UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ESTABILIDADE DE COLUNAS ISOSTÁTICAS DE CONCRETO ARMADO

Eng. LILIANA AUFIERO

SÃO CARLOS, OUTUBRO DE 1977

ESTABILIDADE DE COLUNAS ISOSTÁTICAS DE CONCRETO ARMADO

eng. Liliana Aufiero

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador

Prof.Dr. Lauro Modesto dos Santos

Comissão Examinadora

Prof.Dr. Lauro Modesto dos Santos
Prof.Dr. Roberto L.A. Barbato
Prof.Dr. Eddie Mancini

Suplentes

Prof.Dr. Walter Savassi
Prof.Dr. Regis L.Ribeiro Lima

São Carlos, outubro de 1977

RESUMO

Este trabalho mostra vários métodos de dimensionamento de colunas esbeltas de concreto armado, dando ênfase ao método da coluna padrão através de um programa para mini calculadora (HP-67).

É também feita uma explanação sobre o objetivo a se atingir quando se utiliza o método do momento complementar, suas vantagens e possibilidade de estar contra a segurança.

ABSTRACT

This work shows several methods of design of reinforced concrete slender columns emphasazing the model column method through a program adapted for HP-67 mini-calculator.

It is also made an explanation about the objectivs to be attained when it is used the approximate method for calculating the supplementary moment, its advantages and possibilities of being against security.

Agradecimentos

Além do meu constante respeito e admiração pelo professor Lauro Modesto dos Santos, pessoa que sempre se dedica com todo empenho, paciência, carinho e atenção a seus alunos e publicações, quero agora agradecer ter aceito ser meu orientador nesta dissertação e ter me dado apoio, confiança e entusiasmo, fatores indispensáveis a qualquer realização.

Ao meu professor de colégio, Ulisses dos Santos Ribeiro, obrigada por me fazer gostar da matemática e por todo incentivo que sempre me deu.

Agradeço também ao escritório Zuccolo, pelos projetos grandiosos em que participei, pelo muito que aprendi e onde conheci pessoas junto das quais me orgulho de trabalhar.

Ao professor Miguel Carlos Stamato, lacuna insubstituível, saudades.

ÍNDICE pg.

1. Introdução

1.1. Objetivo

Esta publicação visa conceituar o fenômeno da perda de estabilidade na flexão composta procurando ordenar as idéias de forma a torná-las de fácil utilização para o calculista de concreto.

Existe a discussão a respeito da conservação ou não do nome "flambagem" para a denominação desse fenômeno.

A flambagem propriamente dita só ocorre em peças de material *elástico-linear*, sujeitas a carga *centrada* e consiste na mudança da forma do eixo da peça necessária para manter o equilíbrio *estável*.

Nas peças de concreto armado, mesmo que se pudesse considerar o concreto um material elástico-linear, fica eliminada a possibilidade da ocorrência do fenômeno de flambagem devido à atual exigência de se considerar sempre uma excentricidade na carga axial, ainda que acidental, passando a inexistir o caso de compressão centrada.

Na falta de uma denominação mais adequada será também utilizado, nesta publicação, o termo flambagem com significado de "fenômeno de perda de estabilidade na flexão composta".

Este trabalho baseou-se bastante no Boletim de Informação nº 103 do C.E.B. denominado Flambagem - Instabilidade que consideramos o trabalho mais atualizado sobre o assunto.

Os assuntos tratados são:

- considerações sobre o efeito da esbeltez no dimensionamento

- capacidade de barras esbeltas sujeitas à flexão composta considerando-se a influência do comportamento anelástico do material e do tipo de carregamento.

1.2. Sistema de Unidades

Nos exemplos e nas transcrições de valores numéricos serão utilizadas unidades usuais entre nós e as relações de transformação, adotadas, são:

$$1 \text{ M Pa} = 10 \text{ kgf/cm}^2$$

$$1 \text{ kN} = 100 \text{ kgf} = 0{,}1 \text{ tf}$$

$$1000 \text{ kN/m}^2 = 10 \text{ tf/m}^2 = 1 \text{ kgf/cm}^2$$

1.3. Notação (*) (**)

É dado a seguir, o significado da notação utilizada com maior frequência nesta publicação.

a = flecha no topo da coluna

e_a = excentricidade adicional

e_i = excentricidade da resultante das tensões normais do concreto e aço

e_o = excentricidade inicial da carga externa

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto

f_{ck} = resistência característica do concreto

f_{yd} = resistência de cálculo do aço

f_{yk} = resistência característica do aço

h = altura total da seção transversal no plano de flambagem

i = raio de giração da seção transversal da peça

l_e = distância entre pontos de momento nulo = "comprimento de flambagem"

$\frac{1}{r}$ = curvatura

A_c = área da seção transversal de concreto

A_s = área da seção transversal de aço

I = momento de inércia

N = esforço normal na seção transversal

---

* Os números entre chaves {} indicam a bibliografia utilizada.

N_d = esforço normal de cálculo na seção transversal

Quando o índice "d" sobrecarregava demais a notação, ele foi eliminado, devendo-se considerar sempre a carga normal com que se deseja dimensionar a peça.

$N_c = 0{,}85\ f_{cd}\ A_c$ = capacidade da seção de concreto

M = momento fletor na seção transversal

M_i = momento fletor da resultante (R_i) das tensões internas

R_c = resultante das tensões σ do concreto

$R_i = R_c + R_s$ = resultante das tensões internas

R_s = resultante das tensões σ do aço

ε = deformação (sinal positivo corresponde a alongamento)

ε_{yd} = deformação correspondente ao início do escoamento do aço

σ = tensão normal

$\lambda = \frac{l_e}{i}$ = índice de esbeltez

$$\nu = \frac{N}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$

$$\mu = \frac{M}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c\ h} = \nu\ \frac{e}{h}$$

μ_F = μ correspondente à rutura do material (por deformação convencional excessiva do concreto ou plástica excessiva do aço)

μ_A = μ correspondente ao ponto de perda de estabilidade

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$

** A NB-1/77 publicada pela revista Estrutura {1} é um Projeto de Norma Brasileira e deveria, mais propriamente, ser chamada PNB-1/77. Neste trabalho adotou-se a notação NB-1/77 ou simplesmente NB-1.

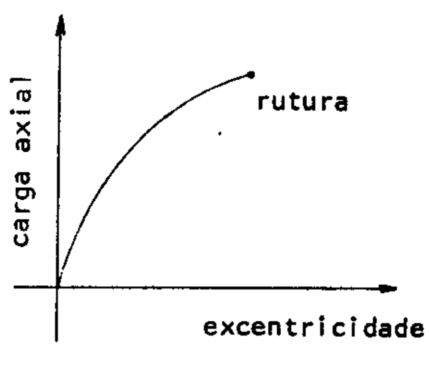
1.4. Hipóteses Assumidas

No estudo da perda de estabilidade são considerados os momentos de 2ª ordem. A elástica da peça, provocada pelo carregamento externo, cria uma excentricidade para a carga axial N fazendo surgir um momento de 2ª ordem que, por sua vez, aumenta a elástica e consequentemente aumenta a excentricidade da carga normal e assim sucessivamente.

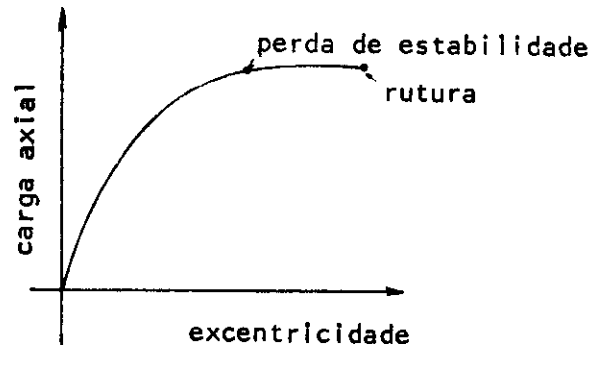
Se as cargas externas forem menores que a capacidade de carga da estrutura esse processo continuará até o estado de equilíbrio entre esforços solicitantes e capacidade resistente da peça em todas as seções. Além disso, em todas as seções, a curvatura necessária para provocar aquela capacidade resistente deverá ser igual à curvatura da linha elástica.

Dependendo das características geométricas da peça comprimida, o estado limite último de rutura pode ocorrer após a perda de estabilidade que se inicia antes do material atingir seu limite de resistência.

colunas curtas



colunas esbeltas



Será sempre considerado no cálculo de barras comprimidas um acréscimo na excentricidade da carga axial N que visa levar em conta os efeitos da incerteza sobre sua posição real.

Esse acréscimo será denominado excentricidade adicional com notação e_a tal que

$$e_a \geq \frac{h}{30} \; ; \qquad e_a \geq 2 \text{ cm} \; ; \qquad e_a \geq \frac{\lambda}{1000} h$$

Deve-se observar que $e_a \geq \frac{\lambda}{1000} h$ não faz parte das recomendações de 1972 mas serão anexadas nas novas recomendações do C.E.B.

O parâmetro λ define o campo de aplicação da teoria apresentada e existe uma pequena diferença entre os limites apresentados pelas recomendações do C.E.B. e pela NB-1/77.

C.E.B.	NB-1/77	
$\lambda < 35$	$\lambda \leq 40$	cálculos incluindo efeitos de 2a. ordem podem ser omitidos.
$35 < \lambda \leq 140$	$40 < \lambda \leq 80$	é válida a teoria apresentada
-	$80 < \lambda \leq 140$	não é válida a aplicação do método complementar permitida para $\lambda \leq 80$
$\lambda > 140$	$\lambda > 140$	deve ser evitado em concretos normais

No caso de estruturas em pórtico deve ser considerada uma inclinação adicional que é função da altura total.

A presente teoria se aplica a concretos que apresentem diagrama tensão x deformação representados, com boa aproximação, por um diagrama parábola retângulo.

Neste trabalho não serão considerados os efeitos da deformação lenta pois, até o presente momento, existem duas correntes, de opinião antagônica sobre a importância ou não desses efeitos.

Os parâmetros de maior influência na instabilidade são:

. esbeltez
. sistema de carregamento
. condições de vinculação (de contorno)
. propriedades do material
. quantidade e disposição da armadura
. valor do carregamento

1.5. Conceitos de Segurança

1.5.1. Coeficientes γ_f e γ_m

γ_f - coeficiente de majoração das cargas atuantes que, num cálculo elástico, coincide com a majoração dos esforços solicitantes

$$\gamma_f = f\ (\gamma_{f1}, \gamma_{f2}, \gamma_{f3})$$

onde

γ_{f1} - leva em conta a probabilidade de todas as cargas atingirem valores mais desfavoráveis que seus valores característicos.

γ_{f2} - leva em conta a pequena probabilidade de todas as cargas estarem atuando com seus valores característicos

γ_{f3} - leva em conta a probabilidade de modificações desfavoráveis das forças, devido, tanto a hipóteses não corretas no projeto, como a erros construtivos do tipo: áreas inadequadas das seções transversais, colunas fora do prumo, excentricidades acidentais.

Em um cálculo não linear de esforços pode ser indicada a adoção desses coeficientes em etapas sucessivas de projeto.

γ_m - coeficiente de minoração das tensões características dos materiais

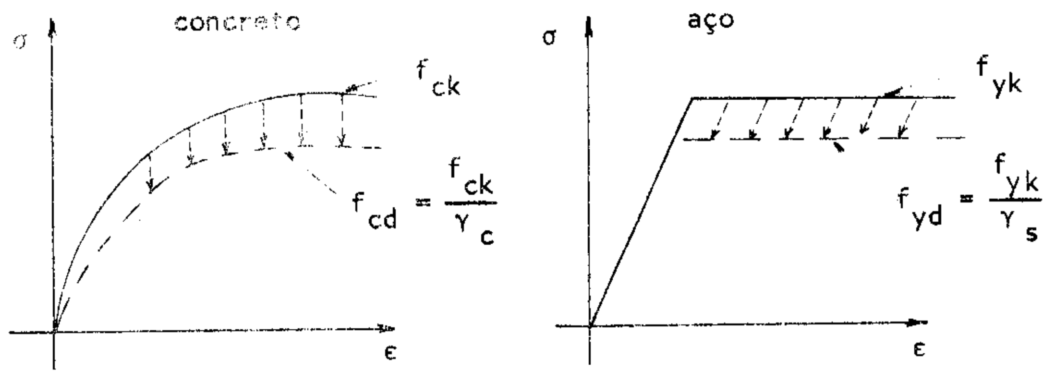
γ_c - para o concreto

γ_s - para o aço

$$\gamma_m = f\ (\gamma_{m1}, \gamma_{m2})$$

γ_{m1} - leva em conta a redução na resistência do material - na estrutura considerada como um todo.

γ_{m2} - leva em conta redução na resistência do material devido a efeitos localizados.



1.5.2. Coeficientes relacionados a efeitos de 2ª ordem

Além dos já usuais coeficientes γ_f e γ_m, as discussões ainda em andamento, estão evidenciando a seguinte orientação com relação aos conceitos de segurança relacionados a efeitos de 2ª ordem:

a) Flambagem de colunas isostáticas incluindo-se as hiperestáticas, onde o comprimento equivalente de flambagem l_e não depende da carga aplicada.

. aplicam-se γ_f e γ_m

. aplica-se também uma correção em γ_f através do fator:

$$\gamma_n = 1 + \frac{\lambda}{700}$$

que leva em conta a incerteza sobre o comprimento de flambagem.

b) Flambagem de elementos verticais de um pórtico sensível a efeitos de 2ª ordem.

. avaliam-se as deformações, incluindo os efeitos de 2ª ordem, com a carga:

$$q_d = \gamma'_n \; \gamma_{f1} \; \gamma_{f2} \; q_k$$

e com a resistência característica reduzida por um coeficiente parcial:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_{m1}}$$

onde

γ'_n = fator de correção de γ_f que, neste caso, é função da altura do pórtico.

γ_{f3} e γ_{m2} não são considerados.

. considera-se cada coluna como isostática e aplica-se o processo delineado em *a* considerando o coeficiente de influência:

$$C_m = \frac{\text{efeito de } q_d}{q_d}$$

Essas noções do item *b* servem apenas como orientação do caminho a se seguir no caso de pórticos, não sendo escopo deste trabalho, esmiuçar e detalhar esses casos.

1.6. Considerações sobre os Coeficientes de Segurança

1.6.1. Segundo as recomendações do C.E.B. (1972) {2}

1º caso - $\lambda \leq 35$

Nenhuma verificação à flambagem é necessária.

Entretanto é sempre necessário a verificação à flexão composta - mesmo que a carga seja suposta centrada:

. se cairmos no caso de armadura mínima (R. 53,111) as expressões já levam em conta a excentricidade adicional e não há necessidade de se aplicar $\gamma_n = 1,2$ sobre γ_m {4}

. se não for o caso de armadura mínima a excentricidade adicional deve ser considerada por uma das duas maneiras seguintes (R. 42, 111 g):

1º) majorando a excentricidade inicial (e_o) e fazendo o cálculo à flexão composta com:

$$N_d = \gamma_f \; N$$

$$M_d = N_d \; (e_o + e_a)$$

onde $$e_a = \frac{h}{30} \geq 2 \text{ cm}$$

2º) mantendo a excentricidade inicial (e_o) mas majorando γ_m através do fator $\gamma_n = 1,2$

2º caso - $35 < \lambda \leq 140$

Deve ser feita a verificação à flambagem introduzindo-se os coeficientes γ definidos na R.22 com as combinações de carga de (R. 22, 21) e com considerações sobre deformação lenta.

Aqui também existem duas maneiras de se efetuar o cálculo

1º) flexão composta como se fosse peça curta com

$$N_d = \gamma_f N$$

$e = e_o + e_2$ (sem excentricidade acidental)

onde $e_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r}$ (é dada uma expressão para avaliar $\frac{1}{r}$)

e será necessário aplicar $\gamma_n = 1,2$ sobre a resistência dos materiais (R.42,231)

Esse processo só pode ser aplicado caso a barra tenha eixo reto e seção constante com armadura simétrica.

2º) flexão composta com

$$N_d = \gamma_f N$$

$$e = e_o + e_a + e_2$$

onde $e_a = \frac{h}{30} \geqslant 2$ cm

e a excentricidade e_2 será considerada através de um dos seguintes métodos:

. método geral (R. 42,21)

. método simplificado (R. 42,22)

isto é, não se permite aplicar o método aproximado (R. 42,23).

Entretanto no Boletim 103 (M. 42,23) o método do momento complementar ou método aproximado foi melhorado dando $\mu \times \frac{1}{r}$ bem de acordo com o método geral. Nesse caso, o coeficiente de comportamento $\gamma_n = 1,2$ pode ser abandonado e o método passa a poder ser aplicado com

$$N_d = \gamma_f N$$

$$M_d = N_d (e_o + e_a + e_2)$$

da mesma forma que o geral e o simplificado.

A limitação da armadura dada na R. 42,20.

$$\frac{A_s\ f_{yd}}{A_c\ f_{cd}} \geq 0,20$$

foi originalmente desenvolvida para o método aproximado. Investigações posteriores mostraram que os métodos podem ser usados abaixo desse limite.

A limitação da R. 53,111 é satisfatória.

1.6.2. Segundo a NB-1/77 {1}

1º caso - $\lambda \leq 40$

O efeito das deformações pode ser desprezado.

Se a excentricidade inicial (e_o) for nula o cálculo pode ser feito como compressão simples com

$$N_d = 1,2\ \gamma_f\ N \qquad \text{NB-1/(4.1.1.3.4)}$$

Se $e_o \neq 0$ calcula-se à flexão composta com

$$N_d = \gamma_f\ N$$

$$M_d = N_d\ (e_o + e_a)$$

onde $e_a = \frac{h}{30} \geq 2$ cm NB-1/(4.1.1.3)

2º caso - $40 < \lambda \leq 80$

O efeito das deformações deve ser considerado e permite-se a aplicação do método do momento complementar, caso a barra seja reta e com seção simétrica e constante - NB-1/(4.1.1.3.3).

O cálculo à flexão composta será feito com:

$$N_d = \gamma_f \; N$$

$$M_d = N_d \; (e_o + e_a + e_2)$$

onde $$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \; \frac{1}{r}$$

e é fornecida uma expressão para avaliar $\frac{1}{r}$.

3º caso - $80 < \lambda \leqslant 140$

O cálculo será feito pelos métodos que consideram a relação momento-curvatura, isto é, método geral, método simplificado ou método do momento complementar corrigido - NB-1/(4.1.1.3.2).

2. Excentricidade em uma Única Direção

Métodos de análise e projeto:

. Método Geral

É baseado na equação diferencial que traduz o comportamento da estrutura e as propriedades do material. Este método é aceito como a melhor aproximação do comportamento real da estrutura.

. Método da Coluna Padrão

É baseado no estudo da situação real através de um modelo que permite uma abordagem mais simples do problema. Esse modelo é definido como uma coluna em balanço, engastada na base e flexionada com curvatura plana. A distribuição de curvatura produz um deslocamento no topo que dependerá, no modelo, somente de dois parâmetros: comprimento da coluna e curvatura da base.

A precisão do deslocamento do topo é melhorada por um fator de correção que depende apenas do diagrama de momentos de 1ª ordem.

. Método Aproximado

Consiste em avaliar o momento adicional através de uma expressão aproximada, baseada em testes e teoria. O momento adicional leva em conta os momentos de 2ª ordem e permite que o cálculo seja feito como se fosse uma coluna curta.

Este método não depende da taxa de armadura sendo aconselhado para projeto preliminar.

. Método Simplificado

Consiste em mostrar que é suficiente que exista um estado de equilíbrio entre esforços solicitantes e resultantes de tensões internas para um dado conjunto de cargas externas. Embora esse método não dê, geralmente, uma solução ótima, bons resultados podem ser obtidos se forem assumidos valores adequados para a curvatura, deslocamento e carga axial.

2.1. Método Geral

Definição (R. 42,21):

> O projeto de barras comprimidas pode ser feito por uma análise racional do comportamento da estrutura incluindo-se, além dos efeitos das cargas, os efeitos de 2ª ordem produzidos pelas deformações.
>
> Esses efeitos de 2ª ordem devem ser avaliados levando-se em conta, a influência da armadura na rigidez da barra e a deformação lenta correspondente às cargas de utilização.
>
> A capacidade de carga está diretamente ligada à relação existente entre carregamento e deformação. É pois, essencial, basear os cálculos numa apropriada representação dos diagramas tensão-deformação do aço e do concreto.

A previsão sobre o comportamento de barras de concreto armado é dificultada por dois tipos de não linearidade:

. Geométrica

resulta da influência das deformações no momento total; esse efeito é também conhecido como efeito de 2ª ordem.

. Física

resulta da resposta não linear do aço e do concreto nos respectivos diagramas tensão x deformação ($\sigma \times \varepsilon$) que provoca um diagrama curvo de momento x curvatura ($\mu \times \frac{1}{r}$) que dependerá da taxa de armadura (ω) e da carga axial (ν).

Para se levar em conta a resposta não linear do comportamento dos materiais é utilizada, no cálculo de colunas e pórticos de concreto armado, a teoria da elasticidade baseada nas rigidezes secantes.

Já a não linearidade geométrica é incorporada às equações diferenciais que regem o problema e a influência da carga axial aplicada é considerada por tentativas sucessivas até a convergência do processo, isto é, até a carga normal obtida ser igual à carga normal assumida.

A variação do momento, portanto da curvatura, ao longo da barra impõe que seja feita uma subdivisão das barras para a análise da estrutura chegando-se assim a resultados com a precisão desejada. O método dos elementos finitos é o mais adaptado para essa análise.

A vantagem do método geral é a sua precisão e generalidade pois pode ser usado para todos os casos imagináveis.

A maior desvantagem é que ele requer o uso de computador. Entretanto, pode-se preparar tabelas e gráficos para os casos desejados e utilizá-los sempre. Para se achar a capacidade suporte da coluna é necessário aumentar gradualmente a carga externa e, a cada passo, computar o correspondente estado de equilíbrio.

A capacidade de carga de uma barra esbelta pode ser dada por diagramas de interação entre: esforço normal, momento fletor de 1ª ordem, taxa de armadura e esbeltez da peça.

Esses diagramas podem também ser utilizados na verificação de qualquer método simplificado ou, na obtenção de uma curvatura ou rigidez apropriadas para que os resultados estejam de acordo com o método geral.

A impossibilidade de se definir com uma única equação as relações $\sigma \times \varepsilon$ do concreto e aço faz com que a obtenção da relação μ, ν, $\frac{1}{r}$ seja possível somente por processo iterativo.

2.2. Método da Coluna Padrão

Basicamente esse não é um novo método mas, sim, um caso especial do Método Geral.

2.2.1. Seção transversal constante

2.2.1.1. 1ª aproximação

O enorme trabalho exigido na aplicação do Método Geral é devido principalmente ao comportamento não linear dos materiais gerando a necessidade de se subdividir a coluna em trechos e se processar um cálculo iterativo.

A capacidade de carga de uma coluna em balanço pode ser determinada aproximadamente se o deslocamento da extremidade for assumido como função da altura da coluna e da curvatura da base.

A hipótese básica do método da coluna padrão é assumir-se que:

$$a = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \qquad \text{(E-2-1)}$$

onde,

a = flecha da extremidade livre

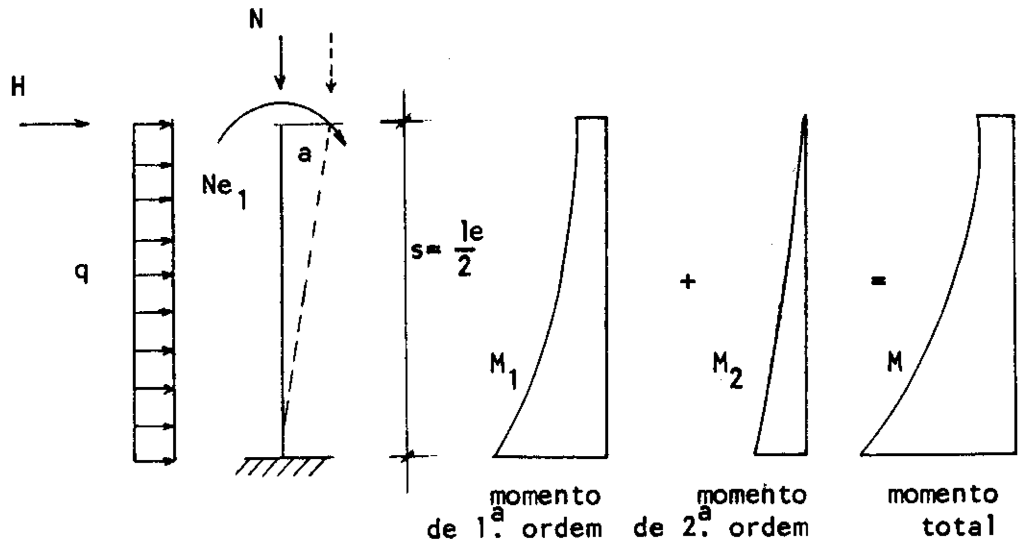
$\frac{1}{r}$ = curvatura da base

Portanto define-se:

Coluna padrão é uma coluna em balanço com uma distribuição de curvatura tal que a flecha do topo pode ser determinada pela expressão (E-2-1).

Essa expressão é exata se a elástica for senoidal desde que se considere $\pi^2 \cong 10$ e exata também para outras distribuições de curvatura. Por outro lado a expressão (E-2-1) pode ser interpretada como o 1º termo da série de Fourier relativa à forma real da elástica o que significa que é uma boa aproximação da flecha em vários casos práticos.

Esquematizando:



$M = M_1 + M_2$ ou $\mu = \mu_1 + \mu_2$

M = momento total cujo adimensional é μ

M_1 = momento de 1ª ordem cujo adimensional é μ_1

M_2 = momento de 2ª ordem ou momento complementar cujo adimensional é μ_2

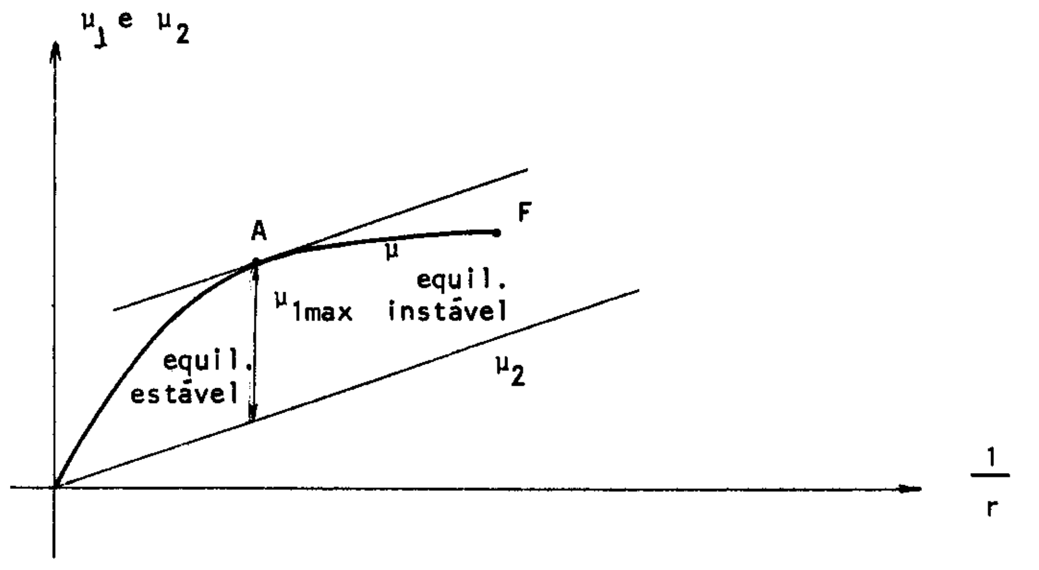
O objetivo do método é determinar o máximo momento de 1ª ordem (μ_1) que a coluna pode suportar.

Deve se conhecer as propriedades dos materiais, a seção transversal da coluna e a carga axial no topo.

Obtem-se o valor de μ_1 utilizando-se:

1º) $a = \frac{l_e^2}{10} \times \frac{1}{r}$ para obter $\mu_2 = \frac{\nu a}{h}$

2º) Gráfico de $\mu \times \frac{1}{r} \times \nu$ para a seção da base.

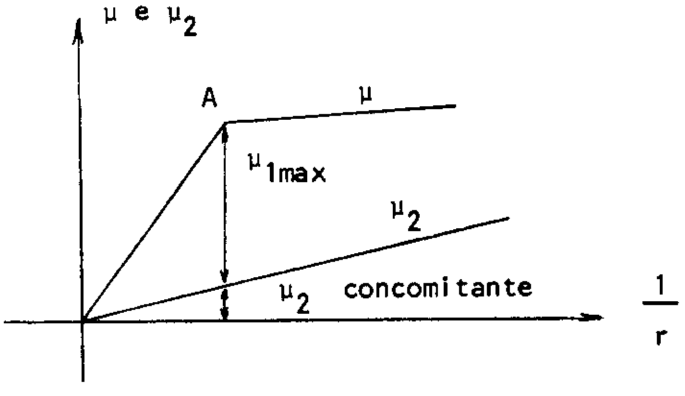


O ponto F é o ponto correspondente ao estado limite último de rutura da seção determinado ou por ε_c máximo ou por ε_s máximo.

O ponto corresponde à curvatura em que o valor μ_1 é máximo e é denominado estado limite último de perda de estabilidade. A partir do ponto A pode haver estado de equilíbrio com valores menores de μ_1 mas será um equilíbrio instável pois qualquer aumento na flecha com consequente aumento da curvatura da base faz com que a parcela μ_2 do momento externo aumente mais que o momento interno μ_i (a partir do ponto A a tangente $\mu \times \frac{1}{r}$ é menor - que a tangente de $\mu_2 \times \frac{1}{r}$).

2.2.1.2. 2ª aproximação

Nas deduções a seguir, foi admitido que $\mu \times \frac{1}{r}$ para ν = cte se comporte, praticamente, como um gráfico composto por 2 retas



Sabe-se que em peças esbeltas o ponto A está na vizinhança do "cotovelo" da curva $\mu \times \frac{1}{r}$, o que justifica a boa aproximação de se considerar M como função linear de $\frac{1}{r}$.

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{M_1 + M_2}{EI} \qquad \text{(E-2-2)}$$

chamando

$$\frac{1}{r_1} = \frac{M_1}{EI} \quad \text{e} \quad \frac{1}{r_2} = \frac{M_2}{EI} \qquad \text{(E-2-3)}$$

temos:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

A flecha no topo da coluna, calculada por

$$a = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} = \frac{(2s)^2}{10} \frac{1}{r} = 0,4\ s^2 \frac{1}{r}$$

pode ser subdividida em duas parcelas

$$a = 0,4\ s^2 \frac{1}{r_1} + 0,4\ s^2 \frac{1}{r_2}$$

A primeira parcela, correspondente aos momentos de 1ª ordem, admite uma correção que pode alterar o coeficiente 0,4.

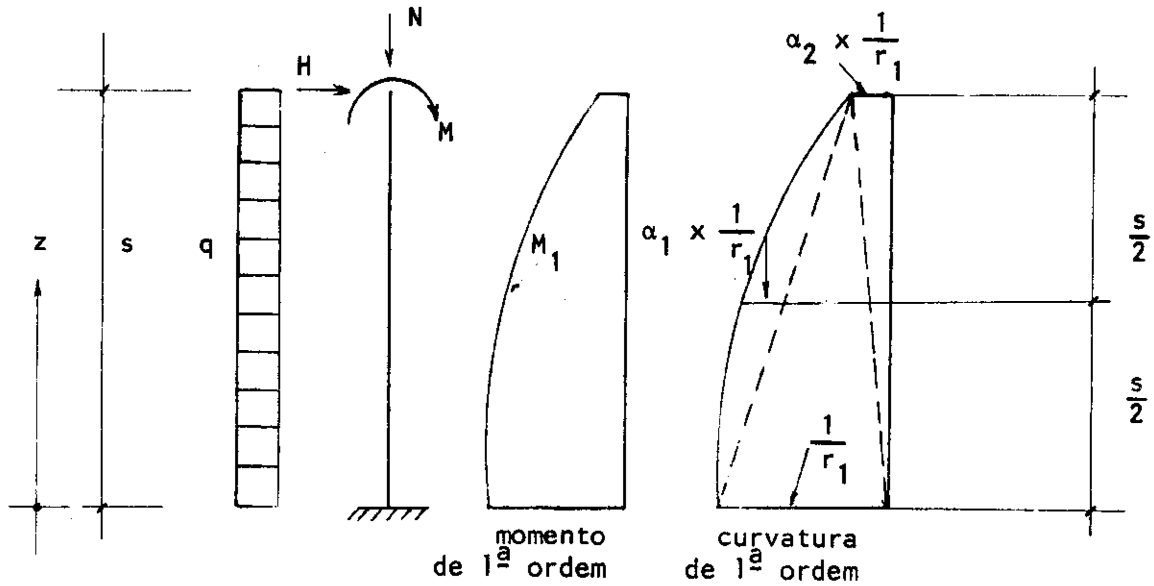
Teremos então um valor corrigido da flecha no topo:

$$a_c = a_{1c} + a_2 = a_{1c} + 0{,}4\ s^2 \frac{1}{r_2}$$

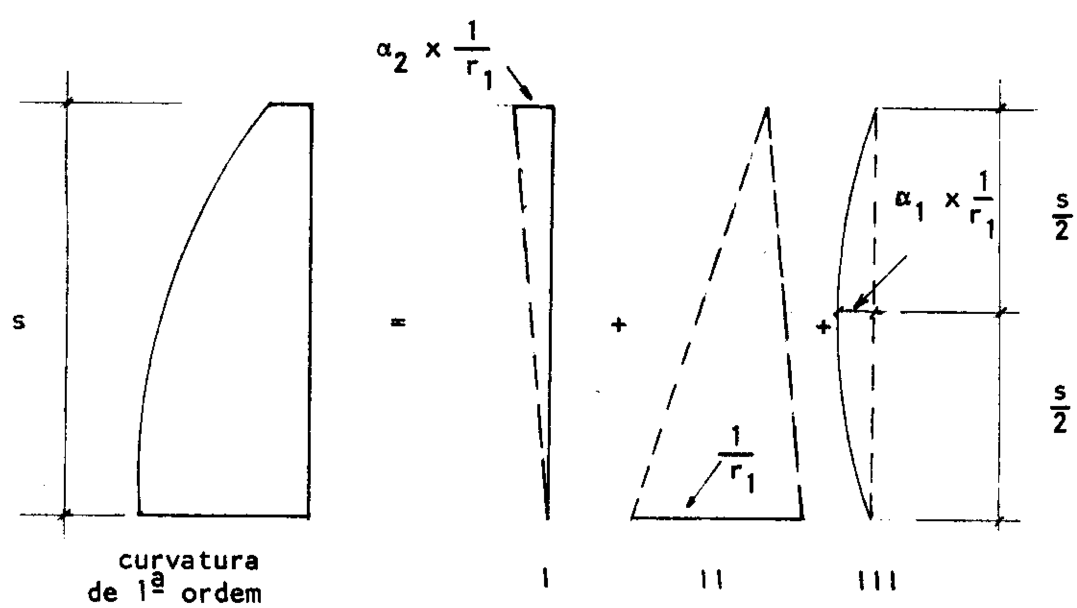
e o momento de 1ª ordem será:

$$M_{1c} = M - M_{2c} = M - N\ (a_{1c} + a_2)$$

Introduzindo agora a notação esquematizada na figura onde $\frac{1}{r_1}$ é a curvatura de 1ª ordem da base



isto é, o diagrama de curvatura foi subdividido em 3 diagramas parciais



α_1 = fator que, multiplicado pela curvatura da base $(\frac{1}{r_1})$ dá a curvatura a meia altura da barra, do diagrama parcial parabólico

α_2 = fator que, multiplicado pela curvatura da base $(\frac{1}{r_1})$ dá a curvatura da extremidade da barra

Escrevendo a expressão da curvatura, que corresponde à 2ª derivada da elástica de 1ª ordem, temos:

no I) comportamento linear

$$\eta'' = (\alpha_2 \frac{1}{r_1}) \frac{z}{s}$$

no II) comportamento linear

$$\eta'' = (\frac{1}{r_1}) \frac{s-z}{s}$$

no III) comportamento parabólico

$$\eta'' = (\alpha_1 \frac{1}{r_1}) \; 4 \frac{(sz-z^2)}{s^2}$$

Integrando duas vezes obtem-se a equação da elástica (η)

no I)

$$\eta = (\alpha_2 \frac{1}{r_1}) \frac{z^3}{6s}$$

no II)

$$\eta = (\frac{1}{r_1}) (\frac{sz^2}{2} - \frac{z^3}{6}) \frac{1}{s}$$

no III)

$$\eta = (\alpha_1 \frac{1}{r_1}) (\frac{sz^3}{6} - \frac{z^4}{12}) \frac{4}{s^2}$$

as quais para z=s dão o valor das 3 parcelas da flecha de 1ª ordem no topo.

$$a_I = \alpha_2 \left(\frac{1}{r_1}\right) \frac{s^2}{6}$$

$$a_{II} = \left(\frac{1}{r_1}\right) \frac{s^2}{3}$$

$$a_{III} = \alpha_1 \left(\frac{1}{r_1}\right) \frac{s^2}{3}$$

Somando as três parcelas

$$a_{1c} = \frac{1}{r_1} \left(1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \frac{s^2}{3}$$

e lembrando que

$$a_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r_2} = \frac{(2s)^2}{10} \frac{1}{r_2} = 0{,}4\ s^2 \left(\frac{1}{r_2}\right)$$

pode-se, utilizando as expressões (E-2-3), exprimir:

$$a_{1c} = \frac{M_1}{EI} \left(1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \frac{s^2}{3}$$

$$a_2 = \frac{M_2}{EI}\ 0{,}4\ s^2$$

Somando, temos a flecha corrigida:

$$a_c = a_{1c} + a_2 = \frac{M_1}{EI} \left(1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \frac{s^2}{3} + \frac{M_2}{EI}\ 0{,}4\ s^2$$

e, pelas expressões (E-2-1) e (E-2-3) temos a flecha sem correção:

$$a = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} = \frac{(2s)^2}{10} \times \frac{M}{EI} = 0{,}4\ s^2\ \frac{M}{EI}$$

Utilizando a relação:

$$\frac{M_{2c}}{M_2} = \frac{Na_c}{Na} = \frac{M_1 \left(1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \frac{s^2}{3} + M_2\ 0{,}4\ s^2}{M\ 0{,}4\ s^2}$$

e, chamando:

$$M_1 \quad (1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}) \quad \frac{s^2}{3} = A$$

temos:

$$\frac{M_{2c}}{M_2} = \frac{A + 0{,}4\, s^2\, M_2}{0{,}4\, s^2\, M} = \frac{2{,}5\, A}{s^2 M} + \frac{M_2}{M}$$

com:

$$M = M_{1c} + M_{2c}$$

$$M_{1c} = M - M_{2c}$$

$$M_{1c} = M - (\frac{2{,}5\, A}{s^2} + M_2) \quad \frac{M_2}{M}$$

ou

$$M_{1c} = M - (\frac{2{,}5\, A}{s^2} + (M - M_1)) \quad \frac{M_2}{M}$$

$$M_{1c} = M - (\frac{2{,}5\, A}{s^2} \quad \frac{M_2}{M} + M_2 - \frac{M_1\, M_2}{M})$$

$$M_{1c} = M_1 - \frac{2{,}5\, A}{s^2} \quad \frac{M_2}{M} + \frac{M_1\, M_2}{M}$$

dividindo por M_1:

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 - \frac{2{,}5\, A}{s^2} \quad \frac{M_2}{M\, M_1} + \frac{M_2}{M}$$

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 - 2{,}5\, \frac{M_2}{M_1} \quad (\frac{A}{s^2\, M}) + \frac{M_2}{M}$$

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 - 2{,}5\, \frac{M_2}{M_1} \quad (\frac{M_1\, (1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}) \quad \frac{s^2}{3}}{s^2\, M}) + \frac{M_2}{M}$$

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 - 2{,}5\, \frac{M_2}{M} \quad (1 + \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}) \quad \frac{1}{3} + \frac{M_2}{M}$$

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 + \frac{M_2}{M} \left(- \frac{2,5}{3} - \frac{2,5\,\alpha_1}{3} - \frac{2,5\,\alpha_2}{6} + 1\right)$$

$$\frac{M_{1c}}{M_1} = 1 + \frac{M_2}{M} \left(\frac{1}{6} - \frac{5}{6}\,\alpha_1 - \frac{5}{12}\,\alpha_2\right)$$

chamando a expressão que está dentro do parênteses de α_c :

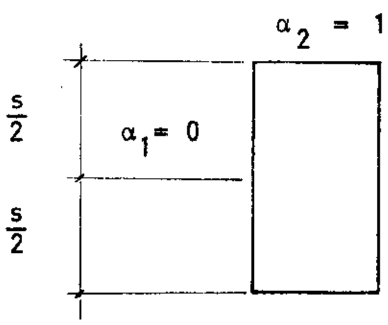
$$\boxed{M_{1c} = M_1 \left(1 + \frac{M - M_1}{M}\,\alpha_c\right)}$$

Aplicação: cálculo de α_c para casos particulares do diagrama de M_1

$$\boxed{\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}\,\alpha_1 - \frac{5}{12}\,\alpha_2}$$

Deve-se observar que, quando α_c é negativo, M_{1c} é menor que M_1, isto é, sem a correção estaríamos contra a segurança.

a) retangular (α_c sempre negativo)

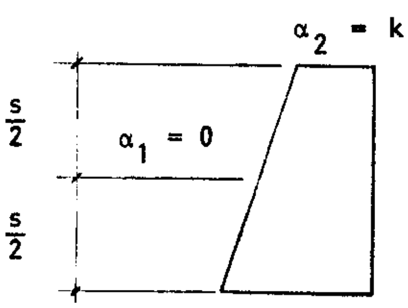


$\alpha_1 = 0$

$\alpha_2 = 1$

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{12} = -0,25$$

b) trapezoidal (α_c pode ser positivo ou negativo)



$\alpha_1 = 0$

$\alpha_2 = k$

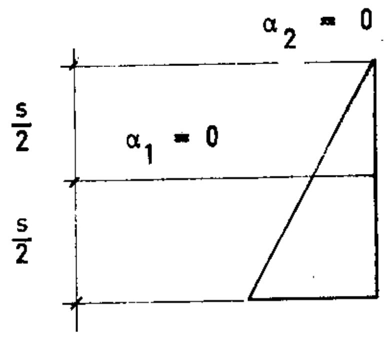
$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{12}\,k$$

para $k = 0,3$ $\quad \alpha_c = +\,0,04$

$k = 0,4$ $\quad \alpha_c = 0$

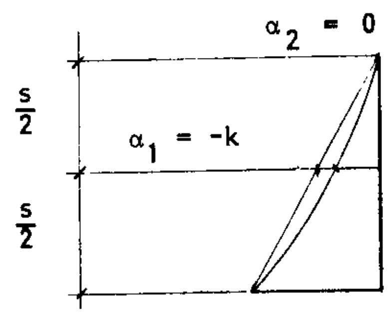
$k = 0,5$ $\quad \alpha_c = -\,0,04$

c) triangular (α_c sempre positivo)



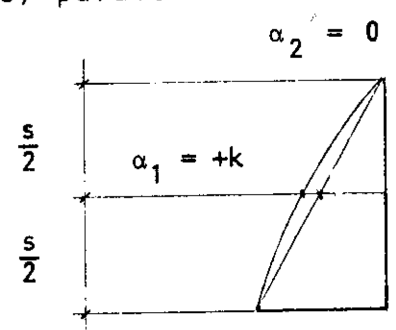
$$\alpha_1 = 0$$
$$\alpha_2 = 0$$
$$\alpha_c = \frac{1}{6} = 0,17$$

d) parabólico côncavo (α_c sempre positivo)



$$\alpha_1 = -k$$
$$\alpha_2 = 0$$
$$\alpha_c = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}k$$

e) parabólico convexo (α_c pode ser positivo ou negativo)



$$\alpha_1 = +k$$
$$\alpha_2 = 0$$
$$\alpha = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}k$$

Sintetizando, para a aplicação do método da coluna padrão, deve-se:

1º) traçar o gráfico de $\mu \times \frac{1}{r}$ para ν e ω conhecidos

2º) traçar o gráfico de $\mu_2 = \nu \frac{a}{h}$

3º) determinar μ_1 na curvatura em que

$\mu_1 = \mu - \mu_2$ é máximo

4º) corrigir μ_1 em função do diagrama de momentos de 1ª ordem.

Para traçar o diagrama de $\mu \times \frac{1}{r}$ procede-se da forma iterativa:

1) Assume-se um valor inicial para a curvatura $\frac{1}{r}$.

2) Assume-se um valor inicial para a deformação no centro geométrico da seção transversal.

3) Determina-se a tensão em cada faixa da subdivisão em função da deformação assumida e das equações de $\sigma \times \varepsilon$ para o aço e o concreto.

4) A integral da tensão na seção transversal fornece a carga normal (ν_I) e o momento fletor (μ_I)

5) Se o esforço normal obtido em (4) não coincidir com o esforço normal aplicado na seção retorna-se ao item (2) e assume-se um novo valor para a deformação ε no centro geométrico.
Se o esforço normal obtido em (4) coincidir com o esforço normal aplicado na seção foi obtido um ponto da curva $\mu \times \frac{1}{r}$.

6) Reinicia-se o processo em (1) com um novo valor da curvatura ($\frac{1}{r}$) para se obter um novo ponto do gráfico de $\mu \times \frac{1}{r}$.

Podem ser incorporados ao cálculo do diagrama de $\mu \times \frac{1}{r}$ os efeitos de:

. deformação lenta

através de artifícios especiais

. retração

subtraindo-se ε_{sh} (deformação de retração) da deformação total antes de se calcular a tensão no concreto

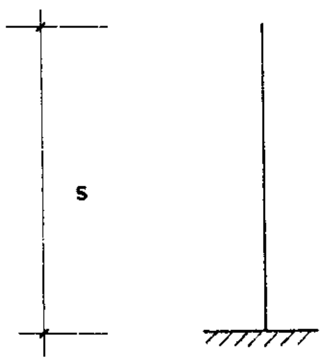
. protensão

adicionando-se ε_p (deformação inicial de protensão do aço) à deformação ε devida à deformação da seção. A deformação total da armadura será $\varepsilon + \varepsilon_p$.

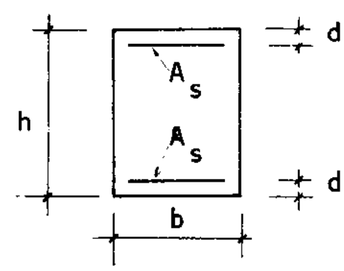
Foi desenvolvido, neste trabalho, um programa para a HP-67 que fornece os valores de $\mu \times \frac{1}{r}$. (Anexo nº 1)

Exemplos numéricos

1) Qual o máximo valor de μ_1 na direção paralela à altura h da seção?



seção transversal



Dados: $\frac{l_e}{h} = \frac{2s}{h} = 20$ $\qquad \varepsilon_{yd} = 2‰$ (aço classe A)

$$\omega = \frac{f_{yd}\, A_s}{0{,}85\, f_{cd}\, A_c} = 0{,}2 \qquad \frac{d'}{h} = 0{,}1$$

$$\nu = \frac{N_d}{0{,}85\, f_{cd}\, A_c} = 0{,}5$$

a) Determinação dos valores de μ^* e μ_2 em função de $\frac{h}{r}$

$$\mu_2 = \nu \frac{a}{h} = \nu \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \frac{1}{h} = \nu \frac{l_e^2}{10} \frac{h}{r} \frac{1}{h^2}$$

$$\mu_2 = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_e}{h}\right)^2 \frac{h}{r} = \frac{0{,}5}{10} (20)^2 \frac{h}{r} = 20 \frac{h}{r}$$

---

* obtidos com o processamento do programa (anexo nº 1) até o valor de $\frac{h}{r}$ correspondente ao estado limite último.

