

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES
DA TÉCNICA DO MEIO CONTINUO
PELO METODO STODOLA-VIANELLO

Engº R.S. Seixas

São Carlos, abril de 1981

*A Ester, Afrânio Roberto,
aos meus pais e irmãos.*

INTEGRACAO DAS EQUACOES
DA TECNICA DO MEIO CONTINUO
PELO METODO STODOLA-VIANELLO

Eng^o R.S. Seixas

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR

Prof. Dr. José Elias Laier

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Elias Laier

Prof. Dr. Eddie Mancini

Prof. Dr. Maximilian Emil Hehl

AGRADECIMENTOS

ao orientador

Prof. Dr. José Elias Laier, Assistente-Doutor da Escola de Engenharia de São Carlos - USP, por toda a valiosa orientação que permitiu a idealização e execução deste trabalho;

ao

Prof. Dr. Eddie Mancini, da EESC-USP e Prof. José Alberto Culminato, do ICMSC - USP, pelas importantes sugestões que se transformaram em inestimável apoio;

ao

Laboratório de Computação do Departamento de Computação e Estatística do ICMSC - USP, na pessoa do Prof. Dr. Maximilian Emil Hehl, pela cessão do equipamento e pela amável colaboração de seus funcionários;

aos colegas

Eng^o Sérgio Percival Baroncini Proença, da UFPr, Eng^{os} Manoel Onivaldo Penafort Ataíde e Dionísio da Silva Oliveira, do CESEP-Pa, pelas colaborações e **sugestões** em horas difíceis;

aos funcionários do

Departamento de Estruturas (SET), João Paulo Moretti, Sylvia Helena Moretti e Rui Roberto Casale, por toda a colaboração prestada nos serviços de desenho e datilografia;

às

Universidades do Amazonas e de São Paulo, que for
neceram subsídios necessários à realização deste
estudo;

à

aqueles que, direta e indiretamente, contribuíram
para a elaboração deste trabalho;

e a DEUS

Pai e todo Poderoso, por toda a proteção necessá-
ria.

INDICE

NOTAÇÃO	1
---------------	---

CAPITULO I

INTRODUÇÃO	1
------------------	---

CAPITULO II

ANÁLISE DE PAINÉIS BÁSICOS DE CONTRAVENTAMENTO E SUAS ASSOCIAÇÕES

2.1 - Introdução	3
2.2 - Características elásticas do pórtico	3
2.3 - Características elásticas da parede	5
2.4 - Associação plana de pórtico e parede	6
2.5 - Associação tridimensional de pórtico e parede ...	9

CAPITULO III

ANÁLISE NUMÉRICA DA ASSOCIAÇÃO DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

3.1 - Introdução	16
3.2 - Aplicação do método de STODOLA-VIANELLO e sua variante na análise de associações planas de rigidez constante	16
3.3 - Aplicação da variante do método de STODOLA- VIANELLO na análise de associações planas con- tendo pórticos de rigidez variável	22

3.4 - Aplicação da variante do método de STODOLA-VIANELLO na análise de associação tridimensional de pórticos e paredes	24
3.5 - Exemplos de aplicação e comparações	30
3.5.1 - Primeiro exemplo de aplicação	30
3.5.2 - Segundo exemplo de aplicação	37
3.5.3 - Terceiro exemplo de aplicação	51
3.5.4 - Quarto exemplo de aplicação	55
3.5.5 - Quinto exemplo de aplicação	62

CAPITULO IV

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS	74
--------------------------------	----

APENDICE - Parâmetros de rigidez para associação de paredes de seção aberta com pórticos, por lintéis de ligação	75
--	----

ANEXO 1 - Programa para o cálculo automático de associação plana de pórtico e parede pelo método de STODOLA-VIANELLO	91
--	----

ANEXO 2 - Programa para o cálculo automático de associação plana de pórtico e parede, de rigidez constante ou variável, pela variante do método de STODOLA-VIANELLO	107
---	-----

ANEXO 3 - Programa para o cálculo automático de associação tridimensional de pórtico e parede, pela variante do método de STODOLA-VIANELLO	116
--	-----

ANEXO 4 - Programa para cálculo das matrizes de rigidez [J] e [S] de associação tridimensional de pórtico e parede	135
ANEXO 5 - Programa para cálculo de rigidez de pórtico	138-
BIBLIOGRAFIA	140

RESUMO

É propósito deste trabalho mostrar a eficiência do método de STODOLA-VIANELLO na integração das equações diferenciais da técnica do Meio Contínuo.

O estudo de painéis planos isolados, bem como suas associações planas e tridimensionais, é conduzido de modo expedito. Todavia, o procedimento resultante da aplicação do método de STODOLA-VIANELLO é apresentado de um modo mais voltado para aspectos computacionais.

A comparação dos resultados encontrados em alguns exemplos de aplicação com outros já existentes na literatura técnica, é também levada a efeito.

ABSTRACT

The main aim of this work is to show the efficiency of the STODOLA-VIANELLO method to integrate the differential equations of the continuous medium technique.

The analysis of the isolated plane panels and their planes and three-dimensional combinations is worked in a quick way. However, the resultant behaviour of the application of STODOLA-VIANELLO method is presented for computer programs.

The comparison of the results obtained with others existents is taken into account.

NOTAÇÃO

Os símbolos usados neste trabalho são:

a) Eixos coordenados

Oxz - sistema de coordenadas ortogonais no plano do painel

$OXYZ$ - sistema de coordenadas ortogonais no espaço

b) Índices

f - caracteriza grandezas referentes aos pórticos

p - caracteriza grandezas referentes às paredes

t - caracteriza grandezas referentes à torção livre e torção total

ft - caracteriza grandezas referentes à flexo-torção

X, Y, Z - caracteriza resultantes e grandezas segundo os eixos OX , OY e OZ , respectivamente.

c) Deslocamentos

u - deslocamentos segundo Ox ou OX

v - deslocamentos segundo OY

w - rotações segundo OZ

d) Esforços

M - momento fletor

Q - força cortante

M_t - momento torçor total

T_t - momento torçor livre ou de Saint-Venant

M_{ft} - momento de flexo-torção

S - bimomento

e) Parâmetros elásticos e geométricos

E - módulo de elasticidade longitudinal

G - módulo de elasticidade transversal

J - momento de inércia de seção transversal

J_t - momento de inércia à torção livre

j_t - produto de rigidez GJ_t

j_{ft} - produto de rigidez EJ_ω

ω - área setorial

j_x, j_y - produto de rigidez à flexão EJ de parede

s_f - rigidez de pórtico à força cortante

h - pé-direito

H - altura total da estrutura

ℓ, d - comprimento

$$K_{pil} = \frac{J_{pil}}{\ell_i} - \text{rigidez de pilar}$$

$$K_{vig} = \frac{J_{vig}}{\ell_i} - \text{rigidez de viga}$$

P = carga horizontal no topo

q = carga horizontal distribuída

$\eta = z/H$ ou Z/H - coordenada adimensional

$\xi_i = z_i/H$ ou Z_i/H - pontos de interpolação

$$\lambda = K^2 = \frac{s_f}{j_p} H^2 - \text{parâmetro de rigidez relativa entre o pórtico e a parede [7]}$$

μ = coeficiente de Poisson

f) Símbolos matriciais

{ } - matriz coluna

[] - matriz quadrada

| | - matriz retangular

Outras notações são usadas ao longo do texto, entretanto, seus significados ficam evidentes pela maneira como são introduzidas.

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento das estruturas de edifícios altos tem sido, em muitos casos, levado a bom termo através da técnica do Meio Contínuo. É oportuno lembrar que na literatura técnica já existem muitos trabalhos a esse respeito e, ao que tudo indica, o trabalho pioneiro é devido a ALBIGÉS e GOULET [1]. No Brasil, os primeiros estudos foram feitos por FRANCO [18], tratando estruturas de edifícios similares às tratadas por aqueles autores. A técnica do Meio Contínuo permite descrever o comportamento da estrutura mediante um número reduzido de parâmetros elásticos e geométricos; entretanto, o equilíbrio da estrutura, assimilada a um meio contínuo equivalente, fica expresso, naturalmente, por meio de equações diferenciais. Convém ressaltar que no caso de equações diferenciais a coeficientes constantes (estrutura de rigidez constante ao longo da altura) a integração é imediata; no caso, porém, de coeficientes variáveis, em geral, a integração só é viável por meios numéricos.

No presente trabalho tem-se como objetivo principal evidenciar a utilidade do método de STODOLA-VIANELLO [2] [3] [4] [5], na integração numérica das equações resultantes da análise de estruturas de edifícios, pela técnica do Meio Contínuo.

O método de integração numérica de equações diferenciais de STODOLA-VIANELLO, em sua formulação canônica, conduz a um procedimento iterativo. Outrossim, tal método é bastante flexível no sentido de permitir diversas variantes com considerações de interpolação [6]. Convém ressaltar que o método em questão é facilmente programável em computadores, quer em sua formulação clássica, quer em suas variantes. Além disso, é oportuno também frisar que tal método

apresenta forte convergência. Assim sendo, bons resultados são conseguidos com reduzido trabalho numérico.

Seguindo de perto a mesma orientação dada por STAMATO [7] na abordagem da técnica do Meio Contínuo, são tratados inicialmente os painéis de contraventamento planos e, em seguida, a associação tridimensional de painéis. O método de STODOLA-VIANELLO é apresentado em detalhes para cada tipo de análise, tendo em vista, naturalmente, mostrar pormenores necessários ao procedimento computacional.

Por último, é oportuno adiantar que a eficiência da solução proposta pode ser verificada em diversos exemplos numéricos apresentados.

CAPITULO II

ANÁLISE DE PAINÉIS BÁSICOS DE CONTRAVENTAMENTO E SUAS ASSOCIAÇÕES

2.1. Introdução

As equações da técnica do Meio Contínuo são aqui apresentadas de modo sumário. Inicialmente, é feito um estudo de tipos básicos de painéis e associações de rigidez constante e, também, de rigidez variável ao longo da altura. Em seguida é estudada a associação tridimensional de pórticos e paredes de rigidez constante na altura.

2.2. Características elásticas do pórtico

Em pórticos regulares, nos quais a rigidez dos pilares não é exageradamente maior que a das vigas, a relação entre o esforço cortante e a elástica do conjunto é dada por [7] [8] [9]

$$Q_f = s_f \frac{du_f}{dz} \quad \dots \text{(II.1)}$$

onde Q_f é a força cortante no pórtico, s_f a rigidez do pórtico ao esforço cortante, u_f a elástica do conjunto e z a coordenada vertical com origem na base (vide figura II-1).

A rigidez s_f , que depende das características elásticas e geométricas dos pilares e vigas do pórtico, é dada por [7] [8] [9]

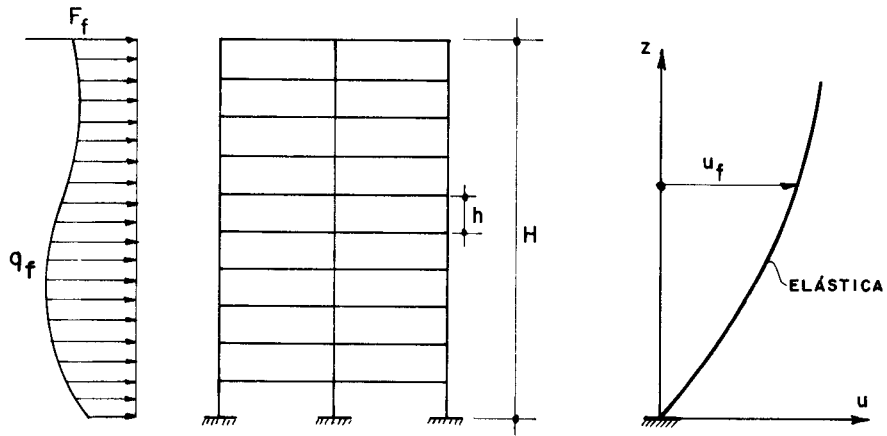


FIG. II-1 - PÓRTICO E ELÁSTICA CARACTERÍSTICA.

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{na} \left[\begin{array}{c} \Sigma K \\ K_p \quad \frac{nv}{\Sigma K} \\ nb \end{array} \right] \quad \dots \text{(II.2)}$$

onde K é a relação entre o momento de inércia da seção transversal da barra e seu comprimento. K_p é a mesma relação no caso do pilar, logo acima do nó considerado, na é o número de nós do andar considerado e nv e nb são, respectivamente, o número de vigas e de barras (vigas e pilares) que concorrem no nó considerado.

Uma significativa variação de rigidez s_f ao longo da altura é, no presente trabalho, considerada através de uma interpolação parabólica, ou seja:

$$s_f(z) = s_f(1+az+bz^2) \quad \dots \text{(II.3)}$$

A título de ilustração, é mostrado na figura II-2 o esquema de variação de rigidez s_f de um pórtico. Assim sendo, têm-se, por exemplo,

$$a = [2(1+R)(1+\psi) - (R+3)] \cdot \frac{1}{H} \quad \dots \text{(II.4)}$$

$$b = [(1+R) - (1+R)(1+\psi)] \cdot \frac{2}{H^2}$$

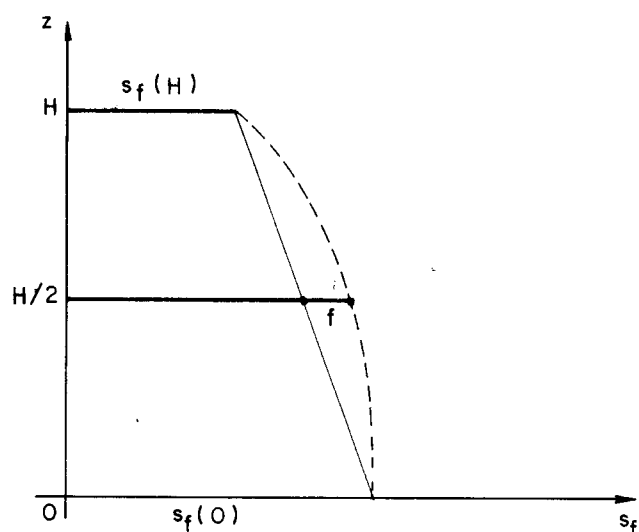


FIG.II- 2-VARIAÇÃO PARABÓLICA DA RIGIDEZ DO PÓRICO COM A ALTURA.

ou ainda (vide figura II-2)

$$\psi = \frac{2f}{s_f(0) + s_f(H)} \quad \dots (II.5)$$

$$R = \frac{s_f(H)}{s_f(0)}$$

2.3. Características elásticas da parede

A parede plana tem o seu comportamento descrito pela teoria técnica da flexão, ou seja

$$Q_p = - j_p \frac{d^3 u_p}{dz^3} \quad \dots (II.6)$$

onde Q_p é o esforço cortante na parede, j_p o produto de rigidez à flexão da parede EJ (sendo E o módulo de elasticidade e J o momento de inércia da seção transversal da parede), u_p é a elástica do conjunto e z a coordenada vertical com origem na base (vide figura II-3). Naturalmente, a rigidez da parede é constante com a altura.

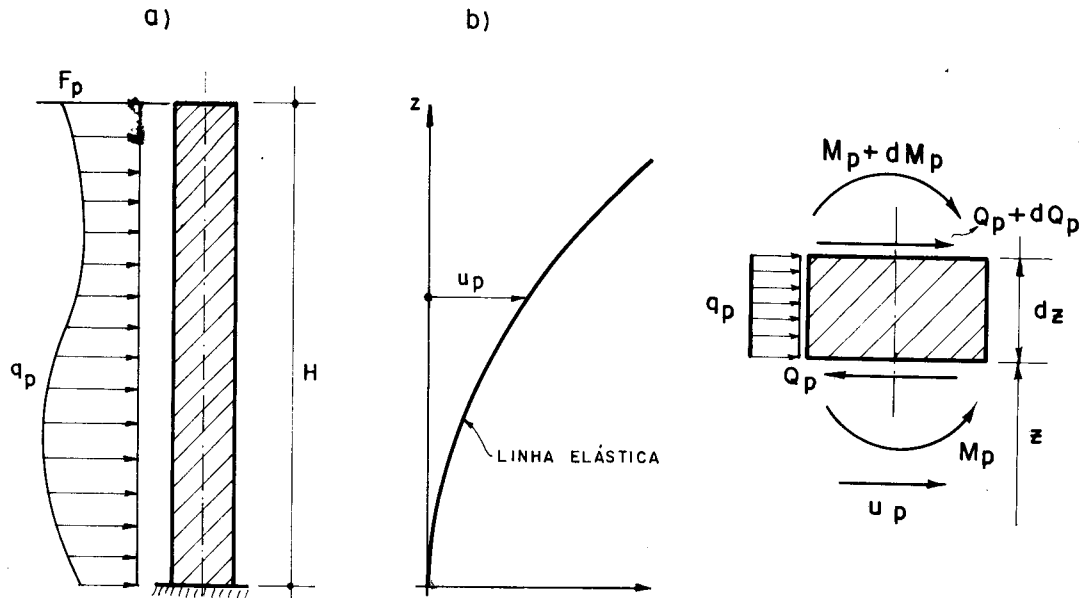


FIG. II 3 - PAREDE, ELÁSTICA CARACTERÍSTICA E ELEMENTO DIFERENCIAL COM A INDICAÇÃO DE ESFORÇOS POSITIVOS

2.4. Características elásticas da associação de pórticos e paredes

Na associação plana de pórtico e parede ligados por barras bi-articuladas, por consideração de equilíbrio, tem-se (vide figura II-4).

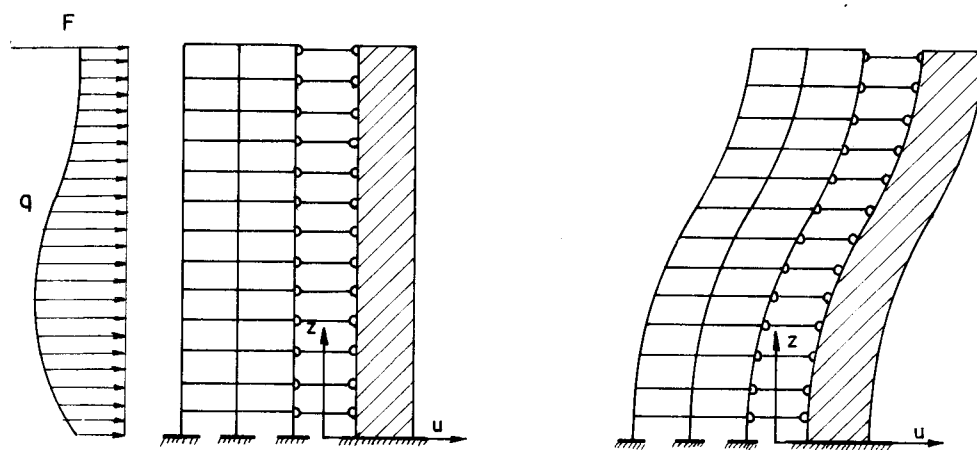


FIG. II-4 - ASSOCIAÇÃO DE PÓRTICO, PAREDE LIGADOS POR BARRAS BI-ARTICULADAS E ELÁSTICA CARACTERÍSTICA.

$$Q = Q_p + Q_f \quad \dots \text{ (II.7)}$$

onde Q representa o esforço cortante no conjunto. Tendo em vista as expressões (II.1) e (II.6), a equação (II.7) passa a escrever-se:

$$Q = -j_p \frac{d^3 u}{dz^3} + s_f \frac{du}{dz} \quad \dots \text{ (II.8)}$$

pois, na associação, o pórtico e a parede estão sujeitos à mesma elástica u .

As condições de contorno que devem ser satisfeitas pela solução da equação (II.8) são:

$$\text{em } z = 0 \text{ tem-se } u = 0$$

$$\text{em } z = 0 \text{ tem-se } \frac{du}{dz} = 0 \quad \dots \text{ (II.9)}$$

$$\text{em } z = H \text{ tem-se } \frac{d^2 u}{dz^2} = 0$$

A *primeira* das equações (II.9) traduz a indeslocabilidade horizontal do conjunto na base. A *segunda* e *terceira* são imposições da parede: na base a parede engastada impõe ao conjunto rotação nula e no topo ($z = H$) o momento fletor nulo na parede impõe curvatura nula.

Um outro tipo de painel, cujo equilíbrio é também expresso por uma equação diferencial do tipo da equação (II.8), é mostrado na figura II-5. As características desse painel são dadas por [9] [10]:

$$j = j_1$$

... (II.10)

$$s_f = p_1 + p_2$$

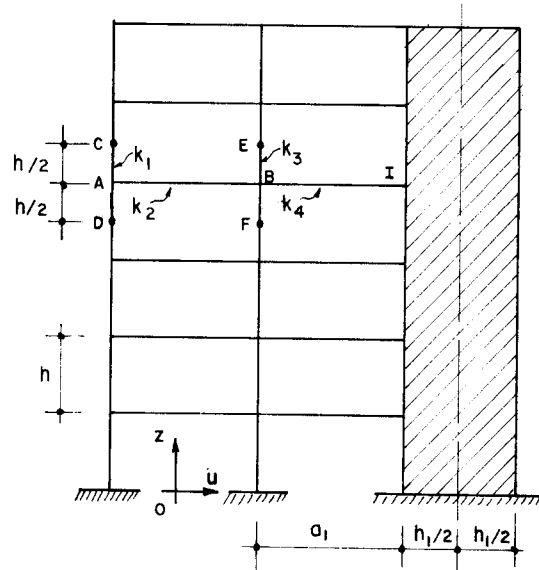


FIG. II - 5 - ASSOCIAÇÃO DE PÓRTICO E PAREDE LIGADOS POR VIGAS

sendo

$$j_1 = EJ_1 \quad (J_1 \text{ é o momento de inércia da parede})$$

$$p_1 = \frac{EK_4}{h} \left[4 + 2\beta + \frac{3b_1}{a_1} \left(2 + \beta + \frac{b_1}{a_1} \right) \right] \quad \dots \text{ (II.11)}$$

$$p_2 = \frac{12E}{h} \left[K_1(1-\alpha) + K_3(1-\beta) \right]$$

onde

$$\alpha = \frac{12(K_3 - K_1\theta) - 2K_4 \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right)}{2K_2 - \theta(12K_1 + 4K_2)} \quad \dots \text{ (II.12)}$$

$$\beta = \frac{12K_1 - \phi \left[12K_3 - 2K_4 \left(1 + \frac{3b_1}{2a_1} \right) \right]}{2K_2 - \phi(12K_3 + 4K_2 + 4K_4)}$$

em que θ e ϕ são dados por:

$$\theta = \frac{12K_3 + 4K_2 + 4K_4}{2K_2} \dots \text{(II.13)}$$
$$\phi = \frac{12K_1 + 4K_2}{2K_2}$$

Painéis do tipo esquematizado na figura II-5, com um número maior de paredes e pórticos, possuem comportamento dado por expressões com o mesmo aspecto formal das equações (II.8) e (II.10) a (II.13). Além disso, eventual variação significativa de rigidez s_f ao longo da altura pode ser considerada da mesma forma exposta no item 2.2.

2.5 - Associação tridimensional de parede e pórtico

Na técnica do Meio Contínuo, a estrutura tridimensional do edifício é assimilada a um conjunto de painéis verticais (pórticos, paredes, etc.), travados horizontalmente por diafragmas (simulação das lajes) de rigidez infinita nos seus planos e nula transversalmente; distribuídos uniformemente ao longo da altura [11] [12] (vide figura II-6). As paredes de seção aberta (vide figura II-7) são substituídas por *duas paredes planas equivalentes* (no que respeita a flexão) e independentes, passando pelo centro de torção C_t , orientadas segundo os eixos principais Cp_1 e Cp_2 e possuindo coeficientes de rigidez à flexão EJ_1 e EJ_2 , obtidos, respectivamente, pelos produtos de momentos de inércia da seção aberta em relação aos eixos Cp_1 e Cp_2 e o módulo de elasticidade. A essas paredes planas equivalentes acrescenta-se uma *mola* que só receba torção e possua coeficientes de rigidez GJ_t e EJ_ω , que se obtêm, respectivamente, pela teoria de Saint-Venant e pela teoria de flexo-torção [13] [14] [15].

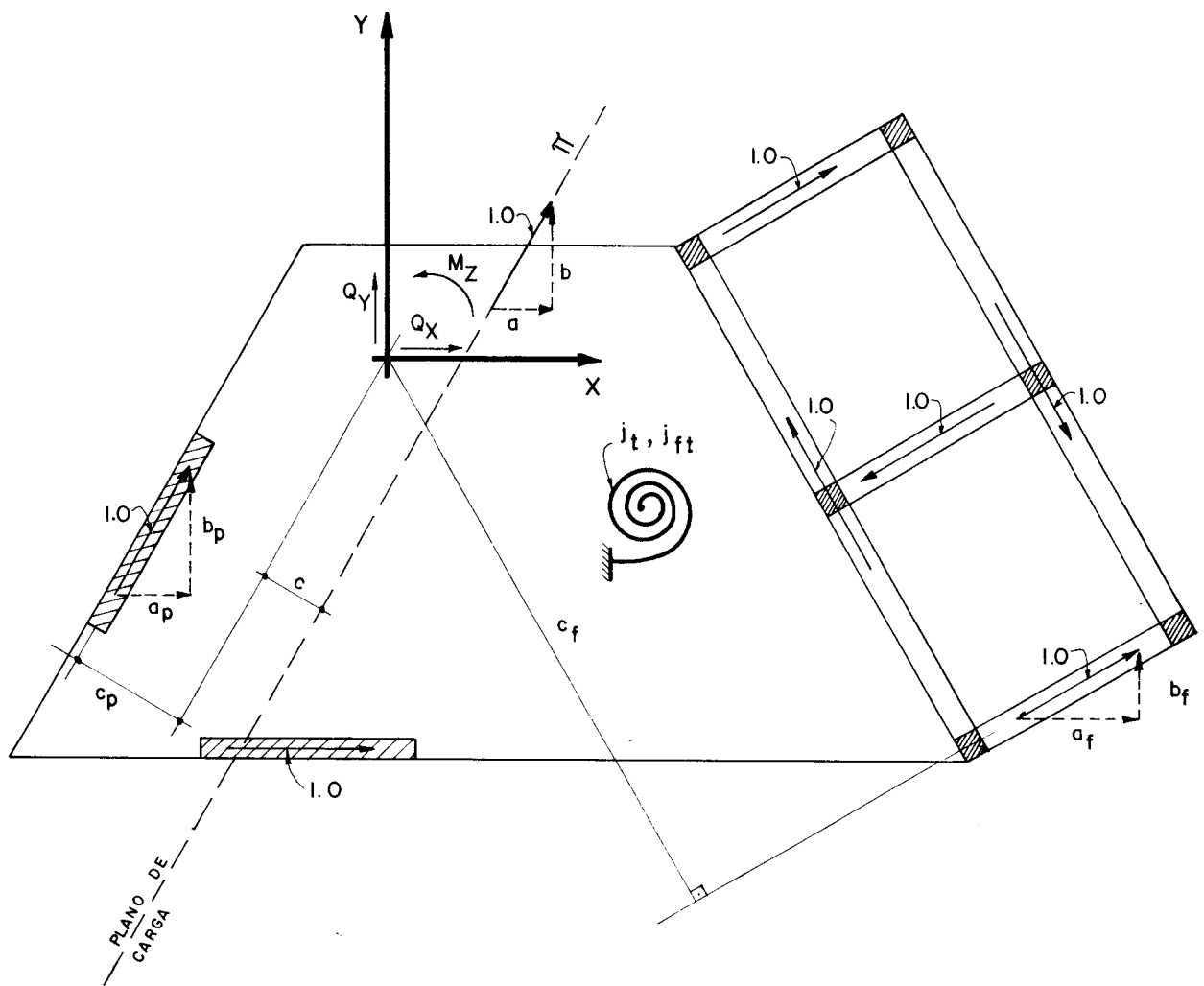


FIG. II-6 - PLANTA DA ASSOCIAÇÃO GERAL DE TIPOS BÁSICOS DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO.

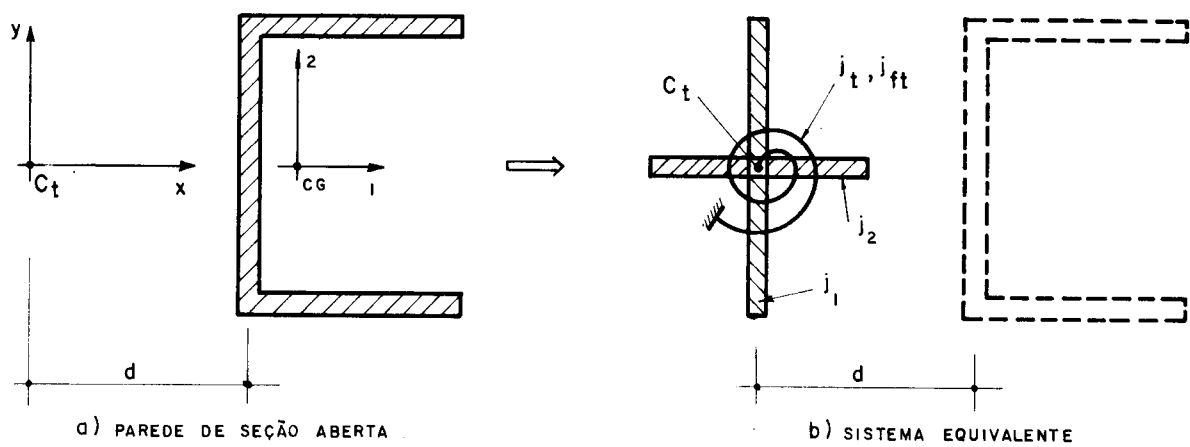


FIG. II - 7 - PAREDE DE SEÇÃO ABERTA E SISTEMA EQUIVALENTE

As cargas externas horizontais atuam em um plano vertical Π e consistem em uma *carga* uniformemente distribuída q , acrescida eventualmente de uma concentrada P no topo. O sentido positivo das cargas é definido por um vetor unitário horizontal do plano Π (vide figura II-6), cujas coordenadas a , b e c são respectivamente suas componentes segundo os eixos horizontais OX , OY e seu momento em torno do eixo vertical OZ (o sinal de c será positivo se esse momento for dextrorso).

Para caracterizar a posição de cada *painel* é convencionalmente arbitrariamente (vide figura II-6) um versor horizontal no plano do painel. Tal versor, por outro lado, caracteriza-se pelas suas coordenadas a , b e c , indexadas conforme se trate de parede ou pórtico, sendo a e b componentes do versor, respectivamente, segundo os eixos OX e OY , e c a distância do versor ao eixo OZ , convencionalmente positiva se for dextrorso o momento do versor em relação ao eixo OZ .

No plano do painel, usa-se um sistema local de referência Oxz , cujo eixo horizontal Ox na base do painel coincide em direção e sentido com o versor convencionalmente para o painel. Os esforços e deslocamentos no plano do painel seguem, no sistema de referência Oxz , as mesmas convenções já estabelecidas nos itens 2.2 e 2.3.

No sistema global de referência dextrorso $OXYZ$, o eixo vertical OZ encontra o diafragma genérico de cota Z em um ponto O_z . Os deslocamentos incógnitos do diafragma genérico são as seguintes funções de Z :

u - deslocamentos de O_z segundo OX

v - deslocamentos de O_z segundo OY

w - rotação do diafragma genérico em torno de OZ

Com os sentidos positivos para deslocamentos convencionados nas figuras II-1 e II-3, têm-se as seguintes relações [7][9][10]:

$$M_p = j_p u_p''$$

$$Q_p = -M_p' = -j_p u_p'''$$

... (II.14)

$$q_p = -Q_p' = j_p u_p^{IV}$$

$$M_f' = -Q_f$$

$$Q_f = s_f u_f'$$

... (II.15)

$$q_f = -Q_f' = s_f u_f''$$

$$M_t = j_t w_t' - j_{ft} w_t'' = T_t + M_{ft}$$

$$q_t = -M_t'$$

... (II.16)

sendo que o expoente em número romano indica o grau de derivação em relação a variável z.

As relações existentes entre os deslocamentos do conjunto (sistema de referência destrorso OXYZ) e os deslocamentos dos painéis são:

$$u_f = a_f u + b_f v + c_f w$$

$$u_p = a_p u + b_p v + c_p w$$

... (II.17)

$$w_t = w$$

Se Q é a resultante das forças externas aplicadas acima da cota Z, as forças que solicitam o conjunto estão relacionadas com os esforços solicitantes nos painéis por meio das equações de equilíbrio (vide figura II-6).

$$Q_X = Q_a = \sum_f Q_f a_f + \sum_p Q_p a_p$$

$$Q_Y = Q_b = \sum_f Q_f b_f + \sum_p Q_p b_p$$

... (II.18)

$$M_Z = Q_c = \sum_f Q_f c_f + \sum_p Q_p c_p + \sum_t M_t$$

onde os somatórios são estendidos a todos os pórticos, paredes ou molas de torção do conjunto.

Levando as equações (II.17) nas equações (II.14), (II.15) e (II.16) e o resultado destas, nas equações (II.18), resulta o seguinte sistema de três equações diferenciais que em formato matricial torna-se

$$-[J] \{U'''\} + [S] \{U'\} = Q \{A\} \quad \dots \text{(II.19)}$$

onde:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc}^* \end{bmatrix} \quad \dots \text{(II.20)}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix} \quad \dots \text{(II.21)}$$

$$J_{d\ell} = \sum_1^{n_p} j_p^d \ell_p \quad \dots \text{(II.22)}$$

$$S_{d\ell} = \sum_1^{n_f} s_f^d \ell_p$$

os índices d e ℓ referem-se a qualquer uma das coordenadas a , b ou c usadas para caracterizar a posição dos painéis; e

$$J_{cc}^* = J_{cc} + \sum_1^{n_t} j_{ft} \quad \dots \text{(II.23)}$$

$$S_{cc}^* = S_{cc} + \sum_1^{n_t} j_t \quad \dots \text{(II.24)}$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad \dots \text{ (II.25)}$$

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad \dots \text{ (II.26)}$$

As condições de contorno que devem ser satisfeitas pelas soluções do sistema (II.19), nos casos em que não exista degeneração do conjunto de paredes ($\det.[J] \neq 0$), são:

a) deslocamentos nulos na base ($Z = 0$)

$$u = v = 0, w = 0 \quad \dots \text{ (II.27)}$$

b) engastamento das paredes na base ($Z = 0$)

$$u' = v' = 0, w' = 0 \quad \dots \text{ (II.28)}$$

c) momentos nulos no topo das paredes ($Z = H$)

$$u'' = v'' = 0, w'' = 0 \quad \dots \text{ (II.29)}$$

Os esforços na *parede* genérica são dados pelas equações da teoria técnica da flexão, ou seja:

$$M_p = j_p u_p'' = j_p (a_p u'' + b_p v'' + c_p w'') \quad \dots \text{ (II.30)}$$

$$Q_p = -j_p u_p''' = -j_p (a_p u''' + b_p v''' + c_p w''')$$

Os esforços no *pórtico* genérico são calculados pelas equações

$$Q_f = s_f u_f' = s_f (a_f u' + b_f v' + c_f w') \quad \dots \text{ (II.31)}$$

$$M_f = -s_f u_f + D_f = -s_f (a_f u + b_f v + c_f w) + D_f$$

onde D_f é uma constante determinada pela condição de ser $M_f = 0$, para $Z = H$.

As forças concentradas F_p e F_f , aplicadas nos topos de paredes e de pórticos pelo diafragma do topo (vide figuras II-1 e II-3), são obtidas pelas respectivas forças cortantes Q_p e Q_f em $Z = H$.

Na *mola* genérica são definidos, em qualquer cota Z , os esforços solicitantes:

$$M_t = s_t w' - j_{ft} w'''' = T_t + M_{ft}$$

$$T_t = s_t w'$$

$$M_{ft} = -j_{ft} w''''$$

$$B = j_{ft} w''$$

... (II.32)

Concluindo, convém lembrar que a técnica do Meio Contínuo conduz a esforços solicitantes dados por meio de funções contínuas da coordenada z , e, por isso, o retorno a estrutura discreta deve acontecer mediante esforços concentrados equivalentes [10].

CAPITULO III

ANÁLISE NUMÉRICA DA ASSOCIAÇÃO DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO

3.1. Introdução

O método de STODOLA-VIANELLO e sua variante com considerações de interpolação são expostos, no presente Capítulo, de modo particular, tendo em vista apenas a integração das equações diferenciais resultantes da aplicação da técnica do Meio Contínuo na análise de edifícios altos.

Em primeiro lugar estuda-se a integração da equação diferencial resultante da análise de associação plana de pórtico e parede, com rigidez constante ao longo da altura, pela formulação clássica e pela variante. Em seguida, é estudada a associação plana de pórtico de rigidez variável com parede, pela variante. Concluindo, faz-se o estudo da associação tridimensional de pórticos e paredes de rigidez constante ao longo da altura, também apenas pela variante do método.

3.2. Aplicação do método de STODOLA-VIANELLO e sua variante na análise de associações planas de rigidez constante

A formulação clássica do método de STODOLA-VIANELLO conduz, como já foi mencionado, a um procedimento iterativo, sendo a solução alcançada através de aproximações sucessivas. A expressão de recorrência consiste numa forma integral da equação diferencial. Naturalmente, em cada passo da iteração, a nova solução encontrada deve satisfazer também as condições de contorno.

Como primeiro caso de aplicação, estuda-se a associação plana de pórtico e parede de rigidez constante. A fórmula de recorrência, nesse caso, é dada por (forma integral da equação diferencial (II.8)):

$$u_i = \frac{s_f}{j_p} \iint u_{i-1} - \frac{1}{j_p} \iiint Q + C_1 + C_2 z + C_3 \frac{z^2}{2} \quad \dots \text{(III.1)}$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são as constantes de integração, u_i é a i -ésima aproximação e u_{i-1} é a aproximação anterior. As constantes C_1 , C_2 e C_3 são determinadas pelas condições de contorno dadas em (II.9), ou seja:

$$\begin{aligned} u_i(0) &= 0 \\ \frac{du_i}{dz}(0) &= 0 \\ \frac{d^2 u_i}{dz^2}(H) &= 0 \end{aligned} \quad \dots \text{(III.2)}$$

Obviamente, a primeira e a segunda das equações (III.2) implicam em C_1 e C_2 nulos.

A título de ilustração, toma-se como solução inicial

$$u_1 = A_2 z^2 + A_3 z^3 \quad \dots \text{(III.3)}$$

Assim sendo, a terceira das equações (III.2) implica

$$2A_2 + 6HA_3 = 0 \quad \dots \text{(III.4)}$$

Por outro lado, substituindo-se u_1 dado pela expressão (III.3) na equação (III.1), admitindo-se carregamento uniforme no conjunto, tem-se:

$$u_2 = \frac{s_f}{j_p} (A_2 \frac{z^4}{12} + A_3 \frac{z^5}{20}) - \frac{1}{j_p} (Q_1 \frac{z^3}{6} + Q_2 \frac{z^4}{24}) + A_4 \frac{z^2}{2} \dots \text{ (III.5)}$$

onde: $Q_1 = qH$

$$Q_2 = -q \dots \text{ (III.6)}$$

sendo q uma carga horizontal uniforme. Convém esclarecer que a notação A_4 substitui a notação C_3 para facilitar uma formulação matricial.

Novamente, a terceira das equações (III.2) aplicada para a nova aproximação implica:

$$\frac{s_f}{j_p} (A_2 H^2 + A_3 H^3) + A_4 = \frac{1}{j_p} (Q_1 H + Q_2 \frac{H^2}{2}) \dots \text{ (III.7)}$$

Em continuação, pretendendo-se, por exemplo, a solução correspondente à apenas uma iteração, completa-se o estudo com a condição de aproximação entre u_1 e u_2 , [6], dada por:

$$\int_0^H u_1 dz = \int_0^H u_2 dz \dots \text{ (III.8)}$$

ou seja:

$$\left(\frac{s_f H^5}{60 j_p} - \frac{H^3}{3} \right) A_2 + \left(\frac{s_f H^6}{120 j_p} - \frac{H^4}{4} \right) A_3 + \frac{H^3}{6} A_4 = \frac{1}{j_p} \left(\frac{Q_1 H^4}{24} + \frac{Q_2 H^5}{120} \right) \dots \text{ (III.9)}$$

As equações (III.4), (III.7), (III.9) em forma matricial ficam:

$$\begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ \lambda & \lambda & 1 \\ \frac{\lambda}{60} - \frac{1}{3} & \frac{\lambda}{120} - \frac{1}{4} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ \frac{A_4}{H} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{120} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{Q_1 H}{j_p} \\ \frac{Q_2 H^2}{j_p} \end{Bmatrix} \dots \text{ (III.10)}$$

onde: $\lambda = k^2 = \frac{s_f}{j_p} \cdot H^2 \quad \dots \text{ (III.11)}$

Resolvendo o sistema linear de equações (III.10) nas incógnitas A_2, A_3 e A_4 têm-se, por conseguinte, de (III.3) e (III.5) duas aproximações da função procurada. Convém notar que as duas primeiras equações lineares do sistema de equações (III.10) consistem na condição de contorno expressa na terceira das equações (III.2), e a última linha consiste na condição de aproximação (III.8). Naturalmente, com um número maior de iterações, essa disposição continua, pois a última linha sempre corresponde à condição de aproximação [6]

$$\int_0^H u_{i-1} dz = \int_0^H u_i dz \quad \dots \text{ (III.12)}$$

Para facilitar a geração do sistema de equações nas incógnitas A_i ($i = 2, 3, \dots$), uma linha genérica desse sistema, depois de feitas algumas simplificações, naturalmente sem contar a última linha, é colocada na forma:

$$\begin{aligned} \frac{2\lambda^{n-1}}{(2n-2)!} A_2 + \frac{6\lambda^{n-1}}{(2n-1)!} \frac{A_3}{H} + \frac{\lambda^{n-2}}{(2n-4)!} A_4 + \dots + A_n = \frac{1}{j_p} \left[\left(\frac{\lambda^{n-2}}{(2n-3)!} + \right. \right. \\ \left. \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-5)!} + \frac{\lambda^{n-4}}{(2n-7)!} + \dots + 1 \right) H Q_1 + \left(\frac{\lambda^{n-2}}{(2n-2)!} + \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-4)!} + \right. \\ \left. \frac{\lambda^{n-4}}{(2n-6)!} + \dots + \frac{1}{2!} \right) H^2 Q_2 \right] \quad \dots \text{ (III.13)} \end{aligned}$$

Por outro lado, a última linha em forma genérica fica:

$$\left(\frac{2\lambda^n}{(2n-3)!} - \frac{2\lambda^{n-1}}{(2n-1)!} \right) A_2 + \left(\frac{3\lambda^n}{(2n+4)!} - \frac{3\lambda^{n-1}}{(2n+2)!} \right) \frac{A_3}{H} + \left(\frac{\lambda^{n-1}}{(2n+1)!} - \right.$$

$$\frac{\lambda^{n-2}}{(2n-1)!} A_4 + \left(\frac{\lambda^{n-2}}{(2n-1)!} - \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-3)!} \right) A_5 + \dots + \frac{1}{6} A_n = \frac{1}{j_p} \left[\frac{\lambda^{n-1}}{(2n+2)} H Q_1 + \frac{\lambda^{n-1}}{(2n+3)!} H^2 Q_2 \right] \dots \text{(III.14)}$$

sendo λ dado por (III.11).

