

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO
DE ARQUEAMENTO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO



SERGIO FLAVIO PADILHA

DEDALUS - Acervo - EESC



31100036008

ORIENTADOR: PROF. DR. DANTE A. O. MARTINELLI

SÃO CARLOS, ABRIL DE 1979

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO
DE ARQUEAMENTO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO

SERGIO FLAVIO PADILHA

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE " MESTRE EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS "

COMISSÃO EXAMINADORA

PROF. DR. ALUÍZIO F. MARGARIDO
PROF. DR. ÍLIO MONTANARI
PROF. DR. DANTE A. O. MARTINELLI

SUPLENTE

PROF. DR. DANTE CUELPA
PROF. DR. REGIS L. R. LIMA

SÃO CARLOS, ABRIL DE 1979

AGRADECIMENTOS

A FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de S. Paulo - pelos recursos que tornaram possível este trabalho através de bolsa de estudos e aquisição de materiais.

Aos técnicos da equipe do Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de S. Carlos - USP e, em particular, a Wagner de Camargo e Rui Roberto Casale.

A Dauro Ribeiro da Silva pela orientação e supervisão quanto ao emprego de equipamentos.

Ao Prof. Dirceu Spinelli, do Departamento de Metalurgia da EESC-USP, pelos ensaios nos fios das armaduras.

A Sonia Costa Lopes pela datilografia do texto.

Ao Prof. Ilio Montanari pelo auxílio no desenvolvimento inicial da pesquisa.

Ao amigo Rutênio Gurgel Bastos pelas sugestões, estímulos e valiosa companhia durante todo o trabalho.

Ao Prof. Dante A. O. Martinelli, de forma especial, pela orientação e, principalmente, pelo empenho em nos transmitir seu reconhecido espírito científico.

SUMÁRIO

Pretendendo-se obter informações quantitativas quanto ao chamado "efeito de arqueamento" ou "ação compressiva de membrana" em lajes de concreto armado submetidas à ação de carga concentrada, apresentam-se, após introdução teórica, os resultados de trabalho experimental desenvolvido em modelos construídos com argamassa armada.

Utilizaram-se dois grupos de modelos retangulares. Um grupo foi ensaiado com dispositivo de apoio tentando reproduzir os vínculos existentes em lajes livremente apoiadas. No outro grupo criaram-se condições para o aparecimento de esforços normais, no plano da laje, responsáveis pelo efeito de arqueamento. Cada grupo compunha-se de três séries de modelos, diferenciando-se, entre si, pela existência de diferentes taxas de armadura. De cada série faziam parte três modelos. Realizaram-se, ao todo, dezoito ensaios.

As particularidades da confecção dos modelos, dos aparelhos utilizados, e do desenvolvimento dos ensaios, também são descritas com detalhes.

Para cada modelo apresenta-se diagrama relacionando a carga concentrada aplicada e a flecha correspondente, a configuração final de charneiras obtida, e também tabela indicando o progresso da fissuração em relação às cargas aplicadas ao modelo.

Os ensaios mostraram que as configurações de ruína não foram influenciadas pelas condições de contorno e os modelos com deslocamentos do contorno impedidos suportaram maior carga.

ABSTRACT

In order to obtain quantitative informations about the arching action or compressive membrane action in reinforced concrete slabs submitted to a concentrated load, this work presents, after a theoretical introduction, the results of experimental work developed in models made with reinforced mortar.

Two groups of rectangular models were utilized. One of them was tested with a supporting device trying to reproduce the boundary conditions of simply supported slabs. On the other one conditions were given for the development of the membrane forces responsible for the arching action. Each group was composed by three series with different amount of reinforcement. Each series was composed by three models. A total of eighteen tests was performed.

The construction of the models, the instruments utilized and the development of the tests are also described in details.

A diagram that relates the concentrated load used and its central deflection, the yield-line pattern obtained, and also a table that indicates the progress of cracking in relation to the concentrated loads applied are presented for each model.

The tests have shown that the yield-line patterns were not affected by the boundary conditions and the laterally restrained models supported greater load than the simply supported models.

INDICE

	pag.
INTRODUÇÃO	
CAPÍTULO I - OS FUNDAMENTOS	
1. A Teoria das Charneiras Plásticas	1.1
1.1 Generalidades	1.1
1.2 Momentos de plastificação	1.5
1.3 Isotropia, Anisotropia e Ortotropia	1.8
1.4 Laje de contorno convexo, poligonal, livremente apoiado, sujeita a carga concentrada	1.10
1.5 Laje de contorno convexo, curvilíneo, livremente apoiado	1.13
1.6 Laje de contorno convexo, poligonal, engastado	1.14
1.7 Laje de contorno convexo, curvilíneo, engastado	1.16
1.8 Configurações de ruína	1.16
1.8.1 Contorno convexo, qualquer, engastado	1.17
1.8.2 Contorno convexo, qualquer, livremente apoiado	1.19
1.9 Lajes retangulares, livremente apoiadas, com carga no centro	1.30
2. O efeito de arqueamento em lajes de concreto armado ...	1.34
2.1 Generalidades	1.34
2.2 Teoria de faixas para análise de lajes carregadas uniformemente, sujeitas ao efeito de arqueamento ...	1.38
2.2.1 Condições em uma faixa	1.38
2.2.2 Análise de laje retangular com lados engastados	1.43
2.3 Resenha de resultados experimentais	1.47
CAPÍTULO II - OS MODELOS E ENSAIOS	
1. Características dos modelos	2.1
2. Confeccção dos modelos	2.8
2.1 Materiais	2.8
2.2 Formas	2.12
2.3 Moldagens e Cura	2.15
3. Equipamentos utilizados	2.18
4. Descrição dos ensaios	2.22
4.1 Ensaio das faixas	2.22
4.2 Ensaio das lajes	2.25
4.2.1 Lajes tipo S	2.25
4.2.2 Lajes tipo C	2.28

4.3 Ensaio dos corpos de prova de argamassa	2.28
5. Cronograma de construção e ensaios dos modelos	2.30

CAPÍTULO III - OS RESULTADOS OBTIDOS

1. Corpos de prova de argamassa	3.1
2. Amostras da armadura	3.2
3. Faixas de argamassa armada	3.4
3.1 Faixas do grupo B	3.4
3.2 Faixas do grupo C	3.4
4. Lajes	3.9
4.1 Diagramas Carga-Flecha	3.9
4.2 Configurações de ruína	3.16

CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS, CONCLUSÕES

1. Análise dos corpos de prova de argamassa	4.1
2. Análise dos corpos de prova da armadura	4.2
3. Momentos de plastificação das faixas	4.5
3.1 Previsão dos resultados	4.5
3.2 Resultados obtidos através de ensaios	4.8
3.3 Comparação entre os resultados	4.9
4. Análise das lajes	4.10
4.1 Lajes tipo S; Cargas e configurações de ruína previstas	4.10
4.2 Configurações de ruína obtidas nos ensaios	4.11
4.3 Análise da capacidade portante das lajes	4.17
5. Conclusões	4.24

APÊNDICE	A.1
----------------	-----

BIBLIOGRAFIA	5.1
--------------------	-----

INTRODUÇÃO

Uma laje de concreto armado, submetida à ação de uma carga concentrada, com vinculação tal que impedisse deslocamentos laterais do contorno da peça, poderia suportar uma carga várias vezes maior do que a prevista em seu dimensionamento?

Segundo Ockleston (B24, B25)¹, este impedimento foi o responsável pela sobre-resistência apresentada por lajes de piso do edifício do Oral and Dental Hospital, da Universidade de Witwatersrand, em Johannesburg, em 1952, quando, pouco antes da demolição do edifício, foram submetidas a ensaio levado a efeito com cargas uniformemente distribuídas. As cargas medidas nos ensaios foram cerca de 8 vezes maiores que a carga admitida no cálculo estrutural do edifício. Mesmo um novo cálculo das lajes, utilizando a Teoria das Charneiras Plásticas, forneceu valores para as cargas de ruína próximos de 1/3 daqueles realmente observados nos ensaios. Outros autores, como Wood (B36), Powell (B33), Park (B26), realizaram experimentações em modelos de lajes com deslocamentos laterais do contorno impedidos e também observaram o aumento da capacidade portante dos modelos, em termos de carga uniformemente distribuída, creditado ao chamado efeito de arqueamento.² Com relação a cargas concentradas, entretanto, a única referência ao efeito de arqueamento deve-se a Guyon em seu livro "Béton Précontraint-Étude Théorique Et Expérimentale" (Éditions Eyrolles, Paris), publicado em 1958, no qual, ao apresentar os resultados de ensaios em um painel de lajes protendidas em uma direção situadas entre vigas protendidas, o autor comenta a formação, nas lajes, de bielas comprimidas de concreto e estabelece uma primeira tentativa de avaliação do efeito de arqueamento.

O inesperado aumento de capacidade portante observado por esses autores, e atribuído ao efeito de arqueamento, motivou o planejamento e a execução deste trabalho no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, visando a coleta de dados informativos quanto ao ci

1- referência bibliográfica

2- outros pesquisadores, alguns de seus resultados, e descrição deste efeito, encontram-se no item I.2, p. 1.34.

tado efeito quando os modelos de lajes fossem solicitados por uma carga concentrada. Não tivemos, e nem poderíamos ter a pretensão de realizar algo mais do que uma pequena contribuição ao campo da experimentação estrutural, esperando que outros possam se aproveitar desta experiência para posteriores trabalhos, talvez com muito melhor propriedade do que nos é possível à hora atual. Por isso, algumas sugestões quanto a uma eventual continuação do trabalho são incluídas no final.

Como o impedimento dos deslocamentos do contorno da laje era o responsável pelo efeito de arqueamento, resolvemos construir dois tipos de modelos. Um deles seria ensaiado com equipamento de apoio que não permitisse o deslocamento do contorno no plano da laje. No outro tipo seria retirada a restrição a este deslocamento caracterizando-se o modelo como livremente apoiado. Como os dois tipos de modelos apresentavam idênticas características geométricas e mecânicas a diferença nos resultados isolaria a parcela de carga concentrada que seria atribuída ao efeito de arqueamento.

Escolhemos a forma retangular para os modelos de lajes por ser a de mais frequente utilização e, portanto, a que despertaria maior interesse em um possível aumento da capacidade portante. A relação de vão utilizada (1,8) pode parecer um tanto quanto exagerada, uma vez que se aproxima do valor 2 característico das lajes ditas armadas em uma direção. Deve-se ressaltar, entretanto, que este trabalho desenvolveu-se simultaneamente a outro (Gurgel Bastos, R., "Contribuição ao estudo da ruína de lajes de concreto armado - Efeito de membrana e redução gradativa de armadura", a ser publicado), que se utilizaria de nossos resultados como ponto de partida para investigar a redução gradativa de armadura, o que justifica a forma alongada dos modelos.

Ainda apegado à idéia deste ser o trabalho inicial de um plano de pesquisa mais amplo a ser desenvolvido no Laboratório de Estruturas da EESC-USP chegou-se à relação vão menor/altura igual a 25, limite este indicado pelas Re-

comendações do CEB-FIP para ser dispensado o cálculo das deformações das lajes livremente apoiadas. Outras relações poderiam ser investigadas posteriormente.

Para obtermos informações sobre a influência da porcentagem de armadura no eventual efeito de arqueamento, foram construídos três grupos de modelos diferentes neste aspecto. Um deles constituiu-se por modelos sem armadura, outro com porcentagem próxima de 0,5%, em relação à secção transversal da peça, simulando lajes medianamente armadas, e um último, apresentando aproximadamente 1,3% de armadura, caracterizando lajes fortemente armadas.

O texto está organizado de modo que, na primeira parte do Capítulo I, apresentamos um resumo da Teoria das Charneiras Plásticas, apoiados no excelente trabalho do Prof. Telemaco van Langendonck, "Teoria das Charneiras Plásticas", examinando com algum detalhe as particularidades das lajes livremente apoiadas até a obtenção da carga prevista para a ruína de lajes retangulares. Esta carga, bem como as configurações de ruína previstas, seriam comprovadas ou não pelo ensaio dos modelos com contornos que pudessem se deslocar livremente no plano da laje. Na segunda parte deste capítulo, fazemos uma síntese das informações obtidas sobre o efeito de arqueamento, relatando as circunstâncias de sua descoberta e os primeiros estudos a respeito. Apresentamos também um resumo da teoria do Prof. Park, da Universidade de Bristol, pela qual se chega a equacionar a ação compressiva de membrana para lajes submetidas a cargas distribuídas. No final do capítulo, incluimos uma resenha dos principais resultados obtidos em ensaios realizados por outros autores.

O Capítulo II é reservado para a descrição do trabalho realizado. Inicialmente relata-se o planejamento dos modelos, a escolha conveniente de suas dimensões e a procura do material adequado para utilização em trabalhos desta natureza. A seguir descrevemos o equipamento de apoio dos modelos, confeccionado de modo a fornecer uma vinculação que possibilitasse deslocamentos angulares enquanto impedia deslocamentos verticais e horizontais do contorno. Os apare

lhos utilizados para a aplicação da carga concentrada e para a leitura das medidas necessárias também são descritos com detalhes para fornecer uma visualização do trabalho, e auxiliar aqueles que porventura se dispuserem a executar tarefas semelhantes. Com este intuito, principalmente, incluímos após a descrição dos ensaios, um cronograma simplificado das atividades desenvolvidas.

No Capítulo III apresentamos os resultados obtidos nos ensaios. Tentamos fornecer as informações relativas à capacidade portante das lajes, interligando-as com o desenvolvimento do processo de fissuração e de deslocamentos, de maneira que o desenrolar dos ensaios pudesse ser reproduzido. A caracterização dos materiais utilizados, em relação às propriedades mecânicas, fica também definida pelos resultados obtidos em corpos de prova.

No Capítulo IV estão apresentadas a análise dos resultados e as conclusões. Os momentos de plastificação das lajes utilizados na previsão da carga de ruína dos modelos, foram obtidos de duas maneiras; uma delas, diretamente, através de ensaios em vigas de altura e taxa de armadura idênticas às dos modelos e, de outro modo, seguindo o mesmo procedimento normalmente utilizado para a obtenção do momento de plastificação, teórico, a ser atribuído à laje, adotando-se, inclusive, coeficientes de minoração das resistências. Os resultados obtidos pelos dois processos são também comparados. A seguir analisa-se a capacidade portante dos modelos e as configurações de ruína obtidas. Observações sobre possibilidades de melhoria da técnica de ensaio e sobre um eventual prosseguimento da pesquisa, são incluídas no final do capítulo.

O Apêndice é reservado para os detalhes da armadura utilizada para prevenir a possível ruína dos modelos por punção.

Finalmente, é apresentada a bibliografia.

CAPÍTULO I

OS FUNDAMENTOS

1 - A TEORIA DAS CHARNEIRAS PLÁSTICAS

1.1. Generalidades

Segurança contra a ruína, com garantia de perfeita utilização para a finalidade a qual foi concebida, ao lado da indispensável economia, consistiram sempre os principais aspectos motivadores da análise de estruturas. No passado quase que exclusivamente, e ainda em nossos dias de forma menos acentuada, a chamada Teoria Elástica sempre se apresentou como a principal subsidiária para o cálculo estrutural. Com base nesta teoria as tensões de projeto são admitidas como sendo uma parcela daquelas que os materiais conseguem suportar, e, às deformações da peça, quando em serviço, são impostos certos limites.

Alguns inconvenientes deste proceder podem ser facilmente identificados.

O primeiro deles é que a Teoria Elástica não fornece uma indicação precisa quanto ao fator de segurança contra a ruína da estrutura, pois esta situação ocorre geralmente quando o material assume um comportamento plástico no qual as hipóteses da Teoria Elástica não podem mais ser aplicadas. Isto pode ter como consequência, inclusive, a utilização involuntária de desiguais coeficientes de segurança contra a ruína em peças de uma mesma estrutura, tornando-a, pelo menos em parte, anti-econômica.

Outra limitação é a dificuldade de solução de certos tipos de estruturas estaticamente indeterminadas, sem dúvida o caso das lajes, para as quais, dependendo da forma e do carregamento, o cálculo exato pode conduzir a equações diferenciais com determinadas condições de contorno com soluções que, mesmo considerando as possibilidades de computação disponíveis, se tornam onerosas e com vantagens discutíveis.

Atualmente neste campo, entretanto, existe outra opção para cálculo, ou seja, a Teoria das Charneiras Plásticas, um método de cálculo baseado no comportamento plás-

tico do material e que permite a avaliação da carga de ruína de lajes de concreto armado.

Existe, entre a maioria dos autores, uma visível concordância no sentido de se atribuir ao Prof. K.W. Johansen a introdução inicial desta teoria, aplicada às lajes, em trabalho (B14) publicado nas Memórias da Association Internationale des Ponts et Charpentiers, em 1932, apesar do conceito fundamental da teoria já poder ser vislumbrado no processo de Bach para o cálculo de placas apoiadas, em 1890 (cfr B3) e, também, apesar do trabalho de Ingerslev (B13), em 1922, no qual a teoria já iniciava seus primeiros passos.

Até 1950 não foi dado grande desenvolvimento à teoria, salientando-se apenas os trabalhos de Johansen na Dinamarca, os de Gvozdev na Rússia e o de Chamecki no Brasil (B4). No Brasil, os de Johansen foram condensados num único volume, em 1960 (B15), em tradução do Prof. Jayme Mason.

Depois de 1950, o grande número de trabalhos publicados indica o impulso recebido pela teoria, como se percebe em Nielsen (B23), Jones e Wood (B16), além da extensa relação apresentada na bibliografia destes e também na do Boletim de Informação nº 67, do Comitê Europeu do Concreto (B6). Como pioneiro na abordagem de casos particulares, também pode ser citado o trabalho de Mansfield (B20).

No Brasil, expressivos trabalhos também foram publicados, sendo alguns os de Langendonck (B17, B18, B19), Polillo (B32), Montanari (B22), Zagottis (B37, B38), Ferraz (B8), Amaral (B2), entre outros.

De forma geral, na Teoria das Charneiras Plásticas existem duas alternativas de cálculo para lajes. Uma delas é o chamado Processo do Equilíbrio ou Processo das Forças Nodais, que não será utilizada neste trabalho e pode ser encontrada, em detalhes, em Johansen (B14) e em Jones e Wood (B16, pp. 144-209). A outra alternativa que será aqui descrita com algum detalhe, é o chamado Processo do Trabalho ou Processo da Energia.

As hipóteses gerais nas quais se baseia a Teoria das Charneiras Plásticas aplicada às lajes, são as seguintes:

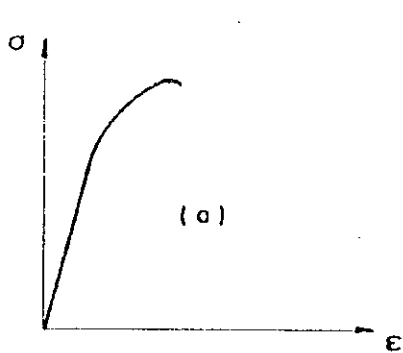
- 1) Os pontos pertencentes a retas normais à superfície média da laje indeformada situam-se, depois da deformação, em retas perpendiculares à superfície média deformada.
- 2) O material que constitui a laje é homogêneo e rígido-plástico, com momentos de plastificação m , positivo (tração embaixo), por unidade de comprimento e m' , negativo (tração em cima), também por unidade de comprimento.

Os materiais normalmente utilizados em estruturas apresentam-se como frágeis ou dúteis com diagramas tensão-deformação mostrados na fig. I-1a e I-1b, respectivamente. De forma aproximada pode-se, a partir destes comportamentos, chegar à consideração destes materiais como rígido-plásticos perfeitos e elasto-plásticos perfeitos, caracterizados pelos diagramas da fig. I-1c e I-1d, respectivamente. Admitir que o material obedeça ao esquema da fig. I-1c, representa o desprezo de suas deformações elásticas, enquanto que qualquer deformação apresentada será considerada como plástica. As consequências deste fato refletem-se em grande simplificação matemática e conduzem a resultados que, comprovadamente, não diferem muito dos experimentais.

Dentro da Teoria das Charneiras Plásticas, tem especial interesse o diagrama momento-curvatura na flexão simples, e os momentos de plastificação são obtidos, como se verá mais adiante, pela distribuição de tensões normais nas secções plastificadas. Estão representados estes diagramas, para os comportamentos elasto e rígido-plásticos nas figuras I-1f e I-1e, respectivamente.

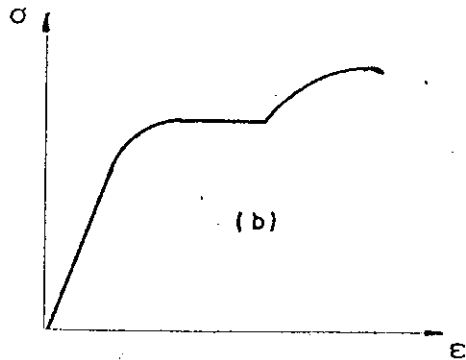
O concreto armado, embora não seja um material homogêneo, apresenta um diagrama momento-curvatura que pode ser considerado como de um material rígido-plástico, desde que se despreze a fase elástica e se considerem apenas secções sub-armadas. Com algum detalhe, isto será analisado no próximo item deste trabalho.

- 3) O efeito de arqueamento, que cria esforços no plano da



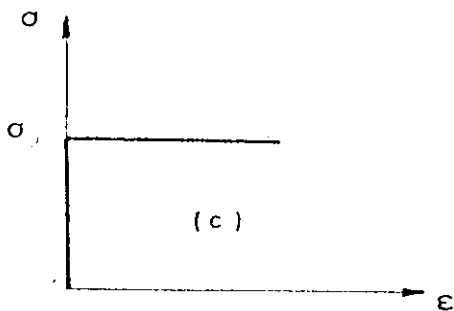
(a)

MATERIAL FRÁGIL



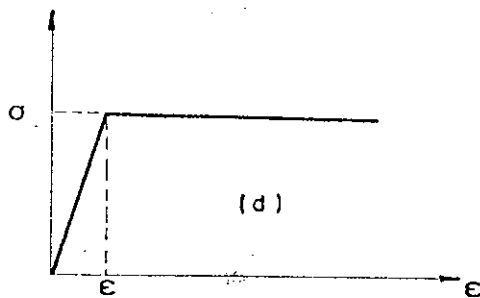
(b)

MATERIAL DÚTIL



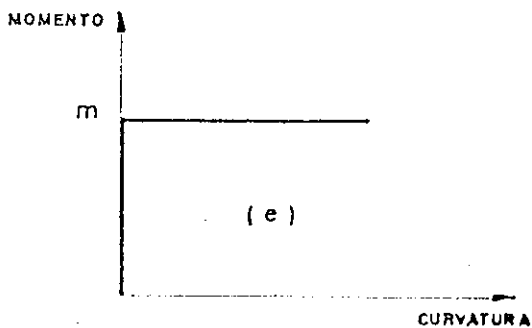
(c)

MATERIAL RÍGIDO-PLÁSTICO
PERFEITO



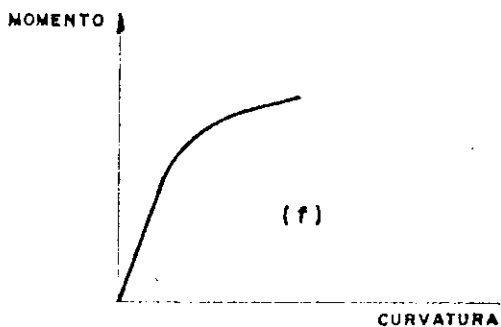
(d)

MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO
PERFEITO



(e)

MATERIAL RÍGIDO-PLÁSTICO



(f)

MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO

FIG. I-1

laje, é desprezado.

Na segunda parte deste capítulo serão vistas as implicações do fato desta hipótese não ser considerada.

- 4) A ruína da laje dá-se quando ela se torna hipostática, como consequência da plastificação ocorrida.
- 5) Quando da ruína da laje, os deslocamentos apresentados por todos os seus pontos são pequenos em relação à espessura da laje.
- 6) O material da laje possui capacidade de rotação, nas secções plastificadas, suficiente para permitir a formação de todas as charneiras plásticas necessárias para que a laje se torne hipostática, antes de haver ruptura local por excesso de deformação plástica.

Com a utilização apenas de secções sub-armadas, tem sido comprovado experimentalmente que o concreto possui, embora menos que o aço, capacidade suficiente de rotação, mesmo porque as rotações nas charneiras, quando a laje atinge a ruína, são relativamente pequenas.

- 7) Supõe-se que a laje esteja dimensionada de tal forma que consiga resistir ao efeito de punção produzido pelas cargas.

Este efeito não possui nenhum tratamento especial dentro da Teoria das Charneiras Plásticas.

1.2. Momentos de Plastificação

Embora o comportamento das lajes de concreto armado seja, em vários aspectos, diferente do comportamento das vigas, são estas que nos fornecem indicações quanto aos momentos de plastificação, principalmente, por se constituir este cálculo, nas vigas, de sensível facilidade, e também por ser normalmente aceita como razoável a extensão, às lajes, dos resultados obtidos.

Consideram-se somente vigas ditas sub-armadas, isto é, aquelas em que antes da ruptura à compressão do concreto, o aço entra em escoamento. Embora a ruína da peça ocorra quando do esmagamento do concreto, o tipo de comportamento neste caso é indicado, sobretudo, pelo aço da arma

dura.

Na figura I-2 vemos os diagramas tensão-deformação para o aço com patamar de escoamento e para o concreto.

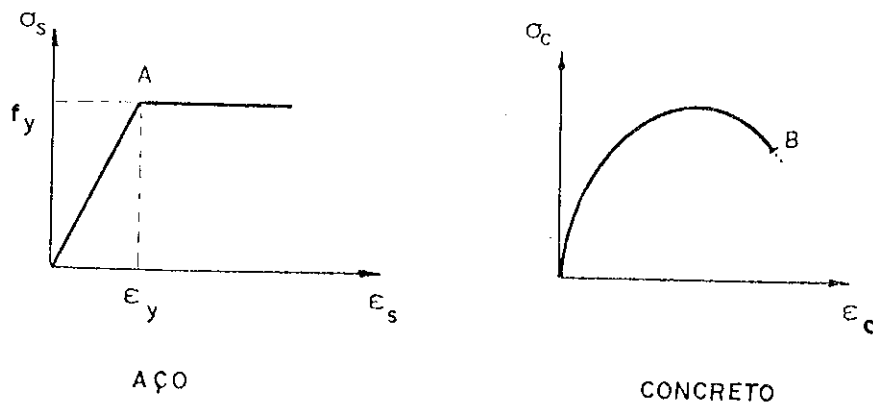


Fig. I-2 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A figura I-3b mostra a vista lateral de uma viga de concreto armado sujeita a flexão pura. Na figura I-3a vemos a secção transversal da viga.

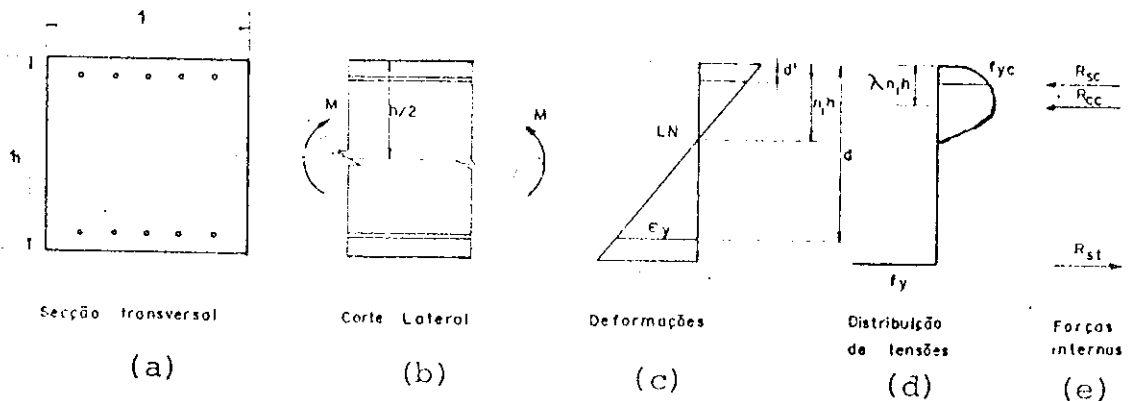


FIG. I-3

Experiências têm demonstrado que as deformações, quando se aplica o momento M desde zero até a ruína da peça, são distribuídas de forma linear ao longo da secção transversal, conforme se observa na fig. I-3c. O aspecto, entretanto, que tem merecido maior atenção dos pesquisado-

res \bar{e} o da distribuição das tensões de compressão no concreto (fig. I-3d).

Na figura I-4 está representada a variação do momento fletor aplicado em função da curvatura apresentada pela viga. Pode ser observado neste diagrama que o trecho inicial, correspondente a secção não fissurada, apresenta-se praticamente retilíneo. Depois de observadas as primeiras fissuras, o diagrama conserva-se ainda substancialmente retilíneo, porém com inclinação menor do que no trecho anterior.

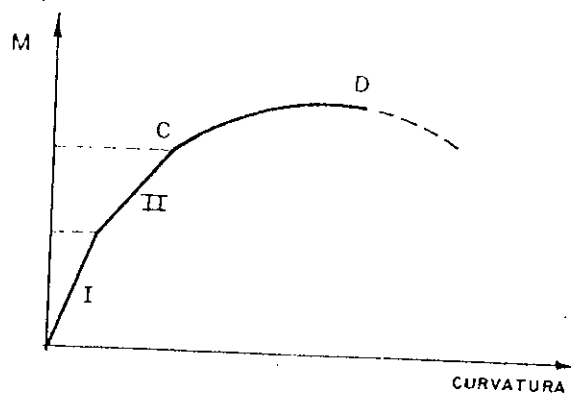


FIG. I-4 DIAGRAMA MOMENTO - CURVATURA

Finalmente, com o acréscimo gradativo do momento fletor, atinge-se, na fig. I-4, o ponto C. Nesse estágio o aço começa a escoar com a tensão nas barras permanecendo constante e igual a f_y . Temos, desse modo, uma força constante na armadura, e para novos acréscimos de momento ocorrerá uma subida da linha neutra aumentando, dessa forma, o braço de alavanca.

Se a viga \bar{e} estaticamente determinada já está delineada a configuração de ruína e esta se dará quando na fibra comprimida mais distante do eixo neutro estiver agindo a tensão correspondente ao ponto B no diagrama da figura I-2. Na figura I-4 o momento será correspondente ao ponto D e a secção transversal apresentará uma distribuição de tensões de compressão semelhante ao diagrama tensão-deformação do concreto. O momento atuante nesse estágio será

então o momento de ruptura da viga.

Se a estrutura, entretanto, for estaticamente in determinada, mesmo que em uma secção se atinja o momento de ruptura, não ocorrerá a ruína da peça enquanto outras secções não o atingirem, como é o caso das lajes de concreto armado. Desse modo na secção inicial analisada haverá um aumento de curvatura. Pode-se dizer então que nas lajes, por ocasião da ruína, existem secções nas quais o momento atuante é aquele representado na figura I-4 pela linha traçada, sendo que este diagrama é obtido em ensaio onde se consegue reduzir a carga enquanto as deformações continuam a aumentar. Entretanto, esta diminuição do momento fletor é razoavelmente pequena, não havendo grande imprecisão em se admitir que o momento praticamente permaneça constante e igual àquele correspondente ao ponto D.

Geralmente a Teoria das Charneiras Plásticas adotada como momento de plastificação das lajes aquele indicado pelo ponto D na fig. I-4. Este fato equivale a desprezar-se, nas lajes, os efeitos das forças cortantes, das forças normais, dos momentos volventes e dos momentos fletores agindo conjuntamente porém em direção normal. Além disso, à vista da figura I-4, o emprego do momento de plastificação relativo ao ponto D, poder-se-ia inicialmente considerar como um valor contra a segurança. A este argumento contrapõe-se o fato de se considerarem geralmente, por facilidade de cálculo, simplificações do diagrama de distribuição das tensões de compressão no concreto as quais contribuem para que os valores adotados no cálculo sejam, via de regra, menores dos que ocorrem na prática. Este cálculo será desenvolvido no ítem 3 do capítulo IV.

1.3. Isotropia, Anisotropia e Ortotropia

Denomina-se isotropa a laje que possua igual resistência em qualquer direção que se considere uma secção. As barras da armadura que serão no concreto armado, em última instância, as responsáveis pela absorção do momento fletor, podem ser colocadas de forma ortogonal ou não. No

caso em que haja um ângulo agudo entre as direções das barras este não deve ser pequeno para não favorecer o aparecimento de fissuras exageradas, e para não comprometer a laje do ponto de vista econômico. Demonstra-se porêm, nesse caso (conforme B18, por exemplo), que é possível o cálculo da laje como se fosse armada em direções ortogonais bastando para isso fazer uma transformação geométrica do formato da laje inicial, de modo que a energia desenvolvida pelas cargas em ambas as lajes, inicial e transformada, estejam na mesma proporção que a energia necessária para deformar as charneiras correspondentes de cada uma destas lajes.

Quando as barras da armadura estão dispostas em direções ortogonais, considerando a figura I-5, e chamando de m_1 e m_2 os momentos de plastificação por unidade de comprimento na direção 1 e 2, admite-se que numa secção genérica inclinada de α em relação à direção 1 atue o momento:

$$m_\alpha = \frac{m_1 a \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \alpha + m_2 a \operatorname{cos} \alpha}{a \operatorname{sec} \alpha} = m_1 \operatorname{sen}^2 \alpha + m_2 \operatorname{cos}^2 \alpha \dots \dots \dots 1$$

Esta consideração é derivada da hipótese de se desprezarem os efeitos dos momentos volventes e dos momentos fletores agentes na secção normal à secção considerada.

Pode-se facilmente generalizar a expressão 1 para o caso de barras não ortogonais ou para o caso de existirem armaduras dispostas em várias direções, considerando-se, neste último, somáveis os efeitos de cada armadura.

Se a laje é considerada isótropa, os momentos m_1 e m_2 necessariamente devem apresentar valores iguais e portanto verifica-se que o momento na secção com direção α também terá idêntico valor. Esta conclusão é válida tanto para os momentos positivos quanto para os negativos.

Como as armaduras comumente não se localizam no mesmo nível, elas não poderão ser iguais, devendo guardar entre si uma relação igual à relação das alturas úteis em que estão situadas, admitindo-se logicamente que as armaduras sejam proporcionais aos momentos de plastificação que lhes correspondam.

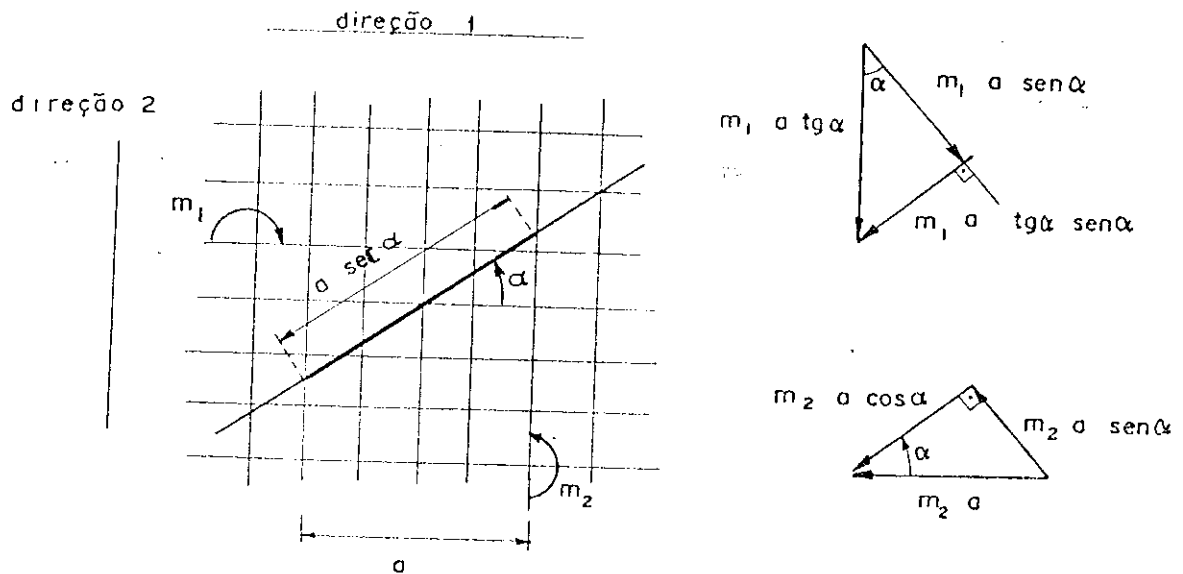


FIG. 1-5

Se, entretanto, a laje não oferecer igual resistência em qualquer direção que seja considerada, dir-se-á que ela é anisótropa. Em geral admite-se que, neste caso, mesmo sendo variáveis os momentos de plastificação conforme a direção da secção considerada, numa mesma direção eles serão sempre os mesmos.

Quando a laje anisótropa possuir armaduras dispostas em direções ortogonais que ofereçam momentos de plastificação positivos e negativos, se os momentos positivos guardarem entre si uma relação idêntica à relação entre os momentos de plastificação negativos correspondentes, a laje será denominada ortótropa. Este tipo particular de laje anisótropa pode ser calculado como se fosse isotropa bastando para isso fazer uma modificação em suas dimensões. No que se segue é admitida a isotropia da laje.

1.4. Laje de contorno convexo, poligonal, livremente apoiado, sujeita a carga concentrada

Designa-se por livremente apoiado o contorno de uma laje no qual exista liberdade de deslocamentos angulares sem existir, entretanto, possibilidades de deslocamentos normais ao plano médio da laje.

Seja, por exemplo, a laje horizontal vista em planta na fig. I-6, sujeita a uma carga única, fixa, concentrada, vertical, aplicada em P. Na figura também está representada uma configuração possível de charneiras positivas, partindo cada uma delas do ponto P e atingindo os vértices do polígono.

Considerando que o ponto de aplicação da carga concentrada P se desloca verticalmente de f, teremos que o trabalho realizado pela carga P vale:

$$\bar{C} = Pf \dots\dots\dots 2$$

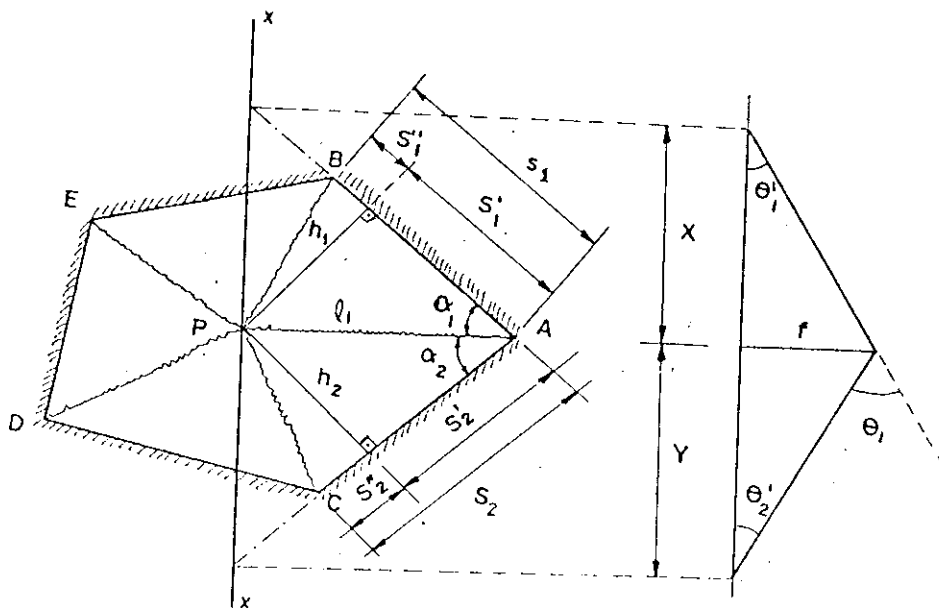


FIG. I-6

Esta energia dispendida deverá ser absorvida pelas charneiras da configuração considerada. Detendo-se na charneira positiva \overline{PA} , de comprimento l_1 , teremos que a energia absorvida por ela vale:

$$\bar{C} = m_1 l_1 \theta_1 \dots\dots\dots 3$$

onde m_1 é o momento de plastificação positivo por unidade de comprimento, e θ_1 é o ângulo do diedro formado pelos planos das duas regiões ABP e ACP da laje na posição defor

mada. Num corte segundo o plano vertical XX , passando por P e perpendicular à charneira \overline{PA} , teremos o ângulo θ_1 em verdadeira grandeza como se observa na fig. I-6. Considera-se que \overline{PA} na posição deformada se mantenha horizontal em bora na verdade exista uma pequena inclinação, pois, do contrário, o ângulo do diedro não poderia ser medido em um plano vertical e sim em outro ligeiramente inclinado. Isto equivale a se considerar f suficientemente pequeno.

Desse modo temos:

$$\theta_1 = \theta_1' + \theta_2' = \operatorname{arctg} \frac{f}{x} + \operatorname{arctg} \frac{f}{y} \approx \frac{f}{x} + \frac{f}{y}$$

A energia absorvida pela charneira \overline{PA} será então:

$$\mathcal{E}_{\overline{PA}} = m_1 \ell_1 \theta_1 = m_1 \ell_1 \left(\frac{f}{x} + \frac{f}{y} \right) \dots\dots\dots 4$$

ou

$$\mathcal{E}_{\overline{PA}} = m_1 f \left(\frac{\ell_1}{x} + \frac{\ell_1}{y} \right) = m_1 f (\cotg \alpha_1 + \cotg \alpha_2) \dots 5$$

sendo α_1 e α_2 os ângulos que a charneira forma com os lados da laje que se encontram em A .

Esta expressão pode ser ainda transformada em:

$$\mathcal{E}_{\overline{PA}} = m_1 f \left(\frac{s_1'}{h_1} + \frac{s_2'}{h_2} \right) \dots\dots\dots 6$$

com h_i sendo as distâncias baixadas do ponto de aplicação da carga aos lados da laje, e, s_1' e s_2' as distâncias mostradas na figura I-6.

Considerando a laje isótropa e chamando de m o momento de plastificação positivo por unidade de comprimento, teremos que a energia \mathcal{E} absorvida por todas as charneiras será:

$$\mathcal{E} = mf \sum \frac{s_i}{h_i} \dots\dots\dots 7$$

onde s_i é um lado genérico da laje e h_i sua distância ao ponto P .

Igualando esta energia \bar{a} desenvolvida pela carga, teremos:

$$\frac{P}{m} = \sum \frac{s_i}{h_i} \dots\dots\dots 8$$

expressão esta que nos dá a carga P de ruína da laje se a configuração admitida fosse, de fato, a de ruína.

1.5. Laje de contorno convexo, curvilíneo, livremente apoiado

Este tipo de laje pode ser analisado como uma extensão do anterior, se considerarmos o contorno curvilíneo como se fosse o limite para o qual tenderia o contorno poligonal livremente apoiado, quando os lados do polígono se tornam infinitamente pequenos. Desse modo temos que a equação 8 se transforma em:

$$\frac{P}{m} = \int_c \frac{1}{h} ds \dots\dots\dots 9$$

Para a facilidade de cálculo a expressão 9 deve ser calculada com a equação do contorno expressa em coordenadas polares.

Desse modo, com ρ sendo medido a partir do ponto P de aplicação da carga concentrada e θ a partir de um eixo qualquer que passe pelo ponto P, considerando um elemento ds extraído do contorno, com base na fig.I-7, temos:

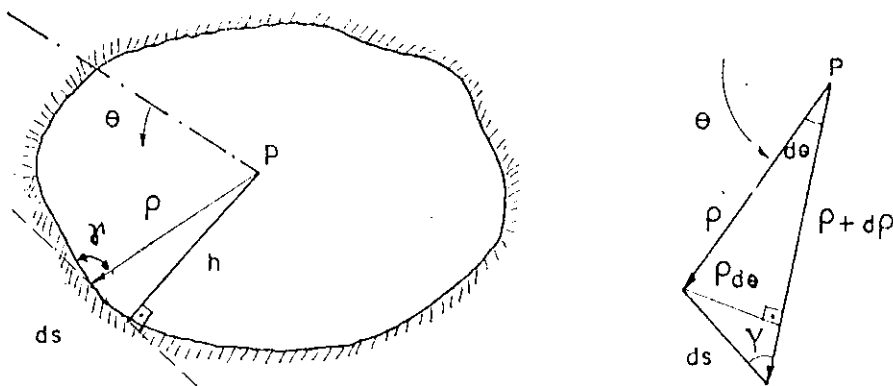


FIG. I-7

$$ds = \frac{\rho d\theta}{\text{sen}\gamma} \quad ; \quad \cos\gamma = \frac{d\rho}{ds}$$

$$\cot\gamma = \frac{d\rho}{\rho d\theta} = \frac{\rho'}{\rho} \dots\dots\dots 10$$

com

$$\rho' = \frac{d\rho}{d\theta}$$

Temos, também, com γ sendo o ângulo formado pelo raio vetor ρ e a tangente à curva:

$$h = \rho \text{sen}\gamma$$

e, portanto:

$$\frac{P}{m} = \int_c \frac{1}{h} ds = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\rho \text{sen}\gamma} \cdot \frac{\rho}{\text{sen}\gamma} d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\text{sen}^2\gamma} d\theta$$

ou

$$\frac{P}{m} = \int_0^{2\pi} (1 + \cot^2\gamma) d\theta = \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta \dots\dots\dots 11$$

1.6. Laje de contorno convexo, poligonal, engastado

Para este tipo de vinculação da laje pode-se também seguir o mesmo procedimento utilizado quando o contorno da laje era livremente apoiado, isto é, calculando-se a energia absorvida por todas as charneiras da laje e igualando-se a energia dispendida pela carga na deformação correspondente.

Seja por exemplo a laje de contorno poligonal engastado visto na fig. I-8. Para esta laje uma configuração de charneiras possível é aquela formada por charneiras positivas que partem dos vértices do polígono e chegam ao ponto de aplicação da carga P , e charneiras negativas que se formam ao longo de toda a extensão da borda engastada.

Sendo m' o momento de plastificação negativo por unidade de comprimento, temos que a energia absorvida pela charneira negativa formada na borda \overline{AB} vale:

$$\zeta_j = m' s_j \bar{\theta}_j$$

onde $\bar{\theta}_i$ é a rotação da charneira considerada, a qual, com base na fig. I-8, considerando-se fixo o apoio \overline{AB} e f o deslocamento do ponto de aplicação da carga, vale:

$$\bar{\theta}_i = \frac{f}{h_i}$$

e, portanto:

$$\zeta_i = m' f \frac{s_i}{h_i}$$

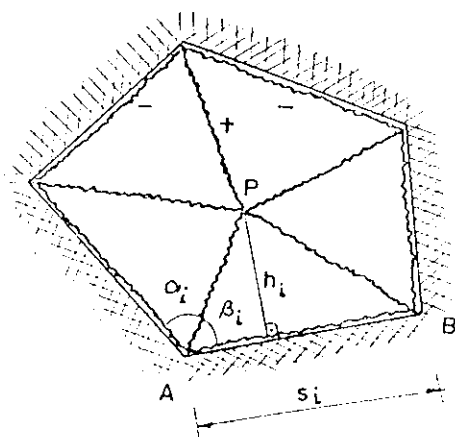


FIG. I-8

Considerando-se todas as charneiras positivas e negativas chega-se à expressão 12, que fornece o valor da carga P:

$$P = m' \Sigma \frac{s_i}{h_i} + m \Sigma \frac{s_i}{h_i}$$

ou

$$\frac{P}{m+m'} = \Sigma \frac{s_i}{h_i} \dots\dots\dots 12$$

Esta expressão é semelhante à expressão 8 para laje com contorno livremente apoiado, apenas com a inclusão do momento de plastificação negativo m' somado com o momento de plastificação positivo m .

Deve-se notar, pela maneira a qual foi deduzida a expressão 12, que os valores representativos dos momentos de plastificação, apesar destes serem chamados de posi

tivos ou negativos, devem entrar no cálculo com seus valores absolutos.

A expressão 12 também é válida para o caso da laje apresentar alguns lados engastados (I), e outros apoiados (II), ficando então melhor definida a carga P pela expressão:

$$P = m' \sum_I \frac{S_i}{h_i} + m \sum_{I+II} \frac{S_i}{h_i} \dots\dots\dots 13$$

1.7. Laje de contorno convexo, curvilíneo, engastado

Para as lajes com contorno poligonal livremente apoiado, tomando-se por base a configuração constituída por charneiras positivas partindo do ponto de aplicação da carga e prolongando-se até os v̄rtices do polígono de contorno, chegou-se à expressão 8. Para as lajes com contorno poligonal engastado, tomando-se a mesma configuração, apenas com a inclusão necessária de charneiras negativas ao longo do contorno engastado, chegou-se à expressão 12, com forma semelhante à anterior, apenas diferindo pela inclusão, nesta última, do fator m+m' no lugar de m.

De forma análoga, pode-se estender a expressão 11 para o caso de borda curvilínea engastada, com charneiras negativas percorrendo todo o contorno.

Teremos então:

$$\frac{P}{m+m'} = \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta \dots\dots\dots 14$$

Necessário se torna notar que esta expressão se aplica à configuração de charneira analisada, a qual pode não ser a configuração de ruína da laje.

1.8. Configurações de ruína

Embora tenha sido descrito o processo que conduz à expressões para a carga concentrada suportada por lajes cujos contornos convexos estejam livremente apoiados ou engastados, omitiu-se até agora se a configuração de charnei

ras adotada em cada caso era de fato a configuração correspondente à menor carga, isto é, a configuração de charneiras mais desfavorável ou simplesmente a configuração de ruína da laje. Para se ter a solução definitiva deve-se analisar cada caso em separado.

1.8.1. Contorno convexo, qualquer, engastado

Como já foi visto para este tipo de laje, tanto para contorno poligonal como para contorno curvilíneo, pode-se dizer que para a configuração de charneiras onde existem charneiras negativas se estendendo ao longo do contorno, a carga correspondente será dada pela expressão:

$$\frac{P}{m+m^T} = \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta \dots\dots\dots 15$$

com $\rho = \rho(\theta)$ sendo a equação, em coordenadas polares, do contorno da laje, com origem no ponto de aplicação da carga.

Deve-se portanto pesquisar outras configurações possíveis, virtualmente mais desfavoráveis que essa.

