UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE RITZ-GALERKIN À ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS ALTOS PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

Eng. Manoel O. Penafort Ataide

São Carlos
-1981-

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE
RITZ-AGLERKIN À ANÁLISE DE
ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS ALTOS
PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

ENG. MANOEL ONIVALDO PENAFORT ATAIDE

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do tíutlo de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. José Elias Laier (Orientador)
Profa. Dra. Célia Maria Finazzi de Andrade (ICMSC)
Prof. Dr. Tioeturo Yagui (FEL/UNICAMP)

SUPLENTES:

Prof. Dr. Maximilian Emil Hehl (ICMSC)
Porf. Dr. Eddie Mancini (SET-EESC)

Externo aqui o meu mais profundo agradecimento a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, prestaram inestimável ajuda para a realização deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho, pretende-se mostrar a conveniência da utilização do Método de RITZ-GALERKIN na integração das equações diferenciais resultantes da análise de estruturas de edifícios altos pela técnica do Meio Contínuo.

Para tanto, são analisadas associações planas de paredes e pórtico com rigidez constante ou continuamente variável, bem como associações tridimensionais de paredes, pórticos e núcleo resistente. Estudam-se, também, os casos de paredes associadas por lintéis e a associação tridimensional de tais paredes a núcleo resistente.

Por fim, são apresentados exemplos numéricos ilustrativos do estudo desenvolvido e, adicionalmente, programas de automatização de cálculo formulados em linguagem FORTRAN II.

ABSTRACT

The main aim of this work is to show the convenience of the utilization of the RITZ-GALERKIN'S METHOD to the integration of differencial equations resulting from analysis of tall buildings structures by continuous medium tecnique.

By that, plain associations of walls with uniform stiffness frames or continuous non-uniform stiffness one and three-dimensional combination of walls, frames and resistent core are studied. The coupled shear walls and their three-dimensional combination with resistent core are analyzed either.

Finally, numerical exemples to illustrate the developed study and computer programs by FORTRAN II language are presented.

NOTAÇÃO

a) Eixos coordenados

Oxz - Sistema de coordenadas situado no plano do painel, tendo origem na base do painel e eixo Oz vertical, dirigido para cima.

OXYZ - Sistema de coordenadas ortogonais no espaço, tendo origem na base do edifício, sentido dextrorso e eixo OZ vertical, dirigido para cima.

b) Deslocamentos

u - Deslocamento segundo Ox.

V, U - Deslocamentos segundo OZ e OX, respectivamente.

W - Rotação segundo OZ.

c) Índices

f - Caracteriza grandezas referentes aos pórticos.

w - Caracteriza grandezas referentes às paredes.

i - Caracteriza painel genérico.

t - Caracteriza grandezas referentes à torção.

ft - Caracteriza grandezas referentes à flexo-torção.

L - Caracteriza grandezas referentes aos lintéis.

m - Caracteriza grandezas referentes ao painel formado por paredes associadas por lintéis.

d) Derivadas

- Apóstrofes e números romanos, como expoentes, caracterizam o grau de derivação, geralmente em relação a z ou Z.

e) Carregamento

q - Representa carga distribuída.

f) Esforços

M - Momento fletor.

N - Esforço normal.

Q - Força cortante.

M_t - Momento torçor.

M_{ft} - Momento de flexo-torção.

M_ℓ - Momento de troção livre.

B - Bimomento.

g) Parâmetros elásticos e geométricos

E - Módulo de elasticidade.

G - Módulo de elasticidade transversal.

J - Momento de inércia da seção transversal.

K - Relação de inércia da seção transversal.

j - Coeficiente de rigidez (EJ, EJ_{ft}).

j_t - Coeficiente de rigidez ao momento de torção livre, da mola equivalente (GJ_t).

s_f - Rigidez à força cortante do consolo vertical equivalente ao pórtico.

Ms - Momento estático da seção.

S - Área da seção transversal.

h) Representação matricial

$[\ \ ]$ - Matriz quadrada.

$|\ \ |$ - Matriz coluna.

$\{\ \ \}$ - Matriz linha.

i) Outras notações

P - Pilar-parede.

h - Altura do pé direito do andar.

H - Altura total do edifício.

ÍNDICE

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

CAPÍTULO V

ANEXO

PROGRAMAS DE AUTOMATIZAÇÃO DE CÁLCULO EM LINGUAGEM FORTRAN II

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de estruturas de edifícios altos sob a ação de cargas horizontais tem sido levado a bom termo mediante a utilização de "modelos matemáticos" discretos e contínuos. Nos modelos matemáticos discretos o componente básico da estrutura é, em geral, a barra e, por outro lado, nos modelos matemáticos contínuos o componente básico consiste no painel de contraventamento (pórtico, parede, núcleo resistente, etc.).

Os modelos matemáticos discretos - técnica discreta - conduzem a tratamento via matricial e apresentam grande versatilidade no sentido de permitirem análises de estruturas de geometria bastante variada em planta e em elevação [1], [2] e [3]. Todavia, a utilização de tais modelos implica na resolução de sistemas de equações lineares de grande monta tornando, assim, indispensável o concurso de computadores de porte, pelo menos, razoável.

Por outro lado, os modelos matemáticos contínuos - técnica do Meio Contínuo - permitem o tratamento de um bom número de estruturas usuais mediante um número reduzido de parâmetros elásticos e geométricos e, dada a sua formulação analítica, no sentido algébrico, conduzem a procedimentos expeditos e mais imediatos [4]. Cabe destacar, outrossim, que esses modelos, devido ao número reduzido de parâmetros envolvidos, proporcionam um meio mais eficiente de estudar o comportamento da estrutura como um todo.

A técnica do Meio Contínuo consiste em assimilar a estrutura como um meio contínuo de comportamento equivalente no que diz respeito à rigidez. Albiges e Goulet [5], num trabalho pioneiro, utilizaram esse expediente no estudo de paredes unidas por lintéis de ligação, alcançando resultados amplamente satisfatórios. Nessa mesma linha de trabalho Franco [6], Coull e Choudhry [7] abordaram com sucesso outros aspectos estruturais. Merecem destaque, ainda, contribuições dadas por Stamato [8], que estendeu de maneira sistemática aquele procedimento ao estudo de estruturas tridimensionais. Nesse mesmo sentido outras contribuições foram dadas por Rosman [9], Stamato e Mancini [10] e Coull [11].

Na técnica do Meio Contínuo as condições de equilíbrio são expressas por meio de equações diferenciais. Tais equações apresentam coeficientes constantes nos casos de estruturas de rigidez uniforme ao longo da altura e, nos demais casos, coeficientes variáveis. Por outro lado, as equações diferenciais a coeficientes constantes podem ser integradas de modo imediato, todavia as a coeficientes variáveis somente são integráveis, em geral, por meios numéricos [12].

Neste trabalho, pretende-se mostrar a eficiência da utilização do Método de Ritz-Galerkin na integração das equações diferenciais da técnica do Meio Contínuo. É oportuno assinalar que esse método já foi usado com sucesso em estudos dinâmicos formulados pela técnica do Meio Contínuo [11], apresentando convergência bastante rápida, além de conduzir a procedimentos numéricos facilmente programáveis em computadores.

Visando, portanto, aquele objetivo, apresenta-se inicialmente, no Capítulo II, um estudo expedito da técnica do Meio Contínuo e, depois, no Capítulo III conduz-se o estudo da solução das equações diferenciais através do método indicado. Em seguida, no Capítulo IV, com os exemplos de aplicação, procura-se fazer o estudo do condicionamento numérico do método nos exemplos alí tratados. Finalmente, em anexo, apresentam-se programas de automatização de cálculo elaborados em linguagem FORTRAN. É oportuno ressaltar, ainda, que em cada capítulo o assunto é abordado de maneira sistemática: primeiro os painéis isolados e suas associações planas e, depois, as associações tridimensionais de painéis.

Finalizando, convém adiantar que os resultados encontrados nos diversos exemplos de aplicação apresentados mostraram-se bastante satisfatórios, conforme eficiência evidenciada pela confrontação com soluções alcançadas por meio de outros métodos.

CAPÍTULO II

ANÁLISE DE PAINÉIS DE CONTRAVENTAMENTO PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

2.1 - Introdução

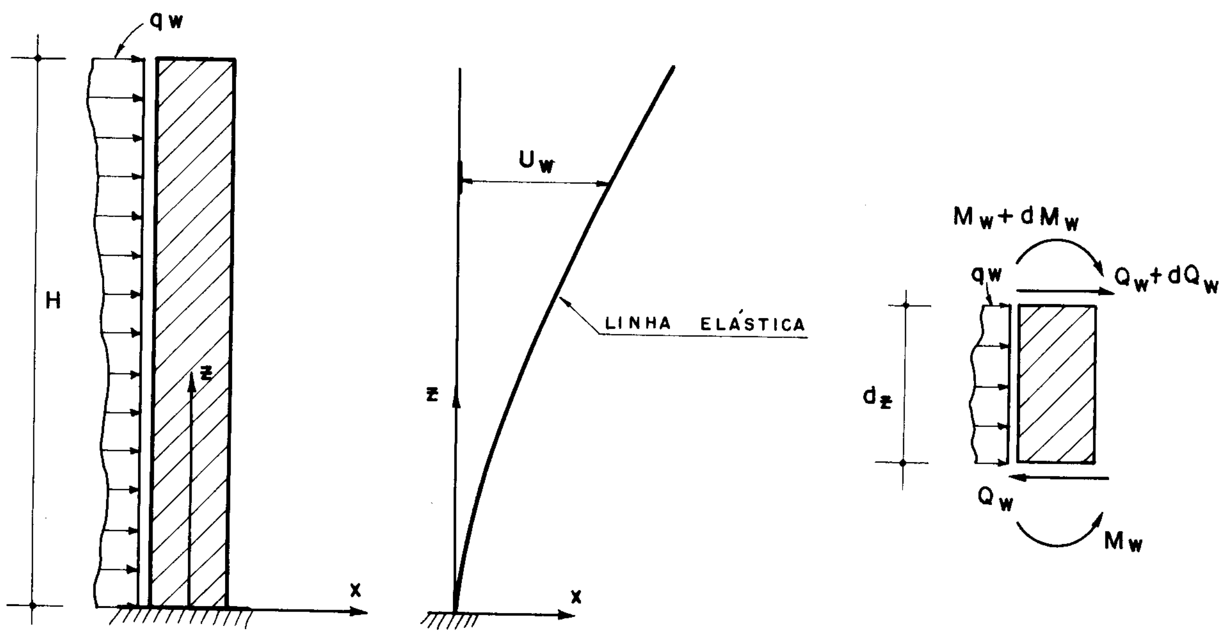
O componente estrutural básico na análise de estruturas de edifícios altos pela técnica do Meio Contínuo, conforme já foi mencionado, é o painel de contraventamento. Assim, no que segue, abedecendo uma ordem natural, apresenta-se o estudo expedito do comportamento dos painéis de contraventamento comumente usados que são, naturalmente, pórticos, paredes e núcleo resistente. Além disso, expõe-se também o estudo de associações planas de pórticos e paredes em série, sendo conveniente adiantar que outros tipos de painéis de contraventamento aqui não abordados possuem, em geral, comportamento, quando não igual, pelo menos próximo de um dos tipos apresentados. Fechando o capítulo, é apresentado o estudo da associação tridimensional de painéis de contraventamento.

2.2 - Painéis isolados

O estudo do comportamento isolado dos painéis de contraventamento comumente empregados é aqui levado a efeito no sentido de chamar a atenção sobre algumas propriedades que caracterizam o desempenho de tais painéis.

2.2.1 - Parede

Parede é o painel plano, suposto extremamente rígido à força cortante, deformável apenas por momento fletor



a) PAREDE ISOLADA

b) LINHA ELÁSTICA DA PAREDE

c) AÇÕES NO ELEMENTO DIFERENCIAL DA PAREDE

FIG. II-1 - PAREDE ISOLADA

e de rigidez transversal desprezível. Adianta-se que as paredes tratadas neste trabalho, são de seção constante ao longo da altura, conforme se mostra na Fig. II-1.a.

As condições de equilíbrio da parede, tendo em vista os esforços e os sentidos positivos indicados na Fig. II-1.c, são expressas por:

$$\frac{dM_w}{dz} = - Q_w \qquad \text{.... (II-1)}$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = - q_w \qquad \text{.... (II-2)}$$

Por outro lado, a teoria técnica de flexão permite exprimir a relação momento-curvatura:

$$u''_w = \frac{M_w}{j_w} \qquad \text{.... (II-3)}$$

onde j_w é o produto de rigidez $E\ J_w$.

As relações (II-1) e (II-3) permitem escrever:

$$-j_w\ u'''_w = Q_w \qquad \text{.... (II-4)}$$

As equações (II-1) e (II-4) descrevem suficientemente o comportamento do painel parede sob a ação de uma carga q_w continuamente distribuída ao longo da altura.

2.2.2 - Pórtico

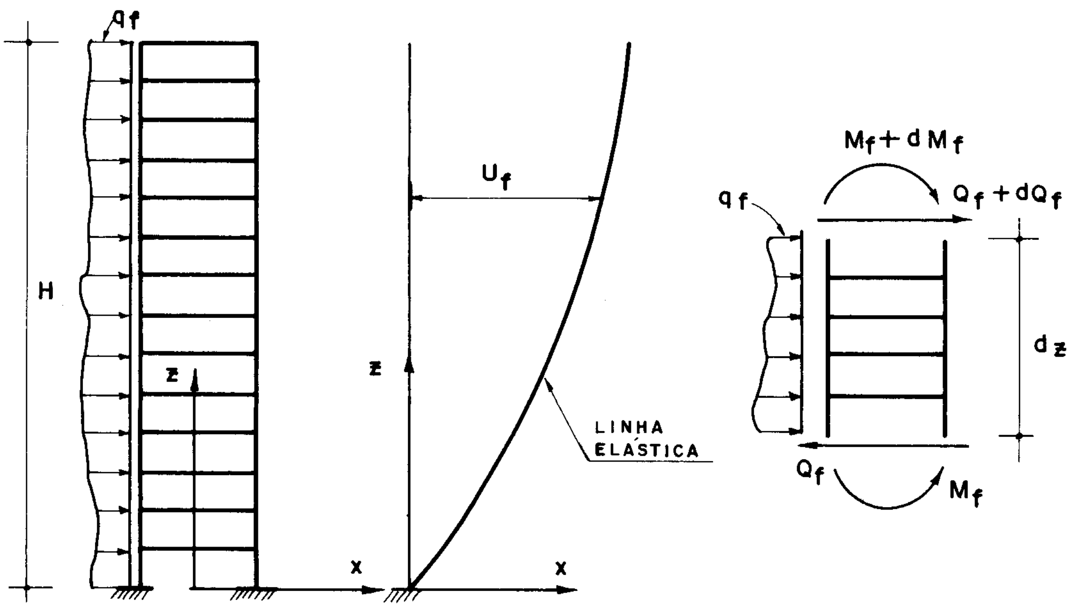
Pórtico é o painel plano, suposto extremamente rígido ao momento fletor, deformável apenas por força cortante e de rigidez transversal desprezível. Incluem-se nesta categoria os "painéis treliçados", com diagonais muito mais deformáveis que as vigas e pilares, os "painéis em pórticos deslocáveis", onde os tramos dos pilares apresentam rigidez J/ℓ bem inferior à dos vãos das vigas adjacentes, bem como os pórticos usuais regulares em que a rigidez dos pilares não é exageradamente maior do que a das vigas, nos quais, por exemplo, seja lícito admitir momentos fletores nulos nos centros dos vãos de vigas e pilares [13].

Na Fig. II-2, mostra-se o pórtico típico, sua elástica característica e um elemento diferencial sob as ações convencionadas positivas, cujas condições de equilíbrio são expressas por:

$$\frac{dM_f}{dz} = -\ Q_f \qquad \text{.... (II-5)}$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = -\ q_f \qquad \text{.... (II-6)}$$

A relação existente entre a elástica do pórtico e o esforço cortante é expressa por [8]:



a) PÓRTICO ISOLADO   b) LINHA ELÁSTICA DO PÓRTICO   c) AÇÕES NO ELEMENTO DIFERENCIAL DO PÓRTICO

FIG. II - 2 - PÓRTICO ISOLADO

$$Q_f = s_f \, u_f' \qquad \text{.... (II-7)}$$

onde s_f é a rigidez do pórtico ao esforço cortante. Tal rigidez, no caso de pórticos regulares, pode ser estimada pela expressão [8]:

$$s_f = \frac{12\ E}{h} \sum_{n.a} \left[k_{pn} \frac{\sum\limits_{n.v} k}{\sum\limits_{n.b} k} \right] \qquad \text{.... (II-8)}$$

em que:

k = relação J/ℓ do tramo de viga ou pilar considerado - ℓ = vão.

k_{pn} = relação J/ℓ do tramo do pilar logo abaixo do nó considerado - ℓ = vão.

n.a = número de nós no andar considerado.

n.v = número de vigas que concorrem no nó considerado (n.v = 1 ou 2).

n.b = número de barras (vigas e pilares) que concorrem no nó considerado (n.b = 2, 3 ou 4).

Por integração da equação (II-7), tendo em vista a expressão (II-5), obtém-se a relação entre o momento fletor e a elástica, ou seja:

$$M_f = s_f \left[u_f(H) - u_f(z) \right] \quad .... \text{ (II-9)}$$

Por outro lado, eventuais variações de rigidez ao longo da altura são levadas em consideração, no presente trabalho, através de uma aproximação parabólica do tipo:

$$s_f(z) = s_f(1+bz+cz^2) \quad .... \text{ (II-10)}$$

onde s_f é, obviamente, a rigidez do pórtico na base e os coeficientes b e c são determinados, por exemplo, com as condições (vide Fig. II-3):

$$s_f(H/2) = k^* + f$$

$$s_f(H) = \bar{s}_f$$

resultando, por conseguinte,

$$b = \frac{1}{H} \left[2(1+RT)(1+RF) - RT - 3 \right]$$

$$c = \frac{2}{H^2} \left[(RT+1) - (RT-1)(1+RF) \right]$$

sendo

$$RT = \frac{\bar{s}_f}{s_f}$$

$$RF = \frac{f}{k^*}$$

$$K^* = \frac{s_f + \bar{s}_f}{2}$$

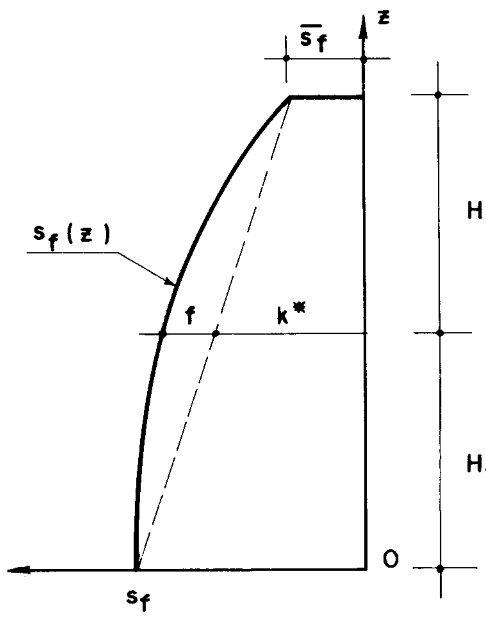


FIG. II - 3 - CURVA DE RIGIDEZ DO PÓRTICO

É oportuno assinalar que tal abordagem engloba, como casos particulares, também a variação linear de rigidez e rigidez constante ao longo da altura. Além disso, a variação parabólica corresponde, de um modo geral, a uma primeira aproximação razoável de uma variação mais complexa, permitindo, por conseguinte, quantificar aproximadamente a influência da variação de rigidez ao longo da altura no comportamento do pórtico.

2.2.3 - Núcleo resistente

Núcleo resistente é o componente estrutural que representa eventual consolo vertical de seção delgada, em geral do tipo U ou L, cujo comportamento pode ser descrito pela teoria de flexo-torção.

Na análise de edifícios pela técnica do Meio Contínuo, o núcleo (Fig. II-4) pode ser substituído por duas paredes independentes [10], passando pelo centro de torção C_t, orientadas segundo os eixos principais de inércia C_{t1}

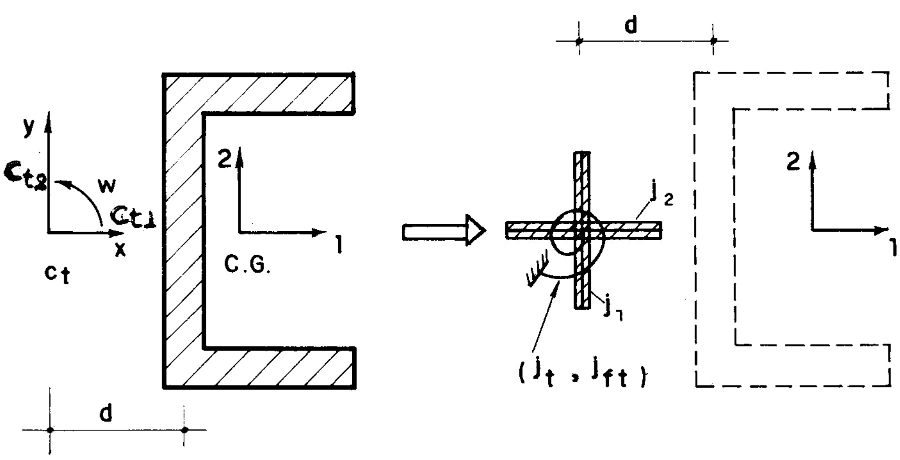


FIG. II - 4 - NÚCLEO RESISTENTE E SISTEMA EQUIVALENTE

e C_{t2}, possuindo coeficientes de rigidez à flexão j_1 e j_2 correspondentes aos momentos principais de inércia da seção transversal do núcleo resistente. A essas paredes, equivalentes ao núcleo no que respeita à flexão, deve-se acrescentar uma mola que possui coeficientes de rigidez j_t e j_{ft} obtidos, respectivamente, pela teoria de Saint-Venant e pela teoria da flexo-torção [10].

As paredes equivalentes têm seu comportamento descrito pela teoria técnica da flexão (vide ítem 2.2.1), enquanto a mola equivalente, da maneira como foi conceituada, passa a ser idealizada como um elemento estrutural, de eixo vertical, capaz de receber apenas momento de torção.

Na Fig. II-5, mostra-se esquematicamente um elemento diferencial de núcleo sob as ações de momento torçor M_t e carga torçora distribuída q_t.

A condição de equilíbrio do elemento diferencial permite escrever [8]:

$$\frac{dM_t}{dz} = - q_t \qquad .... \text{(II-11)}$$

Por outro lado, a teoria da flexo-torção conside

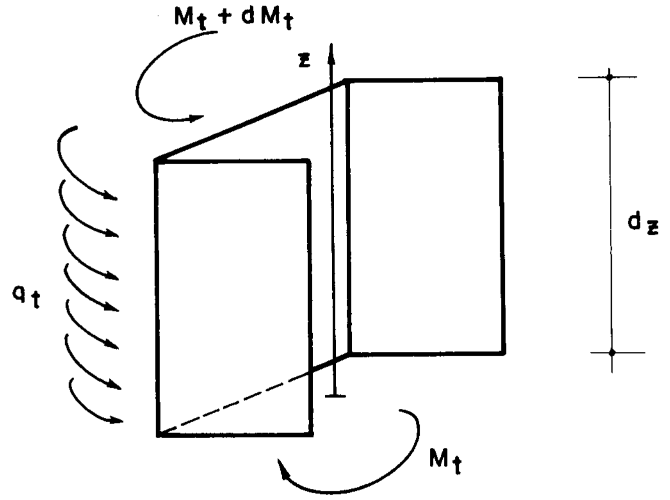


FIG. II-5 - AÇÕES NO ELEMENTO DIFERENCIAL DE MOLA EQUIVALENTE

ra o momento torçor resistente por meio de duas parcelas [14] : uma correspondente à torção livre e a outra à flexo-torção, propriamente dita. Assim, o momento torçor total passa a ser dado por:

$$M_t = M_\ell + M_{ft} \qquad \ldots . \text{ (II-12)}$$

onde M_t é o momento torçor total, M_ℓ e M_{ft} as parcelas referentes à torção livre e flexo-torção, respectivamente. Além disso, tais parcelas relacionam-se com a elástica, no caso de rotação, por meio das expressões:

$$M_\ell = j_t \; w'$$
$$\ldots . \text{ (II-13)}$$
$$M_{ft} = -j_{ft} \; w'''$$

Levando as expressões (II-13) na equação (II-12), tem-se:

$$M_t = -j_{ft} \; w''' + j_t w' \qquad \ldots . \text{ (II-14)}$$

A teoria da Flexo-Torção conceitua também um esforço solicitante auto-equilibrado na seção transversal, denominado bimomento, que se relaciona com a elástica torcional por meio da expressão:

$$B = j_{ft}\ w'' \qquad \text{.... (II-15)}$$

Convém esclarecer, ainda, que tal esforço solicitante é o responsável pelo aparecimento de tensões normais oriundas da torção. Todavia, trata-se de uma tensão de magnitude, em geral, secundária em relação às demais.

Finalizando, convém ressaltar que o comportamento do núcleo resistente pode ser descrito suficientemente no que diz respeito à flexão pelo conjunto formado das duas paredes planas independentes, cujo comportamento é dado pela teoria técnica da flexão, mais a mola de torção idealizada segundo conceitos da teoria da Flexo-Torção.

2.3 - Associações Planas

A literatura técnica tem, frequentemente, chamado a atenção para a conveniência de certas associações entre painéis de contraventamento. É o caso, por exemplo, da associação entre pórtico e parede, porquanto, tratam-se de painéis complementares em termos de rigidez. O pórtico isolado apresenta elástica com concavidade voltada para barlavento, mostrando-se pouco rígido na base e bastante rígido na região do topo. Por outro lado, a parede apresenta elástica com concavidade voltada para sotavento, apresentando grande rigidez na região da base e pequena rigidez na região do topo. Assim sendo, o conjunto formado pela associação de pórtico e parede passa a ter, de certa forma, uma rigidez mais uniforme e, por conseguinte, uma melhor distribuição dos esforços. Em outras palavras, na base a parede, mais rígida, recebe maior parcela de esforços e no topo o pórtico, aí mais rígio, recebe um quinhão de esforço mais elevado.

A conexão entre o pórtico e a parede é, usualmente, simulada por meio de uma infinidade de barras articuladas de rigidez infinita axialmente, uniforme e continuamente distribuída ao longo da altura (meio contínuo). É bom acrescentar que ligações por meio de barras não articuladas, como é o caso de ligações por vigas, não alteram as características básicas do comportamento da associação [15].

Uma outra associação de grande interesse consiste na união de paredes por meio de lintéis de ligação [5]. Nesse caso, o conjunto de lintéis de ligação concorre para uma melhor distribuição dos esforços pela introdução de forças normais nas paredes, cujo binário absorve parte significativa do momento fletor total atuante no conjunto. De certa forma, a atuação dos lintéis, nessa associação, é parecida com a atuação do pórtico no caso anteriormente citado.

2.3.1 - Associação Plana de Parede e Pórtico

Na Fig. II-6 mostra-se uma associação de pórticos e parede sujeita a um carregamento externo q continuamente distribuído ao longo da altura. Pois bem, o equilíbrio do conjunto, em termos, por exemplo, do esforço cortante, implica em:

$$Q(z) = Q_w(z) + Q_f(z) \qquad \text{.... (II-16)}$$

onde Q(z) é o esforço cortante externo, $Q_w(z)$ é o esforço cortante absorvido pela parede e $Q_f(z)$ é o quinhão absorvido pelo pórtico, numa cota genérica z.

Tendo em conta as expressões (II-4) e (II-7) a equação (II-16) passa a escrever-se:

$$Q(z) = -j_w u''' + s_f(z)\, u' \qquad \text{.... (II-17)}$$

onde u é a elástica do conjunto, comum, naturalmente, à pa

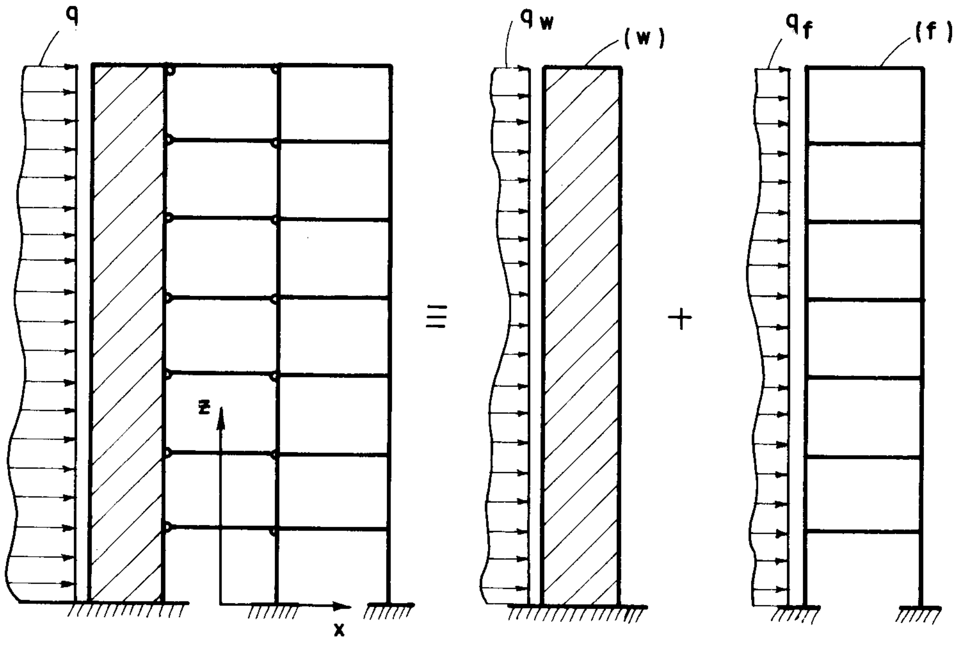


FIG. II - 6 - PAREDE E PÓRTICO EM SÉRIE

rede e pórtico. Convém esclarecer que mesmo no caso do pórtico experimentar variação de rigidez ao longo da altura essa relação ainda prevalece. Todavia, isso não ocorre quando a parede experimenta variação de rigidez ao longo da altura.

As condições de contorno a serem atendidas pela solução da equação (II-17) são:

$$u(z=0) = 0$$

$$u'(z=0) = 0 \qquad \ldots. \quad \text{(II-18)}$$

$$u''(z=H) = 0$$

onde a primeira condição corresponde à indeslocabilidade do conjunto na base, a segunda e terceira são imposições da parede, ou seja, o engastamento da parede na base implica em rotação nula, e momento nulo no topo em curvatura nula.

Finalmente, é oportuno ressaltar que a associação de pórtico e parede apresenta elástica de forma intermediária entre a do pórtico e a da parede. Na base a concavidade é voltada para sotavento e no topo, para barlavento. De um modo geral, o parâmetro que governa a tendência do conjunto é a "rigidez relativa" dada por

$$K = H \sqrt{\frac{s_f}{j_w}} \quad .$$

Assim, por exemplo, uma associação com rigidez relativa na vizinhança inferior de K=3 apresenta comportamento mais próximo do da parede; maior que esse limite, já apresenta comportamento mais parecido com o do pórtico.

2.3.2 - Paredes ligadas por Lintéis

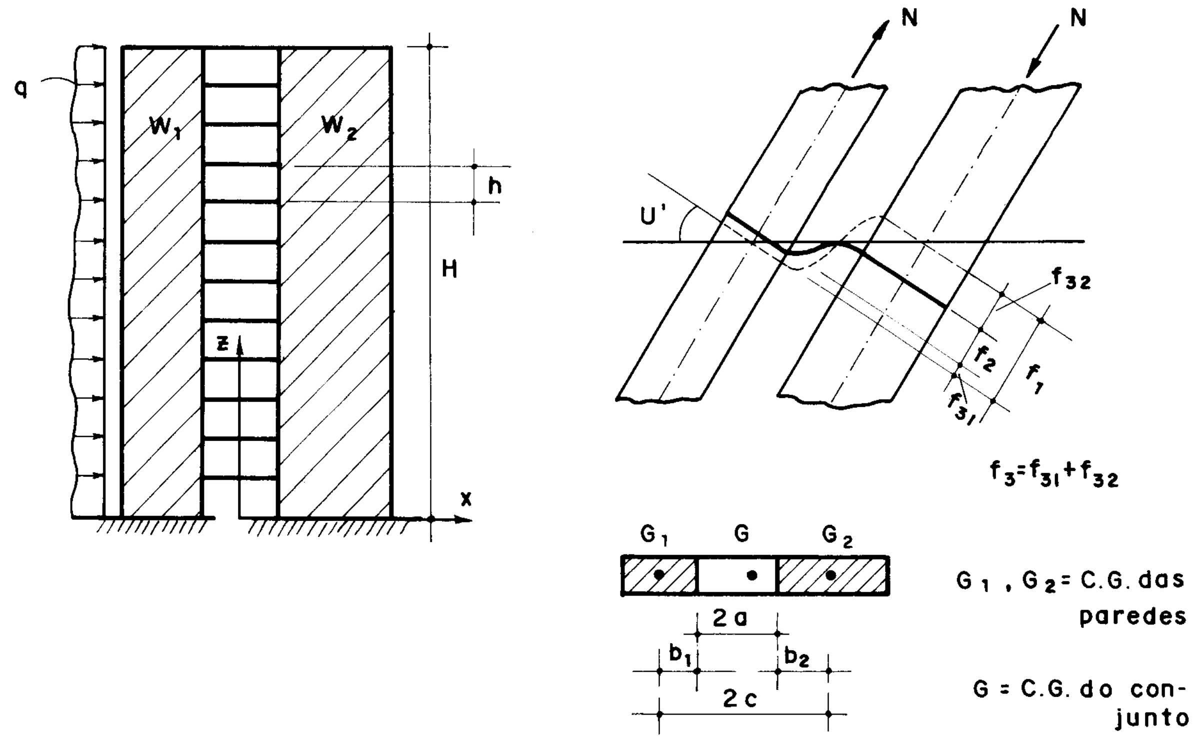
A associação obtida pela ligação de paredes por lintéis tem sido objeto de muita atenção na literatura técnica [5] [11] [16]. Assim, no que segue, pretende-se mostrar, a título de esclarecimentos, apenas o que parece essencial no estudo de tal associação.

Considere-se, por exemplo, uma associação de duas paredes ligadas por lintéis, conforme mostra-se na Fig. II-7.a, sujeita a uma carga horizontal q continuamente distribuída ao longo da altura. As grandezas referentes ao conjunto serão consideradas segundo um sistema de coordenadas Oxz com origem na base, sendo o eixo Ox horizontal e o Oz vertical.

Um exame da situação deformada do conjunto, esquematizada na Fig. II-7.b, permite, por considerações geométricas, exprimir a relação:

$$f_1 = f_2 + f_3 \qquad \text{.... (II-19)}$$

onde f_1 é o deslocamento axial relativo entre as seções das paredes proveniente apenas da flexão, f_2 é o deslocamento



a) PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS

b) PAINEL DEFORMADO

FIG.II-7 - PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS

axial relativo final entre as seções das paredes e f_3 é o deslocamento axial relativo entre tais seções provenientes da deformação por força normal nas paredes.

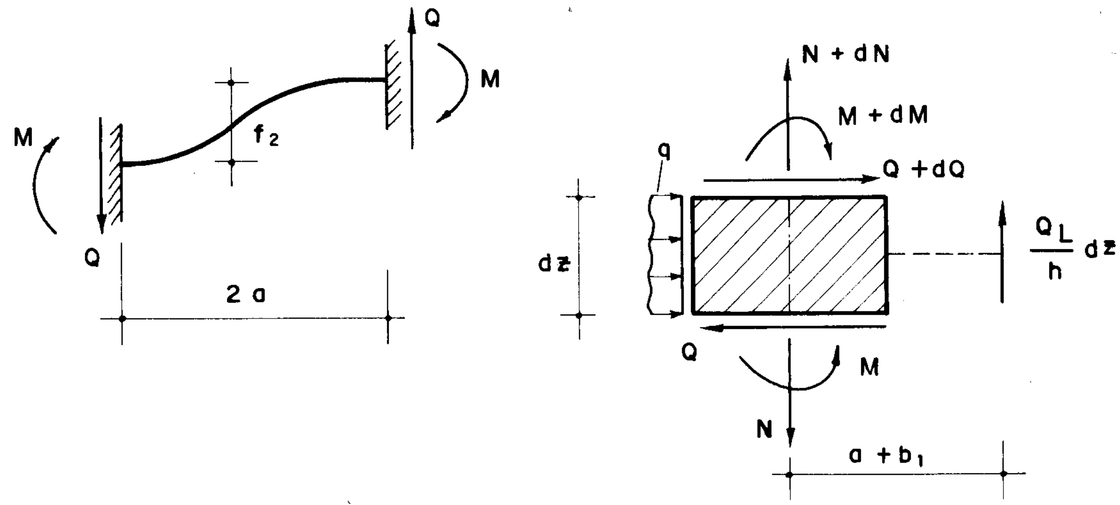
Por outro lado, o deslocamento relativo f_1, também por considerações geométricas, pode ser expresso, em termos da elástica, por:

$$f_1 = 2c \cdot u' \qquad \text{.... (II-20)}$$

O deslocamento relativo f_2, por sua vez, relaciona-se com a força cortante do lintel através da expressão (vide Fig. II-8.a):

$$f_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{E_L\ J_L} \cdot Q_L \qquad \text{.... (II-21)}$$

e, finalmente, f_3 expressa-se em termos da força normal nas paredes por:



a) AÇÕES NO LINTEL

b) AÇÕES NO ELEMENTO DIFERENCIAL DE PAREDE

FIG. II - 8 - AÇÕES NOS ELEMENTOS DO PAINEL

$$f_3 = \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right) \int_0^z N dz \qquad \ldots\ldots (II\text{-}22)$$

Naturalmente, as forças normais nas paredes são iguais e de sentidos contrários por imposição do equilíbrio de forças na direção vertical.