$\frac{h}{r}$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$	
0,0010	0,095	0,020	0,075	
0,0020	0,160	0,040	0,120	
0,0030	0,205	0,060	0,145	
0,0040	0,243	0,080	0,163	
0,0050	0,262	0,100	0,162	
0,0060	-	-	-	$\lvert \dot{\varepsilon}_c \rvert > 3,5‰$

pode-se ver pelos resultados obtidos que μ_1 máximo ocorrerá entre $\frac{h}{r} = 0,0030$ e $\frac{h}{r} = 0,0050$

$\frac{h}{r}$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
0,0030	0,205	0,060	0,145
0,0035	0,225	0,070	0,155
0,0040	0,243	0,080	0,163
0,0045	0,254	0,090	0,164
0,0050	0,262	0,100	0,162

com esses novos resultados, ve-se que $\mu_{1\ max}$ estará entre $\frac{h}{r} = 0,040$ e $\frac{h}{r} = 0,0050$

0,0040	0,243	0,080	0,163
0,00425	0,250	0,085	0,165
0,045	0,254	0,090	0,164
0,00475			
0,050	0,262	0,100	0,162

com o resultado de μ_1 para $\frac{h}{r} = 0{,}00425$ pode-se afirmar que μ_{1max} estará no intervalo $0{,}0040 < \frac{h}{r} < 0{,}0045$ e considera-se concluído o exercício com

$$\mu_{1\ máx} = 0{,}165$$

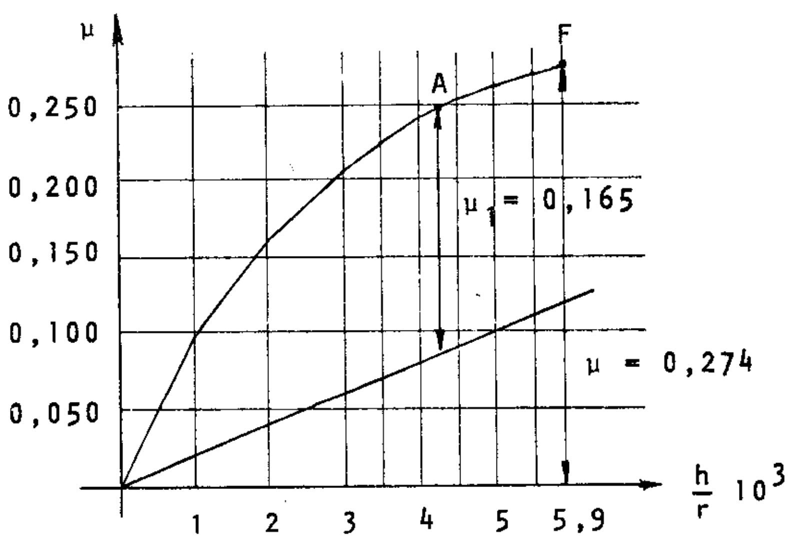
Procurando agora o ponto correspondente ao estado limite último de rutura do material, sabe-se que ocorrerá para $\frac{h}{r} < 0{,}0060$ pois, com essa curvatura a deformação na fibra mais comprimida do concreto é maior que 3,5 ‰.

$\frac{h}{r}$	μ
0,0055	0,269
0,0056	0,270
0,0057	0,271
0,0058	0,273
0,0059	0,274

O valor máximo de μ será

$$\mu = 0{,}274$$

Colocando em gráfico os valores obtidos temos:



Comparando-se os resultados com os valores da tabela RC 20/10 do Boletim 103 temos: (anexo nº 2)

$\frac{l_e}{h}$	ω \ ν	0,5
0	0,2	0,274
20	0,2	0,165

b) Correção do valor de μ_1 em função da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem

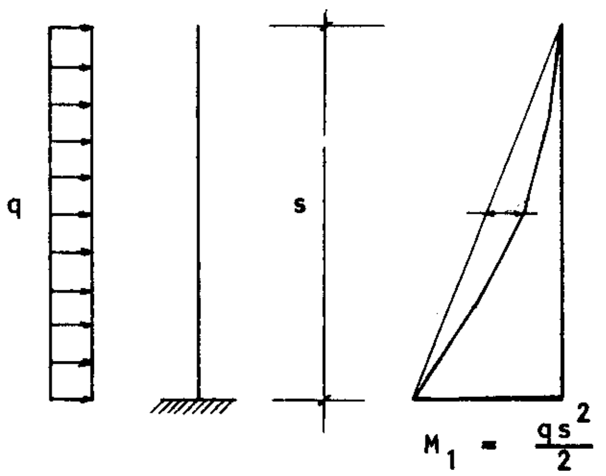
. se o diagrama de fletores for constante ($\alpha_c = -0,25$)

$$\mu_{1c} = \mu_1 \left(1 + \frac{\mu - \mu_1}{\mu} \alpha_c\right)$$

$$\mu_{1c} = 0,165 \left(1 + \frac{0,274 - 0,165}{0,274} \times 0,25\right) = 0,165 \, (0,9) =$$

$= 0,148$

. se o diagrama de fletores for parabólico, provocado por uma carga horizontal uniformemente distribuida ao longo da altura



, $\frac{qs^2}{8} = 0,25 \; M_1$

parábola côncava

$\alpha_1 = -0,25$

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}\,\alpha_1 - \frac{5}{12}\,\alpha_2 = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}\,(-0{,}25) - 0 = 0{,}38$$

$$\mu_{1c} = 0{,}165 \quad \left(1 + \frac{0{,}274 - 0{,}165}{0{,}274} \times 0{,}38\right) = 0{,}165\ (1{,}15) = 0{,}190$$

2) Calcular o valor de μ_1 para uma coluna em balanço, com $\frac{l_e}{h}$ valendo: 0, 10, 20, 30, 40 pelo

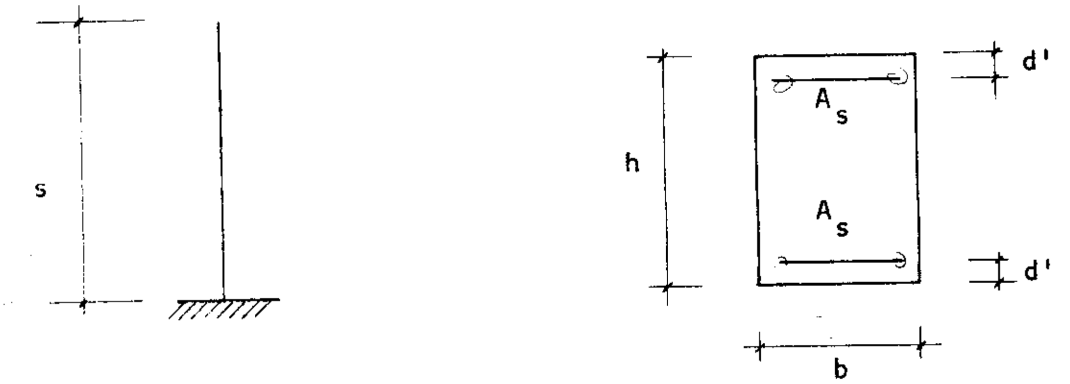
a) método geral

b) método da coluna padrão

c) método corrigido da coluna padrão

Considerar o momento fletor constante ao longo da barra

Seção transversal



$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = 0{,}2 \qquad \varepsilon_{yd} = 2‰ \quad \text{(aço classe A)}$$

$$\nu = \frac{N_d}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = 0{,}4 \qquad \frac{d'}{h} = 0{,}1$$

a) pelo método geral: (valores fornecidos pelo Boletim 103)

$\frac{l_e}{h}$	0	10	20	30	40
μ_1	0,278	0,250	0,181	0,088	0,029

b) pelo método da coluna padrão:

$\frac{h}{r}$	μ
0,0005	0,044
0,0010	0,096
0,0015	0,128
0,0020	0,154
0,0025	0,177
0,0030	0,198
0,0035	0,219
0,0040	0,238

$\frac{h}{r}$	μ
0,0045	0,256
0,0050	0,270
0,0055	0,276
0,0060	0,277
0,0065	0,277
0,0070	0,278

$$\mu_2 = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_e}{h}\right)^2 \frac{h}{r} = \frac{0,4}{10} \left(\frac{l_e}{h}\right)^2 \frac{h}{r}$$

	$\frac{l_e}{h} = 10$		$\frac{l_e}{h} = 20$		$\frac{l_e}{h} = 30$		$\frac{l_e}{h} = 40$	
$\frac{h}{r}\,10^3$	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
0,5	0,002	0,042	0,008	0,036	0,018	0,026	0,032	0,012
1,0	0,004	0,092	0,016	0,080	0,036	0,060	0,064	$\boxed{0,032}$
1,5	0,006	0,122	0,024	0,104	0,054	0,074	0,096	$\boxed{0,032}$
2,0	0,008	0,146	0,032	0,122	0,072	0,082		
2,5	0,010	0,167	0,040	0,137	0,090	0,087		
3,0	0,012	0,186	0,048	0,150	0,108	0,090		
3,5	0,014	0,205	0,056	0,163	0,126	0,093		
4,0	0,016	0,222	0,064	0,174	0,144	$\boxed{0,094}$		
4,5	0,018	0,238	0,072	$\boxed{0,184}$	0,162	$\boxed{0,094}$		
5,0	0,020	$\boxed{0,250}$	0,080	$\boxed{0,190}$				
5,5	0,022	$\boxed{0,254}$	0,088	$\boxed{0,188}$				
6,0	0,024	$\boxed{0,253}$						

procurando o valor máximo de μ_1 para cada valor de $\frac{l_e}{h}$:

	$\frac{l_e}{h} = 10$		
$\frac{h}{r}\ 10^3$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
5,0	0,270	0,020	0,250
5,25	0,275	0,021	$\boxed{0,254}$
5,5	0,276	0,022	$\boxed{0,254}$
5,75	0,277	0,023	$\boxed{0,254}$
6,0	0,277	0,024	0,253

	$\frac{l_e}{h} = 20$		
$\frac{h}{r} .10^3$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
4,5	0,256	0,072	0,184
4,75	0,265	0,076	0,189
5,0	0,270	0,080	0,190
5,25	0,275	0,084	$\boxed{0,191}$
5,5	0,277	0,088	0,188

	$\frac{l_e}{h} = 30$		
$\frac{h}{r}\ 10^3$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
4,0	0,238	0,144	$\boxed{0,094}$
4,25	0,247	0,153	$\boxed{0,094}$
4,5	0,256	0,162	$\boxed{0,094}$

	$\frac{l_e}{h} = 40$		
$\frac{h}{r} .10^3$	μ	μ_2	$\mu_1 = \mu - \mu_2$
1,0	0,096	0,064	0,032
1,25	0,113	0,080	$\boxed{0,033}$
1,5	0,128	0,096	0,032

resumindo, pelo método da coluna padrão:

$\frac{l_e}{h}$	0	10	20	30	40
μ_1	0,278	0,254	0,191	0,094	0,033

c) Pelo método corrigido da coluna padrão

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}\alpha_1 - \frac{5}{12}\alpha_2$$

para momento fletor constante:

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 1$$

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{12} = -0,25$$

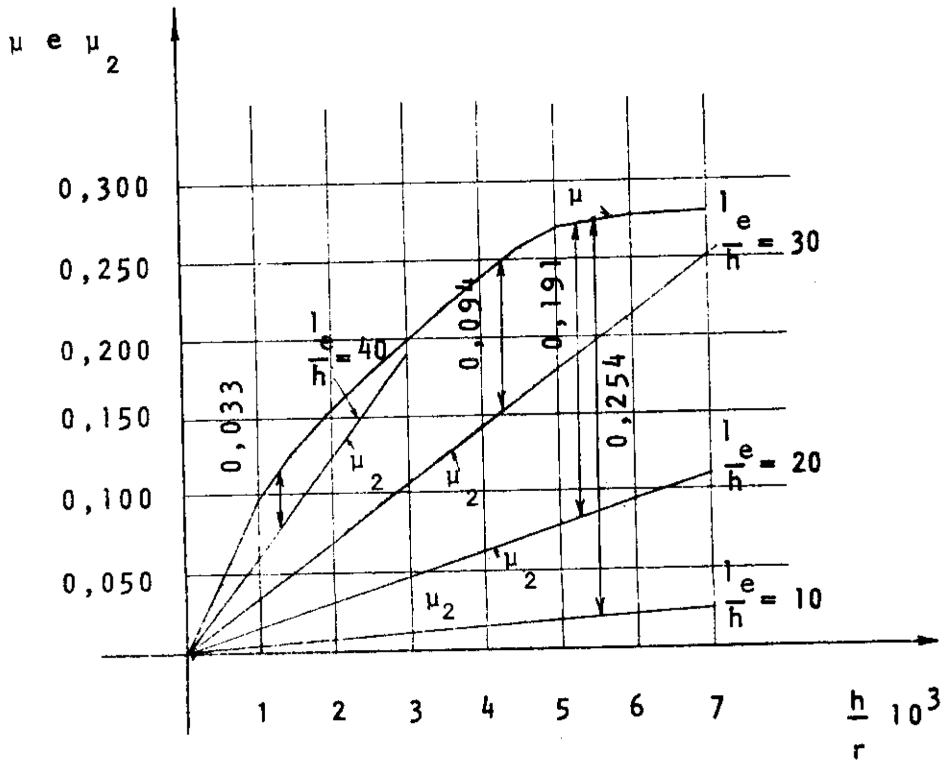
$$\mu_{1c} = \mu_1 \left(1 + \frac{\mu - \mu_1}{\mu} \alpha_c\right) = \mu_1 \left(1 - \frac{0,278 - \mu_1}{0,278} 0,25\right)$$

$\frac{l_e}{h}$	0	10	20	30	40
μ_1	0,278	0,254	0,191	0,094	0,033
$1 - \frac{\mu - \mu_1}{\mu} \alpha_c$	1	0,978	0,922	0,835	0,780
μ_{1c}	0,278	0,249	0,176	0,078	0,026

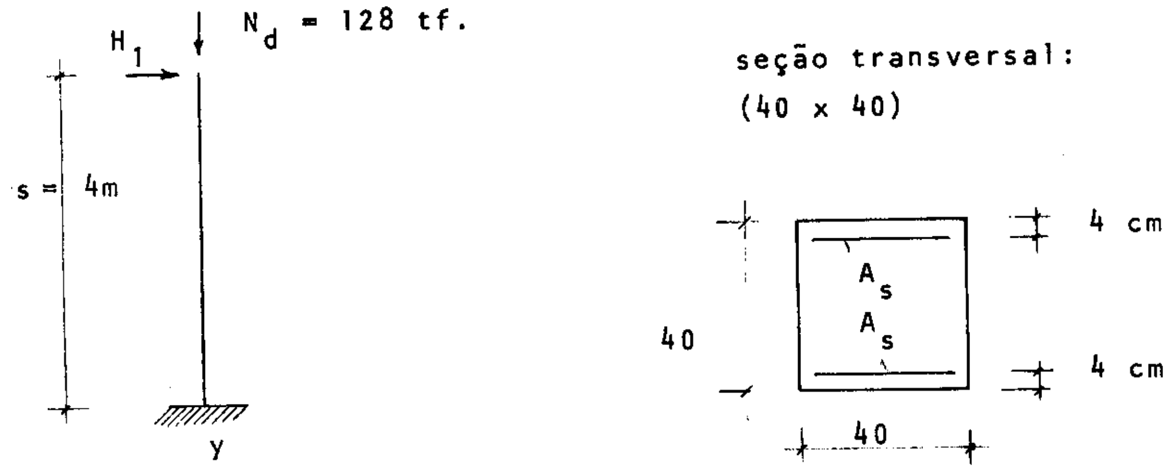
Comparando os tres resultados:

$\frac{l_e}{h}$	0	10	20	30	40	Observações
método geral	0,278	0,250	0,181	0,088	0,029	
coluna padrão	0,278	0,254	0,191	0,094	0,033	contra a segurança
coluna padrão corrigido	0,278	0,249	0,176	0,078	0,026	a favor da segurança

Colocando em gráfico os valores obtidos temos:



3) Qual a máxima força horizontal (H_1) que pode ser aplicada no topo da coluna da figura:



Dados:

$$\nu = \frac{N_d}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = 0{,}4 \qquad \frac{l_e}{h} = 20$$

$$A_s = 15{,}1\ cm^2 \qquad \varepsilon_{yd} = 2\ ‰ \quad \text{(classe A)}$$

$$f_{yd} = 4{,}2\ tf/cm^2$$

Foram dados diretamente os valores de f_{yd} e $0{,}85\ f_{cd}$ ao invés de se definir o aço e o concreto através de seus valores característicos para repetir o **exemplo** do Boletim 103, adaptando-o somente às unidades usuais entre nós.

$$0,85\ f_{cd} = 0,2\ tf/cm^2$$

Calculando temos:

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0,85\ f_{cd}\ A_c} = \frac{4,2 \times 15,1}{0,2 \times 40 \times 40} = 0,2$$

Conhecidos ν e ω fica determinado o gráfico de $\mu \times \frac{1}{r}$ e, conhecido $\frac{l_e}{h}$, conhece-se o valor de μ_2.

Pelos resultados do exemplo anterior temos para $\frac{l_e}{h} = 20$:

$$\mu = 0,278 \qquad e \qquad \mu_1 = 0,191$$

valores esses que coincidem com os valores da tabela RC 20/10 do Boletim 103 (anexo nº 2)

$\frac{l_e}{h}$	ω \ ν	0,4
0	0,2	0,278
20	0,2	0,191

Aplicando sobre μ, a correção:

$$\alpha_c = \frac{1}{6} - \frac{5}{6}\alpha_1 - \frac{5}{12}\alpha_2$$

temos, para diagrama triangular de fletores:

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$\alpha_c = \frac{1}{6} = 0,17$$

$$\mu_{1c} = \mu_1 \left(1 + \frac{\mu - \mu_1}{\mu} \alpha_c \right) = 0,191 \quad \left(1 + \frac{0,278 - 0,191}{0,278} \; 0,17 \right)$$

$$\mu_{1c} = 0,191 \; (1,053) = 0,201$$

O valor de H_1 será:

$$H_1 = \frac{M_1}{s} = \frac{\mu_{1c} \; (0,85 \; f_{cd} \; A_c) \; h}{s} = \frac{0,201 \; (\; 0,2 \times 40^2) \; 40}{400}$$

$$H_1 = 6,43 \text{ tf.}$$

A análise exata,utilizando o método dos Elementos Finitos, dá como resultado:

$$H_{1_{max}} = 6,8 \text{ tf.}$$

Sem aplicar a correção sobre μ_1 teríamos obtido:

$$H_1 = \frac{0,191 \; (0,85 \; f_{cd} \; A_c) \; h}{s} = \frac{0,191 \; (0,2 \times 40^2) \; 40}{400}$$

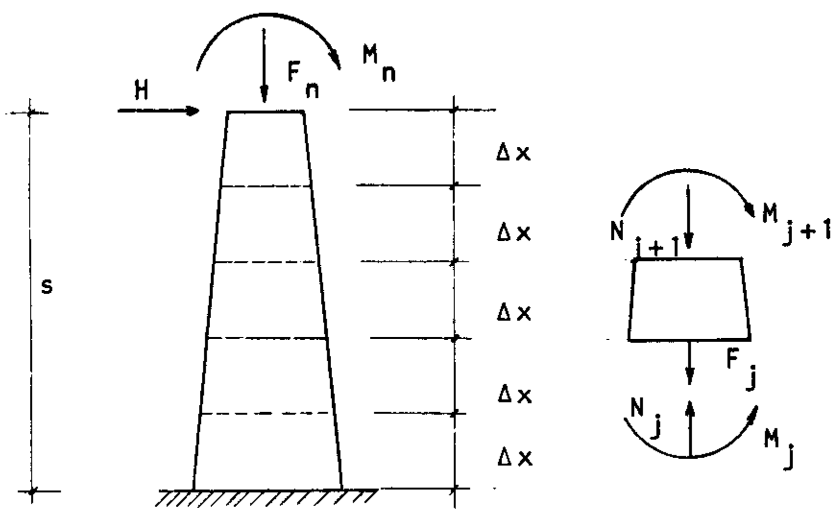
$$H_1 = 6,11 \text{ tf.}$$

Neste caso particular de diagrama triangular de fletores, o cálculo de μ_1 sem aplicar o fator de correção α_c dá um valor a favor da segurança.

2.2.2. Seção transversal variável

A coluna de seção variável, sujeita a carga axial pode ser calculada por um processo que se baseia no método das diferenças finitas usando as séries de Taylor.

A coluna em balanço da figura abaixo é dividida em n partes iguais de comprimento Δx



$$\Delta x = \frac{s}{n}$$

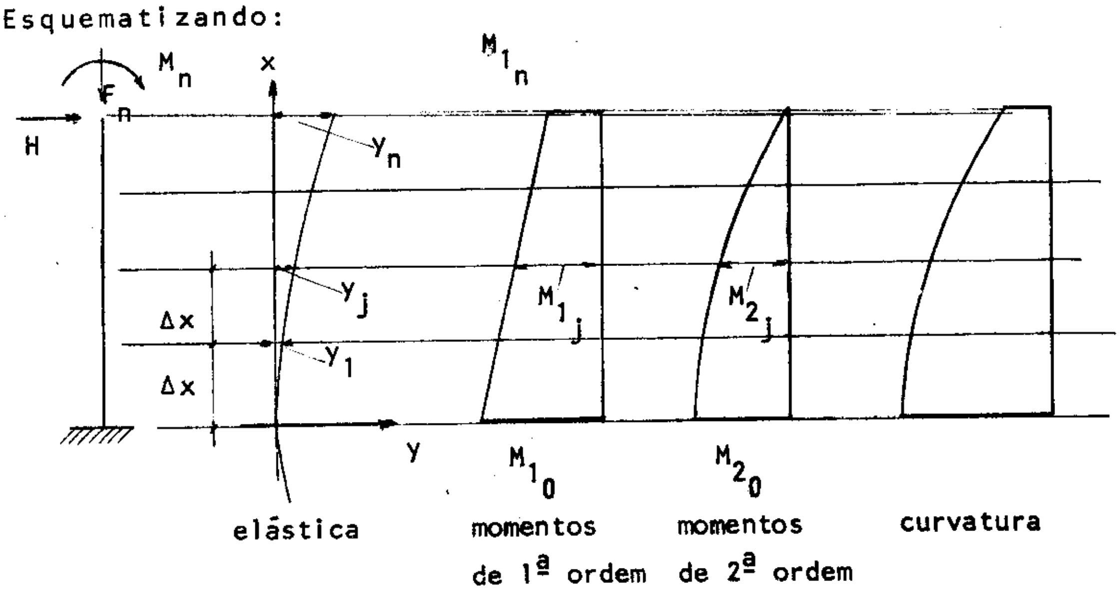
onde,

j = índice que indica uma seção genérica

$j = 0$ indica a seção da base

$j = n$ indica a seção do topo

Esquematizando:



onde foi utilizada a notação:

M_{1_j} = momento de 1ª ordem na seção j

M_{2_j} = momento de 2ª ordem na seção j

$M_j = M_{1_j} + M_{2_j}$ = momento total na seção j

O deslocamento do ponto j que seria expresso por uma função $y = f(x)$ pode ser determinado pela série de Taylor considerando-se apenas os tres primeiros termos da série:

$$y_j = y_{j-1} + \Delta x \left.\frac{dy}{dx}\right]_{j-1} + \frac{\Delta x^2}{2} \left.\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{j-1} + \ldots$$

e, com o processo que se baseia no método das diferenças finitas, temos:

$$y_j = y_{j-1} + \Delta x \frac{y_j - y_{j-2}}{2\,(\Delta x)} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_{j-1}} + \ldots$$

Fazendo j = 1 , isto é, a primeira seção acima da base, temos:

$$y_1 = y_o + \Delta x \left.\frac{dy}{dx}\right]_o + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_o}$$

Como a coluna é considerada engastada na base:

$$\left.\frac{dy}{dx}\right]_o = 0 \qquad \text{e} \qquad y_o = 0$$

Fórmula Geral do Teorema de Taylor {3}

$$f(\xi + \Delta\xi) = f(\xi) + \Delta\xi \frac{df(\xi)}{d\xi} + \frac{\Delta\xi^2}{2!} \frac{d^2f(\xi)}{d\xi^2} + \frac{\Delta\xi^3}{3!} \frac{d^3f(\xi)}{d\xi^3} + \ldots$$

Substituindo:

$$y_1 = \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_o}$$

A ordenada da elástica para $j = 2$ será:

$$y_2 = y_1 + \Delta x \left.\frac{dy}{dx}\right]_1 + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_1}$$

utilizando as diferenças finitas:

$$y_2 = y_1 + \frac{\Delta x \ (y_2 - y_o)}{2\ (\Delta x)} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_1}$$

Conhecendo-se:

$$y_1 = \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_o} \quad \text{e} \quad y_o = 0$$

e substituindo:

$$y_2 = \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_o} + \frac{y_2}{2} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_1}$$

$$y_2 = \frac{\Delta x^2}{r_o} + \frac{\Delta x^2}{r_1} = \Delta x^2 \left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_1}\right)$$

A ordenada da elástica no ponto $j = 3$ será:

$$y_3 = y_2 + \frac{\Delta x \ (y_3 - y_1)}{2\ (\Delta x)} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_2}$$

substituindo y_1 e y_2 pelas expressões já determinadas:

$$y_3 = \Delta x^2 \left(\frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_1}\right) + \frac{y_3}{2} - \frac{\Delta x^2}{4} \frac{1}{r_o} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{r_2}$$

$$y_3 = \Delta x^2 \left(\frac{3}{2 r_o} + \frac{2}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Resumindo:

$$y_1 = \Delta x^2 \left(\frac{1}{2r_o}\right)$$

$$y_2 = \Delta x^2 \left(\frac{2}{2r_o} + \frac{1}{r_1}\right)$$

$$y_3 = \Delta x^2 \left(\frac{3}{2r_o} + \frac{2}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Generalizando:

$$y_j = \Delta x^2 \left(\frac{j}{2r_o} + \frac{j-1}{r_1} + \frac{j-2}{r_2} + \ldots + \frac{1}{r_{j-1}}\right) \qquad \text{(E-2-4)}$$

Esse cálculo será iterativo e, na primeira aproximação do valor - dos deslocamentos, assume-se que a curvatura seja constante ao longo da barra e igual à curvatura da base.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_o}$$

Daí, então:

$$y_1 = \Delta x^2 \frac{1}{2r_o} = \frac{(\Delta x)^2}{2r_o}$$

$$y_2 = \Delta x^2 \left(\frac{2}{2r_o} + \frac{1}{r_o}\right) = \frac{(2\Delta x)^2}{2r_o}$$

$$y_3 = \Delta x^2 \left(\frac{3}{2r_o} + \frac{2}{r_o} + \frac{1}{r_o}\right) = \frac{(3\ \Delta x)^2}{2r_o}$$

Generalizando:

$$y_j = \frac{(j\ \Delta x)^2}{2r_o} \qquad \text{(E-2-5)}$$

Lembrando que o esforço normal em cada seção j é a somatória das cargas axiais externas aplicadas acima da seção j:

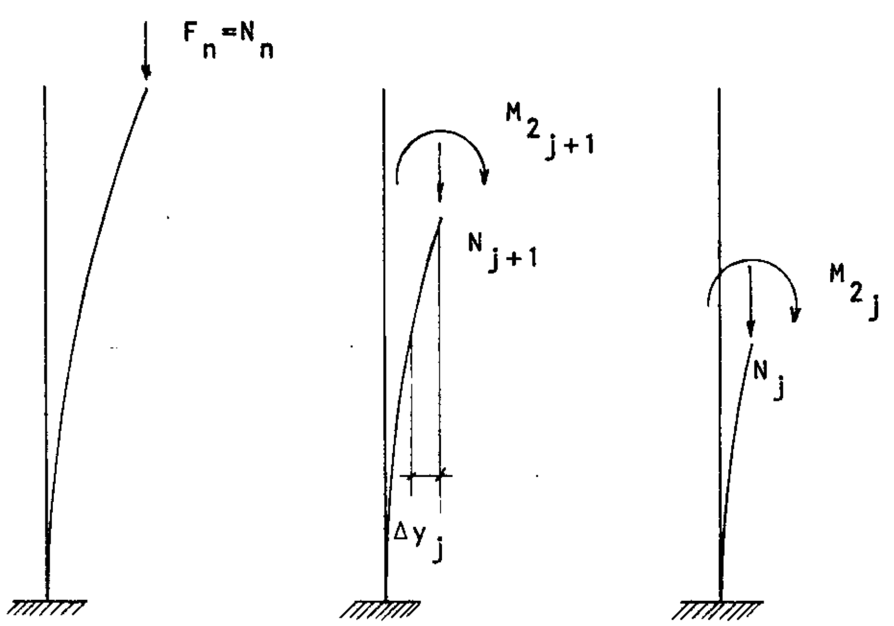
$$N_j = F_j + F_{j+1} + \ldots + F_n \qquad \text{(E-2-6)}$$

e que, o momento fletor total $M_j = M_{1_j} + M_{2_j}$ em cada seção é:

$$M_j = M_{1_j} + (F_n \, (y_n - y_j) + F_{n-1} \, (y_{n-1} - y_j) + \ldots$$

$$\ldots + F_{j+1} \, (y_{j+1} - y_j)) \qquad \text{(E-2-7)}$$

ou exprimindo a parcela do momento de 2ª ordem como a soma do momento de 2ª ordem da seção seguinte com a normal da seção seguinte multiplicada por Δy entre esta e a seção em estudo segundo o esquema:



$$M_j = M_{1_j} + (M_{2_{j+1}} + N_{j+1} \, (y_{j+1} - y_j)) \qquad \text{(E-2-8)}$$

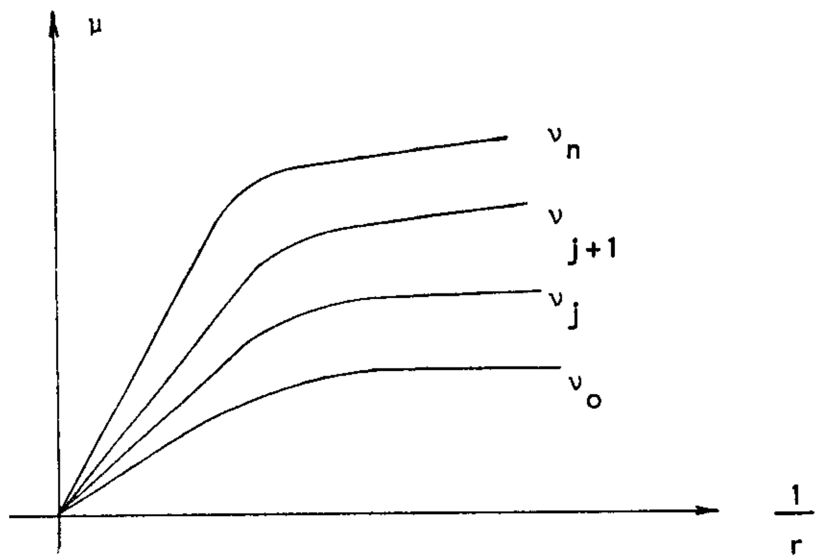
e, com a capacidade de cada seção de concreto igual a:

$$N_{c_j} = 0{,}85 \, f_{cd} \, A_{c_j}$$

pode-se calcular, para cada seção, os valores de:

$$\mu_j = \frac{M_j}{h_j \, N_{c_j}} \qquad \text{e} \qquad \nu_j = \frac{N_j}{N_{c_j}}$$

Os gráficos de $\mu \times \frac{1}{r}$ para cada valor de ν_j podem ser determinados:



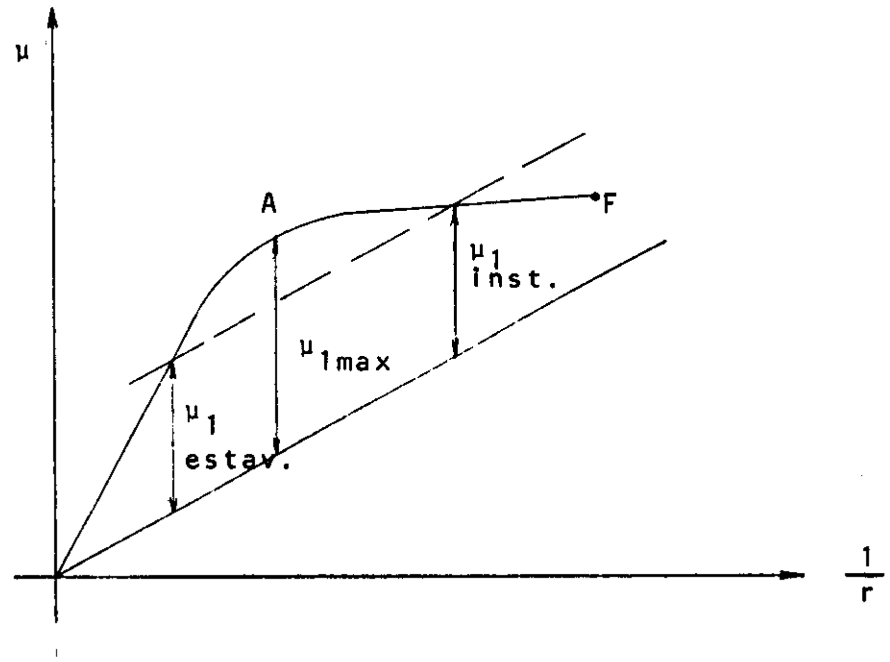
A partir do par (μ_j, ν_j) determina-se a 2ª aproximação das curvaturas $\frac{1}{r_j}$, variáveis, agora, de seção para seção.

Com esses novos valores das curvaturas $(\frac{1}{r_j})$ reinicia-se o processo com o cálculo de novos valores de y_j utilizando-se a expressão (E-2-4).

A convergência do processo é excelente e não muito sensível ao valor inicial da curvatura.

Sabe-se entretanto, que a forma de curva $\mu \times \frac{1}{r}$ se aproxima de duas retas, que se unem por um trecho curvo (assimilado a um "joelho") e que o ponto de perda de estabilidade está nesse trecho - curvo.

Um bom valor inicial para a curvatura da base é um ponto corres - pondente a esse "joelho"

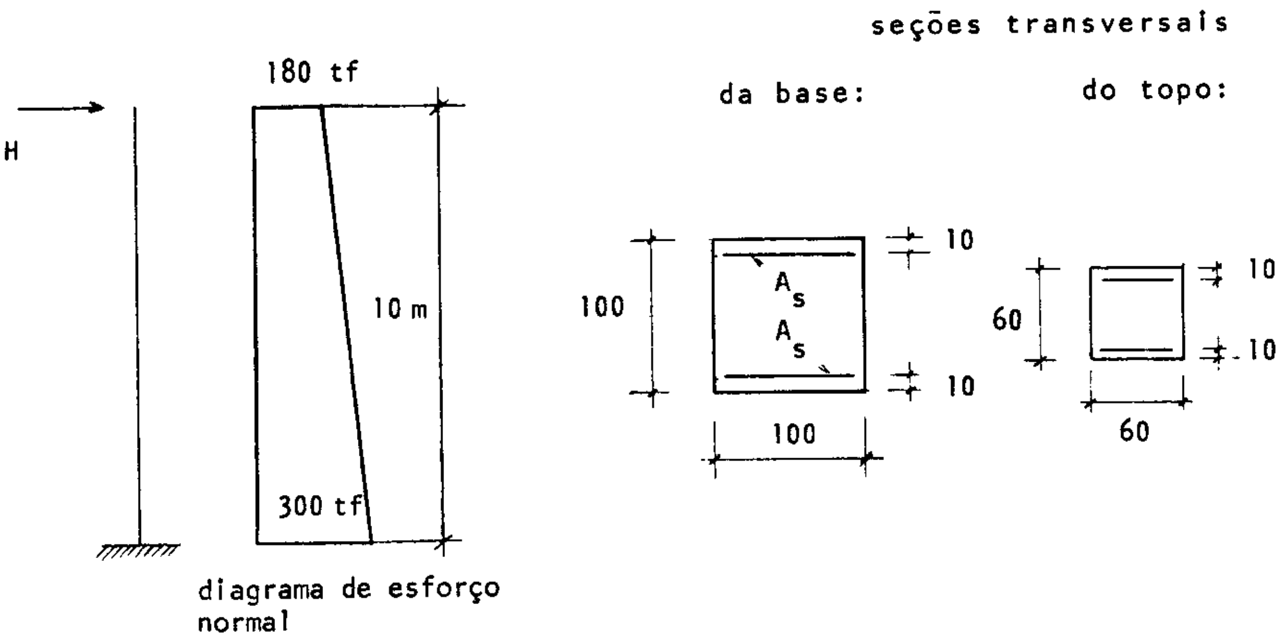


De qualquer maneira, desde que a curvatura assumida inicialmente seja inferior à correspondente ao ponto F (estado limite último - de rutura) pode-se garantir que μ_1 calculado estará a favor da segurança pois se a curvatura assumida levar a um ponto de equilíbrio instável sabe-se que existirá, com a mesma capacidade μ_1 , um outro ponto de equilíbrio estável e o que nos interessa é o valor numérico de μ_1.

O ideal seria assumirmos uma curvatura inicial próxima do ponto A de maneira a obtermos a maior capacidade da peça.

Exemplo:

Calcular o valor máximo de H para a coluna da figura com seção variável linearmente.



Dados:

$0,85\ f_{cd} = 100\ kgf/cm^2$ $\qquad \varepsilon_{yd} = 2‰$ (aço classe A)

$$\omega_o = \frac{f_{yd}\ A_s}{0,85\ f_{cd}\ A_{c_o}} = 0,3$$

Dividindo a coluna em 4 partes:

$$\Delta x = \frac{10}{4} = 2,5\ m$$

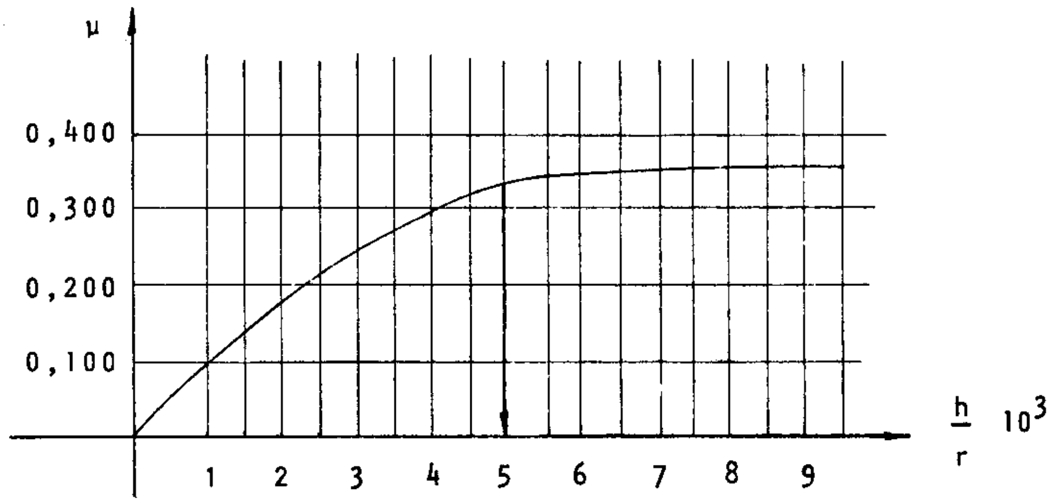
Traçado da curva $\mu \times \frac{h}{r}$ para

$$\omega = 0,3 \qquad \nu = 0,3 \qquad \frac{d'}{h} = 0,1$$

e com armadura concentrada (com o programa do anexo nº 1)

$\frac{h}{r}\,10^3$	μ
1,0	0,106
1,5	0,141
2,0	0,174
2,5	0,206
3,0	0,236
3,5	0,265
4,0	0,294
4,5	0,321
5,0	0,334

$\frac{h}{r}\,10^3$	μ
5,5	0,337
6,0	0,340
6,5	0,342
7,0	0,343
7,5	0,343
8,0	0,343
8,5	0,343
9,0	0,343
9,5	$\lvert\varepsilon_c\rvert > 3{,}5‰$



Vê-se que o "joelho" se encontra entre $4{,}5 < \frac{h}{r}\,10^3 < 5{,}5$

Assumindo-se então para a curvatura da base:

$$\frac{1}{r_o} = \frac{0{,}005}{h_o}$$

temos, pela expressão (E-2-5):

$$y_j = \frac{(j\ \Delta x)^2}{2r_o} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2h_o} \cdot (j\ \Delta x)^2$$

$$y_j = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 1}\ (j\ 2{,}5)^2 = 2{,}5^3 \times 10^{-3} \times j^2 = 0{,}25^3\ j^2$$

(7ª linha da tabela de valores numéricos)

E, com a expressão (E-2-8) temos os momentos de 2ª ordem:

$$M_{2_j} = M_{2_j} + N_{j+1} (y_{j+1} - y_j)$$

Conhecendo-se

$$M_{2_n} = M_{2_{j=4}} = 0$$

$$M_{2_{j=3}} = 0 + N_{j=4} (y_4 - y_3) = 180 (0,11) = 19,8 \text{ tf.m}$$

e assim, sucessivamente , calculam-se os valores de M_{2_j} que estão na 10ª linha da tabela de valores numéricos.

$$M_{2_{j=2}} = 19,8 + 210 (0,08) = 36,6 \text{ tf.m}$$

$$M_{2_{j=1}} = 36,6 + 240 (0,04) = 46,2 \text{ tf.m}$$

$$M_{2_{j=0}} = 46,2 + 270 (0,02) = 51,6 \text{ tf.m}$$

Determinando-se μ_o para a seção da base onde,

$$\nu_o = 0,3 \qquad \frac{d'}{h} = 0,1$$

$$\omega_o = 0,3$$

$$\frac{1}{r_o} = \frac{5 \times 10^{-3}}{h_o} \quad \text{ou} \quad \frac{h_o}{r_o} = 5 \times 10^{-3}$$

obtem-se (com o programa do anexo nº 1):

$$\mu_o = 0,334$$

portanto o momento total na base é

$$M_o = N_{c_o} h_o \mu_o = 1000 \times 1 \times 0,334 = 334 \text{ tf.m}$$

e o momento de 1ª ordem, na seção da base é:

$$M_{1_o} = M_o - M_{2_o} = 334 - 51,6 = 282,4 \text{ tf.m}$$

Como o diagrama de fletores de 1ª ordem é linear, calcula-se o valor possível do momento de 1ª ordem desta 1ª aproximação nas outras seções (14ª linha da tabela de valores numéricos).

O momento total será a soma dos momentos de 1ª e 2ª ordem em cada seção (15ª linha da tabela) e daí, calcula-se μ_j para se obter a 2ª aproximação dos valores das curvaturas $(\frac{1}{r_j})$

Supondo A_s constante ao longo da coluna, o valor de ω aumenta com o diminuir da seção de concreto.

$$\omega_j = \frac{A_{c_o}}{A_{c_j}} \omega_o$$

e, supondo o cobrimento do ferro constante, o valor $\frac{d'}{h}$ também varia de seção para seção.

Procura-se a curvatura correspondente a μ_j sendo $\nu = 0,3$

seção	ω	$\frac{d'}{h}$	$\frac{h}{r} 10^3$	μ	
1	0,333	0,111	2,5	0,211	
			3,0	0,243	
			3,5	0,274	
			4,0	0,303	$\mu_j = 0,318$
			4,5	0,332	
2	0,375	0,125	2,5	0,217	
			3,0	0,250	$\mu_j = 0,278$
			3,5	0,282	
			4,0	0,313	
3	0,429	0,143	1,0	0,111	
			1,5	0,149	$\mu_j = 0,184$
			2,0	0,186	
			2,5	0,221	

O valor da curvatura obtido por interpolação linear entre os valores acima está na 17ª linha da tabela.

Verificação do deslocamento do topo (E-2-4)

$$y_4 = \frac{2,5^2}{10^3}\left(\frac{4}{2}(5,0) + 3\,(4,2) + 2\,(3,4) + (2,0)\right) = 0,20 \text{ m}$$

valor assumido inicialmente:

$$y_4 = 0,25 \text{ m}$$

Reiniciando o processo, assumindo agora as curvaturas encontradas na 1ª aproximação, podemos utilizar a expressão (E-2-4) para calcular os valores de y_j.

$$y_3 = \frac{2,5^2}{10^3}\left(\frac{3}{2}(5,0) + 2\,(4,2) + (3,4)\right) = 0,12 \text{ m}$$

$$y_2 = \frac{2,5^2}{10^3}\left(\frac{2}{2}(5,0) + 4,2)\right) = 0,06 \text{ m}$$

$$y_1 = \frac{2,5^2}{10^3}\left(\frac{1}{2}(5,0)\right) = 0,02 \text{ m}$$

Seguindo o mesmo roteiro obtem-se o novo deslocamento do topo - (ver tabela de valores numéricos da 2ª aproximação).

$$y_4 = \frac{2,5^2}{10^3}\left(\frac{4}{2}(5,0) + 3\,(4,2) + 2\,(3,3) + (1,9)\right) = 0,19 \text{ m}$$

$$y_{4\,(2^{a}\text{ aprox.})} = 0,19 \cong y_{4\,(1^{a}\text{ aprox.})} = 0,20$$

Finalmente, se quisermos considerar a excentricidade adicional

$$e_a = \frac{h}{30} = \frac{1}{30} \text{ m}$$

$$M_1 = H\ s = (M - M_2 - N\ e_a)$$

onde podemos corrigir M_2 multiplicando-o pela relação entre as - flechas no topo relativas à 2ª e à 1ª aproximações.

$$M_1 = H \times 10 = \left(334 - 42\,\frac{19}{20} - 300\left(\frac{1}{30}\right)\right)$$

$$H = 28,4 \text{ tf.}$$

Caso não tivessemos feito a 2ª aproximação:

$$M_1 = H \times 10 = \left(334 - 51,6\,\frac{20}{25} - 300\left(\frac{1}{30}\right)\right)$$

$$H = 28,3 \text{ tf.}$$

Tabela de valores numéricos (1ª aproximação)

1ª	Seção (j)	0	1	2	3	4	
2ª	$j\,(\Delta x)$	0	2,5	5,0	7,5	10.0	m
3ª	h_j	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	m
4ª	$N_{c_j} = 0{,}85\, f_{cd}\, A_{c_j}$	1000	900	800	700	600	tf
5ª	N_j	300	270	240	210	180	tf
6ª	$\nu_j = \frac{N_d}{N_c}$	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	-
7ª	$y_j = 0{,}25^3\, j^2$	0,00	0,02	0,06	0,14	0,25	m
8ª	$\Delta y = y_{j+1} - y_j$	0,02	0,04	0,08	0,11		m
9ª	$N_{j+1}\,\Delta y$	5,4	9,6	16,8	19,8	0	tf.m
10ª	$M_{2_j} = M_{2_{j+1}} + 9ª$	51,6	46,2	36,6	19,8	0	tf.m
11ª	μ_j	0,334	-	-	-	-	-
12ª	$M_j = 3ª \times 4ª \times 11ª$	334	-	-	-	-	tf.m
13ª	$M_{1_j} = M_j - M_{2_j}$	282.4	-	-	-	-	tf.m
14ª	M_{1_j} (por diagrama linear)	-	211,8	141,2	70,6	0	tf.m
15ª	$M_j = 14ª + 10ª$	-	258,0	177,8	90,4	0	tf.m
16ª	$\mu_j = \frac{15ª}{3ª \times 4ª}$	-	0,318	0,278	0,184	0	-
17ª	$\omega_j = \frac{A_{c_o}}{A_{c_j}}\,\omega_o$	0,300	0,333	0,375	0,429	0,500	-
18ª	$\frac{h}{r}\,10^3$ (para μ_j)	5,0	4,2	3,4	2,0	-	-

Tabela de valores numéricos (2ª aproximação)

1ª	Seção	0	1	2	3	4	
7ª	y_j = (E-2-4)	0,00	0,02	0,06	0,12	0,20	m
8ª	Δy		0,02	0,04	0,06	0,08	m
9ª	$N_{j+1}\ \Delta y$	5,4	9,6	12,6	14,4	0	tf.m
10ª	M_{2_j}	42,0	36,6	27,0	14,4	0	tf.m
11ª	μ_j	0,334	-	-	-	-	-
12ª	M_j	334	-	-	-	-	tf.m
13ª	M_{1_j}	292	-	-	-	-	tf.m
14ª	M_{1_j}	-	219	146	73	0	tf.m
15ª	M_j	-	255,6	173,0	87,4	0	tf.m
16ª	μ_j	-	0,316	0,270	0,178	0	-
17ª	ω	0,300	0,333	0,375	0,429	0,500	-
18ª	$\frac{h}{r}\ 10^3$	5,0	4,2	3,3	1,9	-	-

2.3. Método aproximado para calcular o momento complementar

2.3.1. 1ª aproximação

Este método só é válido para pilares de seção constante com armadura simétrica, submetidos a carga normal constante ao longo de seu eixo.

