

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ NA INTEGRAÇÃO
NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO.

Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos, da U-
niversidade de São Paulo, como par-
te dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Engenharia de
Estruturas.

ENGº DIONÍSIO DA SILVA OLIVEIRA

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ ELIAS LAIER

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Elias Laier

Prof. Dr. João Lirani

Prof. Dr. Munir Rachid

SUPLENTE

Prof. Dr. Luiz Carlos Felício

Prof. Dra. Helena M.C. Carmo Antunes

SÃO CARLOS, 1982

Aos meus

Pais

e

Irmãos

A G R A D E C I M E N T O S

Ao orientador:

Prof. Dr. José Elias Laier, pela valiosa colaboração no desempenho do presente trabalho,

à direção da CAPES e CESEP

por terem concedido bolsa de estudos durante a realização do Programa de Mestrado,

à EESC - local de realização do curso,

e finalmente,

a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho.

R E S U M O

Pretende-se no presente trabalho mostrar a eficiência do Método de Rayleigh-Ritz na integração numérica das equações da Técnica do Meio Contínuo. Para tanto segue-se a orientação usual e consagrada da técnica dos Elementos Finitos.

Assim, estudam-se casos clássicos de associações planas de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura, e casos particulares onde a rigidez do pórtico experimenta variação de rigidez. Alguns casos de associação tridimensional de painéis e núcleos de seção delgada são também analisados.

Finalizando, são apresentados diversos exemplos de aplicação seguidos de discussão e confrontação dos resultados. As listagens dos programas em linguagem FORTRAN são apresentadas em anexo.

A B S T R A C T

The purpose of this work is to show the efficiency of the Rayleigh-Ritz's Method in the numerical integration of equations resulted from the continuous medium technique. The presented method is developed using the usual and classical approach finite element technique.

Classical cases of plain associations of wall and frame with uniform stiffness and frame with non-uniform stiffness are analyzed. Some cases of three-dimensional combinations of panels and thin-walled core of open section are also analyzed.

Several examples are studied, discussion and comparison of the obtained results. Complete listings of the computer programs (in FORTRAN) are presented.

Í N D I C E

NOTAÇÃO	1
---------------	---

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO	4
------------------	---

CAPÍTULO II

TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

2.1 - Introdução	6
2.2 - Painei Parede	6
2.3 - Painei Pórtico	8
2.4 - Associação Plana de Painéis	10
2.4.1 - Painei formado pela Associação em Série de Parede e Pórtico por barras bi-articu- ladas	11
2.4.2 - Associação de Paredes ligadas por lin- téis	13
2.5 - Associação Tridimensional de Pórtico, Parede e Núcleo de seção delgada	22

CAPÍTULO III

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO PE LO MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ

3.1 - Introdução	29
3.2 - Integração da Equação da Associação Plana de Pórtico e Parede	31
3.3 - Integração da Equação referente à Associação Plana de Parede e Pórtico de Rigidez Variável	44

3.4 - Integração das Equações relativas à Associação Tridimensional de Pórticos, Paredes e Núcleos de seção delgada	47
3.5 - Integração da Equação da Associação Plana de Paredes ligadas por lintéis.....	59
3.6 - Integração das Equações relativas à Associação Tridimensional de Paredes ligadas por Lintéis e Núcleos de Seção Delgada	67

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - Introdução	92
4.2 - Exemplo I - Associação plana de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura	93
4.3 - Exemplo II - Associação plana de parede e pórtico com rigidez variável ao longo da altura	99
4.4 - Exemplo III- Associação plana de duas paredes ligadas por lintéis	105
4.5 - Exemplo IV - Associação tridimensional de paredes	108
4.6 - Exemplo V - Associação tridimensional de paredes e pórticos	111
4.7 - Exemplo VI - Associação tridimensional de pórticos com núcleo de seção delgada ...	115
4.8 - Exemplo VII- Associação tridimensional de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada	123

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS	128
--------------------------------	-----

A N E X O

PROGRAMAS EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO, SEGUNDO A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO, DE ASSOCIAÇÕES DE PAINÉIS PELA TÉCNICA DOS ELEMENTOS FINITOS.

1. PROGRAMA I	130
2. PROGRAMA II.....	140
3. PROGRAMA III.....	150
4. PROGRAMA IV.....	164
BIBLIOGRAFIA.....	181

N O T A Ç Ã O

a) Eixos Coordenados

- oxz - sistema de eixos coordenados ortogonais situados no plano do painel.
- OXYZ - sistema de eixos coordenados ortogonais no espaço, sendo OZ vertical.

b) Índices

- A - referencia deslocamentos axiais
- E - referencia deslocamentos e esforços externos
- f - caracteriza grandezas referentes aos pórticos
- F - referencia a parcela de energia das cargas no funcional.
- i - caracteriza expressões referentes ao elemento finito genérico, salvo indicação contrária.
- I - referencia deslocamentos e esforços internos
- j - referencia a extremidade inicial do elemento genérico i
- k - referencia a extremidade final do elemento genérico i
- ℓ - caracteriza grandezas referentes às paredes unidas por lintéis.
- L - caracteriza grandezas referentes aos lintéis
- m - caracteriza grandezas adimensionais
- P - caracteriza grandezas referentes ao conjunto de paredes ligadas por lintéis.

- t - caracteriza grandezas referentes a torção
- T - caracteriza matriz e vetor transpostos
- u - referencia parcela de energia de deformação no funcional.
- w - caracteriza grandezas referentes as paredes

c) Derivadas

- apóstrofes e números romanos - como expoentes, indicam o grau de derivação, salvo indicação contrária.

d) Parâmetros

- a - componente de direção de carga ou painel, salvo indicação contrária.
- b - idem
- B - bimomento
- c - momento em torno de OZ
- C - centro de torção
- E - módulo de elasticidade longitudinal
- f - cargas concentradas, salvo indicação contrária
- G - módulo de elasticidade transversal
- H, h - comprimentos
- j - produto de rigidez
- J - momento de inércia, salvo indicação contrária
- K - parâmetro de rigidez das paredes unidas por linteis, ou rigidez relativa pórtico-parede.
- M - momento
- N - esforço normal

- q - carga distribuída
- Q - esforço cortante
- r - elementos de matriz de rigidez
- s - produto de rigidez
- S - referencia área, quando indexada
- u,v,w- deslocamentos
- z - coordenada
- ξ - coordenada adimensional
- Π - funcional

e) Representação matricial

- { } - matriz linha ou coluna (vetor)
- [] - matriz quadrada ou retangular

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O estudo da distribuição das cargas horizontais entre os painéis de contraventamento da estrutura de edifícios altos tem sido objeto de um grande número de trabalhos na literatura especializada. De um modo geral (1), tal estudo tem sido abordado por meio de técnicas discretas e contínuas. As técnicas discretas caracterizam-se pelo fato de se considerar o número discreto de lajes do conjunto e, desta feita, as condições de equilíbrio são expressas ao nível das lajes. Por outro lado, as técnicas contínuas - Meio Contínuo - caracterizam-se pela simulação da estrutura a um Meio Contínuo, obtido pela consideração de uma infinidade de diafrágmata horizontais uniformemente distribuídos ao longo da altura.

O processo dos deslocamentos tem sido uma orientação predominante dentro das técnicas discretas. Cabe ressaltar que tal processo, formulado pela via matricial, permite a análise de estruturas com irregularidades tanto em planta como em elevação. Todavia, o número de parâmetros elásticos e geométricos (1)(2)(3) envolvidos alcança um montante considerável. Nesse particular as técnicas contínuas mostram-se mais sugestivas porquanto a análise estrutural pode ser levada a bom termo mediante um número reduzido de parâmetros (1).

Na técnica do Meio Contínuo, conforme já foi mencionado, o número discreto de lajes da estrutura é simulado por meio de uma infinidade de diafrágmata uniformemente distribuídos ao longo da altura, e, assim sendo, as condições de equilíbrio passam a ser expressas por meio de equações diferenciais. Por outro lado, uma variante de grande interesse na integração de tais equações consiste no Método de Rayleigh-Ritz, onde a solução é alcançada através da

minimização do funcional da energia correspondente aquelas equações diferenciais.

O presente trabalho tem como objetivo maior evidenciar a eficiência do Método de Rayleigh-Ritz na integração das equações diferenciais resultantes da análise de estruturas de edifícios altos pela técnica do Meio Contínuo. Nesse propósito, a formulação empregada segue orientações já consagradas da técnica dos Elementos Finitos, que conduz a procedimentos facilmente programáveis em computadores, além de não representar restrições no tocante à eventuais variações de características elásticas, geométricas e de carregamento ao longo da altura do edifício.

Aborda-se, de início, no Capítulo II, o estudo do comportamento de painéis de contraventamento isolados, bem como associações planas e tridimensionais de painéis. Cabe acrescentar que o funcional da energia é, em cada caso, formulado. O Capítulo III é dedicado ao procedimento oriundo da aplicação do Método Rayleigh-Ritz, dentro da orientação seguida. No Capítulo IV são apresentados diversos exemplos de aplicação, cujos resultados são confrontados com outros já existentes na literatura técnica. Vale acrescentar que, no exame dessa confrontação, procura-se evidenciar a eficiência do método proposto.

Finalizando, no Capítulo V estão reunidos os comentários de maior interesse, bem como as principais conclusões. Em anexo são apresentados os programas de computador pertinentes, cuja listagem em linguagem FORTRAN e explicações adicionais esclarecem pormenores da programação.

CAPÍTULO II

TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

2.1 - Introdução

O presente capítulo é dedicado a uma apresentação sucinta do estudo do comportamento de estruturas de edifícios altos formulado segundo a Técnica do Meio Contínuo. Inicialmente apresenta-se um estudo individual dos painéis de contraventamento comumente empregados (pórtico e parede). Em seguida, apresenta-se o estudo do comportamento de associações planas de painéis e, finalmente, faz-se uma extensão abordando o caso de associação tridimensional.

2.2 - Painel Parede

Parede é um painel plano predominantemente deformável por momento fletor. Além disso, apresenta deformações por força cortante desprezível, sendo também desprezível a rigidez transversal.

As cargas externas horizontais, que atuam no plano da parede, consistem em uma carga horizontal q_w continuamente distribuída segundo a vertical oz , acrescida eventualmente de uma concentrada F_w no topo, conforme mostra-se na figura II.1-a).

A figura II.1-c) mostra o elemento genérico da parede, onde se indicam a carga distribuída e os esforços internos positivos. As equações relativas ao equilíbrio do elemento genérico à rotação e translação, são expressas respectivamente por:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q_w \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = -q_w \quad (\text{II.2})$$

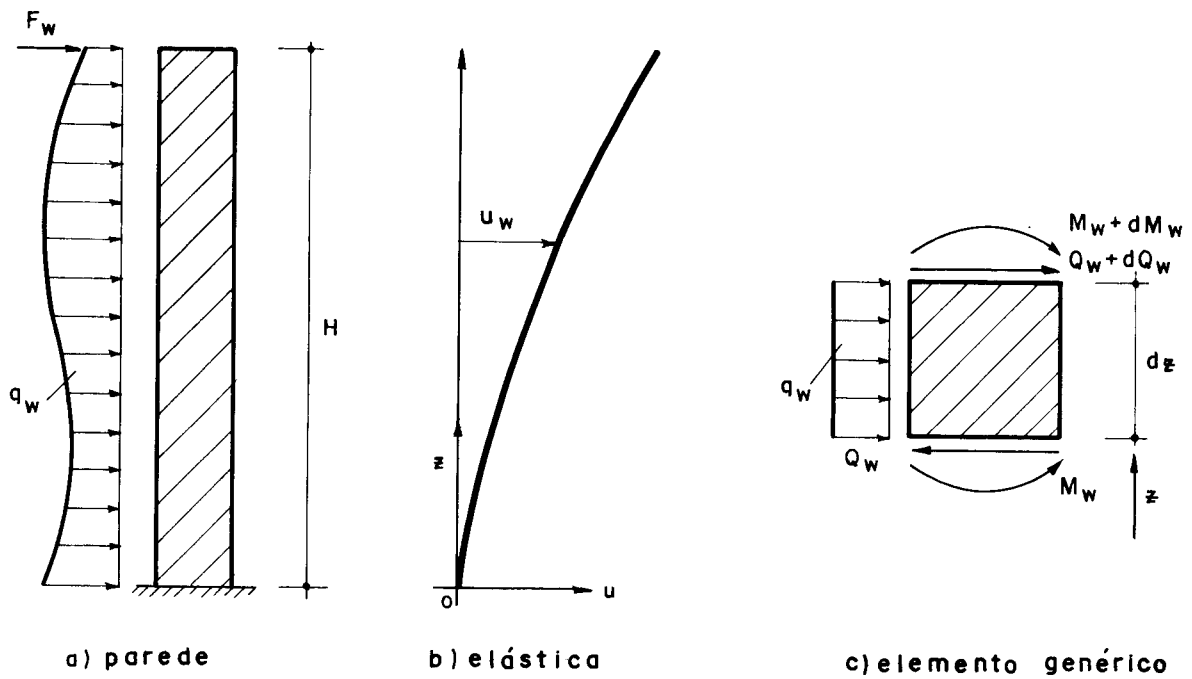


FIG. II. 1

A deformação da parede, suposta apenas por flexão (teoria técnica da flexão), conduz a uma elástica que tem configuração indicada na figura II.1-b), sendo expressa analiticamente pela equação:

$$u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad (II.3)$$

onde j_w representa o produto de rigidez a flexão $E_w J_w$.

Com as equações (II.1), (II.2) e (II.3) determinam-se as relações que fornecem os esforços e a carga distribuída na parede em função das derivadas do deslocamento horizontal, ou seja:

$$M_w = j_w u_w'' \quad (II.4)$$

$$Q_w = -j_w u_w''' \quad (II.5)$$

$$q_w = j_w u_w^{IV} \quad (II.6)$$

A abordagem variacional desse mesmo problema pode ser feita a partir do funcional da energia:

$$\Pi = \int_0^H \left[\frac{1}{2} j_w (u_w'')^2 - q_w u_w \right] dz \quad (\text{II.7})$$

onde a primeira parcela do integrando corresponde à energia de deformação da parede e, a outra, à energia potencial das cargas externas; sendo considerada aí apenas a distribuída. Por outro lado, essa formulação implica numa solução que tem como condições de contorno essenciais apenas as de origem geométrica, ou seja:

$$\begin{aligned} u_w(0) &= 0 \\ u_w'(0) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

2.3 - Painel Pórtico

Pórtico é um painel plano predominantemente deformável por força cortante. Além disso, apresenta deformação desprezível à flexão, sendo também desprezível a rigidez transversal.

Na figura II.2-a) exhibe-se um pórtico genérico sujeito a uma carga horizontal uniformemente distribuída ao longo da altura q_f , acrescida, ainda, de uma eventual carga concentrada no topo F_f .

Com os sentidos positivos dos esforços internos M_f e Q_f , indicados na figura II.1-c), as equações relativas ao equilíbrio do elemento genérico, à rotação e translação, são expressas respectivamente por:

$$\frac{dM_f}{dz} = -Q_f \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = -q_f \quad (\text{II.10})$$

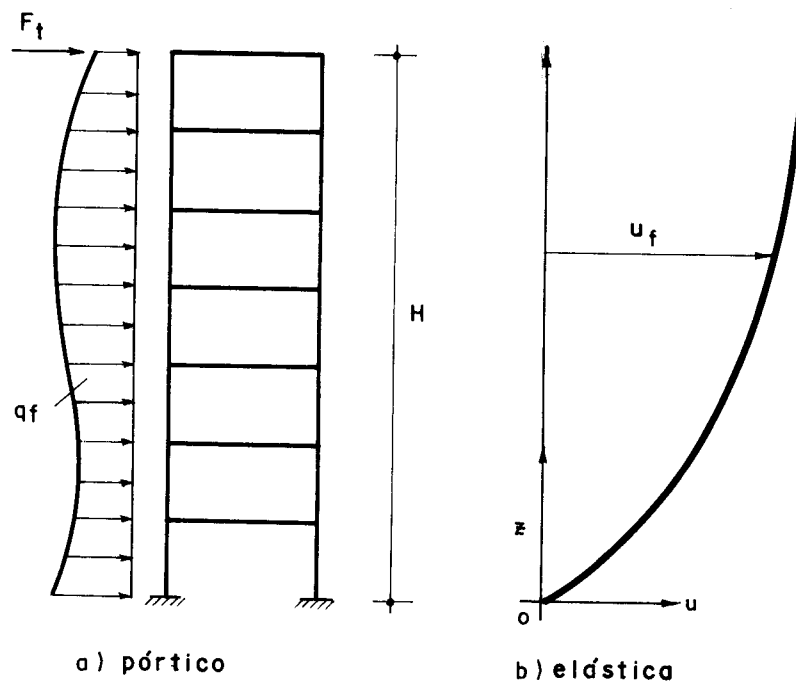


FIG. II. 2

A elástica resultante da deformação do pórtico, suposta apenas por efeito da força cortante, tem a configuração indicada na figura II.2-b), e é expressa analiticamente por:

$$u'_f = \frac{Q_f}{s_f} \quad (\text{II.11})$$

sendo s_f a rigidez à força cortante (7).

Das equações (II.9), (II.10) e (II.11) deduzem-se as expressões relativas aos esforços internos e a carga distribuída no pórtico, em função dos deslocamentos horizontais, e de suas derivadas, da maneira seguinte:

$$M_f = -s_f u_f + D_f \quad (\text{II.12})$$

$$Q_f = s_f u'_f \quad (\text{II.13})$$

$$q_f = -s_f u''_f \quad (\text{II.14})$$

sendo D_f uma constante, que é determinada pela condição de ser $M_f(H) = 0$.

A abordagem variacional desse mesmo problema pode ser feita a partir do funcional da energia:

$$\Pi = \int_0^H \left[\frac{1}{2} s_f (u_f')^2 - q_f u_f \right] dz \quad (\text{II.15})$$

onde a primeira parcela do integrando corresponde à energia de deformação do pórtico e a outra à energia potencial das cargas externas; considerando aí apenas a distribuída. A condição de contorno essencial, também de origem geométrica, é dada por:

$$u_f(0) = 0 \quad (\text{II.16})$$

2.4 - Associação Plana de Painéis

Apresentam-se, aqui, dois casos de associação plana de painéis de grande interesse. Em primeiro lugar, estuda-se a associação plana de pórtico e parede por meio de barras biarticuladas de rigidez axial infinita, que simulam aproximadamente as lajes, supostas continuamente distribuídas ao longo da altura (7). É oportuno assinalar que a ligação, por exemplo, de pórtico e parede por vigas apresenta comportamento com características muito próximas dessa associação em apreço (9). Em segundo lugar, é estudada a associação de paredes ligadas por lintéis, também supostos continuamente distribuídos ao longo da altura e providos de rigidez axial infinita.

2.4.1 - Painel formado pela Associação em Série de Parede e Pórtico por barras bi-articuladas

Na figura II.3-a) exhibe-se uma associação plana de pórtico e parede sujeita a uma carga horizontal q uniformemente distribuída ao longo da altura, acrescida, ainda, de uma eventual carga concentrada no topo F . Os quinhões de cargas resultantes, em cada painel, estão indicados na figura II.3-b) e II.3-c).

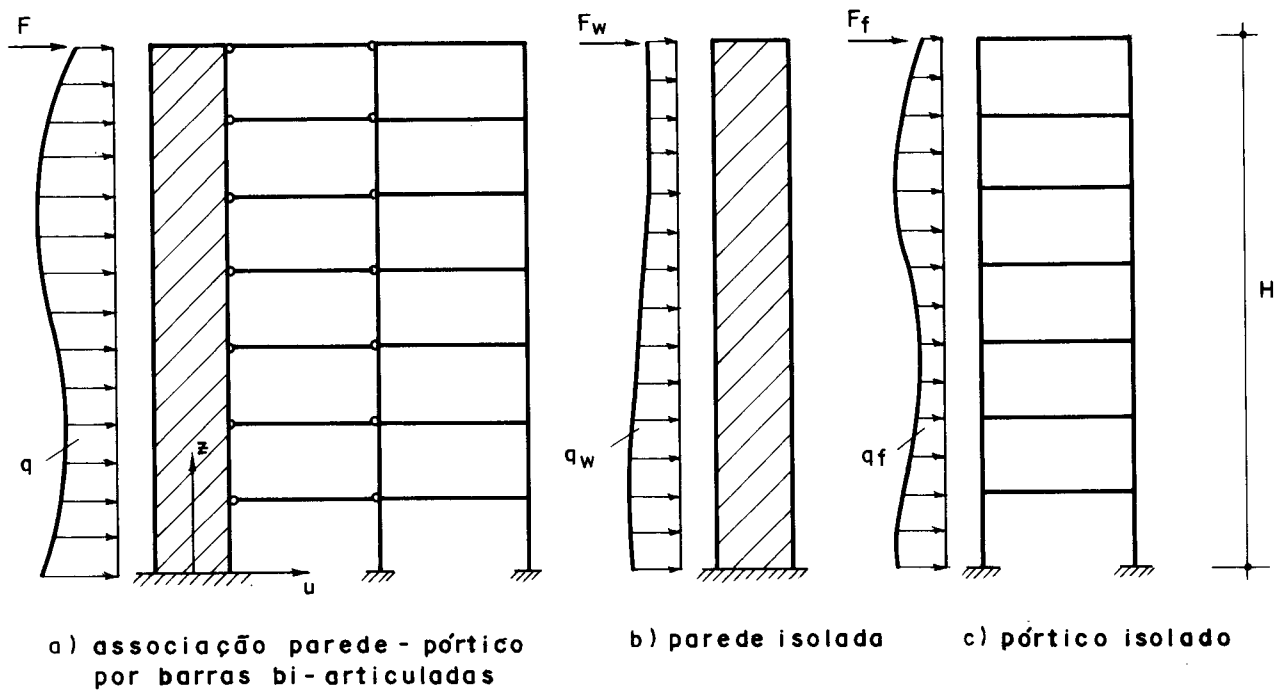


FIG. II. 3

O equilíbrio da associação é mantido pela igualdade entre o carregamento externo considerado e os quinhões de cargas recebidos pelos painéis, conforme indicados na figura II.3-b) e II.3-c), permitindo, por conseguinte, escrever:

$$F = F_w + F_f$$

(II.17)

$$q = q_w + q_f$$

As convenções de sinal para os esforços internos na parede (M_w e Q_w) e no pórtico (M_f e Q_f) são as mesmas indicadas na figura II.1-c). Uma vez que as barras de ligação entre pórtico e parede têm características de diafragmas, as equações (II.6) e II.14), em conjunto com a segunda das equações (II.17), fornecem a seguinte equação diferencial, relativa à associação:

$$j_w u^{IV} - s_f u'' = q \quad (II.18)$$

A abordagem variacional desse mesmo problema pode ser feita a partir do funcional da energia:

$$\Pi = \int_0^H \left[\frac{1}{2} j_w (u'')^2 + \frac{1}{2} s_f (u')^2 - qu \right] dz \quad (II.19)$$

onde as duas primeiras parcelas do integrando correspondem, respectivamente, à energia de deformação da parede e à energia de deformação do pórtico e a última parcela corresponde à energia potencial das cargas externas; nesse caso apenas a distribuída. As condições de contorno que devem ser satisfeitas pela solução são as mesmas dadas em(II.8), a menos do índice w, ou seja:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ u'(0) &= 0 \end{aligned} \quad (II.20)$$

Finalizando, cabe esclarecer, em conformidade com o que já foi apontado anteriormente, que outros tipos de ligação entre pórtico e parede conferem ao conjunto, comportamento também descrito por equação do tipo da (II.18), e, conseqüentemente, por funcionais do tipo (II.19)(9)(10)(11). Além disso vale notar que associações contendo um número maior de pórticos ou de parede tem seus comportamentos descritos da mesma forma já colocada.

2.4.2 - Associação de Paredes ligadas por lintéis

No que segue, apresenta-se, de maneira sucinta, o estudo do comportamento da associação de paredes ligadas por lintéis. Tal associação tem sido objeto de alguns trabalhos já divulgados na literatura técnica (4)(5) e, além disso, mostra-se, em termos práticos, bastante sugestiva.

O esquema representativo da associação em análise é mostrado na figura II.4, onde estão indicadas as paredes, bem como as vigas horizontais de ligação (lintéis) e o sistema de referência oxz adotado. Considera-se nesse caso apenas uma carga uniformemente distribuída, conforme ilustra-se na figura II.4.

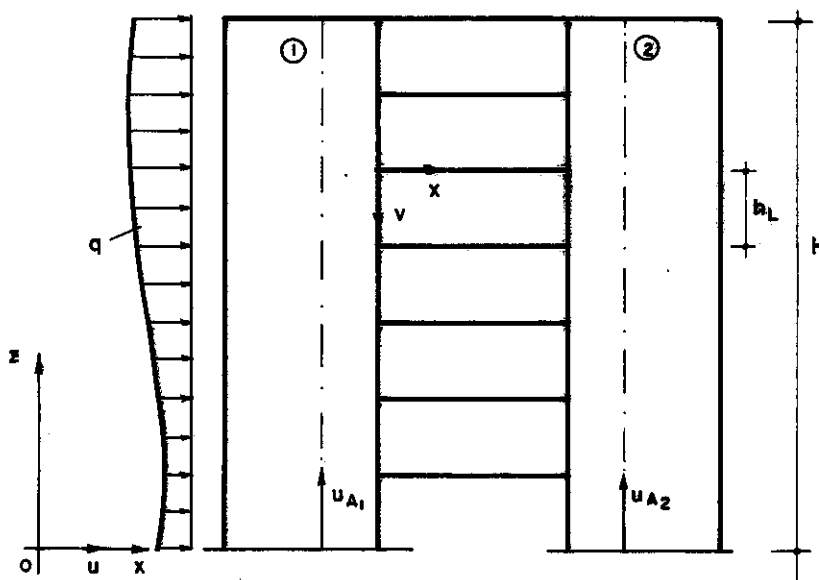


FIG. II - 4 - PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS

A situação deformada do andar genérico e a seção transversal ao nível de uma abertura são representadas na figura II.5, onde estão indicadas: a distância axial relativa f_1 entre as seções das paredes, proveniente apenas da flexão; a distância axial relativa f_2 entre tais seções; e os deslocamentos axiais f_3' e f_3'' causados pela força normal N , respectivamente, nas paredes ① e ②. Na figura II.5, A_1 e A_2 representam as extremidades engastadas do lintel genérico.

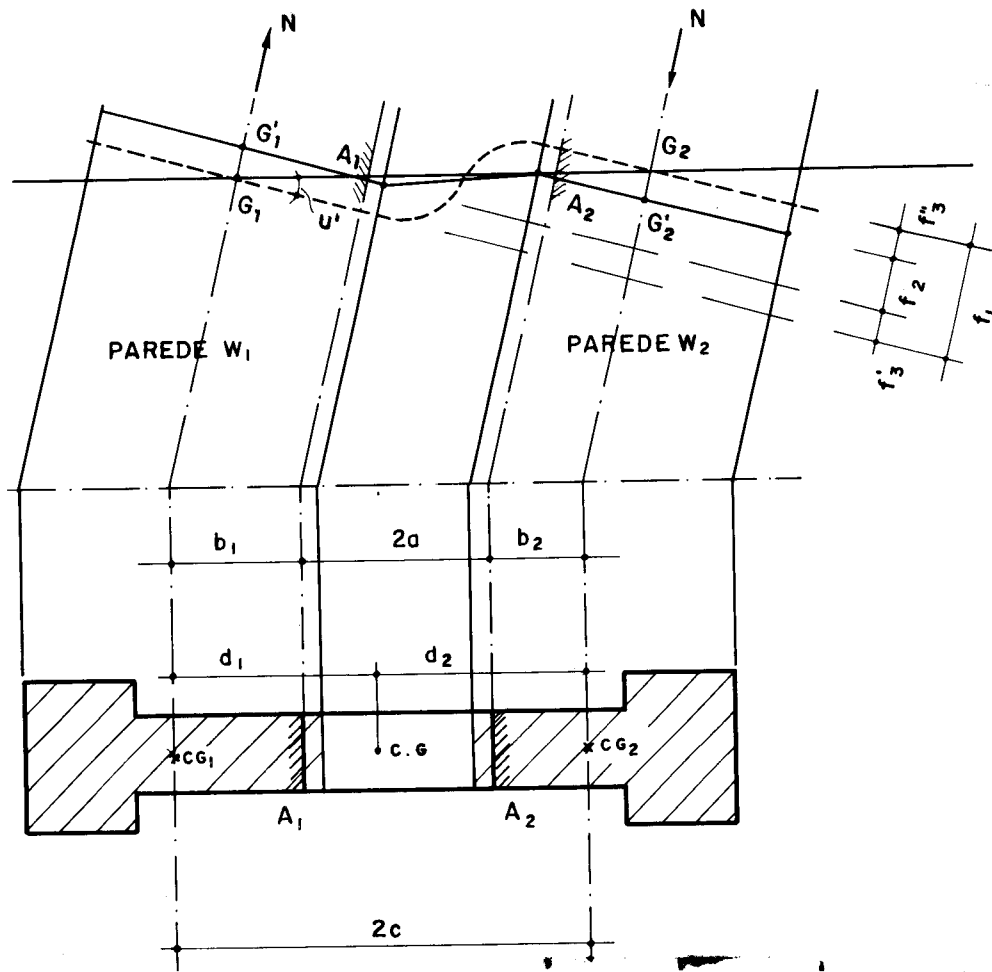


FIG. II. 5 - POSIÇÃO DEFORMADA DO ANDAR GENÉRICO

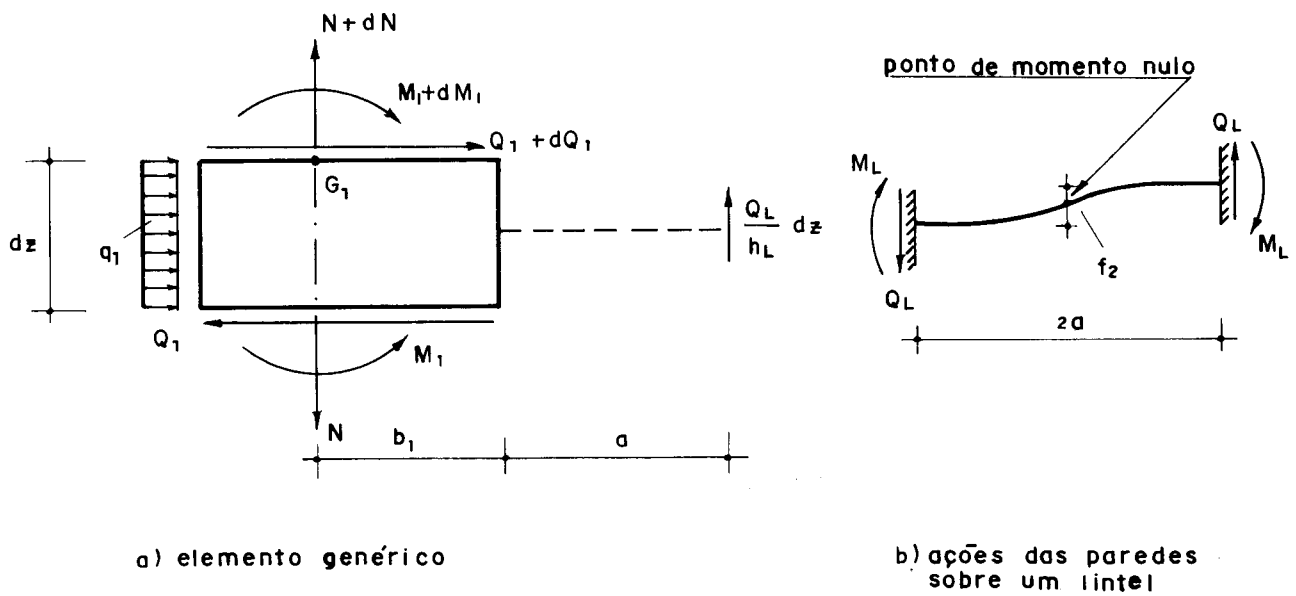


FIG. II. 6

A soma dos deslocamentos axiais das paredes ① e ② é expressa, em função da força normal N , pela seguinte relação:

$$f_3 = f_3' + f_3'' = \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \int_0^z N dz \quad (\text{II.21})$$

As ações das paredes sobre um lintel, indicadas na figura II.6-b), são expressas por:

$$Q_L = \frac{M_L}{a} \quad (\text{II.22})$$

$$M_L = \frac{6E_L J_L f_2}{(2a)^2}$$

onde Q_L e M_L são, respectivamente, o esforço cortante e o momento fletor, atuantes na extremidade do lintel e J_L é o momento central de inércia da seção do mesmo.

Das expressões (II.22) obtêm-se o deslocamento axial f_2 em função do esforço cortante no lintel, ou seja:

$$f_2 = \frac{2}{3} \frac{a^3}{E_L J_L} Q_L \quad (\text{II.23})$$

O deslocamento relativo f_1 pode ser expresso através de considerações geométricas, ficando dado por:

$$f_1 = f_2 + f_3 \quad (\text{II.24})$$

ou ainda, em função da elástica do conjunto (vide fig.II.5):

$$f_1 = u' 2c \quad (\text{II.25})$$

As equações (II.21), (II.23) e (II.24) permitem escrever a equação (II.25); agora, sob a forma:

$$u''_2c = \frac{2}{3} \frac{a^3}{E_L J_L} Q_L + \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) \int_0^z N dz \quad (\text{II.26})$$

Por derivação dos dois membros da expressão (II.26), obtêm-se:

$$u''''_2c = \frac{2}{3} \frac{a^3}{E_L J_L} Q_L'' + \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) N' \quad (\text{II.27})$$

Pelo equilíbrio referente ao esforço normal do elemento genérico da parede (fig. II.6-a), considerando-se a interação entre o lintel e a parede continuamente distribuída, obtêm-se:

$$N' = - \frac{1}{h_L} Q_L \quad (\text{II.28})$$

e com isso, a expressão (II.27), assume a forma:

$$u''''_2c = \frac{2}{3} \frac{a^3}{E_L J_L} Q_L'' - \frac{1}{E_w h_L} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right) Q_L \quad (\text{II.29})$$

De acordo com a teoria técnica da flexão tem-se as seguintes relações diferenciais nas paredes:

$$dM_1 = E_1 J_1 u'''' dz \quad (\text{II.30})$$

$$dM_2 = E_2 J_2 u'''' dz$$

Pelo equilíbrio à rotação das paredes (vide fig. II.6-a), obtêm-se as seguintes relações diferenciais:

$$dM_1 = \frac{(a+b_1)}{h_L} Q_L dz - Q_1 dz \quad (\text{II.31})$$

$$dM_2 = \frac{(a+b_2)}{h_L} Q_L dz - Q_2 dz$$

Combinando-se as expressões (II.30) com as (II.31),
tem-se:

$$E_w (J_1 + J_2) u''' = -Q + \frac{2c}{h_L} Q_L \quad (\text{II.32})$$

onde Q é o esforço cortante externo ($Q = Q_1 + Q_2$).

Explicitando o termo Q_L na equação (II.32) e levando em (II.29) obtêm-se, finalmente, a equação diferencial que relaciona a elástica do conjunto com o esforço externo q , ou seja:

$$K_p u^V - j_p u = \quad (\text{II.33})$$

onde:

$$K_p = \frac{j_p}{L_p}$$

$$j_p = E_w J$$

$$C_p = \frac{1}{L_p} \left(\frac{J}{J_1 + J_2} \right)$$

$$L_p = \frac{3E_L J_L}{a^3 h_L} \frac{cJ}{J_p M_s} \quad (\text{II.34})$$

$$J = J_1 + J_2 + 2cM_s$$

$$J_p = E_w (J_1 + J_2)$$

$$M_s = 2c \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} \right)$$

A abordagem variacional desse mesmo problema pode ser feita a partir do funcional da energia, que, na sua forma geral, é dado por:

$$\begin{aligned} \Pi = \int_0^H \left[\frac{1}{2} E_w J_1 (u'')^2 + \frac{1}{2} E_w J_2 (u'')^2 + \frac{1}{2} E_w S_1 (u'_{A1})^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} E_w S_2 (u'_{A2})^2 + \frac{E_L J_L}{2h_L} \int_0^{2a} (v'')^2 dx - qu \right] dz \end{aligned} \quad (II.35)$$

onde as duas primeiras parcelas do integrando correspondem à energia de deformação por flexão, respectivamente, das paredes (1) e (2); as duas seguintes correspondem à energia de deformação por esforço normal, também dessas paredes, e, finalmente, as duas últimas correspondem, respectivamente, à energia de deformação por flexão do lintel e a energia potencial da carga externa q , sendo v a elástica do lintel, função da variável x . Cabe esclarecer que a energia de deformação do lintel é suposta, em conformidade com as hipóteses da técnica do Meio Contínuo, uniformemente distribuída ao longo do andar correspondente, daí a presença de h_L no denominador.

Dado que o lintel não está sob a ação de carregamento externo no sentido transversal, tem-se, de modo imediato, que:

$$v^{IV} = 0 \quad (II.36)$$

e, assim sendo, a elástica em questão é do tipo:

$$v = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 \quad (II.37)$$

onde A_0 , A_1 , A_2 e A_3 são constantes que dependem apenas das condições de extremidades.

Na figura II.7 exhibe-se a configuração de deslocamentos do conjunto na altura de um lintel genérico, onde, por considerações de ordem geométrica, tiram-se as seguintes relações:

$$A_0 = -u_{A1} + b_1 u'$$

$$A_1 = u'$$

$$A_2 = -\frac{3}{(2a)^2} (u_{A2} - u_{A1} + 2cu')$$
(II.38)

$$A_3 = \frac{2}{(2a)^3} (u_{A2} - u_{A1} + 2cu')$$

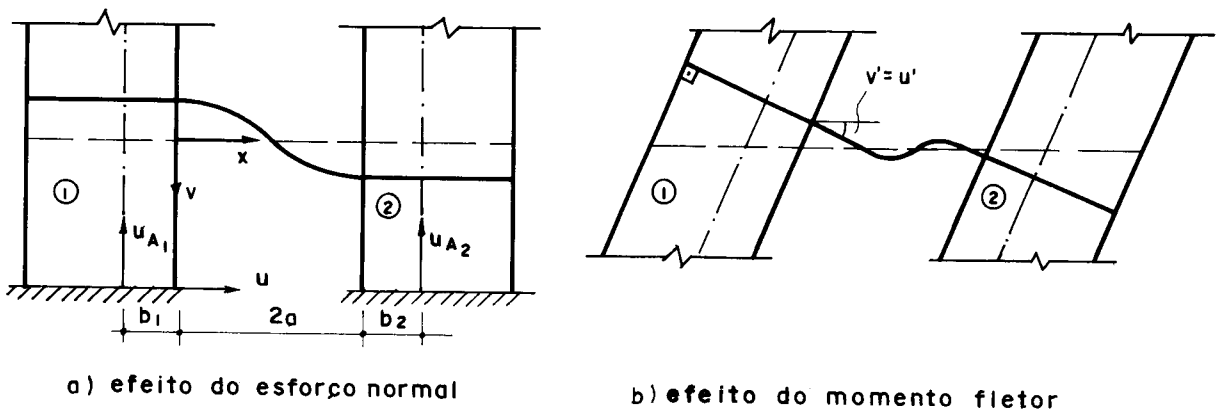


FIG. II.7 - CONFIGURAÇÃO DAS DEFORMAÇÕES DAS PAREDES E DO LINTEL GENÉRICO

Assim sendo, o penúltimo termo do integrando expresso em (II.35), passa a escrever-se:

$$\frac{E_L J_L}{2h_L} \int_0^{2a} (v'')^2 dx = \frac{6E_L J_L}{(2a)^3 h_L} (u_{A2} - u_{A1} + 2cu')^2 \quad (II.39)$$

Por outro lado, as forças normais N_1 e N_2 são iguais e de sinais contrários, uma de compressão e outra de tração, por força, como já foi mencionado, do equilíbrio do conjunto no sentido vertical. Assim, tem-se, de imediato, a relação:

$$u'_{A2} = - \frac{S_1}{S_2} u'_{A1} \quad (\text{II.40})$$

Por integração de (II.40) e sabendo-se que os deslocamentos u_{A1} e u_{A2} são nulos na base, obtêm-se a relação entre estes, escrita sob a forma:

$$u_{A2} = - \frac{S_1}{S_2} u_{A1} \quad (\text{II.41})$$

Finalmente, levando (II.39) e (II.40) em (II.35) tem-se o funcional da energia do conjunto expresso agora em termos apenas de dois deslocamentos u_{A1} e u , ou seja:

$$\Pi = \int_0^H \left\{ \frac{1}{2} \left[J_p (u'')^2 + J_s (u'_{A1})^2 + K_1 (u_{A1})^2 - 2K_2 (u_{A1} u') + K_3 (u')^2 \right] - qu \right\} dz \quad (\text{II.42})$$

sendo que na expressão acima utiliza-se a seguinte notação:

$$\begin{aligned} J_p &= E_w (J_1 + J_2) \\ J_s &= E_w S_1 S \\ K_1 &= \frac{12 E_L J_L}{(2a)^3 h_L} S^2 \\ K_2 &= 2cK_1/S \\ K_3 &= 2cK_2/S \\ S &= (S_1 + S_2)/S_2 \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

As condições de contorno essenciais, de origem apenas geométrica, são:

$$u(o) = 0$$

$$u'(o) = 0 \quad (II.44)$$

$$u_{A1}(o) = 0$$

Finalizando, convém esclarecer que o funcional expresso em (II.42) pode ser colocado em termos apenas do deslocamento u, porquanto existe uma relação, no caso particular do carregamento tratado, entre o deslocamento u e o u_{A1}.

