

1215

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ANÁLISE DAS VIGAS DE ROLAMENTO  
PARA PONTES ROLANTES

ENG. JOSÉ LUIZ ZANIN BONFÁ

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

ORIENTADOR:  
PROF. DR. TIOETURO YAGUI

COMISSÃO EXAMINADORA:  
PROF. DR. TIOETURO YAGUI  
PROF. HERMANN SCHULTE  
PROFA. DRA. HELENA M.C. CARMO ANTUNES

SÃO CARLOS, MARÇO de 1980

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

class TESC  
no. B696a  
no. 251/93

SET

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Tioeturo Vagui, pela eficiente e dedicada orientação e pelo constante estímulo sem os quais este trabalho não teria sido realizado.

Aos Funcionários do Departamento, Sr. Rui Roberto Casale pela datilografia deste e ao Sr. João Paulo Moretti pelos desenhos.

À Escola de Engenharia de Limeira pela utilização de seus equipamentos de computação.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.



À MINHA ESPOSA

e

AOS MEUS FILHOS



## A B S T R A C T

At the present days, the procedure for designing crane girders, by missing a convenient assemblage of elements, hasn't take advantage of the whole contribution of the deck, by making it to work together the crane girder; the torsional actions due to the loads from the overhead cranes aren't take into account as well.

In this work, a method, different from the usual one and based on the thin-walled bar theory, is proposed. For getting this, the assembling of structural elements is reinforced with transversal diaphragms, and the rail is supported by shoes on these sections, by avoiding so the distortion of the sections.

For this analysis, a work presented by T. Yagui, who gives a discrete treatment for the thin-walled bars, and another one by D.D. Mori, solving the same problem with a continuum treatment, were used.

In the first, second and third examples, a comparison between the usual and the proposed method of design is made, by using the discrete treatment; in the fourth one, the same comparison is made, but now using the continuum treatment.





## RESUMO

No atual procedimento de cálculo das vigas de rolamento, por falta de uma estruturação adequada, não se tem aproveitado integralmente a chapa horizontal do passadiço, de modo a fazê-la trabalhar juntamente com a viga de rolamento. Também, tem sido desprezada a ação do momento torsor provocado pelas cargas da ponte rolante.

No presente trabalho é proposta uma análise diferente da usual, baseada na teoria das barras de seção delgada. Para isto, o conjunto é reforçado por diafragmas transversais e o trilho de rolamento é apoiado nestas seções com diafragmas através da utilização de sapatas, evitando-se assim, a distorção das seções.

Para essa análise, são utilizados o trabalho apresentado por Yagui, T., o qual dá um tratamento discreto às estruturas e o trabalho apresentado por Mori D.D., o qual dá um tratamento contínuo.

Nos tres primeiros exemplos é feita uma comparação entre o procedimento atual de cálculo e o proposto com aplicação do processo discreto e no quarto exemplo uma comparação entre o processo discreto e o processo contínuo.



## Í N D I C E

### CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO .....	1
---------------------	---

### CAPÍTULO II

1. DESCRIÇÃO GERAL DAS VIGAS DE ROLAMENTO .....	3
1.1 - Quanto a sua função estrutural .....	3
1.1.a - Bi-engastadas .....	3
1.1.b - Contínuas .....	4
1.1.c - Simplesmente apoiadas .....	5
1.1.d - Vigas Gerber .....	5
1.2 - Quanto a sua forma .....	5
1.2.a - Mesa superior resistente à flexão ho rizontal .....	5
1.2.b - Vigas de contraventamento horizontal, na altura da mesa superior da viga de rolamento .....	7
2. TIPO DE SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS QUE SERÁ ABOR- DADA .....	10
3. CARGAS QUE SOLICITAM AS VIGAS DE ROLAMENTO .....	10
3.1 - Cargas permanentes .....	10
3.2 - Cargas acidentais .....	10
3.2.a - Cargas verticais .....	11
3.2.b - Cargas horizontais .....	13
3.2.c - Determinação da posição crítica do carregamento .....	14

CAPÍTULO III  
ANÁLISE ATUAL DAS VIGAS DE ROLAMENTO

1. CONSIDERAÇÃO GERAIS .....	17
2. DIMENSIONAMENTO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS .....	21
2.1 - Verificação da resistência .....	21
2.1.a - Pressão local .....	21
2.1.b - Verificação das tensões máximas .....	23
2.2 - Verificação da deformação .....	25
2.3 - Ligação da mesa com a alma .....	26

CAPÍTULO IV  
NOVA CONCEITUAÇÃO PARA A VIGA DE ROLAMENTO

1. INTRODUÇÃO .....	28
2. PROCESSO DISCRETO DE ANÁLISE DE VIGA DE ROLAMENTO CONSTITUIDA POR CHAPAS COM DIAFRAGMAS TRANSVERSAIS. ....	31
2.1 - Hipóteses .....	31
2.1.a - Painéis .....	31
2.1.b - Diafragmas transversais .....	31
2.1.c - Estrutura equivalente .....	31
2.2 - Deslocamentos .....	32
2.2.a - Deslocamentos do sistema .....	32
2.2.b - Deslocamentos dos painéis .....	35
2.2.c - Notação de deslocamentos .....	36
2.3 - Transformações de deslocamentos .....	38
2.4 - Matriz de rigidez do painel .....	42
2.5 - Matriz de rigidez do sistema .....	49
2.5.a - Sistema genérico .....	49
2.5.b - Sistema particular .....	51
2.6 - Deslocamentos do sistema e dos painéis. Es- forços internos nos painéis e reações dos vínculos externos .....	52

2.6.a - Deslocamentos do sistema .....	52
2.6.b - Deslocamentos dos painéis .....	53
2.6.c - Esforços internos nos painéis .....	53
2.6.d - Reações dos vínculos externos .....	53
2.6.e - Tensões .....	54
2.7 - Cálculo automático .....	59
3. PROCESSO CONTÍNUO DE ANÁLISE DE VIGAS DE ROLAMENTO CONSTITUÍDA POR CHAPAS COM DIAFRAGMAS TRANSVERSAIS.	62
3.1 - Cálculo das tensões provenientes da torção não uniforme ou da flexo-torção .....	62
3.1.1 - Referencial adotado .....	62
3.1.2 - Hipóteses .....	63
3.1.3 - Carregamentos e deslocamentos .....	63
3.1.4 - Tensões atuantes .....	63
3.1.5 - Condições de contorno .....	66
3.1.6 - Convenções adotadas .....	66
3.1.7 - Processo de cálculo .....	67
3.1.8 - Automatização do cálculo .....	67
3.2 - Cálculo das tensões provenientes da flexão ..	72
3.3 - Tensões finais .....	73
CAPÍTULO V	
VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE .....	74
CAPÍTULO VI	
EXEMPLOS NUMÉRICOS .....	80
1. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	80
2. EXEMPLOS .....	83
2.1 - Primeiro exemplo .....	83
2.2 - Segundo exemplo .....	104
2.3 - Terceiro exemplo .....	110
2.4 - Quarto exemplo .....	133

CONCLUSÕES .....	143
------------------	-----

APÊNDICE

PROGRAMA, EM LINGUAGEM FORTRAN, PARA APLICAÇÃO DO PRO <u>C</u> CESSO DISCRETO .....	145
--	-----

BIBLIOGRAFIA .....	154
--------------------	-----

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

De um modo geral, nas indústrias de processamento de materiais pesados são empregadas as estruturas auxiliares, que facilitam ao máximo a execução das operações necessárias, minimizando conseqüentemente o custo final da produção.

Os sistemas auxiliares de transporte e elevação de cargas mais eficientes, utilizados nas indústrias de transformação pesada, são conhecidos como pontes rolantes.

As suas estruturas são constituídas por duas travessias (em forma de caixão ou de treliças), paralelas entre si e geralmente dispostas transversalmente ao edifício. Sobre elas desloca-se um carrinho munido de um sistema de içamento de cargas. Toda a estrutura da ponte, por sua vez, desloca-se sobre vigas denominadas de vigas de rolamento, dispostas longitudinalmente ao edifício, possibilitando com os movimentos combinados, a transferência de cargas para qualquer ponto do edifício. (Fig. I-1)

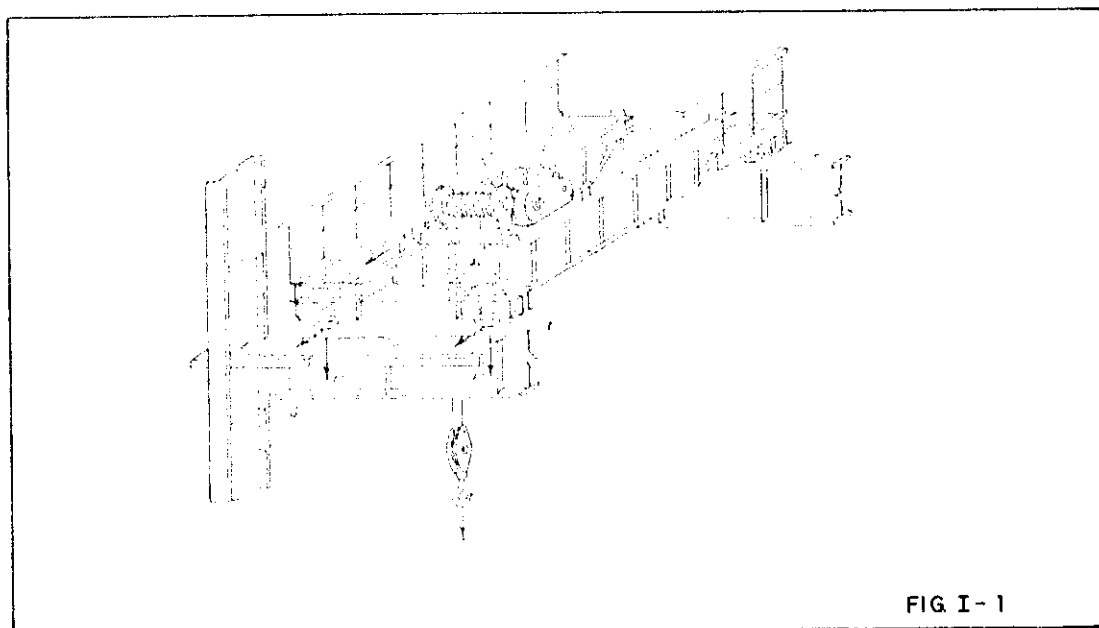


FIG I- 1

Como consequência de todos os deslocamentos possíveis, as vigas de rolamento ficarão sujeitas a ações verticais e horizontais aplicadas pelas rodas da ponte rolante, de modo a provocar além dos momentos fletores verticais e horizontais, também momentos torsões.

Dentro da limitação do presente trabalho, pretende-se apresentar uma análise geral das vigas de rolamento, abordando os tipos normalmente utilizados. Após as considerações sobre as hipóteses simplificadoras empregadas usualmente para o seu dimensionamento, será proposto um novo procedimento de análise, com base na teoria de barras de seção delgada, indicando concomitantemente, as providências necessárias de reforço e de utilização adequada da viga para que o seu comportamento estrutural seja compatível.

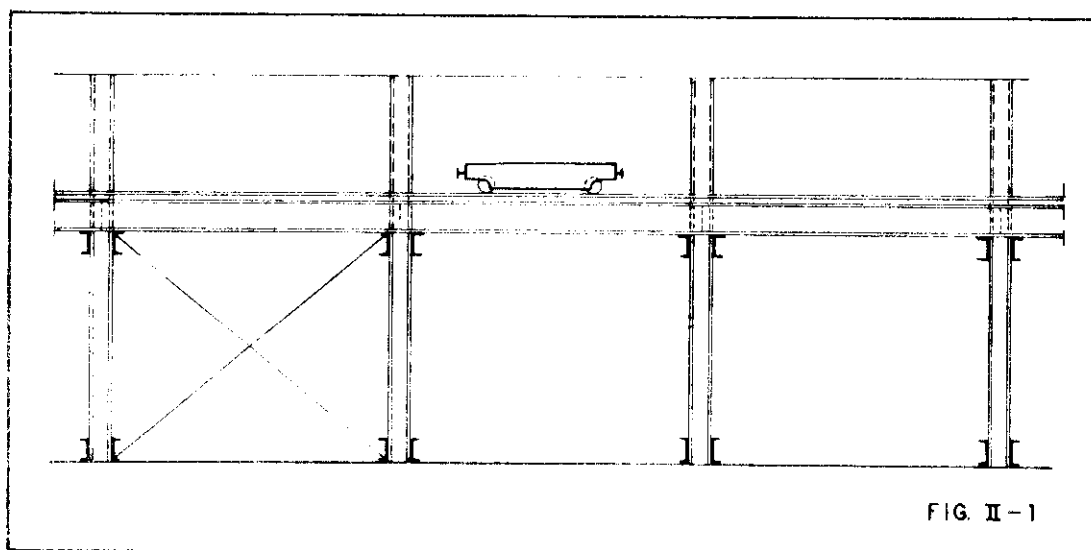


## CAPÍTULO II

### 1. DESCRIÇÃO GERAL DAS VIGAS DE ROLAMENTO

#### 1.1 - Quanto à sua função estrutural

As vigas de rolamento, apoiam-se em pilares dos edifícios, transmitindo através destes, as cargas para as fundações (Fig. II-1) deste modo, os vãos dos tramos dessas vigas ficam definidos pelo afastamento entre aqueles pilares. O seu esquema estático é adotado em função de seus vãos e das grandezas das cargas que devem ser suportadas.



Estaticamente elas podem ser consideradas como:

#### 1.1-a - Bi-engastadas

Esta configuração é raramente utilizada, porém, quando o são, as vigas funcionam como dintéis dos pórticos longitudinais que serão constituídos.

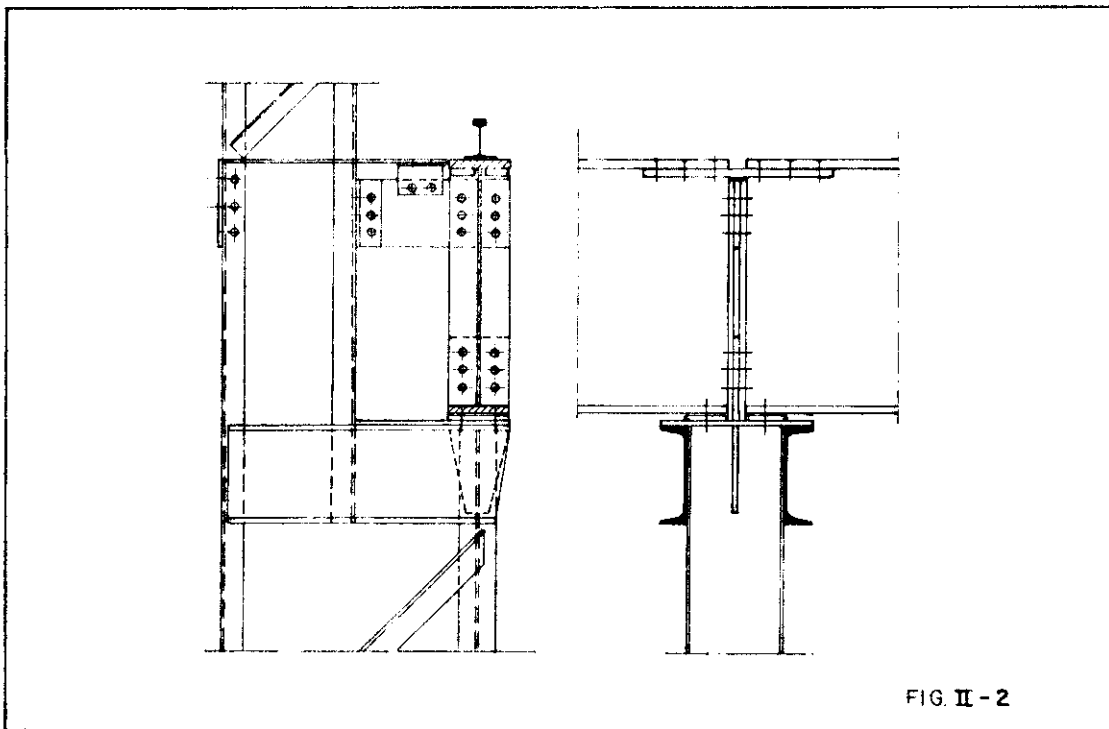
1.1-b - Contínuas

É de modo geral o esquema mais vantajoso, pois, além de propiciar uma redução no valor do máximo momento fletor positivo, quando comparado com aquele correspondente resultante no esquema de viga simplesmente apoiada, dará à viga melhor condição de estabilidade lateral.

Porém, em instalações de grande responsabilidade, onde existe em potencial o problema do recalque de apoio ou o problema da fadiga que estaria relacionado com o uso intensivo da ponte rolante, seria desaconselhável o seu emprego.

Para a viga poder ser considerada como contínua, os tramos consecutivos devem ser ligados entre si por intermédio de flanges nervuras de apoio e cobrejuntas nas mesas. (Fig. II-2)

Para permitir o deslocamento angular da viga, entre as palmilhas horizontais na plataforma de apoio e a mesa inferior da viga, deve existir uma folga de aproximadamente 2mm.



### 1.1-c - Simplesmente apoiadas

Este esquema estático é frequentemente utilizado, principalmente em estruturas com possibilidade de recalques de apoio. É de fácil execução e não apresenta o problema de fadiga devido à alternância do sinal do momento fletor provocado pelas cargas verticais.

Para permitir os deslocamentos no nível da mesa superior devido à rotação angular nos apoios, deve-se usar furos ovalizados nas cobrejuntas ou arruelas plásticas nas cabeças dos parafusos e das porcas <sup>(5)</sup>.

### 1.1-d - Vigas Gerber

As vigas Gerber, devem ser evitadas devido a dificuldade de se executar as articulações nos meios dos vãos de modo econômico. <sup>(11)</sup>

## 1.2 - Quanto a sua forma

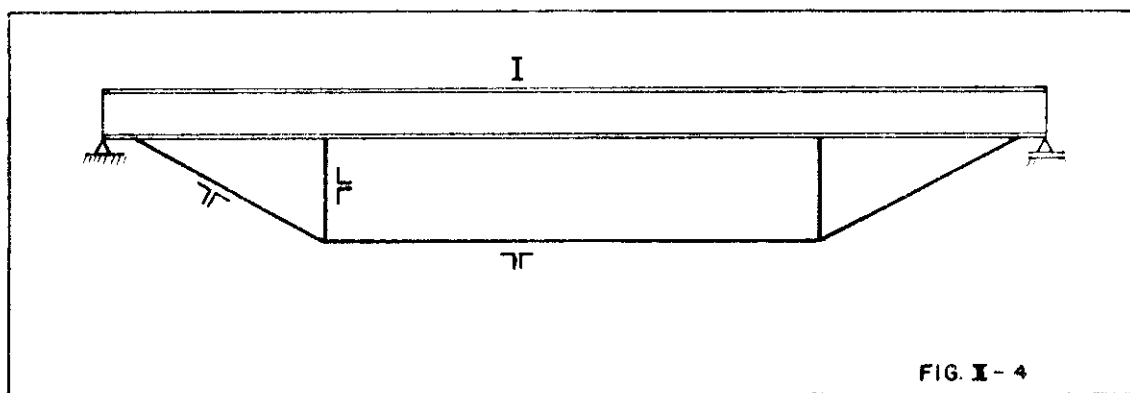
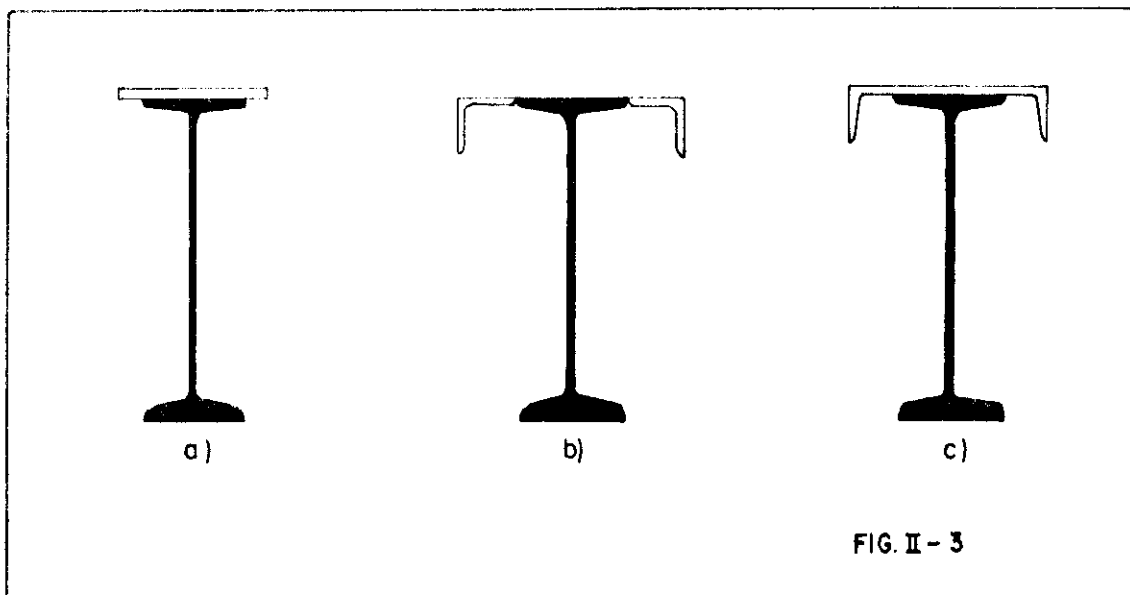
As seções transversais das vigas de rolamento, serão adotadas em função das grandezas das cargas provenientes das rodas das pontes rolantes. Como descrito anteriormente, as vigas devem suportar tanto as cargas móveis verticais como as horizontais sem contudo, apresentarem deformações e tensões acima dos limites pré-estabelecidos.

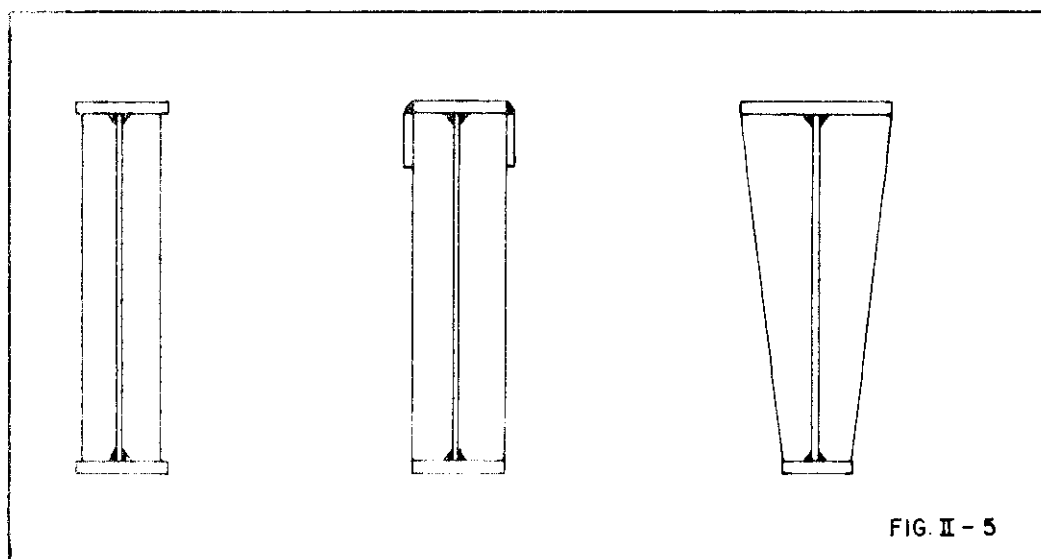
As vigas de rolamento podem ser classificadas quanto a sua forma em:

### 1.2-a - Mesa superior resistente a flexão horizontal

Quando as vigas de rolamento apresentam pequenos vãos livres e são destinadas a suportar pontes rolantes com capacidade de até  $5t_f$  <sup>(12)</sup>, são geralmente projetadas com a seção transversal composta por uma viga I laminada com a mesa superior reforçada por chapas, cantoneiras ou perfil U (Fig. II-3 a,b,c).

Para suportar as pontes de maior capacidade de carga, os perfis laminados poderão ser reforçados de modo a constituírem-se em vigas armadas (Fig. II-4). Também poderão ser utilizados os perfis compostos por chapas soldadas, de modo que a aba superior seja desenvolvida para resistir às forças horizontais (Fig. II-5).





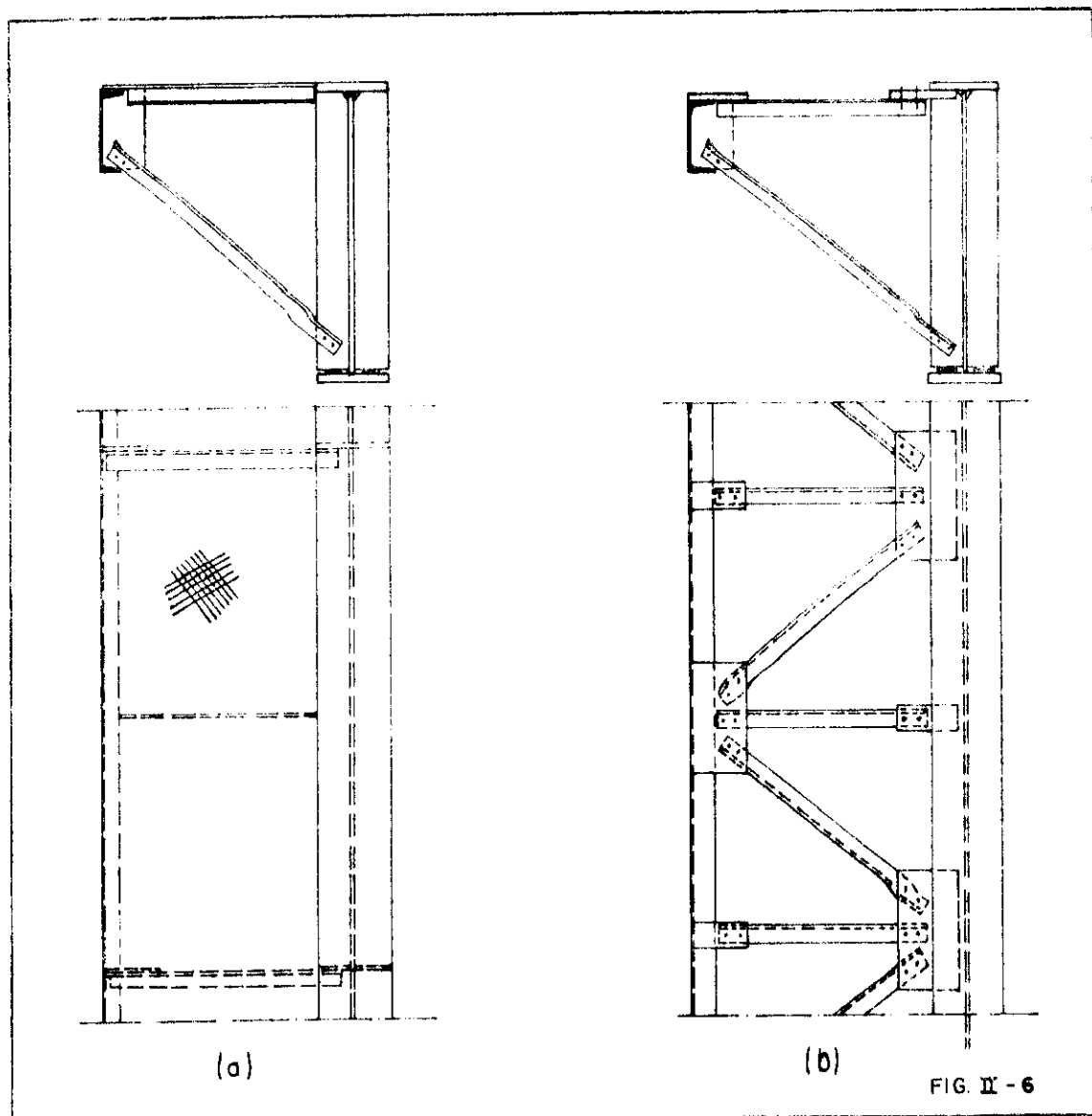
1.2-b - Vigas de contraventamento horizontal, na altura da mesa superior da viga de rolamento

Para pontes rolantes de maiores capacidades, onde os esforços horizontais tem grandes valores, os reforços na mesa superior das vigas de rolamento como os indicados anteriormente não serão suficientes para resistir aos esforços resultantes. Será necessária a execução de uma viga horizontal no nível da mesa superior para tal fim.

Esta viga poderá ser constituída por uma chapa (normalmente com estrias em xadrez para servir de passadiço), disposta horizontalmente de modo que, uma das bordas seja soldada à mesa comprimida da viga de rolamento e a outra à cinta lateral do edifício (normalmente constituída por um perfil U). A mesa superior e parte da alma da viga de rolamento juntamente com a cinta lateral constituem os banzos dessa viga de contraventamento e a chapa xadrez a sua alma. Para diminuir as vibrações da parte inferior das vigas de rolamento, estas devem ser ligadas à viga de contraventamento horizontal por intermédio de mãos francesas, normalmente afastadas entre si de 2 a 3 metros (Fig.II-6a).

Ao invés da chapa xadrez, pode-se utilizar as treliças formadas por cantoneiras, ligando a mesa compri

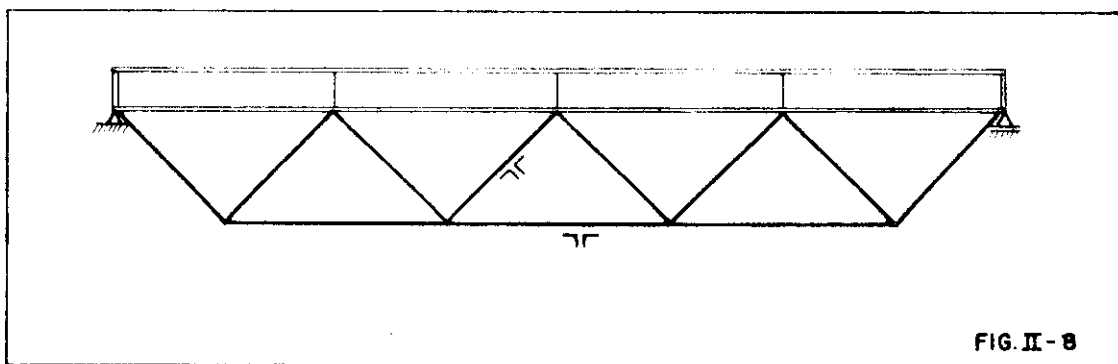
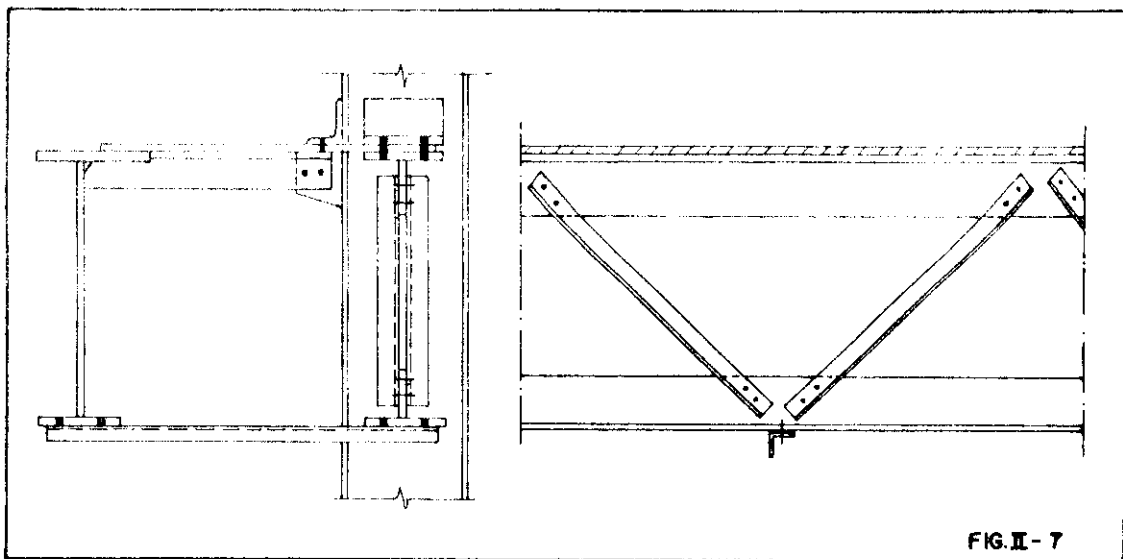
da à cinta lateral do edifício, sendo o passadiço constituído por tábuas fixadas sobre essas treliças (Fig.II-6b).



Em alguns casos, as longarinas laterais do edifício serão constituídas por traves em treliça ao invés dos perfis laminados em forma de U. A viga de contraentamento é então constituída pelo banzo superior dessa treliça juntamente com a mesa superior e parte da alma da viga de rolamento, interligadas entre si pelas diagonais e montantes colocadas no plano horizontal. As mãos francesas são substituídas por barras horizontais colocadas no nível da mesa inferior da viga, ligando-a com o banzo inferior da longarina lateral (Fig. II-7).

Para vencer grandes vãos, poderão ser empregadas as vigas de rolamento em treliça. Neste caso, devido às

cargas concentradas móveis, o seu banzo superior deverá ser constituído por um perfil com rigidez suficiente para resistir aos momentos fletores locais, produzidos pelas ações das rodas fora dos nós dessa treliça. O banzo inferior e as diagonais geralmente são constituídos por cantoneiras (Fig. II-8).



## 2. TIPO DE SEÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS QUE SERÁ ABORDADA

De um modo geral, as vigas de rolamento mais utilizadas são as definidas no item (1.2-b) deste capítulo. Por esse motivo, no presente trabalho, serão abordadas as vigas de rolamento composta por chapas soldadas contendo uma viga de contraventamento horizontal constituída por chapas com estrias (Fig. 6a).

## 3. CARGAS QUE SOLICITAM AS VIGAS DE ROLAMENTO

As cargas que solicitam as vigas de rolamento podem ser classificadas em cargas permanentes e cargas acidentais.

### 3.1 - Cargas permanentes

Constituem as cargas permanentes, as resultantes do seu peso próprio, dos seus contraventamentos laterais, do peso do trilho.

### 3.2 - Cargas acidentais

Constituem as cargas acidentais aquelas provenientes da ação das pontes rolantes, da ação do vento, dos recalques de apoio e das variações de temperatura.

Quando as pontes rolantes se deslocam sobre as vigas de rolamento, produzem sobre estas solicitações verticais dinâmicas, e solicitações horizontais.

As cargas acidentais podem ser classificadas em principais e secundárias.

Segundo a NB-14 da ABNT, a solicitação vertical das pontes rolantes deve ser considerada no cálculo como



principal e a solicitação horizontal, ação do vento, recalques de apoio e variações de temperatura como cargas secundárias.

### 3.2-a - Cargas verticais

O valor das cargas verticais, varia com a posição do carrinho sobre a ponte rolante. Deste modo tem-se uma posição que irá fornecer as cargas verticais "máximas" e "mínimas" (Fig. II-9).

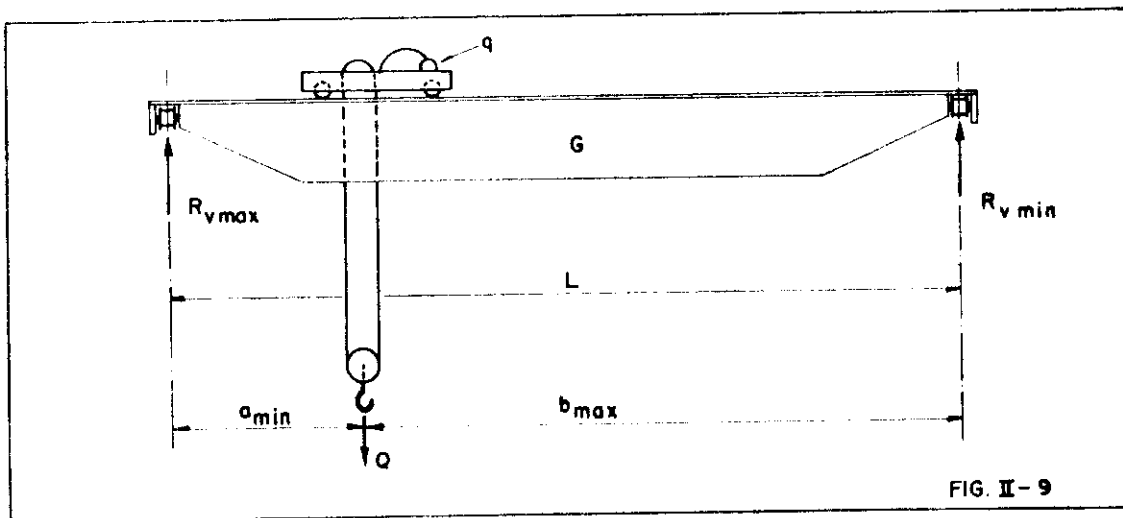


FIG. II-9

$$R_{vmax} = \frac{G}{2} + \left(\frac{q+Q}{L}\right) b_{max} \quad \text{II-1}$$

$$R_{vmin} = \frac{G}{2} + \left(\frac{q+Q}{L}\right) a_{min} \quad \text{II-2}$$

$$P_{max} = \frac{R_{vmax}}{\eta} \quad \text{II-3}$$

onde:

$G$  = peso da ponte rolante

$q$  = peso do carrinho (trolley)

$Q$  = capacidade de carga da ponte

$\eta$  = nº de rodas da ponte sobre cada viga de rolamento.

$P_{\max}$  = máximo valor da carga vertical transmitido por cada uma das rodas à viga de rolamento.

Geralmente esses valores são normalizados e apresentados em tabelas, em função dos tipos, vãos e capacidades das pontes rolantes (2).

Devido à sua ação dinâmica, deverá ser majorada por um coeficiente de impacto que depende do regime de trabalho da ponte considerada, de acordo com a seguinte tabela:

Grupo	Coefficiente de Impacto
I	1,2
II	1,4
III	1,6
IV	1,9

Para caracterizar o grupo a que pertence a ponte em questão, é preciso determinar a quantidade de pontos segundo o critério apresentado pela NB-14 da ABNT. Sendo que o nº de pontos, depende:

A) Do tempo efetivo de funcionamento

- 1 Ponto - para as pontes em funcionamento 1/3 do tempo de trabalho normal.
- 2 Pontos- para as pontes em funcionamento 2/3 do tempo de trabalho normal.
- 3 Pontos- para as que funcionam continuamente.

B) Da carga efetiva normalmente levantada pela ponte, em relação à sua capacidade máxima.

- 1 Ponto - para os casos em que, normalmente, me-

nos de 30% da carga máxima são levantadas.

2 Pontos- quando a carga suspensa normalmente corresponde de 30% a 60% da carga máxima

3 Pontos- quando a carga suspensa normalmente corresponde a mais 60% da carga máxima.

C) Quanto às forças dinâmicas devido a aceleração ou frenagem bem como aos impactos de carga e descarga da ponte: 1, 2, 3 pontos de a-cordo com a frequência com que aparecem esses esforços.

Conforme o total de pontos obtidos, as pontes serão classificadas pertencente ao:

Grupo I	3 a 4 pontos
Grupo II	5 a 6 pontos
Grupo III	7 a 8 pontos
Grupo IV	9 pontos

### 3.2-b - Cargas horizontais

A frenagem do carrinho quando carregado, provoca forças horizontais que são transmitidas à viga de rolamento pelas rodas da ponte rolante no nível do trilho de rolamento. Como somente um eixo do carrinho é freado, a força resultante será

$$F = \frac{q+Q}{2} \times \frac{1}{7}$$

II-4

onde:  $1/7$  é o coeficiente de atrito do aço com aço.

Esta força resultante é distribuída uniformemente nas rodas, de um lado da ponte rolante, produzindo as seguintes cargas horizontais na viga de rolamento

$$H_f = \frac{F}{\eta} \quad (\text{II-5})$$

O desalinhamento do trilho sobre a viga de rolamento também pode provocar cargas horizontais sendo que neste caso elas são consideradas equivalentes a 10% das pressões verticais máximas das rodas, sem majoração pelo coeficiente dinâmico, isto é:

$$H_d = 0,1 P_{\max} \quad (\text{II-6})$$

Para o dimensionamento da viga de rolamento usa-se o maior valor entre  $H_f$  e  $H_d$ .

Tendo sido determinados os máximos valores das cargas, deve-se determinar qual a posição deste carregamento no sentido longitudinal da viga, que irá provocar máximas solicitações internas.

### 3.2-c - Determinação da posição crítica do carregamento

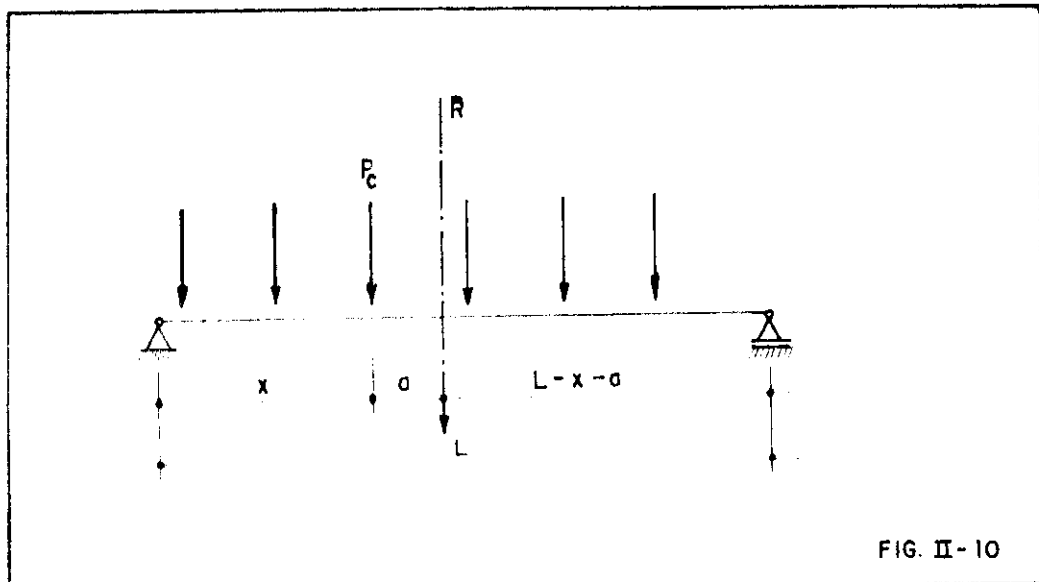
#### - Vigas simplesmente apoiadas:

Como as rodas da ponte rolante provocam cargas concentradas, torna-se conveniente a utilização do teorema de WINKLER para determinar o ponto onde devem ser aplicada as cargas a fim de se obter a máxima solicitação na viga.

Teorema de WINKLER: com o deslocamento da ponte rolante ocorrerá o máximo momento fletor sob uma das rodas da ponte.

Indicando com "x" o afastamento de determinada

roda "P<sub>c</sub>" até o apoio esquerdo e "a" a distância entre esta roda até a resultante de todas as cargas sobre a viga, (Fig. II-10) tem-se:



O momento sob a roda "P<sub>c</sub>" vale:

$$M = \frac{R(L-x-a)}{L} x - m_c \quad \text{II-7}$$

onde:  $m_c$  = somatória dos momentos provocados por todas as cargas provenientes das rodas à esquerda em relação a "P<sub>c</sub>"

A posição do carregamento que produz a máxima solicitação é então obtida igualando a zero a derivada primeira em relação à variável "x" da função anteriormente definida, isto é:

$$\frac{dM}{dx} = 0 = \frac{R}{L} (L-2x-a)$$

$$x = \frac{L}{2} - \frac{a}{2} \quad \text{II-8}$$

O valor do momento máximo sob a roda "P<sub>c</sub>" será:

$$M_{\max} = \frac{R(L-a)^2}{4L} - m_c \quad \text{II-9}$$

Pode-se portanto, para cada roda determinar a sua posição que irá dar o máximo valor do momento. Comparando os resultados das diversas rodas, acha-se o momento máximo absoluto. Geralmente o máximo absoluto ocorrerá sob a carga mais próxima da resultante de todas as cargas.

### Vigas Contínuas

Para determinar a posição do carregamento que dará o máximo momento fletor nas vigas contínuas é mais conveniente a utilização do conceito das "linhas de influência".

Observação: A posição das pontes para determinar as tensões induzidas pelas cargas verticais e horizontais é a mesma.