De acordo com este método pode-se projetar uma coluna de alto índice de esbeltez como se fosse uma coluna curta com carga axial N e momento fletor M onde

$$M = M_1 + M_2$$

onde

M_1 = momento fletor de 1ª ordem devido às cargas externas e à excentricidade adicional

M_2 = momento fletor de 2ª ordem devido à carga axial

Pode-se tomar, como avaliação de M_2, a expressão: (R. 42,23) {2}

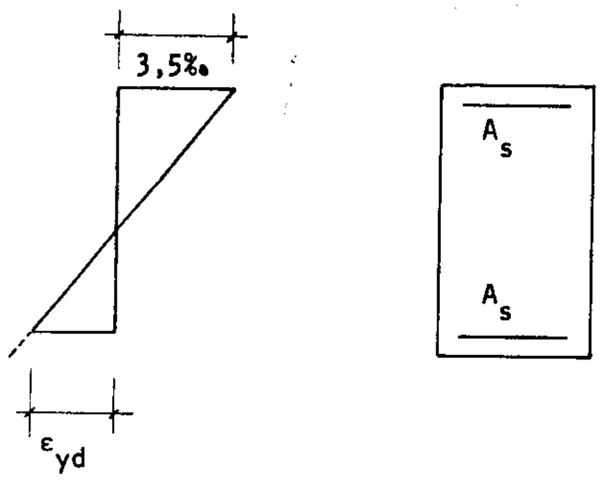
$$M_2 = N \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r}$$

onde

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{3,5}{1000} + \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \frac{1}{h} \quad \text{para} \quad \nu \leq 0,5 \qquad \text{(E-2-9)}$$

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{3,5}{1000} + \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \frac{1}{2 \nu h} \quad \text{para} \quad \nu > 0,5$$

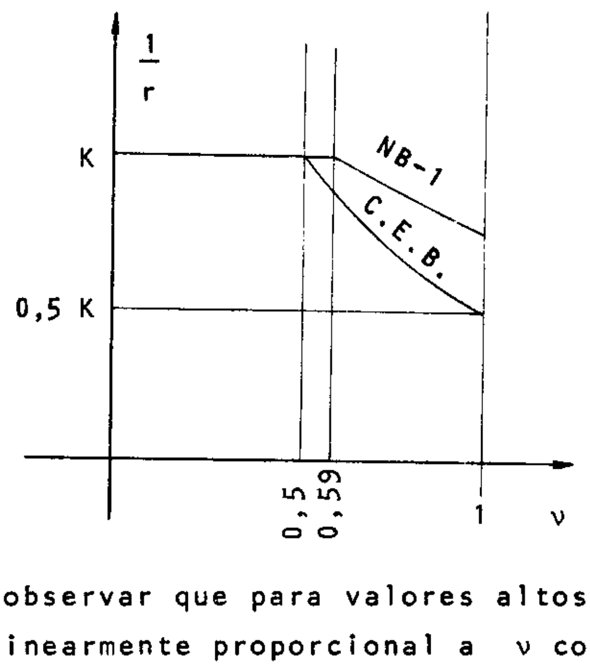
A primeira expressão de $\frac{1}{r}$, para as forças axiais pequenas, corresponde a um diagrama de deformações:



e a segunda, para forças axiais grandes ($\nu > 0,5$), dá uma redução da curvatura com o aumento de ν até atingir, para $\nu = 1$, a metade do valor assumido para $\nu \leq 0,5$.

Já a NB-1/77 {1} aceita este método somente para $\lambda \leq 80$ e propõe uma expressão para a curvatura, ligeiramente diferente do C.E.B.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}}{(0,85\nu + 0,5)h} \quad \text{com } (0,85\nu + 0,5) \geq 1 \text{ *} \qquad \text{(E-2-10)}$$



onde:

$$K = \left(\frac{3,5}{1000} + \frac{f_{yd}}{E_s}\right)\frac{1}{h}$$

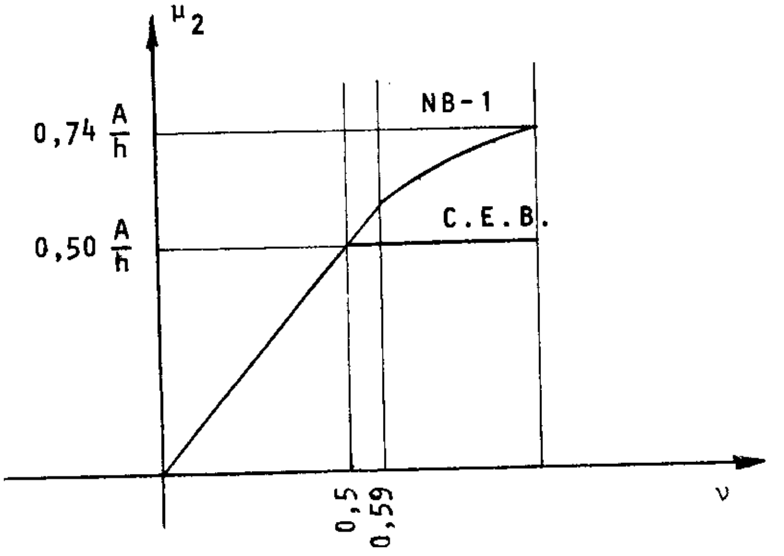
Pode-se observar que para valores altos de ν o momento de 2ª ordem não é linearmente proporcional a ν como ocorre para valores baixos de ν

$$\mu_2 = \nu \left(\frac{K}{h} \frac{l_e^2}{10}\right) \qquad \text{para} \quad \nu \leq 0,5$$

O gráfico de $\mu_2 \times \nu$ apresenta-se da seguinte forma:

---

* Aqui foi adaptada a expressão da NB-1 para se utilizar a mesma definição de ν, utilizada pelo C.E.B.



onde:

$$A = K \frac{l_e^2}{10}$$

Apesar desse método levar a capacidades de carga da peça bem próximos aos resultados obtidos em inúmeros testes, foi visto que em alguns casos, quando comparados com o método geral, esses valores da capacidade estão ligeiramente contra a segurança.

A grande vantagem dessas expressões da curvatura é que não dependem da armadura e são muito úteis no projeto preliminar.

2.3.2. 2ª aproximação

O objetivo desta segunda parte do método é melhorar os resultados através de uma correção no momento de 2ª ordem baseada no método da coluna padrão.

Utilizando-se as expressões da curvatura (E-2-9) calcula-se a primeira aproximação de μ_2:

$$\mu_2 = \frac{M_2}{0,85\ f_{cd}\ A_c\ h} = \frac{N}{0,85\ f_{cd}\ A_c} \left(\frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \right) \frac{1}{h}$$

$$\mu_2 = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \frac{h}{r} \qquad \text{(E-2-11)}$$

Com esse valor consegue-se a 1ª aproximação do momento com que deve ser dimensionada a peça

$$\mu_F = \mu_1 + \mu_2$$

e portanto, já se obtem uma avaliação da taxa de armadura a ser utilizada.

Com o objetivo de tabelar-se a 2ª aproximação de μ_2 em função da taxa de armadura, define-se um coeficiente de curvatura θ tal que:

$$\mu_2 = \frac{\nu}{1000} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \theta$$

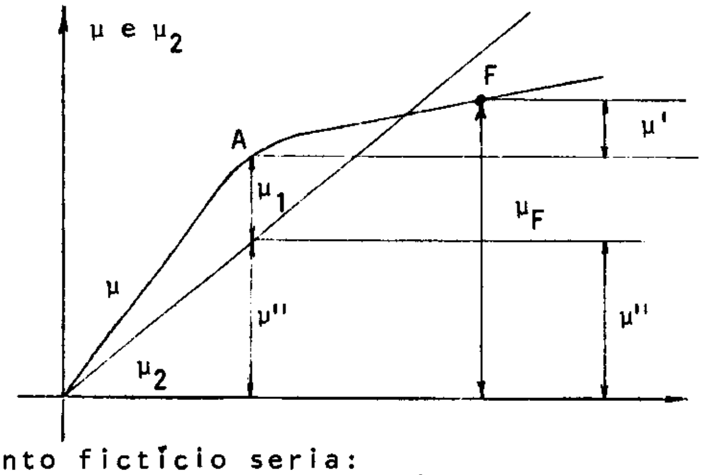
Conhecidos ω e ν, determinam-se, pelo método da coluna padrão:

μ_F = capacidade da peça para a curvatura correspondente à ruptura do material (F)

μ_1 = capacidade da peça para a curvatura correspondente à perda de estabilidade (A)

Note-se que este valor de μ_2 não deve corresponder ao momento de 2ª ordem que ocorre quando a peça desenvolve a curvatura correspondente ao ponto de perda de estabilidade (A).

Poderia ser chamado de "momento fictício de 2ª ordem", utilizado para transformar o cálculo em que as deformações afetam os esforços num cálculo usual de colunas curtas.



Esse momento fictício seria:

$\mu_2 = \mu' + \mu''$

Sendo μ'' o momento de 2ª ordem que ocorre concomitante com o máximo de 1ª ordem (μ_1).

Fazendo-se:

$$\mu_F - \mu_1 = \mu_2$$

ou, com a expressão em função do coeficiente de curvatura (θ):

$$\mu_F - \mu_1 = \mu_2 = \frac{\nu}{1000} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \theta \qquad \text{(E-2-12)}$$

obtem-se:

$$\theta = \frac{1000 \; (\mu_F - \mu_1)}{\nu} \left(\frac{h}{l_e} \right)^2$$

valor esse que poderá ser tabelado para várias formas da seção e para cada valor de $(\nu, \omega , \frac{l_e}{h})$.

Existem dessas tabelas para seções retangulares e circulares no Boletim 103 sendo que, para valores de $\nu \geqslant 0,5$ o coeficiente de curvatura θ foi definido de tal forma que, para tabelá-lo vale: (anexo nº 3)

$$\theta = 2000 \; (\mu_F - \mu_1) \left(\frac{h}{l_e} \right)^2 \qquad \text{(para } \nu \geqslant 0,5\text{)}$$

e o valor de μ_2 será:

$$\mu_2 = \frac{\theta}{2000} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \qquad \text{(para } \nu > 0,5\text{)}$$

(E-2-13)

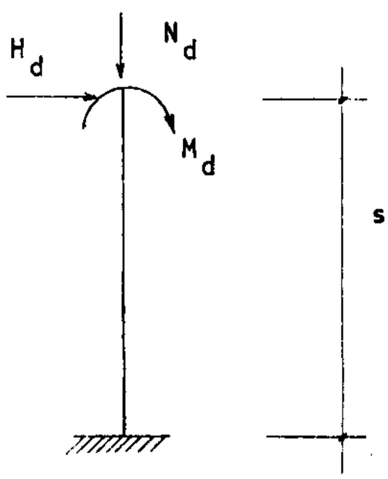
Com o programa apresentado no anexo nº 1 pode-se tabelar esse coeficiente θ para as seções desejadas. Basta calcular μ e μ_1, e daí obtem-se

$$\mu_2 = \mu - \mu_1$$

e, conforme ν for maior ou menor que 0,5 calcula-se θ com a expressão correspondente.

Exemplo numérico

Dimensionar a coluna da figura



$N_d = 48$ tf.

$M_d = 4$ tf.m

$H_d = 1$ tf.

$s = 4$ m $l_e = 8$ m

seção: (40×40) cm^2

Materiais:

$0,85\ f_{cd} = 100\ kgf/cm^2$ $(f_{ck} \cong 165\ kgf/cm^2)$

$f_{yd} = 4200\ kgf/cm^2$ $(f_{yk} \cong 4830\ kgf/cm^2)$

$\varepsilon_{yd} = 2‰$

$$\nu = \frac{N_d}{0,85\ f_{cd}\ A_c} = \frac{48}{0,1 \times 1600} = 0,3$$

$$\frac{l_e}{h} = \frac{800}{40} = 20 \qquad \lambda = \frac{l_e}{i} = \frac{800}{40}\sqrt{12} = 69,2$$

Momento de 1ª ordem na base (com excentricidade adicional)

$$e_a \geqslant \frac{\lambda}{1000}\ h \geqslant \frac{h}{30} \geqslant 2\ \text{cm}$$

$$e_a = \frac{69,2}{1000} \times 40 = 2,77\ \text{cm}$$

$$M_1 = M_d + H_d\ s + N_d\ e_a$$

$$M_1 = 4 + (1 \times 4) + (48 \times 0,0277) = 9,33\ \text{tf.m}$$

Momento complementar:

$$M_2 = N_d \left(\frac{l_e^2}{10} \; \frac{1}{r} \right)$$

utilizando, para cálculo de $\frac{1}{r}$ a expressão da NB-1 que, para esse caso particular coincide com a do C.E.B.

$$(\nu + 0{,}5) = 0{,}85 \times 0{,}3 + 0{,}5 = 0{,}755 \quad (\nu_{NB-1} = 0{,}85\, \nu_{CEB})$$

adota-se $(\nu + 0{,}5) = 1$

$$\frac{1}{r} = \frac{0{,}0035 + 0{,}0020}{0{,}40} = 0{,}01375 \text{ m}^{-1}$$

$$M_2 = 48 \left(\frac{8^2}{10} \times 0{,}01375 \right) = 4{,}22 \text{ tf m}$$

Temos então:

$$\mu_1 = \frac{M_1}{0{,}85\, f_{cd}\, A_c\, h} = \frac{9{,}33}{160 \times 0{,}40} = 0{,}146$$

$$\mu_2 = \frac{M_2}{0{,}85\, f_{cd}\, A_c\, h} = \frac{4{,}22}{160 \times 0{,}40} = 0{,}066$$

O momento "fictício" (μ_F) para cálculo como coluna curta é:

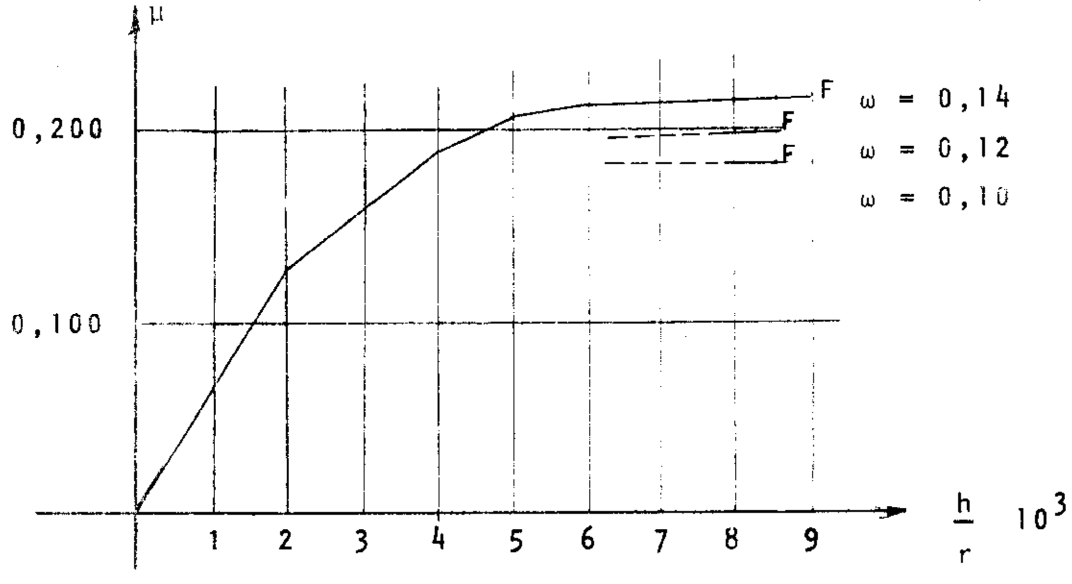
$$\mu_F = \mu_1 + \mu_2 = 0{,}146 + 0{,}066 = 0{,}212$$

Com $\nu = 0{,}3$ e $\mu_F = 0{,}212$ determina-se a armadura necessária através de um cálculo à flexão composta {5} e {7}

Pode-se também utilizar o programa do anexo nº 1 calculando μ_F (correspondente ao estado de rutura) para taxas ω variáveis.

$\nu = 0{,}3$ $\qquad \frac{d'}{h} = 0{,}1$ $\qquad$ armadura concentrada

ω	$\frac{h}{r}\ 10^3$	ε	μ	
0,10	7,5	2,92	0,183	
	8,0	3,07	0,183	
	8,5	3,22	0,183	$\rightarrow \mu_F$
0,12	8,0	3,07	0,199	
	8,5	3,22	0,199	$\rightarrow \mu_F$
0,14	8,5	3,22	0,215	
	9,0	3,37	0,216	$\rightarrow \mu_F$



Como era previsto, um aumento na área de ferro provoca um aumento na capacidade resistente da peça.

Com os valores: $\omega = 0,14$ $\quad \nu = 0,3$ $\quad \frac{l_e}{h} = 20$

pode-se iniciar a 2ª aproximação obtendo-se θ já tabelado para esse tipo de seção (anexo nº 3).

$$\theta \cong 0,53$$

$$\mu_2 = 0,53 \times 0,3 \times (20)^2\ 10^{-3} = 0,064$$

A $2^{\underline{a}}$ aproximação de μ_F será

$$\mu_F = \mu_1 + \mu_2 = 0,146 + 0,064 = 0,210$$

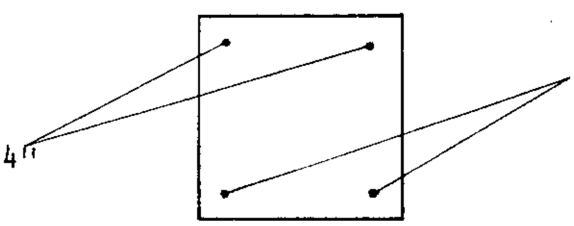
Recalculando a área de armadura necessária {5}, {7} ou interpolando para os resultados obtidos para $\omega = 0,12$ e $\omega = 0,14$ temos para

$$\mu_F = 0,210 \qquad \omega = 0,12 + \frac{0,210 - 0,199}{0,216 - 0,199} \times 0,02 = 0,132$$

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0,85\ f_{cd}\ A_c} \qquad A_s = \frac{160 \times 0,132}{4,2} = 5,05\ cm^2$$

$(2 \times 2\phi\ 3/4'')$

$A_s = 2\phi\ 3/4''$



$A_s = 2\phi\ 3/4''$

Com $\omega = 0,14$ da $1^{\underline{a}}$ aproximação teríamos

$$A_s = \frac{160 \times 0,14}{4,2} = 5,33\ cm^2$$

que também corresponderia a $(2 \times 2\ \phi 3/4'')$.

Se utilizarmos ϕ de 1/2'' a $1^{\underline{a}}$ aproximação exige $(2 \times 5\phi 1/2'')$ ao passo que a $2^{\underline{a}}$ permite $(2 \times 4\ \phi\ 1/2'')$

2.3.3. Comparação entre a 1ª e 2ª aproximação

Pode-se verificar, para as seções analisadas no anexo nº 3, qual o erro que se está cometendo quando se utiliza somente a 1ª aproximação de μ_2.

1ª aproximação

$$\mu_{2_{1ª}} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \frac{h}{r} \qquad \text{(E-2-11)}$$

Utilizando as expressões (E-2-9) e supondo $\varepsilon_{yd} = 2‰$ temos:

$$\frac{h}{r} = \left(0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}\right) = \frac{0,55}{100} \qquad (\text{para } \nu \leqslant 0,5)$$

$$\frac{h}{r} = \left(0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}\right) \frac{1}{2\nu} = \frac{0,55}{200\nu} \qquad (\text{para } \nu > 0,5)$$

2ª aproximação: (expressões (E-2-12) e (E-2-13))

$$\mu_{2_{2ª}} = \frac{\nu}{1000} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \theta \qquad (\text{para } \nu \leqslant 0,5)$$

$$\mu_{2_{2ª}} = \frac{1}{2000} \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \theta \qquad (\text{para } \nu > 0,5)$$

Cuja relação é

$$k = \frac{\mu_{2_{2ª}}}{\mu_{2_{1ª}}} = \frac{\theta}{0,55} \qquad (\nu \text{ qualquer})$$

A 1ª aproximação estará contra a segurança quando $k > 1$, isto é, quando $\theta > 0,55$.

Já a expressão adotada pela NB-1 para μ_2 dá valores superiores aos do C.E.B. para $\nu > 0,5$ (E-2-10) fazendo diminuir a margem de erro entre 1ª e 2ª aproximação.

ν	$\frac{h}{r}$ NB-1	$\frac{h}{r}$ C.E.B.	$k' = \frac{\mu_{2\,NB-1}}{\mu_{2\,C.E.B.}}$
0,6	0,545	0,458	1,19
0,7	0,502	0,393	1,28
0,8	0,466	0,344	1,36
0,9	0,435	0,306	1,42
1,0	0,407	0,275	1,48
1,1	0,383	0,250	1,53
1,2	0,362	0,229	1,58
1,3	0,343	0,212	1,62
1,4	0,325	0,196	1,66
1,5	0,310	0,183	1,69
1,6	0,296	0,172	1,72
1,7	0,283	0,162	1,75

Portanto $k_{NB-1} = \dfrac{\mu_{2\;2^a}}{\mu_{2\;1^a\;NB-1}} = \dfrac{1}{k'}\;\dfrac{\mu_{2\;2^a}}{\mu_{2\;1^a\;C.E.B.}}$

$$k_{NB-1} = \frac{1}{k'}\;k_{C.E.B.}$$

Para seção retangular, com armadura concentrada e $\frac{d'}{h} = 0,1$ (1ª tabela do anexo nº 3) verifica-se que a 1ª aproximação do C.E.B. leva a uma grande quantidade de valores contra a segurança o que justifica a aplicação de $\gamma_n = 1,2$ sobre a resistência dos materiais (R 42,231)

Valores de $k_{CEB} > 1$ para seção retangular, armadura concentrada, $\frac{d'}{h} = 0,1$

λ	$\frac{\ell}{h}$	ω \ ν	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
34,6	10	0,0	1,15	1,20	1,07	-	-	-	-	1,00	-								
		0,1	1,49	1,51	1,25	1,05	1,05	1,11	1,13	1,13	1,15	1,00	-						
		0,2	1,71	1,71	1,29	1,05	1,07	1,16	1,24	1,27	1,27	1,27	1,18	-	-				
		0,3	1,82	1,82	1,31	1,07	1,07	1,20	1,29	1,36	1,42	1,42	1,40	1,33	1,15	-	-		
		0,4	1,98	1,87	1,29	1,07	1,09	1,22	1,33	1,42	1,49	1,55	1,55	1,53	1,47	1,31	1,07		
		0,5	1,93	1,89	1,31	1,07	1,09	1,24	1,36	1,47	1,56	1,64	1,67	1,67	1,65	1,62	1,47	1,27	1,00
69,3	20	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-									
		0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-							
		0,2	1,09	1,09	1,00	1,00	1,00	1,00	-	-	-	-	-	-					
		0,3	1,20	1,15	1,04	1,00	1,05	1,11	1,11	1,09	1,05	1,04	1,00	-	-	-			
		0,4	1,33	1,20	1,07	1,00	1,07	1,18	1,20	1,20	1,20	1,16	1,15	1,11	1,05	-	-		
		0,5	1,38	1,25	1,07	1,00	1,09	1,22	1,27	1,31	1,31	1,29	1,27	1,24	1,20	1,15	1,05		
103,9	30	0,0	-	-	-	-	-												
		0,1	-	-	-	-	-	-	-										
		0,2	-	-	-	-	-	-	-	-									
		0,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-							
		0,4	1,02	1,00	-	-	-	1,00	1,04	1,05	1,04	1,04	1,02						
		0,5	1,05	1,04	-	-	-	1,05	1,11	1,13	1,15	1,15	1,13	1,11	1,07				
138,4	40	0,0	-	-	-	-													
		0,1	-	-	-	-													
		0,2	-	-	-	-	-												
		0,3	-	-	-	-	-												
		0,4	-	-	-	-	-	-											
		0,5	-	-	-	-	-	-	-										

Valores de $k_{NB-1} > 1$ para seção retangular, armadura concentrada, $\frac{d'}{h} = 0,1$

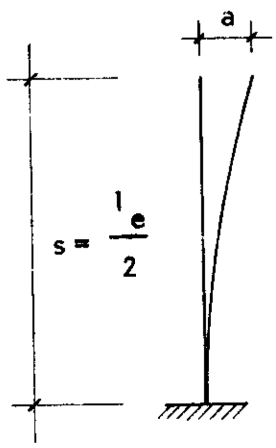
λ	$\frac{\ell}{h}$	$\omega \backslash \nu$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
34,6	10	0,0	1,16	1,20	1,07	-	-	-	-										
		0,1	1,49	1,51	1,25	1,05	1,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,2	1,71	1,71	1,29	1,05	1,07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,3	1,82	1,82	1,31	1,07	1,07	1,01	1,01	1,00	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-
		0,4	1,98	1,87	1,29	1,07	1,09	1,03	1,04	1,04	1,05	1,05	1,01	-	-	-	-	-	-
		0,5	1,93	1,89	1,31	1,07	1,09	1,04	1,06	1,08	1,10	1,11	1,09	1,06	1,02	-	-	-	-
69,3	20	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,2	1,09	1,09	1,00	1,00	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,3	1,20	1,15	1,04	1,00	1,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,4	1,33	1,20	1,07	1,00	1,07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,5	1,38	1,25	1,07	1,00	1,09	1,03	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
103,9	30	0,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,4	1,02	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
		0,5	1,05	1,04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		

Apesar da NB-1 só permitir a utilização do método do momento complementar para peças com $\lambda \leqslant 80$ pode se observar que para $\lambda > 80$ são bem poucos os casos em que, na seção retangular se está contra a segurança. Os casos em que k é bem maior que 1 e, mesmo assim são permitidos pela NB-1, encontram-se na faixa de λ pequenos onde um erro na avaliação de μ_2 traz uma variação pequena no valor de μ_1.

2.4. Método Simplificado baseado no estado de equilíbrio

2.4.1. Análise do Método

Assim como no método da coluna padrão, assume-se o deslocamento na extremidade livre da coluna como função da curvatura da extremidade engastada.

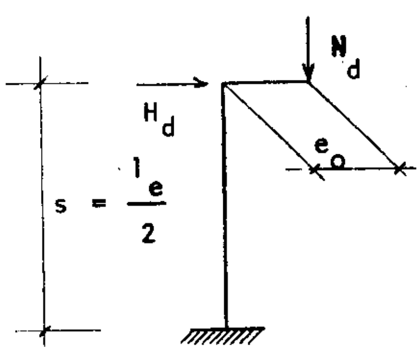


$$a = \frac{l_e^2}{10} \times \frac{1}{r} =$$

$$= 0,4 \left(\frac{1}{r}\right) s^2$$

A partir dessa hipótese, a verificação da segurança é feita na seção da base, comparando carga axial aplicada com resultante das tensões e, comparando excentricidade da carga externa (1ª + 2ª ordem) com a excentricidade da resultante de tensões.

Seja N_d, da figura abaixo, a carga axial externa aplicada. A excentricidade de 1ª ordem (e_1) da carga N_d em relação à seção da base será:



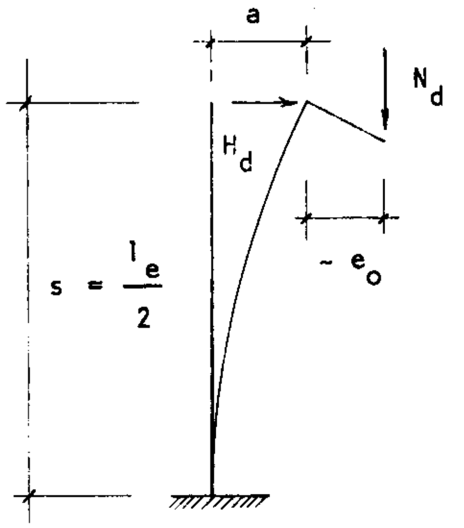
Momento na base:

$$M_{1d} = H_d \, s + N_d \, (e_o + e_a)$$

onde e_a = excentricidade adicional.

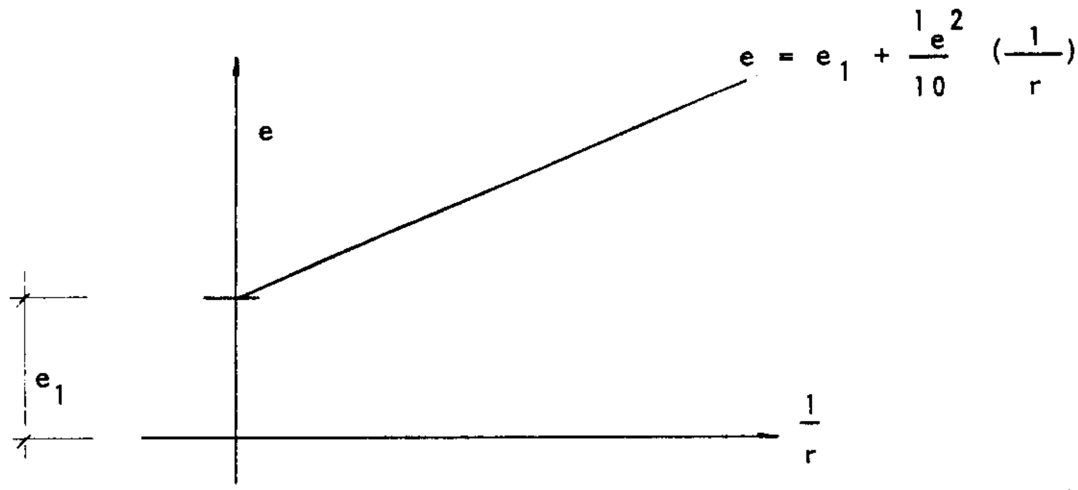
$$e_1 = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{H_d s}{N_d} + e_o + e_a$$

Levando em consideração a posição deformada da coluna a excentricidade total externa é igual a:



$$e = e_1 + a = e_1 + \frac{l_e^2}{10}\,\frac{1}{r}$$

O gráfico da excentricidade externa em função da curvatura é re-presentado na figura abaixo:

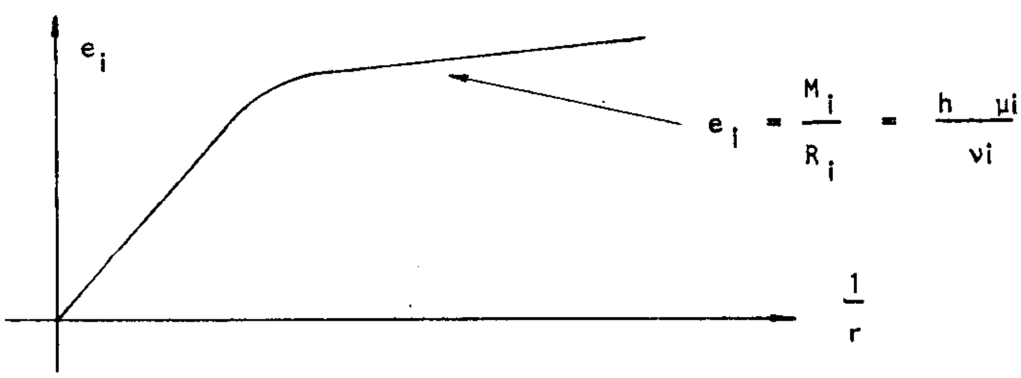


Por outro lado o valor da excentricidade interna e_i em função da curvatura é obtido das condições de equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações.

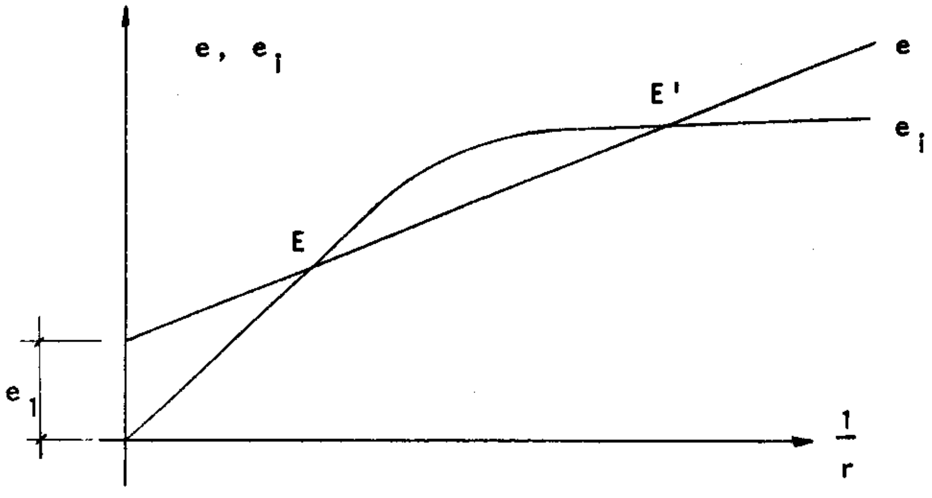
A figura abaixo mostra um gráfico típico de e_i para um valor constante de ν e ω.

R_i = força resultante das tensões normais

M_i = momento resultante das tensões normais



Superpondo os dois diagramas:

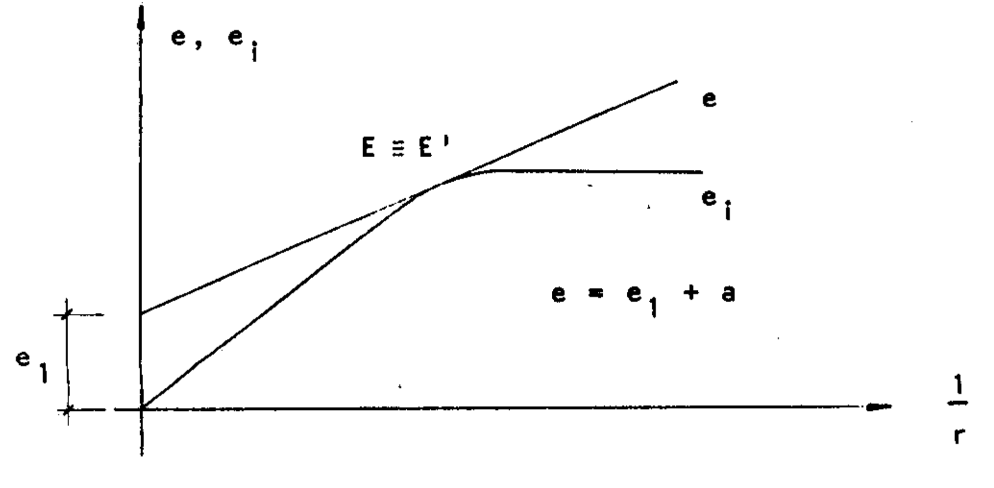


Se as duas curvas se interceptam existe o estado de equilíbrio - com configuração representada pela curvatura do ponto E onde - $e = e_i$.

O ponto E' representa outra configuração de equilíbrio mas, nesse caso, é equilíbrio instável (se o equilíbrio é ligeiramente alterado pelo aumento da flecha, e consequente aumento da curvatura - da base, a excentricidade interna aumenta menos que a externa).

Se, por outro lado, o valor da carga axial externa N_d aumenta, o correspondente diagrama de e_i abaixa e os pontos E e E' tendem a se aproximar.

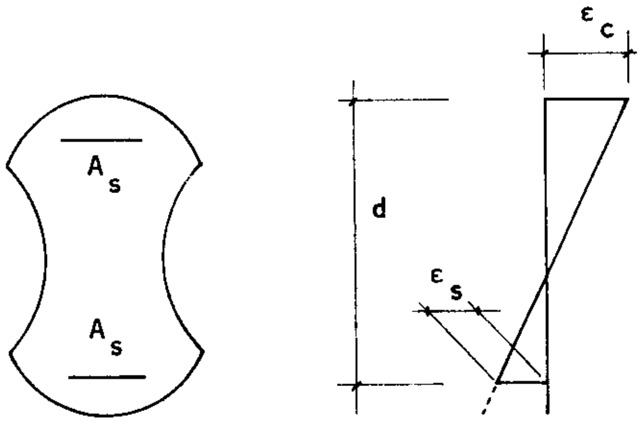
No estado limite E e E' coincidem e a reta da excentricidade externa é tangente à curva da excentricidade interna nesse mesmo ponto E ≡ E'.



O valor de N_d correspondente a essa situação corresponde ao Estado Limite Ultimo de Instabilidade.

Neste processo não é necessário determinar o diagrama completo de e_i.

Suponhamos, para a seção da base, uma forma qualquer com uma deformação plana qualquer



Conhecido o estado de deformações calcula-se a resultante das tensões internas (R_i) e o momento fletor dessas tensões (M_i) através das relações $\sigma \times \varepsilon$ do concreto e aço.

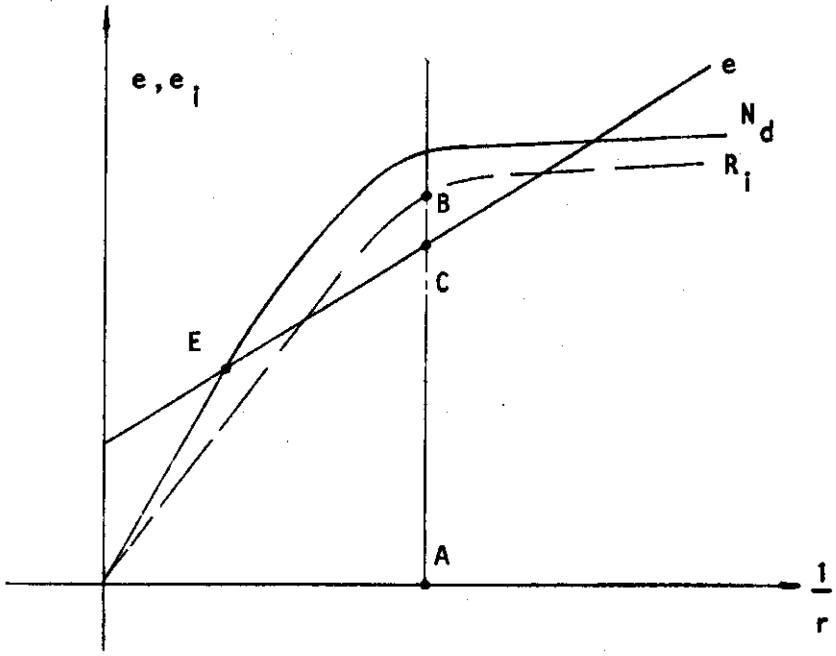
$$R_i = \int_{A_c} \sigma_c \, dA_c + \int_{A_s} \sigma_s \, dA_s$$

$$M_i = \int_{A_c} z \, \sigma_c \, dA_c + \int_{A_s} z \, \sigma_s \, dA_s$$

Haverá estabilidade se:

$$R_i > N_d \qquad \text{e} \qquad e_i = \frac{M_i}{R_i} > e$$

cuja representação está na figura abaixo:



ínio que demonstra essa afirmativa não necessita da deter-
a curva $e_i \times \frac{1}{r}$ para N_d pois,

$\overline{AB} > \overline{AC}$, isto é, $e_i > e = e_1 + a$

pode-se afirmar que a curva de parâmetro R_i intercepta a reta da excentricidade externa.

Por outro lado, como:

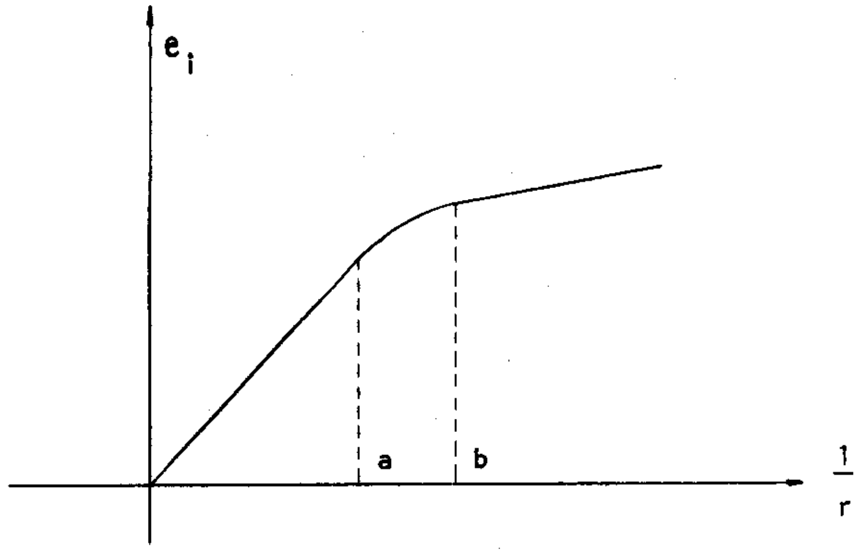
$R_i > N_d$

a curva correspondente a N_d encontra-se acima da correspondente a R_i e, certamente, interceptará a reta da excentricidade externa e então *existirá* um ponto E de equilíbrio estável.

Neste método garante-se a existência de um ponto de equilíbrio estável, sem procurar detetá-lo.

2.4.2. Uso prático

A figura abaixo mostra a forma mais usual do diagrama $e_i \times \frac{1}{r}$:

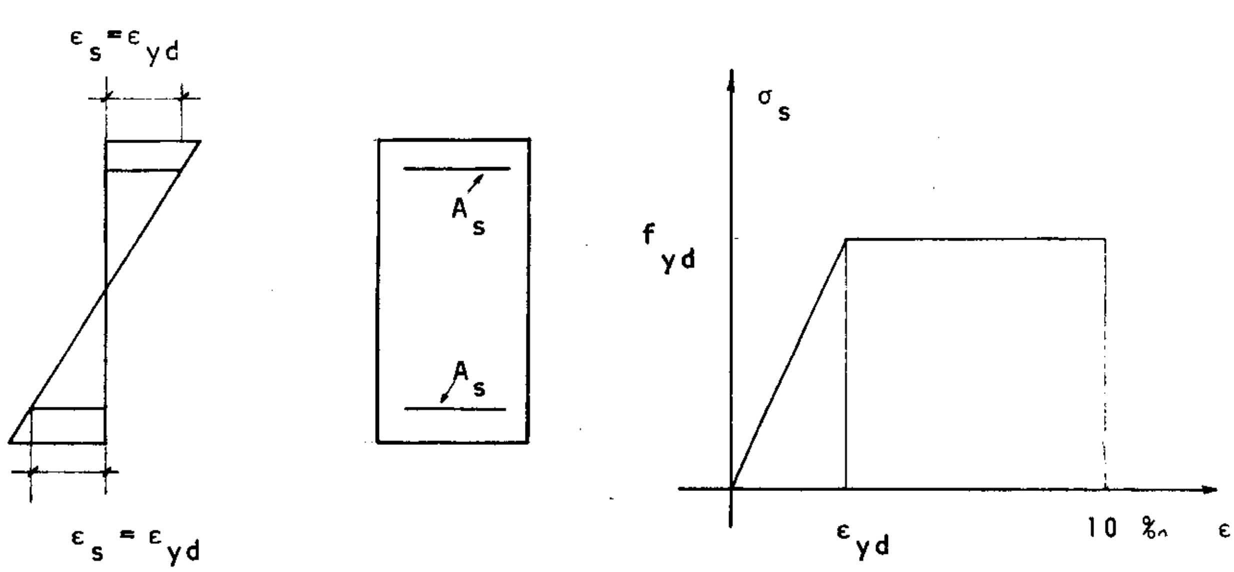


que pode ser considerado como composto por 2 retas unidas entre si por uma curva de transição cuja forma depende da seção transversal da coluna e da taxa de armadura.

A análise dos vários diagramas de curvatura mostra que essa curva de ligação aparece mais nitidamente quando algumas barras entram em escoamento.

Baseando-se no fato que a perda de estabilidade ocorre nesse trecho curvo ("joelho") sugere-se o seguinte processo para seções simétricas com armadura simétrica e aço classe A

1º) Inicia-se o processo supondo um diagrama simétrico de deformações e início de escoamento nas armaduras mais deformadas (ver mais adiante considerações sobre seção circular).



2º) Calcula-se $R_i = R_c + R_s$

R_c = resultante das tensões do concreto

R_s = resultante das tensões do aço.

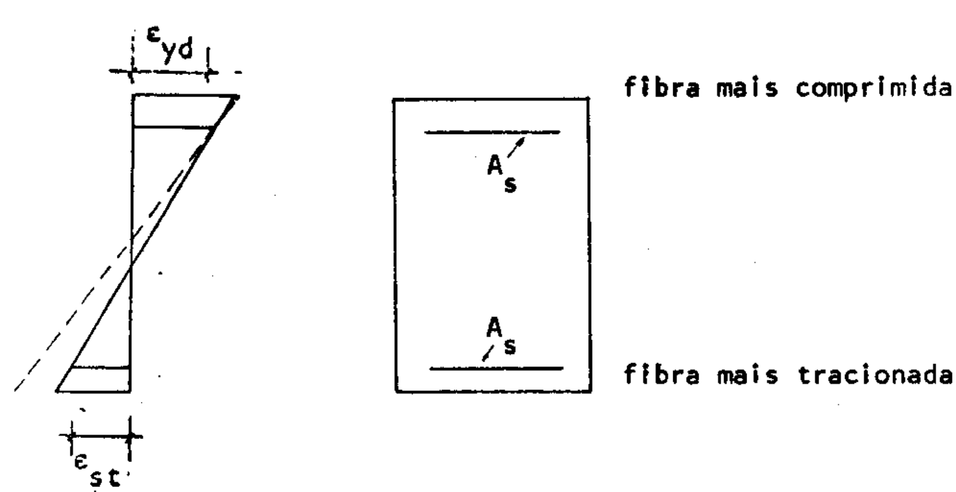
$R_i = R_c + A_s f_{yd} - A_s f_{yd} = R_c$

3º)

a) Se:

$R_i < N_d$

deve-se reduzir a deformação na armadura de tração, mantendo fixa a deformação da armadura de compressão, para que o valor R_i aumente,



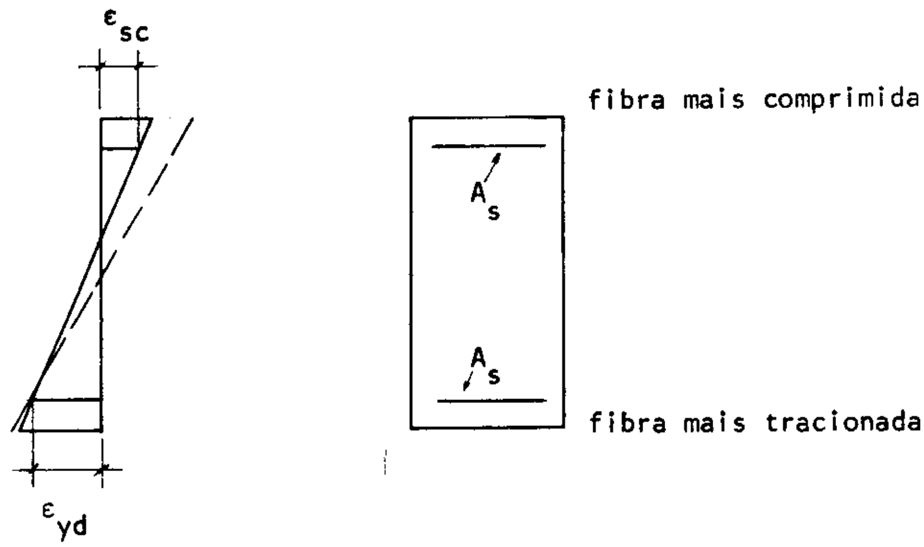
até se chegar a R_i ligeiramente maior que N_d

$R_i \cong N_d$ tal que $R_i > N_d$

b) Se:

$R_i > N_d$

deve-se reduzir a deformação na armadura comprimida, mantendo-se a deformação na armadura tracionada, para que o valor de R_i diminua,



até que a diferença entre R_i e N_d seja pequena

$(R_i - N_d) \cong 0$ tal que ainda $R_i > N_d$.

