

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

Influência da Umidade e da Densidade na Resistência à Compressão da Madeira

Eng.º JULIO CÉSAR PIGOZZO



Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. João César Hellmeister - Orientador (EESC-USP)
Prof. Dr. Wander Miranda de Camargo (Hidroservice)
Profa. Dra. Helena Maria C. C. Antunes (EESC-USP)

SÃO CARLOS, maio de 1982

RESUMO

Numerosos e diferentes sistemas estruturais vem sendo estudados teórica e experimentalmente no "Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira" (LaMEM). Muito destes exigem conhecimentos da influência da densidade e do conteúdo de umidade na elasticidade e na resistência da madeira submetida à compressão, objeto deste trabalho.

Adotou-se uma técnica especial para selecionar os corpos de prova. Diversas barras de Peroba Rosa [Aspidosperma Peroba] contendo densidades variadas foram escolhidas ao acaso. De cada barra obteve-se sete corpos de prova, que antes dos ensaios mecânicos foram condicionados em diferentes níveis de umidade. Os resultados de resistência à compressão paralela às fibras, para várias densidades em diferentes umidades, foram cuidadosamente analisados através de Regressão Linear Múltipla. Equações altamente significativas deram origem a diagramas úteis e didáticos.

ABSTRACT

Many and different structural systems have been under theoretical and experimental studies in the "Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeiras" (LaMEM). Most of them require knowledge of the density and moisture content influence in the parallel compressive elasticity and strength of wood, aim of this work.

A special technic was adopted for the selection of the specimens for tests, that is: many bars of Peroba Rosa [Aspidosperma Peroba] were chosen at random, having different densities and were cut in specimens, conditioned in different levels of moisture content, before mechanical testing.

The analysis of the experimental results was done very carefully. Highly significant equations were derived, applying multiple regression analysis. Useful and didactical diagrams were plotted, relating the variables studied.

Aos meus pais

Pedro Domingos

e

Maria Luiza

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. João Cesar Hellmeister pela amizade, orientação e por todo empenho em dar as condições necessárias à elaboração deste trabalho.

Ao Prof. Dr. José Ferreira Carvalho pelo indispensável acompanhamento e orientação na análise estatística.

Aos professores, pós-graduando, graduados e funcionários do LaMEM pela amizade e colaboração tornando mais fácil e agradável a elaboração deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

ÍNDICE

	pág.
I - INTRODUÇÃO.....	001
II - CARACTERÍSTICAS DA MADEIRA.....	003
II.1 - Umidade.....	008
II.2 - Densidade.....	012
III - MATERIAL UTILIZADO E MÉTODO DE ENSAIO.....	015
III.1 - Madeiras Estudadas.....	015
III.2 - Amostragem.....	015
III.3 - Secagem e Climatização da Madeira.....	015
III.4 - Planejamento do Experimento.....	021
III.5 - Método de Ensaio.....	025
III.6 - Velocidade de Carregamento.....	033
IV - ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	035
IV.1 - Regressão Linear Multipla.....	035
IV.2 - Análise de Variância da Regressão Linear Múlti pla.....	038
IV.3 - Teste para a Existência da Regressão Teste F..	039
IV.4 - Teste para Determinar a Significância das Va - riáveis Envolvidas no Modelo - Teste t.....	041
IV.5 - Transformações das Variáveis.....	042
IV.6 - Exame dos Resíduos.....	042
IV.7 - Intervalo de Confiança.....	045
V - Tensão de Ruptura - Umidade - Densidade.....	047
V.1 - Resultados dos Ensaios.....	047
V.2 - Resultado da Análise Estatística.....	055
V.2.1 - Para a Peroba Rosa.....	055
V.2.2 - Para o Pinho do Paraná.....	062
V.2.3 - Para o Eucalipto Citriodora.....	069
V.3 - Conclusões.....	076

	pág.
VI - GENERALIZAÇÃO DO ESTUDO DA TENSÃO DE RUPTURA - UMI- DADE - DENSIDADE.....	083
VI.1 - Resultado da Análise Estatística.....	083
VII - MÓDULO DE ELASTICIDADE - TENSÃO DE RUPTURA - UMIDA- DE - DENSIDADE.....	085
VII.1 - Determinação das Somas dos Quadrados dos Re- síduos.....	088
VII.2 - Análise de Variância.....	090
VII.3 - Resultado dos Ensaios.....	091
VII.4 - Resultado da Análise Estatística.....	094
VII.5 - Conclusões.....	102
VIII - LIMITE DE PROPORCIONALIDADE - TENSÃO DE RUPTURA - UMIDADE - DENSIDADE.....	105
VIII.1 - Resultado dos Ensaios.....	106
VIII.2 - Resultado da Análise Estatística.....	107
IX - MÓDULO DE ELASTICIDADE - LIMITE DE PROPORCIONALIDA- DE - DENSIDADE.....	128
IX.1 - Resultado da Análise Estatística.....	128
IX.2 - Conclusões.....	136
X - BIBLIOGRAFIA.....	139

I - INTRODUÇÃO

A necessidade de um melhor aproveitamento das madeiras nacionais cresce, à medida que este material passa a ser um fator importante no custo total de uma obra civil.

Embora o uso da madeira seja comum e frequente, alguns obstáculos vem restringindo seu uso, no Brasil, às pequenas estruturas e construções provisórias. Em algumas regiões, o emprego da madeira é bastante difundido, mas em nível técnico insatisfatório, por falta de melhor conhecimento do material e de sua utilização. O super dimensionamento ocorre com frequência, onerando o custo da obra. Uma das maiores dificuldades está na insuficiente informação disponível para a realização das ligações das peças estruturais.

Face a estes problemas iniciou-se no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) da Escola de Engenharia de São Carlos - USP um estudo amplo das ligações por anéis metálicos, parafusadas, pregadas, coladas, através de cavilhas, e mais recentemente através de anéis plástico, procurando atender a variabilidade natural da madeira.

No desenvolvimento destes estudos constatou-se o grande número de variáveis envolvidas, algumas delas atribuíveis à madeira e outras aos detalhes inerentes às ligações.

Entre as variáveis mais significativas e responsáveis pelo comportamento da madeira estão a umidade e a densidade, daí decorrendo a importância do estudo da "Compressão - Umidade Densidade.

A determinação simultânea da resistência, elasticidade, umidade e densidade da madeira, é a característica fundamental deste estudo.

Para isto é necessário uma preocupação constante com amostragem, com o planejamento dos ensaios, com a análise estatística e com as conclusões a fim de se conseguir explicar de forma cada vez mais satisfatória o comportamento da madeira.

Este estudo foi iniciado por HELLMEISTER (1) que re-

(1) - HELLMEISTER, João Cesar - Sobre a Determinação das Características Físicas da Madeira. São Carlos, EESC - USP - 1973. 119 p. Tese (Doutor-Engenheiro).

lacionou simultaneamente a umidade e densidade à tensão de ruptura utilizando Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora. Seguindo a mesma técnica e com a mesma filosofia de trabalho planejou-se o ensaio da Peroba Rosa, com um caráter mais amplo, envolvendo também o estudo da elasticidade desta madeira. Os dados obtidos por Hellmeister em Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora, e os obtidos em Peroba Rosa foram submetidos à análise estatística, com melhores recursos chegou-se a resultados plenamente satisfatórios.

Este trabalho está associado a outro, COMPRESSÃO NORMAL ÀS FIBRAS DA MADEIRA, juntos deverão dar condições para a determinação das características mecânicas e elásticas da madeira solicitada em qualquer direção.

Somente após a conclusão destes estudos será possível abordar o estudo das ligações de uma forma mais ampla.

II - CARACTERÍSTICAS DA MADEIRA

A madeira é, sem dúvida, um dos materiais de construção mais antigos e mais usados em virtude de sua abundância na natureza, grande facilidade de ser trabalhada e grande resistência, em relação à sua densidade.

Para entender e explicar as características físicas e de resistência mecânica da madeira é necessário ter noções claras a respeito de sua natureza.

Cerca de 60 a 70% da madeira é constituída de celulose e cerca de 15 a 35% de lignina. Da associação desses dois elementos, correspondendo a 90% da estrutura da madeira resultam suas características físicas (2). Outros elementos como resinas, óleos, gomas, taninos e corantes, aparecem em proporções variadas dependendo da espécie, comunicando-lhe então, cor, aroma, maior ou menor resistência aos agentes de destruição ou aumentando-lhe o seu valor industrial.

A madeira é parte integrante de um vegetal superior, as árvores. De acordo com os caracteres botânicos e a constituição celular do lenho, estes vegetais são classificados nos sub-ramos Gymnospermas e Angiospermas. As árvores pertencentes à primeira divisão, cerca de 520 espécie, são vulgarmente conhecidas como coníferas. Uma de suas particularidades é apresentar folhas com formato acicular.

Na outra divisão, com milhares de espécie, agrupam-se árvores conhecidas como dicotiledôneas. Apresentam folhas largas e achatadas.

O estudo das propriedades físicas da madeira remonta ao início do século em laboratórios europeus e norte americanos.

Alguns fatores se destacam na execução e interpretação das experiências e nas aplicações práticas da madeira:

1 - A variabilidade inerente do próprio material. Os resultados obtidos mostram que a madeira é influenciada pelas características do meio ambiente como por exemplo o clima e o solo da região em que se desenvolveu, e até mesmo pela posição relativa na tora da qual foi retirada a peça ensaiada.

(2) - Id., ibid., p. 18.

2 - Os defeitos próprios do material. Estes constituem uma variável que não é considerada nas leis que regem seu comportamento. Trabalhar com materiais isentos de defeitos não corresponde à realidade prática.

3 - Os diferentes teores de umidade. Estas variações influenciam significativamente as propriedades mecânicas da madeira.

4 - As variações de densidades. Também existe uma relação intrínseca entre a densidade e várias propriedades de resistência mecânica das madeiras.

Estas informações serviram de base para outras experiências. O estudo sistemático da madeira, de suas propriedades físicas e resistência mecânica, deu origem a métodos de ensaios padronizados, dos quais, a maioria dos detalhes são aceitos internacionalmente.

Devido a orientação de seus elementos anatômicos e de suas disposições em relação ao centro da árvore, a madeira é considerada um material anisótropo. Uma seção transversal no tronco de uma árvore, apresenta anéis de crescimento caracterizando seu desenvolvimento anual. Em relação a estes anéis são definidas três direções principais:

1 - Direção longitudinal, paralela às fibras da madeira, isto é, paralela ao eixo de crescimento da árvore.

2 - Direção radial, perpendicular às fibras da madeira e radial aos anéis de crescimento.

3 - Direção tangencial, perpendicular às fibras da madeira e tangencial aos anéis de crescimento.

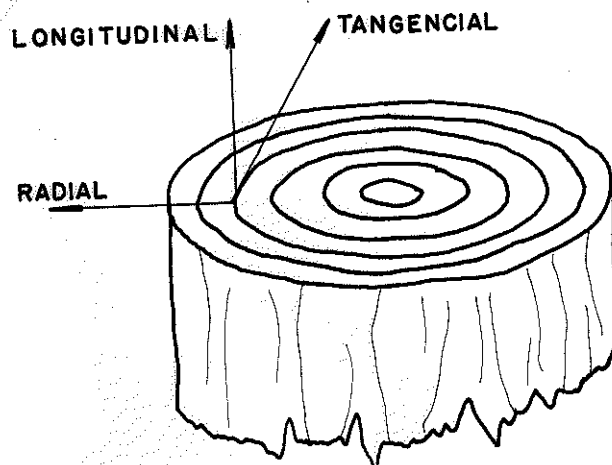


FIG. 1- AS TRÊS DIREÇÕES PRINCIPAIS DA MADEIRA

As madeiras apresentam diferentes propriedades mecânicas em relação a estes três eixos. A variação destas propriedades é de interesse estrutural, embora entre as direções radial e tangencial sejam menos relevantes. As diferenças mais significativas é de maior interesse, são apresentadas entre as direções paralelas e perpendiculares às fibras.

Esta anisotropia determina fortes reduções na resistência e elasticidade do material, quando estudadas em relação ao ângulo formado pela direção do esforço e a direção das fibras da madeira, figura 2 a,b.

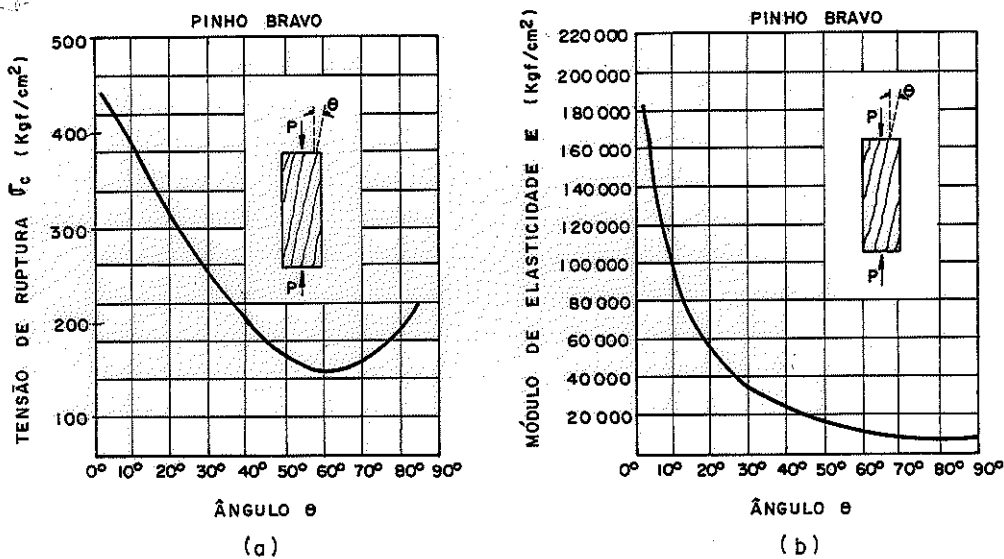


FIG. 2 - VARIAÇÕES DA RESISTÊNCIA E ELASTICIDADE DA MADEIRA COM O ÂNGULO DE SOLICITAÇÃO EM RELAÇÃO AS FIBRAS

(MATEUS, T. J. E. - Bases para o Dimensionamento de Estruturas de Madeira, p. 78, Fíg. VI - 15, 16).

As características de resistência e elasticidade da madeira são influenciadas por um grande número de fatores: Sua procedência, espécie, a direção de solicitação em relação às fibras, a umidade, a densidade, a posição relativa da peça na tora, a velocidade de carregamento, os defeitos apresentados etc. Por causa deste grande número de variáveis, o estudo da madeira desenvolve-se em condições limitadas, como por exemplo: Estuda-se uma espécie, com solicitações particulares nas direções paralela e normal às fibras. A velocidade de carregamento é controlada e os corpos de prova são isentos de defeitos.

Mesmo assim, para cada tipo de solicitação os resultados obtidos, mostram uma grande dispersão. Esta dispersão torna indispensável planejar os ensaios, obter uma amostragem adequada, representativa da espécie, e interpretar estatisticamente os resultados.

Observou-se nos experimentos realizados desta forma, que a frequência dos resultados obtidos aproxima-se de uma distribuição normal. A figura 3 mostra valores da tensão de ruptura, obtidos em numerosos ensaios de flexão, em madeira com unidade constante.

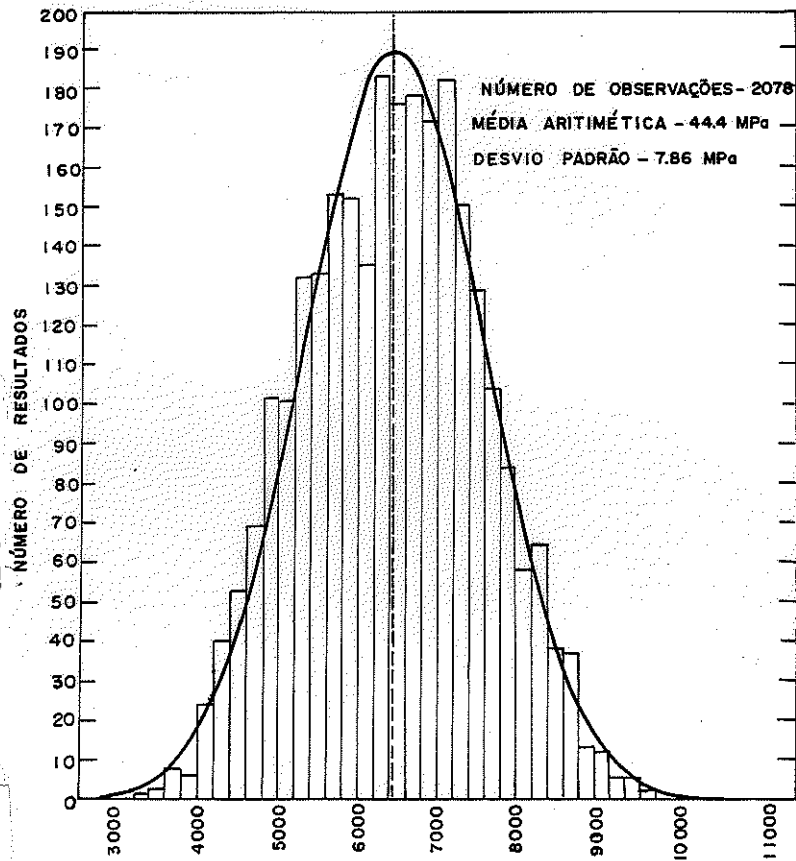


FIG. 3 - TENSÃO DE RUPTURA NA FLEXÃO, EM MADEIRA VERDE DE BALTIC REDWOOD

(Ozelton, E.C. e Baird, J.A. - *Timber Designer's Manual*, p.26)

Esta dispersão de valores é atribuída à variabilidade natural da madeira de várias procedências, diferentes estágios de formação, anormalidades de crescimento, idade, cor, aroma, conteúdo de substâncias diversas, como resinas, óleos, taninos, maior ou menor porcentagem de lignina, porcentagem de vazios etc. Todos estes fatores, de avaliação complicada e às vezes irrelevantes para conhecer quantitativamente a resistência da madeira, contribuem de maneira mais ou menos significativa na formação da massa da madeira e portanto da sua densidade, de fácil avaliação. Evidencia-se assim a necessidade de ensaiar corpos de prova tendo densidade variadas, abrangendo estatisticamente todas as características da madeira.

II.1 - Compressão Paralela às Fibras

A compressão paralela às fibras é um dos estudos mais comuns na literatura internacional. Embora seja relativamente simples de ser executado e constitua um dos ensaios mais rotineiros no estudo das madeiras, ainda oferece boa oportunidade para novas investigações, principalmente com a rápida evolução da estatística, permitindo análise mais conclusivas em relação à grande variabilidade natural que caracteriza o comportamento da madeira.

Os ensaios de compressão paralela, consiste em obter as deformações correspondentes a um carregamento lento e contínuo em corpos de prova especialmente preparados.

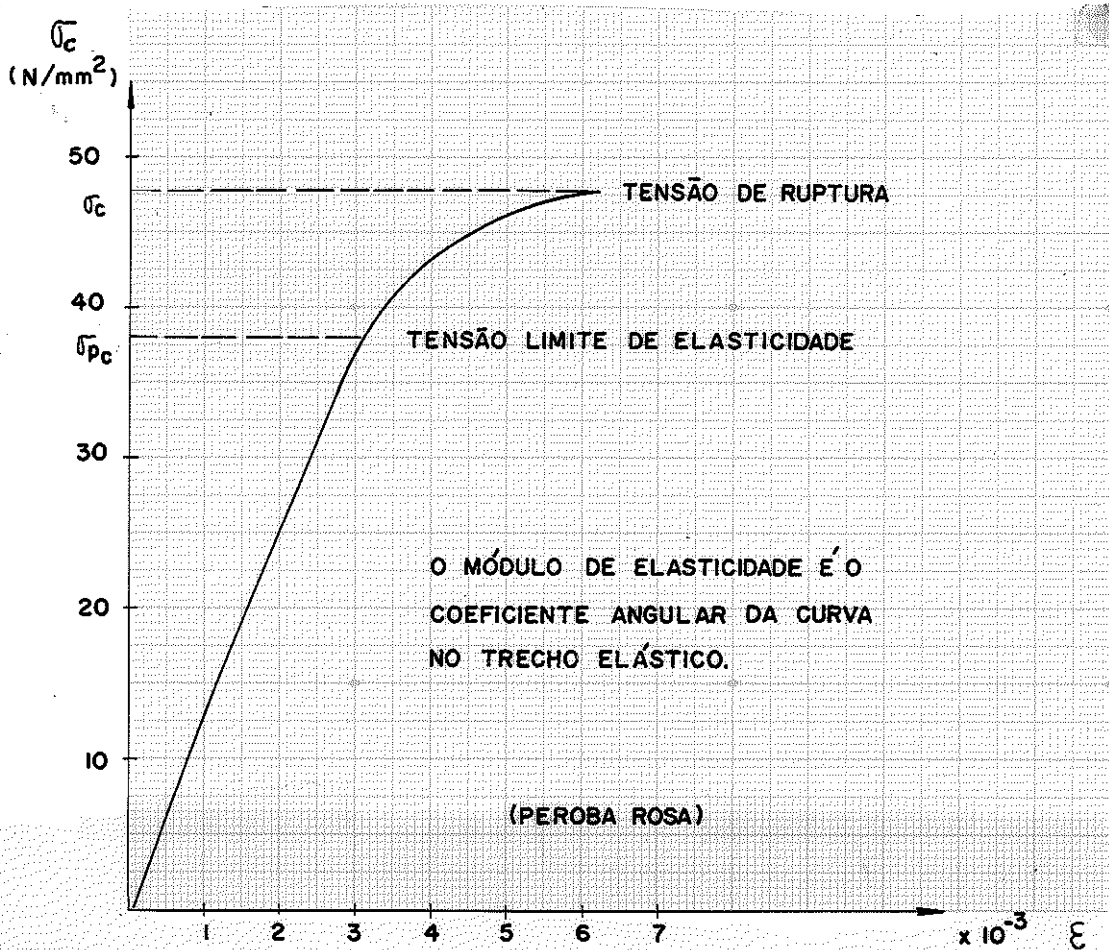


FIG.4 - TENSÃO - DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA ($\sigma \times \epsilon$)

DIAGRAMA TÍPICO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO
PARALELA ÀS FIBRAS

O diagrama tensão-deformação, figura 4, mostra a deformação específica da madeira em função da tensão aplicada ao corpo de prova.

Quando se reduz progressivamente a carga, até zerar,

a deformação produzida durante o carregamento desaparecerá parcial ou completamente. A propriedade do material recuperar sua forma original denomina-se elasticidade.

Através de um processo de carga e descarga, pode-se determinar no diagrama, tensão-deformação, a região a partir da qual ocorrem deformações permanentes. A tensão máxima obtida sem ocorrência de deformações permanentes é denominada "Tensão Limite de Elasticidade". Na maior parte dos materiais estruturais há uma região inicial no diagrama tensão-deformação, na qual o material se comporta tanto elástica como linearmente (3). Esta relação linear de tensão e deformação, para uma barra comprimida ou tracionada, é expressa pela lei de Hooke.

$$\sigma = E \epsilon$$

A constante de proporcionalidade E é conhecida como Módulo de Elasticidade do Material, e na maior parte dos materiais o módulo de elasticidade na compressão é o mesmo da tração. Para as madeiras, no entanto, isto não ocorre, o módulo de elasticidade na tração normalmente é maior do que na compressão.

A tensão na qual o material não absorve mais o carregamento é denominada tensão de ruptura na compressão. A ruptura na tração é caracterizada pela separação brusca do material na seção menos resistente.

II.1 - Umidade

Existe uma associação natural entre a madeira e a água. Um teor de umidade chamado ponto de saturação limita a umidade na qual a madeira, conhecida como "madeira verde", apresenta água na forma de seiva, contida nos vazios dos traqueídes, dos vasos, dos raios e das fibras.

Esta água pode circular livremente e não altera as propriedades mecânicas nem as dimensões da madeira.

(3) TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M. - *Mecânica de Materiais*. México, Centro Regional de Ayuda Técnica, 1974. p. 9.

Abaixo do ponto de saturação existe a umidade de impregnação, na qual as moléculas de água estão associadas às moléculas de celulose, holocelulose e lignina, através de suas oxidri_las (4).

A variação desta umidade acarreta alterações sensíveis em sua elasticidade, resistência e nas suas dimensões.

Logo após o corte, a umidade no cerne da árvore é baixa, cerca de 25 a 50% enquanto que no alburno chega a 100, 120% ou mais.

Entretanto em muitas espécies de dicotiledôneas a umidade contida tanto no cerne como no alburno é baixa, em torno de 40 a 50% e em outras espécies, incluindo também as coníferas, a umidade é alta em qualquer parte da árvore. A secagem dá-se rapidamente até o ponto de saturação, 25 a 30% e a partir daí prossegue lentamente até atingir o equilíbrio com as condições ambiente, 12 a 15%. Esta umidade é instável e oscila com a variação da umidade relativa do ar. Nesta condição a madeira é dita "Seca ao ar".

A resistência da madeira aumenta com a redução de umidade. Uma peça de madeira com umidade de equilíbrio ao ar pode ser 1,5 a 2 vezes mais resistente do que a mesma peça na condição de madeira verde, figura 5. Esta relação varia com a espécie, com a distribuição de umidade na seção transversal, e com o tipo de propriedade mecânica considerada (5).

As peças de madeira podem apresentar as superfícies parcialmente secas estando ainda seu interior com umidade elevada acima do ponto de saturação. Consequentemente a resistência pode ser maior do que a apresentada pela madeira verde.

O acréscimo de resistência apresentado pelas partes mais secas da seção, algumas vezes causa um arredondamento na curva tensão-umidade, nas vizinhanças do ponto de saturação. Figura 6.

A resistência de algumas espécies de madeira são afetadas diferentemente pela secagem parcial.

(4) - HELLMEISTER, J.C. - *Op. cit.* p. 26.

(5) - WILSON, T.R.C. - *Strength - Moisture Relations for Wood*. Washington, U.S. Department of Agriculture, Mar. 1932 p. 2-3. (Technical Bulletin nº 282).

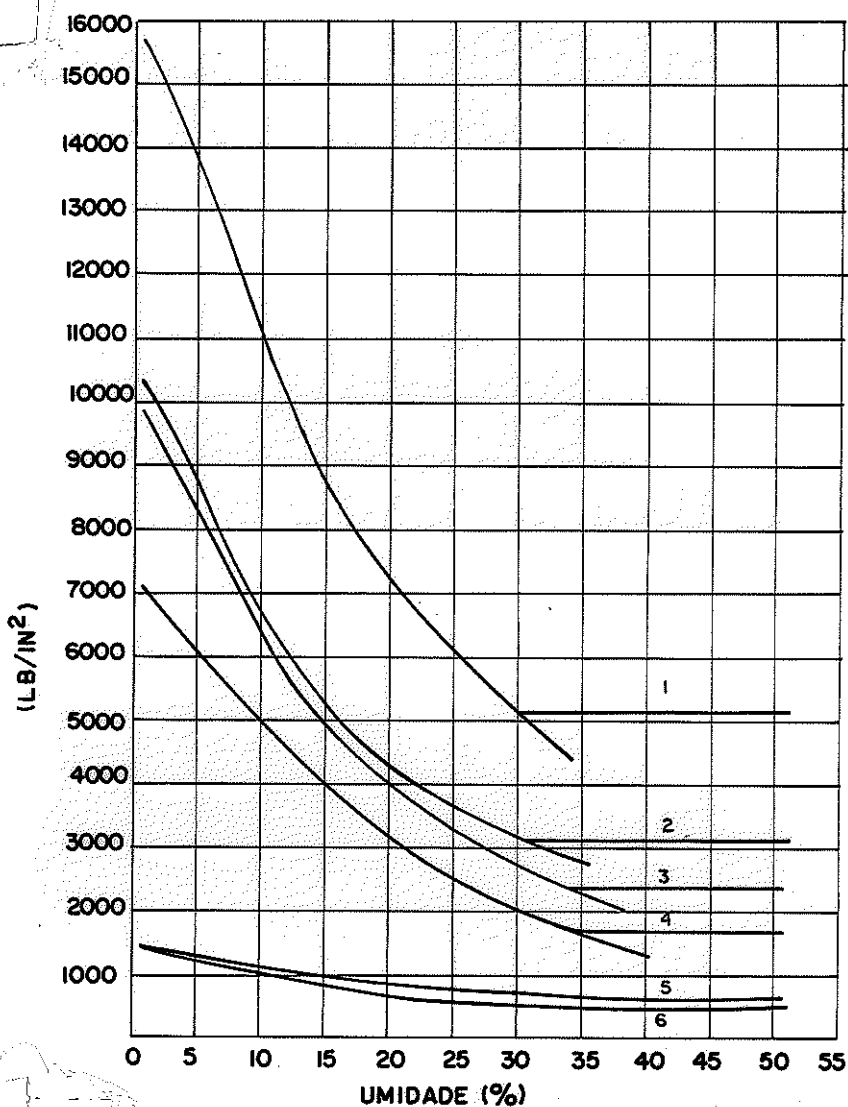


FIG. 5 - Curvas Características das Propriedades de Resistência - Umidade para a Madeira Red Spruce.

(Wilson, T.R.C. - Strength - Moisture Relations for Wood, Tec. Bul. nº 282, P. 8, Fig. 4).

- 1 - Tensão de ruptura na flexão
- 2 - Tensão limite de elasticidade na flexão
- 3 - Tensão de ruptura na compressão paralela às fibras
- 4 - Tensão limite de elasticidade na compressão paralela às fibras
- 5 - Tensão de ruptura no cisalhamento
- 6 - Tensão de compressão paralela às fibras a 3% de deformação

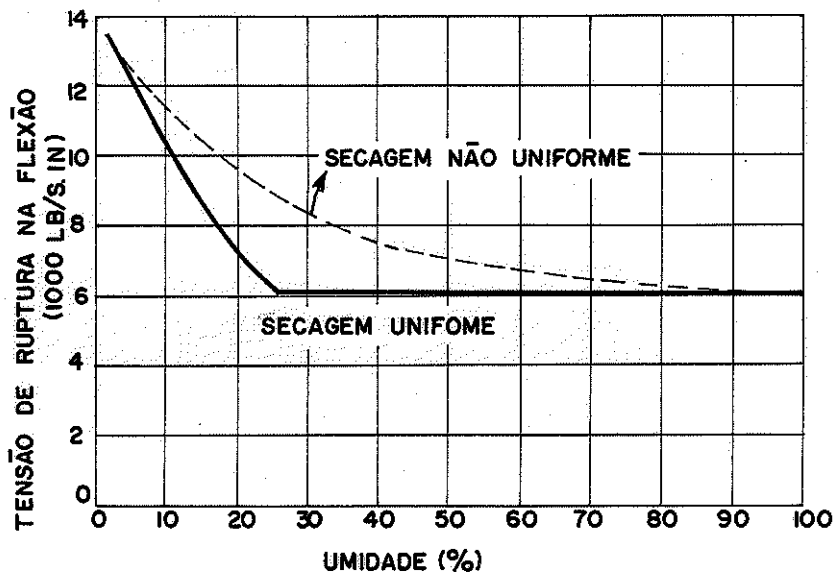


FIG. 6 - RELAÇÃO ENTRE TENSÃO DE RUPTURA NA FLEXÃO E UMIDADE PARA CHESTNUT.

(Wilson T.R.C.; Carlson, T.A.; Luxford, R.F. - *The Effect of Partial Seasoning on the Strength of Wood* P. 14, Fig. 1).

O ponto de saturação também apresenta variações, de 20% a 35%. Parte desta variação pode ser atribuída a métodos inadequados de determinação, parte a influência de substâncias infiltradas, como resinas, e parte como variação normal (6).

A umidade é determinada como sendo a porcentagem da massa de água em relação a massa da madeira seca.

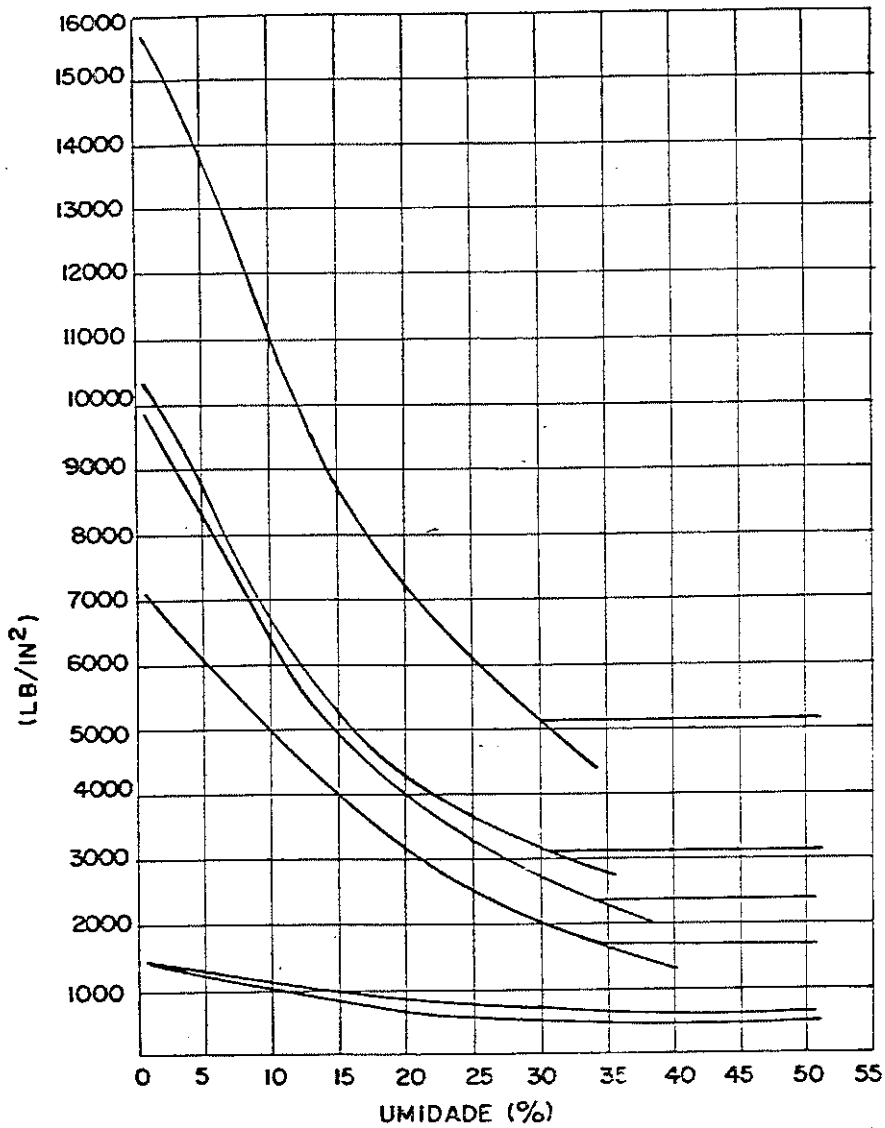
$$U = \frac{M_u - M_0}{M_0} \cdot 100$$

M_u = massa da madeira com teor de umidade $u\%$

M_0 = massa da madeira seca em estufa a $103 \pm 3^\circ\text{C}$

U = umidade (%)

(6) - WILSON, T.R.C.; CARLSON, T.A.; LUXFORD, R.F. - *The Effect of Partial Seasoning on the Strength of Wood*. USDA - FS FPL, Madison, WISC., (1024), 1930. p. 14.



Bul. nº 282, P. 8, Fig. 4

- 1 - Tensão de ruptura na flexão
- 2 - Tensão limite de elasticidade na flexão
- 3 - Tensão de ruptura na compressão paralela às fibras
- 4 - Tensão limite de elasticidade na compressão paralela às fibras
- 5 - Tensão de ruptura no cisalhamento
- 6 - Tensão de compressão paralela às fibras a 3% de deformação.

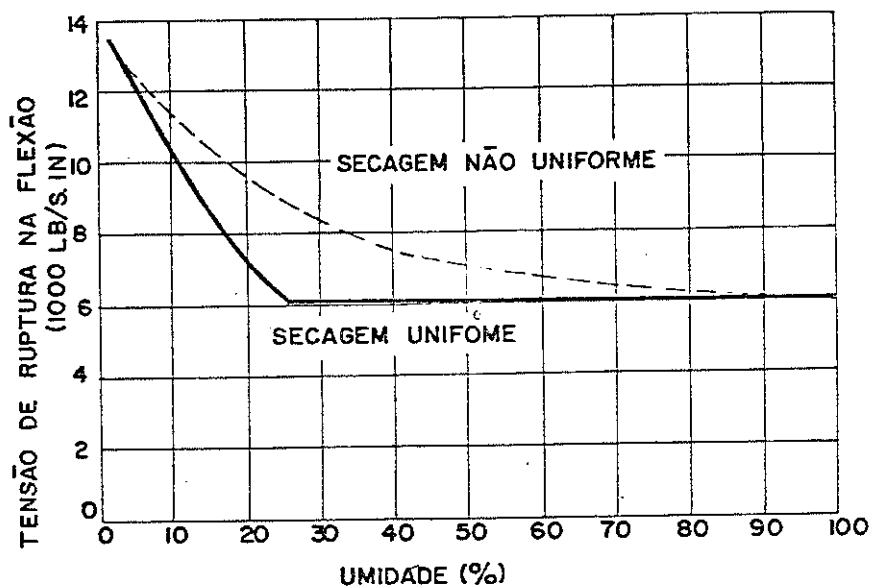


FIG. 6 - RELAÇÃO ENTRE TENSÃO DE RUPTURA NA FLEXÃO E UMIDADE, PARA CHESTNUT.

(Adaptado de Wilson T.R.C.; Carlson, T.A.; Luxford, R.F. - *The Effect of Partial Seasoning on the strength of Wood*, nº 1024, P. 14, Fig. 1).

O ponto de saturação também apresenta variações, de 20% a 35%. Parte desta variação pode ser atribuída a métodos inadequados de determinação, parte a influência de substâncias infiltradas, como resinas, e parte como variação normal (6).

A umidade é determinada como sendo a porcentagem de água em relação a massa da madeira seca.

$$U = \frac{M_u - M_0}{M_0} \cdot 100$$

M_u = massa com teor de umidade $u\%$

M_0 = massa seca em estufa a $103 \pm 3^\circ\text{C}$

U = umidade (%)

(6) - WILSON, T.R.C.; CARLSON, T.A.; LUXFORD, R.F. - *The Effect of Partial Seasoning on the Strength of Wood*. USDA - FS FPL, Madison, WI, (1024), 1930. p. 14.

I.3 - Densidade

A densidade pode ser apresentada de várias formas, a mais comum, densidade aparente, é a relação entre a massa e o volume na umidade em que se encontra a madeira.

$$D_u = \frac{M_u}{V_u}$$

D_u = densidade aparente

M_u = massa

V_u = volume

u = teor de umidade

A densidade varia com a umidade. Uma peça retirada de árvore recém derrubada tem um peso muito maior do que a mesma peça climatizada a 12% de umidade ou menos.

Entretanto a densidade real, relação entre a massa da madeira seca e o volume real correspondente, é altamente escla^{re}cedora a respeito do seu comportamento da madeira.

HELLMEISTER (7) encontrou uma variação pequena entre 12 espécies ensaiadas com densidade aparente variando de 0,2 a 1,2 g/cm³. A densidade real observada foi 1,53 ± 0,03 g/cm³.

O que muda fundamentalmente entre as espécies é a porcentagem de vazios na sua estrutura anatômica. A porcentagem de vazios é tanto maior quanto menor a densidade aparente da madeira.

Conhecida no Brasil como densidade básica, o Specific Gravity (S.G.), é definida pelo Forest Products Laboratory-Madison Wisc, como sendo a relação entre a massa da madeira seca (massa real), e o volume da madeira na umidade em que se encontra. A densidade básica, assim como o Specific Gravity, pode ser relativa ou absoluta:

$$S G_u = \frac{M_0}{V_u \rho_a}$$

sendo u o teor de umidade da madeira e ρ_a , a densidade da água.

$$\rho_a = 1,00 \text{ g/cm}^3 = 62,43 \text{ lb/ft}^3$$

(7) - HELLMEISTER, J.C. - *Op. cit.*, p. 44-5.

III. - MATERIAL UTILIZADO E MÉTODO DE ENSAIO

III.1 - Madeiras Estudadas

Neste trabalho os ensaios foram realizados utilizando-se Peroba Rosa, no entanto, o mesmo tratamento estatístico aplicado aos dados obtidos ensaiando esta madeira, foi aplicado aos resultados obtidos por HELLMEISTER (9) em Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora.

III.2 - Amostragem

Inicialmente as vigas de Peroba Rosa foram escolhidas ao acaso, adquirida em São Carlos, em pequenos lotes, em épocas diferentes e em serrarias diferentes. Com isto procurou-se uma amostragem representativa, com madeiras de várias procedências.

Destas vigas (6 x 12 cm ou 6 x 16 cm), secas ao ar, escolheram-se várias, cobrindo a maior amplitude de densidade possível.

Todos os experimentos foram realizados com madeira obtida desta forma, uma técnica rotineira do LAMEM.

III.3 - Secagem e Climatização da Madeira

A secagem artificial da madeira é um assunto de grande preocupação industrial. Secagens mal conduzidas podem provocar perdas de material principalmente quando se trata de madeiras com elevada retratibilidade.

Teores de umidade acima do ponto de saturação, correspondem à existência de seiva elaborada contida nos vazios dos traqueides, dos vasos, dos raios e das fibras. Esta seiva é considerada como água livre, isto é, pode circular livremente sem afetar a forma e as dimensões da madeira. A evaporação muito rápida da água livre pode acarretar tensões capilares elevadas provocando defeitos designados por colapso.

(9) - Hellmeister, J.C. - Op. cit., p. 60-4.

Abaixo do ponto de saturação, a água contida na madeira é denominada água de impregnação, caracterizada pela sua ligação através de pontes de hidrogênio às oxidrilas da celulose. A evaporação desta água acarreta uma aproximação das cadeias de celulose ou das microfibrilas e a correspondente variação nas dimensões da madeira.

Esta contração volumétrica ou retração, varia em relação às direções principais da madeira. É máxima na direção tangencial, média na direção radial e mínima na longitudinal, figura 10. Secagem rápida pode causar fissuras ou empenamento em madeira com alto índice de retratibilidade, comprometendo sua utilização posterior.

Abaixo do ponto de saturação o tempo de evaporação natural da água de impregnação é maior e a umidade da madeira tende a atingir equilíbrio com a umidade ambiente. A madeira neste caso é designada por madeira seca ao ar. Sua umidade varia de 12 a 15% dependendo da umidade relativa e temperatura do ar.

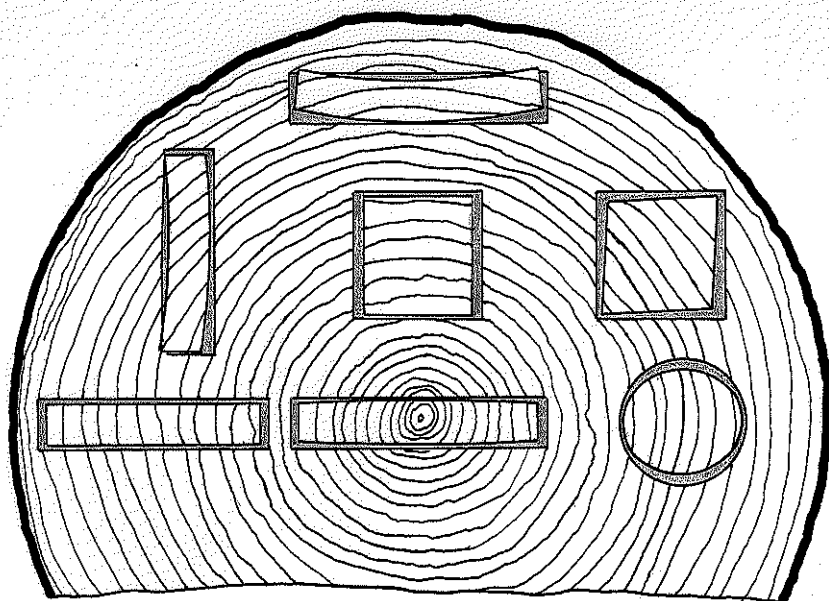


FIG.10 - RETRAÇÕES E EMPENAMENTO NA MADEIRA EM RELAÇÃO AOS ANÉIS DE CRESCIMENTO

(Forest Products Laboratory - Wood Handbook: Basic Information on Wood as a Material of Construction with data for its use in Design and Specification. p. 314, Fig. 70).