Se, por exemplo, a charneira negativa afastar-se do contorno, a expressão 15 ainda é válida pois seu efeito é idêntico ao de um apoio engastado coincidente com a charneira. Logicamente neste caso $\rho = \rho(\theta)$ passará a representar, em coordenadas polares, a equação da curva descrita pela charneira negativa. Pode-se portanto pesquisar qual a equação da charneira negativa que conduz ao menor valor da integral da expressão 15.

Como se pode ver com detalhes em Langendonck (B18, p. 75), usando o cálculo das variações consegue-se chegar à curva que torna mínima a integral da função $F(\rho, \rho') = 1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}$, entre limites constantes. Esta curva é dada pela equação:

$$\rho = Ce^{c\theta} \dots\dots\dots 16$$

Esta equação define uma família de espirais logarítmicas caracterizadas pelas constantes C e c determina-

das para cada caso em particular.

Da expressão 10 do ítem 1.5 temos que:

$$c = \frac{\rho'}{\rho} = \cot \gamma \dots\dots\dots 17$$

com γ representando o ângulo, constante, que o raio vetor ρ forma com a tangente à espiral logarítmica.

Tem-se, por exemplo, para a parcela P_1 da carga P , correspondente ao trecho compreendido entre os ângulos θ_1 e θ_2 da fig. I-9:

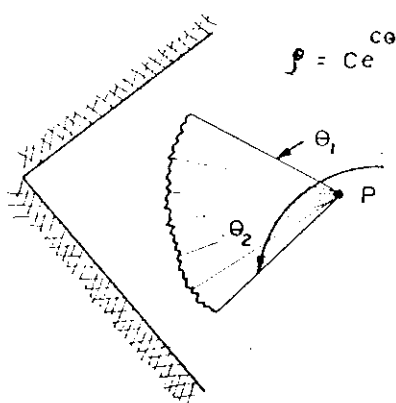


FIG. I-9

$$\frac{P_1}{m+m'} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta = (1+c^2)(\theta_2 - \theta_1) \dots\dots\dots 18$$

Se a laje é engastada em todo o seu contorno uma configuração de charneiras somente será possível se a charneira negativa formar um circuito fechado. O único caso possível da espiral logarítmica representar uma curva fechada é quando $c = 0$, isto é, quando o raio vetor ρ e a tangente à espiral em qualquer ponto correspondente são perpendiculares. Este caso conduz a:

$$\rho = C \dots\dots\dots 19$$

que é a equação de um círculo.

Isto nos leva à conclusão, com base na expressão 18 integrada entre os limites $\theta = 0$ e $\theta = 2\pi$, que a carga concentrada P a qual leva a laje à ruína vale:

$$\frac{P}{m+m'} = 2\pi \dots\dots\dots 20$$

qualquer que seja a forma da laje, desde que esta seja isotropa e seu contorno seja inteiramente engastado.

A configuração de ruína da laje sempre será, por tanto, a de um cone de vértice no ponto de aplicação da carga e base circular.

Não se tem pela expressão 20 nenhuma informação quanto aos pontos por onde deva passar a base do círculo pois a carga P de ruína independe do raio C do círculo. Isto advém do fato de se considerar a carga P como concentra da em um ponto quando, na verdade, a carga é distribuída em uma certa região da área S.

Temos, portanto, que o trabalho da carga não deve ser $P.f$ e sim $\frac{P}{S}.V$, onde V é o volume limitado pela laje deformada e pelo plano da laje inicial, correspondente à área S. Facilmente se percebe que o volume deve ser tanto maior quanto menor for a inclinação das geratrizes do cone, o que nos leva a concluir que a menor inclinação possível é aquela a qual corresponde o maior raio possível do círculo da base do cone. Chega-se, portanto, à conclusão de que o círculo deverá tangenciar o contorno da laje. Naturalmente, nessas considerações, fica implícito que a configuração de ruína para a carga teoricamente concentrada está sendo considerada idêntica para a carga distribuída numa pequena região de área S da laje.

1.8.2. Contorno convexo, qualquer, livremente apoiado

Analogamente, pode-se estudar a configuração de ruína de uma laje de contorno convexo qualquer, livremente apoiado, considerando-se a existência de charneiras negativas fora dos apoios. Duas alternativas devem ser consideradas, a saber, a existência de uma charneira negativa que não intercepta os apoios ou, caso contrário, uma ou mais charneiras negativas com pontos em comum com os apoios.

Pode-se, mesmo neste caso de contorno da laje, lançar mão da expressão 18, que nos dá a parcela P_1 da car

ga P para a configuração que possui uma charneira negativa fora dos apoios, compreendida entre os ângulos θ_1 e θ_2 , bem como para as respectivas charneiras positivas que formam a superfície lateral da região da laje deformada conforme a fig. I-9. Assim temos:

$$\frac{P_1}{m+m'} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta = (1+c^2)(\theta_2 - \theta_1)$$

com $\rho = Ce^{c\theta}$ sendo a equação da curva mais desfavorável que pode ser descrita pela charneira negativa.

Se a charneira negativa não atinge o contorno, tem-se que $\theta_2 - \theta_1 = 2\pi$, e o mínimo da expressão anterior corresponde a $c = 0$, recaindo-se então no valor de P fornecido pela expressão 20.

Pode-se, entretanto, obter situação mais desfavorável quando existem charneiras negativas que interceptam os apoios como se pode ver na fig. I-10, onde os apoios AC e BD servem como eixos de rotação para as regiões APC e BPD, respectivamente, e as charneiras AB e CD analogamente fazem o mesmo papel para as regiões APB e CPD.

Com base nesta figura deve-se determinar as posições dos pontos A, B, C e D, sobre o contorno, de maneira que às charneiras corresponda o menor valor de P .

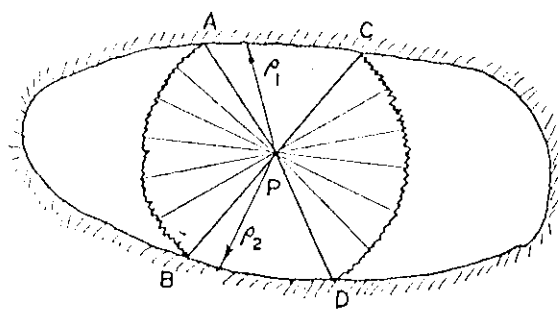


FIG. I-10

Considerando a charneira AB, sejam $\rho_1 = \rho_1(\theta)$ e $\rho_2 = \rho_2(\theta)$ as equações em coordenadas polares do contorno da laje nas proximidades dos pontos A e B respectivamente, conforme a fig. I-11, onde temos o detalhe da charneira AB.

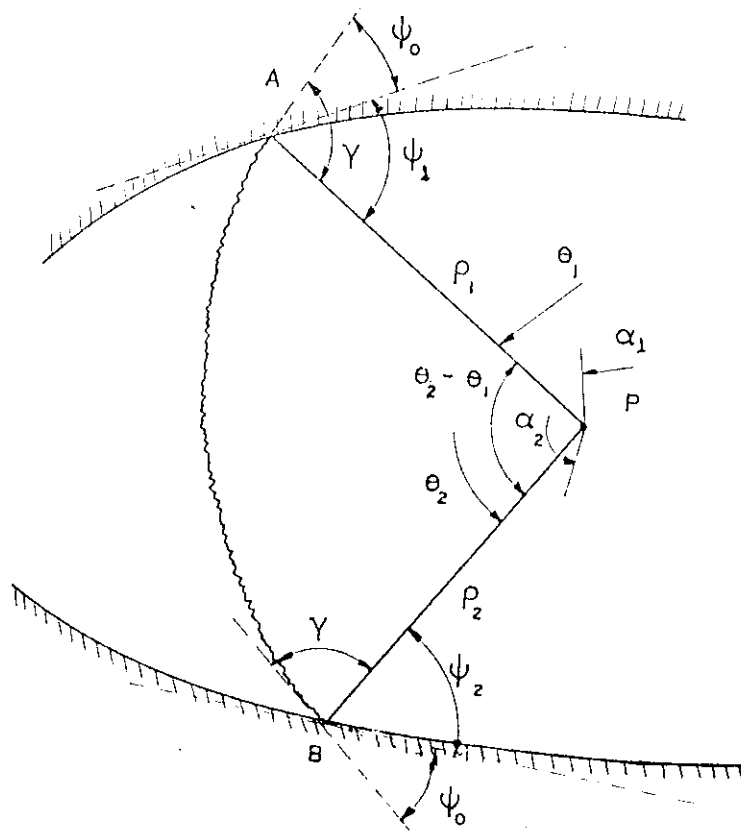


FIG. I-11

Procuram-se os valores de θ_1 e θ_2 , os quais, com os respectivos ρ_1 e ρ_2 , definem os pontos A e B sobre o contorno. Os ângulos α_1 e α_2 , com valores constantes, correspondem a dois pontos quaisquer sobre o contorno AC e BD. As equações $\rho_1 = \rho_1(\theta)$ e $\rho_2 = \rho_2(\theta)$ do contorno da laje podem ser quaisquer, porém, a equação da curva da charneira AB deve obedecer a expressão 16, como foi visto. Os raios vetores ρ_1 e ρ_2 por pertencerem também a charneira devem ser expressos por:

$$\rho_1 = C e^{c\theta_1} ; \rho_2 = C e^{c\theta_2} \dots\dots\dots 21$$

A fração P_1 da carga P, a qual contribue para a formação das charneiras positivas situadas entre α_1 e α_2 e da negativa situada entre A e B, é dada por:

$$P_1 = m \int_{\alpha_1}^{\theta_1} \left(1 + \frac{\rho_1'^2}{\rho_1^2}\right) d\theta + (m+m')(1+c^2)(\theta_2 - \theta_1) +$$

$$+ m \int_{\theta_2}^{\alpha_2} \left(1 + \frac{\rho_2'^2}{\rho_2^2}\right) d\theta \dots\dots\dots 22$$

Da expressão 21 temos:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = e^{c(\theta_2 - \theta_1)}$$

ou

$$c(\theta_2 - \theta_1) = \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \dots\dots\dots 23$$

ou ainda, derivando em relação a θ_1 , com $\rho_1' = \frac{\partial \rho_1}{\partial \theta_1}$, temos:

$$-c + (\theta_2 - \theta_1) \frac{\partial c}{\partial \theta_1} = -\frac{\rho_1'}{\rho_1}$$

ou

$$\frac{\partial c}{\partial \theta_1} = \frac{\frac{\rho_1'}{\rho_1} - c}{\theta_1 - \theta_2}$$

Derivando a expressão 22, em relação a θ_1 , temos:

$$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} = m \left(1 + \frac{\rho_1'^2}{\rho_1^2}\right) + (m+m') \left[2c \frac{\partial c}{\partial \theta_1} (\theta_2 - \theta_1) - 1 - c^2 \right] \dots\dots\dots 24$$

Substituindo $\frac{\partial c}{\partial \theta_1}$ nesta expressão pelo seu valor já calculado, com $\frac{\rho_1'}{\rho_1} = \cotg \psi_1$ e ainda $\mu = \frac{m'}{m+m'}$, temos:

$$\frac{1}{m+m'} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} = \frac{1-\mu}{\text{sen}^2 \psi_1} - 2c \cotg \psi_1 + c^2 - 1 \dots\dots\dots 25$$

Para se achar o valor mínimo (ou máximo) de P_1 , deve-se igualar a zero a expressão 25, com $c = \cotg \gamma$. Teremos, depois de algumas passagens algébricas a seguinte equação:

$$2\mu \text{sen}^2 \gamma = 2\text{sen}^2 (\gamma - \psi_1)$$

ou, com $\gamma - \psi_1 = \psi_0$

$$\text{sen} \psi_0 = \sqrt{\mu} \text{sen} \gamma \quad \text{com } 0 \leq \psi_0 \leq \gamma \dots\dots\dots 26$$

Temos portanto, a equação que permite achar o ângulo ψ_0 formado pelas tangentes às curvas do contorno AC e da charneira negativa AB, traçadas pelo ponto A.

Como a expressão 26 independe de ψ_2 , pode-se concluir que, analogamente, o mesmo resultado é válido para a determinação do ponto B, onde também deve existir um ângulo ψ_0 idêntico ao valor encontrado em A. Deste modo:

$$\psi_1 = \gamma - \psi_0$$

e

$$\psi_2 = (\pi - \gamma) - \psi_0 \dots\dots\dots 27$$

Pela expressão 26 pode-se determinar o ângulo ψ_0 em função de μ e de γ notando-se que este último, por sua vez, é dependente de ρ_1 e ρ_2 conforme se observa pela expressão 23.

A localização dos raios ρ_1 e ρ_2 , embora em alguns casos possa ser conseguida analiticamente, no caso geral deve ser efetuada por tentativas.

Deve-se notar que para cada valor de ψ_0 existem dois valores suplementares de γ , correspondendo a valores absolutos de c iguais, porém com sinais contrários. Usa-se cada um deles de acordo com o sentido de medida dos ângulos θ , por exemplo, se $\theta_2 - \theta_1 > 0$, o γ menor, correspondente a $c \geq 0$, deve ser utilizado quando os raios vetores são crescentes, isto é, $\rho_1 < \rho_2$; e o γ maior quando $\rho_1 > \rho_2$.

A expressão 26 conforme foi visto, pode conduzir a um valor máximo ou a um valor mínimo de P_1 , obtendo-se a situação verdadeira através de comparação com outras configurações possíveis.

Para se obter a carga de ruína P basta generalizar-se a expressão 22 para toda a laje, obtendo-se:

$$P = m \int_C \left(1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}\right) d\theta + (m+m') \sum (1+c_i^2) \theta_i \dots\dots\dots 28$$

Nesta expressão, o primeiro termo representa, com $\rho = \rho(\theta)$ sendo as equações em coordenadas polares dos trechos do contorno que servem como eixos de rotações para

partes da laje, a energia absorvida pelas charneiras positivas que se formam nestes trechos. O segundo termo representa a energia absorvida pelas charneiras negativas, com ângulo central θ_i e equações $\rho = C_i$ e $C_i \theta$, que porventura vierem a se desenvolver fora do contorno.

Consegue-se deste modo, o valor da carga de ruína, a qual, porém, é função da posição da charneira negativa, obtida a mais desfavorável dentro de uma configuração possível, o que pode nos conduzir a um mínimo relativo de P. Para se obter o mínimo absoluto deve-se estudar outros tipos de configurações possíveis como, por exemplo, a inexistência de charneiras negativas ou a existência destas interceptando outros trechos do contorno.

Tem-se como certo, entretanto, que sempre se deverá obter:

$$P \leq 2\pi (m+m') \dots\dots\dots 29$$

porque a esse valor corresponde a configuração com uma charneira negativa circular fechada, sempre possível de ocorrer.

1.8.2.1. Caso de simetria

O problema recebe alguma simplificação se a laje possuir um eixo de simetria no qual esteja situado o ponto P de aplicação da carga. Nesse caso, se houver charneira negativa cortando o referido eixo, ela deverá ser obrigatoriamente simétrica em relação ao eixo e também possuir a forma de uma espiral logarítmica. Com estas duas condições a forma da charneira passa a ser a de um círculo com $c = 0$ e $\gamma = \frac{\pi}{2}$.

Portanto temos, de 26,

$$\text{sen } \psi_0 = \sqrt{\mu} \dots\dots\dots 30$$

e daí

$$\psi_1 = \psi_2 = \frac{\pi}{2} - \psi_0 = \text{arc cos } \sqrt{\mu} \dots\dots\dots 31$$

Tem-se na fig. I-12 o gráfico correspondente à expressão 31.

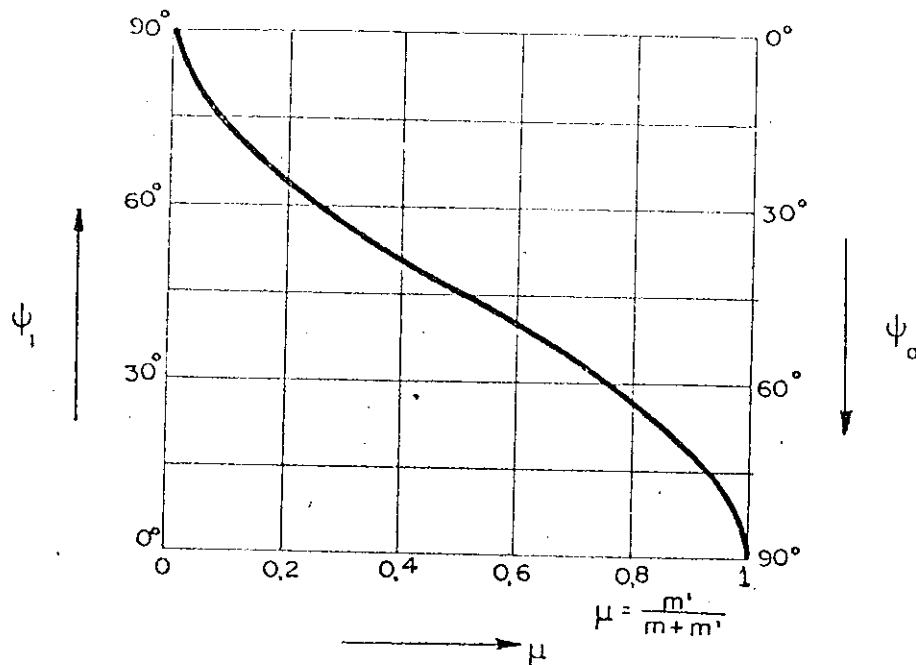


FIG. I-12

Da expressão 31 pode-se chegar facilmente a:

$$\cos \psi_1 = \sqrt{\mu} \quad ; \quad \sin \psi_1 = \sqrt{1-\mu};$$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \sqrt{m/m'} \quad ; \quad \operatorname{cotg} \psi_1 = \sqrt{\frac{m'}{m}} \dots\dots\dots 32$$

sendo ψ_1 , conforme a fig. I-11, o ângulo formado pelo raio vetor definido com origem no ponto de aplicação da carga até o ponto do contorno onde se inicia a charneira negativa, e a tangente ao contorno neste ponto. Algumas vezes não é possível traçar pelo ponto de aplicação da carga uma reta que corte o contorno com o determinado ângulo ψ_1 e, neste caso, deve-se estudar a possibilidade de ruína da laje sem a formação de charneiras negativas.

Pode-se dessa forma calcular o valor da carga P_1 , parcela da carga P de ruína da laje, correspondente à referida charneira negativa e também às charneiras positivas que constituem o cone deformado. Deve-se levar em conta que quando a charneira negativa tem suas extremidades em trechos retilíneos do contorno da laje, as charneiras posi

tivas que limitam o cone tem especial importância e suas correspondentes parcelas de carga devem ser consideradas.

Desse modo temos a parcela P_1 , da carga relativa à charneira negativa AA' da fig. I-13 e também às positivas do cone incluindo as extremas AP e $A'P$, dada por:

$$P_1 = (m+m')\theta_1 + 2m \cotg\psi_1 \dots\dots\dots 33$$

com ψ_1 sendo o ângulo obtido por 32 e θ_1 o ângulo central da charneira negativa AA' .

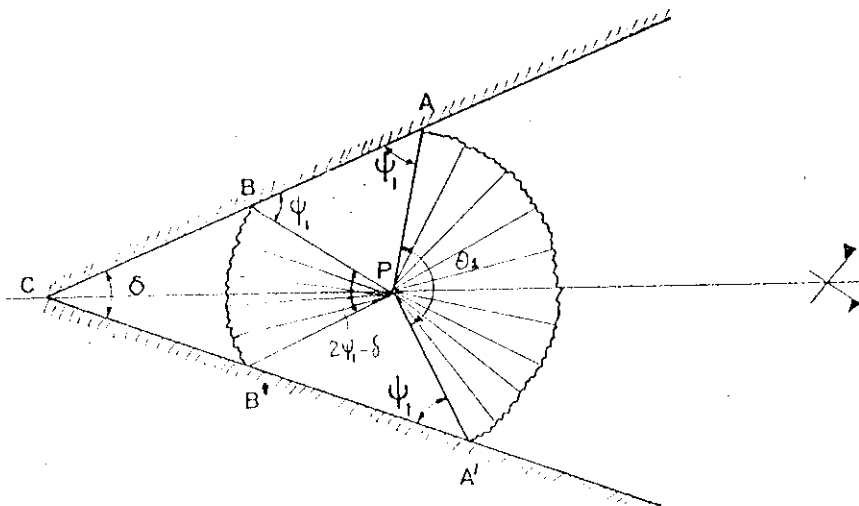


FIG. I-13

Pode-se colocar a expressão 33 em forma mais simples lembrando-se que:

$$\theta_1 = 2\psi_1 + \delta \quad \text{e}$$

$$\cotg\psi_1 = \sqrt{\frac{m'}{m}} = \sqrt{\frac{\mu}{1-\mu}}$$

Daí temos:

$$P_1 = 2m \sqrt{\frac{\mu}{1-\mu}} + (m+m')(2\psi_1 + \delta)$$

ou

$$\frac{P_1}{m+m'} = 2 \sqrt{\mu(1-\mu)} + 2 \arccos \sqrt{\mu} + \delta \dots\dots\dots 34$$

Nesta expressão deve-se lembrar que δ , sendo o ângulo entre as tangentes ao contorno nos pontos A e A' , deve ser tomado como positivo se estas tangentes convergirem para o lado côncavo da charneira AA' e, negativo, se con-

vergiem para o lado convexo. Os dois casos referidos podem ser vistos na fig.I-13, respectivamente para a charneira AA' e para a charneira BB'.

A expressão 34 é mais fácil de utilizar, pois só depende de μ e de δ . Chamando

$$A_{\mu} = 2 \sqrt{\mu(1-\mu)} + 2 \arccos \sqrt{\mu} \dots\dots\dots 35$$

Temos:

$$\frac{P_1}{m+m'} = A_{\mu} + \delta \dots\dots\dots 36$$

onde os valores A_{μ} podem ser facilmente tabelados para maior comodidade de aplicação.

Deste modo pode ser analisado o caso da fig.I-13 com a carga P próxima ao canto C da laje. Sempre se formará uma charneira AA' do lado de P oposto ao canto C se houver espaço suficiente dentro da laje e a carga correspondente será dada pela expressão 36, com δ positivo. Se não houver espaço deverão ser estudadas outras configurações possíveis. Na região situada entre o ponto P e o vértice C, entretanto, apenas duas alternativas se apresentam; ou se forma uma charneira negativa como a charneira BB' mostrada na figura ou tem-se a formação de uma única charneira positiva dirigida do ponto P para o vértice C. Esta última dar-se-á sempre que não for possível traçar retas por P que formem com as retas do contorno ângulos $\psi_1 = \arccos \sqrt{\mu}$. No caso da fig.I-13, isto ocorrerá quando ψ_1 for menor ou igual a metade do ângulo δ ou seja se:

$$\cos \delta \leq 2\mu - 1 \dots\dots\dots 37$$

Na primeira situação temos para a parcela de carga correspondente a dada pela expressão 36 com δ negativo enquanto que no segundo caso teremos:

$$P_1 = 2m \cotg \frac{\delta}{2} \dots\dots\dots 38$$

1.8.2.2. Caso de assimetria

Se a laje não possuir um eixo de simetria onde

esteja situada a carga e ocorrer uma charneira negativa, também é possível uma análise simplificadora desde que a charneira citada tenha seus pontos extremos em duas bordas retilíneas do contorno que fazem entre si o ângulo δ , mesmo que a carga, ao contrário do caso anterior, não esteja situada na bissetriz deste ângulo.

Com base na fig. I-14, sejam a e b as distâncias do ponto P de aplicação da carga às bordas retilíneas do contorno. Conforme o item 1.8.2., os ângulos formados pelos raios vetores ρ_1 e ρ_2 dos pontos extremos da charneira e as bordas são ψ_1 e ψ_2 , definidos pela expressão 27.

Temos deste modo:

$$a = \rho_1 \text{sen} \psi_1 \quad ; \quad b = \rho_2 \text{sen} \psi_2$$

$$\theta_1 = \psi_1 + \psi_2 - \delta \quad \text{ou}$$

$$\theta_1 = \pi - 2\psi_0 - \delta \quad \dots \dots \dots 39$$

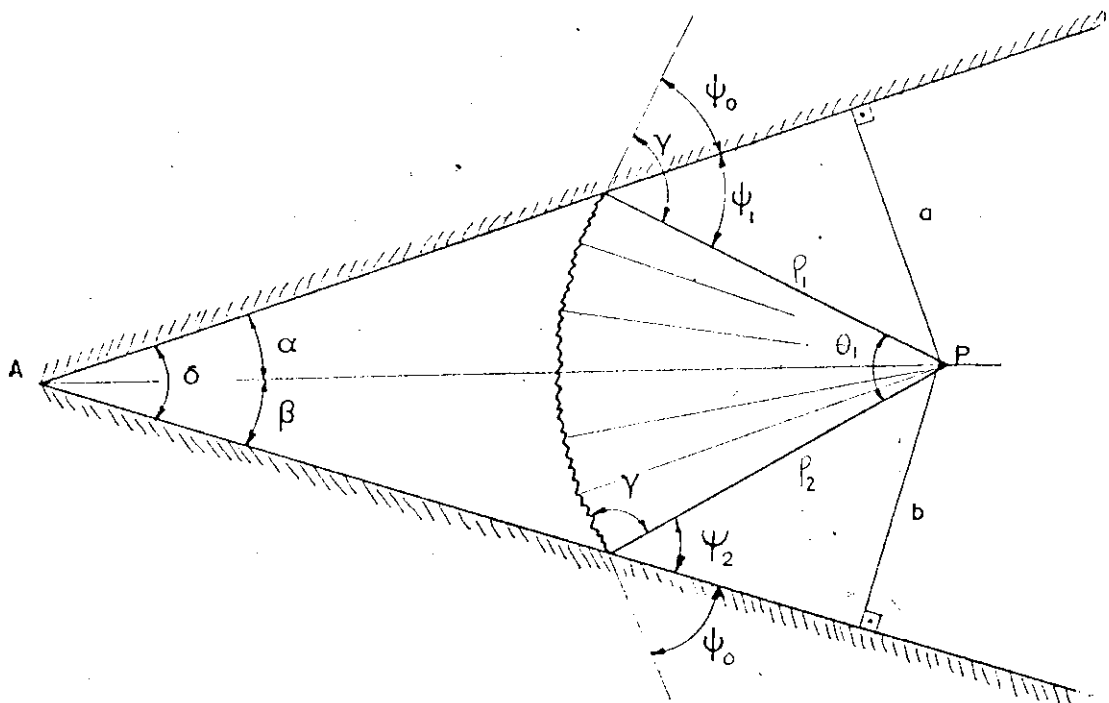


FIG. I-14

Para ser a mais desfavorável, a charneira negativa deve ter como equação a expressão 16. Da expressão 23 temos:

$$c(\pi - 2\psi_0 - \delta) = \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = \ln \frac{b \operatorname{sen} \psi_1}{a \operatorname{sen} \psi_2}$$

Da expressão 27 pode-se escrever:

$$c(\pi - 2\psi_0 - \delta) = \ln \frac{b \operatorname{sen}(\gamma - \psi_0)}{a \operatorname{sen}(\gamma + \psi_0)} \dots\dots\dots 40$$

Lembrando que $c = \cotg \gamma$, depois de alguns artifícios algébricos pode-se chegar a:

$$c(\pi - 2\psi_0 - \delta) = \ln \frac{b(\cotg \psi_0 - c)}{a(\cotg \psi_0 + c)}$$

e portanto

$$\frac{a}{b} = \frac{\cotg \psi_0 - c}{\cotg \psi_0 + c} e^{-c(\pi - 2\psi_0 - \delta)} \dots\dots\dots 41$$

Esta equação apresenta como incógnitas apenas ψ_0 e c . Com o emprego da expressão 26 é possível determiná-las possibilitando, deste modo, a localização da charneira negativa. Analogamente pode-se aplicar o que foi visto para o caso de charneiras negativas formando-se no lado oposto do vértice A em relação ao ponto P, desde que exista na laje espaço suficiente para sua completa formação. Basta para isso adotar na expressão 41, o valor de δ como sendo negativo.

Localizada a charneira pode-se proceder ao cálculo da carga P_1 correspondente.

A parcela relativa à charneira negativa e às positivas intermediárias é dada por:

$$\frac{P_1}{m+m'} = (1+c^2) (\pi - 2\psi_0 - \delta)$$

A parcela relativa às charneiras positivas limites é dada por:

$$P_1' = m (\cotg \psi_1 + \cotg \psi_2)$$

Portanto teremos:

$$P_1 = (m+m') (1+c^2) (\pi - 2\psi_0 - \delta) + m (\cotg \psi_1 + \cotg \psi_2) \dots 42$$

Deve-se notar que se

$$\pi - 2\psi_0 - \delta \leq 0 \quad \text{ou}$$

$$\psi_0 \geq \frac{1}{2} (\pi - \delta) \dots\dots\dots 43$$

não haverá a formação de charneira negativa entre P e A, e sim uma única charneira positiva cujas extremidades estarão localizadas nestes dois pontos. Neste caso a expressão que fornece P_1 , com α e β , ângulos mostrados na fig.I-14, será:

$$P_1 = m (\cot\alpha + \cot\beta) \dots\dots\dots 44$$

1.9. Lajes retangulares, livremente apoiadas, com carga no centro

Existem quatro possíveis configurações de charneiras em uma laje com forma retangular e carga concentrada aplicada em seu centro.

Primeira configuração

A primeira delas é a que se obtém excluindo-se a possibilidade de serem formadas charneiras negativas e considerando-se apenas charneiras positivas coincidentes com as diagonais do retângulo, conforme se vê na fig.I-15.

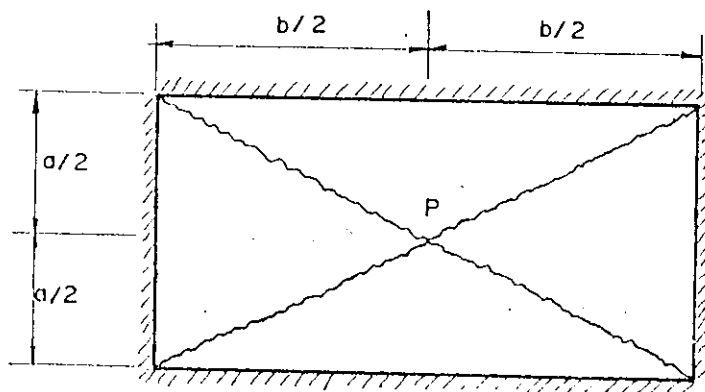


FIG. I-15

Considerando-se $a \geq b$ tem-se da expressão 8:

$$P = m \frac{\sum s_j}{h_j} = m \left(\frac{2a}{b/2} + \frac{2b}{a/2} \right)$$

$$P = 4m \left[\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right] \dots\dots\dots 45$$

Segunda configuração

Outra configuração possível é a que se obtém considerando-se quatro charneiras negativas próximas aos quatro vértices do retângulo, conforme se observa na fig.I-16.

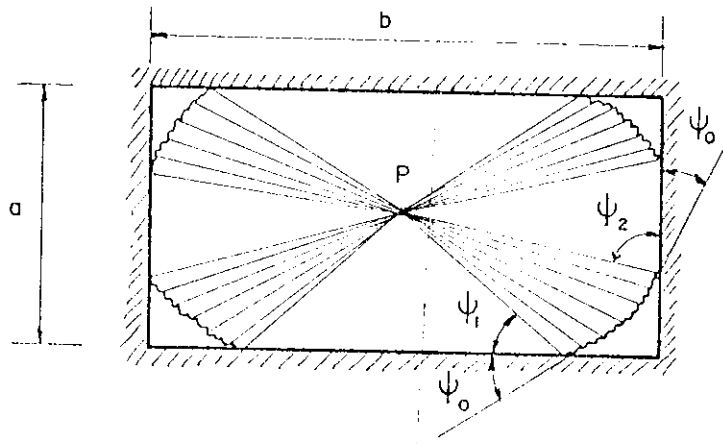


FIG. I-16

Neste caso teremos, com base na expressão 42, com $\delta = \frac{\pi}{2}$,

$$P = 4 \left[(m+m')(1+c^2) \left(\frac{\pi}{2} - 2\psi_0 \right) + m(\cotg\psi_1 + \cotg\psi_2) \right] \dots 46$$

Para o cálculo de ψ_1 , ψ_2 , ψ_0 e $c = \cotg\gamma$ deve-se recorrer ao item 1.8.2..

Terceira configuração

Pode-se obter outra configuração possível de charneiras considerando-se a formação de duas charneiras negativas circulares, conforme se observa na fig.I-17.

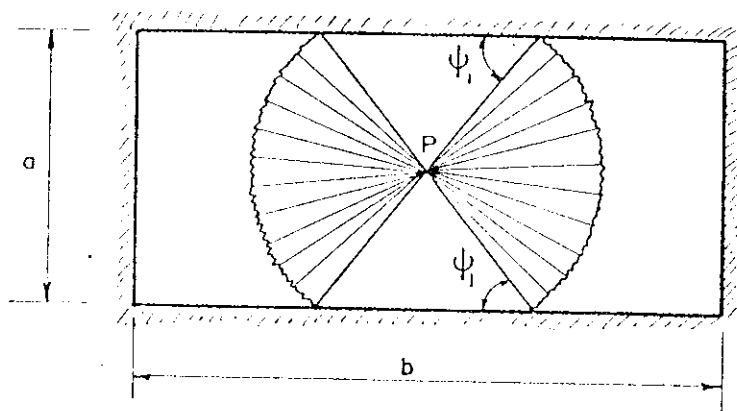


FIG. I-17

Para esta configuração uma condição deve ser imposta para que se consiga a charneira circular de raio r dentro da laje, isto é:

$$r = \frac{a/2}{\text{sen}\psi_1} \leq \frac{b}{2} \quad ; \text{ com } a \leq b$$

ou, com $\text{sen}\psi_1 = \sqrt{1-\mu}$

$$\sqrt{1-\mu} \geq \frac{a}{b}$$

Satisfeita esta condição, tem-se para a carga de ruína a expressão 36, fazendo-se $\delta = 0$ em virtude dos lados do contorno que possuem pontos em comum com as charneiras serem paralelos.

Deste modo, a carga de ruína será dada por:

$$P = 2 (m+m') A_{\mu} \dots\dots\dots 47$$

Quarta configuração

Sempre possível de ocorrer é a configuração com forma de cone e charneira negativa circular conforme a fig. I-18.

Para esta configuração a carga de ruína é dada pela expressão 20, ou seja:

$$P = 2\pi(m+m') \dots\dots\dots 20$$

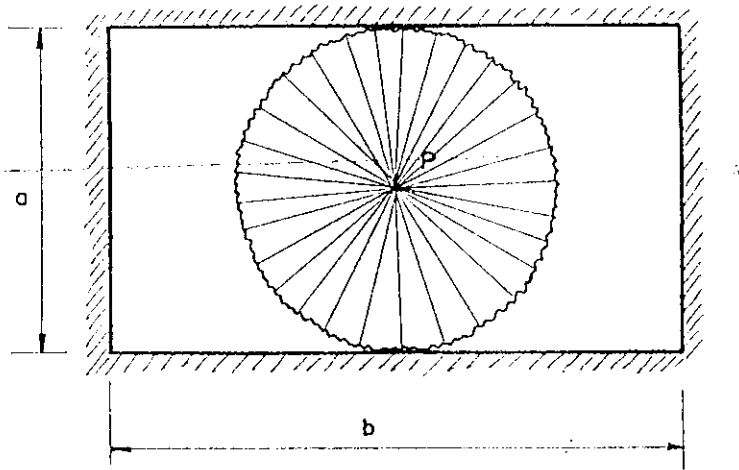


FIG. I-18

2. O efeito de arqueamento em lajes de concreto armado

2.1. Generalidades

Tem-se creditado a Ockleston (B24), principalmente, quando do ensaio de um painel de lajes de piso de um edifício em Johannesburg, com a posterior publicação dos resultados obtidos, em 1955, a inclusão na literatura ocidental dos primeiros estudos relativos ao "efeito de arqueamento" ou "ação compressiva de membrana". Este autor realizou ensaios em lajes retangulares com dimensões aproximadas, em planta, de 4,0 x 4,9 m, as quais faziam parte de um painel de lajes de piso com dimensões próximas a 8,2 x 30,5 m. O painel era simétrico, havendo vigas no contorno de cada laje. A espessura do concreto das lajes era de 11,5 cm e havia uma camada de argamassa na superfície superior das lajes de aproximadamente 2,0 cm. A armadura colocada variava de 0,04 a 0,25% da área da seção de concreto. Durante o processo de concretagem, a armadura negativa sobre os apoios havia sido abaixada e ao invés de próxima à superfície superior, estava quase que na superfície média da laje, considerada a espessura total com a camada de argamassa.

Foram executados dois ensaios aplicando-se carga distribuída através de pesos; um deles carregando-se apenas uma laje e outro com carregamento em duas lajes adjacentes do painel.

O comportamento das lajes foi semelhante nos dois ensaios. As fissuras iniciaram-se na superfície superior das lajes, próximas ao centro dos menores lados, para cargas em torno de 1.200 kgf/m^2 , e se estenderam sobre todos os lados antes que surgissem fissuras na face inferior. Percebeu-se o escoamento da armadura negativa quando a carga era de aproximadamente 2.000 kgf/m^2 e a ruína das lajes ocorreu com cargas iguais a 3.675 kgf/m^2 para a laje ensaiada isoladamente, e 4.114 kgf/m^2 para as duas lajes adjacentes. Esta ruína foi considerada quando as deformações aumentavam sensivelmente, estando a estrutura sob carga

constante. As fissuras nas faces inferiores distribuíam-se, preferencialmente, na direção das diagonais da laje com aberturas, como nas faces superiores, entre 0,2 e 0,3 mm.

As lajes haviam sido dimensionadas para suportarem uma carga de projeto de 512 kgf/m^2 .

Tentando obter explicações para a inesperada resistência apresentada pelas lajes, Ockleston determinou as propriedades do aço e do concreto utilizados na estrutura, através de ensaios em amostras coletadas, e verificou que, mesmo utilizando a Teoria das Charneiras Plásticas, a carga de ruína calculada situava-se próxima a 1.440 kgf/m^2 , sendo inferior a metade da carga realmente observada nos ensaios.

Este fato motivou novos estudos de Ockleston com a conseqüente publicação de um artigo, em 1958 (825), no qual o autor reexamina os resultados e conclui que o aumento da resistência observado seria atribuído ao fato de existirem restrições quanto ao deslocamento do contorno da laje, no plano horizontal, o que provocaria o efeito de arqueamento.

Considerando uma secção da laje, vista na fig. I-19, enquanto o processo de fissuração não se iniciasse a linha neutra estaria próxima à altura média da secção. Desde que houvesse a abertura de fissuras, a linha neutra seria deslocada para as proximidades da face comprimida. Como as deformações, no início da fissuração, ainda eram pequenas, a linha neutra estaria, na região de momentos positivos, acima da linha neutra nas regiões de momentos negativos, o que provocaria o aparecimento de esforços compressivos de membrana indicados nesta figura.

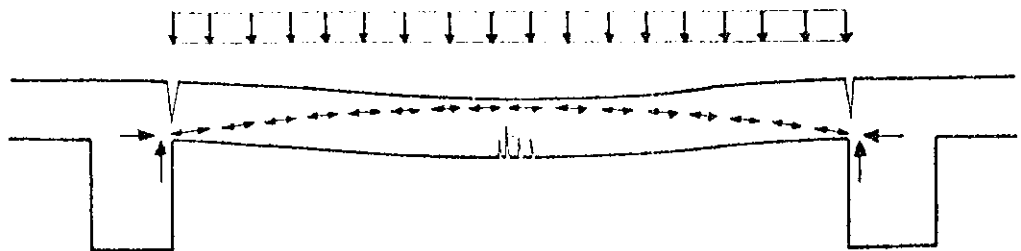


FIG. I-19

Nesse artigo, Ockleston realiza ainda uma tentativa de equacionar o efeito de arqueamento e estabelece um programa para posteriores investigações, sem o qual não julgava possível a perfeita caracterização numérica deste efeito, para utilizações práticas. Estas investigações deveriam tentar determinar a influência da deslocabilidade dos apoios, a altura da linha neutra ao longo das charneiras plásticas, a posição da resultante de compressão nas secções plastificadas, e o valor da flecha no centro da laje na ocasião da ruína.

Em 1963, Christiansen (B5), continuando a análise sobre o efeito de arqueamento, apresenta um artigo relatando ensaios em vigas com deslocamentos longitudinais impedidos nas extremidades, apresentando um processo de estimativa de resistência de lajes interiores de painéis, combinados os efeitos de flexão e arqueamento. Concluindo seus estudos, este autor aumenta o quadro de elementos a pesquisar, formulado por Ockleston, chamando a atenção para a necessidade de se levar em consideração a retração e a deformação lenta na evolução das deformações da peça, quando se instala o efeito de arqueamento.

Devem ser citados, também, os trabalhos de Powell (B33) e Wood (B36), os quais ensaiaram lajes isoladas com restrições quanto ao movimento lateral do contorno em seus planos, além do trabalho de Gamble, Sozen e Siess (B11) na Universidade de Illinois, ensaiando lajes interiores de painéis, com os resultados comprovando que o efeito de arqueamento pode conduzir a um aumento da capacidade portante de lajes. Alguns dos resultados mais expressivos desses estudos ainda serão citados adiante.

É, porém, o trabalho de Park, realizado na Universidade de Bristol, que lança bases mais completas para a caracterização do efeito de arqueamento, baseado em interessantes experiências (B26, B27, B28, B29, B30, B31), inclusive com a consideração do efeito de tração de membrana, no estágio em que somente a armadura é responsável pela capacidade portante da laje.

Segundo Park, registrando em gráfico a carga distribuída q nos diversos estágios de carregamento, em função da flecha δ no centro da laje referida à espessura h da mesma, obtêm-se o diagrama da fig. I-20.

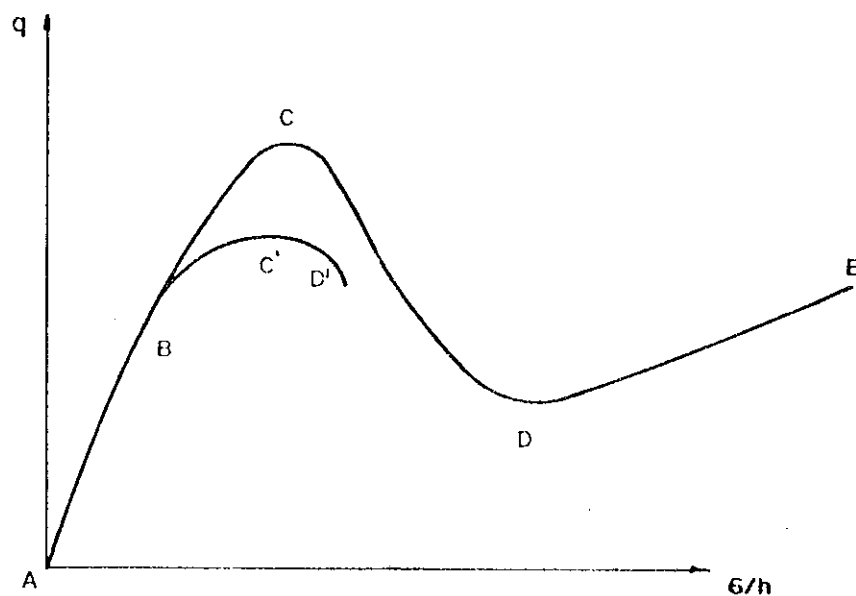


FIG. I-20

Na figura, temos a curva ABCDE correspondente à laje com deslocamentos do contorno impedidos, enquanto que a curva ABC'D' representa o comportamento de uma laje idêntica, caso houvesse possibilidade de deslocamento do contorno no plano da laje.

Em qualquer das curvas, a região AB refere-se à situação das lajes antes do início do processo de fissuração. Ultrapassado este estágio, a curva referente à laje com apoios deslocáveis em seu plano atinge a máxima capacidade portante em C' e, a seguir, com a configuração de charneiras já totalmente delineada, sofre a ruína de forma súbita, devido à hipostaticidade do sistema.

A laje com deslocamentos impedidos no contorno, entretanto, após o ponto B apresenta, para um mesmo valor de δ/h , maior capacidade portante que a outra laje, consequência do efeito de arqueamento que já aí se instala, até o ponto C, onde a configuração de ruína está também idêntica desenvolvida. Prosseguindo-se o ensaio com velocidade de deformação constante, obtêm-se o trecho CD, com

perda parcial de capacidade portante enquanto se processa o escoamento do aço da armadura, com o efeito de arqueamento na laje decrescendo de seu valor máximo e tornando-se cada vez menor. Próximo do ponto D a ação de membrana muda de compressão para tração, com as fissuras estendendo-se através de quase toda a altura da laje.

Após o ponto D, a carga é suportada quase que inteiramente pela armadura da região central da laje, trabalhando como membrana tracionada, até atingir-se o ponto E onde ocorre, finalmente, a ruptura do aço.

Percebem-se com esta descrição as duas fases distintas da ação de membrana, ou seja, ação compressiva ou efeito de arqueamento, medida qualitativamente pela sobre-resistência apresentada pela laje no trecho BC, atribuída ao desenvolvimento de esforços normais de compressão no seu plano e a ação de tração ou efeito catenária representado pelo trecho DE. Esta segunda fase não será objeto de exame mais detalhado neste trabalho, por tratar-se de estágio de deformações além dos limites de utilização prática.

2.2. Teoria de faixas para análise de lajes carregadas uniformemente sujeitas ao efeito de arqueamento

Esta teoria apresentada por Park (B28) de forma simplificada e depois por ele mesmo ampliada com introdução de novos parâmetros (B31), pretende fornecer soluções aproximadas para o cálculo numérico do esforço de arqueamento substituindo a laje real por outra composta por faixas, admitindo para ambas a mesma configuração de ruína, como será visto mais adiante.

2.2.1. Condições em uma faixa

Considerando uma faixa de concreto armado de altura h com as extremidades vinculadas de forma a impedir rotações e deslocamentos verticais, porém, com possibilidade de, parcialmente, sofrer deslocamentos horizontais, admite-se que ela possa assumir o mecanismo de ruína mostra-

do na figura I-21.

Para a análise do caso mais geral, seja t um pequeno deslocamento lateral horizontal, devido ao movimento dos apoios quando se instalam esforços compressivos de membrana ao se submeter a faixa, armada longitudinalmente de forma simétrica em relação a seu centro, a uma carga q uniformemente distribuída.

Designa-se por ϵ a deformação axial da faixa, admitida constante ao longo de seu comprimento.

Para o mecanismo mostrado na fig. I-21, é admitido que as rótulas plásticas se formam simetricamente em relação ao centro da faixa e a parte central $\bar{2}3$ permanece em posição horizontal, porém, distante z da posição inicial.

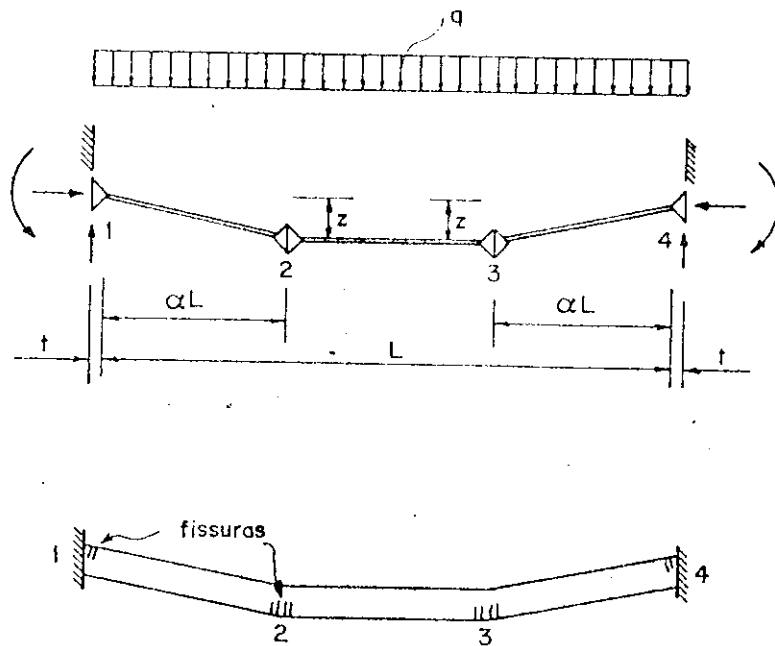


Fig. I-21 - MECANISMO DE RUÍNA DE UMA FAIXA

Com base na figura I-22, pode-se calcular a distância entre os pontos A e C levando-se em consideração a deformação ϵ , o deslocamento t , e designando-se por αL o comprimento na horizontal da parte $\bar{1}2$ da faixa e por ϕ o ângulo de giro desta mesma parte. Assim temos.

$$\bar{AC} = [\alpha L + 0,5\epsilon(1-2\alpha)L + t] \sec\phi \dots\dots\dots 48$$

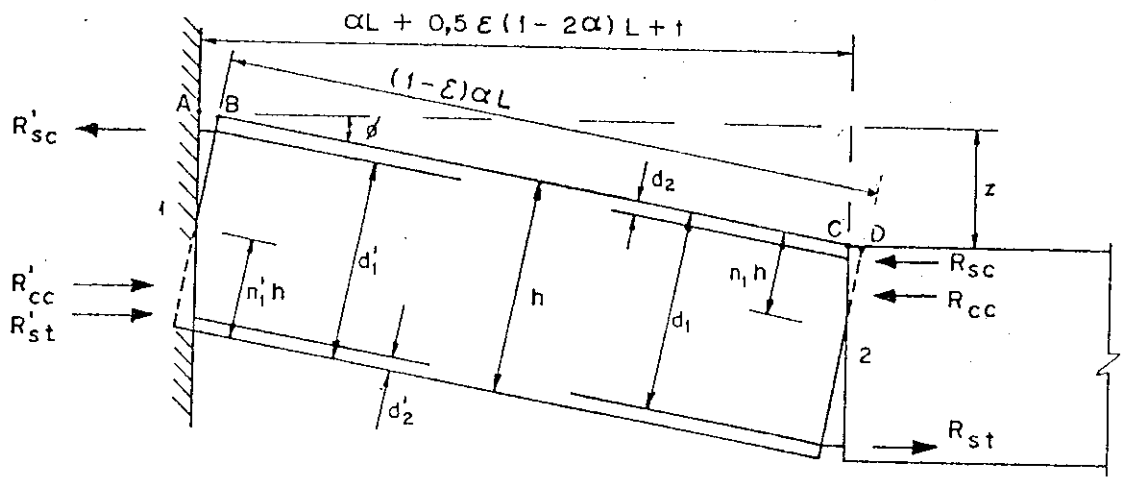


Fig. I-22 - DETALHES DA PARTE 12 DE UMA FAIXA

Por outro lado, designando por $n_1 h$ a distância à linha neutra da face de concreto comprimida nas seções onde o momento é positivo, (tração embaixo) e, por $n_1 h$ a distância à linha neutra da face de concreto comprimida nas seções onde o momento é negativo, (tração em cima), temos:

$$\overline{AC} = (1-n_1) h \operatorname{tg}\phi + (1-\epsilon)\alpha L - n_1 h \operatorname{tg}\phi$$

ou

$$\overline{AC} = (1-n_1-n_1) h \operatorname{tg}\phi + (1-\epsilon)\alpha L \dots\dots\dots 49$$

Igualando as expressões 48 e 49, e lembrando que ϵ e ϕ são expressos por números pequenos, pode-se chegar a

$$n_1 + n_1 = 1 - \frac{z}{2h} - \frac{\alpha L^2}{2zh} \left(\epsilon + \frac{2t}{L} \right) \dots\dots\dots 50$$

Designando por βf_{ck} a tensão média de compressão no concreto em toda a zona comprimida e por R_{cc} e R'_{cc} as forças resultantes das tensões de compressão no concreto, por unidade de largura, nas seções onde os momentos atingiram seus valores de plastificação positivo ou negativo, respectivamente, teremos:

$$R_{cc} = \beta f_{ck} \eta_1 h$$

$$R'_{cc} = \beta f_{ck} \eta'_1 h \dots\dots\dots 51$$

Denominando-se R_{st} e R'_{st} as forças resultantes de tração no aço por unidade de largura da secção, quando o mesmo atingiu o escoamento, nas seções de momentos positivos e negativos, respectivamente, e por R_{sc} e R'_{sc} as forças resultantes de compressão no aço, por unidade de largura da secção, nas seções plastificadas por momentos positivos e negativos, respectivamente, teremos, com base no equilíbrio da parte \overline{TZ} da faixa em relação as forças horizontais, a seguinte equação:

$$R_{cc} + R_{sc} - R_{st} = R'_{cc} + R'_{sc} - R'_{st}$$

ou

$$\beta f_{ck} \eta_1 h + R_{sc} - R_{st} = \beta f_{ck} \eta'_1 h + R'_{sc} - R'_{st} \dots\dots\dots 52$$

Dessa equação chega-se a

$$\eta'_1 - \eta_1 = \frac{R'_{st} - R_{st} + R_{sc} - R'_{sc}}{\beta f_{ck} h} \dots\dots\dots 53$$

Das expressões 50 e 53 pode-se achar simultaneamente os valores de η'_1 e η_1 pelas expressões

$$\eta'_1 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{z}{2h} - \frac{\alpha L^2}{2zh} \left(\epsilon + \frac{2t}{L} \right) + \frac{R'_{st} - R_{st} + R_{sc} - R'_{sc}}{\beta f_{ck} h} \right] \dots\dots\dots 54$$

e

$$\eta_1 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{z}{2h} - \frac{\alpha L^2}{2zh} \left(\epsilon + \frac{2t}{L} \right) - \frac{R'_{st} - R_{st} + R_{sc} - R'_{sc}}{\beta f_{ck} h} \right] \dots\dots\dots 55$$

Estas expressões têm indicado, geralmente, nas seções onde o aço está escoando e o concreto esmagando por compressão, valores η'_1 e η_1 menores do que 0,5.