4º) Obtido o diagrama de deformações verifica-se o valor da excentricidade e_i com relação ao centro de gravidade da peça.

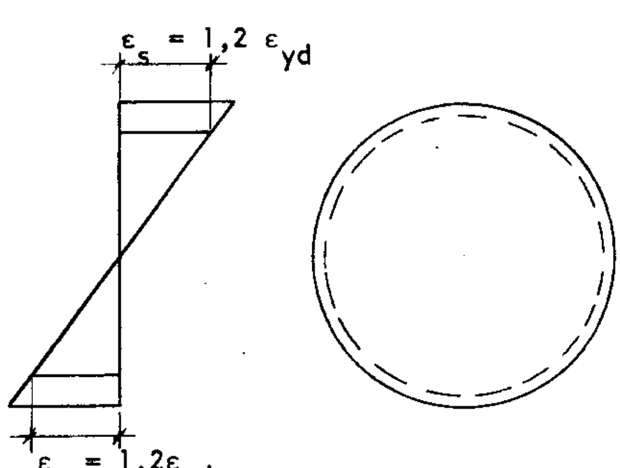
A diferença:

$e_i - e$

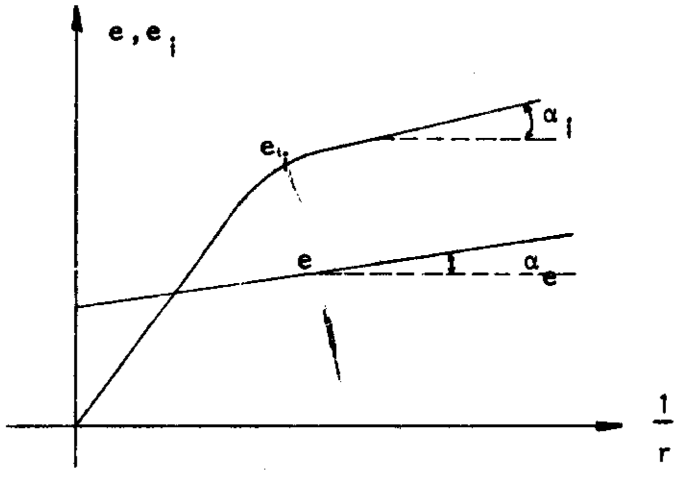
dá uma ordem de grandeza da reserva de capacidade da peça.

Esse processo dá bons resultados para seção retangular com armadura simétrica de canto.

Para seções circulares, quando a armadura é uniformemente distribuída o centro do trecho curvo ("joelho") pode ser obtido, assumindo-se inicialmente para as armaduras mais deformadas $\varepsilon_s = 1{,}2\ \varepsilon_{yd}$.



Este processo, entretanto, falha para o caso de colunas curtas onde a inclinação da reta de excentricidade externa é menor que a inclinação do 2º trecho do diagrama de e_i.

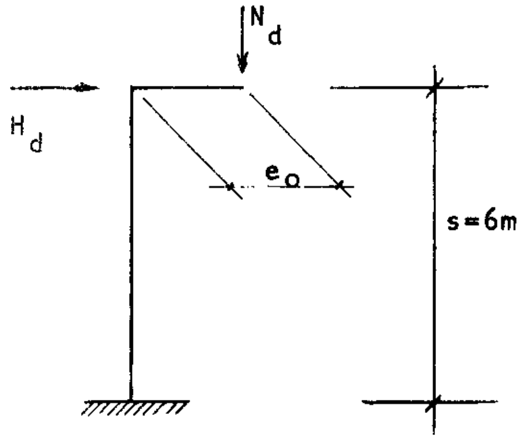


$\alpha_i > \alpha_e$

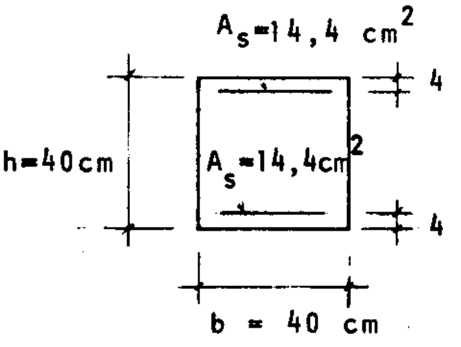
Esses casos, entretanto, não são de interesse para o presente estudo pois provavelmente ocorrerá rutura do material antes da perda de estabilidade.

Exemplo numérico:

Verificar a coluna da figura



seção transversal



$N_d = 57$ tf.

$H_d = 1,5$ tf.

$e_o = 6,7$ cm

$0,85\, f_{cd} = 120$ kgf/cm²

$f_{yd} = 4200$ kgf/cm²

$\varepsilon_{yd} = 2‰$

$l_e = 2s = 2 \times 6 = 12$ m

na seção da base:

$M_1 = N_d\ (e_o + e_a) + H_d\ s = N_d\ e_1$

$$e_1 = e_o + e_a + \frac{H_d}{N_d}\ s$$

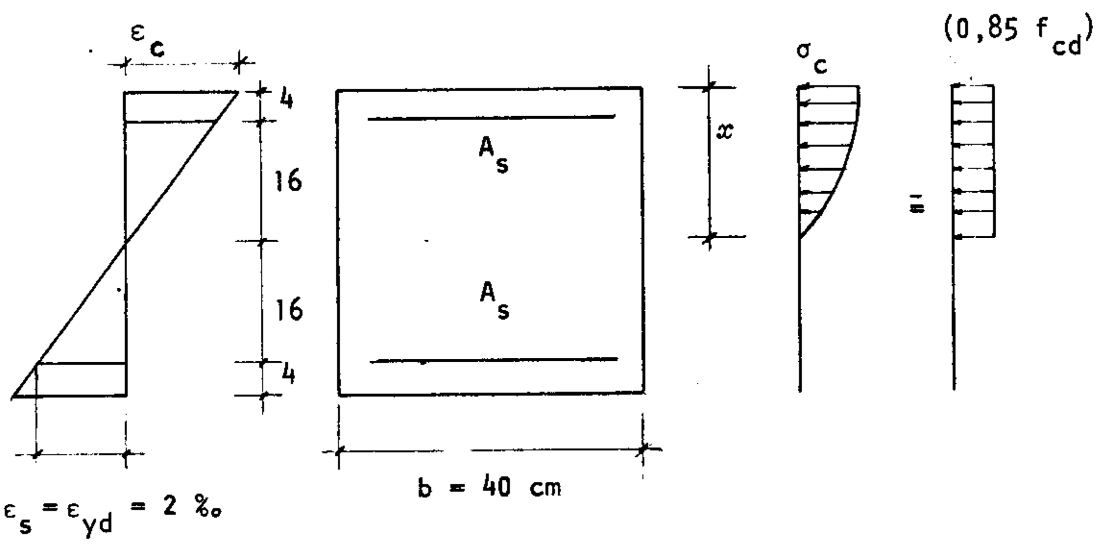
$$e_a = \frac{\lambda}{1000} h \quad \text{ou} \quad e_a = \frac{h}{30} = \frac{40}{30} = 1{,}33 \text{ cm ou } e_a = 2 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_e}{i} = \frac{l_e}{\sqrt{\dfrac{I_c}{A_c}}} = \frac{1200}{\sqrt{\dfrac{40^4}{12 \times 40^2}}} = \frac{1200}{11{,}55} = 103{,}92$$

$$e_a = \frac{103{,}92}{1000} \times 40 = 4{,}1 \text{ cm} > 2{,}0 \text{ cm}$$

$$e_1 = 6{,}7 + 4{,}1 + \frac{1{,}5}{57} \times 6{,}0 = 26{,}6 \text{ cm}$$

Seguindo os passos expostos temos como 1ª tentativa para o diagrama de deformações:



κ = fator que permite considerar o diagrama de tensões como retangular (anexo nº 4)

$$\varepsilon_c = 20 \times \frac{2}{16} = 2{,}5 \text{ ‰}$$

$R_i = R_c = \kappa\ \sigma_c\ (b\ x)$

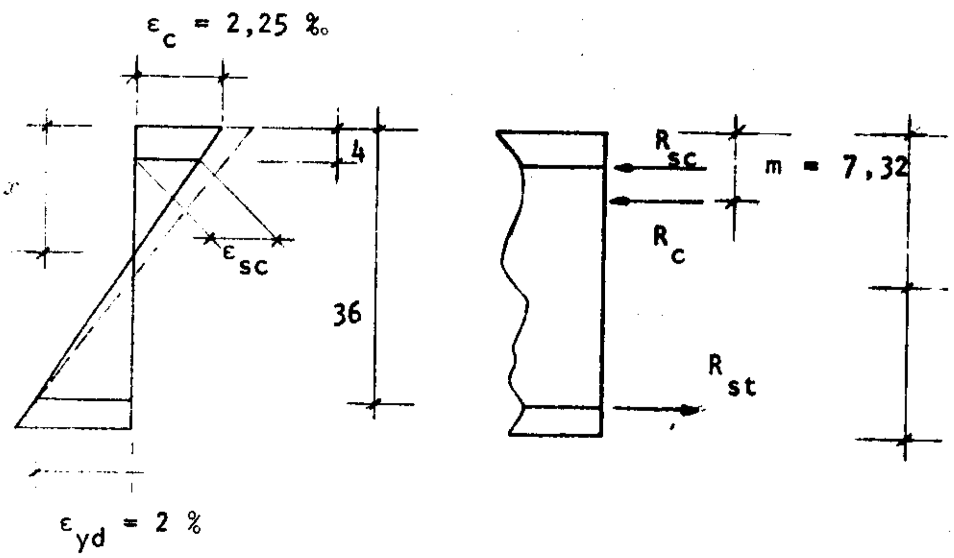
para $\varepsilon_c = 2{,}5$ ‰ $\quad \sigma_c = 0{,}85\ f_{cd} = 120\ kgf/cm^2$

$\kappa = 0{,}733$ (anexo nº 4)

$R_i = 0{,}733 \times 0{,}120\ (40 \times 20) = 70{,}4\ tf$

$R_i = 70{,}4\ tf > N_d = 57\ tf$

caímos no item *b* do 3º passo do processo onde deve-se reduzir a deformação do concreto para a 2ª tentativa do diagrama de deformações:



$$x = 2{,}25 \times \frac{36}{(2{,}00 + 2{,}25)} = 19{,}06\ cm$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{2{,}25}{19{,}06}\ (19{,}06 - 4{,}00) = 1{,}778\ ‰$$

Resultante das tensões no concreto:

para $\varepsilon_c = 2{,}25$ ‰ $\quad \sigma_c = 0{,}85\ f_{cd} = 120\ kgf/cm^2$

$\kappa = 0{,}704$ (anexo nº 4) {8}

$R_c = 0{,}704 \times 0{,}12\ (40 \times 19{,}06) = 64{,}4\ tf$

Resultante das tensões no aço comprimido:

$R_{s_c} = A_s \; \sigma_{s_c}$

$$\sigma_{s_c} = \frac{1,778}{2,000} \times 4.200 = 3.734 \text{ kgf/cm}^2$$

$R_{s_c} = 14,4 \times 3,734 = 53,8$ tf

Resultante das tensões no aço tracionado:

$R_{s_t} = A_s \; f_{yd} = 14,4 \times 4,2 = 60,5$ tf

Resultante final:

$R_i = 64,4 + 53,8 - 60,5 = 58$ tf.

$$R_i - N_d = 58 - 57 = 1 \text{ tf}$$

Como R_i é ligeiramente maior que N_d pode-se considerar terminado o processo e calcular e_i:

β = fator tal que multiplicado por x fornece a posição da resultante R_c (anexo nº 4)

para $\varepsilon_c = 2,25‰$

$$\beta = 0,383$$

$m = 0,383 \times 19,06 = 7,30$ cm

$M_i = R_c \; (20 - 7,30) + R_{s_c} \times 16,0 + R_{s_t} \times 16,0$

$M_i = 64,4 \times 12,70 + 53,8 \times 16,0 + 60,5 \times 16,0 = 2647$ tf.cm

$$e_i = \frac{M_i}{R_i} = \frac{2647}{58} = 45,6 \text{ cm}$$

A excentricidade total será a soma das excentricidades de 1ª e 2ª ordem

$$e = e_1 + a = e_1 + \frac{l_e^2}{10} \times \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d} = \left(\frac{2,25 + 2,00}{36}\right) 10^{-3} = \frac{0,12}{1000}$$

$$e = 26,6 + \frac{1200^2}{10} \times \frac{0,12}{1000} = 26,6 + 17,0 = 43,6 \text{ cm.}$$

Resumindo:

$$R_i = 58 \text{ tf} > N_d = 57 \text{ tf}$$

$$e_i = 45,6 \text{ cm} > e = 43,6 \text{ cm}$$

vemos que estão satisfeitas as hipóteses do processo e a solicitação da coluna está próxima do estado limite último de instabilidade.

Comparação com o método da coluna padrão:

$$N_c = 0,85 \, f_{cd} \, A_c = 0,12 \times 40^2 = 192 \text{ tf}$$

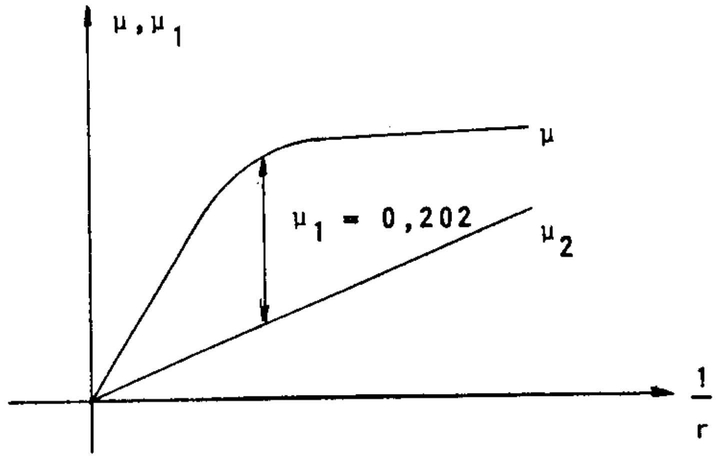
$$\nu = \frac{N_d}{N_c} = \frac{57}{192} = 0,297 \cong 0,3$$

$$\frac{l_e}{h} = \frac{1200}{40} = 30$$

$$\omega = \frac{f_{yd} \, A_s}{N_c} = \frac{4,2 \times 14,4}{192} \cong 0,3$$

Consultando a tabela RC 20/10 (anexo nº 2)

$$\mu_1 = 0,202$$



$$\mu_1 = \frac{M_1}{N_c\ h} = \frac{N_d\ e_{1max}}{N_c\ h} = \nu\ \frac{e_{1\,max}}{h}$$

$$\nu\ \frac{e_{1max}}{h} = 0,202$$

$$e_{1max} = \frac{0,202 \times 40}{0,3} = 26,9\ cm$$

$$e_{1_{efetivo}} = 26,6\ cm$$

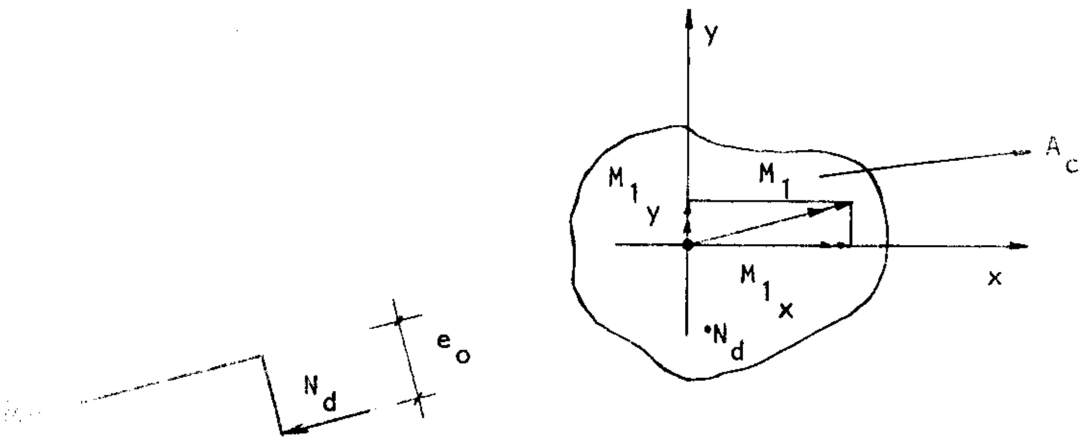
Ve-se que

$$e_{1_{max}} = 26,9\ cm \cong e_{1_{efetivo}} = 26,6\ cm$$

isto é, a coluna está próxima de seu estado limite último de perda de estabilidade.

3. Excentricidade Biaxial

A capacidade de uma coluna sujeita a carga axial N_d e a momento fletor $\vec{M}_1$ com componentes M_{1_x} e M_{1_y} em relação a dois eixos (x, y) perpendiculares entre si é dada pelas equações de equilíbrio:



$$N_d = N_i = \int_{A_c} \sigma_c \, dA_c + N_s$$

$$M_{d_x} = M_{1_x} + M_{2_x} = M_{i_x} = -\int_{A_c} y \; \sigma_c \, dA_c + M_{s_x}$$

$$M_{d_y} = M_{1_y} + M_{2_y} = M_{i_y} = \int_{A_c} x \; \sigma_c \, dA_c + M_{s_y}$$

onde,

M_{d_x}, M_{d_y} componentes nos eixos x e y do momento de cálculo M_d

$\vec{M}_d = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$

$M_1 = N_d \, (e_o + e_a)$

e_o = excentricidade inicial de N_d

e_a = excentricidade acidental calculada segundo as recomendações do C.E.B. (R. 42,20) ou segundo a NB-1 (4.1.1.3)

$M_2 = N_d \left(\frac{l_e^2}{10} \; \frac{1}{r} \right)$ cujo cálculo esta comentado na 7a. etapa (3.1.)

M_{i_x} , M_{i_y} = componentes nos eixos x e y do momento M_i da resultante das tensões normais.

R_s = contribuição do aço para o esforço normal

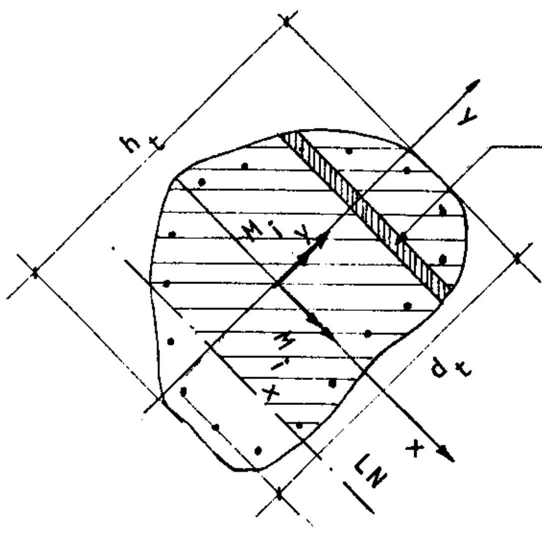
M_{s_x} , M_{s_y} = contribuição do aço para o momento interno M_i

3.1. Método da Coluna Padrão - sequência de cálculo

1º) Conhecida a seção da peça e os valores N_d e M_1 assume-se uma taxa (ω) e uma distribuição para a armadura (A_s)

2º) Supõe-se uma direção e uma posição para a Linha Neutra (LN) nessa seção.

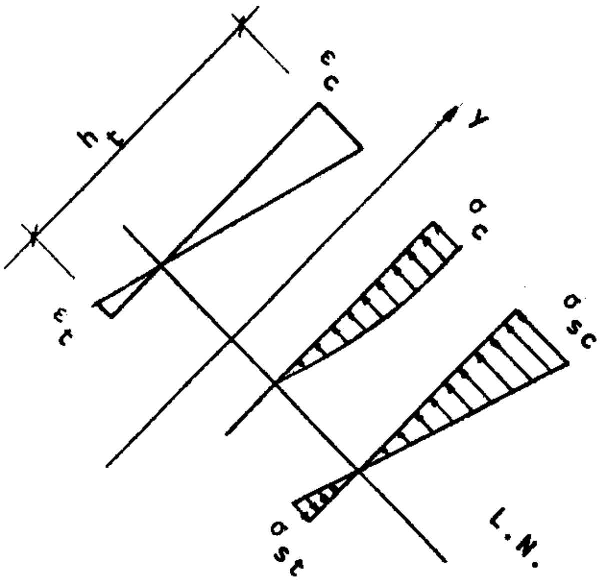
3º) Coloca-se, nessa seção, um par de eixos (x,y) perpendiculares entre si com origem no centro de gravidade e um dos eixos paralelo à suposta linha neutra.



A_c = área total da seção transversal de concreto

h_t = altura da seção na direção da flexão

4º) Assume-se um plano de deformações, isto é, uma curvatura, e, com essa hipótese fica determinado o diagrama de σ_c e σ_s.



5º) Calcula-se

$$R_I = \int_{A_c} \sigma_c \, dA + R_s$$

escolhendo, para facilitar a integração, um elemento dA paralelo ao eixo x (ver figura da 3a. etapa)

onde;

$$R_s = \int_{A_c} \sigma_s \, dA_s$$

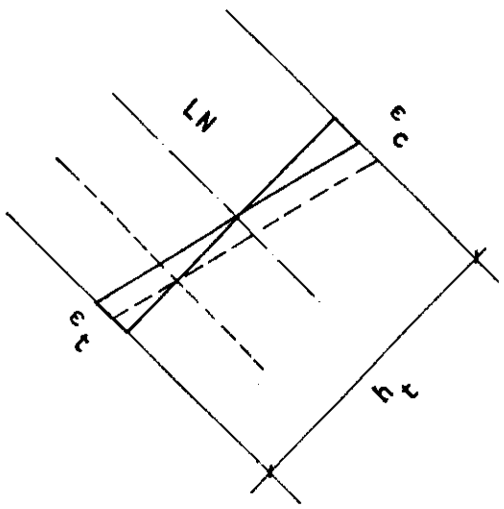
Discretizando o elemento dA_s como a área transversal de uma barra de armadura($A\phi$)

$$R_s = \sum_{j=1}^{n} \sigma_{s_j} \, A\phi_j$$

n = número de barras

6º) Se: $R_I \neq N_d$

Volta-se à 2a. etapa mantendo-se a curvatura assumida na 4ª etapa e transladando-se a linha neutra da seguinte forma:



se:

$R_i > N_d$ deve-se levantar a LN

$R_i < N_d$ deve-se abaixar a LN

Esta etapa é repetida até

$R_i \cong N_d$

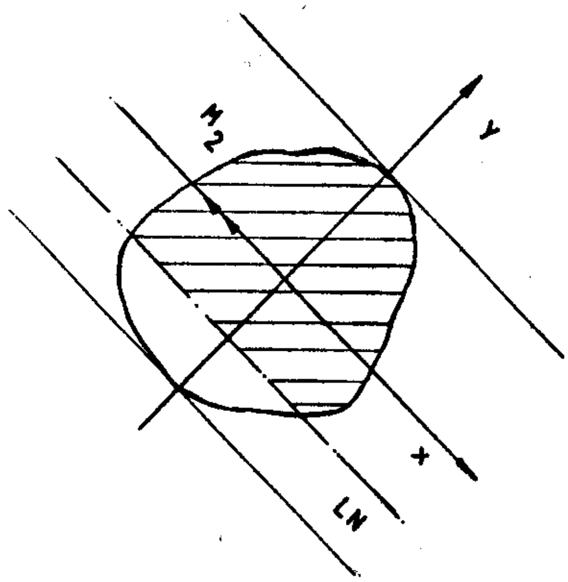
7º) Calcula-se o momento de 2ª ordem

$$M_2 = N_d \left(\frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r}\right) = N_d \left(\frac{l_e^2}{10} \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d}\right)$$

Esse cálculo só é possível para qualquer direção de flexão caso se possa garantir que tanto em x quanto em y as condições de vínculo são as mesmas.

Daí, então, em qualquer direção as condições de vínculo serão iguais e l_e será definido. Caso contrário, deve-se criar uma regra que defina l_e ou, assumir um valor que leve o cálculo para o lado seguro.

A direção e sentido de M_2 são conhecidos porque a flexão se dá em torno da linha neutra que é assumida na 2a. etapa.



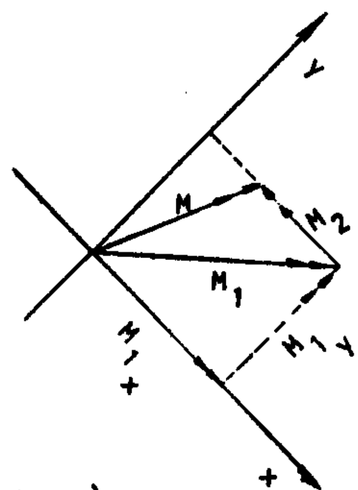
8º) Calcula-se a soma vetorial

$\vec{M} = \vec{M}_2 + \vec{M}_1$

cujas componentes são:

$M_x = -M_2 + M_{1_x}$

$M_y = M_{1_y}$



9º) Calcula-se (ver figura da 3a. etapa)

$$M_{i_x} = - \int_{A_c} y\, \sigma_c\, dA_c + M_{s_x}$$

$$M_{i_y} = \int_{A_c} x\, \sigma_c\, dA_c + M_{s_y}$$

onde

$$M_{s_x} = - \int_{A_s} y\, \sigma_s\, dA_s$$

$$M_{s_y} = \int_{A_s} x\, \sigma_s\, dA_s$$

Para o cálculo de M_{s_x} e M_{s_y} o elemento dA_s pode também, como no caso de R_s, ser discretizado como a área correspondente a uma barra de aço $(A\phi_j)$:

Então temos:

$$M_{s_x} = -\sum_{j=1}^{n} y_j \; A\phi_j \; \sigma_s$$

$$M_{s_y} = \sum_{j=1}^{n} x_j \; A\phi_j \; \sigma_s$$

onde:

$A\phi_j$ = área de cada barra da armadura

x_j, y_j = são, respectivamente, as distâncias das barras aos eixos y e x

n = número de barras

10º) Compara-se $\vec{M}_i$ com $\vec{M}$ para verificar se são iguais, isto é, se:

$$M_{i_x} = M_x = M_{1_x} + M_{2_x}$$

$$M_{i_y} = M_y = M_{1_y} + M_{2_y}$$

Se não forem iguais volta-se à 2a. etapa assumindo uma nova direção e posição para a linha neutra, mas, *mantendo-se*, na 4a. etapa, a curvatura já assumida.

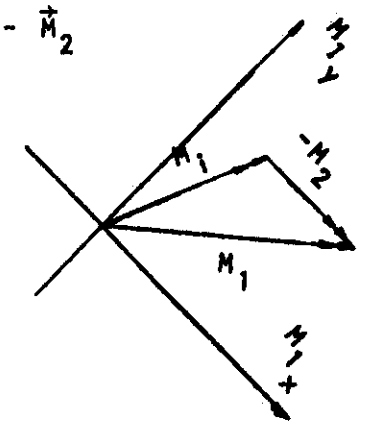
11º) Quando:

$$\vec{M}_i = \vec{M}_d$$

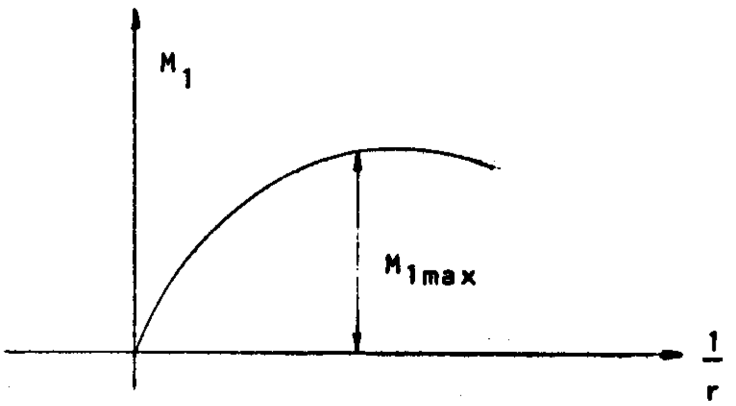
pode se afirmar que existe um estado de equilíbrio para N_d e $\vec{M}_1$ aplicados. Até esta etapa não se sabe o módulo máximo de $\vec{M}_1$, isto é, até que ponto poder-se-ia aumentar e_o.

12º) Com o objetivo de se determinar o máximo módulo de $\vec{M}_1$, reinicia-se o processo, alterando-se a curvatura na 4a. etapa, cancelando-se a 8a. etapa e transformando-se a 10à. etapa em:

$\vec{M}_1 = \vec{M}_i - \vec{M}_2$



13º) Elabora-se um gráfico de $M_1 \times \frac{1}{r}$



Esse gráfico mostra que uma determinada seção, com uma determinada taxa e posicionamento da armadura, sujeita a um esforço normal tem, conforme a curvatura, uma capacidade diferente para o momento aplicado.

A capacidade de carga da coluna, isto é, o estado limite último para a excentricidade na direção dada ocorre para a curvatura em que o módulo de $\vec{M}_1$ é máximo.

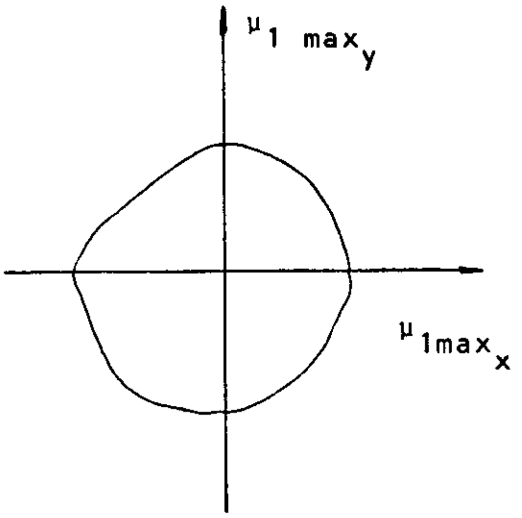
OBSERVAÇÕES:

a) Para se conhecer a tensão do aço para o momento $\vec{M}_1$ aplicado (verificação da tensão em serviço para fins da NB-1/(4.2.2)) deve-se usar os valores de σ_s da 4ª etapa da tentativa em que:

$\vec{M}_i - \vec{M}_2 = \vec{M}_1$

isto é, quando a 11a. etapa se verifica.

b) Esse cálculo torna-se mais fácil se forem preparados gráficos com valores máximos de $\vec{M}_1$ para qualquer direção utilizando-se o adimensional μ_1.



$$\nu = \frac{N_d}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = cte$$

$$\omega = \frac{A_s\ f_{yd}}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = cte$$

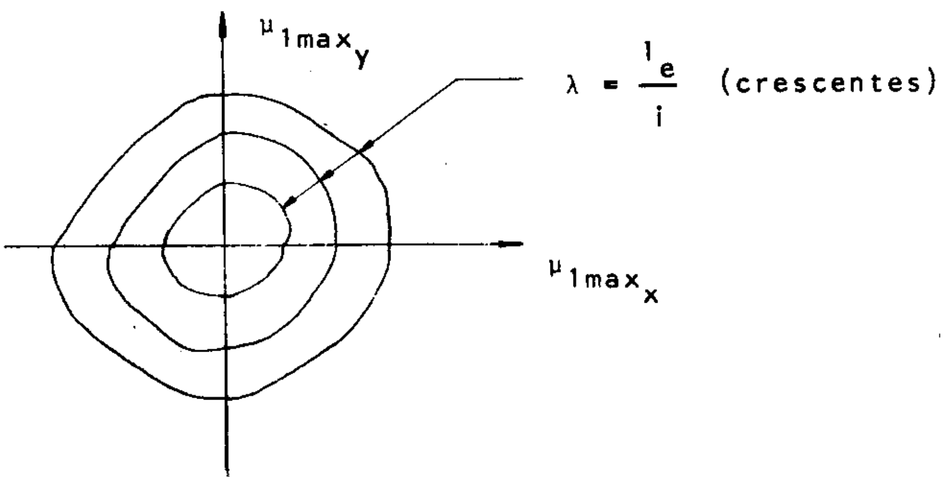
$\frac{1}{r}$ = variável de ponto a ponto

Isto é, para cada direção e sentido do momento $\vec{M}_1$ aplicado, existe uma curvatura para a qual o módulo do vetor momento é máximo.

Com essa curvatura a peça atinge o estado limite último com aquele momento $\vec{M}_1$ aplicado.

Assim, se conhecermos as componentes do momento $\vec{M}_1$ aplicado, e esse par de valores (M_{1_x} , M_{1_y}) estiver dentro da região limitada pela curva de M_{1max} pode-se dizer que a coluna não atingiu seu estado limite último.

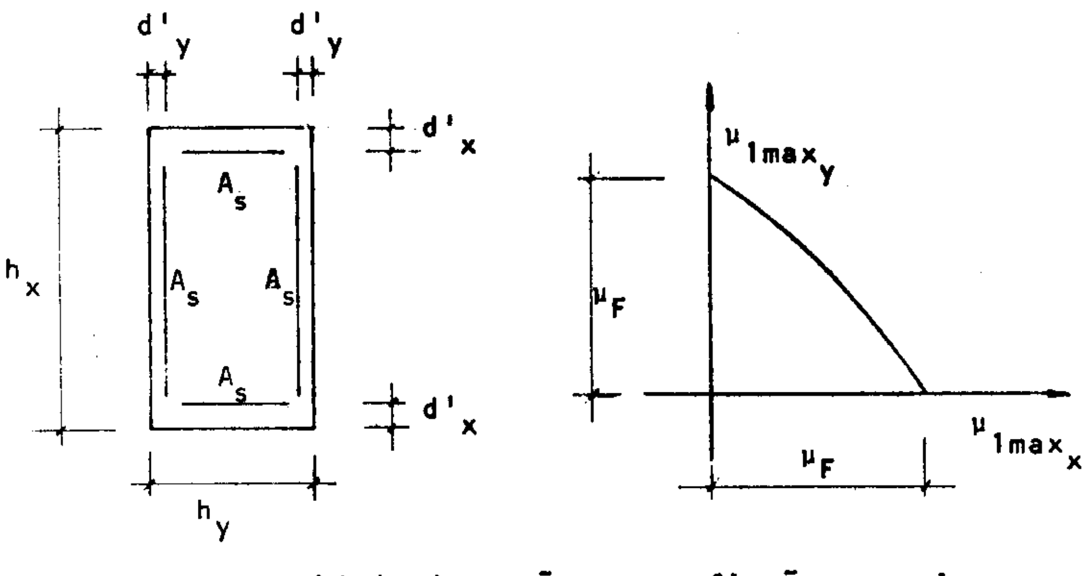
c) Pode-se tornar o gráfico mais completo fazendo-se variar o índice de esbeltez, isto é, introduzindo-se diferentes valores de l_e na 7a. etapa. Quanto mais esbelta a peça, mais a curva se aproxima da origem.



d) Quando não é necessário considerar o efeito dos deslocamentos, a curva do gráfico deve coincidir com a respectiva curva dos diagramas de roseta para colunas curtas {6} ,{9}.

e) Para peças simétricas, com armadura simétrica vê-se facilmente que o gráfico é simétrico com relação aos eixos, desde que esses eixos sejam paralelos aos eixos de simetria da seção. Pode-se então desenhar um só quadrante.

f) Se a peça, além de simétrica, com armaduras simétricas e iguais entre si, tiver $\frac{d'}{h}$ iguais nos dois eixos, os pontos em que a curva de $\lambda \leq 40$ (NB-1) ou $\lambda \leq 35$ (C.E.B.) corta os eixos serão equidistantes da origem (μ_F)



pois a capacidade da seção, para flexão normal composta, para o caso de armadura concentrada, depende apenas da taxa de armadura e da relação $\frac{d'}{h}$ {5} , {7}.

3.2. Método do Momento-Complementar - dimensionamento

3.2.1. 1ª aproximação

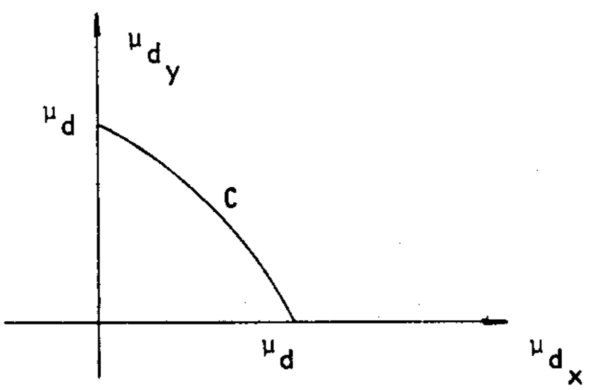
O objetivo deste método é determinar um valor para μ_d de modo que a peça possa ser dimensionada como se fosse coluna curta sujeita somente à flexão normal composta.

É feita a hipótese de seção simétrica, com armaduras simétricas e iguais entre si e, além disso, que as relações $\frac{d'_x}{h_x}$ e $\frac{d'_y}{h_y}$ sejam iguais entre si, onde x e y são os eixos de simetria.

Essas restrições garantem que, se o momento último externo for em torno de x, com componente nula em y ou, analogamente, se for em torno de y, com componente nula em x, seus respectivos adimensionais são iguais (3.1 - f)

$$\mu_{d_x} = \mu_{d_y} = \mu_d$$

O gráfico de flexão composta para colunas curtas cruzará os eixos coordenados em pontos μ_d equidistantes da origem:



Se $\frac{d'_x}{h_x} \neq \frac{d'_y}{h_y}$ supõe-se, inicialmente, que sejam iguais e, após ter sido determinado μ_d, pode-se fazer a verificação, já com os valores reais de $\frac{d'_x}{h_x}$ e $\frac{d'_y}{h_y}$.

Quando a flexão for oblíqua, os valores últimos do par de componentes do momento estarão sobre uma curva. Os pontos na região limitada por essa curva são valores de momento oblíquo inferiores aos momentos últimos.

Sabe-se também que, quando $\frac{l_e}{h}$ cresce, as componentes do momento último de 1ª ordem diminuem pois passa a prevalecer o estado limite de perda de estabilidade onde o momento de 2ª ordem "consome" parte das tensões existentes na seção.

Se fosse conhecido o valor fictício (2.3) de $\vec{M}_2$ fácil seria calcular $\vec{M}_1$ pois a soma $\vec{M}_1 + \vec{M}_2$ seria igual a $\vec{M}_d$ conhecido do estudo de colunas curtas.

Entretanto existem duas direções onde a 1ª aproximação de M_2 é conhecida (2.3) e, com isso, se torna fácil conhecer $\vec{M}_1$. Essas direções são as dos eixos principais.

Se $\vec{M}_1$ for em torno de x, $\vec{M}_2$ também será em torno de x (flexão normal composta) com o módulo adimensional:

$$\mu_{2_x} = \frac{M_2}{0,85\ f_{cd}\ A_c\ h_x} = \frac{N_d}{0,85\ f_{cd}\ A_c}\ \frac{l_x^2}{10\ r_x}\ \frac{1}{h_x} = \frac{\nu}{10}\left(\frac{l_x}{h_x}\right)^2 \frac{h_x}{r_x}$$

e, com a curvatura dada pelas expressões (E-2-9) ou (E-2-10), o valor último de μ_1 será, para flexão em torno de x, chamado μ_B

$$\mu_B = \mu_d - \mu_{2_x}$$

Como este é um método de dimensionamento conhece-se μ_B e procura-se μ_d com que a peça será dimensionada

$$\mu_d = \mu_B + \mu_{2_x} = \mu_B + \frac{\nu}{10}\left(\frac{l_x}{h_x}\right)^2 \frac{h_x}{r_x}$$

Analogamente, chamando μ_A o valor último de μ_1 para flexão em torno de y temos:

$$\mu_{2_y} = \frac{\nu}{10}\left(\frac{l_y}{h_y}\right)^2 \frac{h_y}{r_y}$$

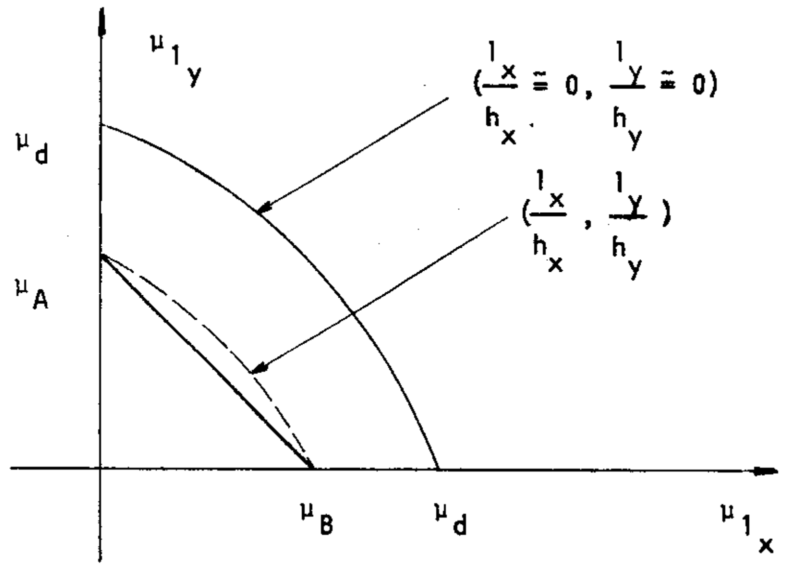
$$\mu_A = \mu_d - \mu_{2_y}$$

e, o momento a se utilizar para dimensionar a peça será:

$$\mu_d = \mu_A + \mu_{2_y} = \mu_A + \nu \left(\frac{l_y}{h_y} \right)^2 \frac{h_y}{r_y}$$

Então, para cada par $\left(\frac{l_x}{h_x} , \frac{l_y}{h_y} \right)$ que mede a esbeltez da peça, conhecem-se os respectivos valores de μ_B e μ_A.

Quando a flexão é oblíqua não se conhece "a priori" a direção de $\vec{M}_2$ cuja determinação só é feita por tentativas. Sabe-se porém que a curva dos valores últimos de $\vec{M}_1$ é externa ao segmento de reta - que une μ_A com μ_B (3.1)



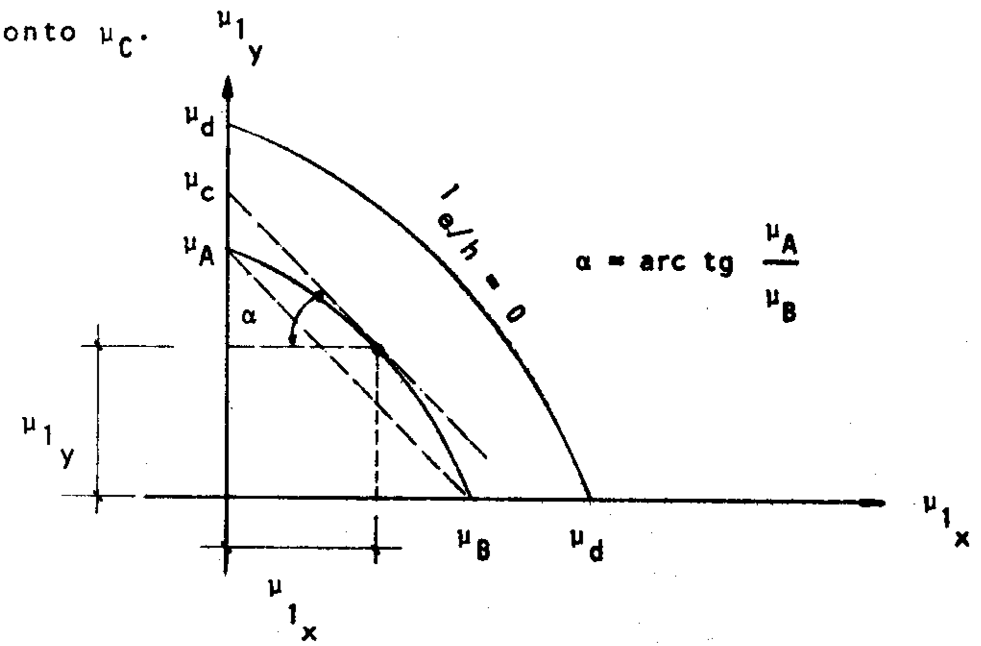
O fato da curva ser externa ao segmento de reta é utilizado neste método quando o momento $\vec{M}_1$ for oblíquo e se quer determinar qual seria o correspondente valor de μ_d de flexão normal composta, para se dimensionar a peça.

Como a direção de $\vec{M}_1$ é oblíqua, não se conhece o respectivo $\frac{l_e}{h}$ - nem $\frac{1}{r}$, mas o valor último de $\vec{M}_1$, representado por suas componentes, deverá estar sobre a curva que passa pelos valores μ_B e μ_A aos quais poderiam ser associadas as obliquidades 0^o e 90^o em relação a x.

Esses valores de μ_B e μ_A são agora desconhecidos pois o que se conhece são as componentes do momento oblíquo aplicado (μ_{1_x} , μ_{1_y})

O objetivo é calcular μ_d e armar a peça para que μ_d seja o estado limite de rutura ($\mu_d = \mu_F$) conforme (3.1-f)

Supõe-se, como artifício de cálculo, uma reta passando pelo ponto (μ_{1_x} , μ_{1_y}) paralela ao segmento μ_A μ_B e determina-se assim o ponto μ_C.



Pelo fato da curva ser externa ao segmento μ_A μ_B o ponto μ_C estará acima de μ_A, isto é:

$$\mu_A < \mu_C$$

Denominando agora:

$$\mu_{2_x} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_x}{h_x} \right)^2 \frac{h_x}{r_x}$$

e

$$\mu_{2_y} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_y}{h_y} \right)^2 \frac{h_y}{r_y}$$

pode-se dizer que se μ_A fosse conhecido:

$$\mu_d = \mu_A + \mu_{2_y}$$

valendo a desigualdade .

$$\mu_d < \mu_c + \mu_{2_y}$$

Mas, observando o gráfico:

$$\mu_c = \mu_{1_y} + \frac{\mu_A}{\mu_B}\ \mu_{1_x} = \mu_{1_y} + \frac{\mu_d - \mu_{2_y}}{\mu_d - \mu_{2_x}}\ \mu_{1_x}$$

portanto, substituindo:

$$\mu_d < \mu_{1_y} + \frac{\mu_d - \mu_{2_y}}{\mu_d - \mu_{2_x}}\ \mu_{1_x} + \mu_{2_y} \qquad \text{(E-3-1)}$$

Chamando:

$$\mu_V = \mu_{1_x} + \mu_{1_y} + \mu_{2_x} + \mu_{2_y}$$

$$\mu_T = \mu_{2_y}\ \mu_{1_x} + \mu_{2_x}\ (\mu_{1_y} + \mu_{2_y})$$

e resolvendo a inequação (E-3-1)

$$\mu_d^2 - \mu_d\ (\mu_{2_x} + \mu_{1_y} + \mu_{1_x} + \mu_{2_y}) + \mu_{1_y}\ \mu_{2_x} + \mu_{2_y}\ \mu_{1_x} +$$

$$+ \mu_{2_x}\ \mu_{2_y} < 0$$

$$\mu_d^2 - \mu_V\ \mu_d + \mu_T < 0$$

$$\mu_d < \frac{\mu_V + \sqrt{\mu_V^2 - 4\ \mu_T}}{2}$$

não se usando o sinal negativo antes da raiz pois visa-se um limite superior para μ_d

$$\mu_d < \frac{\mu_V}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu_V}{2}\right)^2 - \mu_T}$$

Adotando-se para μ_d esse limite superior e sendo ν conhecido - acha-se ω (2.3.1)

3.2.2. 2ª aproximação

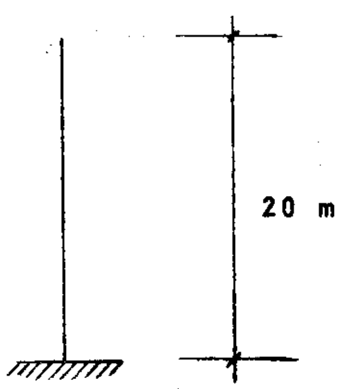
Pode-se obter, da mesma forma que no caso de excentricidade em uma só direção, uma segunda aproximação dos valores de μ_{2_x} e μ_{2_y} (2.3.2)

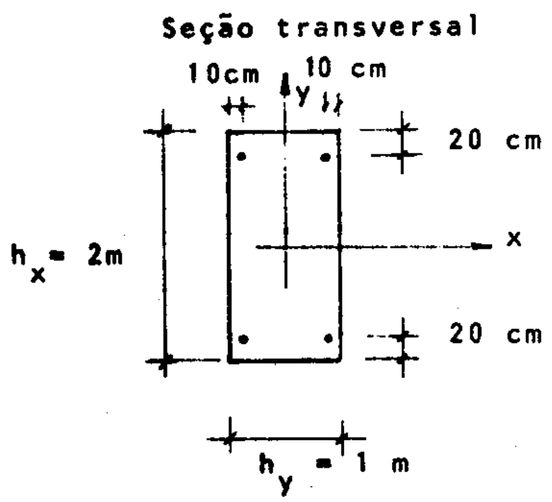
Com isso reinicia-se o processo para se obter um novo valor de ω.