A umidade relativa do ar é definida pela relação entre a pressão de vapor da água na atmosfera e a pressão de vapor saturado na mesma temperatura.

A redução da umidade da madeira para atingir a situação de equilíbrio com o ar pode ser acelerada através de secagem em ambientes de temperatura e umidade controladas. Em equipamentos mais sofisticados é possível controlar simultaneamente estas variáveis, condicionando a secagem, através dos "esquemas de secagem" para cada espécie, até se conseguir as condições desejadas com um mínimo possível de defeitos.

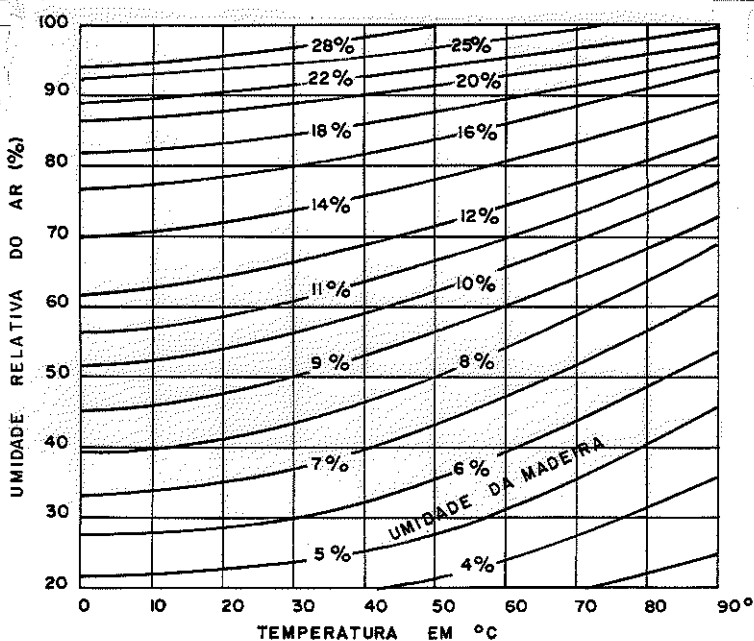


FIG. II - CURVA DE EQUILÍBRIO HIGROSCÓPICO DA MADEIRA

(BROCHARD, F. X. - Bois et Charpent en Bois: le matériau et son Utilisation. p. 39).

Em estufas convencionais de laboratório, consegue-se com relativa facilidade a variação de umidade em pequenas peças de madeira, modificando apenas a temperatura. O aumento da temperatura provoca o aumento da pressão máxima de vapor e consequentemente diminui a umidade relativa do ar, facilitando a evaporação da água contida na madeira. Com o controle da massa de água evaporada pode-se estimar a variação de umidade ocorrida na madeira.

Neste trabalho conseguiu-se a climatização de corpos de prova com as dimensões 3,0 x 3,0 x 12,0 cm, obtidas de uma mesma barra, figura 12, com o seguinte procedimento:

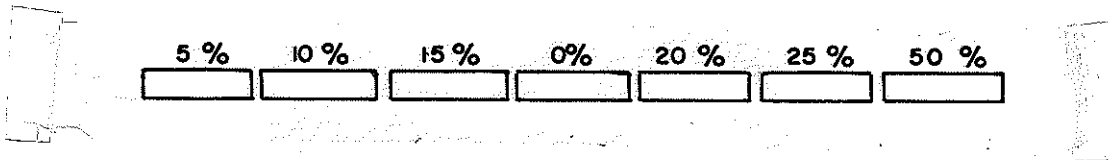


FIG. 12 - Climatização Obtida em Corpos de Prova de uma mesma Barra

a) Supõe-se inicialmente que todos os corpos de prova tem a mesma umidade e densidade do corpo de prova central.

b) Sabendo-se que a massa da madeira varia linearmente com a umidade tem-se:

$$U = \frac{M_u - M_0}{M_0} \cdot 100$$

$$M_u = M_0 + \frac{M_0 \cdot U}{100}$$

M_u = massa da madeira com teor de umidade $u\%$

M_0 = massa da madeira seca

U = umidade (%)

E constrõe-se o diagrama 1 ou 2 para valores de M_0 cobrindo toda a amplitude do experimento.

c) Medindo-se inicialmente a massa de cada corpo de prova e conhecendo-se sua umidade aproximada, localiza-se no diagrama a curva de variação de massa correspondente e a massa que deverá ter na umidade desejada.

d) Para se obter os corpos de prova com umidades elevadas, estes foram colocados na água durante 10 dias, tempo considerado suficiente para saturação, a seguir cuidou-se de sua climatização.

e) Após a climatização, os corpos de prova foram guardados em recipientes fechados, em temperatura ambiente, por aproximadamente 20 dias, para uniformização da umidade.

Com este procedimento conseguiu-se a climatização com um erro de $\pm 2\%$ em torno da umidade desejada. Este erro poderá ser menor se esta sequência for executada com controle mais rigoroso.

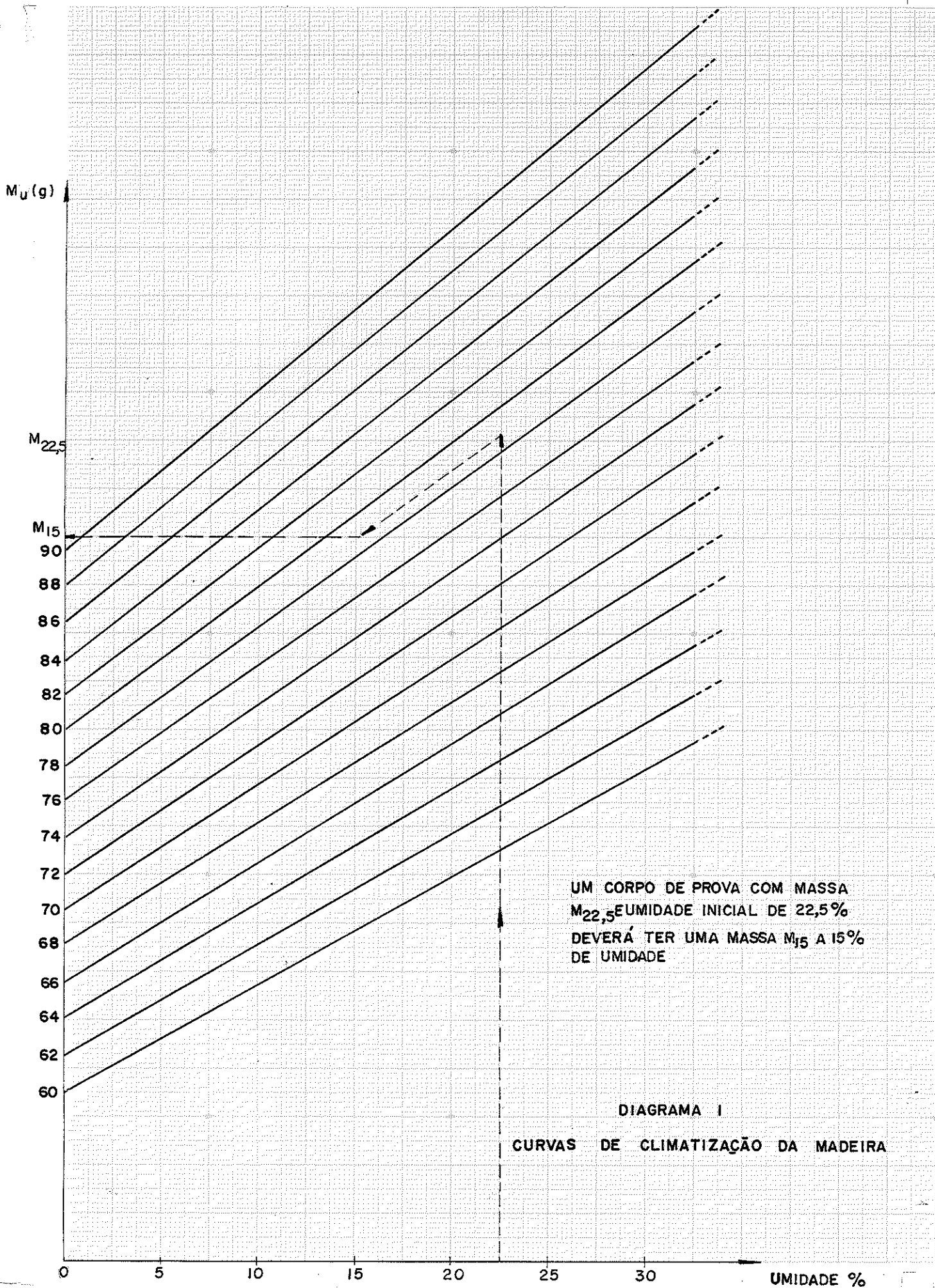
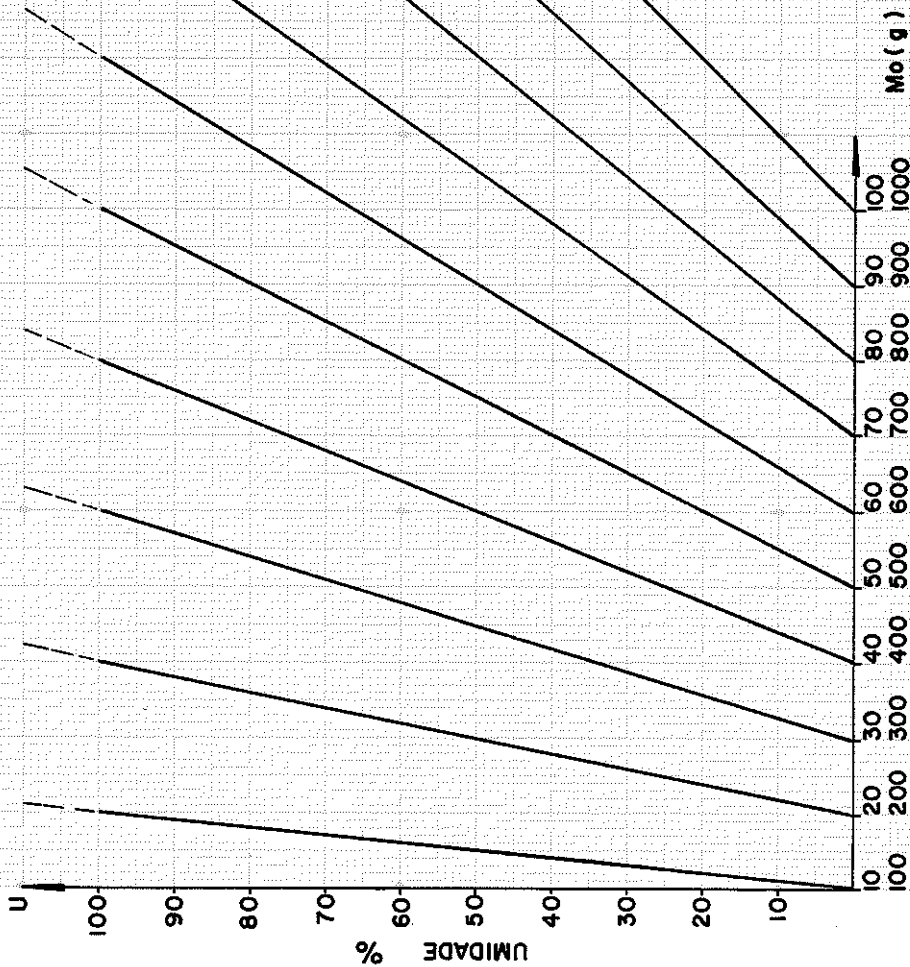


DIAGRAMA 2
CURVAS DE CLIMATIZAÇÃO
DA MADEIRA



III.4 - Planejamento dos Experimentos

No estudo da influência da umidade e da densidade na tensão de ruptura, procurou-se conseguir uma ampla distribuição dos resultados cobrindo toda a faixa de variação usual da umidade e densidade da madeira.

Fixando-se uma umidade, por exemplo de peças secas ao ar, a tensão de ruptura varia segundo uma distribuição normal. Esta variação pode ser atribuída à variação de densidade da madeira, figura 13.

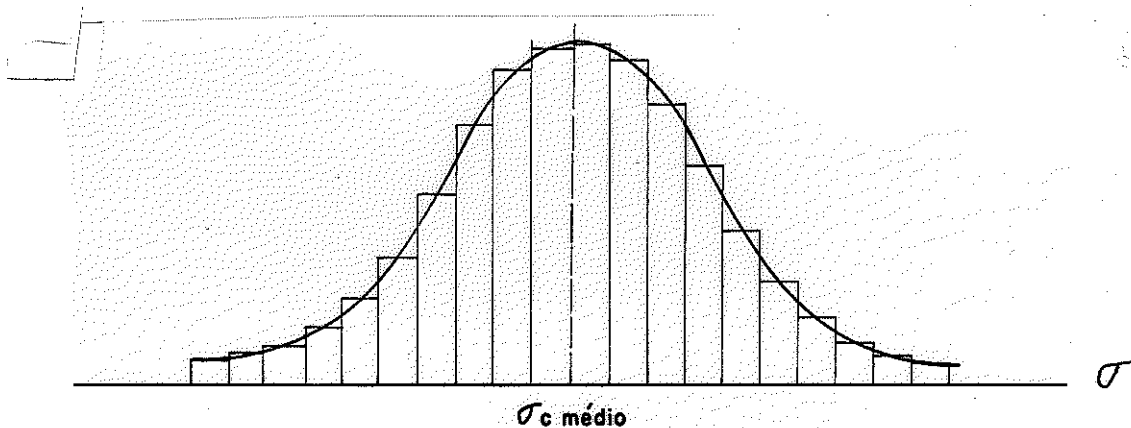


FIG.13 - VARIACÃO DA TENSÃO DE RUPTURA PARA COMPRESSÃO PARALELA, FIXANDO-SE A UMIDADE

Para se obter madeiras com diferentes níveis de densidade foram escolhidas segundo o esquema de amostragem, item III.2, 20 vigas apresentando ampla variação de densidade. De cada viga foram cortadas uma ou duas peças conforme a figura 14, procurando obter maior dispersão das características da madeira.

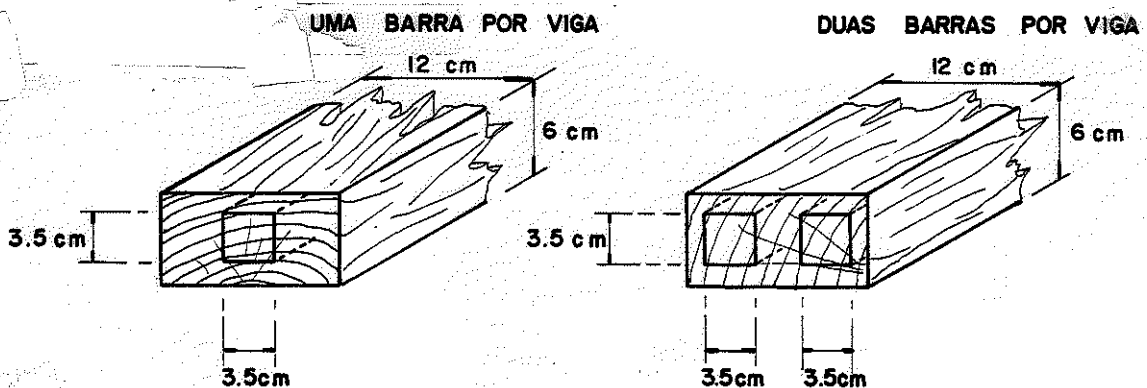


FIG.14 - SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS DE MADEIRA

Obteve-se 26 barras cobrindo um grande intervalo de densidade da madeira em estudo. Estas barras foram cortadas em

7 pedaços, formando 7 conjuntos de corpos de prova com as dimensões 3,0 x 3,0 x 12,0 cm. Climatizados em umidades diferentes, conforme item III.3, figura 15.

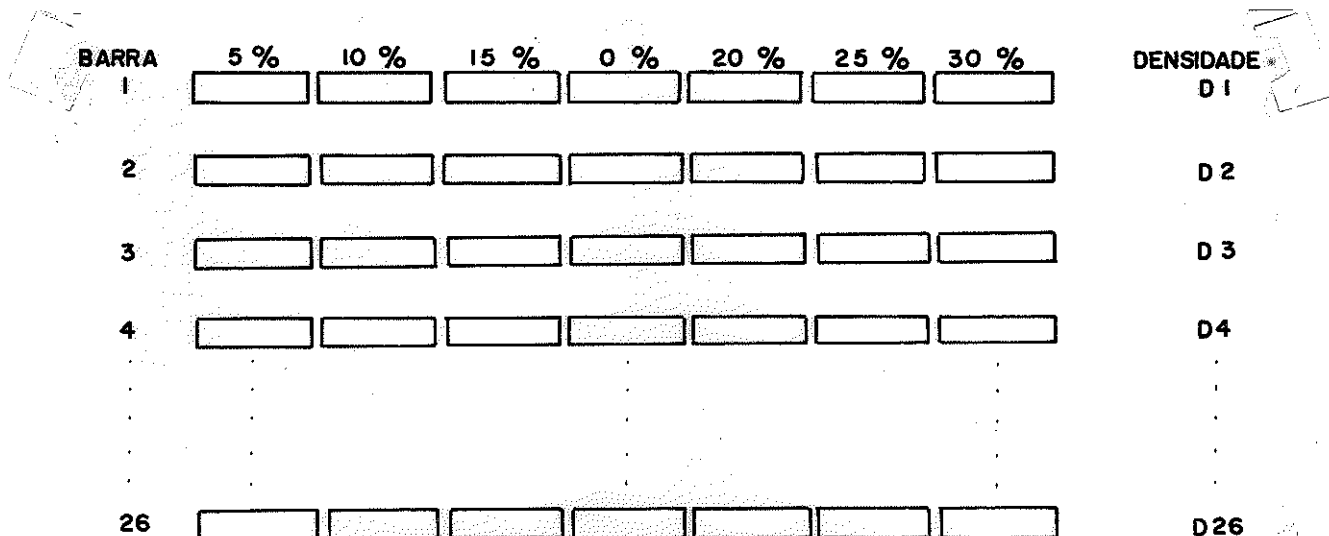


FIG. 15 - CONJUNTO DE BARRAS FORMANDO 7 GRUPOS DE CORPOS DE PROVAS COM UNIDADES DIFERENTES

O conjunto central, serviu para obter uma estimativa da umidade e densidade de cada barra, não foram ensaiados porque submetidos a uma secagem rápida, a maioria dos corpos de prova apresentaram defeitos (empenamentos).

Das 20 vigas escolhidas, obteve-se após a climatização um conjunto de 147 corpos de prova sem defeitos. A estes foram adicionados mais 195 resultados de outros ensaios realizados no LaMEM, seguindo a mesma amostragem, mas em corpos de prova com as dimensões 5,0 x 5,0 x 20,0 cm.

Nos corpos de prova menores mediu-se a umidade, a densidade, o módulo de elasticidade e a tensão de ruptura.

Nos corpos de prova maiores mediu-se a umidade, a densidade, o módulo de elasticidade e a tensão de ruptura, porém, como os extensômetros usados permitiram registrar deformações maiores, próximas à ruptura, em 119 corpos de prova, foi possível determinar também o limite de elasticidade.

Através do MB-26 a ABNT (10) indica para a caracterização da madeira, corpos de prova de seção transversal 2,0 x 2,0 cm.

(10) - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - *Ensaaios Físicos e Mecânicos de Madeiras* - MB-26. Rio de Janeiro, ABNT 1940. p. 8.

Se adotássemos corpos de prova com as dimensões sugeridas pela ABNT teríamos uma quantidade muito grande de ensaios para caracterizar as peças utilizadas. Para superar esta dificuldade tem sido procedimento normal no LaMEM adotar um único corpo de prova com as dimensões, $a \times a \times 4a$, sendo normalmente $a = 5$ cm, para a determinação da resistência, umidade, densidade e módulo de elasticidade. O corpo de prova maior é estatisticamente mais representativo para peças comerciais com seção transversal de $6,0 \times 12,0$ cm ou $6,0 \times 16,0$ cm. Com estas dimensões ocorre na parte central do corpo de prova distribuições uniformes de tensões, de acordo com o princípio de SAINT VENANT (11), (12), figura 16.

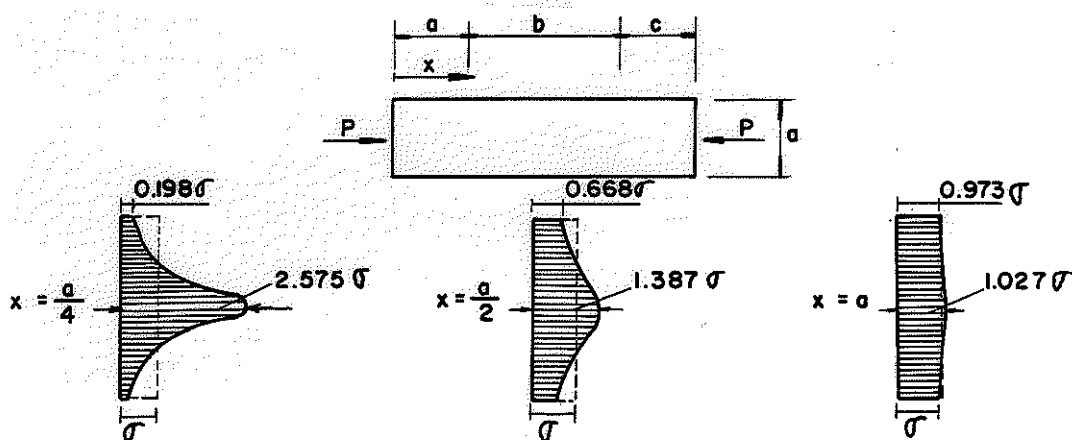


FIG.16 - DISTRIBUIÇÕES DE TENSÃO NAS POSIÇÕES : $x = \frac{a}{4}$, $x = \frac{a}{2}$ e $x = a$

Este corpo de prova com as dimensões de $5,0 \times 5,0 \times 20,0$ cm é aceito internacionalmente para a determinação da resistência e elasticidade da madeira em compressão paralela (13), (14).

(11) - TIMOSKENKO, S.P. & GOODIER, J.N - *Theory of Elasticity*. 3. ed. Tóquio, McGraw-Hill, 1970 p. 59-60.

(12) - SCHIEL, F. - *Introdução à Resistência dos Materiais*. 7. ed. São Carlos, EESC-USP, 1977. p. 167-8.

(13) - AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - *Standard Methods of Testing Small Clear Specimens of Timber*-(ASTM D 143-52). In: 1964. *Book of ASTM Standards with Related Material Philadelphia, ASTM, 1964. p. 72. [P. 16 - Structural Sandwich Constructions, Wood; Adhesives]*.

(14) - DIN - *Druckversuch quer zur Faserrichtung* - Deutsche Normen - DIN 52 195 - 1952.

A obtenção do módulo de elasticidade e da tensão limite de elasticidade nos ensaios de compressão paralela às fibras é relativamente simples e precisa.

O módulo de elasticidade pode ser determinado, ajustando-se uma reta aos pontos observados no regime elástico, ou através de regressão linear simples, facilmente programável:

$$Y = a + b X_i$$

$$a = \frac{(\sum X^2) (\sum Y) - (\sum X) (\sum X \cdot Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{n \sum X \cdot Y - (\sum X) (\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

Na prática determina-se b em primeiro lugar e obtém-se:

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b \frac{\sum X}{n}$$

ou:

$$a = \bar{Y} - b \bar{X}$$

O limite de proporcionalidade corresponde a tensão na qual a curva se afasta da linha reta.

HELLMEISTER (15) determinou através de análise de regressão o módulo de elasticidade e a tensão limite de proporcionalidade, ajustando retas aos pontos observados de tal forma que desprezando-se sucessivamente os últimos pontos (regime plástico) o programa dava como limite de proporcionalidade o último ponto correspondente à reta, na qual o coeficiente de interseção estivesse no intervalo:

$$- 0,5\% \sigma_c \leq a < 0,5\% \sigma_c$$

[15] - HELLMEISTER, J.C. - Op. cit., p. 128.

Mesmo tomando os cuidados necessários na preparação do corpo de prova e execução dos ensaios, alguns desvios podem ocorrer nos diagramas tensão-deformação. Neste caso traça-se pela origem do sistema cartesiano uma reta paralela, à reta ajustada, figura 17, que passa a representar teoricamente o comportamento do material, conforme sugestão da ASTM (16).

As tensões de ruptura e limite de proporcionalidade continuam sendo as mesmas determinadas inicialmente.

Em alguns ensaios, estes defeitos podem provocar perturbações no diagrama tensão deformação, causando uma curvatura progressiva desde a origem até à ruptura, isto provoca imprecisão na estimativa do módulo de elasticidade e impossibilita a determinação do limite de proporcionalidade.

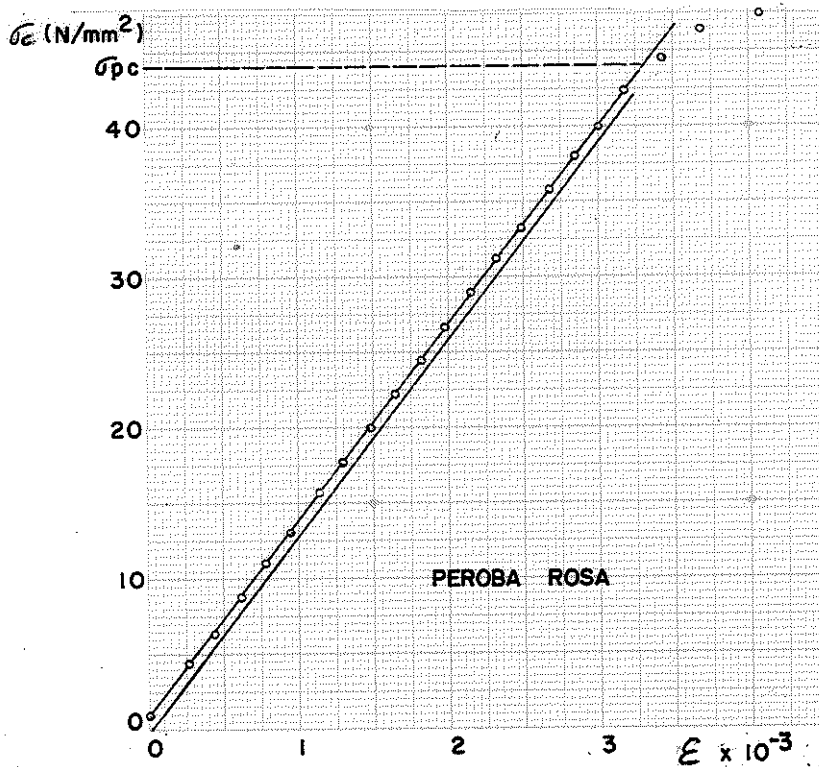


FIG. 17 - Diagrama Tensão-Deformação Corrigido

III.5 - Método de Ensaio

Os corpos de prova foram ensaiados à compressão simples em sollicitação paralela às fibras com carregamento lento e contínuo até atingirem a ruptura. Nos corpos de prova com a dimensão 3,0 x 3,0 x 12,0 cm as deformações, durante o carregamento, foram medidas com extensômetros mecânicos "Galileu", de precisão

(16) - AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS - Op. cit., p. 100.

0,005 mm, figura 18, 19, 20, e 21. Estas deformações foram medidas somente no regime elástico com uma média de 15 leituras para cada corpo de prova, suficientes para determinar com precisão o módulo de elasticidade do material.

Após a obtenção destas deformações os extensômetros, foram retirados, sem interromper o ensaio, e manteve-se o carregamento até atingir a carga de ruptura.

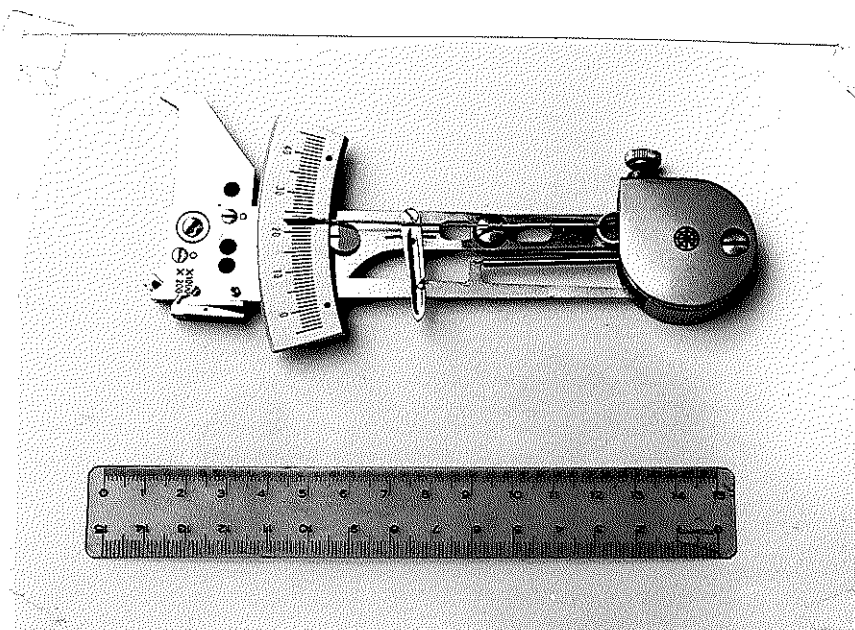


Fig. 18 -- Extensômetro Mecânico Galileu.

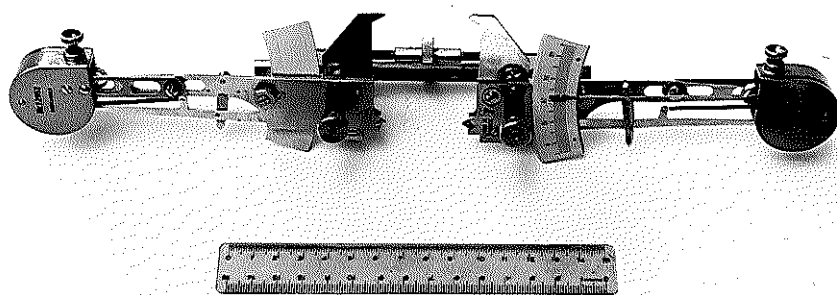


Fig. 19 - Estensômetros Galileu preparados para medir deformações em faces opostas dos corpos de prova.

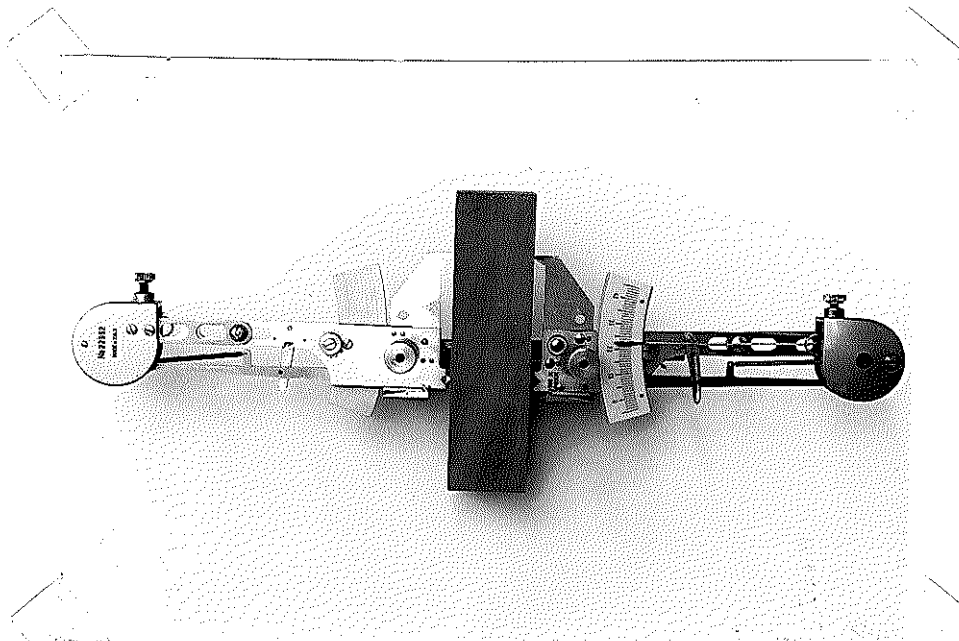


Fig. 20 - Corpo de prova com dimensões 3,0 x 3,0 x 12,0 cm preparado para o ensaio de compressão paralela às fibras.

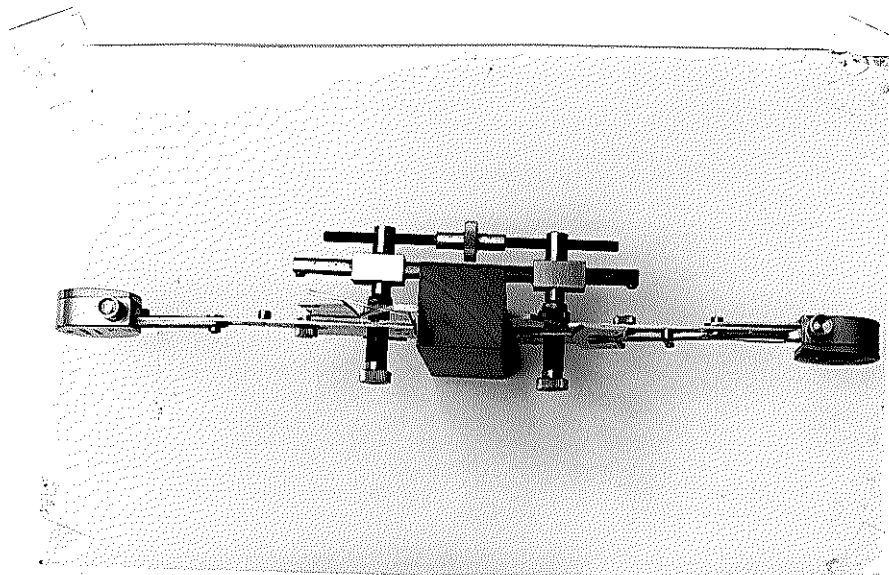


Fig. 21 - Vista superior do corpo de prova; mostrando detalhes do dispositivo de fixação dos extensômetros.

Nos corpos de prova com dimensões 5,0 x 5,0 x 20,0 cm as deformações foram medidas com relógios comparadores convencionais de precisão 0,001 mm figuras 22, 23, 24 e 25. A determinação das deformações deu-se no regime elástico e no regime plástico até as proximidades da ruptura. Com este procedimento é possível determinar com precisão, na maioria dos ensaios, o limite de elasticidade do material.

Fig. 22 - Corpo de prova com dimensões 5,0 x 5,0 x 20,0 cm, dispositivos de fixação e o relógio comparador.

Fig. 23 - Dispositivos de fixação prontos para receber o relógio comparador.

Fig. 24 - Corpo de prova de 5,0 x 5,0 x 20,0 cm preparado para o ensaio de compressão paralela às fibras.

Fig. 25 - Vista lateral do corpo de prova, com dois relógios comparadores trabalhando simultaneamente em face oposta.

A determinação do volume do corpo de prova foi feita através de medidas diretas com paquímetros de precisão 0,01 mm, conforme o procedimento normal no LaMEM. As medidas de cada dimensão são tomadas em pelo menos dois eixos simétricos, em cada plano principal X, Y. Figura 26

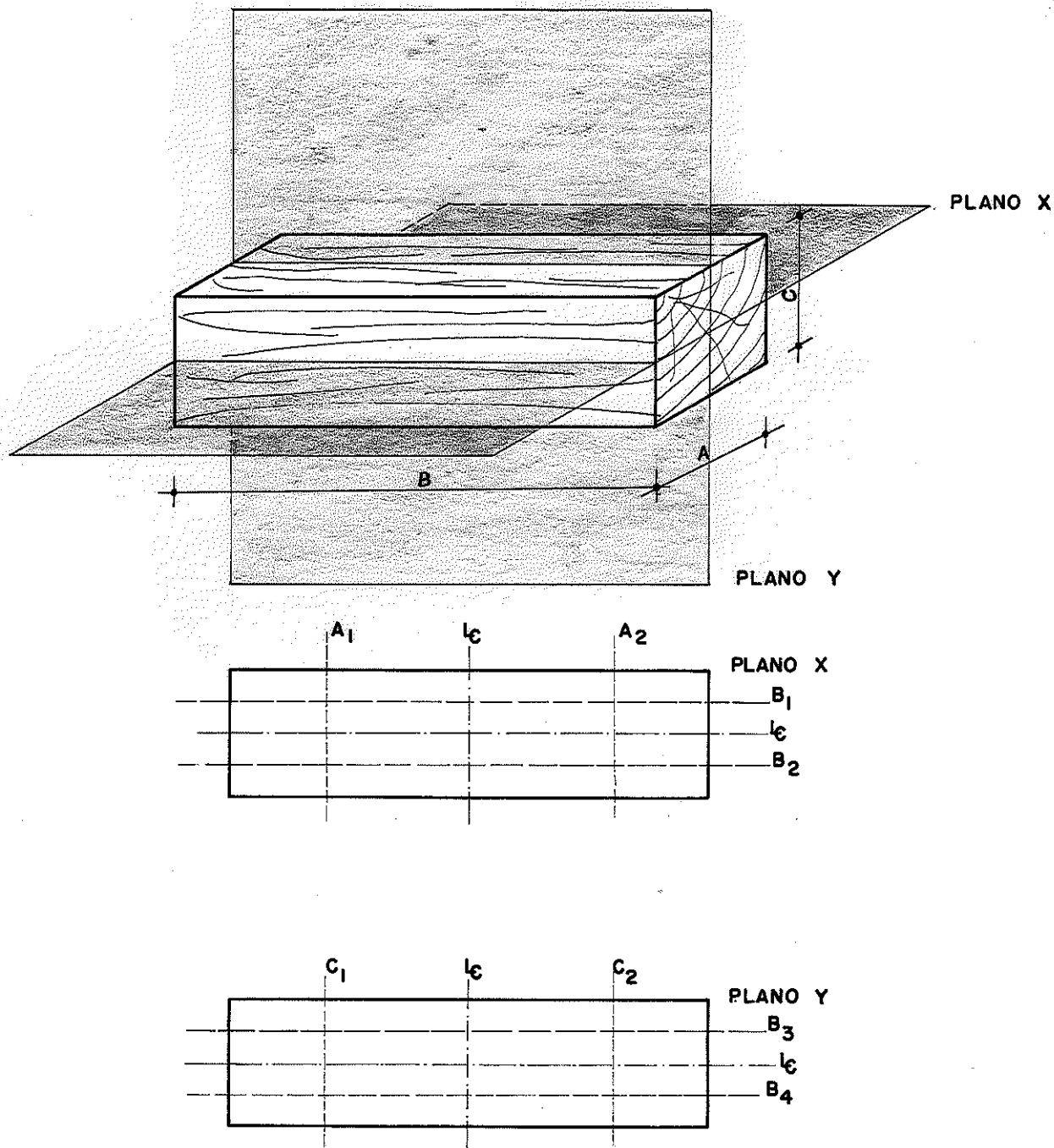


FIG.26 - PROCEDIMENTOS PARA A DETERMINAÇÃO DO VOLUME DO CORPO DE PROVA

A dimensão A é a média de A₁ e A₂
A dimensão B é a média de B₁, B₂, B₃ e B₄
A dimensão C é a média de C₁ e C₂

Os ensaios foram realizados em um conjunto de reação, figura 27, com rigidez e capacidade de carga suficiente para romper os corpos de prova sem apresentar deformações significativas.

O carregamento foi feito através de um cilindro hidráulico conectado a um painel de controle, no qual um conjunto de válvulas permite alterações na vazão e pressão do óleo, possibilitando a regulação da velocidade de carregamento.

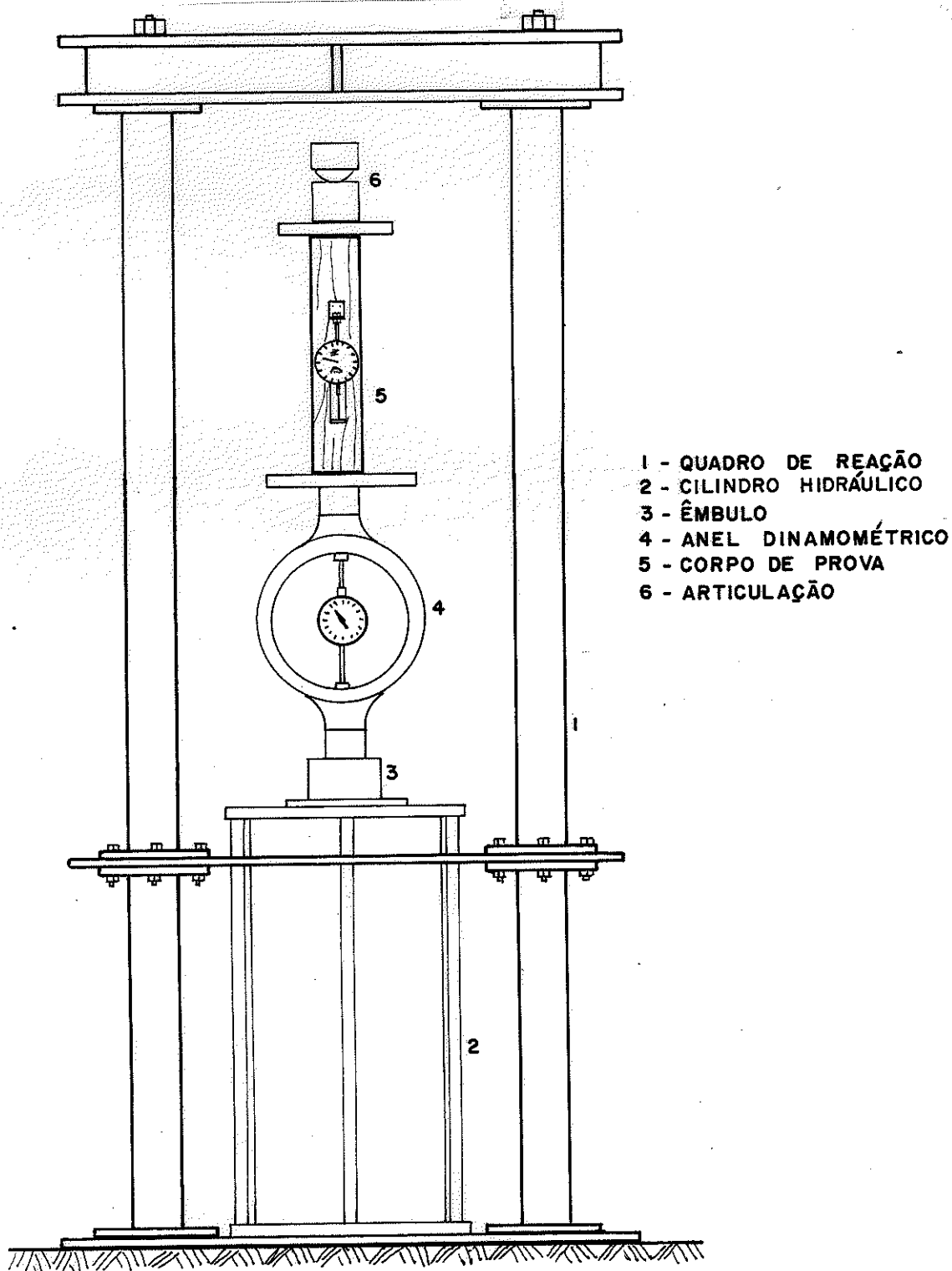


FIG. 27 — ESQUEMA DO CONJUNTO DE REAÇÃO PARA ENSAIO DE CORPOS DE PROVA

O carregamento que atua no corpo de prova é medido através das deformações de um anel dinamométrico de constante elástica conhecida.