### CAPÍTULO III

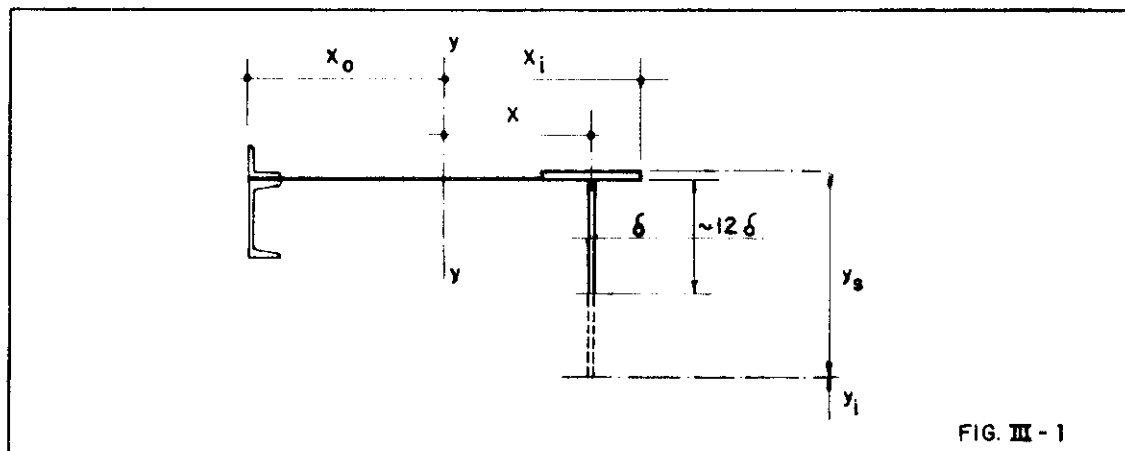
#### ANÁLISE ATUAL DAS VIGAS DE ROLAMENTO

A análise atual das vigas de rolamento é baseada na teoria das vigas fletidas.

O cálculo é bastante aproximado, pois, não é considerada a área total da seção transversal trabalhando para absorver os esforços verticais ou os horizontais, mas sim, parte dessa seção absorvendo os esforços verticais ou os horizontais. Além disto, é desprezada a ação dos momentos torsores devido a aplicação da carga fora do centro de cisalhamento da seção transversal.

#### 1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

1-a - Considera-se que as cargas verticais são suportadas pela viga de rolamento, sem contar com a contribuição da viga de contraventamento horizontal, e as cargas horizontais absorvidas pela viga horizontal de contraventamento, contando com a mesa comprimida da viga de rolamento, incluindo a parte da alma de altura aproximada de  $12 \delta$ , medida a partir dessa mesa (Fig. III-1).



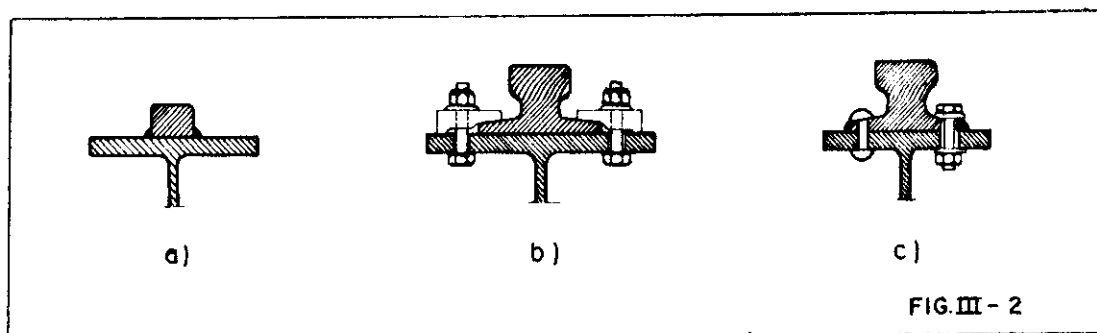
1-b - Trilhos para rolamento

Geralmente o tipo dos trilhos a ser utilizado é fornecido pelo construtor das pontes rolantes.

Para evitar desgastes devido ao uso, recomenda-se a utilização de aço com resistência superior a  $60\text{kg/mm}^2$ .

Para pontes rolantes de pequena capacidade de carga, pode-se usar perfis retangulares soldados diretamente sobre a mesa superior da viga de rolamento (Fig.III-2a) para isto recomenda-se a utilização de eletrodos que proporcionam cordões de solda com grande capacidade de deformações.

Para pontes de maior potência, o mais indicado é a utilização dos trilhos laminados. Sendo esses trilhos fixados por grampos, parafusos, solda elétrica ou rebites como indicado na Fig. III-2 b, c.



1-c - Efeito da torção

Devido a aplicação das cargas horizontais e verticais pelas rodas da ponte rolante no topo do trilho assentado sobre a mesa superior da viga de rolamento, elas apresentam uma excentricidade em relação ao centro de torção. Devido à deformação dos trilhos pelo seu uso, as cargas verticais apresentam também uma excentricidade com relação à base dos trilhos e conseqüentemente à alma da vi-



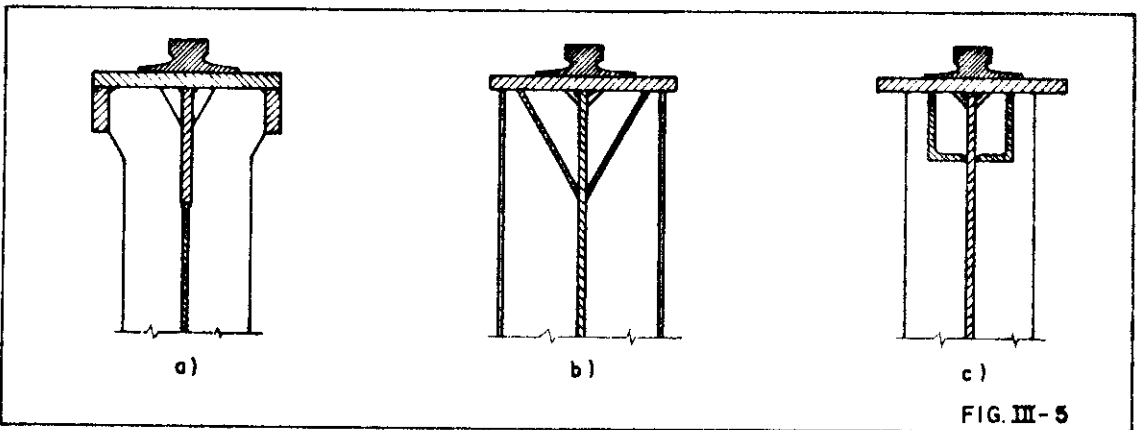
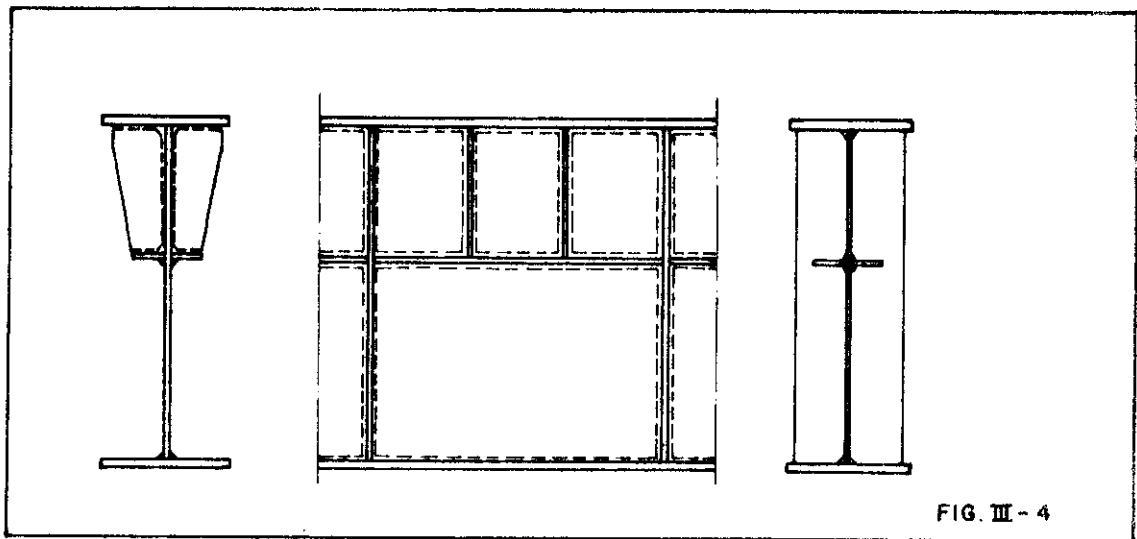
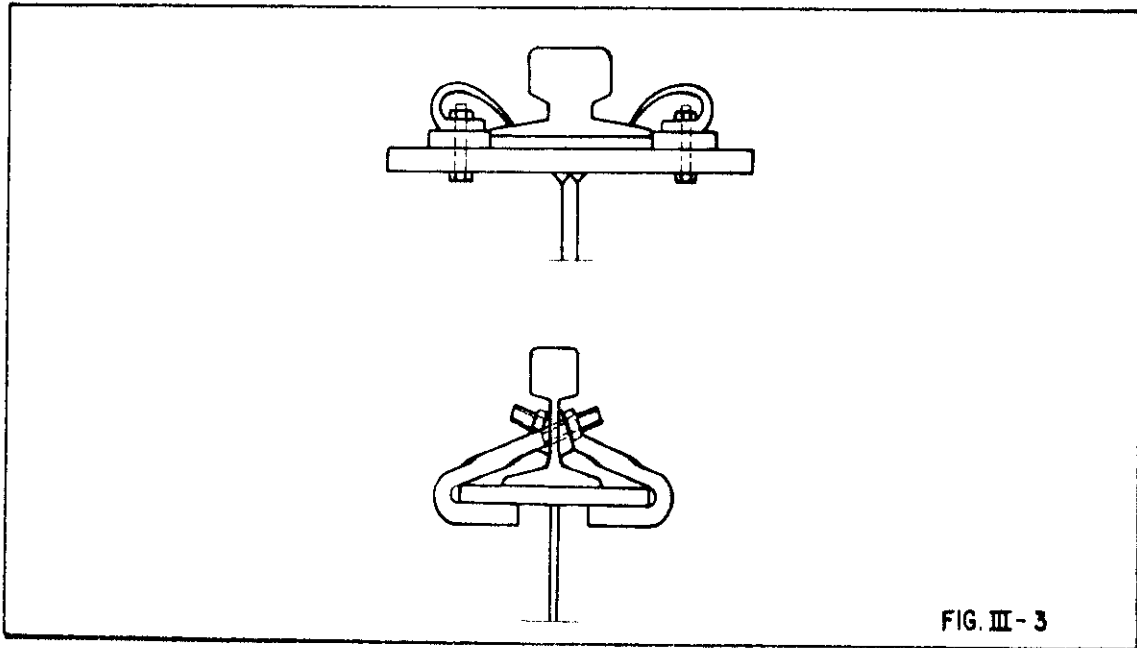
ga. Isto causa, então, torção local e torção global destas vigas. Porém, como estes esforços solicitantes são pequenos quando comparados com os provenientes da flexão, são desprezados no dimensionamento das seções transversais.

Nos casos de vigas solicitadas por grandes cargas, os momentos torsores locais causados pelas pontes rolantes de regime de trabalho pesado, têm causado nas vigas de rolamento soldadas fissuras longitudinais situadas na parte superior da alma da viga e nos cordões de solda que ligam a mesa superior. Recomendam-se, nestes casos, a execução de alguns detalhes construtivos para minimizar os efeitos provocados pelas torções local e global.

Para combater o efeito da torção global, deve-se procurar aproximar ao máximo o centro de torção do ponto de aplicação das cargas. Isto geralmente é conseguido através das vigas de contraventamento horizontal e pelo aumento da área da mesa superior da viga de rolamento (usando chapas de maiores espessuras).

Para minimizar o efeito da torção local, recomenda-se a utilização de fixadores dos trilhos sobre a mesa da viga de rolamento com função de mola e guarnição elásticas sob os trilhos (Fig. III-3), ou a utilização de meias nervuras entre as nervuras de rigidez principais com afastamentos da ordem de 600mm (Fig. III-4).

Reforços como os indicados na Fig. III-5 a, b, c, são utilizados para aumentar a rigidez da mesa superior para suportar juntamente com o contraventamento, os empuxos horizontais. Estes aumentam consideravelmente a rigidez se torial, diminuindo assim os danos das torções local e global.



## 2. DIMENSIONAMENTO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS, VERIFICAÇÕES DE RESISTÊNCIA E DEFORMAÇÕES

### 2.1 - Verificação da resistência

#### 2.1-a - Pressão local

Chama-se pressão local a pressão que a carga da roda da ponte rolante transmite através dos trilhos e da mesa superior a reduzidos trechos da alma da viga de rolamento.

A esta pressão correspondem solicitações normais na alma da viga com direção perpendicular à mesa e denominadas de tensão local " $\sigma_{loc}$ ".

A pressão local não tem uma distribuição uniforme sobre a alma, mas sim uma distribuição não uniforme com uma curva em forma de sino (Fig. III-6). Devido a esta variação, aparecem tensões tangenciais  $\tau_{yz}$  paralelas às solicitações normais  $\sigma_y$ , porém, pelo teorema de "Cauchy", sabe-se que no plano perpendicular a este aparecem também tensões tangenciais  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ . Estas tensões tangenciais  $\tau_{zy}$ , são paralelas à mesa e produzem esforços cortantes entre a mesa e a alma da trave. Estas tensões de cisalhamento têm sido responsáveis por danos causados nos cordões de solda que ligam a mesa com a alma.

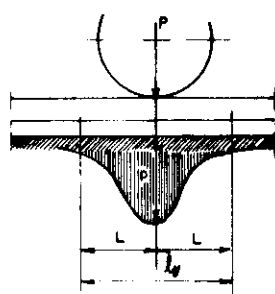


FIG. III - 6

O trecho da alma, na qual se considera a distribuição da carga da roda, pode ser determinado pela expressão:

$$l_y = c_1 \sqrt{\frac{J_{\text{memb}}}{\delta}} \quad \text{III-1}$$

onde:  $J_{\text{memb}}$  é a soma dos momentos de inércia das seções do trilho e da mesa superior em relação aos eixos que passam pelos centros de gravidades próprios, se o trilho não é soldado à mesa; é igual ao momento de inércia da seção conjunta, relativamente ao eixo que passa pelo seu centro de gravidade se o trilho for soldado à mesa comprimida.

$\delta$  é a espessura da alma

$c_1$  coeficiente valendo 3,25 para vigas soldadas e laminadas e 3,75 para rebitadas.

Para a verificação isolada da tensão provocada pela carga da roda na alma da viga de rolamento, o coeficiente dinâmico definido no item 3.1.2 não é considerado. Em seu lugar, emprega-se um coeficiente  $K_s$  que leva em conta as condições de serviço da ponte e tipo de suspensão da carga, valendo:

$K_s = 1,5$  para pontes rolantes com severas condições de trabalho e a suspensão da carga efetuada através de barras rígidas.

$K_s = 1,3$  para pontes rolantes com severas condições de trabalho e a suspensão da carga efetuada por cabo flexível.

$K_s = 1,1$  para as pontes rolantes com outras condições de serviço.

A tensão local pode ser verificada através da expressão:

$$\sigma_{\text{loc}} = \frac{K_s \eta P_{\text{max}}}{\delta l_y} < R \quad \text{III-2}$$

onde:  $P_{\max}$  - máximo valor da carga na roda da ponte rolante.

$n = 1,2$ , fator de carga (valor próprio para equipamentos).

$R = 0,90$  para dimensionamento pelo método das cargas limites.

$R = \bar{\sigma}$  para dimensionamento pelo método das tensões admissíveis.

No caso das vigas de rolamento, sujeitos a grandes cargas concentradas provenientes das rodas da ponte, necessitarem de almas com espessuras maiores do que as requeridas para a garantia de sua estabilidade, torna-se econômico adotar as soluções indicadas na Fig. III-7 a,b,c, para que a tensão local não ultrapasse a tensão de trabalho.

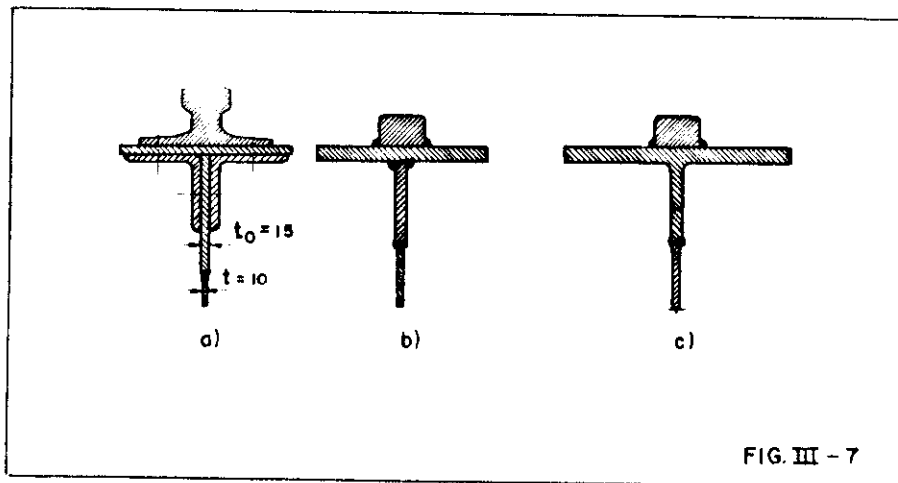


FIG. III - 7

#### 2.1-b - Verificação das tensões máximas

Após terem sido definidas as dimensões da seção transversal da viga de rolamento, bem como do reforço lateral, a resistência é verificada através das seguintes expressões:

b-1) Para vigas reforçadas através de chapa conforme (Fig. II-6a).

Para as fibras mais comprimidas da mesa

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_s + \frac{M_y}{J_y} x_i \leq R \quad \text{III-3}$$

Para a mesa tracionada

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{xliq}} \cdot y_i \leq R \quad \text{III-4}$$

onde:  $M_x$  e  $M_y$  os momentos fletores máximos provocados pelas cargas verticais e horizontais respectivamente.

$J_x$  o momento de inércia da seção transversal da viga de rolamento (sem o reforço) relativo ao eixo que passa pelo centro de gravidade próprio.

$J_y$  o momento de inércia da seção transversal do reforço e da mesa comprimida da viga de rolamento, contando com a parte da alma de altura  $12\delta$ , medida a partir dessa mesa (Fig. III-1).

b-2) Para a viga reforçada lateralmente através de treliças (Fig. II-6b).

Para as fibras mais comprimidas da mesa

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y_s + \frac{M_y \omega}{b_o S_m} + \frac{M'_y}{W'_y} \leq R \quad \text{III-5}$$

Para a mesa tracionada

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{xliq}} \cdot y_s \leq R \quad \text{III-6}$$

onde:  $S_m$  é a área da seção transversal da mesa comprimida.

$W'_y$  é o módulo de resistência da seção transversal da mesa comprimida, relativo ao eixo vertical de simetria da seção da viga de rolamento.

$\omega_y$  é o coeficiente de flambagem relativo a esse mesmo eixo.

$b_o$  é a distância entre os eixos dos banzos da treliça que compõem a trave de contraventamento horizontal.

$M'_y \equiv H_i \cdot l_i / 5$  é o momento fletor local produzido pela carga horizontal aplicada entre os nós dessa treliça.

$H_i$  é o máximo valor da força horizontal provocado pelas rodas da ponte rolante.

$l_i$  é a distância entre os montantes da treliça do contraventamento horizontal.

$R$  é o valor da tensão de trabalho do material.

## 2.2 - Verificação da deformação

Normalmente é feita a verificação de deformação da viga de rolamento no plano das cargas verticais.

Uma verificação aproximada da deformação pode ser feita através da carga equivalente.

Como a viga está sujeita a cargas concentradas provenientes das pressões das rodas da ponte rolante, esta será solicitada pelo diagrama de momentos fletores indicado na Fig. III-8a. Pode-se determinar uma carga distribuída  $q_e$  (carga equivalente), a qual produz o mesmo momento máximo que as concentradas provocam na viga. (Fig. III-8b)

Para o carregamento distribuído, tem-se a seguinte deformação.

$$f = \frac{5}{384} \frac{q_e L^4}{EJ} = \frac{5}{48} \frac{q_e L^2}{8} \frac{L^2}{EJ} = \frac{5}{48} \frac{M_{\max} l_i^2}{EJ}$$

$$f = \frac{M_{\max} l_i^2}{10EJ} \leq f_{adm}$$

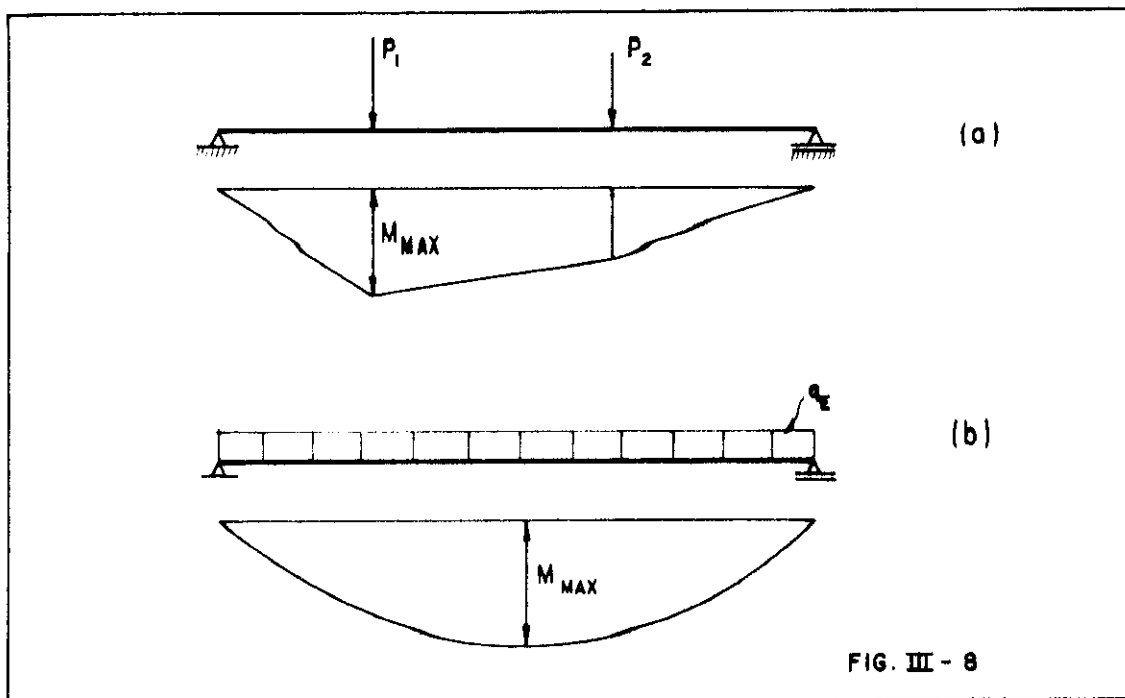


FIG. III - 8

onde:  $M_{max}$  é o máximo momento fletor produzido pelas cargas verticais das rodas da ponte rolante, sem majoração pelo coeficiente de segurança e coeficiente dinâmico.

$f_{adm}$  é a deformação limite indicada em tabelas<sup>(17)</sup> em função da utilização das vigas.

Uma verificação mais precisa poderá ser feita pela expressão da linha elástica.

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = - \frac{M}{EJ} \quad \text{III-8}$$

### 3.3 - Ligação da mesa com a alma

As ligações das mesas com a alma das vigas de rolamento são analisadas levando em consideração as tensões de cisalhamento " $\tau_h$ " devido ao momento fletor e as tensões normais locais verticais " $\sigma_{loc}$ ", causadas pelas cargas centradas das rodas da ponte rolante.

Assim, nas vigas de rolamento soldadas, um ponto do cordão de solda estará solicitado por uma tensão resul-



tante, a qual, pode ser determinada nela soma geométrica das tensões de cisalhamento e das tensões locais, sendo que esta não deve exceder a tensão de cisalhamento de projeto.

$$\tau = \sqrt{\tau_h^2 + \tau_{loc}^2} = \sqrt{\left(\frac{0M_s}{K_w \cdot h_s \cdot J}\right)^2 + \left(\frac{K_s \cdot \eta \cdot P}{K_w \cdot h_s \cdot l_y}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{K_w \cdot h_s} \sqrt{\left(\frac{0M_s}{J}\right)^2 + \left(\frac{K_s \cdot P}{l_y}\right)^2} < R_s$$

Portanto:

$$h_s > \frac{1}{R_s \cdot K_w} \sqrt{\left(\frac{0M_s}{J}\right)^2 + \left(\frac{K_s \cdot \eta P}{l_y}\right)^2}$$

Sendo:

$\eta = 1, 2$ , fator de carga.

$K_s$  = coeficiente de carregamento cujos valores são dados na pg. 22

$K_w = 1,0$  para solda automática, 0,8 para solda semi-automática e 0,7 para solda manual.

Para garantir a penetração da solda em toda a espessura da alma, a extremidade desta deve ser chanfrada, (Fig. III-9). Estes chanfros, serão feitos para as almas com espessuras maiores que 10mm para solda manual e maiores que 14mm para solda automática. (13)

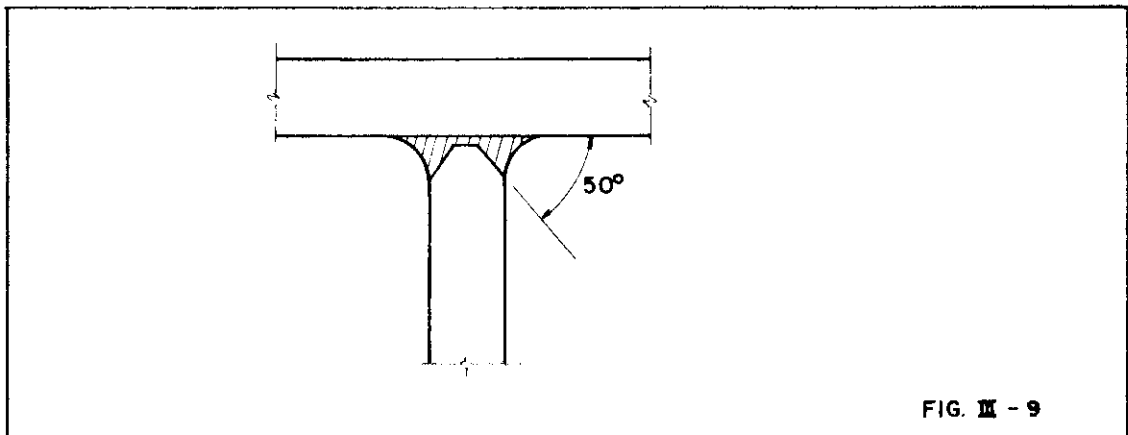


FIG. III - 9

## CAPÍTULO IV

### NOVA CONCEITUAÇÃO PARA A VIGA DE ROLAMENTO

#### 1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se dar um novo enfoque e, conseqüentemente, um novo tratamento às vigas de rolamento providas de plataformas de chapas.

Considerando que até agora não se tem tirado todo o partido que oferece a chapa horizontal lateral da plataforma, por falta de uma adequada estruturação, e que nos dimensionamentos das seções da viga tem-se desprezado os efeitos dos momentos torsores por falta de um processo de cálculo adequado, será proposta aqui, uma conceituação diferente da usual baseada na teoria de barras de seção delgadas.

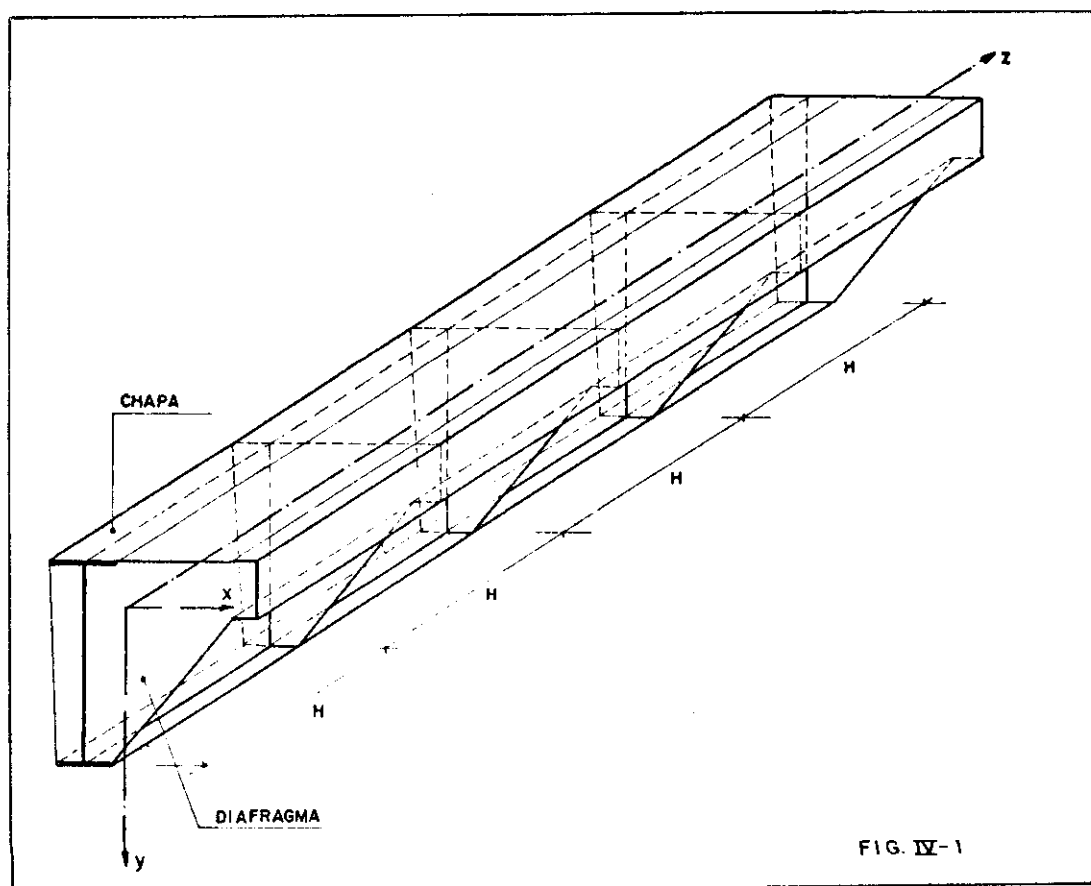
Como o conjunto formado pela viga de rolamento e pela plataforma constitui, pelas suas dimensões características, um sistema estrutural "tridimensional" formado por elementos planos de espessuras relativamente delgada, para que se obtenha dela a máxima eficiência para resistir aos esforços solicitantes, é necessário assegurar que as suas seções transversais não sofram distorção. Isto poderá ser conseguido pelo provimento de diafragmas transversais em algumas seções intermediárias (Fig. IV-1). Esses elementos são de certo modo já empregados normalmente na forma de "mãos francesas" e nervuras de rigidez.

A fim de limitar o número de diafragmas será necessário alterar a forma de aplicação das cargas provenientes da ponte rolante. Ao invés de cargas diretas em qualquer seção da viga, se forem usadas sapatas para o trilho, justamente aonde existirão os diafragmas, o carregamento tornar-se-á indireto ou localizado nessas seções enrijecidas (Fig. IV-2).

Em consequência dessa medida, o trilho passará a trabalhar como viga contínua apoiada naquelas sapatas, o que representará uma desvantagem em relação ao que se obtém normalmente com o apoio contínuo sobre a mesa da viga de rolamento. Em contrapartida, com o carregamento indireto, é eliminado um dos principais problemas que é causado pela solicitação direta da solda que liga a mesa com a alma da viga de rolamento. Como as cargas verticais são transmitidas pelas sapatas aplicadas nas seções com diafragmas transversais, os seus efeitos serão distribuídos nesses planos (Fig. IV-2).

Com esta nova conceituação, o sistema estrutural resultante apresentará uma rigidez maior tanto à flexão quanto à torção, se comparado com a viga de rolamento concebida na forma usual.

Para a análise dessa nova viga de paredes delgadas poderá ser aplicada a teoria de Vlassov, na forma como apresentou Dagoberto D. Mori<sup>(9)</sup> ou o processo apresentado por Yagui<sup>(8)</sup> que serão expostos a seguir, com as necessárias adaptações.



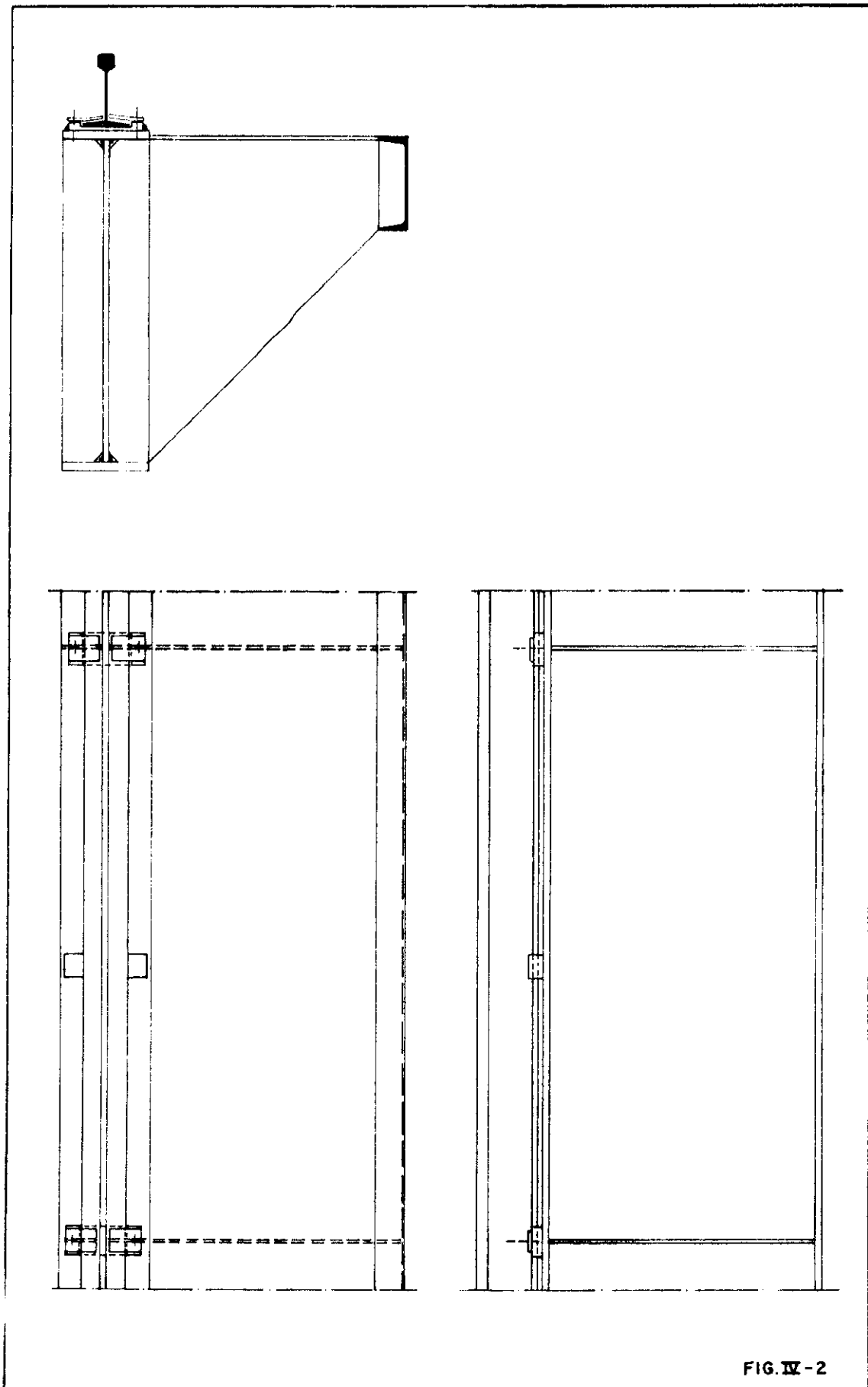


FIG. IV-2

## 2. PROCESSO DISCRETO DE ANÁLISE DE VIGA DE ROLAMENTO CONSTITUÍDA POR CHAPAS COM DIAFRAGMAS TRANSVERSAIS

Considerando a nova conceituação estrutural explanada anteriormente, para esta análise devem ser estabelecidos o que segue:

### 2.1 - Hipóteses

#### 2.1-a Painéis

As chapas planas de espessuras delgadas, sem rigidez à flexão nos planos transversais, serão chamadas de painéis (Fig. IV-1).

A largura de um painel deve ser constante, as únicas interações entre os painéis a serem consideradas ao longo de suas interseções são as forças de cisalhamento longitudinais.

#### 2.1-b - Diafragmas transversais

Estes elementos serão constituídos pelas nervuras de rigidez e pela chapa vertical interligando essa nervura com a chapa horizontal e a cinta lateral do edifício (Fig. IV-2).

Serão considerados indeformáveis nos seus planos, porém, sem rigidez transversal. Deste modo, nas seções onde existem os diafragmas não haverá distorção.

#### 2.1-c - Estrutura equivalente

Apenas para efeito de explanação, será considerada que a viga se olha de modo que o seu eixo longitudi-

nal tenha a direção vertical (Fig. IV-3a).

A estrutura contínua será discretizada, substituindo as chapas planas por pilares verticais passando pelos seus eixos e por um conjunto de vigas horizontais, com as suas extremidades em balanço e engastadas ao meio nesses pilares (Fig. IV-4).

As vigas terão comprimento igual à largura do painel correspondente, tendo rigidez infinita à flexão no plano do painel onde se situam. Estas vigas estarão dispostas nos níveis dos diafragmas e representarão apenas as seções transversais da chapa.

Os pilares, por outro lado, terão seus tramos com comprimento igual aos afastamentos entre os diafragmas, sendo que as rigidezes, à força normal, à flexão, à força cortante e à torção, de um tramo de pilar, serão correspondentes às da chapa substituída.

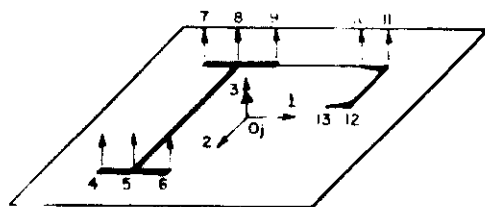
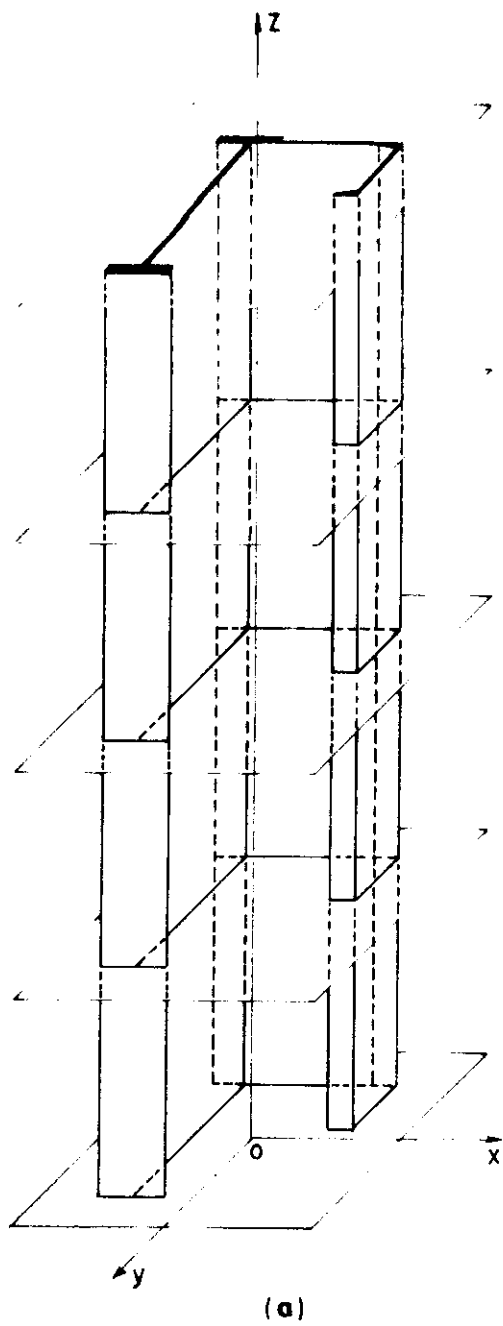
O sistema tridimensional contínuo, constituído por chapas planas fica desta forma substituído pelo sistema discreto de pórticos de um único pilar e vigas em balanço.

## 2.2 - Deslocamentos

### 2.2-a - Deslocamentos do sistema

Considerando como exemplo a viga apresentada na Figura IV-3 e fixando a posição do sistema de referência pelos eixos cartesianos ( $x, y, z$ ), com origem "0" no diafragma mais inferior, define-se as coordenadas deslocamento do sistema.

A origem "0" deve de preferência ser localizada no centro de torção daquela seção, se sua posição for de fácil determinação. Os eixos  $x$  e  $y$ , (contido no plano deste diafragma), serão orientados de modo que as distâncias dos painéis a estes eixos sejam de fácil determinação, ou



(b)

FIG. IV-3

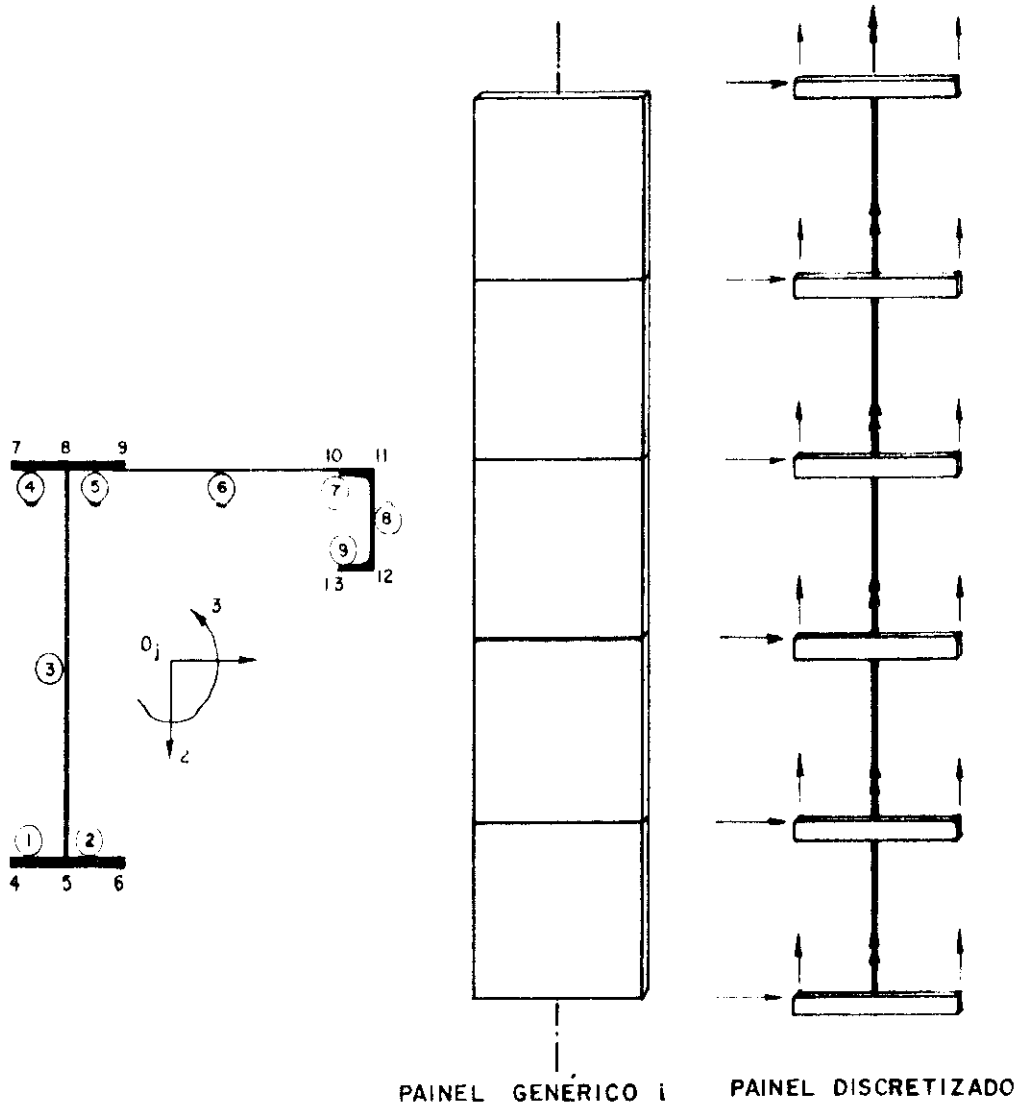


FIG. IV - 4



segundo as direções principais daquela seção. O eixo  $z$  terá o seu sentido positivo para cima, sendo o ponto onde este eixo encontrar o diafragma  $j$  designado por  $O_j$ .

