

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

ANÁLISE DO EFEITO DO VENTO EM ESTRUTURAS
DE EDIFÍCIO DE PLANTA CIRCULAR

Engº EDUARDO JOSÉ PEREIRA COELHO

Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para a ob-
tenção do título de "Mestre em
Engenharia de Estruturas"

Orientador:
Prof. Eddie Mancini

BANCA EXAMINADORA:

Dr. Eddie Mancini - EESC-USP

Dr. Tioeturo Yagui - F.E.L. - UNICAMP - EESC-USP

Dr. Aluisio Fontana Margarido - Esc. Tec. Figueiredo Ferraz

EPUSP

a meus pais e irmãos
ã minha querida esposa e filhos
a todos os meus parentes e amigos
dedico este trabalho

Agradeço profundamente:

Ao saudoso Prof. Dr. Miguel Carlos Stamato, que me sugeriu este tema, por ter guiado, com seu exemplo e dedicação, meus primeiros passos no caminho da pesquisa científica.

Em especial ao orientador e amigo Prof. Dr. Eddie Mancini, a quem considero um dos patrimônios do Departamento de Estruturas, pela forma segura e eficaz com que me ajudou a desenvolver este trabalho, com o qual espero ter merecido a honra de ser seu orientado.

Ao amigo Prof. José Elias Laier, pelas informações que me ajudaram a desenvolver um dos capítulos, e pelas sugestões de forma geral.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que me concedeu, desde minha iniciação científica, os recursos materiais que tornaram possível a execução desta e de outras pesquisas.

Ao Centro de Processamento de Dados da Escola de Engenharia de São Carlos, por ter possibilitado o uso constante de seus equipamentos.

À dona Wilma Provinciali Vall, que não mediu esforços para realizar com eficiência e esmero, a datilografia deste trabalho.

Aos desenhistas João Paulo Moretti e Egydio Jurandir Christianini, pelo capricho com que executaram os desenhos.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Estruturas, que com sua luta diária, tornam possível a existência de trabalhos como este.

RESUMO

O presente trabalho objetiva apresentar técnicas de cálculo aplicáveis à determinação dos esforços e deslocamentos em estruturas de edifícios axissimétricos sujeitos à ação do vento.

Inicialmente é feita uma introdução a respeito do problema, bem como dos processos utilizados para a sua resolução. Comentários são feitos a respeito dos tipos de edifícios que serão abordados, nos quais sofrem alterações as posições em planta, dos painéis pòrticos e paredes. São comentadas e justificadas as várias hipóteses de cálculo adotadas, todas com o objetivo de alcançar soluções simples para o problema.

Todos os exemplos apresentados foram calculados utilizando a técnica do meio contínuo, no qual o número discreto de lajes é substituído por um meio contínuo, cuja rigidez é suposta distribuída uniformemente ao longo da altura do edifício, obtendo-se as soluções para os diversos casos através de funções analíticas.

Por técnica discreta foram tratados alguns desses exemplos, assimilando a estrutura tridimensional do edifício a um conjunto de estruturas bidimensionais (painéis), travados entre si pelas lajes, as quais, a exemplo do que é considerado no processo contínuo, são admitidas possuir rigidez infinita em seu plano e nula na direção transversal.

A análise do problema via tratamento discreto conduz a soluções aproximadas, cujas rotinas foram programadas para o cálculo automático, sendo as respectivas listagens apresentadas com explicações necessárias às suas utilizações práticas.

ABSTRACT

The present work intends to present techniques for determination of displacements and forces in multi-story structures with circular plan when they are subject to wind loads.

Firstly an introduction to the problem is made as well to the techniques used in its solution. Comments are made on the structural types that will be treated, in which many variations in the positions of frames and walls are made. The assumed hypothesis were used in order to obtain simple solutions for the problem.

All the examples were calculated by means of the "continuous medium technique", in which the discrete number of slabs is substituted by a continuous medium with equivalent stiffness, uniformly distributed through the height of the building in order to obtain the solutions to the several cases through analytical functions.

Many examples were treated using discrete techniques in which the tridimensional structure was substituted by an assemblage of bidimensional structures, linked by the slabs which are supposed to have infinite rigidity in their plane and null transverse stiffness.

The discrete treatment of the problem leads to approximate solutions and the corresponding FORTRAN programs are also presented.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
1 - ASPECTOS GERAIS DO PROBLEMA	4
- Tipos de Edifícios a serem abordados	4
- Hipóteses Gerais de Cálculo	7
2 - MÉTODO ESTIMATIVO	16
- Hipóteses de Cálculo	17
- Descrição do Método	20
- Programa para Cálculo Automático	38
- Exemplo de Aplicação I	42
- Conclusões Finais	58
3 - TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO	63
- Análise dos Painéis Isolados	65
- Associação Contínua dos Painéis	69
- Exemplo de Aplicação I	82
- Exemplo de Aplicação II	105
- Exemplo de Aplicação III	113
- Exemplo de Aplicação IV	139
4 - ANÁLISE DO EFEITO DE ABERTURAS NO NÚCLEO, PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO	150
- Análise da Associação de Paredes e Lintéis	152
- Exemplo de Aplicação IV	166
5 - ANÁLISE DA ESTRUTURA PELO TRATAMENTO DISCRETO	187
- Hipóteses	189
- Descrição do Processo Aproximado	190
- Exemplo de Aplicação I	216
- Exemplo de Aplicação III	219
- Programação Automática do Processo	234
6 - CONCLUSÕES FINAIS	269
APÊNDICE	
BIBLIOGRAFIA	

INTRODUÇÃO

Na estrutura urbana das médias e grandes cidades, o alto índice de crescimento populacional impôs aos arquitetos a necessidade de orientar seus projetos de moradia no sentido de concentrar o maior número de pessoas em áreas cada vez mais restritas.

Nesse contexto, os edifícios de média e grande altura surgiram como uma das soluções para resolver esse tipo de problema. O Engenheiro Estrutural posiciona-se perante essa realidade, de forma a prover ao usuário desses edifícios a necessária segurança, criando técnicas de cálculo cada vez mais avançadas, com o propósito de acompanhar as modernas e arrojadas proposições arquitetônicas.

Os progressos na Pesquisa e na Engenharia, tanto na produção de elementos estruturais mais leves (paredes, por exemplo), como na própria análise estrutural, têm levado a determinadas soluções em que as solicitações causadas pelo vento nas estruturas de edifícios altos assumem proporções cada vez mais significativas. A determinação dos esforços provocados pelo vento, nessas estruturas, constitui questão das mais complexas, sendo um dos assuntos de grande interesse para o engenheiro estrutural.

"As dificuldades encontradas varrem desde o campo da climatologia, devido às constantes variações de intensidade e direção do vento, de acordo com a estação do ano, proximidade do litoral, relevo da região, até a Mecânica das Estruturas, uma vez que o conhecimento das pressões e dos efeitos dessas cargas laterais dependem, sem dúvida, de fatores aerodinâmicos e das propriedades dinâmicas da estrutura sobre a qual elas atuam" (STAMATO¹).

Na prática, em geral, efetuam-se cálculos convencionais nos quais as pressões do vento, tomadas a partir de previsões com bases estatísticas, são consideradas agindo estaticamente, segundo valores especificados nas normas dos diversos países.

Dentre as soluções arquitetônicas para os edifícios, encontram-se os de planta circular, neste trabalho de nominados axissimétricos, os quais, por sua geometria, possibilitam aos usuários extensa visão paisagística, constituindo-se, por outro lado, em edificações de grande valor estético.

No que concerne ao engenheiro estrutural, no momento ocorre a carência de um método conveniente de análise do efeito das cargas laterais sobre esse tipo de edifício. Suficientemente conhecidos e divulgados são os processos correntes de análise das cargas verticais, razão pela qual, neste trabalho, objetiva-se tão somente determinar os quinhões da carga do vento, que se distribuem entre os painéis de contraventamento (pórticos e paredes).

Neste trabalho, serão estudados edifícios axissimétricos com vários tipos de geometria em planta, dando-se ênfase à discussão das hipóteses simplificadoras assumidas, a fim de delimitar o campo de aplicação dos vários processos empregados.

Todos os tipos de edifícios em estudo foram analisados à luz da técnica do meio contínuo, tomando como base trabalhos desenvolvidos por STAMATO² e MANCINI³, constituindo-se essa técnica como ferramenta básica para a abordagem do problema.

A razão dessa escolha é que esse processo conduz a um sistema de poucas equações diferenciais facilmente integráveis, cuja resolução permite a obtenção dos esforços e deslocamentos em toda a estrutura.

Nesse processo, os elementos horizontais, ligados aos elementos resistentes verticais, são assimilados a um meio contínuo de rigidez equivalente, distribuída continuamente ao longo da altura do edifício.

Todavia, em alguns casos abordados, usou-se o processo discreto, não com o intuito de tecer comparações com o anterior, mas com o objetivo de introduzir ao leitor o manejamento dessa técnica em edifícios circulares, deixando

ao mesmo a opção de utilizar o processo que julgar mais conveniente em cada caso.

No processo discreto, foi utilizado um programa automático desenvolvido por STAMATO⁴, com técnica matricial via método dos deslocamentos, a qual conduz a um sistema de equações lineares cuja resolução fornece também os esforços e deslocamentos em toda a estrutura.

Os processos discretos alcançam maior generalidade, por permitirem o tratamento de estruturas com geometria mais variada, seja em planta ou elevação. Por outro lado, o número de variáveis e parâmetros envolvidos cresce apreciavelmente, dificultando a percepção global do comportamento da estrutura, aliado às dificuldades de armazenamento desses dados em computadores de porte médio.

Os processos contínuos, por sua vez, descrevem o comportamento global da estrutura em função de um reduzido número de incógnitas, sendo por isso mais sintéticos. Têm sua aplicação recomendada em edifícios de características elastico-geométricas regulares em planta e elevação, o que pode ser encontrado com frequência nos edifícios altos, em especial nos axissimétricos.

Em ambos os processos admite-se comportamento elastico-linear dos elementos da estrutura. Além disso, despreza-se a contribuição da alvenaria, sobre a qual não se tem conhecimento suficiente, embora se saiba de sua efetiva colaboração na resistência aos esforços solicitantes que agem sobre a estrutura.

1. - ASPECTOS GERAIS DO PROBLEMA

1.1 - TIPOS DE EDIFÍCIOS A SEREM ABORDADOS

Na figura 1.1 é mostrado em planta, o edifício mais geral tratado neste trabalho, o qual contém o maior número de painéis de contraventamento. Todos os outros tipos analisados são derivados deste, pela supressão de um ou de outro painel, constituindo-se, portanto, em casos particulares.

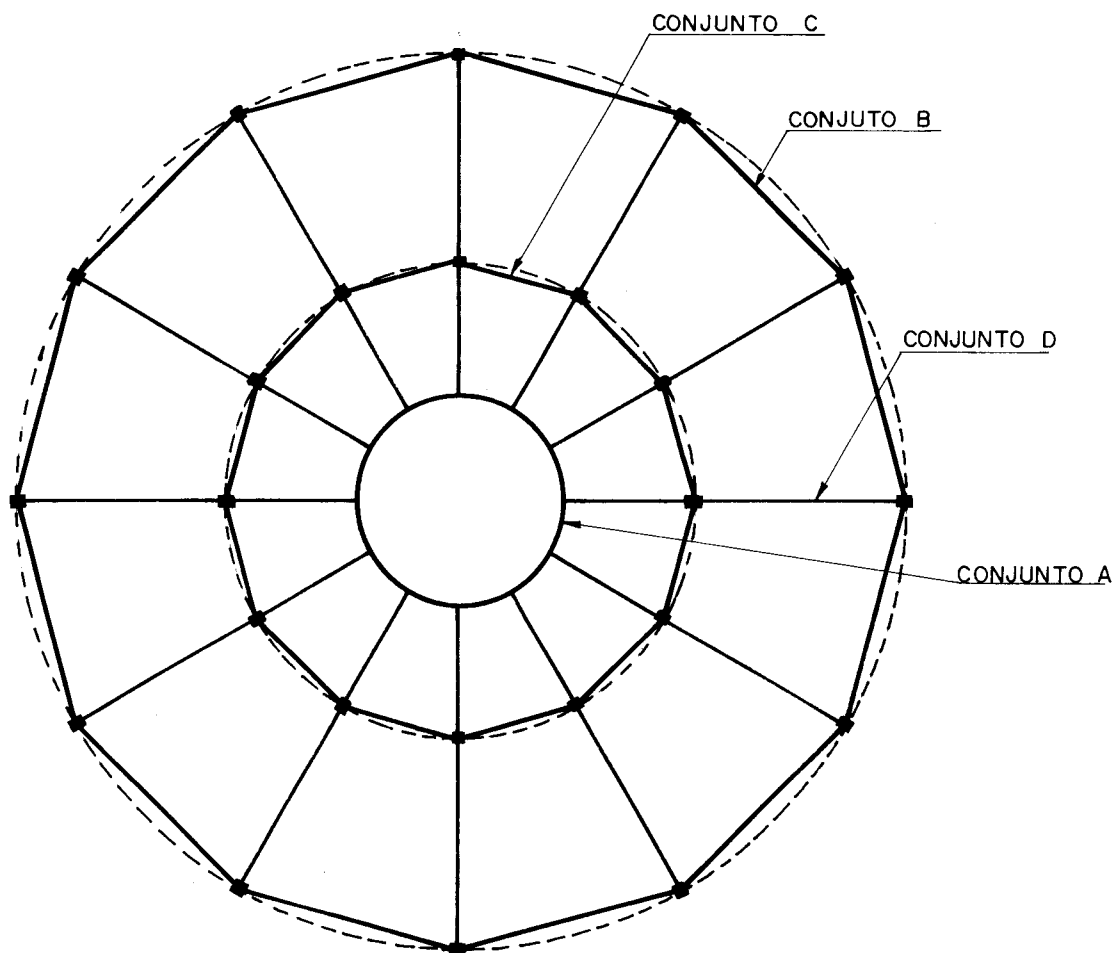


Fig. 1.1 - EDIFÍCIO DO TIPO MAIS GERAL, EM PLANTA

Os painéis de contraventamento, que constituem a estrutura do edifício, são compostos por "paredes" e "pórticos". Por painel compreende-se um elemento resistente vertical cujo comportamento elástico pode ser traduzido, aproximadamente, por determinadas constantes de rigidez.

Designam-se painéis "paredes" aqueles que se deformam predominantemente por momento fletor e são aproximadamente rígidos à força cortante, e painéis "pórticos" aqueles que são aproximadamente rígidos ao momento fletor e deformáveis por força cortante.

No caso mais geral da figura 1.1. a estrutura do edifício é composta por um núcleo central com parede (conjunto A), por pórticos periféricos (conjunto B), pórticos tangenciais (conjunto C) e pórticos radiais (conjunto D), estes últimos apoiando-se nos pilares e diretamente sobre a parede.

Este tipo de edifício será abordado neste trabalho utilizando a técnica do meio contínuo.

Um outro tipo de estrutura derivado do primeiro é o mostrado na figura 1.2, no qual os pórticos radiais não interceptam diretamente o núcleo central. Dessa forma, a ligação entre os pórticos radiais e a parede, em cada andar, é feita tão somente através da laje.

Na resolução desse tipo de edifício, serão usados os processos "contínuo" e "discreto", sendo os resultados comparados.

Nos edifícios em que o núcleo central se faz presente, este serve geralmente para abrigar escadas e caixas para diversos elevadores, além de ter importante função estrutural. Nesse caso, nos diversos andares, são previstas aberturas no núcleo, correspondentes aos espaços ocupados pelas portas dos elevadores.

Por via contínua, desenvolveu-se o cálculo do efeito do vento sobre essas paredes abertas, sendo analisado o efeito dessas aberturas sobre a rigidez dos painéis, comparando-se os resultados com os obtidos "imaginando" que a parede possa ser considerada fechada (aberturas pequenas

perante o perímetro do núcleo). A estrutura da Fig. 1.2 ser
virá como exemplo dessa análise, apresentada no Cap. 4. .