Da mesma maneira, o deslocamento é dado por

$$u_n = \left[\frac{2\lambda^{n-1}}{(2n)!} \eta^{2n} H^2 A_2 + \frac{6\lambda^{n-1}}{(2n+1)!} \eta^{2n+1} H^3 A_3 + \frac{\lambda^{n-2}}{(2n-2)!} \eta^{2n-2} H^2 A_4 + \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-4)!} \eta^{2n-4} H^2 A_5 + \dots + \frac{1}{2!} \eta^2 H^2 A_n \right] - \frac{1}{j_p} \left[\left(\frac{\lambda^{n-2}}{(2n-1)!} \eta^{2n-1} + \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-3)!} \eta^{2n-3} + \frac{\lambda^{n-4}}{(2n-5)!} \eta^{2n-5} + \dots + \frac{\eta^3}{3!} \right) H^3 Q_1 + \left(\frac{\lambda^{n-2}}{2n!} \eta^{2n} + \frac{\lambda^{n-3}}{(2n-2)!} \eta^{2n-2} + \frac{\lambda^{n-4}}{(2n-4)!} \eta^{2n-4} + \dots + \frac{\eta^4}{4!} \right) H^4 Q_2 \right] \dots \text{(III.15)}$$

onde $\eta = z/H$... (III.16)

Por fim, a precisão da solução alcançada depois de n iterações pode ser avaliada através da expressão

$$\epsilon(z) = u_n(z) - u_{n-1}(z) \dots \text{(III.17)}$$

Uma variante interessante do método de STODOLA-VIANELLO consiste em se tomar como solução aproximada um polinômio de grau finito, ou seja:

$$u = A_2 z^2 + A_3 z^3 + A_4 z^4 + \dots + A_n z^n \dots \text{(III.18)}$$

Substituindo-se, agora, a expressão de u dada pela equação (III.18) na equação (III.1), têm-se:

$$\bar{u} = \frac{s_f}{j_p} \left(A_2 \frac{z^4}{12} + A_3 \frac{z^5}{20} + \dots + A_n \frac{z^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \right) - \frac{1}{j_p} \left(Q_1 \frac{z^3}{6} + Q_2 \frac{z^4}{24} \right) + C_3 \frac{z^2}{2} \quad \dots \text{(III.19)}$$

A condição de contorno expressa na terceira das equações (III.2) imposta à solução \bar{u} (III.19) implica

$$C_3 = - \frac{s_f}{j_p} (A_2 H^2 + A_3 H^3 + \dots + A_n H^n) + \frac{1}{j_p} (Q_1 H + Q_2 \frac{H^2}{2}) \quad \dots \text{(III.20)}$$

Isso posto, o sistema de equações lineares nas in côgnitas A_i é formado da seguinte maneira: a primeira equação (vide equação III-18) é constituída da condição de contorno expressa na terceira das equações (III.2), ou seja

$$(2H^2 A_2 + 6H^3 A_3 + \dots + n(n-1)H^n A_n) = 0 \quad \dots \text{(III.21)}$$

A segunda equação é constituída da condição de aproximação (III.12) entre u e \bar{u} . Assim sendo, tem-se:

$$\left[\left(\frac{1}{3} H^2 A_2 + \frac{1}{4} H^3 A_3 + \dots + \frac{1}{n+1} H^n A_n \right) + \lambda \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{60} \right) H^2 A_2 + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{120} \right) H^3 A_3 + \dots + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right) H^n A_n \right] = \frac{1}{j_p} \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{24} \right) H^3 Q_1 + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{120} \right) H^4 Q_2 \right] \quad \dots \text{(III.22)}$$

As restantes $n-3$ equações lineares consistem na igualdade entre u e \bar{u} em $n-3$ valores ξ_i da coordenada z , dentro do

ção ocorre na expressão de recorrência, que passa a escrever-se:

$$\bar{u} = \frac{s_f}{j_p} \iiint (1+az+bz^2) \frac{du}{dz} - \frac{1}{j_p} \iiint Q + g \frac{z^2}{2} \quad \dots \text{ (III.27)}$$

onde a e b são constantes determinadas por condições de interpolação (vide equações II.3, II.4, II.5); g é a constante de integração não nula.

Procedendo-se de modo análogo ao exposto no item 3.2 (*variante do método*) as duas primeiras equações do sistema, nas incógnitas A_i , ficam com o seguinte aspecto:

$$\sum_{m=2}^n m(m-1)H^m A_m = 0 \quad \dots \text{ (III.28)}$$

$$\sum_{m=2}^n \left[\frac{1}{m+1} H^m + \lambda \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(m+1)(m+2)(m+3)} \right) H^{m+\lambda} a H \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{m}{m+1} - \frac{m}{(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)} \right) H^{m+\lambda} b H^2 \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{m}{m+1} - \frac{m}{(m+2)(m+3)(m+4)(m+5)} \right) H^m \right] A_m = \frac{1}{j_p} \left[\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4!} \right) H^3 Q_1 + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{5!} \right) H^4 Q_2 \right] \quad \dots \text{ (III.29)}$$

As demais $n-3$ equações assumem a forma:

$$\sum_{m=2}^n \left[\xi_i^m H^m + \lambda \left(\frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^{m+2}}{(m+1)(m+2)} \right) H^{m+\lambda} a H \left(\frac{m}{m+1} \cdot \frac{\xi_i^2}{2} - \frac{m \xi_i^{m+3}}{(m+1)(m+2)(m+3)} \right) H^{m+\lambda} b H^2 \left(\frac{m}{m+2} \cdot \frac{\xi_i^2}{2} - \frac{m \xi_i^{m+4}}{(m+2)(m+3)(m+4)} \right) H^m \right] A_m = \frac{1}{j_p} \left[\left(\frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^3}{3!} \right) H^3 Q_1 + \left(\frac{\xi_i^2}{4} - \frac{\xi_i^4}{4!} \right) H^4 Q_2 \right] \quad \dots \text{ (III.30)}$$

sendo ξ_i dado por (III.24) e λ por (III.11).

Da mesma maneira, o deslocamento é dado por:

$$u = \sum_{m=2}^n \eta^m H^m A_m \quad \dots \text{ (III.31)}$$

ou por

$$\bar{u} = \sum_{m=2}^n \left[\lambda \left(\frac{\eta^{m+2}}{(m+1)(m+2)} - \frac{\eta^2}{2} \right) H^m + \lambda a H \left(\frac{m \eta^{m+3}}{(m+1)(m+2)(m+3)} - \frac{m}{m+1} \cdot \frac{\eta^2}{2} \right) H^m + \lambda b H^2 \left(\frac{m \eta^{m+4}}{(m+2)(m+3)(m+4)} - \frac{m}{m+2} \cdot \frac{\eta^2}{2} \right) H^m \right] A_m = \frac{1}{j_p} \left[\frac{\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3!} \right] H^3 Q_1 + \left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{4!} \right) H^4 Q_2 \quad \dots \text{ (III.32)}$$

A precisão da solução alcançada é avaliada pela expressão

$$\varepsilon(z) = u(z) - \bar{u}(z)$$

3.4 - Aplicação da variante do método de STODOLA-VIANELLO na análise de associação tridimensional de pórticos e paredes

A integração do sistema de equações diferenciais (II.19) resultante da análise de associação tridimensional de painéis de contraventamento pela variante do método de STODOLA-VIANELLO é aqui formulada mediante notações matriciais. Inicialmente, os deslocamentos incógnitos dados por

$$\begin{aligned} u &= A_2 z^2 + A_3 z^3 + \dots + A_n z^n \\ v &= B_2 z^2 + B_3 z^3 + \dots + B_n z^n \\ w &= C_2 z^2 + C_3 z^3 + \dots + C_n z^n \end{aligned} \quad \dots \text{ (III.33)}$$

são colocados na forma matricial

$$\{U\} = [L] \{C\} \quad \dots \text{(III.34)}$$

onde

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$$[L] = \begin{vmatrix} \eta^2 & 0 & 0 & \eta^3 & 0 & 0 & \dots & \eta^n & 0 & 0 \\ 0 & \eta^2 & 0 & 0 & \eta^3 & 0 & \dots & 0 & \eta^n & 0 \\ 0 & 0 & \eta^2 & 0 & 0 & \eta^3 & \dots & 0 & 0 & \eta^n \end{vmatrix} \quad \dots \text{(III.35)}$$

$$\{C\} = \begin{Bmatrix} A_2 H^2 \\ B_2 H^2 \\ C_2 H^2 \\ A_3 H^3 \\ B_3 H^3 \\ C_3 H^3 \\ \vdots \\ A_n H^n \\ B_n H^n \\ C_n H^n \end{Bmatrix}$$

sendo η dado pela expressão (III.16).

A expressão de recorrência em forma matricial é, então, dada por (vide equação III.1):

$$\{\bar{U}\} = [J]^{-1} [S] \iint \{U\} - [J]^{-1} \iiint \{Q\} + \{g\} \frac{z^2}{2} \dots \text{(III.36)}$$

onde $\{Q\}$ é o vetor do carregamento externo e $\{g\}$ é uma matriz coluna constituída de constantes de integração não nulas. Em se tratando de carregamento uniforme contido num plano vertical, conforme hipótese já mencionada no item 2.5, o vetor do carregamento externo pode ser expresso por:

$$\{Q\} = |D| \{\bar{\eta}\} \dots \text{(III.37)}$$

onde

$$|D| = \begin{vmatrix} D_1 & D_2^H \\ E_1 & E_2^H \\ F_1 & F_2^H \end{vmatrix} \dots \text{(III.38)}$$

$$\{\bar{\eta}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \eta \end{Bmatrix}$$

Em outras palavras, D_1 e D_2 , E_1 e E_2 e F_1 e F_2 representam componentes do carregamento similares à Q_1 e Q_2 presentes na equação (III.6).

As constantes de integração contidas na matriz coluna $\{g\}$ podem ser determinadas impondo-se as condições de contorno (expressas em II.27, II.28 e II.29) para o vetor de deslocamentos $\{\bar{U}\}$, ou seja:

$$\{g\} = \frac{1}{2} \left[-[J]^{-1} [S] |L| \{C\} + [J]^{-1} |D| \int \{\bar{\eta}\} \right] \dots \text{(III.39)}$$

calculado, naturalmente, para $\eta = 1$ (topo).

A montagem do sistema de equações lineares nas incógnitas A_i , B_i e C_i , pode ser levada a bom termo com o mesmo procedimento dispensado aos casos de associações pla-

nas. O primeiro grupo de três equações é formado impondo-se ao valor dos deslocamentos $\{U\}$ às condições de contorno expressas em (II.27), (II-28) e (II-29), ou seja:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & \dots & n(n-1) & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & 0 & \dots & 0 & n(n-1) & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & \dots & 0 & 0 & n(n-1) \end{vmatrix} \{C\} = \begin{Bmatrix} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dots \text{(III.40)}$$

A condição de aproximação entre os vetores deslocamentos $\{U\}$ e $\{\bar{U}\}$ expresso por:

$$\int_0^H \{U\} dZ = \int_0^H \{\bar{U}\} dZ \dots \text{(III.41)}$$

implica em:

$$(|M| + |N|) \{C\} = [J]^{-1} |D| H^3 \begin{Bmatrix} (\frac{1}{6} - \frac{1}{4!}) \\ \\ (\frac{1}{12} - \frac{1}{5!}) \end{Bmatrix} \dots \text{(III.42)}$$

onde

$$|M| = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{n+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{n+1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \dots & 0 & 0 & \frac{1}{n+1} \end{vmatrix} \dots \text{(III.43)}$$

$$|N| = \begin{bmatrix} [\lambda_2] & [\lambda_3] & \dots & [\lambda_n] \end{bmatrix}$$

sendo $[\lambda_2] [\lambda_3] \dots, [\lambda_n]$ sub-matrizes quadradas de ordem três dadas por

$$\begin{aligned}
 [\lambda_2] &= [J]^{-1} [S] H^3 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} \right) \\
 [\lambda_3] &= [J]^{-1} [S] H^3 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6} \right) \quad \dots \text{ (III.44)} \\
 &\vdots \\
 [\lambda_n] &= [J]^{-1} [S] H^3 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right)
 \end{aligned}$$

Assim sendo, a expressão (III.42) constitui o segundo grupo de três equações do sistema. Os demais grupos de três equações são obtidos impondo-se a condição de interpolação

$$\{U\} = \{\bar{U}\} \quad \dots \text{ (III.45)}$$

em $n-3$ valores distintos ξ_i (III.24). Dessa forma, esses grupos de equações tomam o seguinte aspecto:

$$(|P| + |R|) \{C\} = [J]^{-1} |D| H^3 \begin{cases} \frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^3}{3!} \\ \xi_i^2 - \frac{\xi_i^4}{4!} \end{cases} \quad \dots \text{ (III.46)}$$

onde

$$|P| = \begin{vmatrix} \xi_i^2 & 0 & 0 & \xi_i^3 & 0 & 0 & \dots & \xi_i^n & 0 & 0 \\ 0 & \xi_i^2 & 0 & 0 & \xi_i^3 & 0 & \dots & 0 & \xi_i^n & 0 \\ 0 & 0 & \xi_i^2 & 0 & 0 & \xi_i^3 & \dots & 0 & 0 & \xi_i^n \end{vmatrix} \quad \dots \text{ (III.47)}$$

$$|R| = \left[[\bar{\lambda}_2] [\bar{\lambda}_3] \dots [\bar{\lambda}_n] \right]$$

sendo ξ_i dado por (III.24) e $[\bar{\lambda}_2], [\bar{\lambda}_3], \dots, [\bar{\lambda}_n]$ sub-matrizes quadradas de ordem três dadas por:

$$\begin{aligned}
 [\bar{\lambda}_2] &= [J]^{-1} [S] H^2 \left(\frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^4}{3 \cdot 4} \right) \\
 [\bar{\lambda}_3] &= [J]^{-1} [S] H^2 \left(\frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^5}{4 \cdot 5} \right) \quad \dots \text{(III.48)} \\
 &\vdots \\
 [\bar{\lambda}_n] &= [J]^{-1} [S] H^2 \left(\frac{\xi_i^2}{2} - \frac{\xi_i^{n+2}}{(n+1)(n+2)} \right)
 \end{aligned}$$

Da mesma forma, os *deslocamentos do sistema estrutural* tomam a forma

$$\{U\} = [L] \{C\}$$

ou ... (III.49)

$$\{\bar{U}\} = -[R] \{C\} + [J]^{-1} [D] H^3 \begin{Bmatrix} \frac{\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3!} \\ \frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{4!} \end{Bmatrix}$$

A precisão da solução alcançada é avaliada pela expressão

$$\epsilon(Z) = U(Z) - \bar{U}(Z)$$

Os *esforços internos dos painéis*, uma vez determinados os deslocamentos (II.17), podem ser encontrados através das expressões (II.30), (II.31) e (II.32).

3.5 - Exemplos de aplicação e comparações

Diversos exemplos de aplicação do método de STODOLA-VIANELLO e sua variante foram analisados e apenas cinco foram escolhidos como mais importantes. A eficiência desse método é evidenciada através de comparações em exemplos já analisados por via analítica direta [7], e, também, pelo método das Diferenças Finitas utilizando malhas regulares [9]. Além disso, são expostos exemplos de aplicação, no intuito de mostrar a grande flexibilidade daquele método.

3.5.1 - Primeiro exemplo de aplicação

O primeiro exemplo de aplicação consiste na análise da associação plana de pórtico e parede de rigidez constante. Inicialmente, é estudado o caso de associação com parâmetro K igual a três, empregando o método de STODOLA-VIANELLO em sua formulação clássica. Nas tabelas de 1 a 4 estão arrolados os valores encontrados. Convém ressaltar que com o método em apreço, o resultado apresentado foi alcançado com apenas sete iterações, o que corresponde a resolução de um sistema de apenas nove equações lineares a nove incógnitas. Por outro lado, os resultados encontrados por MANCINI [9] resultam da solução de sistemas de treze e trinta e três equações lineares.

Apesar da boa eficiência demonstrada pela formulação clássica do método em questão no exemplo apresentado, é oportuno esclarecer que essa eficiência não foi observada para valores do parâmetro K de ordem superior a cinco. Ocorre que a convergência para valores superiores de K é muito lenta, a exemplo do que também acontece com o método das Séries de Potências [5] [15]. Esse inconveniente é contornado utilizando-se o método de STODOLA-VIANELLO com considerações de interpolação (variante). Os resultados presentes nas tabelas 5 a 8 para o parâmetro K no interva-

η	ANALÍTICO [7]	DIFERENÇAS-FINITAS [9]		STODOLA-VIANELLO
		30	10	
0,0	0,000	0,000	0,000	0,0000
0,1	0,082	0,081	0,080	0,0812
0,2	0,283	0,282	0,278	0,2817
0,3	0,553	0,550	0,544	0,5505
0,4	0,852	0,851	0,842	0,8508
0,5	1,159	1,157	1,146	1,1570
0,6	1,453	1,452	1,439	1,4522
0,7	1,727	1,726	1,712	1,7264
0,8	1,978	1,975	1,960	1,9759
0,9	2,203	2,201	2,186	2,2028
1,0	2,416	2,413	2,397	2,4155
FATOR	$\rho H^4 / 81 j_w$			

Tab. 1 - Deslocamentos do painel

η	ANALÍTICO [7]	DIFERENÇAS FINITAS [9]		STODOLA-VIANELLO
		30	10	
0,0	0,2315	0,2312	0,2285	0,2316
0,1	0,1457	0,1454	0,1437	0,1456
0,2	0,0830	0,0829	0,0827	0,0829
0,3	0,0380	0,0379	0,0377	0,0377
0,4	0,0062	0,0063	0,0070	0,0061
0,5	-0,0147	-0,0146	-0,0142	-0,0148
0,6	-0,0270	-0,0267	-0,0258	-0,0270
0,7	-0,0316	-0,0313	-0,0310	-0,0316
0,8	-0,0287	-0,0286	-0,0279	-0,0289
0,9	-0,0187	-0,0185	-0,0186	-0,0186
1,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FATOR	ρH^2			

Tab. 2 - Momentos fletores na parede

η	ANALÍTICO [7]	DIFERENÇAS-FINITAS [9]		STODOLA - VIANELLO
		30	10	
0,0	1,000	1,000	1,000	1,0000
0,1	0,732	0,732	0,734	0,7325
0,2	0,531	0,531	0,534	0,5313
0,3	0,378	0,378	0,381	0,3782
0,4	0,259	0,259	0,262	0,2591
0,5	0,163	0,163	0,166	0,1634
0,6	0,082	0,083	0,084	0,0824
0,7	0,009	0,009	0,010	0,0089
0,8	-0,063	-0,063	-0,062	-0,0638
0,9	-0,141	-0,141	-0,141	-0,1421
1,0	-0,232	-0,232	-0,232	-0,2332
FATOR	pH			

Tab. 3 - Forças cortantes na parede

η	ANALÍTICO [7]	DIFERENÇAS FINITAS [9]		STODOLA-VIANELLO
		30	10	
0,0	0,000	0,000	0,000	0,0000
0,1	0,168	0,168	0,165	0,1675
0,2	0,269	0,269	0,266	0,2687
0,3	0,322	0,322	0,319	0,3218
0,4	0,341	0,341	0,338	0,3409
0,5	0,337	0,337	0,334	0,3366
0,6	0,318	0,317	0,315	0,3175
0,7	0,291	0,291	0,289	0,2911
0,8	0,263	0,263	0,262	0,2638
0,9	0,241	0,241	0,241	0,2421
1,0	0,232	0,232	0,232	0,2332
FATOR	pH			

Tab. 4 - Forças cortantes no pórtico

η K	0.0		0.2		0.4		0.5		0.8		1.0	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
0,5	0	0	0,002	0,002	0,007	0,007	0,014	0,014	0,021	0,021	0,028	0,028
1	0	0	0,007	0,007	0,024	0,024	0,045	0,045	0,068	0,068	0,090	0,090
2	0	0	0,019	0,019	0,061	0,061	0,110	0,110	0,157	0,157	0,202	0,202
3	0	0	0,031	0,031	0,095	0,095	0,162	0,162	0,220	0,220	0,268	0,268
4	0	0	0,043	0,043	0,124	0,124	0,202	0,202	0,264	0,264	0,310	0,310
5	0	0	0,054	0,054	0,149	0,149	0,235	0,235	0,297	0,297	0,339	0,339
6	0	0	0,064	0,064	0,169	0,169	0,260	0,260	0,323	0,323	0,361	0,361
7	0	0	0,072	0,072	0,186	0,186	0,280	0,280	0,343	0,343	0,378	0,378
8	0	0	0,080	0,080	0,200	0,200	0,297	0,297	0,358	0,358	0,391	0,391
9	0	0	0,087	0,087	0,212	0,212	0,310	0,310	0,371	0,371	0,401	0,401
10	0	0	0,094	0,094	0,222	0,222	0,320	0,320	0,381	0,381	0,410	0,410
20	0	0	0,131	0,131	0,270	0,270	0,370	0,370	0,430	0,430	0,453	0,452

Tab. 5 - Deslocamentos do painel $u/(qH^2/s_f)$

η	0.0		0.2		0.4		0.6		0.8		STODOLA-VIANELLO
	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	
0,5	0,472	0,471	0,294	0,294	0,159	0,159	0,065	0,065	0,013	0,013	0
1	0,410	0,409	0,237	0,237	0,113	0,113	0,034	0,034	-0,003	-0,003	0
2	0,298	0,298	0,138	0,138	0,039	0,039	-0,012	-0,012	-0,024	-0,024	0
3	0,232	0,232	0,083	0,083	0,006	0,006	-0,027	-0,027	-0,029	-0,029	0
4	0,190	0,190	0,053	0,053	-0,007	-0,007	-0,028	-0,028	-0,026	-0,026	0
5	0,161	0,160	0,034	0,034	-0,011	-0,011	-0,025	-0,025	-0,022	-0,022	0
6	0,139	0,139	0,023	0,023	-0,012	-0,012	-0,021	-0,021	-0,018	-0,018	0
7	0,122	0,122	0,015	0,015	-0,011	-0,011	-0,017	-0,017	-0,015	-0,015	0
8	0,109	0,109	0,010	0,010	-0,010	-0,010	-0,014	-0,014	-0,012	-0,012	0
9	0,099	0,099	0,006	0,006	0,009	-0,009	-0,012	-0,012	-0,010	-0,010	0
10	0,090	0,090	0,004	0,004	-0,008	-0,008	-0,010	-0,010	-0,009	-0,009	0
20	0,048	0,048	-0,002	-0,002	0,002	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	-0,002	0

Tab. 6 - Momentos fletores na parede $M_p / (qH^2)$

n k	0.0		0.2		0.4		0.5		0.8		1.0	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
0,5	0	0	0,019	0,019	0,030	0,030	0,035	0,035	0,037	0,037	0,037	0,037
1	0	0	0,064	0,064	0,098	0,098	0,112	0,112	0,114	0,114	0,114	0,114
2	0	0	0,169	0,169	0,237	0,237	0,245	0,245	0,228	0,228	0,216	0,216
3	0	0	0,269	0,269	0,341	0,341	0,318	0,318	0,263	0,263	0,232	0,232
4	0	01	0,358	0,358	0,418	0,418	0,356	0,356	0,263	0,263	0,213	0,213
5	0	0	0,435	0,435	0,474	0,474	0,376	0,376	0,253	0,253	0,187	0,187
6	0	0	0,500	0,500	0,514	0,514	0,388	0,388	0,241	0,241	0,162	0,162
7	0	0	0,554	0,554	0,541	0,541	0,394	0,394	0,231	0,231	0,141	0,141
8	0	0	0,598	0,598	0,560	0,560	0,379	0,379	0,224	0,224	0,124	0,124
9	0	0	0,635	0,635	0,573	0,573	0,398	0,398	0,218	0,218	0,111	0,111
10	0	0	0,665	0,665	0,582	0,582	0,399	0,399	0,213	0,213	0,100	0,100
20	0	0	0,782	0,782	0,600	0,600	0,400	0,400	0,201	0,201	0,050	0,050

Tab. 7 - Forças cortantes no pórtico $Q_f/(qH)$

η K	0.0		0.2		0.4		0.6		0.8		1.0	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
0,5	-0,118	-0,118	-0,073	-0,073	-0,040	-0,040	-0,016	-0,016	-0,003	-0,003	0	0
1	-0,410	-0,410	-0,237	-0,237	-0,113	-0,113	-0,034	-0,034	0,003	0,003	0	0
2	-1,193	-1,193	-0,550	-0,550	-0,158	-0,158	0,047	0,047	0,097	0,097	0	0
3	-2,084	-2,084	-0,747	-0,747	-0,057	-0,057	0,242	0,242	0,258	0,258	0	0
4	-3,033	-3,033	-0,843	-0,843	0,105	0,105	0,449	0,449	0,420	0,420	0	0
5	-4,013	-4,012	-0,859	-0,859	0,274	0,274	0,620	0,620	0,553	0,553	0	0
6	-5,004	-5,002	-0,816	-0,816	0,429	0,428	0,747	0,747	0,654	0,654	0	0
7	-6,001	-5,993	-0,730	-0,730	0,559	0,559	0,835	0,834	0,729	0,730	0	0
8	-7,000	-6,996	-0,617	-0,617	0,666	0,666	0,894	0,893	0,785	0,785	0	0
9	-8,000	-7,990	-0,488	-0,488	0,750	0,750	0,932	0,932	0,828	0,828	0	0
10	-9,000	-8,980	-0,354	-0,353	0,814	0,814	0,957	0,957	0,861	0,860	0	0
20	-19,000	-19,010	0,634	0,634	0,993	0,993	1,000	1,000	0,982	0,958	0	0

Tab. 8 - Quinhões de carga recebidos pelo pórtico q_f/q

lo de 0,5 a 20, comprovam essa afirmativa. Por outro lado, a eficiência é ainda maior, pois para K igual a 3, por exemplo, bons resultados foram alcançados através da solução de um sistema de apenas sete equações lineares. Além disso, convém acentuar que o procedimento computacional envolvido é também de menor vulto (a geração do sistema de equações envolve um número menor de operações).

3.5.2 - Segundo exemplo de aplicação

Apresenta-se agora a análise da associação plana de pórtico de rigidez variável com parede, levada a efeito pela variante do método de STODOLA-VIANELLO. De início, estudam-se três casos de associação contendo pórtico com variação linear de rigidez e, em seguida, também três casos com variação parabólica.

Nos três casos de associação contendo pórtico com variação linear de rigidez, os valores numéricos dos parâmetros são os seguintes:

$$1^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 9,00 \quad \text{e} \quad \lambda_{\text{topo}} = 4,50$$

$$2^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 36,00 \quad \text{e} \quad \lambda_{\text{topo}} = 18,00$$

$$3^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 100,00 \quad \text{e} \quad \lambda_{\text{topo}} = 50,00$$

Convém esclarecer que a rigidez do pórtico nesses casos é dada por:

$$s_f(z) = s_f \left(1 - 0,5 \frac{z}{H} \right)$$

Além disso, algumas considerações de ordem prática levadas a efeito mais adiante tomam por base o valor médio de λ , e, nesses casos,

$$\lambda_{\text{médio}} = 0,75 \lambda_{\text{base}}$$

η	1º CASO		2º CASO		3º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
	$\lambda_{\text{médio}}=6,75$	$\lambda_{\text{base}}=9,0$ $\lambda_{\text{topo}}=4,5$	$\lambda_{\text{médio}}=27,0$	$\lambda_{\text{base}}=36,0$ $\lambda_{\text{topo}}=18,0$	$\lambda_{\text{médio}}=75,0$	$\lambda_{\text{base}}=100,0$ $\lambda_{\text{topo}}=50,0$
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,034	0,035	0,075	0,069	0,113	0,100
0,4	0,106	0,108	0,204	0,191	0,277	0,250
0,6	0,185	0,192	0,319	0,308	0,407	0,378
0,8	0,255	0,272	0,402	0,400	0,489	0,469
1,0	0,318	0,345	0,457	0,468	0,530	0,523

Tab. 9 - Deslocamentos do painel $u/(qH^2/s_f)$

η	1º CASO		2º CASO		3º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
	$\lambda_{\text{médio}}=6,75$	$\lambda_{\text{base}}=9,0$ $\lambda_{\text{topo}}=4,5$	$\lambda_{\text{médio}}=27,0$	$\lambda_{\text{base}}=36,0$ $\lambda_{\text{topo}}=18,0$	$\lambda_{\text{médio}}=75,0$	$\lambda_{\text{base}}=100,0$ $\lambda_{\text{topo}}=50,0$
0,0	0,254	0,250	0,157	0,146	0,103	0,093
0,2	0,108	0,102	0,032	0,031	0,007	0,007
0,4	0,021	0,025	-0,011	-0,006	-0,009	-0,006
0,6	-0,021	-0,013	-0,024	-0,018	-0,013	-0,010
0,8	-0,027	-0,020	-0,021	-0,018	-0,011	-0,010
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tab. 10 - Momentos fletores na parede $M_p/(qH^2)$

η	1º CASO		2º CASO		3º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO
	$\lambda_{\text{medio}} = 6,75$	$\lambda_{\text{base}} = 9,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 4,5$	$\lambda_{\text{medio}} = 27,0$	$\lambda_{\text{base}} = 36,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 18,0$	$\lambda_{\text{medio}} = 75,0$	$\lambda_{\text{base}} = 100,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 50,0$
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,224	0,273	0,447	0,500	0,622	0,662
0,4	0,294	0,328	0,481	0,498	0,568	0,572
0,6	0,285	0,291	0,378	0,370	0,398	0,389
0,8	0,247	0,230	0,251	0,235	0,220	0,210
1,0	0,225	0,180	0,182	0,164	0,116	0,152