Tendo em vista as equações (II-20), (II-21) e (II-22) a equação (II-19) passa a escrever-se:

$$2c.u' = \frac{2}{3} \frac{a^3}{E_L J_L} \cdot Q_L + \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) \int_0^z N dz \qquad \ldots\ldots (II\text{-}23)$$

Admitindo, em conformidade com a técnica do Meio Contínuo, serem os esforços Q_L e N funções contínuas da ordenada z, derivando duas vezes os dois membros da equação (II-23), tem-se:

$$2c \cdot u''' = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{E_L J_L} \cdot Q''_L + \frac{1}{E_w} \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) N' \qquad (II\text{-}24)$$

Por outro lado, a condição de equilíbrio axial das paredes implica em (vide Fig. II-8.b):

$$N' = -\frac{Q_L}{h} \quad \text{.... (II-25)}$$

onde já se considera a interação entre o lintel e a parede, continuamente distribuída. Assim sendo, a equação (II-24) assume também a forma:

$$2c.u''' = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{E_L\ J_L}\ Q_L'' + \frac{1}{E_w}\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right)\frac{Q_L}{h} \quad \text{(II-26)}$$

De acordo com a teoria técnica da flexão tem-se as seguintes relações diferenciais nas paredes:

$$\begin{aligned} dM_1 &= E_w\ J_{w1}\ u'''\ dz \\ dM_2 &= E_w\ J_{w2}\ u'''\ dz \end{aligned} \quad \text{.... (II-27)}$$

Por outro lado, o equilíbrio de momentos implica em (vide Fig. II-8.b):

$$\begin{aligned} dM_1 &= (a+b_1) \cdot \frac{Q_L}{h} \cdot dz - Q_{w1}\ dz \\ dM_2 &= (a+b_2) \cdot \frac{Q_L}{h} \cdot dz - Q_{w2}\ dz \end{aligned} \quad \text{.... (II-28)}$$

Finalmente, combinando-se as expressões (II-27) juntamente com a (II-28), tem-se:

$$E_w(J_{w1}+J_{w2})u''' = -\ Q + \frac{2c}{h}\ Q_L \quad \text{.... (II-29)}$$

A equação (II-29) permite eliminar Q_L na equação (II-26), resultando, assim:

$$Km\ u^V - j_m\ u''' = Q - Cm\ Q'' \quad \text{.... (II-30)}$$

onde:

$$Km = \frac{j_m}{Lm}$$

$$J_m = J_{w1} + J_{w2} + 2c \cdot Ms$$

$$Cm = \frac{1}{Lm}\left(\frac{J_m}{J_{w1}+J_{w2}}\right) \qquad \ldots. \text{(II-31)}$$

$$j_m = E_w\, J_m$$

sendo

$$Lm = \frac{3\, E_L\, J_L}{a^3 \cdot h} \cdot \frac{c \cdot J_m}{j_{mp} \cdot Ms}$$

$$\ldots. \text{(II-32)}$$

$$Ms = \frac{2c}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}}$$

com

$$j_{mp} = E_w\,(J_{w1}+J_{w2})$$

As condições de fronteira a serem satisfeitas pela solução da equação (II-30), são:

1º) $u(z=0) = 0$

2º) $u'(z=0) = 0$

3º) $u''(z=H) = 0$ $\qquad \ldots.$ (II-33)

4º) $u'''(z=0) = -\dfrac{Q(z=0)}{j_{mp}}$

5º) $u^{IV}(z=H) = \dfrac{q(z=H)}{j_{mp}}$

A primeira das condições (II-33) provém da indeslocabilidade do conjunto na base; as segunda e terceira são imposições das paredes: o engastamento implica em rotação nula na base, momento nulo no topo implica em curvatura nula. Por outro lado, o fato de ser f_3 (eq. II-22) nulo na base e em face da segunda das condições (II-33) tem-se

$Q_L(0) = 0$ (vide eq. II-23), resultando da equação (II-29) a quarta das (II-33). Finalmente, da derivada da eq. (II-23), com a consideração de ser nula no topo a força normal nas paredes e a terceira das (II-33), tem-se $Q_L'(H) = 0$; portanto, por derivada da equação (II-29) chega-se à última das condições de fronteira (II-33).

2.4 - Associações Tridimensionais

Dentre as associações tridimensionais de painéis de contraventamento estudam-se, no que segue, apenas dois tipos bastante frequentes. Em primeiro lugar é apresentado o estudo da associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleo resistente. Em seguida, apresenta-se o estudo da associação tridimensional de paredes associadas por lintéis e núcleo resistente.

O modelo estrutural frequentemente utilizado, e suficientemente preciso para representar a estrutura tridimensional de edifícios altos, consiste basicamente em se considerar a estrutura como um conjunto formado por painéis de contraventamento travados horizontalmente ao nível dos andares pelas lajes. Conforme já foi mencionado anteriormente, na técnica do Meio Contínuo tal travamento é suposto contínuo ao longo da altura, sendo providenciado por uma infinidade de diafrágmas horizontais de rigidez infinita em seus planos e nula transversalmente. Assim, os movimentos da estrutura passam a ser funções contínuas ao longo da altura do edifício.

Um sistema de referência dextrorso OXYZ com origem na base é adotado para o conjunto, sendo os eixos OX e OY horizontais e, consequentemente, OZ vertical, conforme ilustra-se na Fig. II-9. Para cada painel adota-se um sistema local de referência Oxz da maneira já indicada nos estudos anteriores. Posto isso, a posição de cada painel em relação ao sistema global fica caracterizada mediante coor

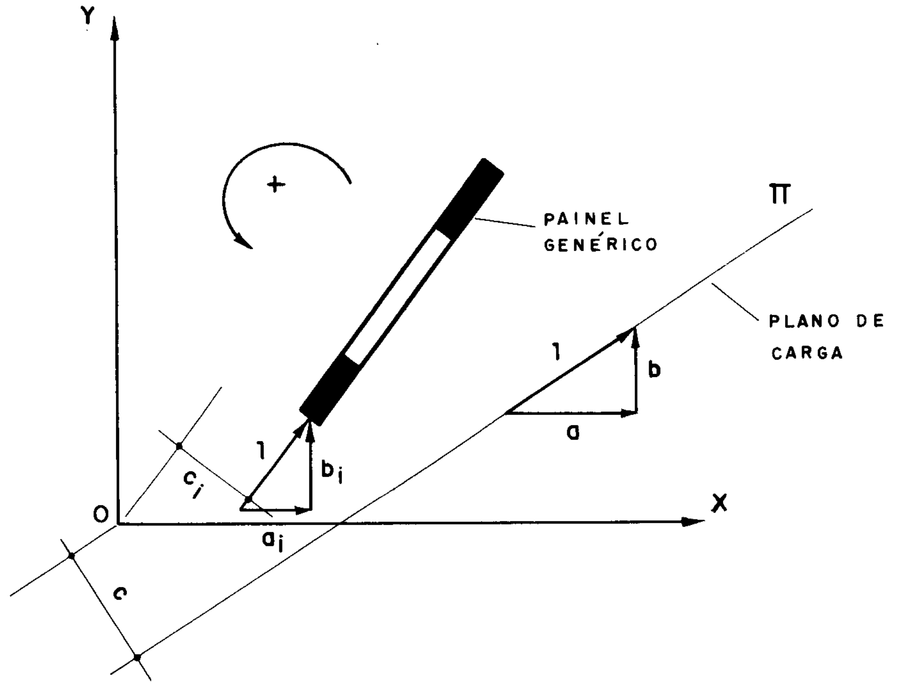


FIG. II-9 - PAINEL GENÉRICO E PLANO DE CARGA

denadas a_i, b_i e c_i, onde a_i e b_i são as componentes de um versor horizontal contido no plano do painel segundo OX e OY e c_i a distância de tal versor ao eixo OZ, convencionada positiva se for dextrorso o momento desse versor em relação ao eixo OZ (vide Fig. II-9).

O carregamento horizontal é suposto contido num plano vertical cuja posição é caracterizada por coordenadas a, b e c, a exemplo daquelas adotadas para os painéis, conforme ilustra-se também na Fig. II-9.

De acordo com o modelo estrutural adotado, o estado de deslocamento da estrutura passa a ser definido por três movimentos independentes, ou seja, translações dos diafrágmas segundo OX e OY e rotação segundo OZ. Assim, chamando de O_Z o ponto onde o eixo OZ cruza o plano do diafrágma genérico, definem-se os seguintes movimentos (funções, naturalmente da ordenada Z):

U - deslocamento de OZ segundo OX;

V - deslocamento de OZ segundo OY;

W - rotação do diafrágma segundo OZ.

Posto isso, o movimento de cada painel, dada a indeformabilidade dos diafrágmas em seus planos, passa a ser expresso por

$$u_i = a_i \cdot U + b_i \cdot V + c_i \cdot W \qquad \text{.... (II-34)}$$

onde u_i representa o deslocamento horizontal do painel genérico segundo o seu plano.

2.4.1 - Associação de pórticos, paredes e núcleo resistente

Na Fig. II-10 esquematiza-se em planta uma estrutura de edifício alto contendo pórticos, paredes e núcleo resistente, já substituídos pelos seus sistemas equivalentes.

Por considerações de equilíbrio do conjunto, sendo Q a resultante horizontal do carregamento externo aplicado acima de uma cota genérica Z, tem-se (vide Fig. II-10):

$$\sum_{1}^{Nw} Q_w \cdot a_w + \sum_{1}^{Nf} Q_f \cdot a_f = Q \cdot a$$

$$\sum_{1}^{Nw} Q_w \cdot b_w + \sum_{1}^{Nf} Q_f \cdot b_f = Q \cdot b \qquad \text{.... (II-35)}$$

$$\sum_{1}^{Nw} Q_w \cdot c_w + \sum_{1}^{Nf} Q_f \cdot c_f + \sum_{1}^{Nt} M_t = Q \cdot c$$

Em vista da equação (II-34), as relações (II-4), (II-7) e (II-14) tornam-se, respectivamente:

$$Q_w = -j_w \left(a_w U''' + b_w V''' + c_w W'''\right)$$

$$Q_f = s_f \left(a_f U' + b_f V' + c_f W'\right)$$

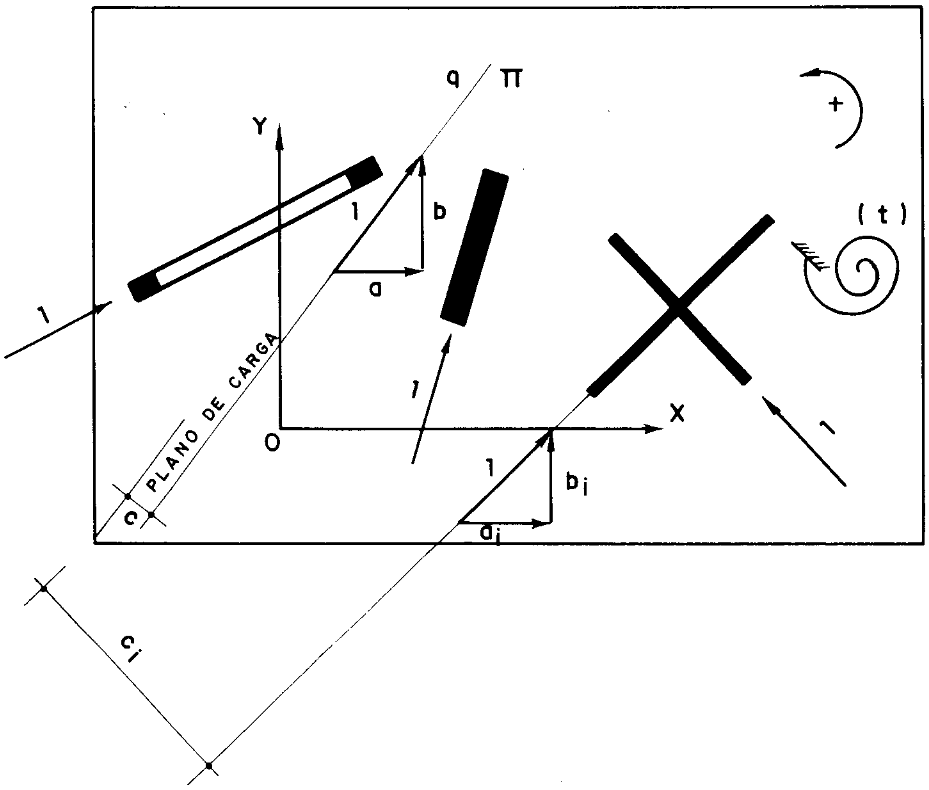


FIG.II - 10 - ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL

$$M_t = j_t W' - j_{ft} W''' \qquad \text{.... (II-36)}$$

Levando as relações (II-36) nas equações (II-35) resulta a equação diferencial característica da associação em estudo [10] :

$$- [J] \; |U'''| + [S] \; |U'| = Q \cdot |a| \qquad \text{.... (II-37)}$$

onde as matrizes envolvidas são dadas por:

$$|U| = \begin{vmatrix} U \\ V \\ W \end{vmatrix}$$

$$|a| = \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J^*_{cc} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc} \end{bmatrix}$$

onde

$$J_{de} = \sum_{1}^{Nw} j_w \; d_w \; e_w$$

$$S_{de} = \sum_{1}^{Nf} s_f \; d_f \; e_f$$

sendo "d" e "e" qualquer uma das coordenadas a, b e c que caracterizam a posição do painel, e Nw e Nf o número de paredes e pórticos no conjunto. Além disso tem-se ainda:

$$J^*_{cc} = J_{cc} + \sum_{1}^{Nt} j_{ft}$$

$$S^*_{cc} = S_{cc} + \sum_{1}^{Nt} j_t$$

onde Nt é o número de núcleos resistentes.

Tendo em vista as considerações levadas a efeito no estabelecimento das equações (II-18), item 2.3.1, as condições de fronteira a serem satisfeitas pela solução da equação (II-37) são:

$$\begin{aligned} |U|_{(z=0)} &= |0| \\ |U'|_{(z=0)} &= |0| \qquad \qquad .... \text{ (II-38)} \\ |U''|_{(z=0)} &= |0| \end{aligned}$$

Convém esclarecer que tais condições de fronteira implicam em não tratar-se de uma estrutura contendo conjunto de paredes degenerado, ou seja det$|J|$ = 0; em outras palavras, o conjunto de paredes deve conter pelo menos três paredes contidas em planos não concorrentes em uma mesma jazetura e nem paralelos (jazetura imprópria). Finalizando, é oportuno acrescentar que a degeneração do conjunto de paredes introduz modificações na segunda e terceira das equações (II-38), uma vez que tais condições provêm de imposições das paredes [8].

2.4.2 - Associação tridimensional de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente

Na Figura II-11 esquematiza-se a planta de uma estrutura simétrica de edifício contendo seis conjuntos de paredes ligadas por lintéis mais um núcleo resistente. Os conjuntos de paredes ligadas por lintéis são todos iguais e dispostos paralelamente entre si. O núcleo é substituído por duas paredes e uma mola de torção que aparecem em tracejado na Fig. II-11 conforme se expôs no item 2.2.3.

Esta associação trata-se de um sistema estrutural bastante sugestivo e, por isso, tem merecido especial atenção na literatura técnica [11] [17].

As condições de equilíbrio numa cota genérica Z são expressas por:

$$\begin{aligned}
&\sum_{1}^{Nm} Q_m\, a_m + \sum_{1}^{Nw} Q_w\, a_w = Q \cdot a \\
&\sum_{1}^{Nm} Q_m\, b_m + \sum_{1}^{Nw} Q_w\, b_w = Q \cdot b \qquad \text{.... (II-39)} \\
&\sum_{1}^{Nm} Q_m\, c_m + \sum_{1}^{Nw} Q_w\, c_w + \sum_{1}^{Nt} M_t = Q \cdot c
\end{aligned}$$

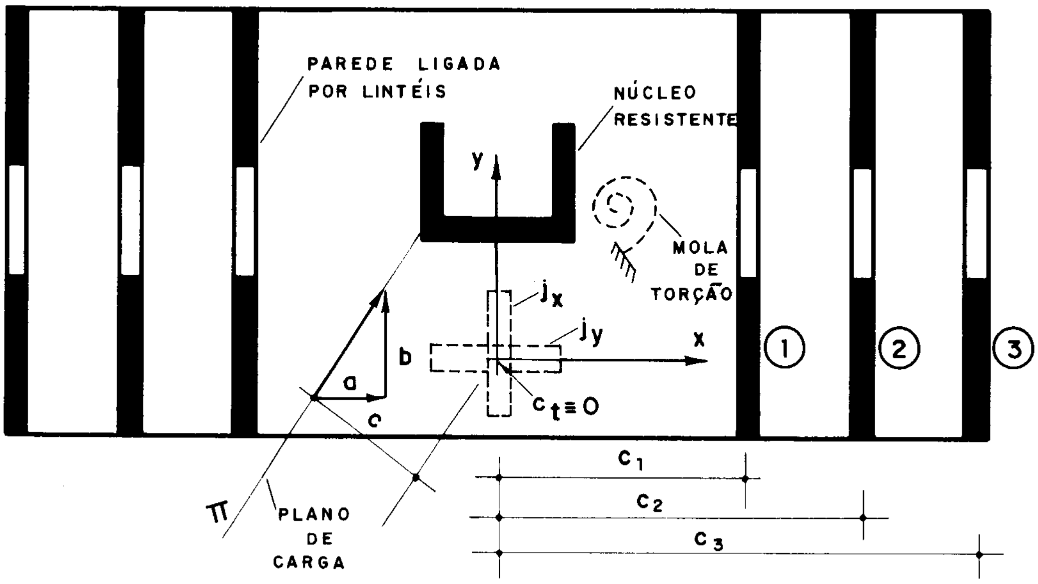


FIG. II- 11 - ASSOCIAÇÃO DE PAREDES LIGADAS POR LINTÉIS E NÚCLEO RESISTENTE

onde os índices w, m e t referem-se aos painéis paredes, paredes ligadas por lintéis e molas de torção, respectivamente. Convém esclarecer que no caso em questão existe apenas uma mola de torção.

Adotando-se um sistema de referência com o eixo OZ segundo o centro de torção do núcleo resistente, simplifica-se sobremaneira o estudo, dada a simetria da estrutura, porquanto conduz a um sistema de equações diferenciais desacoplado, ou seja, equações diferenciais independentes nos movimentos U , V e W. Tal fato pode ser explicado da maneira seguinte: em primeiro lugar, os esforços nos painéis são expressos, tendo em vista as expressões (II-4), (II-9), (II-30) e (II-34), por:

$$Q_w = -j_w \,(a_w \cdot U''' + b_w \cdot V''' + c_w \cdot W''')$$

$$M_t = j_t W' - j_{ft}\, W''' \qquad \text{.... (II-40)}$$

$$Q_m = Km(a_m \cdot U^V + b_m \cdot V^V + c_m \cdot W^V) - j_m (a_m \cdot U''' + b_m \cdot V''' + c_m \cdot W''') + Cm \cdot Q_m''$$

Além disso, é necessário notar, de início, que são nulos os termos a_m e c_w, e, mais ainda, o sistema equivalente ao núcleo dispõe de uma parede com b_w nulo e outra com a_w nulo. Assim sendo, levando as relações (II-40) nas (II-39) tem-se:

$$\text{a)}\quad -J_{aa}U''' = Q \cdot a$$

$$\text{b)}\quad 6\ Km\ V^{V} - 6j_m V''' + 6\ Cm\ Q''_m - J_{bb}V''' = Q \cdot b$$

$$\text{c)}\quad (Km \sum_1^6 c_m^2)\ W^V - (j_m \sum_1^6 c_m^2) W''' + Cm \sum_1^6 Q''_m\ c_m +$$

$$+ j_t\ W' - j_{ft} W''' = Q \cdot c \qquad \ldots.\ (\text{II-41})$$

Os termos em Q''_m que aparecem nas segunda e terceira das equações (II-41) podem ser eliminados, pois derivando duas vezes as equações correspondentes (II-39) e tendo em conta que o esforço cortante externo apresenta derivada segunda nula (carga externa uniformemente distribuída ao longo da altura) tem-se:

$$6\ Q''_m = -J_{bb}\ V^V$$

$$\sum_1^6 Q''_m\ C_m = -j_t\ W''' + j_{ft} W^V \qquad \ldots.\ (\text{II-42})$$

Assim sendo, levando-se (II-42) em (II-41) tem-se, finalmente, o sistema de equações diferenciais nos movimentos desacoplados U, V e W:

$$1^{\underline{a}})\quad -J_{aa}U''' = Q \cdot a$$

$$2^{\underline{a}})\quad (6\ Km + Cm\ J_{bb})V^V - (6\ j_m + J_{bb})V''' = Q \cdot b$$

$$3^{\underline{a}})\quad (Km \sum_1^6 c_m^2 + Cmj_{ft})W^V - (j_m \sum_1^6 c_m^2 + Cmj_t + j_{ft})W''' +$$

$$+ j_t W' = Q \cdot c \qquad \ldots.\ (\text{II-43})$$

As condições de fronteira relativas às equações diferenciais (II-43) são expressas pelos seguintes grupos de equações, respectivamente:

1º) $U(z=0) = 0$

$U'(z=0) = 0$

$U''(z=H) = 0$

2º) $V(z=0) = 0$

$V'(z=0) = 0$

$V''(z=H) = 0$

$$V'''(z=0) = - \frac{Q(0) \cdot b}{J_{mp}}$$

$$V^{IV}(z=H) = \frac{q(H) \cdot b}{J_{mp}}$$

onde

$$J_{mp} = 6\ j_{mp} + j_x$$

3º) $W(z=0) = 0$

$W'(z=0) = 0$

$W''(z=H) = 0$

$$W'''(z=0) = - \frac{Q(0) \cdot c}{J^*_{mp}}$$

$$W^{IV}(z=H) = \frac{q(H) \cdot c}{J^*_{mp}} \qquad \text{.... (II-44)}$$

onde:

$$J^*_{mp} = 2\, j_{mp}\, (c_1^2 + c_2^2 + c_3^2) + j_{ft}$$

Convém notar, em primeiro lugar, que a primeira das equações (II-43) juntamente com as correspondentes condições de fronteira dadas em (II-44) trata-se, em última análise, de um problema em tudo similar ao de uma parede plana; fato idêntico ocorre com a segunda das (II-43) em relação ao problema de paredes ligadas por lintéis. Contudo, a terceira das (II-43) não dispõe de similar dentre os estudos planos já levados a efeito.

CAPÍTULO III

INTEGRAÇÃO NUMÉRICA PELO MÉTODO DE RITZ-GALERKIN

3.1 - Introdução

As equações diferenciais que governam, segundo a técnica do Meio Contínuo, o comportamento das estruturas de edifícios altos são agora integradas utilizando-se o método de RITZ-GALERKIN. Para tanto são desenvolvidos procedimentos de cálculo apropriados para o concurso de computadores, visando, naturalmente, uma conveniente automatização da solução resultante.

O método de integração numérica de RITZ-GALERKIN consiste basicamente em se adotar como solução aproximada da equação diferencial uma função contendo um certo número de parâmetros indeterminados, de tal sorte que as condições de fronteira essenciais já sejam satisfeitas. A determinação dos parâmetros ali contidos é alcançada considerando-se nulo o trabalho virtual dos resíduos da função aproximada nos deslocamentos correspondentes às variações dos parâmetros indeterminados. Convém esclarecer que tais resíduos correspondem a desequilíbrios inerentes à solução aproximada [18], [19].

Inicialmente, desenvolvem-se os procedimentos de cálculo correspondentes aos casos de associações planas de painéis e, em seguida, os casos de associações tridimensionais. Expõe-se, de maneira sucinta, em cada caso, a obtenção do sistema de equações lineares nos parâmetros indeterminados, bem como a obtenção dos algorítmos relativos aos esforços e deslocamentos resultantes .

3.2 - Integração da equação diferencial característica da associação plana de pórtico e parede

A equação diferencial característica da associação plana de pórtico e parede, considerando eventual variação parabólica de rigidez para o pórtico e solicitação do conjunto por carga uniformemente distribuída ao longo da altura, é dada por (vide item 2.3.1):

$$-j_w u''' + s_f(1+bz+cz^2)\ u' = q(H-z) \qquad \text{.... (III-1)}$$

ou, ainda, de um modo mais cômodo:

$$-u''' + \left(\frac{\lambda_a}{H^2} + \frac{\lambda_b}{H^3} z + \frac{\lambda_c}{H^4} z^2\right) u' = \frac{q}{j_w}(H-z) \qquad \text{... (III-2)}$$

onde os parâmetros adimensionais λ_a, λ_b e λ_c são dados por:

$$\lambda_a = \frac{s_f}{j_w} H^2$$

$$\lambda_b = \frac{s_f}{j_w} \cdot b \cdot H^3 \qquad \text{.... (III-3)}$$

$$\lambda_c = \frac{s_f}{j_w} \cdot c \cdot H^4$$

A solução aproximada adotada no presente trabalho é do tipo polinomial, ou seja:

$$u_N(z) = \sum_{i=0}^{N} A_i z^i \qquad \text{.... (III-4)}$$

Impondo-se as condições de fronteira dadas em (II-18) na função aproximada (III-4) e colocando-a em forma matricial, tem-se:

$$u_N(z) = \{\phi\}\ |A| \qquad \text{.... (III-5)}$$

onde

$$\{\phi\} = \{\phi_3 \;\; \phi_4 \;\; \cdots \;\; \phi_N\}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} A_3 \\ A_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ A_N \end{vmatrix} \qquad \ldots. \text{(III-6)}$$

sendo o elemento genérico da matriz $\{\phi\}$ dado por:

$$\phi_i = z^i - \frac{i(i-1)}{2} \cdot H^{i-2} \cdot z^2 \qquad \ldots. \text{(III-7)}$$

Levando agora a função aproximada dada em (III-5) na equação diferencial (III-2), tem-se:

$$-u_N''' + \left(\frac{\lambda_a}{H^2} + \frac{\lambda_b}{H^3} z + \frac{\lambda_c}{H^4} z^2\right) u_N' = \frac{q}{j_w}(H-z) + \varepsilon \qquad \ldots. \text{(III-8)}$$

onde o resíduo ε corresponde, a menos do fator $1/j_w$, a uma fração de esforço cortante desequilibrado, que depende, naturalmente, da variável z e dos parâmetros indeterminados contidos em $|A|$ (vide a segunda das expressões III-6).

A condição de trabalho virtual nulo do resíduo nas variações dos deslocamentos em relação aos parâmetros indeterminados exprime-se,de maneira genérica, por:

$$\int_o^H \varepsilon \, \phi_i' \, dz = 0 \qquad \ldots. \text{(III-9)}$$

onde

$$\phi_i' = \frac{\partial u_N'}{\partial A_i} = i \cdot z^{i-1} - i(i-1)H^{i-2} z \qquad \ldots. \text{(III-10)}$$

corresponde à variação do deslocamento em relação ao parâmetro indeterminado genérico A_i. Assim sendo, as equações

(III-8) e (III-9) juntamente com a (III-5) permitem escrever:

$$\left\{- \int_o^H \{\phi'''\}\, \phi_i' dz + \frac{\lambda_a}{H^2} \int_o^H \{\phi'\}\, \phi_i' dz + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_b}{H^3} \int_o^H \{\phi'\}\, \phi_i' z dz + \frac{\lambda_c}{H^4} \int_o^H \{\phi'\}\, \phi_i' z^2 dz \right\} |A| =$$

$$= \frac{q}{j_w} \int_o^H (H-z) \phi_i' dz \qquad \text{.... (III-11)}$$

Convém notar que a equação (III-11) constitui a i-ésima equação do sistema de equações lineares nos parâmetros indeterminados contidos na matriz coluna $|A|$. Por outro lado, agrupando tais equações tem-se, segundo notação matricial:

$$[F]\ |A| = |P| \qquad \text{.... (III-12)}$$

onde um elemento genérico da matriz F é dado por

$$F_{i-2,j-2} = - \int_o^H \phi_j''' \phi_i' dz + \frac{\lambda_a}{H^2} \int_o^H \phi_j' \phi_i' \, dz +$$

$$+ \frac{\lambda_b}{H^3} \int_o^H \phi_j' \phi_i' z dz + \frac{\lambda_c}{H^4} \int_o^H \phi_j' \phi_i' z^2 dz$$

$$\text{.... (III-13)}$$

e um elemento genérico da matriz coluna $|P|$, por:

$$P_{i-2} = \frac{q}{j_w} \int_o^H (H-z)\ \phi_i'\ dz \qquad \text{.... (III-14)}$$

sendo que os índices i-2 e j-2 são aí colocados de forma a unificar a notação, porquanto i e j são índices que variam de 3 a N segundo a notação indicada nas relações (III-6).

Agora, tendo em conta que o termo $F_{i-2,j-2}$ da matriz $[F]$ tem dimensão H^{j+i-3} (vide expressão III-13) e que o termo P_{i-2} da matriz coluna $|P|$ tem, a menos do fator

q/j_w, dimensão H^{i+1} (vide expressão III-14), a equação (III-12) pode ser escrita de uma forma mais conveniente, como segue:

$$[\overline{F}]\ |\overline{A}| = \frac{qH^4}{j_w}\ |\overline{P}| \qquad \text{.... (III-15)}$$

onde os termos genéricos são respectivamente dados por:

$$\overline{F}_{i-2,j-2} = \frac{1}{H^{j+i-3}} \cdot F_{i-2,j-2}$$

$$\overline{A}_{j-2} = A_j\ H^j \qquad \text{.... (III-16)}$$

$$\overline{P}_{i-2} = \frac{1}{H^{i+1}} \int_0^H (H-z)\ \phi_i^!\ dz$$

Efetuando-se as integrações indicadas nas expressões (III-13) e (III-14) e levando os resultados na primeira e na terceira das (III-16) tem-se, finalmente, o algorítmo de geração das matrizes $[\overline{F}]$ e $|\overline{P}|$. Assim, os elementos genéricos de tais matrizes passam a ser expressos, respectivamente, por:

$$\overline{F}_{i-2,j-2} = -R_1 + \lambda_a R_2 + \lambda_b R_2 + \lambda_c R_4$$

$$\overline{P}_{i-2} = 1 - \frac{i(i-1)}{6} - \frac{i}{(i+1)} \qquad \text{.... (III-17)}$$

onde

$$R_1 = i \cdot j(j-2) \cdot \frac{(j-1)-(i-1)(i+j-3)}{(i+j-3)}$$

$$R_2 = i \cdot j \frac{(j+1)-(i-1)(i+j-1)}{(j+1)(i+j-1)} - i \cdot j \cdot (j-1) \cdot \frac{3-(i-1)(i+1)}{3(i+1)}$$

$$R_3 = i \cdot j \cdot \frac{(j+2)-(i-1)(i+j)}{(i+j)(j+2)} - i \cdot j \cdot (j-1) \cdot \frac{4-(i-1)(i+2)}{4(i+2)}$$

$$R_4 = i \cdot j \cdot \frac{(j+3)-(i-1)(i+j+1)}{(i+j+1)(j+3)} - i \cdot j \cdot (j-1) \cdot \frac{5-(i-1)(i+3)}{5(i+3)}$$

.... (III-18)

É bom lembrar que os índices i e j variam de 3 a N; logo, o endereçamento nas matrizes presentes na expressão (III-15) obtém-se subtraindo duas unidades nos índices i e j.

Resolvendo-se o sistema de equações lineares nas incógnitas contidas em $|\bar{A}|$ (expressão III-15), o deslocamento passa a ser expresso por:

$$u_N = \{\bar{\phi}\} \; |\bar{A}| \qquad \text{.... (III-19)}$$

onde um elemento da matriz $|\bar{\phi}|$ é fornecido por (vide equação III-7):

$$\bar{\phi}_i = \xi^i - \frac{i(i-1)}{2} \xi^2 \qquad \text{.... (III-20)}$$

sendo ξ uma variável adimensional dada por:

$$\xi = \frac{z}{H}$$

Por outro lado, os esforços solicitantes passam a ser fornecidos da maneira seguinte:

$$M_w = \frac{j_w}{H^2} \{\bar{\phi}^{II}\} \; |\bar{A}|$$

$$Q_w = - \frac{j_w}{H^3} \{\bar{\phi}^{III}\} \; |\bar{A}| \qquad \text{.... (III-21)}$$

$$Q_f = \frac{s_f(\xi)}{H} \{\bar{\phi}^{I}\} \; |\bar{A}|$$

onde o algarismo romano como expoente indica agora o grau de derivação segundo a variável adimensional ξ.

3.3 - Integração da equação característica da associação de paredes ligadas por lintéis

A equação diferencial (II-30) descreve o comportamento do conjunto formado pela associação de duas paredes através de lintéis de ligação. Tal equação, no caso em que a rigidez do conjunto é constante ao longo da altura e sujeito a uma carga q uniformemente distribuída passa a escrever-se:

$$\lambda\, u^{V} - u''' = \frac{q}{j_m}\,(H-z) \qquad \ldots.\ (III\text{-}22)$$

onde

$$\lambda = \frac{Km}{j_m}$$

Tomando-se como solução aproximada da equação diferencial (III-22) uma função polinomial do tipo expresso em (III-4) resulta, tendo em vista as condições de contorno expressas em (II-33), um polinômio com apenas N-5 parâmetros indeterminados, ou seja:

$$u_N = \frac{q}{j_{mp}}\left(\frac{H^2}{4}\,z^2 - \frac{H}{6}\,z^3 + \frac{1}{24}\,z^4\right) + \{\phi\}\,|A| \,..\ (III\text{-}23)$$

onde

$$\{\phi\} = \{\phi_5\ \phi_6\ \ldots\ \phi_N\}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} A_5 \\ A_6 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ A_N \end{vmatrix} \qquad \ldots.\ (III\text{-}24)$$

sendo um termo genérico da matriz $\{\phi\}$ dado por:

$$\phi_i = z^i - \frac{i}{24}(i-1)(i-2)(i-3)H^{i-4}z^4 + \frac{i(i-1)}{4}\Big[(i-2)(i-3) + -2\Big]\,H^{i-2}z^2 \qquad \ldots..\ (III\text{-}25)$$

Levando-se a expressão (III-23) na equação diferencial (III-22), tem-se:

$$\lambda\, u_N^{V} - u_N''' = \frac{q}{j_m}\,(H-z) + \varepsilon \qquad \text{.... (III-26)}$$

onde ε corresponde, naturalmente, ao resíduo inerente à solução aproximada adotada. Cabe esclarecer que tal resíduo depende, obviamente, da variável z e dos parâmetros indeterminados contidos no polinômio expresso em (III-23). Por outro lado, a condição de trabalho virtual nulo do resíduo nas variações dos deslocamentos em relação aos parâmetros indeterminados escreve-se, de maneira genérica:

$$\int_o^H \varepsilon\, \phi_i'\, dz = 0 \qquad \text{.... (III-27)}$$

ou ainda, tendo em vista a expressão (III-26):

$$\lambda \int_o^H u_N^{V}\, \phi_i' dz - \int_o^H u_N'''\, \phi_i' dz = \frac{q}{j_m} \int_o^H (H-z)\phi_i' dz \qquad \text{.... (III-28)}$$

onde

$$\phi_i' = \frac{\partial u_N'}{\partial A_i} = i\, z^{i-1} - \frac{4i}{24}(i-1)(i-2)(i-3)H^{i-4}z^3 + $$

$$+ \frac{2i(i-1)}{4}\left[(i-2)(i-3)-2\right] x\, H^{i-2} z \qquad \text{.... (III-29)}$$

corresponde à variação virtual do deslocamento em relação ao parâmetro indeterminado genérico A_i (vide expressão III-23 e segunda das III-24).

A equação (III-28), tendo em vista as expressões (III-23) e (III-24), passa a escrever-se:

$$\left\{\lambda \int_o^H \{\phi^{V}\}\, \phi_i' dz - \int_o^H \{\phi'''\}\, \phi_i' dz\right\} |A| =$$

$$= q\left(\frac{1}{j_m} - \frac{1}{j_{mp}}\right) \int_o^H (H-z)\phi_i' dz \qquad \text{.... (III-30)}$$

Agrupando em ordem sequencial as equações do tipo (III-30) tem-se um sistema de equações lineares que, em forma matricial, exprime-se:

$$[F]\ |A| = \frac{q}{j_m}\left(1-\frac{j_m}{j_{mp}}\right)\cdot|P| \qquad \text{.... (III-31)}$$

onde um elemento genérico da matriz F é expresso por:

$$F_{i-4,j-4} = \lambda \int_o^H \phi_j^{V}\ \phi_i^{!}dz - \int_o^H \phi_j^{'''}\ \phi_i^{!}dz \ . \qquad \text{(III-32)}$$

e um elemento genérico da matriz $|P|$, por:

$$P_{i-4} = \int_o^H (H-z)\ \phi_i^{!}dz \qquad \text{.... (III-33)}$$

com os índices i e j variando de 5 a N, conforme notação anterior (vide expressão III-24).