De posse destes valores podem-se calcular as posições da linha neutra nas seções plastificadas.

A fig. I-23 mostra as condições numa secção plastificada com momento positivo. As resultantes das tensões são

estaticamente equivalentes a uma força normal N , chamada força de membrana ou força de arqueamento, agindo na metade da altura h e a um momento M , os quais podem ser calculados por

$$N = R_{cc} + R_{sc} - R_{st}$$

e

$$M = R_{cc}(0,5h - \lambda \eta_1 h) + R_{sc}(0,5h - d') + R_{st}(d - 0,5h) \dots\dots\dots 56$$

com λ sendo a razão entre a distância da força R_{cc} à borda comprimida do concreto, pela distância desta mesma borda à linha neutra.

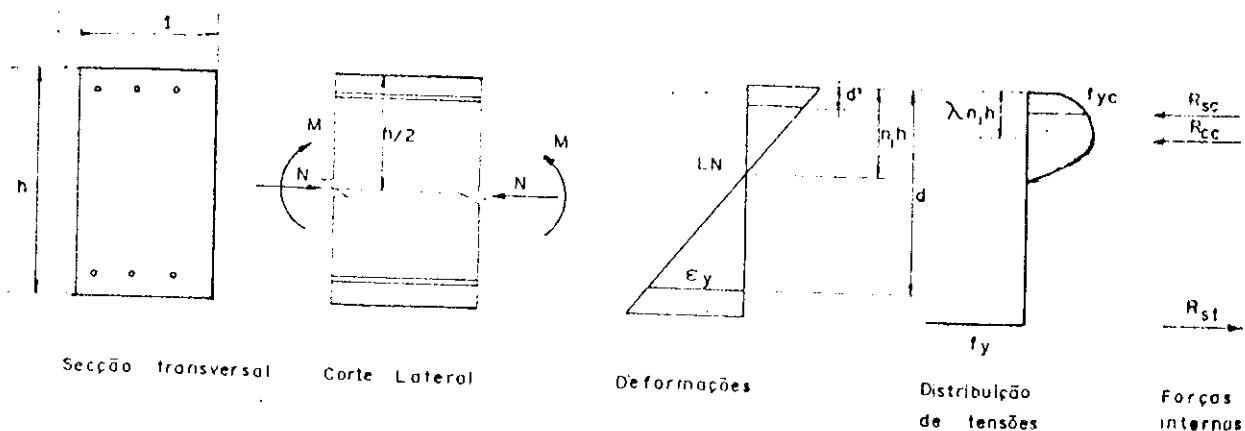


FIG.I-23 - CONDIÇÕES EM UMA SECÇÃO PLASTIFICADA

Substituindo-se valores, teremos:

$$N = \beta f_c \eta_1 h + R_{sc} - R_{st}$$

$$M = \beta f_c \eta_1 h (0,5h - \lambda \eta_1 h) + R_{sc} (0,5h - d') + R_{st} (d - 0,5h) \dots\dots\dots 57$$

Para uma secção plastificada com momento negativo, pode-se chegar também a esforços M' e N' estaticamente equivalentes às resultantes das tensões na secção.

Desse modo teremos:

$$N' = R'_{cc} + R'_{sc} - R'_{st}$$

e

$$M' = R'_{cc} (0,5h - \lambda \eta_1 h) + R'_{sc} (d - 0,5h) + R'_{st} (0,5h - d') \dots\dots\dots 58$$

Voltando à figura I-22 pode-se notar que as forças N e N' , atuando nas extremidades da parte \overline{TZ} da faixa, com valores numéricos iguais devido ao equilíbrio desta parte, tem linhas de ações distanciadas de z . Tomando-se a soma dos momentos, provocados pela resultante das tensões nas secções extremas 1 e 2, em relação a uma das secções extremas desta parte da faixa, teremos

$$\Sigma M = M + M' - Nz \dots\dots\dots 59$$

Desprezou-se a influência das forças cortantes na expressão 59, pois, como será visto mais adiante, a contribuição destas na análise por trabalhos virtuais será zero.

2.2.2. Análise de laje retangular com lados engastados

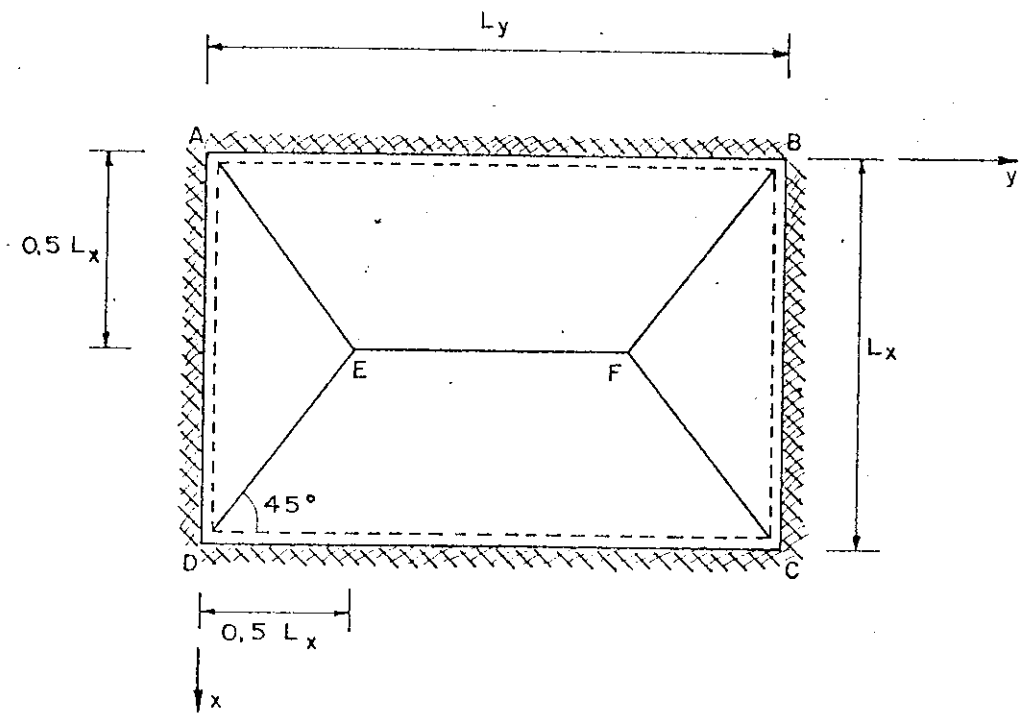
A fig. I-24 representa uma laje retangular, armada em duas direções x e y , engastada em todo o seu contorno, submetida a uma carga uniformemente distribuída. A configuração de ruína está representada através das charneiras positivas e negativas.

A laje é dividida em dois grupos de faixas paralelas aos eixos x e y da figura, que formam a chamada laje equivalente. Aos pontos destas faixas, supõem-se impostos os mesmos deslocamentos dos pontos correspondentes na laje real. A configuração de ruína das faixas é baseada na configuração de ruína da laje real, porém, com as secções plastificadas nas faixas formando ângulos retos com sua direção longitudinal. Nestas secções os momentos torsores são nulos.

As partes extremas de cada faixa na direção x ou y podem ser analisadas como foi feito para a parte \overline{TZ} de comprimento αL das figs. I-21 e I-22. Pode-se calcular os esforços M , N' e N nas secções plastificadas notando-se que, para cada parte, as grandezas α e z são diferentes.

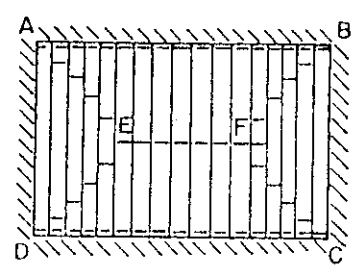
Se para cada ponto de coordenadas x e y da laje real for dado um deslocamento virtual $\delta(x,y)$, haverão, nas partes extremas das faixas, rotações θ_x e θ_y , respectivamente nas direções x e y . O princípio dos trabalhos virtuais fornece:

CONFIGURAÇÃO DE RUÍNA DA LAJE REAL

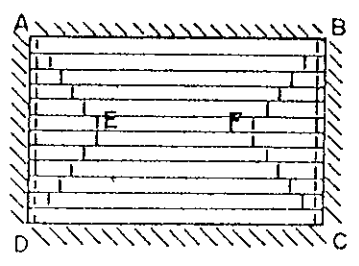


- - CHARNEIRA PLÁSTICA NEGATIVA
- - CHARNEIRA PLÁSTICA POSITIVA
- XXXXXX Lado engastado

Laje equivalente



faixas na direção x



faixas na direção y

FIG.I-24 Configurações de ruína da laje real e da laje equivalente

$$\iint q \delta(x,y) d_x d_y - \int (M_x + M'_x - N_x z) \theta_x d_y - \int (M_y + M'_y - N_y z) \theta_y d_x = 0 \dots\dots\dots 60$$

Nesta equação o primeiro termo representa o trabalho externo da carga uniformemente distribuída q durante o deslocamento da laje e os dois últimos termos representam o trabalho interno das faixas. Os valores M_x , M'_x , N_x , M_y , M'_y , e N_y são calculados pelas expressões 56 e 57. As rotações θ_x e θ_y podem ser colocadas em função de $\delta(x,y)$ e das dimensões da configuração de ruína da laje. O valor de z pode ser determinado em termos da configuração de ruína e da flecha Δ , constante para a charneira positiva EF, que é o maior valor dos deslocamentos dos pontos da laje para a carga q .

Substituindo-se os valores conhecidos na expressão 60, e efetuando-se as integrais, obtêm-se uma relação entre a carga q e o deslocamento máximo Δ . Esta relação entretanto, deve ser observado, corresponde no gráfico da fig. I-20, à parte da curva situada entre os pontos C e D. Não se possui, contudo, uma clara indicação dos valores de Δ correspondentes a estes pontos. Para a perfeita localização pode-se lançar em gráfico os valores da carga q em função do deslocamento Δ , verificando-se desta forma o valor de q correspondente à máxima influência do esforço de arqueamento. Neste ponto, conforme foi visto, a configuração de ruína da laje já está totalmente delineada.

Se o máximo valor de q ocorrer para pequeno valor de Δ , pela teoria exposta, não é possível saber se esta deformação é realmente suficiente para se instalar na laje a configuração final de charneiras.

Para lajes com lados restringidos quanto aos deslocamentos, grande número de ensaios têm mostrado que o valor máximo da carga ocorre com valores de Δ menores que a metade da espessura da laje. Utilizando-se na expressão 60 valores maiores de Δ obtêm-se valores de q mais prudentes.

Utilizando-se a expressão 60 com os valores subs-

tituídos e adotando-se $\Delta = 0,5h$, temos o seguinte valor para a carga q:

$$\begin{aligned}
 q = \frac{24 \beta f_{ck} h^2}{L_x^2 (3 \frac{L_y}{L_x} - 1)} & \left\{ \frac{L_y}{L_x} (0,188 - 0,281\lambda) + (0,479 - 0,490\lambda) + \right. \\
 + \frac{\epsilon'_x}{16} \left(\frac{L_x}{h} \right)^2 & \left[2 \frac{L_y}{L_x} (3\lambda - 1) + (\lambda - 1) \right] + \frac{\epsilon'_y}{16} \left(\frac{L_y}{h} \right)^2 \frac{L_y}{L_x} (7\lambda - 3) - \\
 - \frac{\lambda}{8} \frac{L_y}{L_x} \left(\frac{L_x}{h} \right)^4 & \left[(\epsilon'_x)^2 + \frac{L_y}{L_x} (\epsilon'_y)^2 \right] \left. \right\} - \\
 - \frac{\lambda}{2\beta f_{ck}} & \left[\frac{L_y}{L_x} (R'_{stx} - R_{stx} - R'_{scx} + R_{scx})^2 + (R'_{sty} - R_{sty} - R'_{scy} + R_{scy})^2 \right] + \\
 + R_{scx} & \left[\frac{L_y}{L_x} \left(\frac{h}{4} - d'_x \right) + \frac{h}{8} \right] + R'_{scx} \left[\frac{L_y}{L_x} \left(\frac{h}{4} - d'_x \right) + \frac{h}{8} \right] + \\
 + R_{stx} & \left[\frac{L_y}{L_x} \left(d_x - \frac{h}{4} \right) - \frac{h}{8} \right] + R'_{stx} \left[\frac{L_y}{L_x} \left(d'_x - \frac{h}{4} \right) - \frac{h}{8} \right] + \\
 + R_{scy} & \left(\frac{3h}{8} - d_y \right) + R'_{sty} \left(\frac{3h}{8} - d'_y \right) + \\
 + R_{sty} & \left(d_y - \frac{3h}{8} \right) + R'_{sty} \left(d'_y - \frac{3h}{8} \right) \dots\dots\dots 61
 \end{aligned}$$

com $\epsilon'_x = \epsilon_x + \frac{2t_x}{L_x}$

$\epsilon'_y = \epsilon_y + \frac{2t_y}{L_y}$

2.3. Resenha de resultados experimentais

Embora a opinião unânime de todos os autores confirme que vários trabalhos ainda devem ser realizados neste campo, investigando diversos aspectos, existe até agora um número razoável de ensaios conduzidos em modelos de lajes de concreto armado com vinculação tal que impeçam os deslocamentos laterais do contorno das lajes, possibilitando o aparecimento do esforço de arqueamento. Estes ensaios permitem uma primeira medida quantitativa do aumento de resistência apresentada pelos modelos de lajes retangulares sujeitas a carga distribuída.

Park (B28) trabalhou com modelos de lajes construídos em micro-concreto com agregado cujo diâmetro máximo média 1 cm, a razão agregado/cimento, em peso, era igual a 6 e razão água/cimento, também em peso, variava entre 0,60 e 0,65. A armadura constituía-se de aço doce com tensões bem definidas.

Os ensaios realizados foram de curta duração, de forma que a influência da retração e da deformação lenta puderam ser desprezadas. Como equipamento de apoio da laje, foi criado um rígido painel de aço no qual o modelo era fixado por parafusos, de maneira que, sem incorrer em erro, os deslocamentos laterais do contorno do modelo podiam ser tomados como nulos.

Segundo Park, as lajes ensaiadas alcançaram a carga máxima com um deslocamento central variando entre 0,33 e 0,5 da altura h da laje. Tomando a expressão 61 com $\Delta = 0,5h$ e considerando as parcelas ϵ'_x e ϵ'_y como nulas em concordância com as particularidades já citadas dos ensaios, o autor calculou a carga máxima suportada pela laje, q_t , levando em consideração o efeito de arqueamento.

Para melhor visualização, a tabela I-1 contém os resultados mais expressivos relatados por Park, não são sobre seus ensaios como também os executados por Wood e Powell, em modelos semelhantes.

Na tabela designa-se por:

- L_y o maior vão da laje.
- L_x o menor vão da laje.
- h a espessura da laje.
- f_c^* a tensão de ruptura à compressão do micro-concreto medida em ensaios com corpos de prova cúbicos de 6" de lado.
- f_c a tensão de ruptura à compressão do micro-concreto em corpos de prova cilíndricos de 6" de diâmetro por 12" de altura.
- q_e a carga máxima suportada pela laje no ensaio.
- q_t a carga máxima, teórica, suportada pela laje, calculada pela expressão 61.
- q_{cp} a carga fornecida pela teoria das charneiras plásticas, sem a consideração do efeito de arqueamento.

Pelos resultados relatados pode-se perceber que a teoria das charneiras plásticas subestima a resistência das lajes cujos contornos são impedidos de se deslocar lateralmente, fornecendo valores para a máxima carga suportada menores do que aquele que realmente ocorre. Em contra partida pode-se também observar que a teoria apresentada por Park para o cálculo numérico do efeito de arqueamento mesmo com a suposição de não haver nenhuma deformação axial e também com o desprezo do aumento de resistência do concreto, quando submetido a estado duplo de tensões, apresenta razoável concordância com os resultados dos ensaios realizados.

Autor	Laje	Dimensões $L_y \cdot L_x \cdot h$ (cm)	$\frac{L_y}{L_x}$	$\frac{L_x}{h}$	Porcentagem de armadura			f_c^* (kgf/cm ²) cúbica	f_c (kgf/cm ²) cilind.	Carga de ensaio q_c (t _f /m ²)	Carga teórica q_t (t _f /m ²)	q_{cp} (t _f /m ²)	$\frac{q_e}{q_{cp}}$	$\frac{q_e}{q_t}$	
					Vão maior										
					-	+	+								
Wood	FS12	172,7.172,7.5,72	1,0	30,2	0	0,26	0	0,26	415	332	11,87	10,38	1,06	11,18	1,14
	FS13	"	"	"	0,26	0,26	0,26	0,26	337	270	8,63	9,98	2,11	4,09	0,86
	FS14	"	"	"	0	0	0	0	364	291	6,54	8,87	—	—	0,74
Park	A1	152,4.101,6.5,08	1,5	20	0,38	0,19	0,41	0,20	420	336	21,6	18,1	5,9	3,67	1,20
	A2	"	"	"	0,84	0,42	0,43	0,21	376	301	22,0	18,2	8,1	2,72	1,21
	A3	"	"	"	1,44	0,72	0,45	0,22	439	351	26,6	24,3	14,3	1,66	1,09
	A4	"	"	"	2,42	1,21	0,47	0,23	353	282	26,2	25,2	18,1	1,45	1,04
	D1	"	"	"	0	0	0	0	441	353	17,3	14,7	—	—	1,18
	D2	152,4.101,6.3,81	"	26,7	0	0	0	0	436	345	9,1	8,1	—	—	1,11
	D3	152,4.101,6.2,49	"	40,8	0	0	0	0	452	362	3,24	3,58	—	—	0,91
	D4	152,4.101,6.2,56	"	39,6	0	0	0	0	350	312	2,91	3,48	—	—	0,84
	D5	152,4.101,6.2,51	"	40,4	0	0	0	0	312	250	2,70	2,74	—	—	0,98

TABELA I-1

Autor	Laje	Dimensões $L_y \cdot L_x \cdot h$ (cm)	$\frac{L_y}{L_x}$	$\frac{L_x}{n}$	Porcentagem de armadura			f_c^* (kgf/cm ²) cúbica	f_c (kgf/cm ²) cilind.	Carga de ensaio q_e (t _f /m ²)	Carga teórica q_t (t _f /m ²)	$\frac{q_{cp}}{q_{cp}}$ (t _f /m ²)	$\frac{q_e}{q_t}$	
					Vão maior		Vão menor							
					-	+	-							
Powell	S46	91,44.52,25.3,27	1,75	16	0,25	0,25	0,25	0,25	408	31,6	25,2	3,9	8,12	1,26
	S47	"	"	"	0,25	0,25	0,25	0,25	457	27,1	27,6	3,9	7,02	0,98
	S50	"	"	"	0,45	0,45	0,45	0,45	379	33,8	26,2	6,9	4,91	1,29
	S54	"	"	"	0,71	0,71	0,71	0,71	418	37,2	30,3	10,8	3,44	1,23
	S55	"	"	"	0,71	0,71	0,71	0,71	376	38,7	28,8	10,8	3,57	1,34
	S58	"	"	"	0,97	0,97	0,97	0,97	408	34,9	35,1	17,6	1,98	0,99
	S59	"	"	"	0,97	0,97	0,97	0,97	400	35,7	34,7	17,5	2,04	1,02
	S62	"	"	"	1,53	1,53	1,53	1,53	418	43,4	42,5	27,0	1,61	1,02
	S63	"	"	"	1,53	1,53	1,53	1,53	370	47,3	40,8	26,8	1,77	1,16
	S48	"	"	"	0	0	0	0	418	26,9	22,6	—	—	1,15
	S53	"	"	"	0	0	0	0	383	29,5	21,5	—	—	1,37
	S56	"	"	"	0	0	0	0	390	26,4	21,9	—	—	1,21
	S57	"	"	"	0	0	0	0	404	21,2	22,3	—	—	0,95
	S60	"	"	"	0	0	0	0	404	22,8	22,4	—	—	1,02
	S64	"	"	"	0	0	0	0	405	24,6	22,4	—	—	1,10

TABELA I - I

CAPÍTULO II

OS MODELOS E ENSAIOS

1. Características dos modelos

A tentativa de quantificação do efeito de arqueamento em lajes submetidas à ação de carga concentrada exigia que os modelos fossem idealizados de forma a possibilitar, após os ensaios que seriam executados, uma medida quantitativa deste efeito de forma isolada de outros fatores que pudessem influenciar os resultados obtidos. Deste modo, como a origem do efeito de arqueamento estava ligada à vinculação dos modelos, resolveu-se projetar dois tipos de modelos de lajes em escala reduzida com idênticas características geométricas e mecânicas, diferindo apenas quanto aos detalhes do contorno necessários para adaptações diferentes no sistema de apoio. Um dos tipos seria ensaiado com vinculação tal que impedisse o deslocamento do contorno no plano do modelo, enquanto no ensaio do modelo do outro tipo tentar-se-ia retirar toda restrição a esse deslocamento. Para o primeiro tipo, em menções posteriores, utilizar-se-á a letra C como a primeira de sua designação enquanto que a letra S terá a mesma função para os modelos do segundo tipo.

A comparação entre os resultados obtidos nos ensaios dos tipos C e S de modelos de lajes em escala reduzida forneceria subsídios para a medida quantitativa do efeito de arqueamento.

Além disto, o modelo tipo S serviria também para constatar experimentalmente a validade do cálculo da carga de ruína obtida com a utilização da Teoria das Charneiras Plásticas.

Outro aspecto interessante a ser investigado com esses dois modelos de lajes, além da capacidade portante, seriam as particularidades das configurações de ruína. Esperava-se obter configurações de ruína iguais para os modelos C e S por analogia com os ensaios realizados em lajes submetidas a carga uniformemente distribuída, pelos autores já citados. As configurações de ruína dos ensaios teriam também utilidade na comparação com aquelas antecipadamente fornecidas pela Teoria das Charneiras Plásticas.



Resolveu-se projetar os modelos para serem ensaiados com condições de vinculação que caracterizassem o contorno como livremente apoiado. Apesar destes vínculos serem de difícil reprodução em ensaios, havia a preocupação de se criar um tipo de modelo considerado como básico, principalmente porque este trabalho era o inicial de um amplo plano de pesquisa experimental em modelos de lajes, idealizado pelo Laboratório de Estruturas da EESC-USP, o que justifica a utilização de apenas uma carga concentrada aplicada no centro do modelo de laje.

Com respeito a este plano de pesquisa haviam sido programados experimentos em modelos de lajes de contorno convexo, de contorno com reentrâncias, com balanços e com orifícios cabendo-nos o desenvolvimento do primeiro tipo. Desse modo, dentre as possibilidades de escolha da forma dos modelos optou-se pela retangular por ser a mais comum em utilizações práticas e, portanto, a que despertaria maior interesse em um possível aumento da capacidade portante. Aliava-se a isto também o número razoável de ensaios conhecidos em lajes retangulares o que poderia contribuir para uma visualização conjunta do efeito de arqueamento em lajes submetidas a cargas distribuídas e a carga concentrada.

Este fato contribuiu também para a escolha da relação vão maior/vão menor igual a 1,8, valor este próximo ao utilizado por Powell (Tabela I-1). Com esta relação e com a escolha adequada da armadura obter-se-iam para os modelos, como será mostrado no Capítulo IV, configurações de ruína idênticas a Fig. I-18, a qual, por se tratar de um cone de vértice no ponto de aplicação da carga, tornaria a análise através de faixas mais trabalhosa matematicamente, reforçando a alternativa de investigação por meio de ensaios em modelos.

Para relação vão menor/altura adotou-se o valor 25 tentando-se conseguir relação mais realista no caso de edifícios do que a relação 16 utilizada por Powell e de certa forma podendo ser entendida como valor capaz de reproduzir a altura próxima da mínima utilizada em pontes.

Desse modo escolheram-se valores para comprimento, largura e altura dos modelos iguais a 90 x 50 x 2 cm, o que corresponderia, por exemplo, a protótipos de 4,5x2,5x0,1 m para o caso de edifícios e 6,75x3,75x0,15 m para o caso de pontes.

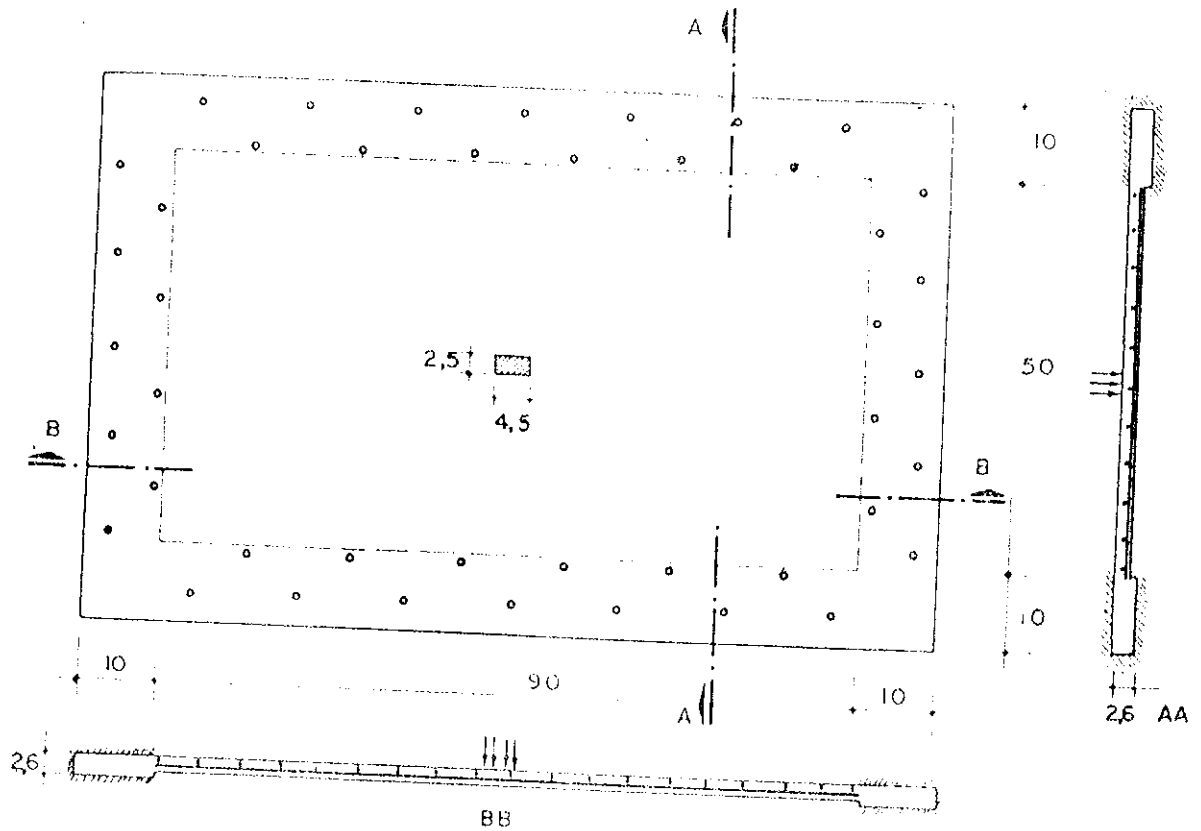
A figura II-1 mostra as dimensões finais dos modelos bem como a representação esquemática dos apoios e da região de aplicação da carga. Os modelos tipo S possuíam 92 x 52 cm de lado reservando-se 1 cm de cada lado para ser utilizado pelo dispositivo de apoio. Para os modelos do tipo C previu-se a construção de uma faixa de 10 cm de largura contornando o modelo, moldada simultaneamente com a laje. Nesta faixa, de espessura pouco maior que a do modelo, havia orifícios para a passagem de parafusos que a fixariam no equipamento de apoio, como será posteriormente descrito. Esta faixa, no ensaio, seria a responsável pela introdução de vínculos que impediriam os deslocamentos do contorno do modelo em seu plano.

Para a obtenção experimental do momento de plastificação das lajes planejou-se a execução de uma série de peças com 10 cm de largura e 52 cm de comprimento, com espessura e taxa de armadura idênticas às dos modelos, para serem ensaiadas como vigas simplesmente apoiadas.

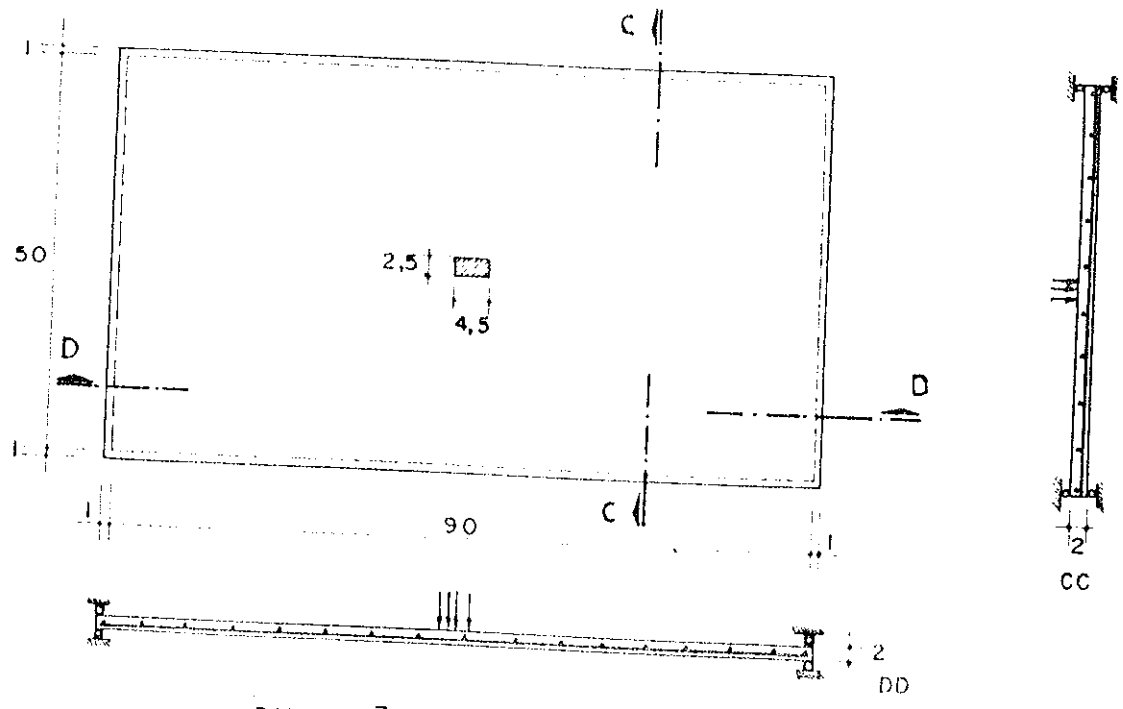
Definidas as dimensões dos modelos passou-se a procurar o material disponível conveniente para a construção dos mesmos.

Afastou-se a hipótese de utilização do gesso pois, apesar de algumas facilidades indiscutíveis como rapidez na construção das peças e economia, não seria possível uma perfeita aderência deste com os fios da armadura devido à expansão do gesso durante as reações químicas que se processam durante a pega. Além disto, havia dificuldades em se obter material para simular a armadura que possuísse relação entre seu módulo de deformação longitudinal e o do aço, idêntica à relação entre o do gesso e o do concreto.

Quanto ao emprego de micro-concreto ou argamassa como tentativa de reprodução do concreto, os dois materiais



DIMENSÕES DO MODELO TIPO C



DIMENSÕES DO MODELO S

FIG. II - 1

possuem propriedades diferentes por terem composição diversa, uma vez que o micro-concreto apresenta elemento inerte com mistura de diferentes faixas granulares de maneira que os grãos maiores comparecem em maior proporção, enquanto que na argamassa é utilizada a areia comum, sem maiores exigências quanto à granulometria.

Ribeiro Lima (B34) realça a constante preocupação entre os diversos pesquisadores em procurar definir qual dos dois materiais deve ser utilizado em modelos para a reprodução do concreto armado, uma vez que ainda não existe um trabalho conclusivo a este respeito. Parece-nos que neste campo as divergências não serão rapidamente eliminadas, uma vez que o melhor material é aquele que consegue reproduzir as propriedades do concreto em quaisquer condições de carregamento e isto só seria possível totalmente com a execução de uma miniatura perfeita de todos os materiais constituintes do concreto o que é de difícil, senão impossível, execução.

Neste trabalho escolheu-se emprego de argamassa.

Algumas tentativas para a verificação da trabalhabilidade e resistência à compressão levaram-nos a fixar a relação cimento:areia, em peso, igual a 1:2 e relação água:cimento, também em peso, igual a 0,43.

Para a simulação da armadura, devido à impossibilidade de se obter no mercado fios dos aços comuns de construção civil em diâmetros necessários aos modelos, resolveu-se utilizar telas confeccionadas por indústria local. Outra solução possível seria a substituição de vários fios por um único de diâmetro maior, que fosse oferecido comercialmente. Este proceder, no entanto, em nosso caso não seria conveniente devido à mudança inevitável que ocorreria no processo de fissuração dos modelos. Adquiriu-se de início toda a quantidade de tela necessária, com a certeza de que os fios pertenciam a uma mesma partida de matéria prima, o que, se certamente não eliminava toda a possibilidade de variação, pelo menos contribuía para uma possível uniformidade das armaduras dos modelos.

Como se pretendia com este trabalho obter dados experimentais sobre o efeito de arqueamento também quando se variava a taxa de armadura, optou-se pela execução de três séries de modelos. A primeira série, reconhecida pela letra "A", seria constituída por modelos somente em argamassa, sem armadura.

Considerando-se a resistência à tração da argamassa como pequena e possível de ser desprezada conseguir-se-ia, pelos resultados dos modelos tipo C desta série, a capacidade portante das lajes atribuída ao arqueamento. Os modelos tipo S justificariam ou não, através dos ensaios, a não consideração da resistência à tração da argamassa.

Para os modelos com armadura procurou-se levar em conta a situação de menor consumo de aço (cfr. Langendonck (B18), p. 183), utilizando-se somente armadura positiva. Tentando-se cobrir uma razoável faixa de porcentagens de armadura comumente utilizadas escolheram-se, a princípio, os valores 0,5% e 1%, calculados em relação à secção transversal dos modelos. Estes valores foram alterados para 0,483% e 1,283%, devido às características das telas disponíveis, caracterizando os modelos doravante chamados por B e C, respectivamente.

Resolveu-se construir 3 modelos idênticos para serem ensaiados nas mesmas condições. Em resumo, 18 modelos fariam parte do trabalho sendo 9 do tipo S ensaiados como livremente apoiados, e 9 do tipo C para ensaios com vínculos restringindo o deslocamento lateral do contorno. Destes 9 de cada tipo, 3 fariam parte da série A sem armadura, 3 seriam construídos com porcentagem de armadura igual a 0,483%, representando a série B, e 3 fariam parte da série C com porcentagem de armadura igual a 1,283%.

Em posteriores referências aos modelos serão utilizadas duas letras para suas denominações tentando-se com a primeira delas informar o tipo de vinculação no ensaio e, com a segunda, a quantidade de armadura utilizada.

Quanto às faixas de argamassa para a determinação experimental do momento de plastificação, foram moldadas 10

unidades, sendo 5 com porcentagem de armadura idêntica aos modelos do grupo C, e 5 com porcentagem de armadura igual aos modelos do grupo B, todas com comprimento e largura respectivamente iguais a 52 x 10 cm, e espessura igual a 2 cm.

2. - CONFEÇÃO DOS MÓDULOS.2.1. - MATERIAIS

Para a argamassa dos modelos utilizou-se areia recolhida do Rio Mogi-Guaçu na região de São Carlos. Esta areia não apresentava substâncias nocivas, nem impurezas orgânicas, em quantidades que pudessem despertar suspeita quanto à sua qualidade. Procurou-se adquirir de início uma quantidade de areia suficiente para todo o decorrer do trabalho, evitando-se, com isso, eventuais mudanças nas propriedades da argamassa oriundas da alteração do agregado miúdo. Quanto à composição granulométrica, uma amostra representativa da areia, pesando 1190 gf depois do quarteamento, ao passar por uma série normal de peneiras, de acordo com o Método Brasileiro nº 7, apresentou o seguinte resultado:

PENEIRAS		Peso Retido	Porcentagem retida	Porcentagem acumulada
ABNT Nº	ABERTURA (mm)	(g)	(%)	(%)
4	4,8	0,0	0	0
8	2,4	0,0	0	0
16	1,2	96,0	8	8
30	0,6	420,7	35	43
50	0,3	623,0	52	96
100	0,15	40,5	3	99
RESÍDUO		9,6	1	100

DIÂMETRO MÁXIMO = 2,4 mm

MÓDULO DE FINURA = 2,46

O cimento empregado na confecção da argamassa foi o cimento Portland Itaú CP-320, sendo adquirido sempre à medida em que fosse sendo utilizado.

Para armadura dos modelos, como já comentado, optou-se pela colocação de telas de arame. Estes quando ensaiados preliminarmente, isolados da tela, apresentaram tensão de escoamento convencional, correspondente à deformação específica permanente de 0,2%, igual a 40 kgf/mm², considerada satisfatória. Escolheram-se dois tipos de tela; a primeira de malha quadrada com 2 fios de 1,24 mm de diâmetro por polegada, e a segunda, de malha quadrada com 3 fios de 1,65 mm de diâmetro por polegada. Usou-se a primeira para os modelos do grupo B, obtendo-se a porcentagem de armadura igual a 0,483%, e a segunda para os modelos de lajes e faixas do grupo C, obtendo-se portanto a porcentagem já citada de 1,283% em relação a secção transversal das peças.

Ensaio posteriores realizados com prensa eletrônica Instron, do Departamento de Metalurgia da EESC-USP, mostraram uma diferença de resistência entre os fios dos dois diâmetros com o mais fino, com certeza devido ao processo de trefilação, alcançando resistência cerca de 10% superior.

Os gráficos seguintes, traçados pelo registrador da máquina, apresentam a carga suportada pelos corpos de prova, com 100mm de comprimento inicial, em função do deslocamento do papel (eixo horizontal). Para o cálculo do alongamento do corpo de prova com o auxílio dos gráficos apresentados deve-se utilizar a expressão:

$$\Delta L = \frac{d}{50}$$

onde

ΔL é o alongamento do corpo de prova, e
 d é o deslocamento registrado no gráfico.

Os valores das tensões de escoamento e de ruptura de cada corpo de prova, bem como o gráfico tensão-deformação médio para cada diâmetro utilizado, encontram-se apresentados nos capítulos seguintes.

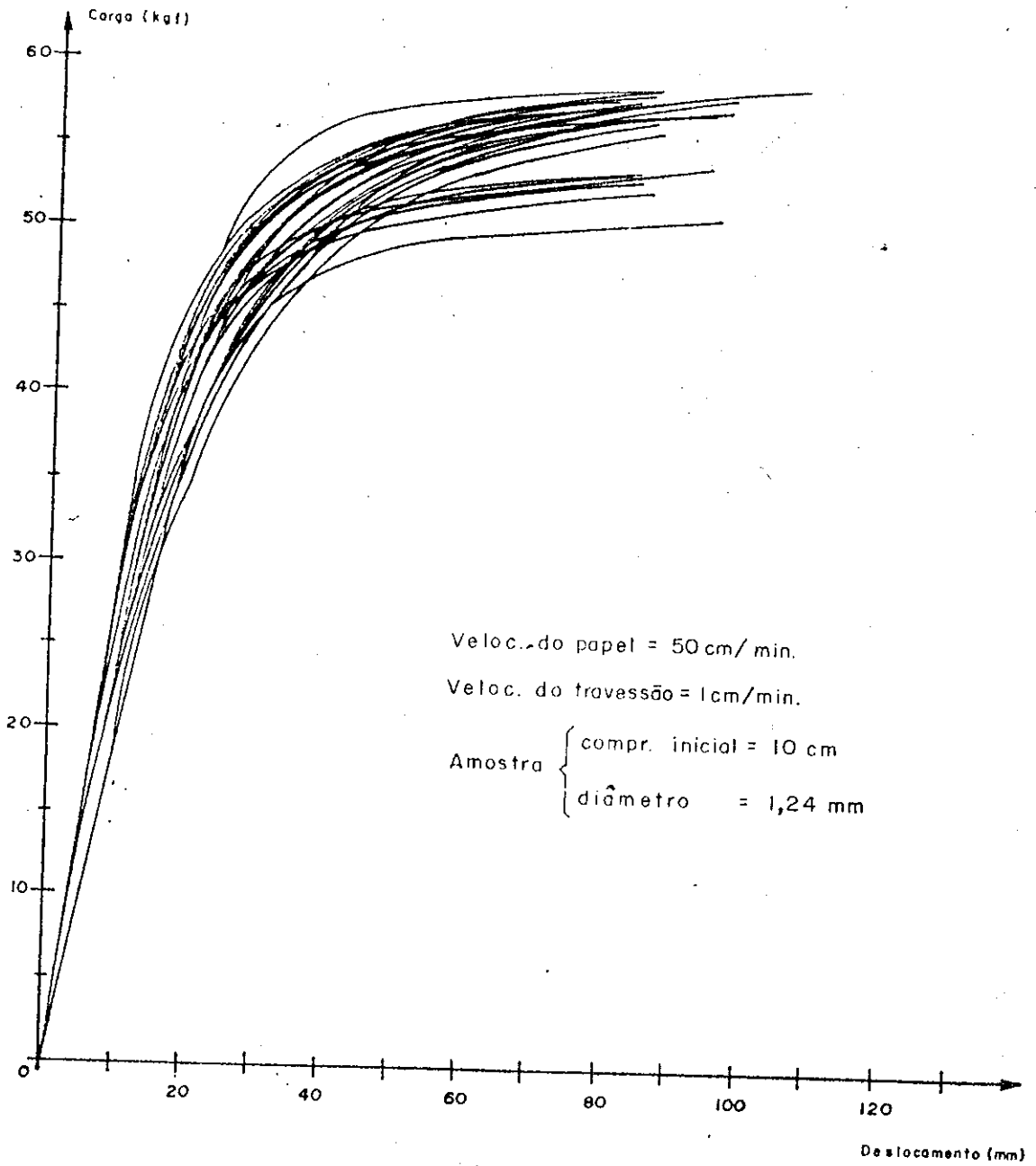


FIG. II - 2.a

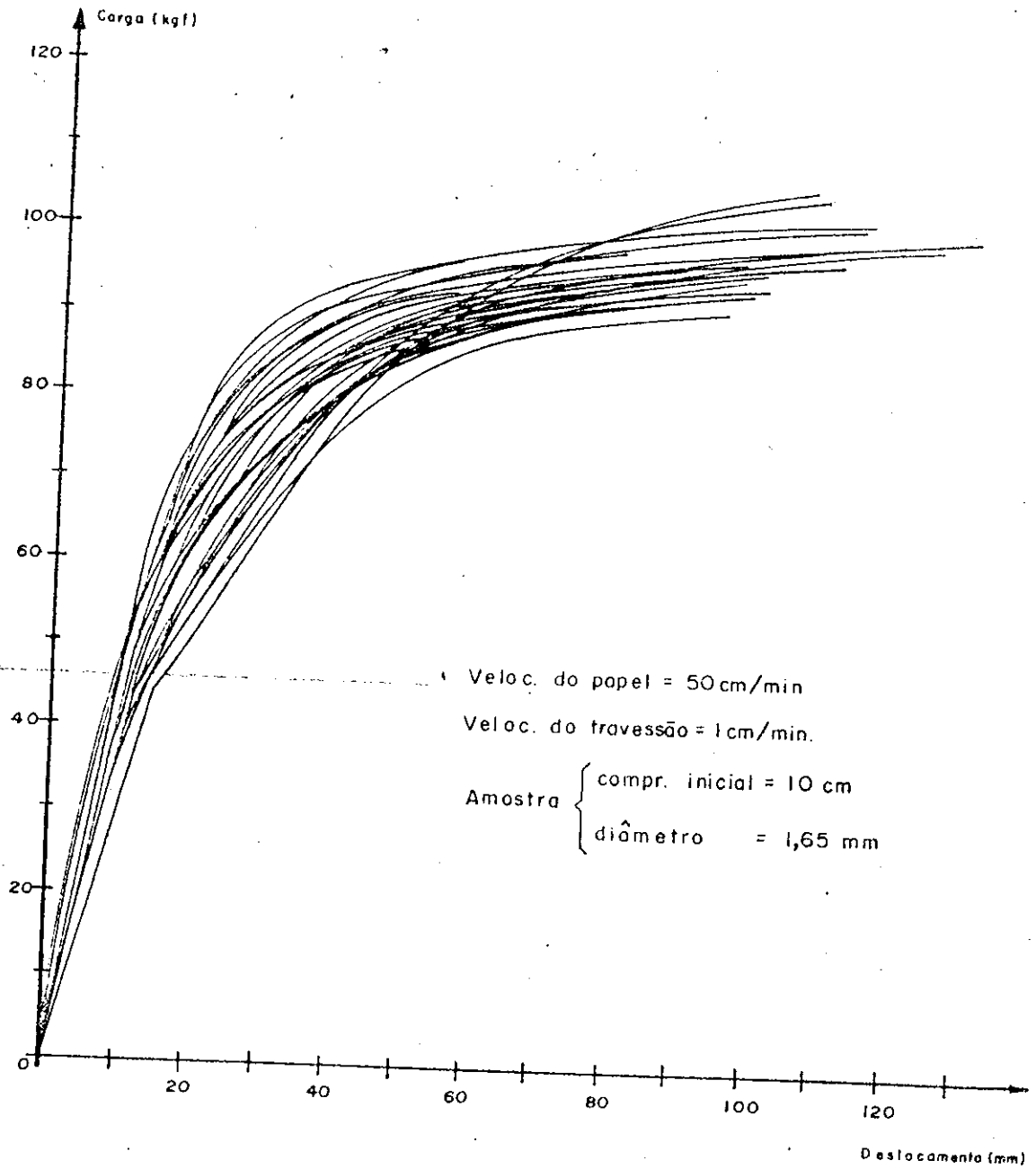


FIG. II - 2.b

2.2. - FÔRMAS (*)

As fôrmas foram idealizadas de modo a atender alguns requisitos básicos necessários em trabalhos de experimentação estrutural em modelos, e nem sempre exigidos em execuções normais de peças em concreto armado. Particular importância assume a confecção da fôrma quando se lembra que qualquer inexatidão das medidas pode afetar sobremaneira o comportamento da peça e os resultados dos ensaios, com consequências indesejáveis quando se pretende extrapolar as conclusões obtidas no modelo para a estrutura real.

Neste trabalho procurou-se, além da precisão de medidas, elaborar as fôrmas de modo a ser garantida simplicidade de enchimento e desforma dos modelos, evitando-se danificações que pudessem desaconselhar posteriores utilizações das mesmas.

Para impedir a alteração da forma inicial, garantindo a horizontalidade do modelo recém-moldado, a fôrma se apoiava em um rígido estrado de madeira, construído com caibros de cedro de boa qualidade, o qual também servia para oferecer resistência contra o possível empenamento da madeira.