Tab. 11 - Forças cortantes no pórtico $Q_f/(qH)$

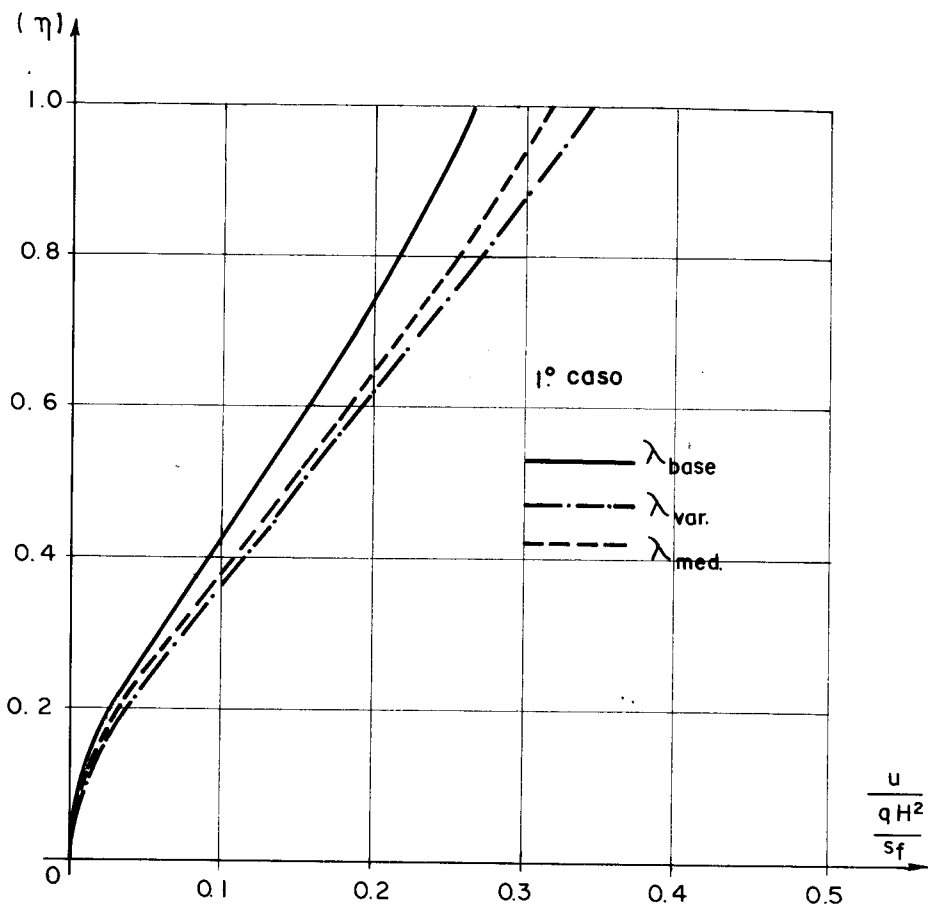


FIG. III- 1- DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

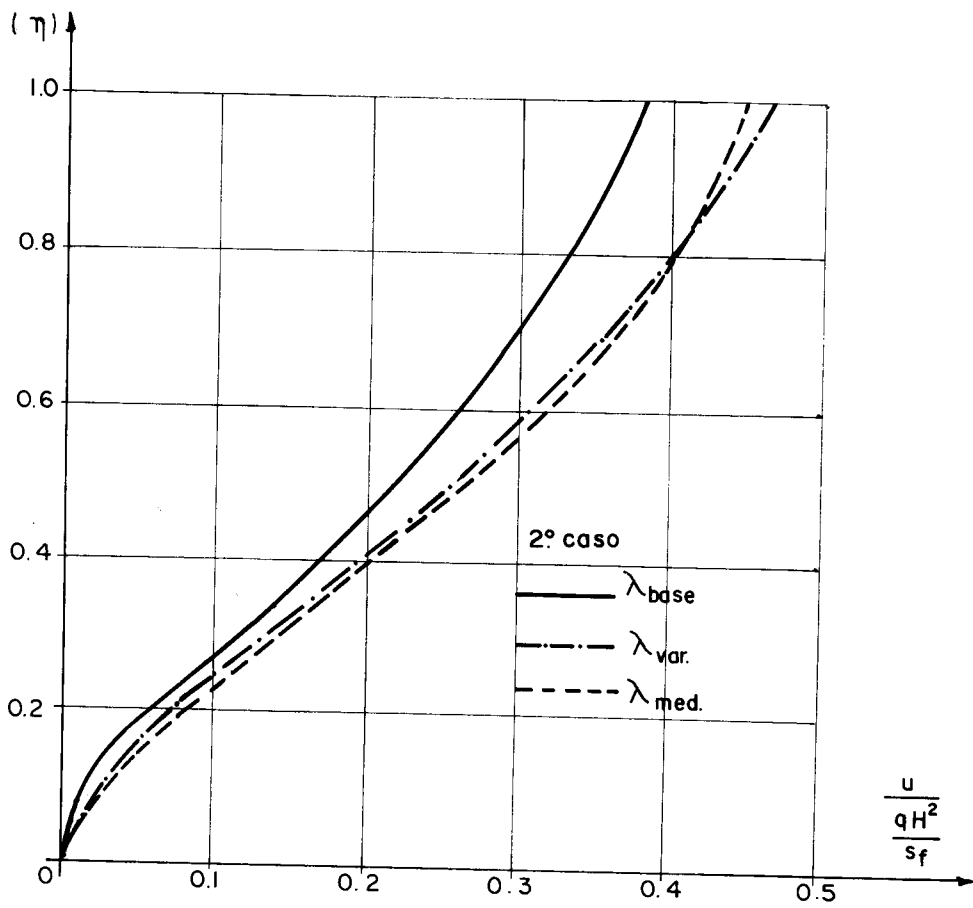


FIG. III - 2 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

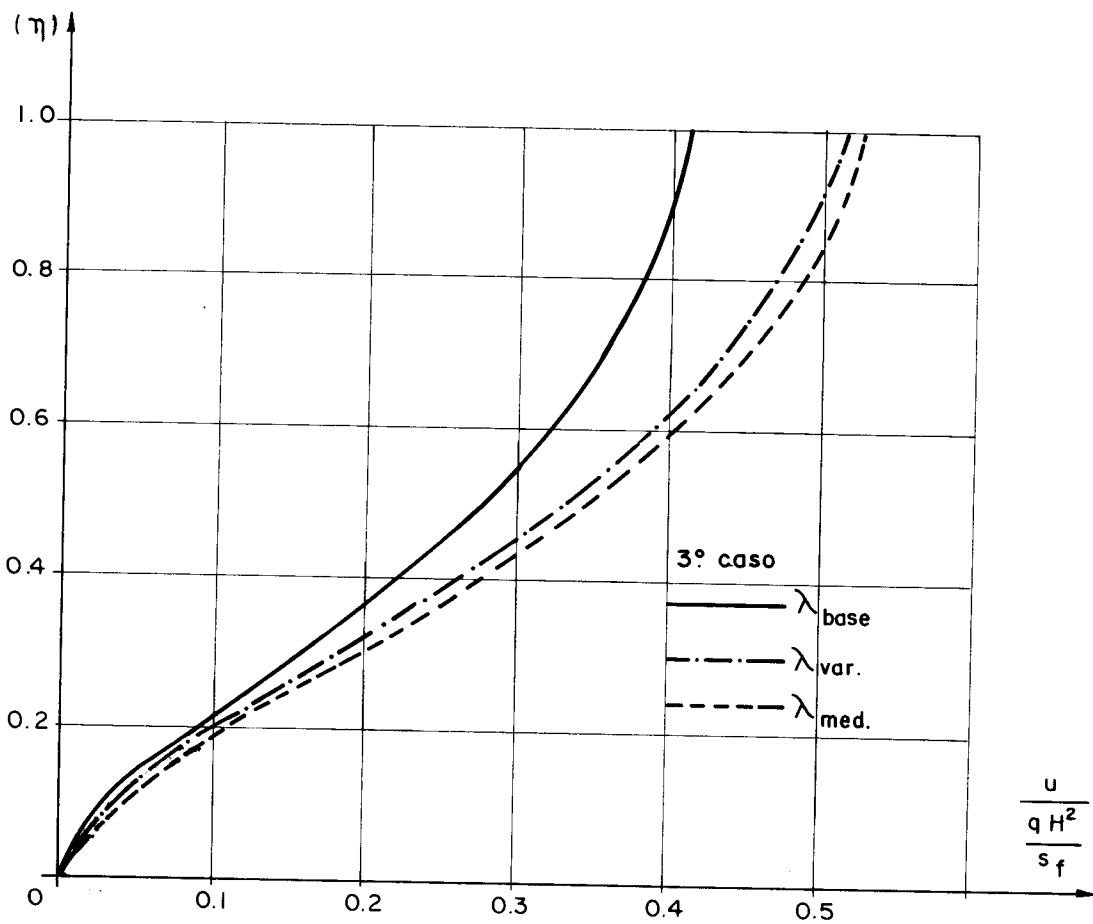


FIG. III - 3 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

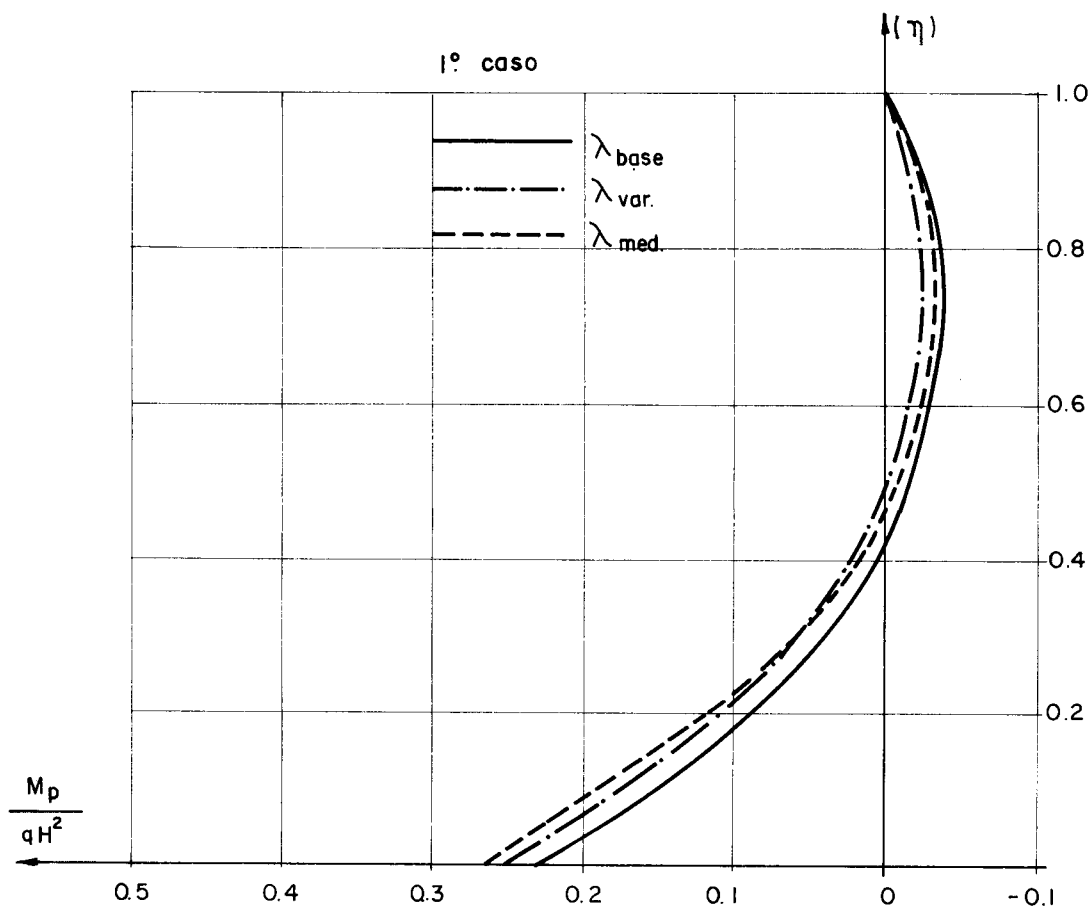


FIG. III- 4 - MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

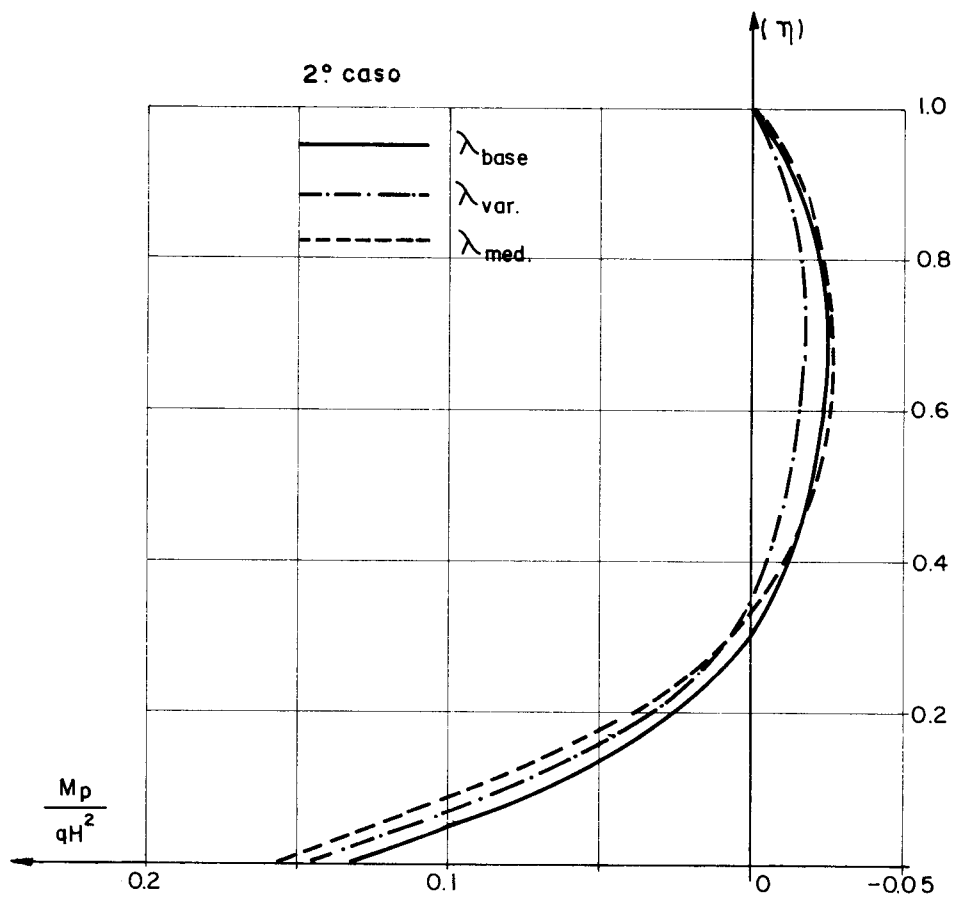


FIG. III- 5 - MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

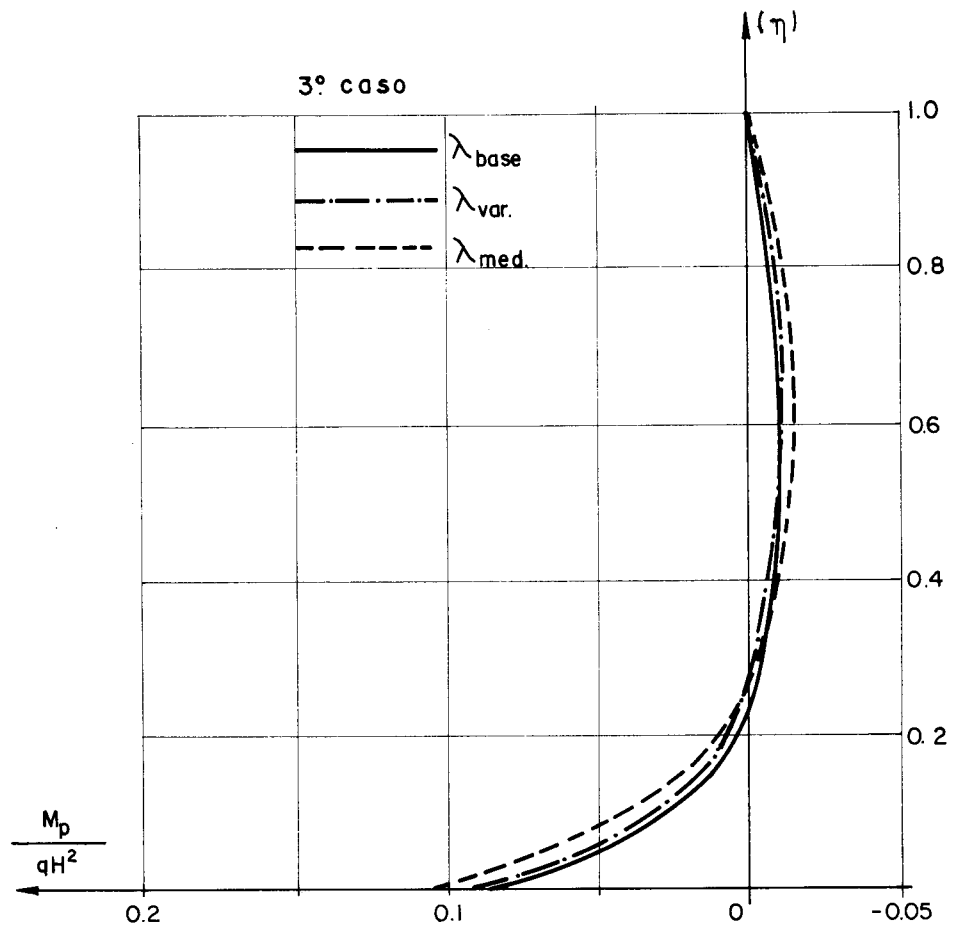


FIG. III - 6 - MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

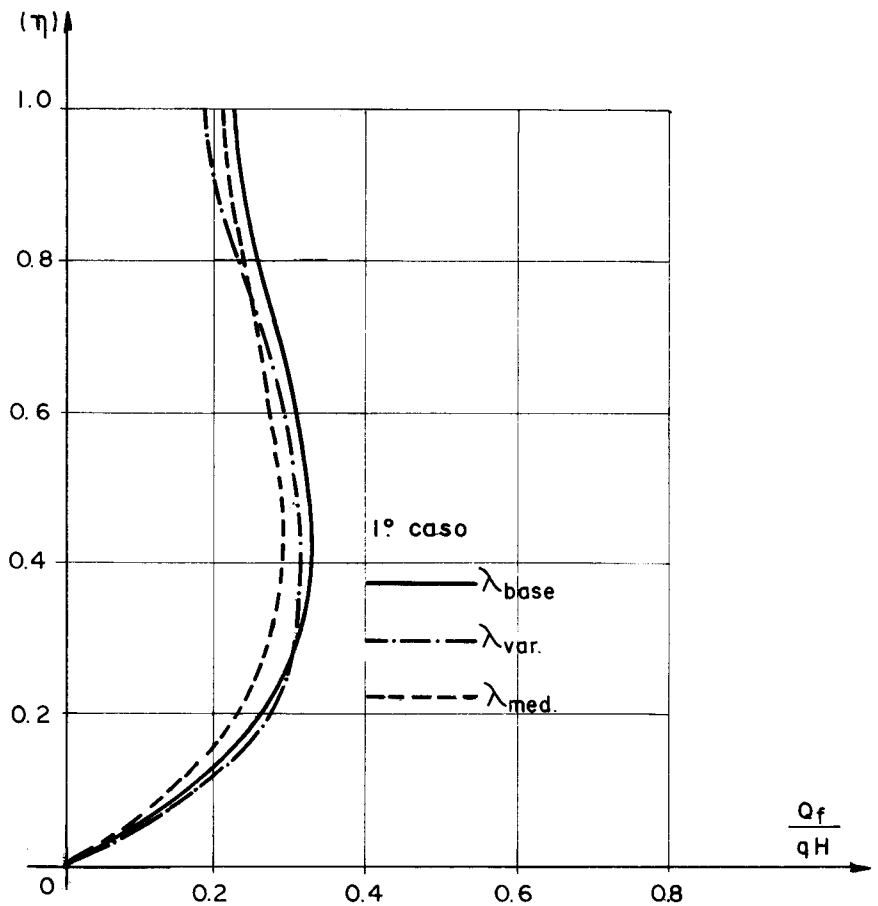


FIG. III - 7 - FORÇAS CORTANTES Q_f NO PÓRICO

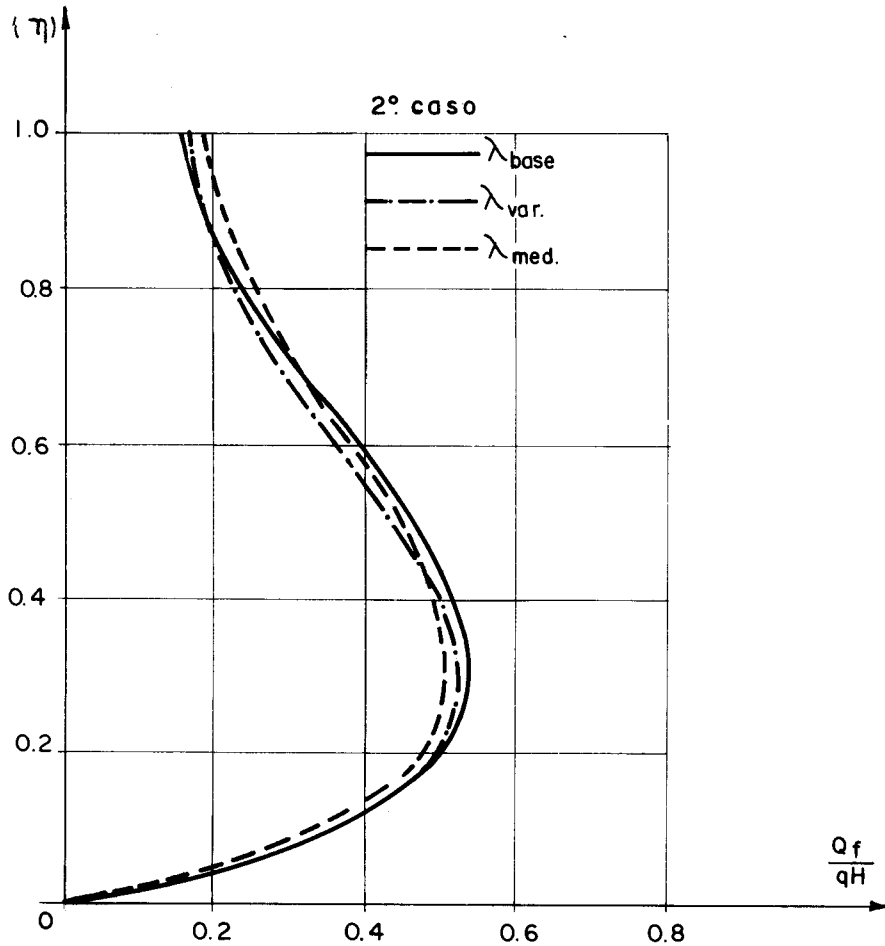


FIG. III-8 - FORÇAS CORTANTES Q_f NO PÓRTICO

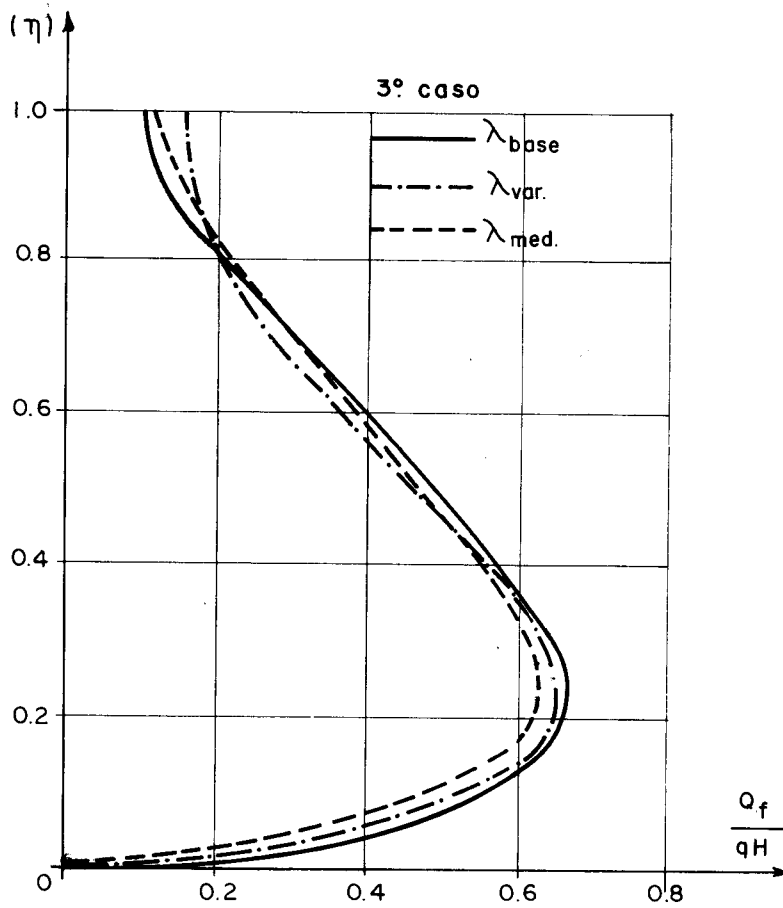


FIG. III-9 - FORÇAS CORTANTES Q_f NO PÓRTICO

Nas tabelas 9 a 11 estão arrolados os valores encontrados com a solução analítica [7], tomando por referência $\lambda_{\text{médio}}$ e a solução exposta no item 3.3. Tais valores foram lançados nos gráficos das figuras III-1 a III-9, onde também aparecem os gráficos correspondentes à solução analítica com referência ao λ da base, a título de comparação.

Um exame dos resultados encontrados evidencia que, em termos práticos, a variação de rigidez nessa ordem de valor conduz a resultados muito próximos dos obtidos com a solução analítica [7] tomando por referência os parâmetros médios. Essa constatação também é verificada nos casos de variação parabólico com as seguintes características:

$$4^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 9,00 \quad , \quad \lambda_{H/2} = 8,55 \quad , \quad \lambda_{\text{topo}} = 4,50$$

$$5^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 36,00 \quad , \quad \lambda_{H/2} = 34,20 \quad , \quad \lambda_{\text{topo}} = 18,00$$

$$6^{\circ} \text{ caso} - \lambda_{\text{base}} = 100,00 \quad , \quad \lambda_{H/2} = 95,00 \quad , \quad \lambda_{\text{topo}} = 50,00$$

Nesses casos a rigidez do pórtico é dada por:

$$s_f(z) = s_f \left[1 + 0,3 \frac{z}{H} - 0,8 \left(\frac{z}{H} \right)^2 \right]$$

sendo o valor médio de λ dado por:

$$\lambda_{\text{médio}} = \frac{s_f H^2}{j_p} \cdot \frac{1}{H} \int_0^H \left[1 + 0,3 \frac{z}{H} - 0,8 \left(\frac{z}{H} \right)^2 \right] dz = 0,883 \lambda_{\text{base}}$$

Os resultados referentes a esses três casos, estão mostrados nas tabelas 12 a 14 e os correspondentes gráficos nas figuras III-10 a III-18. Convém notar que tomando por referência os parâmetros da base, os resultados da solução analítica [7] apresentam razoável discrepância. Tal fato pode ser notado nos gráficos apresentados.

η	4º CASO		5º CASO		6º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
	$\lambda_{\text{médio}} = 7,95$	$\lambda_{\text{base}} = 9,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 4,5$	$\lambda_{\text{médio}} = 31,79$	$\lambda_{\text{base}} = 36,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 18,0$	$\lambda_{\text{médio}} = 88,30$	$\lambda_{\text{base}} = 100,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 50,0$
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,032	0,032	0,068	0,063	0,102	0,092
0,4	0,099	0,098	0,183	0,170	0,244	0,220
0,6	0,171	0,171	0,284	0,267	0,355	0,323
0,8	0,234	0,240	0,355	0,342	0,425	0,396
1,0	0,288	0,302	0,399	0,397	0,458	0,440

Tab. 12 - Deslocamentos do painel $u/(qH^2/s_f)$

η	4º CASO		5º CASO		6º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA- VIANELLO
	$\lambda_{\text{médio}} = 7,95$	$\lambda_{\text{base}} = 9,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 4,5$	$\lambda_{\text{médio}} = 31,79$	$\lambda_{\text{base}} = 36,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 18,0$	$\lambda_{\text{médio}} = 88,30$	$\lambda_{\text{base}} = 100,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 50,0$
0,0	0,238	0,236	0,147	0,138	0,096	0,089
0,2	0,095	0,088	0,027	0,023	0,005	0,004
0,4	0,013	0,016	-0,012	-0,008	-0,009	-0,007
0,6	-0,024	-0,015	-0,023	-0,016	-0,011	-0,008
0,8	-0,028	-0,019	-0,020	-0,015	-0,010	-0,008
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tab. 13 - Momentos fletores na parede $M_p/(qH^2)$

η	4º CASO		5º CASO		6º CASO	
	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO	ANALÍTICO [7]	STODOLA-VIANELLO
	$\lambda_{\text{medio}} = 7,95$	$\lambda_{\text{base}} = 9,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 4,5$	$\lambda_{\text{medio}} = 31,79$	$\lambda_{\text{base}} = 36,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 18,0$	$\lambda_{\text{medio}} = 88,30$	$\lambda_{\text{base}} = 100,0$ $\lambda_{\text{topo}} = 50,0$
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,2	0,248	0,285	0,475	0,514	0,646	0,674
0,4	0,319	0,361	0,499	0,525	0,576	0,587
0,6	0,303	0,321	0,383	0,378	0,398	0,397
0,8	0,256	0,237	0,246	0,232	0,216	0,207
1,0	0,229	0,152	0,171	0,122	0,106	0,105

Tab. 14 - Forças cortantes no pórtico $Q_f/(qH)$

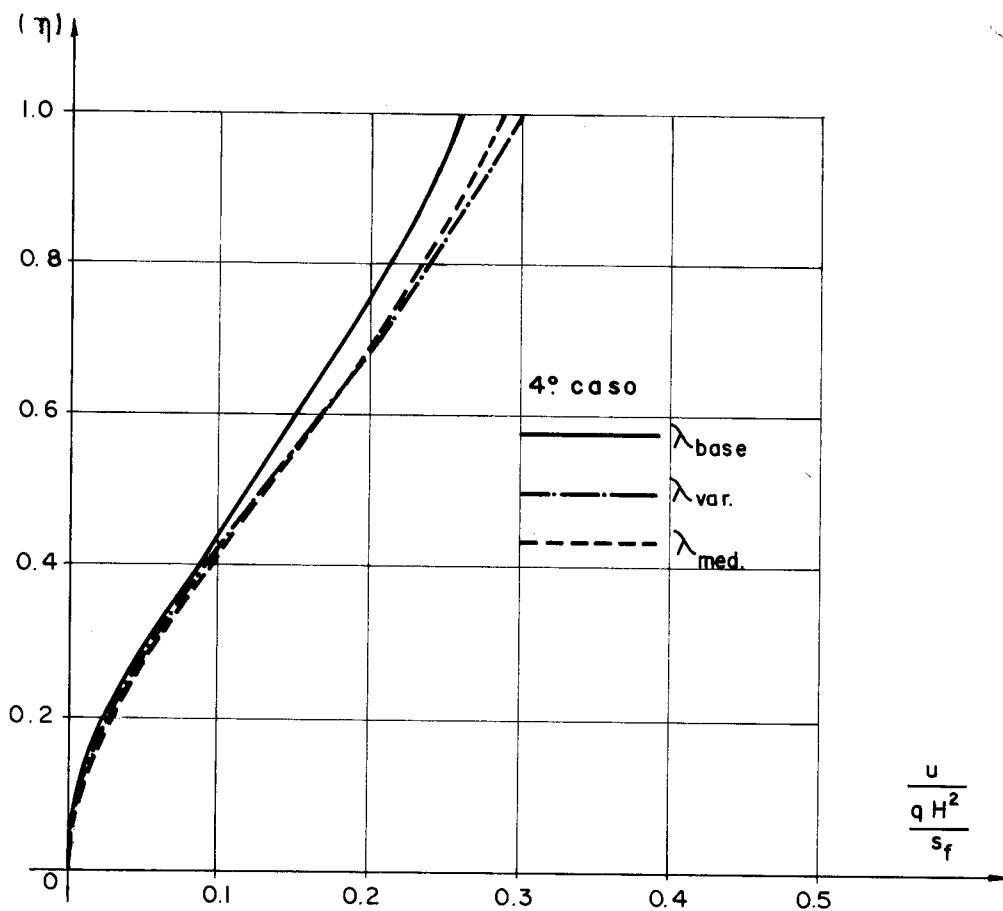


FIG. III-10- DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

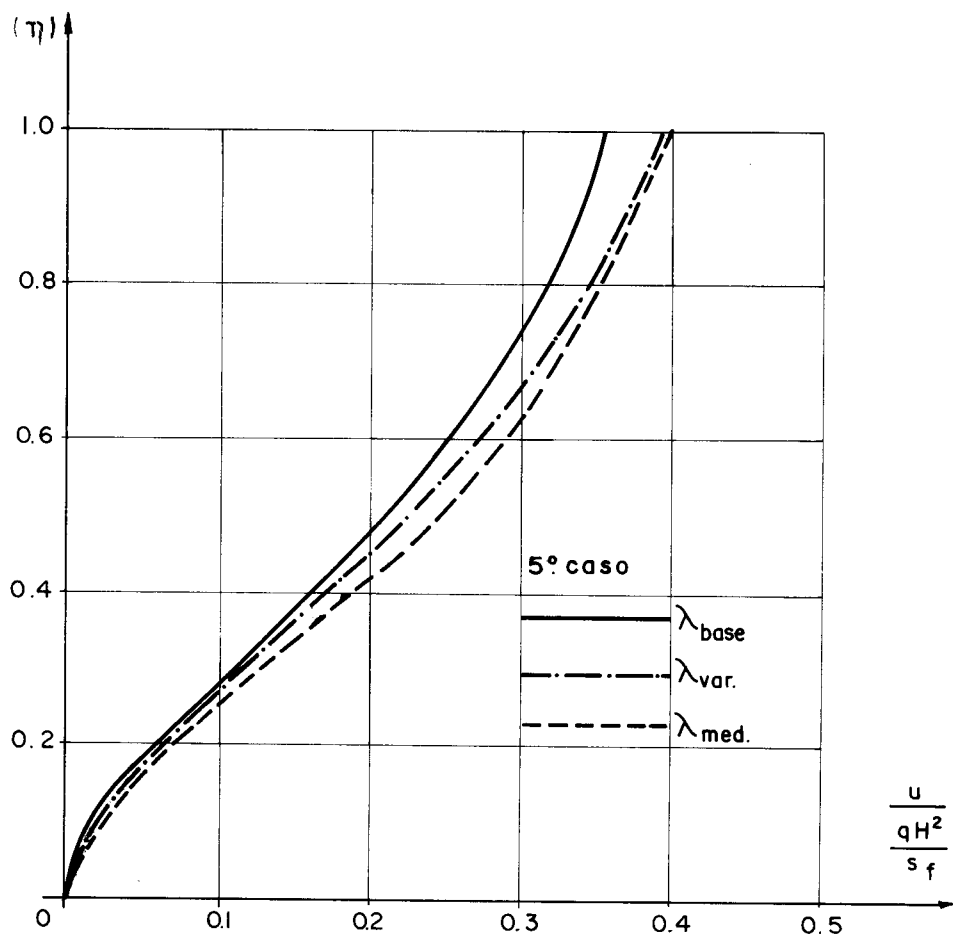


FIG. III - 11 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

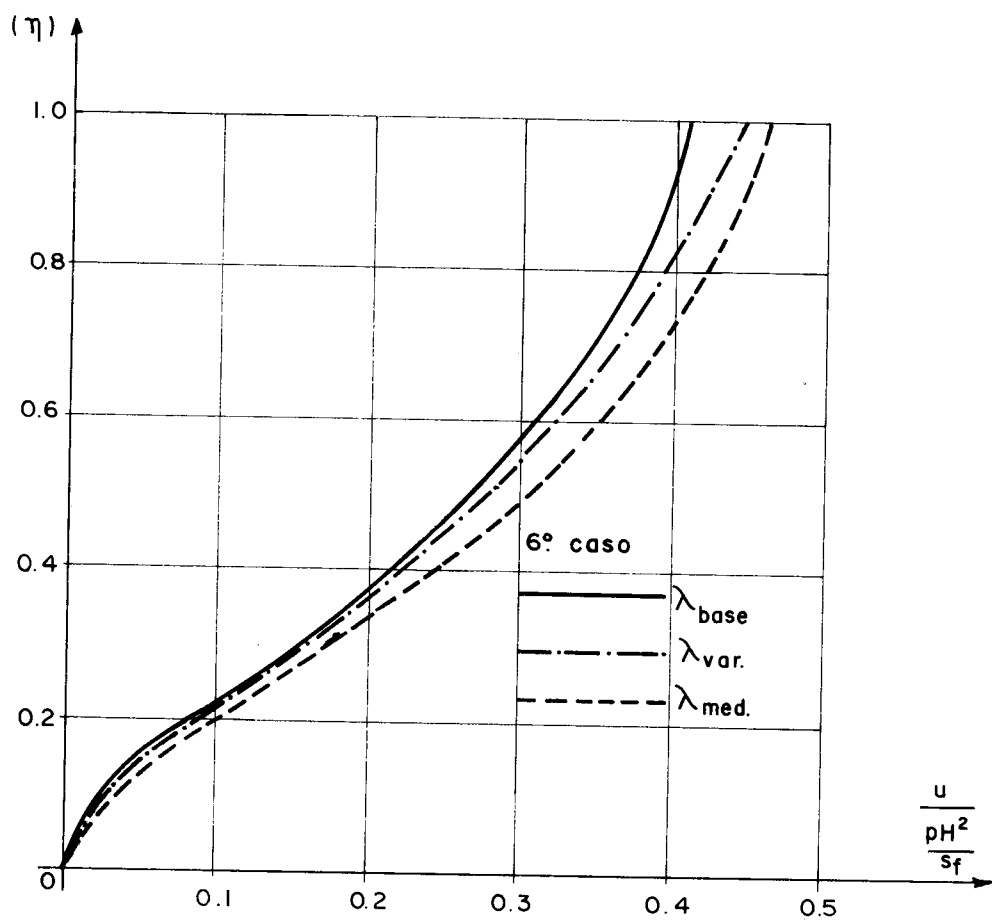


FIG. III - 12 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS u

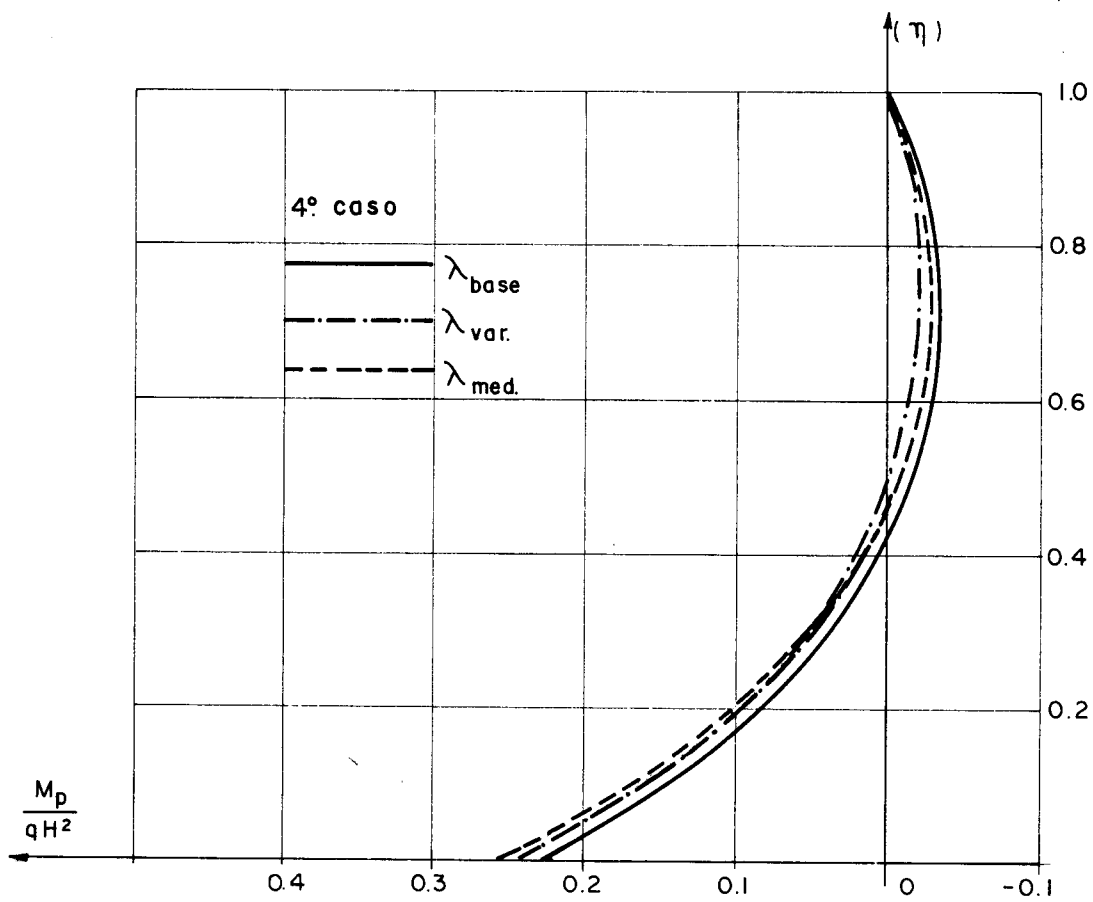


FIG. III - 13 - MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

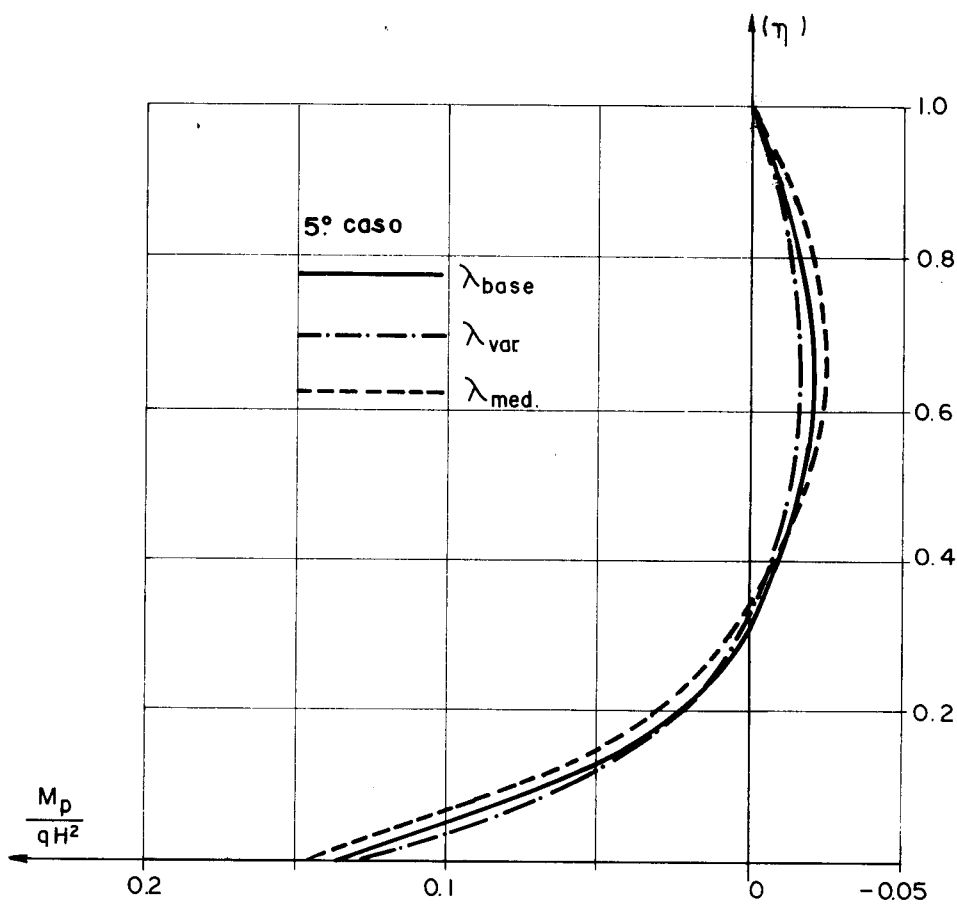


FIG. III - 14 - MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

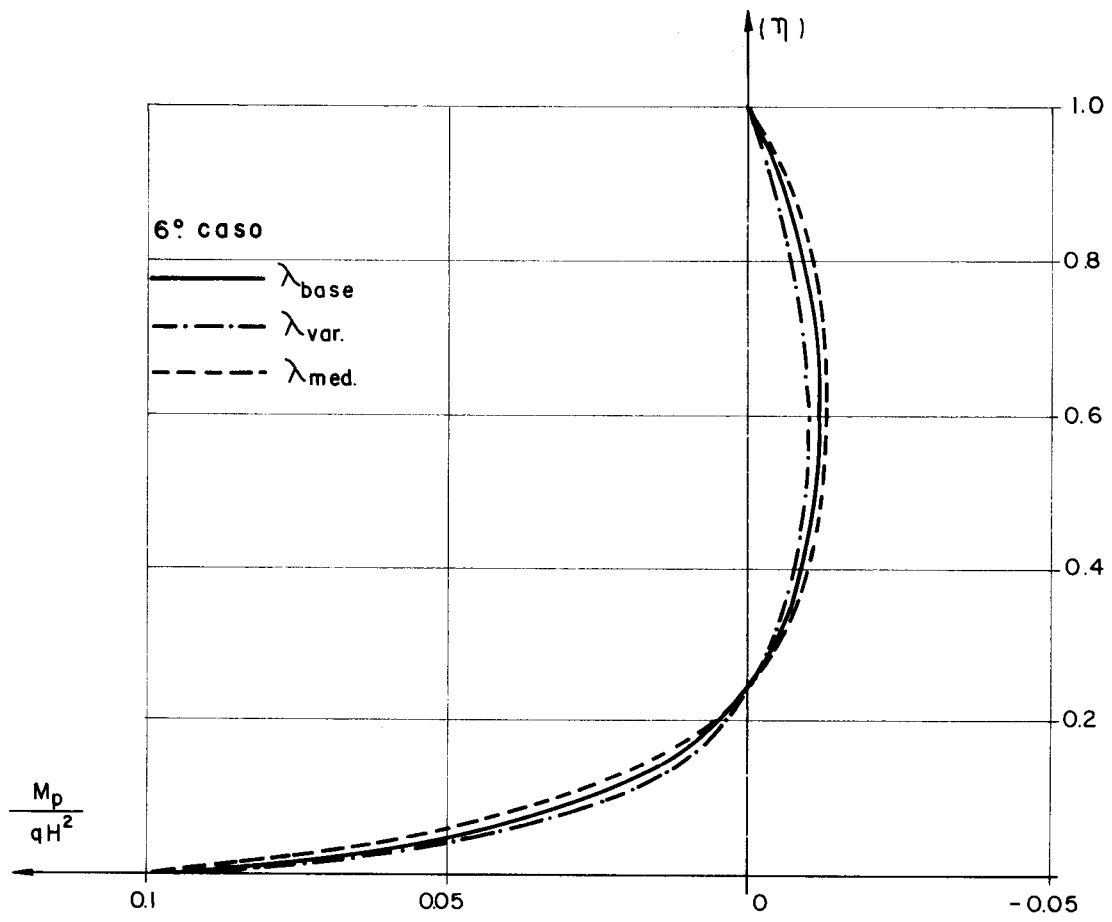


FIG. III- 15- MOMENTOS FLETORES M_p NA PAREDE

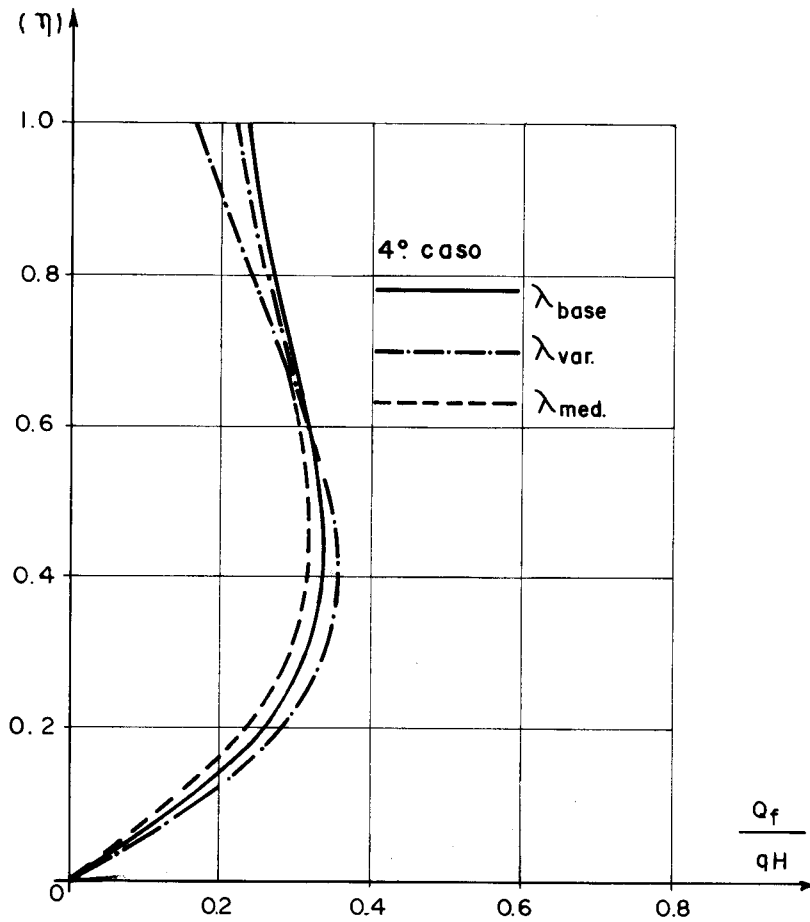


FIG. III-16- FORÇAS CORTANTES Q_f NO PÓRTICO

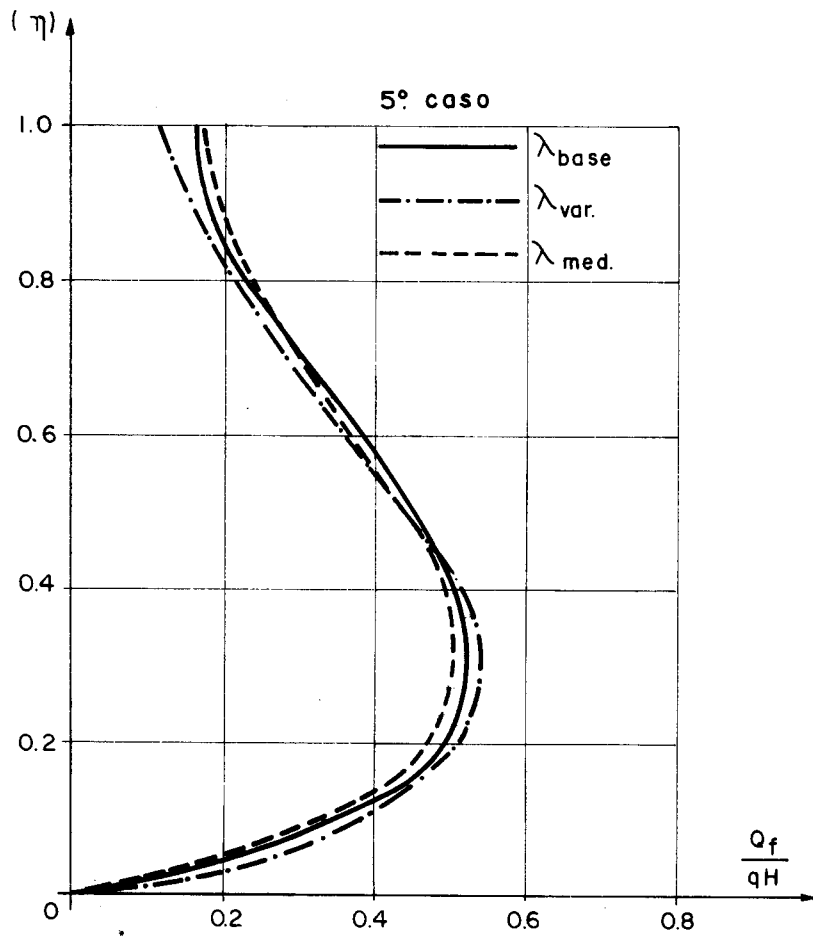


FIG. III- 17- FORÇAS CORTANTES Q NO PÓRTICO

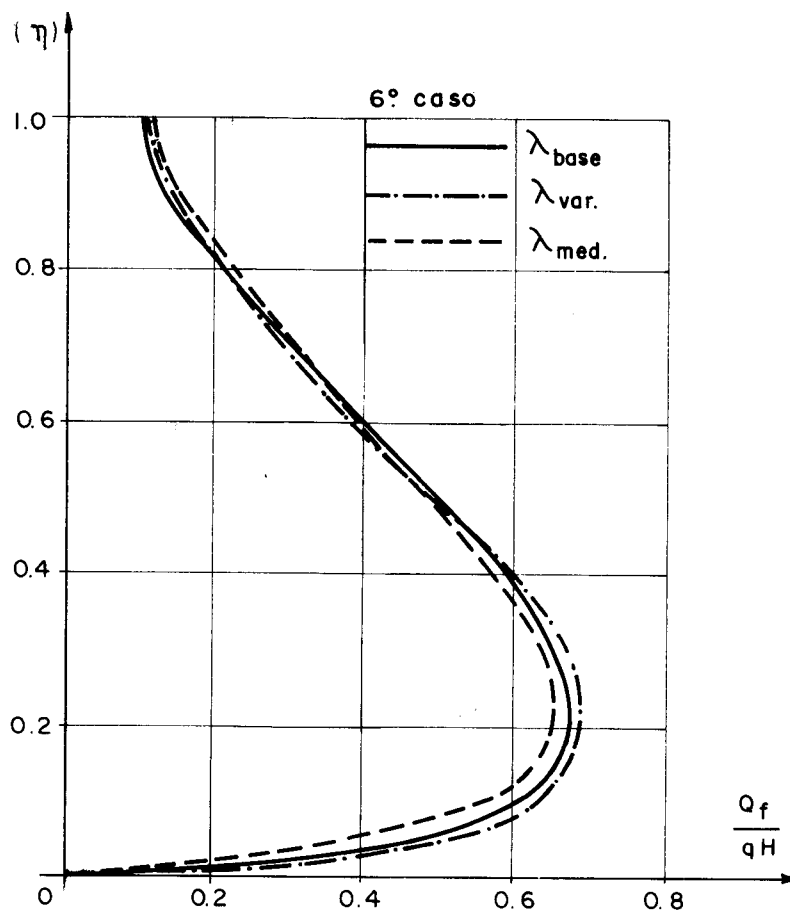


FIG. III- 18- FORÇAS CORTANTES Q_f NO PÓRTICO

3.5.3 - Terceiro exemplo de aplicação

No exemplo de aplicação em tela, estuda-se uma estrutura tridimensional de edifício já abordada por MANCINI [9] através do método das Diferenças Finitas, no sentido de comparar os resultados. Tal estrutura, mostrada em planta na Fig. III-19, possui 10 andares igualmente espaçados por pés-direito de 3m. Os pórticos, todos iguais, são formados por vigas com seção transversal de 20x50cm e pilares com seção transversal de 40x40cm. As paredes (1) e (2) (vide Fig. III-19) possuem seção transversal de 25x200cm e a parede (3) apresenta seção transversal de 25x250cm.

O carregamento é constituído por uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura, contida no plano da parede (1) e de valor $q = 1,3 \text{ tf/m}$. Para o módulo de elasticidade é tomado o valor $E = 2,0 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$.

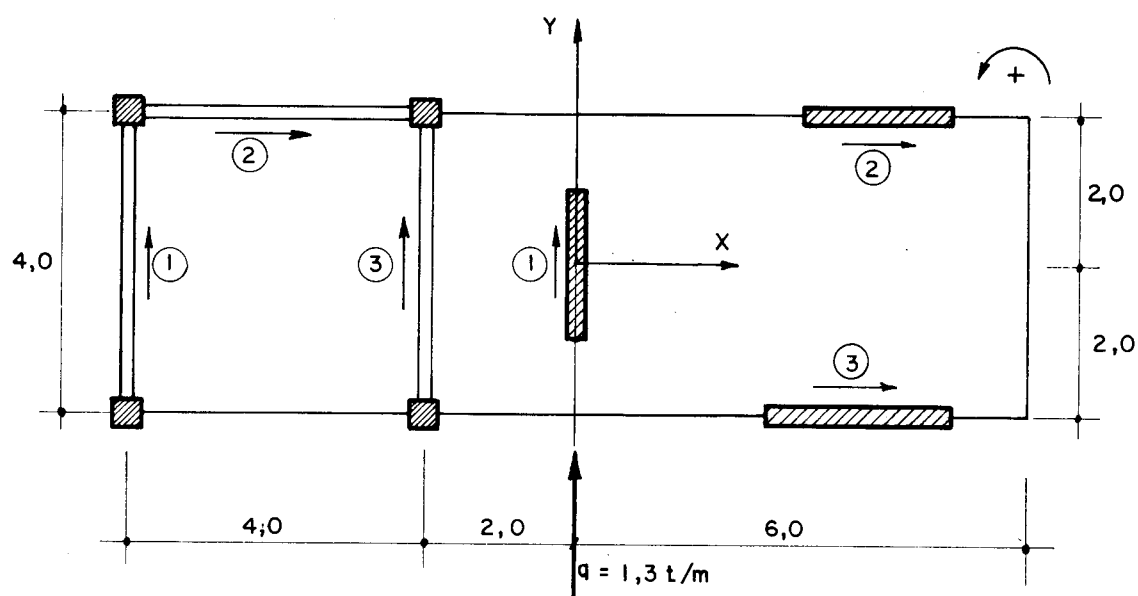


FIG. III-19- Estrutura em planta do terceiro exemplo de aplicação
(todas as dimensões estão indicadas em metros, exceto as especificadas)

As características elásticas das paredes são:

$$j_1 = j_2 = 334000 \text{ tf.m}^2$$

$$j_2 = 652000 \text{ tf.m}^2$$

e a dos pórticos

$$s_{f_1} = s_{f_2} = s_{f_3} = 3040 \text{ tf}$$

Os resultados de maior interesse estão mostrados nas tabelas 15 a 19. Um exame desses resultados evidencia que, em termos práticos, os resultados obtidos com as duas técnicas são coincidentes. Todavia, vale ressaltar que, esses resultados foram obtidos através da solução de sistemas de equações com 39 e 36 equações lineares, utilizando, respectivamente, o método das Diferenças Finitas [9] e a variante do método de STODOLA-VIANELLO.

Tab. 15 - Deslocamentos U dos diafragmas

η	DIFERENÇAS-FINITAS [9]	STODOLA-VIANELLO
	10	
0,0	0,0000000E00	0,0000000E00
0,1	0,1277036E-03	0,1307794E-03
0,2	0,5475114E-03	0,5490690E-03
0,3	0,1307176E-02	0,1299957E-02
0,4	0,2432590E-02	0,2413794E-02
0,5	0,3927756E-02	0,3895897E-02
0,6	0,5769391E-02	0,5726742E-02
0,7	0,7917340E-02	0,7865511E-01
0,8	0,1031157E-01	0,1025388E-01
0,9	0,1288164E-01	0,1281909E-01
1,0	0,1554216E-01	0,1547655E-01
UNID.	m	m

Tab. 16 - Deslocamentos V dos diafragmas

η	DIFERENÇAS-FINITAS	STODOLA-VIANELLO
	[9] 10	
0,0	0,0000000E00	0,0000000E-00
0,1	0,3581034E-02	0,3631130E-02
0,2	0,1272911E-01	0,1287327E-01
0,3	0,2551723E-01	0,2575481E-01
0,4	0,4048313E-01	0,4081455E-01
0,5	0,5656279E-01	0,5697046E-01
0,6	0,7296462E-01	0,7344260E-01
0,7	0,8917869E-01	0,8970782E-01
0,8	0,1048994E-00	0,1054749E-00
0,9	0,1200702E-00	0,1206762E-00
1,0	0,1348371E-00	0,1354771E-00
UNID.	m	m

Tab. 17 - Rotações dos diafragmas

η	DIFERENÇAS-FINITAS	STODOLA-VIANELLO
	[9] 10	
0,0	0,0000000E-00	0,0000000E-00
0,1	0,4345341E-03	0,4242002E-03
0,2	0,1649077E-02	0,1626339E-02
0,3	0,3479195E-02	0,3452375E-02
0,4	0,5758664E-02	0,5731794E-02
0,5	0,8330021E-01	0,830928E-02
0,6	0,1107214E-01	0,1105796E-01
0,7	0,1388821E-01	0,1388390E-01
0,8	0,1672230E-01	0,1672660E-01
0,9	0,1954157E-01	0,1955701E-01
1,0	0,2234834E-01	0,2237276E-01
UNID.	rad.	rad.

Tab. 18 - Momentos fletores da parede (1)

η	DIFERENÇAS-FINITAS	STODOLA-VIANELLO
	$\frac{[9]}{10}$	
0,0	0,3016578E-03	0,3054048E-03
0,1	0,2043758E-03	0,2060157E-03
0,2	0,1336489E-03	0,1335215E-03
0,3	0,7958766E-02	0,7958362E-02
0,4	0,4049104E-02	0,3975840E-02
0,5	0,1108427E-02	0,1094917E-01
0,6	-0,7599296E-01	-0,8389385E-02
0,7	-0,1907773E-02	-0,1917267E-02
0,8	-0,2103505E-02	-0,2170531E-02
0,9	-0,1586125E-02	-0,1565760E-02
1,0	0,9720679E-05	-0,7966718E-12
UNID.	tf.m	tf.m

Tab. 19 - Forças cortantes do pórtico (1)

η	DIFERENÇAS-FINITAS	STODOLA-VIANELLO
	$\frac{[9]}{10}$	
0,0	-0,3102791E-07	0,0000000E-00
0,1	0,1693941E-01	0,1831772E-01
0,2	0,1977245E-01	0,2114325E-01
0,3	0,1618221E-01	0,1718740E-01
0,4	0,9987890E-00	0,1061690E-01
0,5	0,3038021E-00	0,3366237E-00
0,6	-0,3800372E-00	-0,3697336E-00
0,7	-0,1010588E-01	-0,1017422E-01
0,8	-0,1557490E-01	-0,1577864E-01
0,9	-0,1975153E-01	-0,2002850E-01
1,0	-0,2169076E-01	-0,2185902E-01
UNID.	tf	tf

3.5.4 - Quarto exemplo de aplicação

Estuda-se agora uma estrutura de edifício de 10 andares idênticos, igualmente espaçados por pés-direito de 3m, cuja planta é mostrada na figura III-20. Os pilares em todos os andares possuem seção transversal de 40x40cm. As vigas repetem-se em todos os andares com seção de 15x40cm. A parede em formato do tipo U possui seção transversal constante ao longo da altura com as dimensões indicadas na figura III-20. Admite-se módulo de elasticidade $E = 3,0 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ e são analisados dois casos de carregamento:

Caso A - Carregamento horizontal uniforme $q = 1,1 \text{ tf/m}$ conforme indica-se na figura III-20.