Tal relação provém do seguinte. O equilíbrio, por exemplo da parede (1) no sentido vertical, expresso em (II.28), tendo em vista a quarta das relações (II.38) e sabendo-se que a expressão do esforço cortante no lintel é do tipo da segunda das expressões (II.5), passa a escrever-se:

$$E_1 S_1 u''_{A1} + \frac{6E_L J_L}{h_L} A_3 = 0 \quad (II.45)$$

Por outro lado, tendo em conta a relação (II.41) chega-se finalmente a:

$$\frac{E_1 (2a)^3 h_L}{12E_L J_L} u''_{A1} - \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) u_{A1} = -\frac{2c}{S_1} u' \quad (II.46)$$

Finalizando, convém notar que a relação existente entre u_{A1} e u, conforme (II.46), constitui uma lei de dependência um tanto incômoda, do ponto de vista algébrico. Assim, optou-se pela consideração do deslocamento u_{A1} através de uma função aproximadora; lembrando em tempo, que tal procedimento concorre para um aumento do número de parâmetros incógnitos.

2.5 - Associação Tridimensional de Pórtico, Parede e Núcleo de seção delgada

Apresenta-se, agora, o estudo do comportamento das estruturas tridimensionais de edifícios formulado pela técnica do meio contínuo. Tais estruturas são assimiladas a conjuntos de painéis verticais (pórticos paredes, etc.), travados horizontalmente por diafrágmata, que simulam o comportamento das lajes, com rigidez infinita nos seus planos e desprezível transversalmente; sendo tais diafrágmata supostos continuamente distribuídos ao longo da altura (7), (10), (12) e (13).

Um núcleo de seção delgada, conforme mostrado na figura (II.8), pode ser simulado a um sistema estrutural constituído por duas paredes planas equivalentes, no que se refere à flexão, e independentes, passando pelo centro de torção C e orientadas segundo os eixos principais C_{w1} e C_{w2} . Com isso, tais paredes devem possuir coeficientes de rigidez à flexão EJ_1 e EJ_2 , correspondentes, respectivamente, aos momentos de inércia da seção aberta em relação aos eixos principais de inércia 1 e 2. A essas paredes planas equivalentes acrescenta-se uma mola fictícia que só resiste à torção, possuindo coeficientes de rigidez GJ_t e EJ_ω , que se obtêm, respectivamente, pela teoria de Saint-Venant e pela teoria de flexo-torção (14) e (15).

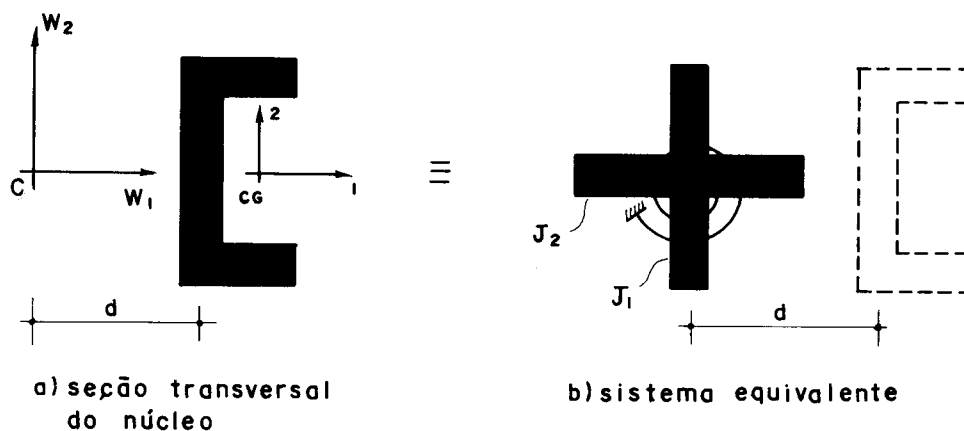


FIG. II. 8 - NÚCLEO DE SEÇÃO DELGADA

Na figura (II.9) exibe-se uma associação tridimensional, em planta, onde estão indicados o painel genérico i , a mola fictícia t e o traço do plano de carga Π , suposto vertical.

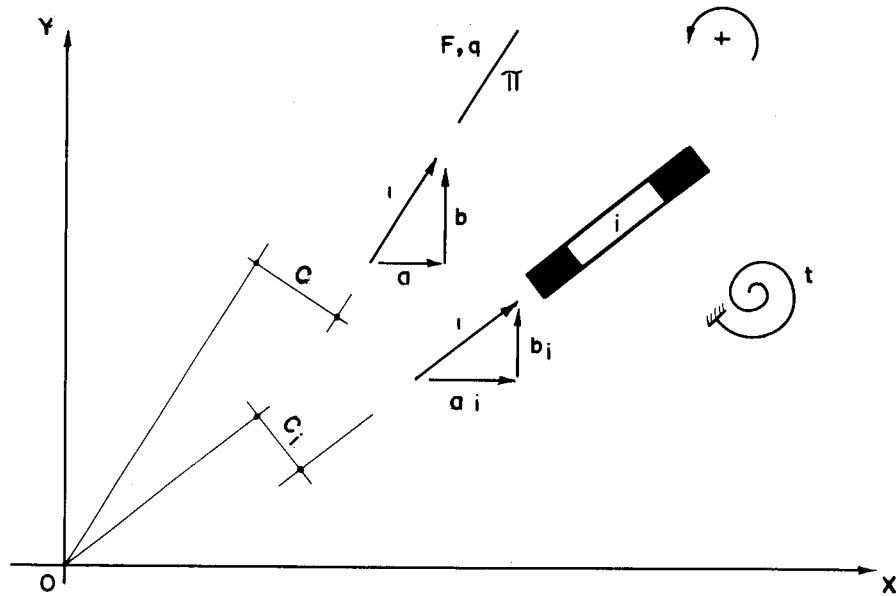


FIG. II. 9 - PAINEL GENÉRICO, PLANO DE CARGA E "MOLA"

A associação é definida geometricamente num sistema global de referência OXYZ (destorço), com a origem O na base do edifício (vide fig. II.9), sendo os eixos OX e OY horizontais e OZ vertical. As cargas consideradas atuantes na estrutura consistem numa distribuída ao longo da altura q e uma eventual, concentrada no topo, F , contidas no plano Π e com sentido positivo definido por um vetor unitário e horizontal naquele plano. Tal vetor, possui componentes a , b e momento c , segundo, respectivamente, os eixos OX , OY e OZ , sendo o sinal de c positivo se o momento for anti-horário.

A posição do painel genérico i , em relação ao sistema global de referência, é definida pelas coordenadas a_i , b_i e c_i de um versor horizontal contido no plano do painel, de modo análogo ao que foi feito para as cargas, conforme re

presenta-se na figura (II.9). Adota-se para cada painel um sistema local de referência Oxz , sendo o eixo Ox horizontal, situado na base, coincidindo em direção e sentido com o versor adotado para definir a posição do painel; o eixo Oz é vertical.

Os esforços e deslocamentos no plano do painel seguem, no sistema de referência Oxz , as mesmas convenções já estabelecidas, por exemplo, no ítem (2.2). No que se refere à mola fictícia genérica t , são definidos em qualquer cota z o momento de torção total M_t ; momento distribuído q_t , aplicado à mola pelos diafrágmata; momento de torção uniforme \bar{M}_t ; momento de flexo torção $\overline{\bar{M}}_t$; todos convencionados positivos se no sentido anti-horário (destorso), e, ainda, Bimomento B . Tais grandezas são dadas pelas equações da teoria de VLASOV(14), conforme são escritas no que segue:

$$\begin{aligned}M_t &= s_t u_t' - j_t u_t''' \\q_t &= j_t u_t^{IV} - s_t u_t'' \\ \bar{M}_t &= s_t u_t' \\ \overline{\bar{M}}_t &= -j_t u_t'' \\ B &= j_t u_t''\end{aligned} \tag{II.47}$$

onde s_t e j_t representam, respectivamente, os produtos GJ_t e EJ_{ω} , e u_t é o giro da mola em torno do eixo OZ .

No sistema global de referência $OXYZ$ (destorso), a interseção do diafragma genérico de cota z com o eixo vertical OZ , ocorre em um ponto O_z . Assim, o estudo do deslocamento do diafragma em consideração, em relação a este ponto, fica sendo dado pelas seguintes componentes:

u - deslocamento de O_z segundo OX

v - deslocamento de O_z segundo OY

w - rotação do diafragma em torno de OZ

funções, naturalmente, da variável z .

O equilíbrio do diafragma genérico, levando em conta que a carga é distribuída, implica no seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}\sum_w q_w a_w + \sum_f q_f a_f &= qa \\ \sum_w q_w b_w + \sum_f q_f b_f &= qb \\ \sum_w q_w c_w + \sum_f q_f c_f + \sum_t q_t &= qc\end{aligned}\tag{II.48}$$

onde os somatórios são estendidos a todos os pórticos f , paredes w ou molas de torção t ; lembrando, em tempo, que os índices w e f substituem, agora, o índice i do painel genérico, conforme notação indicada na figura II.9.

Por superposição dos efeitos dos deslocamentos u , v e w do diafragma genérico obtém-se os deslocamentos dos painéis e da mola, que são dados pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned}u_w &= a_w u + b_w v + c_w w \\ u_f &= a_f u + b_f v + c_f w \\ u_t &= w\end{aligned}\tag{II.49}$$

É oportuno assinalar que tal superposição provém da indeformabilidade dos diafrágm_as nos seus planos.

As expressões (II.6), (II.14) e a segunda das expressões (II.47), com a introdução das relações (II.49) ficam expressas da maneira seguinte:

$$\begin{aligned} q_w &= j_w (a_w u^{IV} + b_w v^{IV} + c_w w^{IV}) \\ q_f &= -s_f (a_f u'' + b_f v'' + c_f w'') \\ q_t &= j_t w^{IV} - s_t w'' \end{aligned} \quad (II.50)$$

Substituindo nas equações (II.48), as equações (II.50), obtêm-se um sistema de três equações diferenciais, que em forma matricial, resulta:

$$[J] \{U^{IV}\} - [S] \{U''\} = q \{A\} \quad (II.51)$$

onde:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix}, \quad (II.52)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix}, \quad (II.53)$$

sendo:

$$\begin{aligned} J_{de} &= \sum_w j_w^d e_w, \\ S_{de} &= \sum_f s_f^d e_f, \end{aligned} \quad (II.54)$$

com os índices \underline{d} e \underline{e} representando uma qualquer das coordenadas a, b ou c, usadas para identificar a posição dos painéis, e

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_t j_t \quad (II.55)$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_t s_t$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (II.56)$$

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix}$$

A abordagem variacional desse mesmo problema pode ser feita a partir do funcional da energia, que é dado por:

$$\Pi = \int_0^H \left\{ \frac{1}{2} \left[\{U''\}^T [J] \{U''\} + \{U'\}^T [S] \{U'\} \right] - q \{U\}^T \{A\} \right\} dz \quad (II.57)$$

onde se considera apenas a presença de cargas distribuídas.

As condições de contorno essenciais são apenas as de origem geométrica. Assim, não existindo degeneração do conjunto de paredes, isto é, $(\det. J \neq 0)$, tem-se:

$$u(o) = v(o) = 0, w(o) = 0 \quad (II.58)$$

$$u'(o) = v'(o) = 0, w'(o) = 0 \quad (II.59)$$

onde as condições (II.58) correspondem à indeslocabilidade do conjunto na base e as (II.59) correspondem à rotação nula na base; que provêm, da consideração de paredes engastadas na base.

Os esforços nos painéis são dados, tendo em vista as expressões (II.4), (II.5), (II.12) e (II.13), por:

$$\begin{aligned}M_w &= j_w(a_w u'' + b_w v'' + c_w w'') \\Q_w &= -j_w(a_w u''' + b_w v''' + c_w w''') \\Q_f &= s_f(a_f u' + b_f v' + c_f w') \\M_f &= -s_f(a_f u + b_f v + c_f w) + D_f\end{aligned}\tag{II.60}$$

Os esforços na mola genérica são dados, tendo em vista as expressões (II.47) e a última das expressões (II.49), por:

$$\begin{aligned}M_t &= s_t w' - j_t w'' \\ \overline{M}_t &= s_t w' \\ \overline{\overline{M}}_t &= -j_t w''' \\ B &= j_t w''\end{aligned}\tag{II.61}$$

Cabe assinalar que no topo ocorre uma forte interação por força concentrada entre pórticos e paredes, dado que nesse ponto tem-se $Q_f \neq 0$ e $Q_w \neq 0$, conforme já comentado por STAMATO (7).

CAPÍTULO III

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO PELO MÉTODO DE RAYLEIGH-RITZ

3.1 - Introdução

A integração numérica das equações da Técnica do Meio Contínuo, tratadas em detalhes no capítulo anterior, é aqui formulada segundo o Método de Rauleigh-Ritz. Convém assinalar que o procedimento a ser empregado já é bastante usual, e consiste, basicamente, no tratamento segundo a Técnica dos Elementos Finitos; cuja característica fundamental reside na integração por sub-domínios. Por outro lado, o sub-domínio corresponde na estrutura o que se denomina Elemento Finito, ou seja, um trecho, finito da estrutura. Dado que o Método de Rayleigh-Ritz trata-se de um método variacional, a integração numérica é levada a efeito por meio da minimização do funcional da energia; que sintetiza, por assim dizer, as condições de equilíbrio da estrutura.

O método de Rayleigh-Ritz conduz a um procedimento bastante geral para a obtenção de solução aproximada de problemas formulados pela via variacional (16)(17). Deixando de lado os aspectos matemáticos mais requintados, cuja discussão foge às pretensões do presente trabalho, tal método consiste, em linhas bastante gerais, no seguinte. Dado, por exemplo, um funcional do tipo.

$$\Pi = \int_0^H F(z, u, u', u'') dz \quad (\text{III.1})$$

toma-se como solução aproximada para a função incôgnita $u(z)$ um desenvolvimento do tipo

$$u(z) = \sum_{i=1}^{\bar{n}} \alpha_i f_i(z) \quad (\text{III.2})$$

onde os α_i são coeficientes indeterminados e as funções $f_i(z)$, denominadas funções coordenadas, são adotadas de acordo com as condições específicas do problema a ser tratado. Posto isso, a minimização do funcional passa, em termos da solução aproximada, a ser expressa por:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (\text{III.3})$$

com i variando, naturalmente, de 1 até \bar{n} ; resultando, pois, num sistema de equações nas incógnitas α_i , cuja solução resolve, por assim dizer, o problema. Cabe ainda acrescentar que, em geral, é conveniente dividir o domínio de integração em sub-domínios, e, em cada sub-domínio, adotar as mesmas funções coordenadas $f_i(z)$. Assim procedendo, um grande número de operações torna-se repetitivo, e o trabalho algébrico, conseqüentemente, bastante aliviado. Acrescenta-se ainda, nesse sentido, que uma escolha de convenientes coeficientes indeterminados é também recomendável.

Finalizando, vale assinalar que, de início, é formulada a integração da equação que governa o comportamento da associação plana de pórtico e parede de rigidez constante ao longo da altura. Em seguida, aborda-se a integração daquela equação com a introdução de uma eventual variação linear de rigidez no pórtico. A integração do sistema de equações correspondente à associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleos de seção delgada é, na sequência, formulada. Por último, formula-se a integração da equação que governa o comportamento da associação de paredes ligadas por lintéis e, em seguida, por meios matriciais, formula-se a integração da equação que governa o comportamento da associação tridimensional de paredes ligadas por lintéis e núcleos de seção delgada.

3.2 - Integração da Equação da Associação Plana de Pórtico e Parede

O funcional da energia correspondente à associação plana de pórtico e parede, conforme já foi apontado no ítem (2.4.1), é dado por:

$$\Pi = \int_0^H \left[\frac{1}{2} j_w (u'')^2 + \frac{1}{2} s_f (u')^2 - qu \right] dz \quad (\text{III.4})$$

Considere-se, agora, a associação de pórtico e parede mostrada na figura III.1-a), cujo domínio vai de 0 a H. De acordo, com a orientação da técnica dos Elementos Finitos, tal domínio é, por assim dizer, discretizado em "n" sub-domínios de comprimento h, conforme exhibe-se na figura III.1-b). Convém esclarecer que, dessa forma, adota-se uma malha regular. Em cada sub-domínio, ou em cada elemento i, toma-se como solução aproximada um polinômio do terceiro grau, ou seja (vide fig. III.1-c)):

$$u_i = \alpha_{i1} + \alpha_{i2} \bar{z} + \alpha_{i3} \bar{z}^2 + \alpha_{i4} \bar{z}^3 \quad (\text{III.5})$$

onde \bar{z} é uma coordenada local e os α_{ij} , com j variando 1 a 4, são os coeficientes incógnitos correspondentes ao elemento em consideração.

Nesse ponto convém colocar algumas considerações. Em primeiro lugar, os parâmetros α_{ij} , ditos generalizados, não têm a mesma dimensão, e, em segundo lugar, não apresentam, com exceção dos α_{i1} e α_{i2} , significado físico mais palpável. Assim, torna-se mais conveniente trabalhar com outros parâmetros incógnitos. Para tanto, considere-se, por exemplo, os deslocamentos de extremidades do elemento genérico i u_j , u'_j , u_k e u'_k , conforme exhibe-se na figura III.1-c), sendo uma translação e uma rotação asso-

ciadas aos extremos, respectivamente, j e k do elemento genérico i (vide fig. III.1-c).

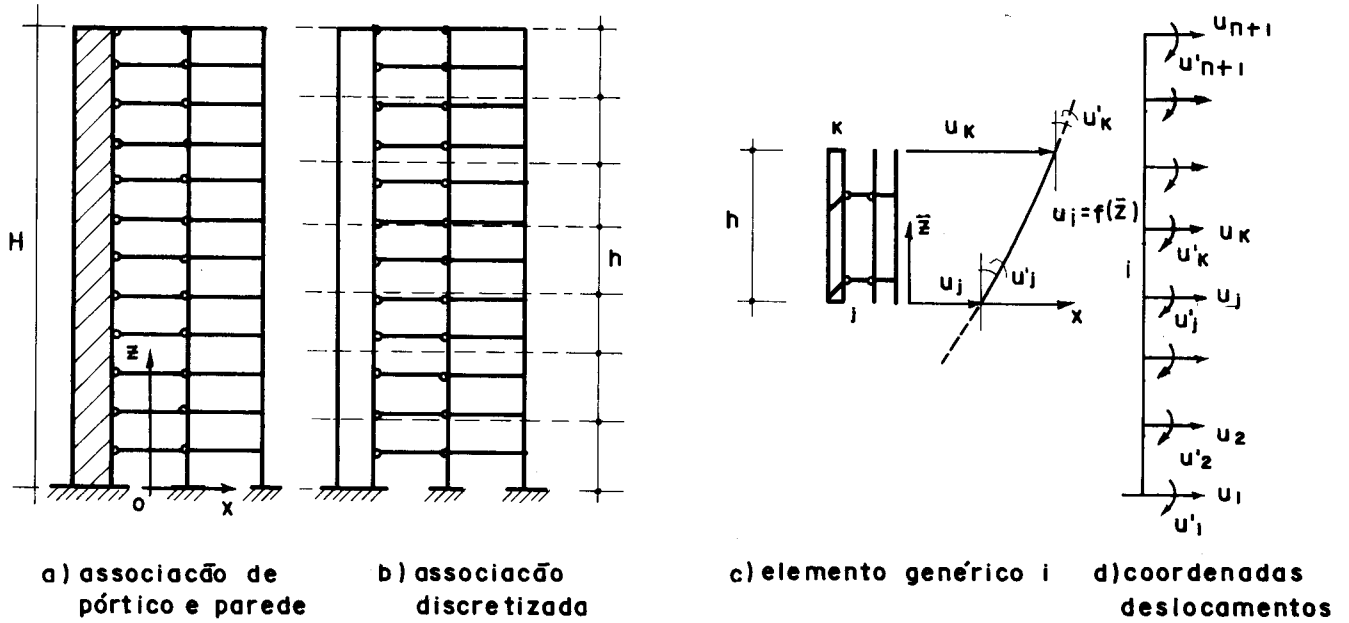


FIG. III.1 - ASSOCIAÇÃO DE PAINÉIS EM ESTUDO

As condições de extremidades do elemento genérico i , que devem ser satisfeitas pela expressão (III.5), implicam em:

$$\begin{aligned}
 u_i(0) &= u_j \\
 u'_i(0) &= u'_j \\
 u_i(h) &= u_k \\
 u'_i(h) &= u'_k
 \end{aligned}
 \tag{III.6}$$

onde os índices j e k indicam, respectivamente, a extremidade inferior e a superior do elemento i .

Assim, a expressão (III.5) e as condições (III.6) implicam na seguinte expressão matricial:

$$\begin{Bmatrix} u_j \\ u'_j \\ u_k \\ u'_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & h & h^2 & h^3 \\ 0 & 1 & 2h & 3h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \\ \alpha_{i3} \\ \alpha_{i4} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

cuja inversão permite exprimir os parâmetros incôgnitos α_{ij} em função dos novos parâmetros incôgnitos providos de significado fíísico (deslocamentos de extremidades). Com isso, a função aproximadora passa, em termos dos novos parâmetros, a ser dada por:

$$u_i = \{\phi\}^T \{u\}_i \quad (\text{III.8})$$

onde:

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix}$$

$$\{u\}_i = \begin{Bmatrix} u_j \\ u'_j \\ u_k \\ u'_k \end{Bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

sendo:

$$\phi_1 = 2\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^3 - 3\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^2 + 1$$

$$\phi_2 = \bar{z} \left[\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^2 - 2\frac{\bar{z}}{h} + 1 \right]$$

(III.10)

$$\phi_3 = -2\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^3 + 3\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^2$$

$$\phi_4 = \bar{z} \left[\left(\frac{\bar{z}}{h}\right)^2 - \frac{\bar{z}}{h} \right]$$

A representação da solução aproximada u_i sobre todo o domínio da associação é a soma das representações sobre os elementos, ou seja:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_i + \dots + u_{n-1} + u_n \quad (\text{III.11})$$

sendo que cada função u_i assume valor apenas no elemento i correspondente.

Expressando o funcional da energia total da associação, dado em (III.4), em termos das contribuições dos elementos, tem-se:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i \quad (\text{III.12})$$

onde Π_i representa a contribuição do elemento i para a energia total da associação, sendo escrito sob a forma:

$$\Pi_i = \int_0^h \left[\frac{1}{2} j_w (u_i'')^2 + \frac{1}{2} s_f (u_i')^2 - q_i u_i \right] d\bar{z} \quad (\text{III.13})$$

Levando a expressão (III.8) na expressão (III.13), a parcela do funcional da energia referente ao elemento genérico i passa a ser dada por:

$$\Pi_i = \int_0^h \left[\frac{1}{2} j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + \frac{1}{2} s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2 - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right] d\bar{z} \quad (III.14)$$

ficando, assim, tal parcela função dos movimentos nodais do elemento genérico i . Por outro lado, tendo em vista a expressão (III.14), o funcional da energia referente à associação passa a ser expresso por:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \int_0^h \left[\frac{1}{2} j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + \frac{1}{2} s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2 - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right] d\bar{z} \quad (III.15)$$

ficando, pois, o funcional da energia função dos movimentos nodais do conjunto, ou seja:

$$\Pi = f(u_1, u_1' \dots \dots \dots u_{n+1}, u_{n+1}')$$

lembrando em tempo que "n" é o número de elementos considerados.

A condição para que Π , como expresso por (III.15), atinja um valor estacionário expressa-se, em forma matricial, da maneira seguinte:

$$\begin{bmatrix} \partial \Pi / \partial u_1 \\ \partial \Pi / \partial u'_1 \\ \vdots \\ \partial \Pi / \partial u_j \\ \partial \Pi / \partial u'_j \\ \partial \Pi / \partial u_k \\ \partial \Pi / \partial u'_k \\ \vdots \\ \partial \Pi / \partial u_{n+1} \\ \partial \Pi / \partial u'_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.16})$$

lembrando, outrossim, que os parâmetros incógnitos prescritos por condições de contorno não são passíveis de sofrer variações.

Obtêm-se das relações (III.16) um sistema de equações lineares, que tem como incógnitas os parâmetros nodais livres (não prescritos por condições de contorno). Tal sistema pode ser representado em forma matricial, da maneira seguinte.

$$[R]\{u\} = \{F\} \quad (\text{III.17})$$

onde a matriz $[R]$ é constituída de elementos que dependem das características geométricas e elásticas do conjunto, de ordem $2(n+1) \times 2(n+1)$, $\{u\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais livres, de ordem $2(n+1)$ e $\{F\}$ é o vetor das cargas nodais equivalentes, de ordem $2(n+1)$. A matriz $[R]$ é definida como sendo a matriz de rigidez do conjunto e $\{F\}$ o vetor das cargas externas, também, do conjunto.

A matriz que contém as características geométricas e elásticas do conjunto, $[R]$, e o vetor das cargas externas $\{F\}$ podem ser obtidos pela sobreposição, respectivamente, de sub-matrizes contendo características geométricas e elásticas e sub-vetores contendo cargas externas referentes aos e-

lementos - matriz de rigidez do elemento e vetor de esforços de engastamento perfeito do elemento. Para tanto, considere-se, de início, o funcional da energia como expresso em (III.15). Por outro lado, individualizando das equações (III.16) aquelas referentes aos movimentos nodais u_j e u'_j , do nó j , tem-se:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_j} = \frac{\partial \Pi_{i-1}}{\partial u_j} + \frac{\partial \Pi_i}{\partial u_j}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u'_j} = \frac{\partial \Pi_{i-1}}{\partial u'_j} + \frac{\partial \Pi_i}{\partial u'_j}$$

(III.18)

porquanto os parâmetros u_j e u'_j não estão contidos nas demais parcelas da energia total Π (vide expressão III.14 e fig. III.1-d). Obviamente, tal propriedade estende-se também para os outros parâmetros nodais. Assim sendo, para a montagem do sistema de equações oriundo das relações (III.16) basta exprimir, para cada elemento, o resultado referente às variações de Π_i em relação aos parâmetros nodais do elemento i , ou seja, para o elemento genérico i , basta exprimir os resultados referentes às variações de Π_i , como expresso por (III.14), em relação aos parâmetros nodais u_j , u'_j , u_k e u'_k (vide fig. III.1-c) como a seguir se expressam:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial u_j} = \frac{\partial}{\partial u_j} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} [j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2] - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right\} d\bar{z}$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial u'_j} = \frac{\partial}{\partial u'_j} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} [j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2] - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right\} d\bar{z}$$

(III.19)

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial u_k} = \frac{\partial}{\partial u_k} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} [j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2] - \right. \\ \left. - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right\} d\bar{z}$$

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial u'_k} = \frac{\partial}{\partial u'_k} \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} [j_w (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + s_f (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2] - \right. \\ \left. - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right\} d\bar{z}$$

Procedendo-se dessa maneira com todos os elementos, a relação (III.18) passa a ser dada pela sobreposição de relações do tipo expresso em (III.19).

Por outro lado, a expressão (III.19) pode ser colocada na forma:

$$\begin{Bmatrix} \partial \Pi_i / \partial u_j \\ \partial \Pi_i / \partial u'_j \\ \partial \Pi_i / \partial u_k \\ \partial \Pi_i / \partial u'_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ u'_j \\ u_k \\ u'_k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

onde:

$$[r]_i = \int_0^h [j_w \{\phi''\} \{\phi''\}^T + s_f \{\phi'\} \{\phi'\}^T] d\bar{z} \\ [f]_i = \int_0^h q_i \{\phi\} d\bar{z} \quad (\text{III.21})$$

sendo $[r]_i$ a matriz de rigidez do elemento genérico i e $\{f\}_i$ o vetor dos esforços de engastamento perfeito desse mesmo elemento.

Efetuada-se as integrações expressas em(III.21), tendo em vista que j_w , s_f e q_i são supostos constantes ao longo do elemento, obtém-se a matriz $[R]_i$ e o vetor $\{f\}_i$ na seguinte forma:

$$[r]_i = \begin{bmatrix} 12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5} & (6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & -(12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5}) & (6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h \\ (6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & (4 + \frac{2\bar{\lambda}}{15})h^2 & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & (2 - \frac{\bar{\lambda}}{30})h^2 \\ -(12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5}) & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & 12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5} & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h \\ (6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & (2 - \frac{\bar{\lambda}}{30})h^2 & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10})h & (4 + \frac{2\bar{\lambda}}{15})h^2 \end{bmatrix} \frac{j_w}{h^3} \quad (III.22)$$

$$\{f\}_i = \frac{q_i H^2}{s_f} \begin{Bmatrix} \frac{\bar{\lambda} \delta^2}{2} \\ \frac{\bar{\lambda} \delta^2 h}{12} \\ \frac{\bar{\lambda} \delta^2}{2} \\ -\frac{\bar{\lambda} \delta^2 h}{12} \end{Bmatrix} \frac{j_w}{h^3}$$

onde:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{h}{H} \\ \bar{\lambda} &= \delta^2 \lambda \end{aligned} \quad (III.23)$$

sendo:

$$\lambda = \frac{s_f H^2}{j_w} \quad (III.24)$$

Convém assinalar que, na eventualidade de se dispor de carga distribuída uniforme apenas por elemento, ou seja, carga uniforme diferente de elemento para elemento, basta incluir no vetor de cargas um fator que relaciona a carga do elemento em consideração com a de um elemento, por exemplo, tomado como básico, ou seja:

$$\{f\}_i = \frac{qH^2}{s_f} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\bar{\lambda} \delta^2 \bar{\delta}_i}{2} \\ \frac{\bar{\lambda} \delta^2 \bar{\delta}_{i,h}}{12} \\ \frac{\bar{\lambda} \delta^2 \bar{\delta}_i}{2} \\ - \frac{\bar{\lambda} \delta^2 \bar{\delta}_{i,h}}{12} \end{array} \right\} \quad (\text{III.25})$$

onde:

$$\bar{\delta}_i = \frac{q_i}{q} \quad (\text{III.26})$$

sendo "q" o valor da carga uniforme tomada como básica. Vale dizer que, de maneira aproximada, uma variação qualquer da carga distribuída ao longo da altura pode ser simulada por cargas uniformes por elemento.

Na composição da expressão (III.17) através das (III.22), segundo a sobreposição indicada em (III.18), a matriz $[R]_i$ e os vetores $\{u\}_i$ e $\{f\}_i$, pela eliminação de fatores comuns e uniformidade dos parâmetros nodais assim se expressam:

$$\{r_m\}_i = \begin{bmatrix} 12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5} & 6 + \frac{\bar{\lambda}}{10} & -(12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5}) & 6 + \frac{\bar{\lambda}}{10} \\ 6 + \frac{\bar{\lambda}}{10} & 4 + \frac{2\bar{\lambda}}{15} & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10}) & 2 - \frac{\bar{\lambda}}{30} \\ -(12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5}) & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10}) & 12 + \frac{6\bar{\lambda}}{5} & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10}) \\ 6 + \frac{\bar{\lambda}}{10} & 2 - \frac{\bar{\lambda}}{30} & -(6 + \frac{\bar{\lambda}}{10}) & 4 + \frac{2\bar{\lambda}}{15} \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

$$\{f_m\}_i = \frac{qH^2}{s_f} \begin{Bmatrix} \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{2} \\ \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{12} \\ \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{2} \\ -\frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

$$\{u_m\}_i = \begin{Bmatrix} u_j \\ hu'_j \\ u_k \\ hu'_k \end{Bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Em termos dos novos parâmetros nodais, conforme expressão (III.29), a função aproximadora adotada ao nível do elemento genérico i assim se expressa:

$$u_i = \{\phi_m\}^T \{u_m\}_i \quad (\text{III.30})$$

com:

$$\{\phi_m\} = \begin{Bmatrix} (2\bar{\xi}^3 - 3\bar{\xi}^2 + 1) \\ (\bar{\xi}^3 - 2\bar{\xi}^2 + \bar{\xi}) \\ (-2\bar{\xi}^3 + 3\bar{\xi}^2) \\ (\bar{\xi}^3 - \bar{\xi}^2) \end{Bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

sendo:

$$\bar{\xi} = \frac{\bar{z}}{h} \quad (\text{III.32})$$

Para uma maior comodidade no sentido numérico convêm trabalhar com parâmetros incôgnitos adimensionais. Assim, define-se um novo vetor de deslocamentos nodais da seguinte forma:

$$\{D\}_i = \frac{s_f}{qH^2} \{u_m\}_i \quad (\text{III.33})$$

com isso, a função aproximadora u_i passa a ser expressa, em forma adimensional, por:

$$u_i / \left(\frac{qH^2}{s_f} \right) = \{\phi\}^T \{D\}_i \quad (\text{III.34})$$

Por outro lado, os esforços internos de interesse, momento fletor na parede e força cortante no pórtico, ficam expressos, também na forma adimensional, por:

$$M_{wi} / qH^2 = \frac{1}{\lambda} \{\phi_m''\}^T \{D\}_i \quad (\text{III.35})$$

$$Q_{fi} / qH = \frac{1}{\delta} \{\phi_m'\}^T \{D\}_i$$

onde a derivação indicada é agora colocada em termos da variável $\bar{\xi}$.

Finalizando, é oportuno esclarecer que o sistema de equações (III.17) apresenta a configuração ilustrada na figura III.2, onde indica-se também o modo de sobreposição das matrizes que contêm as características geométricas e elásticas e de cargas dos elementos (sobreposição das matrizes de rigidez dos elementos e sobreposição dos vetores de esforços de engastamento perfeito dos elementos). A determinação dos deslocamentos nodais do conjunto, obtida a partir da resolução do sistema (III.17), encerra a questão, visto que levada ao nível do elemento, no que lhe toca, permite obter os esforços internos, por exemplo, segundo as expressões (III.35). Vale ainda acrescentar que a sobreposição, no tocante às matrizes de rigidez e vetor das cargas dos elementos, é feita segundo as expressões (III.27) e (III.28) a menos do termo $\frac{qH^2}{s_f}$ encontrado nesta última.

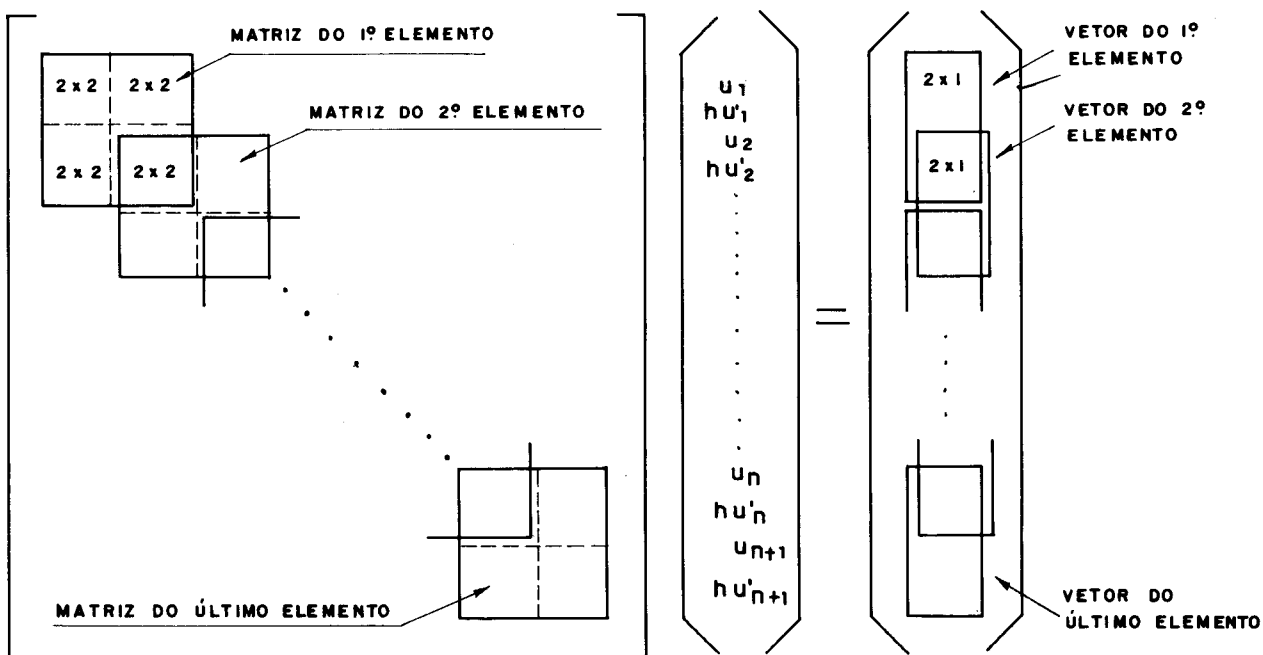


FIG. III - 2 - ESQUEMA DE SOBREPOSIÇÃO DAS MATRIZES DOS ELEMENTOS

No sentido de automatizar os cálculos é conveniente efetuar também a variação do funcional em relação aos parâmetros prescritos por condições de contorno; todavia, as linhas e colunas da matriz [R] correspondentes devem ser anuladas no final da montagem. O artifício adotado nos programas desenvolvidos consiste em se zerar as linhas e colunas correspondentes colocando 1 na posição diagonal e zerar também a posição correspondente no vetor de cargas.

3.3 - Integração da Equação referente a Associação Plana de Parede e Pórtico de Rigidez Variável.

Eventuais variações na rigidez do pórtico ao longo da altura podem ser consideradas de modo mais eficiente mediante a consideração de uma variação linear a nível de elemento. Nesse sentido tem-se, ao nível do elemento, uma variação de rigidez dada por:

$$s_f(\bar{z}) = s_f^*(A+B\bar{z}) \quad (\text{III.36})$$

onde, por comodidade, s_f^* é o valor da rigidez do pórtico na base do conjunto.

Na figura III.3 representa-se uma variação linear de rigidez no domínio do elemento genérico i , onde s_{fj} e s_{fk} são, respectivamente, a rigidez do pórtico na extremidade j e k do elemento. Chamando agora:

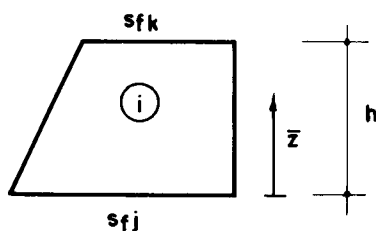


FIG. III. 3 - VARIACÃO LINEAR DE RIGIDEZ NO ELEMENTO

$$\beta_j = \frac{s_{fj}}{s_f^*} \quad (III.37)$$

$$\beta_k = \frac{s_{fk}}{s_f^*}$$

tem-se, tendo em vista a expressão (III.36), as seguintes relações:

$$A = \beta_j \quad (III.38)$$

$$B = \frac{\beta_j - \beta_k}{h}$$

Levando a expressão (III.36), tendo em vista as expressões (III.38), nas expressões (III.21) e os resultados agrupados conforme colocados em (III.27) e (III.28), tem-se para as matrizes que contêm as características geométricas e elásticas e esforços de engastamento perfeito no elemento as seguintes expressões:

$$[r_m]_i = \begin{bmatrix} 12 + \frac{3}{5}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & 6 + \frac{1}{10}\beta_k\bar{\lambda} & -12 - \frac{3}{5}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & 6 + \frac{1}{10}\beta_j\bar{\lambda} \\ 6 + \frac{1}{10}\beta_k\bar{\lambda} & 4 + \frac{1}{30}(3\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & -6 - \frac{1}{10}\beta_k\bar{\lambda} & 2 - \frac{1}{60}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} \\ -12 - \frac{3}{5}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & -6 - \frac{1}{10}\beta_k\bar{\lambda} & 12 + \frac{3}{5}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & -6 - \frac{1}{10}\beta_j\bar{\lambda} \\ 6 + \frac{1}{10}\beta_j\bar{\lambda} & 2 - \frac{1}{60}(\beta_j + \beta_k)\bar{\lambda} & -6 - \frac{1}{10}\beta_j\bar{\lambda} & 4 + \frac{1}{30}(\beta_j + 3\beta_k)\bar{\lambda} \end{bmatrix} \quad (III.39)$$

$$\{f_m\}_i = \frac{qH^2}{s_f^*} \begin{bmatrix} \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{2} \\ \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{12} \\ \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{2} \\ \frac{\bar{\lambda}\delta^2\bar{\delta}_i}{12} \end{bmatrix}$$

onde o parâmetro λ é agora dado por:

$$\lambda = \frac{s_f^* H^2}{j_w} \quad (\text{III.40})$$

e $\bar{\lambda}$ continua dado por:

$$\bar{\lambda} = \lambda \delta^2 \quad (\text{III.41})$$

Na forma adimensional os deslocamentos nodais ficam dados por:

$$\{u\}_i / \left(\frac{qH^2}{s_f^*} \right) = \{D\}_i \quad (\text{III.42})$$

Por outro lado, a função aproximadora e os esforços internos passam, na forma adimensional, a serem expressos por:

$$u_i / \left(\frac{qH^2}{s_f^*} \right) = \{\phi_m\}^T \{D\}_i$$

$$M_{wi} / (qH^2) = \frac{1}{\bar{\lambda}} \{\phi_m''\}^T \{D\}_i \quad (\text{III.43})$$

$$Q_{fi} / (qH) = \frac{\alpha_j + (\alpha_k - \alpha_j) \bar{\xi}}{\delta} \{\phi_m'\}^T \{D\}_i$$

onde $\bar{\xi}$ é dado em (III.32)

De resto cabe esclarecer que os demais procedimentos da análise em questão seguem os passos já apontados no ítem anterior.

