \left[ r_1 - \left( f + \frac{\ell}{2} \tan \psi \right) \right] \cos \psi + \ell \sin \psi$$

$$z_o = (r_1^2 - y_o^2)^{1/2} - a \quad \dots \quad (6.15)$$

Apresentam-se a seguir as expressões para o cálculo dos esforços de membrana devidos aos diversos carregamentos

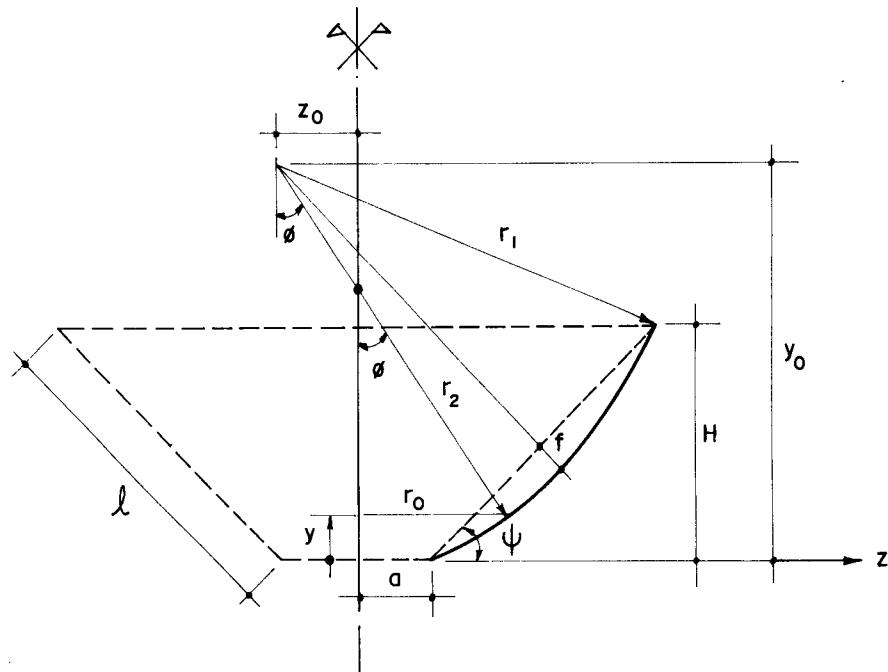


Figura 6.5 — GEOMETRIA DA CASCA COM MERIDIANO EM ARCO DE CÍRCULO — ZONA ESFÉRICA

### a) Peso próprio

Procedendo de forma análoga aos casos anteriores, obtém-se que a resultante do carregamento do peso próprio da casca com meridiano em arco de círculo de zona esférica (Fig. 6.5) é dada pela seguinte expressão:

$$R = -2\pi g \int_Y^H r_2 dy \quad \dots \quad (6.16)$$

Calculando numericamente a integral como citado anteriormente, obtém-se os esforços  $\bar{N}_\phi$  e  $\bar{N}_\theta$  através das expressões (6.1).

### b) Pressão hidrostática

Analogamente aos casos anteriores, obtém-se a seguinte expressão:

$$R = - \frac{2\pi\gamma}{r_1} \int_y^H (H-y)(y_0-y)r_2 dy \quad \dots \quad (6.17)$$

Os esforços de membrana são determinados, substituindo a (6.17) calculada numericamente, nas expressões correspondentes.

#### 6.2.4 - Casca em elipsóide de revolução

Procede-se inicialmente definindo os elementos geométricos da casca em forma de elipsóide de revolução (Fig. 6.6), cuja equação do meridiano é

$$\frac{r_o^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots \quad (6.18)$$

onde  $a$  e  $b$  representam respectivamente os semi-diâmetros maior e menor da elipse.

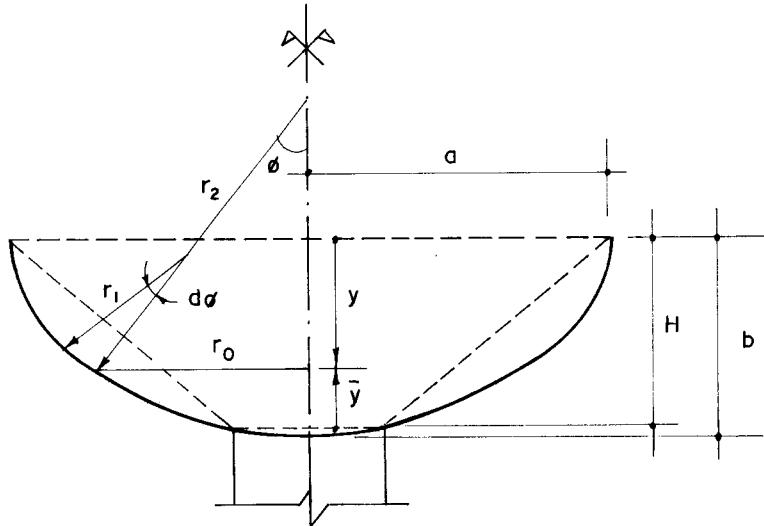


Figura 6.6 — GEOMETRIA DA CASCA EM ELIPSÓIDE DE REVOLUÇÃO

Os raios principais de curvatura são dados por (10, 21):

$$r_1 = \frac{[b^4 + y^2(a^2 - b^2)]}{ab^4}^{3/2} \quad \dots \quad (6.19)$$

$$r_2 = \frac{a}{b^2} \sqrt{b^4 + y^2(a^2 - b^2)}$$

Determinam-se agora as expressões para o cálculo dos esforços de membrana produzidos pelos diversos carregamentos

a) Peso próprio

Analogamente aos casos anteriores a resultante do carregamento do peso próprio na casca em elipsóide de revolução (Fig.6.6) é dada pela seguinte expressão:

$$R = -2\pi g \int_0^y \frac{a}{b^2} \sqrt{b^4 + (a^2 - b^2)y^2} dy \quad \dots \quad (6.20)$$

Calculando numericamente a integral como já foi citado anteriormente, obtém-se através da substituição desse valor nas expressões (6.1), os esforços de membrana.

b) Pressão hidrostática

As componentes do carregamento da água nas direções normal e tangencial à superfície da casca em elipsóide de revolução, são:

$$p_z = -\gamma y \quad p_y = 0 \quad \dots \quad (6.21)$$

Substituindo as (6.21) na expressão (6.2), obtém-se:

$$R = - \frac{2\pi\gamma}{3} \left(\frac{a}{b}\right)^2 y^3 \quad \dots \quad (6.22)$$

Introduzindo (6.22) nas expressões (6.1), determinam-se os esforços de membrana dados pelas seguintes expressões:

$$\bar{N}_\theta = \gamma \left[ \frac{r_2^2}{3r_o^2 r_1} \left( \frac{a}{b} \right)^2 y^3 + r_2 y \right] \quad \dots \quad (6.23)$$

$$\bar{N}_\phi = - \frac{r_2 \gamma}{3r_o^2} \left( \frac{a}{b} \right)^2 y^3$$

### 6.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O REGIME DE FLEXÃO

O tratamento do regime de flexão nas cascas de dupla curvatura tratadas neste capítulo é de solução mais complexa que nos casos usuais de estruturas em casca e, por outro lado, numa primeira pesquisa bibliográfica não foram encontradas soluções exatas para o aprofundamento do estudo dessas estruturas alternativas. Estes são alguns dos fatores que levaram a excluir deste texto o tratamento da flexão. Outro fator é que os resultados numéricos do tratamento de membrana já parecem levar à exclusão de algumas dessas variantes.