A fig. II-3 apresenta de forma esquemática a fôrma para as lajes tipo C. Sobre o estrado de madeira foi colocada uma placa de Duratex com medidas correspondentes ao comprimento e à largura iguais, respectivamente, a 114 e 74 cm, idênticas às mesmas dimensões do estrado em planta. Na região central da fôrma, com 90 x 50 cm, foi colocada outra placa de Duratex com 0,6 cm de espessura. Contornando a fôrma eram parafusados sarrafos de madeira com 2 cm de largura e 2,6 cm de altura, os quais eram os responsáveis pela altura do modelo igual a 2 cm na região central e a 2,6 cm em uma faixa de 10 cm de largura em todo o contorno do modelo.

(*) - Acentuou-se a palavra fôrma para diferenciá-la de sua homógrafa forma, que neste caso poderia ocasionar confusões.

Esta faixa, que no ensaio seria presa rigidamente pelo equipamento de apoio através de parafusos verticais, deveria ser moldada de maneira a possuir orifícios que permitissem a passagem destes parafusos. Conseguiu-se estes orifícios colocando-se na fôrma, nas posições corretas, pequenos cilindros de madeira, com 1,5 cm de diâmetro e 2,6 cm de altura. Desse modo, quando da desforma da laje, estes tampões eram retirados e o bloco de contorno do modelo apresentava orifícios, em posições determinadas, abrangendo toda sua extensão.

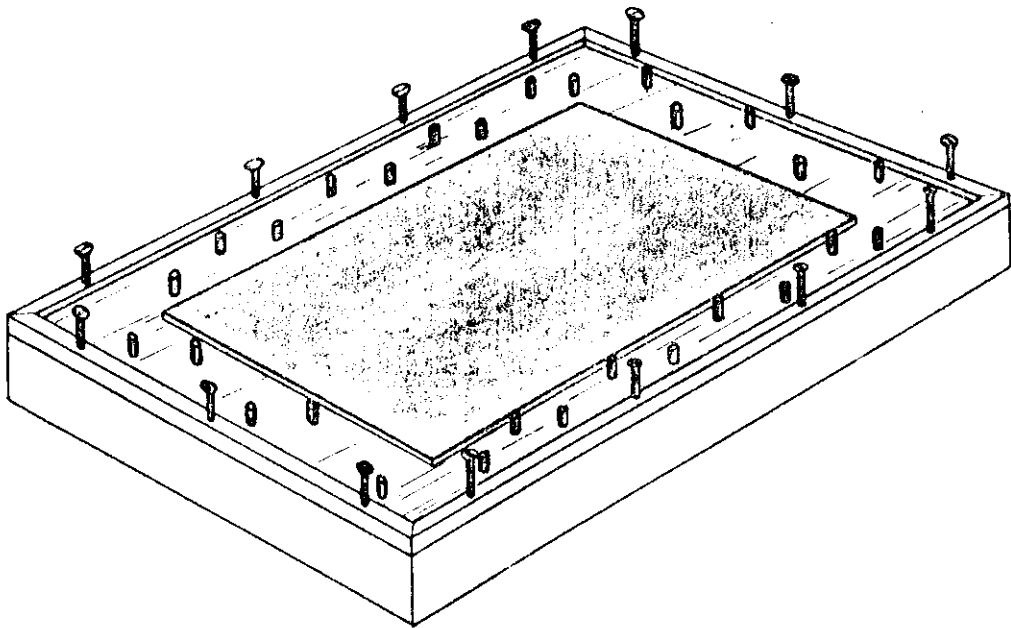


FIG.II-3 ESQUEMA DA FÔRMA DO MODELO TIPO C

Para a fôrma da laje tipo S, o estrado de madeira possuía medidas do comprimento e largura iguais respectivamente a 96 e 56 cm e, da mesma forma, era colocada uma placa com as medidas acima sobre o estrado. Para garantir a altura do modelo eram parafusados sarrafos de madeira, agora de secção transversal quadrada com 2 cm de lado, em todo o contorno.

Desse modo obtínhamos modelos com 92 x 52 x 2 cm para comprimento, largura e altura, respectivamente.

Para as faixas julgou-se desnecessária a utilização do estrado de madeira, assentando-se o Duratex diretamente sobre uma tábua de cedro com 2 cm de espessura. A altura da faixa era providenciada pelos sarrafos parafusados do mesmo modo como nas fôrmas anteriores.

Com base no cronograma de moldagens e ensaios, construiu-se apenas uma fôrma para cada tipo de laje e uma fôrma para as faixas, número este que se comprovou durante o trabalho perfeitamente suficiente.

Todas as partes das fôrmas que deveriam ficar em contacto com a argamassa receberam uma camada de verniz resistente à água e cimento, e, logo a seguir, com o verniz seco, duas demãos de cera vegetal. Quando da desforma, as fôrmas eram cuidadosamente limpas e antes de cada reutilização, nova camada de cera vegetal era aplicada.

Na parte inferior da fôrma, onde seria assentada a tela simuladora da armadura, existiam orifícios de pequeno diâmetro necessários a passagem de finos arames, amarrados externamente debaixo da fôrma entre os caibros do estrado de madeira, que tinham a função de fixar a tela impedindo sua movimentação durante o adensamento da argamassa. Em cada um desses orifícios era colocada uma camada de massa de assentamento de vidro para impedir que houvesse penetração de nata de cimento, o que viria prejudicar a desforma e, principalmente, para garantir uma boa vedação contra o escoamento da água da mistura.

Durante a desforma da primeira laje tipo C verificou-se que no contorno da placa central de Duratex, o rebaixo existente tornava esta tarefa algo difícil. Nos modelos seguintes resolveu-se, antes das moldagens, aplicar massa de assentamento de vidro em todo o contorno do rebaixo, formando uma espécie de chanfro, o que resultou em sensível melhoria da desforma.

Para os corpos de prova foram utilizadas formas metálicas cilíndricas, com 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura.

2.3 - MOLDAGENS E CURA

Inicialmente a tela recebia um banho com solução diluída de ácido clorídrico para retirar a galvanização prejudicial à aderência com a argamassa, e logo após era colocada na posição adequada na fôrma. A seguir, iniciavam-se as operações de moldagem dos modelos pelo amassamento da mistura. Acreditava-se de início, ser com o emprego de betoneira (50 litros) existente no Laboratório a melhor maneira de se conseguir uma massa homogênea, e a utilizamos para a primeira moldagem. Quando porém, da ruptura dos primeiros corpos de prova, um exame visual da argamassa rompida mostrou, claramente, regiões diferentes onde se podia notar alguns locais com predominância excessiva de areia, e outros de cor esverdeada indicando grande concentração de cimento. Passou-se em diante ao processo de mistura manual, iniciando-se pela colocação em um recipiente metálico indeformável umidecido, do cimento e da areia e efetuando-se a homogeneização até que a cor fosse tornada uniforme. Só então acrescentava-se a água, aos poucos, enquanto se prosseguia o amassamento. O volume utilizado para as moldagens era de aproximadamente 30 litros.

Nenhum aditivo foi acrescentado para não serem introduzidos fatores que pudessem, através de seus efeitos, produzir variações nas características da argamassa.

Devido à simplicidade das fôrmas dos modelos, o lançamento da mistura se constituiu tarefa rápida e fácil, necessitando-se apenas observar, quando de modelos com armadura, se havia perfeita penetração da argamassa na tela, condição esta que em todos os modelos se apresentou satisfeita.

Inicialmente foi tentado o adensamento com um vibrador de bastão, o qual se revelou eficiente, porém com alguns efeitos indesejáveis quando do contacto, inevitável devido à altura dos modelos, com a superfície inferior da

fôrma, chegando inclusive a danificá-la. Preferiu-se adotar então, como melhor alternativa, um vibrador de mesa existente no Laboratório de Estruturas. A operação era realizada colocando-se sobre a mesa do vibrador a fôrma preenchida com a argamassa, e todo o conjunto recebia a vibração.

Após essa operação passava-se sobre os modelos uma lâmina rígida, tendo como guias os sarrafos laterais do contorno das fôrmas, retirando-se com ela os excessos de argamassa, tornando com isso a face superior do modelo perfeitamente plana, o que garantia a constância da espessura nas lajes e nas faixas.

O amassamento da mistura e o enchimento das fôrmas tinham a duração aproximada de duas horas, após o que os modelos eram cobertos com jornais úmidos, assim permanecendo, com periódicos umedecimentos posteriores, durante os primeiros dias.

Duas horas depois de moldada a laje tipo C recebia um corte vertical, na junção com o bloco de apoio, com profundidade de 0,5 cm, para evitar possível engastamento da laje com o bloco.

Os modelos permaneciam na fôrma durante três dias iniciando-se, a seguir, a desforma. Nos modelos sem armadura, portanto de menor resistência que os outros, esta operação era mais cuidadosa e a aderência encontrada entre fôrma e modelo foi bastante reduzida. Mesmo na laje tipo C, na região da ligação da laje com o bloco de apoio onde a fôrma apresentava desnível, a desforma foi realizada sem maiores problemas, pois a colocação prévia da massa de assentamento de vidro no rebaixo revelou-se bastante eficiente, impedindo que a eventual retração dificultasse a desforma.

Nos modelos com armadura, a operação inicial era a de corte de todos os arames responsáveis pela ligação da tela na fôrma, após o que bastava apenas vencer a pequena aderência entre o modelo e a placa de Duratex com o auxílio de uma espátula, retirar os parafusos que prendiam os sarrafos laterais, e o modelo era retirado da fôrma.

Terminada esta operação encaminhavam-se todos os modelos para um tanque cheio de água, onde permaneciam em posição vertical por mais 11 dias perfazendo-se assim o total de 14 dias de idade para o ensaio.

Nenhum modelo apresentou defeitos de moldagem sendo desnecessário qualquer retoque ou acabamento, o que deve ser atribuído em grande parte à eficiência e à dedicação dos técnicos e auxiliares do Laboratório.

Quanto aos corpos de prova para a determinação das tensões de ruptura à compressão e à tração, a argamassa necessária para suas confecções era coletada aleatoriamente durante o processo de moldagem dos modelos. Cada corpo de prova era preenchido com quatro camadas de mesma altura, sendo que cada camada recebia 30 golpes com o soquete normal. Terminada a moldagem cobriam-se todos os corpos de prova com jornais úmidos. Duas horas depois rematavam-se as faces superiores com pasta de cimento.

Decorridas 24 horas da moldagem, desformavam-se os corpos de prova e encaminhavam-se todos para o tanque de cura onde permaneciam em ambiente saturado até a data de ensaio.

3. EQUIPAMENTOS UTILIZADOS.

O equipamento de apoio foi confeccionado de maneira a oferecer possibilidades de ensaio das lajes com contorno inteiramente apoiado, das lajes com deslocamentos horizontais e verticais impedidos no contorno, e das faixas de argamassa armada, tomando-se como base o dispositivo utilizado em outro trabalho anteriormente realizado no Laboratório de Estruturas, cujo desempenho havia sido considerado como satisfatório (B-9).

Este dispositivo, conforme mostra a fig. II-4, constituía-se em um quadro rígido de vigas de madeira sustentando, por meio de cantoneiras de aço, um rígido perfil I também de aço, situado sobre e paralelamente o quadro. Ao perfil adaptava-se, de cima para baixo, o macaco, e ao quadro, o modelo. Basicamente, este foi o sistema utilizado em todos os ensaios.

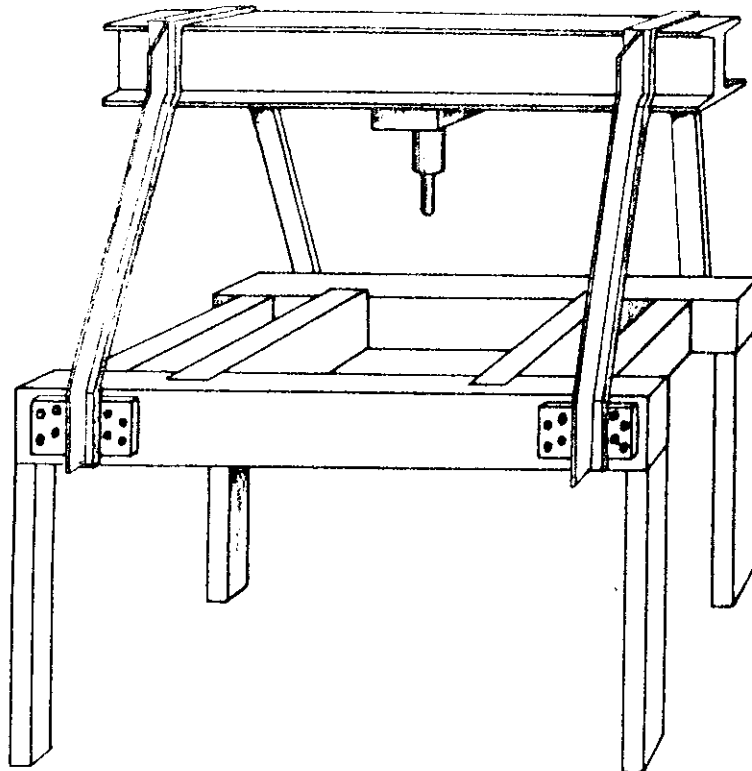


FIG. II-4

Para reproduzir as condições de contorno desejadas no trabalho foi construído um novo quadro rígido, de aço, para ser colocado sobre o quadro de madeira mostrado na fig. II-4. Este quadro retangular, conforme o esquema da fig. II-5, era formado por 4 cantoneiras de aço parafusadas em uma chapa interna, de modo a formar um perfil I. A idéia inicial era de fato a utilização de 4 perfis I para formar os 4 lados do retângulo a qual, porém, teve que ser modificada, devido a ligação da aba do perfil com a alma ser feita com uma pequena mísula, ao contrário da cantoneira onde cada aba tem espessura constante. Esta necessidade viria mais tarde quando da fixação de parafusos, como será descrito.

Nas cantoneiras que formavam a superfície superior do quadro foram construídos orifícios nas abas que ficavam no plano horizontal, para permitir a passagem de parafusos.

Sobre o quadro eram colocadas chapas de aço de 1/2" de espessura, contendo também furos verticais concordantes com os anteriores. Nestas chapas estavam soldadas, em todo o seu contorno, barras de aço de secção quadrada, de 2 cm de lado, com orifícios permitindo a passagem de parafusos horizontais que iriam comprimir o bloco de apoio da laje tipo "C", fornecendo o necessário impedimento contra os deslocamentos horizontais do modelo.

Quando do ensaio destas lajes, o modelo era colocado de maneira que o bloco de apoio ficasse assente sobre estas chapas. Sobre o modelo eram colocados perfis "U", também com orifícios verticais, conforme pode ser visto no esquema da fig. II-5. Como os orifícios das abas das cantoneiras, das chapas de aço, do bloco de apoio do modelo e dos perfis "U", eram coincidentes, colocavam-se parafusos verticais, presos com porcas no lado inferior das abas das cantoneiras da superfície superior do quadro, e todo o conjunto era tornado solidário. Estes parafusos eram responsáveis pelo impedimento de movimentos verticais do contorno da laje tipo "C".

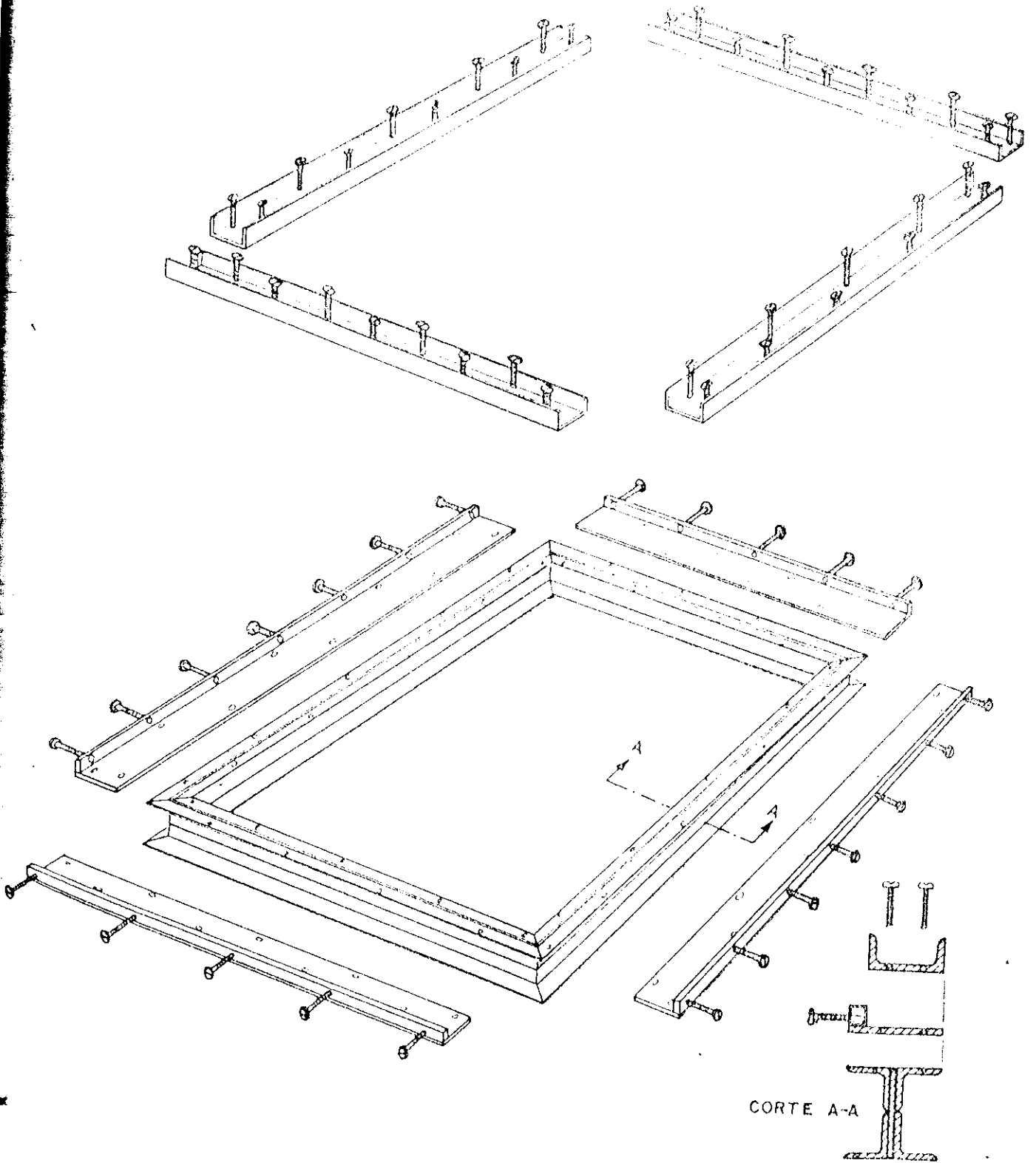


FIG. II - 5

Para o ensaio das lajes tipo "3" dispensavam-se as chapas e os perfis "U", utilizando-se apenas o quadro re-
tangular. Neste, eram adaptadas 4 barras circulares de aço,
nas quais o contorno da laje era apoiado. Sobre o modelo,
outras 4 barras eram colocadas em todo o contorno, as
quais, presas ao quadro por meio de sargentos, simulavam os
vínculos necessários ao ensaio da laje com o contorno inteiramente apoiado.

A aplicação da carga concentrada foi conseguida construindo-se um macaco com rosca, que era acionado manualmente através de uma catraca. O cursor do macaco, quando do ensaio, comprimia um dinamômetro já anteriormente utilizado pelo Laboratório de Estruturas (B - 21). Este dinamômetro pode ser visualizado pelo esquema da fig. II-6, onde se nota a instalação de 4 extensômetros elétricos de resistência formando uma ponte de Wheatstone que, ligada a um aparelho medidor Tepic IC - 53, fornecia as deformações do cilindro de aço. De posse da curva de calibração do aparelho, que para cada valor de deformação indicava a carga transmitida através do cilindro, era possível a determinação exata da carga aplicada ao modelo.

Para medida da flecha no ponto central das lajes e das faixas eram instalados defletômetros mecânicos, com sensibilidade de 0,01 mm na leitura dos deslocamentos.

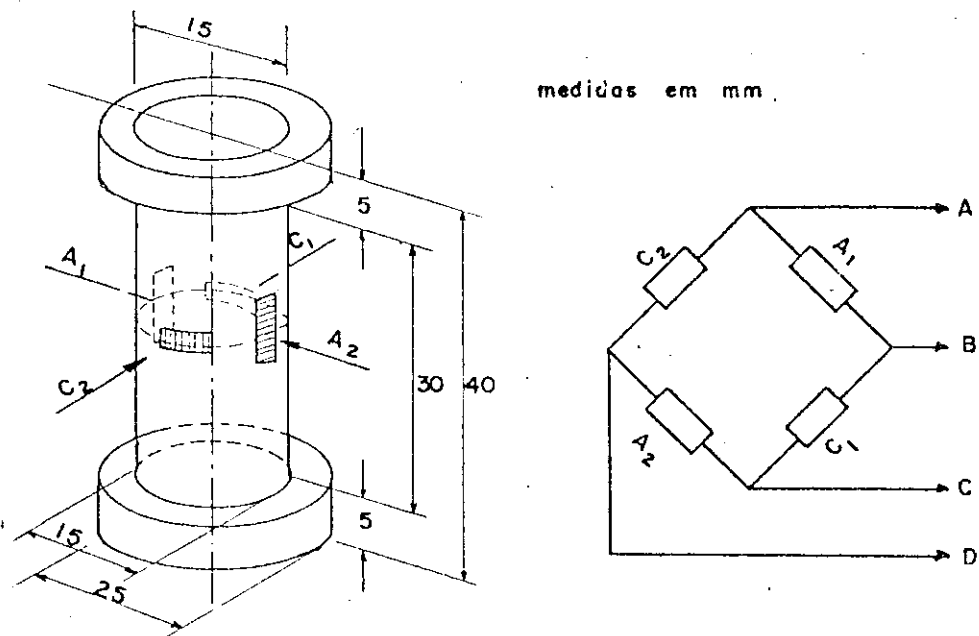


FIG. II-6

4. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

4.1. ENSAIO DAS FAIXAS

Duas horas antes do ensaio as faixas eram retiradas do tanque de cura e recebiam uma demão de cal para se facilitar a visualização do aparecimento e, em seguida, da continuação do processo de fissuração. Terminado este trabalho a faixa era encaminhada para o equipamento de apoio e instalada sobre dois bastões rígidos, de aço, de secção circular, distanciados 50 cm entre centros. Sobre a faixa colocava-se um dispositivo de repartição de carga com a forma, em planta, de uma letra "H". Conseguia-se com isto, que a faixa fosse solicitada igualmente em dois pontos simétricos em relação ao centro, distanciados cada um de 20 cm da extremidade da faixa. A representação esquemática da fig.II-7 pretende esclarecer a descrição da montagem.

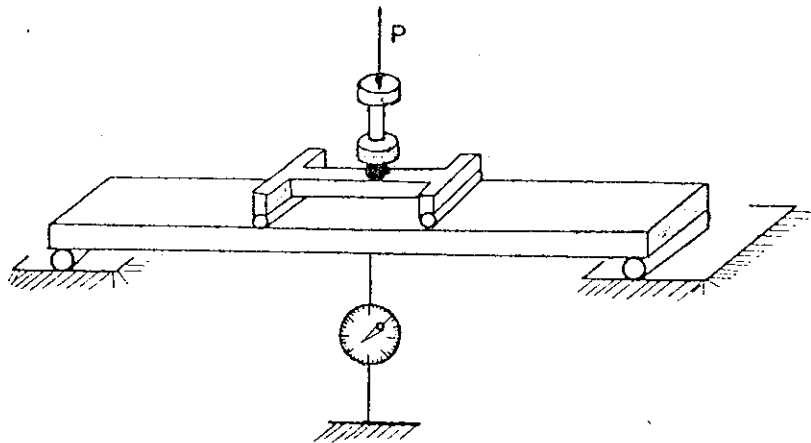


FIG. II-7 ESQUEMA DO ENSAIO DAS FAIXAS

Pequenas tiras de borracha eram colocadas nos pontos de apoio e de carregamento da faixa, para se evitar um contacto directo entre o aço dos equipamentos e a argamassa do modelo.

O dispositivo de repartição de carga possuía em seu centro uma cavidade em forma de semi-esfera onde se adaptava uma esfera de aço, à qual se ajustava o dinamómetro exactamente na cavidade em forma de semi-esfera existente em sua parte inferior.

Ao dinamómetro adaptava-se o macaco responsável pela aplicação da carga concentrada.

Na superfície inferior da faixa, no ponto central definido pela intersecção das diagonais do retângulo, era colocado um deflectómetro para medida das flechas durante o ensaio. A direcção vertical definida pela haste do deflectómetro instalado, passava exactamente pelo centro da esfera de aço transmissora da carga do dinamómetro ao dispositivo de repartição da carga.

Terminada essas operações iniciais a faixa apresentava-se pronta para o início do ensaio.

Para conferir ao modelo um comportamento mais regular, applicava-se a técnica de escorvamento, isto é, alguns carregamentos e logo a seguir descargas. A carga applicada nesta operação era bem inferior aos limites elásticos e de fissuração, sendo aproximadamente 10 kgf para as faixas tipo "B" e 20 kgf para as faixas tipo "C".

O ensaio propriamente dito iniciava-se logo após o escorvamento, com estágios progressivos de carregamento. Cada faixa nesta altura já suportava seu peso próprio e o peso do equipamento de carga, os dois, porém, perfeitamente desprezíveis em face da sobrecarga applicada.

Como o sistema de medição de carga era indirecto, isto é, median-se deformações pelo dinamómetro, não foi possível estabelecer um acréscimo exacto de carga e sim um acréscimo de deformações em cada estágio. Para as faixas tipo "B", iniciava-se com 5×10^{-6} unidades de medida de deformações, o que correspondia a aproximadamente 7,3 kgf, e prosseguia-se o ensaio com o mesmo acréscimo por vez até

as proximidades da ruína da faixa, quando então era diminuído o acréscimo. Para as faixas tipo "C", iniciava-se com 10×10^{-6} unidades de deformação, aproximadamente 14,5 kgf, até o aparecimento das primeiras fissuras, prosseguindo-se daí em diante com 5×10^{-6} unidades ou menos, de forma análoga ao procedimento utilizado no ensaio das faixas tipo "B".

O ensaio era realizado aumentando-se a carga e anotando-se o deslocamento vertical do centro da faixa, indicado pelo defletoímetro. Quando do aparecimento da primeira fissura, e daí em diante, passava-se a anotar duas medidas de carga e duas de deslocamentos. Isto se dava devido ao equipamento de carregamento não ser mantenedor de carga, pois as deformações do modelo faziam com que a carga aplicada pelo macaco baixasse de intensidade. O primeiro par carga-flecha anotado correspondia ao instante de início da fissura e o segundo quando as fissuras já estavam assinaladas sobre o modelo. A segunda série de leituras diferenciava-se da primeira na carga, valores menores, e nos deslocamentos centrais, valores maiores.

As fissuras, tanto para as faixas tipo "A" como para as faixas tipo "C", localizaram-se na parte inferior do modelo, na região entre as duas cargas concentradas, o que comprovou a eficiência do dispositivo de distribuição de cargas.

Em todas as faixas ensaiadas não se verificou visível esmagamento da argamassa em nenhuma secção, a não ser quando o modelo se apresentava com fissuras de grande abertura. Desse modo foi caracterizado o comportamento de peça sub-armada.

Com relação à carga que torna a faixa hipostática com a conseqüente passagem da peça a um estado em que se deforma livremente, em nosso caso, como as fissuras ocorriam em uma faixa de 10 cm, não havia a definição perfeita de uma charneira plástica apenas. A plastificação ocorria de forma não simultânea, em toda uma região, conduzindo a peça à ruína por deformação plástica excessiva. Foi considerada como carga de ruína a carga máxima suportada pela faixa durante o ensaio e seus valores encontram-se no capítulo se-

guinte.

O tempo médio para o ensaio das faixas foi de aproximadamente uma hora para as do tipo "B" e uma hora e meia para as do tipo "C".

4.2. ENSAIO DAS LAJES

Os modelos de lajes eram retirados do tanque de cura com 13 dias de idade e, quando secas superficialmente, recebiam uma demão de cal e eram quadriculadas de 10 cm em 10 cm para a reprodução das fissuras ser facilitada. Marcava-se na face superior um retângulo central de 2,5 x 4,5 centímetros para a aplicação da carga, e na inferior o ponto de encontro das diagonais da laje, onde seria ajustado o deflectômetro. A seguir as lajes eram encaminhadas ao dispositivo de apoio .

4.2.1. LAJES TIPO "S"

As lajes tipo "S" foram construídas com 92 x 52 cm reservando-se 1cm de cada lado para a adaptação no equipamento de apoio. Esperava-se, de início, apoiar a laje sobre uma moldura retangular de 90 x 50 cm, constituída por 4 barras de aço de secção circular de diâmetro 2 cm, a qual suportaria a laje em uma área de contacto bastante reduzida. Este sistema permitiria ao contorno da laje movimentos de livre rotação, e também deslocamentos horizontais com reduzida parcela de atrito entre laje e barra. Sobre a laje seria colocada outra moldura idêntica que, ao ser ligada rigidamente à primeira, forneceria o necessário impedimento quanto ao levantamento dos cantos do modelo.

Este sistema na prática não pode ser utilizado pois a pequena, porém existente, rugosidade da superfície da laje, aliada ao fato de ser extremamente reduzida a área de contacto desta com a barra circular de apoio, criava pontos de apoio ao invés de uma região contínua de contacto do contorno da laje. Tentou-se evitar esta descontinuidade introduzindo-se entre laje e barra uma fina camada de bor-

racha, o que também não funcionou satisfatoriamente porque não resolvia, de todo, o problema.

Outra solução aventada na oportunidade foi a de se perfurar toda a extensão de apoio do modelo com orifícios de pequeno diâmetro, por onde passariam fios de arame de alta resistência que seriam anarrados às barras da moldura inferior. Esta solução também não se mostrou razoável devido à inclusão inevitável, pelos arames, de uma restrição quanto ao deslocamento horizontal da laje, exatamente o que se pretendia evitar ao máximo neste tipo de modelo.

Passou-se em seguida a uma nova tentativa. Foram cortadas as ligações rígidas entre as 4 barras que formavam a moldura e estas barras eram assentadas sobre a laje, na posição adequada, utilizando-se uma pasta de gesso, a qual preenchia os espaços entre a barra e o modelo. No ensaio, o gesso devidamente endurecido funcionava como transmissor de carga vertical. Quanto à possibilidade de deslocamentos do contorno do modelo, constatou-se durante o ensaio que o dispositivo funcionava de forma bastante razoável. Conseguiu-se dessa forma simular suficientemente a caracterização de contorno inteiramente apoiado, para a face inferior do modelo. O mesmo procedimento era executado para a face superior.

A laje era conduzida a seguir para o equipamento de apoio no qual as barras circulares eram fixadas através de sargentos. Era instalado um deflectômetro, verticalmente, no ponto de intersecção das diagonais da face inferior do modelo e após a colocação do dispositivo de carga dava-se início ao ensaio.

Alguns carregamentos e descargas sucessivas eram efetuados para testes de funcionalidade dos equipamentos e também para a acomodação do sistema. Após a última descarga zeravam-se os aparelhos de medidas e iniciava-se o ensaio propriamente dito.

Da mesma forma que para as faixas, os acréscimos de carga eram fornecidos pelos acréscimos de deformação no extensômetro do dinamômetro, e eram variáveis dependendo da proximidade em que o modelo se encontrava da ruína.

Nas lajes do grupo "A" notou-se a diferença de comportamento sob carga, em relação às lajes dos grupos "B" e "C", logo nas primeiras medidas. Os deslocamentos centrais apresentados eram pequenos mesmo quando o carregamento estava relativamente próximo da máxima capacidade portante do modelo, e não havia formação de fissuras nas faces da laje. A primeira destas, quando iniciada na face inferior, imediatamente delimitava-se em toda sua extensão final enquanto os deslocamentos centrais sofriam grande acréscimo, reduzindo com isto a carga aplicada. Deste ponto em diante não se conseguia obter a carga anterior pois, durante o carregamento, nova fissura se formava totalmente e o processo se repetia até que a laje tornava-se hipostática com grande abertura das fissuras. Na face superior não havia a formação de fissuras. No capítulo seguinte apresenta-se a localização das mesmas no modelo, em ordem sequencial de aparecimento, bem como as cargas e deslocamentos centrais correspondentes, para melhor esclarecimentos do exposto acima.

As lajes "B" e "C", entretanto, comportavam-se de forma diferente com as fissuras visíveis iniciando-se também na face inferior, sob a região de aplicação da carga, porém prolongando-se gradativamente durante o decorrer do ensaio. Deste modo, como o decréscimo de carga observado em decorrência do incremento do deslocamento central, provocado pelas fissuras, era pequeno, conseguia-se novamente aplicar a carga anterior e ultrapassá-la inclusive. Nestas lajes ocorreram inúmeras fissuras na face inferior, porém com direções preferenciais visivelmente próximas das diagonais do modelo. Após algum desenvolvimento da fissuração na face inferior, iniciavam-se fissuras também na face superior do modelo. O ensaio prosseguia até que ocorresse a ruína da laje com uma região aproximadamente circular, situada ao redor do ponto de carregamento, se destacando do restante da peça ficando segura apenas pela armadura. A duração do ensaio variava de 2 a 3 horas.

4.2.2. LAJES TIPO "C"

Como anteriormente descrito, essas lajes eram fixadas no equipamento de apoio por meio de parafusos verticais e horizontais que impediam qualquer deslocamento nestas direções. O ensaio era realizado da forma idêntica à utilizada para as lajes tipo "S" e o comportamento dos modelos foi também semelhante. Notou-se entretanto, que para cargas iguais os deslocamentos centrais das lajes "C" eram menores, e também que estas lajes apresentavam maior capacidade portante.

O tempo de duração do ensaio destas lajes também variou entre 2 a 3 horas, e os resultados obtidos são apresentados no capítulo seguinte.

4.3. Ensaio dos corpos de prova de argamassa

Os corpos de prova, aos 14 dias de idade, eram retirados do tanque de cura onde permaneciam em ambiente saturado e encaminhados à prensa hidráulica existente no Laboratório de Estruturas. Aqueles destinados a ensaio à compressão para determinação do módulo de deformação longitudinal, eram retirados algumas horas antes para se permitir uma secagem superficial e então ser efetuada a adaptação de extensômetros, em posição vertical, na região central do corpo de prova.

Os ensaios à compressão eram iniciados logo que fossem lixadas as superfícies que ficariam em contacto com a prensa para se evitar, ou pelo menos diminuir, o aparecimento de forças de atrito horizontais entre as superfícies do aço e da argamassa. Este atrito nessas regiões poderia impedir a deformação transversal do corpo de prova ocasionando um estado triplo de tensões, com conseqüente aumento de resistência. Feito isso, o corpo de prova era cuidadosamente centrado no prato inferior da máquina e a carga era aplicada, com elevação progressiva de aproximadamente 1 kgf/cm^2 por segundo, conforme recomenda o Método Brasi-

leiro de Ensaio nº 3, sendo o ensaio conduzido até a ruptura. O acréscimo de carga em nossos ensaios foi de aproximadamente 20 kgf por segundo.

Para o ensaio dos corpos de prova visando a determinação da resistência à tração simples da argamassa, por compressão diametral, desprezava-se a lixação das superfícies inferior e superior, em troca de se traçar cuidadosamente duas geratrizes pertencentes ao mesmo plano diametral. Os pratos da máquina eram ajustados de forma que, tanto o inferior como o superior, fizessem pressão no corpo de prova somente segundo as geratrizes. A seguir era dada uma pequena compressão e era fiscalizada visualmente a retilineidade das geratrizes de contacto com os dois pratos da prensa, a qual, se confirmada, permitia o início do ensaio até a ruptura brusca do corpo com a separação em duas metades. Como o Método Brasileiro 212 prevê para esse ensaio uma elevação da carga máxima correspondente a 0,25 kgf/cm², também por segundo, o avanço de carga nos ensaios foi de aproximadamente 20 kgf por segundo.

Nos corpos de prova com extensômetros instalados para a determinação da deformação específica da argamassa o processo de carga era diferente. Inicialmente a carga era aplicada e simultaneamente leituras de deformações eram feitas a cada estágio de carga de 50 kgf, correspondendo a uma tensão aproximada de 2,6 kgf/cm², até que a carga atingisse 1000 kgf com tensão no corpo de prova de 52 kgf/cm². A seguir o corpo de prova era descarregado e iniciava-se novamente o carregamento até a tensão mencionada. Somente depois de três carregamentos e descargas sucessivas, prosseguia-se com o carregamento até a ruptura da argamassa, antando-se desta vez as cargas e as correspondentes deformações.

A prensa hidráulica utilizada apresentava uma precisão de ± 6 kgf.

5. CRONOGRAMA DE CONSTRUÇÃO E ENSAIOS DOS MODELOS.

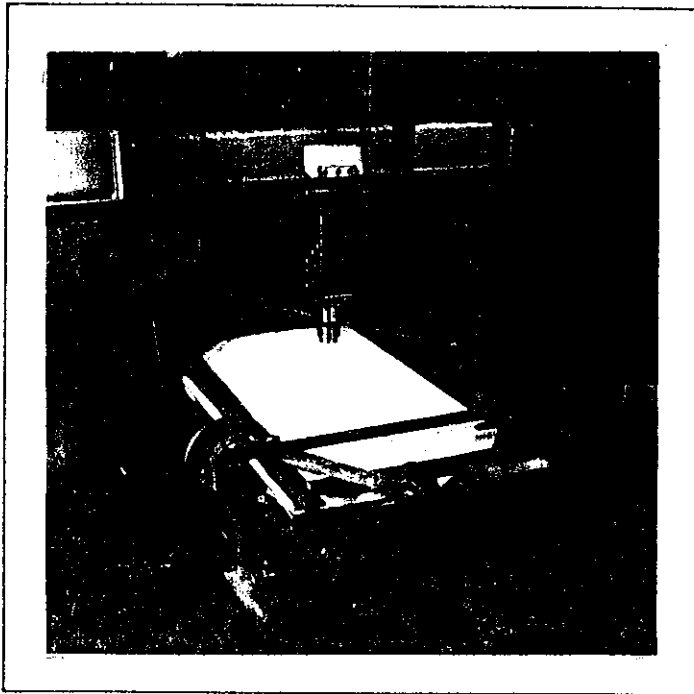
Parece-nos de extrema importância o estabelecimento de uma programação inicial realista das atividades experimentais para se conseguir, não a eliminação total mas, nelo menos, uma redução considerável dos contratempos e consequentes atrasos, infelizmente sempre presentes em trabalhos desta natureza. Este cronograma pretende, além de fornecer uma visualização geral do trabalho realizado, servir de informação quanto aos tempos dispensados às diversas atividades, a relação com o número de técnicos e auxiliares envolvidos no trabalho, disponibilidade de equipamentos, de fôrmas e outros dispositivos necessários.

As tarefas desenvolveram-se no Laboratório de Estruturas da EESC-USP, paralelamente a outros trabalhos e, por vezes, ocuparam outros técnicos disponíveis no momento embora não de início engajados especificamente neste trabalho. Dividiu-se a semana em duas partes. A primeira foi reservada para os preparativos gerais para a segunda, a qual compreendia fundamentalmente as moldagens e os ensaios.

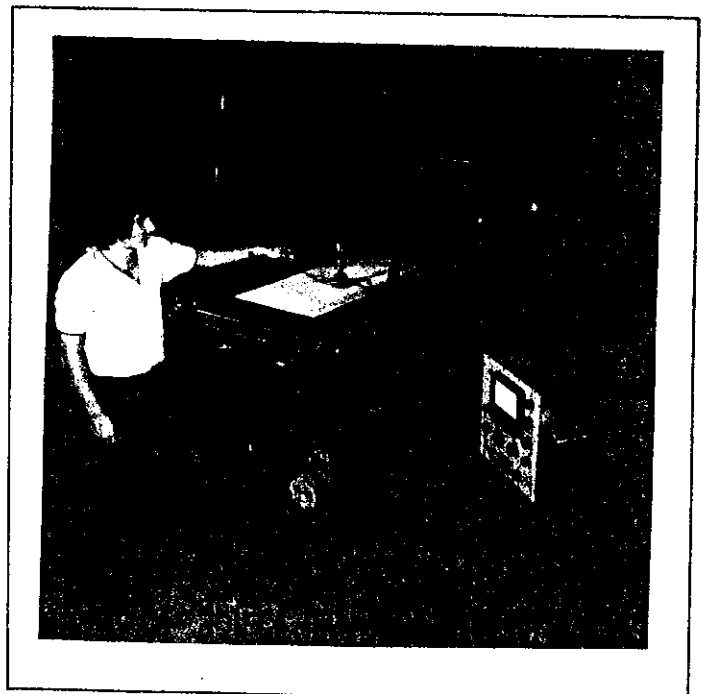
De forma simplificada apresenta-se o ciclo semanal levado a efeito depois que o processo já estava em regime sem contar, logicamente, com o planejamento da pesquisa e a construção de todo o equipamento de apoio e das fôrmas dos modelos, tarefas as quais demandaram largo tempo para execução.

Dia	T a r e f a	nº de técnicos	nº de horas
2a. feira	Desforma das lajes tipo S e C	2	2,0
	Desforma da faixa	1	0,5
	Limpeza das formas	1	2,0
	Montagem das formas	1	1,0
	Aplicação de cera vegetal	1	0,5
	Corte das telas para armadura	1	1,0
	Aplicação de solução com ácido	1	0,5
3a. feira	Confecção das armaduras de punção	1	3,0
	Colocação das telas nas formas	1	2,0
	Vedação dos orifícios	1	0,5
	Colocação das armaduras de punção	1	1,0
	Preparação das formas dos c.p.	1	0,5
5a. feira	Preparação de materiais e instrumentos para mistura, vibração e moldagem	1	2,0
	Confecção do sistema de apoio com gesso para a laje S	1	2,0
	Colocação da laje C no equipamento de apoio. Instrumentação	2	3,0
6a. feira	Ensaio da laje C	3	2,5
	Retirada da laje C do equipamento de apoio	1	1,5
	Moldagem de nova série de modelos	2	1,0
	Ensaio da faixa	2	1,0
	Colocação da laje S no equipamento de apoio	2	1,0
	Ensaio dos corpos de prova	1	1,0
	Ensaio da laje S	3	2,5
Sábado	Retirada da laje S do equipamento de apoio	2	1,0
	Desforma dos corpos de prova; limpeza das formas	2	0,5
	Reunião com os técnicos	2	1,0

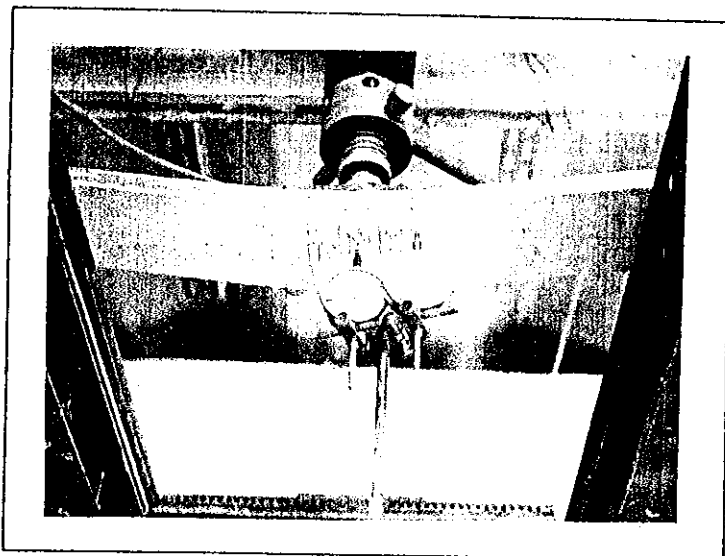
Obs.: Na quarta-feira nenhuma atividade deste trabalho era desenvolvida por ser o dia de ensaios e moldagens da outra pesquisa desenvolvida simultaneamente.