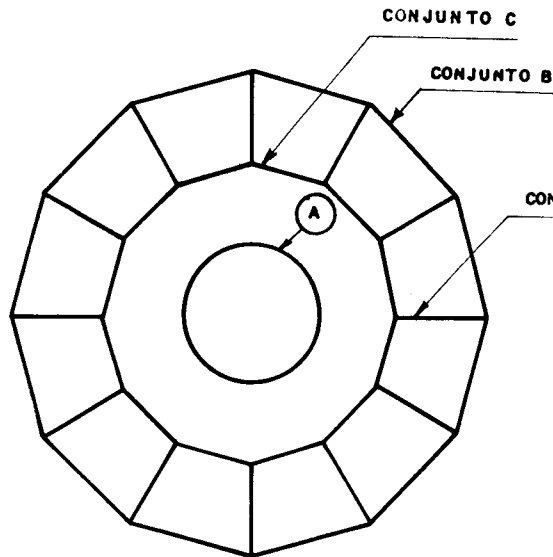


FIG 1.2 - PÓRTICOS RADIAIS
NÃO INTERCEPTAM O NÚCLEO

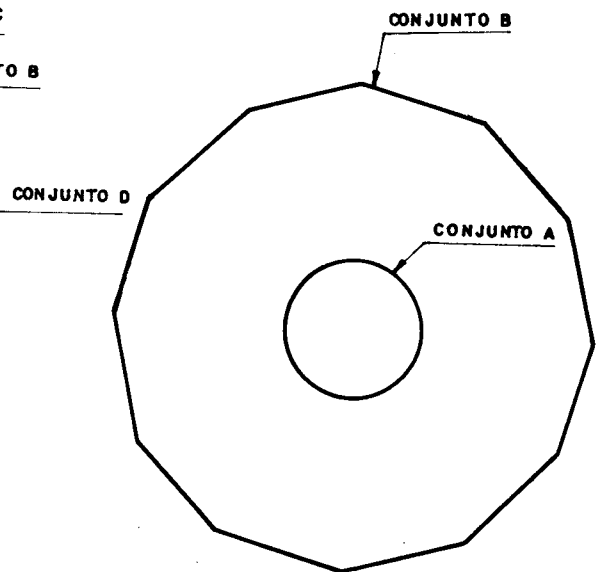


FIG.1.3- EDIFÍCIOS CONTENDO
APENAS NÚCLEO CENTRAL E
PÓRTICOS PERIFÉRICOS.

Um outro caso particular é mostrado na Fig. 1.3, no qual aparecem tão somente os conjuntos A (núcleo com parede) e B (pórticos periféricos). Esse tipo é abordado pela técnica do meio contínuo, sendo analisado o comportamento da associação entre os painéis pórtico e parede, os quais i soladamente, têm comportamento elástico bastante diverso, e em conjunto contribuem para aumentar a rigidez lateral da estrutura, diminuindo a disparidade de esforços entre o topo e a base.

Finalmente, um último caso particular, que pode ser extraído dos anteriores, é aquele em que a estrutura do edifício é composta apenas por pórticos periféricos, travados entre si, horizontalmente, através das lajes dos diversos andares (Fig. 1.4). Nesse caso, os elevadores seriam externos, sendo sustentados por estrutura secundária que sô recebe cargas verticais.

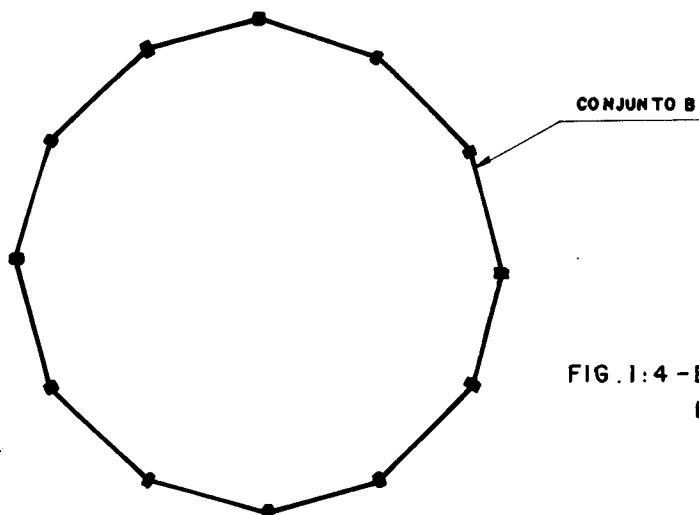


FIG.1:4 - EDÍFÍCIO CONTENDO APENAS PÓRTICOS PERIFÉRICOS

Esse tipo de edifício é tratado pelos processos contínuo e discreto, e por uma técnica proposta por SCALZI⁵, sendo posteriormente comparados os resultados obtidos pelas três maneiras distintas.

Para todos os tipos de edifícios a que se fizeram referência, foram propostas técnicas de abordagem do efeito da carga do vento, tendo sido calculados exemplos representativos de cada tipo nos capítulos que se seguem.

1.2 - HIPÓTESES GERAIS DE CÁLCULO

Neste ítem, pretende-se tecer comentários a respeito das hipóteses gerais de cálculo, assumidas para a simplificação dos diversos processos de análise utilizados. Nos capítulos onde esses processos forem desenvolvidos, as hipóteses específicas não tratadas aqui, serão devidamente comentadas.

1.2.1 - Intensidade e direção das cargas de cálculo

O efeito global do vento, resultante das pressões e sucções, pode ser considerado, nos casos previstos pela NB-5, como equivalente a uma pressão $C_g \cdot q$, sendo C_g um coe

ficiente igual a (d em metros e q em kg/m²):

- no plano diametral de superfícies cilíndricas de diâmetro d:

$$C_g = 1,2 \text{ quando } d\sqrt{q} < 1$$

$$C_g = 0,7 \text{ quando } d\sqrt{q} > 1$$

O valor da pressão de obstrução q, como se sabe, é dado na NB-5 em função da altura da construção, conforme tabela 1.1-

TABELA 1.1 - Pressão de obstrução q (em kg/m²)

PRESSÃO DE OBSTRUÇÃO	ALTURA DA CONSTRUÇÃO (em metros)				
	abaixo de 6m	6 a 20m	20 a 60m	60 a 100m	acima de 100m
q (kg/m ²)	50	60	85	100	130

Neste trabalho, admitem-se as seguintes considerações a respeito da pressão do vento:

- a) Nos exemplos testados, em que a carga do vento é uniformemente distribuída, não foram consideradas as variações da pressão q ao longo da altura, sendo tomado o valor máximo correspondente à altura do edifício.
- b) devido à geometria regular do contorno lateral do edifício, a carga do vento será considerada como pertinente a um plano vertical que passa pelo centro do edifício em planta. A resultante da ação do vento (em kg/m por exemplo) será, portanto, igual a:

$$p = C_g \cdot q \cdot d \quad (\text{em kg/m}) \quad \dots(1.1)$$

1.2.2 - Engastamentos rígidos

Em todos os casos, os pilares serão supostos rigidamente engastados em sua base, admitindo indeformabilidade das fundações. Essa hipótese justifica-se ainda mais tendo em vista o efeito instantâneo da ação do vento.

1.2.3 - Comportamento das lajes

As lajes são assimiladas a diafragmas horizontais, possuindo rigidez infinita no seu plano e rigidez nula transversalmente.

Sob a ação da carga externa, dois pontos quaisquer da laje podem apresentar deslocamentos relativos verticais. Por outro lado, em seu plano, a laje comporta-se como uma viga de grande altura, possuindo elevada rigidez, de maneira que os deslocamentos relativos horizontais podem ser desprezados. Isso quer dizer que a laje tem grande flexibilidade na direção vertical e grande rigidez no plano horizontal.

Assim sendo, os esforços transmitidos da laje aos elementos resistentes verticais, serão apenas horizontais, contidas no plano da laje, de vez que os momentos de torção que poderiam ocorrer, não são transmitidos, dada a inexistência de rigidez transversal dos painéis.

1.2.4 - Pontos de momento nulo

Para a obtenção dos esforços solicitantes que atuam nas vigas e pilares de cada painel pórtico, por qualquer processo, uma vez conhecido o esforço cortante do panel, é sempre interessante conhecer a posição dos pontos de inflexão do momento fletor nas vigas e pilares, nos quais as forças cortantes constituem as únicas incógnitas.

Em todos os casos abordados neste trabalho, serão tomados os pontos médios dos vãos das vigas e pilares como pontos onde o momento se anula. Essa hipótese é largamente utilizada na literatura técnica que trata sobre e difíceis.

Além disso, pode ser considerada razoável desde que se admita que as rotações de nós vizinhos sejam bastante próximas, o que faz com que os pontos de momento nulo não se afastem consideravelmente dos centros das barras.

Na Fig. 1.5, a validade dessa hipótese implica na igualdade de rotação ϕ para todos os nós, o que se aproxima do comportamento elástico real do pórtico se o mesmo tiver rigidez regular ao longo da altura.

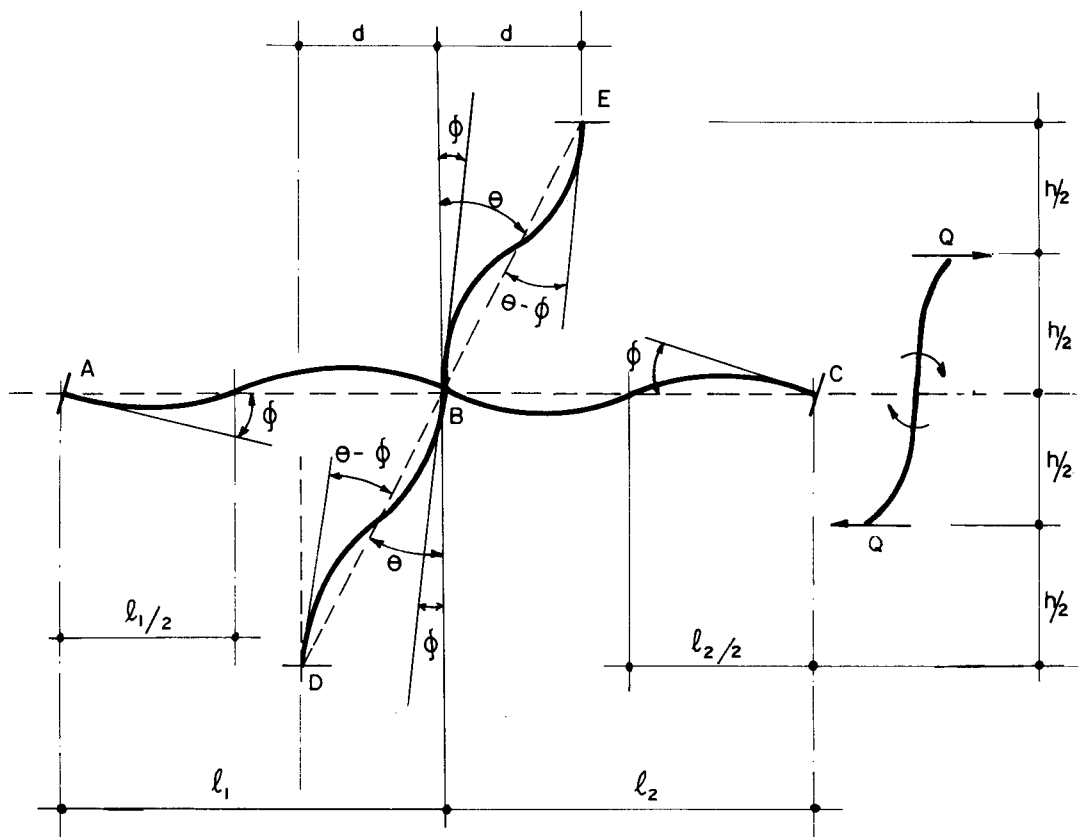


Fig. 1.5 - DEFORMAÇÃO DOS PÓRTICOS

1.2.5 - Substituição dos painéis curvos por painéis planos

Admite-se neste trabalho, que o número de painéis periféricos e tangenciais é tal que, com boa aproximação, os painéis possam ser considerados planos, passando-se a confundir o arco de circunferência e a corda compreendidos entre os pilares. Quanto maior o número de painéis, mais justificável é essa hipótese. Na prática, não são raros os edifícios axissimétricos executados com pórticos periféricos de vigas planas.

1.2.6 - Intersecção oblíqua entre os painéis

A análise do efeito do vento sobre os edifícios, feita quer pelo processo contínuo, quer pelo processo discreto, requer o conhecimento anterior das constantes de rigidez de cada um dos painéis integrantes do edifício e da maneira como as mesmas contribuem para a rigidez global do conjunto, o que dependerá da distribuição desses painéis em planta.

Quando dois painéis pórticos pertencem ao mesmo plano (Fig. 1.6.a) ou têm direções perpendiculares entre si (Fig. 1.6.b), na determinação da rigidez de cada um deles à ação da força cortante, a contribuição do pilar de intersecção pode ser calculada supondo os painéis independentes entre si. No primeiro caso, o momento de inércia relativamente ao eixo $y \cdot y$ é distribuído igualmente entre os painéis, no caso em que as vigas dos pórticos tenham igual rigidez ou proporcionalmente às rigidezes, em caso contrário.

Quando os painéis formam entre si ângulo reto, para a rigidez do painel A, o pilar contribuirá com J_{yy} , e para a rigidez do painel B, o pilar contribuirá com J_{xx} .

Neste trabalho, tanto os pórticos periféricos como os tangenciais, em seus respectivos conjuntos, formam

entre si ângulos oblíquos, de forma que as direções de cada um dos painéis que se interceptam não mais coincidirão com as direções dos eixos principais de inércia do pilar que lhes é comum.

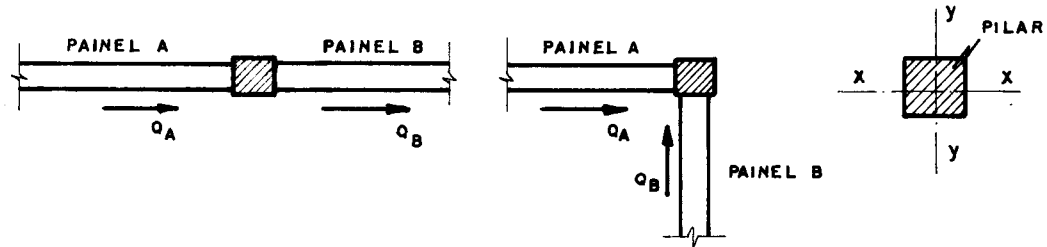


FIG. 1.6a - PAINÉIS COPLANARES

FIG. 1.6b - PAINÉIS PERPENDICULARES

Neste caso, na tentativa de tornar os painéis independentes entre si, é necessário conhecer de que forma o pilar contribuirá para a rigidez de cada painel isolado (Fig. 1.7), o que constitui um problema complexo.

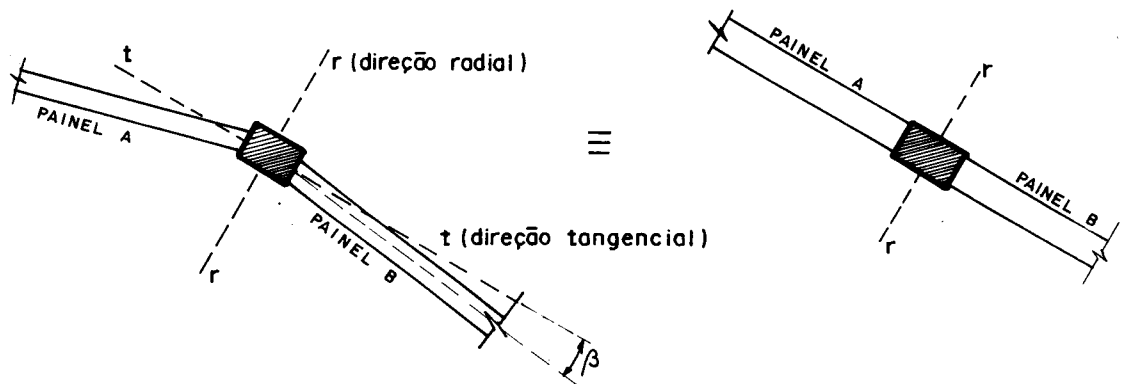


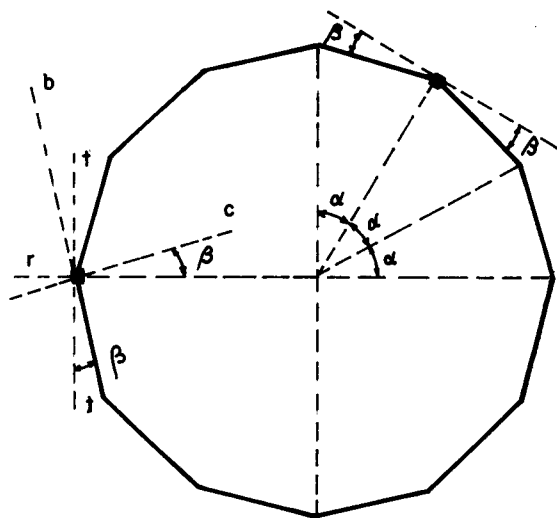
Fig. 1.7 - INTERSECÇÃO OBLÍQUA

Em geral essa análise tem sido evitada pelos autores, tomando-se casos em que os painéis que formam ângulo oblíquo ou não se interceptam ou o fazem fora de colunas, a fim de evitar a transmissão de momentos de interação (fletores e de torção) entre os painéis.

Nos edifícios abordados neste trabalho, é suposta a existência de um número grande de pórticos periféricos e tangenciais, de forma que o ângulo formado entre as direções de dois painéis vizinhos seja pequeno. Essa hipótese permite assimilar a intersecção oblíqua entre os pórticos à mostrada na Fig. 1.6.a), admitindo que dois painéis vizinhos pertençam ao mesmo plano.