No nível do diafragma  $j$ , serão consideradas as seguintes coordenadas deslocamento do sistema (Fig. IV-3).

$V_{j1}$  = Componente do deslocamento de  $O_j$  segundo  $Ox$

$V_{j2}$  = Componente do deslocamento de  $O_j$ , segundo  $Oy$

$V_{j3}$  = Rotação do diafragma  $j$  em torno de  $Oz$ , positivo no sentido anti horário.

$V_{j4} = V_{j5} \dots V_{j13}$  = Deslocamentos verticais das intersecções e extremidades livres dos painéis, positivos para cima.

Se existir  $f$  diafragmas, o número total de coordenadas-deslocamentos do sistema será igual a  $(13xf)$ .

## 2.2-b - Deslocamentos dos painéis

Genericamente a quantidade de painéis existente é designada por "p". Os painéis serão numerados sequencialmente (números dentro dos círculos; Fig. IV-4).

Serão consideradas quatro coordenadas deslocamentos aos níveis dos diafragmas em todos os painéis, inclusive nas extremidades.

O painel genérico  $i$ , ao nível do diafragma  $j$ , apresenta as seguintes coordenadas deslocamento (Fig. IV-4).

$d_{j1}^i$  = Deslocamento horizontal do painel  $i$ , segundo o seu próprio plano. O sentido positivo desse deslocamento é pré-fixado arbitrariamente e indicado pela seta ao nível do diafragma. O painel será visto de modo que essa seta tenha o sentido da esquerda para a direita.

$d_{j2}^i$  = Deslocamento vertical da extremidade à esquerda do painel  $i$ , positiva para cima.

$d_{j3}^i$  = Deslocamento vertical da extremidade à direita do painel i, positivo para cima.

$d_{j4}^i$  = Rotação de torção da seção transversal da coluna, ao nível do diafragma j, em torno do seu eixo vertical, considerada positivo no sentido anti-horário.

Neste caso, o número de coordenadas-deslocamentos de um painel será igual a(4xf).

### 2.2-c - Notação de deslocamentos

p = número de painéis (no exemplo p = 9)

f = número de diafragmas transversais

n = número de coordenadas-deslocamento do sistema, em cada diafragma (no exemplo n = 13).

i = índice superior representando o painel genérico

j = índice inferior representando o diafragma genérico

c = índice inferior representando a coordenada genérica do sistema ou dos painéis.

$V_{jc}$  = Deslocamento do sistema ao nível do diafragma j, segundo a coordenada c(c = 1,2 ... n).

$V_j$  = Matriz-coluna deslocamento do sistema no diafragma j, com n componentes  $V_{jc}$ , ordenadamente dispostas.

$$V_j = \begin{bmatrix} V_{j1} \\ V_{j2} \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{jn} \end{bmatrix} \quad \text{ordem (nx1)} \quad \text{(IV-1)}$$

$V$  = matriz-coluna deslocamento do sistema, com  $f$  submatrizes  $V_j$  ordenadamente dispostas.

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_f \end{bmatrix} \quad \text{ordem } (n.f \times 1) \quad (\text{IV-2})$$

$d_{jc}^i$  = deslocamento do painel  $i$ , ao nível do diafragma  $j$  segundo a coordenada  $c$  (1, 2, 3, 4).

$D_j^i$  = matriz-coluna deslocamento do painel  $i$  ao nível do diafragma  $j$ , com 4 componentes  $d_{jc}^i$  ordenadamente dispostas.

$$D_j^i = \begin{bmatrix} d_{j1}^i \\ d_{j2}^i \\ d_{j3}^i \\ d_{j4}^i \end{bmatrix} \quad \text{ordem } (4 \times 1) \quad (\text{IV-3})$$

$D^i$  = matriz-coluna deslocamento do painel  $i$ , com  $f$  submatrizes  $D_j^i$  ordenadamente dispostas.

$$D^i = \begin{bmatrix} D_1^i \\ D_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ D_f^i \end{bmatrix} \quad \text{ordem } (4f \times 1) \quad (\text{IV-4})$$

D = matriz-coluna deslocamento dos painéis, com as "p" submatrizes  $D^i$  dispostas ordenadamente.

$$D = \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \vdots \\ D^p \end{bmatrix} \quad \text{order (4.f.p x 1)} \quad (\text{IV-5})$$

### 2.3 - Transformações de deslocamentos

Os deslocamentos do sistema V e os deslocamentos D dos painéis são interdependentes através da matriz de transformação B, isto é:

$$D = B.V$$

Como a matriz deslocamento dos painéis D é de ordem (4.f.p x 1) e a matriz deslocamento do sistema V é de ordem (n.f.x1), a matriz de transformação B será de ordem (4.f.p x n.f).

Como a matriz D pode ser particionada em p submatrizes  $D^i$ , dispostas ordenadamente, a matriz B também pode ser particionada em p submatrizes  $B^i$ , isto é:

$$D^i = B^i.V$$

$$\begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \vdots \\ D^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^1 \\ B^2 \\ \vdots \\ B^p \end{bmatrix} . V \quad (\text{IV-6})$$

Por sua vez, as matrizes  $D^i$  e  $V$  podem ser subdivididas em  $f$  submatrizes deslocamentos, correspondentes aos  $f$  diafragmas. Portanto,  $B^i$  pode ser particionada em  $f^2$  submatrizes de ordem  $(4 \times n)$ , das quais somente as localizadas na diagonal principal serão diferentes de zero, pois, os deslocamentos do sistema ocorridos em um diafragma  $j$ , produzem deslocamentos dos painéis somente neste diafragma, assim:

$$D_j^i = b_j^i \cdot v_j$$

$$\begin{bmatrix} D_1^i \\ D_2^i \\ \vdots \\ D_f^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^i & 0 & & & \\ 0 & b_2^i & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & b_f^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_f \end{bmatrix} \quad (IV-7)$$

Como aos níveis dos diafragmas, as posições das coordenadas-deslocamentos do sistema se mantêm invariável, já que as posições dos painéis não variam, tem-se:

$$b_1^i = b_2^i = \dots = b_j^i = \dots = b_f^i = b^i \quad (IV-8)$$

Assim, para se ter definida a matriz de transformação  $B$ , basta determinar as  $p$  submatrizes  $b^i$ .

Para a estrutura em estudo, segundo a Fig. IV-5, tem-se:





$$b^8 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-16)$$

$$b^9 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (IV-17)$$

#### 2.4 - Matriz de rigidez do painel

Conforme descrito anteriormente, o painel é constituído de um conjunto de vigas engastadas ao meio a um pilar vertical (Fig. IV-4).

A rigidez do pilar será a mesma do painel no seu plano, sendo desprezada a rigidez a flexão no plano perpendicular ao do painel. A rigidez axial no plano do painel e a rigidez transversal (à flexão e a força cortante) serão consideradas através das coordenadas-deslocamentos 1, 2 e 3 sendo a rigidez à torção considerada através da coordenada-deslocamento 4.

As vigas terão rigidez infinita à flexão no plano do painel, pois representam ao nível dos diafragmas as seções transversais das chapas que permanecem planas após o carregamento.

A força cortante será considerada na deformação, admitindo-se distribuições parabólicas das tensões de cisalhamento nas seções transversais dos painéis.

Sendo os esforços no painel  $i$  representados pela matriz coluna  $F^i$ , a matriz que os relacionam com os deslocamentos  $D_i$  (no mesmo painel), será a matriz de rigidez  $S^i$ , assim:



$$F^i = S^i \cdot D^i \quad (IV-18)$$

Como  $F^i$  e  $D^i$  estão subdivididas em  $f$  submatrizes de ordem  $(4 \times 1)$ , dispostas ordenadamente, a matriz de rigidez resultará particionada em  $(f^2)$  submatrizes de ordem  $(4 \times 4)$ , igualmente ordenadas.

Devido a rigidez infinita das vigas, os deslocamentos ocorridos ao nível do diafragma  $j$  só produzem esforços em coordenadas pertencentes a este diafragma e aos diafragmas  $(j-1)$  e  $(j+1)$ . Portanto,  $S^i$  é uma matriz em banda diagonal de apenas tres faixas de submatrizes envolvendo apenas tres diafragmas sucessivos, deste modo:

$$\text{SE } |j - g| > 1 \quad S_{jg}^i = 0$$

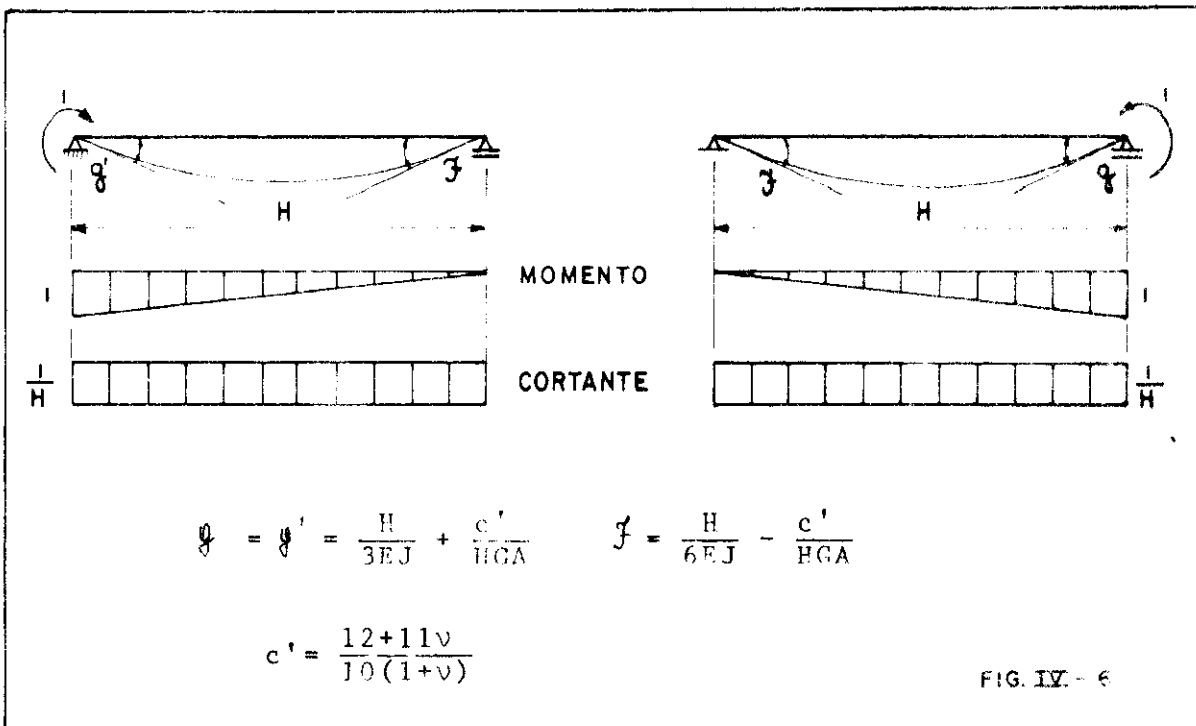
sendo  $S_{jg}^i$  a submatriz de rigidez, a qual, relaciona no painel  $i$  as forças nas coordenadas deslocamento no nível do diafragma  $j$  quando se dá um deslocamento no nível do diafragma  $g$ .

Assim a matriz de rigidez será:

$$S^i = \begin{bmatrix} S_{11}^i & S_{12}^i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^i & S_{22}^i & S_{23}^i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{32}^i & S_{33}^i & S_{34}^i & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & S_{f-1,f-2}^i & S_{f-1,f-1}^i & S_{f-1,f}^i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & S_{f,f-1}^i & S_{ff}^i \end{bmatrix} \quad (IV-19)$$

Para os painéis de espessura constante com os afastamentos entre os diafragmas iguais, tem-se somente 5 submatrizes diferentes. Nestes casos, necessita-se determinar apenas as submatrizes  $S_{11}^i$ ,  $S_{12}^i$ ,  $S_{21}^i$ ,  $S_{22}^i$  e  $S_{ff}^i$  sendo que  $S_{21}^i$  é a transposta de  $S_{12}^i$ .

Para determinar os coeficientes das submatrizes  $S_{jg}^i$  de ordem (4x4), necessita-se conhecer os fatores de forma. Na Fig. IV-6 estão indicados os fatores de forma para um tramo de pilar de comprimento H, onde, além da influência do momento fletor, considera-se também a influência da força cortante na deformação.



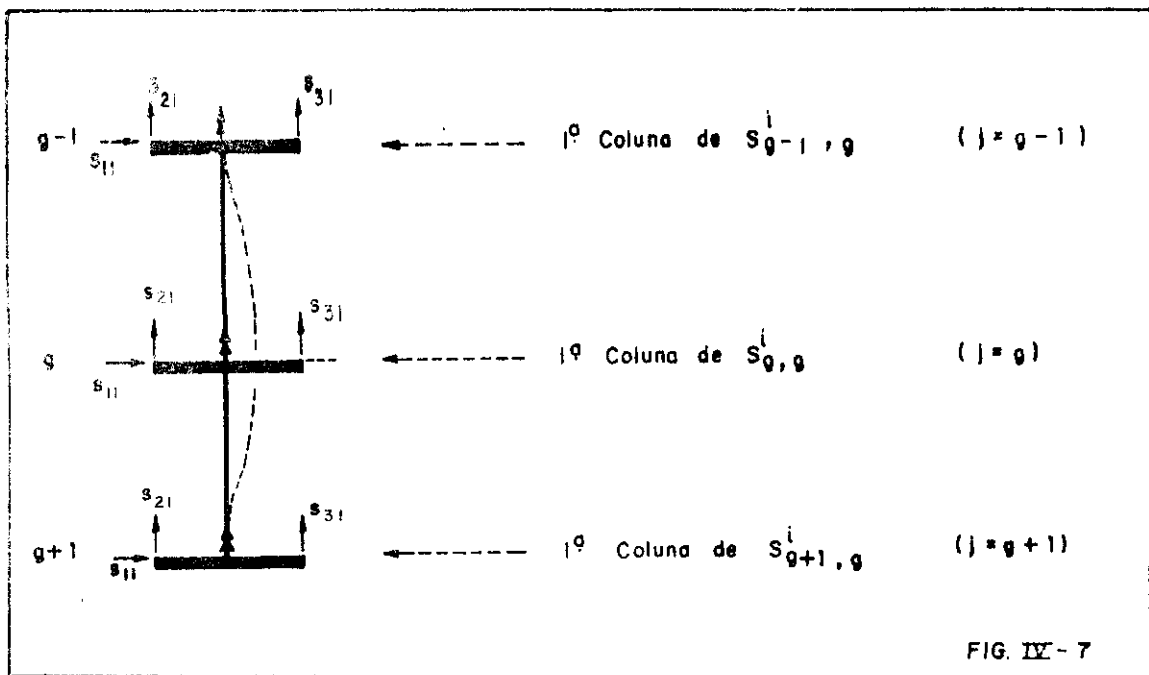
Para o painel genérico i (Fig. IV-4) devem ser montadas as submatrizes  $S_{jg}^i$  que possam ser diferentes de zero, isto é, para  $j-g < 1$

As submatrizes de rigidez  $S_{jg}^i$  são de ordem (4x4) e compostas pelos seguintes coeficientes:

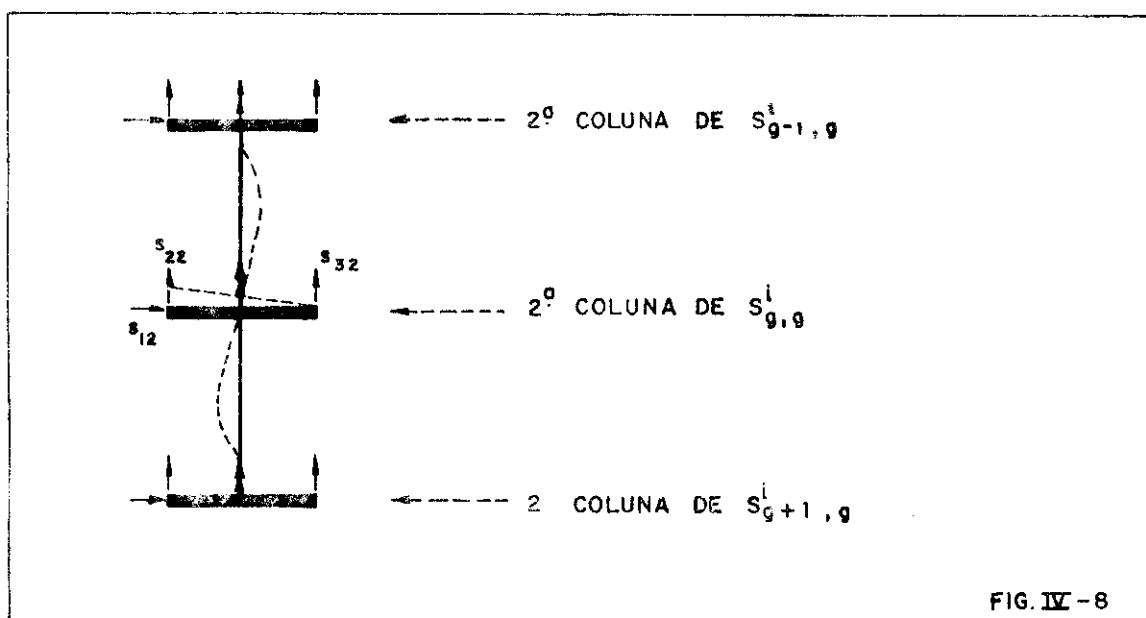
$$S_{jg}^i = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix} \quad (IV-20)$$

Chamando de  $j$  o diafragma onde se está procurando os coeficientes  $s_{jg}$  e de  $g$  o diafragma onde se está dando o deslocamento unitário, tem-se:

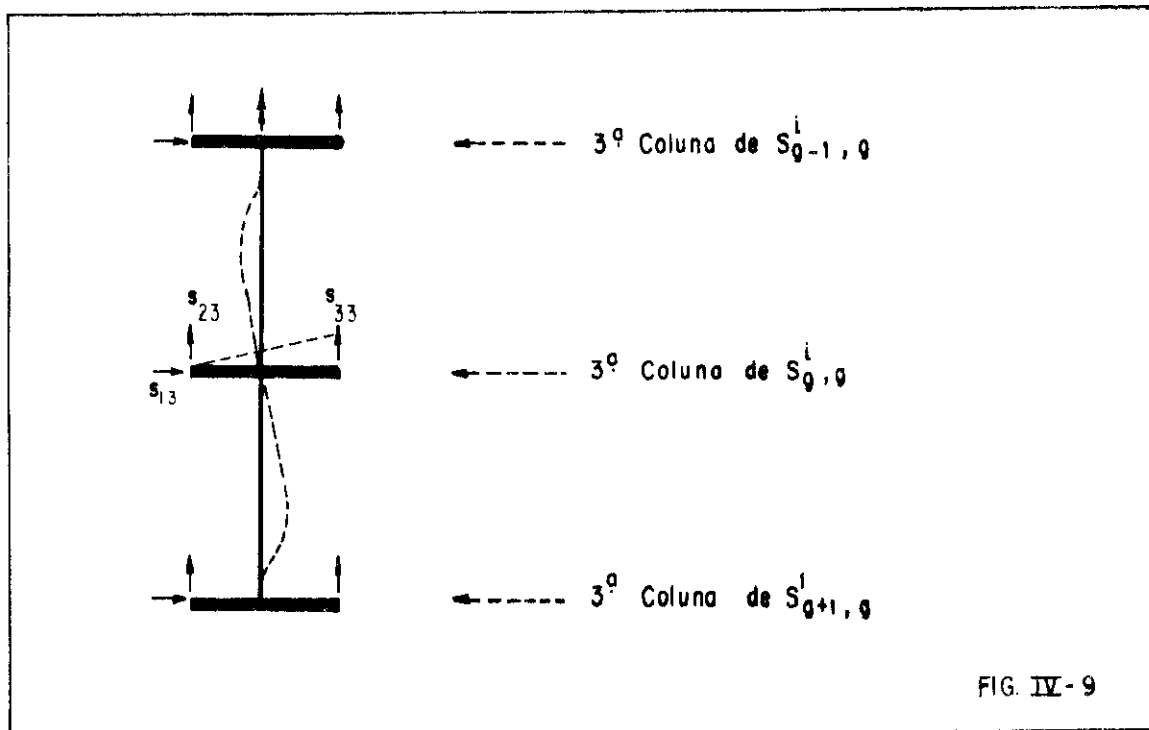
- a) Deslocamento unitário na direção da incôgnita 1 no nível do diafragma  $g$



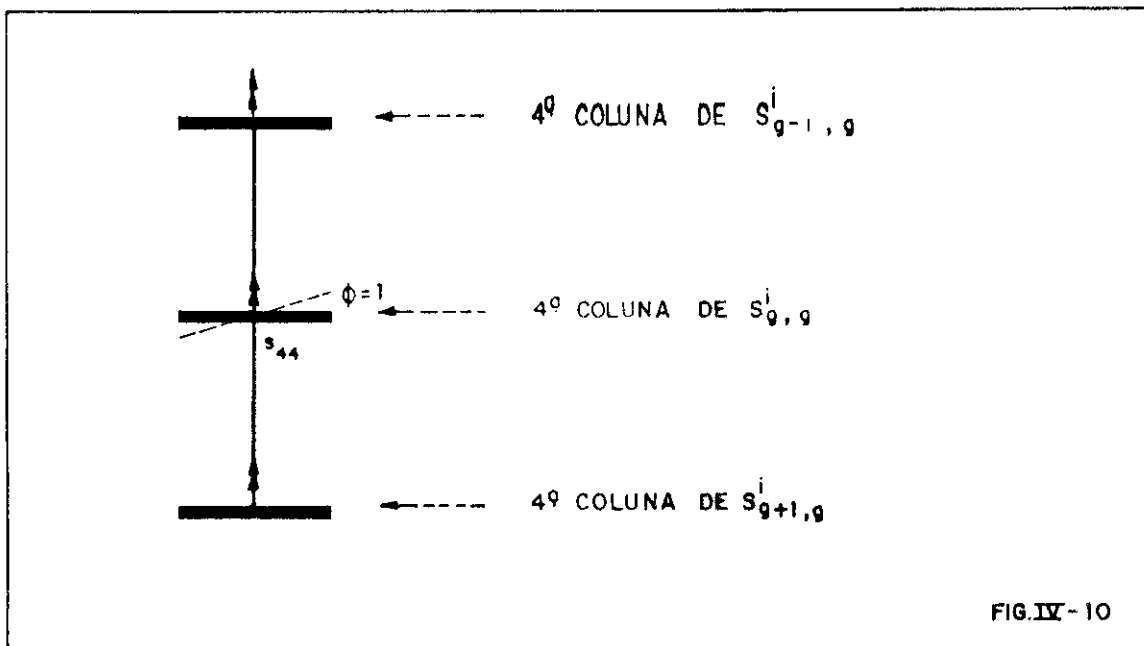
- b) Deslocamento unitário na direção da incôgnita 2 no nível do diafragma  $g$



c) Deslocamento unitário na direção da incôgnita 3 no nível do diafragma g



d) Deslocamento unitário na direção da incôgnita 4 no nível do diafragma g



sendo:  $b$  = largura do painel

$A$  = área da seção transversal do painel

$J$  = momento de inércia da seção transversal

$J_t$  = momento de inércia a torção da seção transversal

$E$  = módulo de elasticidade longitudinal

$G$  = módulo de elasticidade transversal

$$C' = \frac{12+11\nu}{10(1+\nu)} = 1,2 \quad (10)$$

Quando  $j = g$ , isto é, para  $S_{gg}^i$ , tem-se os seguintes coeficientes:

$$s_{11} = \left[ \frac{2}{g'-f} \cdot \frac{1}{H^2} \right]_{(g-1)} + \left[ \frac{2}{g'-f} \cdot \frac{1}{H^2} \right]_g =$$

$$\left[ \frac{H^3}{12EJ} + \frac{1,2H}{GA} \right]_{(g-1)}^{-1} + \left[ \frac{H^3}{12EJ} + \frac{1,2H}{GA} \right]_g^{-1}$$

(IV-21)

$$s_{21} = \left[ \frac{1}{g'-f} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b} \right]_{(g-1)} - \left[ \frac{1}{g'-f} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b} \right]_g$$

(IV-22)

$$s_{31} = -s_{21}$$

(IV-23)

$$s_{41} = 0,0$$

(IV-24)

$$s_{12} = s_{21}$$

(IV-25)

$$s_{22} = \left[ \frac{g}{g g' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{EA}{4H} \right]_{(g-1)} + \left[ \frac{g}{g g' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{EA}{4H} \right]_g$$

(IV-26)

$$s_{32} = \left[ -\frac{g}{g g' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{EA}{4H} \right]_{(g-1)} + \left[ -\frac{g}{g g' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{EA}{4H} \right]_g \quad (\text{IV-27})$$

$$s_{42} = 0,0 \quad (\text{IV-28})$$

$$s_{13} = s_{21} \quad (\text{IV-29})$$

$$s_{23} = s_{32} \quad (\text{IV-30})$$

$$s_{33} = s_{22} \quad (\text{IV-31})$$

$$s_{14} = 0,0 \quad (\text{IV-32})$$

$$s_{24} = 0,0 \quad (\text{IV-33})$$

$$s_{34} = 0,0 \quad (\text{IV-34})$$

$$s_{44} = \left[ \frac{GJ_t}{H} \right]_{g-1} + \left[ \frac{GJ_t}{H} \right]_g \quad (\text{IV-35})$$

Quando  $j = g-1$ , isto é, para  $S_{g-1,g}^i$  tem-se os seguintes coeficientes:

$$s_{11} = \left[ -\frac{2}{g' - f} \cdot \frac{1}{H^2} \right]_{(g-1)} \quad (\text{IV-36})$$

$$s_{21} = \left[ \frac{1}{g' - f} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b} \right]_{(g-1)} \quad (\text{IV-37})$$

$$s_{31} = -s_{21} \quad (\text{IV-38})$$

$$s_{41} = 0,0 \quad (\text{IV-39})$$

$$s_{22} = \left[ \frac{f}{g g' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} - \frac{EA}{4H} \right]_{(g-1)} \quad (\text{IV-40})$$

$$s_{32} = \left[ -\frac{f}{gg' - f^2} \cdot \frac{1}{b^2} - \frac{EA}{4H} \right]_{(g-1)} \quad (IV-41)$$

$$s_{42} = 0,0 \quad (IV-42)$$

$$s_{13} = s_{21} \quad (IV-43)$$

$$s_{23} = s_{32} \quad (IV-44)$$

$$s_{33} = s_{22} \quad (IV-45)$$

$$s_{14} = 0,0 \quad (IV-46)$$

$$s_{24} = 0,0 \quad (IV-47)$$

$$s_{34} = 0,0 \quad (IV-48)$$

$$s_{44} = + \left[ \frac{GJ_t}{H} \right]_{(g-1)} \quad (IV-49)$$

Quando  $j = g+1$  tem-se a matriz  $S_{g+1,g}^i$  igual a transposta da matriz  $S_{g,g+1}^i$ , sendo que os valores de  $S_{g,g+1}^i$  são obtidos de modo análogo aos de  $S_{g-1,g}^i$ .

Quando  $g$  for a primeira seção, não haverá tramo de pilar acima dela, logo, não existirão  $S_{g-1,g}^i$  e  $S_{g,g-1}^i$ . E se  $g$  for a última seção, não haverá tramo de pilar abaixo dela, assim, não existirão  $S_{g+1,g}^i$  e  $S_{g,g+1}^i$ .

Devido a simetria de  $S^i$ , em todos os casos, só será necessário determinar meia banda inclusive a diagonal principal.

## 2.5 - Matriz de rigidez do sistema

### 2.5-a - Sistema genérico

Serão consideradas somente as cargas que atuam segundo as coordenadas do sistema. Qualquer outro tipo de

distribuição de carga deverá ser considerada através de carregamentos equivalentes segundo as coordenadas deslocamentos definidas.

As coordenadas-deslocamentos (1, 2, 3), admitidas nos níveis dos diafragmas (Fig. IV-5), possibilitam a determinação dos deslocamentos transversais dos painéis enquanto que as coordenadas-deslocamentos (4, 5 ... n) na direção perpendicular aos diafragmas permitem determinar os empenamentos das seções transversais.

A matriz-coluna R, que representa as forças nas coordenadas-deslocamento do sistema, está relacionada com a matriz-coluna V, deslocamentos nas coordenadas do sistema, através da matriz de rigidez S do sistema, isto é:

$$R = S.V \quad (IV-50)$$

sendo S de ordem (f.n) x (f.n)

Como as matrizes R e V podem ser divididas em f submatrizes de ordem (nx1) ordenadas segundo os diafragmas, S resultará particionada em f<sup>2</sup> submatrizes de ordem (nxn).

As submatrizes S<sub>jk</sub> serão nulas quando |j-g| > 1, pois somente existem correlação entre forças e deslocamentos pertencentes a tres seções consecutivas, assim:

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ R_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S_{32} & S_{33} & S_{34} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & S_{f-1,f-1} & S_{f-1,f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & S_{f,f-1} & S_{f,f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ V_f \end{bmatrix}$$



Onde as submatrizes  $S_{jg}$  serão calculadas pela seguinte expressão:

$$S_{jg} = \sum_{i=1}^p b^{iT} \cdot S_{jg}^i \cdot b^i \quad (IV-51)$$

sendo  $b^{iT}$  a matriz transposta de  $b^i$

Para evitar o duplo produto matricial, será utilizado um processo, que é um algoritmo associado a um produto de códigos<sup>(14)</sup> que permite calcular diretamente as submatrizes  $S_{jg}$  em forma de meia banda, para formar posteriormente a matriz de rigidez  $S$  do sistema, também em forma de banda diagonal.

#### 2.5 b - Sistema particular

A matriz de rigidez genérica  $S$ , será particularizada com a admissão de vínculos rígidos segundo algumas coordenadas-deslocamentos do sistema, devido as condições de vinculação externa da estrutura.

Deste modo, para o sistema particular, ter-se-á a matriz de rigidez reduzida  $S^*$ , obtida pela eliminação, na matriz de rigidez genérica  $S$ , das linhas e colunas correspondentes às coordenadas rigidamente vinculadas.

Por exemplo, para uma viga simplesmente apoiada, existem tres vínculos rígidos, segundo as tres primeiras coordenadas-deslocamento, em cada extremidade e um vínculo longitudinal em uma das extremidades. Este vínculo longitudinal é admitido para que os deslocamentos não resultem indeterminados. Devido a esta suposição, os deslocamentos longitudinais serão relativos à coordenada vinculada. Se o vínculo longitudinal for considerado no primeiro diafragma, a matriz de rigidez do sistema particular  $S^*$  será obtida pela eliminação das quatro primeiras linhas e colunas e das tres últimas linhas e colunas da matriz de rigidez do sistema genérico  $S$ .

Para as vigas contínuas, além dos vínculos apresentados na viga simplesmente apoiada, existirão tres vínculos rígidos, segundo as tres primeiras coordenadas-deslocamentos nas seções aonde existirem os apoios "intermediários" da viga. Neste caso, além da eliminação das quatro primeiras linhas e colunas e das tres últimas linhas e colunas da matriz  $S$ , deverão ser eliminadas as linhas e colunas correspondentes às coordenadas-deslocamentos rigidamente vinculadas pelos apoios "intermediários".

## 2.6 - Deslocamentos do sistema e dos painéis. Esforços internos nos painéis e reações dos vínculos externos.

### 2.6-a - Deslocamentos do sistema

Conhecida a matriz de rigidez reduzida  $S^*$  do sistema particular, os deslocamentos  $V^*$  provocados por um conjunto de cargas  $R^*$  dispostas ordenadas segundo os diafragmas nas coordenadas desvinculadas, são determinados pela relação

$$R^* = S^* \cdot V^* \quad (IV-52)$$

ou melhor

$$V^* = S^{*-1} \cdot R^* \quad (IV-53)$$

Como a matriz coluna deslocamentos do sistema genérico  $V$ , é constituída pelos deslocamentos  $V^*$  e pelos deslocamentos nulos nas coordenadas vinculadas ela torna-se determinada.

### 2.6-b - Deslocamentos dos painéis

Os deslocamentos de um painel  $i$  podem ser obtidos a partir dos deslocamentos  $V$  do sistema genérico pela relação:

$$D^i = B^i \cdot V \quad (IV-54)$$

ou ainda

$$D_j^i = b_j^i \cdot V_j \quad (IV-55)$$

que fornece os deslocamentos do painel  $i$  ao nível do diafragma  $j$ .

### 2.6-c - Esforços internos nos painéis

Como visto anteriormente, os esforços internos em um painel  $i$  são determinados pela equação:

$$F^i = S^i D^i \quad (IV-56)$$

ou ainda:

$$F_j^i = S_{j,j-1}^i \cdot D_{j-1}^i + S_{j,j}^i D_j^i + S_{j,j+1}^i \cdot D_{j+1}^i \quad (IV-57)$$

pois a matriz de rigidez  $S^i$  se apresenta em banda diagonal, de apenas tres faixas de submatrizes não nulas.

### 2.6-d - Reações dos vínculos externos

Para determinar as reações dos vínculos externos pode-se usar a seguinte equação:

$$R_{jv} = S_v \cdot V \quad (IV-58)$$

onde,  $R_{jv}$  é o esforço no vínculo e  $S_v$  a linha da matriz de rigidez  $S$ , correspondente à coordenada-deslocamento de ordem numérica  $v$ ; ou pela equação:

$$R_j = \sum_{i=1}^p b^{iT} \cdot F_j^i \quad (IV-59)$$

sendo  $R_j$  a matriz coluna de ordem  $(n \times 1)$ , composta pelas cargas e reações nas coordenadas da seção  $j$ , dispostas ordenadamente.

## 2.6-e - Tensões

### 2.6-e-1 - Tensões normais

Pode-se determinar, de um modo aproximado, as tensões normais nas seções transversais de um painel, a partir dos esforços nas coordenadas-deslocamentos deste painel.

As tensões normais serão determinadas nas seções transversais equidistantes a dois diafragmas consecutivos, pois além do esforço na coordenada 1, dependem também dos esforços nas coordenadas 2 e 3. Deste modo, a tensão normal final em uma seção transversal é a soma das tensões provenientes do esforço normal e das tensões provenientes do momento fletor no painel (Fig. IV-11).

Assim :

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_M = \frac{N}{S} \pm \frac{M}{W}$$

$$\sigma = \frac{\sum_{j=1}^{\ell} (F_{j2}^i + F_{j3}^i)}{bt} \pm \frac{\sum_{j=1}^{\ell} (F_{j2}^i - F_{j3}^i)b/2 + \sum_{j=1}^g F_{j1}^i H_j}{\frac{tb^2}{6}} \quad (IV-60)$$

onde  $\ell$  é o número de diafragma acima da seção considerada;  $b$  e  $t$  a largura e a espessura da chapa, respectivamente e  $H_j$  a distância do diafragma  $j$  à essa seção.

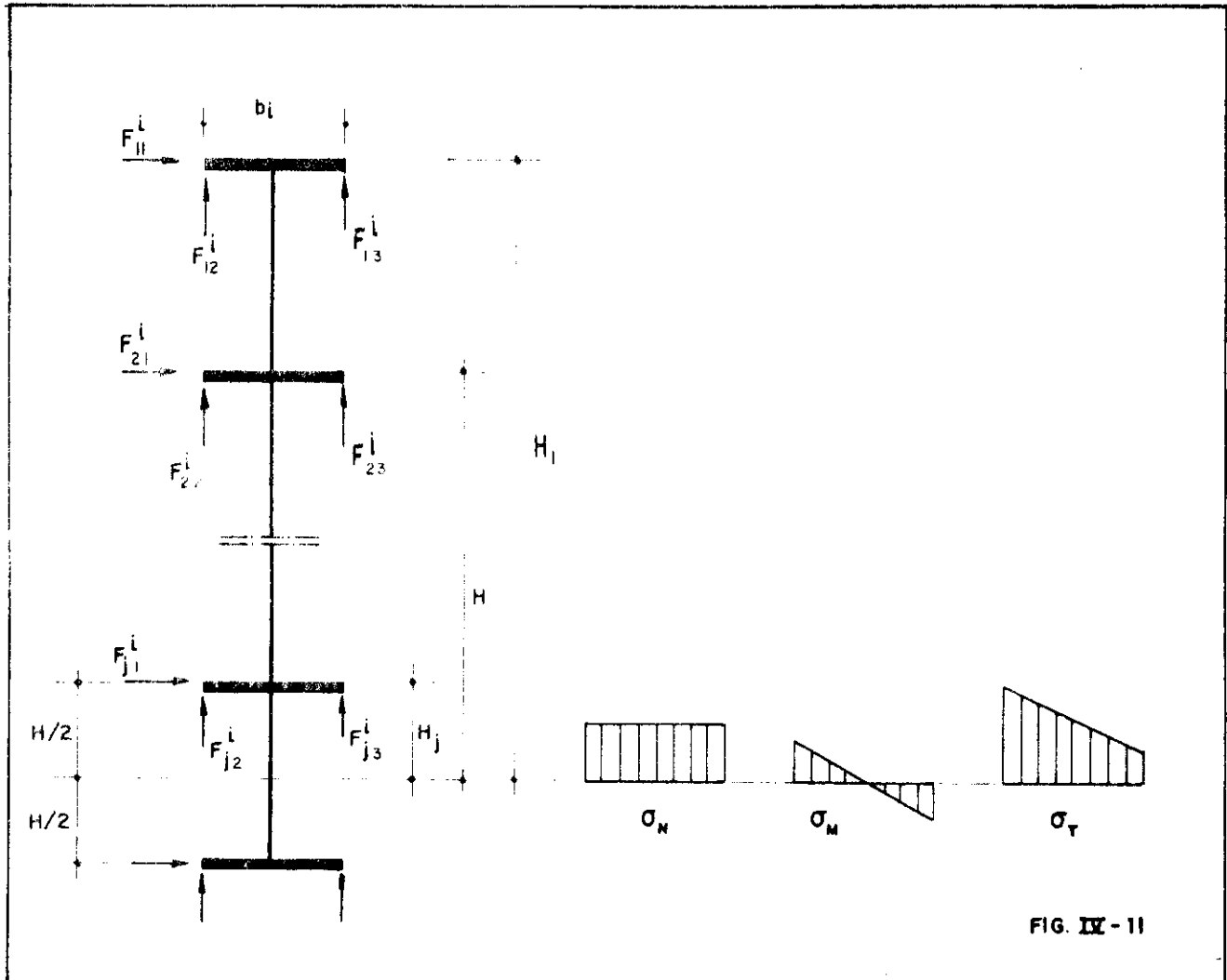
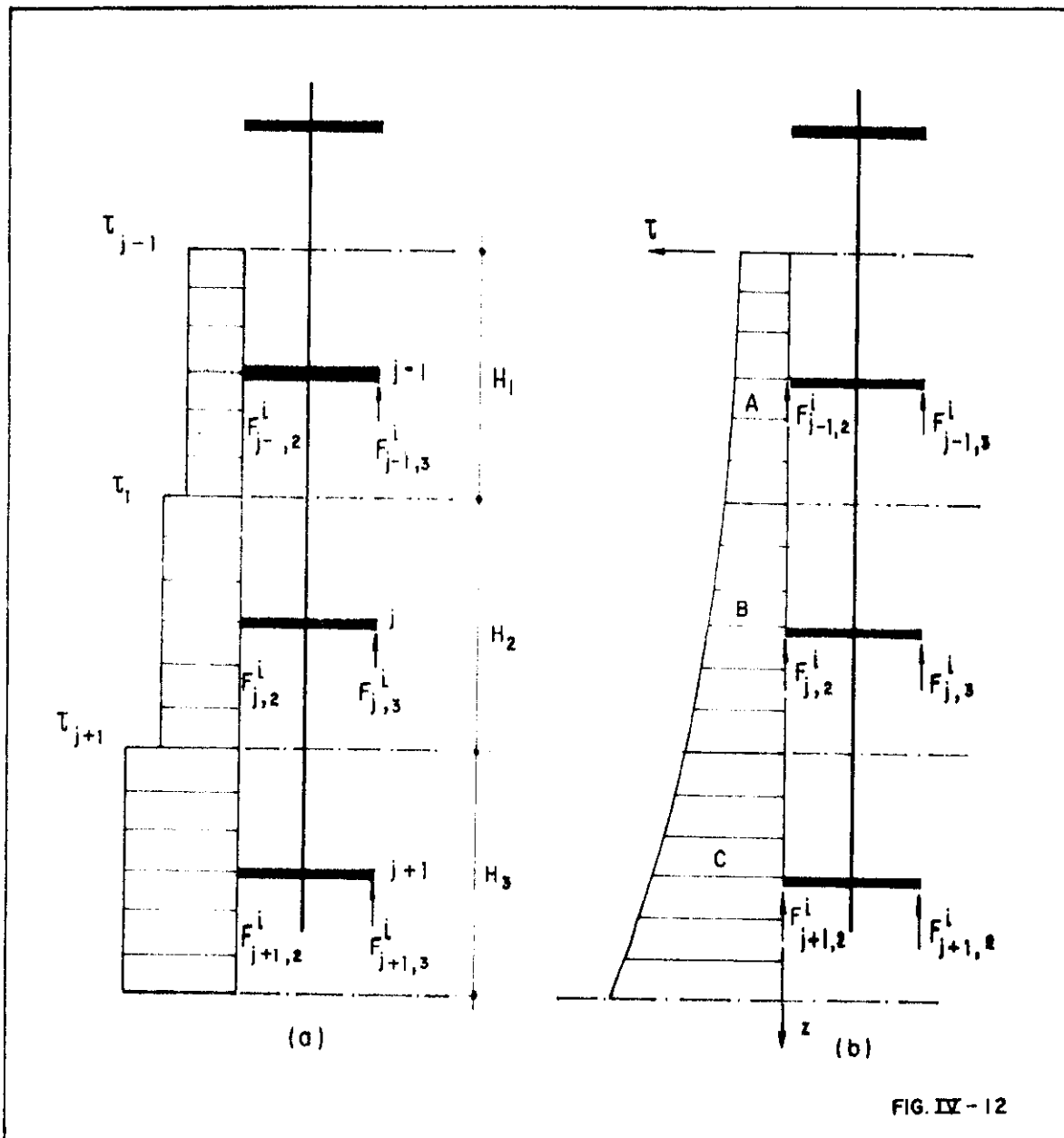


FIG. IX-11

2.6-e-2 - Tensões de cisalhamento

As tensões de cisalhamento longitudinais nas interseções dos painéis serão determinadas através das forças nas coordenadas 2 e 3 dos painéis, pois, são as forças de interação entre eles e representam a soma das forças elementares de cisalhamento na área de influência dessas coordenadas. Assim, as tensões médias de cisalhamento são obtidas pelas divisões daquelas forças nas coordenadas pelas respectivas áreas de influência. Obtendo assim, a distribuição de tensões mostrada na Fig. IV-12a.



