

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DAS  
COBERTURAS PÊNSEIS COM CABOS-TRELIÇA

ENG<sup>a</sup> ANA LÚCIA H.C. DEBS

SÃO CARLOS, MARÇO DE 1983

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DAS COBERTURAS  
PÊNSEIS COM CABOS-TRELIÇA

ENG. ANA LUCIA H.C. DEBS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador: Roberto L.A. Barbato

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

Prof. Dr. Lauro M. dos Santos

Prof. Dr. Roberto Luiz de A. Barbato

Suplentes:

Profa. Dra. Helena M.C. Carmo Antunes

Prof. Dr. Lafael Petroni

São Carlos, março de 1983

## AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À Sra. Wilma Provinciali Vall, pelos cuidadosos trabalhos de datilografia, aos Srs. João Paulo Moretti e Sylvia Helena Morette, pela elaboração dos desenhos e gráficos, e à Sra. Fátima Gonçalves Ciapina pela minuciosa pesquisa bibliográfica.

Agradecimento especial ao Prof. Roberto Luiz de Arruda Barbato pela dedicada orientação, pela proposição do tema da pesquisa, pelas sugestões e críticas, sempre construtivas, e, sobretudo, pelas palavras de incentivo e amizade ditas nos momentos certos.

## RESUMO

O presente trabalho pretende fornecer, além de uma visão geral sobre as coberturas pênseis com cabos-treliça, subsídios para o cálculo dessas estruturas pelos processos contínuo e discreto, com indicações sobre a utilização de cada um deles.

No Capítulo I, apresenta-se o cabo-treliça com suas principais características, mostrando algumas coberturas, já construídas, onde esse sistema foi utilizado, após o que se fornece o conteúdo do trabalho.

Em seguida, no Capítulo II, desenvolve-se o processo contínuo de tratamento dos cabos-treliça, com a obtenção de fórmulas práticas para os carregamentos usuais.

Já no Capítulo III, estão os fundamentos de um outro processo de cálculo, através da discretização das estruturas, com a utilização do processo dos deslocamentos.

No Capítulo IV, fazem-se algumas aplicações dos dois processos, com uma subsequente comparação dos resultados obtidos.

Finalmente, no Capítulo V, têm-se alguns comentários a respeito do projeto e do cálculo das estruturas pênseis com cabos-treliça, além de algumas indicações sobre a continuidade da pesquisa.



## ABSTRACT

The objective of this work is to give the necessary theory for the design of suspended roofs with cable-trusses, with their advantages and limitations.

Following a complete review over this kind of structure, the discrete and continuous processes are presented together with their applications.

Chapter I concerns the definition of the cable-trusses. In particular, some of its main features are described; the chapter also describes many already executed roofs in which the proposed processes were adopted.

In Chapter II the continuous process is formulated and the practical expressions to compute the effects of the usual loads are also obtained.

An alternative technique is presented in Chapter III; in this case the displacement process is adopted.

Chapter IV is concerned with the application of both of the above described processes, followed by comparative examples.

Finally in Chapter V, a general discussion on the various aspects of the presented processes is shown, with the concluding remarks for the present work.

## ÍNDICE

### 1. INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES .....	1.1
1.2 - OBRAS RECENTES .....	1.11
1.3 - CONTEÚDO DO TRABALHO .....	1.35

### 2. ANÁLISE DOS CABOS-TRELIÇA POR PROCESSO DO MEIO CONTÍNUO

2.1 - ESTUDO DO CABO ISOLADO .....	2.1
2.2 - ESTUDO DO CABO-TRELIÇA .....	2.7
2.2.1 - Estado inicial .....	2.7
2.2.2 - Cabos-treliça sob a ação de carregamentos verticais quaisquer .....	2.14
2.2.3 - Cabos-Treliça com cargas trapezoidais diversamente distribuídas ....	2.16
2.2.4 - Cabos-Treliça com cargas concentradas .....	2.25
2.2.5 - Indicações para uma escolha adequada do valor da protensão .....	2.27

### 3. ANÁLISE DOS CABOS-TRELIÇA POR PROCESSO DISCRETO

3.1 - PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS .....	3.1
3.2 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ .....	3.6
3.3 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA .....	3.9
3.4 - SOLUÇÃO DO SISTEMA .....	3.10
3.5 - PROGRAMAÇÃO PARA COMPUTADOR .....	3.11

4. APLICAÇÕES E ANÁLISE NUMÉRICA

4.1 - PROCESSO CONTÍNUO .....	4.1
4.2 - PROCESSO DISCRETO .....	4.9
4.3 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	4.13
4.3.1 - Cabos-treliça com diagonais .....	4.13
4.3.2 - Cabos-treliça com tirantes verticais	4.19

5. COMENTÁRIOS FINAIS ..... 5.1

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

6.1 - REFERÊNCIAS RELACIONADAS COM COBERTURAS PÊNSEIS .....	6.1
6.2 - REFERÊNCIAS GERAIS .....	6.17

APÊNDICE - PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

1 - ENTRADA DE DADOS .....	A.1
2 - LISTAGEM DO DECK .....	A.2

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 - GENERALIDADES

Embora conhecida desde a antiguidade na forma de grandes tendas, foi somente a partir da construção da notável Arena de Raleygh, entre 1950 e 1953, concepção de M. Nowicki, que as coberturas suspensas começaram a ser empregadas com mais frequência.

Permitindo a obtenção de espaços com alto grau de adaptabilidade, sem o condicionamento imposto pelas estruturas verticais intermediárias, têm sido consideradas como das mais indicadas para a cobertura de grandes áreas livres.

Constituídas de uma cesta de cabos, as coberturas pênseis podem ser divididas em duas categorias principais. Na primeira estariam aquelas que empregam cestas não protendidas, em que todos os cabos são dispostos com concavidade para cima, e cuja forma depende das cargas externas aplicadas. Dentre estas, destacam-se as cilíndricas, onde os cabos são livremente suspensos, e que se mostram mais

adequados às plantas retangulares. Por serem muito deslocaíveis, faz-se necessária a utilização de pesados elementos de vedação ( $\sim 100 \text{ kgf/m}^2$ ) para estabilizá-la, principalmente em face dos efeitos de sucção decorrentes da ação do vento. Na segunda categoria, encontram-se as coberturas que empregam cestas ou cabos protendidos, onde a estabilidade é obtida mediante o arranjo adequado dos cabos. Nas coberturas que empregam cestas protendidas, uma família de cabos (portantes) suporta as cargas positivas (para baixo) enquanto que outra família de cabos (tensores ou estabilizadores) é previamente tracionada de modo a impedir que as cargas negativas anulem a solicitação de tração dos cabos portantes, opondo-se, portanto, à sucção do vento e reduzindo consideravelmente as oscilações da cobertura. Dentre as coberturas pênseis com cabos protendidos situa-se o sistema de cabos-treliça (Figs. 1.1 e 1.2), em que os cabos portante e tensor estão contidos num mesmo plano, sendo que um deles tem concavidade para cima e o outro concavidade para baixo. A ligação entre ambos pode ser feita com peças que, dependendo da posição relativa dos cabos, funcionam tracionadas ou comprimidas.

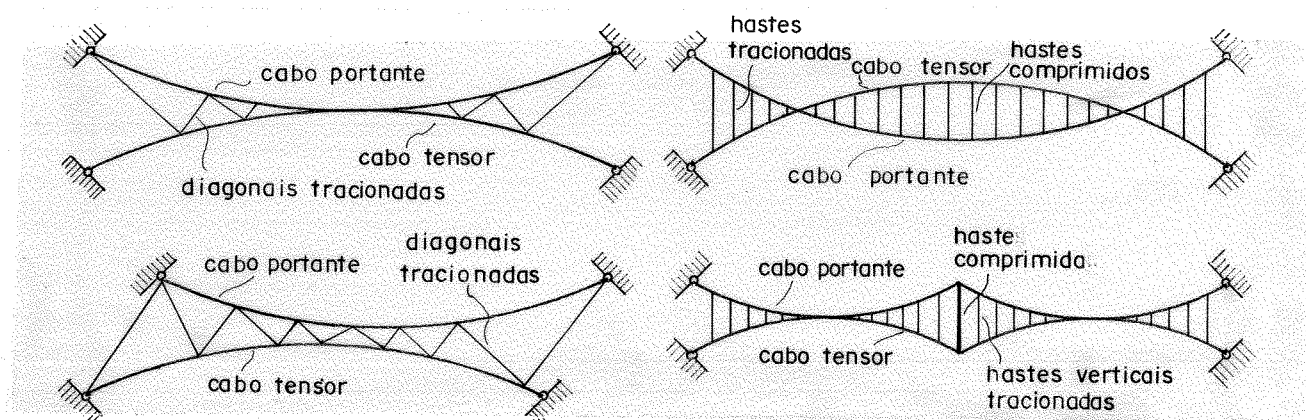


Fig. 1.1 - Alguns esquemas de cabos-treliça.

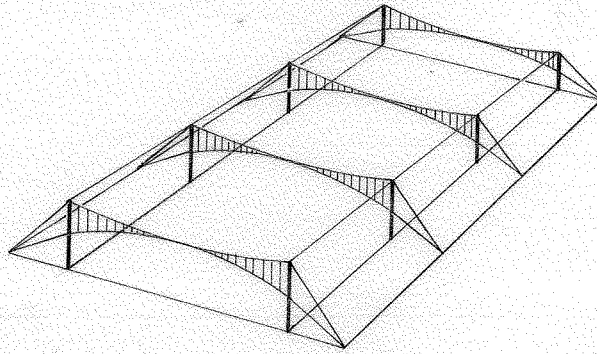


Fig. 1.2 - Esquema de cobertura com cabos-treliça.

Neste caso, a protensão é dada ao sistema ou por meio de um dos cabos, ou por meio dos elementos de ligação, de forma que, mesmo para a combinação mais desfavorável das ações, o conjunto não seja destracionado (Fig. 1.3).

Além disso, em decorrência principalmente do arranjo dos fios nos cabos, surge a necessidade de se considerar a relaxação como causadora de uma certa "perda de protensão" ao longo do tempo, o que leva o projetista a deixar mecanismos de ajustamento nas hastes com o intuito de compensar as possíveis perdas havidas, e conservar assim os cabos trabalhando satisfatoriamente.

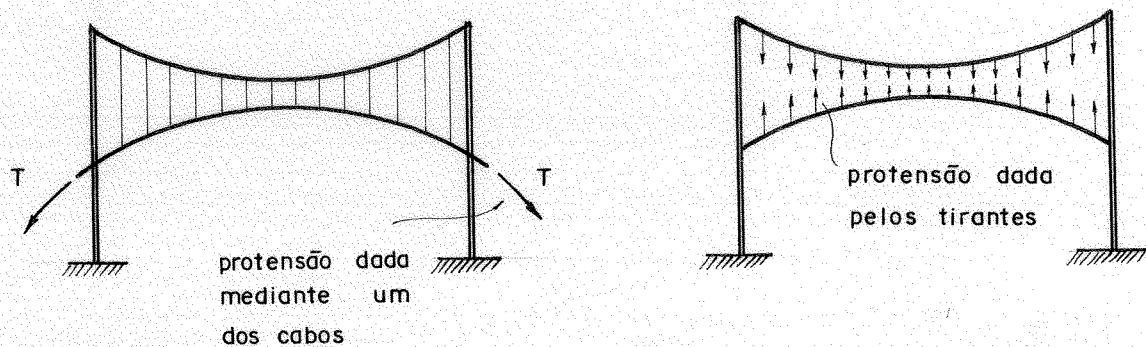


Fig. 1.3 - Formas de aplicação da protensão.

Obtém-se assim uma estrutura bastante rígida, inclusive face às vibrações resultantes de estímulos dinâmicos, já que os cabos, com modos de vibrar diferentes, fun

cionam, cada um, como amortecedor do outro. Isto pode ser visto claramente na Fig. 1.4 (Acier-Stahl-Steel [71.12])\*, onde são dados os oscilogramas de dois cabos-treliça, um com tirantes em diagonal (Jawerth) e outro com tirantes verticais (Zetlin).

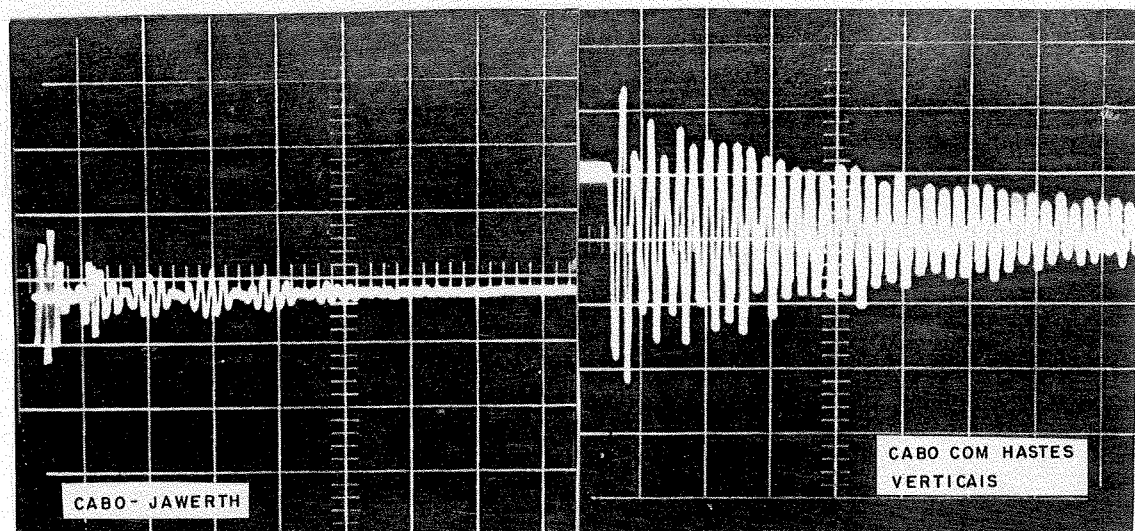


Fig. 1.4 - Oscilogramas Comparativos.

Não existindo, portanto, para os cabos-treliça, os problemas de pequena rigidez e falta de estabilidade que exigem, nas coberturas não protendidas, o uso de pesados elementos de vedação, pode-se lançar mão de qualquer tipo de material, até mesmo os mais leves.

Pode-se dizer que as coberturas pênseis com cabos-treliça têm uma aplicabilidade bastante ampla, possuindo aspectos específicos de comportamento que as tornam muito competitivas, tanto em relação às coberturas em geral, como entre os próprios tetos suspensos em particular.

Com relação à montagem da estrutura, pode-se ressaltar que as coberturas com cabos-treliça prestam-se admi

\* [71.12]- Referência bibliográfica, onde o primeiro número é o ano de sua publicação e o segundo, seu número em ordem alfabética, dentro daquele ano. Maiores detalhes, ver Capítulo VI (Referências Bibliográficas).

ravelmente à evolução das tendências atuais de industrialização das construções, já que pode ser feita toda no solo. Assim, os cabos, levados ao canteiro em tambores, são inicialmente desenrolados, marcando-se sobre eles as posições exatas das hastes ou diagonais, após o que são unidos, terminando desta forma a montagem. O sistema é então elevado e unido às estruturas de apoio já construídas; em seguida, imprime-se ao conjunto um estado de protensão determinado no projeto. Os ajustamentos posteriores são feitos por meio de esticadores colocados nas hastes ou diagonais. Depois de montados todos os cabos, a vedação é colocada, e a cobertura em si está terminada. Pode-se notar com isso, que o uso de fôrmas não se faz necessário em qualquer das etapas; além disso, a montagem dos cabos não se constitui num obstáculo às outras fases simultâneas da construção, podendo ser combinada a um sistema de pré-fabricação total, que reduziria ainda mais o tempo de montagem em canteiro.

Na Fig. 1.5, fornecida por M. Majowiecki [71.11], pode-se ver um cronograma de trabalho típico para uma construção de tamanho médio (60m) utilizando cabos-treliça.

Do que foi exposto, já se pode concluir da viabilidade do emprego dos cabos-treliça em coberturas mas, além disso, existe ainda o aspecto econômico, onde eles ganham mais alguns pontos.

A Fig. 1.6, fornecida também por M. Majowiecki [71.11], mostra claramente este aspecto, comparando os custos das estruturas convencionais com os sistemas de cabos-treliça, em função do vão.

A curva (1) representa os custos para as vigas de alma cheia e para as vigas em treliças metálicas; a inclinação bastante acentuada de suas tangentes é característica das estruturas essencialmente fletidas dentro do regime elástico, que possuem algumas seções trabalhando com a resistência limite do material, enquanto as outras partes, utilizadas parcialmente dentro da resistência global da peça, não intervêm, senão passivamente, elevando o



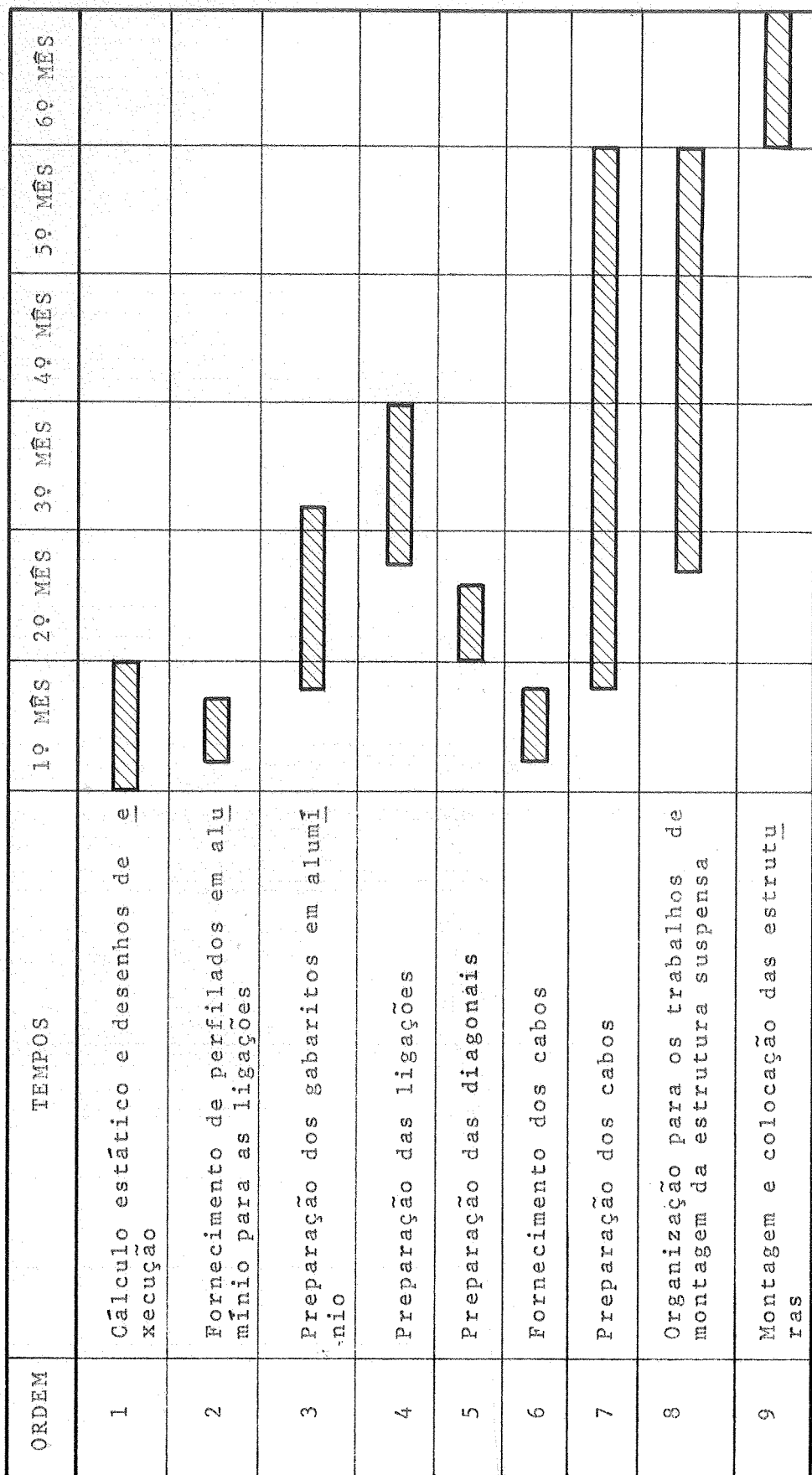


FIG. 1.5 - Exemplo de cronograma para a construção de coberturas pênseis com cabo-treliça.

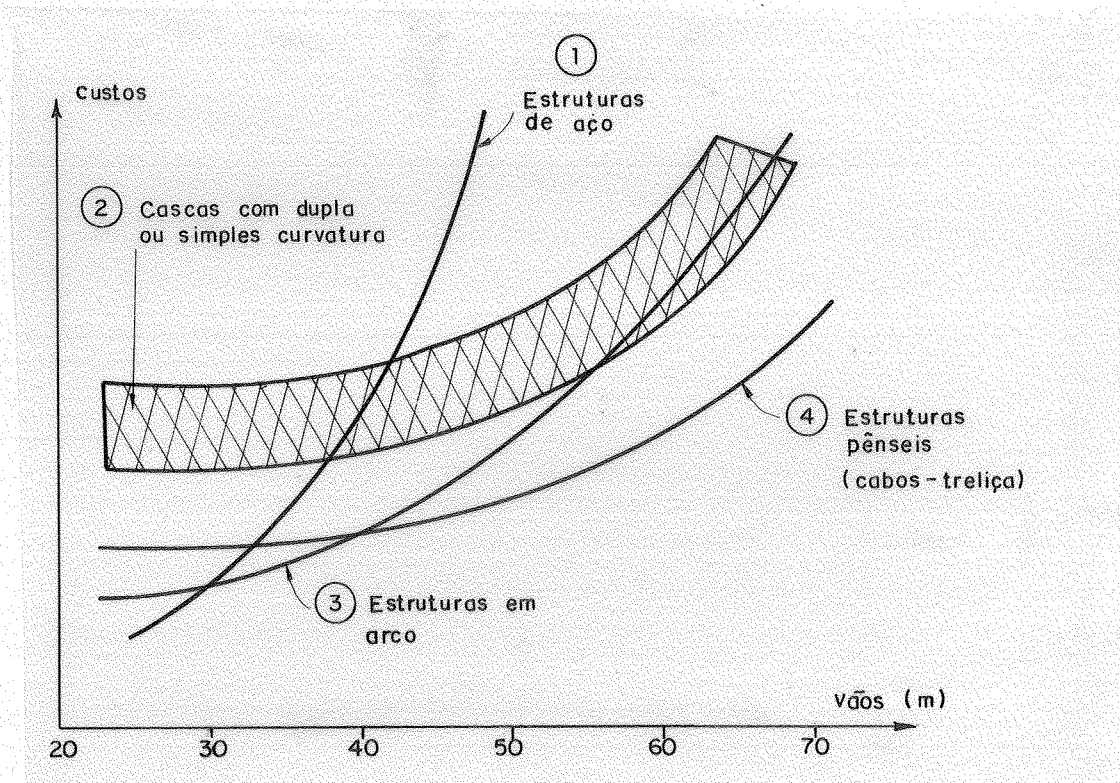


FIG. 1.6 - Diagrama comparativo de custos

peso próprio da estrutura e, conseqüentemente o seu custo.

As curvas (2) limitam a zona representativa dos custos das cascas convencionais, que são fortemente influenciados por fatores tecnológicos de montagem do canteiro, fôrmas onerosas, andaimes e concretagem em níveis elevados.

Deve-se salientar, contudo, que, para o caso das cascas pré-moldadas, isso já não ocorre, o que deve tornar a curva de custos dessas estruturas um tanto diferente.

A curva (3) corresponde às estruturas em arco, e está situada sensivelmente abaixo das anteriores, já que apresenta reduzidos problemas de montagem e pré-fabricação em relação às cascas e estruturas metálicas. A partir de um certo vão, no entanto, tornam-se muito custosas.

A curva (4), típica dos tetos suspensos, representa os custos dos cabos-treliça. Evidentemente, por causa da parcela representada pelo alto custo do aço de alta resistência, e das particularidades de construção, o siste

NÚMERO	OBRAS	VÃO	CABOS	LIGAÇÕES	DIAGONAIS	NÓS	TOTAL
1	Palácio de Esportes (Suécia)	49,5	3,6	0,1	0,9	0,2	4,8
2	Supermercado (França)	43	2,8	0,1	0,8	0,2	3,9
3	Ginásio de Esportes (Suécia)	45	4,9	0,1	0,6	0,2	5,8
4	Pavilhão de Exposições (Polônia)	57	2,6	0,1	0,4	0,1	3,2
5	Ginásio Esportivo (Alemanha)	61	3,0	0,1	0,3	0,1	3,5
6	Shopping Center (Holanda)	77	3,4	0,2	0,4	0,1	4,1
7	Palácio de Esportes (Finlândia)	93	5,2	0,3	0,5	0,2	6,2
8	Estádio de Jogos (Suécia)	83	6,1	0,5	0,5	0,2	7,3
9	Conjunto Industrial (Itália)	45	2,7	0,1	0,4	0,1	3,3

FIG. 1.7 - Peso aproximado das estruturas com cabos-treliça (kgf/m<sup>2</sup>)

ma pode não ser interessante para pequenos vãos. Para vãos maiores, nota-se que os custos aumentam quase que linearmente e, para vão acima da intersecção das curvas (3) e (4), onde os custos são iguais, o cabo-treliça se revela o mais econômico dos sistemas. Outras vantagens desta estrutura, tais como a facilidade de montagem, a recuperação, as possibilidades arquitetônicas, etc., podem levar à adoção deste sistema, mesmo para vãos menores.

O baixo custo das coberturas pênseis com cabos-treliça pode ser explicado por meio da Fig. 1.7, onde são fornecidos os consumos de aço de algumas dessas estruturas já construídas, e que são bastante baixos para os vãos considerados. Além disso, o tempo de montagem médio observado nessas construções, também bastante reduzido, foi de 0,2 homem x hora/m<sup>2</sup> de construção, diminuindo ainda mais o seu custo global.

Tendo por objetivo fixar os conceitos expostos, e também dar uma certa visão dos detalhes construtivos envolvidos, serão fornecidas algumas descrições de coberturas pênseis construídas recentemente, todas utilizando o sistema de cabos-treliça.

Em seguida, no item final desta introdução, apresentam-se as linhas gerais dos capítulos seguintes.

## 1.2 - OBRAS RECENTES

### 1.2.1 - Edifício Industrial da Pomezia

Esta obra foi a primeira na Itália a utilizar o sistema Jawerth como cobertura, e seu projeto foi elaborado pelo setor italiano da firma Jawerth Interstatik.

O edifício compõe-se de um corpo principal, com um vão livre de 45m, e de dois corpos laterais de 10m de vão cada um (Fig. 1.8).

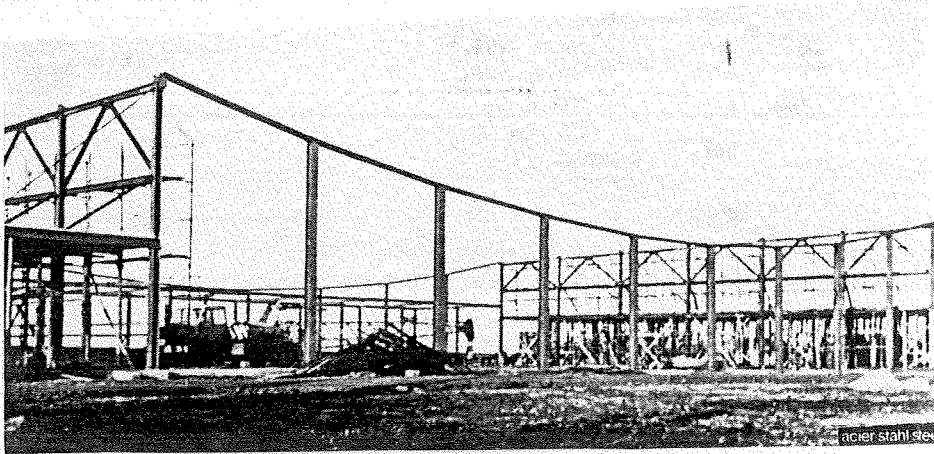


FIG. 1.8 - Conjunto Industrial de Italwig;  
estrutura em aço.



FIG. 1.9 - Detalhes das ancoragens dos cabos.

Os cabos foram dispostos paralelamente a intervalos de 5m, espaçamento este determinado em função das dimensões das telhas utilizadas na vedação.

O tipo de cabo utilizado (cabos portante e tensor) foi o de fios torcidos com as extremidades rosqueadas e diâmetros nominais de 36 e 38mm, respectivamente.

As diagonais são em aço trefilado, com seção circular. Para equilibrar o elevado esforço de tração que o cabo portante aplica aos pilares, utilizaram-se cinco tirantes de aço com  $\phi = 26\text{mm}$ , três dos quais são ancorados às estruturas das construções de serviço laterais; os outros dois suportam a laje de cobertura de seus pavilhões, permitindo vencer de maneira econômica este vão de 10m.

A transmissão dos esforços dos tirantes ao solo é feita por meio de quatro outros tirantes de aço, ligados a uma fundação bastante pesada.

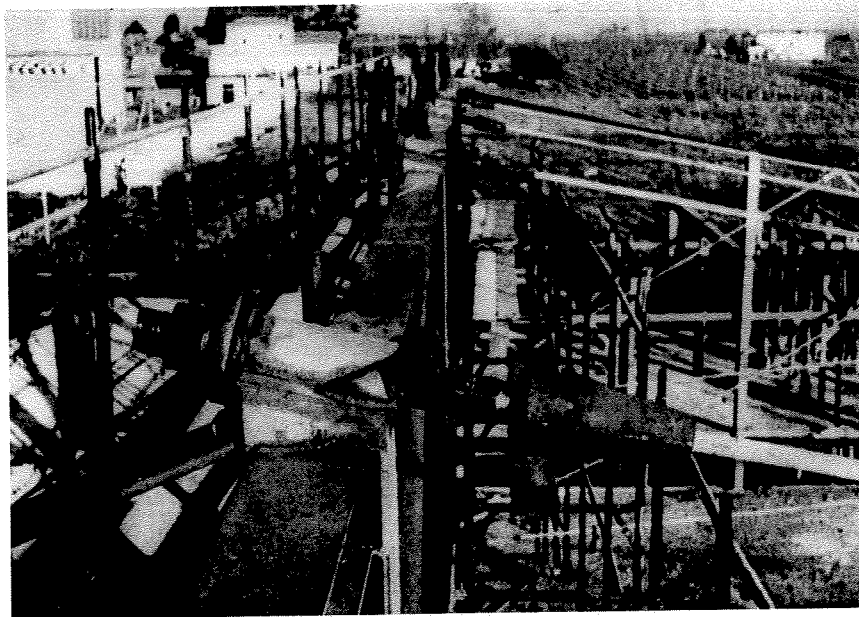


FIG. 1.10 - Ancoragem com tirantes laterais.

Depois de montados no solo, os cabos foram elevados e fixos às ancoragens (Fig. 1.11), operação essa levada a efeito por quatro operários sem qualquer experiência anterior no gênero, com um consumo médio de apenas 90 minutos por cabo.

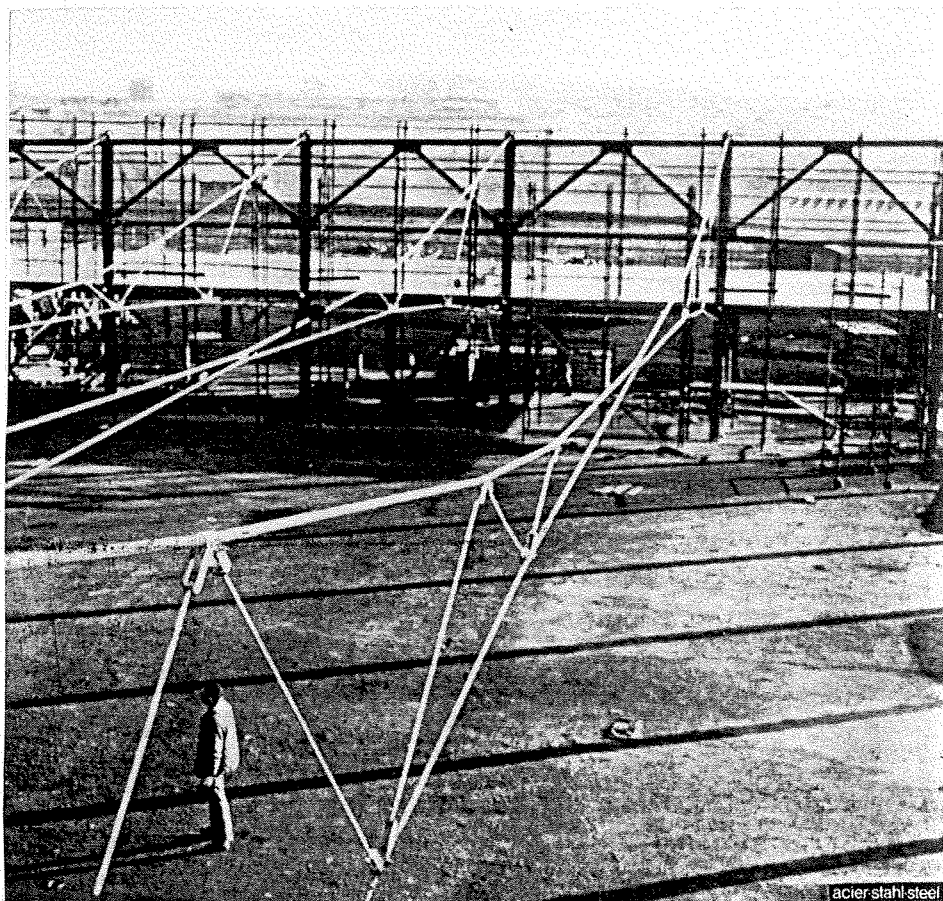


FIG. 1.11 - Estrutura pênstil já posicionada.

A protensão, introduzida por meio de um macaco hidráulico, imprimiu aos cabos tensores um esforço que, em toda a cobertura, varia de 25 a 43 tf.

Com a colocação de vedação ( $\sim 30 \text{ kgf/m}^2$ ), os cabos sofreram alterações na sua configuração inicial, com mudanças de flecha da ordem de 9cm, e variações no esforço dos cabos portantes de até 30 tf; sob as cargas de neve previstas a tração naqueles cabos é da ordem de 46 tf. Por outro lado, as deformações provocadas pela sucção do vento fazem com que esse valor desça a 18 tf.



Quanto aos problemas do escoamento das águas pluviais, a solução adotada foi a de se dar à cobertura uma declividade longitudinal de 2%, conseguida mediante a variação na altura dos pilares.

Maiores detalhes podem ser encontrados em Majowiecki [74.4].

### 1.2.2 - Palácio de Esportes em Kano

Estendendo-se por uma área de 3850 m<sup>2</sup> (55 x 70), o Palácio de Esportes de Kano, na Nigéria, compreende arquibancadas, quadras e locais de serviço, com cobertura sustentada por doze cabos-treliça de 70m de vão, espaçados de 5m.

Em consequência de uma planta de arquitetura assimétrica (a quadra não está localizada no eixo da construção), optou-se por cabos-treliça com arranques desnivelados (Fig. 1.12).

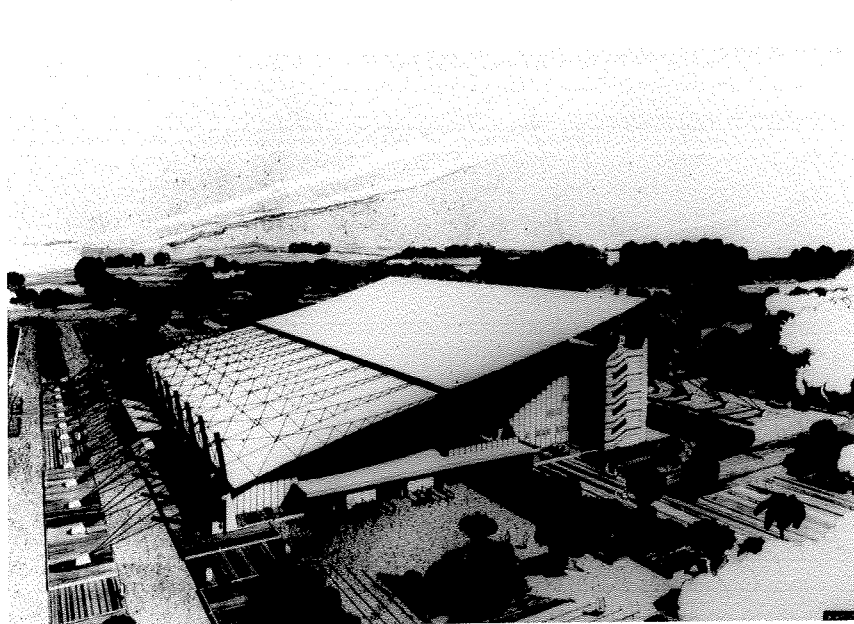


Fig. 1.12 - Palácio de Esportes de Kano.



Enquanto de um lado a cobertura parte de um nível relativamente baixo (+ 5,00m), do outro ela se eleva a uma cota de + 17,25m, permitindo a instalação de arquibancadas, também assimétricas, para 4025 pessoas. O espaço sob essas arquibancadas foi aproveitado para a instalação de vestiários e locais de serviço em geral.

A estrutura de apoio da cobertura e das arquibancadas é constituída de pórticos em concreto armado, também espaçados de 5m. Numa tentativa de se reduzir ao mínimo a flexão nesses elementos, a quadra de jogos, de dimensões 37 x 18m<sup>2</sup>, foi projetada a um nível inferior ao do terreno (- 4,10m), recorrendo-se ainda ao uso de tirantes ancorados em blocos de concreto armado, os quais transmitem diretamente ao solo os esforços de tração provenientes da cobertura. Além desta finalidade, os tirantes também são utilizados para controlar os esforços nos cabos portante e tensor, já que são equipados com medidores de tensão especiais para esse fim.

Por razões estéticas, e também para facilitar o escoamento das águas de chuva, a vedação foi colocada metade nos cabos superiores e metade nos inferiores, resultando numa superfície inclinada com geratriz parabólica. As águas pluviais são recolhidas então por canais situados no lado mais baixo da cobertura (nível + 5,00m).

Sob a ação de cargas permanentes, os cabos portantes assumem uma flecha de 3,75m, e os cabos tensores uma flecha de 3,35m.

Os esquemas que seguem mostram alguns cortes, que fornecem uma visão melhor da estrutura (Figs. 1.13, 1.14 e 1.15).

Alguns detalhes dos blocos de ancoragem dos tirantes podem ser vistos na Fig. 1.16, e o arranque dos cabos no topo dos pórticos é mostrado na Fig. 1.17.

Maiores informações podem ser encontradas em Mosco [77.1].