Note-se que neste método as armaduras tem que ser iguais nas duas direções (ω é o mesmo).

Exemplo numérico

Dimensionar a coluna em balanço da figura abaixo:





Carregamento:

Carga axial:

$N_d = 800$ tf

Momento fletor, já incluída a excentricidade adicional:

$M_{1_x} = 500$ tf.m $\qquad M_{1_y} = 200$ tf.m

Materials:

$$0{,}85\ f_{cd} = 100\ \text{kgf/cm}^2 \qquad f_{ck} \cong 165\ \text{kgf/cm}^2$$

$$f_{yd} = 4200\ \text{kgf/cm}^2 \qquad f_{yk} \cong 4830\ \text{kgf/cm}^2$$

Resolvendo:

$$N_c = 0{,}85\ f_{cd}\ h_x\ h_y = 0{,}100 \times 200 \times 100 = 2000\ \text{tf}$$

$$\nu = \frac{N}{N_c} = \frac{800}{2000} = 0{,}4$$

$$\mu_{1_x} = \frac{M_{1_x}}{N_c\ h_x} = \frac{500}{2000 \times 2} = 0{,}125$$

$$\mu_{1_y} = \frac{M_{1_y}}{N_c\ h_y} = \frac{200}{2000 \times 1} = 0{,}1$$

Os adimensionais μ_2 a serem considerados são:

$$\mu_{2_x} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{1_x}{h_x} \right)^2 \left(\frac{h_x}{r_x} \right)$$

$$\frac{1}{r_x} = \left(\frac{3{,}5}{1000} + \frac{f_{yd}}{E_s}\right) \frac{1}{h_x} = \left(\frac{3{,}5}{1000} + \frac{4{,}2}{2100}\right) \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{r_x} = \frac{5{,}5}{2000}\ \text{m}^{-1}$$

$$\mu_{2_x} = \frac{0{,}4}{10} \left(\frac{40}{2} \right)^2 \frac{5{,}5 \times 2}{2000} = 0{,}088$$

$$\mu_{2_y} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{1_y}{h_y} \right)^2 \frac{h_y}{r_y}$$

$$\frac{1}{r_y} = \left(\frac{3,5}{1000} + \frac{4,2}{2100} \right) \frac{1}{1} = \frac{5,5}{1000}$$

$$\mu_{2_y} = \frac{0,4}{10} \left(\frac{40}{1} \right)^2 \quad \frac{5,5}{1000} = 0,352$$

$$\mu_v = \mu_{1_x} + \mu_{1_y} + \mu_{2_x} + \mu_{2_y} =$$

$$= 0,125 + 0,100 + 0,088 + 0,352 = 0,665$$

$$\mu_T = \mu_{2_y} \mu_{1_x} + \mu_{2_x} \left(\mu_{1_y} + \mu_{2_y} \right) =$$

$$= 0,352 \times 0,125 + 0,088 \; (0,100 + 0,352) = 0,08378$$

$$\mu_d = \frac{\mu_v}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu_v}{2}\right)^2 - \mu_T}$$

$$\mu_d = \frac{0,665}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,665}{2}\right)^2 - 0,0838} = 0,49$$

Com $\nu = 0,4$ e $\mu_d = 0,49$ caimos no caso de flexão composta de peças curtas e calcula-se a taxa de armadura {5} , {7}.

Bibliografia {5} :

A definição de ν é ligeiramente diferente da utilizada neste trabalho.

$$\nu = 0,4 \; \frac{h}{d} = 0,4 \times \frac{200}{180} = 0,44$$

$$\mu = 0,49 \left(\frac{h}{d}\right)^2 = 0,49 \times \left(\frac{200}{180}\right)^2 = 0,60$$

Gráfico H9: Região C (Supondo aço $\cong$ CA-50A)

$$\Omega_1 = 1.111\mu - 0,5\nu + 0,0383$$

$\Omega_2 = 1{,}111\mu + 0{,}5\nu - 0{,}3357$

$\Omega_1 = 1{,}111 \times 0{,}60 - 0{,}5 \times 0{,}44 + 0{,}0383 = 0{,}485$

$\Omega_2 = 1{,}111 \times 0{,}60 + 0{,}5 \times 0{,}44 - 0{,}3357 = 0{,}551$

$\rho_1 = \dfrac{0{,}485}{\alpha}$ $\qquad\qquad$ $\rho_2 = \dfrac{0{,}551}{\alpha'}$

$$\alpha = \frac{1{,}4}{1{,}15 \times 0{,}85} \times \frac{4830}{165} = 41{,}925$$

fazendo a adaptação:

$\sigma'_{sd} = f_{yd}$

$$\alpha' = \frac{1{,}4}{0{,}85} \times \frac{4200}{165} = 41{,}925$$

$\rho_1 = \dfrac{0{,}485}{41{,}925} = 0{,}012$ $\qquad\qquad$ $\rho_2 = \dfrac{0{,}551}{41{,}925} = 0{,}013$

$A_{s1} = 0{,}012 \times 100 \times 180 = 216\ cm^2$

$A_{s2} = 0{,}013 \times 100 \times 180 = 234\ cm^2$

$$\omega_1 = \frac{f_{yd}\ A_{s1}}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c} = \frac{4200 \times 216}{100 \times 200 \times 100} = 0{,}45$$

$$\omega_2 = \frac{4200 \times 234}{100 \times 200 \times 100} = 0{,}49$$

Visto a armadura ser simétrica, ao invés de se iniciar a 2ª aproximação com $\omega = 0{,}49$ pode-se calcular ω diretamente para o caso de armadura simétrica. {7}

$\nu = 0{,}44 \qquad \mu = 0{,}60 \qquad \beta_h = 1{,}11$

Supondo aço CA 50 A

$\bar{\rho} = 7{,}12$

Tabela DC 03.4.06 onde $\beta_h = 1{,}10$ $\bar{\rho} = 7{,}12$

Tabela DC 04.4.07 onde $\beta_h = 1{,}15$ $\bar{\rho} = 7{,}35$

para $\beta_h = 1{,}11$ $\bar{\rho} = 7{,}17$

$$A_s = \frac{7{,}17}{100} \times 0{,}165 \times 100 \times 180 = 212{,}85 \text{ cm}^2$$

Fazendo uma adaptação para f_{yk} do exemplo:

$$A_s = \frac{5000}{4830} \times 212{,}85 = 220{,}34 \text{ cm}^2$$

$$\omega = \frac{f_{yd} \; A_s}{0{,}85 \; f_{cd} \; A_c} = \frac{4{,}200 \times 220{,}34}{0{,}100 \times 100 \times 200} = 0{,}46$$

Essa taxa de armadura pode também ser calculada como o programa do anexo nº 1 (2.3.1)

Obtido $\omega = 0{,}46$ estamos em condições de fazer a 2ª aproximação de μ_2 (2.3.2)

Com $\nu = 0{,}4$ $\frac{l_x}{h_x} = 20$ e $\omega = 0{,}46$

temos $\theta = 0{,}55$ (anexo nº 3)

$$\mu_{2_x} = \frac{\nu}{1000} \left(\frac{l_x}{h_x}\right)^2 \theta \qquad \mu_{2_x} = \frac{0{,}4}{1000} (20)^2 \; 0{,}55 = 0{,}088$$

Analogamente, para a direção y

com $\nu = 0{,}4$ $\frac{l_y}{h_y} = 40$ e $\omega = 0{,}46$

temos $\theta = 0{,}51$

$$\mu_{2_y} = \frac{0{,}4}{1000} (40)^2 \; 0{,}51 = 0{,}326$$

$$\mu_s = 0{,}125 + 0{,}100 + 0{,}088 + 0{,}326 = 0{,}639$$

$$\mu_T = 0{,}326 \times 0{,}125 + 0{,}088 \; (0{,}100 + 0{,}326) = 0{,}0782$$

$$\mu_d = \frac{0,639}{2} + \sqrt{\left(\frac{0,639}{2}\right)^2 - 0,0782}$$

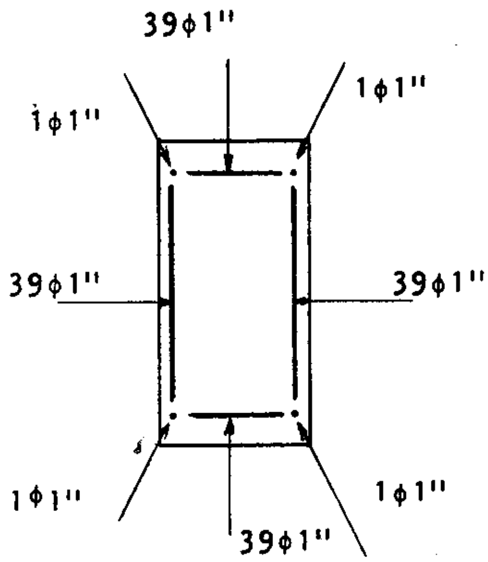
$\mu_d = 0,474$, cujo $\omega = 0,44$ (2.3.1)

Um cálculo mais exato, por computador deu $\omega = 0,43$

$$A_s = \frac{N_c}{f_{yd}}\,\omega = \frac{2000}{4,2} \times 0,43 = 204,76\ cm^2\ (41\phi 1'')$$

$A_{s\,total} = 4 \times 40\ \phi\ 1''$

Esquema:



Neste exemplo não foi considerada a colaboração da armadura distribuída no sentido y para absorção do momento M_{1_x} assim como não foi considerada a armadura distribuída no sentido x para absorção do M_{1_y}. Utilizando o programa do anexo nº 1 verifica-se que a armadura adotada conduz a $\mu_d = 0,602$.

Utilizando o mesmo tipo de distribuição de armadura, isto é, $A_{sy} = A_{sx}$, para se obter $\mu_d = 0,474$ pode-se utilizar $\omega = 0,32$

$A_{s\ total} = 4 \times 30\phi 1''$ ao invés de $A_{s\ total} = 4 \times 40\ \phi\ 1''$.

3.3. Método do Momento Complementar - verificação

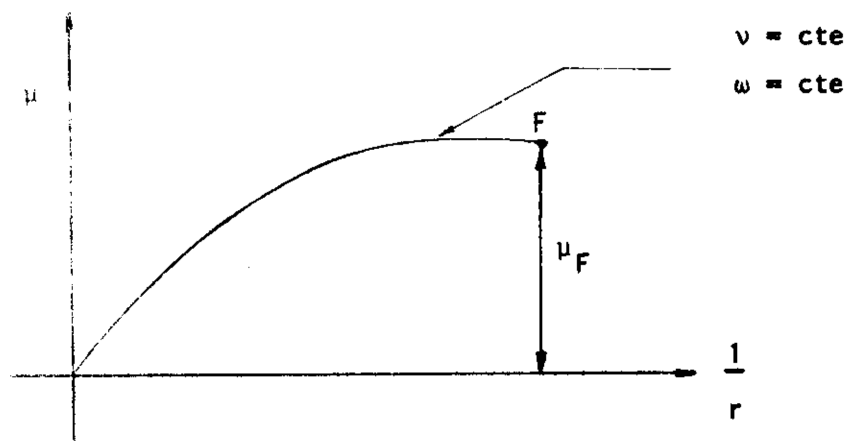
Por ser um método de verificação conhece-se:

$$\nu = \frac{N_d}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$

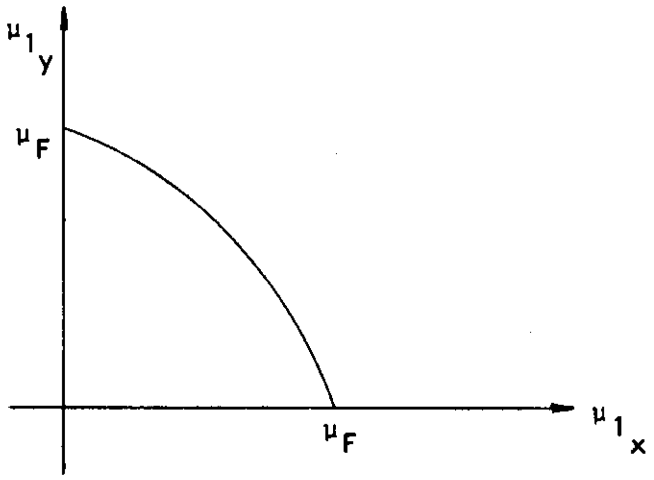
$$\mu_{1_x} = \frac{M_{1_x}}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c\ h_x} \quad \text{e} \quad \mu_{1_y} = \frac{M_{1_y}}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c\ h_y}$$

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$

Para ν e ω conhecidos pode-se determinar μ_F isto é, a capacidade da peça à flexão composta reta



que para o caso de λ pequenos (1.6) e para $\frac{d'_x}{h_x} = \frac{d'_y}{h_y}$, coincide com o máximo valor de μ_1 tanto segundo x como segundo y.



Conhecidos $\frac{l_x}{h_x}$ e $\frac{l_y}{h_y}$ calcula-se:

$$\mu_{2_x} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_x}{h_x} \right)^2 \frac{h_x}{r_x}$$

e

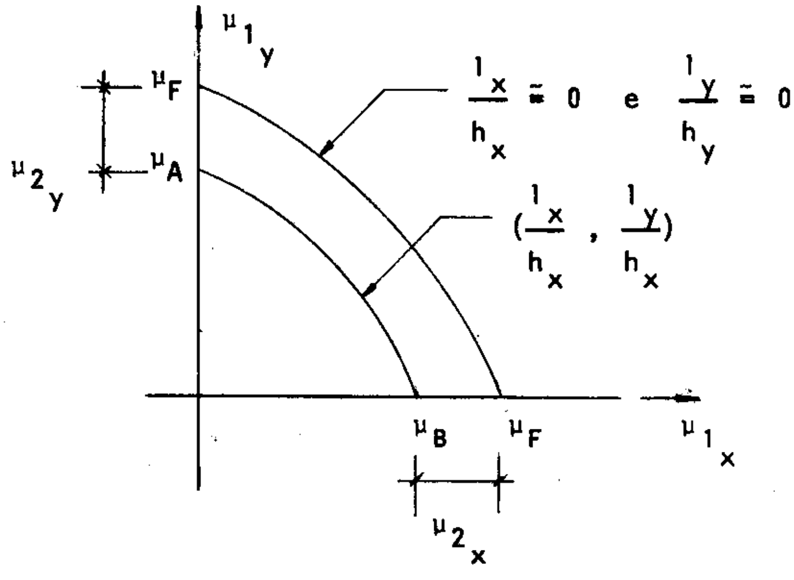
$$\mu_{2_y} = \frac{\nu}{10} \left(\frac{l_y}{h_y} \right)^2 \frac{h_y}{r_y}$$

com $\frac{1}{r_x}$ e $\frac{1}{r_y}$ avaliados pelas expressões (E-2-9) e (E-2-10)

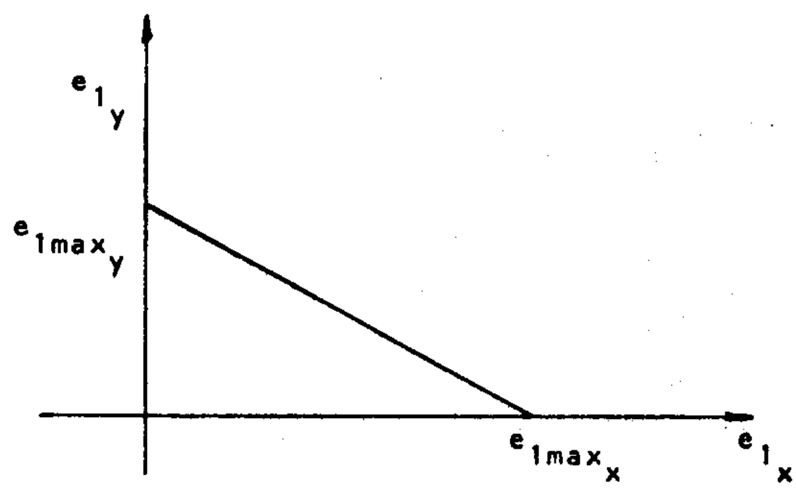
Tem-se então os valores: (3.3.2)

$$\mu_A = \mu_F - \mu_{2_y}$$

$$\mu_B = \mu_F - \mu_{2_x}$$



Os pontos da região limitada pela *curva* que passa por μ_A e μ_B são valores possíveis para o momento oblíquo de 1ª ordem. Como a curva é desconhecida pode-se assegurar que a região limitada pela *reta* que passa por μ_A e μ_B está contida na região anterior e essa região é facilmente determinável. Ao invés de se trabalhar com os valores de $\mu = \frac{\nu\, e}{h}$ pode-se utilizar os valores das excentricidades e o gráfico fica:



Se o ponto correspondente ao valor do momento aplicado (μ_{1_x} , μ_{1_y}) estiver na região limitada pela reta pode-se afirmar que esse é um valor possível para $\vec{M}_1$.

Quanto mais próximo da reta limite estiver o ponto, menor está sendo a taxa de armadura utilizada, isto é, ω está mais próximo de ω necessário.

3.4. Método Simplificado - cálculo de verificação baseado no método de equilíbrio

Por este método o cálculo de μ_d é feito por tentativas. Aplica-se o método do equilíbrio duas vezes, para se determinar M_{i_x} e M_{i_y}, segundo certas regras que auxiliam a convergência (2.4.2)

Nesses dois casos conhece-se a direção da linha neutra (paralelas aos eixos) e as tentativas visam determinar os planos de deformações que fazem $R_{i_x} \cong N_d$ e $R_{i_y} \cong N_d$ respectivamente, de:

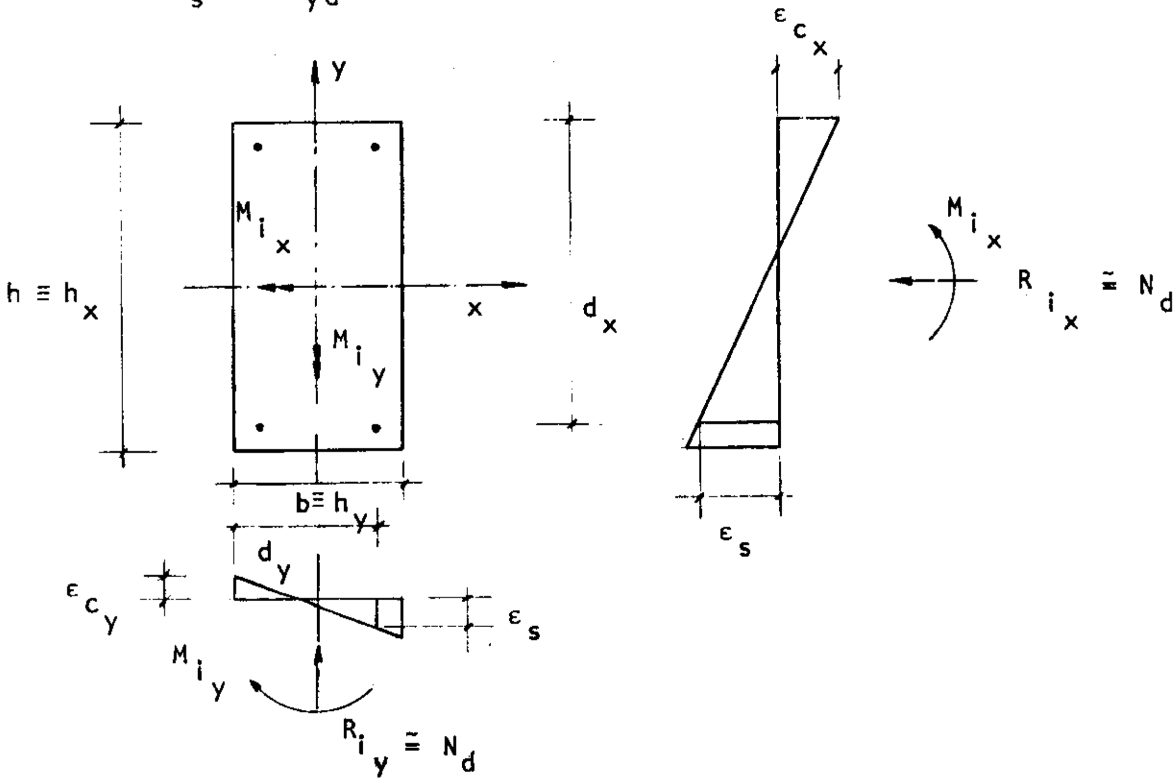
R_{i_x} = força resultante das tensões normais para a L.N. paralela a x

R_{i_y} = força resultante das tensões normais para a L.N. paralela a y

M_{i_x}, M_{i_y} são os momentos fletores segundo x e y provocados respectivamente por R_{i_x} e R_{i_y}.

Nesse método, quando $R_{i_x} \cong N_d$ ou quando $R_{i_y} \cong N_d$ uma das armaduras está com a tensão de escoamento f_{yd} e, se a seção é retangular $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$ (2.4.2)

R



Dessa forma;

$$e_{i_x} = \frac{M_{i_x}}{R_{i_x}} \quad ; \qquad e_{i_y} = \frac{M_{i_y}}{R_{i_y}}$$

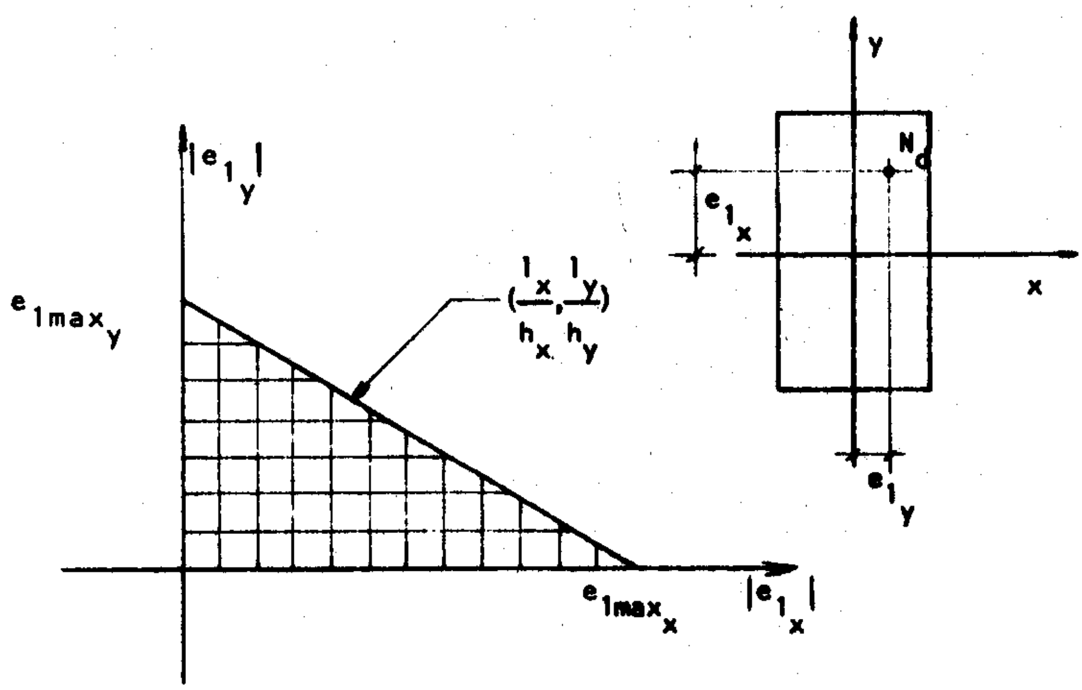
e

$$e_{1max_x} = e_{i_x} - \frac{l_x^2}{10}\,\frac{1}{r_x} \quad ; \quad e_{1max_y} = e_{i_y} - \frac{l_y^2}{10}\,\frac{1}{r_y}$$

onde

$$\frac{1}{r_x} = \frac{|\varepsilon_{c_x}| + \varepsilon_s}{d_x} \quad e \quad \frac{1}{r_y} = \frac{|\varepsilon_{c_y}| + \varepsilon_s}{d_y}$$

e a região de momentos possíveis, limitada pela reta e_{1max_x} e e_{1max_y} fica determinada.

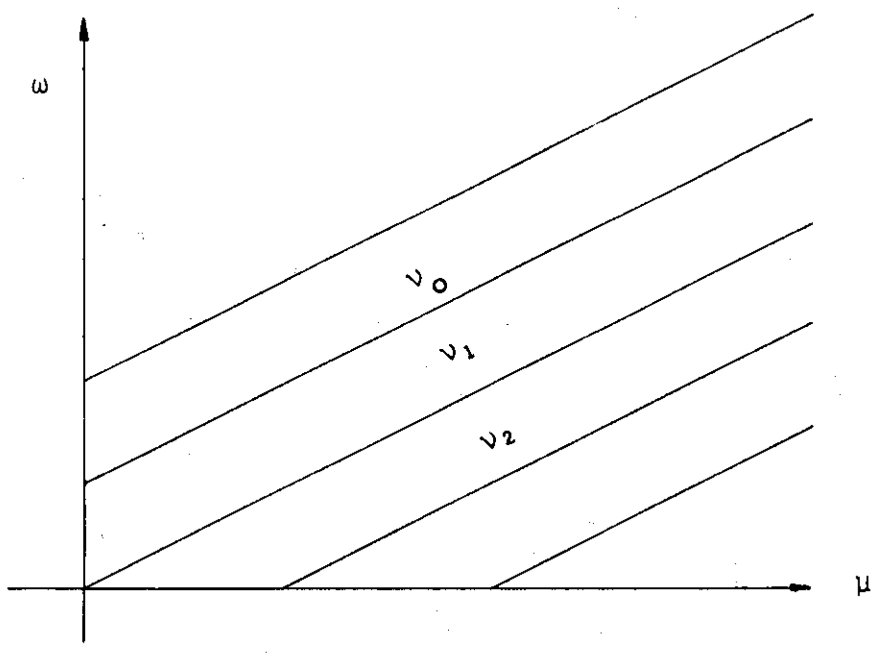


4. Interligação entre as várias tabelas

Basicamente, todos os valores necessários poderiam ser retirados diretamente do diagrama momento-curvatura ($\mu \times \frac{1}{r}$) . As várias tabelas facilitam a utilização do diagrama, dependendo do objetivo a ser atingido.

Os gráficos do anexo nº 5 dão os valores máximos do diagrama básico momento-curvatura, que correspondem ao estado limite de ruptura do material, apresentando esses valores num gráfico de $\omega \times \mu$ para vários valores de ν. Neste caso, o valor de μ significa $\mu_{max} = \mu_F$.

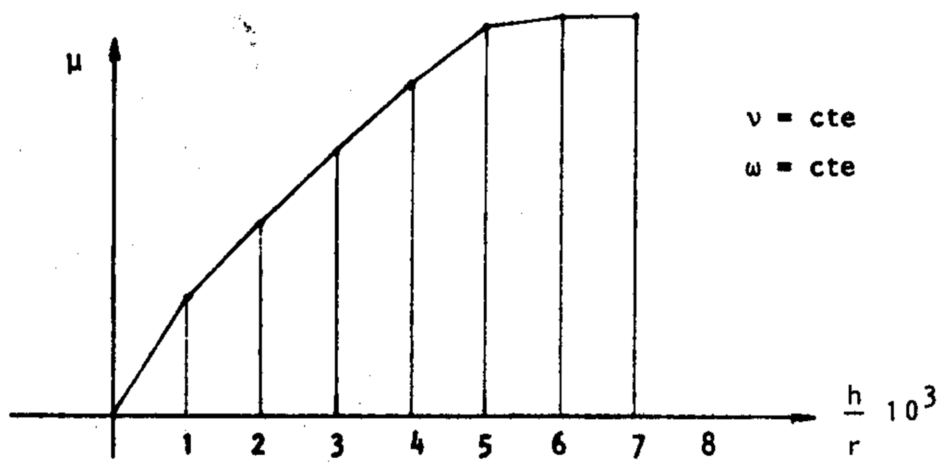
Com esse gráfico, não se pode saber a curvatura com que ocorre μ_F .



Os valores de μ podem também ser obtidos utilizando-se o programa do anexo nº 1, sem ser necessário obter-se o traçado completo do diagrama $\mu \times \frac{h}{r}$. Basta que o processamento seja iniciado com um valor alto da curvatura ($\frac{h}{r}\ 10^3 > 7,0$) de modo a se obter rapidamente ou $|\varepsilon_c| = 3,5‰$ ou $\varepsilon_s = 10‰$.

Esses valores de μ_F podem ser encontrados em tabelas ou gráficos para flexão normal composta de colunas curtas {5},{7},{9} .

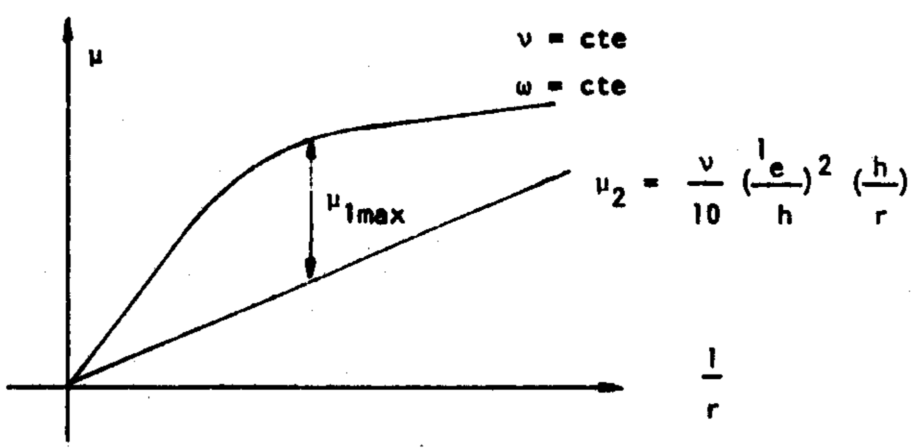
As tabelas do anexo nº 6 dão os valores do momento μ para vários valores da curvatura $\frac{1}{r}$, representada pelo adimensional $1000\ \frac{h}{r}$ e para vários valores do par (ν,ω).



Quando os valores tabelados são nulos significa que esgotou-se a capacidade sa seção; a peça atingiu seu estado limite último por rutura do material.

Esses diagramas $\mu \times \frac{1}{r}$ são fornecidos pelo programa do anexo nº 1 partindo-se da curvatura inicial ($\frac{h}{r}\ 10^3 = 0{,}5$) e continuando o processamento até se atingir μ_F.

As tabelas do anexo nº 2 dão os valores do máximo momento de 1ª ordem μ_{1max} para cada par (ν,ω) em função da variação de esbeltez da peça.



Da mesma forma que nos gráficos do anexo nº 5, fica omissa a curvatura em que ocorre μ_{1max}.

Pode-se observar que para $\frac{l_e}{h} \cong 0$, isto é, casos de λ pequeno, os valores das três tabelas coincidem.

Exemplo:

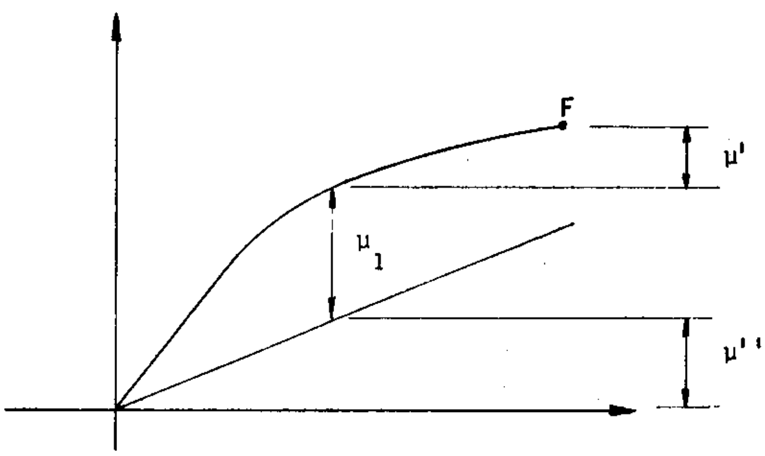
$\nu = 0,3$ $\omega = 0,4$ seção quadrada
armadura de canto

pelo anexo nº 5: $\mu = 0,42$

pelo anexo nº 6: $\mu = 0,423$ (valor máximo que ocorre com a curvatura $\frac{1000\,h}{r} = 8$)

pelo anexo nº 2: $\mu = 0,424$

As tabelas do anexo nº 3 dão os valores do momento "fictício" de 2ª ordem a ser utilizado no método do momento complementar (2.3.2)



$\mu_{2\,tabelado} = \mu' + \mu''$

Utilizando os dados do exemplo anterior

$\nu = 0,3$ $\omega = 0,4$ com $\frac{l_e}{h} = 20$

temos: $\theta = 0,59$ $\mu_2 = \frac{0,3}{1000}\,(20)^2\;0,59 = 0,071$

Verificação com o anexo nº 2

$\frac{l_e}{h} = 0$ $\mu_F = 0,424$

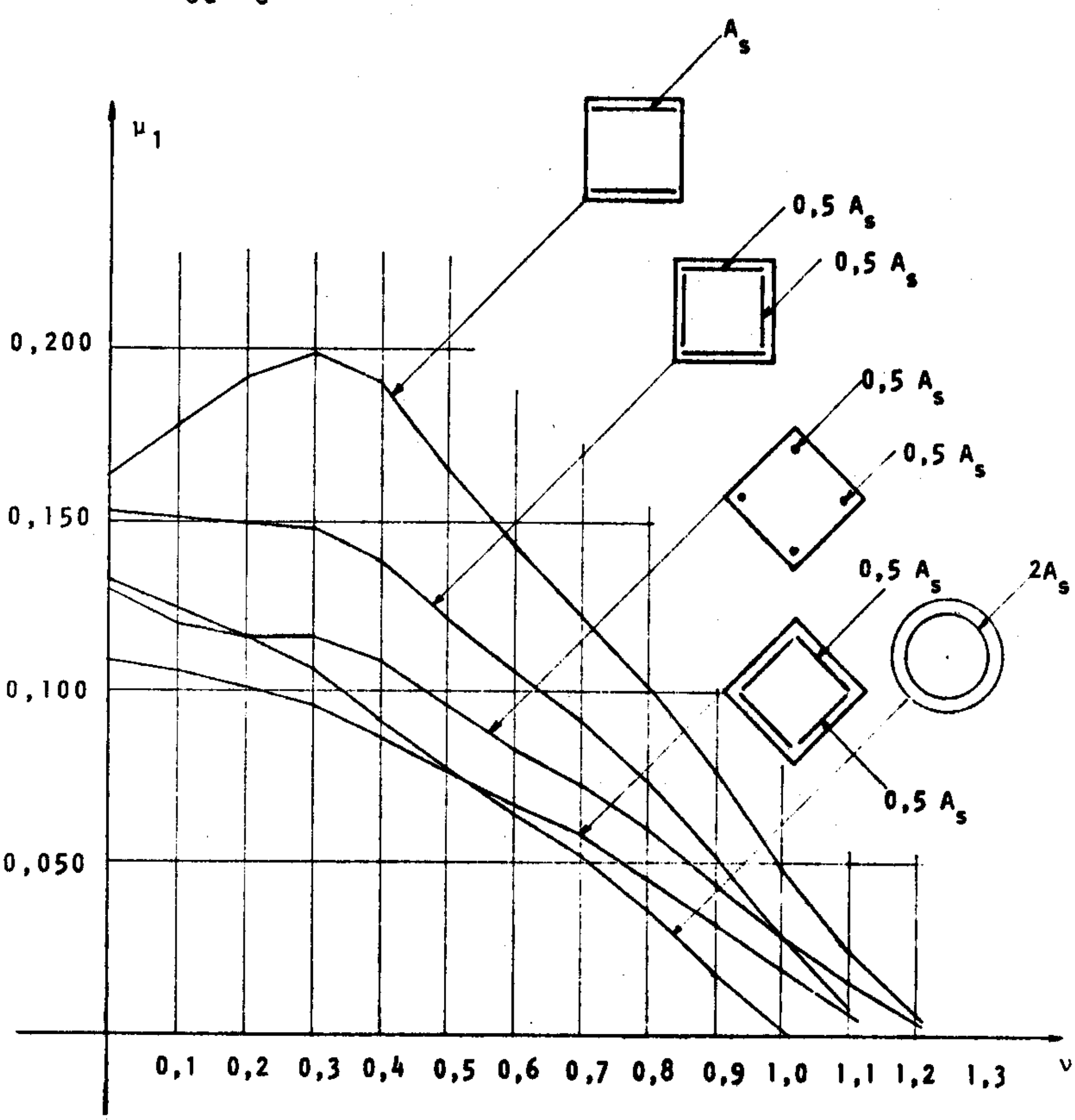
$\frac{l_e}{h} = 20$ $\mu_1 = 0,353$

$\mu_F - \mu_1 = 0,424 - 0,353 = 0,071$

Fixando-se $\frac{l_e}{h}$ poder-se-ia também analisar a influência da forma da seção e disposição da armadura no valor de μ_1.

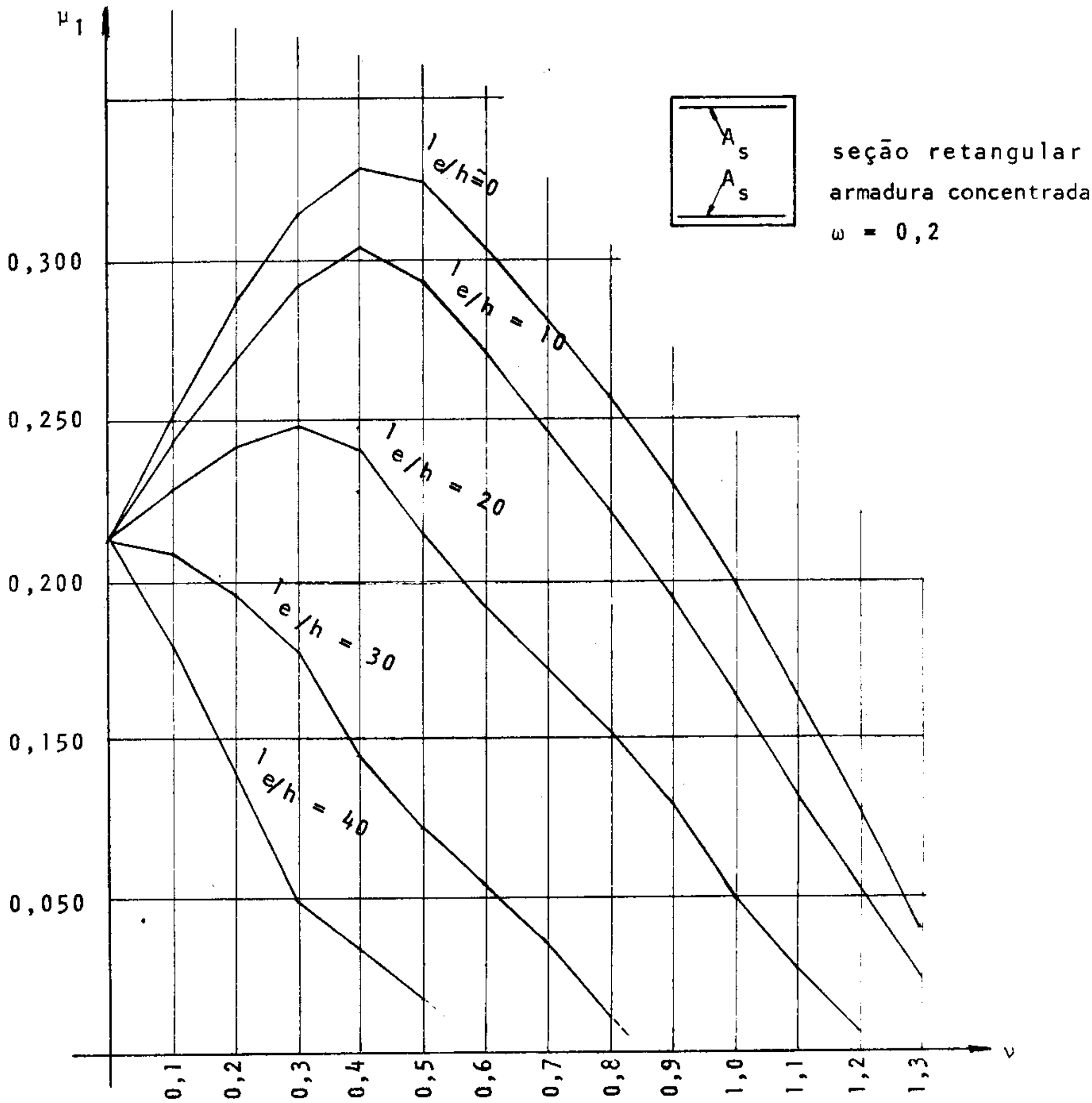
Exemplo: $\omega = 0,2$ $\quad A_{s\,total} = 2A_s$ $\quad \frac{l_e}{h} = 20$

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0,85\ f_{cd}\ A_c}$$



Dados numéricos das tabelas do anexo nº 2.

Outro gráfico interessante é $\mu \times \nu$ para um dado valor de ω com $\frac{l_e}{h}$ variáveis onde se pode observar a influência da esbeltez da peça sobre o valor do máximo momento de 1ª ordem μ_1.



Dados numéricos da tabela RC 20/10 (anexo nº 2)

FLUXOGRAMA

PARA

MOMENTO x CURVATURA

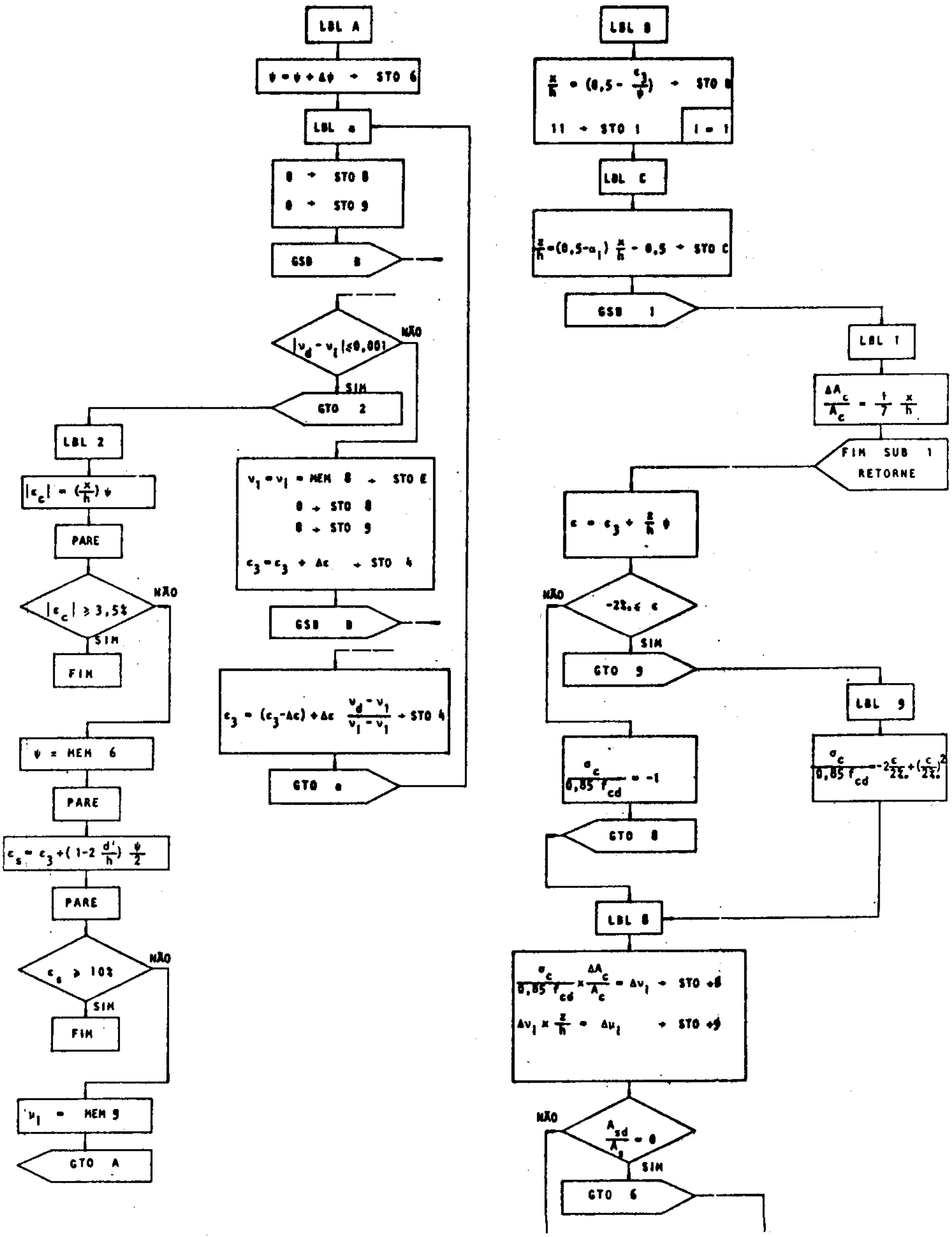
SEÇÃO RETANGULAR

ARMADURA CONCENTRADA (SIMÉTRICA OU ASSIMÉTRICA)

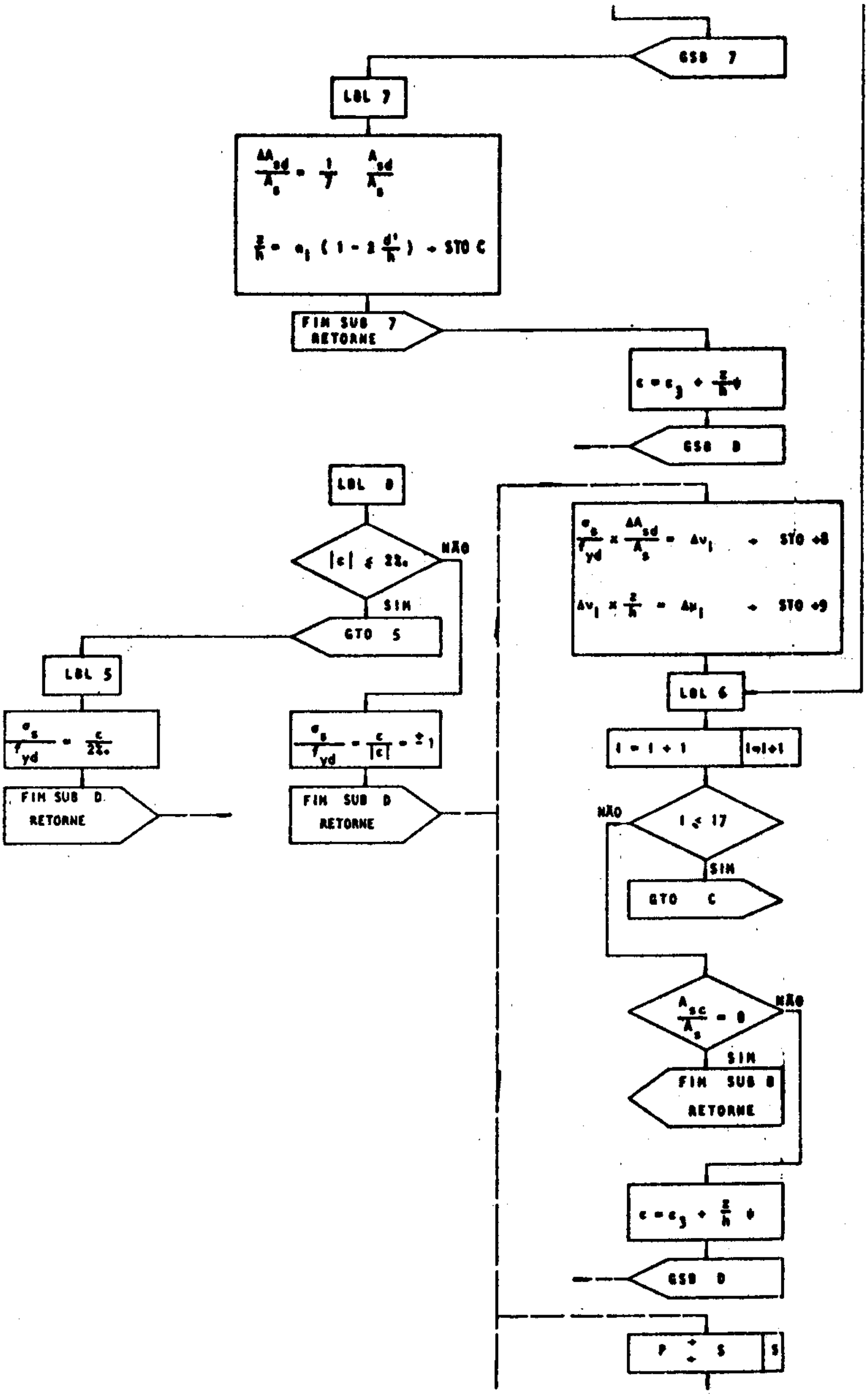
e/ou

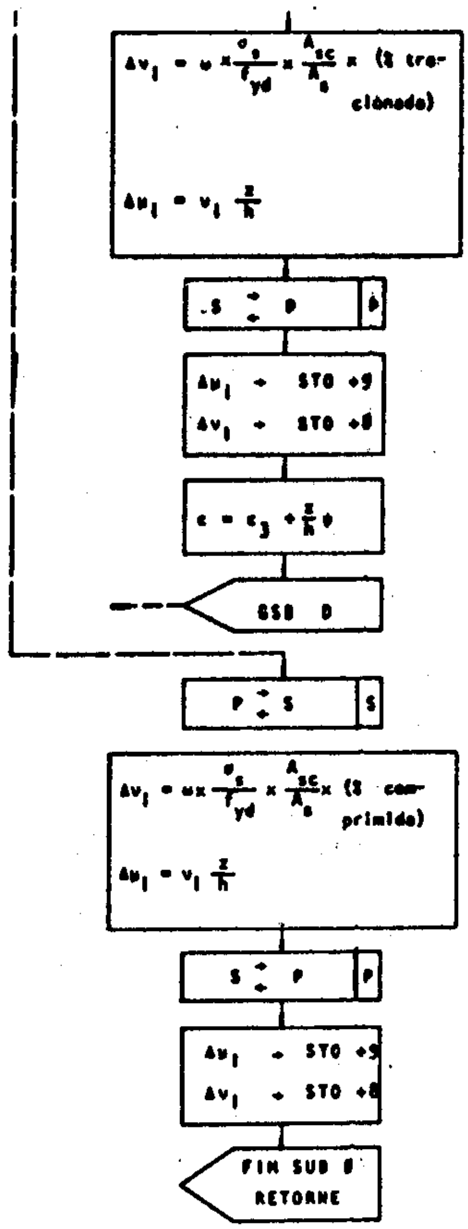
DISTRIBUIDA LATERALMENTE

AÇO CLASSE "A"



LBL A
STO 6
LBL a
STO 8
STO 9
GSB B
NÃO
SIM
GTO 2
LBL 2
PARE
FIM
MEM 6
MEM 8
STO E
STO 4
GSB B
GTO a
MEM 9
GTO A
LBL B
STO 1
LBL C
STO C
GSB 1
LBL 1
FIM SUB 1
RETORNE
GTO 9
LBL 9
GTO 8
LBL 8
GTO 6


GSB 7
LBL 7
FIM SUB 7 RETORNE
GSB D
LBL D
SIM
NÃO
GTO 5
LBL 5
FIM SUB D RETORNE
FIM SUB D RETORNE
STO +8
STO +9
LBL 6
NÃO
SIM
GTO C
NÃO
SIM
FIM SUB B RETORNE
GSB D
S



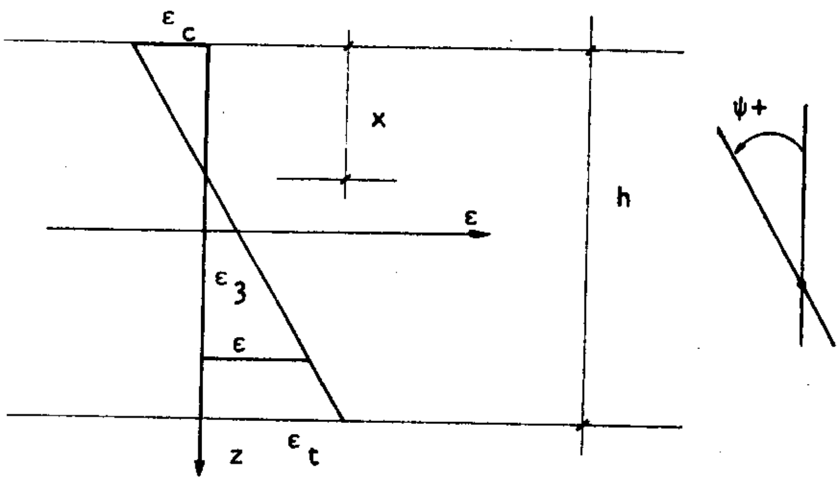
Neste fluxograma foi utilizado $\varepsilon_{yd} = 2‰$ e aço Classe A

Anexo nº 1 - Diagrama Momento x Curvatura

A1.1. Notação utilizada

O fluxograma apresentado foi preparado para programação em HP-67 e serve para obtenção de valores para o traçado de $\mu \times \frac{1}{r}$.