Entretanto, se se quiser aprofundar o estudo dessas variantes, considerando então o regime de flexão, existem algumas soluções hoje viáveis graças aos recursos fornecidos pelos computadores eletrônicos, como por exemplo os seguintes: Método das Diferenças Finitas, Método dos Elementos Finitos, Método dos Elementos de Contorno, etc. Em particular, em Dissertação de Mestrado da própria EESC, já em 1976 EL DEBS (17) apresentou a solução da teoria de flexão em cascas de revolução com carregamentos de revolução com meridiano qualquer utilizando Diferenças Finitas Lagrangeanas de ordem superior.

## 6.4 - APLICAÇÃO

### 6.4.1 - Análise dos esforços de membrana nas diversas variantes

Para a realização desta análise comparativa dos esforços de membrana da casca cônica recipiente perante as outras variantes resolveu-se adotar os parâmetros do reservatório em tronco de cone com capacidade para  $1000\text{m}^3$  e ângulo de inclinação do recipiente  $\psi = 30^\circ$ , e fixar as dimensões dessas soluções alternativas através das dimensões dos contornos do citado reservatório (Fig. 6.7). É evidente que nessas condições a capacidade de armazenamento dessas outras soluções pode aumentar ou diminuir.

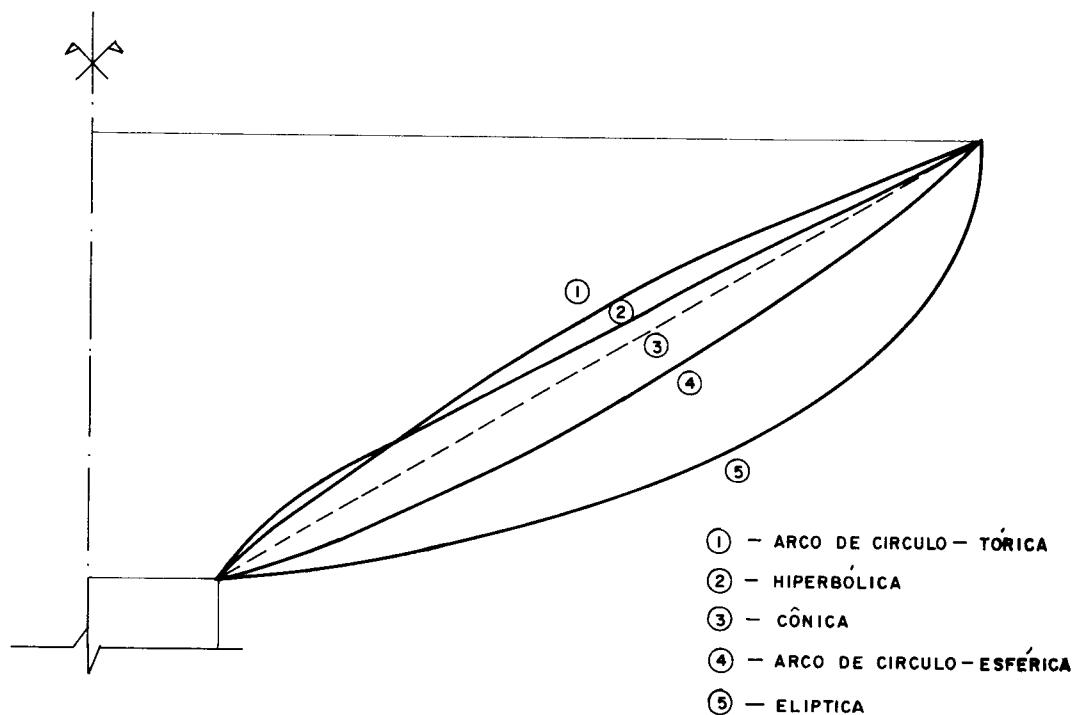


Figura 6.7 — VARIANTES NO MERIDIANO DA CASCA CÔNICA

Os dados para o cálculo dos esforços de membrana, bem como os volumes nos diversos casos são mostrados abaixo:

Casca cônica recipiente (Fig. 6.8)

$$V = 1000 \text{ m}^3$$

$$\psi = 30^\circ$$

$$r_{0,1} = 1,75 \text{ m}$$

$$r_{0,2} = 11,90 \text{ m}$$

$$l = 11,72 \text{ m}$$

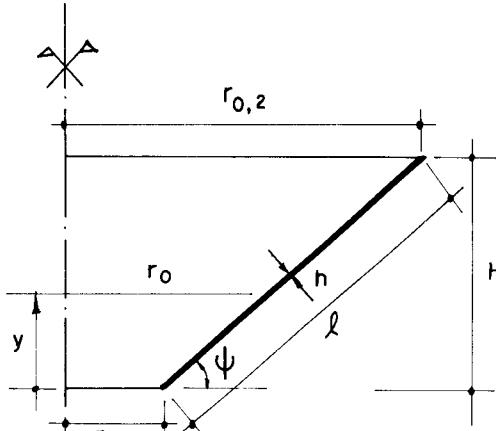


Figura 6.8 — CASCA CÔNICA RECIPIENTE

Para as cinco cascas, a altura  $H$  e a espessura constante  $h$  são:

$$H = 5,86 \text{ m}$$

$$h = 0,25 \text{ m}$$

Casca hiperbólica de revolução (Fig. 6.2)

$$V = 910 \text{ m}^3$$

$$a = r_{0,1} = 1,75 \text{ m}$$

$$b = 0,87 \text{ m}$$

Casca em arco de círculo - zona tórica (Fig. 6.4)

$$V = 805 \text{ m}^3$$

$$a = r_{0,1} = 1,75 \text{ m}$$

$$l = 11,72\text{m}$$

$$f = 0,60\text{m}$$

os dados para a casca em arco de círculo - zona esférica (Fig. 6.5) são os mesmos da casca da zona tórica, modificando-se apenas o volume para  $1205 \text{ m}^3$ .

#### Casca em elipsóide de revolução (Fig. 6.6)

$$V = 1745 \text{ m}^3$$

$$a = r_{0,2} = 11,90\text{m}$$

$$b = 5,92\text{m}$$

Considerando os carregamentos devidos ao peso próprio e à pressão hidrostática calculam-se os esforços de membrana apresentados nas Tabelas 6.1 a 6.5, utilizando as expressões correspondentes fornecidas nos itens 6.2.1 a 6.2.4. As integrações numéricas (Simpson) foram feitas utilizando-se faixas de largura inferiores a 40cm, intervalo que garante aproximação numérica muito boa.