3.4 - Integração das Equações relativas à Associação Tridimensional de Pórticos, Paredes e Núcleos de seção delgada

O funcional da energia correspondente à Associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleos de seção delgada, conforme já foi apontado no ítem 2.5, é dado por:

$$\Pi = \int_0^H \left\{ \frac{1}{2} \left[\{U''\}^T [J] \{U''\} + \{U'\}^T [S] \{U'\} \right] - q \{U\}^T \{A\} \right\} dz \quad (\text{III.44})$$

A exemplo do caso desenvolvido no ítem 3.2, adota-se, para o sub-domínio, ou elemento, funções aproximadas para u, v e w do tipo:

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha_{i1} + \alpha_{i2} \bar{z} + \alpha_{i3} \bar{z}^2 + \alpha_{i4} \bar{z}^3 \\ v_i &= \alpha_{i5} + \alpha_{i6} \bar{z} + \alpha_{i7} \bar{z}^2 + \alpha_{i8} \bar{z}^3 \\ w_i &= \alpha_{i9} + \alpha_{i10} \bar{z} + \alpha_{i11} \bar{z}^2 + \alpha_{i12} \bar{z}^3 \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Por outro lado, as expressões (III.45), sendo agora considerados os parâmetros nodais, passam a ser expressas, matricialmente, por:

$$\begin{aligned} u_i &= \{\phi\}^T \{u\}_i \\ v_i &= \{\phi\}^T \{v\}_i \\ w_i &= \{\phi\}^T \{w\}_i \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

onde:

$$\{u\}_i = \begin{Bmatrix} u_j \\ u'_j \\ u_k \\ u'_k \end{Bmatrix},$$

$$\{v\}_i = \begin{Bmatrix} v_j \\ v'_j \\ v_k \\ v'_k \end{Bmatrix}, \quad (\text{III.47})$$

$$\{w\}_i = \begin{Bmatrix} w_j \\ w'_j \\ w_k \\ w'_k \end{Bmatrix},$$

com $\{\phi\}$ dado pela primeira das expressões (III.9), juntamente com (III.10). A título de ilustração exibe-se na figura III.4, por meio de simbologia vetorial, os movimentos nodais considerados, onde uma seta indica translação, duas indica rotação e três indica curvatura.

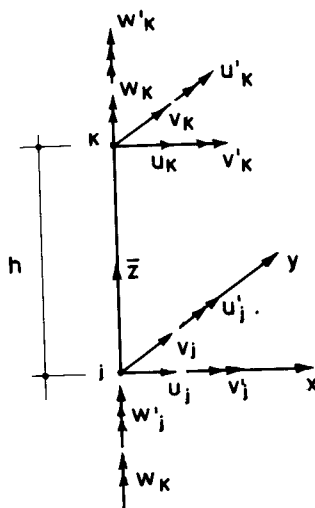


FIG. III-4 - COORDENADAS DESLOCAMENTOS NO ELEMENTO i DO CONJUNTO

As expressões (III.46) podem ser colocadas de forma mais condensada da maneira seguinte:

$$\{U\}_i = [\Phi] \{\bar{U}\}_i \quad (\text{III.48})$$

onde:

$$\{U\}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \{\phi\}^T & \{o\}^T & \{o\}^T \\ \{o\}^T & \{\phi\}^T & \{o\}^T \\ \{o\}^T & \{o\}^T & \{\phi\}^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.49})$$

$$\{\bar{U}\}_i = \begin{Bmatrix} \{u\}_i \\ \{v\}_i \\ \{w\}_i \end{Bmatrix}$$

Posto isso, a parcela da energia total referente ao elemento genérico i fica expressa por:

$$\Pi_i = \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} \left[\{U''\}_i^T [J] \{U''\}_i + \{U'\}_i^T [S] \{U'\}_i \right] - q_i \{U\}_i^T [A] \right\} d\bar{z} \quad (\text{III.50})$$

ou, em outras palavras, Π_i torna-se função dos movimentos nodais das extremidades, ou seja:

$$\Pi_i = f(u_j, u'_j, u_k, u'_k, v_j, v'_j, v_k, v'_k, w_j, w'_j, w_k, w'_k) \quad (\text{III.51})$$

Assim sendo, a variação de Π_i , em relação aos parâmetros nodais do elemento genérico i escreve-se:

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Pi_i}{u_j} \\ \frac{\partial \Pi_i}{u'_j} \\ \frac{\partial \Pi_i}{u_k} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi_i}{w'_k} \end{array} \right\} = [r]_i \{\bar{U}\}_i - \{f\}_i \quad (\text{III.52})$$

onde:

$$[r]_i = \left[\begin{array}{c|c|c} J_{aa}[R_1] + S_{aa}[R_2] & J_{ab}[R_1] + S_{ab}[R_2] & J_{ac}[R_1] + S_{ac}[R_2] \\ \hline & J_{bb}[R_1] + S_{bb}[R_2] & J_{bc}[R_1] + S_{bc}[R_2] \\ \hline \text{SIMÉTRICA} & & J_{cc}^*[R_1] + S_{cc}^*[R_2] \end{array} \right] \quad (\text{III.53})$$

$$\{f\}_i = q_i \left\{ \begin{array}{c} a\{P\} \\ b\{P\} \\ c\{P\} \end{array} \right\}$$

com:

$$[R_1] = \begin{bmatrix} 12 & 6h & -12 & 6h \\ 6h & 4h^2 & -6h & 2h^2 \\ -12 & -6h & 12 & -6h \\ 6h & 2h^2 & -6h & 4h^2 \end{bmatrix} h^{-3}$$

(III.54)

$$[R_2] = \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{h}{10} & -\frac{6}{5} & \frac{h}{10} \\ \frac{h}{10} & \frac{2h^2}{15} & -\frac{h}{10} & -\frac{h^2}{30} \\ -\frac{6}{5} & -\frac{h}{10} & \frac{6}{5} & -\frac{h}{10} \\ \frac{h}{10} & -\frac{h^2}{30} & -\frac{h}{10} & -\frac{2h^2}{15} \end{bmatrix} h^{-1}$$

$$\{P\} = \begin{bmatrix} \frac{h}{2} \\ \frac{h^2}{12} \\ \frac{h}{2} \\ -\frac{h^2}{12} \end{bmatrix}$$

sendo que as matrizes $[R_1]$, $[R_2]$ e $\{P\}$ provêm das seguintes integrações:

$$[R_1] = \int_0^h \{\phi''\} \{\phi''\}^T d\bar{z}$$

$$[R_2] = \int_0^h \{\phi'\} \{\phi'\}^T d\bar{z}$$

$$\{P\} = \int_0^h \{\phi\} d\bar{z}$$

(III.55)

Por sobreposição das matrizes correspondentes a cada elemento i , presentes na expressão (III.52), obtêm-se as matrizes do sistema global, que exprimem a minimização do funcional, dado, de maneira genérica, por:

$$[R]\{U\} = \{F\} \quad (III.56)$$

Na composição da expressão (III.56) através das matrizes dos elementos (expressas de maneira genérica em (III.52)) segundo a sobreposição já apontada nos casos anteriores, as matrizes $[r]_i$, $\{\bar{U}\}_i$ e $\{f\}_i$, pela eliminação de fator comum e uniformidade nos parâmetros nodais, assim se expressam:

$$\begin{aligned}
 \{r_m\}_i &= \begin{bmatrix} J_{aa}[R_{1m}] + S_{aa}[R_{2m}]h^2 & J_{ab}[R_{1m}] + S_{ab}[R_{2m}]h^2 & J_{ac}[R_{1m}] + S_{ac}[R_{2m}]h^2 \\ \text{SIMÉTRICA} & J_{bb}[R_{1m}] + S_{bb}[R_{2m}]h^2 & J_{bc}[R_{1m}] + S_{bc}[R_{2m}]h^2 \\ & & J_{cc}^*[R_{1m}] + S_{cc}^*[R_{2m}]h^2 \end{bmatrix} \\
 \{\bar{v}_m\}_i &= \begin{Bmatrix} \{u_m\}_i \\ \{v_m\}_i \\ \{w_m\}_i \end{Bmatrix} \\
 \{f_m\}_i &= q_i h_i^4 \begin{Bmatrix} a\{P_m\} \\ b\{P_m\} \\ c\{P_m\} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \quad (III.57)$$

com:

$$[R_{1m}] = \begin{bmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 \\ & 4 & -6 & 2 \\ \text{SIMÉTRICA} & & 12 & -6 \\ & & & 4 \end{bmatrix}$$

$$[R_{2m}] = \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ & & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ \text{SIMÉTRICA} & & & \frac{2}{15} \end{bmatrix}$$

$$\{P_m\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{12} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{12} \end{Bmatrix}$$

(III.58)

$$\{u_m\}_i = \begin{Bmatrix} u_j \\ hu'_j \\ u_k \\ hu'_k \end{Bmatrix}$$

$$\{v_m\}_i = \begin{Bmatrix} v_j \\ hv'_j \\ v_k \\ hv'_k \end{Bmatrix}$$

$$\{w_m\}_i = \begin{Bmatrix} w_j \\ hw'_j \\ w_k \\ hw'_k \end{Bmatrix}$$

Cabe esclarecer que, na montagem apontada, a sobreposição nas posições diagonais é feita com as sub-matrizes encontradas na primeira das expressões (III.57), sendo expressão de maneira genérica por:

$$J_{de}[R_{1m}] + S_{de}[R_{2m}]h^2 \quad (\text{III.59})$$

onde os índices d e 'e' representam um qualquer dos índices a, b ou c, usados na montagem das matrizes [J] e [S] (vide expressões (II.52) e (II.53)).

Na figura (III.5), onde representa-se a montagem da expressão (III.56), a primeira diagonal, a segunda e a terceira do primeiro grupo são resultantes da sobreposição, respectivamente, das seguintes sub-matrizes:

$$\begin{aligned} J_{aa}[R_{1m}] + S_{aa}[R_{2m}]h^2 \\ J_{ab}[R_{1m}] + S_{ab}[R_{2m}]h^2 \\ J_{ac}[R_{1m}] + S_{ac}[R_{2m}]h^2 \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

e as diagonais correspondentes do segundo grupo são resultantes da sobreposição das sub-matrizes dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} J_{ba}[R_{1m}] + S_{ba}[R_{2m}]h^2 \\ J_{bb}[R_{1m}] + S_{bb}[R_{2m}]h^2 \\ J_{bc}[R_{1m}] + S_{bc}[R_{2m}]h^2 \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

e, finalmente, as três últimas, também dispostas na mesma ordem das anteriores e pertencentes ao terceiro grupo, são resultantes das sub-matrizes representadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 & J_{ca} [R_{1m}] + S_{ca} [R_{2m}] h^2 \\
 & J_{cb} [R_{1m}] + S_{cb} [R_{2m}] h^2 \\
 & J_{cc} [R_{1m}] + S_{cc} [R_{2m}] h^2
 \end{aligned}
 \tag{III.62}$$

Com relação ao segundo membro da expressão (III.56), vale dizer que, de início, são sobrepostos os esforços de engastamento perfeito relativos ao movimento u , em seguida os relativos ao movimento v e, finalmente, os relativos ao movimento w , os quais são expressos, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}
 & q_i h^4 a \{ P_m \} \\
 & q_i h^4 b \{ P_m \} \\
 & q_i h^4 c \{ P_m \}
 \end{aligned}
 \tag{III.63}$$

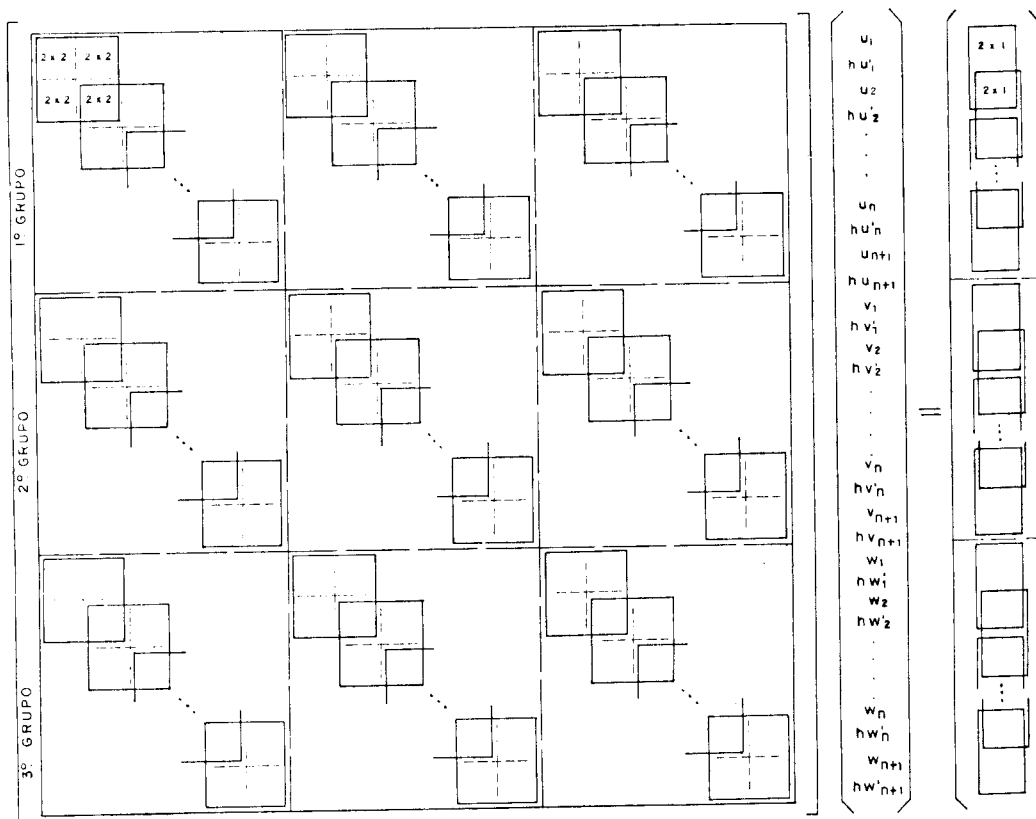


FIG III-5- ESQUEMA DE SOBREPOSIÇÃO DAS MATRIZES DOS ELEMENTOS

Por outro lado, a expressão (III.56) pode ser multiplicada por $[J]^{-1}$, ou seja, pela inversa da matriz que contém os produtos de rigidez das paredes. Com isso, obtêm-se, por conseguinte, os elementos da matriz $[R]$ na forma adimensional. Assim sendo, a matriz $\{r_m\}_i$ dada na primeira das expressões (III.57) passa a ser expressa, agora, sob a forma:

$$[r_m]_i = [r_w]_i + [r_f]_i \quad (\text{III.64})$$

onde:

$$[r_w]_i = \begin{bmatrix} [R_{1m}] & [0] & [0] \\ & [R_{1m}] & [0] \\ \text{SIMÉTRICA} & & [R_{1m}] \end{bmatrix} \quad (\text{III.65})$$

$$[r_f]_i = \begin{bmatrix} \lambda_{aa}[R_{2m}] & \lambda_{ab}[R_{2m}] & \lambda_{ac}[R_{2m}] \\ \lambda_{ba}[R_{2m}] & \lambda_{bb}[R_{2m}] & \lambda_{bc}[R_{2m}] \\ \lambda_{ca}[R_{2m}] & \lambda_{cb}[R_{2m}] & \lambda_{cc}[R_{2m}] \end{bmatrix}$$

sendo:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{aa} & \lambda_{ab} & \lambda_{ac} \\ \lambda_{ba} & \lambda_{bb} & \lambda_{bc} \\ \lambda_{ca} & \lambda_{cb} & \lambda_{cc} \end{bmatrix} = h^2 \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \quad (\text{III.66})$$

e, para a matriz $\{f_m\}_i$, resulta:

$$\{f_m\}_i = q_i h^4 \left\{ \begin{array}{l} (\bar{J}_{aa}^a + \bar{J}_{ab}^b + \bar{J}_{ac}^c) \{P_m\} \\ (\bar{J}_{ab}^a + \bar{J}_{bb}^b + \bar{J}_{bc}^c) \{P_m\} \\ (\bar{J}_{ac}^a + \bar{J}_{bc}^b + \bar{J}_{cc}^c) \{P_m\} \end{array} \right\} \quad (\text{III.67})$$

sendo \bar{J}_{de} os elementos da matriz $[J]^{-1}$, com os índices d e 'e' representando qualquer um dos índices a, b ou c, isto é:

$$\begin{bmatrix} \bar{J}_{aa} & \bar{J}_{ab} & \bar{J}_{ac} \\ \bar{J}_{ab} & \bar{J}_{bb} & \bar{J}_{bc} \\ \bar{J}_{ac} & \bar{J}_{bc} & \bar{J}_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{III.68})$$

É conveniente esclarecer que, as sobreposições das matrizes $\{r_m\}_i$ e $\{f_m\}_i$, como expressas em (III.64) e (III.67), para composição da expressão (III.56), são análogas às sobreposições das matrizes correspondentes como expressas em (III.57).

Os movimentos dos painéis, conforme expressões (II.49), passam, tendo em vista a expressão (III.48), a ser expressos, no domínio do elemento i, por:

$$\begin{aligned} u_{wi} &= \{d_w\} [\Phi_m] \{\bar{U}_m\}_i \\ u_{fi} &= \{d_f\} [\Phi_m] \{\bar{U}_m\}_i \\ u_{ti} &= \{d_t\} [\Phi_m] \{\bar{U}_m\}_i \end{aligned} \quad (\text{III.69})$$

onde:

$$d_w = \begin{Bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{Bmatrix}$$

$$d_f = \begin{Bmatrix} a_f & b_f & c_f \end{Bmatrix}$$

$$d_t = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

(III.70)

$$[\phi_m] = \begin{bmatrix} \{\phi_m\}^T & \{0\} & \{0\} \\ \{0\} & \{\phi_m\}^T & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & \{\phi_m\}^T \end{bmatrix}$$

Por outro lado, os esforços internos de interesse nas paredes, pórticos e molas de torção, também no domínio do elemento i , ficam expressos por:

$$M_{wi} = \left(\frac{j_w}{h^2}\right) \{d_w\} [\phi_m''] \{\bar{U}_m\}_i$$

$$Q_{fi} = \left(\frac{s_f}{h}\right) \{d_f\} [\phi_m'] \{\bar{U}_m\}_i$$

$$\bar{M}_{ti} = \left(\frac{s_t}{h}\right) \{d_t\} [\phi_m'] \{\bar{U}_m\}_i \quad \text{(III.71)}$$

$$\bar{\bar{M}}_{ti} = -\left(\frac{j_t}{h^3}\right) \{d_t\} [\phi_m'''] \{\bar{U}_m\}_i$$

$$M_{ti} = \bar{M}_{ti} + \bar{\bar{M}}_{ti}$$

$$B_i = \left(\frac{j_t}{h^2}\right) \{d_t\} [\phi_m''] \{\bar{U}_m\}_i$$

É oportuno esclarecer que a continuidade das funções incógnitas é garantida, pelo procedimento seguido, até o nível da primeira derivada, visto que são considerados

parâmetros incôgnitos deslocamento e rotação (derivada do deslocamento). Assim, de um elemento para outro podem ocorrer descontinuidades nos esforços internos, que são relacionados com derivadas de ordem mais elevada.

3.5 - Integração da Equação da Associação Plana de Paredes ligadas por Lintéis

O funcional da energia que sintetiza as condições de equilíbrio da associação plana de paredes ligadas por lintéis (vide fig. III.6) conforme já exposto no ítem 2.4.2, é dado por:

$$\Pi = \int_0^H \left\{ \frac{1}{2} [J_p (u'')^2 + J_s (u'_{A1})^2 + K_1 (u_{A1})^2 - 2K_2 (u_{A1} u') + K_3 (u')^2] - qu \right\} d\bar{z} \quad (\text{III.72})$$

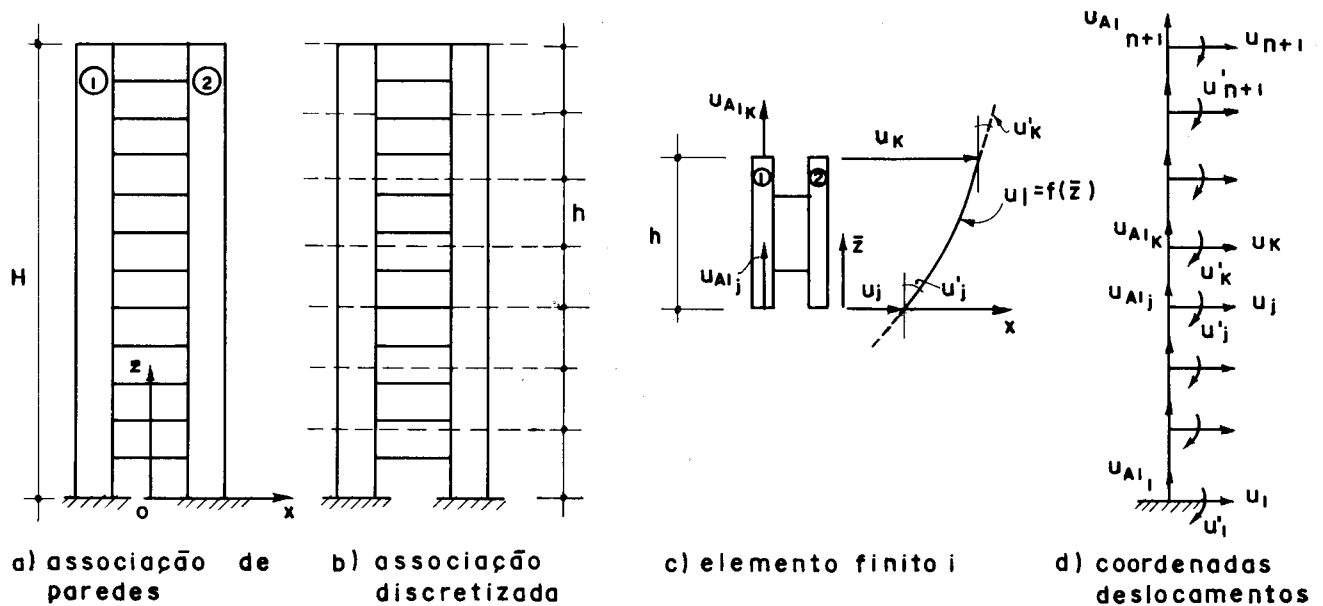


FIG. III - 6 - ASSOCIAÇÃO DE PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS

Adotando-se ao nível dos elementos, ou sub-domínios (vide fig. III.6-c), funções aproximadas do tipo:

$$u_i = \alpha_{1i} + \alpha_{2i}\bar{z} + \alpha_{3i}\bar{z}^2 + \alpha_{4i}\bar{z}^3 \quad (\text{III.73})$$

$$u_{A1i} = \gamma_{1i} + \gamma_{2i}\bar{z}$$

a consideração dos movimentos nodais indicados na figura III.6-c) conduz a:

$$u_i = \{ \phi \}^T \{ u \}_i \quad (\text{III.74})$$

$$u_{A1i} = \{ \psi \}^T \{ u_{A1} \}_i$$

onde $\{ \phi \}$ e $\{ u \}_i$ possuem a mesma formação e significados já apontados no ítem 3.2, e os demais vetores são dados por:

$$\{ \psi \} = \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.75})$$

$$\{ u_{A1} \}_i = \begin{Bmatrix} u_{A1j} \\ u_{A1k} \end{Bmatrix}$$

onde:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 1 - \frac{\bar{z}}{h} \\ \psi_2 &= \frac{\bar{z}}{h} \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

sendo u_{A1j} e u_{A1k} os movimentos axiais, respectivamente, das extremidades j e k do elemento genérico i .

Os deslocamentos axiais da parede (2), na altura correspondente ao elemento genérico i , são dados, tendo em vista a relação II.41, por:

$$u_{A2i} = - \frac{S_1}{S_2} \{\psi\}^T \{u_{A1}\}_i \quad (\text{III.77})$$

Levando, agora, as funções aproximadoras dadas em (III.74) no funcional (III.72), a parcela da energia total correspondente ao elemento genérico i passa a ser expressa por:

$$\begin{aligned} \Pi_i = \int_0^h & \left\{ \frac{1}{2} [J_p (\{\phi''\}^T \{u\}_i)^2 + J_s (\{\psi'\}^T \{u_{A1}\}_i)^2 + \right. \\ & + K_1 (\{\psi\}^T \{u_{A1}\}_i)^2 - 2K_2 (\{\psi\}^T \{u_{A1}\}_i \{\phi'\}^T \{u\}_i + \\ & \left. + K_3 (\{\phi'\}^T \{u\}_i)^2 - q_i (\{\phi\}^T \{u\}_i) \right\} d\bar{z} \quad (\text{III.78}) \end{aligned}$$

e as variações de Π_i em relação aos deslocamentos nodais ficam:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi_i}{\partial u_j} \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial u'_j} \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial u_{A1j}} \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial u_k} \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial u'_k} \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial u_{A1k}} \end{array} \right\} = [r]_i \{u_T\}_i - \{f\}_i \quad (\text{III.79})$$

onde $[r_i]$ é uma matriz de ordem (6x6), apresentando a seguinte configuração:

$$\begin{aligned}
 [r]_i = \int_0^h [J_p] \begin{Bmatrix} \phi_1'' \\ \phi_2'' \\ 0 \\ \phi_3'' \\ \phi_4'' \\ 0 \end{Bmatrix} \{ \phi_1'' \ \phi_2'' \ 0 \ \phi_3'' \ \phi_4'' \ 0 \} + J_s \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_1' \\ 0 \\ 0 \\ \psi_2' \end{Bmatrix} \{ 0 \ 0 \ \psi_1' \ 0 \ 0 \ \psi_2' \} + \\
 + K_1 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi_1 \\ 0 \\ 0 \\ \psi_2 \end{Bmatrix} \{ 0 \ 0 \ \psi_1 \ 0 \ 0 \ \psi_2 \} - K_2 \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \\ 0 \\ \phi_3' \\ \phi_4' \\ 0 \end{Bmatrix} \{ 0 \ 0 \ \psi_1 \ 0 \ 0 \ \psi_2 \} + \\
 + K_3 \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \\ 0 \\ \phi_3' \\ \phi_4' \\ 0 \end{Bmatrix} \{ \phi_1' \ \phi_2' \ 0 \ \phi_3' \ \phi_4' \ 0 \} d\bar{z} \quad (III.80)
 \end{aligned}$$

e $\{f\}_i$ é um vetor de ordem (6x1) dado por:

$$\{f\}_i = \int_0^h q_i \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ 0 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ 0 \end{Bmatrix} d\bar{z} \quad (\text{III.81})$$

Efetuando-se as integrações indicadas, resultam para $[r]_i$ e $\{f\}_i$ as seguintes expressões:

$$[r]_i = \begin{bmatrix} \frac{12J}{h^3}P + \frac{6K_3}{5h} & \frac{6J}{h^2}P + \frac{K_3}{10} & \frac{K_2}{2} & -\frac{12J}{h^3}P - \frac{6K_3}{5h} & \frac{6J}{h^2}P + \frac{K_3}{10} & \frac{K_2}{2} \\ \frac{6J}{h^2}P + \frac{K_3}{10} & \frac{4J}{h}P + \frac{2K_3h}{15} & -\frac{K_2h}{12} & -\frac{6J}{h^2}P - \frac{K_3}{10} & \frac{2J}{h}P - \frac{K_3h}{30} & \frac{K_2h}{12} \\ \frac{K_2}{2} & -\frac{K_2h}{12} & \frac{J_s}{h} + \frac{K_1h}{3} & -\frac{K_2}{2} & \frac{K_2h}{12} & -\frac{J_s}{h} + \frac{K_1h}{6} \\ -\frac{12J}{h^3}P - \frac{6K_3}{5h} & -\frac{6J}{h^2}P - \frac{K_3}{10} & -\frac{K_2}{2} & \frac{12J}{h^3}P + \frac{6K_3}{5h} & -\frac{6J}{h^2}P - \frac{K_3}{10} & -\frac{K_2}{2} \\ \frac{6J}{h^2}P + \frac{K_3}{10} & \frac{2J}{h}P - \frac{K_3h}{30} & \frac{K_2h}{12} & -\frac{6J}{h^2}P - \frac{K_3}{10} & \frac{4J}{h}P + \frac{2K_3h}{15} & -\frac{K_2h}{12} \\ \frac{K_2}{2} & \frac{K_2h}{12} & -\frac{J_s}{h} + \frac{K_1h}{6} & -\frac{K_2}{2} & -\frac{K_2h}{12} & \frac{J_s}{h} + \frac{K_1h}{3} \end{bmatrix} \quad (\text{III.82})$$

$$\{f\}_i = q_i \begin{Bmatrix} \frac{h}{2} \\ \frac{h^2}{12} \\ 0 \\ \frac{h}{2} \\ -\frac{h^2}{12} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.83})$$

O sistema de equações lineares que sintetiza as condições de equilíbrio da associação é obtido, em forma matricial, por sobreposição da matriz $[r]_i$ e dos vetores $\{f\}_i$, e é expresso de maneira compacta por:

$$[R]\{U\} = \{F\} \quad (\text{III.84})$$

cuja sobreposição resulta das seguintes relações genéricas:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_j} = \frac{\partial \Pi_{i-1}}{\partial u_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial u_j}$$

$$\frac{\partial \Pi}{u_j} = \frac{\partial \Pi_{i-1}}{u_j} + \frac{\partial \Pi}{u_j} \quad (\text{III,85})$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_{Aj}} = \frac{\partial \Pi_{i-1}}{\partial u_{Aj}} + \frac{\partial \Pi}{\partial u_{Aj}}$$

assim, o esquema de sobreposição para composição da expressão (III.84) é o mesmo indicado na figura (III.2), ou seja, sobreposição segundo a diagonal, acrescentando-se, naturalmente, as linhas e colunas correspondentes aos deslocamentos axiais.

Por outro lado, a matriz $[r]_i$ e os vetores $\{u_T\}_i$ e $\{f\}_i$, na composição da expressão (III.84) e segundo orientação já prestada, por exemplo, no ítem 3.2, podem ser expressos na seguinte forma:

$$[r_m]_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ & & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ & & & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ & & & & r_{55} & r_{56} \\ & & & & & r_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.86})$$

SIMÉTRICA

sendo:

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= -r_{14} = r_{44} = 12J_p + \frac{6}{5} K_3 h^2 \\
 r_{12} &= r_{15} = -r_{24} = -r_{45} = 6J_p + \frac{1}{10} K_3 h^2 \\
 r_{13} &= r_{16} = -r_{34} = -r_{46} = \frac{1}{2} K_2 h^3 \\
 r_{22} &= r_{55} = 4J_p + \frac{2}{15} K_3 h^2 \\
 -r_{23} &= r_{26} = r_{35} = -r_{56} = \frac{1}{12} K_2 h^3 \\
 r_{25} &= 2J_p - \frac{1}{30} K_3 h^2 \\
 r_{33} &= r_{66} = J_s h^2 + \frac{1}{3} K_1 h^4 \\
 r_{36} &= -J_s h^2 + \frac{1}{6} K_1 h^4
 \end{aligned} \tag{III.87}$$

com $\{u_{Tm}\}_i$ e $\{f_m\}_i$, de ordem (6x1), dados por:

$$\{u_{Tm}\}_i = \begin{Bmatrix} u_j \\ hu'_j \\ u_{Alj} \\ u_k \\ hu'_k \\ u_{Alk} \end{Bmatrix} \tag{III.88}$$

$$\{f_m\}_i = q_i h_i^4 \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{12} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{12} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{III.89}$$

Os esforços internos no domínio do elemento genérico i , da parede (1), são dados por:

$$M_{w1i} = \left(\frac{j_{w1}}{2}\right) \{\phi_m''\}^T \{u_m\}_i$$

$$Q_{Li} = R_{L1} \{\psi\}^T \{u_{A1}\}_i - \left(\frac{R_{L2}}{h}\right) \{\phi_m'\} \{u_m\}_i \quad (\text{III.90})$$

$$N_{w1i} = E_w S_1 \{\psi'\}^T \{u_{A1}\}_i$$

onde:

$$R_{L1} = \frac{h_L}{2c} K_2$$

$$R_{L2} = \frac{h_L}{2c} K_3 \quad (\text{III.91})$$

Na parede (2), os esforços internos no domínio do elemento i , são dados por:

$$M_{w2i} = \frac{j_{w2}}{j_{w1}} M_{w1i}$$

$$N_{w2i} = -\frac{S_1}{S_2} N_{w1i} \quad (\text{III,92})$$

Finalizando, cabe ressaltar que, na análise de associações desse tipo contendo um número maior de paredes, o procedimento analítico é o mesmo; todavia, as expressões que contêm termos relativos às características elásticas e geométricas ficam alteradas, de modo a considerar a nova configuração estrutural (5).

3.6 - Integração das Equações relativas à Associação Tridimensional de Paredes ligadas por Lintéis e Núcleos de Seção Delgada

Na figura (III.7) esquematiza-se, em planta, uma disposição genérica de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada. Convém lembrar, em tempo, que um núcleo de seção delgada pode ser simulado por duas paredes planas e uma mola, conforme já foi oportunamente mencionado no Ítem II.5. A integração das equações relativas à associação tridimensional esquematizada é aqui conduzida por via matricial (18), tendo por base os estudos individuais dos painéis de contraventamento aí envolvidos.

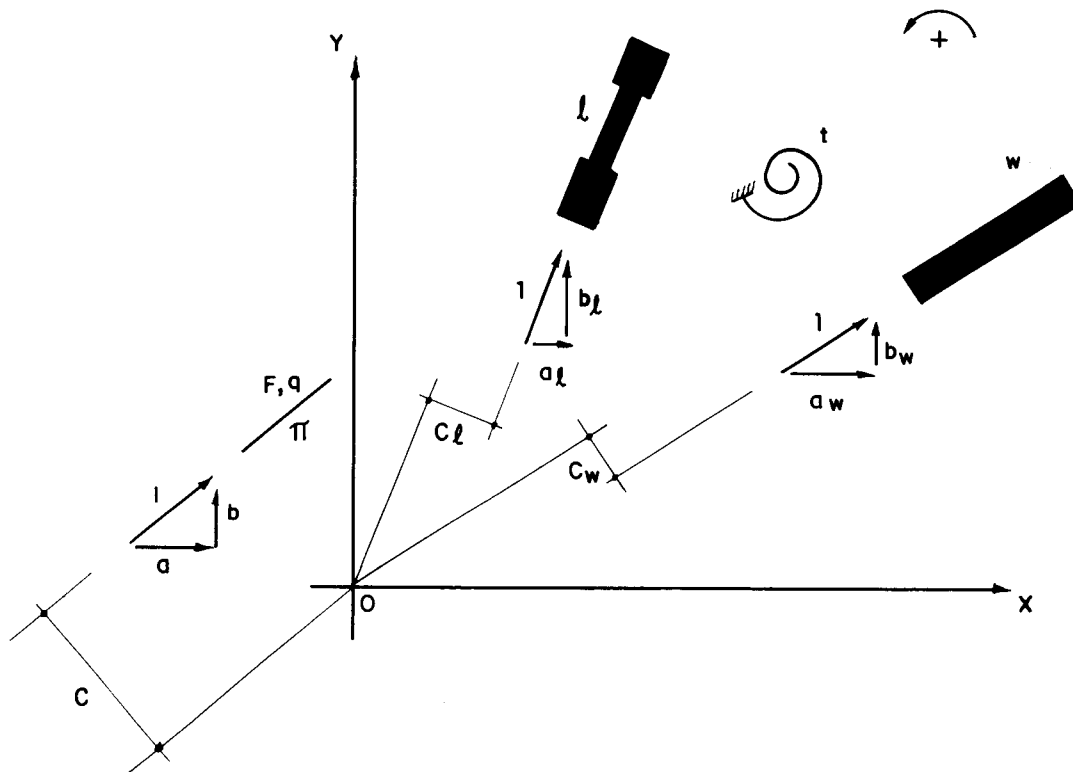


FIG. III-7 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL GENÉRICA DE PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS E NÚCLEO DE SEÇÃO DELGADA.

Os movimentos incôgnitos da estrutura em apreço, indicados na figura (III.8) são as seguintes funções da variável z :

u = movimento segundo OX

v = movimento segundo OY

w = rotação segundo OZ

u_{Al}^{ℓ} = movimento axial do conjunto genérico ℓ de paredes ligadas por lintéis, sendo um para cada conjunto.

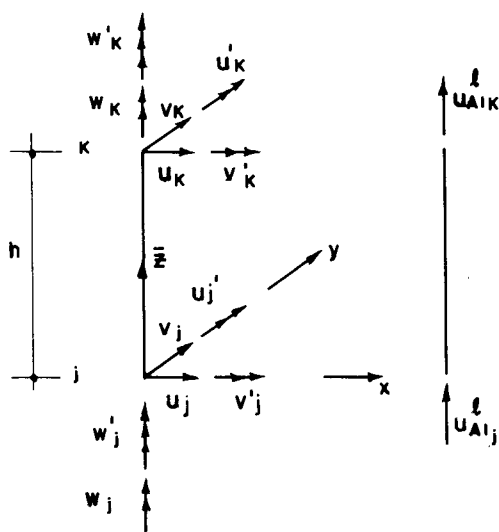


FIG. III-8 - COORDENADAS DESLOCAMENTO DO CONJUNTO

sendo, ainda, oportuno esclarecer que, de acordo com o exposto no ítem 2.4.2, apenas um movimento axial por conjunto de paredes ligadas por lintéis é suficiente para caracterizar, nessa direção, o estado de deslocamento de tal conjunto, e, ainda, o índice ℓ colocado como expoente não tem aqui, naturalmente, este significado.

Tendo em vista a orientação adotada - análise pela via matricial - o funcional da energia é colocado, então, na seguinte forma:

$$\Pi = \int_0^H \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_{\ell=1}^{n\ell} (J_p^\ell (u''^\ell)^2 + J_s^\ell (u'_{A1}{}^\ell)^2 + K_1^\ell (u_{A1}^\ell)^2 - 2K_2^\ell (u_{A1}^\ell (u'{}^\ell) + K_3^\ell (u'{}^\ell)^2) + \sum_{w=1}^{nw} j_w (u''_w)^2 + \sum_{t=1}^{nt} (j_t (w''_t)^2 + s_t (w'_t)^2) \right] - q\{u\}^T \right\} dz \quad (\text{III.93})$$

onde, novamente, o índice ℓ como expoente não tem este significado; $n\ell$ é o número de conjuntos de paredes ligadas por lintéis, nw é o número de paredes presentes na estrutura e nt é o número de molas de torção, ou número de núcleos de seção delgada.