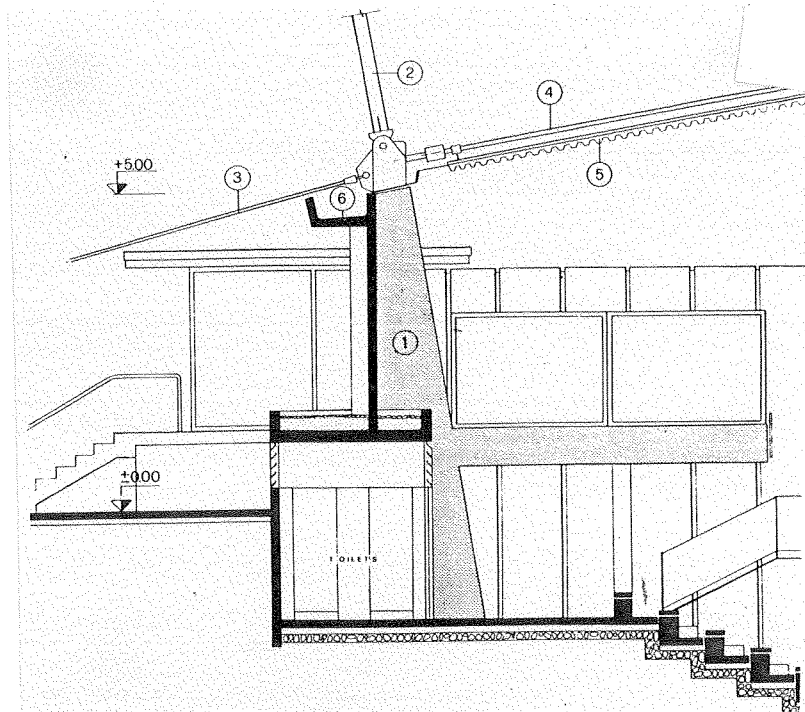


FIG. 1.13 - Corte transversal no ponto mais baixo da cobertura; 1) Estrutura em concreto armado; 2) Montante articulado em aço; 3) Tirante ancorado no solo; 4) Cabo tensor; 5) Cobertura; 6) Canal de recolhimento de águas pluviais.

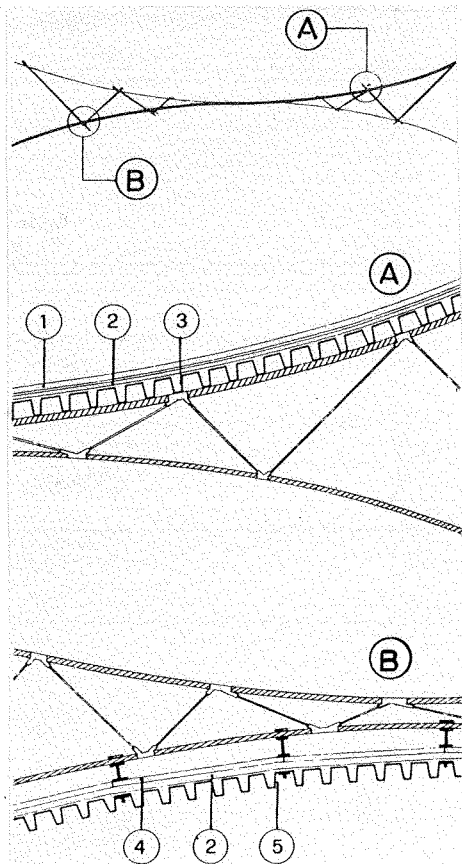


FIG. 1.14 - Detalhes da cobertura: (A) Fixação do cabo portante; (B) Fixação ao cabo tensor.

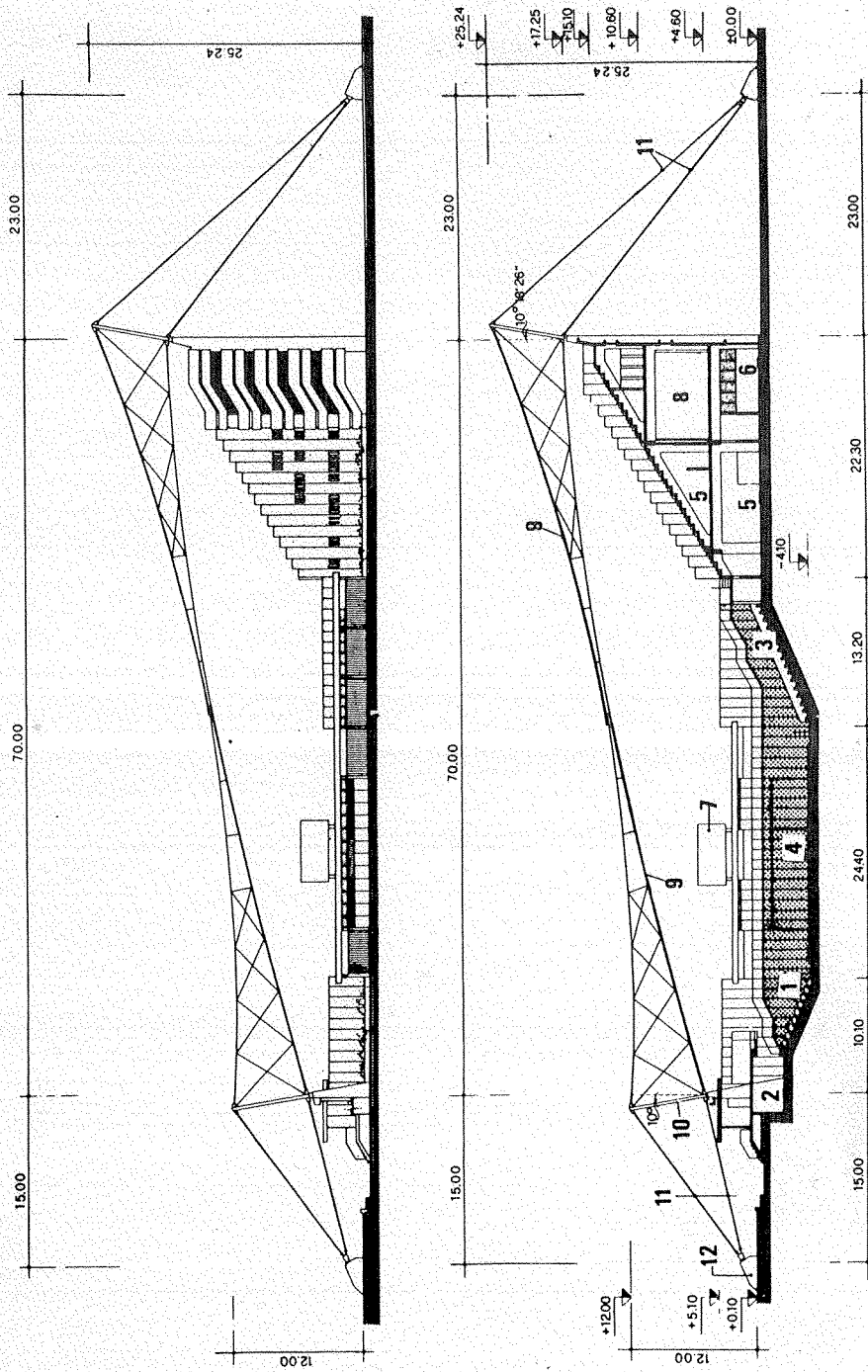


FIG. 1.15 - Elevação e corte vertical; 1) Arquibancadas de 1ª categoria; 2) Tribuna de honra; 3) Arquibancadas de 2ª categoria; 4) Quadra de jogos; 5) Depósito de material; 6) Escritórios; 7) Placar eletrônico; 8) Sala de recreação; 9) Cobertura; 10) Montantes; 11) Tirantes; 12) Maciço de ancoragem.

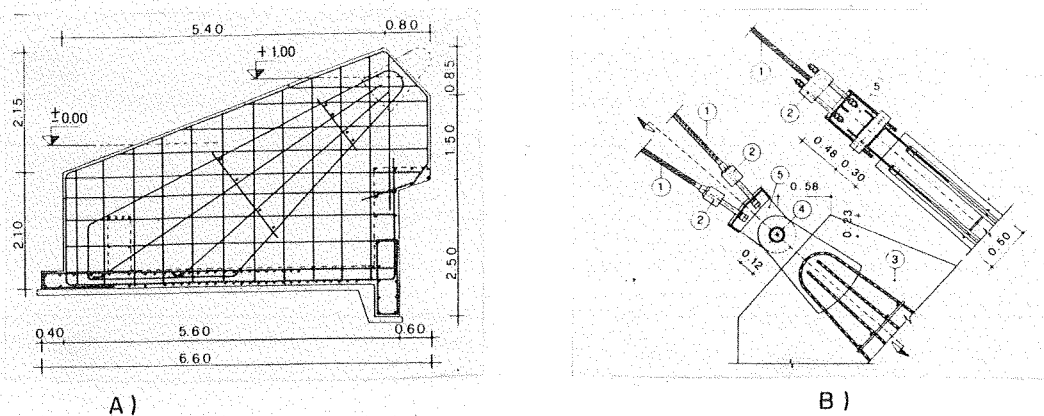


FIG. 1.16 - A) Maciço de ancoragem para os tirantes - Corte vertical; B) Ancoragem ao solo dos tirantes: Elevação e corte. 1) Tirantes; 2) Arranques; 3) Maciço; 4) Cavilha 120mm; 5) Peça em aço soldado.

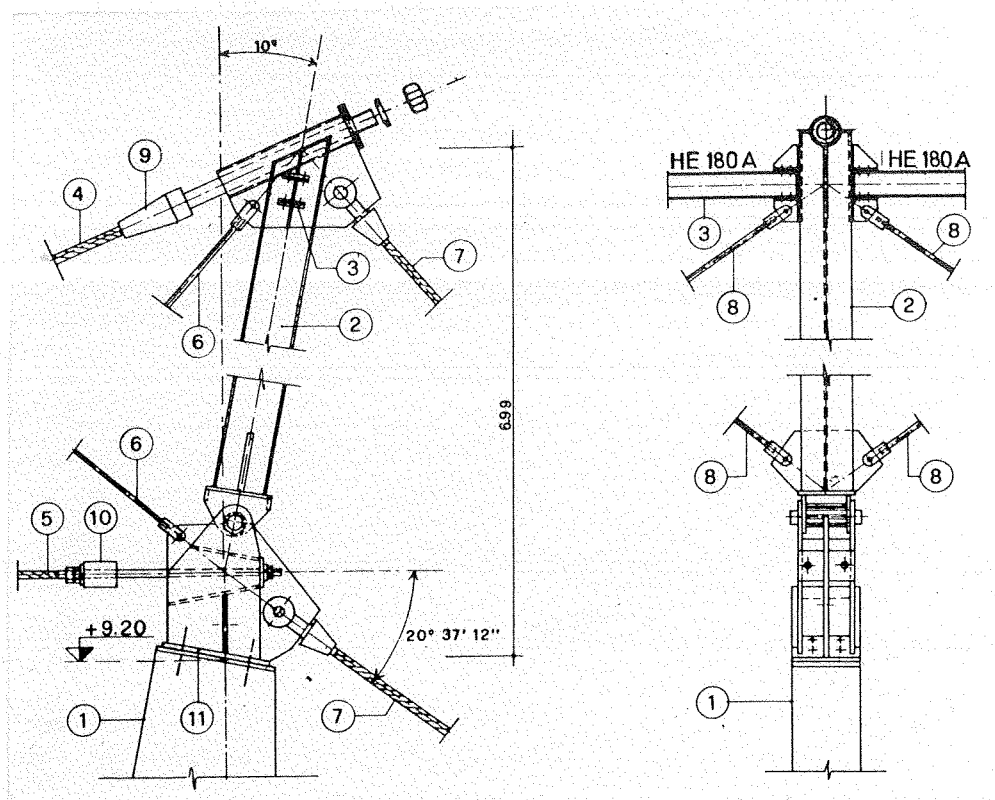


FIG. 1.17 - Dispositivo pré-fabricado para a fixação dos cabos e tirantes. 1) Pilar em concreto; 2) Montante; 3) Perfilado de ligação; 4) Cabo portante; 5) Cabo tensor; 6) Diagonais; 7) Tirantes externos; 8) Contraventamento vertical entre montantes; 9) e 10) Arranques dos cabos; 11) Placas.

1.2.3 - Palácio de Esportes de Sokoto

O Centro de Esportes de Sokoto, também na Nigéria, ao contrário de seu similar em Kano, apresenta uma estrutura de planta simétrica, com área de  $3905 \text{ m}^2$  (55x71).

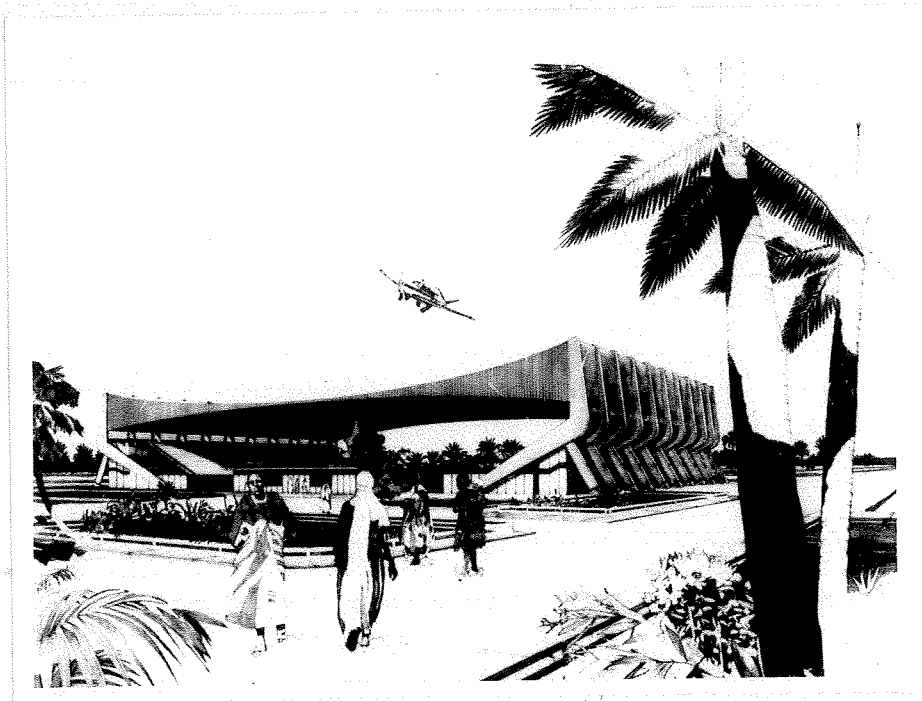


FIG. 1.18 - Palácio de Esportes de Sokoto.

A quadra de jogos, de dimensões  $40 \times 20 \text{ m}^2$ , localiza-se no centro do edifício, com arquibancadas laterais para 4000 espectadores, sob as quais se abrigam os locais de serviço (Figs. 1.18 e 1.19).

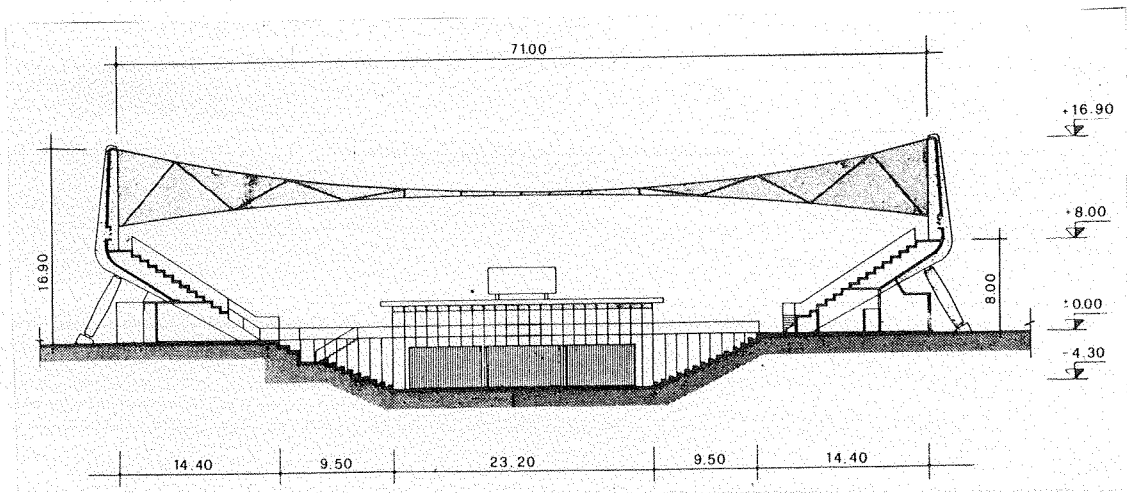


FIG. 1.19 - Palácio de Esportes de Sokoto -  
Corte transversal.

A cobertura é constituída por onze cabos-treliça de 71m de vão, separados de 5m.

Segundo os autores do projeto, as grandes variações de temperatura e uma insolação muito intensa, características da região, tornaram desaconselhável o uso de tirantes externos, surgindo então a necessidade de se projetarem estruturas de apoio capazes de absorver toda a flexão introduzida pela ancoragem dos cabos no seu topo.

A solução adotada foi a de pórticos de concreto armado, cuja forma foi definida pelas ligações geométricas existentes (arranques dos cabos portante e tensor), pela inclinação das arquibancadas (função das curvas de visibilidade) e, principalmente, pela necessidade de equilíbrio estático entre os esforços de tração nos cabos e os esforços de compressão devidos ao peso próprio das arquibancadas.

A ancoragem dos cabos portante e tensor foi feita por meio de dispositivos embutidos no concreto dos pórticos aos níveis de 16,95m e 10,0m, respectivamente.

A estabilidade transversal destes pórticos é garantida por meio de placas de concreto armado que os unem ao longo de toda a estrutura.

A cobertura apresenta uma curvatura parabólica no sentido longitudinal, e a mesma curvatura, porém menos acentuada, no sentido transversal, permitindo o recolhimento das águas pluviais ao longo das fachadas longitudinais.

Nas Figs. 1.20 e 1.21 mostram-se detalhes dos cabos e da sua ligação no meio do vão.

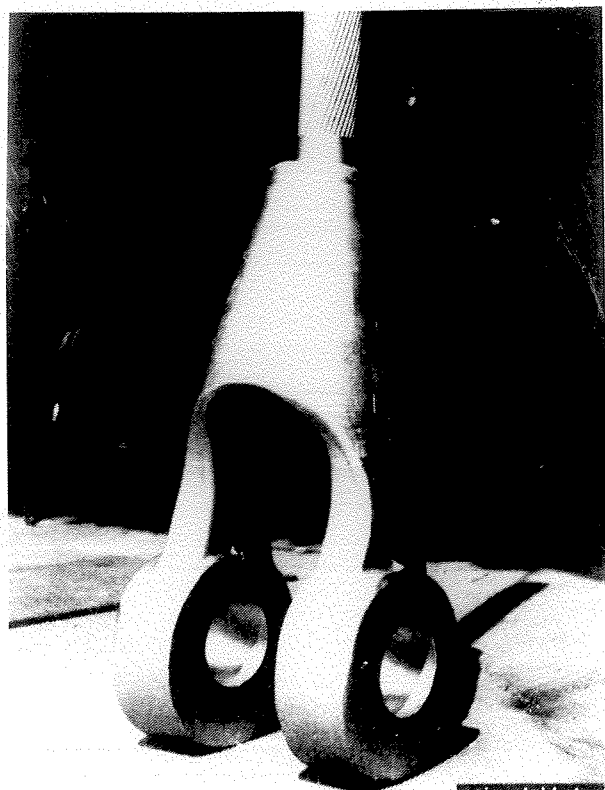


Fig. 1.20 - Cabeça do cabo em aço forjado.

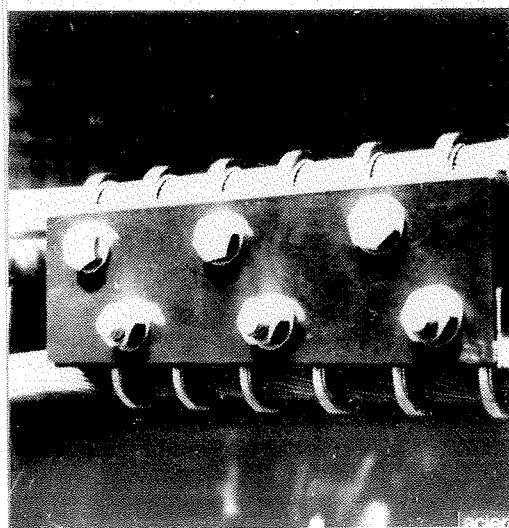


Fig. 1.21 - Ligação no meio do vão entre os cabos portante e tensor.

1.2.4 - Agência FIAT em Bolonha

Para maior funcionalidade, a obra foi dividida em três partes, sendo um prédio para os escritórios, um destinado ao salão de exposições, e mais outro para a oficina de manutenção dos veículos (Fig. 1.22).

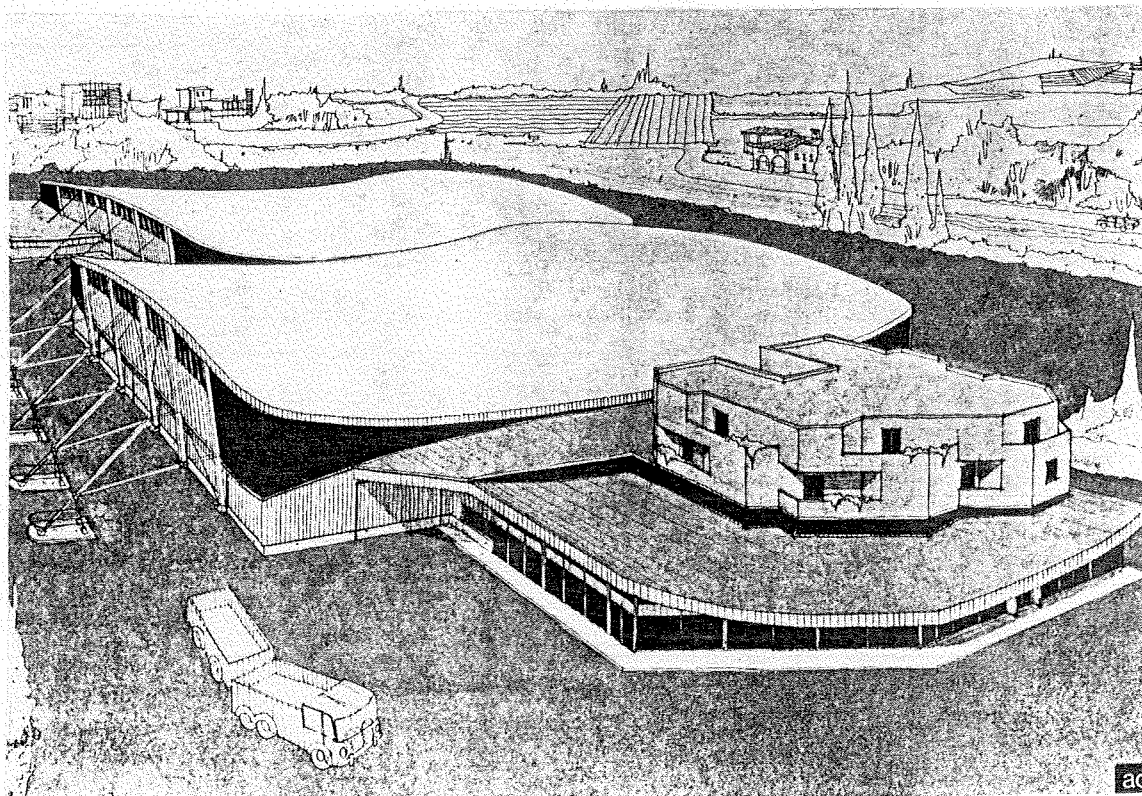


FIG. 1.22 - Vista geral da Agência FIAT em Bolonha.

O edifício para os escritórios possui uma estrutura metálica convencional, mas nas construções destinadas às oficinas e às exposições, o sistema Jawerth foi utilizado.

O vão livre dos cabos é de 50m, e a distância entre dois cabos consecutivos é de 5,25 m.

Na situação de serviço, considerando-se apenas as cargas permanentes, a flecha é de 2,94m para o cabo portante e de 1,93m para o cabo tensor.



As estruturas de apoio principais (Figs. 1.2 , 1.2 e 1.2 ) são constituídas de treliças metálicas, usadas de forma a receber as extremidades dos cabos e os tirantes externos de ancoragem.

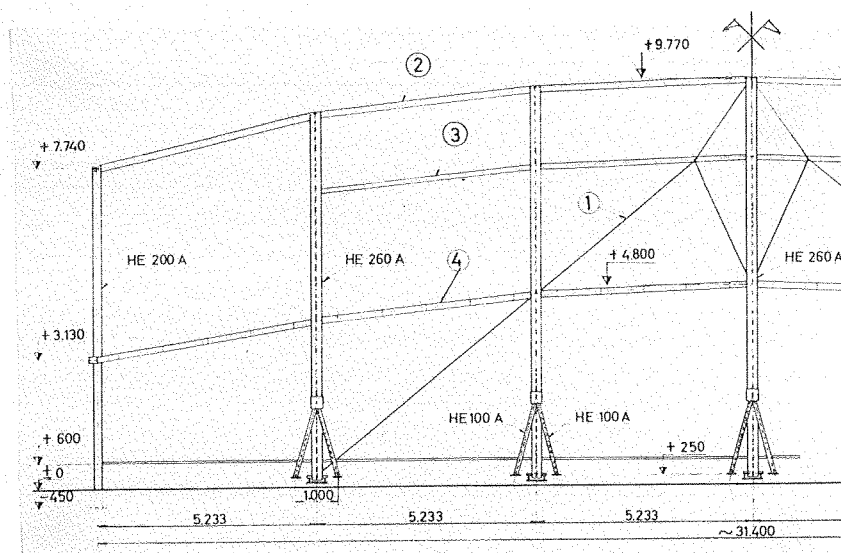


FIG. 1.23 - Estrutura das paredes. 1) Barras Dywidag  $\phi$  26; 2) Tubos corridos de 150 x 4; 3) de 120 x 3; 4) de 150 x 3.

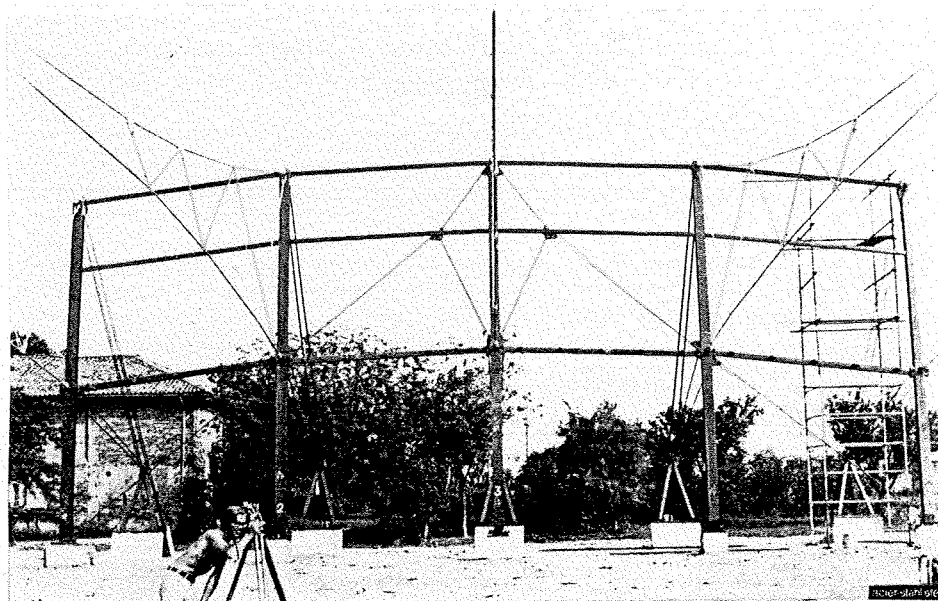


FIG. 1.24 - Vista da estrutura das paredes.

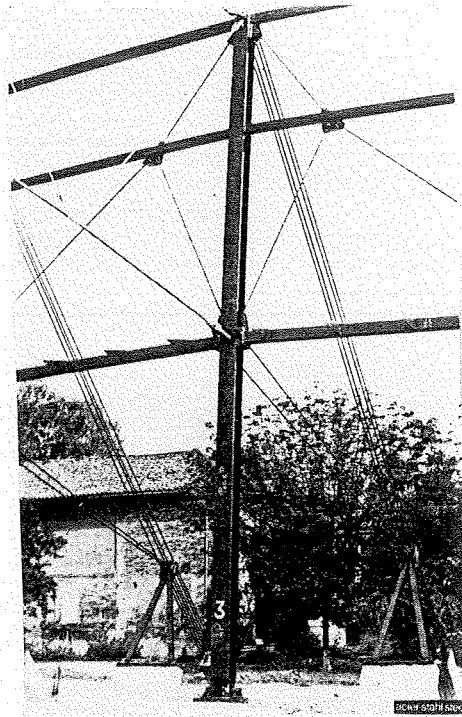


FIG. 1.25 - Detalhe da ancoragem em cavalete.

A ancoragem dos cabos é constituída por cavaletes, permitindo o tráfego de veículos sob eles (Fig. 1.26).

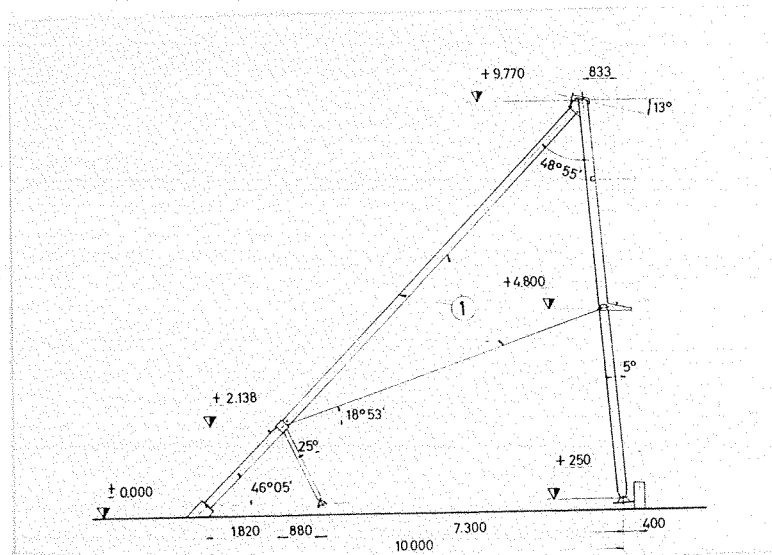


FIG. 1.26 - Ancoragem dos cabos  
(1) Barras Dywidag  $\phi$  26.

Nas figuras abaixo, pode-se ter uma idéia melhor do sistema de ancoragem.

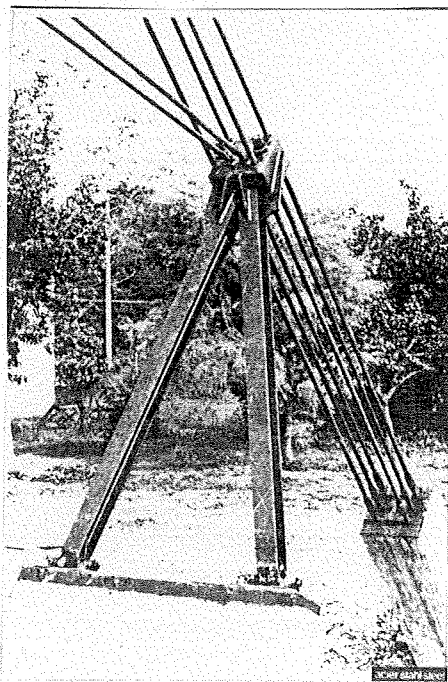


FIG. 1.27 - Cavalete e barras de ancoragem.

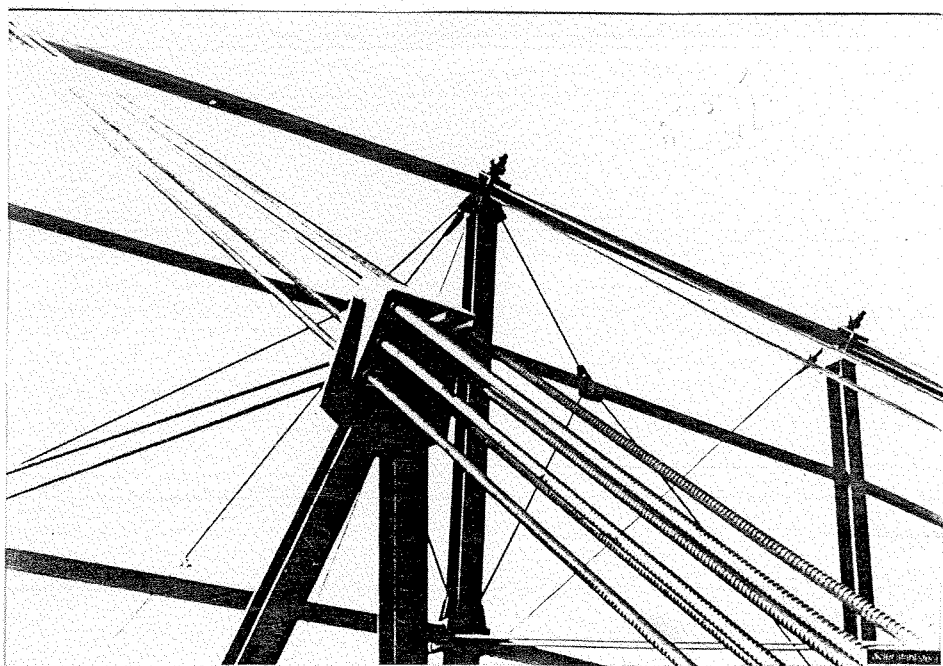


FIG. 1.28 - Outra vista do mesmo sistema.

Na Fig. 1.29, podem-se ver em detalhe os dispositivos que recebem as extremidades dos elementos.

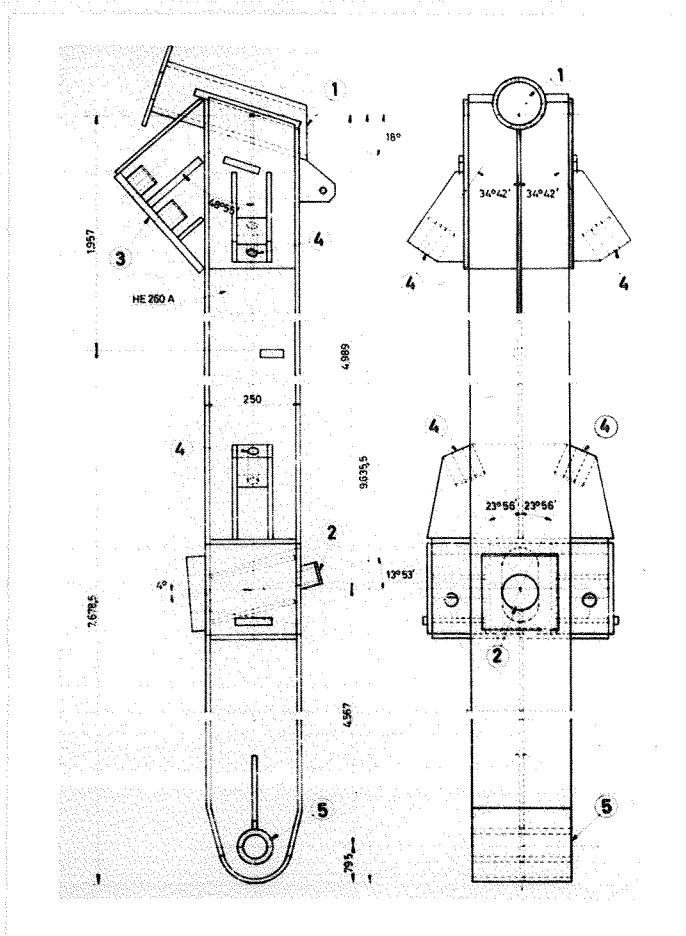


FIG. 1.29 - 1) Cabo superior; 2) Cabo inferior;  
3) Barras de ancoragem; 4) Barras de contraventamento; 5) Articulação.

Para facilitar o escoamento das águas de chuva, os apoios principais possuem alturas variáveis, dando à cobertura uma seção parabólica também na direção longitudinal. (Fig. 1.30).

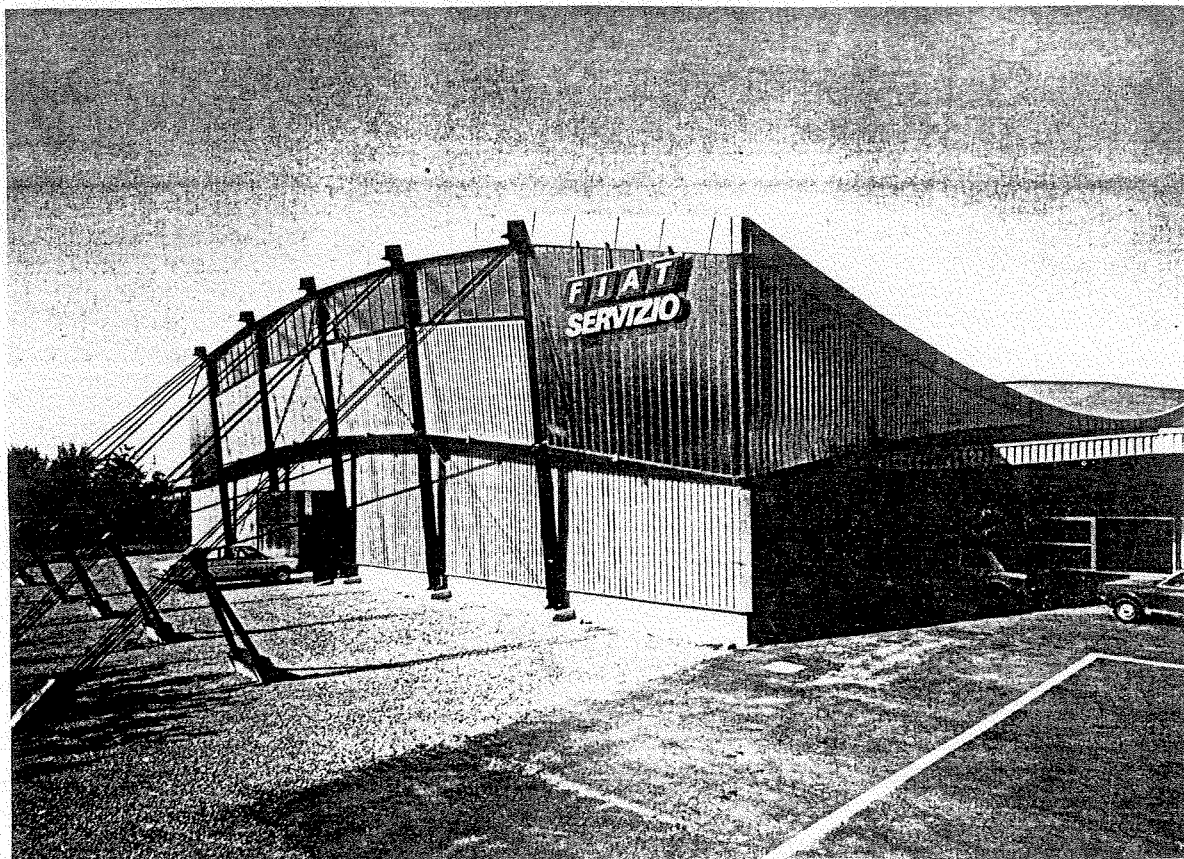


FIG. 1.30 - Vista externa.

A forma geral resultante cria um isolamento acústico altamente desejável, principalmente no caso específico das oficinas.

A vedação foi feita por meio de telhas onduladas galvanizadas de 95mm de altura de onda e 8/10mm de espessura (Fig. 1.31).

Outros detalhes encontram-se em Majowiecki [72.12].



FIG. 1.31 - Vista do interior.

1.2.5 - Piscina em Lugo

Construída em Lugo, na Itália, com 2600 m<sup>2</sup> de área, abrange três piscinas com seus respectivos locais de serviço, uma quadra e uma arquibancada para 150 pessoas (Fig. 1.32).

