

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO
CONTÍNUO POR POLINÔMIOS DE INTERPOLAÇÃO.

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ENGº MARCIO ANTONIO RAMALHO

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ ELIAS LAIER

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Dr^a Helena M.C. Carmo Antunes (Representando o orientador)

Prof. Dr. Mário Franco

Prof. Dr. Eddie Mancini

SUPLENTES

Prof. Dr. João Cesar Hellmeister

Prof. Dr. Maximilian Emil Hehl

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SÃO CARLOS, ABRIL DE 1983

AGRADECIMENTO

Agradeço a todos que direta ou indiretamente permitiram a realização deste trabalho. Em especial aos professores José E. Laier, meu orientador, sempre preste e atencioso e João C.A. Oliveira e Souza, por valiosas sugestões feitas.

RESUMO

O trabalho aborda a integração numérica, via computador, de equações diferenciais da técnica do meio contínuo, utilizando-se para tanto polinômios interpoladores. Pretende-se demonstrar que esse processo de integração, chamado por alguns autores de processo da colocação, permite a obtenção de bons resultados com pequena utilização de memória e de tempo de processamento.

Inicialmente apresenta-se, de maneira sucinta, os principais conceitos necessários ao entendimento da técnica do meio contínuo, deduzindo-se os equacionamentos de algumas associações planas e tridimensionais. Depois mostra-se a obtenção de algoritmos de integração para as associações estudadas. Por fim, são apresentados exemplos de aplicação e a análise dos resultados encontrados, seguindo-se as conclusões gerais obtidas com o desenvolvimento da pesquisa.

ABSTRACT

This work is concerned with the numerical solution of the differential equations of the continuous medium technique with the use of polynomial interpolations. It is shown that the adopted process gives good results which are obtained with the use of reduced computer working area and time.

The main concepts of the continuous medium technique are presented based on some particular plane and tridimensional formulations. The numerical integration algorithm for the analysed cases are also formulated. Finally some numerical results are discussed followed by the concluding remarks for the present work.

Í N D I C E

NOTAÇÃO	1
CONVENÇÃO DE SINAIS	3
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	6
CAPÍTULO 2 - A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO APLICADA À ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS ALTOS	9
2.1 - INTRODUÇÃO	9
2.2 - CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES	10
2.3 - TIPOS BÁSICOS DE ELEMENTOS	10
2.3.1 - Painel parede	10
2.3.2 - Painel pórtico	13
2.3.3 - Molas de torção	15
2.4 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO POR BARRAS ARTICULADAS	17
2.5 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PÓRTICOS E NÚCLEOS	19
2.5.1 - Considerações iniciais	19
2.5.2 - Equacionamento (compatibilidade e equilíbrio)	20
2.6 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTÉIS	23
2.7 - NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÉIS E SUBMETIDOS À TORÇÃO	31
2.8 - EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES.	37
2.8.1 - Considerações iniciais	37
2.8.2 - Solicitações segundo o eixo OX	39
2.8.3 - Solicitações segundo o eixo OY	42
2.8.4 - Torção segundo o eixo OZ	43
CAPÍTULO 3 - DEDUÇÃO DOS ALGORITMOS PARA INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO POR POLINÔMIOS INTERPOLADORES	46

3.1 - INTRODUÇÃO	46
3.2 - CONCEITOS BÁSICOS SOBRE O MÉTODO DE INTEGRAÇÃO ..	47
3.3 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO POR BARRAS ARTICULADAS	48
3.4 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PÓRTICOS E NÚCLEOS	53
3.4.1 - Considerações iniciais	53
3.4.2 - Dedução dos algoritmos	57
3.5 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTÉIS	62
3.6 - NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÉIS E SUB- METIDOS À TORÇÃO	66
3.7 - EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTEN- TES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES	68
3.8 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS	73
CAPÍTULO 4 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESUL- TADOS	77
4.1 - INTRODUÇÃO	77
4.2 - EXEMPLO Nº 1: ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E PARE- DE POR BARRAS ARTICULADAS	78
4.3 - EXEMPLO Nº 2: ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PARE- DES E PÓRTICOS	86
4.4 - EXEMPLO Nº 3: ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LIN- TÉIS	91
4.5 - EXEMPLO Nº 4: NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÉIS E SUBMETIDOS À TORÇÃO	94
4.6 - EXEMPLO Nº 5: EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚ- CLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓR- TICOS REGULARES	99
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES GERAIS	107
BIBLIOGRAFIA	109
ANEXO - PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS NA ELABORA- ÇÃO DOS EXEMPLOS MOSTRADOS NO CAPÍTULO 4	112

NOTAÇÃO

Estão aqui reunidos alguns símbolos utilizados na presente pesquisa. Muitos outros, de uso mais restrito ou significado imediato, são introduzidos diretamente no desenvolvimento do texto.

a) Eixos coordenados

OXYZ - sistema de eixos espacial, tendo origem na base da estrutura, sentido dextrorso e eixo OZ vertical dirigido para cima.

oxz - sistema de eixos plano, tendo origem na base da estrutura ou do painel e eixo oz vertical dirigido para cima.

oxy - sistema de eixos plano, tendo como origem o centro de gravidade de um núcleo resistente e ox e oy respectivamente paralelos à OX e OY.

b) Deslocamento

u - deslocamento segundo OX ou ox

v - deslocamento segundo OY ou oy

θ - rotação segundo OZ

c) Derivadas: números romanos como expoente caracterizam a ordem de derivação em relação a Z ou z.

d) Índices

f - Caracteriza grandezas relativas aos pórticos

w - Caracteriza grandezas relativas às paredes

L - Caracteriza grandezas relativas aos lintéis

e) Carregamento

q - representa carregamento distribuído

F - representa carregamento concentrado

f) Esforços

N - esforço solicitante normal

Q - esforço solicitante cortante

M - esforço solicitante momento fletor

T - esforço solicitante momento torçor

g) Parâmetros elásticos e geométricos

E - módulo de elasticidade longitudinal

G - módulo de elasticidade transversal

J - momento de inércia baricêntrico

j - módulo de rigidez à flexão e à flexo-torção

s_f - coeficiente de rigidez ao esforço cortante em pórticos

M_s - momento estático

S - área da seção transversal

a, b, c - coordenadas que definem a posição do plano de um painel ou do carregamento.

CONVENÇÃO DE SINAIS

a) Carregamentos

a.1) Associações planas

O carregamento será positivo quando atuar segundo o sentido positivo do eixo ox .

a.2) Núcleos associados por lintéis e submetidos à torção

O carregamento será positivo quando solicitar a estrutura no sentido horário, para um observador segundo o eixo OZ .

a.3) Demais associações tridimensionais

O sinal do carregamento é dado pelos sinais dos parâmetros a , b e c , oportunamente definidos nos itens que tratam das associações aqui consideradas.

b) Deslocamentos e rotações

b.1) Deslocamentos

Os deslocamentos serão positivos quando ocorrerem segundo o sentido positivo dos eixos sobre os quais estão definidos.

b.2) Rotação

As rotações serão positivas quando ocorrerem no sentido horário, para um observador segundo o eixo OZ .

c) Esforços solicitantes normal, cortante e momento fletor

c.1) Painéis planos (pórtico ou parede)

Para um observador que tenha o sentido positivo do eixo ox voltado para a sua direita, os esforços solicitantes positivos são os mostrados na figura 1

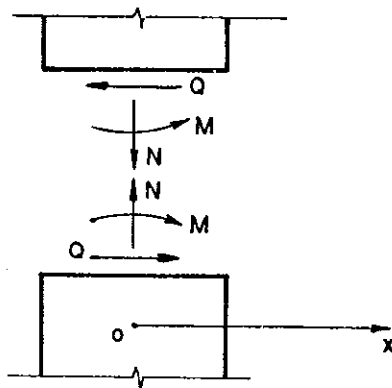


FIG.1 - ESFORÇOS SOLICITANTES POSITIVOS EM PAINÉIS PLANOS

c.2) Núcleos resistentes

Para os núcleos resistentes, a convenção é análoga à adotada para os painéis planos, apenas ressaltando-se o fato de que um núcleo pode ser observado segundo os eixos ox ou oy . Na figura 2.a estão mostrados os esforços solicitantes positivos para um observador segundo o eixo ox e na figura 2.b os esforços para um observador segundo o eixo oy .

c.3) Lintéis

Os lintéis podem estar orientados paralelamente a OX ou OY . Para um observador que tenha o sentido positivo

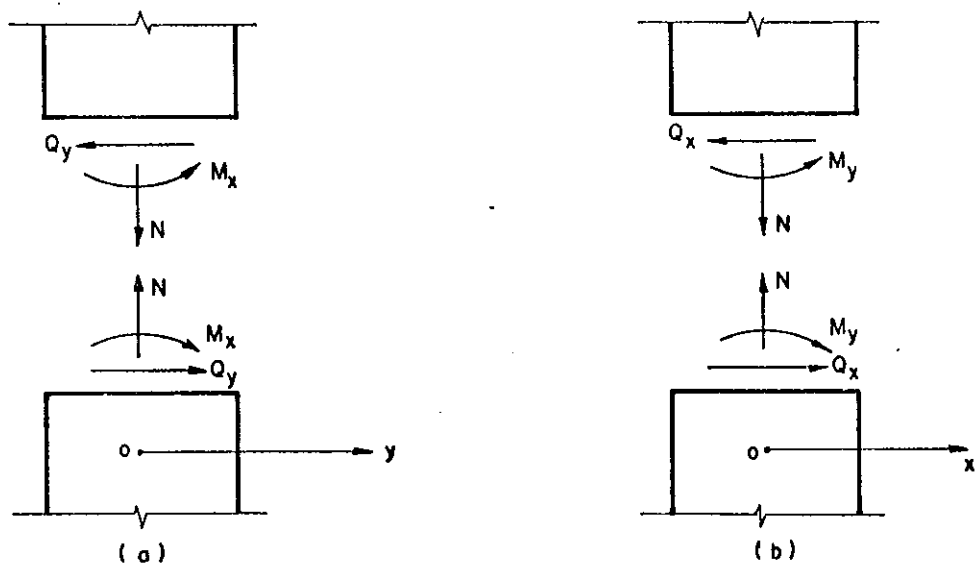


FIG. 2 - ESFORÇOS SOLICITANTES POSITIVOS NOS NÚCLEOS

do eixo paralelo ao lintel que se deseja analisar voltado para a sua direita, o esforço cortante positivo é o mostrado na figura 3.

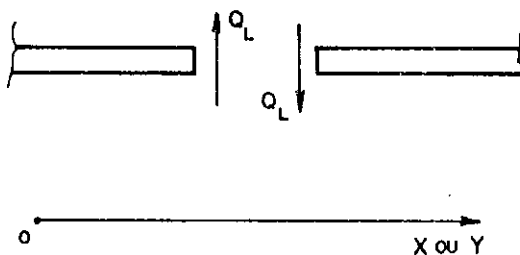


FIG. 3 - CORTANTE POSITIVA PARA OS LINTÉIS.

d) Esforço solicitante momento torçor

O esforço será positivo quando for representado por um vetor que sai da seção considerada.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A análise, via computador, da estrutura de um edifício submetido a esforços horizontais pode ser feita recorrendo-se a processos discretos ou contínuos.

Os processos discretos consistem, geralmente, em se analisar a estrutura pelo processo dos deslocamentos ou dos esforços, utilizando-se para tanto técnicas matriciais. Logicamente, para estruturas de porte avantajado, trabalha-se com matrizes de ordens elevadas e isso conduz à necessidade de uma quantidade relativamente grande de memória e de tempo de processamento. Entretanto, os processos discretos possuem a grande vantagem de serem adequados à análise de estruturas que apresentam características geométricas ou elásticas variáveis, tanto em planta como em elevação, STAMATO [1].

Já os processos contínuos consistem em se substituir os elementos componentes da estrutura por um meio

contínuo de rigidez equivalente, obtendo-se equações diferenciais que resolvidas fornecem esforços e deslocamentos nos elementos. Desde que a estrutura possua características elásticas e geométricas constantes ao longo da altura, a solução pela chamada técnica do meio contínuo envolve muito poucos parâmetros, resultando numa relativamente pequena utilização de memória e de tempo de processamento. Aliás, para alguns casos particulares, pode-se inclusive prescindir da utilização de equipamentos computacionais, resolvendo-se o problema manualmente.

Na senda dos processos contínuos, muitos pesquisadores deram importantes contribuições. Entre eles pode-se citar: ALBIGÉS e GOULET [2], ROSENBLUETH e HOLTZ [3], CARDAN [4], FRANCO [5], BECK [6], ROSMAN [7] e outros. Já um pouco mais recentes, outros trabalhos vieram se somar às primeiras contribuições, tornando mais genéricos os equacionamentos obtidos; FRANCO [8], LAREDO [9], GLUCK [10], STAMATO [11] e MANCINI [12] são exemplos característicos.

Com o desenvolvimento de equacionamentos para as diversas associações de elementos, a atenção de alguns pesquisadores dirigiu-se para o estudo de métodos numéricos que pudessem ser adequados à resolução de equações diferenciais obtidas através da técnica do meio contínuo. No Departamento de Estruturas da EESC-USP, voltados a essa linha de pesquisa, podem-se citar: ATAIDE [18], PROENÇA [19], SEIXAS [20], OLIVEIRA [21]. Exatamente nesse contexto é que se enquadra este trabalho. Sua finalidade é mostrar a integração de equações diferenciais da técnica do meio contínuo, obtidas para estruturas de edifícios altos sujeitos exclusivamente à carregamento horizontal, pela aplicação de polinômios interpoladores. Procura-se com esta pesquisa mostrar que o chamado processo da colocação, BREBBIA [22], atende a 3 pontos de grande importância:

a) Uso bastante restrito de memória e de tempo de processamento.

b) Boa convergência

c) Simplicidade nos algoritmos de integração

Justifica-se a importância de tais características, que evidentemente estão inter-relacionadas, lembrando-se que a técnica do meio contínuo é muito adequada a pré-dimensionamentos, e assim sendo, um processo de integração para suas equações deve apresentar baixo custo de processamento, mesmo para utilizações repetidas.

O trabalho está organizado em 5 capítulos, sendo o primeiro deles exatamente esta introdução. No capítulo 2 apresenta-se a técnica do meio contínuo, mostrando-se suas principais considerações, elementos básicos e os equacionamentos para algumas associações planas e tridimensionais. No capítulo 3, após os conceitos básicos sobre o processo de integração, segue-se a dedução dos algoritmos a serem usados para integrar as equações regentes das associações estudadas no capítulo 2. Já o capítulo 4 mostra alguns exemplos de aplicação, com a respectiva análise dos resultados obtidos. Por fim, no capítulo 5 apresentam-se as conclusões gerais a que se chegou com o desenvolvimento da pesquisa.

CAPÍTULO 2

A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO APLICADA À ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS ALTOS

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo faz-se uma breve apresentação da técnica do meio contínuo aplicada a estruturas de edifícios altos submetidos a carregamentos horizontais. Inicialmente apresentam-se algumas das principais hipóteses e considerações utilizadas na dedução dos equacionamentos. Depois, estuda-se o comportamento dos elementos básicos, painéis pórtico e parede e "mola de torção", mostrando-se suas equações diferenciais regentes. Por fim, a título de aplicação, são estudadas algumas associações planas e tridimensionais, cujas equações serão integradas no capítulo seguinte.

2.2 - CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES

No intuito de elucidar o comportamento de um edifício, do ponto de vista da técnica do meio contínuo, é interessante que se apresente suas principais suposições, ou seja:

a) No caso genérico, um edifício é considerado uma associação tridimensional de painéis contraventados por diafragmas horizontais, continuamente distribuídos pela altura da estrutura.

b) Os mencionados diafragmas representam as lajes do edifício, que se supõe infinitamente rígidas no seu próprio plano e sem rigidez transversal.

c) Chama-se painel a todo elemento vertical (pórtico, parede, núcleo resistente, etc.) que receba as cargas horizontais aplicadas pelas lajes e as transmitam à fundação. Os painéis planos (pórticos, paredes, etc.) apenas admitem esforços no seu próprio plano, tendo rigidez desprezível para esforços normais a este.

d) É admitido um comportamento elástico-linear para o conjunto dos elementos.

Além das hipóteses gerais aqui mencionadas, existirão outras, específicas para os elementos e associações a serem estudados. Nesse caso, sua apresentação se fará no momento oportuno.

2.3 - TIPOS BÁSICOS DE ELEMENTOS

2.3.1 - Painel parede

As paredes são painéis considerados deformáveis exclusivamente por momento fletor, já que a parcela devida ao esforço cortante é desprezada. Isso se faz pois o painel

parede pode ser encarado como um consolo de altura H submetido a uma carga distribuída transversal, e portanto, pela teoria técnica da flexão, a deformação provocada pelo momento fletor é largamente preponderante sobre a do esforço cortante.

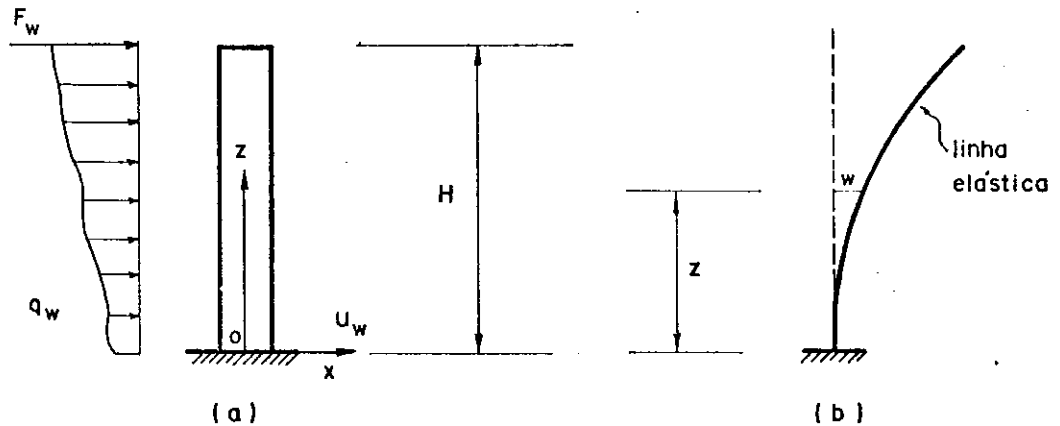


FIG. 2.1 - PAINEL PAREDE

Para o presente estudo, considere-se a parede de altura H submetida ao carregamento distribuído q_w e à carga concentrada F_w , da esquerda para a direita, conforme mostra-se na figura 2.1.a. Com tal carregamento a concavidade da elástica do painel fica naturalmente voltada para a direita e, como a parede é suposta rigidamente engastada na base, a tangente à elástica na base confunde-se com o eixo inicial do painel (fig.2.1.b).

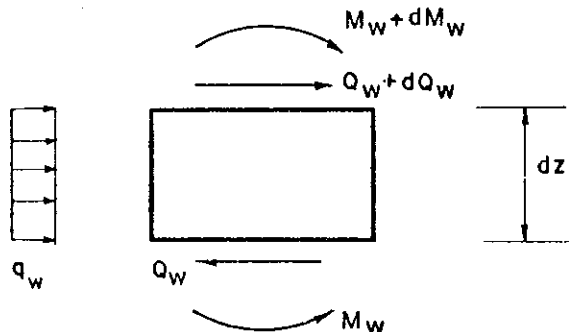


FIG. 2.2 - ELEMENTO DIFERENCIAL DA PAREDE

Pelo equilíbrio de um elemento diferencial da parede (fig.2.2), pode-se obter relações diferenciais entre o carregamento distribuído q_w e os esforços solicitantes momento fletor e cortante, como se segue:

$$Q_w^I = -q_w \quad (2.1)$$

$$M_w^I = -Q_w \quad (2.2)$$

$$M_w^{II} = q_w \quad (2.3)$$

onde: o expoente romano indica a ordem de derivação em relação à variável z .

A teoria técnica da flexão permite estabelecer uma relação entre os deslocamentos u_w e o momento fletor atuante M_w , suposta desprezível a contribuição do esforço cortante, ou seja:

$$M_w = j_w u_w^{II} \quad (2.4)$$

onde: $j_w = E J_w$; E é o módulo de elasticidade longitudinal; J_w é o momento de inércia da seção transversal da parede.

Agora, utilizando-se as relações (2.2), (2.3) e (2.4), supondo j_w constante, tem-se:

$$Q_w = -j_w u_w^{III} \quad (2.5)$$

$$q_w = j_w u_w^{IV} \quad (2.6)$$

As expressões (2.4), (2.5) e (2.6) permitem obter os esforços solicitantes e a carga distribuída que atuam sobre a parede, desde que seja conhecida sua elástica.

2.3.2 - Painel p \ddot{o} rtico

Os p \ddot{o} rticos s \ddot{a} o pain \ddot{e} is que se sup \ddot{o} e serem deform \ddot{a} veis exclusivamente por esfor \ddot{c} o cortante, desprezando-se portanto a contribui \ddot{c} o do momento fletor. Al \ddot{e} m disso, o pain \ddot{e} l p \ddot{o} rtico \acute{e} admitido como se fosse um elemento estrutural de caracter \ddot{i} sticas homog \ddot{e} neas. Assim, n \ddot{a} o est \ddot{a} referindo-se a um sistema estrutural composto de pilares e vigas separados por dist \ddot{a} ncias mensur \ddot{a} veis. Na verdade, o pain \ddot{e} l p \ddot{o} rtico \acute{e} considerado um verdadeiro consolo vertical, com a particularidade de sua grande deformabilidade ao esfor \ddot{c} o cortante e grande rigidez ao momento fletor.

A figura 2.3.a apresenta um p \ddot{o} rtico de altura H submetido ao carregamento distribuido q_f e \grave{a} carga concentrada F_f , da esquerda para a direita. A el \ddot{a} stica t \ddot{i} pica do p \ddot{o} rtico apresenta, o aspecto indicado na figura 2.3.b. A concavidade fica voltada para a esquerda e as maiores inclina \ddot{c} o \ddot{e} s da tangente, em rela \ddot{c} o ao eixo inicial do pain \ddot{e} l, ocorrem na regi \ddot{a} o pr \ddot{o} xima \grave{a} base.

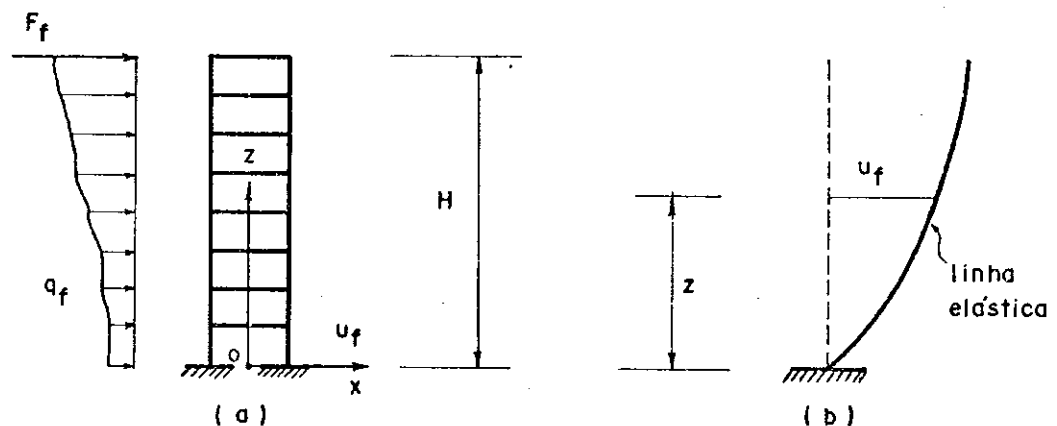


FIG. 2.3 - PAINEL P \ddot{O} RTICO

Considerando-se para o p \ddot{o} rtico um elemento diferencial, a exemplo do que foi feito para o pain \ddot{e} l parede (fig.2.2), pode-se determinar rela \ddot{c} o \ddot{e} s diferenciais formalmente id \ddot{e} nticas \grave{a} s equa \ddot{c} o \ddot{e} s (2.1), (2.2) e (2.3), ou seja:

$$Q_f^I = -q_f \quad (2.7)$$

$$M_f^I = -Q_f \quad (2.8)$$

$$M_f^{II} = q_f \quad (2.9)$$

A relação entre a cortante atuante no pórtico e a deformação observada é definida segundo vários autores, STAMATO [13], como sendo:

$$Q_f = s_f u_f^I \quad (2.10)$$

onde: s_f é um parâmetro determinado em função das características elásticas e geométricas das vigas e pilares que compõem o pórtico.

Utilizando-se agora a relação (2.7), pode-se escrever:

$$q_f = -s_f u_f^{II} \quad (2.11)$$

Para pórticos regulares sob carga horizontal, onde a rigidez relativa dos pilares não seja excessivamente maior que a das vigas, o parâmetro s_f pode ser estimado, segundo STAMATO [13], por meio da relação:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_n \left[K_{pn} \frac{\sum K}{\sum K} \right] \quad (2.12)$$

onde: h é a distância vertical entre vigas; K é a relação entre o momento de inércia e o vão (J/ℓ), seja para os pilares, seja para as vigas; \sum_n é uma somatória estendida aos nós de um determinado andar; K_{pn} é a relação J/ℓ do pilar acima do nó considerado; \sum_v é a somatória estendida às

vigas que concorrem para o n \bar{o} considerado; \sum_b \bar{e} a somat \bar{o} ria extendida a todas as barras (p \bar{i} lares e vigas) que concorrem para o n \bar{o} considerado.

Assim, de maneira an \bar{a} loga ao que ocorre com as paredes, conhecida a el \bar{a} stica de um p \bar{o} rtico pode-se conhecer a cortante e o carregamento distribuído que nele atuam (vide express \bar{o} es (2.10) e (2.11)).

2.3.3 - Molas de torç \tilde{a} o

Quando um edif \bar{i} cio possui n \bar{u} cleos resistentes de seç \tilde{a} o poligonal (em forma de U, L, etc.), cada um desses pain \bar{e} is pode ser substituído por um esquema equivalente que consiste em 2 paredes planas independentes e mais um elemento capaz de receber apenas esforç \tilde{a} o torç \tilde{a} o, que aqui ser \bar{a} chamado "mola de torç \tilde{a} o". As paredes equivalentes devem ser colocadas sobre o centro de torç \tilde{a} o da seç \tilde{a} o transversal do n \bar{u} cleo e orientadas segundo suas direç \tilde{a} oes principais, tendo como rigidezes $j_1 = EJ_1$ e $j_2 = EJ_2$, onde J_1 e J_2 s \bar{a} o os momentos principais de in \bar{e} rcia da seç \tilde{a} o transversal do n \bar{u} cleo. Por exemplo, para um n \bar{u} cleo resistente em forma de U, essa equival \bar{e} ncia est \bar{a} representada na figura 2.4.

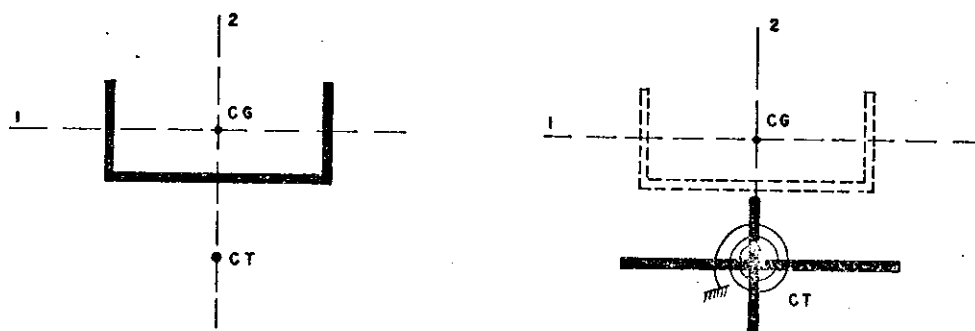


FIG.2.4 - EQUIVALÊNCIA ENTRE NÚCLEO RESISTENTE DE SEÇ \tilde{A} O POLIGONAL E PAREDES PLANAS MAIS "MOLA DE TORÇ \tilde{A} O"

Para a mola de torção pode ser desenvolvido estudo análogo aos realizados para os painéis pòrtico e parede. Considere-se o núcleo resistente ilustrado na figura 2.4. Pelo equilíbrio de um elemento de altura infinitesimal dz pode ser determinada a relação entre o esforço solicitante momento torçor, T , e a carga torçora distribuída segundo a altura do painel, q_t , apresentados com seus sentidos positivos na fig. 2.5.

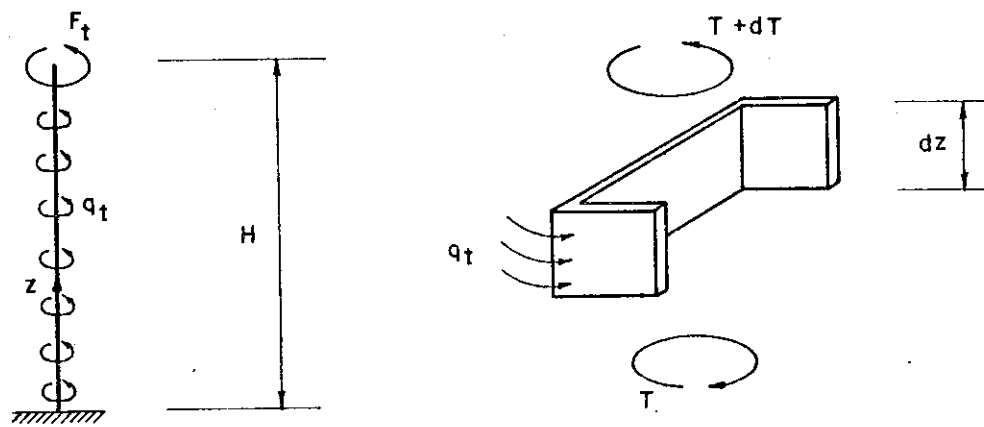


FIG. 2.5 — MOLA DE TORÇÃO

Assim o equilíbrio expressa-se por:

$$T^I = -q_t \quad (2.13)$$

Mas pela teoria da flexo-torção, VLASSOV [14], a relação entre o momento torçor e a rotação provocada pode ser escrita na forma:

$$T = GJ_t \theta^I - EJ_\omega \theta^{III} \quad (2.14)$$

onde: G é o módulo de elasticidade transversal; J_t é o momento de inércia à torção; E é o módulo de elasticidade longitudinal; J_ω é o momento de inércia setorial.