Os diagramas dos esforços de membrana devidos ao peso próprio e a pressão hidrostática são apresentados nas Figs. 6.9 e 6.10 respectivamente.

TABELA 6.1 - Esforços de membrana na casca cônica recipiente

y (m)	Peso próprio		Pressão hidrostática	
	$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	$\bar{N}_y (\text{tf/m})$	$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	$\bar{N}_y (\text{tf/m})$
0,00	1,894	-57,150	20,503	-174,508
1,00	3,769	-26,839	33,839	- 73,883
2,00	5,644	-15,838	40,248	- 36,838
3,00	7,519	- 9,700	39,728	- 17,536
4,00	9,394	- 5,513	32,281	- 6,734
5,00	11,269	- 2,304	17,905	- 1,342
5,86	12,880	0,000	0,000	0,000

TABELA 6.2 - Esforços de membrana na casca hiperbólica de revolução

y (m)	Peso próprio		Pressão hidrostática	
	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)
0,00	113,826	-28,163	324,001	-77,543
1,00	19,589	-32,334	68,591	-85,358
2,00	8,064	-20,600	49,559	-48,028
3,00	8,415	-12,459	40,593	-22,650
4,00	10,415	- 6,974	34,101	- 8,661
5,00	12,716	- 2,876	19,529	- 1,720
5,86	14,800	0,000	0,000	0,000

TABELA 6.3 - Esforços de membrana na casca com meridiano em arco de círculo -  $z_0$  na tórica

y (m)	Peso próprio		Pressão hidrostática	
	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)
0,00	5,056	-42,064	24,918	-104,353
1,00	6,448	-25,485	32,323	- 58,270
2,00	8,205	-17,414	37,359	- 34,823
3,00	10,506	-12,286	39,014	- 20,011
4,00	13,577	- 8,261	35,257	- 9,212
5,00	17,772	- 4,332	23,279	- 2,572
5,86	22,515	0,000	0,000	0,000

TABELA 6.4 - Esforços de membrana na casca com meridiano em arco de círculo -  $z_0$  na esférica

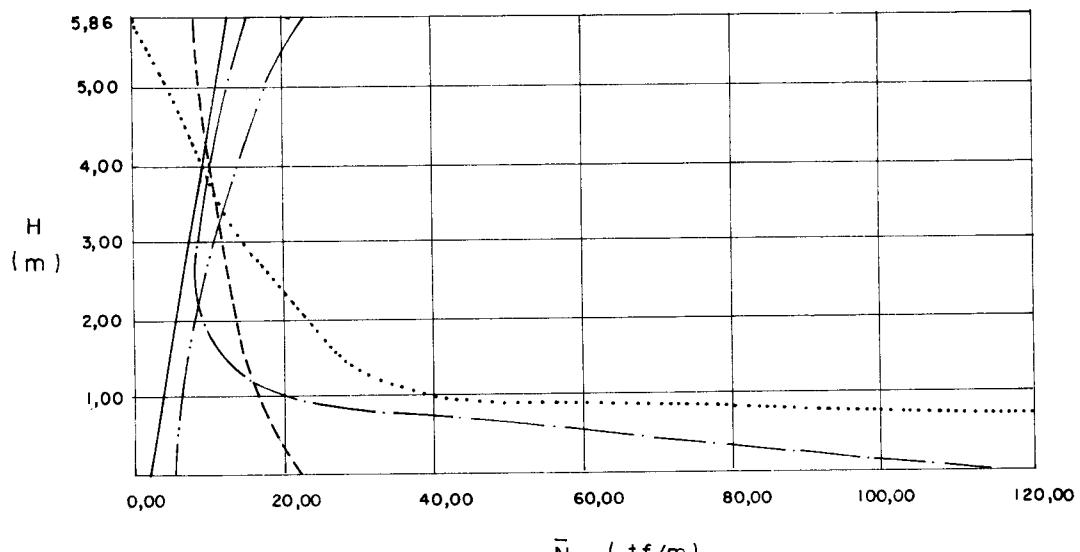
y (m)	Peso próprio		Pressão hidrostática	
	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)
0,00	21,534	-94,457	97,211	-334,502
1,00	16,050	-26,503	82,880	- 81,732
2,00	13,400	-12,826	66,770	- 31,564
3,00	11,676	- 6,923	50,057	- 12,514
4,00	10,260	- 3,428	31,249	- 3,943
5,00	9,221	- 1,379	15,309	- 0,723
5,86	8,354	0,000	0,000	0,000

TABELA 6.5 - Esforços de membrana na casca em elipsóide de revolução

$\bar{y} = H-y$ (m)	Peso próprio		Pressão hidrostática	
	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)	$\bar{N}_\theta$ (tf/m)	$\bar{N}_\phi$ (tf/m)
0,00	486,665	-464,966	2272,282	-2100,830
1,00	39,817	- 20,785	193,200	- 69,583
2,00	23,027	- 7,535	99,769	- 17,144
3,00	15,216	- 3,383	55,175	- 4,516
4,00	9,291	- 1,479	28,102	- 0,921
5,00	4,347	- 0,572	10,485	- 0,076
5,86	0,000	0,000	0,000	0,000

A análise desses resultados de membrana parece indicar que somente a casca com meridiano em arco de círculo de zona tórica é que mereceria estudo mais aprofundado, em regime de flexão, para confronto completo com a casca cônica. Note-se, porém, que a casca em elipsóide analisada tem volume 74,5% superior ao da casca cônica.

A solução em hiperboloide de revolução apresenta esforços muito próximos da cônica, pelo menos na região 2,00 metros acima da borda inferior até a borda superior; este resultado já era esperado tendo em vista a proximidade dos seus meridianos nessa região. Quanto à solução em elipsóide de revolução, os esforços na borda inferior são exageradamente altos em vista que o meridiano nessa região é quase horizontal (Fig. 2.2). Pode-se, entretanto, aproximar esse meridiano ao da casca cônica mantendo as dimensões dos contornos do reservatório e procurando por tentativas através do aumento dos valores dos semi-diâmetros da elipse, a citada aproximação. Porém, este caso não tem muito sentido, em vista que esse tipo de aproximação provavelmente fará recair num meridiano com curvatura aproximadamente igual ao da casca em arco de círculo de zona esférica, cujos resultados são apresentados.