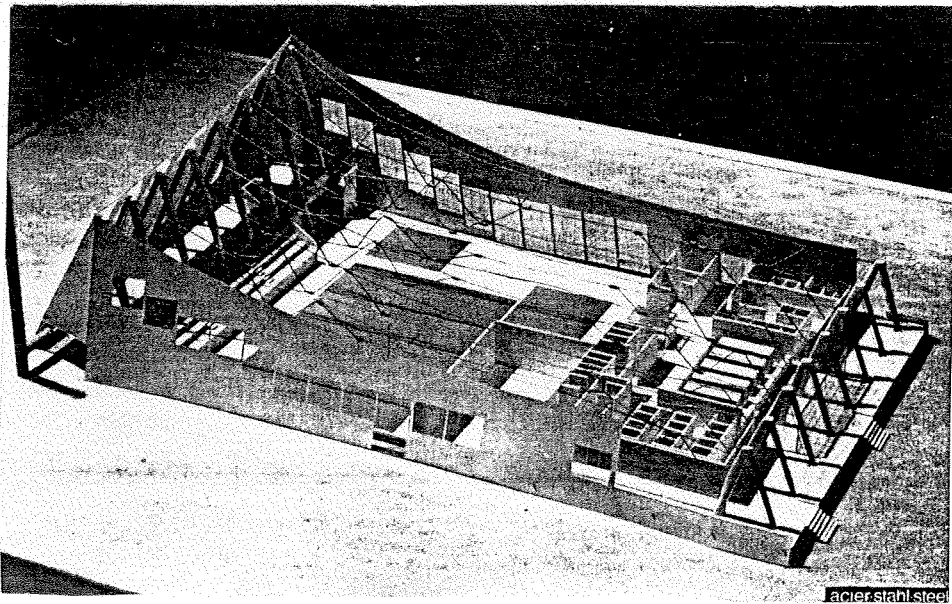


FIG. 1.32 - Maquete da Piscina de Lugo.

A sustentação da cobertura é feita por meio de sistemas de cabos com arranques desnivelados, espaçados de 4,75m, e com um vão de 57,40m.

Devido à preferência por uma cobertura assimétrica, optou-se pela colocação de arquibancadas ao longo de um só lado, obtendo-se com isso ventilação e iluminação bastante boas.

Os cabos são em número de oito, com ancoragens situadas a 7m acima do nível do terreno, num dos lados, e a alturas variáveis de 12,67 a 16m no outro, resultando assim numa cobertura curva também no sentido transversal, permitindo um perfeito escoamento das águas pluviais.

A estrutura de apoio da cobertura é constituída de pilares de concreto armado e tirantes em aço perfilado, num arranjo triangular de forma a absorver melhor os esforços provenientes dos cabos.

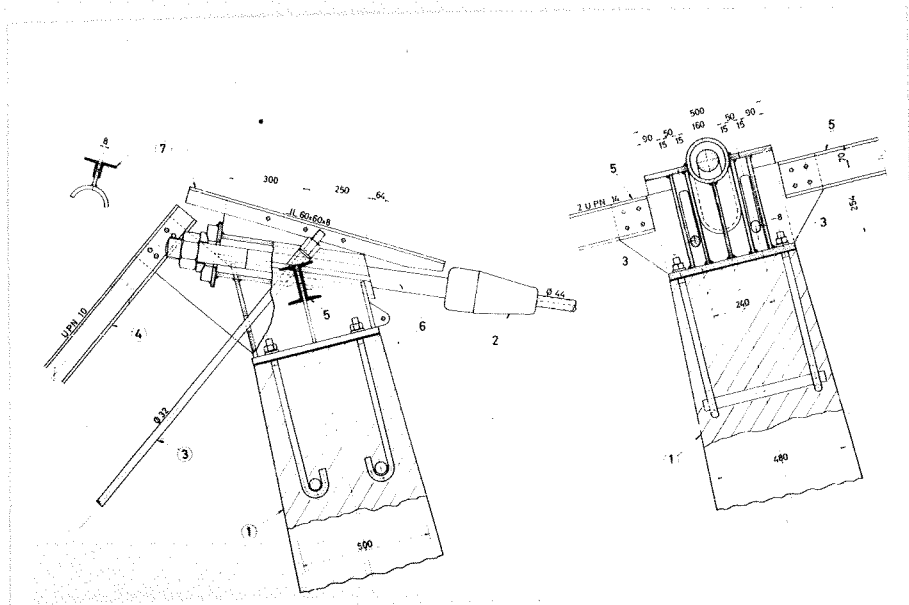


FIG. 1.33 - Dispositivo pré-fabricado para o arranque dos cabos portantes e dos tirantes. 1) pilar em concreto; 2) Esticador do cabo portante; 3) Barra Dywidag; 4) Perfilados formando a parte mais inclinada do cavalete; 6) Tubo  $\phi$  81; 7) Cantoneiras colocadas após a protensão dos cabos.

Os pilares são todos de seção variável, começando com  $50 \times 50 \text{ cm}^2$ , aumentando para  $70 \times 70 \text{ cm}^2$ , à meia altura, e voltando à seção original no topo.

Os tirantes têm a função de absorver parte da força horizontal aplicada pelos cabos aos pilares, transmitindo-as às fundações, ou sendo fixados em ancoragens, diretamente no solo.

A ligação entre os cabos portantes e os tirantes é feita mediante dispositivos pré-fabricados que são fixados no topo dos pilares por barras ancoradas no concreto.

#### 1.2.6 - Auditório em Utica

Com uma planta circular de 73,15 m de diâmetro, esta construção tem como suporte da cobertura uma série de cabos-treliça biconvexos colocados radialmente, com ancoragem em um anel externo de concreto e em dois anéis centrais de aço (Fig. 1.35).

A capacidade do auditório é de 6500 pessoas sentadas, e sua montagem e elevação, utilizando apenas uma torre como andaime, não gastou mais do que três meses, tendo sido concluída em 1959.

O espaço entre as duas camadas de cabos foi ocupado por equipamentos mecânicos e de ar condicionado, que de outra forma necessitariam de um espaço adicional na construção.

A seção transversal dos cabos **tensores** é de  $1 \frac{1}{8}$ " e dos cabos **portantes**, de 2". O esforço de protensão foi aplicado por meio de macacos colocados nos anéis centrais, imprimindo aos cabos forças de até 60 tf, com valores diferentes para os cabos portante e tensor de forma que as frequências naturais resultassem diferentes. Assim, a vibração em cada um dos cabos está sempre defasada com a do outro, com as forças de inércia opostas servindo para amortecer o sistema.





FIG. 1.34 - Utica Memorial Auditorium - Utica, Nova Iorque.

Na figura abaixo pode-se ter uma idéia melhor da cobertura e do edifício em geral, que pode ser considerado um marco importante na história das coberturas pênseis protendidas.

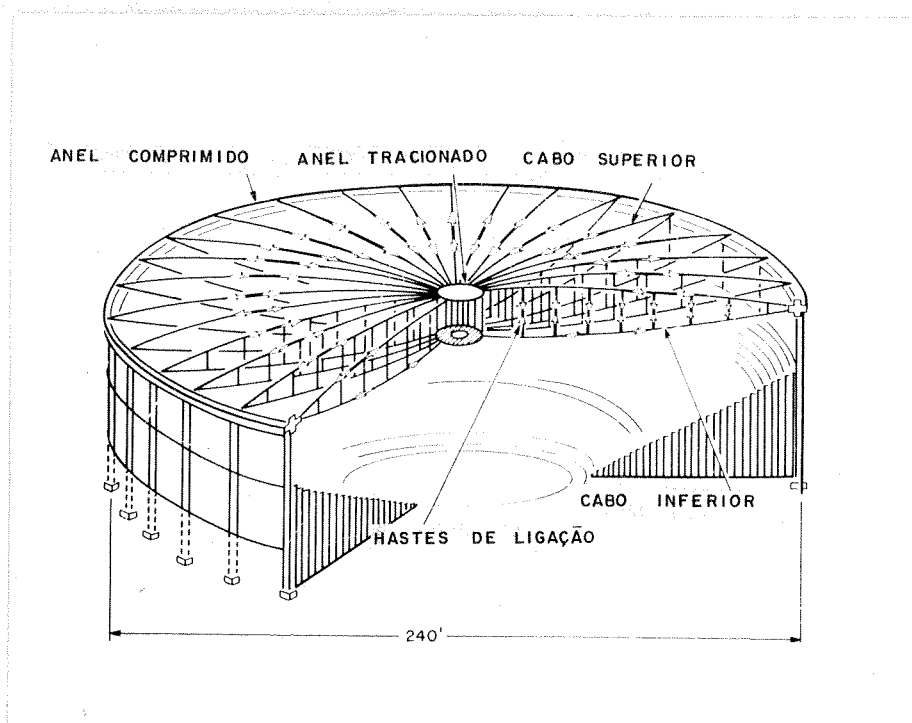


FIG. 1.35 - Esquema da cobertura.

### 1.3 - CONTEÚDO DO TRABALHO

Como se sabe, os cabos-treliça são estruturas às quais a estática dos pequenos deslocamentos não pode ser aplicada. Para o seu cálculo, é preciso levar em consideração a não linearidade geométrica característica das estruturas em cabos, e desenvolver processos de resolução que estudem o equilíbrio na sua posição deslocada final.

Fundamentalmente, existem duas abordagens para o estudo dos cabos-treliça. Na primeira, admite-se que a transmissão de esforços entre o cabo tensor e o cabo por tanto se faça de modo contínuo, o que permite supor ambos os cabos solicitados por cargas distribuídas. Para que o cabo-treliça seja tratado por esse "processo do meio contínuo", é essencial que o espaçamento dos tirantes seja uma pequena parcela do vão do cabo ( $\approx 1/10$ ).

Na segunda abordagem, a carga atuante é suposta concentrada nos nós do cabo-treliça, ficando então ambos os cabos solicitados por um conjunto de cargas concentradas. Com esse "processo discreto", pode-se avaliar a influência do espaçamento, da rigidez e da inclinação dos tirantes de ligação, bem como a deformação dos mesmos, o que não é possível pelo processo do meio contínuo.

Historicamente, o primeiro cálculo de cabos-treliça de que se tem notícia foi feito por processo do meio contínuo, e foi desenvolvido, de um lado por Schleyer e Zetlin, e de outro por Jawerth.

Com a disseminação dos computadores, o cálculo por processo do meio contínuo foi deixado um pouco de lado, preterido pelos processos iterativos resultantes da discretização das estruturas, tornados acessíveis com o uso dessas máquinas.

Foi só recentemente, em torno dos anos 70, que foram "redescobertos" os processos contínuos, vantajosos pela sua facilidade de aplicação, e de grande alcance.

O que se pretende com este trabalho é o desenvolvimento dessas duas linhas de pesquisa, fornecendo subsídios para o cálculo dos cabos-treliça por qualquer dos dois processos.

Assim, após os itens anteriores deste capítulo inicial, onde foram expostos os conceitos básicos, características gerais e possibilidades de aplicação dos cabos-treliça, tem-se um segundo capítulo dedicado ao cálculo por processo contínuo dessas estruturas. Baseado em um estudo desenvolvido por Irvine (1975) em uma série de artigos publicados pelo Journal of Structural Division, este capítulo tem por objetivo fornecer elementos para o cálculo dos cabos-treliça. Tendo em vista a grande particularidade dos casos tratados por Irvine (apenas cabos-treliça simétricos solicitados separadamente por cargas distribuídas e concentradas), o que se fez foi, utilizando suas idéias básicas, estender o processo a alguns casos mais gerais, além de dar condições para a resolução de quaisquer outros, sem com isso aumentar muito o trabalho algébrico envolvido.

As hipóteses admitidas no desenvolvimento desse processo são as usuais para as estruturas pênseis, como supor a validade da Lei de Hooke e desprezar o efeito de coeficiente de Poisson. Além disso, tratam-se os tirantes como um diafragma contínuo, ignorando suas deformações axiais, e supondo que apliquem aos cabos tensor e portanto apenas forças verticais.

Numa tentativa de tornar mais fácil a assimilação do processo, faz-se primeiro o estudo do cabo isolado, obtendo-se com isso elementos que são utilizados em seguida no cálculo do cabo-treliça. O estudo do cabo-treliça, propriamente dito, foi dividido em duas etapas, que tentam simular o que ocorre na estrutura real.

Na primeira fase, como se sabe, logo após a montagem e elevação, o que se tem são cabos-treliça sujeitos apenas ao seu peso próprio. Essa situação é analisada, de maneira simplificada, supondo-se que, para a ordem de gran

deza dessa solicitação, o cabo seja inextensível, o que permite fixar uma posição inicial, conhecida, a partir da qual os carregamentos vão ser introduzidos.

A etapa seguinte seria a aplicação da protensão e, desde que se defina o valor da força a ser utilizado, pode-se determinar a nova situação de equilíbrio do cabo-treliça já protendido, por meio das equações obtidas no desenvolvimento do cálculo.

Tendo em vista que, na totalidade da bibliografia consultada, seus autores partem de uma posição já definida do cabo com protensão, sem prestar informações sobre como chegar a esses resultados, e muito menos como fazer para que as condições de projeto sejam reproduzidas na realidade da obra, acredita-se estar contribuindo um pouco para que essa etapa de cálculo seja esclarecida, além de torná-la o mais coerente possível com o que ocorre na prática.

Em seguida, passa-se ao cálculo do cabo-treliça sob os carregamentos permanentes e acidentais que irão atuar na estrutura. Em virtude da grande diversidade de combinações de cargas distribuídas e concentradas que se podem ter, alguns casos gerais, bastante representativos, foram escolhidos para serem analisados em detalhes, ficando com isso aberto o caminho para o cálculo de quaisquer outros carregamentos.

Encerrando o capítulo do processo contínuo, são feitas algumas indicações acerca da escolha adequada do valor da protensão a ser introduzido para que, na situação carregada, os cabos não sejam destracionados, o que poderia comprometer toda a eficiência da estrutura.

No capítulo três, faz-se a apresentação de uma outra forma de cálculo dessas estruturas, desta feita considerando o seu equilíbrio como consequência do equilíbrio de seus nós, mediante o chamado "processo discreto de cálculo". Por se tratar, basicamente, de uma imposição de equilíbrio de nós na estrutura, o processo discreto mostrou-se de grande eficiência, podendo resolver desde estrut

ras de cabos simples, como também cabos-treliça e até mesmo malhas.

A estrutura é suposta formada apenas por elementos comprimidos e tracionados, cuja configuração é determinada por um segmento de linha reta, que é a linha de ação do esforço interno atuante. Como os cabos são flexíveis, considera-se que sua resistência à compressão seja desprezível. Além disso, chamam-se nós de apoio àqueles cuja posição é suposta conhecida; os outros são denominados nós livres, possuindo uma posição de equilíbrio a ser determinada pelo cálculo.

Admite-se ainda que a carga distribuída agindo sobre os elementos da estrutura pode ser substituída por cargas pontuais estaticamente equivalente, concentradas nos nós. As condições de equilíbrio de não se constituem num sistema de equações não-lineares para a determinação dos deslocamentos dos nós, análogo ao que se obtém no processo dos deslocamentos. Utilizando-se notação indicial, faz-se a dedução da "matriz de rigidez" do sistema, que, no caso, terá a particularidade de depender da posição de equilíbrio final dos nós, ainda desconhecida. Para a resolução do sistema existem diversos métodos iterativos que têm sido usados alternadamente por diversos autores. Dentre eles, optou-se pelo método de Newton-Raphson, utilizado por Mollmann [70.11], em cujos trabalhos este capítulo foi inspirado.

Finalmente, fornece-se o fluxograma do processo já que sua utilização só é viável mediante a utilização de computadores.

Fez-se também um programa em linguagem FORTRAN para computador IBM-370, cuja listagem se acha no final do trabalho, que, a partir de uma posição inicial conhecida, determina as coordenadas dos nós e forças nos elementos na situação de equilíbrio para os carregamentos considerados.

Ilustrando os dois processos, o quarto capítulo apresenta alguns exemplos comparativos de estruturas calcu

ladas pelos processos contínuo e discreto, onde a sequência de cálculo é mostrada e os resultados analisados.

Concluindo, algumas páginas onde se comenta o alcance dos dois processos, e o que se pode esperar de cada um deles.

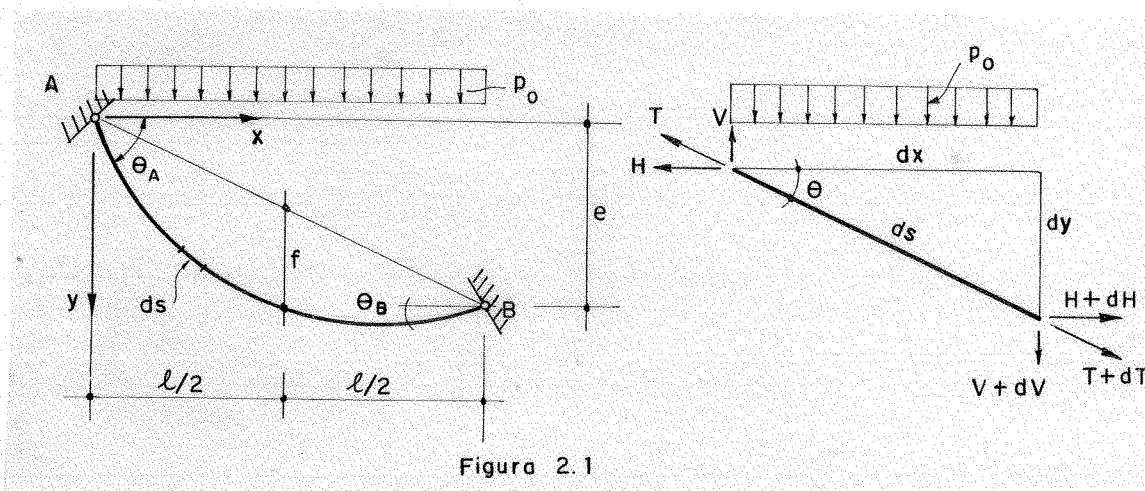
Uma bibliografia bastante vasta, da qual uma grande parcela se conseguiu obter, permitiu a escolha daquilo que se julgou mais adequado ao tratamento dos cabos-treliça.

Além dessas referências, outras, de obtenção mais difícil também se acham listadas no final do trabalho, numa tentativa de facilitar a pesquisa bibliográfica de quem se interessar pelo assunto.

## 2. ANÁLISE DOS CABOS-TRELIÇA POR PROCESSO CONTÍNUO

### 2.1 - ESTUDO DO CABO ISOLADO

Seja inicialmente um cabo desnivelado, solicitado por uma carga  $p_0$  uniformemente distribuída ao longo do vão (Figura 2.1). Isolando-se um elemento de comprimento infinitesimal  $ds$ , as condições de equilíbrio permitem escrever



$$dV = -p_o dx \quad \dots (2.1)$$

$$dH = 0 \quad \dots (2.2)$$

$$Hdy = Vdx, \text{ desprezando infinitésimos de ordem superior} \quad \dots (2.3)$$

Observando que  $H$  é constante, após algumas operações, resulta a equação diferencial de equilíbrio

$$d^2y/dx^2 = -p_o/H, \quad \dots (2.4)$$

que, integrada, fornece

$$y' = -\frac{p_o x}{H} + C_1 \quad \dots (2.5)$$

$$y = -\frac{p_o x^2}{2H} + C_1 x + C_2 \quad \dots (2.6)$$

No caso de arranques desnivelados, das condições  $y(0) = 0$  e  $y(\ell) = e$ , vem

$$y' = -\frac{p_o x}{H} + \left(\frac{e}{\ell} + \frac{p_o \ell}{2H}\right) \quad \dots (2.7)$$

$$y = -\frac{p_o x^2}{2H} + \left(\frac{e}{\ell} + \frac{p_o \ell}{2H}\right) x \quad \dots (2.8)$$

Usando a aproximação normalmente empregada  $\sqrt{1+a} \approx 1+a/2$  para  $a$  pequeno, e observando que  $ds = \sqrt{1+(y')^2} dx$ , obtém-se o comprimento do cabo entre os pontos A e B:

$$s = \ell \left[ 1 + \frac{p_o^2 \ell^2}{24H^2} + \frac{1}{2} \frac{e^2}{\ell^2} \right] \quad \dots (2.9)$$

A força de tração no cabo é dada por:

$$T = H \left( \frac{ds}{dx} \right) = H \sqrt{1 + \left( -\frac{p_o x}{H} + \frac{p_o \ell}{2H} + \frac{e}{\ell} \right)^2} \quad \dots (2.10)$$



A equação (2.8) pode ser dada em função da flecha  $f$  no meio do vão. Sendo  $y(l/2) = \frac{e}{2} + f$ , obtêm-se o valor de  $H$ :

$$H = \frac{p_0 l^2}{8f} \quad \dots (2.11)$$

Introduzindo (2.11) em (2.8), vem:

$$y = -\frac{4f}{l^2} x^2 + \left(\frac{e}{l} + \frac{4f}{l}\right) x \quad \dots (2.12)$$

que é a equação da curva do cabo em função da flecha no meio do vão.

Notando que  $(dy/dx)$  é o valor da tangente à curva do cabo, podem ser calculados os ângulos  $\theta_A$  e  $\theta_B$  nos arranques:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = \operatorname{tg} \theta_A = \frac{e}{l} + \frac{p_0 l}{2H} \quad \dots (2.13)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = \operatorname{tg} \theta_B = \frac{e}{l} - \frac{p_0 l}{2H} \quad \dots (2.14)$$

Uma outra forma de se obter esses resultados é assimilando o cabo a uma viga simplesmente apoiada com carga uniformemente distribuída, conforme mostra a Fig. 2.2.

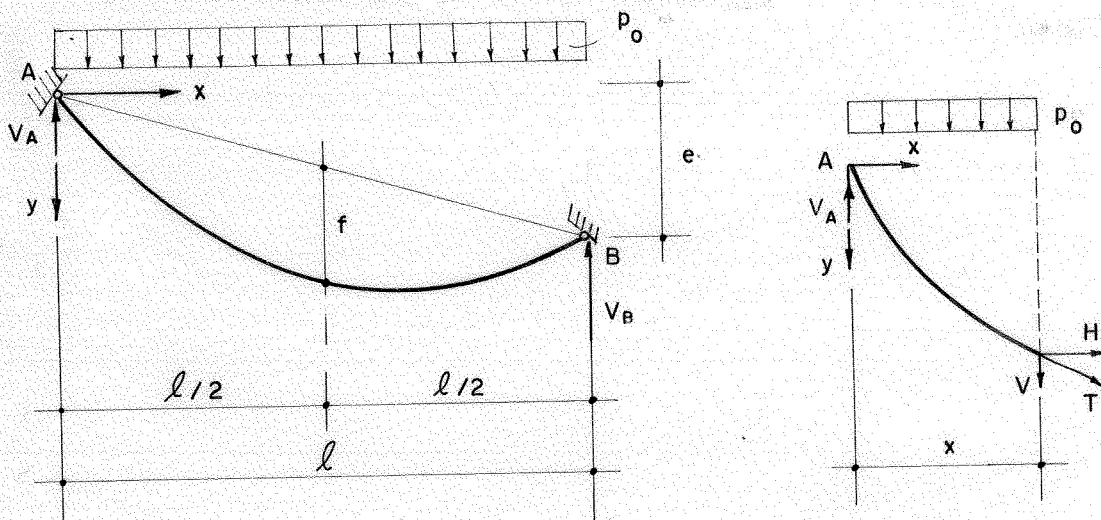


Figura 2.2

O equilíbrio de forças verticais do cabo em uma seção distante  $x$  do apoio A fornece:

$$p_0 x + H \frac{dy}{dx} - V_A = 0 \quad \dots (2.15)$$

Mas, fazendo a somatória de momentos em relação ao ponto B, obtêm-se

$$V_A = H \frac{e}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} \quad \dots (2.16)$$

que, introduzida na equação (2.15), resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \left( \frac{He}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} - p_0 x \right) \frac{1}{H} \quad \dots (2.17)$$

Integrando a expressão (2.17), obtêm-se a equação da curva do cabo para arranques desnivelados

$$y = - \frac{p_0 x^2}{2H} + \frac{p_0 \ell}{2H} x + \frac{e}{\ell} x, \quad \dots (2.18)$$

que é a mesma já obtida anteriormente (2.8).

Como se pôde notar, nas deduções anteriores não se levou em consideração a deformação que o cabo sofre quando carregado. Para analisar esse efeito, isola-se um elemento de cabo PQ (Fig. 2.3) que, devido a um carregamento genérico aplicado, se desloca para uma nova posição de equilíbrio P'Q'.

Se  $ds$  é o comprimento de PQ e  $ds'$  é comprimento de P'Q', pode-se afirmar que:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad \dots (2.19)$$

$$ds'^2 = (dx+du)^2 + (dy+dv)^2 \quad \dots (2.20)$$

$$ds' = ds (1+\epsilon) \quad \dots (2.21)$$

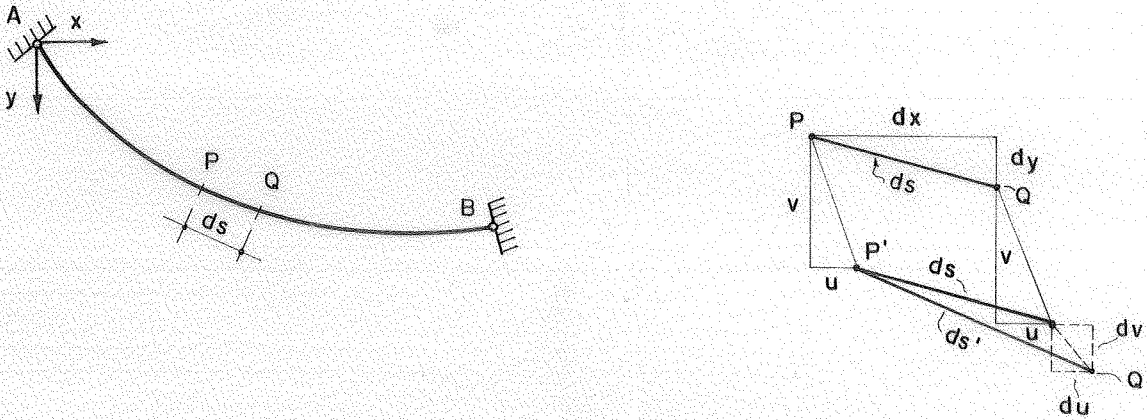


Figura 2.3

onde  $dx$ ,  $dy$ ,  $du$  e  $dv$  estão indicados na figura 2.3, e  $\epsilon$  é a deformação específica do elemento de cabo.

Elevando ambos os membros da equação (2.21) ao quadrado, vem:

$$\frac{ds'^2 - ds^2}{ds^2} = \epsilon^2 + 2\epsilon \quad \dots (2.22)$$

Introduzindo os valores dados em (2.19) e (2.20) em (2.22), tem-se

$$\frac{dx^2 + 2dxdu + du^2 + dy^2 + 2dvdv + dv^2 - dx^2 - dy^2}{ds^2} = \epsilon^2 + 2\epsilon$$

ou, de outra forma:

$$\epsilon^2 + 2\epsilon - \frac{dv^2 + du^2 + 2dxdu + 2dvdv}{ds^2} = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau em  $\epsilon$ , resulta:

$$\epsilon = \frac{ds' - ds}{ds} = -1 + \sqrt{1 + 2 \frac{du}{ds} \frac{dx}{ds} + 2 \frac{dv}{ds} \frac{dy}{ds} + \left(\frac{du}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dv}{ds}\right)^2}$$

Utilizando novamente a mesma aproximação  $\sqrt{1+a} \approx 1+a/2$ , obtêm-se o valor de  $\epsilon$ :

$$\epsilon = \frac{ds' - ds}{ds} = \frac{du}{ds} \frac{dx}{ds} + \frac{dv}{ds} \frac{dy}{ds} + \frac{1}{2} \left( \frac{du}{ds} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds} \right)^2$$

Levando em conta que os deslocamentos horizontais  $u$  do cabo são pequenos, despreza-se, como se faz usualmente, o termo  $(du/ds)^2/2$  da expressão anterior, obtendo-se então:

$$\epsilon(x) = \frac{ds' - ds}{ds} = \frac{dx}{ds} \frac{du}{ds} + \frac{dy}{ds} \frac{dv}{ds} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{ds} \right)^2 \quad \dots (2.23)$$

Por outro lado, a lei de Hooke aplicada ao elemento, fornece:

$$\epsilon(x) = \frac{ds' - ds}{ds} = \frac{t(x)}{E_s A_s} + \epsilon_t \quad \dots (2.24)$$

onde  $t(x)$  é o esforço de tração ao longo do cabo,  $E_s$  é o módulo de elasticidade do cabo,  $A_s$  a área de sua secção transversal, e  $\epsilon_t = \alpha \Delta\theta$  caracteriza a deformação devida a uma variação de temperatura ( $\Delta\theta$ ).

Chamando  $h$  a componente horizontal do esforço no cabo, tem-se:

$$t(x) = h \frac{ds'}{dx} \approx h \frac{ds}{dx}, \quad \dots (2.25)$$

com  $h = \text{constante}$ .

Introduzindo as equações (2.24) e (2.25) na expressão (2.23), e multiplicando ambos os membros por  $(ds/dx)^2$ , vem:

$$\frac{h(ds/dx)^3}{E_s A_s} + \epsilon_t (ds/dx)^2 = \frac{du}{dx} + \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2$$

Integrando a expressão acima, obtêm-se

$$\frac{hL_e}{E_s A_s} + t L'_e = + \int_0^l \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} dx + \int_0^l \frac{1}{2} \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx + u(l) - u(0) \quad \dots (2.26)$$

onde  $l$  é o vão do cabo,  $u(l)$  e  $u(0)$  são os deslocamentos horizontais do cabo nos arranques, e  $L_e$  e  $L'_e$  são dados por:

$$L_e = \int_0^l \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx$$

$$L'_e = \int_0^l \left( \frac{ds}{dx} \right)^2 dx$$

A equação (2.26), chamada por alguns autores de "Equação Diferencial do Cabo", relaciona deformações, deslocamentos e variações de esforços que ocorrem no cabo.

## 2.2 - ESTUDO DO CABO-TRELIÇA

### 2.2.1 - Estado inicial com protensão

Seja agora o cabo-treliça representado na figura abaixo.

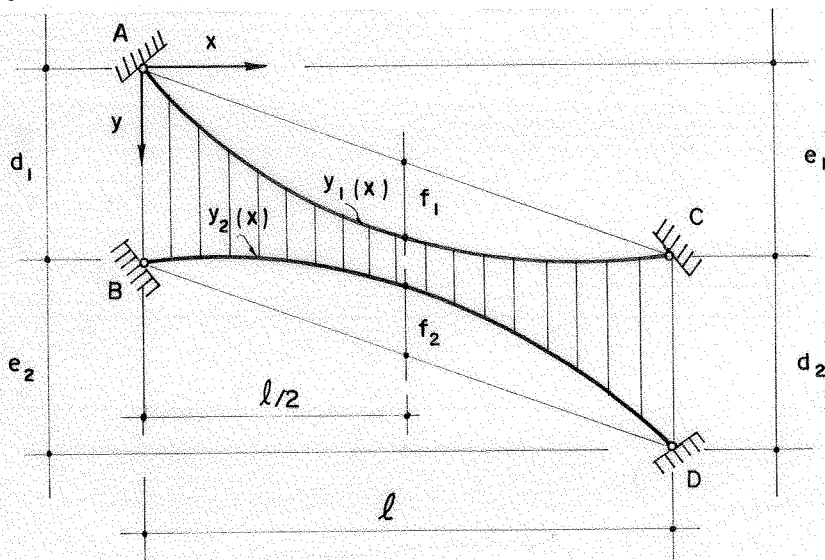


Figura 2.4

Como foi suposto um meio contínuo entre os cabos, sob a ação da protensão os cabos tensor e portante ficam submetidos aos carregamentos  $p_0$ , devido à protensão, e  $p$ , devido ao peso próprio dos cabos, como indicado na figura abaixo.

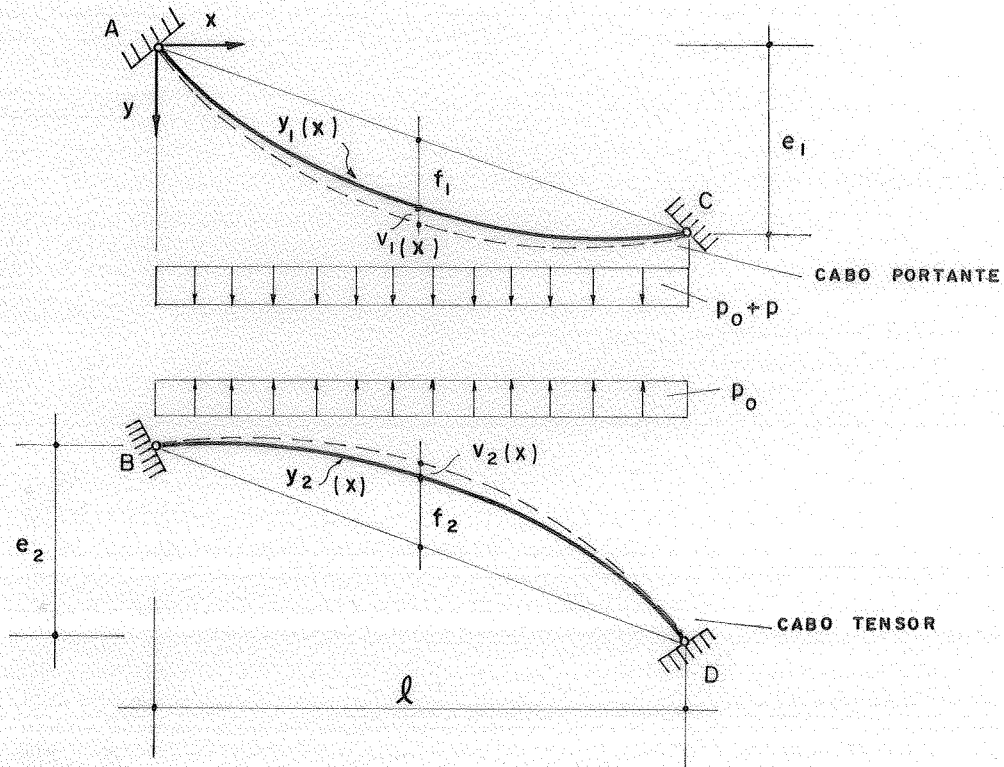


Figura 2.5

Usando a mesma analogia de viga anteriormente citada, o equilíbrio de esforços no cabo portante a uma distância  $x$  do apoio A (Figura 2.6) pode ser escrito:

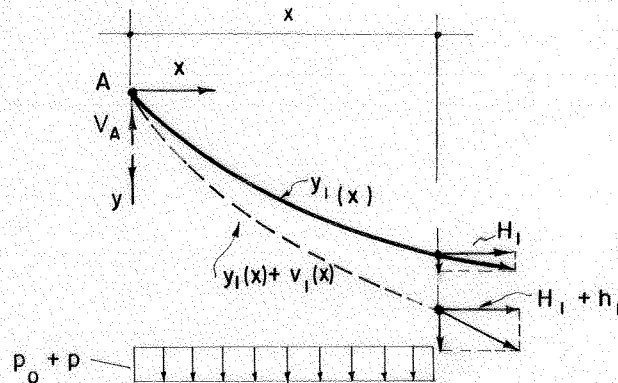


Figura 2.6

$$(H_1 + h_1) \frac{d}{dx} (y_1 + v_1) = V_A - p_0 x - px \quad \dots (2.27)$$

onde  $H_1$  é o esforço horizontal devido ao peso próprio dos cabos,  $h_1$  a variação desse esforço devido à protensão,  $y_1$  a ordenada inicial,  $v_1$  a variação dessa ordenada devido à protensão e  $V_A$  a reação vertical em A, dada por:

$$V_A = (H_1 + h_1) \frac{e_1}{\ell} + (p + p_0) \frac{\ell}{2}$$

De maneira análoga (vide 2.16), considerando apenas a ação do peso próprio, tem-se:

$$H_1 \frac{dy_1}{dx} = V_{oA} - px \quad \dots (2.28)$$

onde

$$V_{oA} = H_1 \frac{e_1}{\ell} + \frac{p\ell}{2}$$

Introduzindo a equação (2.28) em (2.27), vem:

$$(H_1 + h_1) \frac{dv_1}{dx} = (V_A - V_{oA}) - p_0 x - \frac{h_1 dy_1}{dx} \quad \dots (2.29)$$

onde:

$$V_A - V_{oA} = h_1 \frac{e_1}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2}$$

Levando esse valor à equação (2.29), obtém-se a expressão que rege o equilíbrio vertical do cabo com protensão:

$$(H_1 + h_1) \frac{dv_1}{dx} = h_1 \frac{e_1}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} - p_0 x - h_1 \frac{dy_1}{dx} \quad (2.30)$$

Reescrevendo a equação (2.8) para o caso em questão, tem-se:

$$y_1 = -\frac{p}{2H_1} x^2 + \left(\frac{e_1}{\ell} + \frac{p\ell}{2H_1}\right)x \quad \dots (2.31)$$

Introduzindo (2.31) em (2.30), e integrando a equação resultante, obtêm-se a expressão que fornece o deslocamento vertical  $v_1$  do cabo portante, devido à aplicação da protensão.

$$v_1(x) = \frac{1}{(H_1+h_1)} \left\{ \left(\frac{h_1 e_1}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2}\right) x - \frac{p_0 x^2}{2} - h_1 \left[ -\frac{px^2}{2H_1} + \left(\frac{e_1+p\ell}{2H_1}\right) x \right] + C_1 \right\} \quad \dots (2.32)$$

Admitindo que o deslocamento vertical nos arranques seja nulo, o valor de  $C_1$  deve ser nulo, ficando definida a equação (2.32).

Considere-se agora a equação diferencial do cabo (2.26), aplicada ao caso em questão, desprezando-se a variação de temperatura e os deslocamentos horizontais dos apoios:

$$\frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \int_0^{\ell} \frac{dy_1}{dx} \frac{dv_1}{dx} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} \left(\frac{dv_1}{dx}\right)^2 dx$$

Abandonando o termo  $1/2 \int (dv_1/dx)^2 dx$ , pequeno em relação ao restante, e resolvendo a integral indicada por partes, tem-se

$$\frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \int_0^{\ell} \frac{dy_1}{dx} \frac{dv_1}{dx} dx = \left(\frac{dy_1}{dx} v_1\right) \Big|_0^{\ell} - \int_0^{\ell} v_1 \frac{d^2 y}{dx^2} dx$$

donde, com  $d^2 y/dx^2 = -p/H_1$  e, admitindo  $v_1(\ell) = v_1(0) = 0$ ,

vem:

$$\frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \frac{p}{H_1} \int_0^{\ell} v_1 dx \quad \dots (2.33)$$



que é a chamada "equação diferencial simplificada" do cabo.