Fazendo-se $s_t = GJ_t$ e $j_\omega = EJ_\omega$, a equação (2.14), supondo j_ω e s_t constantes, resulta:

$$T = s_t \theta^I - j_\omega \theta^{III} \quad (2.15)$$

Utilizando-se agora a equação (2.13), tem-se:

$$q_t = j_\omega \theta^{IV} - s_t \theta^{II} \quad (2.16)$$

Assim, de modo análogo aos painéis p \ddot{o} rtico e parede, conhecida a rotaç \tilde{a} o θ podem ser determinados o esforço solicitante momento torçor e a carga torçora distribuída na "mola de torç \tilde{a} o".

2.4 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E P \ddot{O} R \tilde{T} ICO POR BARRAS ARTICULADAS

O sistema estrutural obtido pela associaç \tilde{a} o plana de painéis parede e p \ddot{o} rtico apresenta um comportamento interessante do ponto de vista das deformaç \tilde{o} es ocasionadas por esforços horizontais. Observando-se as elásticas t \acute{i} picas da parede e do p \ddot{o} rtico, isoladamente, verifica-se que onde a parede apresenta maior rigidez o p \ddot{o} rtico \tilde{e} mais flexível e vice-versa. Isso confere ao conjunto formado pelos 2 painéis a característica de resistir a esforços horizontais com deformaç \tilde{o} es relativamente pequenas ao longo da altura, al \acute{e} m de haver uma reduç \tilde{a} o das disparidades entre os esforços na base e no topo dos painéis.

Na figura 2.6 apresenta-se uma associaç \tilde{a} o realizada atrav \tilde{e} s de barras biarticuladas, supostas perfeitamente r \acute{i} gidas no sentido axial. A associaç \tilde{a} o est \tilde{a} submetida a um carregamento distribuído, $q = q_w + q_f$, e a uma carga concentrada, $F = F_w + F_f$. Como se mencionou anteriormente, a elástica do conjunto apresenta um comportamento h \acute{i} brido, se aproximando mais da elástica t \acute{i} pica de um ou outro painel de acordo com uma relaç \tilde{a} o que depende das rigidezes s_f e j_w .

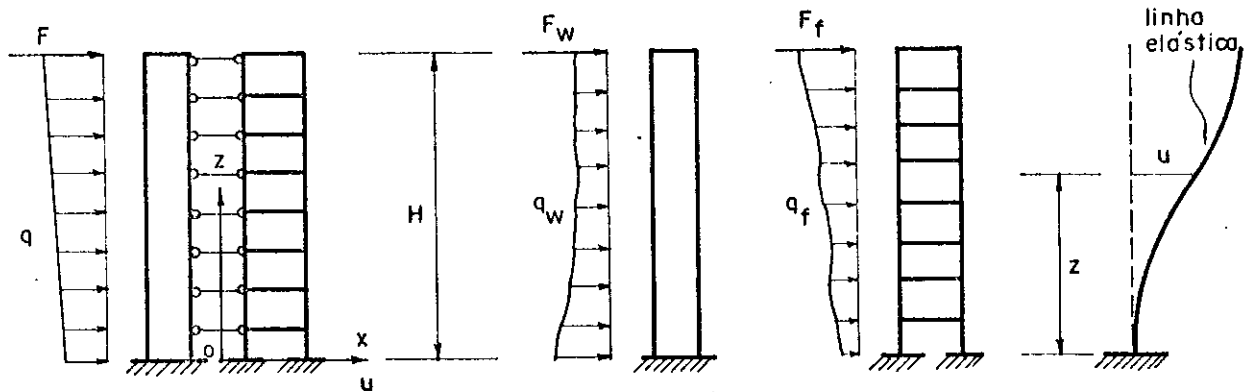


FIG. 2.6 — ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO

Para o equacionamento do problema, basta lembrar que a cortante no conjunto, supostamente conhecida em função das cargas aplicadas, é a soma das cortantes atuantes respectivamente na parede e no pórtico, ou seja:

$$Q = Q_w + Q_f \quad (2.17)$$

Utilizando-se as expressões (2.5) e (2.10) na equação (2.17) e lembrando-se que $u = u_f = u_w$, tem-se:

$$Q = -j_w u^{III} + s_f u^I \quad (2.18)$$

Na integração da equação (2.18) aparecem 3 constantes que dependem das condições de contorno. A primeira condição que pode ser utilizada é o deslocamento do conjunto na base igual a zero. Depois, a primeira derivada da elástica, também na base, igual a zero. Finalmente, a terceira condição é a segunda derivada da elástica igual a zero no topo. Convém ressaltar que as 2 últimas condições justificam-se pela presença da parede rigidamente engastada na base e ausência do momento fletor no topo. Resumindo, tem-se:

$$u(z=0) = 0$$

$$u^I(z=0) = 0 \tag{2.19}$$

$$u^{II}(z=H) = 0$$

Caso os coeficientes j_w e s_f sejam constantes em toda a altura do edifício, isto é, caso as características elásticas e geométricas dos painéis não variem ao longo da altura, a equação (2.18) pode ser integrada facilmente de maneira analítica. Caso contrário, pode-se optar por um método de integração numérica, sendo que um deles é objeto do Capítulo 3. Em geral, a integração de equações diferenciais a coeficientes variáveis não é viável na forma fechada.

2.5 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PÓRTICOS E NÚCLEOS

2.5.1 - Considerações iniciais

O caso tridimensional de associação de paredes e pórticos pode ser tratado como uma generalização do procedimento anteriormente desenvolvido para o caso plano. Entretanto, além dos movimentos de translação que o edifício experimenta segundo 2 eixos, existe ainda a rotação dos diafragmas, segundo um eixo vertical.

A figura 2.7 apresenta a planta de um edifício com posto por associação tridimensional de paredes e pórticos, incluindo-se também a existência de núcleo resistente. Usa-se como referência um sistema OXYZ, onde os eixos OX e OY estão contidos no plano da base e OZ é um eixo segundo a altura do edifício. Definem-se também os deslocamentos u e v , respectivamente na direção de OX e OY, e a rotação θ , segundo o eixo OZ. A posição do carregamento é caracterizada por coordenadas a , b e c , onde a e b são as componen-

tes do versor horizontal contido no plano do carregamento, segundo OX e OY , e c é o momento desse versor em relação ao eixo OZ . Considera-se a coordenada c como positiva se for dextrorso tal momento para um observador segundo o eixo OZ .

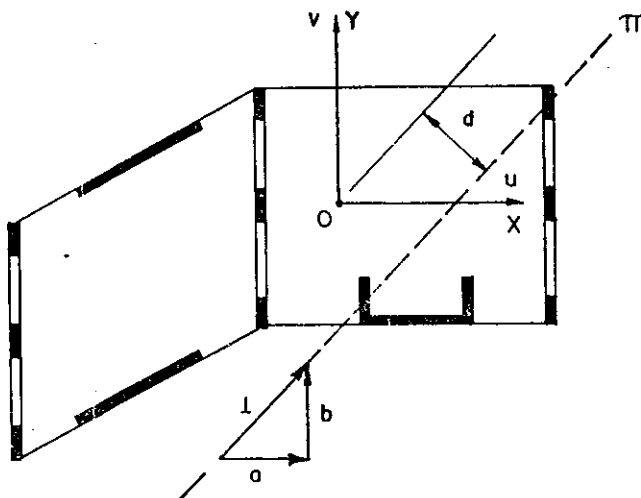


FIG. 2.7 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PÓRTICOS E NÚCLEOS

Cada painel tem sua posição definida por coordenadas a_f , b_f e c_f , se pórtico, ou a_w , b_w e c_w , se parede. Essas coordenadas são similares às apresentadas para a definição do carregamento. Além disso, para cada painel adota-se um sistema de referência local oxz , sendo ox horizontal (no sentido do versor de coordenadas a , b e c) e oz vertical, ambos contidos no plano do painel. Na direção de ox define-se o deslocamento u_f , se tratar-se de um pórtico, ou u_w , se tratar-se de uma parede, conforme mostra-se na figura 2.8.

2.5.2 - Equacionamento (compatibilidade e equilíbrio)

Por superposição de efeitos determinam-se os deslocamentos na parede genérica (u_w) e no pórtico genérico

Handwritten notes:
 ...
 (u, v, θ)

(u_f) em função dos deslocamentos e da rotação do conjunto (u, v, θ) :

$$u_w = a_w u + b_w v + c_w \theta \tag{2.20}$$

$$u_f = a_f u + b_f v + c_f \theta \tag{2.21}$$

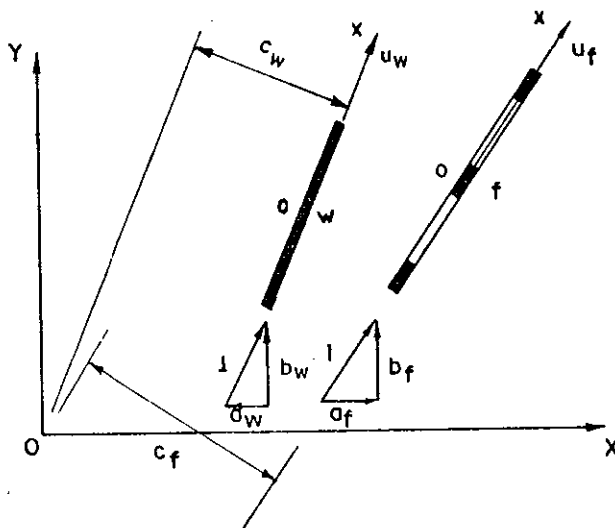


FIG.2.8- COORDENADAS DOS PAINÉIS E SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA

Convém lembrar que para a mola de torção não existe diferença entre o giro do conjunto (θ) e o giro na mola, qualquer que seja sua posição.

Chamando n_w , n_f e n_t respectivamente o número de paredes, pórticos e "molas" e a força cortante do carregamento, numa determinada cota Z, de Q, pode-se escrever por equilíbrio:

$$\sum_1^{n_w} Q_w a_w + \sum_1^{n_f} Q_f a_f = Qa$$

$$\sum_1^{n_w} Q_w b_w + \sum_1^{n_f} Q_f b_f = Qb \tag{2.22}$$

$$\sum_1^{n_w} Q_w c_w + \sum_1^{n_f} Q_f c_f + \sum_1^{n_t} T = Qc$$

Mas, conforme as expressões (2.5), (2.10) e (2.15), tendo-se em vista as equações (2.20) e (2.21), resulta:

$$Q_w = -j_w (a_w u^{III} + b_w v^{III} + c_w \theta^{III}) \quad (2.23)$$

$$Q_f = s_f (a_f u^I + b_f v^I + c_f \theta^I) \quad (2.24)$$

$$T = s_t \theta^I - j_w \theta^{III} \quad (2.25)$$

Levando-se as expressões (2.23), (2.24) e (2.25) em (2.22), tem-se:

$$- \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^{III} \\ v^{III} \\ \theta^{III} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^I \\ v^I \\ \theta^I \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

com: $J_{gh} = \sum_1^n j_w g_w h_w$

$$S_{gh} = \sum_1^n s_f g_f h_f$$

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_1^n j_w$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_1^n s_t$$

onde: g e h são quaisquer das coordenadas a, b e c utilizadas para definir a posição dos painéis.

Pode-se ainda escrever a expressão (2.26) compactamente, como se segue:

$$- [J] \{U^{III}\} + [S] \{U^I\} = Q \{A\} \quad (2.27)$$

A resolução do sistema (2.27), quando a matriz $[J]$ não é singular ($\det[J] \neq 0$), envolve a consideração do seguinte conjunto de condições de contorno:

Na base:

$$u(Z=0) = 0 ; v(Z=0) = 0 ; \theta(Z=0) = 0$$

$$u^I(Z=0) = 0 ; v^I(Z=0) = 0 ; \theta^I(Z=0) = 0$$

No topo:

$$u^{II}(Z=H) = 0 ; v^{II}(Z=H) = 0 ; \theta^{II}(Z=H) = 0$$

Por ser um sistema de 3 equações diferenciais interdependentes, a solução analítica das equações (2.27), para o caso genérico de associação tridimensional, é bastante trabalhosa. Pode-se entretanto conseguir uma série de simplificações considerando-se disposições especiais do conjunto de painéis (simetria, etc.) e posições particulares do sistema de referência OXYZ, conforme chama atenção STAMATO [11]. De qualquer maneira, o escopo deste trabalho é solucionar as referidas equações através de um processo numérico, que será apresentado no próximo capítulo, deixando-se de abordar tais aspectos de grande interesse prático.

2.6 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTÉIS

Considere-se 2 paredes de altura H , ligadas através de lintéis, e submetidas a um carregamento distribuído linear, conforme mostra-se na figura 2.9.

Com a deformação do conjunto, os lintéis aplicam sobre as paredes não só forças horizontais, como aconteceria se estivesse tratando-se de uma associação realizada por barras articuladas, mas também forças verticais e momentos fletores. Esses 2 últimos esforços influem de maneira sensível no comportamento do conjunto, devendo ser levados em consideração para uma avaliação mais real dos esforços e deslocamentos que ocorrem na associação.

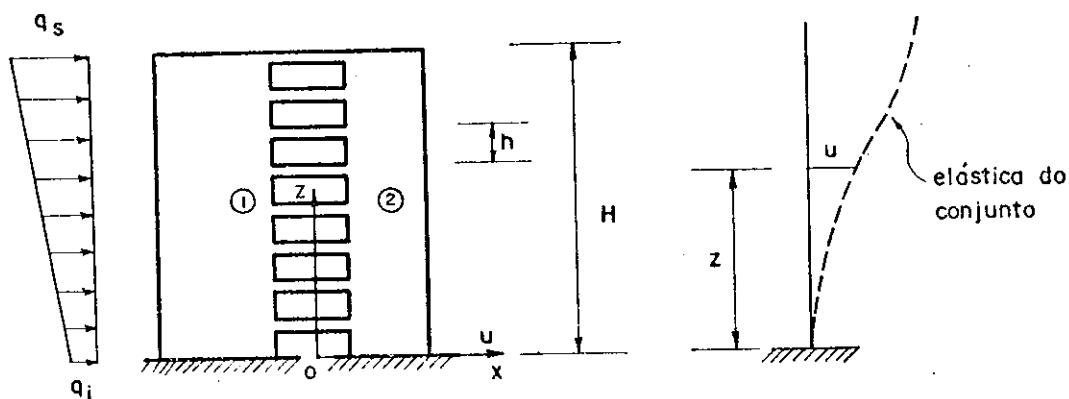


FIG. 2.9 - PAREDES ASSOCIADAS POR LINTÉIS

O equacionamento aqui deduzido, utilizando a técnica do meio contínuo, pressupõe algumas hipóteses básicas de cálculo, já apresentadas com detalhes em ALBIGÉS e GOULET [2]. Delas as principais são:

- a) O edifício é elevado e a altura dos andares, h , é constante.
- b) Todos os lintéis tem as mesmas características elásticas e geométricas e possuem rigidez transversal pequena em relação às paredes.
- c) As paredes são rigidamente engastadas na base e possuem características constantes ao longo da altura.

A figura 2.10, que apresenta a seção transversal e a posição deformada do conjunto, mostra por considerações geométricas que:

$$f_1 = f_2 + f_3 \quad (2.28)$$

onde: f_1 é a distância entre as seções transversais (situadas num mesmo nível na posição indeformada) sem considerar a deformação devida à normal; f_2 é a distância entre as seções transversais levando-se em conta a deformação devida ao esforço normal; finalmente, $f_3 = f'_3 + f''_3$, é a soma das deformações verticais das paredes considerando-se apenas o esforço normal.

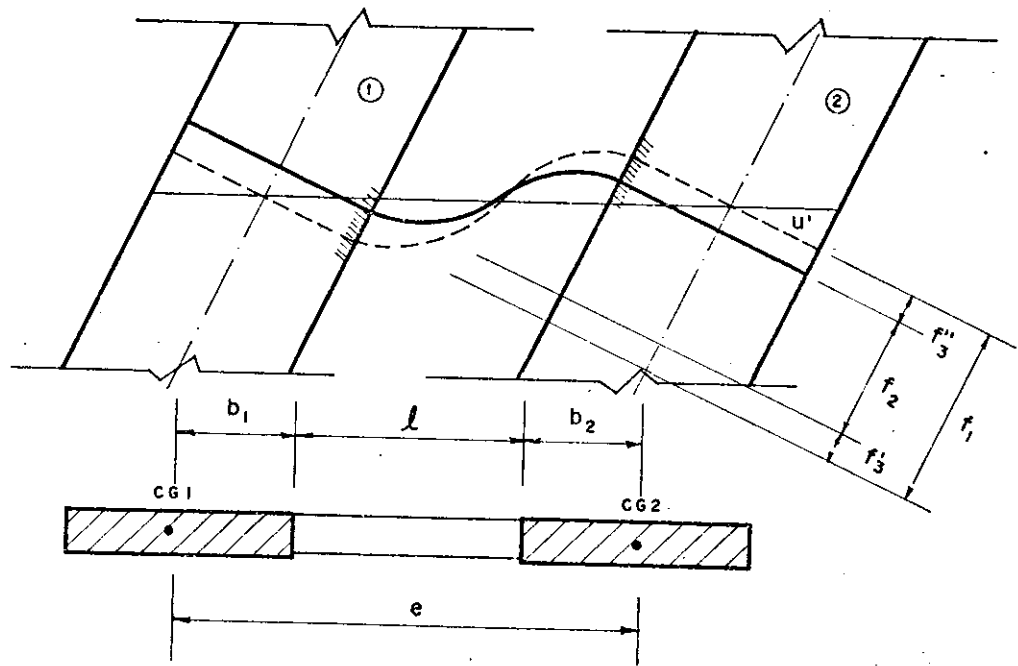


FIG.2.10 — SEÇÃO TRANSVERSAL E POSIÇÃO DEFORMADA DO CONJUNTO

Pode-se escrever ainda, com base em considerações geométricas:

$$f_1 = eu^I \quad (2.29)$$

Considerando-se que as seções transversais médias dos lintéis possuem momento fletor nulo, pode-se estabelecer agora uma relação entre f_2 e a cortante no elemento, que será chamada Q_L (fig.2.11):

$$f_2 = \frac{Q_L \ell^3}{12j_L} \quad (2.30)$$

onde: $j_L = EJ_L$; J_L é o momento de inércia da seção transversal dos lintéis.

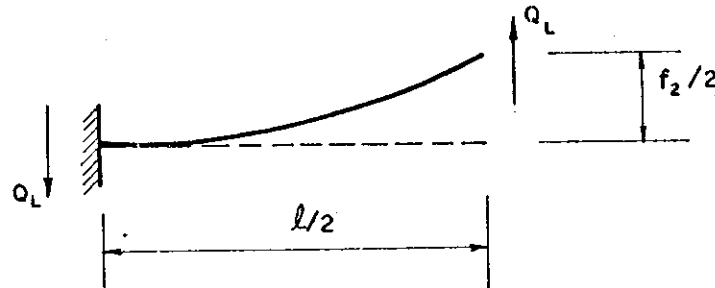


FIG.2.II — FORÇA CORTANTE NO LINTÉL

Finalmente, a deformação por força normal, f_3 , pode ser escrita como sendo:

$$f_3 = \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \int_0^z N dz \quad (2.31)$$

onde: S_1 e S_2 são as áreas das seções transversais das paredes.

Substituindo-se as expressões (2.29), (2.30) e (2.31) em (2.28), obtêm-se:

$$eu^I = \frac{Q_L \ell^3}{12j_L} + \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \int_0^z N dz \quad (2.32)$$

Por derivação, encontra-se:

$$eu^{II} = \frac{\ell^3}{12j_L} Q_L^I + \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) N \quad (2.33)$$

$$eu^{III} = \frac{\ell^3}{12j_L} Q_L^{II} + \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) N^I \quad (2.34)$$

Considerando-se o equilíbrio, segundo o eixo oz , de um elemento infinitesimal da parede, figura 2.12, obtêm-se:

$$N^I = - \frac{Q_L}{h}$$

Então a expressão (2.34) fica:

$$eu^{III} = \frac{\ell^3}{12j_L} Q_L^{II} - \frac{1}{E} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \frac{Q_L}{h} \quad (2.35)$$

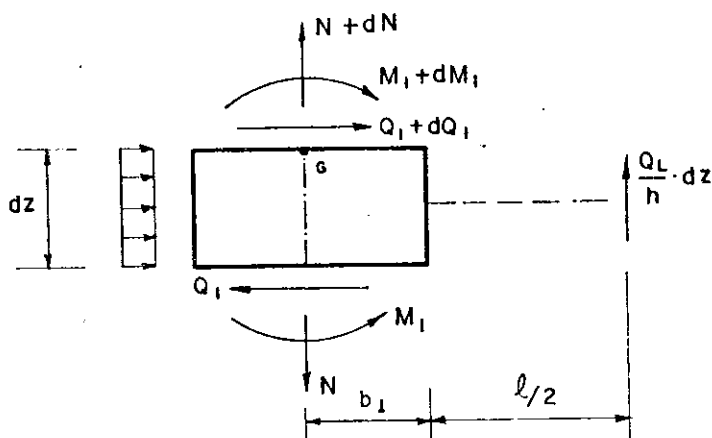


FIG. 2.12 - EQUILÍBRIO EM ELEMENTO DA PAREDE (1)

Chamando-se Q_1 e M_1 , respectivamente, a cortante e o momento fletor na parede (1), obtêm-se, derivando-se a relação clássica $u^{II} = M/EJ$, a seguinte expressão:

$$M_1^I = EJ_1 u^{III} = j_1 u^{III} \quad (2.36)$$

onde: J_1 é o momento de inércia da parede (1) em relação a um eixo que passa pelo ponto CG_1 .

Pelo equilíbrio dos momentos, em relação ao ponto G (fig.2.12), resulta:

$$M_1^I = -Q_1 + \frac{(\ell/2+b_1)}{h} Q_L \quad (2.37)$$

Das expressões (2.36) e (2.37), obtêm-se:

$$j_1 u^{III} = -Q_1 + \frac{(\ell/2+b_1)}{h} Q_L \quad (2.38)$$

Analogamente, para a parede (2) pode-se escrever:

$$j_2 u^{III} = -Q_2 + \frac{(\ell/2+b_2)}{h} Q_L \quad (2.39)$$

Somando-se as equações (2.38) e (2.39), obtêm-se:

$$Q_L = \frac{h}{e} \left[(j_1+j_2) u^{III} + Q \right] \quad (2.40)$$

onde: $Q = Q_1 + Q_2$, ou seja, a cortante no conjunto.

Por derivação, tem-se:

$$Q_L^{II} = \frac{h}{e} \left[(j_1+j_2) u^V + Q^{II} \right] \quad (2.41)$$

Agora, substituindo-se as equações (2.40) e (2.41) em (2.35) e agrupando-se convenientemente os termos, resulta:

$$Q = \frac{h e \ell^3 E (j_1+j_2)}{12 e j_L (1/S_1+1/S_2)} u^V - \left[j_1+j_2 + \frac{e^2 E}{(1/S_1+1/S_2)} \right] u^{III} + \frac{h e \ell^3 E}{12 e j_L (1/S_1+1/S_2)} Q^{II} \quad (2.42)$$

Mas, por considerações de ordem geométrica, sabe-se ainda que:

$$M_s = \frac{e}{(1/S_1 + 1/S_2)}$$

$$j_c = j_1 + j_2 + eM_s E$$

onde: M_s é o momento estático de qualquer uma das paredes em relação a um eixo passando pelo CG do conjunto; $j_c = EJ_c$; J_c é o momento de inércia do conjunto em relação a um eixo passando pelo ponto CG.

Então, a equação (2.42) pode ser escrita na forma:

$$Q = \frac{hM_s \ell^3 E (j_1 + j_2)}{12ej_L} u^V - j_c u^{III} + \frac{hM_s \ell^3 E}{12ej_L} Q^{II}$$

ou ainda:

$$Q + \alpha Q^{II} = \alpha (j_1 + j_2) u^V - j_c u^{III} \tag{2.43}$$

onde: $\alpha = \frac{hM_s \ell^3 E}{12ej_L}$

Com a adoção de um carregamento externo linearmente distribuído, a exemplo do que foi feito para os casos de associação de paredes e pórtilcos, a derivada segunda da cor tante do conjunto será uma constante. Assim, definindo-se como q_s e q_i o valor da carga distribuída respectivamente no topo e na base das paredes, figura 2.9, e sendo H a altura da associação, a mencionada constante resulta:

$$Q^{II} = -\frac{(q_s - q_i)}{H} \quad (2.44)$$

Finalmente, as cinco condições de contorno necessárias à resolução da equação (2.43) podem ser:

Na base:

$$u(z=0) = 0 \quad (2.45)$$

$$u^I(z=0) = 0 \quad (2.46)$$

$$u^{III}(z=0) = -\frac{Q(z=0)}{(j_1 + j_2)} = -\frac{(q_s + q_i)H}{2(j_1 + j_2)} \quad (2.47)$$

No topo:

$$u^{II}(z=H) = 0 \quad (2.48)$$

$$u^{IV}(z=H) = -\frac{Q^I(z=H)}{(j_1 + j_2)} = \frac{q_s}{(j_1 + j_2)} \quad (2.49)$$

As condições (2.45), (2.46) e (2.48) são imediatas e dispensam comentários. Já a equação (2.47) é encontrada aplicando-se a expressão (2.32) para $z = 0$. Nesse caso, conclui-se que $Q_L(z=0) = 0$, o que resulta, pela equação (2.40), na condição (2.47). Por fim, na equação (2.33), para $z = H$, conclui-se que $Q_L^I(z=H) = 0$. Então, derivando-se a expressão (2.40), obtêm-se a condição (2.49).

Conhecido o deslocamento do conjunto, u , através da equação (2.43) e suas respectivas condições de contorno, pode-se determinar a normal e o momento fletor nas paredes bem como a cortante nos lintéis:

$$M_1 = j_1 u^{II} \quad (2.50)$$

$$M_2 = \frac{j_2}{j_1} M_1 \quad (2.51)$$

$$Q_1 = -j_1 u^{III} \quad (2.52)$$

$$Q_2 = \frac{j_2}{j_1} Q_1 \quad (2.53)$$

$$N = \frac{M - M_1 - M_2}{e} \quad (2.54)$$

$$Q_L = \frac{h}{e} \left[(j_1 + j_2) u^{III} + Q \right] \quad (2.55)$$

2.7 - NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÊIS E SUBMETIDOS À TORÇÃO

No presente item, vai-se estudar o comportamento à torção de 2 núcleos resistentes iguais, de seção transversal em forma de U, e ligados por pares de lintéis a espaçamentos regulares h , conforme mostra-se na figura 2.13. A referência para o conjunto é o sistema de eixos dextrorso OXYZ, com deslocamentos u e v respectivamente na direção de OX e OY e rotação θ segundo OZ. Define-se ainda, para cada núcleo, um sistema plano oxy, com ox e oy paralelos respectivamente a OX e OY.

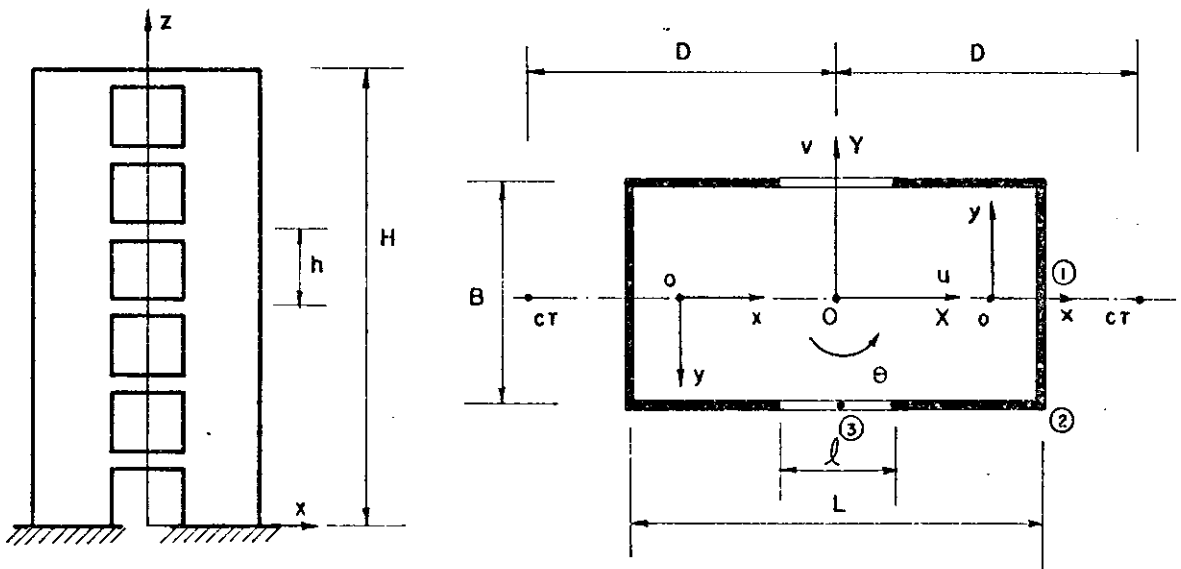


FIG. 2.13 — ASSOCIAÇÃO DE NÚCLEOS ESTRUTURAIS SUBMETIDOS À TORÇÃO

Antes de se equacionar a associação aqui considerada, convém ressaltar algumas hipóteses para os lintéis:

a) Os lintéis são considerados independentes e não influem nas características elásticas e geométricas dos núcleos.

b) Os lintéis são supostos rigidamente engastados nos núcleos e apresentam momento nulo na seção média.