## LEGENDA

- CÔNICA
- - - HIPERBÓLICA
- · — ARCO CÍRCULO - ZONA TÓRICA
- - - - ARCO CÍRCULO - ZONA ESFÉRICA
- · · · ELIPTICA

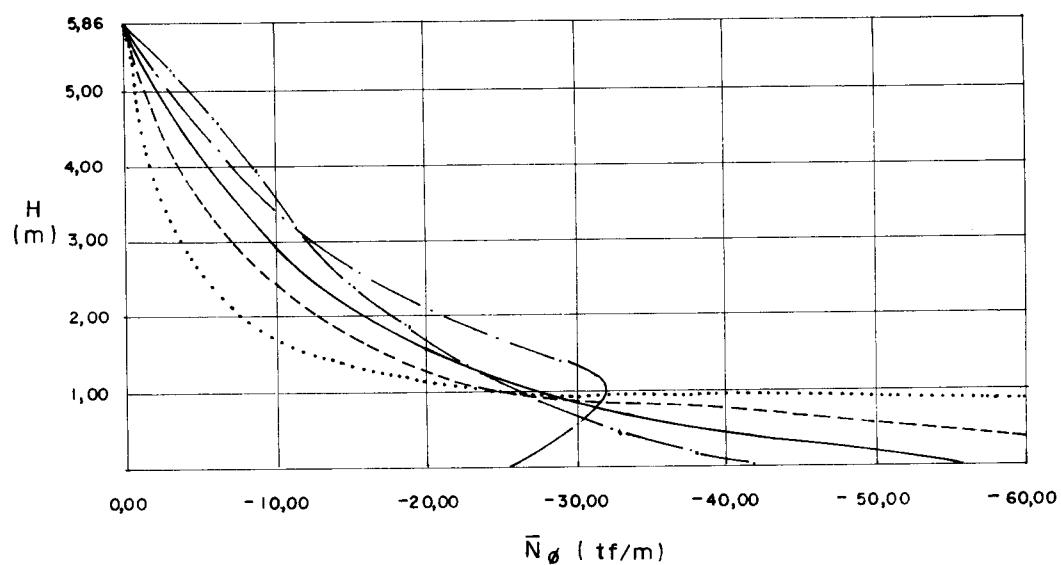
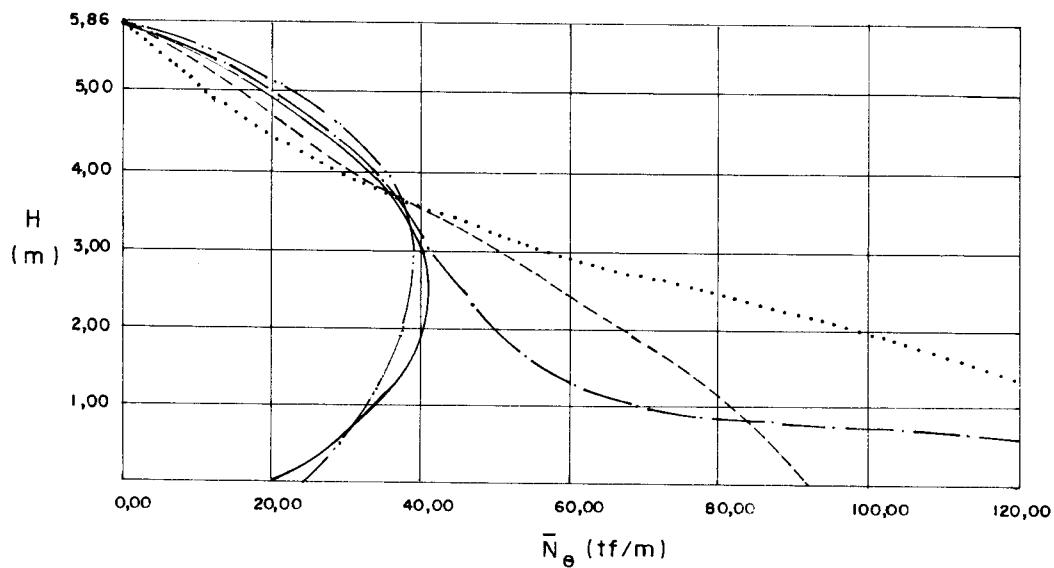


Figura 6.9— DIAGRAMAS DOS ESFORÇOS DE MEMBRANA DEVIDOS AO PESO PRÓPRIO

LEGENDA

- CÔNICA
- - - HIPERBÓLICA
- · - ARCO DE CIRCULO - ZONA TÓRICA
- - - - ARCO DE CIRCULO - ZONA ESFÉRICA
- · · · · ELÍPTICA

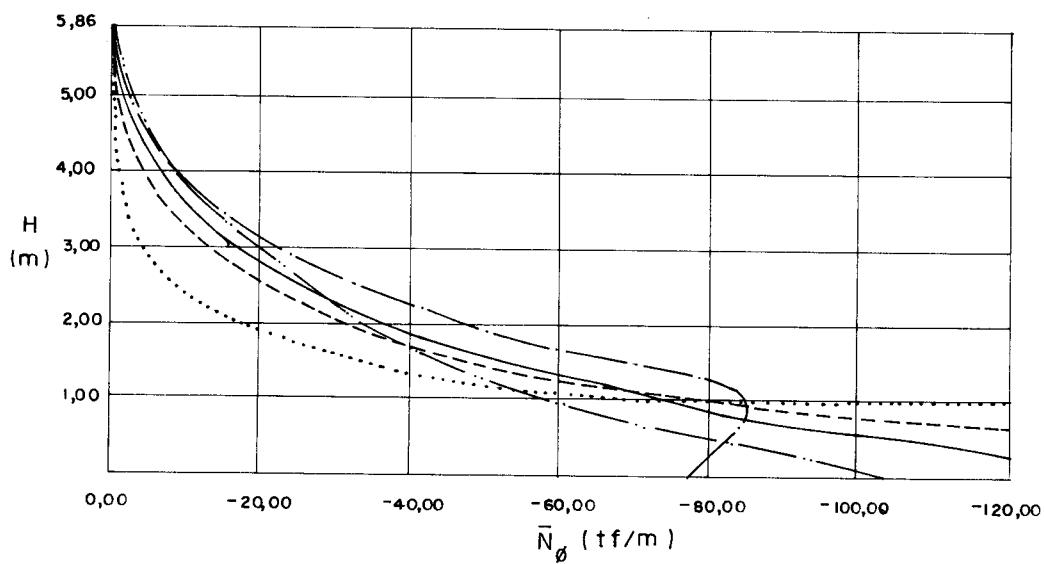


Figura 6.10 — DIAGRAMAS DOS ESFORCOS DE MEMBRANA  
DEVIDOS A PRESSÃO HIDROSTÁTICA

Deve-se ressaltar, que devido ao fato, da análise ter sido feita nas diversas variantes do meridiano para o reservatório de comparação considerado grande ( $1000m^3$ ), nas condições de funcionamento descritas anteriormente, não se pode afirmar com absoluta certeza que o comportamento estático de todas as soluções alternativas seja pior que o da casca cônica. Seria realmente justo e interessante fazer uma análise mais apurada incluindo o regime de flexão nas diversas soluções alternativas nas mesmas condições de funcionamento, quanto ao volume se refere, e condições análogas de inclinação do meridiano como já foi visto, assim como também para valores maiores do ângulo  $\psi$  de inclinação do recipiente de comparação.

Outro aspecto, é que para reservatórios pequenos com volumes da ordem de  $200m^3$ , embora permanecendo as diferenças relativas dos esforços de membrana da casca cônica diante às outras alternativas, provavelmente os valores dos esforços em termos de grandeza, serão quase com certeza toleráveis por espessuras da parede do recipiente relativamente pequenas.