Uma articulação simples permite a aplicação de um carregamento uniforme mesmo que as superfícies de contato do corpo de prova não estejam perfeitamente paralelas às superfícies de apoio sobre o êmbolo e da mesa superior do conjunto de ensaio.

Imediatamente antes do ensaio, determinou-se a massa e o volume dos corpos de prova. Após os ensaios, os corpos de prova foram colocados em estufa para secagem por um período mínimo de 48 horas, ou até atingirem massa constante.

Nestes ensaios o módulo de elasticidade, numericamente igual ao coeficiente angular da reta ajustada aos pontos no regime elástico, foi determinado por análise de regressão e o coeficiente de determinação R^2 , resultante desta análise manteve-se muito próximo de 1,00 em todos os ensaios.

Os problemas mais comuns que surgiram nos ensaios, durante os carregamentos, foram:

a) Nos extensômetros Galileu, a delicadeza do conjunto e a diminuta extensão de sua escala, torna difícil sua ajustagem no corpo de prova, de forma que permita parar rapidamente o ensaio, para conduzir novamente o ponteiro ao início da escala, dando continuidade às leituras. Pequenos desvios na colocação acarretam funcionamento diferente dos extensômetros.

b) Nos relógios comparadores, os dispositivos de fixação são pregados em posições marcadas nos corpos de prova. Uma pequena folga nesta colocação provoca perturbações significativas nas leituras, principalmente no início do ensaio, quando as tensões são baixas. A ocorrência deste problema causa indicação de deformações discrepantes entre as faces opostas do corpo de prova.

c) O mais significativo dos problemas ocorre quando as superfícies de contato dos corpos de prova não esta perfeitamente planas e ou paralela. Isto gera uma distribuição não uniforme de tensões ao longo do corpo de prova, provocando deformações diferentes entre as faces opostas.

Estas imperfeições surgem na preparação dos corpos de prova, quando as ferramentas de corte não estão suficientemente afiadas para manter o corte na direção desejada com a velocidade normal de trabalho. Quando estas imperfeições são pequenas, po

dem ser corrigidas colocando uma placa de um material mais mole que a madeira ensaiada, entre o prato da prensa hidráulica e a superfície de contato do corpo de prova. Nestes ensaios utilizaram-se pequenas placas de fibra de madeira. Quando as imperfeições são grandes é conveniente fazer outro corte, de maneira mais cuidadosa, em seção perpendicular ao eixo principal do corpo de prova.

Em todos os ensaios nos quais ocorram algumas perturbações, interrompeu-se o carregamento ainda no regime elástico, para sanar os problemas. Mesmo assim, em alguns diagramas tensão - deformação, a curva apresentou perturbações provenientes destes defeitos. Estas perturbações não são muito significativas na determinação do módulo de elasticidade e da tensão de ruptura. No entanto, pequenos desvios no diagrama, podem provocar erros grosseiros na determinação do limite de elasticidade.

III.6 - Velocidade de Carregamento

A duração do carregamento em peças de madeira altera sensivelmente sua resistência. O acréscimo de resistência da madeira varia de 0,9 a 2,0 vezes a tensão admissível, para carregamentos de longa duração até carregamentos rápidos ou impactos (17) FIGURA 27.

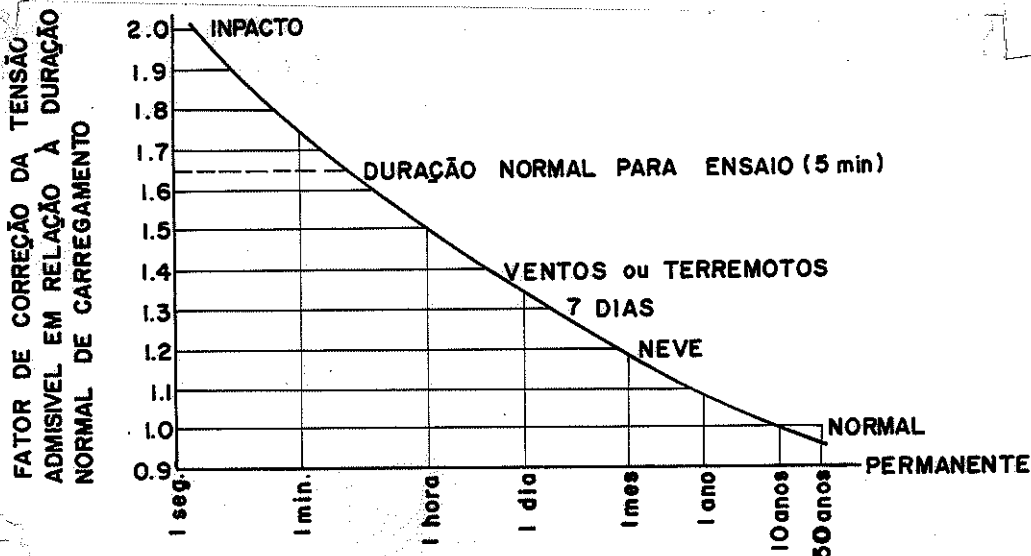


FIG. 27 - FATORES USUAIS DE MAJORAÇÃO DA TENSÃO ADMISIVEL EM RELAÇÃO A DURAÇÃO DO CARREGAMENTO

(17) - AMERICAN INSTITUTE DE TIMBER CONSTRUCTION - Physical and Mechanical Properties of Wood - Section 2. In: Timber Construction Manual. 2. ed. New York, John Wiley and Sons, 1974. p. 2-32 - 2-33.

Duração do Carregamento	Fator
2 meses (neve)	1,15
7 dias	1,25
Ventos ou Terremotos	1,33
Impactos	2,00

A norma brasileira (18) prevê apenas o acréscimo de resistência para cargas rápidas.

Em consequência deste efeito, os métodos de ensaios impõe uma limitação da velocidade de carregamento. O Método Brasileiro, MB-26 (19), limita a velocidade de carregamento a 100 kgf/cm² por minuto para ensaios de compressão paralela às fibras. Os norte americanos, de uma forma equivalente, limitam a velocidade de deformação do corpo de prova (20) em 0,003 polegadas por polegadas de comprimento do corpo de prova, por minuto. Considerando por exemplo um valor, $E = 100000 \text{ kgf/cm}^2$, para o módulo de elasticidade da Peroba Rosa, um corpo de prova recebendo uma deformação específica 0,003 por minuto corresponde a:

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\sigma = 100000 \cdot 0,003 = 300 \text{ kgf/cm}^2 \text{ por minuto}$$

Neste trabalho, Compressão - Umidade - Densidade os ensaios foram realizados com velocidades de carregamentos variando entre 50 a 70 kgf/cm² por minuto.

[18] - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS - Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira - NB-11. Rio de Janeiro, ABNT, 1951. p.5, item 11, alínea f.

[19] - Id. - Ensaaios Físicos e Mecânicos de Madeiras MB-26, p.8, item II, alínea b.

[20] - AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS - Op. cit., p. 74, item 55.

IV. ANÁLISE ESTATÍSTICA

IV.1 - Regressão Linear Múltipla

Com os ensaios realizados obteve-se uma série de valores das variáveis envolvidas na experimentação. Com o objetivo de relacionar as características de resistência e elasticidade da madeira em função das variáveis, utilizou-se análise de regressão múltipla, presupondo-se as seguintes hipóteses (21):

1 - A variável dependente é função linear das variáveis independentes.

2 - Os valores das variáveis independentes são fixos

3 - A média de erro é nula, isto é $E(\mu_i) = 0$.

4 - Os erros são homocedásticos, isto é, a variância do erro μ_i , $E(\mu_i^2)$ é sempre σ^2 .

5 - Os erros são independentes, isto é, $E(\mu_i, \mu_j) = 0$ para $i \neq j$. O erro de uma observação é independente do erro de outra observação.

6 - Os erros tem distribuição normal, combinando as pressuposições 4 e 5. Condição indispensável para se utilizar as distribuições de t e de F tendo em vista testar as hipóteses a respeito dos parâmetros.

Tem-se uma regressão linear quando admite-se que o valor da variável dependente é função, com parâmetros lineares, de uma ou mais variáveis. Considerando que uma variável Y dependa dos valores observados por k variáveis independentes ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$), o modelo estatístico da regressão linear múltipla para estas variáveis será:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i$$

a variável μ_i denominada erro, representa as variações das medidas ou o efeito de outras variáveis omitidas no modelo.

(21) - HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. - *Análise de Regressão: Uma Introdução à Economia*. São Paulo, Hucitec; EDUSP, 1977, p.39,108.

Retirada uma amostra de n observações das variáveis Y, X₁, X₂, X₃, ..., X_k deve-se encontrar, a partir destes dados, as estimativas a, b₁, b₂, b₃, ..., b_k dos parâmetros α, β₁, β₂, β₃, ... β_k respectivamente e desta forma obter $\hat{Y} = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \dots + b_k X_k$ como estimativa dos valores Y observados.

O método dos mínimos quadrados consiste em adotar como estimativa dos parâmetros os valores que minimizam a soma dos quadrados dos desvios. Sendo e_i = (Y_i - \hat{Y}_i) o desvio ou resíduo, a função M = Σ(Y_i - \hat{Y}_i)² deve ser minimizada. Isto exige que:

Σ(Y - a - b₁ X₁ - b₂ X₂ - ..., - b_k X_k)² seja mínimo. Para tanto, deve-se ter:

$$\frac{\delta M}{\delta a} = 0 ; \frac{\delta M}{\delta b_1} = 0 ; \frac{\delta M}{\delta b_2} = 0 ; \dots ; \frac{\delta M}{\delta b_k} = 0$$

estas derivadas parciais formam um sistema de equação denominado equações normais.

Utilizando notação matricial o modelo fica:

$$Y = X \beta + \mu$$

para:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & \dots & X_{k2} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 1 & X_{ln} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

As matrizes dos valores das estimativas dos parâmetros e dos desvios são dadas por:

$$b = \begin{bmatrix} a \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_n \end{bmatrix}$$

temos:

$$e = (Y - \hat{Y}) = (Y - X b)$$

logo:

$$Y = X \cdot b + e$$

para

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{Y}_n \end{bmatrix}$$

A soma de quadrado dos resíduos é dado por $M = e' \cdot e$, onde e' representa a matriz transposta da matriz e . O sistema de equação normais é representada por:

$$X'X \cdot b = X'Y$$

Se X' é uma matriz não singular existe a matriz inversa $(X'X)^{-1}$, portanto a estimativa dos parâmetros é dada por:

$$b = (X'X)^{-1} \cdot X'Y$$

As matrizes necessárias à determinação da estimativa dos parâmetros da regressão são:

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma X_{1i} & \Sigma X_{2i} & \dots & \Sigma X_{ki} \\ \Sigma X_{1i} & \Sigma X_{1i}^2 & \Sigma X_{1i} X_{2i} & \dots & \Sigma X_{1i} X_{ki} \\ \Sigma X_{2i} & \Sigma X_{1i} X_{2i} & \Sigma X_{2i}^2 & \dots & \Sigma X_{2i} X_{ki} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Sigma X_{ki} & \Sigma X_{1i} X_{ki} & \Sigma X_{2i} X_{ki} & \dots & \Sigma X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \Sigma Y_i \\ \Sigma X_{1i} Y_i \\ \Sigma X_{2i} Y_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \Sigma X_{ki} Y_i \end{bmatrix}$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$

IV.2 - Análise de Variância da Regressão Linear Múltipla

Através da análise de variância é possível testar uma série de hipóteses e observar alguns indicadores a respeito do comportamento do modelo estatístico.

A soma dos quadrados total mostra que a variação dos valores de Y em torno de sua média pode ser dividida em duas partes: uma explicada pela regressão e a outra não, pois, nem todos os pontos observados estão sobre as curvas de regressão (22). A soma dos quadrados total é igual à soma dos quadrados dos resíduos ou desvios mais a soma dos quadrados da regressão.

(22) - HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. - Op. cit., p.55.

$$S . Q . Total = S . Q . Res . + S . Q . Reg$$

$$\Sigma (Y_i - \bar{Y}_i)^2 = \Sigma (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \Sigma (\hat{Y}_i - \bar{Y}_i)^2$$

A relação entre a soma de quadrados da regressão e a soma dos quadrados total indica a proporção da variação de Y que é explicada pela regressão, este valor é denominado coeficiente de determinação múltipla, R^2 .

$$R^2 = \frac{S . Q . Reg}{S . Q . Total} \quad 0 < R^2 \leq 1$$

O grau de liberdade total também pode ser dividido em graus de liberdade da regressão e dos resíduos.

$$G . L . Total = G . L . Reg + G . L . Res$$

	G L
Regressão	$k = p - 1$
Resíduo	$n - p$
Total	$n - 1$

- k = número de variáveis
- p = número de parâmetros
- n = número de observações

Dividindo-se as somas dos quadrados pelos respectivos graus de liberdade obtém-se os quadrados médios. O quadrado médio dos resíduos, dados por $S . Q . Res / (n - p)$, é uma estimativa não tendenciosa da variância residual (σ^2).

$$S^2 = Q . M . Res$$

IV.3 - Teste Para a Existência da Regressão - Teste F

Dada uma hipótese de nulidade (H_0), define-se como erro tipo I o erro de rejeitar H_0 , sendo H_0 verdadeira. Define-se como erro tipo II o erro de não rejeitar H_0 , sendo H_0 falsa. Usa-se a letra α para indicar a probabilidade de se cometer erro tipo

I, que é o nível de significância do teste, e a letra β para indicar a probabilidade de se cometer erro do tipo II.

Se os erros u_i tiverem distribuição normal e se não existir a regressão ou seja $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, a relação:

$$F = \frac{Q \cdot M \cdot \text{Reg}}{Q \cdot M \cdot \text{Res}}$$

tem distribuição de F com k e n - p graus de liberdade. Para executar este teste deve-se (23):

a)- Enunciar as hipóteses H_0 e H_1 , lembrando-se que o modelo é $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u$

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ e } \beta_2 \neq 0 \text{ e } \dots \text{ e } \beta_k \neq 0$$

b)- Fixar o nível α de significância do teste

c)- $F(k, n - p)$ é a variável aleatória com distribuição F, tendo k graus de liberdade no numerador e n - p graus de liberdade no denominador.

d)- Determinar as Regiões de aceitação da hipótese H_0 considerando o nível de significância α e os graus de liberdade k e n - p, figura 28

e)- Conclusão: Se F (calculado) > $F(k, n - p)$, rejeita-se H_0 em favor de H_1 e existe regressão.

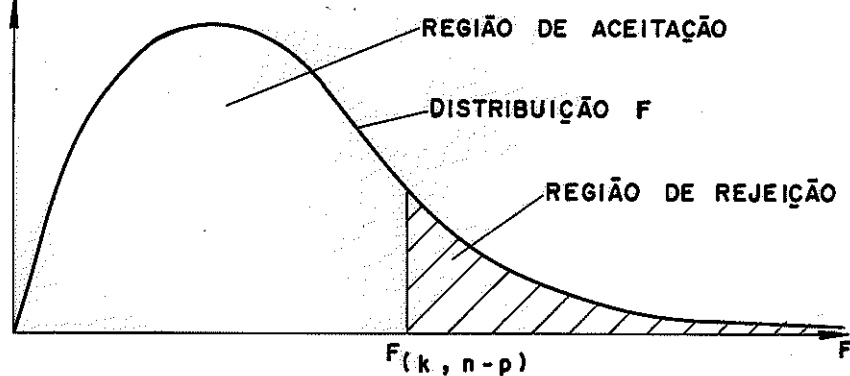


FIG. 28

[23] - FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A.; TOLEDO, G.L. - Estatística Aplicada. São Paulo, Atlas, 1978. p.151, 173.

IV.4 - Teste Para Determinar a Significância das Variáveis Envolvidas no Modelo - Teste t

Conhecendo-se a estimativa dos desvios-padrões das estimativas dos parâmetros, dados pela raiz quadrada da diagonal principal da matriz $(X'X)^{-1}S^2$, pode-se utilizar o valor:

$$t = \frac{b_i - \beta_i}{S(b_i)}$$

com $(n - p)$ graus de liberdade para testar hipóteses a respeito dos valores de cada parâmetro (24). Com este teste podemos medir o nível de significância de cada variável no Modelo. A sequência para se executar estes testes é a seguinte:

a)- Enunciar as hipóteses H_0 e H_1 , por exemplo:

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_i \neq 0$$

b) Fixar o nível α de significância do teste.

c) Determinar as regiões de aceitação e rejeição da hipótese H_0 utilizando a tabela t, com $n - p$ graus de liberdade, figura 29.

d) Calcular a variável $t = \frac{b_i}{S(b_i)}$

e) Conclusão: Se $|t \text{ calculado}| > t(n - p)$ rejeita-se H_0 e conclui-se com um risco α que o parâmetro b_i é diferente de zero, portanto a variável X_i é significativa no modelo.

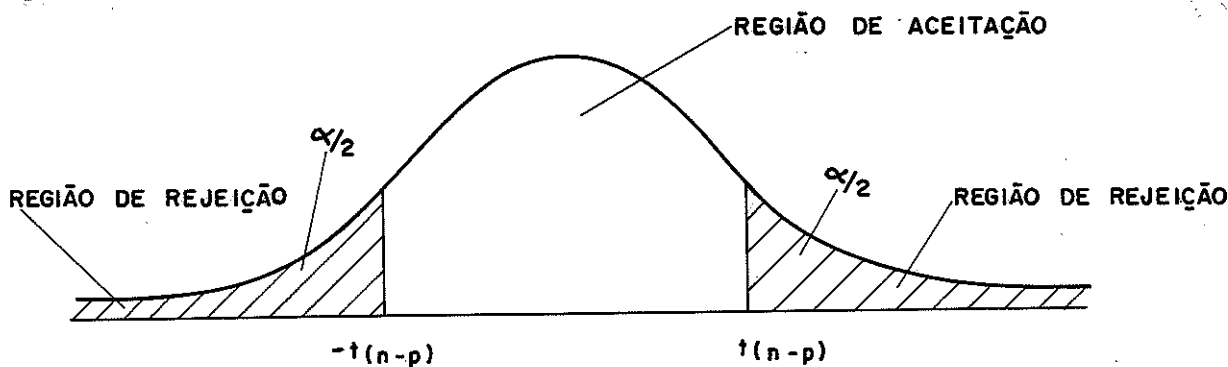


FIG. 29

[24] - HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. - Op. cit., p. 116

IV.5 - Transformação das Variáveis

Quando se diz que um modelo estatístico é linear ou não linear, trata-se da linearidade ou não linearidade dos parâmetros. O valor do maior expoente das variáveis independentes é chamado ordem do modelo, por exemplo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$$

é um modelo linear nos parâmetros β e de segunda ordem na variável X .

O primeiro procedimento a seguir, quando se deseja escrever um modelo linear, tendo um conjunto de observações, é representar em um diagrama cartesiano os valores da variável dependente contra cada uma das variáveis independentes. Isto dá uma primeira indicação de como estas variáveis afetam a variável dependente. Se uma destas variáveis sugerir uma curva linear, parabólica, exponencial ou hiperbólica etc, deverá entrar no modelo representando este comportamento. Se esta dependência não for sugerida pelo diagrama, ainda assim a referida variável independente pode ser relevante na explicação da variável dependente.

IV.6 - O Exame dos Resíduos

Os resíduos, definidos com a diferença entre os valores observados e os valores estimados pela regressão $e_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$, são partes dos valores observados não explicados pelo modelo estatístico adotado.

O estudo dos resíduos é feito de forma gráfica e consiste em analisar o comportamento dos resíduos em relação às variáveis estudadas ou seus valores transformados. Este estudo pode evidenciar discrepâncias de muitas naturezas. Se os resíduos indicarem tendências sistemáticas deve-se suspeitar do modelo adotado. O exame dos resíduos permitirá comprovar as hipóteses básicas sobre os erros envolvidos, sobre o comportamento do modelo e sobre as anomalias que podem ocorrer em relação a uma outra variável.

As formas mais comuns de apresentar gráficamente os resíduos (25) e (26), são:

1)- O diagrama de resíduo contra a frequência dos resultados observados, determinando um histograma, o qual deverá ter o formato de uma distribuição normal com média zero, comprovando-se assim algumas das hipóteses iniciais sobre o erro da regressão. Este diagrama pode ter aspecto bastante variados quando o número de observações é pequeno. Neste caso, qualquer aparência de anormalidade não caracteriza necessariamente a influência de um efeito fundamental.

2)- O diagrama de resíduo contra a sequência de observações poderá indicar anomalias ocorridas ao longo do tempo da experimentação. Esta indicação poderá revelar uma nova variável ou alertar para maiores cuidados com as observações no transcorrer da experimentação.

3)- O diagrama resíduo contra os valores estimados \hat{Y}_i da regressão indicará irregularidades no modelo.

4)- O diagrama resíduos contra os valores de cada variável independente ou variável do possível interesse, poderá indicar tendências ou variações ainda não incluídas no modelo.

Quando estes diagramas apresentarem uma dispersão de pontos, uniforme em torno da média, figura 30, todo o efeito da variável foi observado pelo modelo ou sua influência nos resultados observados não é significativa.

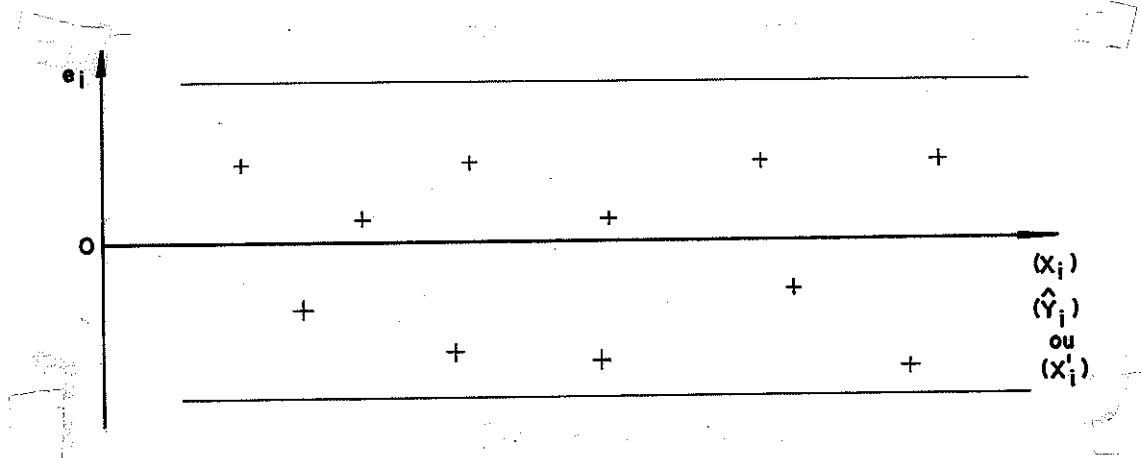


FIG. 30. X_i = Variável independente
 \hat{Y}_i = Valor estimado da regressão
 X_i' = Variável de interesse

(25) - DRAPER, N.R. & SMITH, H. - *Applied Regression Analysis*. New York, John Wiley and Sons, 1966. p86-99.

(26) - BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. - *Statistics for Experimenters: an Introduction to Design Data Analysis, and Model Building* New York, John Wiley and Sons, 1978 - p.182-186.

Ocorrendo tendências de acréscimos ou decréscimos sucessivos de dispersão ao longo do eixo, figura 31, a variância não é uniforme; exigindo uma transformação preliminar nos valores observados de Y. (e suspeita de heterocedasticidade).

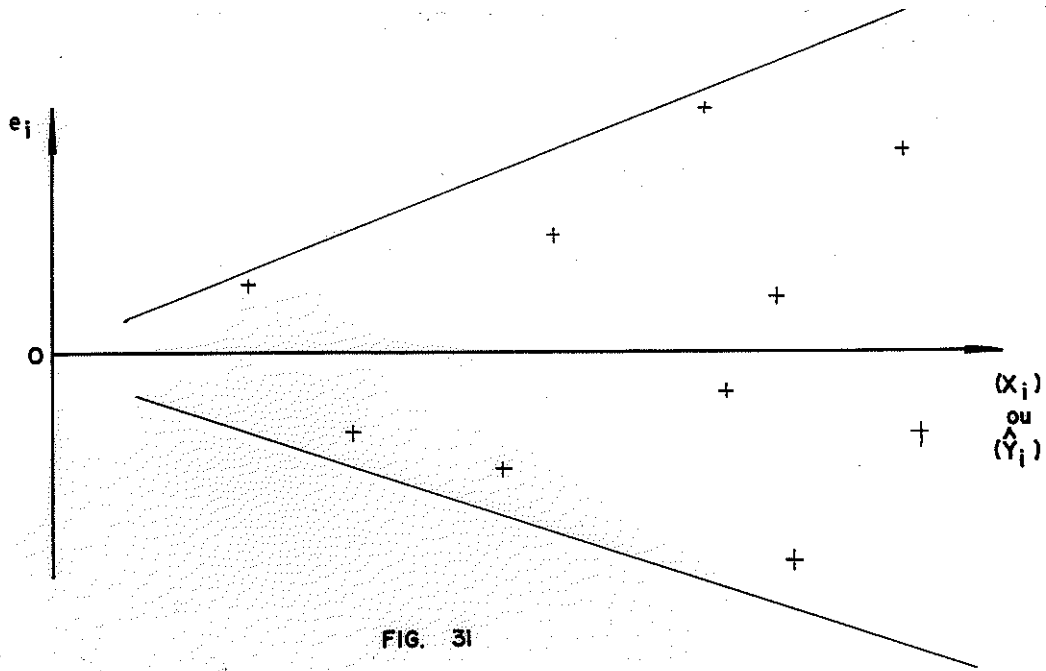


FIG. 31

Ocorrendo uma tendência linear, figura 32, a variável deverá ser incluída no modelo ou exige-se transformações preliminares na variável dependente.

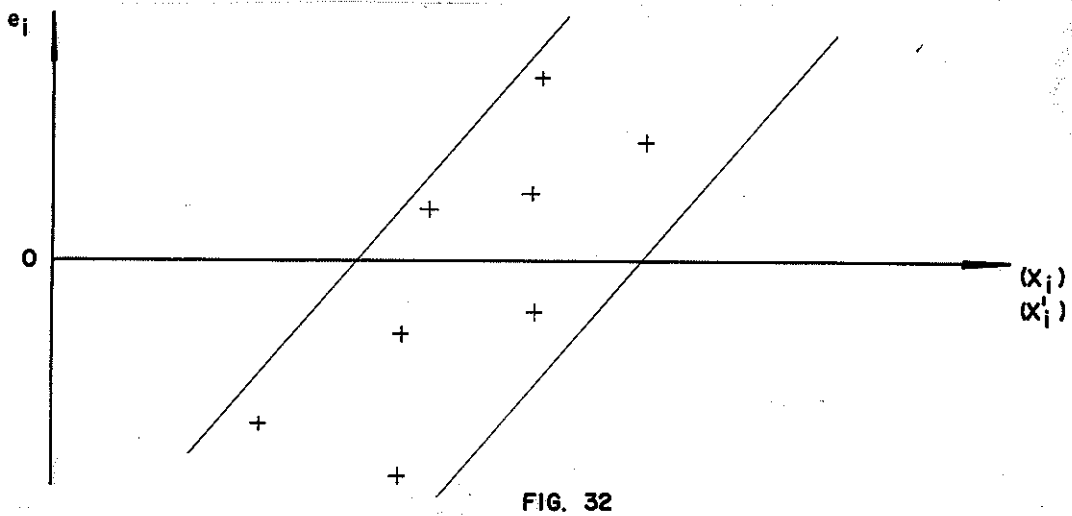


FIG. 32

Ocorrendo uma tendência curva, figura 33, outras variáveis devem ser incluídas no modelo para eliminar estes efeitos por exemplo a inclusão de um termo linear e um quadrático, ou a necessidade de transformações preliminares nas observações Y.

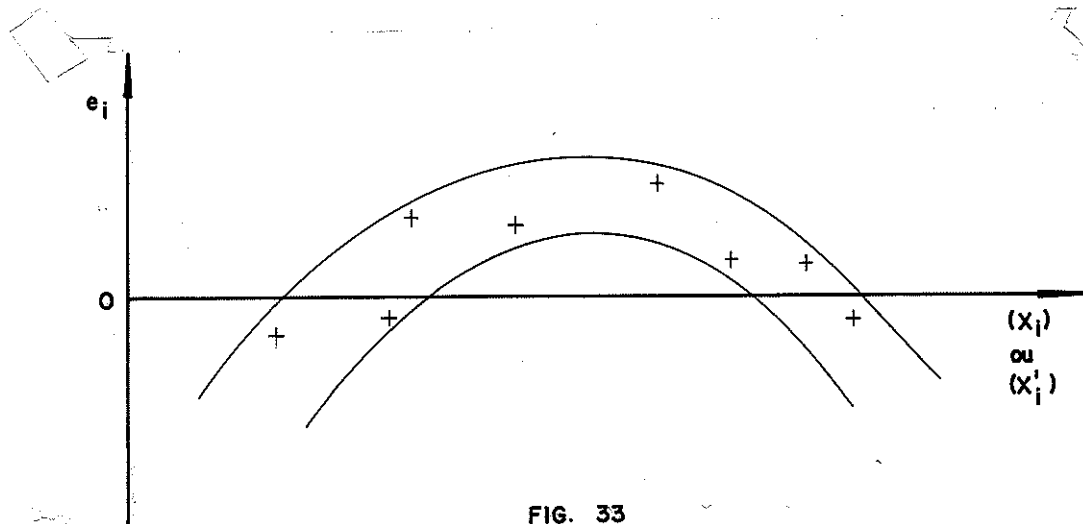


FIG. 33

As discrepâncias mais comuns reveladas nos digramas, ocorrem quando um ou mais valores dos resíduos é muito maior ou muito menor do que os outros. A simples rejeição destas observações não é um bom procedimento, deve-se investigar as suas causas, pois estes resultados podem trazer informações importantes ao pesquisador. Se estas observações discrepantes persistirem em todos os diagramas de resíduo contra as variáveis, tem-se indicação da conveniência da exclusão destes pontos.

IV.7 - Intervalo de Confiança

A estimativa de um intervalo de confiança para a média real dos valores de Y , $E(Y)$, dado por um conjunto de valores X_1, X_2, \dots, X_k pertencentes ou não à amostra, com um nível α de significância pode ser obtido (27), (28) e (29) por:

$$\hat{Y} \pm t_{\{(n - p - 1); 1 - \frac{1}{2} \alpha\}} S \sqrt{X'_0 C X_0}$$

onde $S = \sqrt{\text{Quadrado médio dos resíduos}}$

[27] - DRAPER, N.R. & SMITH, M. - Op. cit. p.121-2.

[28] - HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. - Op. cit. p.126.

[29] - FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A.; TOLEDO, G.L. - Op. cit., p.152.

sendo:

$$c = (X'X)^{-1} \quad e \quad X_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_k \end{bmatrix}$$

O intervalo de confiança para um valor individual de Y , dada uma sequência de observações X_1, X_2, \dots, X_k com um nível α de significância, e $n-p-1$ graus de liberdade é dado por:

$$\hat{Y} \pm t_{\{(n-p-1); 1 - \frac{\alpha}{2}\}} S \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

onde $S = \sqrt{Q.M.Res.}$

V. - TENSÃO DE RUPTURA - UMIDADE - DENSIDADE

Os fatores que afetam significativamente a tensão de ruptura da madeira são: sua umidade e densidade. Esta influência vem sendo estudada há muito tempo. Em 1932, WILSON (30) apresentou a curva Logarítmo da Tensão de ruptura - Umidade para algumas madeiras norte americanas, e somente em 1973 obteve-se através de HELLMEISTER (31) a influência simultânea da umidade e densidade na tensão de ruptura, em compressão paralela, para madeiras nacionais.

Com o objetivo de expandir o estudo do Pinho do Paraná e do Eucalipto Citriodora, estudou-se outra espécie, a Peroba Rosa. A disponibilidade recente de computadores de médio porte e de programas para a aplicação da análise de regressão, permitiu a obtenção de modelos estatístico mais elaborados e a obtenção de resultados mais adequados para a interpretação dos valores experimentais.

V.1 - Resultados dos Ensaios

Os resultados obtidos ensaiando a Peroba Rosa na forma de corpos de prova com as dimensões 3,0 x 3,0 x 12,0 cm e 5,0 x 5,0 x 20,0 cm, seguindo procedimentos usuais no LAMEM, conforme o item III.5, são apresentados na tabela V.1.1.

No estudo do Pinho do Paraná e do Eucalipto Citriodora, foram utilizados corpos de prova com dimensões 2,0 x 2,0 x 3,0 cm., seguindo as recomendações da ABNT (32), os resultados são apresentados nas tabelas V.1.2 e V.1.3 a seguir.

Sendo U, D e T respectivamente umidade (%), densidade (g/cm^3) e tensão de ruptura (kgf/cm^2).

[30] - WILSON, T.R.C. - Op. cit., p.12-35.

[31] - HELLMEISTER, J.C. - Op. cit., p.62-3.

[32] - Associação Brasileira de Normas Técnicas - Ensaaios Físicos e Mecânicos de Madeira - MB-26. Rio de Janeiro ABNT 1940. p.8, item II.7, alínea a.

TABELA V.1.1

(PEROBA ROSA)

U	D	T	U	D	T
5.7	0.75	735.	17.8	0.91	487.
5.5	0.82	576.	17.9	0.79	382.
5.9	0.78	624.	17.9	0.78	356.
5.5	0.86	682.	18.2	0.80	470.
5.7	0.78	716.	20.7	0.72	256.
6.0	0.84	714.	21.4	0.71	313.
6.0	0.85	782.	21.4	0.80	360.
6.7	0.88	645.	21.6	0.82	327.
6.8	0.75	654.	21.6	0.82	366.
6.9	0.66	773.	21.7	0.66	352.
7.0	0.77	611.	21.9	0.80	385.
10.0	0.69	390.	22.2	0.80	312.
7.0	0.75	712.	22.9	0.81	368.
7.0	0.69	670.	23.4	0.66	302.
7.2	0.59	672.	23.7	0.88	367.
7.2	0.68	490.	23.8	0.80	341.
7.3	0.75	620.	24.1	0.76	315.
7.4	0.68	575.	24.3	0.82	282.
7.4	0.73	510.	24.4	0.83	354.
7.5	0.87	632.	24.4	0.82	341.
7.5	0.85	591.	24.5	0.88	310.
7.7	0.76	680.	24.6	0.82	269.
8.0	0.72	657.	24.9	0.81	291.
8.1	0.70	461.	25.0	0.72	282.
8.1	0.75	630.	25.2	0.83	343.
8.2	0.75	705.	25.4	0.74	288.
8.4	0.86	654.	25.4	0.88	372.
10.4	0.79	627.	25.6	0.93	276.
10.4	0.81	620.	25.7	0.93	358.
10.6	0.89	628.	25.8	0.77	278.
10.8	0.77	585.	25.9	0.77	403.
10.8	0.82	549.	25.6	0.90	282.
11.0	0.75	494.	26.0	0.88	280.
11.4	0.81	549.	26.1	0.94	292.
11.6	0.79	580.	26.1	0.82	364.
12.2	0.66	601.	26.6	0.81	374.
12.4	0.85	517.	27.1	0.82	351.
12.4	0.87	595.	27.4	0.82	359.
12.5	0.77	551.	27.5	0.82	264.
12.5	0.77	436.	28.0	0.88	541.
12.5	0.71	534.	28.1	0.82	341.
12.5	0.82	574.	28.1	0.87	310.
12.6	0.87	588.	28.5	0.97	297.
15.0	0.71	387.	28.6	0.71	302.
15.0	0.80	461.	28.7	0.73	282.
15.2	0.94	602.	30.1	0.94	285.
15.2	0.85	419.	30.3	0.88	387.
15.3	0.82	443.	30.8	0.95	335.
15.4	0.79	454.	31.8	0.96	262.
15.4	0.68	426.	32.0	0.79	363.
15.5	0.72	429.	32.2	1.01	355.
15.6	0.91	388.	32.1	0.82	316.
16.0	0.79	489.	34.1	0.87	290.
15.0	0.88	387.	34.2	0.89	351.
15.7	0.77	451.	34.8	0.93	258.
15.7	0.65	435.	36.0	0.90	321.
15.7	0.75	478.	9.7	0.90	551.
15.7	0.75	473.	9.2	0.90	426.
15.8	0.73	401.	9.4	0.86	570.
15.8	0.88	379.	9.7	0.88	661.
15.9	0.78	505.	10.3	0.91	428.
15.0	0.83	276.	11.4	0.91	532.
16.0	0.74	444.	11.6	0.75	559.
16.0	0.86	363.	12.1	0.79	569.
16.0	0.83	487.	15.8	0.70	386.
16.0	0.82	471.	15.6	0.87	580.
16.0	0.88	532.	16.1	0.91	524.
16.0	0.90	312.	16.6	0.81	544.
16.1	0.73	413.	17.0	0.75	463.
16.3	0.78	425.	19.1	0.78	467.
16.4	0.85	468.	15.1	0.82	437.
16.5	0.70	353.	16.5	0.87	474.
16.9	0.78	447.	19.4	0.76	442.
16.9	0.84	460.	12.3	0.89	471.
15.7	0.85	472.	14.2	0.72	519.
17.0	0.90	367.	12.1	0.72	510.
15.8	0.80	450.	14.8	0.92	481.
17.0	0.97	417.	14.7	0.84	429.
17.1	0.96	356.	14.6	0.87	450.
17.1	0.86	286.	13.2	0.85	458.
17.2	0.80	359.	17.0	0.83	400.
17.2	0.92	336.	13.9	0.82	491.
17.3	0.94	381.	15.7	0.77	528.
17.8	0.72	427.			

TABELA V. I. 1.

(PEROBA ROSA)

U	D	T	U	D	T
18.9	0.79	392.	17.3	0.76	437.
23.6	0.86	326.	17.3	0.74	478.
36.2	0.95	352.	15.4	0.75	496.
23.5	0.95	354.	15.5	0.70	431.
23.1	0.75	300.	15.7	0.77	481.
27.1	0.51	389.	12.6	0.69	410.
16.6	0.88	462.	15.0	0.84	559.
20.5	0.74	405.	14.7	0.81	568.
7.2	0.77	456.	16.1	0.72	435.
17.0	0.88	467.	16.0	0.65	420.
8.4	0.87	354.	15.6	0.75	441.
21.0	0.77	356.	15.0	0.65	410.
22.0	0.57	402.	15.1	0.91	462.
41.8	0.86	412.	14.6	0.87	456.
41.0	0.65	300.	12.3	0.80	429.
47.1	1.01	460.	17.2	0.82	472.
37.5	0.60	347.	17.5	0.77	420.
13.4	0.69	463.	15.8	0.88	463.
12.4	0.74	450.	16.6	0.90	461.
32.8	0.94	336.	25.0	0.87	335.
18.7	0.81	422.	27.8	0.89	345.
43.0	0.96	326.	17.1	0.89	352.
15.0	0.89	454.	17.1	0.52	372.
17.1	0.85	443.	17.3	1.05	366.
17.5	0.84	454.	15.5	0.76	314.
14.4	0.78	504.	25.5	0.79	324.
16.0	0.86	590.	25.5	0.87	337.
14.3	0.78	510.	23.2	0.75	365.
13.5	0.78	530.	35.8	0.82	329.
13.5	0.82	491.	27.6	0.76	368.
13.7	0.95	677.	32.1	0.73	321.
13.7	0.88	647.	35.2	0.85	340.
32.1	0.87	432.	28.7	0.78	286.
42.0	0.89	707.	27.4	0.79	276.
43.8	1.01	311.	25.6	0.76	290.
46.2	1.07	459.	13.6	0.73	436.
51.2	1.02	429.	13.2	0.76	456.
32.5	0.87	440.	12.9	0.75	426.
51.3	1.17	334.	13.2	0.72	500.
26.6	0.69	437.	13.9	0.88	436.
40.8	0.56	351.	13.1	0.73	417.
44.5	0.80	334.	12.5	0.76	493.
49.1	0.95	262.	12.0	0.79	417.
52.1	1.00	406.	29.0	0.99	379.
29.0	0.82	379.	42.0	1.02	413.
24.0	0.82	472.	34.8	0.93	413.
51.4	1.09	390.	48.6	0.95	323.
34.3	0.50	435.	37.1	0.98	356.
23.7	0.81	372.	25.2	0.85	402.
13.8	0.78	595.	47.0	0.95	375.
13.9	0.74	465.	50.1	1.12	401.
13.7	0.78	566.	27.6	0.86	301.
13.5	0.72	472.	24.8	0.54	371.
13.2	0.68	412.	27.9	0.88	366.
13.2	0.67	392.	24.3	0.34	328.
14.0	0.68	418.	7.7	0.70	404.
14.0	0.68	435.	17.5	0.67	351.
13.4	0.71	450.	18.0	0.84	446.
13.8	0.79	600.	16.1	0.77	410.
14.1	0.70	400.	20.5	0.79	413.
13.7	0.70	418.	20.1	0.77	400.
14.4	0.76	451.	15.0	0.70	358.
13.9	0.76	423.	17.5	0.75	451.
14.0	0.75	426.	17.6	0.84	442.
14.5	0.76	419.	17.9	0.85	354.
14.7	0.71	441.	50.8	0.99	346.
12.6	0.72	465.	32.2	0.54	381.
11.5	0.81	595.	16.0	0.88	447.
11.5	0.84	651.	16.7	0.81	351.
12.6	0.72	500.	17.6	0.84	302.
12.6	0.71	443.	48.8	1.00	400.
12.2	0.79	622.	16.7	0.72	366.
13.4	0.77	512.	20.6	0.69	322.
13.9	0.77	565.	17.4	0.71	366.
11.5	0.86	528.	28.3	0.29	218.
12.3	0.50	583.	44.0	1.05	258.
12.5	0.85	483.	42.9	1.03	415.
12.0	0.87	539.	50.6	0.99	379.
14.6	0.91	543.	50.7	0.96	269.
14.4	0.91	490.	32.3	0.91	300.
14.6	0.92	509.	17.6	0.78	407.
14.4	0.92	529.	15.2	0.82	312.
14.8	0.93	546.	18.8	0.71	358.
13.4	0.71	490.	33.7	0.82	337.