Esquema de referência:



$$\psi = \varepsilon_t + |\varepsilon_c| = \frac{h}{r}$$

Expressão de ε

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_3}{z'} = \frac{1}{r}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_3 + \frac{h}{r}\,\frac{z}{h} = \varepsilon_3 + \left(\frac{z}{h}\right)\psi$$

Expressão de $\frac{x}{h}$

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_t + |\varepsilon_c|}{h} = \frac{\varepsilon_3}{0{,}5\ h - x}$$

$$0{,}5\ h - x = \varepsilon_3\ r$$

$$0{,}5 - \frac{x}{h} = \varepsilon_3\ \frac{r}{h} \rightarrow \frac{x}{h} = 0{,}5 - \frac{\varepsilon_3}{\psi}$$

Expressão de $\frac{z}{h}$ para as tensões no concreto:

intervalo de variação de z: $-(0{,}5\ h - x)$ até $-(0{,}5h)$

nesse intervalo será feita a integral das tensões utilizando-se a fórmula de integração numérica de Chebyshev {C.E.B. - Boletim 103}

$$\int_{-0,5}^{+0,5} f(\alpha)\, d\alpha = \sum_{i=1}^{7} f(\alpha_i)\, \frac{1}{7}$$

avaliando-se f(α) nos seguintes pontos

$$\alpha_{1,7} = \mp 0,4419$$

$$\alpha_{2,6} = \mp 0,2648$$

$$\alpha_{3,5} = \mp 0,1620$$

$$\alpha_4 = 0,0$$

$$z_i = -(0,5h - (0,5 - \alpha_i)\, x)$$

$$\frac{z_i}{h} = (0,5 - \alpha_i)\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_1}{h} = 0,9419\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_2}{h} = 0,7648\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_3}{h} = 0,1629\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_4}{h} = 0,5\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_5}{h} = 0,3380\, \frac{x}{h} - 0,5$$

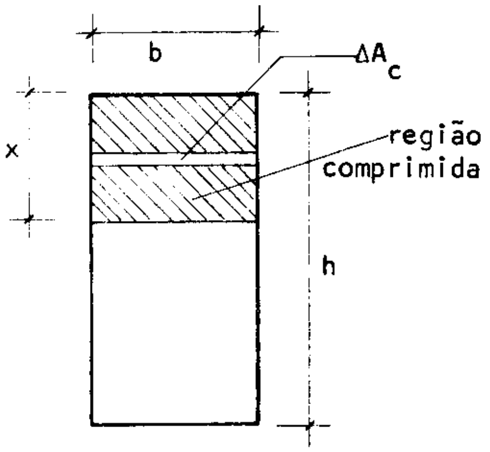
$$\frac{z_6}{h} = 0,2352\, \frac{x}{h} - 0,5$$

$$\frac{z_7}{h} = 0,0581\, \frac{x}{h} - 0,5$$

Expressão de $\frac{\Delta A_c}{A_c}$ para a zona comprimida de concreto

Essa expressão dependerá da forma da seção. Conforme a seção desejada deve-se alterar a respectiva subrotina (LBL 1).

Exemplo para seção retangular



$A_c = b\ h$ (área da seção transversal da peça)

$\Delta A_c = b\ (\frac{x}{7})$ ($\frac{1}{7}$ da área comprimida)

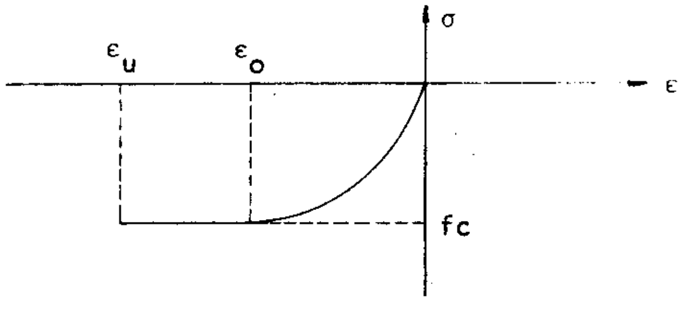
$$\frac{\Delta A_c}{A_c} = (\frac{x}{h})\ \frac{1}{7}$$

Expressão de $\frac{\sigma_c}{fc}$

$$\frac{\sigma_c}{fc} = 0 \qquad \text{para} \quad \varepsilon > 0$$

$$\frac{\sigma_c}{fc} = -\ (2\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}) + (\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o})^2 \qquad \text{para} \quad 0 > \varepsilon > \varepsilon_o$$

$$\frac{\sigma_c}{fc} = -1 \qquad \text{para} \quad \varepsilon_o > \varepsilon > \varepsilon_u$$



observando-se que fc é um valor positivo

$\varepsilon_o = -2‰$ $\varepsilon_u = -3,5‰$

σ_c, como é de compressão, será negativo.

A_s = área total de aço na seção transversal

onde A_s é a soma das armaduras concentradas e uniformemente distribuída na seção transversal

$$A_s = A_{sd} + A_{sc}$$

onde

A_{sd} = armadura distribuída

A_{sc} = armadura concentrada

$$A_{sc} = A_{sc\ compr} + A_{sc\ trac}$$

onde

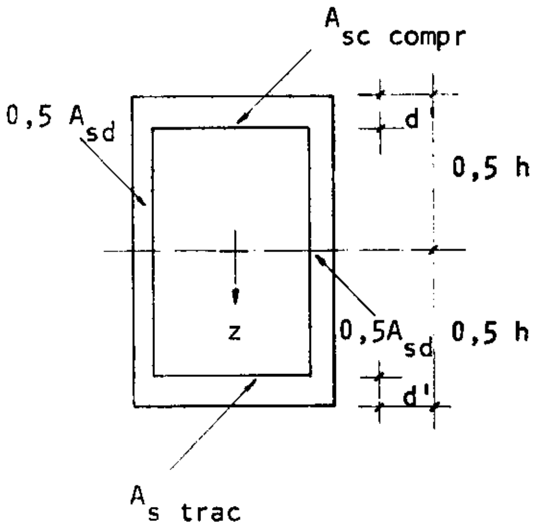
$A_{sc\ compr}$ = armadura concentrada na região comprimida

$A_{sc\ trac}$ = armadura concentrada na região tracionada

Expressão de $\frac{z}{h}$ para a armadura uniformemente distribuída (A_{sd})

essa expressão também dependerá tanto da seção da peça como da maneira em que está distribuída. Deve-se alterar a respectiva subrotina (LBL 7) em função do caso considerado.

Exemplo para seção retangular:



intervalo de variação de $\frac{z}{h}$:

$$- \left(\frac{0,5\ h - d'}{h}\right) \text{ até } + \left(\frac{0,5\ h - d'}{h}\right)$$

que, calculado nos pontos α_i terá valores:

$$\frac{z_i}{h} = - \alpha_i \left(\frac{0,5\ h - d'}{h} \times 2\right) = - \alpha_i \left(1 - 2\,\frac{d'}{h}\right)$$

exemplos

$$\frac{z_1}{h} = - (-0,4419)\left(1 - 2\,\frac{d'}{h}\right) = + 0,4419\left(1 - 2\,\frac{d'}{h}\right)$$

$$\frac{z_7}{h} = - (+0,4419)\left(1 - 2\,\frac{d'}{h}\right) = - 0,4419\left(1 - 2\,\frac{d'}{h}\right)$$

<u>Expressão</u> de $\frac{\Delta A_{sd}}{A_s}$ (para a armadura distribuída)

ΔA_{sd} para a armadura uniformemente distribuída será sempre $\frac{1}{7}$ do total da armadura considerada uniformemente distribuída na seção da peça.

$$\frac{\Delta A_{sd}}{A_s} = \frac{\frac{A_{sd}}{7}}{A_s} = \frac{A_{sd}}{7A_s}$$

<u>Expressão</u> de $\frac{\sigma_s}{f_{yd}}$ (para a armadura uniformemente distribuída)

$$\frac{\sigma_s}{f_{yd}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{yd}} \qquad \text{para } |\varepsilon| < \varepsilon_{yd}$$

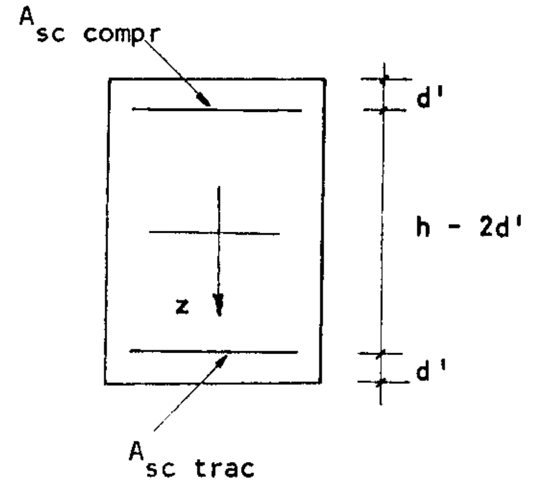
$$\frac{\sigma_s}{f_{yd}} = \pm 1 \qquad \text{para } |\varepsilon| > \varepsilon_{yd}$$

As expressões acima valem para aços classe A. Se o aço utilizado for classe B basta acrescentar a expressão válida para $\varepsilon_e < |\varepsilon| < \varepsilon_{yd}$ que, segundo a NB-1, difere ligeiramente da expressão do Boletim 103 do C.E.B.

Expressão de $\frac{z}{h}$ e $\frac{\Delta A_{sc}}{A_s}$ (para a armadura concentrada)

Esses valores dependerão da posição da armadura concentrada definida pelo valor de z.

Para a seção retangular com armadura concentrada:



Existe armadura concentrada em 2 valores de z:

$$z_1 = -(0{,}5\ h - d')$$

$$z_2 = +(0{,}5\ h - d')$$

e os respectivos valores de $\frac{\Delta A_{sc}}{A_s}$ são:

$$\frac{\Delta A_{sc\ compr}}{A_s} \quad e \quad \frac{\Delta A_{sc\ trac}}{A_s}$$

A1.2. Dados de entrada e saída

A sequência de respostas apresentadas no processamento são:

1º) $|\varepsilon_c|$

2º) $\psi = \frac{h}{r}$

3º) ε_s

4º) μ

Esses valores são válidos somente para $\frac{x}{h} \leqslant 1$ pois, caso contrário, estaria sendo considerada uma área de concreto inexistente. Quando ε_s tem sinal negativo significa que a linha neutra está abaixo da armadura $A_{sc\ trac}$. Somente nesse caso, que pode ocorrer aproximadamente para $\frac{h}{r} \leqslant 0{,}0005$, deve-se verificar se $\frac{x}{h} \leqslant 1$.

A seguir, pode-se calcular

$$\mu_2 = \nu_d \quad (\frac{h}{r}\ 10^3) \ (\frac{l_e}{h}\ 10^{-2})^2$$

e, daí, tabelar-se:

$$\mu_1 = \mu - \mu_2$$

à procura de μ_{1max}, que será a capacidade da peça para a esbeltez dada.

Dois outros valores interessantes são:

ε_3 = deformação no centro de gravidade (basta chamar a memória 4 → → RCL 4) e,

$$EI = \frac{\mu_i}{\psi} = \frac{\text{memória 9}}{\text{memória 6}}$$

Os dados de entrada são:

$$\nu_d = \frac{N_d}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$ (armazenar com sinal negativo na memória 0)

$$\omega = \frac{f_{yd}\ A_s}{0{,}85\ f_{cd}\ A_c}$$ (armazenar na memória 1)

A_s = área total de armadura na seção transversal.

Este valor de ω não coincide com o valor de ω do Boletim 103 pois, pelo fato das seções tabeladas pelo Boletim serem todas com armadura simétrica não há problema em se considerar A_s como a área de aço em metade da seção de concreto. Quando, no caso deste programa, as armaduras concentradas forem simétricas teremos:

$$\omega_{\text{deste programa}} = 2\,\omega_{\text{C.E.B.}}$$

$(1 - 2\,\frac{d'}{h})$ (armazenar na memória 2)

z da armadura $A_{sc\ compr}$ (armazenar na memória 3)

e lembrar que terá sempre sinal negativo.

$\frac{A_{sc\ trac}}{A_{sc}}$ = % da armadura concentrada tracionada em relação à armadura concentrada (armazenar na memória 10)

$\frac{A_{sc}}{A_s}$ = % de armadura concentrada em relação à armadura total (armazenar na memória 18)

z da armadura $A_{sc\ trac}$ (armazenar na memória 19)

$\frac{A_{sd}}{A_s}$ = % da armadura distribuída (armazenar na memória D)

Os valores iniciais das outras memórias são:

memória 4 → $\varepsilon_3 = 0$ (valor inicial da deformação no centro de gravidade)

memória 5 → $\Delta\varepsilon = -5 \times 10^{-5}$

memória 6 → $\psi = 0$ (valor inicial de $\frac{h}{r}$)

memória 7 → $\Delta\psi = 5 \times 10^{-4}$

Os valores das memórias 6 e 7 podem ser alterados caso se queira μ para um valor fixado de $\frac{h}{r}$ ou, caso se queira aumentar ou diminuir o intervalo de variação de $\frac{h}{r}$ para obtenção dos pontos da curva $\mu \times \frac{h}{r}$.

memória 8 → são acumulados os valores de $\Delta\nu_i$

memória 9 → são acumulados os valores de $\Delta\mu_i$

memória 11 a 17 → valores de $(\alpha_i + 0,5)$ onde $i = 1$ a 7

memória A → 2 ‰

memórias B,C,E,I → utilizadas no programa durante o processamento.

A1.3 - Programação

PASSO	TECLAS			CÓDIGO	PASSO	TECLAS			CÓDIGO
001	f	LBL	A	312511	037			x	71
002		RCL	7	3407	038			+	61
003	STO	+	6	336106	039		STO	4	3304
004	f	LBL	a	322511	040	GTO	f	a	223111
005			0	00	041	f	LBL	B	312512
006		STO	8	3308	042			1	01
007		STO	9	3309	043			1	01
008	f	GSB	B	312212	044		STO	I	3533
009		RCL	A	3411	045			.	83
010			2	02	046			5	05
011			÷	81	047		RCL	4	3404
012		RCL	0	3400	048		RCL	6	3406
013		RCL	8	3408	049			÷	81
014			-	51	050			-	51
015		h	ABS	3564	051		STO	B	3312
016		g	x≤y	3271	052	f	LBL	C	312513
017		GTO	2	2202	053		RCL	B	3412
018		RCL	8	3408	054		RCL	(i)	3424
019		STO	E	3315	055			x	71
020			0	00	056			.	83
021		STO	8	3308	057			5	05
022		STO	9	3309	056			-	51
023		RCL	5	3405	059		STO	C	3313
024	STO	+	4	336104	060	f	GSB	1	312201
025	f	GSB	B	312212	061		RCL	4	3404
026		RCL	4	3404	062		RCL	C	3413
027		RCL	5	3405	063		RCL	6	3406
028			-	51	064			x	71
029		RCL	0	3400	065			+	61
030		RCL	E	3415	066		RCL	A	3411
031			-	51	067			CHS	42
032		RCL	8	3408	068		g	x≤y	3271
033		RCL	E	3415	069		GTO	9	2209
034			-	51	070			1	01
035			÷	81	071			CHS	42
036		RCL	5	3405	072		h	R∧	3554

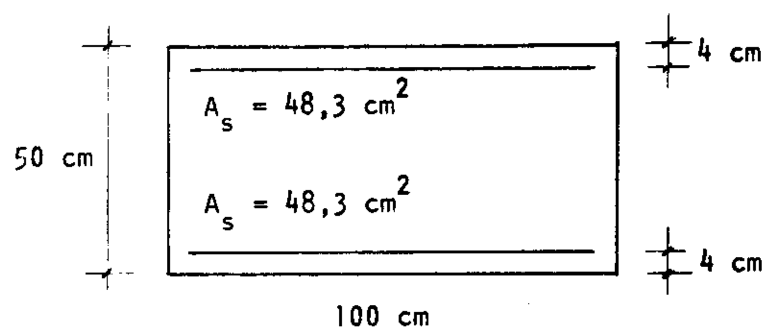
168			÷	81	207			R/S	84
169		h	RTN	3522	208			2	02
170	f	LBL	5	312505	209			÷	81
171		h	R∨	3553	210		RCL	2	3402
172		h	R∨	3553	211			x	71
173		RCL	A	3411	212		RCL	4	3404
174			÷	81	213			+	61

PASSO	TECLAS	CÓDIGO
073	GTO 8	2208
074	f LBL 9	312509
075	÷	81
076	ENTER	41
077	ENTER	41
078	×	71
079	h x⇄y	3552
080	2	02
081	×	71
082	-	51
083	f LBL 8	312508
084	×	71
085	STO + 8	336108
086	RCL C	3413
110	g x≤y	3271
111	GTO C	2213
112	RCL (i)	3424
113	f x=0	3151
114	h RTN	3522
115	f ISZ	3134
116	RCL (i)	3424
117	RCL 6	3406
118	×	71
119	RCL 4	3404
120	+	61
121	f GSB D	312214
122	RCL 1	3401
123	×	71

124

A1.4. Exemplos

1º) Exemplo: Somente armadura concentrada simétrica



$N_d = 200$ tf.

$f_{ck} = 200 \text{ kgf/cm}^2 \quad \gamma_c = 1,5$

$f_{yk} = 5000 \text{ kgf/cm}^2 \quad \gamma_s = 1,15$

$$\nu_d = \frac{200}{0,85 \times \frac{0,200}{1,5} \times 50 \times 100} = 0,353$$

$$\omega = \frac{\frac{5}{1.15} \times 2 \times 48,3}{0,85 \times \frac{0,200}{1,5} \times 50 \times 100} = 0,741$$

$\varepsilon = 2‰ \cong 2,07$ ‰ $\qquad \frac{d'}{h} = \frac{4}{50} = 0,08$

- 0,353 → STO 0 (ν_d)
  0,741 → STO 1 (ω)
  0,84 → STO 2 $(1 - 2\ d'/h)$
- 0,42 → STO 3 (z de A_{sc} comprimida)

Valores pela HP-67

$\lvert\varepsilon_c\rvert\ 10^3$	$\frac{h}{r}\ 10^3$	$\varepsilon_s\ 10^3$	μ_i
0,765	1,0	0,155	0,125
0,980	1,5	0,400	0,171
1,189	2,0	0,651	0,213
1,396	2,5	0,904	0,253
1,605	3,0	1,155	0,292
1,816	3,5	1,404	0,330
2,032	4,0	1,648	0,367
2,252	4,5	1,888	0,403
2,431	5,0	2,169	0,421
2,608	5,5	2,452	0,422
2,785	6,0	2,700	0,422
2,962	6,5	3,018	0,423
3,140	7,0	3,300	0,423
3,316	7,5	3,580	0,423
3,492	8,0	3,868	0,424
3,667	8,5	-	-

(h = 50 cm) :

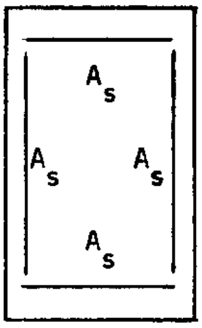
$\lvert 1/r \rvert$ cm^{-1}	μ_i
4×10^{-5}	0,208
6×10^{-5}	0,286
8×10^{-5}	0,358
10×10^{-5}	0,420
11×10^{-5}	0,422

Valores de μ_i compilados de {10}

$\frac{h}{r}\ 10^3 = 50(\frac{1}{r})\ 10^3$	μ_i
2	0,213
3	0,292
4	0,367
5	0,421
5,5	0,422

Valores de μ_i, nas mesmas curvaturas, obtidos pelo processamento na HP-67

2º) Exemplo: armadura concentrada e distribuída simétrica



$\nu = 0{,}4$

$\omega_{C.E.B.} = 0{,}2 \rightarrow \omega_{HP-67} = 0{,}4$

$\frac{d'}{h} = 0{,}1$ $\qquad \varepsilon_{yd} = 2‰$

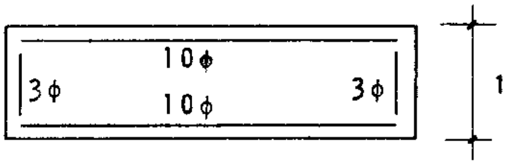
$$A_{sc\ trac} = A_{sc\ compr} = \frac{A_{sd}}{2} = \frac{A_s}{4}$$

- 0,4	→ STO	0	(ν_d)
0,4	→ STO	1	(ω)
0,8	→ STO	2	(1 - 2 d'/h)
- 0,4	→ STO	3	(z de A_{sc} comprimida)
0,5	→ STO	10	(% tracionada de A_{sc})
0,5	→ STO	18	(% concentrada de A_s)
0,4	→ STO	19	(z de A_{sc} tracionada)
0,5	→ STO	D	(% distribuída de A_s)

$\lvert\varepsilon_c\rvert\ 10^3$	$\frac{h}{r}\ 10^3$	$\varepsilon_s\ 10^3$	μ_i (HP-67)	μ_i (C.E.B.) (anexo nº 6)
0,873	1	0,027	0,085	0,085
1,315	2	0,485	0,132	0,132
1,728	3	0,972	0,166	0,166
2,148	4	1,452	0,195	0,195
2,595	5	1,905	0,219	0,219
3,049	6	2,351	0,227	0,227
3,479	7	2,821	0,230	0,230

3º) Exemplo:

Algumas vezes é necessário dimensionar um pilar com 15 cm de largura. Nesses casos é sempre necessário que se utilize $\gamma_f = 1{,}8$ (NB-1/5.4.2.1). Geralmente a bitola de aço utilizada é $\phi 1/2''$ ou $\phi\ 5/8''$ e existe disponibilidade de se colocar, na outra direção , uma armadura distribuída que, poderá não ser igual à concentrada.



cobrimento =	2,500	cm
estribo($\phi 1/4''$)=	0,635	cm
meia bitola($\phi 5/8''$)=	0,794	cm
	3,929	cm

$$\frac{d'}{h} = \frac{3{,}929}{15} = 0{,}262$$ (este valor, normalmente, não é encontrado nas tabelas)

Supondo: $\omega = 2$

$$\frac{A_{sc}}{A_s} = \frac{10 \times 2}{26} = 0{,}769 \quad \text{portanto} \quad \frac{A_{sd}}{A_s} = 0{,}231$$

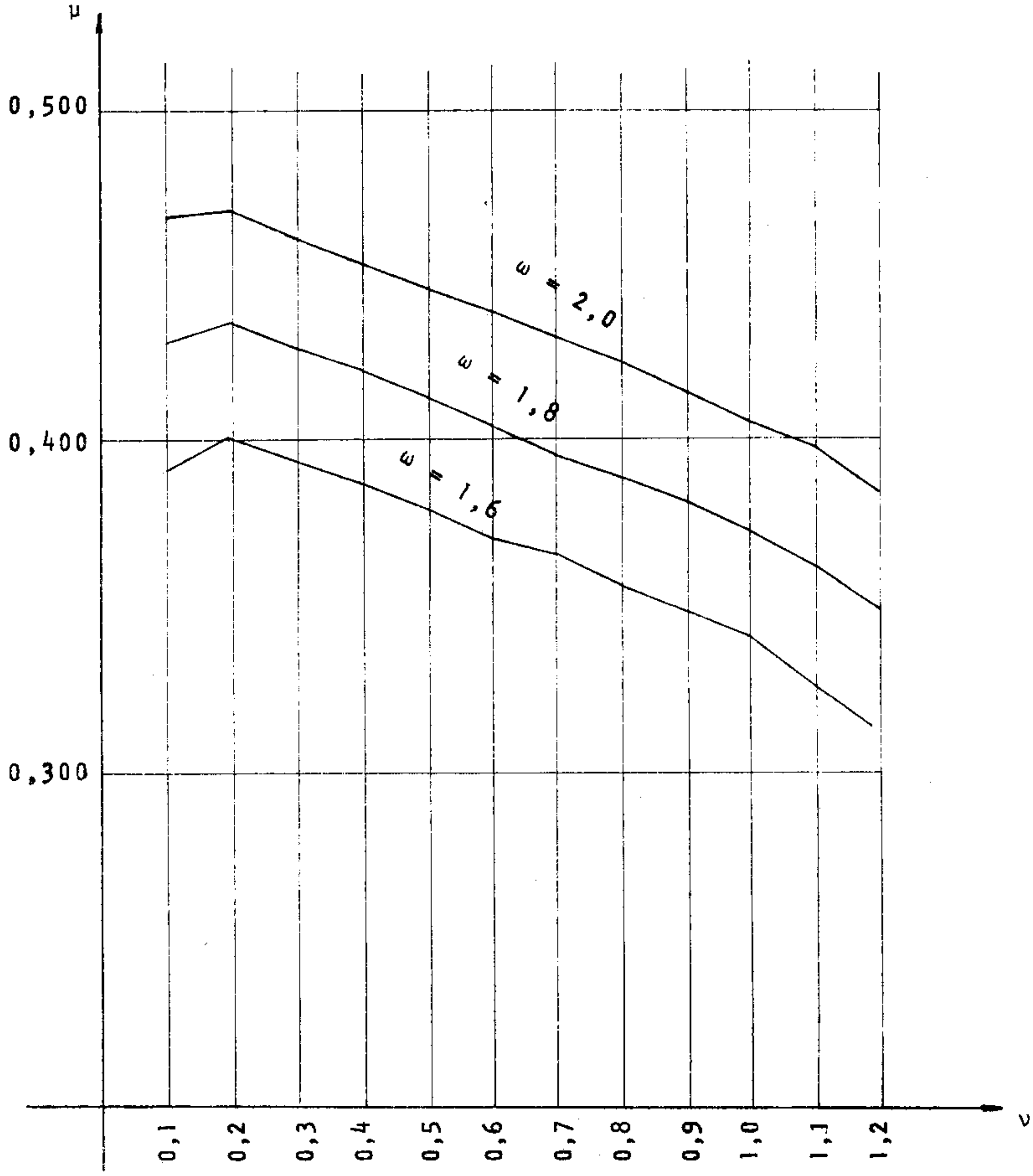
$-\nu_d$	→ STO 0
2	→ STO 1
0,476133	→ STO 2
-0,238067	→ STO 3
0,5	→ STO 10
0,769231	→ STO 18
0,238067	→ STO 19
0,230769	→ STO E

Por tentativas chega-se à curvatura em que $|\varepsilon_c| \cong 3{,}5‰$, que corresponde ao estado limite de rutura.

Fazendo-se, após, o mesmo roteiro para $\omega = 1{,}8$ e $\omega = 1{,}6$, temos:

ω	ν	$\lvert\varepsilon_c\rvert\ 10^3$	$\frac{h}{r}\ 10^3$	$\varepsilon_s\ 10^3$	μ
2,0	0,1	3,501	7,658	2,151	0,468
	0,2	3,500	7,368	1,938	0,470
	0,3	3,500	7,187	1,805	0,462
	0,4	3,501	7,010	1,673	0,454
	0,5	3,500	6,829	1,540	0,446
	0,6	3,500	6,651	1,409	0,439
	0,7	3,501	6,476	1,279	0,431
	0,8	3,500	6,299	1,149	0,423
	0,9	3,501	6,126	1,021	0,415
	1,0	3,500	5,952	0,893	0,407
	1,1	3,501	5,782	0,767	0,399
	1,2	3,500	5,585	0,622	0,386
1,8	0,1	3,501	7,773	2,236	0,430
	0,2	3,500	7,405	1,966	0,436
	0,3	3,500	7,206	1,819	0,428
	0,4	3,501	7,010	1,673	0,421
	0,5	3,500	6,814	1,528	0,413
	0,6	3,500	6,617	1,384	0,405
	0,7	3,499	6,422	1,241	0,398
	0,8	3,500	6,230	1,099	0,390
	0,9	3,501	6,043	0,960	0,382
	1,0	3,499	5,851	0,819	0,374
	1,1	3,500	5,654	0,673	0,364
	1,2	3,500	5,432	0,510	0,349
1,6	0,1	3,499	7,914	2,342	0,391
	0,2	3,500	7,451	1,999	0,402
	0,3	3,500	7,229	1,836	0,394
	0,4	3,500	7,010	1,674	0,387
	0,5	3,500	6,793	1,513	0,380
	0,6	3,499	6,576	1,354	0,372
	0,7	3,500	6,363	1,196	0,365
	0,8	3,500	6,152	1,040	0,357
	0,9	3,501	5,945	0,887	0,350
	1,0	3,500	5,735	0,732	0,342
	1,1	3,500	5,492	0,553	0,327
	1,2	3,501	5,253	0,377	0,313

Graficamente:



Supondo:

pilar de $(15 \times 55)\ cm^2$ (NB-1/6.1.3.1-b)

$N = 50$ tf. (carga centrada)

$l_e = 3,40$ m

$f_{ck} = 150\ kgf/cm^2$ Aço CA-50-A $(\varepsilon_{yd} \cong 2‰)$

$N_d = 1,8 \times 50 = 90$ tf (NB-1/5.4.2.1)

$e_a = 2$ cm (NB-1/4.1.1.3)

$$\lambda = \frac{l_e}{h}\ 3,46 = \frac{340}{15} \times 3,46 = 78,43 < 80$$

Permite-se o cálculo por processo simplificado (NB-1/4.1.1.3.3)

$$\nu_{NB-1} = \frac{N_d}{A_c\ f_{cd}} = \frac{90\ 000}{15 \times 55 \times \frac{150}{1,4}} = 1,018$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + 0,0020}{(1,018 + 0,5)15} = 2,42 \times 10^{-4}\ cm^{-1}$$

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10}\ \frac{1}{r} = \frac{340^2}{10} \times 2,42 \times 10^{-4} = 2,79\ cm$$

$$\nu = \frac{N_d}{0,85\ f_{cd}\ A_c} = \frac{90\ 000}{0,85 \times \frac{150}{1,4} \times 15 \times 55} = 1,20$$

$$\mu = \nu\ \frac{e}{h} = 1,20 \times \frac{(2,79 + 2)}{15} = 0,383$$

Interpolando entre $\omega = 2,0$ e $\omega = 1,8$

$\omega = 2,0$ $\mu = 0,386$

$\omega = 1,8$ $\mu = 0,349$

$\mu = 0,383 \rightarrow \omega = 1,98$

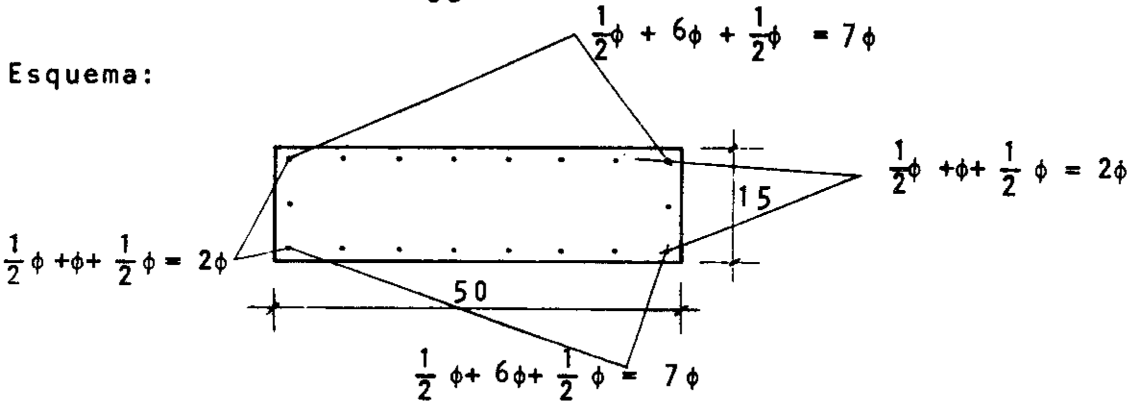
$$A_s = \omega\left(\frac{0,85\ f_{cd}\ A_c}{f_{yd}}\right) = 1,98\ \left(\frac{0,85 \times 150 \times 15 \times 55}{1,4 \times 5000} \times 1,15\right) = 34,22\ \text{cm}^2$$

(18φ5/8")

$$A_{sd} = 0,23 \times 34,22 = 7,90\ \text{cm}^2 \rightarrow 4\phi 5/8''$$

$$A_{sc} = 18 - 4 = 14\ \phi\ 5/8''$$

Esquema:



Pela norma antiga NB-1/60 esse mesmo pilar seria armado com:

$$S_f = \frac{N_r - S_c'\ \sigma_r}{\sigma_e}$$

$N_r = \gamma\ \omega\ N \qquad \lambda = 78,43 \rightarrow \omega = 1,4$

$N_r = 2 \times 1,4 \times 50\ 000 = 140\ 000$ kgf

$$S_f \cong \frac{140\ 000 - (55 \times 15)\ 150}{5000} = 3,25\ \text{cm}^2$$

$$S_f = \frac{140\ 000 - (55 \times 15 - 3,25)\ 150}{5000} = 3,35\ \text{cm}^2$$

Teríamos que utilizar a armadura mínima $\cong 5,9\ \text{cm}^2$

$$\frac{A_s\ (\text{NB-1/77})}{S_f\ (\text{NB-1/60})} = \frac{34,22}{5,9} = 5,9\ !\ (6\ \phi\ 1/2'')$$

Anexo nº 2

(tabelas publicadas pelo Boletim 103 do C.E.B.)

TABLES FOR RELATIVE EXTERNAL MOMENTS ON SLENDER COLUMNS WITH: $\mu_1 = M_1/N_c\,h$

TABLE	CROSS SECTION	REINFORCEMENT	PLANE	ε_s(%)	d'/h	PAGE
RC 20/10	RECTANGULAR	CORNER	MAIN	.20	.10	1
" 20/15	"	"	"	.20	.15	2
" 24/10	"	"	"	.24	.10	3
" 24/15	"	"	"	.24	.15	4
RD 20/10	RECTANGULAR	DISTRIBUTED	MAIN	.20	.10	5
" 20/15	"	"	"	.20	.15	6
" 24/10	"	"	"	.24	.10	7
" 24/15	"	"	"	.24	.15	8
CD 20/10	CIRCULAR	DISTRIBUTED		.20	.10	9
" 20/15	"	"		.20	.15	10
" 24/10	"	"		.24	.10	11
" 24/15	"	"		.24	.15	12
SC 20/10	SQUARE	CORNER	DIAGONAL	.20	.10	13
" 20/15	"	"	"	.20	.15	14
" 24/10	"	"	"	.24	.10	15
" 24/15	"	"	"	.24	.15	16
SD 20/10	SQUARE	DISTRIBUTED	DIAGONAL	.20	.10	17
" 20/15	"	"	"	.20	.15	18
" 24/10	"	"	"	.24	.10	19
" 24/15	"	"	"	.24	.15	20

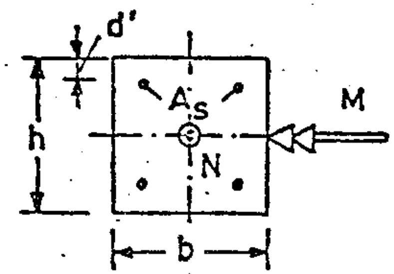
TABLE NO 10.10. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR
RECTANGULAR CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .10

l/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.083	.122	.157	.184	.198	.196	.181	.163	.139	.110	.076	.039								
	.2	.163	.201	.236	.264	.278	.274	.253	.231	.207	.180	.149	.114	.078	.040						
	.3	.243	.280	.315	.344	.358	.352	.328	.303	.277	.250	.220	.189	.153	.117	.079	.040				
	.4	.322	.359	.396	.424	.438	.431	.404	.377	.349	.321	.292	.261	.228	.193	.156	.118	.080	.040		
	.5	.400	.438	.475	.504	.518	.511	.482	.452	.423	.394	.364	.333	.301	.267	.232	.195	.158	.119	.080	.040
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.098	.090	.072	.044	.016										
	.1	.083	.115	.142	.163	.174	.167	.151	.131	.108	.079	.048	.021								
	.2	.163	.193	.219	.242	.254	.244	.221	.197	.172	.145	.114	.082	.053	.025						
	.3	.243	.271	.298	.322	.334	.323	.295	.267	.239	.211	.182	.150	.117	.086	.055	.027				
	.4	.322	.350	.377	.402	.414	.402	.371	.340	.310	.280	.249	.218	.186	.152	.120	.089	.058	.028		
	.5	.400	.429	.457	.482	.494	.481	.448	.415	.383	.351	.319	.287	.255	.222	.188	.155	.123	.091	.060	.030
20	0.0	.000	.031	.058	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.083	.102	.115	.120	.113	.101	.088	.072	.049	.023	.004									
	.2	.163	.178	.191	.198	.191	.165	.143	.123	.102	.078	.049	.026	.007							
	.3	.243	.255	.266	.273	.270	.236	.207	.182	.156	.133	.106	.076	.050	.028	.010					
	.4	.322	.332	.345	.353	.349	.313	.275	.244	.217	.188	.163	.135	.104	.077	.052	.030	.014	.002		
	.5	.400	.410	.422	.433	.429	.351	.343	.312	.280	.250	.221	.193	.165	.133	.105	.079	.054	.034	.015	.004
30	0.0	.000	.025	.036	[illegible]	.030	.016														
	.1	.083	.082	.074	.060	.053	.041	.024	.003												
	.2	.163	.158	.146	.127	.094	.071	.054	.035	.012											
	.3	.243	.233	.219	.232	.169	.138	.094	.070	.048	.024	.001									
	.4	.322	.308	.300	.276	.248	.197	.154	.119	.089	.063	.037	.010								
	.5	.400	.327	.371	.358	.326	.259	.222	.177	.143	.109	.080	.053	.025	.002						
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.050															
	.1	.083	.059	.035	.029	.016															
	.2	.163	.129	.089	.048	.033	.016														
	.3	.243	.203	.161	.106	.055	.035	.015													
	.4	.322	.275	.236	.179	.111	.060	.036	.013												
	.5	.400	.357	.310	.253	.168	.114	.063	.036	.012											

$\varepsilon_s = .20\%$	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85\ f_{cd}$

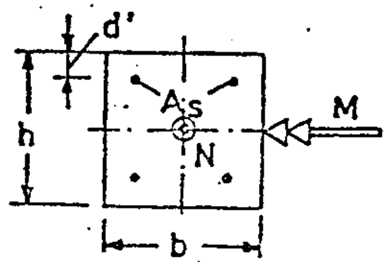
TABLE RC 20/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR RECTANGULAR CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.078	.114	.147	.174	.158	.164	.171	.154	.133	.105	.072	.037								
	.2	.149	.184	.216	.244	.258	.250	.232	.213	.192	.166	.140	.107	.072	.037						
	.3	.219	.253	.285	.314	.320	.317	.296	.275	.252	.229	.203	.174	.141	.107	.072	.036				
	.4	.289	.322	.354	.384	.396	.386	.362	.339	.315	.290	.265	.237	.208	.176	.142	.107	.072	.036		
	.5	.358	.391	.424	.454	.468	.455	.430	.404	.379	.354	.328	.301	.272	.243	.211	.177	.142	.107	.072	.036
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.092	.090	.072	.044	.016										
	.1	.078	.107	.132	.152	.163	.154	.140	.124	.102	.074	.045	.019								
	.2	.149	.176	.200	.219	.233	.219	.199	.175	.157	.133	.105	.075	.047	.021						
	.3	.219	.244	.268	.288	.303	.287	.262	.235	.214	.189	.164	.135	.105	.076	.048	.022				
	.4	.289	.313	.336	.358	.373	.355	.327	.301	.274	.248	.222	.155	.167	.136	.106	.077	.050	.023		
	.5	.358	.382	.405	.428	.443	.423	.394	.365	.337	.309	.281	.254	.227	.198	.166	.136	.107	.078	.050	.024
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.078	.095	.103	.105	.096	.068	.078	.052	.041	.016	.001									
	.2	.149	.161	.170	. 71	.163	.139	.120	.103	.084	.052	.036	.014	.000							
	.3	.219	.229	.235	.239	.232	.200	.172	.149	.129	.108	.084	.057	.033	.013	.000					
	.4	.289	.256	.302	.305	.302	.264	.232	.204	.177	.154	.132	.107	.079	.054	.031	.013	.001			
	.5	.358	.364	.371	.374	.372	.331	.295	.261	.232	.205	.179	.156	.129	.102	.077	.053	.032	.013	.002	
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.078	.075	.061	.052	.046	.035	.018	.000												
	.2	.149	.138	.121	.094	.068	.055	.040	.022	.001											
	.3	.219	.205	.185	.158	.119	.083	.063	.046	.026	.004										
	.4	.289	.271	.252	.226	.188	.137	.096	.072	.052	.031	.008									
	.5	.358	.337	.319	.289	.257	.198	.151	.110	.081	.058	.036	.013								
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.078	.048	.032	.026	.012															
	.2	.149	.108	.060	.037	.024	.007														
	.3	.219	.172	.119	.058	.037	.021	.002													
	.4	.289	.236	.184	.115	.056	.035	.017													
	.5	.358	.305	.246	.179	.099	.052	.031	.012												

$\varepsilon_s = .20\%$	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} \; A_{s\ total}$