Introduzindo o valor de  $v_1(x)$  de (2.32) nessa equação, tem-se:

$$\frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \frac{p}{H_1 (H_1 + h_1)} \int_0^{\ell} dx \left\{ \left( \frac{h_1 e_1}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} \right) x - \frac{p_0 x^2}{2} - h_1 \left[ - \frac{p x^2}{2 H_1} + \left( \frac{e_1}{\ell} + \frac{p \ell}{2 H_1} \right) x \right] \right\}$$

ou, calculando a integral indicada:

$$\frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \frac{p}{H_1 (H_1 + h_1)} \left\{ \left( \frac{h_1 e_1}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} \right) \frac{\ell^2}{2} - \frac{p_0 \ell^3}{6} h_1 - \frac{p}{6 H_1} \ell^3 + \left( \frac{e_1}{\ell} + \frac{p \ell}{2 H_1} \right) \frac{\ell^2}{2} \right\}$$

Da equação anterior, obtém-se:

$$p_0 - \frac{12(H_1 + h_1) H_1 L e_1}{p \ell^3 E_s A_{s1}} h_1 - \frac{p h_1}{H_1} = 0 \quad \dots (2.34)$$

Desta forma, pode-se calcular o valor da carga distribuída  $p_0$ , em função da componente horizontal da protensão considerada, ou, de maneira inversa, obter-se o valor de  $h_1$  em função de  $p_0$ . Com isso, pode-se determinar o deslocamento vertical  $v_1(x)$  do cabo portante, definindo assim sua configuração de equilíbrio após a aplicação da protensão.

De maneira análoga pode-se repetir o processo, agora para o cabo tensor, e estudar o que nele ocorre quando a protensão é introduzida ao conjunto.

Para isto, analisam-se agora os esforços internos do cabo tensor em uma seção distante  $x$  do arranque (Fig. 2.7).

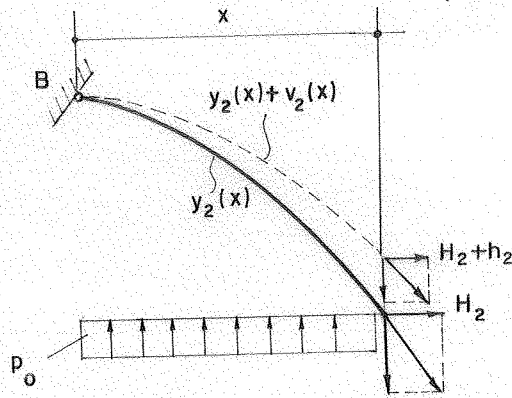


Figura 2.7

Como anteriormente adotado,  $H_2$  é o esforço horizontal devido ao peso próprio do cabo, no caso suposto igual a zero (o peso próprio do conjunto é aplicado ao cabo portante) e  $h_2$  é a variação nesse esforço, devida à protensão.

O equilíbrio à distância  $x$  de A fornece a equação:

$$(h_2) \frac{d(y_2 + v_2)}{dx} = V'_B - p_0 x \quad \dots (2.35)$$

onde  $V'_B$  representa a reação vertical devida apenas à protensão, e é dada por:

$$V'_B = h_2 \frac{e_2}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2}$$

Introduzindo este valor na equação (2.35), resulta a equação

$$h_2 \frac{dv_2}{dx} = h_2 \frac{e_2}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} - p_0 x - h_2 \frac{dy_2}{dx} \quad \dots (2.36)$$

análoga à equação (2.30), deduzida no caso do cabo portante.

Conservando o sistema de eixos no arranque A do cabo superior, a equação da curva do cabo tensor pode ser definida por

$$y^2 = 4 \frac{f_2}{\ell^2} x^2 + \left( \frac{e_2 - 4f_2}{\ell} \right) x + d_1 \quad \dots (2.37)$$

onde  $d_1$  é dado em (2.4).

Introduzindo (2.37) em (2.36) e integrando, vem:

$$v_2(x) = \frac{1}{h_2} \left\{ \left( h_2 \frac{e_2}{\ell} + \frac{p_0 \ell}{2} \right) x - p_0 \frac{x^2}{2} - h_2 \left( \frac{4f_2}{\ell^2} x^2 + \left( \frac{e_2 - 4f_2}{\ell} \right) x + d_1 \right) + C_2 \right\} \quad \dots (2.38)$$

O valor de  $C_2$  pode ser determinado pela condição de que para  $x = 0$ ,  $v_2(x) = 0$ , resultando  $C_2 = h_2 d_1$ .

A equação diferencial do cabo tensor, em sua forma simplificada obtida de maneira análoga à do cabo portante, é dada por:

$$\frac{h_2 L e_2}{E_s A_s s_2} = \frac{p_0 f_2}{\ell^2} \int_0^\ell v_2 dx$$

Substituindo-se o valor de  $v_2(x)$ , de (2.38), nesta equação, tem-se:

$$\frac{3 L e_2}{2 E_s A_s s_2 f_2 \ell} h_2^2 + \frac{3 f_2}{\ell^2} h_2 - p_0 = 0 \quad \dots (2.39)$$

Da mesma forma que para o cabo portante, pode-se calcular agora, pela equação (2.39), a variação  $h_2$  devida à protensão aplicada, e a conseqüente mudança na ordenada vertical  $v_2(x)$ , definindo-se assim as características geométricas do cabo tensor sob a ação da protensão.

Conhecidos, portanto, os deslocamentos  $v_1(x)$ , de (2.32), e  $v_2(x)$ , de (2.38), fica finalmente determinada a configuração de equilíbrio do cabo-treliça protendido, sobre o qual irão atuar todas as demais ações.

2.2.2 - Cabos-treliça sob a ação de carregamentos verticais quaisquer

Seja o cabo-treliça protendido representado na figura 2.8, sobre o qual atua um carregamento vertical qualquer.

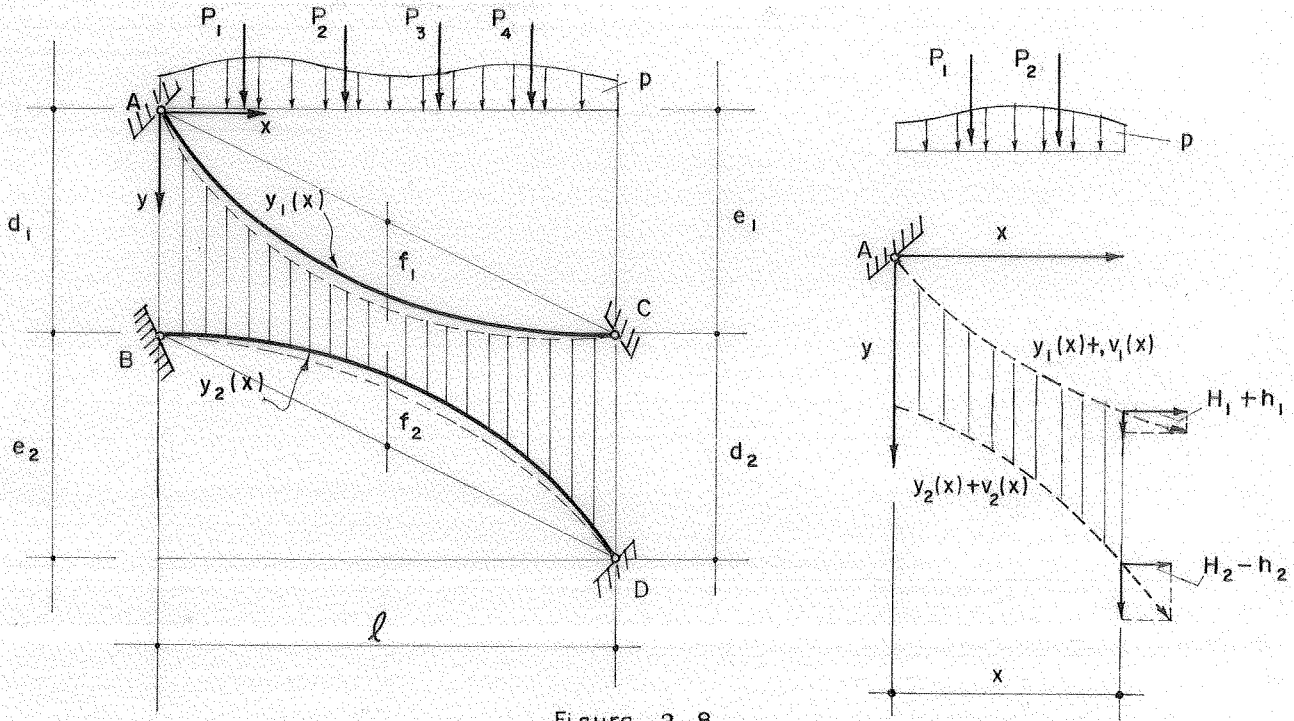


Figura 2.8

O equilíbrio de forças naquela direção, em uma seção distante x do arranque, fornece:

$$(H_1+h_1) \frac{d}{dx}(y_1+v_1) + (H_2-h_2) \frac{d}{dx}(y_2+v_2) = S(x) \dots (2.40)$$

onde  $v_1 = v_2 = v$  é o deslocamento vertical do cabo devido à carga aplicada,  $y_1$  e  $y_2$  são as ordenadas dos cabos no estado inicial (com peso próprio e protensão), e  $S(x)$  é o somatório das cargas externas até a seção x considerada.

O equilíbrio interno do cabo-treliça no estado inicial com protensão fornece a igualdade:

$$H_1 \frac{dy_1}{dx} = - H_2 \frac{dy_2}{dx} \dots (2.41)$$

que introduzida na equação (2.40) fornece:

$$(H_1 + h_1) \frac{dv}{dx} + (H_2 - h_2) \frac{dv}{dx} + h_1 \frac{dy_1}{dx} - h_2 \frac{dy_2}{dx} = S(x) \quad \dots (2.42)$$

Aplicando-se a equação diferencial do cabo, (eq. 2.33), respectivamente aos cabos portante e tensor, vem:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_1 L_{e1}}{E_s A_{s1}} = \int_0^l \frac{dy_1}{dx} \frac{dv}{dx} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx \\ \frac{h_2 L_{e2}}{E_s A_{s2}} = \int_0^l \frac{dy_2}{dx} \frac{dv}{dx} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 dx \end{array} \right. \quad \dots (2.43)$$

onde  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$  são as áreas da secção transversal dos cabos portante e tensor, respectivamente, e  $L_{e1}$  e  $L_{e2}$  são dados por:

$$L_{e1,2} = \int_0^l \left( \frac{ds_{1,2}}{dx} \right)^3 dx$$

No caso do cabo-treliça com sistema de eixos como o indicado na figura (2.8), as ordenadas dos cabos na posição inicial são dadas pelas parábolas:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = - \frac{p_o x^2}{2H_1} + \left( \frac{e_1}{l} + \frac{p_o l}{2H_1} \right) x \\ y_2 = \frac{p_o x^2}{2H_2} + \left( \frac{e_2}{l} - \frac{p_o l}{2H_2} \right) + d_1 \end{array} \right. \quad \dots (2.44)$$

onde o peso próprio dos cabos foi desprezado por ser pequeno em relação à carga de protensão.

Para cada carregamento considerado, obter-se-á um valor de  $S(x)$  e, da equação (2.42) poder-se-á tirar então a expressão de  $dv/dx$ . Substituindo-se esse valor nas

equações diferenciais dos cabos (2.43), e calculando-se as integrais indicadas obter-se-ão os valores das incógnitas  $h_1$  e  $h_2$  que definem o estado carregado do cabo-treliça, resolvendo assim o problema.

Nos itens seguintes, efetuam-se esses cálculos para os casos usuais de carregamentos. Para quaisquer outras ações, o procedimento é análogo.

### 2.2.3 - Cabos-Treliça com cargas trapezoidais diversamente distribuídas

Seja um cabo-treliça sob a ação das cargas indicadas na figura abaixo.

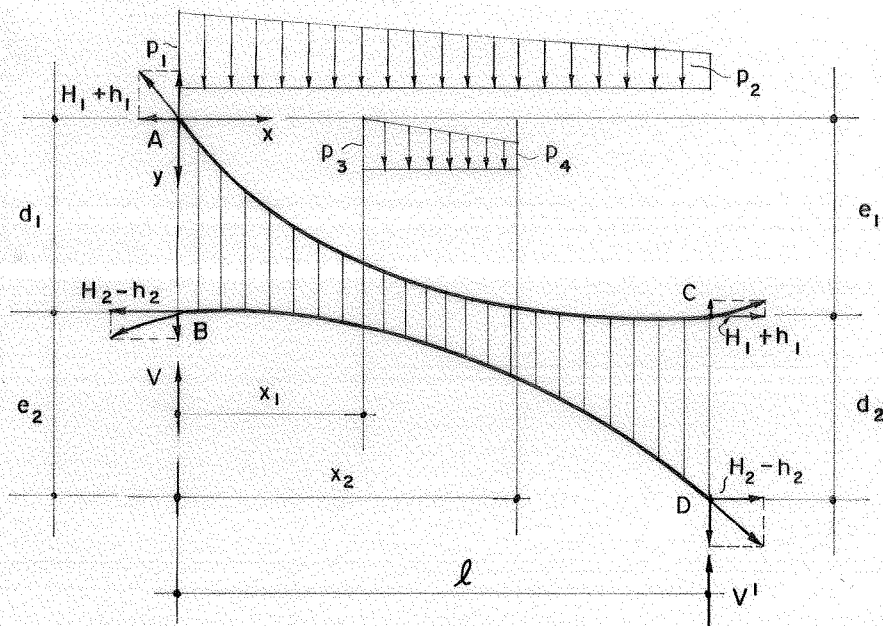


Figura 2.9

Para se determinar a nova posição de equilíbrio do cabo-treliça sob esse carregamento, faz-se inicialmente o cálculo de reação vertical  $V$ .

Fazendo o equilíbrio de momentos em relação ao ponto D, vem:

$$V\ell - \left\{ -h_2 e_2 + h_1 (e_1 + d_2) - h_1 d_2 + p_2 \ell \frac{\ell}{2} + \right. \\ \left. + (p_1 - p_2) \frac{\ell}{2} \frac{2}{3} \ell + p_4 (x_2 - x_1) \cdot (\ell - x_2 + \frac{x_2 - x_1}{2}) + (p_3 - p_4) (\frac{x_2 - x_1}{2}) \right\} \ell - \\ - x_2 + \frac{2}{3}(x_2 - x_1) \left. \right\} = 0$$

E o valor de V fica:

$$V = \frac{h_1 e_1}{\ell} - \frac{h_2 e_2}{\ell} + \frac{p_1 \ell}{3} + \frac{p_2 \ell}{6} + \frac{p_3}{2} (x_2 - x_1) (1 + \\ + \frac{x_2 - 2x_1}{3\ell}) + \frac{p_4}{2} (x_2 - x_1) (1 - \frac{2x_2 + x_1}{3\ell}) \quad \dots (2.45)$$

Chamando:

$$K = \frac{p_1 \ell}{3} + \frac{p_2 \ell}{6} + p_3 (\frac{x_2 - x_1}{2}) (1 + \frac{-x_2 - 2x_1}{3\ell}) + \\ + p_4 (\frac{x_2 - x_1}{2}) (1 - \frac{2x_2 + x_1}{3\ell})$$

vem:

$$V = h_1 \frac{e_1}{\ell} - h_2 \frac{e_2}{\ell} + K$$

onde K, portanto, é uma constante que depende do carrega  
mento considerado.

Passa-se, em seguida, ao cálculo do esforço cor  
tante  $S(x)$ , que, no caso em questão vai possuir três ex  
pressões diferentes, dependendo da posição relativa da or  
denada genérica  $x$  no cabo.

Assim, para  $x \leq x_1$ , vem:

$$S_1(x) = V - p_2 x - (p_1 - p_2) (\frac{\ell - x}{\ell}) x - (p_1 - p_2) (1 - \frac{\ell - x}{\ell}) \frac{x}{2} \\ \dots (2.46)$$

No intervalo  $x_2 > x > x_1$ ,  $S(x)$  fica:

$$\begin{aligned}
S_2(x) &= V - p_2 x - (p_1 - p_2) \left(\frac{\ell - x}{\ell}\right) x - (p_1 - p_2) \left(1 + \right. \\
&- \left. \frac{\ell - x}{\ell}\right) \frac{x}{2} - p_4 (x - x_1) - (p_3 - p_4) \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} (x - x_1) - (p_3 - p_4) \left(1 + \right. \\
&- \left. \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}\right) \frac{x - x_1}{2} \quad \dots (2.47)
\end{aligned}$$

E, finalmente, quando se considera  $x \geq x_2$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
S_3(x) &= V - p_2 x - (p_1 - p_2) \left(\frac{\ell - x}{\ell}\right) x - (p_1 - p_2) \left(1 + \right. \\
&- \left. \frac{\ell - x}{\ell}\right) \frac{x}{2} - p_4 (x_2 - x_1) - (p_3 - p_4) \left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right) \quad \dots (2.48)
\end{aligned}$$

Feito isso, podem-se substituir os valores de  $S(x)$  obtidos na equação (2.40), ficando-se com as 3 expressões seguintes.

Para  $x \leq x_1$ :

$$\begin{aligned}
(h_1 - h_2 + H_1 + H_2) \frac{dv}{dx} + h_1 \frac{dy_1}{dx} - h_2 \frac{dy_2}{dx} &= V + \\
- p_2 x - (p_1 - p_2) \left(\frac{\ell - x}{\ell}\right) x - (p_1 - p_2) \left(1 - \frac{\ell - x}{\ell}\right) \frac{x}{2} &\quad \dots (2.49)
\end{aligned}$$

Para  $x_1 < x < x_2$ :

$$\begin{aligned}
(h_1 - h_2 + H_1 + H_2) \frac{dv}{dx} + h_1 \frac{dy_1}{dx} - h_2 \frac{dy_2}{dx} &= V - p_2 x + \\
- (p_1 - p_2) \left(\frac{\ell - x}{\ell}\right) x - (p_1 - p_2) \left(1 - \frac{\ell - x}{\ell}\right) \frac{x}{2} - p_4 (x - x_1) - (p_3 - p_4) &\cdot \\
\cdot \frac{(x_2 - x)}{(x_2 - x_1)} (x - x_1) - (p_3 - p_4) \left(1 - \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}\right) \left(\frac{x - x_1}{2}\right) &\quad \dots (2.50)
\end{aligned}$$

Para  $x \geq x_2$ :



$$\begin{aligned}
& (h_1 - h_2 + H_1 + H_2) \frac{dv}{dx} + h_1 \frac{dy_1}{dx} - h_2 \frac{dy_2}{dx} = V - p_2 x - \\
& + (p_1 - p_2) \left(\frac{\ell - x}{\ell}\right) x - (p_1 - p_2) \left(1 - \frac{\ell - x}{\ell}\right) \frac{x}{2} - p_4 (x_2 - x_1) - \\
& - (p_3 - p_4) \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right) \dots (2.51)
\end{aligned}$$

Para se obter o valor de  $v(x)$  das equações anteriores, basta integrá-las, resultando as 3 expressões que fornecem o deslocamento vertical dos cabos, respectivamente para  $x \leq x_1$ ,  $x_1 > x > x_2$  e  $x \geq x_2$ .

Assim, para  $x \leq x_1$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
v_1(x) = \frac{1}{(H_1 + H_2 + h_1 - h_2)} \left[ h_2 y_2 - h_1 y_1 + Vx - p_1 \frac{x^2}{2} + \right. \\
\left. + \left(\frac{p_1 - p_2}{6\ell}\right) x^3 + C_1 \right] \dots (2.52)
\end{aligned}$$

Lembrando que para  $x = 0$ ,  $v_1 = 0$ , encontra-se  $C_1 = -d_1 h_2$

Para  $x_1 > x > x_2$ , a expressão fica:

$$\begin{aligned}
v_2(x) = \frac{1}{(H_1 + H_2 + h_1 - h_2)} \left[ h_2 y_2 - h_1 y_1 + Vx - \frac{p_1 x^2}{2} - \right. \\
\left. + \left(\frac{p_2 - p_1}{6\ell}\right) x^3 - \frac{p_4}{2} x^2 + \frac{p_4}{2} x^2 + p_4 x_1 x - \left(\frac{p_3 - p_4}{x_2 - x_1}\right) \frac{x^3}{6} + C_2 \right] \\
\dots (2.53)
\end{aligned}$$

Como em  $x = x_1$ ,  $v_1(x) = v_2(x)$ , o valor de  $C_2$  fica:

$$C_2 = -h_2 d_1 + p_4 \frac{x_1^2}{2} + \frac{(p_3 - p_4)}{(x_2 - x_1)} \frac{x_1^2}{6} (3x_2 - 2x_1)$$

E, finalmente, para  $x \geq x_2$ , vem:

$$v_3(x) = \frac{1}{(H_1+H_2+h_1-h_2)} \left[ h_2 y_2 - h_1 y_1 + v_x - \frac{p_1 x^2}{2} + \frac{p_1 x^3}{6\ell} - \frac{p_2}{6\ell} x^3 - \frac{p_4}{2} (x_2 - x_1)x - \frac{p_3}{2} (x_2 - x_1)x + C_3 \right] \dots (2.54)$$

Com a condição de que para  $x = \ell$ ,  $v_3 = 0$ , tem-se:

$$C_3 = - \left\{ h_2 d_1 - \left( \frac{x_2 - x_1}{6} \right) \left[ p_3 (x_2 + 2x_1) + p_4 (2x_2 + x_1) \right] \right\}$$

Substituindo os valores de  $v$  encontrados nas equações dos cabos portante e tensor, e integrando cada uma delas no seu intervalo de validade, obtêm-se, para o cabo portante:

$$(H_1+H_2+h_1-h_2) \frac{h_1 L e_1}{E_s A_{s1}} = \frac{p_o}{H_1} (Ah_1 + Bh_2 + C) \dots (2.55)$$

e para o cabo tensor

$$(H_1+H_2+h_1-h_2) \frac{h_2 L e_2}{E_s A_{s2}} = \frac{p_o}{H_2} (Ah_1 + Bh_2 + C) \dots (2.56)$$

com A, B e C constantes que dependem das características dos cabos e do carregamento considerado:

$$A = - \frac{p_o \ell^3}{12H_1}$$

$$B = - \frac{p_o \ell^3}{12H_2}$$

$$C = \frac{\ell^3}{24} (p_1 + p_2) + \frac{p_3}{12} (x_2^3 - 5x_1 x_2^2 + 4x_1^2 x_2 + x_2^2 \ell + x_1 x_2 \ell + -2x_1^2 \ell) + \frac{p_4}{12} (2x_1^3 - 3x_2^3 + 5x_1 x_2^2 - 4x_1^2 x_2 + 2x_2^2 \ell - 5x_1 x_2 - x_1^2 \ell) +$$

$$+ \frac{P_3 - P_4}{24(x_2 - x_1)} (12x_1^3 x_2 - 10x_1^4 - 3x_2^4 + 8x_1 x_2^3 - 12x_1^2 x_2^2)$$

Desta forma, chegou-se a duas equações a duas incógnitas. Para resolver esse sistema, pode-se obter o valor de  $h_1$  em função de  $h_2$ :

$$h_1 = \left( \frac{H_2}{H_1} \frac{A_{s1}}{A_{s2}} \frac{L_{e2}}{L_{e1}} \right) h_2 \quad \dots (2.57)$$

Chamando  $(H_2 A_{s1} L_{e2} / H_1 A_{s2} L_{e1})$  de  $D$ , vem:

$$h_1 = D h_2 \quad \dots (2.58)$$

Para se obter o valor de  $h_2$ , basta introduzir (2.58) em (2.56), chegando a uma equação do segundo grau em  $h_2$ , que, resolvida, fornece diretamente o valor procurado:

$$\frac{D L_{e1}}{E_s A_{s1}} (D-1) h_2^2 + \left[ (H_1 + H_2) \frac{D L_{e1}}{E_s A_{s1}} - \frac{P_o}{H_1} (AD+B) \right] h_2 + \frac{P_o C}{H_1} = 0 \quad \dots (2.59)$$

Ou seja, é uma equação do tipo:

$$a h_2^2 + b h_2 + c = 0$$

As integrais  $L_{e1}$  e  $L_{e2}$  podem ser calculadas, de forma aproximada, por:

$$L_{e1} = \ell \left[ 1 + \frac{1}{8} \frac{P_o^2 \ell^2}{H_1^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{f_1}{\ell} \right)^2 \right] \quad \dots (2.60)$$

$$L_{e2} = \ell \left[ 1 + \frac{1}{8} \frac{P_o^2 \ell^2}{H_2^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{f_2}{\ell} \right)^2 \right]$$

Resolvendo (2.59), pode-se introduzir o valor encontrado em (2.57), determinando-se, assim,  $h_1$ .

Desta forma, fica determinada a configuração de equilíbrio e os esforços atuantes nos cabos, sob o carregamento proposto.

Tendo em vista a grande frequência com que surgem na prática certos carregamentos, pode-se particularizar os resultados anteriores para alguns casos mais comuns, obtendo-se expressões simples e de aplicação imediata.

Assim, pode-se considerar inicialmente o caso do cabo nivelado solicitado apenas por uma carga uniformemente distribuída, conforme mostra a figura abaixo.

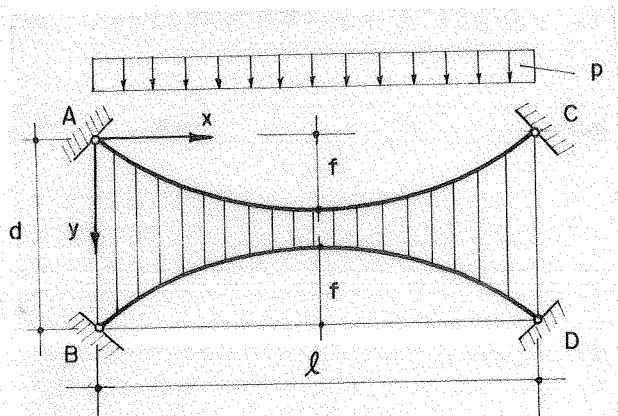


Figura 2.10

Considerando-se  $H_1 = H_2 = H$ ,  $A_{s1} = A_{s2} = A_s$  e  $L_{e1} = L_{e2} = L_e$ , resulta da equação (2.59)  $h_1 = h_2 = h$ , e com o seguinte valor

$$h = \frac{p_o p \ell^3 E_s A_s H}{24 H_e^3 L_e + 2 E_s A_s p_o^2 \ell^3} \quad \dots (2.61)$$

Com esse valor, pode-se obter a configuração final de equilíbrio dos cabos, com os respectivos esforços.

Outro caso, cujo resultado imediato pode ser interessante saber é o do cabo desnivelado solicitado por carga uniformemente distribuída (Fig. 2.11).

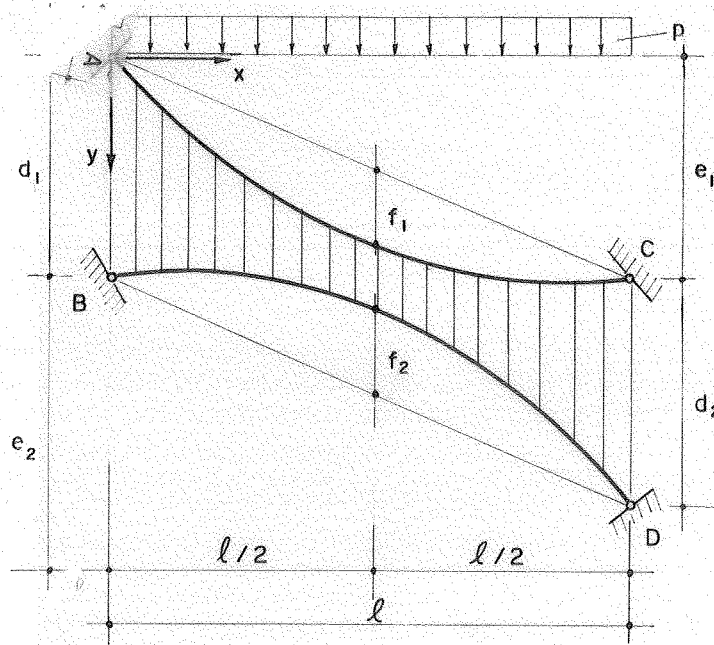


Figura 2.11

A equação do segundo grau a ser resolvida fica

$$\frac{H_2}{H_1} \frac{L_{e1}}{A_{s2} E_s} \left( \frac{H_2}{H_1} \frac{A_{s1}}{A_{s2}} \frac{L_{e2}}{L_{e1}} - 1 \right) h_2^2 + \left[ (H_1 + H_2) \frac{H_2}{H_1} \frac{L_{e2}}{A_{s2} E_s} + \right. \\ \left. + \left( \frac{p_0}{H_1} \right)^2 \frac{\ell^3}{12 H_2} \left( \frac{H_2}{H_1} \frac{A_{s1}}{A_{s2}} \frac{L_{e2}}{L_{e1}} + H_1 \right) \right] h_2 - H_1 \frac{p \ell^3}{12} = 0 \quad \dots (2.62)$$

e fornece diretamente o valor de  $h_2$ , a partir do qual se pode obter facilmente a incógnita restante  $h_1$ .

Além desses, típicos de coberturas cilíndricas, outro carregamento bastante comum para plantas circulares, e cujo resultado pode interessar é mostrado na figura 2.12.

Considerando que o cabo seja inicialmente simétrico, com  $A_{s1} = A_{s2}$ ,  $H_1 = H_2$ ,  $f_1 = f_2$  e  $L_{e1} = L_{e2}$ , vem:

$$h_1 = h_2 = h = \frac{(7p_0 p \ell^3 + 36p_0 p \ell^3)}{(12H^3 L_e + p_0^2 \ell^3 E_s A_s)} \cdot \frac{H E_s A_s}{16} \quad \dots (2.63)$$

onde  $p_0$  é a carga devida à protensão.

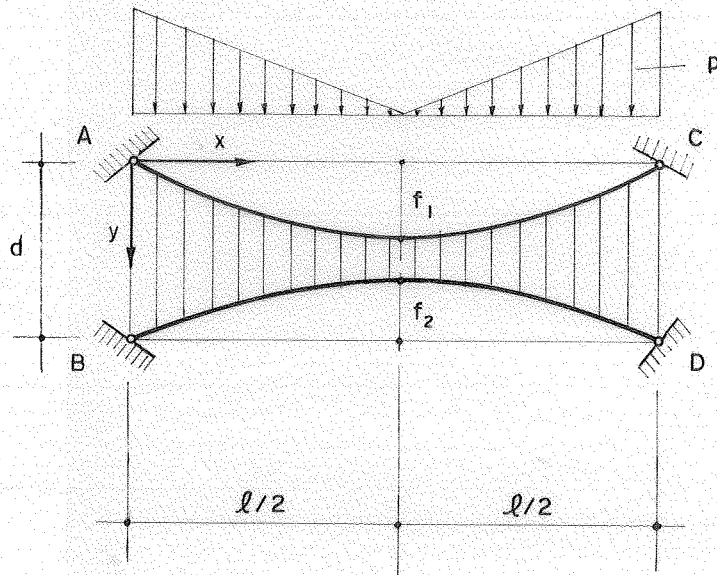


Figura 2.12

Considerando-se, finalmente, a ação do vento nas coberturas cilíndricas, pode-se ter o carregamento indicado na Fig. 2.13.

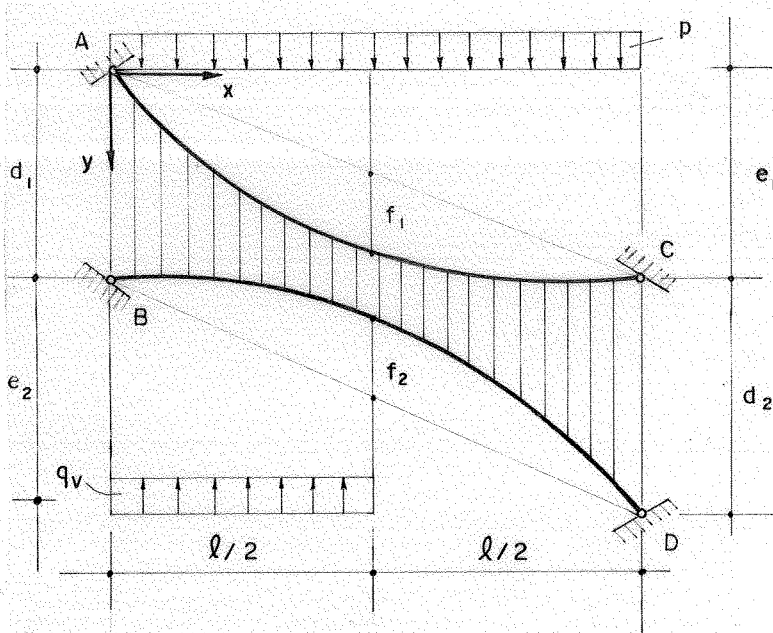


Figura 2.13

Com isso, a equação do segundo grau (2.59), fica:

$$\frac{H_2}{H_1} \frac{L_{e2}}{A_{s2} E_s} \left( \frac{H_2}{H_1} \frac{A_{s1}}{A_{s2}} \frac{L_{e2}}{L_{e1}} - 1 \right) h_2^2 + (H_1 + H_2) \frac{H_2 L_{e2}}{H_1 A_{s2} E_s} +$$

$$+ \left(\frac{P_0}{H_1}\right)^2 \frac{\ell^3}{12H_2} \left(\frac{H_2^2}{H_1} \frac{A_{s1}}{A_{s2}} \frac{L_{e2}}{L_{e1}} + H_1\right) h_2 - \frac{P_0}{H_1} \left(\frac{P\ell^3}{12} - \frac{q\ell^3}{24}\right) = 0$$

A partir desta equação, pode-se obter facilmente o valor de  $h_2$  e, conseqüentemente de  $h_1$ , resolvendo assim o problema.

Além desses, o efeito de muitos outros carregamentos pode ser calculado por meio da formulação anterior, cobrindo uma grande parte dos casos que surgem na prática.

Como naquele carregamento sô foram consideradas cargas distribuídas, para se analisar o efeito de cargas concentradas sobre os cabos-treliça, faz-se o seu estudo nos itens seguintes.

#### 2.2.4 - Cabos-Treliça com cargas concentradas

Seja, inicialmente, o cabo da figura abaixo, solicitado por uma carga  $P$  à distância  $x_0$  de  $A$ :

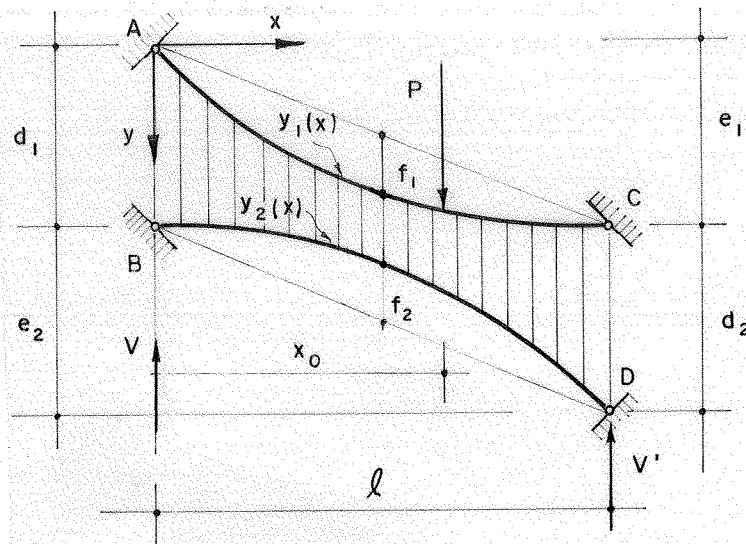


Figura 2.14

Seguindo o mesmo roteiro das deduções anteriores, faz-se o cálculo da cortante  $S$ , primeiramente para o caso de  $x < x_0$ :

$$S(x) = V \quad \dots (2.65)$$

Quando  $x > x_0$ :

$$S(x) = V - P \quad \dots (2.66)$$

O deslocamento vertical  $v(x)$ , calculado para  $x < x_0$ , vale:

$$v_1(x) = \frac{1}{(H_1 + H_2 + h_1 - h_2)} (V_x - h_1 y_1 + h_2 y_2 + C_1) \quad (2.67)$$

com  $C_1 = -h_2 d_1$

Para o caso  $x > x_0$ , vem:

$$v_2(x) = \frac{1}{(H_1 + H_2 + h_1 - h_2)} (V_x - P_x - h_1 y_1 + h_2 y_2 + C_2) \quad \dots (2.68)$$

com  $C_2 = -(V - P + h_2 e_2 + h_2 d_1 - h_1 e_1)$

Substituindo  $v_1(x)$  e  $v_2(x)$  na equação diferencial simplificada do cabo, e calculando as integrais, tem-se:

$$\int_0^l v(x) dx = Ah_1 + Bh_2 + C \quad \dots (2.69)$$

onde:

$$A = -\frac{p_0 l^3}{12H_1}$$

$$B = -\frac{p_0 l^3}{12H_2}$$

$$C = \frac{Px_0}{2} (l - x_0)$$

O procedimento para se obter  $h_1$  e  $h_2$  é análogo ao do carregamento anterior, sendo por isso omitido.

Quando se consideram duas cargas concentradas agindo como na figura 2.15, obtêm-se:



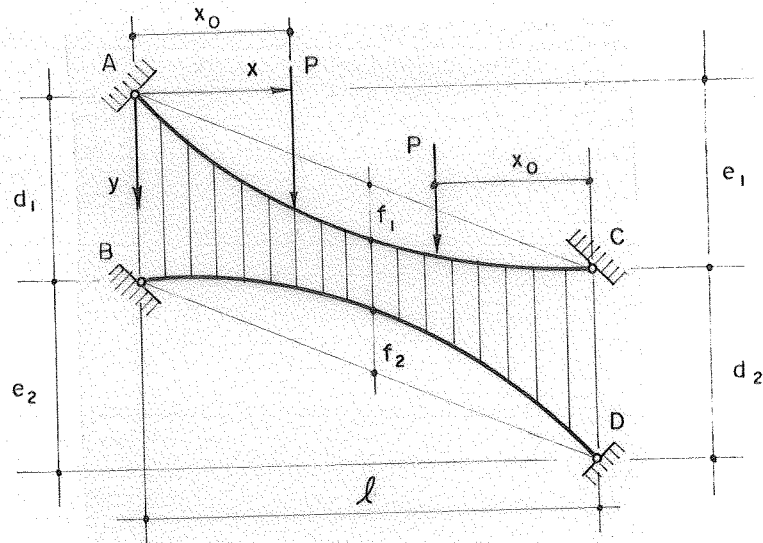


Figura 2.15

$$A = - \frac{p_0 l^3}{12H_1}$$

$$B = - \frac{p_0 l^3}{12H_2}$$

$$C = P x_0 (l - x_0)$$

com resolução análoga às anteriores.

Para quaisquer outros carregamentos, não englobados nos casos deduzidos, pode-se sempre obter um resultado, com um trabalho algébrico variável em função da complexidade do carregamento.

### 2.2.5 - Indicações para uma escolha adequada do valor da protensão

Como se pôde notar na introdução, quando se comentou a respeito das funções básicas do arranjo dos cabos, o sucesso desse tipo de estrutura (cabos-treliça) depende do estado permanentemente tracionado de todos os seus elementos, já que a sua rigidez é função direta dos esforços atuantes. Assim, é muito importante que se faça uma escolha

adequada do valor da protensão a ser aplicado, de tal forma que, sob as cargas permanentes, pelo menos, nenhum cabo seja destracionado, muito embora, em certos carregamentos de pequena duração, isto possa ocorrer sem maiores prejuízos para a integridade da cobertura.

Assim, com o que já foi deduzido, é sempre possível se determinar o valor limite da protensão, para o qual o cabo tensor fica destracionado.

A título de ilustração, mostra-se a obtenção deste valor para o caso mais freqüente de carga permanente uniformemente distribuída, e que pode ser facilmente estendido, a menos de trabalho algébrico, a outros casos diferentes de carregamentos.

A condição que fornece o valor limite para o qual o cabo tensor se destraciona é  $h_2 = H_2$ , ou seja, a imposição de que a variação no esforço horizontal do cabo de vida à carga permanente seja igual, numericamente, à componente  $H_2$  devida à protensão, anulando-a.