TABELA V. 1.2

(PINHO DO PARANÁ)

U	D	T	U	D	T
9.8	0.65	672.	15.1	0.68	512.
10.2	0.56	668.	16.4	0.61	408.
10.3	0.60	784.	4.6	0.64	563.
10.2	0.57	613.	15.1	0.57	532.
10.0	0.66	675.	5.4	0.48	726.
10.2	0.56	687.	4.6	0.62	627.
10.2	0.54	526.	4.4	0.62	668.
10.0	0.51	565.	4.1	0.57	679.
10.6	0.57	552.	4.5	0.67	776.
10.9	0.54	445.	8.9	0.61	1005.
10.6	0.59	585.	5.6	0.63	1020.
10.8	0.61	560.	4.7	0.59	1004.
9.8	0.62	816.	4.0	0.66	1025.
9.9	0.65	667.	4.1	0.53	738.
9.6	0.55	726.	4.2	0.55	775.
10.4	0.62	646.	4.2	0.64	578.
10.5	0.44	306.	4.3	0.55	870.
10.4	0.58	556.	4.6	0.55	745.
10.2	0.54	627.	4.7	0.43	552.
9.8	0.60	669.	4.7	0.53	666.
10.3	0.64	741.	4.7	0.57	668.
10.2	0.62	555.	4.9	0.57	903.
10.4	0.52	526.	4.9	0.55	807.
10.2	0.61	720.	4.9	0.54	827.
10.2	0.50	516.	4.9	0.56	811.
10.3	0.62	771.	5.0	0.57	757.
10.3	0.54	691.	5.1	0.62	759.
10.3	0.57	640.	5.1	0.52	653.
10.6	0.55	521.	5.2	0.67	860.
10.9	0.56	666.	5.2	0.59	771.
8.3	0.66	813.	5.2	0.52	577.
15.6	0.57	450.	5.6	0.55	719.
10.7	0.62	557.	5.9	0.66	856.
15.0	0.59	366.	6.7	0.67	755.
18.9	0.51	328.	7.0	0.48	510.
15.1	0.55	373.	7.4	0.57	626.
22.2	0.61	251.	7.6	0.43	476.
25.4	0.63	254.	7.9	0.62	756.
15.6	0.53	368.	7.9	0.52	524.
15.3	0.57	450.	8.2	0.54	643.
15.1	0.59	560.	8.2	0.62	741.
14.3	0.63	676.	8.5	0.55	675.
9.6	0.56	694.	8.7	0.61	734.
9.7	0.64	732.	8.7	0.58	720.
10.3	0.57	630.	8.7	0.69	707.
10.4	0.56	585.	8.8	0.56	550.
10.5	0.50	636.	8.9	0.57	637.
10.3	0.62	627.	8.9	0.63	765.
10.9	0.57	562.	9.0	0.56	728.
10.3	0.55	636.	9.1	0.67	743.
15.7	0.55	467.	9.1	0.61	665.
15.4	0.57	530.	9.1	0.63	772.
16.3	0.57	381.	9.3	0.67	862.
16.0	0.55	330.	9.3	0.56	633.
15.6	0.55	459.	9.3	0.62	604.
15.6	0.61	525.	9.3	0.58	522.
15.6	0.51	485.	9.4	0.54	583.
16.2	0.58	397.	9.7	0.57	640.
14.5	0.63	613.	9.8	0.62	551.
15.6	0.53	368.	9.8	0.53	572.
16.0	0.65	429.	9.8	0.57	650.
13.2	0.65	561.	9.8	0.69	659.
14.6	0.65	567.	10.0	0.59	577.
16.0	0.64	351.	10.0	0.56	489.
15.9	0.46	378.	10.0	0.59	960.
15.6	0.60	518.	11.7	0.59	470.
15.5	0.61	527.	12.5	0.67	590.
15.3	0.67	590.	13.0	0.57	458.
15.4	0.58	471.	13.3	0.55	475.
16.2	0.57	485.	13.4	0.56	431.
15.6	0.62	455.	13.0	0.65	549.
15.7	0.64	461.	13.4	0.68	608.
16.2	0.59	421.	13.5	0.62	573.
15.6	0.53	410.	13.6	0.65	431.
16.0	0.58	472.	13.6	0.54	441.
12.6	0.69	628.	13.6	0.55	443.
14.8	0.65	488.	13.6	0.60	428.
16.9	0.55	441.	13.7	0.63	575.

TABELA V.1.2

(PINHO DO PARANÁ)

U	D	T	U	D	T
12.7	0.56	431.	15.2	0.55	443.
13.9	0.50	421.	14.1	0.57	431.
14.0	0.56	423.	14.6	0.67	527.
14.0	0.56	379.	14.7	0.64	500.
14.1	0.61	524.	15.1	0.58	520.
14.1	0.57	456.	14.8	0.57	457.
14.2	0.67	460.	15.1	0.55	420.
14.3	0.57	455.	14.4	0.63	535.
14.4	0.70	517.	12.9	0.65	486.
14.7	0.62	460.	15.1	0.56	562.
14.8	0.65	559.	14.3	0.55	422.
15.0	0.44	357.	15.5	0.62	472.
15.3	0.58	490.	15.1	0.57	560.
15.9	0.72	334.	15.0	0.67	605.
15.4	0.64	320.	15.2	0.55	473.
20.6	0.65	317.	15.3	0.58	545.
20.9	0.57	299.	13.7	0.54	541.
21.2	0.58	226.	15.3	0.54	569.
21.4	0.69	367.	14.6	0.62	671.
21.5	0.58	301.	13.8	0.56	543.
21.6	0.56	268.	14.9	0.57	582.
21.9	0.71	349.	14.5	0.57	466.
22.0	0.64	358.	14.4	0.64	587.
21.1	0.58	273.	16.7	0.67	463.
22.2	0.62	278.	18.9	0.55	354.
22.4	0.68	293.	18.2	0.66	474.
22.6	0.67	333.	19.0	0.59	386.
22.8	0.50	284.	18.8	0.64	455.
22.8	0.64	335.	19.4	0.62	435.
22.9	0.73	310.	19.7	0.55	354.
22.9	0.57	259.	20.4	0.57	389.
22.7	0.57	220.	19.1	0.58	361.
23.3	0.57	280.	17.9	0.65	474.
21.9	0.66	338.	19.8	0.56	311.
20.0	0.63	302.	19.5	0.64	393.
18.6	0.55	289.	19.6	0.60	438.
15.4	0.60	492.	18.9	0.05	132.
14.8	0.67	546.	11.9	0.05	623.
23.8	0.66	340.	11.9	5.06	305.
23.9	0.58	280.	11.9	1.05	537.
24.3	0.59	311.	11.9	1.06	446.
24.3	0.66	302.	19.1	0.60	431.
24.3	0.64	292.	19.4	0.64	377.
24.4	0.63	320.	18.8	0.58	342.
24.5	0.60	282.	19.1	0.56	416.
24.6	0.67	384.	19.5	0.63	367.
24.8	0.72	322.	19.4	0.57	412.
24.8	0.73	330.	19.6	0.57	402.
25.3	0.59	277.	19.1	0.64	370.
25.3	0.63	315.	19.1	0.57	399.
25.6	0.57	286.	19.0	3.53	414.
25.7	0.64	340.	20.0	0.57	349.
25.8	0.70	335.	19.9	0.67	334.
25.9	0.56	272.	18.7	0.56	426.
25.9	0.66	332.	19.9	0.44	306.
22.5	0.64	294.	19.6	0.60	400.
16.0	0.55	386.	18.9	0.57	370.
16.1	0.65	437.	19.7	0.62	418.
16.3	0.59	470.	19.1	0.57	383.
15.1	0.57	502.	19.4	0.54	364.
15.9	0.57	498.	19.0	0.55	408.
15.7	0.59	454.	19.2	0.54	378.
16.0	0.57	423.	19.1	0.66	462.
15.1	0.60	479.	20.1	0.66	333.
15.2	0.56	501.	38.6	0.60	300.
14.5	0.63	676.	34.6	0.61	273.
15.6	0.67	585.	30.7	0.57	283.
14.0	0.58	500.	27.9	0.69	340.
15.2	0.55	437.	35.2	0.59	245.
19.1	0.67	551.	29.4	0.62	272.
14.2	0.45	446.	30.4	0.63	286.
10.1	0.63	569.	31.6	0.58	250.
16.6	0.59	450.	32.7	0.62	271.
14.3	0.58	537.	32.9	0.61	306.
15.8	0.62	580.	32.2	0.61	291.
12.8	0.66	573.	30.4	0.64	301.
13.8	0.61	587.	29.6	0.67	279.
14.8	0.54	527.	32.3	0.62	277.

TABELA V.1.2

(PINHO DO PARANÁ)

U	D	T	U	D	T
27.5	0.70	272.	11.1	0.49	421.
28.7	0.50	224.	11.9	0.48	387.
22.1	0.59	257.	11.8	0.47	384.
27.4	0.62	235.	12.6	0.48	403.
29.8	0.68	278.	12.5	0.49	410.
23.9	0.70	393.	12.5	0.46	397.
28.5	0.70	301.	12.6	0.50	420.
31.0	0.67	305.	10.4	0.73	618.
30.6	0.57	245.	10.0	0.74	635.
30.6	0.63	276.	9.9	0.73	625.
32.6	0.63	252.	10.2	0.72	611.
22.4	0.56	270.	9.9	0.78	621.
28.6	0.69	331.	13.0	0.52	322.
30.4	0.61	251.	12.8	0.49	356.
30.1	0.63	271.	13.3	0.49	353.
30.2	0.64	291.	13.2	0.46	378.
28.7	0.66	298.	13.1	0.50	407.
30.2	0.61	229.	13.3	0.48	363.
32.0	0.57	238.	13.1	0.48	400.
33.6	0.62	262.	13.4	0.48	388.
28.0	0.72	311.	13.2	0.48	379.
30.8	0.55	252.	11.7	0.56	518.
29.4	0.63	294.	11.6	0.55	504.
31.3	0.70	291.	11.5	0.53	474.
36.3	0.68	252.	11.6	0.56	506.
40.2	0.64	253.	11.7	0.58	455.
38.4	0.71	336.	11.6	0.57	515.
48.8	0.67	254.	11.3	0.55	463.
52.8	0.65	235.	11.2	0.55	525.
34.9	0.71	302.	11.7	0.51	480.
34.7	0.73	232.	11.6	0.52	449.
48.3	0.77	322.	11.7	0.52	465.
56.3	0.72	290.	11.6	0.51	468.
69.1	0.81	250.	11.5	0.59	541.
43.4	0.80	251.	11.7	0.61	604.
49.7	0.83	316.	11.1	0.60	641.
48.9	0.66	255.	11.2	0.64	497.
44.2	0.71	316.	14.2	0.46	376.
38.0	0.63	218.	14.2	0.44	365.
44.4	0.74	269.	14.2	0.44	353.
51.3	0.68	295.	13.4	0.51	388.
42.1	0.76	336.	13.7	0.51	462.
48.4	0.76	305.	13.8	0.51	350.
45.4	0.82	375.	13.9	0.52	345.
42.3	0.68	274.	13.6	0.47	329.
40.2	0.72	352.	13.6	0.44	346.
55.0	0.74	260.	13.8	0.44	260.
65.5	0.72	284.	13.6	0.45	284.
11.2	0.72	241.	14.0	0.44	346.
46.3	0.66	296.	11.6	0.48	445.
42.5	0.75	341.	11.8	0.46	417.
40.3	0.71	254.	11.6	0.52	442.
51.0	0.72	284.	11.8	0.48	405.
48.5	0.68	293.	12.4	0.48	423.
51.3	0.78	295.	11.7	0.48	449.
42.2	0.65	266.	11.8	0.48	417.
47.3	0.62	278.	11.6	0.52	422.
40.5	0.65	221.	11.8	0.48	405.
46.8	0.72	270.	12.4	0.48	423.
54.9	0.67	280.	11.7	0.48	449.
29.8	0.64	287.	11.8	0.48	417.
34.1	0.73	295.	11.6	0.52	422.
37.7	0.76	278.	11.8	0.48	405.
54.0	0.74	305.	12.4	0.48	423.
49.5	0.69	287.	12.6	0.53	462.
12.6	0.53	482.	12.6	0.55	457.
12.6	0.55	497.	13.1	0.54	453.
13.1	0.54	453.	13.8	0.54	414.
11.3	0.54	414.	12.6	0.44	376.
12.0	0.56	513.	15.6	0.45	377.
13.0	0.56	504.	12.7	0.44	366.
13.1	0.53	445.	13.2	0.59	416.
13.2	0.57	478.	13.4	0.60	404.
11.5	0.48	350.	12.6	0.60	465.
11.4	0.48	350.	13.3	0.59	421.
13.8	0.49	414.	13.4	0.60	413.
10.5	0.46	393.	13.4	0.59	407.

TABELA V.1.3

(EUCALIPTO CITRIODORA)

U	D	T	U	D	T
6.7	0.97	1157.	22.1	1.0A	721.
6.9	1.10	1437.	22.1	1.07	661.
6.8	1.07	1468.	22.1	0.9F	665.
7.0	0.96	1161.	22.1	0.9A	670.
7.0	0.94	1123.	22.2	1.07	747.
7.0	0.94	1058.	22.2	1.0t	722.
7.0	1.12	1439.	22.2	1.04	643.
7.1	0.98	1154.	22.4	1.0F	608.
7.1	0.97	1124.	22.5	0.95	634.
7.1	1.12	1421.	22.4	1.07	662.
7.1	1.05	1281.	22.4	1.05	775.
7.0	1.09	1301.	22.7	1.06	650.
7.1	1.07	1160.	22.7	1.07	670.
7.2	1.06	1212.	22.8	1.12	624.
7.2	0.94	1120.	22.7	1.07	744.
7.2	0.96	1087.	22.7	1.19	667.
7.2	0.96	1080.	22.7	1.19	777.
7.1	1.05	1177.	22.8	0.92	565.
7.2	1.06	1128.	22.9	1.12	623.
7.2	1.07	1199.	22.8	1.12	609.
7.2	0.96	1059.	22.9	1.10	766.
7.2	1.16	1353.	22.2	0.97	654.
7.2	1.06	1339.	21.7	0.9F	554.
7.3	1.11	1384.	23.1	1.12	754.
7.5	1.07	1269.	22.2	1.14	816.
7.6	1.05	1148.	22.2	1.0F	784.
7.7	1.05	1249.	22.2	1.0F	780.
7.8	1.07	1136.	23.2	1.09	716.
8.6	1.04	1019.	22.2	1.10	606.
9.1	0.95	1003.	23.2	1.10	754.
9.3	1.05	1018.	23.4	0.96	628.
9.3	0.92	1004.	23.4	0.96	646.
9.5	0.94	1001.	23.4	1.00	631.
9.5	1.07	1033.	22.7	1.15	621.
9.7	1.05	1030.	22.8	1.01	727.
10.1	1.06	1031.	22.8	1.11	694.
4.2	1.06	1493.	24.0	1.13	758.
23.6	1.12	744.	24.1	1.10	705.
19.8	1.07	812.	24.4	1.08	704.
4.6	1.00	1418.	27.4	1.21	644.
2.8	1.06	1687.	24.0	1.12	782.
6.4	1.07	1256.	22.4	1.09	679.
6.8	1.04	1193.	23.2	1.14	729.
6.8	0.97	957.	27.5	1.16	657.
6.9	0.97	1148.	28.2	1.17	717.
7.4	1.06	1185.	28.9	1.15	727.
9.0	0.87	805.	12.5	1.02	635.
9.1	0.90	805.	13.0	0.95	750.
9.6	1.02	1005.	13.0	0.89	756.
9.9	0.97	957.	13.3	0.95	655.
9.1	0.95	978.	5.2	0.92	1162.
9.2	0.92	921.	5.4	0.92	1125.
9.2	0.96	922.	5.5	0.89	1137.
9.2	0.95	931.	5.5	0.90	1016.
9.2	0.93	888.	5.8	0.88	1047.
9.4	0.95	904.	6.0	0.89	1054.
9.5	1.07	974.	5.9	0.97	1112.
9.4	0.96	977.	6.0	0.95	1156.
9.6	0.88	848.	6.4	0.96	1144.
9.5	0.90	913.	6.5	0.92	1037.
9.5	0.97	999.	6.5	0.89	1095.
9.5	0.92	984.	6.5	1.06	1242.
9.7	0.93	897.	6.6	0.96	1187.
9.8	0.96	962.	6.7	1.05	1193.
4.8	0.89	1058.	6.6	1.06	1341.
4.9	1.00	1249.	6.6	1.07	1457.
5.2	0.95	1194.	6.7	0.96	1150.

TABELA V.1.3

(EUCALIPTO CITRIODORA)

U	D	T	U	D	T
19.0	0.97	656.	13.4	0.96	868.
19.0	0.90	614.	13.4	0.97	885.
19.9	1.09	775.	13.5	1.04	904.
19.9	1.09	798.	13.5	1.05	927.
19.0	1.12	785.	13.6	1.04	895.
19.0	0.92	631.	13.5	1.05	921.
19.1	0.92	629.	13.6	0.96	893.
19.1	1.01	734.	13.7	1.05	905.
19.1	1.10	806.	13.6	1.03	891.
19.2	0.94	580.	13.6	0.96	860.
19.2	1.13	828.	13.6	0.94	823.
19.5	1.06	744.	13.8	0.93	756.
19.4	0.96	623.	13.8	0.95	790.
19.5	0.98	709.	16.7	0.92	806.
19.5	1.06	766.	13.7	0.93	810.
11.9	5.09	564.	13.8	0.92	776.
11.9	5.09	560.	13.8	0.88	781.
11.9	6.10	573.	13.8	1.06	940.
19.6	0.96	647.	13.8	0.97	895.
19.7	0.97	642.	13.9	1.09	981.
19.8	1.07	732.	13.8	0.93	795.
19.8	0.97	655.	13.9	1.03	856.
9.7	0.97	1012.	14.0	1.08	912.
6.8	1.08	1218.	14.0	0.96	829.
22.3	1.09	791.	14.1	1.05	917.
24.3	1.12	800.	14.1	1.06	987.
3.6	1.05	1731.	14.4	1.02	929.
19.9	1.05	700.	14.4	1.15	992.
19.8	1.05	732.	14.6	0.92	668.
19.9	1.10	780.	14.6	1.09	1000.
19.9	0.90	609.	14.6	1.06	975.
20.0	1.06	729.	14.7	1.08	1062.
20.1	1.07	753.	14.7	1.06	975.
20.1	1.06	736.	14.7	0.88	710.
20.4	0.97	687.	14.9	1.12	1019.
20.5	0.98	690.	14.8	1.08	962.
20.6	1.05	650.	14.9	1.09	1003.
20.7	1.02	688.	14.9	0.89	687.
20.8	1.15	782.	15.1	0.90	703.
20.9	0.97	654.	15.4	1.10	781.
21.0	0.99	700.	15.7	0.94	638.
21.0	0.97	593.	17.1	0.89	646.
21.1	0.97	626.	17.5	1.11	818.
21.0	1.09	766.	17.8	1.02	739.
21.2	1.09	792.	17.8	0.96	583.
21.1	0.94	608.	17.9	0.89	650.
21.2	1.07	753.	18.0	0.96	717.
21.2	1.10	791.	17.9	1.06	794.
21.3	1.01	694.	18.0	0.90	759.
21.2	1.06	681.	18.1	0.90	630.
21.4	0.98	639.	18.1	1.03	758.
21.4	1.10	801.	18.1	0.94	669.
21.2	1.09	800.	18.2	0.96	749.
21.5	1.06	728.	17.9	0.91	629.
21.5	1.07	691.	18.1	0.94	667.
21.6	1.08	804.	18.2	0.93	675.
21.5	1.06	767.	18.2	1.12	808.
21.7	1.08	723.	18.2	0.96	656.
21.7	1.07	696.	18.2	0.94	665.
21.7	1.07	729.	18.3	0.99	723.
21.8	1.06	667.	18.3	1.07	766.
21.8	0.98	655.	18.5	0.97	658.
21.8	1.08	705.	18.7	0.90	599.
22.0	0.94	664.	18.7	1.16	798.
21.9	0.98	647.	18.7	0.96	681.
21.9	1.10	801.	18.8	0.90	602.
21.9	1.08	704.	18.8	0.89	590.

V.2 - Resultado da Análise Estatística

V.2.1 - Para a Peroba Rosa

Adotou-se o modelo estatístico da regressão linear múltipla, com 3 variáveis independentes apresentado a seguir:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

para:

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

e a estimativa do valor de Y_i pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}$$

Após demorada manipulação das variáveis, adequadamente transformadas, para alcançar melhor ajuste do modelo aos resultados experimentais chegou-se à seguinte equação:

$$\frac{\log T}{D} = 0,65306 - 0,03333 U + 0,00046 U^2 + 2,45121 D^{-1}$$

sendo:

T = Tensão de ruptura na compressão paralela às fibras (kgf/cm²)

U = Umidade dos corpos de prova (%)

D = Densidade aparente (g/cm³)

Fazendo-se a análise de variância, obteve-se um coeficiente de determinação múltipla. $R^2 = 0,9607$. Este resultado indica a variação de Y_i explicada pela regressão ou seja, 96,07%.

REGRESSION TITLE. ANALISE DE DADOS DE RUPTURA DE MADEIRA
 DEPENDENT VARIABLE. 5 LT
 TOLERANCE 0.0100
 ALL DATA CONSIDERED AS A SINGLE GROUP

MULTIPLE R 0.9802
 MULTIPLE R-SQUARE 0.9607 STD. ERROR OF EST. 0.0765

ANALYSIS OF VARIANCE

	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F RATIO	P(TAIL)
REGRESSION	47.925	3	16.975	2730.147	0.00000
RESIDUAL	1.960	335	0.006		

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	STD. REG COEFF	T	P(2 TAIL)	TOLERANCE
INTERCEPT	0.65306 -0.03333 0.00046 2.45121	0.002	-0.895	-19.806 14.849 66.080	0.000 0.000 0.000	0.057475 0.055840 0.715107
U		0.000	0.681			
D1N1		0.037	0.846			

$$\frac{\log(T)}{D} = 0,65306 - 0,03333 U + 0,00046 U^2 + 2,45121 \frac{D}{D}$$

$$T = 10^{(0,65306 - 0,03333 U + 0,00046 U^2)D + 2,45121}$$

(PEROBA ROSA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \quad e \quad \beta_2 \neq 0 \quad e \quad \beta_3 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(3; 335) = 2,60$

$$F_{\text{calculado}} = 2730$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

A análise de regressão fornece os valores calculados de t_{bi} .

$$t_{bi} = \frac{b_i - \beta_i}{S(b_i)} \quad i = 1, 2 \text{ e } 3$$

Para β_1 :

$$t_{b1} = -19,806 ; H_0: \beta_1 = 0 ; H_1: \beta_1 \neq 0 ; \alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(335) = 1,960$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 14,849 ; H_0: \beta_2 = 0 ; H_1: \beta_2 \neq 0 ; \alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(335) = 1,960$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

Para β_3 :

$$t_{b3} = 66,080 ; H_0: \beta_3 = 0 ; H_1: \beta_3 \neq 0 ; \alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(335) = 1,960$

$|t_{b3}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_3 no modelo.

ESTUDO DOS RESÍDUOS

PEROBA ROSA

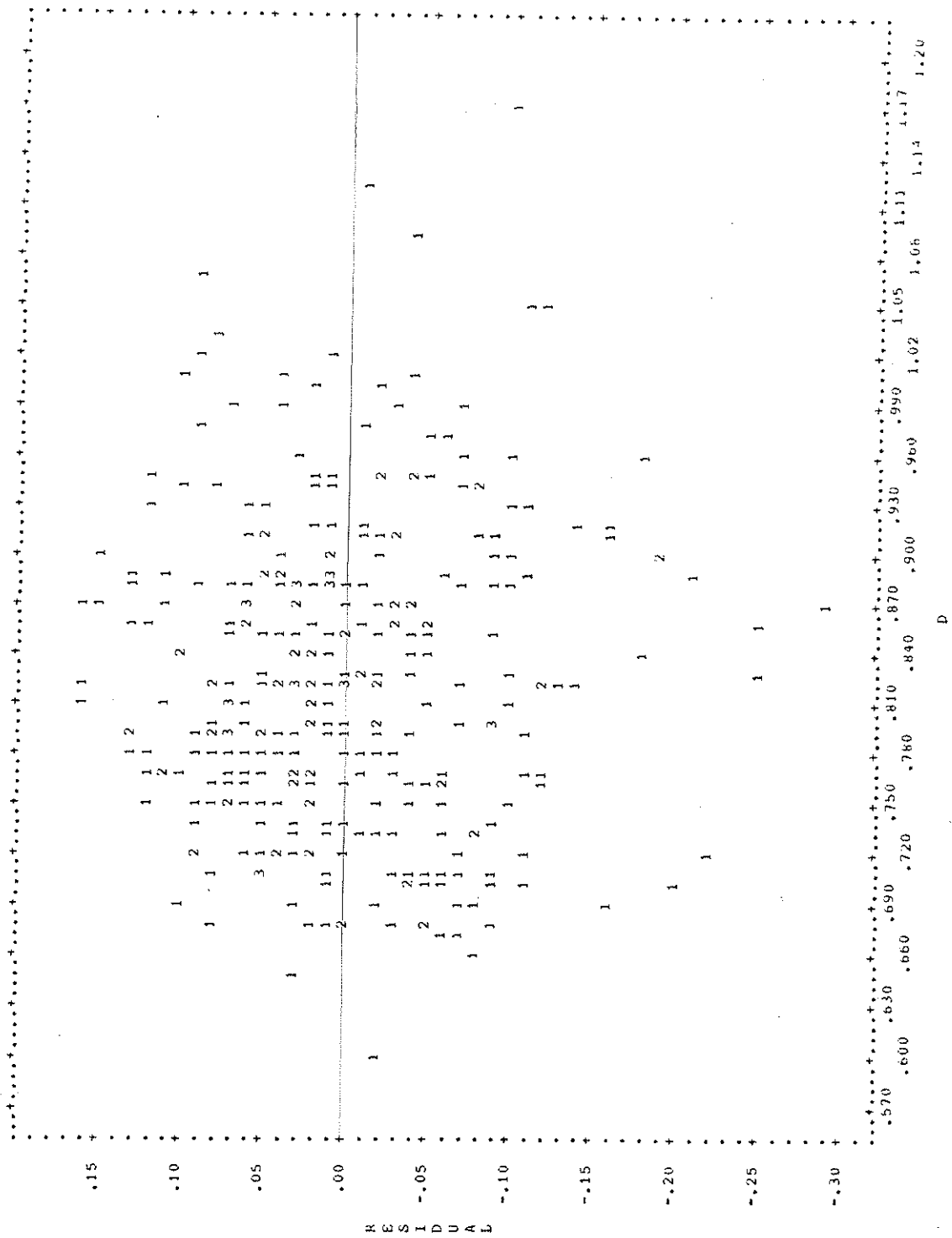


Diagrama dos resíduos contra os valores da variavel D

PEROBA ROSA

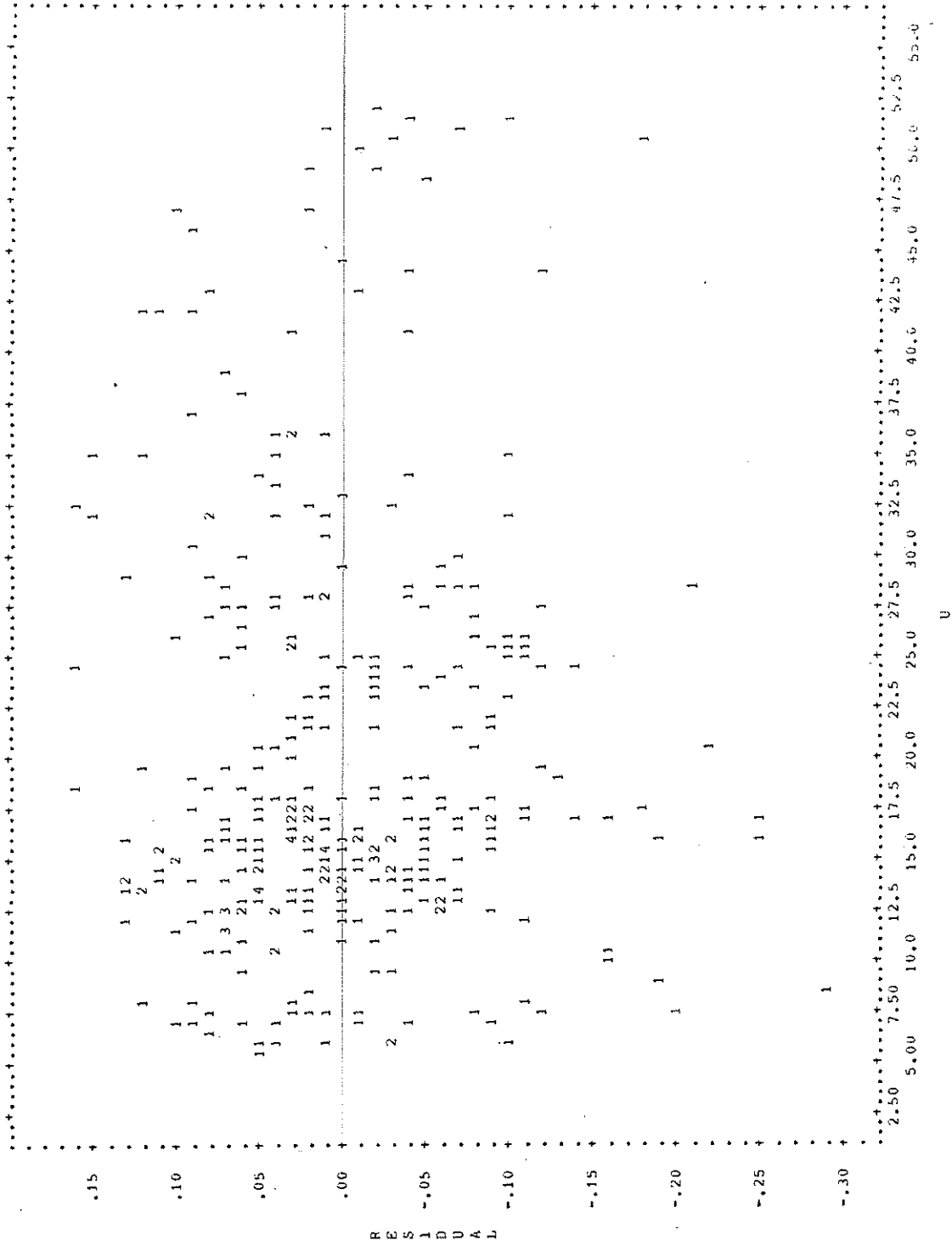
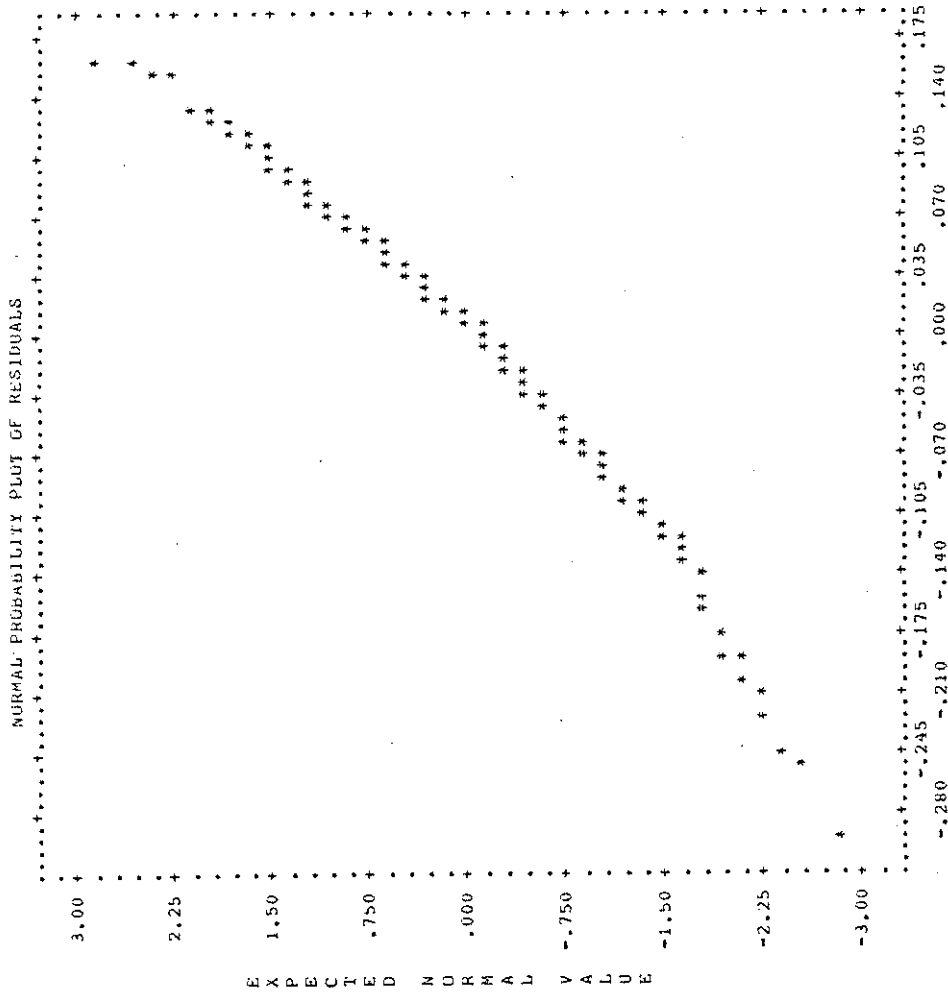


Diagrama dos resíduos contra os valores da variável U

PEROBA ROSA



Teste para verificação da distribuição normal dos resíduos. Este diagrama quanto mais se aproxima de uma reta com 45°, maior os resíduos se aproximam de uma distribuição normal.

Intervalo de Confiança para a média Real da População E(Y)

Para uma série de valores U, U² e D⁻¹, pertencentes ou não à amostra; com α = 0,05 temos:

$$\hat{Y} \pm t(334; 0,975) \cdot s \sqrt{X_0' C X_0}$$

$$t(334; 0,975) = 1,96$$

A estimativa do desvio padrão da regressão, dada pela análise de variância é: S = 0,0765

$$X_0' C X_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & U & U^2 & D^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,4758 & -0,5249 \cdot 10^{-2} & 0,4832 \cdot 10^{-4} & -0,3198 \\ -0,5249 \cdot 10^{-2} & 0,4886 \cdot 10^{-3} & -0,8687 \cdot 10^{-5} & -0,1182 \cdot 10^{-3} \\ 0,4832 \cdot 10^{-4} & -0,8687 \cdot 10^{-5} & 0,1677 \cdot 10^{-6} & 0,3329 \cdot 10^{-4} \\ -0,3198 & -0,1182 \cdot 10^{-3} & 0,3329 \cdot 10^{-4} & 0,2491 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ U \\ U^2 \\ D^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} \pm 1,960 \cdot 0,0765 \sqrt{X_0' C X_0}$$

Pode-se afirmar com 95% de confiança que a média real de Y, E(Y), para a série (U, U², D⁻¹) esta no intervalo calculado. Observa-se que os valores de Y variam em torno de sua verdadeira média.

Intervalo de Confiança para um Valor Individual de Y

Dada uma observação de U, U² e D⁻¹, com um nível α = 0,05 de significância, tem-se:

$$\hat{Y} \pm t(334; 0,975) \cdot s \cdot \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} \pm 1,960 \cdot 0,0765 \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$T \pm 10^{(0,145 \cdot \sqrt{1 + X_0' C X_0} \cdot D)}$$

O valor estimado de Y para uma observação qualquer de U, U² e D⁻¹, esta contido no intervalo calculado, com 95% de confiança.

V.2.2 - Para o Pinho do Paraná

Modêlo estatístico da regressão linear múltipla, com 3 variáveis independentes:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Estimativa do Valor de Y_i

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} = 1,41969 - 0,04797 U + 0,00050 U^2 + 2,19141 D^{-1}$$

Com a análise de variância, obteve-se um coeficiente de determinação múltipla, $R^2 = 0,9741$.

REGRESSION TITLE. ANALISE DE DADOS DE RUPTURA DE MADEIRA
 DEPENDENT VARIABLE. 5 LT
 TOLERANCE 0.0100
 ALL DATA CONSIDERED AS A SINGLE GROUP

MULTIPLE R 0.9870
 MULTIPLE R-SQUARE 0.9741
 STD. ERROR OF EST. 0.1026

ANALYSIS OF VARIANCE.

	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F RATIO	P(TAIL)
REGRESSION	183.277	3	61.092	5801.428	0.00000
RESIDUAL	4.865	462	0.011		

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	STD. REG COEFF	T	P(2 TAIL)	TOLERANCE
INTERCEPT	1.41969					
U	-0.04797	0.001	-0.904	-34.943	0.000	0.083660
UQ	0.00050	0.000	0.582	22.853	0.000	0.086320
DINV	2.19141	0.025	0.753	88.184	0.000	0.767110

$$\frac{\text{LOG (T)}}{D} = 1,41969 - 0,04797 U + 0,00050 U^2 + 2,19141$$

$$T = 10 (1,41969 - 0,04797 U + 0,00050 U^2) \cdot D + 2,19141$$

(PINHO DO PARANÁ)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0 \text{ e } \beta_3 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(3; 462) = 2,60$

$$F_{\text{calculado}} = 5801$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

$$t_{b1} = -34,943$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(462) = 1,960$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 22,853$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(462) = 1,960$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

Para β_3 :

$$t_{b3} = 88,184$$

$$H_0: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(335) = 1,960$

$|t_{b3}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_3 no modelo.

PINHO DO PARANÁ

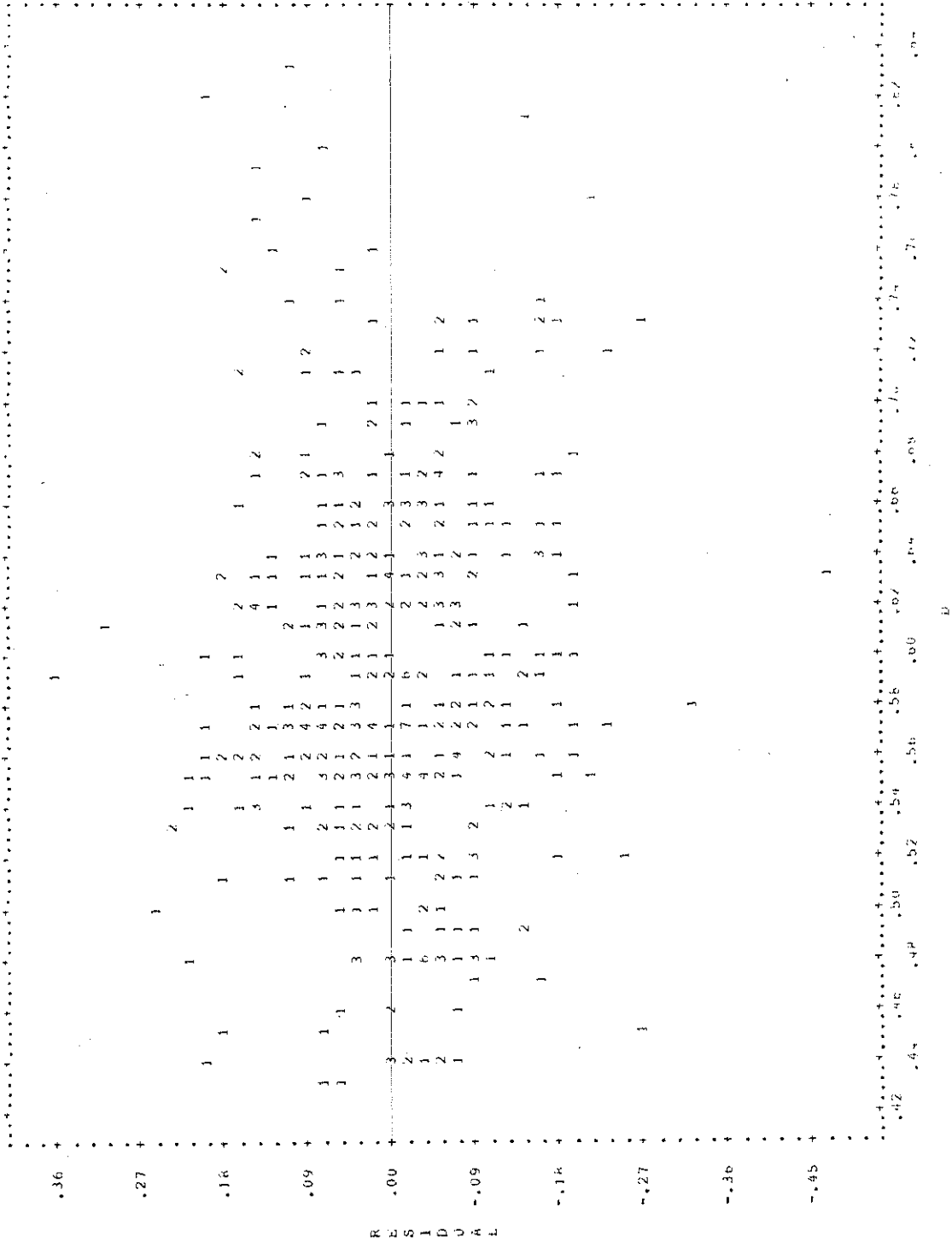
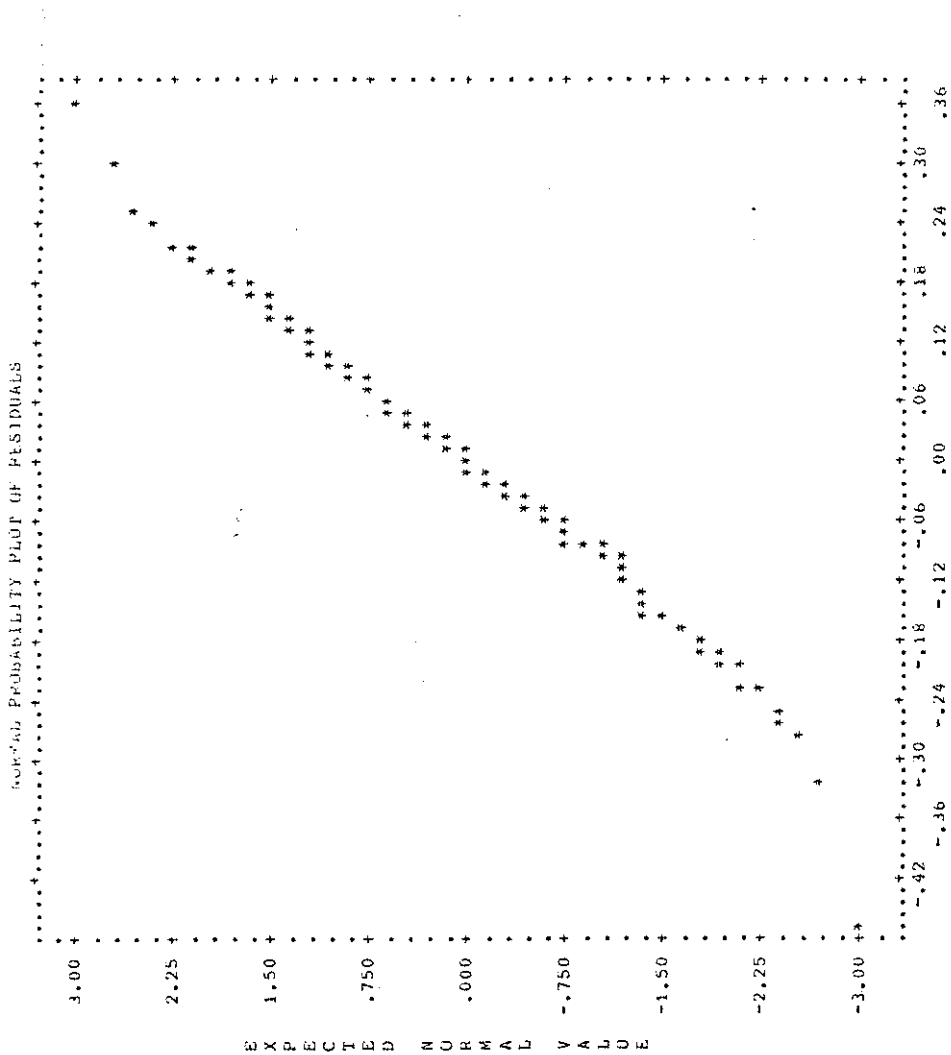


Diagrama dos resíduos contra os valores da variável D.

PINHO DO PARANÁ



Teste para a verificação da distribuição normal dos resíduos

Intervalo de Confiança para a Média Real da População E(Y)

Para uma série de valores U, U² e D⁻¹, pertencente ou não à amostra, com α = 0,05, temos:

$$\hat{Y} \pm t_{(462; 0,975)} \cdot S \cdot \sqrt{X_0' C X_0}$$

para:

$$S = 0,1026$$

$$X_0' C X_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & U & U^2 & D^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,2838 \cdot 10^{-1} & -0,1363 \cdot 10^{-2} & 0,1614 \cdot 10^{-4} & -0,5162 \cdot 10^{-2} \\ -0,1363 \cdot 10^{-2} & 0,1151 \cdot 10^{-3} & -0,1544 \cdot 10^{-5} & 0,1492 \cdot 10^{-5} \\ 0,1614 \cdot 10^{-4} & -0,1544 \cdot 10^{-5} & 0,2329 \cdot 10^{-7} & 0,4250 \cdot 10^{-6} \\ -0,5162 \cdot 10^{-2} & 0,1492 \cdot 10^{-5} & 0,4250 \cdot 10^{-6} & 0,2823 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ U \\ U^2 \\ D^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\frac{-\text{Log } T}{D} \pm 1,96 \cdot 0,1026 \sqrt{X_0' C X_0}$$

$$T \pm 10^{(0,201 \cdot \sqrt{X_0' C X_0} \cdot D)}$$

Pode-se afirmar com 95% de confiança que a média real de Y, E(Y), para uma série U, U² e D⁻¹, esta no intervalo calculado.