Dada a simetria axial do edifício, as vigas de dois pórticos vizinhos possuirão igual rigidez, o que permite considerar cada painel independente dos demais, separando em duas parcelas iguais o momento de inércia dos pilares que recebem as vigas dos painéis distintos. A adoção do momento de inércia do pilar J_p , igual a $J_r/2$ está melhor justificada no Apêndice II.

O erro cometido ao admitir a coplanaridade de dois pórticos vizinhos não é dos maiores, como se pode verificar pelos valores dos ângulos formados entre as direções dos painéis, à medida que cresce o seu número em planta (Fig. 1.8).



Número de Painéis (n)	$\alpha=360/n$	$\beta=360/2n$
12	30°	15°
16	$22,5^\circ$	$11,25^\circ$
20	18°	9°
24	15°	$7,5^\circ$
28	$12,86^\circ$	$6,43^\circ$
32	$11,25^\circ$	$5,63^\circ$

FIG 1:8.- INTERSECÇÃO OBLÍQUA

Admitir como válida a hipótese assumida, corresponde a considerar os painéis distribuídos conforme a Fig. 1.9, com metade da rigidez do pilar pertencente a cada painel que tem vigas aí concorrentes.

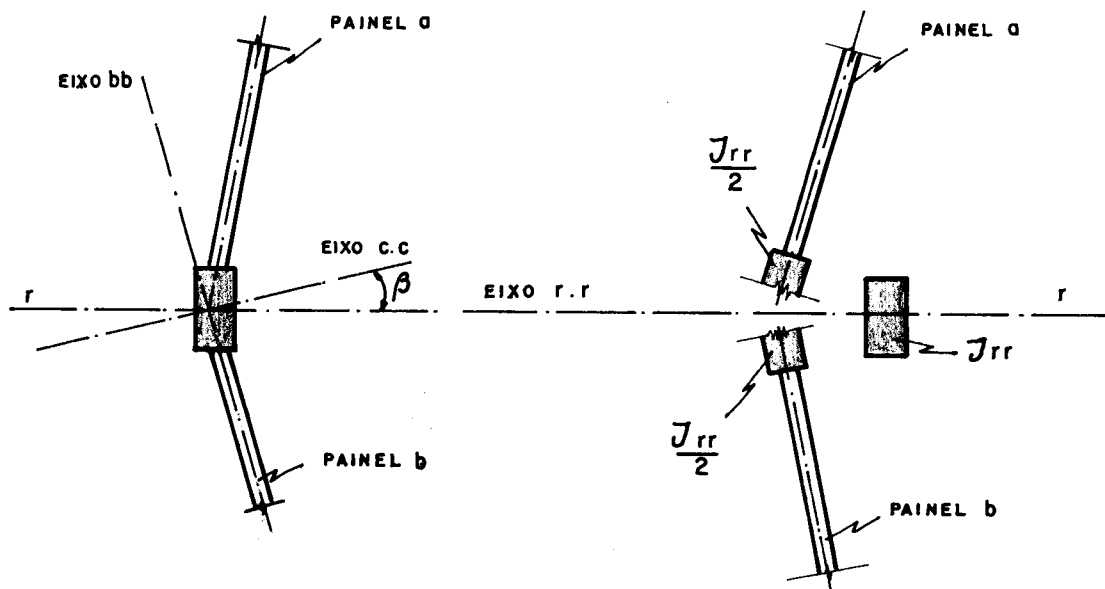
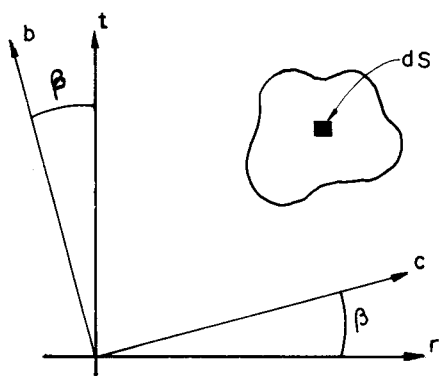


FIG. 1.9 - DISTRIBUIÇÃO DA RIGIDEZ DO PILAR

A rigor, está-se incorrendo em erro quando se considera $J_p = \frac{J_r}{2}$. Na realidade dever-se-ia calcular o momento de inércia em relação ao eixo que é perpendicular à direção do painel. No caso do painel b,

$$J_c = J_r \cos^2 \beta + J_t \sin^2 \beta - J_{rt} \sin 2\beta \quad \dots (1.2)$$



$$J_c = \int_s b^2 ds$$

Fig. 1.10 - ROTAÇÃO DE EIXOS.

Tomando $\cos^2\beta = 1 - \text{sen}^2\beta$ e lembrando que J_{rt} é nulo uma vez que r e t são direções principais, resulta:

$$J_c = J_r + \text{sen}^2\beta(J_t - J_r) \quad \dots(1.3)$$

Para ângulos β pequenos, ou seja, para estruturas contendo um número razoável de painéis, tem-se a validade das relações (1.4) e (1.5).

$$J_c = J_r \quad \dots(1.4)$$

$$J_p = \frac{J_c}{2} = \frac{J_r}{2} \quad \dots(1.5)$$

Para estruturas em que os pilares têm seções quadradas ou circulares, a validade das relações anteriores resulta imediata, uma vez que $J_r = J_t$. Mesmo em casos em que isso não acontece, o erro em que se está incorrendo resulta pequeno, uma vez que na expressão (1.3) aparece $\text{sen}^2\beta$ e lembrando que β é um ângulo cada vez menor, à medida que cresce o número de painéis.

2 - MÉTODO ESTIMATIVO

2.1 - INTRODUÇÃO

O método estimativo, proposto por SCALZI⁽⁵⁾ e outros, é um método de análise de edifícios axissimétricos, sujeitos à ação de cargas laterais, que surgiu a partir do "Cantilever Method", originalmente desenvolvido para a resolução de pórticos retangulares.

Trata-se de um método relativamente simples, cuja aplicabilidade é recomendada na seleção preliminar de barras, em anteprojetos, podendo, inclusive, fornecer resultados de projetos dentro da classe comumente aceita de erros, para estruturas de dimensões usuais.

Conforme se comenta adiante, Scalzi avalia a precisão do método, pela comparação de seus resultados com os obtidos pela análise experimental de um modelo reduzido e pela utilização de um programa para o computador, denominado FRAN (Framed Structural Analysis Program), que resolve estruturas dotadas de pórticos espaciais.

Essa análise comparativa, aplicada a edifícios das mais variadas dimensões, veio comprovar a validade do método que, dentro da gama de edifícios usualmente projetados, proporciona a obtenção de valores razoavelmente aproximados para os esforços internos. Todavia, em edifícios de dimensões não usuais, o método perde muito de sua precisão, recomendando-se a utilização de um outro método de análise.

Neste trabalho, o método estimativo, originalmente proposto por SCALZI⁽⁵⁾ para o cálculo manual, foi programado para o computador, resolvendo edifícios com geometria em planta do tipo mostrado na Fig. 2.1. Seguem-se a descrição e os comentários a respeito do método, bem como de suas hipóteses simplificadoras.

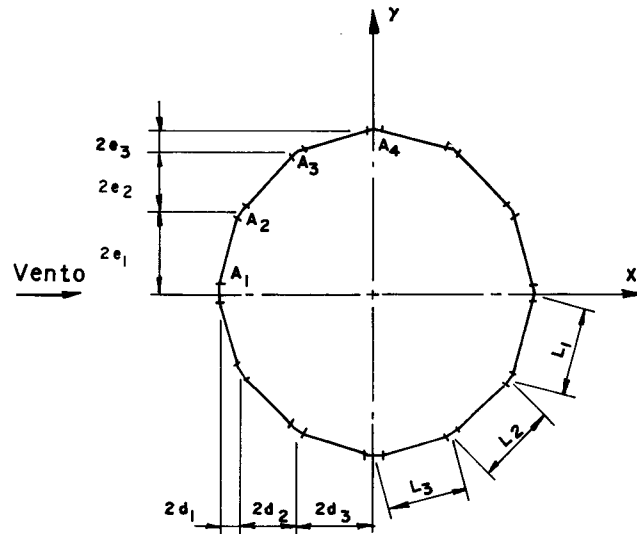


Fig. 2.1 - EDIFÍCIO COMPOSTO POR PÓRTICOS PERIFÉRICOS

2.2 - HIPÓTESES DE CÁLCULO ESPECÍFICAS DO MÉTODO

As hipóteses gerais, comentadas em 1.2, também são assumidas neste capítulo; apenas as hipóteses de cálculo usadas unicamente neste método estarão sujeitas a comentários.

Também aqui as lajes são tratadas como diafragmas infinitamente rígidos em seu plano e sem rigidez na direção normal. Dessa forma, o único esforço transmitido pela laje aos painéis é o esforço contido no plano do painel. Assim sendo, os únicos esforços cortantes verticais e momentos fletores são transmitidos ao longo da estrutura pelas vigas dos pórticos periféricos, conforme se mostra na Fig. 2.2.

A Fig. 2.2 mostra também uma sub-estrutura, correspondente a um pavimento tipo, recortada da estrutura total nos centros dos vãos dos pilares de dois andares vizinhos.

Sendo supostos os centros dos vãos das barras como pontos de momento nulo, podem-se calcular todos os esforços internos, desde que sejam conhecidos os esforços axiais nos pilares, conforme será mostrado adiante.

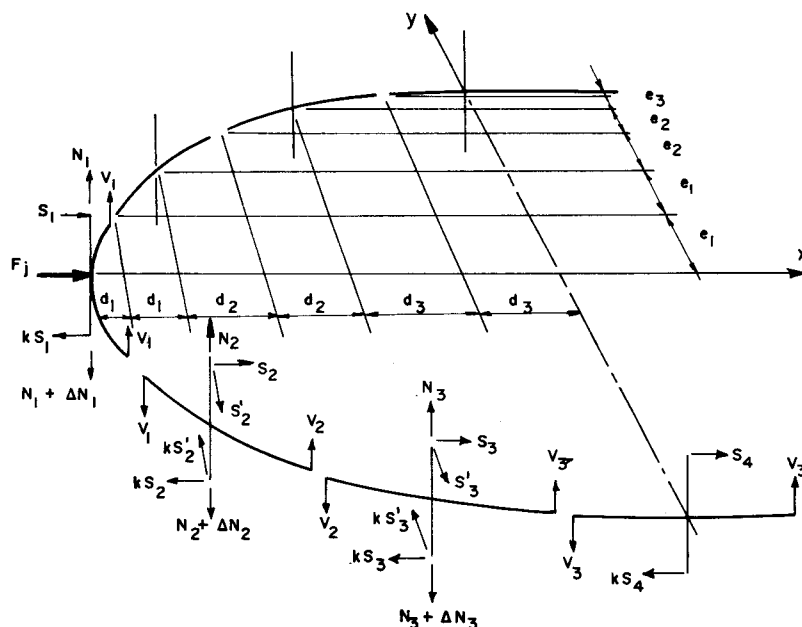


Fig. 2.2 - SUBESTRUTURA CORRESPONDENTE A UM ANDAR J

Em seu trabalho, Scalzi propõe levar em conta a possibilidade dos pontos de momento nulo fugirem dos centros dos vãos dos pilares, por efeito das distorções das vigas. Para conhecer a posição real dos pontos de inflexão, procede-se a um cálculo iterativo, que parte da determinação de todos os esforços internos e deslocamentos relativos entre os andares, admitindo os centros dos vãos como pontos de momento nulo.

A partir do conhecimento dos deslocamentos relativos entre os andares, podem-se alcançar posições mais vizinhas dos pontos reais de inflexão. Novos esforços internos e deslocamentos são então obtidos, cada vez com maior

precisão, até que as posições encontradas em um ciclo, coincidam satisfatoriamente com as obtidas em ciclo anterior. Evidentemente, o número de ciclos necessário para chegar a uma solução aceitável, dependerá da razão entre as rigidezes dos pilares e das vigas e da precisão desejada. Neste trabalho isso não é feito por duas razões:

- a) perder-se-ia a grande vantagem do método de Scalzi, que é a sua simplicidade;
- b) estar-se-ia refinando um método que é apenas estimativo, e que em outros pontos lança mão de hipóteses de valida de igualmente discutível.

2.2.1 - Cargas concentradas equivalentes

Admite-se que a carga devida ao vento possa ser substituída por cargas equivalentes, concentradas aos níveis dos pavimentos.

2.2.2 - Consolo vertical

Essa hipótese admite que o sistema todo atue como um consolo vertical, ou como uma viga de seção discreta, engastada em sua base e livre na extremidade. Dessa condição, pode-se admitir que existe uma linha neutra, horizontal e perpendicular à direção da carga, de modo que as forças axiais nos pilares, que são os elementos discretos da seção transversal, aumentam linearmente em relação às distâncias a esse eixo.

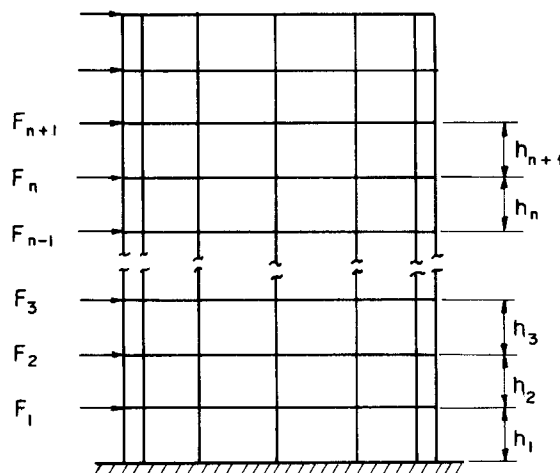


Fig.2.3- CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES

2.3 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO ESTIMATIVO

2.3.1 - Obtenção dos esforços axiais nos pilares

A seguir, passa-se a calcular, para uma viga de seção transversal discreta, com pilares em posições genéricas, o valor da força axial N_i , que atua em um pilar i , ao nível de um andar genérico j .

Em planta, seja a distribuição dos n_p pilares da Fig. 2.4, formando a seção transversal discreta da viga em balanço, para a qual se supõe determinado o centro de gravidade, em relação aos eixos cartesianos \bar{x} e \bar{y} .

Sendo A_i a área da seção transversal do pilar genérico i , em estudo, o centro de gravidade da seção da viga terá coordenadas \bar{x}_G e \bar{y}_G iguais a:

$$\bar{x}_G = \frac{\sum_1^{n_p} A_i \bar{x}_i}{\sum_1^{n_p} A_i}$$

....(2.1)

$$\bar{y}_G = \frac{\sum_1^{n_p} A_i \bar{y}_i}{\sum_1^{n_p} A_i}$$

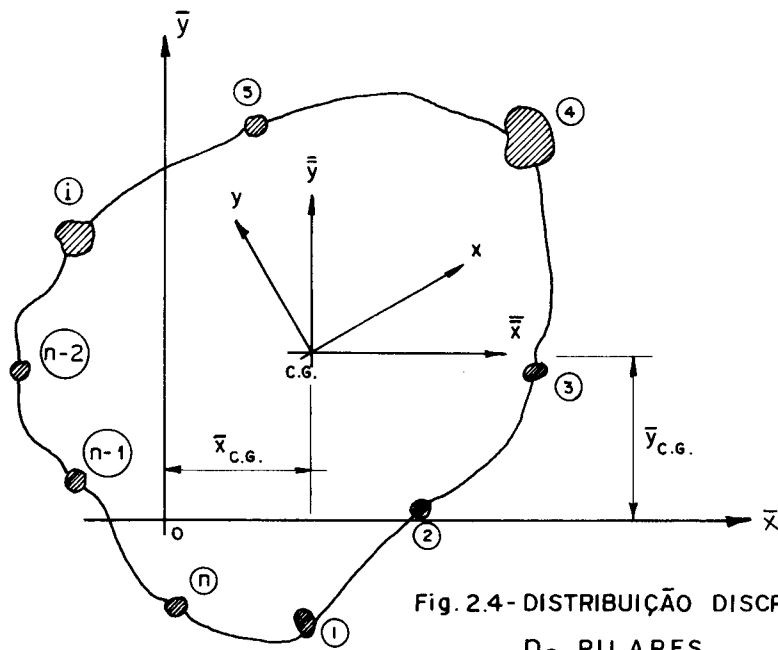


Fig.2.4- DISTRIBUIÇÃO DISCRETA DOS n_p PILARES.

Relativamente a um sistema de eixos (\bar{x}, \bar{y}) , com origem no C.G. da viga em balanço, podem ser calculados os momentos de inércia da seção da viga, composta pelos n_p pilares, desprezando os momentos de inércia próprios de cada um dos pilares, relativamente aos seus eixos centrais.

$$\begin{aligned} \bar{J}_x &= \sum_1^{n_p} A_i \bar{y}_i^2 \\ \bar{J}_y &= \sum_1^{n_p} A_i \bar{x}_i^2 \\ \bar{J}_{xy} &= \sum_1^{n_p} A_i \bar{x}_i \bar{y}_i \end{aligned} \quad \dots(2.2)$$

Uma mudança de coordenadas, de modo a referir os momentos de inércia em relação aos eixos principais, permitirá a obtenção dos momentos principais de inércia, para os quais é válido, por exemplo

$$\begin{aligned} J_x &= J_1 \\ J_y &= J_2 \\ J_{xy} &= 0 \end{aligned}$$

sendo x e y os eixos principais de inércia e (J_x, J_y) os momentos principais de inércia do conjunto de pilares.