Lembrando-se que a estrutura aqui considerada possui 2 eixos de simetria, pode-se calcular a força cortante que age nos lintéis em função da rotação θ do conjunto considerando-se para tanto os deslocamentos dos pontos (1), (2) e (3), assinalados na figura 2.13; MICHAEL [15]. Para a flexão na direção de OY, tem-se:

$$v_1 = v_2 = \frac{1}{2} L\theta \rightarrow v^I = \frac{1}{2} L\theta^I$$

Então, para o deslocamento do ponto (2), encontra-se:

$$f_2 = \frac{1}{2} B v^I$$

Repetindo-se o procedimento, na direção de OX, obtêm-se:

$$u_2 = u_3 = \frac{1}{2} B\theta \rightarrow u^I = \frac{1}{2} B\theta^I$$

$$f_3 = f_2 + \frac{1}{2} L u^I$$

$$f_3 = \frac{1}{2} BL\theta^I$$

(2.56)

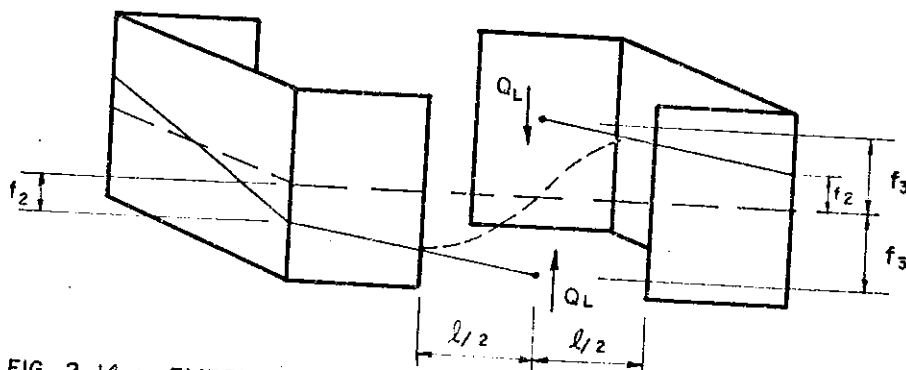


FIG. 2.14 - EMPENAMENTO NA SEÇÃO CENTRAL DOS LINTÉIS

O empenamento f_3 , expresso pela equação (2.56) e mostrado na figura 2.14, ocorreria na hipótese dos lintéis apresentarem um seccionamento em seu ponto médio. Isso na realidade não acontece. Entretanto, a equação (2.56) permite que se conheça a cortante que age nos lintéis, Q_L , pois na ausência do momento fletor é esse o único esforço que realiza a compatibilização dos deslocamentos nos pontos médios dos lintéis. Assim, pode-se escrever:

$$Q_L = \frac{24j_L}{l^3} f_3$$

ou seja:

$$Q_L = \frac{12j_L BL}{l^3} \theta I$$

onde: $j_L = EJ_L$; J_L é o momento de inércia da seção transversal dos lintéis.

Utilizando-se o conceito básico da técnica do meio contínuo, ou seja, distribuindo-se o esforço cortante pela distância h , obtém-se:

$$q_L = \frac{12j_L BL}{hl^3} \theta I$$

Esses esforços, aplicados pelos lintéis sobre os núcleos resistentes, tem como efeito um momento fletor distribuído em torno do eixo ox , que em módulo se escreve:

$$m_L = \frac{12j_L B^2 L}{hl^3} \theta I \quad (2.57)$$

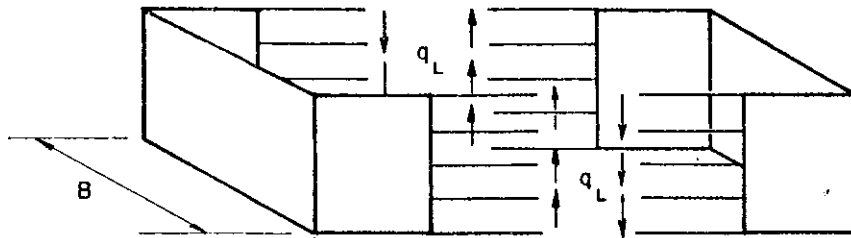


FIG. 2.15 - MOMENTO APLICADO PELA CORTANTE DOS LINTÉIS

Considerando-se agora o equilíbrio do conjunto, em relação ao esforço solicitante momento torçor, pode-se escrever, desprezando-se o bimomento provocado pelas cortantes dos lintéis:

$$T = 2s_t \theta^I - 2j_\omega \theta^{III} + 2D Q_y \quad (2.58)$$

onde: T é o esforço solicitante momento torçor; $s_t = GJ_t$; J_t é o momento de inércia a torção livre de um dos núcleos, $j_\omega = EJ_\omega$; J_ω é o momento setorial de inércia de um dos núcleos; Q_y é o esforço cortante nos núcleos, devido à flexão, na direção do eixo oy .

As parcelas em θ^I e θ^{III} da equação (2.58) representam, respectivamente, o momento de torção livre e o momento de flexo-torção que atuam nos núcleos. Resta agora equacionar a cortante Q_y em função da rotação θ e para tanto analisa-se o equilíbrio de um elemento diferencial do núcleo, figura 2.16, obtendo-se:

$$\frac{dM_x}{dz} = -Q_y + m_L$$

ou seja:

$$Q_y = -M_x^I + m_L \quad (2.59)$$

onde: Q_y é o esforço cortante na direção de oy ; M_x é o esforço momento fletor em torno de ox ; m_L é o momento distribuído aplicado pelos lintéis, também em torno de ox .

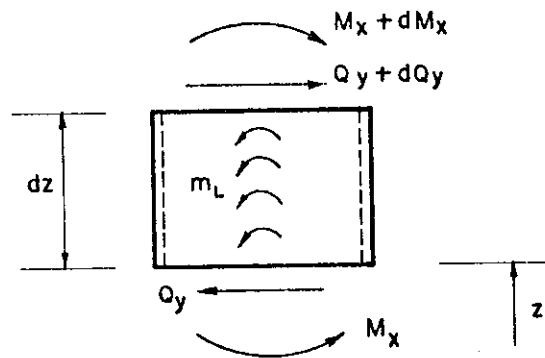


FIG. 2.16 — ELEMENTO DIFERENCIAL DO NÚCLEO RESISTENTE

Entretanto, M_x^I pode ser relacionado com o deslocamento do centro de torção dos núcleos através da equação:

$$M_x^I = \pm j_x v_D^{III}$$

onde: $j_x = EJ_x$; J_x é o momento de inércia do núcleo em relação ao eixo ox .

Mas, sendo $v_D^{III} = \pm D \cdot \theta^{III}$, resulta:

$$M_x^I = j_x D \theta^{III} \quad (2.60)$$

Substituindo-se as equações (2.57) e (2.60) em (2.59), tem-se:

$$Q_y = -j_x D \theta^{III} + \frac{12 j_L B^2 L}{h \ell^3} \theta^I \quad (2.61)$$

Finalmente, com a substituição da expressão (2.61) em (2.58), obtém-se:

$$T = -2(j_{\omega} + j_x D^2) \theta^{III} + 2 \left(s_t + \frac{12 j_L B^2 LD}{h \ell^3} \right) \theta^I$$

ou ainda:

$$T = -j_{\omega}^* \theta^{III} + s_t^* \theta^I \quad (2.62)$$

onde:

$$j_{\omega}^* = 2(j_{\omega} + j_x D^2)$$

$$s_t^* = 2 \left(s_t + \frac{12 j_L B^2 LD}{h \ell^3} \right)$$

A equação (2.62) necessita de 3 condições de contorno para sua resolução. Essas condições provêm de imposições geométricas e mecânicas, ou seja:

$$\theta(Z=0) = 0$$

$$\theta^I(Z=0) = 0 \quad (2.63)$$

$$\theta^{II}(Z=H) = 0$$

Resolvida a equação (2.62), determina-se a rotação θ ao longo de toda a altura da associação. Então, pode-se determinar os esforços solicitantes nos núcleos resistentes e a cortante nos lintéis através das relações:

$$M_x = j_x D \theta^{II} \quad (2.64)$$

$$T_{\ell} = s_t \theta^I \quad (2.65)$$

$$T_{ft} = -j_{\omega} \theta^{III} \quad (2.66)$$

$$Q_L = \pm \frac{12 j_L B L \theta^I}{\ell^3} \quad (2.67)$$

onde: M_x é o momento fletor em torno do eixo ox , em cada núcleo; T_l e T_{ft} são, respectivamente, o momento de torção livre e o momento de flexo-torção, em cada núcleo; Q_L é a cortante em cada lintel.

2.8 - EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES.

2.8.1 - Considerações iniciais

Neste item, estuda-se a associação de 2 núcleos resistentes iguais, com seção transversal em forma de U e ligados por lintéis, com pórticos regulares. Além disso, os pórticos estão distribuídos simetricamente em relação aos eixos de simetria do conjunto de núcleos. Um exemplo simples da associação mencionada é o edifício cuja planta se apresenta na figura 2.17

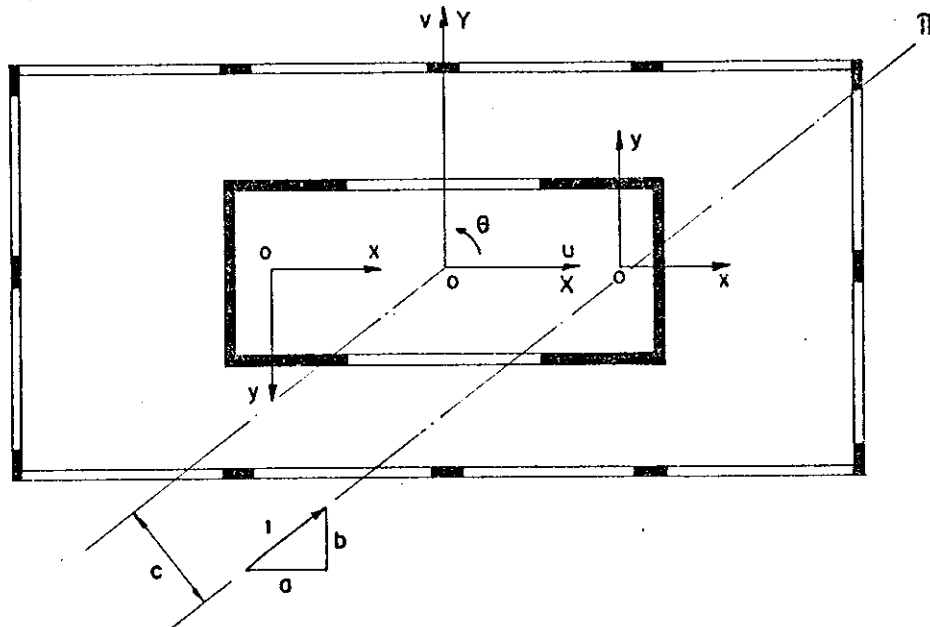


FIG. 2.17- PLANTA DO EDIFÍCIO

Como referência, considera-se o sistema de eixos dextrorso OXYZ, sendo OZ coincidente com a interseção dos planos de simetria, e OX e OY contidos nesses planos, conforme também mostra-se na figura 2.17. Define-se ainda os deslocamentos u e v , respectivamente na direção de OX e OY, e a rotação θ , em torno de OZ.

A posição do carregamento, a exemplo do que se adotou para a associação tridimensional de paredes, p \ddot{o} rticos e n \ddot{u} cleos, \acute{e} definida por par \acute{a} metros a , b e c , onde a e b s \ddot{a} o as componentes de um versor horizontal contido no plano do carregamento e c o momento de tal versor em rela \tilde{c} o ao eixo OZ. O momento \acute{e} considerado positivo quando dextrorso para um observador segundo o eixo OZ. Para cada p \ddot{o} rtico, tem-se tamb \acute{e} m um conjunto de coordenadas a_f , b_f e c_f , similares \tilde{a} s definidas para o carregamento, e um sistema de refer \acute{e} ncia local oxz , contido no plano do p \ddot{o} rtico. Pode-se ainda definir um deslocamento local u_f , fun \tilde{c} o dos deslocamentos u , v e θ , do conjunto. J \acute{a} para os 2 n \ddot{u} cleos s \ddot{a} o de finidos sistemas locais oxy com origem no centro de gravidade e ox e oy respectivamente paralelos \tilde{a} OX e OY.

Nessa situa \tilde{c} o particular, as transla \tilde{c} oes sofridas pela estrutura nas dire \tilde{c} oes OX e OY e as rota \tilde{c} oes, em torno de OZ, s \ddot{a} o independentes entre si. Isso significa que ao inv \acute{e} s de um sistema de equa \tilde{c} oes interdependentes, como o obtido para o caso gen \acute{e} rico da associa \tilde{c} o tridimensional de p \ddot{o} rticos, paredes e n \ddot{u} cleos, a estrutura aqui considerada tem seu comportamento governado por um sistema de 3 equa \tilde{c} oes diferenciais desacopladas. Assim, pode-se equacionar o comportamento do edif \acute{i} cio separadamente para transla \tilde{c} oes segundo OX e OY e rota \tilde{c} oes segundo OZ, o que simplifica muito o procedimento. Apenas para exemplificar, o problema aqui estudado, seria equivalente a um caso de associa \tilde{c} o tridimensional de paredes, p \ddot{o} rticos e n \ddot{u} cleos onde apenas os coeficientes J_{aa} , J_{bb} , J_{cc}^* , S_{aa} , S_{bb} e S_{cc}^* apresentassem valores diferentes de zero. Como pode ser observado no sistema (2.26), isso resultaria na obten \tilde{c} o de 3 equa \tilde{c} oes desaco-

pladas : uma em u, outra em v, e uma terceira em θ . Logicamente, todas essas simplificações sã se tornam possíveis devido ã dupla simetria do edifício e ã particular posição do sistema de referênciã.

Apõs essas considerações iniciais, passa-se ã dedução das equações diferenciais regentes do comportamento do estrutura para solicitações segundo OX, OY e em torno de OZ.

2.8.2 - Solicitações segundo o eixo OX

Para as solicitações segundo OX, o edifício comporta-se com uma associaçã plana de paredes ligadas por lintẽis (item 2.6) com põrticos regulares (item 2.3.2).

Para cada põrtico a relaçaõ entre a cortante atuante, Q_f , e elãstica do conjunto, u, pode ser definida a travẽs da relaçaõ:

$$Q_f = s_f a_f u^I$$

onde: s_f ã um parãmetro calculado em funçaõ das caracterís ticas elãsticas e geométricas das vigas e pilares componen tes de cada põrtico (item 2.3.2).

Jã a cortante que aparece no conjunto de paredes unidas por lintẽis, aqui chamada Q_c , tem a seguinte expressãõ:

$$Q_c = 2\alpha j_y u^V - j_{cy} u^{III} + \alpha Q_c^{II}$$

onde: $j_y = EJ_y$; J_y = momento de inêrcia de cada nũcleo em relaçaõ ao eixo oy (ver figura 2.17); $j_{cy} = EJ_{cy}$; J_{cy} ã o momento de inêrcia do conjunto de nũcleos em relaçaõ ao ei xo OY; os demais parãmetros sãõ os mesmos definidos no item

2.6, apenas ressaltando-se o fato de se ter 2 conjuntos de lintéis ligando os núcleos (um conjunto para cada aba).

Portanto, considerando-se que o carregamento externo está aplicado segundo um plano definido pelas coordenadas a, b e c, figura 2.17, o equilíbrio à cortante para solicitações segundo o eixo OX pode ser expresso como:

$$Q_a = S_X u^I + Q_c \quad (2.68)$$

ou seja:

$$Q_a = 2\alpha j_y u^V - j_{cY} u^{III} + S_X u^I + \alpha Q_c^{II} \quad (2.69)$$

onde: $S_X = \sum_1^{n_f} s_f a_f$; n_f é o número de pórticos

Entretanto, com a equação (2.68), pode-se escrever:

$$Q_c = Q_a - S_X u^I$$

$$Q_c^I = Q_a^I - S_X u^{II}$$

$$Q_c^{II} = Q_a^{II} - S_X u^{III} \quad (2.70)$$

Com a substituição de (2.70) em (2.69), obtém-se:

$$Q_a = 2\alpha j_y u^V - (j_{cY} + \alpha S_X) u^{III} + S_X u^I + \alpha Q_a^{II} \quad (2.71)$$

Convém lembrar que considerando um carregamento externo linearmente distribuído, q_s é o valor no topo e q_i é o valor na base, a parcela Q^{II} resulta:

$$Q^{II} = - \frac{(q_s - q_i)}{H}$$

Para a solução da equação (2.71) são necessárias 5 condições de contorno, ou seja:

Na base

$$\begin{aligned} u(Z=0) &= 0 \\ u^I(Z=0) &= 0 \end{aligned} \tag{2.72}$$

$$u^{III}(Z=0) = - \frac{Q_c(z=0)}{2j_y} = - \frac{Q(z=0)a}{2j_y} = - \frac{(q_s + q_i)Ha}{4j_y}$$

No topo:

$$u^{II}(Z=H) = 0 \tag{2.73}$$

$$u^{IV}(Z=H) = - \frac{Q_c^I(z=H)}{2j_y} = - \frac{Q^I(z=H)a}{2j_y} = \frac{q_s a}{2j_y}$$

As condições de contorno (2.72) e (2.73) podem ser facilmente entendidas observando-se as equações (2.45), (2.46), (2.47), (2.48) e (2.49).

Conhecendo-se o deslocamento u , e suas derivadas, pode-se conhecer os esforços que aparecem no conjunto de paredes e nos pórticos, para solicitações segundo o eixo OX:

$$M_y = j_y u^{III} \tag{2.74}$$

$$Q_y = -j_y u^{III} \tag{2.75}$$

$$N = \pm \frac{Ma - 2M_y}{e} \tag{2.76}$$

$$Q_L = \frac{h}{2e} 2j_y u^{III} + Qa \tag{2.77}$$

$$Q_{fi} = s_{fi} a_{fi} u^I \tag{2.78}$$

onde: M_y e N são, respectivamente, momento fletor e força normal em cada núcleo; $Q_L = \bar{e}$ o esforço cortante que sollicita cada lintel; Q_{fi} é o esforço cortante no pórtico i ; M e Q são, respectivamente, o momento fletor e a força cortante no edifício; h é a altura entre 2 lintéis, e \bar{e} é a distância entre os centros de gravidade dos núcleos (ver figura 2.10); Q_y é a cortante em cada núcleo, na direção do eixo oy .

2.8.3 - Solicitações segundo eixo OY

Neste caso, o edifício funciona como uma associação plana de paredes e pórticos por barras articuladas. Então, a equação que rege o comportamento do conjunto pode ser escrita como se segue:

$$Q_b = -2j_x v^{III} + S_Y v^I \quad (2.79)$$

onde: $j_x = EJ_x$; J_x é o momento de inércia de cada parede em relação ao eixo ox ; $S_Y = \sum_{f=1}^{n_f} s_f b_f$; n_f é o número de pórticos.

Para a solução da equação (2.79) são necessárias 3 condições de contorno. Tais condições são as seguintes:

$$\begin{aligned} v(Z=0) &= 0 \\ v^I(Z=0) &= 0 \\ v^{II}(Z=H) &= 0 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Resolvida a equação (2.79), pode-se conhecer os esforços nas paredes e nos pórticos através das relações:

$$M_x = \pm j_x v^{II} \quad (2.81)$$

$$Q_x = \pm j_x v^{III} \quad (2.82)$$

$$Q_{fi} = s_{fi} b_{fi} v^I \quad (2.83)$$

onde: M_x é o momento fletor em cada núcleo, em torno do eixo ox ; Q_{fi} é a cortante no pórtico i ; Q_x é a cortante em cada núcleo, na direção do eixo ox .

2.8.4 - Torção segundo o eixo OZ

Quando da introdução de um esforço torçor no edifício presentemente analisado, parte desse carregamento é absorvido pelo conjunto central de núcleos resistentes ligados por lintéis e o restante vai solicitar os pórticos. Para estes, a relação entre o deslocamento que se verifica nos sistemas locais de referência, u_f , e a rotação das lajes, θ , pode ser definida como se segue:

$$u_f = c_f \theta$$

ou, derivando-se:

$$u_f^I = c_f \theta^I$$

Então, para a parcela do momento torçor solicitante que cabe aos pórticos, pode-se escrever:

$$T_f = \sum_1^{n_f} Q_f c_f \quad (2.84)$$

Mas, para a cortante Q_f , tem-se:

$$Q_f = s_f u_f^I = s_f c_f \theta^I \quad (2.85)$$

Substituindo-se a relação (2.85) em (2.84), tem-se:

$$T_f = \sum_1^{n_f} s_f c_f^2 \theta^I$$

ou ainda:

$$T_f = S_Z \theta^I \quad (2.86)$$

onde: $S_Z = \sum_1^{n_f} s_f c_f^2$; n_f é o número de pórticos

Já os núcleos resistentes associados por lintéis tem seu comportamento descrito pela equação seguinte (item 2.7):

$$T = -j_\omega^* \theta^{III} + s_t^* \theta^I \quad (2.87)$$

Agora, analisando-se o equilíbrio do edifício para a torção em torno de OZ, obtêm-se:

$$Q_c = T + T_f \quad (2.88)$$

Substituindo-se as equações (2.86) e (2.87) em (2.88), resulta:

$$Q_c = -j_\omega^* \theta^{III} + (s_t^* + S_Z) \theta^I \quad (2.89)$$

As condições de contorno que possibilitam a resolução da equação (2.89) são dadas por:

$$u(Z=0) = 0$$

$$u^I(Z=0) = 0 \quad (2.90)$$

$$u^{II}(Z=H) = 0$$

Determinada a rotação θ , e suas derivadas, calculam-se os esforços solicitantes para as paredes, lintéis e pórticos pelas relações:

$$M_x = j_x D\theta^{II} \quad (2.91)$$

$$Q_y = -j_x D\theta^{III} + \frac{12j_L B^2 L}{h\ell^3} \theta^I \quad (2.92)$$

$$T_\ell = s_t \theta^I \quad (2.93)$$

$$T_{ft} = -j_\omega \theta^{III} \quad (2.94)$$

$$Q_L = \frac{12j_L BL}{\ell^3} \theta^I \quad (2.95)$$

$$Q_{fi} = s_{fi} c_{fi} \theta^I \quad (2.96)$$

onde: M_x é o momento fletor, em torno do eixo ox, em cada núcleo; T_ℓ é o momento torçor livre, em cada núcleo; T_{ft} é o momento de flexo-torção, também em cada núcleo; Q_{fi} é o esforço cortante no pórtico i; Q_L é o esforço cortante em cada lintel; Q_y é a cortante em cada núcleo, na direção do eixo oy.

CAPÍTULO 3

DEDUÇÃO DOS ALGORITMOS PARA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO POR POLINÔMIOS INTERPOLADORES

3.1 - INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foram desenvolvidos equacionamentos para algumas associações de elementos estruturais, em conformidade com as considerações da técnica do meio contínuo. Já o presente capítulo trata da integração das equações diferenciais lá obtidas, utilizando-se para tanto um processo de integração numérica que consiste numa aproximação por um polinômio interpolador.

Assim, inicialmente desenvolve-se, de maneira sumária, a conceituação necessária à compreensão do processo de integração proposto. Depois apresenta-se a dedução dos algoritmos de integração para cada associação estudada no capítulo anterior. Por fim fazem-se algumas considerações sobre particularidades computacionais das deduções apresentadas.

3.2 - CONCEITOS BÁSICOS SOBRE O MÉTODO DE INTEGRAÇÃO

Os métodos numéricos para resolução de equações diferenciais conduzem, em geral, à determinação de valores da função incôgnita em um certo número de pontos do domínio de integração.

Em particular, o método das diferenças finitas considera um polinômio interpolador aplicado por subdomínios e com isso as derivadas num determinado ponto podem ser colocados, de modo aproximado, como uma combinação de valores da função nos pontos vizinhos contidos no subdomínio em consideração (procedimento Lagrangeano). Após a repetição do procedimento para todos os sub-domínios e para as condições de contorno, obtêm-se um sistema de equações lineares que resolvido fornece o valor da função incôgnita nos pontos considerados. É oportuno assinalar que o grau de aproximação do procedimento depende do grau do polinômio interpolador e também da dimensão dos subdomínios adotados, SALVADORI e BARON [16].

Já o processo aqui empregado difere do método clássico das diferenças finitas apenas pelo fato de não serem considerados sub-domínios de integração, isto é, trabalha-se com um polinômio interpolador de grau mais elevado e considera-se a interpolação sobre todo o domínio. Por exemplo, considere-se um polinômio com "c" coeficientes incôgnitos. Tais coeficientes podem ser determinados impondo-se as "b" condições de contorno que regem o problema e mais a obrigatoriedade da equação diferencial ser obedecida em "c-b" pontos do domínio de integração. Dessa maneira, de modo semelhante ao método das diferenças finitas, obtêm-se um sistema de equações lineares que resolvido fornece o valor dos coeficientes procurados. Conhecidos os coeficientes, o polinômio consiste numa aproximação da função incôgnita. Convém ressaltar que a aproximação será tanto melhor quanto maior for o grau do polinômio interpolador, YOUNG e GREGORY [17].

3.3 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO POR BARRAS ARTICULADAS

O caso plano de associação de paredes e pórticos, estudado no item 2.4 (Capítulo 2), tem seu comportamento descrito pela equação:

$$Q = -j_w u^{III} + s_f u^I \quad (3.1)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$u(z=0) = 0$$

$$u^I(z=0) = 0 \quad (3.2)$$

$$u^{II}(z=H) = 0$$

A função incôgnita u pode ser aproximada (aproximação por interpolação) através de um polinômio de grau " n ", que se escreve:

$$u = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_n z^n \quad (3.3)$$

Assim, para que se conheça o deslocamento do conjunto, basta determinar as $n+1$ constantes A_0, A_1, \dots, A_n . Isso pode ser feito através de $n+1$ equações, ou seja, 3 equações para as condições de contorno (3.2) e mais $n-2$ aplicações da equação (3.1), tendo-se em vista que a cortante do conjunto, Q , é suposta conhecida ao longo da altura do edifício.

Entretanto, em particular para as condições de contorno (3.2), torna-se mais conveniente que o polinômio (3.3) já as obedeça *à priori*, restando então $n-2$ constantes indeterminadas e portanto sendo necessárias apenas $n-2$ equações. Com esse intuito pode-se derivar o polinômio (3.3), obtendo-se:

$$u^I = A_1 + 2A_2z + \dots + nA_n z^{n-1}$$

$$u^{II} = 2A_2 + 6A_3z + \dots + n(n-1)A_n z^{n-2}$$

Da primeira condição de contorno, tem-se:

$$u(z=0) = 0 \rightarrow A_0 = 0$$

e da segunda condição, obtêm-se:

$$u^I(z=0) = 0 \rightarrow A_1 = 0$$

Finalmente, da terceira condição de contorno resulta:

$$2A_2 + 6A_3H + \dots + n(n-1)A_n H^{n-2} = 0$$

ou seja:

$$A_2 = -3HA_3 - \dots - \frac{n(n-1)H^{n-2}}{2} A_n$$

Substituindo o valor de A_0 , A_1 e A_2 em (3.3) e agrupando convenientemente os termos, tem-se:

$$u = (z^3 - \frac{6z^2H}{2})A_3 + \dots + [z^n - \frac{n(n-1)z^2H^{n-2}}{2}]A_n \tag{3.4}$$

A equação (3.4) já atende às 3 condições de contorno requeridas pela associação em estudo, faltando ainda determinar n-2 constantes, de A_3 a A_n . Como já foi mencionado, deve-se agora aplicar a equação (3.1) em n-2 pontos de cortante externa conhecida, montando-se o sistema de equações necessário à solução do problema. Portanto, derivando-se a equação (3.4) e substituindo-se em (3.1) resulta:

$$Q = -j_w \left[6A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)z^{n-3}A_n \right] + s_f \left\{ (3z^2 - 6zH)A_3 + \dots + \right. \\ \left. + [nz^{n-1} - n(n-1)zH^{n-2}]A_n \right\} \quad (3.5)$$

ou ainda, reagrupando os termos, tem-se:

$$Q = \left[-6j_w + s_f(3z^2 - 6zH) \right] A_3 + \dots + \left\{ [-n(n-1)(n-2)z^{n-3}]j_w + \right. \\ \left. + s_f[nz^{n-1} - n(n-1)zH^{n-2}] \right\} A_n$$

Considerando-se agora a variável adimensional $\eta = z/H$, a expressão resulta:

$$Q = \left[-6j_w + s_f(3\eta^2 - 6\eta)H^2 \right] A_3 + \dots + \\ + \left\{ [-n(n-1)(n-2)\eta^{n-3}H^{n-3}]j_w + s_f(n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta H^{n-1}) \right\} A_n$$

No intuito de tornar o sistema de equações totalmente adimensional, pode-se multiplicar todos os termos por H^2 e fazer $\lambda = s_f H^2 / j_w$, obtendo-se:

$$\frac{QH^2}{j_w} = \left[-6 + \lambda(3\eta^2 - 6\eta) \right] H^2 A_3 + \dots + \left\{ -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} + \right. \\ \left. + \lambda[n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] \right\} H^{n-1} A_n$$

Finalmente, fazendo-se $A'_n = H^{n-1} A_n$, tem-se:

$$\frac{QH^2}{j_w} = \left[-6 + \lambda(3\eta^2 - 6\eta) \right] A'_3 + \dots + \left\{ -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} + \right. \\ \left. + \lambda[n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] \right\} A'_n \quad (3.6)$$

A equação (3.6) aplicada em $n-2$ níveis distintos ($0 \leq \eta \leq 1$), supondo-se a cortante conhecida, permite determinar todas as constantes A'_3, \dots, A'_n , ou seja, permite determinar a expressão aproximada dos deslocamentos u . A partir daí, utilizando-se as expressões deduzidas nos itens 2.3.1 e 2.3.2, do capítulo anterior, pode-se conhecer o valor dos esforços e dos quinhões do carregamento que atuam na parede e no pórtico.