Por outro lado, considerando-se que o termo $F_{i-4,j-4}$ da matriz $[F]$ tem dimensão H^{j+i-3} (λ tem dimensão de comprimento ao quadrado - vide expressões II-31 e II-32) e que o termo genérico P_{i-4} do vetor $|P|$ tem, a menos do fator $q(1-j_m/j_{mp})/j_m$, dimensão de H^{i+1}, a equação matricial (III-31) pode tomar uma forma mais conveniente, como a seguinte:

$$[\overline{F}]\ |\overline{A}| = \frac{q\cdot H^4}{j_m}\left(1-\frac{j_m}{j_{mp}}\right)\cdot|\overline{P}| \qquad \text{.... (III-34)}$$

onde os termos das matrizes $[F]$ e $|\overline{P}|$ são adimensionais.

Assim, os termos genéricos das matrizes do sistema (III-34) passam a ser expressos por:

$$\text{a)}\quad \overline{F}_{i-4,j-4} = \frac{1}{Hj+i-3}\cdot F_{i-4,j-4}$$

$$\text{b)}\quad \overline{A}_{j-4} = A_j H^j \qquad \text{.... (III-35)}$$

$$\text{c)}\quad \overline{P}_{i-4} = \frac{1}{H^{i+1}}\int_o^H (H-z)\phi_i^{!}dz$$

Efetuando-se as integrações indicadas nas expressões (III-32) e (III-33) e levando os resultados nas expressões (III-35.a) e (III-35.c), são obtidas as expressões dos termos genéricos das matrizes $\left[\overline{F}\right]$ e $|\overline{P}|$ conforme se indicam a seguir:

$$\overline{F}_{i-4,j-4} = -\left[2\cdot j(j-2)R_1 - \frac{24}{i+1}\cdot i\cdot R_2 - 16\, R_1\, R_2 + \right.$$
$$\left. - \frac{4}{j+1}\cdot j(j-1)(j-2)R_3 + \frac{96}{5} R_2\cdot R_3 + R_4\right] +$$
$$+ j(j-2)(j-4)\left[\frac{3-j}{6}\cdot R_5 + \frac{1}{2}(j-1)\, R_6 + \right.$$
$$\left. + R_7\right]\frac{\lambda}{H^2}$$

$$\overline{P}_{1-4} = \frac{R_1}{3} - \frac{R_3}{5} + 1 - \frac{i}{i+1} \qquad \text{.... (III-36)}$$

onde

$$R_1 = \frac{i(i-1)}{4}\left[(i-2)(i-3)-2\right]$$

$$R_2 = \frac{1}{24}\, j(j-1)(j-2)(j-3)$$

$$R_3 = \frac{1}{24}\, i(i-1)(i-2)(i-3)$$

$$R_4 = \frac{i\; j\; (j-1)(j-2)}{(i+j-3)} \qquad \text{.... (III-37)}$$

$$R_5 = i(i-1)(i-2)(i-3)$$

$$R_6 = R_5 - 2i(i-1)$$

$$R_7 = \frac{(j-1)(j-3)i}{(i+j-5)}$$

A solução do sistema (III-34) cujo algorítmo de geração foi dado em (III-36), permite a determinação da elástica u_N que pode ser expressa na seguinte forma (vide expressão III-23):

$$u_N(\xi) = \frac{qH^4}{24j_{mp}}(6\xi^2-4\xi^3+\xi^4)+\{\bar{\phi}(\xi)\}|\bar{A}| \quad \ldots \text{(III-38)}$$

onde um elemento genérico da matriz $|\bar{\phi}|$ é dado por (vide expressão III-25):

$$\bar{\phi}_i(\xi) = \xi^i - \frac{i}{24}(i-1)(i-2)(i-3)\xi^4 + \frac{i(i-1)}{4}\left[(i-2)(i-3)-2\ \xi^2\right] \quad \ldots. \text{(III-39)}$$

sendo ξ uma variável adimensional do tipo:

$$\xi = \frac{z}{H} \quad \ldots. \text{(III-40)}$$

Por outro lado, as expressões (II-25), (II-27), (II-28) e (II-29) permitem determinar os esforços solicitantes nos elementos estruturais da associação, como a seguir se expressam:

$$N = \frac{1}{h}\int_o^H Q_L dz$$

$$M_{w1} = \frac{1}{H^2}\ j_{w1}u_N''$$

$$M_{w2} = \frac{1}{H^2}\ j_{w2}u_N''$$

$$\ldots. \text{(III-41)}$$

$$Q_L = \frac{h}{2c}\ Q + \frac{h}{2c}\cdot\frac{1}{H^3}\cdot j_{mp}u_N'''$$

$$Q_{w1} = \frac{Q_L}{h}(a+b_1) - \frac{1}{H^3}\cdot j_{w1}u_N'''$$

$$Q_{w2} = \frac{Q_L}{h}(a+b_2) - \frac{1}{H^3}\cdot j_{w2}u_N'''$$

sendo u_N dado pela expressão (III-38) e as derivações feitas em relação à variável admensional ξ. O valor de Q passa a ser expresso, naturalmente, por:

$$Q = q\ H\ (1-\xi) \quad \ldots. \text{(III-42)}$$

3.4 - Integração do sistema de equações características da associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleo resistente

Uma estrutura de edifício alto constituída pela associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleo resistente, analisada segundo a técnica do Meio Contínuo, tem seu comportamento descrito por um sistema de equações diferenciais do tipo indicado em (II-37). No caso em que a estrutura seja constituída por painéis de rigidez uniforme e sujeita a uma carga q uniformemente distribuída ao longo da altura e contida num plano vertical, a equação (II-37) passa a escrever-se:

$$- [J] \, |U'''| + [S] \, |U'| = q(H-Z) \cdot |a| \quad .... \text{(III-43)}$$

ou ainda:

$$[I] \, |U'''| - [\lambda] \, |U'| = -q(H-Z) \, |\alpha| \quad .... \text{(III-44)}$$

onde:

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\lambda] = [J]^{-1} \, [S] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \lambda_4 & \lambda_5 & \lambda_6 \\ \lambda_7 & \lambda_8 & \lambda_9 \end{bmatrix} .. \text{(III-45)}$$

$$|\alpha| = [J]^{-1} \, |a| = \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{vmatrix}$$

Como solução aproximada do sistema (III-44), a exemplo do que fora feito anteriormente, são tomadas funções polinomiais do tipo:

$$U_N = \sum_{i=o}^{N} A_i Z^i$$

$$V_N = \sum_{i=o}^{N} B_i Z^i \qquad \text{.... (III-46)}$$

$$W_N = \sum_{i=o}^{N} C_i Z^i$$

Tendo em conta as condições de fronteira (II-38) as funções (III-46) tornam-se, respectivamente:

$$U_N = \{\phi\} \ |A|$$

$$V_N = \{\phi\} \ |B| \qquad \text{.... (III-47)}$$

$$W_N = \{\phi\} \ |C|$$

onde

$$\{\phi\} = \{\phi_3 \ \phi_4 \ \dots \ \phi_N\}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} A_3 \\ A_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ A_N \end{vmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} B_3 \\ B_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_N \end{vmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} C_3 \\ C_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_N \end{vmatrix} \quad .... \quad (III-48)$$

sendo um elemento genérico ϕ_i da matriz $\{\phi\}$ igualmente dado pela expressão (III-7), ou seja:

$$\phi_i = Z^i - \frac{i(i-1)}{2} \cdot H^{i-2} \cdot Z^2 \quad .... \quad (III-49)$$

Levando as soluções aproximadas (III-47) no sistema de equações diferenciais (III-44) e tendo em conta as matrizes dadas em (III-45), tem-se:

$$\text{a)} \quad U_N''' - \lambda_1 U_N' - \lambda_2 V_N' - \lambda_3 W_N' = - q(H-Z)\alpha_1 + \varepsilon_U$$

$$\text{b)} \quad V_N''' - \lambda_4 U_N' - \lambda_5 V_N' - \lambda_6 W_N' = -q(H-Z)\alpha_2 + \varepsilon_V$$

$$\text{c)} \quad W_N''' - \lambda_7 U_N' - \lambda_8 V_N' - \lambda_9 W_N' = -q(H-Z)\alpha_3 + \varepsilon_W$$

$$.... \quad (III-50)$$

onde ε_U, ε_V e ε_W representam, a menos dos respectivos fatores α_1, α_2 e α_3, esforços cortantes residuais nas direções correspondentes aos movimentos U, V e W, respectivamente. Naturalmente, esses esforços cortantes desequilibrados são dependentes, além da variável Z, dos parâmetros indeterminados contidos nas matrizes $|A|$, $|B|$ e $|C|$ (vide as três últimas das expressões III- 47.).

No sistema tridimensional, a condição de trabalho virtual nulo dos esforços residuais nas variações dos deslocamentos em relação aos parâmetros indeterminados é expressa, genericamente, pela condição:

$$\int_0^H \left(\varepsilon_U \frac{\partial U_N'}{\partial E_i} + \varepsilon_V \frac{\partial V_N'}{\partial E_i} + \varepsilon_W \frac{\partial W_N'}{\partial E_i}\right) dZ = 0 \quad .... \quad (III-51)$$

sendo as variações dadas pela equação (III-7), ou seja:

$$\phi_i' = \frac{\partial D_N'}{\partial E_i} = i\ Z^{i-1} - i(i-1)\ H^{i-2}\ Z \quad \text{.... (III-52)}$$

onde a notação D_N' representa qualquer das funções U_N', V_N' ou W_N' e a notação E_i expressa qualquer dos parâmetros A_i, B_i ou C_i, com o índice i variando de 3 a N.

A independência entre os parâmetros de cada movimento (vide III-47), permite desacoplar a equação (III-51) em três conjuntos da maneira seguinte:

$$\begin{aligned} &\int_o^H \varepsilon_U \frac{\partial U_N'}{\partial A_i}\, dZ = 0 \\ &\int_o^H \varepsilon_V \frac{\partial V_N'}{\partial B_i}\, dZ = 0 \\ &\int_o^H \varepsilon_W \frac{\partial W_N'}{\partial C_i}\, dZ = 0 \end{aligned} \quad \text{.... (III-53)}$$

Levando as equações (III-50) nas equações (III-53) e tendo em conta as (III-48), obtém-se:

$$\left\{\int_o^H \{\phi'''\}\cdot\phi_i'\, dZ - \lambda_1\int_o^H \{\phi'\}\cdot\phi_i'\, dZ\right\}|A| +$$

$$+\left\{-\lambda_2\int \{\phi'\}\cdot\phi_i'\, dZ\right\}|B| + \left\{-\lambda_3\int_o^H \{\phi'\}\cdot\phi_i'\, dZ\right\}|C| =$$

$$= -\ q\ \alpha_1 \int_o^H (H-Z)\ \phi_i'\ dZ$$

$$\left\{-\lambda_4 \int_o^H \{\phi'\}\cdot\phi_i'\, dZ\right\}|A| + \left\{\int_o^H \{\phi'''\}\ \phi_i'\ dZ\ +\right.$$

$$\left. -\lambda_5 \int_o^H \{\phi'\}\phi_i'\ dZ\right\}.|B| + \left\{-\lambda_6\int_o^H \{\phi'\}\phi_i' dZ\right\}|C| =$$

$$\doteq -\ q\ \alpha_2 \int_o^H (H-Z)\ \phi_i'\ dZ$$

$$\left\{-\lambda_7\int_0^H \{\phi'\}\phi_i' dZ\right\}|A| + \left\{-\lambda_8\int_0^H \{\phi'\}\phi_i' dZ\right\}|B| +$$

$$+\left\{\int_0^H \{\phi''\}\phi_i' dZ - \lambda_9\int_0^H \{\phi'\}\phi_i' dZ\right\}|C| = -q\alpha_3\int_0^H (H-Z)\phi_i' dZ$$

.... (III-54)

Posto que as equações (III-54) representam apenas as i-ésimas das equações lineares indicadas em (III-53), a variação dos índices dos parâmetros em cada uma das equações permite, mediante o agrupamento sequencial dos termos, chegar-se a um sistema de equações lineares nos parâmetros contidos nas matrizes colunas $|A|$, $|B|$ e $|C|$ (vide expressões III-48), do tipo:

$$[F]\ |E| = q\ |P| \qquad \text{.... (III-55)}$$

composto de submatrizes na forma:

$$\begin{bmatrix} F1 & F2 & F3 \\ F4 & F5 & F6 \\ F7 & F8 & F9 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} A \\ B \\ C \end{vmatrix} = -q \begin{vmatrix} PA \\ PB \\ PC \end{vmatrix}$$

.... (III-56)

onde um termo genérico de cada submatriz passa a ser expresso por:

$$F_{i-2,j-2} = F1_{i-2,j-2} = \int_0^H \phi_j''' \phi_i' dZ - \lambda_1\int_0^H \phi_j'\phi_i' dZ$$

$$F_{i-2,N+j-4} = F2_{i-2,j-2} = -\lambda_2\int_0^H \phi_j'\phi_i' dZ$$

$$F_{i-2,2N+j-6} = F3_{i-2,j-2} = -\lambda_3\int_0^H \phi_j'\phi_i' dZ$$

$$F_{N+i-4,j-2} = F4_{i-2,j-2} = -\lambda_4\int_0^H \phi_j'\ \phi_i'\ dZ$$

I $\quad J_{mc}$

sendo

$$J_{mb} = 6\ j_m + J_{bb}$$

.... (III-66)

$$J_{mc} = j_m \sum^{6} c_m^2 + Cmj_t + j_{ft}$$

$$F_{N+i-4,N+j-4} = F5_{i-2,j-2} = \int_o^H \phi_j''' \phi_i' dZ - \lambda_5 \int_o^H \phi_j' \phi_i' dZ$$

$$F_{N+i-4,2N+j-6} = F6_{i-2,j-2} = -\lambda_6 \int_o^H \phi_j' \phi_i' dZ$$

$$F_{2N+i-6,j-2} = F7_{i-2,j-2} = -\lambda_7 \int_o^H \phi_j' \phi_i' dZ$$

$$F_{2N+i-6,N+j-4} = F8_{i-2,j-2} = -\lambda_8 \int_o^H \phi_j' \phi_i' dZ$$

$$F_{2N+i-6,2N+j-6} = F9_{i-2,j-2} = \int_o^H \phi_j''' \phi_i' dZ +$$

$$- \lambda_9 \int_o^H \phi_j' \phi_i' dZ$$

$$P_{i-2} = PA_{i-2} = \alpha_1 \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ$$

$$P_{N+1-4} = PB_{i-2} = \alpha_2 \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ$$

$$P_{2N+i-6} = PB_{i-2} = \alpha_3 \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ \qquad \text{.... (III-57)}$$

com os índices i e j variando de 3 a N.

Observando-se que também aqui, como no estudo do caso plano (vide expressão III-13), os termos da matris F têm dimensão H^{i+j-3}(λ_K tem dimensão L^{-2} - vide expressão II-37) e os termos da matriz $|P|$ têm, a menos do fator $q\alpha_K$, dimensão H^{i+1}, o sistema III-55 pode ser colocado numa forma mais conveniente, ou seja:

$$[\overline{F}]\ |\overline{E}| = -qH^4\ |\overline{P}| \qquad \text{.... (III-58)}$$

onde os elementos das matrizes $|\overline{F}|$ e $|\overline{P}|$ são adimensionais. Assim, os termos genéricos das matrizes envolvidas nesse sistema passam a expressar-se:

$$\overline{F}_{i-2,j-2} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{i-2,j-2}$$

$$\bar{F}_{i-2,N+j-4} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{i-2,N+j-4}$$

$$\bar{F}_{i-2,N+j-6} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{i-2,2N+j-6}$$

$$\bar{F}_{N+i-4,j-2} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{N+i-4,j-2}$$

$$\bar{F}_{N+i-4,N+j-4} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{N+i-4,N+j-4}$$

$$\bar{F}_{N+i-4,2N+j-6} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{N+i-4,2N+j-6}$$

$$\bar{F}_{2N+i-6,j-2} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{2N+i-6,j-2}$$

$$\bar{F}_{2N+i-6,N+j-4} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{2N+i-6,N+j-4}$$

$$\bar{F}_{2N+i-6,2N+j-6} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot F_{2N+i-6,2N+j-6}$$

$$\bar{E}_{j-2} = A_j H^j$$

$$\bar{E}_{N+j-4} = B_j H^j$$

$$E_{2N+j-6} = C_j H^j$$

$$\bar{P}_{i+2} = \frac{1}{H^{i+1}} \cdot PA_{i-2}$$

$$\bar{P}_{N+i-4} = \frac{1}{H^{i+1}} \cdot PB_{i-2}$$

$$\bar{P}_{2N+i-6} = \frac{1}{H^{i+1}} \cdot PC_{i-2} \qquad \text{.... (III-59)}$$

Efetuadas as integrações indicadas em (III-57) e levando os resultados, convenientemente, nas expressões (III-59), obtém-se finalmente as expressões dos termos genéricos que levam à montagem do sistema de equações lineares (III-58):

$$\overline{F}_{i-2,j-2} = R_1 - \lambda_1 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{i-2,N+j-4} = -\lambda_2 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{i-2,2N+j-6} = -\lambda_3 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{N+i-4,j-2} = -\lambda_4 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{N+i-4,N+j-4} = R_1 - \lambda_5 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{N+i-4,2N+j-6} = -\lambda_6 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{2N+i-6,j-2} = -\lambda_7 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{F}_{2N+i-6,2N+j-6} = R_2 - \lambda_9 H^2 \cdot R_2$$

$$\overline{P}_{i-2} = -\alpha_1 \cdot R_3$$

$$\overline{P}_{N+i-4} = -\alpha_2 \cdot R_3$$

$$P_{2N+i-6} = -\alpha_3 \cdot R_3$$

onde

$$R_1 = ij(j-2) \cdot \frac{(j-1)-(i-1)(i+j-3)}{(i+j-3)}$$

$$R_2 = ij\,\frac{(j+1)-(i-1)(i+j-1)}{(j+1)(i+j-1)} - ij\cdot(j-1)\cdot\frac{3-(i-j)(i+1)}{3(i+1)}$$

$$R_3 = 1 - \frac{i(i-1)}{6} - \frac{i}{(i+1)} \qquad \text{.... (III-60)}$$

A solução do sistema de equações lineares dado em (III-58), permite expressar os deslocamentos do sistema estrutural do seguinte modo (vide expressão III-47):

$$U_N = \{\overline{\phi}\} \quad |\overline{A}|$$

$$V_N = \{\overline{\phi}\} \quad |\overline{B}| \qquad \text{.... (III-61)}$$

$$W_N = \{\overline{\phi}\} \quad |\overline{C}|$$

onde um elemento genérico da matriz $\{\overline{\phi}\}$ é dado por:

$$\overline{\phi}_i = \xi^i - \frac{i(i-1)}{2} \cdot \xi^2 \qquad \text{.... (III-62)}$$

sendo $\xi = \frac{z}{H}$

As expressões (II-34) e (III-61) permitem determinar o deslocamento do painel genérico, ou seja:

$$u_i = a_i\{\overline{\phi}\}|\overline{A}| + b_i\{\overline{\phi}\}|\overline{B}| + c_i\{\overline{\phi}\}|\overline{C}| \quad \text{... (III-63)}$$

Agora, os esforços nos painéis passam a ser fornecidos, correspondentemente, pelas expressões:

$$M_w = \frac{1}{H^2} j_w \cdot u''$$

$$Q_w = -\frac{1}{H^3} j_w \cdot u'''$$

$$Q_f = \frac{1}{H} s_f \cdot u'$$

$$M_f = s_f \cdot u \cdot (H) - u(z)$$

$$M_{ft} = -\frac{1}{H^3} j_{ft} W'''$$

$$M_t = -\frac{1}{H^3} j_{ft} W''' + \frac{1}{H} j_t W'$$

$$B = \frac{1}{H^2} j_{ft} W'' \qquad \text{.... (III-64)}$$

sendo as derivações feitas, agora, em relação à variável adimensional ξ, em conformidade com a expressão (III-63).

3.5 - Integração das equações diferenciais características da associação tridimensional de "paredes ligadas por linteis" e núcleo resistente

Leva-se a efeito, agora, a integração das equações diferenciais dadas em (II-43). Tais equações, conforme foi mostrado no ítem 2.4.2, descrevem o comportamento de uma particular associação tridimensional de "paredes ligadas por lintéis", em número de seis, paralelas entre si, e núcleo resistente (vide Fig. II-11). Supondo o carregamento constituído por uma carga q uniformemente distribuída ao longo da altura, aplicada segundo um plano vertical π (vide ítem 2.4), as equações (II-43) passam a escrever-se:

$$\text{a)} \quad -U''' = \frac{a}{J_{aa}} \cdot q \cdot (H-Z)$$

$$\text{b)} \quad \lambda_1 V^{V} - V''' = \frac{b}{J_{mb}} \cdot q \cdot (H-Z) \qquad \ldots. \quad \text{(III-65)}$$

$$\text{c)} \quad \lambda_2 W^{V} - W''' + \lambda_T W' = \frac{c}{J_{mc}} \cdot q \cdot (H-Z)$$

onde

$$\lambda_1 = \frac{6Km+CmJ_{bb}}{J_{mb}}$$

$$\lambda_2 = \frac{Km \sum_1^6 c_m^2 + Cmj_{ft}}{J_{mc}}$$

$$\lambda_T = \frac{j_t}{J_{mc}}$$

sendo

$$J_{mb} = 6\, j_m + J_{bb}$$

$$\ldots. \quad \text{(III-66)}$$

$$J_{mc} = j_m \sum_1^6 c_m^2 + Cmj_t + j_{ft}$$

A equação (III-65.a) pode ser tratada segundo os estudos levados a efeito no ítem 3.2, ou melhor, utilizando-se o sistema de equações lineares (III-19). Naturalmente, trata-se de uma associação plana de pórtico e parede com rigidez relativa (K) nula.

Para resolver as duas últimas das equações (III-65), são admitidas como soluções aproximadas funções polinomiais, a exemplo dos casos anteriores, do tipo:

$$1)\quad V_N = \sum_{i=0}^{N} B_i Z^i$$

$$2)\quad W_N = \sum_{i=0}^{N} C_i Z^i \qquad \text{.... (III-67)}$$

Impondo à função expressa em (III.67.1) as condições de contorno dadas em (II-44.2), e à função (III-67.2) as condições dadas em (II-44.3), tem-se:

$$V_N = \frac{b}{J_{mp}} \cdot q \cdot \left(\frac{H^2}{4} Z^2 - \frac{H}{6} Z^3 + \frac{1}{24} Z^4\right) + \{\phi\}\,|B|$$

$$W_N = \frac{c}{J^*_{mp}} \cdot q \cdot \left(\frac{H^2}{4} Z^2 - \frac{H}{6} Z^3 + \frac{1}{24} Z^4\right) + \{\phi\}\,|C| \qquad \text{.... (III-68)}$$

onde:

$$\{\phi\} = \{\phi_5 \ \phi_6 \ \dots \ \phi_N\}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} B_5 \\ B_6 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_N \end{vmatrix} \qquad \text{.... (III-69)}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} C_5 \\ C_6 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_N \end{vmatrix}$$

sendo um elemento genérico ϕ_i da matriz linha $\{\phi\}$ igualmente dado pela expressão (III-25), ou seja:

$$\phi_i = \frac{i(i-1)}{4}\left[(n-2)(n-3)-2\right] \cdot H^{i-2}Z^2 - \frac{i}{24}(i-1)(i+$$

$$-2)(i-3) \times H^{i-4}Z^4 + Z^i$$

As funções dadas em (III-68), por serem soluções aproximadas, levadas às equações (III-65.b) e (III-65.c) permitem escrever:

$$1) \quad \lambda_1 V_N^V - V_N''' = \frac{b}{j_{mb}} \cdot q \cdot (H-Z) + \varepsilon_V$$

.... (III-70)

$$2) \quad \lambda_2 W_N^V - W_N''' + \lambda_T W_N' = \frac{c}{j_{mc}} \cdot q \cdot (H-Z) + \varepsilon_W$$

onde ε_V e ε_W representam, a menos dos fatores

$$\frac{1}{j_{mb}} \quad \text{e} \quad \frac{1}{j_{mc}} ,$$

esforços cortantes distribuídos ao longo do domínio de integração.

A condição de trabalho virtual nulo dos esforços residuais ε_V e ε_W nas variações dos correspondentes deslocamentos em relação aos parâmetros indeterminados contidos nos vetores $|B|$ e $|C|$, é expressa por:

$$1) \quad \int_o^H \varepsilon_V \phi_i' \, dZ = 0$$

.... (III-71)

$$2)\quad \int_o^H \varepsilon_w \phi_i' \, dZ = 0$$

ou, ainda, tendo em vista as expressões (III-70):

$$1)\quad \lambda_1 \int_o^H V_N^V \phi_i' dZ - \int_o^H V_N''' \phi_i' dZ =$$

$$= \frac{b \cdot q}{J_{mb}} \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ$$

$$2)\quad \lambda_2 \int_o^H W_N^V \phi_i' dZ - \int_o^H W_N''' \phi_i' dZ + \lambda_T \int_o^H W_N' \phi_i' dZ =$$

$$= \frac{c \cdot q}{J_{mc}} \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ \qquad \text{.... (III-72)}$$

onde

$$\phi_i' = \frac{\partial V_N}{\partial B_i} = \frac{\partial W_N'}{\partial C_i} = iZ^{i-1} - \frac{4 \cdot i}{24}(i-1)(i-2)(i-3) \; x$$

$$x \; H^{i-4} Z^3 + \frac{2i(i-1)}{4}\left[(i-2)(i-3)-2\right] x \, H^{i-2}.\ Z$$

$$\text{.... (III-73)}$$

Levando as expressões (III-68) nas (III-72), resultam:

$$1)\quad \left\{\lambda_1 \int_o^H \{\phi^V\}\phi_i' dZ - \int_o^H \{\phi'''\}\phi_i' dZ\right\} |B| =$$

$$= q \cdot b \cdot \left(\frac{1}{J_{mb}} - \frac{1}{J_{mp}}\right) \int_o^H (H-Z)\phi_i' dZ$$

$$2)\quad \left\{\lambda_2 \int_o^H \{\phi^V\}\phi_i' dZ - \int_o^H \{\phi'''\}\phi_i' dZ + \right.$$

$$\left. + \lambda_T \int_o^H \{\phi'\}\phi_i' dZ\right\} |C| =$$

$$= q \cdot c \left(\frac{1}{J_{mc}} - \frac{1}{J^*_{mp}}\right) \int_o^H (H-Z)\phi'_i dZ +$$

$$- \lambda_T \cdot \frac{q \cdot c}{J^*_{mp}} \int_o^H \left(\frac{H^2}{2} Z - \frac{H}{2} Z^2 + \frac{1}{6} Z^3\right)\phi'_i dZ \qquad \text{.... (III-74)}$$

Tendo em conta que as equações (III-74) representam as correspondentes i-ésimas equações lineares nos parâmetros indeterminados contidos nos vetores $|A|$ e $|B|$, a reunião de tais equações, em seus respectivos grupos, permitem formar os seguintes sistemas de equações lineares nas incógnitas $|A|$ e $|B|$:

$$FB \; |B| = q \cdot b \cdot \left(\frac{1}{J_{mb}} \cdot \frac{1}{J_{mp}}\right) \cdot |PB|$$

$$FC \; |C| = q \cdot c \cdot \left(\frac{1}{J_{mc}} \cdot \frac{1}{J^*_{mp}}\right) \cdot |PC1| - \lambda_T \frac{q \cdot c}{J^*_{mp}} \cdot |PC2| \qquad \text{.... (III-75)}$$

onde um elemento genérico de cada matriz é dado, respectivamente, por:

$$FB_{i-4,j-4} = \lambda_1 \int_o^H \phi^V_j \cdot \phi'_i dZ - \int_o^H \phi'''_j \; \phi'_i \; dZ$$

$$PB_{i-4} = \int_o^H (H-Z) \; \phi'_i \; dZ$$

$$FC_{i-4,j-4} = \lambda_2 \int_o^H \phi^V_j \phi'_i dZ - \int_o^H \phi'''_j \phi'_i \; dZ +$$

$$+ \lambda_T \int_o^H \phi'_j \phi'_i \; dZ \qquad \text{.... (III-76)}$$

$$PC1_{i-4} = \int_o^H (H-Z) \; \phi'_i \; dZ$$

$$PC2_{i-4} = \int_o^H \left(\frac{H^2}{2} Z - \frac{H}{2} Z^2 + \frac{1}{6} Z^3\right) \phi'_i \; dZ$$

com os índices i e j variando de 5 a N.

Trabalhando com termos adimensionais os sistemas (III-75) resultam:

$$1) \quad \overline{FB}\ |\overline{B}| = \frac{qH^4 b}{J_{mb}}\left(1 - \frac{J_{mb}}{J_{mp}}\right)\ |\overline{PB}|$$

$$2) \quad \overline{FC}\ |\overline{C}| = \frac{qH^4 c}{J_{mc}}\left(1 - \frac{J_{mc}}{J^*_{mp}}\right)\ |\overline{PC1}|\ +$$

$$- \lambda_T \cdot \frac{qH^6 c}{J^*_{mp}} \cdot |\overline{PC2}| \qquad \text{.... (III-77)}$$

onde um elemento genérico de cada matriz passa a ser dado, respectivamente, por:

$$\overline{FB}_{i-4,j-4} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot FB_{i-4,j-4}$$

$$\overline{PB}_{i-4} = \frac{1}{H^{i+1}} \cdot PB_{i-4}$$

$$\overline{FC}_{i-4,j-4} = \frac{1}{H^{i+j-3}} \cdot FC_{i-4,j-4}$$

$$\overline{PC1}_{i-4} = \frac{1}{H^{i+1}} \cdot PC1_{i-4}$$

$$\overline{PC2}_{i-4} = \frac{1}{H^{i+3}} \cdot PC2_{i-4}$$

$$\overline{B}_{j-4} = B_j H^j$$

$$C_{j-4} = C_j H^j \qquad \text{.... (III-78)}$$

Efetuadas as integrações indicadas em (III-76) e tendo em conta as expressões (III-78), obtém-se, finalmente, as expressões dos termos genéricos para montagem dos sistemas (III-77):

$$\overline{FB}_{i-4,j-4} = -\Big[2j(j-2)R_1 - \frac{24}{i+1}\cdot i\cdot R_2 - 16R_1\cdot R_2 +$$

$$- \frac{4}{j+1}\cdot j(j-1)(j-2)R_3 + \frac{96}{5}R_2\cdot R_3 +$$

$$+ R_4\Big] + j(j-2)(j-4)\Big[\frac{3-j}{6}\cdot R_5 +$$

$$+ \frac{1}{2}(j-1)R_6 + R_7\Big]\frac{\lambda_1}{H^2}$$

$$\overline{PB}_{i-4} = \frac{R_1}{3} - \frac{R_3}{5} + 1 - \frac{i}{i+1}$$

$$\overline{FC}_{i-4,j-4} = -\Big[2j(j-2)R_1 - \frac{24}{i+1}\cdot i\cdot R_2 - 16R_1\cdot R_2 +$$

$$- \frac{4}{j+1}\cdot j\cdot(j-1)(j-2)R_3 + \frac{96}{5}R_2\cdot R_3 +$$

$$+ R_4\Big] + j(j-2)(j-4)\Big[\frac{3-j}{6}\cdot R_5 +$$

$$+ \frac{1}{2}(j-1)R_6 + R_7\Big]\frac{\lambda_2}{H^2} + \lambda_T\cdot H^2\Big\{2R_8\Big[\frac{2}{3}R_1 +$$

$$- \frac{4}{5}R_3 + \frac{i}{i+1}\Big] - 4R_2 \times \Big[\frac{2}{5}R_1 - \frac{4}{7}R_3 +$$

$$+ \frac{i}{i+3}\Big] + j\Big[\frac{2R_1}{j+1} - \frac{4R_3}{j+3} + \frac{i}{i+j-1}\Big]\Big\}$$

$$\overline{PC1}_{i-4} = \frac{R_1}{3} - \frac{R_3}{5} + 1 - \frac{i}{i+1}$$

$$\overline{PC2}_{i-4} = \frac{3}{20}R_1 - \frac{17}{105}R_3 + \frac{i}{2(i+1)} - \frac{i}{2(i+2)} + \frac{i}{6(i+3)} \qquad \ldots\ldots \text{(III-79)}$$

onde

$$R_1 = \frac{i(i-1)}{4}\Big[(i-2)(i-3)-2\Big]$$

$$R_2 = \frac{1}{24}j(j-1)(j-2)(j-3)$$

$$R_3 = \frac{1}{24}\, i(i-1)(i-2)(i-3)$$

$$R_4 = \frac{i \cdot j \cdot (j-1)(j-2)}{(i+j-3)}$$

$$R_5 = i(i-1)(i-2)(i-3)$$

$$R_6 = R_5 - 2i(i-1)$$

$$R_7 = \frac{(j-1)(j-3)i}{(i+j-5)}$$

$$R_8 = \frac{j(j-1)}{4}\left[(j-2)(j-3)-2\right] \qquad \text{.... (III-80)}$$

Resolvidos os sistemas de equações lineares (III-77), determinam-se as elásticas V_N e W_N do sistema estrutural, dadas, agora, através das expressões:

$$V_N = \frac{qH^4}{24}\,\frac{b}{J_{mp}}(6\xi^2-4\xi^3+\xi^4) + \{\bar{\phi}\}\,|\overline{PB}|$$

$$W_N = \frac{qH^4}{24}\,\frac{c}{J^*_{mp}}(6\xi^2-4\xi^3+\xi^4) + \{\bar{\phi}\}\,|\overline{PC}| \qquad \text{.... (III-81)}$$

onde um elemento genérico $\bar{\phi}_i$ da matriz linha $\{\bar{\phi}\}$ é dado por:

$$\bar{\phi}_i = R_1\xi^2 - R_3\xi^4 - \xi^i$$

sendo $\xi = Z/H$ (variável adimensional) e as expressões de R_1 e R_3 encontradas em (III-80). As elásticas dos painéis componentes da associação são determinadas por superposição de efeitos, ou seja, através da expressão (II-34).

Os esforços nos painéis são calculados com o uso das seguintes expressões:

$$M_{ft} = -\frac{1}{H^3}\, j_{ft} W'''_N$$

$$M_t = -\frac{1}{H^3}\, j_{ft} W'''_N + \frac{1}{H}\, j_t W'_N$$

$$B = \frac{1}{H^2}\, j_{ft} W''_N$$

$$Q_w = \frac{1}{H^3}\, j_w V'''_N$$

$$M_w = \frac{1}{H^2}\, j_w V''_N$$

$$Q_{m_i} = Q_{mb} + R_i\, Q_{mr}$$

$$Q_{L_i} = \frac{h}{2c}\, Q_{mi} + \frac{4}{2c} \cdot \frac{1}{H^3}\, j_{mp}\, u'''_i$$

$$Q_{p1_i} = \frac{Q_{Li}(a+b_1)}{h} - j_{p1_i} \cdot \frac{1}{H^3} \cdot u'''_i$$

$$Q_{p2_i} = \frac{Q_{Li}(a+b_2)}{h} - j_{p2_i} \cdot \frac{1}{H^3} \cdot u'''_i \quad \ldots\ldots \text{(III-82)}$$

$$N_i = \int_Z^H \frac{Q_{Li}}{h}\, dZ$$

onde

$$Q_{mb} = \frac{1}{6}(Q \cdot b - Q_w \cdot b_w)$$

$$Q_{mr} = \frac{1}{c_r \sum_1^6 R_i^2}\,(Q \cdot c - M_t) \quad \ldots\ldots \text{(III-83)}$$

$$R_i = \frac{c_i}{c_r}$$

sendo

c_r = coordenada c de um dos painéis "paredes unidas por lintéis", escolhido como referência (vide Fig. II-11).

R_i = relação entre as coordenadas c_i do painel "paredes unidas por lintéis" genérico e a coordenada c_r do painel de referência.

As derivadas indicadas nas expressões (III-82) são, agora, feitas em relação à variável adimensional ξ, naturalmente.

Convém esclarecer, finalmente, que a expressão do esforço cortante (Q_{mi}) nos painéis "paredes ligadas por lintéis", resulta, como se observa pelas expressões (III-83), de uma superposição de efeitos em ações segundo OY, dando origem ao termo Q_{mb}, e segundo OZ, originando o termo Q_{mr}.

CAPÍTULO IV

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

4.1 - Introdução

Com o objetivo de estudar o comportamento do Método RITZ-GALERKIN, sob a formulação desenvolvida no Capítulo III, apresentam-se sete exemplos de aplicação, os quais abrangem as associações planas e tridimensionais de painéis de contraventamento comumente usados na composição estrutural de edifícios altos. Os exemplos são apresentados numa certa sequência,visando facilitar a compreensão do funcionamento do método. Primeiro apresenta-se uma série de associações planas, a saber: associação plana de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura; associação plana de parede e pórtico com rigidez continuamente variável ao longo da altura; e, associação de "duas paredes ligadas por lintéis". Depois, estuda-se uma série de associações tridimensionais, tais como: associação onde se tem apenas paredes; associação onde os componentes são paredes e pórticos com rigidez constante ao longo da altura; associação em que aparecem pórticos e núcleo resistente; e, por último, uma associação tridimensional degenerada de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente.

A resolução dos exemplos é feita mediante a utilização de programas de automatização de cálculos elaborados em linguagem FORTRAN II e processados em computador Digital PDP 11/45. Tais programas, em número de três (vide Anexo), foram desenvolvidos visando atender especificamente aos exemplos que aqui são tratados, ou seja: associação plana de parede e pórtico por "barras bi-articuladas" (PROGRAMA I); associação tridimensional de paredes, pórticos e núcleo resistente (PROGRAMA II); e, finalmente, associação plana ou tridimensional degenerada de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente (PROGRAMA III).

Os resultados alcançados nos exemplos são comentados e discutidos à luz de comparações com soluções obtidas por meio de outros processos ou através da análise das condições de equilíbrio da estrutura, nos exemplos em que não se dispõem de dados comparativos.