Intervalo de Confiança para um Valor Individual de Y

Dada uma observação de U, U² e D⁻¹, com um nível α = 0,05 de significância, temos:

$$\hat{Y} \pm t_{(461; 0,975)} \cdot S \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} \pm 1,960 \cdot 0,1026 \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$T \pm 10^{(0,201 \cdot \sqrt{1 + X_0' C X_0} \cdot D)}$$

O valor estimado de Y para uma observação qualquer de U, U² e D⁻¹, esta contido no intervalo calculado, com 95% de confiança.

V.2.3 - Para o Eucalipto Citriodora

Modêlo estatístico de regressão linear múltipla, com 3 variáveis independentes:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

para:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Estimativa do Valor de Y_i

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}$$

obteve-se:

$$\frac{\text{Log T}}{D} = 0,92143 - 0,03157 U + 0,00053 U^2 + 2,34034 D^{-1}$$

Com a análise de variância, obteve-se um coeficiente de determinação múltipla $R^2 = 0,9876$

REGRESSION TITLE ANALISE DE DADOS DE RUPTURA DE MADEIRA
 DEPENDENT VARIABLE 5 LT
 TOLERANCE 0.0100
 ALL DATA CONSIDERED AS A SINGLE GROUP

MULTIPLE R 0.9938
 MULTIPLE R-SQUARE 0.9876
 SID. ERROR OF EST. 0.0255

ANALYSIS OF VARIANCE

	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F RATIO	P(TAIL)
REGRESSION	13.737	3	4.579	7021.128	0.00000
RESIDUAL	0.173	265	0.001		

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	STD. REG COEFF	T	P(2 TAIL)	TOLERANCE
INTERCEPT	0.92143					
U	-0.03157	0.001	-0.880	-21.219	0.000	0.027265
UQ	0.00053	0.000	0.445	10.549	0.000	0.026322
DINV	2.34034	0.023	0.769	101.004	0.000	0.808006

$$\frac{\log(T)}{D} = 0,92143 - 0,03157 U + 0,00053 U^2 + 2,34034 D^{-1}$$

$$T = 10^{(0,92143 - 0,03157 U + 0,00053 U^2) \cdot D + 2,34034}$$

(EUCALIPTO CITRIODORA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0 \text{ e } \beta_3 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(3; 265) = 2,60$

$$F_{\text{calculado}} = 7,021$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

$$t_{b1} = - 21,219$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(265) = 1,960$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 10,549$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(265) = 1,960$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

Para β_3 :

$$t_{b3} = 101,004 \quad H_1: \beta_3 \neq 0$$

$$H_0: \beta_3 = 0 \quad \alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(265) = 1,960$

$|t_{b3}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_3 no modelo.

(EUCALIPTO CITRIODORA)

ESTUDO DOS RESÍDUOS

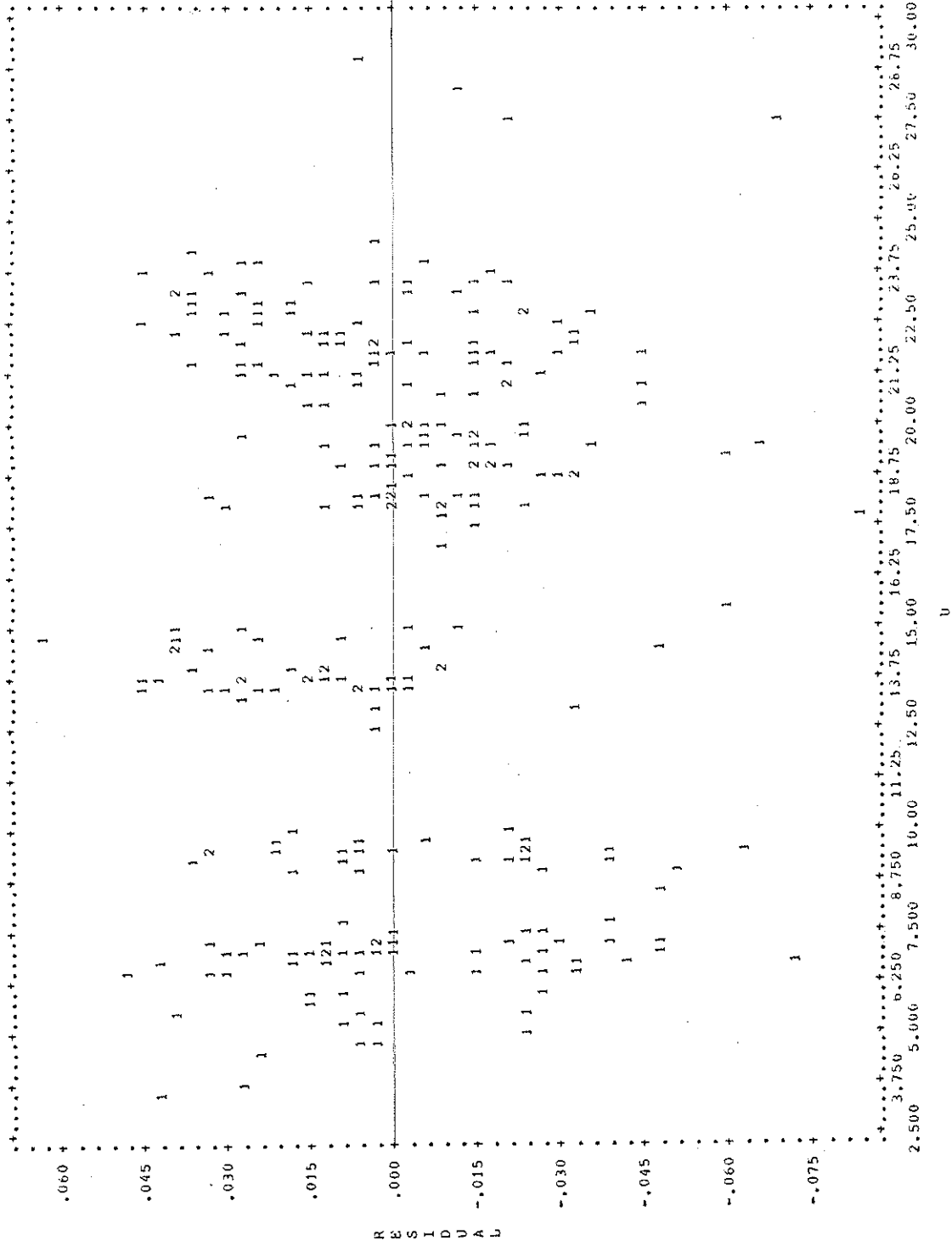


Diagrama dos resíduos contra os valores da variável U

(EUCALIPTO CITRIODORA)

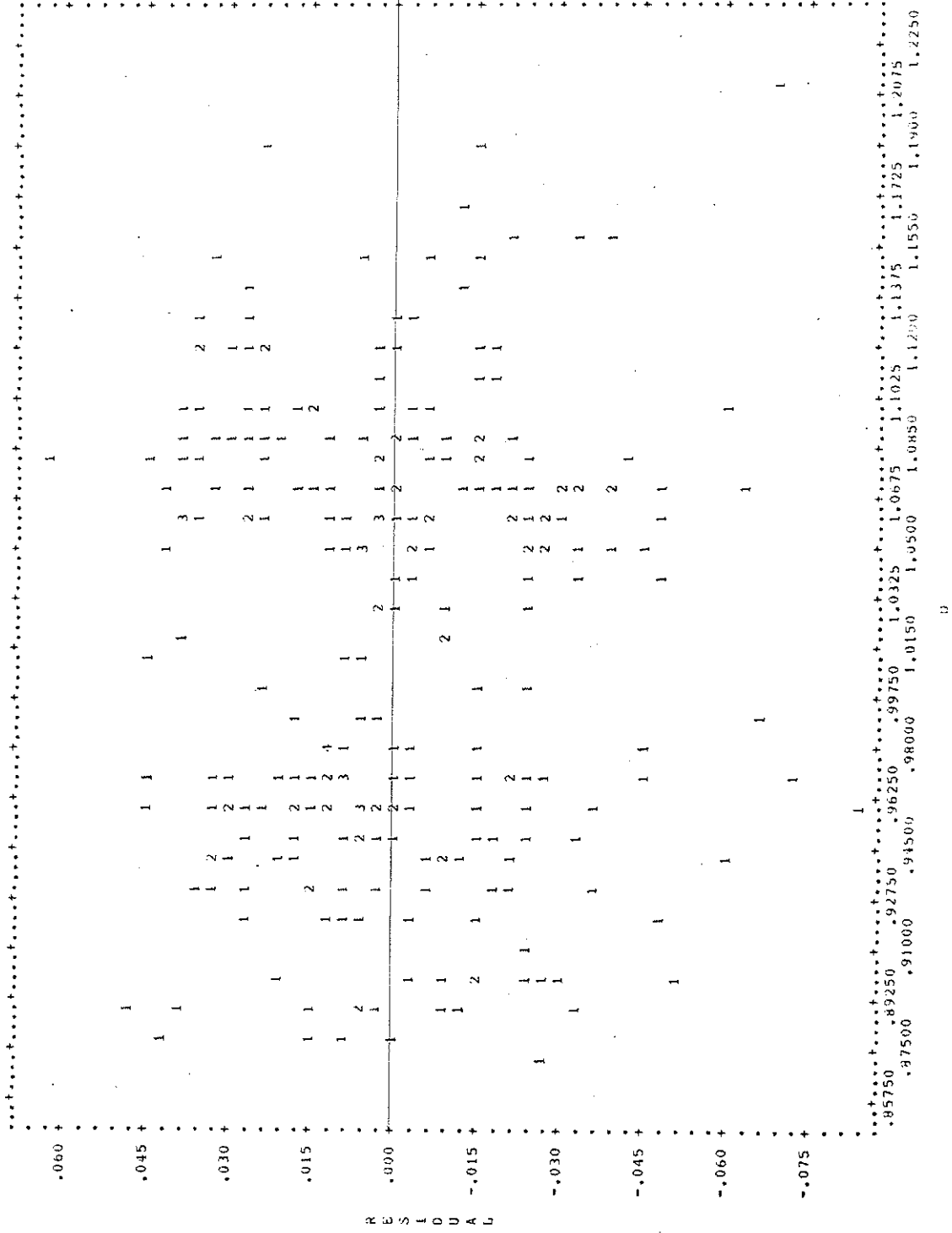
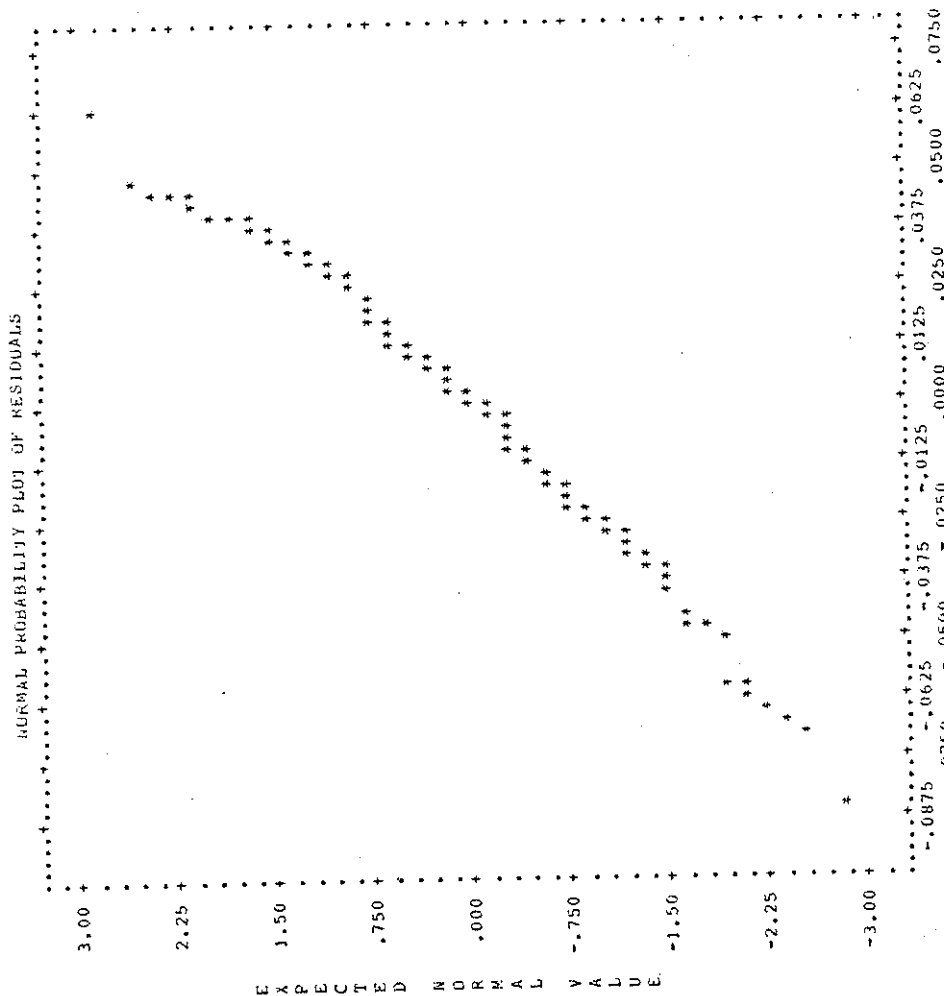


Diagrama dos resíduos contra os valores da variavel D

EUCALIPTO CITRIODORA



Teste para verificação da distribuição Normal dos resíduos

Intervalo de Confiança para a Média Real da População E(Y)

Para uma série de valores U, U² e D⁻¹, pertencente ou não à amostra, com α = 0,05 temos:

para: $\hat{Y} \pm t_{(264; 0,975)} \cdot S \cdot \sqrt{X_0' C X_0}$

S = 0,0255

X₀' C X₀ =

$$\begin{bmatrix} 1 & U & U^2 & D^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,3916 & -0,1069 \cdot 10^{-1} & 0,2636 \cdot 10^{-3} & -0,3026 \\ -0,1069 \cdot 10^{-1} & 0,2899 \cdot 10^{-2} & -0,9458 \cdot 10^{-4} & -0,7800 \cdot 10^{-2} \\ 0,2636 \cdot 10^{-3} & -0,9458 \cdot 10^{-4} & 0,3192 \cdot 10^{-5} & 0,3103 \cdot 10^{-3} \\ 0,3026 & -0,7800 \cdot 10^{-2} & 0,3103 \cdot 10^{-3} & 0,3433 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ U \\ U^2 \\ D^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} = \pm 1,960 \cdot 0,0255 \sqrt{X_0' C X_0}$$

$$T \pm 10^{(0,0500 \sqrt{X_0' C X_0} \cdot D)}$$

Pode-se afirmar com 95% de confiança que a média real de Y, E(Y), para uma série U, U² e D⁻¹, esta no intervalo calculado.

Intervalo de Confiança para um Valor Individual de Y

Dada uma série de observação U, U² e D⁻¹, com um nível α = 0,05 de significância, temos:

$$\hat{Y} \pm t_{(264; 0,975)} S \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$\frac{\text{Log } T}{D} \pm 1,960 \cdot 0,0255 \sqrt{1 + X_0' C X_0}$$

$$T \pm 10^{(0,0500 \sqrt{1 + X_0' C X_0} \cdot D)}$$

O valor estimado de Y para uma observação qualquer de U, U² e D⁻¹, esta contido no intervalo calculado, com 95% de confiança.

V.3 - Conclusões

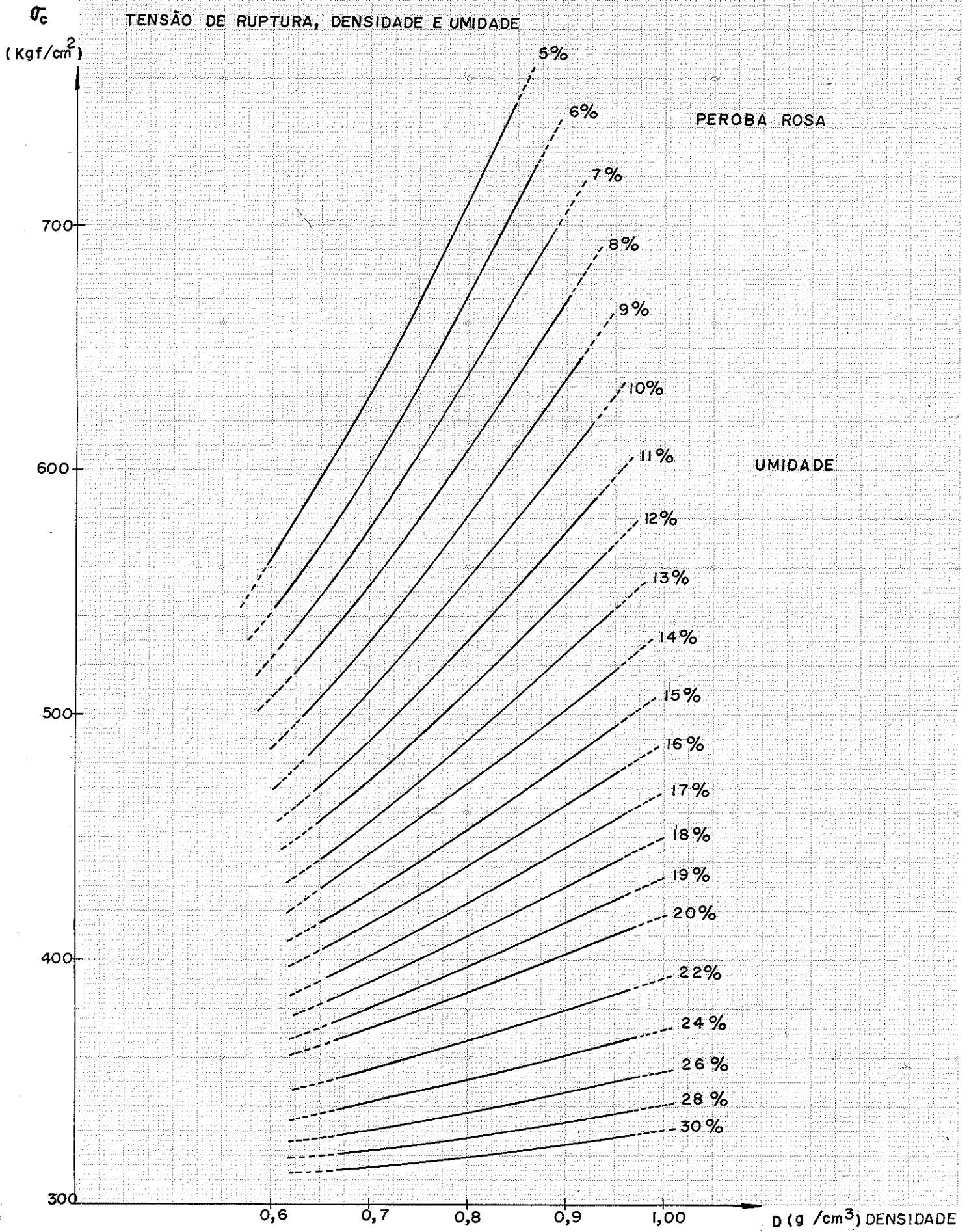
A partir do estudo dos resíduos concluiu-se que o mo
dêlo estatístico:

$$\frac{\text{Log } T}{D} = \alpha + \beta_1 U + \beta_2 U^2 + \beta_3 D^{-1}$$

ajustou-se satisfatoriamente aos dados obtidos nos ensaios de Peroba Rosa, Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora. Os diagramas dos resíduos contra os valores das variáveis U e D e contra os va
lores estimados, apresentaram-se com dispersões uniformes em torno da média dos resíduos. Com excessão do diagrama dos resíduos contra os valores da umidade para o Pinho do Paraná, o qual sugere um outro ajuste para umidades acima do ponto de saturação (aproximadamente 30%), os demais não apresentam defeitos sen
si -
veis, indicando a validade do mesmo modelo para as três espécies. No entanto para umidades acima do ponto de saturação admite-se a tensão de ruptura constante, não sofrendo mais influência da umidade e densidade. Com isso conclue-se também, como satisfatório, o diagrama dos resíduos contra os valores da umidade para o Pinho do Paraná.

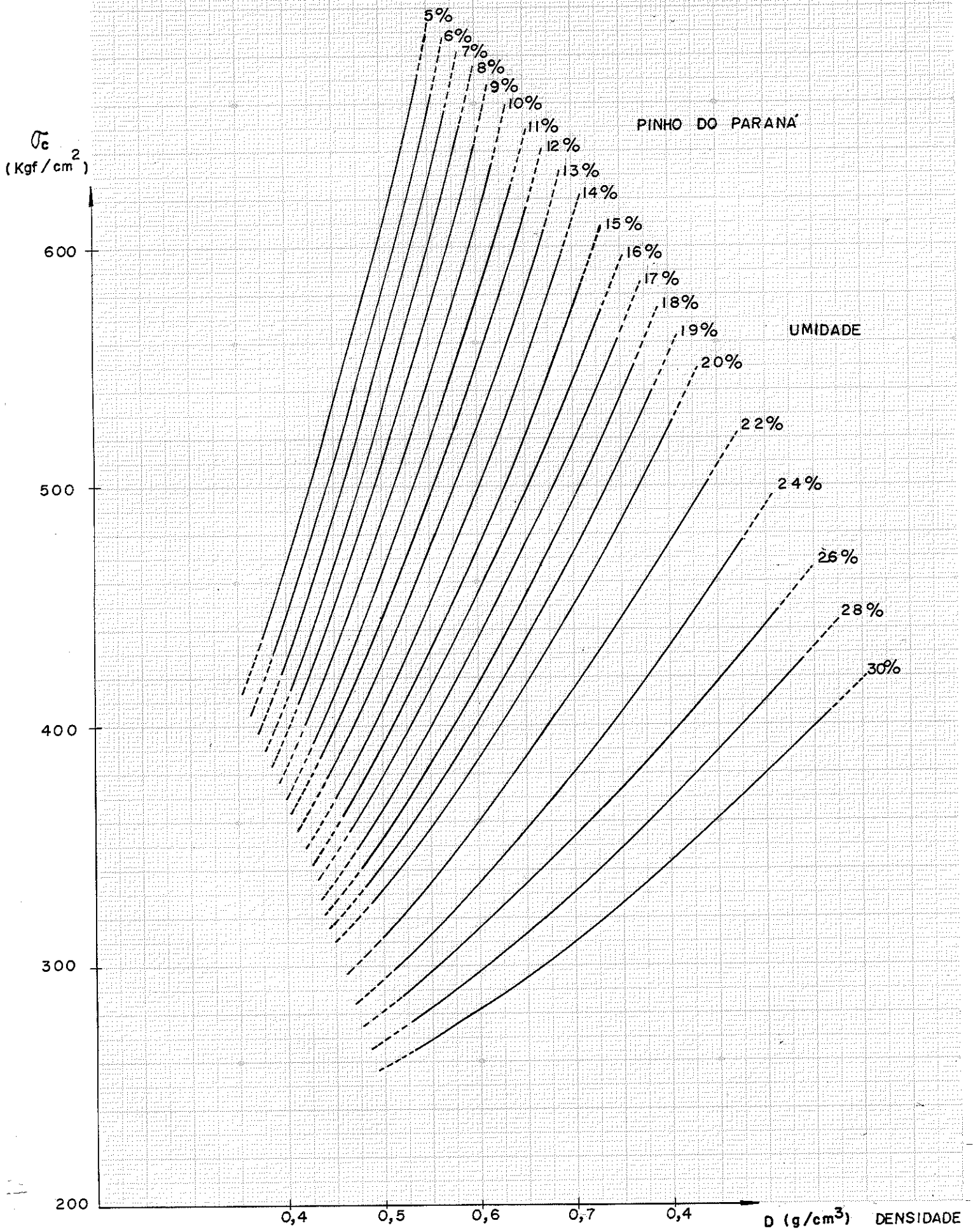
A partir dos resultados da análise estatística traçaram-se os diagramas 3, 4 e 5 respectivamente para a Peroba Rosa, Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora, com os valores médios de Y em função da umidade e da densidade, nestes diagramas a densida
de é indicada sobre os eixos das abscissas. Nos diagramas 6, 7 e 8 a umidade é indicada nos eixos das abscissas permitindo uma nova apresentação dos resultados, destacando o efeito da umidade pa
ra cada nível de densidade.

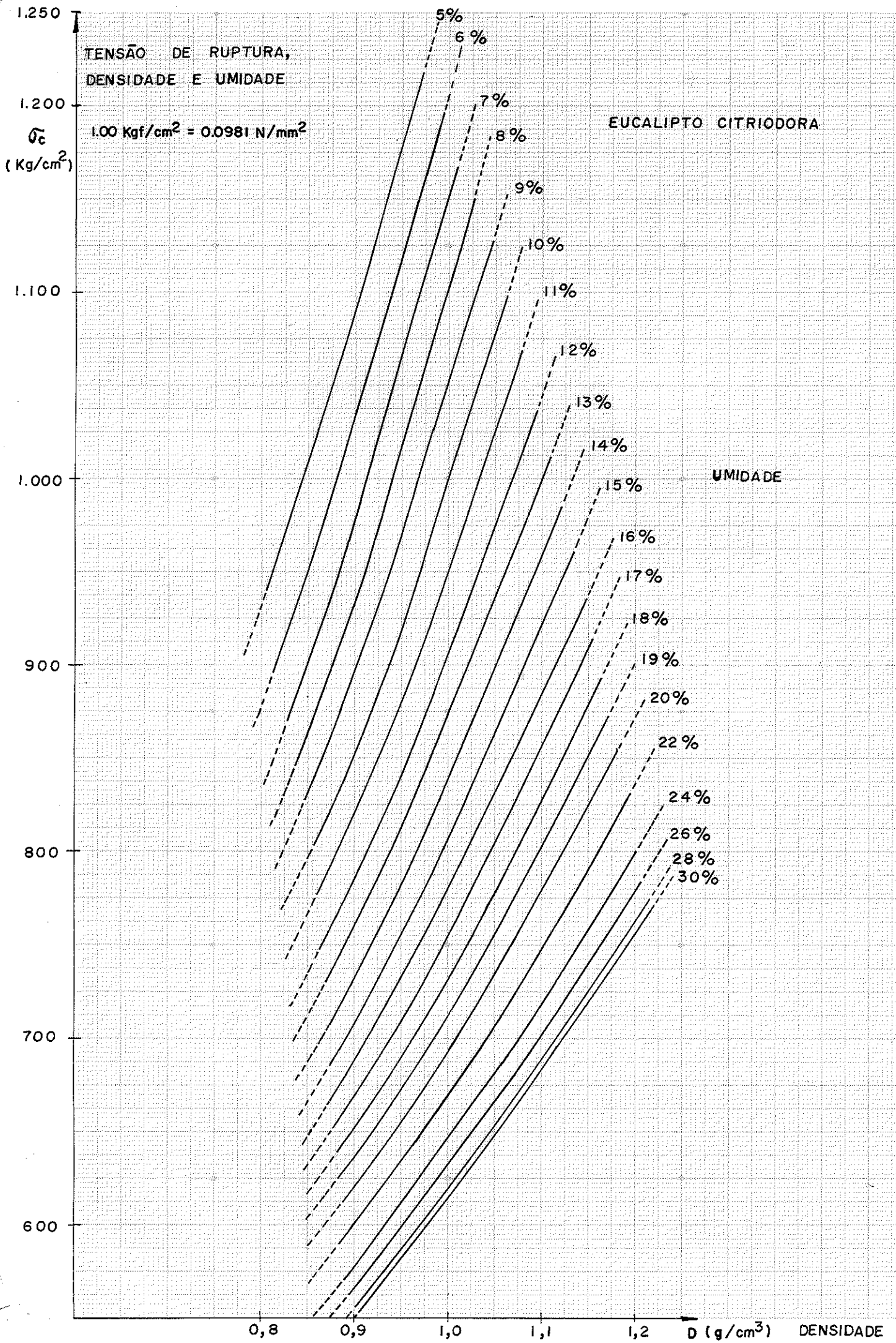
$1.00 \text{ Kgf/cm}^2 = 0.0981 \text{ N/mm}^2$



$1.00 \text{ Kgf/cm}^2 = 0.0981 \text{ N/mm}^2$

TENSÃO DE RUPTURA, DENSIDADE E UMIDADE



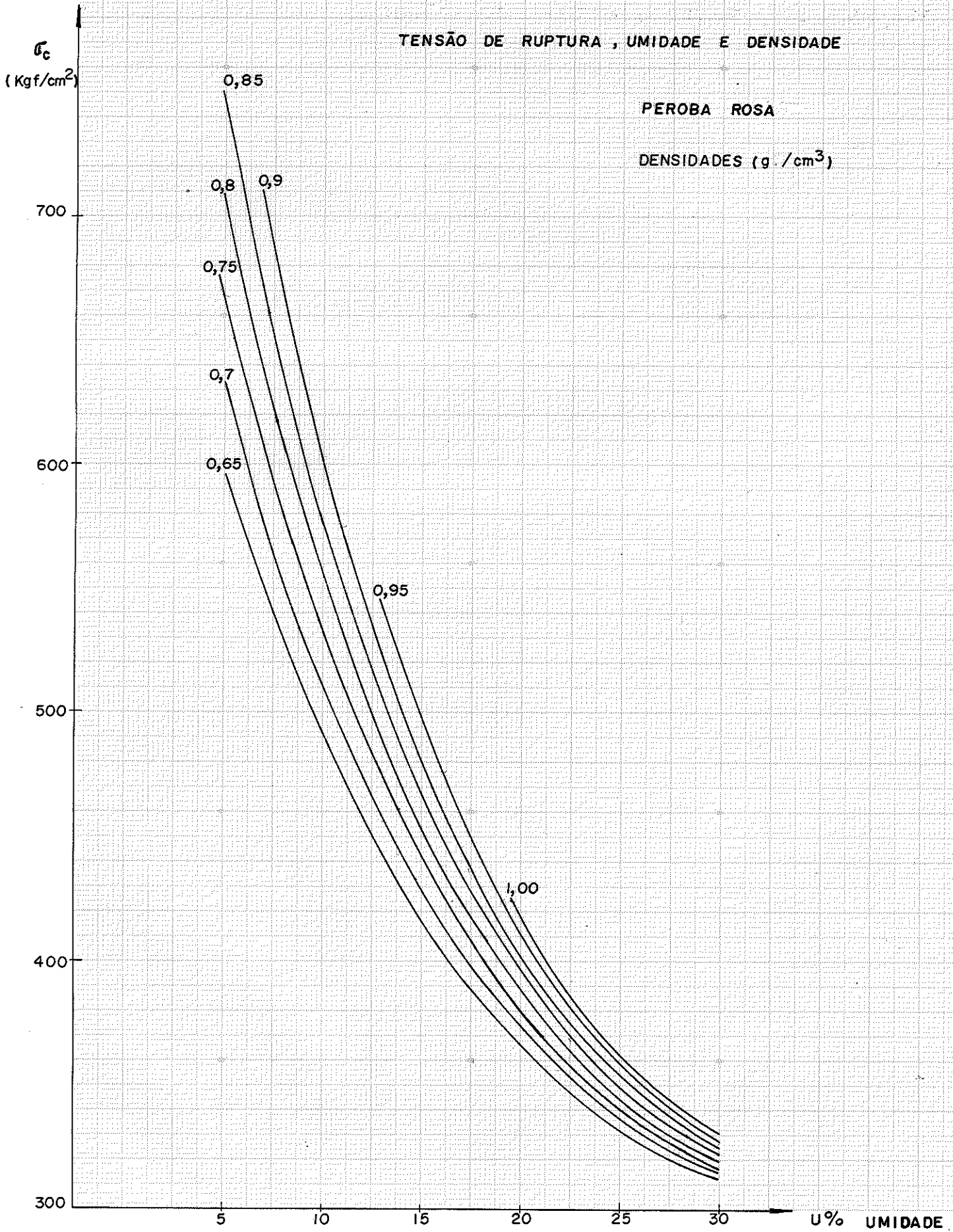


1.00 Kgf/cm² = 0.0981 N/mm²

TENSÃO DE RUPTURA, UMIDADE E DENSIDADE

PEROBA ROSA

DENSIDADES (g /cm³)

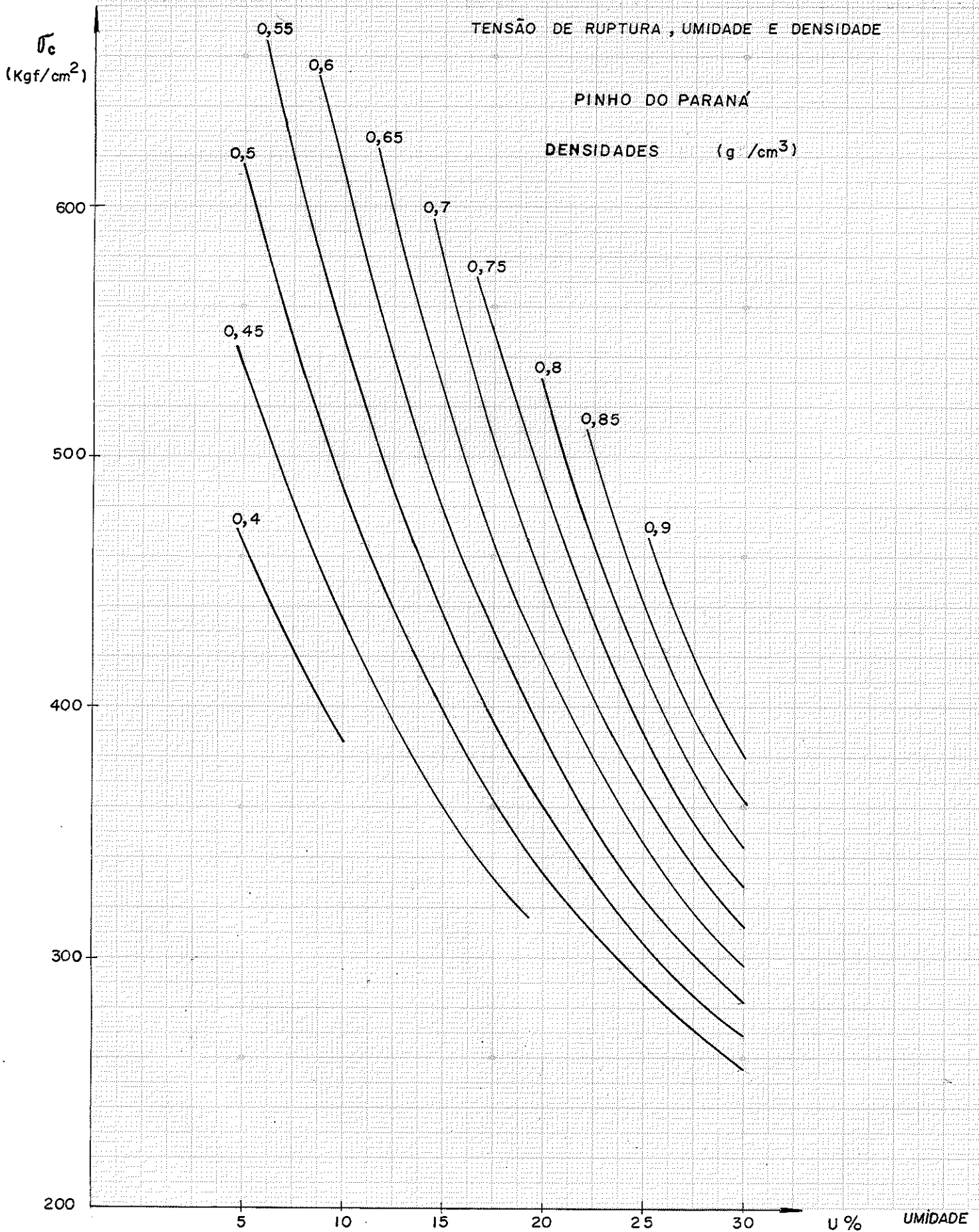


$1.00 \text{ Kg/cm}^2 = 0.0981 \text{ N/mm}^2$

TENSÃO DE RUPTURA, UMIDADE E DENSIDADE

PINHO DO PARANÁ

DENSIDADES (g/cm³)



TENSÃO DE RUPTURA, UMIDADE E DENSIDADE

EUCALIPTO CITRIODORA

DENSIDADES (g/cm³)

1.00 Kgf/cm² = 0.0981 N/mm²

σ_c
(Kgf/cm²)

1100

1000

900

800

700

600

5

10

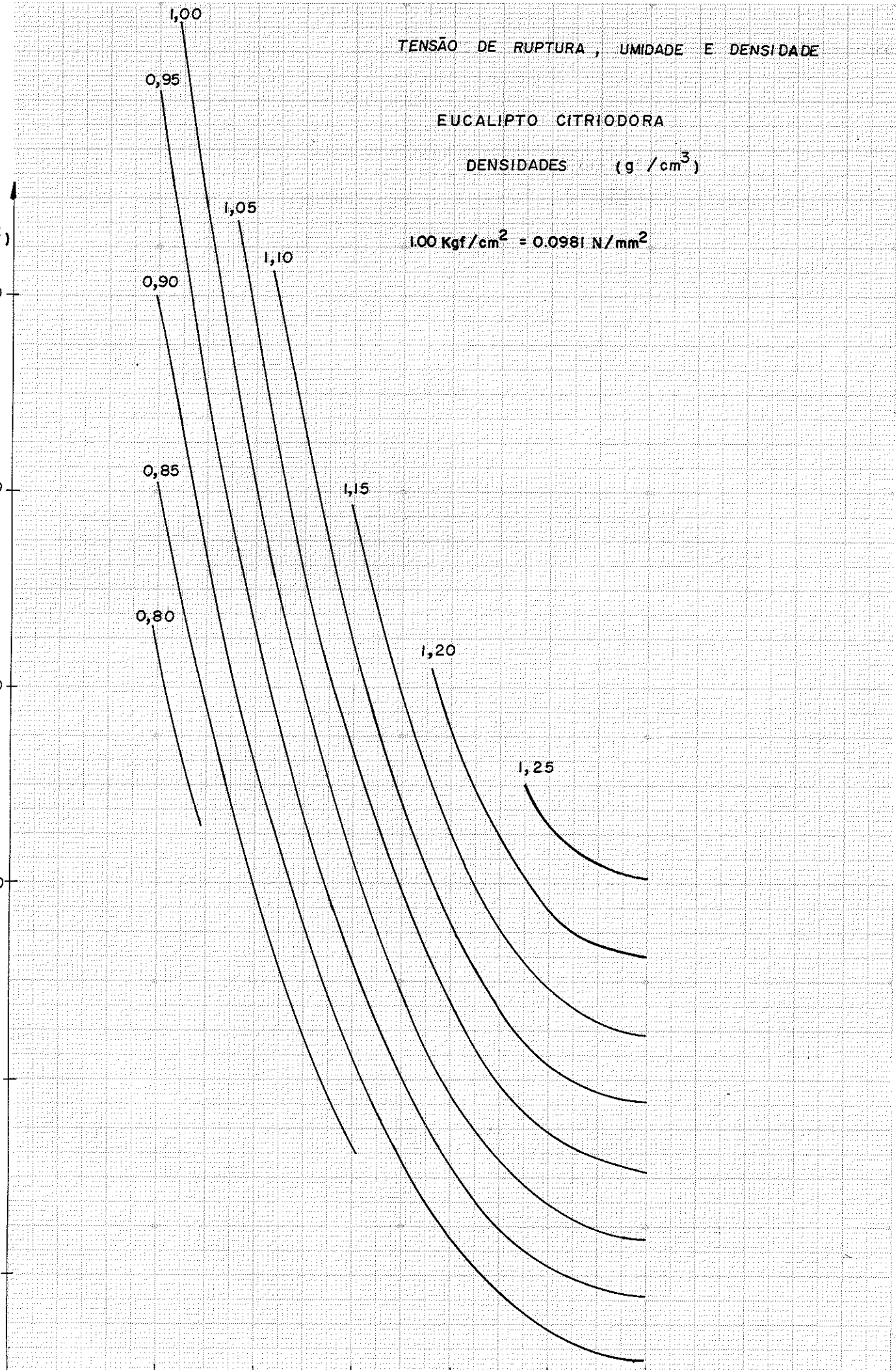
15

20

25

30

U% UMIDADE



VI - GENERALIZAÇÃO DO ESTUDO DA TENSÃO DE RUPTURA -
UMIDADE - DENSIDADE

O estudo experimental da influência da umidade e da densidade na resistência à compressão paralela às fibras da madeira foi apresentado individualmente para as espécies ensaiadas, Peroba Rosa, Pinho do Paraná e Eucalipto Citriodora.

Entretanto a disponibilidade dos resultados experimentais de três madeiras diferentes, tratadas semelhantemente, mas apresentando variações de propriedades em intervalos distintos, atingindo entretanto amplitude global válida à maioria das madeiras nacionais.

$$250 \leq T \leq 1200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$0,45 \leq D \leq 1,10 \text{ g/cm}^3$$

$$5\% \leq U \leq 40\%$$

Utilizou-se assim a análise simultânea dos resultados obtidos para as três espécies ensaiadas, como se tratando amostra de uma população maior.

VI.1 - Resultado da Análise Estatística

Considerando a reunião dos resultados experimentais obtidos, para as três espécies estudadas, formando um único grupo de resultados, adotou-se o modelo estatístico da regressão linear múltipla, com 3 variáveis independentes apresentada a seguir:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_1$$

para

$$i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

e a estimativa dos valores observados Y_i obtidos através da equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}$$

Nesta estimativa utilizou-se o mesmo modelo estatístico desenvolvido anteriormente, capítulo V, para as espécies estudadas:

$$\frac{\text{Log } T}{D} = a + b_1 U_i + b_2 U_i^2 + b_3 D_i^{-1}$$

obteve-se:

$$\frac{\text{Log } T}{D} = 1,01097 + 0,04082 U + 0,00048 U^2 + 2,34429 D^{-1}$$

Fazendo-se a análise de variância, obteve-se um coeficiente de determinação múltipla $R^2 = 0,9824$.

Aparentemente este resultado é excelente. Entretanto apesar do coeficiente de determinação ser elevado, a análise de resíduos da comparação entre os valores preditos através da equação do modelo generalizado e os valores experimentais correspondentes não indica ajuste adequado.

O desenvolvimento de um diagrama generalizado relacionando as propriedades da madeira com sua umidade e densidade, é de grande interesse pois permitirá determinar as características de espécies desconhecidas ou pouco estudadas com um número reduzido de ensaios.

Espera-se naturalmente na continuidade destes estudos conseguir esta generalização, adicionando resultados de outras espécies ou talvez separar as madeiras em grupos com as mesmas características ou ainda, encontrar variáveis capazes de contribuir com informações importantes para esta análise.

VII - MÓDULO DE ELASTICIDADE - TENSÃO DE RUPTURA -
UMIDADE - DENSIDADE

O estudo do módulo de elasticidade da madeira, desenvolveu-se e é apresentado na literatura internacional, mais no sentido de interpretar a rigidez da madeira na flexão. Recentemente GERHARDS, (33), (34) e (35) determinou, em estudos com Southern Pine, o fator médio de climatização para o módulo de elasticidade na flexão. Este fator, obtido através de uma cuidadosa secagem da condição de madeira verde para 12% de umidade, foi 1,23, variando entre 1,19 e 1,27, com 95% de confiança, indicando um acréscimo médio de 23% no módulo de elasticidade.

Nestes estudos observou-se também uma variação nas médias dos módulos de elasticidade à flexão em função da classificação visual da madeira. Indicou ainda a existência de relações diretas entre o módulo de elasticidade e a tensão de ruptura na flexão.