Então, com a intenção de exprimir as funções u , u^I , u^{III} e u^{IV} em termos das constantes A'_3, \dots, A'_n , toma-se a equação (3.4) e faz-se $\eta = z/H$, obtendo-se:

$$u = (\eta^3 - 3\eta^2)H^3 A'_3 + \dots + \left[\eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2 \right] H^n A'_n$$

Agora, lembrando-se que $A'_n = H^{n-1} A_n$, tem-se:

$$\frac{u}{H} = (\eta^3 - 3\eta^2)A'_3 + \dots + \left[\eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2 \right] A'_n$$

ou ainda:

$$\frac{u}{H} = \alpha_3 A'_3 + \dots + \alpha_n A'_n \quad (3.7)$$

onde: $\alpha_n = \eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2$; para $n \geq 3$

Derivando-se sucessivamente a equação (3.7), encontra-se:

$$u^I = \alpha_3^I A'_3 + \dots + \alpha_n^I A'_n \quad (3.8)$$

onde: $\alpha_n^I = n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta$; para $n \geq 3$

$$H u^{II} = \alpha_3^{II} A_3' + \dots + \alpha_n^{II} A_n' \quad (3.9)$$

onde: $\alpha_n^{II} = n(n-1)\eta^{n-2} - n(n-1) \quad ; \quad \text{para } n \geq 3$

$$H^2 u^{III} = \alpha_3^{III} A_3' + \dots + \alpha_n^{III} A_n' \quad (3.10)$$

onde: $\alpha_n^{III} = n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} \quad ; \quad \text{para } n \geq 3$

$$H^3 u^{IV} = \alpha_4^{IV} A_4' + \dots + \alpha_n^{IV} A_n' \quad (3.11)$$

onde: $\alpha_n^{IV} = n(n-1)(n-2)(n-3)\eta^{n-4} \quad ; \quad \text{para } n \geq 4$

Finalmente, os esforços e quinhões de carregamento atuantes nos painéis, resultam:

$$M_w = \frac{j_w}{H} (\alpha_3^{II} A_3' + \dots + \alpha_n^{II} A_n')$$

$$Q_w = - \frac{j_w}{H^2} (\alpha_3^{III} A_3' + \dots + \alpha_n^{III} A_n')$$

$$q_w = \frac{j_w}{H^3} (\alpha_4^{IV} A_4' + \dots + \alpha_n^{IV} A_n')$$

$$Q_f = s_f (\alpha_3^I A_3' + \dots + \alpha_n^I A_n')$$

$$q_f = - \frac{s_f}{H} (\alpha_3^{II} A_3' + \dots + \alpha_n^{II} A_n')$$

3.4 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PÓRTICOS E NÚCLEOS

3.4.1 - Considerações iniciais

Com o objetivo de se obter, a exemplo do caso anterior, um sistema de equações totalmente adimensionalizado, fazem-se algumas modificações na dedução das equações diferenciais que governam o comportamento da associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleos.

Em primeiro lugar, os versores que caracterizam as posições do carregamento e dos painéis são definidos por parâmetros a , b e d , conforme mostra-se na figura 3.1.

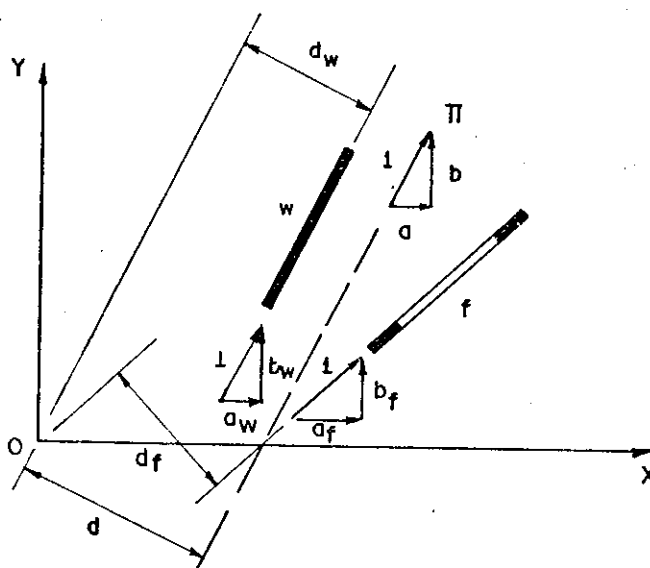


FIG. 3.1— COORDENADAS DOS PAINÉIS E DO CARREGAMENTO

Toma-se então um parâmetro \bar{d} , igual ao máximo valor absoluto do conjunto $\{d_w, d_f, d\}$, e em seguida define-se:

$$c = \frac{d}{\bar{d}} \quad \therefore \quad d = c\bar{d}$$

$$c_w = \frac{d_w}{\bar{d}} \quad \therefore \quad d_w = c_w\bar{d}$$

$$c_f = \frac{d_f}{\bar{d}} \quad \therefore \quad d_f = c_f \bar{d}$$

Agora, as equações (2.20) e (2.21), do capítulo anterior, podem ser reescritas como se segue:

$$u_w = a_w u + b_w v + c_w \bar{d} \theta$$

$$u_f = a_f u + b_f v + c_f \bar{d} \theta$$

Assim sendo, a cortante nos painéis e o momento torçor numa eventual mola de torção resultam:

$$Q_w = -j_w u_w^{III} = -j_w (a_w u^{III} + b_w v^{IV} + c_w \bar{d} \theta^{III})$$

$$Q_f = s_f u_f^I = s_f (a_f u^I + b_f v^I + c_f \bar{d} \theta^I)$$

$$T = s_t \theta^I - j_\omega \theta^{III}$$

onde: $s_t = GJ_t$; $j_\omega = EJ_\omega$

Tomando-se agora:

$$\phi = \theta \bar{d}$$

$$s_t' = \frac{s_t}{\bar{d}^2} = \frac{GJ_t}{\bar{d}^2}$$

$$j_\omega' = \frac{j_\omega}{\bar{d}^2} = \frac{EJ_\omega}{\bar{d}^2}$$

obtêm-se:

$$\begin{aligned}
 Q_w &= -j_w (a_w u^{III} + b_w v^{III} + c_w \phi^{III}) \\
 Q_f &= s_f (a_f u^I + b_f v^I + c_f \phi^I) \\
 T &= s_t \bar{d}\phi^I - j_\omega \bar{d}\phi^{III}
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

O equilíbrio do conjunto, numa cota genérica, pode ser obtido mediante a consideração das equações:

$$\sum_1^n Q_w a_w + \sum_1^n Q_f a_f = Q_a \tag{3.13}$$

$$\sum_1^n Q_w b_w + \sum_1^n Q_f b_f = Q_b$$

$$\sum_1^n Q_w c_w + \sum_1^n Q_f c_f + \sum_1^n s_t \phi^I + \sum_1^n j_\omega \phi^{III} = Q_c$$

Com a substituição das equações (3.12) em (3.13) obtêm-se, já em forma matricial:

$$- \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^{III} \\ v^{III} \\ \phi^{III} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^I \\ v^I \\ \phi^I \end{Bmatrix} = Q \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \tag{3.14}$$

com:
$$J_{gh} = \sum_1^n j_w g_w h_w$$

$$S_{gh} = \sum_1^n s_f g_f h_f$$

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_1^n j_\omega^t$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_1^n s_t^t$$

onde g e h são quaisquer das coordenadas a , b e c .

Desse modo, as condições de contorno necessárias à resolução do sistema (3.14) passam a ser as seguintes:

Na base:

$$u(Z=0) = 0 ; v(Z=0) = 0 ; \phi(Z=0) = 0$$

$$u^I(Z=0) = 0 ; v^I(Z=0) = 0 ; \phi^I(Z=0) = 0 \quad (3.15)$$

No topo:

$$u^{II}(Z=H) = 0 ; v^{II}(Z=H) = 0 ; \phi^{II}(Z=H) = 0$$

Finalmente, cabe ressaltar as 3 modificações que se verificam entre o sistema (3.14), aqui deduzido, e o apresentado no item 2.5.2, do capítulo anterior. Em primeiro lugar, as coordenadas c , que definem a posição dos painéis e do carregamento, são valores adimensionais obtidos pela divisão dos valores originais pela constante \bar{d} , já definida anteriormente. Depois, os parâmetros s_t^t e j_ω^t valem respectivamente GJ_t/\bar{d}^2 e EJ_w/\bar{d}^2 (no item 2.5.2 ti-

nha-se que $s_t = GJ_t$ e $j_\omega = EJ_\omega$). Por fim, o parâmetro ϕ obtido não é o giro que sofrem os diafragmas, mas sim tal giro multiplicado por \bar{d} ($\phi = \theta\bar{d}$).

3.4.2 - Dedução dos algoritmos

Para se aplicar a técnica de integração aqui proposta, deve-se inicialmente definir os polinômios aproximadores das funções em questão, ou seja:

$$u = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_n z^n$$

$$v = B_0 + B_1 z + B_2 z^2 + \dots + B_n z^n$$

$$\phi = C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \dots + C_n z^n$$

A exemplo do que ocorreu para o caso plano, pode-se fazer com que cada polinômio satisfaça, *a priori*, as condições de contorno (3.15). Assim procedendo, obtêm-se:

$$u = \xi_3 A_3 + \dots + \xi_n A_n$$

$$v = \xi_3 B_3 + \dots + \xi_n B_n \tag{3.16}$$

$$\phi = \xi_3 C_3 + \dots + \xi_n C_n$$

onde $\xi_n = z^n - \frac{n(n-1)z^2 H^{n-2}}{2}$; para $n \geq 3$

Derivando-se, para posterior substituição em (3.14), e fazendo-se $\eta = z/H$, tem-se:

$$u^I = \xi_3^I A_3 + \dots + \xi_n^I A_n$$

$$v^I = \xi_3^I B_3 + \dots + \xi_n^I B_n \quad (3.17)$$

$$\phi^I = \xi_3^I C_3 + \dots + \xi_n^I C_n$$

onde $\xi_n^I = [n \eta^{n-1} - n(n-1)\eta] H^{n-1}$; para $n \geq 3$; e ainda:

$$u^{III} = \xi_3^{III} A_3 + \dots + \xi_n^{III} A_n$$

$$v^{III} = \xi_3^{III} B_3 + \dots + \xi_n^{III} B_n \quad (3.18)$$

$$\phi^{III} = \xi_3^{III} C_3 + \dots + \xi_n^{III} C_n$$

onde $\xi_n^{III} = n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} H^{n-3}$; para $n \geq 3$

Já o sistema (3.14) pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} -J_{aa} u^{III} + S_{aa} u^I - J_{ab} v^{III} + S_{ab} v^I - J_{ac} \phi^{III} + S_{ac} \phi^I &= Qa \\ -J_{ab} u^{III} + S_{ab} u^I - J_{bb} v^{III} + S_{bb} v^I - J_{bc} \phi^{III} + S_{bc} \phi^I &= Qb \\ -J_{ac} u^{III} + S_{ac} u^I - J_{bc} v^{III} + S_{bc} v^I - J_{cc}^* \phi^{III} + S_{cc}^* \phi^I &= Qc \end{aligned} \quad (3.19)$$

Agora, considerando-se apenas a primeira das equações (3.19) e aplicando-se as expressões (3.17) e (3.18), obtem-se:

$$\begin{aligned} -J_{aa} \left[\xi_3^{III} A_3 + \dots + \xi_n^{III} A_n \right] + S_{aa} \left[\xi_3^I A_3 + \dots + \xi_n^I A_n \right] + \\ -J_{ab} \left[\xi_3^{III} B_3 + \dots + \xi_n^{III} B_n \right] + S_{ab} \left[\xi_3^I B_3 + \dots + \xi_n^I B_n \right] + \\ -J_{ac} \left[\xi_3^{III} C_3 + \dots + \xi_n^{III} C_n \right] + S_{ac} \left[\xi_3^I C_3 + \dots + \xi_n^I C_n \right] = Qa \end{aligned}$$

Reagrupando-se os termos, resulta:

$$\begin{aligned} & \left[-\xi_3^{III} J_{aa} + \xi_3^I S_{aa} \right] A_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} J_{aa} + \xi_n^I S_{aa} \right] A_n + \\ & + \left[-\xi_3^{III} J_{ab} + \xi_3^I S_{ab} \right] B_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} J_{ab} + \xi_n^I S_{ab} \right] B_n + \\ & + \left[-\xi_3^{III} J_{ac} + \xi_3^I S_{ac} \right] C_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} J_{ac} + \xi_n^I S_{ac} \right] C_n = Qa \end{aligned}$$

Por outro lado, para se obter a completa adimensionalização do sistema, pode-se fazer:

$$\begin{aligned} J'_{aa} &= \frac{J_{aa}}{QH^2} ; J'_{ab} = \frac{J_{ab}}{QH^2} ; J'_{ac} = \frac{J_{ac}}{QH^2} ; \\ S'_{aa} &= \frac{S_{aa}}{Q} ; S'_{ab} = \frac{S_{ab}}{Q} ; S'_{ac} = \frac{S_{ac}}{Q} ; \end{aligned}$$

o que resulta em:

$$\begin{aligned} & \left[-\xi_3^{III} H^2 J'_{aa} + \xi_3^I S'_{aa} \right] A_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} H^2 J'_{aa} + \xi_n^I S'_{aa} \right] A_n + \\ & + \left[-\xi_3^{III} H^2 J'_{ab} + \xi_3^I S'_{ab} \right] B_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} H^2 J'_{ab} + \xi_n^I S'_{ab} \right] B_n + \\ & + \left[-\xi_3^{III} H^2 J'_{ac} + \xi_3^I S'_{ac} \right] C_3 + \dots + \left[-\xi_n^{III} H^2 J'_{ac} + \xi_n^I S'_{ac} \right] C_n = a \end{aligned}$$

Lembrando-se que $A'_n = H^{n-1} A_n$, pode-se escrever compactamente:

$$\begin{aligned} & \sum_3^n (\gamma_n J'_{aa} + \beta_n S'_{aa}) A'_n + \sum_3^n (\gamma_n J'_{ab} + \beta_n S'_{ab}) B'_n + \\ & + \sum_3^n (\gamma_n J'_{ac} + \beta_n S'_{ac}) C'_n = a \end{aligned} \tag{3.20}$$

onde: $\gamma_n = -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3}$ (para $n \geq 3$)

$\beta_n = n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta$ (para $n \geq 3$)

Realizando-se para as equações restantes do sistema (3.19) as mesmas operações já realizadas para a primeira equação, obtêm-se:

$$\sum_3^n (\gamma_n J'_{ab} + \beta_n S'_{ab}) A'_n + \sum_3^n (\gamma_n J'_{bb} + \beta_n S'_{bb}) B'_n + \sum_3^n (\gamma_n J'_{bc} + \beta_n S'_{bc}) C'_n = b \quad (3.21)$$

e ainda:

$$\sum_3^n (\gamma_n J'_{ac} + \beta_n S'_{ac}) A'_n + \sum_3^n (\gamma_n J'_{bc} + \beta_n S'_{bc}) B'_n + \sum_3^n (\gamma_n J'^{*}_{cc} + \beta_n S'^{*}_{cc}) C'_n = c \quad (3.22)$$

No total existem $3(n-2)$ constantes indeterminadas: $A'_3, \dots, A'_n, B'_3, \dots, B'_n, C'_3, \dots, C'_n$. Para conhecê-las serão necessárias $3(n-2)$ equações lineares. Então, pode-se desenvolver $n-2$ vezes cada uma das equações (3.20), (3.21) e (3.22) e, resolvido o sistema de equações assim obtido, estarão conhecidas as aproximações para as funções u, v e ϕ . Resta apenas explicitar tais funções em termos das constantes $A'_3, \dots, A'_n, B'_3, \dots, B'_n, C'_3, \dots, C'_n$, o que resulta:

$$\begin{aligned} u/H &= \alpha_3 A'_3 + \dots + \alpha_n A'_n \\ v/H &= \alpha_3 B'_3 + \dots + \alpha_n B'_n \\ \phi/H &= \alpha_3 C'_3 + \dots + \alpha_n C'_n \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde: $\alpha_n = \eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2$ (para $n \geq 3$)

Das equações (3.23), derivando-se sucessivamente, obtêm-se:

$$u^I = \alpha_3^I A_3' + \dots + \alpha_n^I A_n'$$

$$v^I = \alpha_3^I B_3' + \dots + \alpha_n^I B_n'$$

$$\phi^I = \alpha_3^I C_3' + \dots + \alpha_n^I C_n'$$

onde: $\alpha_n^I = n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta$ (para $n \geq 3$)

$$Hu^{II} = \alpha_3^{II} A_3' + \dots + \alpha_n^{II} A_n'$$

$$Hv^{II} = \alpha_3^{II} B_3' + \dots + \alpha_n^{II} B_n'$$

$$H\phi^{II} = \alpha_3^{II} C_3' + \dots + \alpha_n^{II} C_n'$$

onde: $\alpha_n^{II} = n(n-1)\eta^{n-2} - n(n-1)$ (para $n \geq 3$)

$$H^2 u^{III} = \alpha_3^{III} A_3' + \dots + \alpha_n^{III} A_n'$$

$$H^2 v^{III} = \alpha_3^{III} B_3' + \dots + \alpha_n^{III} B_n'$$

$$H^2 \phi^{III} = \alpha_3^{III} C_3' + \dots + \alpha_n^{III} C_n'$$

onde: $\alpha_n^{III} = n(n-1)(n-2)\eta^{n-3}$ (para $n \geq 3$)

$$H^3 u^{IV} = \alpha_4^{IV} A_4' + \dots + \alpha_n^{IV} A_n'$$

$$H^3 v^{IV} = \alpha_4^{IV} B_4' + \dots + \alpha_n^{IV} B_n'$$

$$H^3 \phi^{IV} = \alpha_4^{IV} C_4' + \dots + \alpha_n^{IV} C_n'$$

onde $\alpha_n^{IV} = n(n-1)(n-2)(n-3)\eta^{n-4}$ (para $n \geq 4$)

Finalmente, conhecidas as funções u , v e ϕ , e suas derivadas, pode-se determinar as expressões u_w ou u_f , e suas respectivas derivadas, para todos os painéis que compõem a associação. Por exemplo, para uma parede genérica, tem-se:

$$u_w = a_w u + b_w v + c_w \phi$$

$$u_w^i = a_w u^i + b_w v^i + c_w \phi^i$$

onde: i representa a ordem de derivação ($i = I, II, III$ e IV).

Assim, os esforços solicitantes e quinhões da carga distribuída que atuam em qualquer painel podem ser conhecidos pela aplicação das expressões (2.4), (2.5), (2.6), (2.10) e (2.11) do capítulo 2. Para um eventual mola de torção, o esforço solicitante momento torçor pode ser determinado através da última das equações (3.12).

3.5 - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTEIS

A equação diferencial (2.43) do capítulo anterior, que governa o comportamento da presente associação, pode ser integrada numericamente de maneira semelhante à mostrada nos 2 itens anteriores. Inicialmente, define-se um polinômio de n termos para o deslocamento u :

$$u = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \dots + A_n z^n \quad (3.24)$$

No presente caso tem-se 5 condições de contorno. Fazendo com que o polinômio (3.24) satisfaça às condições (2.45) e (2.46) obtêm-se:

$$u(z=0) = 0 \rightarrow A_0 = 0$$

$$u^I(z=0) = 0 \rightarrow A_1 = 0$$

Então, o polinômio (3.24) fica:

$$u = A_2 z^2 + \dots + A_n z^n \quad (3.25)$$

Derivando-se o polinômio (3.25), chega-se às expressões de u^{III} e u^V , que resultam:

$$u^{III} = 6A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)A_n z^{n-3}$$

$$u^V = 120A_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)A_n z^{n-5}$$

Substituindo-se esses valores na equação (2.43) tem-se:

$$Q = \alpha(j_1 + j_2) \left[120A_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)A_n z^{n-5} \right] +$$

$$-j_c \left[6A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)A_n z^{n-3} \right] + \alpha Q^{II}$$

ou ainda, com o objetivo de adimensionalizar a equação:

$$\frac{QH^4}{\alpha(j_1 + j_2)} = \left[120H^4 A_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)H^{n-1} A_n \eta^{n-5} \right] +$$

$$+\lambda \left[6H^2 A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)H^{n-1} A_n \eta^{n-3} \right] + \frac{H^4 Q^{II}}{(j_1 + j_2)} \quad (3.26)$$

onde:
$$\lambda = - \frac{j_c H^2}{\alpha(j_1 + j_2)}$$

$$\eta = \frac{z}{H}$$

Fazendo-se agora $A'_n = H^{n-1} A_n$ e reagrupando-se os termos, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{QH^4}{\alpha(j_1 + j_2)} = & 6\lambda A'_3 + 24\lambda\eta A'_4 + [60\lambda\eta^2 + 120] A'_5 + \dots + \\ & + [n(n-1)(n-2)\lambda\eta^{n-3} + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\eta^{n-5}] A'_n + \\ & + \frac{H^4 Q^{II}}{\alpha(j_1 + j_2)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Para um carregamento distribuído linear, o valor de Q^{II} é dado pela equação (2.44). Portanto a expressão (3.27) fica:

$$\begin{aligned} \frac{QH^4}{\alpha(j_1 + j_2)} = & 6\lambda A'_3 + 24\lambda\eta A'_4 + [60\lambda\eta^2 + 120] A'_5 + \dots + \\ & + [n(n-1)(n-2)\lambda\eta^{n-3} + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\eta^{n-5}] A'_n - \\ & - \frac{(q_s - q_i)H^3}{\alpha(j_1 + j_2)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Resta agora fazer com que sejam respeitadas as condições de contorno (2.47), (2.48) e (2.49). Inicialmente, considerando a condição (2.47), obtêm-se:

$$6A_3 = - \frac{(q_s + q_i)H}{2(j_1 + j_2)}$$

ou, lembrando-se que $A'_3 = H^2 A_3$:

$$A'_3 = - \frac{(q_s + q_i)H^3}{12(j_1 + j_2)} \quad (3.29)$$

Então, aplicando-se a condição (2.48), resulta:

$$2A_2 + 6A_3H + \dots + n(n-1)A_n H^{n-2} = 0$$

ou, em termos de A'_2, \dots, A'_n :

$$2A'_2 + 6A'_3 + \dots + n(n-1)A'_n = 0 \quad (3.30)$$

Finalmente, considerando-se a condição (2.49), tem-se:

$$24A_4 + 120A_5H + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)A_n H^{n-4} = \frac{q_s}{(j_1 + j_2)}$$

ou ainda:

$$24A'_4 + 120A'_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)A'_n = \frac{q_s H^3}{(j_1 + j_2)} \quad (3.31)$$

Para se determinar as $n-1$ constantes A'_2, \dots, A'_n , será necessário resolver o sistema composto pelas equações (3.29), (3.30) e (3.31) e $n-4$ aplicações da equação (3.28), em $n-4$ níveis distintos ($0 \leq \eta \leq 1$). Após a solução do sistema, a substituição das constantes na equação do deslocamento u permite que este seja conhecido ao longo da altura da associação. Colocando-se portanto o polinômio aproximador de u em função das constantes A'_2, \dots, A'_n , obtêm-se:

$$\frac{u}{H} = \eta^2 A'_2 + \dots + \eta^n A'_n$$

E, por derivações sucessivas, resulta:

$$u^I = 2\eta A'_2 + \dots + n\eta^{n-1} A'_n$$

$$Hu^{II} = 2A'_2 + \dots + n(n-1)\eta^{n-2} A'_n$$

$$H^2 u^{III} = 6A'_3 + \dots + n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} A'_n$$

Assim, pode-se conhecer a normal e o momento fletor nas paredes e o cortante no lintel com a simples aplicação das expressões acima deduzidas nas equações (2.50), (2.51), (2.52), (2.53), (2.54) e (2.55), do capítulo anterior.

3.6 - NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTEIS E SUBMETIDOS À TORÇÃO

Inicialmente, adota-se para o giro θ o seguinte polinômio aproximador:

$$\theta = A_0 + A_1 z + \dots + A_n z^n \tag{3.32}$$

Fazendo-se com que o polinômio atenda às condições de contorno (2.63), tem-se

$$\theta = (z^3 - 3Hz^2)A_3 + \dots + \left[z^n - \frac{n(n-1)}{2} H^{n-2} z^2 \right] A_n \tag{3.33}$$

Derivando-se a equação (3.33) e substituindo-se em (2.62), obtêm-se:

$$T = -j_\omega^* \left[6A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)z^{n-3} A_n \right] + s_t^* \left\{ (3z^2 - 6Hz)A_3 + \dots + \left[nz^{n-1} - n(n-1)H^{n-2} z \right] A_n \right\} \tag{3.34}$$

A equação (3.34) é formalmente semelhante à equação (3.5), obtida no item 3.3 para associação plana de paredes e pórticos. Fazendo-se para o presente caso operações algébricas semelhantes às que lá foram realizadas, obtém-se a seguinte equação adimensionalizada:

$$\frac{TH^3}{j_\omega^*} = \left[-6 + \lambda(3\eta^2 - 6\eta) \right] A_3' + \dots + \left\{ -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} + \lambda[n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] \right\} A_n' \quad (3.35)$$

onde: $\lambda = \frac{s^* H^2}{j_\omega^*}$

$\eta = z/H$

$A_n' = H^n A_n$

Como pode-se perceber, a simples aplicação da equação (3.35) em $n-2$ níveis distintos ($0 < \eta < 1$) permite que se calculem as constantes A_3', \dots, A_n' . A partir daí, pode-se conhecer a rotação θ ao longo da altura da associação através da expressão:

$$\theta = (\eta^3 - 3\eta^2) A_3' + \dots + \left(\eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2 \right) A_n'$$

Por derivação, encontra-se ainda:

$$H\theta^I = (3\eta^2 - 6\eta) A_3' + \dots + [n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] A_n' \quad (3.36)$$

$$H^2\theta^{II} = (6\eta - 6) A_3' + \dots + [n(n-1)\eta^{n-2} - n(n-1)] A_n' \quad (3.37)$$

$$H^3\theta^{III} = 6A_3' + \dots + n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} A_n' \quad (3.38)$$

Portanto, para se conhecer o momento fletor e momento torçor nos núcleos e a cortante no lintel, basta substituir as expressões (3.36), (3.37) e (3.38) nas equações (2.64), (2.65), (2.66) e (2.67).

3.7 - EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES.