Por comodidade, o funcional da energia é desmembrado em duas parcelas, ou seja:

$$\Pi = \Pi^u + \Pi^F \quad (\text{III.94})$$

sendo:

$$\Pi^F = - \int_0^H q\{u\}^T dz \quad (\text{III.95})$$

ficando, assim, Π^u dado pelos restantes termos do integrando apontado em (III.93). Assim sendo, ao nível do elemento genérico i , a exemplo dos casos anteriores, tem-se:

$$\Pi_i = \Pi_i^u + \Pi_i^F \quad (\text{III.96})$$

com:

$$\begin{aligned} \Pi_i^u = \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} \left[\sum_{\ell=1}^{n\ell} (J_p^\ell (u''^\ell)^2 + J_s^\ell (u_{A1}'^\ell)^2 + K_1^\ell (u_{A1}^\ell)^2 - 2K_2^\ell (u_{A1}^\ell u'^\ell) + \right. \right. \\ \left. \left. + K_3^\ell (u'^\ell)^2) + \sum_{w=1}^{nw} j_w (u_w'')^2 + \sum_{t=1}^{nt} (j_t (w_t'')^2 + s_t (w_t')^2) \right] d\bar{z} \right. \end{aligned} \quad (III.97)$$

$$\Pi_i^F = - \int_0^h q_i \{u\}^T d\bar{z} \quad (III.98)$$

Ainda ao nível do elemento genérico i , as soluções aproximadas adotadas para os movimentos incógnitos são:

$$\begin{aligned} u_i &= \{\phi\}^T \{u\}_i \\ v_i &= \{\phi\}^T \{v\}_i \\ w_i &= \{\phi\}^T \{w\}_i \\ u_{A1}^\ell &= \{\psi\}^T \{u_{A1}^\ell\}_i \end{aligned} \quad (III.99)$$

Por outro lado, subsistem as seguintes relações entre os movimentos dos painéis e os do conjunto, conforme o exposto no ítem (II.5).

$$u^\ell = \begin{bmatrix} a_\ell & b_\ell & c_\ell \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}$$

$$u_w = \begin{Bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (\text{III.100})$$

$$u_t = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix}$$

É oportuno agora, antes de tratar da minimização do funcional da energia, como expresso em (III.97), esclarecer algumas particularidades referentes às relações existentes entre os deslocamentos nodais do conjunto e os correspondentes no painel, organizados da maneira seguinte:

- a) deslocamentos da extremidade j do elemento i do conjunto:

$$\{D\}_j = \begin{Bmatrix} u_j \\ u'_j \\ v_j \\ v'_j \\ w_j \\ w'_j \\ u_{A1j}^1 \\ u_{A1j}^2 \\ \vdots \\ u_{A1j}^\ell \\ \vdots \\ u_{A1j}^{n\ell} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.101})$$

b) deslocamentos da extremidade j do elemento i do painel pa
rede:

$$\{D_w\}_j = \begin{Bmatrix} u_{wj} \\ u'_{wj} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.102})$$

c) deslocamentos da extremidade j do elemento i do conjunto
de paredes ligadas por lintéis:

$$\{D_\ell\}_j = \begin{Bmatrix} u_j^\ell \\ u'_j{}^\ell \\ u_{Alj}^\ell \end{Bmatrix} \quad (\text{III.103})$$

d) deslocamentos da extremidade j do elemento i da mola de
torção:

$$\{D_t\}_j = \begin{Bmatrix} W_{tj} \\ W'_{tj} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.104})$$

As relações existentes entre os deslocamentos no-
dais dos painéis e os nodais do conjunto assim se expressam:

a) deslocamentos da extremidade j do elemento i do painel pa
rede:

$$\begin{Bmatrix} u_{wj} \\ u'_{wj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_w & 0 & b_w & 0 & c_w & 0 & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 & a_w & 0 & b_w & 0 & c_w & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \end{bmatrix} \{D\}_j = [T_w] \{D\}_j \quad (\text{III.105})$$

b) deslocamentos da extremidade j do elemento i do conjunto de paredes ligadas por lintéis:

$$\begin{Bmatrix} u_j^\ell \\ u_j^{\prime\ell} \\ u_{A1j}^\ell \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_\ell & 0 & b_\ell & 0 & c_\ell & 0 & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 & a_\ell & 0 & b_\ell & 0 & c_\ell & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 1 \dots 0 \end{bmatrix} \{D\}_j = [T_\ell] \{D\}_j$$

(III.106)

onde o coeficiente unitário da terceira linha ocupa a posição correspondente ao deslocamento u_{A1j}^ℓ no vetor $\{D\}_j$.

c) deslocamento da extremidade j do elemento i da mola de torção:

$$\begin{Bmatrix} w_{tj} \\ w_{tj}' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \dots 0 \dots 0 \end{bmatrix} \{D\}_j = [T_t] \{D\}_j$$

(III.107)

A variação de Π_i^u em relação aos parâmetros incógnitos referentes às extremidades j e k do elemento genérico i, na sequência conforme colocados em (III.101), implica em:

$$\begin{aligned}
 \left[\begin{array}{l} \partial \Pi_i^u / \partial u_j \\ \partial \Pi_i^u / \partial u'_j \\ \vdots \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_{A1j}^{n\ell} \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_k \\ \partial \Pi_i^u / \partial u'_k \\ \vdots \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_{Alk}^{n\ell} \end{array} \right] &= \left[\sum_{\ell=1}^{n\ell} \left[\begin{array}{c|c} [T_\ell]^T & [0] \\ \hline [0] & [T_\ell]^T \end{array} \right] [r_\ell]_i \left[\begin{array}{c|c} [T_\ell] & [0] \\ \hline [0] & [T_\ell] \end{array} \right] + \right. \\
 &+ \sum_{w=1}^{nw} \left[\begin{array}{c|c} [T_w]^T & [0] \\ \hline [0] & [T_w]^T \end{array} \right] [r_w]_i \left[\begin{array}{c|c} [T_w] & [0] \\ \hline [0] & [T_w] \end{array} \right] + \\
 &+ \left. \sum_{t=1}^{nt} \left[\begin{array}{c|c} [T_t]^T & [0] \\ \hline [0] & [T_t]^T \end{array} \right] [r_t]_i \left[\begin{array}{c|c} [T_t] & [0] \\ \hline [0] & [T_t] \end{array} \right] \right] \left\{ \begin{array}{l} \{D\}_j \\ \{D\}_k \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

(III.108)

onde a matriz $[r_\ell]_i$, dada em (III.82), apresenta a seguinte formação:

$$[r_\ell]_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ & & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ & & & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ & & & & r_{55} & r_{56} \\ & & & & & r_{66} \end{bmatrix}$$

SIMÉTRICA

(III.109)

sendo:

$$\begin{aligned}r_{11} = -r_{14} = r_{44} &= \frac{12J_p^\ell}{h^3} + \frac{6K_3^\ell}{5h} \\r_{12} = r_{15} = -r_{24} = -r_{45} &= \frac{6J_p^\ell}{h^2} + \frac{K_3^\ell}{10} \\r_{13} = r_{16} = -r_{34} = -r_{46} &= \frac{K_2^\ell}{2} \\r_{22} = r_{55} &= \frac{4J_p^\ell}{h} + \frac{2K_3^\ell h}{15} \\-r_{23} = r_{26} = r_{35} = -r_{56} &= \frac{K_2^\ell h}{12} \\r_{25} &= \frac{2J_p^\ell}{h} - \frac{K_3^\ell h}{30} \\r_{33} = r_{66} &= \frac{J_s^\ell}{h} + \frac{K_1^\ell h}{3} \\r_{36} &= -\frac{J_s^\ell}{h} + \frac{K_1^\ell h}{6}\end{aligned} \tag{III.10}$$

e a matriz $[r_w]_i$ é dada por:

$$[r_w]_i = j_w [R_1] \tag{III.111}$$

onde $[R_1]$ é encontrada na primeira das expressões (III.54), resultando pois:

$$[r_w]_i = \frac{j_w}{h^3} \begin{bmatrix} 12 & 6h & -12 & 6h \\ & 4h^2 & -6h & 2h^2 \\ & & 12 & -6h \\ \text{SIMÉTRICA} & & & 4h^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.112})$$

e, finalmente, a matriz $[r_t]_i$ é encontrada a partir do funcional que sintetiza a energia de deformação da mola, dado por:

$$\Pi_{it} = \int_0^h \left[\frac{1}{2} j_t (\{\phi''\}^T \{w\}_i)^2 + \frac{1}{2} s_t (\{\phi'\}^T \{w\}_i)^2 \right] d\bar{z} \quad (\text{III.113})$$

ou ainda, de maneira mais direta, fazendo-se na última sub-matriz de $[r]_i$, dada em (III.53), $J_{cc}^* = j_t$ e $S_{cc}^* = s_t$, resulta:

$$[r_t]_i = \begin{bmatrix} \frac{12j_t + 6s_t}{h^3 + 5h} & \frac{6j_t + s_t}{h^2 + 10} & \frac{12j_t - 6s_t}{h^3 - 5h} & \frac{6j_t - s_t}{h^2 - 10} \\ & \frac{4j_t + 2s_t h}{h + 15} & \frac{6j_t - s_t}{h^2 - 10} & \frac{2j_t - s_t h}{h - 30} \\ & & \frac{12j_t + 6s_t}{h^3 + 5h} & \frac{6j_t - s_t}{h^2 - 10} \\ \text{SIMÉTRICA} & & & \frac{4j_t + 2s_t h}{h + 15} \end{bmatrix} \quad (\text{III.114})$$

Por outro lado, as variações de Π_i^F em relação a-
queles mesmos parâmetros indicados (III.108), e na mesma se-
quência, implica em:

$$\begin{Bmatrix} \partial \Pi_i^u / \partial u_j \\ \partial \Pi_i^u / \partial u'_j \\ \vdots \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_{A1j}^n \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_k \\ \partial \Pi_i^u / \partial u'_k \\ \vdots \\ \partial \Pi_i^u / \partial u_{A1k}^n \end{Bmatrix} = q_i \begin{Bmatrix} \{f\}_j \\ \{f\}_k \end{Bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

onde:

$$\{f\}_j = \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}_a \\ \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}_b \\ \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}_c \\ \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \vdots \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \vdots \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$$\{f\}_k = \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix} f_1 \\ -f_2 \end{Bmatrix}_a \\ \begin{Bmatrix} f_1 \\ -f_2 \end{Bmatrix}_b \\ \begin{Bmatrix} f_1 \\ -f_2 \end{Bmatrix}_c \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \vdots \\ \{0\} \\ \vdots \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

sendo:

$$f_1 = \frac{h}{2} \tag{III.117}$$

$$f_2 = \frac{h^2}{12}$$

Em termos matriciais, as variações da parcela da energia total, referente ao elemento genérico i do conjunto, em relação aos parâmetros nodais considerados neste elemento, expressam-se por:

$$\begin{Bmatrix} \partial \Pi_i / \partial u_j \\ \partial \Pi_i / \partial u'_j \\ \vdots \\ \partial \Pi_i / \partial u_{Alj}^{nl} \\ \partial \Pi_i / \partial u_k \\ \partial \Pi_i / \partial u'_k \\ \vdots \\ \partial \Pi_i / \partial u_{Alk}^{nl} \end{Bmatrix} = [R]_i \begin{Bmatrix} \{D\}_j \\ \{D\}_k \end{Bmatrix} - q_i \begin{Bmatrix} \{f\}_j \\ \{f\}_k \end{Bmatrix} \tag{III.118}$$

onde $[R]_i$ é a matriz de rigidez do elemento i , e a segunda parcela da mesma expressão constitui o vetor dos esforços de engastamento perfeito desse mesmo elemento.

A montagem do sistema de equações nos movimentos do conjunto é feita de maneira similar ao exposto nos itens anteriores, mais especificamente da maneira exposta no item 3.2, lembrando, em tempo, que a ordem das matrizes envolvidas é, agora, mais elevada.

Convém notar que no vetor do carregamento externo, deste caso, aparece um número razoável de elementos nulos, como, por exemplo, nas posições correspondentes aos movimentos axiais. Mais ainda, na consideração de elementos de mesma geometria-comprimentos iguais - são nulos também os elementos do vetor do carregamento externo correspondentes as rotações e curvaturas, exceto nas posições relativas a tais movimentos no topo. Nessas condições torna-se sugestiva uma grande simplificação, lançando mão de procedimento não consistente, e assim reduzir o sistema de equações apenas aos movimentos de translação (u, v, w); introduzindo, por conseguinte, a consideração do carregamento por meio de forças concentradas estaticamente equivalente aplicada nos nós. Vale esclarecer que essa última consideração pode introduzir nas parcelas do carregamento uma aproximação grosseira, porém, no fundo, lícita, uma vez que o esforço desequilibrado do topo tende a se anular, na medida que se aumenta o número de elementos.

Seguindo-se o novo procedimento indicado, é necessário, inicialmente, identificar e ordenar matricialmente os movimentos e as ações mecânicas - esforços de engastamento perfeito - nas extremidades dos elementos. No sistema estrutural são considerados, agora, somente os movimentos dos diafrágmata conforme exhibe-se na figura III.9-a), onde o conjunto destes movimentos pode ser representado na forma de um vetor coluna, da maneira seguinte:

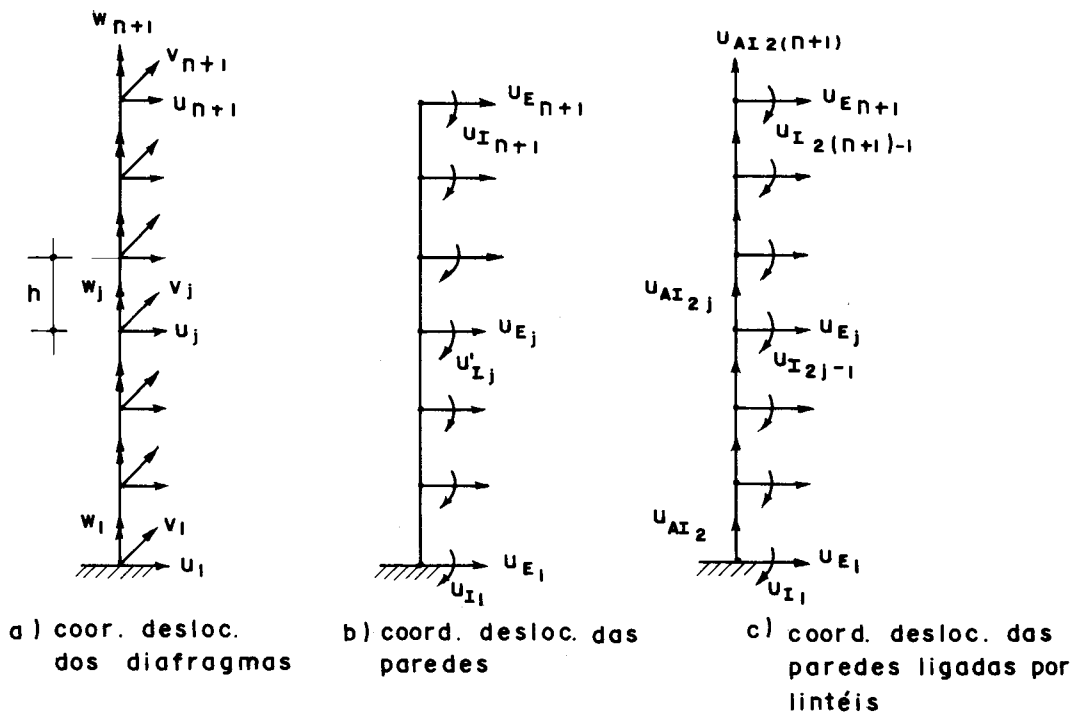


FIG. III. 9 - COORDENADAS DESLOCAMENTOS

$$U = \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{w\} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.119})$$

onde:

$$\begin{aligned} \{u\}^T &= \{ u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_j \quad \dots \quad u_n \quad u_{n+1} \} \\ \{v\}^T &= \{ v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_j \quad \dots \quad v_n \quad v_{n+1} \} \\ \{w\}^T &= \{ w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_j \quad \dots \quad w_n \quad w_{n+1} \} \end{aligned} \quad (\text{III.120})$$

Nos painéis paredes os movimentos são caracterizados por translações horizontais denominadas, agora, de deslocamentos externos u_E , e as rotações de deslocamentos in-

ternos u_I , conforme representa-se na figura (III.9-b). Tais deslocamentos são organizados na seguinte sequência:

$$\left\{ u_E \right\}_w^T = \left\{ u_{E1} \quad u_{E2} \cdots u_{Ej} \cdots u_{En} \quad u_{En+1} \right\} \quad (III.121)$$

$$\left\{ u_I \right\}_w^T = \left\{ u_{I1} \quad u_{I2} \cdots u_{Ij} \cdots u_{In} \quad u_{In+1} \right\} \quad (III.122)$$

Nas paredes ligadas por lintéis, a exemplo dos painéis paredes, sendo os movimentos axiais também considerados deslocamentos internos (vide fig. III.9-c), os vetores deslocamentos externos e internos, assim se expressam:

$$\left\{ u_E \right\}_\ell^T = \left\{ u_{E1} \quad u_{E2} \cdots u_{Ej} \cdots u_{En} \quad u_{En+1} \right\} \quad (III.123)$$

$$\left\{ u_I \right\}_\ell^T = \left\{ u_{I1} \quad u_{AI2} \cdots u_{I2j-1} \quad u_{AI2j} \cdots u_{I2n+1} \quad u_{AI2n+2} \right\} \quad (III.124)$$

Os movimentos de giro da mola e suas primeiras derivadas-curvaturas - são denominados, respectivamente, de deslocamentos externos e internos. Convém notar que tais deslocamentos são os mesmos dos diafrágmata, e são agora dispostos da maneira seguinte:

$$\left\{ u_E \right\}_t^T = \left\{ w_{E1} \quad w_{E2} \cdots w_{Ej} \cdots w_{En} \quad w_{En+1} \right\} \quad (III.125)$$

$$\left\{ u_I \right\}_t^T = \left\{ w_{I1} \quad w_{I2} \cdots w_{Ij} \cdots w_{In} \quad w_{In+1} \right\} \quad (III.126)$$

Por outro lado, as matrizes de rigidez dos elementos dos painéis envolvidos, dadas em (III.109), (III.112) e (III.114), em atenção à nova orientação, devem ser rearranjadas de modo a se considerar em primeiro lugar os deslocamentos internos e por último os externos. Cabe apontar que os termos comuns continuam eliminados e os deslocamentos co

locados de forma a possuírem a mesma dimensão. Assim, o vetor dos deslocamentos nodais assume, por exemplo, a seguinte formação:

$$\left\{ \begin{array}{l} hu_{Ij} \\ u_{AIj} \\ hu_{Ik} \\ u_{AIk} \\ \hline u_{Ej} \\ u_{Ek} \end{array} \right\} \quad (\text{III.127})$$

e, dessa maneira, as matrizes de rigidez dos elementos ficam:

a) paredes

$$\left[r_{wm} \right]_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ & & r_{33} & r_{34} \\ \text{SIMÉTRICA} & & & r_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{III.128})$$

sendo:

$$\begin{aligned} r_{11} &= r_{22} = 4j_w \\ r_{12} &= 2j_w \\ r_{13} &= -r_{14} = r_{23} = -r_{24} = 6j_w \\ r_{33} &= -r_{34} = r_{44} = 12j_w \end{aligned} \quad (\text{III.129})$$

b) paredes ligadas por lintéis

$$\left[r_{\ell m} \right]_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ & & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ & & & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ & & & & r_{55} & r_{56} \\ & & & & & r_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{III.130})$$

SIMÉTRICA

sendo:

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= r_{33} = 4J_p^\ell + \frac{2}{15} K_3^\ell h^2 \\
 -r_{12} &= r_{14} = r_{23} = -r_{34} = \frac{1}{2} K_2^\ell h^3 \\
 r_{13} &= 2J_p - \frac{1}{30} K_3^\ell h^2 \\
 r_{15} &= -r_{16} = r_{35} = -r_{36} = 6J_p^\ell + \frac{1}{10} K_3^\ell h^2 \\
 r_{22} &= r_{44} = J_s^\ell h^2 + \frac{1}{3} K_1^\ell h^4 \\
 r_{24} &= -J_s^\ell h^2 + \frac{1}{6} K_1^\ell h^4 \\
 r_{25} &= -r_{26} = r_{45} = -r_{46} = \frac{1}{2} K_2^\ell h^3 \\
 r_{55} &= -r_{56} = r_{66} = 12J_p + \frac{6}{5} K_3^\ell h^2
 \end{aligned} \quad (\text{III.131})$$

c) mola de torção

$$[r_{tm}]_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ & & r_{33} & r_{34} \\ \text{SIMÉTRICA} & & & r_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{III.132})$$

sendo:

$$\begin{aligned} r_{11} &= r_{22} = 4j_t + \frac{2}{15} s_t h^2 \\ r_{12} &= 2j_t - \frac{1}{30} s_t h^2 \\ r_{13} &= -r_{14} = r_{23} = -r_{24} = 6j_t + \frac{1}{10} s_t h^2 \\ r_{33} &= -r_{34} = r_{44} = 12j_t + \frac{6}{5} s_t h^2 \end{aligned} \quad (\text{III.133})$$

A matriz de rigidez $[R]$ do painel ou da mola é obtida, agora, através de uma matriz de incidência cinemática $[\beta]$, a qual exprime a compatibilidade cinemática entre o painel ou a mola e os elementos i (18). Tal matriz tem sub-matrizes referentes aos elementos i , as quais podem ser associadas em coluna conforme representa-se, a seguir:

$$[\beta] = \begin{bmatrix} [\beta]_1 \\ [\beta]_2 \\ \vdots \\ [\beta]_i \\ \vdots \\ [\beta]_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.134})$$

e contribui para a composição da matriz $[R]$, da seguinte forma (18).

$$[R] = \sum_{i=1}^n [\beta]_i^T [r]_i [\beta]_i \quad (\text{III.135})$$

De acordo com a orientação seguida, a relação entre as ações e os deslocamentos do painel passa a ser expressa da maneira seguinte:

$$\begin{bmatrix} [R_{II}] & [R_{IE}] \\ [R_{EI}] & [R_{EE}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_I\} \\ \{u_E\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_I\} \\ \{F_E\} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.136})$$

onde a partição em sub-matrizes se faz segundo os deslocamentos internos e externos considerados no painel. Cabe ainda esclarecer que $[R_{II}]$ é a matriz de rigidez relativa aos deslocamentos internos, $[R_{IE}]$ é a matriz que contém a influência dos deslocamentos externos nos internos, $[R_{EI}]$ contém a influência dos deslocamentos internos nos externos e, finalmente, $[R_{EE}]$ é a matriz de rigidez dos deslocamentos externos.

Efetuando-se os produtos matriciais indicados em (III.136), segundo as sub-matrizes tem-se:

$$\begin{aligned} [R_{II}]\{u_I\} + [R_{IE}]\{u_E\} &= \{F_I\} \\ [R_{EI}]\{u_I\} + [R_{EE}]\{u_E\} &= \{F_E\} \end{aligned} \quad (\text{III.137})$$

A consideração de elementos de mesma geometria e também de carregamento uniforme ao longo da altura acrescido do desprezo de perturbações existentes no nó do topo (solução aproximada) tem-se:

$$\{F_I\} = \{0\} \quad (\text{III.138})$$

Dessa forma obtêm-se da primeira das expressões (III.137) a seguinte relação:

$$\{u_I\} = [R_{II}]^{-1} [R_{IE}] \{u_E\} \quad (III.139)$$

e, com isso, da segunda das expressões (III.137) tem-se:

$$[R^*] \{u_E\} = \{F_E\} \quad (III.140)$$

onde:

$$[R^*] = [R_{EE}] - [R_{EI}] [R_{II}]^{-1} [R_{IE}] \quad (III.141)$$

A relação existente entre os deslocamentos dos painéis e os do conjunto, ao nível das extremidades dos elementos assim se expressam:

$$\begin{aligned} \{u_E\}_w &= \{a_w \{u\} + b_w \{v\} + c_w \{w\}\} \\ \{u_E\}_\ell &= \{a_\ell \{u\} + b_\ell \{v\} + c_\ell \{w\}\} \\ \{u_E\}_t &= \{o \{u\} + o \{v\} + \{w\}\} \end{aligned} \quad (III.142)$$

Com isso, e, de acordo com a orientação já prestada (vide expressão (III.108)), a matriz de rigidez do sistema estrutural, reduzida aos deslocamentos dos diafrãgmas, fica dada por:

$$\begin{aligned}
 [R_s] = & \sum_{w=1}^{nw} \left[\begin{array}{c|c|c} a_w^2 [R_w^*] & a_w b_w [R_w^*] & a_w c_w [R_w^*] \\ \hline & b_w^2 [R_w^*] & b_w c_w [R_w^*] \\ \hline \text{SIMÉTRICA} & & c_w^2 [R_w^*] \end{array} \right] + \\
 & + \sum_{\ell=1}^{n\ell} \left[\begin{array}{c|c|c} a_\ell^2 [R_\ell^*] & a_\ell b_\ell [R_\ell^*] & a_\ell c_\ell [R_\ell^*] \\ \hline & b_\ell^2 [R_\ell^*] & b_\ell c_\ell [R_\ell^*] \\ \hline \text{SIMÉTRICA} & & c_\ell^2 [R_\ell^*] \end{array} \right] + \text{(III.143)} \\
 & + \sum_{t=1}^{nt} \left[\begin{array}{c|c|c} [0] & [0] & [0] \\ \hline & [0] & [0] \\ \hline \text{SIMÉTRICA} & & [R_t^*] \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Por outro lado, os esforços concentrados estaticamente equivalentes aplicados nos nós do sistema estrutural, são dados por:

$$\{F\} = \left\{ \begin{array}{l} \{P\} a \\ \{P\} b \\ \{P\} c \end{array} \right\} \quad \text{(III.144)}$$

sendo:

$$\{P\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{q_1 h^4}{2} \\ \frac{(q_1 + q_2) h^4}{2} \\ \vdots \\ \frac{(q_{i-1} + q_i) h^4}{2} \\ \vdots \\ \frac{(q_{n-1} + q_n) h^4}{2} \\ \frac{q_{n+1} h^4}{2} \end{array} \right\} \quad (\text{III.145})$$

Dessa forma pode ser considerado carregamento por carga uniformemente distribuída diferente de elemento para elemento. Com isso introduz-se uma aproximação mais grosseira, uma vez que também os momentos resultantes nos nós intermediários não são mais nulos.

Posto isso, o sistema de equações, em forma matricial, que exprime o equilíbrio da associação tridimensional em estudo, assim se expressa:

$$[R_s] \{U\} = \{F\} \quad (\text{III.146})$$

onde $\{U\}$, $[R_s]$ e $\{F\}$ são organizados como indicados, respectivamente, nas expressões (III.119), (III.143) e (III.144).

Tendo em vista a expressão genérica (III.139), os deslocamentos internos nas extremidades dos elementos das paredes e molas de torção resultam na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \{u_I\}_w &= - [R_{II}]^{-1} [R_{IE}] \{u_E\}_w \\ \{u_I\}_\ell &= - [R_{II}]^{-1} [R_{IE}] \{u_E\}_\ell \\ \{u_I\}_t &= - [R_{II}]^{-1} [R_{IE}] \{u_E\}_t \end{aligned} \tag{III.147}$$

Reorganizando os deslocamentos nodais dos elementos dos painéis (vide expressões (III.121) a III.126)) na forma:

$$\begin{aligned} \{u_m\}_{w_i} &= \begin{Bmatrix} u_{Ej} \\ hu_{Ij} \\ u_{Ek} \\ hu_{Ik} \end{Bmatrix} \\ \{u_m\}_{\ell i} &= \begin{Bmatrix} u_{Ej} \\ hu_{I2j-1} \\ u_{Ek} \\ hu_{I2k-1} \end{Bmatrix} \\ \{u_A\}_{\ell i} &= \begin{Bmatrix} u_{AI2j} \\ u_{AI2k} \end{Bmatrix} \\ \{u_m\}_{ti} &= \begin{Bmatrix} w_{Ej} \\ hw_{Ij} \\ w_{Ek} \\ hw_{Ik} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{III.148}$$

os deslocamentos e os esforços internos no domínio do elemento i das paredes passam a ser dados por:

$$\begin{aligned}
 u_{wi} &= \{ \phi_m \}^T \{ u_m \}_{wi} \\
 M_{wi} &= (j_w/h^2) \{ \phi_m'' \}^T \{ u_m \}_{wi} \\
 u_{\ell i} &= \{ \phi_m \}^T \{ u_m \}_{\ell i} \\
 M_{\ell 1i} &= (j_{\ell 1}/h^2) \{ \phi_m'' \}^T \{ u_m \}_{\ell i} \\
 Q_{Li} &= R_{L1}^{\ell} \{ \psi \}^T \{ u_{A1}^{\ell} \}_i - (R_{L2}^{\ell}/h) \{ \phi_m' \}^T \{ u_m \}_{\ell i} \\
 N_{\ell 1i} &= E_{\ell} S_{\ell 1} \{ \psi' \}^T \{ u_{A1}^{\ell} \}_i \\
 M_{\ell 2i} &= \frac{j_{\ell 2}}{j_{\ell 1}} M_{\ell 1i} \\
 N_{\ell 2i} &= -\frac{S_{\ell 1}}{S_{\ell 2}} N_{\ell 1i}
 \end{aligned} \tag{III.149}$$

onde, conforme notação indicada em (III.91), tem-se

$$\begin{aligned}
 R_{L1}^{\ell} &= \frac{h_L}{2c_{\ell}} K_2^{\ell} \\
 R_{L2}^{\ell} &= \frac{h_L}{2c_{\ell}} K_3^{\ell}
 \end{aligned} \tag{III.150}$$

e, na mola de torção os esforços internos são expressos por:

$$M_{ti} = \left\{ (s_t/h) \left\{ \phi_m' \right\}^T - (j_t/h^3) \left\{ \phi_m''' \right\}^T \right\} \left\{ u_m \right\}_{ti}$$

$$\bar{M}_{ti} = (s_t/h) \left\{ \phi_m' \right\}^T \left\{ u_m \right\}_{ti}$$

(III.151)

$$\bar{\bar{M}}_{ti} = -(j_t/h^3) \left\{ \phi_m''' \right\}^T \left\{ u_m \right\}_{ti}$$

$$B_i = (j_t/h^2) \left\{ \phi_m'' \right\}^T \left\{ u_m \right\}_{ti}$$

Finalizando cabe esclarecer, mais uma vez, que a consideração de cargas uniformes diferentes de elemento pa ra elemento introduz erros inerentes à solução não consistente, todavia apresenta convergência; a bem da verdade mais lenta. Por outro lado, dado que as simplificações oriundas da consideração de elementos de comprimentos iguais parece interessante, mesmo em face das restrições in troduzidas (utilização apenas de malhas regulares), optou-se por essa alternativa.

4.2 - Exemplo I - Associação plana de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura

O exemplo a seguir consiste na análise de uma associação plana de pórtico e parede de rigidez constante ao longo da altura, conforme mostra-se na figura II.3-a). Para efeito de comparação dos resultados (7), são tomados valores de rigidez relativa K iguais a cinco, dez e vinte. Os resultados encontrados foram lançados nas tabelas de I-1 a I-9 e obtidos com o programa I; sendo a associação discretizada em cinco, dez e vinte elementos. Nesta sequência de divisões apresentam-se nas tabelas mencionadas os resultados referentes aos deslocamentos da associação, momento fletor na parede e esforço cortante no pórtico, os quais se comparam, facilmente, com os resultados obtidos por solução analítica (7), colocados em seguida.

Um exame dos resultados arrolados nas tabelas I-1, I-2 e I-3 evidencia que, para a associação discretizada em cinco elementos e valor de $K=5$, os resultados já se apresentam satisfatórios. Verifica-se, ainda, que, para a associação discretizada em dez e vinte elementos, os resultados apresentam pequenos acréscimos, isto é, indicam uma tendência para valores estacionários, como era de esperar.

Em se tratando da análise referente ao valor de $K = 10$, cujos resultados constam nas tabelas I-4, I-5 e I-6, verifica-se que, de uma maneira geral, os resultados são satisfatórios também para uma discretização em cinco elementos, exceto para o momento fletor em regiões vizinhas à base da parede. Em tais regiões, melhores resultados são alcançados nas discretizações em dez e vinte elementos. Analisando-se, finalmente, os resultados arrolados nas tabelas I-7, I-8 e I-9, referentes a $K=20$, verifica-se que, os deslocamentos e esforços cortantes no pórtico apresentam-se satisfatórios para uma discretização em dez elementos, e, ainda, os momentos fletores em regiões afastadas da base, de maneira geral, os resultados são satisfatórios para o número de elementos igual a vinte. Os valo-

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - Introdução

O presente capítulo é reservado a apresentação de alguns exemplos de aplicação, no tocante ao estudo do comportamento de associações de painéis de contraventamento sujeitas a carregamento horizontal. O método de integração numérica de Rauleigh-Ritz é utilizado de acordo com a formulação apresentada no capítulo III. A análise dos resultados encontrados em tais exemplos tem por objetivo, basicamente, evidenciar a eficiência daquele método no trato de problemas abordados segundo a técnica do meio contínuo. Por outro lado, as grandezas de interesse, tomadas por base nos estudos que se seguem, são deslocamentos e esforços internos.

Inicialmente, apresentam-se alguns casos de associações planas como, por exemplo, associação plana de parede e pórtico de rigidez constante ao longo da altura, associação plana de parede com pórtico de rigidez variável ao longo da altura e associação plana de paredes ligadas por lintéis. Em seguida, apresentam-se alguns casos de associações tridimensionais, tais como associação constituída de paredes, paredes e pórticos de rigidez constante ao longo da altura, associação contendo pórticos e núcleo de seção delgada, e, finalmente, associação de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada.

Os programas desenvolvidos para a resolução dos exemplos estudados foram elaborados em linguagem FORTRAN II. Em cada exemplo de aplicação são indicados o programa utilizado, conforme indicação e listagem apresentadas em anexo, e o número de sub-domínios, ou de elementos, considerados; sendo os resultados confrontados com outros existentes na literatura técnica.

res crescentes de K revelam menor contribuição da parede na rigidez da associação, com isso as características do conjunto ficam sacrificadas com a condição de rotação nula na base ($u'=0$), que corresponde a uma imposição da parede. Assim sendo, justifica-se a carência de resultados satisfatórios com o aumento dos valores de K, para uma mesma discretização da estrutura em elementos.

TABELA I-1 - DESLOCAMENTO DO PAINEL

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=5			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,0	0,00	0,0000	0,0000	0,00
0,1	0,0160	0,0163	0,0163	0,016
0,2	0,0538	0,0538	0,0538	0,054
0,3	0,1001	0,1003	0,1003	0,100
0,4	0,1484	0,1485	0,1485	0,149
0,5	0,1939	0,1940	0,1940	0,194
0,6	0,2345	0,2346	0,2346	0,235
0,7	0,2690	0,2691	0,2691	0,269
0,8	0,2972	0,2973	0,2973	0,297
0,9	0,3199	0,3201	0,3201	0,320
1,0	0,3393	0,3394	0,3394	0,339
Z/H	$u/(qH^2/s_f)$			

TABELA I-2 - MOMENTO FLETOR DA PAREDE

ξ	ELEMENTOS FINITOS K=5			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,1490	0,1570	0,1595	0,161
0,10	0,0869	0,0797	0,0813	0,082
0,20	0,0301	0,0330	0,0340	0,034
0,30	0,0078	0,0050	0,0056	0,006
0,40	-0,0127	-0,0114	-0,0111	-0,011
0,50	-0,0195	-0,0207	-0,0204	-0,020
0,60	-0,0260	-0,0251	-0,0248	-0,025
0,70	-0,0247	-0,0256	-0,0254	-0,025
0,80	-0,0241	-0,0225	-0,0222	-0,022
0,90	-0,0132	-0,0149	-0,0144	-0,014
1,00	-0,0024	-0,0006	-0,0001	0,000
Z/H	$M_w / (qH^2)$			

TABELA I-3 - ESFORÇO CORTANTE NO PÓRTICO

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=5			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,00
0,10	0,2950	0,2948	0,2948	0,295
0,20	0,4349	0,4351	0,4351	0,435
0,30	0,4823	0,4824	0,4824	0,485
0,40	0,4739	0,4740	0,4741	0,474
0,50	0,4335	0,4336	0,4336	0,434
0,60	0,3762	0,3762	0,3763	0,376
0,70	0,3128	0,3128	0,3128	0,313
0,80	0,2526	0,2527	0,2527	0,253
0,90	0,2059	0,2060	0,2060	0,206
1,00	0,1863	0,1864	0,1865	0,187
Z/H	$Q_f / (qH)$			

TABELA I-4 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=10			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
0,10	0,0300	0,0317	0,0317	0,032
0,20	0,0932	0,0935	0,0935	0,094
0,30	0,1592	0,1599	0,1599	0,160
0,40	0,2211	0,2217	0,2218	0,222
0,50	0,2749	0,2756	0,2757	0,276
0,60	0,3196	0,3203	0,3204	0,320
0,70	0,3547	0,3555	0,3555	0,356
0,80	0,3806	0,3813	0,3813	0,381
0,90	0,3977	0,3986	0,3986	0,399
1,00	0,4092	0,4099	0,4099	0,410
Z/H	$u/(qH^2/s_f)$			

TABELA I-5 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=10			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0737	0,0842	0,0882	0,090
0,10	0,0330	0,0247	0,0261	0,027
0,20	0,0016	0,0027	0,0033	0,004
0,30	-0,0040	-0,0052	-0,0050	-0,005
0,40	-0,0083	-0,0082	-0,0081	-0,008
0,50	-0,0090	-0,0093	-0,0092	-0,009
0,60	-0,0097	-0,0096	-0,0095	-0,010
0,70	-0,0092	-0,0094	-0,0094	-0,009
0,80	-0,0097	-0,0087	-0,0086	-0,009
0,90	-0,0057	-0,0067	-0,0064	-0,006
1,00	-0,0016	-0,0005	-0,0001	0,000
Z/H	$M_w/(qH^2)$			

TABELA I-6 - ESFORÇO CORTANTE NO PÓRTICO

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=10			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
0,10	0,5339	0,5318	0,5321	0,532
0,20	0,6610	0,6644	0,6646	0,665
0,30	0,6492	0,6501	0,6502	0,650
0,40	0,5809	0,5818	0,5819	0,582
0,50	0,4936	0,4939	0,4939	0,494
0,60	0,3992	0,3993	0,3993	0,399
0,70	0,3040	0,3040	0,3040	0,304
0,80	0,2134	0,2132	0,2131	0,213
0,90	0,1361	0,1366	0,1366	0,137
1,00	0,0991	0,0998	0,0999	0,100
Z/H	$Q_f / (qH)$			

TABELA I-7 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=20			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
0,10	0,0456	0,0516	0,0517	0,052
0,20	0,1290	0,1305	0,1308	0,131
0,30	0,2018	0,2047	0,2050	0,205
0,40	0,2667	0,2696	0,2699	0,270
0,50	0,3216	0,3246	0,3249	0,325
0,60	0,3667	0,3696	0,3699	0,370
0,70	0,4016	0,4046	0,4049	0,405
0,80	0,4268	0,4296	0,4300	0,430
0,90	0,4418	0,4449	0,4453	0,445
1,00	0,4491	0,4521	0,4524	0,453
Z/H	$u / (qH^2 / s_f)$			

TABELA I-8 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=20			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0295	0,0393	0,0446	0,048
0,10	0,0094	0,0033	0,0038	0,004
0,20	-0,0010	-0,0016	-0,0016	-0,002
0,30	-0,0019	-0,0023	-0,0023	-0,002
0,40	-0,0024	-0,0024	-0,0024	-0,002
0,50	-0,0024	-0,0024	-0,0024	-0,002
0,60	-0,0025	-0,0024	-0,0024	-0,002
0,70	-0,0024	-0,0024	-0,0024	-0,002
0,80	-0,0028	-0,0024	-0,0024	-0,002
0,90	-0,0019	-0,0024	-0,0022	-0,002
1,00	-0,0009	-0,0004	-0,0001	0,000
Z/H	$M_w / (qH^2)$			

TABELA I-9 - ESFORÇO CORTANTE NO PÓRTICO

COTA	ELEMENTOS FINITOS K=20			SOLUÇÃO ANALÍTICA
	Nº DE ELEMENTOS			
	5	10	20	
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
0,10	0,7794	0,7610	0,7644	0,765
0,20	0,7549	0,7806	0,7816	0,782
0,30	0,6945	0,6973	0,6975	0,698
0,40	0,5979	0,5996	0,5996	0,600
0,50	0,4997	0,4999	0,4999	0,500
0,60	0,4000	0,4000	0,4000	0,400
0,70	0,3002	0,3001	0,3001	0,300
0,80	0,2021	0,2009	0,2009	0,201
0,90	0,1056	0,1068	0,1067	0,107
1,00	0,04689	0,0496	0,0499	0,050
Z/H	$Q_f / (qH)$			

4.3 - Exemplo II - Associação plana de parede e pórtico com rigidez variável ao longo da altura

Estuda-se, agora, as associações planas de parede e pórtico onde este apresenta variação de rigidez ao longo da altura. Inicialmente, considera-se uma variação linear ao longo da altura onde a rigidez no topo do pórtico corresponde a 50% do valor da base, conforme representa-se na figura IV.1-a). Em seguida considera-se uma variação ao longo da altura, sendo constante por elemento, conforme exhibe-se na figura IV.1-b), e, finalmente, é tomada para a rigidez do pórtico um valor médio, conforme exhibe-se na figura IV.1-c).

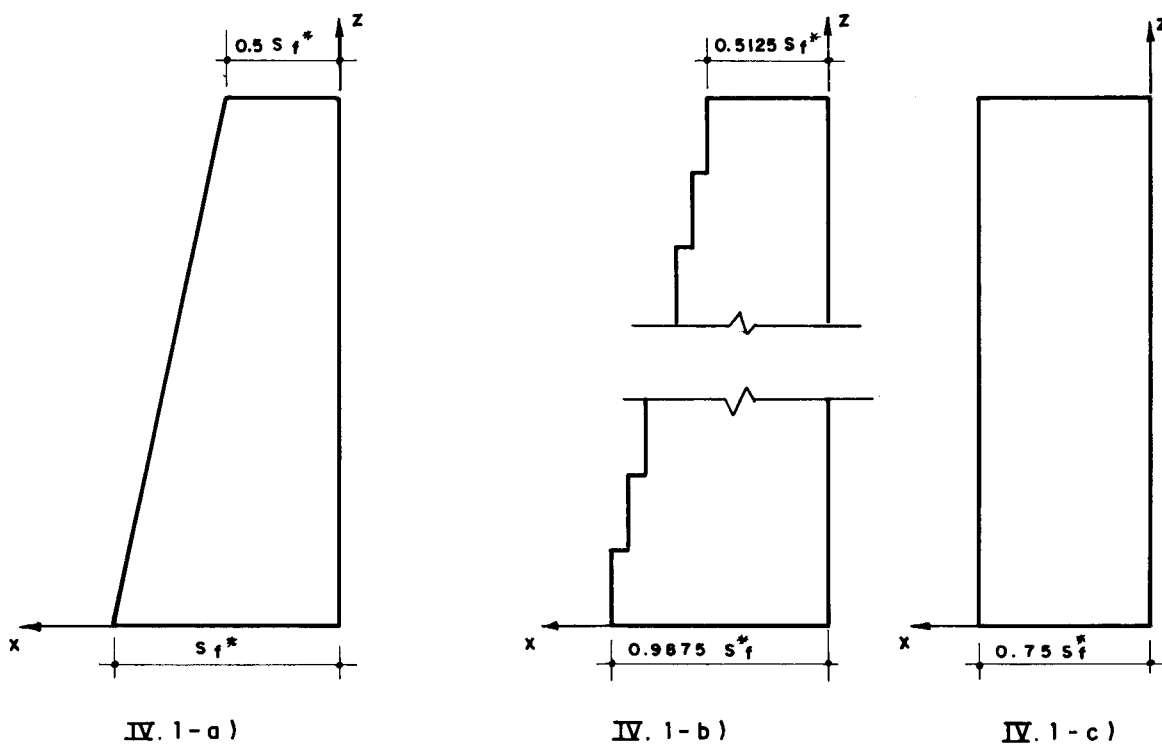


FIG. IV.1- FUNÇÕES RIGIDEZ DE PÓRTICO

A rigidez constante em cada elemento é considerada como sendo a média dos valores das extremidades do elemento em consideração, ou seja:

$$s_{fi} = s_f^*(\beta_j + \beta_k)/2$$

onde β_j e β_k são a relação entre a rigidez do pórtico, respectivamente, na altura da extremidade j e k e a rigidez do pórtico na base s_f^* .