Caso B - Carregamento horizontal uniforme $q = 0,7 \text{ tf/m}$, também indicado na figura III-20.

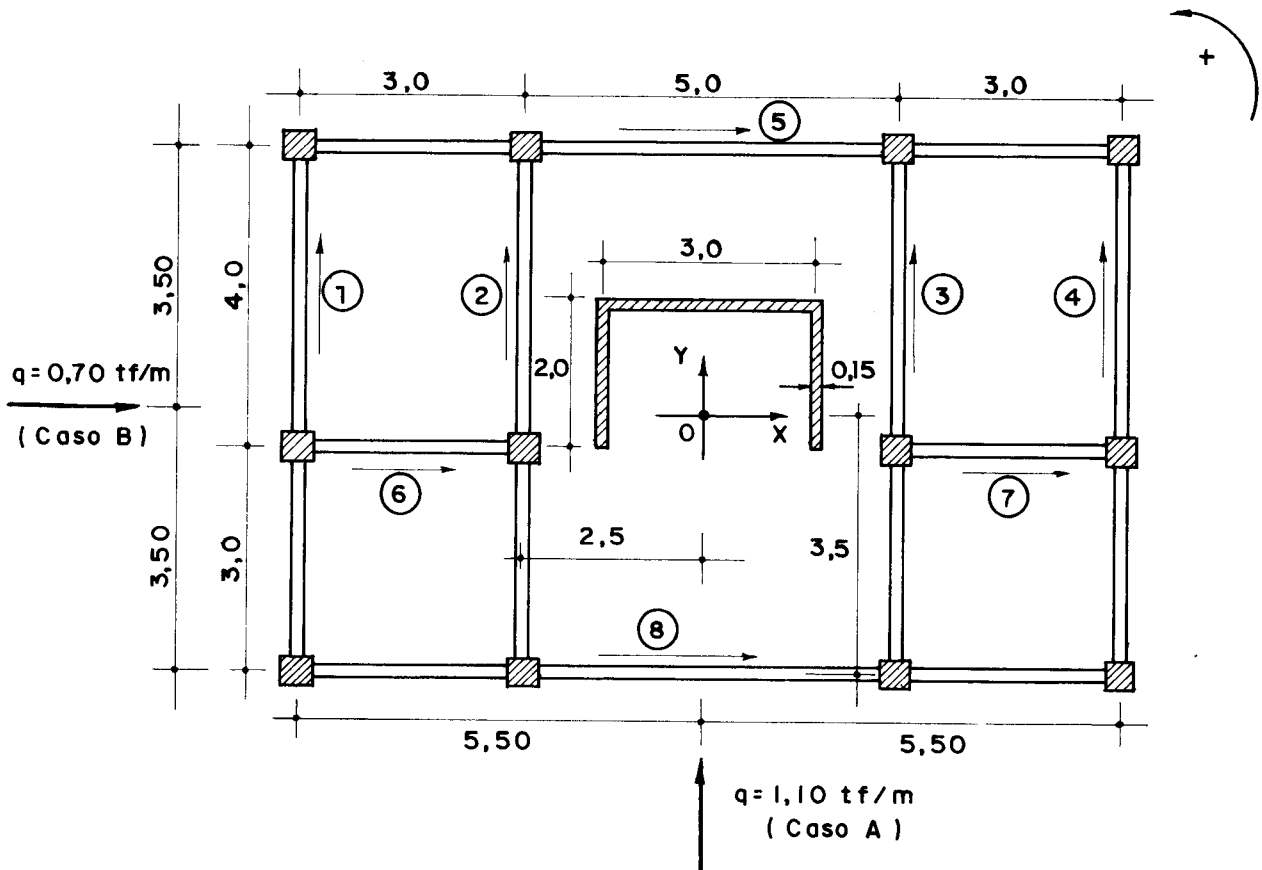


FIG. III-20 - Estrutura em planta do quarto exemplo de aplicação (todas as dimensões estão indicadas em metros, exceto as especificadas)

A parede de seção aberta é substituída por duas paredes planas equivalentes em rigidez à flexão e uma mola de torção (vide Fig. II-7). Esse procedimento está, no presente caso, ilustrado na figura III-21.

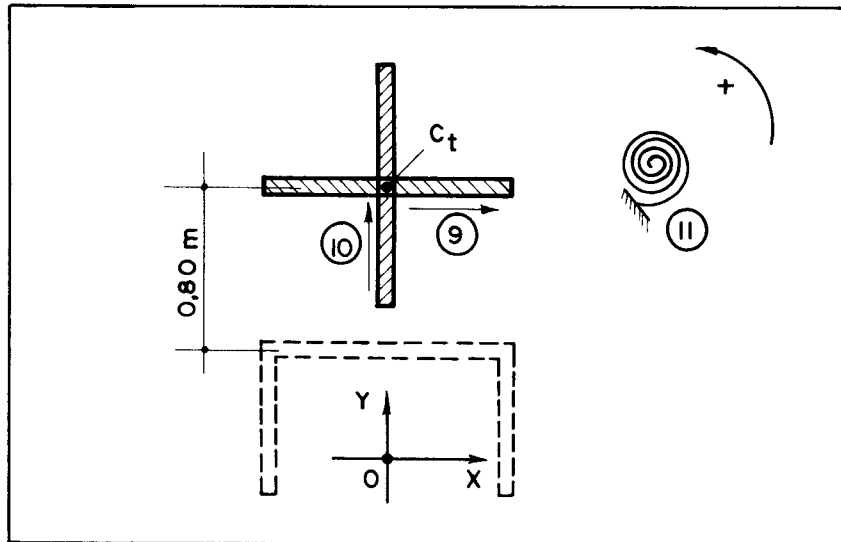


FIG. III - 21 — Parede de seção aberta e sistema equivalente

As características dos pórticos de ① a ④ são:

$$s_f = 4507,7 \text{ tf}$$

Os pórticos ⑥ e ⑦ possuem rigidez

$$s_f = 2694,7 \text{ tf}$$

Por outro lado, as características da parede de seção aberta são:

$$j_x = 5,0625 \times 10^6 \text{ tf.m}^2$$

$$j_y = 1,371 \times 10^6 \text{ tf.m}^2$$

$$j_t = 10,2375 \times 10^3 \text{ tf.m}^2$$

$$j_{ft} = 2,16 \times 10^6 \text{ tf.m}^4$$

Os resultados encontrados estão mostrados nas figuras de III-22 a III-30. Convém notar que o *primeiro* caso de carregamento conduz a resultados de associação plana, como era de se esperar, pois a simetria da estrutura e o carregamento desse caso desacopla o sistema. No *segundo* caso de carregamento é digno de nota o fato da torção sofrer tendência de reduzir no topo. Tal fato, todavia, já é bastante conhecido e explicado por STAMATO [7] e WINOKUR e GLUCK [16].

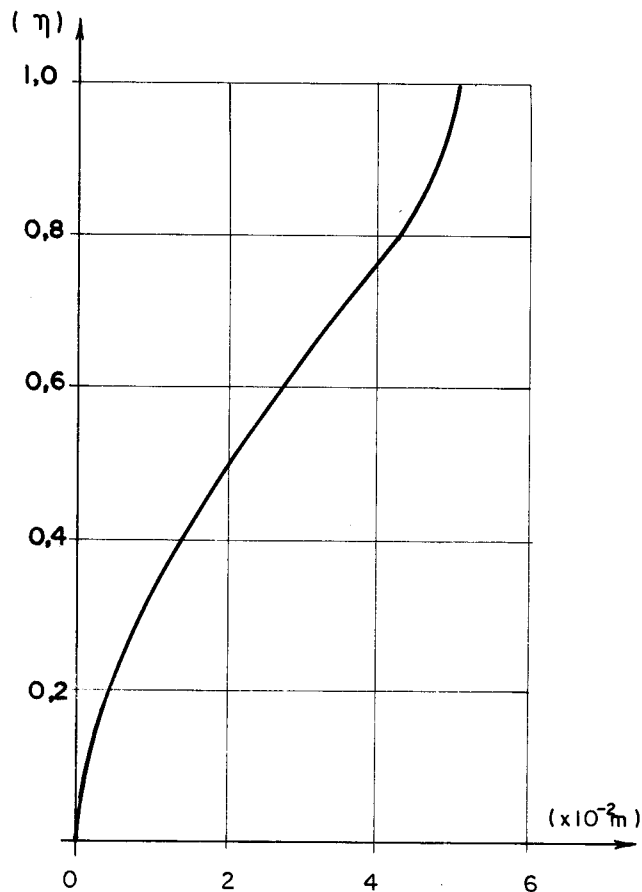


FIG. III-22 - DESLOCAMENTOS ∇ DOS DIAFRAGMAS (Caso A)

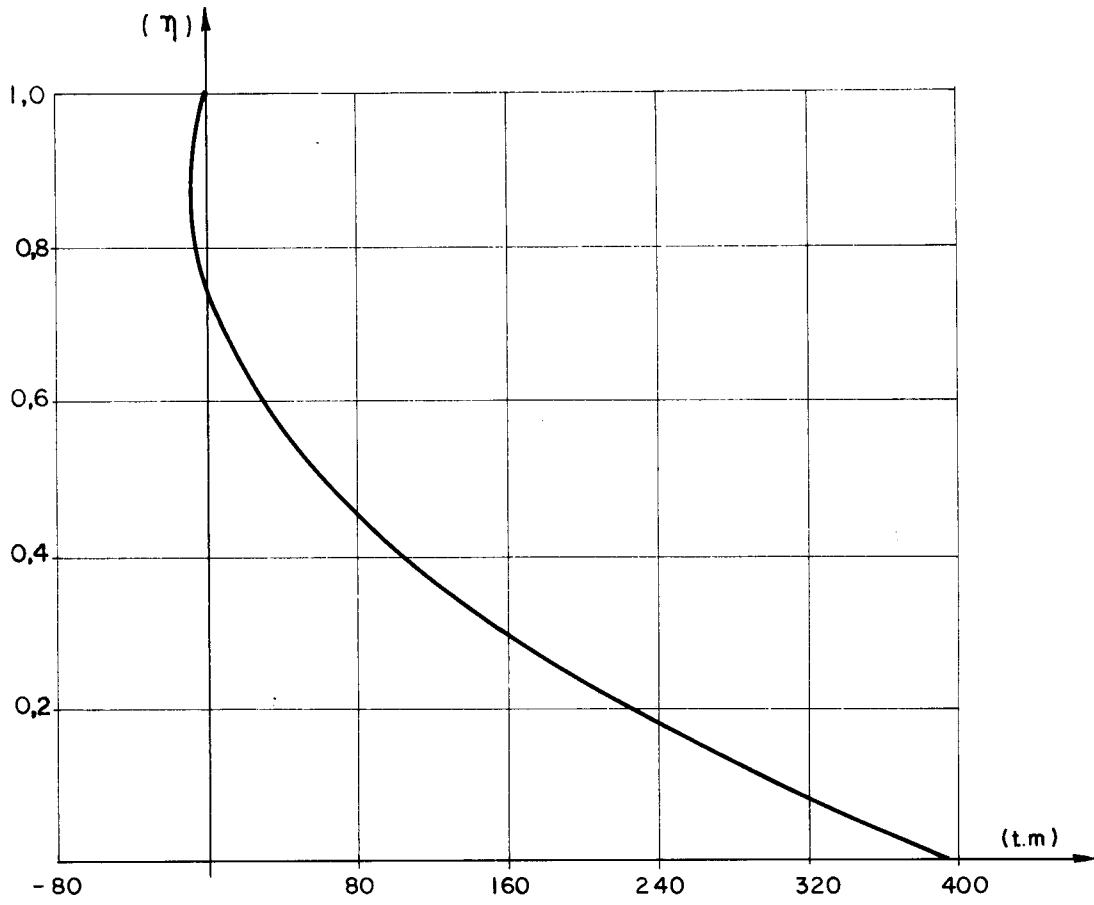


FIG. III-23 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE 10 (Caso A)

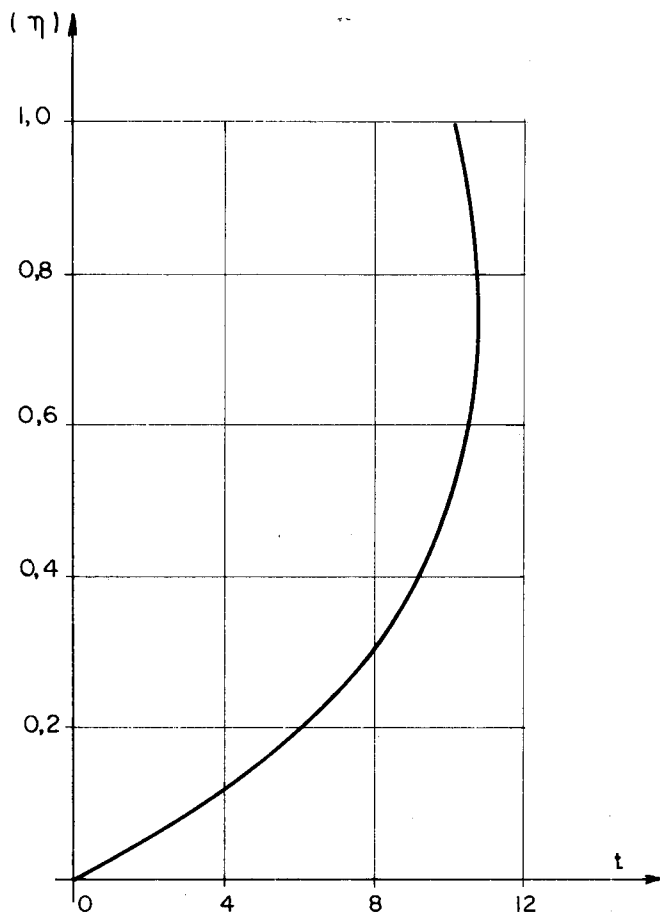


FIG. III-24 - FORÇAS CORTANTES NOS PÓRTICOS (1),(2),(3),(4) (Caso A)

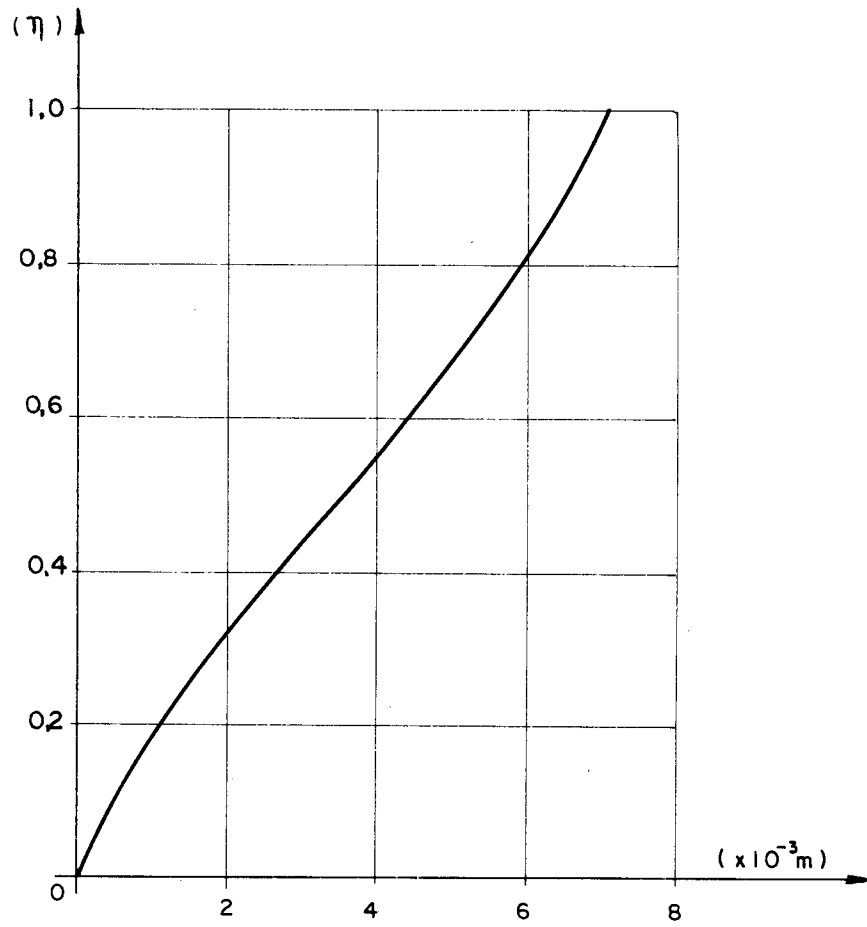


FIG. III-25 - DESLOCAMENTOS U DOS DIAFRAGMAS (Caso B)

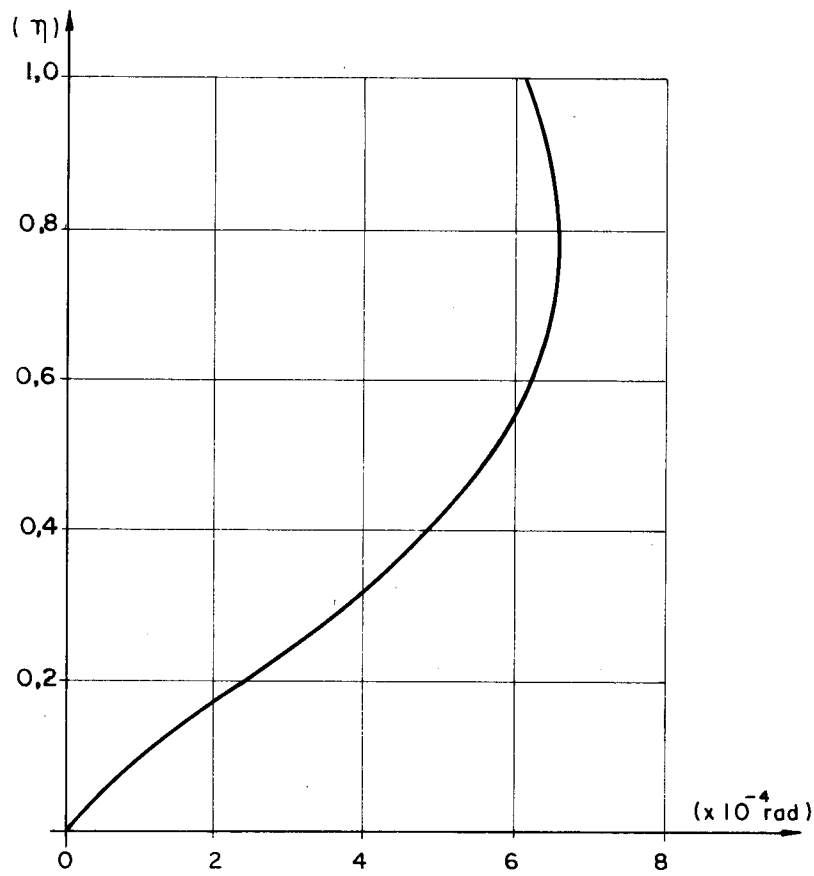


FIG. III-26 - ROTAÇÕES DOS DIAFRAGMAS (Caso B)

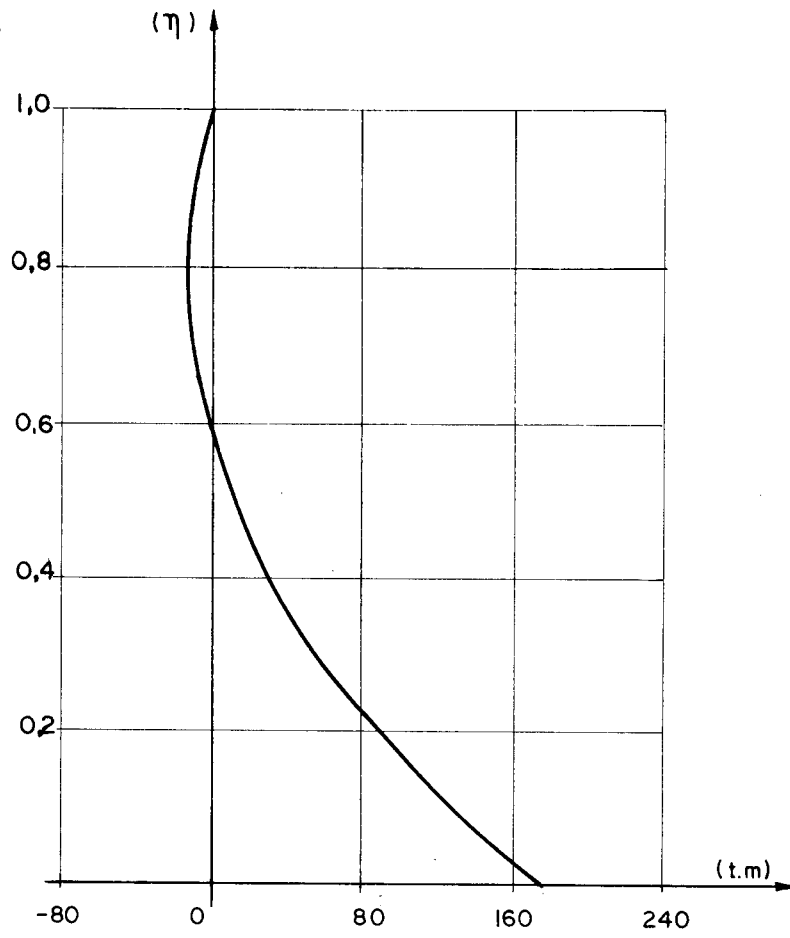


FIG. III-27-MOMENTOS FLETORES DA PAREDE (9) (Caso B)

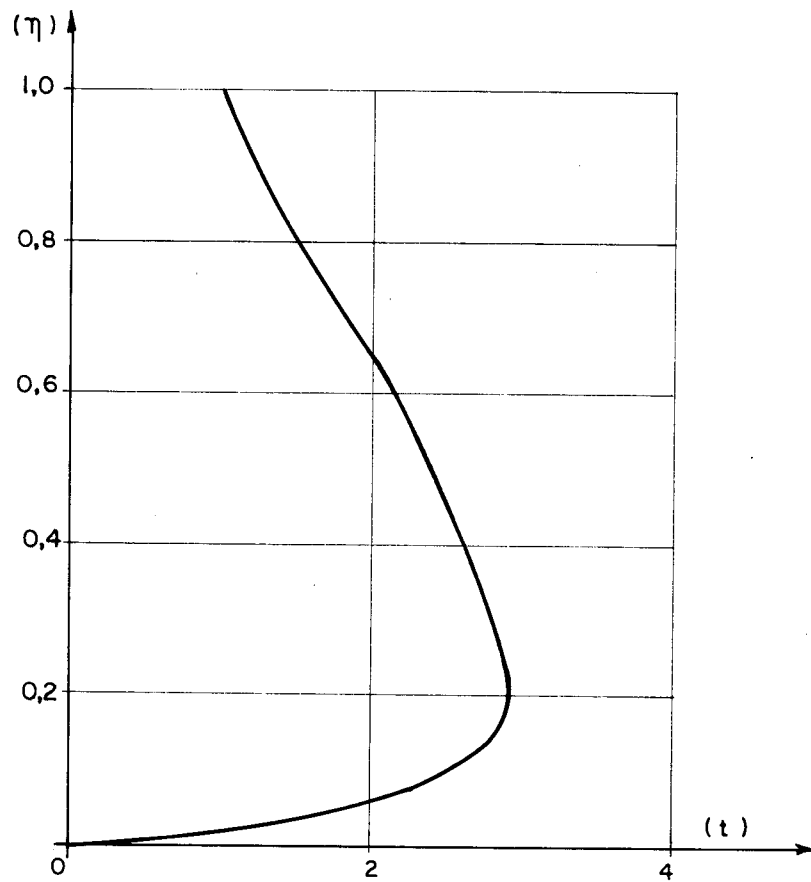


FIG. III-28 - FORÇAS CORTANTES NO PÓRTICO (8) (Caso B)

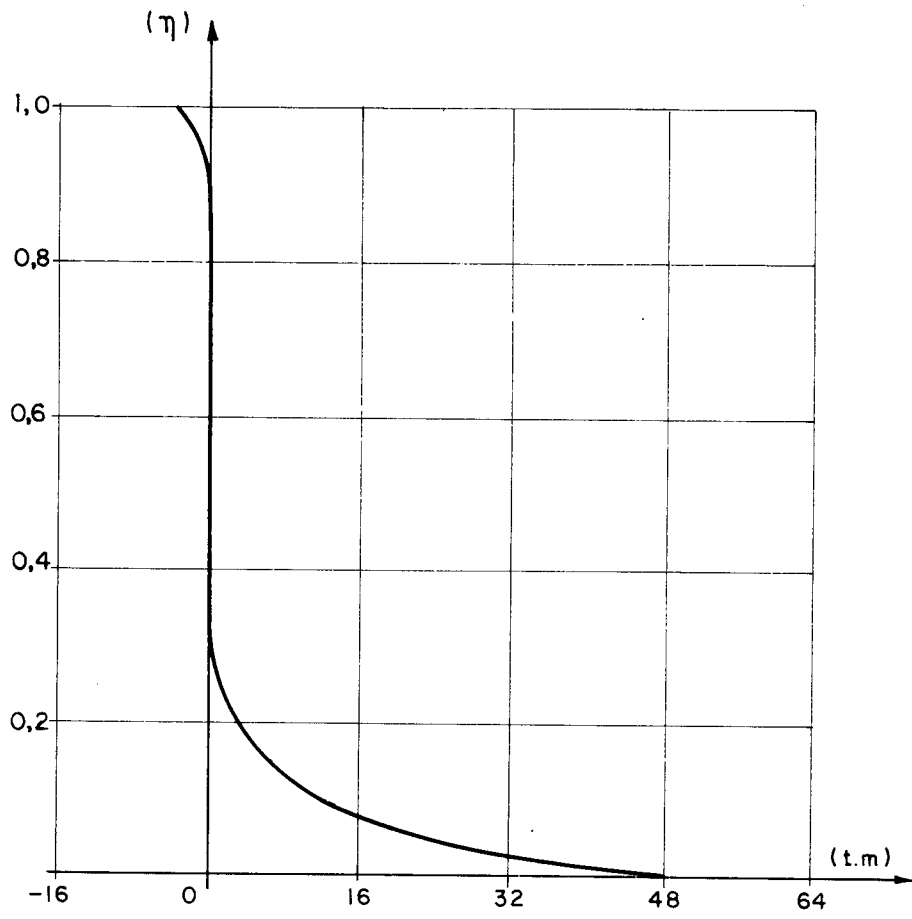


FIG. III - 29 - MOMENTOS DE TORÇÃO TOTAL (Caso B)

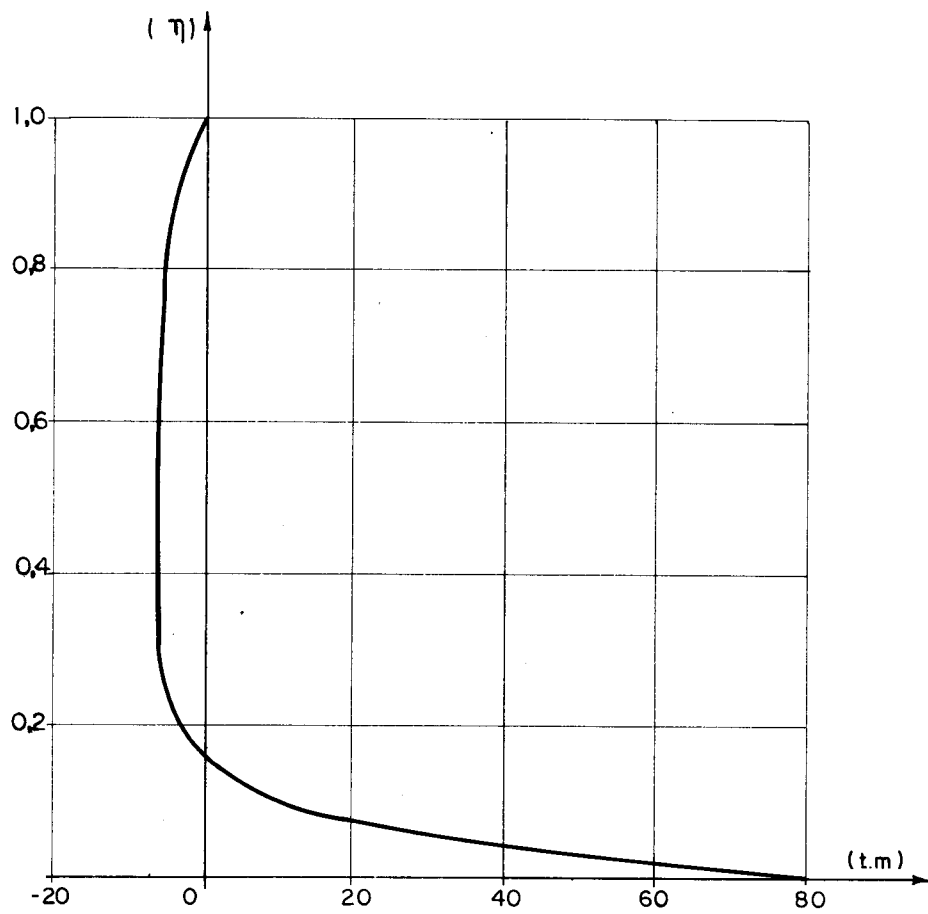


FIG. III - 30 - BIMOMENTOS (Caso B)

3.5.5 - Quinto exemplo de aplicação

Como último exemplo de aplicação é tomada a estrutura de edifício mostrada em planta na figura III-31. Tal estrutura é constituída de 10 andares igualmente espaçados por pés-direito de 3m. As vigas possuem seção de 15x40cm e os pilares seção de 40x40cm. As dimensões da seção transversal da parede de seção aberta estão indicadas na figura em questão. Admite-se um módulo de elasticidade $E = 3,0 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$.

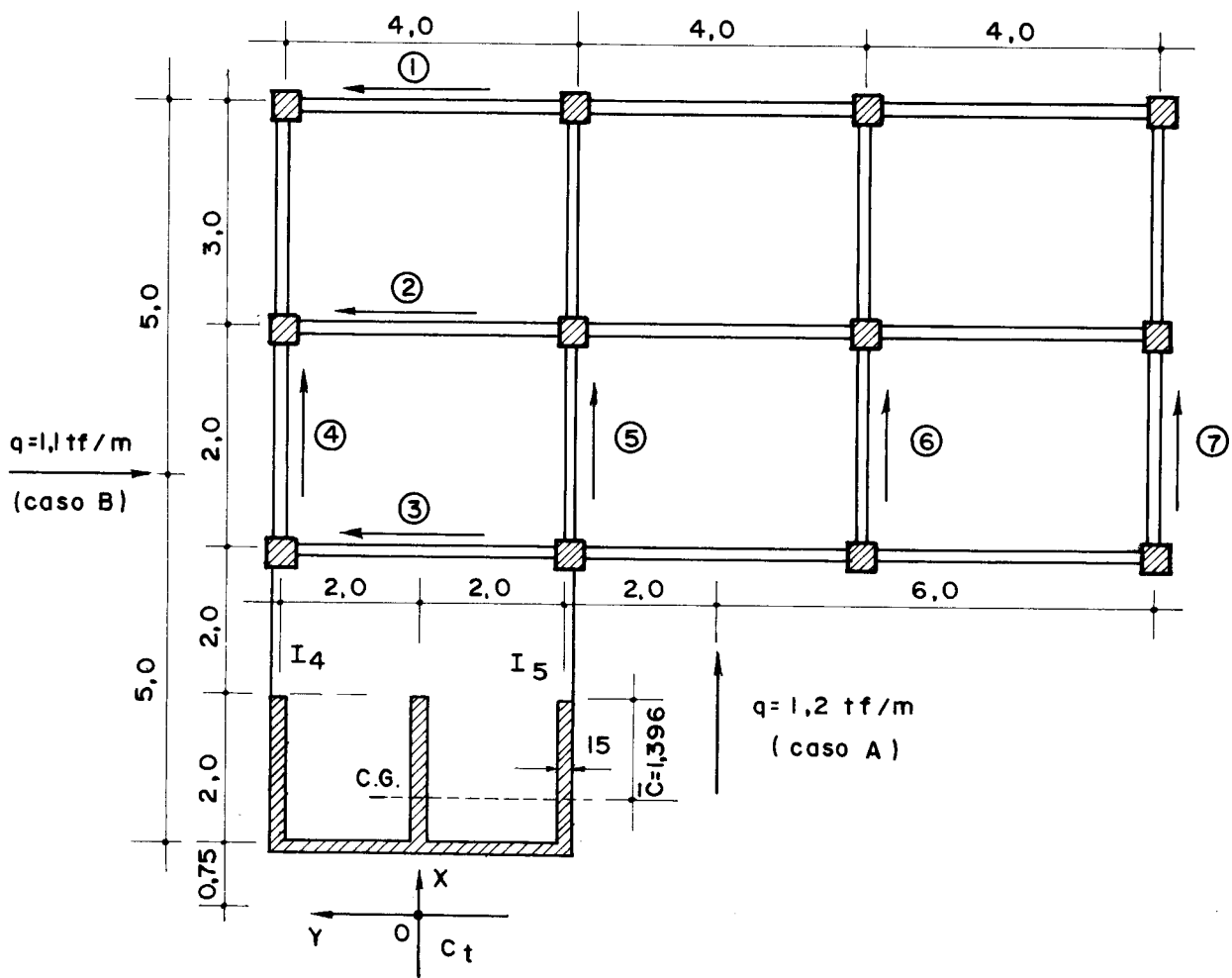


FIG. III- 31- Estrutura em planta do quinto exemplo de aplicação
(todas as dimensões estão indicadas em metros, exceto as especificadas)

Aproveita-se esse exemplo de aplicação para evidenciar o sensível efeito dos lintéis de ligação. Para tanto, estudam-se duas situações. Na *primeira*, supõe-se a parede de seção aberta ligada ao conjunto de pórticos apenas pelas lajes e, na *segunda* ligada também ao conjunto, por lintéis de ligação. Naturalmente, a vinculação por lintéis de ligação aumenta a rigidez da estrutura por enrijecimento dos pórticos adjacentes e também pela introdução de bimomento [13] na parede de seção aberta. Convém ressaltar que esse bimomento será suposto continuamente aplicado ao longo da altura, em conformidade com as hipóteses da técnica do Meio Contínuo. Os parâmetros de rigidez para essa *segunda* situação são esclarecidos no APÊNDICE I.

Como no exemplo do item anterior, estudam-se dois casos de carregamento conforme indica-se na figura III-31. O sistema equivalente da parede de seção aberta é mostrado na Fig. III-32. Os resultados obtidos para o *primeiro* caso de carregamento, estão lançados nos gráficos das figuras de III-33 a III-41 e do *segundo* nas figuras III-42 a III-50.

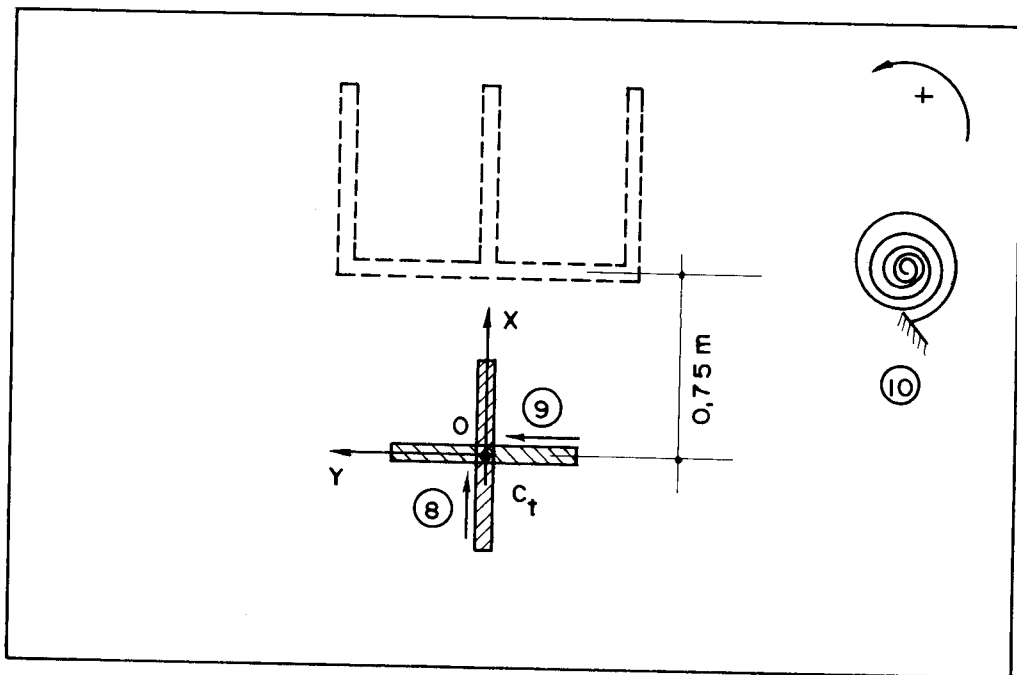


FIG. III- 32 - Parede de seção aberta e sistema equivalente

Um exame dos resultados encontrados mostra ser, para essa estrutura, muito sensível o efeito dos lintéis de ligação. O fato das rotações no primeiro caso de carregamento, Fig. III-31, apresentar maiores valores na situação de vinculação por lintéis de ligação, não deve causar estranheza. Em primeiro lugar, o enrijecimento provocado a trai o centro de torção do conjunto mais para a região da parede de seção aberta, e, dessa forma, o braço de alavanca dos elementos mais rígidos diminui e, por outro lado, aumenta para o carregamento externo [7].