Em resumo, pela análise dos resultados de membrana confrontados neste estudo preliminar, bem como pela complexidade do tratamento do regime de flexão nessas soluções alternativas. Pode-se afirmar, que a casca cônica é uma boa solução, já que além de apresentar uma solução mais fácil, sua construção também é mais simples pelo fato de apresentar uma geratriz que permite a utilização de formas retas.

## 7. COMENTÁRIOS FINAIS E CONCLUSÕES

É sumamente importante ao final desta abordagem sobre reservatórios elevados com recipiente em tronco de cone, fazer um balanço geral sobre o funcionamento das citadas estruturas, bem como alguns comentários ou sugestões que possam encaminhar o prosseguimento dos estudos.

Foram sendo feitos oportunamente os comentários quanto ao comportamento estático dos reservatórios em tronco de cone e ficou esclarecido que, com o aumento do ângulo  $\psi$  que mede a inclinação das geratrizess do recipiente, obtém-se melhoria no citado comportamento. Por falta de experiência prática e de informações de fácil acesso, não se fez um estudo incluindo custos de materiais e de construção, o qual teria provavelmente permitido, pelo menos dentro dos casos estudados, o estabelecimento de algum tipo de relações geométricas potencialmente mais econômicas, e aqui já está uma primeira sugestão para o prosseguimento deste estudo.

Por outro lado, pode-se afirmar que o objetivo principal deste trabalho foi atingido, já que, através da série de exemplos apresentados, pode-se extrapolar ou interpolar

para soluções intermediárias às estudadas, faltando apenas fazer alguns refinamentos nos cálculos por causa das simplificações neles introduzidas, oportunamente já comentadas. Deve-se também ter a suficiente cautela e o suficiente critério para não apegar-se estritamente às espessuras apresentadas. Estas estão em geral muito próximas dos mínimos necessários; consequentemente, refinamentos dos cálculos poderiam indicar a conveniência de aumentos dessas espessuras, os quais também poderiam ser às vezes convenientes a fim de reduzir as consequências de possíveis imprecisões construtivas. Essa fase de refinamentos dos cálculos também poderia ser incluída no prosseguimento deste estudo.

Com relação às coberturas utilizadas neste tipo particular de reservatórios, a primeira solução aqui apresentada, de cobertura em laje, mostra um comportamento estático bastante satisfatório pelo menos até diâmetros da ordem dos 20,00 metros, com as espessuras adotadas, sendo apenas necessários, em alguns casos, pequenos engrossamentos nas vinculações com o anel ou com a casca cilíndrica de acesso interna ao reservatório. É evidente que podem obter-se maiores diâmetros ainda com esse tipo de cobertura, utilizando por exemplo lajes nervuradas ou mediante a utilização de elementos pré-moldados dispostos em forma radial, sendo talvez necessário nestes últimos casos introduzir algumas modificações nas vinculações. No estudo da viabilidade desses diâmetros maiores, o aspecto econômico será de muita importância, principalmente para confronto com a casca côncica, aqui adotada para diâmetros maiores que 20 metros.

A análise dos resultados do exemplo do capítulo 5 comprovou o excelente comportamento estático da cobertura em casca côncica, como aliás já era esperado. Salienta-se, porém, que se escolheu a citada cobertura, de preferência às soluções com dupla curvatura, unicamente por aspectos práticos, já que sua construção é mais simples que a destas, pelo fato de apresentar uma geratriz que permite a utilização de formas retas.

Ainda com relação aos tipos de cobertura, seria interessante fazer um estudo, neste tipo particular, de reservatórios com a utilização de coberturas pêncéis. Aliás, para estas e para as cascas cônicas, elementos pré-moldados de argamassa armada dispostos em forma radial poderiam ser convenientes, pelo fato de se constituirem em soluções alternativas potencialmente mais econômicas.

No caso de reservatórios em tronco de cone para volumes maiores que os dos casos estudados neste trabalho, a substituição do concreto armado por concreto protendido apresenta-se como a primeira solução alternativa, já que permitira combater mais eficientemente os esforços de tração no concreto e uma redução nos custos, devendo-se, portanto, efetuar um estudo a fim de definir coerentemente os limites até os quais esta última alternativa supera a primeira, assim como também definir claramente os esquemas de aplicação da protensão. Para esses volumes maiores, a protensão pode ser combinada com a utilização de elementos pré-moldados, como é mostrado por Barthell (5), na construção do reservatório para 1400m<sup>3</sup> em Al-Khobar, Arábia Saudita (fig. 1.6).

É importante lembrar que se tratou de dar ênfase especial à análise do comportamento estático do reservatório propriamente dito, ficando portanto o cálculo da infraestrutura e da torre limitado ao exemplo apresentado no capítulo 5, onde se fizeram apenas verificações aproximadas das tensões atuantes. No caso de projeto executivo deve-se, portanto, para estes últimos elementos estruturais, efetuar um cálculo mais apurado.

A análise dos resultados nos casos estudados, como também a análise comparativa de primeira aproximação perante as soluções alternativas, permitem concluir que este tipo de reservatórios elevados com recipiente em casca cônica constituem, quer do ponto de vista construtivo quer de funcionamento, boa solução para a gama dos volumes estudados.

A P É N D I C E

Tratando de esclarecer ainda mais, sobre o com  
portamento estático das estruturas para reservatórios ana  
lisadas no Capítulo 4, apresentam-se neste apêndice os re  
sultados produzidos pelo peso próprio, sobrecarga e água  
atuando isoladamente na estrutura para reservatório com ca  
pacidade para armazenamento de 1000 m<sup>3</sup> de água e ângulo de  
inclinação do recipiente em relação ao plano horizontal  
 $\psi = 30^\circ$ .

Na Tabela A.1, são apresentados os esforços in  
côgnitos correspondentes aos diversos carregamentos, calcu  
lados conforme a sequência de cálculo correspondente apre  
sentada no Capítulo 3.

TABELA A.1

Esforços Incôgnitos	Peso Próprio	Sobrecarga na Cobertura	Água	Totais
X <sub>1</sub> (tf/m)	-12,075	-0,338	-35,754	-48,197
X <sub>2</sub> (tfm/m)	3,221	0,092	9,152	12,465
X <sub>3</sub> (tf/m)	-2,740	-0,472	-0,258	-3,470
X <sub>4</sub> (tfm/m)	-2,524	-0,346	0,188	-2,682
X <sub>5</sub> (tf/m)	-0,415	-0,191	-0,383	-0,989
X <sub>6</sub> (tfm/m)	-2,466	-0,397	0,033	-2,830
X <sub>7</sub> (tf/m)	-26,383	-4,222	-0,346	-30,951
X <sub>8</sub> (tfm/m)	-6,195	-0,985	-0,064	-7,244
X <sub>9</sub> (tf/m)	0,602	0,085	-1,289	-0,602
X <sub>10</sub> (tfm/m)	-0,063	-0,009	0,133	0,061

Os esforços ou diagramas na casca cônica recipiente são apresentados respectivamente, nas Tabelas A.2 a A.7 e na Fig. A.1.