Porém, para se obter tensões mais próximas às reais, serão consideradas para elas distribuições parabólicas (Fig. IV-12b) através da equação:

$$\tau = \alpha z^2 + \beta z + \gamma \tag{IV-61}$$

Para determinar o valor das tensões em qualquer ponto é necessário determinar os coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  o que é possível através das seguintes equações:

$$A = \int_0^{H_1} \tau dz = \frac{F_{j-1,2}^i}{t} \tag{IV-62}$$

$$B = \int_{H_1}^{H_1+H_2} \tau dz = \frac{F_{j,2}^i}{t} \quad (\text{IV-63})$$

$$C = \int_{H_1+H_2}^{H_1+H_2+H_3} dz = \frac{F_{j+1,2}^i}{t} \quad (\text{IV-64})$$

assim:

$$\alpha = \frac{3A}{H_1 H_2 (H_2+H_3)} - \frac{3(A+B)}{H_2 H_3 (H_1+H_2)} + \frac{3(A+B+C)}{H_3 (H_2+H_3)(H_1+H_2+H_3)} \quad (\text{IV-65})$$

$$\beta = \frac{2A(2H_1+2H_2+H_3)}{H_1 H_2 (H_2+H_3)} + \frac{2(A+B)(2H_1+H_2+H_3)}{H_2 H_3 (H_1+H_2)} + \frac{2(A+B+C)(2H_1+H_2)}{H_3 (H_2+H_3)(H_1+H_2+H_3)} \quad (\text{IV-66})$$

$$\gamma = \frac{A(H_1+H_2)(H_1+H_2+H_3)}{H_1 H_2 (H_2+H_3)} - \frac{(A+B)H_1(H_1+H_2+H_3)}{H_2 H_3 (H_1+H_2)} + \frac{(A+B+C)H_1(H_1+H_2)}{H_3 (H_2+H_3)(H_1+H_2+H_3)} \quad (\text{IV-67})$$

Após obtida a curva que representa a distribuição das tensões de cisalhamento, será utilizado desta, somente o trecho intermediário (diafragma j). Aplica-se este processo a todos os diafragmas intermediários (J = 2, 3... f-1). Para a extremidade superior utiliza-se o primeiro trecho da curva determinada para j = 2 e para a extremidade inferior, o último trecho da curva correspondente ao penúltimo diafragma. Assim, as distribuições das tensões de cisalhamento longitudinal ficam representadas por vários segmentos de parábolas. Nas seções correspondentes ao encontro de dois segmentos, podem ser adotados os valores médios das tensões dadas pelas duas curvas.

As seções transversais dos painéis estarão solicitadas por tensões de cisalhamento provenientes das forças cortantes (forças nas coordenadas-deslocamentos 1) e pela "flexo-torção" (momento torsor nas coordenadas-deslocamentos 4) com os valores das tensões de cisalhamento longitudinal nas interseções dos painéis, podem ser determinada as distribuições das tensões nas seções transversais. Para isto, serão admitidas também, distribuições parabólicas, (Fig. IV-13) representadas por:

$$\tau' = \alpha' x^2 + \beta' x + \gamma' \quad (\text{IV-68})$$

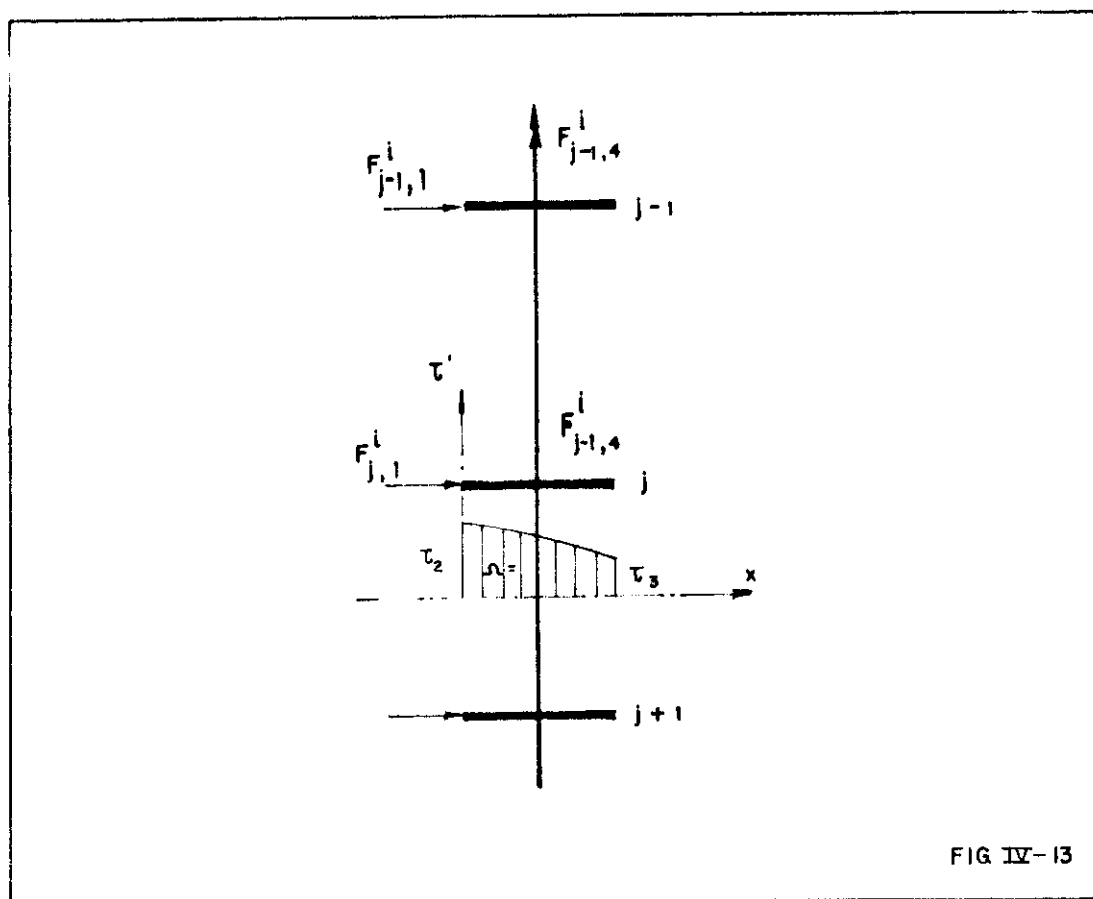


FIG IV-13

Para a determinação de  $\tau'$ , necessita-se determinar os coeficientes  $\alpha'$ ,  $\beta'$  e  $\gamma'$ , os quais são determinados através das seguintes condições:

$$\tau'_{x=0} = \tau_2 \quad (\text{IV-69})$$



$$\tau'_{x=b} = \tau_3 \quad (\text{IV-70})$$

$$\int_0^b \tau' dx = \Omega = \frac{\sum_{j=1}^{\ell} F_{j,1}^i}{t} \quad (\text{IV-71})$$

assim:

$$\alpha' = \frac{3}{b^2} (\tau_2 + \tau_3 - 2 \frac{\Omega}{b}) \quad (\text{IV-72})$$

$$\beta' = \frac{2}{b} (3 \frac{\Omega}{b} - 2\tau_2 - \tau_3) \quad (\text{IV-73})$$

$$\gamma' = \tau_2 \quad (\text{IV-74})$$

Obtida a curva representativa de  $\tau'$ , pode-se determinar o valor da máxima tensão de cisalhamento através da expressão:

$$\tau_{\max} = \tau'_{\max} + \frac{\sum_{j=1}^{\ell} F_{j,4}^i}{bt^2/3} \quad (\text{IV-75})$$

onde,  $\tau'_{\max}$  é o máximo valor da tensão de cisalhamento determinado por (IV-68) e sendo  $\sum_{j=1}^{\ell} F_{j,4}^i$  o momento torsor resultante naquela seção do painel

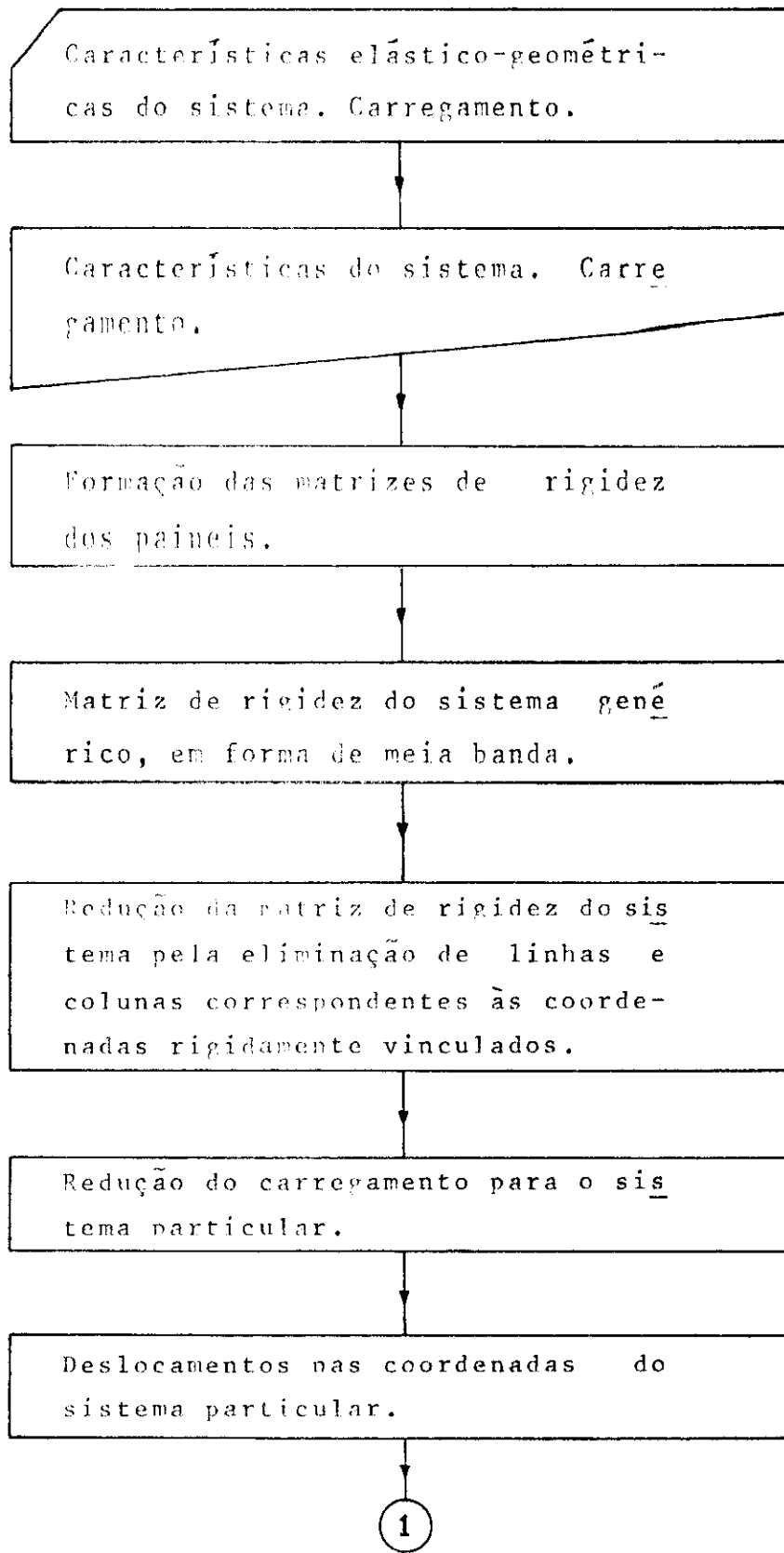
## 2.7 - Cálculo automático

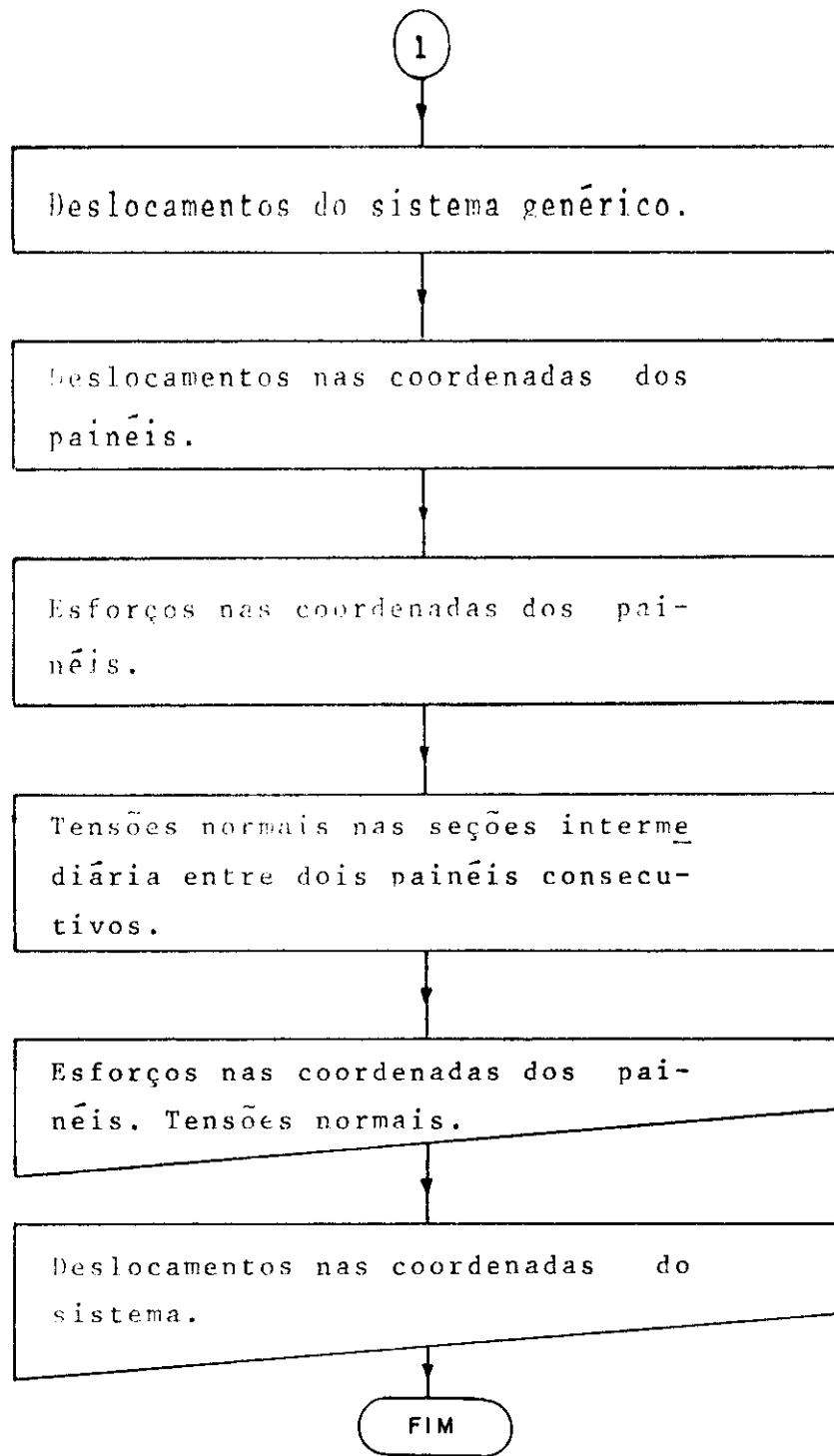
Devido ao grande trabalho numérico do procedimento de cálculo descrito, a análise só será viável com o auxílio do computador. Para isso, elaborou-se o programa indicado no fluxograma a seguir.

Tal programa permite determinar, os deslocamentos nas coordenadas do sistema, os deslocamentos nas coor-

denadas dos painéis, as forças nas coordenadas dos painéis  
as tensões normais nas bordas dos painéis.

FLUXOGRAMA





### 3. PROCESSO CONTÍNUO DE ANÁLISE DE VIGA DE ROLAMENTO CONSTITUÍDA POR CHAPAS COM DIAFRAGMAS TRANSVERSAIS.

#### 3.1 - Cálculo das tensões provenientes da torção não uniforme ou da flexo-torção.

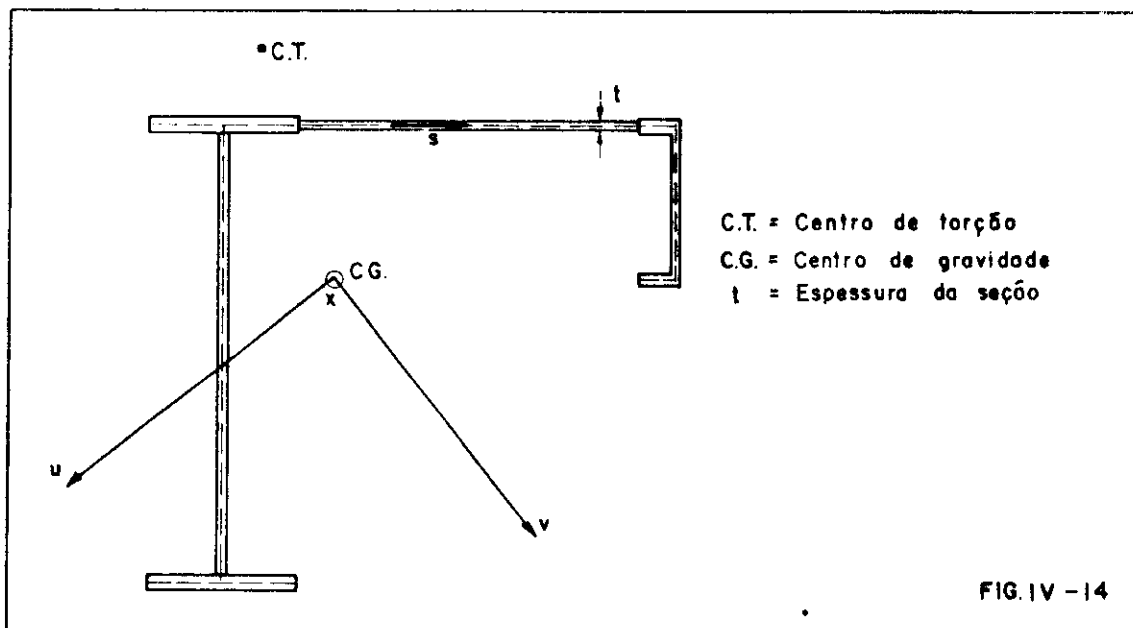
Para esta análise será utilizado o trabalho desenvolvido por Mori, D.D.<sup>(9)</sup>, sendo apresentado aqui, um breve resumo, permitindo ao leitor uma noção de como aplicar o processo.

Sendo a análise da viga feita em teoria de primeira ordem, deve-se estabelecer o que segue:

##### 3.1.1 - Referencial adotado

A viga de rolamento, será referida a um sistema de eixos  $x$ ,  $u$ ,  $v$ , sendo  $u$  e  $v$  eixos principais de inércia da seção transversal e  $x$  um eixo longitudinal pelos centros de gravidade das seções.

Usa-se também uma coordenada  $S$  ao longo do esqueleto da seção transversal.



### 3.1.2 - Hipóteses

Para a aplicação do presente processo são feitas as seguintes considerações:

- a) Seções delgadas, isto é, as espessuras  $t$  das chapas componentes da viga devem ser bem menores que as outras dimensões destas na seção e estas, por sua vez, bem menores que o comprimento da barra.
- b) A seção transversal deve ser indeformável em seu plano (o que é conseguido pela utilização dos diafragmas transversais) e invariável ao longo do eixo  $x$ .

### 3.1.3 - Carregamentos e deslocamentos

Devido as características de utilização das vigas de rolamento tem-se os seguintes carregamentos aplicados.

- a) Momento torsor concentrado
- b) Bimomento

Sendo que tais carregamentos irão produzir os seguintes deslocamentos.

- a) Giro de toda a seção transversal em torno do centro de torção.
- b) Empenamento, isto é, deslocamento na direção do eixo  $x$  causado pela rotação  $\phi$  da seção).

### 3.1.4 - Tensões atuantes

Devido ao momento torsor aplicado na viga não ser constante e também, devido ao fato, dos deslocamentos longitudinais poderem ser impedidos, tem-se a ocorrência de flexo-torção.

Deste modo, as seções transversais, além das tensões de cisalhamento, estarão solicitadas por tensões normais provenientes da ação do bimomento, as quais são fornecidas pelas seguintes expressões.

- a) Tensões normais em seções transversais produzidas pelo bimomento.

$$\sigma_x = \frac{B}{J_\omega} \omega \quad \text{IV-76}$$

- b) Tensões tangenciais ou de cisalhamento provenientes da torção livre:

$$\tau_\ell = \frac{M_\ell}{J_t} t \quad \text{IV-77}$$

- c) Tensões tangenciais ou de cisalhamento proveniente da flexo-torção

$$\tau_{ft} = \frac{M_{ft} S_\omega}{t J_\omega} \quad \text{IV-78}$$

Para a determinação de tais tensões, necessita-se conhecer:

- Área setorial

$$\omega = \int_{s_1}^s N ds \quad \text{IV-79}$$

Onde:  $N$  é a distância do centro de torção à tangente ao esqueleto da seção.

Momento de inércia a torção

$$J_t = \frac{1}{3} \int_s t^3 ds \quad \text{(IV-80)}$$

Momento setorial de inércia

$$J_{\omega} = \int_s \omega^2 ds \quad (\text{IV-81})$$

onde  $ds = t ds$

Momento estático setorial

$$S_{\omega} = \int_{s_1}^s \omega ds \quad (\text{IV-82})$$

Esforço solicitante bimomento

$$B = \int_s \sigma_x \omega ds = E J_{\omega} \phi'' \quad (\text{IV-83})$$

Tensão de cisalhamento da flexo-torção

$$\tau_{ft} = \frac{E \phi'''}{t} \int_{s_1}^s \omega ds \quad (\text{IV-84})$$

Momento de flexo torção

$$M_{ft} = \int_{s_1}^{s_2} \tau_{ft} \cdot ds \cdot n = -E J_{\omega} \phi''' \quad (\text{IV-85})$$

Momento da torção livre

$$M_{\ell} = G J_t \phi' \quad (\text{IV-86})$$

sendo o momento torsor total ( $M_t$ ) a soma do momento torsor livre com o momento da flexo-torção, assim:

$$M_t = M_{\ell} + M_{ft} = G J_t \phi' - E J_{\omega} \phi''' \quad (\text{IV-87})$$

Através das expressões acima, tem-se

$$M_t' = \frac{G J_t}{E J_{\omega}} B - B'' \quad (\text{IV-88})$$

Fazendo  $r = \frac{E J_{\omega}}{G J_t}$  e  $m = \frac{dM}{dx} = m'_t$ , tem-se

$$r^2 B'' - B = - r^2 m \quad (\text{IV-89})$$

A expressão (IV-89) representa a equação diferencial da flexo-torção.

Para uma verificação das relações apresentadas acima e de suas dependências, ver Mori, D.D. <sup>(15)</sup>.

### 3.1.5 - Condições de contorno

Na resolução da equação diferencial, as constantes de integração resultam das seguintes condições de contorno.

a) Para a extremidade livre

$$B = 0$$

b) Extremidade engastada

$$B' = - M_t$$

c) Seção intermediária com salto no diagrama do  $M_t$ , devido a aplicação de um momento torsor concentrado externo.

$$B_{\text{esquerdo}} = B_{\text{direita}}$$

d) Extremidade com distribuição dada de tensões normais.

Neste caso, a própria definição do bimomento fornece o seu valor.

### 3.1.6 - Convenções adotadas

a) Convenção para o giro  $\phi$

O giro  $\phi$  será positivo quando ocorrer no sentido anti-horário, para um observador olhando no sentido posi-



vo do eixo longitudinal  $x$ .

b) Convenção para carga torsora concentrada

A carga torsora concentrada será positiva quando tiver o seu sentido horário para um observador olhando no sentido positivo de  $x$ .

c) Convenção para o bimomento aplicado

O empenamento  $u$  provocado pelo bimomento é positivo quando ocorre no sentido da ordenada  $x$ .

### 3.1.7 - Processo de cálculo

O deslocamento angular  $\phi$  e suas derivadas são determinados através do método energético, com aplicação do processo de Ritz.

Para a utilização deste processo, é adotada como função aproximadora para os deslocamentos  $\phi$ , um polinômio completo do 3º grau. No cálculo, utiliza-se o conceito dos elementos finitos, onde a viga é subdividida em um número conveniente de segmentos, sendo o polinômio  $\phi$  válido para cada um deles.

Torna-se, portanto, necessário a automatização deste processo de cálculo, através da utilização de computador digital.

### 3.1.8 - Automatização do cálculo

O processo energético através do método dos elementos finitos é automatizado em forma de um programa para computador que permite calcular os ângulos de giro  $\phi$ , suas derivadas  $\phi'$ , os bimotoes, os momentos de flexo-torção, os momentos de torção livre e os momentos torsores finais.

Para a obtenção destes resultados, deve-se fornecer ao computador os dados de entrada da seguinte maneira.

a) Características elásticas do material

$$E = \text{Módulo de elasticidade longitudinal} = 2100 \text{ tf/cm}^2$$
$$G = \text{Módulo de elasticidade transversal} = 800 \text{ tf/cm}^2$$

b) Características geométricas da seção transversal

$$J_t = \text{Momento de inércia a torção} - (\text{AJT})$$

c) Divisão da barra

Fornece-se o  $N_0$  de segmentos que a barra é dividida -  $NH$ .

d) Construção do vetor das cargas e da matriz das características geométricas e elásticas.

Usando um cartão para cada nó, fornece-se os seguintes dados:

- Número do nó (entende-se por nó o ponto de encontro de dois segmentos consecutivos da barra) -  $N_0$
- Valor do momento torsor aplicado no nó referido em  $\text{tf.cm-A.M.T.}$
- Valor do comprimento do segmento de mesmo número do nó referido, em  $\text{cm} - H(N_0)$ .

Deve-se notar que cada segmento proveniente da divisão da barra tem sempre o mesmo número do nó antecedente, deste modo o segmento referente ao último nó deve ter dimensão  $H(N_0)$  igual a zero.

e) Condições de contorno (vinculação da viga)

Para cada nó considerado, são duas as incógnitas a serem calculadas: o giro  $\phi$  e sua derivada  $\phi'$ .

Quando as condições de vinculação indicarem valores nulos para tais incógnitas, os dados são fornecidos ao programa da seguinte maneira:

- 1) Inicialmente, em um cartão de dados, é fornecido o número ( $NREST$ ) de incógnitas  $\phi$  e  $\phi'$  iguais a zero.

2) Em seguida, para cada nó com condições de vinculação, é fornecido um cartão de dados para cada condição com as seguintes informações:

$N_0$  - Número do nó que apresenta condições de vinculação.

IFUNC - Esta constante deve assumir o valor zero ou um, isto é:

IFUNC = 0 se o giro for igual a zero (vínculo em garfo).

IFUNC = 1 se o giro e sua derivada forem iguais a zero (engastamento).

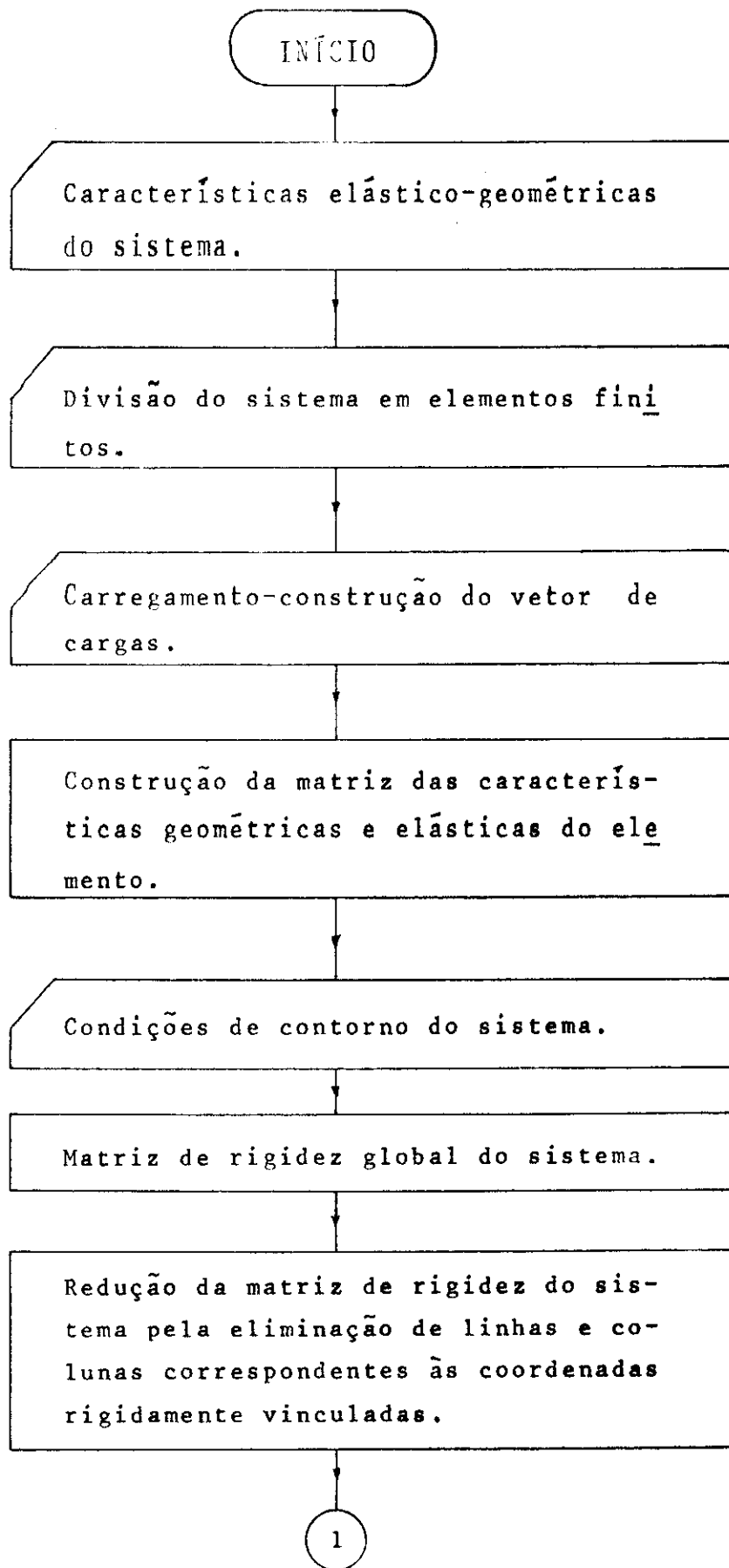
Após fornecido os dados, o programa monta a matriz das características geométricas e elásticas e o vetor de cargas para toda a viga. Utilizando a subrotina GAJOR resolve o sistema de equações fornecendo os valores de  $\phi$  e  $\phi'$ .

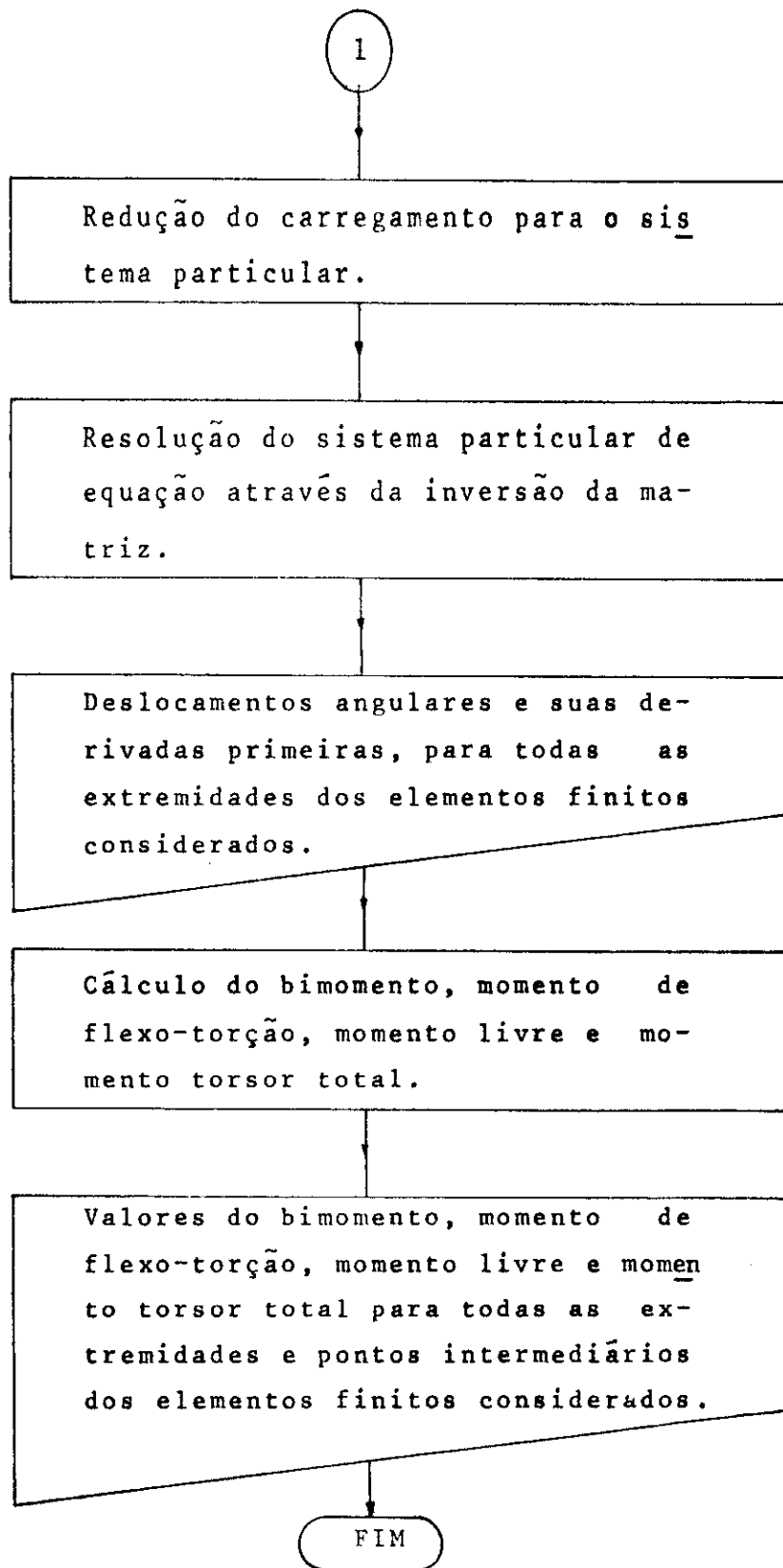
Com estes valores, são calculados, o bimomento e o momento de flexo-torção para as duas extremidades de todos os trechos da viga, com os valores de  $\phi'$ , calcula-se diretamente, o momento de torção livre para cada nó da viga.

Deste modo, para cada nó interno da divisão da viga, obtem-se dois valores para o bimomento e momento de flexo-torção, um para cada trecho que concorre naquele nó. O Programa fornece, portanto, ambos os resultados obtidos para o bimomento e momento de flexo-torção, como também a média aritmética dos dois valores.

Fornece também os valores do bimomento, momento de flexo-torção, momento de torção livre e momento torsor final para os pontos médios de cada trecho de divisão da viga.

A seguir, está indicado o fluxograma do programa referido acima.





### 3.2 - Cálculo das tensões provenientes da flexão

O cálculo das tensões da flexão, onde as cargas são supostas atuando no centro de torção, será aqui, feito sem o auxílio do computador.

Para o cálculo, torna-se necessário determinar os momentos fletores solicitantes em relação aos eixos principais de inércia. As cargas verticais e horizontais, que sollicitam a viga de rolamento, conforme indicado na Figura IV-15, produzem momentos fletores  $M_z$  e  $M_y$  em relação aos eixos  $z$  e  $y$  respectivamente. Tais momentos, sollicitarão a viga de rolamento, em relação aos eixos principais  $u$  e  $v$ , com as seguintes parcelas:

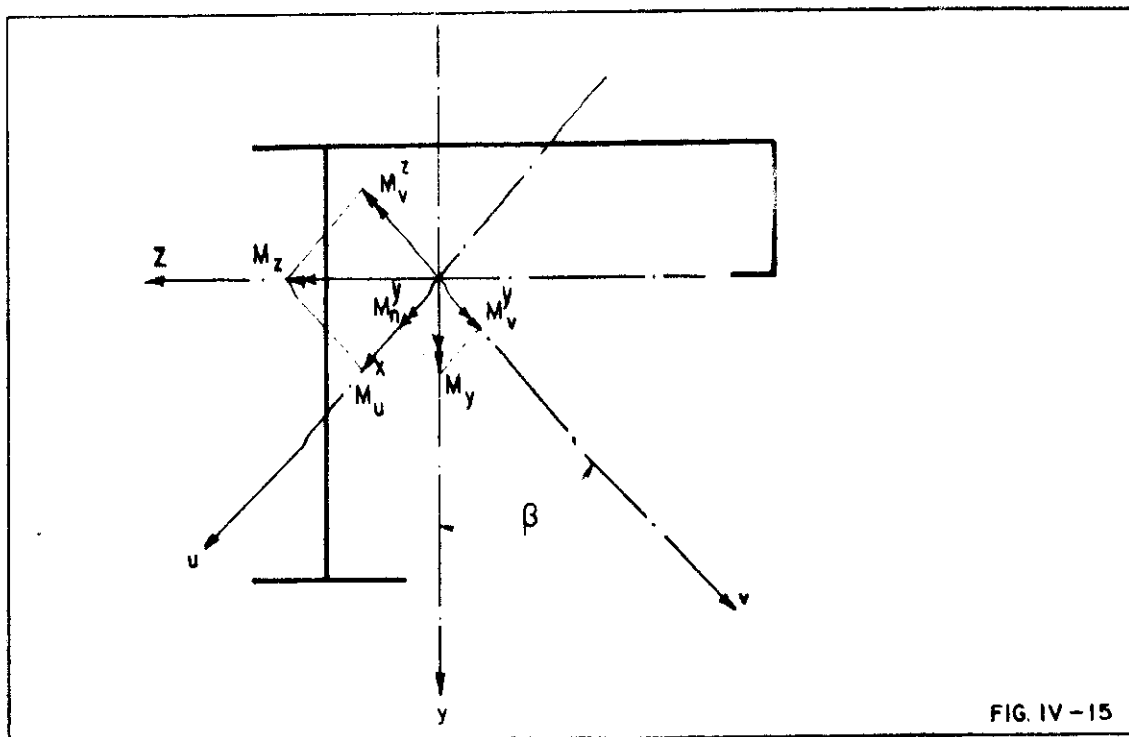


FIG. IV-15

$$M_v^z = M_z \cdot \text{sen} \beta \quad (\text{IV-90})$$

$$M_v^y = M_y \cdot \text{cos} \beta \quad (\text{IV-91})$$

$$M_u^z = M_z \cdot \text{cos} \beta \quad (\text{IV-92})$$

$$M_u^y = M_y \cdot \text{sen} \beta \quad (\text{IV-93})$$

Portanto:

$$M_v = M_z^z - M_y^y = M_z \cdot \text{sen}\beta - M_y \cdot \text{cos}\beta \quad (\text{IV-94})$$

$$M_u = M_z^z + M_y^y = M_z \cdot \text{cos}\beta + M_y \cdot \text{sen}\beta \quad (\text{IV-95})$$

$$\text{Sendo: } \text{tg}2\beta = \frac{2 J_{yz}}{J_z - J_y} \quad (\text{IV-96})$$

Os esforços solicitantes  $M_v$  e  $M_u$ , produzem na seção transversal da viga as seguintes tensões normais:

$$\sigma_v = \frac{M_v}{J_v} \cdot u \quad (\text{IV-97})$$

$$\sigma_u = \frac{M_u}{J_u} \cdot v \quad (\text{IV-98})$$

onde:

$u$  e  $v$  são as distâncias dos pontos considerados ao centro de gravidade da seção em relação aos eixos principais de inércia  $u$  e  $v$ , respectivamente.

$J_v$  e  $J_u$  são os momentos de inércia da seção da viga em relação aos eixos principais  $u$  e  $v$  respectivamente.

### 3.3 - Tensões finais

Através das expressões IV-76, IV-97, IV-98, pode-se determinar o valor da tensão normal total em qualquer ponto da seção transversal, assim:

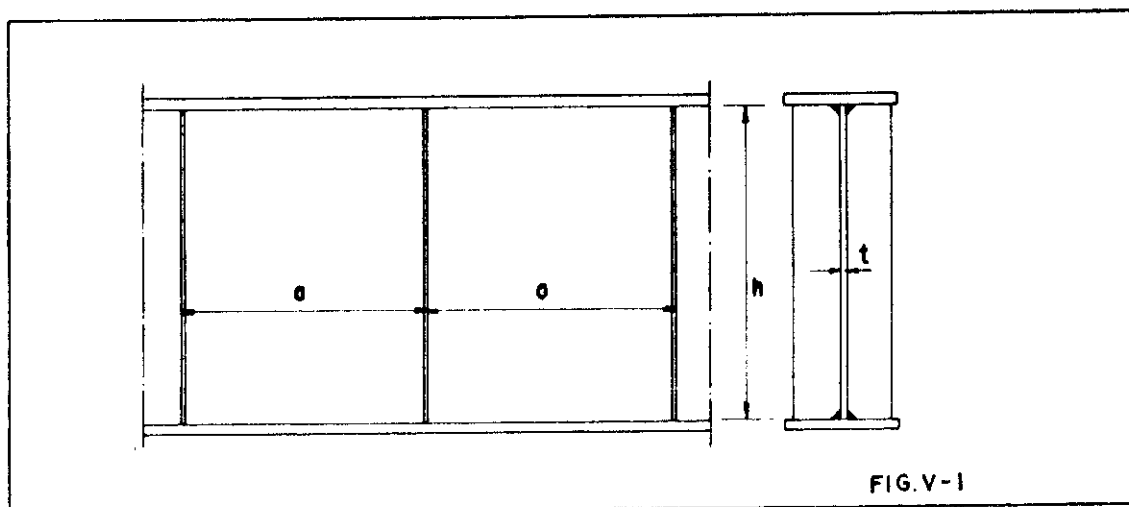
$$\sigma = \pm \frac{M_u}{J_u} \cdot v \pm \frac{M_v}{J_v} \cdot u \pm \frac{B}{J_\omega} \cdot \omega \quad (\text{IV-99})$$

Para a determinação das características geométricas da seção transversal da viga de rolamento, necessárias à aplicação deste processo, pode-se utilizar o trabalho apresentado por Santana M.J. (16).

CAPÍTULO V  
VERIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE

Além das verificações de resistência e deformação indicadas anteriormente, é necessário fazer verificações quanto a estabilidade da alma da viga de rolamento. Devido a grande esbeltez deste elemento, pode ocorrer perda de estabilidade tanto no sentido transversal como no longitudinal.

Para garantir a estabilidade lateral no sentido transversal da chapa que compõe a alma, são adotadas as nervuras de rigidez verticais com espaçamento  $a \leq 2h$  quando  $h/t > 100$  e  $a \leq 2,5h$  quando  $h/t \leq 100$  (Fig. V-1).



Após ter sido adotada a disposição das nervuras, as dimensões dos painéis entre elas ficam definidas sendo a estabilidade transversal do trecho da alma verificada levando em conta a ação combinada da tensão normal, tensão de cisalhamento e tensão local.

Quando a alma apresenta altura de modo que  $a/h > 0,8$  a estabilidade deve ser verificada pela expressão:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{xcr}} + \frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{locr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 0,9 \quad (V-1)$$



onde:

a)  $\sigma_{xcr}$  é a tensão normal crítica da alma, a qual depende da resistência a torção da mesa comprimida da viga de rolamento e das condições de vinculação lateral dessa mesa sendo essa tensão dada pela expressão.

$$\sigma_{xcr} = K_o \left( \frac{100\delta}{h} \right)^2 \text{ tf/cm}^2 \quad (V-2)$$

sendo  $K_o$  dependente das tensões normais provenientes do momento fletor atuante na seção transversal e seus valores indicados na tabela (V-a) dada abaixo em função de:

$$\gamma = c \frac{b \Delta^3}{h \delta^3} \quad (V-3)$$

para o qual  $c = 0,8$  quando os trilhos não forem soldados à mesa e  $c = \infty$  quando os trilhos forem soldados.

Tabela V-a - Valores do coeficiente  $K_o$

PARA VIGA SOLDADA								PARA VIGA REBITADA
$\gamma$	$\leq 0,8$	1,0	2,0	4,0	6,0	10	$\geq 30$	$\gamma$ qualquer
$K_o$	6,3	6,62	7,0	7,27	7,32	7,37	7,46	7,0

b)  $\sigma_{loc cr}$  é a tensão crítica vertical da alma provocada pela pressão local da roda da ponte rolante e é determinada pela fórmula:

$$\sigma_{loc cr} = K_1 \left( \frac{100\delta}{a} \right)^2 \text{ tf/cm}^2 \quad (V-4)$$

onde o valor de  $K_1$  é obtido na tabela V-b, em função da relação  $a/h$  e do coeficiente.

$$\gamma = \frac{2b\Delta^3}{h\delta^3} \quad (V-5)$$

Tabela V-b - Valores do coeficiente  $K_1$

$\gamma$	a/h								
	<0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
< 0,8	2,04	2,39	3,03	3,67	4,11	4,67	5,32	6,04	6,88
1,0	2,07	2,44	3,13	3,80	4,29	4,90	5,61	6,39	7,29
2,0	2,13	2,54	3,33	4,17	4,85	5,67	6,59	7,59	8,72
4,0	2,17	2,60	3,47	4,46	5,33	6,38	7,58	8,89	10,35
6,0	2,18	2,62	3,52	4,58	5,55	6,73	8,07	9,54	11,19
10,0	2,19	2,64	3,57	4,68	5,76	7,07	8,56	10,21	12,06
>30,0	2,21	2,67	3,65	4,86	6,15	7,74	9,56	11,58	13,86

Para as vigas rebitadas os valores correspondentes do coeficiente  $K_1$  são obtidos da tabela acima para  $\gamma = 10$ .