Finalizando, convém lembrar que, em conformidade com a formulação adotada (vide, por exemplo, equação III-48), a convergência dos resultados ocorre mediante o aumento do grau do polinômio. Assim, os resultados encontrados são estudados levando-se em conta o grau do polinômio adotado.

4.2 - Exemplo I - Associação plana de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura.

Como primeiro exemplo de aplicação estuda-se o caso de associações planas de parede e pórtico com rigidez constante ao longo da altura, conforme ilustra-se na figura IV-1.

A análise dos resultados é levada a efeito apenas para as rigidezes relativas K = 3, K = 10 e K = 20 (vide ítem 2.3.1). Cabe esclarecer que nesses valores da rigidez relativa o comportamento do conjunto apresenta características de grande interesse. Por exemplo, para K próximo de 3 a interação por força concentrada no topo entre o pórtico e a parede passa por um valor extremo. Além disso a força cortante no pórtico é razoavelmente uniforme ao longo da altura, tratando-se, pois, de uma situação bastante sugestiva na prática [8]. Para valor de K nas proximidades de 10 o desempenho da parede no conjunto começa a não ser mais destacado pois a concavidade da elástica é voltada para barlavento na maior parte da altura e, finalmente,

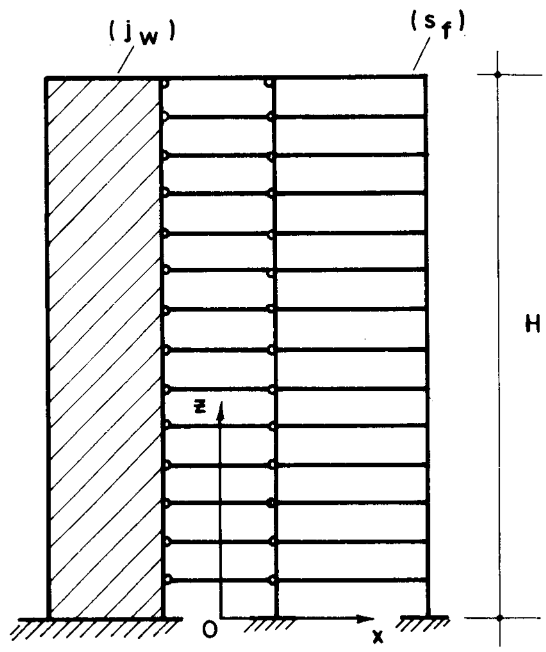


FIG.-IV-I - ASSOCIAÇÃO PLANA DE PAREDE E PÓRTICO

para o valor de K na vizinhança próxima de 20 a contribuição da parede praticamente inexiste.

O comportamento do método é analisado mediante a utilização de polinômios do quarto, sexto, décimo e décimo segundo graus. Os resultados alcançados para as funções deslocamentos do painel, momento fletor na parede e esforço cortante no pórtico são comparados com os obtidos por solução analítica [8]. Tais resultados encontram-se arrolados nas tabelas de 1 a 9 onde são usadas as notações P4, P6, P10 e P12 de acordo com o grau do polinômio utilizado, conforme já mencionado.

Um exame dos resultados arrolados nas tabelas 1, 4 e 7 evidencia que, para o valor K = 3, os resultados já se apresentam satisfatórios com o uso do polinômio do quarto grau. Todavia, como era de se esperar, o uso de polinômios de graus mais elevados levaram a resultados melhores, notadamente no que diz respeito aos esforços solicitantes.

Examinando-se, agora, os resultados contidos nas tabelas 2, 5 e 8 verifica-se que, para o valor de K = 10,

TABELA 1 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL - VALORES DE $u/(PH^2/s_f)$

K = 3

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.009	0.008	0.009	0.009	0.009
0.2	0.031	0.030	0.031	0.031	0.031
0.3	0.061	0.060	0.061	0.061	0.061
0.4	0.095	0.093	0.095	0.095	0.095
0.5	0.129	0.128	0.129	0.129	0.129
0.6	0.162	0.162	0.162	0.162	0.162
0.7	0.192	0.193	0.192	0.192	0.192
0.8	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
0.9	0.245	0.245	0.245	0.245	0.245
1.0	0.268	0.268	0.268	0.268	0.268

TABELA 2 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL - VALORES DE $u/(PH^2/s_f)$

K = 10

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.032	0.020	0.030	0.033	0.030
0.2	0.094	0.068	0.093	0.093	0.094
0.3	0.160	0.131	0.161	0.159	0.161
0.4	0.222	0.199	0.222	0.222	0.221
0.5	0.276	0.261	0.275	0.277	0.274
0.6	0.320	0.313	0.319	0.321	0.321
0.7	0.356	0.352	0.354	0.355	0.356
0.8	0.381	0.377	0.381	0.381	0.381
0.9	0.399	0.389	0.399	0.399	0.398
1.0	0.410	0.395	0.410	0.410	0.410

TABELA 3 - DESLOCAMENTOS DO PAINEL - VALORES DE $u/(PH^2/s_f)$

K = 20

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.052	0.022	0.044	0.103	0.048
0.2	0.131	0.077	0.126	0.138	0.131
0.3	0.205	0.149	0.205	0.167	0.206
0.4	0.270	0.224	0.269	0.277	0.266
0.5	0.325	0.292	0.320	0.391	0.321
0.6	0.370	0.348	0.362	0.419	0.370
0.7	0.405	0.388	0.340	0.392	0.406
0.8	0.430	0.410	0.428	0.414	0.427
0.9	0.445	0.418	0.444	0.487	0.444
1.0	0.453	0.418	0.448	0.469	0.451

TABELA 4 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE - VALORES DE $M_w/(PH^2)$

K = 3

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.232	0.208	0.231	0.223	0.230
0.1	0.146	0.145	0.146	0.149	0.146
0.2	0.083	0.090	0.083	0.081	0.082
0.3	0.038	0.046	0.038	0.035	0.037
0.4	0.006	0.011	0.006	0.007	0.007
0.5	-0.015	-0.015	-0.015	-0.012	-0.014
0.6	-0.027	-0.031	-0.027	-0.027	-0.027
0.7	-0.031	-0.037	-0.031	-0.033	-0.032
0.8	-0.029	-0.034	-0.029	-0.028	-0.028
0.9	-0.019	-0.022	-0.019	-0.018	-0.018
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

TABELA 5 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE - VALORES DE $M_w/(PH^2)$

K = 10

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.090	0.045	0.080	0.099	0.074
0.1	0.027	0.029	0.030	0.023	0.032
0.2	0.004	0.015	0.004	0.005	0.001
0.3	-0.005	0.004	-0.007	0.003	-0.008
0.4	-0.008	-0.005	-0.009	-0.009	-0.006
0.5	-0.009	-0.011	-0.009	-0.012	-0.006
0.6	-0.010	-0.014	-0.008	-0.010	-0.011
0.7	-0.009	-0.014	-0.009	0.008	-0.012
0.8	-0.009	-0.012	-0.009	0.008	-0.006
0.9	-0.006	-0.007	-0.008	-0.008	-0.006
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

TABELA 6 - MOMENTO FLETOR NA PAREDE - VALORES DE $M_w/(PH^2)$

K = 20

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.048	0.013	0.030	0.150	0.034
0.1	0.004	0.008	0.009	-0.034	0.008
0.2	-0.002	0.004	-0.001	-0.001	-0.003
0.3	-0.002	0.001	-0.004	0.024	-0.004
0.4	-0.002	-0.002	-0.003	0.001	-0.001
0.5	-0.002	-0.003	-0.002	-0.025	-0.001
0.6	-0.002	-0.004	-0.001	-0.016	-0.001
0.7	-0.002	-0.004	-0.002	0.015	-0.004
0.8	-0.002	-0.004	-0.003	0.017	-0.001
0.9	-0.002	-0.002	-0.003	-0.028	-0.002
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

TABELA 7 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO - VALORES DE $Q_f/(pH)$

K = 3

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.168	0.158	0.168	0.168	0.168
0.2	0.269	0.263	0.269	0.271	0.270
0.3	0.322	0.323	0.322	0.322	0.322
0.4	0.341	0.348	0.341	0.340	0.341
0.5	0.337	0.346	0.337	0.337	0.337
0.6	0.318	0.325	0.318	0.319	0.318
0.7	0.291	0.293	0.291	0.291	0.291
0.8	0.263	0.260	0.263	0.262	0.263
0.9	0.241	0.234	0.241	0.242	0.242
1.0	0.232	0.224	0.232	0.232	0.232

TABELA 8 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO - VALORES DE $Q_f/(pH)$

K = 10

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA [8]	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.532	0.365	0.525	0.529	0.539
0.2	0.665	0.580	0.680	0.648	0.685
0.3	0.650	0.669	0.658	0.657	0.635
0.4	0.582	0.661	0.573	0.560	0.562
0.5	0.494	0.582	0.481	0.494	0.505
0.6	0.399	0.457	0.396	0.385	0.418
0.7	0.304	0.315	0.314	0.299	0.295
0.8	0.213	0.180	0.224	0.223	0.201
0.9	0.137	0.079	0.134	0.140	0.151
1.0	0.100	0.040	0.087	-0.093	0.086

TABELA 9 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO - VALORES DE $Q_f/(pH)$

K = 20

COTA (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA 8	RITZ-GALERKIN			
		P4	P6	P10	P12
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.765	0.416	0.730	0.905	0.784
0.2	0.782	0.655	0.846	0.036	0.822
0.3	0.698	0.751	0.722	0.715	0.658
0.4	0.600	0.732	0.566	1.324	0.567
0.5	0.500	0.632	0.457	0.775	0.530
0.6	0.400	0.480	0.394	-0.161	0.432
0.7	0.300	0.308	0.334	-0,175	0.276
0.8	0.201	0.146	0.234	0.642	0.179
0.9	0.107	0.026	0.096	0.512	0.138
1.0	0,050	-0,021	0.011	-0.733	0.018

os resultados já apresentaram-se satisfatórios com o uso do polinômio do sexto grau, ocorrendo alguma melhoria com o aumento do grau do polinômio. Finalmente, para o valor de K = 20 bons resultados foram conseguidos com o uso do polinômio do décimo segundo grau, conforme verifica-se nas tabelas 3, 6 e 9.

De um modo geral, constata-se que para valores crescentes de K a solução obtida com um dado polinômio apresenta uma tendência de se afastar, gradativamente, da solução analítica. Entretanto, tal fato é facilmente justificado tendo em conta que, nessa situação, a contribuição da parede no conjunto passa a ser pouco significativa, entretanto a condição de contorno imposta pela parede na base (u = 0) ainda permanece. Tal fato já foi alertado, por exemplo, por Stamato [8].

4.3 - EXEMPLO II - Associação plana de parede e pórtico com rigidez continuamente variável ao longo da altura.

Como segundo exemplo de aplicação estudam-se agora, associações planas de pórtico e parede onde o pórtico experimenta variação de rigidez ao longo da altura. Inicialmente, considera-se uma variação linear onde a rigidez no topo corresponde a um quinto da rigidez do pórtico na base (vide Fig. IV-2.a), e, em seguida, uma variação parabólica, com concavidade voltada para dentro, conforme mostra-se na figura (IV-2.b), sendo a flecha na meia altura também um quinto da rigidez do pórtico na base.

De início convém observar que tais variações de rigidez são bastante acentuadas, permitindo por conseguinte, realçar, de maneira sensível, a influência da variação de rigidez. Por outro lado, essa influência é aqui quantificada em relação à associação de rigidez constante e igual à rigidez média. Esse procedimento é, sem dúvida, sugestivo e de grande interesse prático.

A variação linear de rigidez estudada é expressa algebricamente por:

$$s_f(z) = s_f(1- \frac{0,8z}{H})$$

e correspondente, segundo expressão (II.10), aos valores RT = 0,2, RF = 0 e b = 0,8/H. Além disso, considerm-se apenas dois valores para a rigidez relativa na base, ou seja, K = 3 e K = 6. Assim, a rigidez média é dada por:

$$s_{f_m} = 0,6\ s_f$$

e os correspondentes valores da rigidez relativa dados por:

$$K_{med} = 2,32$$

$$K_{med} = 4,65$$

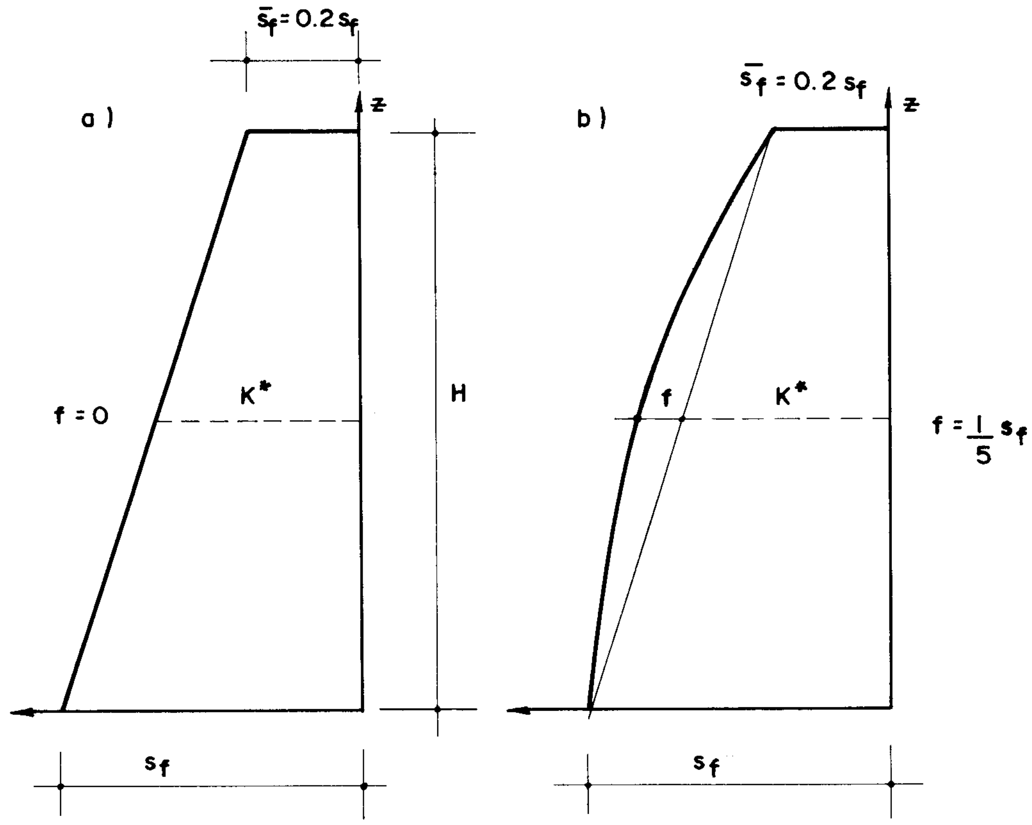


FIG. IV - 2 - FUNÇÕES RIGIDEZ DE PÓRTICO PARA O EXEMPLO II

A variação parabólica de rigidez do pórtico considerada pode ser expressa analiticamente na forma:

$$s_f(z) = s_f(1 - \frac{0,008}{H} z - \frac{0,08}{H^2} z^2)$$

correspondendo, segundo expressão (II-10), aos valores RT= 0,2, RF = 0,33, b = 0,008/H e c = -0,08/H^2. De maneira similar à variação linear de rigidez, consideram-se dois valores para a rigidez relativa na base: K = 3 e K = 6. A rigidez média, por sua vez, passa a ser dada por.

$$s_{f_m} = 0,97\ s_f$$

implicando nas seguintes rigidezes relativas médias K_m = = 2,95 e K_m = 5,91, respectivamente.

Os resultados de maior interesse foram lançados nos gráficos das figuras de IV-3 a IV-14.

Cabe observar, inicialmente, que, para o valor da rigidez relativa K = 3, a variação linear de rigidez conduz a um esforço cortante no topo do pórtico 30 por cento, mais ou menos, menor que no caso de rigidez constante com o valor médio. Outrossim, na região de esforços cortantes máximos essa diferença cai para, mais ou menos, 14 por cento (vide Fig. IV-4). Quanto ao momento fletor, a diferença é bastante acentuada na região de momentos negativos, reduzindo-se rapidamente na região da base (vide Fig. IV-5). Para a rigidez relativa na base K = 6 ocorre um esforço cortante no topo da ordem de 70 por cento a mais no caso da rigidez média constante, enquanto na região de cortantes máximas essa diferença cai para 15 por cento. Com relação aos momentos fletores ocorre de maneira menos acentuada o mesmo já observado no caso da rigidez relativa na base K = 3.

Finalmente, com a variação parabólica acontece com menos intensidade fatos similares aos já mencionados para o caso de variação linear. Trata-se, todavia, de algo já esperado, uma vez que, nesse caso, a rigidez é, ao longo da altura, mais próxima da rigidez média constante. É oportuno ainda acrescentar que em termos de deslocamentos as disparidades entre os resultados são bem menores em ambas as variações de rigidez consideradas (vide Figs. IV-3, IV-6, IV-9).

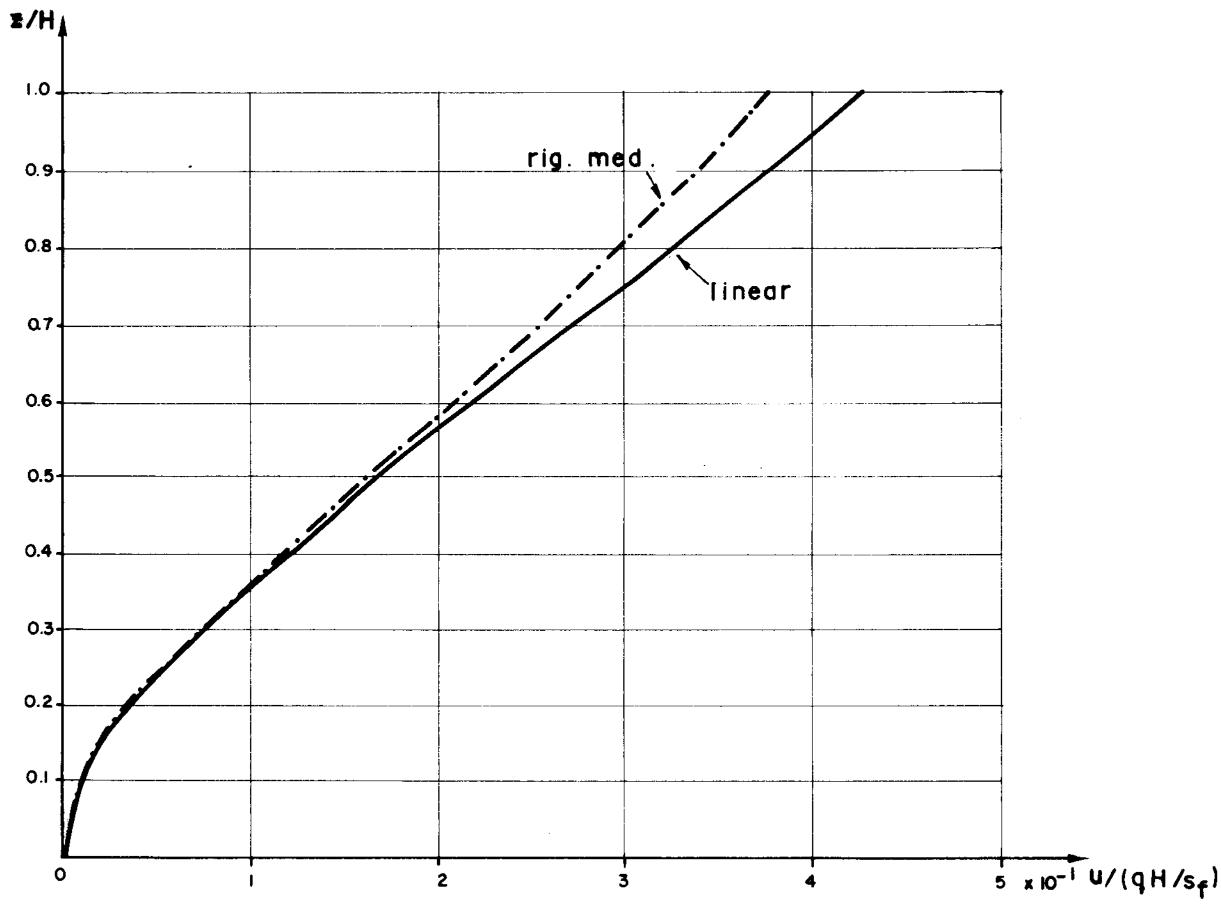


FIG. IV - 3 - LINHAS ELÁSTICAS (K = 3)

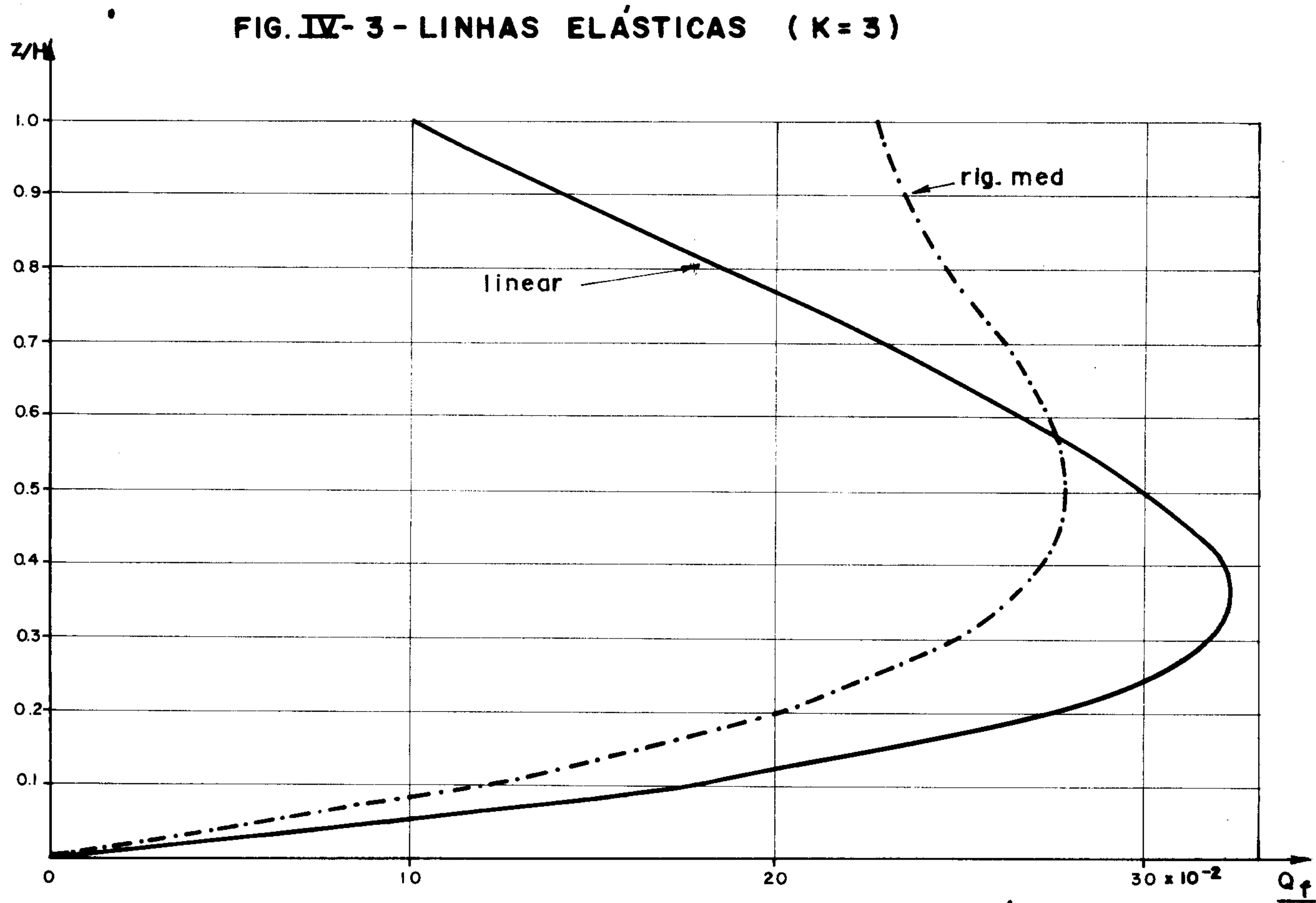


FIG. IV - 4 — ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO (K=3)

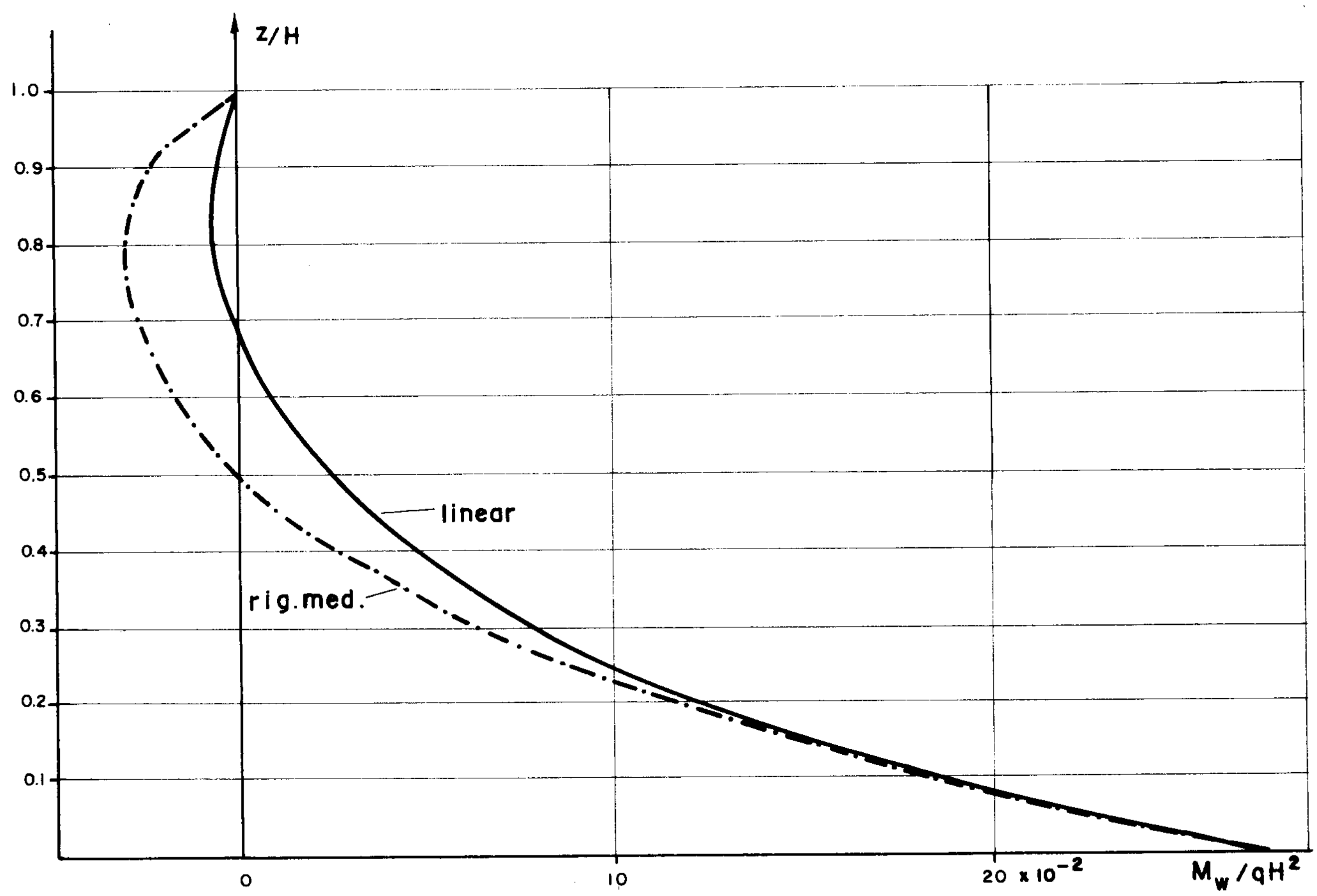


FIG. IV - 5 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (K=3)

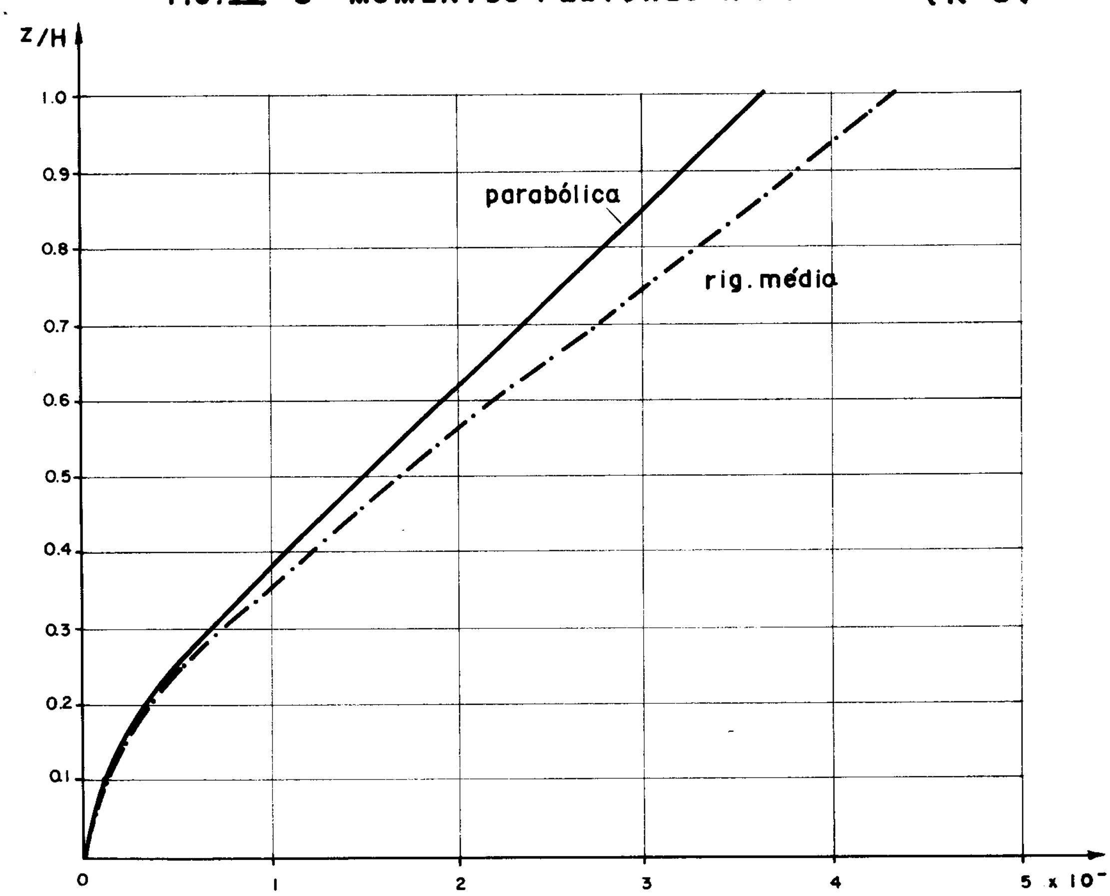


FIG. IV - 6 - LINHAS ELÁSTICAS (K=3)

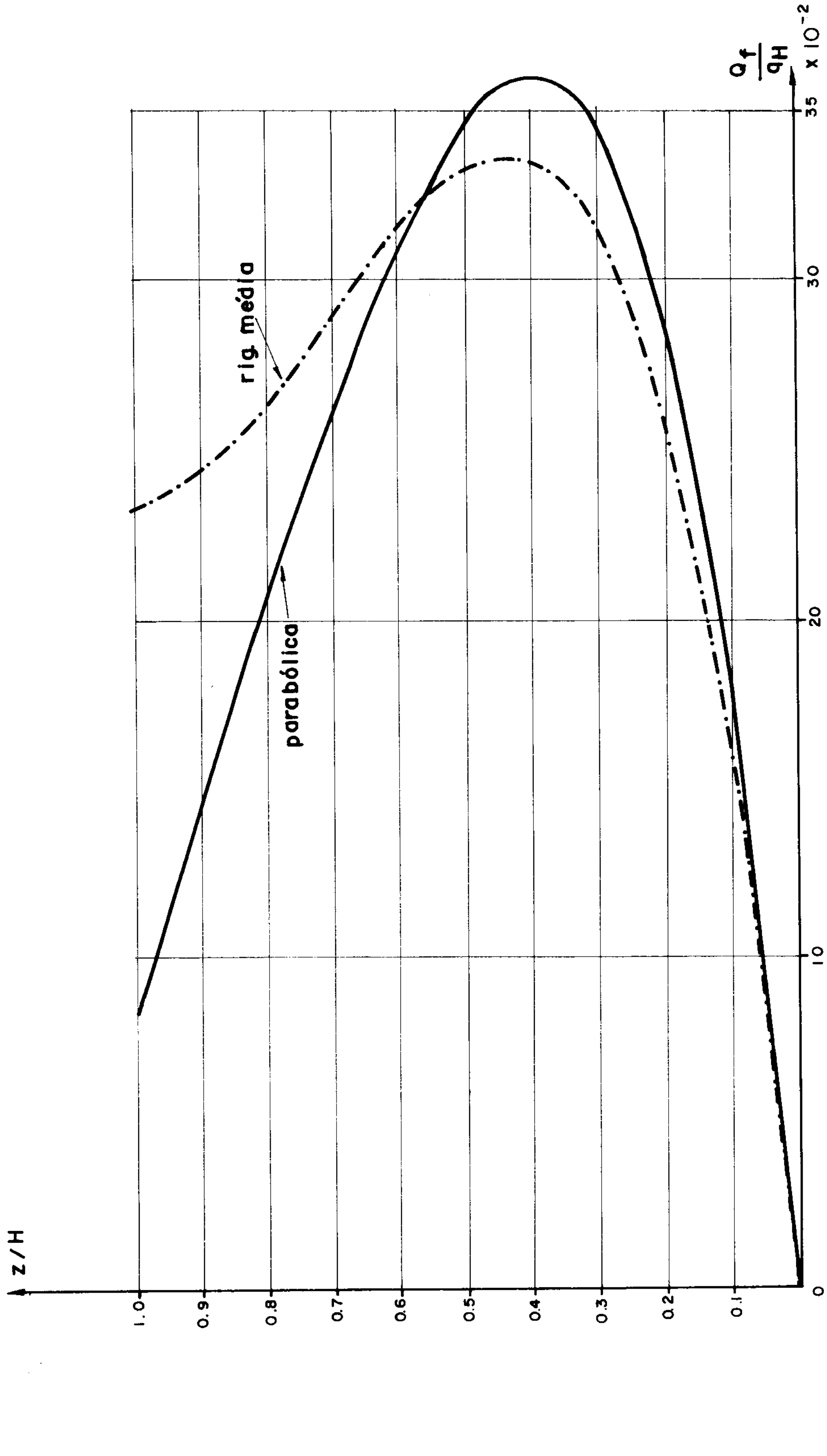


FIG. IV- 7- ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO (K=3)

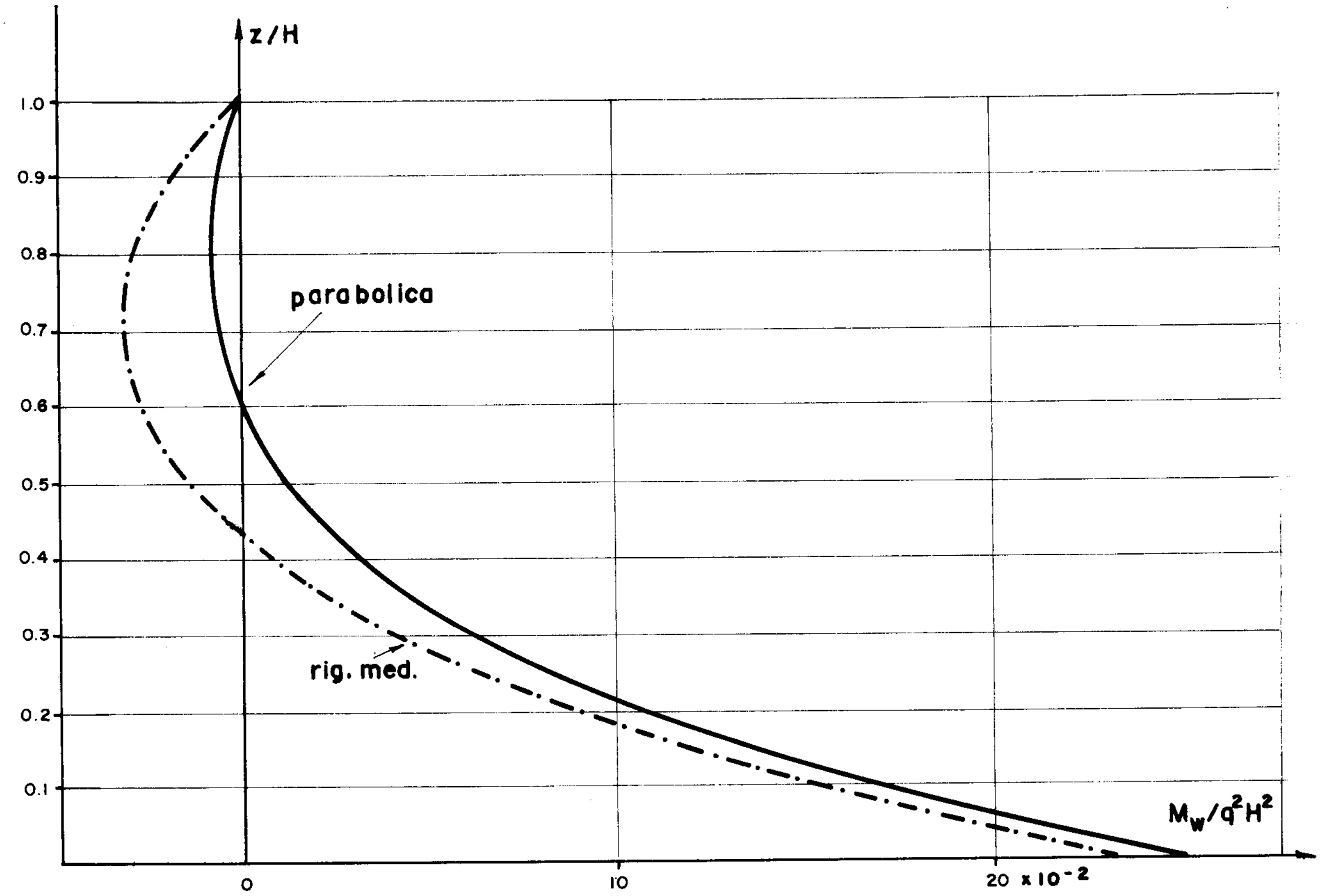


FIG. IV- 8 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (K=3)