Sendo M_x e M_y , momentos fletores cujos vetores atuam nas direções dos eixos x e y respectivamente, pode-se concluir que a tensão normal que atua no pilar i, supondo válido o uso da hipótese 2.2.2, é dada pela relação (2.3.a), na qual σ_i é positivo se provoca tração, admitindo que M_x e M_y tenham sentidos coincidentes com os eixos x e y.

$$\sigma_i = \left[\frac{M_x}{J_x} \cdot y_i - \frac{M_y}{J_y} \cdot x_i \right] \quad \dots(2.3.a)$$

A obtenção da força axial, conhecendo a área do pilar genérico i é imediata.

$$N_i = \sigma_i A_i = A_i \left[\frac{M_x}{J_x} y_i - \frac{M_y}{J_y} x_i \right] \quad \dots(2.3.b)$$

Esta é a fórmula geral que permite a obtenção da força axial no pilar i, ao nível de um andar genérico j, sendo M_x e M_y os momentos fletores que atuam nesse andar, provocados pela ação da carga lateral.

Neste trabalho é admitido, conforme Fig.2.5, que todos os pilares têm geometria constante ao longo da altura do edifício, além de possuírem as mesmas dimensões em cada andar. Com isso, as áreas A_i das diversas seções da viga em balanço serão iguais ao longo de qualquer andar.

Além disso, o carregamento concentrado, atuando ao nível de cada pavimento, é suposto agindo na direção de um dos eixos principais, do que resulta ser nulo um dos momentos, M_x ou M_y , conforme a carga seja perpendicular ao eixo y ou x, respectivamente.

Devido à simetria em relação ao centro da seção e admitindo que sempre o plano de carga conteria o eixo x, cujo sentido positivo é indicado na Fig. 2.5, tem-se:

a) todos os A_i são iguais

b) $M_x = 0$

$$c) J_y = \sum_{i=1}^{n_p} A_i x_i^2$$

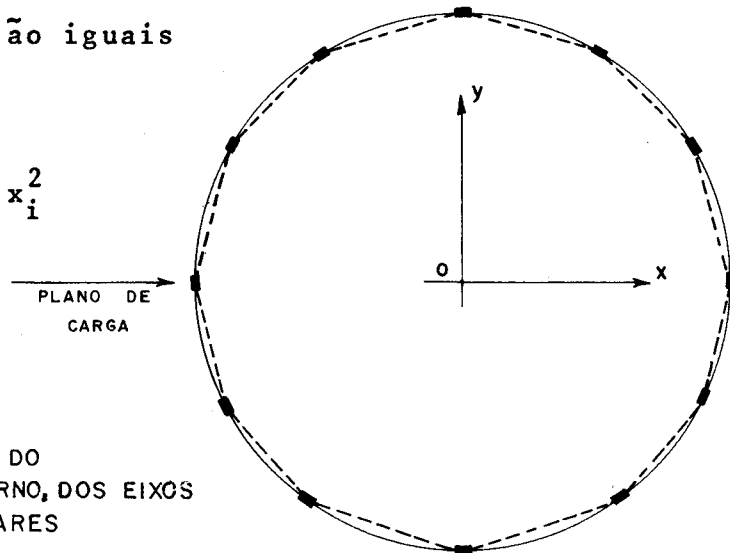


FIG.2.5 - POSIÇÕES DO CARREGAMENTO EXTERNO, DOS EIXOS CENTRAIS E DOS PILARES

As particularidades do problema em questão, simplificam a obtenção dos esforços axiais N_i , que resultam:

$$\therefore N_i = A_i \cdot \frac{-M_y}{\sum_1^p A_i x_i^2} \cdot x_i$$

ou

$$N_i = - \frac{M_y}{\sum_1^p x_i^2} x_i \quad \dots (2.4)$$

Portanto, conhecidas as distâncias de cada pilar à linha neutra, e o valor das cargas que atuam acima do andar em estudo, podem-se determinar os valores das forças axiais que atuam nos pilares do andar considerado.

Para os demais andares, se não se alteram as dimensões dos pilares, muda somente o valor do momento fletor que atua no andar, por efeito das cargas laterais sobre o consolo vertical.

2.3.2 - Obtenção dos esforços nas vigas e pilares

Como foi visto, com base nas hipóteses 2.2.1 e 2.2.2, podem-se determinar os esforços axiais em cada pilar i de um andar j , através da relação (2.4).

Quando são conhecidas as forças axiais nos pilares, ao nível de um pavimento n e de seu anterior ($n-1$), os esforços internos nas vigas e pilares ao nível do n ésimo andar podem ser obtidos com base no diagrama da Fig. 2.2, lançando mão das demais hipóteses de cálculo.

Por conveniência de cálculo, as forças nos pilares do andar ($n-1$) são colocadas em função das forças nos

pilares do andar n:

$$(N_i)_{n-1} = (N_i)_n + (\Delta N_i)_n \quad \dots(2.5)$$

2.3.2.1 - Forças cortantes verticais (Vigas)

As forças cortantes verticais V, nas vigas, podem ser obtidas através da somatória dos esforços verticais ao longo das cordas de circunferência, do que decorre:

$$V_1 = \frac{\Delta N_1}{2} \quad \dots(2.6.a)$$

$$V_i = V_{i-1} + \Delta N_i \quad (\text{para } i \geq 2) \quad \dots(2.6.b)$$

2.3.2.2 - Momentos fletores nas extremidades das vigas

Esses esforços solicitantes podem ser calculados, utilizando a hipótese segundo a qual os pontos de inflexão do momento fletor situam-se nos pontos médios dos vãos de vigas e pilares. Dessa forma, no centro do vão das vigas, distante $L_i/2$ de suas extremidades, existe apenas o esforço cortante V_i , do que decorre

$$M_i = V_i \cdot \frac{L_i}{2} \quad \dots(2.7)$$

2.3.2.3 - Forças cortantes horizontais (Pilares)

Sejam:

S = força cortante horizontal, paralela à direção considerada de ação do vento

S' = força cortante horizontal, perpendicular à direção de ação do vento

F_j = carregamento concentrado, atuando ao nível do pavimento j

h_j = distância de centro à centro de lajes.

Em cada andar genérico, as forças cortantes horizontais irão equilibrar as forças externas que atuam nele, ou seja, no esquema da Fig. 2.6, as forças cortantes $(S_i)_{j+1}$ deverão equilibrar a somatória das cargas do vento que atuam acima do andar $j+1$, e as forças cortantes $(S_i)_j$, deverão equilibrar aquelas cargas e mais a que atua ao nível do diafragma j .

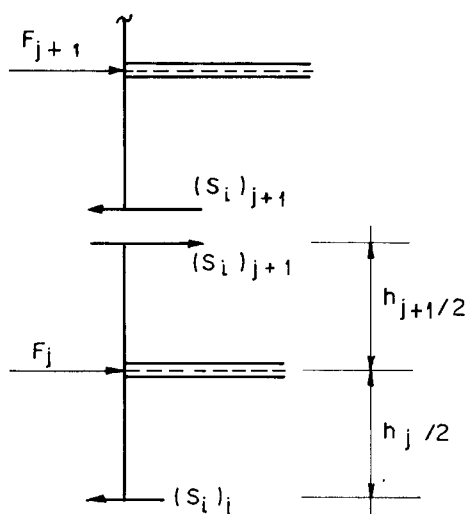


Fig.2.6-FORÇAS CORTANTES NOS PILARES, EM ANDARES VIZINHOS.

Portanto, por simples proporcionalidade, conclui-se que a força cortante, em um andar inferior, pode ser colocada em função da correspondente (pilar i) do andar superior, conforme se segue.

$$(S_i)_j = \frac{F'_{j+1} + F_j}{F'_j} \cdot (S_i)_{j+1} \quad \dots(2.8.a)$$

sendo F'_j = soma das cargas externas que atuam acima do andar j .

$$\therefore (S_i)_j = \left(1 + \frac{F_j}{F'_j}\right) (S_i)_{j+1} = k_j (S_i)_{j+1} \quad \dots (2.8.b)$$

$$\text{onde } k_j = 1 + \frac{F_j}{F'_j} \quad \dots (2.8.c)$$

Na Fig. 2.2, tomando momentos das forças contidos no plano xz (z é o eixo vertical), em relação à intersecção dos planos que contêm F_j e V_1 , resulta:

$$S_1 \frac{h_{j+1}}{2} + k_j S_1 \cdot \frac{h_j}{2} = \Delta N_1 d_1 \quad \dots (2.9.a)$$

$$\therefore S_1 = \frac{\Delta N_1 d_1}{\frac{h_{j+1}}{2} \left(1 + k_j \cdot \frac{h_j}{h_{j+1}}\right)} \quad \dots (2.9.b)$$

$$\text{chamando } g_j = \frac{1}{2} \left[1 + k_j \cdot \frac{h_j}{h_{j+1}}\right] \rightarrow$$

$$S_1 = \frac{\Delta N_1 d_1}{g_j h_{j+1}} \quad \dots (2.9.c)$$

Tomando momentos de forças ainda contidos no plano xz , agora em relação à intersecção dos planos que contêm F_j e V_2 , tem-se:

$$-V_1 (d_1 + d_2) + S_2 \frac{h_{j+1}}{2} + k_j S_2 \frac{h_j}{2} - \Delta N_2 d_2 = 0 \quad \dots (2.10.a)$$

$$\therefore S_2 = \frac{V_1 (d_1 + d_2) + \Delta N_2 d_2}{g_j h_{j+1}} \quad \dots (2.10.b)$$

Genericamente, para $i \geq 2$, resulta:

$$S_i = \frac{V_{(i-1)} \left[d_{i-1} + d_i \right] + \Delta N_i d_i}{g_j h_{j+1}} \quad \dots(2.10.c)$$

Também no diagrama da Fig. 2.2, depreende-se que $S'_1 = 0$, uma vez que a somatória das forças na direção de S'_1 é nula.

No pilar 2, tomando os momentos das forças contidos no plano yz, resulta:

$$S'_2 \frac{h_{j+1}}{2} + k_j S'_2 \frac{h_j}{2} - V_1(e_1 + e_2) - \Delta N_2 e_2 = 0 \quad \dots(2.11.a)$$

$$\therefore S'_2 = \frac{V_1(e_1 + e_2) + \Delta N_2 e_2}{g_j h_{j+1}} \quad \dots(2.11.b)$$

Para um pilar genérico, $i \geq 2$

$$S'_i = \frac{V_{(i-1)} (e_{i-1} + e_i) + \Delta N_i e_i}{g_j h_{j+1}} \quad \dots(2.11.c)$$

As forças cortantes no andar inferior, são obtidas da relação (2.12),

$$(S_i)_{j-1} = k_j (S_i)_j \quad \dots(2.12)$$

$$(S'_i)_{j-1} = k_j (S'_i)_j$$

$$\text{onde } k_j = 1 + \frac{F_j}{F'_j}$$

2.3.2.4 - Momentos fletores nos pilares

Não raro, as forças cortantes e os momentos fletores nos pilares, requeridos em projeto, são fornecidos nas direções radial e tangencial, conforme Fig. 2.7, uma vez que essas direções usualmente correspondem aos eixos principais da seção transversal dos pilares.

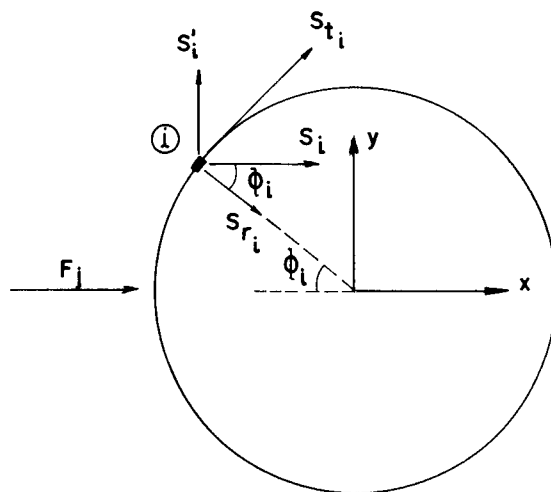


Fig. 2.7- FORÇAS CORTANTES DO PILAR I

Desde que, para um pavimento j , sejam conhecidas as forças cortantes horizontais S_i e S'_i , os valores das forças cortantes e momentos, relativamente às direções radial e tangencial, podem ser obtidos através da relação (2.13).

$$(S_t)_i = S_i \operatorname{sen}\phi_i + S'_i \operatorname{cos}\phi_i$$

$$(S_r)_i = S_i \operatorname{cos}\phi_i - S'_i \operatorname{sen}\phi_i$$

$$(M_t)_i = \frac{h_j}{2} (S_t)_i$$

$$(M_r)_i = \frac{h_j}{2} (S_r)_i$$

.....(2.13)

2.3.3 - Cálculo dos deslocamentos horizontais do edifício

Os deslocamentos horizontais absolutos, que ocorrem ao nível de cada andar, podem ser encontrados pela somatória, de baixo para cima, dos deslocamentos horizontais relativos entre os andares, calculados, em cada um deles, lançando mão do Princípio dos Trabalhos Virtuais, através da soma dos produtos de funções

$$\frac{M \bar{M}}{EJ} dx,$$

estendida a todas as barras (pilares e vigas) de um certo andar em estudo.

M = função que representa a distribuição do momento fletor nas barras genéricas de um andar (pilares ou vigas), devido à atuação das cargas externas no edifício (Fig. 2.8.a)

\bar{M} = função que representa a distribuição do momento fletor nas barras genéricas de um andar (pilares ou vigas), quando são aplicados esforços unitários na direção dos deslocamentos incógnitos (Fig. 2.8.b)

Quando são aplicados os esforços externos F_k no edifício, conforme foi descrito em 2.3.2, encontram-se os esforços axiais que aparecem nos pilares, fazendo uso da relação (2.14), ou seja, para um pilar genérico \underline{i} , situado ao nível de um andar j , tem-se:

$$N_{i,j} = - \frac{M_{y,j}}{\sum_{i=1}^{n_p} x_i^2} \cdot x_i \quad \dots(2.14)$$

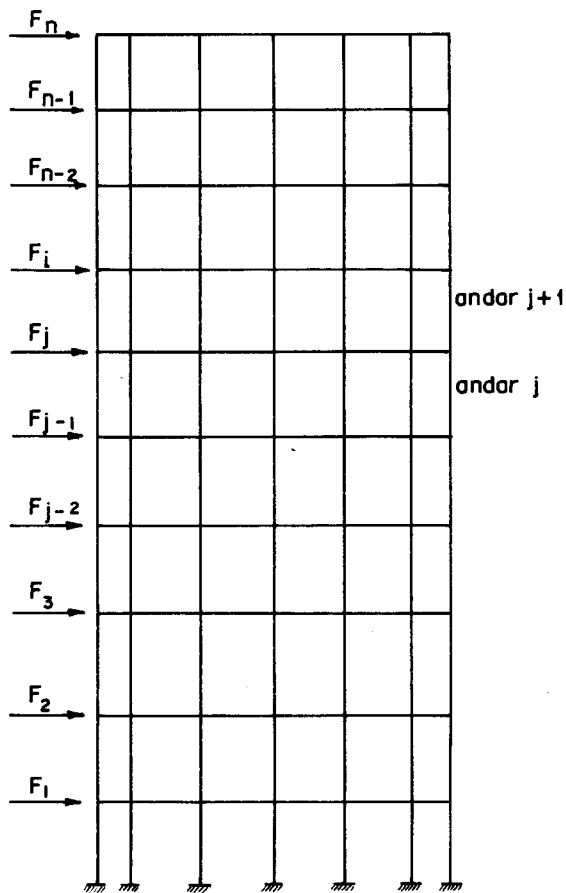


Fig.2.8a- CARGAS EXTERNAS NO EDIFÍCIO, PROVOCANDO APARECIMENTO DE M NAS VIGAS E PILARES.

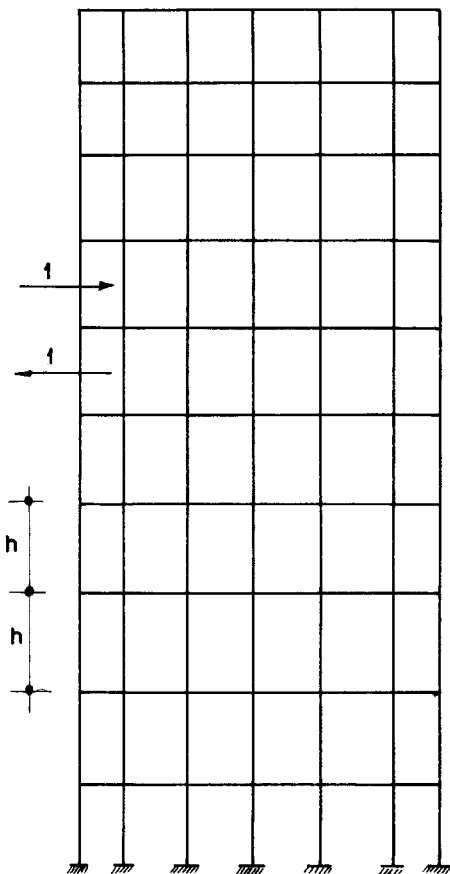


Fig.2.8b- ESFORÇOS UNITÁRIOS NO EDIFÍCIO, PROVOCANDO APARECIMENTO DE \bar{M} NAS VIGAS E PILARES.