Os polinômios aproximadores para os deslocamentos u e v , e para o giro θ , são os seguintes:

$$u = A_0 + A_1 z + \dots + A_n z^n \quad (3.39)$$

$$v = B_0 + B_1 z + \dots + B_n z^n \quad (3.40)$$

$$\theta = C_0 + C_1 z + \dots + C_n z^n \quad (3.41)$$

Para solicitações na direção do eixo OX , que causam os deslocamentos u , a equação diferencial regente é dada pela expressão (2.71) e as condições de contorno pelas expressões (2.72) e (2.73). Fazendo-se com que o polinômio (3.39) obedeça às 2 primeiras condições de contorno (2.72), obtêm-se:

$$u = A_2 z^2 + \dots + A_n z^n \quad (3.42)$$

Posteriormente, derivando-se a expressão (3.42) e substituindo-se as derivadas na equação (2.71), tem-se:

$$\begin{aligned} Q_a = & 2\alpha j_y \left[120A_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)A_n z^{n-5} \right] + \\ & -(j_{cy} + \alpha S_X) \left[6A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)A_n z^{n-3} \right] + \\ & + S_X \left[2A_2 z + \dots + nA_n z^{n-1} \right] + \alpha Q^{II}_a \end{aligned}$$

ou ainda:

$$\frac{QH^4 a}{2\alpha j_y} = \left[120H^4 A_5 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)H^4 A_n z^{n-5} \right] +$$

$$-\lambda_1 \left[6H^2 A_3 + \dots + n(n-1)(n-2)H^2 A_n z^{n-3} \right] +$$

$$+\lambda_2 \left[2A_2 z + \dots + nA_n z^{n-1} \right] + \frac{(q_s - q_i)H^3 a}{2j_y}$$

onde:

$$\lambda_1 = \frac{(j_{cy} + \alpha S_X)H^2}{2\alpha j_y}$$

$$\lambda_2 = \frac{S_X H^4}{2\alpha j_y}$$

Agora, fazendo-se $\eta = z/H$, $A'_n = H^{n-1}A_n$ e reagrupando-se os termos, resulta:

$$\frac{QH^4 a}{2\alpha j_y} = \left[2\lambda_2 \eta \right] A'_2 + \left[3\lambda_2 \eta^2 - 6\lambda_1 \right] A'_3 + \dots +$$

$$+ \left[n\lambda_2 \eta^{n-1} - n(n-1)(n-2)\lambda_1 \eta^{n-3} + \right.$$

$$\left. + n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\eta^{n-5} \right] A'_n - \frac{(q_s - q_i)H^3 a}{2j_y} \quad (3.43)$$

O polinômio aproximador (3.42) já obedecia, à priori, a 2 condições de contorno. Necessário se faz que as 3 condições restantes sejam também obedecidas. Assim, considerando-se a terceira das equações (2.72), tem-se:

$$A_3 = - \frac{(q_s + q_i)Ha}{24j_y}$$

ou ainda:

$$A'_3 = - \frac{(q_s + q_i) H^3 a}{24 j_y} \quad (3.44)$$

Já para as condições (2.73), resulta:

$$2A_2 + \dots + n(n-1)H^{n-2}A_n = 0$$

$$24A_4 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)H^{n-4}A_n = \frac{q_s a}{2j_y}$$

ou ainda, em termos de A'_2, \dots, A'_n :

$$2A'_2 + \dots + n(n-1)A'_n = 0 \quad (3.45)$$

$$24A'_4 + \dots + n(n-1)(n-2)(n-3)A'_n = \frac{q_s H^3 a}{2j_y} \quad (3.46)$$

Agora, analisa-se os deslocamentos na direção de OY, ou seja, os deslocamentos v. A equação regente do comportamento do edifício para solicitações segundo OY é dada pela expressão (2.79) e as condições de contorno necessárias à sua resolução pelas expressões (2.80). Portanto, fazendo-se com que o polinômio (3.40) obedeça às ditas condições, tem-se:

$$v = (z^3 - 3Hz^2)B_3 + \dots + \left[z^n - \frac{n(n-1)}{2} z^2 H^{n-2} \right] B_n \quad (3.47)$$

Derivando-se a expressão (3.47) e substituindo-se na equação (2.79), resulta:

$$Q_b = -2j_x \left[6B_3 + \dots + n(n-1)(n-2)z^{n-3}B_n \right] + \\ + S_Y \left\{ (3z^2 - 6Hz)B_3 + \dots + \left[nz^{n-1} - n(n-1)H^{n-2}z \right] B_n \right\}$$

ou ainda:

$$\frac{QbH^2}{2j_x} = \left[-6 + \lambda_3 (3\eta^2 - 6\eta) \right] B'_3 + \dots +$$

$$+ \left\{ -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} + \lambda_3 [n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] \right\} B'_n \quad (3.48)$$

onde: $\lambda_3 = \frac{S_Y H^2}{2j_x}$

$$\eta = z/H$$

$$B'_n = H^{n-1} B_n$$

Finalmente, resta analisar a torção segundo o eixo OZ. Para esse caso a equação diferencial regente é dada pela expressão (2.89) e suas condições de contorno pelas expressões (2.90). Fazendo-se com que o polinômio (3.41) obedeça às condições (2.90), tem-se:

$$\theta = (z^3 - 3Hz^2)C_3 + \dots + \left[z^n - \frac{n(n-1)}{2} z^2 H^{n-2} \right] C_n \quad (3.49)$$

Pela substituição da equação (3.49), convenientemente derivada, na expressão (2.89), resulta:

$$Qc = -j_w^* \left[6C_3 + \dots + n(n-1)(n-2)z^{n-3}C_n \right] +$$

$$+ (s_t^* + s_z^*) \left\{ (3z^2 - 6Hz)C_3 + \dots + [nz^{n-1} - n(n-1)H^{n-2}z] C_n \right\}$$

ou ainda:

$$\frac{QcH^3}{j_\omega^*} = \left[-6 + \lambda_4 (3\eta^2 - 6\eta) \right] C'_3 + \dots + \left\{ -n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} + \lambda_4 [n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] \right\} C'_n \quad (3.50)$$

onde:
$$\lambda_4 = \frac{(s_t^* + S_z)H^2}{j_\omega^*}$$

$$\eta = z/H$$

$$C'_n = H^n C_n$$

Evidentemente, para se conhecer as funções aproximadoras do deslocamento u e v e da rotação θ , basta conhecer as constantes: $A'_2, \dots, A'_n, B'_3, \dots, B'_n, C'_3, \dots, C'_n$. Os valores de A'_2, \dots, A'_n podem ser determinados através da resolução de um sistema formado pelas equações (3.44), (3.45), (3.46) e mais $n-4$ aplicações da expressão (3.43), sendo n o grau do polinômio aproximador. Já as constantes B'_3, \dots, B'_n tornam-se conhecidas com a resolução do sistema formado por $n-2$ aplicações da equação (3.48). Finalmente, de maneira análoga, as constantes C'_3, \dots, C'_n são calculadas através de $n-2$ aplicações da equação (3.50).

Colocando-se os polinômios aproximadores de u, v e θ em termos das constantes $A'_2, \dots, A'_n, B'_3, \dots, B'_n, C'_3, \dots, C'_n$ e de $\eta = z/H$, obtêm-se:

$$\begin{aligned} u/H &= \eta^2 A'_2 + \dots + \eta^n A'_n \\ v/H &= (\eta^3 - 3\eta^2) B'_3 + \dots + \left[\eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2 \right] B'_n \\ \theta &= (\eta^3 - 3\eta^2) C'_3 + \dots + \left[\eta^n - \frac{n(n-1)}{2} \eta^2 \right] C'_n \end{aligned} \quad (3.51)$$

Derivando-se sucessivamente as expressões (3.51), encontra-se:

$$\begin{aligned}
 u^I &= 2\eta A'_2 + \dots + n\eta^{n-1} A'_n \\
 v^I &= [3\eta^2 - 6\eta] B'_3 + \dots + [n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] B'_n \quad (3.52) \\
 H\theta^I &= [3\eta^2 - 6\eta] C'_3 + \dots + [n\eta^{n-1} - n(n-1)\eta] C'_n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_u^{II} &= 2A'_2 + \dots + n(n-1)\eta^{n-2} A'_n \\
 H_v^{II} &= [6\eta - 6] B'_3 + \dots + [n(n-1)\eta^{n-2} - n(n-1)] B'_n \quad (3.53) \\
 H^2_{\theta^{II}} &= [6\eta - 6] C'_3 + \dots + [n(n-1)\eta^{n-2} - n(n-1)] C'_n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H^2_u^{III} &= 6A'_3 + \dots + n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} A'_n \\
 H^2_v^{III} &= 6B'_3 + \dots + n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} B'_n \quad (3.54) \\
 H^3_{\theta^{III}} &= 6C'_3 + \dots + n(n-1)(n-2)\eta^{n-3} C'_n
 \end{aligned}$$

Com a aplicação das equações (3.51), (3.52), (3.53) e (3.54) nas expressões mostradas no final dos itens 2.8.2, 2.8.3 e 2.8.4, pode-se determinar os momentos fletores e momentos torçores nos núcleos estruturais e esforços cortantes nos pórticos e lintéis.

3.8 - ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Os algoritmos desenvolvidos nos itens anteriores apresentam alguns aspectos interessantes de se abordar:

a) O sistema de equações lineares a ser resolvido para determinação dos coeficientes é totalmente adimensional. Isso garante que a solução de um determinado problema apresentará sempre o mesmo condicionamento numérico, não importando as unidades consideradas. E para sistemas mal condicionados, como normalmente se apresentam os sistemas resultantes da aplicação de um polinômio de grau muito elevado, esse é um detalhe que pode ser relevante.

b) O polinômio interpolador, preferencialmente, já obedece às condições de contorno antes da montagem do sistema de equações. Para a maioria dos casos aqui analisados, esse procedimento mostrou-se perfeitamente viável pois as condições de contorno podiam ser obedecidas sem que se tornasse muito complexa a forma polinomial resultante. Como cada condição de contorno obedecida a priori significa uma equação a menos no sistema de equações lineares a ser resolvido, para o caso plano de associação de parede e pórtico e para os núcleos associados por lintéis e submetidos à torção, obtêm-se um sistema de $n-2$ equações. Já para a associação tridimensional de paredes, pórticos e núcleos, o sistema obtido tem $3(n-2)$ equações. Caso os polinômios não obedecessem previamente às condições de contorno, o número de equações dos sistemas seria, respectivamente, $n+1$ e $3(n+1)$, sendo n o grau do polinômio interpolador. Considerando-se que serão utilizados normalmente polinômios interpoladores de grau 10 a 20, essas reduções conseguidas são de certo modo interessantes.

Procedimento diferente foi utilizado quando da integração das equações relativas a associação plana de paredes através de lintéis. Para esse caso julgou-se conveniente que apenas parte das equações de contorno fossem obedecidas previamente pelo polinômio interpolador. Assim se fez por 2 motivos: comodidade, já que a consideração prévia de todas as condições de contorno aumentaria o trabalho algébrico necessário; e para exemplificar um procedimento ligeiramente diferente do normalmente adotado. Em todo caso, se-

ja um ou outro o procedimento adotado, a aproximação conseguida será a mesma.

c) Recomenda-se que as aplicações da equação que representa o equilíbrio do conjunto sejam feitas em pontos regularmente distribuídos pela altura da associação. Caso seja adotada uma distribuição diferente da regular, essa configuração de pontos deve ser muito bem analisada, de modo a realmente melhorar os resultados a serem obtidos. No entanto, na presente pesquisa não foram desenvolvidos estudos nesse sentido, pois julgou-se que o assunto foge aos objetivos principais do trabalho.

d) Cabe ressaltar, finalmente, que para as associações estudadas nos itens 3.3, 3.4, 3.5 e 3.7, foi considerado um carregamento externo distribuído linear, conforme mostra-se na figura 3.2.

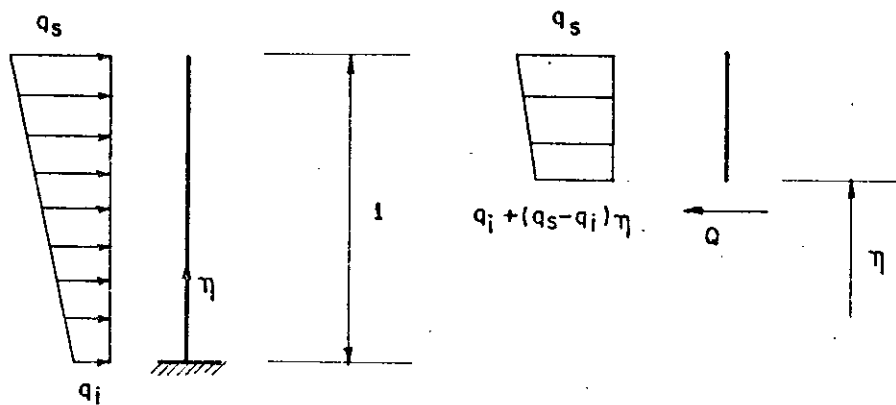


FIG. 3.2 - CARREGAMENTO EXTERNO DISTRIBUIDO LINEAR

Assim, já em termos da variável adimensional η , pode-se equacionar a cortante Q e o momento fletor M resultando:

$$Q = \frac{H}{2} \left[(q_s + q_i) - 2q_i\eta - (q_s - q_i)\eta^2 \right]$$

$$M = \frac{H^2}{6} \left[3q_i + 4(1-\eta)(q_s - q_i) \right] (\eta^2 - 2\eta + 1)$$

Já para os núcleos associados por lintéis e submetidos à torção, item 3.6, o carregamento considerado consiste num momento concentrado na extremidade livre, F_t , e um momento distribuído pela altura da associação, q_t . Então o esforço solicitante momento torçor, em um dado nível η , pode ser equacionado como se segue:

$$T = F_t + q_t(1-\eta)H$$

Tais expressões analíticas para os termos de carregamento, interessantes do ponto de vista computacional, são as utilizadas nos programas desenvolvidos por esta pesquisa, cujas listagens encontram-se em anexo.

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar e analisar exemplos numéricos sobre a integração de equações diferenciais da técnica do meio contínuo por meio de polinômios interpoladores. Para tanto são utilizadas as associações de elementos estudadas neste trabalho, cujos equacionamentos são apresentados nos itens 2.4 a 2.8, do capítulo 2, e algoritmos de integração deduzidos nos itens 3.3 a 3.7, do capítulo 3.

Logicamente, a preocupação maior dos exemplos apresentados é aferir a convergência do processo de integração numérica proposto. Então, para os casos onde a resolução analítica das equações diferenciais regentes não for excessivamente trabalhosa, a comparação dos resultados encontrados através da aplicação de polinômios interpoladores se

fará, preferencialmente, com tais resultados analiticamente obtidos. Caso contrário, as conclusões sobre a convergência serão obtidas através da análise de resultados encontrados pela resolução de um mesmo problema por polinômios interpoladores de graus crescentes.

Dessa maneira, espera-se poder chegar a conclusões esclarecedoras sobre as aproximações conseguidas pelo processo de integração proposto e também sobre a viabilidade de sua utilização.

4.2 - EXEMPLO Nº 1: ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E PAREDE POR BARRAS ARTICULADAS

Para o presente caso, a dedução do equacionamento e dos algoritmos de integração são apresentados, respectivamente, nos itens 2.4 e 3.3, dos capítulos anteriores. Observando-se a expressão (3.6), que gera o sistema de equações lineares a ser resolvido para a solução da equação diferencial regente, verifica-se que as características elásticas e geométricas da associação são representadas através de um único parâmetro: $\lambda = s_f H^2 / j_w$. Para uma análise mais completa da convergência do problema aqui considerado resolve-se 3 casos distintos da associação, adotando-se valores de λ iguais a 9, 25 e 100. Além disso, para cada valor de λ considerado, apresentam-se resultados obtidos através da resolução analítica e da aplicação de polinômios de graus 5, 10, 15 e 20. As grandezas comparadas são: deslocamento da associação (u), momento na parede (M_w), carga distribuída na parede (q_w), cortante no pórtico (Q_f) e carga distribuída no pórtico (q_f). Dessa maneira, acredita-se que a convergência do processo focalizado estará suficientemente analisada.

Os dados básicos para as associações aqui exemplificadas são apresentados pela figura 4.1. Além do carregamento uniformemente distribuído e da altura da associação,

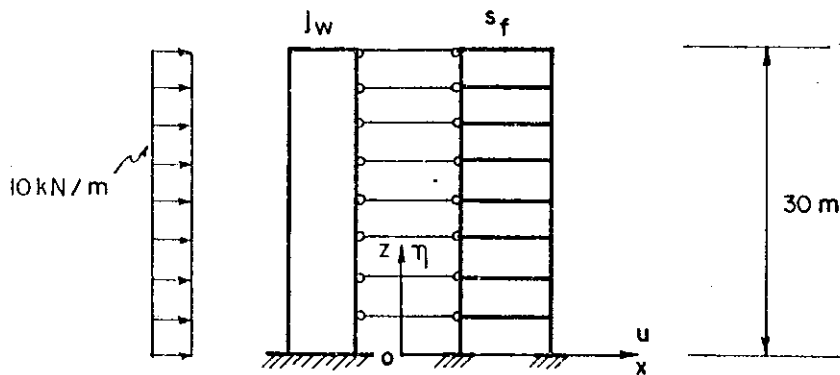


FIG. 4.1 — ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO

tem-se: para $\lambda = 9$, $s_f = 25.000\text{KN}$ e $j_w = 2.500.000\text{KN.m}^2$; para $\lambda = 25$, $s_f = 25.000\text{KN}$ e $j_w = 900.000\text{KN.m}^2$; para $\lambda = 100$, $s_f = 25.000\text{KN}$ e $j_w = 225.000\text{KN.m}^2$. Os resultados assim obtidos são apresentados nas tabelas seguintes:

Deslocamento u (cm) - $\lambda = 9$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	9,6620	9,3943	idem ao Analítico	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	7,9087	7,8676			
0,6	5,8158	5,9504			
0,4	3,4083	3,5748			
0,2	1,1284	1,1990			
0,0	0,0	0,0			

Tabela 4.1

Deslocamento u (cm) - $\lambda = 25$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	12,221	12,119	12,221	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	10,705	11,285	10,705		
0,6	8,4485	9,5850	8,4486		
0,4	5,3462	6,4357	5,3463		
0,2	1,9389	2,3822	1,9390		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.2

Deslocamento u (cm) - $\lambda = 100$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	14,760	18,673	14,769	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	13,730	19,539	13,735		
0,6	11,535	19,569	11,540		
0,4	7,9868	15,535	7,9915		
0,2	3,3673	6,6260	3,3716		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.3

Esforço cortante Q_f (KN) - $\lambda = 9$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	69,707	60,309	idem ao Analítico	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	78,970	69,847			
0,6	95,269	90,520			
0,4	102,40	104,40			
0,2	80,736	85,546			
0,0	0,0	0,0			

Tabela 4.4

Esforço cortante Q_f (KN) - $\lambda = 25$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	55,952	29,050	idem ao Analítico	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	75,826	46,703			
0,6	112,89	99,640			
0,4	142,23	159,64			
0,2	130,55	160,89			
0,0	0,0	0,0			

Tabela 4.5

Esforço cortante Q_f (KN) - $\lambda = 100$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	29,973	-29,496	30,205	29,972	idem ao Analítico
0,8	63,958	-37,973	63,987	63,957	
0,6	119,81	61,697	119,82	119,81	
0,4	174,58	284,00	174,60	174,58	
0,2	199,41	412,53	199,44	199,41	
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.6

Carga distribuída q_f (KN/m) - $\lambda = 9$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	2,5833	2,9041			
0,6	2,4155	3,4887			
0,4	-0,5657	0,4175			
0,2	-7,4660	-7,6454			
0,0	-20,845	-22,036			

Tabela 4.7

Carga distribuída q_f (KN/m) - $\lambda = 25$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	5,5283	6,1443	5,5279		
0,6	6,1997	10,717	6,1995		
0,4	2,7434	7,4545	2,7434		
0,2	- 8,5949	- 9,9091	- 8,5946		
0,0	-40,130	-47,638	-40,132		

Tabela 4.8

Carga distribuída q_f (KN/m) - $\lambda = 100$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	8,6137	3,9903	8,5900		
0,6	9,5691	29,635	9,5604		
0,4	8,1437	38,454	8,1541		
0,2	- 3,5369	- 8,0351	- 3,4985		
0,0	-90,001	-148,31	-90,256		

Tabela 4.9

Momento M_w (KN.m) - $\lambda = 9$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	idem ou Analítico	idem ou Analítico	idem ou Analítico
0,8	-258,33	-290,41			
0,6	-241,55	-348,87			
0,4	56,569	- 41,753			
0,2	746,60	764,54			
0,0	2084,5	2203,6			

Tabela 4.10

Momento M_w (KN.m) - $\lambda = 25$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ou Analítico	idem ou Analítico
0,8	-199,02	-221,20	-199,00		
0,6	-223,19	-385,83	-223,18		
0,4	- 98,761	-268,36	- 98,763		
0,2	309,42	356,73	309,41		
0,0	1444,7	1715,0	1444,7		

Tabela 4.11

Momento M_w (KN.m) - $\lambda = 100$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	idem ou Analítico
0,8	-77,523	- 35,913	-77,310	-77,524	
0,6	-86,121	-266,72	-86,044	-86,122	
0,4	-73,293	-346,09	-73,387	-73,293	
0,2	31,832	72,316	31,486	31,832	
0,0	810,01	1334,8	812,30	810,01	

Tabela 4.12

Carga distribuída q_w (KN/m) - $\lambda = 9$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	10,000	2,7320	10,001	idem ou Analítico	idem ou Analítico
0,8	7,4167	6,4433	7,4167		
0,6	7,5845	10,155	7,5845		
0,4	10,566	13,866	10,566		
0,2	17,466	17,577	17,466		
0,0	30,845	21,289	30,843		

Tabela 4.13

Carga distribuída q_w (KN/m) - $\lambda = 25$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	10,000	-4,6935	10,029	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	4,4717	1,5712	4,4721		
0,6	3,8003	7,8360	3,7993		
0,4	7,2566	14,101	7,2580		
0,2	18,595	20,365	18,594		
0,0	50,130	26,630	50,066		

Tabela 4.14

Carga distribuída q_w (KN/m) - $\lambda = 100$					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	10,000	-15,034	10,810	9,9931	idem ao Analítico
0,8	1,3863	- 5,4137	1,4061	1,3863	
0,6	0,4310	4,2066	0,3958	0,4310	
0,4	1,8563	13,827	1,9055	1,8564	
0,2	13,537	23,447	13,481	13,537	
0,0	100,00	33,068	97,168	99,989	

Tabela 4.15

Os resultados apresentados nas tabelas 4.1 a 4.15 destacam os seguintes pontos, que se julga interessante mencionar:

a) A aproximação resulta melhor para o deslocamento e para as grandezas que dependem de derivadas de ordens mais baixas. Para as derivadas de ordens mais elevadas a aproximação revela-se menos eficiente, o que era de se esperar pois tal fato ocorre também com outros métodos numéricos.

b) Com relação ao parâmetro λ , nota-se claramente que a precisão dos resultados é inversamente proporcio-

nal ao seu valor, isto é, os melhores resultados são obtidos para $\lambda = 9$ e os piores para $\lambda = 100$.

c) Para o deslocamento u , o polinômio de grau 5 não apresenta bons resultados, principalmente para $\lambda = 25$ ou 100. Entretanto, o polinômio de grau 10 fornece valores praticamente idênticos aos analíticos, mesmo para $\lambda = 100$, não havendo discrepâncias para polinômios de graus 15 e 20.

d) Para Q_f , que depende de u^I , e para q_f e M_w , que dependem de u^{II} , as aproximações conseguidas com polinômio de grau 5 se revelam destituídas de sentido, chegando a apresentar resultados completamente discrepantes para a associação com $\lambda = 100$. O polinômio de grau 10 continua se portando de maneira muito satisfatória e o de grau 15 apresenta resultados praticamente iguais aos analíticos.

e) A carga distribuída q_w , que depende de u^{IV} , mostra que a aproximação conseguida com polinômio de grau 5 é completamente inviável (Note-se, por exemplo, os resultados apresentados para a associação de $\lambda = 100$). Já o polinômio de grau 10 continua fornecendo ótimos resultados, principalmente para $\lambda = 9$ e $\lambda = 25$, e apresenta sua maior discrepância para $\lambda = 100$ e $\eta = 1.0$, sem contudo comprometer o conjunto. O polinômio de grau 15 ainda apresenta resultados praticamente iguais aos analíticos e o de grau 20, a exemplo do ocorrido para as outras grandezas, não apresenta discrepâncias.

A principal conclusão a que se chega através da análise dos resultados obtidos por este exemplo é de que, em termos de engenharia, é perfeitamente satisfatória a aproximação conseguida com polinômio de grau 10. Isso significa a possibilidade de se analisar as associações planas de paredes e pórticos através da resolução de um sistema de 8 equações lineares, o que importa num gasto bastante reduzido de memória e de tempo de processamento.

4.3 - EXEMPLO Nº 2: ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS

O exemplo aqui considerado é apresentado por MANCINI [12] e consiste na associação não degenerada ($\det [J] \neq 0$, item 2.5) apresentada na figura 4.2.

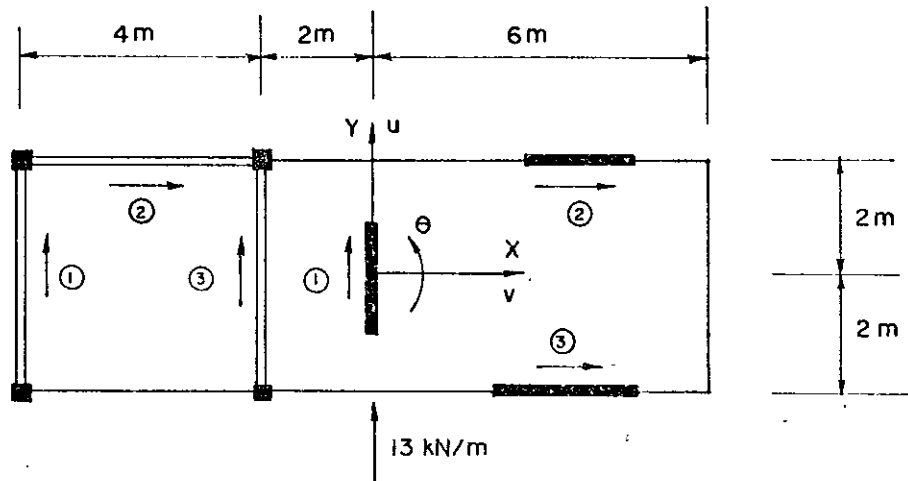


FIG. 4.2 — ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS.

Trata-se de um edifício de 10 pavimentos e pé direito igual a 3m. Todas as vigas e pilares tem seção transversal de, respectivamente, 20x50cm e 40x40cm. As paredes (1) e (2) têm seção 25x200cm e a parede (3) tem seção 25x250cm. O carregamento é constituído por uma carga uniformemente distribuída igual a 13kN/m e o módulo de elasticidade é adotado como sendo $2 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$.

No caso aqui apresentado, a integração analítica é viável na forma fechada, porém muito complexa por envolver a resolução de um sistema de 3 equações diferenciais inter-relacionadas. Assim, a análise da convergência do método de integração numérica utilizado será feita através da resolução do problema com a aplicação de polinômios de graus 5, 10, 15 e 20, observando-se então a variação dos resultados obtidos. Entretanto, como a associação tridimensional de paredes e pórticos é praticamente uma generalização do caso estudado no item anterior, pode-se supor que,

assim como lá ocorreu, o polinômio interpolador de grau 10 já ofereça bons resultados. Dessa maneira, deve-se observar discrepâncias relativamente pequenas entre os resultados obtidos com polinômios de graus 10, 15 e 20.

Convém ressaltar que a comparação dos resultados é feita para os deslocamentos e rotação do conjunto, respectivamente u , v e θ ; para a cortante e carga distribuída de cada pórtico, Q_f e q_f ; e para o momento fletor e carga distribuída de cada parede, M_w e q_w . Os painéis acham-se numerados na figura 4.2 e os resultados obtidos são apresentados pelas tabelas seguintes:

Deslocamento u (cm)				
η	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	1,5051	1,5510	1,5511	idem ao grau 15
0,8	1,0005	1,0276	1,0276	
0,6	0,5606	0,5739	0,5739	
0,4	0,2358	0,2419	0,2419	
0,2	0,0520	0,0550	0,0550	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.16

Deslocamento v (cm)				
η	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	13,738	13,561	13,561	idem ao grau 15
0,8	10,626	10,558	10,558	
0,6	7,3623	7,3523	7,3524	
0,4	4,0631	4,0863	4,0863	
0,2	1,2668	1,2889	1,2889	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.17

Rotação θ ($\times 10^{-2}$ rad)				
η	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	2,2634	2,2400	2,2398	idem ao grau 15
0,8	1,6971	1,6747	1,6747	
0,6	1,1238	1,1073	1,1072	
0,4	0,5857	0,5740	0,5740	
0,2	0,1703	0,1629	0,1629	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.18

Cortante Q_f (KN) e carga distribuída q_f (KN/m) no Pórtico ①								
η	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f
1,0	-15,117	0,0	-21,932	0,0	-21,901	0,0	idem ao grau 15	idem ao grau 15
0,8	-12,958	0,8989	-15,827	1,6825	-15,818	1,6804		
0,6	-3,6448	2,1407	-3,7318	2,2745	-3,7293	2,2741		
0,4	10,490	2,2622	10,594	2,3752	10,595	2,3753		
0,2	18,335	-0,1997	21,141	0,5145	21,145	0,5155		
0,0	0,0	-6,7081	0,0	-10,294	0,0	-10,314		

Tabela 4.19

Cortante Q_f (KN) e carga distribuída q_f (KN/m) no Pórtico ②								
η	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f
1,0	-30,798	0,0	-29,915	0,0	-29,904	0,0	idem ao grau 15	idem ao grau 15
0,8	-33,593	-0,7512	-32,305	-0,7010	-32,302	-0,7018		
0,6	-37,722	-0,4572	-36,570	-0,5454	-36,569	-0,5455		
0,4	-37,143	0,8052	-36,568	0,7441	-36,568	0,7441		
0,2	-26,276	2,9594	-25,446	3,0954	-25,444	3,0957		
0,0	0,0	5,9287	0,0	4,9837	0,0	4,9765		

Tabela 4.20

Cortante Q_f (KN) e carga distribuída q_f (KN/m) no Pórtico (3)								
η	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f
1,0	98,757	0,0	92,186	0,0	92,202	0,0	idem ao grau 15	idem ao grau 15
0,8	103,09	1,2895	99,357	1,8812	99,361	1,8801		
0,6	111,22	1,0754	109,89	1,2709	109,89	1,2706		
0,4	110,72	- 1,7783	110,12	- 1,6208	110,12	- 1,6207		
0,2	82,332	- 8,4079	83,764	- 7,9384	83,766	- 7,9379		
0,0	0,0	-19,949	0,0	-21,986	0,0	-21,996		

Tabela 4.21

Momento M_w (KN.m) e carga distribuída q_w (KN/m) na Parede (1)								
η	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f	Q_f	q_f
1,0	0,0	4,4292	0,0	13,179	0,0	12,999	idem ao grau 15	13,000
0,8	-162,81	7,3916	-217,16	9,4337	-217,11	9,4394		9,4394
0,6	- 59,522	10,354	- 84,323	9,4544	- 84,310	9,4553		9,4553
0,4	416,51	13,316	396,79	12,246	396,79	12,245		12,245
0,2	1371,9	16,279	1333,7	20,429	1333,8	20,422		20,422
0,0	2913,4	19,241	3051,7	44,692	3052,3	45,309		45,310

Tabela 4.22

Momento M_w (KN.m) e carga distribuída q_w (KN/m) na Parede (2)								
η	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	M_w	q_w	M_w	q_w	M_w	q_w	M_w	q_w
1,0	0,0	-3,4169	0,0	0,2495	0,0	-0,0009	idem ao grau 15	0,0
0,8	82,369	-3,1834	76,869	-2,7670	76,950	-2,7589		-2,7589
0,6	50,136	-2,9498	59,798	-3,5022	59,816	-3,5009		-3,5009
0,4	- 88,288	-2,7162	- 81,588	-3,4960	- 81,592	-3,4967		-3,4967
0,2	-324,50	-2,4826	-339,40	0,1089	-339,44	0,1001		0,1001
0,0	-650,08	-2,2490	-546,45	20,630	-545,67	21,492		21,493

Tabela 4.23

Momento M_w (KN.m) e carga distribuída q_w (KN/m) na Parede (3)								
	Grau 5		Grau 10		Grau 15		Grau 20	
	M_w	q_w	M_w	q_w	M_w	q_w	M_w	q_w
1,0	0,0	6,2561	0,0	- 0,2085	0,0	0,0007	idem ao grau 15	0,0
0,8	77,219	4,7669	107,59	3,4674	107,52	3,4607		3,4607
0,6	326,05	3,2777	331,74	4,0475	331,72	4,0464		4,0464
0,4	692,87	1,7884	696,41	2,7520	696,41	2,7525		2,7525
0,2	1124,1	0,2992	1147,4	- 3,2031	1147,4	- 3,1958		- 3,1958
0,0	1566,1	-1,1900	1436,6	-25,749	1435,9	-26,469		-26,470

Tabela 4.24

Uma observação atenta dos valores apresentados revela que a expectativa de bons resultados já para o polinômio interpolador de grau 10 foi amplamente confirmada. As discrepâncias observadas entre os valores obtidos com polinômios de graus 10, 15 e 20 são realmente muito pequenas, significando que a convergência do método de integração foi bastante satisfatória.