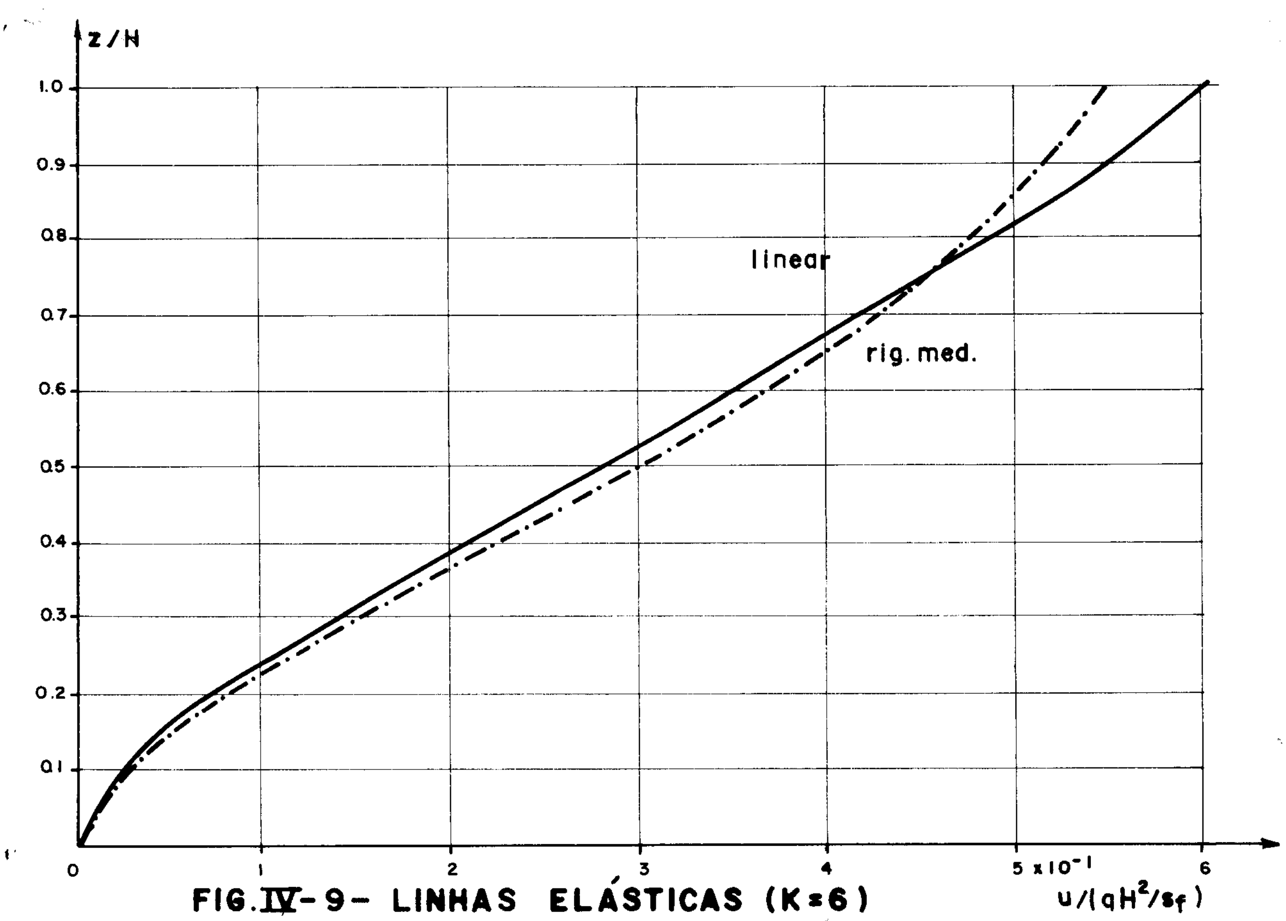


FIG. IV- 9 - LINHAS ELÁSTICAS (K=6) $u/(qH^2/s_f)$

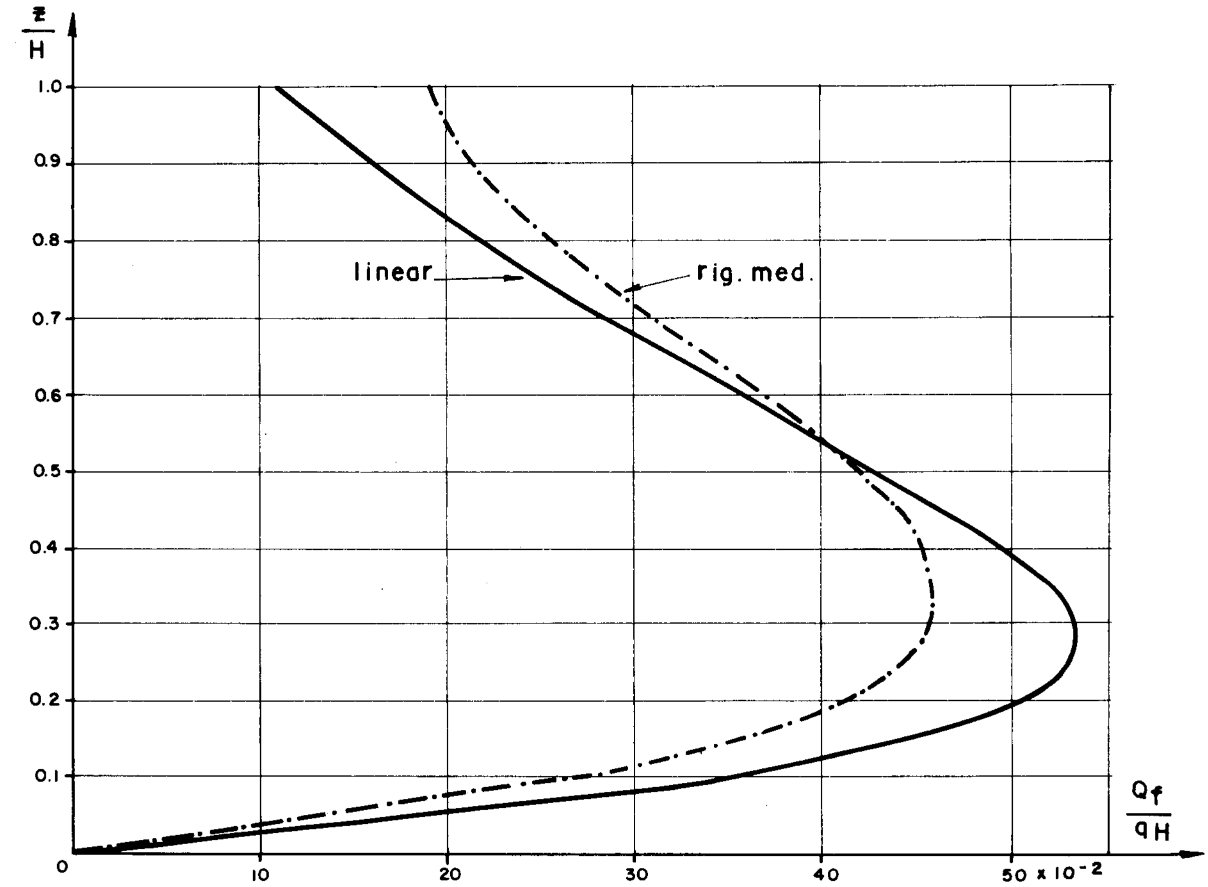


FIG.IV-10-ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO (K=6)

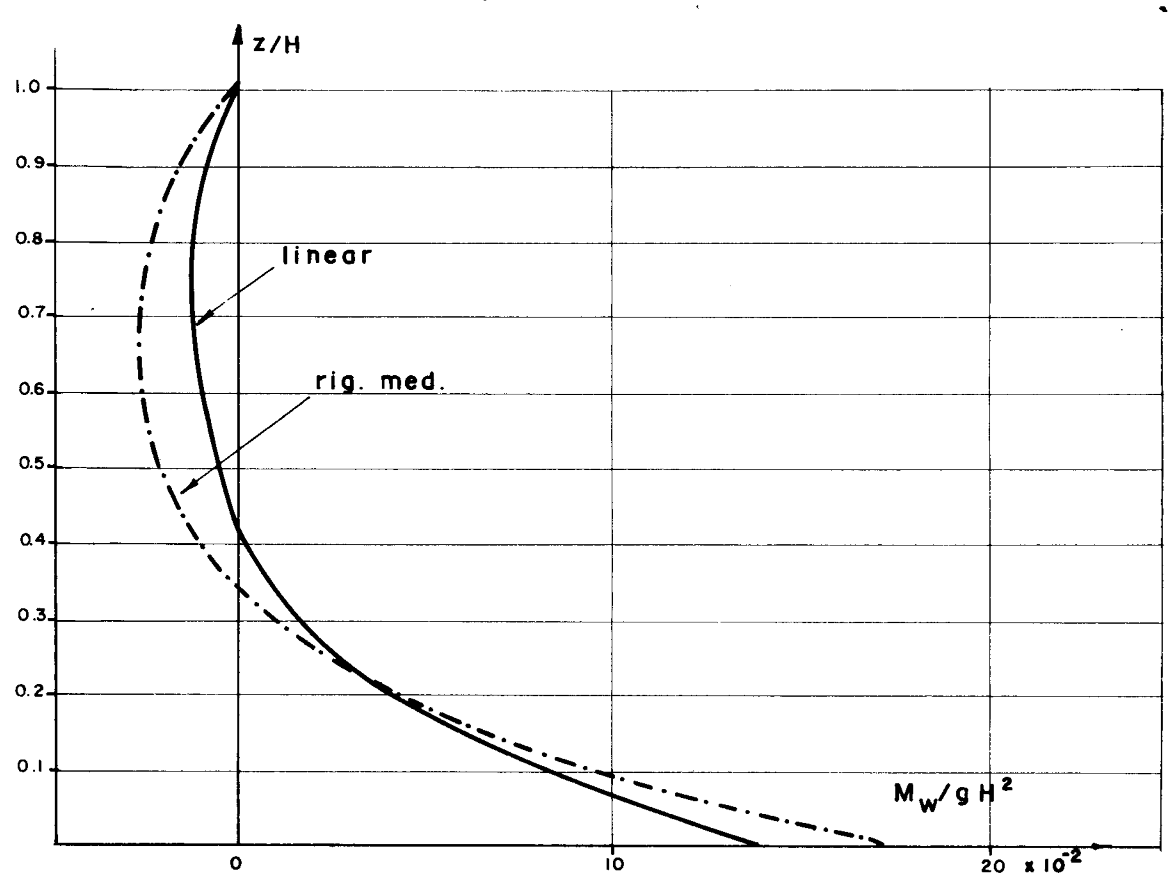


FIG-IV-11- MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (K=6)

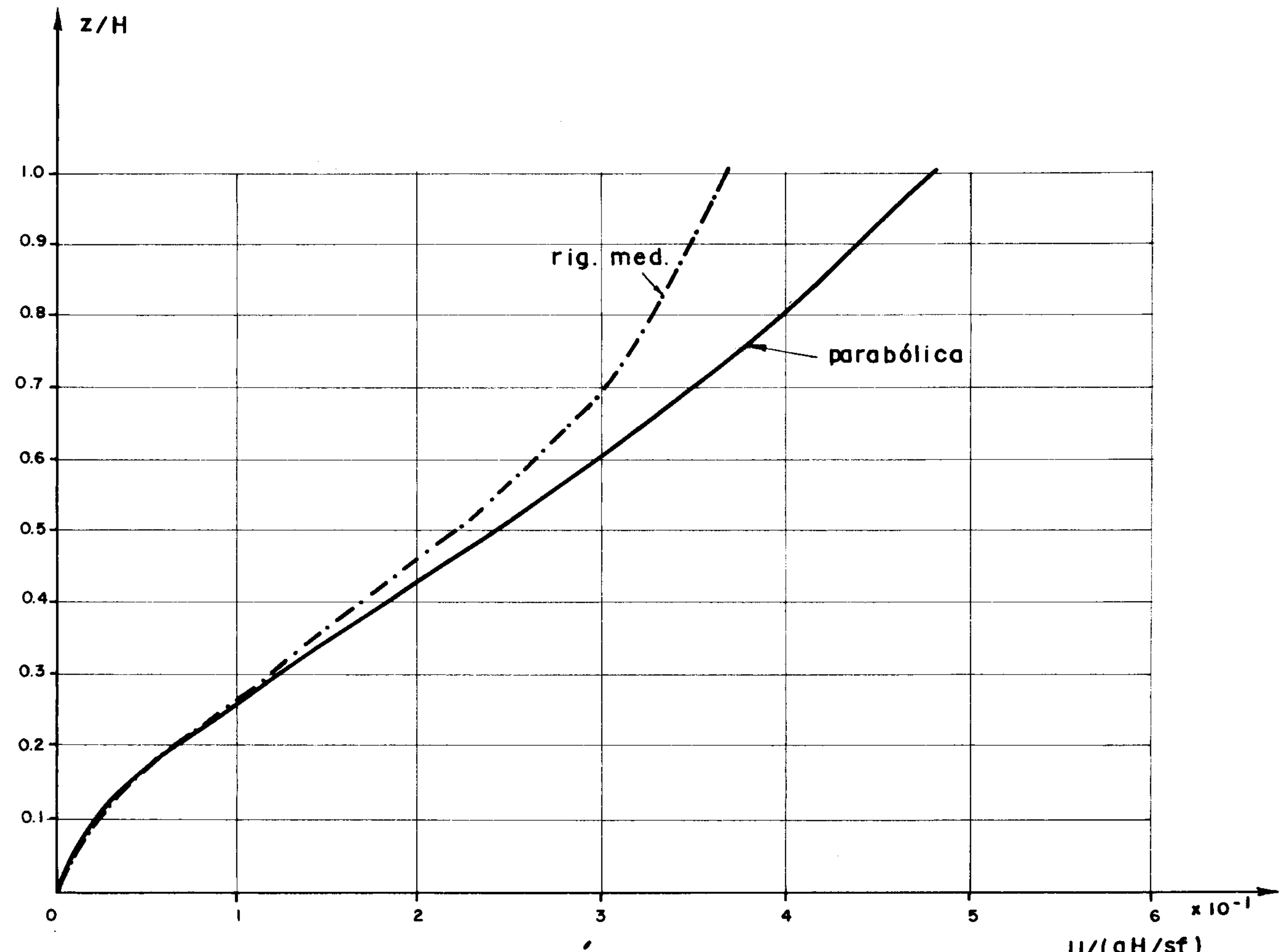


FIG. IV - 12 - LINHAS ELÁSTICAS (K= 6)

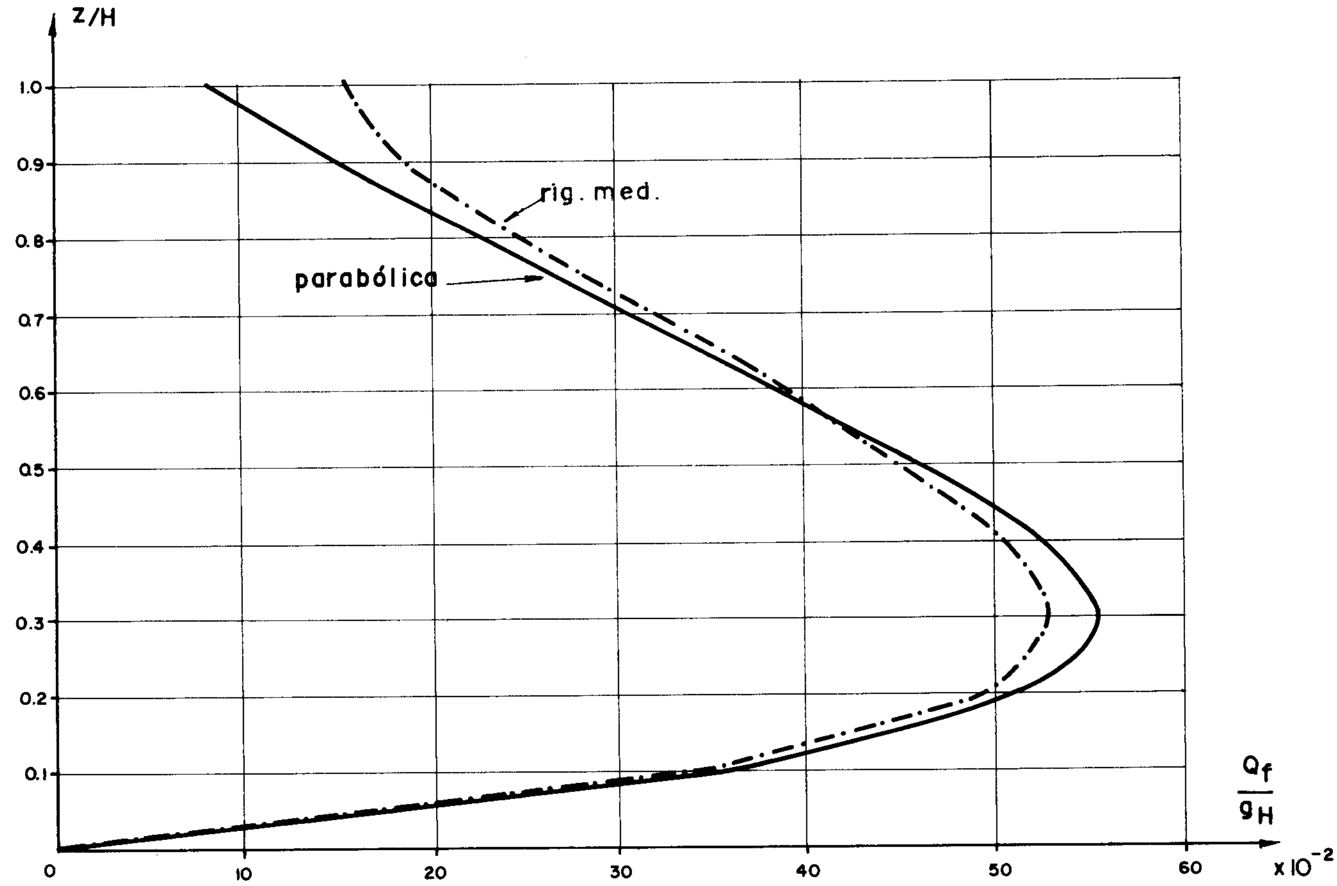


FIG. IV - 13 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO (K=6)

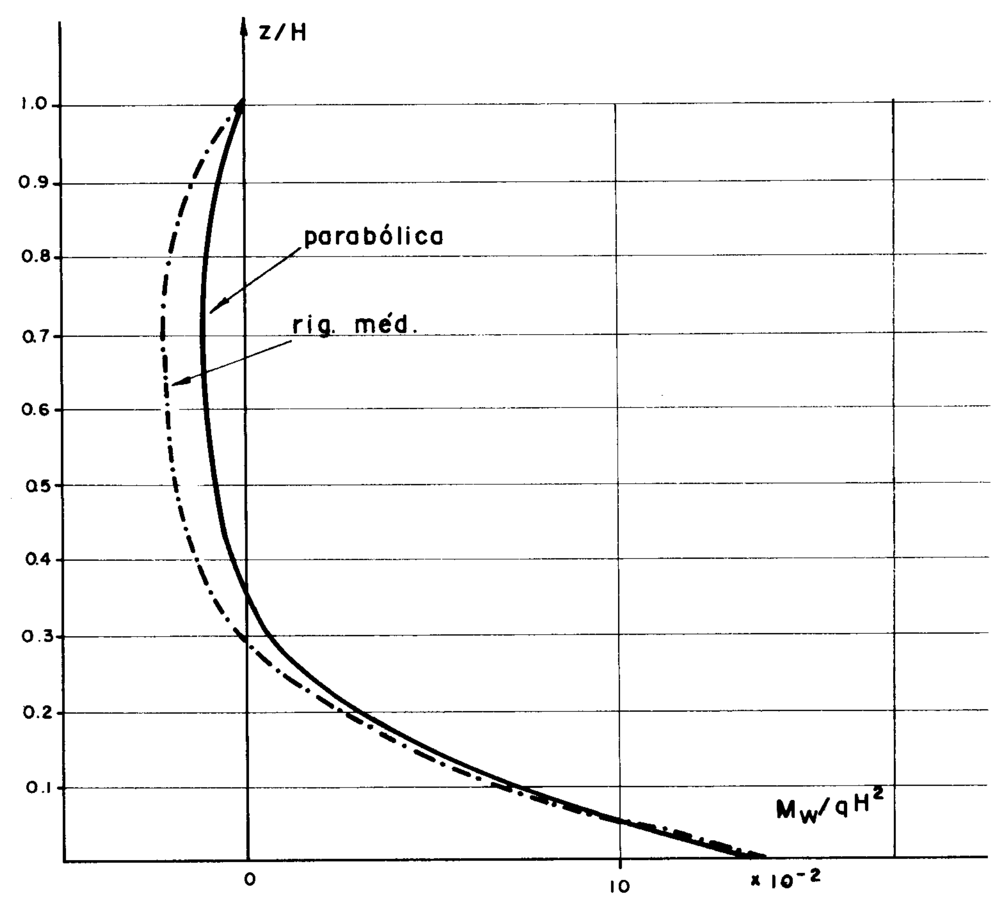


FIG. IV - 14 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (K=6)

4.4 - EXEMPLO III - Duas paredes ligadas por lintéis

Como terceiro exemplo de aplicação estuda-se, no que segue, a estrutura mostrada na figura IV-15, possuindo 30 metros de altura e constituída por duas paredes associadas por lintéis de ligação igualmente espaçados em pés direitos de 3,00 m. O módulo de elasticidade do material das paredes é estimado em $E_w = 10^6$ tf/m^2 e o dos lintéis em $E_L = 2 \times 10^6$ tf/m^2.

O carregamento é constituído por uma carga horizontal q = 1,5 tf/m uniformemente distribuída, conforme ilustra-se na Figura IV-15.

Com as dimensões indicadas na figura IV-15, são calculados os valores dos parâmetros expressos em (II-31) e (II-32) e, subsequentemente, montado o sistema de equa

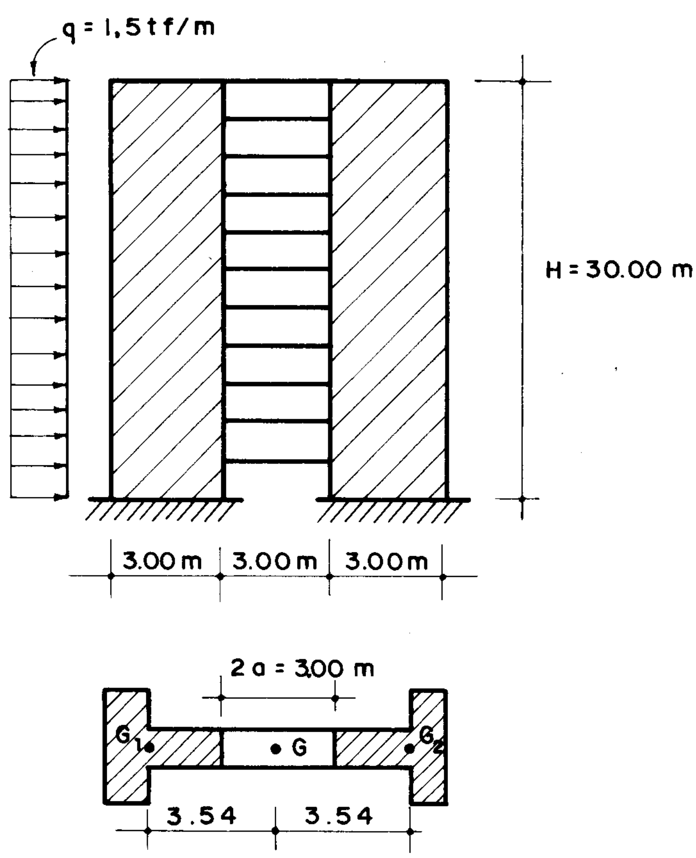


FIG. IV - 15 – ESTRUTURA PARA O EXEMPLO III ções lineares (III-34) com o uso dos polinômios de quinto, sexto, oitavo e décimo graus. Os resultados alcançados encontram-se arrolados nas tabelas de 10 a 14, onde os polinômios são indicados, correspondentemente, por P5, P6, P8 e P12. Constam, ainda, dessas tabelas, para fins de comparação, os resultados obtidos através de expressões analíticas fornecidas por Albiges et Goulet [5]. Convém esclarecer que a expressão analítica do deslocamento, não constando daquela publicação, foi facilmente deduzida a partir das demais expressões nela existentes.

Os resultados contidos nas tabelas de 10 a 14 indicam que a formulação em estudo, aplicada a este tipo de estrutura, apresenta imediata convergência à solução. Já se tem, por exemplo, resultados satisfatórios com o uso do polinômio do sexto grau, o qual conduz a um sistema de apenas duas equações a duas incógnitas (vide expressão III-31), porém com polinômios do oitavo grau esses resultados tornam-se praticamente iguais aos analíticos.

TABELA 10 - DESLOCAMENTOS (u) DO PAINEL - VALORES EM cm.

NÍVEL (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA	RITZ-GALERKIN			
		P5	P6	P8	P10
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.038	0.042	0.038	0.037	0.037
0.2	0.132	0.149	0.132	0.132	0.132
0.3	0.262	0.296	0.262	0.261	0.261
0.4	0.410	0.461	0.410	0.409	0.409
0.5	0.565	0.629	0.565	0.564	0.564
0.6	0.720	0.790	0.718	0.718	0.718
0.7	0.868	0.936	0.866	0.866	0.866
0.8	1.007	1.067	1.005	1.005	1.005
0.9	1.138	1.183	1.136	1.136	1.136
1.0	1.264	1.290	1.262	1.262	1.262

TABELA 11 - ESFORÇOS CORTANTES NAS PAREDES (Q_{w1} e Q_{w2}) - VALORES EM tf

NÍVEL (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA	RITZ-GALERKIN			
		P5	P6	P8	P10
0.0	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500
0.1	20.250	20.250	20.250	20.250	20.250
0.2	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000
0.3	15.750	15.750	15.750	15.750	15.750
0.4	13.500	13.500	13.500	13.500	13.500
0.5	11.250	11.250	11.250	11.250	11.250
0.6	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000
0.7	6.750	6.750	6.750	6.750	6.750
0.8	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500
0.9	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

TABELA 12 - MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES (M_{w1} e M_{w2}) - VALORES EM tf·m

NÍVEL (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA	RITZ-GALERKIN			
		P5	P6	P8	P10
0.0	171.82	191.41	172.58	171.80	171.80
0.1	113.15	129.40	113.48	113.13	113.13
0.2	69.33	78.09	69.02	69.30	69.31
0.3	36.94	37.03	36.31	36.92	36.92
0.4	13.52	5.80	12.98	13.51	13.50
0.5	-2.66	-16.06	-2.85	-2.68	-2.68
0.6	-12.78	-28.98	-12.55	-12.80	-12.85
0.7	-18.55	-33.39	-17.00	-17.52	-17.52
0.8	-17.10	-29.74	-16,56	-17.11	-17.12
0.9	-11.45	-18.47	-11.11	-11.45	-11.46
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TABELA 13 - ESFORÇOS NORMAIS NAS PAREDES (N_w) - VALORES EM tf

NÍVEL (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA	RITZ-GALERKIN			
		P5	P6	P8	P10
0.0	46.82	41.166	46.325	46.513	46.513
0.1	45.29	40.578	44.984	45.078	45.078
0.2	41.45	38.875	41.403	41.331	41.330
0.3	36.30	36.182	36.397	36.236	36.236
0.4	30.52	32.623	30.638	30.497	30.498
0.5	24.60	28.321	24.654	24.609	24.610
0.6	18.87	23.399	18.835	18.902	18.901
0.7	13.83	17.983	13.427	13.569	13.568
0.8	8.65	12.195	8.534	8.684	8.685
0.9	4.19	6.159	4.118	4.212	4.213
1.0	0.00	0.000	0.000	0.000	0.000

TABLELA 14 - ESFORÇOS CORTANTES NOS LINTÉIS (Q_L) - VALORES EM tf

NÍVEL (z/H)	SOLUÇÃO ANALÍTICA	RITZ-GALERKIN			
		P5	P6	P8	P10
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	2.872	1.176	2.682	2.869	2.871
0.2	4.627	2.229	4.479	4.626	4.625
0.3	5.565	3.157	5.533	5.564	5.562
0.4	5.917	3.962	5.986	5.914	5.914
0.5	5.865	4.643	5.980	5.861	5.863
0.6	5.556	5.200	5.657	5.553	5.554
0.7	5.114	5.633	5.159	5.114	5.113
0.8	4.655	5.943	4.627	4.656	4.654
0.9	4.289	6.128	4.204	4.289	4.289
1.0	4.138	6.190	4.032	4.136	4.138

4.5 - EXEMPLO IV - Associação tridimensional de paredes

No presente exemplo, estuda-se, segundo a formulação do Método de RITZ-GALERKIN apresentada, uma associação tridimensional de paredes, conforme mostra-se na Fig. IV-16. Trata-se de um edifício de 20 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,00 m. O módulo de elasticidade do material é tomado igual a $E = 10^6$ tf/m^2 e o carregamento constituído por uma carga horizontal q = 1,3 tf/m uniformemente distribuída em toda a altura do edifício e aplicada segundo o plano vertical OYZ conforme ilustra-se na Fig. IV-16.

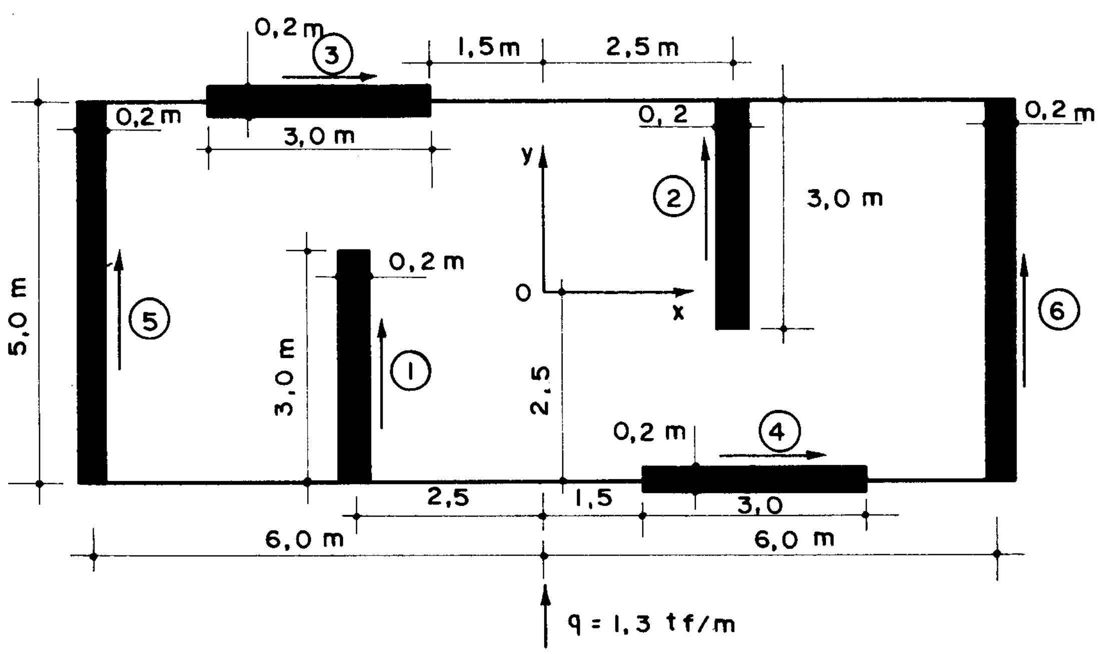


FIG. IV- 16 - EDIFÍCIO DE 20 ANDARES PARA O EXEMPLO IV

Os resultados arrolados nas tabelas 15 e 16 foram alcançados fazendo uso do polinômio do quarto grau (vide exp. III-53), implicando, naturalmente, num sistema de apenas seis equações. Trata-se, já, de uma aproximação bastante precisa, conforme pode ser facilmente verificado por condições de equilíbrio entre os esforços internos e externos. É oportuno, finalmente, esclarecer que, devido às particularidades do carregamento e da estrutura, o movimento resultante apresenta apenas a componente segundo OY (vide Fig. IV-6). Assim, as paredes (3) e (4) não ficam, nesse caso, solicitadas.

TABELA 15 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NAS PAREDES (5) e (6)

NÍVEL (Z/H)	DESLOCAMENTOS (cm)	MOMENTO FLETOR (tf.m)	ESFORÇOS CORTANTES (tf)
0.0	0.000	973.4	32.448
0.1	0.787	788.5	29.203
0.2	2.943	623.0	25.958
0.3	6.179	477.0	22.714
0.4	10.240	350.4	19.469
0.5	14.920	243.4	16.224
0.6	20.020	155.8	12.979
0.7	25.390	87.6	9.734
0.8	30.910	38.9	6.490
0.9	36.510	9.7	3.245
1.0	42.120	0.0	0.000

TABELA 16 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NAS PAREDES (1) e (2)

NÍVEL (Z/H)	DESLOCAMENTOS (cm)	MOMENTO FLETOR (tf·m)	ESFORÇOS CORTANTES (tf)
0.0	0.000	210.6	7.020
0.1	0.787	170.6	6.318
0.2	2.943	134.8	5.616
0.3	6.179	103.2	4.914
0.4	10.240	75.8	4.212
0.5	14.920	52.7	3.510
0.6	20.020	33.7	2.808
0.7	25.390	19.0	2.106
0.8	30.910	8.4	1.404
0.9	36.510	2.1	0.702
1.0	42.120	0.0	0.000

4.6 - EXEMPLO V - Associação tridimensional de pórticos e paredes

Estuda-se, agora, um edifício de 10 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,00 m , cuja planta baixa encontra-se esquematizada na Fig. IV-17. Os pórticos são todos iguais e formados por vigas com seção transversal de 0,20 x 0,50 m e pilares com seção transversal de 0,40 x 0,40 m. As paredes 1 e 2 possuem seção transversal de 0,25 x 2,00 m e a parede 3 possui seção transversal de 0,25 x 2,50 m.

O carregamento é constituído por uma carga horizontal q = 1,3 tf/m uniformemente distribuída em toda a altura do edifício e aplicada segundo o plano da parede 1. O módulo de elasticidade do material dos componentes estruturais é tomado igual a $E = 2 \times 10^6$ tf/m.

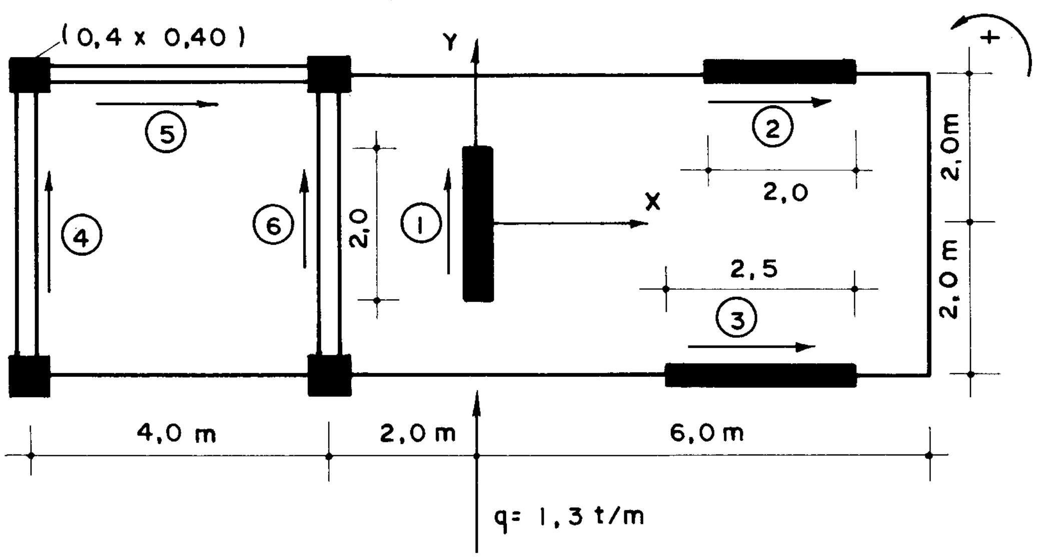


FIG. IV-17 - PLANTA DE EDIFÍCIO DE 10 ANDARES (PARA O EXEMPLO V)

O estudo foi feito utilizando-se os polinômios de sexto, oitavo e décimo graus, e os resultados de maior interesse encontram-se arrolados nas tabelas de 18 a 22 onde os polinômios estão indicados pelas notações P6, P8 e

P10, respectivamente. Para fins de comparação, lançaram-se, também nessas tabelas, os resultados fornecidos por Seixas [20]. Esse autor estudou o exemplo em questão através do Método de Stodola-Vianello, sendo os resultados obtidos mediante a resolução de um sistema de 36 equações lineares.