O momento $M_{y,j}$ é obtido pela soma dos momentos das cargas externas F_k , aplicadas acima do andar j , com relação à metade do seu pé-direito.

A determinação dos esforços cortantes que atuam nos pontos médios das vigas e pilares, para o andar j , é feita, como foi visto em 2.3.2, utilizando as variações dos esforços axiais N_i , de um andar j , para o andar vizinho $j+1$.

$$\Delta N_{i,j} = N_{i,j} - N_{i,j+1} \quad \dots (2.15)$$

Para um pilar \underline{i} do andar j , o fator $x_i / \sum x_i^2$ é uma característica geométrica constante em todos os andares, chamada de α_i .

$$\therefore N_{i,j} = \alpha_i M_{y,j} \quad \dots (2.16.a)$$

$$N_{i,j+1} = \alpha_i M_{y,j+1} \quad \dots (2.16.b)$$

$$\Delta N_{i,j} = \alpha_i (M_{y,j} - M_{y,j+1}) \quad \dots (2.16.c)$$

Lembrando que a variação do momento fletor (provocado pelas cargas externas atuando no consolo) de um andar $j+1$ para o andar j pode ser tomada como o produto da força cortante média, que atua nesse andar, pela sua altura, a relação (2.16.c) pode ser escrita sob a forma:

$$\Delta N_{i,j} = \alpha_i \left(Q_j + \frac{F_j}{2} \right) h \quad \dots (2.17)$$

Os esforços cortantes nos pilares, S_{r_i} (na direção radial) e S_{t_i} (na direção tangencial) e os esforços cortantes V_i das vigas são todos obtidos através de $\Delta N_{i,j}$. Com isso, é possível determinar os momentos fletores M que atuam nos pilares e vigas, quando o edifício é sujeito às cargas externas.

Para obter os momentos fletores \bar{M} que atuam nessas barras, é preciso determinar os esforços cortantes que solicitam essas barras, seguindo o mesmo encaminhamento anteriormente descrito, estando o edifício sujeito ao par de cargas unitárias mostrado na Fig. 2.8.b.

Acima do andar considerado, devido à inexistência de cargas, ter-se-á sempre momento fletor nulo. Abaixo do andar considerado, o momento fletor tomado em relação à metade dos pés-direitos dos andares, será sempre constante e igual a $l_x h$.

Pode-se concluir com base na relação (2.16.a), que resultarão nulos os esforços axiais dos pilares situados acima do andar j e, com base na relação (2.16.c), que resultarão nulas as variações das forças axiais dos pilares situados em andares inferiores, para os quais N_i é constante. Em virtude disso, os únicos esforços cortantes diferentes de zero ocorrerão nas vigas do andar j , e à meia altura dos pilares dos andares j e $j+1$, como mostra o diagrama da Fig. 2.2.

No edifício sujeito às cargas unitárias, $\Delta N_{i,j} = \alpha_i h$ é a variação da força axial do pilar i , do andar $j+1$ para o andar j , a qual será utilizada para determinar os esforços cortantes desejados. Comparando essa variação à que se encontra na relação (2.17), verifica-se que todos os esforços cortantes resultarão $(Q_j + F_j/2)$ vezes menores que os obtidos estando o edifício sujeito à ação do carregamento externo.

Obtidos os esforços cortantes nas vigas (V_i) e nos pilares (S_{r_i} e S_{t_i}), podem-se executar facilmente as somas dos produtos de funções $M\bar{M}$, estendidas a todas as vigas e pilares do andar j .

Desprezando a deformação axial dos pilares, encontra-se o valor de δ_r (deslocamento horizontal relativo do andar j), através da relação (2.18).

$$\delta_r = \left\{ \left[\frac{2x \left(\frac{L_i}{2}\right)^3 \cdot \sum V_{i,j}^2}{3(Q_j + \frac{F_j}{2}) EI_v} \right] + \frac{(1+k_j) \left(\frac{h}{2}\right)^3}{3(Q_j + \frac{F_j}{2}) E} \left[\frac{\sum S_{t_{i,j+1}}^2}{(I_r)_p} + \frac{\sum S_{r_{i,j+1}}^2}{(I_t)_p} \right] \right\} \dots (2.18)$$

$(I_t)_p$ = momento de inércia da seção transversal do pilar, calculado em relação ao eixo t (direção tangencial)

$(I_r)_p$ = momento de inércia da seção transversal do pilar, calculado em relação ao eixo r (direção radial), conforme Fig. 2.9.

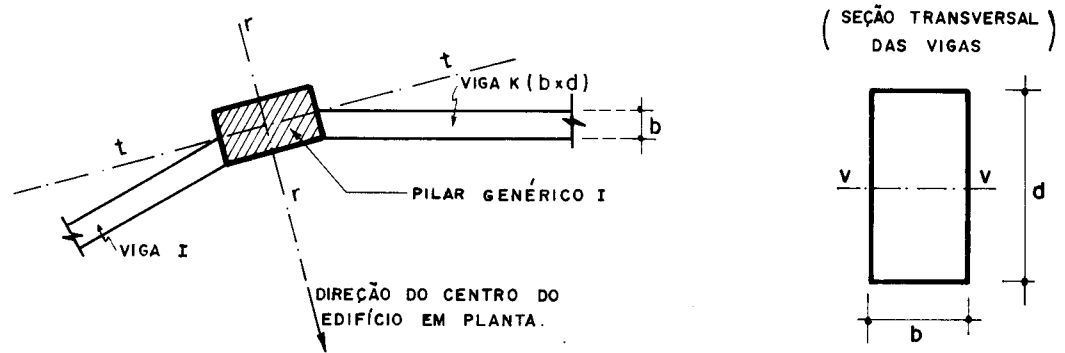


Fig. 2.9- DIREÇÕES RADIAL E TANGENCIAL

I_v = momento de inércia da seção transversal da viga, calculado em relação ao eixo v·v (Fig. 2.9).

Observações:

- a) Nas figuras 2.10.a e 2.10.b é mostrada a forma como foi tomada a força cortante média, com base nos diagramas de esforço cortante e momento fletor das cargas externas atuando sobre o consolo vertical. Os momentos das cargas externas são tomados com relação à metade do pé-direito de cada andar. Pelo diagrama da Fig. 2.10.b, vê-se que a cortante, ao nível do andar j, sofre uma descontinuidade de F_j do andar j+1 para o andar j. A média dos esforços cortantes desses andares é igual a $(Q_j + F_j/2)$, fator que aparece no denominador da relação (2.18).

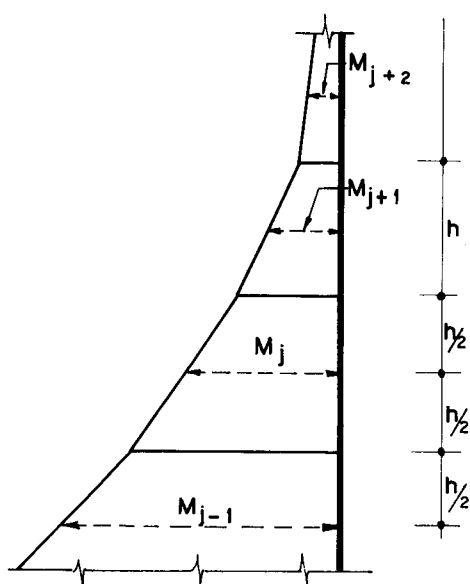


Fig. 2.10a - DIAGRAMA DE MOMENTO FLETOR DAS CARGAS EXTERNAS ATUANDO NO CONSOLO VERTICAL.

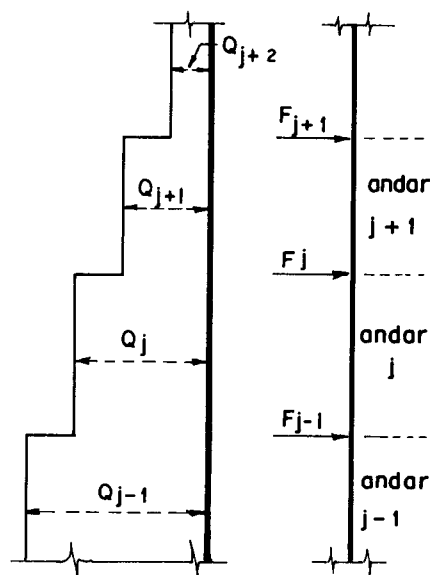


Fig. 2.10b - DIAGRAMA DE CORTANTE DAS CARGAS EXTERNAS.

$$Q_{\text{med}} = \frac{1}{2} (Q_j + Q_{j+1}) = \frac{1}{2} (Q_{j+1} + Q_{j+1} + F_j) = (Q_{j+1} + \frac{1}{2} F_j) \quad \dots (2.19)$$

(j+1, j)

b) O modo como foi descrito o cálculo dos deslocamentos horizontais do edifício sugere um outro procedimento para a determinação de todos os esforços solicitantes internos (forças axiais, cortantes e momentos fletores).

No método proposto por Scalzi, todos os esforços internos de um andar j , são obtidos desde que se conheçam as variações das forças axiais dos pilares i , do andar j para o seu vizinho $j+1$.

Essas variações são obtidas, no método proposto, através do cálculo das forças axiais propriamente ditas, as quais são calculadas com o uso da relação (2.14), supondo anteriormente conhecidos os momentos de tombamento das cargas externas em relação à meia altura dos diversos andares.

Pode-se propor uma maneira diferente de calcular as variações das forças axiais dos pilares, apenas fazendo uso do par de esforços unitários, aplicados aos andares j e $j+1$. Sob a ação desse carregamento virtual, como foi visto, são obtidas variações dos esforços axiais, Q_{med} vezes menores que as encontradas estando o edifício sujeito às cargas externas, lembrando que Q_{med} é o esforço cortante médio entre os andares j e $j+1$. Para conhecer as verdadeiras variações dos esforços axiais, multiplicam-se os $\Delta N_{i,j}$ virtuais por Q_{med} .

$$\begin{array}{l} \Delta N_{i,j} \\ \text{(carregamento)} \\ \text{virtual} \end{array} = \alpha_i \cdot h$$

$$\begin{array}{l} \Delta N_{i,j} \\ \text{(carregamento)} \\ \text{real} \end{array} = \alpha_i \cdot Q_{med} \cdot h, \text{ sendo}$$

$$Q_{med} = F_n + F_{n-1} + \dots + F_i + F_{j+1} + \frac{1}{2} F_j \quad (2.20)$$

$(j, j+1)$

Tendo em mãos os valores de $\Delta N_{i,j}$, obtidos desde o primeiro até o n -ésimo andar, obtêm-se os valores dos esforços solicitantes nas vigas e pilares fazendo uso das relações apresentadas no ítem 2.3.2.

Os esforços axiais dos pilares podem ser obtidos pela soma das variações $\Delta N_{i,j}$ do último até o primeiro andar, lembrando que no último andar a variação confunde-se com o próprio valor do esforço axial.

Portanto, ao aplicar o par de cargas virtuais unitárias, tudo se passa como se se estivesse encontrando uma "linha de influência" para os esforços cortantes médios ao longo do consolo vertical.

c) Conhecidos os deslocamentos horizontais relativos entre os diversos andares, relativamente à metade de seus pés-direitos, suas somatórias, de baixo para cima, resulta a rã nos deslocamentos absolutos dos andares. Cálculos a proximados podem ser utilizados para estimar o deslocamento que ocorre no 1º andar em relação à base, que é o 1º termo da referida somatória. Para obter os deslocamentos absolutos, aos níveis das lajes, podem-se tomar, por exemplo, as médias dos valores anteriormente encontrados (Fig. 2.11), como segue:

$$u_j^* = \frac{1}{2} (u_j + u_{j+1})$$

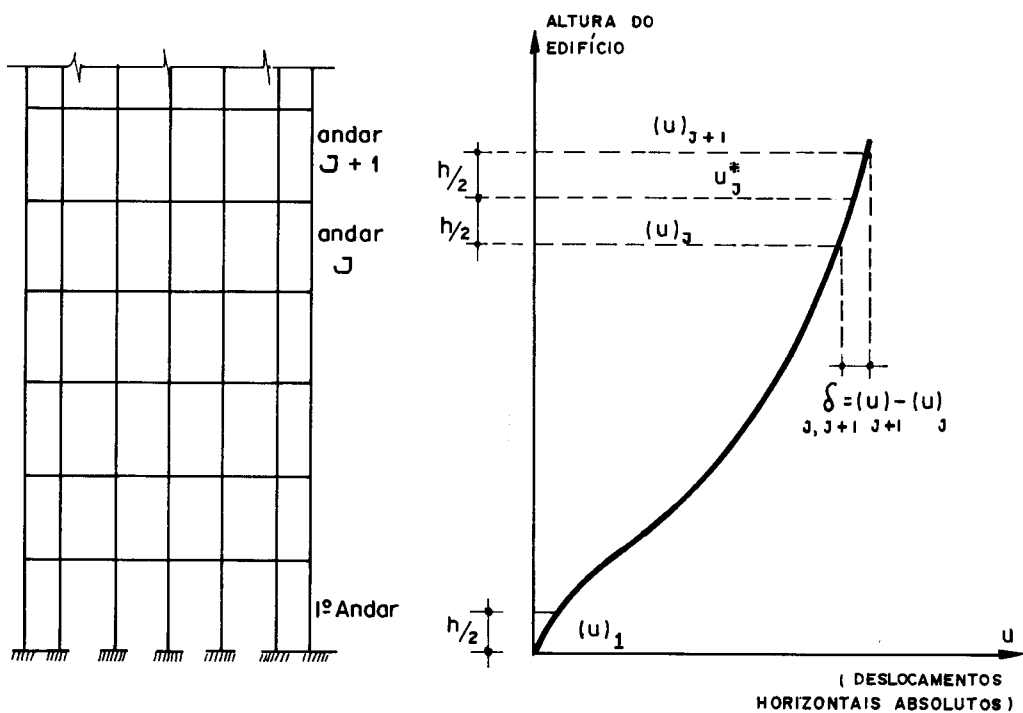


Fig. 2.11 - DESLOCAMENTOS ABSOLUTOS DOS ANDARES

2.4 - PROGRAMA PARA CÁLCULO AUTOMÁTICO

2.4.1 - Introdução

Seguindo o procedimento sugerido por Scalzi, foi elaborado um programa automático em linguagem FORTRAN, que resolve edifícios axissimétricos do tipo mostrado na Fig. 2.12, sujeito à ação de carregamento lateral devido ao vento.

Entrando com as coordenadas dos pilares em relação aos eixos centrais (com origem no centro do edifício em planta) e as cargas externas com seus pontos de aplicação, o programa fornece como resultados, os esforços axiais nos pilares, as forças cortantes nas vigas e nos pilares (nas direções radial e tangencial), os momentos fletores nas extremidades das vigas e dos pilares (direções radial e tangencial) e os deslocamentos.

Apresenta-se a seguir uma sumária descrição do programa, com informações necessárias para que o usuário possa compreendê-lo e utilizá-lo convenientemente.

2.4.2 - Organização do programa

Esse programa foi executado no computador Burroughs 3500, do C.P.D. da E.E.S.C., tendo analisado, pelo método estimativo, um edifício de apenas 10 andares. Em exemplos em que o número de variáveis cresça, o programa deve ser segmentado em várias partes, ligadas entre si através de comandos de carregamento LINK, que possibilitam aumento da área de memória disponível para as variáveis envolvidas.

2.4.2.1 - Diagrama de blocos

A seguir, apresenta-se resumidamente o diagrama de blocos do programa, no qual se indicam as operações básicas efetuadas ao longo do programa.

a) Entrada de Dados e Cálculo das Forças Axiais dos Pilares

- Lê dados sobre o número de andares, número de pilares e número de pilares contidos em um setor circular (quadrante). Imprime esses dados.
- Lê as coordenadas dos pilares, relativamente aos eixos centrais do edifício em planta, conforme se indica na Fig. 2.12.a.
- Lê dados sobre o carregamento externo: número do andar, altura do pé-direito do andar, valor da carga aplicada no andar e ponto de aplicação da carga.
- Imprime as coordenadas dos pilares.
- Imprime os dados sobre o carregamento externo, juntamente com os momentos desse carregamento, calculados relativamente à meia altura dos diversos andares.
- Calcula e imprime as forças axiais dos pilares, para pilares situados dentro do setor circular escolhido como representativo do conjunto.
- Calcula as variações das forças axiais, de um andar j para o andar $j-1$, supondo numeração crescente da base para o tampo.

b) Entrada dos Dados relativos à rigidez das peças

- Lê e imprime dados sobre os momentos de inércia das vigas e pilares, além do módulo de elasticidade do material.

c) Cálculo dos Esforços e Deslocamentos Horizontais

- Calcula e imprime os esforços cortantes nas vigas (centro dos vãos) e os momentos fletores nas extremidades das vigas.
- Calcula e imprime os esforços cortantes nos pilares (centros dos vãos) e os momentos fletores nas extremidades dos pilares, ambos nas direções radial e tangencial.
- Calcula e imprime os deslocamentos horizontais relativos e absolutos.