Como pode observar-se através da análise dos esforços aqui apresentados com os do Capítulo 4, para o mesmo reservatório, chega-se à conclusão de que considerar os carregamentos do peso próprio, sobrecarga e água, em forma isolada ou simultânea que mostre o comportamento estático da estrutura de uma maneira geral, e que permita a fixação das dimensões (espessura) na fase de anteprojeto, pouca diferença faz, já que procura-se sempre para a fixação das espessuras, os valores máximos dos esforços através da combinação mais desfavorável das ações. Portanto, como pode ser facilmente verificado mediante o caso aqui apresentado; os resultados apresentados no Capítulo 4 para a gama de volumes estudados, satisfazem, salvo pequenas diferenças, o objetivo fundamental do trabalho.

TABELA A.2 - Esforços devidos ao peso próprio na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 1000m^3$	$\psi = 30^\circ$	$X_1 = -12,075 \text{ tf/m}$	$X_2 = 3,221 \text{ tf/m/m}$	$L_1 = 0,716 \text{ m}$
$y (\text{m})$	2,02	2,27	2,52	3,02
$S_1 (\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	1,894	2,128	2,363	2,831
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	-59,026	-43,957	-28,052	-3,783
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	43,981	20,828	3,356	-13,202
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	-13,151	-21,001	-22,333	-14,154
$M_y, X_1 (\text{tfm/m})$	0,000	-1,043	-1,382	-1,053
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	3,221	2,912	2,257	0,923
$M_y (\text{tfm/m})$	3,221	1,869	0,875	-0,130

TABELA A.3 - Esforços devidos à sobrecarga na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 1000m^3 \psi = 30^\circ$	$X_1 = -0,338 \text{ tf/m}$	$X_2 = 0,092 \text{ tfm/m}$			$L_1 = 0,716 \text{ m}$
$y(\text{m})$	2,02	2,27	2,52	3,02	3,52
$s_1(\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00	1,50
$N_\theta, X_1 (\text{tf/m})$	-1,652	-1,230	-0,785	-0,106	0,177
$N_\theta, X_2 (\text{tf/m})$	1,256	0,595	0,096	-0,377	-0,368
$N_\theta (\text{tf/m})$	-0,396	-0,635	-0,689	-0,483	-0,191
$M_y, X_1 (\text{tfm/m})$	0,000	-0,029	-0,039	-0,029	-0,013
$M_y, X_2 (\text{tfm/m})$	0,092	0,083	0,064	0,026	0,004
$M_y (\text{tfm/m})$	0,092	0,054	0,025	-0,003	-0,009

TABELA A.4 - Esforços devidos à pressão hidrostática na casca cônica recipiente (borda inferior)

$V = 1000m^3$	$\psi = 30^\circ$	$X_1 = -35,784 \text{ tf/m}$	$X_2 = 9,152 \text{ tfm/m}$	$L_1 = 0,716 \text{ m}$
$y(\text{m})$	2,02	2,27	2,52	3,02
$S_1(\text{m})$	0,00	0,25	0,50	1,00
$\bar{N}_\theta(\text{tf/m})$	20,503	22,549	24,486	28,037
$N_\theta, X_1(\text{tf/m})$	-174,922	-130,266	-83,132	-11,210
$N_\theta, X_2(\text{tf/m})$	124,965	59,181	9,536	-37,513
$N_\theta(\text{tf/m})$	-29,454	-48,536	-49,110	-20,686
$M_y, X_1(\text{tfm/m})$	0,000	-3,091	-4,097	-3,122
$M_y, X_2(\text{tfm/m})$	9,152	8,273	6,414	2,623
$M_y(\text{tfm/m})$	9,152	5,182	2,317	-0,499
				-0,954
				-0,603
				0,036
				0,007

TABELA A.5 - Esforços devidos ao peso próprio na casca cônica recipiente (borda superior)

$V = 1000m^3 \psi = 30^\circ$	$X_3 = -2,740 \text{ tf/m}$	$X_4 = -2,524 \text{ tfm/m}$	$L_2 = 1,866 \text{ m}$
$y(m)$	13,74	13,49	6,87
$S_2(m)$	0,00	0,25	6,87
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	12,882	12,647	6,44
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	34,947	29,740	-0,37
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	-34,504	-25,406	0,14
$N_\theta (\text{tf/m})$	13,325	16,981	6,21
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,298	-0,03
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	-2,524	-2,483	0,08
$M_y (\text{tfm/m})$	-2,524	-2,185	0,05

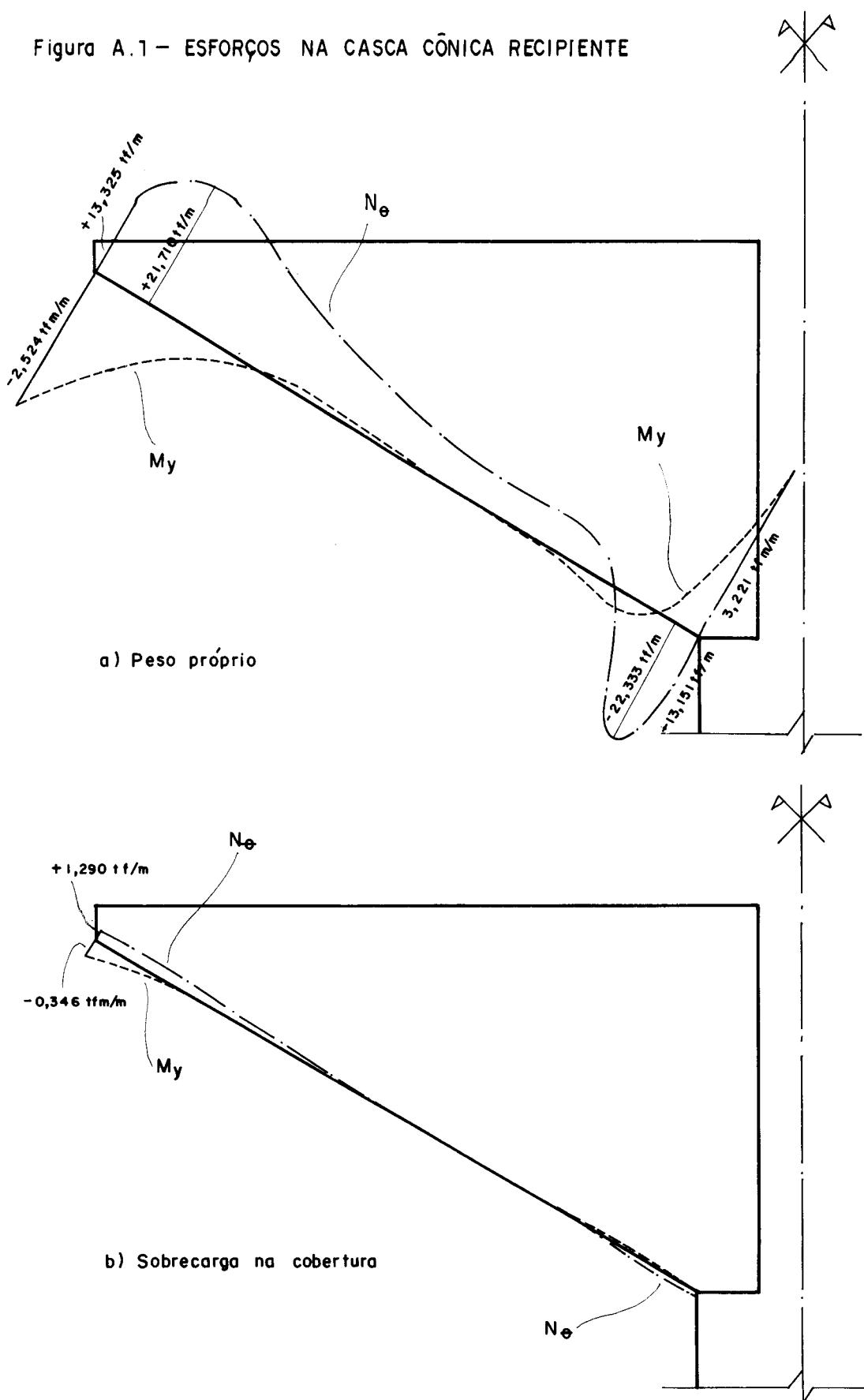
TABELA A.6 - Esforços devidos à sobrecarga na casca cônica recipiente (borda superior)