Os resultados contidos nas tabelas de 17 a 21 indicam que já se dispõem de resultados satisfatórios com o uso do polinômio do sexto grau, o qual envolve um sistema de 12 equações lineares, porém os resultados tornam-se praticamente iguais aos fornecidos por Seixas [20] quando se usa um polinômio do décimo grau, que conduz a um sistema de 24 equações lineares. Bons resultados foram conseguidos também com o uso do polinômio do oitavo grau.

TABELA 17 - DESLOCAMENTOS (U) DO SISTEMA ESTRUTURAL - cm

COTA (Z/H)	STODOLA-VIANELLO	RITZ-GALERKIN		
		P6	P8	P10
0,0	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.013	0.013	0.013	0.013
0.2	0.055	0.055	0.055	0.055
0.3	0.130	0.130	0.130	0.130
0.4	0.241	0.242	0.241	0.241
0.5	0.390	0.389	0.390	0.390
0.6	0.573	0.572	0.573	0.573
0.7	0.787	0.786	0.787	0.787
0.8	1.025	1.025	1.025	1.025
0.9	1.282	1.282	1.282	1.282
1.0	1.548	1.548	1.548	1.548

TABELA 18 - DESLOCAMENTOS (V) DO SISTEMA ESTRUTURAL - cm

COTA (Z/H)	STODOLA-VIANELLO	RITZ-GALERKIN		
		P6	P8	P10
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.363	0.362	0.363	0.363
0.2	1.287	1.287	1.287	1.287
0.3	2.575	2.576	2.575	2.575
0.4	4.081	4.082	4.081	4.081
0.5	5.697	5.697	5.697	5.697
0.6	7.344	7.343	7.344	7.344
0.7	8.971	8.970	8.971	8.971
0.8	10.547	10.547	10.547	10.547
0.9	12.068	12.068	12.068	12.068
1.0	13.547	13.548	13.548	13.548

TABELA 19 - ROTAÇÕES (W) DOS DIAFRAGMAS - ($x10^2$ rad)

COTA (Z/H)	STODOLA-VIANELLO	RITZ-GALERKIN		
		P6	P8	P10
0.0	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	0.042	0.043	0.042	0.042
0.2	0.163	0.163	0.163	0.163
0.3	0.345	0.345	0.345	0.345
0.4	0.573	0.573	0.573	0.573
0.5	0.831	0.831	0.831	0.831
0.6	1.106	1.106	1.106	1.106
0.7	1.388	1.389	1.388	1.388
0.8	1.673	1.673	1.673	1.673
0.9	1.956	1.956	1.956	1.956
1.0	2.237	2.237	2.237	2.237

TABELA 20 - MOMENTOS FLETORES NA PAREDE (1) - tf·m

COTA (Z/H)	STODOLA-VIANELLO	RITZ-GALERKIN		
		P6	P8	P10
0.0	305.40	303.36	305.28	305.40
0.1	206.01	206.73	206.04	206.01
0.2	133.52	133.70	133.49	133.52
0.3	79.68	79.27	79.69	79.68
0.4	39.76	39.41	39.79	39.76
0.5	10.95	11.02	10.95	10.95
0.6	-8.39	-8.03	-8.42	-8.39
0.7	-19.17	-18.91	-19.18	-19.18
0.8	-21.70	-21.85	-21.68	-21.70
0.9	-15.66	-16.10	-15.67	-15.66
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00

TABELA 21 - ESFORÇOS CORTANTES NO PÓRTICO (1) - tf

COTA (Z/H)	STODOLA-VIANELLO	RITZ-GALERKIN		
		P6	P8	P10
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	1.8318	1.8179	1.8333	1.8318
0.2	2.1143	2.1517	2.1144	2.1143
0.3	1.7187	1.7397	1.7169	1.7188
0.4	1.0617	1.0413	1.0620	1.0617
0.5	0.3366	0.3022	0.3384	0.3366
0.6	-0.3697	-0.3808	-0.3697	-0.3696
0.7	-1.0174	-0.9956	-1.0191	-1.0175
0.8	-1.5780	-1.5499	-1.5778	-1.5780
0.9	-2.0028	-2.0063	-2.0016	-2.0028
1.0	-2.1859	-2.2179	-2.1873	-2.1859

4.7 - EXEMPLO VI - Associação tridimensional de pórticos com núcleo resistente

Neste exemplo de aplicação, a estrutura é constituída de pórticos e núcleo resistente, conforme esquematiza-se na figura IV-18. Trata-se de um edifício com 10 andares igualmente espaçados em pés direitos de 3,00m. As vigas têm seção de 0,15 x 0,40m e os pilares têm seção quadrada com 0,40 m de lado. O núcleo, constituído por paredes de 0,15 m de espessura, será substituído, para fins de estudo, por duas paredes equivalentes (painéis 9 e 10) e por uma mola equivalente (painel 11) que aparecem, em tracejado, na figura IV-18. O material é tomado com módulo de elasticidade $E = 3 \times 10^6$ tf/m^2 e com coeficiente de Poisson = 0,15.

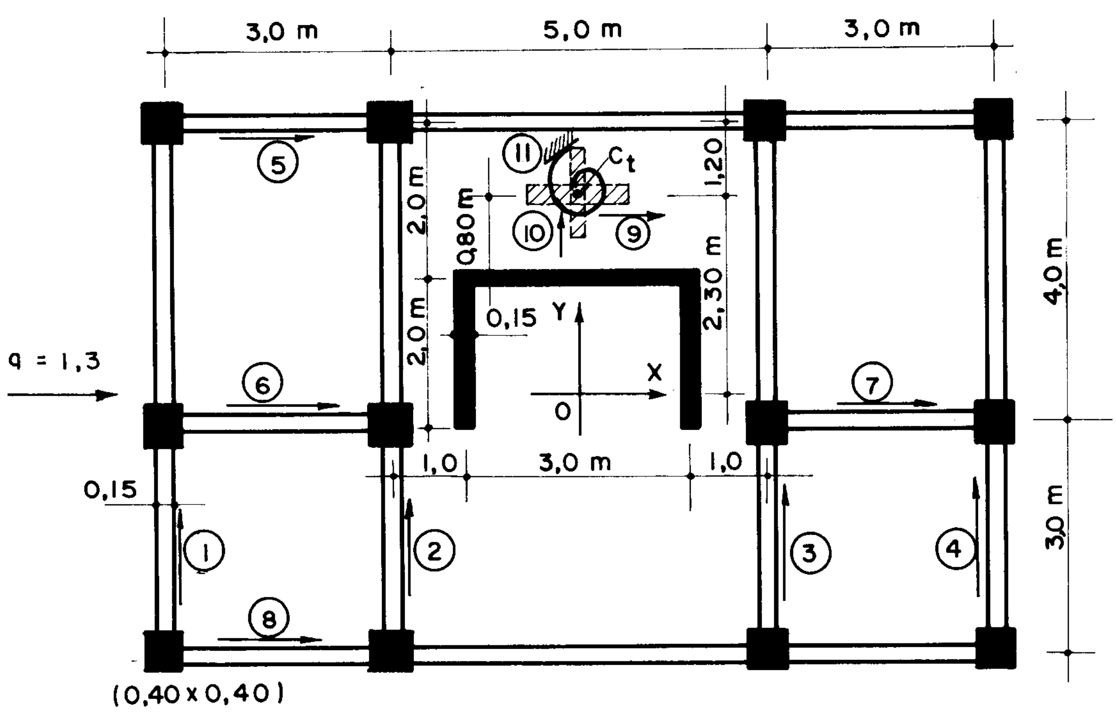


FIG. IV - 18 - PLANTA DE UM EDIFÍCIO DE 10 ANDARES PARA O EXEMPLO VI

O carregamento é constituído por uma carga horizontal q = 1,3 tf/m uniformemente distribuída em toda a altura do edifício e aplicada segundo o plano OXZ, conforme ilustra-se na figura IV-18.

É oportuno esclarecer que as condições particulares do carregamento e do edifício, levam a estrutura a experimentar apenas os deslocamentos U e W. Portanto, o painel 10 não fica solicitado e os pórticos simétricos em relação ao plano OYZ são solicitados de modo antimétrico (ver Fig. IV-18).

O estudo foi feito utilizando-se os polinômios de quarto, sexto, décimo e décimo primeiro graus. Os resultados assim obtidos foram lançados na tabela 22, onde os graus dos polinômios são indicados com as notações P4, P6, P10 e P11, respectivamente. Nessa tabela, constam, ainda, para fins de verificação da condição de equilíbrio, o esforço cortante externo. Cabe esclarecer que na direção perpendicular à do carregamento (vide Fig. IV-18), as componentes da força cortante na estrutura apresentaram valores nulos em todos os casos estudados; o que já era esperado, tendo em conta as condições particulares da estrutura e do carregamento.

TABELA 22 - ESFORÇOS CORTANTES NA ESTRUTURA - tf

COTA (Z/H)	CORTANTE EXTERNO	CORTANTE INTERNO				
		P4	P6	P10	P11	P12
0.0	39.0	28.325	34.805	38.588	38.722	36.556
0.5	19.5	21.278	19.166	19.485	19.498	19.471
1.0	0.0	-1.285	-0.385	-0.066	0.014	0.740

Um exame dos resultados contidos na tabela 22 indica haver convergência crescente à medida que aumenta o grau do polinômio, como era de se esperar. Todavia os resultados já se mostram satisfatórios mesmo com os polinômios de menor grau.

Os resultados arrolados nas tabelas de 23 a 28 foram obtidos com o uso do polinômio do décimo primeiro grau, os quais permitem constatar os bons resultados proporcionados pela formulação em análise no presente exemplo.

TABELA 23 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA ESTRUTURAL

COTA /Z/H)	U (cm)	W (x 10^2 rad)
0.0	0.000	0.000
0.1	0.068	0.018
0.2	0.201	0.046
0.3	0.356	0.071
0.4	0.517	0.091
0.5	0.678	0.106
0.6	0.832	0.116
0.7	0.975	0.122
0.8	1.107	0.123
0.9	1.226	0.121
1.0	1.336	0.115

TABELA 24 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL 1

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf·m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	-28.6	0.000
0.1	-0.099	-24.1	-2.248
0.2	-0.254	-17.2	-2.254
0.3	-0.391	-11.0	-1.865
0.4	-0.501	-6.0	-1.433
0.5	-0.583	-2.3	-1.029
0.6	-0.639	0.2	-0.654
0.7	-0.670	1.6	-0.296
0.8	-0.678	2.0	0.042
0.9	-0.665	1.4	0.353
1.0	-0.634	0.0	0.526

TABELA 25 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL 2

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf.m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	-13.0	0.000
0.1	-0.045	-11.0	-1.022
0.2	-0.115	-7.8	-1.025
0.3	-0.178	-5.0	-0.848
0.4	-0.228	-2.7	-0.651
0.5	-0.265	-1.1	-0.468
0.6	-0.290	0.1	-0.297
0.7	-0.305	0.7	-0.134
0.8	-0.308	0.9	-0.019
0.9	-0.302	0.6	0.160
1.0	-0.288	0.0	0.239

TABELA 26 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL 5

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf·m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	61.8	0.000
0.1	0.005	61.5	0.383
0.2	0.040	59.2	1.152
0.3	0.107	54.7	1.791
0.4	0.199	48.6	2.240
0.5	0.307	41.5	2.525
0.6	0.425	33.6	2.687
0.7	0.549	25.4	2.770
0.8	0.675	17.0	2.809
0.9	0.803	8.6	2.840
1.0	0.932	0.0	2.864

TABELA 27 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NOS PAINÉIS (6) e (7)

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf.m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	37.5	0.000
0.1	0.077	35.5	1.133
0.2	0.224	31.5	1.448
0.3	0.391	27.0	1.538
0.4	0.563	22.4	1.537
0.5	0.731	17.9	1.473
0.6	0.890	13.6	1.376
0.7	1.036	9.6	1.254
0.8	1.168	6.1	1.123
0.9	1.286	2.9	1.000
1.0	1.393	0.0	0.935

TABELA 28 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL (8)

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf.m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	115.4	0.000
0.1	0.131	106.7	4.594
0.2	0.362	91.3	5.374
0.3	0.605	75.2	5.283
0.4	0.836	59.9	4.923
0.5	1.049	45.8	4.453
0.6	1.238	33.2	3.911
0.7	1.402	22.4	3.324
0.8	1.539	13.3	2.731
0.9	1.649	6.0	2.179
1.0	1.739	0.0	1,879

4.8 - EXEMPLO VII - Associação tridimensional de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente.

Por último, estuda-se uma estrutura de edifício composta de seis conjuntos "paredes ligadas por lintéis" e um núcleo resistente, conforme ilustra-se na figura IV-19. Trata-se de um edifício de 20 andares igualmente espaçados por pés direitos de 3,10 m. As paredes são de 0,20 m de espessura e o material da estrutura do edifício é tomado com módulo de elasticidade E = 1,53 x 10^6 tf/m^2 e com coeficiente de Poisson = 0,15. O núcleo será substituído, para fins de estudo, por duas paredes èquivalentes (painéis 7 e 8) e uma mola equivalente (painel 9) que aparecem, em tracejado, fa figura IV-19.

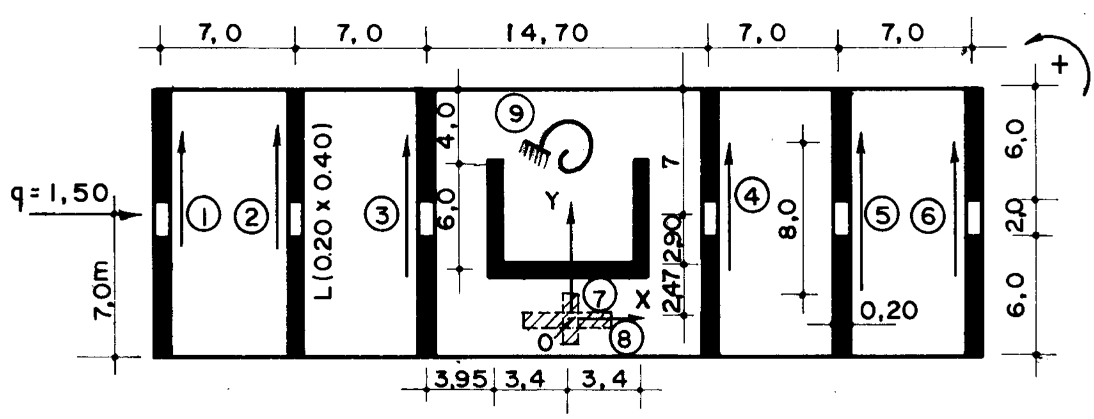


FIG. IV-19 - PLANTA DE UM EDIFICIO DE 20 ANDARES PARA O EXEMPLO VIII

É oportuno lembrar que a estrutura em apreço já foi analisada sob efeito de vibrações livres, por COULL [11] e LAIER [17], sendo aqui estudada sob um carregamento constituído por uma carga horizontal q = 1,5 tf/m uniformemente distribuída em toda a altura e aplicada segundo o plano médio longitudinal do edifício, conforme indicado na figura IV-19.

Cabe adiantar que as condições particulares do carregamento e da estrutura levam a mesma a experimentar apenas os deslocamentos U e W; não sendo, por conseguinte, solicitado o painel 7 (vide Fig. IV-19). Mais ainda, os conjuntos de paredes unidas por lintéis ficam solicitados de modo antimétrico em relação ao plano OYZ.

O estudo foi procedido com o uso apenas do polinômio do sexto grau, porquanto, já nesse caso, os resultados mostraram-se satisfatórios.

Os resultados arrolados nas tabelas de 31 a 36 permitem constatar o equilíbrio dos esforços externos e internos, a menos, naturalmente, de resíduos desprezíveis.

TABELA 31 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA ESTRUTURAL

COTA (Z/H)	U (cm)	W ($\times 10^3$ rad)
0.0	0.000	0.000
0.1	0.104	-0.007
0.2	0.389	-0.025
0.3	0.817	-0.050
0.4	1.354	-0.078
0.5	1.972	-0.107
0.6	2.646	-0.136
0.7	3.356	-0.165
0.8	4.086	-0.193
0.9	4.826	-0.219
1.0	5.568	-0.245

TABELA 32 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL (1)

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	$M_{w1} = M_{w2}$ (tf.m)	$Q_{w1} = Q_{w2}$ (tf)	Q_L (tf)	N (tf)
0.0	0.000	51.707	3.682	0.000	15.155
0.1	0.016	32.414	3.322	0.549	14.606
0.2	0.054	19.031	2.958	0.892	13.165
0.3	0.106	10.021	2.593	1.066	11.207
0.4	0.166	4.132	2.225	1.103	9.038
0.5	0.228	0.395	1.856	1.040	6.895
0.6	0.290	-1.872	1.485	0.910	4.946
0.7	0.352	-3.071	1.115	0.748	3.288
0.8	0.411	-3.318	0.744	0.590	1.950
0.9	0.468	-2.444	0.374	0.469	0.891
1.0	0.524	0.000	0.005	0.422	0.000

TABELA 33 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL (2)

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	$M_{w1} = M_{w2}$ (tf.m)	$T_{w1} = T_{w2}$ (tf)	Q_L (tf)	N (tf)
0.0	0.000	34.754	2.475	0.000	10.185
0.1	0.010	21.787	2.233	0.369	9.816
0.2	0.036	12.791	1.988	0.600	8.847
0.3	0.071	6.735	1.742	0.716	7.532
0.4	0.111	2.777	1.495	0.741	6.074
0.5	0.153	0.266	1.247	0.699	4.634
0.6	0,195	-1.258	0.998	0.611	3.304
0.7	0.236	-2.064	0.749	0.503	2.210
0.8	0.276	-2.230	0.500	0.396	1.311
0.9	0.315	-1.643	0.252	0.315	0.599
1.0	0.352	0.000	0.004	0.283	0.000

TABELA 34 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL 3

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	$M_{w1} = M_{w2}$ (tf·m)	$T_{w1} = T_{w2}$ (tf)	Q_L (tf)	N (tf)
0.0	0.000	17.801	1.268	0.000	5.217
0.1	0.005	11.159	1.144	0.189	5.028
0.2	0.019	6.552	1.018	0.307	4.532
0.3	0.037	3.450	0.893	0.367	3.858
0.4	0.057	1.422	0.766	0.380	3.111
0.5	0.078	0.136	0.639	0.358	2.374
0.6	0.100	-0.645	0.511	0.313	1.703
0.7	0.121	-1.057	0.384	0.258	1.132
0.8	0.142	-1.142	0.256	0.203	0.671
0.9	0.161	-0.842	0.129	0.162	0.307
1.0	0.180	0.000	0.002	0.145	0.000

TABELA 35 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NO PAINEL 8

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO FLETOR (tf.m)	ESFORÇO CORTANTE (tf)
0.0	0.000	2883.00	93.000
0.1	0.104	2335.23	83.700
0.2	0.389	1845.12	74.400
0.3	0.817	1412.67	65.100
0.4	1.354	1037.88	55.800
0.5	1.972	720.75	46.500
0.6	2.646	461.28	37.200
0.7	3.356	259.47	27.900
0.8	4.086	115.32	18.600
0.9	4.826	28.83	9.300
0.1	5.568	0.00	0.000

TABELA 36 - DESLOCAMENTO E ESFORÇO NO PAINEL (9)

COTA (Z/H)	DESLOCAMENTO (cm)	MOMENTO TOTAL (tf.m)	MOMENTO FEXO-TORÇÃO (tf.m)	BIMOMENTO ($tf.m^2$)
0.0	0.000	-5.624	-5.624	-78.977
0.1	-0.001	-4.028	-3.956	-49.510
0.2	-0.003	-2.817	-2.701	-29.068
0.3	-0.005	-1.931	-1.790	-15.306
0.4	-0.008	-1.305	-1.152	-6.311
0.5	-0.011	-0.874	-0.717	-0.604
0.6	-0.014	-0.571	-0.416	2.860
0.7	-0.016	-0.330	-0.179	4.691
0.8	-0.019	-0.080	0.064	5.067
0.9	-0.022	0.245	0.384	3.734
1.0	-0.025	0.713	0.850	0.000

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

De início, é oportuno ressltar que o método de integração numérica de RITZ-GALERKIN ocupa uma posição de destaque entre os chamados Métodos Variacionais e tem sido de grande valia no tratamento de inúmeros problemas técnicos, principalmente os estruturais. Por outro lado, tal método mostra-se, particularmente, sugestivo no tratamento de estruturas de edifício, via Técnica do Meio Contínuo, em virtude da abordagem variacional da energia por meio das condições de equilíbrio.

A formulação do Método de RITZ-GALERKIN utilizando funções polinomiais conduz, como pode ser constatado, a procedimentos facilmente programáveis em computadores. Nesse particular convém frisar que as leis de formação dos elementos das matrizes envolvidas constituem expressões, via de regra, bastante elementares e, mesmo assim, em número muito reduzido.

De um modo geral, a convergência do método em questão é bastante acentuada. Nos diversos exemplos de aplicação apresentados bons resultados foram alcançados, por exemplo, com polinômios de grau reduzido. Por outro lado, resultados amplamente satisfatórios e, em termos práticos, suficientemente precisos foram conseguidos com o polinômio do décimo segundo grau. É oportuno lembrar, a propósito, que o polinômio do décimo segundo grau implica num trabalho numérico, mesmo nos casos tridimensionais, viável em computadores de porte reduzido. Exemplificando, no caso plano tal polinômio conduz a um sistema de 10 equações lineares e no tridimensional de 30 equações lineares.

A propósito ainda da convergência convém esclarecer outros detalhes de interesse. Em primeiro lugar, verifica-se nos vários exemplos de aplicação apresentados, e de modo mais evidente no primeiro deles, uma convergência mais lenta nos casos onde a rigidez dos pórticos predomina sobre a das paredes. Todavia trata-se de um fato facilmente justificado. Considere-se, por exemplo, o caso de uma associação plana de pórtico e parede em que a rigidez da parede é praticamente nula, ou, matematicamente falando, em que a rigidez da parede tem por limite o valor nulo. Nessa circunstância o pórtico constitui, praticamente, o único elemento resistente, entretanto ele ainda está sujeito às condições de contorno impostas pela parede, ou seja, rotação nula na base e curvatura nula no topo. A condição de rotação nula na base, em especial, perturba sobremaneira o comportamento, acarretando por conseguinte mau condicionamento numérico. Na experimentação numérica efetuada esse fato pôde ser constatado mediante o processamento com precisão simples e depois extendida. No segundo caso os resultados mostraram-se sensivelmente melhores.

O estudo da associação plana de parede e pórtico de rigidez variável mostra que a variação de rigidez pode influir enormemente no comportamento do conjunto. Por outro lado, trata-se de uma análise em geral, somente viável por meios numéricos. Assim, o Método de RITZ-GALERKIN, da maneira formulada, constitui uma das possíveis opções; mais do que isso, a experimentação numérica levada a efeito indica tratar-se de um método bastante sugestivo e apropriado.

Finalizando, convém ressaltar que no tratamento da associação de paredes por lintéis de ligação o Método de RITZ-GALERKIN apresenta vantagens realmente consideráveis, pois a formulação variacional correspondente envolve apenas o movimento horizontal; ao contrário de outras formulações em que os movimentos axiais devem ser considerados de maneira independente, aumentando, por conseguinte, o número de parâmetros indeterminados.

ANEXO I

PROGRAMAS DE AUTOMATIZAÇÃO DE CÁLCULO EM LINGUAGEM FORTRAN II

1. PROGRAMA I - Programa para o cáculo automático, segundo a Técnica do Meio Contínuo, de uma associação plana de pórtico e parede, pelo método de RITZ-GALERKIN.

O presente programa, elaborado com base na equação matricial (III-15), resolve os seguintes tipos de estruturas submetidas a uma carga q uniformemente distribuída:

a) CASO 1 - Associação plana, por meio de "barras bi-articuladas", de uma parede com rigidez uniforme e um pórtico de rigidez s_f, quando não uniforme, com variação do tipo linear ou parabólica ao longo da altura.

b) CASO 2 - Associação plana, por meio de "barras bi-articuladas", de paredes com rigidez uniforme ao longo da altura.

É bom adiantar que, objetivando-se obter resultados mais facilmente comparáveis com os encontrados em Stamato [8], as expressões (II-19) e (III-21) aparecem, em se tratando do caso 1, nas seguintes formas adimensionais:

$$u_N(\xi)/(q\cdot H^2/s_f) = \{\bar{\phi}(\xi)\} \cdot |C| \cdot \lambda_a$$

$$M_w/(q\cdot H^2) = \{\bar{\phi}(\xi)\} \cdot |C|$$

$$Q_w/(q\cdot H) = -\ \{\bar{\phi}'''\}(\xi)\ |C|$$

$$Q_f/(q\cdot H) = \{\bar{\phi}'(\xi)\}|C|\cdot\ s_\lambda$$

onde

$$s_\lambda = \lambda_a + \lambda_b \cdot \xi + \lambda_c \cdot \xi^2$$

e $|C|$ representa, a menos do multiplicador qH^4/j_w, o vetor dos valores numéricos das incógnitas contidas em $|\bar{A}|$ (vide equação III-15).

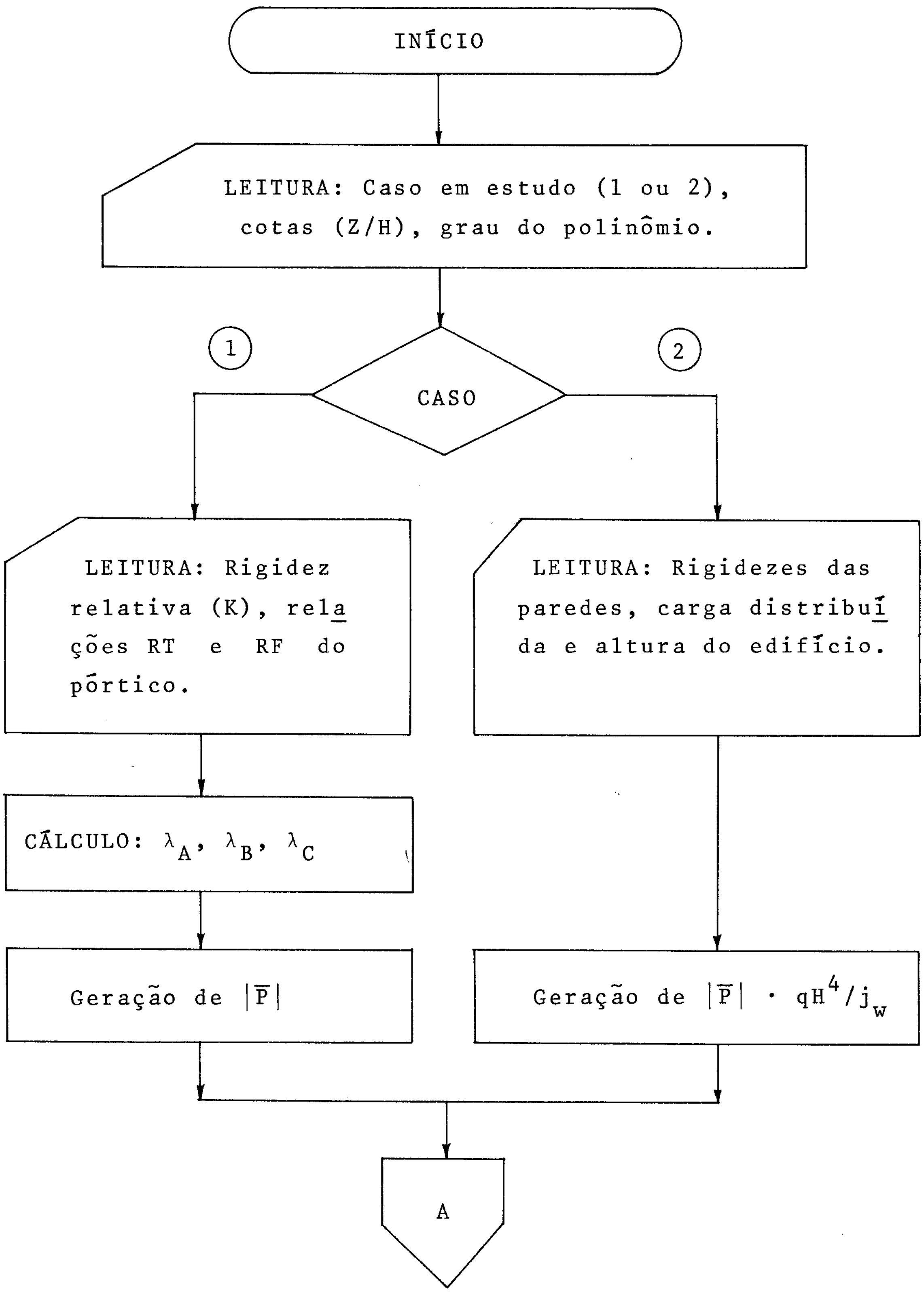
Tratando-se, porém, do caso 2, são usadas as mesmas expressões dadas em (III-19), (III-21.a) e (III-21.b) para o cálculo das funções u_N, M_w, Q_w e Q_f.

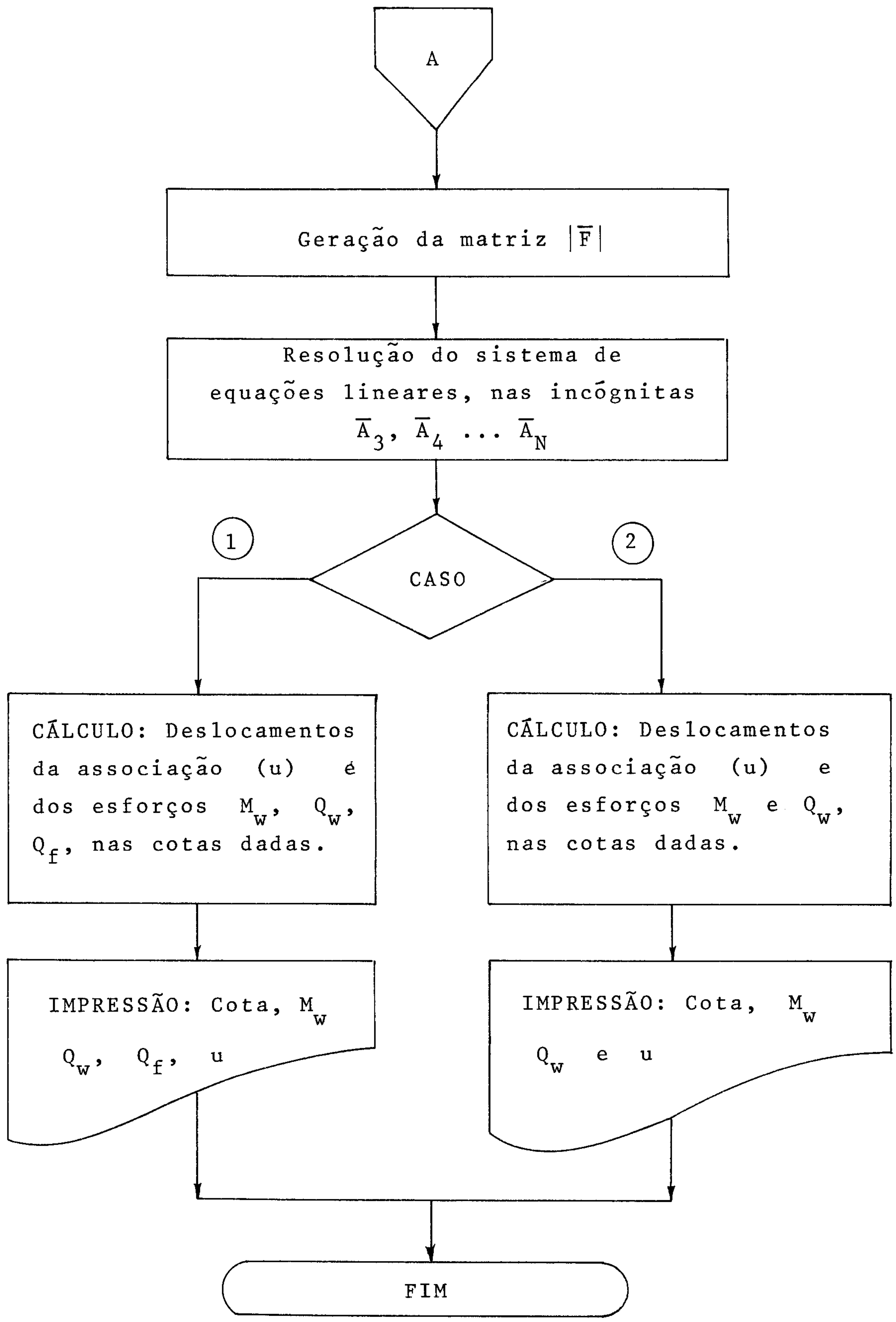
No que segue, apresentam-se: Descrição sumária dos subprogramas utilizados; Fluxograma do programa principal; Descrição dos dados de entrada; Listagem do programa I e tabela com exemplo de saída dos resultados.

1 - <u>Descrição sumária dos subprogramas utilizados</u>

- Subprograma SGAUS [21] - Resolve um sistema de equações lineares pelo processo de triangularização e pivotamento parcial de Gauss-Jordan.