Os resultados foram obtidos com o programa I, onde os de maior interesse estão arrolados nas tabelas II.1, II.2 e II.3, e, ainda lançados em gráficos, conforme mostra-se nas figuras IV.2 a IV.4. Assim, o presente estudo tem por finalidade a análise do comportamento da Associação mediante as três possibilidades com que são consideradas as rigidezes. Tomando-se, para termos de comparação, os resultados referentes à rigidez média ao longo da estrutura, nota-se que a variação linear conduz, no caso, a menores deslocamentos na região central do domínio e maiores na região superior (vide fig. IV.2). Com relação ao momento fletor na parede, observa-se maior diferença na região de momentos negativos, tornando-se menos acentuada na região de momentos positivos, conforme mostra-se na figura IV.3. No que se refere ao esforço cortante no pórtico, a variação linear conduz a uma absorção de maior parcela na região próxima da base e menores na região superior, conforme mostra-se na figura IV.4. Tal fato já era, de um certo modo, esperado, pois o pórtico de rigidez média é menos rígido na base e mais rígido no topo que o pórtico com variação de rigidez.

A comparação dos resultados referentes à associação com variação linear de rigidez e variação constante por elemento no pórtico, revela, no caso, que não há influência notória da descontinuidade da rigidez nos deslocamentos e momentos fletores nas paredes (vide figs. IV.2 e IV.3). Com

relação ao esforço cortante, os resultados revelam que, no caso da variação de rigidez constante por elemento, existe uma descontinuidade considerável; naturalmente, nas extremidades dos elementos, cuja descontinuidade, sendo tomada a média, conduz à curva indicada na figura IV.4. Por outro lado, convém esclarecer que os resultados referentes a esforço cortante proveniente da variação constante por elementos, arrolados na última coluna da tabela II.3, são os calculados na base dos elementos.

TABELA II.1 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL

K=6,00 NH=20			
COTA	$\alpha_1=1,00$ $\alpha_{21}=0,5$	$(\alpha_j + \alpha_k) / 2$	$(\alpha_1 + \alpha_{21}) / 2$
0,00	0,0000	0,0000	0,0000
0,10	0,0211	0,0211	0,0227
0,20	0,069	0,069	0,0744
0,30	0,1284	0,1284	0,1381
0,40	0,1910	0,1910	0,2037
0,50	0,2517	0,2517	0,2655
0,60	0,3076	0,3076	0,3202
0,70	0,3572	0,3572	0,3662
0,80	0,3998	0,3998	0,4038
0,90	0,4361	0,4361	0,4337
1,00	0,4683	0,4683	0,4589
Z/H	$u / (qH^2 / s_f^*)$		

TABELA II.2 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE

K=6,00 NH=20			
COTA	$\alpha_1=1,00 \quad \alpha_{21}=0,5$	$(\alpha_j+\alpha_k)/2$	$(\alpha_1+\alpha_{21})/2$
0,00	0,1449	0,1449	0,1548
0,10	0,0709	0,0709	0,0772
0,20	0,0304	0,0304	0,0313
0,30	0,0075	0,0076	0,0042
0,40	-0,0057	-0,0057	-0,0114
0,50	-0,0136	-0,0136	-0,0201
0,60	-0,0180	-0,0180	-0,0240
0,70	-0,0195	-0,0195	-0,0244
0,80	-0,0179	-0,0179	-0,0213
0,90	-0,0120	-0,0120	-0,0139
1,00	-0,0001	-0,0001	-0,0001
Z/H	$M_w/(qH^2)$		

TABELA II.3 - ESFORÇO CORTANTE NO PÓRTICO

K=6,00 NH=20			
COTA	$\alpha_1=1,00 \quad \alpha_{21}=0,5$	$(\alpha_j+\alpha_k)/2$	$(\alpha_1+\alpha_{21})/2$
0,00	0,0000	0,0000	0,0000
0,10	0,3592	0,3544	0,3063
0,20	0,4996	0,4926	0,4488
0,30	0,5275	0,5198	0,4943
0,40	0,4980	0,4902	0,4830
0,50	0,4400	0,4327	0,4394
0,60	0,3704	0,3637	0,3790
0,70	0,2995	0,2937	0,3129
0,80	0,2355	0,2305	0,2504
0,90	0,1856	0,1813	0,2018
1,00	0,1569	0,1607	0,1813
Z/H	Q_f/qH		

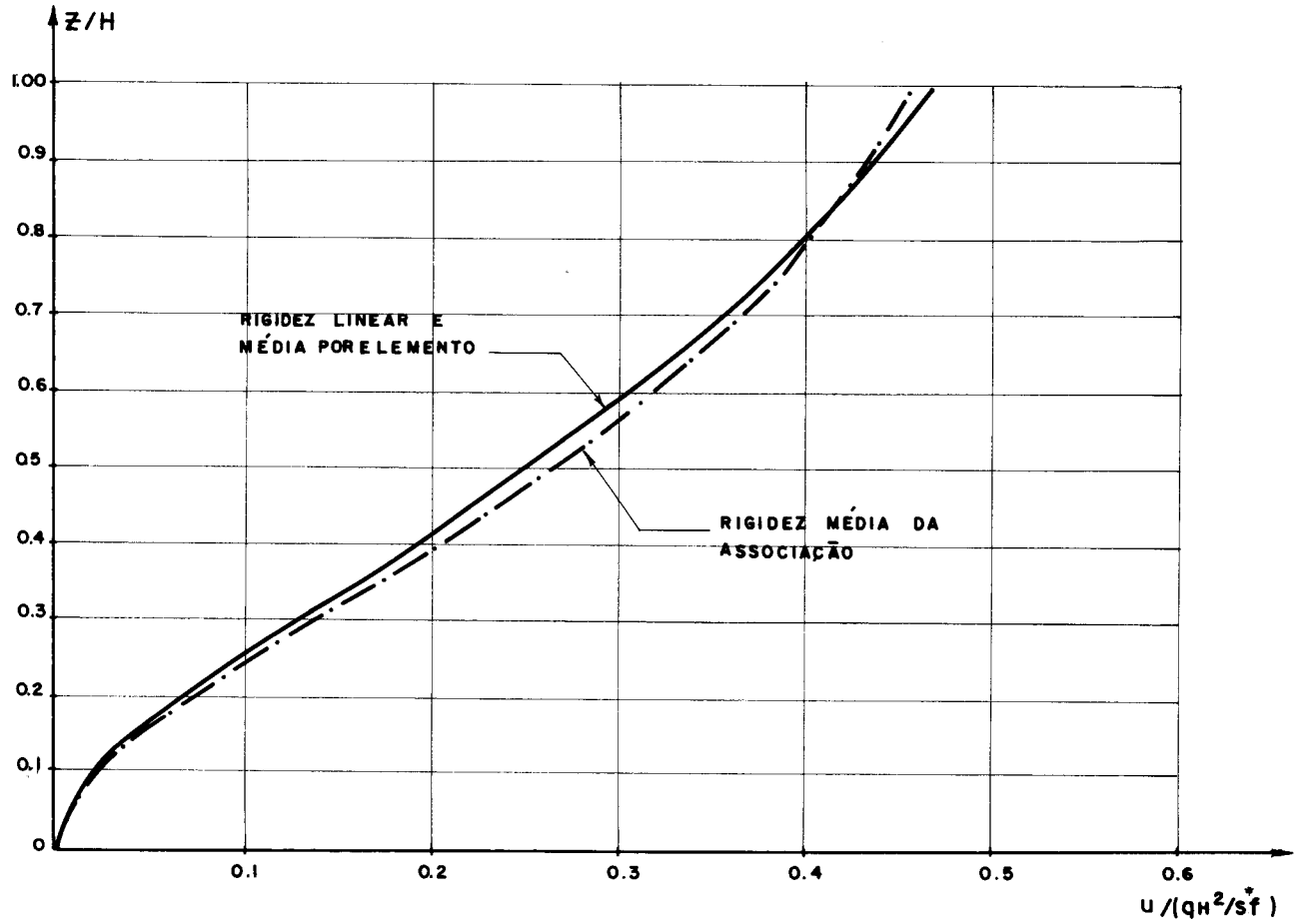


FIG. IV - 2 - DESLOCAMENTOS (K = 600)

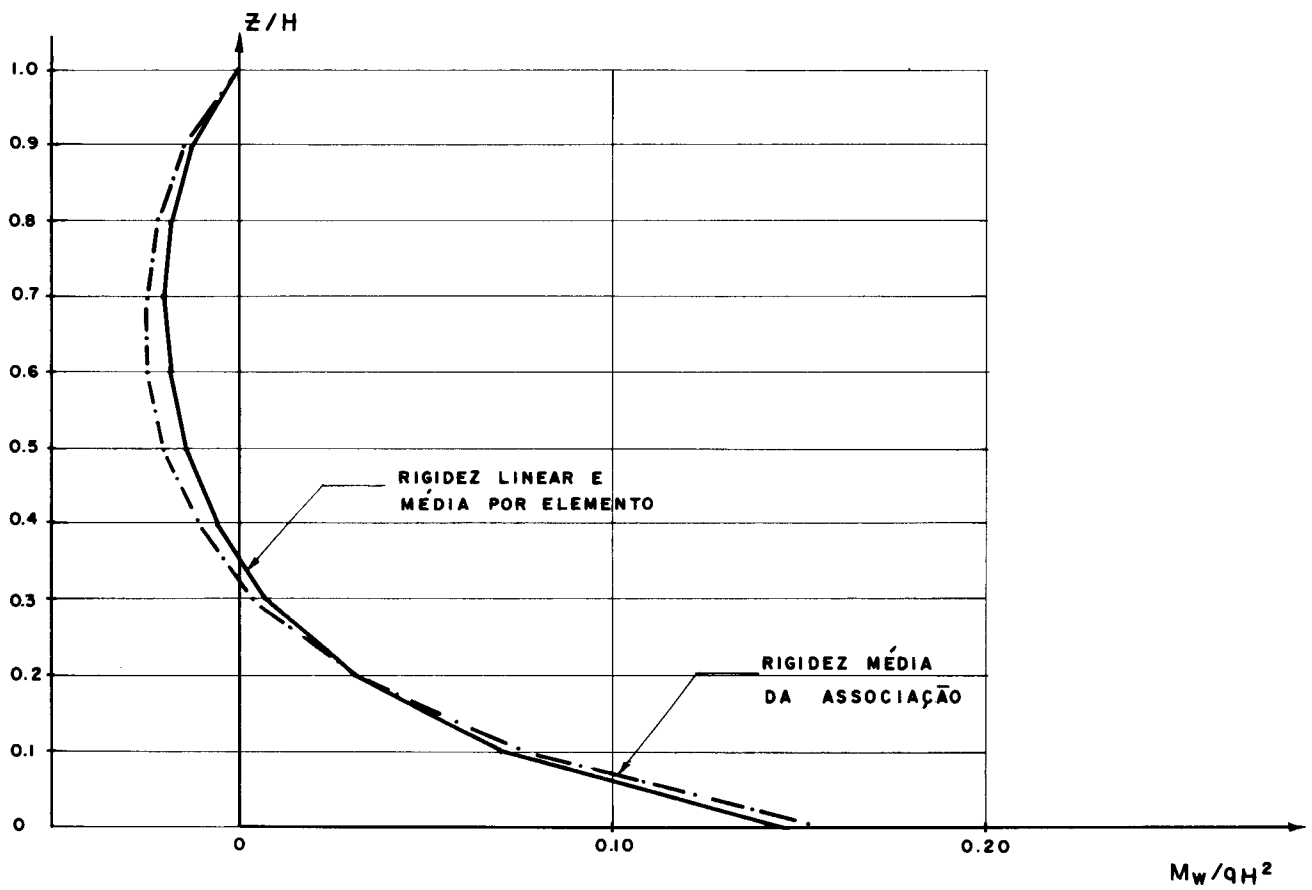


FIG. -IV.3 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (K=6.00)

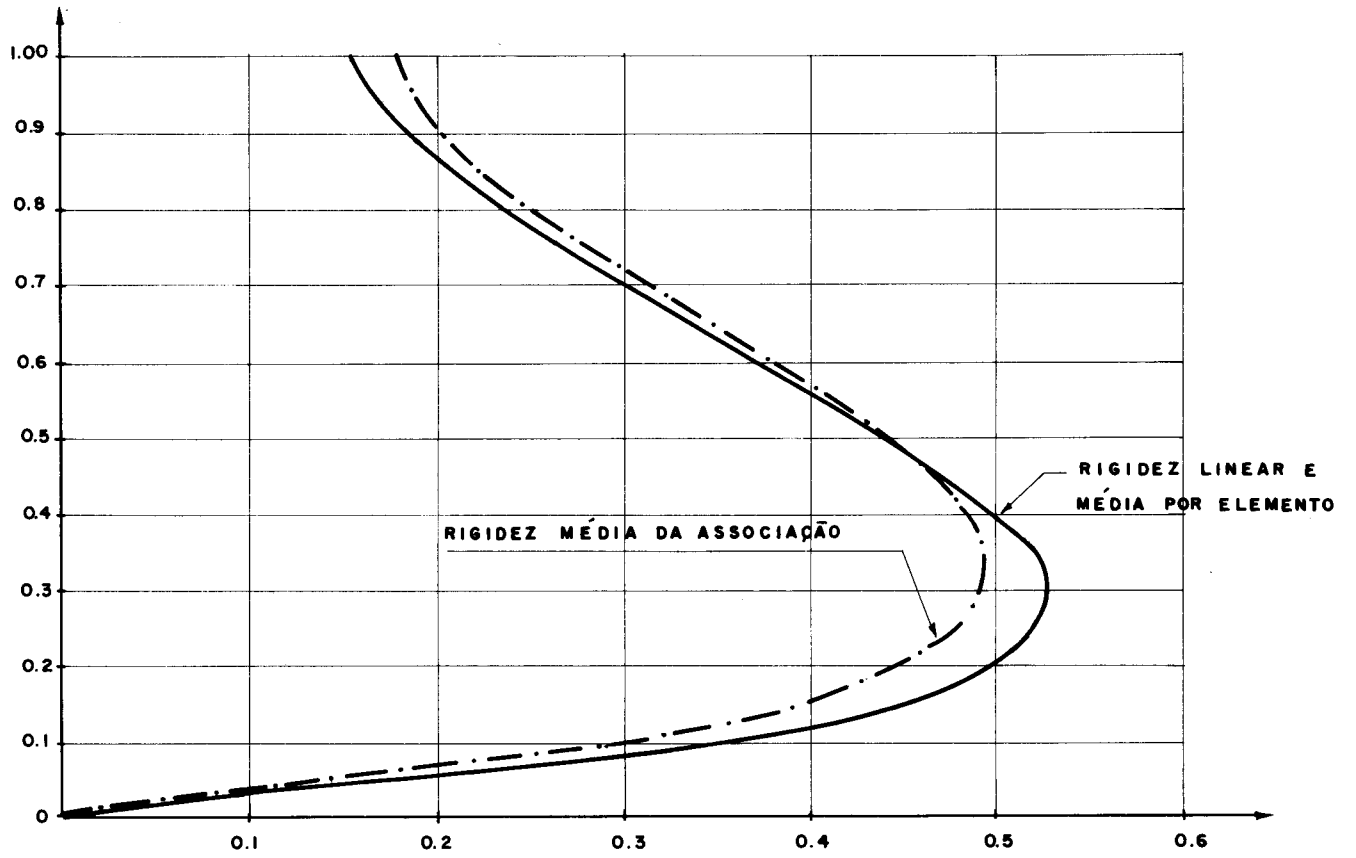


FIG. IV.4 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO

4.4 - Exemplo III - Associação plana de duas paredes ligadas por lintéis

Estuda-se, agora, a associação esquematizada na figura IV.5. Tal associação, tem uma altura de 30,00m, e os lintéis estão igualmente espaçados por pés direitos de 3,00m. O módulo de elasticidade do material das paredes é estimado em $E_W = 10^6 \text{ tf/m}^2$ e o referente ao material dos lintéis em $E_L = 2 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$.

O carregamento é constituído por uma carga horizontal $q = 1,5 \text{ tf/m}$ uniformemente distribuída, conforme ilustra-se na figura IV.5.

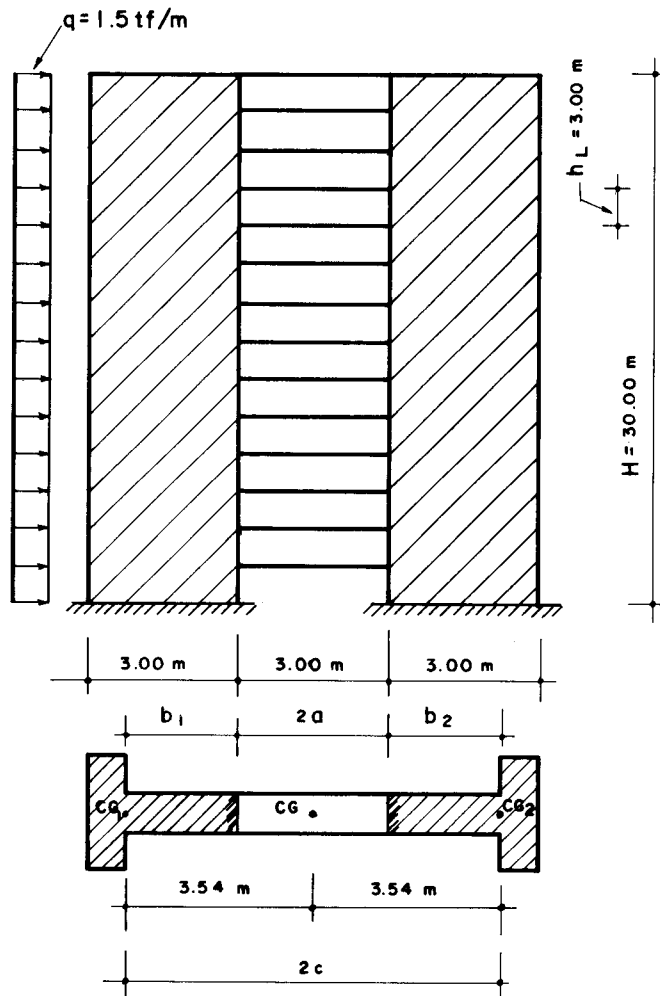


FIG. IV. 5 - PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS

Os parâmetros geométricos das paredes ① e ② são:

a) área da seção transversal

$$S_1 = S_2 = 1,96m^2$$

b) momento de inércia

$$J_1 = J_2 = 1,81m^2$$

Os resultados alcançados para a associação discretizada em dez e vinte elementos encontram-se arrolados nas duas primeiras colunas das tabelas III.1 e III.2, e foram obtidos com o programa II. Na última coluna dessas tabelas constam os resultados obtidos por Ataide (19) através do Método de Ritz Galerkin, para efeito de comparação.

Uma análise dos resultados evidencia que a formulação em estudo, aplicada a este tipo de estrutura, apresenta rápida convergência. Nota-se que, para uma divisão do domínio da estrutura em dez elementos, os resultados já são satisfatórios, e os correspondentes a uma divisão do mesmo domínio em vinte elementos mostram, de maneira geral, uma tendência para valores já estacionários.

TABELA III.1 - DESLOCAMENTOS DA ASSOCIAÇÃO (cm)

COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
	NÚMERO DE ELEMENTOS		
	10	20	
0,00	0,00	0,00	0,000
0,20	0,131	0,131	0,132
0,40	0,409	0,409	0,409
0,60	0,718	0,718	0,718
0,80	1,005	1,005	1,005
1,00	1,262	1,262	1,262

TABELA III.2 - ESFORÇOS NAS PAREDES E NOS LINTÉIS

ESFORÇOS	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
		NÚMERO DE ELEMENTOS		
		10	20	
$M_{w1} = M_{w2}$ (tf.m)	0,00	170,00	171,00	171,80
	0,20	68,30	69,10	69,31
	0,40	12,80	13,30	13,50
	0,60	-13,20	-12,80	-12,85
	0,80	-17,50	-17,20	-17,12
	1,00	- 0,52	- 0,13	0,00
Q_L (t)	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	- 4,61	- 4,61	4,625
	0,40	- 5,90	- 5,90	5,914
	0,60	- 5,54	- 5,55	5,554
	0,80	- 4,65	- 4,65	4,654
	1,00	- 4,13	- 4,13	4,138
ESN_1 (t)	0,00	46,70	46,70	46,513
	0,20	41,40	41,40	41,338
	0,40	30,50	30,40	30,498
	0,60	18,80	18,80	18,901
	0,80	8,64	8,64	8,685
	1,00	0,0	0,00	0,000

4.5 - Exemplo IV - Associação tridimensional de paredes

Estuda-se, aqui, o comportamento de uma associação tridimensional de paredes, conforme mostra-se na figura IV.6). A associação consiste em um edifício de 20 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,00m. O módulo de elasticidade do material é assumido como sendo $E = 10^6 \text{ tf/m}^2$, e admite-se uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício $q = 1,3 \text{ tf/m}$, aplicada segundo o plano vertical OYZ, conforme mostra-se na figura IV.6).

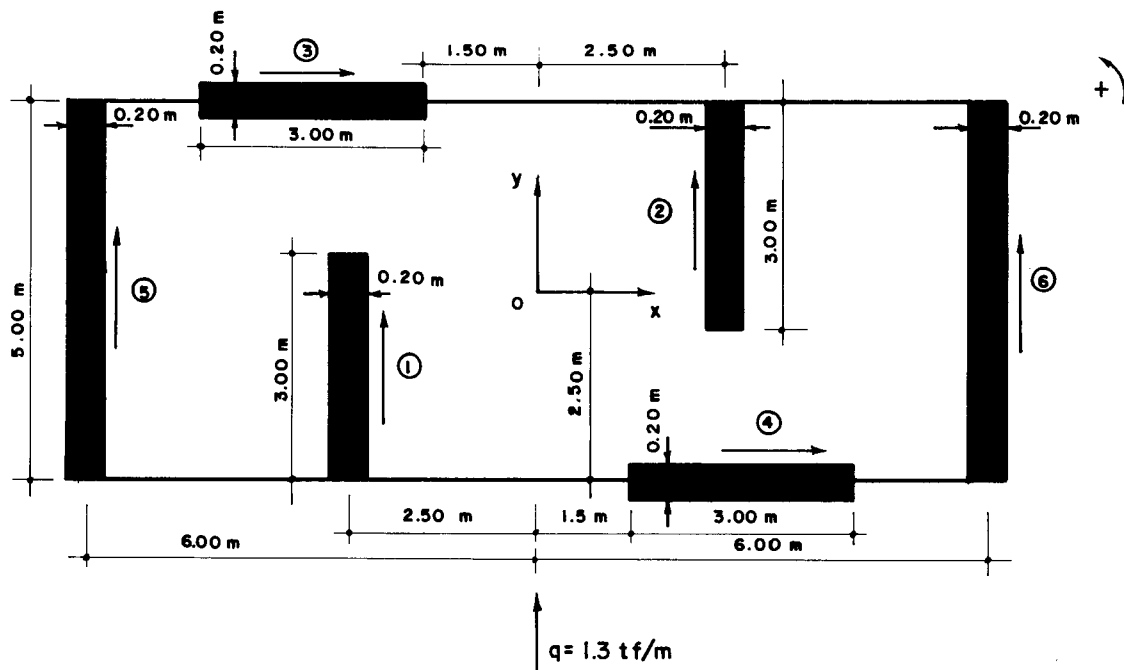


FIG. IV.6 - EDIFÍCIO DE 20 ANDARES

As características das paredes são:

a) Paredes de ① a ④

$$j_w = 10^6 \left(\frac{0,20 \times 3^2}{12} \right) = 4,50 \times 10^5 \text{ tf.m}^2$$

b) Paredes ⑤ e ⑥

$$j_w = 10^6 \left(\frac{0,20 \times 5^3}{12} \right) = 20,80 \times 10^5 \text{ tf.m}^2$$

As características do edifício são:

$$J_{aa} = 2 \times 4,50 \times 10^5 = 9,00 \times 10^5 \text{ tf.m}^2$$

$$J_{bb} = 2 \times (20,80 + 4,50) \times 10^5 = 50,60 \times 10^5 \text{ tf.m}^2$$

$$J_{cc} = 2 \times (2 \times 2,5^2 \times 4,50 + 6^2 \times 20,80) \times 10^5 = 1610 \text{ tf.m}^4$$

Os resultados encontram-se arrolados nas tabelas IV.1 e IV.2, onde estão dispostos na ordem crescente do número de elementos em que a associação foi discretizada; e foram obtidos com o programa III. Para efeito de comparação dos momentos fletores nas paredes, foram colocados na última coluna da tabela IV.2 os obtidos por Ataíde (19) através do Método de Ritz-Galerkin. Um exame daqueles resultados evidencia que, para a associação discretizada em dez elementos, já se tem uma boa aproximação, tanto nos deslocamentos, como nos momentos fletores, e os correspondentes ao número de elementos iguais a vinte e quarenta evidenciam uma tendência de tornarem-se estacionários.

Finalizando, convém observar que dada a particularidade do carregamento e da geometria da associação, o movimento resultante apresenta apenas a componente segundo OY (vide fig. IV.6); com isso, as paredes ③ e ④ não ficam solicitadas.

TABELA IV.1 - DESLOCAMENTOS (V) DO SISTEMA ESTRUTURAL (cm)

COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		
	NÚMERO DE ELEMENTOS		
	10	20	40
0,00	0,00	0,00	0,00
0,20	2,94	2,94	2,95
0,40	10,24	10,24	10,28
0,60	20,02	20,01	20,09
0,80	30,93	30,91	31,03
1,00	42,14	42,11	42,28

TABELA IV.2 - MOMENTOS FLETOR NAS PAREDES ① ② ⑤ e ⑥ - (tf.m).

PAREDES	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
①	0,00	210,30	210,50	211,30	210,6
	0,20	134,50	134,70	135,30	134,8
	0,40	75,52	75,71	76,09	75,8
②	0,60	33,38	33,60	33,75	33,7
	0,80	8,09	8,30	8,39	8,4
	1,00	-0,36	-0,08	0,00	0,0
⑤	0,00	972,30	973,00	976,90	973,4
	0,20	621,70	622,50	625,30	623,0
	0,40	349,00	350,00	351,70	350,4
⑥	0,60	154,20	155,30	156,00	155,8
	0,80	37,39	38,50	38,79	38,9
	1,00	-1,68	-0,40	-0,03	0,0

4.6 - Exemplo V - Associação tridimensional de paredes e pórticos

O presente exemplo tem por objetivo o estudo do comportamento de uma associação tridimensional de paredes e pórticos conforme exhibe-se na figura IV.7. Tal associação consiste em um edifício de 10 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,00m. O módulo de elasticidade do material é tomado igual a $E = 2 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ e admite-se uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício $q = 1,3 \text{ tf/m}$ aplicada segundo o plano da parede ①. As vigas são iguais e de seção $0,20 \times 0,50 \text{ m}$. As paredes ① e ② têm seção constante de $0,25 \times 2,00 \text{ m}$ e a parede ③ tem dimensões $0,25 \times 2,50$ metros também constantes ao longo da altura

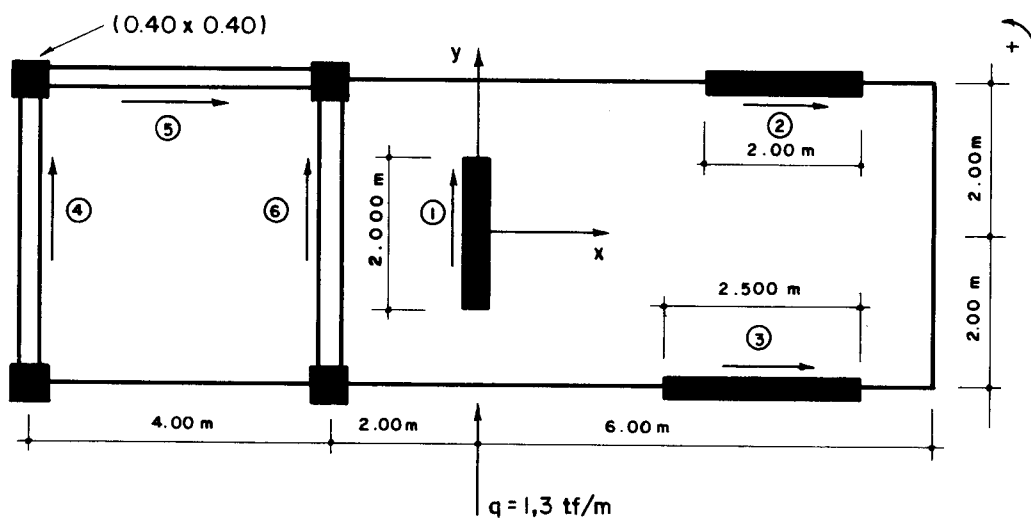


FIG. IV-7 - EDIFÍCIO DE 20 ANDARES

As características dos painéis, determinadas em (10) e (20) são:

a) Paredes ① e ②

$$j_w = 2,34 \times 10^5 \text{ tf.m}^2$$

b) Parede ③

$$j_w = 6,52 \times 10^5 \text{tf.m}^2$$

c) Pórticos ④ ⑤ e ⑥

$$s_f = 30,40 \times 10^2 \text{tf}$$

Os resultados referentes aos deslocamentos do sistema estrutural e aos esforços nos painéis ① e ④ estão arrolados nas tabelas IV.1 a IV.3, e são correspondentes a um número de discretizações da estrutura em vinte, vinte e sete e quarenta elementos. Tais resultados foram obtidos pelo programa III. Com a finalidade de comparar estes resultados, foram colocados na última coluna de cada tabela os encontrados por MANCINE (20) através do Método das Diferenças Finitas. Uma análise daqueles resultados revela que os referentes a vinte elementos já se apresentam satisfatórios (vide tab. V.2 e V.3), e, de maneira geral, os esforços apresentam pequenas diferenças com relação à variação no número de elementos.

Finalizando, convém observar que a rotação W (vide tab. V.1), tendo em vista a natureza do carregamento, apresenta-se no sentido anti-horário, o que é facilmente entendido, uma vez que as paredes ② e ③ situadas à direita do plano de carga, têm rigidez transversal negligenciada, por hipótese, assim o centro elástico do conjunto situa-se à esquerda da parede ①.

TABELA V.1 - DESLOCAMENTOS (U, V e W) DO SISTEMA ESTRUTURAL

D E S L .	COTA	ELEMENTOS FINITOS			DIFERENÇAS FINITAS
	Z/H	Nº DE ELEMENTOS			
		20	27	40	
U (cm)	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
	0,20	0,0247	0,0228	0,0171	0,0255
	0,40	0,1602	0,1533	0,1329	0,1692
	0,60	0,4652	0,4514	0,4117	0,4856
	0,80	0,9299	0,9085	0,8480	0,9622
	1,00	1,4920	1,4630	1,3810	1,5350
V (cm)	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	0,20	1,5650	1,5620	1,5530	1,5502
	0,40	4,8410	4,8320	4,8000	4,824
	0,60	8,5270	8,5090	8,4480	8,5281
	0,80	12,0100	11,9800	11,8900	12,0441
	1,00	15,1600	15,1300	15,0100	15,2436
W/10 ⁻² (rad)	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	0,20	0,1969	0,1959	0,1923	0,2026
	0,40	0,6783	0,6750	0,6640	0,6912
	0,60	1,2790	1,2730	1,2530	1,1300
	0,80	1,8930	1,8840	1,8580	1,9248
	1,00	2,4880	2,4770	2,4440	2,5311

TABELA V.2 - MOMENTO FLETOR NO PAINEL (1) - tf.m²

COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			DIFERENÇAS FINITAS
	Nº DE ELEMENTOS			
	20	27	40	
0,00	267,20	267,30	266,30	264,89
0,20	104,40	104,60	103,50	106,24
0,40	22,91	22,97	22,54	24,86
0,60	-15,92	-15,82	-15,87	-14,30
0,80	-23,89	-23,70	-23,70	-22,70
1,00	- 0,22	- 0,14	- 0,06	0,00

TABELA V.3 - ESFORÇO CORTANTE NO PAINEL (4) - tf

COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			DIFERENÇAS FINITAS
	Nº DE ELEMENTOS			
	20	27	40	
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,20	2,52	2,55	2,65	2,77
0,40	1,23	1,27	1,38	1,34
0,60	-0,35	-0,31	-0,22	-0,50
0,80	-1,66	-1,64	-1,57	-1,79
1,00	-2,36	-2,33	-2,27	-2,49

4.7 - Exemplo VI - Associação tridimensional de pórticos
com núcleo de seção delgada

Como exemplo de associação tridimensional de pórticos e núcleo de seção delgada, estuda-se, em seguida, um edifício de 10 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,00m, conforme mostra-se na figura IV.8. As vigas têm seção de 0,15x0,40m em todos os andares e os pilares têm seção de 0,40x0,40m constantes com a altura. O núcleo, constituído por paredes de 0,15m de espessura, é substituído, para fins de estudo, por duas paredes equivalentes (painéis ⑨ e ⑩) e uma mola fictícia ⑪ conforme mostra-se na figura IV.8. O material é tomado com módulo de elasticidade $E = 3 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ e com coeficiente de Poisson = 0,15. O carregamento considerado é uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício $q = 1,3 \text{ tf/m}$ aplicada segundo o plano OXZ do sistema global de referência.

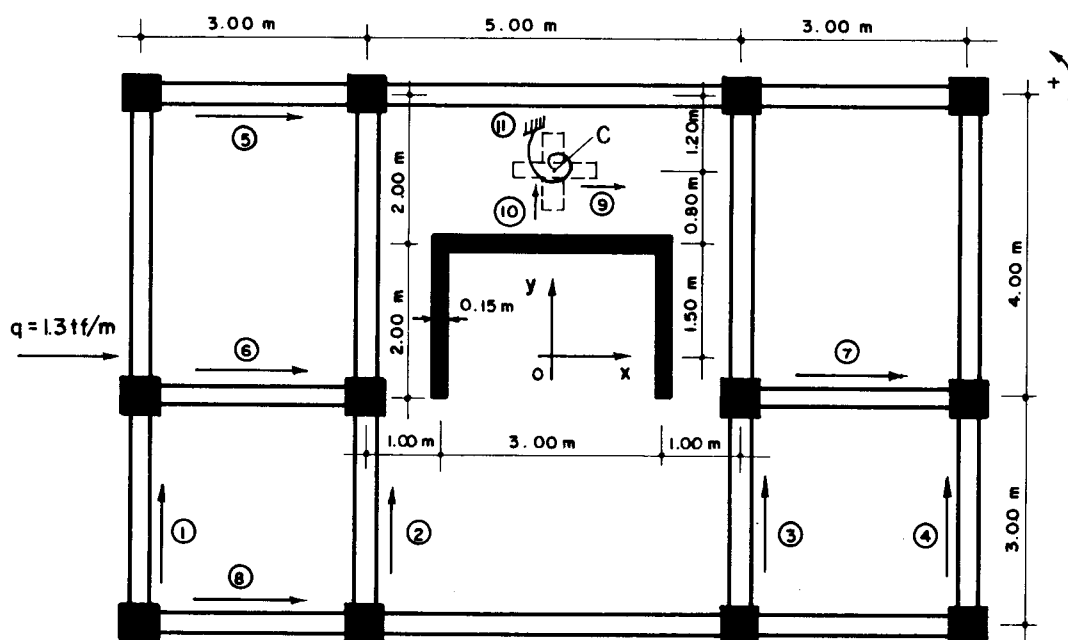


FIG. IV.8 — PLANTA DE UM EDIFÍCIO DE 10 ANDARES

As características dos painéis são:

a) Pórticos de ① a ④

$$s_f = 4507,66$$

b) Pórticos ⑤ e ⑧

$$s_f = 6633,20$$

c) Pórticos ⑥ e ⑦

$$s_f = 2694,74$$

d) Parede ⑨

$$j_w = 506,25 \times 10^4$$

e) Parede ⑩

$$j_w = 13,71 \times 10^4$$

f) Mola fictícia

$$j_t = 2,16 \times 10^5$$

$$s_t = 102,375 \times 10^2$$

Os resultados encontram-se arrolados nas tabelas de VI.1 a VI.6 e foram obtidos com o programa III. Na última coluna de cada tabela constam os resultados obtidos por Ataide (19) através do Método de Ritz-Galerkin, para efeito de comparação. Uma análise desses resultados, revela que, para a associação discretizada em 10 elementos, os resulta

dos referentes aos deslocamentos, momentos fletores nas paredes e esforços cortantes nos pórticos, apresentam-se satisfatórios; mantendo-se, naturalmente, com pequenas variações na estrutura discretizada em vinte e quarenta elementos. Contudo, os esforços na mola (vide tabela VI.6) apresentam convergência lenta, principalmente na base.

TABELA VI.1 - DESLOCAMENTOS (V) E (W) DO SISTEMA ESTRUTURAL

D E S L .	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
U (cm)	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
	0,20	0,2007	0,2010	0,2022	0,201
	0,40	0,5171	0,5177	0,5214	0,517
	0,60	0,8311	0,8321	0,8385	0,832
	0,80	1,1060	1,1080	1,1160	1,107
	1,00	1,3340	1,3370	1,3480	1,336
W/10 ⁻² (rad)	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
	0,20	0,0460	0,0460	0,0459	0,046
	0,40	0,0909	0,0910	0,0905	0,091
	0,60	0,1160	0,1160	0,1153	0,116
	0,80	0,1232	0,1233	0,1213	0,123
	1,00	0,1152	0,1152	0,1141	0,115

TABELA VI.2 - MOMENTO FLETOR NOS PAINÉIS ① ② ⑤ ⑥ e ⑦
tf.m

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
①	0,00	-28,57	-28,56	-28,28	-28,6
	0,20	-17,16	-17,14	-16,89	-17,2
	0,40	- 6,01	- 5,99	- 5,81	- 6,0
	0,60	0,18	0,20	0,30	0,2
	0,80	1,90	1,90	2,04	2,0
	1,00	0,00	0,00	0,00	0,0
②	0,00	-12,98	-12,98	-12,85	-13,0
	0,20	- 7,80	- 7,79	- 7,67	- 7,8
	0,40	- 2,73	- 2,72	- 2,64	- 2,7
	0,60	0,08	0,09	0,13	0,1
	0,80	0,90	0,90	0,92	0,9
	1,00	0,00	0,00	0,00	0,0
⑤	0,00	61,78	61,91	62,91	61,8
	0,20	59,15	59,28	60,16	59,2
	0,40	46,60	48,70	49,35	48,6
	0,60	33,59	33,66	34,05	33,6
	0,80	17,02	17,06	17,24	17,0
	1,00	0,00	0,00	0,00	0,0
⑥ ⑦	0,00	37,52	37,57	37,85	37,5
	0,20	31,49	31,53	31,78	31,5
	0,40	22,36	22,39	22,58	22,4
	0,60	13,56	13,58	13,70	13,6
	0,80	6,05	6,06	6,11	6,1
	1,00	0,00	0,00	0,00	0,0

TABELA VI.3 - MOMENTO FLETOR NOS PAINÉIS ⑧ e ⑨ - tf.m

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
⑧	0,00	115,30	115,40	115,90	115,4
	0,20	91,30	91,37	91,79	91,3
	0,40	59,88	59,93	60,25	59,9
	0,60	33,24	33,27	33,48	33,2
	0,80	13,30	13,32	13,42	13,3
	1,00	0,00	0,00	0,00	0,0
⑨	0,00	329,60	332,20	338,00	332,6
	0,20	159,60	160,80	163,40	160,9
	0,40	56,40	57,19	57,55	51,3
	0,60	- 1,17	- 0,58	- 1,25	- 0,4
	0,80	-19,75	-19,27	-19,69	-19,1
	1,00	- 0,96	- 0,22	- 0,05	0,0

TABELA VI.4 - ESFORÇO CORTANTE NOS PAINÉIS ① ② ⑤ - tf

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
①	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	-2,25	-2,25	-2,24	-2,25
	0,40	-1,43	-1,43	-1,42	-1,43
	0,60	-0,65	-0,65	-0,64	-0,65
	0,80	0,04	0,04	0,05	0,04
	1,00	0,52	0,52	0,53	0,52
②	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	-1,02	-1,02	-1,02	-1,02
	0,40	-0,65	-0,65	-0,64	-0,65
	0,60	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29
	0,80	0,01	0,01	0,02	-0,019
	1,00	0,23	0,24	0,24	0,23
⑤	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	1,15	1,15	1,18	1,15
	0,40	2,23	2,24	2,28	2,24
	0,60	2,68	2,69	2,73	2,68
	0,80	2,80	2,81	2,84	2,80
	1,00	2,86	2,86	2,89	2,86

TABELA VI.5 - ESFORÇO CORTANTE NOS PAINÉIS ⑥ ⑦ ⑧ e ⑨ -
tf

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS			RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS			
		10	20	40	
⑥	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	1,44	1,44	1,45	1,44
	0,40	1,53	1,53	1,54	1,53
	0,60	1,37	1,37	1,38	1,37
	0,80	1,12	1,12	1,13	1,12
	1,00	0,93	0,93	0,94	0,93
⑦	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,20	5,37	5,37	5,38	5,37
	0,40	4,92	4,92	4,94	4,92
	0,60	3,90	3,91	3,93	3,91
	0,80	2,72	2,73	2,74	2,73
	1,00	1,87	1,87	1,89	1,87
⑧	0,00	32,50	35,35	37,55	38,72
	0,20	19,37	20,56	21,58	21,76
	0,40	11,34	12,26	13,03	13,16
	0,60	4,66	5,45	5,92	6,25
	0,80	- 1,49	-0,75	-0,50	0,013
	1,00	- 4,74	-5,68	-6,21	-6,59

TABELA VI.6 - ESFORÇOS NA MOLA (11)

ESFORÇO	COTA Z/H	ELEM.FINITOS	RITZ GALERKIN
		40 ELEMENTOS	
MOMENTO TORÇOR TOTAL (tf.m)	0,00	73,48	87,29
	0,20	3,26	3,90
	0,40	0,28	0,26
	0,60	0,07	0,11
	0,80	- 0,28	- 0,21
	1,00	- 4,69	- 5,08
BIMOMENTO (tf.m ²)	0,00	146,80	148,40
	0,20	- 9,08	- 8,75
	0,40	-12,18	-12,22
	0,60	-10,55	-10,65
	0,80	- 9,57	- 9,52
	1,00	- 0,12	0,00

4.8 - Exemplo VII - Associação tridimensional de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada

Estuda-se, finalmente, uma associação tridimensional de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada, conforme ilustra-se na figura IV.9. Tal associação, consiste num edifício de 20 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,10m. As paredes são de 0,20m de espessura e o módulo de elasticidade do material destas e dos lintéis é tomado $E = 1,53 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$, com coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$. Na figura IV.9, nota-se a presença dos painéis perpendiculares (7) e (8), em linhas tracejadas, e ainda, uma mola fictícia (9), os quais têm a finalidade de substituir o núcleo conforme orientação já prestada no item 2.5. O carregamento considerado é uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício $q = 1,5 \text{ tf/m}$ aplicada segundo o plano médio longitudinal, conforme mostra-se na figura IV.9.