A tensão crítica de cisalhamento será determinada pela fórmula:

$$\tau_{cr} = \left[ 1,02 + \frac{0,76}{(h/a)^2} \right] \left( \frac{100\delta}{a} \right)^2 \text{ tf/cm}^2 \quad (V-6)$$

para a viga soldada e

$$\tau_{cr} = \left[ 1,25 + \frac{0,95}{(h/a)^2} \right] \left( \frac{100\delta}{a} \right)^2 \text{ tf/cm}^2 \quad (V-7)$$

para a viga rebitada

Para os casos em que  $a/h > 0,8$  os valores das tensões críticas normais de flambagem longitudinal da alma serão determinados da mesma maneira já apresentada anteriormente se a relação, entre as tensões existentes,  $\sigma_y/\sigma_x$  não ultrapassa os valores apresentados na Tabela V-c.

Tabela V-c

Tipo de viga	γ	a/h			
		≤ 0,8	1,2	1,6	≥ 2
Soldada	≤ 1	0	0,24	0,29	0,33
	4	0	0,24	0,40	0,50
	10	0	0,27	0,49	0,67
	≥ 30	0	0,29	0,62	0,94
Rebitada		0	0,33	0,55	0,73

Se a relação  $\sigma_y / \sigma_x$  ultrapassa o valor limite dado pela tabela acima, a tensão crítica normal será determinada pela fórmula:

$$\sigma_{x \text{ cr}} = k'_0 \left( \frac{100\delta}{h} \right)^2 \text{ tf/cm}^2 \quad (V-8)$$

tendo o coeficiente  $k'_0$  os valores indicados na Tabela (V-d) abaixo, em função da relação a/h

Tabela V-d - Valores do fator  $k'_0$

$\frac{a}{h}$	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$k'_0$	7,78	8,23	9,50	11,10	13,02	15,25	17,79

Para a determinação da tensão crítica vertical da alma, para o caso em que  $a/h > 0,8$  pode ser utilizada a mesma fórmula já apresentada para  $\sigma_{loc \text{ cr}}$  desde que nessa fórmula e na tabela correspondente (Tabela V-b) o valor de  $a$  seja substituído por  $a/2$ .

A fim de impedir a flambagem da alma provocada pelas pressões verticais das rodas da ponte rolante, a viga de rolamento poderá se apresentar provido de nervuras de rigidez curtas, dispostas entre as nervuras verticais principais de modo a subdividir os seus afastamentos em três ou

quatro partes iguais de comprimento  $a_1$ . Essas nervuras são aplicadas na parte comprimida da alma de modo que tenha a altura de pelo menos 1/3 da altura da alma e são soldadas diretamente à mesa comprimida (Fig. V-3).

As vigas de rolamento reforçadas com as nervuras curtas são verificadas quanto à estabilidade da alma, através de duas maneiras; a primeira considera que  $\sigma_y = 0$  porém, ignorando-se a presença dessas nervuras. Deste modo, a verificação será feita através da fórmula resultante

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{xcr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 0,9 \quad ; \quad (V-9)$$

a segunda maneira, considera a verificação da tensão normal vertical isoladamente; isto é;

$$\frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{loc cr}} \leq 1$$

onde: 
$$\sigma_{loc cr} = \frac{1}{1,5 \left(\frac{a_1}{100\delta}\right)^3} \text{ tf/cm}^2 \quad (V-10)$$

Quando a espessura da alma em relação a sua altura é muito pequena,  $\delta/h < 160$ , a chapa da alma pode perder a estabilidade no sentido longitudinal. Para ser evitada esta flambagem são necessários os reforços da alma através de nervuras de rigidez horizontais. Estas nervuras devem ser localizadas à distância de 0,2 h a 0,25 h da mesa comprimida e elas delimitam as nervuras verticais curtas (Fig. V-2).

A parte da alma compreendida entre essa nervura longitudinal e a mesa comprimida é verificada à flambagem através da expressão:

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_{xcr}} + \frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{loc cr}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2 \leq 0,9 \quad (V-11)$$

onde:

$$\sigma'_{xcr} = \frac{1}{1 - \frac{h'}{h}} \left( \frac{100\delta}{h'} \right)^2 \left[ \frac{1 + (a/h')^2}{2a/h'} \right]^2 t/cm^2 \quad (V-12)$$

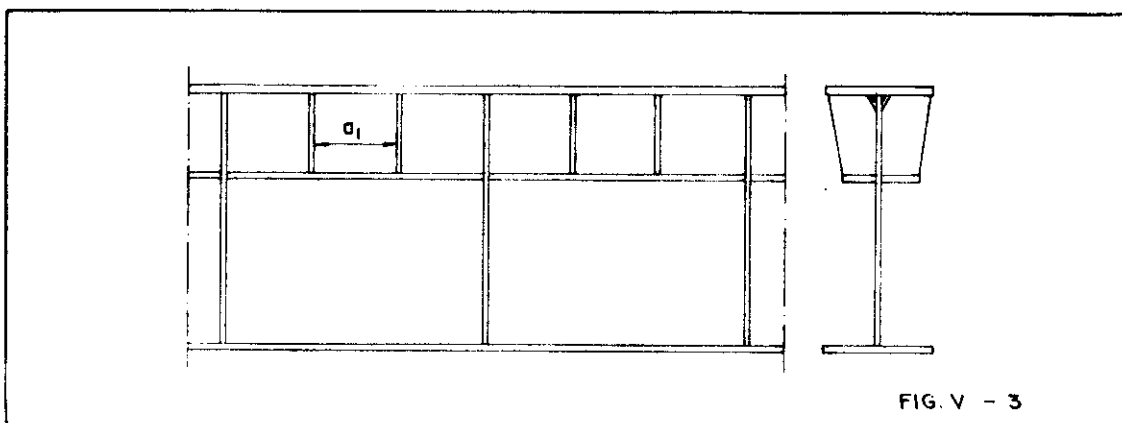
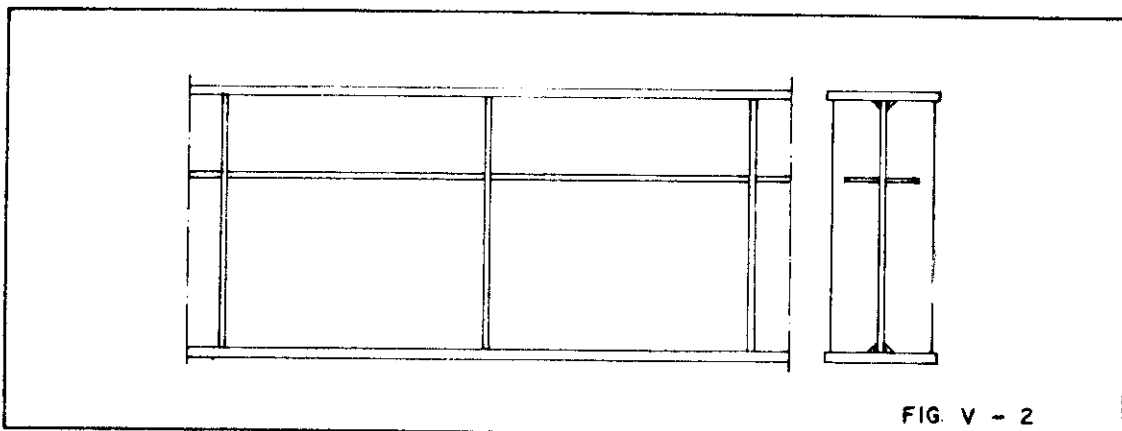
Na qual "h'" é a distância entre nervura horizontal e a mesa comprimida e "a" é o afastamento entre nervuras verticais principais.

$$\sigma'_{locr} = K' \left( \frac{100\delta}{a} \right)^2 \left[ \frac{1 + (a/h')^2}{a/h'} \right]^2 t/cm^2 \quad (V-13)$$

E K' é obtido pela tabela V-e abaixo em função da relação a/h'

Tabela V-d - Valores de K'

a/h'	1,0	1,5	2,0
K'	0,36	0,42	0,45



CAPÍTULO VI  
EXEMPLOS NUMÉRICOS

1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Devido ao procedimento de cálculo proposto no capítulo IV, as cargas atuantes na viga de rolamento devem ser aplicada em seções pré-estabelecidas, pois, nestas seções devem ser instalados diafragmas para evitarem o aparecimento de distorções. Para isto ser possível, os trilhos deverão ser assentados sobre a mesa superior da viga de rolamento com o auxílio de sapatas de apoio (Fig. IV-2).

A distância entre essas sapatas serão definidas em função da rigidez à flexão do trilho utilizado e da máxima capacidade de carga da ponte rolante que irá solicitar a viga de rolamento.

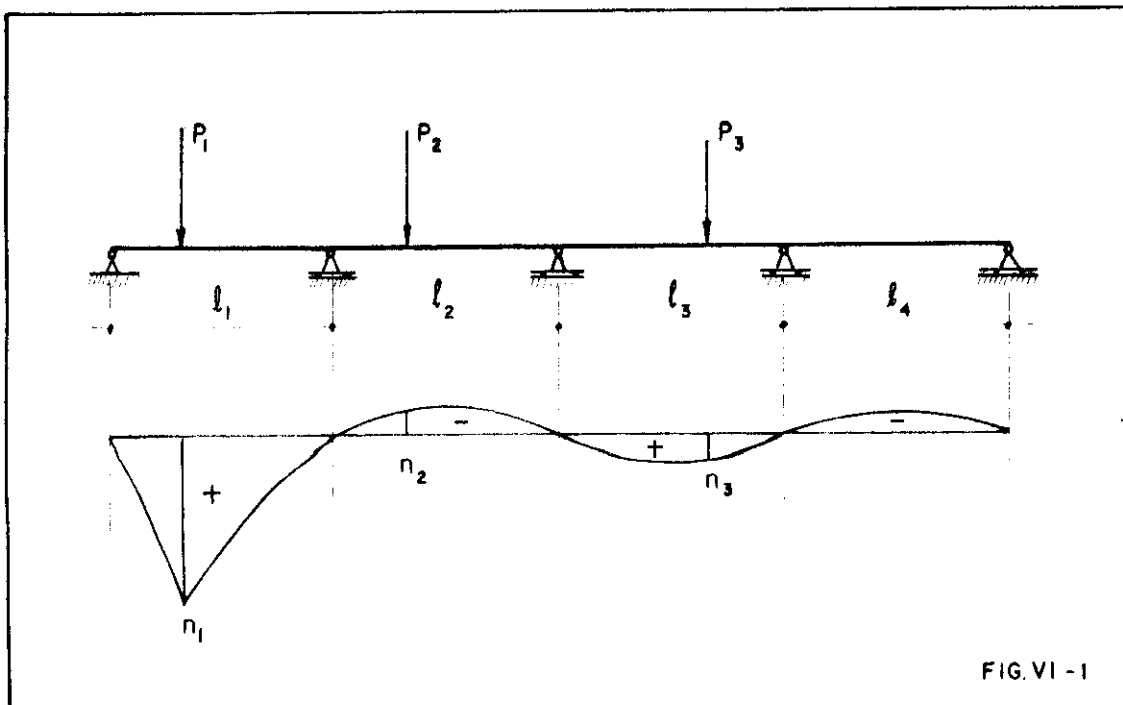
Deste modo, o trilho funcionará como uma viga contínua de "n" tramos, sendo calculada a distância " $\ell_1$ " entre os apoios, com o auxílio de linhas de influência para vigas contínuas <sup>(3)</sup>. Para isso, o trilho será considerado como uma viga contínua de quatro tramos, sendo o cálculo executado para o tramo extremo.

Na figura V-1, está indicada a linha de influência para momento fletor de uma seção genérica do tramo extremo, sendo o momento máximo dado pela expressão:

$$M_{\max} = P_1 \eta_1 \ell_1 - P_2 \eta_2 \ell_1 + P_3 \eta_3 \ell_1 = \ell_1 \sum_{i=1}^k P_i \eta_i \quad (\text{VI-1})$$

onde:  $\eta_i$  são as ordenadas da linha de influência sobre as cargas  $P_i$  e fornecidas em tabelas.

Segundo Anger <sup>(3)</sup> para as vigas contínuas de quatro tramos com todos os vãos iguais o máximo momento ocorrerá para a seção distante de  $x = 0,428\ell_1$  do apoio extremo.



O afastamento máximo das sapatas deve ser determinado para que os trilhos não apresentem tensões e deformações acima dos limites normalizados, assim:

Para a resistência

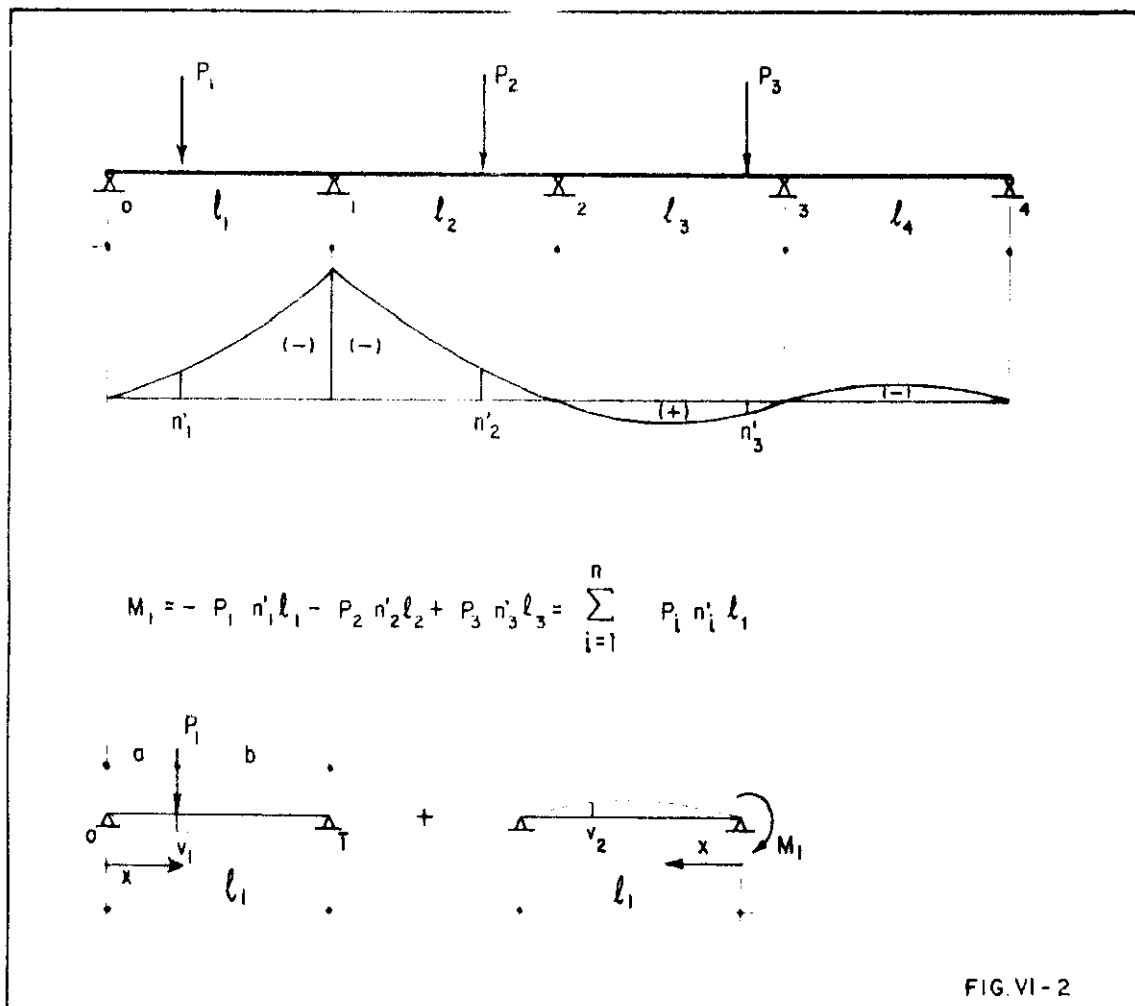
$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} < R \quad (\text{VI-2})$$

$$l_1 < \frac{R \cdot W}{k \sum_{i=1}^3 P_i \eta_i} \quad (\text{VI-3})$$

onde,  $W$  é o módulo de resistência do trilho e  $R$  a tensão de trabalho do material do trilho.

Para a deformação

A deformação máxima do trilho pode ser determinada por superposição de efeitos. Assim, conforme a Fig. VI-2.



Deformação devido a carga concentrada em uma seção transversal da viga simplesmente apoiada.

$$v_1 = \frac{Pb}{2l_1 EJ} \left[ \frac{a^2 bx}{l_1} + \frac{a^3}{3l_1} + \frac{2b^2 ax}{3l_1} - \frac{x^3}{3} \right] \quad \text{(VI-4)}$$

Deformação devido ao momento na extremidade pelo efeito da continuidade da viga.

$$v_2 = \frac{Ml_1^2}{6EJ} \left[ \frac{2x}{l_1} - 3\left(\frac{x}{l_1}\right)^2 - \left(\frac{x}{l_1}\right)^3 \right] \quad \text{(VI-5)}$$

sendo a distância do apoio externo até a seção onde ocorrerá a máxima deformação, devido a carga concentrada, dada pela expressão:

$$x_{v_1 \max} = \sqrt{\frac{a^3 + 3a^2b + 2b^2a}{3l_1}} \quad \text{(VI-6)}$$



A máxima deformação será a diferença entre  $v_1$  e  $v_2$ , determinadas na posição dada pela fórmula (VI-6).

Para uma primeira verificação, pode-se considerar a carga P situada na posição central da viga, assim:

$$v_{\max} = \frac{P l^3}{48EJ} - 0,06415 \frac{M l^2}{EJ} \leq f_{\text{adm}} \quad (\text{VI-7})$$

Para o dimensionamento da viga, deve-se determinar a posição da ponte rolante que irá dar máxima solicitação.

O peso próprio deve ser considerado como cargas equivalentes concentradas atuando nas seções com diafragmas.

Os tres primeiros exemplos são inicialmente calculados pelo método usual e logo após pelo método proposto, possibilitando assim uma comparação dos resultados. O quarto exemplo é calculado pelo processo contínuo para permitir uma comparação com o discreto.

## 2. EXEMPLOS

### 2.1 - Primeiro exemplo (Fig.VI-3)

Dados: viga simplesmente apoiada  
vão da viga  $L = 3,0\text{m}$   
peso próprio =  $0,17\text{tf/m}$   
capacidade da ponte rolante  $10\text{tf}$   
tensão admissível do material  $\bar{\sigma} = 1,4\text{tf/cm}^2$   
afastamento entre rodas da ponte =  $2,7\text{m}$   
reações máximas das rodas  $P_1 = 10,4\text{tf}$   $P_2 = 9,0\text{tf}$   
coeficiente dinâmico  $\phi = 1,2$   
trilho TR-57  
flecha admissível  $L/750$

A emenda dos trilhos serão executadas sobre uma sapata assentada na seção transversal de apoio da viga de rolamento.

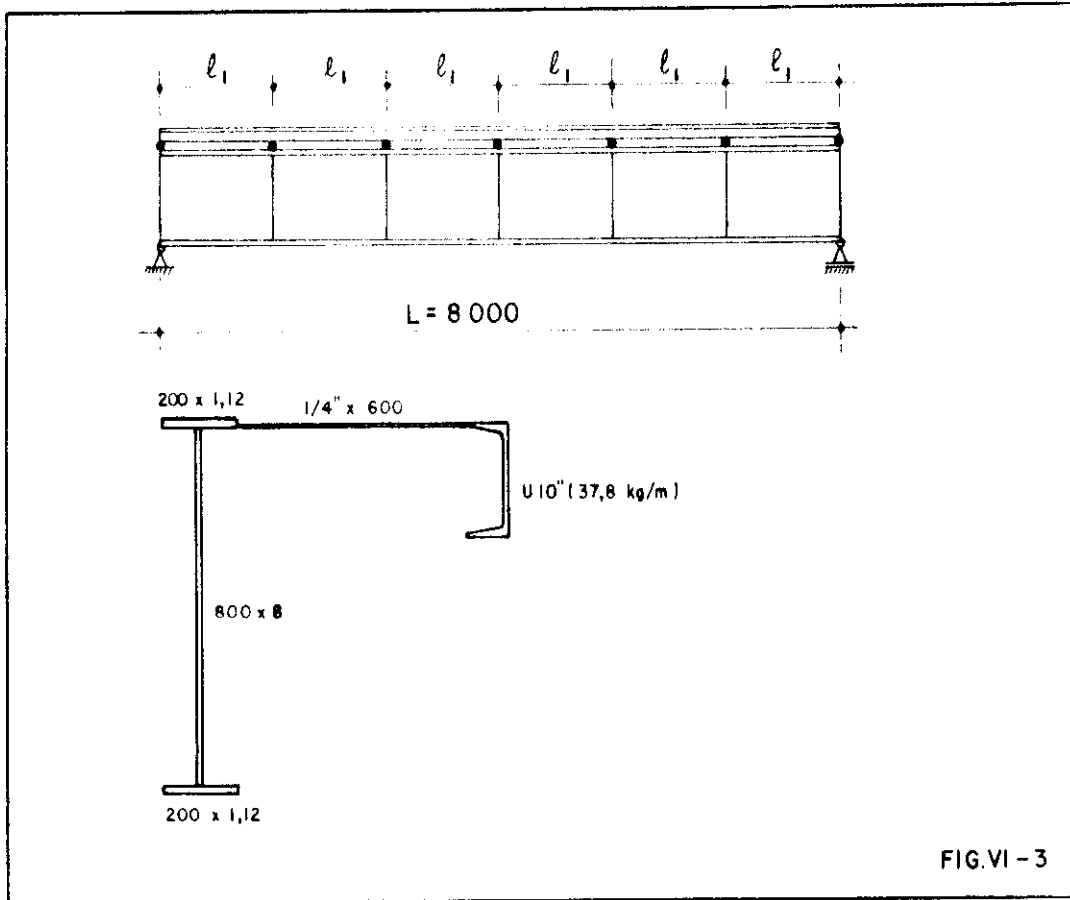


FIG.VI-3

a) Determinação da distância entre diafragmas

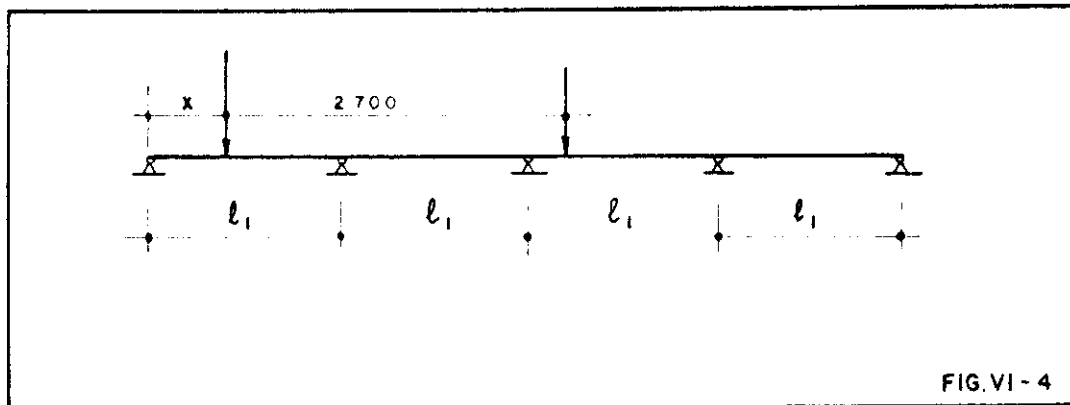


FIG.VI-4

Pela Resistência:

$$M_{\max} = l_1 \sum P_i \cdot n_i = l_1 \cdot 1,2 (10,4 \cdot 0,2047 + 9 \cdot 0,021) = 2,78 l_1 \quad (\text{VI-1})$$

$$l_1 \leq \frac{1,4 \cdot 295,4 \cdot 10^{-2}}{2,78} = 1,49 \text{ m}$$

$$\text{Adota-se } l_1 = L/6 = 1,33 \text{ m}$$

Pela Deformação:

$$M = + 1,2 \cdot 10,4 \cdot 0,0935 \cdot 1,34 - 1,2 \cdot 9 \cdot 0,0104 \cdot 1,33 = 1,41 \text{ tfm}$$

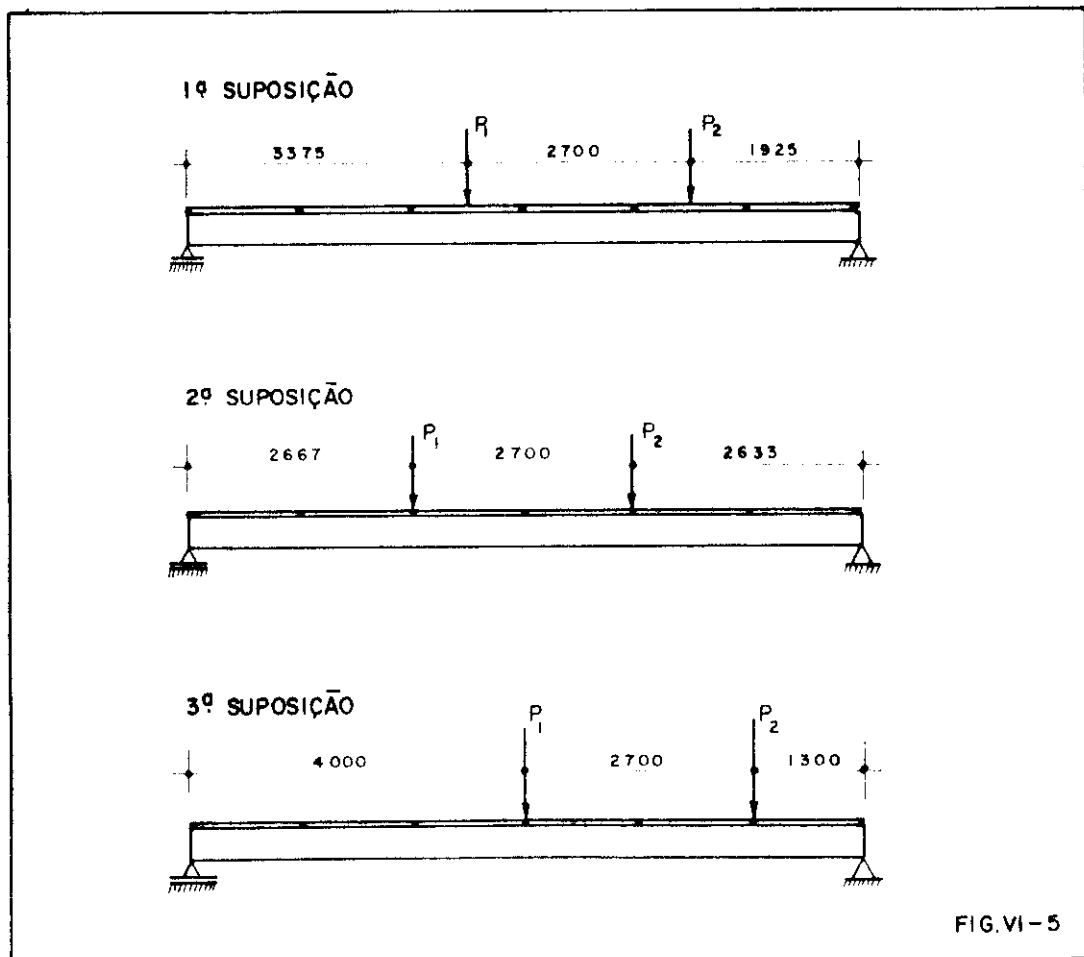
$$v_{\max} = \frac{P l^3}{48 E J} - 0,06415 \frac{M l^2}{E J} \leq 0,18 \text{ cm} \quad (\text{VI-7})$$

$$v_{\max} = \frac{1,2 \cdot 10,4 \cdot 10^3 \cdot 133^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 2735} - \frac{0,06415 \cdot 141 \cdot 10^3 \cdot 134^2}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 2735}$$

$$v_{\max} = 0,08 \text{ cm}$$

b) Determinação da máxima solicitação acidental na viga

$$x = \frac{L}{2} - \frac{a}{2} = \frac{800}{2} - \frac{125}{2} = 337,5 \text{ cm} \quad (\text{II-8})$$

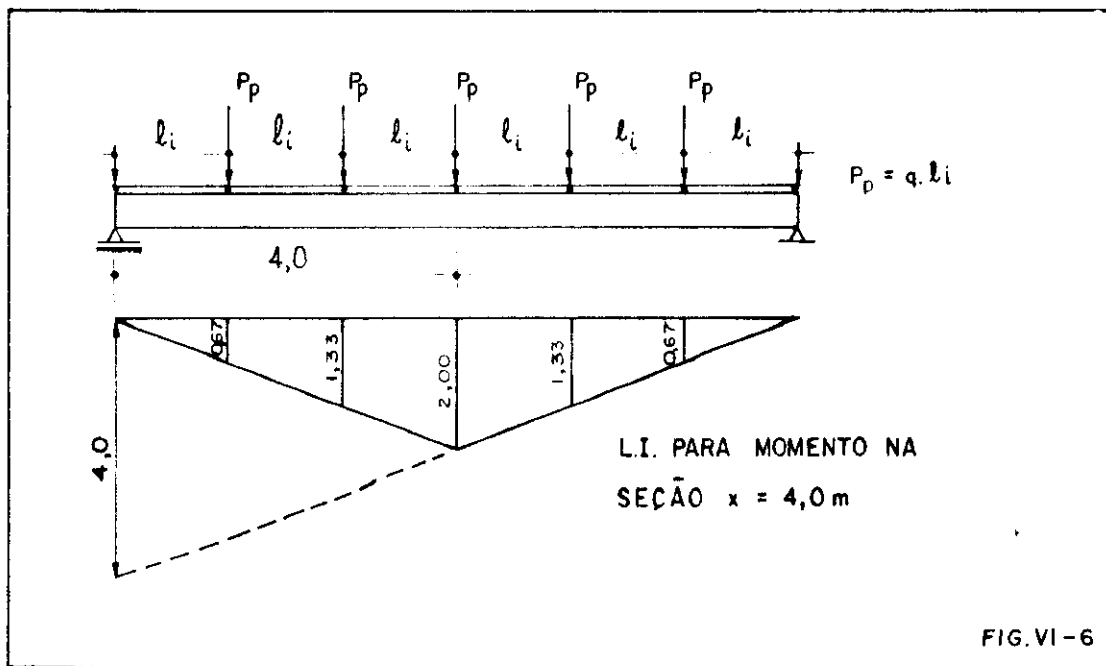


A terceira suposição de carregamento ( $x = 4,0\text{m}$ ) produz a máxima sollicitação na viga, assim:

$$M_{\text{acid}} = 1,2(10,4 \cdot 4,0 + 9,0 \cdot 1,3) \frac{4,0}{8,0} = 31,98 \text{tfm}$$

c) Determinação da sollicitação devido a carga permanente na seção de máximo momento accidental.

A carga permanente será considerada como carga concentrada nas seções que contem os diafragmas em função dos comprimentos de influência para cada um deles.



$$M_p = q \cdot l_i \cdot \sum_{i=1}^k y_i = 0,17 \cdot 1,33(2 \cdot 0,67 + 2 \cdot 1,33 + 2) = 1,36 \text{tfm}$$

d) Esforço solicitante total

$$M_x = M_p + M_{\text{acid}} = 1,36 + 31,98 = 33,34 \text{tfm}$$

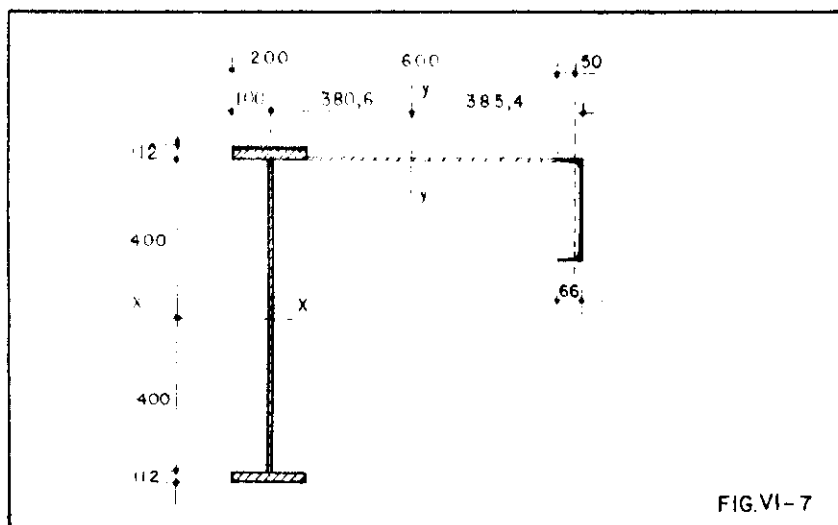
e) Máxima sollicitação horizontal

$$H_d = 0,1P_{\text{max}} \quad (\text{II-6})$$

$$M_v = M_{cid} = \frac{0,1 \cdot 31,98}{1,2} = 2,67 \text{ tfm}$$

f) Verificação das tensões e deformações pelo processo actual: sem diagramas transversais.

### Determinação das características geométricas



$$x_g = \frac{29 \cdot 75 + 0,635 \cdot 60 \cdot 40}{29 \cdot 0,635 \cdot 60 + 1,12 \cdot 20 + 0,8 \cdot 9,6} = 38,06 \text{ cm}$$

$$J_x = 2 \cdot 1,12 \cdot 20 \cdot \left(\frac{80 + 1,12}{2}\right)^2 + \frac{0,8 \cdot 80^3}{12} = 107834 \text{ cm}^4$$

$$J_y = 95,1 + 29 \cdot 36,94^2 + \frac{0,635 \cdot 60^3}{12} + 0,635 \cdot 60 \cdot 1,94^2 + \frac{1,12 \cdot 20^3}{12} + 1,12 \cdot 20 \cdot 39,03^2 + 0,8 \cdot 9,6 \cdot 38,06^2 = 97235 \text{ cm}^4$$

Verificação da resistência para as fibras comprimidas da mesa superior.

$$\sigma = \frac{3334 \cdot 41,12}{107834} + \frac{264 \cdot 48,06}{97235} = 1,4 \text{ tf/cm}^2$$

Verificação da resistência para as fibras da mesa inferior.

$$\sigma = \frac{3334 \cdot 41,12}{107834} = 1,27 \text{ tf/cm}^2$$

Verificação da deformação

$$M_x = M_p + M_{acid} = 33,34 \text{ tfm}$$

$$\delta_{max} = \frac{M_x L^2}{10EJ_x} = \frac{3334,800^2}{10 \cdot 2100 \cdot 107834} = 0,94 \text{ cm}$$

g) Verificação da tensão e deformação pelo processo proposto.

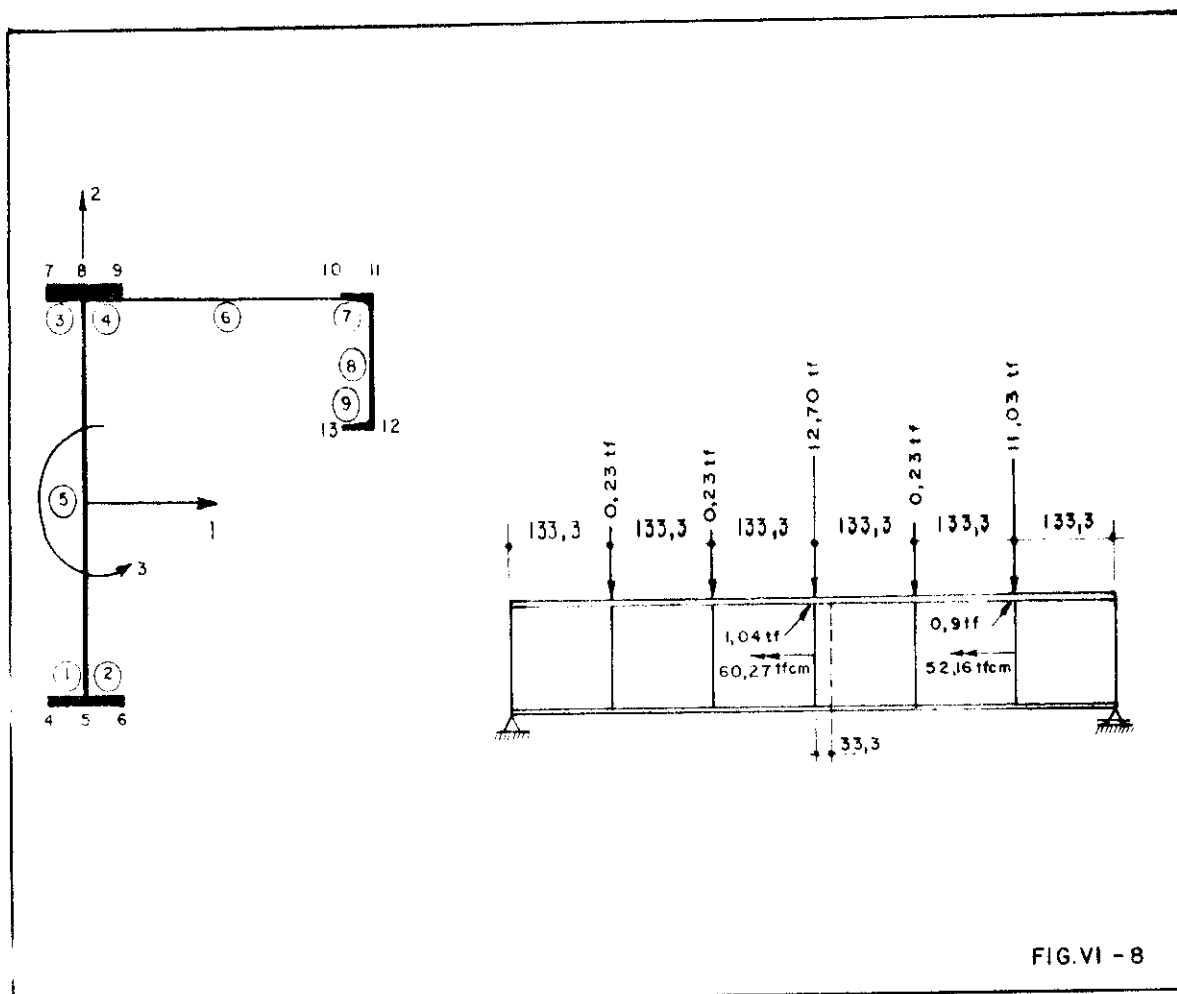


FIG.VI - 8

Dados para o computador:

N = 13 (nº de coordenadas deslocamento por diafragmas)

NP = 9 (nº de painéis)

NFI = 5 (nº de diafragmas intermediários)

NV = 7 (nº de vínculos rígidos)

E = 2100tf/cm<sup>2</sup> (módulo de elasticidade longitudinal)

G = 800tf/cm<sup>2</sup> (módulo de elasticidade transversal)

T = (espessuras dos painéis)

BP = (largura dos painéis)

H = (distância entre diafragmas)

BI = (matriz de transformação)

NVING = (numeração dos vínculos rígidos)

QI = (cargas ao longo das coordenadas)

Resultados obtidos do computador

ESFORÇOS NO PAINEL 2		ESFORÇOS NO PAINEL 1	
COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.338	1	0.214
2	4.601	2	0.000
3	-0.000	3	3.367
4	-0.121	4	-0.121
5	0.178	5	-0.101
6	6.370	6	-0.000
7	0.000	7	4.681
8	0.040	8	0.040
9	0.064	9	-0.059
10	2.752	10	-0.000
11	-0.000	11	1.995
12	0.044	12	0.044
13	0.125	13	-0.151
14	1.122	14	-0.000
15	0.000	15	0.656
16	0.030	16	0.030
17	0.110	17	0.028
18	-2.012	18	-0.000
19	0.000	19	-1.512
20	0.045	20	0.045
21	0.071	21	-0.068
22	-4.801	22	-0.000
23	0.000	23	-3.441
24	0.045	24	0.045
25	0.001	25	0.009
26	-5.341	26	0.000
27	0.000	27	-3.850
28	0.025	28	0.025
29	-0.211	29	0.132
30	-2.692	30	-0.000
31	0.000	31	-1.897
32	-0.108	32	-0.108

ESFORCOS NO PAINEL 5		ESFORCOS NO PAINEL 4		ESFORCOS NO PAINEL 3	
COORDENADA	ESFORCO	COORDENADA	ESFORCO	COORDENADA	ESFORCO
1	15.385	1	0.377	1	-0.289
2	-7.968	2	-4.475	2	0.000
3	8.534	3	0.937	3	-4.059
4	-0.052	4	-0.121	4	-0.121
5	-10.740	5	-0.152	5	0.150
6	-11.052	6	-6.378	6	0.000
7	11.968	7	1.920	7	-5.590
8	0.117	8	0.040	8	0.040
9	-0.220	9	-0.097	9	0.062
10	-4.748	10	-2.969	10	-0.000
11	5.528	11	1.262	11	2.358
12	0.129	12	0.044	12	0.044
13	-0.026	13	-0.284	13	0.136
14	-1.779	14	-1.068	14	0.000
15	1.967	15	-0.065	15	-0.898
16	0.087	16	0.030	16	0.000
17	-12.328	17	0.025	17	0.055
18	3.525	18	2.006	18	-0.000
19	-3.807	19	-0.426	19	1.801
20	0.180	20	0.045	20	0.045
21	-0.223	21	-0.119	21	0.068
22	8.242	22	4.612	22	-0.000
23	-8.814	23	-0.897	23	4.201
24	0.191	24	0.045	24	0.045
25	-0.216	25	-0.028	25	-0.006
26	9.191	26	5.439	26	-0.000
27	-10.055	27	-1.775	27	4.616
28	0.073	28	0.025	28	0.025
29	8.368	29	0.278	29	-0.176
30	4.589	30	2.834	30	0.000
31	-5.121	31	-0.959	31	2.287
32	-0.316	32	-0.108	32	-0.108



ESFORCOS NO PAINEL 8		ESFORCOS NO PAINEL 7		ESFORCOS NO PAINEL 6	
COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO
1	0.430	1	-0.128	1	-1.126
2	-0.526	2	1.590	2	-0.939
3	1.373	3	-1.373	3	-1.590
4	-0.050	4	-0.070	4	-0.132
5	-0.290	5	0.051	5	0.784
6	-0.693	6	2.545	6	-1.920
7	2.083	7	-2.083	7	-2.545
8	0.016	8	0.023	8	0.044
9	-0.010	9	0.031	9	0.004
10	-0.268	10	1.386	10	-1.262
11	1.069	11	-1.069	11	-1.386
12	0.018	12	0.026	12	0.048
13	0.026	13	0.101	13	0.091
14	-0.147	14	0.250	14	0.065
15	0.503	15	-0.303	15	-0.250
16	0.012	16	0.017	16	0.093
17	-0.382	17	-0.009	17	0.840
18	0.219	18	-0.734	18	0.426
19	-0.620	19	0.620	19	0.734
20	0.018	20	0.026	20	0.049
21	-0.007	21	0.040	21	0.014
22	0.562	22	-1.609	22	0.897
23	-1.420	23	1.420	23	1.609
24	0.019	24	0.026	24	0.049
25	-0.014	25	0.012	25	0.011
26	0.575	26	-2.239	26	1.775
27	-1.822	27	1.822	27	2.239
28	0.010	28	0.015	28	0.027
29	0.247	29	-0.097	29	-0.607
30	0.277	30	-1.186	30	0.959
31	-0.966	31	0.966	31	1.186
32	-0.044	32	-0.063	32	-0.118

ESFORÇOS NO PAINEL 9	
COORDENADA	ESFORÇO
1	0.019
2	-0.000
3	0.526
4	-0.070
5	-0.010
6	0.000
7	0.698
8	0.028
9	-0.005
10	-0.000
11	0.268
12	0.026
13	-0.008
14	-0.000
15	0.147
16	0.017
17	-0.004
18	-0.000
19	-0.219
20	0.026
21	-0.006
22	-0.000
23	-0.562
24	0.026
25	0.002
26	-0.000
27	-0.575
28	0.015
29	0.011
30	0.000
31	-0.277
32	-0.063

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 1	
A ESQUERDA	A DIREITA
0.164	0.437
0.500	0.937
0.698	1.096
0.643	1.268
0.567	1.074
0.418	0.608
0.132	0.207

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 2	
A ESQUERDA	A DIREITA
0.437	0.937
0.937	1.096
1.096	1.268
1.268	1.074
1.074	0.608
0.608	0.274

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 3	
A ESQUERDA	A DIREITA
-0.305	-0.419
-0.833	-0.890
-1.113	-1.031
-1.107	-1.198
-0.971	-1.012
-0.668	-0.565
-0.218	-0.190

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 4

A ESQUERDA A DIREITA

-0.419  
-0.890  
-1.031  
-1.198  
-1.012  
-0.565  
-0.190

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 5

A ESQUERDA A DIREITA

0.437  
0.937  
1.096  
1.268  
1.074  
0.608  
0.207

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 6

A ESQUERDA A DIREITA

-0.212  
-0.537  
-0.701  
-0.737  
-0.640  
-0.424  
-0.145

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 7

A ESQUERDA A DIREITA

0.079  
0.170  
0.195  
0.221  
0.165  
0.101  
0.032

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 8

A ESQUERDA A DIREITA

0.124  
0.255  
0.289  
0.351  
0.297  
0.159  
0.055

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 9

A ESQUERDA A DIREITA

0.035  
0.112  
0.159  
0.141  
0.128  
0.097  
0.028

0.124  
0.255  
0.289  
0.351  
0.297  
0.159  
0.055

		DESLOCAMENTOS DO SISTEMA	
	COORDENADAS	DESLOCAMENTOS	
68	0.007	0.192	0.000
69	0.088	0.207	0.000
70	0.052	0.064	0.000
71	0.044	0.068	0.209
72	0.196	0.086	0.279
73	0.200	0.139	0.297
74	0.172	0.134	-0.009
75	0.114	0.140	-0.016
76	0.124	0.143	0.039
77	0.107	0.117	0.154
78	0.119	0.117	0.135
79	0.380	0.120	0.169
80	-0.441	0.129	0.146
81	0.004	0.129	0.425
82	0.061	0.131	-0.537
83	0.013	0.129	0.004
84	-0.009	0.129	0.199
85	0.238	0.809	0.252
86	0.236	-0.981	0.272
87	0.199	0.008	0.011
88	0.108	0.124	0.011
89	0.118	0.120	0.052
90	0.097	0.121	0.149
91	0.113	0.134	0.136
92	0.000	0.136	0.161
93	0.000	0.132	0.144
94	0.000	0.126	0.712
95	0.053	0.128	0.868
96	0.000	0.126	0.007
97	-0.026	0.126	0.167
98	0.252	0.127	
99	0.248	0.127	
100	0.208	0.675	
101	0.106	-0.798	
102	0.116		
103	0.093		
104	0.111		
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			

Como este procedimento de cálculo permite impedir o deslocamento na direção de qualquer coordenada deslocamento do sistema, para se obter resultados mais reais, considerar-se-á indeslocáveis duas coordenadas deslocamento pertencentes ao diafragma do apoio esquerdo e tres coordenadas deslocamento pertencentes ao diafragma do apoio direito, da viga de rolamento. Fica assim, representada de modo mais preciso a vinculação da viga de rolamento e da cinta lateral com a coluna do pórtico transversal do edifício.