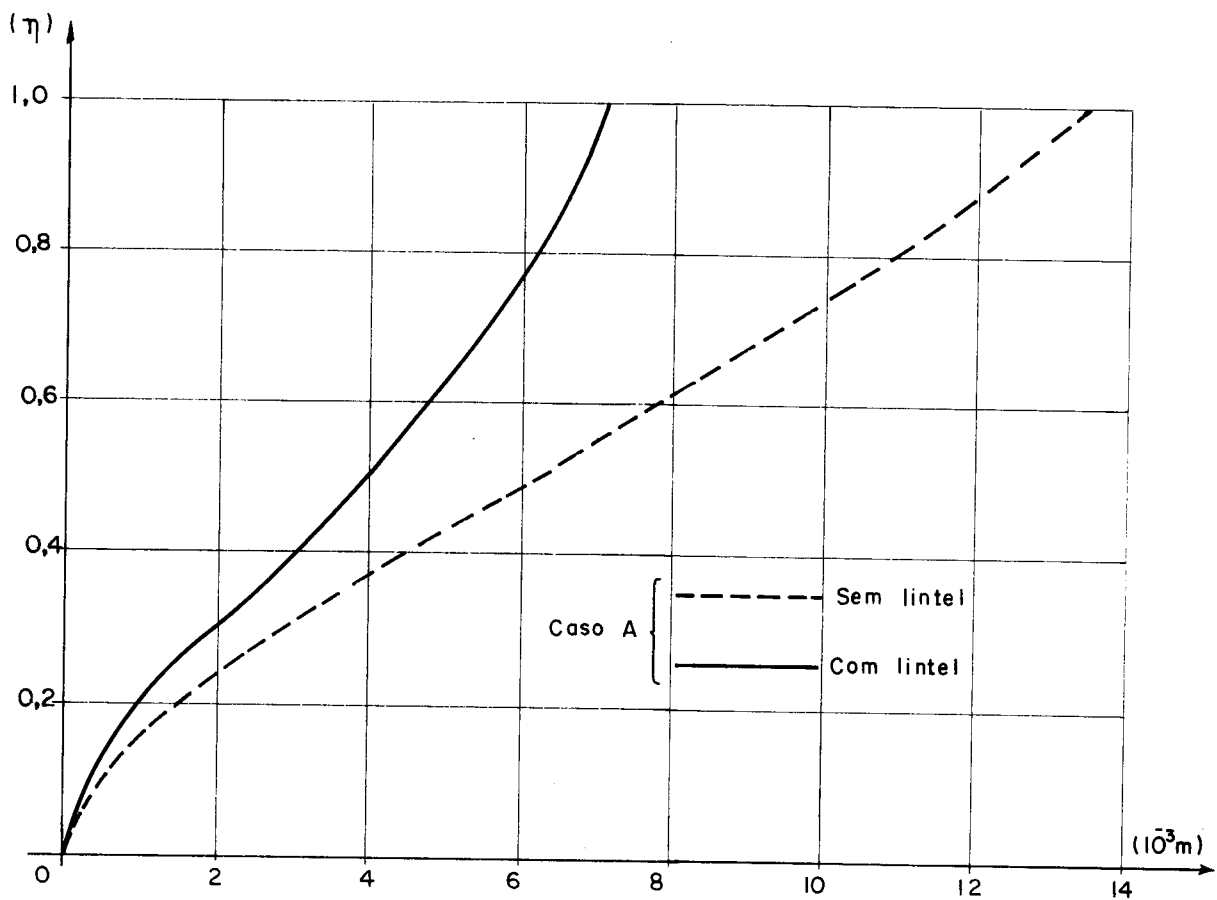


FIG. III - 33- DESLOCAMENTOS U DOS DIAFRAGMAS

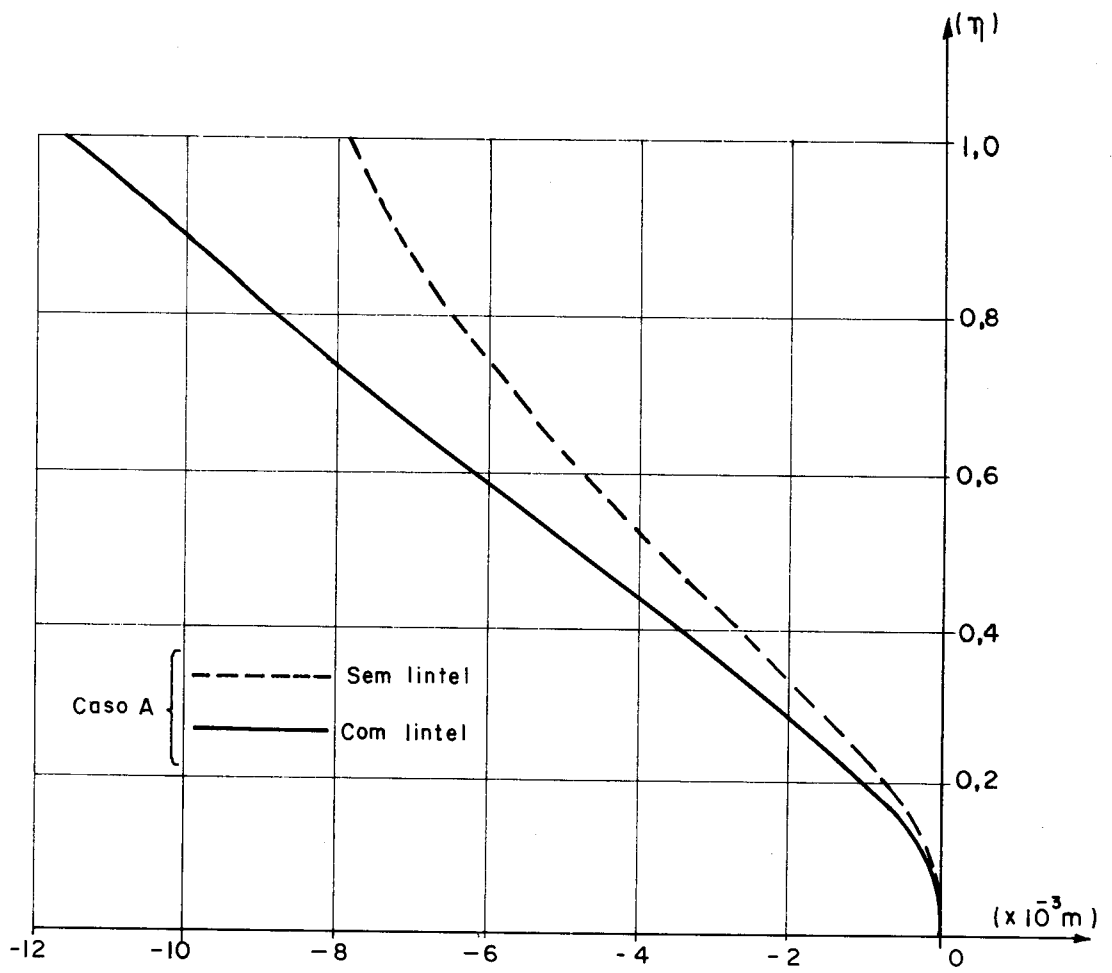


FIG. III-34-DESLOCAMENTOS V DOS DIAFRAGMAS

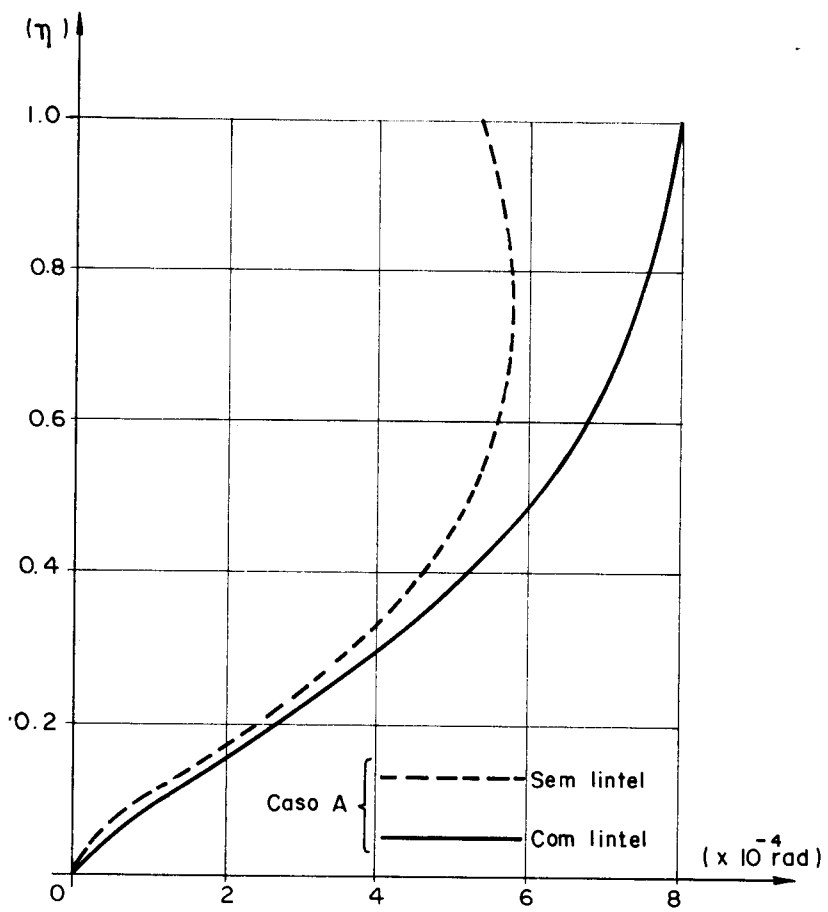


FIG. III-35-ROTAÇÕES DOS DIAFRAGMAS

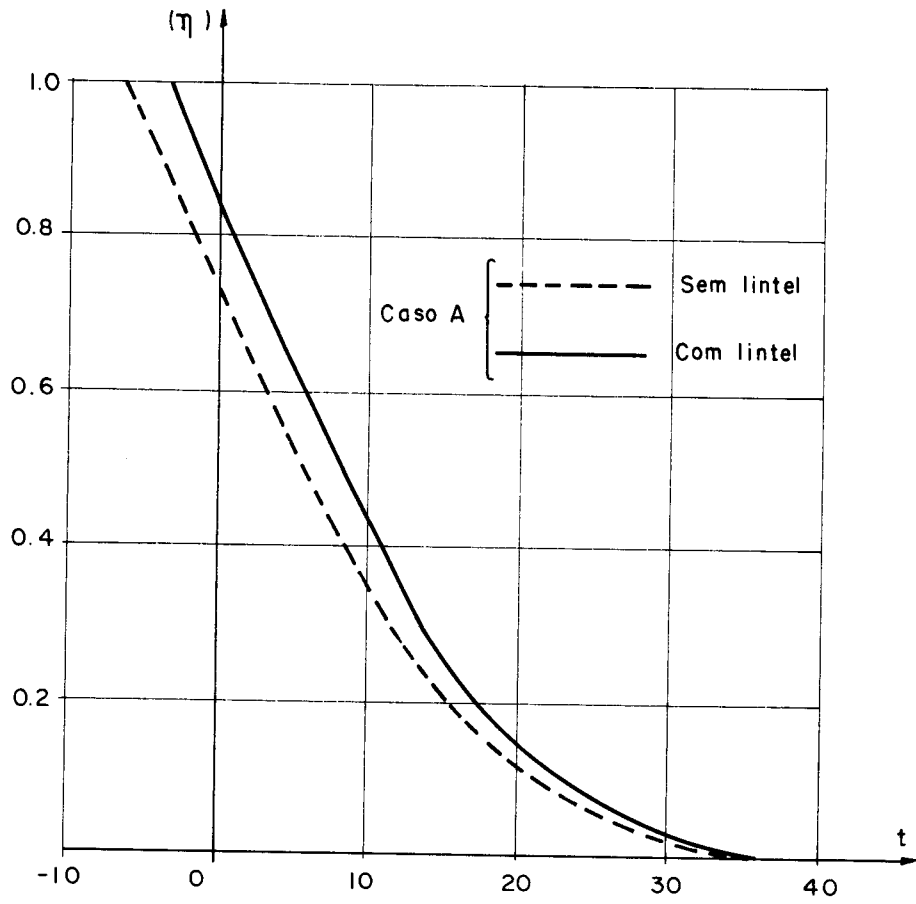


FIG. III-36 - FORÇAS CORTANTES NA PAREDE (8)

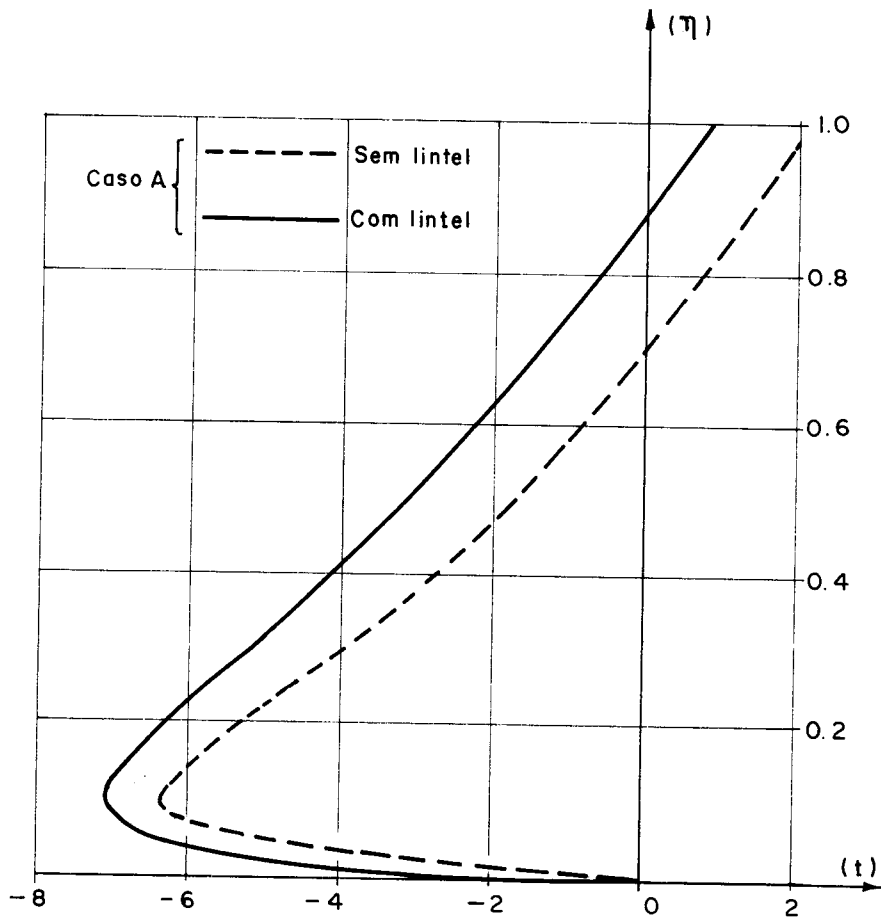


FIG. III-37 - FORÇAS CORTANTES NA PAREDE (9)

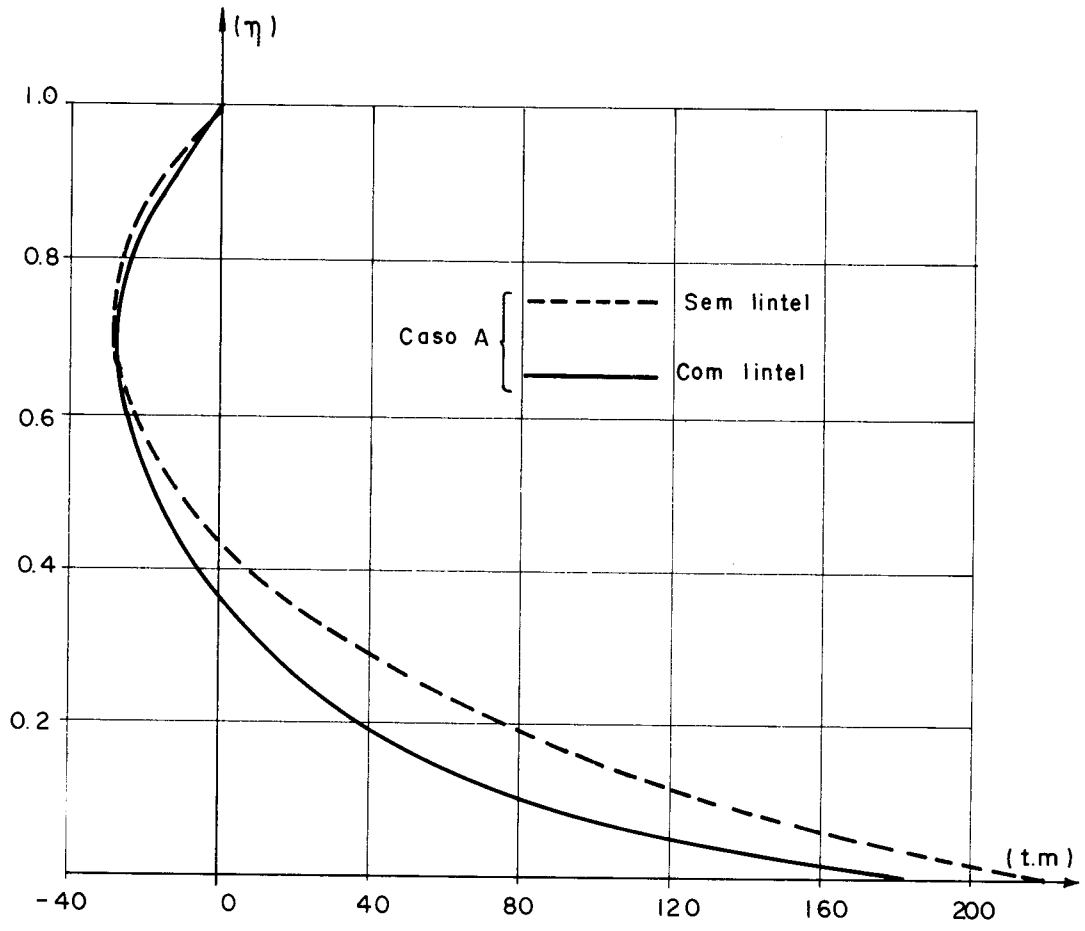


FIG. III - 38 - MOMENTOS FLETORES DA PAREDE (8)

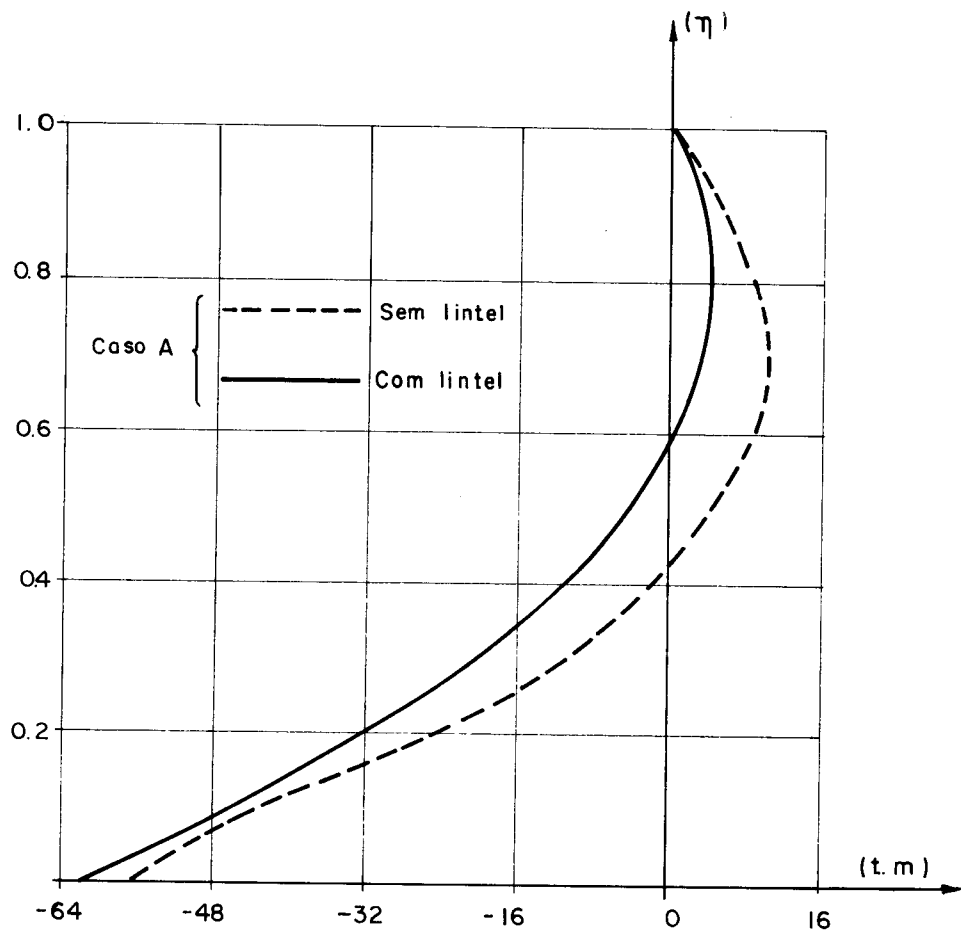


FIG. III-39 - MOMENTOS FLETORES DA PAREDE (9)

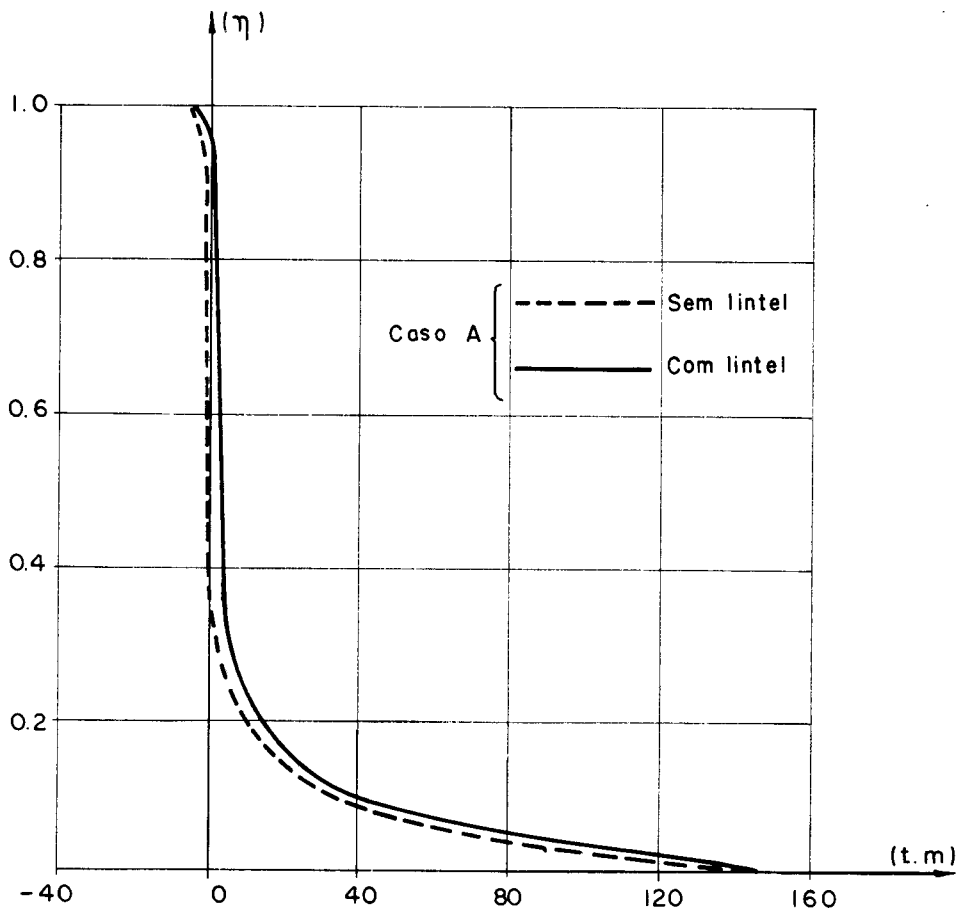


FIG. III-40-MOMENTOS DE TORÇÃO TOTAL

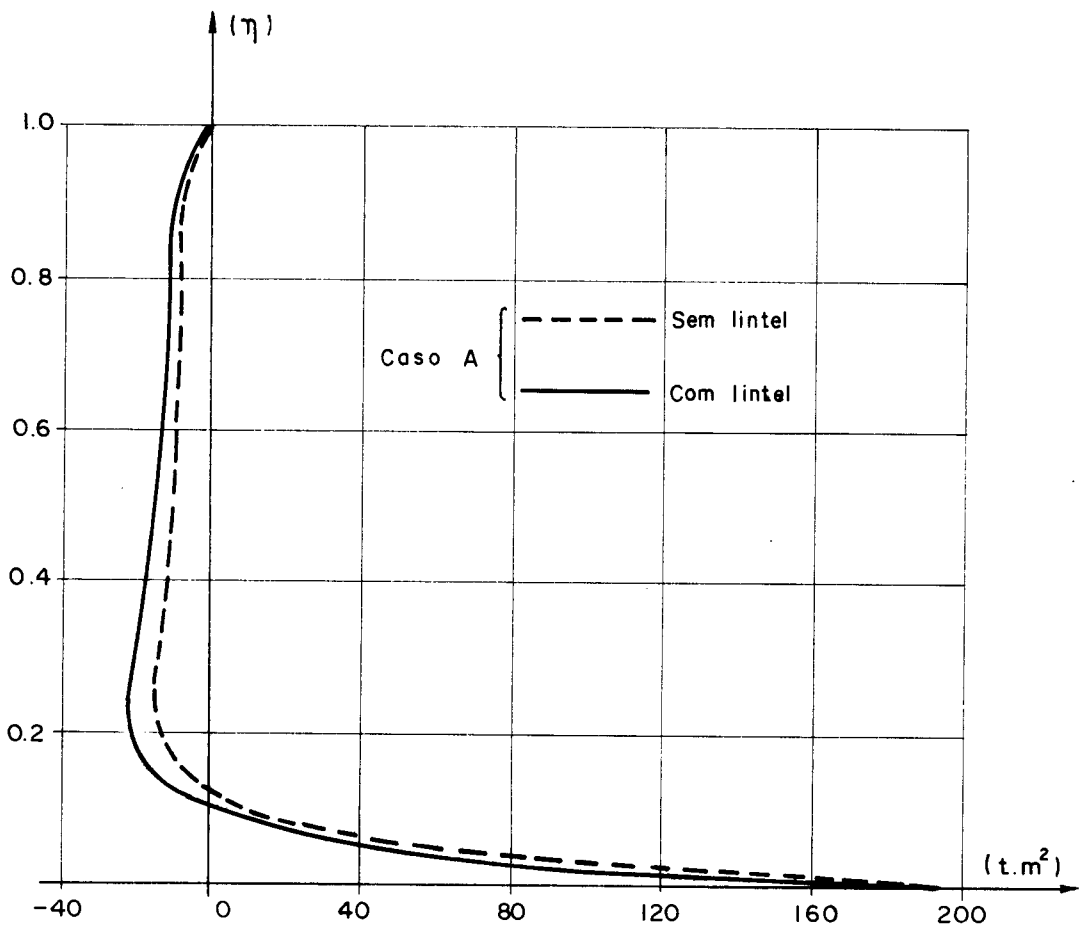


FIG. III-41-BIMOMENTOS

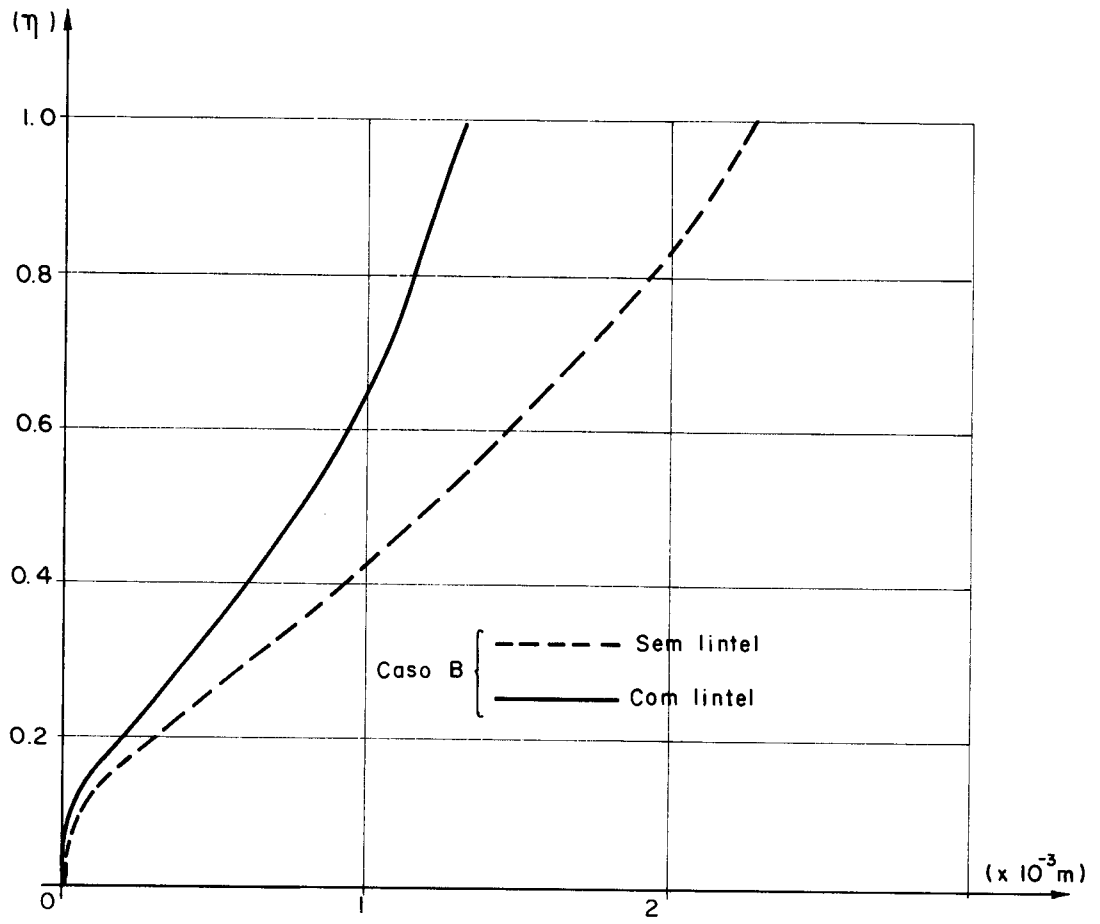


FIG. III-42- DESLOCAMENTOS U DOS DIAFRAGMAS

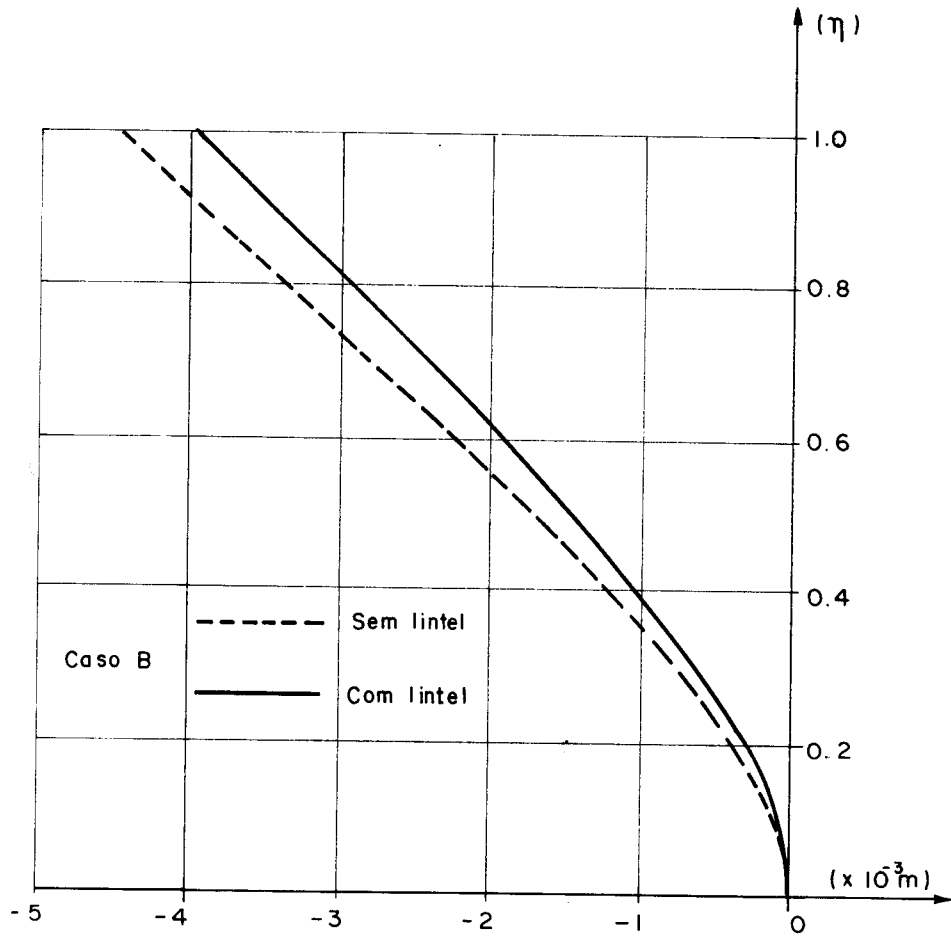


FIG. III-43- DESLOCAMENTOS V DOS DIAFRAGMAS

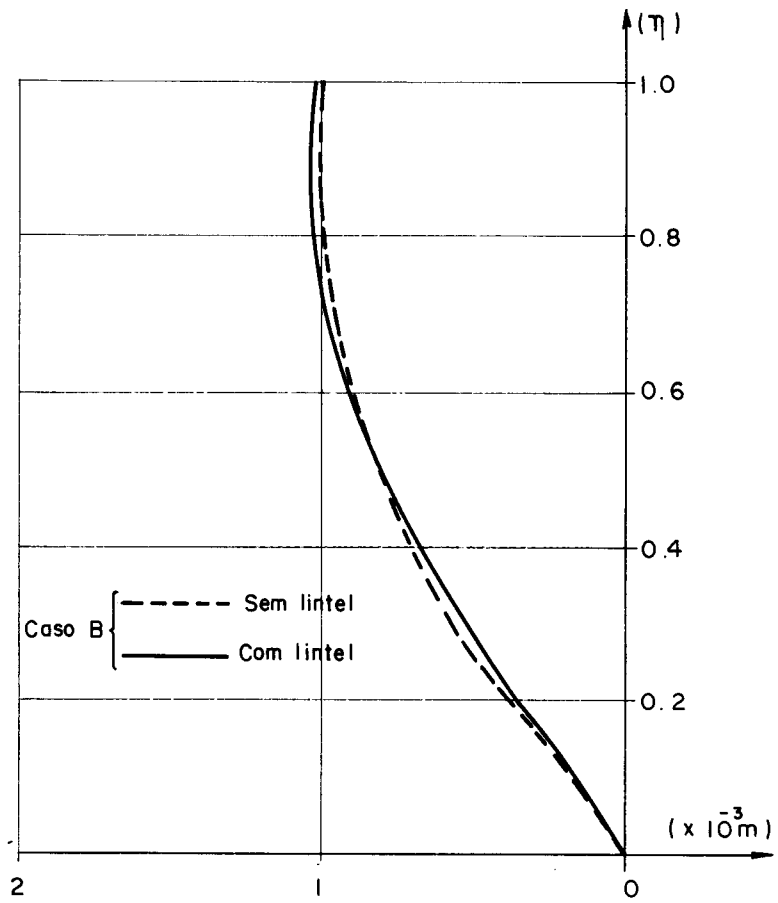


FIG. III-44-ROTAÇÕES DOS DIAFRAGMAS

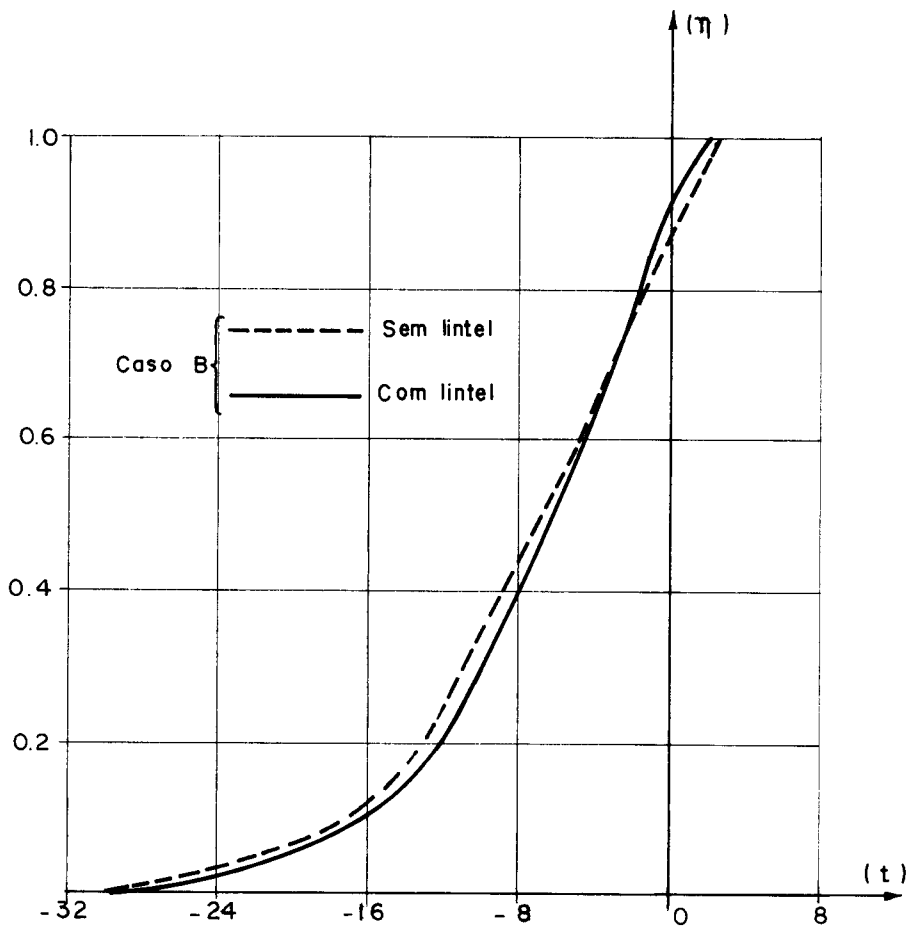


FIG. III-45-FORÇAS CORTANTES NA PAREDE (9)

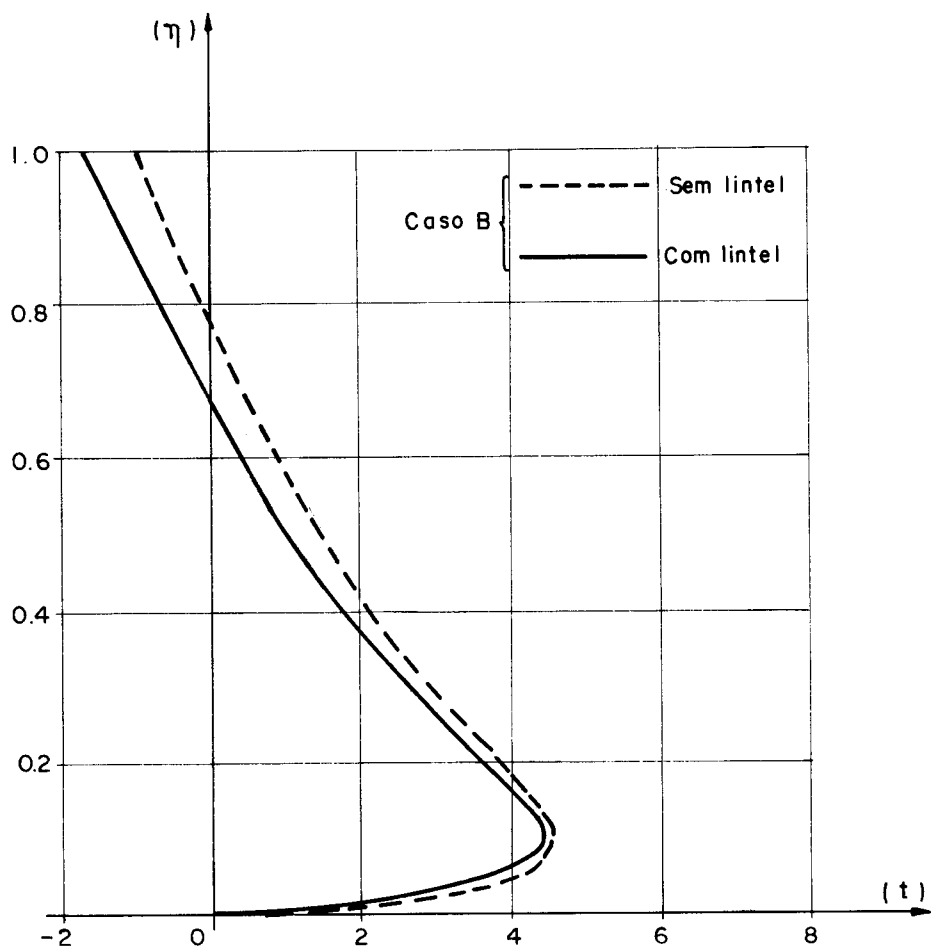


FIG.III-46 - FORÇAS CORTANTES NA PAREDE (8)

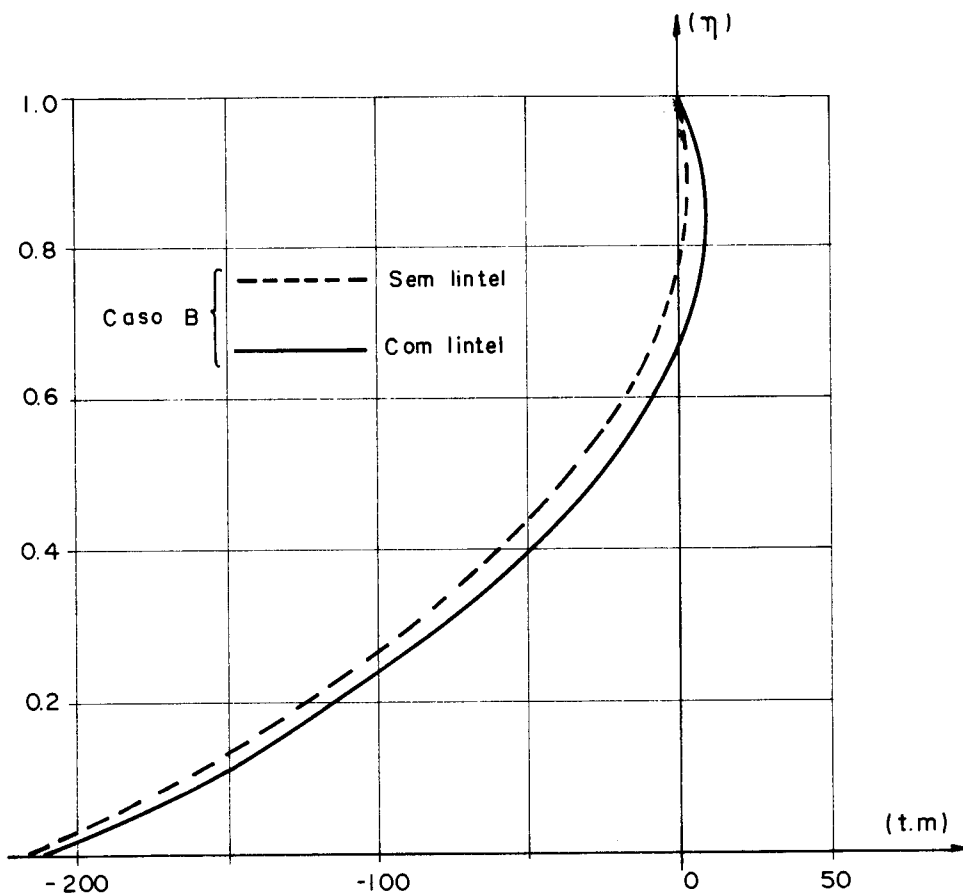


FIG.III-47 - MOMENTOS FLETORES DA PAREDE (9)

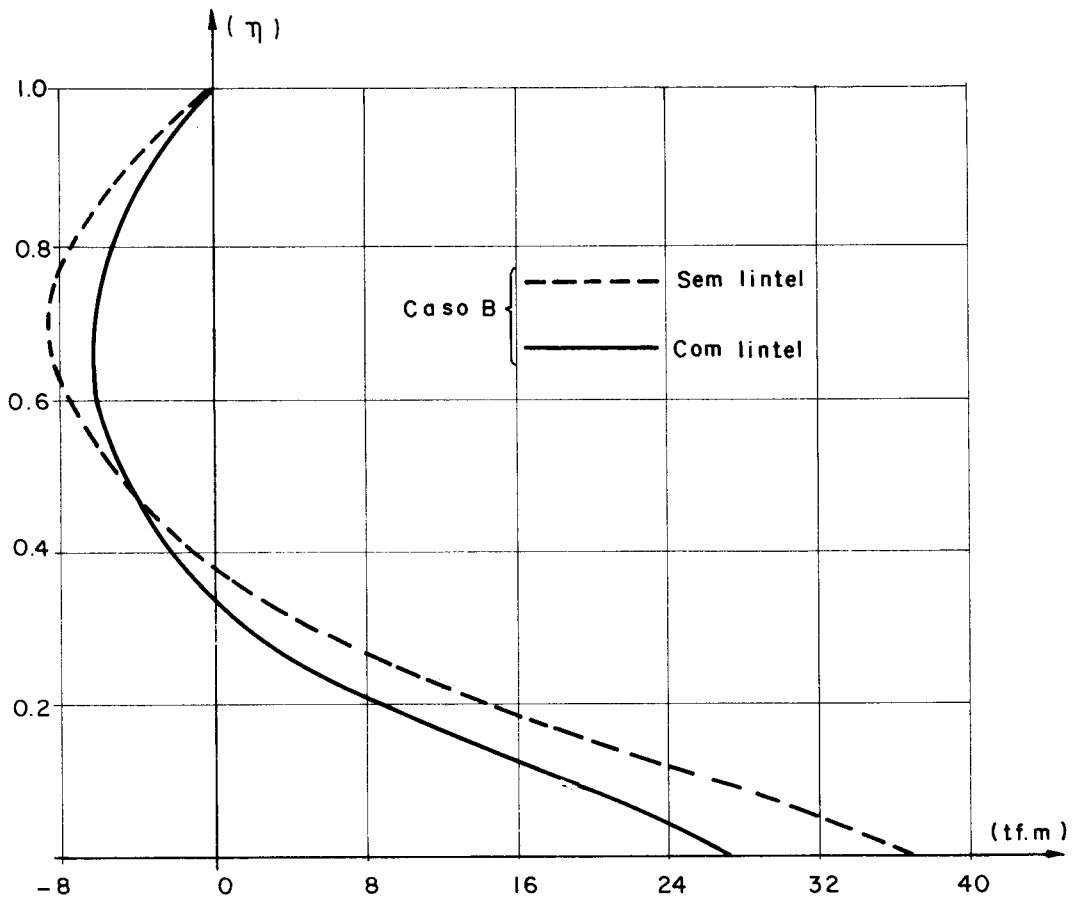


FIG. III-48 - MOMENTOS FLETORES NO PAINEL (8)

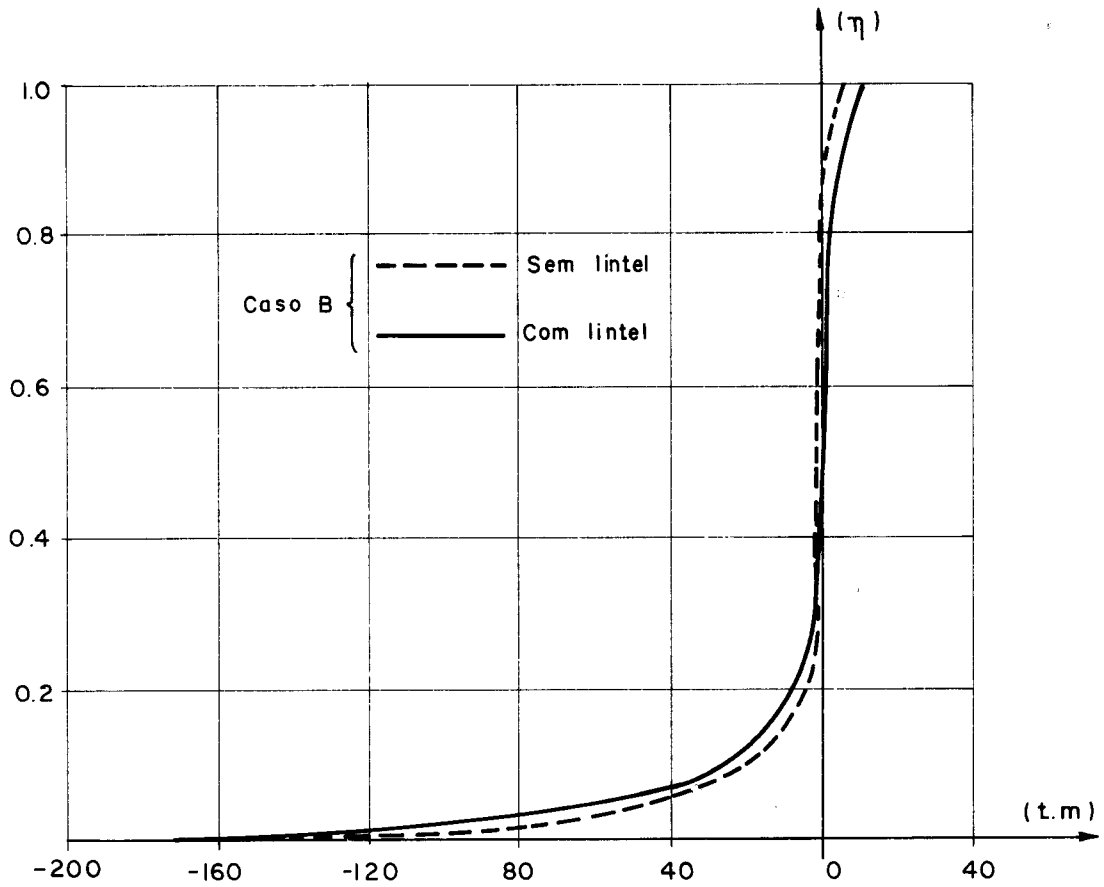


FIG. III-49 - MOMENTOS DE TORÇÃO TOTAL NA MOLA

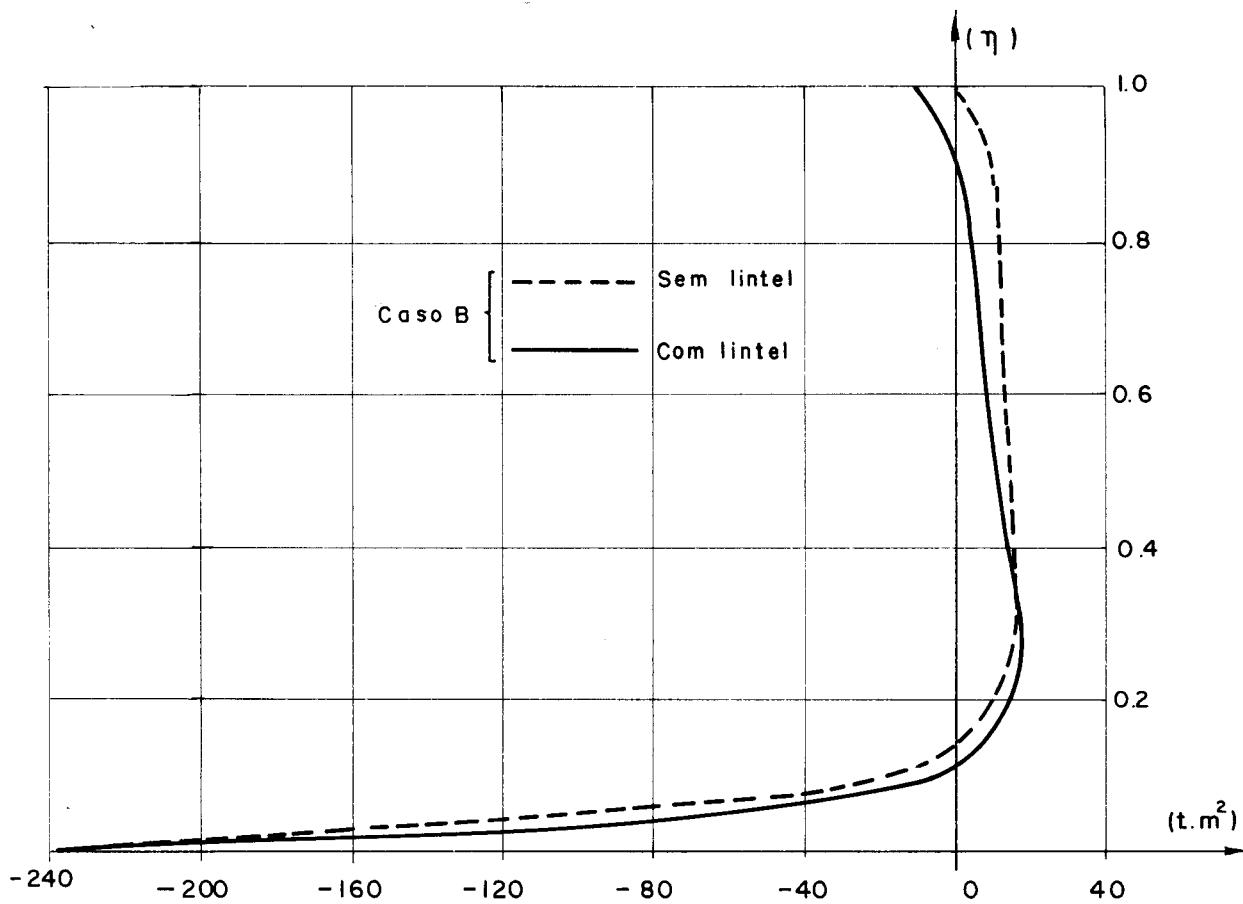


FIG. III-50- BIMOMENTOS

CAPITULO IV

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

A integração numérica das equações da técnica do Meio Contínuo pelo método de STODOLA-VIANELLO mostrou-se bastante satisfatória. Em diversos exemplos de aplicação apresentados, a eficiência de tal método pôde ser constatada. É interessante acentuar que num dos exemplos de aplicação (vide item 3.5.1) a convergência revelou-se mais forte, por exemplo, que no clássico método das Diferenças Finitas.