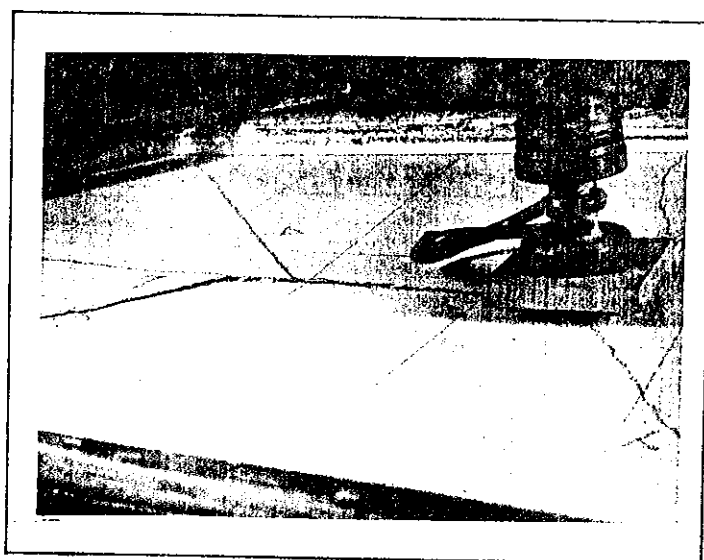
F-1
Ensaio Laje S



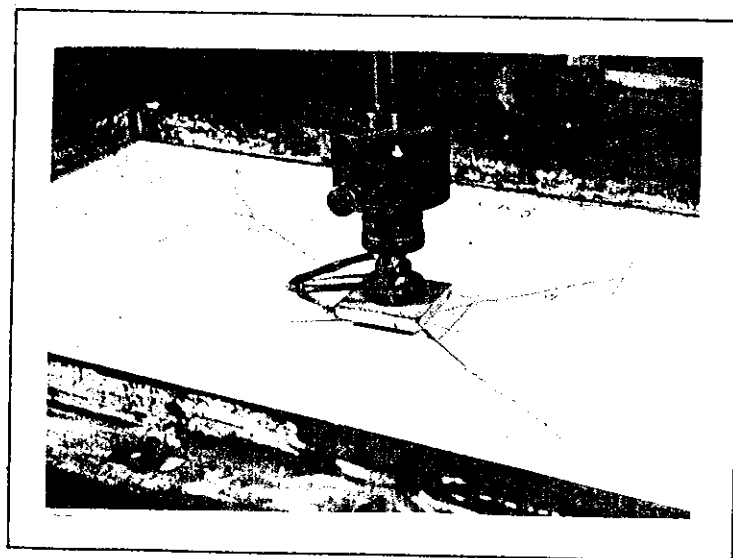
F-2
Ensaio Laje C



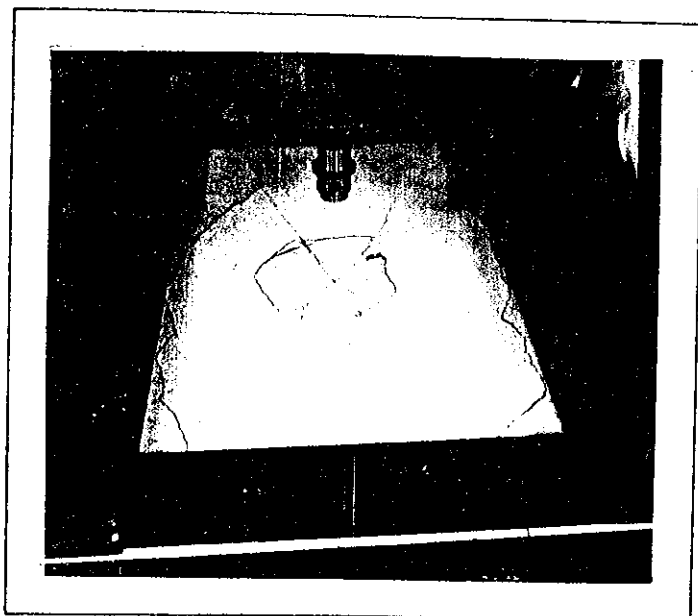
F-3
Ensaio das Faixas



F-4
Laje SA-3

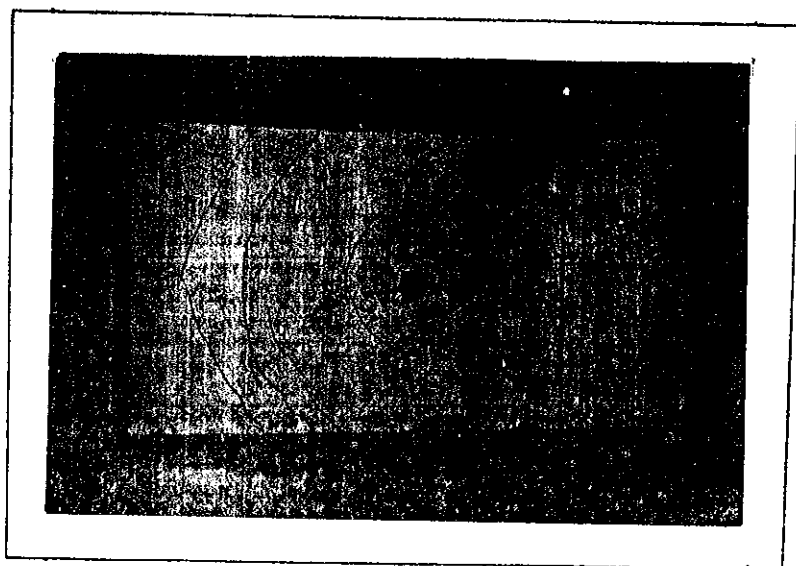


F-5
Laje CA-3



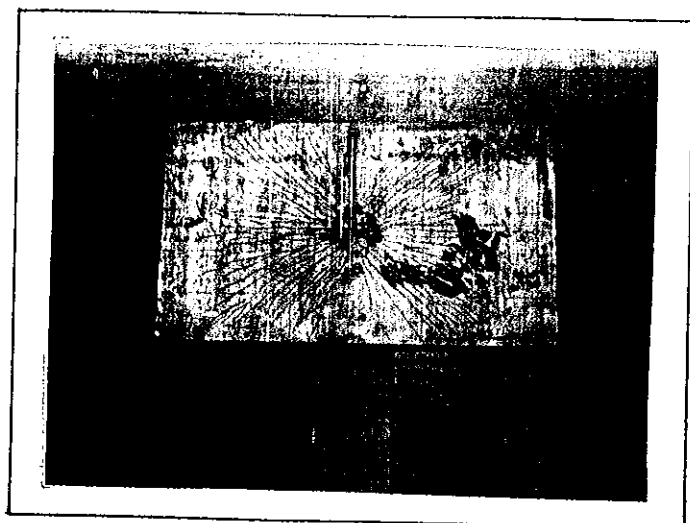
F-6

Laje CA-3



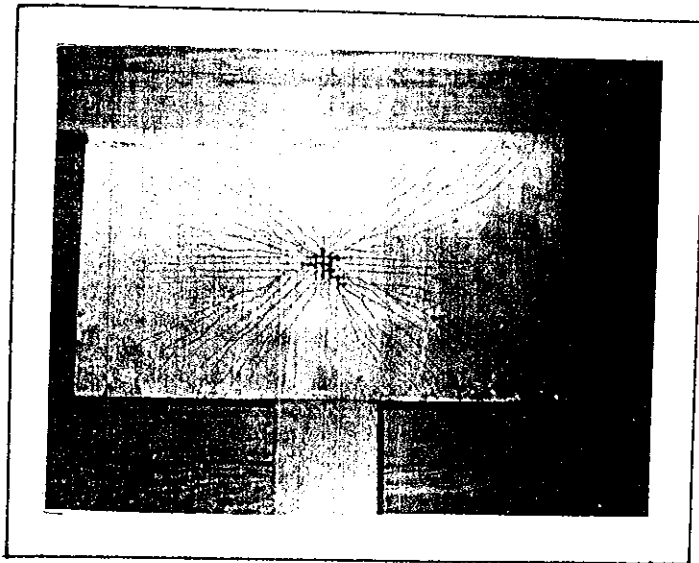
F-7

Laje SB-1; face superior



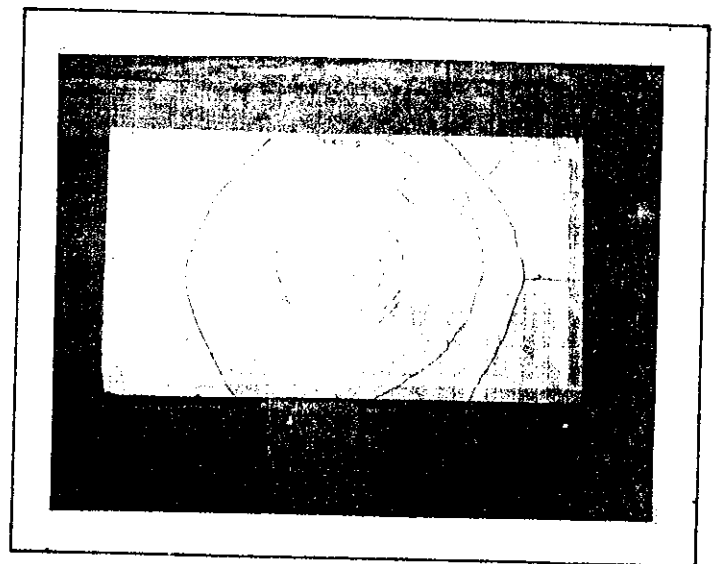
F-8

Laje SB-1; face inferior



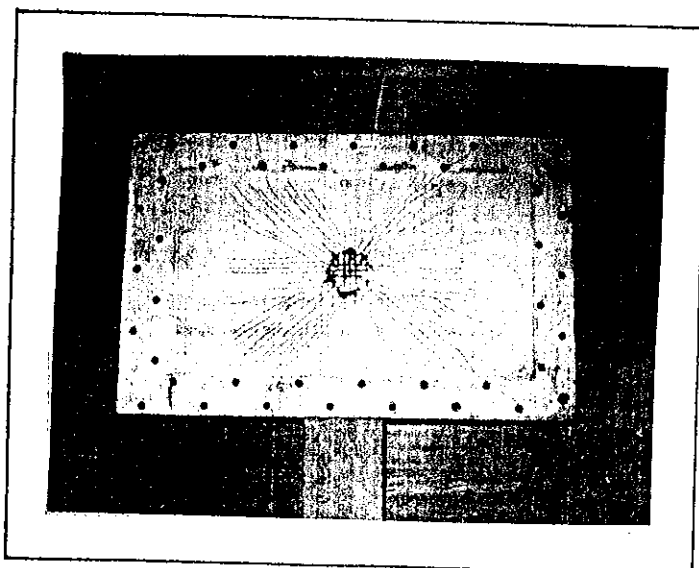
F-9

Laje SB-2; face inferior



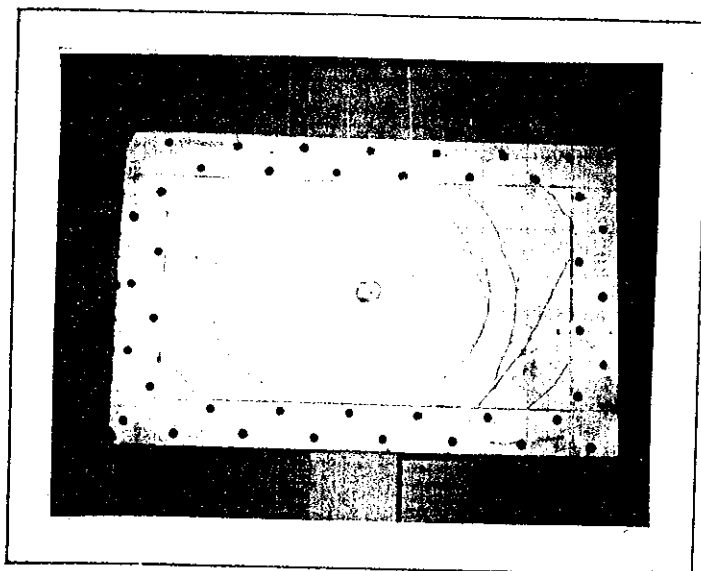
F-10

Laje SB-2; face superior

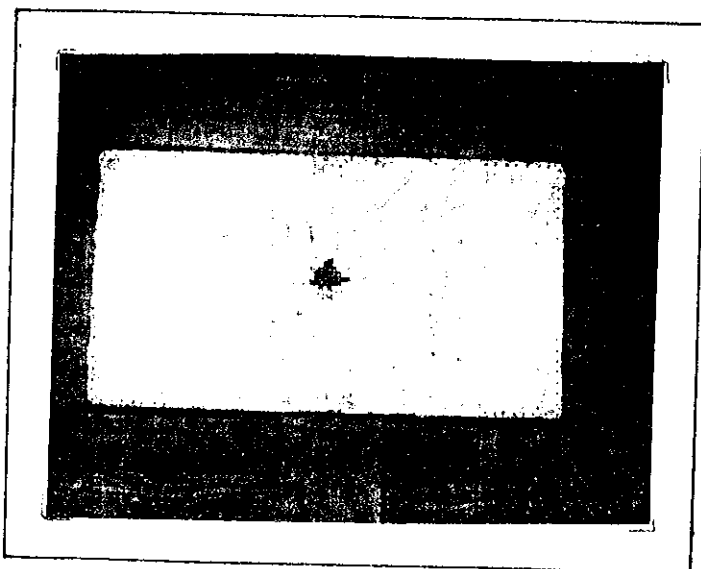


F-11

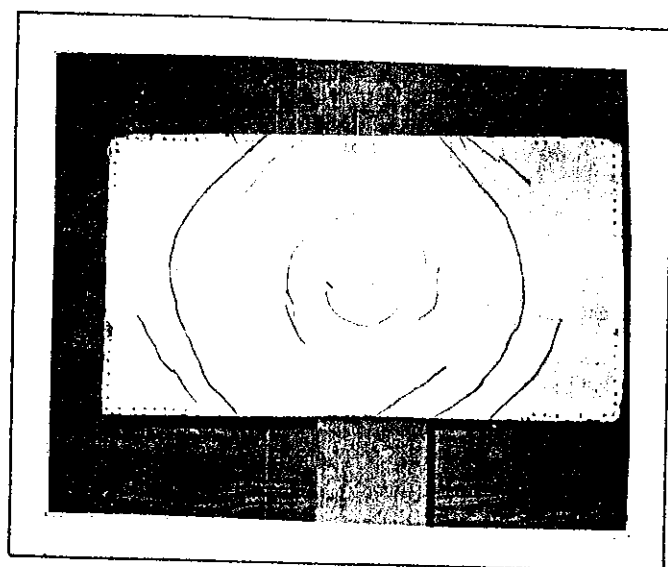
Laje CB-3; face inferior



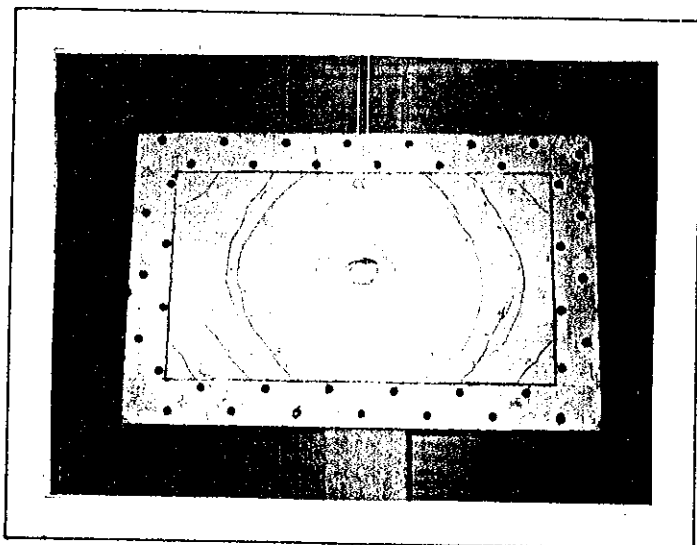
F-12
Laje CB-3; face superior



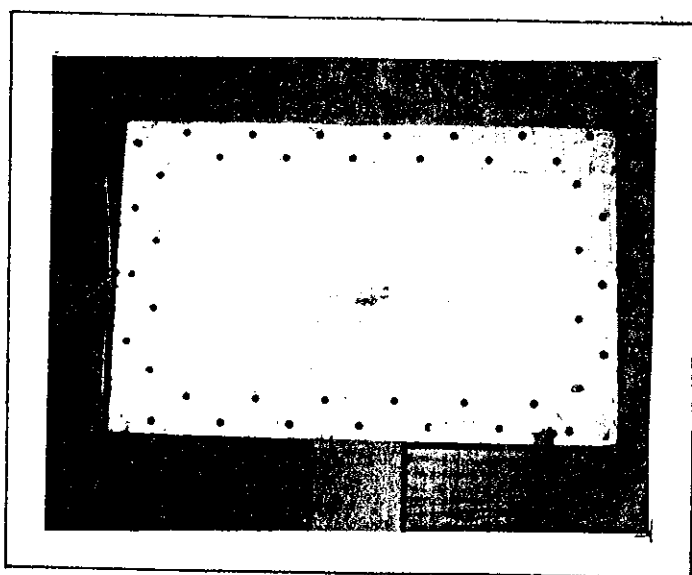
F-13
Laje SC-1; face inferior



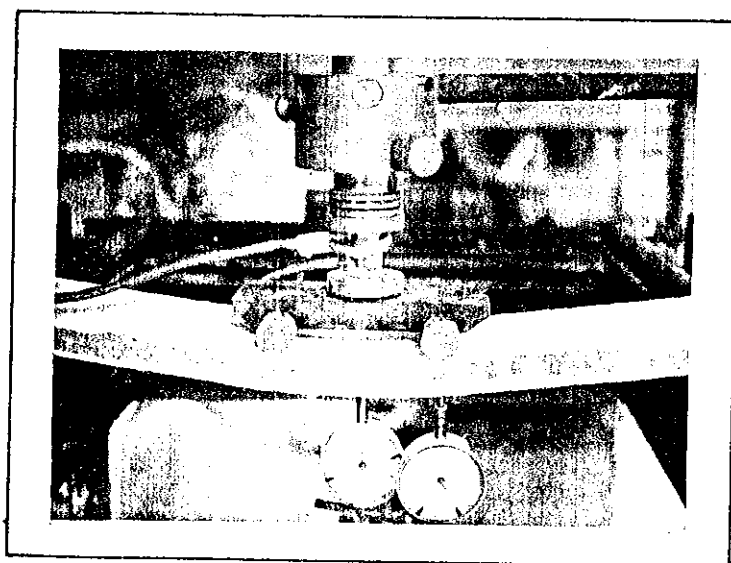
F-14
Laje SC-1; face superior



F-15
Laje CC-2; face superior

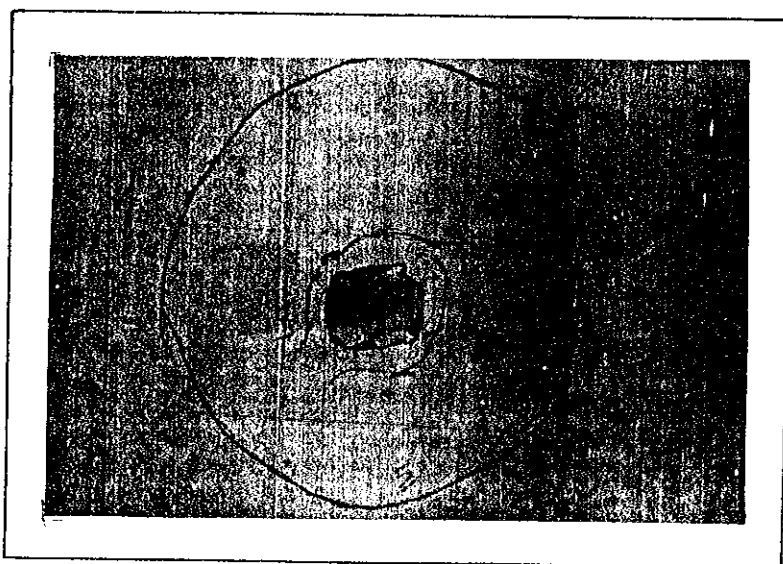


F-16
Laje CC-2; face inferior



F-17
Detalhe de uma faixa

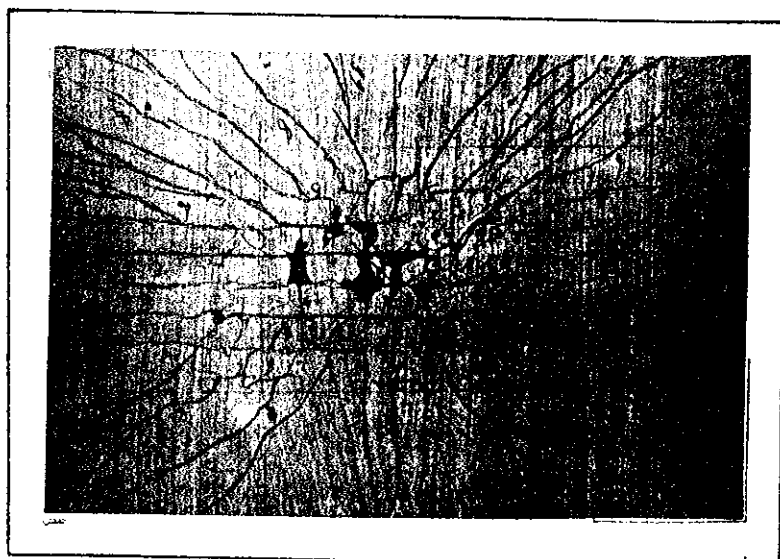
Detalhes da Região Central



Laje CC; face superior

F-19

Laje CC; face inferior



CAPÍTULO III

OS RESULTADOS OBTIDOS

1. Corpos de prova de argamassa:

Durante o desenvolvimento do trabalho foram moldados 109 corpos de prova de argamassa, cilíndricos, com 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura. Ensaaiaram-se 66 à compressão simples e os restantes por compressão diametral para a medição da resistência à tração simples. Os resultados encontram-se na Tabela III-1 na qual se utiliza a notação f_{t14} para designar a resistência à tração simples, aos 14 dias de idade, de cada corpo de prova e, \bar{f}_{t14} , para designar a média destas resistências de cada série. Analogamente, as notações f_{c14} e \bar{f}_{c14} designam as resistências à compressão simples. Todos os valores estão expressos em kgf/cm^2 .

Série	Tração Simples		Compressão Simples	
	f_{t14}	\bar{f}_{t14}	f_{c14}	\bar{f}_{c14}
A-1	15-17-19-22	18	226-236-238-242	236
A-2	18-18-18-20 21-25	20	244-246-250-252 261-286-292-311 333	275
A-3	16-16-18-18 18	17	210-214-217-219 224-225-231	220
B-1	---	--	262-270-285-296 304-311-317-321 336	300
B-2	20-21-21-23 28	23	282-290-299-314 319-338-356	314
B-3	21-23-23-27 33	25	199-212-215-219 234-239-245-256 278	233
C-1	19-21-21-23 25	22	172-201-206-210 214-219-222	206
C-2	17-20-22-22 24	21	220-228-243-248 251-262-268	246
C-3	17-19-21-21 22-23-26-26	22	284-298-313-321 326-333-339	316

TABELA III-1

2. AMOSTRAS DA ARMADURA

Para cada diâmetro do arame utilizado, foram selecionados aleatoriamente 34 exemplares com 10 cm de comprimento. Ensaçados à tração axial apresentaram os resultados da Tabela III-2, com f_v sendo a resistência do arame correspondente ao limite de escoamento convencional, tomado como sendo a tensão correspondente à deformação específica residual de 0,2%, e f_{er} a tensão limite de resistência. Todas as tensões estão expressas em kgf/mm^2 .

CP	$\varnothing = 1,24 \text{ mm}$		$\varnothing = 1,65 \text{ mm}$	
	f_v	f_{er}	f_v	f_{er}
1	42,1	48,0	37,9	48,8
2	39,7	47,5	37,4	45,6
3	40,7	48,8	32,7	47,9
4	41,1	47,9	39,8	50,5
5	39,2	43,9	39,3	46,7
6	38,2	47,1	35,0	45,9
7	37,3	43,9	38,4	44,9
8	37,1	47,7	36,5	44,9
9	39,8	46,5	35,7	46,3
10	40,6	48,6	39,3	44,3
11	40,6	47,9	33,1	44,4
12	38,1	42,2	36,0	47,5
13	39,7	44,7	34,7	43,8
14	41,6	48,0	36,4	43,8
15	41,4	47,9	35,2	44,3
16	40,7	48,8	37,4	43,5
17	40,9	47,5	31,8	45,8
18	40,5	48,9	30,4	42,6
19	37,2	48,4	38,7	45,3
20	37,4	46,7	38,3	49,3

CP	$\varnothing = 1,24 \text{ mm}$		$\varnothing = 1,65 \text{ mm}$	
	f_y	f_{br}	f_y	f_{br}
21	36,2	46,6	40,6	45,3
22	34,0	44,5	35,5	43,5
23	44,5	48,7	32,3	44,7
24	40,8	47,8	35,9	44,0
25	41,1	48,0	34,8	43,5
26	38,7	48,1	30,5	44,0
27	36,5	44,5	35,5	43,7
28	39,1	47,9	32,7	46,0
29	38,7	48,9	36,2	44,0
30	38,7	43,7	34,9	45,6
31	42,2	48,0	38,7	46,2
32	39,8	47,3	33,6	44,7
33	37,0	44,0	39,3	47,1
34	41,4	48,4	39,3	49,8

TABELA III-2

3. Faixas de argamassa armada

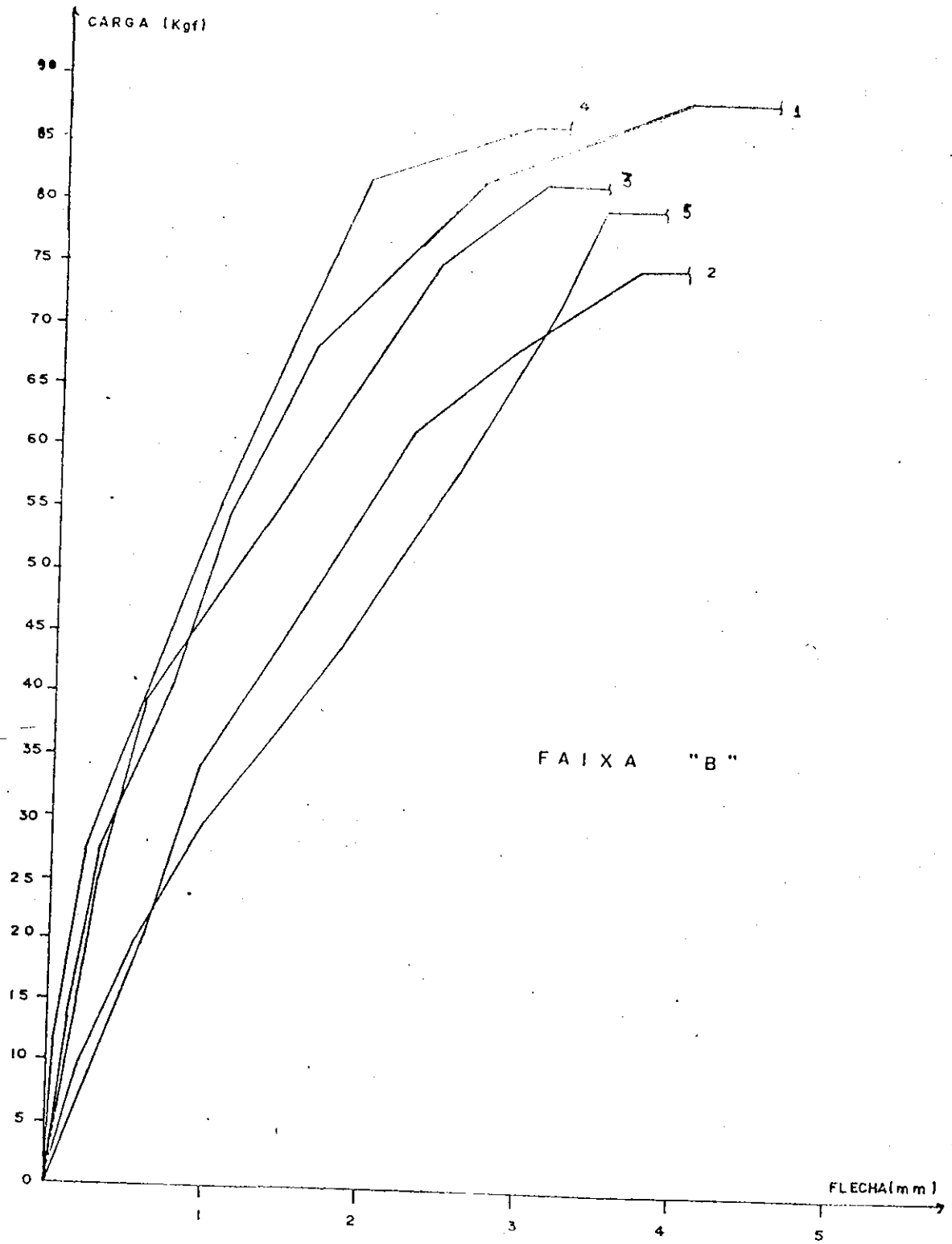
Tendo em vista a determinação experimental do momento de plastificação da secção, as faixas de argamassa armada foram ensaiadas conforme já descrito e os resultados obtidos apresentam-se a seguir.

3.1 Faixas do grupo B

Foram ensaiadas 5 faixas com porcentagem de armadura igual a 0,483% caracterizando o grupo B. Na Fig. III-1 estão traçados os diagramas Carga-Flecha obtidos através das medidas efetuadas. A Tabela III-3 seleciona, para cada faixa, dez das leituras mais significativas destas grandezas. A tabela está ordenada de tal forma que na leitura 7 estejam registradas as máximas cargas obtidas em cada ensaio.

3.2 Faixas do grupo C

Deste grupo faziam parte as faixas com porcentagem de armadura igual a 1,283%, em relação a secção transversal da peça. Embora também fossem moldadas 5 faixas, uma delas não pode ser ensaiada e por isso apresentam-se os resultados de apenas 4. Analogamente a Fig. III-2 mostra os diagramas Carga-Flecha enquanto que a Tabela III-4, seleciona 15 leituras efetuadas. Nesta tabela a leitura 12 indica as cargas máximas medidas em cada ensaio.



FAIXA "B"

FIG. III-1

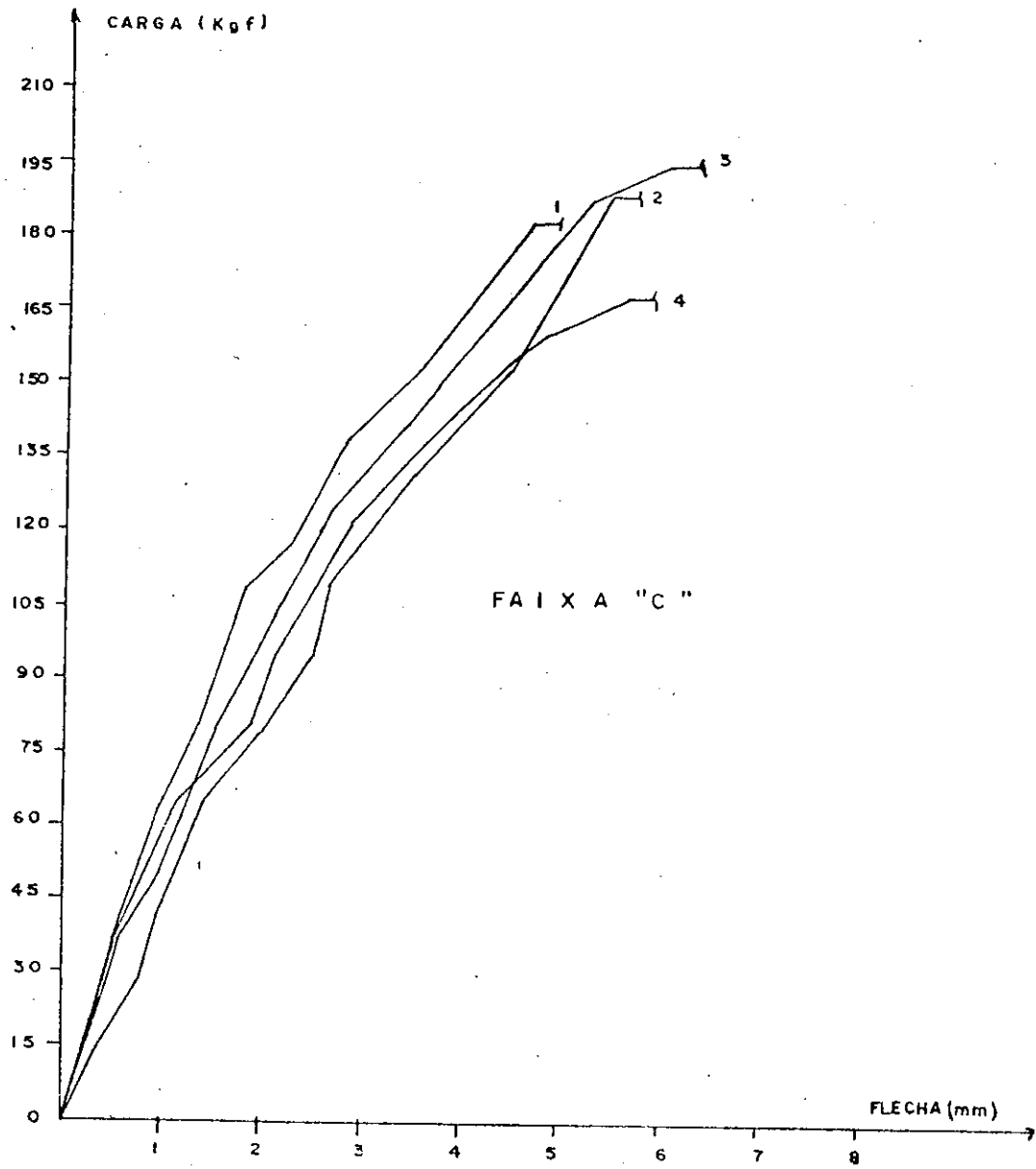


FIG. III-2

LEIT.	B-1		B-2		B-3		B-4		B-5	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1	13,6	0,14	13,8	0,40	14,9	0,17	13,6	0,08	9,9	0,22
2	27,3	0,30	20,5	0,59	24,7	0,28	27,3	0,23	19,2	0,54
3	40,9	0,77	34,1	0,94	39,3	0,58	40,9	0,53	29,1	0,97
4	54,6	1,08	43,7	1,41	53,8	1,32	54,6	0,99	43,6	1,83
5	68,3	1,60	61,4	2,26	68,3	1,82	68,3	1,44	58,1	2,56
6	81,9	2,62	68,3	2,93	75,0	2,40	81,9	1,93	72,6	3,11
7	88,7	3,95	75,0	3,64	82,8	3,26	86,3	2,93	79,9	3,43
8	81,9	3,95	68,3	3,64	68,3	5,40	80,5	2,93	74,3	3,43
9	88,9	6,73	75,0	4,80	82,8	6,59	86,2	4,90	72,6	6,43
10	78,8	6,73	65,4	4,80	66,7	6,59	79,5	4,90	79,9	8,60

TABELA III-3

LEIT.	C-1		C-2		C-3		C-4	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1	15,4	0,21	14,5	0,31	7,3	0,07	21,8	0,26
2	36,3	0,50	29,1	0,72	21,8	0,26	36,3	0,47
3	50,8	0,74	43,6	0,97	36,3	0,51	50,9	0,68
4	65,4	0,96	58,1	1,29	50,8	0,95	65,3	1,19
5	79,9	1,35	65,4	1,38	79,9	1,51	80,0	1,88
6	94,4	1,59	79,9	1,99	105,1	2,19	94,6	2,15
7	109,0	1,78	94,4	2,46	123,5	2,75	120,8	2,86
8	116,2	2,25	109,0	2,69	141,2	3,29	133,4	3,42
9	138,0	3,55	130,8	3,48	159,8	4,14	144,2	3,92
10	152,6	3,81	152,6	4,47	174,4	4,69	154,7	4,46
11	167,1	4,14	181,6	5,19	188,9	5,25	159,2	4,83
12	181,6	4,64	188,9	5,39	194,7	6,14	167,1	5,64
13	174,4	5,30	165,4	5,87	170,0	6,85	149,7	6,13
14	181,6	5,80	188,9	6,20	194,7	7,32	167,1	7,05
15	167,1	7,93	154,3	6,68	167,0	8,00	143,1	8,12

TABELA III-4

4. Lajes

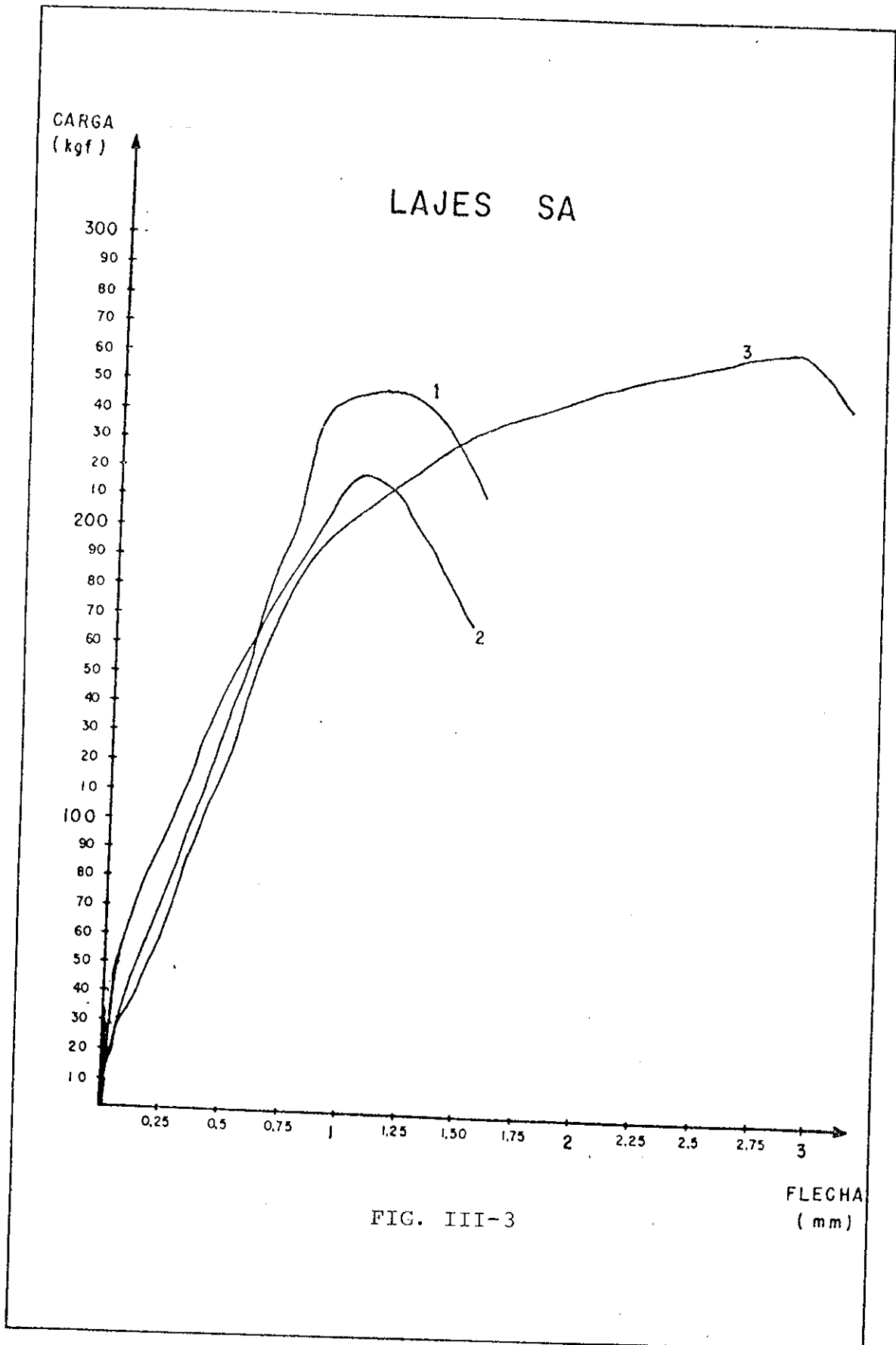
Como inicialmente previsto, foram obtidos dados referentes à capacidade portante dos modelos de lajes através da medida da carga concentrada aplicada. As fissuras observadas em cada estágio do ensaio foram também anotadas para a caracterização da configuração de ruína de todas as lajes. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

4.1. Diagramas Carga-Flecha:

Para todas as lajes, agrupados num mesmo gráfico os modelos com idênticas características, são mostrados nas páginas seguintes os diagramas que relacionam a carga concentrada aplicada e a correspondente flecha medida sob o ponto de aplicação da carga, nas várias etapas de carregamento durante o ensaio. As fases descendentes dos diagramas correspondentes às lajes sem armadura foram traçadas unindo-se os pontos representativos dos valores carga-flecha anotados depois que os modelos perdiam parte da capacidade portante.

Desse modo, as figuras seguintes representam os grupos de modelos SA, CA, SB, CB, SC e CC, respectivamente.

A laje CC-1, devido a contratempo surgido no equipamento, teve seu ensaio paralisado a partir de certo instante e por isso apresenta-se para ela apenas um resultado parcial.



Lajes SA : contorno livremente apoiado, sem armadura.

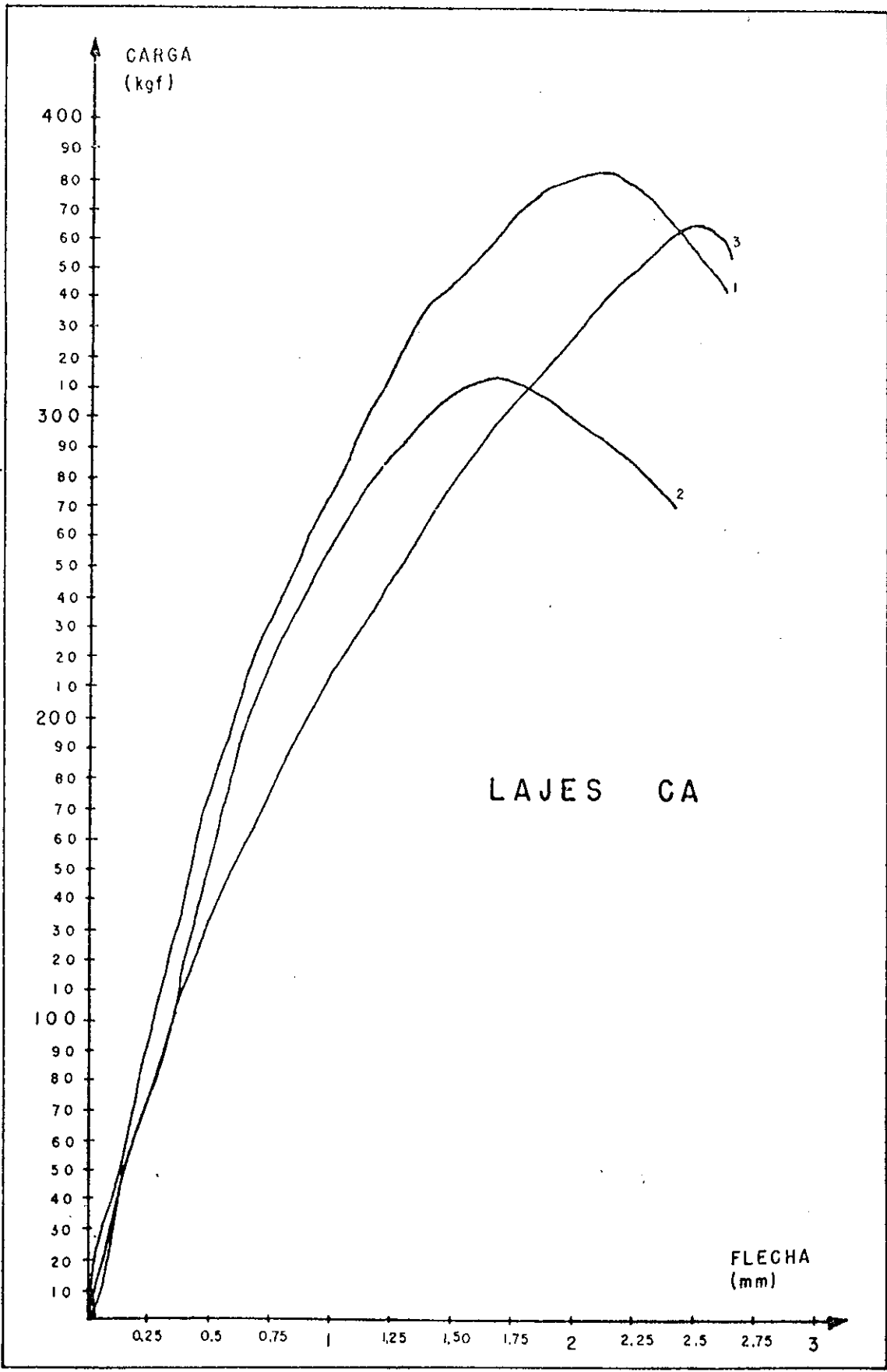
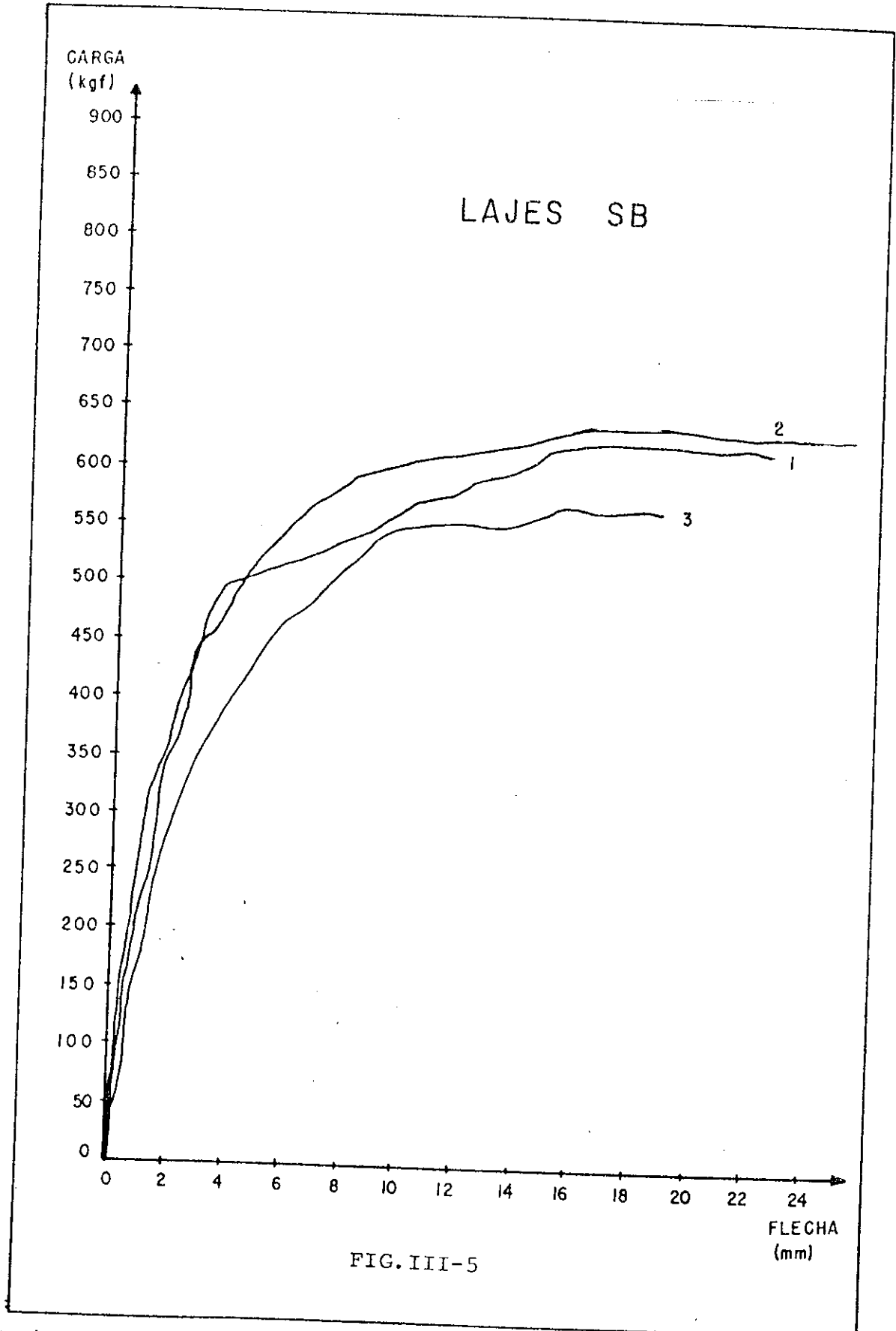
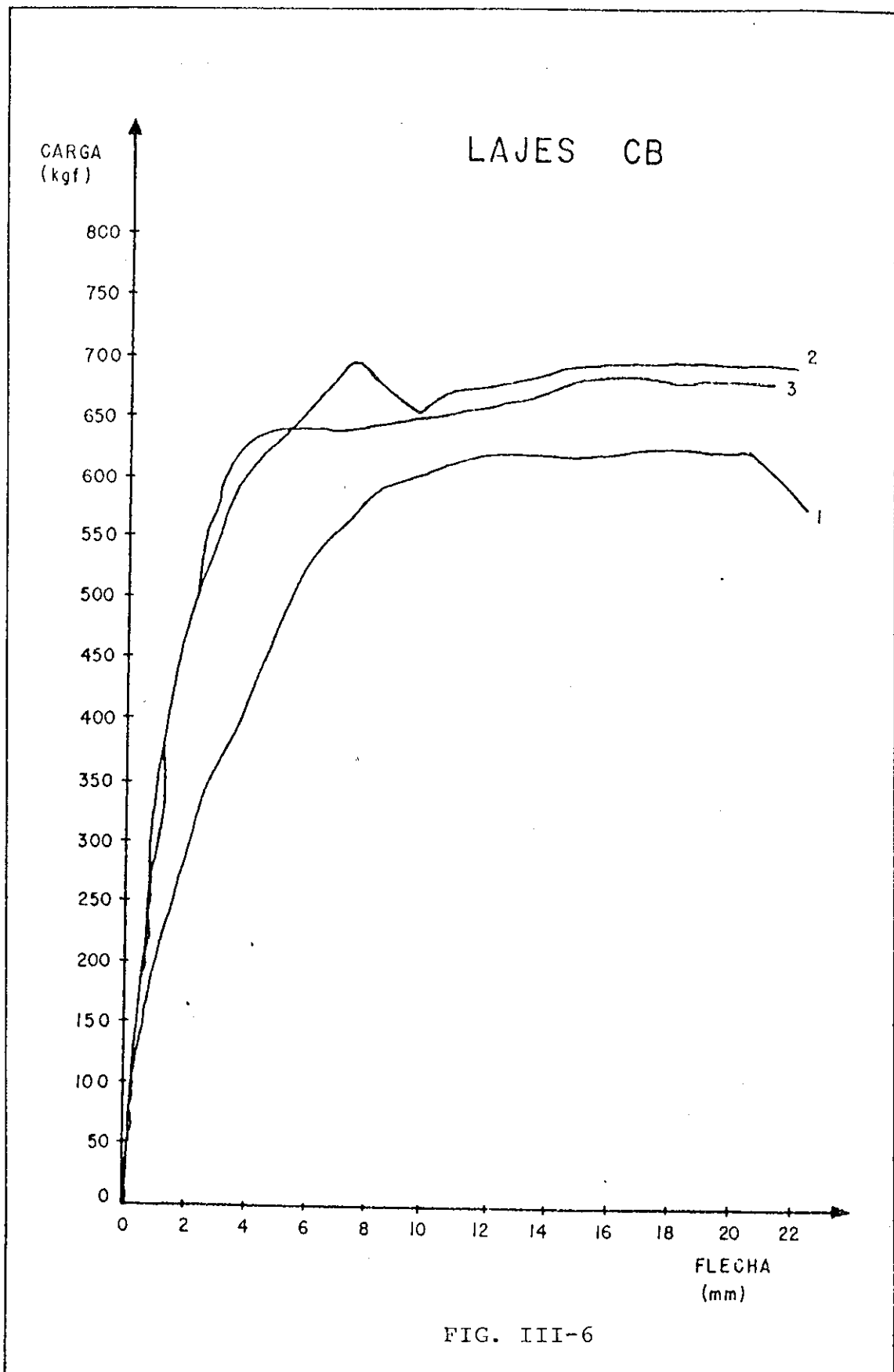


FIG. III-4

Lajes CA : contorno com vínculos que impedem deslocamentos no plano da laje, sem armadura.



Lajes SB : contorno livremente apoiado, porcentagem de arma-
dura igual a 0,483 %.



Lajes CB : contorno com vínculos que impedem deslocamentos no plano da laje, porcentagem de armadura 0,483%.

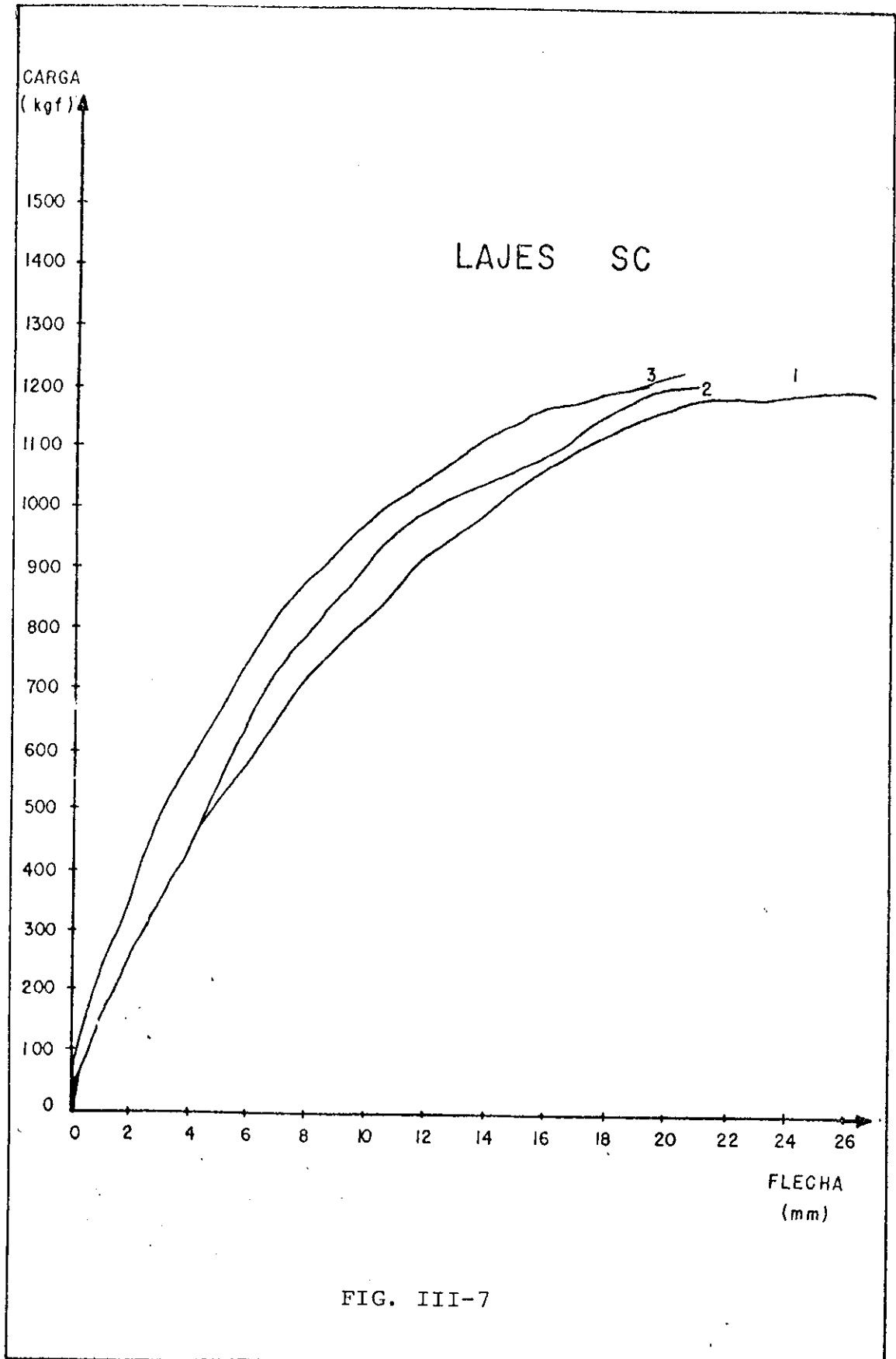
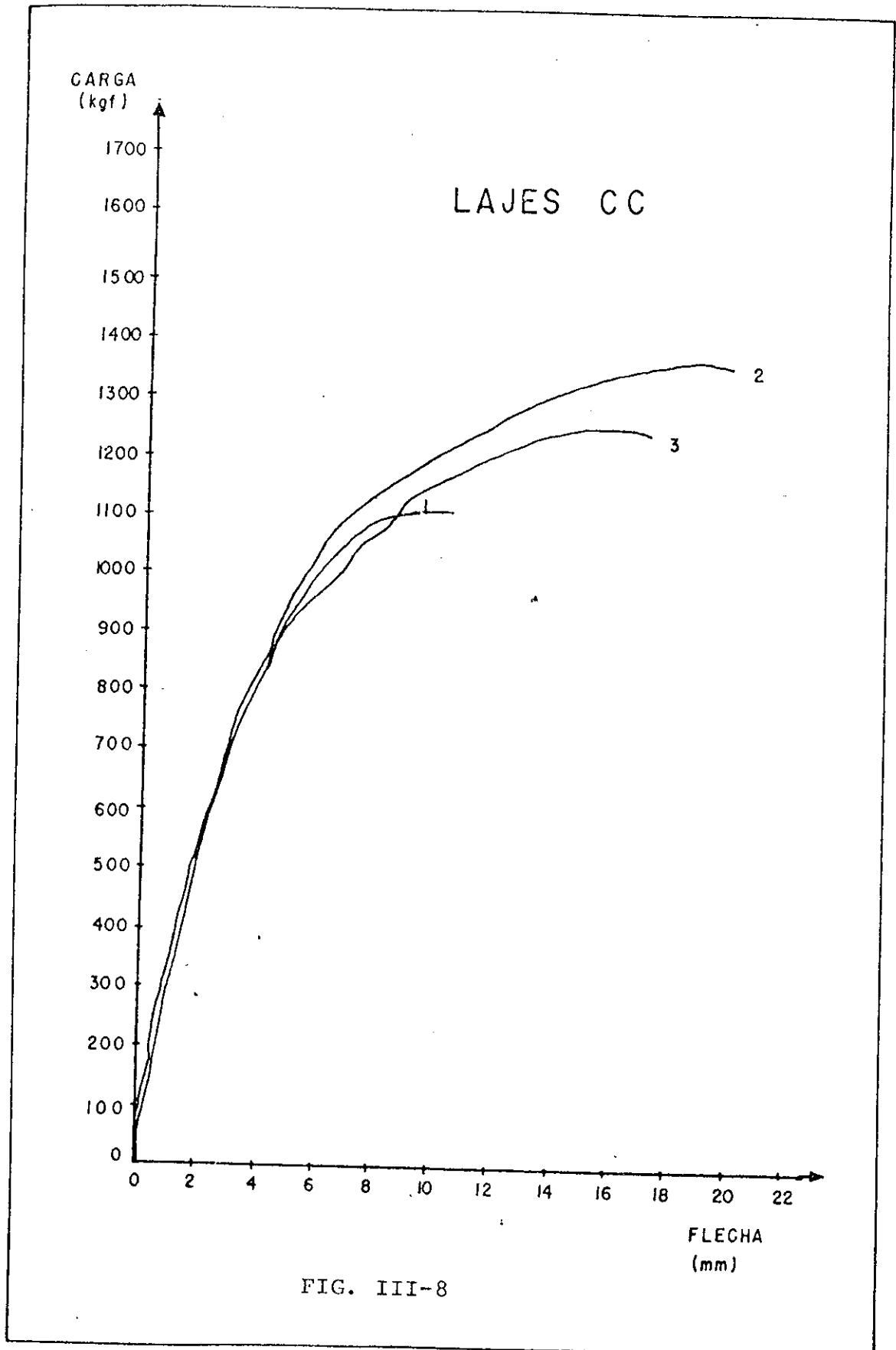


FIG. III-7

Lajes SC : contorno livremente apoiado, porcentagem de arma
dura igual a 1,283 %.