Com esta nova vinculação, obtem-se os seguintes resultados do computador.

ESFORÇOS NO PAINEL 2		ESFORÇOS NO PAINEL 1	
COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.318	1	0.178
2	4.309	2	0.000
3	0.000	3	2.913
4	-0.143	4	-0.143
5	0.172	5	-0.074
6	5.808	6	0.000
7	0.000	7	3.995
8	0.054	8	0.054
9	0.125	9	-0.116
10	2.141	10	0.000
11	0.000	11	1.390
12	0.061	12	0.061
13	0.185	13	-0.089
14	-1.838	14	0.000
15	-0.000	15	-1.544
16	0.074	16	0.074
17	0.084	17	-0.076
18	-5.564	18	0.000
19	0.000	19	-4.231
20	0.049	20	0.049
21	-0.178	21	0.188
22	-4.913	22	0.000
23	0.000	23	-3.394
24	0.026	24	0.026
25	-0.071	25	-0.010
26	0.057	26	-0.000
27	0.000	27	0.872
28	-0.120	28	-0.120

ESFORCOS NO PAINEL 5		ESFORCOS NO PAINEL 4		ESFORCOS NO PAINEL 3	
COORDENADA	ESFORCO	COORDENADA	ESFORCO	COORDENADA	ESFORCO
1	13.808	1	0.195	1	-0.275
2	-7.222	2	-3.205	2	-0.000
3	7.104	3	-0.213	3	-3.899
4	-0.416	4	-0.143	4	-0.143
5	-10.693	5	-0.158	5	0.129
6	-9.803	6	-3.765	6	-0.000
7	9.211	7	-0.419	7	-5.447
8	0.157	8	0.054	8	0.054
9	-0.218	9	-0.204	9	0.117
10	-3.531	10	-0.177	10	0.000
11	2.497	11	-1.816	11	-2.319
12	0.177	12	0.061	12	0.061
13	-12.364	13	-0.184	13	0.147
14	3.383	14	3.891	14	-0.000
15	-5.045	15	-3.087	15	1.155
16	0.215	16	0.074	16	0.074
17	-0.218	17	-0.105	17	0.077
18	9.796	18	7.456	18	-0.000
19	-11.857	19	-3.723	19	4.401
20	0.142	20	0.049	20	0.049
21	-0.218	21	0.042	21	-0.060
22	8.307	22	8.042	22	0.000
23	-12.695	23	-3.960	23	4.654
24	0.077	24	0.026	24	0.026
25	9.902	25	0.413	25	-0.136
26	14.457	26	3.144	26	-0.000
27	-4.599	27	-2.166	27	1.455
28	-0.351	28	-0.120	28	-0.120

ESFORÇOS NO PAINEL 8		ESFORÇOS NO PAINEL 7		ESFORÇOS NO PAINEL 6	
COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO	COORDENADA	ESFORÇO
1	0.708	1	-0.294	1	-2.182
2	-4.833	2	3.006	2	0.213
3	-0.979	3	-3.981	3	-3.006
4	-0.059	4	-0.083	4	-0.156
5	-0.337	5	0.108	5	0.660
6	-0.445	6	5.648	6	0.419
7	4.838	7	-4.838	7	-5.648
8	0.022	8	0.031	8	0.059
9	-0.012	9	0.078	9	0.014
10	-0.898	10	3.552	10	1.816
11	2.921	11	-2.921	11	-3.552
12	0.025	12	0.035	12	0.067
13	-0.346	13	0.066	13	0.921
14	-0.437	14	1.782	14	3.087
15	1.503	15	-1.503	15	-1.782
16	0.030	16	0.043	16	0.081
17	-0.012	17	0.028	17	-0.001
18	-0.005	18	0.617	18	3.723
19	0.454	19	-0.454	19	-0.617
20	0.020	20	0.028	20	0.053
21	-0.012	21	-0.033	21	0.048
22	0.209	22	0.638	22	3.960
23	0.511	23	-0.511	23	-0.638
24	0.011	24	0.015	24	0.029
25	0.011	25	0.047	25	0.539
26	-1.147	26	0.142	26	2.166
27	-1.692	27	-1.177	27	-0.142
28	-0.049	28	-0.070	28	-0.132

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 1

A ESQUERDA A DIREITA

0.115	0.405
0.407	0.826
0.484	0.997
0.353	0.853
0.110	0.340
0.118	-0.274

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 2

A ESQUERDA A DIREITA

0.405	0.364
0.826	0.980
0.997	1.192
0.853	1.008
0.340	0.527
-0.274	0.264

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 3

A ESQUERDA A DIREITA

-0.287	-0.409
-0.820	-0.849
-1.031	-1.052
-0.917	-0.960
-0.580	-0.511
-0.226	-0.034

ESFORCOS NO PAINEL 9

COORDENADA ESFORCO

1	-0.036
2	0.000
3	-1.273
4	-0.083
5	0.064
6	0.000
7	0.445
8	0.031
9	-0.014
10	0.000
11	0.898
12	0.035
13	-0.007
14	0.000
15	0.437
16	0.043
17	-0.007
18	-0.000
19	0.005
20	0.028
21	-0.008
22	0.000
23	-0.209
24	0.015
25	0.009
26	0.000
27	-0.304
28	-0.070



TENSOES NORMAIS NO PAINEL 4

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.409  
-0.849  
-1.052  
-0.960  
-0.511  
-0.034

-0.202  
-0.509  
-0.662  
-0.610  
-0.393  
-0.141

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 5

A ESQUERDA                      A DIREITA

0.405  
0.826  
0.997  
0.853  
0.340  
-0.274

-0.409  
-0.849  
-1.052  
-0.960  
-0.511  
-0.034

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 6

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.202  
-0.509  
-0.662  
-0.610  
-0.393  
-0.141

0.055  
0.088  
0.150  
0.167  
0.112  
0.034

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 7

A ESQUERDA                      A DIREITA

0.055  
0.088  
0.150  
0.167  
0.112  
0.034

-0.348  
-0.138  
-0.010  
0.057  
0.161  
0.277

TENSOES NORMAIS NO PAINEL 8

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.402  
-0.045  
0.087  
0.158  
0.112  
0.089

-0.348  
-0.138  
-0.010  
0.057  
0.161  
0.277

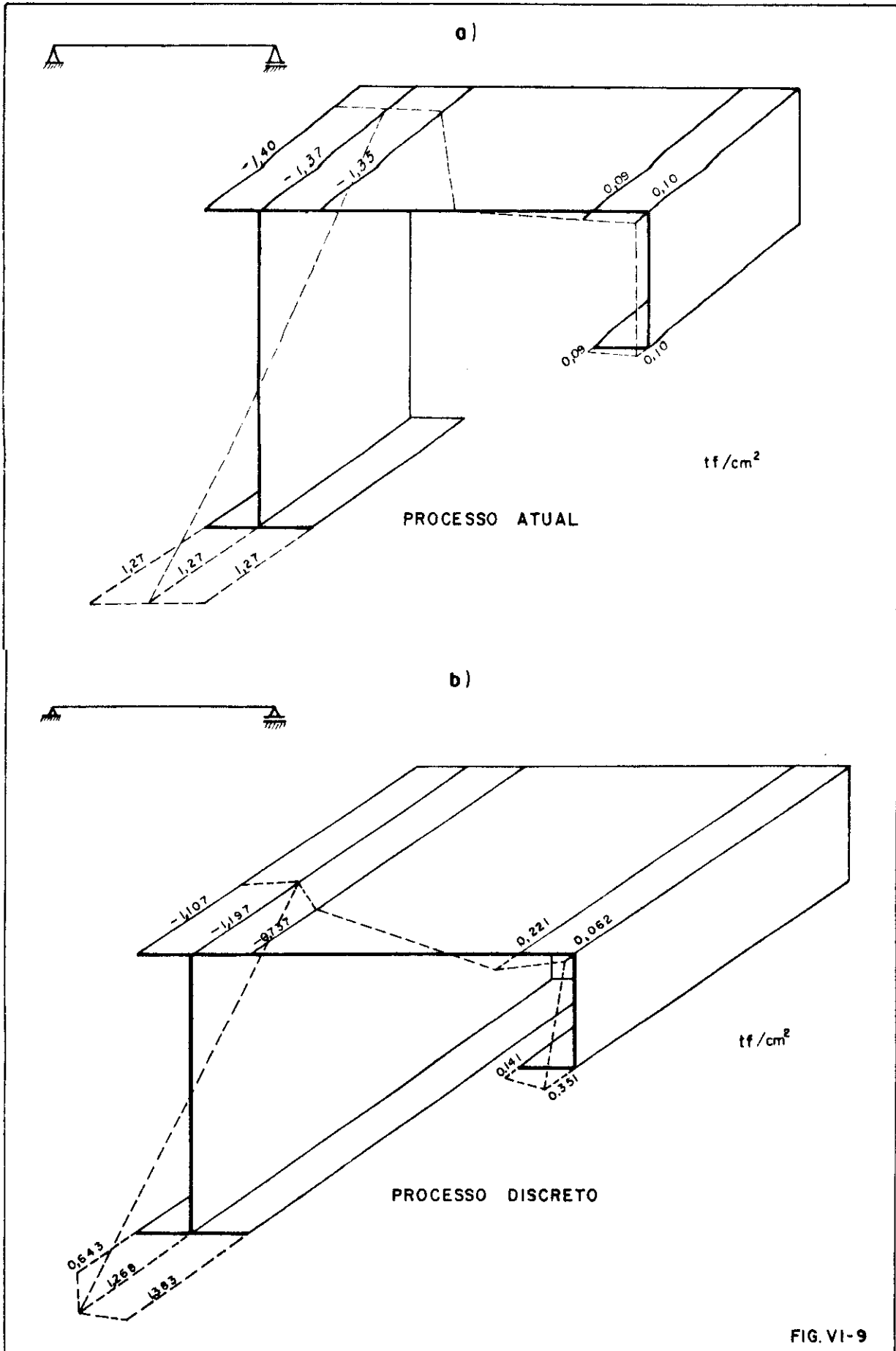
TENSOES NORMAIS NO PAINEL 9

A ESQUERDA                      A DIREITA

0.019  
-0.204  
-0.066  
-0.006  
0.042  
0.002

-0.402  
-0.045  
0.087  
0.158  
0.112  
0.089

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA	
COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.000
2	<u>0.000</u>
3	0.000
4	0.129
5	0.200
6	0.222
7	-0.061
8	-0.069
9	-0.030
10	0.066
11	0.000
12	0.000
13	0.005
14	0.430
15	<u>-0.486</u>
16	0.005
17	0.122
18	0.174
19	0.199
20	-0.042
21	-0.043
22	-0.018
23	0.062
24	0.022
25	0.026
26	0.004
27	0.714
28	<u>0.096</u>
29	0.036
30	0.028
31	0.013
32	0.022
33	0.381
34	<u>-0.360</u>
35	0.004
36	0.036
37	-0.017
38	-0.037
39	0.170
40	0.171
41	0.120
42	<u>0.029</u>
43	0.018
44	0.006
45	0.019
46	0.000
47	<u>0.000</u>
48	0.000
49	0.028
50	0.000
51	-0.053
52	0.185
53	0.173
54	0.129
55	0.027
56	0.000
57	0.000
58	0.019
59	
60	
61	0.096
62	0.036
63	0.028
64	0.013
65	0.022
66	0.381
67	<u>-0.360</u>
68	0.004
69	0.036
70	-0.017
71	-0.037
72	0.170
73	0.171
74	0.120
75	0.029
76	0.018
77	0.006
78	0.019
79	0.000
80	<u>0.000</u>
81	0.000
82	0.028
83	0.000
84	-0.053
85	0.185
86	0.173
87	0.129
88	0.027
89	0.000
90	0.000
91	0.019
ZZ	
1	0.008
2	0.096
3	0.122
4	0.137
5	0.010
6	0.011
7	0.015
8	0.056
9	0.031
10	0.038
11	0.017
12	0.011
13	<u>-0.070</u>
14	0.009
15	0.065
16	0.058
17	0.061
18	0.075
19	0.078
20	0.057
21	0.047
22	0.031
23	0.023
24	0.021
25	0.676
26	<u>-0.686</u>
27	0.008
28	0.043
29	0.004
30	-0.003
31	0.133
32	0.139



h) Comentário

Inicialmente a viga é calculada pelo processo atual, onde admite-se que as cargas verticais são absorvidas somente pela viga de rolamento, sem contar com a participação da chapa do passadiço e as cargas horizontais absorvidas pela viga horizontal de contraventamento, contando com a mesa comprimida e parte da alma da viga de rolamento (ver Fig. III-1). A viga é considerada simplesmente apoiada, obtendo-se a "distribuição" de tensões normais indicada na figura VI-9a.

A máxima deformação vertical é calculada considerando a ação das cargas verticais provenientes da ponte rolante, majoradas pelo coeficiente dinâmico e o peso próprio da viga de rolamento.

A seguir, a viga é calculada pelo processo discreto, onde se considera além das cargas horizontais e verticais, o momento torsor que estas produzem por serem aplicadas fora do centro de torção. Como neste processo, as tensões normais são fornecidas na seção intermediária entre dois diafragmas, para obter as tensões o mais próximo possível da seção mais solicitada, admitiu-se um diafragma hipotético bem próximo desta (ver figura VI-8). A viga é considerada, como no processo anterior, simplesmente apoiada, obtendo-se a distribuição das tensões normais indicada na Fig. VI-9b.

O processo fornece também, os esforços e os deslocamentos na direção das coordenadas deslocamento. Na tabela dos deslocamentos, fornecida pelo computador, as deformações verticais nas seções com diafragmas estão destacadas por um traço, sendo o deslocamento correspondente ao calculado pelo processo atualmente utilizado o que se apresenta grifado com dois traços.

Ao comparar os resultados fornecidos pelos dois processos, nota-se que as tensões normais na mesa superior da viga de rolamento, obtidas pelo cálculo atual, são maiores do que as obtidas no processo proposto. Em contrapartida, as tensões na mesa inferior obtidas pelo processo atual, são menores do que as obtidas pelo processo proposto.

Isto torna evidente, que o cálculo atual, desprezando o efeito da torção, acarreta um dimensionamento ilógico às vigas de rolamento.

Como o processo permite impedir o deslocamento na direção de qualquer coordenada deslocamento do sistema, para considerar de modo mais preciso a vinculação da viga de rolamento e da cinta lateral do edifício com a coluna do pórtico transversal do edifício, apresenta-se também, os dados obtidos, impedindo o deslocamento longitudinal de 5 coordenadas deslocamento, duas pertencentes ao apoio direito e tres ao apoio esquerdo. Nota-se pelos resultados, uma razoável redução dos valores das tensões normais e dos deslocamentos, comparados com os obtidos anteriormente.

2.2 - Segundo exemplo (Fig.VI-10)

Dados: Viga contínua de dois tramos

Vão dos tramos  $L = 8,0\text{m}$

Peso próprio  $p = 0,17\text{tf/m}$

Capacidade ponte rolante =  $10\text{tf}$

Tensão admissível do material =  $1,4\text{tf/cm}^2$

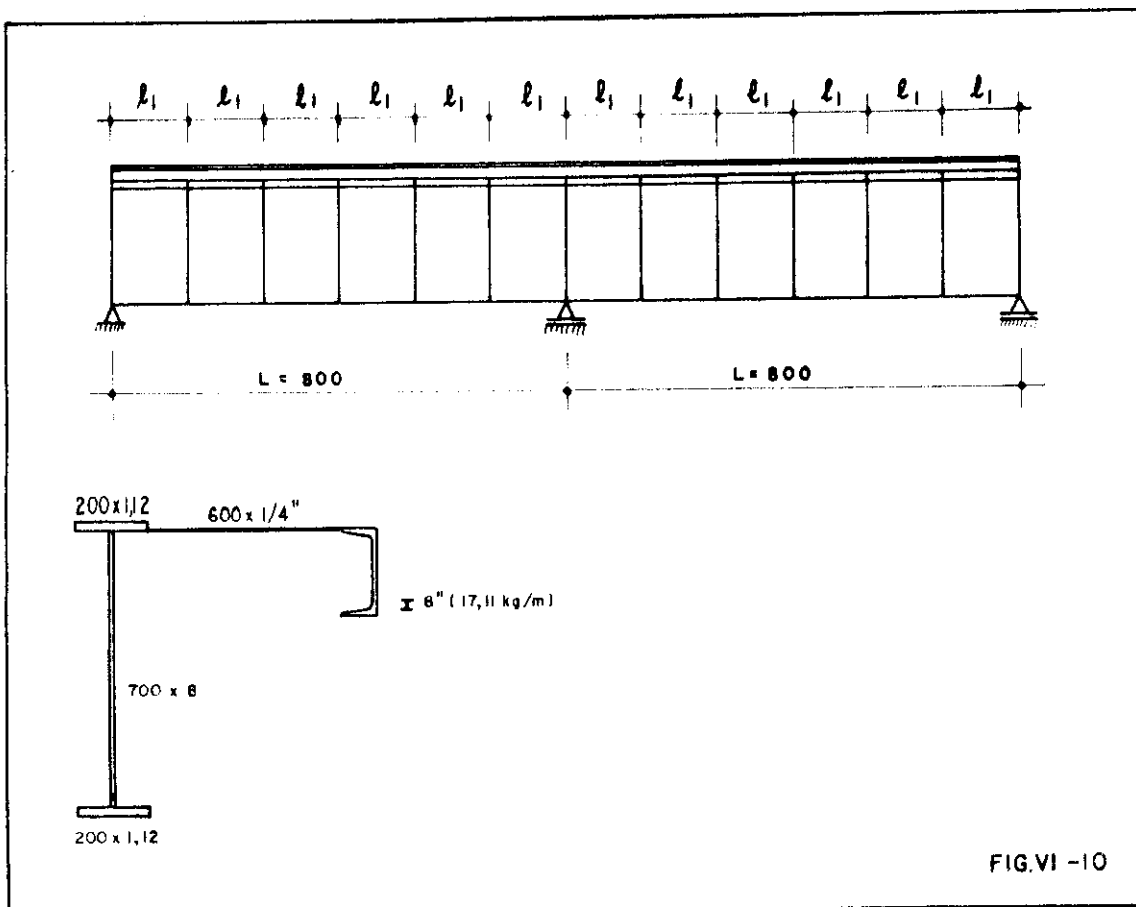
Afastamento entre rodas da ponte =  $2,7\text{m}$

Reações máximas das rodas  $P_1 = 10,4\text{tf}$   $P_2 = 9,0\text{tf}$

Coeficiente de impacto  $\phi = 1,2$

Trilhos TR-57

Flecha admissível  $L/750$



a) Afastamento entre diafragmas

$$l_1 = 1333\text{mm} \quad (\text{conforme 1º exemplo})$$

b) Determinação da máxima sollicitação acidental na viga

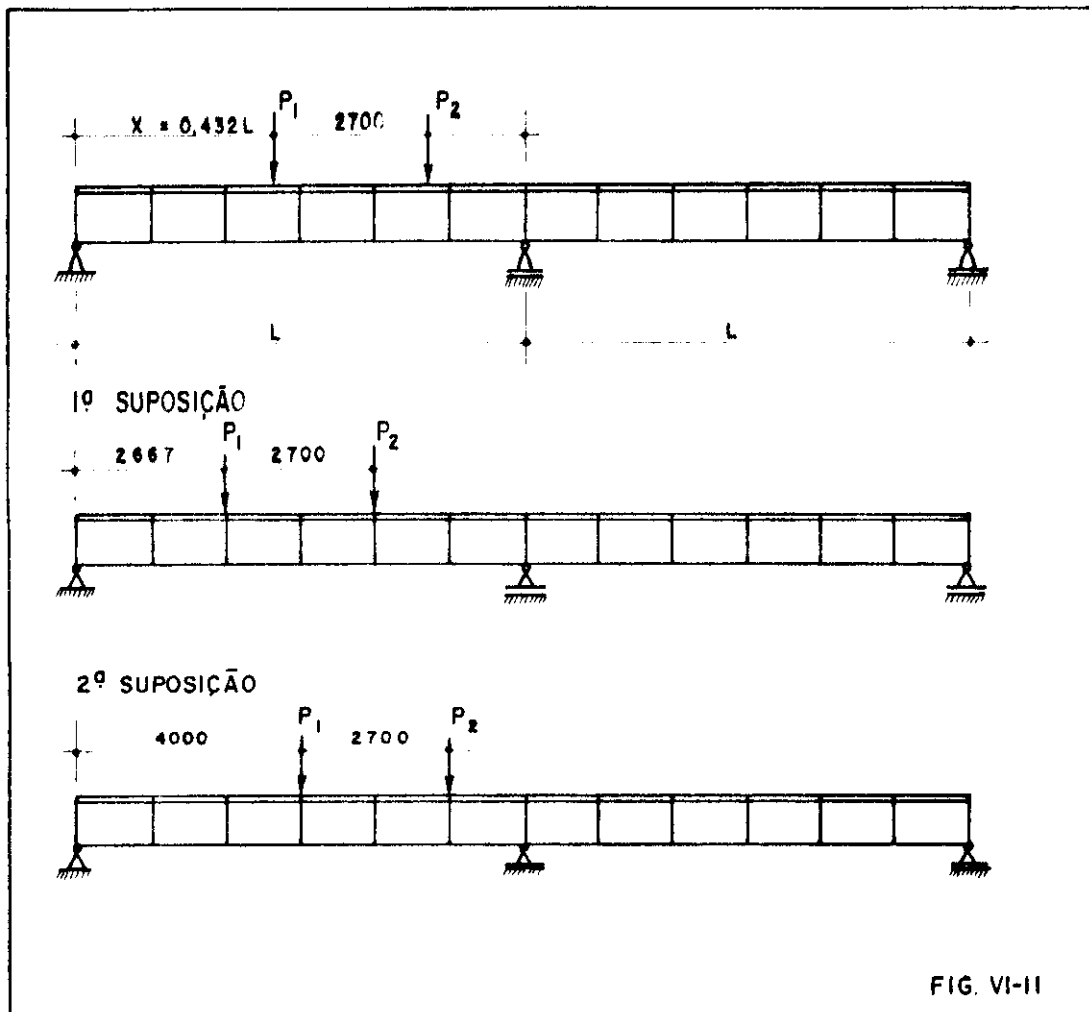


FIG. VI-II

A primeira suposição de carregamento ( $x = 2,67m$ ) produz a máxima sollicitação na viga, assim:

$$M_{acid} = 1,2.8(10,4.0,1951+0,0793.9) = 26,33tfm$$

c) Determinação da sollicitação devido a carga permanente na seção de máximo momento acidental.

$$M_p = \eta.q.L^2 = 0,06833.8^2.q = 4,373.0,17 = 0,74tfm$$

d) Esforço solicitante total

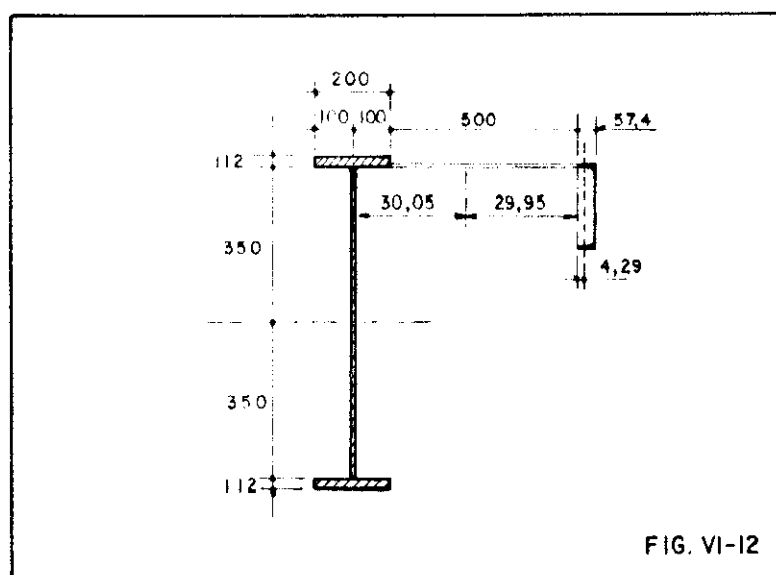
$$M_x = M_p + M_{acid} = 0,74+26,33 = 27,07tfm$$

e) máxima solicitação horizontal

$$M_y = \frac{0,1 \cdot 26,33}{1,2} = 2,19 \text{ tfm}$$

f) Verificação das tensões e deformações pelo processo atual. Sem diafragmas transversais.

Determinação das características geométricas



$$J_x = 2 \cdot \Delta \cdot b \cdot \left(\frac{h+\Delta}{2}\right)^2 + \frac{\delta h^3}{12} = 2 \cdot 1,12 \cdot 20 \cdot \left(\frac{70+1,12}{2}\right)^2 + \frac{0,8 \cdot 70^3}{12} = 79517 \text{ cm}^4$$

$$x_g = \frac{21,8 \cdot 64,29 + 0,635 \cdot 50 \cdot 35}{21,8 + 0,635 \cdot 50 + 1,12 \cdot 20 + 0,8 \cdot 9,6} = 30,05 \text{ cm}$$

$$J_y = 54,9 + 21,8 \cdot 34,24^2 + \frac{0,635 \cdot 50^3}{12} + 0,635 \cdot 50 \cdot 4,95^2 + \frac{1,12 \cdot 20^3}{12} + 1,12 \cdot 20 \cdot 30,05^2 + 0,8 \cdot 9,6 \cdot 30,05^2 = 60.914 \text{ cm}^4$$

Verificação da resistência para as fibras comprimidas da mesa superior.

$$\sigma = \frac{2707 \cdot 36,12}{79517} + \frac{219 \cdot 40,05}{60914} = 1,37 \text{ tf/cm}^2$$



Verificação da resistência para as fibras da mesa inferior.

$$\sigma = \frac{2707 \cdot 36,12}{79517} = 1,23 \text{tf/cm}^2$$

Verificação da deformação.

Pelas expressões VI-4 e VI-5

$$\delta_{\text{máx}} = 1,07 \text{ cm} \leq 1,07 \text{ cm}$$

g) Verificação das tensões e deformações pelo processo proposto.

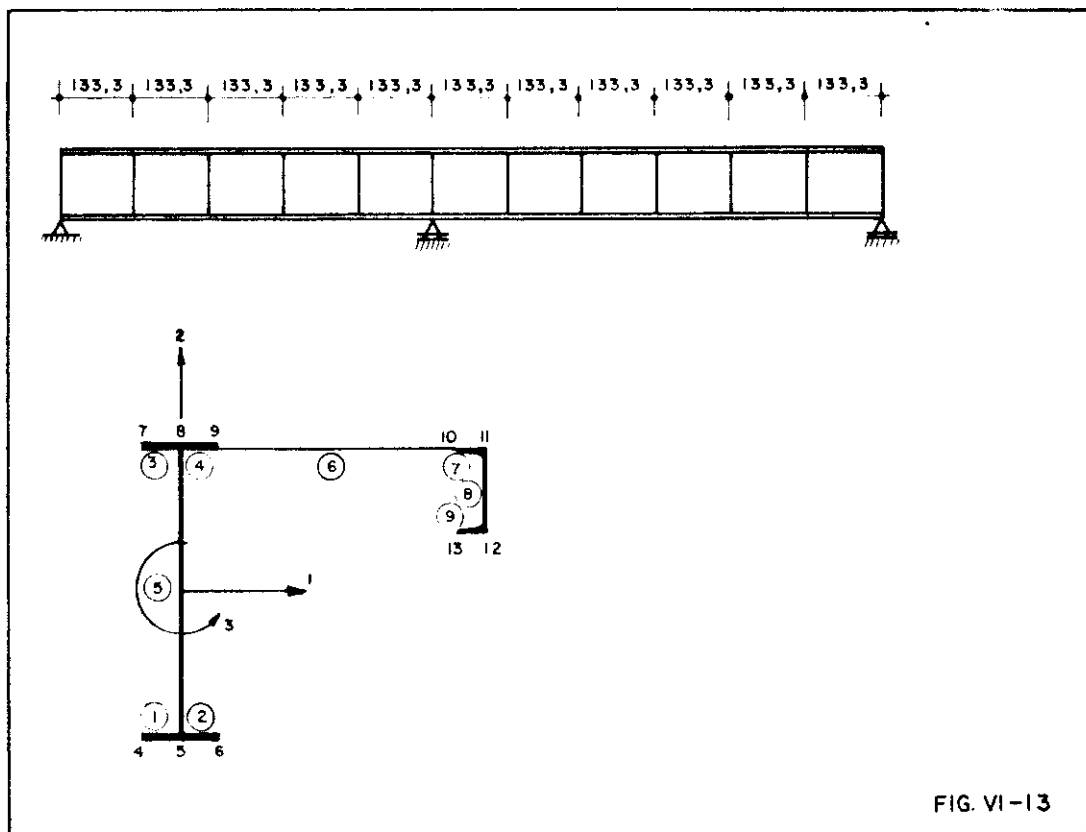


FIG. VI-13

Dados para o computador

N = 13 (nº de coordenadas deslocamento por diafragmas)

NP = 9 (nº de painéis)

NFI = 11 (nº de diafragmas intermediários)

NV = 14 (nº de vínculos rígidos)

NVI = 3 (nº de vínculos rígidos intermediários)

E = 2100tf/m<sup>2</sup> (módulo de elasticidade longitudinal)

G = 800tf/m<sup>2</sup> (módulo de elasticidade transversal)

T = (espessuras dos painéis)

BP = (larguras dos painéis)

H = (distância entre diafragmas)

BI = (matriz de transformação)

NVING = (numeração dos vínculos rígidos)

QI = (cargas ao longo das coordenadas)

Resultados obtidos do computador

ESFORÇOS NO PAINEL 1

COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.002
2	0.000
3	-0.053
4	0.023
5	-0.015
6	0.000
7	-0.282
8	-0.009
9	-0.002
10	0.000
11	-0.500
12	-0.004
13	-0.004
14	0.000
15	-0.591
16	-0.006
17	-0.005
18	0.000
19	-0.719
20	-0.010
21	-0.024
22	0.000
23	-1.022
24	-0.013
25	0.102
26	0.000
27	-0.643
28	-0.009
29	0.115
30	-0.000
31	3.398
32	-0.008
33	-0.022
34	-0.000
35	4.893
36	0.008
37	-0.126
38	-0.000
39	2.096
40	0.013
41	-0.431
42	0.000
43	0.396
44	0.011
45	0.258
46	0.000
47	-2.593
48	0.017
49	0.100
50	0.000
51	-4.006
52	0.051
53	0.057
54	0.000
55	-0.374
56	-0.064

ESFORÇOS NO PAINEL 2

COORDENADA	ESFORÇO
1	0.024
2	-0.271
3	0.000
4	0.023
5	-0.006
6	0.505
7	-0.000
8	-0.009
9	0.009
10	-0.576
11	-0.000
12	-0.004
13	-0.007
14	-0.774
15	-0.000
16	-0.006
17	0.005
18	-0.937
19	-0.000
20	-0.010
21	0.013
22	-1.123
23	-0.000
24	-0.013
25	-0.106
26	-0.590
27	0.000
28	-0.009
29	-0.204
30	4.384
31	0.000
32	-0.008
33	0.068
34	6.312
35	0.000
36	0.008
37	0.126
38	1.065
39	0.000
40	0.013
41	0.808
42	0.638
43	-0.000
44	0.011
45	-0.584
46	-2.855
47	-0.000
48	0.017
49	0.017
50	-5.208
51	0.000
52	0.051
53	-0.175
54	-1.560
55	0.000
56	-0.064

ESFORÇOS NO PAINEL 3	
COORDENADA	ESFORÇO
1	0.015
2	0.000
3	0.174
4	0.023
5	0.003
6	-0.000
7	0.395
8	-0.009
9	0.003
10	0.000
11	0.492
12	-0.004
13	0.005
14	0.000
15	0.602
16	-0.006
17	0.007
18	-0.000
19	0.756
20	-0.010
21	0.019
22	0.000
23	1.038
24	-0.013
25	-0.107
26	0.000
27	0.544
28	-0.009
29	-0.195
30	0.000
31	-4.339
32	-0.008
33	0.060
34	-0.000
35	-6.266
36	0.008
37	0.127
38	0.000
39	-3.093
40	0.013
41	0.705
42	-0.000
43	-0.765
44	0.011
45	-0.483
46	0.000
47	2.690
48	0.017
49	0.047
50	0.000
51	5.300
52	0.051
53	-0.205
54	0.000
55	2.471
56	-0.064

ESFORÇOS NO PAINEL 4	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.024
2	0.218
3	-0.108
4	0.023
5	-0.014
6	0.577
7	-0.256
8	-0.009
9	-0.019
10	0.832
11	-0.479
12	-0.004
13	-0.012
14	1.092
15	-0.627
16	-0.006
17	-0.004
18	1.260
19	-0.682
20	-0.010
21	0.008
22	1.273
23	-0.631
24	-0.013
25	0.105
26	0.943
27	0.180
28	-0.009
29	0.094
30	-3.250
31	-0.510
32	-0.008
33	-0.031
34	-4.615
35	-0.834
36	0.008
37	-0.118
38	-1.677
39	-0.554
40	0.013
41	-2.011
42	0.366
43	-1.420
44	0.011
45	1.816
46	3.639
47	-1.149
48	0.017
49	-0.076
50	5.995
51	-1.212
52	0.051
53	0.287
54	2.735
55	-1.105
56	-0.064

ESFORÇOS NO PAINEL 5	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.485
2	0.323
3	-0.391
4	0.058
5	-0.250
6	0.787
7	-0.972
8	-0.023
9	-0.223
10	1.076
11	-1.324
12	-0.009
13	-0.226
14	1.306
15	-1.693
16	-0.015
17	-0.230
18	-0.656
19	-2.016
20	-0.025
21	-0.244
22	0.134
23	-2.311
24	-1.030
25	-0.733
26	0.033
27	-1.987
28	-0.023
29	16.271
30	-7.782
31	7.589
32	-0.021
33	-10.740
34	-11.203
35	10.581
36	0.023
37	-0.233
38	-5.160
39	4.770
40	0.034
41	-12.026
42	-1.034
43	0.398
44	0.029
45	-0.354
46	5.447
47	-6.330
48	0.043
49	-0.095
50	9.214
51	-11.295
52	0.129
53	9.070
54	11.322
55	-5.207
56	-0.164

ESFORÇOS NO PAINEL 6	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.002
2	0.108
3	-0.101
4	0.021
5	-0.013
6	0.254
7	-0.761
8	-0.008
9	0.001
10	0.479
11	-0.255
12	-0.003
13	0.001
14	0.627
15	-0.127
16	-0.005
17	-0.000
18	0.682
19	-0.123
20	-0.009
21	-0.004
22	0.631
23	-0.265
24	-0.012
25	0.034
26	-0.780
27	-0.907
28	-0.008
29	-1.494
30	0.510
31	-2.021
32	-0.007
33	0.818
34	0.534
35	-2.642
36	0.007
37	-0.044
38	0.750
39	-1.825
40	0.001
41	1.079
42	1.710
43	-0.416
44	0.001
45	-0.134
46	1.119
47	0.189
48	0.813
49	-0.049
50	1.312
51	-0.306
52	0.646
53	-0.084
54	1.105
55	0.237
56	-0.059

ESFORÇOS NO PAINEL 7	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.045
2	0.301
3	-1.094
4	0.008
5	0.032
6	0.763
7	-0.586
8	-0.003
9	0.008
10	0.256
11	-0.210
12	-0.001
13	0.002
14	0.127
15	-0.107
16	-0.002
17	-0.002
18	0.123
19	-0.105
20	-0.003
21	-0.010
22	0.265
23	-0.240
24	-0.005
25	-0.037
26	0.907
27	-0.654
28	-0.003
29	-0.044
30	2.091
31	-1.856
32	-0.003
33	0.010
34	2.642
35	-2.280
36	0.003
37	0.050
38	1.825
39	-1.398
40	0.005
41	0.081
42	0.456
43	-0.438
44	0.004
45	-0.027
46	-0.289
47	0.386
48	0.006
49	-0.040
50	0.206
51	0.524
52	0.018
53	0.023
54	-0.287
55	-1.330
56	-0.023

ESFORÇOS NO PAINEL 8	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.002
2	-1.220
3	-1.436
4	0.006
5	0.020
6	0.262
7	0.586
8	-0.002
9	-0.007
10	-0.023
11	0.210
12	-0.001
13	-0.004
14	-0.029
15	0.107
16	-0.001
17	0.001
18	-0.029
19	0.105
20	-0.002
21	0.014
22	-0.012
23	0.240
24	-0.003
25	0.003
26	-0.073
27	0.654
28	-0.002
29	0.419
30	-0.788
31	1.856
32	-0.002
33	-0.290
34	-1.024
35	2.280
36	0.002
37	0.003
38	-0.523
39	1.398
40	0.003
41	-0.684
42	-0.141
43	0.438
44	0.003
45	0.354
46	0.472
47	-0.386
48	0.004
49	-0.135
50	1.049
51	-0.524
52	0.013
53	0.307
54	-0.202
55	-3.249
56	-0.016

ESFORÇOS NO PAINEL 9	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.015
2	0.000
3	-0.519
4	0.008
5	0.015
6	-0.000
7	-0.262
8	-0.003
9	0.001
10	0.000
11	0.023
12	-0.001
13	-0.000
14	0.000
15	0.029
16	-0.002
17	0.000
18	0.000
19	0.029
20	-0.003
21	-0.002
22	-0.000
23	0.012
24	-0.005
25	0.009
26	0.000
27	0.073
28	-0.003
29	0.010
30	0.000
31	0.788
32	-0.003
33	-0.002
34	0.000
35	1.024
36	0.003
37	-0.013
38	-0.000
39	0.523
40	0.005
41	-0.021
42	-0.000
43	0.141
44	0.004
45	0.000
46	0.000
47	-0.472
48	0.006
49	0.002
50	0.000
51	-1.049
52	0.018
53	0.016
54	-0.000
55	-0.340
56	-0.023

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 1		
	À ESQUERDA	À DIREITA
	0.003	-0.012
	-0.014	-0.046
	-0.055	-0.094
	-0.100	-0.155
	-0.153	-0.230
	-0.257	-0.308
	-0.151	-0.530
	0.009	-0.083
	0.234	0.566
	0.429	0.746
	0.306	0.939
	0.141	0.641
	0.136	-0.069
TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 2		
	À ESQUERDA	À DIREITA
	-0.012	-0.036
	-0.046	-0.093
	-0.094	-0.147
	-0.155	-0.223
	-0.230	-0.317
	-0.308	-0.439
	-0.530	-0.323
	-0.083	0.013
	0.566	0.491
	0.746	0.859
	0.939	0.779
	0.641	0.567
	-0.069	0.348
TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 3		
	À ESQUERDA	À DIREITA
	0.021	0.010
	0.065	0.037
	0.113	0.077
	0.172	0.125
	0.244	0.188
	0.357	0.260
	0.242	0.472
	-0.079	0.019
	-0.537	-0.642
	-0.890	-0.835
	-0.817	-1.051
	-0.602	-0.785
	0.292	-0.149

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 4

A ESQUERDA	A DIREITA
0.010	0.010
0.037	0.040
0.077	0.063
0.125	0.097
0.188	0.138
0.260	0.181
0.472	0.169
0.019	-0.049
-0.642	-0.361
-0.835	-0.566
-1.051	-0.538
-0.785	-0.360
-0.149	-0.142

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 5

A ESQUERDA	A DIREITA
-0.012	0.010
-0.046	0.037
-0.094	0.077
-0.155	0.125
-0.230	0.188
-0.308	0.260
-0.530	0.472
-0.083	0.019
0.566	-0.642
0.746	-0.835
0.939	-1.051
0.641	-0.785
-0.069	-0.149

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 6

A ESQUERDA	A DIREITA
0.010	-0.022
0.040	-0.084
0.063	-0.093
0.097	-0.096
0.138	-0.102
0.181	-0.121
0.169	-0.178
-0.049	-0.060
-0.361	0.139
-0.566	0.264
-0.538	0.297
-0.360	0.209
-0.142	0.054

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 7

A ESQUERDA	A DIREITA
-0.022	-0.288
-0.084	-0.156
-0.093	-0.128
-0.096	-0.118
-0.102	-0.105
-0.121	-0.076
-0.178	0.080
-0.060	0.054
0.139	-0.004
0.264	0.038
0.297	0.012
0.209	0.137
0.054	0.576

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 8

A ESQUERDA	A DIREITA
-0.180	-0.288
-0.162	-0.156
-0.157	-0.128
-0.153	-0.118
-0.153	-0.105
-0.142	-0.076
-0.196	0.080
0.019	0.054
0.298	-0.004
0.410	0.038
0.488	0.012
0.377	0.137
0.031	0.576

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 9

A ESQUERDA	A DIREITA
-0.023	-0.180
-0.143	-0.162
-0.139	-0.157
-0.131	-0.153
-0.120	-0.153
-0.126	-0.142
-0.044	-0.196
0.049	0.019
0.169	0.298
0.261	0.410
0.238	0.488
0.164	0.377
0.101	0.031