Uma característica bem marcante do método de STODOLA-VIANELLO consiste no fato de propiciar uma marcha de cálculo facilmente programável em computadores. É oportuno lembrar que em todas as etapas do método, as expressões correspondentes constituem leis de formação bastante simples.

O estudo de estruturas contendo pórticos de rigidez variável ao longo da altura, evidenciou um fato de grande interesse, ou seja, os resultados encontrados são razoavelmente próximos dos obtidos com uma estrutura de rigidez constante, tomando por base a rigidez média. Tal fato já foi constatado em estudos de natureza similar [17] e, naturalmente, serve de orientação para facilitar bastante a análise da estrutura (o número de parâmetros em jogo é menor no caso de rigidez constante). Assim sendo, nas análises de estruturas tridimensionais, trataram-se apenas os casos de estruturas de rigidez constante ao longo da altura.

Concluindo, é oportuno assinalar que a variante do método de STODOLA-VIANELLO apresentada, revelou melhores resultados que a formulação clássica iterativa. Todavia, isso deve, naturalmente, à natureza do problema tratado e, certamente, não deve constituir uma regra geral.

APENDICE I - Parâmetros de rigidez para associação de paredes de seção aberta com pórtico, por lintéis de ligação.

1. Comentários iniciais

O estudo da contribuição dos lintéis de ligação, no caso particular apresentado no ítem 3.5.5, é aqui levado a efeito de modo sumário, no sentido de esclarecer e quantificar tal contribuição.

Reproduz-se na Fig. AP-1 a planta da estrutura em questão. O sistema de eixos coordenados OXYZ é mantido na mesma posição, bem como os sistemas locais de referência de cada painel.

No intuito de facilitar a exposição, a contribuição dos lintéis é estudada considerando cada um dos movimentos u , v e w separadamente e, assim sendo, os coeficientes da matriz $[S]$, única a ser alterada, são obtidos na ordem sequencial por colunas.

A deformação por força normal na parede de seção aberta e nos pilares considera-se desprezível, tendo em vista que tal deformação influi muito pouco no comportamento do conjunto $[21][22]$, e, além desse fato, torna bem mais numeroso o conjunto de equações de equilíbrio e compatibilidade.

No sentido de sintetizar a exposição, estuda-se inicialmente a configuração de deslocamentos mostrada na Fig. AP-2, que contém possíveis estados de deslocamento da ligação por lintéis.

Em primeiro lugar, um exame geométrico da Fig. AP-2 permite exprimir as seguintes relações:

$$\alpha = \frac{\delta_I}{l_1}$$

$$\phi_1 = u' + \alpha \quad \dots (A1)$$

$$\phi_2 = a + \alpha$$

onde δ_I é o deslocamento axial relativo entre a parede e o pórtico, l_1 é o vão do lintel, u' a inclinação do conjunto, α , ϕ_1 e ϕ_2 rotações indicadas na Fig. AP-2.

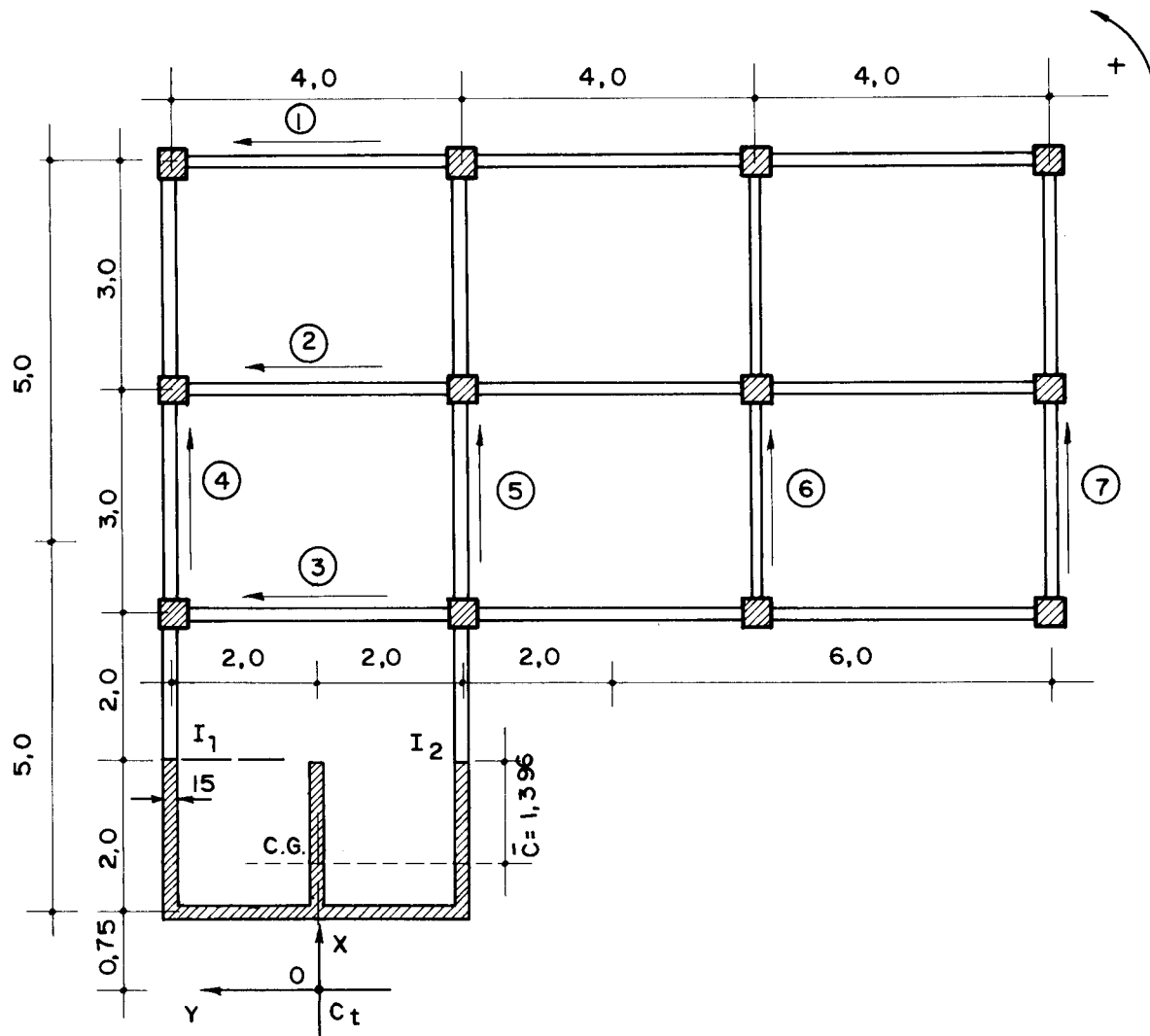


FIG. AP - I — Estrutura do edifício mostrada em planta
(todas as dimensões estão indicadas em metros)

Posto isso, os momentos fletores atuantes no nó A são dados por [10]:

$$M_{AI} = -4EK_2\phi_2 - 2EK_2\phi_1$$

$$M_{AE} = M_{AF} = 6EK_1(u' - a) \quad \dots (A2)$$

$$M_{AB} = -4EK_3a - 2EK_3b$$

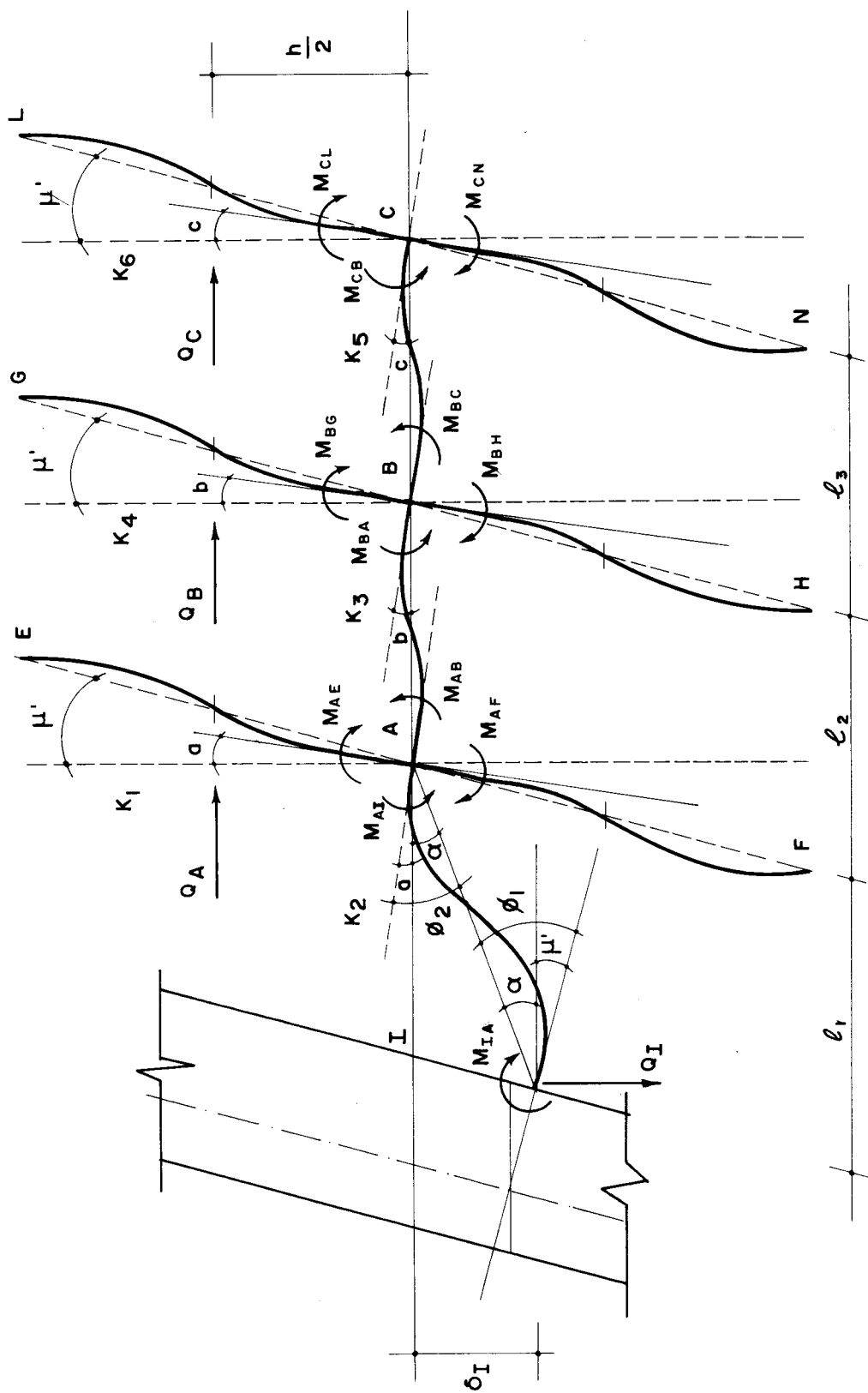


FIG. AP-2 — Configuração de um andar após a deformação

no nó B são:

$$M_{BA} = -4EK_3b - 2EK_3a$$

$$M_{BG} = M_{BH} = 6EK_4(u' - b) \quad \dots (A3)$$

$$M_{BC} = -4EK_5b - 2EK_5c$$

e, finalmente, no nó C tem-se

$$M_{CB} = -4EK_5c - 2EK_5b$$

$$M_{CL} = 6EK_6(u' - c) \quad \dots (A4)$$

O equilíbrio de momentos nos nós A, B e C implica em:

$$\{A\} = [M]^{-1} \{L\} \{D\} \quad \dots (A5)$$

onde, conforme notação indicada na Fig. AP-2:

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \quad \dots (A6)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 12K_1 + 4K_2 + 4K_3 & 2K_3 & 0 \\ 2K_3 & 4K_3 + 12K_4 + 4K_5 & 2K_5 \\ 0 & 2K_5 & 4K_5 + 12K_6 \end{bmatrix} \quad \dots (A7)$$

$$|L| = \begin{bmatrix} 12K_1 - 2K_2 & -6 \frac{K_2}{l_1} \\ 12K_4 & 0 \\ 12K_6 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (A8)$$

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} u' \\ \delta_I \end{Bmatrix} \quad \dots (A9)$$

Utilizando-se agora a notação

$$[M]^{-1}|L| = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix} \quad \dots (A10)$$

as forças cortantes nos pilares que ocorrem nos nós A, B e C podem ser expressas por:

$$\begin{Bmatrix} Q_A \\ Q_B \\ Q_C \end{Bmatrix} = \frac{2}{h} \begin{Bmatrix} M_{AE} \\ M_{BG} \\ M_{CL} \end{Bmatrix} = |V| \{D\} \quad \dots (A11)$$

onde

$$|V| = \begin{bmatrix} \frac{12EK_1}{h}(1-\alpha_1) & -\frac{12EK_1}{h} \alpha_2 \\ \frac{12EK_4}{h}(1-\beta_1) & -\frac{12EK_4}{h} \beta_2 \\ \frac{12EK_6}{h}(1-\gamma_1) & -\frac{12EK_6}{h} \gamma_2 \end{bmatrix} \quad \dots (A12)$$

Por outro lado, os esforços nas extremidades dos lintéis podem ser expressos por (Fig. AP-2):

$$\begin{Bmatrix} M_{IA} \\ M_{AI} \end{Bmatrix} = 2EK_2 \begin{bmatrix} (\alpha_1+2) & (\alpha_2 + \frac{3}{\ell_1}) \\ (2\alpha_1+1) & (2\alpha_2 + \frac{3}{\ell_1}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ \delta_I \end{Bmatrix} \quad \dots (A13)$$

$$Q_I = \frac{M_{IA} + M_{AI}}{\ell_1} \quad \dots (A14)$$

Posto isso, a posição do ponto de inflexão do lintel fica definido, por exemplo, em relação à parede, pela distância (Fig. AP-2):

$$d = \frac{M_{IA}}{M_{IA} + M_{AI}} \ell_1 \quad \dots (A15)$$

A interação entre o lintel e a parede, levada a efeito ao nível dos andares, é, em conformidade com as hipóteses da técnica do Meio Contínuo, simulada por meio de uma interação distribuída ao longo do andar. Assim, a condição de equilíbrio da parede, o momento fletor face a essa configuração de carregamento, passa a escrever-se (Fig. AP-3):

$$\frac{dM_P}{dz} = -Q_P + \frac{Q_I}{h}(d + \bar{c}) \quad \dots (A16)$$

ou seja, a presença do lintel introduz, por assim dizer, um esforço cortante adicional na parede.

Na Fig. AP-4 indicam-se outros dados geométricos de interesse. Convém notar que o diagrama de área setorial foi prolongado até o ponto de inflexão do lintel, de modo a permitir a consideração do efeito do bimomento introduzido pela ligação na parede de seção aberta [21].

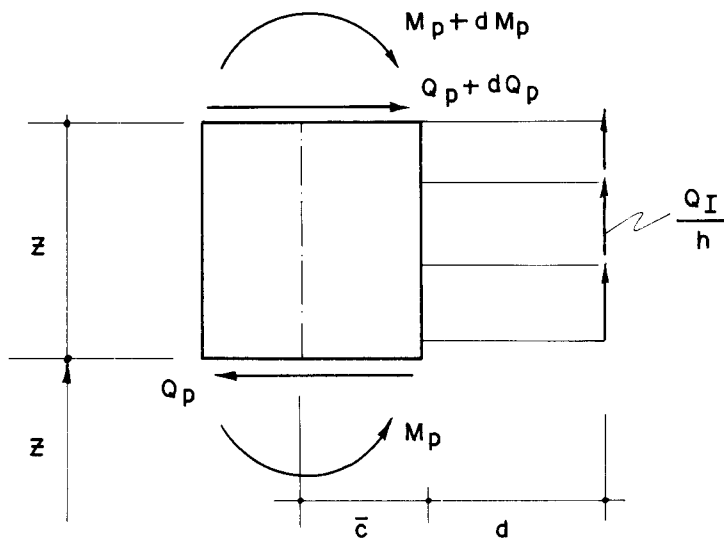


FIG. AP - 3 - Convenção de esforços positivos

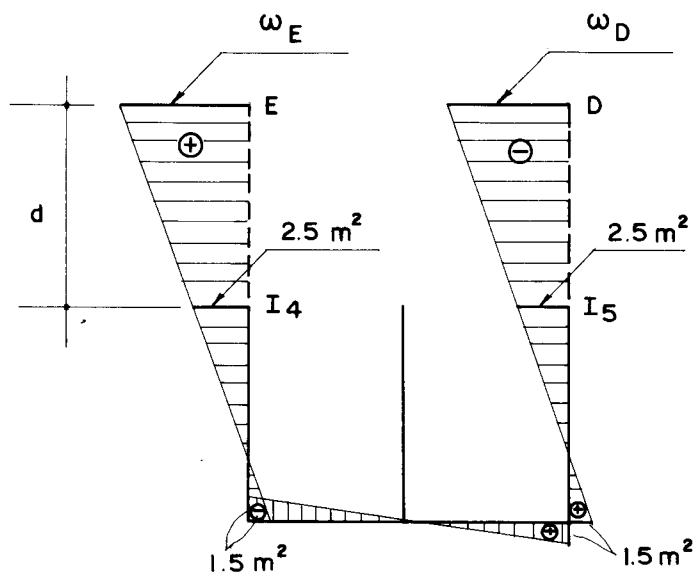


FIG. AP - 4 - Diagrama de área setorial

2. Obtenção da primeira coluna da matriz [S]

Impondo-se ao conjunto apenas movimento segundo OX, a configuração de deslocamentos nas ligações por lineares apresenta o aspecto mostrado na Fig. AP-5. Desta feita, tem-se de imediato a seguinte relação:

$$\delta_I = u' \bar{c} \quad \dots (A17)$$

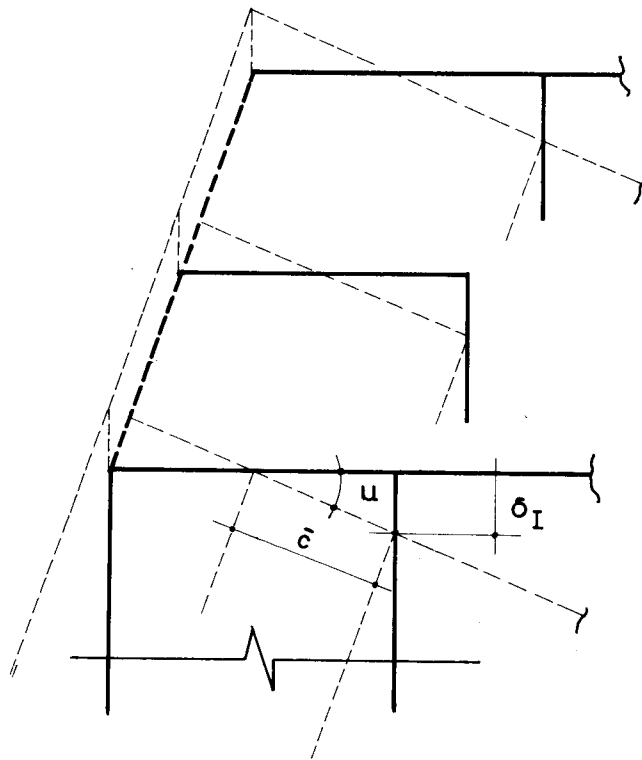


FIG.AP-5 - Flexão pura da parede na direde OX

Assim sendo, o primeiro termo da primeira coluna da matriz [S] passa a ser fornecido por (vide Fig. AP-1 e expressão A11) [23]:

$$S_{aa} = 2(Q_A + Q_B + Q_C) \frac{1}{u'} + 2 \left[\frac{Q_I}{h} (d + \bar{c}) \right] + s_{f_6} + s_{f_7} \quad \dots (A18)$$

onde s_{f_6} e s_{f_7} são obtidos pela expressão (II.2). Levando (A17) em (A18) e arrumando convenientemente os termos, tem-se:

$$S_{aa} = 2 \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix} |V| \begin{Bmatrix} 1 \\ \bar{c} \end{Bmatrix} + 2 \{ (\beta_4 \bar{c} + \beta_6) \quad (\beta_5 \bar{c} + \beta_7) \} \begin{Bmatrix} 1 \\ \bar{c} \end{Bmatrix} + s_{f_6} + s_{f_7} \quad \dots (A19)$$

onde

$$\begin{aligned} \beta_4 &= \frac{6EK_2}{\ell_1 h} (\alpha_1 + 1) \\ \beta_5 &= \frac{6EK_2}{\ell_1 h} (\alpha_2 + \frac{2}{\ell_1}) \\ \beta_6 &= \frac{2EK_2}{h} (\alpha_1 + 2) \\ \beta_7 &= \frac{2EK_2}{h} (\alpha_2 + \frac{3}{\ell_1}) \end{aligned} \quad \dots (A20)$$

O segundo elemento da primeira coluna, S_{ba} , é, obviamente, nulo devido à disposição ortogonal dos painéis em planta. O terceiro termo, por sua vez, é fornecido por:

$$S_{ca} = s_{f_6} \cdot c_6 + s_{f_7} \cdot c_7 \quad \dots (A21)$$

onde c_6 e c_7 são, respectivamente, as distâncias dos painéis (6) e (7) ao eixo OZ.

3. Obtenção da segunda coluna da matriz [S]

Impondo-se agora ao conjunto somente o movimento v (segundo OY), a configuração de deslocamento na ligação por

lntéis apresenta o aspecto mostrado na Fig. AP-6. Assim sendo, deduz-se de imediato a relação

$$\delta_I = v' \frac{L}{2} \quad \dots (A22)$$

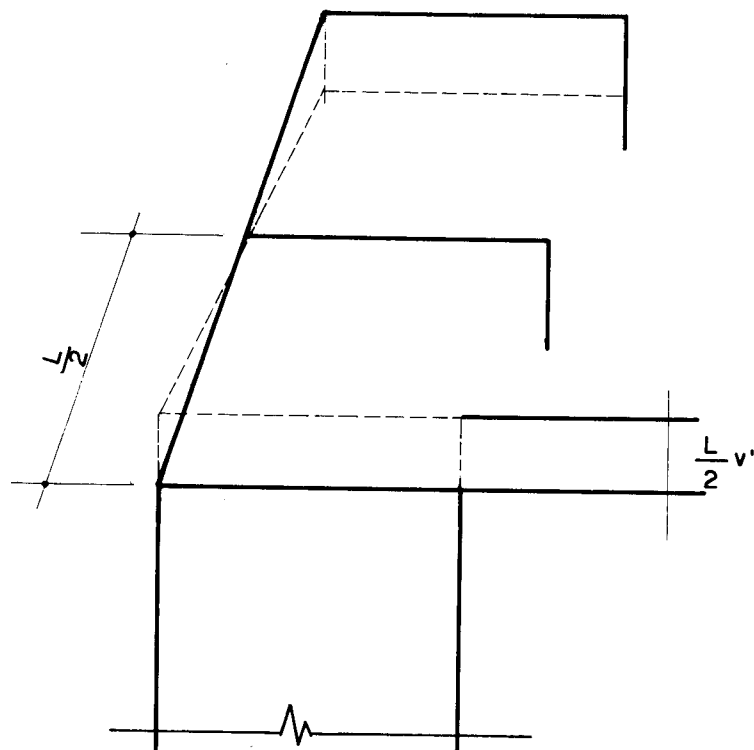


FIG. AP-6 — Flexão pura da parede na direção de OY

O primeiro termo da segunda coluna, por força da simetria da matriz $[S]$, é igual ao segundo da primeira, ou seja:

$$S_{ab} = S_{ba} \quad \dots (A23)$$

Por outro lado, o segundo elemento da segunda coluna é dado por (vide Fig. AP-1) [23]:

$$S_{bb} = s_{f_1} + s_{f_2} + s_{f_3} + 2 \left[\frac{0}{h} \left(\frac{L}{2} \right) \frac{1}{v'} \right] \quad \dots (A24)$$

ou, ainda, arrumado os termos e tendo em vista as expressões (A13) e (A14):

$$S_{bb} = s_{f_1} + s_{f_2} + s_{f_3} + \frac{L}{h} \psi_1 \quad \dots (A25)$$

onde

$$\psi_1 = \frac{2EK_2}{\ell_1} \left\{ (3\alpha_1+3) \quad (3\alpha_2 + \frac{6}{\ell_1}) \right\} \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \frac{L}{2} \end{matrix} \right\} \quad \dots (A26)$$

O terceiro elemento da segunda coluna é dado por [21]:

$$S_{cb} = s_{f_1} \cdot c_1 + s_{f_2} \cdot c_2 + s_{f_3} \cdot c_3 + 2 \{ 1 \quad 1 \quad 1 \} |V| \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \frac{L}{2} \end{matrix} \right\} - \frac{1}{h} (\psi_1 \omega_E - \psi_1 \omega_D) \quad \dots (A27)$$

ou seja, o movimento \underline{v} induz momento torçor ao conjunto por reação dos pórticos ①, ② e ③, dos pórticos que contêm os lintéis e pela variação do bimomento induzido pelo lintel na parede de seção aberta.

4. Obtenção da terceira coluna da matriz [S]

Os dois primeiros elementos da matriz [S], dada a simetria de tal matriz, são iguais aos terceiros elementos da primeira e segunda coluna. Por sua vez, o terceiro elemento da terceira coluna, é alcançado da maneira que segue.

Impondo-se apenas o movimento w ao conjunto, a configuração de deslocamento na ligação apresenta a forma mostrada na Fig. AP-7. Assim, tem-se:

$$u'_5 = c_5 w'$$

$$u'_4 = c_4 w' = -c_5 w'$$

$$\delta_{14} = \omega_E w'$$

$$\delta_{15} = \omega_D w'$$

... (A28)

onde δ_{14} e δ_{15} são os deslocamentos relativos verticais entre a parede de seção aberta e os pórticos (4) e (5), respectivamente.

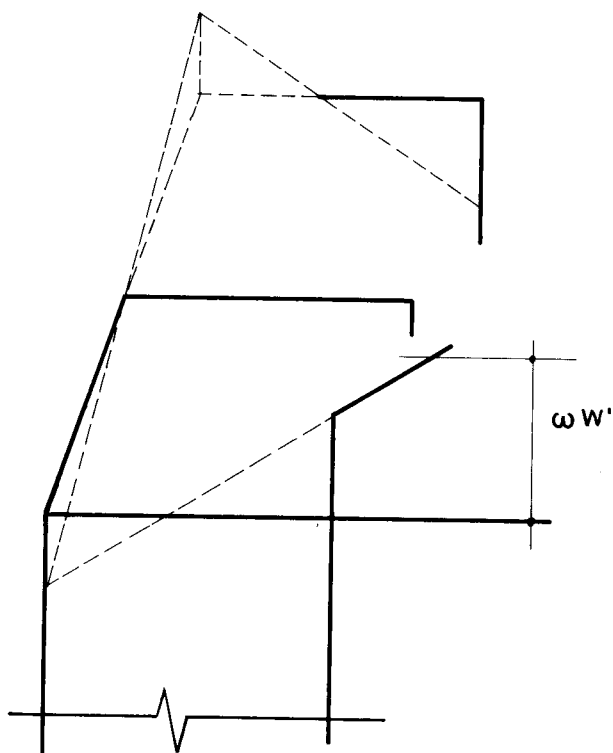


FIG.-AP-7- Torção na parede em torno de OZ

Desta feita, o terceiro elemento da terceira coluna da matriz $[S]$ pode ser expresso por:

$$S_{cc}^* = s_{f_1} \cdot c_1^{2+s_{f_2}} \cdot c_2^{2+s_{f_3}} \cdot c_3^{2+s_{f_6}} \cdot c_6^{2+s_{f_7}} \cdot c_7^{2+s_{f_4}^*} \cdot c_4^{2+s_{f_5}^*} \cdot c_5^2 + j_t^{s_{ft}} \quad \dots \text{ (A29)}$$

com

$$s_{f_4}^* = s_{f_5}^* = \frac{1}{c_5 w'} [Q_A + Q_B + Q_C] c_5 \quad \dots \text{ (A30)}$$

$$s_{ft} = \frac{Q_I}{h} [\omega_E - \omega_D] \frac{1}{w'}$$

ou, ainda, tendo em vista as expressões (A11), (A12), (A13) e (A14)

$$s_{f_4}^* = s_{f_5}^* = - \{ 1 \quad 1 \quad 1 \} |V| \left\{ \begin{array}{c} \omega_E \\ d \\ \omega_E \end{array} \right\} \quad \dots \text{ (A31)}$$

$$s_{ft} = - \frac{1}{h} (\psi_2 \omega_E - \psi_2 \omega_D)$$

sendo

$$\psi_2 = \frac{2EK_2}{l_1} \left\{ (3\alpha_1 + 3) \quad \left(3\alpha_2 + \frac{6}{l_1} \right) \right\} \left\{ \begin{array}{c} \omega_E \\ d \\ \omega_E \end{array} \right\} \quad \dots \text{ (A32)}$$

5. Valores numéricos

a) Relações gerais

$$J_{vig} = 8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{pil} = 2,133 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$K_1 = K_4 = K_6 = 0,711 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$K_2 = 0,40 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$K_3 = K_5 = 0,267 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$[M]^{-1} = \begin{bmatrix} 89,499 & -4,487 & 0,249 \\ -4,487 & 94,236 & -5,235 \\ 0,249 & -5,235 & 104,467 \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} 7,733 \times 10^{-3} & -1,20 \times 10^{-3} \\ 8,533 \times 10^{-3} & 0,0 \\ 8,533 \times 10^{-3} & 0,0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,656 & -0,107 \\ 0,725 & 0,538 \\ 0,848 & -0,299 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u' \\ \delta_I \end{Bmatrix}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} 2935,779 & 916,474 \\ 2348,626 & 45,951 \\ 1291,743 & 2,553 \end{bmatrix}$$

$$\beta_4 = 1987,156$$

$$\beta_5 = 1071,121$$

$$\beta_6 = 2124,770$$

$$\beta_7 = 1114,080$$

Os dados das paredes são:

$$j_x = 0,198 \times 10^7 \text{tf.m}^2$$

$$j_y = 0,960 \times 10^7 \text{tf.m}^2$$

$$j_t = 0,014625 \times 10^6 \text{tf.m}^2 \quad (\text{coef. de Poisson } \mu = 0,15)$$

$$j_{ft} = 0,42 \times 10^7 \text{tf.m}^4$$

b) Primeira coluna da matriz [S]

$$S_{aa} = 42716,970 \text{tf}$$

$$S_{ba} = 0$$

$$S_{ca} = 80352,140 \text{tf}$$

c) Segunda coluna da matriz [S]

$$S_{ab} = S_{ba} = 0$$

$$S_{bb} = 26120,317 \text{tf}$$

$$S_{cb} = 109000 \text{tf}$$

d) Terceira coluna da matriz [S]

$$S_{ca} = S_{ac}$$

$$S_{bc} = S_{cb}$$

$$S_{cc}^* = 1910000 \text{tf}$$

e) Matriz [S]

$$[S] = \begin{bmatrix} 42718,970 & 0,0 & 80352,140 \\ 0,0 & 26120,317 & 109000,000 \\ 80352,140 & 109000,000 & 1910000,000 \end{bmatrix}$$

.

ANEXO 1 - Programa para o cálculo automático de associação plana de pórtico e parede pelo método de STODOLA-VIANELLO.

Com base nas expressões do item 3.2, deduzidas da aplicação do método de STODOLA-VIANELLO na equação diferencial ordinária (II.8), escreveu-se um conjunto de programas em linguagem FORTRAN IV [19], para o computador PDP11/45, com 128 K palavra, com a restrição de um máximo de 32 K palavras por usuário em terminal.

Apresenta-se a seguir uma pequena descrição dos subprogramas, esquema de execução do cálculo de um painel associado, dados de entrada e listagem do programa. Os subprogramas que não constam em referência, foram desenvolvidos pelo autor.

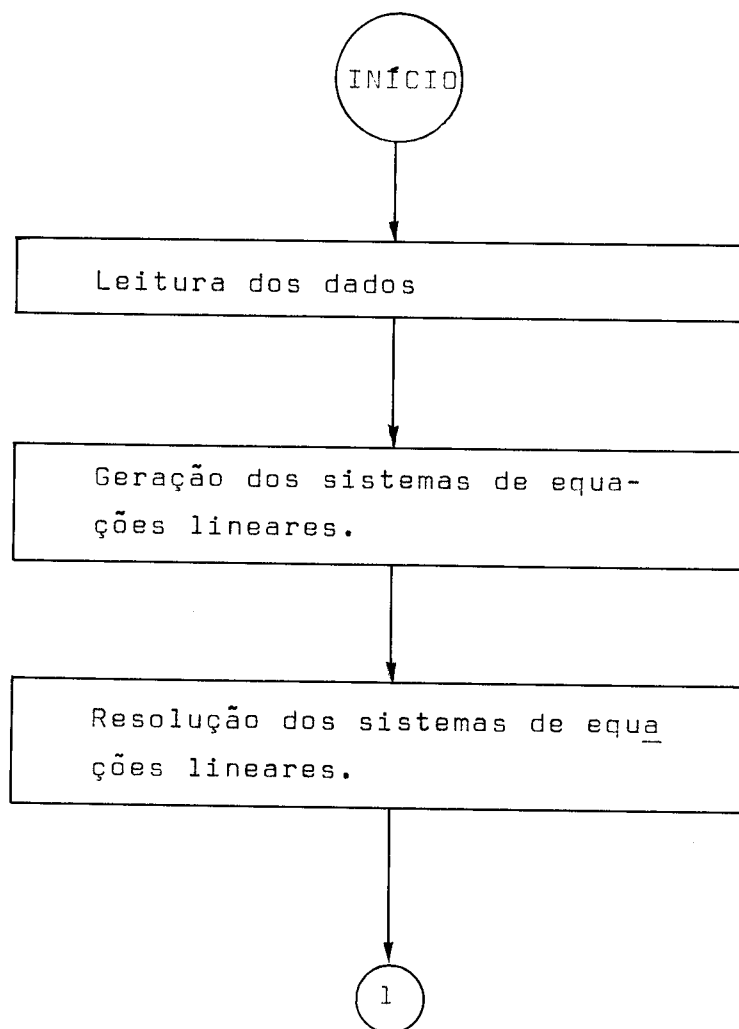
a) Descrição dos subprogramas

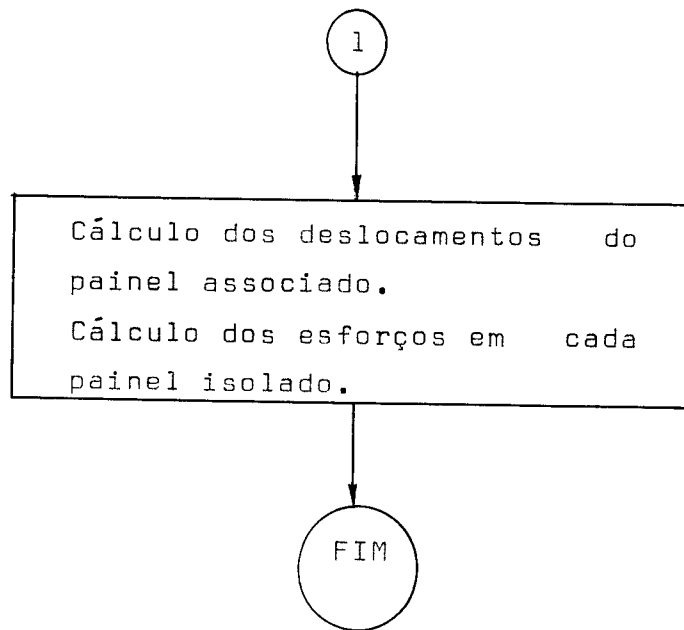
- subprograma DECOM[20] - decompõe a matriz do sistema linear, primeiro fazendo um escalonamento e após, faz a eliminação de GAUSS com pivotamento parcial.
- subprograma SOLVE[20] - resolve o sistema de equações a partir da matriz já decomposta, pelo método de GAUSS.
- subprograma IMPRUV[20] - refina o resultado da SOLVE.
- subprograma SING[20] - imprime algumas chamadas de controle.
- subprograma ENTRAD - monta a matriz dos coeficientes, correspondentes a primeira iteração.
- subprograma FAT - calcula o fatorial de um número.

- subprograma GEQUA - calcula os deslocamentos do painel.
- subprograma AMEXT - calcula os momentos externos aplicados pela carga uniforme.
- subprograma GERAC - gera os sistemas lineares, quando dada a quantidade de iterações.

b) Passos principais no cálculo de um painel associado

Os passos principais no cálculo dos deslocamentos e esforços deste painel associado por barras bi-articuladas são:





c) Descrição dos dados de entrada

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
a	Grau do polinômio; P_a râmetro de rigidez K ; Parâmetro de rigidez λ ; Altura do painel; Carga externa; Rigi- dez da parede; Rigi- dez do pórtico; Quan- tidade de contas onde serão calculados os deslocamentos e esfor- ços do painel	1	POLIN,K, ALAMB,H, CAR,AJW, SF,NZ	2I3,F8.2, F3.1,F4.2, F11.3,F6.1, I2

d) Descrição das saídas impressas do programa principal

d.1. Deslocamentos $u/k^4 j_p$ e $u/(q\ell^2/s_f)$.

- d.2. Momentos externos e momentos fletores de cada painel isolado.
 - d.3. Forças cortantes externas e em cada painel isolado.
 - d.4. Quinhões de carga em cada painel isolado.
 - d.5. Forças concentradas no topo de cada painel isolado.
- e) Listagem do programa

```

C
C      ... SUBPROGRAMA DECOM
C
C      ESSE SUBPROGRAMA EXECUTA O ESCALONAMENTO DA MATRIZ DOS
C      COEFICIENTES E EM SEGUIDA FAZ A ELIMINACAO DE GAUSS
C      COM PIVOTAMENTO PARCIAL
C
C      SUBROUTINE DECOM(NN,A,UL,IPS)
C      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C      DIMENSION A(20,20),UL(20,20),SCALES(20),IPS(20)
C      DATA EPS/.1E-10/
C
C      N=NN
C
C      DEFINICAO DE IPS, UL E SCALES
C      DO 5 I=1,N
C      IPS(I)=I
C      ROWNRM=0.
C      DO 2 J=1,N
C      UL(I,J)=A(I,J)
C      IF(ROWNRM - ABS(UL(I,J)))1,2,2
C 1 ROWNRM=ABS(UL(I,J))
C 2 CONTINUE
C      IF(ROWNRM)3,4,3
C 3 SCALES(I)=1.0/ROWNRM
C      GO TO 5
C 4 CALL SING(1)
C      SCALES(I)=0.
C 5 CONTINUE
C
C      ELIMINACAO DE GAUSS COM PIVOTAMENTO PARCIAL
C
C      NM1=N-1
C      DO 17 K=1,NM1
C      BIG=0.
C      DO 11 I=K,N
C      IP=IPS(I)
C      SIZE=ABS(UL(IP,K))*SCALES(IP)
C      IF(SIZE-BIG)11,11,10
C 10 BIG=SIZE
C      IDXPIV=I
C 11 CONTINUE
C      IF(BIG-EPS)12,12,13
C 12 CALL SING(2)
C      GO TO 17
C 13 IF(IDXPIV-K)14,15,14
C 14 J=IPS(K)
C      IPS(K)=IPS(IDXPIV)
C      IPS(IDXPIV)=J
C 15 KP=IPS(K)
C      PIVOT=UL(KP,K)
C      KP1=K+1
C      DO 16 I=KP1,N
C      IP=IPS(I)
C      EM=-UL(IP,K)/PIVOT
C      UL(IP,K)=-EM
C      DO 16 J=KP1,N
C      UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
C 16 CONTINUE
C 17 CONTINUE

```

```

      KP=IPS(N)
      IF(UL(KP,N))19,18,19
18 CALL SING(2)
19 RETURN
      END

```

C
C
C
C
C
C
C

```

      ... SUBPROGRAMA SOLVE

```

```

      ESSE SUBPROGRAMA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
      PELO METODO DE GAUSS

```

```

SUBROUTINE SOLVE(NN,UL,B,X,IPS)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION UL(20,20),B(20),X(20),IPS(20)

```

```

      N=NN
      NP1=N+1

```

C

```

      IP=IPS(1)
      X(1)=B(IP)
      DO 2 I=2,N
      IP=IPS(I)
      IM1=I-1
      SUM=0.
      DO 1 J=1,IM1
1 SUM=UL(IP,J)*X(J)+SUM
2 X(I)=B(IP)-SUM
      IP=IPS(N)
      X(N)=X(N)/UL(IP,N)
      DO 4 IBACK=2,N
      I=NP1-IBACK
      IP=IPS(I)
      IP1=I+1
      SUM=0.
      DO 3 J=IP1,N
3 SUM=UL(IP,J)*X(J)+SUM
4 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
      RETURN
      END

```

C
C
C
C
C
C
C

```

      ... SUBPROGRAMA IMPRUV

```

```

      ESSE SUBPROGRAMA FAZ O REFINAMENTO DA SOLUCAO DO
      SISTEMA DE EQUACOES LINEARES

```

```

SUBROUTINE IMPRUV(NN,A,UL,B,X,DIGITS)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(20,20),UL(20,20),B(20),X(20),R(20),DX(20),
*IPS(20)
DATA EPS,ITMAX/.1E-10,16/

```

```

      N=NN

```

C

```

      EPS E ITMAX DEPENDEM DO TIPO DE MAQUINA

```

```

      XNORM=0.0
      DO 1 I=1,N
1 XNORM=DMAX1(XNORM,DABS(X(I)))
      IF(XNORM)3,2,3
2 DIGITS=-DLOG10(EPS)
      GO TO 10
3 DO 9 ITER=1,ITMAX
      DO 5 I=1,N
      SUM=0.
      DO 4 J=1,N

```

```

4 SUM=A(I,J)*X(J)+SUM
  SUM=B(I)-SUM
5 R(I)=SUM
C     E PRECISO QUE A(I,J)*X(J) TENHA PRECISAO EXTENDIDA

  CALL SOLVE(N,UL,R,DX,IPS)
  DXNORM=0.
  DO 6 I=1,N
  T=X(I)
  X(I)=X(I)+DX(I)
  DXNORM=DMAX1(DXNORM,DABS(X(I)-T))
6 CONTINUE
  IF(ITER-1)8,7,8
7 DIGITS=-DLOG10(DMAX1(DXNORM/XNORM,EPS))
8 IF(DXNORM-EPS*XNORM)10,10,9
9 CONTINUE
C     CASO A ITERACAO NAO CONVIRGA

  CALL SING(3)
10 RETURN
  END

C
C     ... SUBPROGRAMA SING
C
C     ESSE SUBPROGRAMA ESCRIVE OS COMANDOS QUE LHES ESTAO
C     ESPECIFICADOS
C
C
C     SUBROUTINE SING(IWHY)

11 FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
12 FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR, DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
13 FORMAT(14X,'NAO HA CONVERGENCIA EM IMPRUV. MATRIZ E QUASE SING.')
  GO TO (1,2,3),IWHY
  1 WRITE(5,11)
  RETURN
  2 WRITE(5,12)
  RETURN
  3 WRITE(5,13)
  RETURN
  END

C
C     ... SUBPROGRAMA ENTRAD
C
C     ESSE SUBPROGRAMA CALCULA O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
C     DA PRIMEIRA ITERACAO
C
C
C     SUBROUTINE ENTRAD

  DOUBLE PRECISION A
  DIMENSION A(20,20),R(20),KA(20),LA(20),MA(20),NA(20)
  COMMON A,R,Q1,Q2,ALAMB,I,KA,LA,MA,NA

C     MATRIZ CORRESPONDENTE A PRIMEIRA ITERACAO: I=1

  A(1,1)=2./6.
  A(1,2)=1.
  A(1,3)=0.
  A(2,1)=ALAMB
  A(2,2)=ALAMB
  A(2,3)=1.
  A(3,1)=ALAMB/60.,-1./3.
  A(3,2)=ALAMB/120.,-1./4.
  A(3,3)=1./6.