Lajes CC : contorno com vínculos que impedem deslocamentos no plano da laje, porcentagem de armadura 1,283%.

4.2. Configurações de Ruína

Apresentam-se a seguir, em desenhos na escala 1:5, as reproduções dos modelos com a formação das fissuras numeradas em sequência, de acordo com a ordem de aparecimento no ensaio.

Para as lajes do grupo A, sem armadura, estão representadas as faces inferiores, isto é, as fissuras denominadas positivas. Até certo estágio de carregamento não tivemos nessas lajes a formação de fissuras negativas. Somente após adiantado estado de deformação da laje surgiram fissuras na face superior, localizadas, entretanto, na mesma posição das positivas iniciais, o que significa, sem dúvida, que estas, já com grande abertura na face inferior, haviam atingido a outra face. Desse modo as configurações apresentadas podem ser entendidas tanto para a face inferior, inicialmente, como para a face superior, ao final do ensaio. Para as lajes CA, entretanto, havia a formação de charneira negativa aproximadamente circular como pode ser vista, para a laje CA-3, através da fotografia F-6. Estas charneiras, no entanto, só ocorriam após a perda quase que total da capacidade portante da laje.

Para as lajes tipo B e C, entretanto, apresentam-se apenas reproduzidas as faces superiores, com as fissuras negativas. Nesses modelos, para as faces inferiores preferiu-se mostrá-las, algumas, através de fotografias da configuração final pois uma reprodução fiel, devido ao grande número de fissuras situadas muito próximas umas das outras, seria quase que impossível e, mesmo assim, não apresentaria vantagem sobre a maneira escolhida.

Cada configuração é acompanhada de tabela relacionando a carga, em kgf, e a flecha, em mm, correspondentes ao estágio do ensaio no qual a fissura já se encontrava assinalada sobre o modelo.

Para melhor noção da localização das fissuras a reprodução de cada modelo é apresentada quadriculada de 10 em 10 cm. As distâncias de alguns pontos das fissuras ao centro geométrico da laje são também indicadas nos modelos dos grupos B e C.