2. Fluxograma do programa principal.




A
Geração da matriz $|\overline{F}|$
Resolução do sistema de equações lineares, nas incógnitas $\overline{A}_3$, $\overline{A}_4$ ... $\overline{A}_N$
1
CASO
2
CÁLCULO: Deslocamentos da associação (u) é dos esforços M_w, Q_w, Q_f, nas cotas dadas.
CÁLCULO: Deslocamentos da associação (u) e dos esforços M_w e Q_w, nas cotas dadas.
IMPRESSÃO: Cota, M_w Q_w, Q_f, u
IMPRESSÃO: Cota, M_w Q_w e u
FIM

3. DESCRIÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA

3.1 - Caso 1

TIPO	DADOS	Nº DE CARTÕES	NOMES E DIMENSÕES DAS VARIÁVEIS	FORMAT
a	Caso em estudo, quantidade de cotas onde serão calculadas as funções, grau do polinômio	1	NCASO, NZ, NPOL	3I2
b	Cotas adimensionais(ξ)	2	ZA(NZ)	8F10.6
c	Rigidez relativa (K), relações RT e RF do pórtico	1	KLAMB, RT, RF	8F10.6

3.2 - Caso 2

TIPO	DADOS	Nº DE CARTÕES	NOMES E DIMENSÕES DAS VARIÁVEIS	FORMAT
a	(Do caso 1)			
b	(Do caso 1)			
c	Quantidade de paredes que compõem a associação (N_w)	1	NW	3I2
d	Rigidezes (j_w) das paredes, carga (q) distribuída, altura do edifício	---	RIGW(NW), QD, H	5E14.7

4. LISTAGEM DO PROGRAMA I E A TABELA COM EXEMPLO DE SAÍDA DOS RESULTADOS.

-segue-

```
PAGE   1     PENAFORT

// JOB T                                                     PENAFORT

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0016         0016        0000
                           0002        0001

V2 M10   ACTUAL 32K  CONFIG 32K

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
      SUBROUTINE SGAUS(S,F,N)
C*
C*
C*                      S U B P R O G R A M A      S G A U S
C*
C*         RESOLVE UM SISTEMA DE EQUACOES LINEARES PELO PROCESSO DE TRI
C*         ANGULARIZACAO DE GAUSS-JORDAN.
C*
C*
      DIMENSION S(31,31),A(31,31),F(31)
C*
C*
C* MATRIZ (A) IGUAL A JUNCAO DA (S) COM (F)
C*
C*
      IF(N-1) 2, 1, 2
1     F(1)=F(1)/S(1,1)
      GO TO 2
2     N1=N+1
      DO 3 I=1,N
      DO 3 J=1,N1
3     A(I,J)=0.
      DO 4 I=1,N
      DO 4 J=1,N
4     A(I,J)=S(I,J)
      DO 5 I=1,N
5     A(I,N1)=F(I)
      NX=N-1
      NY=N+1
C*
C*
C*MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA  DE LINHAS
C*
C*
      DO 13 L=1,NX
      LX=L+1
      DO 7 I=LX,N
      IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L))) 6, 7, 7
C*    TROCA
6     DO  7 JX=L,NY
       TEMP=A(L,JX)
      A(L,JX)=A(I,JX)
      A(I,JX)=TEMP
7     CONTINUE
C*
C*
C*    DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)
C*
C*
       PIV=A(L,L)
      DO  8   JX=L,NY
8     A(L,JX)=A(L,JX)/PIV
C*
C*
C*    REDUCAO PROPRIAMENTE DITA-MATRIZ TRIANGULAR-GAUSS
C*
C*
      DO 13 I=LX,N
      M=0
      DIVA=A(I,L)
      DO 13 J=L,NY
      A(I,J)=A(I,J)-DIVA*A(L,J)
C*
C*
C*    TESTE DO SISTEMA
C*
C*
      IF(J-NY) 9,11,11
9     IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)13,13,10
```

```
PAGE   2    PENAFORT

10      M=1
        GO TO 13
11      IF(M)12,12,13
12      IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)16,16,18
13      CONTINUE
        A(N,NY)=A(N,NY)/A(N,N)
        A(N,N)=1.
C*
C*
C*      DIAGONALIZACAO- JORDAN
C*
C*
        DO 14 I=1,NX
        IX=I+1
        DO 14 K=IX,N
        DIUB=A(I,K)
        DO 14 J=K,NY
14      A(I,J)=A(I,J)-DIUB*A(K,J)
C*
C*
C*      SAIDA DAS RAIZES
C*
C*
        DO 15 I=1,N
        F(I)=A(I,NY)
15      CONTINUE
        GO TO 20
16      WRITE(5,17)
17      FORMAT(/,27X,'SOLUCAO INDETERMINADA',/)
        GO TO 20
18      WRITE(5,19)
19      FORMAT(/,17X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL',/)
20      RETURN
        END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR SGAUS
 COMMON       0  VARIABLES    2912  PROGRAM     638

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0B8A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  SGAUS
CART ID 0016   DB ADDR  443A   DB CNT   0029

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
C*
C*
C*
C*                  P R O G R A M A     P R I N C I P A L
C*
C*         PROGRAMA PARA O CALCULO DE UMA ASSOCIACAO PLANA DE PAREDE   E
C*         PORTICO, PELO METODO DE RITZ-GALERKIN APLICADO A TECNICA   DO
C*         MEIO CONTINUO.
C*
C*
C*
        REAL JW,KLAMB,MW
        DIMENSION P(31),F(31,31),ZA(11),RIGW(5)
C*
        READ(2,1)NCASO,NZ,NPOL
1       FORMAT(3I2)
        READ(2,2)(ZA(L1),L1=1,NZ)
2       FORMAT(8F10.6)
        IF(NCASO-1) 3, 6, 3
3       READ(2,1)NW
        READ(2, 4)(RIGW(L1),L1=1,NW),GC,H
4       FORMAT(5E14.7)
C*
        JW=0.
        DO  5 L1=1,NW
```

```
5       JW=RIGW(L1)+JW
        ALAMB=0.
        BLAMB=0.
        CLAMB=0.
        H2=H*H
        H2I=1./H2
        H3=H*H*H
        H3I=1./H3
        CARG=QD*H2*H2/JW
        GO TO 8
C*
6       READ(2, 2)KLAMB,RT,RF
C*
        ALAMB=KLAMB*KLAMB
        BLAMB=ALAMB*(2.*(1.+RT)*(1.+RF)-RT-3.)
        CLAMB=-2*ALAMB*(RT+1.)*RF
8       K2=NPCL-2
C*
C*
C*          GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES E DO VETOR DOS TERMOS INDE
C*          PENDENTES.
C*
C*
        DO 17 I=1,K2
        AM=I+2.
        P(I)=1.-AM*(AM-1.)/6.-AM/(AM+1.)
        IF(NCASC-1) 9,10, 9
9       P(I)=P(I)*CARG
10      DO 17 J=1,K2
        AN=J+2.
        IF(NCASC-1)16,11,16
11      IF(RF)12,13,12
12      R4=AN*AM*((AN+3.-(AM-1)*(AM+AN+1))/((AN+3.)*(AM+AN+1))-(AN-1.)*(5.
      S-(AM-1)*(AM+3))/(5.*(AM+3.)))
        GO TO 14
13      IF(RT-1)14,15,14
14      R3=AN*AM*((AN+2.-(AM-1.)*(AM+AN))/((AN+2.)*(AM+AN))-(AN-1.)*(4.-(A
      SM-1)*(AM+2))/(4.*(AM+2.)))
15      R2=AN*AM*((AN+1.-(AM-1)*(AM+AN-1.))/((AN+1.)*(AM+AN-1))-(AN-1.)*(3
      S.0-(AM-1)*(AM+1))/(3.*(AM+1.)))
16      R1=AN*AM*(AN-2.)*((AN-1.)-(AM-1.)*(AM+AN-3.))/(AM+AN-3.)
17      F(I,J)=-R1+ALAMB*R2+BLAMB*R3+CLAMB*R4
C*
C*
C*          SOLUCAO DO SISTEMA
C*
C*
        CALL SGAUS(F,P,K2)
        IF(NCASC-1)27,18,27
18      WRITE(5,19)KLAMB,NPCL,RT,RF
19      FORMAT(1H1,10(/),52X,'RIG RELATIVA(K)-',F5.2,/,27X,'GRAU DO POLINO
      SMIO-',I3,27X,'RELACAO RT-',F5.2,/,52X,'RELACAO RF    -',F5.2,///,2
      S7X,'COTA-(Z/H)   M FLETOR-MW   F.CORTANTE-QW   F.CORTANTE-QF   DESLOC
      SAM.-U',/,27X,68('-'),/)
C*
C*
C*          CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS NOS COMPONENTES DA ASSO
C*          CIACAO.
C*
C*
        DO 24 K=1,NZ
        QSI=ZA(K)
        U=0.
        MW=0.
        QW=0.
        QF=0.
        SLAMB=ALAMB+BLAMB*QSI+CLAMB*QSI**2
        DO 23  I=1,K2
        AM=I+2.
        U=P(I)*(QSI**AM-0.5*AM*(AM-1.)*QSI*QSI)*ALAMB+U
        MW=P(I)*AM*(AM-1.)*(QSI**(AM-2)-1.)+MW
        IF(I-1)22,21,22
21      QW=P(I)*AM*(1.-AM)*(AM-2.)+QW
        GO TO 23
22      QW=P(I)*AM*(1.-AM)*(AM-2.)*QSI**(AM-3.)+QW
23      QF=P(I)*AM*(QSI**(AM-1)-(AM-1)*QSI)*SLAMB+QF
24      WRITE(5,25)QSI,MW,QW,QF,U
25      FORMAT(/,30X,F3.1,8X,F8.4,6X,F8.4,7X,F8.4,4X,E14.7)
        WRITE(5,26)
26      FORMAT(//,27X,68('-'),//,29X,'FATOR',8X,'MW/PH**2',7X,'QW/PH',10X,
      S'QF/PH',8X,'U/(PH**2/SF)',//,27X,68('-'))
```

```
PAGE   4     PENAFORT

      GO TO 36
27    DO 34 K1=1,NW
      WRITE(5,28)K1,NPOL
28    FORMAT(1H1,10(/),52X,'PAREDE NUMERO',I7,/,52X,'GRAU DO POLINOMIO',
     $I3,///,32X,'COORDENADA  MOMENTO FLETOR  ESFORCO CORTANTE  DESLOCAM
     $ENTO',/,34X,'(Z/H)'9X,'(TF.M)',12X,'(TF)',12X,'(M)',/,31X,60('-'),
     $/)
      DO 32 K=1,NZ
      GSI=ZA(K)
      U=0.
      MW=0.
      QW=0.
      DO 31 I=1,K2
      AM=I+2.
      U=P(I)*(GSI**AM-AM*(AM-1.)*GSI*GSI*0.5)+U
      IF(I-1)30,29,30
29    QW=P(I)*AM*(1.-AM)*(AM-2.)*RIGW(K1)*H3I+QW
      GO TO 31
30    QW=P(I)*AM*(1.-AM)*(AM-2.)*GSI**(AM-3.)*RIGW(K1)*H3I+QW
31    MW=P(I)*AM*(AM-1)*(GSI**(AM-2.)-1.)*RIGW(K1)*H2I+MW
32    WRITE(5,33)GSI,MW,QW,U
33    FORMAT(/,35X,F5.1,6X,E14.7,4X,E14.7,1X,E14.7)
34    WRITE(5,35)
35    FORMAT(/,31X,60('-'))
36    CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON        0  VARIABLES     3144  PROGRAM     1586

END OF COMPILATION

// XEQ
```

GRAU DO POLINOMIO- 4 RIG RELATIVA(K)- 3.00 RELACAO RF - 0.00 RELACAO RT- 1.00

COTA-(Z/H)	M FLETOR-MW	F.CORTANTE-QW	F.CORTANTE-QF	DESLOCAM.-U
0.0	0.2680	0.6829	0.0000	0.0000000E 00
0.1	0.1444	0.5879	0.1578	0.8371552E-02
0.2	0.0904	0.4929	0.2628	0.2981579E-01
0.3	0.0458	0.3979	0.3234	0.5946833E-01
0.4	0.0108	0.3030	0.3482	0.9331969E-01
0.5	-0.0147	0.2080	0.3458	0.1282153E 00
0.6	-0.0307	0.1130	0.3246	0.1618558E 00
0.7	-0.0373	0.0180	0.2932	0.1927964E 00
0.8	-0.0343	-0.0769	0.2602	0.2204476E 00
0.9	-0.0219	-0.1719	0.2341	0.2450745E 00
1.0	0.0000	-0.2669	0.2235	0.2677975E 00
FATOR	MW/PH**2	QW/PH	QF/PH	U/(PH**2/SF)

2. PROGRAMA II - Programa para o cálculo automático, segundo a Técnica do Meio Contínuo, de uma associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleos resistentes, pelo método de RITZ-GALERKIN.

Elaborado com base na equação matricial (II-58), o presente programa resolve os seguintes tipos de estruturas submetidas a uma carga q uniformemente distribuída ao longo da altura, aplicada segundo um plano vertical π conforme exposto no ítem 2.4:

a) CASO 1 - Associação tridimensional de paredes e pórticos, através de diafragmas horizontais.

b) CASO 2 - Associação tridimensional de pórticos, paredes e núcleos resistentes, também, através de diafragmas horizontais.

Convém lembrar que a associação em questão não deve apresentar-se degenerada no que tange ao conjunto de paredes e, também, que seus componentes estruturais devem ter rigidez uniforme ao longo da altura.

É oportuno lembrar que o programa imprime, adicionalmente, a condição de equilíbrio da estrutura, nos esforços cortantes, para cada interação, permitindo ao usuário, assim, escolher o melhor dos resultados que a variação do grau do polinômio pode oferecer.

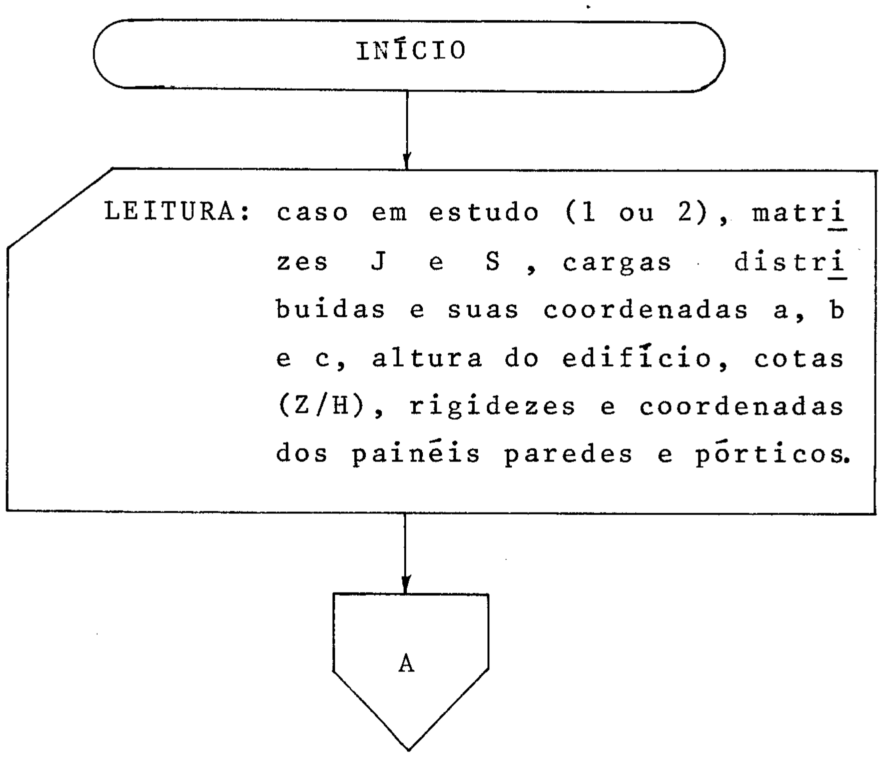
Finalizando, são apresentados a seguir: descrição sumária dos subprogramas utilizados; fluxograma do programa principal; descrição dos dados de entrada; listagem do Programa II acompanhada de tabelas com exemplos de saída dos resultados.

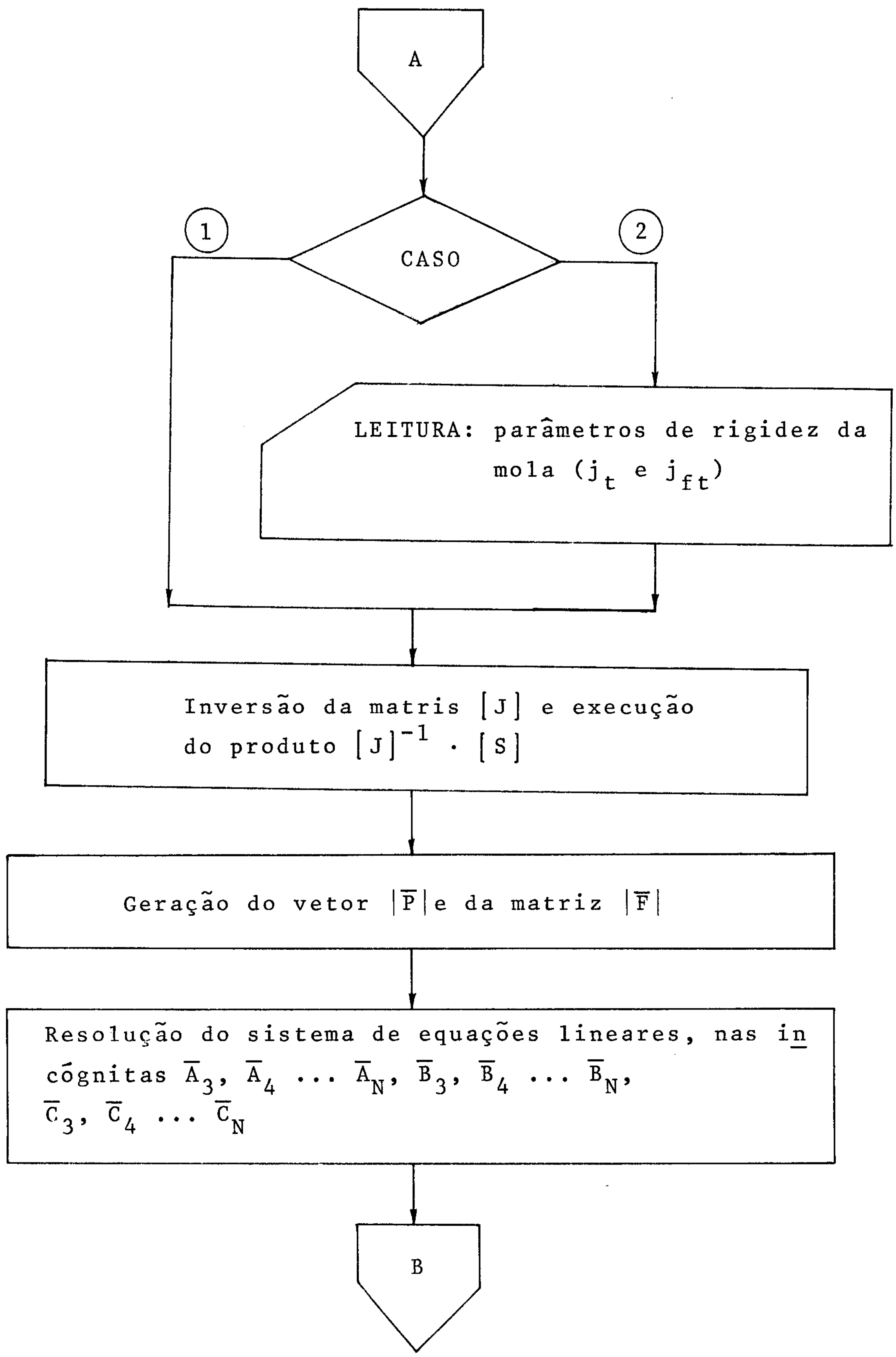
1 - Descrição sumária dos subprogramas utilizados

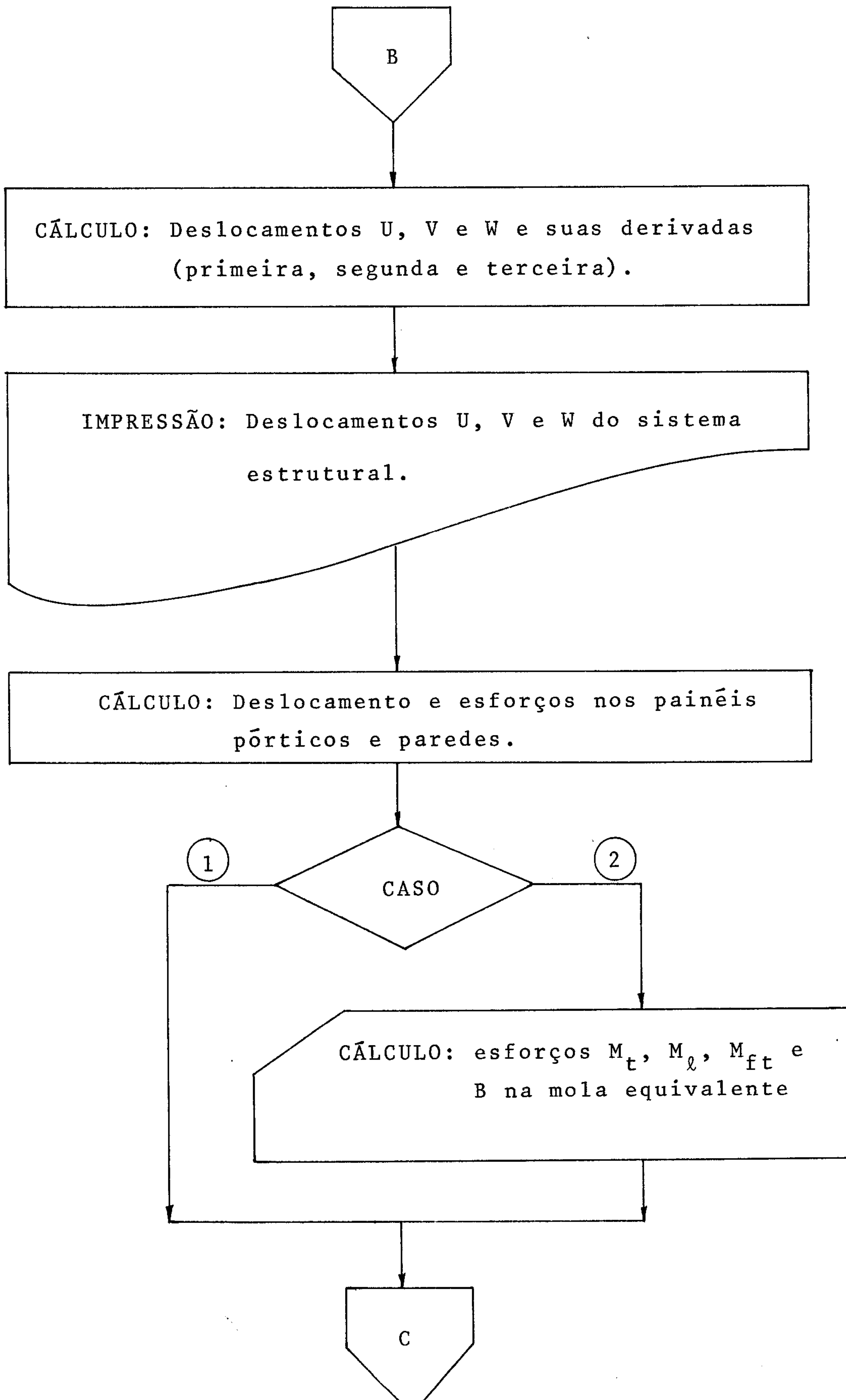
- Subprograma DECOM [22] - decompõe a matriz do sistema linear fazendo, primeiro, um escalonamento e, depois, a eliminação de Gauss com pivotamento parcial.

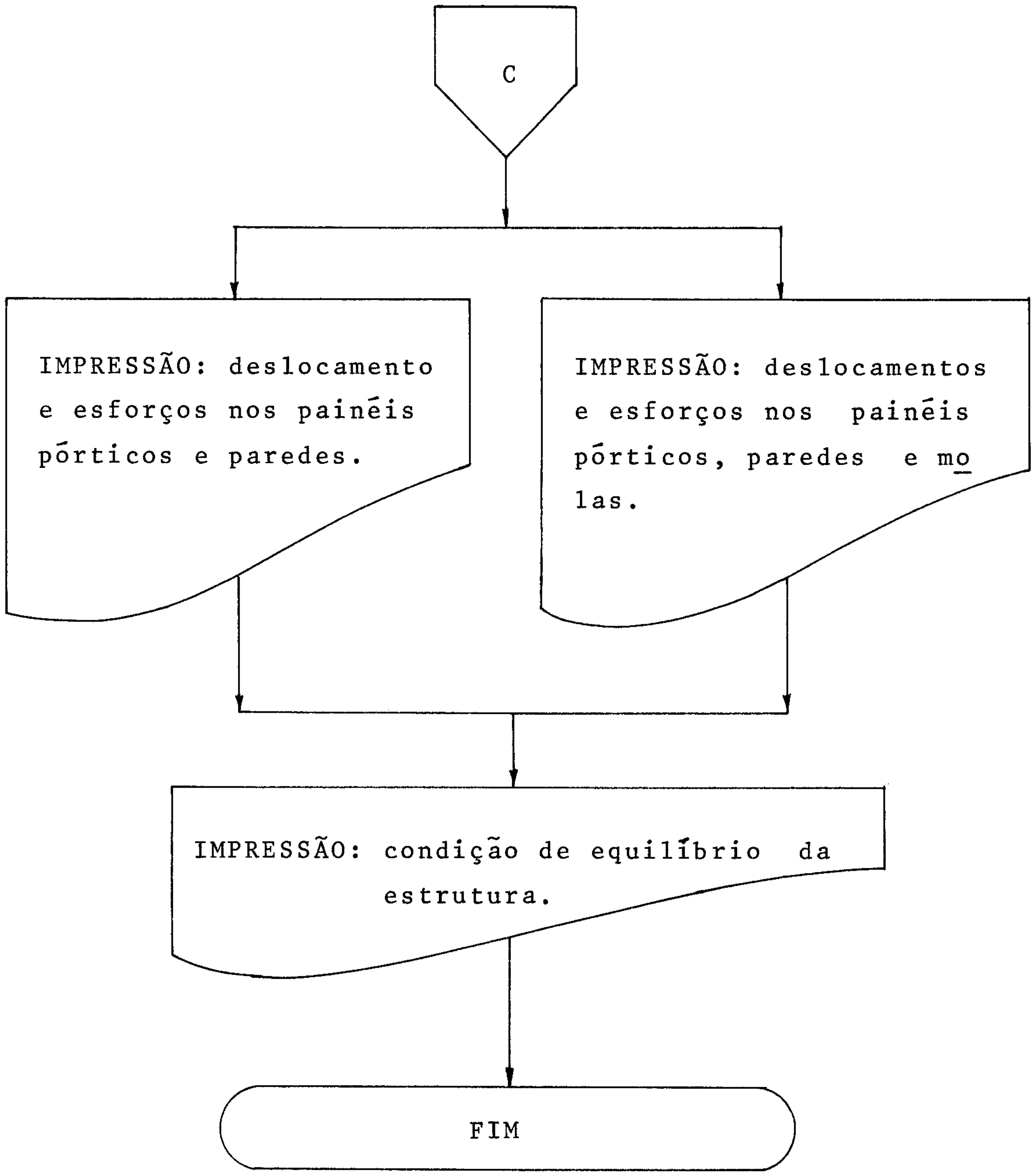
- Subprograma SOLVE [22] - resolve o sistema de equações lineares a partir da matriz já decomposta.

2 - Fluxograma do programa principal




A
1
CASO
2
LEITURA: parâmetros de rigidez da mola (j_t e j_{ft})
Inversão da matris $[J]$ e execução do produto $[J]^{-1} \cdot [S]$
Geração do vetor $|\overline{P}|$ e da matriz $|\overline{F}|$
Resolução do sistema de equações lineares, nas incógnitas $\overline{A}_3$, $\overline{A}_4$ ... $\overline{A}_N$, $\overline{B}_3$, $\overline{B}_4$ ... $\overline{B}_N$, $\overline{C}_3$, $\overline{C}_4$ ... $\overline{C}_N$
B


B
CÁLCULO: Deslocamentos U, V e W e suas derivadas (primeira, segunda e terceira).
IMPRESSÃO: Deslocamentos U, V e W do sistema estrutural.
CÁLCULO: Deslocamento e esforços nos painéis pórticos e paredes.
1
CASO
2
CÁLCULO: esforços M_t, M_ℓ, M_{ft} e B na mola equivalente
C


C
IMPRESSÃO: deslocamento e esforços nos painéis pórticos e paredes.
IMPRESSÃO: deslocamentos e esforços nos painéis pórticos, paredes e molas.
IMPRESSÃO: condição de equilíbrio da estrutura.
FIM

3. DESCRIÇÃO DOS DADOS DA ESTRUTURA

3.1 - Caso 1

TIPO	DADOS	Nº DE CARTÕES	NOMES E DIMENSÕES DAS VARIÁVEIS	FORMAT
a	Caso em estudo; quantidade de cotas onde serão calculadas as funções; grau do polinômio; nº de painéis.	1	NCASO, NZ, NPOL, NP	4I2
b	Matriz [S] Matriz [J]	3 3	S(3,3) MJ(3,3)	5E14.7
c	Coordenadas a, b e c da carga; carga q distribuída e altura do edifício	1	A, B, C, QD, H	8F10.6
d	Coordenadas adimensionais (ξ)	---	ZA(NZ)	8F10.6
e	Dados dos painéis: - coordenada a_i - coordenadas b_i - coordenadas c_i - rigidezes j_{w_i} - rigidezes s_{f_i} - indicador de pórtico(*)	 - - - - - -	 AP(NP) BP(NP) CP(NP) RiGw(NP) RiGF(NP) INDF(NP)	 8F10.6 5E14.7 40I2

(*) - Indica-se com 1 (um) as posições dos pórticos e com 0 (zero) as posições dos outros painéis.

3.2 - Caso 2

TIPO	DADOS	Nº DE CARTÕES	NOMES E DIMENSÕES DAS VARIÁVEIS	FORMAT
a	(Do caso 1)			
b	(Do caso 1)			
c	(Do caso 1)			
d	(Do caso 1)			
e	(Do caso 1)			
f	Dados dos painéis: - rigidezes j_{ft} - rigidezes j_t	 - -	 RJT(NP) RST(NP)	 5E14.7

4. LISTAGEM DO PROGRAMA II E TABELAS COM EXEMPLOS DE SAÍDA DOS RESULTADOS.

-segue-

```
PAGE   1     PENAFORT

// JOB T                                                PENAFORT

LOG DRIVE    CART SPEC    CART AVAIL   PHY DRIVE
  0000         0016          0016         0000

V2 M10    ACTUAL 32K   CONFIG 32K

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
C*
C*
C*
C*               S U B P R O G R A M A    D E C O M
C*
C*         ESCALONA E DECOMPOE A MATRIZ DOS COEFICIENTES
C*
C*
C*
      SUBROUTINE DECOM(NN,A,UL,IPS)
      DIMENSION A(31,31),UL(31,31),SCALE(31),IPS(31)
C*
C*
C*     NN= ORDEM DA MATRIZ
C**   A=MATRIZ QUE ENTRA.
C**   UL= MATRIZ QUE SAI.
C*
C*
      N=NN
      DO 5 I=1,N
      IPS(I)=I
      ROWN=0.
      DO 2 J=1,N
      UL(I,J)=A(I,J)
      IF(ROWN-ABS(UL(I,J)))1,2,2
1     ROWN=ABS(UL(I,J))
2     CONTINUE
      IF(ROWN)3,4,3
3     SCALE(I)=1.0/ROWN
      GO TO 5
4     WRITE(5,70)
      SCALE(I)=0.
5     CONTINUE
      NM1=N-1
      DO 17 K=1,NM1
      BIG=0.
      DO 11 I=K,N
      IP=IPS(I)
      SIZE=ABS(UL(IP,K))*SCALE(IP)
      IF(SIZE-BIG)11,11,10
10    BIG=SIZE
      IDXPI=I
11    CONTINUE
      IF(BIG)13,12,13
12    WRITE(5,70)
      GO TO 17
13    IF(IDXPI-K)14,15,14
14    J=IPS(K)
      IPS(K)=IPS(IDXPI)
      IPS(IDXPI)=J
15    KP=IPS(K)
      PIVOT=UL(KP,K)
      KP1=K+1
      DO 16 I=KP1,N
      IP=IPS(I)
      EM=-UL(IP,K)/PIVOT
      UL(IP,K)=-EM
      DO 16 J=KP1,N
      UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*UL(KP,J)
16    CONTINUE
17    CONTINUE
      KP=IPS(N)
      IF(UL(KP,N))19,18,19
18    WRITE(5,70)
      GO TO 100
19    CONTINUE
70    FORMAT(//,14X,'MATRIZ SINGULAR',//)
100   RETURN
      END
```

```
PAGE   2     PENAFORT

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR DECOM
 COMMON        0  VARIABLES      120  PROGRAM     440

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00BF (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE         WS  UA  DECOM
CART ID 0016    DB ADDR  443A    DB CNT   001E

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
C*
C*
C*
C*                      S U B P R O G R A M A     S O L V E
C*
C*          RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES LINEARES A PARTIR DA MATRIZ DE
C*          COMPOSTA PELO SUBPROGRAMA DECOM.
C*
C*
C*
      SUBROUTINE SOLVE(NN,UL,B,X,IPS)
      DIMENSION UL(31,31),B(31),X(31),IPS(31)
C*
C*
C**   NN= ORDEM DA MATRIZ.
C*    UL= MATRIZ QUE VOLTOU DA DECOM.
C**   B= VETOR DAS CARGAS.
C**    X= SOLUCAO DO SISTEMA.
C*
C*
      N=NN
      NP1=N+1
      IP=IPS(1)
      X(1)=B(IP)
      DO 2 I=2,N
      IP=IPS(I)
      IM1=I-1
      SUM=0.
      DO 1 J=1,IM1
1     SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
2     X(I)=B(IP)-SUM
      IP=IPS(N)
      X(N)=X(N)/UL(IP,N)
      DO 4 IBACK=2,N
      I=NP1-IBACK
      IP=IPS(I)
      IP1=(I+1)
      SUM=0.
      DO 3 J=IP1,N
3     SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
4     X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR SOLVE
 COMMON        0  VARIABLES      14  PROGRAM     278

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0013 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE         WS  UA  SOLVE
CART ID 0016    DB ADDR  4458    DB CNT   0013
```

```
PAGE   3    PENAFORT

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
C*
C*
C*
C*                  P R O G R A M A      P R I N C I P A L
C*
C*      PROGRAMA PARA O CALCULO DE UMA ASSOCIACAO TRIDIMENSIONAL   DE
C*      PORTICOS,PAREDES E NUCLEOS RESISTENTES, PELO METODO DE RITZ-
C*      GALERKIN APLICADO A TECNICA DO MEIO CONTINUO.
C*
C*
C*
      REAL MJ(3,3),LAMB(3,3)
      DIMENSION U(15),V(15),W(15),ZA(15),D1U(15),D2U(15),D3U(15),P(31),
     *RJ(31,31),PA(31),D1V(15),D2V(15),D3V(15),D1W(15),INDF(15),RJT(12),
     *RST(15),AP(15),BP(15),CP(15),RIGW(15),RIGF(15),D2W(15),D3W(15),S(3
     *,3),CAA(31,31),IPS(31),F(31),QEX(15),QEY(15),EQX(15),EQY(15)
C*
      READ(2,1)NCASO,NZ,NPCL,NP
1     FORMAT(4I2)
      DO 2 I=1,3
2     READ(2,6)(S(I,K),K=1,3)
      DO 4 I=1,3
4     READ(2,6)(MJ(I,K),K=1,3)
6     FORMAT(5E14.7)
      READ(2,7)A,B,C,GD,H
      READ(2,7)(ZA(I),I=1,NZ)
7     FORMAT(8F10.6)
      READ(2,7)(AP(I),I=1,NP)
      READ(2,7)(BP(I),I=1,NP)
      READ(2,7)(CP(I),I=1,NP)
      READ(2,6)(RIGW(I),I=1,NP)
      READ(2,6)(RIGF(I),I=1,NP)
      READ(2,9)(INDF(I),I=1,NP)
      IF(NCASO-2)10,8,8
8     READ(2,6)(RJT(I),I=1,NP)
      READ(2,6)(RST(I),I=1,NP)
9     FORMAT(40I2)
C*
C*
C*      INVERSAO DA MATRIZ MJ.
C*
C*
10    N=3
      IF(N-1)16,15,16
15    MJ(1,1)=1./MJ(1,1)
      GO TO 23
16    DO 20 I=1,N
      AUX=MJ(I,I)
      MJ(I,I)=1.
      DO 17 J=1,N
17    MJ(I,J)=MJ(I,J)/AUX
      DO 20 K=1,N
      IF(I-K)18,20,18
18    AUX=MJ(K,I)
      MJ(K,I)=0.
      DO 20 M=1,N
      MJ(K,M)=MJ(K,M)-AUX*MJ(I,M)
20    CONTINUE
C*
C*      PRODUTO DE MATRIZ POR MATRIZ.
C*
C*
23    DO 27 IL3=1,N
      DO 27 IL2=1,N
      LAMB(IL3,IL2)=0.
      DO 27 IL1=1,N
27    LAMB(IL3,IL2)=MJ(IL3,IL1)*S(IL1,IL2)+LAMB(IL3,IL2)
      K2=NPCL-2
C*
C*
C*      GERACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES E DO VETOR DOS TERMOS
C*      INDEPENDENTES.
C*
C*
      H2=H*H
      H2I=1./H2
```

```
      H3=H2*H
      H3I=1./H3
      CARG=GD*H2*H2
      CARG1= -(A*MJ(1,1)+B*MJ(1,2)+C*MJ(1,3))
      CARG2= -(A*MJ(2,1)+B*MJ(2,2)+C*MJ(2,3))
      CARG3= -(A*MJ(3,1)+B*MJ(3,2)+C*MJ(3,3))
      DO 30 I=1,K2
      AM=I+2.
      I1=I+K2
      I2=I+2*K2
      PA(I)=CARG*(1.-AM*(AM-1.)/6.-AM/(AM+1.))
      P(I)=PA(I)*CARG1
      P(I1)=PA(I)*CARG2
      P(I2)=PA(I)*CARG3
      DO 30 J=1,K2
      AN=J+2.
      J1=J+K2
      J2=J+2*K2
      RJJ=AN*AM*(AN-2.)*(AN-1.-(AM-1.)*(AM+AN-3.))/(AM+AN-3.)
      RJS=AN*AM*((AN+1.-(AM-1)*(AM+AN-1.))/((AN+1.)*(AM+AN-1.))-(AN-1.)*
     *(3.-(AM-1.)*(AM+1.))/(3.*(AM+1.)))*H**2
      RJ(I,J)=RJJ-RJS*LAME(1,1)
      RJ(I1,J)=-RJS*LAME(2,1)
      RJ(I2,J)=-RJS*LAME(3,1)
      RJ(I,J1)=-RJS*LAME(1,2)
      RJ(I,J2)=-RJS*LAME(1,3)
      RJ(I1,J1)=RJJ-RJS*LAME(2,2)
      RJ(I2,J1)=-RJS*LAME(3,2)
      RJ(I1,J2)=-RJS*LAME(2,3)
30    RJ(I2,J2)=RJJ-RJS*LAME(3,3)
      K3=3*K2
      DO 31 L1=1,K3
31    F(L1)=P(L1)
C*
C*
C*        SOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES LINEARES.
C*
C*
      CALL DECOM(K3,RJ,CAA,IPS)
      CALL SOLVE(K3,CAA,F,P,IPS)
      WRITE(5,32)
32    FORMAT(1H1,10(/),10X,'COTA Z',10X,'DESLOCAMENTOS U',10X,'DESLOCAME
     SNTOS V',10X,'DESLOCAMENTOS W',//)
C*
C*
C*        CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS NOS PAINEIS.
C*
C*
      DO 42 K=1,NZ
      EGX(K)=0.
      EGY(K)=0.
      GEX(K)=GD*H*(1-ZA(K))*A
      GEY(K)=GD*H*(1-ZA(K))*B
      GSI=ZA(K)
      GSI2=GSI*GSI
      U(K)=0.
      V(K)=0.
      W(K)=0.
      D1U(K)=0.
      D2U(K)=0.
      D3U(K)=0.
      D1V(K)=0.
      D2V(K)=0.
      D3V(K)=0.
      D1W(K)=0.
      D2W(K)=0.
      D3W(K)=0.
      DO 41 I=1,K2
      AM=I+2.
      D=GSI**AM-AM*(AM-1.)*GSI2*0.5
      D1=(AM*GSI**(AM-1.)-AM*(AM-1.)*GSI)/H
      D2=(AM*(AM-1.)*GSI**(AM-2.)-AM*(AM-1.))*H2I
      IF(I-1)35,33,35
33    D3=AM*(AM-1)*(AM-2.)*H3I
      GO TO 40
35    IF(I-2)39,36,39
36    D3=AM*(AM-1.)*(AM-2.)*GSI*H3I
      GO TO 40
39    D3=(AM*(AM-1.)*(AM-2.)*GSI**(AM-3.))*H3I
40    I1=I+K2
      I2=I+2*K2
```

```
PAGE   5     PENAFORT

      D3W(K)=D3W(K)+P(I2)*D3
      D3V(K)=D3V(K)+P(I1)*D3
      D2V(K)=D2V(K)+P(I1)*D2
      D2W(K)=D2W(K)+P(I2)*D2
      D1V(K)=D1V(K)+P(I1)*D1
      D1W(K)=D1W(K)+P(I2)*D1
      D3U(K)=D3U(K)+P(I)*D3
      D2U(K)=D2U(K)+P(I)*D2
      D1U(K)=D1U(K)+P(I)*D1
      V(K)=V(K)+P(I1)*D
      W(K)=W(K)+P(I2)*D
41    U(K)=U(K)+P(I)*D
42    WRITE(5,43)CSI,U(K),V(K),W(K)
43    FORMAT(11X,F4.1,3(10X,E15.7),/)
      DO 71 IP=1,NP
      UIH=AP(IP)*U(NZ)+BP(IP)*V(NZ)+CP(IP)*W(NZ)
      IF(NCASO-2)44,48,48
44    WRITE(5,45)IP,NPOL
45    FORMAT(1H1,5(/),5X,'PAINEL',I4,10X,'GRAU DO POLINOMIO=',I4,5(/),36
     S('-'),//,'XCOTA',1X,'M.FLET',1X,'CORTANTE',1X,'DESLOCAMENTO',//,36
     S('-'),/)
      GO TO 55
48    WRITE(5,49)IP,NPOL
49    FORMAT(1H1,5(/),5X,'PAINEL',I4,10X,'GRAU DO POLINOMIO=',I4,5(/), 9
     S0('-'),//,'XCOTA',1X,'M.FLET.',1X,'CORTANTE',1X,'DESLOCAMENTO',3X,
     S'MT.TOTAL',5X,'MT LIVRE',4X,'M.FLEX-TORC.',4X,'BIMOMENTO',//, 90('
     S-'),/)
55    DO 67 K=1,NZ
      UP=AP(IP)*U(K)+BP(IP)*V(K)+CP(IP)*W(K)
      IF(NCASO-2)60,58,58
58    TORL=RST(IP)*D1W(K)
      FLEXT=-RJT(IP)*D3W(K)
      BIM=RJT(IP)*D2W(K)
60    FM=RIGW(IP)*(AP(IP)*D2U(K)+BP(IP)*D2V(K)+CP(IP)*D2W(K))-RIGF(IP)*(
     SUP-UIH)*INDF(IP)
      Q=RIGF(IP)*(AP(IP)*D1U(K)+BP(IP)*D1V(K)+CP(IP)*D1W(K))-RIGW(IP)*(A
     SP(IP)*D3U(K)+BP(IP)*D3V(K)+CP(IP)*D3W(K))
      EQX(K)=EQX(K)+Q*AP(IP)
      EQY(K)=EQY(K)+Q*BP(IP)
      IF(NCASO-2)63,65,65
63    WRITE(5,64)ZA(K),FM,Q,UP
64    FORMAT(/,1X,F3.1,2X,F7.1,1X,F8.3,1X,F11.4)
      GO TO 67
65    TORT=TORL+FLEXT
      WRITE(5,66)ZA(K),FM,Q,UP,TORT,TORL,FLEXT,BIM
66    FORMAT(/,1X,F3.1,2X,F7.1,1X,F8.3,1X,E11.4,4(3X,E11.4))
67    CONTINUE
      IF(NCASO-2)69,70,70
69    WRITE(5,73)
      GO TO 71
70    WRITE(5,76)
71    CONTINUE
      WRITE(5,74)
73    FORMAT(//,36('-'),//,'XUNID',2X,'TF.M',7X,'T',5X,'M',//,36('-'))
74    FORMAT(//,15X,'DIRECAO  X',15X,'DIRECAO  Y',/,'XCOTA',/,9X,'CORT.E
     SXT.   CORT. INT.    CORT. EXT.    CORT. INT.',/)
      DO 75 L1=1,NZ
75    WRITE(5, 80)ZA(L1),QEX(L1),EQX(L1),QEY(L1),EQY(L1)
76    FORMAT(//, 90('-'),//,'XUNID.',2X,'TF.M',7X,'T',5X,'M(OL RD)',7X,'
     STF.M',9X,'TF.M',9X,'TF.M',11X,'TF.M2',//,90('-'))
80    FORMAT(/1X,F3.1,5X,F8.3,4X,F8.3,5X,F8.3,5X,F8.3)
      CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES    74 8  PROGRAM    2580

END OF COMPILATION

// XEQ
```