```

```

        WRITE(5,10)((A(I,J),J=1,3),I=1,3)
10  FORMAT(1X,3E14.7)
        RETURN
        END

```

C
C
C
C
C
C
C

```

        ... SUBPROGRAMA FUNCTION

```

```

        ESSE SUBPROGRAMA CALCULA O FATORIAL DE UM NUMERO

```

```

        FUNCTION FAT(M)
        DOUBLE PRECISION FAT,A,F

```

```

        F=1
        IF(M-1)10,10,20
20  DO 30 I=2,M
30  F=F*FLOAT(I)
10  FAT=F

```

```

        RETURN
        END

```

C
C
C
C
C
C
C

```

        ... SUBPROGRAMA GEQUA

```

```

        ESSE SUBPROGRAMA CALCULA DOS DESLOCAMENTOS DO PAINEL

```

```

        SUBROUTINE GEQUA (X,U,U1,NZ)
        IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
        DIMENSION A(20,20),R(20),X(20),U(20),U1(20),C(20),W(20),Y(20),
        *E(20),KA(20),LA(20),MA(20),NA(20)
        COMMON A,R,Q1,Q2,ALAMB,I,KA,LA,MA,NA

```

```

        DO 400 L=1,NZ

```

```

        Z=FLOAT(L-1)*.1

```

```

        FA=Z**3/6.
        FD=0.
        IF(I.EQ.2) GO TO 15
        DO 10 J=3,I
        MY=MA(J-2)
        FB=FAT(MY)
        FC=ALAMB**(J-2)*Z**MY/FB
        FD=FD+FC

```

```

10  CONTINUE
15  C(1)=FD+FA

```

```

        FE=Z**4/24.
        FH=0.
        IF(I.EQ.2)GO TO 25
        DO 20 J=3,I
        MB=NA(J-2)
        FF=FAT(MB)
        FG=ALAMB**(J-2)*Z**MB/FF
20  FH=FH+FG
25  C(2)=FH+FE

```

```

        W(L)=C(1)*Q1+C(2)*Q2

```

```

        MC=KA(I)
        MD=LA(I)
        FJ=FAT(MC)*.5

```

```
FK=FAT(MD)*.16666667
Y(1)=ALAMB**(I-1)*Z**MC/FJ
Y(2)=ALAMB**(I-1)*Z**MD/FK
```

```
IF(I,EQ,2) GO TO 40
DO 30 J=3,I
ME=KA(I+2-J)
FL=FAT(ME)
FM=ALAMB**(I+1-J)*Z**ME/FL
Y(J)=FM
30 CONTINUE
```

```
40 Y(I+1)=Z**2*.5
```

```
E(L)=0.
DO 50 J=1,I+1
E(L)=E(L)+Y(J)*X(J)
50 CONTINUE
```

```
U(L)=(E(L)-W(L))*ALAMB*ALAMB
U1(L)=(E(L)-W(L))*ALAMB
```

```
400 CONTINUE
RETURN
END
```

```
C
C
C
C
C
C
C
C
C
```

```
... SUBPROGRAMA FUNCTION
```

```
ESSE SUBPROGRAMA CALCULA O MOMENTO EXTERNO PARA
CARREGAMENTO UNIFORME
```

```
FUNCTION AMEXT(Z,H,CAR)
DOUBLE PRECISION GA,GB,AMEXT
```

```
GA=1.-Z
GB=GA*GA
AMEXT=CAR*H*H*GB*.5
RETURN
END
```

```
C
C
C
C
C
C
C
C
C
```

```
... SUBPROGRAMA GERAC
```

```
ESSE SUBPROGRAMA GERA O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
```

```
SUBROUTINE GERAC
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(20,20),B(20),D(20),R(20),KA(20),LA(20),MA(20),NA(20)
COMMON A,R,Q1,Q2,ALAMB,I,KA,LA,MA,NA
DATA ZA,ZB,ZC/0.,.5/
```

```
DO 10 J=1,I
10 A(J,I+2)=0.
```

```
IA=KA(I)
FB=FAT(IA)*.5
A(I+1,1)=ALAMB**I/FB
```

```
IB=LA(I)
FD=FAT(IB)*.16666667
```

```

A(I+1,2)=ALAMB**I/FD

DO 20 J=3,I+1
L=I+2-J
IC=KA(L)
FF=FAT(IC)
20 A(I+1,J)=ALAMB**(L)/FF

A(I+1,I+2)=1.

ID=MA(I)
FH=FAT(ID)*.5
IE=MA(I-1)
FJ=FAT(IE)*.5
A(I+2,1)=ALAMB**I/FH-ALAMB**(I-1)/FJ

IF=NA(I)
FL=FAT(IF)*.16666667
IG=NA(I-1)
FN=FAT(IG)*.16666667
A(I+2,2)=ALAMB**I/FL-ALAMB**(I-1)/FN

IF(I,EQ,2) GO TO 40
DO 30 J=3,I
L2=I+1-J
L3=I+2-J
IH=MA(L3)
FP=FAT(IH)
II=MA(L2)
FR=FAT(II)
30 A(I+2,J)=ALAMB**(L3)/FP-ALAMB**(L2)/FR

40 A(I+2,I+1)=ALAMB/120.-.16666667

A(I+2,I+2)=.16666667

IJ=LA(I-1)
FI=FAT(IJ)
B(1)=ZA
B(2)=ZB
D(1)=ZA
D(2)=ZC
B(I+1)=B(I)+ALAMB**(I-1)/FI

IK=NA(I-1)
FV=FAT(IK)
B(I+2)=ALAMB**(I-1)/FV

IL=KA(I)
FZ=FAT(IL)
D(I+1)=D(I)+ALAMB**(I-1)/FZ

IM=MA(I)
GB=FAT(IM)
D(I+2)=ALAMB**(I-1)/GB

DO 50 J=1,I+2
R(J)=B(J)*Q1+D(J)*Q2
50 CONTINUE

L1=I+2
RETURN
END

```

C
C
C

*** ESSE PROGRAMA RESOLVE UMA EQUACAO DIFERENCIAL DE


```

C      *** TERCEIRA ORDEM, DE COEFICIENTES CONSTANTES, COM
C      *** CONDICÕES DE CONTORNO, DA ASSOCIAÇÃO PLANA DE
C      *** PORTICO E PAREDE, USANDO O METODO DE STODOLA-
C      *** VIANELLO; CALCULA OS DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS
C      *** DO PAINEL
C
C      ... PROGRAMA PRINCIPAL
C
C

```

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      REAL MW,MF,MF1,MW1
      DIMENSION A(20,20),R(20),Q(2),X(20),U(20),U1(20),SG(20),SJ(20),
      *SK(20),V(20),R1(20),U2(20),SA(20),MW(20),SI(20),QW(20),QF(20),
      *QWD(20),QFD(20),AE(20),BE(20),C(20),W(20),C1(20),CE(20),DE(20),
      *C2(20),W1(20),FE(20),GE(20),C3(20),W2(20),HE(20),PE(20),C4(20),
      *W3(20),UL(20,20),IPS(20),KA(20),LA(20),MA(20),NA(20)
      COMMON A,R,Q1,Q2,ALAMB,I
      DATA Q1,Q2,KA(1),LA(1),MA(1),NA(1)/1.,-1.,2,3,5,6/

      CALL ASSIGN(2,'CR:')
      OPEN(UNIT=5,NAME='LP:')

      READ(2,10)ITER,K,ALAMB,H,CAR,AJW,SF,NZ
10  FORMAT(2I3,F8.2,F3.1,F4.2,F11.3,F6.1,I2)

      CALL ENTRAD

```

```

C      GERACAO E RESOLUCAO DOS SISTEMAS DE EQUACOES LINEARES

```

```

      DO 100 I=2,ITER
      IAUX=I+I
      KA(I)=IAUX
      LA(I)=IAUX+1
      MA(I)=IAUX+3
      NA(I)=IAUX+4
      CALL GERAC
      N=I+2
      CALL DECOM(N,A,UL,IPS)
      CALL SOLVE(N,UL,R,X,IPS)
      CALL GEQUA(X,U,U1)
100  CONTINUE

      I=I-1
      WRITE(5,500)
500  FORMAT(11X,'MATRIZ DOS COEFICIENTES',5X,'GRAU DO POLINOMIO',11X,
      *'K',10X,'ALTURA DA ESTRUTURA')
      WRITE(5,550)I+2,I+2,I,K,H
550  FORMAT(18X,'A(',I2,',',I2,')',18X,'I=',I2,18X,I2,13X,'H=',F4.1,
      *1X,'METROS',//)

      WRITE(5,560)
560  FORMAT(3X,'COORDENADA',4X,'MOMENTO',5X,'MOMENTO',5X,'MOMENTO',5X,
      *'MOMENTO',5X,'MOMENTO',8X,'DESLOCAMENTO DO PAINEL')
      WRITE(5,570)
570  FORMAT(17X,'EXTERNO',5X,'FLETOR',6X,'FLETOR',6X,'FLETOR',6X,
      *'FLETOR',/,29X,'PAREDE',6X,'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO')
      WRITE(5,580)
580  FORMAT(/,7X,'Z',11X,'ME',10X,'MW',10X,'MF1',9X,'MW1',9X,'MF',15X,
      *'U',14X,'U1',/,113(' '),/)

      I=I+1

```

C

```

C      ... CALCULO DOS ESFORÇOS
C
CARH=CAR*H
CARHH=CARH*H
HHSF=H*H*SF/AJW
CARHHH=CAR*H*H*H/(ALAMB*ALAMB*AJW)
DO 587 L=1,NZ
Z=FLOAT(L-1)*.1

```

```

C      MOMENTO EXTERNO --- AME
AME=AMEXT(Z,H,CAR)/CARHH

```

```

C      MOMENTO FLETOR NA PAREDE --- MM
IAUX=I+I
NA1=IAUX
NB=IAUX-1
NC=IAUX-2
E1=FAT(NA1)*.5
AE(1)=ALAMB**(I-1)*NA1*NB*Z**NC/E1
NAUX=2*I
ND=NAUX+1
NE=NAUX
NF=NAUX-1
E2=FAT(ND)*.10666667
AE(2)=ALAMB**(I-1)*ND*NE*Z**NF/E2
DO 581 J=1,I-2
NG=I-J-1
IAUX=I+I
JAUX=J+J
NH=IAUX-JAUX
NI=IAUX-(JAUX+1)
NK=IAUX-(JAUX+2)
E3=FAT(NH)
AE(J+2)=ALAMB**NG*NH*NI*Z**NK/E3

```

```

581 CONTINUE
AE(I+1)=1.
BE(L)=0.
DO 582 J=1,I+1
BE(L)=BE(L)+AE(J)*X(J)

```

```

582 CONTINUE
FA=Z
FB=0.5*Z*Z
QA=0.
QB=0.
DO 583 J=1,I-2
NL=I-J-1
IAUX=I+I
JAUX=J+J
NM=IAUX-(JAUX-1)
NN=IAUX-JAUX
NO=IAUX-(JAUX-2)
NP=IAUX-(JAUX-1)
NQ=IAUX-(JAUX+1)
NR=IAUX-JAUX
QC=FAT(NM)
QD=FAT(NO)
BAUX=ALAMB**NL
QE=BAUX*NM*NN*Z**NQ/QC
QG=BAUX*NO*NP*Z**NR/QD
QA=QA+QE
QB=QB+QG

```

```

583 CONTINUE
C1(1)=QA+FA
C1(2)=QB+FB
W(L)=C1(1)*Q1+C1(2)*Q2
MW(L)=(BE(L)-W(L))

```

```

C      QUINHÃO DE CARGA NO PORTICO --- QFD
      QFD(L)=-((BE(L)-W(L))*H*H*SF/AJW

C      MOMENTO FLETOR NO PORTICO (POR DIFERENÇA) --- MF1
      MF1=AME-MW(L)

C      MOMENTO FLETOR NO PORTICO --- MF
      U2(L)=(U(11)-U(L))*CARHHH
      MF=SF*U2(L)/CARHH

C      MOMENTO FLETOR NA PAREDE (POR DIFERENÇA) --- MW1
      MW1=AME-MF

      WRITE(5,585)Z,AME,MW(L),MF1,MW1,MF,U(L),U1(L)
585  FORMAT(6X,F3.1,7X,F8.5,4X,F8.5,4X,F8.5,4X,F8.5,4X,
      *2(2X,E14.7))
587  CONTINUE

      WRITE(5,590)
590  FORMAT(/,113('-'),/,5X,'FATOR',9X,'PH2',9X,'PH2',9X,'PH2',9X,
      *'PH2',9X,'PH2',11X,'PH4/K4JW',6X,'U/(PH2/SF)',/,113('-'),/)

      WRITE(5,600)
600  FORMAT(3X,'COORDENADA',3X,'CORTANTE',4X,'ESFORÇO',5X,'ESFORÇO',
      *5X,'ESFORÇO',5X,'ESFORÇO',6X,'QUINHÃO',5X,'QUINHÃO',5X,'QUINHÃO',
      *5X,'QUINHÃO')
      WRITE(5,650)
650  FORMAT(16X,'EXTERNO',5X,'CORTANTE',4X,'CORTANTE',4X,'CORTANTE',
      *4X,'CORTANTE',5X,'CARGA',7X,'CARGA',7X,'CARGA',7X,'CARGA',/,28X,
      *'PAREDE',6X,'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO',6X,'PAREDE',6X,
      *'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO')

      WRITE(5,700)
700  FORMAT(/,7X,'Z',11X,'QE',10X,'QW',9X,'QF1',9X,'QW1',10X,'QF',10X,
      *'QWD',9X,'QFD1',8X,'QWD1',8X,'QFD',/,125('-'),/)

      DO 800 L=1,NZ
      Z=FLOAT(L-1)*.1

C      ESFORÇOS CORTANTES EXTERNOS --- QE
      QE=CAR*H*(1.-Z)

C      ESFORÇOS CORTANTES NA PAREDE --- QW
      IAUX=I+I
      MA1=IAUX
      MB=IAUX-1
      MC=IAUX-2
      MD=IAUX-3
      F1=FAT(MA1)*.5
      CE(1)=ALAMB**((I-1)*MA1*MB*MC*Z**MD)/F1
      NAUX=I+I
      ME=NAUX+1
      MF=NAUX
      MG=NAUX-1
      MH=NAUX-2
      F2=FAT(ME)*.16666667
      CE(2)=ALAMB**((I-1)*ME*MF*MG*Z**MH)/F2
      DO 705 J=1,I-2
      MI=I-J-1
      MAUX=I+I
      JAUX=J+J
      MJ=MAUX-JAUX
      MK=MAUX-(JAUX+1)

```

```

      ML=MAUX-(JAUX+2)
      F3=FAT(MJ)
      MM=MAUX-(JAUX+3)
      CE(J+2)=ALAMB**MI*MJ*MK*ML*Z**MM/F3
705 CONTINUE
      CE(I+1)=0.
      DE(L)=0.
      DO 706 J=1,I+1
706 DE(L)=DE(L)+CE(J)*X(J)
      PA=1.
      PB=Z
      PC=0.
      PD=0.
      DO 707 J=1,I-2
      MN=I-J-1
      IAUX=I+I
      JAUX=J+J
      MO=IAUX-(JAUX-1)
      MP=IAUX-JAUX
      MQ=IAUX-(JAUX+1)
      MR=IAUX-(JAUX-2)
      MS=IAUX-(JAUX-1)
      MT=IAUX-JAUX
      MU=IAUX-(JAUX+2)
      MV=IAUX-(JAUX+1)
      PE1=FAT(MO)
      PF=FAT(MR)
      PG=ALAMB**MN*MO*MP*MQ*Z**MU/PE1
      PH=ALAMB**MN*MR*MS*MT*Z**MV/PF
      PC=PC+PG
      PD=PD+PH
707 CONTINUE
      C2(1)=PC+PA
      C2(2)=PD+PB
      W1(L)=C2(1)*Q1+C2(2)*Q2
      QW(L)=- (DE(L)-W1(L))

```

C ESFORCOS CORTANTES NO PORTICO (POR DIFERENCA) --- QF1
 QF1=QE-QW(L)

C ESFORCOS CORTANTES NO PORTICO --- QF

```

      JA=2*I
      JB=JA-1
      H1=FAT(JA)*.5
      FE(1)=ALAMB**(I-1)*JA*Z**JB/H1
      JC=2*I+1
      JD=JC-1
      H2=FAT(JC)*.16666667
      FE(2)=ALAMB**(I-1)*JC*Z**JD/H2
      DO 710 J=1,I-2
      JE=I-J-1
      JF=2*I-2*J
      JG=2*I-(2*J+1)
      H3=FAT(JF)
      FE(J+2)=ALAMB**JE*JF*Z**JG/H3
710 CONTINUE
      FE(I+1)=Z
      GE(L)=0.
      DO 715 J=1,I+1
715 GE(L)=GE(L)+FE(J)*X(J)
      GA=0.5*Z*Z
      GB=Z*Z*Z*.16666667
      RA=0.
      RB=0.

```

```

DO 720 J=1,I-2
JH=I-J-1
IAUX=I+I
JAUX=J+J
JI=IAUX-(JAUX-1)
JJ=IAUX-(JAUX-2)
JK=IAUX-JAUX
JL=IAUX-(JAUX-1)
RC=FAT(JI)
RD=FAT(JJ)
RE=ALAMB**JH*JI*Z**JK/RC
RF=ALAMB**JH*JJ*Z**JL/RD
RA=RA+RE
RB=RB+RF
720 CONTINUE
C3(1)=RA+GA
C3(2)=RB+GB
W2(L)=C3(1)*Q1+C3(2)*Q2
QF(L)=(GE(L)-W2(L))*HHSF

```

C ESFORÇOS CORTANTES NA PAREDE (POR DIFERENÇA) --- QW1
QW1=QE-QF(L)

C QUINHÃO DE CARGA NA PAREDE --- QWD

```

KA1=2*I
KB=KA1-1
KC=KA1-2
KD=KA1-3
KE=KA1-4
G1=FAT(KA1)*.5
HE(1)=ALAMB**(I-1)*KA1*KB*KC*KD*Z**KE/G1
KF=2*I+1
KG=KF-1
KH=KF-2
KI=KF-3
KJ=KF-4
G2=FAT(KF)*.16666667
HE(2)=ALAMB**(I-1)*KF*KG*KH*KI*Z**KJ/G2
IF(I,EQ,3)GO TO 726
DO 725 J=1,I-3
KK=I-J-1
IAUX=I+I
JAUX=J+J
KL=IAUX-JAUX
KM=IAUX-(JAUX+1)
KN=IAUX-(JAUX+2)
KO=IAUX-(JAUX+3)
KP=IAUX-(JAUX+4)
G3=FAT(KL)
HE(J+2)=ALAMB**KK*KL*KM*KN*KO*Z**KP/G3
725 CONTINUE
726 HE(I)=ALAMB
HE(I+1)=0.
PE(L)=0.
DO 730 J=1,I+1
730 PE(L)=PE(L)+HE(J)*X(J)
RA=0.
RB=1.
RC=0.
RD=0.
DO 740 J=1,I-2
MQ=I-J-1
IAUX=I+I
JAUX=J+J

```

ANEXO 2 - Programa para o cálculo automático de associação plana de pórtico e parede, de rigidez constante ou variável, pela variante do método de STODOLA-VIANELLO.

Da mesma maneira como foi esclarecido no ANEXO 1, serão evidenciados os passos para automatização das expressões dos itens 3.2 e 3.3 desenvolvidas pela variante do método de STODOLA-VIANELLO, na resolução da equação diferencial (II.8) de um painel associado, de rigidez constante ou variável do pórtico.

a) Descrição dos subprogramas

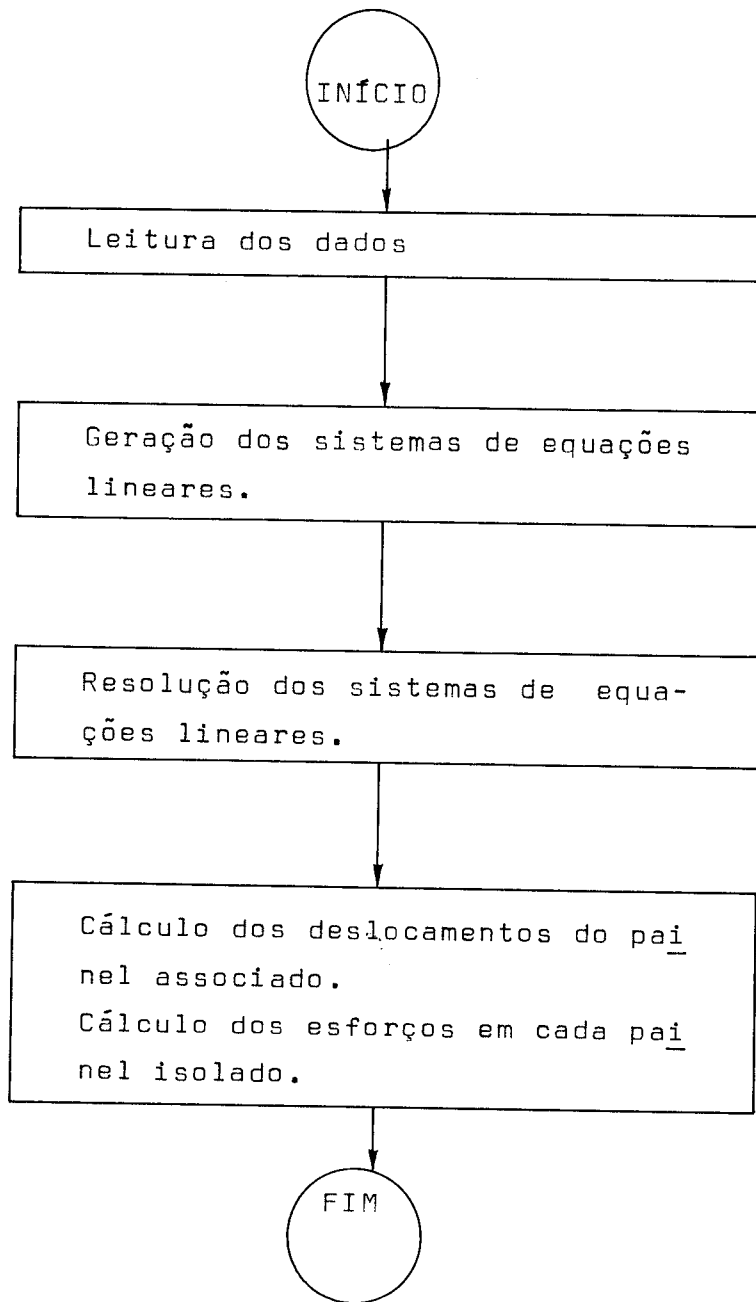
subprograma GERAC - gera o sistema de equações lineares.

subprograma PIVO - resolve o sistema de equações pelo método de GAUSS com pivotamento parcial.

subprograma GEQUA - calcula os deslocamentos do painel isolado.

subprograma AMEXT - calcula o momento externo aplicado pela carga uniforme.

b) Passos principais no cálculo de um painel associado



c) Descrição dos dados de entrada

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
a	Grau do polinômio; parâmetro de rigidez K; parâmetro de rigidez λ ; altura do painel; carga externa; rigidez da parede; rigidez do pórtico; Quantidade de cotas onde serão calculados os deslocamentos e esforços do painel; valores de a e b da parábola de variação de rigidez do pórtico.	1	POLIN,K, ALAMB,H, CAR,AJW, SF,NZ, AZ,BZ	2I3,F8.2, F3.1,F4.2, F11.3,F6.1, I2,2F9.7

d) Descrição das saídas impressas do programa principal

- d.1. Deslocamentos $u/k^4 j_p$ e $u/(q\ell^2/s_f)$.
- d.2. Momentos externos e momentos fletores de cada painel isolado.
- d.3. Forças cortantes externas e em cada painel isolado.
- d.4. Quinhões de carga em cada painel isolado.
- d.5. Forças concentradas no topo de cada painel isolado.

e) Listagem do programa


```

C
C      ... SUBPROGRAMA GERAC
C
C      ESSE SUBPROGRAMA GERA O SISTEMA DE EQUACOES
C      LINEARES
C
C      SUBROUTINE GERAC(H,AZ,BZ)
C
C      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C      DIMENSION A(20,21),C(20),D(20)
C      COMMON Q1,Q2,ALAMB,A,N
C      DATA ZA,ZB,ZC,ZD/0.,.125,0.,.0175/
C
C      GERACAO DA PRIMEIRA E SEGUNDA LINHA DA MATRIZ  A

      AH1=AZ*H
      BH2=BZ*H*H
      DO 40 J=1,N-1
      A(1,J)=FLOAT(J*(J+1))
      AL=.16666667
      S=0.
      BAUX=FLOAT(J+1)
      CAUX=FLOAT(J+2)
      DAUX=FLOAT(J+3)
      EAUX=FLOAT(J+4)
      FAUX=FLOAT(J+5)
      AT=CAUX*DAUX*EAUX
      AS=DAUX*EAUX*FAUX*(J+6)
      S=AL-(1./AT)
      AU=AL*BAUX/CAUX
      AV=BAUX/(AT*FAUX)
      S=S+AH1*(AU-AV)
      AW=AL*BAUX/DAUX
      AX=BAUX/AS
      S=S+BH2*(AW-AX)
40  A(2,J)=ALAMB*S+(1./CAUX)
C      GERACAO DA TERCEIRA LINHA EM DIANTE DA MATRIZ  [A]
      DO 50 I=3,N-1
      FC=FLOAT(I-2)/FLOAT(N-2)
      FI=3.-FC
      FK=6.-FC*FC
      C(I)=FC*FC*FI*.16666667
      D(I)=FC*FC*FK*.04166667
      DO 50 J=1,N-1
      SOMA=0.
      FD=FC***(J+1)
      FD1=FC*FC
      BAUX=FLOAT(J+1)
      CAUX=FLOAT(J+2)
      DAUX=FLOAT(J+3)
      EAUX=FLOAT(J+4)
      FAUX=FLOAT(J+5)
      SOMA=.5-(FD/(CAUX*DAUX))
      FE=.5*BAUX/CAUX
      FF=FD*FC*BAUX/(CAUX*DAUX*EAUX)
      SOMA=(FE-FF)*AH1+SOMA
      FG=.5*BAUX/DAUX
      FH=FD*FC*FC*BAUX/(DAUX*EAUX*FAUX)
      SOMA=(FG-FH)*BH2+SOMA
50  A(1,J)=FD+FD1*ALAMB*SOMAT

```

```

C          GERACAO DO VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES
C          C(1)=CA
C          C(2)=CB
C          D(1)=C(1)
C          D(2)=CD
C          DO 60 I=1,N-1
60 A(I,N)=C(I)*Q1+D(I)*Q2
C          RETURN
C          END

C
C
C          ... SUBPROGRAMA PIVO
C
C          ESSE SUBPROGRAMA RESOLVE UM SISTEMA DE EQUACOES
C          LINEARES PELO METODO DE GAUSS COM PIVOTAMENTO PARCIAL
C
C          SUBROUTINE PIVO(X)
C          IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C          DIMENSION A(20,21),X(20),P(20)
C          COMMON Q1,Q2,ALAMB,A,N
C          INTEGER P
C          DO 20 I=1,N-1
20 P(I)=I
C          DO 60 J=1,N-2
C          L=J
C          AB=A(P(J),J)
C          DO 30 I=J+1,N-1
C          IF(AB .GT. ABS(A(P(I),J))) GO TO 30
C          AB=ABS(A(P(I),J))
C          L=I
30 CONTINUE
C          IF(AB .LE. 1.0E-20)GO TO 90
C          KL=P(J)
C          P(J)=P(L)
C          P(L)=KL
C          DO 60 I=J+1,N-1
C          HK=A(P(I),J)/A(P(J),J)
C          DO 60 ML=J+1,N
C          A(P(I),ML)=A(P(I),ML)-HK*A(P(J),ML)
60 CONTINUE
C          IF(ABS(A(P(N-1),N-1)) .LE. 1.0E-20) GO TO 90
C          X(N-1)=A(P(N-1),N)/A(P(N-1),N-1)
C          DO 80 I=N-2,1,-1
C          PR=0.
C          DO 70 J=I+1,N-1
70 PR=PR+A(P(I),J)*X(J)
80 X(I)=(A(P(I),N)-PR)/A(P(I),I)
C          RETURN
90 WRITE(5,100)
100 FORMAT(1X,' A MATRIZ E SINGULAR')
C          END

C
C          ... SUBPROGRAMA GEQUA
C
C          ESSE SUBPROGRAMA CALCULA OS DESLOCAMENTOS DO PAINEL
C
C          SUBROUTINE GEQUA(H,X,NZ,AZ,BZ,U,U1,SOMP,SOMP1)
C          IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C          DIMENSION A(20,21),X(20),U(20),V(20),U1(20),U2(20),AUX1(20),
C          *AUX2(20),SOMP(20),SOMP1(20),U3(20),U4(20),R(20),R1(20)
C          COMMON Q1,Q2,ALAMB,A,N
C
C          AZH=AZ*H
C          BZHH=BZ*H*H
C          DO 200 L=1,NZ
C          ETA=FLOAT(L-1)*.1

```

```

U(L)=0.
U2(L)=0.
U3(L)=0.
U4(L)=0.
R1(L)=0.
DO 100 J=2,N
JAUX=J-1
R(JAUX)=ETA**J*X(JAUX)
R1(L)=R1(L)+R(JAUX)
U(L)=U(L)+R(JAUX)*ALAMB*ALAMB
AUX1(JAUX)=AZH*J/(J+1)*ETA**(J+1)*X(JAUX)
AUX2(JAUX)=BZH*J/(J+2)*ETA**(J+2)*X(JAUX)
U2(L)=U2(L)+R(JAUX)
U3(L)=U3(L)+AUX1(JAUX)
U4(L)=U4(L)+AUX2(JAUX)
SOMP(L)=U2(L)+U3(L)+U4(L)
100 CONTINUE
U1(L)=ALAMB*R1(L)
200 CONTINUE
SOMP1(NZ)=SOMP(L-1)
RETURN
END

C
C      ... SUBPROGRAMA FUNCTION
C
C      ESSE SUBPROGRAMA CALCULA O MOMENTO EXTERNO PARA
C      CARREGAMENTO UNIFORME
C
FUNCTION AMEXT(ETA,H,CARG)
DOUBLE PRECISION GA,GB,AMEXT,H

GA=1.-ETA
GB=GA*GA
AMEXT=CARG*H*H*GB*.5
RETURN
END

C
C
C      *** ESSE PROGRAMA RESOLVE UMA EQUACAO DIFERENCIAL DE
C      *** TERCEIRA ORDEM, DE COEFICIENTES CONSTANTES OU
C      *** VARIAVEIS, COM CONDICOES DE CONTORNO, DA ASSOCIA-
C      *** CAO PLANA DE PORTICO E PAREDE, USANDO A VARIANTE
C      *** DO METODO DE STODOLA-VIANELLO; CALCULA OS DESLO-
C      *** CAMENTOS E ESFORCOS DO PAINEL
C
C
C      ... PROGRAMA PRINCIPAL
C
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
REAL MW,MF,MF1,MW1
INTEGER POLIN

DIMENSION A(20,21),X(20),U(20),U1(20),D2U(20),D3U(20),D4U(20),
*SG(20),SJ(20),SK(20),V(20),R(20),R1(20),U2(20),SA(20),SI(20),
*QW(20),QF(20),QWD(20),QFD(20),SOMP(20),SOMP1(20),SOMP2(20),
*SK1(20),QF1(20),QW1(20),QWD1(20),QFD1(20),QE(20),D1U(20)
COMMON Q1,Q2,ALAMB,A,N
DATA Q1,Q2/1.,-1./

CALL ASSIGN(2,'CR:')
OPEN(UNIT=5,NAME='LP:')

READ(2,10)POLIN,K,ALAMB,H,CAR,AJW,SF,NZ,AZ,BZ
10 FORMAT(2I3,F8.2,F3.1,F4.2,F11.3,F6.1,I2,2F9.7)

```

```

C      GERACAO E RESOLUCAO DOS SISTEMAS DE EQUACOES LINEARES
      DO 400 N=4,FOLIN
      CALL GERAC(H,AZ,EZ)
      CALL PIVO(X)
      CALL GEQUA(H,X,NZ,AZ,BZ,U,U1,SOMP,SOMP1)
400  CONTINUE
      N=N-1
      WRITE(5,500)
500  FORMAT(11X,'MATRIZ DOS COEFICIENTES',5X,'GRAU DO POLINOMIO',11X,
      *'K',10X,'ALTURA DA ESTRUTURA')
      WRITE(5,550)N-1,N-1,N,K,H
550  FORMAT(18X,'A(',I2,',',I2,',')',18X,'N=',I2,18X,I2,13X,'H=',F4,1,
      *1X,'METROS',/,/)

      WRITE(5,560)
560  FORMAT(3X,'COORDENADA',4X,'MOMENTO',5X,'MOMENTO',5X,'MOMENTO',5X,
      *'MOMENTO',5X,'MOMENTO',8X,'DESLOCAMENTO DO PAINEL')
      WRITE(5,570)
570  FORMAT(17X,'EXTERNO',5X,'FLETOR',6X,'FLETOR',6X,'FLETOR',6X,
      *'FLETOR',/,29X,'PAREDE',6X,'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO')
      WRITE(5,580)
580  FORMAT(/,7X,'Z',11X,'ME',10X,'MW',10X,'MF1',9X,'MW1',9X,'MF',15X,
      *'U',14X,'U1',/,113(' ',/))

```

```

C      CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS DOS PAINES

```

```

      CARGH=CARG*H
      CARGHH=CARG*H*H
      QH1JW=CARG*H/AJW
      QH2JW=QH1JW*H
      QH3JW=QH2JW*H
      QH4JW=QH3JW*H

```

```

      DO 1700 L=1,NZ
      ETA=FLOAT(L-1)*.1

```

```

C      DERIVADA PRIMEIRA

```

```

      D1U(L)=0.
      DO 1100 J=2,N
      JAUX=J-1
      SI(JAUX)=J*ETA**(JAUX)*X(JAUX)*QH3JW
1100  D1U(L)=D1U(L)+SI(JAUX)

```

```

C      DERIVADA SEGUNDA

```

```

      D2U(L)=2.*X(1)*QH2JW
      DO 1150 J=3,N
      JAUX=J-1
      SA(JAUX)=J*(JAUX)*ETA**(J-2)*X(JAUX)*QH2JW
1150  D2U(L)=D2U(L)+SA(JAUX)

```

```

C      DERIVADA TERCEIRA

```

```

      SG(1)=0.
      SG(2)=6.*X(2)*QH1JW
      DO 1200 J=4,N
      JAUX=J-1
1200  SG(JAUX)=J*(JAUX)*(J-2)*ETA**(J-3)*X(JAUX)*QH1JW
      D3U(L)=0.
      DO 1300 J=2,N
1300  D3U(L)=D3U(L)+SG(J-1)

```

```

C      DERIVADA QUARTA

```

```

      SJ(1)=0.
      SJ(2)=0.
      SJ(3)=24.*X(3)*CARG/AJW
      IF(N .EQ. 4)GO TO 1500

```

```

      DO 1400 J=5,N
      JAUX=J-1
1400 SJ(JAUX)=J*(JAUX)*(J-2)*(J-3)*ETA**(J-4)*X(JAUX)*CARG/AJW
1500 D4U(L)=0.
      DO 1600 J=2,N
1600 D4U(L)=D4U(L)+SJ(J-1)

      BAUX=1./CARG
      CAUX=1./CARGHH
      DAUX=1./CARGH
C      MOMENTO EXTERNO --- AME
      AME=AMEXT(ETA,H,CARG)*CAUX

C      MOMENTO FLETOR PAREDE --- MW
      MW=AJW*D2U(L)*CAUX

C      MOMENTO FLETOR NO PORTICO (POR DIFERENCA) --- MF1
      MF1=AME-MW

C      FORCA CORTANTE EXTERNA --- QE
      QE(L)=CARG*H*(1.-ETA)*DAUX

C      FORCAS CORTANTES NA PAREDE --- QW
      QW(L)=-AJW*D3U(L)*DAUX

C      FORCAS CORTANTES NO PORTICO (POR DIFERENCA) --- QF1
      QF1(L)=QE(L)-QW(L)

C      QUINHÃO DE CARGA NA PAREDE --- QWD
      QWD(L)=AJW*D4U(L)*BAUX

C      QUINHÃO DE CARGA NO PORTICO (POR DIFERENCA) --- QFD1
      QFD1(L)=1.-QWD(L)

C      MOMENTO FLETOR NO PORTICO --- MF
      MF=(SOMP1(NZ)-SOMP(L))*SF*H*H/AJW

C      MOMENTO FLETOR NA PAREDE (POR DIFERENCA) --- MW1
      MW1=AME-MF

C      ESFORÇOS CORTANTES NO PORTICO --- QF
      AUX1=BZ*ETA*ETA*H*H+AZ*ETA*H+1.
      QF(L)=SF*AUX1*D1U(L)*DAUX

C      FORCAS CORTANTES NA PAREDE (POR DIFERENCA) --- QW1
      QW1(L)=QE(L)-QF(L)

C      QUINHÃO DE CARGA NO PORTICO --- QFD
      AUX2=(2.*BZ*ETA*H+AZ)*D1U(L)
      AUX3=AUX1*D2U(L)
      QFD(L)=-SF*(AUX2+AUX3)*BAUX

C      QUINHÃO DE CARGA NA PAREDE (POR DIFERENCA) --- QWD1
      QWD1(L)=1.-QFD(L)

      WRITE(5,1650)ETA,AME,MW,MF1,MW1,MF,U(L),U1(L)
1650 FORMAT(6X,F3.1,7X,F8.5,4(4X,F8.5),4X,2(2X,E14.7))
1700 CONTINUE

      WRITE(5,1800)
1800 FORMAT(/,113('-'),/,5X,'FATOR',9X,'PH2',9X,'PH2',9X,'PH2',9X,
      *'PH2',9X,'PH2',11X,'PH4/K4JW',6X,'U/(PH2/SF)',/,113('-'),/)
      WRITE(5,1900)
1900 FORMAT(3X,'COORDENADA',3X,'CORTANTE',4X,'ESFORÇO',5X,'ESFORÇO',
      *5X,'ESFORÇO',5X,'ESFORÇO',6X,'QUINHÃO',5X,'QUINHÃO',5X,'QUINHÃO',
      *5X,'QUINHÃO')

```

```

WRITE(5,2000)
2000 FORMAT(16X,'EXTERNO',5X,'CORTANTE',4X,'CORTANTE',4X,'CORTANTE',
*4X,'CORTANTE',5X,'CARGA',7X,'CARGA',7X,'CARGA',7X,'CARGA',/,28X,
*'PAREDE',6X,'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO',6X,'PAREDE',6X,
*'PORTICO',5X,'PAREDE',6X,'PORTICO')
WRITE(5,2100)
2100 FORMAT(/,7X,'Z',11X,'QE',10X,'QW',9X,'QF1',9X,'QW1',10X,'QF',10X,
*'QWD',9X,'QFD1',8X,'QWD1',8X,'QFD',/,125(' '),/)

DO 2200 L=1,NZ
ETA=FLOAT(L-1)*.1
WRITE(5,2150)Z,QE(L),QW(L),QF1(L),QW1(L),QF(L),QWD(L),QFD1(L),
*QWD1(L),QFD(L)
2150 FORMAT(6X,F3.1,7X,F8.5,4X,F8.5,3X,F8.5,4X,F8.5,5X,F8.5,4X,
*F8.5,3X,F10.5,4X,F8.5,2X,F10.5)
2200 CONTINUE

WRITE(5,2300)
2300 FORMAT(/,125(' '),/,5X,'FATOR',9X,'PH',10X,'PH',9X,'PH',10X,'PH',
*11X,'PH',11X,'P',12X,'P',11X,'P',10X,'P',/,125(' '))