Introduzindo essa condição na equação do segundo grau que dá o valor de  $h_2$ , vem:

$$p_0^2 \left[ \frac{l^3}{12H_1^2} (D H_2 + H_1) \right] + p_0 \left( \frac{pl^3}{12} \right) - \left[ \frac{H_2^2 L e_2}{H_1 A_s^2 E_s} (D H_2 + H_1) \right] = 0 \quad \dots (2.70)$$

que é uma equação do segundo grau cuja solução fornece o valor da protensão  $p_0$  que o carregamento  $p$  considerado irá anular.

O valor  $p_0$  a ser adotado, portanto, deve ser sempre superior ao  $p_{0\text{limite}}$ , para evitar que, sob as cargas permanentes previstas, o cabo-treliça deixe de funcionar satisfatoriamente.

Em função deste  $p_0$  adotado, pode-se prosseguir o cálculo, até a obtenção das situações de equilíbrio finais, sob todos os carregamentos que devam ser considerados.

### 3. ANÁLISE DOS CABOS-TRELIÇA POR PROCESSO DISCRETO

#### 3.1 - PROCESSO DOS DESLOCAMENTOS

Seja a estrutura da figura abaixo, composta de elementos interconectados em pontos discretos chamados nós. Estes podem ser livres ou de apoio, conforme sua posição seja variável ou não.

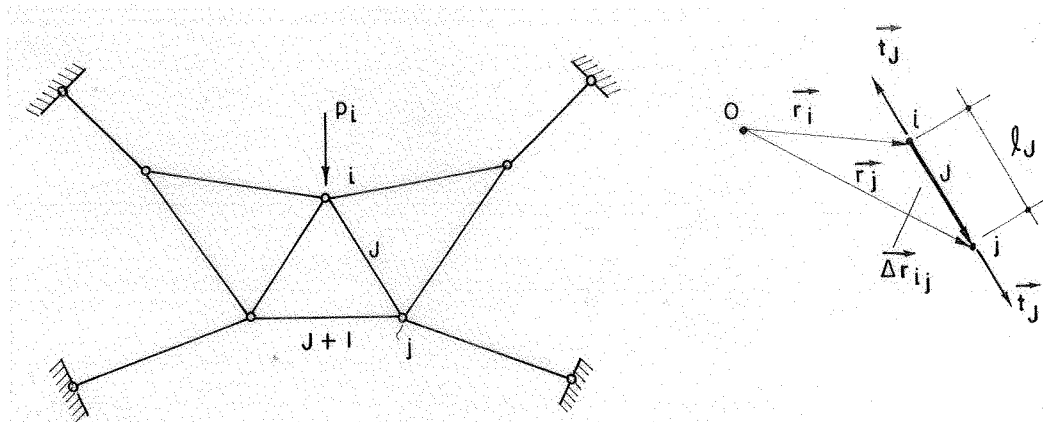


FIGURA 3.1

Seja  $n$  o número de nós livres e  $N$  o número de elementos. Para uma ação genérica aplicada à estrutura, duas condições são necessárias e suficientes para que haja equilíbrio:

- a) "O trabalho total das forças externas nos deslocamentos dos nós é igual ao trabalho interno referente às deformações dos elementos" (Princípio dos Trabalhos Virtuais aplicado a corpos deformáveis).

$$\tau_I = \tau_E \quad \dots (3.1)$$

- b) "O trabalho interno é zero para deslocamentos do elemento como corpo rígido". (Princípio dos Trabalhos Virtuais aplicado a corpos rígidos).

As considerações acima referem-se ao sistema em equilíbrio. Se esse não for o caso, pode-se usar o princípio D'Alembert para equações de movimento. Introduzindo as forças de inércia, o problema se transforma num problema de equilíbrio, para o qual o princípio anterior pode ser usado.

As expressões para os trabalhos externo e interno da estrutura são:

$$\tau_E = \sum_{i=1}^n (\vec{p}_i \cdot d\vec{r}_i) = \sum_{i=1}^n \{p_i^\alpha\}^T \{dx_i^\alpha\} \quad \dots (3.2)$$

$$\tau_I = \sum_{J=1}^N (\vec{t}_J \cdot d\Delta\vec{r}_J) = \sum_{J=1}^N \{t_J^\alpha\}^T \{d\ell_J^\alpha\} \quad \dots (3.3)$$

onde  $\vec{p}_i$  são as cargas externas aplicadas aos nós,  $d\vec{r}_i$  as variações nos vetores posição  $\vec{r}_i$  dos nós;  $\vec{t}_J$  as forças nos elementos,  $d\Delta\vec{r}_J$  a variação no comprimento desses elementos. O índice  $\alpha$ , que pode assumir os valores 1 e 2, representa as componentes dos vetores nas direções das coordenadas cartesianas consideradas.

Portanto, o equilíbrio da estrutura exige que:

$$\sum_{J=1}^N \{t_J^\alpha\}^T \{d\ell_J^\alpha\} = \sum_{i=1}^n \{p_i^\alpha\}^T \{dx_i^\alpha\} \quad \dots (3.4)$$

Por outro lado, sabe-se que a força no elemento é a derivada da energia deste em relação à variação de comprimento  $d\ell$ :

$$t_J = \left( \frac{\partial u}{\partial \ell} \right)_J \quad \dots (3.5)$$

Como a energia total da estrutura é a soma da energia dos elementos, tem-se:

$$U = \sum_{J=1}^N u_J \quad \dots (3.6)$$

Usando-se o teorema de Castigliano, sabe-se que:

$$t_J = \frac{\partial U}{\partial \ell_J} \quad \dots (3.7)$$

Substituindo esse valor em (3.4), vem:

$$\sum_{i=1}^n \{ p_i^\alpha \}^T \{ dx_i^\alpha \} = \sum_{J=1}^N \left( \frac{\partial U}{\partial \ell_J} \right) d\ell_J \quad \dots (3.8)$$

Para um nó em particular, o teorema de Castigliano permite escrever para cada uma das duas direções:

$$p_i = \sum_{J=1}^L \frac{\partial U}{\partial \ell_J} \frac{\partial \ell_J}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial x_i} \quad \dots (3.9)$$

onde  $L$  é o número de barras convergentes ao nó  $i$ . Logo:

$$p_i - \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0$$

Quando o nó não estiver equilibrado, pode-se considerar a existência de uma carga residual  $q_i$ , isto é:

$$p_i - \frac{\partial U}{\partial x_i} = q_i \quad \dots (3.10)$$

Calculando agora o diferencial dessa equação, correspondente a uma pequena variação nas coordenadas dos nós livres, e introduzindo agora a notação indicial, vem:

$$dq_i = dp_i - \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} dx_j$$

onde o termo  $dp_i$ , representativo da variação das cargas externas com a variação das coordenadas, pode ser desprezado, obtendo-se portanto

$$dq_i = \frac{-\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} dx_j, \quad \dots (3.11)$$

equação essa que pode ser escrita para os  $n$  nós livres da estrutura, e que forma um sistema de equações não lineares com expressão análoga à do processo dos deslocamentos

$$\{dq\} = [K] \{dx\}$$

$[K] = \partial^2 U / \partial x_i \partial x_j$  representa a matriz de rigidez da estrutura, que tem a peculiaridade de depender da posição final de equilíbrio, ainda desconhecida, devido à não-linearidade geométrica característica das estruturas pênseis, tornando necessária a utilização de métodos iterativos para a resolução do problema.

Supondo que se obtenham coordenadas aproximadas dos nós  $x_{i(R)}$ , na iteração nº  $R$  ( $R=0,1,2,\dots$ ), esses valores podem ser usados para calcular as correspondentes deformações, forças nos elementos, cargas externas nos nós, etc. que, substituídas na equação (3.9), fornecem:

$$q_{i(R)} = \left( p_i - \frac{\partial U}{\partial x_j} \frac{\partial \ell_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots (3.12)$$

Com essa força residual  $q_{i(R)}$  (a força desequilibrada no nó), podem-se calcular as variações nas coordenadas  $dx_{i(R+1)}$  impondo a condição:

$$q_i(R) + dq_i(R+1) = 0$$

ou seja:

$$dq_i(R+1) = -q_i(R) \quad \dots (3.13)$$

Aplicando esse incremento (3.13) na equação (3.11)

vem:

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right) (R) dx_j(R+1) = q_i(R) \quad \dots (3.14)$$

que representa um sistema de  $n$  equações lineares com as incógnitas  $dx_j(R+1)$

A matriz:

$$\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right) (R)$$

é a matriz de rigidez da estrutura.

Como as coordenadas  $x_i(R)$  são utilizadas para calcular esta matriz, ela se altera a cada passo da iteração. Resolvendo-se o sistema, encontram-se novos valores das coordenadas dos nós.

$$x_i(R+1) = x_i(R) + dx_i(R+1) \quad \dots (3.15)$$

O cálculo começa ao se admitir que uma posição inicial de equilíbrio seja conhecida, e, com as coordenadas desse estado, faz-se a primeira iteração.

De início, a carga desequilibrada é a própria carga externa aplicada  $P_i$ , e o processo vai se desenvolvendo iterativamente até atingir o equilíbrio, ou seja, quando:

$$q_i(R) = 0$$

## 3.2 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Sabendo-se que:

$$[K] = \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right\}$$

pode-se calcular a matriz de rigidez da estrutura.

Lembrando que:

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{\partial U}{\partial \ell_J} \frac{\partial \ell_J}{\partial x_i}$$

e que:

$$\frac{\partial U}{\partial \ell_J} = t_J$$

pode-se obter uma expressão para o cálculo da derivada segunda da energia total da estrutura.

$$\left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right\} = \left\{ \frac{\partial^2 \ell_J}{\partial x_i \partial x_j} t_J + \frac{\partial \ell_J}{\partial x_i} \frac{\partial^2 U}{\partial \ell_J \partial \ell_K} \frac{\partial \ell_K}{\partial x_j} \right\} \dots (3.16)$$

onde  $t_J$  representa a força no elemento J.

A expressão (3.16) pode ser escrita como a soma das matrizes:

$$\left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right\} = [G] + \{E\}^t \{H\} \{E\} \dots (3.17)$$

Numa analogia ao processo dos deslocamentos,  $[G]$  é a chamada matriz de rigidez geométrica da estrutura, e representa a contribuição devida a rotações e mudanças nas características geométricas dos elementos para uma força suposta constante,  $\{E\}^t \{H\} \{E\}$  é chamada matriz de rigidez elástica da estrutura, e representa a contribuição devida às variações nas forças dos elementos.



Portanto, para os  $n$  nós livres da estrutura pode-se montar o sistema de equações:

$$[K_{ij}] \{dx_j\} = \{q_i\} \quad \dots (3.18)$$

Como a energia total da estrutura é a soma da energia dos elementos, pode-se escrever que:

$$[K_{ij}] = \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial x_i \partial x_j} \right\} = \sum_{J=1}^N \left\{ \frac{\partial^2 u_J}{\partial x_i \partial x_j} \right\} \quad \dots (3.19)$$

Fazendo, para cada elemento  $J$ , a consideração:

$$[K_{ij}]_J = \left\{ \frac{\partial^2 u_J}{\partial x_i \partial x_j} \right\} = \text{matriz de rigidez do elemento } J \text{ que une os nós } i \text{ e } j.$$

pode-se escrever, para cada elemento:

$$[K_{ij}]_J = \left\{ \frac{\partial^2 \ell}{\partial x_i \partial x_j} t_J + \frac{\partial \ell^q}{\partial x_i} \frac{\partial^2 u}{\partial \ell^q \partial \ell^p} \frac{\partial \ell^p}{\partial x_j} \right\} \quad \dots (3.20)$$

ou, de outra forma:

$$[K]_J = [G] + \{E\}_J^t \{H\}_J \{E\}_J$$

onde as matrizes indicadas têm os seguintes valores:

$$[G]_J = \left\{ \frac{\partial^2 \ell}{\partial x_i \partial x_j} \right\}_J t_J = \left( \frac{t}{\ell} \right)_J \left\{ \begin{array}{cc} 1 - \lambda_1 \lambda_1 & -\lambda_1 \lambda_2 \\ -\lambda_2 \lambda_1 & 1 - \lambda_2 \lambda_2 \end{array} \right\}_J \quad (3.21)$$

$$\{E\}_J = \frac{\partial \ell^q}{\partial x_i} = \{\lambda_1 \lambda_2\} \quad \dots (3.22)$$

$$\{H\}_J = \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial \ell^q \partial \ell^p} \right\}_J = \left( \frac{dt}{d\ell} \right)_J \quad \dots (3.23)$$

onde:

$\lambda_1, \lambda_2$  são os cossenos diretores do elemento  $J$ .

Assim, a matriz de rigidez da barra fica:

$$[K_{ij}]_J = \begin{bmatrix} \left[ \frac{t}{\ell} + \lambda_1^2 \left( \frac{dt}{d\ell} - \frac{t}{\ell} \right) \right] & \left[ \lambda_1 \lambda_2 \left( \frac{dt}{d\ell} - \frac{t}{\ell} \right) \right] \\ \left[ \lambda_1 \lambda_1 \left( \frac{dt}{d\ell} - \frac{t}{\ell} \right) \right] & \left[ \frac{t}{\ell} + \lambda_2^2 \left( \frac{dt}{d\ell} - \frac{t}{\ell} \right) \right] \end{bmatrix}_J \quad \dots (3.24)$$

A força  $t$  no elemento pode ser calculada por:

$$t = EA(\epsilon - \epsilon_t)$$

onde  $E$  é o módulo de deformação longitudinal do elemento,  $A$  a área da seção transversal,  $\epsilon$  a deformação no elemento devida à variação nas coordenadas de seus nós e  $\epsilon_t$  a deformação devida a eventuais variações na temperatura.

O fator  $(dt/d\ell - t/\ell)$  que aparece no cálculo da matriz de rigidez é chamado fator de rigidez  $G$  e pode ser calculado por:

$$G = \frac{dt}{d\ell} - \frac{t}{\ell} = \frac{EA}{\ell_0} - \frac{t}{\ell} = \frac{EA}{\ell} (1 + \epsilon_t),$$

onde  $\ell$  é o comprimento final do elemento (variável em cada passo da iteração) e  $\ell_0$  o comprimento indeformado (comprimento inicial de projeto).

Quando a força  $t$  no elemento for nula e a variação  $dt$  for nula ou negativa, o fator  $G$  será nulo para elementos de cabo e tirantes, que resistem apenas a esforços de tração, e diferente de zero no caso de barras que possuem resistência à compressão.

## 3.3 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA

Seja o cabo-treliça da figura abaixo, com  $n$  nós e  $N$  elementos.

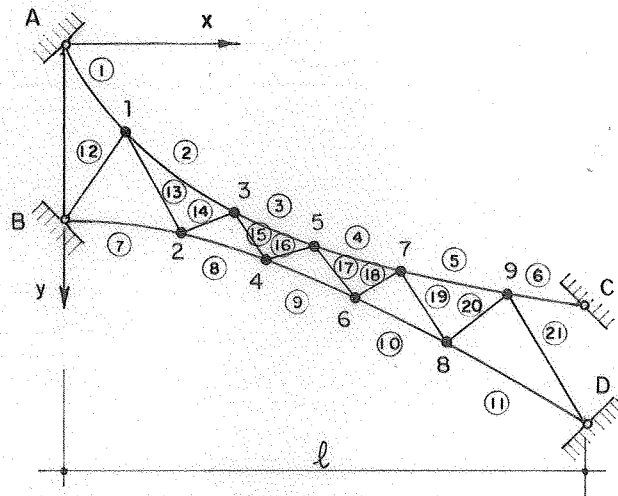


FIGURA 3.2

A posição de cada nó é dada por coordenadas cartesianas em relação a um sistema de referências fixo. A definição dos elementos pode ser feita fornecendo-se os nós inicial e final de cada elemento.

Para essa estrutura, pode-se montar a matriz de rigidez global, a partir das matrizes dos elementos, obtendo-se:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \dots & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}$$

onde  $n$  é o número de nós internos da estrutura (os nós de apoio serão supostos fixos), e o valor das sub-matrizes  $[K_{jk}]$  é dado por:

$$[K_{jk}] = \sum_J \begin{bmatrix} \frac{t}{\ell} + (\lambda_1)^2 G & \lambda_1 \lambda_2 G \\ \lambda_1 \lambda_2 G & \frac{t}{\ell} + (\lambda_2)^2 G \end{bmatrix} \text{ para } j = k,$$

onde o somatório inclui todos os elementos J convergentes ao nó j.

$$[K_{jk}] = - \begin{bmatrix} \frac{t}{\ell} + G(\lambda_1)^2 & \lambda_1 \lambda_2 G \\ \lambda_1 \lambda_2 G & \frac{t}{\ell} + G(\lambda_2)^2 \end{bmatrix} \text{ para } j \neq k \text{ e } j \text{ e } k \text{ conecta} \\ \text{dos por um elemento J.}$$

$$[K_{jk}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ Para } j \neq k \text{ e } j \text{ e } k \text{ não conecta} \\ \text{dos por qualquer elemento J.}$$

Desta forma, a resolução do problema resume-se a calcular o seguinte sistema de equações não lineares

$$[K] \{dx\} = \{q\}$$

onde q representa a carga desequilibrada no nó.

### 3.4 - SOLUÇÃO DO SISTEMA

Existem vários métodos de solução das equações não-lineares do processo dos deslocamentos, propostos por diferentes estudiosos do assunto.

Para o problema em questão, utilizar-se-á uma modificação do método de Newton-Raphson, proposta por H. Møllmann, e que parece ser a solução mais simples apresentada (Ref. [70.11]).

Primeiramente, para a aplicação do método, supõem-se conhecidas a carga externa aplicada e a variação de temperatura ocorrida.

Para se dar início ao cálculo, adota-se um estado de equilíbrio e utilizam-se as suas coordenadas como valores iniciais para o processo.

Quanto às cargas dos nós,  $q_j(0)$ , são avaliadas através da configuração determinada pelas coordenadas do estado inicial adotado. Se durante a iteração, o comprimento de um elemento tracionado  $l$  resultar menor que o comprimento de elemento indeformado, como o elemento foi suposto não resistente a esforços de compressão, a força correspondente e o fator  $G$  serão nulos para o cálculo de  $q_j$  e de  $K_{jk}$  no próximo passo da iteração.

Neste processo, toda a carga externa é aplicada no primeiro passo da iteração, o que, para os casos usuais, proporciona uma convergência bastante rápida. No entanto, se isso não ocorrer (caso de estruturas de alta flexibilidade) pode-se ir aumentando as cargas gradativamente, obtendo-se para cada carregamento uma configuração de equilíbrio correspondente, sempre através do cálculo iterativo anteriormente descrito, com os valores iniciais determinados pela configuração anterior de equilíbrio, até que toda carga prevista esteja atuando.

### 3.5 - PROGRAMAÇÃO PARA COMPUTADOR

Utilizando-se o método descrito, preparou-se um programa em linguagem FORTRAN para o cálculo de estruturas de cabos planas.

São fornecidos como dados as coordenadas dos nós, informações sobre os elementos (tipo de elemento, características elásticas e geométricas), os esforços iniciais  $t$  e, além disso, a carga externa concentrada nos nós no estado final e a variação de temperatura prevista.

O estado de equilíbrio fornecido é utilizado como valor inicial do processo.

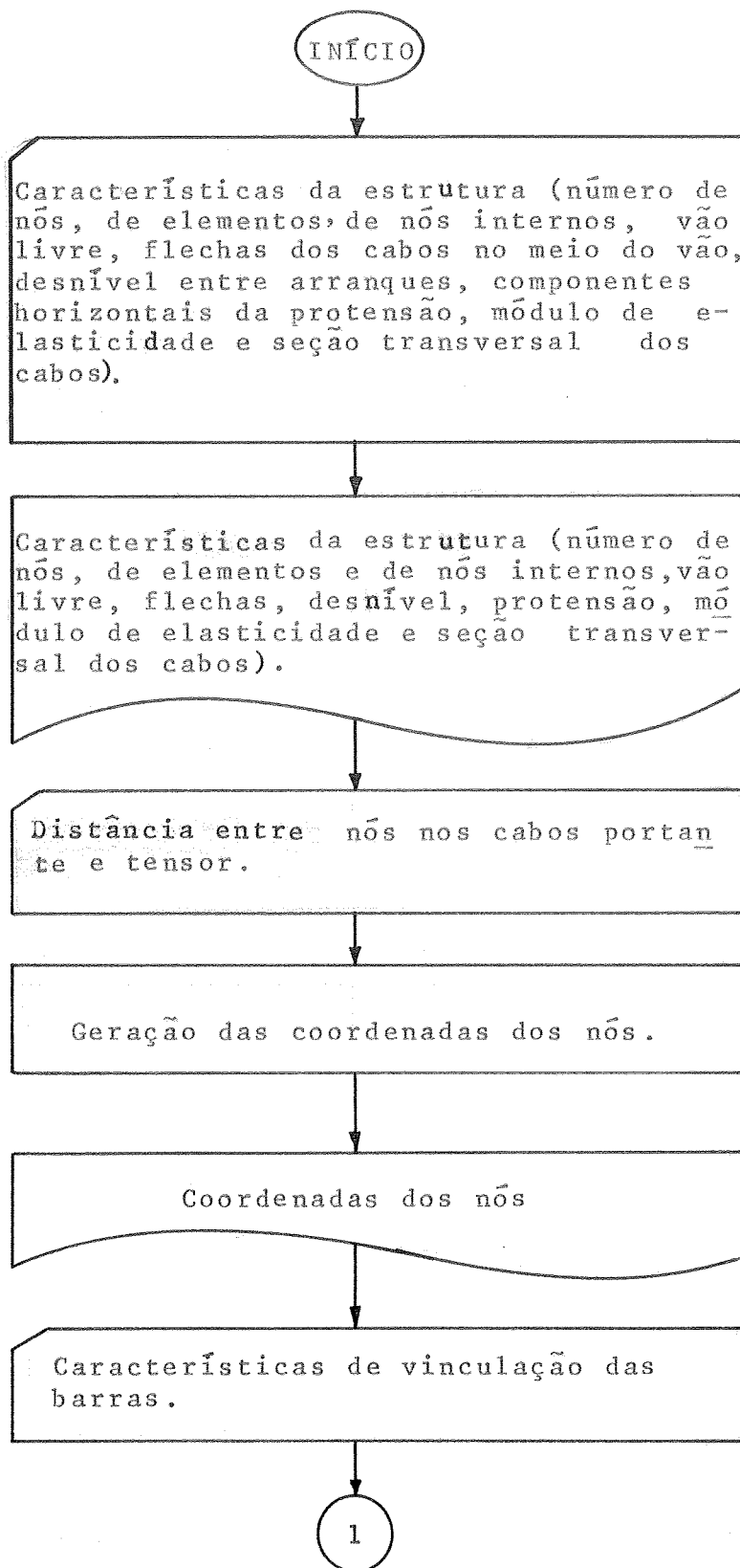
A cada iteração, calculam-se a matriz de rigidez e os termos de carga (os  $q_j$ ), resolvendo-se então o sistema de equações lineares obtido. O método utilizado para a solução do sistema foi o de Cholesky.

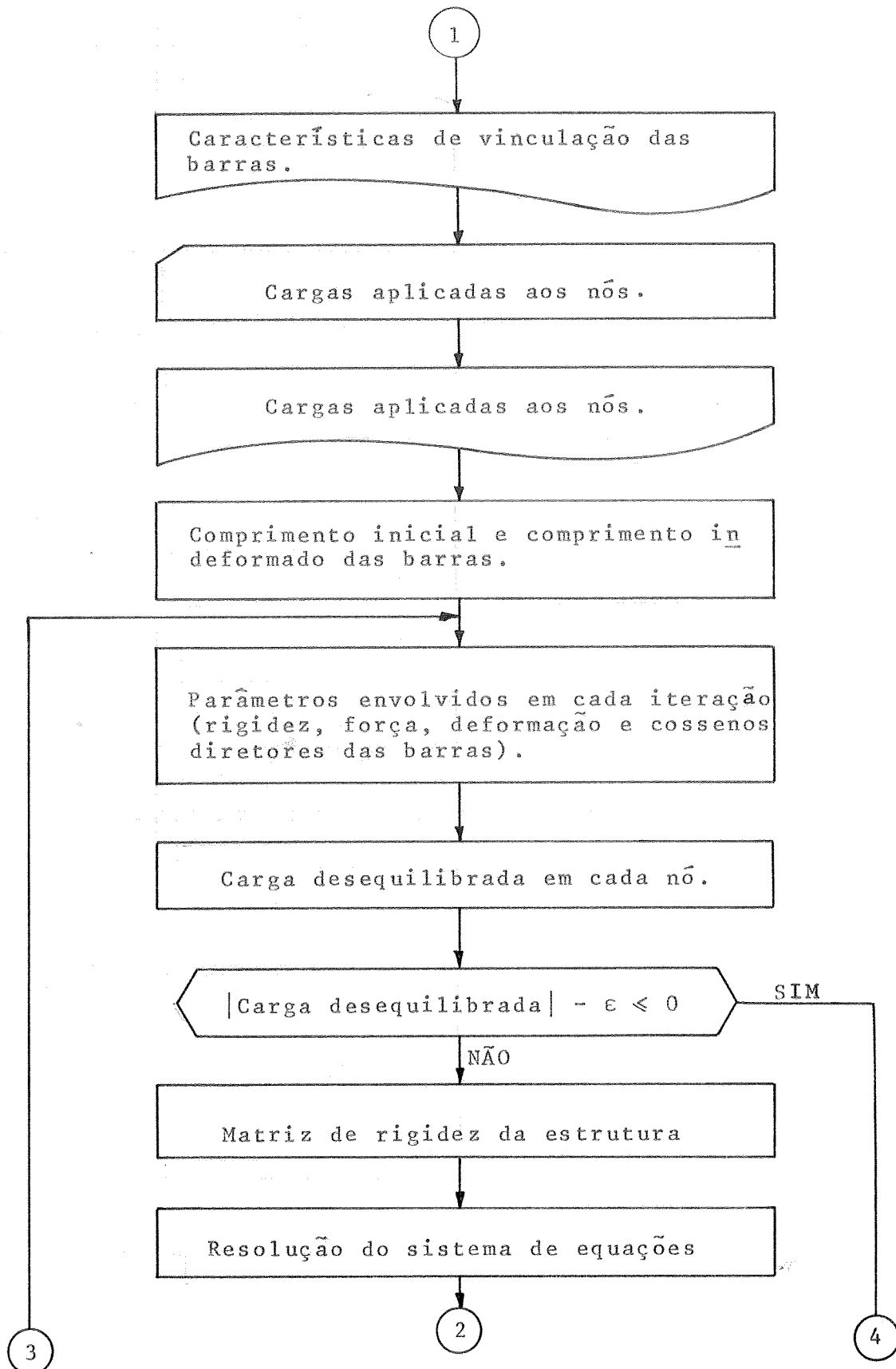
O cálculo iterativo termina quando a carga residual nos nós for suficientemente pequena (em relação às outras forças na estrutura).

Findo o processo, o programa fornece como resultado as coordenadas finais dos nós sob o carregamento dado, e as forças nos elementos.

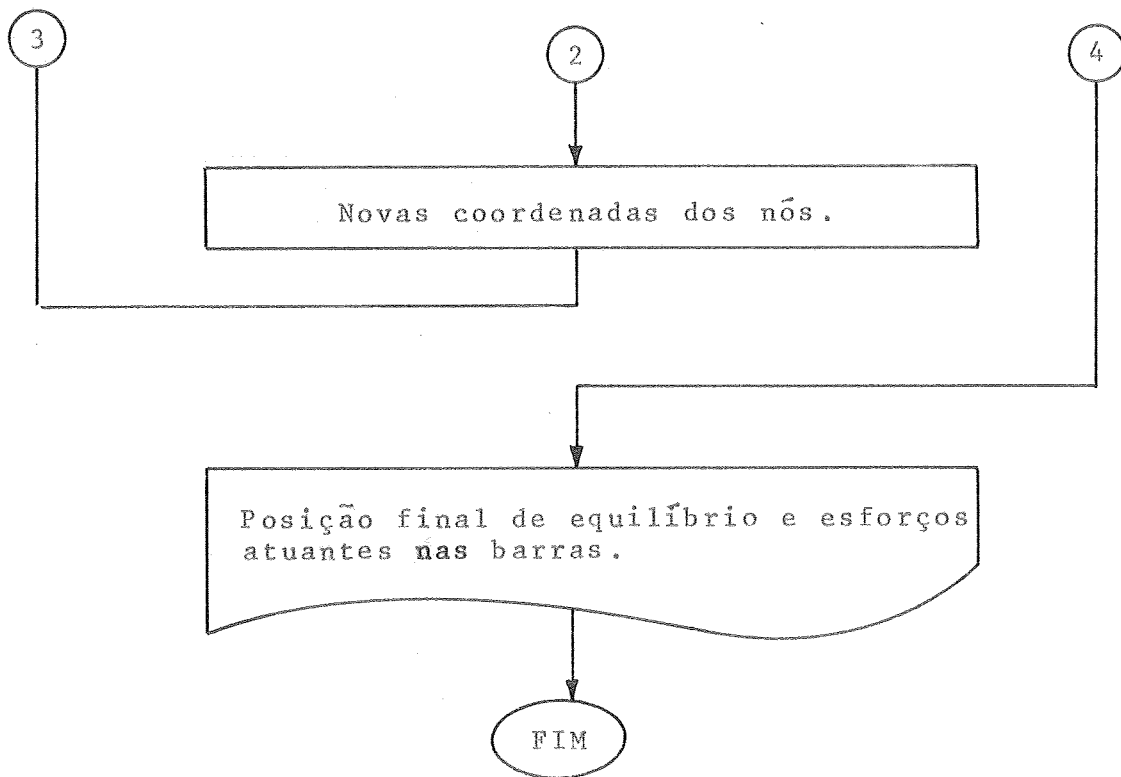
Geralmente, o número de iterações necessárias não é muito grande (em torno de 3), atingindo-se o equilíbrio com um tempo de processamento bastante pequeno para o computador utilizado (um IBM-370).

Fornece-se a seguir um fluxograma do programa em questão, cuja listagem é dada integralmente no Apêndice, ao final do trabalho.









#### 4. APLICAÇÃO E ANÁLISE NUMÉRICA

##### 4.1 - PROCESSO CONTÍNUO

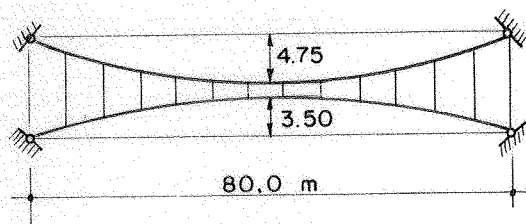
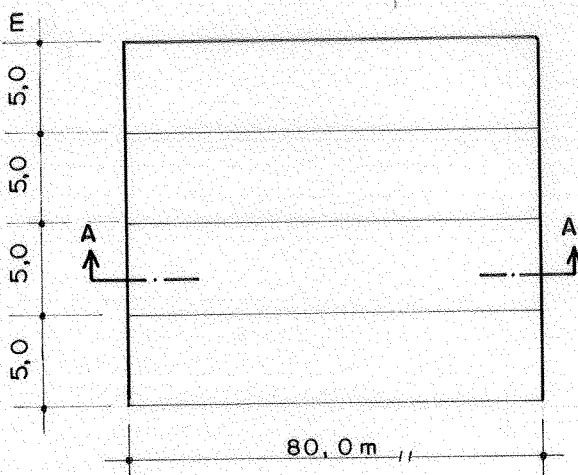
Seja a estrutura abaixo esquematizada, com cobertura constituída de cabos-treliça espaçados de 5m, cujos dados foram tirados de IRVINE 70.12, que considera como conhecida a situação do cabo já com protensão, sem dar subsídios para que se possa chegar a ela, que é o que se pretende aqui.

#### 4. APLICAÇÃO E ANÁLISE NUMÉRICA

##### 4.1 - PROCESSO CONTÍNUO

Seja a estrutura abaixo esquematizada, com cobertura constituída de cabos-treliça espaçados de 5m, cujos dados forma tirados de IRVINE [70.12].

##### VISTA EM PLANTA



##### CORTE A-A

FIGURA 4.1

A seção transversal do cabo portante é  $A_{s1} = 25,1 \text{ cm}^2$ , e a do cabo tensor,  $A_{s2} = 17,2 \text{ cm}^2$ . O módulo de elasticidade do cabo de aço é de  $1500 \text{ tf/cm}^2$ \*

Supondo o peso próprio da estrutura de cabos como sendo da ordem de  $5 \text{ kgf/m}^2$ , tem-se uma carga uniformemente distribuída de  $25 \text{ kgf/m}$ , aplicada ao cabo superior.

A componente horizontal da força de tração no cabo portante nessa situação é dada por:

$$H_1 = \frac{p \ell^2}{8f_1} = \frac{25 \times 80^2}{8 \times 4,75} \approx 4210 \text{ kgf}$$

A força de protensão a ser introduzida tem componente horizontal  $h_1 = 41,791 \text{ tf}$  (valor extraído da referência supra citada); desta forma, da equação (2.34) com  $L_{e1}$  dado por (2.60), a carga equivalente  $p_0$  fica:

$$p_0 = \frac{12(4,211 + 41,791 \times 4,210 \times 41,791 \times 82,68)}{0,025 \times 80^3 \times 1500 \times 0,00251 \times 10^4} + \frac{0,025 \times 41,791}{4,210} = 0,2648 \text{ tf/m}$$

Assim, a nova configuração de equilíbrio do cabo portante com protensão pode ser conhecida mediante o cálculo dos deslocamentos verticais do cabo, pela equação (2.32):

$$v_1(x=40,0) = \frac{1}{46,001} \left\{ \frac{(0,2648 \times 80)}{2} 40 - 0,2648 \times \frac{40^2}{2} + \left[ -\frac{0,025 \times 40^2}{2 \times 4,210} + \left( \frac{0,025 \times 80}{2 \times 4,210} \right) 40 \right] 41,79 \right\} = 0,289 \text{ m} = 28,9 \text{ cm}$$

\* O material comumente usado é o cabo formado por arames de aço com módulos de elasticidade aparente entre  $1 \times 10^6$  e  $2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ .

Conhecido o deslocamento do cabo no meio do vão, a nova flecha do cabo portante fica:

$$f_1 = 4,75 + 0,289 = 5,039 \text{ m}$$

Fazendo o mesmo raciocínio para o cabo tensor, pode-se obter o valor do parâmetro  $L_{e2}$  com a expressão

$$L_{e2} = \ell \left[ 1 + 8 \left( \frac{f_2}{\ell} \right)^2 + \frac{3}{2} \left( \frac{f_2}{\ell} \right)^2 \right],$$

que fornece:

$$L_{e2} = 81,450 \text{ m}$$

A obtenção da componente horizontal  $h_2$  devida à protensão  $p_0$  é feita pela equação (2.39)

$$\frac{3 \times 81,450}{2 \times 1500 \times 10^4 \times 0,00172 \times 3,50 \times 80} h_2^2 + \frac{8 \times 3,50}{80^2} h_2 - 0,2648 = 0$$

que, resolvida, fornece:

$$h_2 = 50,625 \text{ tf}$$

O deslocamento vertical  $v_2$  do cabo tensor, para o cálculo da nova flecha  $f_2$  fica:

$$v_{2(x=40)} = \frac{1}{80,625} \left\{ - \frac{0,2648 \times 40^2}{2} (2-1) - 50,625 \left[ \frac{4 \times 3,50 \times 40^2}{80^2} - \frac{4 \times 3,50}{80} \times 40 \right] \right\} = 0,68 \text{ m}$$

donde:

$$f_2 = 3,50 + 0,68 = 4,18 \text{ m}$$

Assim, define-se um novo "estado inicial", já protendido, para o cabo-treliça em questão, com as seguintes características:

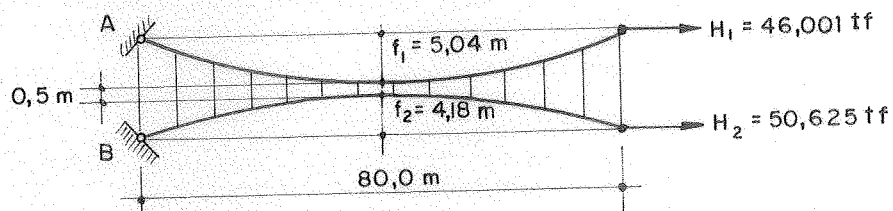


FIGURA 4.2

Nesta situação é que vão atuar as cargas permanentes e acidentais definidas pelo projeto.

A carga permanente a ser considerada é  $p = 0,219$  tf/m, uniformemente distribuída (Figura 4.3).

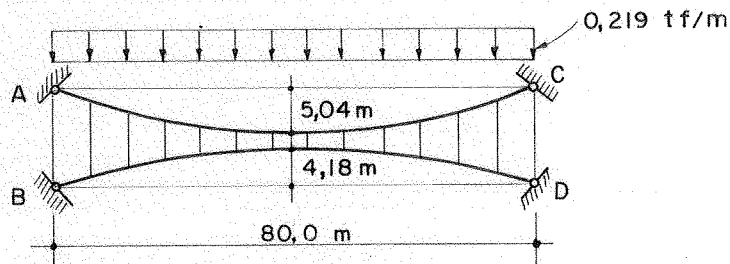


FIGURA 4.3

Os parâmetros necessários ao cálculo da variação na componente horizontal da tração no cabo ficam:

$$A = -\frac{p_0 l^3}{12H_1} = -\frac{0,2648 \times 80,0^3}{12 \times 46,001} = -245,61 \text{ m}^2$$

$$B = -\frac{p_0 l^3}{12H_2} = -\frac{0,2648 \times 80,0^3}{12 \times 50,625} = -223,17 \text{ m}^2$$

$$C = \frac{\ell^3}{24}(2p) = \frac{p\ell^3}{12} = \frac{0,219 \times 80,0^3}{12} = 9344,00 \text{ tfm}^2$$

$$L_{e1} = 80 \left[ 1 + \frac{1}{8} \times \frac{0,2648^2 \times 80,0^2}{46,001^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{5,04}{80,0} \right)^2 \right] = 82,59 \text{ m}$$

$$L_{e2} = 80 \left[ 1 + \frac{1}{8} \times \frac{0,2648^2 \times 80,0^2}{50,625^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{4,18}{80,0} \right)^2 \right] = 82,07 \text{ m}$$

$$D = \frac{H_2 A_{s1} L_{e2}}{H_1 A_{s2} L_{e1}} = \frac{50,625 \times 0,0025 \times 82,07}{46,001 \times 0,0017 \times 82,59} = 1,62$$

Os coeficientes a, b e c da equação do segundo grau (2.59) a ser resolvida são:

$$a = \frac{D L_{e1}}{E_s A_{s1}} (D-1) = \frac{1,62 \times 82,59}{1500 \times 10^4 \times 0,0025} (1,62-1) = 0,0022 \text{ mtf}^{-1}$$

$$b = (H_1 + H_2) \frac{D L_{e1}}{E_s A_{s1}} - \frac{P_o}{H_1} (AD + B) =$$

$$= \frac{(46,001 + 50,625) 1,62 \times 82,59}{1500 \times 10^4 \times 0,00172} + \frac{0,2648}{46,001} (245,61 \times 1,62 + 223,17) =$$

$$= 4,0760 \text{ m}$$

$$c = \frac{-P_o C}{H_1} = - \frac{0,2658 \times 9344,0}{46,001} = -53,7880 \text{ tfm}$$

Assim, obtêm-se (Eq. 2.59)

$$h_2 = 13,104 \text{ tf}$$

$$h_1 = D h_2 = 21,228 \text{ tf}$$

Os valores das componentes horizontais da tração nos cabos, sob a ação da carga permanente, são:

$$H_2' = 37,521 \text{ tf}$$

$$H_1' = 67,229 \text{ tf}$$

A variação da flecha no meio do vão pode ser obtida de (2.52).

$$\begin{aligned} v_{(x=40)} &= \frac{1}{37,521+67,229} [13,104 \times 5,5 - 21,228 \times 5,0 + \\ &+ \frac{0,219 \times 80,0}{2} \times 40,0 - 0,219 \times \frac{40^2}{2} - 9,60 \times 13,104] = 0,1466 \text{ m} = \\ &= 14,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

Quanto à ação do vento, dois casos foram considerados, uma sucção suposta uniformemente distribuída de  $0,105 \text{ tf/m}^2$  e uma pressão, também uniforme, de igual valor.