2.4.2.2 - Notação das constantes e variáveis

A seguir apresenta-se a notação utilizada para identificar as variáveis envolvidas no programa. No decorrer do programa aparecem algumas variáveis que não serão comentadas, por serem apenas auxiliares à técnica de programação, estando seus significados evidenciados no próprio desenvolvimento do programa.

NOTAÇÃO	DIMENSÕES	IDENTIFICAÇÃO
N		Número de andares
NC		Número total de colunas
NCS		Número de colunas encontrado em um setor circular (quadrante do círculo); $NCS = NC/4$
X(I), Y(I)	(NCSx1)	Coordenadas dos pilares, medidas respectivamente em relação aos eixos centrais x e y do edifício em planta
H(J)	(Nx1)	Altura do pé-direito do andar J

NOTAÇÃO	DIMENSÕES	IDENTIFICAÇÃO
F(J)	(N x 1)	Carga concentrada aplicada ao nível do andar J
CW(J)	(N x 1)	Coordenada do ponto de aplicação da carga F(J), medida em relação à base do edifício
MOM(J)	(N x 1)	Momento de tombamento das cargas externas em relação à metade do pé-direito do andar J, calculado usando as cargas situadas acima do andar J
N(I, J)	(NCS x N)	Força axial que solicita um pilar I do andar J
DELTA(I, J)	(NCS x N)	Variação da força axial do pilar I, andar J para o andar inferior J-1
NVS		Número de vigas encontrado em um setor circular
V(I, J)	(NVS x N)	Esforço cortante encontrado no centro do vão da viga I situada no andar J
L(I)	(NVS x 1)	Comprimento da viga I, tomada como reta
MV(I, J)	(NVS x N)	Momento fletor encontrado na extremidade da viga I, situada ao nível do andar J
D(I), C(I)	(NCS x 1)	Distâncias (medidas nas direções x e y respectivamente)
CX(I), CY(I)	(NCS x 1)	Valores absolutos de X(I)/R e Y(I)/R, sendo R o raio do círculo
S(I, J)	(NCS x N)	Força cortante horizontal (na direção x), que atua no pilar I do andar J
SL(I, J)	(NCS x N)	Força cortante horizontal (na direção y), que atua no pilar I do andar J

NOTAÇÃO	DIMENSÕES	IDENTIFICAÇÃO
ST(I,J) SR(I,J)	(NCSxN)	Forças cortantes horizontais (nas direções tangencial e radial), que atuam no pilar I, à meia altura do andar J
MT(I,J) MR(I,J)	(NCSxN)	Momentos fletores nas extremidades do pilar I, provocados pelos esforços ST(I,J) e SR(I,J)
IV, IPR, IPT		Momentos de inércia à flexão, da viga e dos pilares (direções radial e tangencial) respectivamente
QMED(J)	(Nx1)	Força cortante média entre os andares J e J-1
DEREL(J)	(Nx1)	Deslocamento relativo entre os andares J e J-1
U(J)	(Nx1)	Deslocamento horizontal absoluto do andar J
E		Módulo de elasticidade do material

2.5 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O programa para o cálculo automático do edifício, foi utilizado para determinar os esforços internos nas vigas e pilares do edifício da Fig. 2.12.a, bem como seus deslocamentos horizontais absolutos.

2.5.1.- Características geométricas do Edifício - Carregamento externo

O edifício analisado tem 10 metros de diâmetro, possuindo 10 andares cada qual com 3,0 metros de pé-direito. É composto de 12 pilares, com seção transversal de

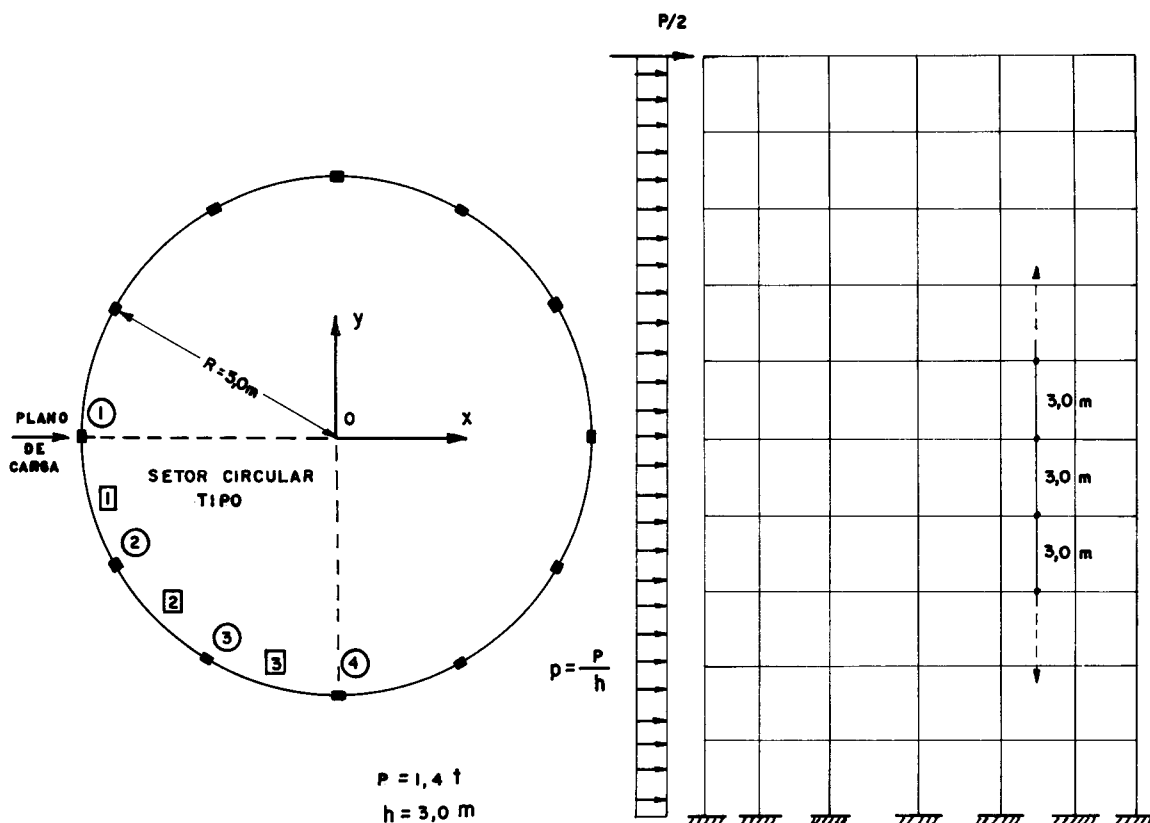


FIG. 2.12a - EDIFÍCIO EM PLANTA

FIG. 2.12b - CARREGAMENTO EXTERNO (VENTO)

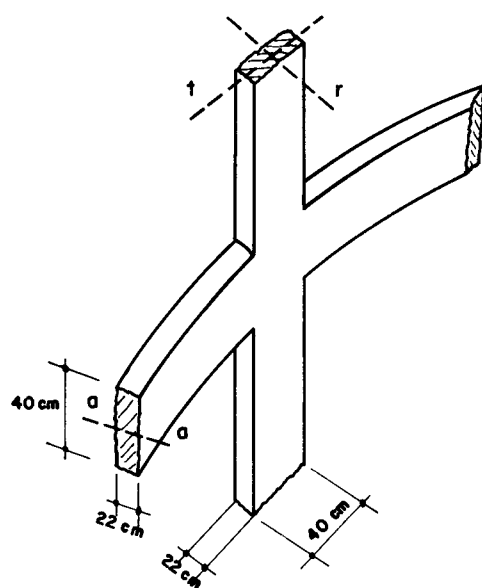
22x40cm, valores que permanecem constantes ao longo de toda a altura do edifício.

O carregamento externo é devido à ação do vento sobre o edifício, composto de uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura (não foram tomadas as variações recomendadas por NORMA) e de uma carga concentrada no topo. Para a aplicação do programa, a carga distribuída $p = P/h$ será suposta concentrada aos níveis dos pavimentos dos andares, ficando cada qual sujeito à ação da mesma carga concentrada equivalente (no caso igual a P).

Nas figuras 2.12.a e 2.12.b mostram-se a elevação e a planta do edifício analisado pela técnica de Scalzi. No setor circular da Fig. 2.12.a os pilares (com números dentro de pequenos círculos) e as vigas (número dentro

de pequenos quadrados) representam o comportamento de todo o conjunto (dada a simetria em relação aos eixos x e y), o que vem diminuir a área de memória de computador reservada para armazenamento dos parâmetros envolvidos.

Para efeito do cálculo dos deslocamentos, foi tomado módulo de elasticidade $E = 280,0 \text{ t/cm}^2$ (concreto armado), sendo a disposição de um pilar genérico e das vigas nele concorrentes, mostrada na Fig. 2.13.



r = DIREÇÃO RADIAL DO PILAR
t = DIREÇÃO TANGENCIAL DO PILAR

FIG 2.13 - EIXOS CENTRAIS DE UM PILAR GENÉRICO

$(I_t)_p$ = momento de inércia do pilar, relativamente ao eixo

$$t = \frac{40 \times 22^3}{12} \approx 35.493 \text{ cm}^4$$

$(I_r)_p$ = momento de inércia do pilar, relativamente ao eixo

$$r = \frac{22 \times 40^3}{12} \approx 117.333 \text{ cm}^4$$

I_v = momento de inércia da viga, relativamente ao eixo

$$a \cdot a = \frac{22 \times 40^3}{12} \approx 117.333 \text{ cm}^4$$

2.5.2 - Entrada de dados no programa

a) Número de andares, pilares, pilares do setor circular
tipo

N = 10

NC = 12

NCS = 4

b) Coordenadas dos nós (centímetros)

PILAR	COORDENADA Y	COORDENADA X
1	0,0	-500,0
2	-250,0	-433,0
3	-433,0	-250,0
4	-500,0	0,0
5	-433,0	250,0
6	-250,0	433,0
7	0,0	500,0
8	250,0	433,0
9	433,0	250,0
10	500,0	0,0
11	433,0	-250,0
12	250,0	-433,0

c) Carregamento externo

ANDAR	ALTURA (cm)	CARGA (ton)	COORDENADA DA CARGA (cm)
10	300,0	1,4	3000,0
9	300,0	1,4	2700,0
8	300,0	1,4	2400,0
7	300,0	1,4	2100,0
6	300,0	1,4	1500,0
5	300,0	1,4	1500,0
4	300,0	1,4	1200,0
3	300,0	1,4	900,0
2	300,0	1,4	600,0
1	300,0	1,4	300,0

d) Momentos de inércia (cm⁴) ; Módulo de elasticidade (t/cm²)

PILAR			
DIR.RADIAL	DIR.TANGENCIAL	VIGA	E
117.333	35,493	117.333	280

2.5.3 - RESULTADOS DO PROGRAMA

FORÇAS AXIAIS NAS COLUNAS (EM TON.)

ANDAR	COL1	COL2	COL3	COL4
10	0.070	0.061	0.035	0.000
9	0.280	0.242	0.140	0.000
8	0.630	0.546	0.315	0.000
7	1.119	0.970	0.560	0.000
6	1.749	1.516	0.874	0.000
5	2.518	2.182	1.259	0.000
4	3.428	2.970	1.714	0.000
3	4.477	3.880	2.239	0.000
2	5.666	4.910	2.833	0.000
1	6.995	6.062	3.498	0.000

FORÇAS CORTANTES VERTICAIS (EM TON.)

ANDAR	VIGA1	VIGA2	VIGA3
10	0.035	0.096	0.131
9	0.105	0.287	0.392
8	0.175	0.478	0.653
7	0.245	0.669	0.914
6	0.315	0.860	1.175
5	0.385	1.052	1.436
4	0.455	1.243	1.697
3	0.525	1.434	1.959
2	0.595	1.625	2.220
1	0.665	1.816	2.481

MOMENTOS NOS EXTREMOS DAS VIGAS (EM T.CM)

ANDAR	VIGA1	VIGA2	VIGA3
10	4.5250	12.3908	16.8928
9	13.5751	37.1724	50.6785
8	22.6252	61.9539	84.4643
7	31.6752	86.7355	118.2500
6	40.7253	111.5171	152.0356
5	49.7754	136.2987	185.8214
4	58.8254	161.0802	219.6070
3	67.8755	185.8618	253.3928
2	76.9255	210.6434	287.1785
1	85.9756	235.4249	320.9641

FORÇAS CORTANTES HORIZONTAIS (EM TON.)

ANDAR	COL1		COL2		COL3		COL4	
	SR	ST	SR	ST	SR	ST	SR	ST
10	0.016	0.000	0.014	0.109	0.008	0.189	0.000	0.218
9	0.031	0.000	0.027	0.218	0.016	0.377	0.000	0.435
8	0.047	0.000	0.041	0.327	0.024	0.566	0.000	0.653
7	0.062	0.000	0.054	0.436	0.031	0.755	0.000	0.871
6	0.078	0.000	0.058	0.545	0.039	0.943	0.000	1.088
5	0.093	0.000	0.051	0.654	0.047	1.132	0.000	1.306
4	0.109	0.000	0.035	0.763	0.055	1.320	0.000	1.523
3	0.124	0.000	0.109	0.872	0.063	1.509	0.000	1.741
2	0.140	0.000	0.122	0.981	0.071	1.698	0.000	1.959
1	0.156	0.000	0.136	1.090	0.078	1.886	0.000	2.176

MOMENTOS FLETORES NAS COLUNAS (EM T.CM)

ANDAR	COL1		COL2		COL3		COL4	
	MR	MT	MR	MT	MR	MT	MR	MT
10	2.3	0.0	2.0	16.3	1.2	28.3	0.0	32.6
9	4.7	0.0	4.1	32.7	2.4	56.6	0.0	65.3
8	7.0	0.0	6.1	49.0	3.5	84.9	0.0	97.9
7	9.3	0.0	8.1	65.4	4.7	113.2	0.0	130.6
6	11.7	0.0	10.2	81.7	5.9	141.5	0.0	163.2
5	14.0	0.0	12.2	98.1	7.1	169.8	0.0	195.9
4	16.3	0.0	14.3	114.4	8.2	198.1	0.0	228.5
3	18.7	0.0	16.3	130.8	9.4	226.4	0.0	261.2
2	21.0	0.0	18.3	147.1	10.6	254.7	0.0	293.8
1	23.3	0.0	20.4	163.5	11.8	283.0	0.0	326.4

DESLOCAMENTOS ABSOLUTOS DOS ANDARES
ANDAR DESLOCAMENTO (CM)