O estudo do módulo de elasticidade na compressão tem despertado menor interesse, tornando-se por isto mesmo, mais indicado para novas contribuições.

No desenvolvimento de um modelo matemático que explicasse, para a Peroba Rosa, o comportamento do módulo de elasticidade na compressão paralela, em função da umidade, densidade e tensão de ruptura, reuniram-se 4 grupos de observações diferentes, sendo:

[33] - GERHARDS, C.C. - *Further Report on Seasoning Factor for Modulus of Elasticity and Modulus of Rupture. Forest Products Journal, Madison, Wisc. 20 (5): 40-1, May, 1970. (FPJ Technical Note).*

[34] - GERHARDS, C.C. - *Dependence of MOE on Strength Ratio and Specific Gravity: 4 - Inch - Thick Southern Pine. Forest Products Journal, Madison, Wisc. 20 (6): 37-8, June, 1970 - (FPJ Technical Note).*

[35] - GERHARDS, C.C. - *Seasoning Factors for Modulus of Elasticity and Modulus of Rupture. Forest Products Journal, Madison, Wisc., 18 (11): 27 - 31, November, 1968. (FPJ Technical Note).*

1º Grupo - Conjunto de 107 observações obtidas através de corpos de prova com dimensões 3,0 x 3,0 x 12,0 cm.

As deformações foram medidas com extensômetros mecânicos modelo Galileu, de precisão 0,005 mm.

2º Grupo - Conjunto de 142 observações obtidas através de corpos de prova com dimensões 5,0 x 5,0 x 20,0 cm.

As deformações foram medidas com relógios comparadores, de precisão 0,001 mm.

3º Grupo - Conjunto de 56 observações, de outros estudos, obtidas através de corpos de prova com dimensões 5,0 x 5,0 x 20 cm.

As deformações foram medidas com relógios comparadores de precisão 0,001 mm.

A amostragem da madeira usada nos grupos 1, 2 e 3 seguiu o mesmo procedimento do item III.2.

4º Grupo - As observações do 1º, 2º e 3º grupos, foram reunidas em um único grupo.

Com estas 305 observações de umidade, densidade, tensão de ruptura e módulo de elasticidade na compressão, procurou-se desenvolver um modelo matemático para análise de regressão múltipla usando o método dos mínimos quadrados.

O primeiro procedimento foi verificar estatisticamente a possibilidade de reunir estes ensaios em um único conjunto apesar de terem sido obtidos por operadores diferentes e ou com equipamentos de medida de deformações diferentes.

Para esta análise, submeteu-se cada grupo a um modelo estatístico do tipo:

$$E_i = \alpha_i + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

para:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

sendo:

$\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ os parâmetros da regressão.

X_1, X_2 e X_3 são respectivamente U, D e T, variáveis independentes.

μ_i é o erro envolvido no modelo.

Utilizando notação matricial tem-se o modelo com a seguinte representação:

$$E = \beta X + \mu$$
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{31} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{32} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{3n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_n \end{bmatrix}$$

O valor estimado é dado por:

$$\hat{E}_i = \beta X_i$$

A soma dos quadrados total é dada por:

$$\Sigma (E_i - \bar{E})^2 = \Sigma (E_i - \hat{E}_i)^2 + \Sigma (\hat{E}_i - \bar{E})^2$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

sendo:

$$\bar{E} = \text{valor m\u00e9dido de } E_i$$

$$\Sigma (E_i - \hat{E}_i)^2 = \text{soma dos quadrados dos res\u00edduos (S.Q. Res).}$$

$$\Sigma (\hat{E}_i - \bar{E})^2 = \text{Soma dos quadrados da regress\u00e3o (S.Q. Reg).}$$

Utilizando-se os modelos estat\u00edsticos abaixo:

$$E_{ij} = \alpha_i + \beta_{ki} X_{kij} + \mu_{ij}$$

modelo completo com as vari\u00e1veis $k = 1, 2$ e 3 , observa\u00e7\u00f5es $i = 1, 2, \dots, n$ e grupos $j = 1, 2$ e 3 ;

$$e \quad E_i = \alpha + \beta_k X_{ki} + \mu_i$$

Mod\u00e9lo reduzido para o grupo 4, com as vari\u00e1veis $k = 1, 2$ e 3 e as observa\u00e7\u00f5es $i = 1, 2 \dots, n$.

Pode-se demonstrar que a soma dos quadrados dos res\u00edduos no modelo reduzido \u00e9 maior do que no modelo completo. Atrav\u00e9s

de um teste F pode-se medir a significância do acréscimo de resíduo que ocorre quando juntam-se os dados, em relação ao modelo completo.

$$\frac{(S. Q. Res_{\text{reduzido}} - S. Q. Res_{\text{completo}}) / G L_1}{(S. Q. Res_{\text{completo}}) / G L_2} = F(G L_1; G L_2)$$

sendo:

$G L_1$ = Graus de liberdade do acréscimo da S. Q. Res.

$G L_1 = G. L._{\text{reduzido}} - G. L._{\text{completo}}$

$G L_2 = G L_{\text{completo}}$

As hipóteses a serem verificadas no teste F são:

$$H_0: \alpha_j = \alpha$$

$$\beta_{kj} = \beta_k \quad \begin{array}{l} \text{para os grupos } j = 1, 2 \text{ e } 3 \\ \text{para as variáveis } k = 1, 2 \text{ e } 3 \end{array}$$

$$H_1: \alpha_j \neq \alpha$$

$$\beta_{ki} \neq \beta_k$$

Se o teste for significativo, conclui-se pela aceitação da hipótese H_0 , ou seja, os parâmetros do modelo reduzido são estatisticamente equivalentes aos parâmetros do modelo completo.

VII.1 - Determinação das Somas dos Quadrados dos Resíduos

Para a determinação da soma dos quadrados dos resíduos do modelo completo e do modelo reduzido, desenvolveu-se uma análise de regressão múltipla para cada grupo, $j = 1, 2, 3$ e 4 , utilizando o mesmo modelo estatístico. Desta análise de regressão obteve-se:

Grupo 1:

$$E' = 0,00002 + 0,02716 U' + 0,05092 D' + 0,57836 T'$$

correlação múltipla $R^2 = 0,3110$

Nesta análise não há interesse em otimizar o modelo estatístico, pois, pretende-se apenas determinar a soma dos quadrados dos resíduos.

F V	S.Q Res.	G L	Q M	F
Regressão	32,969	3	10,990	15,499
Resíduo	73,031	103	0,709	

F V = Fonte de Variação

S. Q. Res Soma dos quadrados dos resíduos

G L = graus de liberdade

Q M = Soma de quadros medios (S . Q. Res/G L)

F = Valor calculado através de (Q. M . Reg/Q. M. Res)

Grupo 2

$$E' = 0,00004 + 0,42204 U' + 0,09638 D' + 1,05235 T'$$

Correlação múltipla $R^2 = 0,5494$

F V	S.Q Res	G L	Q M	F
Regressão	77,467	3	25,822	56,089
Resíduo	63,533	138	0,460	

Grupo 3

$$E' = - 0,00002 + 0,33131 U' - 0,14509 D' + 0,65204 T'$$

Correlação múltipla $R^2 = 0,3289$

F V	S.Q Res	G L	Q M	F
Regressão	18,091	3	6,030	8,496
Resíduo	36,909	52	0,710	

Grupo 4

$$E' = 0,00004 + 0,24333 U' - 0,9966 D' + 0,76329 T'$$

Correlação múltipla $R^2 = 0,4090$

F V	S.Q Res	G L	Q M	F
Regressão	124,322	3	41,441	69,423
Resíduo	179,677	301	0,597	

Os graus de liberdade GL_1 e GL_2 são respectivamente:

$$GL_1 = 301 - (103 + 138 + 52) = 8$$

$$GL_2 = 103 + 138 + 52 = 293$$

Nestes modelos as variáveis E' , U' , D' e T' sofreram transformações padrão da seguinte forma:

$$E'_i = \frac{E_i - \bar{E}}{\sigma_E} ; U'_i = \frac{U_i - \bar{U}}{\sigma_U} ; D'_i = \frac{D_i - \bar{D}}{\sigma_D} \quad e$$

$$T'_i = \frac{T_i - \bar{T}}{\sigma_T}$$

estas transformações não alteram o resultado da análise.

VII.2 - Análise de Variância

$$S Q Res_{\text{reduzido}} = 179,677$$

$$S Q Res_{\text{completo}} = 73,031 + 63,533 + 36,909 = 173,473$$

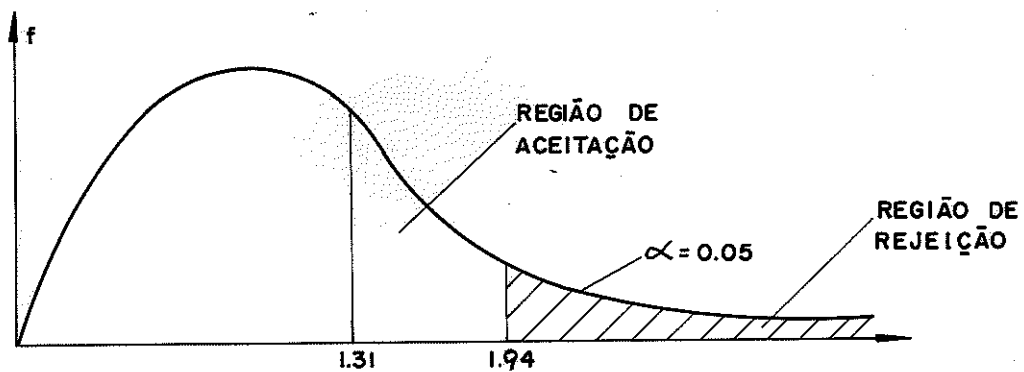
$$\text{Acrêscimo de Resíduo} = 179,677 - 173,473 = 6,204$$

F V	S Q Res	G L	Q M	F
Acrêscimo de Resíduo	6,204	8	0,776	1,31
Modêlo Completo	173,473	293	0,592	
Total	179,677	301		

Teste F

$$\text{Valor crítico de } F(8; 293) = 1,94$$

$$\text{Valor calculado } F = 1,31$$



Conclusão:

Conclui-se pela aceitação da hipótese H_0 , ou seja, o acréscimo dos resíduos corresponde a 3,58% dos resíduos do modelo completo. Juntando-se os grupos 1, 2 e 3 em um único, grupo, os resultados não serão significativamente alterados.

Em todos os grupos, o modelo estatístico atendeu às pressuposições requeridas para a análise de variância.

VII.3 - Resultados dos Ensaios

As tabelas a seguir mostram os 305 resultados de unidade, densidade, tensão de ruptura e módulo de elasticidade do grupo 4, obtidos da compressão paralela em corpos de prova de Peroba Rosa.

TABELA VII. I

(PEROBA ROSA)

U	D	T	E	U	D	T	E
5.7	0.75	716.	128900.	13.9	0.87	481.	129268.
5.9	0.78	624.	137640.	14.2	0.72	519.	127080.
5.9	0.83	576.	127440.	14.6	0.87	456.	95000.
6.0	0.84	714.	120570.	14.6	0.87	450.	112090.
6.7	0.66	645.	142360.	14.7	0.84	429.	93360.
6.8	0.75	654.	125670.	14.7	0.81	508.	170380.
6.9	0.86	773.	156620.	14.8	0.92	481.	81430.
7.0	0.77	611.	119820.	15.0	0.71	367.	93220.
7.0	0.75	712.	166310.	15.0	0.80	461.	103760.
7.2	0.95	672.	152850.	15.0	0.84	559.	136280.
7.2	0.68	490.	76900.	15.0	0.69	410.	93940.
7.3	0.73	620.	140810.	15.1	0.82	437.	84270.
7.3	0.77	496.	126700.	15.1	0.91	462.	95710.
7.4	0.66	575.	122430.	15.7	0.94	602.	122770.
7.4	0.73	510.	117820.	15.2	0.65	419.	116460.
7.5	0.83	632.	133940.	15.3	0.83	443.	101580.
7.5	0.89	641.	130040.	15.4	0.75	496.	143120.
7.7	0.76	680.	140640.	15.4	0.79	454.	120940.
7.7	0.70	404.	115000.	15.4	0.66	426.	111200.
8.4	0.87	354.	75000.	15.5	0.70	431.	105100.
8.1	0.91	328.	100000.	15.5	0.72	429.	100690.
8.0	0.72	657.	161470.	15.6	0.91	388.	101960.
8.1	0.70	461.	100490.	15.6	0.87	580.	146320.
8.1	0.74	630.	114450.	15.6	0.68	387.	89770.
9.2	0.90	426.	150000.	15.7	0.77	528.	130010.
8.2	0.75	705.	172500.	15.7	0.77	451.	124030.
8.4	0.86	654.	167190.	15.7	0.85	435.	157260.
9.4	0.86	570.	125670.	15.7	0.75	473.	143240.
9.7	0.88	681.	120130.	15.7	0.75	478.	142400.
9.7	0.90	591.	135000.	15.7	0.89	472.	127530.
10.0	0.69	390.	128140.	15.8	0.80	456.	129280.
10.3	0.91	428.	58840.	15.8	0.88	463.	116000.
10.3	0.69	390.	128100.	15.8	0.70	366.	87010.
10.4	0.79	627.	164140.	15.8	0.75	441.	98610.
10.4	0.81	626.	131020.	15.9	0.88	379.	93190.
10.8	0.70	591.	134300.	15.9	0.78	505.	144160.
10.6	0.89	624.	132180.	15.8	0.73	401.	89780.
10.8	0.77	585.	113310.	16.0	0.66	447.	165000.
10.8	0.82	549.	102850.	16.0	0.82	471.	143350.
11.0	0.76	521.	119310.	16.0	0.83	278.	50920.
11.0	0.75	494.	90060.	16.0	0.63	467.	117460.
11.4	0.91	542.	131330.	16.0	0.74	444.	114270.
11.4	0.81	549.	117320.	16.0	0.65	420.	117920.
11.6	0.75	559.	160250.	16.0	0.88	374.	93190.
11.6	0.79	580.	135370.	16.0	0.80	456.	129260.
12.0	0.79	417.	92000.	16.0	0.68	532.	142850.
12.1	0.79	589.	150790.	16.0	0.90	312.	46370.
12.3	0.86	601.	123950.	16.1	0.72	439.	141700.
12.3	0.80	429.	89261.	16.1	0.77	410.	112500.
12.3	0.89	471.	44820.	16.1	0.73	414.	118260.
12.4	0.85	517.	116660.	16.1	0.91	524.	106330.
12.4	0.87	599.	186790.	16.3	0.78	325.	88170.
12.5	0.71	534.	81740.	16.4	0.85	468.	121930.
12.5	0.77	551.	116670.	16.5	0.70	353.	77070.
12.5	0.77	436.	76640.	16.6	0.79	469.	165930.
12.5	0.82	574.	143310.	16.6	0.90	461.	103000.
12.8	0.69	410.	100090.	16.7	0.81	391.	96200.
12.9	0.75	426.	119000.	16.7	0.72	366.	112500.
12.9	0.76	493.	131000.	16.8	0.88	462.	96776.
13.1	0.73	417.	97000.	16.8	0.78	447.	114270.
13.1	0.72	510.	104350.	16.9	0.84	450.	108930.
13.2	0.77	500.	145000.	17.0	0.90	367.	100330.
13.2	0.76	496.	130000.	17.0	0.83	400.	84986.
13.2	0.77	506.	135000.	17.0	0.88	467.	145000.
13.2	0.76	496.	130000.	17.0	0.97	417.	109440.
13.2	0.85	498.	91030.	17.0	0.75	463.	119800.
13.4	0.64	463.	132000.	17.1	0.96	396.	111510.
13.4	0.74	450.	119000.	17.1	0.61	266.	52440.
13.6	0.87	588.	128520.	17.1	0.80	352.	135500.
13.9	0.73	446.	137000.	17.1	0.92	422.	82500.
13.9	0.66	446.	96000.	17.2	0.82	472.	150000.

TABELA VII. I

(PEROBA ROSA)

U	D	T	E	U	D	T	E
17.2	0.86	359.	71130.	25.5	0.87	335.	115380.
17.2	0.92	330.	96130.	25.6	0.90	242.	57900.
17.3	0.76	437.	102350.	25.6	0.93	270.	43430.
17.3	0.74	478.	111985.	25.7	0.93	398.	132530.
17.3	1.05	360.	104500.	25.8	0.77	278.	75180.
17.3	0.94	361.	90880.	25.9	0.87	337.	115000.
17.4	0.71	300.	115000.	25.9	0.94	445.	123300.
17.5	0.77	430.	121500.	25.9	0.77	403.	117980.
17.5	0.79	451.	143700.	26.0	0.88	280.	67180.
17.6	0.84	442.	137000.	26.1	0.94	292.	69040.
17.6	0.84	302.	52000.	26.1	0.82	304.	149950.
17.8	0.78	407.	141750.	26.6	0.81	374.	114410.
17.8	0.72	427.	126240.	27.1	0.91	389.	103100.
17.8	0.91	407.	113800.	27.1	0.82	391.	118750.
17.9	0.79	382.	105710.	27.4	0.79	376.	107000.
17.9	0.78	390.	121380.	27.4	0.82	359.	107400.
17.9	0.87	351.	75000.	27.5	0.82	204.	61680.
18.0	0.84	440.	129800.	27.6	0.76	308.	125000.
18.3	0.80	470.	125780.	27.6	0.80	301.	145000.
18.5	0.79	492.	144000.	27.8	0.89	345.	103130.
18.5	0.67	474.	137590.	27.9	0.88	366.	86600.
18.6	0.81	544.	144100.	28.0	0.88	341.	121700.
18.7	0.81	122.	125000.	28.1	0.82	341.	169130.
18.8	0.73	458.	110000.	28.1	0.87	310.	90020.
19.0	0.70	358.	95000.	28.3	0.89	218.	50000.
19.1	0.78	367.	105250.	28.5	0.97	247.	61530.
19.2	0.82	312.	61250.	28.6	0.71	302.	72200.
19.4	0.70	442.	138170.	28.7	0.78	288.	94000.
19.5	0.76	314.	87500.	28.7	0.73	262.	107040.
19.7	0.77	461.	122240.	29.2	1.02	372.	96150.
20.1	0.77	400.	100000.	29.5	0.79	324.	116000.
20.2	0.70	313.	87000.	29.6	0.70	290.	68000.
20.5	0.74	405.	142500.	29.8	1.02	372.	96150.
20.5	0.79	113.	145000.	30.0	0.86	363.	137570.
20.6	0.69	322.	85000.	30.1	0.91	285.	56370.
20.7	0.72	250.	85740.	30.3	0.88	387.	121500.
21.0	0.77	446.	127500.	30.8	0.95	335.	79520.
21.4	0.71	313.	77540.	31.8	0.96	262.	36680.
21.4	0.80	300.	85950.	32.0	0.75	303.	133870.
21.6	0.82	327.	143330.	32.1	0.73	321.	84000.
21.6	0.82	380.	56560.	32.2	0.94	381.	146000.
21.7	0.80	392.	128530.	32.2	1.01	355.	126420.
21.9	0.80	385.	124780.	32.3	0.91	400.	110000.
22.0	0.87	402.	120000.	32.6	0.94	336.	121250.
22.0	0.84	322.	84300.	33.1	0.82	310.	86720.
22.2	0.80	312.	86140.	33.7	0.82	337.	105000.
22.9	0.81	368.	94250.	34.1	0.87	290.	104650.
23.1	0.75	300.	103000.	34.2	0.89	351.	122760.
23.2	0.75	365.	142000.	34.8	0.93	258.	48230.
23.4	0.66	302.	96460.	34.8	0.93	413.	115000.
23.5	0.95	354.	70000.	35.2	0.85	340.	87000.
23.6	0.86	420.	135000.	35.8	0.82	329.	84400.
23.7	0.88	367.	95460.	35.9	0.87	337.	115000.
23.8	0.80	341.	78970.	36.2	0.99	352.	77500.
24.1	0.76	315.	67880.	36.0	0.90	321.	56750.
24.3	0.82	282.	94690.	37.1	0.98	390.	103750.
24.3	0.84	328.	108000.	37.9	0.80	347.	87000.
24.4	0.83	354.	125590.	38.8	0.92	322.	82500.
24.4	0.82	341.	159770.	39.0	0.99	379.	131250.
24.5	0.89	352.	135500.	41.0	0.95	300.	63100.
24.5	0.88	310.	117270.	41.8	0.86	412.	109350.
24.6	0.82	269.	71490.	42.0	1.02	413.	120000.
24.8	0.94	471.	30000.	42.9	1.03	415.	103500.
24.9	0.81	291.	78350.	43.0	0.96	326.	82500.
25.0	0.87	335.	115300.	44.0	1.05	258.	125000.
25.0	0.72	282.	40560.	47.0	0.95	375.	84000.
25.1	0.88	299.	94820.	48.6	0.95	333.	123750.
25.2	0.83	313.	82820.	48.8	1.00	400.	127500.
25.2	0.85	402.	112250.	50.1	1.12	401.	102500.
25.4	0.74	280.	74290.	50.6	0.99	379.	100000.
25.4	0.88	372.	114170.	50.7	0.96	269.	87600.
				50.8	0.99	346.	91250.

VII.4 - Resultado da Análise Estatística

Adotou-se um modelo estatístico para a regressão linear múltipla do tipo:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i$$

para:

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

e a estimativa do valor Y_i dada pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_k X_{ki}$$

Neste modelo introduziu-se inicialmente todas as variáveis observadas, U, D e T, e após demorada manipulação destas variáveis, com sucessivas regressões e análises de resíduos, chegou-se à seguinte equação:

$$\frac{E}{U} = - 6354,33462 + 382,95770 U + 44,47550 T - 1,68951 U \cdot T$$

Através da Análise de variância obteve-se um coeficiente de determinação múltipla $R^2 = 0,8444$. Aparentemente este resultado só poderá ser melhorado com a introdução no modelo, de novas variáveis não observadas neste estudo.

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM
GENERAL LINEAR MODELS PROCEDURE

DEPENDENT VARIABLE: Y

SOURCE	DF	SUM OF SQUARES	MEAN SQUARE	F VALUE	PR > F	R-SQUARE	C V
MODEL	3	5549091269.21437400	1850030423.07145790	461.23	0.0001	0.844388	22.4569
ERROR	255	654059280.67697360	2564938.35539599		STD DEV		Y MEAN
CORRECTED TOTAL	258	+203150547.89135200			1601.5+24926J		7131.63370

SOURCE	DF	TYPE I SS	F VALUE	PR > F	DF	TYPE IV SS	F VALUE	PR > F
UMID	1	2683633852.36095230	1048.23	0.0001	1	95308313.52400223	38.52	0.0001
T	1	57413229.05369010	223.85	0.0001	1	757390140.50238520	299.18	0.0001
UT	1	286304187.79973101	111.62	0.0001	1	236594187.79973101	111.62	0.0001

PARAMETER	ESTIMATE	T. FOR H0:	PR > T	STD. ERROR OF ESTIMATE
INTERCEPT	-6354.33462228	-5.08	0.0001	1249.56792559
UMID	352.95770137	6.21	0.0001	61.70039039
T	44.47549785	17.30	0.0001	2.57129269
UT	-1.63950767	-10.57	0.0001	153.991337

T. FOR H0:
PARAMETER=0

Análise de Variância do Modelo Adotado

$$\frac{E}{U} = - 6354,33462 + 382,95770 U + 44,47550 T - 1,68951 U \cdot T$$

(PEROBA ROSA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ e } \beta_2 \neq 0 \text{ e } \beta_3 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(3; 255) = 2,60$

$$F_{\text{calculado}} = 461,23$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

A análise de variância forneceu os valores calculados de t_{bi} .

$$t_{b1} = 6,21$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(255) = 1,960$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 17,30$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(255) = 1,960$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

Para β_3

$$t_{b3} = -10,57 \quad H_1: \beta_3 \neq 0$$

$$H_0: \beta_3 = 0 \quad \alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(255) = 1,960$

$|t_{b3}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_3 no modelo.

STATISTICAL ANALYSIS
PLAN OF EXPERIMENT LEGEND: A = 1 B = 2 C = 3

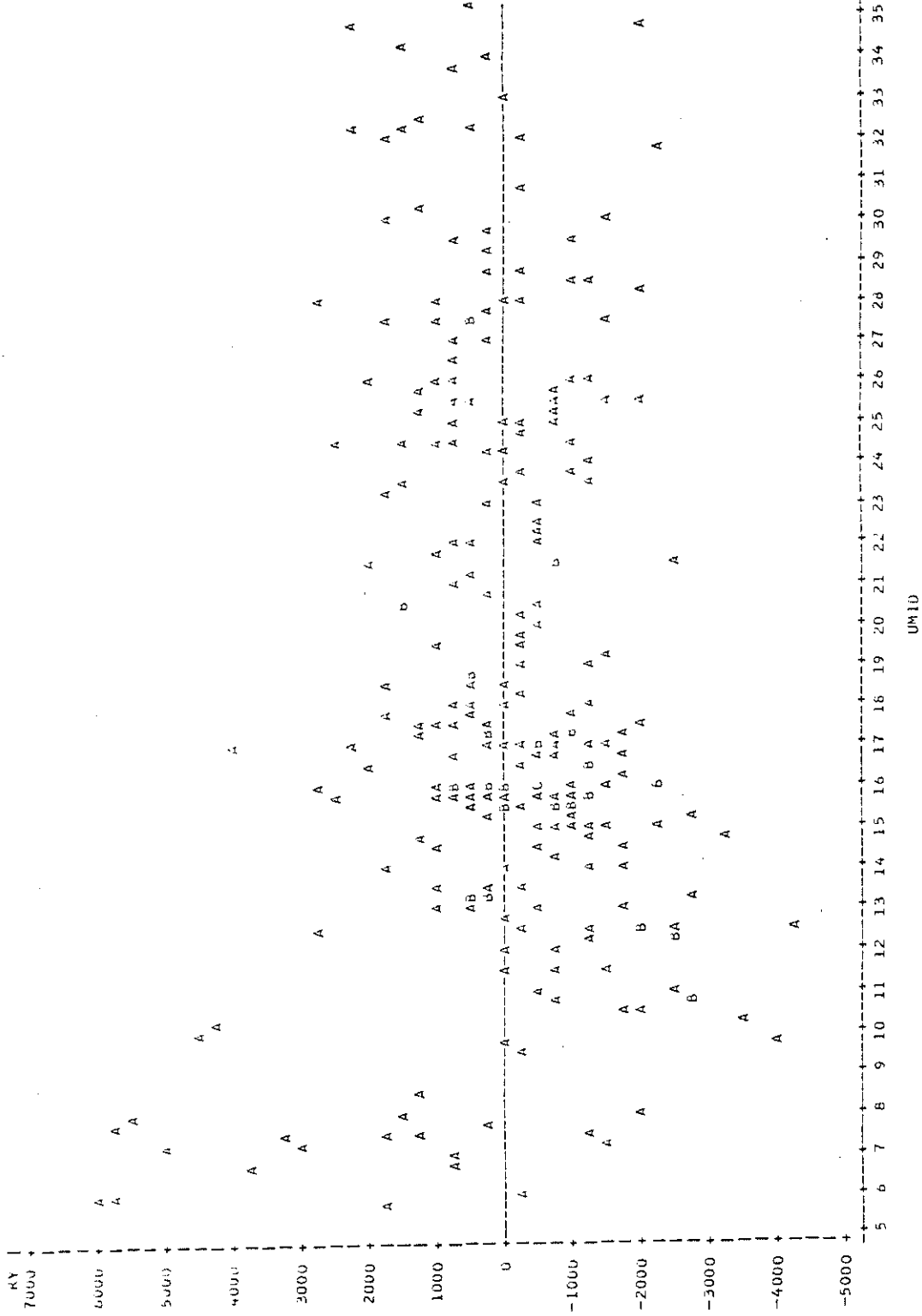


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável U

(PEROBA ROSA)

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM
PLJ1 OF RY*PY LEGEND: A = 1 OBS., B = 2 OBS., ETC.

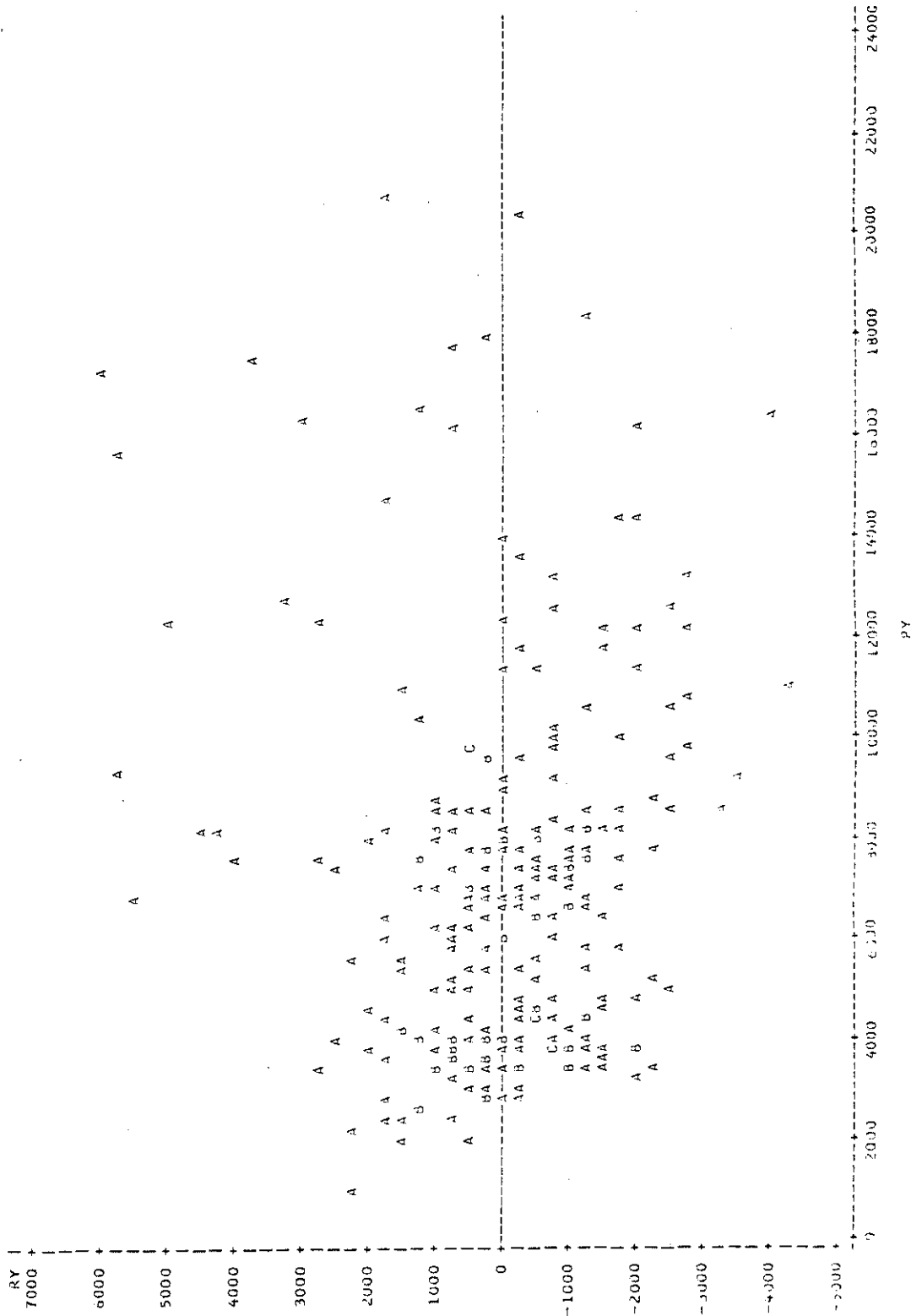
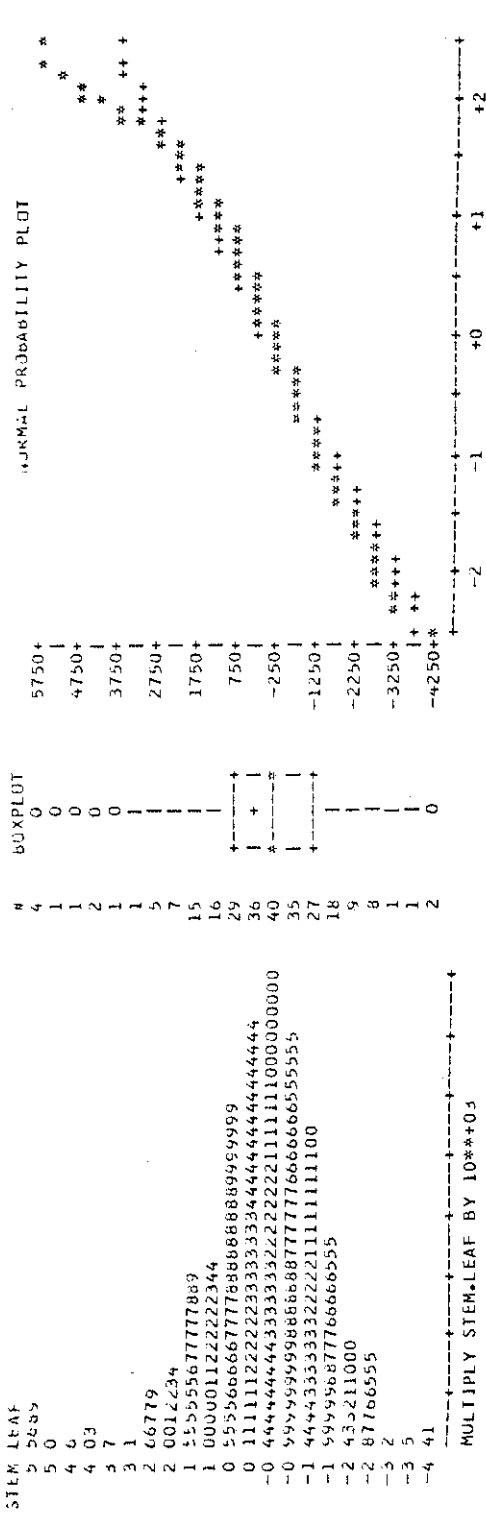


Diagrama dos resíduos contra os valores estimados da variável Y

UNIVARIAT:

VARIABLE=RY

MOMENTS		QUANTILES (DEF=4)		EXTREMES	
N	259	1004 MAX	5891.00	992	2704.37
MEAN	1.126E+10	754 Q3	787.275	994	2700.01
STD DEV	1592.2	704 MED	-98.4106	906	1755.11
SKENESS	0.826426	253 Q1	-1017.59	108	-1972.64
USS	0.4059261	04 MIN	-4260.89	52	-2360.14
CV	1.414E+15	RANGE	10257	16	-3720.3
1:MEAN=0	1.136E+12	33-11	1804.09		
		4301	149.475		



Teste para verificar a distribuição normal dos resíduos

VII.5 - Conclusões

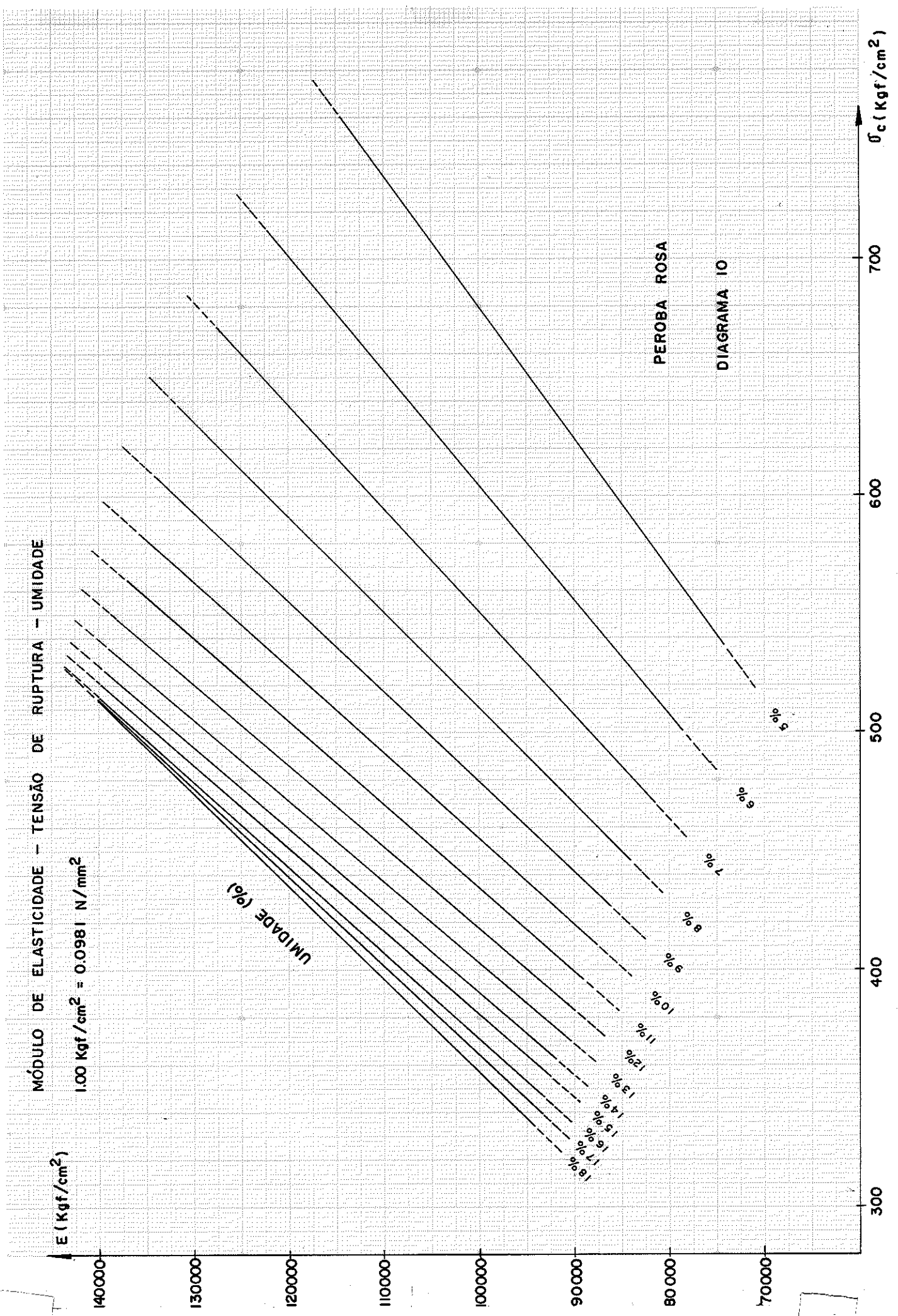
O estudo dos resíduos, a seguir, não da indicação alguma para alteração do modelo e nem mostra tendências comprometedoras para o modelo adotado.

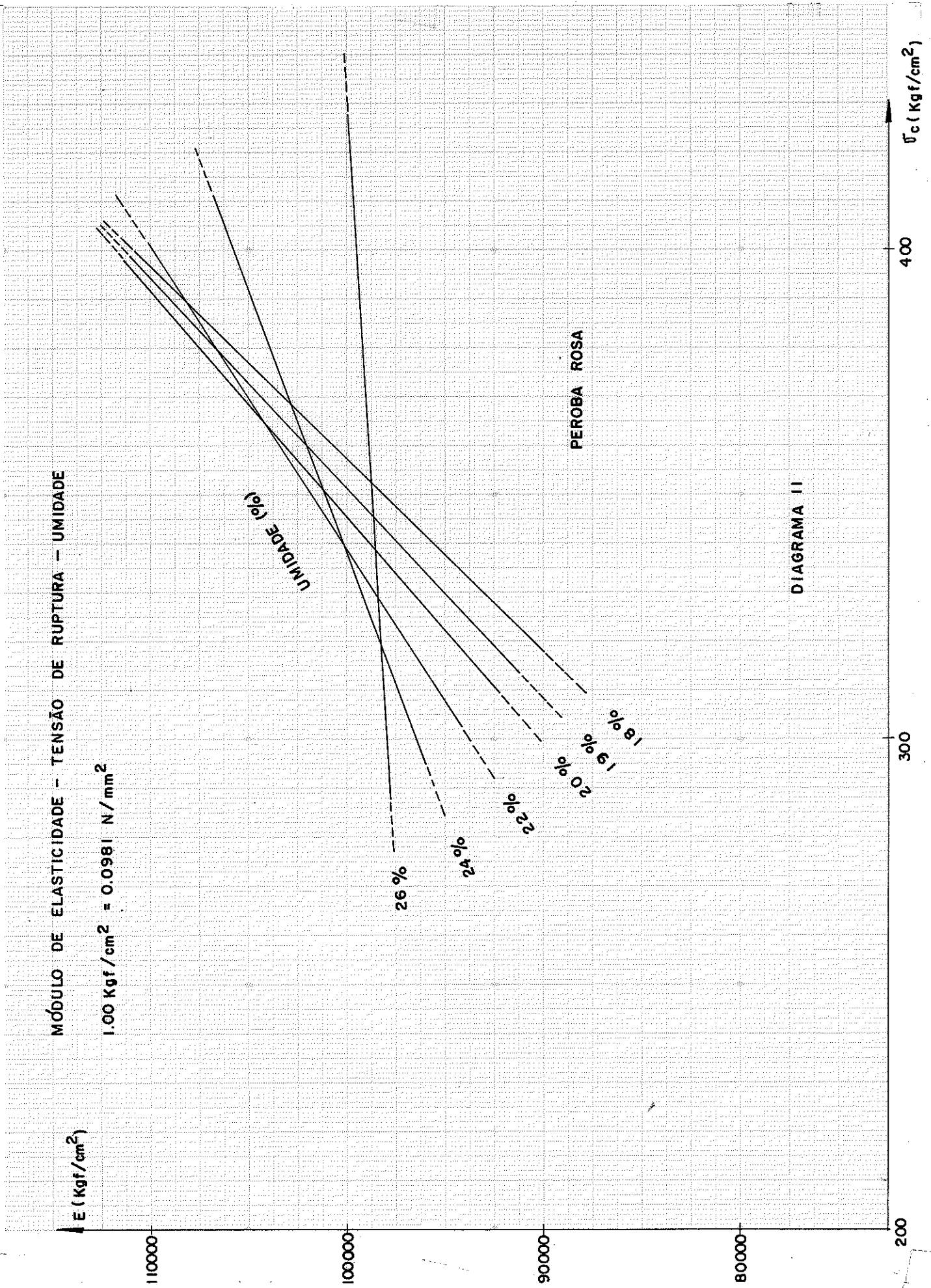
Observou-se no decorrer destas análises, o efeito não significativo da densidade sobre o módulo de elasticidade, ficando por isto, fora do modelo. Para umidades com valores acima de 35%, madeira saturada, os estudos em modelos anteriores revelaram uma nítida perturbação nos resíduos, os quais apresentaram todos os resultados positivos e não distribuídos em torno do valor médio, igual a zero. Esta tendência sugeriu uma separação do modelo adotado, em duas partes: um modelo para umidades com teores acima de 35% e outro com teores de umidade até 35%. Considerando-se as poucas observações feitas em umidades elevadas, desenvolveu-se este modelo, válido para umidade no intervalo $5 \leq U \leq 35\%$.

Os resultados da análise indica que o modelo adotado se ajustou satisfatoriamente às observações.

Para teores de umidade acima de 26%, madeira verde, os valores do módulo de elasticidade são praticamente constantes.

Desta análise resultaram os diagramas 10 e 11 a seguir.





VIII - LIMITE DE PROPORCIONALIDADE - TENSÃO DE RUP -
TURA - UMIDADE - DENSIDADE

A determinação do limite de proporcionalidade na compressão paralela às fibras tem vários aspectos importantes no cálculo das estruturas de madeira, por exemplo, quando se procura conhecer a capacidade máxima de carga em peças esbeltas, sem perda de estabilidade; quando se deseja dimensionar ligações parafusada estimando-se a capacidade máxima de carga do parafuso sem ocorrência de tensões acima do limite de proporcionalidade, provocando deformações excessivas nas ligações; quando o não conhecimento do limite de proporcionalidade, pode levar a um super dimensionamento, onerando o custo das estruturas de madeira.