Para o primeiro caso, resulta uma força distribuída no cabo de  $p-q_v = -0,309 \text{ tf/m}$ , de sucção, que origina forças  $H_1'$  e  $H_2'$  de intensidades iguais a:

$$H_1' = 14,337 \text{ tf}$$

e

$$H_2' = 70,170 \text{ tf}$$

A variação da flecha no meio do vão é:

$$v_{(x=40)} = -10,7 \text{ cm}$$

negativa porque o cabo se desloca para cima, contrário ao sentido do eixo.

Para o segundo caso, resulta no cabo uma força distribuída de  $0,747 \text{ tf/m}$ , tendo-se:



$$H_1' = 117,0 \text{ tf}$$

e

$$H_2' = 6,657 \text{ tf}$$

com o deslocamento vertical de:

$$v(x=40) = 49 \text{ cm}$$

bastante significativo, em função do alto valor da carga considerada.

Um outro cabo-treliça que também pode ser analisado pelo processo contínuo é o biconvexo; seja, por exemplo, a cobertura esquematizada na figura (4.5), cujos dados foram extraídos de IRVINE [75.3].

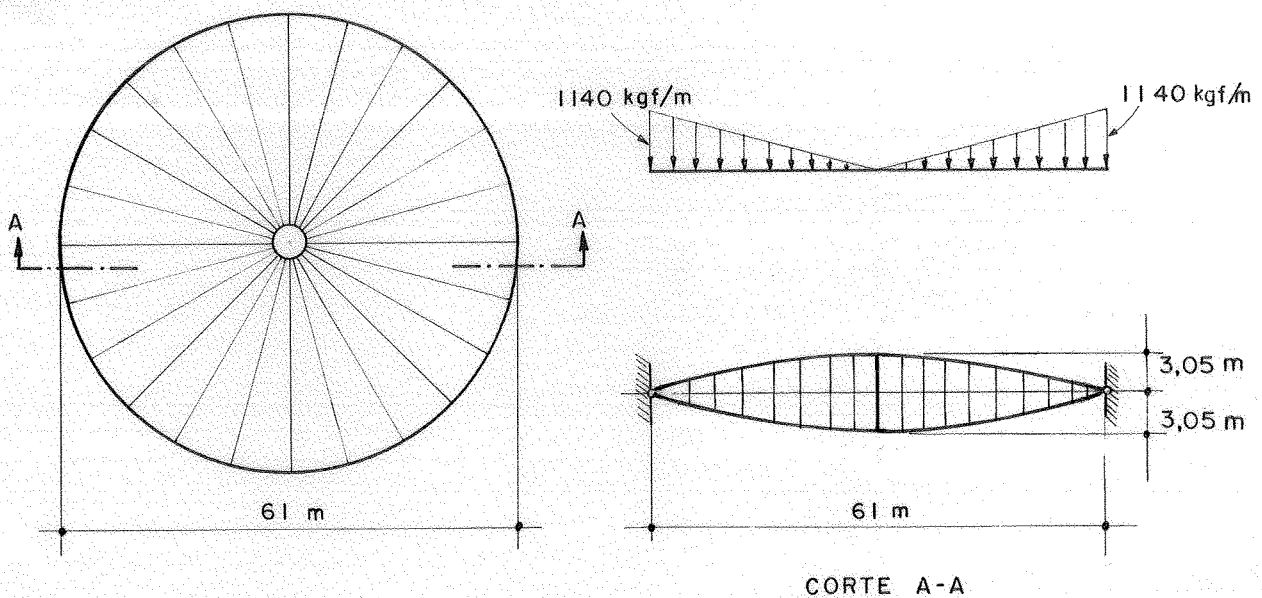


FIGURA 4.5

São conhecidos  $A_{s1} = A_{s2} = 0,0032 \text{ m}^2$ ,  $E_s = 104 \times 10^8 \text{ kgf/m}^2$  e o valor da componente horizontal da protensão  $H_1 = H_2 = 89 \text{ tf}$ .

Para o carregamento indicado na Fig. (4.5), a característica de coberturas com planta circular, a variação na componente horizontal da tração nos cabos fica  $h_1 = h_2 = 27,073$  tf, levando a  $H_1' = 116,063$  tf e  $H_2' = 61,937$  tf.

O deslocamento vertical no meio do vão obtido para esta situação é:

$$v_{(x=30,5)} = 6,1 \text{ cm}$$

Logo,

$$f_1 = 3,11 \text{ m} \quad \text{e} \quad f_2 = 2,99 \text{ m}$$

Relativamente aos valores encontrados na bibliografia, os calculados são exatamente os mesmos.

#### 4.2 - PROCESSO DISCRETO

Tendo em vista que a aplicação do processo discreto está sempre associada à utilização de computadores, o que se faz a seguir é, a partir de uma estrutura elementar, mostrar o seu funcionamento por meio de uma resolução manual.

Sendo assim, a estrutura escolhida foi a da Fig. 4.6, constituída de um cabo simples, com as características geométricas indicadas, solicitado por uma carga suposta concentrada no meio do vão (as setas indicam a orientação dos elementos).

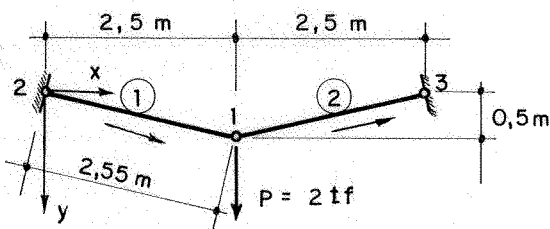


FIGURA 4.6

A área da seção transversal do cabo é de  $5\text{cm}^2$ , e o seu módulo de elasticidade é de  $1500\text{tf/cm}^2$ .

Para iniciar o cálculo iterativo, supõe-se que a posição dada seja a de equilíbrio para o carregamento considerado. Desta forma pode-se calcular a matriz de rigidez da estrutura, que no caso é composta de apenas um nó livre.

$$[K] = [K_{11}] = [K_1] + [K_2]$$

Para os elementos 1 e 2, sabe-se que:

$$[K]_{1,2} = \begin{bmatrix} \frac{t}{\ell} + \lambda_1^2 \left(\frac{EA}{\ell}\right) & \frac{EA}{\ell} \lambda_1 \lambda_2 \\ \frac{EA}{\ell} \lambda_1 \lambda_2 & \frac{t}{\ell} + \lambda_2^2 \left(\frac{EA}{\ell}\right) \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores conhecidos, tem-se:

$$[K]_1 = \begin{bmatrix} \frac{1500 \times 5}{2,55} \left(\frac{2,5}{2,55}\right)^2 + \frac{t}{2,55} & \frac{1500 \times 5}{2,55} \times \left(\frac{0,5}{2,55}\right) \times \left(\frac{2,5}{2,55}\right) \\ \frac{1500 \times 5}{2,55} \left(\frac{0,5}{2,55}\right) \left(\frac{2,5}{2,55}\right) & \frac{1500 \times 5}{2,55} \times \left(\frac{0,5}{2,55}\right)^2 + \frac{t}{2,55} \end{bmatrix}$$

Para um valor inicial  $t = 0$ , a matriz fica:

$$[K]_1 = \begin{bmatrix} 2941 \times 0,96 & 2941 \times 0,192 \\ 2941 \times 0,192 & 2941 \times 0,0385 \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez do elemento 2 é análoga:

$$[K]_2 = \begin{bmatrix} 2941 \times 0,96 & -2491 \times 0,192 \\ -2941 \times 0,192 & 2941 \times 0,0385 \end{bmatrix}$$

Logo, a rigidez da estrutura pode ser representada por:

$$[K] = \begin{bmatrix} 5646,72 & 0 \\ 0 & 226,457 \end{bmatrix}$$

O sistema a ser resolvido, na primeira iteração, é:

$$\begin{bmatrix} 5646,72 & 0 \\ 0 & 226,457 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

donde obtêm-se:

$$\Delta_y = 0 \quad \text{e} \quad \Delta_x = 0,895 \text{ cm}$$

As forças nos elementos 1 e 2 podem ser calculadas por:

$$t_1 = t_2 = E \frac{A \ell}{\ell} A_s$$

Conhecendo-se os deslocamentos do nó 1, pode-se obter o comprimento dos elementos, já que os nós 2 e 3, de apoio, são supostos fixos.

$$\ell'_{1,2} = \sqrt{(2,5^2 + 0,50895^2)} = 2,55128 \text{ m}$$

Logo,  $T_1 = T_2 = 3,765 \text{ tf}$ , e a carga desequilibrada no nó fica:

$$q_1 = 3,765 \times \frac{0,50895}{2,55128} \times 2 = 1,502 \text{ tf}$$

Deve-se, portanto, iniciar uma nova iteração. Com o cálculo da nova matriz de rigidez, obtida com os valores calculados ( $l$ ,  $t$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$ ), o sistema fica:

$$\begin{bmatrix} 5646,72 + 0,5887 & 0 \\ 0 & 226,457 + 0,5887 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,502 \end{Bmatrix}$$

que, resolvido, fornece:

$$\Delta_x = 0 \quad \text{e} \quad \Delta_y = 0,219 \text{ cm}$$

O novo comprimento  $l'$  fica:

$$l'_{1,2} = \sqrt{2,5^2 + 0,51114^2} = 2,55172 \text{ m}$$

Com isso, o valor da força obtido é:

$$T_1 = T_2 = 5,052 \text{ tf}$$

Desta forma, a carga desequilibrada fica:

$$q = 2 - 2,02498 = 0,02498 \text{ tf}$$

Supondo suficiente a precisão obtida, o deslocamento total do nó fica:

$$\Delta_x = 0 \quad \text{e} \quad \Delta_y = 1,114 \text{ cm}$$

Caso se desejasse uma maior precisão, uma nova iteração poderia ser iniciada, até que o resultado fosse satisfatório.

Como se pôde verificar, a aplicação do processo é bastante simples; sua única dificuldade reside na solução do sistema de equações linearizadas obtidas em cada passo, que, dependendo da complexidade da estrutura, pode ser bastante grande, com solução conseguida apenas mediante o uso de computadores.

#### 4.3 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Após a apresentação dos processos de cálculo para a resolução dos cabos-treliça, o que se pretende a seguir é mostrar o alcance de cada um desses processos no cálculo dos tipos estruturais mais comuns, mediante a comparação de seus resultados.

##### 4.3.1 - Cabos-Treliça com diagonais

Neste item, o que se faz é calcular três estruturas com diagonais, vencendo vãos diferentes, pelos dois processos anteriormente apresentados.

Seja, inicialmente, o cabo-treliça abaixo esquematizado, solicitado por uma carga de  $0,60 \text{ tf/m}$ , uniformemente distribuída.

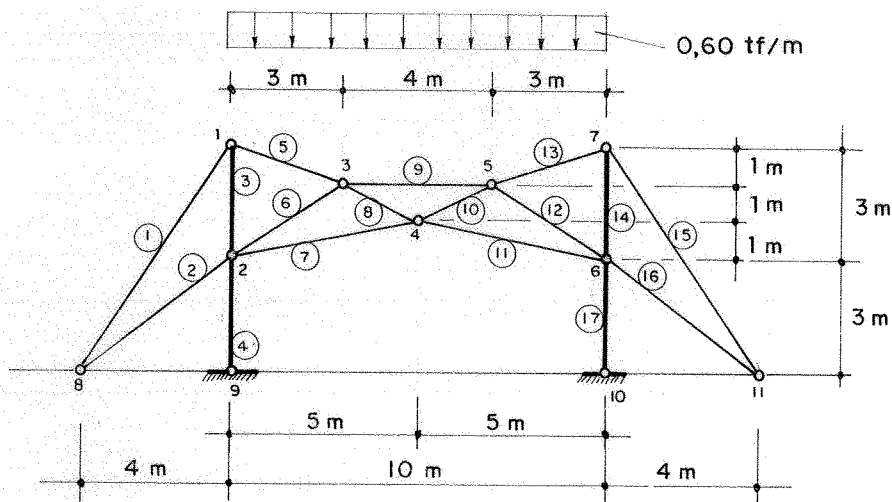


FIGURA 4.7

São conhecidos:

- Área da seção transversal dos tirantes 6,8,10,12, igual a  $6 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos cabos superior e inferior igual a  $10 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos pilares igual a  $20 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos tirantes 1,2,15,16 igual a  $10 \text{ cm}^2$
- Módulo de elasticidade do material igual a  $150 \times 10^8 \text{ kgf/m}^2$

Após a protensão resultaram, na estrutura, os esforços indicados na Fig. 4.8, dados em kgf.

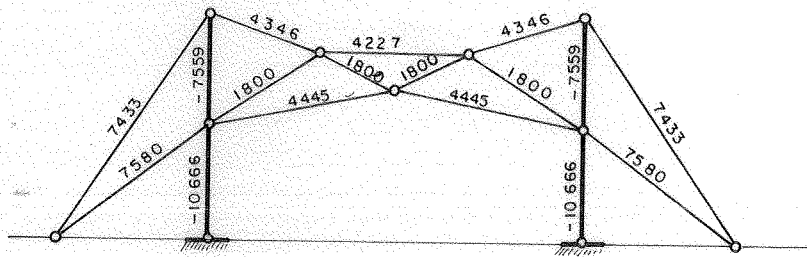


FIGURA 4.8

O carregamento dado foi suposto concentrado nos nós como na Fig. 4.9, onde também se indicam as forças finais nos elementos, também em kgf.

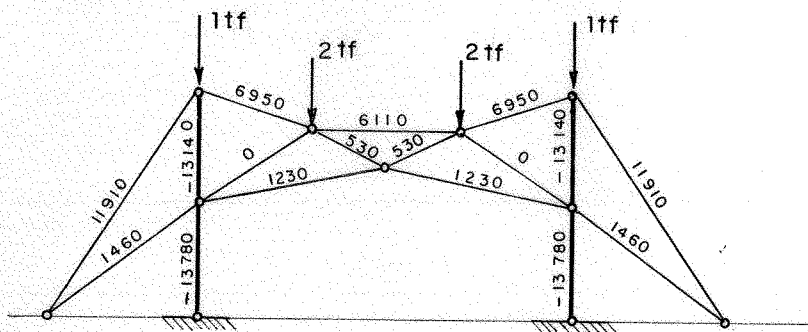
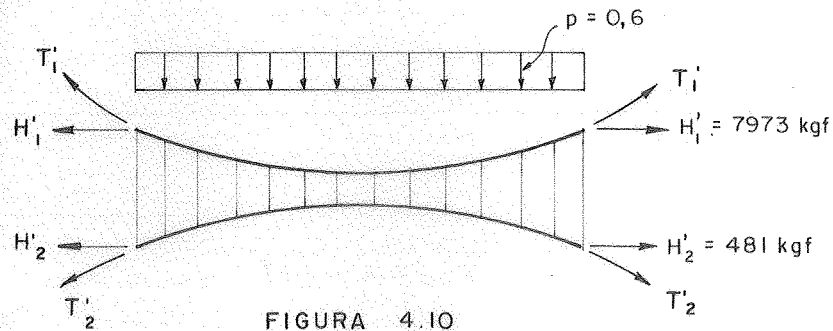


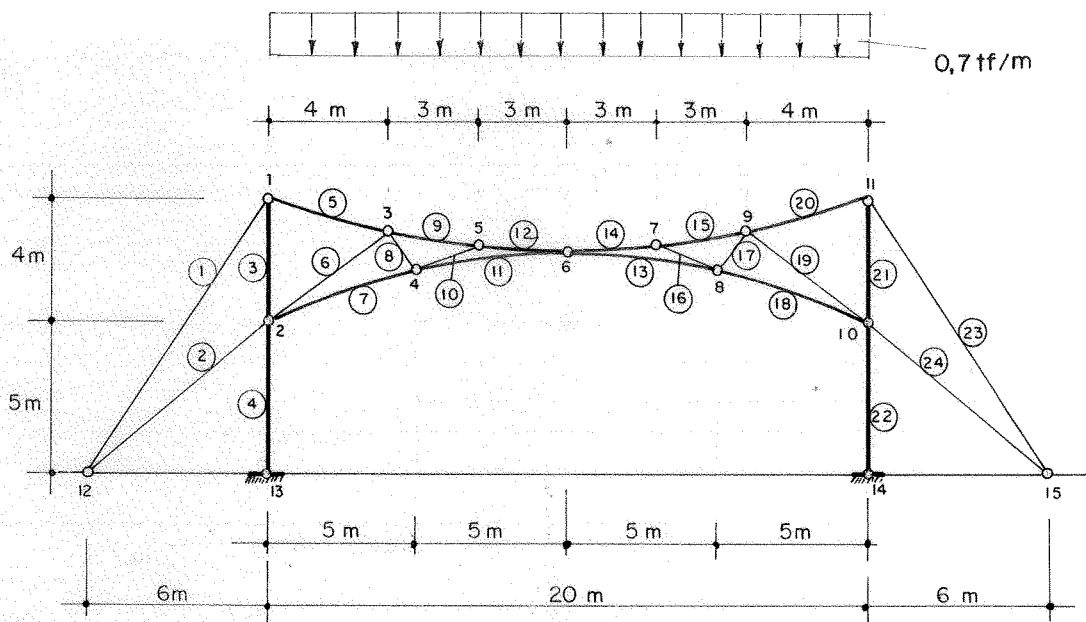
FIGURA 4.9

Para essa mesma estrutura, o processo contínuo fornece:



Como se pode verificar, existe uma diferença razoável entre os resultados, principalmente por causa do pequeno número de diagonais existentes, fazendo com que a estrutura se distancie muito das hipóteses admitidas pelo processo contínuo.

Toma-se agora um outro cabo-treliça, com um vão maior, e um maior número de diagonais, cujas características são dadas na figura abaixo, sob a ação de uma carga distribuída de 0,7 tf/m.





Conhecem-se:

- Área da seção transversal dos tirantes 6, 8, 10, 16, 18, 19 igual a  $2 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal do cabo portante igual a  $15 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal do cabo tensor igual a  $12 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos pilares igual a  $100 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos tirantes 1 e 23 igual a  $30 \text{ cm}^2$
- Área da seção transversal dos tirantes 2 e 24 igual a  $12 \text{ cm}^2$
- Módulo de elasticidade do material igual a  $150 \times 10^8 \text{ kgf/m}^2$

Após a protensão, resultaram os esforços indicados na figura abaixo, em kgf.

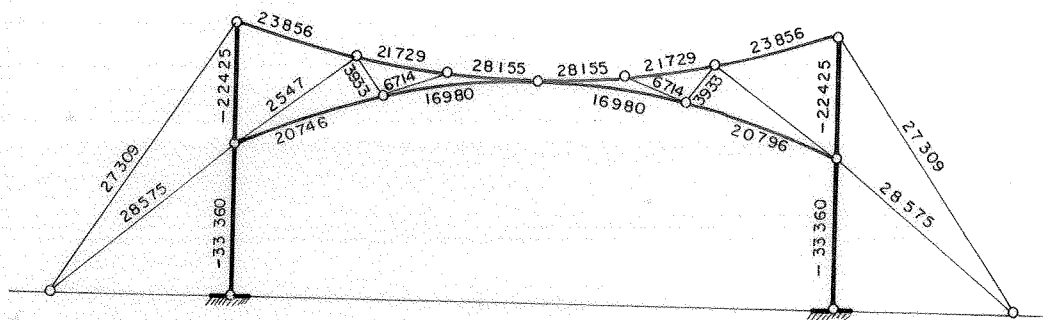


FIGURA 4.12

A Fig. 4.13 mostra os resultados finais obtidos supondo a carga distribuída aplicada aos nós, também em kgf.

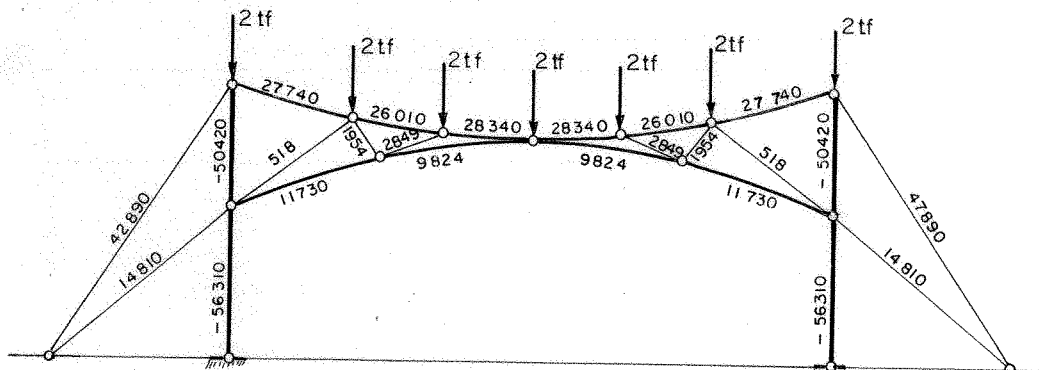


FIGURA 4.13

Com esses mesmos dados, o processo contínuo for  
nece:

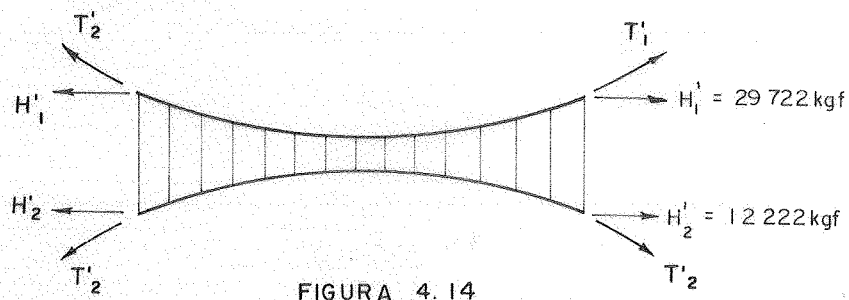


FIGURA 4.14

Finalmente, toma-se uma estrutura de vão livre bastante grande, com as características da figura abaixo, sob um carregamento de 0,22 tf/m, uniformemente distribuído.

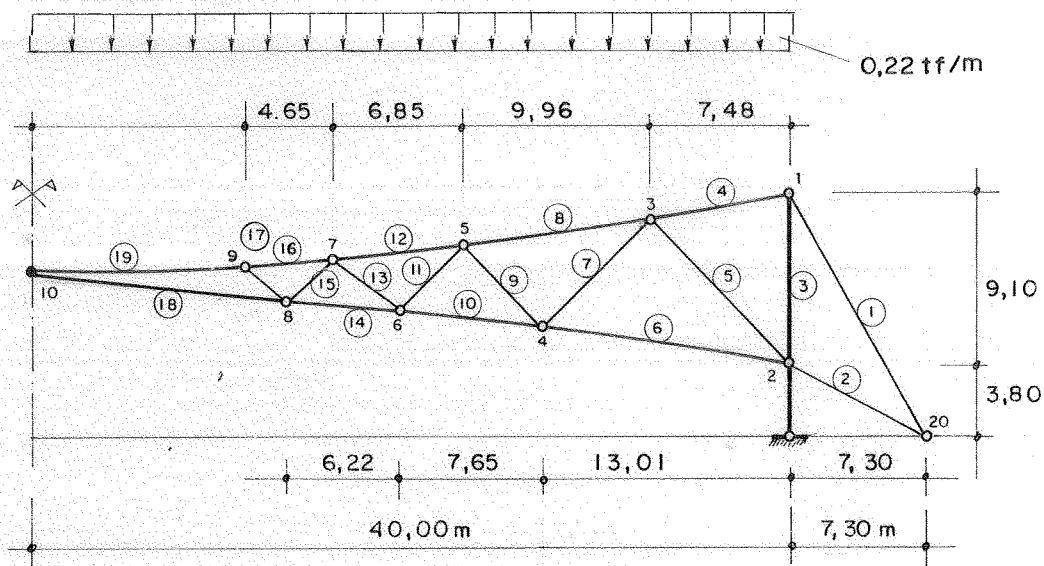


FIGURA 4.15

Além disso, são dados:

$$E = 150 \times 10^8 \text{ kgf/m}^2$$

- Área da seção transversal dos cabos:

$$\text{superior} - 25,1 \text{ cm}^2 \qquad \text{inferior} - 17,20 \text{ cm}^2$$

- Área da seção transversal dos pilares igual a  $222,6\text{cm}^2$
- Área da seção transversal dos tirantes igual a  $63,7\text{cm}^2$
- Área da seção transversal das diagonais de ligação igual a  $2,84\text{cm}^2$

Os esforços devidos à protensão são indicados na Fig. 4.16, em kgf.

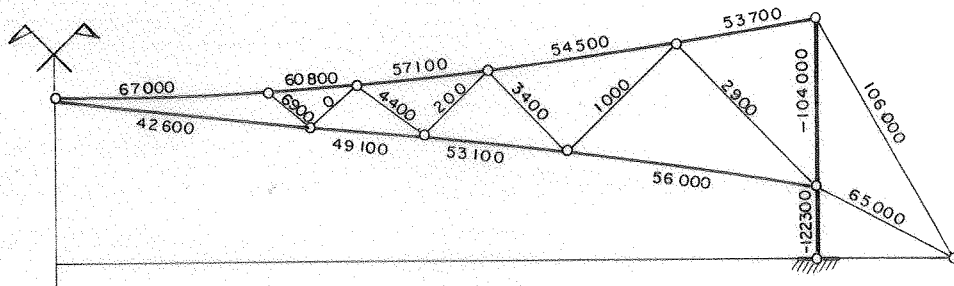


FIGURA 4.16

Os esforços obtidos com o carregamento indicado, que foi suposto concentrado como indica a figura, são em kgf:

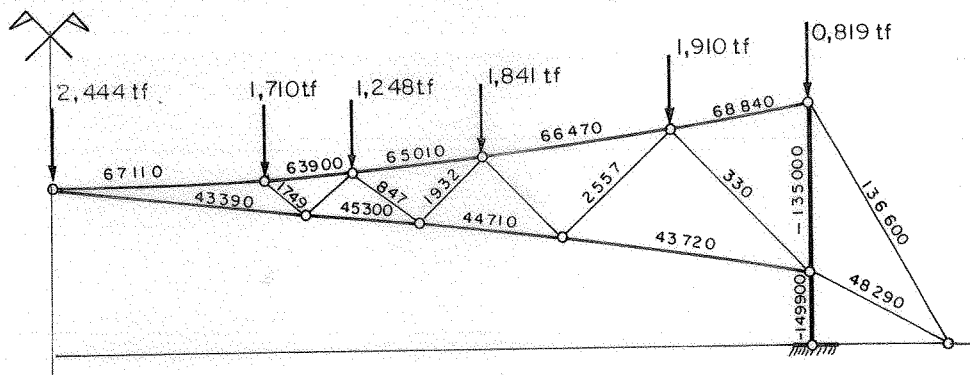


FIGURA 4.17

Para esse mesmo cabo Jawerth, o processo contínuo fornece:

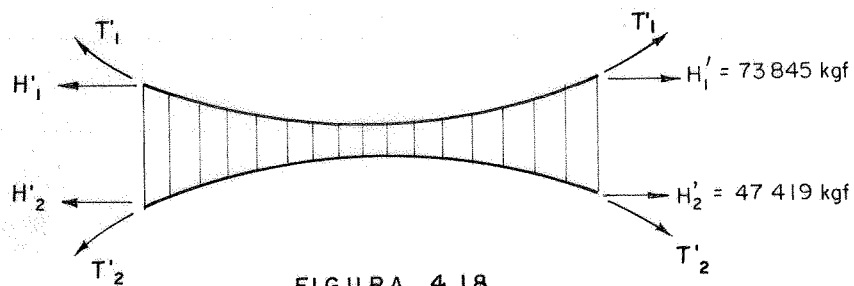


FIGURA 4.18

As conclusões a respeito dos exemplos calculados serão apresentadas no capítulo seguinte.

#### 4.3.2 - Cabos-Treliça com hastes verticais

Calculam-se agora, cabos-treliça com hastes verticais de espaçamentos variados, solicitados por carregamentos diversos, comparando-se os resultados obtidos pelos dois processos estudados.

Assim, seja em primeiro lugar o cabo-treliça a baixo esquematizado (ref. [70.12]), cuja componente horizontal da protensão no cabo portante é de 46 tf e, no cabo tensor, de 56 tf.

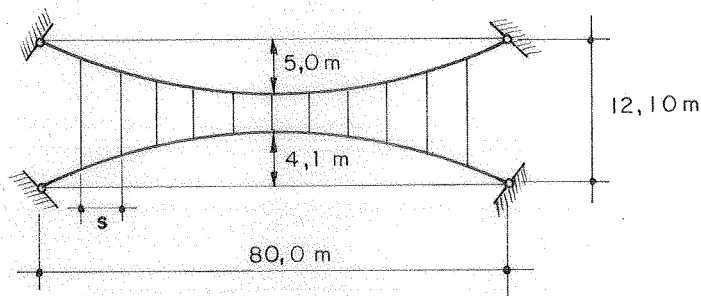


FIGURA 4.19

Conhecem-se também as áreas da seção transversal do cabo portante  $A_{s1} = 25,1 \text{ cm}^2$ , do cabo tensor  $A_{s2} = 17,2 \text{ cm}^2$  e dos tirantes  $A_{s3} = 2,84 \text{ cm}^2$ , além do módulo de elasticidade dos cabos e tirantes, de  $15.000.000 \text{ tf/m}^2$ .

Para o cálculo da estrutura foram considerados os seguintes carregamentos:

- $p = 0,219 \text{ tf/m}$ , uniformemente distribuído em todo o vão;
- $p = 0,219 \text{ tf/m}$ , uniforme, e  $p = 0,528 \text{ tf/m}$ , apenas na primeira metade do vão;
- $p = 0,747 \text{ tf/m}$  uniformemente distribuído em todo o vão.

Para se analisar a influência do espaçamento dos tirantes, a estrutura em questão, com os carregamentos citados, foi calculada pelo processo discreto com espaçamentos de 4, 6 e 8 m, resultando portanto em nove diferentes problemas. Os resultados obtidos para o espaçamento de 2 m foram esquematizados nas figuras seguintes, sendo omitidos aqueles referentes às estruturas com espaçamentos de 4 e 8 m, por não apresentarem diferenças significativas. A esse respeito, fazem-se algumas observações no capítulo final.