1	0.17
2	0.37
3	0.56
4	0.71
5	0.85
6	0.96
7	1.05
8	1.11
9	1.15
10	1.16

2.5.4 - LISTAGEM DO PROGRAMA

```
IDENT EDUARDO
FILE 2=CARTAO,UNIT=RFADER
FILE 5=IMP,UNIT=PRINTER
REAL MUM(15),NEFD,N(15,10)
REAL L(10),MV(15,10),MT(15,10),MR(15,10)
REAL IV,IPT,IPR
DIMENSION CW(15),CP(15),DIF(15,15),X(40),Y(40),H(15),F(15),Q(15),D
6ELTA(15,10)
DIMENSION V(15,10),AVIG(10),ASKST( 9),AMRMT( 9),D(10),C(10),S(15,1
30),SL(15,10),FK(15),CX(10),CY(10),FATOR(15),SR(15,10),ST(15,10),AC
40L(10),QMFD(15,15),SRSUM(15),STSUM(15),VGSUM(15),DEREL(15,15),UFAR
5S(15),U(15)
DATA AC0L/BC0L10,BC0L20,BC0L30,BC0L40,BC0L50,BC0L60,BC0L70,BC0L80,
50C0L90,BC0L100/
DATA AVIG/0VIGA10,0VIGA20,0VIGA30,0VIGA40,0VIGA50,0VIGA60,0VIGA70,
40VIGA80,0VIGA90,0VIGA100/
DATA ASRST/0S0,RR0,0 0,3*0=0,0 0,RS0,0T0/
DATA AMRMT/0M0,RR0,0 0,3*0=0,0 0,RM0,0T0/
C*** TITULO DO PROGRAMA
WRITE(5,1)
1 FORMAT(10X,0ANALISE DE EDIFICIO AXISSIMETRICO FLEVADOR,//10X,0EDUA
2000 JOSE PEREIRA COELHO-DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS0,//10X,0METODO
3MANUAL DE CALCULO PROGRAMADO PARA O COMPUTADOR0,///)
C*** ENTRADA DE DADOS E CALCULO DAS FORCAS AXIAIS NAS COLUNAS
WRITE(5,333)
333 FORMAT(T21,0NA0,5X,0NC0,5X,0NCS0,/)
READ(2,2)NA,NC,NCS
2 FORMAT(3I5)
```

```
WRITE(5,334)NA,NC,NCS
334 FORMAT(20X,I2,5X,I2,5X,I2,///)
C*** COORDENADAS DAS COLUNAS
WRITE(5,3)
3 FORMAT(T25,0COORDENADAS DAS COLUNAS (EM CM)0, //T21,0COLUNA0,5X,0C0
60RG,Y0,7X,0COORD.X0, //)
DO 4 I=1,NC
READ(2,5)J,Y(J),X(J)
5 FORMAT(I5,5X,2F10.0)
WRITE(5,6)J,Y(J),X(J)
6 FORMAT(T23,I2,T33,F7.1,T47,F7.1,/)
4 CONTINUE
C*** DADOS RELATIVOS AS CARGAS
C*** CALCULO DO MOMENTO NO CENTRO DAS COLUNAS DEVIDO A Acao DO VENTO
WRITE(5,7)
7 FORMAT(10X,0ANDAR0,3X,0ALTURA(EM CM)0,5X,0CARGA(EM TON.)0,5X,0COORD
20,-CARGA(EM CM)0,5X,0MOMENTO(EM T.CM)0, //)
DO 9 J=1,NA
READ(2,10)J,H(J),F(J),CW(J)
10 FORMAT(I5,5X,3F10.0)
9 CP(J)=CW(J)-H(J)/2.
DO 8 J=1,NA
NEED=0.
I=NA-J+1
DO 11 IK=1,NA
K=NA-ik+1
DIF(K,I)=CW(K)-CP(I)
IF(DIF(K,I))1001,1001,13
```

```
13 NEFD=NEED+ F(K)*DIF(K,I)
11 CONTINUE
1001 MOM(I)=NEFD
      WRITE(5,14)I,H(I),F(I),CH(I),MOM(I)
14 FORMAT(T12,I2,T21,F5.1,T40,F5.2,T60,F7.1,T82,F8.1,/)
8 CONTINUE
C*** DETERMINACAO DAS FORCAS AXIAIS NAS COLUNAS
      SOMA=0.
      WRITE(5,15)
15 FORMAT(24Y,0FORCAS AXIAIS NAS COLUNAS (EM TON.)0,/)
      WRITE(5,88)(ACDL(I),I=1,NCS)
88 FORMAT(10X,0BANJARD,8X,10(A4,8X),/)
      DO 17 J=1,NC
          SOMA=SOMA+X(J)**2.
17 CONTINUE
      SOMA1=0.
      DO 16 K=1,NA
          I=NA-K+1
          DO 77 J=1,NCS
              N(I,J)=(ABS(MOM(I))*X(J))/SOMA
              DELTA(I,J)=N(I,J)-N(I+1,J)
77 CONTINUE
          SOMA1=SOMA1+F(I)
          Q(I)=SOMA1
          WRITE(5,89)I,(N(I,J),J=1,NCS)
89 FORMAT(11X,I2,9X,10(F7.3,5X),/)
16 CONTINUE
C*** CALCULO DAS FORCAS CORTANTES VERTICAIS
```



```
NVS=NCS-1
WRITE(5,90)
90 FORMAT(T25,8FORÇAS CURTANTES VERTICAIS (EM TGN.)8,/)
WRITE(5,91)(AVIG(I),I=1,NVS)
91 FORMAT(10X,8ANDAR8,10X,10(A5,10X),/)
DO 18 K=1,NA
I=NA-K+1
DO 19 J=1,NVS
IF(I=NA)66,67,66
67 IF(J=1)93,94,93
94 V(I,J)=V(T,J)/2.
GO TO 19
93 V(I,J)=V(T,J-1)+N(I,J)
GO TO 19
66 IF(J=1)24,25,24
25 V(I,J)=DELTA(T,J)/2.
GO TO 19
24 V(I,J)=V(T,J-1)+DELTA(I,J)
19 CONTINUE
WRITE(5,95)I,(V(I,J),J=1,NVS)
95 FORMAT(T11,I2,9X,10(F7.3,8X),/)
18 CONTINUE
C*** CALCULO DOS MOMENTOS NAS EXTREMIDADES DAS VIGAS
WRITE(5,96)
96 FORMAT(24X,8MOMENTOS NOS EXTREMOS DAS VIGAS (EM T.CM)8,/)
WRITE(5,97)(AVIG(I),I=1,NVS)
97 FORMAT(10X,8ANDAR8,10X,10(A5,10X),/)
DO 27 K=1,NA
```

```
I=NA-K+1
DO 26 J=1,NVS
L(J)=SQRT((X(J+1)-X(J))**2.+(Y(J+1)-Y(J))**2.)
MV(I,J)=(V(I,J)*L(J)/2.)
26 CONTINUE
WRITE(5,9A)I,(MV(I,J),J=1,NVS)
98 FORMAT(11X,I2,8X,10(F8.4,7X),/)
27 CONTINUE
C*** CALCULO DAS FORÇAS CORTANTES HORIZONTAIS
WRITE(5,335)
335 FORMAT(24X,8F10.4,CORTANTES HORIZONTAIS(EM TON.),/)
WRITE(5,7A)(ACDI(I),I=1,NCS)
78 FORMAT(1X,8A10.4,10(A4,13X),/)
WRITE(5,79)((ASRST(I),I=1,9),J=1,NCS)
79 FORMAT(3X,8I10,8X,10(9A1,8X))
J=1
R=SQRT(X(J)**2.+Y(J)**2.)
DO 44 J=1,NCS
D(J)=ABS((X(J+1)-X(J))/2.)
C(J)=ABS((Y(J+1)-Y(J))/2.)
CX(J)=ABS(X(J)/R)
CY(J)=ABS(Y(J)/R)
44 CONTINUE
SUM=0.
NA1=NA-1
DO 520 K=1,NA1
I=NA1-K+1
I1=I+1
```

```
SUM=SUM+F(I1)
FK(I)=1.+ F(I)/SUM
FATOR(I)=0.5*(H(I1)+(FK(I)*H(I)))
520 CONTINUE
NA1=NA-1
DO 29 K=1,NA1
I=NA1-K+2
DO 30 J=1,NCS
IF(I=NA)70,71,70
71 IF(J=1)100,101,100
101 S(I,J)=(2.*N(I,J)*D(J))/H(I)
SL(I,J)=0.
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)
GO TO 30
100 IF(J=NCS)200,201,200
201 S(I,J)=2.*(V(I,J-1)*(D(J)+D(J-1))+N(I,J)*D(J))/H(I)
SL(I,J)=0.
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)+SL(I,J)*CX(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)-SL(I,J)*CY(J)
GO TO 30
200 S(I,J)=2.*(V(I,J-1)*(D(J)+D(J-1))+N(I,J)*D(J))/H(I)
SL(I,J)=2.*(V(I,J-1)*(C(J)+C(J-1))+N(I,J)*C(J))/H(I)
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)+SL(I,J)*CX(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)-SL(I,J)*CY(J)
GO TO 30
70 IF(J=1)35,36,35
36 S(I,J)=(DELTA(I-1,J)*D(J))/FATOR(I-1)
```

```
SL(I,J)=0.
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)
GO TO 30
35 IF(J=NCS)202,203,202
203 S(I,J)=(V(I-1,J-1)*(D(J-1)+D(J))+DELTA(I-1,J)*D(J))/(FATOR(I-1))
SL(I,J)=0.
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)+SL(I,J)*CX(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)-SL(I,J)*CY(J)
GO TO 30
202 S(I,J)=(V(I-1,J-1)*(D(J-1)+D(J))+DELTA(I-1,J)*D(J))/(FATOR(I-1))
SL(I,J)=(V(I-1,J-1)*(C(J-1)+C(J))+DELTA(I-1,J)*C(J))/(FATOR(I-1))
ST(I,J)=S(I,J)*CY(J)+SL(I,J)*CX(J)
SR(I,J)=S(I,J)*CX(J)-SL(I,J)*CY(J)
30 CONTINUE
29 CONTINUE
DO 430 J=1,NCS
SR(1,J)=SR(2,J)*FK(1)
ST(1,J)=ST(2,J)*FK(1)
430 CONTINUE
DO 429 K=1,NA
I=NA-K+1
WRITE(5,74)I,(SR(I,J),ST(I,J),J=1,NCS)
74 FORMAT(3X,I2,4X,10(F6.3,1X,F6.3,4X),/)
429 CONTINUE
C*** MOMENTOS FLETORES NAS COLUNAS
WRITE(5,144)
144 FORMAT(24X,BDMOMENTOS FLETORES NAS COLUNAS (FM T.CM)0,/)

```

```
WRITE(5,81)(ACJL(I),I=1,NCS)
R1 FORMAT(1X,8ANDAR0,8X,10(A4,13X),/)
WRITE(5,82)((AMRMT(I),I=1,9),J=1,NCS)
R2 FORMAT(3X,0I0,8X,10(9A1,8X))
DO 86 K=1,NA
  I=NA-K+1
  DO 87 J=1,NCS
    MT(I,J)=(0.5*ST(I,J)*H(I))
    MR(I,J)=(0.5*SR(I,J)*H(I))
  A7 CONTINUE
  WRITE(5,83)I,(MR(I,J),MT(I,J),J=1,NCS)
R3 FORMAT(3X,I2,4X,10(F6.1,1X,F6.1,4X),/)
R6 CONTINUE
C*** LEITURA E IMPRESSAO DOS MOM. DE INERCIA DE VIGAS E PILARES
WRITE(5,103)
103 FORMAT(30X,0MOMENTOS DE INERCIA DE VIGAS E PILARES(EM CM4)0,14X,0
2M0DULO DE ELASTICIDADE0,130X,0VIGAS0,20X,0PILARES0,22X,0VIGAS E PI
3LARES0,14PX,0DIR.PADIAL0,5X,0DIR.TANGENCIAL0,14X,0E0,131X,0IV0,18X
40,0IPR0,14X,0IPT0,17X,0T/CM20//)
C*** LEITURA E IMPRESSAO DO MODULO DE ELASTICIDADE
READ(2,102)IV,IPR,IPT,E
102 FORMAT(4F10.0)
WRITE(5,104)IV,IPR,IPT,E
104 FORMAT(27Y,F10.1,11X,F10.1,5X,F10.1,9X,F10.1,/)
DO 105 K=2,NA
  I=NA-K+1
  I1=I+1
  QMED(I1,I)=(Q(I1)+Q(I))/2.
```

105 CONTINUE

C**** OBTENCAO DOS DESLOCAMENTOS

NCS1=NCS-1

CXSUM=0.

CYSUM=0.

DO 108 K=2,NCS1

CXSUM=CXSUM+4.*CX(K)**2.

CYSUM = CYSUM+4.*CY(K)**2.

108 CONTINUE

CXSUM=CXSUM+2.*(CX(1)**2.+CX(NCS)**2.)

CYSUM=CYSUM+2.*(CY(1)**2.+CY(NCS)**2.)

DO 100 K=2,NA

I=NA-K+1

I1=I+1

AUXSR=0.

AUXST=0.

AUXVG=0.

NCS1=NCS-1

DO 160 J=2,NCS1

AUXSR=AUXSR+4.*SR(I,J)**2.*H(I)**3.

AUXST=AUXST+4.*ST(I,J)**2.*H(I)**3.

160 CONTINUE

SRSUM(I)=AUXSR+2.*(SR(I,1)**2.+SR(I,NCS)**2.)*H(I)**2.)

STSUM(I)=AUXST+2.*(ST(I,1)**2.+ST(I,NCS)**2.)*H(I)**2.

DO 170 KI=1,NVS

AUXVG=AUXVG+4.*V(I,KI)**2.*L(KI)**3.

170 CONTINUE

VGSUM(I)=AUXVG

```
450 CONTINUE
      DEAPS(1)=(((H(1)/2.))**3.)*Q(1))/(3.*E*(JFR*CYSUM+IPT*CYSUM))
      DO 180 I=2,NA
        I1=I-1
        DEREL(I,I1)=((VGSUM(I1))/(12.*E*IV*QMED(I,I1)))+(((1.+FK(I1))*((ST
6SUM(I)/IPP)+(SRSUM(I)/IPT)))/(24.*E*QMED(I,I1)))
        DEABS(I)=DEREL(I,I1)+DEABS(I1)
180 CONTINUE
      N1=NA-1
      DO 190 I=1,N1
        U(I)=(DEAPS(I)+DEABS(I+1))/2.
190 CONTINUE
      U(NA)=U(N1)+DEREL(NA,N1)/2.
      WRITE(5,500)
500 FORMAT(30Y,0DESLOCAMENTOS ABSOLUTOS DOS ANDARES0, /33X,0ANDAR0,
113X,0DESLOCAMENTO(CM)0,/)
      DO 210 I=1,NA
        WRITE(5,220)I,U(I)
220 FORMAT(34Y, I2,19X,F5.2,/)
210 CONTINUE
      STOP
      END
```

2.6 - COMENTÁRIOS FINAIS

No item 2.1 deste capítulo, já foi feito um breve comentário a respeito do grau de confiança que se pode esperar dos resultados de uma análise do efeito da carga do vento sobre o edifício em estudo, ao lançar mão do método estimativo de análise.

O próprio Scalzi realizou um estudo mais profundo sobre os resultados por ele encontrados, comparando-os aos que obteve através de uma análise experimental em modelo reduzido e de uma análise computacional, feita utilizando o programa FRAN, que resolve estruturas tridimensionais, por inversão da matriz de rigidez global do edifício (processo dos deslocamentos), particionada em submatrizes.

Essa análise crítica é importante, uma vez que o método estimativo lança mão de uma série de hipóteses simplificadoras, utilizadas com o intuito de reduzir o grau de indeterminação estática da estrutura, transformando-a em um sistema estáticamente determinado.

Com isso, as soluções encontradas ignoram a hiperestaticidade do sistema, não levando em consideração as rigidezes das barras dos pórticos (vigas e pilares). Tratando o edifício como um consolo vertical (isostático), todos os esforços internos podem ser encontrados a partir das forças axiais dos pilares, cujos valores são dependentes da distribuição dos mesmos em planta. Dessa forma não são levado em conta:

- a) os momentos de inércia dos pilares, relativamente aos seus eixos principais (I_r e I_t).
- b) as relações entre esses valores (I_r/I_t)
- c) as relações entre os parâmetros $k = I/L$ das vigas e dos pilares.

Com o intuito de analisar o efeito da variação dessas relações, Scalzi procedeu à análise de um edifício

de 15 andares, carregado lateralmente, construindo um protótipo deste edifício em modelo reduzido.

Procurou, então, observar o comportamento das soluções encontradas, variando a relação I_r/I_t e a relação K_p/K_v ($K_p = I_r/h$ e $K_v = I_v/L$) na análise feita através do computador, e comparando os resultados da programação, com os obtidos na análise experimental e pelo método estimativo, aplicados a um edifício em que as relações acima permaneciam constantes.

Primeiramente, variou a relação I_r/I_t , tomando os valores 2,0, 4,7 e 15,0, mantendo k_p/k_v constante e igual a 0,61. Os valores 2,0 e 15,0 foram tomados por representarem extremos que essa relação assume nos casos práticos, e os valores 4,7 e 0,61, por serem os utilizados no modelo experimental. Os resultados encontrados mostraram:

- a) o momento fletor na viga mais solicitada e os esforços cortantes e momentos fletores nos pilares, ambos na direção tangencial (menor inércia à flexão) foram os esforços que mais sofreram alterações.
- b) os demais esforços não tiveram alterações de importância, a não ser os momentos fletores (direção tangencial) nas extremidades dos pilares dos últimos andares.
- c) para pequenas relações de I_r/I_t , os pontos de inflexão dos momentos fletores fugiam significativamente dos centros dos vãos dos pilares, principalmente nos andares mais altos.
- d) os pontos de inflexão dos momentos fletores nos outros pilares e vigas permaneceram bem próximos dos centros dos vãos, para todos os valores testados.
- e) a variação (I_r/I_t), mesmo entre seus valores extremos, praticamente não altera o valor dos deslocamentos horizontais absolutos (Fig. 2.14).