$f_s = f_{yd} \quad f_c = 0{,}85 \; f_{cd}$

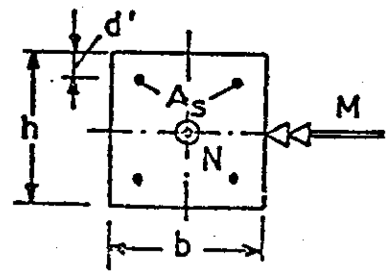
TABLE RC 24/10. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR RECTANGULAR CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.40 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.116	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.063	.122	.156	.184	.198	.192	.179	.162	.139	.110	.076	.040								
	.2	.163	.200	.235	.264	.278	.267	.248	.223	.205	.180	.149	.115	.078	.040						
	.3	.242	.278	.313	.344	.358	.345	.322	.298	.274	.248	.220	.189	.154	.117	.080	.040				
	.4	.321	.357	.394	.424	.438	.423	.397	.371	.345	.318	.290	.261	.228	.193	.157	.119	.080	.040		
	.5	.400	.437	.473	.504	.518	.501	.473	.446	.413	.390	.361	.332	.301	.268	.232	.196	.158	.120	.080	.040
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.098	.090	.072	.044	.016										
	.1	.083	.114	.141	.160	.172	.163	.143	.131	.108	.079	.049	.020								
	.2	.163	.152	.217	.238	.252	.237	.216	.194	.171	.145	.115	.083	.053	.023						
	.3	.242	.269	.295	.318	.332	.314	.288	.262	.236	.209	.182	.151	.113	.087	.055	.025				
	.4	.321	.348	.374	.397	.412	.391	.362	.333	.305	.277	.248	.218	.187	.154	.121	.089	.057	.027		
	.5	.400	.427	.453	.477	.492	.470	.438	.407	.376	.346	.316	.285	.255	.223	.189	.156	.123	.091	.059	.028
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.083	.100	.111	.112	.101	.092	.080	.053	.040	.015	.000									
	.2	.163	.176	.186	.187	.179	.153	.130	.110	.090	.065	.037	.011								
	.3	.242	.252	.261	.262	.258	.224	.194	.168	.143	.119	.092	.064	.035	.011						
	.4	.321	.328	.337	.341	.338	.298	.263	.230	.203	.174	.149	.119	.091	.061	.034	.012				
	.5	.400	.405	.413	.419	.418	.375	.334	.298	.264	.235	.204	.178	.146	.118	.066	.057	.033	.014		
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.083	.030	.065	.055	.042	.037	.019	.000												
	.2	.163	.152	.137	.105	.075	.060	.044	.024	.002											
	.3	.242	.228	.210	.179	.139	.095	.071	.051	.029	.005										
	.4	.321	.303	.282	.255	.218	.162	.116	.084	.060	.036	.010									
	.5	.400	.378	.359	.335	.258	.234	.183	.135	.097	.070	.044	.017								
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.083	.051	.033	.027	.013															
	.2	.163	.119	.068	.040	.027	.009														
	.3	.242	.195	.138	.069	.042	.025	.004													
	.4	.321	.268	.205	.138	.068	.042	.021													
	.5	.400	.340	.285	.217	.130	.066	.040	.017												

$\varepsilon_s = .24$ ‰	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\,total}$

$f_s = f_{yd}$ $\quad f_c = 0,85\, f_{cd}$

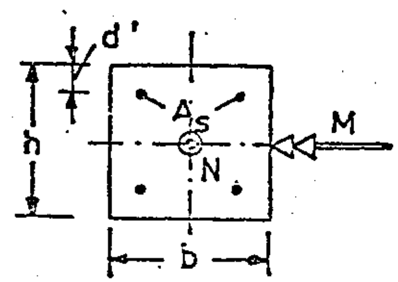
TABLE RC 24/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR RECTANGULAR CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.40 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.078	.115	.146	.172	.168	.160	.169	.154	.133	.106	.072	.037								
	.2	.150	.184	.215	.241	.255	.244	.228	.211	.191	.168	.140	.107	.072	.036						
	.3	.219	.252	.284	.309	.328	.311	.291	.271	.250	.228	.203	.174	.142	.107	.072	.036				
	.4	.289	.321	.352	.378	.398	.378	.356	.334	.312	.288	.264	.238	.209	.176	.142	.107	.072	.035		
	.5	.358	.390	.421	.448	.468	.446	.422	.399	.375	.351	.326	.300	.272	.243	.211	.177	.142	.107	.071	.035
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.093	.090	.072	.044	.016										
	.1	.078	.107	.132	.149	.159	.150	.138	.123	.102	.075	.045	.017								
	.2	.150	.175	.198	.216	.229	.213	.195	.176	.156	.133	.105	.074	.045	.018						
	.3	.219	.243	.265	.284	.299	.279	.256	.234	.211	.189	.164	.136	.105	.075	.046	.019				
	.4	.289	.311	.333	.353	.369	.346	.320	.295	.270	.246	.221	.195	.167	.136	.105	.075	.046	.021		
	.5	.358	.380	.402	.422	.439	.414	.386	.358	.332	.305	.279	.253	.226	.198	.167	.136	.105	.075	.047	.022
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.078	.093	.099	.096	.083	.082	.072	.056	.033	.010										
	.2	.150	.159	.164	.159	.147	.122	.104	.083	.070	.048	.021	.003								
	.3	.219	.226	.228	.226	.215	.184	.156	.132	.110	.089	.067	.041	.014	.000						
	.4	.289	.292	.294	.293	.284	.249	.214	.185	.159	.134	.110	.088	.061	.033	.009					
	.5	.358	.360	.363	.361	.354	.315	.277	.243	.210	.164	.158	.132	.109	.081	.052	.028	.006			
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.078	.069	.052	.049	.044	.032	.014													
	.2	.150	.133	.110	.074	.059	.048	.033	.013												
	.3	.219	.200	.171	.134	.088	.067	.051	.034	.013											
	.4	.289	.265	.236	.156	.150	.097	.072	.054	.035	.013										
	.5	.358	.332	.304	.266	.219	.157	.104	.077	.056	.035	.013									
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.003															
	.1	.078	.039	.030	.024	.010															
	.2	.150	.098	.044	.033	.020	.003														
	.3	.219	.164	.094	.044	.030	.014														
	.4	.289	.228	.156	.073	.042	.026	.007													
	.5	.358	.293	.220	.133	.060	.037	.019													

$\varepsilon_s = .24\%$	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0{,}85\ f_{cd}$

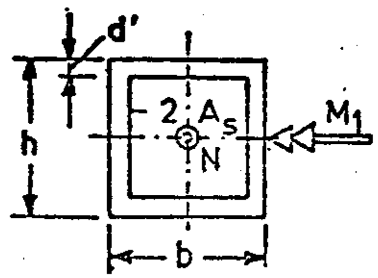
RECTANGULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.110	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.079	.116	.146	.165	.175	.175	.164	.150	.130	.104	.072	.035								
	.2	.152	.184	.210	.225	.231	.231	.217	.201	.184	.162	.137	.106	.073	.038						
	.3	.221	.252	.271	.283	.289	.287	.273	.255	.237	.217	.194	.169	.139	.107	.073	.038				
	.4	.291	.316	.332	.341	.344	.342	.329	.311	.291	.271	.250	.227	.201	.172	.141	.108	.074	.039		
	.5	.358	.378	.391	.399	.401	.399	.387	.367	.347	.327	.305	.283	.259	.233	.205	.174	.142	.109	.075	.039
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.057	.098	.090	.072	.044	.016										
	.1	.079	.107	.127	.142	.148	.145	.133	.118	.098	.072	.042	.016								
	.2	.152	.175	.191	.200	.204	.201	.184	.166	.147	.125	.100	.070	.041	.017						
	.3	.221	.242	.252	.259	.260	.255	.238	.218	.198	.174	.153	.127	.097	.068	.041	.018				
	.4	.291	.306	.313	.317	.315	.311	.294	.272	.250	.228	.205	.181	.155	.126	.095	.067	.041	.018		
	.5	.358	.368	.374	.375	.373	.367	.351	.328	.304	.281	.258	.234	.209	.182	.154	.123	.094	.067	.042	.019
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.079	.087	.095	.096	.090	.083	.073	.058	.037	.014	.000									
	.2	.152	.150	.150	.148	.139	.121	.106	.092	.074	.053	.029	.009								
	.3	.221	.214	.209	.204	.192	.166	.146	.128	.110	.091	.070	.044	.023	.006						
	.4	.291	.279	.269	.259	.246	.222	.193	.168	.148	.128	.108	.086	.061	.038	.019	.005				
	.5	.358	.340	.327	.315	.300	.277	.244	.215	.189	.167	.146	.125	.103	.078	.055	.035	.018	.004		
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.079	.066	.055	.049	.044	.033	.016													
	.2	.152	.122	.104	.079	.060	.049	.035	.017												
	.3	.221	.180	.156	.129	.053	.069	.053	.037	.018											
	.4	.291	.240	.209	.180	.144	.104	.076	.057	.039	.019	.000									
	.5	.358	.302	.265	.234	.197	.150	.112	.082	.061	.042	.021	.001								
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.079	.041	.030	.024	.011															
	.2	.152	.092	.047	.033	.021	.004														
	.3	.221	.145	.054	.046	.031	.015														
	.4	.291	.200	.145	.032	.044	.027	.009													
	.5	.358	.256	.194	.131	.066	.039	.022	.003												

ε_s = .20 %	d'/h = .10

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M_1/N_c$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85\ f_{cd}$

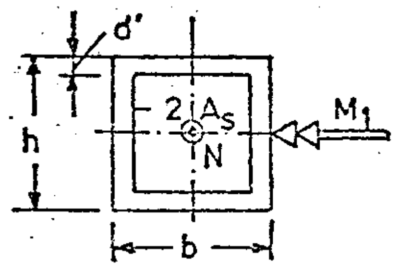
TABLE RD 20/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR RECTANGULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.093	.071	.037										
	.1	.076	.110	.138	.157	.167	.165	.156	.144	.126	.131	.070	.036								
	.2	.142	.171	.195	.209	.216	.212	.200	.188	.172	.153	.129	.100	.069	.035						
	.3	.203	.230	.249	.259	.265	.260	.247	.233	.217	.200	.180	.157	.130	.100	.068	.035				
	.4	.263	.287	.301	.309	.313	.309	.294	.279	.263	.246	.228	.205	.185	.159	.130	.099	.068	.035		
	.5	.321	.342	.353	.359	.362	.359	.343	.327	.310	.293	.275	.256	.235	.213	.183	.160	.130	.100	.068	.035
10	0.0	.000	.037	.066	.085	.097	.093	.090	.072	.044	.016										
	.1	.076	.101	.120	.133	.140	.135	.125	.112	.094	.069	.039	.015								
	.2	.142	.161	.176	.185	.187	.181	.167	.152	.135	.116	.092	.064	.037	.014						
	.3	.203	.220	.230	.235	.236	.223	.212	.195	.177	.159	.138	.115	.088	.060	.035	.014				
	.4	.263	.277	.284	.286	.285	.277	.258	.240	.221	.202	.182	.161	.138	.112	.084	.058	.034	.014		
	.5	.321	.332	.336	.336	.334	.327	.306	.286	.266	.247	.226	.206	.184	.161	.136	.108	.081	.056	.034	.015
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.076	.082	[illegible]	.086	.081	.076	.067	.052	.031	.010										
	.2	.142	.136	.135	.129	.117	.101	.089	.077	.062	.042	.019	.003								
	.3	.203	.191	.183	.175	.163	.139	.120	.104	.089	.073	.054	.031	.011							
	.4	.263	.247	.235	.224	.209	.182	.157	.137	.119	.101	.085	.065	.042	.021	.005					
	.5	.321	.303	.287	.273	.256	.230	.198	.173	.152	.133	.114	.097	.077	.055	.033	.015	.001			
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.076	.060	.047	[illegible]	.040	.029	.012													
	.2	.142	.108	.085	.060	.051	.041	.027	.009												
	.3	.203	.153	.129	.095	.066	.053	.040	.025	.005											
	.4	.263	.208	.174	.140	.096	.069	.053	.039	.022	.003										
	.5	.321	.261	.221	.184	.142	.095	.070	.053	.037	.020	.002									
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.076	.033	.027	.022	.009															
	.2	.142	.077	.036	.028	.017	.000														
	.3	.203	.123	.063	.034	.024	.009														
	.4	.263	.168	.105	.046	.030	.017	.000													
	.5	.321	.216	.147	.074	.039	.024	.009													

ε_s = .20 ‰	d'/h = .15

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M_1/N_c$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85\ f_{cd}$

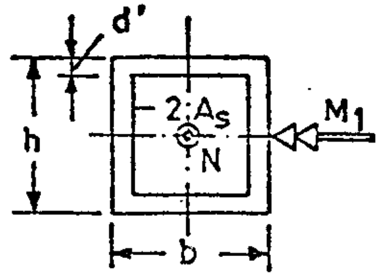
RECTANGULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.40   D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.080	.115	.144	.164	.173	.171	.161	.148	.129	.103	.070	.036								
	.2	.152	.183	.209	.222	.228	.223	.211	.197	.180	.159	.133	.103	.070	.036						
	.3	.218	.250	.269	.279	.284	.277	.263	.247	.230	.211	.189	.164	.135	.103	.070	.036				
	.4	.285	.314	.328	.336	.339	.332	.316	.299	.281	.262	.242	.220	.195	.166	.135	.103	.070	.037		
	.5	.354	.375	.385	.392	.394	.388	.370	.352	.333	.314	.294	.273	.250	.225	.197	.167	.136	.103	.071	.037
10	0.0	.000	.037	.066	.083	.097	.098	.090	.072	.044	.016										
	.1	.080	.106	.125	.139	.146	.140	.130	.116	.097	.070	.040	.014								
	.2	.152	.173	.188	.197	.200	.192	.177	.161	.143	.122	.096	.066	.038	.013						
	.3	.218	.239	.250	.255	.255	.246	.228	.210	.191	.171	.148	.123	.093	.063	.036	.014				
	.4	.285	.304	.310	.312	.311	.300	.280	.260	.240	.219	.198	.175	.149	.120	.090	.061	.036	.014		
	.5	.354	.365	.369	.369	.366	.355	.334	.312	.290	.269	.247	.225	.201	.175	.147	.117	.087	.060	.036	.015
20	0.0	.000	.031	.050	.061	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.080	.065	.091	.089	.084	.079	.069	.053	.030	.009										
	.2	.152	.146	.144	.139	.126	.108	.094	.080	.063	.041	.016	.001								
	.3	.218	.208	.200	.192	.179	.153	.132	.113	.095	.076	.054	.029	.007							
	.4	.285	.272	.259	.248	.233	.204	.176	.152	.132	.111	.091	.068	.044	.019	.002					
	.5	.354	.335	.318	.303	.286	.258	.224	.196	.171	.149	.127	.106	.083	.059	.033	.011				
30	0.0	.000	.035	.036	.037	.030	.016														
	.1	.080	.062	.048	.047	.042	.030	.012													
	.2	.152	.116	.094	.065	.054	.043	.029	.009												
	.3	.218	.172	.143	.107	.073	.058	.044	.027	.006											
	.4	.285	.230	.194	.157	.113	.078	.060	.044	.025	.004										
	.5	.354	.290	.247	.210	.166	.114	.081	.061	.043	.023	.002									
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.080	.034	.028	.023	.009															
	.2	.152	.083	.038	.030	.018	.001														
	.3	.218	.135	.072	.038	.026	.010														
	.4	.285	.187	.119	.054	.035	.019	.001													
	.5	.354	.241	.169	.091	.046	.029	.011													

$\varepsilon_s = .24$ ‰	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M_1/N_c$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\ total}$

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0{,}85\ f_{cd}$

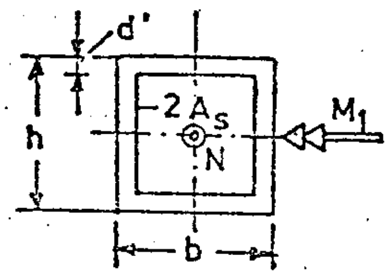
TABLE RD 24/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR RECTANGULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - MAIN PLANE

EPSS= 2.40 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.043	.079	.104	.118	.122	.115	.098	.071	.037										
	.1	.076	.110	.138	.155	.165	.161	.154	.142	.124	.099	.068	.035								
	.2	.141	.169	.191	.205	.212	.204	.195	.183	.168	.150	.126	.097	.066	.033						
	.3	.200	.226	.243	.254	.259	.249	.237	.225	.211	.195	.175	.153	.125	.095	.064	.033				
	.4	.258	.279	.293	.302	.306	.294	.281	.268	.254	.238	.221	.201	.179	.153	.124	.094	.063	.033		
	.5	.314	.331	.342	.351	.353	.340	.326	.312	.297	.282	.265	.247	.227	.205	.180	.152	.123	.093	.063	.033
10	0.0	.000	.037	.066	.086	.097	.093	.090	.072	.044	.016										
	.1	.076	.100	.118	.130	.137	.131	.123	.110	.092	.067	.037	.011								
	.2	.141	.159	.172	.180	.184	.173	.161	.148	.132	.113	.089	.060	.032	.009						
	.3	.200	.216	.225	.230	.231	.217	.202	.187	.171	.154	.134	.111	.083	.055	.029	.009				
	.4	.253	.269	.275	.279	.278	.262	.245	.228	.212	.195	.176	.155	.132	.106	.077	.051	.028	.010		
	.5	.314	.322	.325	.328	.324	.307	.289	.271	.253	.236	.217	.197	.177	.154	.129	.100	.073	.049	.027	.010
20	0.0	.000	.031	.050	.051	.064	.058	.044	.022	.003											
	.1	.076	.079	.083	.079	.077	.073	.064	.048	.026	.006										
	.2	.141	.133	.128	.119	.102	.091	.082	.069	.053	.031	.010									
	.3	.200	.186	.175	.163	.147	.122	.103	.090	.075	.058	.037	.014	.001							
	.4	.258	.240	.224	.210	.193	.165	.138	.116	.099	.082	.065	.045	.022	.004						
	.5	.314	.294	.275	.259	.240	.208	.178	.153	.130	.109	.091	.073	.053	.032	.009					
30	0.0	.000	.025	.036	.037	.030	.016														
	.1	.076	.055	.044	.044	.038	.027	.009													
	.2	.141	.103	.074	.054	.047	.037	.022	.003												
	.3	.200	.150	.115	.075	.057	.046	.034	.017	.000											
	.4	.258	.198	.158	.114	.074	.057	.045	.030	.012											
	.5	.314	.248	.203	.158	.104	.072	.056	.041	.025	.006										
40	0.0	.000	.019	.023	.016	.000															
	.1	.076	.027	.027	.021	.007															
	.2	.141	.067	.032	.026	.014															
	.3	.200	.112	.045	.031	.020	.004														
	.4	.259	.156	.078	.038	.026	.012														
	.5	.314	.200	.120	.050	.032	.018	.001													

$\varepsilon_s = .24$ ‰	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu = M_1/N_c$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2}\ A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $\quad f_c = 0{,}85\ f_{cd}$

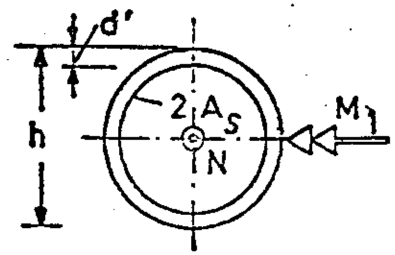
TABLE CD 20/10. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR CIRCULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT

EPSS= 2.00 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.039	.069	.088	.098	.100	.094	.080	.057	.028										
	.1	.072	.101	.123	.137	.143	.142	.134	.123	.106	.085	.057	.029								
	.2	.133	.159	.175	.185	.189	.187	.177	.165	.151	.133	.112	.086	.058	.029						
	.3	.193	.212	.225	.233	.235	.232	.222	.209	.195	.178	.160	.137	.115	.087	.060	.029				
	.4	.249	.263	.274	.281	.280	.277	.267	.255	.240	.223	.206	.187	.166	.143	.116	.089	.061	.030		
	.5	.300	.314	.322	.327	.326	.323	.314	.300	.285	.269	.252	.234	.214	.193	.170	.144	.117	.091	.061	.030
10	0.0	.000	.033	.055	.070	.077	.075	.067	.052	.028	.007										
	.1	.072	.092	.106	.114	.116	.112	.103	.090	.073	.051	.027	.008								
	.2	.133	.149	.157	.163	.162	.156	.143	.129	.113	.095	.073	.048	.027	.009						
	.3	.193	.202	.208	.211	.207	.201	.187	.171	.154	.136	.117	.095	.071	.047	.027	.010				
	.4	.249	.254	.257	.258	.253	.245	.231	.215	.197	.179	.159	.139	.117	.094	.068	.047	.027	.011		
	.5	.300	.305	.306	.305	.299	.290	.277	.260	.241	.222	.203	.183	.162	.140	.116	.091	.067	.047	.028	.011
20	0.0	.000	.025	.039	.044	.042	.034	.020	.003												
	.1	.072	.071	.071	.066	.060	.053	.043	.028	.009											
	.2	.133	.123	.116	.107	.092	.078	.065	.052	.037	.018	.002									
	.3	.193	.176	.154	.150	.134	.112	.094	.079	.063	.047	.028	.010								
	.4	.249	.227	.212	.194	.176	.153	.123	.109	.091	.075	.057	.038	.019	.004						
	.5	.300	.278	.260	.240	.219	.196	.168	.143	.122	.104	.086	.066	.049	.030	.013	.001				
30	0.0	.000	.019	.024	.021	.010															
	.1	.072	.047	.034	.030	.021	.007														
	.2	.133	.093	.066	.042	.032	.020	.005													
	.3	.193	.141	.106	.072	.045	.032	.013	.002												
	.4	.249	.190	.149	.113	.072	.046	.031	.015												
	.5	.300	.240	.194	.154	.110	.070	.046	.029	.013											
40	0.0	.000	.014	.012	.001																
	.1	.072	.022	.017	.007																
	.2	.133	.060	.024	.014	.000															
	.3	.193	.102	.042	.021	.007															
	.4	.249	.147	.080	.029	.015															
	.5	.300	.195	.119	.050	.022	.007														

ε_s = .20‰	d'/h = .10

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_1 = M_1/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\ total}$

$f_s = f_{yd}$ f_c = ~~0,85 f_{cd}~~

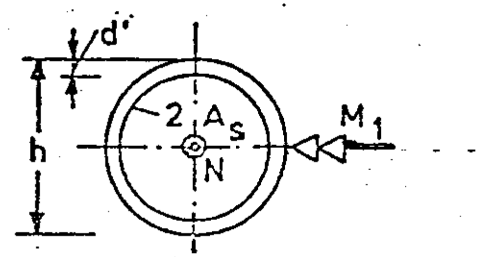
TABLE CD 20/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR CIRCULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT

EPSS= 2.00 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.060	.039	.069	.086	.098	.100	.094	.080	.057	.028										
	.1	.068	.096	.117	.131	.136	.134	.128	.118	.102	.082	.055	.027								
	.2	.125	.147	.162	.171	.174	.170	.163	.154	.141	.125	.106	.082	.055	.027						
	.3	.175	.193	.205	.211	.213	.208	.199	.189	.178	.164	.148	.129	.107	.081	.055	.027				
	.4	.223	.237	.247	.251	.252	.246	.236	.226	.215	.203	.188	.171	.152	.131	.107	.081	.055	.027		
	.5	.268	.280	.288	.291	.290	.285	.275	.263	.252	.240	.227	.211	.194	.175	.155	.132	.107	.082	.055	.027
10	0.0	.000	.033	.055	.070	.077	.076	.067	.052	.028	.007										
	.1	.063	.086	.099	.107	.109	.104	.096	.085	.069	.048	.024	.005								
	.2	.125	.137	.144	.149	.147	.139	.129	.117	.103	.087	.067	.043	.022	.005						
	.3	.175	.183	.188	.189	.186	.176	.164	.151	.137	.122	.105	.085	.062	.040	.021	.007				
	.4	.223	.228	.230	.229	.224	.214	.200	.186	.172	.157	.140	.123	.103	.081	.059	.039	.021	.007		
	.5	.268	.271	.273	.268	.263	.253	.237	.222	.207	.192	.176	.159	.141	.121	.100	.077	.056	.037	.021	.008
20	0.0	.000	.025	.039	.044	.042	.034	.020	.003												
	.1	.068	.066	.064	.058	.055	.048	.038	.024	.006											
	.2	.125	.110	.101	.090	.074	.064	.054	.042	.028	.010										
	.3	.175	.156	.142	.126	.108	.082	.073	.060	.047	.032	.015	.001								
	.4	.223	.202	.184	.165	.144	.119	.099	.082	.067	.053	.037	.021	.004							
	.5	.268	.245	.225	.203	.181	.155	.129	.108	.090	.074	.058	.043	.027	.009						
30	0.0	.000	.019	.024	.021	.010															
	.1	.068	.041	.031	.027	.018	.005														
	.2	.125	.080	.049	.034	.026	.014	.000													
	.3	.175	.120	.083	.048	.034	.023	.010													
	.4	.223	.163	.118	.075	.045	.032	.019	.004												
	.5	.268	.205	.155	.111	.065	.042	.028	.014												
40	0.0	.000	.014	.012	.001																
	.1	.068	.019	.015	.005																
	.2	.125	.047	.020	.010																
	.3	.175	.081	.026	.015	.002															
	.4	.223	.118	.045	.020	.008															
	.5	.268	.156	.077	.026	.013															

$\varepsilon_s = .20\text{‰}$	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_1 = M_1/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85\ f_{cd}$

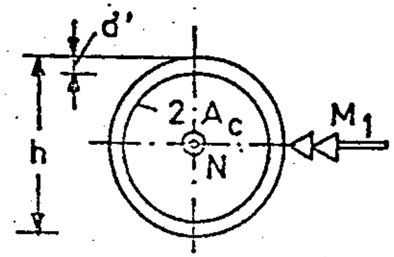
TABLE CD 24/10. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR CIRCULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT

EPSS= 2.40 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.039	.069	.088	.098	.100	.094	.080	.057	.028										
	.1	.071	.100	.132	.135	.141	.138	.131	.121	.105	.083	.056	.027								
	.2	.131	.157	.172	.181	.184	.178	.170	.160	.147	.130	.109	.083	.055	.027						
	.3	.189	.208	.220	.226	.227	.220	.210	.199	.187	.172	.155	.134	.109	.083	.056	.028				
	.4	.243	.258	.268	.271	.270	.263	.252	.240	.227	.213	.198	.181	.160	.136	.109	.083	.056	.028		
	.5	.295	.306	.314	.315	.314	.306	.294	.282	.268	.255	.240	.223	.206	.185	.162	.136	.110	.084	.057	.028
10	0.0	.000	.033	.055	.070	.077	.076	.067	.052	.028	.007										
	.1	.071	.090	.103	.112	.114	.108	.099	.088	.071	.049	.024	.004								
	.2	.131	.146	.154	.158	.156	.147	.136	.124	.109	.092	.070	.045	.022	.004						
	.3	.189	.199	.203	.204	.199	.189	.175	.161	.147	.131	.112	.091	.066	.042	.021	.005				
	.4	.243	.249	.252	.248	.243	.231	.216	.201	.185	.169	.152	.133	.112	.088	.063	.041	.021	.007		
	.5	.295	.297	.299	.293	.286	.274	.257	.241	.225	.208	.191	.173	.154	.133	.109	.084	.061	.040	.021	.008
20	0.0	.000	.025	.039	.044	.042	.034	.020	.003												
	.1	.071	.069	.066	.060	.057	.050	.039	.024	.005											
	.2	.131	.118	.108	.097	.080	.068	.057	.044	.023	.009										
	.3	.189	.170	.156	.139	.120	.097	.079	.065	.050	.033	.014	.000								
	.4	.243	.221	.203	.183	.161	.134	.111	.091	.074	.057	.039	.020	.003							
	.5	.295	.271	.251	.227	.204	.176	.147	.123	.103	.083	.065	.047	.028	.008						
30	0.0	.000	.019	.024	.021	.010															
	.1	.071	.043	.032	.023	.019	.005														
	.2	.131	.086	.054	.037	.028	.016	.000													
	.3	.189	.132	.092	.054	.038	.026	.011													
	.4	.243	.180	.132	.089	.052	.036	.022	.006												
	.5	.295	.229	.175	.128	.079	.050	.033	.017	.001											
.40	0.0	.000	.014	.012	.001																
	.1	.071	.019	.016	.006																
	.2	.131	.050	.021	.011																
	.3	.189	.090	.029	.017	.004															
	.4	.243	.132	.054	.023	.010															
	.5	.295	.177	.092	.032	.016	.001														

$\varepsilon_s = .24\ \%$	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_1 = M_1/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\ total}$

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0{,}85 f_{cd}$

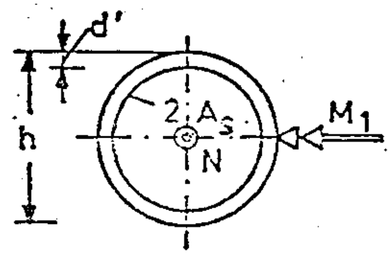
TABLE CD 24/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_1 = M_1/N_c h$ FOR CIRCULAR CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT

EPSS= 2.40 D /H= .15

ℓ/h	ω\ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.039	.069	.088	.098	.100	.094	.080	.057	.028										
	.1	.068	.095	.115	.128	.132	.130	.125	.115	.101	.080	.053	.026								
	.2	.121	.143	.158	.156	.167	.163	.157	.148	.137	.121	.102	.078	.051	.025						
	.3	.171	.137	.198	.203	.202	.197	.189	.181	.170	.158	.142	.124	.102	.076	.051	.024				
	.4	.216	.228	.236	.240	.238	.231	.223	.214	.204	.192	.179	.163	.145	.124	.100	.075	.050	.025		
	.5	.258	.269	.274	.276	.273	.266	.257	.247	.237	.226	.214	.200	.184	.166	.147	.123	.099	.075	.050	.025
10	0.0	.000	.033	.053	.070	.077	.076	.067	.052	.028	.007										
	.1	.068	.085	.097	.104	.105	.100	.093	.082	.057	.045	.021	.002								
	.2	.121	.133	.140	.143	.140	.132	.123	.112	.099	.083	.063	.039	.017	.001						
	.3	.171	.177	.182	.181	.175	.165	.154	.142	.130	.116	.099	.080	.057	.034	.015	.002				
	.4	.216	.219	.220	.218	.210	.198	.186	.174	.161	.147	.132	.115	.097	.076	.052	.031	.014	.003		
	.5	.258	.261	.258	.254	.246	.233	.219	.206	.193	.179	.164	.149	.132	.113	.093	.070	.048	.029	.014	.004
20	0.0	.000	.025	.039	.044	.042	.034	.020	.003												
	.1	.068	.063	.059	.055	.052	.046	.035	.020	.003											
	.2	.121	.107	.094	.079	.066	.058	.049	.036	.021	.004										
	.3	.171	.150	.132	.114	.092	.074	.063	.051	.038	.021	.005									
	.4	.216	.193	.172	.151	.127	.101	.081	.067	.054	.039	.023	.006								
	.5	.258	.236	.211	.188	.163	.134	.108	.086	.070	.056	.041	.024	.007							
30	0.0	.000	.019	.024	.021	.010															
	.1	.068	.036	.029	.020	.017	.003														
	.2	.121	.073	.040	.032	.023	.011														
	.3	.171	.111	.068	.040	.030	.019	.005													
	.4	.216	.152	.102	.055	.037	.026	.013													
	.5	.258	.193	.136	.083	.048	.033	.020	.006												
40	0.0	.000	.014	.012	.001																
	.1	.068	.017	.015	.004																
	.2	.121	.036	.018	.008																
	.3	.171	.069	.022	.013																
	.4	.216	.104	.030	.017	.004															
	.5	.258	.139	.050	.021	.008															

$\varepsilon_s = .24\,‰$	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_1 = M_1/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\ total}$

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0{,}85\ f_{cd}$

.... 20,19. ..LAT... E....RNAL .OME... μ_x - M_x/..$_c$.l F..

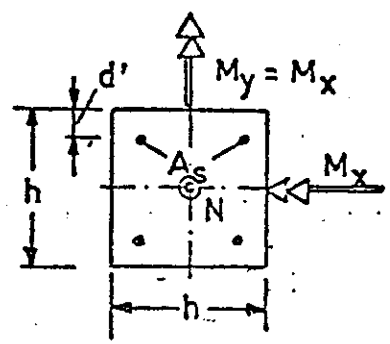
SQUARE CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.073	.091	.102	.110	.116	.116	.110	.102	.089	.074	.055	.035								
	.2	.129	.137	.144	.151	.155	.156	.149	.139	.129	.115	.099	.080	.062	.039						
	.3	.173	.180	.186	.191	.195	.197	.189	.179	.167	.155	.140	.124	.105	.087	.067	.042				
	.4	.217	.222	.227	.231	.235	.237	.230	.219	.207	.195	.181	.165	.149	.131	.112	.093	.072	.044		
	.5	.259	.263	.268	.272	.275	.277	.272	.260	.247	.235	.222	.207	.190	.174	.156	.137	.119	.099	.078	.044
10	0.0	.000	.030	.046	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.073	.086	.093	.100	.103	.101	.094	.085	.071	.055	.037	.017								
	.2	.129	.132	.136	.140	.143	.141	.132	.121	.109	.094	.078	.059	.041	.020						
	.3	.173	.176	.178	.180	.182	.182	.171	.160	.147	.133	.117	.101	.082	.063	.044	.022				
	.4	.217	.218	.219	.221	.222	.221	.212	.199	.186	.172	.157	.140	.124	.105	.086	.067	.047	.024		
	.5	.259	.259	.260	.261	.261	.261	.254	.240	.226	.211	.197	.180	.164	.146	.128	.109	.090	.070	.050	.025
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.073	.071	.074	.076	.070	.063	.055	.043	.030	.016	.004									
	.2	.129	.119	.116	.116	.109	.096	.084	.073	.060	.045	.030	.016	.005							
	.3	.173	.163	.157	.155	.148	.136	.119	.104	.090	.075	.060	.045	.030	.017	.007	.000				
	.4	.217	.205	.199	.195	.168	.177	.159	.140	.123	.107	.091	.075	.059	.044	.030	.018	.008	.002		
	.5	.259	.247	.239	.235	.227	.216	.200	.180	.160	.141	.124	.107	.090	.074	.058	.043	.029	.019	.009	.003
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.073	.054	.050	.041	.034	.025	.014	.002												
	.2	.129	.100	.089	.078	.060	.046	.034	.021	.008											
	.3	.173	.144	.129	.118	.095	.076	.059	.044	.029	.015	.001									
	.4	.217	.187	.170	.157	.133	.109	.089	.072	.054	.038	.023	.005								
	.5	.259	.229	.211	.197	.173	.145	.122	.101	.083	.064	.048	.031	.016	.001						
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.073	.040	.025	.018	.010															
	.2	.129	.079	.057	.032	.021	.009														
	.3	.173	.121	.095	.065	.036	.022	.009													
	.4	.217	.165	.134	.105	.067	.039	.022	.008												
	.5	.259	.208	.174	.145	.104	.069	.040	.022	.007											

$\varepsilon_s = .20\%$	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85 f_{cd}$

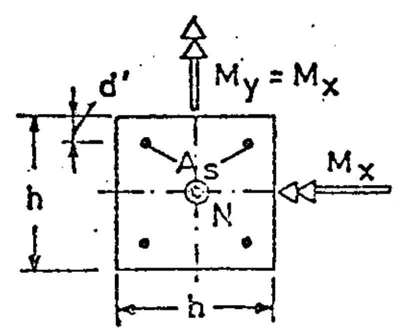
TABLE SC 20/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_x = M_x/N_c h$ FOR SQUARE CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .15

ℓ/h	ω\ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.056	.086	.097	.105	.111	.109	.104	.097	.085	.070	.052	.032								
	.2	.118	.127	.134	.141	.145	.142	.136	.128	.119	.106	.091	.074	.056	.035						
	.3	.158	.165	.171	.176	.180	.177	.169	.161	.151	.140	.127	.112	.095	.078	.059	.038				
	.4	.157	.202	.207	.211	.215	.212	.203	.194	.184	.174	.162	.148	.133	.117	.099	.082	.063	.039		
	.5	.234	.238	.243	.247	.250	.247	.238	.228	.218	.207	.196	.183	.169	.154	.138	.121	.104	.086	.067	.039
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.066	.081	.068	.095	.098	.094	.088	.079	.067	.052	.034	.015								
	.2	.118	.122	.126	.130	.132	.127	.119	.110	.099	.085	.070	.053	.035	.015						
	.3	.158	.161	.163	.165	.167	.161	.151	.141	.130	.118	.104	.089	.072	.054	.036	.017				
	.4	.157	.198	.199	.201	.202	.196	.185	.174	.163	.151	.138	.123	.107	.091	.073	.056	.037	.017		
	.5	.234	.234	.235	.236	.236	.232	.220	.208	.196	.183	.170	.157	.141	.126	.109	.092	.075	.057	.039	.018
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.066	.066	.068	.068	.063	.057	.049	.039	.026	.012	.001									
	.2	.118	.109	.104	.104	.094	.083	.074	.063	.051	.038	.024	.010	.000							
	.3	.158	.148	.141	.139	.129	.114	.100	.089	.077	.063	.049	.035	.021	.009	.000					
	.4	.157	.185	.178	.174	.164	.149	.131	.116	.103	.089	.075	.061	.046	.032	.019	.008	.001			
	.5	.234	.222	.214	.208	.198	.184	.165	.147	.130	.116	.102	.087	.073	.058	.043	.029	.018	.009	.002	
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.066	.049	.042	.035	.030	.021	.011	.000												
	.2	.118	.087	.075	.061	.045	.035	.025	.013	.001											
	.3	.152	.127	.110	.096	.072	.054	.040	.028	.016	.003										
	.4	.157	.166	.145	.131	.105	.082	.062	.045	.032	.019	.006									
	.5	.234	.203	.181	.166	.138	.112	.089	.069	.051	.036	.022	.008								
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.066	.033	.022	.016	.007															
	.2	.118	.068	.040	.024	.015	.004														
	.3	.158	.102	.073	.039	.024	.013	.001													
	.4	.157	.139	.107	.071	.037	.022	.010													
	.5	.234	.177	.140	.106	.063	.034	.019	.007												

ε_s = .20‰	d'/h = .15

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85 f_{cd}$

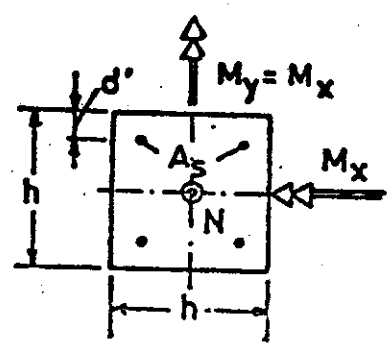
SQUARE CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.40   D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.069	.089	.101	.110	.116	.113	.108	.100	.087	.071	.053	.031								
	.2	.126	.135	.144	.151	.156	.150	.144	.135	.125	.110	.094	.075	.056	.033						
	.3	.171	.173	.185	.191	.195	.189	.181	.171	.161	.148	.133	.117	.098	.079	.058	.035				
	.4	.215	.221	.226	.231	.235	.229	.219	.209	.198	.186	.172	.156	.140	.121	.102	.082	.060	.038		
	.5	.257	.262	.267	.271	.275	.269	.258	.247	.235	.223	.210	.195	.179	.162	.144	.125	.106	.084	.063	.042
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.069	.034	.093	.100	.103	.098	.092	.083	.069	.053	.035	.015								
	.2	.126	.130	.135	.140	.142	.135	.127	.117	.105	.090	.074	.055	.036	.015						
	.3	.171	.174	.177	.180	.182	.174	.163	.152	.141	.127	.111	.094	.075	.057	.036	.016				
	.4	.215	.216	.218	.220	.222	.213	.201	.189	.177	.163	.148	.132	.115	.096	.077	.057	.037	.018		
	.5	.257	.258	.259	.261	.262	.253	.240	.227	.214	.200	.186	.170	.153	.136	.117	.098	.079	.058	.039	.020
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.069	.069	.071	.072	.066	.059	.051	.040	.027	.012	.001									
	.2	.126	.117	.113	.112	.103	.091	.080	.069	.055	.041	.025	.010								
	.3	.171	.161	.155	.152	.142	.127	.112	.098	.085	.070	.055	.039	.023	.008						
	.4	.215	.204	.196	.192	.182	.166	.148	.131	.116	.101	.085	.069	.052	.036	.021	.008				
	.5	.257	.246	.237	.233	.223	.205	.185	.167	.148	.133	.116	.100	.083	.066	.050	.034	.020	.008	.000	
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.069	.052	.045	.037	.031	.022	.012	.000												
	.2	.126	.095	.083	.067	.049	.033	.027	.014	.002											
	.3	.171	.140	.122	.106	.053	.062	.045	.032	.018	.004										
	.4	.215	.183	.162	.147	.120	.095	.073	.053	.037	.022	.007									
	.5	.257	.226	.203	.187	.159	.130	.106	.082	.062	.043	.027	.011								
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.069	.035	.023	.017	.008															
	.2	.126	.074	.045	.027	.017	.005														
	.3	.171	.113	.083	.046	.027	.015	.003													
	.4	.215	.157	.121	.084	.045	.027	.013	.000												
	.5	.257	.200	.161	.123	.078	.043	.025	.010												

$\varepsilon_s = .24\ \%$	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\,total}$

$f_s = f_{yd} \quad f_c = 0,85\, f_{cd}$

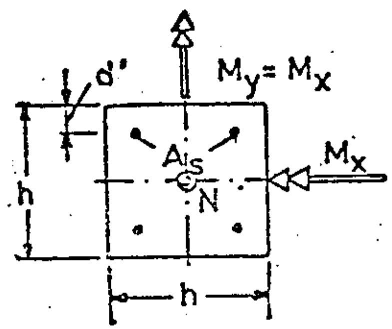
TABLE SC 24/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_x = M_x/N_c h$ FOR
SQUARE CROSS SECTION - CORNER REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.40 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.064	.083	.095	.105	.108	.107	.102	.095	.083	.068	.050	.029								
	.2	.111	.122	.132	.141	.141	.137	.132	.125	.115	.102	.087	.069	.051	.029						
	.3	.150	.160	.169	.176	.175	.169	.163	.155	.146	.135	.122	.107	.089	.071	.051	.030				
	.4	.188	.197	.205	.211	.210	.202	.195	.186	.177	.167	.155	.141	.126	.108	.091	.072	.052	.032		
	.5	.225	.233	.240	.246	.244	.236	.227	.218	.209	.198	.187	.174	.160	.145	.128	.110	.093	.073	.054	.035
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.064	.078	.087	.094	.095	.092	.086	.078	.065	.050	.032	.013								
	.2	.111	.118	.124	.130	.128	.122	.115	.106	.096	.082	.067	.049	.031	.012						
	.3	.150	.156	.161	.165	.162	.154	.145	.136	.125	.114	.099	.084	.066	.048	.029	.012				
	.4	.168	.192	.197	.200	.196	.186	.177	.166	.156	.144	.131	.116	.101	.083	.066	.047	.029	.012		
	.5	.225	.229	.233	.236	.231	.220	.209	.198	.186	.174	.162	.146	.133	.118	.100	.083	.065	.047	.029	.013
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.064	.063	.065	.064	.058	.053	.045	.035	.022	.008										
	.2	.111	.104	.100	.098	.088	.077	.067	.056	.044	.031	.016	.003								
	.3	.150	.142	.137	.133	.122	.107	.094	.081	.069	.056	.042	.026	.012	.000						
	.4	.168	.180	.173	.168	.156	.139	.123	.108	.095	.081	.067	.052	.037	.022	.008					
	.5	.225	.217	.210	.203	.190	.171	.154	.137	.122	.106	.093	.078	.063	.047	.032	.018	.005			
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.064	.047	.037	.033	.028	.019	.009													
	.2	.111	.082	.069	.050	.039	.030	.020	.008												
	.3	.150	.121	.103	.082	.057	.043	.032	.020	.008											
	.4	.188	.159	.136	.117	.099	.063	.046	.033	.021	.008										
	.5	.225	.196	.171	.152	.122	.093	.068	.049	.035	.021	.008									
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.064	.029	.020	.015	.006															
	.2	.111	.062	.031	.021	.012	.002														
	.3	.150	.096	.060	.030	.019	.008														
	.4	.188	.130	.091	.048	.027	.016	.004													
	.5	.225	.167	.126	.080	.040	.024	.011													

ε_s = .24 ‰	d'/h = .15

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $\quad f_c = 0{,}85\ f_{cd}$

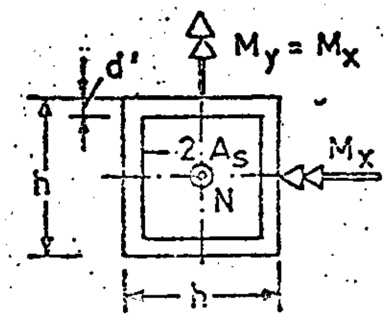
TABLE SD 20/10. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_x = M_x/N_c h$ FOR SQUARE CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.061	.082	.097	.104	.108	.106	.102	.095	.084	.070	.051	.031								
	.2	.109	.123	.133	.138	.140	.137	.132	.125	.117	.105	.091	.073	.054	.032						
	.3	.151	.163	.169	.172	.173	.169	.163	.156	.147	.138	.125	.111	.094	.075	.056	.032				
	.4	.190	.200	.203	.205	.206	.201	.195	.188	.179	.169	.159	.140	.132	.115	.097	.078	.057	.033		
	.5	.229	.235	.238	.239	.238	.233	.227	.219	.211	.201	.191	.180	.166	.153	.136	.118	.100	.080	.058	.033
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.016										
	.1	.061	.077	.088	.093	.095	.092	.086	.078	.066	.051	.033	.014								
	.2	.109	.119	.125	.127	.127	.122	.115	.107	.097	.084	.069	.051	.033	.014						
	.3	.151	.158	.161	.161	.159	.153	.145	.137	.127	.116	.102	.086	.070	.052	.032	.014				
	.4	.190	.196	.196	.195	.192	.185	.177	.167	.157	.146	.134	.120	.106	.089	.070	.052	.032	.015		
	.5	.229	.231	.230	.228	.225	.217	.209	.199	.188	.177	.165	.153	.139	.124	.107	.089	.070	.051	.032	.015
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.061	.064	.065	.064	.059	.053	.046	.036	.024	.011	.000									
	.2	.109	.106	.101	.095	.087	.077	.067	.058	.046	.033	.020	.007								
	.3	.151	.146	.137	.129	.115	.106	.092	.080	.069	.056	.043	.029	.016	.005						
	.4	.190	.183	.173	.162	.152	.137	.122	.107	.093	.080	.067	.053	.039	.026	.013	.004				
	.5	.229	.219	.208	.196	.184	.169	.153	.137	.121	.105	.091	.077	.064	.049	.036	.022	.011	.003		
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.061	.047	.039	.033	.028	.020	.010													
	.2	.109	.085	.068	.052	.040	.031	.021	.010												
	.3	.151	.124	.101	.081	.060	.045	.034	.022	.011	.000										
	.4	.190	.163	.136	.112	.088	.065	.049	.036	.024	.012	.000									
	.5	.229	.199	.170	.145	.118	.093	.070	.053	.038	.025	.013	.001								
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.061	.030	.021	.015	.006															
	.2	.109	.062	.033	.022	.013	.003														
	.3	.151	.097	.060	.031	.020	.009														
	.4	.190	.134	.091	.052	.029	.017	.006													
	.5	.229	.171	.122	.080	.044	.025	.013	.002												

$\varepsilon_s = .20$ %	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85 f_{cd}$

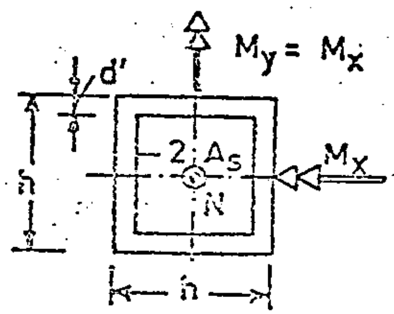
TABLE SD 20/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_x = M_x/N_c h$ FOR SQUARE CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.00 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.039										
	.1	.058	.078	.091	.098	.102	.101	.097	.091	.081	.067	.049	.030								
	.2	.100	.113	.121	.127	.123	.125	.122	.116	.109	.098	.085	.066	.051	.030						
	.3	.135	.145	.151	.155	.154	.151	.147	.141	.134	.126	.115	.102	.087	.070	.051	.030				
	.4	.169	.175	.180	.183	.181	.178	.172	.166	.160	.152	.143	.132	.119	.105	.088	.071	.052	.030		
	.5	.200	.205	.208	.211	.209	.204	.193	.192	.185	.178	.170	.160	.149	.136	.123	.107	.090	.072	.052	.030
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.058	.073	.032	.068	.088	.086	.081	.074	.063	.049	.031	.013								
	.2	.100	.109	.114	.116	.114	.110	.104	.097	.089	.077	.064	.047	.030	.012						
	.3	.135	.141	.143	.144	.141	.135	.129	.121	.113	.104	.092	.078	.063	.046	.028	.011				
	.4	.169	.171	.172	.172	.168	.162	.154	.146	.138	.128	.118	.106	.093	.079	.061	.044	.027	.011		
	.5	.200	.201	.201	.200	.195	.168	.180	.171	.163	.153	.144	.133	.121	.107	.094	.077	.060	.043	.026	.012
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.058	.059	.060	.057	.053	.049	.042	.033	.021	.008										
	.2	.100	.096	.090	.084	.074	.065	.057	.049	.038	.027	.014	.003								
	.3	.135	.123	.120	.112	.101	.088	.076	.066	.056	.045	.033	.021	.008	.000						
	.4	.169	.159	.150	.140	.127	.113	.099	.086	.074	.063	.052	.040	.028	.015	.004					
	.5	.200	.189	.178	.168	.154	.139	.124	.109	.095	.083	.071	.059	.047	.034	.022	.010	.001			
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.058	.042	.034	.030	.025	.017	.007													
	.2	.100	.075	.056	.041	.033	.025	.016	.006												
	.3	.135	.107	.083	.061	.044	.034	.025	.015	.004											
	.4	.169	.139	.112	.087	.062	.045	.034	.024	.013	.003										
	.5	.200	.169	.141	.114	.066	.062	.045	.033	.023	.012	.001									
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.058	.025	.019	.013	.005															
	.2	.100	.052	.025	.018	.010	.000														
	.3	.135	.081	.041	.023	.014	.005														
	.4	.169	.111	.066	.031	.019	.010	.000													
	.5	.200	.142	.092	.048	.026	.015	.005													