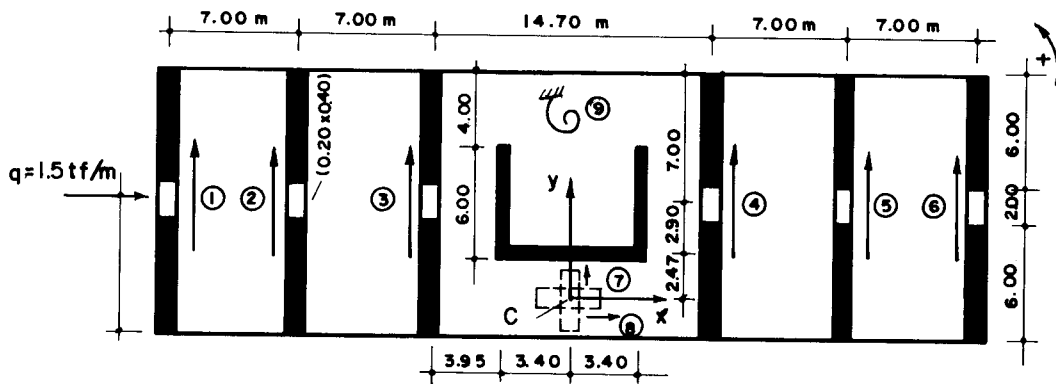


FIG. IV.9 - PLANTA DE UM EDIFÍCIO DE 20 ANDARES

Convém esclarecer que as condições particulares do carregamento e da estrutura levam a mesma a experimentar apenas os movimentos U e W; desta forma, os conjuntos de paredes unidas por lintéis ficam solicitados de modo an

timétrico em relação ao plano OYX, não sendo, por consequinte, solicitado o painel (7) (vide figura IV.9).

Os resultados de maior interesse estão arrolados nas tabelas VII.1 a VII.4, os quais, para o maior número de elementos indicados, confrontam, de uma maneira geral, com os obtidos pelo Método de Ritz Galerkin (19).

TABELA VII.1 - MOMENTOS FLETORES NOS PAINÉIS (1) (2) (3) e (8) (tf.m)

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS		
		10	14	
(1) $M_{w1} = M_{w2}$	0,00	50,601	50,825	51,707
	0,20	19,323	19,556	19,031
	0,40	4,585	4,737	4,132
	0,60	-2,215	-2,113	-1,872
	0,80	-3,902	-3,822	-3,318
	1,00	0,021	0,007	0,000
(2) $M_{w1} = M_{w2}$	0,00	34,010	34,159	34,754
	0,20	12,987	13,143	12,791
	0,40	3,081	3,183	2,777
	0,60	-1,489	-1,420	-1,258
	0,80	-2,622	-2,568	-2,230
	1,00	0,014	0,004	0,000
(3) $M_{w1} = M_{w2}$	0,00	17,420	17,493	17,801
	0,20	6,652	6,730	6,552
	0,40	1,578	1,630	1,422
	0,60	-0,762	-0,727	-0,645
	0,80	-1,343	-1,315	-1,142
	1,00	0,007	0,002	0,000
(8)	0,00	2882,996	2896,97	2883,00
	0,20	1845,117	1857,89	1845,12
	0,40	1037,879	1047,39	1037,88
	0,60	461,279	466,37	461,28
	0,80	115,320	117,23	115,32
	1,00	0,000	-0,08	0,00

TABELA VII.2 - ESFORÇO CORTANTE NOS LINTÉIS, PAINÉIS ① ②
e ③ (t)

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS		
		10	14	
①	0,00	0,000	0,000	0,000
	0,20	-0,974	-0,975	0,892
	0,40	-1,093	-1,094	1,103
	0,60	-0,892	-0,893	0,910
	0,80	-0,626	-0,625	0,590
	1,00	-0,488	-0,483	0,422
②	0,00	0,000	0,000	0,000
	0,20	-0,655	-0,655	0,600
	0,40	-0,734	-0,735	0,741
	0,60	-0,600	-0,600	0,611
	0,80	-0,421	-0,420	0,396
	1,00	-0,328	-0,325	0,283
③	0,00	0,000	0,000	0,000
	0,20	-0,335	-0,335	0,307
	0,40	-0,376	-0,376	0,380
	0,60	-0,307	-0,307	0,313
	0,80	-0,215	-0,215	0,203
	1,00	-0,168	-0,166	0,145

TABELA VII.3 - ESFORÇO NORMAL NAS PAREDES (t)

PAINEL	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS		
		10	14	
ESN ₁ ①	0,00	15,937	15,888	15,155
	0,20	13,548	13,312	13,165
	0,40	9,232	8,959	9,038
	0,60	5,193	5,040	4,946
	0,80	2,154	2,109	1,950
	1,00	0,000	0,000	0,000
ESN ₁ ②	0,00	10,711	10,678	10,185
	0,20	9,106	8,947	8,847
	0,40	6,205	6,021	6,074
	0,60	3,490	3,387	3,304
	0,80	1,448	1,417	1,311
	1,00	0,000	0,000	0,000
ESN ₁ ③	0,00	5,486	5,468	5,217
	0,20	4,664	4,581	4,532
	0,40	3,178	3,083	3,111
	0,60	1,787	1,734	1,703
	0,80	0,741	0,726	0,671
	1,00	0,000	0,000	0,000

TABELA VII.4 - ESFORÇOS NA MOLA

ESFORÇO	COTA Z/H	ELEMENTOS FINITOS		RITZ GALERKIN
		Nº DE ELEMENTOS		
		10	14	
MOMENTO DE FLEXP TORÇÃO (tf.m)	0,00	-4,602	-4,867	-5,624
	0,20	-2,143	-2,800	-2,701
	0,40	-1,015	-1,267	-1,152
	0,60	-0,353	-0,482	-0,416
	0,80	0,271	0,167	0,064
	1,00	0,687	0,751	0,850
MOMENTO TORÇOR TOTAL (tf.m)	0,00	-4,602	-4,867	-5,624
	0,20	-2,259	-2,916	-2,817
	0,40	-1,170	-1,422	-1,305
	0,60	-0,512	-0,640	-0,571
	0,80	0,124	0,021	-0,080
	1,00	0,549	0,613	0,245
BIMOMENTO (tf.m ²)	0,00	-77,232	-77,617	-78,977
	0,20	-29,459	-29,891	-29,068
	0,40	- 6,984	- 7,238	- 6,311
	0,60	3,383	3,228	2,860
	0,80	5,942	5,838	5,067
	1,00	- 0,001	0,002	0,000

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Inicialmente, é oportuno salientar que o Método de integração numérica de Rayleigh-Ritz, pela via da técnica dos Elementos Finitos, já é, por assim dizer, consagrado; e tem sido objeto de inúmeros trabalhos divulgados na literatura técnica. A eficiência desse método no trato dos problemas estruturas já é um fato consumado. Todavia, procurou-se no presente trabalho comprovar, mais uma vez, a utilidade e eficiência de tal método na abordagem particular da análise de estruturas de edifícios altos segundo a técnica do Meio Contínuo.

O Método de Rayleigh-Ritz, da maneira aqui formulada, conduz a procedimentos facilmente programáveis em computadores; e, mais ainda, não introduz restrições com relação a eventuais variações de características elásticas e geométricas ao longo da altura da estrutura.

Nos exemplos de aplicação arrolados no Capítulo IV pode ser constatado que o método em questão apresenta uma convergência bastante acentuada, tanto nos casos de associações planas de painéis como nas Tridimensionais. Por exemplo, nas associações planas de parede e pórtico com rigidez relativa $K=5$, bons resultados foram alcançados com uma divisão do domínio em cinco elementos. Contudo, para o valor da rigidez relativa $K=20$ torna-se necessário uma divisão em maior número de elementos, para obtenção de resultados com aquela mesma precisão. Tal fato já era esperado visto que o comportamento do conjunto, conforme observações já prestadas (7), apresenta, nos casos de rigidez relativa alta, perturbações muito grandes na região da base.

É digno de nota a convergência verificada na análise de associações planas de paredes ligadas por lintéis. Cabe esclarecer, todavia, que o movimento axial das paredes

são tomadas, por questão de comodidade algébrica, de maneira independente. Desta feita, conforme já foi mencionado, o número de parâmetros incógnitos fica aumentado; porém não atinge um montante proibitivo.

Finalizando, é oportuno ressaltar que, em virtude de certos artifícios algébricos introduzidos na formulação proposta, introduz-se como restrição a consideração apenas de elementos com o mesmo comprimento, que corresponde, numa linguagem mais ampla, a utilização tão somente de malhas regulares. Cabe, esclarecer que tal restrição não constitui uma limitação de certa gravidade, porquanto a experimentação numérica levada a efeito comprova a obtenção de resultados satisfatórios nos diversos casos de associação de painéis abordados.

ANEXO

PROGRAMAS EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO, SEGUNDO A TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO, DE ASSOCIAÇÕES DE PAINÉIS PELA TÉCNICA DOS ELEMENTOS FINITOS.

1. PROGRAMA I

1.1 - Finalidades

O presente programa resolve o problema das associações planas de parede e pórtico por meio de barras bi-articuladas submetidas a cargas uniformemente distribuídas por subdomínios ou ao longo da altura. Tais associações, quanto à rigidez, podem apresentar as seguintes particularidades: parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura; parede com rigidez constante e o pórtico com rigidez variável linearmente, e ainda, considerando nestas associações o pórtico com rigidez constante por elemento.

1.2 - Método utilizado

A formulação, aqui utilizada, baseia-se no Método de Rayleigh-Ritz, seguindo-se o procedimento usual da técnica dos Elementos Finitos, conforme apresenta-se no ítem 3.2 e 3.3.

1.3 - Restrições do Programa

Conforme já foi assinalado no texto, o painel parede é suposto com rigidez constante ao longo da altura. Além disso, por comodidade algébrica, os elementos são sempre do mesmo comprimento (malha regular). E ainda, as coordenadas

adimensionais ξ , ao longo da altura da associação, devem ser fornecidas necessariamente as que estão ao nível das extremidades dos elementos.

O programa em tela, cuja listagem apresenta-se no final deste ítem, foi processado em computador IBM-1130, com 32K de memória. Nessas condições o maior número de elementos considerados chega à casa dos trinta, utilizando-se pre ci s ã o s i m p l e s. Vale assinalar que nos exemplos de aplicação, já comentados no capítulo IV, não se nota diferença apreciável nos resultados obtidos quando se usa pre ci s ã o s i m p l e s ou ext en d i d a.

1.4 - Tabela de equivalência entre variáveis

V A R I Á V E I S			
FORMULAÇÃO	PROGRAMA	FORMULAÇÃO	PROGRAMA
n	NH	β	BETA(L2)
K	VK	[R]	S(I,J)
$\bar{\lambda}_i$	VL1(I)	$\bar{\xi}$	QSIEL(L)
δ	PH	{ D } _i	P(I)
$\bar{\delta}_i$	PC(NE)	M_{wi}/qH^2	MWM
{ F }	P(I)	Q_{fi}/qH	QFM
{ R } _i	A(I,J)	$u_i/(qH^2/s_f)$	UM

1.5 - Descrição dos dados de entrada

1.5.1 - Associação com pórtico de rigidez variável linearmente

ORDEM DAS LEITURAS	D A D O S		FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES
	SIGNIFICADO	REPRES.		
1a.	- nº de elementos..... - rigidez relativa.... - relação entre o comprimento do elemento e o da associação...	NH VK PH	I2,2F6.3	1
2a.	- coeficientes de carga nos elementos....	PC(NE)	20F4.2	(*)
3a.	- nº de coordenadas adimensionais da associação.....	NQE	I2	1
4a.	- coordenadas adimensionais da estrutura...	QSIES(L)	20F4.2	(*)
5a.	- vetor auxiliar que contém os índices de QSIES(L) coincidentes com as extremidades dos elementos...	M1(L1)	40I2	(*)
6a.	- nº do caso	NCASO=0	I2	1
7a.	- coeficientes de rigidez nas extremidades dos elementos.....	BETA(L2)	13F6.4	(*)

(*) - o nº de cartões depende do nº de elementos

1.5.2 - Associação com pórtico de rigidez constante por elemento ou ao longo da altura

ORDEM DAS LEITURAS	D A D O S		FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES
	SIGNIFICADO	REPRES.		
1a. a 5a.	- Idem caso anterior			
6a.	- nº do caso.....	NCASO≠0	I2	1
8a.	- coeficiente de rigidez dos elementos	BETA(L2)	13F6.4	(*)

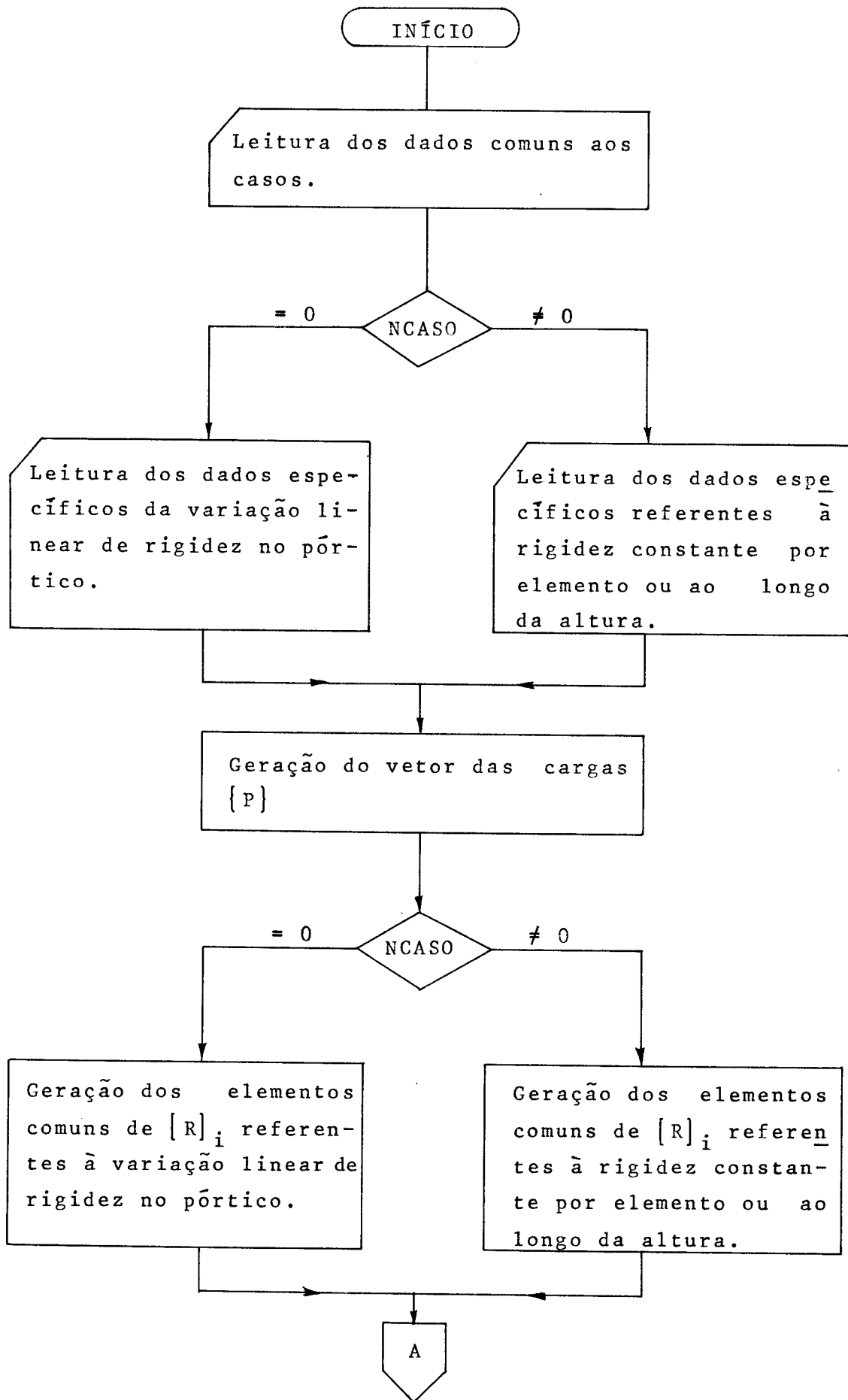
1.6 - Descrição das saídas impressas do programa principal

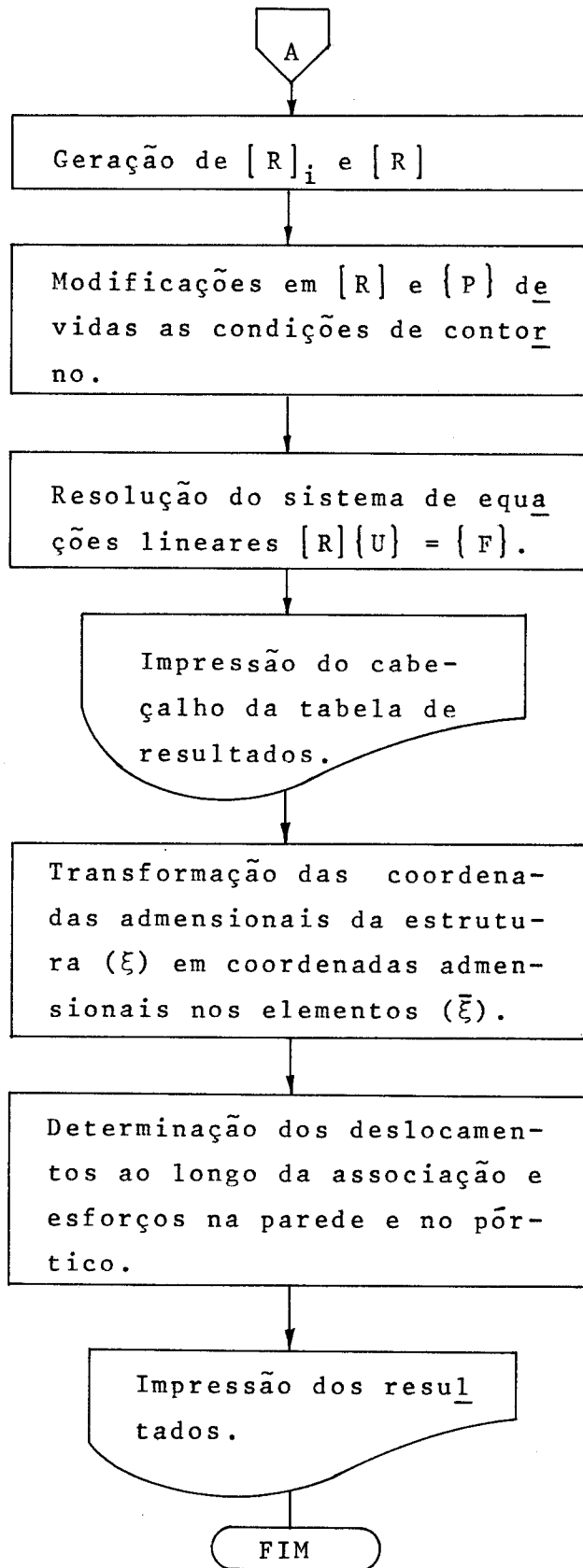
- coordenadas adimensionais ao longo da altura da associação $\xi = Z/H$.
- momentos fletores nas paredes M_w/qH^2
- esforço cortante no pórtico Q_f/qH
- deslocamentos da associação $u/(qH^2/s_f)$

1.7 - Descrição sucinta do subprograma utilizado

- Subprograma SPIVO - Resolve um sistema de equações lineares pelo processo de triangularização superior e pivotamento de GAUSS.

1.8 - Fluxograma do programa principal





1.9 - Listagem do Programa

PAGE 1 DIONISIO

// JCB T

DIONISIO

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

SUBROUTINE SPIVO(A,N,X)

INTEGER P(51)

DIMENSION A(50,50),X(50)

WRITE(5,10)

10 FORMAT(//,5X,'SOLUCAO DA PIVO'//)

NI=N

N2=NI+1

DC 2 I=1,NI

20 P(I)=1

NI=NI-1

DC 46 J=1,NI

L=J

L5=P(J)

AB=A(L5,J)

J1=J+1

DC 30 I=J1,NI

IP=P(I)

25 IF(AB-ABS(A(IP,J)))25,25,30

AB=ABS(A(IP,J))

L=I

30 CCNTINUE

IF(AB-1.0E-20)80,80,35

35 KL=P(J)

P(J)=P(KL)

P(KL)=KL

DC 45 I=J1,NI

IP=P(I)

JP=P(J)

HK=A(IP,J)/A(JP,J)

DC 40 ML=J1,N2

A(IP,ML)=A(IP,ML)-HK*A(JP,ML)

40 CCNTINUE

45 CCNTINUE

46 CCNTINUE

NIP=P(NI)

48 IF(ABS(A(NIP,NI))-1.0E-20)80,80,48

X(NI)=A(NIP,N2)/A(NIP,NI)

N3=NI+1

DC 60 I=1,NI

I=N3-I

PR=1.

I1=I+1

DC 50 J=I1,NI

IP=P(I)

50 PR=PR+A(IP,J)*X(J)

60 X(I)=(A(IP,NI+1)-PR)/A(IP,I)

WRITE(5,70)(X(I),I=1,NI)

70 FORMAT(1X,'X PIVO',8E14.7)

GO TO 100

80 WRITE(5,90)

90 FORMAT(1X,'A MATRIZ E SINGULAR')

100 RETURN

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SPIVO

COMMON 0 VARIABLES 76 PROGRAM 544

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0076 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SPIVO
CART ID 0016 DB ADDR 4932 DB CNT 0024

// FOR

PAGE 2 DICNISIC

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

*ICCS(CARD,1152PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)

C
C PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA CALCULAR DESLOCAMENTOS E
C ESFORÇOS PELA-TECNICA DOS ELEMENTOS FINITOS-EM ASSOCIACOES PLA-
C NAS DE PAREDE E PORTICO SUBMETIDAS A CARGAS HORIZONTAIS.

C PROGRAMADO POR-DIONISIO DA SILVA OLIVEIRA- ANO/1 9 8 1

C REAL MWM
C DIMENSION P(50),S(50,50),A(4,4),QSIES(40),PC(31)
C DIMENSION BETA(21),M1(40)

C LEITURA DOS DADOS

C READ(2,10)NH,VK,PH
C 10 FCRMAT(12,2F6.3)

C READ(2,20)(PC(NE),NE=1,NH)

C 20 FCRMAT(20F4.2)

C READ(2,30)NQE

C 30 FCRMAT(12)

C NI=NH+1

C READ(2,40)(QSIES(L),L=1,NQE)

C 40 FCRMAT(20F4.2)

C READ(2,50)(M1(L1),L1=1,NI)

C 50 FCRMAT(40I2)

C NM=NI*2

C DO 60 I=1,NM

C P(I)=0.

C DO 60 J=1,NM

C 60 S(I,J)=.

C READ(2,30)NCASC

C IF(NCASC)100,70,100

C ASSOCIACAO COM PORTICO DE RIGIDEZ VARIAVEL LINERAMENTE

C 70 READ(2,80)(BETA(L2),L2=1,NI)

C 80 FCRMAT(13F6.4)

C WRITE(5,90)VK

C 90 FCRMAT(5(/),10X,'VK=',F6.3)

C WRITE(5,95)(BETA(L2),L2=1,NI)

C 95 FCRMAT(7/,10X,'BETA=',2X,11F6.4)

C GO TO 110

C ASSOCIACAO COM RIGIDEZ CONSTANTE POR ELEMENTO OU AO LONGO DA

C ALTURA

C 100 READ(2,80)(BETA(L2),L2=1,NH)

C WRITE(5,90)VK

C WRITE(5,95)(BETA(L2),L2=1,NH)

C 110 CONTINUE

C PH2=PH*PH

C VL1=VK*VK*PH2

C DO 150 I=1,NH

C N1=2*I

C AC=VL1*PH2*PC(I)

C AP=AC*0.5

C AB=AP/6.

C P(N1-1)=P(N1-1)+AP

C P(N1)=P(N1)+4B

C P(N1+1)=P(N1+1)+AP

C P(N1+2)=P(N1+2)+4B

C J1=I+1

C IF(NCASC)130,120,130

C FASE DE GERACAO DO VETOR DAS CARGAS

C FASE DE GERACAO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DAS CARACTERISTICAS GE-
C OMETRICAS E ELAST. ELEMENTAR(ASSOCIACAO COM PORTICO DE RIGIDEZ
C VARIAVEL LINERAMENTE)

C 120 A1=BETA(1)
C A2=BETA(J1)
C AA=(A1+A2)*VL1
C G=VL1*(A1+3.*A2)*0.0333333+4.
C B=VL1*A1*0.1+6.
C C=-AA*0.166666+2.
C D=AA*0.6+12.
C E=VL1*A2*0.1+6.
C F=VL1*(3.*A1+A2)*0.0333333+4.

PAGE 3 DICNISI C

GC TC 140

C
C
C
C

FASE DE GERACAO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DAS CARACTERISTICAS GEOMETRICAS E ELAST. ELEMENTAR (ASSOCIACAO COM RIGIDEZ CONST. POR ELEMENTO OU AO LONGO DA ALTURA)

```

130 A1=BETA(I)*VL1
    G=A1*.1333333+4.
    B=A1*.1+6.
    C=-A1*.1333333+2.
    D=A1*.2+12.
    E=B
    F=G

```

C
C
C

MATRIZ DAS CARACTERISTICAS GEOM. E ELAST. ELEMENTAR

```

140 A(1,1)=D
    A(1,2)=E
    A(1,3)=-D
    A(1,4)=B
    A(2,1)=E
    A(2,2)=F
    A(2,3)=-E
    A(2,4)=C
    A(3,1)=-D
    A(3,2)=-E
    A(3,3)=D
    A(3,4)=-B
    A(4,1)=B
    A(4,2)=C
    A(4,3)=-B
    A(4,4)=G

```

C
C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ DAS CARACTERISTICAS GEOM. E ELAST. DA ASSOCIACAO

```

DC 150 I2=1,4
    I3=I2+2*(I-1)
DC 150 I1=1,4
    J=I1+2*(I-1)
150 S(I3,J)=A(I2,I1)+S(I3,J)

```

C
C
C

MODIFICACOES EM P(I) E S(I3,J) DEVIDAS AS CONDICAOES DE CONTORNO

```

P(1)=1.
P(2)=0.
DC 160 I=1,2
DC 160 J=1,NM
S(I,J)=1.
160 S(J,I)=1.
    S(1,1)=1.
    S(2,2)=1.
    IAUX=NM+1
DC 170 I=1,NM
170 S(I,IAUX)=P(I)
    CALL SP1VC(S,NM,P)
    WRITE(5,180)
180 FORMAT(1H1,/,3X,'MOMENTO',6X,'ESFORCO',7X,'DESLOC.',/,22X,'COORD.',
    3X,'FLETOR',7X,'CORTANTE',8X,'DA',/,30X,'PAREDE',7X,'PORTICO',
    C,5X,'ASSOCIACAO')
R5=0.
K7=0
J7=0
DC 300 I=1,NM
K7=K7+1
J7=J7+1
NIC=M1(K7)
NF=M1(J7)
J=I+1
IF(I-1)210,240,210
200 CONTINUE
GC TC 220
210 R5=R5+PH
    BS=1-R5
220 A3=2*I
DC 300 L=NIC,NF
IF(I-1)250,240,250
240 GSIEL=GSIES(L)/PH
GC TC 260
250 GSIEL=(GSIES(L)-(1.-BS))/PH
260 G=GSIEL

```

PAGE 4 DICNISIC

```

Q2=G*G
Q3=Q2*G
DQ3=Q3+Q3
DC2=Q2+Q2
TG2=DQ2+Q2
SC2=TC2+TC2
MWM=((12*G-6)*P(N3-1)+(6*Q-4)*P(N3)+(-12*Q+6)*P(N3+1)+(6*Q-2)*P(N3
C+2))/VLI
IF(ACASE)28,27,29
270 QFM=(BETA(I)+(BETA(J)-BETA(I))*Q)/PH*((SQ2-6*Q)*P(N3-1)+(TQ2-4*Q+1
C)*P(N3)+(-SQ2+6*Q)*P(N3+1)+(TQ2-2*Q)*P(N3+2))
GC TC 29)
280 QFM=BETA(I)/PH*((SQ2-6.*Q)*P(N3-1)+(TQ2-4.*Q+1.)*P(N3)+(-SQ2+6.*Q)
C*P(N3+1)+(TQ2-2.*Q)*P(N3+2))
290 UM=((DQ3-TG2+1.)*P(N3-1)+(Q3-DQ2+Q)*P(N3)+(-DQ3+TQ2)*P(N3+1)+(Q3-Q
C2)*P(N3+2))
300 WRITE(5,510)QSIES(L),MWM,QFM,UM
310 FORMAT(/,22X,F4.2,3(2X,E11.4))
WRITE(5,320)
320 FORMAT(/,22X,43('*'),//,23X,'Z/H',4X,'MW/PH2',7X,'QW/PH',7X,'U/(P
CH2/SF)',//,22X,43('*'),//)
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
ICCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON VARIABLES 5464 PROGRAM 1562

END OF COMPILATION

// XEQ

2. PROGRAMA II

2.1 - Finalidades

O presente programa resolve o problema das associações planas de paredes ligadas por lintéis, submetidas a cargas uniformemente distribuídas ao longo da altura.

2.2 - Método Utilizado

A formulação, aqui utilizada, baseia-se no Método de Rayleigh-Ritz, seguindo-se o procedimento desenvolvido no ítem 3.5.

2.3 - Restrições do Programa

Por comodidade algébrica, os elementos são sempre de mesmo comprimento (malha regular). Além disso, as coordenadas adimensionais ξ , ao longo da altura da associação, devem ser fornecidas necessariamente as que estão ao nível das extremidades dos elementos.

O programa em tela, cuja listagem apresenta-se no final deste ítem, foi processado em computador IBM-1130, com 32K de memória. Nessas condições o maior número de elementos considerados chegam à casa dos vinte, utilizando-se precisão simples. Vale assinalar que nos exemplos de aplicação referentes a este programa, já comentados no capítulo IV, não se nota diferença apreciável nos resultados obtidos quando se usa precisão simples ou estendida.

2.4 - Tabela de equivalência entre variáveis

V A R I Á V E I S			
FORMULAÇÃO	PROGRAMA	FORMULAÇÃO	PROGRAMA
E_w	EW	K_3	K3
J_1	JP1	j_{w1}	JW1
J_2	JP2	j_{w2}	JW2
S_1	S1	R_{L1}	RL1
S_2	S2	R_{L2}	RL2
E_L	EL	h_L	HL
J_L	JL	δ	PH
a	HA	$\bar{\xi}$	QSIEL(L)
c	CEE	$[R]_i$	R(I,J)
q	CD	$[R]$	S(I,J)
H	H	$\{F\}$	P(I)
J_p	JP	N_{w1i}	ESN1
J_s	JS	M_{w1i}	MW1
S	SP	M_{w2i}	MW2
K_1	K1	Q_{Li}	QL
K_2	K2	u_i	U

2.5 - Descrição dos dados de entrada

ORDEM DAS LEITURAS	D A D O S		FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES
	SIGNIFICADO	REPRES.		
1a.	<ul style="list-style-type: none"> - número de elementos. - número de coordena- das admensionais ao longo da associação. - relação entre o com- primento do elemento e o da associação... 	<p>NH</p> <p>NQE</p> <p>PH</p>	2I2, F6.4	1
2a.	<ul style="list-style-type: none"> - módulo de elasticida de das paredes..... - momento de inércia da parede (1)..... - idem parede 2..... - área da seção trans- versal da parede (1).. - idem parede (2)..... 	<p>EW</p> <p>JP1</p> <p>JP2</p> <p>S1</p> <p>S2</p>	5F16.5	1
3a.	<ul style="list-style-type: none"> - módulo de elasticida de dos lintéis..... - momento de inércia dos lintéis..... 	<p>EL</p> <p>JL</p>	5F16.5	1
4a.	<ul style="list-style-type: none"> - semi-distância entre os pontos de engasta mento do lintel.... - semi distância entre o CG das paredes.... - carga uniformemente distribuída ao longo da altura da associa ção..... - altura da associação - distância entre lin- téis..... 	<p>HA</p> <p>CEE</p> <p>CD</p> <p>H</p> <p>HL</p>	5F16.5	1

CONTINUAÇÃO				
5a.	- coordenadas adimensionais ao longo da altura da associação.....	QSIES(L)	20F4.2	(*)
6a.	- vetor auxiliar que contém os índices de QSIES(L) coincidentes com as extremidades dos elementos.....	M1(LI)	21I2	(*)

(*) O número de cartões depende do número de elementos.

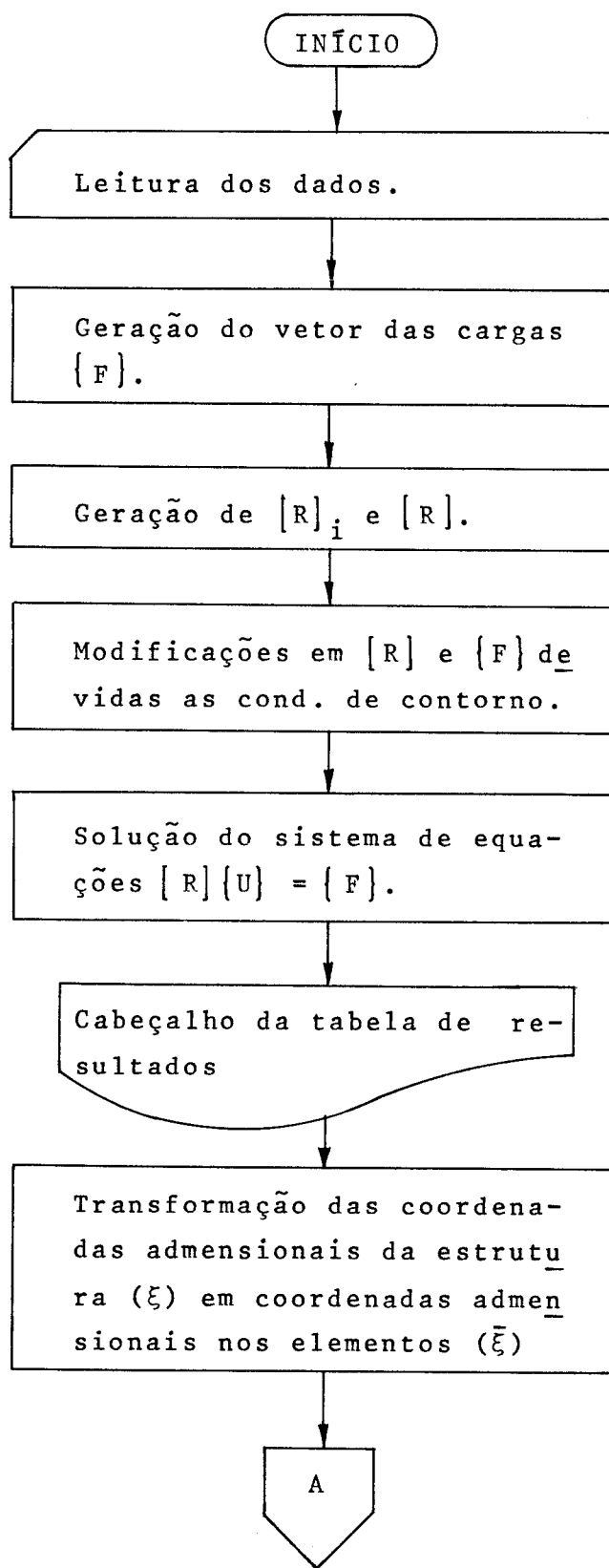
2.6 - Descrição das impressões do programa principal

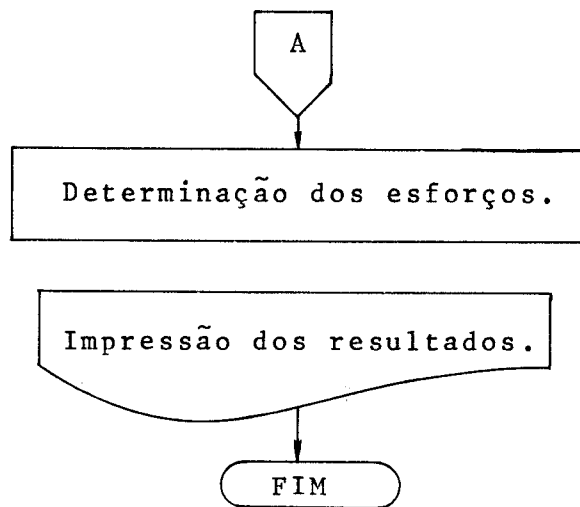
- coordenadas adimensionais ao longo da altura H - QSIES
- momentos fletores nas paredes - MW1 e MW2
- esforço cortante nos lintéis - QL
- esforço normal na parede ① - ESN1
- deslocamentos da associação - U

2.7 - Descrição sucinta do subprograma utilizado

- Subprograma SPIVO - idem Programa I

2.8 - Fluxograma do programa principal





2.9 - Listagem do Programa

PAGE 1 DIONISIO

// JCB T

DIONISIO

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PFY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FCR

```

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE SPIVC(A,N,X)
INTEGER P(64)
DIMENSION A(64,64),X(64)
WRITE(5,10)
10 FCRMAT(//,5X,'SOLUCAO DA PIVC'//)
N1=N
N2=N1+1
DC 20 I=1,N1
20 P(I)=1
N1=N1-1
DC 46 J=1,N1
L=J
L5=F(J)
AB=A(L5,J)
J1=J+1
DC 30 I=J1,N1
IF=P(I)
IF(AB-ABS(A(IP,J)))25,25,30
25 AB=ABS(A(IP,J))
L=I
30 CCNTINUE
IF(AB-1.0E-20)80,80,35
35 KL=F(J)
P(J)=P(L)
P(L)=KL
DC 45 I=J1,N1
IF=P(I)
JP=F(J)
HK=A(IP,J)/A(JP,J)
DC 40 ML=J1,N2
A(IP,ML)=A(IP,ML)-HK*A(JP,ML)
40 CCNTINUE
45 CCNTINUE
46 CCNTINUE
NIP=P(N1)
IF(ABS(A(NIP,N1))-1.0E-20)80,80,48
48 X(N1)=A(NIP,N2)/A(NIP,N1)
N3=N1+1
DC 60 II=1,N1
I=N3-II
PR=0.
I1=I+1
DC 50 J=I1,N1
IP=P(I)
50 PR=PR+A(IP,J)*X(J)
60 X(I)=(A(IP,N1+1)-PR)/A(IP,I)
WRITE(5,70)(X(I),I=1,N1)
70 FCRMAT(IX,'X PIVC',8E14.7)
GC TO 100
80 WRITE(5,90)
90 FCRMAT(IX,'A MATRIZ E SINGULAR')
100 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SPIVC
COMMON VARIABLES 90 PROGRAM 544

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0084 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SPIVC
CART ID 0016 DB ADDR 4932 DB CNT 0024

// FCR

PAGE 2 DICNISIC

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*ICCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)

PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA CALCULAR DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS PELA-TECNICA DOS ELEMENTOS FINITOS-EM ASSOCIACOES DE PAREDES LIGADAS POR LINTEIS

PROGRAMADO POR-DICNISIO DA SILVA OLIVEIRA- ANO 1 9 8 1

REAL JP,JS,K1,K2,K3,JW1,JW2,MW1,MW2,KK1,KK2,KK3,JP1,JP2,JL
DIMENSICN P(64),S(64,64)
DIMENSICN GSIES(50),M1(50),R(6,6)

10 READ(2,10)NH,NQE,PH
FCRMT(212,F6.4)

NI=NH+1

20 READ(2,20)EW,JP1,JP2,S1,S2
READ(2,20)EL,JL
READ(2,20)FA,CEE,CD,F,HL
FCRMT(5F16.5)

40 READ(2,40)(GSIES(L),L=1,NQE)
FCRMT(20F4.2)

50 READ(2,50)(M1(LI),LI=1,NI)
FCRMT(21I2)

JP=EW*(JP1+JP2)
SP=(S1+S2)/S2
JS=EW*S1*SP
PAUX1=12.*EL*JL*SP
PAUX2=8.*HA*HA*FA
K1=PAUX1*SP/(PAUX2*HL)
PAUX3=2.*CEE/SP
PAUX4=HL/(2.*CEE)
K2=PAUX3*K1
K3=PAUX3*K2
JW1=EW*JP1
JW2=EW*JP2
RL1=K2*PAUX4
RL2=K3*PAUX4
NM=3*NI
DC 60 I=1,NM
P(I)=.
DC 60 J1=1,NM
60 S(I,J1)=0.
RK=H*PH
RK2=RK*RK
RK3=RK2*RK
RK4=RK3*RK
F5=CD*RK4*0.5
F6=CD*RK4/12.
F7=0.