LAJE SA-1

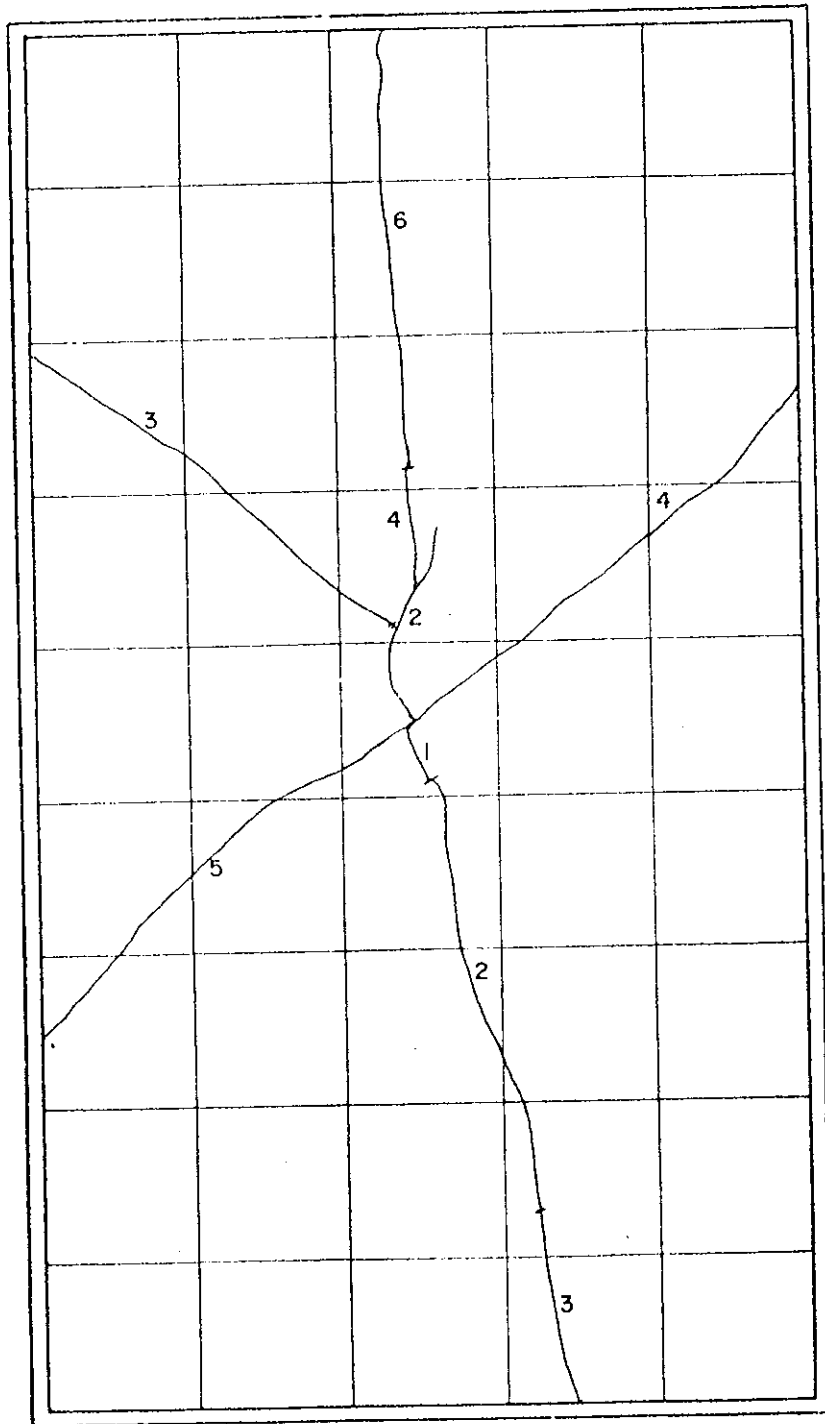


FIG. III-9

LAJE SA-2

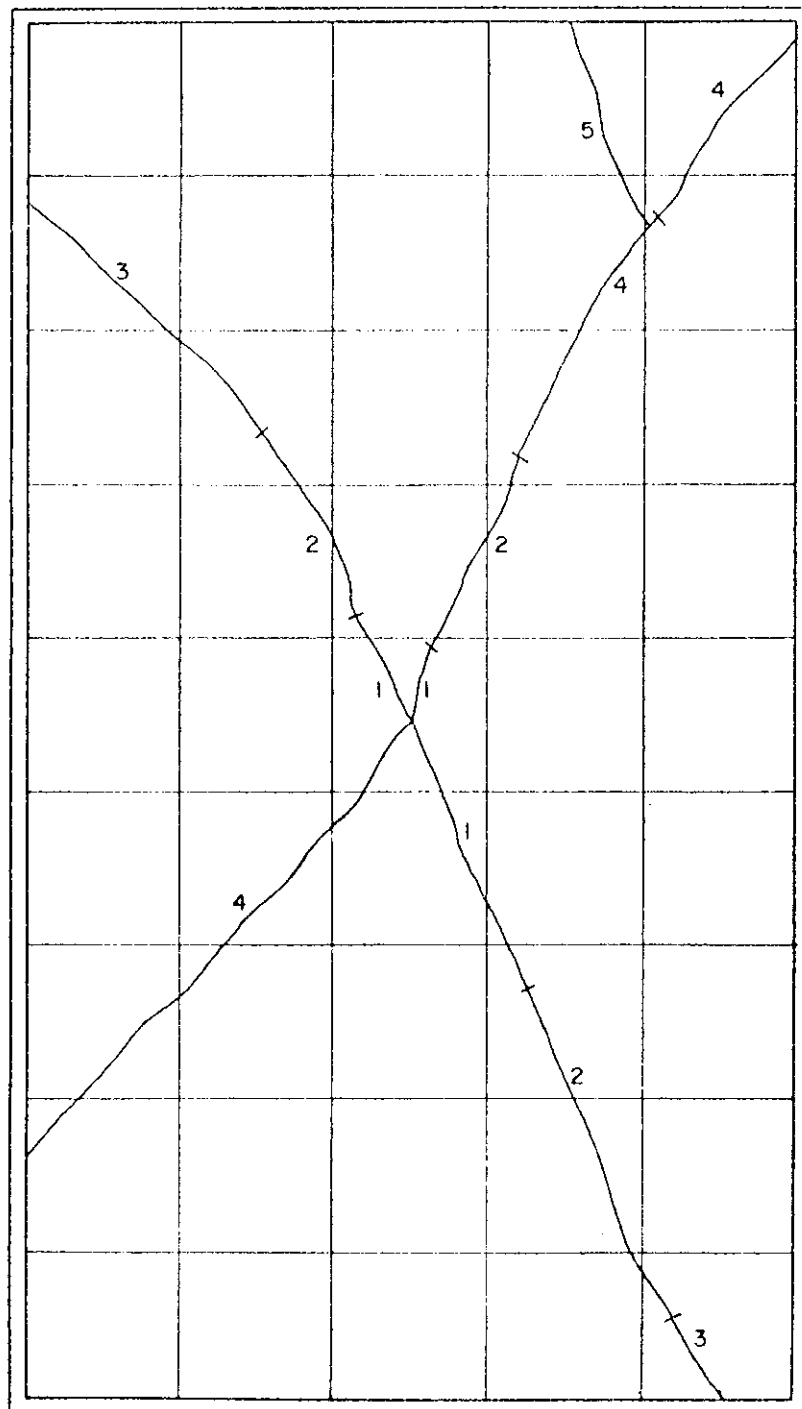


FIG. III-10

LAJE SA-3

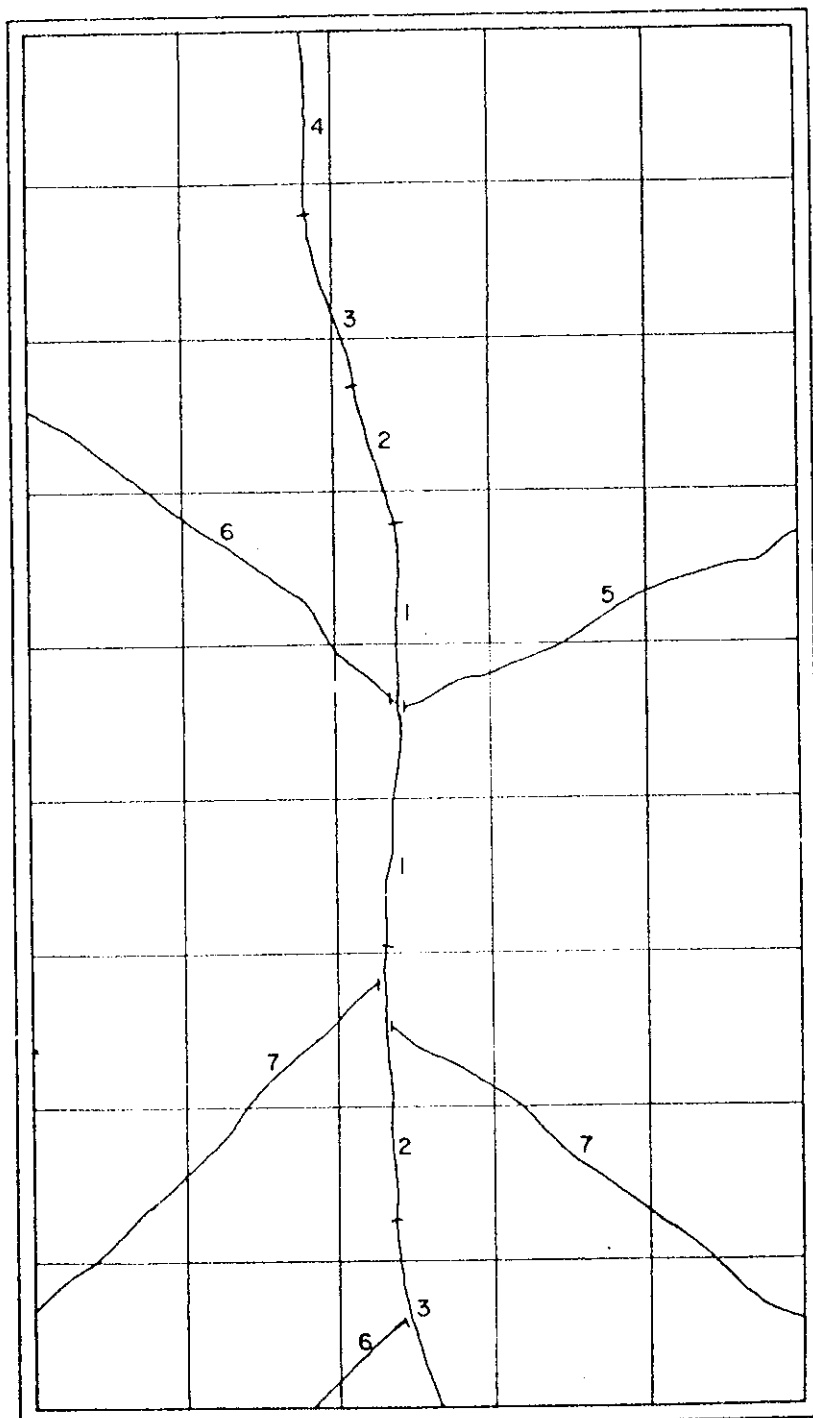


FIG. III-11

LAJE CA-1

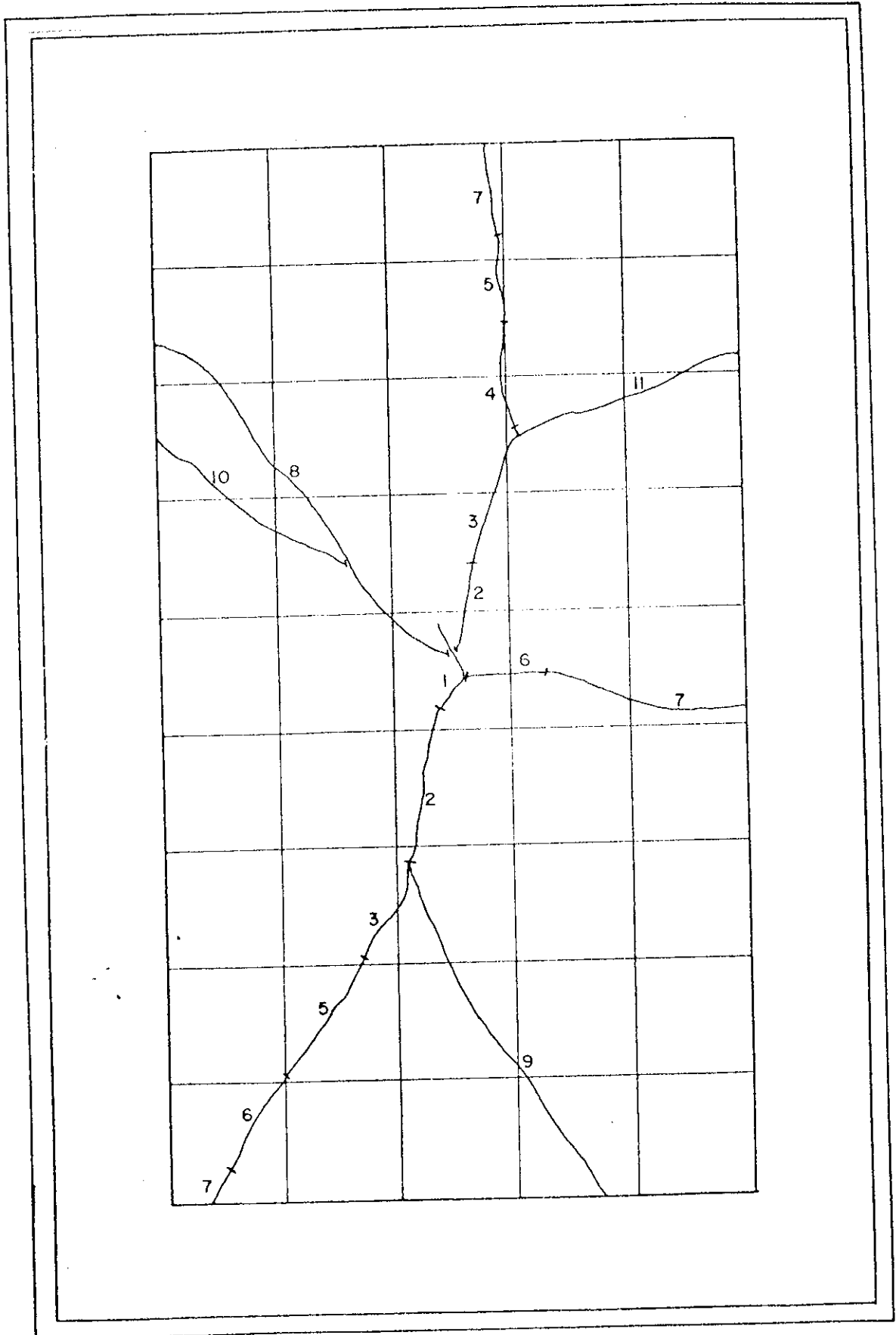


FIG. III-12

LAJE CA-2

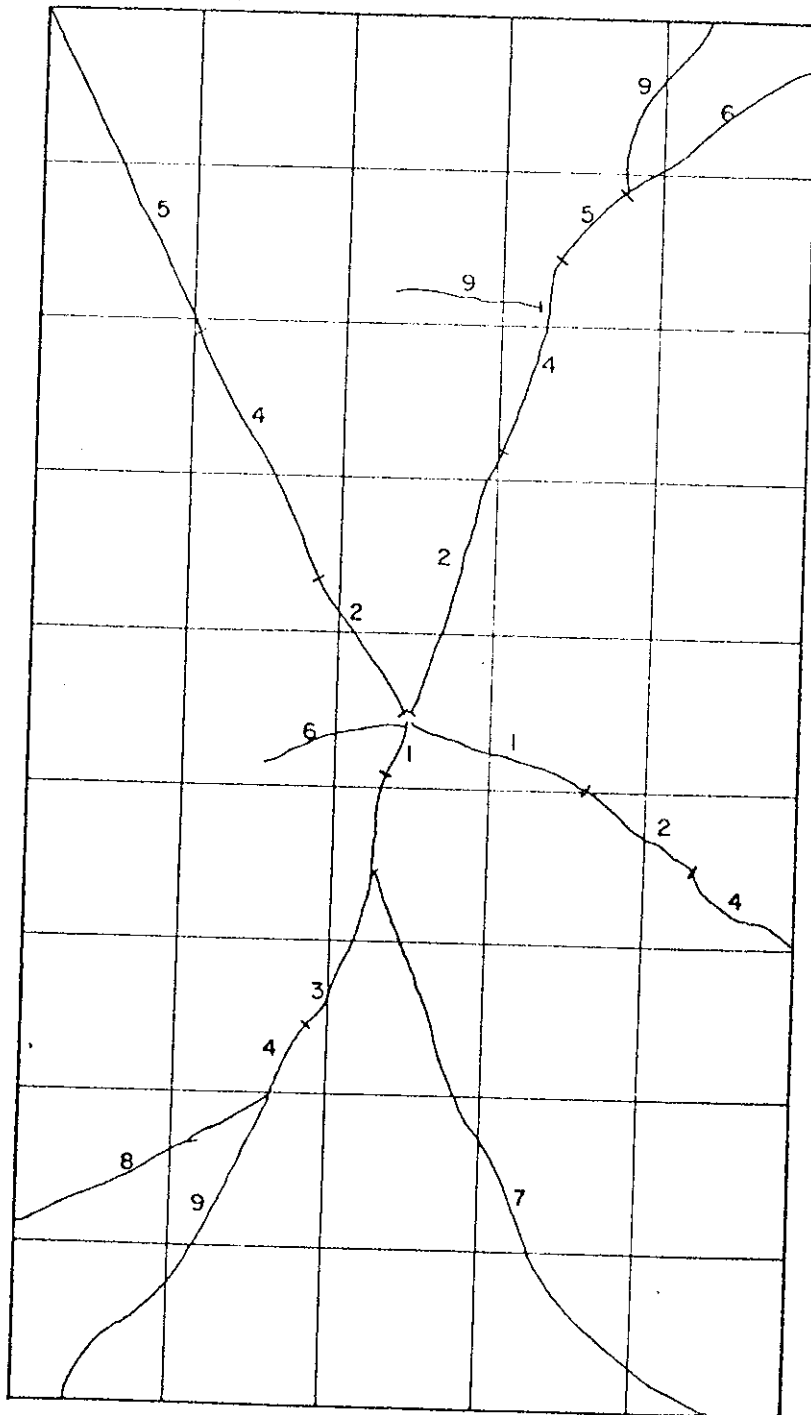


FIG. III-13

LAJE CA-3

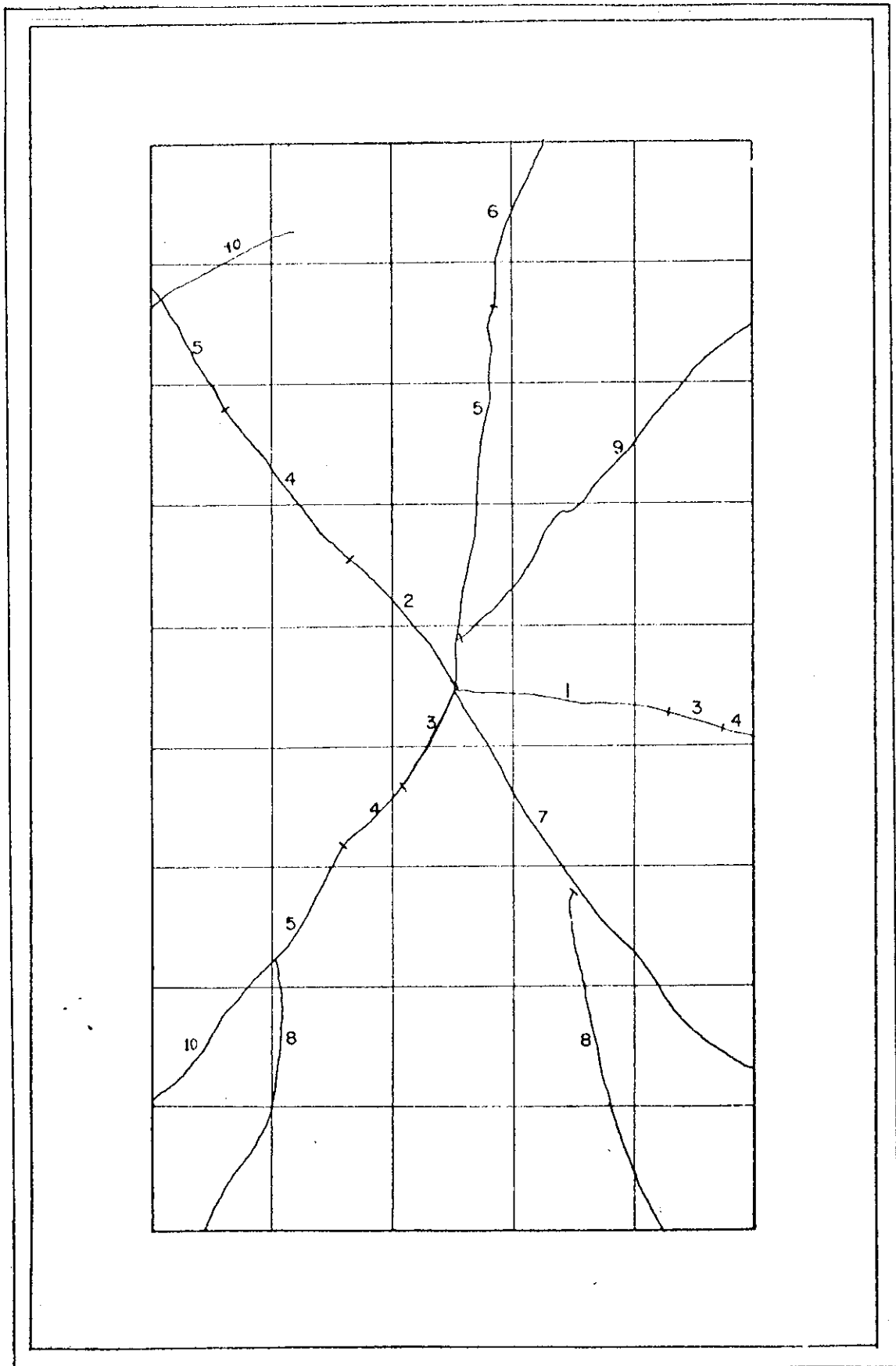


FIG. III-14

LAJE SB-I

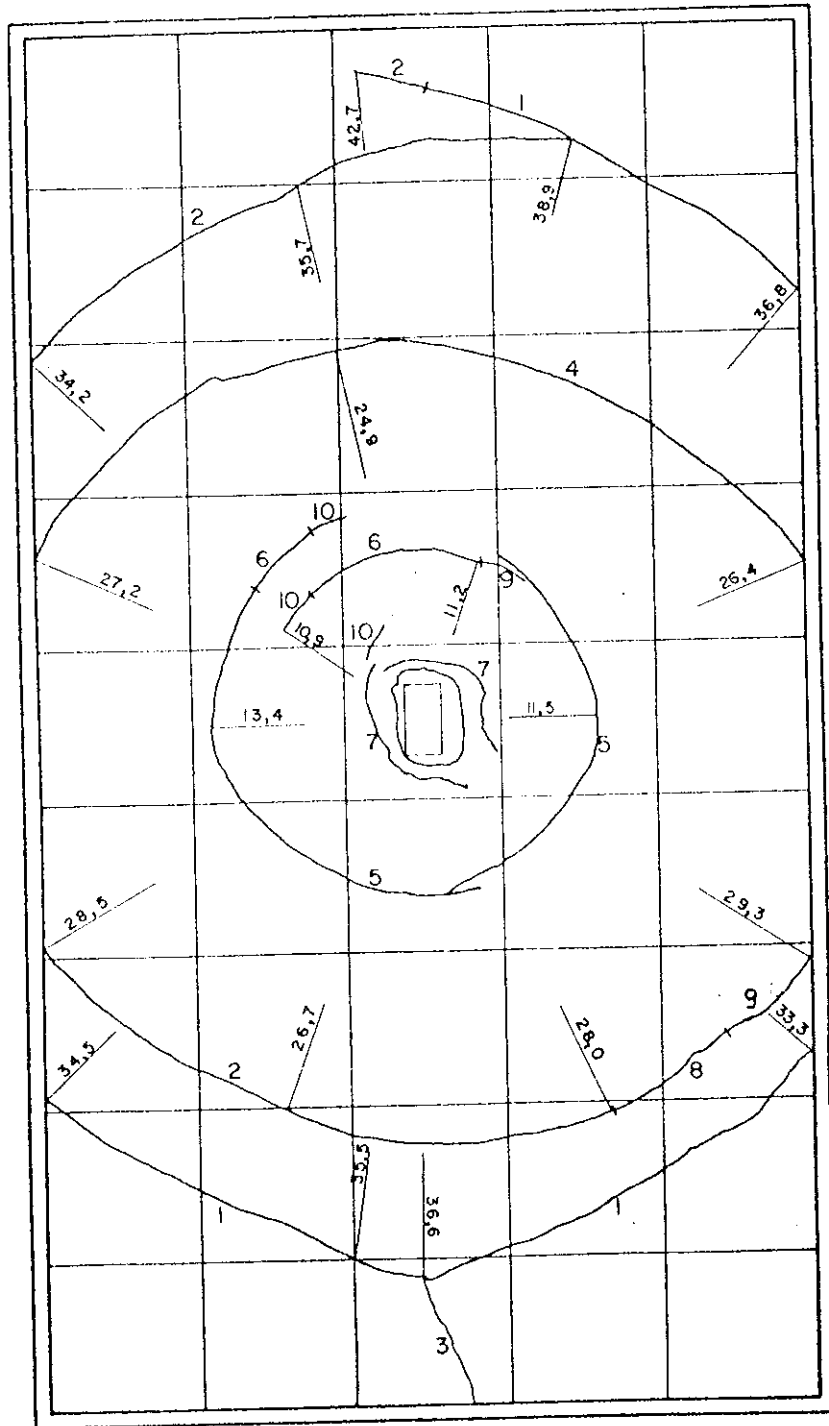


FIG. III-15

LAJE SB-2

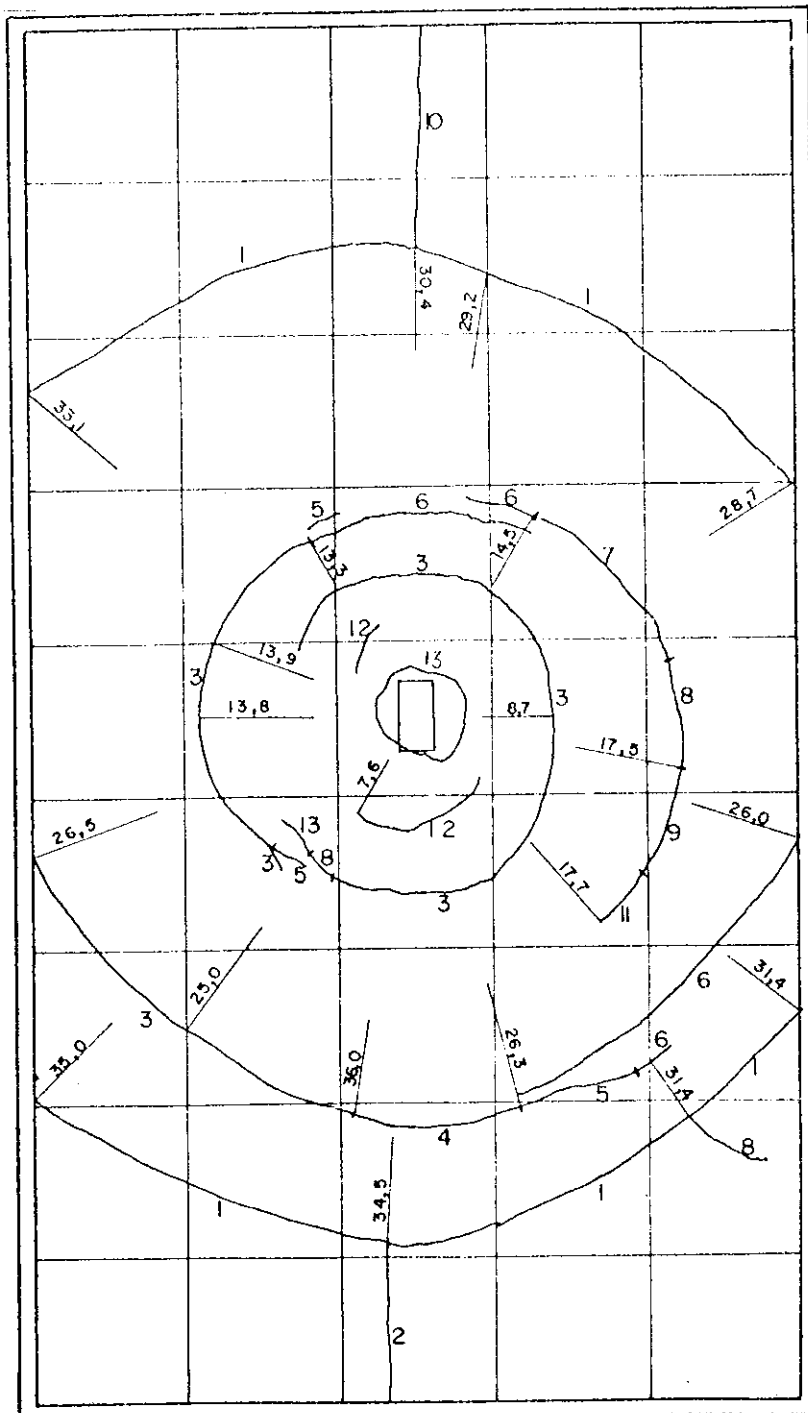


FIG. III-16

LAJE SB - 3

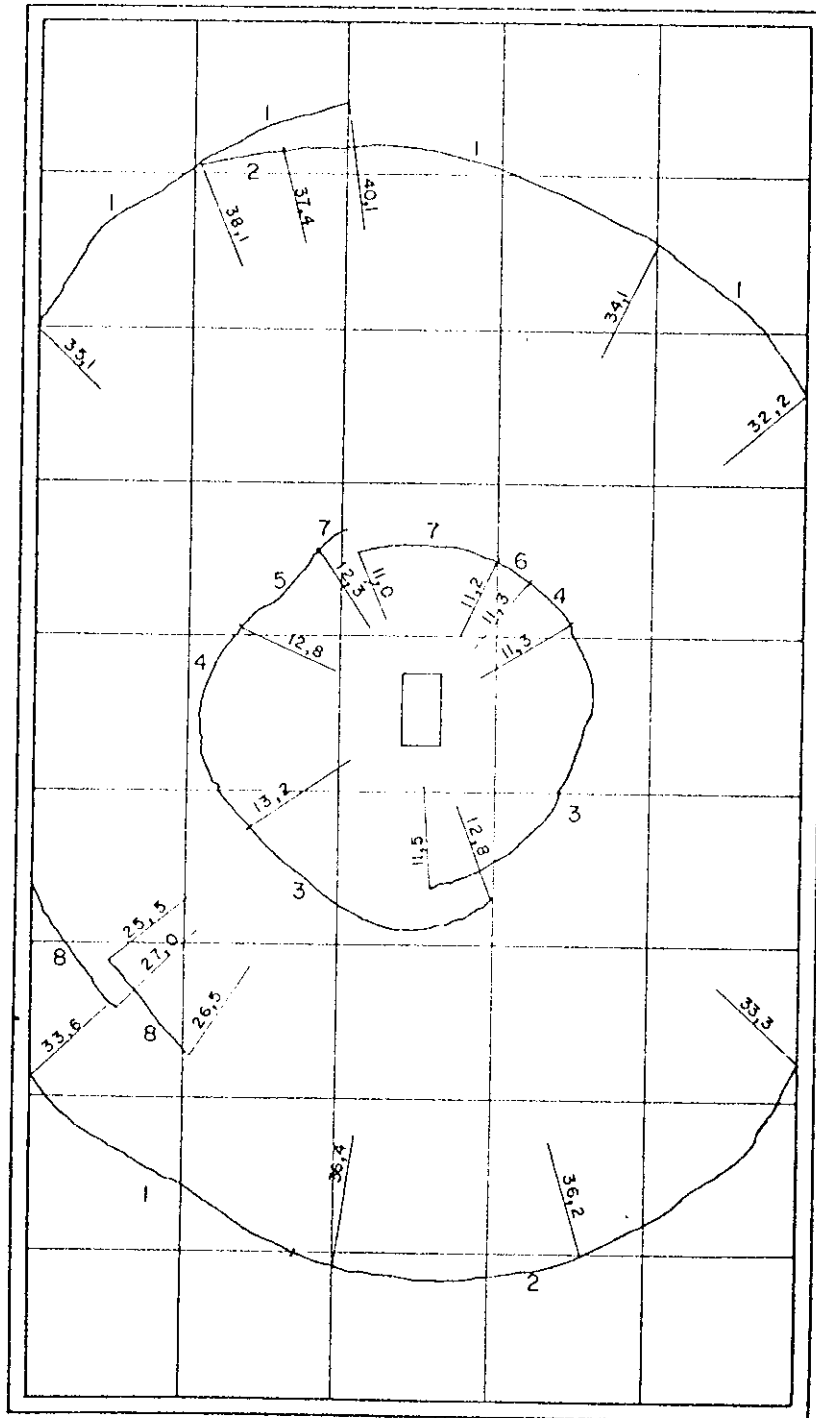


FIG. III-17

LAJE CB-1

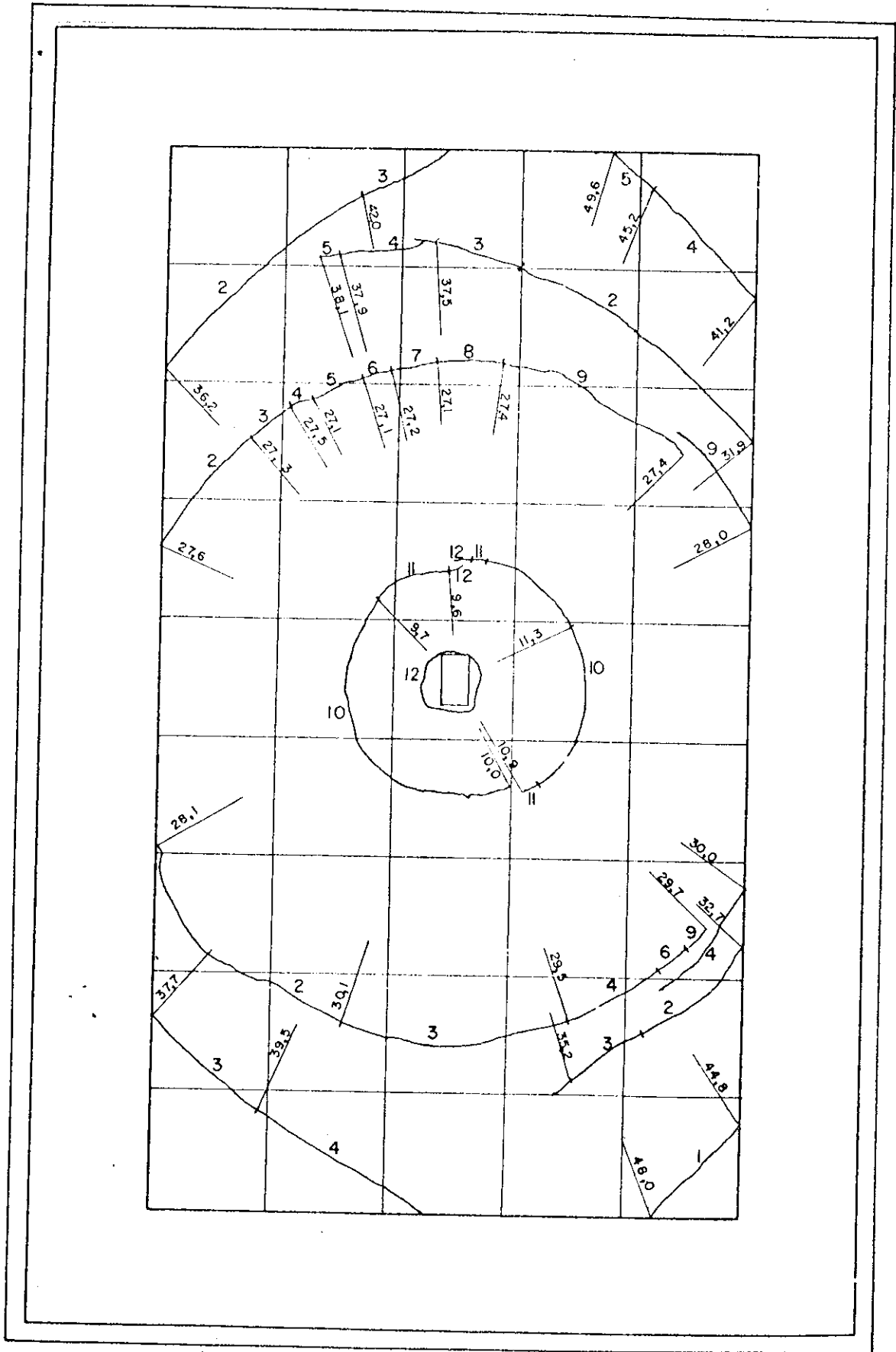


FIG. III-18

LAJE CB-2

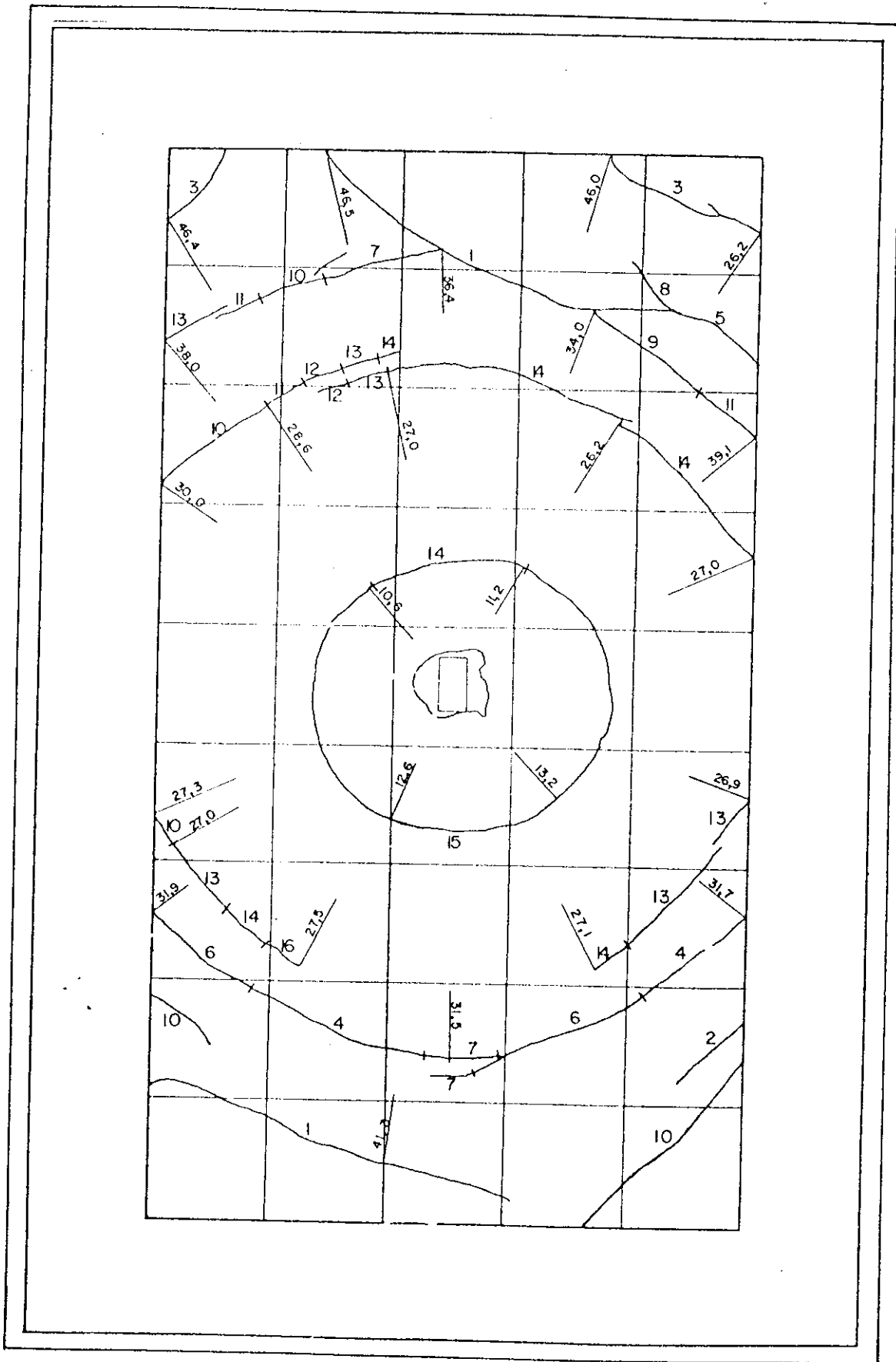


FIG. III-19

LAJE CB-3

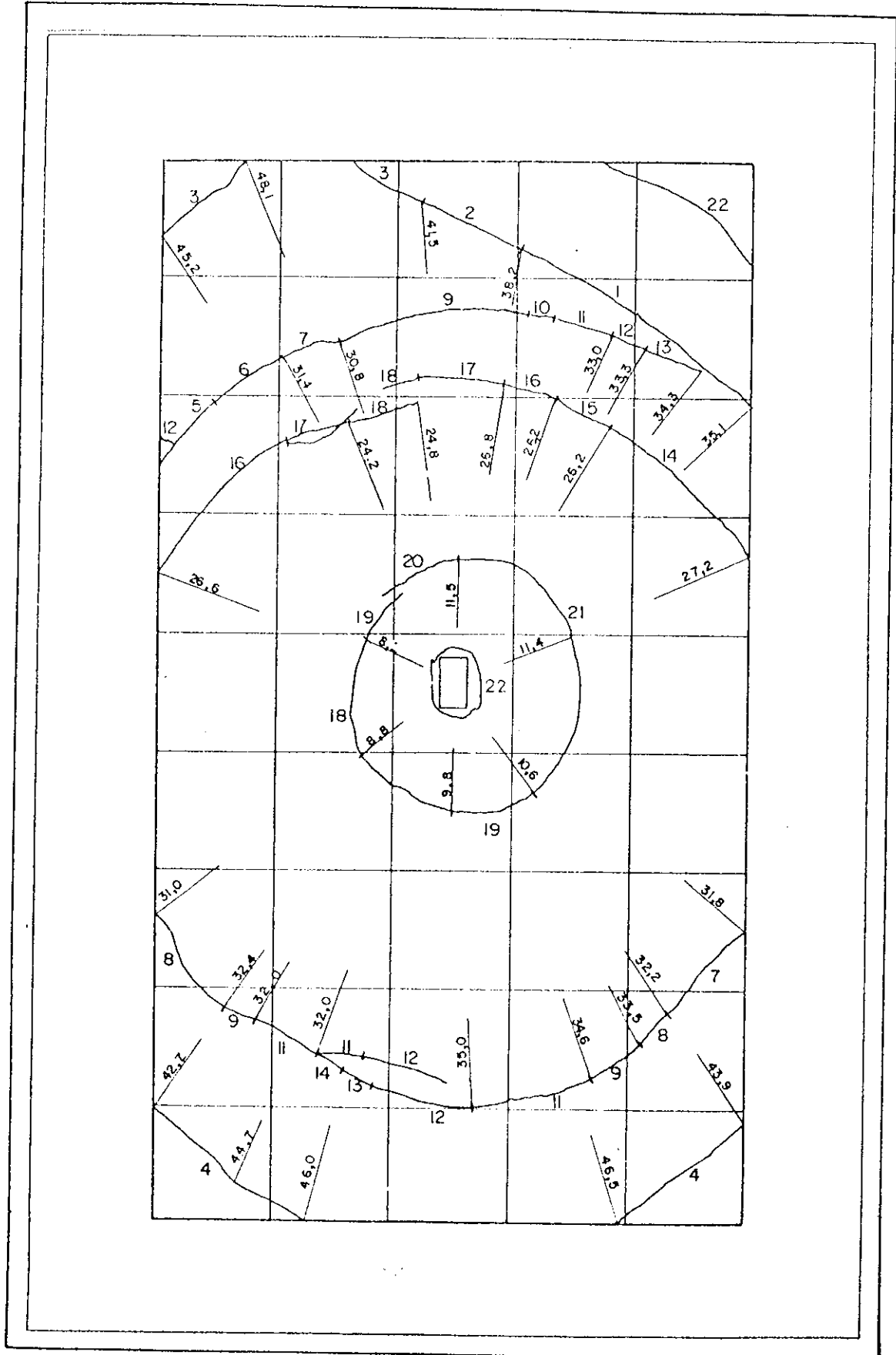


FIG. III-20

LAJE SC-1

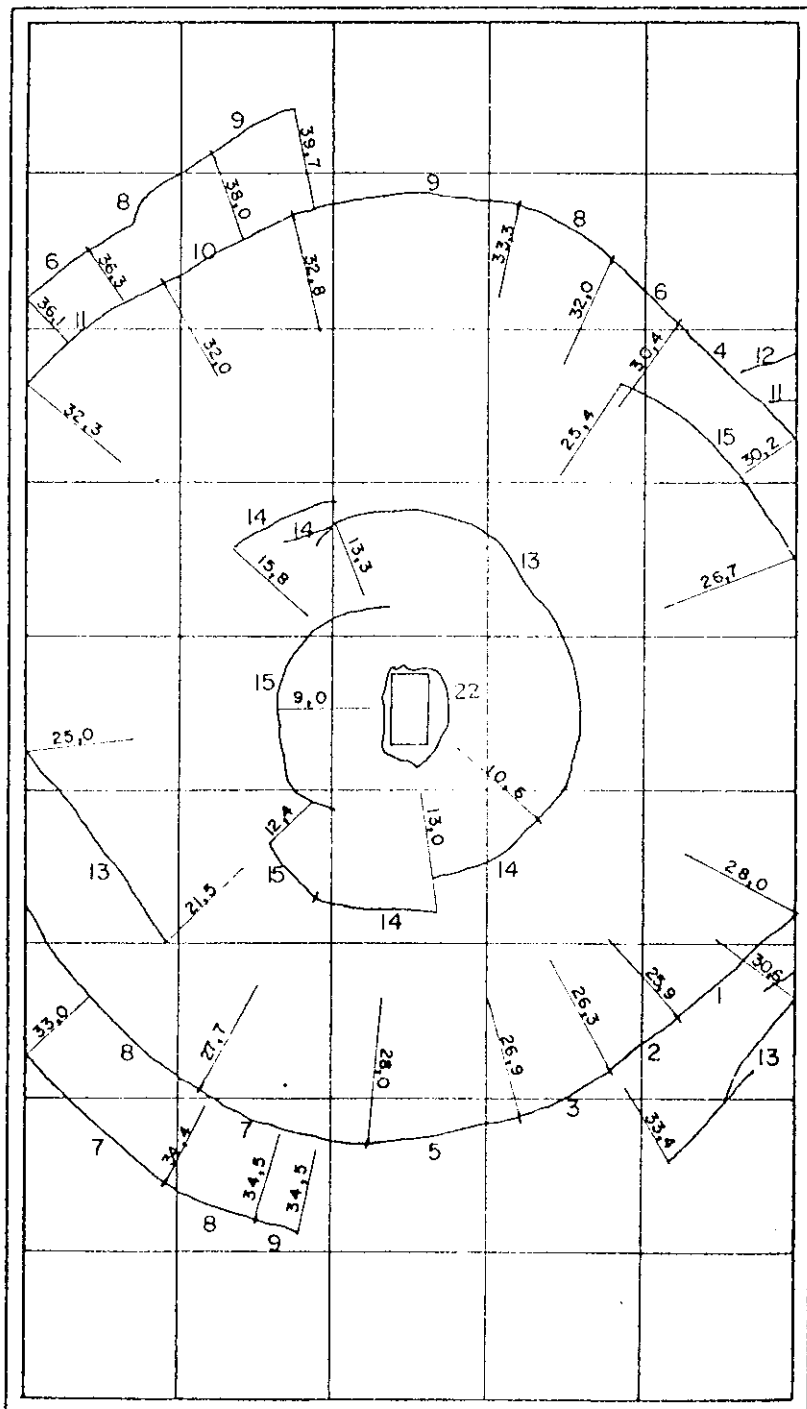


FIG. III-21

LAJE SC-2

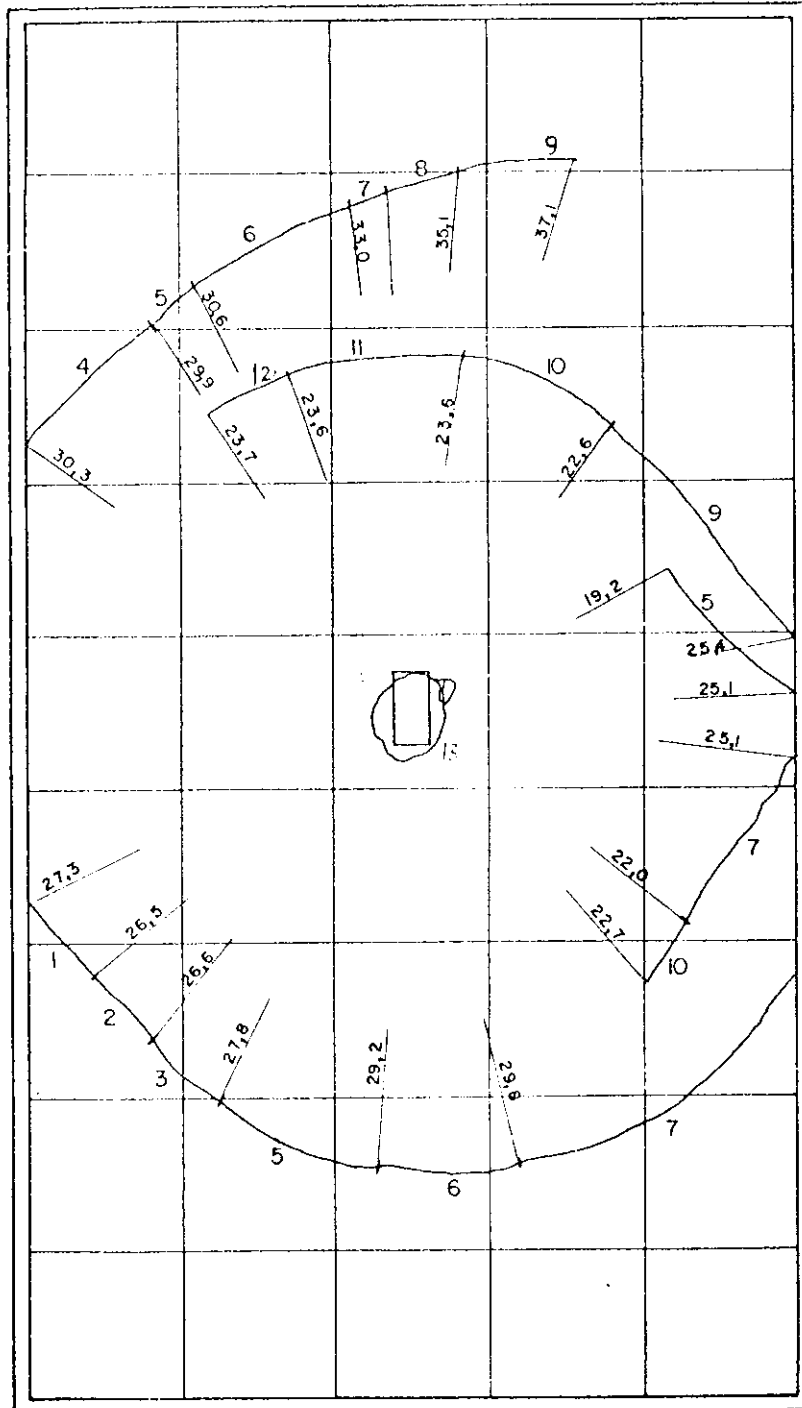


FIG. III-22

LAJE SC-3

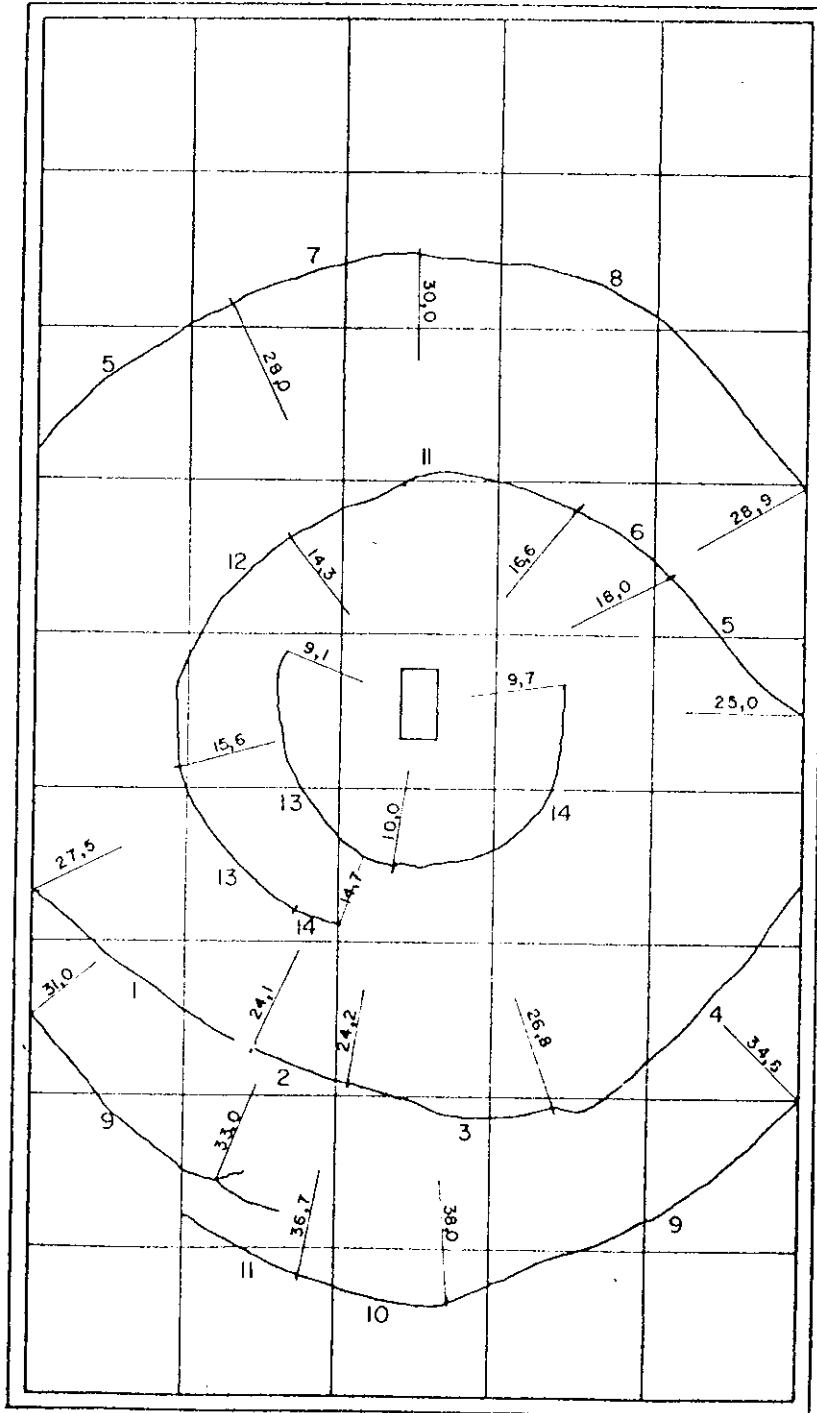


FIG. III-23

LAJE CC-1

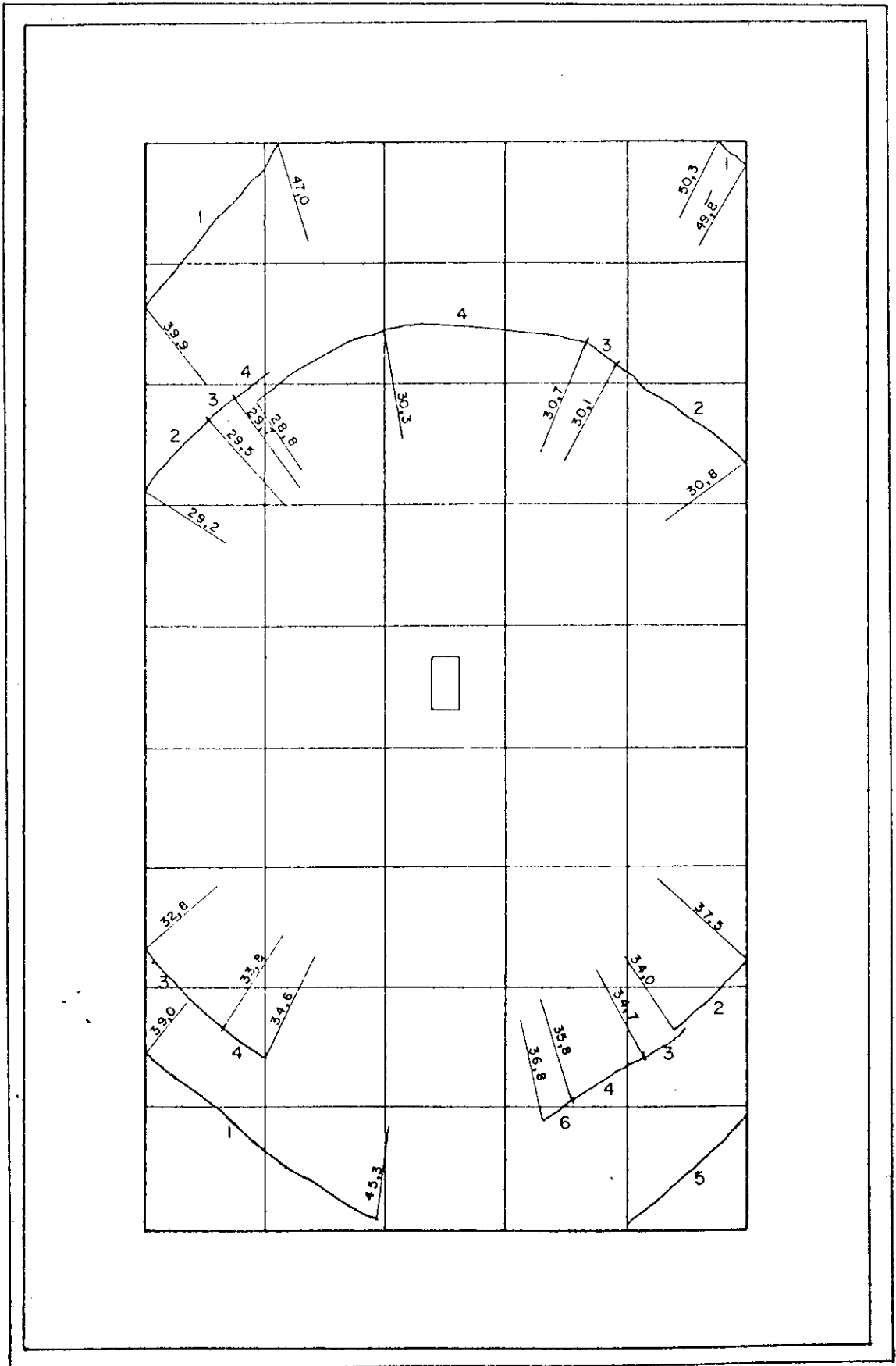


FIG. III-24

LAJE CC-2

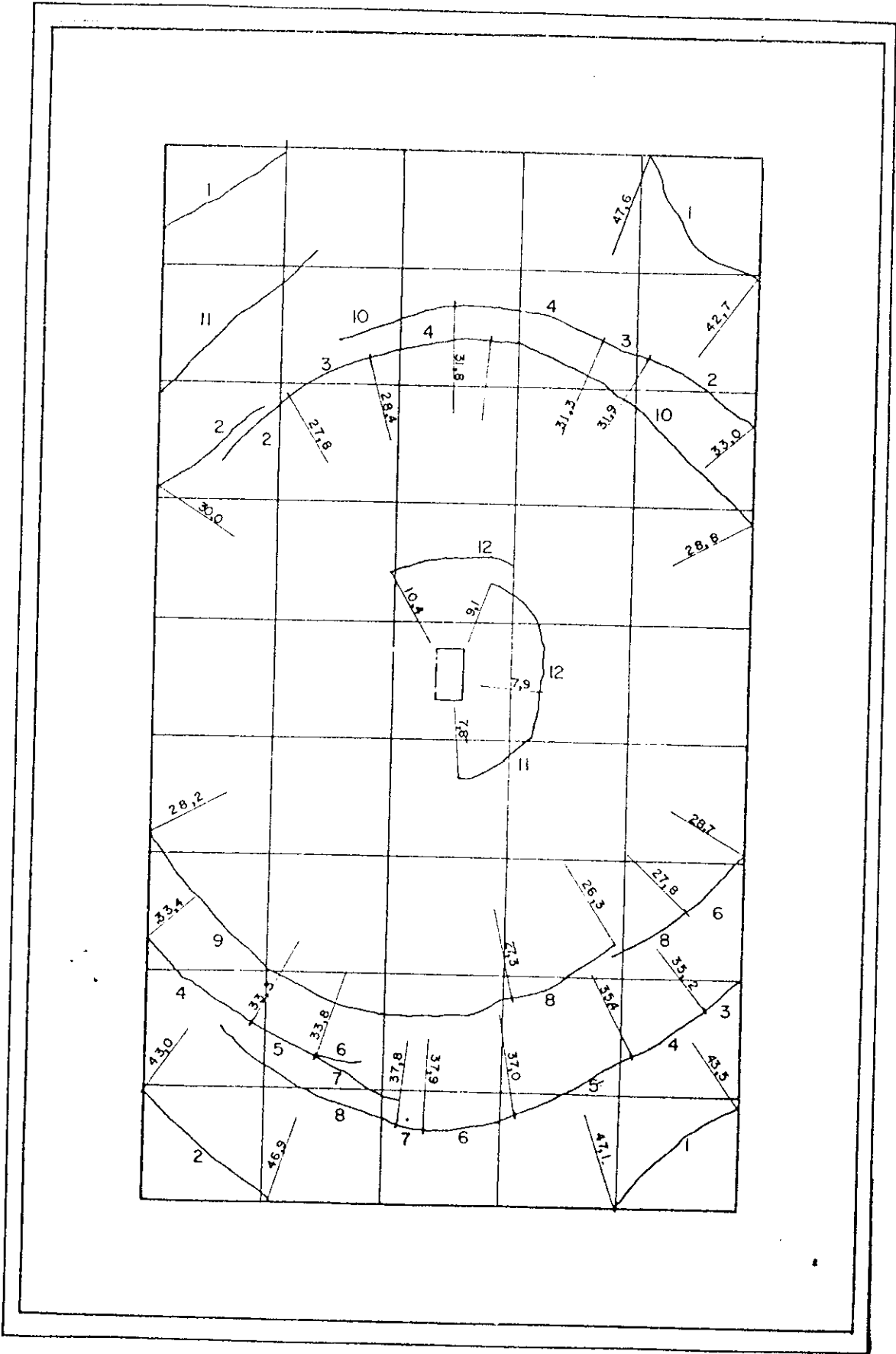


FIG. III-25

LAJE CC-3

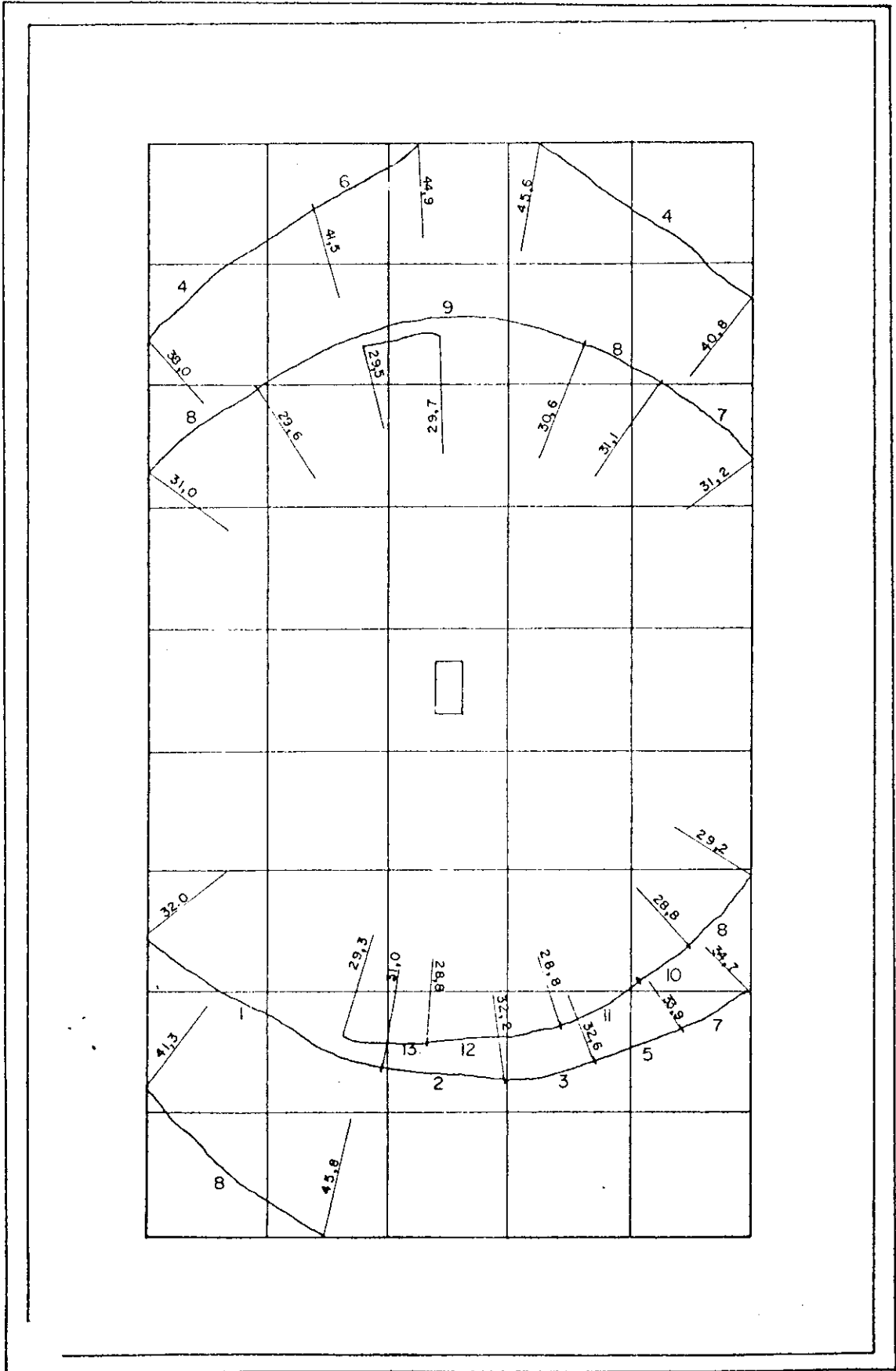


FIG. III-26

TABELA III-5

FISSURAS	LAJE SA-1		LAJE SA-2		LAJE SA-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1	239,7	0,87	217,9	1,05	193,2	0,88
2	247,0	1,24	187,4	1,17	188,9	1,15
3	152,6	1,83	145,3	1,82	164,1	1,39
4	52,0	3,36	94,4	2,53	164,1	1,56
5	52,0	4,68	74,1	7,31	207,8	2,24
6	37,0	5,13			264,4	2,88
7					77,0	5,14

FISSURAS	LAJE CA-1		LAJE CA-2		LAJE CA-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1	257,2	0,90	276,1	1,17	152,6	0,77
2	286,2	1,10	305,1	1,46	188,9	0,87
3	344,4	1,50	312,4	1,65	217,9	1,03
4	358,9	1,66	308,1	1,78	247,0	1,29
5	373,4	1,87	261,5	2,77	232,5	1,91
6	373,4	2,16	174,5	3,36	363,2	2,54
7	348,7	2,61	159,8	5,69	203,4	3,15
8	329,8	3,15	130,8	6,86	145,3	5,79
9	271,7	3,80	98,7	9,27	116,2	6,58
10	177,3	5,60			87,2	14,53
11	133,7	7,19				

TABELA III-6

FISSURAS	LAJE SB-1		LAJE SB-2		LAJE SB-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1 ^{as} POSITIVAS	416,3	2,56	300,3	1,58	276,1	2,00
1	470,9	4,15	587,0	8,02	552,1	10,70
2	498,2	7,03	614,3	12,23	552,1	11,38
3	566,5	9,92	633,0	19,72	566,7	15,23
4	593,8	12,80	627,9	20,27	566,7	15,71
5	586,9	17,91	627,9	20,93	559,4	16,22
6	621,1	20,29	627,9	22,68	566,7	17,06
7	625,1	20,80	627,9	23,15	566,7	17,54
8	593,8	21,02	627,9	23,72	566,7	18,47
9	600,6	21,44	627,9	24,04		
10	600,6	22,63	627,9	24,52		
11			627,9	25,12		
12			627,9	25,44		
13			627,9	26,04		

TABELA III-7

FISSURAS	LAJE CB-1		LAJE CB-2		LAJE CB-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1 ^{as} POSITIVAS	307,1	2,29	384,9	1,41	363,3	1,46
1	511,9	5,85	521,4	2,60	523,1	2,46
2	593,8	8,68	548,7	3,03	581,2	3,06
3	573,3	10,38	630,6	5,18	610,3	3,64
4	580,1	11,44	657,9	6,18	610,3	5,19
5	587,0	12,34	692,1	7,48	624,8	6,94
6	600,6	12,97	644,3	9,93	639,3	8,05
7	621,1	13,54	644,3	10,68	639,3	8,63
8	614,3	14,60	671,6	11,20	644,2	9,42
9	621,1	16,04	671,6	12,50	649,5	9,95
10	621,1	19,76	685,2	14,31	653,8	10,56
11	627,9	20,50	692,0	15,12	646,6	11,30
12	580,1	22,61	692,0	16,90	661,1	12,33
13			692,0	18,98	665,0	13,18
14			692,0	20,18	682,9	14,72
15			692,0	21,78	682,9	15,35
16					682,9	16,19
17					682,9	16,89
18					682,9	17,46
19					675,6	18,10
20					675,6	19,69
21					675,9	20,50
22					675,9	21,30

TABELA III-8

FISSURAS	LAJE SC-1		LAJE SC-2		LAJE SC-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1 ^{as} POSITIVAS	514,4	5,00	377,8	3,33	656,8	4,89
1	834,0	10,05	755,6	7,11	773,0	6,19
2	863,1	10,69	784,6	7,68	860,2	7,51
3	921,2	12,23	871,8	9,19	918,3	8,61
4	950,3	12,89	900,1	9,82	947,4	9,18
5	979,3	13,46	959,0	10,80	961,9	10,01
6	979,3	13,98	1007,1	12,45	990,9	10,43
7	993,8	14,54	1031,6	13,46	1020,0	10,96
8	1052,0	15,51	1031,6	14,00	998,2	11,36
9	1052,0	16,52	1094,0	16,09	1150,8	16,22
10	1066,5	16,93	1105,0	16,64	1179,8	17,13
11	1095,6	17,73	1147,9	18,48	1179,8	17,60
12	1168,2	22,65	1198,8	19,87	1179,8	18,19
13	1153,7	24,38	1206,0	20,53	1208,9	18,79
14	1197,3	25,25			1208,9	19,81
15	1197,3	26,25				

TABELA III-9

FISSURAS	LAJE CC-1		LAJE CC-2		LAJE CC-3	
	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA	CARGA	FLECHA
	kgf	mm	kgf	mm	kgf	mm
1 ^{as} POSITIVAS	569,0	2,02	675,6	3,19	628,2	2,58
1	850,0	4,48	864,5	4,69	805,2	3,96
2	980,8	5,98	1024,4	6,61	905,2	4,70
3	1038,9	6,79	1068,0	7,19	918,8	5,32
4	1068,0	7,73	1155,1	9,24	977,9	6,25
5	1068,0	8,48	1155,1	10,07	1006,9	6,66
6	1009,8	10,52	1213,3	11,04	1050,5	7,63
7			1227,8	11,35	1050,5	8,32
8			1300,4	14,70	1137,7	9,22
9			1285,9	15,29	1108,6	9,96
10			1271,4	16,34	1166,8	10,95
11			1358,5	18,74	1124,9	12,98
12			1344,0	19,45	1132,1	15,13
13					1232,1	17,18

TABELA III-10

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS. CONCLUSÕES

1. Análise dos corpos de prova de argamassa

Para a estimativa da resistência característica dos corpos de prova de argamassa empregou-se o estimador do controle sistemático recomendado pela NB-1/78 em seu item 15. Adotou-se como lote a quantidade de argamassa utilizada na moldagem de cada série de modelos. Deste modo os valores estimados para as resistências características de cada lote tanto à compressão como à tração foram obtidos por

$$f_{k,est} = 2 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{m-1}}{m-1} - f_m$$

onde m é a metade do número n de exemplares, desprezando -se o valor mais alto das resistências quando este número era ímpar, e $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n$ são as resistências dos exemplares. Considerou-se cada corpo de prova ensaiado como sendo um exemplar. Para os valores obtidos empregou-se os limites

$$\psi_6 f_1 \leq f_{k,est} \leq 0,85 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{n}$$

com $\psi_6 \geq 0,89$ sendo o coeficiente recomendado pela NB-1/78 para o controle assistemático. Quando o primeiro destes limites era maior que o segundo, este último foi adotado como sendo o valor da resistência característica.

Definindo-se como parâmetros das amostras, constituídas pelos corpos de prova de cada série, a média \bar{f} e o desvio padrão s dados pelas expressões

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2$$

e chamando de coeficiente de variação à quantidade $v = s/\bar{f}$ a tabela IV-1 apresenta estes valores e também a resistência característica estimada para cada série de modelos. As tensões estão expressas em kgf/cm^2 enquanto que v está expresso em porcentagem.

O módulo de deformação longitudinal à compressão

da argamassa, tangente à curva tensão-deformação, na origem desta, medido em 8 corpos de prova ensaiados durante o trabalho apresentou o valor médio de 315.000 kgf/cm².

SÉRIE	tração simples				compressão simples			
	\bar{f}_t	s	v	f_{tk}	\bar{f}_c	s	v	f_{ck}
A-1	18	3,0	16,7	13	236	6,8	2,9	201
A-2	20	2,8	13,8	17	275	32,1	11,7	234
A-3	17	1,1	6,6	14	220	7,2	3,3	187
B-1	--	---	----	--	300	24,4	8,1	249
B-2	23	3,2	14,1	19	314	24,6	10,6	267
B-3	25	4,8	19,2	19	233	25,2	10,8	198
C-1	22	2,3	10,4	17	206	16,8	8,1	167
C-2	21	2,6	12,6	15	246	17,2	7,0	205
C-3	22	3,1	14,3	17	316	19,6	6,2	269

TABELA IV-1

2. Análise dos corpos de prova da armadura

Para a estimativa da resistência característica à tração dos fios da armadura Fusco (B-10) recomenda o emprego de outro estimador, ou seja, conhecendo-se os resultados individuais de 8 n elementos de uma amostra, temos

$$f_k = \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{n}$$

com $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_{8n}$

Este estimador, aplicado aos resultados obtidos para as tensões de escoamento convencional e de ruptura dos exemplares ensaiados, forneceu os valores indicados na Tabela IV-2, na qual se apresentam também as médias das resistências de todos os corpos de prova, o desvio padrão e o coeficiente de variação para cada diâmetro utilizado. Nesta tabela as tensões estão expressas em kgf/mm² enquanto

que o coeficiente de variação está em porcentagem.

	$\phi = 1,24 \text{ mm}$		$\phi = 1,65 \text{ mm}$	
	escoamento	ruptura	escoamento	ruptura
resistência média	39,5	47,0	36,0	45,6
desvio padrão	2,1	1,9	2,7	2,0
coef. de variação	5,4	4,0	7,6	4,3
resist. característica	35,9	43,4	31,2	43,2

TABELA IV-2

A seguir apresentam-se na fig. IV-1 os diagramas tensão-deformação para os dois diâmetros utilizados. Os gráficos foram traçados tomando-se para cada valor de deformação o valor médio das tensões correspondentes em cada corpo de prova.

Os módulos de deformação longitudinal à tração, tangentes à curva tensão-deformação, na origem desta, obtidos foram 11.460 e 11.040 kgf/mm^2 e as deformações específicas calculadas em relação ao comprimento entre garras dos corpos de prova, no instante de ruptura, foram 1,67 e 1,90%, para os fios de diâmetro 1,24 e 1,65 mm, respectivamente, sendo esses valores os médios entre todos os exemplares ensaiados.

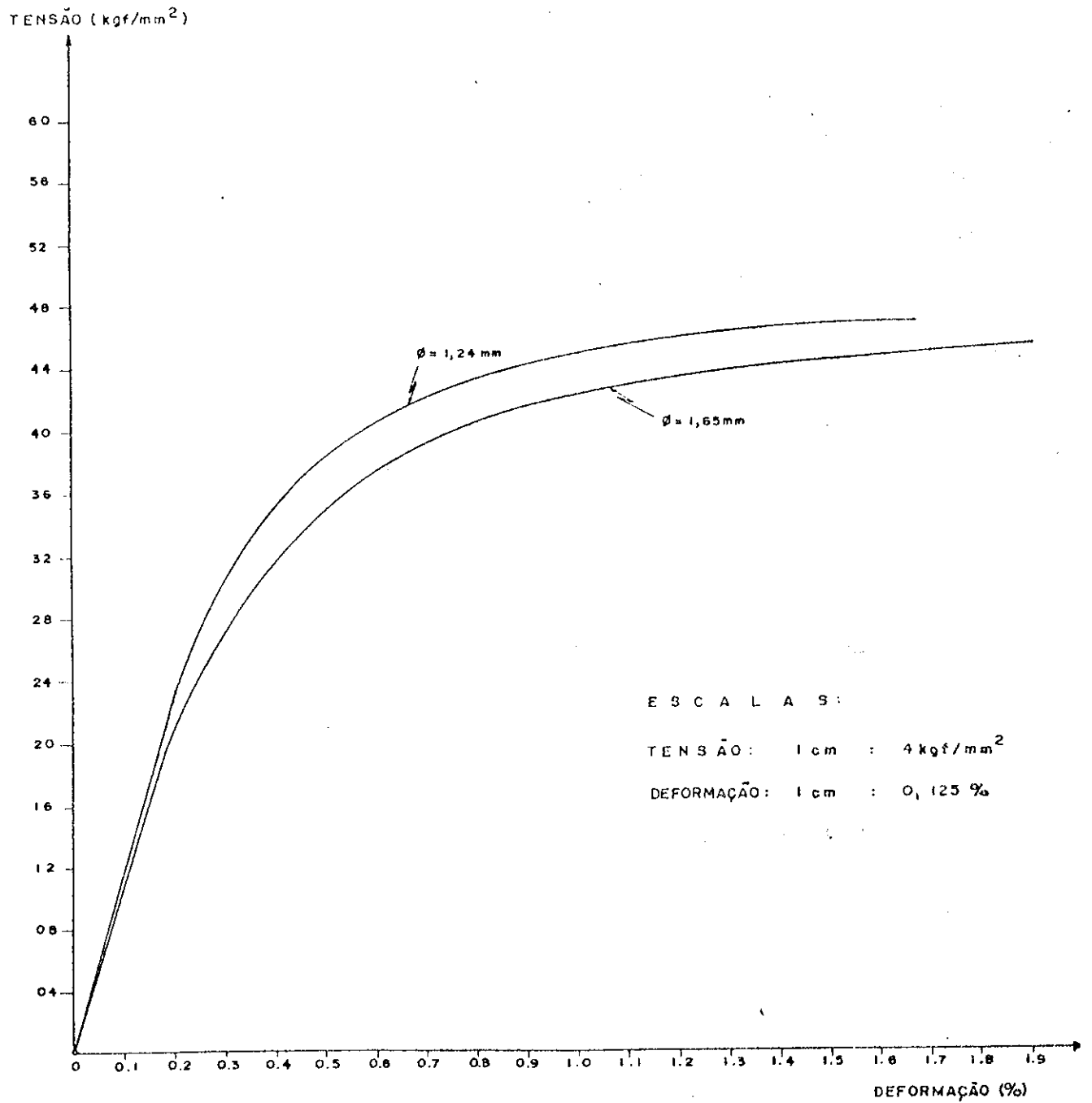


FIG. IV-1

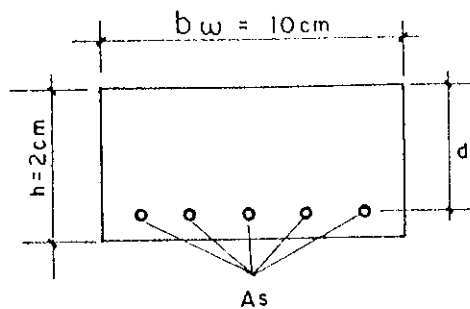
3. Momentos de plastificação das faixas

Analisa-se a seguir os resultados obtidos no cálculo e aqueles obtidos nos ensaios para os momentos de plastificação das faixas de argamassa armada.

3.1. Previsão dos resultados

Os dois grupos de faixas, B e C, foram inicialmente dimensionados para funcionarem como peças sub-armadas, isto é, para que no estado limite último, a armadura atingisse o escoamento à tração antes que a argamassa esgotasse sua capacidade de resistência à compressão. Adotaram-se para coeficientes de minoração da resistência à tração da armadura γ_s e à compressão da argamassa γ_c , respectivamente os valores 1,15 e 1,3.

A fig. IV-2 apresenta as características mecânicas e geométricas da secção transversal de cada grupo de faixas.



grupo	Nº de fios	d	A_s	f_{yd}
		mm	mm ²	kgf/cm ²
B	8	19,4	9,66	3131,7
C	12	19,2	25,66	2713,0

Fig. IV-2

Como base de cálculo do momento fletor resistente pela secção transversal retangular das faixas, adota-se a hipótese de Bernouilli, isto é, as secções transversais inicialmente planas permanecem planas depois de ocorrerem deformações normais à secção. No caso das faixas sub-armadas, com a secção solicitada à flexão simples, o estado limite último pode ser atingido nos domínios 2 e 3 mostrados na fig. IV-3.a pelas deformações limites. Adota-se como distribuição das tensões no concreto o diagrama

da fig. IV-3.c.

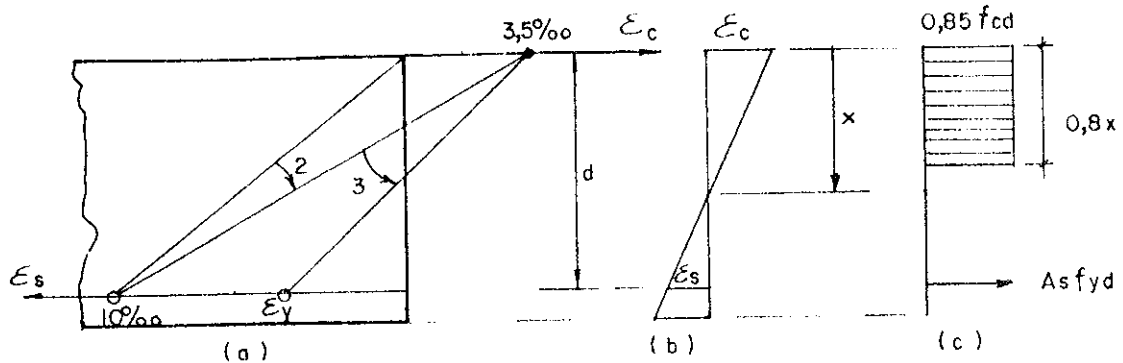


Fig. IV-3

Deste modo a altura x pode ser calculada, com base no equilíbrio de forças normais à secção, por:

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8 \cdot 0,85 \cdot b_w \cdot f_{cd}}$$

Calculada a altura da linha neutra, podem ser obtidas as deformações máximas na argamassa e na armadura, impondo-se um domínio anterior, por:

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_s}{d-x}$$

Verificada a hipótese da peça atingir o estado limite no domínio pré-fixado, pode-se calcular o momento de plastificação m_c por unidade de comprimento, de cada faixa por:

$$m_c = \frac{A_s f_{yd}}{b_w} (d - 0,4x)$$

A tabela IV-3 apresenta os resultados calculados para todas as faixas. As faixas fictícias \bar{B} e \bar{C} , representam os valores médios das diversas grandezas calculadas para os grupos B e C respectivamente. Desprezou-se, para as faixas do grupo B, a redução na tensão de compressão na argamassa, consequência da deformação específica

da fibra mais comprimida ser inferior a 3,5%. No cálculo de m_c não se considerou coeficiente de majoração da solicitação.

Pode ser observado pelos valores tabelados que todas as faixas B atingem a ruína por deformação plástica excessiva, com a armadura apresentando o limite convencional de 10% para a deformação específica de seus fios. As faixas C, entretanto, atingem a ruína por esmagamento da argamassa, depois da armadura haver atingido o escoamento convencional dado por:

$$\epsilon_y = 2 + \frac{f_{yd}}{E_s} = 2 + \frac{2713,0}{1104} = 4,46\%$$

FAIXAS	f_{cd}	x	domínio	ϵ_c	ϵ_s	m_c
	kgf/cm ²	mm	---	%	%	kgfcm/cm
B-1	191	2,32	2	1,3	10	57,5
B-2	205	2,16	2	1,2	10	57,7
B-3	152	2,92	2	1,7	10	56,7
B-4	144	3,08	2	1,8	10	56,6
B-5	180	2,46	2	1,4	10	57,4
B	174	2,59	2	1,5	10	57,2
C-1	155	6,61	3	3,5	7,1	120,8
C-2	129	7,94	3	3,5	5,3	117,1
C-3	158	6,48	3	3,5	7,3	121,2
C-4	207	4,95	2/3	3,5	10	125,5
C	162	6,50	3	3,5	7,4	121,2

TABELA IV-3

Outro aspecto interessante a ser observado é a reduzida influência da resistência à compressão da argamassa no valor do momento de plastificação que é, neste caso de peça sub-armada, função principalmente da armadura existente.

3.2. Resultados obtidos através de ensaios

O esquema estático, utilizado para os ensaios das faixas tipos B e C, é mostrado na fig. IV-4. Procurou-se conseguir no trecho central da viga, com as forças concentradas simétricas, uma região sem perturbação pelo esforço cortante.

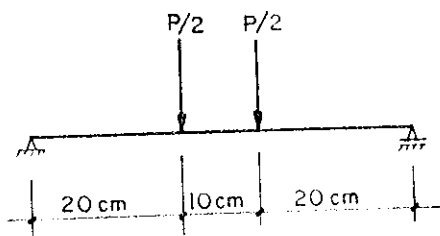


Fig. IV-4

Desta forma, o momento de plastificação em qualquer secção no trecho central vale

$$M_e = 10 P_e \text{ (kgf.cm)}$$

com P_e (em kgf) sendo a carga obtida no ensaio.

Assim sendo, com a largura da faixa igual a 10 cm teremos o momento de plastificação da secção por unidade de comprimento dado por:

$$m_e = P_e \text{ (kgfcm/cm)}$$

com P_e tomado como a máxima carga suportada pela faixa (TABELAS III-3 e III-4).

A tabela seguinte apresenta os valores de m_e em kgfcm/cm para todas as faixas ensaiadas e também os momentos médios obtidos para cada tipo. Designam-se por \bar{B}_e e \bar{C}_e faixas fictícias, cujo momento m_e assume, para cada tipo, os valores médios.

	1	2	3	4	5	\bar{B}_e/\bar{C}_e
B	88,7	75,0	82,8	86,3	79,9	82,5
C	181,6	188,9	194,7	167,1	—	183,1

TABELA IV-4

3.3. Comparação entre os resultados

A tabela IV-5 apresenta a relação entre os momentos máximos obtidos nos ensaios m_e e os momentos de plastificação m_c calculados para cada faixa.

	1	2	3	4	5	MÉDIA
B	1,54	1,33	1,46	1,50	1,39	1,44
C	1,50	1,61	1,61	1,33	—	1,51

TABELA IV-5 Valores m_e/m_c

Deve-se ressaltar que a média dos valores obtidos para a relação m_e/m_c coincide com os valores desta relação obtida para as faixas fictícias \bar{B} e \bar{C} .

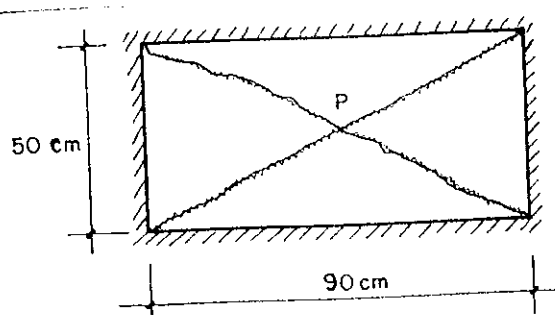
Percebe-se pela tabela IV-5 que os resultados obtidos nos ensaios superam os previstos pelo cálculo, em média, em aproximadamente 50%, com um máximo de 61% e um mínimo de 33%.

4. Análise das lajes

4.1. Lajes tipo S; Cargas e configurações de ruína previstas

Para as lajes do grupo A deste tipo de modelos, ou seja, aquelas sem armadura longitudinal para resistir aos esforços de tração, não cabe a consideração de charneiras plásticas. Para os grupos B e C, entretanto, pode-se lançar mão do exposto no capítulo I deste trabalho e, em particular, das configurações de ruína constantes em 1-9. Com a substituição dos valores dos parâmetros $a = 50$ cm, $b = 90$ cm, $m' = 0$ e $\mu = 0$, pode-se chegar à determinação da configuração de ruína e da carga correspondente para o tipo S de modelos de lajes retangulares.

Para a primeira configuração de charneiras estudada em 1-9, ou seja, aquela constituída apenas por charneiras positivas partindo do ponto de aplicação da carga e se estendendo até os vértices do retângulo, teremos pela expressão 45:



$$\frac{P}{m} = 9,422$$

Para a segunda configuração de charneiras do item I-9 tem-se, das expressões 26 e 27, com $\mu = 0$:

$$\psi_0 = 0 ; \psi_1 = \gamma ; \psi_2 = \pi - \gamma$$

A configuração de ruína passa a ser, portanto, circular, mostrada na figura IV-5 com $c = \cot \gamma = 0$. Da expressão 46, obtêm-se o valor da carga correspondente.

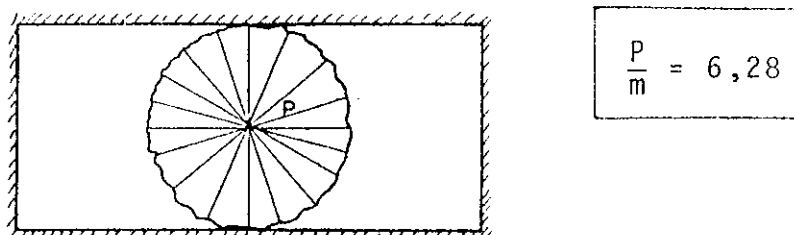


Fig. IV-5

Para a terceira configuração possível de charneiras estudada em 1-9, conforme fig. 1-19, teremos $\sin \psi_1 = \sqrt{1-\mu}$ e portanto $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$. Nota-se, portanto, que para $\mu=0$ a terceira e a quarta configuração de charneiras analisadas em 1-9, tornam-se idênticas à da figura IV-5, com valores iguais para a carga de ruína.

Deste modo teremos para os modelos de lajes tipo S, de acordo com a Teoria das Charneiras Plásticas, configurações de ruína circulares, com centro no ponto de aplicação da carga e raio igual a 25 cm. Deve-se esperar, portanto, para a carga P de ruína, valores iguais a

$$P = 6,28 m \dots\dots\dots 62$$

onde m é o momento de plastificação por unidade de comprimento.

4.2. Configurações de ruína obtidas nos ensaios:

Para as lajes do grupo A faz-se uso na análise dos resultados, dos dois eixos de simetria existentes na laje retangular, e que passam, ambos, pelo ponto de aplicação da carga. Desse modo, obtêm-se para cada laje, quatro quadrantes componentes, os quais teoricamente, por simetria, deveriam apresentar no ensaio o mesmo processo de fissuração. Obviamente, os resultados obtidos para estes quadrantes, em uma mesma laje, não foram idênticos, inclusive porque o próprio desenrolar da abertura de fissuras em um deles, exerce influência sobre os demais.

Como tentativa de se conseguir estabelecer o mecanismo de ruína destas lajes, a fig.IV-6 apresenta a superposição para cada laje das fissuras observadas nos quatro quadrantes componentes, e também a superposição dos resultados de todos os quadrantes das lajes tipo S. A fig.IV-7 tem a mesma função, para as lajes tipo C.

Percebe-se pelas figuras, uma tendência das fissuras estenderem-se desde o ponto de aplicação da carga até o canto da laje. Pode-se afirmar, portanto, que a configuração de ruína para as lajes retangulares do grupo A, é sensivelmente a mesma para os tipos S e C e pode ser admitida como sendo formada por quatro fissuras que se iniciam no ponto de aplicação da carga e terminam nos cantos da laje.

Para as lajes do grupo B e C, no entanto, a armadura existente e a redistribuição de esforços por ela providenciada, fizeram com que as fissuras na face inferior da laje fossem em número muito grande, como pode ser observado pelas fotografias apresentadas. Além disso, outra diferença em relação aos modelos do grupo A é que, nas lajes com armadura, as fissuras positivas apresentaram desenvolvimento gradativo no que diz respeito à extensão, iniciando-se sempre sob a carga e prolongando-se de forma radial para as bordas da laje.

Quanto às charneiras negativas, em última análise as determinantes principais da caracterização da configuração de ruína, obtiveram-se resultados algo diferentes para os diversos modelos.