A NB-11, (36) implicitamente admite a relação:

$$L P = \frac{2}{3} T$$

entre o limite de proporcionalidade e o limite de ruptura para madeiras verdes submetidas a ensaios de compressão paralela às fibras.

De fato, no estudo da flambagem a equação de Euler é deduzida considerando o comportamento elástico do material e portanto só vale para tensões até o limite de proporcionalidade.

$$\sigma_{fl} = \frac{\pi^2 E_m}{\lambda^2} \leq \sigma_{pc}$$

Introduzindo um coeficiente de segurança 4 e admitindo-se como índice de esbeltez mínimo (λ_0) o valor de λ a partir do qual começa a valer a hipérbole de Euler, tem-se:

$$\bar{\sigma}_{fl} = \bar{\sigma}_{pc} = \frac{\pi^2 E_m}{\lambda_0^2}$$

e adotando-se $\bar{\sigma}_{pc} = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_c$ tem-se a equação da NB-11.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3\pi^2 E_m}{8 \bar{\sigma}_c}}$$

[36] - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. - Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira - NB-11. Rio de Janeiro, ABNT, item 52, alínea b.

VIII.1 - Resultados dos Ensaios

Nos ensaios realizados em corpos de prova de Peroba Rosa, com dimensões 5,0 x 5,0 x 20,0 cm utilizando-se relógios comparadores para a determinação das deformações, conseguiu-se estabelecer com relativa precisão o limite de proporcionalidade em 119 corpos de prova.

Os resultados de umidade, densidade, tensão de ruptura, módulo de elasticidade e limite de proporcionalidade obtidos nestes ensaios estão apresentados nas tabelas a seguir

TABELA VIII.1

(PEROBA ROSA)

U	D	T	E	LP	U	D	T	E	LP
8.4	0.87	354.	68000.	200.	17.4	0.85	354.	167500.	225.
10.4	0.80	431.	88000.	210.	18.5	0.75	342.	144000.	280.
11.9	0.84	534.	144000.	410.	18.5	0.70	404.	100000.	300.
12.0	0.79	417.	92900.	250.	18.8	0.71	360.	110000.	220.
12.1	0.82	586.	145000.	365.	18.7	0.81	422.	125800.	220.
12.2	0.73	535.	134500.	370.	19.1	0.70	359.	95000.	250.
12.3	0.84	480.	106000.	254.	19.2	0.82	312.	61300.	225.
12.4	0.74	523.	122000.	280.	19.5	0.76	314.	85000.	327.
12.5	0.72	476.	133000.	325.	20.1	0.77	400.	100000.	287.
12.5	0.69	473.	90000.	280.	20.2	0.81	332.	79000.	216.
12.6	0.79	556.	138000.	335.	20.5	0.79	413.	145000.	300.
12.7	0.76	613.	137500.	389.	20.5	0.74	405.	142500.	250.
12.7	0.69	511.	129000.	281.	20.6	0.69	322.	82500.	175.
12.8	0.80	638.	179000.	407.	21.0	0.77	396.	124500.	285.
12.8	0.77	625.	162500.	409.	21.0	0.77	410.	112500.	250.
12.8	0.75	505.	126000.	233.	21.4	0.77	410.	125000.	381.
12.9	0.76	493.	131000.	330.	22.3	0.61	476.	125000.	205.
12.9	0.75	526.	119000.	310.	22.4	0.75	311.	116200.	185.
12.9	0.69	518.	115000.	301.	22.6	0.74	283.	112000.	200.
12.9	0.81	561.	140000.	357.	23.2	0.75	365.	142500.	200.
12.9	0.70	398.	84000.	151.	23.5	0.95	353.	50000.	210.
13.0	0.71	495.	107000.	304.	24.5	0.89	352.	135500.	270.
13.1	0.72	455.	125000.	273.	25.2	0.89	402.	132200.	225.
13.1	0.73	417.	97000.	380.	25.3	0.76	317.	135000.	200.
13.2	0.76	496.	130000.	325.	26.5	0.84	443.	125000.	350.
13.2	0.72	500.	135000.	331.	27.3	0.84	328.	108000.	150.
13.4	0.69	463.	135000.	317.	27.6	0.86	301.	85000.	230.
13.4	0.74	450.	119000.	325.	27.6	0.76	290.	68000.	225.
13.5	0.75	498.	123000.	342.	27.6	0.76	308.	122000.	210.
13.6	0.78	535.	80000.	193.	27.6	0.84	328.	50000.	87.
13.7	0.75	494.	119000.	253.	28.3	0.84	217.	120000.	185.
13.9	0.73	436.	137000.	300.	28.7	0.80	268.	94000.	330.
13.9	0.68	436.	90000.	260.	28.7	0.80	268.	94000.	185.
14.3	0.81	524.	101000.	347.	29.1	0.90	348.	122000.	330.
14.4	0.69	489.	124000.	340.	29.5	0.76	315.	97000.	250.
14.9	0.67	278.	54000.	125.	30.5	0.83	325.	106000.	270.
15.1	0.72	333.	82500.	211.	30.5	0.83	325.	106000.	250.
15.1	0.74	322.	100000.	281.	31.8	0.78	307.	98000.	237.
15.1	0.70	449.	132000.	300.	32.1	0.73	321.	84000.	237.
15.2	0.69	393.	80000.	260.	32.3	0.41	300.	110000.	225.
15.3	0.72	433.	120000.	300.	32.6	0.76	317.	93000.	260.
15.4	0.71	448.	122500.	284.	32.6	0.94	336.	121200.	262.
15.5	0.76	494.	84000.	260.	33.7	0.82	337.	105000.	190.
15.6	0.75	414.	105500.	238.	34.6	0.83	260.	75000.	260.
15.7	0.75	404.	115000.	300.	34.8	0.93	413.	115000.	312.
16.2	0.74	350.	127000.	310.	35.2	0.85	340.	87000.	248.
16.3	0.75	405.	106000.	230.	35.9	0.82	329.	84400.	225.
16.5	0.81	469.	120000.	364.	35.9	0.87	337.	115000.	260.
16.7	0.72	366.	112500.	300.	36.2	0.99	352.	77500.	266.
16.7	0.81	391.	102000.	275.	37.1	0.74	301.	98000.	250.
16.8	0.75	416.	115000.	295.	37.1	0.98	396.	98000.	220.
17.1	0.71	419.	132000.	305.	37.8	0.92	322.	82500.	237.
17.1	0.81	462.	127000.	300.	38.1	0.99	379.	131200.	312.
17.1	0.85	343.	155000.	270.	39.1	0.99	379.	131200.	312.
17.1	0.71	300.	100000.	287.	39.8	1.05	366.	104500.	300.
17.5	0.79	451.	130000.	325.	41.5	0.78	254.	89000.	220.
17.6	0.84	401.	52000.	150.	41.9	0.82	313.	90000.	260.
17.6	0.84	442.	137000.	305.	42.9	1.03	415.	103500.	200.
17.8	0.78	407.	141700.	275.	43.0	0.96	326.	82500.	287.
					44.0	1.04	345.	125000.	125.
					47.0	0.95	345.	84000.	270.
					50.1	1.12	401.	102500.	300.
					50.6	0.99	379.	100000.	287.
					50.7	0.96	269.	89600.	112.

VIII.2 - Resultado da Análise Estatística

Com a finalidade de verificar, nestes 119 conjuntos de observações, obtidos de corpos de prova de Peroba Rosa, a proposta da NB-11:

$$L P = \frac{2}{3} T$$

adotou-se o modelo estatístico de regressão linear simples a seguir:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \mu_i$$

sendo:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

a estimativa do valor Y_i é dada pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b X_i$$

Obteve-se: $L P = 51,40221 + 0,53746 T$

Através da análise de variância obteve-se um coeficiente de determinação $R^2 = 0,5194$.

O método dos mínimos quadrados, garante para este modelo, com estas observações a menor soma dos quadrados dos resíduos entre todos os modelos lineares, em particular para o modelo adotado pela NB-11, diagrama 12.

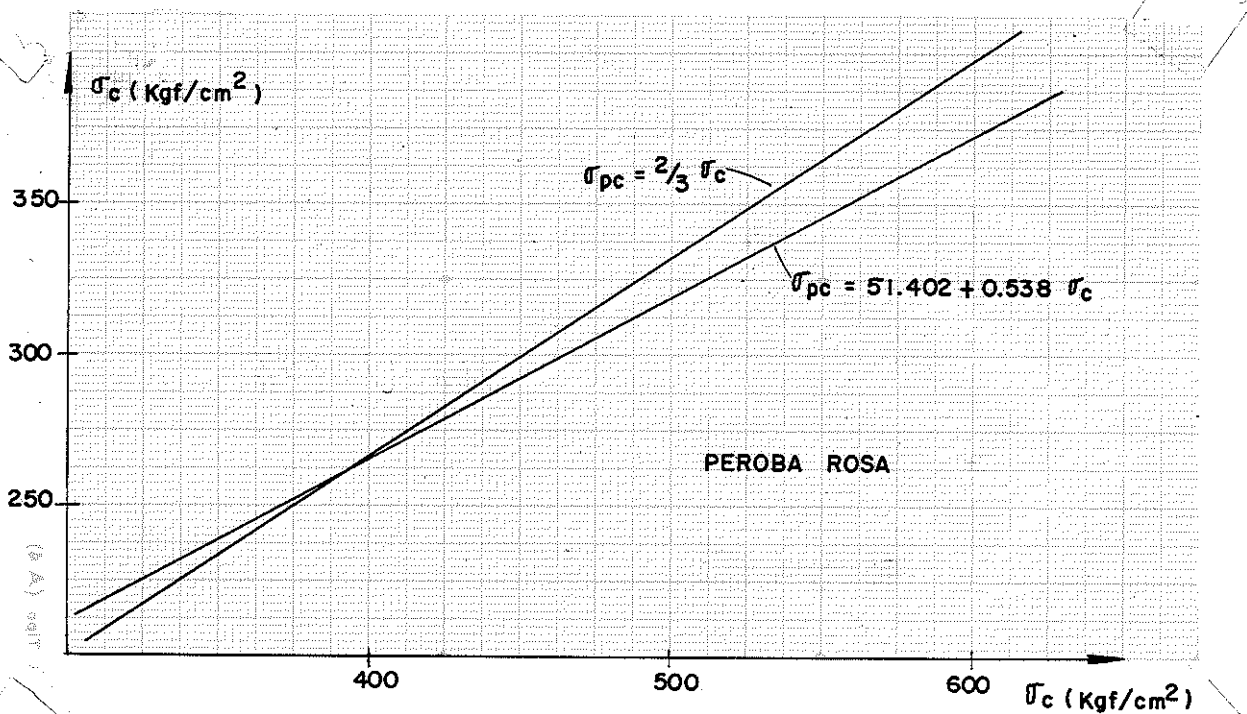


Diagrama 12

Neste modelo linear, o estudo dos resíduos não dá indicação alguma para aperfeiçoar o modelo, nem apresenta tendências comprometedoras. Os diagramas dos resíduos contra as variáveis observadas U, D e T apresentam-se com distribuições uniformes em torno da média dos resíduos.

O coeficiente de determinação relativamente baixo, indica não ser suficiente somente a tensão de ruptura como variável independente, embora o modelo não peça a introdução das variáveis U ou D.

Um outro modelo estatístico utilizado foi

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

sendo:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

a estimativa dos valores observados Y_i é dada pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}$$

adotou-se como variáveis independentes a tensão de ruptura a unidade e a densidade, obtendo-se após várias manipulações destas variáveis e sucessivas análises de regressão a seguinte equação:

$$\frac{L P}{D} = - 346,22708 + 0,71608 T + 0,00492 U T + 281,84647 D^{-1}$$

Através da análise de variância obteve-se um coeficiente de determinação múltipla. $R^2 = 0,6540$ superior ao obtido anteriormente, embora relativamente baixo como previsto.

REGRESSION TITLE ESTUDO DO LIMITE DE ELASTICIDADE
 DEPENDENT VARIABLE 6 FPSD
 TOLERANCE 0.0100
 ALL DATA CONSIDERED AS A SINGLE GROUP

MULTIPLE R 0.8087
 MULTIPLE R-SQUARE 0.6540
 STD. ERROR OF EST. 53.5785

ANALYSIS OF VARIANCE

	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F RATIO	P(TAIL)
REGRESSION	623866.375	3	207955.453	72.442	0.00000
RESIDUAL	330125.250	115	2870.654		

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	STD. REG COEFF	T	P(2 TAIL)	TOLERANCE
INTERCEPT	-346.22708	0.062	0.670	11.598	0.000	0.902446
F	0.71608	0.002	0.167	2.057	0.042	0.455295
DT	0.00492	55.421	0.417	5.086	0.000	0.448174

PLOT NOT PRINTED BECAUSE NOT ENOUGH ROOM FOR PLOT IMAGE

$$\frac{L P}{D} = -346,22708 + 0,71608 T + 0,00492 U, T + 281,84647 D^{-1}$$

$$L P = 281,84647(-346,22708 D + 0,71608 TD) + 0,00492 U, T, D$$

(PEROBA ROSA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \quad e \quad \beta_2 \neq 0 \quad e \quad \beta_3 \neq 0$$

Nível de significância: $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(3 ; 115) = 3,95$

$$F_{\text{calculado}} = 53,579$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$; portanto conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

$$t_{b1} = 11,598$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(115) = 1,982$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 2,057$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(115) = 1,982$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela pouca significância da variável X_2 no modelo.

Para β_3

$$t_{b3} = 5,086$$

$$H_0: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(115) = 1,982$

$|t_{b3}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_3 no modelo.

(PEROBA ROSA)

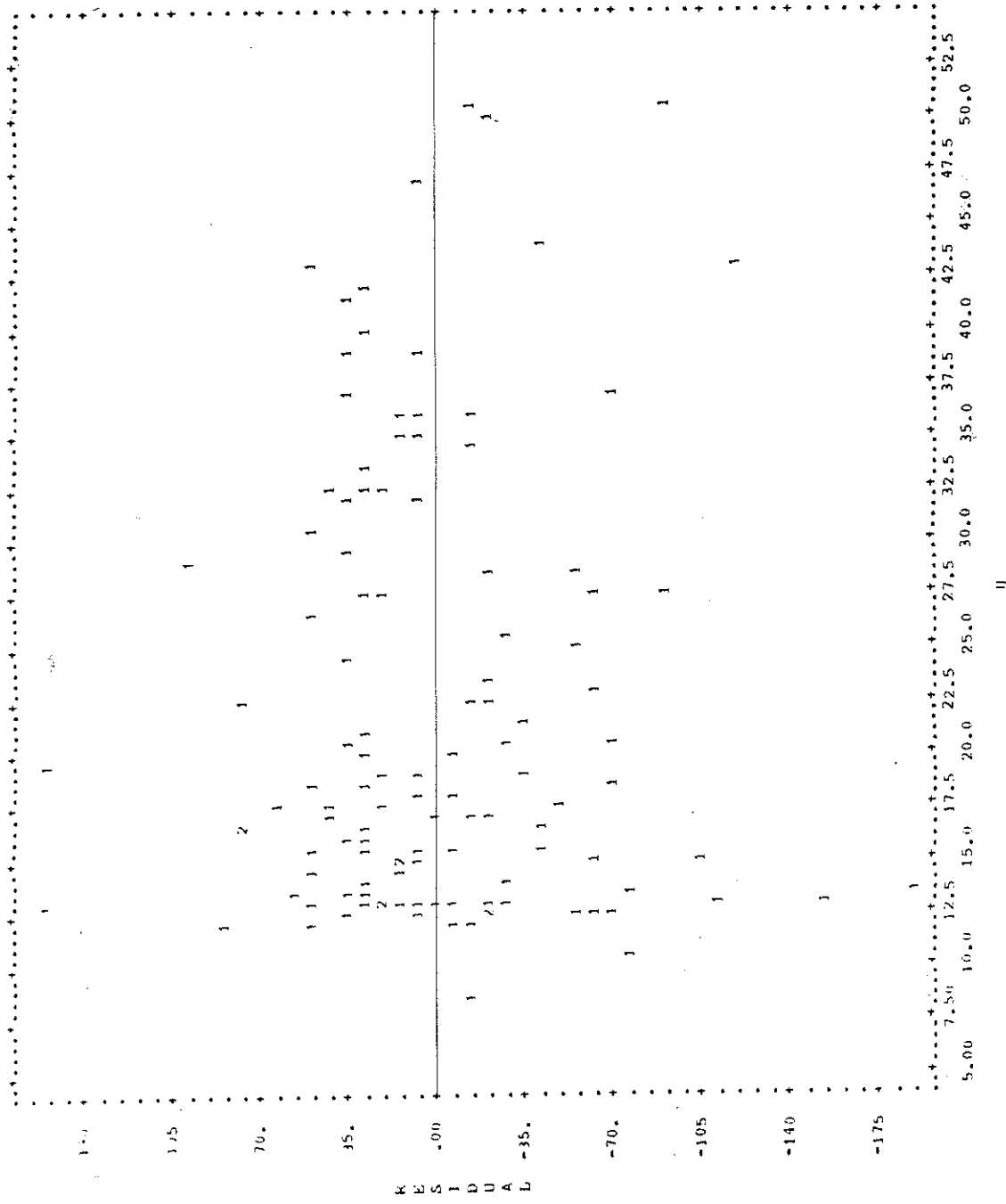


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável U

(PEROBA ROSA)

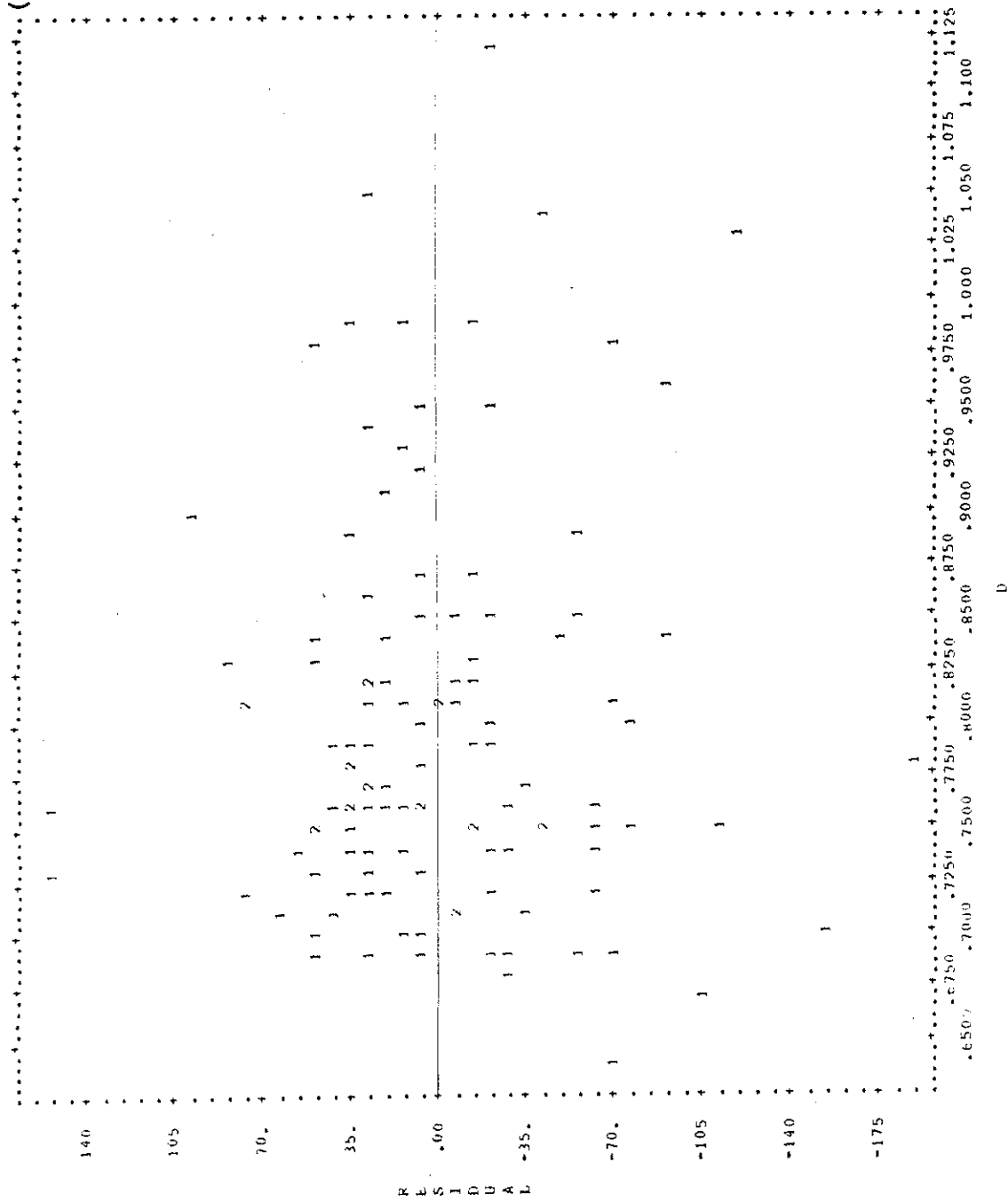
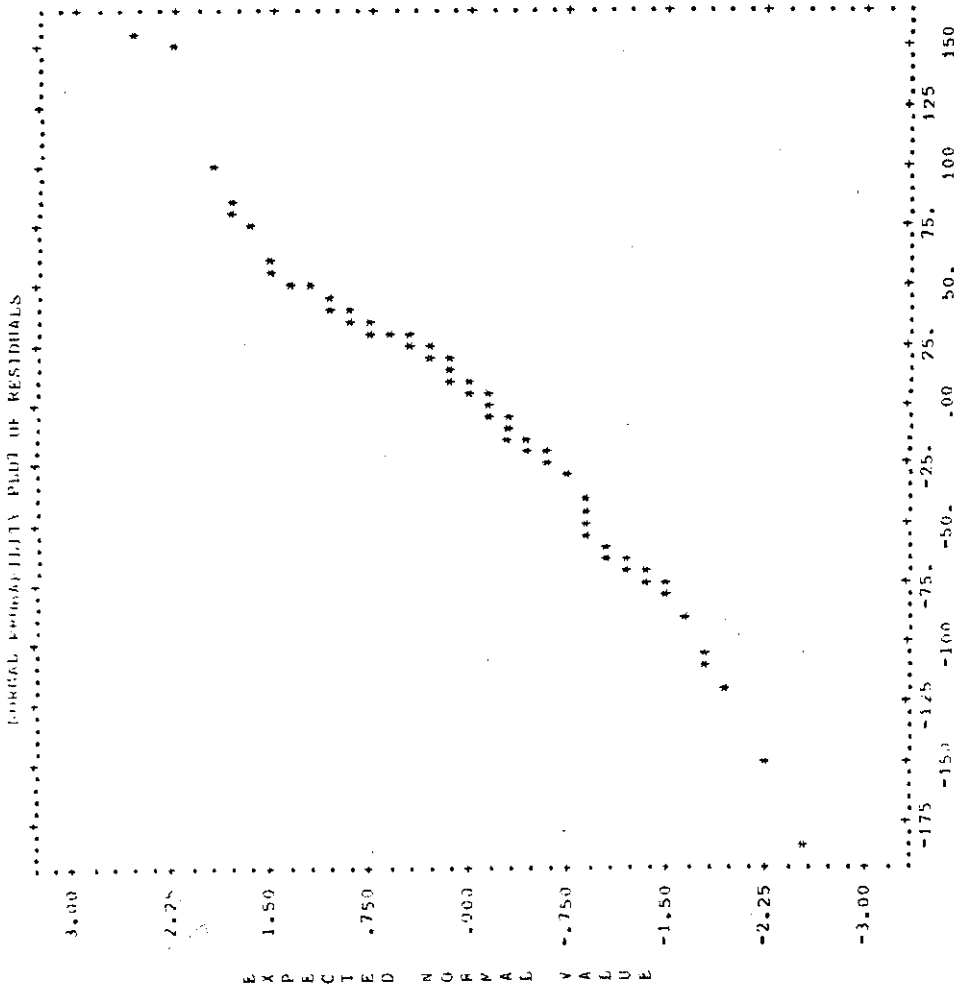


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável D

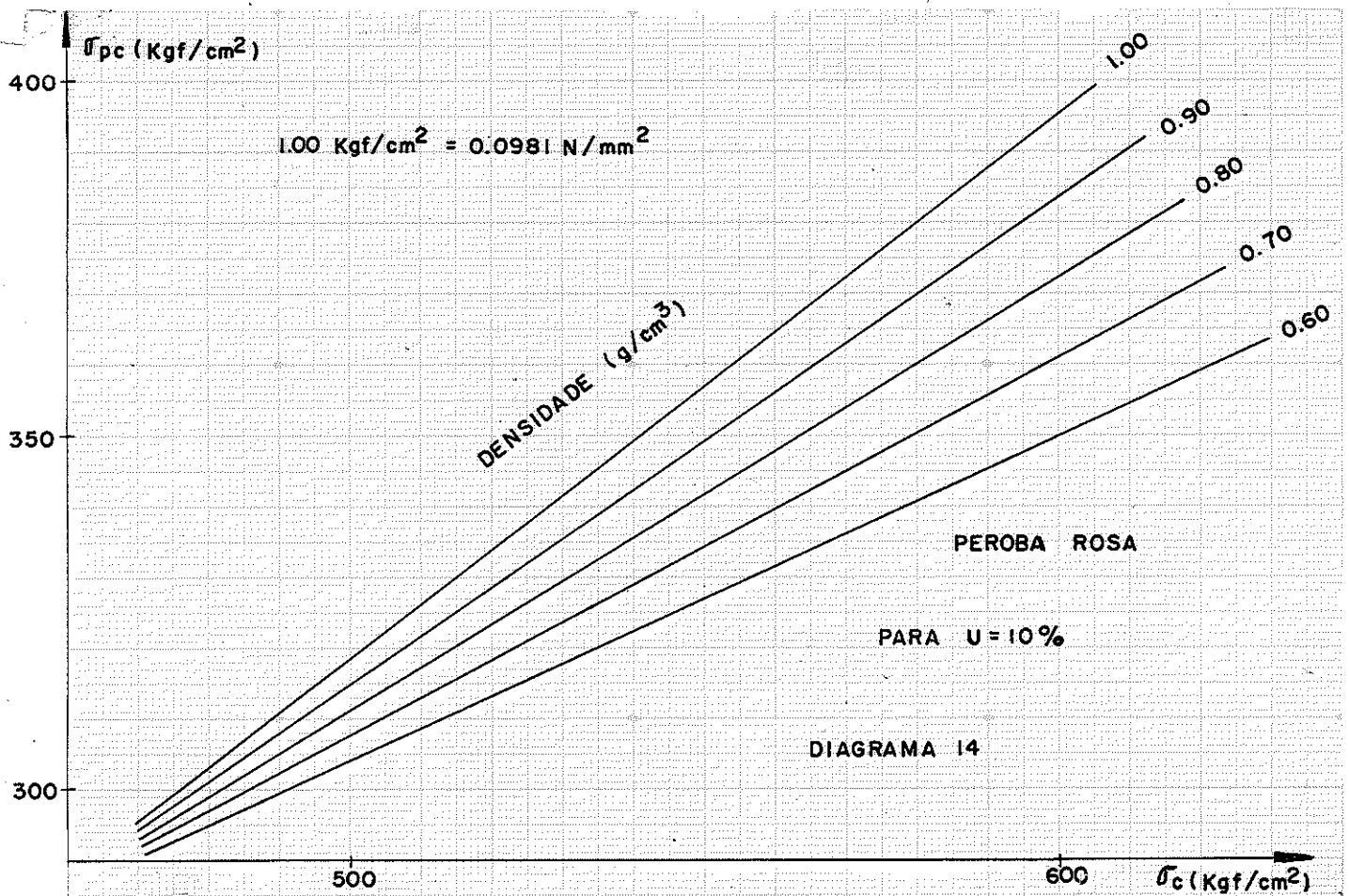
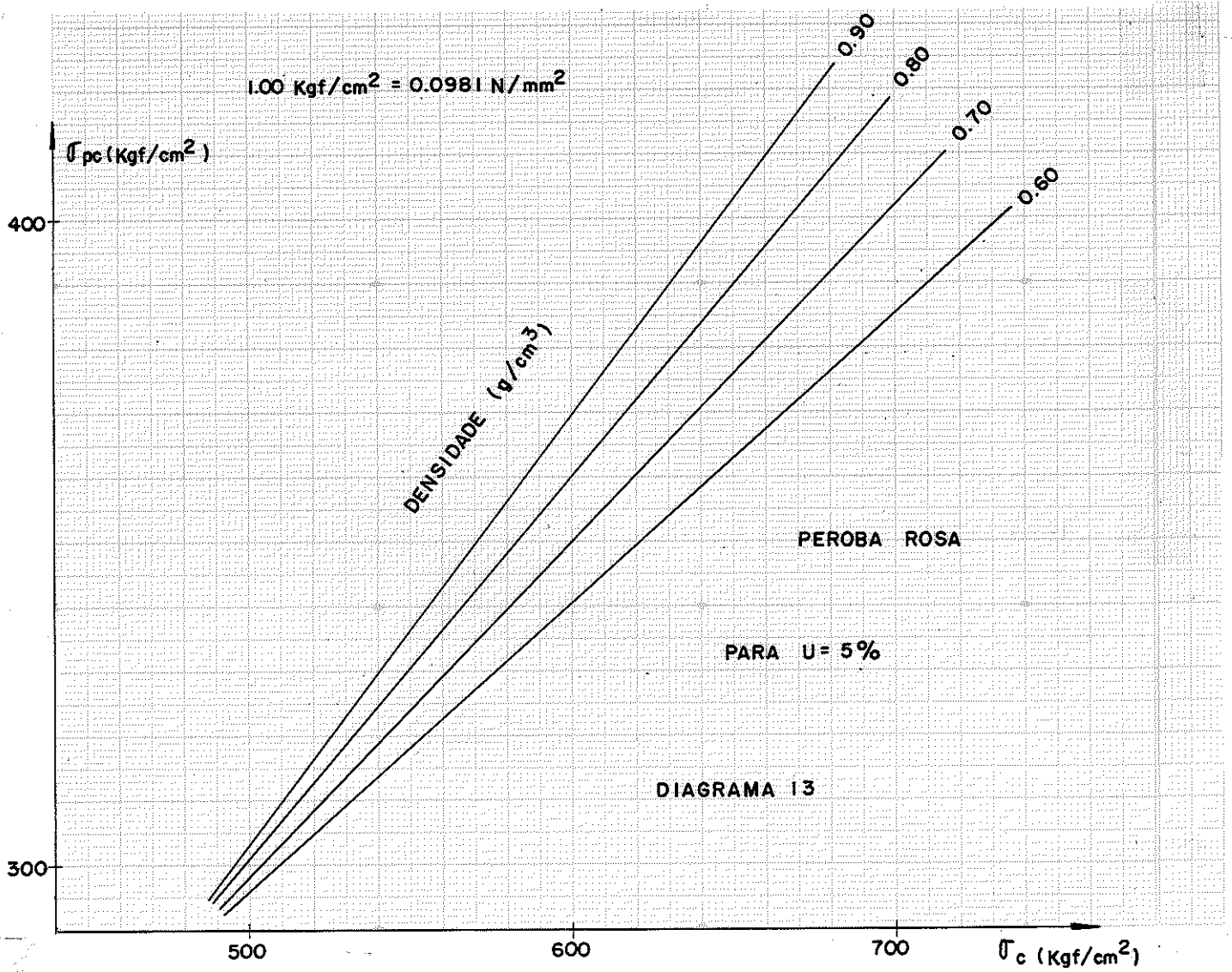
(PEROBA ROSA)

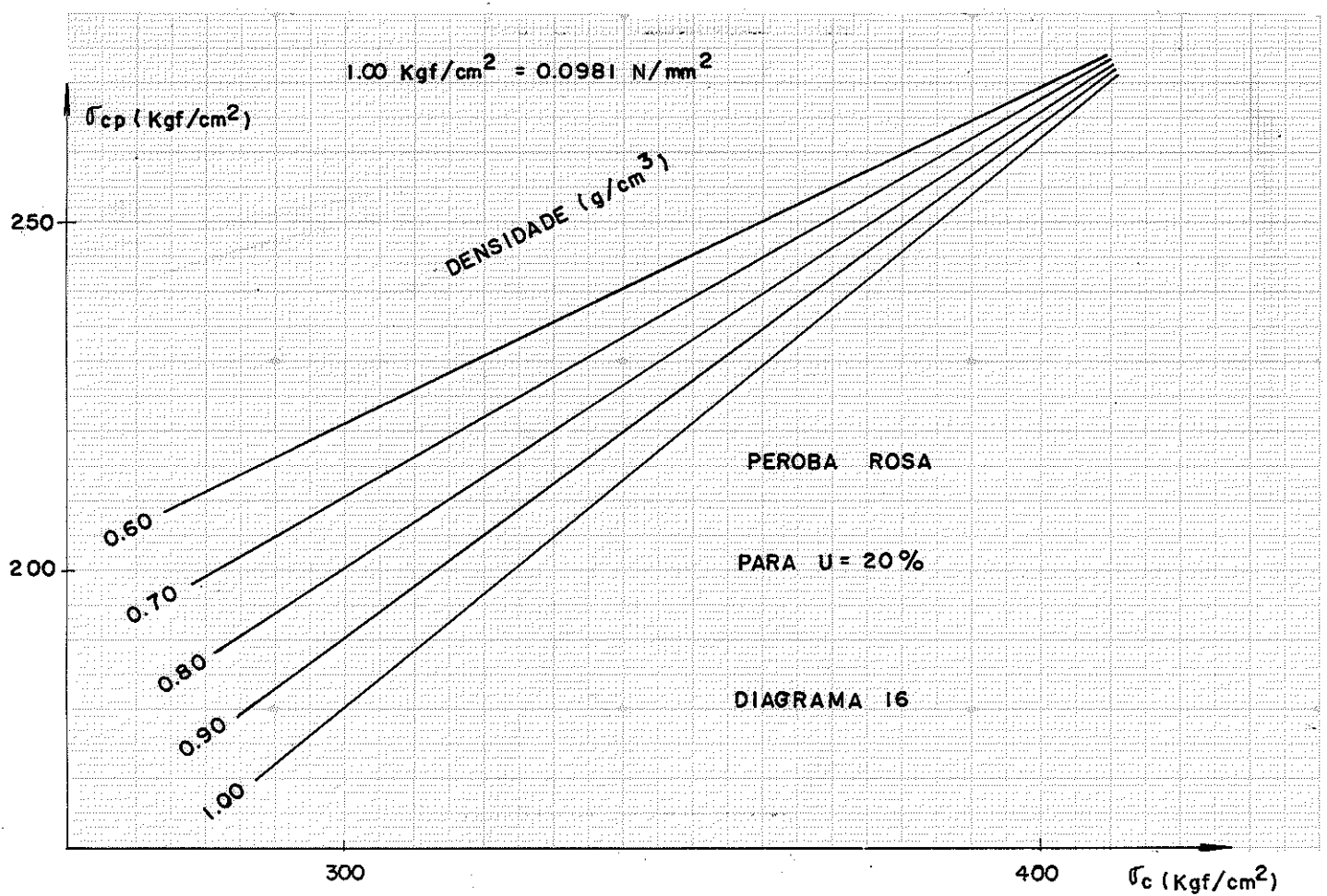
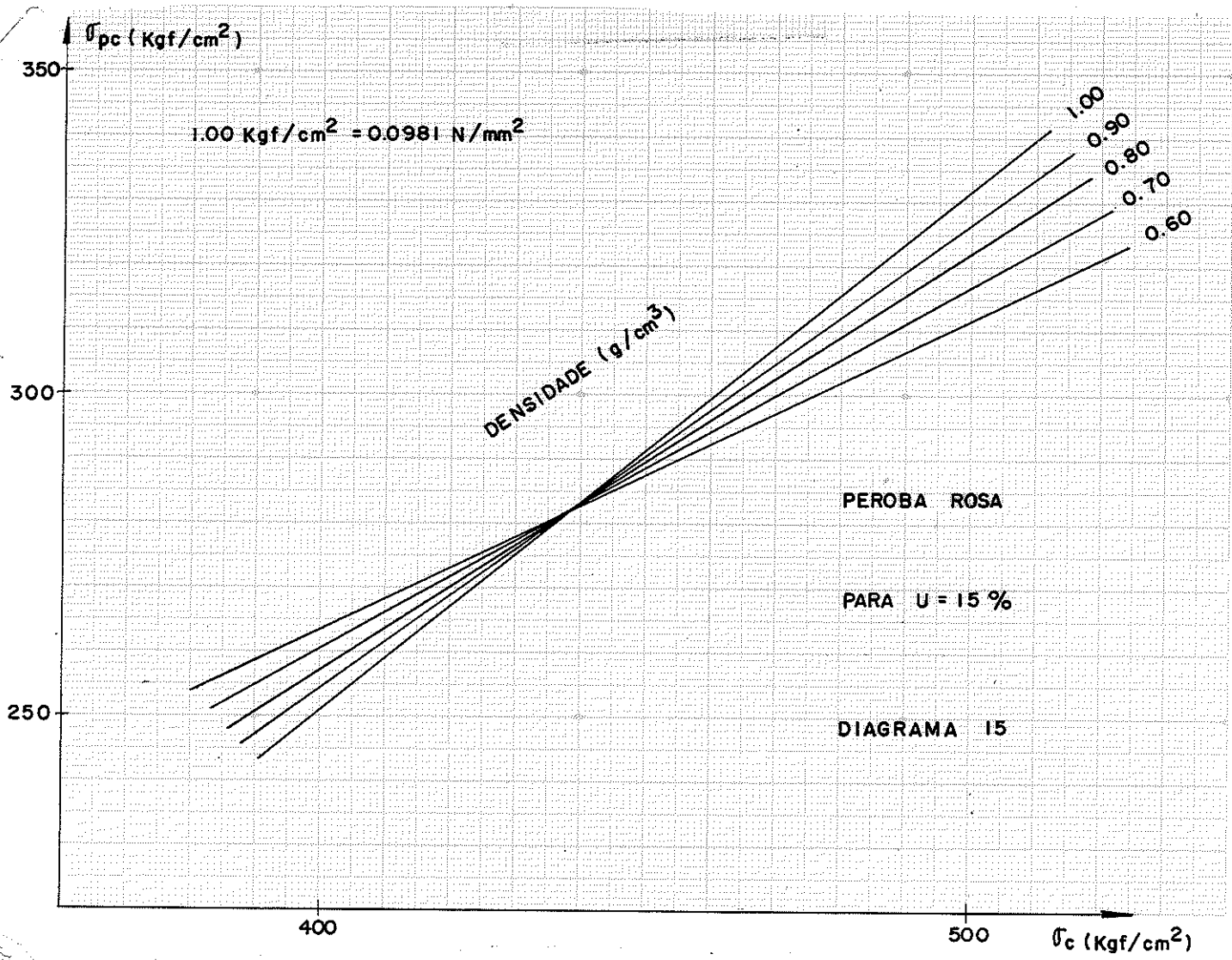


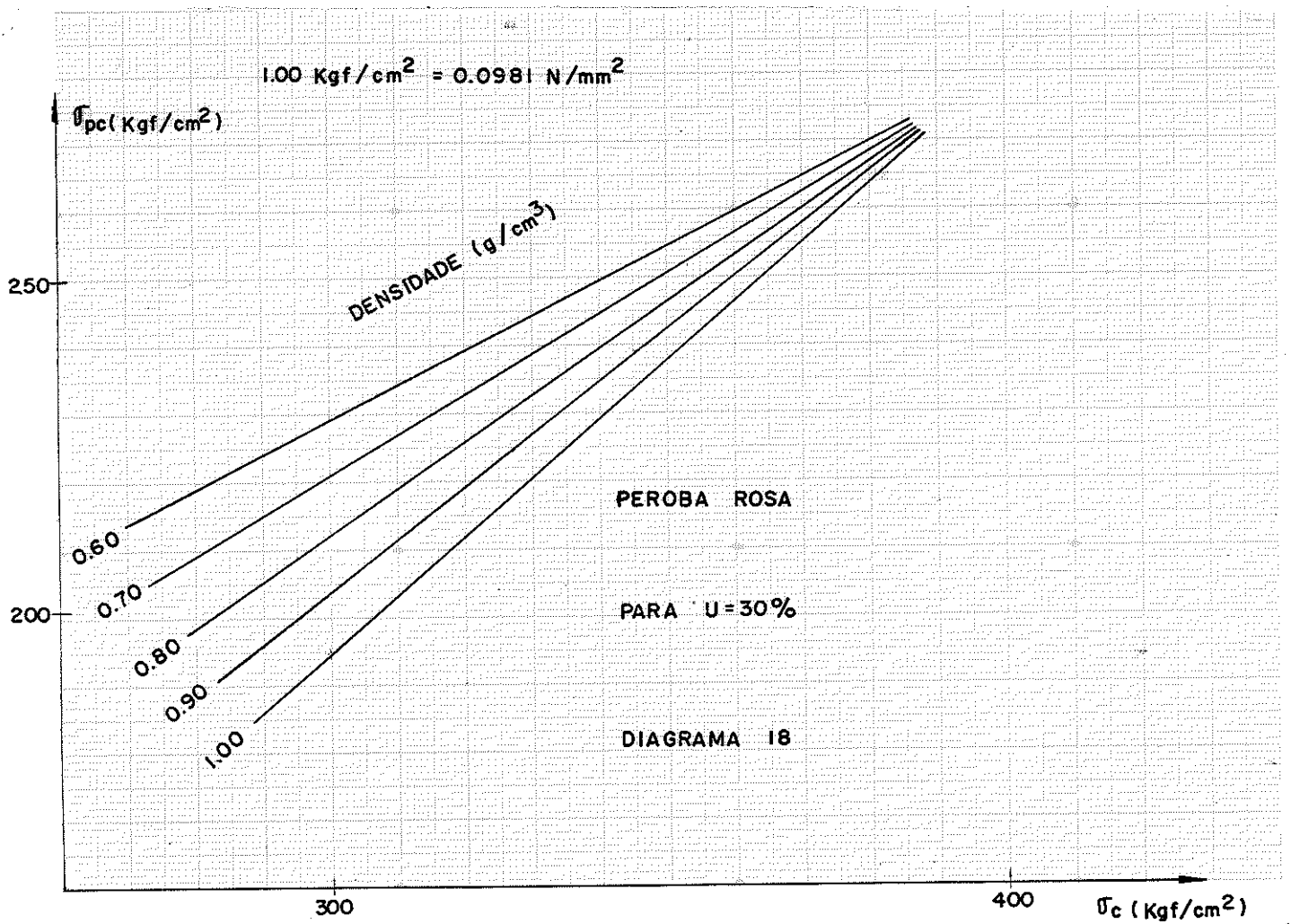
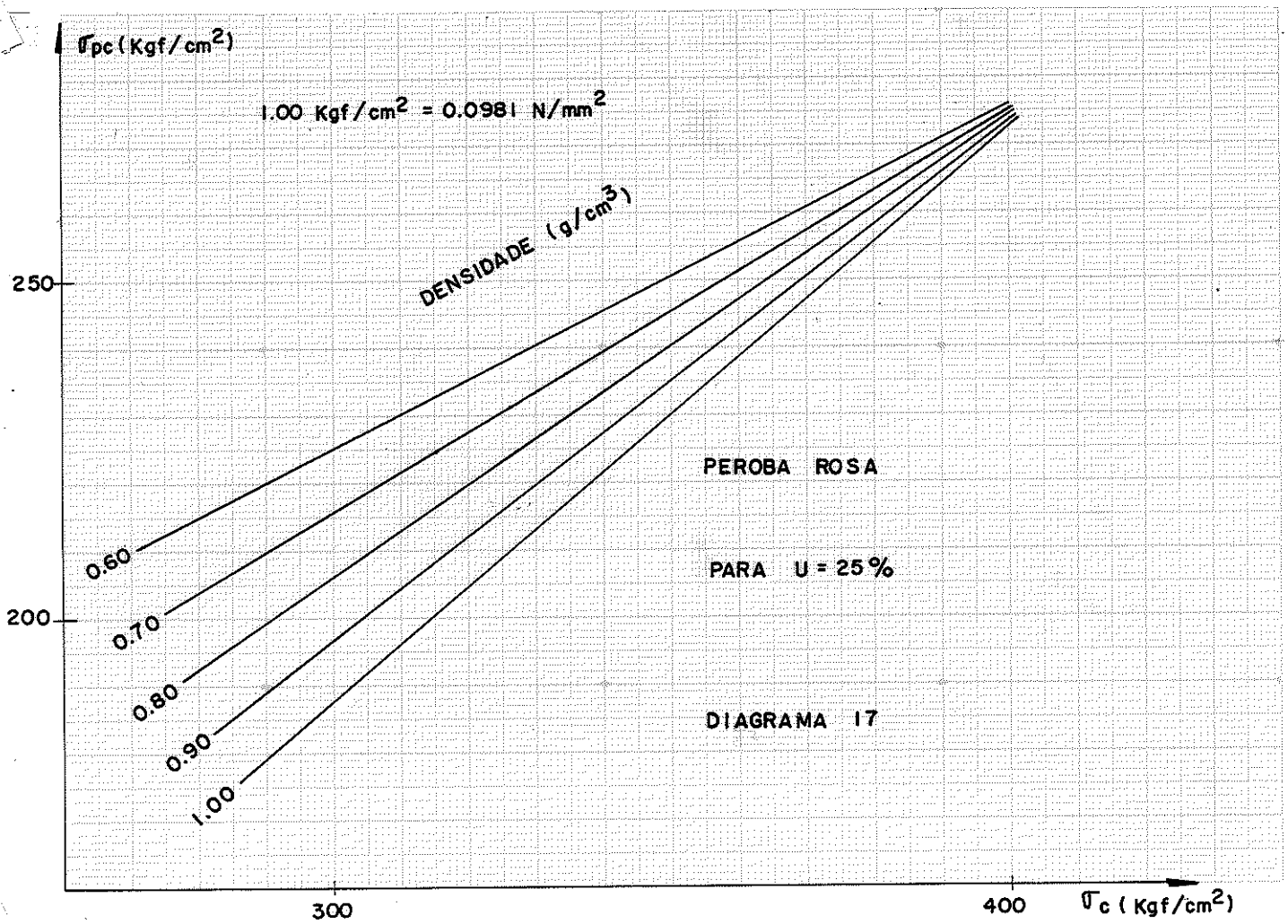
Teste para a Verificação da Distribuição Normal dos Resíduos

Os diagramas dos resíduos contra os valores das variáveis T, U e D envolvidos neste modelo estatístico apresentam distribuições uniformes de resíduos em torno de sua média, mostrando que o modelo absorveu todo o efeito das variáveis independentes. No entanto o coeficiente de determinação múltipla continua relativamente baixo indicando a necessidade de se observar outras variáveis que possam eventualmente serem introduzidas no modelo estatístico.