Como o caso aqui tratado, a associação tridimensional de paredes e pórticos, possui grande aplicação prática na análise de edifícios sob carga horizontal, julgou-se conveniente comparar os tempos de processamento necessários à resolução do problema com a aplicação de cada um dos polinômios testados (Ressalta-se que os tempos apresentados são os requeridos pela CPU do Sistema IBM 370/148 apenas para a execução do programa).

Polinômio utilizado	Tempo de CPU (segs)
Grau 5	0,72
Grau 10	1,41
Grau 15	3,05
Grau 20	5,93

Tabela 4.25

A análise dos valores da Tabela 4.25 conduz à conclusão de que realmente o polinômio interpolador de grau 10 destaca-se dos demais. Mesmo apresentando uma aproximação semelhante às obtidas com a aplicação de polinômios de grau 15 e 20, requer um tempo de execução significativamente menor. Por esses motivos parece ser a opção mais viável para a aplicação nos casos usuais de associação tridimensional de paredes e pórticos.

4.4 - EXEMPLO Nº 3: ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTÉIS

A estrutura aqui exemplificada é a mostrada pela figura 4.3. Compõe-se de 2 paredes desiguais, (1) e (2), associadas por lintéis a espaçamentos regulares. Além dos dados apresentados na própria figura, tem-se: área da parede (1) e da parede (2) iguais, respectivamente, a $2m^2$ e $1.6m^2$; momento de inércia da parede (1) e da parede (2) iguais, respectivamente, a $4m^4$ e $2m^4$; momento de inércia da seção dos lintéis igual a $0.006m^4$; módulo de elasticidade das paredes e dos lintéis igual a $2 \times 10^7 \text{KN}/m^2$

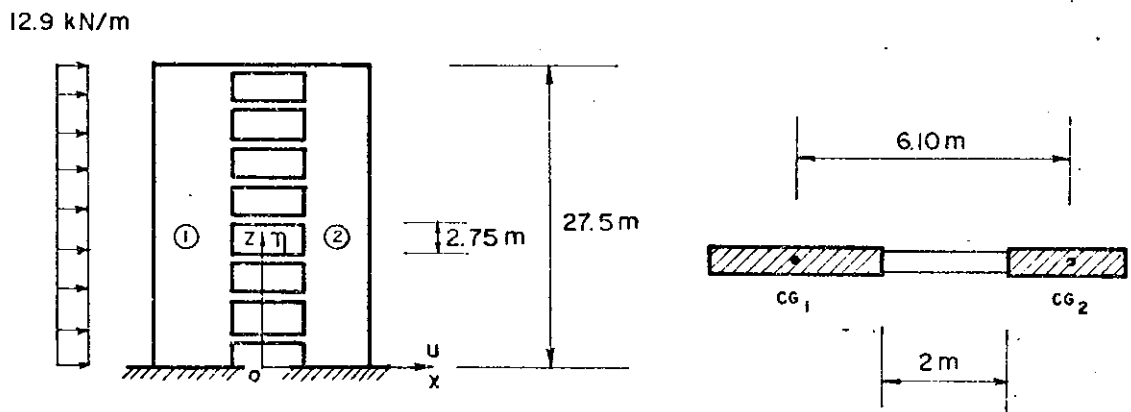


FIG.4.3 — PAREDES ASSOCIADAS POR LINTÉIS

A associação em pauta tem seu equacionamento e algoritmos de integração deduzidos nos itens 2.6 e 3.5, dos capítulos anteriores. Observando-se sua equação regente, veri-

fica-se tratar de uma função que depende da quinta derivada do deslocamento. Assim sendo, a aplicação de um polinômio de grau 5 para sua integração numérica deve acarretar erros muito grosseiros. Mesmo assim, além de resultados analiticamente obtidos, apresenta-se valores provenientes da resolução do problema através da aplicação de polinômios de graus 5, 10, 15 e 20, objetivando-se um acompanhamento detalhado da convergência do processo de integração utilizado. Para cada polinômio aplicado são comparados os valores encontrados para: momento fletor na parede (1), momento fletor na parede (2), esforço normal na parede (1) e esforço cortante nos lintéis. Os resultados assim obtidos acham-se organizados nas tabelas seguintes:

Momento fletor na parede (1) (KN.m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	-118,89	-9719,5	-119,09		
0,6	-70,970	-18380,	-71,244		
0,4	134,51	-25184,	134,18		
0,2	578,87	-29331,	578,49		
0,0	1496,7	-30024,	1496,2		

Tabela 4.26

Momento fletor na parede (2) (KN.m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	-59,446	-4859,8	-59,544		
0,6	-35,485	-9190,1	-35,622		
0,4	67,254	-12592,	67,088		
0,2	289,43	-14665,	289,25		
0,0	748,34	-15012,	748,10		

Tabela 4.27

Esforço normal na parede ① (KN)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	61,221	2422,0	61,270		
0,6	145,39	4647,7	145,46		
0,4	254,80	6480,6	254,88		
0,2	369,43	7724,3	369,52		
0,0	431,61	8182,5	431,72		

Tabela 4.28

Esforço cortante nos lintéis (KN)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	27,946	1227,4	27,974	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	35,315	1178,3	35,331		
0,6	49,034	1031,0	49,041		
0,4	58,816	785,52	58,821		
0,2	51,342	441,86	51,352		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.29

Dos resultados apresentados nas tabelas 4.26 a 4.29 destacam-se os seguintes pontos:

a) A aproximação conseguida com o polinômio interpolador de grau 5 é realmente péssima e portanto sua utilização na resolução do presente caso deve ser completamente descartada.

b) O utilização do polinômio de grau 10, por sua vez, já apresenta resultados muito próximos dos obtidos analiticamente. A maior discrepância ocorre no momento fletor da parede ①, para $\eta = 0.6$, e é de aproximadamente 0.3%.

c) Os resultados obtidos com os polinômios de graus 15 e 20 não apresentam, pelo menos nos 5 algarismos analisados, quaisquer discrepâncias com os obtidos analiticamente.

Do exemplo aqui desenvolvido pode-se concluir que, também para o caso plano de paredes associadas por lintéis, a convergência da integração da equação diferencial regente através de um polinômio interpolador é amplamente satisfatória. Novamente parece que se pode recomendar a utilização de polinômio interpolador de grau 10. Dessa maneira, a solução do caso presentemente analisado se faz através da consideração de um sistema de apenas 9 equações lineares, logicamente com pequeno gasto de memória e de tempo de processamento.

4.5 - EXEMPLO Nº. 4: NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÉIS E SUBMETIDOS À TORÇÃO

Para a associação aqui considerada, a dedução dos equacionamentos e dos algoritmos de integração numérica são apresentados, respectivamente, nos itens 2.7 e 3.6, dos capítulos anteriores. A estrutura analisada é o conjunto de núcleos cuja planta se mostra na figura 4.4. Além dos dados lá colocados, tem-se: altura da associação igual a 30m; espaçamento vertical entre lintéis igual a 3m; altura dos lintéis igual a 0.30m; módulo de elasticidade longitudinal igual a $2 \times 10^7 \text{KN/m}^2$; coeficiente de Poisson igual a 0.167.

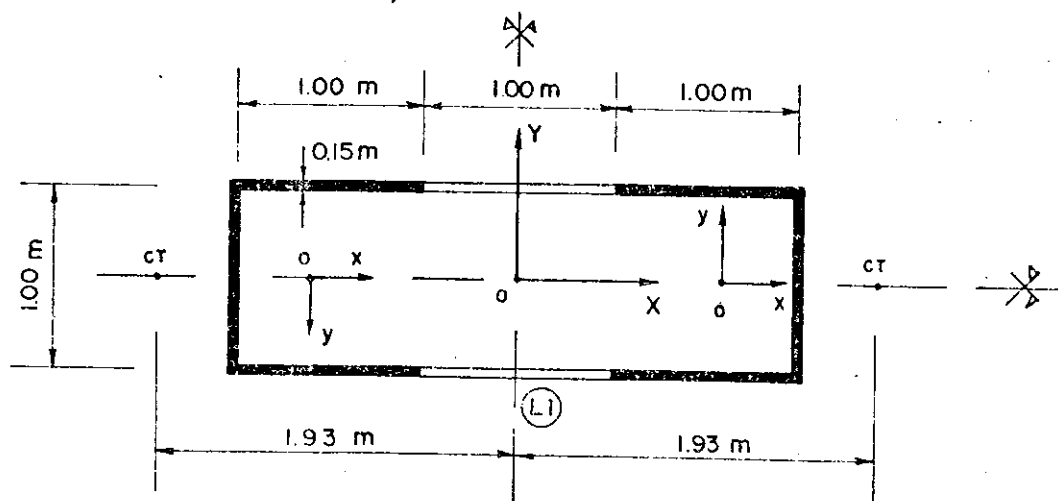


FIG. 4.4 — NÚCLEOS ASSOCIADOS POR LINTÉIS

Considerando-se que a equação diferencial regente da presente associação é formalmente idêntica à obtida para a associação plana de parede e pórtico, pode-se supor que a convergência apresentada pelo processo de integração será também análoga, sendo desnecessária uma análise mais completa sobre o assunto. Desse modo, pretende-se aproveitar este exemplo para se verificar a influência do tipo do carregamento nos resultados obtidos. Inicialmente, submete-se a associação da figura 4.4 a um momento concentrado no topo igual a 100KN.m, produzindo um esforço solicitante momento torçor constante e igual a 100KN.m. Depois, a mesma estrutura será carregada com um momento distribuído igual a 10KN.m/m, portanto produzindo um esforço solicitante momento torçor que varia linearmente de zero a 300KN.m. Para cada carregamento mencionado resolve-se o problema analiticamente e através da aplicação de polinômios de graus 5, 10, 15 e 20. Serão comparados os resultados obtidos para a rotação, momento torçor em cada núcleo, momento fletor em cada núcleo (em torno de ox) e a cortante nos lintéis L1, sendo os valores apresentados pelas tabelas seguintes:

Rotação ($\times 10^{-2}$) rad					
(Momento concentrado no topo igual a 100KN.m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,64741	0,65129	0,64742	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	0,48799	0,50286	0,48800		
0,6	0,33139	0,35525	0,33140		
0,4	0,18347	0,20551	0,18347		
0,2	0,05940	0,68344	0,05940		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.30

Rotação ($\times 10^{-2}$ rad)					
(Momento distribuído igual a 10KN.m/m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,82372	0,81635	0,82373	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	0,72111	0,75939	0,72112		
0,6	0,56875	0,64425	0,56876		
0,4	0,35965	0,43209	0,35966		
0,2	0,13031	0,15978	0,13031		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.31

Momento torçor em cada núcleo (KN.m)					
(Momento concentrado no topo igual a 100KN.m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	7,7211	7,3068	7,7213	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	7,6731	7,0500	7,6731		
0,6	7,4771	7,1738	7,4771		
0,4	6,9225	7,4048	6,9225		
0,2	5,4132	6,3159	5,4132		
0,0	1,3269	1,3269	1,3269		

Tabela 4.32

Momento torçor em cada núcleo (KN.m)					
(Momento distribuído igual a 10KN.m/m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	3,6401	1,9099	3,6404	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	5,7180	3,1666	5,7181		
0,6	8,9048	7,6514	8,9048		
0,4	11,589	13,163	11,589		
0,2	11,616	14,604	11,616		
0,0	3,9807	3,9807	3,9807		

Tabela 4.33

Momento fletor em cada núcleo (KN.m)					
(Momento concentrado no topo igual a 100KN.m/m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	2,4525	1,2726	2,4544		
0,6	7,5412	-3,3918	7,5419		
0,4	20,736	8,5862	20,736		
0,2	56,222	59,786	56,221		
0,0	152,14	172,79	152,15		

Tabela 4.34

Momento fletor em cada núcleo (KN.m)					
(Momento distribuído igual a 10KN.m/m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	-50,457	-56,122	-50,453		
0,6	-56,544	-97,490	-56,542		
0,4	-24,805	-67,421	-24,805		
0,2	78,878	90,766	78,876		
0,0	365,96	433,75	365,97		

Tabela 4.35

Esforço cortante nos lintéis (L1) (KN)					
(Momento concentrado no topo igual a 100KN.m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	64,722	60,528	64,764	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	64,235	59,639	64,236		
0,6	62,252	60,285	62,252		
0,4	56,638	60,169	56,638		
0,2	41,362	47,302	41,362		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.36

Esforço cortante nos lintéis (L1) (KN)					
(Momento distribuído igual a 10KN.m/m)					
η	Analítico	Grau 5	Grau 10	Grau 15	Grau 20
1,0	36,845	19,332	36,848	idem ao Analítico	idem ao Analítico
0,8	49,819	30,891	49,820		
0,6	74,016	65,402	74,017		
0,4	93,122	104,37	93,123		
0,2	85,346	104,95	85,346		
0,0	0,0	0,0	0,0		

Tabela 4.37

Uma análise dos resultados das tabelas 4.30 a 4.37 ressalta os seguintes pontos:

a) Realmente a aproximação dos resultados para o presente caso é semelhante à obtida para a associação plana de parede e pórtico. Para todos os parâmetros comparados, os resultados fornecidos pela aplicação de um polinômio de grau 10 são praticamente idênticos aos analíticos, demonstrando-se a grande eficiência do processo.

b) O fato de se considerar a estrutura sujeita a momento concentrado no topo ou distribuído pela altura não alterou de forma sensível a convergência do processo de integração. Essa conclusão é importante não só para o caso presentemente analisado mas também para as outras associações estudadas. Por exemplo, através dela pode-se inferir que a utilização, para as demais associações, de carregamento distribuído uniforme ou linear também não influirá na aproximação conseguida.

Assim, o presente exemplo de aplicação vem corroborar a observação feita em todos os casos anteriores de o polinômio interpolador de grau 10 já apresenta resultados com precisão plenamente satisfatória. Além disso, concluiu-se também que o tipo de carregamento não influi de maneira sensível na convergência observada.

4.6 - EXEMPLO Nº 5: EDIFÍCIO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES.

A estrutura tridimensional analisada neste item é o edifício cuja planta se apresenta na figura 4.5. Para o conjunto de núcleos associados por lintéis, os dados são exatamente os mesmos da associação considerada no item anterior. Para os pórticos, simetricamente distribuídos em relação aos eixos OX e OY, considera-se as seguintes rigidezes: $s_f = 80.000\text{KN}$, para os pórticos (3) e (4), orientados segundo o eixo OX; $s_f = 50.000\text{KN}$, para os pórticos (1) e (2), orientados segundo o eixo OY. O carregamento compõe-se de uma carga distribuída uniforme igual a 30KN/m , que atua segundo coordenadas a, b e c iguais, respectivamente, a 0.6, 0.8 e 2.0m.

Para o presente caso já se sabe de antemão que, a exemplo do ocorrido no item 4.4, o polinômio interpolador de grau 5 leva a resultados completamente discrepantes.

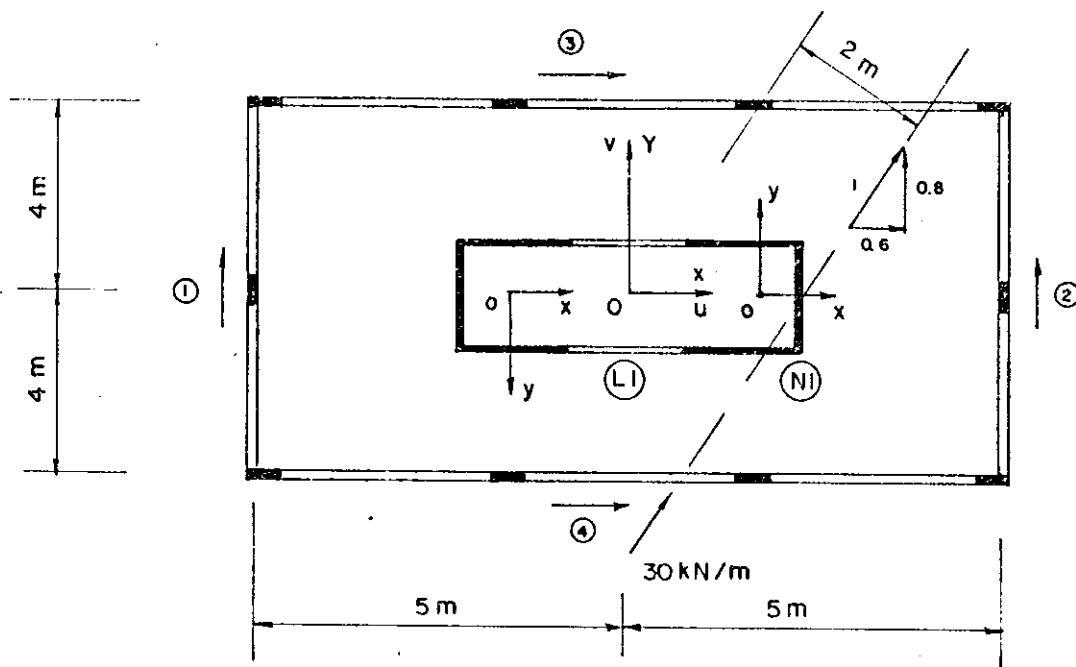


FIG. 4.5 - EDIFÍCIO COMPOSTO POR NÚCLEOS, ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS

Assim, neste exemplo se fará um acompanhamento da convergência do método de integração pela análise dos resultados obtidos com o aplicação de polinômios de graus 10, 15, 20 e 25. Serão comparados as seguintes grandezas: momento fletor, em torno de x , no núcleo resistente (N1), M_{x1} ; momento fletor, em torno de y , em cada núcleo, M_y (O referido esforço será igual para os 2 núcleos); momento torçor em cada núcleo, T ; esforço cortante nos lintéis (L1), Q_{L1} ; esforço normal no núcleo (N1), N_1 ; esforços cortantes nos pórticos 1, 2, 3 e 4. Ressalta-se que os elementos mencionados estão assinalados na figura 4.5 e os resultados obtidos organizados nas seguintes tabelas:

Momento M_{x1} (KN.m)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao grau 20
0,8	-272,20	-273,05	-273,05	
0,6	-302,17	-302,97	-302,97	
0,4	-158,01	-156,93	-156,93	
0,2	338,26	341,16	341,17	
0,0	2428,7	2397,3	2396,8	

Tabela 4.38

Momento M_y (KN.m)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao grau 20
0,8	-57,699	-43,971	-44,137	
0,6	-45,820	-42,185	-42,319	
0,4	-31,247	-25,024	-25,132	
0,2	39,874	35,746	35,662	
0,0	555,32	605,68	605,79	

Tabela 4.39

Momento torçor T (KN.m)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	-0,8551	-0,7463	-0,7503	idem ao grau 20
0,8	1,8110	1,9004	1,9007	
0,6	3,8627	3,8343	3,8343	
0,4	5,7948	5,7589	5,7588	
0,2	7,7199	7,9860	7,9854	
0,0	23,884	23,884	23,884	

Tabela 4.40

Esforço cortante Q_{L1} (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	35,474	31,264	31,372	idem ao grau 20
0,8	88,642	89,044	89,041	
0,6	171,48	172,28	172,27	
0,4	254,28	255,43	255,43	
0,2	321,68	317,99	317,98	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.41

Esforço normal N_1 (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	0,0	0,0	0,0	idem ao grau 20
0,8	192,72	180,68	180,82	
0,6	608,61	605,43	605,54	
0,4	1306,4	1300,9	1301,0	
0,2	2238,7	2242,3	2242,4	
0,0	3065,5	3021,3	3021,2	

Tabela 4.42

Esforço cortante no pórtico (1) (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	61,672	62,296	62,273	idem ao grau 20
0,8	74,206	74,091	74,090	
0,6	102,55	102,61	102,61	
0,4	121,82	121,92	121,92	
0,2	93,809	93,591	93,593	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.43

Esforço cortante no pórtico ② (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	71,583	70,947	70,970	idem ao grau 20
0,8	107,32	107,43	107,43	
0,6	168,97	168,91	168,91	
0,4	221,38	221,28	221,28	
0,2	222,30	222,52	222,52	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.44

Esforço cortante no pórtico ③ (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	18,037	39,345	39,078	idem ao grau 20
0,8	21,090	37,619	37,439	
0,6	24,285	36,973	36,863	
0,4	21,500	31,929	31,875	
0,2	3,9090	14,159	14,152	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.45

Esforço cortante no pórtico ④ (KN)				
η	Grau 10	Grau 15	Grau 20	Grau 25
1,0	30,724	50,418	50,211	idem ao grau 20
0,8	63,474	80,292	80,114	
0,6	109,29	121,83	121,72	
0,4	148,93	159,11	159,06	
0,2	168,38	179,19	179,17	
0,0	0,0	0,0	0,0	

Tabela 4.46

As principais observações a se fazer diante dos resultados mostrados pelas tabelas 4.39 a 4.41, são:

a) As aproximações conseguidas pelo polinômio de grau 10 parecem razoáveis para os esforços que não dependem do deslocamento v e de suas derivadas (momento M_x , momento torçor e esforços cortantes nos pórticos (1) e (2)). Entretanto, para os demais esforços, aparecem discrepâncias bastante acentuadas em relação aos valores obtidos pelos polinômios de graus mais elevados. Esse fato pode ser facilmente explicado pois a equação diferencial regente para os deslocamentos segundo OX , deslocamento v , apresenta derivadas de ordem 5, 3 e 1, evidentemente dificultando a interpolação.

b) A aplicação do polinômio de grau 15 resulta, para todos os parâmetros comparados, em valores muito próximos dos obtidos através de polinômios de grau 20 e 25. Isso significa que a convergência do processo de integração continua bastante rápida, apenas ressaltando-se o fato de que a estabilização dos resultados se dá com a aplicação de polinômio de grau um pouco mais elevado do que para as associações estudadas anteriormente (Nos casos anteriores, já com o polinômio de grau 10, podiam-se considerar os resultados estabilizados).

c) A resolução do edifício com polinômios de graus 20 ou 25 conduz a resultados sem quaisquer discrepâncias, donde se pode inferir que os valores assim obtidos são os que se encontrariam através da resolução analítica das equações diferenciais regentes.

Para o presente caso, de certa aplicação prática, torna-se interessante repetir a análise dos tempos de processamento feita para a associação do item 4.3. Aqui, assim como lá, são comparados os tempos de CPU do sistema 370/148 necessários à execução do programa com a aplicação dos diversos polinômios adotados. Os resultados obtidos são apresentados pela tabela 4.47:

Polinômio utilizado	Tempo de CPU(segs)
Grau 10	0,89
Grau 15	1,42
Grau 20	2,37
Grau 25	3,57

Tabela 4.47

Como última observação deve-se mencionar que não é obrigatório que os polinômios interpoladores dos deslocamentos u e v e da rotação θ sejam de mesmo grau. Inclusive, atentando-se à observação a), conclui-se que este caso é bastante adequado à interpolação realizada por polinômios de graus diferentes. Como se mencionou, a equação diferencial regente para translação segundo OX é de ordem mais elevada que as obtidas para as translações segundo OY e para o giro. Assim, é bastante lógica a utilização de um polinômio de grau mais elevado para a interpolação dos deslocamentos v . Apenas para se ilustrar esse interessante procedimento resolve-se o presente exemplo utilizando-se polinômios de grau 10 para interpolar o deslocamento u e a rotação θ , e um polinômio de grau 15 para o deslocamento v . O tempo de CPU requerido para a execução do programa é de apenas 1,06 segs e os resultados, excelentes, estão apresentados nas tabelas 4.48 e 4.49.

Resultados para o conjunto de núcleos					
η	M_{x1}	M_y	T	N_1	Q_{L1}
1,0	0,0	0,0	-0,8551	0,0	31,876
0,8	-272,20	-43,971	1,8110	180,68	88,935
0,6	-302,17	-42,185	3,8627	605,43	172,33
0,4	-158,01	-25,024	5,7948	1300,9	255,53
0,2	338,26	35,746	7,7199	2242,3	317,78
0,0	2428,7	605,68	23,884	3021,3	0,0

Tabela 4.48

Resultados para a cortante nos pórticos				
η	Pórtico ①	Pórtico ②	Pórtico ③	Pórtico ④
1,0	61,672	71,583	38,538	51,225
0,8	74,206	107,32	37,764	80,147
0,6	102,55	168,97	36,898	121,91
0,4	121,82	221,38	31,806	159,23
0,2	93,809	222,30	14,436	178,91
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela 4.49

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES GERAIS

Quando da introdução desta pesquisa, foi mencionado que seu principal objetivo seria estudar a integração das equações diferenciais da técnica do meio contínuo por meio de polinômios interpoladores, mostrando que tal método possui 3 características muito importantes: facilidade na dedução dos algoritmos, boa convergência e utilização restrita de memória e de tempo de processamento. Aqui, pode-se dizer que tais objetivos foram satisfatoriamente atingidos.

A facilidade na dedução dos algoritmos de integração pode ser observada no capítulo 3. Mesmo com alguma sofisticação adicional, como tornar o sistema de equações totalmente adimensional, a simplicidade das deduções lá apresentadas é bastante evidente. Quanto à convergência, todos os exemplos mostram uma rápida estabilização dos resultados obtidos, não sendo necessária a utilização de polinômios de graus maiores que 10 ou 15 para que os valores se aproximem

bastante dos obtidos através da resolução analítica das equações diferenciais. Tal fato possibilita ainda a análise das associações com pequeno gasto de memória e de tempo de processamento, como convém a um processo de integração a ser aplicado às equações da técnica do meio contínuo.

Entretanto, existe um ponto negativo a ser ressaltado. É o fato do sistema de equações lineares, que deve ser resolvido para a solução do problema, apresentar, quando da aplicação de polinômios de grau igual ou superior a 20, um mau condicionamento numérico. Isso exige que as variáveis reais usadas na montagem e na solução do sistema sejam, no caso da máquina IBM 370, de dupla precisão (reais de 8 bytes), sem o que os resultados começam a divergir. Entretanto, como a ordem do sistema é relativamente baixa, isso não acarreta grandes prejuízos à economia de memória.

Desse modo, acredita-se poder concluir pela viabilidade da utilização do processo de integração proposto, colocando-se mais essa ferramenta numérica à disposição dos pesquisadores envolvidos com a técnica do meio contínuo aplicada a estruturas de edifícios altos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] STAMATO, M.C. - Estado Atual da Análise de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos, Publ. nº 163, EESC-USP, São Carlos, SP, 1972.
- [2] ALBIGÉS, M. e GOULET, J. - Contreventement des Bâti-ments, Ann. Inst. Tech. Bât. Trav. Pub., nº 149, Mai., 1960, pp. 473-500.
- [3] ROSENBLUETH, E. e HOLTZ, I. - Elastic Analysis of Shear Walls in Tall Buildings, Jnl. A.C.I., vol. 56, Jun., 1960, pp. 1209-1222.
- [4] CARDAN, B. - Concrete Shear Walls Combined with Rigid Frames in Multi-Storey Buildings Subjected to Lateral Loads, Jnl. A.C.I., vol. 58, nº 3, Set. 1961, pp. 299-315.
- [5] FRANCO, M. - Comportamento Elástico de Estruturas Formadas por Pilares-Paredes Contraventados entre si, Estrutura, nº 45, Rio de Janeiro, Jun., 1962, pp. 373-389.
- [6] BECK, H. - Contribution to the Analysis of Coupled Shear Walls, Jul. A.C.I., vol. 59, Ago., 1962, pp. 1055-1069.
- [7] ROSMAN, R. - Beitrag zur Untersuchung des Zusammenwirkens von Waagerecht Belasteten Wänden und Stockwerkrahmen bei Hochbauten, Beton-und Stahlbetonbau, Fev., 1963, pp. 36-40.
- [8] FRANCO, M. - Alguns Problemas Relativos à Ação do Vento em Edifícios de Grande Altura, Tese de Doutoramento, Escola Politécnica da Univ. de São Paulo, 1966.
- [9] LAREDO, M. - Theorie Générale du Comportement des Grandes Structures Spatiales, Ann. Inst. Tech. Bât. Trav. Pub., nº 254, Fev., 1969, pp. 305-386.