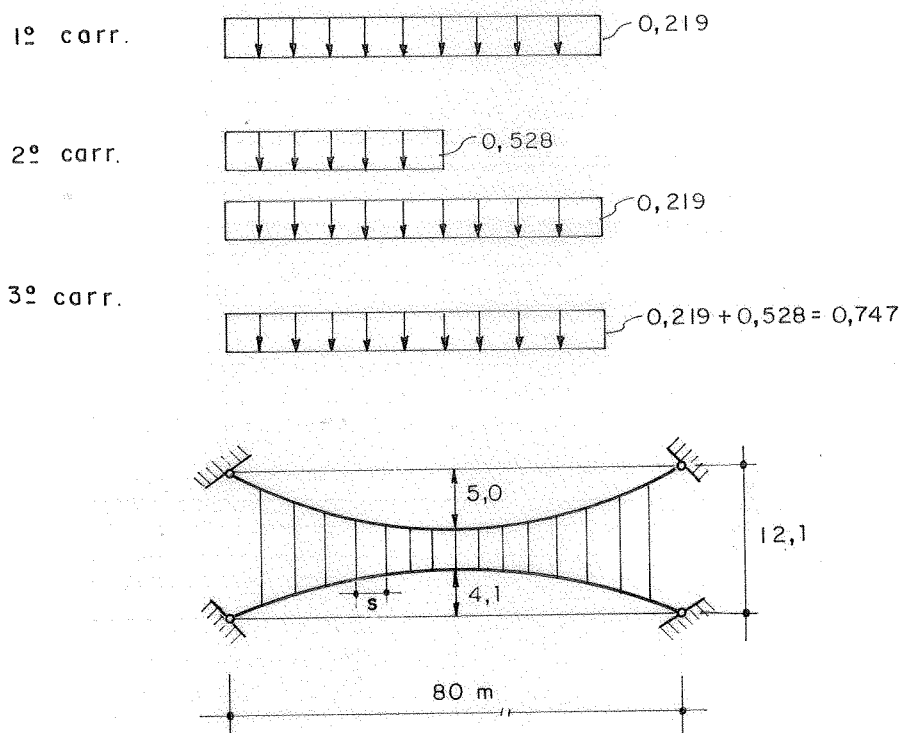


FIGURA 4.20

**ESTADO INICIAL : PROTENSÃO APENAS**

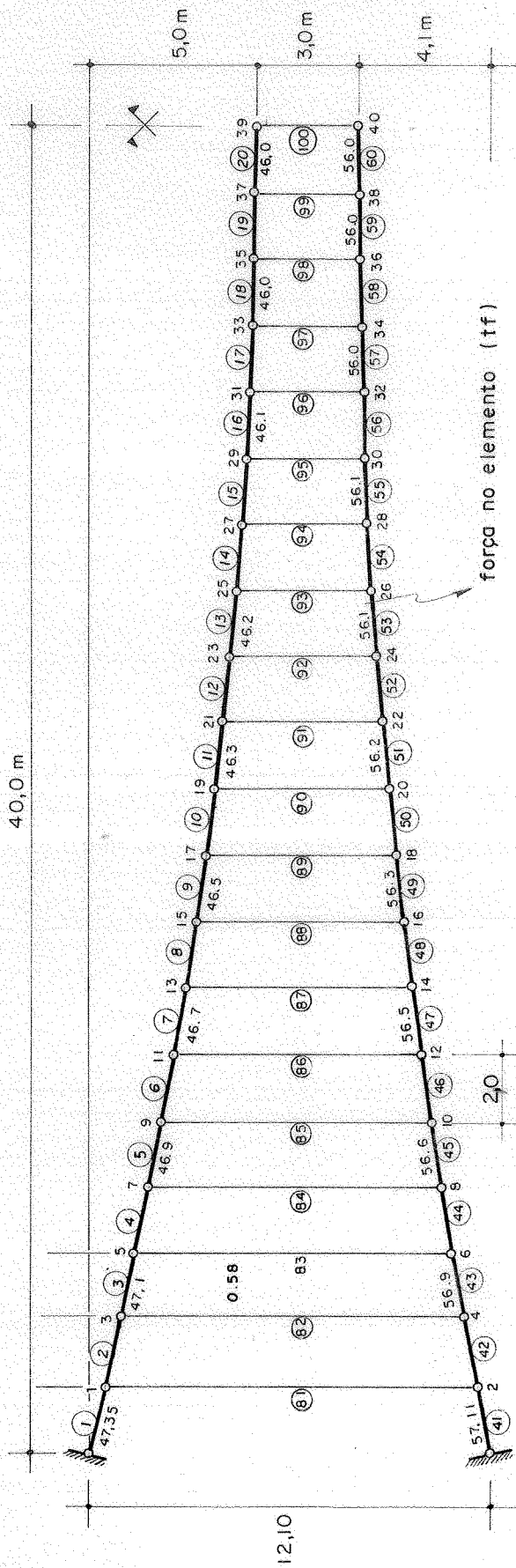


FIGURA 4.21

**1º CARGAMENTO :  $p = 0.219$**

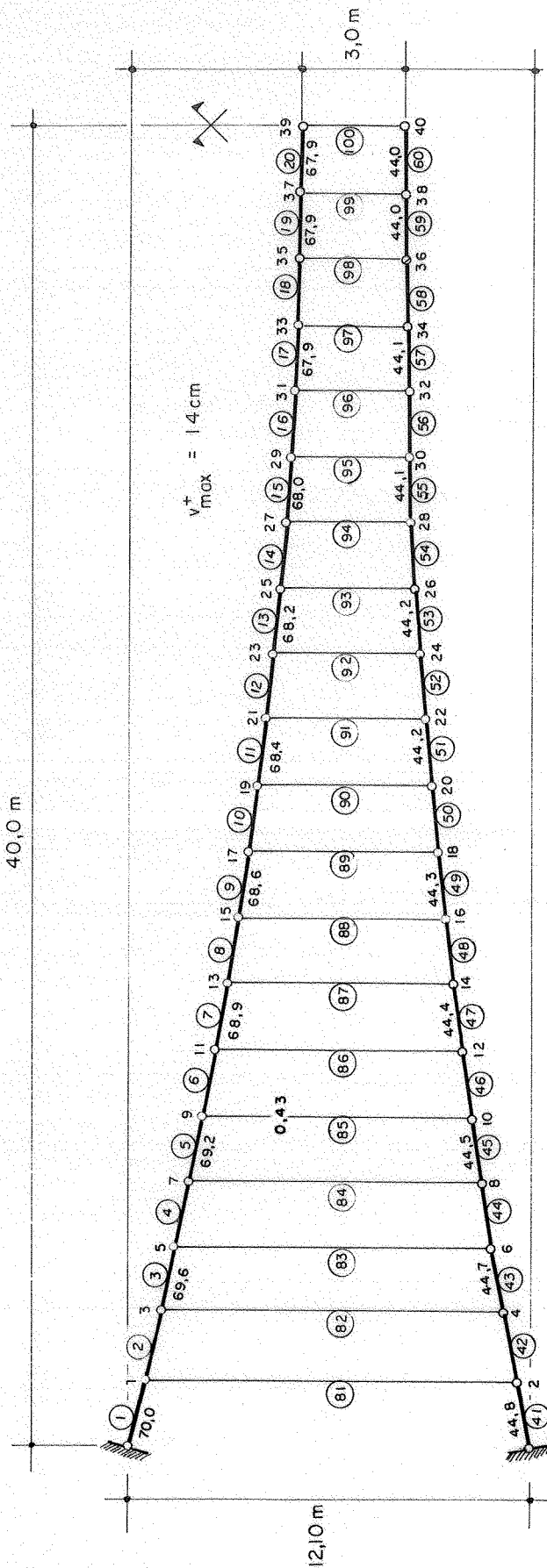


FIGURA 4.22

**2º CARREGAMENTO : p = 0,219**

**q = 0,528 (na primeira metade do vão)**

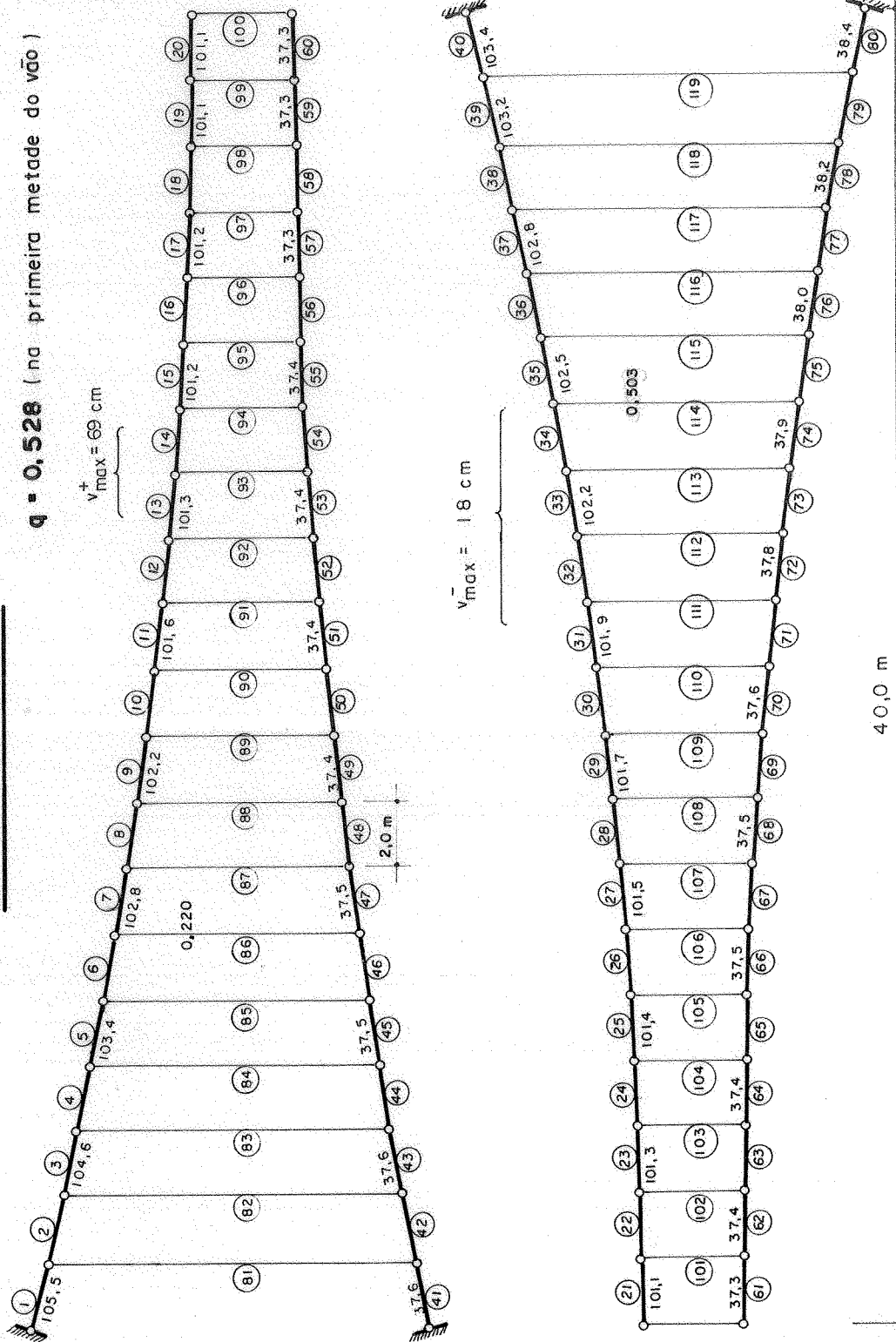


FIGURA 4.23



**3º CARGAMENTO : p = 0.747 tf/m**

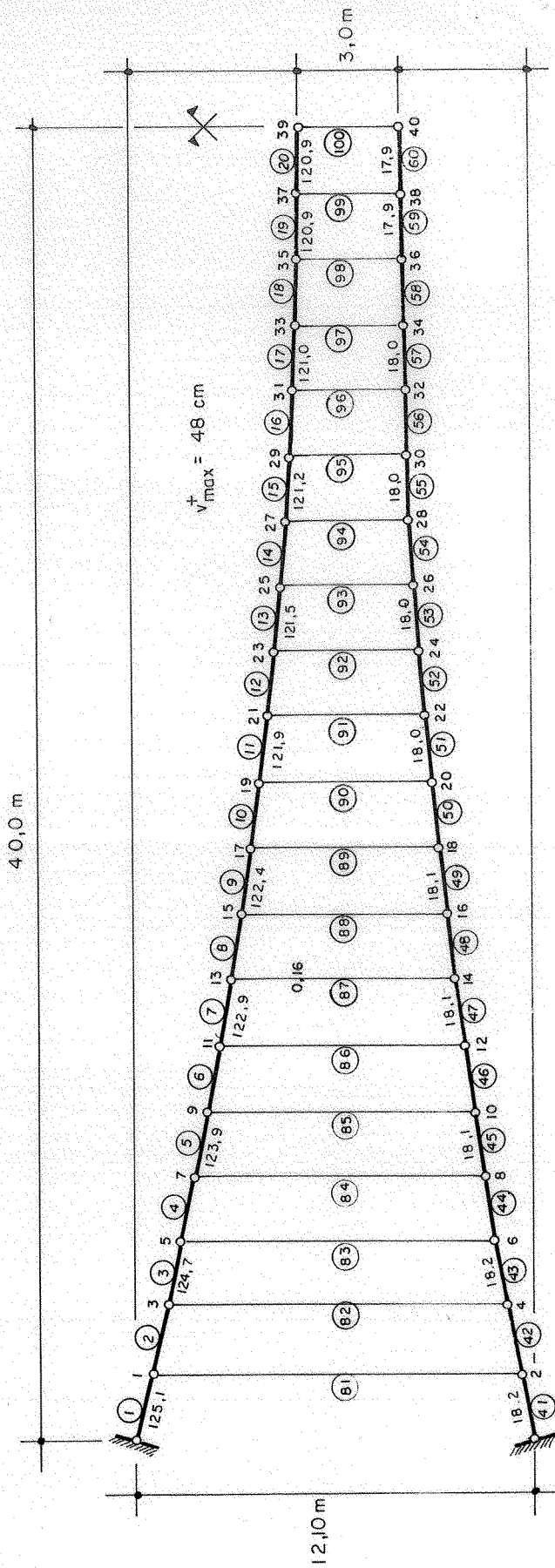


FIGURA 4.24

Pelo processo contínuo, onde a variação do espaçamento não altera o cálculo, resultaram apenas três estruturas caracterizadas pelos carregamentos já definidos. Neste caso, os resultados obtidos foram os indicados na figura 4.26.

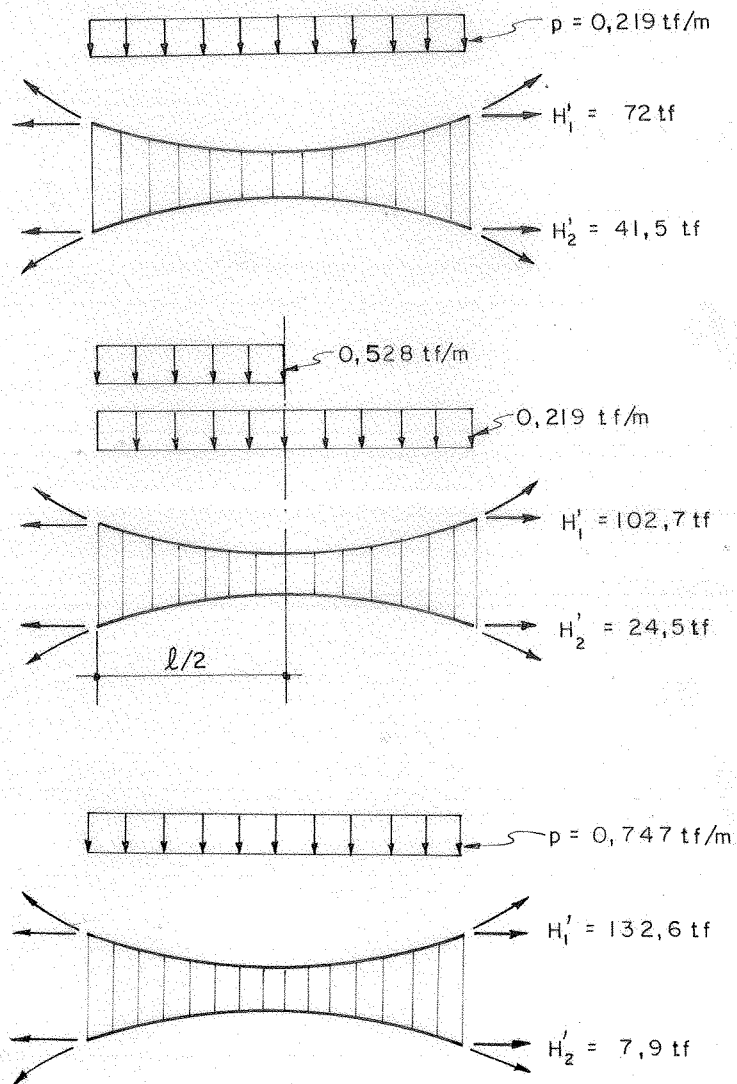


FIGURA 4.25

## 5. COMENTÁRIOS FINAIS

Dada uma determinada área a ser coberta, e definida a preferência pelos cabos-treliça, surge então uma questão fundamental: qual a melhor opção, os cabos-Jawerth ou cabos-treliça com hastes verticais?

Com base em uma série de exemplos calculados pelo processo discreto, verificou-se que, para carregamentos simétricos, o desempenho de ambos é bastante semelhante, com uma leve vantagem para o cabo com hastes verticais, que apresenta deslocamentos máximos verticais um pouco menores, sem ter o inconveniente de chegar a destracionar algumas diagonais, como no caso do cabo Jawerth. Para se ter uma idéia dessa diferença, tem-se, por exemplo, que, para um vão da ordem de 80m, um cabo Jawerth e um cabo-treliça com hastes verticais, ambos com as mesmas características físicas e geométricas, submetidos a um mesmo carregamento, a diferença entre os deslocamentos verticais obtida é de cerca de 10%, sendo que o fato de estarem ou não conectados no meio do vão praticamente não influi nos resultados.

Para carregamentos assimétricos, no entanto, para estruturas semelhantes, ambas conectadas no meio do vão, uma com hastes verticais e outra com diagonais, obtiveram-se deslocamentos verticais máximos da mesma ordem de gran

deza. Se o cabo treliça com hastes verticais não for conectado no meio do vão, o valor do deslocamento vertical máximo passa a ser 50% maior, além de surgirem, neste caso, deslocamentos verticais negativos, no lado menos carregado, o que não ocorria quando da existência de ligação entre os cabos tensor e portante, para qualquer arranjo das hastes.

Quanto aos deslocamentos horizontais, são sempre pequenos - em torno de 10% dos verticais -, mas havendo aí uma nítida vantagem para o cabo com diagonais. Para carregamentos assimétricos, onde sua importância é maior, o máximo deslocamento horizontal para um cabo com hastes verticais é da ordem do dobro de outro idêntico, apenas com a ligação dos cabos no meio do vão, enquanto que no caso de um cabo Jawerth esse valor cai novamente à metade. Para um carregamento simétrico, a diferença de comportamento é mínima entre os diversos tipos estruturais, com uma leve vantagem para o cabo Jawerth conectado no meio do vão.

Tendo em vista que, em geral, os deslocamentos da estrutura aumentam com o vão, pode-se afirmar que, para vãos pequenos (~ 40m), a deslocabilidade dos cabos-treliça é pequena, e portanto as diferenças de comportamento entre os diversos tipos é menos significativa. Já para vãos maiores, essas diferenças passam a ser mais importantes, e a ligação dos cabos tensor e portante no meio do vão torna-se aconselhável, já que isso diminui muito os deslocamentos verificados.

Quanto à definição do arranjo das hastes, não se pode tirar uma conclusão definitiva a respeito em virtude do pequeno número de exemplos analisados, embora pareça haver uma leve vantagem no desempenho dos cabos com diagonais.

Convém ressaltar, entretanto, que o emprego dos cabos Jawerth está limitado pelas dificuldades de montagem inerentes ao sistema, o que pode, em alguns casos, levar à adoção do cabo-treliça com hastes verticais, de construção mais simples.

Um exemplo típico desse tipo de estrutura é o ca  
bo-treliça biconvexo com hastes verticais, cujo comportamen  
to é em tudo semelhante ao do biconcavo do mesmo tipo,  
mudando seu desempenho apenas em relação às hastes, já que  
o fato de estarem comprimidas levanta o problema da flambagem,  
com um possível acréscimo no peso próprio da cobertu  
ra. Esse inconveniente, no entanto, pode ser largamente su  
perado pelas vantagens que esse tipo de cabo apresenta em  
relação à facilidade de escoamento de água proporcionado  
pela forma de cobertura convexa a ele associada, o que pode  
levar à eleição do cabo-treliça biconvexo como o mais  
conveniente em certos casos.

Deste modo, definida a estrutura, o passo seguinte  
seria a escolha do processo de cálculo a ser utilizado—  
contínuo ou discreto—, em função da aplicabilidade de ca  
da um deles. Pelo grau de dificuldade que apresentam, fica  
clara a opção pelo processo contínuo, de utilização bem  
mais rápida. Todavia, é preciso definir até que ponto sua  
aplicação é possível, isto é, até que ponto os resultados  
fornecidos por ele são satisfatórios.

No caso de cabos com hastes verticais, isso sempre  
ocorre, como pode ser observado no item final do capítulo  
anterior, independente do tipo de carregamento consider  
ado.

Além disso, os resultados obtidos neste mesmo i  
tem pelo processo discreto mostraram a validade da hipótese  
admitida pelo processo contínuo de inextensibilidade  
dos tirantes, bem como a não consideração do espaçamento  
destes, já que sua variação, dentro de certos limites, não  
provocará alteração significativa nos esforços e deslocamen  
tos obtidos.

Por outro lado, se a opção feita for por cabos  
com diagonais, mesmo assim pode-se dizer que o processo  
contínuo fornece resultados razoáveis, desde que o carregamen  
to considerado seja simétrico, como no caso dos exempl  
os mostrados no item 4.3.1, e que a densidade de diago

nais seja suficiente para caracterizar, de maneira nítida um meio contínuo, como ocorre nos dois últimos exemplos desse mesmo item. Vale a pena notar que os carregamentos simétricos representam a grande maioria dos casos reais e existentes; quando a consideração de carregamentos assimétricos se fizer necessária, a influência das forças não verticais introduzidas pelas diagonais de ligação começa a se fazer sentir, e os resultados dados pelo processo contínuo se tornam imprecisos.

Finalmente, vale a pena ressaltar que o que foi feito aqui corresponde apenas a uma primeira parte de um estudo mais amplo, inserido em um plano global de pesquisas em desenvolvimento no Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, cuja principal finalidade é a divulgação das coberturas pênseis em geral.

A parte fundamental, relativa à formulação dos principais processos de cálculo, foi feita nesta primeira etapa, enquanto que outras questões, cuja resposta exigiria ainda mais algum tempo de estudo, deverão ser resolvidas em uma próxima etapa da pesquisa.

Assim, por exemplo, com relação aos cabos-treliça, pretende-se fornecer indicações para a obtenção da melhor combinação de parâmetros geométricos, tais como flechas dos cabos, áreas das seções transversais, espaçamentos e distribuição das hastes. No caso particular do cabo-Jawerth, cabe ainda um estudo a respeito da definição da inclinação das diagonais; a esse respeito, o que se observou na bibliografia disponível foi que o ângulo com a horizontal variava de  $35^{\circ}$  a  $55^{\circ}$ , fazendo-se necessário, portanto, uma investigação mais detalhada para que se possa dar uma indicação mais precisa a respeito. Além disso, a possibilidade de uma combinação de hastes verticais e diagonais parece interessante, já que algumas coberturas com esse tipo de arranjo têm sido construídas, merecendo por isso ser investigada.

A influência do deslocamento dos arranques é outro fator a ser estudado, assim como a eficiência da ancoragem dos cabos, dado o elevado valor da força horizontal atuante.

Com relação ao processo contínuo de cálculo, seria interessante investigar o caso do cabo-treliça sob ação de várias cargas concentradas, com uma subsequente comparação de seus resultados com os obtidos pelo processo discreto.

Já para este último processo, seria desejável fazer a consideração do efeito da carga distribuída sobre o cabo portante, o que significa levar em conta a forma parabólica dos trechos de cabos entre dois nós.

O efeito das solicitações dinâmicas, não abordado neste trabalho, é outro ponto a ser estudado. Ambos os processos desenvolvidos podem ser utilizados para esse fim, e, desta forma levantar algumas dúvidas que ainda possam permanecer sobre o assunto.

Além disso, também parece necessário que se faça um estudo mais detalhado para se determinar a distribuição de forças devidas ao vento nas coberturas pênseis, com o que, imagina-se, completar-se-iam as informações necessárias para projeto e cálculo das coberturas com cabos-treliça.

## 6. BIBLIOGRAFIA

### 6.1- REFERÊNCIAS RELACIONADAS COM COBERTURAS PÊNSEIS

- [53.1] Engineering News Record, 5th February 1953.
- [54.1] OTTO, F. Das hängende Dach. Berlin, 1954.
- [57.1] LAWRENCE, L. Suspension Structures. Architectural Forum, Dezembro, 1957.
- [58.1] BANDEL, H.K. Betrachtungen über Hängedachkonstruktionen. Der Bauingenieur, Vol. 33, 1958, pp. 221-225.
- [58.2] CORNELIUS, W. Die statische Berechnung eines seilverspanntes Daches am Biespiel des US-Pavillons auf der Weltausstellung in Brüssel 1958. Der Stahlbau, Vol. 27, 1958, Heft 4, pp. 98-103.
- [58.3] FRITZ, B. Radial vorgespannte, stählerne Stabhängewerke und ihre Verwendungsmöglichkeiten. Der Stahlbau, Vol. 27, Heft 5, 1958, pp. 113-117.
- [59.1] BANDEL, H.K. Das orthogonale Seilnetz hyperbolisch-parabolischer Form unter vertikalen Last

OBS.: O primeiro número da referência indica o ano de sua publicação e o segundo, a ordem alfabética, dentro do ano.



zuständen und Temperaturänderungen. Der Bauingenieur, Vol. 34, Heft 10, 1959, pp. 394-401.

- [59.2] JAWERTH, D. Vorgespannte Hangekonstruktion aus gegenseitig gekrümmten Seilen mit Diagonalverspannung. Der Stahlbau, Vol. 28, Heft 5, 1959, pp. 126-131.
- [59.3] PATTERSSON, O. Hangkonstruktionen. Byggmästaren, Nr 10, 1959, pp. 3-24.
- [60.1] MICHALOS, J. and BIRNSTEIL, C. Movements of a Cable Due to Change of Loading. Journal of the Structural Division, ASCE, December, 1960.
- [60.2] SCHLEYER, F.K. Über die Berechnung von Seilnetzen. Dissertation an der Technischen Universität Berlin, 1960.
- [61.1] DEAN, D.L. Static and Dynamic Analysis of Guy Cables. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 87, ST1, Jan. 1961, pp. 1-24.
- [61.2] ERAS, G. & ELZE, H. Berechnungsverfahren für vorgespannte, doppelt gekrümmte Seilnetzwerke. Bau technik, Heft 7, 1961.
- [61.3] PATTERSSON, O. Hängkonstruktionen, BYGG, Vol. II, chapter 315, Stockholm, 1961.
- [61.4] SIEV, A. Stability of Prestressed Suspended Roofs. Thesis, Technion, Haifa, 1961.
- [62.1] JENNINGS, A. The Free Cable. The Engineer, 28th December 1962.
- [62.2] LIUDKOVSKY, I.G. (ed.) Suspended Roofs With Circular Plan (in Russian). Moscow, 1962.
- [62.3] OTTO, F. & TROSTEL, R. Zugbeanspruchte Konstruk

tionen, Vol. 1. Berlin, 1962.

- [62.4] PIRNER, M. Statical Calculation of Prestressed Suspended Cable Roofs (in Czech). Inzenyrske Stavby (Prague), N<sup>o</sup> 11, 1962, pp. 431-436.
- [62.5] RABINOVIC, I.M. (ed.) Hanging Roofs (in Russian). Moscow, 1962. German translation 1966, ver [66.10].
- [63.1] BROTON, D.M. et al. The Solution of Suspension Bridge Problems by Digital Computer. The Structural Engineer, Part I, Vol. 41, N<sup>o</sup> 4, April 1963, Part II, Vol. 41, N<sup>o</sup> 7, July 1963.
- [63.2] DEAN, D.L. & UGARTE, C.P. Analysis of Structural Nets. IABSE Publications, 1963, pp. 71-90.
- [63.3] ERAS, G. & ELZE, H. Zur Berechnung und statisch vorteilhaften Formgebung von Seilnetzwerken. Paper in [63.4], pp. 68-75.
- [63.4] ESQUILLAN, N. & SAILLARD, Y. (ed.) Hanging Roofs. Proceedings of the IASS colloquium on hanging roofs, continuous metallic shell roofs and superficial lattice roofs held in Paris 1962, Amsterdam, 1963.
- [63.5] MÖLLMANN, H. Kabeltage. Ingeniøren, Vol. 72, N<sup>o</sup> 3, Febr. 1963, pp. 134-142.
- [63.6] PIRNER, M. Natural Vibrations of Prestressed Nets having the Form of Translatory Surface (in Czech). Stavebnicky Casopis, Vol. XI, N<sup>o</sup> 10, Brastislava, 1963, pp. 614-623.
- [63.7] POSKITT, T.J. & LIVESLEY, R.K. The Structural Analysis of Guyed Masts. The Inst. of Civil Engi

neers, Proceedings, Vol. 24, 1963, pp. 373-386.

- [63.8] POSKITT, T.J. The Application of Elastic Catenary Functions to the Analysis of Suspended Cable Structural Engineer, Vol. 41, Nº 5, May 1963, pp. 167-170.
- [63.9] ROLLER, B. Berechnung doppelt gekrümmter, gespannter hängender Dächer **Aufgrund der** Theorie II. Ordnung. Bautechnik, Vol. 40, 1963, pp. 48-52.
- [63.10] SCHELEYER, F.K. Die Berechnung von Seilnetzen. Paper in [63.4]. pp. 48-55.
- [63.11] SCHELEYER, F.K. Die Berechnung von Seilwerken. Paper in [63.4], pp. 56-61.
- [63.12] SIEV, A. A General Analysis of Prestressed Nets. IABSE Publications, Vol. 23, 1963, pp.283-292.
- [63.13] SIEV, A & EIDELMAN, J. Shapes of Suspended Roofs. Paper in 63.4 , pp. 42-47.
- [64.1] FRAGOSO, P.R. Consideração sobre Coberturas Pênseis. Revista Estrutura, nº 56/57, Rio de Janeiro, 1964/1965.
- [64.2] O'BRIEN, W.T. & FRANCIS, A.J. Cable Movements under Two-Dimensional Loads. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 90, ST 3, June 1964, pp.89-123.
- [64.3] SIEV, A. & EIDELMAN, J. Stress Analysis of Prestressed Suspended Roofs. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 90, ST4, Aug. 1964, pp.103-121.
- [64.4] ZETLIN, L. Steel Cable Creates Novel Structural Space Systems. American Institute of Steel Construction, Engineering Journal, Jan. 1964.

- [65.1] BERGHOLT, K. Planlægning og udførelse af et fors  
paendt kabeltag. Ingeniøren, Vol. 74, N<sup>o</sup> 5,  
March 1965, pp. 185-190.
- [65.2] DAVENPORT, A.G. and STEELS, G.N. Dynamic Behavior  
of Massive Guy Cables. Journ. of the Struct.  
Div., ASCE, Vol. 91, N<sup>o</sup> ST2, April 1965, pp.  
43-70.
- [65.3] MØLLMANN, H. A Study in the Theory of Suspension  
Structures. Copenhagen, 1965.
- [65.4] PIRNER, M. Berechnung von vorgespannten Seilnet  
zen. Bauplanung - Bautechnik, Vol. 19, Heft 11,  
Nov. 1965, pp. 536-538.
- [65.5] PIRNER, M. Doubly Curved, Prestressed Cable Nets  
Under Static and Dynamic Loads (in Polish). Ar  
chiwum Inzynierii Ladowy (Warsaw), Vol. 11, N<sup>o</sup>  
1, 1965, pp. 29-38.
- [65.6] PIRNER, M. Theory of Statically and Dinamically  
Loaded Prestressed Networks (in Czech). Sbornik  
Vysokej Skoly Dopravnej v Ziline, N<sup>o</sup> 4, 1965,  
pp. 111-132.
- [65.7] ROLAND, C. FREI OTTO. Spannweiten. Ein Werkstatt  
bericht. Berlin, 1965.
- [65.8] SCHÄDLICH, C. Eiserne Hängedächer in 19. Jahrhun  
dert. Wiss. Zeitschr. der Hochschule für Archi  
tektur und Bauwesen Weimar. Vol. 12, 1965, N<sup>o</sup>  
2, pp. 185-190.
- [65.9] SIEV, A. Geometry of Suspended Cloth Roofs. Journ.  
of the Struct. Div., ASCE, Vol. 91, ST 6, Dec.  
1965, pp. 251-263.

- [66.1] ASKEGAARD, V., ALBERS, A. & MORTENSEN, P.L. Test on a Model of a Cable Roof. Proceedings, 3. Internationale Tagung für experimentelle Spannungsanalyse, VDI-Berichte N<sup>o</sup> 102, Berlin, 1966, pp. 109-112.
- [66.2] BATHISH, G.N. Membrane Analysis of Cable Roofs. Dissertation, Univ. of Pennsylvania, 1966.
- [66.3] BREZINA, V. Theory of a Lens-Shaped Cable Roof Anchored in a Plane Ring. Rozpravy Československé Akademie Ved, Rada Technických Ved, Rocnik 76, Sesit 2, 1966, pp. 1-103.
- [66.4] BROTON, D.M. A General Computer Programme for the Solution of Suspension Bridge Problems. The Structural Engineer, Vol. 44, n<sup>o</sup> 5, May 1966.
- [66.5] BUCHOLDT, H.A. Deformation of Prestressed Cable-Nets. Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 38, Trondheim, 1966, pp. 1-17.
- [66.6] JAWERTH, D. & SCHULZ, H. Ein Beitrag zur Frage der Eigenschwingungen, windanfachenden Kräfte und aerodynamischen Stabilität bei hängenden Dächern. Der Stahlbau, N<sup>o</sup> 1, Jan. 1966, pp. 1-8.
- [66.7] JAWERTH, D. Das Eisstadion Stockholm-Johanneshov. Technologie, Statik, Dynamik und Bauausführung. Der Stahlbau, N<sup>o</sup> 3, March 1966, pp. 86-95.
- [66.8] OTTO, F. & SCHLEYER, F.K. Zugbeanspruchte Konstruktionen, Vol. 2, Berlin, 1966.
- [66.9] POSKITT, T.J. Structural Analysis of Suspension Bridges. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 92, ST 1, Febr. 1966, pp. 49-73.

- [ 66.10 ] RABINOVIC, I.M. (ed.) "Hängedächer" (translated from the Russian). Berlin, 1966.
- [ 66.11 ] SAAFAN, S.A. Theoretical Analysis of Suspension Bridges. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 92, ST4, Aug. 1966, pp. 1-11.
- [ 66.12 ] TECZAN, S.S. Stiffness Analysis of Suspension Bridges by Iteration. Proceedings of the Symposium on Suspension Bridges, Lisbon, Nov. 1966, paper n° 17.
- [ 66.13 ] TSUBOI, Y. & KAWAGUCHI, M. Probleme beim Entwurf einer Hängedachkonstruktion anhand des Beispiels der Schwimmhalle für die Olympischen Spiele 1964 in Tokio. Der Stahlbau, N° 3, March 1966, pp. 65-85.
- [ 67.1 ] O'BRIEN, T. General Solution of Suspended Cable Problems. Journ. of the Struct. Div., Vol. 93, ST 1, Febr. 1967, pp. 1-26.
- [ 67.2 ] BUCHANAN, G.R. & AKIN, J.E. The Deflection Analysis of Structural Nets Using the Reflection Method. Paper in [67.4], pp. 916-924.
- [ 67.3 ] BUCHOLDT, H.A. The Behaviour of Small Prestressed Cable Roofs Subjected to Uniformly Distributed Loading. Paper in 67.4, pp. 907-915.
- [ 67.4 ] DAVIES, R.M. (ed.) Space Structures. Oxford 1967.
- [ 67.5 ] MØLLMANN, H. & LUNDHUS MORTENSEN, P. The Analysis of Prestressed Suspended Roofs (Cable Nets). Paper in [67.4], pp. 873-889.
- [ 67.6 ] POSKITT, T.J. Numerical Solution of Nonlinear Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 93, ST 4, Aug. 1967, pp. 69-94.

- [ 67.7 ] THORNTON, C.H. & BIRNSTIEL, C. Three-dimensional Suspension Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 93, ST 2, April 1967, pp. 247-270.
- [ 67.8 ] TSUBOI, Y. & KAWAGUCHI, M. The Analysis and Design of a Suspension Roof Structure. Paper in [67.4], pp. 925-941.
- [ 67.9 ] SHORE, S. & BATHISH, G.N. Membrane Analysis of Cable Roofs. Paper in [67.4], pp. 890-906.
- [ 67.10 ] SIEV, A. Prestressed Suspended Roofs Bounded by Main Cables. IABSE Publications 1967, pp. 171-186.
- [ 67.11 ] WILLIAMS, P.G. The Analysis of a Cable Net Treated as a Continuous System. Civil Engineering Departmental Report, Univ. of Shouthampton, May 1967, pp. 1-85.
- [ 68.1 ] BOGNER, F.K. Analysis of Tension Structures. 2nd Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1968, pp. 1-27.
- [ 68.2 ] O'BRIEN, T. Behaviour of Loaded Cable Systems. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 94, ST 10, Oct. 1968, pp. 2281-2302.
- [ 68.3 ] BUCHOLDT, H.A., DAVIES, M. & HUSSEY, M.J.L. The Analysis of Cable Nets. Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, Vol. 4, No 4, Dec. 1968, pp. 339-358.
- [ 68.4 ] BUCHOLDT, H.A. The Configuration of Prestressed Nets. Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 54, Trondheim 1968, pp. 1-32.

- [ 68.5 ] KRISHNA, P. & SPARKES, S.R. Analysis of Pretensioned Cable Systems. The Inst. of Civil Engineers Proceedings, Vol. 39, Jan. 1968, pp. 103-109.
- [ 68.6 ] KRISHNA, P. & NATARAJAN, P.R. Analysis of Doubly Curved Suspended Cable Roof Network. Bulletin of the Inst. Ass. for Shell Structures, No 34, June 1968, pp. 49-67.
- [ 68.7 ] LEONHARDT, F., EGGER, H. & HANG, E. Der Deutsche Pavillon auf der Expo '67 Montreal - eine vorgespannte Seilnetzkonstruktion. Der Stahlbau, No 4, April 1968, pp. 97-106.
- [ 68.8 ] MØLLMANN, H. The Analysis of Shallow Cables. Report No 4, Struct. Research Lab., Techn. Univ. of Denmark, Copenhagen, 1968, pp. 1-22.
- [ 68.9 ] MORALES, C. Shear-Volume Method of Solving Tensions in Cables, Journal of the Struct. Div., ASCE, ST 1, Jan. 1968, pp. 111.
- [ 68.10 ] TECZAN, S., KRISHNA, P. Numerical Solution of Non-Linear Structures. Journal of the Structural Division, ASCE, ST6, June 1968, pp. 1613.
- [ 68.11 ] TOTTEHAM, H. & WILLIAMS, P.G. The Analysis of a Cable Net treated as a Continuous System. Manuscript communicated by the authors, Nov. 1968, pp. 1-21.
- [ 69.1 ] AVENT, R.R. Nonlinear Field Analysis of Structural Nets. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 95, ST 5, May 1969, pp. 889-907.
- [ 69.2 ] BUCHOLDT, H.A. A Non-Linear Deformation Theory Applied to Two-dimensional Pretensioned Cable Assemblies. The Inst. of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 42, Jan. 1969, pp. 129-141.



- [ 69.3 ] BUCHOLDT, H.A. The Newton-Raphson Approach to Skeletal Assemblies having Significant Displacements. Report, Cable Structures Research and Development Centre, The Polytechnic, London, Oct. 1969, pp. 1-22.
- [ 69.4 ] MØLLMANN, H. Analysis of Plane, Prestressed Cable Structures. Report n<sup>o</sup> 6, Struct. Research Lab., Techn. Univ. of Denmark, Copenhagen, 1969, pp. 1-40.
- [ 69.5 ] OTTO, F. Tensile Structures - Cables, Nets and Membranes. Vol. II, Ed, The Mit Press, 1969.
- [ 69.6 ] PETERSSON, O. Hångkonstruktioner. Lund Institute of Technology, Div. of Struct. Mech. and Concrete Constr., Bulletin 13, 1969, pp. 1-39.
- [ 69.7 ] WILLIAMS, P.G. Analysis of a Cable Net treated as a Continuous System. Thesis, Univ. of Southampton, 1969,.
- [ 70.1 ] ARGYRIS, J.H. & SCHARPF, D.W. Berechnung vorgespannte Netzwerke. Bayrische Akademie der Wissenschaften, Math. naturwissenschaftliche Klasse, Sonderdrucke 4 aus der Sitzungsberichte, 1970, pp.25-58.
- [ 70.2 ] BUCHANAN, G.R. Two-dimensional Cable Analysis. Journ. of the Structural Division, July 1970, pp. 1581-1587.
- [ 70.3 ] BUCHOLDT, H.A. Tension Structures. The Structural Engineer, Vol. 48, N<sup>o</sup> 2, Febr. 1970, pp. 45-54.
- [ 70.4 ] BUCHOLDT, H.A. Pretensioned Cable Girders. The Inst. of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 45, March. 1970, pp. 453-469.

- [ 70.5 ] DAY, A.S. & BRUNCE, J.W. Analysis of Cable Net works. Civil Engineering and Public Works Review, April 1970, pp. 383-386.
- [ 70.6 ] GREENBERG, D.P. Inelastic Analysis of Suspension Roof Structures. Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol. 96, ST5, May 1970, pp. 905-930.
- [ 70.7 ] JENDO, S. Optimum Design of Prestressed Two-surface Hanging Structures. Archiwum Inżynierii Ladowej, (Warsaw), Vol. 16, N<sup>o</sup> 4, 1970, pp. 585-607.
- [ 70.8 ] JENSEN, J.J. Beregning og utformning av tau og membranstruktursjoner. Report, Div. of Structural Mechanics, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Jan. 1970, pp. 1-73.
- [ 70.9 ] JENSEN, J.J. Eine statische und dynamische Untersuchung der Seil- und Membrantragwerke. Thesis, Div. of Structural Mechanics, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Sept. 1970.
- [ 70.10 ] JONATOWSKI, J. & BIRNSTIEL, C. Inelastic Analysis of Suspension Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 96, ST 6, June 1970, pp. 1143-1166.
- [ 70.11 ] MØLLMANN, H. Analysis of Plane Prestressed Cable Structures. Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol. 96, ST 10, Oct. 1970, pp. 2059-2082.
- [ 70.12 ] MØLLMANN, H. The Analysis of Shallow Cables. Bygningsstatike Meddelelser, Vol. 41, N<sup>o</sup> 3, 1970, pp. 143-166.
- [ 70.13 ] SAAFAN, A.S. Theoretical Analysis of Suspension Roofs. Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol. 96, ST 2, Febr. 1970, pp. 393-405.

- [ 71.1 ] BARON, F. & VENKATESAN, M.S. Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 97, ST2, Febr. 1971, pp. 679-710.
- [ 71.2 ] BIRNSTIEL, C. et al. Cable-suspended Roof Construction State-of-the-Art. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 97, ST6, June 1971, pp. 1715-1761.
- [ 71.3 ] BUCHHOLDT, H.A. The Behaviour of Prestressed Circular Cable Grids. Manuscript communicated by the author, pp. 1-12.
- [ 71.4 ] BUCHHOLDT, H.A. & McMILLAN, B.R. Iterative Methods for the Solution of Pretensioned Cable Structures and Pinjointed Assemblies Having Significant Displacements. Manuscript communicated by the authors, pp. 1-12.
- [ 71.5 ] FRANCHI, A.; SCIROCOCO, R. On the dynamic of plane pretensioned cable Structures: Theoretical and Experimental Research, IASS, Pacific Symposium on Tension Structures, Tokio, 1971.
- [ 71.6 ] JENSEN, J.J. Das dynamische Verhalten eines vorgespannten Kabelnetzes. Div. of Struct. Mech., Norwegian Inst. of Technology, Trondheim, Norway, Report N9 71-2, Sept. 1971, pp. 1-70.
- [ 71.7 ] KNUDSON, W.C. Static and Dynamic Analysis of Cable-Net Structures. Dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1971.
- [ 71.8 ] KRISHNA, P. & AGARWAL, T.P. Study of Suspended Roof Model. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 97, ST6, June 1971, pp. 1671-1684.

- [71.9] LINKWITZ, K. & SCHEK, H.J. Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen. Ingenieur Archiv, Vol. 40, N<sup>o</sup> 3, 1971, pp. 145-158.
- [71.10] MAIER, G. & DE DONATO, O. Sulla Statica delle tensostrutture piane. Costruzioni Metalliche, N<sup>o</sup> 5, 1971, pp. 3-14.
- [71.11] MAJOWIECKI, M. Interstatik, Bologne (Italia). Structures Suspendues Systemé Jawerth. Acier-  
-Stahl-Steel, 4 - 1971.
- [71.12] MØLLMANN, H. Analysis of Hanging Roofs Using the Displacement Method. Acta Polytechnica Scandinavica, Ci 68, Copenhagen 1971, pp. 1-52.
- [71.13] MØLLMANN, H. Analytical Solution for a Cable Net Over a Rectangular Plan. Report N<sup>o</sup> R25, Struct. Reserach Lab., Techn. Univ. of Demmark, Copenhagen, 1971, pp. 1-17.
- [71.14] MURRAY, T.M. & WILLIAMS, N. Analysis of Inelastic Suspension Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 97, ST 12, Dec. 1971, pp. 2791-2806.
- [71.15] SCALZI, J.B. & McGRATH, W.K. Mechanical Properties of Structural Cables. Journ. of the Struct. Div. ASCE, Vol. 97, ST 12, Dec. 1971, pp. 2837-2844.
- [71.16] Subcommittee on Cable Suspended Roof Structures of the Task Committee on Special Structures of the Committee of Metals of the Structural Division. Cable Suspended Roof Construction - State of the Art, Journ. Struct. Div., ASCE, June 1971.

- [ 72.1 ] ARGYRIS, J.H. & SCHARPF, D.W. Large Deflection Analysis of Prestressed Networks. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 98, ST3, March. 1972, pp. 633-654.
- [ 72.2 ] BAUER, F. Das flache biegesteife Seil elastischer Einspannung an den Enden. Der Bauingenieur, Vol. 47, N9 11, Nov. 1972, pp. 387-393.
- [ 72.3 ] BRINKMANN, G. Untersuchungen zur Geometrie und Statik gleichmaschiger Netze. Universität Stut<sup>tt</sup>gart, SFB 64, Weitgespannte Flächentrahwerke, Mitteilungen 2/1972, pp. 5-45.
- [ 72.4 ] BUTLER, A.A.W. Long Span Cable Roof Construction. The Inst. of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 52, Part 1, Design and Constr., Nov. 1972, pp. 331-353.
- [ 72.5 ] McCAFFREY, R.J. & HARTMANN, A.J. Dynamics of Guyed Towers, Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 98, ST6, June 1972, pp. 1309-1323.
- [ 72.6 ] DOMINGUEZ, R.F. & SMITH, C.E. Dynamic Analysis of Cable Systems. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 98, ST8, Aug. 1972, pp. 1817-1834.
- [ 72.7 ] DE DONATO, O., MAIER, G. & SACCHI, G. Esperienze di laboratorio e numeriche sulla statica delle tensostrutture piane. Costruzioni Metalliche, N9 5, 1972, pp. 3-11.
- [ 72.8 ] GRÜNDIG, L. & HANGLEITER, U., Gleichgewichtsberehnungen an einem kleinen Seilnetz. Systematische Experimente mit verschiedenen Berechnungsmethoden. Universität Stut<sup>tt</sup>gart, SFB 64, Weitgespannte Flächentragwerke, Mitteilungen 3/1972, pp. 1-54.