Deste modelo estatístico resultaram os diagramas 13, 14, 15, 16, 17 e 18 para os respectivos níveis de umidades, 5, 10, 15, 20, 25 e 30% com 5 níveis de densidade cada um.







Considerando a pouca significância da variável umida de no modelo anterior procurou-se desenvolver um modelo estatístico mais simples, capaz de explicar as variações do limite de proporcionalidade com as mesmas precisões do modelo anterior. O modelo utilizado foi:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i}$$

sendo:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

a estimativa dos valores observados Y_i é dada pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i}$$

sendo:

$$i = 1, 2, \dots, n$$

adotou-se como variáveis independentes a tensão de ruptura e a densidade obtendo-se os seguintes resultados:

$$\frac{L P}{D} = 197,63852 + 0,70531 T + 200,67757 D^{-1}$$

Com a análise de variância obteve-se um coeficiente de determinação múltipla $R^2 = 0,6412$ praticamente igual ao do modelo anterior.

REGRESSION TITLE. ESTUDO DO LIMITE DE ELASTICIDADE
 DEPENDENT VARIABLE. 6 LPSD
 TOLERANCE 0.0100
 ALL DATA CONSIDERED AS A SINGLE GROUP

MULTIPLE R 0.8008
 MULTIPLE R-SQUARE 0.6412
 STD. ERROR OF EST. 54.3196

ANALYSIS OF VARIANCE

	SUM OF SQUARES	DF	MEAN SQUARE	F RATIO	P(TAIL)
REGRESSION	611719.875	2	305859.937	103.660	0.00000
RESIDUAL	342271.750	116	2950.619		

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	STD. REG COEFF	T	P(2 TAIL)	TOLERANCE
INTERCEPT	-197.63852	0.062	0.660	11.308	0.000	0.908979
T	0.70531	39.453	0.297	5.086	0.000	0.908979
DINV	200.67757					

PLOT NOT PRINTED BECAUSE NOT ENOUGH ROOM FOR PLOT IMAGE

$$\frac{LP}{D} = -197,63852 + 0,70531 T + 200,67757 D^{-1}$$

$$LP = 200,67757 - 197,63852 D + 0,070531 T \cdot D$$

(PEROBA ROSA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ e } \beta_2 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(2, 116) = 3,06$

$$F_{\text{calculado}} = 54,32$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

$$t_{b1} = 11,308$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(116) = 1,980$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = 5,086$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(116) = 1,980$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto, conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

(PEROBA ROSA)

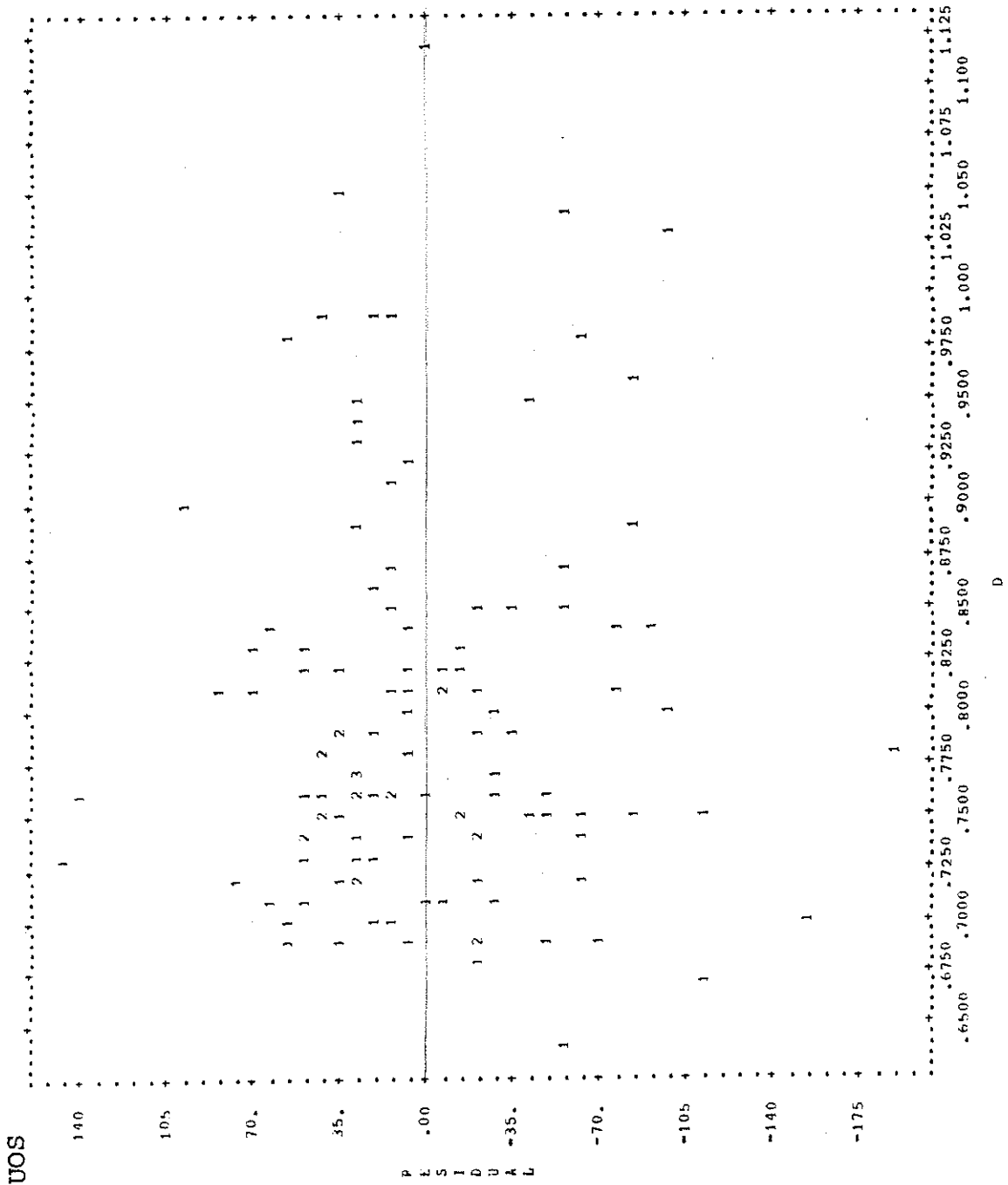


Diagrama dos Resíduos contra o Valor da Variável D

(PEROBA ROSA)

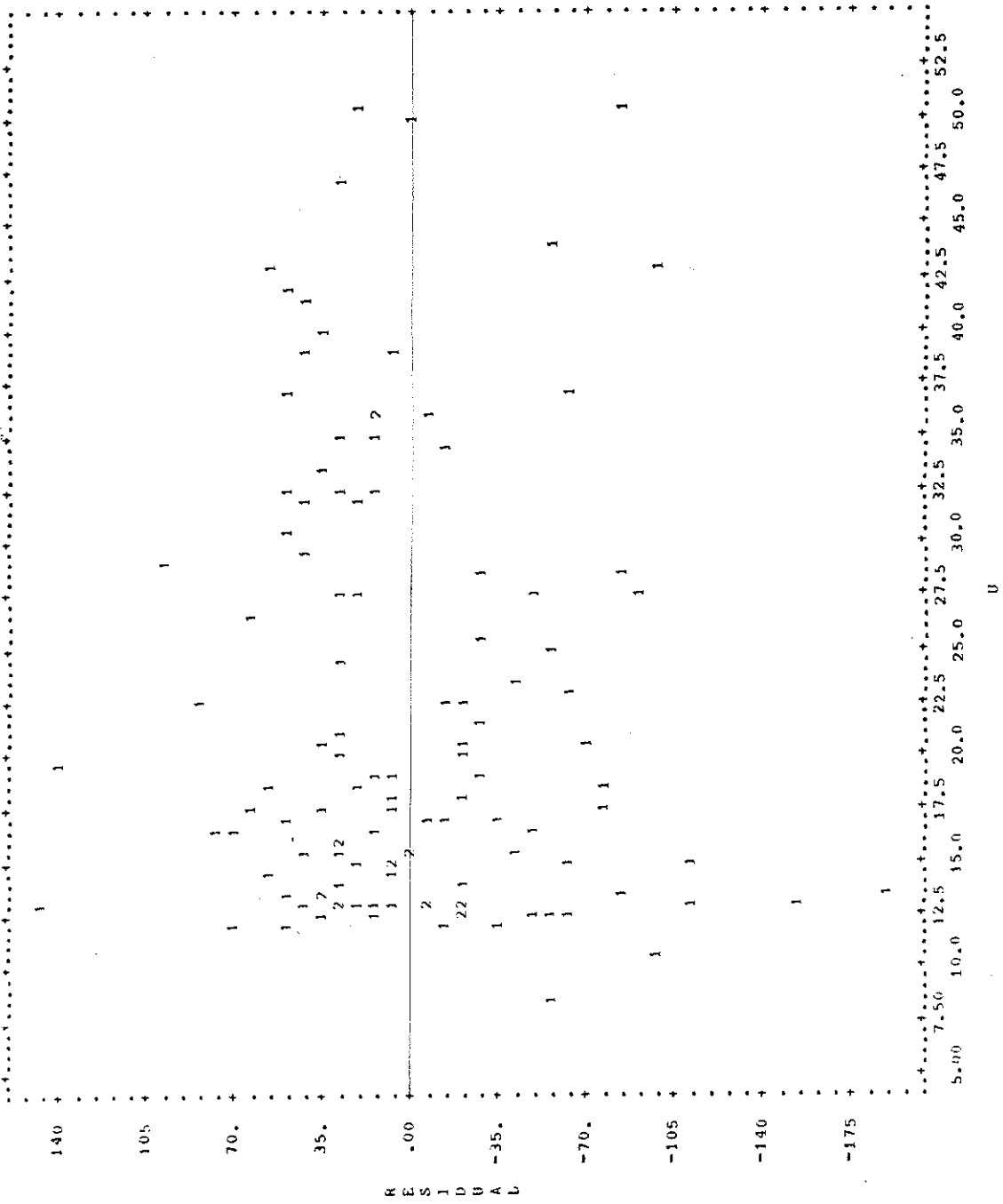
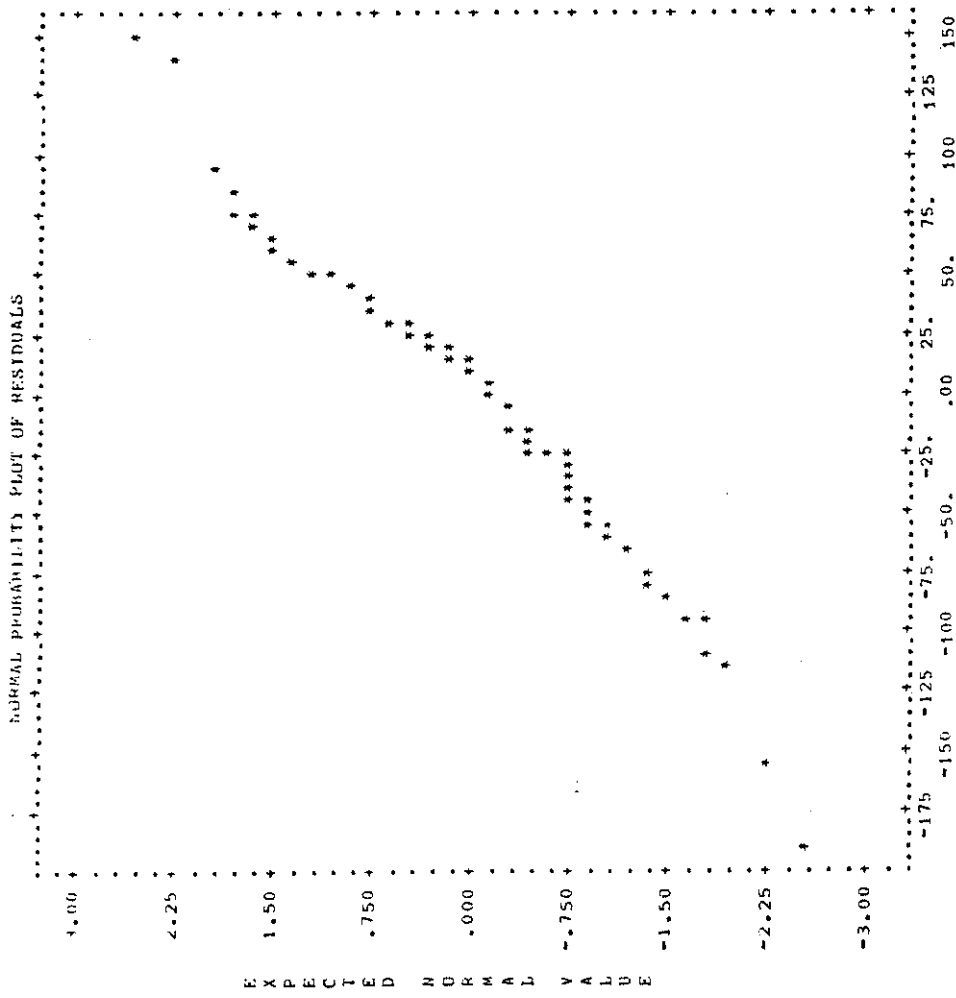


Diagrama dos resíduos contra os valores da variavel U

(PEROBA ROSA)



Teste para a Verificação da Distribuição Normal dos Resíduos

Os diagramas dos resíduos contra as variáveis independentes continuam apresentando distribuições uniformes ao longo da média dos resíduos mostrando o comportamento bastante satisfatório do modelo.

Deste modelo estatístico resultou o diagrama 20, relacionando a tensão de ruptura e a densidade com o limite de proporcionalidade, simplificando a obtenção destes resultados.

TENSÃO DE RUPTURA - TENSÃO LIMITE DE PROPORCIONALIDADE - DENSIDADE

σ_{cp}
(Kgf/cm²)

$1.00 \text{ Kgf/cm}^2 = 0.0981 \text{ N/mm}^2$

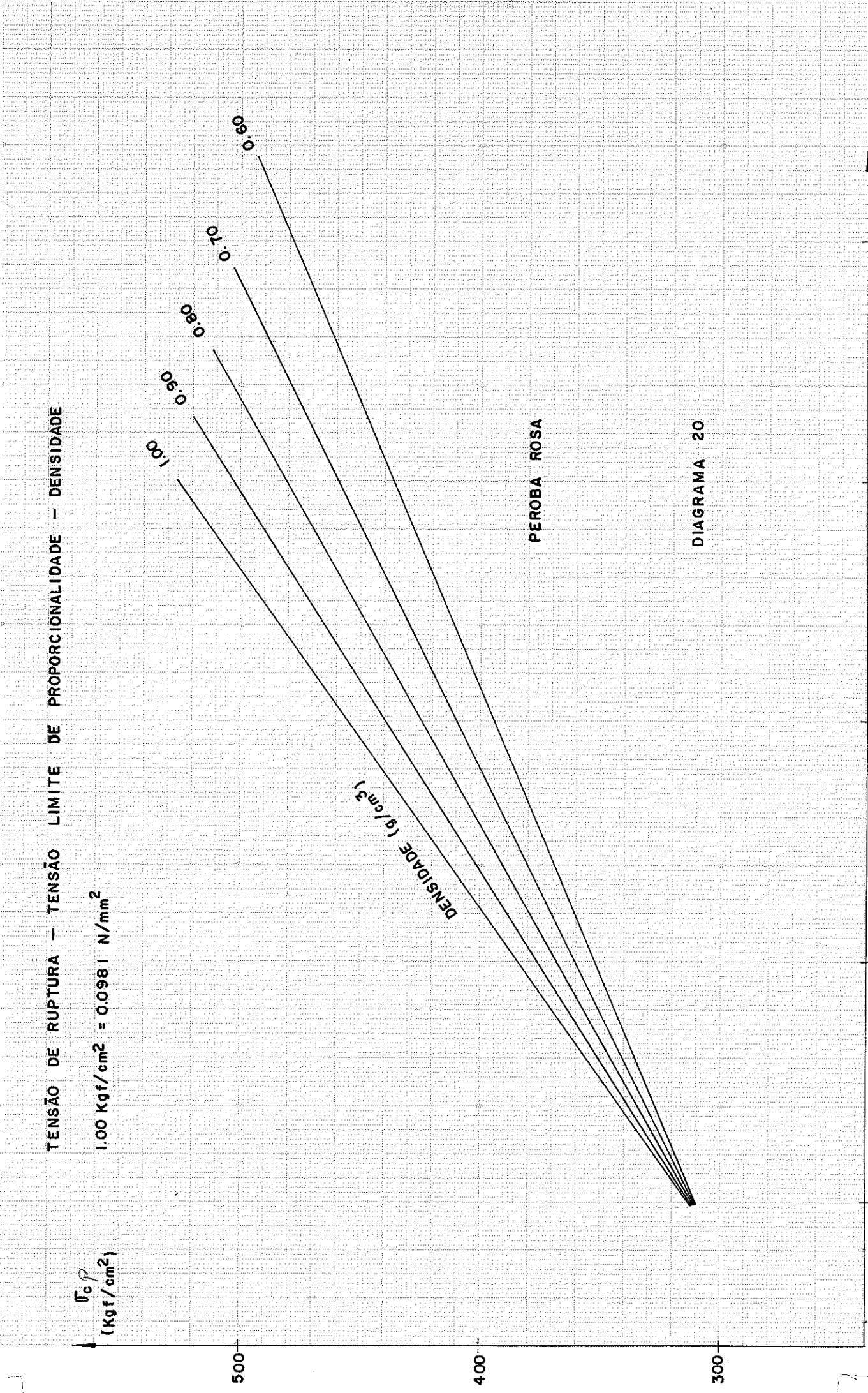
0.01
0.050
0.080
0.10
0.160

DENSIDADE (g/cm³)

PEROBA ROSA

DIAGRAMA 20

σ_{pc} (Kgf/cm²)



IX - MÓDULO DE ELASTICIDADE - LIMITE DE PROPORCIONALIDADE - UMIDADE - DENSIDADE

Para analisar a influência do limite de proporcionalidade, umidade e densidade no módulo de elasticidade desenvolveu-se um modelo estatístico, inicialmente com estas três variáveis independentes. A densidade revelou-se não significativa no modelo e foi excluída dentre as variáveis independentes.

IX.1 - Resultado da Análise Estatística

O modelo encontrado, que melhor explica as variações do módulo de elasticidade em função do Limite de proporcionalidade e da umidade é dado pela equação:

$$\hat{Y}_i = a + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i}$$

sendo

$$i = 1, 2, \dots, n$$

ou

$$\frac{E}{U} = 1825,24261 + 34,93543 L P - 0,91954 U . L P$$

Através da análise de variância obteve-se um coeficiente de determinação múltipla $R^2 = 0,8120$.

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM

GENERAL LINEAR MODEL PROC

DEPENDENT VARIABLE: Y

SOURCE	DF	SUM OF SQUARES	MEAN SQUARE	F VALUE	PR > F	R-SQUARE	C.
MODEL	2	71127745.2979150	35563872.6946977	231.11	0.0001	0.812023	19.39
ERROR	107	164657753.54604905	1538812.9303391		STD DEV		Y ME
CORRECTED TOTAL	109	875920928.75534059			1240.46998840		6408.472637

SOURCE	DF	TYPE I SS	F VALUE	PR > F	DF	TYPE IV SS	F VALUE	PR >
LP	1	523101936.29914104	207.97	0.0001	1	476141036.27221030	309.42	0.00
LP*UMID	1	368166008.91015046	252.25	0.0001	1	388166008.91015052	252.25	0.00

T FOR HO: PARAMETER=0

PR > |T|

STD ERROR OF ESTIMATE

ESTIMATE	T FOR HO: PARAMETER=0	PR > T	STD ERROR OF ESTIMATE
1825.24260699	3.19	0.0019	571.66576905
34.93542526	17.59	0.0001	1.93605441
-0.91953609	-15.88	0.0001	0.05789671

Análise de Variância

$$\frac{E}{U} = 1825,24261 + 34,93543 LP - 0,91954 U \cdot LP$$

$$1825,24261 U + 34,93543 LP \cdot U - 0,91954 LP \cdot U^2$$

(PEROBA ROSA)

Teste F

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \quad e \quad \beta_2 \neq 0$$

Nível de significância $\alpha = 0,05$

Valor crítico para $F(2; 107) = 3,10$

$$F_{\text{calculado}} = 231,11$$

$F_{\text{calculado}} > F_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da regressão.

Teste t

Para β_1 :

$$t_{b1} = 17,59$$

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(107) = 1,983$

$|t_{b1}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_1 no modelo.

Para β_2 :

$$t_{b2} = - 15,88$$

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0,05$$

Valor crítico para $t(107) = 1,983$

$|t_{b2}| > t_{\text{crítico}}$, portanto conclue-se pela alta significância da variável X_2 no modelo.

(PEROBA ROSA)

ESTUDO DOS RESÍDUOS

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM
PLOT OF RESIDUO LESUD: PEROBA ROSA, JCS, IJC

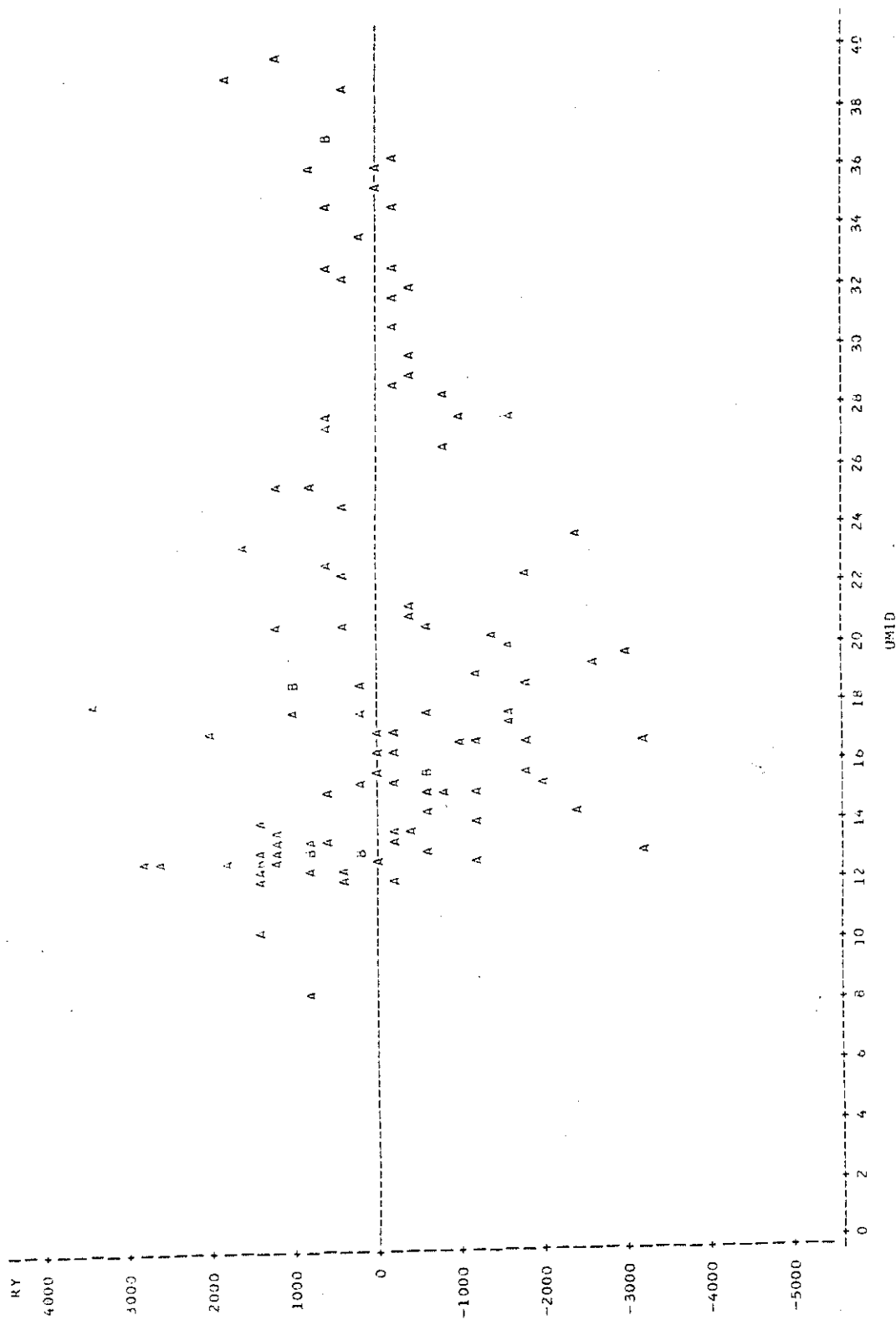


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável U

(PEROBA ROSA)

STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM
PLOT OF RY#DEN LEGEND: A = 1 OBS; B = 2 OBS, ETC.

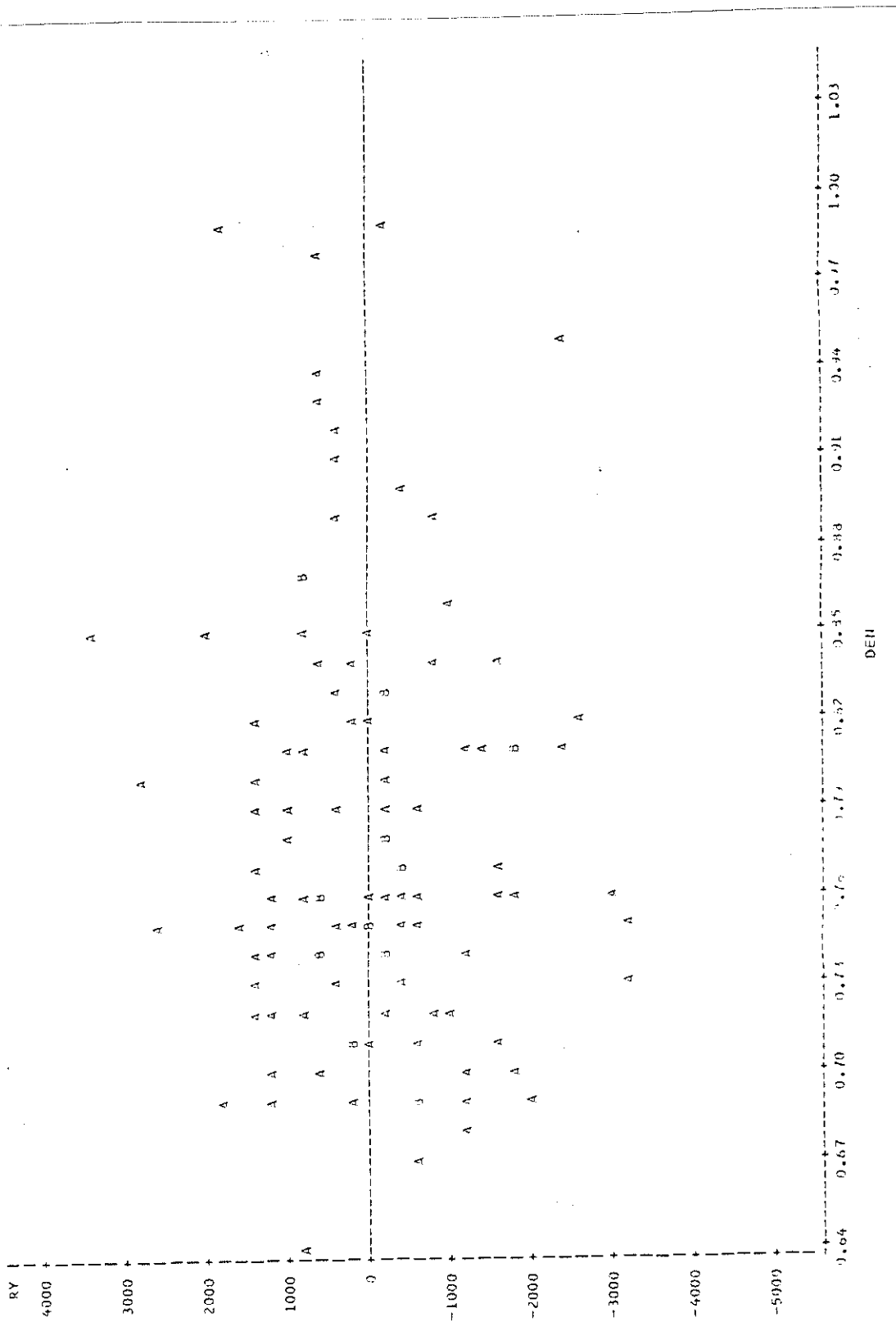


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável D

(PEROBA ROSA)

STATISTICS
PLOT OF RESIDUALS

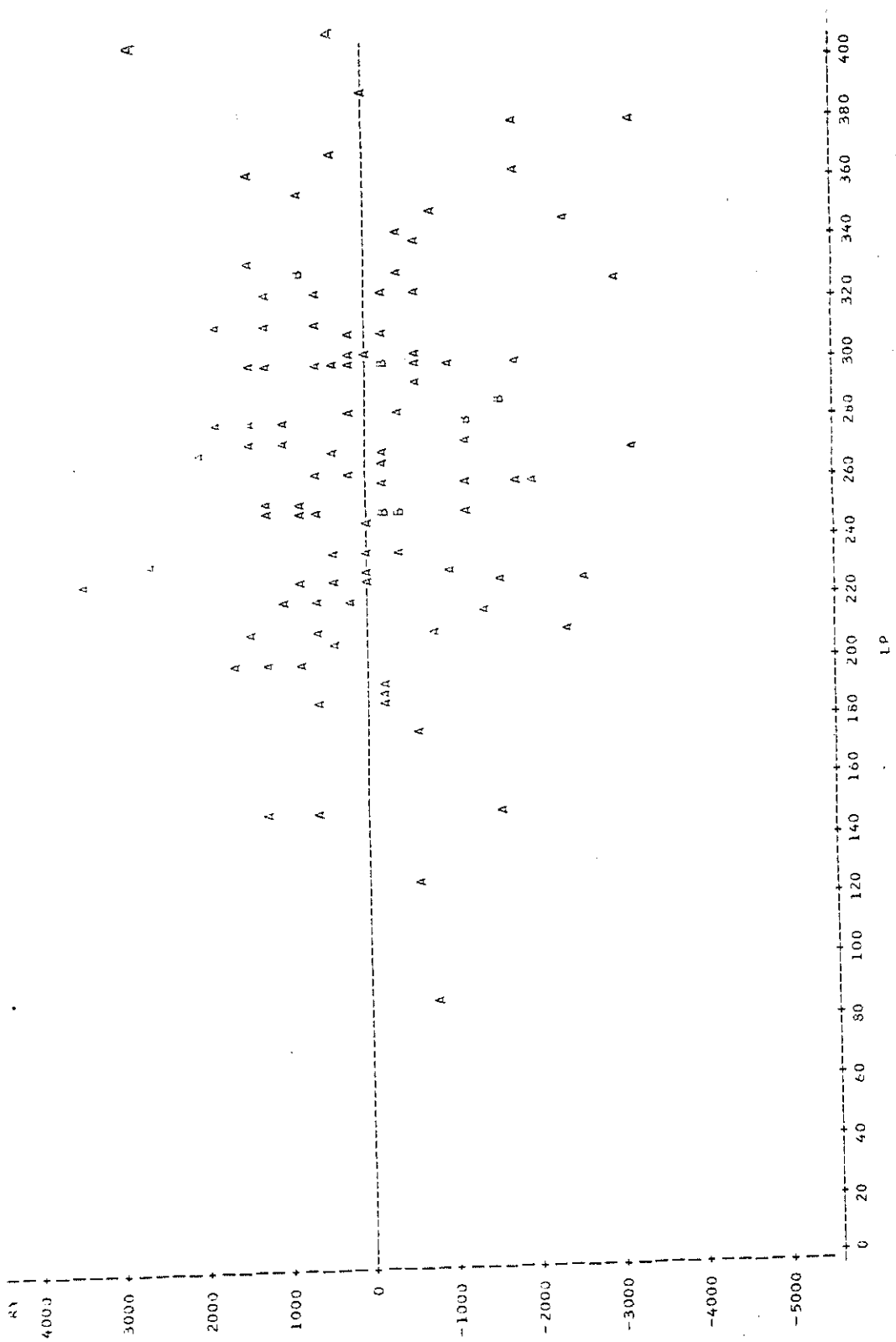
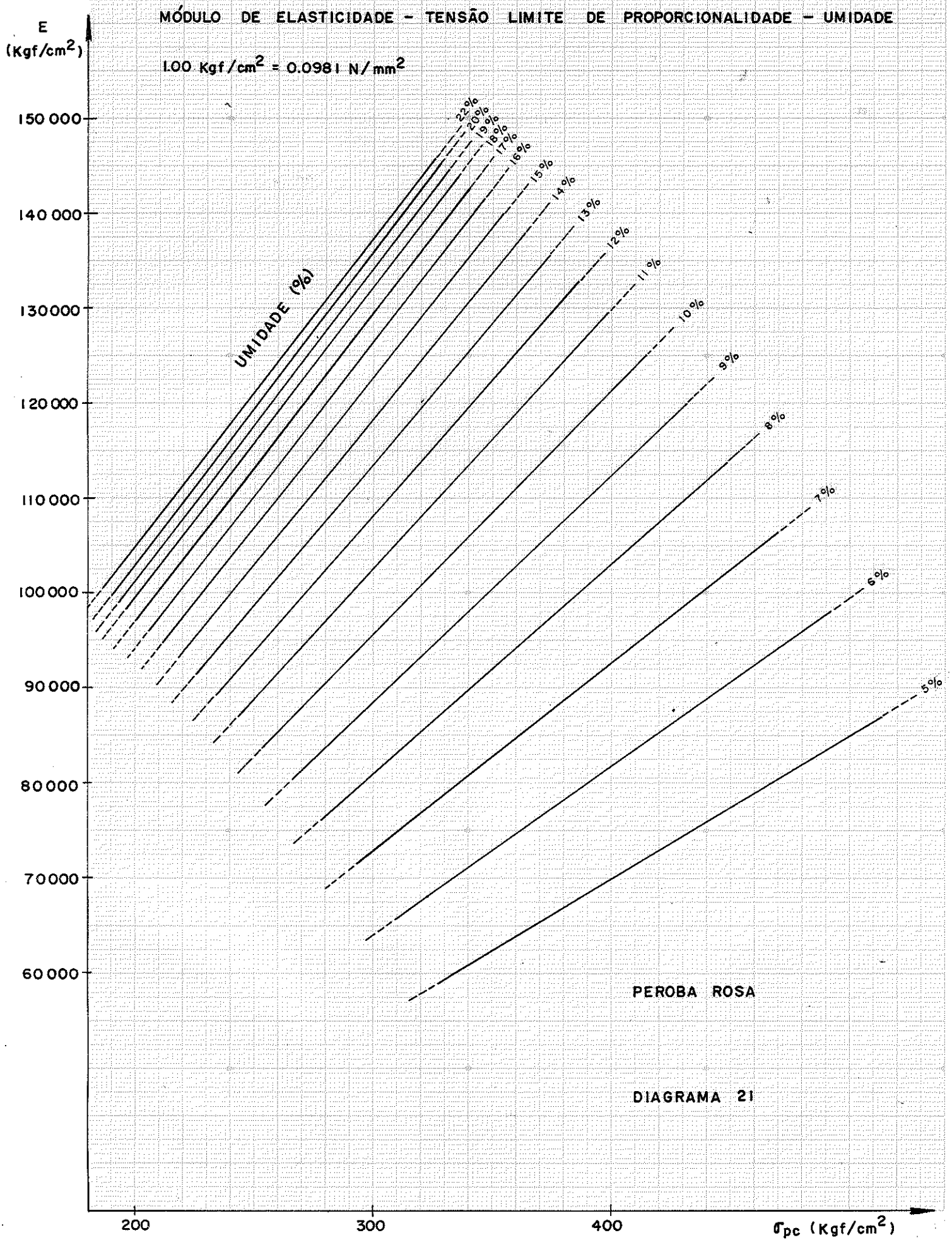


Diagrama dos Resíduos contra os Valores da Variável LP

IX.2 - CONCLUSÕES

Através dos testes F e t justificou-se a alta significância da regressão e das variáveis no modelo. O coeficiente da determinação múltipla $R^2 = 0,8120$ indica a porcentagem da variação total explicada pela regressão. O estudo dos resíduos indica a absorção de todos os efeitos das variáveis independentes e a não significância da variável densidade.

Deste modelo resultaram os diagramas 21 e 22.



X - BIBLIOGRAFIA

AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION- Physical and mechanical properties of wood - Section 2. In: Timber construction manual. 2. ed. New York, John Wiley and Sons, 1974.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS- Standard methods of testing small clear specimens of timber - (ASTM D 143-52). In: 1964 Book of ASTM standards with related material. Philadelphia, ASTM, 1964. p.72. (P.16 - Structural sandwich constructions; Wood; Adhesives). 773p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS- Cálculo e execução de estruturas de madeira - NB-11. Rio de Janeiro, ABNT, 1951. 23p.

- Ensaio físico e mecânico de madeiras - MB-26. Rio de Janeiro, ABNT, 1940. 16p.

L'ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION- Bois: caractéristiques physiques et mécaniques des bois - NF B 51-002. Paris, AFNOR, 1942. 16p.

BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S.- Statistics for experimenters: an introduction to design, data analysis, and model building. New York, John Wiley and Sons, 1978. 653p.

BROCHARD, François-Xavier- Bois et charpente en bois: le matériau et son utilisation. Paris, Eyrolles, 1960. 256p. (Collection de L'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics).

DESLANDES, Fernand & VANDERBERGHE, Léon- Les bois: caractéristiques-usinage utilisations diverses. Paris, Eyrolles, 1959. 362p.

DIN- Druckversuch quer zur Faserrichtung - Deutsche Normen - DIN 52 185, 1952.

- DIXON, W.J. & BROWN, M.B., ed.- Multiple lineas regression.
In: BMDP-79 - Biomedical Computer Programs. University of
California, 1979. (P - Series).
- DRAPER, N.R. & SMITH, H.- Applied regression analysis. New
York, John Wiley and Sons, 1966. 407p.
- FINDLAY, W.P.K.- Timber: properties and uses. Londres, Cros-
by Lockwood Staples, 1975. 224p.
- FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A.; TOLEDO, G.L.- Estatística aplica-
da. São Paulo, Atlas, 1978. 284p.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY- Wood handbook: basic information
on wood as a material of construction with data for its use
in design and specification. Washington, FPL- FS-USDA,
1955. 528p. (Handbook nº 72).
- GERHARDS, C.C.- Dependence of MOE on strength ratio and specif-
ic gravity: 4-inch-thick southern pine. Forest Products
Journal, Madison, Wis., 20(6): 37-8, June, 1970. (Techni-
cal Note).
- _____ - Further report on seasoning factor for modulus of
elasticity and modulus of rupture. Forest Products Jour-
nal, Madison, Wis., 20(5): 40-1, May, 1970. (Technical
Note).
- _____ - Seasoning factors for modulus of elasticity and mod-
ulus of rupture. Forest Products Journal, Madison, Wis.,
18(11): 27-31, Nov. 1968. (Technical Note).
- HANSEN, Howard J.- Modern timber design. 2. ed. New York,
John Wiley and Sons, 1953. 312p.
- HELLMEISTER, João Cesar- Sobre a determinação das característi-
cas físicas da madeira. São Carlos, EESC-USP, 1973. 119p.
Tese (Doutor-Engenheiro).

- HOFFMANN, R. & VIEIRA, S.- Análise de regressão: uma introdução à econometria. São Paulo, HUCITEC; EDUSP, 1977. 339p.
- KARLSEN, G.G.- Wooden structures. Moscou, Mir Publishers, 1967. 638p.
- KOLLMANN, Franz- Tecnología de la madera y sus aplicaciones. Madri, Instituto Forestal de Investigaciones y Experiencias y Servicio de la Madera, 1959. 675p. t.l.
- MATEUS, Tomás J.E.- Bases para o dimensionamento de estruturas de madeira. Lisboa, LNEC, 1962. 312p. (Memória nº 179).
- OZELTON, E.C. & BAIRD, J.A.- Timber designers' manual. Londres, Crosby Lockwood Staples, 1976. 518p.
- PEARSON, R.G.; KLOOT, N.H.; BOYD, J.D.- Timber engineering design handbook. Melbourne, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, 1958. 248p.
- SAS Institut Statistical Analysis System - SAS User's guide. Cary, North Carolina, 1979.
- SCHIEL, F.- Introdução à resistência dos materiais. 7. ed. São Carlos, EESC-USP, 1977. 382p.
- TIMOSHENKO, S.P. & GERE, J.M.- Mecânica de materiais. México, Centro Regional de Ayuda Técnica, 1974.
- _____ & GOODIER, J.N.- Theory of elasticity. 3. ed. Tóquio, McGraw-Hill, 1970. 567p.
- WILSON, T.R.C.- Strength-moisture relations for wood. Washington, U.S. Department of Agriculture, Mar. 1932. 88p. (Technical Bulletin nº 282).
- _____; CARLSON, T.A.; LUXFORD, R.F.- The effect of partial seasoning on the strength of wood. USDA-FS-FPL, Madison, Wis., (1024), 1930. 24p.