DESLOCAMENTOS DO SISTEMA			
COORDENADAS	DESLOCAMENTOS		
1	0.000	57	0.048
2	0.000	58	0.051
3	0.000	59	0.049
4	0.039	60	0.051
5	0.028	61	0.045
6	0.019	62	0.045
7	0.072	63	0.044
8	0.067	64	0.041
9	0.059	65	0.041
10	0.026	66	-0.247
11	0.000	67	0.226
12	0.000	68	-0.002
13	0.014	69	0.060
14	-0.111	70	0.063
15	0.075	71	0.071
16	-0.001	72	0.033
17	0.039	73	0.039
18	0.029	74	0.036
19	0.021	75	0.051
20	0.071	76	0.050
21	0.066	77	0.051
22	0.058	78	0.049
23	0.028	79	-0.158
24	0.018	80	0.160
25	0.011	81	-0.001
26	0.015	82	0.076
27	-0.197	83	0.082
28	0.146	84	0.099
29	-0.001	85	0.010
30	0.040	86	0.022
31	0.032	87	0.025
32	0.027	88	0.059
33	0.067	89	0.055
34	0.064	90	0.060
35	0.055	91	0.057
36	0.033	92	0.000
37	0.028	93	0.000
38	0.022	94	0.000
39	0.024	95	0.086
40	-0.254	96	0.116
41	0.203	97	0.119
42	-0.002	98	-0.005
43	0.044	99	-0.008
44	0.038	100	0.014
45	0.036	101	0.070
46	0.059	102	0.050
47	0.059	103	0.073
48	0.051	104	0.060
49	0.039	105	0.227
50	0.036	106	-0.351
51	0.032	107	0.007
52	0.033	108	0.085
53	-0.275	109	0.121
54	0.235	110	0.118
55	-0.002	111	-0.000
56	0.050	112	-0.000
		113	0.017
		114	0.074
		115	0.047
		116	0.071
		117	0.056
		118	0.386
		119	-0.553

120	0.002
121	0.070
122	0.085
123	0.087
124	0.034
125	0.032
126	0.040
127	0.065
128	0.047
129	0.052
130	0.046
131	0.417
<u>132</u>	<u>-0.585</u>
133	0.003
134	0.043
135	0.038
136	0.033
137	0.091
138	0.085
139	0.076
140	0.049
141	0.045
142	0.026
143	0.029
144	0.411
<u>145</u>	<u>-0.575</u>
146	0.003
147	0.041
148	0.033
149	0.029
150	0.095
151	0.090
152	0.079
153	0.047
154	0.045
155	0.024
156	0.028
157	0.273
<u>158</u>	<u>-0.342</u>
159	0.002
160	0.033
161	-0.004
162	-0.004
163	0.130
164	0.136
165	0.100
166	0.035
167	0.037
168	0.002
169	0.018
170	0.000
<u>171</u>	<u>0.000</u>
172	0.000
173	0.024
174	0.000
175	-0.026
176	0.149
177	0.146
178	0.109
179	0.031
180	0.000
181	0.000
182	0.012

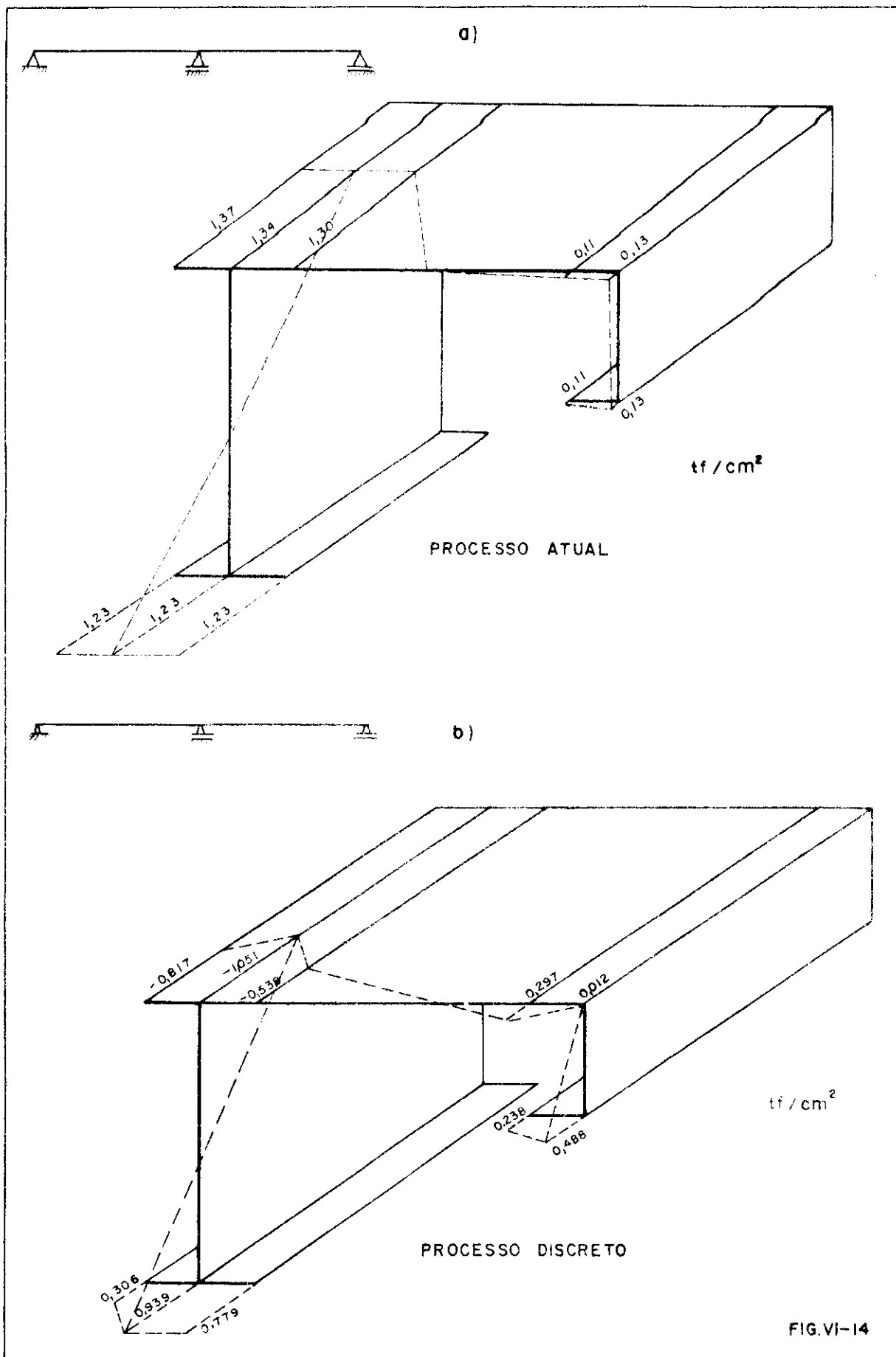


FIG.VI-14

2.3 - Terceiro exemplo (Fig.VI-15)

Dados:

Viga contínua de tres tramos

Vão dos tramos  $L = 8,0\text{m}$

Peso próprio =  $0,20\text{tf/m}$

Capacidade da ponte rolante -  $16\text{tf}$

Tensão admissível do material -  $\bar{\sigma} = 1,4\text{tf/cm}^2$

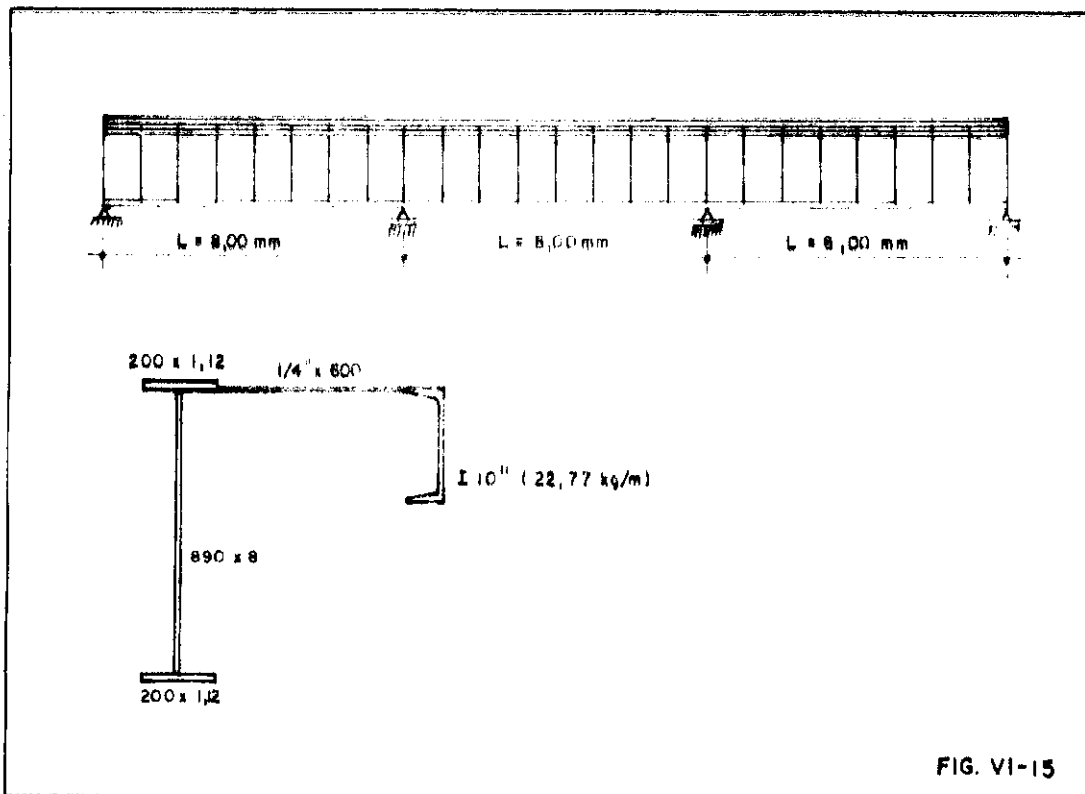
Afastamento entre rodas da ponte -  $3\text{m}$

Reações máximas das rodas  $P_1 = 14,8\text{tf}$   $P_2 = 13,7\text{tf}$

Coefficiente dinâmico  $\phi = 1,2$

Trilho TR-57

Flecha admissível  $L/750$



a) Determinação da distância entre diafragmas

Pela resistência

Supondo  $l_1 = 1,0\text{m}$

$$M_x = l_1 \cdot 1,2 (0,2047 \cdot 14,8 + 0,0095 \cdot 13,7) = 3,79 l_1$$

$$k_1 < \frac{1,4 \cdot 295,4 \cdot 10^{-2}}{3,7^3} = 1,00$$

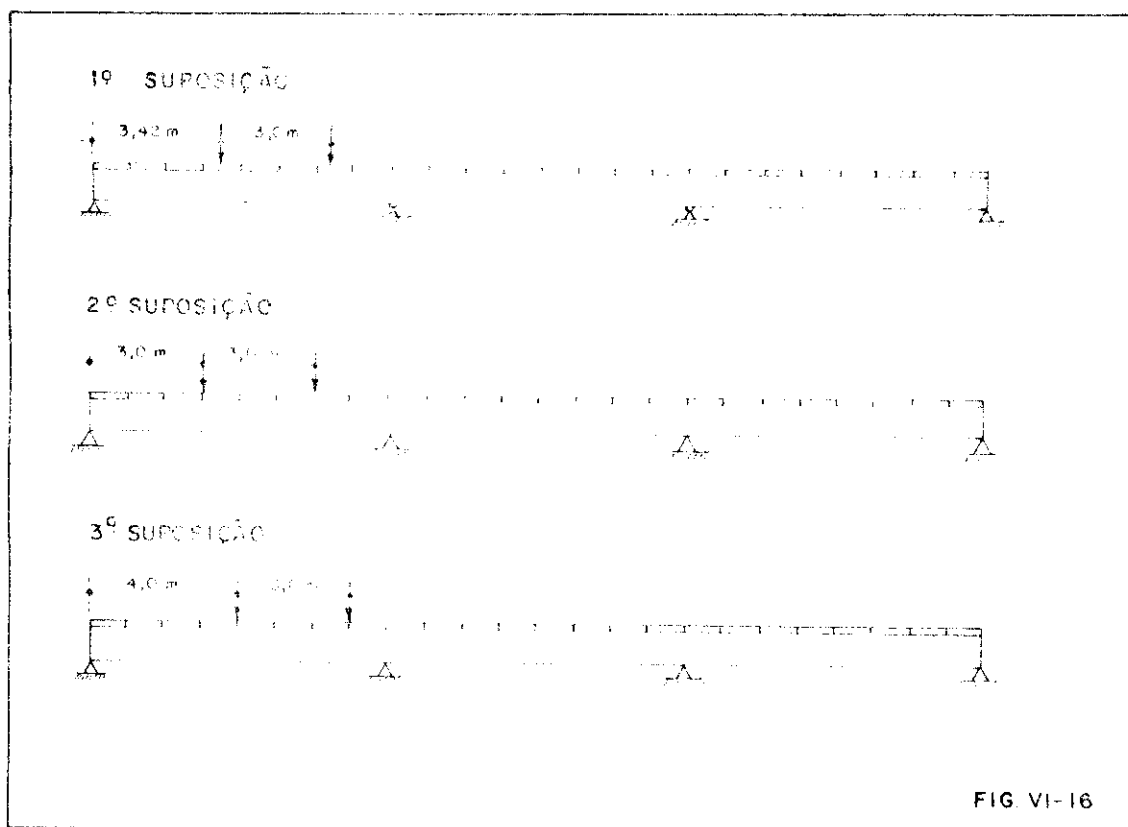
Pela deformação

$$V = 1,2(14,4 \cdot 0,1005 + 1,0 \cdot 0,0001 \cdot 13,7 \cdot 1,0) = 1,45 \text{ tfm}$$

$$v_{\text{max}} = \frac{1,2 \cdot 14,4 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{48 \cdot 9,1 \cdot 10^6 \cdot 2735} = \frac{0,00415 \cdot 145 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 2735}$$

$$= 0,03 \text{ cm} < 0,13 \text{ cm}$$

b) Determinação da máxima solicitação acidental na viga



A segunda suposição de carregamento ( $x = 3\text{m}$ ) produz a máxima solicitação na viga, assim:

$$M_{\text{acid}} = 1,2(0,2002 \cdot 14,8 + 0,0615 \cdot 13,7) \cdot 3 = 36,3 \text{ tfm}$$

c) Determinação da solicitação devido a carga permanente na seção de máximo momento accidental.

$$M_p = 0,07875 \cdot q \cdot L^2 = 0,07875 \cdot 0,20 \cdot 8^2 = 1,01 \text{ tfm}$$

d) Máximo solicitação total

$$M_x = M_{\text{tot}} = M_p + M_{\text{acid}} = 1,01 + 36,56 = 37,57 \text{ tfm}$$

e) Máxima solicitação horizontal

$$H_d = 0,1 P_{\text{max}}$$

$$M_y = \frac{36,56 \cdot 0,1}{1,2} = 3,05 \text{ tfm}$$

f) Verificação pelo método atual; sem diafragmas transversais.

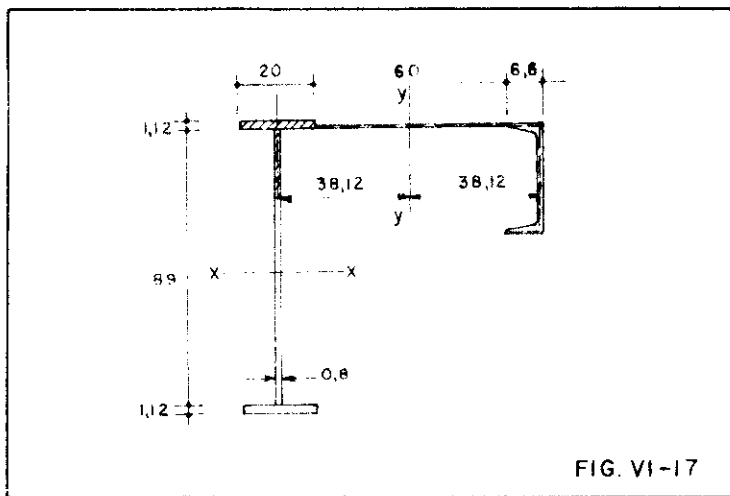


FIG. VI-17

Determinação das características geométricas

$$X_{cg} = \frac{29 \cdot 74,99 + 60 \cdot 0,635 \cdot 40}{29 + 60 \cdot 0,635 + 20 \cdot 1,12 + 0,8 \cdot 9,4} = 38,12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} J_y &= 95,1 + 29 \cdot 36,87^2 + \frac{0,635 \cdot 60^3}{12} + 0,635 \cdot 60 \cdot 1,88^2 \\ &+ \frac{1,12 \cdot 20^3}{12} + 1,12 \cdot 20 \cdot 38,12^2 + 0,8 \cdot 9,4 \cdot 38,12^2 = \\ &= 95307 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$J_x = 2 \cdot 20 \cdot 1,12 \left( \frac{89 + 1,12}{2} \right)^2 + \frac{0,8 \cdot 89^3}{12} = 137960 \text{ cm}^4$$

Verificação da resistência das fibras comprimidas

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_x} + \frac{M_y x}{J_y} = \frac{3757,45,62}{137960} + \frac{305,48,12}{95307} = 1,40 \text{ tf/cm}^2$$

Verificação da resistência das fibras tracionadas

$$\sigma = \frac{M_x y}{J_y} = \frac{3757,45,62}{134386} = 1,28 \text{ tf/cm}^2$$

Verificação da deformação

Pelas expressões VI-4 e VI-5

$$\delta_{\text{máx}} = 1,01 \text{ cm} \leq 1,07 \text{ cm}$$

g) Verificação das tensões e deformações pelo processo proposto

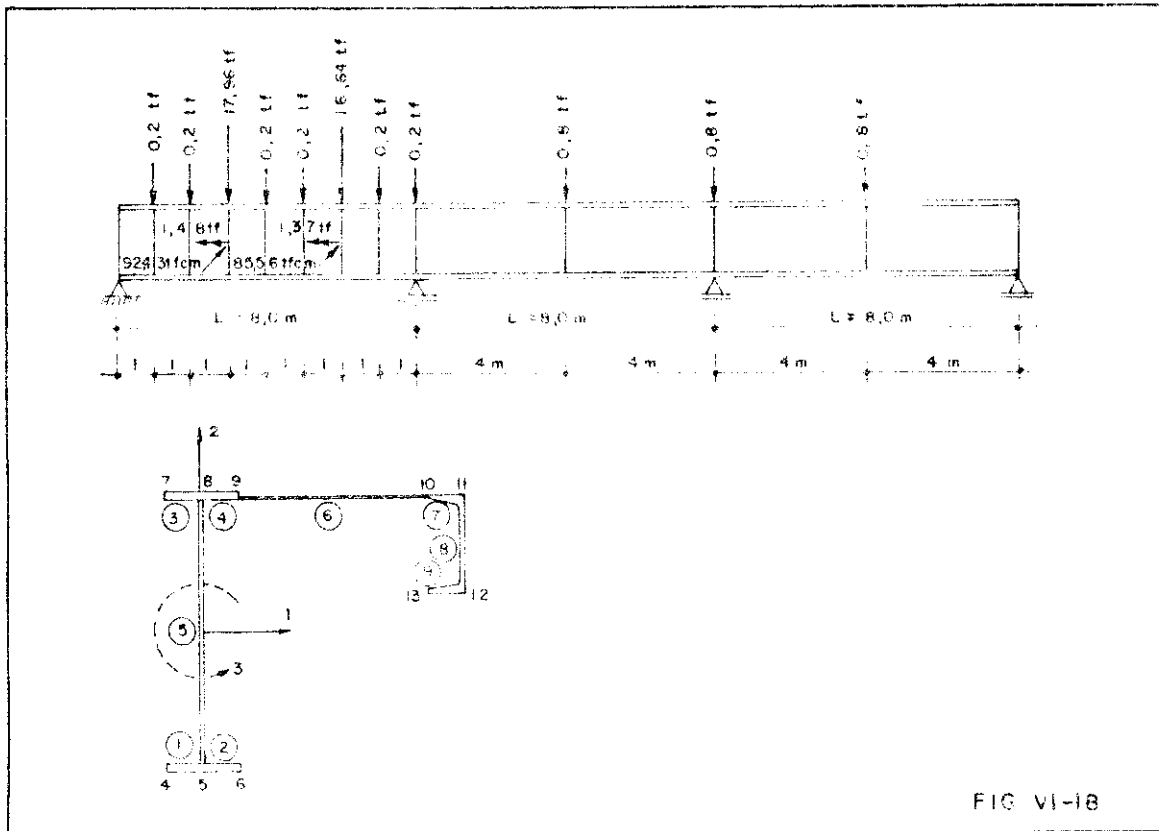


FIG VI-18

Dados para o computador

N = 13 (Número de coordenadas deslocamentos por diafragmas)

NP = 9 (Número de painéis)

NFI = 11 (Número de diafragmas intermediários)

NV = 17 (Número de vínculos rígidos)

NVI = 6 (Número de vínculos rígidos intermediários)

E =  $2100\text{tf/cm}^2$  = (Módulo de elasticidade longitudinal)

G =  $800\text{tf/cm}^2$  = (Módulo de elasticidade transversal)

T = (Espessuras dos painéis)

BP = (Larguras dos painéis)

Hi = (Afastamentos entre diafragmas)

BI = (Matriz de transformação)

NVING = (Numeração dos vínculos rígidos)

QI = (Cargas ao longo das coordenadas)

Resultados obtidos do computador



ESFORÇOS NO PAINEL 1	
COORDENADA	ESFORÇO
1	0.005
2	0.000
3	0.262
4	-0.006
5	-0.014
6	-0.000
7	-0.027
8	0.012
9	-0.019
10	-0.000
11	-1.500
12	0.007
13	0.017
14	-0.000
15	-2.342
16	-0.026
17	0.204
18	-0.000
19	1.481
20	-0.058
21	0.032
22	0.000
23	5.348
24	-0.005
25	-0.121
26	-0.000
27	3.527
28	0.021
29	-0.072
30	-0.000
31	1.206
32	0.026
33	-0.039
34	0.000
35	0.588
36	0.032
37	-0.322
38	0.000
39	0.009
40	0.022
41	0.179
42	-0.000
43	-1.931
44	0.022
45	-0.096
46	-0.000
47	-4.247
48	0.030
49	0.276
50	-0.000
51	-3.298
52	0.032
53	-0.031
54	-0.000
55	0.926
56	-0.108

ESFORÇOS NO PAINEL 2	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.009
2	0.382
3	-0.000
4	-0.006
5	0.018
6	0.080
7	0.000
8	0.012
9	0.037
10	-2.067
11	0.000
12	0.007
13	-0.012
14	-3.579
15	-0.000
16	-0.026
17	-0.360
18	1.796
19	0.000
20	-0.058
21	-0.059
22	7.551
23	-0.000
24	-0.005
25	0.226
26	5.144
27	-0.000
28	0.021
29	0.073
30	2.020
31	-0.000
32	0.026
33	0.023
34	1.514
35	-0.000
36	0.032
37	0.990
38	0.085
39	0.000
40	0.022
41	-0.721
42	-2.754
43	0.000
44	0.022
45	0.088
46	-4.983
47	0.000
48	0.030
49	-0.161
50	-4.888
51	0.000
52	0.032
53	-0.133
54	-0.302
55	0.000
56	-0.108

ESFORÇOS NO PAINEL 3	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.010
2	0.000
3	-0.430
4	-0.006
5	0.017
6	0.000
7	-0.194
8	0.012
9	0.034
10	0.000
11	1.882
12	0.007
13	-0.015
14	0.000
15	3.260
16	-0.026
17	-0.325
18	-0.000
19	-1.777
20	-0.058
21	-0.051
22	0.000
23	-7.066
24	-0.005
25	0.192
26	-0.000
27	-4.880
28	0.021
29	0.071
30	0.000
31	-2.040
32	0.026
33	0.025
34	0.000
35	-1.534
36	0.032
37	0.695
38	-0.000
39	-0.386
40	0.022
41	-0.468
42	0.000
43	2.141
44	0.022
45	0.102
46	0.000
47	4.426
48	0.030
49	-0.064
50	-0.000
51	4.941
52	0.032
53	-0.203
54	0.000
55	1.659
56	-0.108

ESFORÇOS NO PAINEL 2	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.016
2	0.104
3	-0.460
4	-0.006
5	-0.010
6	0.600
7	-1.048
8	0.012
9	-0.001
10	1.773
11	-0.443
12	0.007
13	0.019
14	2.676
15	0.861
16	-0.026
17	0.195
18	-1.472
19	0.106
20	-0.058
21	0.011
22	-5.629
23	-1.017
24	-0.005
25	-0.147
26	-3.256
27	-0.572
28	0.021
29	-0.119
30	-0.522
31	-0.831
32	0.026
33	-0.051
34	0.111
35	-1.683
36	0.032
37	-2.816
38	1.636
39	-2.090
40	0.022
41	2.579
42	4.150
43	-1.997
44	0.022
45	-0.102
46	5.967
47	-2.333
48	0.030
49	0.045
50	6.723
51	-2.419
52	0.032
53	0.412
54	2.505
55	-1.441
56	-0.108

ESFORÇOS NO PAINEL 5	
COORDENADA	ESFORÇO
1	0.460
2	-0.643
3	0.326
4	-0.020
5	-0.791
6	-0.053
7	-0.406
8	0.040
9	-1.716
10	3.566
11	-3.656
12	0.022
13	-0.798
14	5.922
15	-5.936
16	-0.084
17	22.710
18	-3.277
19	3.249
20	-0.188
21	-0.233
22	-12.899
23	12.696
24	-0.015
25	-16.203
26	-8.671
27	8.136
28	0.067
29	-0.196
30	-3.227
31	2.562
32	0.083
33	-0.218
34	-2.102
35	1.424
36	0.103
37	-16.824
38	-0.094
39	-1.249
40	0.073
41	-0.648
42	4.687
43	-6.291
44	0.071
45	-0.208
46	9.230
47	-10.393
48	0.096
49	-0.067
50	8.186
51	-11.664
52	0.103
53	14.732
54	14.743
55	-4.164
56	-0.350

ESFORÇOS NO PAINEL 6	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.173
2	0.460
3	-0.567
4	-0.007
5	-0.036
6	1.048
7	-1.071
8	0.014
9	0.530
10	0.443
11	0.234
12	0.007
13	-0.003
14	-0.861
15	0.752
16	-0.028
17	-3.675
18	-0.106
19	-1.712
20	-0.063
21	0.089
22	1.017
23	-4.059
24	-0.005
25	1.179
26	0.572
27	-3.682
28	0.022
29	0.002
30	0.831
31	-2.718
32	0.028
33	-0.013
34	1.683
35	-1.745
36	0.035
37	2.803
38	2.090
39	-0.459
40	0.025
41	-1.501
42	1.997
43	0.285
44	0.024
45	0.022
46	2.333
47	0.312
48	0.032
49	0.070
50	2.419
51	-0.866
52	0.035
53	0.108
54	1.441
55	-0.068
56	-0.118

ESFORÇOS NO PAINEL 7	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.023
2	0.567
3	-1.153
4	-0.004
5	0.018
6	1.071
7	-0.730
8	0.007
9	0.013
10	-0.234
11	0.062
12	0.004
13	-0.007
14	-0.752
15	0.218
16	-0.015
17	-0.205
18	1.712
19	-1.545
20	-0.034
21	-0.021
22	4.059
23	-3.345
24	-0.003
25	0.056
26	3.662
27	-2.875
28	0.012
29	0.048
30	2.718
31	-1.974
32	0.015
33	0.062
34	1.745
35	-1.361
36	0.018
37	0.125
38	0.459
39	-0.433
40	0.013
41	-0.044
42	-0.285
43	0.342
44	0.013
45	-0.004
46	-0.312
47	0.495
48	0.017
49	-0.143
50	0.868
51	-0.316
52	0.019
53	0.124
54	0.068
55	-2.750
56	-0.063

ESFORÇOS NO PAINEL 8	
COORDENADA	ESFORÇO
1	0.019
2	-1.473
3	-1.218
4	-0.003
5	-0.009
6	0.223
7	0.730
8	0.005
9	-0.028
10	0.020
11	-0.062
12	0.003
13	-0.002
14	0.080
15	-0.218
16	-0.011
17	0.689
18	-0.605
19	1.545
20	-0.024
21	0.033
22	-1.267
23	3.345
24	-0.002
25	-0.437
26	-0.841
27	2.875
28	0.008
29	-0.004
30	-0.421
31	1.974
32	0.010
33	0.018
34	-0.432
35	1.361
36	0.013
37	-1.135
38	0.166
39	0.434
40	0.009
41	0.648
42	0.267
43	-0.342
44	0.009
45	0.008
46	0.545
47	-0.495
48	0.012
49	-0.133
50	1.104
51	0.316
52	0.013
53	0.334
54	-2.288
55	-4.990
56	-0.044

ESFORÇOS NO PAINEL 9	
COORDENADA	ESFORÇO
1	-0.007
2	0.000
3	-0.599
4	-0.004
5	0.007
6	-0.000
7	-0.223
8	0.007
9	-0.001
10	0.000
11	-0.020
12	0.004
13	0.001
14	0.000
15	-0.080
16	-0.015
17	0.031
18	0.000
19	0.005
20	-0.034
21	-0.001
22	-0.000
23	1.267
24	-0.003
25	-0.015
26	0.000
27	0.841
28	0.012
29	-0.004
30	-0.000
31	0.421
32	0.015
33	-0.007
34	-0.000
35	0.432
36	0.018
37	0.006
38	-0.000
39	0.166
40	0.013
41	-0.023
42	-0.000
43	-0.267
44	0.013
45	-0.011
46	-0.000
47	-0.545
48	0.017
49	-0.023
50	-0.000
51	-1.104
52	0.019
53	0.045
54	0.000
55	-0.897
56	-0.063

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 1	
A ESQUERDA	A DIREITA
0.005	0.042
-0.033	0.075
-0.153	-0.073
-0.144	-0.500
-0.006	-0.374
0.160	0.415
0.414	0.791
0.567	0.853
0.535	0.991
0.429	1.098
0.326	0.856
0.067	0.357
0.082	-0.248
TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 2	
A ESQUERDA	A DIREITA
0.042	0.026
0.075	0.008
-0.073	-0.214
-0.500	-0.426
-0.374	-0.231
0.415	0.328
0.791	0.871
0.853	1.170
0.991	1.302
1.098	1.211
0.856	0.960
0.356	0.570
-0.248	0.302
TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 3	
A ESQUERDA	A DIREITA
-0.026	-0.051
-0.015	-0.096
0.176	0.048
0.332	0.475
0.141	0.348
-0.326	-0.446
-0.807	-0.837
-1.090	-0.918
-1.208	-1.075
-1.132	-1.220
-0.946	-1.023
-0.623	-0.556
-0.247	-0.049

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 4

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.051	-0.013
-0.096	-0.047
0.048	0.046
0.475	0.250
0.348	0.134
-0.446	-0.259
-0.837	-0.551
-0.918	-0.712
-1.075	-0.836
-1.220	-0.773
-1.023	-0.584
-0.556	-0.403
-0.049	-0.141

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 5

A ESQUERDA                      A DIREITA

0.042	-0.051
0.075	-0.096
-0.073	0.048
-0.500	0.475
-0.374	0.348
0.415	-0.446
0.791	-0.837
0.853	-0.918
0.991	-1.075
1.098	-1.220
0.856	-1.023
0.356	-0.556
-0.248	-0.049

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 6

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.013	0.007
-0.047	0.040
0.046	-0.017
0.250	-0.227
0.134	-0.206
-0.259	0.027
-0.551	0.156
-0.712	0.218
-0.836	0.339
-0.773	0.361
-0.584	0.292
-0.403	0.249
-0.141	0.069

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 7

A ESQUERDA                      A DIREITA

0.007	-0.183
0.040	-0.114
-0.017	-0.109
-0.227	-0.058
-0.206	-0.029
0.027	-0.047
0.156	0.066
0.218	0.228
0.339	0.223
0.361	0.208
0.292	0.294
0.249	0.392
0.069	0.738

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 8

A ESQUERDA                      A DIREITA

-0.164	-0.183
-0.110	-0.114
-0.121	-0.109
-0.189	-0.058
-0.097	-0.029
0.189	-0.047
0.339	0.066
0.377	0.228
0.502	0.223
0.551	0.208
0.456	0.294
0.364	0.392
0.201	0.738

TENSÕES NORMAIS NO PAINEL 9

A ESQUERDA                      A DIREITA

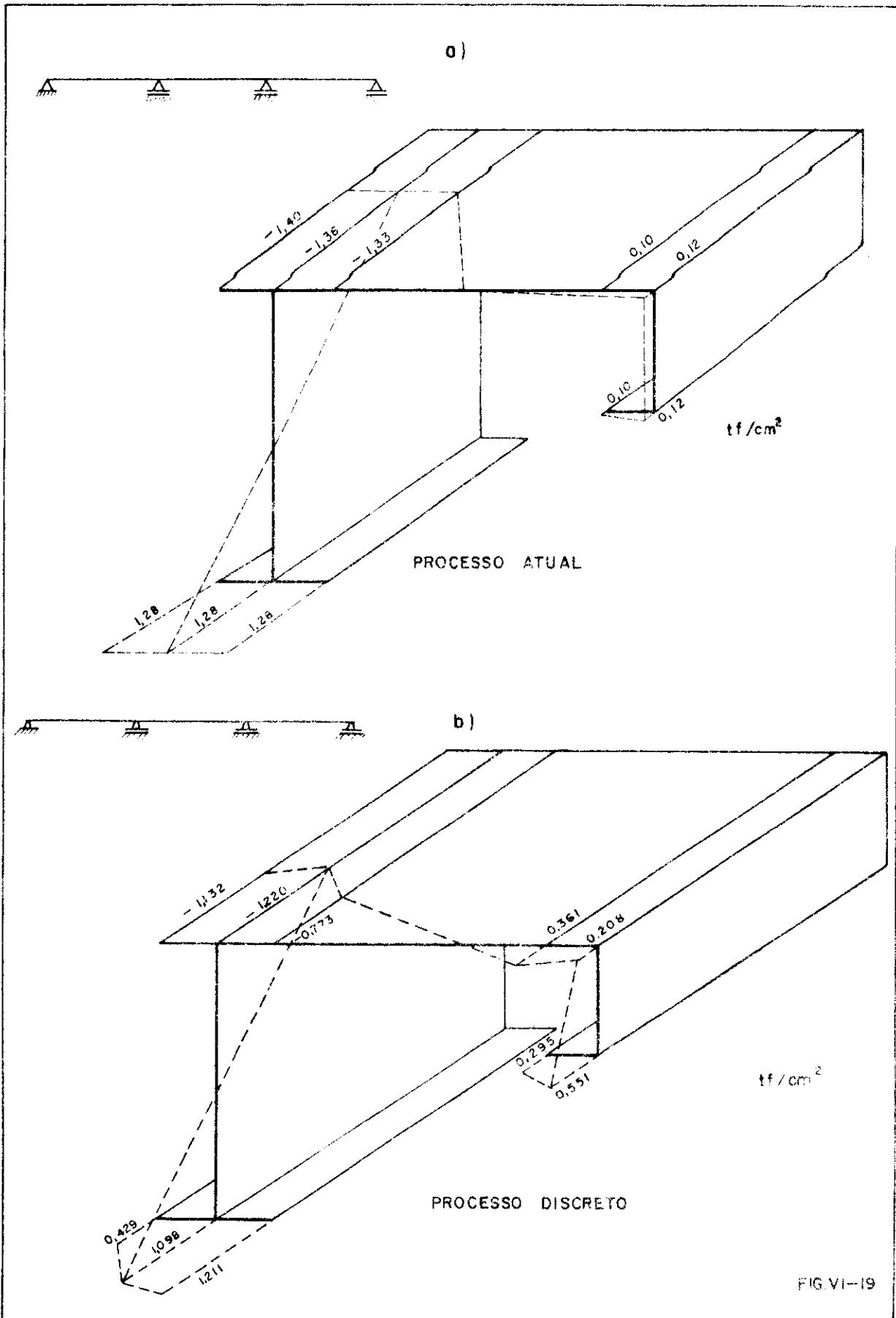
-0.016	-0.164
-0.137	-0.110
-0.132	-0.121
-0.088	-0.189
0.002	-0.097
0.097	0.189
0.200	0.339
0.289	0.377
0.294	0.502
0.295	0.551
0.310	0.456
0.237	0.364
0.069	0.201

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA	
COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.079
5	0.088
6	0.082
7	0.075
8	0.067
9	0.061
10	0.061
11	0.040
12	0.000
13	0.026
14	0.060
15	-0.081
16	0.001
17	0.078
18	0.080
19	0.077
20	0.080
21	0.077
22	0.066
23	0.060
24	0.035
25	0.031
26	0.019
27	0.000
28	0.000
29	0.000
30	0.084
31	0.065
32	0.076
33	0.083
34	0.095
35	0.072
36	0.052
37	0.057
38	0.052
39	0.055
40	-0.234
41	0.219
42	-0.001
43	0.113
44	0.079
45	0.117
46	0.050
47	0.086
48	0.063
49	0.055
50	0.077
51	0.075
52	0.080
53	0.000
54	0.000
55	0.000
56	0.141

57	0.175
58	0.198
59	-0.014
60	-0.005
61	0.016
62	0.098
63	0.088
64	0.111
65	0.097
66	0.257
67	-0.279
68	0.002
69	0.141
70	0.192
71	0.209
72	-0.020
73	-0.021
74	0.009
75	0.108
76	0.090
77	0.116
78	0.097
79	0.521
80	-0.554
81	0.004
82	0.133
83	0.173
84	0.193
85	-0.005
86	0.000
87	0.022
88	0.107
89	0.092
90	0.107
91	0.092
92	0.712
93	-0.714
94	0.005
95	0.114
96	0.135
97	0.152
98	0.034
99	0.040
100	0.048
101	0.106
102	0.089
103	0.091
104	0.083
105	0.897
106	-0.783
107	0.006
108	0.087
109	0.094
110	0.096
111	0.086
112	0.084
113	0.082
114	0.089
115	0.078
116	0.073
117	0.069
118	0.781

119	-0.748
120	0.006
121	0.061
122	0.047
123	0.034
124	0.143
125	0.135
126	0.122
127	0.073
128	0.067
129	0.049
130	0.055
131	0.769
132	-0.735
133	0.006
134	0.059
135	0.042
136	0.028
137	0.148
138	0.141
139	0.125
140	0.071
141	0.066
142	0.046
143	0.053
144	0.611
145	-0.558
146	0.005
147	0.045
148	0.005
149	-0.013
150	0.189
151	0.185
152	0.150
153	0.059
154	0.054
155	0.027
156	0.040
157	0.342
158	-0.280
159	0.003
160	0.042
161	-0.012
162	-0.040
163	0.219
164	0.211
165	0.170
166	0.047
167	0.035
168	0.010
169	0.020
170	0.000
171	0.000
172	0.000
173	0.038
174	0.000
175	-0.054
176	0.230
177	0.213
178	0.178
179	0.044
180	0.000
181	0.000
182	0.026





h) Comentário

No exemplo anterior a viga é considerada como contínua de dois tramos, e neste, como contínua de tres tra-mos. Nestes dois exemplos, inicialmente, foram dimensionadas pelo processo atual de cálculo e posteriormente pelo processo discreto proposto.

No processo proposto, para uma consideração mais real da vinculação da viga de rolamento na coluna do edifí-cio, considerou-se que, além do impedimento dos deslocamen-tos transversais (vertical, horizontal e rotação) dos dia-fragmas dos tres apoios, o impedimento de tres deslocamen-tos longitudinais do diafragma do apoio extremo esquerdo.

Observando as distribuições de tensões, nota-se que as obtidas pelo processo proposto, apresentam valores menores do que as obtidas pelo processo atual, na viga de rolamento, porém, na cinta lateral do edifício, as tensões obtidas pelo processo proposto são maiores. Tal fato, como observado também no primeiro exemplo, deve-se à vinculação considerada para a viga de rolamento.

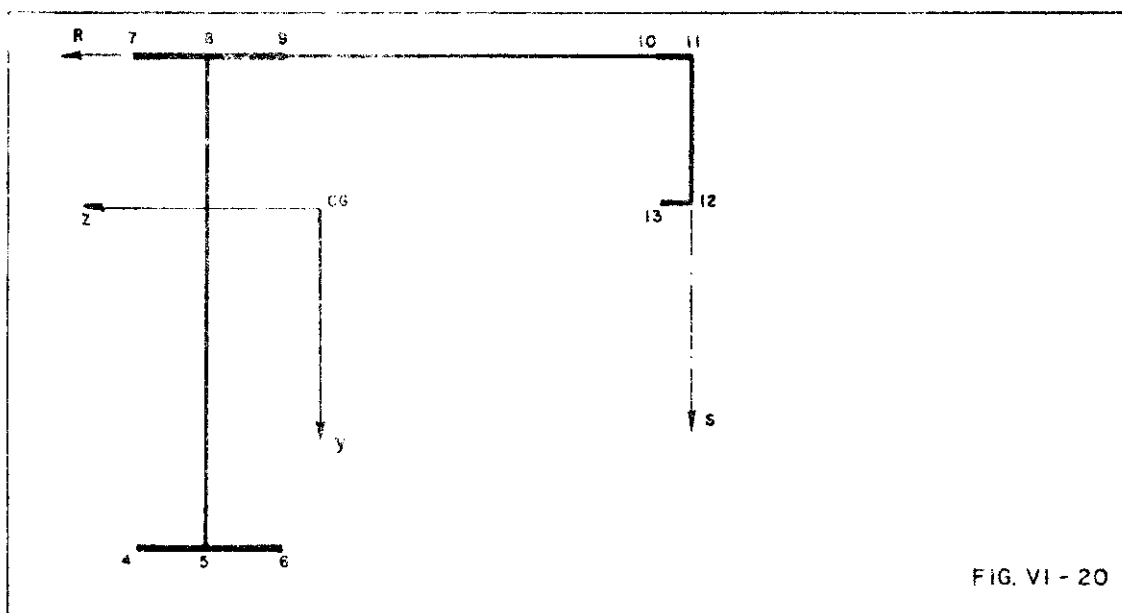
Como no primeiro exemplo, as máximas deformações verticais das vigas são calculadas pelo processo atual, considerando as cargas verticais proveniente da ponte, majora-das pelo coeficiente dinâmico e o peso próprio da viga de rolamento. As deformações obtidas pelo processo proposto es-tão indicadas nas tabelas, onde os deslocamentos verticais encontram-se destacados por um traço. O deslocamento corres-pondente ao máximo deslocamento calculado pelo processo atualmente utilizado, acha-se destacado por dois traços.

#### 2.4 - Quarto exemplo

Este exemplo é resolvido pelo processo contínuo apresentado por Mori, D.D.<sup>(9)</sup>.

Considerar-se-á a viga analisada no primeiro exemplo, sendo simplesmente apoiada e sujeita ao mesmo carregamento. Isto possibilitará uma comparação entre este processo e o processo discreto.

Para a aplicação deste processo, precisa-se conhecer a priori, algumas das características geométricas da seção transversal da viga. Para isto, utiliza-se o programa para computador apresentado por Santana J.M.<sup>(17)</sup>, obtém-se de acordo com a Fig. VI-20, as seguintes características geométricas.