C      FORCAS NO TOPO PAREDE E PORTICO --- FF/QH      E      FW/QH
      FW=QW(NZ)
      FF1=QF1(NZ)
      FF=QF(NZ)
      FW1=QW1(NZ)
      WRITE(5,2400)
2400 FORMAT(/,26X,'K',9X,'FORCA NO TOPO',7X,'FORCA NO TOPO',7X,
*'FORCA NO TOPO',7X,'FORCA NO TOPO',/,40X,'PAREDE',14X,
*'PORTICO',11X,'PAREDE',15X,'PORTICO',/,22X,92(' '),/)
      WRITE(5,2500)K,FW,FF1,FW1,FF
2500 FORMAT(25X,I2,12X,F7.4,13X,F7.4,12X,F7.4,13X,F7.4,/,22X,
*92(' '),/,24X,'FATOR',14X,'PH',18X,'PH',17X,'PH',18X,'PH',/,22X,
*92(' '))
      CALL EXIT
      END

```

ANEXO 3 - Programa para o cálculo automático de associação tridimensional de pórtico e parede, pela variante do método de STODOLA-VIANELLO.

Com referência ao exposto no item 3.4 para a solução do sistema de equações diferenciais (II.19) pela variante do método de STODOLA-VIANELLO, foi escrito também um conjunto de programas como referidos no ANEXO 1.

a) Descrição dos subprogramas

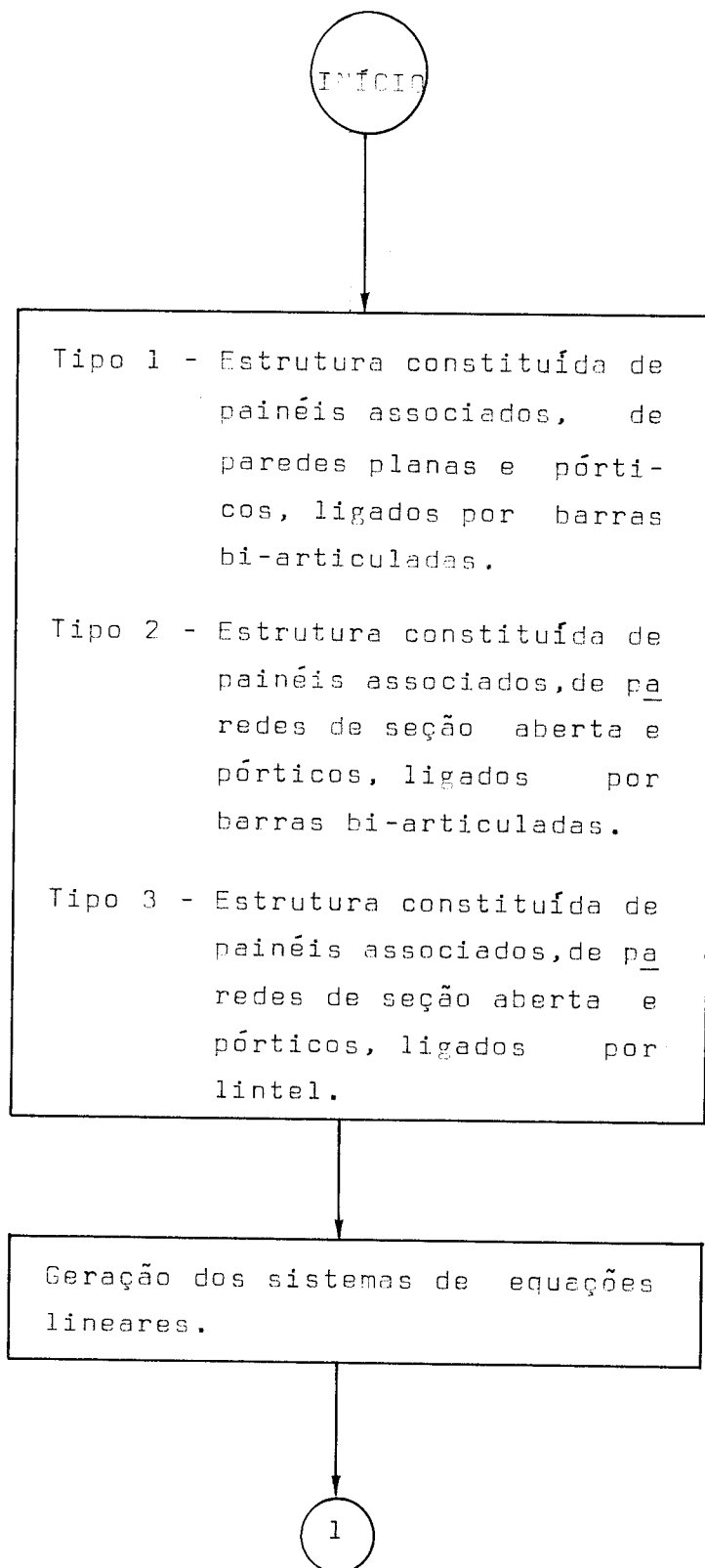
- subprograma DECOM[20] - decompõe a matriz do sistema linear, primeiro fazendo um escalonamento e após, faz a eliminação de GAUSS com pivotamento parcial.
- subprograma SOLVE[20] - resolve o sistema de equações a partir da matriz já decomposta pelo método de GAUSS.
- subprograma IMPRUV[20] - refina o resultado da SOLVE.
- subprograma SING[20] - imprime alguma chamadas de controle.
- subprograma PRIMEI - gera a primeira equação do sistema linear.
- subprograma SEGUND - gera a segunda equação do sistema linear.
- subprograma TERCEI - gera as n-3 equações do sistema linear (os pontos interpolados são gerados no domínio da estrutura).

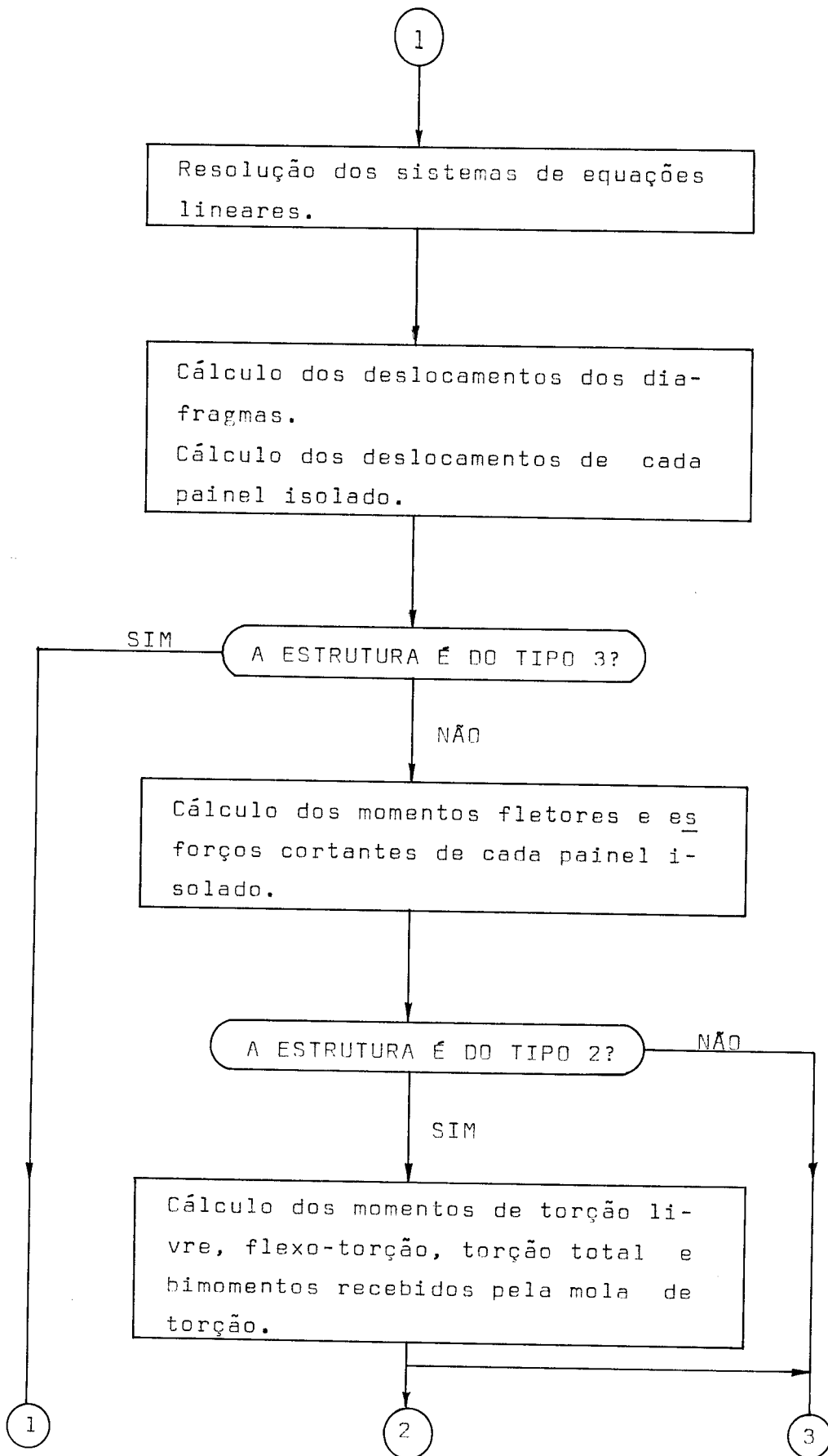
subprograma TERCE (opcional) - gera as $n-3$ equações do sistema linear (os pontos interpoladores já conhecidos no domínio da estrutura, são dados do programa principal. O número de pontos a serem fornecidos, é calculado por:

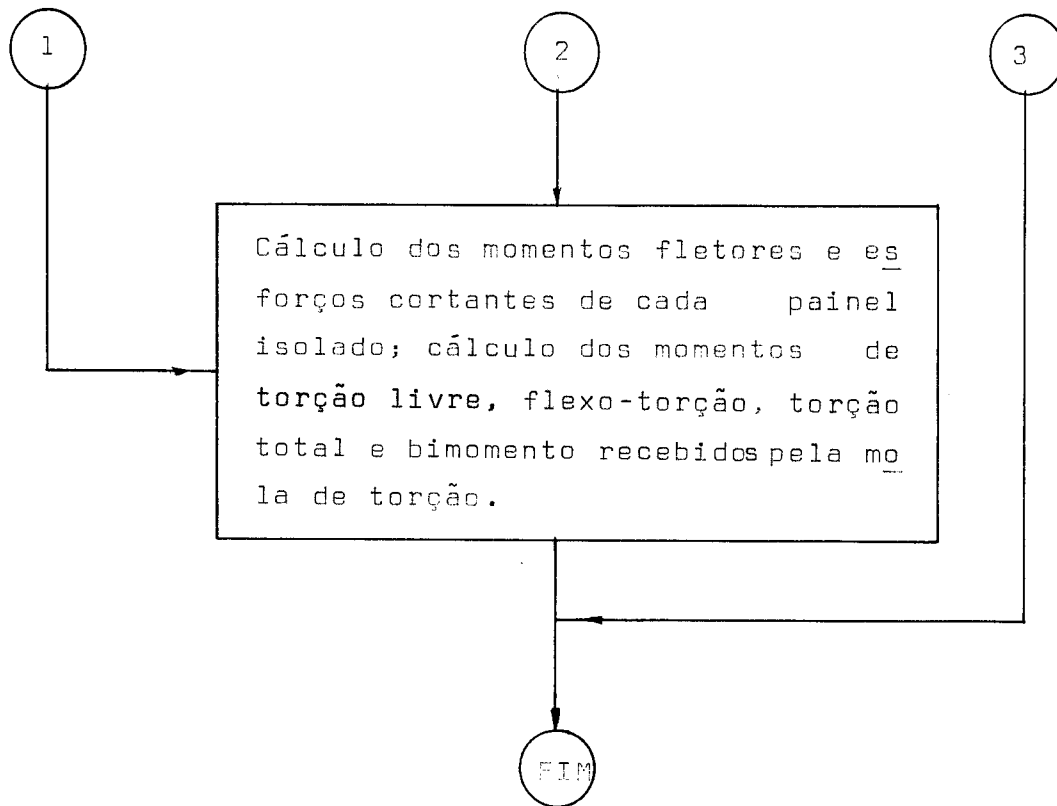
$$NPONTO = POLIN - 3$$

- subprograma MULT - efetua o produto de $[AL]$ por $[B]$ colocando o resultado em $[C]$.
- subprograma MULT1 - efetua o produto de $[AL]$ por $[B]$ colocando o resultado em $[C]$.
- subprograma MULT2 - efetua o produto de $[AL]$ por H^2 , colocando o resultado em $[C]$.
- subprograma MULT3 - efetua o produto de $[AL]$ por H^3 , colocando o resultado em $[C]$.
- subprograma GJRI[9] - inversão da matriz $[J]$ pelo método de GAUSS-JORDAN-RUTISHAUSER.
- subprograma CARGA - calcula a matriz do carregamento, constituída por uma carga uniformemente distribuída; para outro tipo de carga, deve-se alterá-lo.

b) Passos principais no cálculo de uma estrutura







c) Descrição dos dados de entrada

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
DADOS PARA ESTRUTURA DE QUALQUER TIPO OU APENAS PARA O TIPO 1.				
a	Os pontos interpoladores serão dados ou não (TRUE ou FALSE); grau do polinômio; carga externa; altura da estrutura; componentes do vetor unitário da carga (AC,BC,CC); quantidade de cotas onde serão calculados os deslocamentos e esforços dos painéis; tipo de estrutura a calcular; números de painéis + número de molas.	1	S,POLIN, P,H,AC,BC, CC,NZ, NCASO, NPANEL	5A1,I2, F6.3,F3.0, 3F6.3,3I3

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
b	Matriz de rigidez [J]	3	AJJ(I,J)	3E14.7
c	Matriz de rigidez [S]	3	SS(I,J)	3E14.7
d	Coordenadas dos painéis isolados (AP, BP, CP); rigidez de pórtico e de parede isolados (SFU1, AJU3); seletor de momento (se o painel isolado é parede, o dado é zero, se é pórtico, o dado é um).	NPANEL	AP(I), BP(I), CP(I), SFU1(I), AJU3(I), SELM(I)	3F6,3, 2F11.3, F2.0
DADOS PARA ESTRUTURA DO TIPO 2 OU 3				
e	Rigidez a flexo-torção e a torção livre da parede de seção aberta.	NPANEL	AJT(I), ST(I)	2E14.7
DADOS SOMENTE PARA ESTRUTURA DO TIPO 3				
f	Rigidez de parede à direção v e à rotação w (AJV3, AJW3); rigidez de pórtico à direção v e à rotação w (SFV1, SFW1); contribuição de rigidez dos lintéis na direção de u e v e a rotação w, na expressão de bimomento (RIGBU, RIGBV, RIGBW); seletor de força cortante (se parede e pórtico, o dado é um, se mola, o dado é zero).	NPANEL	AJV3(I), AJW3(I), SFV1(I), SFW1(I), RIGBU(I), RIGBV(I), RIGBW(I), SELQ(I)	7E11.4, F3.1

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
g	No caso em que o dado item a) ser TRUE, serão fornecidos os pontos interpolados ξ_i .	POLIN-3	XI(I)	12F5.3

d) Descrição das saídas impressas do programa principal

- d.1. Deslocamentos dos diafragmas.
- d.2. Deslocamentos de cada painel isolado.
- d.3. Momentos fletores e forças cortantes em cada painel isolado.
- d.4. Rotação, momento de torção livre, momento de flexo-torção e bimomento recebidos pela mola de torção.

e) Listagem do programa

```

C
C     ... SUBPROGRAMA DECOM
C
C     ESSE SUBPROGRAMA EXECUTA O ESCALONAMENTO DA MATRIZ DOS
C     COEFICIENTES E EM SEGUIDA FAZ A ELIMINACAO DE GAUSS
C     COM PIVOTAMENTO PARCIAL
C
C
C     SUBROUTINE DECOM(NN,A,UL,IPS)
C     IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C     DIMENSION A(36,36),UL(36,36),SCALES(36),IPS(36)
C     DATA EPS/.1E-10/
C
C     N=NN
C
C     DEFINICAO DE IPS, UL E SCALES
C     DO 5 I=1,N
C     IPS(I)=I
C     ROWNRM=0.
C     DO 2 J=1,N
C     UL(I,J)=A(I,J)
C     IF(ROWNRM - ABS(UL(I,J)))1,2,2
C 1  ROWNRM=ABS(UL(I,J))
C 2  CONTINUE
C     IF(ROWNRM)3,4,3
C 3  SCALES(I)=1.0/ROWNRM
C     GO TO 5
C 4  CALL SING(1)
C     SCALES(I)=0.
C 5  CONTINUE
C
C     ELIMINACAO DE GAUSS COM PIVOTAMENTO PARCIAL
C
C     NM1=N-1
C     DO 17 K=1,NM1
C     BIG=0.
C     DO 11 I=K,N
C     IP=IPS(I)
C     SIZE=ABS(UL(IP,K))*SCALES(IP)
C     IF(SIZE-BIG)11,11,10
C 10  BIG=SIZE
C     IDXPIV=I
C 11  CONTINUE
C     IF(BIG-EPS)12,12,13
C 12  CALL SING(2)
C     GO TO 17
C 13  IF(IDXPIV-K)14,15,14
C 14  J=IPS(K)
C     IPS(K)=IPS(IDXPIV)
C     IPS(IDXPIV)=J
C 15  KP=IPS(K)
C     PIVOT=UL(KP,K)
C     KP1=K+1
C     DO 16 I=KP1,N
C     IP=IPS(I)
C     EM=-UL(IP,K)/PIVOT
C     UL(IP,K)=-EM
C     DO 16 J=KP1,N
C     UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
C 16  CONTINUE
C 17  CONTINUE
C     KP=IPS(N)

```

```

        IF (UL(KF,N)) 19,18,19
18 CALL SING(2)
19 RETURN
    END

```

C
C
C
C
C
C
C
C

```

    ... SUBPROGRAMA SOLVE

```

```

        ESSE SUBPROGRAMA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES
        PELO METODO DE GAUSS

```

```

SUBROUTINE SOLVE(NN,UL,B,X,IPS)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION UL(36,36),B(36),X(36),IPS(36)

```

```

N=NN
NP1=N+1

```

C

```

IP=IPS(1)
X(1)=B(IP)
DO 2 I=2,N
IP=IPS(I)
IM1=I-1
SUM=0.
DO 1 J=1,IM1
1 SUM=UL(IP,J)*X(J)+SUM
2 X(I)=B(IP)-SUM
IP=IPS(N)
X(N)=X(N)/UL(IP,N)
DO 4 IBACK=2,N
I=NP1-IBACK
IP=IPS(I)
IP1=I+1
SUM=0.
DO 3 J=IP1,N
3 SUM=UL(IP,J)*X(J)+SUM
4 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
RETURN
END

```

C
C
C
C
C
C
C

```

    ... SUBPROGRAMA IMPROV

```

```

        ESSE SUBPROGRAMA FAZ O REFINAMENTO DA SOLUCAO DO
        SISTEMA DE EQUACOES LINEARES

```

```

SUBROUTINE IMPROV(NN,A,UL,B,X,DIGITS,IPS)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(36,36),UL(36,36),B(36),X(36),R(36),DX(36)
DIMENSION IPS(36)
DATA EPS,ITMAX/,1E-10,16/

```

```

N=NN

```

C

```

    EPS E ITMAX DEPENDEM DO TIPO DE MAQUINA

```

```

XNORM=0.0
DO 1 I=1,N
1 XNORM=DMAX1(XNORM,DABS(X(I)))
IF(XNORM-EPS)2,2,3
2 DIGITS=-DLOG10(EPS)
GO TO 10
3 DO 9 ITER=1,ITMAX
DO 5 I=1,N
SUM=0.
DO 4 J=1,N

```

```

4 SUM=A(I,J)*X(J)+SUM
  SUM=B(I)-SUM
5 R(I)=SUM
C     E PRECISO QUE A(I,J)*X(J) TENHA PRECISAO EXTENDIDA

  CALL SOLVE(N,UL,R,DX,IPS)
  DXNORM=0.
  DO 6 I=1,N
    T=X(I)
    X(I)=X(I)+DX(I)
    DXNORM=DMAX1(DXNORM,DABS(X(I)-T))
6 CONTINUE
  IF(ITER-1)8,7,8
7 DIGITS=-0LOG10(DMAX1(DXNORM/XNORM,EPS))
8 IF(DXNORM-EPS*XNORM)10,10,9
9 CONTINUE
C     CASO A ITERACAO NAO CONVIRGA

  CALL SING(3)
10 RETURN
  END

C
C     ... SUBPROGRAMA SING
C
C     ESSE SUBPROGRAMA ESCRIVE OS COMANDOS QUE LHEIS ESTAO
C     ESPECIFICADOS
C
C
C     SUBROUTINE SING(IWHY)

11 FORMAT(14X,'MATRIZ COM LINHA NULA')
12 FORMAT(14X,'MATRIZ SINGULAR, DIVISAO POR ZERO EM SOLVE')
13 FORMAT(14X,'NAO HA CONVERGENCIA EM IMPRUV. MATRIZ E QUASE SING.')
```

GO TO (1,2,3),IWHY

```

1  WRITE(5,11)
  RETURN
2  WRITE(5,12)
  RETURN
3  WRITE(5,13)
  RETURN
  END

C
C     ... SUBPROGRAMA PRIMEI
C
C     ESSE SUBPROGRAMA GERA A PRIMEIRA EQUACAO DO SISTEMA
C     LINEAR
C
C
C     SUBROUTINE PRIMEI(N,A,R)

  IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
  DIMENSION A(36,36),R(36)

  IF=1
  DO 100 J=1,N-1
    AL=J*(J+1)
    DO 90 I=1,3
      A(I,I+IF-1)=AL
90 CONTINUE
    IF=IF+3
100 CONTINUE

  DO 150 I=1,3
150 R(I)=0.

```



```
RETURN
END
```

```
C
C
C
C
C
C
C
C
```

```
... SUBPROGRAMA SEGUND
```

```
ESSE SUBPROGRAMA GERA A SEGUNDA EQUACAO DO SISTEMA
LINEAR
```

```
SUBROUTINE SEGUND(N,F,G,A,R)
```

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(36,36),R(36),F(3,2),D1(2),T(3),G(3,3)
DATA D1/,125, .075/
```

```
CALL MULT1(F,D1,T,3,2)
DO 10 I=1,3
10 R(I+3)=T(I)
IP=1
DO 200 L=1,N-1
AB=FLOAT((L+2)*(L+3)*(L+4))
AC=,16666667-1./AB
K=4
DO 150 I=1,3
DO 100 J=1,3
A(K,J+IP-1)=G(I,J)*AC
100 CONTINUE
K=K+1
150 CONTINUE
IP=IP+3
200 CONTINUE
```

```
IS=1
DO 300 J=1,N-1
AT=1./FLOAT(J+2)
DO 250 I=1,3
A(I+3,I+IS-1)=AT+A(I+3,I+IS-1)
250 CONTINUE
IS=IS+3
300 CONTINUE
```

```
RETURN
END
```

```
C
C
C
C
C
C
C
C
```

```
... SUBPROGRAMA TERCEI
```

```
ESSE SUBPROGRAMA GERA AS N-3 EQUACOES DO SISTEMA
LINEAR (OS PONTOS INTERPOLADORES SAO GERADOS)
```

```
SUBROUTINE TERCEI(N,F,G,A,R)
```

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(36,36),R(36),F(3,2),G(3,3),Z(2),W(3)
```

```
M=3
DO 700 K=1,N-3
FC=FLOAT(K)/FLOAT(N-2)
Z(1)=(3.*FC*FC-FC*FC*FC)*,16666667
Z(2)=(6.*FC*FC-FC*FC*FC*FC)*,0416667
CALL MULT1(F,Z,W,3,2)
DO 100 K1=4,6
100 R(K1+M)=W(K1-3)
```

```

M=M+3

IP=1
KS=3*(K+1)
FT=FC*FC*.5
DO 700 L=1,N-1
FP=FC***(L+3)/FLOAT((L+2)*(L+3))
FQ=FT-FP
DO 200 I=1,3
DO 200 J=1,3
A(I+KS,J+IP-1)=G(I,J)*FQ
200 CONTINUE
IP=IP+3
700 CONTINUE

DO 900 K=1,N-3
KS=3*(K+1)
FC=FLOAT(K)/FLOAT(N-2)
DO 900 I=1,3
DO 900 J=1,3*N-5,3
900 A(I+KS,J+I-1)=FC***(J/3+2)+A(I+KS,J+I-1)

RETURN
END

```

```

C
C   ... SUBPROGRAMA TERCE
C
C   ESSE SUBPROGRAMA GERA AS N-3 EQUACOES DO SISTEMA
C   LINEAR (OS PONTOS INTERPOLADORES JA CONHECIDOS SAO
C   DADOS DO PROGRAMA PRINCIPAL)
C
C

```

```

SUBROUTINE TERCE(N,NPONTO,FC,G,F,A,R)

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION A(36,36),R(36),FC(12),F(3,2),Z(3),W(3),G(3,3)

M=3
DO 700 K=1,NPONTO
Z(1)=(3.*FC(K)*FC(K)-FC(K)*FC(K)*FC(K))*1.6666667
Z(2)=(6.*FC(K)*FC(K)-FC(K)*FC(K)*FC(K)*FC(K))*0.4166667
CALL MULT1(F,Z,W,3,2)
DO 100 K1=4,6
100 R(K1+M)=W(K1-3)
M=M+3

IP=1
KS=3*(K+1)
FT=FC(K)*FC(K)*.5
DO 700 L=1,N-1
FP=FC(K)***(L+3)/FLOAT((L+2)*(L+3))
FQ=FT-FP
DO 200 I=1,3
DO 200 J=1,3
A(I+KS,J+IP-1)=G(I,J)*FQ
200 CONTINUE
IP=IP+3
700 CONTINUE

DO 900 K=1,NPONTO
KS=3*(K+1)
DO 900 I=1,3
DO 900 J=1,3*N-5,3

```

```

900 A(I+KS,J+I-1)=FC(K)**(J/3+2)+A(I+KS,J+I-1)
RETURN
END

C
C   ... SUBPROGRAMA MULT
C
C       ESSE SUBPROGRAMA FAZ O PRODUTO DE MATRIZ POR MATRIZ
C
C
SUBROUTINE MULT(AL,B,C,M,N,L)
INTEGER COLUNA
DOUBLE PRECISION AL(3,3),B(3,3),C(3,3),SOMA
DO 20 LINHA=1,M
DO 20 COLUNA=1,L
SOMA=0.
DO 10 K=1,N
SOMA=AL(LINHA,K)*B(K,COLUNA)+SOMA
10 C(LINHA,COLUNA)=SOMA
20 RETURN
END

C
C   ... SUBPROGRAMA MULT1
C
C       ESSE SUBPROGRAMA FAZ O PRODUTO DE MATRIZ POR VETOR
C
C
SUBROUTINE MULT1(AL,B,C,M,N)
DOUBLE PRECISION AL(3,3),B(3),C(3),SOMA
DO 20 LINHA=1,M
SOMA=0.
DO 10 K=1,N
SOMA=AL(LINHA,K)*B(K)+SOMA
10 C(LINHA)=SOMA
20 RETURN
END

C
C   ... SUBPROGRAMA MULT2
C
C       ESSE SUBPROGRAMA FAZ O PRODUTO DE UMA CONSTANTE POR UMA
C       MATRIZ
C
C
SUBROUTINE MULT2(AL,C,M,N,H)
DOUBLE PRECISION AL(3,3),C(3,3)
DO 10 LINHA=1,M
DO 10 K=1,N
10 C(LINHA,K)=AL(LINHA,K)*H*H
RETURN
END

C
C   ... SUBPROGRAMA MULT3
C
C       ESSE SUBPROGRAMA FAZ O PRODUTO DE UMA CONSTANTE POR UMA
C       MATRIZ
C
C
SUBROUTINE MULT3(AL,C,M,N,H)
DOUBLE PRECISION AL(3,3),C(3,3)
DO 20 LINHA=1,M
DO 20 K=1,N
20 C(LINHA,K)=AL(LINHA,K)*H*H*H
RETURN
END

```

C
C
C
C
C
C
C

... SUBPROGRAMA GJRIS

ESSE SUBPROGRAMA EXECUTA A INVERSAD DE UMA MATRIZ PELO
METODO DE GAUSS-JORDAN-RUTISHAUSER

```
SUBROUTINE GJRIS(N,F)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION F(3,3),B(3),C(3),IP(3),IQ(3)
DATA EPS/,1E-10/

DO 40 K=1,N
T=0.
DO 10 I=K,N
S=0.
DO 3 J=K,N
3 S=ABS(F(I,J))+S
IF(S-EPS)150,150,4
4 DO 6 J=K,N
IF(ABS(F(I,J))-S*T)6,6,5
5 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVO=F(I,J)
T=ABS(PIVO/S)
6 CONTINUE
10 CONTINUE
IF(T-EPS)150,150,11
11 IF(IP(K)-K)12,14,12
12 DO 13 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=F(IPK,J)
F(IPK,J)=F(K,J)
13 F(K,J)=Z
14 IF(IQ(K)-K)15,20,15
15 IQK=IQ(K)
DO 18 I=1,N
Z=F(I,IQK)
F(I,IQK)=F(I,K)
18 F(I,K)=Z
20 DO 30 J=1,N
IF(J-K)27,25,27
25 B(J)=1/PIVO
C(J)=1.
GO TO 29
27 B(J)=-F(K,J)/PIVO
C(J)=F(J,K)
29 F(K,J)=0.
30 F(J,K)=0.
DO 40 I=1,N
DO 40 J=1,N
F(I,J)=C(I)*B(J)+F(I,J)
40 CONTINUE
DO 110 KAU=1,N
K=N-KAU+1
IF(IP(K)-K)50,70,50
50 DO 60 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=F(I,IPK)
F(I,IPK)=F(I,K)
F(I,K)=Z
60 CONTINUE
70 IF(IQ(K)-K)80,110,80
80 DO 90 J=1,N
IQK=IQ(K)
Z=F(IQK,J)
```

```

      F(IQK,J)=F(K,J)
      F(K,J)=Z
  90  CONTINUE
 110  CONTINUE
      GO TO 170
 150  WRITE(5,160)
 160  FORMAT(//5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO-MATRIZ SINGULAR'//)
 170  RETURN
      END

```

C
C
C
C
C
C

```

      ... SUBPROGRAMA CARGA

```

```

      ESSE SUBPROGRAMA CALCULA A MATRIZ DO CARREGAMENTO DADO

```

```

      SUBROUTINE CARGA(AC,BC,CC,D,P,H)

```

```

      DOUBLE PRECISION D
      DIMENSION D(3,2)

```

```

      D(1,1)=AC*P*H
      D(1,2)=-D(1,1)
      D(2,1)=BC*P*H
      D(2,2)=-D(2,1)
      D(3,1)=CC*P*H
      D(3,2)=-D(3,1)
      RETURN
      END

```

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

```

      *** ESSE PROGRAMA RESOLVE UM SISTEMA DE TRES EQUACOES DIFE-
      *** RENCIAIS DE TERCEIRA ORDEM, DE COEFICIENTES CONSTANTES,
      *** COM CONDICOES DE CONTORNO, DA ASSOCIACAO TRIDIMENSIONAL
      *** DE PORTICO E PAREDE, USANDO A VARIANTE DO METODO DE
      *** STODOLA-VIANELLO; CALCULA OS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS DE
      *** CADA PAINEL

```

```

      ... PROGRAMA PRINCIPAL

```

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      REAL MW,MPANEL,MTLIVR,MTFLET,MOTOTO
      INTEGER POLIN

```

```

      DIMENSION A(36,36),R(36),X(36),SS(3,3),AJJ(3,3),D(3,2),C(3,3),
      *E(3,2),F(3,2),G(3,3),AP(12),BP(12),CP(12),D1(2),SFU1(12),
      *AJU3(12),SELM(12),DPANEL(12),AJT(12),VE(12),WE(12),SELFT(12),
      *ST(12),RIGBU(12),RIGBV(12),RIGBW(12),AJV3(12),UE(12),
      *AJW3(12),SFV1(12),SFV1(12),SELQ(12),UB(20),VB(20),WB(20),
      *UW(20),UF(20),UB1(20),UB2(20),UB3(20),UC1(20),UC2(20),UC3(20)
      DIMENSION UL(36,36),IPS(36),URD(12),VRD(12),WRD(12),X1(12)
      BYTE S(5)

```

```

      CALL ASSIGN(2,'CR:')
      OPEN(UNIT=5,NAME='LP:')

```

```

      READ(2,10)S,POLIN,P,H,AC,BC,CC,NZ,NCASO,NPANEL
 10  FORMAT(5A1,I2,F6.3,F3.0,3F6.3,3I3)
      READ(2,40)((AJJ(I,J),J=1,3),I=1,3)
 40  FORMAT(3E14,7)
      READ(2,40)((SS(I,J),J=1,3),I=1,3)
      READ(2,55)(AP(I),BP(I),CP(I),SFU1(I),AJU3(I),SELM(I),I=1,NPANEL)
 55  FORMAT(3F6.3,2F11.3,F2.0)
      IF(NCASO-2)90,70,70
 70  READ(2,74)(AJT(I),ST(I),I=1,NPANEL)

```

```

74 FORMAT(2E14,7)
   IF(NCASO .EQ. 2) GO TO 90
   READ(2,80)(AJV3(I),AJW3(I),SFV1(I),SFW1(I),RIGBU(I),RIGBV(I),
/RIGBW(I),SELQ(I),I=1,NPANEL)
80 FORMAT(7E11,4,F3,1)
90 CALL GJRIS(3,AJJ)
   CALL MULT(AJJ,SS,C,3,3,3)
   CALL MULT2(C,G,3,3,H)
   CALL CARGA(AC,BC,CC,D,P,H)
   CALL MULT(AJJ,D,E,3,3,2)
   CALL MULT3(E,F,3,2,H)

```

```

C      GERACAO DOS SISTEMA DE EQUACOES LINEARES

```

```

N=POLIN
CALL PRIMEI(N,A,R)
CALL SEGUND(N,F,G,A,R)
IF(S(1) .EQ. 'T')GO TO 100
CALL TERCEI(N,F,G,A,R)
GO TO 110
100 NPONTO=POLIN-3
   READ(2,108)(XI(I),I=1,NPONTO)
108 FORMAT(12F5,3)
   CALL TERCE(N,NPONTO,XI,G,F,A,R)

110 NI=3*N-3

   CALL DECOM(NI,A,UL,IPS)
   CALL SOLVE(NI,UL,R,X,IPS)
   CALL IMPROV(NI,A,UL,R,X,DIGITS,IPS)

   WRITE(5,210)
210 FORMAT(1H1,39X,'DESLOCAMENTOS DOS DIAFRAGMAS')

```

```

C
C      DESLOCAMENTOS DOS DIAFRAGMAS
C

```

```

DO 1402 L=1,NZ
Z=FLOAT(L-1)*.1
UB(L)=0.
K=2
DO 1100 J=1,NI,3
UD=Z**K*X(J)
UB(L)=UB(L)+UD
K=K+1
1100 CONTINUE

```

```

VB(L)=0.
K=2
DO 1200 J=2,NI,3
VD=Z**K*X(J)
VB(L)=VB(L)+VD
K=K+1
1200 CONTINUE

```

```

WB(L)=0.
K=2
DO 1300 J=3,NI,3
WD=Z**K*X(J)
WB(L)=WB(L)+WD
K=K+1
1300 CONTINUE

```

```

   WRITE(5,1400)Z,UB(L),VB(L),WB(L)
1400 FORMAT(/,13X,F3,1,9X,E14,7,19X,E14,7,20X,E14,7)
1402 CONTINUE

```

```
HT=H*H
HT1=HT*H
AUX=1./H
BAUX=1./HT
CAUX=1./HT1
```

```
C          DERIVADAS
```

```
DO 3800 I=1,NFANEL
DO 3700 L=1,NZ
Z=FLOAT(L-1)*.1
```

```
C          DERIVADA PRIMEIRA DO POLINOMIO
```

```
UE(L)=0.
VE(L)=0.
WE(L)=0.
```

```
K=1
DO 2402 J=1,NI,3
YA=Z**K*X(J)*(K+1)*AUX
UE(L)=UE(L)+YA
K=K+1
```

```
2402 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2404 J=2,NI,3
YB=Z**K*X(J)*(K+1)*AUX
VE(L)=VE(L)+YB
K=K+1
```

```
2404 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2406 J=3,NI,3
YC=Z**K*X(J)*(K+1)*AUX
WE(L)=WE(L)+YC
K=K+1
```

```
2406 CONTINUE
```

```
C          DERIVADA SEGUNDA DO POLINOMIO
```

```
UB1(L)=2.*X(1)*BAUX
UB2(L)=2.*X(2)*BAUX
UB3(L)=2.*X(3)*BAUX
K=1
DO 2410 J=4,NI,3
SD=Z**K*X(J)*(K+1)*(K+2)*BAUX
UB1(L)=UB1(L)+SD
K=K+1
```

```
2410 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2420 J=5,NI,3
SE=Z**K*X(J)*(K+1)*(K+2)*BAUX
UB2(L)=UB2(L)+SE
K=K+1
```

```
2420 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2430 J=6,NI,3
SG=Z**K*X(J)*(K+1)*(K+2)*BAUX
UB3(L)=UB3(L)+SG
```

```
K=K+1
2430 CONTINUE
```

```
C DERIVADA TERCEIRA DO POLINOMIO
```

```
UC1(L)=6.*X(4)*CAUX
UC2(L)=6.*X(5)*CAUX
UC3(L)=6.*X(6)*CAUX
```

```
K=1
DO 2440 J=7,NI,3
RA=Z**K*X(J)*(K+3)*(K+2)*(K+1)*CAUX
UC1(L)=UC1(L)+RA
K=K+1
2440 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2450 J=8,NI,3
RB=Z**K*X(J)*(K+3)*(K+2)*(K+1)*CAUX
UC2(L)=UC2(L)+RB
K=K+1
2450 CONTINUE
```

```
K=1
DO 2460 J=9,NI,3
RC=Z**K*X(J)*(K+3)*(K+2)*(K+1)*CAUX
UC3(L)=UC3(L)+RC
K=K+1
2460 CONTINUE
```

```
3700 CONTINUE
3800 CONTINUE
```

```
C
C DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS DOS PAINÉIS
C
```

```
DO 4850 I=1,NPANEL

WRITE(5,4900)I,FOLIN,NI,NI
IF(NCASO .NE. 1)GO TO 4100
WRITE(5,4910)
GO TO 4200
4100 WRITE(5,4920)
4200 DO 4800 L=1,NZ
Z=FLOAT(L-1)*.1
DPANEL(I)=AP(I)*UB(L)+BP(I)*VB(L)+CP(I)*WB(L)
IF(NCASO .GT. 2) GO TO 4500

MPANEL=AJU3(I)*(AP(I)*UB1(L)+BP(I)*UB2(L)+CP(I)*UB3(L))+SFU1(I)*
/(AP(I)*(UB(NZ)-UB(L))+BP(I)*(VB(NZ)-VB(L))+CP(I)*(WB(NZ)-WB(L)))*
/SELM(I)
QPANEL=-AJU3(I)*(AP(I)*UC1(L)+BP(I)*UC2(L)+CP(I)*UC3(L))+SFU1(I)*
/(AP(I)*UE(L)+BP(I)*VE(L)+CP(I)*WE(L))

IF(NCASO .EQ. 2)GO TO 4300
WRITE(5,4250)Z,DPANEL(I),QPANEL,MPANEL
4250 FORMAT(/,12X,F3.1,5X,E14.7,4X,E14.7,4X,E14.7)

GO TO 4800
```



```

4300 MTLIVR=ST(I)*WE(L)
      MTFLET=-AJT(I)*UC3(L)
      MOTOTO=MTLIVR+MTFLET
      BIMOM=AJT(I)*UB3(L)
      GO TO 4600

4500 QPANEL=(SFU1(I)*UE(L)+SFV1(I)*VE(L)+SFW1(I)*WE(L)-AJU3(I)*UC1(L)-
/ AJV3(I)*UC2(L)-AJW3(I)*UC3(L))*SELQ(I)
      MPANEL=(AJU3(I)*UB1(L)+AJV3(I)*UB2(L)+AJW3(I)*UB3(L))+(SFU1(I)*
/ UB(NZ)-UB(L))+SFV1(I)*(VB(NZ)-VB(L))+SFW1(I)*(WB(NZ)-WB(L))*
/ SELM(I)
      MTFLET=(SFU1(I)*UE(L)+SFV1(I)*VE(L)+SFW1(I)*WE(L)+AJU3(I)*UC1(L)+
/ AJV3(I)*UC2(L)-AJT(I)*UC3(L))*SELFT(I)
      MTLIVR=ST(I)*WE(L)
      MOTOTO=MTLIVR+MTFLET
      BIMOM=AJT(I)*UB3(L)+RIGBU(I)*UE(L)+RIGBV(I)*VE(L)+RIGBW(I)*WE(L)

4600 WRITE(5,4602)Z,DPANEL(I),QPANEL,MPANEL,MTLIVR,MTFLET,MOTOTO,BIMOM
4602 FORMAT(2X,F3.1,1X,E14.7,2X,F8.3,1X,F8.3,4(1X,E11.4))

4800 CONTINUE
      IF(NCASO .NE. 1)GO TO 4840
      WRITE(5,4930)
      GO TO 4850
4840 WRITE(5,4940)
4850 CONTINUE
4900 FORMAT(1H1,5X,'PAINEL',I4,10X,'GRAU DO POLINOMIO',I4,10X,'MATRIZ
      S A',/(,I2,/,I2,')')
4910 FORMAT(7(/),10X,61(' '),/,10X,'COTA Z',5X,'DESLOCAMENTOS',9X,'COR
      STANTES',10X,'MOFLETOR',/,10X,61(' '))
4920 FORMAT(7(/),91(' '),/,1X,'COTA Z',2X,'DESLOCAMENTO',2X,'CORTANTE'
      S,1X,'MOFLETOR',1X,'MOTORCORLIV',1X,'MOFLEXO-TOR',1X,'MOTORCORTOT'
      S,2X,'BIMOMENTO',/,91(' '))
4930 FORMAT(/,10X,61(' '),/,11X,'UNID.',7X,'M(OU RAD)',15X,'TF',14X,'T
      SF,M',/,10X,61(' '))
4940 FORMAT(91(' '),/,2X,'UNID.',3X,'M(OU RAD)',7X,'TF',6X,'TF,M',
      S6X,'TF,M',8X,'TF,M',8X,'TF,M',8X,'TF,M',/,91(' '))
      CALL EXIT
      END

```

V
V
V
V

ANEXO 4 - Programa para cálculo das matrizes de rigidez [J] e [S] de associação tridimensional de pórtico e parede.

Esse programa serve de auxílio às estruturas de tipo 1 e 2, referenciadas no ANEXO 3, para o cálculo das matrizes de rigidez [J] e [S] da equação diferencial (II.19). São usados 3 subprogramas:

subprograma SOMA - faz o produto das coordenadas dos painéis com a respectiva rigidez.

subprograma DEFS - monta a matriz [S].

subprograma DEFJ - monta a matriz [J].

Os dados de entrada são:

Tipo	Dados	Nº de cartões	Variáveis	Formato
a	Número de paredes e de pórticos.	1	NW,NF	2I2
b	Coordenadas dos painéis paredes (AW,BW,CW); rigidez de parede; rigidez à flexo-torção da parede de seção aberta.	NW	AW(I),BW(I), CW(I),AJWI(I), AJWT(I)	3F5.2, 2F11.3
c	Coordenadas dos painéis pórticos (AF,BF,CF); rigidez de pórtico; rigidez à torção livre, da parede de seção aberta.	NF	AF(I),BF(I), CF(I),SFI(I), SFT(I)	3F5.3, 2F11.3

Na impressão dos resultados, obtêm-se as matrizes [J] e [S].

a) Listagem do programa

ANEXO 5 - Programa para cálculo de rigidez de pórtico.

Esse programa é elemento auxiliar dos anexos precedentes, por calcular a rigidez de um pórtico regular, com uso da expressão (II.2). Os seus dados de entrada são:

Tipo		Nº de cartões	Variáveis	Formato
a	Número de painéis pórticos.	1	NPNEL	2I3
b	Módulo de elasticidade; altura do painel; momento de inércia das vigas.	NPNEL	E,H,JV	5E14.7
c	Número do painel; número de nós do painel.	NPNEL	NP,NOS	2I3
d	Comprimentos das vigas.	NOS-1 em cada painel	CV(I)	5E14.7
e	Momento de inércia dos pilares.	NOS em cada painel.	KPIL(I)	5E14.7

Na impressão dos resultados, obtém-se o número do painel e a rigidez correspondente (NP,KPNEL).

a) Listagem do programa

BIBLIOGRAFIA

1. ALBIGÉS, M. e GOULET, J. - "Contraventament des bñti-ments", Ann Inst. Tech. Bñt. Travaux Publics, n° 149, Mai/1960, pp. 473-500.
2. ROGERS, G.L. - "An introduction to the dynamics of framed structures", New York, Wiley & Sons, c 1959, Cap.5, item 6, pp. 189-198.
3. LANGENDONCK, T.V. - "Tabelas para o cñlculo de carga de flambagem de barras retas isostñticas de seçño variñvel", Revista Politñcnica, janeiro-março 1953, pp. 8-16.
4. HILDEBRAND, F.B. - "Advanced calculus for engineers", New York, Prentice-Hill, Inc., 1949, Cap. 5.5 e 5.7.b, pp. 218-223 e 234-235.
5. LAIER, J.E. - "Anñlise de vibraçñes livres de edifñcios pela tñcnica do meio contñnuo", Tese de Doutorado, Esc. Eng. de Sño Carlos, USP, Sño Carlos/SP. 1978, pp. 104-107.
6. YOUNG, D.M., GREGORY, R.T. - "A survey of numerical mathematics", vol. I, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1972, pp. 246-340.
7. STAMATO, M.C. - "Associaçño contñnua de painñis de contraventamento", Publicaçño n° 157, Esc. Eng. Sño Carlos, USP, Sño Carlos/SP, 72 pp.
8. MURASHEV, V., SIGALOV, E. e BAIKOV, V. - "Design of reinforced concrete structures", Mir Publ., Moscou, 2a. Ed./1972, pp. 539-587.
9. MANCINI, E. - "Anñlise contñnua de estruturas de edifñcios elevados sujeitos ã açño do vento", publ. n° 184, Esc. Eng. de Sño Carlos, USP, Sño Carlos/SP, Dez/1973, 112 pp.

10. FERREIRA, L.F.O. - "Associação plana de pórticos com pilares-paredes", Dissertação de Mestrado, Esc. Eng. de São Carlos, USP, São Carlos/SP, 1975.
11. STAMATO, M. e MANCINI, E. - "Paredes de seção aberta associadas e pórticos planos", Revista Brasileira de Tecnologia, Volume 3, 1972, pp. 139-146.
12. ROSMAN, R. - "Statics of non-symmetric shear wall structures", Proc. Inst. Civ. Eng., Supplement XII/1971, Paper 7393 S, pp. 211-244.
13. VLASSOV, B.Z. - "Pièces longues en voile mince" - Eyrolles, 1962, 655 pp.
14. RACHID, M. - "Instabilidade de barras de seção delgada", Tese de Doutorado, Esc. Eng. de São Carlos, USP, São Carlos/SP, fev/1975, 119 pp.
15. CARVALHO, F.A.C. - "Instabilidade de edifícios com paredes de seção aberta contraventada por lintéis", Dissertação de Mestrado, Esc. Eng. de São Carlos, USP, São Carlos/SP, maio/1980, 142 pp.
16. WINOKUR, A. e GLÜCK, J. - "Lateral loads in asymmetric multistory structures", Journal Structural Division, Am. Soc. Civ. Eng., março/1968 ST3, pp. 645-656.
17. LAIER, J.E. - "Efeito das variações de temperatura em estruturas de edifícios altos", Revista Brasileira de Tecnologia, Volume 9, Números 1 e 2, Março/Junho, 1978, pp. 3-13.
18. FRANCO, M. - "Alguns problemas relativos à ação do vento em edifícios de grande altura", Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo/SP, 1966, 55 pp.
19. HEHL, M.E. - "Sistema de programação fortran IV G-H", Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda, São Paulo/SP, 1972, 232 pp.

20. FORSYTHE, G.E. e MOLER, C.B. - "Computer solution of linear algebraic systems", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1967, pp. 68-74.
21. HEIDEBRECHT, A.C. and SMITH, B.S. - "Aproximate analysis of open-section shear walls subject to torsional loading", Journal of the structural division, ASCE Vol. 99, N^o ST12, Proc. Paper 10234, pp. 2355-2373, Dec. 1973.
22. BARBOSA, J.A. - "Edifícios com paredes de seção aberta contraventada por lintéis, sob carga lateral", Dissertação de Mestrado, Esc. Eng. de São Carlos, USP, São Carlos/SP, fevereiro/1978.
23. CARDAN, B. - "Concrete shear walls combined with rigid frames in multistory buildings subject to lateral load", Journal of the American Concrete Institute, September 1961, pp. 299-315.