- [10] GLUCK, J. - Lateral-Load Analysis of Asymmetric Multistory Structures, Proc. A.S.C.E., nº ST2, Fev., 1970, pp. 317-333.
- [11] STAMATO, M.C. - Associação Contínua de Painéis de Contraventamento, Pub. nº 157, EESC-USP, São Carlos, SP, 1971.
- [12] MANCINI, E. - Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitas à Ação do Vento, Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos, SP. 1977.
- [13] STAMATO, M.C. - Distribuição das Cargas de Vento entre os Painéis de Contraventamento, EESC-USP, São Carlos, SP., 1966.
- [14] VLASSOV, B.Z. - Pièces Longues en Voiles Minces, Ed. Eyroles, Paris, 1962.
- [15] MICHAEL, D. - Torsional Coupling of Core Walls in Tall Buildings, The Structural Engineer, Vol. 47, nº 2, Fev., 1969, pp. 67-71.
- [16] SALVADORI, M.G. e BARON, M.L. - Métodos Numéricos Aplicados à Engenharia, Publ. Esc. Eng. da Universidade de Minas Gerais, B. Horizonte, M.G., 1956.
- [17] YOUNG, D.M. e GREGORY, R.T. - A Survey of Numerical Mathematics, Vol. I, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1972, pp. 246-340.
- [18] ATAIDE, M.P. - Aplicação do Método de Ritz-Galerkin à Análise de Estruturas de Edifícios Altos pela Técnica do Meio Contínuo, EESC-USP, São Carlos, SP., 1981.
- [19] PROENÇA, S.B. - Diferenças Finitas na Integração das Equações da Técnica do Meio Contínuo, EESC-USP, São Carlos, SP., 1981.
- [20] SEIXAS, R.S. - Integração das Equações da Técnica do Meio Contínuo pelo Método Stodola-Vianello, EESC-USP, São Carlos, SP., 1981.

- [21] OLIVEIRA, D.S. - Aplicação do Método Rayleigh-Ritz na Integração Numérica das Equações da Técnica do Meio Contínuo, EESC-USP, São Carlos, SP., 1982.
- [22] BREBIA, C.A. - The Boundary Element Method for Engineers, 2a. Ed., Pentech Press, London, 1980.

ANEXO

PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS NA ELABORAÇÃO
DOS EXEMPLOS MOSTRADOS NO CAPÍTULO 4

PROGRAMA Nº 1

ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO
POR BARRAS ARTICULADAS

ASSOCIACAO PLANA DE PAREDE E PORTICO POR BARRAS ARTICULADAS
=====

* DADOS NECESSARIOS A UTILIZACAO DESTE PROGRAMA

NGRAU= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE QUANTOS POLINOMIOS SERAO APLICADOS PARA RESOLVER UM MESMO PROBLEMA (O PROGRAMA SEMPRE INICIA COM POLINOMIO DE GRAU 5 E A VARIACAO E DE 5 EM 5).

NPONT= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PONTOS DO DOMINIO DE INTEGRACAO PARA OS QUAIS SERAO FORNECIDOS VALORES DAS FUNCOES APROXIMADAS (OS PONTOS SERAO IGUALMENTE ESPACADOS E AS EXTREMIDADES ESTARAO OBRIGATORIAMENTE INCLUIDAS).

JW= MODULO DE RIGIDEZ A FLEXAO PARA A PAREDE (SE HOUVER MAIS DE UMA PAREDE BASTA SOMAR OS VALORES DAS RIGIDEZES).

SF= RIGIDEZ A FORCA CORTANTE DO PORTICO (IDEM OBSERVACAO ACIMA).

H= ALTURA DA ASSOCIACAO.

QI= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE INFERIOR.

QS= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE SUPERIOR.

* OBSERVACOES COMPLEMENTARES

- 1) TODAS AS VARIAVEIS QUE NAO TIVERAM SEU TIPO (INTEIRA OU REAL) EXPLICITADO SAO REAIS.
- 2) TODAS AS VARIAVEIS INTEIRAS SAO LIDAS EM FORMATO I5 E AS REAIS EM FORMATO F10.0 .

----- CALCULO DOS VALORES ANALITICOS -----

```

SUBROUTINE EXAT(NPONT,JW,SF,H,Q)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 LBD,K,KL,NETA,MWEX,JW
LBD=SF*H*H/JW
K=DSRT(SF/JW)
KL=K*K*K*K*JW*(1+DEXP(-2*K*H))
C1=-Q*(K*H+2*DEXP(-K*H)-K*H*DEXP(-2*K*H))/KL
C2=Q*(DEXP(-K*H)-K*H*DEXP(-2*K*H))/KL
C3=Q*(K*H+DEXP(-K*H))/KL
KN=1./FLUAT(NPONT-1)
WRITE(3,1) LBD
1  FORMAT('1',10(//),44X,'RESULTADOS EXATOS PARA LBD=',F0.1,///,33X,'M
*UMENTO',14X,'CORTANTE',16X,'CARGA',17X,'CARGA',/,9X,'DESLOCAMENTO'
*,12X,'NA PAREDE',12X,'NO PORTICO',13X,'NA PAREDE',12X,'NO PORTICO'
*)
NETA=1.
DO 10 I=1,NPONT
IF(NETA-0.0001) 2,2,3
2  NETA=0
3  Z=NETA*H
DEX=C1+C2*DEXP(K*Z)+C3*DEXP(-K*Z)+Q*(H*Z-Z*Z/2.)/(K*K*JW)

```

```

GAMA=C2*DEXP(K*Z)+C3*DEXP(-K*Z)-Q/(K*K*K*K*JW)
MWEX=K*K*JW*GAMA
CFEX=-K*K*SF*GAMA
QFLX=(C2*DEXP(K*Z)-C3*DEXP(-K*Z)+Q*(H-Z)/(K*K*K*JW))*K*SF
CWEX=(C2*DEXP(K*Z)+C3*DEXP(-K*Z))*K*K*K*K*JW
WRITE(3,5) JEX,MWEX,QFEX,CWEX,CFEX
5  FORMAT(/,9X,G12.5,4(10X,G12.5))
10 NETA=NETA-RV
RETURN
END

```

----- RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE SOLVE(ND,NN,B1,B,X)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B1(ND,ND),UL(60,60),IPS(60),SCALE(60),B(ND),X(ND)
N=NN
DO 5 I=1,N
IPS(I)=I
ROWNR=0.
DO 2 J=1,N
JL(I,J)=B1(I,J)
IF(ROWNR-DABS(UL(I,J)))1,2,2
1  ROWNR=DABS(UL(I,J))
2  CONTINUE
IF(ROWNR)3,4,3
3  SCALE(I)=1000./ROWNR
GO TO 5
4  WRITE(3,6)
6  FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
SCALE(I)=0.
5  CONTINUE
NM1=N-1
DO 17 K=1,NM1
BIG=0.
DO 11 I=K,N
IP=IPS(I)
SIZE=DABS(UL(IP,K))*SCALE(IP)
IF(SIZE-BIG)11,11,10
10  BIG=SIZE
IOXPI=I
11  CONTINUE
IF(BIG)13,12,13
12  WRITE(3,21)
21  FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR.DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
GO TO 17
13  IF(IOXPI-K)14,15,14
14  J=IPS(K)
IPS(K)=IPS(IOXPI)
IPS(IOXPI)=J
15  KP=IPS(K)
PIVOT=UL(KP,K)
KP1=K+1
DO 16 I=KP1,N
IP=IPS(I)
EM=-UL(IP,K)/PIVOT
UL(IP,K)=-EM
DO 16 J=KP1,N
UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
16  CONTINUE
17  CONTINUE
KP=IPS(N)
IF(UL(KP,N))19,18,19
18  WRITE(3,21)
19  N1=N+1
IP=IPS(1)
X(1)=B(IP)
DO 23 I=2,N
IP=IPS(I)
IM1=I-1
SUM=0.
DO 22 J=1,IM1
SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
22  X(I)=B(IP)-SUM
23  IP=IPS(N)

```



```

X(N)=X(N)/UL(IP,N)
DO 25 I=BACK=2,N
I=NP1-I*BACK
IP=IPS(I)
IP1=(I+1)
SUM=0.
DO 24 J=IP1,N
24 SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
25 X(1)=(X(1)-SUM)/UL(IP,1)
RETURN
END

```

----- PROGRAMA PRINCIPAL -----

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 NETA, LBD, JW, MW
INTEGER GRAU
DIMENSION S(20,20), B(20), X(20)
5 READ(1,10) NGRAU, NPONT, JW, SF, H, Q1, QS
10 FORMAT(2I5,5F10.0)
IF(NGRAU.EQ.0) GO TO 70
IF(QS-Q1) 12,11,12
11 CALL EXAT(NPONT, JW, SF, H, QS)
12 LBD=SF*H*H/JW
GRAU=0.
KN=1./FLOAT(NPONT-1)
DO 65 NT=1,NGRAU
GRAU=GRAU+5
NETA=0.
NC=GRAU-2
DO 20 I=1,NC
DO 15 J=1,NC
N=J+2
IF(N-?) 13,13,14
13 S(I,J)=-8+LBD*(3*NETA*NETA-6*NETA)
GO TO 15
14 S(I,J)=-N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)+LBD*(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA)
15 CONTINUE
C=((QS+Q1)-2*Q1*NETA-(QS-Q1)*NETA*NETA)*H/2.
P(1)=0*H*H/JW
20 NETA=NETA+1./FLOAT(NC-1)
CALL SOLVE(20,NC,S,H,X)
WRITE(3,25) LBD, GRAU
25 FORMAT(1D(//),42X,'RESULTADOS OBTIDOS POR INTERPOLACION',//,48X,'LBD
*','E0.1,6X,'GRAU='',13,///,33X,'MOMENTO',14X,'CONSTANTE',16X,'CARGA'
*,17X,'CARGA',7,9X,'DESLOCAMIENTO',12X,'NA PAREDE',12X,'NO PORTICO',
*,12X,'NA PAREDE',12X,'NO PORTICO')
NETA=1.
DO 30 I=1, NPONT
IF(NETA-0.0001) 30,30,35
30 NETA=0.
35 U=0.
UI=0.
UII=0.
UIV=0.
DO 40 J=1,NC
N=J+2
U=U+(NETA**N-N*(N-1)*0.5*NETA*NETA)*X(J)*H
UI=UI+(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA)*X(J)
UII=UII+(N*(N-1)*NETA**(N-2)-N*(N-1))*X(J)/H
IF(N-4) 50,40,45
40 UIV=UIV+N*(N-1)*(N-2)*(N-3)*X(J)/(H*H*H)
GO TO 50
45 UIV=UIV+N*(N-1)*(N-2)*(N-3)*NETA**(N-4)*X(J)/(H*H*H)
50 CONTINUE
M=J*UII
CF=SF*UI
CM=J*UIV
CF=-SF*UII
WRITE(3,55) U, MW, QF, CM, CF
55 FORMAT(7,9X,3I2.5,4(10X,3I2.5))
60 NETA=NETA-KN
65 CONTINUE
GO TO 5
70 CALL EXIT

```

PROGRAMA Nº 2

ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES,
PÓRTICOS E NÚCLEOS

ASSOCIACAO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES, PORTICOS E NUCLEOS
=====

* DADOS NECESSARIOS A UTILIZACAO DESTA PROGRAMA

GRAU= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O GRAU DO POLINOMIO INTERPOLADOR.

NPUNT= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PONTOS DO DOMINIO DE INTEGRACAO PARA OS QUAIS SERAO FORNECIDOS VALORES DAS FUNCOES APROXIMADAS (OS PONTOS SERAO IGUALMENTE ESPACADOS E AS EXTREMIDADES ESTARAO OBRIGATORIAMENTE INCLUIDAS).

H= ALTURA DA ASSOCIACAO.

NW= NUMERO DE PAREDES.

NF= NUMERO DE PORTICOS.

NT= NUMERO DE MOLAS DE TORCAO.

QS= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE SUPERIOR.

QI= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE INFERIOR.

D(1),D(2),D(3)= COORDENADAS A,B,C DO PLANO DE CARREGAMENTO.

JW(I)= MODULO DE RIGIDEZ A FLEXAO DA PAREDE 'I'.

SP(I)= RIGIDEZ A FORCA CORTANTE DO PORTICO 'I'.

D(J),D(J+1),D(J+2)= COORDENADAS QUE DEFINEM A POSICAO DO PORTICO OU DA PAREDE QUE SE ESTA CONSIDERANDO (COORDENADAS A,B,C).

ST(I)= RIGIDEZ A TORCAO LIVRE DA MOLA DE TORCAO 'I'.

JT(I)= RIGIDEZ A FLEXO-TORCAO DA MOLA DE TORCAO 'I'.

* OBSERVACOES COMPLEMENTARES

- 1) TODAS AS VARIAVEIS QUE NAO TIVERAM SEU TIPO (INTEIRA OU REAL) EXPLICITADO SAO REAIS.
- 2) TODAS AS VARIAVEIS INTEIRAS SAO LIDAS EM FORMATO I5 E AS REAIS EM FORMATO F10.0 .

----- MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE MONTA(GRAU,JB,SB,D,QS,QI,H,R,S)
  IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
  INTEGER GRAU
  REAL*8 JB,NETA,H
  DIMENSION S(60,60),JB(3,3),SB(3,3),B(60),D(100)
  NC=GRAU-2
  R=1./FLOAT(NC+1)
  DO 20 L=1,3

```

```

K=L-1
NETA=R
DO 20 I=1,NC
  Q=((CS+QI)-2*QI*NETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2.
  QB=Q*H*H
  DO 10 J=1,NC
    R=J+2
    SAUX1=-N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)
    SAUX2=N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA
    S(K*NC+I,J)=SAUX1*(JB(L,1)/QB)+SAUX2*(SB(L,1)/Q)
    S(K*NC+I,J+NC)=SAUX1*(JB(L,2)/QB)+SAUX2*(SB(L,2)/Q)
10  S(K*NC+I,J+2*NC)=SAUX1*(JB(L,3)/QB)+SAUX2*(SB(L,3)/Q)
    D(K*NC+I)=D(L)
20  NETA=NETA+R
  RTURN
END

```

----- SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE SOLVE(ND,NN,BI,B,X)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION BI(ND,ND),UL(60,60),IPS(60),SCALE(60),B(ND),X(ND)
  N=NN
  DO 5 I=1,N
    IPS(I)=I
    ROWNR=0.
    DO 2 J=1,N
      UL(I,J)=BI(I,J)
      IF(ROWNR-DABS(UL(I,J)))1,2,2
1    ROWNR=DABS(UL(I,J))
2    CONTINUE
      IF(ROWNR)3,4,3
3    SCALE(I)=1000./ROWNR
    GO TO 5
4    WRITE(3,6)
6    FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
    SCALE(I)=0.
5    CONTINUE
    NN1=N-1
    DO 17 K=1,NN1
      BIG=0.
      DO 11 I=K,N
        IP=IPS(I)
        SIZE=DABS(UL(IP,K))*SCALE(IP)
        IF(SIZE-BIG)11,11,10
10     BIG=SIZE
        IDXP1=I
11     CONTINUE
        IF(BIG)13,12,13
12     WRITE(3,21)
21     FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR.DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
        GO TO 17
13     IF(IDXP1-K)14,15,14
14     J=IPS(K)
        IPS(K)=IPS(IDXP1)
        IPS(IDXP1)=J
15     KP=IPS(K)
        PIVOT=UL(KP,K)
        KP1=K+1
        DO 16 I=KP1,N
          IP=IPS(I)
          EM=-UL(IP,K)/PIVOT
          UL(IP,K)=-EM
        DO 18 J=KP1,N
          JL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
16     CONTINUE
17     CONTINUE
        KP=IPS(N)
        IF(UL(KP,N))19,18,19
18     WRITE(3,21)
19     NN1=N+1
        IP=IPS(1)
        X(1)=B(IP)
        DO 23 I=2,N
          IP=IPS(I)

```

```

      IM1=I-1
      SUM=0.
      DO 22 J=1, IM1
22     SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
23     X(I)=B(IP)-SUM
      IP=IPS(N)
      X(N)=X(N)/UL(IP,N)
      DO 25 IBACK=2,N
      I=NP1-IBACK
      IP=IPS(I)
      IP1=(I+1)
      SUM=0.
      DO 24 J=IP1,N
24     SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
25     X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
      RETURN
      END

```

----- PROGRAMA PRINCIPAL -----

```

      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      INTEGER GRAU
      REAL*8 JB, NETA, H, JT, JW, MW
      DIMENSION D(100), J_(20), SF(20), ST(10), JT(10), JB(3,3), SB(3,3), U(50)
      *, V(50), W(50), UI(50), VI(50), WI(50), U11(50), V11(50), W11(50), U12(50)
      *, U13(50), V12(50), W12(50), U14(20,50), V13(20,50), W13(20,50), CW(20,5)
      *, UFI(20,50), UFI1(20,50), QF(20,50), CF(20,50), T(10,50), CT(10,50), X
      *(60), B(60), S(60,60), TETA(50)
      READ(1,1) H, GRAU, NPONT, NW, NF, NT
1     FORMAT(F10.0,5I5)
      READ(1,5) QS, QI, D(1), D(2), D(3)
5     FORMAT(3F10.0)
      DO 10 I=1, NW
      J=3*I+1
10    READ(1,5) JW(I), D(J), D(J+1), D(J+2)
      DO 15 I=1, NF
      J=3*(I+NW)+1
15    READ(1,5) SF(I), D(J), D(J+1), D(J+2)
      IF(NT) 17, 17, 16
16    DO 20 I=1, NT
20    READ(1,5) ST(I), JT(I)
17    NCCR=3*(NW+NF+1)
      DB=DABS(D(3))
      DO 25 I=6, NCCR, 3
      DAUX=DABS(D(I))
      IF(DL-DAUX) 30, 30, 25
30    DB=DAUX
25    CONTINUE
      DO 35 I=3, NCCR, 3
35    D(I)=D(I)/DB
      R=0
      DO 50 I=1, 3
      N=N+1
      DO 50 J=N, 3
      JB(I,J)=0.
      DO 40 K=1, NW
      KA=3*K+I
      KB=3*K+J
40    JB(I,J)=JB(I,J)+JW(K)*D(KA)*D(KB)
      SL(I,J)=0.
      DO 45 K=1, NF
      KA=3*(K+NW)+I
      KB=3*(K+NW)+J
45    SB(I,J)=SB(I,J)+SF(K)*D(KA)*D(KB)
      JB(J,1)=JB(I,J)
      SB(J,1)=SB(I,J)
50    IF(NT) 55, 55, 60
60    DO 65 I=1, NT
      JB(3,3)=JB(3,3)+JT(I)/DB*DB
65    SB(3,3)=SB(3,3)+ST(I)/DB*DB
55    CALL MONTA(GRAU, JB, SB, D, QS, QI, H, B, S)
      NE=3*(GRAU-2)
      CALL SOLVE(60, NE, S, B, X)
      NC=GRAU-2
      DO 80 I=1, NPONT

```

```

U(1)=0.
V(1)=0.
W(1)=0.
JI(1)=0.
VI(1)=0.
WI(1)=0.
UII(1)=0.
VII(1)=0.
WII(1)=0.
WIII(1)=0.
UIV(1)=0.
VIV(1)=0.
80  WIV(1)=0.
    KN=1./FLGAT(NPONT-1)
    NETA=0.
    DO 90 I=1,NPONT
    DO 87 J=1,NC
    N=J+2
    GAMA=NETA**N-N*(N-1)*0.5*NETA*NETA
    U(I)=U(I)+GAMA*X(J)*H
    V(I)=V(I)+GAMA*X(J+NC)*H
    W(I)=W(I)+GAMA*X(J+2*NC)*H
    GAMAI=N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA
    UI(I)=UI(I)+GAMAI*X(J)
    VI(I)=VI(I)+GAMAI*X(J+NC)
    WI(I)=WI(I)+GAMAI*X(J+2*NC)
    GAMAI1=N*(N-1)*NETA**(N-2)-N*(N-1)
    UII(I)=UII(I)+GAMAI1*X(J)/H
    VII(1)=VII(1)+GAMAI1*X(J+NC)/H
    WII(1)=WII(1)+GAMAI1*X(J+2*NC)/H
    IF(N-3) 81,81,82
81  WIII(1)=WIII(1)+N*(N-1)*(N-2)*X(J+2*NC)/(H*H)
    GO TO 83
82  WIII(1)=WIII(1)+N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)*X(J+2*NC)/(H*H)
83  IF(N-4) 87,84,85
84  GAMAIV=N*(N-1)*(N-2)*(N-3)
    GO TO 86
85  GAMAIV=N*(N-1)*(N-2)*(N-3)*NETA**(N-4)
86  UIV(I)=UIV(I)+GAMAIV*X(J)/(H*H*H)
    VIV(I)=VIV(I)+GAMAIV*X(J+NC)/(H*H*H)
    WIV(I)=WIV(I)+GAMAIV*X(J+2*NC)/(H*H*H)
87  CONTINUE
    TETA(I)=W(I)/DB
90  NETA=NETA+RN
    DO 100 J=1,NPONT
    DO 95 I=1,NW
    UWII(I,J)=UII(J)*D(3*I+1)+VII(J)*D(3*I+2)+WII(J)*D(3*I+3)
    UWIV(I,J)=UIV(J)*D(3*I+1)+VIV(J)*D(3*I+2)+WIV(J)*D(3*I+3)
95  CW(I,J)=JW(I)*UWII(I,J)
    DO 100 I=1,NF
    K=3*(I+NW)+1
    UFI(I,J)=UI(J)*D(K)+VI(J)*D(K+1)+WI(J)*D(K+2)
    UFII(I,J)=UII(J)*D(K)+VII(J)*D(K+1)+WII(J)*D(K+2)
    CF(I,J)=SF(I)*UFI(I,J)
    CF(I,J)=-SF(I)*UFII(I,J)
100  IF(NI) 120,120,105
105  DO 110 J=1,NPONT
    DO 110 I=1,NI
    T(I,J)=ST(I)*WI(J)*DB-JT(I)*WIII(J)*DB
110  CT(I,J)=JT(I)*WIV(J)*DB-ST(I)*WII(J)*DB
120  WRITE(3,125) GKAU
125  FORMAT('1',36X,'RESOLUCAO DE UM EDIFICIO ATRAVES DE POLINOMIO FINI
*IG',/,56X,'GKAJ=',12,10(/),43X,'RESULTADOS OBTIDOS PARA U,V E GIRO
*',5(/),19X,'DESLOCAMENTO U',20X,'DESLOCAMENTO V',25X,'GIRO',/)
    DO 130 I=1,NPONT
    K=(NPONT+1)-I
130  WRITE(3,135) U(K),V(K),TETA(K)
135  FORMAT(/,19X,G14.7,20X,G14.7,20X,G14.7)
    WRITE(3,140)
140  FORMAT(10(/),43X,'RESULTADOS OBTIDOS PARA OS ELEMENTOS')
    DO 140 I=1,NF
    WRITE(3,145) I
145  FORMAT(7(/),55X,'PORTICO ',12,5(/),35X,'ESFORCO CONSTANTE',18X,'CAR
*CA DISTRIBUIDA',/)
    DO 150 J=1,NPONT

```

```
      K=(NPONT+1)-J
150 WRITE(3,155) CF(I,K),CF(I,K)
155 FORMAT(/,37X,G14.7,20X,G14.7)
160 CONTINUE
      DO 180 I=1,NW
      WRITE(3,165) I
165  FORMAT(7(/),56X,'PAREDE ',I2,5(/),36X,'MOMENTO FLETOR',19X,'CARGA
      *DISTRIBUIDA',/)
      DO 170 J=1,NPONT
      K=(NPONT+1)-J
170  WRITE(3,175) MW(I,K),CW(I,K)
175  FORMAT(/,37X,G14.7,20X,G14.7)
180  CONTINUE
      IF(NI) 210,210,185
185  DO 205 I=1,NI
      WRITE(3,190) I
190  FORMAT(7(/),52X,'MOJA DE TORCAO ',5(/),36X,'ESFORCO TORCOR',18X,'M
      *OMENTO DISTRIBUIDO',/)
      DO 195 J=1,NPONT
      K=(NPONT+1)-J
195  WRITE(3,200) T(I,K),CT(I,K)
200  FORMAT(/,37X,G14.7,20X,G14.7)
205  CONTINUE
210  CALL EXIT
      END
*END PRINT          329 RECORDS
```

PROGRAMA Nº 3

ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDES POR LINTÉIS

ASSOCIACAO PLANA DE PAREDES POR LINTEIS
=====

* DADOS NECESSARIOS A UTILIZACAO DE STE PROGRAMA

NGRAU= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE QUANTOS POLINOMIOS SERAO APLICADOS PARA RESOLVER UM MESMO PROBLEMA (O PROGRAMA SEMPRE INICIA COM POLINOMIO DE GRAU 5 E A VARIACAO E DE 5 EM 5).

NPONT= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PONTOS DO DOMINIO DE INTEGRACAO PARA OS QUAIS SERAO FORNECIDOS VALORES DAS FUNCOES APROXIMADAS (OS PONTOS SERAO IGUALMENTE ESPACADOS E AS EXTREMIDADES ESTARAO OBRIGATORIAMENTE INCLUIDAS).

E= MODOLO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL DAS PAREDES E DOS LINTEIS.

QI= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE INFERIOR.

QS= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE SUPERIOR.

H= ALTURA DA ASSOCIACAO.

HM= ALTURA ENTRE LINTEIS.

J1= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DA PAREDE 1.

J2= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DA PAREDE 2.

MS= MOMENTO ESTATICO DE UMA DAS PAREDES EM RELACAO AO CG DO CONJUNTO.

JL= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DO LINTEL.

LM= COMPRIMENTO DO LINTEL.

* OBSERVACOES COMPLEMENTARES

- 1) TODAS AS VARIAVEIS QUE NAO TIVERAM SEU TIPO (INTEIRA OU REAL) EXPLICITADO SAO REAIS.
- 2) TODAS AS VARIAVEIS INTEIRAS SAO LIDAS EM FORMATO I5 E AS REAIS EM FORMATO F10.0 .