Coordenadas do centro de gravidade

$$R_{cg} = 27,192 \text{ cm}$$

$$S_{cg} = 20,929 \text{ cm}$$

Momentos de inércia

$$J_y = 166357,50 \text{ cm}^4$$

$$J_z = 159472,80 \text{ cm}^4$$

Momento centrífugo (yz)

$$J_{yz} = -73631,17 \text{ cm}^4$$

Momentos principais de inércia

$$J_1 = 236626,80 \text{ cm}^4$$

$$J_2 = 89203,56 \text{ cm}^4$$

Ângulo entre o eixo v e o eixo y

$$\beta = 43,662^\circ$$

Coordenadas do centro de torção

$$R_{ct} = -10,818 \text{ cm}$$

$$S_{ct} = 36,755 \text{ cm}$$

Área setorial de inércia

$$\omega_4 = 788,442 \text{ cm}^2$$

$$\omega_5 = -130,942 \text{ cm}^2$$

$$\omega_6 = -1050,326 \text{ cm}^2$$

$$\omega_7 = 275,401 \text{ cm}^2$$

$$\omega_8 = 167,219 \text{ cm}^2$$

$$\omega_9 = 59,032 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{10} = -590,073 \text{ cm}^2$$

$$\omega_{11} = -658,229 \text{ cm}^2$$

$$W_{12} = 1145,763 \text{ cm}^2$$

$$W_{13} = 1370,411 \text{ cm}^2$$

Momento setorial de inércia

$$J_{\omega} = 30769530 \text{ cm}^6$$

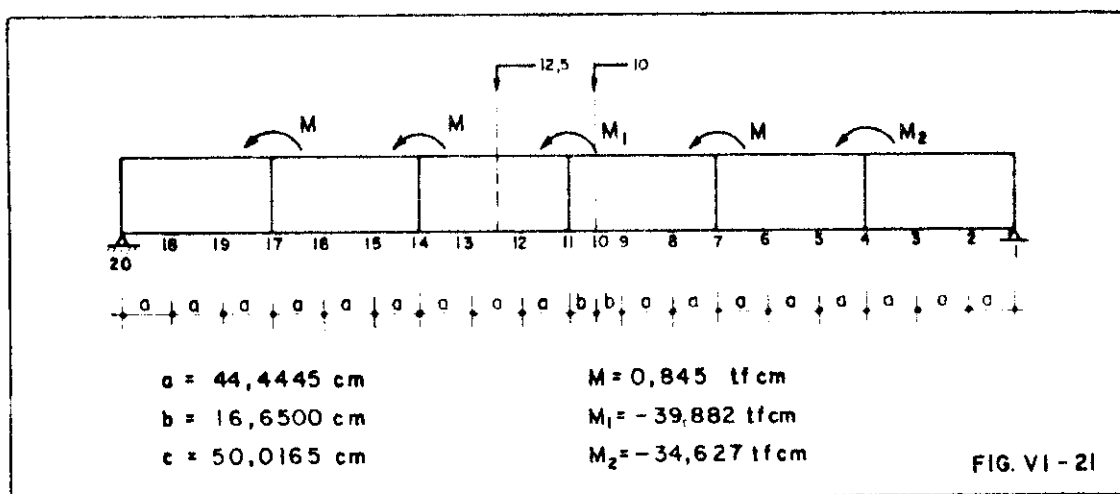
Momento de inércia contra torção

$$J_t = 45,321 \text{ cm}^4$$

Com estes valores definidos, pode-se determinar as tensões provocadas pelo carregamento externo.

a) Tensões provenientes da flexo-torção

Para a determinação dos esforços solicitantes internos (bimomento, momento de flexo-torção, momento de torção livre e momento torsor final), será utilizado o programa para computador apresentado por Mori, D.D.<sup>(9)</sup>, sendo a viga subdividida em dezenove elementos finitos e solicitada pelo carregamento indicado na Fig. VI-21.



Fornecido os dados para o computador, obtem-se os seguintes resultados.

	FORÇAS DE TORÇÃO (TF.C)	FORÇAS DE TORÇÃO (TF.C)	FUNÇÃO DE TORÇÃO LIVRE (TF.C)	FUNÇÃO DE TORÇÃO (TF.C)
8	0.111227E+00	-0.112159E+02	0.111005E+02	-0.1130653E+00
	0.971794E+04	-0.111010E+02		-0.1117411E+02
9.5	0.9436267E+03	-0.119510E+02		-0.1201866E+02
	0.9817957E+03	-0.1191517E+02		
10	0.1003668E+05	-0.1183261E+02		
	0.1011632E+05	-0.1181534E+02		-0.2059009E-01
10.5	0.1013738E+05	-0.1181973E+02	0.2653365E-01	-0.1185320E+02
	0.102503E+05	-0.1187732E+02	0.7411906E-01	-0.1185320E+02
	0.1024773E+05	0.2574735E+02	0.7411906E-01	0.2574717E+02
11.5	0.969855E+04	0.258668E+02	0.1984900E+00	0.2574717E+02
	0.912342E+04	0.2584313E+02		
12	0.912716E+04	0.2584739E+02		
	0.9128797E+04	0.2580939E+02	0.3157808E+00	0.2572517E+02
12.5	0.858244E+04	0.2577713E+02	0.4260780E+00	0.2570317E+02
	0.8003691E+04	0.2517350E+02		
13	0.8006720E+04	0.2518750E+02		
	0.8005206E+04	0.2518065E+02	0.5293702E+00	0.2571002E+02

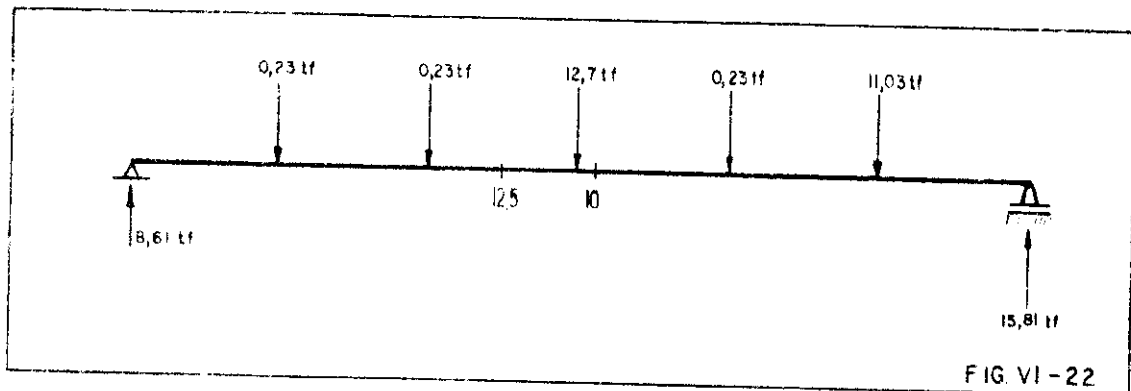
As tensões normais devido a ação do bimoto, estão apresentadas na Tabela VI-2.

b) Tensões provenientes da flexão

As cargas concentradas nos diafragmas provenientes do peso próprio da viga de rolamento, peso próprio da ponte, carga útil da ponte e frenagem do carrinho, supostas

atuantes no centro de torção, provocam flexão na viga.

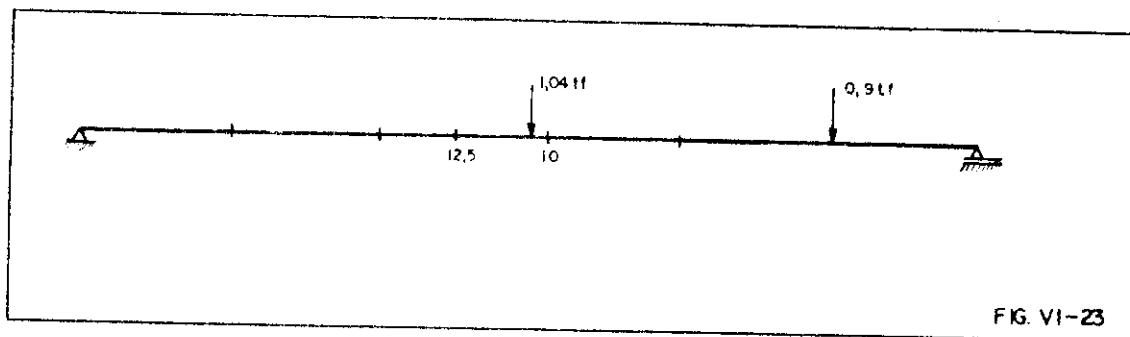
b1) Cargas verticais



$$M_z^{10} = 15,81 \cdot 383,25 - 11,03 \cdot 249,95 - 0,23 \cdot 116,65 = 3275,4 \text{ tf/cm}$$

$$M_z^{12,5} = 8,61 \cdot 333,25 - 0,23 \cdot 199,95 - 0,23 \cdot 66,65 = 2807,96 \text{ tf/cm}$$

b2) Cargas horizontais



$$M_y^{10} = 1,27 \cdot 383,25 - 0,9 \cdot 249,95 = 261,77 \text{ tf/cm}$$

$$M_y^{12,5} = 0,67 \cdot 333,25 = 223,28 \text{ tf/cm}$$

Em relação aos eixos principais de inércia para o ponto 10 (Fig. VI-21).

$$M_v = M_z \sin \beta - M_y \cos \beta = 2261,34 - 189,37 = 2071,97 \text{ tf/cm}$$

$$M_u = M_z \cos \beta + M_y \sin \beta = 2369,52 + 180,73 = 2550,25 \text{ tf/cm}$$

Para o ponto 12,5 (Fig. VI-21)

$$M_v = M_z \text{sen}\beta - M_y \text{cos}\beta = 1938,66 - 161,53 = 1777,13 \text{ tf/cm}$$

$$M_u = M_z \text{cos}\beta + M_y \text{sen}\beta = 2031,36 + 154,15 = 2185,51 \text{ tf/cm}$$

Determinação dos pontos considerados, da seção transversal, em relação aos eixos principais de inércia.

$$v = y \text{cos}\beta + z \text{sen}\beta$$

$$u = -y \text{sen}\beta + z \text{cos}\beta$$

$$\text{Para } \beta = -43,66^\circ$$

$$\text{sen}\beta = -0,69040$$

$$\text{cos}\beta = 0,72343$$

Os valores das coordenadas u e v dos pontos considerados na seção transversal encontram-se indicados na Tabela VI-1

Tabela VI-1

Ponto	z cm	y cm	u cm	v cm
4	30,929	53,928	59,607	17,659
5	20,929	53,928	52,373	24,563
6	10,929	53,928	45,139	31,467
7	30,929	-27,192	3,602	-41,025
8	20,929	-27,192	- 3,632	-34,121
9	10,929	-27,192	-10,866	-27,217
10	-49,070	-27,192	-54,271	14,207
11	-55,370	-27,192	-58,829	18,556
12	-55,370	- 2,35	-41,679	36,527
13	-49,070	- 2,25	-37,123	32,178



As tensões normais devido a flexão, estão apresentadas na Tabela VI-2.

Tabela VI-2

Ponto	$\sigma_u = \frac{M_u}{J_u} v$	$\sigma_v = \frac{M_v}{J_v} u$	$\sigma_x = \frac{E}{J_{\omega}} \omega$	$\sigma_{Total}$
Seção transversal - 10				
4	0,505	0,522	-0,257	0,770
5	0,702	0,459	+0,043	1,204
6	0,900	0,395	+0,342	1,637
7	-1,173	0,032	-0,090	-1,231
8	-0,975	-0,032	-0,054	-1,061
9	-0,778	-0,095	-0,019	-0,892
10	0,406	-0,475	+0,192	0,123
11	0,530	-0,515	+0,214	0,229
12	1,044	-0,365	-0,373	0,306
13	0,920	-0,325	-0,446	0,149
Seção transversal - 12,5				
4	+0,433	+0,448	-0,220	0,661
5	0,602	0,393	+0,037	1,032
6	0,771	0,339	+0,292	1,402
7	-1,005	-0,027	-0,077	-1,109
8	-0,830	-0,027	-0,046	0,909
9	-0,667	-0,082	+0,016	0,733
10	0,348	-0,408	+0,164	+0,104
11	0,455	-0,442	+0,183	0,196
12	0,895	-0,313	-0,319	0,263
13	0,788	-0,279	-0,381	0,128

Tensões atuante na seção 12,5 (Fig. VI-21)

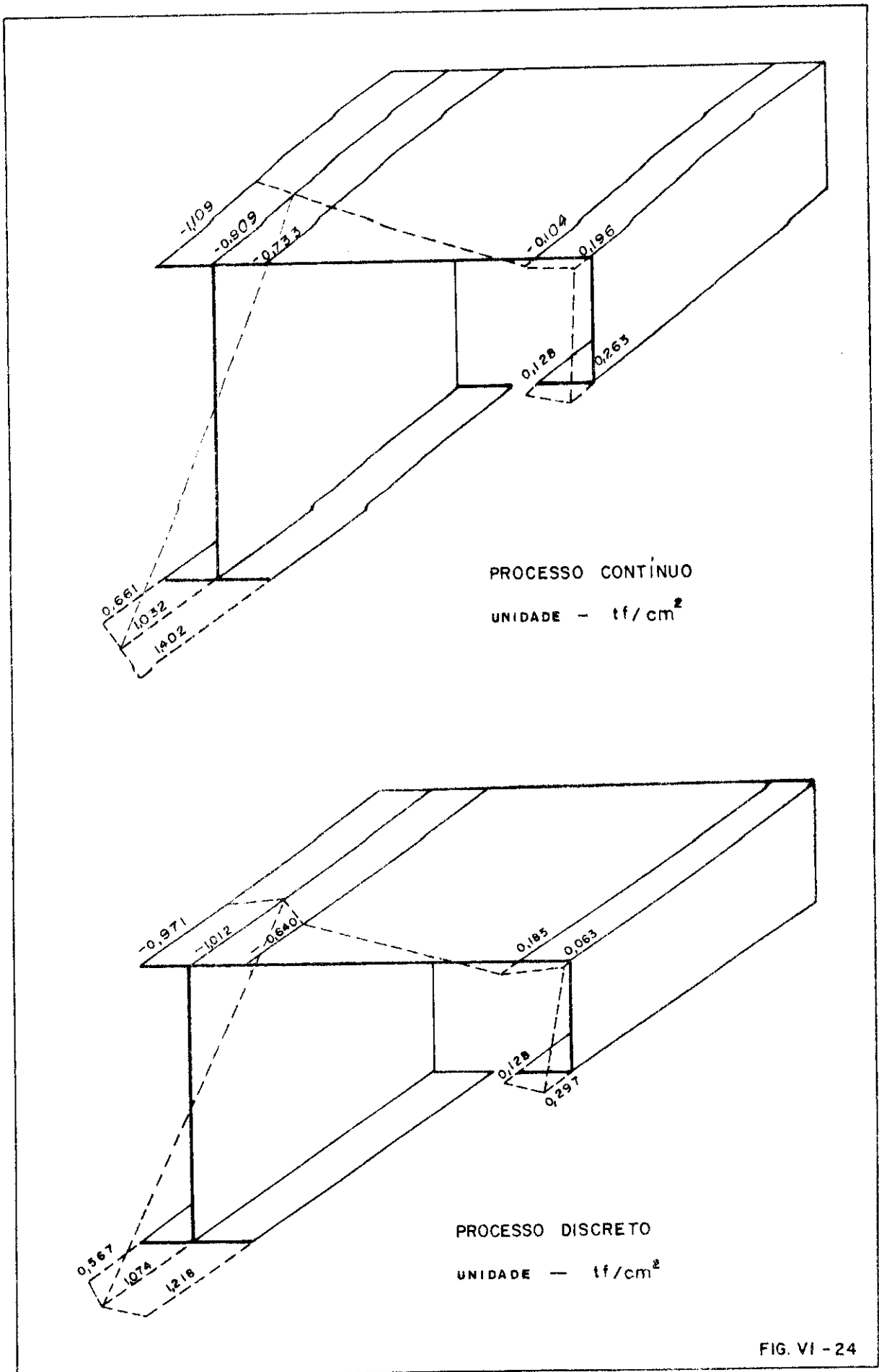


FIG. VI - 24

Tensões atuantes na seção 10 (Fig. VI-21)

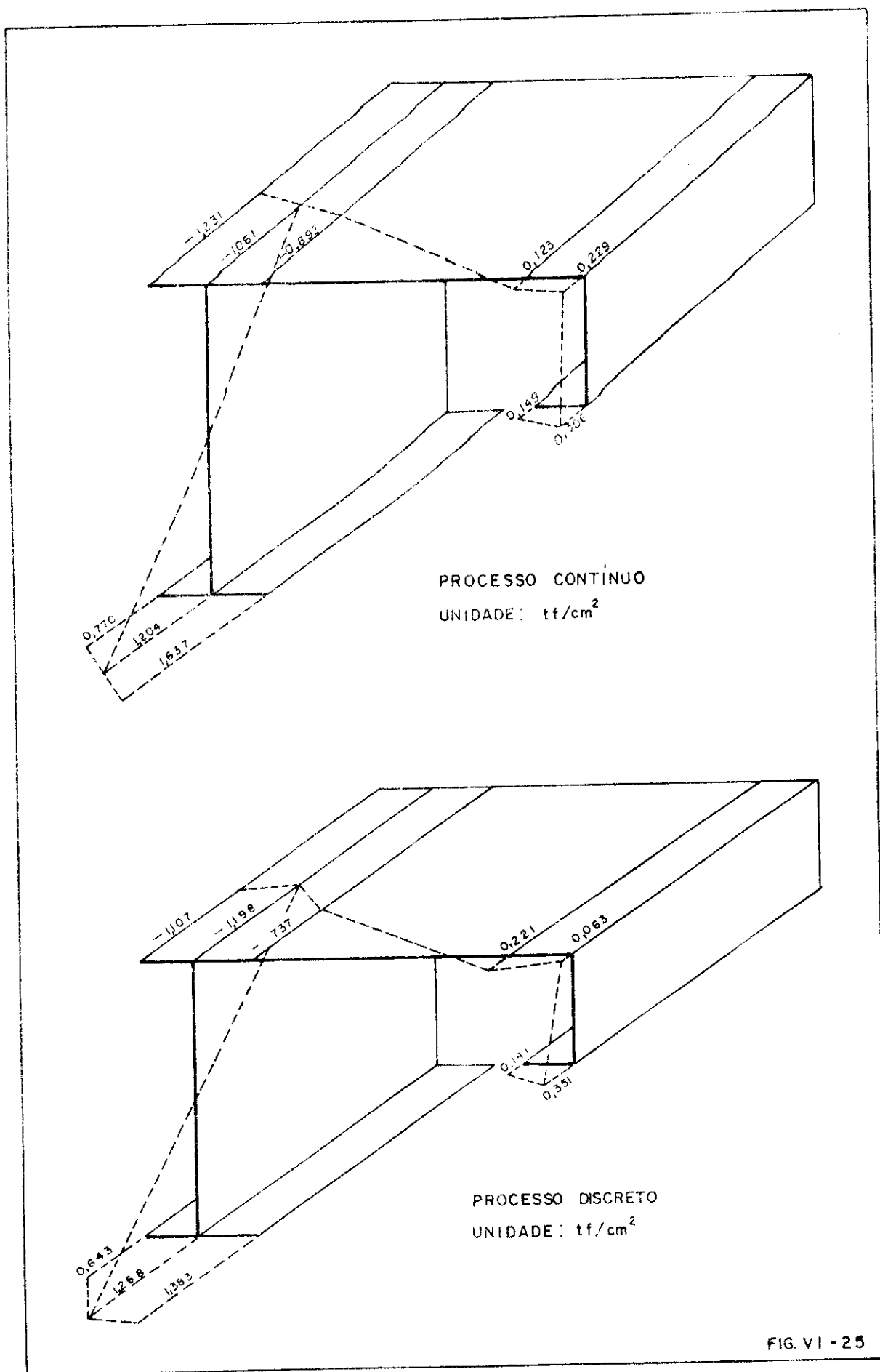


FIG. VI - 25

c) Comentário

Neste exemplo, é feita uma comparação entre o processo discreto e o processo contínuo. Para isto, são utilizados os dados do primeiro exemplo considerando a viga como simplesmente apoiada.

As tensões normais são calculadas em duas seções transversais, seções estas indicadas na Fig. VI-21.

Nas figuras (VI-24) e (VI-25) são apresentadas as distribuições das tensões normais, obtidas tanto pelo processo contínuo como pelo discreto, nas duas seções anteriormente referidas.

Os resultados obtidos pelos dois processos apresentam uma pequena discrepância, porém, dentro dos limites previstos em cálculos. Como dá para notar, pelo processo contínuo a tensão tem uma distribuição linear nas mesas das vigas de rolamento, enquanto que pelo processo discreto, os diagramas das tensões normais apresentam um "pico" no ponto da ligação das mesas com a alma. Nos exemplos anteriores tal fato pode também ser observado.

Como a alma transmite forças concentradas para as mesas nos seus pontos de união, isto provoca uma distribuição de tensões normais, compatível com a apresentada pelo processo discreto. Tal fato, permite considerar os resultados obtidos pelo processo discreto mais reais do que os obtidos pelo processo contínuo.

CONCLUSÕES

Comparação entre o processo de cálculo atual e o processo proposto.

- 1º) O procedimento atual de cálculo das vigas de rolamento, sem a consideração do efeito do momento torsor, tem conduzido a um dimensionamento ilógico; pois, o efeito do momento torsor produz elevadas tensões na mesa inferior, sendo que no cálculo atual esta parte da viga apresenta tensões bem menores.
- 2º) A nova estruturação apresenta a grande vantagem de aliviar as tensões solicitantes dos cordões de solda que ligam a mesa com a alma, devido a aplicação indireta das cargas das rodas da ponte rolante, com a utilização das sapatas de apoio nas seções providas de diafragmas transversais. Por outro lado, os trilhos passando a funcionar como viga contínua, apresentam tensões e deformação que limitam a capacidade de carga das pontes rolantes, constituindo neste aspecto, uma desvantagem do comportamento estrutural proposto.
- 3º) O processo de cálculo proposto, apresenta também, a grande vantagem de possibilitar uma consideração de vinculação mais real da viga de rolamento através do impedimento dos deslocamentos de alguns pontos da seção transversal.

Como observado nos exemplos, isto propicia um dimensionamento mais econômico. Reduzindo também, as deformações ocorridas na viga de rolamento.

- 4º) Os processos propostos possibilitam também determinar os deslocamentos das seções transversais além das tensões de cisalhamento. Estas tensões, entretanto, não foram apresentadas por serem as tensões normais as preponderantes.

Comparação entre o processo discreto e o processo contínuo.

- 19) Devido as forças de interação entre a chapa de alma e as chapas das mesas componentes da viga de rolamento, os diagramas de tensões normais não devem apresentar distribuições uniformes.

Levando tal fato em consideração, e observando nos exemplos que pelo processo discreto os diagramas apresentam um "pico" no ponto de união das mesas com a alma, pode-se afirmar que este processo apresenta resultados mais reais do que o processo contínuo.

- 20) O processo discreto apresenta-se com maior simplicidade de aplicação: pois, dispensa até mesmo a determinação do centro de torção e dos eixos principais de inércia, o que não é possível no processo contínuo.

A P E N D I C E

PROGRAMA, EM LINGUAGEM FORTRAN, PARA APLICAÇÃO DO PROCESSO DISCRETO

C VIGA DE ROLAMENTO

```
DIMENSION BP(9),T(15,9),H(15),BI(4,13,9),V(208),
* NVINC(34),NVENC(16),CR(16),
* X(15,9),XM(15,9),XM1(15,9),XM2(15,9),EN(15,9),
* ZM(15,9),SP(64,8,9),A(208,26),D(68,9),F(64,9)
DIMENSION QI(208),P(15,9),TSN(15,2,9)
COMMON N,NP,NF,NU,SP,A,BI,NVINC,D,F,BP,H,T,X,M,XM1,XM2,EN,ZM
1  FORMAT ( 1615 )
   READ(2,1) N, NP, NFI, NU, NUI,NVE
   NF = NFI + 1
   NFI = NFI + 2
   NNFI = N * NFI
   NR = NNFI - NU
   MF = 4 * NFI
   MB = 2 * N
   NTR=NU/3 + 1
   READ(2,3) F, G
   READ (2,3) ((T(J,K), J = 1, NF), K = 1, NP)
3  FORMAT ( 8F10.3 )
   READ (2,3) ( BP(K), K = 1, NP )
   READ (2,3) ( H(J), J = 1, NF )
   DO 4 K = 1, NP
4  READ (2,3) (( BI(I,J,K), I = 1, 4), J = 1, N )
   READ (2,1) ( NVINC(I), I = 1, NU )
   IF ( NVE - 1 ) 9, 5, 5
5  READ (2,6) ( NVENC(I), CR(I), I = 1, NVE )
6  FORMAT ( 4(15,F15.3) )
9  READ (2,3) ( QI(I), I = 1, NNFI )
   IF ( NUI ) 47, 12, 21
12  WRITE (3,15)
15  FORMAT(13X,'SISTEMA SIMPLEMENTE APOIADO')
   GO TO 23
21  WRITE (3,22) NTR
22  FORMAT(13X,'VIGA CONTINUA COM',I3,'TRAMOS')
23  IF ( NVE ) 47, 26, 24
24  WRITE (3,25) NVE
25  FORMAT(//17X,'COM',I2,'VINC. ELAST.')
```

```
26  WRITE (3,27) NP, NFI
27  FORMAT(// 14X,'NUMERO DE PAINES NP = ',I2,///
* 5X,'NUMERO DE DIAFRAGMAS INTERMEDIARIOS NFI ='
* 12, /// 8X,'NUMERO DE COORDS. DO SIST. GENERICO'
* // 8X,'POR DIAFRAGMA TOTAL' //)
   WRITE (3,28) N, NNFI
28  FORMAT ( I16, 23X, I3 // )
   WRITE (3,29) MF
29  FORMAT(8X,'TOTAL DE COORDS. DE UM PAINEL MF =',I3)
   WRITE (3,30)
30  FORMAT(///8X,'AFASTAMENTOS ENTRE OS DIAFRAGMAS'//)
   DO 31 I = 1, NF
31  WRITE (3,32) I, H(I)
```

```
32  FORMAT(18X,'H(',I2,' ) = ',F7.3)
    WRITE (3,33)
33  FORMAT(/// 13X,'C A R R E G A M E N T O ' //)
    WRITE(3,44)
44  FORMAT(13X,'COORDENADA CARGA CONCENTRADA EQUIVALENTE'//)
    DO 45 I = 1, NNFT
    V(I) = QI(I)
45  WRITE (3,46)I, V(I)
46  FORMAT(16X, I3, 7X, F10.4)
    GO TO 49
47  WRITE (3,48)
48  FORMAT(13X,'SISTEMA INDETERMINADO' )
    GO TO 800
49  CONTINUE
    DO 50 K = 1, NP
    DO 50 J = 1, NF
50  F(I,K) = 0.0
    CALL COEFS(P,E,G)
    CALL RIPS
    CALL RSISG(NVE,NVENC,CR)
    CALL REDUZ
    CALL CREDZ(V)
    CALL SOLBS(U)
    CALL RTORN(V)
    CALL DESLP(V)
    CALL ESFP
    DO 57 K = 1, NP
    WRITE(3,52) K
52  FORMAT(///30X,'ESFORÇOS NO PAINEL 'I3,//
* 30X,'COORDENADA     ESFORÇO'//)
    DO 55 I = 1,MF
    WRITE(3,53) I, F(I,K)
53  FORMAT(35X, I3, 6X, F10.3)
55  CONTINUE
57  CONTINUE
    CALL FNPS(P)
    CALL TENSN(P,TSN)
    WRITE(3,51)
51  FORMAT(///12X,'DESLOCAMENTOS DO SISTEMA'//)
    WRITE(3,54)
54  FORMAT(9X,'COORDENADAS     DESLOCAMENTOS'//)
    DO 56 I = 1, NNFT
56  WRITE(3,66) I, V(I)
66  FORMAT(9X,I3,17X,F10.3)
800  CONTINUE
    CALL EXIT
    END
    SUBROUTINE RIPS
    DIMENSION SP(64,8,9),BP(9),X(15,9),XM(15,9),
* XM1(15,9),XM2(15,9),EN(15,9),ZM(15,9)
    DIMENSION A(208,26),BI(4,13,9),NVINC(34),
* D(68,9),F(64,9),H(15),T(15,9)
    COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC,D,F,BP,H,T,X,XM,XM1,XM2,EN,ZM
    NFR = NF - 1
```



```
DO 200 K = 1, NP
DO 50 J = 1, 8
DO 50 I = 1, 64
50 SP(I,J,K) = 0.0
SP(1,1,K) = X(1,K)
SP(2,1,K) = -XM(1,K) / BP(K)
SP(3,1,K) = XM(1,K) / BP(K)
SP(1,2,K) = SP(2,1,K)
SP(2,2,K) = XM1(1,K) / BP(K) + EN(1,K)
SP(3,2,K) = -XM1(1,K) / BP(K) + EN(1,K)
SP(1,3,K) = SP(3,1,K)
SP(2,3,K) = SP(3,2,K)
SP(3,3,K) = SP(2,2,K)
SP(4,4,K) = ZM(1,K)
DO 100 L = 1, NF
M = L + 1
L1 = 4 * L + 1
L2 = 4 * L + 2
L3 = 4 * L + 3
L4 = 4 * L + 4
IF (L - NF) 60, 150, 150
60 SP(L1,1,K) = X(L,K) + X(M,K)
SP(L2,1,K) = ( XM(L,K) - XM(M,K) ) / BP(K)
SP(L3,1,K) = (-XM(L,K) + XM(M,K) ) / BP(K)
SP(L1,2,K) = SP(L2,1,K)
SP(L2,2,K) = ( XM1(L,K) + XM1(M,K) ) / BP(K)
* + EN(L,K) + EN(M,K)
* SP(L3,2,K) = -( XM1(L,K) + XM1(M,K) ) / BP(K)
* + EN(L,K) + EN(M,K)
SP(L1,3,K) = SP(L3,1,K)
SP(L2,3,K) = SP(L3,2,K)
SP(L3,3,K) = SP(L2,2,K)
SP(L4,4,K) = ZM(L,K) + ZM(M,K)
100 CONTINUE
150 SP(L1,1,K) = X(NF,K)
SP(L2,1,K) = XM(NF,K) / BP(K)
SP(L3,1,K) = -XM(NF,K) / BP(K)
SP(L1,2,K) = SP(L2,1,K)
SP(L2,2,K) = XM1(NF,K) / BP(K) + EN(NF,K)
SP(L3,2,K) = -XM1(NF,K) / BP(K) + EN(NF,K)
SP(L1,3,K) = SP(L3,1,K)
SP(L2,3,K) = SP(L3,2,K)
SP(L3,3,K) = SP(L2,2,K)
SP(L4,4,K) = ZM(NF,K)
DO 200 L = 1, NF
L1 = 4 * L - 3
L2 = 4 * L - 2
L3 = 4 * L - 1
L4 = 4 * L
SP(L1,5,K) = -X(L,K)
SP(L2,5,K) = XM(L,K) / BP(K)
SP(L3,5,K) = -XM(L,K) / BP(K)
SP(L1,6,K) = -XM(L,K) / BP(K)
SP(L2,6,K) = XM2(L,K) / BP(K) - EN(L,K)
```

```

SP(L3,6,K) = -XM2(L,K) / BP(K) - EN(L,K)
SP(L1,7,K) = SP(L2,5,K)
SP(L2,7,K) = SP(L3,6,K)
SP(L3,7,K) = SP(L2,6,K)
SP(L4,8,K) = -ZK(L,K)
200 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE RSISG(NVE,NVENC,CR)
DIMENSION A(208,26),BI(4,13,9),NVENC(16),CR(16),
* SP(64,8,9),NCS(4,13,9)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI
MB = 2 * N
NNFT = (NF + 1)*N
DO 20 K = 1, NP
DO 20 J = 1, N
DO 20 I = 1, 4
NCS(I,J,K) = 0
IF ( BI(I,J,K) ) 10, 20, 10
10 NCS(I,J,K) = I
20 CONTINUE
DO 30 J = 1, NNFT
DO 30 L = 1, MB
30 A(J,L) = 0.0
DO 500 K = 1, NP
DO 500 IO = 1, 4
DO 500 J = 1, N
DO 500 L = 1, N
DO 500 I = 1, 4
IF ( NCS(IO,J,K) * NCS(I,L,K) ) 40, 500, 40
40 IJ = NCS(IO,J,K)
IL = NCS(I,L,K)
ILD = IL + 4
LO = L - J + 1
L1 = L + N - J + 1
DO 100 NDF = 1, NF
JN = (NDF - 1)*N + J
IJN = (NDF - 1)*4 + IJ
A(JN,L1) = A(JN,L1) + BI(IO,J,K)*BI(I,L,K)*
* SP(IJN,ILD,K)
IF ( L - J ) 100, 50, 50
50 A(JN,LO) = A(JN,LO) + BI(IO,J,K) * BI(I,L,K) *
* SP(IJN,IL,K)
100 CONTINUE
IF ( L - J ) 500, 200, 200
200 JN = NF * N + J
IJN = 4 * NF + IJ
A(JN,LO) = A(JN,LO) + BI(IO,J,K) * BI(I,L,K) *
* SP(IJN,IL,K)
500 CONTINUE
IF ( NVE - 1 ) 1000, 550, 550
550 DO 600 M = 1, NVE
I = NVENC(M)
A(I,1) = A(I,1) + CR(M)

```

```
600 CONTINUE
1000 RETURN
END
SUBROUTINE REDUZ
C PARTICULARIZA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO SIST. GENERICO
DIMENSION SP(64,8,9),BI(4,13,9),NVINC(34),A(208,26)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC
MB = 2 * N
NNFT = N * (NF + 1)
DO 200 L = 1, NV
  NG = NVINC(L) - L + 1
  NH = NG - 1
  IF ( NH - 1 ) 150, 50, 50
50 CONTINUE
  IF ( NG - MB ) 60, 60, 70
60 NI = 1
  GO TO 80
70 NI = NG - MB + 1
80 DO 100 I = NI, NH
  NIN = NG - I + 1
  IF ( NIN - MB ) 85, 95, 95
85 NFIN = MB - 1
  DO 90 J = NIN, NFIN
  K = J + 1
  A(I,J) = A(I,K)
90 A(I,K) = 0.0
  GO TO 100
95 A(I,NIN) = 0.0
100 CONTINUE
150 NNFP = NNFT - 1
  DO 200 I = NG, NNFP
  K = I + 1
  DO 200 J = 1, MB
  A(I,J) = A(K,J)
200 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE CREDZ(V)
C REDUZ O CARREGAMENTO DO SISTEMA GENERICO, PARA
C SER UTILIZADO NO SISTEMA PARTICULARIZADO
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),BI(4,13,9)
DIMENSION V(208), NVINC(34)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC
NNFT = N * (NF + 1)
NR = NNFT - NV
L = 1
M = 1
DO 100 I = 1, NR
DO 50 J = L, NNFT
IF ( J - NVINC(M) ) 80, 30, 80
30 M = M + 1
IF ( M - NV ) 50, 50, 40
40 M = NV
50 CONTINUE
```

```
80  V(I) = V(J)
    L = J + 1
100  CONTINUE
    RETURN
    END
    SUBROUTINE SOLBS(B)
    DIMENSION A(208,26), B(208), SP(64,8,9)
    COMMON N,NP,NF,NU,SP,A
    MB = 2 * N
    NNF = N * (NF + 1) - NU
    IF ( MB - 1 ) 900, 1, 2
1   DO 3 L = 1, NNF
3   B(L) = B(L) / A(L,1)
    GO TO 900
C   CASO NORMAL
2   KFIN = NNF - MB + 1
    DO 4 L = 1, KFIN
    IIN = L + 1
    IFIN = L + MB - 1
    DO 4 I = IIN, IFIN
    LA1 = I - L + 1
    FAT = A(L,LA1) / A(L,1)
    B(I) = B(I) - B(L)*FAT
    JFIN = L + MB - I
    DO 4 J = 1, JFIN
    JA1 = I - L + J
4   A(I,J) = A(I,J) - A(L,JA1) * FAT
    IF ( MB - 2 ) 900, 700, 6
6   KIN = NNF - MB + 2
    KFIN = NNF - 1
    DO 7 L = KIN, KFIN
    IIN = L + 1
    DO 7 I = IIN, NNF
    LA1 = I - L + 1
    FAT = A(L,LA1) / A(L,1)
    B(I) = B(I) - B(L) * FAT
    JFIN = NNF - I + 1
    DO 7 J = 1, JFIN
    JA1 = I - L + J
7   A(I,J) = A(I,J) - A(L,JA1) * FAT
700 B(NNF) = B(NNF) / A(NNF,1)
    IF ( MB - 2 ) 900, 800, 10
10  MIN = NNF - MB + 2
    MFIN = NNF - 1
    DO 13 M = MIN, MFIN
    I = 2 * NNF - MB + 1 - M
    SOM = 0.0
    JFIN = NNF - I + 1
    DO 11 J = 2, JFIN
    JA1 = I + J - 1
11  SOM = SOM + A(I,J) * B(JA1)
13  B(I) = (B(I) - SOM) / A(I,1)
800 MFIN = NNF - MB + 1
    DO 15 M = 1, MFIN
```

```
I = NNF - MB + 2 - M
SOM = 0.0
DO 14 J = 2, MB
JA1 = I + J - 1
14 SOM = SOM + A(I,J) * B(JA1)
15 B(I) = (B(I) - SOM) / A(I,1)
900 RETURN
END
SUBROUTINE RTORN(V)
C DESLOCAMENTOS DO SISTEMA GENERICO
DIMENSION V(208), NVINC(34)
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),BI(4,13,9)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC
NNFT = N * (NF + 1)
NR = NNFT - NV
M = NV
DO 100 I = 1, NNFT
J = NNFT - I + 1
IF ( NVINC(M) - J ) 10, 50, 10
10 V(J) = V(NR)
NR = NR - 1
GO TO 100
50 V(J) = 0.
M = M - 1
IF ( M - 1 ) 200, 100, 100
100 CONTINUE
200 RETURN
END
SUBROUTINE DESLP(V)
DIMENSION BI(4,13,9), V(208), D(68,9)
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),NVINC(34)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC,D
NFT = NF + 1
MFF = 4 * (NFT + 1)
DO 20 K = 1, NP
DO 10 I = 1, MFF
10 D(I,K) = 0.0
DO 20 J = 1, NFT
MI = 4 * (J - 1) + 1
MF = 4 * J
DO 20 I = MI, MF
NI = I - 4 * (J - 1)
DO 20 KI = 1, N
L = N * (J - 1) + KI
D(I,K) = D(I,K) + BI(NI,KI,K) * V(L)
20 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE ESFP
DIMENSION SP(64,8,9),D(68,9),F(64,9)
DIMENSION A(208,26),BI(4,13,9),NVINC(34)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC,D,F
NFT = NF + 1
MF = 4 * NFT
```

```

DO 200 K = 1, NP
DO 10 IS = 1, NF
10 F(IS,K) = 0.0
DO 50 NDF = 1, NFT
DO 50 J = 1, 4
IN = (NDF - 1)*4 + I
DO 50 J = 1, 8
JN = (NDF - 1)*4 + J
F(IN,K) = F(IN,K) + SP(IN,J,K) * D(JN,K)
50 CONTINUE
DO 100 NDF = 2, NFT
DO 100 I = 1, 4
IJ = 4 + I
IN = (NDF - 1)*4 + I
DO 100 J = 1, 4
JN = (NDF - 2)*4 + J
100 F(IN,K) = F(IN,K) + SP(JN,IJ,K) * D(JN,K)
200 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE COEFS(P,E,G)
DIMENSION BP(9),H(15),T(15,9),S(15,9),AI(15,9),AJ(15,9),
* X(15,9),XM(15,9),XM1(15,9),XM2(15,9),EN(15,9),
* ZM(15,9),P(15,9),D(68,9),F(64,9)
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),BI(4,13,9),NVINC(34)
COMMON N,NP,NF,NV,SP,A,BI,NVINC,D,F,BP,H,T,X,XM,XM1,XM2,EN,ZM
DO 10 K = 1, NP
DO 10 J = 1, NF
S(J,K) = T(J,K) * BP(K)
AI(J,K) = T(J,K) * BP(K)**3 / 12
10 AJ(J,K) = BP(K) * T(J,K)**3 / 3
DO 100 K = 1, NP
DO 20 I = 1, NF
X(I,K) = 0.0
XM(I,K) = 0.0
XM1(I,K) = 0.0
XM2(I,K) = 0.0
EN(I,K) = 0.0
20 ZM(I,K) = 0.0
DO 100 I = 1, NF
IF ( T(I,K) ) 35, 100, 35
35 X(I,K) = 1. / (H(I)**3 / (12*E*AI(I,K)) +
* 1.2 * H(I) / (G*S(I,K)))
XM(I,K) = H(I) / 2. * X(I,K)
XM1(I,K) = H(I) / (2.*BP(K)) * XM(I,K) +
* E * AI(I,K) / (BP(K) * H(I))
XM2(I,K) = H(I) * XM(I,K) / BP(K) - XM1(I,K)
EN(I,K) = E * S(I,K) / (4 * H(I))
ZM(I,K) = (G*AJ(I,K)+P(I,K)*AI(I,K)/S(I,K))/H(I)
100 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE FNPS(P)
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),BI(4,13,9),NVINC(34)

```

```

DIMENSION P(15,9), F(64,9), D(60,9)
COMMON N,NP,NF,NU,SP,A,BI,NVINC,D,F
DO 100 K = 1, NP
P(1,K) = F(2,K) + F(3,K)
DO 50 I = 2, NF
J = I - 1
ME = 4 * I - 2
MD = 4 * I - 1
50 P(1,K) = P(J,K) + F(ME,K) + F(MD,K)
100 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE TENS(P,TSN)
DIMENSION F(64,9),FM(15,9),P(15,9),T(15,9),BP(9),
* H(15),XM(15),TSN(15,2,9),D(68,9)
DIMENSION SP(64,8,9),A(208,26),BI(4,13,9),NVINC(34)
COMMON N,NP,NF,NU,SP,A,BI,NVINC,D,F,BP,H,T
DO 100 K = 1, NP
WRITE(3,10) K
10 FORMAT(/30X,'TENSOES NORMAIS NO PAINEL'12,/,20X,'A ESQUERDA',10X
*, 'A DIREITA'//)
FH = 0.0
FM(1,K) = F(1,K)*H(1)/2.+(F(2,K)-F(3,K))*BP(K)/2.
DO 50 I = 2, NF
J = I - 1
MJ = 4 * J - 3
MH = 4 * I - 3
ME = 4 * I - 2
MD = 4 * I - 1
FH = FH + F(MJ,K)
FM(I,K) = FM(J,K) + FH*(H(J) + H(I))/2 +
* F(MH,K)*H(I)/2 + (F(ME,K)-F(MD,K))*BP(K)/2
50 CONTINUE
DO 100 I = 1, NF
TSN(1,1,K) = 0.0
TSN(I,2,K) = 0.0
IF ( T(I,K) ) 60, 100, 60
60 AR = T(I,K) * BP(K)
W = T(I,K) * BP(K)**2 / 6
TSN(I,1,K) = P(1,K)/AR + FM(I,K)/W
TSN(I,2,K) = P(1,K)/AR - FM(I,K)/W
WRITE(3,70)TSN(I,1,K),TSN(I,2,K)
70 FORMAT(15X,2F15.3)
100 CONTINUE
RETURN
END

```

## BIBLIOGRAFIA

- 1 - MUKHANOV, K. - Design of metal structures; Mir Publishers, Moscow, 1968.
- 2 - BOVÉ, P. e MATDAR, H. - La construccion metalica (Stahlbau), Escuela Tecnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos: Madrid, 1968.
- 3 - ANGER, G. - Linhas de influência para vigas contínuas, São Paulo - 1949.
- 4 - ALVAREZ, R.A. - La estructura metálica hoy, Madrid, 1978.
- 5 - DAPSSY, R. - Guia practica de la construccion metalica - Editorial Blume.
- 6 - LORINGHOVIN, L. - Sollecitazioni e alcuni aspetti costruttivi delle vie di corsa delle gru - Construzioni Metalliche, 1975 - Nº 4.
- 7 - SCHULTE e YAGUI T. - Estruturas metálicas, elementos básicos - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1977.
- 8 - YAGUI, T. - Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais. Escola de Engenharia de São Carlos, USP - 1971.
- 9 - MORI, D.D. - Flexo-torção: teoria de 1a. e 2a. ordem, automatização do cálculo, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1978.
- 10 - STAMATO, M.C. & STAFFORD SMITH, B. - Análise aproximada de estruturas tridimensionais de edifícios elevados. Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1968.
- 11 - STAHLBAN - Op.Cit (2), p. 325 - (F.5).
- 12 - MUKHANOV, K. - Op.Cit (1), p. 215 - (F.6).
- 13 - MUKHANOV, K. - Op.Cit (1) p. 221 - (F.27).



- 14 - YAGUI, T. - Op.Cit (3), p. 27.
- 15 - MORI, D.D. - Op. Cit (9), p. 9-11.
- 16 - SANTANA, M.J. - Características geométricas para o estudo da flexão, flexo-torção e instabilidade de barras de seção delgada - 1º Simpósio Nacional de Cálculo Numérico - 1978 - Belo Horizonte, MG.
- 17 - MEKHAHOV, K. - Op.Cit (1), p. 481.