Considerando-se o modelo dividido por um eixo passando pelo ponto médio do vão maior e pelo ponto de aplicação da carga, obtêm-se duas metades simétricas quanto à forma, às propriedades mecânicas e ao carregamento. Para o grupo SB, obteve-se a formação de uma charneira negativa em cada metade na laje SB-3, de duas charneiras em cada metade na laje SB-1, e de uma charneira negativa em uma metade e duas na outra para a laje SB-2, como se pode observar pelas figuras III-17, III-15 e III-16 respectivamente. Para as lajes SC, embora não de forma tão nítida quanto as anteriores,

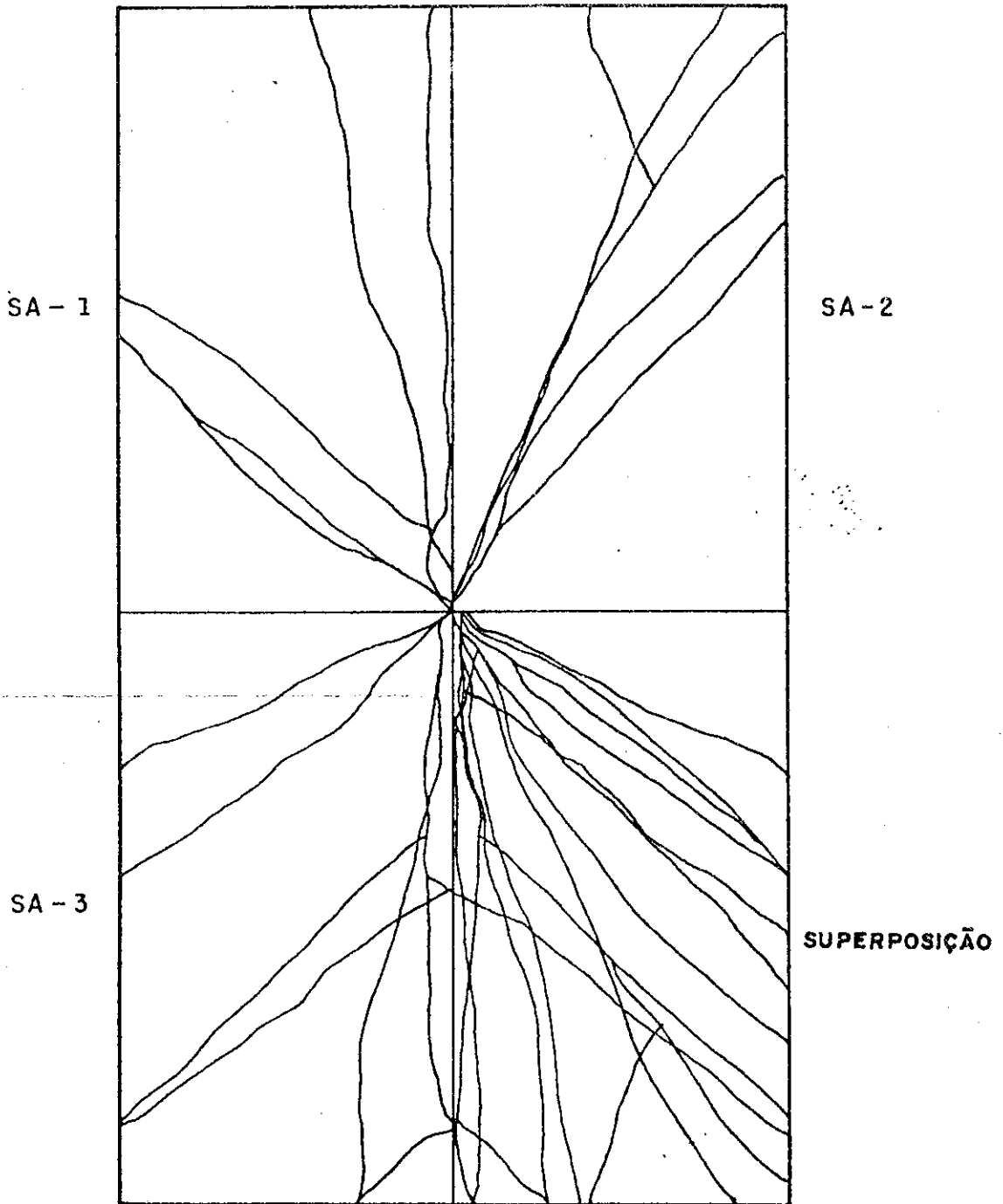


FIG. IV-6 CONFIGURAÇÃO DE RUÍNA DAS LAJES SA

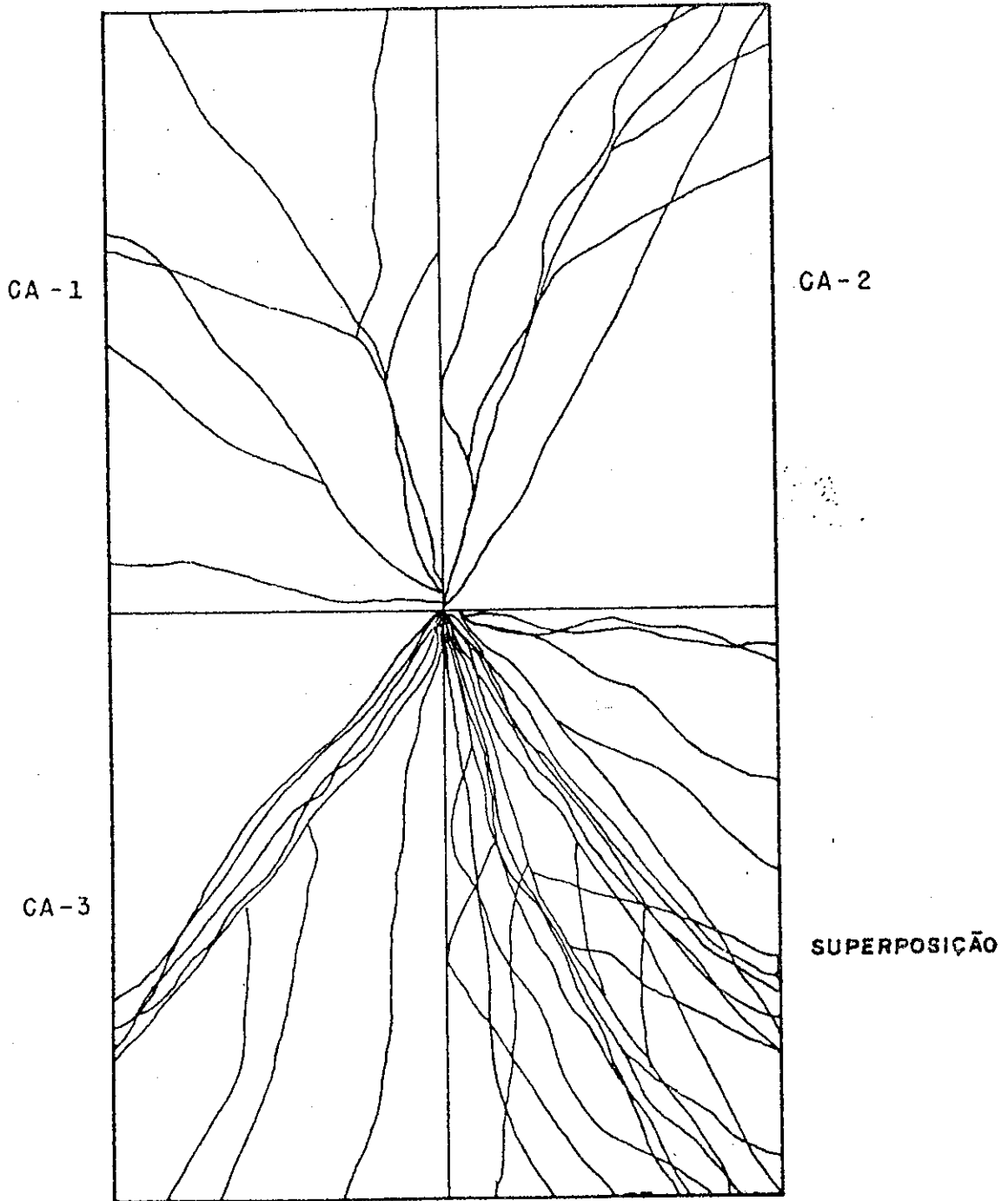


FIG. IV-7 CONFIGURAÇÃO DE RUÍNA DAS LAJES CA

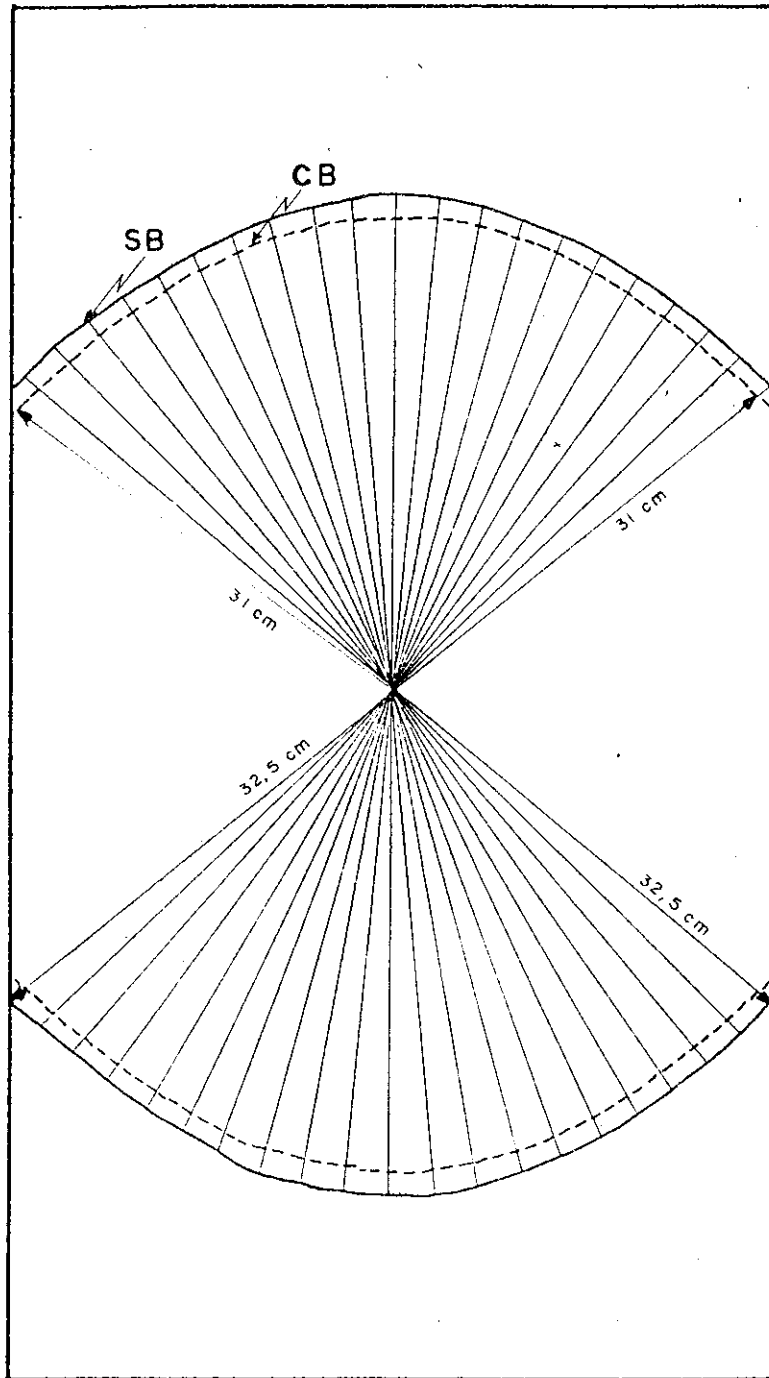


FIG. IV-8 CONFIGURAÇÃO DE RUÍNA DAS LAJES B

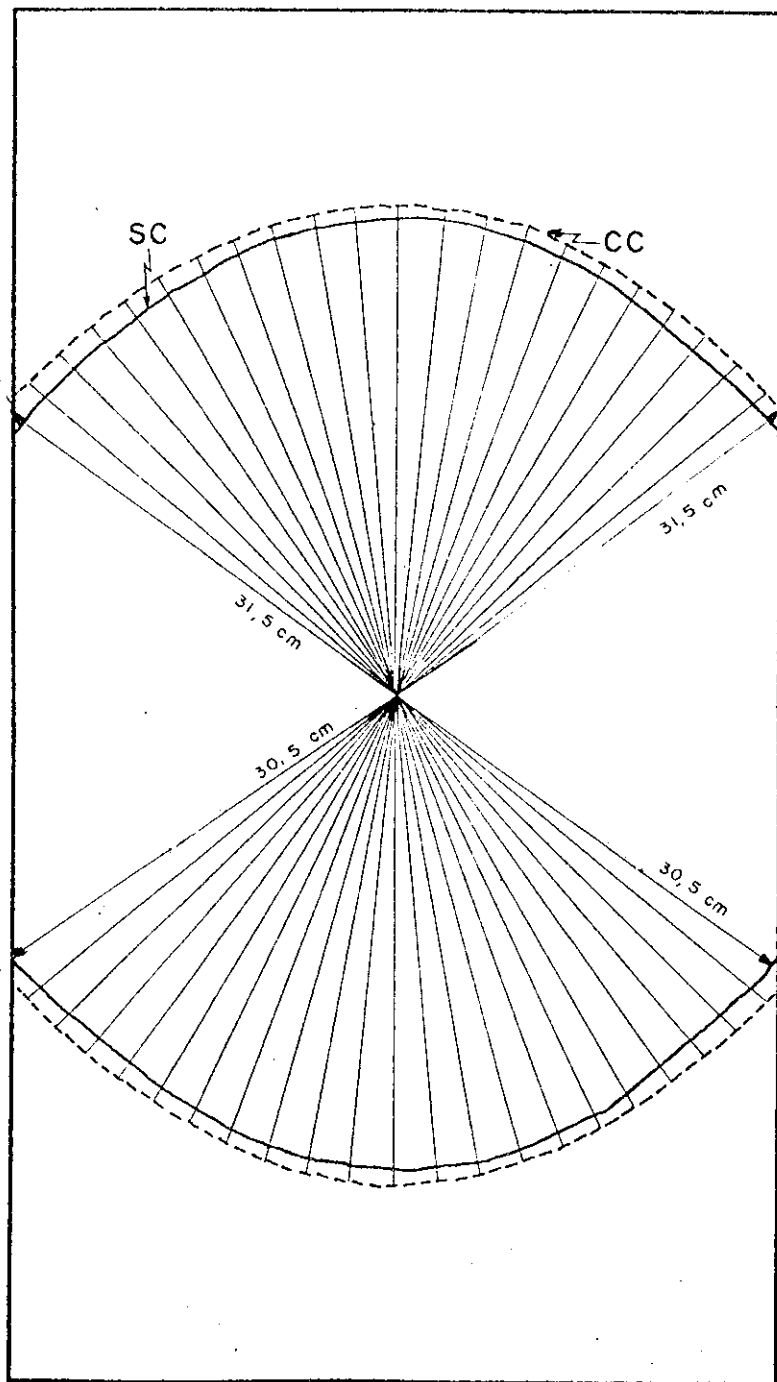


FIG. IV-9 CONFIGURAÇÃO DE RUÍNA DAS LAJES C

obteve-se, de forma aproximada, o mesmo resultado.

Considerou-se, portanto, na análise dos resultados, as metades simétricas já definidas traçando-se a charneira negativa média, em relação às distâncias ao ponto de aplicação da carga, quando em uma metade formaram-se mais de uma charneira.

As configurações obtidas em cada metade de modelo de um mesmo grupo foram superpostas com as demais do mesmo grupo e obtiveram-se novas charneiras médias, tentando-se caracterizar, desta forma, a configuração de ruína representativa do grupo. Os resultados são mostrados para os grupos SB (em traço cheio) e CB (em tracejado), na fig. IV-8, e para os grupos SC (em traço cheio) e CC (em tracejado), na fig. IV-9.

4.3. Análise da capacidade portante das lajes:

A máxima carga concentrada aplicada no centro da laje, com base na Teoria das Charneiras Plásticas, é dada pela expressão 62.

Designa-se por:

P_t - o valor da carga fornecido pela expressão 62 com o momento de plastificação m_c da faixa fictícia \bar{B} ou \bar{C} , em kgf.

P_e - o valor da carga fornecido pela expressão 62 com a utilização do momento de plastificação m_e da faixa \bar{B}_e ou \bar{C}_e , em kgf.

Desse modo teremos para os valores de P_t e P_e para os grupos B e C de modelos de lajes os seguintes valores:

Grupo	P_t	P_e
	kgf	kgf
B	359,2	518,1
C	761,1	1149,9

TABELA IV-6

A seguir, designa-se por:

- f_1 flecha, em mm, quando as primeiras fissuras positivas tornaram-se visíveis.
- P_1 carga, em kgf, correspondente a f_1 , obtida do diagrama Carga-Flecha da laje.
- X número da charneira que, após sua formação, completou a configuração teoricamente de ruína.
- f^* flecha, em mm, correspondente ao instante em que a charneira X formou-se completamente.
- P^* carga, em kgf, correspondente à flecha f^* (para as lajes da série A considerou-se como sendo igual à máxima carga suportada).
- h altura da laje igual a 2 cm.
- P_{max} máxima carga suportada pela laje.

A tabela IV-7 engloba os valores obtidos para as grandezas acima em todas as lajes. Nos modelos sem armadura considerou-se como charneira que completou a configuração de ruína aquela a partir da qual as flechas aumentavam sensivelmente. Nos modelos com armadura, a dificuldade em se definir exatamente o ponto em que a configuração teórica de ruína ficou caracterizada refletiu-se em possíveis dúvidas quanto aos valores exatos de f^* , porém, as cargas P^* , correspondentes aos valores de f^* que podem ser admitidos, apresentam-se aproximadamente iguais.

A tabela IV-8 resume as médias dos valores destas grandezas para cada grupo de modelos.

LAJE	f_l	P_l	X	f^*	P^*	$\frac{f_l}{h}$	P_{max}	$\frac{P_l}{P_{max}}$	$\frac{P^*}{P_{max}}$	$\frac{P_l}{P_t}$	$\frac{P^*}{P_t}$	$\frac{P_l}{P_e}$	$\frac{P^*}{P_e}$
SA-1	0,87	239,7	6	5,13	247,0	0,044	247,0	0,97	1,00	—	—	—	—
SA-2	1,05	217,9	4	2,53	217,9	0,053	217,9	1,00	1,00	—	—	—	—
SA-3	0,88	193,2	6	2,88	264,4	0,044	264,4	0,73	1,00	—	—	—	—
SB-1	2,56	416,3	2	7,03	528,0	0,128	530,0	0,66	0,84	1,16	1,47	0,80	1,02
SB-2	1,58	300,3	1	8,02	590,0	0,079	641,5	0,47	0,92	0,84	1,64	0,58	1,14
SB-3	2,00	276,1	2	11,38	552,1	0,100	566,7	0,49	0,97	0,77	1,54	0,53	1,07
SC-1	5,00	514,1	9	16,52	1082,0	0,250	1197,3	0,43	0,90	0,68	1,42	0,45	0,94
SC-2	3,33	377,8	10	16,64	1094,0	0,167	1206,0	0,31	0,91	0,50	1,44	0,33	0,95
SC-3	4,89	656,8	8	11,36	1021,0	0,245	1223,0	0,54	0,83	0,86	1,34	0,57	0,89
CA-1	0,90	257,2	9	3,80	380,7	0,045	380,7	0,68	1,00	—	—	—	—
CA-2	1,17	276,1	8	6,86	312,4	0,059	312,4	0,88	1,00	—	—	—	—
CA-3	0,77	178,2	9	6,58	363,3	0,039	363,3	0,49	1,00	—	—	—	—
CB-1	2,29	307,1	5	12,34	617,0	0,115	627,9	0,49	0,98	0,65	1,72	0,59	1,19
CB-2	1,41	405,0	11	15,12	692,1	0,071	692,1	0,59	1,00	1,13	1,93	0,78	1,34
CB-3	1,46	407,8	13	13,18	665,0	0,073	682,9	0,60	0,97	1,13	1,85	0,79	1,28
CC-1	2,02	569,0	—	—	—	0,102	—	—	—	0,75	—	0,49	—
CC-2	3,19	713,0	7	11,35	1242,0	0,160	1358,5	0,52	0,91	0,94	1,63	0,62	1,08
CC-3	2,58	634,0	9	9,96	1156,0	0,129	1239,5	0,51	0,93	0,63	1,52	0,55	1,01

TABELA IV-7

GRUPO	f_1	P_1	P_{max}	$\frac{f_1}{h}$	$\frac{P_1}{P_{max}}$	$\frac{P^*}{P_{max}}$	$\frac{P_1}{P_t}$	$\frac{P^*}{P_t}$	$\frac{P_{max}}{P_t}$	$\frac{P_1}{P_e}$	$\frac{P^*}{P_e}$	$\frac{P_{max}}{P_e}$
SA	0,93	216,9	243,1	0,047	0,90	1,00	—	—	—	—	—	—
SB	2,05	330,9	556,7	0,102	0,54	0,91	0,92	1,55	1,71	0,64	1,08	1,18
SC	4,41	516,2	1065,7	0,221	0,43	0,88	0,68	1,40	1,59	0,45	0,93	1,05
CA	0,95	237,2	352,1	0,048	0,68	1,00	—	—	—	—	—	—
CB	1,72	373,3	658,0	0,086	0,56	0,98	1,04	1,83	1,86	0,72	1,27	1,29
CC	2,60	638,7	1199,0	0,130	0,52	0,92	0,84	1,58	1,71	0,55	1,05	1,13

TABELA IV-8 MEDIA DOS VALORES DE CADA GRUPO

A tabela IV-9 estabelece uma comparação entre as lajes C e S de cada série, para os valores apresentados na tabela IV-7, pretendendo fornecer uma indicação do efeito de arqueamento em diversos estágios de ensaio. A tabela IV-10 tem a mesma função, porém, relacionando as médias dos valores de cada grupo apresentadas na tabela IV-8.

SÉRIE	$\frac{f_{1,C}}{f_{1,S}}$	$\frac{P_{1,C}}{P_{1,S}}$	$\frac{P^*_{C}}{P^*_{S}}$	$\frac{P_{max,C}}{P_{max,S}}$	$\frac{P_{max,C}}{P_e}$	$\frac{P_{max,C}}{P_t}$
A-1	1,03	1,07	1,54	1,54	—	—
A-2	1,11	1,27	1,43	1,43	—	—
A-3	0,88	0,92	1,37	1,37	—	—
média	1,01	1,09	1,45	1,45	—	—
B-1	0,89	0,74	1,17	1,00	1,21	1,75
B-2	0,89	1,35	1,17	1,08	1,34	1,93
B-3	0,73	1,48	1,20	1,21	1,32	1,90
média	0,84	1,19	1,18	1,10	1,29	1,86
C-1	0,40	1,11	1,11+	1,09++	1,13++	1,71++
C-2	0,96	1,89	1,14	1,13	1,18	1,79
C-3	0,53	0,96	1,13	1,01	1,08	1,63
média	0,63	1,32	1,13	1,08	1,13	1,71

TABELA IV-9

+ tomou-se para P^*_{C-1} , o valor médio entre as duas ou -
tras lajes CC.

++ tomou-se para $P_{max,C-1}$, o valor médio entre as duas
outras lajes CC.

GRUPO	$\frac{f_{1,C}}{f_{1,S}}$	$\frac{P_{1,C}}{P_{1,S}}$	$\frac{P^*_C}{P^*_S}$	$\frac{P_{max,C}}{P_{max,S}}$	$\frac{P_{max,C}}{P_e}$	$\frac{P_{max,C}}{P_t}$
A	1,02	1,09	1,45	1,45	—	—
B	0,84	1,13	1,18	1,09	1,29	1,86
C	0,59	1,24	1,13	1,08	1,13	1,71

TABELA IV-10 RELAÇÕES ENTRE AS MÉDIAS DOS VALORES DE CADA GRUPO

Dos diagramas mostrados nas figuras III-3 e III-8, traçaram-se as curvas Carga-Flecha médias entre as lajes de idênticas características, tomando-se para determinada flecha a média das cargas correspondentes observadas nos três modelos do grupo. No grupo CC, a partir da flecha em que foi paralizado o ensaio da laje CC-1 construiu-se o gráfico baseando-se apenas nos resultados das lajes CC-2 e CC-3. Esses diagramas, mostrados na figura IV-10, foram interrompidos na flecha em que terminava o ensaio em uma das lajes do grupo e pretendem fornecer uma visualização da diferença existente no comportamento dos modelos do tipo S e C.

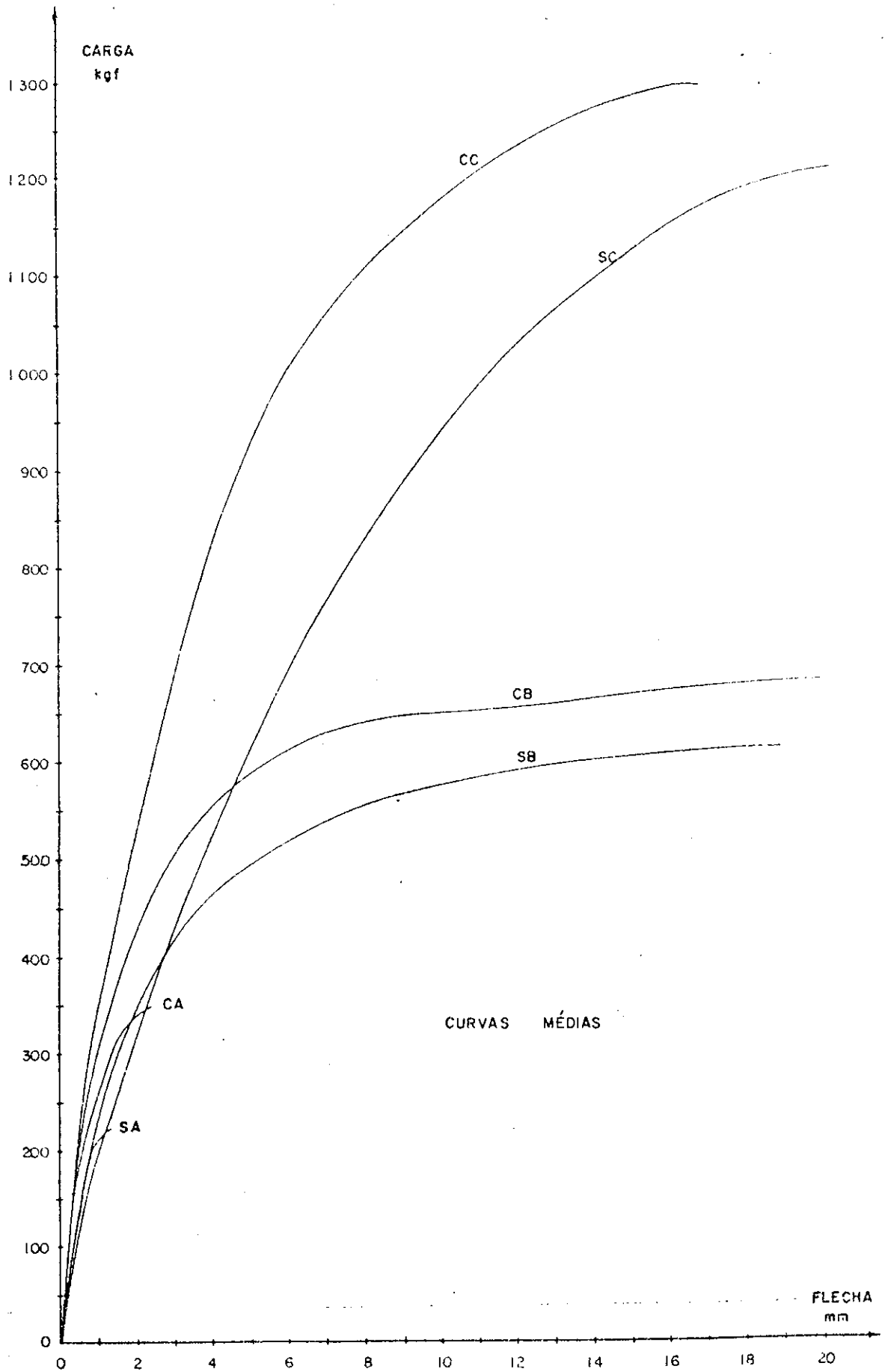


FIG. IV - 10

5. Conclusões

Da análise efetuada (tabela IV-10) pode-se perceber que, para os modelos com mesma taxa de armadura, nas lajes do tipo C, ou seja, aquelas nas quais os deslocamentos do contorno no seu plano eram impedidos, as fissuras positivas (situadas na face oposta àquela onde a carga era aplicada) tornaram-se visíveis quando as flechas apresentavam menores valores do que os observados nas lajes tipo S, que não possuíam os deslocamentos do contorno, no plano da laje, impedidos. Observou-se também que a relação entre estas flechas, para os modelos tipo C e S, era menor quando o modelo possuía maior porcentagem de armadura, uma vez que, para os modelos sem armadura (grupo A), esta relação foi praticamente igual a unidade, decrescendo para 0,84 nos modelos com porcentagem de armadura igual a 0,483% em relação a secção transversal da laje (grupo B), atingindo 0,59 para os modelos com porcentagem de armadura igual a 1,283% (grupo C).

Sobre a carga atuante no modelo por ocasião do início da fissuração positiva notou-se também a diferença entre os modelos tipo C e S. Para a mesma taxa de armadura, os do primeiro tipo suportaram maior carga. Considerando os modelos com diferentes taxas de armadura pode ser observado que à medida em que esta era maior aumentava a diferença relativa entre as cargas aplicadas nos modelos C e S, posto que no grupo A o aumento da carga foi de 9%, no grupo B, 13% chegando a 24% nos modelos do grupo C.

Esta variação da capacidade portante dos modelos do tipo C em relação ao tipo S, maior para as lajes mais fortemente armadas, inverteu-se, porém, por ocasião da formação total da configuração admitida como de ruína, obtendo-se 45% de acréscimo de carga para as lajes do grupo A, 18% para as do grupo B e 13% para as do grupo C.

Para a carga máxima medida nos ensaios de cada modelo de argamassa armada percebeu-se que, para as duas taxas de armadura utilizadas, a diferença entre a capacidade portante dos modelos C e S foi quase que idêntica sendo igual a 9% para os modelos do grupo B e 8% para os do grupo

C. Para as lajes sem armadura, entretanto, esta diferença foi mais significativa atingindo 45%.

Comparando as máximas cargas suportadas pelos modelos do tipo C com as cargas previstas pela Teoria das Charneiras Plásticas (Ítem IV-4.3) encontramos para as primeiras valores maiores. A diferença situou-se em 86% para o grupo B e 71% para o grupo C. Porém, se o cálculo da carga teórica for efetuado utilizando-se os momentos de plastificação obtidos nos ensaios das faixas (Ítem IV-3.2) estas diferenças reduzem-se para 29% e 13%, respectivamente. Deve-se lembrar, no entanto, que no cálculo da carga de ruína, teórica, não foi introduzido coeficiente de segurança.

Considerando as cargas máximas obtidas nos ensaios das lajes tipo S e as previstas pela Teoria das Charneiras Plásticas encontramos para as primeiras valores maiores da ordem de 71% para os modelos do grupo B e 59% para o grupo C. Analogamente, porém, se o momento de plastificação teórico for substituído pelo medido nos ensaios das faixas estas diferenças reduzem-se para 18% e 5%, respectivamente.

Quanto às configurações de ruína encontradas verificou-se que o impedimento de deslocamentos do contorno, no plano do modelo, não chegou a alterar acentuadamente a localização das charneiras plásticas como se pode observar pelas figuras IV-8 e IV-9, para as lajes B e C, respectivamente.

Para a extensão dos resultados obtidos nos modelos às lajes reais, em termos de carga máxima, considerando-se protótipo e modelo com condições análogas de apoio e constituídos pelos mesmos materiais teremos, pela teoria de semelhança, que, se o modelo e protótipo estiverem na razão $1:x$, as cargas máximas suportadas estarão na razão $1:x^2$. Desse modo a tabela V-1 apresenta, para diversas razões de semelhança modelo / protótipo, os valores das cargas máximas, em t_f , que seriam de se esperar para protótipos correspondentes aos modelos S e C, para as diferentes taxas de armadura utilizadas.

Sobre a melhoria dos ensaios, embora a técnica utilizada tenha preenchido os requisitos necessários para

razão de semelhança	dimensões (m)	LAJES TIPO S			LAJES TIPO C		
		P _A	P _B	P _C	P _A	P _B	P _C
1:3	2,7 x 1,5 x 0,06	2,19	5,51	10,88	3,17	6,01	11,69
1:4	3,6 x 2,0 x 0,08	3,89	9,80	19,34	5,63	10,68	20,78
1:5	4,5 x 2,5 x 0,10	6,08	15,32	30,22	8,80	16,69	32,47
1:6	5,4 x 3,0 x 0,12	8,75	22,06	43,52	12,68	24,03	46,76
1:7	6,3 x 3,5 x 0,14	11,91	30,02	59,23	17,25	32,71	63,65
1:8	7,2 x 4,0 x 0,16	15,56	39,21	77,36	22,53	42,73	83,14
1:9	8,1 x 4,5 x 0,18	19,69	49,63	97,91	28,52	54,08	105,22
1:10	9,0 x 5,0 x 0,20	24,31	61,27	120,88	35,21	66,76	129,90

TABELA IV-11

ser atingido o objetivo inicialmente traçado, em trabalhos posteriores algumas modificações podem ser introduzidas.

A aplicação da carga, por exemplo, poderia ser executada através de macaco hidráulico.

A utilização de aço com patamar de escoamento bem definido, com tensão na armadura realmente mantendo-se aproximadamente constante durante o escoamento, levaria, sem dúvida, ao desenvolvimento das charneiras plásticas de modo mais perfeito pela melhor redistribuição de esforços no modelo.

Existe também a possibilidade de se adaptar extensômetros nos parafusos horizontais que impediam o deslocamento lateral das bordas dos modelos tipo C, o que permitiria, através das deformações dos mesmos, uma medida direta da força no plano da laje, responsável pelo efeito de arqueamento, em todo o contorno do modelo. Esta medida poderia fornecer indicações quanto à rigidez necessária aos elementos adjacentes do protótipo para possibilitar o aparecimento do citado efeito.

Sobre o prosseguimento da pesquisa, além do desenvolvimento teórico do efeito de arqueamento em lajes submetidas a cargas concentradas, semelhante ao realizado por Park para cargas uniformemente distribuídas (item I-2.2), vários aspectos podem ainda ser abordados experimentalmente, inclusive para a complementação deste trabalho, como por exemplo:

- a) Ensaios com modelos com relações entre vãos menores do que a utilizada neste trabalho. Nesse caso o valor inicial pode ser a unidade e a seguir um valor intermediário como, por exemplo, 1,4. Sendo mantida a altura dos modelos conseguir-se-ia uma visualização da influência da relação entre vãos no efeito de arqueamento.
- b) Ensaios com modelos possuindo relação vão menor/altura menor do que a utilizada, como por exemplo, 20 e 15.
- c) Pesquisa em modelos retangulares ou quadrados com outros tipos de vinculação, apresentando, por exemplo, bordas livres ou engastadas.

- d) Ensaio com modelos com formatos diferentes, com contorno não convexo, por exemplo, em forma de T ou de L.
- e) Ensaio em modelos com menor quantidade de armadura que a utilizada nas lajes S obtendo-se situação na qual, ao que parece, o efeito de arqueamento se torna mais considerável. Talvez uma orientação inicial neste sentido seja o dimensionamento com taxa de armadura igual ou pouco acima da mínima recomendada pela NB-1/78.
- f) Estudo do efeito de arqueamento em modelos de lajes de tabuleiros de pontes onde cargas concentradas podem ter maior interesse. Nesse caso poder-se-ia solicitar o modelo com mais de uma carga concentrada tentando-se reproduzir os trens-tipo recomendados pela NB-6 através de dispositivos de repartição de carga.

Como se percebe, não são pelos itens relacionados como por todas as combinações possíveis entre eles, existe ainda um vasto campo de experimentação estrutural que pode ser investigado para a caracterização completa do efeito de arqueamento em lajes de concreto armado.

APÊNDICE

APÊNDICEA ARMADURA CONTRA PUNÇÃO

O efeito de punção em lajes submetidas a ação de cargas concentradas, embora ainda seja considerado uma questão em aberto pela maioria dos autores, depende, em princípio, da qualidade do concreto, da armadura utilizada para resistir aos esforços oriundos da flexão, da distribuição dos momentos fletores nas vizinhanças do ponto de aplicação da carga concentrada, da relação entre a carga e a altura útil da laje, da armadura utilizada para resistir às tensões de cisalhamento e da existência do efeito de arqueamento. A esse respeito, o Comitê Europeu de concreto dedicou totalmente seu Boletim de Informação nº 57, publicado em Setembro de 1966, relatando os trabalhos da Comissão encarregada do estudo deste efeito com a finalidade de normalização de cálculo, cuja leitura se torna indispensável àqueles que desejarem perfeito domínio do assunto.

Nesta publicação, o Prof. Telemaco van Langendonck em artigo denominado "Remarques sur le Calcul des Dalles au Poinçonnement", examinando os resultados de grande número de ensaios, sugere que a carga concentrada P suportada por uma laje com armadura contra punção, seja dada por:

$$P = P_a + P_b \dots\dots\dots A - 1$$

Nesta expressão, P_a representa a parcela de carga suportada pela armadura destinada a combater os efeitos de punção e pode ser calculada por:

$$P_a = \frac{0,75 \sqrt{A_t}}{d} f_{yd} A_t \text{ sen } \alpha \dots\dots\dots A - 2$$

onde

d é a altura útil da laje

f_{yd} é a resistência de escoamento à tração, de cálculo, da armadura

α é o ângulo de inclinação das barras da armadura sobre o plano da laje

A_t a área da secção reta dos estribos

A parcela de carga P_b , da expressão A - 1, seria aquela suportada pela laje se ela não possuísse armadura contra punção e poderia ser obtida pela fórmula de Moe, ou seja:

$$P_b = pd \cdot \sqrt{f_{cd}} \frac{4 \left(1 - 0,075 \frac{m}{d} \right)}{1 + 1,4 \frac{pd \cdot \sqrt{f_{cd}}}{P_{cp}}} \dots\dots\dots A - 3$$

onde, além das expressões já conhecidas, temos que:

P_{cp} é a carga concentrada, de ruína, prevista pela Teoria das Charneiras Plásticas.

m lado do quadrado ou diâmetro do círculo, no qual aplica-se a carga.

p perímetro da área de aplicação da carga.

Neste trabalho, como o objetivo principal era a obtenção de dados experimentais a respeito do efeito de arqueamento, havia apenas a necessidade de se evitar a ruína da laje por punção, conseguindo-se com isto a capacidade portante do modelo devido apenas aos esforços de flexão. Os resultados obtidos seriam também utilizados para comparação com outra pesquisa a cargo do Engº Rutênio Gurgel Bastos, desenvolvida paralelamente no Laboratório de Estruturas - ambas fazendo parte de um amplo plano de pesquisa sobre Charneiras Plásticas - a qual, apesar de ter como objetivo o estudo da redução gradativa de armadura de flexão, desenvolvia-se com modelos de idênticas características geométricas. Deste modo, foi utilizada como armadura contra punção a mesma armadura dos modelos deste outro trabalho e que pode ser vista na fig. A - I.

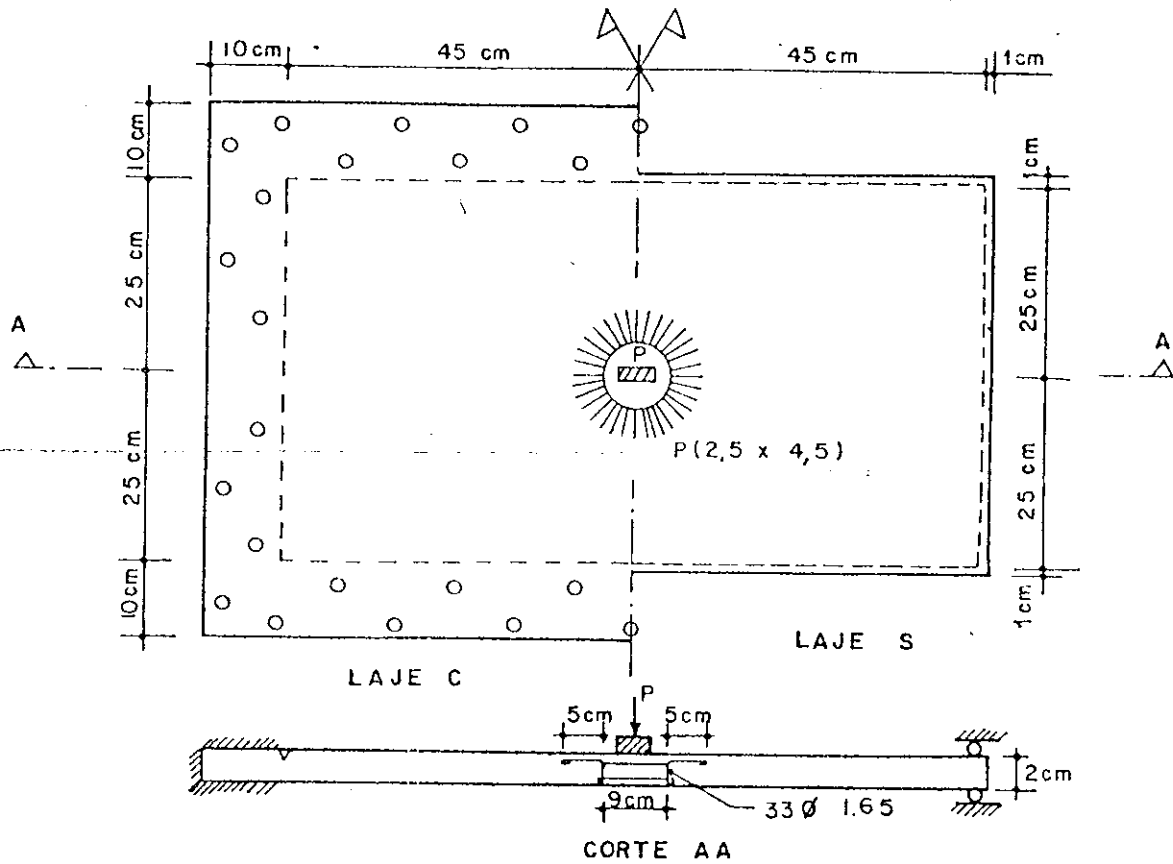


FIG. Λ - 1

Esta armadura era composta por 33 estribos verticais, cada um com diâmetro igual a 1,65 mm, igualmente distribuídos ao longo de um anel circular possuindo 9 cm de diâmetro. Os estribos eram ancorados, na parte inferior, através de rígida amarração com a tela da armadura de flexão e, na parte superior, por aderência na argamassa por meio de um prolongamento de 5 cm de comprimento.

Com o emprego da expressão Λ - 2, teremos para as lajes S e C os valores:

$$P_{a,S} = \frac{0,75 \cdot \sqrt{0,7056}}{1,94} \cdot 3131,7 \cdot 0,7056 = 717,6 \text{ kgf}$$

$$P_{a,C} = \frac{0,75 \cdot \sqrt{0,7056}}{1,92} \cdot 3131,7 \cdot 0,7056 = 725,1 \text{ kgf}$$

com

$$f_{yd} = 3131,7 \text{ kgf/cm}^2, \quad \alpha = 90^\circ, \quad A_t = 0,7056 \text{ cm}^2$$

(33 Ø 1,65), d = 1,94 cm para as lajes S e d̄ = 1,92 cm para as lajes C.

Utilizando a expressão A - 3, com o menor valor obtido para a resistência à compressão da argamassa, teremos para as lajes S e C os valores:

$$P_{b,S} = 14 \cdot 1,94 \cdot \sqrt{129} \frac{4 \left[1 - 0,075 \cdot \frac{4,5}{1,94} \right]}{1 + 1,4 \frac{14 \cdot 1,94 \cdot \sqrt{129}}{359,2}} = 462,8 \text{ kgf}$$

$$P_{b,C} = 14 \cdot 1,92 \cdot \sqrt{129} \frac{4 \left[1 + 0,075 \cdot \frac{4,5}{1,92} \right]}{1 + 1,4 \frac{14 \cdot 1,92 \cdot \sqrt{129}}{761,1}} = 644,6 \text{ kgf}$$

com

p = 14 cm (área de aplicação de carga = 2,5x4,5 cm), $f_{cd} = 129 \text{ kgf/cm}^2$, m = 4,5 cm, $P_{cp} = 359,2 \text{ kgf}$ para as lajes S e $P_{cp} = 761,1 \text{ kgf/cm}^2$ para as lajes C.

Finalmente, teremos pela expressão A - 1, os valores limites para a carga concentrada iguais a:

$$P_S = 716,6 + 462,8 = 1179,4 \text{ kgf}$$

e

$$P_C = 725,1 + 644,6 = 1369,7 \text{ kgf}$$

para as lajes S e C, respectivamente.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- B - 01 Associação Brasileira de Normas Técnicas - "Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado", NB-1, Rio de Janeiro, 1978.
- B - 02 Amaral, O.C. - "Sobre as lajes contínuas", Revista da Escola de Engenharia, nº 6, Belo Horizonte, XI/1964, pp. 133-152.
- B - 03 Belluzzi, O. - "Scienza delle Costruzioni", Zanichelli, Bolonha, 1957.
- B - 04 Chamecki, S. - "Cálculo, no regime de ruptura, das lajes de concreto armado armadas em cruz", Curitiba, 1948.
- B - 05 Christiansen, K.P. - "The effect of membrane stresses on the ultimate strength of the interior panel in a reinforced concrete slab", The Structural Engineer, vol. 41, VIII/1963, p. 261.
- B - 06 Comitê Européen du Béton - "Dalles, Structures Plaines (Annexe aux recommandations pratiques)", Bulletin d'Information, nº 67, IV/1968.
- B - 07 Desayi, P; Kulkarni, A.B. - "Membrane action, deflections and cracking of two-way reinforced concrete slabs", Matériaux et Constructions, vol. 10, nº 59, Paris, IX-X/1977.
- B - 08 Figueiredo Ferraz, J.C. - "Observações sobre o cálculo das lajes no regime plástico", Temas Estruturais, Escola Politécnica, São Paulo, 1968.
- B - 09 Figueiredo, R.G.; Jorge, A. - "Estudo Experimental de lajes em regime de ruptura", Relatório LE-INT, 18/X, Escola de Engenharia de São Carlos, 1963.
- B - 10 Fusco, P.B. - "Conceitos Estatísticos associados à segurança das estruturas", Grêmio Politécnico, 1975.

- B - 11 Gamble, W.L.; Sozen, M.A.; Siess, C.P. - "An experimental study of a reinforced-concrete two-way floor slab", Civil Engineering Studies, Structural Research Series, nº 211, University of Illinois, 1961.
- B - 12 Haas, A.M. - "Compressive and Tensile Action in Reinforced-Concrete Slabs", CEB, Bulletin D'Information, nº 58, X/1966, p. 117.
- B - 13 Ingerslev, A. - "The Strength of Rectangular Slabs", J. Inst. Struct. Engrs., XII/1922.
- B - 14 Johansen, K.W. - "Bruchmomente der kreuzweise bewehrten Platten", Association Internationale des Ponts et Charpents, Mémoires, 1932, pp. 277-296.
- B - 15 Johansen, K.W. - "Linhas de ruptura", Ao Livro Técnico, 1960.
- B - 16 Jones, L.L.; Wood, R.H. - "Yield-line analysis of slabs", Chatto & Windus, Londres, 1963.
- B - 17 Langendonck, T.V. - "Charneiras Plásticas em lajes de edifícios", Revista Estrutura, nº 58, 1965, pp. 113-125.
- B - 18 Langendonck, T.V. - "Teoria Elementar das Charneiras Plásticas", vol. I, Associação Brasileira de Cimento Portland, São Paulo, 1970.
- B - 19 Langendonck, T.V. - "Teoria Elementar das Charneiras Plásticas", vol. II, Associação Brasileira de Cimento Portland, São Paulo, 1975.
- B - 20 Mansfield, E.H. - "Studies in collapse analysis of rigid-plastic plates with a square yield diagram", Proceedings of the Royal Society, Londres, 1957, pp. 211-238.
- B - 21 Martinelli, D.A.O.; Ribeiro Lima, L.R.; Savassi, W. - "Estudo Experimental do pilar típico do vertedouro da Barragem de Ilha Solteira - CESP", Relatório LE-EXT 62/69, Escola de Engenharia de São Carlos, 1969.

- B - 22 Montanari, I. - "Carga de ruptura de tabuleiros de pontes", Escola de Engenharia de São Carlos, 1969.
- B - 23 Nielsen, M.P. - "Plasticitetsteorien for Jernbetonplader", Copenhagen, 1962.
- B - 24 Ockleston, A.J. - "Load Tests on a Three Storey Reinforced Concrete Building in Johannesburg", The Structural Engineer, X/1955, p. 304.
- B - 25 Ockleston, A.J. - "Arching action in Reinforced Concrete Slabs", The Structural Engineer, XXVI, nº 6, 1958, p. 197.
- B - 26 Park, R. - "The ultimate strength of uniformly loaded, laterally restrained, rectangular two-way concrete slabs", Universidade de Bristol, Tese, 1964.
- B - 27 Park, R. - "Tensile membrane behavior of uniformly loaded rectangular reinforced concrete slabs with fully-restrained edges", Magazine of Concrete Research, vol. 16, nº 46, III/1964, p. 39.
- B - 28 Park, R. - "Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short-term uniform loading with edges restrained against lateral movement", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, vol.28, VI/1964, p. 125.
- B - 29 Park, R. - "The ultimate strength and long-term behavior of uniformly loaded two-way concrete slabs with partial lateral restraint at all edges", Magazine of Concrete Research, vol.16, nº 48, IX/1964, p. 139.
- B - 30 Park, R. - "The lateral stiffness and strength required to ensure membrane action at the ultimate load of a reinforced concrete slab-and-beam floor", Magazine of concrete Research, vol.17, nº 50, III/1965, p. 29.
- B - 31 Park, R. - "Membrane action at the ultimate load of laterally restrained concrete slabs", CEB, Bulletin D'Information nº 58, X/1966, p. 135.

- B - 32 Polillo, A. - "Sugestão para o cálculo, pelo método de ruptura, das lajes retangulares de pontes, apoiadas nos quatro lados", Escola Nacional de Engenharia, Rio de Janeiro, 1964.
- B - 33 Powell, D.S. - "Ultimate strength of concrete panels subjected to uniformly distributed loads", Universidade de Cambridge, Tese, 1956.
- B - 34 Ribeiro Lima, R.L. - "Contribuição ao estudo experimental da ruína de estruturas laminares", Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, 1974.
- B - 35 Rocha, M. - "Dimensionamento experimental das estruturas", LNEC, Public. 21, Lisboa, 1952.
- B - 36 Wood, R.H. - "Plastic and elastic design of slabs and plates", Thames and Hudson, Londres, 1961.
- B - 37 Zagottis, D.L. - "Charneiras Plásticas. Configuração de ruptura com superfícies cônicas", Escola Politécnica, São Paulo, 1967.
- B - 38 Zagottis, D.L. - "Charneiras Plásticas. Configurações de ruína com superfícies regradadas de característica retilínea", Escola Politécnica, São Paulo, 1968.