----- CALCULO DOS VALORES ANALITICOS -----

```
SUBROUTINE EXAT(NPONT,RE,J1,J2,MS,EM,JL,LM,HM,H,Q)
IMPLICIT REAL*8(A-H,C-Z)
REAL*8 JC,J1,J2,MS,JL,LM,NETA,INT,NOR,M,MW1,MW2
JC=J1+J2+MS*EM
W2=((12*RE*JL*EM*JC)/(LM*LM*LM*(J1+J2)*MS*HM)
W=DSQRT(W2)
ALFA=W*H
TO=Q*H
FO=TO*MS*HM/JC
```

```

WRITE(3,5)
5  FORMAT(1,1,10(/),51X,'RESULTADOS EXATOS',///,21X,'MOMENTO',16X,'NO
*MENTO',16X,'NORMAL',16X,'CONSTANTE',/,20X,'NA PAREDE 1',12X,'NA PAR
*EDE 2',12X,'NAS PAREDES',12X,'NOS LINTEIS')
NETA=1.
RN=1./FLOAT(NPONT-1)
DO 25 I=1,NPONT
IF(NETA-0.0001) 10,10,15
10 NETA=0.
15 A=(ALFA*DCOSH(ALFA*(1-NETA))-DSINH(ALFA*NETA))/(ALFA*DCOSH(ALFA))
CL=FO*(1-NETA-A)
A=(1-NETA)*(1-NETA)/2.
B=DSINH(ALFA*(1-NETA))/(ALFA*DCOSH(ALFA))
C=1-DCOSH(ALFA*NETA)/DCOSH(ALFA)
INT=I0*H*(A-B+C/(ALFA*ALFA))
NCR=INT/HM
M=TO*H*(1-NETA)*(1-NETA)/2.
MW1=(J1/(J1+J2))*(M-EM*INT/HM)
MW2=(J2/(J1+J2))*(M-EM*INT/HM)
WRITE(3,20) MW1,MW2,NCR,CL
20  FORMAT(/,19X,G12.5,2(11X,G12.5))
25  NETA=NETA-RN
RETURN
END

```

----- MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE MONTA(GRAU,E,RE,J1,J2,MS,JL,EM,LM,HM,H,QS,QI,S,B)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 J1,J2,MS,LM,JL,LBD,NETA
INTEGER GRAU
DIMENSION S(20,20),B(20)
ALFA=LM*LM*LM*HM*MS/(12*RE*EM*JL)
C1=ALFA*E*(J1+J2)
C2=-F*(J1+J2+MS*EM)
C3=-ALFA*(QS-QI)/H
NC=GRAU-1
KA=1./FLOAT(GRAU-5)
LBD=C2*H*H/C1
DO 10 J=1,NC
N=J+1
S(1,J)=N*(N-1)
A=0.
IF(N.EQ.3) A=1.
S(2,J)=A
10 S(3,J)=N*(N-1)*(N-2)*(N-3)
B(1)=0.
B(2)=-((QS+QI)*H*H*H/(12*E*(J1+J2)))
B(3)=QS*H*H*H/(L*(J1+J2))
NETA=0.
DO 35 I=4,NC
DO 30 J=1,NC
N=J+1
GO TO (20,22,25,15),J
S(1,J)=N*(N-1)*(N-2)*LBD*NETA**(N-3)+N*(N-1)*(N-2)*(N-3)*(N-4)*NET
*A**(N-5)
GO TO 30
15 S(1,J)=60*LBD*NETA*NETA+120
GO TO 30
20 S(1,J)=0.
GO TO 30
22 S(1,J)=6*LBD
GO TO 30
25 S(1,J)=24*NETA*LBD
30 CONTINUE
C=((QS+QI)-2*QI*NETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2
L(1)=C*H*H*H*H/C1-C3*F*H*H*H/C1
35 NETA=NETA+RN
RETURN
END

```

----- SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES -----

SUBROUTINE SOLVE(ND,NN,B1,B,X)

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION BI(ND,ND),UL(60,60),IPS(60),SCALE(60),B(ND),X(ND)
N=NN
DO 5 I=1,N
  IPS(I)=I
  ROWNR=0.
  DO 2 J=1,N
    JL(I,J)=BI(I,J)
    IF(K(ROWNR-DAES(UL(I,J))))1,2,2
  1 ROWNR=DAES(JL(I,J))
  2 CONTINUE
  IF(ROWNR)3,4,3
  3 SCALE(I)=1000./ROWNR
  GO TO 5
  4 WRITE(3,6)
  6 FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
  SCALE(I)=0.
  5 CONTINUE
  NM1=N-1
  DO 17 K=1,NM1
    BIG=0.
    DO 11 I=K,N
      IP=IPS(I)
      SIZE=DAES(UL(IP,K))*SCALE(IP)
      IF(SIZE-BIG)11,11,10
    10 BIG=SIZE
    IDXP1=I
    11 CONTINUE
    IF(BIG)13,12,13
    12 WRITE(3,21)
    21 FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR.DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
    GO TO 17
    13 IF(IDXP1-K)14,15,14
    14 J=IPS(K)
    IPS(K)=IPS(IDXP1)
    IPS(IDXP1)=J
    15 KP=IPS(K)
    PIVOT=UL(KP,K)
    KP1=K+1
    DO 16 I=KP1,N
      IP=IPS(I)
      EM=-UL(IP,K)/PIVOT
      JL(IP,K)=-EM
    DO 16 J=KP1,N
      UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
    16 CONTINUE
    17 CONTINUE
    KP=IPS(N)
    IF(UL(KP,N))19,18,19
    18 WRITE(3,21)
    19 NP1=N+1
    IP=IPS(1)
    X(1)=B(IP)
    DO 23 I=2,N
      IP=IPS(I)
      IM1=I-1
      SUM=0.
      DO 22 J=1,IM1
        SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
    23 X(I)=B(IP)-SUM
    IP=IPS(N)
    X(N)=X(N)/UL(IP,N)
    DO 25 IBACK=2,N
      I=NP1-IBACK
      IP=IPS(I)
      IPI=(I+1)
      SUM=0.
      DO 24 J=IPI,N
        SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
    24 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
    25 RETURN
  END
```

----- PROGRAMA PRINCIPAL -----

```
IMPLICIT REAL*8(A-H,Q-Z)
REAL*8 J1,J2,MS,LM,JL,LBD,NETA,M,MW1,MW2,NOR
INTEGER GRAU
DIMENSION S(20,20),L(20),X(20)
READ(1,5) NGRAU,NPONT,E,RE,Q1,QS,H,HM
5  FORMAT(2I5,CF10.0)
READ(1,10) J1,J2,MS,EM,JL,LM
10  FORMAT(6F10.0)
    IF(QS-Q1) 12,11,12
11  CALL EXAT(NPONT,RE,J1,J2,MS,EM,JL,LM,HM,H,QS)
12  GRAU=5
    DO 60 NT=1,NGRAU
    CALL PUNTA(GRAU,E,RE,J1,J2,MS,JL,EM,LM,HM,H,QS,Q1,S,B)
    NC=GRAU-1
    CALL SOLVE(20,NC,S,B,X)
    WRITE(3,15) GRAU
15  FORMAT(10(/),36X,'RESULTADOS OBTIDOS POR INTERPOLACAO (GRAU=',I3,'
*)',///,34X,'MOMENTO',15X,'MOMENTO',15X,'NORMAL',15X,'CONSTANTE',/,'
*X', 'DESLOCAMENTO',11X,'NA PAREDE 1',11X,'NA PAREDE 2',11X,'NAS PARE
*DES',11X,'NOS LIMIATES')
    RN=1./FLOAT(NPONT-1)
    NETA=1.
    DO 55 I=1,NPONT
    J=0.
    U11=0.
    U111=0.
    DO 45 J=1,NC
    IF(NETA-0.0001) 16,16,17
16  NETA=0.
17  N=J+1
    U=U+NETA**N*X(J)*H
    IF(N-2) 20,20,25
20  U11=U11+N*(N-1)*X(J)/H
    GO TO 30
25  U11=U11+N*(N-1)*NETA**(N-2)*X(J)/H
30  IF(N-3) 45,35,40
35  U111=U111+N*(N-1)*(N-2)*X(J)/(H*H)
    GO TO 45
40  U111=U111+N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)*X(J)/(H*H)
45  CONTINUE
    Q=((QS+Q1)-2*Q1*NETA-(QS-Q1)*NETA*NETA)*H/2
    N=(3*Q1+4*(1-NETA)*(QS-Q1))*(NETA*NETA-2*NETA+1)*H*H/6.
    MW1=E*J1*U11
    MW2=J2/J1**N1
    NOR=(M-MW1-MW2)/EM
    QL=(E*(J1+J2)*U111+Q)*HM/EM
    WRITE(3,50) J,MW1,MW2,NOR,QL
50  FORMAT(/,9X,G12.5,+(10X,G12.5))
55  NETA=NETA-RN
60  GRAU=GRAU+5
    CALL EXIT
    END
```

*END PRINT 280 RECORDS

PROGRAMA Nº 4

NÚCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTÉIS
E SUBMETIDOS À TORÇÃO

NUCLEOS RESISTENTES ASSOCIADOS POR LINTEIS E SUBMETIDOS A TORCAO
=====

* DADOS NECESSARIOS A UTILIZACAO DO PROGRAMA

NGRAU= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE QUANTOS POLINOMIOS SERAO APLICADOS PARA RESOLVER UM MESMO PROBLEMA (O PROGRAMA SEMPRE INICIA COM POLINOMIO DE GRAU 5 E A VARIACAO E DE 5 EM 5).

NPONT= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PONTOS DO DOMINIO DE INTEGRACAO PARA OS QUAIS SERAO FORNECIDOS VALORES DAS FUNCOES APROXIMADAS (OS PONTOS SERAO IGUALMENTE ESPACADOS E AS EXTREMIDADES ESTARAO OBRIGATORIAMENTE INCLUIDAS).

H= ALTURA DA ASSOCIACAO.

HM= ALTURA ENTRE LINTEIS.

TP= ESFORCO TORCOR CONCENTRADO NA EXTREMIDADE SUPERIOR.

TM= ESFORCO TORCOR UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDO.

E= MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL DOS NUCLEOS E DOS LINTEIS.

G= MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL DO NUCLEOS.

JT= MOMENTO DE INERCIA A TORCAO DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO.

JW= MOMENTO SETORIAL DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO.

JX= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO EM RELACAO AO EIXO X COM ORIGEM NO CG DA SECAO.

JL= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA LINTEL.

B= DIMENSAO DO CONJUNTO SEGUNDO O EIXO Y.

L= DIMENSAO DO CONJUNTO SEGUNDO O EIXO X.

D= DISTANCIA ENTRE O CENTRO DE GRAVIDADE DO CONJUNTO E O CENTRO DE TORCAO DE UM DOS NUCLEOS.

LM= COMPRIMENTO DOS LINTEIS

* OBSERVACOES COMPLEMENTARES

- 1) TODAS AS VARIAVEIS QUE NAO TIVERAM SEU TIPO (INTEIRA OU REAL) EXPLICITADO SAO REAIS.
- 2) TODAS AS VARIAVEIS INTEIRAS SAO LIDAS EM FORMATO I5 E AS REAIS EM FORMATO F10.0 .

```

SUBROUTINE EXAT(NPONT,C1,C2,JW,JT,JX,JL,E,G,B,L,D,LM,TH,TP,H)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 BETA,BL,MT,IFT,JW,MX,JX,JL,L,LM
A=DSQRT(C1/C2)
SH=DSINH(A*H)
CH=DCCOSH(A*H)
A1=-(TM*(A*H*SH+1)+TP*A*SH)/(A*A*A*CH*C2)
A2=(TP+TM*H)/(A*A*C2)
A3=-A1
A4=-(TP+TM*H)/(A*A*A*C2)
KN=1./FLOAT(NPONT-1)
WRITE(3,1)
1  FORMAT('1',10('/),51X,'RESULTADOS EXATOS',///,31X,'TORCAO LIVRE',1
*X,'FLEXO-TORCAO',11X,'MOM. FLETOR',12X,'CORTANTE',/,13X,'GIRO',15
*X,'NOS NUCLEOS',11X,'NOS NUCLEOS',11X,'NAS PAREDES',11X,'NOS LINTE
*IS',/)
META=1.
DO 20 I=1,NPONT
IF(META-0.0001) 5,5,10
5  META=0
10  Z=META*H
U=A1+A2*Z+A3*DCCOSH(A*Z)+A4*DSINH(A*Z)-TM*Z*Z/(2*A*A*C2)
UI=A2+A3*A*DSINH(A*Z)+A4*A*DCCOSH(A*Z)-TM*Z/(A*A*C2)
UII=A3*A*A*DCCOSH(A*Z)+A4*A*A*DSINH(A*Z)-TM/(A*A*C2)
UIII=A3*A*A*A*DSINH(A*Z)+A4*A*A*A*DCCOSH(A*Z)
ML=G*JT*UI
MFT=-E*JW*UIII
FX=E*JX*D*UII
QL=12*E*JL*B*L*UI/(LM*LM*LM)
WRITE(3,15) U,ML,MFT,MX,QL
15  FORMAT(/,9X,G12.5,4(10X,G12.5))
20  META=META-RN
RETURN
END

```

----- SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE SOLVE(ND,NN,B1,B,X)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION BI(ND,ND),UL(60,60),IPS(60),SCALE(60),B(ND),X(ND)
N=NN
DO 5 I=1,N
IPS(I)=1
ROWNR=0.
DO 2 J=1,N
JL(I,J)=BI(I,J)
IF(ROWNR-DABS(UL(I,J)))1,2,2
1  ROWNR=DABS(UL(I,J))
2  CONTINUE
IF(ROWNR)3,4,3
3  SCALE(I)=1000./ROWNR
GO TO 5
4  WRITE(3,6)
6  FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
SCALE(I)=0.
5  CONTINUE
NM1=N-1
DO 17 K=1,NM1
BIG=0.
DO 11 I=K,N
IP=IPS(I)
SIZE=DABS(UL(IP,K))*SCALE(IP)
IF(SIZE-BIG)11,11,10
10  BIG=SIZE
IDXP1=1
11  CONTINUE
IF(BIG)13,12,13
12  WRITE(3,21)
21  FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR.DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
GO TO 17
13  IF(IDXP1-K)14,15,14
14  J=IPS(K)
IPS(K)=IPS(IDXP1)
IPS(IDXP1)=J

```

```

15 KP=IPS(K)
    PIVOT=UL(KP,K)
    KP1=K+1
    DO 16 I=KP1,N
    IP=IPS(I)
    EM=-UL(IP,K)/PIVOT
    UL(IP,K)=-EM
    DO 16 J=KP1,N
    UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
16 CONTINUE
17 CONTINUE
    KP=IPS(N)
    IF(UL(KP,N))19,18,19
18 WRITE(3,21)
19 KP1=N+1
    IP=IPS(1)
    X(1)=B(IP)
    DO 23 I=2,N
    IP=IPS(I)
    IM1=I-1
    SUM=0.
    DO 22 J=1,IM1
22 SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
23 X(I)=B(IP)-SUM
    IP=IPS(N)
    X(N)=X(N)/UL(IP,N)
    DO 25 IBACK=2,N
    I=NPI-IBACK
    IP=IPS(I)
    IP1=(I+1)
    SUM=0.
    DO 24 J=IP1,N
24 SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
25 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
    RETURN
    END

```

----- PROGRAMA PRINCIPAL -----

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 ML,MFT,MX,NETA,JK,JX,JT,JL,LM,LBD,L
INTEGER GRAU
DIMENSION S(20,20),BE(20),X(20)
READ(1,1) NGRAU,NPONT,H,HM,TP,IM
1 FORMAT(2I5,4F10.0)
READ(1,5) E,G,JT,JW,JX,JL
5 FORMAT(6F10.0)
READ(1,10) B,L,D,LM
10 FORMAT(4F10.0)
C1=2*G*JT+24*E*JL*B*B*L*D/(HM*LM*LM*LM)
C2=2*L*(JK+JX*D*D)
CALL EXAT(NPONT,C1,C2,JK,JT,JX,JL,E,G,B,L,D,LM,TP,H)
LBD=C1*H*H/C2
GRAU=0.
RR=1./FLOAT(NPONT-1)
DO 65 NT=1,NGRAU
GRAU=GRAU+5
NETA=0.
NC=GRAU-2
DO 20 I=1,NC
DO 15 J=1,NC
N=J+2
IF(N-3) 11,11,12
11 S(I,J)=-6+LBD*(3*NETA*NETA-6*NETA)
GO TO 15
12 S(I,J)=-N*(N-1)*(N-2)*NETA** (N-3)+LBD*(N*NETA** (N-1)-N*(N-1)*NETA)
15 CONTINUE
T=TP+TA*(1-NETA)*H
BE(I)=T*H*H*H/C2
20 NETA=NETA+1./FLOAT(NC-1)
CALL SOLVE(20,NC,S,BE,X)
WRITE(3,25) GRAU
25 FORMAT(10(/),36X,'RESULTADOS OBTIDOS POR INTERPOLACAO (GRAU=',I3,
',),',///,31X,'TORCAO LIVRE',10X,'FLEXO TORCAC',11X,'MOM. FLETOR',12
*X,'CONSTANTE',/,12X,'GIRD',15X,'NOS NUCLEOS',11X,'DOS NUCLEOS',11X,

```



```
*'NAS PAREDES',11X,'NOS LINTEIS',/)  
NETA=1.  
DO 60 I=1,NPONT  
IF(NETA-0.0001) 30,30,35  
30 NETA=0.  
35 J=0.  
U1=0.  
U11=0.  
U111=0.  
DO 50 J=1,NC  
N=J+2  
U=U+(NETA**N-N*(N-1)*0.5*NETA*NETA)*X(J)  
U1=U1+(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA)*X(J)/H  
U11=U11+(N*(N-1)*NETA**(N-2)-N*(N-1))*X(J)/(H*H)  
IF(N-3) 40,40,45  
40. U111=G*X(J)/(H*H*H)  
GL TO 50  
45 J111=U111+N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)*X(J)/(H*H*H)  
50 CONTINUE  
ML=G*J1*U1  
MFT=-E*J1*U111  
MX=E*JX*D*U11  
GL=12*E*JL*B*L*U1/(LM*LM*LM)  
*WRITE(3,55) U,ML,MFT,MX,GL  
55 FORMAT(/,9X,G12.5,4(10X,G12.5))  
60 NETA=NETA-RM  
65 CONTINUE  
CALL EXIT  
END  
*END PRINT 257 RECORDS
```

PROGRAMA Nº 5

EDIFÍCIO SIMÉTRICO COMPOSTO POR NÚCLEOS RESISTENTES,
ASSOCIADOS POR LINTÉIS, E PÓRTICOS REGULARES

EDIFICIO SIMETRICO COMPOSTO POR NUCLEOS RESISTENTES, ASSOCIADOS
===== POR LINTEIS, E PORTICOS REGULARES =====

* DADOS NECESSARIOS A UTILIZACAO DO PROGRAMA

- GRAU= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O GRAU DO POLINOMIO INTERPOLADOR.
- NPUNT=VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PONTOS DO DOMINIO DE INTEGRACAO PARA OS QUAIS SERAO FORNECIDOS VALORES DAS FUNCOES APROXIMADAS (OS PONTOS SERAO IGUALMENTE ESPACADOS E AS EXTREMIDADES ESTARAO OBRIGATORIAMENTE INCLUIDAS).
- PA, PB, PC= COORDENADAS A, B, C QUE DEFINEM O PLANO DO CARREGAMENTO.
- QI= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE INFERIOR.
- QS= VALOR DA CARGA DISTRIBUIDA LINEAR NA EXTREMIDADE SUPERIOR.
- H= ALTURA DA ASSOCIACAO.
- E= MODULO DE ELASTICIDADE LONGITUDINAL DOS ELEMENTOS.
- G= MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL DOS NUCLEOS RESISTENTES.
- JL= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA LINTEL.
- LM= COMPRIMENTO DOS LINTEIS.
- HM= ALTURA ENTRE LINTEIS.
- JY= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO EM RELACAO AO EIXO Y COM ORIGEM NO CG DA SECAO.
- JX= MOMENTO DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO EM RELACAO AO EIXO EIXO X COM ORIGEM NO CG DA SECAO.
- JT= MOMENTO DE INERCIA A TORCAO DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO.
- JW= MOMENTO SETORIAL DE INERCIA DA SECAO TRANSVERSAL DE CADA NUCLEO.
- MS= MOMENTO ESTATICO DA SECAO TRANSVERSAL DE UM DOS NUCLEOS EM RELACAO AO EIXO X COM ORIGEM NO CG DO CONJUNTO.
- B= DIMENSAO DO CONJUNTO SEGUNDO O EIXO Y.
- L= DIMENSAO DO CONJUNTO SEGUNDO O EIXO X.
- D= DISTANCIA ENTRE O CENTRO DE GRAVIDADE DO CONJUNTO E O CENTRO DE TORCAO DE UM DOS NUCLEOS.
- EM= DISTANCIA ENTRE OS CENTROS DE GRAVIDADE DOS NUCLEOS SEGUNDO O EIXO X.
- NF= VARIAVEL INTEIRA QUE DEFINE O NUMERO DE PORTICOS DO EDIFICIO.
- SF(I)= RIGIDEZ A FORCA CORTANTE DO PORTICO 'I'.
- AF(I), BF(I), CF(I)= COORDENADAS QUE DEFINEM A POSICAO DO PORTICO 'I' (COORDENADAS A, B, C).

* OBSERVAÇÕES COMPLEMENTARES

- 1) TODAS AS VARIÁVEIS QUE NÃO TIVERAM SEU TIPO (INTEIRA OU REAL) EXPLICITADO SÃO REAIS.
- 2) TODAS AS VARIÁVEIS INTEIRAS SÃO LIDAS EM FORMATO I5 E AS REAIS EM FORMATO F10.0 .

---- MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA SOLICITAÇÕES SEGUNDO O EIXO X

```

SUBROUTINE MONTA1(GRAU,E,JY,MS,JL,EM,LM,HM,SX,H,QS,QI,A,S1,B1)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 JY,MS,LM,JL,LBD1,LBD2,NETA,JC
INTEGER GRAU
DIMENSION S1(25,25),B1(25)
ALFA=LM*LM*LM*HM*MS/(24*EM*JL)
JC=2*JY+MS*EM
LBD1=(E*JC+ALFA*SX)*H*H/(2*ALFA*E*JY)
LBD2=SX*H*H*H*H/(2*ALFA*E*JY)
NC=GRAU-1
KN=1./FLOAT(GRAU-5)
DO 10 J=1,NC
N=J+1
S1(1,J)=N*(N-1)
AUX=0.
IF(N.EQ.3) AUX=1.
S1(2,J)=AUX
10 S1(3,J)=N*(N-1)*(N-2)*(N-3)
B1(1)=0.
B1(2)=-((QS+QI)*H*H*H*A/(24*E*JY)
B1(3)=QS*H*H*H*A/(2*E*JY)
NETA=0.
DO 35 I=4,NC
DO 30 J=1,NC
N=J+1
GO TO (20,22,25,15),J
S1(1,J)=N*LBD2*NETA**(N-1)-N*(N-1)*(N-2)*LBD1*NETA**(N-3)+H*(N-1)*
*(N-2)*(N-3)*(N-4)*NETA**(N-5)
GO TO 30
15 S1(1,4)=5*LBD2*NETA**4-60*LBD1*NETA*NETA+120
GO TO 30
20 S1(1,1)=2*LBD2*NETA
GO TO 30
22 S1(1,2)=3*LBD2*NETA*NETA-6*LBD1
GO TO 30
25 S1(1,3)=4*LBD2*NETA*NETA*NETA-24*LBD1*NETA
30 CONTINUE
Q=((QS+QI)-2*QI*NETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2
B1(1)=Q*H*H*H*H*A/(2*ALFA*E*JY)+(QS-QI)*H*H*H*A/(2*E*JY)
35 NETA=NETA+KN
RETURN
END
    
```

---- MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUAÇÕES PARA SOLICITAÇÕES SEGUNDO O EIXO Y

```

SUBROUTINE MONTA2(GRAU,E,JX,SY,H,QS,QI,B,S2,B2)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 NETA,LBD3,JX
INTEGER GRAU
DIMENSION S2(25,25),B2(25)
LBD3=SY*H*H/(2*L*JX)
NC=GRAU-2
KN=1./FLOAT(GRAU-3)
    
```

```

NETA=0.
DO 10 I=1,NC
DO 5 J=1,NC
N=J+2
IF (N-3) 2,2,4
2 S2(I,1)=-6+LBD3*(3*NETA*NETA-6*NETA)
GO TO 5
4 S2(I,J)=-N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)+LBD3*(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NET
*A)
5 CONTINUE
C=((CS+QI)-2*QI*NETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2
B2(I)=C*H*H*B/(2*E*JX)
10 NETA=NETA+RN
RETURN
END

```

----- MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUACOES PARA TORCAO SEGUNDO O EIXO Z

```

SUBROUTINE MONTA3(GRAU,JWA,STAA,H,QS,QI,C,S3,B3)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 NETA,LBD4,JWA
INTEGER GRAU
DIMENSION S3(25,25),B3(25)
LBD4=STAA*H*H/JWA
NC=GRAU-2
RN=1./FLOAT(GRAU-3)
NETA=0.
DO 10 I=1,NC
DO 5 J=1,NC
N=J+2
IF (N-3) 2,2,4
2 S3(I,1)=-6+LBD4*(3*NETA*NETA-6*NETA)
GO TO 5
4 S3(I,J)=-N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)+LBD4*(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NET
*A)
5 CONTINUE
C=((CS+QI)-2*QI*NETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2
B3(I)=C*H*H*H*C/JWA
10 NETA=NETA+RN
RETURN
END

```

----- SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES -----

```

SUBROUTINE SOLVE(ND,NN,BI,B,X)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION BI(ND,ND),UL(60,60),IPS(60),SCALE(60),B(ND),X(ND)
N=NN
DO 5 I=1,N
IPS(I)=I
ROWNR=0.
DO 2 J=1,N
JL(I,J)=BI(I,J)
IF (ROWNR-DABS(UL(I,J)))1,2,2
1 ROWNR=DABS(JL(I,J))
2 CONTINUE
IF (ROWNR)3,4,3
3 SCALE(I)=1000./ROWNR
GO TO 5
4 WRITE(3,6)
6 FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
SCALE(I)=0.
5 CONTINUE
NM1=N-1
DO 17 K=1,NM1
BIG=0.
DO 11 I=K,N
IP=IPS(I)
SIZE=DABS(UL(IP,K))*SCALE(IP)
IF (SIZE-BIG)11,11,10
10 BIG=SIZE
IDXP=I
11 CONTINUE
IF (BIG)13,12,13

```

```

12 WRITE(3,21)
21 FORMAT(17X,'MATRIZ SINGULAR DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
GO TO 17
13 IF(ILEXP1-K)14,15,14
14 J=IPS(K)
   IPS(K)=IPS(IDXP1)
   IPS(IDXP1)=J
15 KP=IPS(K)
   PIVOT=UL(KP,K)
   KP1=K+1
   DO 16 I=KP1,N
     IP=IPS(I)
     EM=-UL(IP,K)/PIVOT
     UL(IP,K)=-EM
     DO 16 J=KP1,N
       UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
16 CONTINUE
17 CONTINUE
   KP=IPS(N)
   IF(UL(KP,N))19,18,19
18 WRITE(3,21)
19 NP1=N+1
   IP=IPS(1)
   X(1)=L(IP)
   DO 23 I=2,N
     IP=IPS(I)
     IM1=I-1
     SUM=0.
     DO 22 J=1,IM1
22 SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
23 X(I)=L(IP)-SUM
     IP=IPS(N)
     X(N)=X(N)/UL(IP,N)
     DO 25 IBACK=2,N
       I=NP1-IBACK
       IP=IPS(I)
       IP1=(I+1)
       SUM=0.
       DO 24 J=IP1,N
24 SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
25 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
   RETURN
   END

```

----- PROGRAMA PRINCIPAL -----

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 LM,JL,JY,JX,MS,L,JW,JT,JWA,NETA,MY,MX,M,NOR
INTEGER GRAU,GRAUL
DIMENSION S1(25,25),B1(25),S2(25,25),B2(25),S3(25,25),B3(25),X1(25
*) ,X2(25),X3(25),U1(30),V1(30),TET1(30),SF(20),AF(20),BF(20),CF(20)
5 READ(1,5) GRAU,NPONT,PA,PB,PC,QI,QS,H
  FORMAT(2I5,6F10.0)
  READ(1,10) E,G,JL,LM,HM
10 FORMAT(7F10.0)
  READ(1,10) JY,JX,JT,JW,MS
  READ(1,10) B,L,D,EM
  READ(1,15) NF
15 FORMAT(I5)
  GRAUL=GRAU+5
  SX=0.
  SY=0.
  SZ=0.
  DO 20 I=1,NF
    READ(1,10) SF(I),AF(I),BF(I),CF(I)
    SX=SX+SF(I)*AF(I)
    SY=SY+SF(I)*BF(I)
20 SZ=SZ+SF(I)*CF(I)*CF(I)
  CALL MONTA1(GRAUL,E,JY,MS,JL,EM,LM,HM,SX,H,YS,QI,PA,S1,B1)
  CALL MONTA2(GRAU,E,JX,SY,H,QS,QI,PB,S2,B2)
  JWA=2*E*(JW+JX*D*D)
  STAA=2*(G*JT+12*E*JL*8*B*L*D/(HM*LM*LM*LM))
  STAA=STAA+SZ
  CALL MONTA3(GRAU,JWA,STAA,H,QS,QI,PC,S3,B3)
  MCI=GRAUL-1

```

```

NC=GRAU-2
CALL SOLVE(25,NC1,S1,B1,X1)
CALL SOLVE(25,NC,S2,B2,X2)
CALL SOLVE(25,NC,S3,B3,X3)
WRITE(3,22) GRAU
22 FORMAT('1',10(/),26X,'RESULTADOS OBTIDOS PARA O CONJUNTO DE NUCLEO
S ASSOCIADOS POR LITREIS',/,30X,'GRAU=',I2,////,8X,'MOMENTO FLETOR
',8X,'MOMENTO FLETOR',30X,'MOMENTO TORCOR',11X,'CONSTANTE',/,8X,'EM
' TORCO DE X',9X,'EM TORNO DE Y',12X,'NORMAL',12X,'EM CADA NUCLEO',
*10X,'NOS LITREIS',/)
RN=1./FLCAT(NPONT-1)
LETA=1.
DO 55 I=1, NPONT
U=0.
UI(I)=0.
UII=0.
UIII=0.
V=0.
VI(I)=0.
VII=0.
IET=0.
TETI(I)=0.
TETII=0.
TETIII=0.
IF(NLETA-0.0001) 24,24,25
24 LETA=0.
25 DO 40 J=1, NCL
N=J+1
U=U+NETA**N*X1(J)*H
UI(I)=UI(I)+N*NETA**(N-1)*X1(J)
IF(N-2) 26,26,27
26 UII=2*X1(1)/H
GO TO 28
27 UII=UII+H*(N-1)*NETA**(N-2)*X1(J)/H
28 IF(N-3) 40,30,35
30 UIII=6*X1(2)/(H*H)
GO TO 40
35 UIII=UIII+N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)*X1(J)/(H*H)
40 CONTINUE
DO 45 J=1, NC
N=J+2
V=V+(NETA**N-N*(N-1)*NETA*NETA/2.)*X2(J)*H
VI(1)=VI(1)+(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA)*X2(J)
VII=VII+(N*(N-1)*NETA**(N-2)-N*(N-1))*X2(J)/H
IET=TET+(NETA**N-N*(N-1)*NETA*NETA/2.)*X3(J)
IETI(1)=IETI(1)+(N*NETA**(N-1)-N*(N-1)*NETA)*X3(J)/H
IETII=TETII+(N*(N-1)*NETA**(N-2)-N*(N-1))*X3(J)/(H*H)
IF(N-3) 41,41,42
41 IETIII=6*X3(1)/(H*H*H)
GO TO 45
42 IETIII=IETIII+N*(N-1)*(N-2)*NETA**(N-3)*X3(J)/(H*H*H)
45 CONTINUE
MY=E*JY*UII
M=(3*UI+4*(1-NLETA)*(QS-QI))*(NETA*NETA-2*NETA+1)*H*H/6.
MCK=(M*PA-2*MY)/EM
MX=E*JX*VII+E*JX*D*TETII
I=C*JI*TETI(1)-E*JF*TETIII
CL=((CS+QI)-2*JI*LETA-(QS-QI)*NETA*NETA)*H/2.
QL=(2*E*JY*JIII+Q*PA)*HM/(2*EM)+12*E*JL*6*LETA*TETI(1)/(LM*LM*LM)
WRITE(3,50) MX,MY,MCK,I,QL
50 FORMAT(/,9X,G12.5,4(10X,G12.5))
NETA=NETA-RN
55 CONTINUE
WRITE(3,60)
60 FORMAT(0(/),37X,'RESULTADOS OBTIDOS PARA A CONSTANTE NOS PORTICOS')
DO 80 I=1, NF
WRITE(3,65) I
65 FORMAT(///,55X,'PORTICO ',I2)
DO 70 J=1, NPONT
UFI=UI(J)*AF(I)+VI(J)*BF(I)+TETI(J)*CF(I)
CF=SF(I)*UFI
70 WRITE(3,75) UFI
75 FORMAT(/,54X,G12.5)
80 CONTINUE
CALL EXIT
END

```