- [ 72.9 ] JENNINGS, A. & MAIRS, J.E. Static Analysis of Suspension Bridges. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol.98, ST 11, Nov. 1972, pp. 2433-2454.
- [ 72.10 ] JENSEN, J.J. Das dynamische Verhalten eines vorgespannten Kabelnetzes. Div. of Struct. Mech., Norwegian Inst. of Technology, Trondheim, Norway, Report N<sup>o</sup> 72-3, Oct. 1972, pp. 1-70.
- [ 72.11 ] LEONARD, J.W. & RECKER, W.W. Nonlinear Dynamics of Cables with Low Initial Tension. Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 98, EM2, April 1972, pp. 293-309.
- [ 72.12 ] MAJOWIECKI, M. Les tensostructures de l'agence Fiat à San Giovanni in Persiceto (Bologne-Italie) A-cier-Stahl-Steel, 12/1972, pp. 497-502.
- [72.13] Seilkonstruktionen und seilverspannte Konstruktionen. Thema III a, Preliminary Report, IABSE Ninth Congress, Amsterdam 1972, Zürich, 1972, pp. 337-451.
- [ 72.15 ] YOKOO, Y., NAKAMURA, T., HEKI, K. & KAWAMATA, S.(ed) Tension Structures and Space Frames, Proceedings of the IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, Oct. 1971, Tokyo, 1972, 1042 pp.
- [ 73.1 ] JENSEN, J.J. Dynamics of Tension Roof Structures. Manuscript communicated by the author. Trondheim 1973, pp. 1.21.
- [ 73.2 ] KAR, A.K. & OKAZAKI, C.Y. Convergence in Highly Nonlinear Cable Net Problems. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 99, ST3, March 1973, pp. 321-334.
- [ 73.3 ] LEONARD, J.W. Nonlinear Dynamics of Curved Cable Elements. Technical Note, Journ. of the Eng. Mech.

Div., ASCE, Vol. 99, EM3, June 1973, pp.616-621.

- [ 73.4 ] LEONARD, J.W. Incremental Response of 3-D Cable Networks. Technical Note, Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 99, EM3, June 1973, pp. 621-629.
- [ 74.1 ] FOSTER, E.P. Jr. Experimental and Finite Element Analysis of Cable Roof Structures Including Pre cast Panels. Dissertation Abstracts, V 35:7(B), PhD Thesis, Vanderbilt Univ., 1974.
- [ 74.2 ] IRVINE, H.M. Studies in the Statics and Dynamics of Simple Cable Systems, Dynamics Laboratory Report. N<sup>o</sup> 108, California Institute of Technology, Pasadena, California, Jan. 1974.
- [ 74.3 ] IRVINE, H.M. and CAUGHEY, T.K. The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable. Proceedings of the Royal Society, London, England, A 341, 1974, pp. 299-315.
- [ 74.4 ] MAJOWIECKI, M. Tensostuctures de grandes portées en Italie, Acier-Stahl-Steel, pp. 499-502, dec. 1974.
- [ 75.1 ] IRVINE, H.M. Statics of Suspended Cables. Journal of the Structural Division, ASCE, June 1975, pp. 187-205.
- [ 75.2 ] IRVINE, H.M., JENNINGS, P.C. Lateral Stability of Cable Truss. Journal of the Structural Division, August 1975, pp. 403-416.
- [ 75.3 ] IRVINE, H.M. Statics and Dynamics of Cable Trusses, Journal of the Structural Division, August 1975, pp. 429-446.

- [ 75.4 ] WEST, H.H., GESCHWINDNER, L.F. and SUKOSKI, J.E.  
 Natural Vibrations of Suspended Cables. Journal  
 of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, Nov.  
 1975, pp. 2277-2291.
- [ 76.1 ] MOTE, S.H. Nonlinear Vibration of Cable Trusses.  
 Dissertation Abstract International, V. 37:2(B)  
 August 1976.
- [ 77.1 ] MOSCO, V. Toitures sur cables de grande portée.  
 Les Palais des sports de Kano et Sokoto (Nigeria)  
 Acier-Stahl-Steel, Oct. 1977, pp. 341-346.

## 6.2 - REFERÊNCIAS GERAIS

- [ 1 ] ANTOSIEWICZ, H.A. & RHEINBOLDT, W.C. Numerical Analy-  
 sis and Functional Analysis. In "Survey of Numerical  
 Analysis", J. Todd (ed.), New York, 1962, pp. 485-  
 -517.
- [ 2 ] ARGYRIS, J.H. & KELSEY, S. Energy Theorems and Struc-  
 tural Analysis. London, 1960.
- [ 3 ] ARGYRIS, J.H., KELSEY, S. & KAMEL, H. Matrix Methods of  
 Structural Analysis. In "Matrix Meth.of Struct.Anal",  
 B.F. de Veubeke (ed.), London, 1964. pp. 1-165.
- [ 4 ] ARGYRIS, J.H. Continua and Discontinua. Proceedings,  
 Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics,  
 Wright.Patterson Air Force Base, Ohio, 1965, pp. 11-  
 189.
- [ 5 ] ARGYRIS, J.H.& SCHARPF, D.H. Some General Considera-  
 tions on the Natural Mode Technique. Part I, Small  
 Displacements, Part II, Large Displacements. AJRaS,  
 Vol. 73, Nº 699, March 1969, pp. 218-226, and Nº 700,  
 April 1969, pp. 361-368.



- [ 6 ] BARON, F. & VENKATESAN, M.S. Nonlinear Formulation of Beam-Column Effects. Journ.of the Struct. Div., Vol. 97, ST4, April 1971, pp. 1305-1340.
- [ 7 ] BENDIXEN, A. Die Methode der Alpha-Gleichungen zur Berechnung von Rahmenkonstruktionen. Berlin, 1914.
- [ 8 ] COLLATZ, L. Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. 2nd Edition, Leipzig, 1963.
- [ 9 ] CONNOR, J.J. et al. Nonlinear Analysis of Elastic Framed Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 94, ST6, June 1968, pp. 1525-1547.
- [ 10 ] DAY, A.S. An Introduction to Dynamic Relaxation. The Engineer, London, N<sup>o</sup> 219, Jan. 1965, pp. 219-221.
- [ 11 ] FLETCHER, R. & POWELL, M.J.D. A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization. The Computer Journal, Vol. 6, N<sup>o</sup> 2, 1963, pp. 163-168.
- [ 12 ] FLETCHER, R. & REEVES, C.M. Function Minimization by Conjugate Gradients. The Computer Journal, Vol. 7, N<sup>o</sup> 2, 1964, pp. 149-154.
- [ 13 ] GREEN, A.E. & ZERNA, W. Theoretical Elasticity. Ox-  
ford, 1954.
- [ 14 ] HALL, A.S. & WOODHEAD, R.W. Frame Analysis. New York, 1961.
- [ 15 ] HESTENES, M.R. & STIEFEL, E. Methods of Conjugate Graadients for Solving Linear Systems. Journ.Res.Nat. Bur. Standards, Vol. 49, 1952, pp. 409-436.
- [ 16 ] HIBBITH, H.D., MARCAL, P.V. & RICE, J.R. Finite Ele-  
ment Formulation for Problems of Large Strain and  
Large Displacements. Int.Journ.of Solids and Structures, N<sup>o</sup> 6, 1970, pp. 1069-1086.

- [ 17 ] JENNINGS, A. Frame Analysis Including Change of Geometry. Journ.of the Struct.Div., ASCE, Vol. 94, ST3, March 1968, pp. 627-644.
- [ 18 ] JOHNSON, D. & BROTTON, D.M. A Finite Deflection Analysis for Space Structures. In "Space Structures" R. M. Davies (ed.), Oxford, 1967, pp. 244-255.
- [ 19 ] KAMBE, E. Theory of Sets. New York, 1950.
- [ 20 ] KANTOROWITSCH, L.W. & AKILOV, G.P. Funktionalanalysis in normierten Räumen. Berlin, 1964.
- [ 21 ] KOITER, W.T. On the Instability of Equilibrium in the Absence of a Minimum of the Potential Energy. Proc. Royal Neth. Acad.Sci., Series B, Vol. 68, 1965, pp. 107-113.
- [ 22 ] LEE, S.L. MANUEL, F.S. & ROSSOW, E.C. Large Deflections and Stability of Elastic Frames. Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 94, EM 2, April 1968, pp. 521-547.
- [ 23 ] LIVESLEY, R.K. & CHANDLER, D.B. Stability Functions for Structural Frameworks. Manchester, 1956.
- [ 24 ] LIVESLEY, R.K. Matrix Methods of Structural Analysis. London, 1964.
- [ 25 ] LO, C.F. & CONWAY, H.D. The Elastic Stability of Curved Beams. Int. Journal of Mech. Sciences, Vol. 9, No 8, Aug. 1967, pp. 527-538.
- [ 26 ] MALLETT, R.H. & MARCAL, P.V. Finite Element Analysis of Nonlinear Structures. Journ.of the Struct. Div. ASCE, Vol. 94, ST9, Sept. 1968, pp. 2081-2105.
- [ 27 ] MARTIN, H.C. On the Derivation of Stiffness Matrices for the Analysis of Large Deflection and Stability

Problems. Proceedings, Conf. on Matrix Meth. in Struct. Mech. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1965, pp. 697-716.

- [ 28 ] MORREY, C.B. Nonlinear Methods. In "Modern Mathematics for the Engineer", E.F. Beckenbach (ed.) New York, 1956, pp. 389-427.
- [ 29 ] ODEN, J.T. Finite Element Application in Nonlinear Structural Analysis. Paper in "Application of Finite Element Methods in Civil Engineering", W.H. Rowan & H. HACKETT (ed.) Vanderbilt Univ., ASCE, Nashville, Tennessee, 1969, pp. 419-456.
- [ 30 ] OSTENFELD, A. Die Deformationsmethode. Berlin, 1926.
- [ 31 ] OSTROWSKI, A.M. Solution of Equations and Systems of Equations. 2nd Edition, New York, 1966.
- [ 32 ] OTTER, J.R.H. et al. Dynamic Relaxation. The Inst. of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 35, Dec. 1966, pp. 633-656.
- [ 33 ] PESTEL, E.C. & LECKIE, F.A. Matrix Methods in Elastomechanics. New York, 1963.
- [ 34 ] POWELL, G.H. Theory of Nonlinear Elastic Structures. Journ. of the Struct. Div., ASCE, Vol. 95, ST 12, Dec. 1969, pp. 2687-2701.
- [ 35 ] PRZEMIENIECKI, J.S. Theory of Matrix Structural Analysis. New York, 1968.
- [ 36 ] ROSANOFF, R.A. & GINSBURG, T.A. Matrix Error Analysis for Engineers. Proceedings, Conf. on Matrix Meth. in Struct. Mech., Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1965, pp. 887-910.
- [ 37 ] ROSANOFF, R.A. et al. Numerical Conditions of Stiffness

Matrix Formulations for Frame Structures. Proceedings, 2nd Conf. on Matrix Meth. in Struct. Mech., Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1968, pp. 1-49.

- [ 38 ] ROY, J.R. Numerical Error in Structural Solutions. Journ.of the Struct. Div., ASCE, Vol. 97, ST4, April 1971, pp. 1039-1054.
- [ 39 ] TRAUB, J.F. Iterative Methods for Solution of Equations. New York, 1964.
- [ 40 ] WILKINSON, J.H. Rounding Error in Algebraic Processes. Notes on Applied Science, No 32, Her Majesty's Stationery Office, London, 1963.
- [ 41 ] WILKINSON, J.H. The Solution of Ill-conditioned Linear Equations. In "Mathematical Methods for Digital Computers", A. Ralston & H.S. Wilf (ed.), Vol. II, New York, 1967, pp. 65-93.
- [ 42 ] WILLIAMS, F.W. An Approach to the Non-linear Behaviour of a Rigid Jointed Plane Framework with Finite Deflections. Quart. Journ.of Mech.and Appl. Math., Vol. XVII, Pt. 4, 1964, pp. 451-469.
- [ 43 ] ZAGUSKIN, V.L. Handbook of Numerical Methods for the Solution of Algebraic and Transcendental Equations. London, 1961.
- [ 44 ] ZARGHAMEE, M.S. & SHAL, J.M. Stability of Space Frames. Journ. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 94, EM 2, April 1968, pp. 371-384.

## APÊNDICE

### PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

#### 1. ENTRADA DE DADOS

Para a solução de um determinado problema, a estrutura deve ser numerada de forma a se obter a menor largura de banda possível, com os nós de apoio sendo deixados para o final, já que suas posições supostas conhecidas, não entram na montagem da matriz de rigidez.

Os carregamentos considerados devem ser concentrados nos nós do cabo-treliça para serem fornecidos ao programa.

##### 1.1 - DADOS REFERENTES ÀS CARACTERÍSTICAS DA ESTRUTURA

Em um cartão, são dados o vão livre (LV), a flecha do cabo portante ( $F_1$ ), a flecha do cabo tensor ( $F_2$ ), o desnível entre arranques do cabo portante ( $F_3$ ), o desnível entre arranques do cabo tensor ( $F_4$ ), a distância entre os arranques à esquerda ( $D_1$ ) e à direita ( $D_2$ ), as componentes horizontais da protensão nos cabos portante e tensor ( $H_1$  e  $H_2$ ).

Em seguida, o valor (KAB), indicativo do tipo

da estrutura é fornecido ao programa; 0 (zero) para estruturas de cabos-treliça com hastes verticais, e 1 (um) para cabos-Jawerth. Desta forma, em função disso, o programa tomará um ou outro caminho.

Para a geração das coordenadas, por exemplo, no primeiro caso é necessário apenas que se dê o espaçamento dos tirantes (S), enquanto que no segundo, as distâncias horizontais entre nós, nos cabos portante (SS(J)) e tensor (SF(J)) precisam ser fornecidas ao programa.

Da mesma forma, para se ter a vinculação das barras aos nós, no caso dos cabos com hastes verticais, é possível que o próprio programa gere estes dados, enquanto que no caso do cabo-Jawerth, é necessário que estes sejam fornecidos, já que o arranjo das diagonais é mais ou menos aleatório.

Feito isso, são lidas as características dos cabos, isto é, módulos de elasticidade ( $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ), respectivamente, dos cabos tensor e portante e espaçadores, áreas da seção transversal ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ) e tipo de elemento ( $NT_1$ ,  $NT_2$  e  $NT_3$ ), tracionado e comprimido.

## 1.2 - DADOS REFERENTES ÀS CARGAS CONSIDERADAS

Encerrando o bloco de dados, vêm os carregamentos, sempre dados em funções de cargas nodais nas direções x e y escolhidas.

Assim, em cada cartão são dados o número do nó, a carga horizontal ( $P_1$ ) e a carga vertical ( $P_2$ ).

## 2. LISTAGEM DO DECK

(Ver folhas seguintes)

```

0001      SUBROUTINE DECOB(A,N,MS)
C
C ESTE PROGRAMA FAZ A DECOMPOSICAO
C DE UMA MATRIZ SIMETRICA, ARMAZENADA DE ACORDO
C COM O ESQUEMA DE BANDA SIMETRICA, EM UMA
C MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR
C
0002      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
0003      DIMENSION A(170,10)
0004      IF(A(1,1))1,1,5
0005      1 WRITE(5,2)
0006      2 FORMAT(10X,'RADICANDO ZERO OU NEGATIVO')
0007      GO TO 200
0008      5 A(1,1)=DSORT(A(1,1))
0009      DO 10 J=2,MS
0010      10 A(1,J)=A(1,J)/A(1,1)
0011      DO 40 I=2,N
0012      I1=I-1
0013      D=A(I,I1)
0014      DO 20 L=1,I1
0015      I3=I-L+1
0016      IF(I3-MS)19,19,20
0017      19 D=D-A(L,I3)*A(L,I3)
0018      20 CONTINUE
0019      IF(D)1,1,21
0020      21 A(I,1)=DSORT(D)
0021      I2=I+1
0022      N1=I+MS-1
0023      DO 40 J=I2,N1
0024      I3=J-I+1
0025      D=A(I,I3)
0026      DO 30 L=1,I1
0027      I4=I-L+1
0028      IF(I4-MS)23,23,30
0029      23 I5=J-L+1
0030      IF(I5-MS)31,31,30
0031      31 D=D-A(L,I4)*A(L,I5)
0032      30 CONTINUE
0033      40 A(I,I3)=D/A(I,1)
0034      200 RETURN
0035      END

```

```

0001      SUBROUTINE CHOLE(A,B,N,MS)
C
C SOLUCAO DE UM SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
C PELO METODO DE CHOLESKI PARA MATRIZES SIMETRICAS
C
C A MATRIZ DO SISTEMA
C B VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES
C C VETOR AUXILIAR
C N ORDEM DE A
C
0002      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
0003      DIMENSION A(170,10),B(170)
C
C CALCULO DO VETOR C E ARMAZENAGEM EM B
C
0004      B(1)=B(1)/A(1,1)
0005      DO 10 I=2,N
0006      D=B(1)
0007      I1=I-1
0008      DO 6 L=1,I1
0009      IF(I-L+1-MS)5,5,6
0010      5 D=D-A(L,I-L+1)*B(L)
0011      6 CONTINUE
0012      10 B(I)=D/A(I,1)
0013      B(N)=B(N)/A(N,1)
C
C CALCULO DAS INCOGNITAS E ARMAZENAGEM EM B
C
0014      N1=N-1
0015      DO 30 L=1,N1
0016      K=N-L
0017      K1=K+1
0018      N2=MS+K-1
0019      DO 20 J=K1,N2
0020      B(K)=B(K)-A(K,J-K+1)*B(J)
0021      30 B(K)=B(K)/A(K,1)
0022      RETURN
0023      END

```

```

C
C ANALISE DE CABOS TRELICA POR PROCESSO DISCRETO
C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS DOS NOS E ESFORÇOS NAS BARRAS
C
0001      IMPLICIT REAL*8 (A-H,L,O-Z)
0002      INTEGER ADJ(85,5)
0003      DIMENSION L(120),LA1(120),LA2(120),LX(120)
0004      DIMENSION SS(10),SI(10)
0005      DIMENSION X(85),Y(85),E(120),A(120),QX(85),QY(85),DEF(120),
      *T(120),G(120),SO(120),PX(85),PY(85),DQ(170),A11(120),A22(120),
      *A12(120),A21(120),B(170,10),I(120),NI(120),NF(120),NTIPO(120),
      *N(85)
0006      WRITE(5,501)
0007 501     FORMAT('1',5X,'CALCULO DE CABOS-TRELICA POR PROCESSO DISCRETO')
0008      WRITE(5,502)
0009 502     FORMAT(5X,46(' '),//)
C
C LEITURA DO NUMERO DE ESTRUTURAS A SEREM CALCULADAS
C
0010      READ(6,1)NES
0011 1      FORMAT(I3)
0012      WRITE(5,17)NES
0013 17     FORMAT(5X,'NUMERO DE ESTRUTURAS CALCULADAS',I3,//)
0014      NST=1
0015 5      CONTINUE
0016      WRITE(5,109)NST
0017 109    FORMAT(5X,'ESTRUTURA NUMERO',I3)
0018      WRITE(5,51)
0019 51     FORMAT('1',/,5X,'CARACTERISTICAS DA ESTRUTURA A SER CALCULADA',//)
C
C LEITURA DAS CARACTERISTICAS DA ESTRUTURA
C
0020      READ(6,7)LV,F1,F2,F3,F4,D1,D2,H1,H2,P
0021 7      FORMAT(10F8.0)
0022      WRITE(5,105)LV
0023 105    FORMAT(5X,'VAO LIVRE',F8.2,/)
0024      WRITE(5,106)F1
0025 106    FORMAT(5X,'FLECHA DO CABO PORTANTE',F8.2)
0026      WRITE(5,107)F2
0027 107    FORMAT(5X,'FLECHA DO CABO TENSOR',F8.2,/)
0028      WRITE(5,503)F3
0029 503    FORMAT(5X,'DESNIVEL ENTRE ARRANQUES DO CABO PORTANTE',F8.2)
0030      WRITE(5,504)F4
0031 504    FORMAT(5X,'DESNIVEL ENTRE ARRANQUES DO CABO TENSOR',F8.2)
0032      WRITE(5,505)D1,D2
0033 505    FORMAT(/,5X,'DISTANCIA VERTICAL ENTRE OS ARRANQUES DOS CABOS A ESQ
      *UERDA E A DIREITA',2F8.2,/)
0034      WRITE(5,508)P
0035 508    FORMAT(5X,'CARGA EQUIVALENTE A PROTENSÃO',F8.2,/)
0036      WRITE(5,509)H1
0037 509    FORMAT(5X,'COMPONENTE HOR DA PROTENSÃO NO CABO PORTANTE',F8.2)
0038      WRITE(5,510)H2
0039 510    FORMAT(5X,'COMPONENTE HORIZONTAL DA PROT NO CABO TENSOR',F8.2)
C
C LEITURA DO TIPO DE CABO
C
0040      READ(6,511)KAB
0041 511    FORMAT(I3)
0042      IF(KAB)512,512,513
0043 513    CONTINUE
C
C LEITURA DO NUMERO DE NOS,DE ELEMENTOS E DE NOS INTERNOS
C
0044      READ(6,10)NNOS,NEL,NNI
0045 10     FORMAT(3I5)
C
C LEITURA DO NUMERO DE ELEMENTOS NOS CABOS PORTANTE E TENSOR
C
0046      READ(6,517)NC1,NC2
0047 517    FORMAT(2I3)
C
C LEITURA DOS ESPACAMENTOS DOS NOS NOS CABOS
C
0048      READ(6,111)((SS(J),J=1,NC1)
0049 111    FORMAT(10F8.0)
0050      READ(6,112)((SI(J),J=1,NC2)
0051 112    FORMAT(10F8.0)
0052      X(1)=SS(1)

```



```

0053      NC11=NC1-1
0054      DO 113 J=2,NC11
0055      X(2*J-1)=X(2*J-3)+SS(J)
0056      Y(2*J-1)=-4*F1*X(2*J-1)**2/LV**2+F3*X(2*J-1)/LV+4*F1*X(2*J-1)/LV
0057      X(2)=SI(2)
0058      NC22=NC2-1
0059      DO 114 J=2,NC22
0060      X(2*J)=X(2*J-2)+SI(J)
0061      Y(2*J)=4*F2*X(2*J)**2/LV**2+F4*X(2*J)/LV-4*F2*X(2*J)/LV+D1
0062      GO TO 13
0063      512  CONTINUE
C
C LEITURA DO NUMERO DE ESPACAMENTOS DE TIRANTES A SEREM CONSIDERADOS
C
0064      READ(6,8)NS
0065      8    FORMAT(I3)
0066      WRITE(5,18)NS
0067      18   FORMAT('1',5X,'NUMERO DE ESPACAMENTOS DE TIRANTES CONSIDERADOS',I3
0068      *,/)
0069      NSP=1
0069      9    CONTINUE
C
C LEITURA DO ESPACAMENTO DOS TIRANTES
C
0070      READ(6,11)S
0071      11   FORMAT(F10.0)
0072      WRITE(5,108)NSP,S
0073      108  FORMAT(/,5X,'CASO',I5,'ESPACAMENTO',F8.2)
C
C LEITURA DOS NUMEROS DE NOS,DE ELEMENTOS E DE NOS INTERNOS
C
0074      READ(6,520)NNOS,NEL,NNI
0075      520  FORMAT(3I5)
0076      READ(6,506)NC1,NC2
0077      506  FORMAT(2I5)
0078      K1=NNI/2
0079      DO 13 K=1,K1
0080      X(2*K-1)=K*S
0081      Y(2*K-1)=-4*F1*X(2*K-1)**2/LV**2+F3*X(2*K-1)/LV+4*F1*X(2*K-1)/LV
0082      X(2*K)=K*S
0083      Y(2*K)=4*F2*X(2*K)**2/LV**2+F4*X(2*K)/LV-4*F2*X(2*K)/LV+D1
0084      13   CONTINUE
C
C LEITURA DAS COORDENADAS DOS NOS DE APOIO
C
0085      NNIA=NNI+1
0086      DO 20 I=NNIA,NNOS
0087      READ(6,30)K,X(K),Y(K)
0088      30   FORMAT(I5,2F10.0)
0089      CONTINUE
0090      WRITE(5,31)
0091      31   FORMAT(/,5X,'NUMERO DO NO',5X,'COORDENADA X',9X,'COORDENADA Y',/)
0092      DO 500 K=1,NNOS
0093      WRITE(5,14)K,X(K),Y(K)
0094      14   FORMAT(10X,I3,7X,E14.4,7X,E14.4,/)
0095      CONTINUE
0096      WRITE(5,507)NC1,NC2
0097      507  FORMAT(5X,'NUMERO DE ELEMENTOS NOS CABOS PORTANTE E TENSOR',2I3)
C
C LEITURA DAS CARACTERISTICAS DE CADA BARRA
C
0098      WRITE(5,32)
0099      32   FORMAT(/,5X,'BARRA',2X,'NO INICIAL',2X,'NO FINAL',6X,'MODULO ELAST
0100      ',6X,'SECAO TRANSV',6X,'TIPO',2X,/)
0101      IF(KAB)50,550,523
0101      550  CONTINUE
C
C LEITURA DAS CARACTERISTICAS DOS CABOS
C
0102      READ(6,525)E1,E2,E3,A1,A2,A3,NT1,NT2,NT3
0103      525  FORMAT(6F10.0,3I5)
0104      DO 526 J=1,NC1
0105      A(J)=A1
0106      NTIPC(J)=NT1
0107      526  E(J)=E1
0108      NC1A=NC1+1
0109      NC1B=NC1+NC2

```

```

0110      DO 527 J=NC1A,NC1B
0111      A(J)=A2
0112      NTIPO(J)=NT2
0113      527 E(J)=E2
0114      NC1C=NC1B+1
0115      DO 528 J=NC1C,NEL
0116      A(J)=A3
0117      NTIPO(J)=NT3
0118      528 E(J)=E3
0119      NI(1)=NC1+NC2+1
0120      NF(1)=1
0121      DO 521 J=2,NC1
0122      NI(J)=2*J-3
0123      521 NF(J)=2*J-1
0124      NI(NC1+1)=NC1+NC2+2
0125      NF(NC1+1)=2
0126      DO 522 J=2,NC2
0127      NI(NC1+J)=2*J-2
0128      522 NF(NC1+J)=2*J
0129      DO 541 J=NC1C,NEL
0130      NI(J)=2*(J-NC1B)-1
0131      541 NF(J)=2*(J-NC1B)
0132      GO TO 524
0133      523 CONTINUE
0134      DO 50 I=1,NEL
0135      READ(6,60)J,NI(J),NF(J),E(J),A(J),NTIPO(J),TI(J)
0136      60  FORMAT(3I5,2F10.0,I5,F10.0)
0137      50  CONTINUE
0138      524 CONTINUE
0139      DO 538 J=1,NEL
0140      WRITE(5,70)J,NI(J),NF(J),E(J),A(J),NTIPO(J)
0141      70  FORMAT(3(I5X,I5),2(I5X,E14.4),3X,I5)
0142      538 CONTINUE
0143      READ(6,61)MS
0144      61  FORMAT(I3)
0145      IF(KAB)531,531,535
0146      531 CONTINUE
0147      NNI1=NNI/2
0148      DO 532 J=1,NNI1
0149      ADJ(2*J-1,1)=J
0150      ADJ(2*J-1,2)=J+1
0151      ADJ(2*J-1,3)=2*NC1+J
0152      ADJ(2*J,1)=NC1+J
0153      ADJ(2*J,2)=NC1+J+1
0154      532 ADJ(2*J,3)=2*NC1+J
0155      WRITE(5,540)
0156      540  FORMAT(/,5X,'NO',2X,'NUMERO DAS BARRAS CONVERGENTES AO NO')
0157      READ(6,560)NCO
0158      560  FORMAT(I5)
0159      DO 534 J=1,NNI
0160      NI(J)=NCO
0161      WRITE(5,536)J,(ADJ(J,I),I=1,3)
0162      536  FORMAT(5X,I3,12X,3(I3,2X))
0163      534 CONTINUE
0164      GO TO 537
0165      535 CONTINUE
C
C LEITURA DO NUMERO DE BARRAS CONVERGENTES EM CADA NO
C
0166      WRITE(5,92)
0167      92  FORMAT(/,5X,'NO',2X,'NUMERO DAS BARRAS CONVERGENTES AO NO')
0168      DO 80 I=1,NNOS
0169      READ(6,90)K,N(K)
0170      90  FORMAT(2I5)
0171      NB=N(K)
C
C LEITURA DOS NUMEROS DESSAS BARRAS
C
0172      READ(6,91)K,(ADJ(K,M),M=1,NB)
0173      91  FORMAT(6I5)
0174      WRITE(5,93)I,(ADJ(I,M),M=1,NB)
0175      93  FORMAT(5X,I3,12X,5(I3,2X))
0176      80  CONTINUE
0177      537 CONTINUE
C
C CALCULO DO COMPRIMENTO E PCRCA INICIAL DAS BARRAS

```

```

0178      DO 140 J=1,NC1
0179      K1=NI(J)
0180      K2=NF(J)
0181      XK=X(K1)-X(K2)
0182      YK=Y(K1)-Y(K2)
0183      LX(J)=DSQRT(XK*XK+YK*YK)
0184      LA1(J)=DABS(XK/LX(J))
0185      TI(J)=H1/LA1(J)
0186      N1=NC1+1
0187      N2=NC2+NC1
0188      DO 97 J=N1,N2
0189      K1=NI(J)
0190      K2=NF(J)
0191      XK=X(K1)-X(K2)
0192      YK=Y(K1)-Y(K2)
0193      LX(J)=DSQRT(XK*XK+YK*YK)
0194      LA1(J)=DABS(XK/LX(J))
0195      TI(J)=H2/LA1(J)
0196      N3=N2+1
0197      IF(KAB,514,514,515)
0198      CONTINUE
0199      DO 98 J=N3,NEL
0200      K1=NI(J)
0201      K2=NF(J)
0202      XK=X(K1)-X(K2)
0203      YK=Y(K1)-Y(K2)
0204      LX(J)=DSQRT(XK*XK+YK*YK)
0205      TI(J)=P*S
0206      GO TO 516
0207      515 CONTINUE
0208      DO 516 J=N3,NEL
0209      K1=NI(J)
0210      K2=NF(J)
0211      XK=X(K1)-X(K2)
0212      YK=Y(K1)-Y(K2)
0213      LX(J)=DSQRT(XK*XK+YK*YK)
0214      LA2(J)=DABS(YK/LX(J))
0215      TI(J)=P*DABS(XK)/LA2(J)
0216      516 WRITE(5,101)
0217      101 FORMAT(5X,'BARRA',5X,'FORCA INICIAL',/)
0218      DO 102 J=1,NEL
0219      WRITE(5,99)J,TI(J)
0220      99  FORMAT(3X,I3,5X,E14.4)
0221      102 CONTINUE
C
C CALCULO DO COMPRIMENTO INDEFORMADO DAS BARRAS
C
0222      DO 103 J=1,NEL
0223      SD(J)=LX(J)/(1+TI(J)/E(J)/A(J))
0224      103 CONTINUE
C LEITURA DO NUMERO DE CARREGAMENTOS A SEREM CONSIDERADOS
0225      READ(6,4)NCA
0226      4  FORMAT(I3)
0227      WRITE(5,95)NCA
0228      95  FORMAT(/,5X,'NUMERO DE CARREGAMENTOS ',I3,/)
0229      NA=1
0230      CONTINUE
C
C LEITURA DO NUMERO DE NOS CARREGADOS
C
0231      READ(6,100)NNC
0232      100 FORMAT(I3)
0233      DO 110 I=1,NNI
0234      QX(I)=0
0235      110 QY(I)=0
0236      WRITE(5,96)NA
0237      96  FORMAT(/,5X,'CARREGAMENTO ',I3,/)
C
C LEITURA DAS CARGAS APLICADAS EM CADA NO
C
0238      WRITE(5,33)
0239      33  FORMAT(/,5X,'NO',8X,'CARGA HORIZONTAL',8X,'CARGA VERTICAL',/)
0240      DO 120 J=1,NNC
0241      READ(6,130)I,P1,P2
0242      130 FORMAT(I5,2F10.0)
0243      WRITE(5,131)I,P1,P2
0244      131 FORMAT(IX,I5,9X,E14.4,10X,E14.4,/)
0245      QX(I)=QX(I)+P1

```

```

0246      120      QY(I)=QY(I)+P2
0247      KUNT=0
0248      270      CONTINUE
0249      DO 144 J=1,NEL
0250      K1=NI(J)
0251      K2=NF(J)
C
C      CALCULO DO COMPRIMENTO DEFORMADO DAS BARRAS
C
0252      XK=X(K1)-X(K2)
0253      YK=Y(K1)-Y(K2)
0254      L(J)=DSQRT(XK*XK+YK*YK)
C
C      CALCULO DA DEFORMACAO ESPECIFICA DE CADA BARRA
C
0255      DEF(J)=(L(J)-SO(J))/SO(J)
C
C      CALCULO DOS COSSENDOS DIRETORES DAS BARRAS
C
0256      LA1(J)=(X(K2)-X(K1))/L(J)
0257      LA2(J)=(Y(K2)-Y(K1))/L(J)
C
C      CALCULO DA FORCA E DA RIGIDEZ DAS BARRAS
C
0258      IF(NTIPO(J)-3)141,142,141
0259      IF(DEF(J))143,148,142
0260      143      T(J)=0
0261      G(J)=0
0262      GO TO 145
0263      148      T(J)=0
0264      G(J)=E(J)*A(J)/L(J)
0265      GO TO 145
0266      142      T(J)=E(J)*A(J)*DEF(J)
0267      G(J)=E(J)*A(J)/L(J)
0268      145      CONTINUE
0269      144      CONTINUE
0270      271      CONTINUE
C
C      CALCULO DA FORCA DESEQUILIBRADA EM CADA NO
C
0271      DO 150 J=1,NNI
0272      PX(J)=OX(J)
0273      PY(J)=OY(J)
0274      NB=N(J)
0275      DO 160 K=1,NB
0276      J1=ADJ(J,K)
0277      J2=NI(J1)
0278      J3=NF(J1)
0279      IF(J-J2)161,162,161
0280      162      PX(J)=PX(J)+T(J1)*(X(J3)-X(J2))/L(J1)
0281      PY(J)=PY(J)+T(J1)*(Y(J3)-Y(J2))/L(J1)
0282      GO TO 160
0283      161      PX(J)=PX(J)-T(J1)*(X(J3)-X(J2))/L(J1)
0284      PY(J)=PY(J)-T(J1)*(Y(J3)-Y(J2))/L(J1)
0285      160      CONTINUE
0286      150      CONTINUE
0287      DO 151 J=1,NNI
0288      IF(DABS(PX(J))+DABS(PY(J))-0.01)151,151,152
0289      151      CONTINUE
0290      GO TO 280
0291      152      DO 153 J=1,NNI
0292      DQ(2*J-1)=PX(J)
0293      DQ(2*J)=PY(J)
C
C      CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS
C
0294      DO 163 JE=1,NEL
0295      A11(JE)=G(JE)*(LA1(JE)**2+T(JE)/L(JE)
0296      A12(JE)=G(JE)*LA1(JE)*LA2(JE)
0297      A21(JE)=A12(JE)
0298      A22(JE)=G(JE)*(LA2(JE)**2+T(JE)/L(JE)
0299      163      CONTINUE
C
C      CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA GLOBAL
C
0300      NNII=2*NNI
0301      DO 171 I=1,NNII
0302      DO 172 J=1,MS

```

```

0303      172  B(I,J)=0
0304      172  CONTINUE
0305      DO 170 K=1,NNI
0306      DO 180 M=K,NNI
0307      IF(K-M)190,200,190
0308      200  NE=N(M)
0309      SA11=0
0310      SA12=0
0311      SA21=0
0312      SA22=0
0313      DO 201 ME=1,NE
0314      KI=ADJ(M,ME)
0315      SA11=SA11+A11(KI)
0316      SA12=SA12+A12(KI)
0317      SA21=SA21+A21(KI)
0318      201  SA22=SA22+A22(KI)
0319      K1=2*K-1
0320      K2=2*K
0321      B(K1,1)=SA11
0322      B(K2,1)=SA22
0323      B(K1,2)=SA12
0324      GO TO 180
0325      190  NE=N(M)
0326      NO=N(K)
0327      DO 210 ME=1,NE
0328      DO 210 M1=1,NO
0329      KI=ADJ(M,ME)
0330      KE=ADJ(K,M1)
0331      IF(KI-KE)210,220,210
0332      210  CONTINUE
0333      GO TO 180
0334      220  K1=2*K-1
0335      K2=2*K
0336      K3=2*M-2*K+1
0337      K4=2*M-2*K+2
0338      K5=2*M-2*K
0339      B(K1,K3)=-A11(KI)
0340      B(K1,K4)=-A12(KI)
0341      B(K2,K5)=-A21(KI)
0342      B(K2,K3)=-A22(KI)
0343      180  CONTINUE
0344      170  CONTINUE
C
C CALCULO DA MATRIZ TRIANGULAR EQUIVALENTE
C
0345      CALL DECQB(B,NNI,MS)
C
C CALCULO DAS INCOGNITAS (DESLOCAMENTOS)
C
0346      CALL CHOLE(B,DQ,NNI,MS)
C
C CALCULO DAS NOVAS COORDENADAS DOS NOS
C
0347      DO 260 KOC=1,NNI
0348      X(KOC)=X(KOC)+DQ(2*KOC-1)
0349      Y(KOC)=Y(KOC)+DQ(2*KOC)
0350      260  KONT=KONT+1
0351      IF(KONT-4)270,270,280
0352      280  CONTINUE
0353      WRITE(5,53)
0354      53  FORMAT('1',5X,'POSICAO DE EQUILIBRIO PARA O CARREGAMENTO',/)
0355      WRITE(5,41)
0356      41  FORMAT('/',5X,'NO',6X,'COORDENADA X',6X,'COORDENADA Y',/)
0357      DO 291 I=1,NNUS
0358      291  WRITE(5,290)I,X(I),Y(I)
0359      290  FORMAT(3X,13,5X,E14.4,5X,E14.4,/)
0360      WRITE(5,54)
0361      54  FORMAT('1',5X,'ESFORÇOS FINAIS NAS BARRAS',/)
0362      WRITE(5,42)
0363      42  FORMAT('/',5X,'BARRA',5X,'FORÇA FINAL',/)
0364      DO 292 I=1,NEL
0365      292  WRITE(5,300)I,T(I)
0366      300  FORMAT(3X,13,5X,E14.4,/)
0367      WRITE(5,301)KONT
0368      301  FORMAT(5X,'NUMERO DE ITERACOES ',13,/)
0369      NA=NA+1
0370      IF(NA-NCA)2,2,3
0371      3    CONTINUE

```

```
0372      NSP=NSP+1
0373      IF(NSP-NS)9,9,15
0374 15     CONTINUE
0375      NST=NST+1
0376      IF(NST-NES)5,5,6
0377 6     CONTINUE
0378      CALL EXIT
0379      END
```