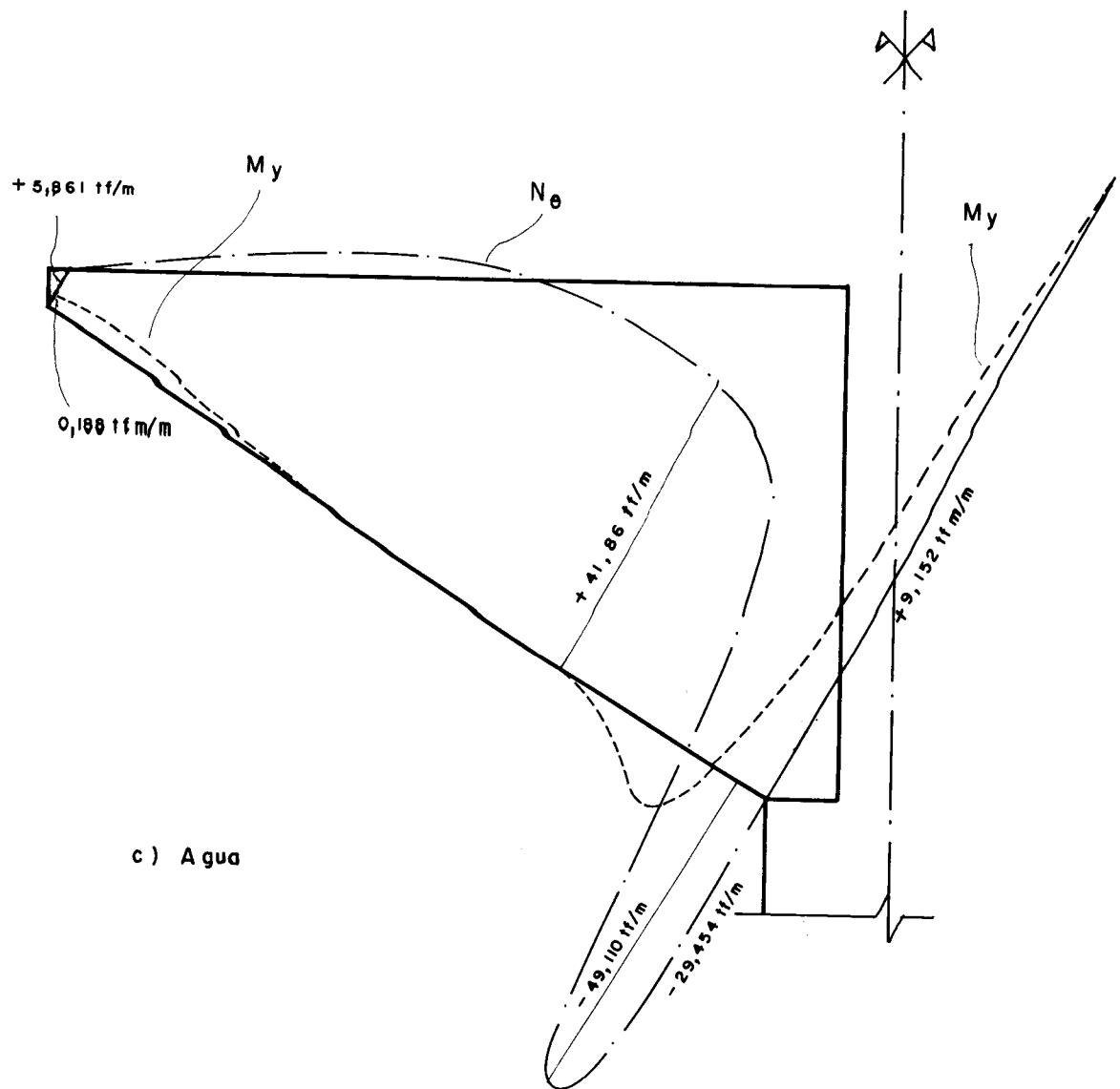
	$V = 1000\text{m}^3 \psi = 30^\circ$	$X_3 = -0,472 \text{ tfm/m}$	$X_4 = -0,346 \text{ tfm/m}$	$L_2 = 1,866 \text{ m}$
$y(\text{m})$	13,74	13,49	13,24	12,74
$S_2(\text{m})$	0,000	0,25	0,50	1,00
$N_\theta, X_3(\text{tfm/m})$	6,020	5,123	4,279	2,808
$N_\theta, X_4(\text{tfm/m})$	-4,730	-3,483	-2,439	-0,896
$N_\theta(\text{tfm/m})$	1,290	1,640	1,840	1,912
$M_y, X_3(\text{tfm/m})$	0,000	0,051	0,089	0,132
$M_y, X_4(\text{tfm/m})$	-0,346	-0,340	-0,325	-0,277
$M_y(\text{tfm/m})$	-0,346	-0,289	-0,236	-0,145

TABELA A.7 - Esforços devidos à pressão hidrostática na casca cônica recipiente (borda superior)

	$V = 1000\text{m}^3$	$\psi = 30$	$X_3 = -0,258 \text{ tf/m}$	$X_4 = 0,188 \text{ tfm/m}$	$L_2 = 1,866 \text{ m}$
$y(\text{m})$	13,74	13,49	13,24	12,74	11,74
$S_2 (\text{m})$	0,000	0,25	0,50	1,00	1,50
$\bar{N}_\theta (\text{tf/m})$	0,000	2,291	5,733	11,033	15,900
$N_\theta, X_3 (\text{tf/m})$	3,291	2,800	2,339	11,535	0,911
$N_\theta, X_4 (\text{tf/m})$	2,570	1,892	1,325	0,487	-0,027
$N_\theta (\text{tf/m})$	5,861	7,613	9,397	13,055	16,784
$M_y, X_3 (\text{tfm/m})$	0,000	0,028	0,049	0,072	0,078
$M_y, X_4 (\text{tfm/m})$	0,188	0,185	0,177	0,151	0,119
$M_y (\text{tfm/m})$	0,188	0,213	0,226	0,223	0,197