PAINEL 1 GRAU DO POLINOMIO= 10

COTA	M.FLET.	CORTANTE	DESLOCAMENTO	MT.TOTAL	MT LIVRE	M.FLEX-TORC.	BIMOMENTO
0.0	-28.6	0.000	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.1	-24.1	-2.252	-0.9921E-03	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.2	-17.2	-2.251	-0.2535E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.3	-11.0	-1.867	-0.3912E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.4	-6.0	-1.434	-0.5010E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.5	-2.3	-1.026	-0.5827E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.6	0.2	-0.654	-0.6384E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.7	1.6	-0.299	-0.6701E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.8	2.0	0.045	-0.6784E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
0.9	1.4	0.350	-0.6649E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
1.0	0.0	0.530	-0.6342E-02	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
UNID.	TF.M	T	M(OU RD)	TF.M	TF.M	TF.M	TF.M2

COTA	DIRECAO X		DIRECAO Y	
	CORT.EXT.	CORT. INT.	CORT. EXT.	CORT. INT.
0.0	39.000	38.588	0.000	0.000
0.1	35.100	35.131	0.000	0.000
0.2	31.200	31.175	0.000	0.000
0.3	27.300	27.318	0.000	0.000
0.4	23.400	23.401	0.000	0.000
0.5	19.500	19.485	0.000	0.000
0.6	15.600	15.609	0.000	0.000
0.7	11.700	11.708	0.000	0.000
0.8	7.800	7.784	0.000	0.000
0.9	3.900	3.917	0.000	0.000
1.0	0.000	-0.066	0.000	0.000

3. PROGRAMA III - Programa para o cálculo automático, segundo a Técnica do Meio Contínuo, de uma associação plana ou tridimensional degenerada de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente, pelo método de RITZ-GALERKIN.

O presente programa foi elaborado com base nas equações matriciais dadas em (III-73). Resolve estruturas planas ou tridimensionais degeneradas formadas pela associação de "paredes ligadas por lintéis" e núcleo resistente. O carregamento estudado consta de uma carga q uniformemente distribuída, aplicada segundo um plano vertical.

Cabe esclarecer que a determinação dos esforços solicitantes nos componentes estruturais foi feita com o uso imediato das expressões (III-78), sendo o esforço normal nos pilares-parede calculado por integração numérica, mediante a regra do trapézio.

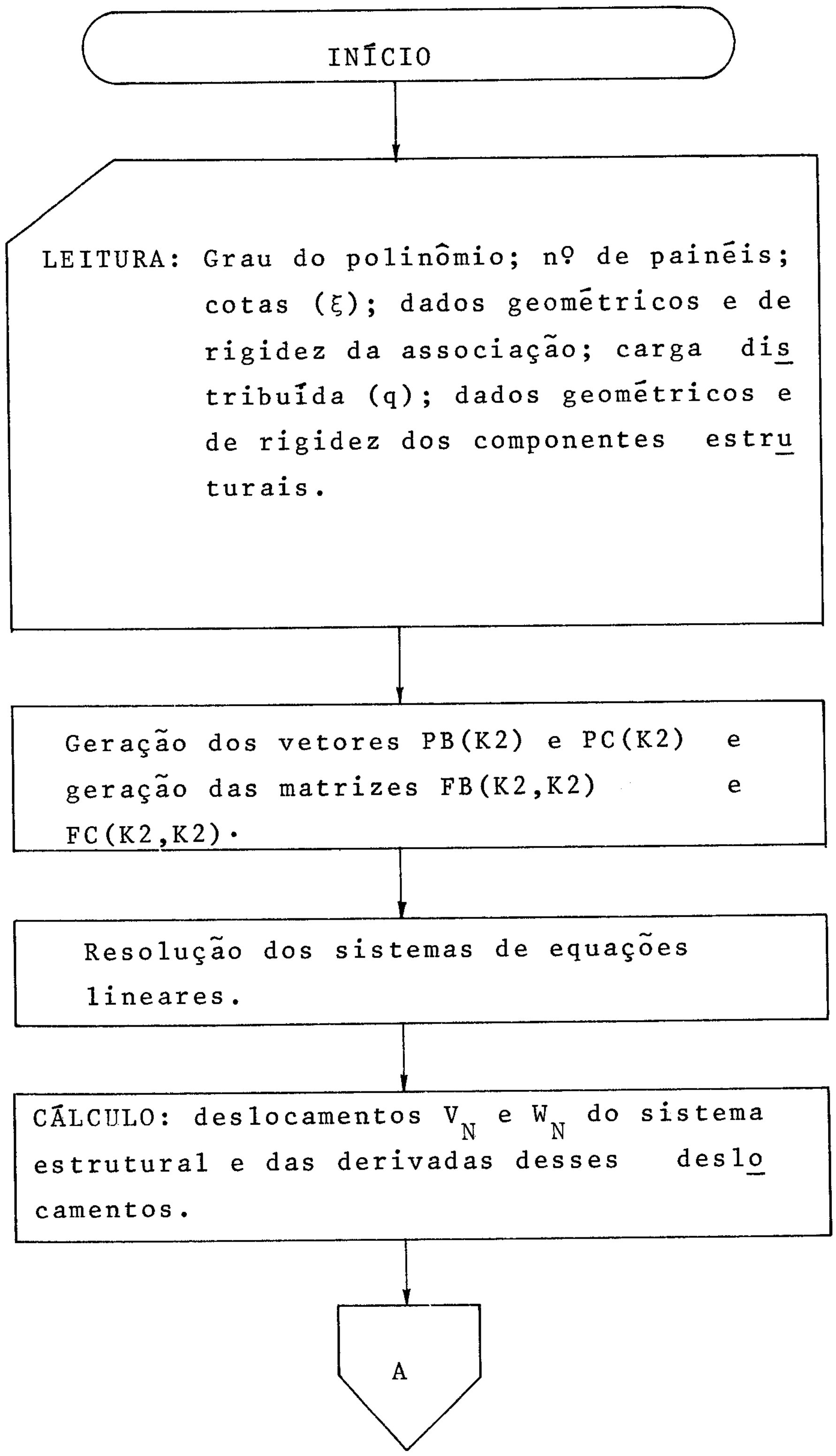
Por último, é importante frisar que a numeração dos painéis, em planta, deve iniciar-se pelos "painéis ligados por lintéis", terminando, naturalmente, pelos outros painéis componentes da associação.

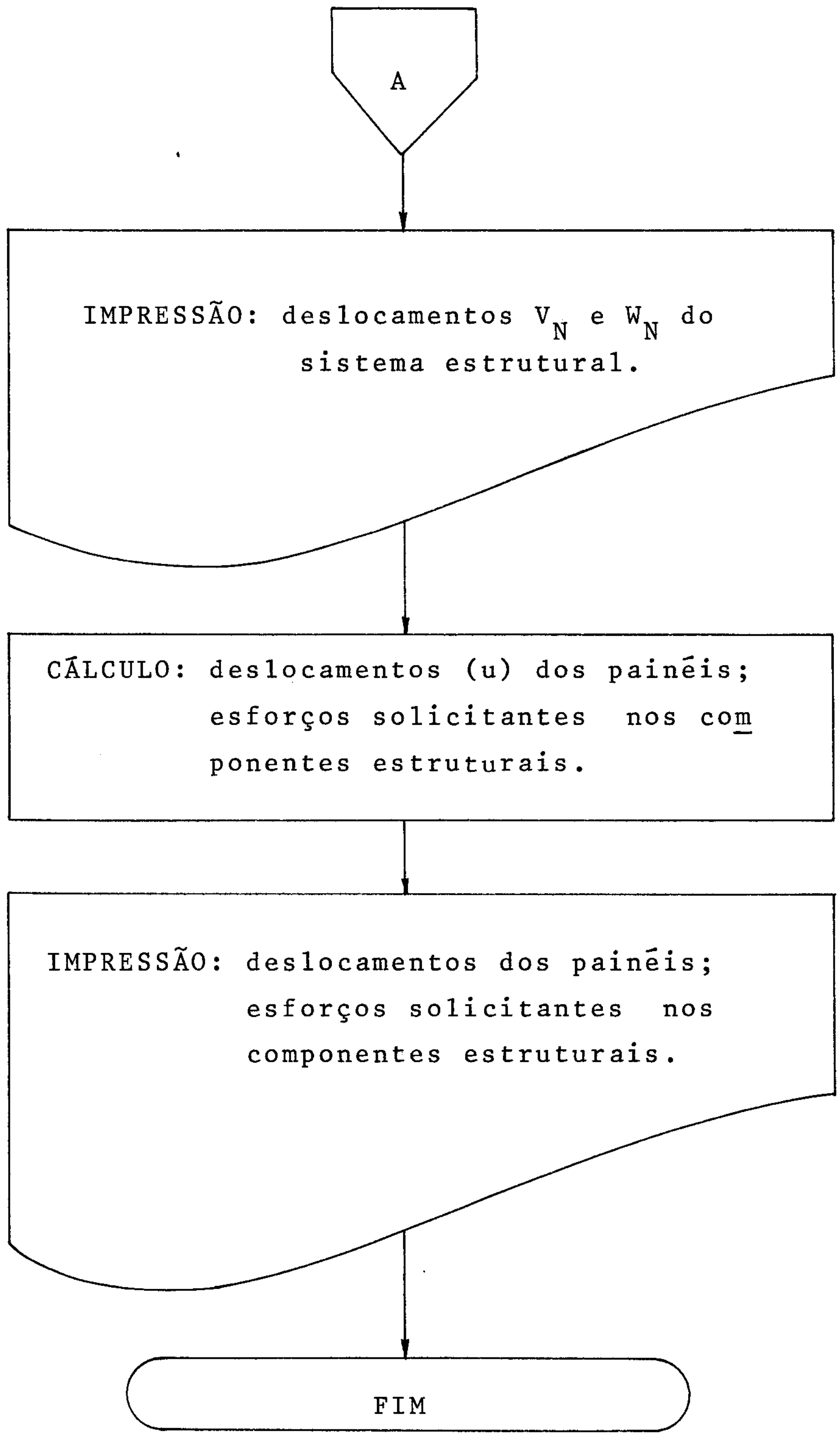
Agora, são apresentados, no que segue: descrição sumária dos subprogramas utilizados; fluxograma do programa principal; descrição dos dados de entrada; e, listagem do programa III seguida de tabela com exemplo de saída dos resultados.

1 - Descrição sumária dos subprogramas utilizados

- Subprograma SGAUS [21] - Resolve um sistema de equações lineares pelo processo de triangularização e pivotamento parcial de GAUSS-JORDAN.

2 - Fluxograma do programa principal




A
IMPRESSÃO: deslocamentos V_N e W_N do sistema estrutural.
CÁLCULO: deslocamentos (u) dos painéis; esforços solicitantes nos componentes estruturais.
IMPRESSÃO: deslocamentos dos painéis; esforços solicitantes nos componentes estruturais.
FIM

3 - Descrição dos dados de entrada

TIPO	DADOS	Nº DE CARTÕES	NOMES E DIMENSÕES DAS VARIÁVEIS	FORMAT
a	Quantidade de cotas onde serão calculadas as funções; grau do polinômio; nº de painéis; nº de painéis "paredes ligadas por lintéis".	1	NZ, NPOL, NP, NM	4I2
b	Parâmetros de rigidez da associação: J_{mp}, J^*_{mp}, J_{mc}, λ_1, λ_2 e λ_T; altura do edifício (H); altura dos andares (h); carga q distribuída; coordenadas b e c da carga distribuída.	3	JMP, JMPE, JMB, JMC, LAMB1, LAMB2, LAMBT, H, HP, QD, B, C	5E14.7
c	Cotas dimensionais (ξ)	2	ZA(NZ)	8F10.6
d	Dados dos painéis: - coordenadas b_i - coordenadas c_i - rigidezes j_{w1} - rigidezes j_{w2} - coeficientes $(a+b_1)/h$ - coeficientes $(a+b_2)/h$ - parâmetro $(\frac{h}{2c} \cdot j_{mp})$ - rigidezes j_{ft} - rigidezes j_t	 - - - - - - - - -	 BP(NP) BP(NP) EJ1(NP) EJ2(NP) AB1(NP) AB2(NP) JPC(NP) EJW(NP) GJT(NP)	5F14.7
e	Coordenada de referência (c_r)	1	RLL	8F10.6
f	Relações (R_i) dos painéis	-	RL(NP)	8F10.6

4. LISTAGEM DO PROGRAMA III E TABELA COM EXEMPLO DE SAÍDA DOS RESULTADOS.

-segue-

```
PAGE    1     PENAFORT

// JOB T                                                     PENAFORT

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL   PHY DRIVE
  0000        0016        0016         0000
                          0002         0001

V2 M10   ACTUAL 32K  CONFIG 32K

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
      SUBROUTINE SGAUS(S,F,N)
C*
C*
C*                  S U B P R O G R A M A      S G A U S
C*
C*         RESOLVE UM SISTEMA DE EQUACOES LINEARES PELO PROCESSO DE TRI
C*         ANGULARIZACAO DE GAUSS-JORDAN.
C*
C*
      DIMENSION S(31,31),A(31,31),F(31)
C*
C*
C* MATRIZ (A) IGUAL A JUNCAO DA (S) CUM (F)
C*
C*
      IF(N-1) 2, 1, 2
1     F(1)=F(1)/S(1,1)
      GO TO 20
2     N1=N+1
      DO 3 I=1,N
      DO 3 J=1,N1
3     A(I,J)=0.
      DO 4 I=1,N
      DO 4 J=1,N
4     A(I,J)=S(I,J)
      DO 5 I=1,N
5     A(I,N1)=F(I)
      NX=N-1
      NY=N+1
C*
C*
C*MAIOR ELEMENTO DA COLUNA E TROCA  DE LINHAS
C*
C*
      DO 13 L=1,NX
      LX=L+1
      DO 7 I=LX,N
      IF(ABS(A(L,L))-ABS(A(I,L))) 6, 7, 7
C*    TROCA
6     DO  7 JX=L,NY
       TEMP=A(L,JX)
      A(L,JX)=A(I,JX)
      A(I,JX)=TEMP
7     CONTINUE
C*
C*
C*    DIVISAO DA LINHA PIVOT POR A(L,L)
C*
C*
       PIV=A(L,L)
      DO   8   JX=L,NY
8     A(L,JX)=A(L,JX)/PIV
C*
C*
C*    REDUCAO PROPRIAMENTE DITA-MATRIZ TRIANGULAR-GAUSS
C*
C*
      DO 13 I=LX,N
      M=0
      DIVA=A(I,L)
      DO 13 J=L,NY
      A(I,J)=A(I,J)-DIVA*A(L,J)
C*
C*
C*    TESTE DO SISTEMA
C*
C*
      IF(J-NY) 9,11,10
9     IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)13,13,10
```

```
10      M=1
        GC TC 13
11      IF(M)12,12,13
12      IF(ABS(A(I,J))-.1E-6)16,16,18
13      CONTINUE
        A(N,NY)=A(N,NY)/A(N,N)
        A(N,N)=1.
C*
C*
C*      DIAGONALIZACAO- JORDAN
C*
C*
        DO 14 I=1,NX
        IX=I+1
        DO 14 K=IX,N
        DIUB=A(I,K)
        DO 14 J=K,NY
14      A(I,J)=A(I,J)-DIUB*A(K,J)
C*
C*
C*      SAIDA DAS RAIZES
C*
C*
        DO 15 I=1,N
        F(I)=A(I,NY)
15      CONTINUE
        GO TO 20
16      WRITE(5,17)
17      FORMAT(/,27X,'SOLUCAO INDETERMINADA',/)
        GO TO 20
18      WRITE(5,19)
19      FORMAT(/,27X,'SOLUCAO IMPOSSIVEL',/)
20      RETURN
        END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR SGAUS
 COMMON        0  VARIABLES    2912  PROGRAM     638

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 088A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  SGAUS
CART ID 0016   DB ADDR  443A    DB CNT   0029

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
C*
C*
C*
C*                  P R O G R A M A     P R I N C I P A L
C*
C*         PROGRAMA PARA O CALCULO DE UMA ASSOCIACAO PLANA OU TRIDIMENSI
C*         ONAL DEGENERADA DE ''PAREDES LIGADAS POR LINTEIS'' E NUCLEO '
C*         RESISTENTE, PELO METODO DE RITZ-GALERKIN APLICADO A TECNICA D
C*         O MEIO CONTINUO.
C*
C*
C*
         REAL JMP,JMPE,JMB,JMC,LAMB1,LAMB2,LAMBT,JPP,JPC(15),MW1(15),MW2(15
        *),IH,I24
         DIMENSION PB(31),PC(31),FB(31,31),FC(31,31),V(15),W(15),D1V(15),EN
        *(15),DP(15),S3V(15),S3W(15),ZA(15),V3Q(15),W3Q(15),EJW(15),GJT(15)
        *,RL(15),TWFI(15),D2V(15),D3V(15),D1W(15),D2W(15),D3W(15)
         DIMENSION TORL(15),FLEXT(15),BIM(15),TORT(15),QL(15),T1(15),T2(15)
         DIMENSION BP(15),CP(15),EJ1(15),EJ2(15),AB1(15),AB2(15)
         DCA(Z)=Z*(Z-1.)*(Z-2.)*(Z-3.)
         DCB(Z)=0.25*Z*(Z-1.)*((Z-2.)*(Z-3.)-2.)
         READ(2,1)NZ,NPOL,NP,NM
1        FORMAT(4I2)
         READ(2,2)JMP,JMPE,JMB,JMC,LAMB1,LAMB2,LAMBT,H,HP,QD,B,C
2        FORMAT(5E14.7)
```

```
      READ(2,3)(ZA(I),I=1,NZ)
3     FORMAT(8F10.6)
      READ(2, 3)(BP(L1),L1=1,NP)
      READ(2, 3)(CP(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(EJ1(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(EJ2(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(AB1(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(AB2(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(JFC(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(EJW(L1),L1=1,NP)
      READ(2,2)(GJT(L1),L1=1,NP)
      READ(2, 3)RLL
      READ(2, 3)(RL(L1),L1=1,NP)
      K2=NPCL-4
      AUXB=B/JMP
      AUXC=C/JMPE
      HHP=H/HP
      I24= 1./24.
      IH= 1./H
      H2=H*H
      H2I=1./H2
      H3=H2*H
      H3I=1./H3
      AUX1=GD*H2*H2
      IF(B) 5, 6, 5
5     CARGB=(1./JMB-1./JMP)*AUX1*B
6     IF(C) 7, 8, 7
7     ARGC1=(1./JMC-1./JMPE)*AUX1*C
      ARGC2=LAMBT*AUX1*H2*C/JMPE
C*
C*
C*   GERACAO DO VETOR PB(K2) E/OU PC(K2) E GERACAO DA MATRIZ FB(K2,K2)'
C*   E/OU FC(K2,K2).
C*
C*
8     DO 16 I=1,K2
      AM=I+4.
      R1=DCB(AM)
      R3=DCA(AM)*I24
      AUX2= R1/3.-0.2*R3+1.-AM/(AM+1.)
      IF(B) 9,10, 9
9     PB(I)=AUX2*CARGB
10    IF(C)11,12,11
11    AUX3= 3*R1/20.-17.*R3/105.+0.5*AM/(AM+1.)-0.5*AM/(AM+2.)+AM/(6*AM+
     S18.)
      PC(I)=AUX2*ARGC1-AUX3*ARGC2
12    DO 16 J=1,K2
      AN=J+4.
      R2=DCA(AN)*I24
      R4=AN*AN*(AN-1.)*(AN-2.)/(AM+AN-3.)
      R5=DCA(AM)
      R6=R5-2.*AM*(AM-1.)
      R7=(AN-1.)*(AN-3.)*AM/(AM+AN-5.)
      F1=AN*(AN-2.)*(AN-4.)*((3.-AN)*R5/6.+0.5*(AN-1.)*R6+R7)
      F2=2*AN*(AN-2.)*R1-24.*AM*R2/(AM+1.)-16*R1*R2-4*AN*(AN-1.)*(AN-2.)
     S*R3/(AN+1.)+19.2*R2*R3+R4
      IF(C)13,14,13
13    R8=DCB(AN)
      F3=2*R8*(2*R1/3.-0.8*R3+AM/(AM+1.))-4.*R2*(0.4*R1-4.*R3/7+AM/(AM+3
     S.))+AN*(2.*R1/(AN+1.)-4.*R3/(AN+3.)+AM/(AM+AN-1.))
      FC(I,J)=F1*LAMB2*H2I-F2+F3*LAMBT*H2
14    IF(B)15,16,15
15    FB(I,J)=F1*LAMB1*H2I-F2
16    CONTINUE
C*
C*
C*   RESOLUCAO DOS SISTEMAS DE EQUACOES LINEARES.
C*
C*
      IF(B)19,17,19
17    DO 18 I=1,K2
18    PB(I)=0.
      GO TO 20
19    CALL SGAUS(FB,PB,K2)
20    IF(C)23,21,23
21    DO 22 I=1,K2
22    PC(I)=0.
      GO TO 24
23    CALL SGAUS(FC,PC,K2)
24    WRITE(5,25)
25    FORMAT(1H1,10(/),43X,'MOVIMENTOS DO SISTEMA ESTRUTURAL',///,38X
```

```
      S,'CCTA(Z/H)',5X,'V (M)',15X,'W (RAD)',//,38X,45('-'),/)
C*
C*
C*   CALCULC DCS DESLOCAMENTOS DO SISTEMA ESTRUTURAL E DAS DERIVADAS DE
C*   SSES DESLOCAMENTOS.
C*
C*
      DO 28 K=1,NZ
      QSI=ZA(K)
      QSI2=QSI*QSI
      V(K)=0.
      W(K)=0.
      D1V(K)=0.
      D2V(K)=0.
      D3V(K)=0.
      D1W(K)=0.
      D2W(K)=0.
      D3W(K)=0.
      S3V(K)=0.
      S3W(K)=0.
      UB=(6*QSI2-4.*QSI2*QSI+QSI2*QSI2)*AUX1*I24
      D1UB=(3.*QSI-3.*QSI2+QSI2*QSI)*H3*QD/6.
      D2UB=(1.-2.*QSI+QSI2)*H2*QD*0.5
      D3UB=(-1.+QSI)*H*QD
      DO 27 I=1,K2
      AN=I+4.
      R1=DCB(AN)
      R3=DCA(AN)*I24
      D=R1*QSI2-R3*QSI2*QSI2+QSI**AN
      D1=(2*R1*QSI-4*R3*QSI2*QSI+AN*QSI**(AN-1.))*IH
      D2=(2*R1-12.*R3*QSI2+AN*(AN-1.)*QSI**(AN-2.))*H2I
      D3=(-24*R3*QSI+AN*(AN-1.)*(AN-2.)*QSI**(AN-3.))*H3I
      S3=(-12.*R3*(1-QSI2)+AN*(AN-1.)*(1.-QSI**(AN-2.)))*H2I
      V(K)=V(K)+D*PB(I)
      W(K)=W(K)+D*PC(I)
      D1V(K)=D1V(K)+D1*PB(I)
      D2V(K)=D2V(K)+D2*PB(I)
      D3V(K)=D3V(K)+D3*PB(I)
      D1W(K)=D1W(K)+D1*PC(I)
      D2W(K)=D2W(K)+D2*PC(I)
      D3W(K)=D3W(K)+D3*PC(I)
      S3V(K)=S3V(K)+S3*PB(I)
27    S3W(K)=S3W(K)+S3*PC(I)
      V3Q(K)=D3V(K)
      W3Q(K)=D3W(K)
      V(K)=V(K)+UB*AUXB
      W(K)=W(K)+UB*AUXC
      D1V(K)=D1V(K)+D1UB*AUXB
      D2V(K)=D2V(K)+D2UB*AUXB
      D3V(K)=D3V(K)+D3UB*AUXB
      D1W(K)=D1W(K)+D1UB*AUXC
      D2W(K)=D2W(K)+D2UB*AUXC
      D3W(K)=D3W(K)+D3UB*AUXC
28    WRITE(5,29)QSI,V(K),W(K)
29    FORMAT(/,40X,F3.1,5X,E14.7,7X,E14.7)
      WRITE(5,30)
30    FORMAT(/,38X,45('-'))
C*
C*
C*   CALCULC DCS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS DE CADA PAINEL.
C*
C*
      DO 52 IP=1,NP
      WRITE(5,33)IP,NPCL
33    FORMAT(1H1,5(/),5X,'PAINEL',I4,10X,'GRAU DO POLINOMIO=',I4,5(/),11
     S5('-'),//,'XCOTA'3X,'MW1(T.M)',2X,'MW2(T.M)',3X,'TW1(T)',4X,'TW2(T
     S)',4X,'CL(T)',4X,'N(T)',5X,'  U  ',3X,'T TOTAL',4X,'T LIVRE',2X,'F
     SLX TORC',2X,'BIM(T.M2)',//,115('-'),/)
      DO 45 K=1,NZ
      TORL(K)=0.
      FLEXT(K)=0.
      BIM(K)=0.
      TORT(K)=0.
      IF(NP-NM)35,39,35
35    NM1=NM+1
      TWB=0.
      TWC=0.
      DO 37 I=NM1,NP
      D3P=BP(I)*D3V(K)+CP(I)*D3W(K)
      TWB=TWB+DJ1(I)*D3P*BP(I)/NM
      TT1=GJT(I)*D1W(K)/RLL
```

```
        TT2=EJW(I)*D3W(K)/RLL
37      TWC=TWC+EJ1(I)*D3P*CP(I)/RLL+TT2-TT1
        TBI=GD*H*(1-ZA(K))*B/NM+TWB
        TCI=GD*H*(1.-ZA(K))*C/RLL+TWC
        TWFI(K)=TBI+TCI*RL(IP)
        TCRL(K)=GJT(IP)*D1W(K)
        FLEXT(K)=-EJW(IP)*D3W(K)
        BIM(K)=EJW(IP)*D2W(K)
        TCRT(K)=TCRL(K)+FLEXT(K)
39      DP(K)=BP(IP)*V(K)+CP(IP)*W(K)
        D2P=BP(IP)*D2V(K)+CP(IP)*D2W(K)
        D3P=BP(IP)*D3V(K)+CP(IP)*D3W(K)
        S3P=BP(IP)*S3V(K)+CP(IP)*S3W(K)
        U3QP=BP(IP)*V3Q(K)+CP(IP)*W3Q(K)
        MW1(K)=EJ1(IP)*D2P
        MW2(K)=EJ2(IP)*D2P
        IF(NP-NM)41,44,41
41      JPP=EJ1(IP)+EJ2(IP)
        IF(JPP)43,42,43
42      JPP=1.
43      QL(K)=JPC(IP)*TWFI(K)/JPP+JPC(IP)*D3P
        T1(K)=AB1(IP)*QL(K)-EJ1(IP)*D3P
        T2(K)=AB2(IP)*QL(K)-EJ2(IP)*D3P
        GO TO 45
44      QL(K)=JPC(IP)*U3QP
        T1(K)=AB1(IP)*QL(K)-EJ1(IP)*D3P
        T2(K)=AB2(IP)*QL(K)-EJ2(IP)*D3P
        EN(K)=JPC(IP)*S3P/HP
45      CONTINUE
        NZ1=NZ+1
        DO 46 L1=1,NZ1
46      EN(L1)=0.
        QL(NZ+1)=0.
        ZA(NZ+1)=ZA(NZ)
        DO 47 K=1,NZ
        KK=NZ-K+1
        EN(KK)=(QL(KK+1)+QL(KK))/2*(ZA(KK+1)-ZA(KK))*HHP
47      EN(KK)=EN(KK+1)+EN(KK)
        DO 48 K=1,NZ
48      WRITE(5,49)ZA(K),MW1(K),MW2(K),T1(K),T2(K),QL(K),EN(K),DP(K),TORT(
       SK),TCRL(K),FLEXT(K),BIM(K)
49      FORMAT(/,2X,F3.1,1X,4(2X,F8.3),2X,F6.3,2X,F7.3,2X,F8.5,3(2X,F8.3),
       S2X,F9.3,/)
        WRITE(5,53)
52        CONTINUE
53      FORMAT(/,115('-'))
        CALL EXIT
        END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON      0  VARIABLES   7786  PROGRAM   2866

END OF COMPILATION

// XEQ
```

PAINEL 1 [illegible] 5

HA	M1(I.)	M2(I.)	V1(I)	V2(I)	SG(T)	S(T)	U	T TOTAL	T LIVRE	FLX TORC	M1M(T.M2)
0.0	171.362	171.362	22.500	22.500	0.000	46.513	0.00000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.1	133.132	133.132	20.250	20.250	2.869	45.078	0.00037	0.000	0.000	0.000	0.000
0.2	69.305	69.305	18.000	18.000	4.626	41.331	0.00132	0.000	0.000	0.000	0.000
0.3	36.921	36.921	15.750	15.750	5.564	36.236	0.00261	0.000	0.000	0.000	0.000
0.4	13.505	13.505	13.500	13.500	5.914	30.497	0.00409	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	-2.083	-2.083	11.250	11.250	5.861	24.609	0.00564	0.000	0.000	0.000	0.000
0.6	-12.799	-12.799	9.000	9.000	5.553	18.902	0.00718	0.000	0.000	0.000	0.000
0.7	-17.521	-17.521	6.750	6.750	5.114	13.569	0.00866	0.000	0.000	0.000	0.000
0.8	-17.115	-17.115	4.500	4.500	4.656	8.684	0.01005	0.000	0.000	0.000	0.000
0.9	-11.453	-11.453	2.250	2.250	4.289	4.212	0.01136	0.000	0.000	0.000	0.000
1.0	0.000	0.000	0.000	0.000	4.136	0.000	0.01262	0.000	0.000	0.000	0.000

BIBLIOGRAFIA

1 - WEAVER, JR. e NELSON, M.F. - "Three-Dimensional Analysis of Tier Buildings" - J. STR Div. ASCE, ST6, Dezembro, 1966, pp. 385-404.

2 - STAMATO, M.C. e STAFFORD-SMITH, B. - "An Approximate Method for the Three Dimensional Analysis of Tall Buildings" - Proc. Inst. Civil Engineers, Londres, Vol. 43, Julho, 1969, pp. 361-379 e Vol. 46, Julho, 1970, pp. 351-354.

3 - WINOKUR, A. e GLUCK, J. - "Lateral Loads in Asymmetric Multistory Structures" - J. Struc. Div. ASCE, Março, 1968, ST3, pp. 645-656.

4 - STAMATO, M.C. - "Estado Atual da Análise de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos" - Publ. 163, EESC, São Carlos - SP, 1972, 26 p.

5 - ALBIGES, M. e GOULET, J. - "Contraventament des Bâtiments" - Ann. Inst. Tech. Bat. Trav. Publ. N. 149, Maio, 1960, pp. 473-500.

6 - FRANCO, Mario - "Comportamento Elástico de Estrutura formada por Pilares-Parede Contraventadas entre si" - Rev. Estruturas, N. 45, 1961, pp. 373-389.

7 - COULL, A. e CHOUDHURY, J.R. - "Analysis of Coupled Shear Walls" - JNL. A.C.I., V. 64, N. 49, pp. 587-593.

8 - STAMATO, M.C. - "Associação Contínua de Painéis de Contraventamento" - Publ. N. 157 - EESC-USP, São Carlos - SP, 72 pp.

9 - ROSMAN, R. - "Stability and Dynamics of Shear Wall Frames Structures" - Building Science, V. 9/1974, pp. 55-63.

10- STAMATO, M.C. e MANCINI, E. - "Paredes de Seção Aberta Associadas e Pórticos Planos" - Rev. Bras. de Tecnologia (CNPq), V. 3, N. 3, pp. 139-146.

11- COULL, A. - "Free Vibrations of Regular Symmetrical Shear Wall Buildings" - Building Science, V. 10, pp. 127-133.

12- MANCINI, E. - "Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitos à Ação do Vento" - Tese de Doutoramento - EESC-USP, São Carlos-SP, 1973, pp. 140.

13- STAMATO, M.C. - "Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento" - EESC-USP, São Carlos, 1978, 30 pp.

14- RACHID, M. - "Instabilidade de Barras de Seção Delgada" - Tese de Doutoramento, EESC-USP, 1975, 119 pp.

15- CARDAN, B. - "Concreto Shear Walls Combined With Rigid Frames in Multistory Building Subject to Lateral Loads" - A.C.I. Journal, Vol. 58, N. 3, Sept. 1961, pp. 299-315.

16- BECK, H. - "Contribution to the Analysis of Coupled Shear Walls" - JNL. American Concrete Institute, Vol. 59, pp. 1055-69, 1962.

17- LAIER, J.E. - "Análise das Vibrações Livres de Edifícios pela Técnica do Meio Contínuo" - Tese de Doutoramento, EESC-USP, São Carlos-SP, 1978.

18- SOKOLNIKOFF, I.S. - "Mathematical Theory of Elasticity" - 1ª ed. New York, 1946, 369 pp.

19- ARDEN, W. BRUCE e ASTILL, N. KENNETH - "Numerical Algorithms: Origins and Applications" - Massachussets, Ad. Wesley, 1970, 308 pp.

20- SEIXAS, R.S. - "Integração das Equações da Técnica do Meio Contínuo pelo Método Stodola-Vianello" - Dissertação de Mestrado - EESC-USP, São Carlos-SP, 1981, 140 p.

21- PACIT, T. - "FORTRAN-MONITOR Princípios" - 2ª ed. - Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1970, 343 pp.

22- FORSYTHE, G.E. e MOLER, C.B. - "Computer Solution of Linear Algebric Sistems" - Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1967, pp. 68-74.