$\varepsilon_s = .20\%$	$d'/h = .15$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s/N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_{s\cdot total}$

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85 f_{cd}$

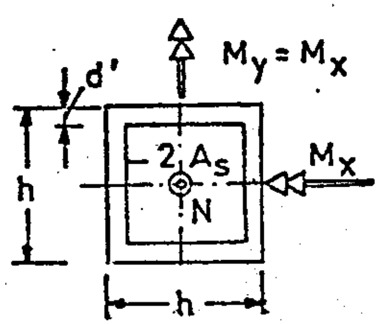
SQUARE CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.40   D /h= .10

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.060	.051	.094	.102	.104	.104	.100	.093	.082	.067	.050	.029								
	.2	.106	.120	.128	.133	.133	.131	.127	.120	.112	.100	.086	.069	.051	.029						
	.3	.146	.155	.161	.164	.162	.159	.154	.148	.140	.131	.118	.105	.088	.071	.051	.029				
	.4	.183	.189	.193	.195	.192	.188	.183	.176	.163	.159	.149	.136	.123	.106	.090	.072	.051	.029		
	.5	.217	.222	.224	.225	.222	.217	.212	.204	.196	.188	.178	.167	.155	.141	.125	.109	.092	.073	.052	.030
10.	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.060	.076	.085	.091	.091	.089	.083	.076	.064	.049	.031	.012								
	.2	.106	.115	.120	.122	.120	.116	.109	.102	.093	.080	.065	.048	.030	.011						
	.3	.146	.151	.153	.153	.149	.143	.137	.128	.119	.109	.096	.082	.064	.048	.029	.011				
	.4	.183	.165	.185	.184	.178	.172	.165	.156	.146	.176	.125	.112	.098	.081	.064	.047	.028	.011		
	.5	.217	.218	.217	.215	.208	.201	.193	.184	.174	.164	.153	.141	.128	.114	.097	.081	.064	.046	.027	.012
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.060	.062	.062	.059	.055	.050	.043	.033	.020	.007										
	.2	.106	.102	.096	.090	.080	.069	.061	.051	.040	.027	.013	.001								
	.3	.146	.138	.130	.121	.109	.096	.083	.071	.060	.047	.034	.020	.006							
	.4	.183	.172	.162	.152	.138	.124	.110	.096	.083	.070	.055	.043	.028	.014	.002					
	.5	.217	.206	.194	.183	.167	.153	.138	.122	.107	.093	.080	.065	.051	.037	.022	.009				
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.019	.009														
	.1	.060	.044	.035	.031	.026	.018	.008													
	.2	.106	.080	.061	.044	.035	.027	.017	.006												
	.3	.146	.117	.092	.068	.048	.037	.027	.016	.005											
	.4	.183	.152	.124	.098	.071	.051	.038	.027	.015	.003										
	.5	.217	.186	.156	.129	.099	.072	.052	.038	.026	.014	.002									
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.060	.025	.019	.014	.005															
	.2	.106	.036	.027	.019	.011	.000														
	.3	.146	.089	.047	.025	.016	.006														
	.4	.183	.123	.075	.037	.022	.012	.001													
	.5	.217	.158	.106	.058	.030	.018	.007													

$\varepsilon_s = .24\ \%$	$d'/h = .10$

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85\ f_{cd}$

TABLE SD 24/15. RELATIVE EXTERNAL MOMENT $\mu_x = M_x/N_c h$ FOR

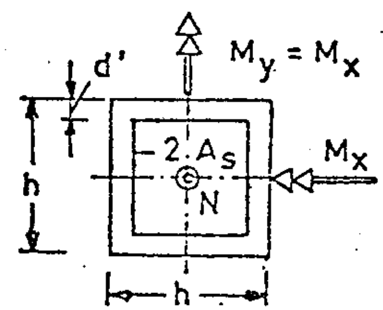
SQUARE CROSS SECTION - DISTRIBUTED REINFORCEMENT - DIAGONAL PLANE

EPSS= 2.40 D /H= .15

ℓ/h	ω \ ν	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
0	0.0	.000	.034	.056	.070	.076	.078	.074	.064	.049	.030										
	.1	.057	.076	.088	.095	.098	.098	.095	.089	.079	.065	.047	.028								
	.2	.097	.109	.116	.120	.120	.119	.116	.111	.105	.093	.080	.064	.047	.026						
	.3	.130	.138	.143	.144	.143	.141	.137	.133	.127	.119	.103	.096	.080	.054	.046	.026				
	.4	.160	.165	.169	.168	.166	.163	.159	.155	.149	.143	.134	.123	.111	.096	.081	.054	.046	.026		
	.5	.188	.192	.194	.192	.189	.186	.181	.177	.171	.165	.156	.149	.138	.126	.112	.097	.081	.064	.046	.026
10	0.0	.000	.030	.048	.059	.064	.064	.059	.048	.033	.015										
	.1	.057	.071	.080	.084	.085	.083	.079	.072	.061	.046	.029	.010								
	.2	.097	.104	.108	.109	.107	.103	.099	.093	.085	.073	.059	.043	.026	.008						
	.3	.130	.134	.135	.133	.130	.125	.120	.114	.106	.097	.085	.072	.057	.041	.024	.007				
	.4	.160	.161	.162	.158	.153	.147	.141	.135	.128	.120	.110	.095	.035	.076	.055	.039	.022	.007		
	.5	.188	.188	.187	.182	.176	.169	.163	.156	.149	.141	.133	.123	.110	.098	.083	.069	.053	.037	.021	.008
20	0.0	.000	.024	.036	.041	.041	.036	.028	.015	.003											
	.1	.057	.057	.057	.053	.051	.047	.040	.030	.018	.005										
	.2	.097	.091	.085	.077	.067	.059	.052	.043	.033	.020	.008									
	.3	.130	.121	.112	.101	.089	.078	.067	.057	.048	.036	.024	.011	.001							
	.4	.160	.149	.139	.125	.112	.099	.087	.074	.063	.052	.041	.029	.016	.003						
	.5	.188	.176	.164	.150	.135	.121	.107	.094	.082	.069	.058	.046	.033	.020	.008					
30	0.0	.000	.019	.025	.024	.018	.009														
	.1	.057	.040	.031	.029	.024	.016	.006													
	.2	.097	.070	.049	.036	.030	.023	.013	.003												
	.3	.130	.101	.074	.050	.038	.029	.020	.010	.000											
	.4	.160	.129	.101	.072	.049	.037	.023	.018	.007											
	.5	.158	.156	.127	.096	.067	.047	.036	.025	.015	.004										
40	0.0	.000	.014	.015	.009	.000															
	.1	.057	.021	.018	.013	.004															
	.2	.097	.046	.022	.016	.008															
	.3	.130	.072	.031	.020	.012	.002														
	.4	.160	.101	.050	.025	.016	.007														
	.5	.188	.129	.074	.033	.020	.011	.001													

ε_s = .24‰	d'/h = .15

$\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}$



$\nu = N/N_c$

$\mu_x = M_x/N_c h$

$\omega = f_s A_s / N_c$

$N_c = f_c A_c$

$A_s = \frac{1}{2} A_s$ total

$f_s = f_{yd}$ $f_c = 0,85 f_{cd}$

Anexo nº3

(tabelas publicadas pelo Boletim 103 do C.E.B.)

Table 23-1: Curvature coefficient ϑ for a rectangular cross section, corner reinforcement, $\varepsilon_s = 0.2$ %

d'/h = 0.10

ℓ/h	ω \ ν	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.64	.66	.59	.52	.46	.51	.54	.55	.43										
	.1	.82	.83	.69	.58	.58	.61	.62	.62	.63	.55	.36								
	.2	.94	.94	.71	.58	.59	.64	.63	.70	.72	.70	.65	.51	.30						
	.3	1.00	1.00	.72	.59	.59	.66	.71	.75	.73	.78	.77	.73	.63	.46	.26				
	.4	1.09	1.03	.71	.59	.60	.67	.73	.78	.82	.85	.85	.84	.81	.72	.59	.42	.23		
	.5	1.06	1.04	.72	.59	.60	.68	.75	.81	.86	.90	.92	.92	.91	.89	.81	.70	.55	.40	.21
20	0.0	.33	.36	.36	.34	.32	.35	.38	.34											
	.1	.50	.54	.52	.53	.48	.46	.45	.45	.44	.36									
	.2	.60	.60	.55	.55	.55	.55	.53	.52	.51	.50	.44	.36							
	.3	.66	.63	.57	.55	.58	.61	.61	.60	.58	.57	.55	.51	.44	.34					
	.4	.73	.66	.59	.55	.59	.65	.66	.66	.66	.64	.63	.61	.58	.52	.44	.33	.19		
	.5	.76	.69	.59	.55	.60	.67	.70	.72	.72	.71	.70	.68	.66	.63	.58	.52	.42	.32	.18
30	0.0	.21	.24	.25	.24	.24														
	.1	.43	.46	.46	.40	.35	.35	.36												
	.2	.49	.50	.51	.51	.45	.44	.44	.43											
	.3	.53	.53	.52	.52	.50	.52	.52	.51	.50	.49									
	.4	.56	.55	.52	.53	.52	.55	.57	.58	.57	.57	.56								
	.5	.58	.57	.54	.53	.53	.58	.61	.62	.63	.63	.62	.61	.59						
40	0.0	.15	.17	.18	.18															
	.1	.40	.38	.32	.28															
	.2	.45	.46	.45	.38	.32														
	.3	.48	.49	.50	.47	.40	.39													
	.4	.50	.51	.50	.51	.46	.46	.45												
	.5	.52	.52	.51	.51	.50	.52	.52	.51											

d'/h = 0.15

ℓ/h	ω \ ν	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.65	.67	.59	.52	.46	.51	.54	.55	.43										
	.1	.80	.77	.73	.62	.59	.62	.62	.62	.63	.55	.36								
	.2	.89	.87	.81	.62	.61	.66	.69	.71	.70	.70	.65	.52	.31						
	.3	.98	.93	.84	.62	.62	.68	.73	.77	.78	.77	.77	.74	.63	.48	.28				
	.4	1.04	.98	.86	.63	.62	.70	.76	.81	.85	.86	.85	.84	.82	.73	.60	.44	.25		
	.5	1.11	1.00	.87	.63	.63	.71	.78	.84	.89	.93	.93	.92	.91	.89	.82	.71	.57	.42	.23
20	0.0	.33	.37	.36	.34	.32	.35	.38	.34											
	.1	.51	.53	.56	.57	.48	.47	.46	.46	.45	.36									
	.2	.57	.59	.60	.60	.56	.56	.55	.54	.53	.52	.47	.36							
	.3	.64	.62	.62	.60	.59	.62	.62	.62	.60	.59	.58	.54	.47	.36					
	.4	.68	.65	.64	.60	.61	.65	.67	.68	.68	.66	.65	.64	.61	.55	.47	.36			
	.5	.73	.67	.65	.60	.62	.68	.71	.74	.75	.74	.72	.71	.70	.67	.62	.55	.46	.35	
30	0.0	.21	.24	.25	.24	.24														
	.1	.45	.48	.45	.39	.33	.34	.34												
	.2	.49	.52	.55	.53	.43	.43	.43	.42											
	.3	.54	.54	.57	.58	.52	.52	.51	.50	.50										
	.4	.56	.58	.58	.58	.55	.59	.59	.59	.58	.57									
	.5	.60	.59	.59	.59	.57	.62	.65	.66	.66	.65	.64								
40	0.0	.15	.18	.18	.18															
	.1	.42	.36	.31	.27															
	.2	.46	.49	.43	.36	.30														
	.3	.49	.51	.53	.45	.37	.37													
	.4	.51	.54	.56	.53	.44	.43													
	.5	.55	.55	.57	.58	.50	.50	.49												

$\mu_2 = \vartheta\nu(\ell/h)^2/1000$ | $\mu_2 = \vartheta(\ell/h^2)/2000$

Table 23-2: Curvature coefficient ϑ for a rectangular cross section, distributed reinforcement, $\varepsilon_s = 0.2$ %

d'/h = 0.10

ℓ/h	ω \ ν	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.64	.66	.59	.52	.46	.51	.54	.55	.43										
	.1	.99	.97	.74	.67	.60	.63	.63	.64	.65	.60	.42								
	.2	1.12	.95	.79	.70	.61	.67	.70	.73	.74	.74	.73	.63	.41						
	.3	1.09	.93	.81	.70	.63	.69	.74	.78	.81	.83	.84	.84	.79	.65	.40				
	.4	1.05	.90	.79	.70	.64	.71	.77	.82	.86	.90	.92	.93	.93	.91	.83	.65	.39		
	.5	.99	.87	.78	.70	.65	.72	.79	.85	.91	.95	.98	1.01	1.02	1.02	1.02	.97	.86	.65	.39
20	0.0	.33	.36	.36	.34	.32	.35	.38	.34											
	.1	.74	.64	.57	.53	.46	.45	.46	.47	.45	.36									
	.2	.94	.73	.63	.58	.55	.56	.55	.54	.54	.54	.49								
	.3	1.01	.77	.66	.61	.60	.63	.64	.63	.63	.62	.62	.58	.51						
	.4	.97	.77	.68	.63	.61	.69	.71	.72	.71	.71	.70	.70	.67	.61	.52				
	.5	.93	.78	.70	.65	.61	.71	.77	.79	.80	.79	.79	.78	.77	.75	.70	.62	.53		
30	0.0	.21	.24	.25	.2[illegible]	.24														
	.1	.56	.51	.43	.36	.32	.33													
	.2	.72	.59	.54	.48	.41	.41	.41												
	.3	.82	.64	.57	.54	.49	.49	.49	.49	.48										
	.4	.86	.67	.59	.56	.53	.57	.56	.56	.56	.55									
	.5	.84	.68	.61	.57	.55	.61	.64	.64	.63	.63	.63								
40	0.0	.15	.17	.18	.18															
	.1	.48	.36	.29	.26															
	.2	.59	.51	.40	.33	.28														
	.3	.68	.55	.49	.40	.34														
	.4	.72	.58	.54	.47	.40	.40													
	.5	.75	.61	.55	.53	.45	.46	.46												

d'/h = 0.15

ℓ/h	ω \ ν	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.65	.67	.59	.52	.46	.51	.54	.55	.43										
	.1	1.02	.99	.78	.67	.60	.63	.63	.64	.65	.61	.43								
	.2	1.17	1.00	.79	.70	.62	.68	.72	.73	.74	.75	.74	.64	.43						
	.3	1.08	.92	.79	.70	.63	.70	.76	.80	.83	.84	.85	.85	.80	.66	.42				
	.4	1.01	.88	.78	.70	.64	.72	.79	.84	.89	.92	.93	.95	.94	.93	.84	.67	.41		
	.5	.96	.86	.77	.70	.65	.74	.81	.88	.93	.97	1.00	1.03	1.04	1.05	1.04	.99	.88	.67	.40
20	0.0	.33	.37	.36	.34	.32	.35	.38	.34											
	.1	.75	.65	.60	.53	.44	.45	.46	.47	.46										
	.2	.94	.76	.66	.61	.56	.56	.55	.55	.55	.55	.49								
	.3	1.04	.81	.70	.63	.61	.64	.65	.64	.64	.63	.63	.60							
	.4	1.01	.83	.71	.64	.64	.69	.72	.73	.72	.72	.71	.71	.69	.63					
	.5	.95	.81	.72	.65	.65	.73	.77	.80	.81	.80	.80	.79	.79	.77	.72	.64			
30	0.0	.21	.24	.25	.24	.24														
	.1	.58	.51	.41	.35	.30	.32													
	.2	.72	.61	.55	.46	.38	.39	.40												
	.3	.82	.66	.61	.55	.46	.46	.46	.47											
	.4	.87	.70	.63	.60	.53	.54	.54	.54	.54										
	.5	.90	.73	.65	.61	.58	.61	.61	.61	.61	.61									
40	0.0	.15	.18	.18	.18															
	.1	.49	.35	.28	.25															
	.2	.60	.50	.38	.31	.26														
	.3	.69	.58	.47	.37	.31														
	.4	.75	.61	.55	.44	.37	.37													
	.5	.78	.64	.60	.50	.42	.42													

$\mu_2 = \vartheta\nu(\ell/h)^2/1000$ | $\mu_2 = \vartheta(\ell/h)^2/2000$

Table 23-3: Curvature coefficient θ for a circular cross section distributed reinforcement, $\varepsilon_s = 0.2$ %

$d'/h = 0.10$

ℓ/h	ω	ν = .1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.68	.67	.59	.54	.49	.53	.56	.57	.41										
	.1	1.08	.88	.75	.67	.60	.64	.65	.67	.68	.60	.41								
	.2	1.05	.89	.76	.68	.62	.68	.72	.75	.77	.78	.76	.64	.40						
	.3	.97	.85	.76	.69	.63	.70	.76	.81	.84	.87	.88	.88	.80	.66	.39				
	.4	.92	.83	.75	.69	.64	.72	.79	.85	.90	.93	.96	.98	.98	.95	.84	.67	.39		
	.5	.88	.81	.74	.69	.65	.73	.81	.88	.94	.98	1.02	1.05	1.07	1.08	1.07	1.00	.88	.67	.38
20	0.0	.35	.38	.36	.35	.33	.37	.38												
	.1	.80	.65	.59	.52	.44	.46	.47	.49											
	.2	.92	.73	.66	.60	.54	.56	.56	.57	.57	.55									
	.3	.90	.75	.69	.63	.60	.64	.65	.66	.66	.66	.65								
	.4	.90	.77	.72	.65	.62	.70	.73	.74	.74	.74	.74	.73	.69						
	.5	.85	.77	.73	.67	.63	.73	.79	.82	.83	.83	.83	.82	.82	.79	.72				
30	0.0	.22	.25	.25	.24															
	.1	.62	.50	.40	.34	.30														
	.2	.74	.61	.53	.44	.37	.38													
	.3	.78	.66	.60	.53	.44	.45	.46												
	.4	.81	.69	.62	.58	.51	.53	.53												
	.5	.82	.71	.64	.60	.56	.59	.60	.61											
40	0.0	.16	.18	.18																
	.1	.51	.33	.27																
	.2	.62	.47	.36	.30															
	.3	.69	.57	.44	.36															
	.4	.72	.61	.52	.42															
	.5	.74	.63	.58	.47	.39														

$d'/h = 0.15$

ℓ/h	ω	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
10	0.0	.69	.67	.59	.54	.49	.53	.56	.57	.41										
	.1	1.11	.91	.78	.68	.60	.64	.66	.67	.68	.61	.42								
	.2	1.01	.87	.76	.68	.62	.68	.73	.76	.77	.78	.77	.65	.41						
	.3	.94	.84	.75	.69	.64	.71	.77	.82	.85	.87	.88	.89	.81	.67	.40				
	.4	.89	.81	.74	.69	.64	.73	.80	.86	.91	.95	.97	.98	1.00	.96	.85	.69	.39		
	.5	.86	.79	.74	.69	.65	.74	.82	.89	.95	1.00	1.04	1.07	1.08	1.10	1.10	1.00	.89	.69	.39
20	0.0	.35	.38	.36	.35	.33	.37	.38												
	.1	.80	.67	.60	.51	.43	.45	.47	.48											
	.2	.92	.76	.68	.62	.53	.54	.56	.57	.58										
	.3	.92	.78	.71	.66	.60	.63	.64	.66	.66	.66	.64								
	.4	.89	.78	.72	.67	.64	.69	.72	.74	.75	.75	.75	.74							
	.5	.86	.78	.73	.68	.65	.73	.78	.81	.83	.84	.84	.84	.83						
30	0.0	.23	.25	.25	.24															
	.1	.62	.48	.38	.33	.29														
	.2	.74	.63	.51	.41	.35	.36													
	.3	.80	.68	.61	.50	.41	.42													
	.4	.83	.72	.65	.57	.48	.48	.49												
	.5	.83	.74	.67	.63	.54	.55	.55												
40	0.0	.16	.18	.18																
	.1	.49	.32	.26																
	.2	.63	.44	.33																
	.3	.70	.56	.41	.33															
	.4	.75	.63	.48	.38															
	.5	.77	.64	.55	.43															

$\mu_2 = \theta\nu(\ell/h)^2/1000$ | $\mu_2' = \theta(\ell/h)^2/2000$

Anexo nº 4

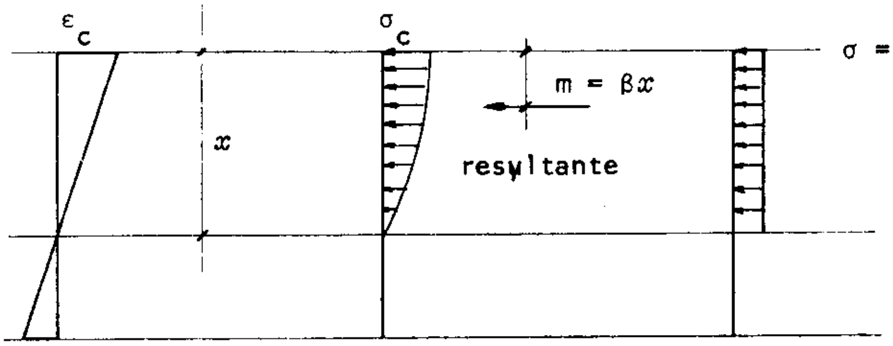


Tabela para valores de:

κ - que tranforma o diagrama parabólico em retangular de mesma resultante.

β - que dá a posição da resultante das tensões no diagrama parabólico.

ε_c	κ	β
0,9	0,38249	0,34806
1,0	0,41656	0,35000
1,1	0,44909	0,35205
1,2	0,47966	0,35417
1,3	0,50878	0,35640
1,4	0,53644	0,35872
1,5	0,56234	0,36111
1,6	0,58638	0,36365
1,7	0,60887	0,36632
1,8	0,62964	0,36907
1,9	0,64922	0,37197
2,0	0,66644	0,37506
2,1	0,68235	0,37823
2,2	0,69688	0,38141
2,3	0,70994	0,38466
2,4	0,72193	0,38779
2,5	0,73333	0,39091
2,6	0,74334	0,39386
2,7	0,75296	0,39677
2,8	0,76191	0,39957
2,9	0,76996	0,40219
3,0	0,77778	0,40477
3,1	0,78479	0,40717
3,2	0,79156	0,40951
3,3	0,79789	0,41175
3,4	0,80369	0,41384
3,5	0,80927	0,41587

Esses valores foram baseados na tabela C.E.B. - Boletim 82 {8}.

Anexo nº 5

(tabelas publicadas pelo Boletim 103 do C.E.B.)

Diagrams:

Fig. A3-1 Moment capacity for a rectangular cross section. Corner reinforcement

Fig. A3-2 Moment capacity for a rectangular cross section. Distributed reinforcement

Fig. A3-3 Moment capacity for a circular cross section. Distributed reinforcement

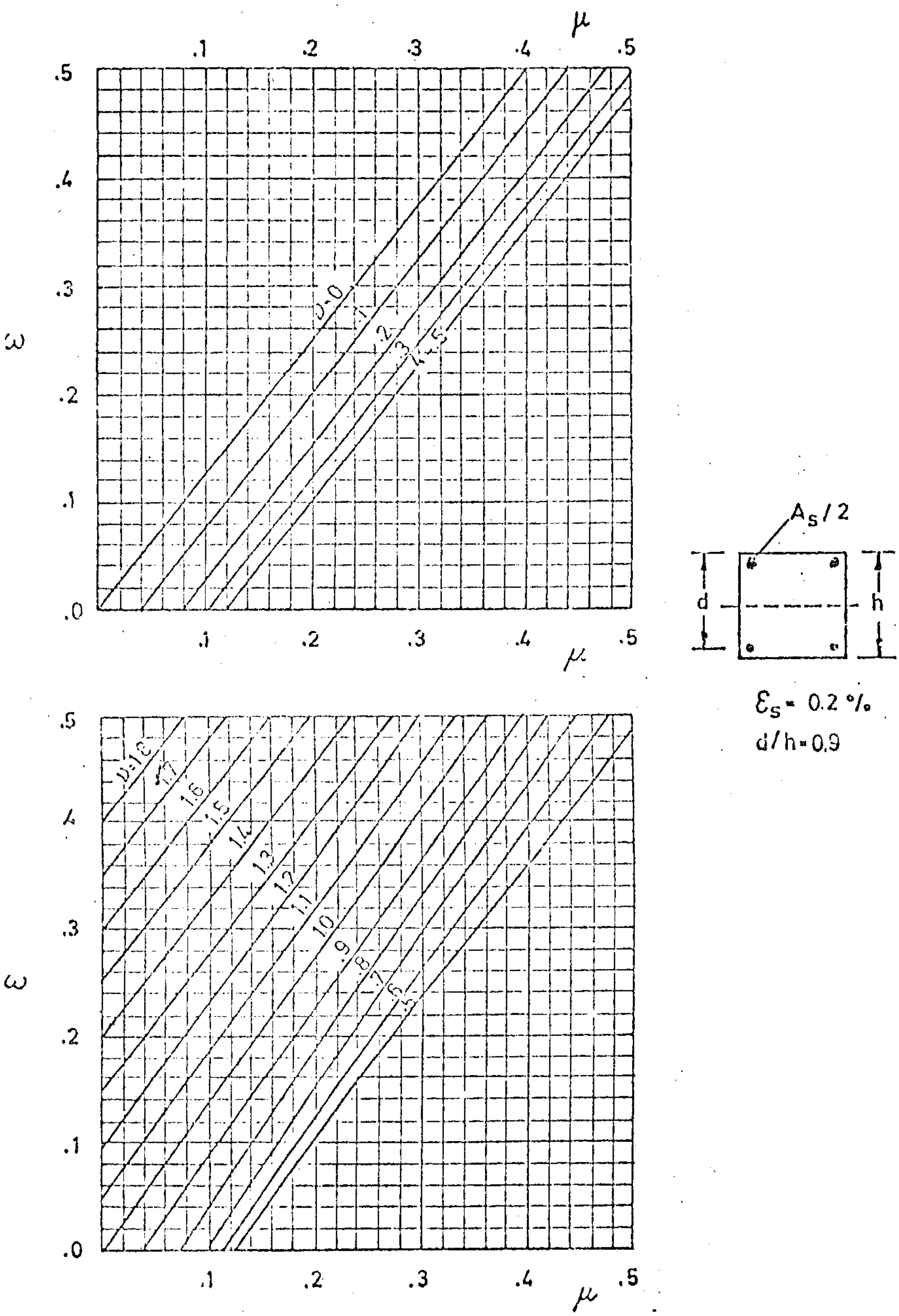


FIG. A3-1. Moment capacity for a rectangular cross section. Corner reinforcement.

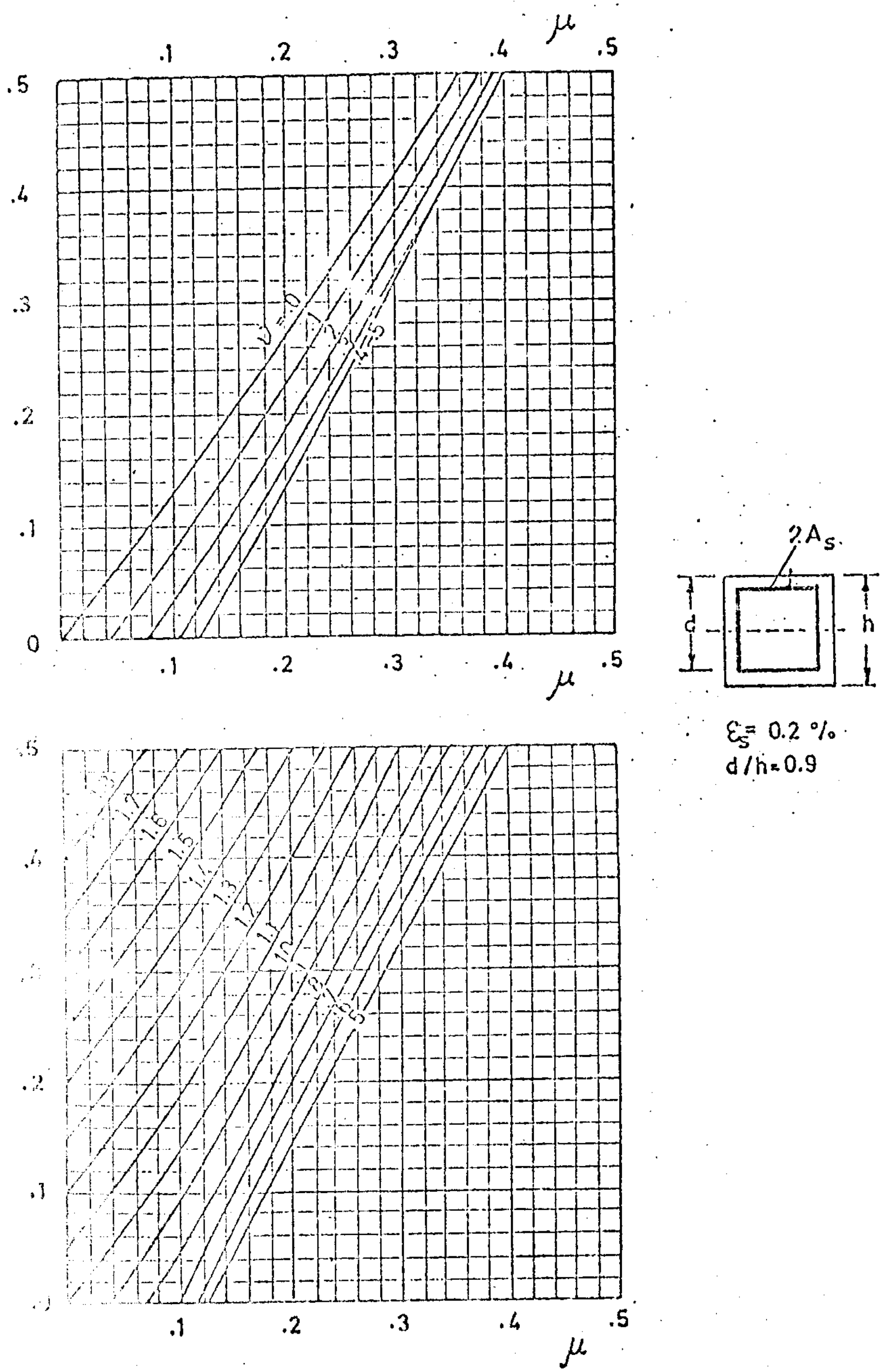


FIG. A3-2 Moment capacity for a rectangular cross section. Distributed reinforcement.

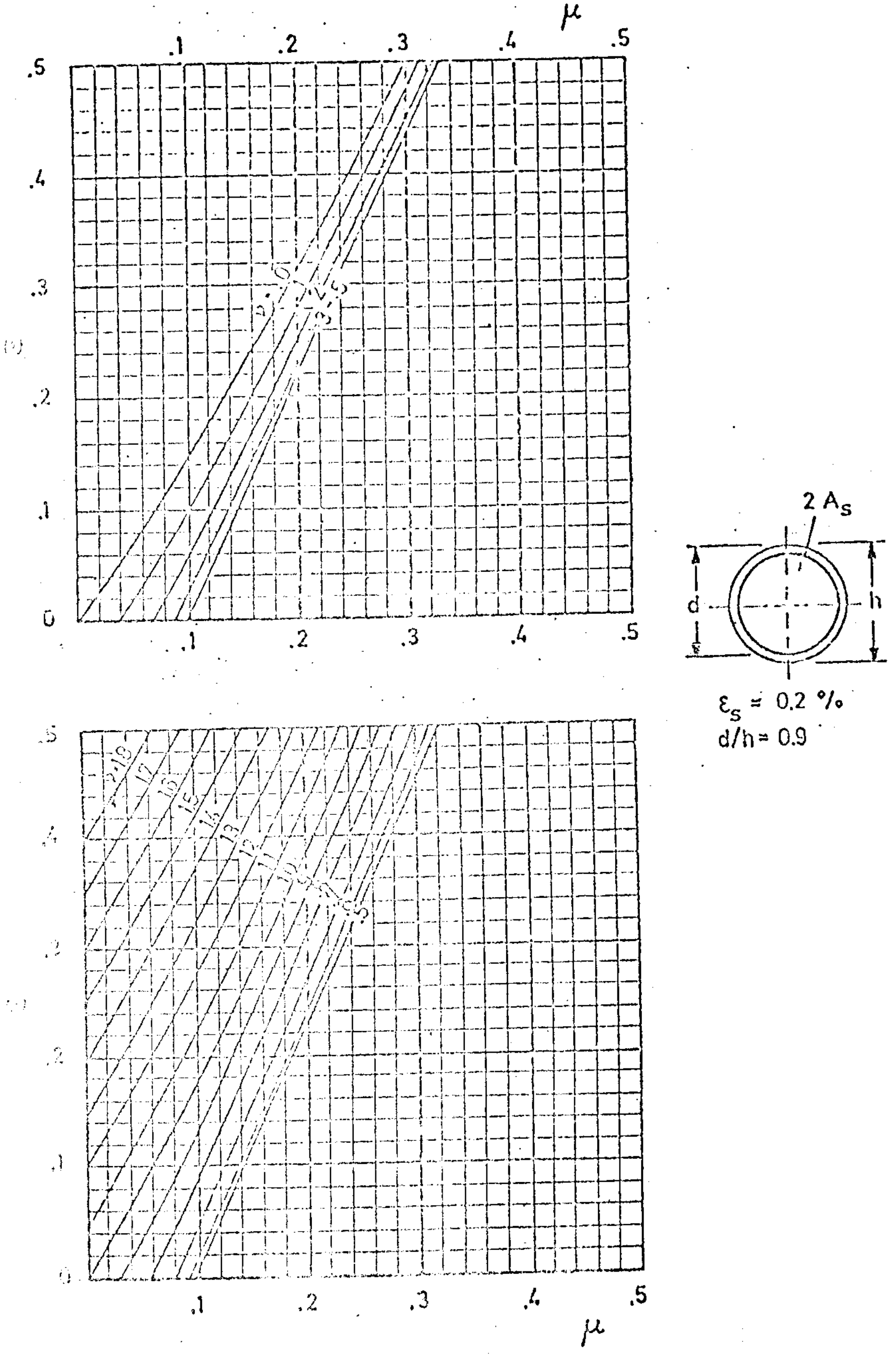


FIG. A3-3. Moment capacity for a circular cross section. Distributed reinforcement.

TABLE 242-1 MOMENT-CURVATURE FOR $\phi = 0$ RECTANGULAR SECTION, CORNER REINFORCEMENT $\varepsilon_s = 0.2$ %, $d'/h = 0.1$

(tabelas publicadas pelo Boletim 103 do C.E.B.)

$\alpha =$ 1000h/r	ω \ ν	0.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
		1000 μ =										
1	.1	27	51	68	77	80	77	72	66	60	52	44
	.2	49	67	82	92	96	95	91	86	81	75	69
	.3	68	84	97	106	111	112	109	105	101	96	91
	.4	86	100	111	120	126	128	127	123	120	116	111
	.5	104	116	127	135	141	144	144	141	138	134	131
2	.1	54	78	98	114	124	130	129	123	111	96	~~60~~
	.2	96	114	130	144	154	160	162	160	154	143	130
	.3	134	149	163	174	183	190	193	194	191	185	176
	.4	171	183	195	205	213	220	224	226	226	223	217
	.5	206	217	227	236	244	250	254	257	258	257	254
3	.1	80	104	124	141	153	159	160	151	132	106	75
	.2	142	160	175	188	198	205	208	208	193	172	144
	.3	199	213	225	236	245	251	255	257	253	235	211
	.4	253	264	274	283	291	297	302	304	304	297	276
	.5	305	314	323	331	338	344	348	351	353	352	340
4	.1	82	118	148	164	175	179	173	159	139	0	0
	.2	160	194	217	229	238	243	236	222	204	0	0
	.3	237	271	284	294	301	306	302	288	269	247	0
	.4	315	342	350	358	364	369	371	355	336	314	289
	.5	392	408	416	422	428	432	435	424	405	382	358
5	.1	83	120	152	178	192	189	180	0	0	0	0
	.2	161	197	228	256	270	262	249	0	0	0	0
	.3	239	274	306	334	348	336	320	302	0	0	0
	.4	317	352	384	413	427	412	394	373	0	0	0
	.5	395	430	462	492	506	488	468	446	422	0	0
6	.1	83	121	154	181	197	0	0	0	0	0	0
	.2	162	198	231	260	277	0	0	0	0	0	0
	.3	241	276	309	340	357	0	0	0	0	0	0
	.4	319	355	389	419	437	0	0	0	0	0	0
	.5	398	433	467	499	517	0	0	0	0	0	0
7	.1	83	122	155	183	198	0	0	0	0	0	0
	.2	163	200	233	263	278	0	0	0	0	0	0
	.3	242	278	312	343	358	0	0	0	0	0	0
	.4	320	357	391	423	438	0	0	0	0	0	0
	.5	399	435	470	503	518	0	0	0	0	0	0
8	.1	84	122	156	183	0	0	0	0	0	0	0
	.2	163	201	235	263	0	0	0	0	0	0	0
	.3	242	279	314	343	0	0	0	0	0	0	0
	.4	321	358	393	423	0	0	0	0	0	0	0
	.5	400	437	473	503	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 2.2-2 MOMENT-CURVATURE FOR $\phi = 0$ RECTANGULAR SECTION, DISTRIBUTED REINFORCEMENT $\varepsilon_s = 0.2$ %, $d'/h = 0.1$

1000 μ =

α = 2000h/r	ω \ ν = 0.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
1	.1	22	46	62	72	75	72	66	61	54	47	39
	.2	38	57	71	81	85	84	80	75	70	65	59
	.3	52	68	81	90	95	96	93	89	85	80	75
	.4	65	79	90	99	105	107	106	102	98	94	90
	.5	78	89	100	108	114	117	117	115	111	108	104
2	.1	43	67	88	103	114	119	119	112	100	84	62
	.2	75	93	109	122	132	138	141	139	133	122	109
	.3	102	117	131	142	151	158	161	162	159	153	144
	.4	128	141	152	162	171	177	181	183	183	180	174
	.5	153	163	174	183	190	197	201	204	205	204	201
3	.1	64	88	108	125	137	143	144	137	122	99	70
	.2	110	128	143	156	166	173	176	176	166	151	129
	.3	151	165	177	188	197	203	207	209	206	195	179
	.4	189	200	210	219	227	233	238	240	240	236	224
	.5	225	234	243	251	258	264	268	271	273	272	266
4	.1	72	102	127	143	154	159	156	146	130	0	0
	.2	131	157	175	186	195	201	199	191	179	161	0
	.3	187	208	220	230	237	242	242	236	225	211	193
	.4	239	256	265	273	279	283	286	281	271	259	244
	.5	290	302	309	316	321	325	328	325	317	305	292
5	.1	75	108	134	155	167	168	163	0	0	0	0
	.2	140	167	190	209	219	217	211	201	0	0	0
	.3	200	223	244	262	271	268	261	251	0	0	0
	.4	257	279	299	316	324	320	311	301	290	0	0
	.5	313	334	353	369	377	372	363	352	340	327	0
6	.1	78	111	139	160	172	0	0	0	0	0	0
	.2	145	174	198	217	227	229	0	0	0	0	0
	.3	209	234	256	273	283	285	0	0	0	0	0
	.4	270	294	314	330	338	340	0	0	0	0	0
	.5	330	353	372	386	393	395	0	0	0	0	0
7	.1	79	113	142	163	174	0	0	0	0	0	0
	.2	148	178	204	222	230	0	0	0	0	0	0
	.3	214	242	265	279	287	0	0	0	0	0	0
	.4	278	304	325	337	343	0	0	0	0	0	0
	.5	342	365	384	394	399	0	0	0	0	0	0
8	.1	80	115	143	164	0	0	0	0	0	0	0
	.2	151	181	207	224	0	0	0	0	0	0	0
	.3	218	246	269	253	0	0	0	0	0	0	0
	.4	283	310	330	0	0	0	0	0	0	0	0
	.5	348	375	387	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 242-3 MOMENT-CURVATURE for ϕ = 0 CIRCULAR SECTION, DISTRIBUTED REINFORCEMENT ε_s = 0.2 %, d'/h = 0.1

α = 1000h/r	ω \ ν =	0.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
		1000 μ =										
1	.1	17	37	50	57	58	55	51	47	42	37	30
	.2	29	45	57	63	66	65	61	58	54	50	45
	.3	40	53	63	70	74	74	71	68	65	61	57
	.4	49	61	70	77	81	82	81	78	75	72	69
	.5	59	69	78	84	88	90	89	87	85	82	79
2	.1	34	54	71	83	91	94	93	88	79	67	52
	.2	57	73	87	97	105	109	110	108	103	95	85
	.3	78	91	102	112	119	124	126	126	123	118	111
	.4	97	108	118	126	133	138	141	142	141	138	134
	.5	115	125	134	141	148	153	156	158	158	157	[illegible]
3	.1	50	70	87	101	110	115	116	111	101	84	61
	.2	84	99	113	124	132	138	140	139	134	124	109
	.3	115	127	138	147	154	160	163	164	163	157	148
	.4	143	153	162	170	177	182	186	185	188	186	179
	.5	170	179	187	194	200	205	209	211	212	212	209
4	.1	61	84	102	115	124	129	128	122	109	0	0
	.2	107	125	137	147	155	160	160	157	149	136	0
	.3	148	161	171	179	186	190	192	190	185	175	162
	.4	186	196	204	211	217	221	224	223	219	212	202
	.5	223	230	237	243	248	257	255	255	252	248	240
5	.1	65	91	112	127	135	138	135	0	0	0	0
	.2	118	139	155	167	174	175	173	167	0	0	0
	.3	166	184	197	208	213	214	212	206	198	0	0
	.4	212	227	238	243	252	252	251	246	238	229	0
	.5	257	269	279	289	292	291	289	286	279	270	0
6	.1	67	95	117	133	142	144	0	0	0	0	0
	.2	124	148	165	179	185	187	0	0	0	0	0
	.3	177	196	213	224	229	231	0	0	0	0	0
	.4	227	244	260	268	273	275	270	0	0	0	0
	.5	276	292	306	312	316	319	315	0	0	0	0
7	.1	70	97	121	137	0	0	0	0	0	0	0
	.2	127	151	172	184	0	0	0	0	0	0	0
	.3	181	204	221	232	0	0	0	0	0	0	0
	.4	235	256	269	280	0	0	0	0	0	0	0
	.5	287	306	317	327	0	0	0	0	0	0	0
8	.1	71	99	122	0	0	0	0	0	0	0	0
	.2	130	154	174	0	0	0	0	0	0	0	0
	.3	186	207	225	0	0	0	0	0	0	0	0
	.4	240	259	275	0	0	0	0	0	0	0	0
	.5	293	311	327	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 242-3 MOMENT-CURVATURE for $\phi = 0$ CIRCULAR SECTION, DISTRIBUTED REINFORCEMENT $\varepsilon_s = 0.2$ %, d'/h = 0.1

$1000\,\mu =$

α = 1000h/r	ω \ ν = 0.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
1	.1	17	37	50	57	58	55	51	47	42	37	30
	.2	29	45	57	63	66	65	61	58	54	50	45
	.3	40	53	63	70	74	74	71	68	65	61	57
	.4	49	61	70	77	81	82	81	78	75	72	69
	.5	59	69	78	84	88	90	89	87	85	82	79
2	.1	34	54	71	83	91	94	93	88	79	67	52
	.2	57	73	87	97	105	109	110	108	103	95	85
	.3	78	91	102	112	119	124	126	126	123	118	111
	.4	97	108	118	126	133	138	141	142	141	138	134
	.5	115	125	134	141	148	153	156	158	158	157	[illegible]
3	.1	50	70	87	101	110	115	116	111	101	84	61
	.2	84	99	113	124	132	138	140	139	134	124	109
	.3	115	127	138	147	154	160	163	164	163	157	148
	.4	143	153	162	170	177	182	186	188	188	186	179
	.5	170	179	187	194	200	205	209	211	212	212	209
4	.1	61	84	102	115	124	129	128	122	109	0	0
	.2	107	125	137	147	155	160	160	157	149	136	0
	.3	148	161	171	179	186	190	192	190	185	175	162
	.4	186	196	204	211	217	221	224	223	219	212	202
	.5	223	230	237	243	248	252	255	255	252	248	240
5	.1	65	91	112	127	135	138	135	0	0	0	0
	.2	118	139	155	167	174	175	173	167	0	0	0
	.3	166	184	197	208	213	214	212	206	198	0	0
	.4	212	227	238	248	252	252	251	246	238	229	0
	.5	257	269	279	289	292	291	289	286	279	270	0
6	.1	67	95	117	133	142	144	0	0	0	0	0
	.2	124	148	165	179	185	187	0	0	0	0	0
	.3	177	196	213	224	229	231	0	0	0	0	0
	.4	227	244	260	268	273	275	270	0	0	0	0
	.5	276	292	306	312	316	319	315	0	0	0	0
7	.1	70	97	121	137	0	0	0	0	0	0	0
	.2	127	151	172	184	0	0	0	0	0	0	0
	.3	181	204	221	232	0	0	0	0	0	0	0
	.4	235	256	269	280	0	0	0	0	0	0	0
	.5	287	306	317	327	0	0	0	0	0	0	0
8	.1	71	99	122	0	0	0	0	0	0	0	0
	.2	130	154	174	0	0	0	0	0	0	0	0
	.3	186	207	225	0	0	0	0	0	0	0	0
	.4	240	259	276	0	0	0	0	0	0	0	0
	.5	293	311	327	0	0	0	0	0	0	0	0

BIBLIOGRAFIA

{Básica} - C.E.B. - Bulletin d'Information nº 103 - Manuel de Calcul "Flambement - Instabilité" - (1974).

{1} - "ESTRUTURA 77" - revista técnica das construções engenharia e arquitetura. Editora Estrutura-(1977).

{2} - "ESTRUTURA 70-71" - revista técnica das construções engenharia e arquitetura. Editora Estrutura - (1974).

{3} - COURANT, Richard - "Cálculo Diferencial e Integral" - Editora Globo - (1963).

{4} - ROCHA, Aderson Moreira da - "Novo Curso Prático de Concreto Armado" - Volume Extra - Editora Científica (1ª edição).

{5} - SANTOS, Lauro Modesto dos - "Cálculo de Concreto Armado segundo a NB-1/76 e o CEB/72". Editora Edgard Blücher Ltda. - (1977)

{6} - MONTOYA, P. Gimenez; MESEGUER, A. Garcia e CARBRE,F. Moran - "Hormigon Armado" - Editorial Gustavo Gili , S.A. (8ª edição).

{7} - PROMON - "Tabelas para dimensionamento de concreto armado" (segundo a NB-1/76) Editora MC GRAW-HILL do Brasil - (1976).

{8} - FUSCO, Péricles Brasiliense - "Solicitações normais. Estados limites últimos" - Editora Politécnica (USP) (1976).

{9} - GRASSER, Emil e DIETHELM, Linse - "Bemessungstasseln für Stahlbeton Querschnitte" - Werner - Verlag - Dusseldorf - (1972).

{10} - SANTOS, Lauro Modesto dos - Padronização de Cálculo nº 3 - "Estado limite último de flambagem" - (PROMON) (1974).