Figura A.1 – ESFORÇOS NA CASCA CÔNICA RECIPIENTE





BIBLIOGRAFIA

- 1 - AEBERHARD, H.U. Water tower in Cutro (Itália). *IABSE STRUCTURES C-22/82*: 58-59, august 1982
- 2 - AKOS, Y.; ONTUNA, K.A.; SAGLAMER, A. A new approach of the analysis of laterally loaded piles. *Proc. of the tenth international conference on soil mechanics and foundation engineering*: 587-592, 1981. v.2.
- 3 - BAKER, E.H.; KOVALEVSKY, L.; RISH, F.L. *Structural analysis of shells*. New York, McGraw Hill, 1972.
- 4 - BARBATO, R.L.A. *Contribuição ao estudo das coberturas pêneis em casca protendida de revolução*. São Carlos, EESC-USP, 1975. Tese.
- 5 - BARTHEL, P. Château d'eau d'Al Khobar (Arabie Saoudite). *IABSE STRUCTURES C-22/82*: 56-57, august 1982.
- 6 - BELES, A.A.; SOARE, M.V. *Calculul placilor curbe subțiri*. Bucaresti, Tehnică, 1969.
- 7 - BELES, A.A.; SOARE, M.V. *Berechnung von Schalentragwerken*. Bukarest, Tehnică, 1972.
- 8 - BELLUZZI, O. *Scienza delle costruzioni*. Bolonha, Zanichelli, 1953. v.3.
- 9 - BEYER, K. *Estatica del hormigon armado: Tratado y manual de la estatica de las construcciones*. Buenos Aires, NIGAR, 1959. v.2.
- 10 - BILLINGTON, D.P. *Thin shell concrete structures*. New York, McGraw Hill, 1965.
- 11 - BOLL, K.; MÜNZNER, J.; NAJJAR, N. Wassertürme mit vorgefertigtem Behältern in Riyadh (Saudi Arabien). *IABSE STRUCTURES C-22/82*: 54-55, august 1982.
- 12 - BORN, J. *Praktische Schalenstatik*. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968. v.1.
- 13 - BROMS, B.B. Design of laterally loaded piles. *Proc. ASCE 91 (SM3)*: 79-91, may 1965.

- 14 - CIESIELSKI, R.; MITZEL, A.; STACHURSKI, W.; SUWALSKI, J.; ZMUDZINSKI, Z. *Behälter. Bunker. Silos. Schornsteine. Fernsehtürme und Freileitungsmaste.* Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1970.
- 15 - CREASY, L.R. *Prestressed concrete cylindrical tanks.* London, Wiley, 1961.
- 16 - DAVISSON, M.T.; ROBINSON, K.E. Bending and buckling of partially embeded piles. *Proc. 6th conference on soil mechanics and foundation engineering:* 243-246, 1965.
- 17 - EL DEBS, M.K. *Contribuição ao cálculo das cascas de revolução mediante diferenças finitas.* São Carlos, EESC-USP, 1976. Dissertação.
- 18 - FLUEGE. W. *Stresses in shells.* Berlin, Springer. Verlag, 1960.
- 19 - FISCHER, L. *Theory and practice of shell structures.* Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 20 - GAUTHRON, R. *Calcul des cuves des châteaux d'eau.* Paris, Eyrolles, 1957.
- 21 - GIRKMANN, K. *Flachentragwerke,* 5. ed. Viena, Springer. Verlag, 1959.
- 22 - GRAVINA, P.B.J. *Teoria e cálculo das cascas de rotação.* São Paulo, 1957.
- 23 - HAAS, A.M. *Design of thin concrete shells.* New York, John Wiley & Sons, 1962 (V.1); 1967 (V.2).
- 24 - HAMPE, E. *Statik: rotationssymmetrischer flächentragwerke.* Berlin, Verlag für Bauwesen, 1968. v.1.
- 25 - HAMPE, E. *Vorgespannte Konstruktionen.* Berlin, Verlag für Bauwesen, 1965. v.2.
- 26 - HAMPE, E. *rotationssymmetrischer flächentragwerke.* Berlin, Verlag für Bauwesen, 1970. v.3.
- 27 - HANAI, J.B. - *Reservatórios com parede ondulada.* São Carlos, EESC-USP, 1981. Dissertação.

- 28 - JOHNSON, S.M.; KAVANAGH, T.C. *The design of foundations for buildings*. New York, McGraw Hill, 1968.
- 29 - LAPONCHE, R.; ARNOULT, J. *Reservoir hiperbolique a paroi mince en béton précontraint*. Travaux: 210-213, mars 1948.
- 30 - LEONHARDT, F. *Hormigon pretensado*. Madrid, MAG, 1977.
- 31 - MANNING, G.P. *Reinforced concrete reservoirs and tanks*. London, Butler & Tanner, 1972.
- 32 - MATHIS, H. *Wasserturm Uttenhofen, Landkreis Schwäbisch Hall (BRD)*. IABSE STRUCTURES C-22/82: 52-53, august 1982.
- 33 - MATLOCK, H.; REESE, L.C. Generalized solution for laterally loaded piles. *Proc. ASCE 86 (SM5)*: 63-91, october 1960.
- 34 - OTEO, C.S.; VALERIO, J. A simplified analysis of piles with lateral loads. *Proc. of the tenth international conference on soil mechanics and foundation engineering*: 795-798, 1981. v.2.
- 35 - POULOS, H.G.; DAVIS, E.H. *Pile foundation analysis and design*. New York, John Wiley & Sons, 1980.
- 36 - PLÜGER, A. *Estatica elemental de las cáscaras*. Buenos Aires, EUDEBA, 1964.
- 37 - REESE, L.C. Design and evaluation of load tests on deep foundations. *ASTM-STP 670*, Raymond Lundgreen: 4-26, 1979.
- 38 - REKACH, V.G. *Static theory of thin-walled space structures*. Moscow, Mir Publishers, 1978.
- 39 - SEIDE, P. *Small elastic deformations of thin shells*. London, William Clowes & Sons, 1975.
- 40 - SOARE, M. *Application des équations aux différences finies au calcul des coques*. Paris, Eyrolles, 1962.
- 41 - TIMOSHENKO, S. *Theory of plates and shells*. 2 ed. New York, McGraw Hill, 1959.

- 42 - VENTURINI, W.S. *Contribuição ao dimensionamento de reservatórios cilíndricos pretendidos.* São Carlos, EESC-USP, 1979. Dissertação.
- 43 - VISWANATH, H.R.; NANJUNDA, S.H.K. Elevated water tank near Bangalore (India). *IABSE STRUCTURES C-22/82:* 48-49, august 1982.