FASE DE GERACAC DA MATRIZ DAS CARAC. GEOM. E ELAST. DO ELEMENTO

KK1=K3*RK2
KK2=K1*RK4
KK3=K2*RK3
R1=12.*JP+1.2*KK1
R2=6.*JP+KK1*0.1
R3=KK3*0.5
R4=4*JP+KK1*0.1333333
R5=2.*JP-KK1*0.3333333
R6=KK3*0.8333333
R7=JS*RK2+KK2*0.3333333
R8=-JS*RK2+KK2*.16666666
R(1,1)=R1
R(1,2)=R2
R(1,3)=R3
R(1,4)=-R1
R(1,5)=R2
R(1,6)=R3
R(2,1)=R2
R(2,2)=R4
R(2,3)=-R6
R(2,4)=-R2
R(2,5)=R5

PAGE 3 DICNISIC

```

R(2,6)=R6
R(3,1)=R3
R(3,2)=-R6
R(3,3)=R7
R(3,4)=-R3
R(3,5)=R6
R(3,6)=R8
R(4,1)=-R1
R(4,2)=-R2
R(4,3)=-R3
R(4,4)=R1
R(4,5)=-R2
R(4,6)=-R3
R(5,1)=R2
R(5,2)=R3
R(5,3)=R6
R(5,4)=-R2
R(5,5)=R4
R(5,6)=-R6
R(6,1)=R3
R(6,2)=R6
R(6,3)=R8
R(6,4)=-R3
R(6,5)=-R6
R(6,6)=R7
DC 70 I=1,NH

```

C
C
C

FASE DE GERACAO DO VETOR DAS CARGAS

```

N4=3*I
P(N4-2)=P(N4-2)+F5
P(N4-1)=P(N4-1)+F6
P(N4)=P(N4)+F7
P(N4+1)=P(N4+1)+F5
P(N4+2)=P(N4+2)-F6
P(N4+3)=P(N4+3)+F7

```

C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ DAS CARAC. GEOM. E ELAST. DA ASSOC.

```

DC 70 I2=1,6
I4=I2+3*(I-1)
DC 70 I1=1,6
J1=I1+3*(I-1)
70 S(I4,J1)=R(I2,I1)+S(I4,J1)

```

C
C
C
C

MODIFICACOES EM P(I) E S(I4,J1) DEVIDAS AS CONDICAOES DE CONTOR-
NO

```

DC 80 I=1,3
P(I)=0.
DC 80 J1=I,NH
80 S(I,J1)=0.
S(1,1)=1.
S(2,2)=1.
S(3,3)=1.
I2=NH+1
DC 90 I=1,NH
90 S(I,I2)=P(I)
CALL SPIVC(S,NH,P)
WRITE(5,100)
100 FORMAT(1H1,/,1X,'CCTA',5X,'MW1',9X,'MW2',9X,'QL',10X,'N1',10X,'U'
C,/)
K5=0.
K7=0.
J7=0.

```

C
C

DETERMINACAO DOS ESFORÇOS

```

DC 190 I=1,NH
N3=3*I
K7=K7+1
J7=K7+1
NIC=M1(K7)
NF=M1(J7)
ESN1=EW*S1/(H*PH)*(-P(N3)+P(N3+3))

```

C
C
C

TRANSFORMACAO DE COORDENADAS

```

IF(I-1)120,110,120
110 CONTINUE
GC TC 13.

```

PAGE 4 DICNISIC

```

120 R5=R5+PH
    ES=1-R5
130 DC 190 L=NIC,NF
    IF(I-1)150,140,150
140 GSIEL=GSIES(L)/PH
    GC TC 100
150 GSIEL=(GSIES(L)-(1.-BS))/PH
160 G=GSIEL
    G2=G*G
    G3=G2*G
    DG2=G2+G2
    DG3=G3+G3
    TG2=DG2+G2
    FA=DG3-TG2+1.
    FB=G3-DG2+G
    FC=-DG3+TG2
    FD=G3-G2
    U=FA*P(N3-2)+FB*P(N3-1)+FC*P(N3+1)+FD*P(N3+2)
    F2A=(12.*G-6.)/RK2
    F2B=(6.*G-4.)/RK2
    F2C=-F2A
    F2D=(6.*G-2.)/RK2
    FE1=F2A*P(N3-2)+F2B*P(N3-1)+F2C*P(N3+1)+F2D*P(N3+2)
    MW1=JW1*FE1
    MW2=JW2*FE1
    F1A=(6.*G2-6.*G)/RK
    F1B=(TG2-4.*G+1.)/RK
    F1C=-F1A
    F1D=(TG2-2.*G)/RK
    QL=-RL1*((G-1)*P(N3)-G*P(N3+3))-RL2*(F1A*P(N3-2)+F1B*P(N3-1)+F1C*P
    C(N3+1)+F1D*P(N3+2))
190 WRITE(5,200)GSIES(L),MW1,MW2,QL,ESN1,U
200 FORMAT(1X,F4.2,5(2X,E10.3))
    CALL EXIT
    END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
ICCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON) VARIABLES 8730 PROGRAM 1534

END OF COMPILATION

// XEQ

3. PROGRAMA III

3.1 - Finalidades

O presente programa resolve o problema das associações tridimensionais de painéis de rigidez constante e núcleos de seção delgada, submetidas a cargas uniformemente distribuídas por sub-domínios ou ao longo da altura.

3.2 - Método Utilizado

A formulação, aqui utilizada, baseia-se no Método de Rayleigh-Ritz, seguindo-se o procedimento desenvolvido no item 3.4.

3.3 - Restrições do programa

Conforme já foi assinalado no texto, os painéis pòrticos e paredes são supostos com rigidez constante ao longo da altura. Além disso, por comodidade algébrica, os elementos são sempre do mesmo comprimento (malha regular). E ainda, as coordenadas adimensionais ξ ao longo da altura da associação, devem ser fornecidas necessariamente as que estão ao nível das extremidades dos elementos.

O programa em tela, cuja listagem apresenta-se no final deste item, foi processado em computador IBM-1130, com 32K de memória, para uma divisão na estrutura até a casa dos dez elementos, com precisão simples, e, em computadores de maior porte para uma divisão na estrutura até a casa dos quarenta elementos.

3.4 - Tabela de equivalência entre variáveis

V A R I Á V E I S			
FORMULAÇÃO	PROGRAMA	FORMULAÇÃO	PROGRAMA
n	NH	$[J]^{-1}$	RW(I,J)
H	H	$[J]^{-1} \cdot [S]$	FMW(I,J)
a	DA	$[R_{2m}]$	R2(I,J)
b	DB	$[r_f]_i$	SR2(I,J)
c	DC	$[r_m]_i$	RWF(I,J)
q	CD	$[R]$	S(I,J)
a_w, a_f ou a_t	AP(IQ)	$\{F\}$	P(I)
b_w, b_f ou b_t	BP(IQ)	$\{U\}$	P(I)
c_w, c_f ou c_t	CP(IQ)	$\bar{\xi}$	QSIEL(L)
s_t	ST(IQ)	CF	CF
j_t	JT(IQ)	M_{wi}	M1
j_w	JW(IQ)	Q_{wi}	Q1
s_f	SF(IQ)	\bar{M}_{ti}	MFT
$[S]$	RF(I,J)	\bar{M}_{ti}	MTL
$[J]$	RW(I,J)	M_{ti}	MTT
$[R_{1m}]$	R1(I,J)	B_i	BIM
$[r_w]_i$	RW1(L,K)	u	D

3.5 - Descrição dos dados de entrada

ORDEM DAS LEITURAS	D A D O S		FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES
	SIGNIFICADO	REPRES.		
1a.	- nº de elementos.....	NH	2I2, 5F6.2,I2	1
	- nº de painéis.....	NP		
	- comprimento da assoc.	H		
	- componente da direção da carga segundo OX.....	DA		
	- idem OY.....	DB		
	- idem OZ.....	DC		
	- carga distribuída...	CD		
	- nº de coordenadas <u>ad</u> mensionais ao longo da altura da assoc..	NQE		
2a.	- componente da direção dos painéis segundo OX.....	AP(IQ)	15F4.2	(*)
3a.	- idem segundo OY.....	BP(IQ)	15F4.2	(*)
4a.	- idem, segundo OZ.....	CP(IQ)	15F4.2	(*)
5a.	- produto de rigidez das molas.....	ST(IQ)	8F10.2	(*)
6a.	- idem.....	JT(IQ)	8F10.2	(*)
7a.	- produto de rigidez das paredes.....	JW(IQ)	8F10.2	(*)
8a.	- idem dos pórticos...	SF(IQ)	8F10.2	(*)
9a.	- matriz do produto de rigidez [S].....	RF(I,J)	6F11.2	1
10a.	- matriz do produto de rigidez [J].....	RW(I,J)	6F11.2	1

C O N T I N U A Ç Ã O

11a.	- relação entre o comprimento do elemento e o da associação.....	PH	16F5.3 1
12a.	- coeficiente de carga no elemento.....	PC(I)	20F4.3 (**)
13a.	- coordenadas adimensionais ao longo da associação.....	QSIES(L)	16F5.3 (**)
14a.	- onze coord. escolhidas entre as de QSIES(L) para cálculo e impressão dos desloc. e esforços.....	VQE(IV)	16F5.3 (**)
15a.	- vetor auxiliar que contém os índices de QSIES(L) coincidentes com as extremidades dos elementos.....	M(L1)	40I2 (**)

(*) - o número de cartões depende do número de painéis.

(**) - o número de cartões depende do número de elementos.

3.6 - Descrição das saídas impressas do programa principal

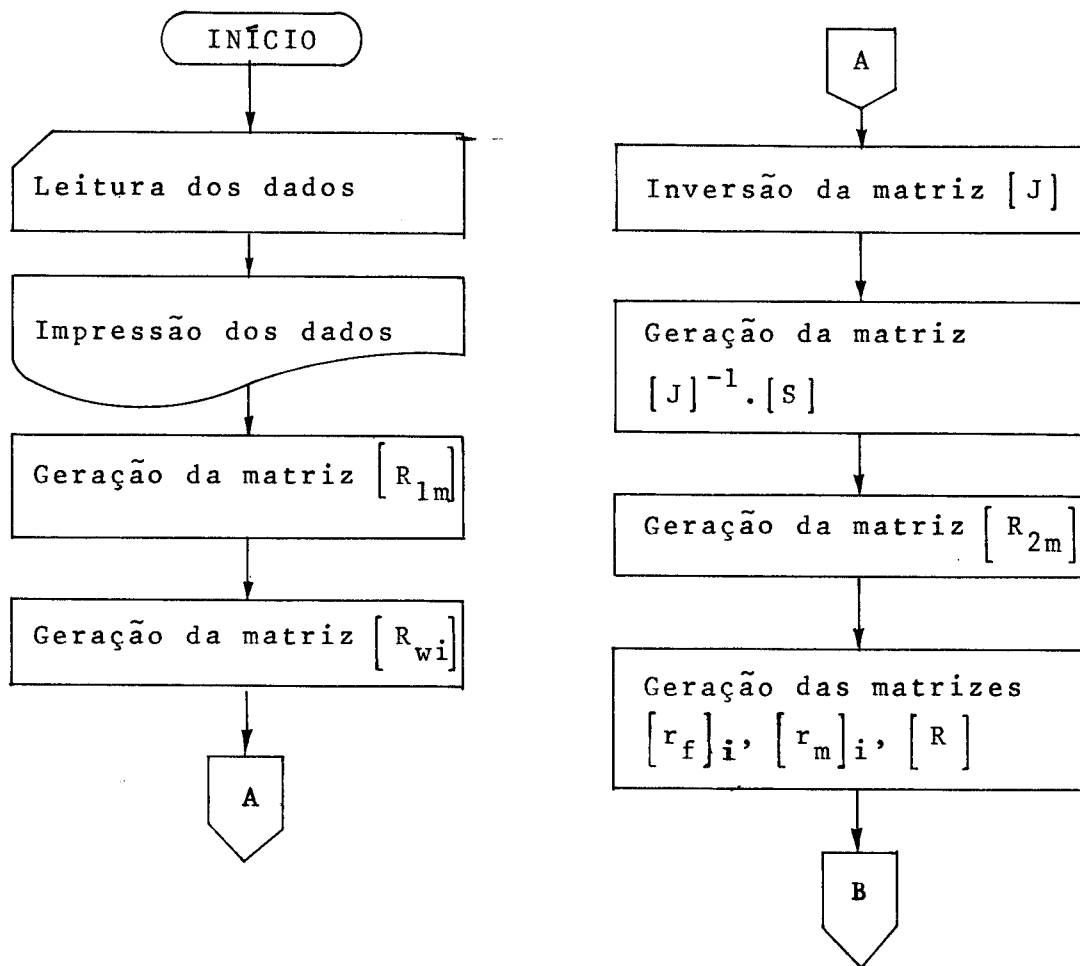
- deslocamentos do sistema estrutural
- coordenadas adimensionais escolhidas ao longo da altura da associação
- momentos fletores nas paredes
- esforços cortantes nos pórticos

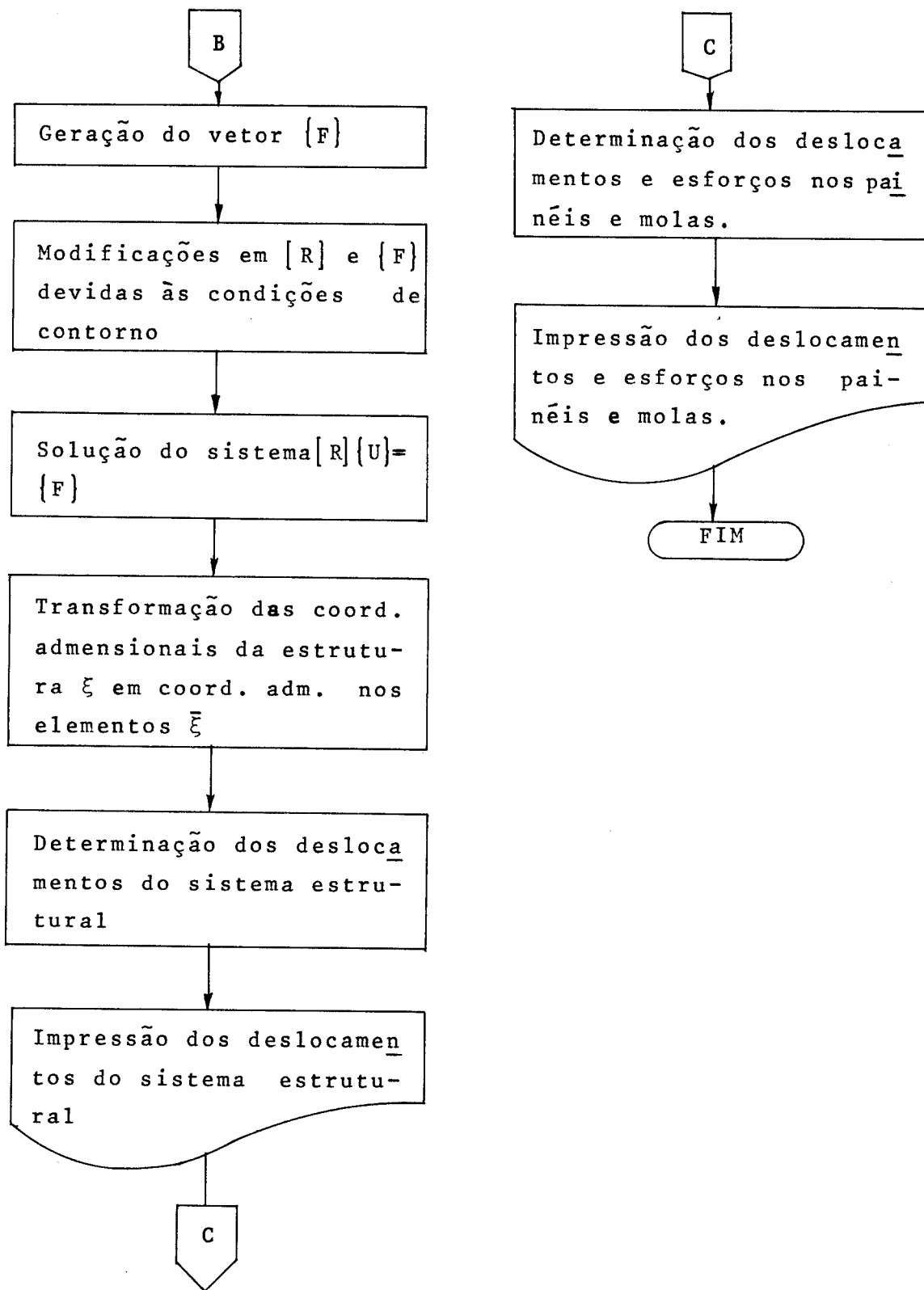
- momentos de flexo-torção
- momentos de torção livre
- momentos torçores totais
- bimomentos
- deslocamentos dos painéis

3.7 - Descrição sucinta dos subprogramas utilizados

- Subprograma SPIVO - idem Programa I
- Subprograma GJRIS - efetua inversão de matriz pelo método de GAUSS-JORDAN-RUTISHAUSER

3.8 - Fluxograma do programa principal





3.9 - Listagem do programa

PAGE 1 DICNISIC

// JCB T

DIONISIO

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0001

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// * C.P.C. - E.E.S.C. - U.S.P.

// FCR

*LIST SCURCE PROGRAM

*ONE WCRD INTEGERS

SUBRCUTINE SPIVO(A,N,X)

INTEGER P(67)

DIMENSICN A(67,67),X(67)

WRITE(5,10)

10 FCRMAT(//,5X,'SCLUCAO DA PIVO'//)

NI=N

N2=NI+1

DC 20 I=1,NI

20 P(I)=I

NI=NI-1

DC 46 J=1,NI

L=J

L5=P(J)

AB=A(L5,J)

J1=J+1

DC 30 I=J1,NI

IP=P(I)

IF(AB-ABS(A(IP,J)))25,25,30

25 AB=ABS(A(IP,J))

L=I

30 CCNTINUE

IF(AB-1.0E-20)80,80,35

35 KL=P(J)

P(J)=P(L)

P(L)=KL

DC 45 I=J1,NI

IP=P(I)

JP=P(J)

HK=A(IP,J)/A(JP,J)

DC 40 ML=J1,N2

A(IP,ML)=A(IP,ML)-HK*A(JP,ML)

40 CCNTINUE

45 CCNTINUE

46 CCNTINUE

NIP=P(NI)

IF(ABS(A(NIP,NI))-1.0E-20)80,80,48

48 X(NI)=A(NIP,N2)/A(NIP,NI)

N3=NI+1

DC 60 II=1,NI

I=N3-II

PR=0.

I1=I+1

DC 50 J=I1,NI

IP=P(I)

50 PR=PR+A(IP,J)*X(J)

60 X(I)=(A(IP,NI+1)-PR)/A(IP,I)

WRITE(5,70)(X(I),I=1,NI)

70 FCRMAT(1X,'X PIVO',8E14.7)

GC TC 100

80 WRITE(5,90)

90 FCRMAT(1X,'A MATRIZ E SINGULAR')

100 RETURN

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SPIVO

COMMON 0 VARIABLES 94 PROGRAM 544

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0088 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SPIVO

CART ID 0016 DB ADDR 4752 DB CNT 0024

PAGE 2 DICNISIC

```

// FCR
*LIST SCURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBRCUTINE GJRIS(N,A)
DIMENSICN A(3,3),B(3),C(3),IP(3),IQ(3)
WRITE(5,1)
1 FCRMAT(//,5X,'SELUCAO DA GJRIS',//)
DC18 K=1,N
T=0.
DC 6 I=K,N
S=0.
DC 2 J=K,N
2 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)3,25,3
3 DC 5 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T)5,5,4
4 IP(K)=I
IG(K)=J
PIVC=A(I,J)
T=ABS(PIVC/S)
5 CCNTINUE
6 CCNTINUE
IF(T)7,25,7
7 IF(IP(K)-K)8,10,8
8 DC 9 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
10 IF(IG(K)-K)11,13,11
11 IGK=IG(K)
DC 12 I=1,N
Z=A(I,IGK)
A(I,IGK)=A(I,K)
12 A(I,K)=Z
13 DC 17 J=1,N
IF(J-K)15,14,15
14 B(J)=1/PIVC
C(J)=1.
GC TC 16
15 B(J)=-A(K,J)/PIVC
C(J)=A(J,K)
16 A(K,J)=0.
17 A(J,K)=0.
DC 18 I=1,N
DC 18 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
18 CCNTINUE
DC 24 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)19,21,19
19 DC 20 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
20 CCNTINUE
21 IF(IQ(K)-K)22,24,22
22 DC 23 J=1,N
IGK=IQ(K)
Z=A(IGK,J)
A(IGK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
23 CCNTINUE
24 CCNTINUE
GC TC 26
25 WRITE(3,27 )
26 RETURN
27 FCRMAT(//,5X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR',//)
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR GJRIS
COMMON 0 VARIABLES 38 PROGRAM 684

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0057 (HEX)

END OF COMPILATION

PAGE 3 DICNISIC

// DUP

*STCRE WS UA GJRIS
CART ID 0016 DB ADDR 4776 DB CNT 002D

// FCR

*LIST SCURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*ICCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)

C
C PRGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA CALCULAR DESLOCAMENTOS E
C ESFCRCCS PELA-TECNICA DOS ELEMENTOS FINITOS-EM ASSOCIACOES TRI-
C DIMENSIONAIS DE PAINES E NUCLEO DE SECAO DELGADA SUBMETIDAS A
C CARGAS HCRIZONTAIS

C PROGRAMADO POR-DIONISIO S. OLIVEIRA-ANO/1 9 8 1

C
C REAL M1,JW(12),MTT,MTL,MFT,JT(12)
C DIMENSICN UX1(41),VY1(41),WZ1(41),UX2(41),VY2(41),WZ2(41)
C DIMENSICN UX3(41),VY3(41),WZ3(41)
C DIMENSICN GSIES(41),M(41),UX(41),VY(41),WZ(41)
C DIMENSICN R1(4,4),RW1(12,12),RF(3,3),RW(3,3),PC(40)
C DIMENSICN AP(12),BP(12),CP(12),SF(12),ST(12)
C DIMENSICN FMW(3,3),SR2(12,12),R2(12,12),RWF(12,12)
C DIMENSICN VGE(12)
C DIMENSICN S(67,67),P(67)

C LEITURA DOS DADOS

C
C
C 10 READ(2,10)NH,NP,H,CA,DB,DC,CD,NQE
C FCRMAT(2I2,5F6.2,12)

C
C
C 20 READ(2,20)(AP(IQ),IQ=1,NP)
C READ(2,20)(BP(IQ),IQ=1,NP)
C READ(2,20)(CP(IQ),IQ=1,NP)
C FCRMAT(15F4.2)

C
C
C 36 READ(2,36)(ST(IQ),IQ=1,NP)
C READ(2,36)(JT(IQ),IQ=1,NP)
C READ(2,36)(JW(IQ),IQ=1,NP)
C READ(2,36)(SF(IQ),IQ=1,NP)
C FCRMAT(8F10.2)

C
C
C 40 READ(2,40)RF(1,1),RF(1,2),RF(1,3),RF(2,2),RF(2,3),RF(3,3)
C READ(2,40)RW(1,1),RW(1,2),RW(1,3),RW(2,2),RW(2,3),RW(3,3)
C FCRMAT(6F11.2)

C
C
C 50 READ(2,50)PH
C FCRMAT(16F5.3)

C
C
C 60 READ(2,60)(PC(I),I=1,NH)
C FCRMAT(20F4.2)

C
C
C 65 READ(2,50)(GSIES(L),L=1,NQE)
C READ(2,50)(VGE(IV),IV=1,11)
C NI=NH+1
C READ(2,65)(M(L1),L1=1,NI)
C FCRMAT(40I2)

C ELEMENTOS SIMETRICOS DAS MATRIZES RF E RW

C
C
C RF(2,1)=RF(1,2)
C RF(3,1)=RF(1,3)
C RF(3,2)=RF(2,3)
C RW(2,1)=RW(1,2)
C RW(3,1)=RW(1,3)
C RW(3,2)=RW(2,3)
C WRITE(5,70)
C 70 FCRMAT(//,44X,'CARACTERISTICAS DOS PAINES',/,44X,27('*'),//,10X,8
C C6('*-'),//,11X,'PAINEL',7X,'AP',8X,'BP',8X,'CP',8X,'JW',9X,'SF',,11
C CX,'JT',9X,'ST',/,10X,86('*-'))
C DC 80 NK=1,NP
C 80 WRITE(5,90)NK,AP(NK),BP(NK),CP(NK),JW(NK),SF(NK),JT(NK),ST(NK)
C 90 FCRMAT(//,13X,I2,7X,F4.2,7X,F4.2,5X,F6.2,2X,4(F10.2,2X))
C WRITE(5,100)
C 100 FCRMAT(//,10X,86('*-'))

C FASE DE GERACAO DA MATRIZ R1(I,J) DO ELEMENTO GENERICO

C
C
C A5=4.
C B5=6.

PAGE 4 DICNISIC

```

C5=2.
D5=12.
R1(1,1)=C5
R1(1,2)=B5
R1(1,3)=-C5
R1(1,4)=B5
R1(2,1)=B5
R1(2,2)=A5
R1(2,3)=-B5
R1(2,4)=C5
R1(3,1)=-C5
R1(3,2)=-B5
R1(3,3)=C5
R1(3,4)=-B5
R1(4,1)=B5
R1(4,2)=C5
R1(4,3)=-B5
R1(4,4)=A5

```

C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ RW(L,K) POR SOBREP. DAS R1(I,J)

```

DC 300 I=1,12
DC 300 J=1,12
300 RW1(I,J)=0.
DC 400 L1=1,3
LJ1=4*(L1-1)
DC 400 I1=1,4
L=LJ1+I1
DC 400 J1=1,4
K=LJ1+J1
400 RW1(L,K)=RW1(L,K)+R1(I1,J1)

```

C
C
C

INVERSAC DA MATRIZ RW(I,J)

```

I8=3
CALL GJRIS(I8,RW)

```

C
C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ FMW

```

DC 550 I=1,3
DC 550 J=1,3
FMW(I,J)=0.
DC 550 K=1,3
550 FMW(I,K)=RW(I,K)*RF(K,J)+FMW(I,J)
NM=6*NI
DC 560 I=1,NM
P(I)=0.
DC 560 J=1,NM
560 S(I,J)=0.

```

C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ R2

```

A=2./15.
B=1./10.
C=1./30.
D=6./5.
E=B
F=A
R2(1,1)=D
R2(1,2)=E
R2(1,3)=-C
R2(1,4)=B
R2(2,1)=E
R2(2,2)=F
R2(2,3)=-E
R2(2,4)=-C
R2(3,1)=-C
R2(3,2)=-E
R2(3,3)=D
R2(3,4)=-B
R2(4,1)=B
R2(4,2)=-C
R2(4,3)=-B
R2(4,4)=A
CH1=H*PH
CH=CH1*CH1
DC 1700 N=1,NH

```

C
C
C

FASE DE GERACAO DA MATRIZ SR2

PAGE 5 DICNISIC

```
DC 1050 I=1,4
DC 1050 J=1,4
1050 SR2(I,J)=FMW(1,1)*CH*R2(I,J)
DC 1100 I=1,4
DC 1100 J=5,8
KJ=J-4
1100 SR2(I,J)=FMW(1,2)*CH*R2(I,KJ)
SR2(J,I)=FMW(2,1)*CH*R2(I,KJ)
DC 1150 I=1,4
DC 1150 J=9,12
KJ=J-8
1150 SR2(I,J)=FMW(1,3)*CH*R2(I,KJ)
SR2(J,I)=FMW(3,1)*CH*R2(I,KJ)
DC 1200 I=5,8
KI=I-4
DC 1200 J=5,8
KJ=J-4
1200 SR2(I,J)=FMW(2,2)*CH*R2(KI,KJ)
DC 1300 I=5,8
KI=I-4
DC 1300 J=9,12
KJ=J-8
1300 SR2(I,J)=FMW(2,3)*CH*R2(KI,KJ)
SR2(J,I)=FMW(3,2)*CH*R2(KI,KJ)
DC 1350 I=9,12
KI=I-8
DC 1350 J=9,12
KJ=J-8
1350 SR2(I,J)=FMW(3,3)*CH*R2(KI,KJ)
```

C
C FASE DE GERACAC DA MATRIZ RWF
C

```
DC 1400 I=1,12
DC 1400 J=1,12
1400 RWF(I,J)=RW1(I,J)+SR2(I,J)
```

C
C FASE DE GERACAC DA MATRIZ DAS CARAC.GEOM. E ELAST. DA ASSOC.
C

```
II=2*(N-1)
IJ=2*(NH+N-2)
IM=4*NH+2*N-6
DC 1450 I2=1,4
I=I2+II
DC 1450 I1=1,4
J=I1+II
1450 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1500 I2=1,4
I=I2+II
DC 1500 I1=5,8
J=I1+IJ
1500 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1520 I2=1,4
I=I2+II
DC 1520 I1=9,12
J=I1+IM
1520 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1530 I2=5,8
I=I2+IJ
DC 1530 I1=1,4
J=I1+II
1530 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1540 I2=5,8
I=I2+IJ
DC 1540 I1=5,8
J=I1+IJ
1540 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1550 I2=5,8
I=I2+IJ
DC 1550 I1=9,12
J=I1+IM
1550 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1600 I2=9,12
I=I2+IM
DC 1600 I1=1,4
J=I1+II
1600 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
DC 1610 I2=9,12
I=I2+IM
DC 1610 I1=5,8
J=I1+IJ
1610 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)
```

PAGE 6 DIGNISIC

```

DC 1620 I2=9,12
I=I2+IM
DC 1620 I1=9,12
J=I1+IM
1620 S(I,J)=S(I,J)+RWF(I2,I1)

```

C
C
C

FASE DE GERACAC DO VETOR DAS CARGAS NODAIS

```

N1=2*N
AC=CH*CH*PC(N)*CD
AC1=(RW(1,1)*CA+RW(1,2)*DB+RW(1,3)*DC)*AC
AP3=AC1*0.5
AB=AP3/6.
P(N1-1)=P(N1-1)+AP3
P(N1)=P(N1)+AB
P(N1+1)=P(N1+1)+AP3
P(N1+2)=P(N1+2)-AB
N2=2*(N+NH+1)
AC2=(RW(2,1)*CA+RW(2,2)*DB+RW(2,3)*DC)*AC
AP1=AC2*0.5
AB1=AP1/6.
P(N2-1)=P(N2-1)+AP1
P(N2)=P(N2)+AB1
P(N2+1)=P(N2+1)+AP1
P(N2+2)=P(N2+2)-AB1
N3=2*((N+4)+2*(NH-1))
AC3=(RW(3,1)*CA+RW(3,2)*DB+RW(3,3)*DC)*AC
AP2=AC3*0.5
AB2=AP2/6.
P(N3-1)=P(N3-1)+AP2
P(N3)=P(N3)+AB2
P(N3+1)=P(N3+1)+AP2
P(N3+2)=P(N3+2)-AB2

```

1700

C
C
C

CCONTINUE
MODIFICACCES NA MATRIZ S(I,J),DEVIDAS AS CONDICÕES DE CONTORNO

```

N4=6+2*(NH-1)
N5=10+4*(NH-1)
P(1)=0.
P(2)=0.
P(N4-1)=0.
P(N4)=0.
P(N5-1)=0.
P(N5)=0.
DC 1800 I=1,2
DC 1800 J=1,NM

```

1800

```

S(I,J)=0.
S(J,I)=0.
S(1,1)=1.
S(2,2)=1.
I5=N4-1
I6=N4

```

```

DC 1900 I=I5,I6
DC 1900 J=3,NM

```

1900

```

S(I,J)=0.
S(J,I)=0.
S(I5,I5)=1.
S(I6,I6)=1.
I7=N5-1
I8=N5

```

```

DC 2000 I=I7,I8
DC 2000 J=3,NM

```

2000

```

S(I,J)=0.
S(J,I)=0.
S(I7,I7)=1.
S(I8,I8)=1.
I7=NM+1
DC 2005 I=1,NM

```

2005

```

J=I7
S(I,J)=P(I)
CALL SPIVC(S,NM,P)
R5=0.
K=0
J=0

```

2010

```

WRITE(5,2010)
FCRMT(1H1,/,35X,'DESLOCAMENTO DO SISTEMA ESTRUTURAL',/,30X,46('
A*'),/,44X,'UX',10X,'VY',10X,'WZ',/,30X,46('*'),/)
CH2=CH1*CH
DC 3000 I=1,NH
IF(I-1)2020,2030,2020

```


PAGE 7 DICNISIC

```
2020 R5=PH+R5
      BS=1-R5
      NI=NH+1
2030 N1=2*I
      N2=N1+2*NI
      N3=N1+4*NI
      K=K+1
      J=K+1
      NIC=M(K)
      NF=M(J)
      DC 3000 L=NIC,NF
      IF (I-1)2050,2040,2050
2040 QSIEL=QSIES(L)/PH
      GC TC 2060
2050 QSIEL=(QSIES(L)-(1.-BS))/PH
2060 V8=QSIES(L)
      DC 3000 IV=1,11
      V9=VGE(IV)
      IF (V8-V9)3000,2070,3000
2070 Q=QSIEL
      Q2=G*Q
      Q3=Q2*Q
      DG2=Q2+Q2
      DG3=Q3+Q3
      TG2=DG2+Q2
      FA=DG3-TG2+1.
      FB=Q3-DG2+Q
      FC=-DG3+TG2
      FD=Q3-Q2
      PUX1=P(N1-1)
      PUX2=P(N1)
      PUX3=P(N1+1)
      PUX4=P(N1+2)
      PUY1=P(N2-1)
      PUY2=P(N2)
      PUY3=P(N2+1)
      PUY4=P(N2+2)
      PUZ1=P(N3-1)
      PUZ2=P(N3)
      PUZ3=P(N3+1)
      PUZ4=P(N3+2)
      UX(L)=FA*PUX1+FB*PUX2+FC*PUX3+FD*PUX4
      VY(L)=FA*PUY1+FB*PUY2+FC*PUY3+FD*PUY4
      WZ(L)=FA*PUZ1+FB*PUZ2+FC*PUZ3+FD*PUZ4
      FA1=6.*(Q2-Q)/CH1
      FB1=(TG2-4.*Q+1.)/CH1
      FC1=-FA1
      FD1=(TG2-2.*Q)/CH1
      FA2=(12.*Q-6.)/CH
      FB2=(6.*Q-4.)/CH
      FC2=-FA2
      FD2=(6.*Q-2.)/CH
      FA3=12./CH2
      FB3=6./CH2
      FC3=-FA3
      FD3=6./CH2
      UX1(L)=FA1*PUX1+FB1*PUX2+FC1*PUX3+FD1*PUX4
      VY1(L)=FA1*PUY1+FB1*PUY2+FC1*PUY3+FD1*PUY4
      WZ1(L)=FA1*PUZ1+FB1*PUZ2+FC1*PUZ3+FD1*PUZ4
      UX2(L)=FA2*PUX1+FB2*PUX2+FC2*PUX3+FD2*PUX4
      VY2(L)=FA2*PUY1+FB2*PUY2+FC2*PUY3+FD2*PUY4
      WZ2(L)=FA2*PUZ1+FB2*PUZ2+FC2*PUZ3+FD2*PUZ4
      UX3(L)=FA3*PUX1+FB3*PUX2+FC3*PUX3+FD3*PUX4
      VY3(L)=FA3*PUY1+FB3*PUY2+FC3*PUY3+FD3*PUY4
      WZ3(L)=FA3*PUZ1+FB3*PUZ2+FC3*PUZ3+FD3*PUZ4
      WRITE(5,2080)QSIES(L),UX(L),VY(L),WZ(L)
2080 FCRMAT(/,32X,F4.2,2X,3(E10.4,2X))
3000 CCNTINUE
      WRITE(5,3020)NH
3020 FCRMAT(//,22X,'ESFORCOS E DESLOCAMENTOS DOS PAINEIS',I2,2X,'ELEMENTOS',//)
      J1=0
      DC 4000 I1=1,NP
      WRITE(5,3030)I1
3030 FCRMAT(IH1,8(/),37X,'P A I N E I',2X,I2,//,37X,15('-'),//,10X,88('C*'),//,10X,'QSIES',3X,'M. FLETOR',3X,'CORTANTE',3X,'M.F.TORCAO',2XC,'M.T.LIVRE',3X,'M.T.TOTAL',3X,'BIMOMENTO',3X,'DESLOC.',//,10X,88('C*'),//)
      CF=SF(I1)*(AP(I1)*UX(NQE)+BP(I1)*VY(NQE)+CP(I1)*WZ(NQE))
      K=0
      J=0
```

PAGE 8 DICNISIC

```
DC 4000 I=1,NF
J1=I+1
K=K+1
J=K+1
NIC=M(K)
NF=M(J)
DC 4000 L=NIC,NF
V8=GSIES(L)
DC 4000 IV=1,11
V9=VGE(IV)
IF(V8-V9)4000,3040,4000
3040 CCNTINUE
M1=JW(I1)*(AP(I1)*UX2(L)+BP(I1)*VY2(L)+CP(I1)*WZ2(L))-SF(I1)*(AP(I
C1)*UX(L)+BP(I1)*VY(L)+CP(I1)*WZ(L))+CF
Q1=-JW(I1)*(AP(I1)*UX3(L)+BP(I1)*VY3(L)+CP(I1)*WZ3(L))+SF(I1)*(AP(
CI1)*UX1(L)+BP(I1)*VY1(L)+CP(I1)*WZ1(L))
MFT=-JT(I1)*WZ3(L)
BIM=JT(I1)*WZ2(L)
D=AP(I1)*UX(L)+BP(I1)*VY(L)+CP(I1)*WZ(L)
MTL=ST(I1)*WZ1(L)
MTT=MFT+MTL
3050 WRITE(5,3050)GSIES(L),M1,Q1,MFT,MTL,MTT,BIM,D
4000 FCRMAT(/,11X,F5.3,2X,7(E11.4,1X))
CCNTINUE
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
ICCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 11942 PROGRAM 4366

END OF COMPILE

// XEQ

4. PROGRAMA IV

4.1 - Finalidades

O presente programa resolve o problema das associações tridimensionais de paredes ligadas por lintéis e núcleo de seção delgada, submetidas a cargas uniformemente distribuídas por sub-domínios ou ao longo da altura.

4.2 - Método Utilizado

A formulação, aqui utilizada, baseia-se no método de Rayleigh-Ritz, seguindo-se o procedimento desenvolvido no item 3.6.

4.3 - Restrições do Programa

Face a solução não consistente (vide item 3.6) os elementos são sempre de mesmo comprimento (malha regular). As coordenadas adimensionais ξ , ao longo da associação, devem ser fornecidas necessariamente as que estão ao nível das extremidades dos elementos.

A numeração dos painéis deve iniciar pelas associações de paredes ligadas por lintéis, em seguida as paredes e, finalmente, as molas. É reservado para cada um destes painéis um arquivo no disco com a mesma numeração onde são gravadas as correspondentes matrizes de rigidez, conforme indicado no programa em tela.

4.4 - Tabela de equivalência entre variáveis

FORMULAÇÃO	PROGRAMA	FORMULAÇÃO	PROGRAMA
n	NH	K_1^ℓ	K1(I)
h	CE	K_2^ℓ	K2(I)
n ℓ	NWL	K_3^ℓ	K3(I)
nw	NWE	$j_{\ell 1}$	JW1(I)
nt	NM	$j_{\ell 2}$	JW2(I)
H	H	J_p^ℓ	JP(I)
h _L	HL	R_{L1}^ℓ	RL1(I)
q _i	CD	R_{L2}^ℓ	RL2(I)
a	DA	j_w	JW(I)
b	DB	s_t	ST(I)
c	DC	j_t	JT(I)
E _w	EW	$[r_{\ell m}]_i, [r_{wm}]_i, [r_{tm}]_i$	RE(I, J)
E _L	EL	$[R]$	RP(L, K)
G	GM	$[R_{II}]^{-1}$	RP(I, K)
a ℓ, a_w, a_t	AP(I)	$[R_\ell^*], [R_w^*], [R_t^*]$	RP(JL, KL)
b ℓ, b_w, b_t	BP(I)	$[R_s]$	S(L, K)
c ℓ, c_w, c_t	CP(I)	$\{F\}$	P()
J ₁ $^\ell$	JP1(I)	$\{U\}$	P()
J ₂ $^\ell$	JP2(I)	$\{u_E\}_w, \{u_E\}_\ell, \{u_E\}_t$	DE(I1)

CONTINUAÇÃO			
S_1^l	S1(I)	$\{u_I\}_w, \{u_I\}_l, \{u_I\}_t$	DI(I1)
S_2^l	S2(I)	$\bar{\xi}$	Q(L)
J_L^l	JL(I)	u_{wi}, u_{li}, u_{ti}	DP(L)
a^l	HA(I)	M_{l1i}	MW1
c^l	CEE(I)	M_{l2i}	MW2
J_w	JPE(I)	M_{wi}	MW
J_t	JM(I)	\bar{M}_{ti}	MTL
J_w	JOM(I)	\bar{M}_{ti}	MFT
S^l	SP(I)	M_{ti}	MTT
J_s^l	JS(I)	B_i	BIM

4.5 - Descrição dos dados de entrada

ORDEM DAS LEITURAS	D A D O S		FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES
	SIGNIFICADO	REPRES.		
1a.	- nº de elementos.....	NH	2I2,	1
	- nº de coordenadas ad- mensionais ao longo da associação.....	NQE		
	- comprimento do ele- mento.....	CE	2F7.5	
	- relação entre o com- primento do elemen- to e o da associação	PH		

C O N T I N U A Ç Ã O				
2a.	- coeficiente de carga nos elementos.....	PC(I)	11F7.5	(*)
3a.	- coordenadas admensio <u>n</u> ais ao longo da altura da associação..	QSIES(I)	11F7.5	(*)
4a.	- n ^o de painéis(total) - n ^o de paredes ligadas por lintéis..... - n ^o de paredes equiva <u>l</u> entes..... - n ^o de molas..... - altura da associação - distância entre lintéis..... - carga distribuída... - componente da direção da carga segundo OX..... - idem segundo OY..... - idem segundo OZ..... - módulo de elasticida <u>d</u> e das paredes..... - idem dos lintéis.... - idem da mola.....	NP NWL NWE NM H HL CD DA DB DC EW EL GM	4I2, 6F6.3, 3F9.2	1
5a.	- componente da direção dos painéis segundo OX.....	AP(I)	16F5.2	(**)
6a.	- idem segundo OY.....	BP(I)	16F5.2	(**)
7a.	- idem segundo OZ.....	CP(I)	16F5.2	(**)
8a.	- n ^o de coordenadas <u>in</u> ternas do nó.....	NCIN(I)	10I2	(**)
9a.	- vetor auxiliar para identificar os painéis.....	CPA(I)	10I2	(**)

C O N T I N U A Ç Ã O				
10a.	- momento de inércia das paredes ① ligadas por lintéis.....	JP1(I)	16F5.3	(**)
11a.	- idem das paredes ② ligadas por lintéis.....	JP2(I)	16F5.3	(**)
12a.	- áreas das paredes ① ligadas por lintéis.....	S1(I)	16F5.3	(**)
13a.	- áreas das paredes ② ligadas por lintéis.....	S2(I)	16F5.3	(**)
14a.	- momento de inércia dos lintéis de cada associação.....	JL(I)	8F10.7	(**)
15a.	- comprimento <u>a</u> na seção transversal do conjunto.....	HA	16.F5.3	(**)
16a.	- idem comprimento <u>c</u>	CEE	16.F5.3	(**)
17a.	- momento de inércia das paredes equivalentes..	JPE(I)	8F10.6	(**)
18a.	- momento de inércia polar da mola.....	JM(I)	8F10.6	(**)
19a.	- momento setorial de inércia.....	JOM(I)	8F10.6	(**)
20a.	- vetor auxiliar que contém os índices de QSIES(L) coincidentes com as extremidades dos elementos.....	M(I)	21I2	1

(*) - o número de cartões depende do nº de elementos.

(**) - o número de cartões depende do nº de painéis.

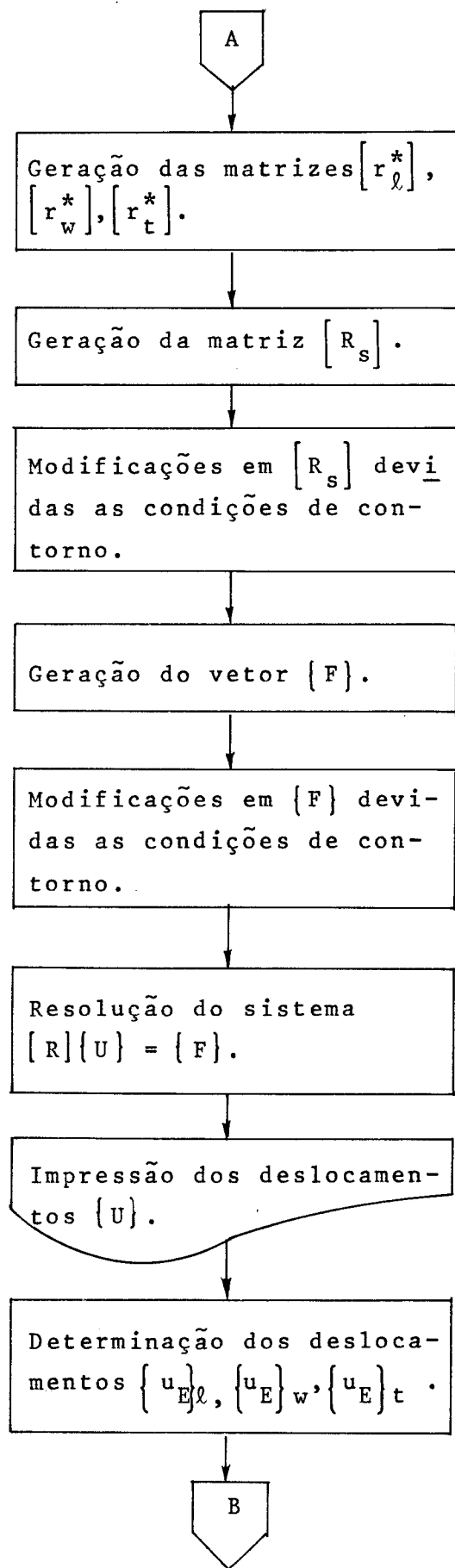
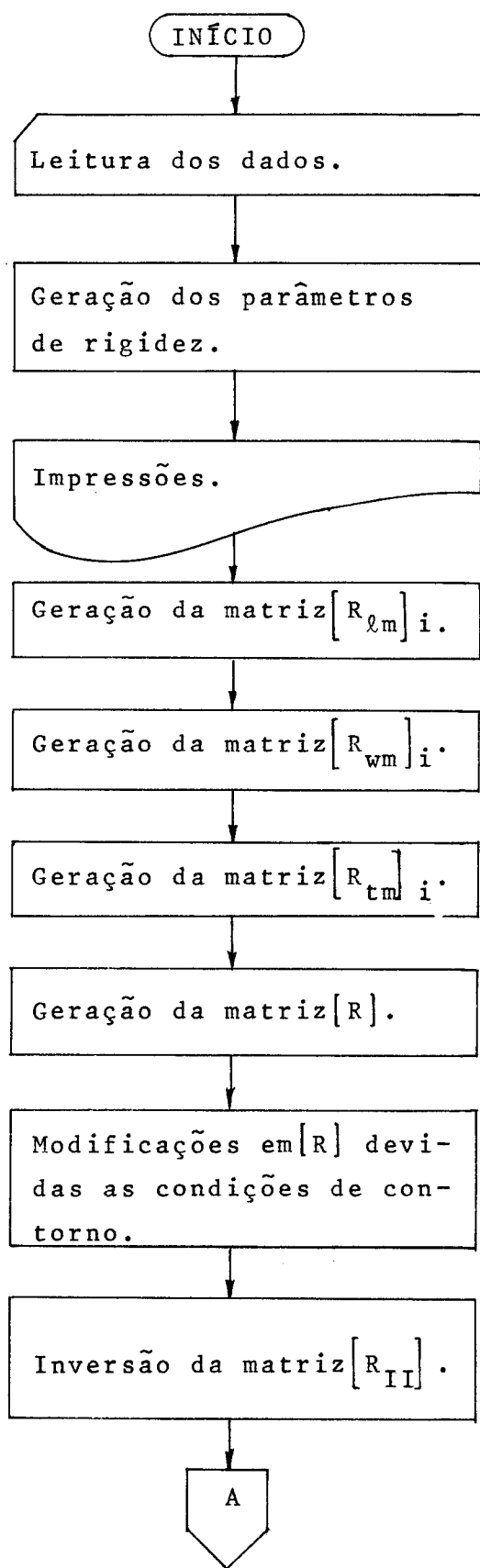
4.6 - Descrição das saídas impressas do programa principal

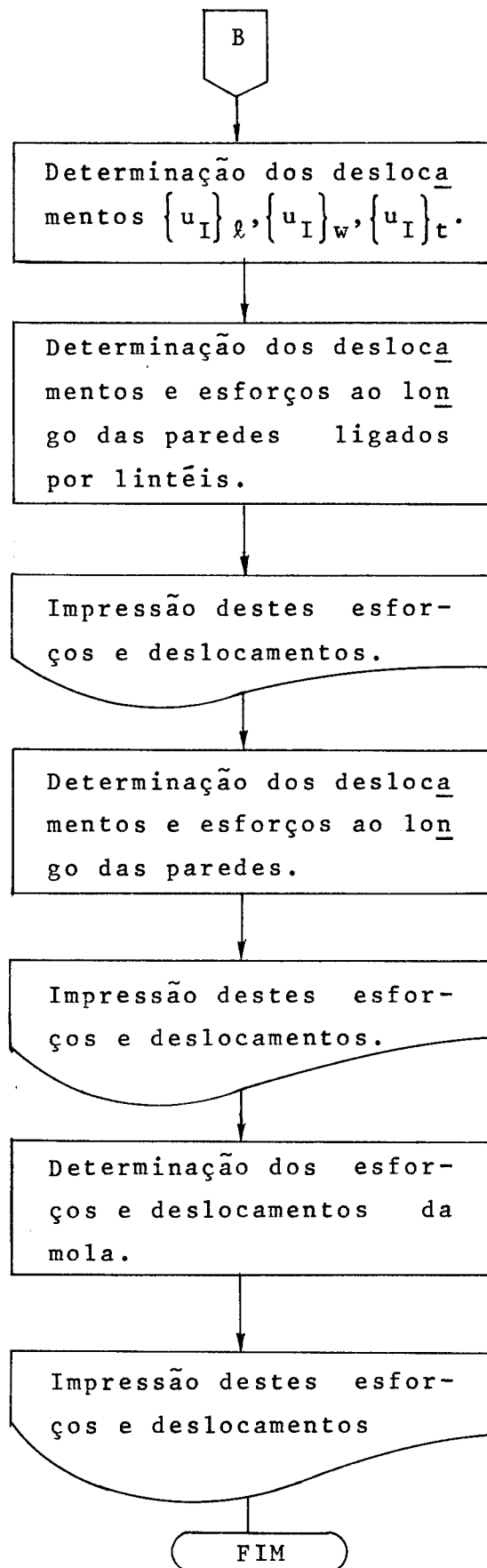
- deslocamentos do sistema estrutural
- coordenadas adimensionais ao longo da altura dos painéis - QSIES
- momentos fletores nas paredes unidas por lintéis - MW1 e MW2
- momentos fletores nas paredes - MW
- esforço cortante nos lintéis - QL
- esforço normal nas paredes unidas por lintéis - ESN1
- deslocamentos dos painéis - DP

4.7 - Descrição sucinta dos subprogramas utilizados

- Subprograma SPIVO - idem Programa I
- Subprograma GJRIS - idem Programa III
- Subprograma PROD2 - efetua multiplicação de matriz por vetor

4.8 - Fluxograma do programa principal





4.9 - Listagem do programa

PAGE 1 DIONISIO

// JOB T

DIONISIO

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PFY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M1 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// * C.P.D. - E.E.C.C. - U.S.P.

// FLR

```

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE SPIVC(A,N,X)
INTEGER P(46)
DIMENSION A(46,46),X(46)
WRITE(5,10)
10 FORMAT(//,5X,'SOLUCAO DA PIVC'//)
N1=N
N2=N1+1
DC 20 I=1,N1
20 P(I)=I
N1=N1-1
DC 46 J=1,N1
L=J
L5=F(J)
AB=A(L5,J)
J1=J+1
DC 30 I=J1,N1
IP=P(I)
IF(AB-ABS(A(IP,J)))25,25,30
25 AB=ABS(A(IP,J))
L=1
30 CONTINUE
IF(AB-1.0E-20)80,80,35
35 KL=F(J)
P(J)=F(L)
P(L)=KL
DC 40 I=J1,N1
IP=P(I)
JP=P(J)
HK=A(IP,J)/A(JP,J)
DC 40 ML=J1,N2
A(IP,ML)=A(IP,ML)-HK*A(JP,ML)
40 CONTINUE
45 CONTINUE
46 CONTINUE
NIP=P(N1)
IF(ABS(A(NIP,N1))-1.0E-20)80,80,48
48 X(N1)=A(NIP,N2)/A(NIP,N1)
N3=N1+1
DC 60 I1=1,N1
I=N3-I1
PR=.
I1=I+1
DC 50 J=I1,N1
IP=P(I)
50 PR=PR+A(IP,J)*X(J)
60 X(I)=(A(IP,N1+1)-PR)/A(IP,I)
WRITE(5,70)(X(I),I=1,N1)
70 FORMAT(1X,'X PIVC',8E14.7)
DC 10 I=1,N1
80 WRITE(5,90)
90 FORMAT(1X,'A MATRIZ E SINGULAR')
100 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SPIVC
COMMON VARIABLES 72 PROGRAM 544

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0072 (HEX)

END OF COMPILATION

// DLP

*STORE WS U4 SPIVC
CART ID 0016 DE ADDR 4932 DB CNT 0024

PAGE 2 DIENISIC

```

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE GJRIS(N,A)
DIMENSION A(46,46),E(46),C(46),IP(46),IQ(46)
WRITE(5,1)
1 FORMAT(//,5X,'SOLUCAO DA GJRIS',//)
DC 18 K=1,N
T=0.
DC 2 I=K,N
S=0.
DC 2 J=K,N
2 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)3,20,3
3 DC 3 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-C*T)5,5,4
4 IP(K)=I
IG(K)=J
PIVC=A(I,J)
T=ABS(PIVC/S)
5 CONTINUE
6 CONTINUE
IF(I)7,20,7
7 IF(IP(K)-K)8,10,8
8 DC 9 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
10 IF(IG(K)-K)11,13,11
11 IGK=IG(K)
DC 12 I=1,N
Z=A(I,IGK)
A(I,IGK)=A(I,K)
12 A(I,K)=Z
13 DC 17 J=1,N
IF(J-K)15,14,15
14 E(J)=1/PIVC
C(J)=1.
DC 16
15 E(J)=-A(K,J)/PIVC
C(J)=A(J,K)
16 A(K,J)=0.
17 A(J,K)=0.
DC 18 I=1,N
DC 18 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*E(J)
18 CONTINUE
DC 24 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)19,21,19
19 DC 20 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
20 CONTINUE
21 IF(IG(K)-K)22,24,22
22 DC 23 J=1,N
IGK=IG(K)
Z=A(IGK,J)
A(IGK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
23 CONTINUE
24 CONTINUE
DC 26
25 WRITE(3,27)
26 RETURN
27 FORMAT(//,5X,'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR',//)
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR GJRIS
COMMON VARIABLES 296 PROGRAM 684

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0159 (HEX)

END OF COMPILATION

PAGE 3 DIONISIO

// DUP

*STCR WS UA JURIS
CART ID 0016 DE ADDR 4956 DB CNT 002D

// FOR

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*CNE WORD INTEGERS
SUBROUTINE PRGM2(A,V1,M1,M2,N1,N2,V2)
DIMENSION A(46,46),V1(46),V2(46)
I1=0
DO 30 I=M1,M2
I1=I1+1
V2(I1)=0.
I2=0
DO 30 K=N1,N2
I2=I2+1
V2(I1)=A(I,K)*V1(I2)+V2(I1)
30 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
CNE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR PRGM2
COMMON 0 VARIABLES 8 PROGRAM 112

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 001C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STCR WS UA PRGM2
CART ID 0016 DE ADDR 4983 DB CNT 0008

// FOR

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*CNE WORD INTEGERS
*ICCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
C
C   PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN II PARA CALCULAR DESLOCAMENTOS E
C   ESFORÇOS PELA TÉCNICA DOS ELEMENTOS FINITOS EM ASSOCIAÇÕES TRI-
C   DIMENSIONAIS DE PAREDES LIGADAS POR LINTEIS E NÚCLEO DE SEÇÃO
C   DELGADA SUJEITAS A CARGAS HORIZONTAIS.
C
C   PROGRAMADO POR - DIONISIO S. OLIVEIRA - ANO/1981 -
C
C   INTEGER 36,CPA(10)
C   REAL MFI,MIT,K1(10),K2(10),K3(10),MTL,JL(10),JW1(10),JW2(10)
C   REAL JPE(10),JM(10),JCM(10)
C   REAL JF(10),JS(10),JT(10),JP1(10),JP2(10),JW(10),MW1,MW2,MW
C   DIMENSION F(46),S(46,46),RP(46,46),DE(46),DI(46)
C   DIMENSION RPI(46,46),RJAUX(15,15),DAUX(46)
C   DIMENSION GSIES(40),M(31)
C   DIMENSION G(40),GA(40),QB(40),QC(40),QD(40)
C   DIMENSION GA(4),GB1(40),QC1(40),QD1(40),QA2(40),QB2(40),QC2(40)
C   DIMENSION GD2(4),G1(40),Q2(40),Q3(40),Q4(40),Q5(40),Q6(40)
C   DIMENSION NGIN(30),PC(21),ST(10)
C   DIMENSION AP(10),EP(10),CP(10),RL1(10),RL2(10)
C   DIMENSION RE(6,6),Y(3,3)
C   DIMENSION S1(10),S2(10),CEE(10),FA(10)
C
C   ARQUIVOS RESERVADOS PARA ARMAZENAR AS MATRIZES DE RIGIDEZ DOS
C   PAINÉIS, ONDE EM CADA ARQUIVO É ARMAZENADA UMA MATRIZ E EM CADA
C   REGISTRO UMA LINHA DA MATRIZ
C   DEFINE FILE 1(46,92,U,I1),2(46,92,U,I2),3(46,92,U,I3)
C   DEFINE FILE 4(46,92,U,I4),5(46,92,U,I5),6(46,92,U,I6)
C   DEFINE FILE 7(46,92,U,I7),8(46,92,U,I8),9(46,92,U,I9)
C
C   LEITURA DOS DADOS
C   READ(2,1)NF,NQE,CE,PF
C   1 FORMAT(2I2,2F7.5)
C   NF1=NF+1
C   READ(2,2)(PC(I),I=1,NF)
C   READ(2,2)(GSIES(I),I=1,NQE)
C   2 FORMAT(11F7.5)
C   3 READ(2,3)NF,NWL,NWE,NM,F,FL,CD,DA,DB,DC,EW,EL,GM
C   3 FORMAT(4I2,6F6.5,3F9.2)
C   READ(2,4)(AP(I),I=1,NP)
```

PAGE 4 DICN1S1C

```

READ(2,4)(EP(I),I=1,NP)
READ(2,4)(CP(I),I=1,NP)
4  FORMAT(16F5.2)
READ(2,5)(NCIN(I),I=1,NP)
READ(2,5)(CPA(I),I=1,NP)
5  FORMAT(1I2)
READ(2,6)(JPI(I),I=1,NWL)
READ(2,6)(JPE(I),I=1,NWL)
READ(2,6)(CI(I),I=1,NWL)
READ(2,6)(S2(I),I=1,NWL)
6  FORMAT(16F5.3)
READ(2,7)(JL(I),I=1,NWL)
READ(2,6)(FA(I),I=1,NWL)
READ(2,6)(CEE(I),I=1,NWL)
NEL=NWL+NWE
NL1=NWL+1
NL2=NEL+1
NL3=NEL+NM
READ(2,7)(JPE(I),I=NL1,NEL)
READ(2,7)(JM(I),I=NL2,NL3)
READ(2,7)(JCM(I),I=NL2,NL3)
7  FORMAT(8F10.7)
READ(2,8)(N(I),I=1,NF1)
8  FORMAT(21I2)
DC 110 I=1,NWL
SP=(S1(I)+S2(I))/S2(I)
JS(I)=EW*S1(I)*SP
PAUX1=12.*EL*JL(I)*SP
PAUX2=8.*FA(I)*FA(I)*FA(I)
K1(I)=PAUX1*SP/(PAUX2*FL)
PAUX3=2.*CEE(I)/SP
PAUX4=FL/(2.*CEE(I))
K2(I)=PAUX3*K1(I)
K3(I)=PAUX3*K2(I)
JW1(I)=EW*JPI(I)
JW2(I)=EW*JPE(I)
JF(I)=JW1(I)+JW2(I)
KL1(I)=K2(I)*PAUX4
100 KL2(I)=K3(I)*PAUX4
DC 110 I=NL1,NEL
110 JW(I)=JPE(I)*EW
DC 300 I=NL2,NL3
ST(I)=CM*JM(I)
300 JT(I)=EW*JCM(I)
WRITE(5,200)NF,NCE,CE,PH
200 FORMAT(1H1,/,1X,'NF=',I2,'NCE=',I2,'CE=',F6.3,'PH=',F6.3)
WRITE(5,203)
203 FORMAT(/,6X,'PAINEL',6X,'JP',10X,'K1',10X,'K2',9X,'K3',10X,'JS',1
C 2X,'JT',12X,'ST',/)
DC 204 I=1,NF
204 WRITE(5,205)I,JF(I),K1(I),K2(I),K3(I),JS(I),JT(I),ST(I)
205 FORMAT(8X,I2,4X,5(E10.4,2X),2(E12.4,2X),/)
NI1=3*NF1
CE1=CE*CE
CE3=CE1*CE
CE2=CE1*CE1
DC 9 I=1,NI1
P(I)=0.
DC 9 J=1,NI1
9 C(I,J)=0.
DC 40 NDP=1,NP
DC 10 I=1,NI1
DC 10 J=1,NI1
10 RP(I,J)=0.
IL=CPA(NDP)
IF(NDP=IL)15,13,11
11 G1=2*JP(NDP)
G2=K1(NDP)*CE2
G3=K2(NDP)*CE3
G4=K3(NDP)*CE1
G5=JS(NDP)*CE1
R1=6*G1+1.2*G4
R2=3*G1+0.1*G4
R3=0.5*G5
R4=2*G1+.13333333*G4
R5=G1-0.13333333*G4
R6=0.33333333*G3
R7=G5+1.33333333*G2
R8=-G5+.16666667*G2
RE(1,1)=R4
RE(1,2)=-R6

```

PAGE 5 DICNISIC

```

X(1,3) = R5
X(1,4) = R6
X(1,5) = R7
X(1,6) = R2
X(2,2) = R7
X(2,3) = R6
X(2,4) = R5
X(2,5) = R3
X(3,3) = R4
X(3,4) = R6
X(3,5) = R2
X(3,6) = R2
X(4,4) = R7
X(4,5) = R3
X(4,6) = R3
X(5,5) = R1
X(5,6) = R1
X(6,6) = R1
CC 12 I=1,6
CC 12 J=1,6
12 X(R(I),J) = R(I,J)
CC IC 17
13 G1 = JW(NCP)
X1 = 12.*G1
X2 = 6.*G1
X3 = 4.*G1
X4 = 2.*G1
X(1,1) = R3
X(1,2) = R4
X(1,3) = R2
X(1,4) = R2
X(2,2) = R3
X(2,3) = R2
X(2,4) = R2
X(3,3) = R1
X(3,4) = R1
X(4,4) = R1
CC 14 I=1,4
CC 14 J=1,4
14 X(R(I),J) = R(I,J)
CC IC 17
15 G1 = JT(NCP)
G2 = ST(NCP)
X1 = 12.*G1 + 1.*G2.*CE1
X2 = 6.*G1 + 1.*G2.*CE1
X3 = 4.*G1 + 1.*G2.*CE1
X4 = 2.*G1 + 1.*G2.*CE1
X(1,1) = R3
X(1,2) = R4
X(1,3) = R2
X(1,4) = R2
X(2,2) = R3
X(2,3) = R2
X(2,4) = R2
X(3,3) = R1
X(3,4) = R1
X(4,4) = R1
CC 16 I=1,4
CC 16 J=1,4
16 X(R(I),J) = R(I,J)
17 G6 = NCIN(NCP)
GCI = 2.*G6
CC 21 N=1, N1
CC 18 K8=1, NCI
L = G6*(N-1) + K8
CC 18 K9=1, NCI
K = G6*(N-1) + K9
RP(L,K) = RE(K8,K9) + RP(L,K)
18 CCNTINUE
CC 19 K8=1,2
L = G6*N1 + N + K8 - 1
I = 2.*G6 + K8
CC 19 K9=1, NCI
K = G6*(N-1) + K9
RP(L,K) = RE(I,K9) + RP(L,K)
RP(K,L) = RP(L,K)
19 CCNTINUE
CC 20 K8=1,2
L = G6*N1 + N + K8 - 1
I = 2.*G6 + K8

```

PAGE 6 DICNISIC

```

DC 20 K9=1,2
K=G6*NH1+N+K9-1
J=2*G6+K9
20 RP(L,K)=RE(I,J)+RP(L,K)
21 CCNTINUE
CCNTINUE
KC=(G6+1)*NH1
KB=G6*NH1+1
DC 22 I=1,G6
DC 22 J=1,KC
RP(I,J)=0.
RP(J,I)=0.
22 RP(I,I)=1.
DC 23 J=1,KC
23 RP(KB,J)=0.
RP(KB,KB)=1.
RP(J,KB)=0.
IC=G6*NH1
CALL GJNIS(IC,RP)
M1=IC+1
M2=IC+NH1
I1=IC
DC 24 I=M1,M2
I1=I1+1
J1=0
DC 24 J=1,IC
J1=J1+1
RP1(I1,J1)=0.
DC 24 K=1,IC
24 RP1(I1,J1)=RP1(I1,J1)+RP(I,K)*RP(K,J)
CCNTINUE
I1=
DC 25 I=M1,M2
I1=I1+1
J1=0
DC 25 J=M1,M2
J1=J1+1
RJAUX(I1,J1)=0.
DC 25 K=1,IC
25 XJAU(X(I1,J1)=RJAUX(I1,J1)+RP1(I,K)*RP(K,J)
CCNTINUE
C MATRIZ DE RIGIDEZ REDUZIDA
K=IC
DC 26 NC=1,NH1
K=K+1
L=IC
DC 26 J=1,NH1
L=L+1
26 RP(K,L)=RP(K,L)+RJAUX(NC,J)
DC 30 JX=1,M2
30 WRITE(NCP,JX)(RP(JX,KL),KL=1,M2)
KA=IC+1
KB=KA+NH1
L=0
X1=AP(NCP)
X2=BP(NCP)
X3=CP(NCP)
Y(1,1)=X1*X1
Y(1,2)=X1*X2
Y(1,3)=X1*X3
Y(2,1)=Y(1,2)
Y(2,2)=X2*X2
Y(2,3)=X2*X3
Y(3,1)=Y(1,3)
Y(3,2)=Y(2,3)
Y(3,3)=X3*X3
DC 40 I1=1,3
DC 40 I=KA,KB
L=L+1
K=0
DC 40 J1=1,3
DC 40 J=KA,KB
K=K+1
40 S(L,K)=Y(I1,J1)+RP(I,J)+S(L,K)
DC 47 I=1,NH1
47 S(I,I)=0.
S(I,1)=0.
S(1,I)=1.
I5=NH1+1
DC 48 I=1,NH1
S(I5,I)=0.

```


PAGE 7 DICNISIC

```

48  S(I,15)=0.
    S(15,15)=1.
    I6=2*NH1+1
    DC 49 I=1,NI1
49  S(I,16)=0.
    S(16,16)=1.
    DC 50 N=1,NF
    PE=PC(N)*CD*CE2*0.5
    PX=PE*DE
    PY=PE*EE
    PZ=PE*DC
    P(N)=P(N)+PX
    P(N+1)=P(N+1)+PY
    NY=NH1+N
    NZ=2*NH1+N
    P(NY)=P(NY)+PY
    P(NY+1)=P(NY+1)+PY
    P(NZ)=P(NZ)+PZ
50  P(NZ+1)=P(NZ+1)+PZ
    P(1)=0.
    P(15)=0.
    P(16)=0.
    IACX=NI1+1
    DC 51 I=1,NI1
51  S(I,IACX)=P(I)
    CALL SP1VC(S,NI1,P)
    WRITE(5,52)
52  FORMAT(/,1X,'DESLOCAMENTO DO SISTEMA ESTRUTURAL',/)
    DC 53 I=1,NI1
53  WRITE(5,22)I,P(I)
220  FORMAT(16X,'P(',I2,')',2X,E12.4,/)
    NJ1=2*NH1
    DC 72 I=1,NP
    DC 54 N=1,NH1
    NY=NH1+N
    NZ=2*NH1+N
54  DE(N)=AP(I)*P(N)+EP(I)*P(NY)+CP(I)*P(NZ)
    G6=NCIN(I)
    KC=(G6+1)*NH1
    DC 55 JX=1,KC
55  READ(I,JX)(RP(JX,KL),KL=1,KC)
    IC=NCIN(I)*NH1
    M1=1
    M2=IC
    N1=IC+1
    N2=IC+NH1
    CALL FPCM2(RP,DE,M1,M2,N1,N2,CAUX)
    M1=1
    M2=IC
    N1=1
    N2=IC
    CALL FPCM2(RP,CAUX,M1,M2,N1,N2,DI)
    DC 56 J=1,M2
56  CI(J)=-DI(J)
    K5=0.
    K7=0.
    J7=1
    IG=CPA(I)
    IF(I-IG)67,62,57
57  CONTINUE
    WRITE(5,56)I
58  FORMAT(16H1,4(/),2X,'PAINEL',2X,I2,2X,'PAREDES UNID. POR LINTEIS',5
    C(/),2X,I3(' '),//,'GSIES',6X,'MW1',10X,'MW2',11X,'QL',12X,'ESN1',
    C10X,'DP',//,2X,I3(' '),//)
    DC 59 N=1,NF
    NI=2*N-1
    NJ=NI+NCIN(I)
    ESN1=EW*S1(I)*(-CI(NI+1)+CI(NJ+1))/CE
    K7=K7+1
    J7=K7+1
    NIC=M(K7)
    NF=M(J7)
    K5=K5+PH
    DC 59 L=NIC,NF
    G(L)=(GSIES(L)-(K5-PH))/PH
    Z=G(L)
    Z2=Z*Z
    Z3=Z2*Z
    GA(L)=2.*Z3-3.*Z2+1.
    GB(L)=Z3-2.*Z2+Z

```

PAGE 8 DILNISIIC

```

GC(L)=-2.*Z3+3.*Z2
GD(L)=Z3-Z2
GA1(L)=(Z2-Z)*6./CE
GB1(L)=(3.*Z2-4.*Z+1.)/CE
GC1(L)=-GA1(L)
GD1(L)=(3.*Z2-2.*Z)/CE1
GA2(L)=(12.*Z-6.)/CE1
GB2(L)=(6.*Z-4.)/CE1
GC2(L)=-GA2(L)
GD2(L)=(6.*Z-2.)/CE1
G1(L)=(Z2-2.*Z)*CE*0.5
G2(L)=CE*0.5*Z2
G3(L)=2.*Z3-3.*Z2
G4(L)=Z3-2.*Z2+Z
G5(L)=-G3(L)
G6(L)=Z3-Z2
DP=GA(L)*DE(N)+GB(L)*DI(NI)+GC(L)*DE(N+1)+GD(L)*DI(NJ)
DP1=GA1(L)*DE(N)+GB1(L)*DI(NI)+GC1(L)*DE(N+1)+GD1(L)*DI(NJ)
DP2=GA2(L)*DE(N)+GB2(L)*DI(NI)+GC2(L)*DE(N+1)+GD2(L)*DI(NJ)
DP3=(12.*DE(N)+6.*DI(NI)-12.*DE(N+1)+6.*DI(NJ))/CE3
GL=-RL1(I)*((G(L)-1)*DI(NI+1)-G(L)*DI(NJ+1))-RL2(I)*DP1
MW1=JW1(I)*DP2
MW2=JW2(I)*DP2
59 WRITE(5,65)GSIES(L),MW1,MW2,GL,ESN1,DP
60 FORMAT(2X,F5.3,2X,5(F12.5,2X),/)
WRITE(5,61)
61 FORMAT(/,3X,103('*'))
62 CONTINUE
WRITE(5,63)I
63 FORMAT(1F1,4(/),2X,'PAINEL',2X,I2,'PAREDE EQUIVLENTE',5(/),2X,50(
C('*'),//,2X,'GSIES',7X,'MW',12X,'DP',//,2X,50('*'),//)
DC 64 N=1,NF
K7=K7+1
J7=K7+1
R5=R5+PH
NIC=N(K7)
NF=N(J7)
DC 64 L=NIC,NF
G(L)=(GSIES(L)-(R5-PH))/PH
Z=G(L)
Z2=Z*Z
Z3=Z2*Z
GA(L)=2.*Z3-3.*Z2+1.
GB(L)=Z3-2.*Z2+Z
GC(L)=-2.*Z3+3.*Z2
GD(L)=Z3-Z2
GA2(L)=(12.*Z-6.)/CE1
GB2(L)=(6.*Z-4.)/CE1
GC2(L)=-GA2(L)
GD2(L)=(6.*Z-2.)/CE1
DP=GA(L)*DE(N)+GB(L)*DI(N)+GC(L)*DE(N+1)+GD(L)*DI(N+1)
DP2=GA2(L)*DE(N)+GB2(L)*DI(N)+GC2(L)*DE(N+1)+GD2(L)*DI(N+1)
DP3=(12.*DE(N)+6.*DI(N)-12.*DE(N+1)+6.*DI(N+1))/CE3
MW=JW(I)*DP2
64 WRITE(5,65)GSIES(L),MW,DP
65 FORMAT(2X,F5.3,3X,2(F12.5,2X),/)
WRITE(5,66)
66 FORMAT(/,2X,50('*'))
67 CONTINUE
WRITE(5,68)I
68 FORMAT(1F1,4(/),2X,'PAINEL',2X,I2,2X,'MULA DE TORCAO',5(/),2X,75(
C('*'),//,2X,'GSIES',6X,'MTL',11X,'MFT',11X,'MTT',11X,'BIM',11X,'P',
C//,2X,75('*'),//)
DC 69 N=1,NF
K7=K7+1
J7=K7+1
R5=R5+PH
NIC=N(K7)
NF=N(J7)
DC 69 L=NIC,NF
G(L)=(GSIES(L)-(R5-PH))/PH
Z=G(L)
Z2=Z*Z
Z3=Z2*Z
GA(L)=2.*Z3-3.*Z2+1.
GB(L)=Z3-2.*Z2+1
GC(L)=-2.*Z3+3.*Z2
GD(L)=Z3-Z2
GA1(L)=(Z2-Z)*6./CE

```

PAGE 9 DICNIS1L

```

CE1(L)=(3.*Z2-4.*Z+1.)/CE
CC1(L)=-CA1(L)
CD1(L)=(3.*Z2-2.*Z)/CE
CA2(L)=(12.*Z-6.)/CE1
CB2(L)=(6.*Z-4.)/CE1
CC2(L)=-CA2(L)
CD2(L)=(6.*Z-2.)/CE1
DP=GA(L)*DE(N)+GB(L)*DI(N)+CC(L)*DE(N+1)+QD(L)*DI(N+1)
DP1=CA1(L)*DE(N)+GB1(L)*DI(N)+CC1(L)*DE(N+1)+QD1(L)*DI(N+1)
DP2=CA2(L)*DE(N)+GB2(L)*DI(N)+CC2(L)*DE(N+1)+QD2(L)*DI(N+1)
DP3=(12.*DE(N)+6.*DI(N)-12.*DE(N+1)+6.*DI(N+1))/CE3
MTL=ST(1)*DP1
MFT=-JT(1)*DP3
MTT=MIL+MFT
BIM=JT(1)*DP2
69 WRITE(5,7)CSIES(L),MTL,MFT,MTT,BIM,DP
70 FORMAT(2X,F5.3,3X,5(F12.5,2X),/)
WRITE(5,71)
71 FORMAT(/,2X,75('*'),//,3X,'Z/H',7X,'TF*M',10X,'TF*M',10X,'TF*M',10
CX,'TF*M2',9X,'RE',//,2X,75('*'))
72 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
ICCS

CCRE REQUIREMENTS FOR
COMMON VARIABLES 16048 PROGRAM 5108

END OF COMPILATION

// XEG

B I B L I O G R A F I A

- 1 - WEAVER JR., W. e NELSON, M.F. - Three dimensional analysis of tier buildings. J. Str. Div. ASCE, ST6, Dez/1966, pp. 385-404.
- 2 - STAMATO, M.C. e STAFFORD-SMITH, B. - "Análise Aproximada de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Elevados", XIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, Montevideo, 1969, 23 pp. (Publ. nº 155, EESC.).
- 3 - CLOUGH, R.W., KING, I.P. e WILSON, E.L. - Structural Analysis of Multistory Buildings, Proc. A.S.C.E., nº ST3, June, 1964, pp. 19-34.
- 4 - ALBIGÈS, M. e GOULET, J. - "Contravento des Batiments" Ann. Inst. Tec. Bat. Trav. Publ., nº 149, Mai/1960, pp. 473-500.
- 5 - FRANCO, M. - "Comportamento Elástico de Estruturas Formados por Pilares-Parede Contraventados entre si". Rev. Estruturas, nº 45, JUN/1961, pp. 373-389.
- 6 - ROSMAN, R. - Laterally Loaded Systems Consisting of Walls and Frams, in "Symposium on Toll Buildings", Southampton, Pergamon Press, 1967, pp. 273-289.
- 7 - STAMATO, M.C. - "Associação Contínua de Painéis de Contraventamento", Publ. nº 157, Esc. Eng. São Carlos - USP - abril/1972, 72 pp.
- 8 - SAVASSI, W., "Aplicação do Método dos Elementos Finitos aos Edifícios Altos", XVII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Caracas, Venezuela, 1975.
- 9 - CARDAN, B., Concrete Shear Walls Combined With Rigid Frams in Multistory Buildings Subject to Lateral Loads, A.C.I. Journal, Sept., 1961, pp. 299-315.
- 10 - MANCINI, E. "Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitos à Ação do Vento" - Tese de Dou

- toramento, Esc. Eng. São Carlos, USP, São Carlos, SP, 1973, 140 pp.
- 11 - FERREIRA, L.F.O. - "Associação Plana de Pórticos com Pilares-Paredes", Dissertação de Mestrado, Esc. de Eng. São Carlos, USP, São Carlos, SP, 1975.
 - 12 - STAMATO, M.C. e MANCINI, E. - "Paredes de Seção Aberta Associados e Pórticos Planos", - Revista Brasileira de Tecnologia (CNPq), V. 3, nº 3, set./1972, pp. 139-146.
 - 13 - ROSMAN, R. - "Statics of non-symmetric shear wall structures", Proc. Inst. Civ. Eng., Supplement XII/1971, Paper 7393 S, pp. 211-244.
 - 14 - VLASSOV, B.Z. - "Pièces longues en voile mince" - Eyroles, 1962, 655 pp.
 - 15 - RACHID M. - "Instabilidade de Barras de Seção Delgada", Tese de Doutorado, Esc. Eng. de São Carlos, USP, São Carlos, Fevereiro/1975.
 - 16 - C.A. BREVIA, J.J. CONNOR - Método de los Elementos finitos en lo Ingenieere Civil, Marzo 1975.
 - 17 - Douglas H. Norries and Gerard de Vries, The finite Element Method, Academic Press, New York and London 1973.
 - 18 - RUBINSTEIN MOSHE F. - Matriz Computer Analysis of Structures.
 - 19 - ATAIDE, M.O.P. - "Aplicação do Método de Ritz-Galerkin à Análise de Estruturas de Edifícios Altos pela técnica do Meio Contínuo", Dissertação de Mestrado, Esc. de Eng. São Carlos, USP, São Carlos, SP, 1981.
 - 20 - B. INF. - CPD, Esc. de Eng. São Carlos, USP, - 6(6), nov/dez., 1973, p. 397-475.