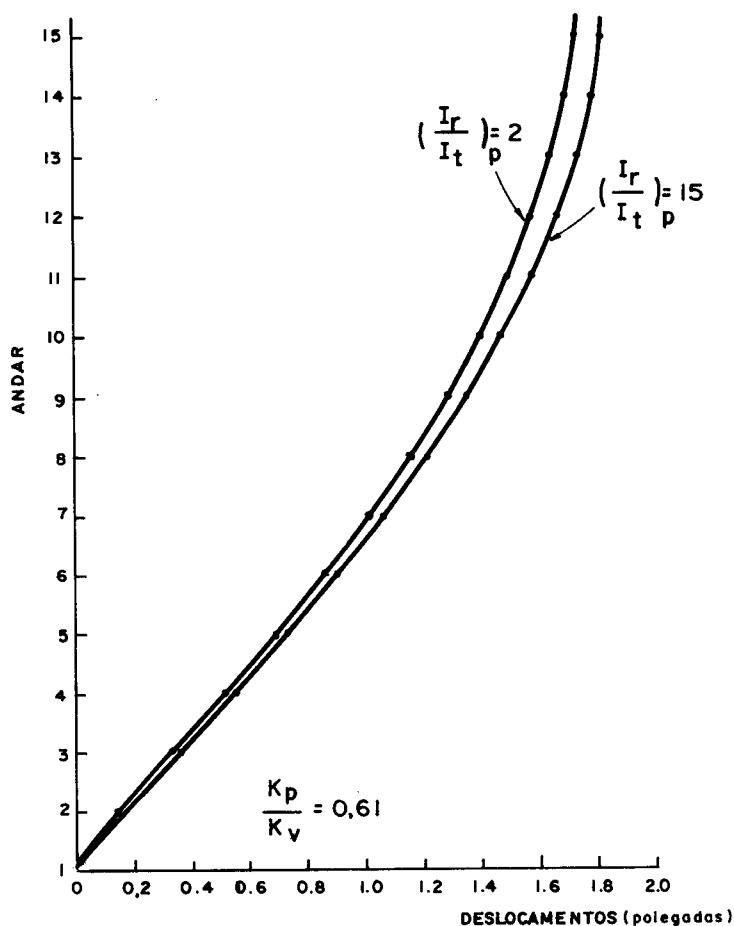


Fig. 2.14- EFEITO DE (I_r/I_t) SÔBRE OS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS.

Em seguida, variou a relação (K_p/K_v) entre os limites de zero a 8,0, mantendo a relação (I_r/I_t) constante e igual a 4,7, em todos os casos. O valor zero corresponde ao caso de um edifício em que os pavimentos são infinitamente rígidos enquanto que o valor 8,0 corresponde ao caso de um edifício em que as vigas são extremamente flexíveis em comparação com os pilares.

Os resultados encontrados pela análise via programa FRAN evidenciaram que a variação de (K_p/K_v) traz efeitos significativos sobre os esforços resultantes, a menos dos esforços axiais das colunas e das forças cortantes (direção radial) das colunas dos andares mais baixos. Os momentos nas vigas e colunas são grandemente afetados, uma

vez que os pontos de inflexão dessas barras se afastam dos centros de seus vãos, de forma considerável se a relação (K_p/K_v) se aproxima dos valores maiores.

Pela análise da Fig. 2.15, verifica-se que o efeito da variação de K_p/K_v sobre os deslocamentos horizontais é pequeno, para valores dessas relações menores que 0,61, assumindo proporções significativas à medida que crescem até o limite superior 8,0.

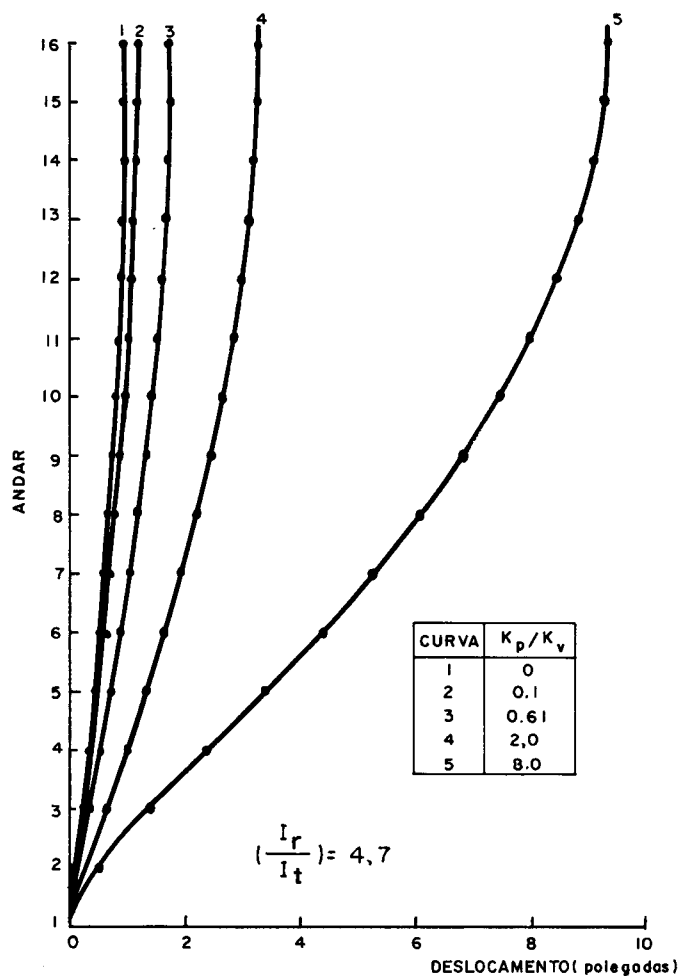


Fig.2.15-EFEITO DE K_p/K_v NOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS

Pela análise dos resultados, verifica-se que a variação das relações I_r/I_t e K_p/K_v afeta principalmente a posição dos pontos de inflexão dos momentos fletores nas vigas e pilares, e conseqüentemente os valores máximos dos momentos nas extremidades das barras, para valores baixos de I_r/I_t e valores altos de K_p/K_v , os quais, via de regra, não constituem a maioria dos casos encontrados na prática.

Os demais esforços e os deslocamentos horizontais não são afetados de forma significativa, principalmente para valores dessas relações representativos dos edifícios de dimensões usuais.

Para valores de K_p/K_v maiores que 2,0, o que não é muito comum, há a necessidade de obter as reais posições dos pontos de inflexão, utilizando o método estimativo em vários ciclos, até que se alcance a precisão desejada.

A conclusão final é que o método estimativo, aplicado a edifícios de dimensões usuais, em apenas um ciclo, ou seja, tomando os centros dos vãos das barras como pontos de momento nulo, fornece resultados satisfatórios para esforços e deslocamentos. Em edifícios nos quais as dimensões não sejam as usualmente empregadas, não se recomenda a utilização do método, sendo viável fazer a análise tridimensional do edifício, ou utilizar os processos propostos pelo autor nos capítulos que se seguem.

3. TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

No Capítulo 2, a distribuição dos esforços entre os painéis de contraventamento, para a estrutura de edifício axissimétrico composto apenas por pórticos periféricos, foi abordada de forma discreta, a partir da consideração de um número discreto de lajes, consideradas como diafragmas, ao nível das quais eram supostas atuando as cargas concentradas externas, devidas à ação do vento. É um tratamento que alcança suficiente generalização, estando apto à análise de estruturas de edifícios com boa gama de variação em sua geometria.

No que se segue, o Autor faz um estudo da distribuição dos esforços produzidos pelas mesmas cargas, por meio de um tratamento contínuo.

O edifício em planta da Fig. 3.1, que é um dos casos já comentados no Capítulo 1, é escolhido aqui como modelo para a descrição da técnica do meio contínuo. Compõem a estrutura do edifício, uma parede (conjunto A), pórticos periféricos (conjunto B), pórticos tangenciais (conjunto C) e pórticos radiais (conjunto D), sendo estes últimos ligados diretamente à parede, em cada andar, por intermédio das lajes.

A parede é suposta comportar-se como um consolo aproximadamente rígido à força cortante, deformável apenas por momento fletor, possuindo comportamento contrário ao dos pórticos, que trabalham como consolos verticais deformáveis à força cortante e extremamente rígidos à ação do momento fletor.

Uma vez mais as lajes são supostas diafragmas sem rigidez transversal, distribuídos continuamente ao longo da altura do edifício.

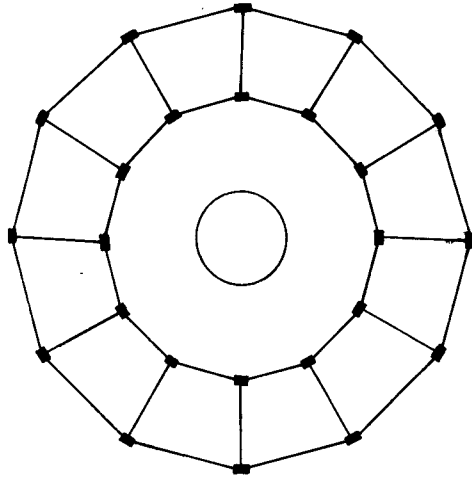


Fig. 3.1 - ESTRUTURA EM PLANTA

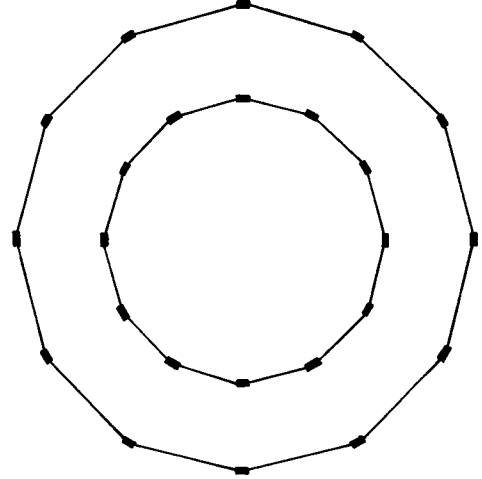


Fig. 3.2 - CONJUNTOS B e C - PORTICOS PERIFÉRICOS E TANGENCIAIS.

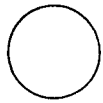


Fig. 3.3 - CONJUNTO A -
NUCLEO CENTRAL COM
PAREDE.

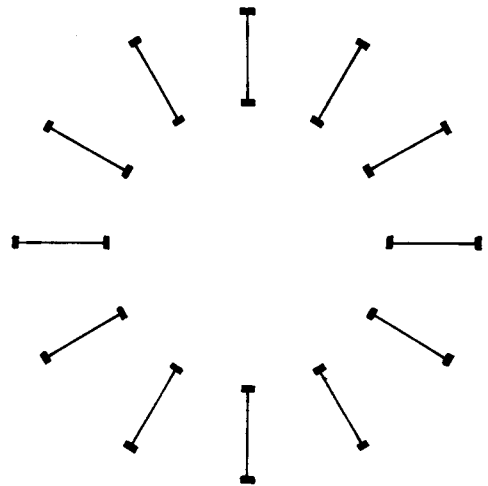


Fig. 3.4 - CONJUNTO D - PÓRTICOS
RADIAIS.

A seguir, é feita a análise individual dos painéis "parede e pórtico", com o intuito de introduzir claramente o comportamento estrutural de cada um deles, além das notações e convenções de sinais utilizadas, que são praticamente as mesmas encontradas na Bibliografia^(2,3).

3.1 - ANÁLISE DOS PAINÉIS ISOLADOS

3.1.1 - Parede

Como já foi comentado anteriormente, é dado o nome "parede" ao painel sem rigidez transversal, de seção constante ao longo da altura, e que se deforma predominantemente à ação do momento fletor. É um consolo vertical, dotado dessas características, engastado em sua base e livre em sua extremidade superior.

Normalmente, nos trabalhos sobre edifícios altos, são desprezadas as deformações por força cortante na parede, as quais não afetam de forma apreciável o comportamento estrutural do edifício.

No que se refere ao painel parede, seja para esforços ou deslocamentos, será sempre usado o índice "w" (do inglês "wall").

O carregamento externo será composto de uma carga continuamente distribuída q_w e de uma carga concentrada F_w , aplicada no topo da parede. Os sentidos positivos dos esforços e deslocamentos, bem como as notações utilizadas, estão mostradas na Fig. 3.5.

Isolando da parede, a uma cota z , um elemento infinitesimal de altura dz , podem-se obter as relações diferenciais (3.1), (3.2) e (3.3), relativas ao equilíbrio do elemento, sob a ação dos esforços solicitantes indicados na Fig. 3.5.

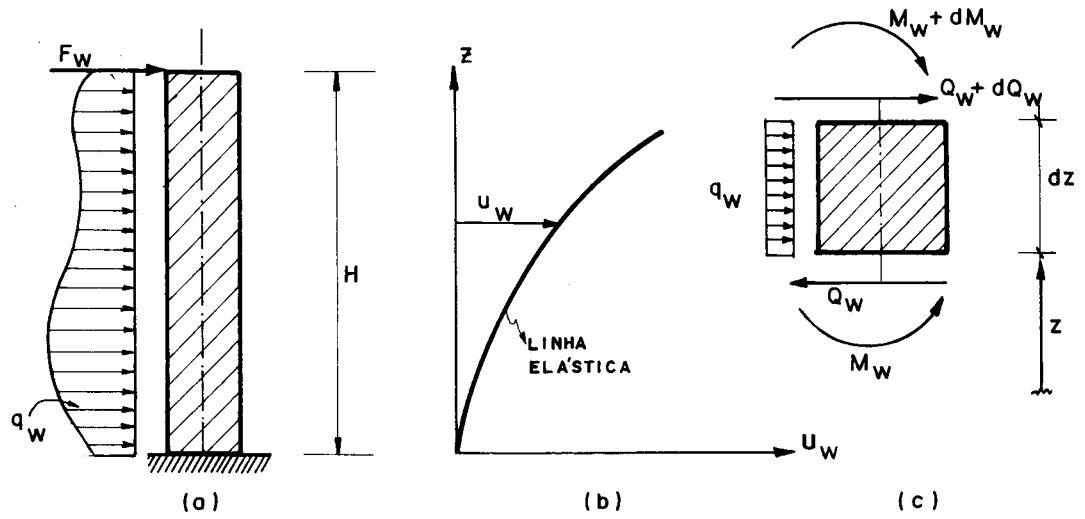


Fig. 3.5 - PAINEL PAREDE

$$\frac{dM_w}{dz} = - Q_w \quad \dots (3.1)$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = - q_w \quad \dots (3.2)$$

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = q_w \quad \dots (3.3)$$

Desprezando a deformação por força cortante, a e lástica da parede pode ser expressa pela relação (3.4), a dmitindo que se está tratando com pequenos deslocamentos.

$$\frac{d^2 u_w}{dz^2} = u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad \dots (3.4)$$

Por j_w compreende-se o produto de rigidez à flexão EJ_w , de dimensão $[FL^2]$.

Na sequência do trabalho pretende-se lançar mão

do esforço cortante Q_w , o qual pode ser aqui obtido por combinação das equações (3.1) e (3.4).

$$Q_w = -j_w u_w''' \quad \dots(3.5)$$

Verifica-se, pela equação da elástica (3.4) que, para a parede isolada, sendo o momento M_w uma função conhecida de z , é possível encontrar, por integração, os deslocamentos horizontais u_w .

3.1.2 - Pórtico

O painel "pórtico" é o nome dado ao consolo plano, sem rigidez transversal, deformável apenas por força cortante, extremamente rígido, em seu conjunto, à ação do momento fletor.

Será usado o índice f (do inglês "frame") quando se quiser fazer referência aos esforços e deslocamentos relativos a esse painel.

Será mantida a convenção de sinais escolhida para a parede, tendo Q_f e M_f os mesmos sentidos positivos dos esforços solicitantes Q_w e M_w . O carregamento externo será composto por uma carga distribuída q_f e uma concentrada no topo F_f .

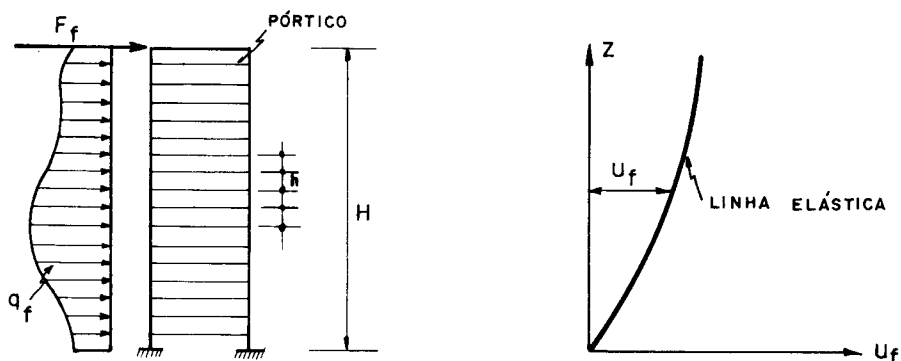


Fig. 3.6 - PÓRTICO ISOLADO

As equações de equilíbrio do elemento dz do pórtico, por serem independentes do comportamento elástico da estrutura, são semelhantes às equações (3.1), (3.2) e (3.3), uma vez que a convenção de sinais foi mantida.

$$\frac{dM_f}{dz} = - Q_f \quad \dots(3.6)$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = - q_f \quad \dots(3.7)$$

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = q_f \quad \dots(3.8)$$

A relação (3.9) caracteriza o comportamento elástico do pórtico, onde s_f representa a rigidez constante (dimensão $[F]$) do pórtico à ação da força cortante.

$$u_f' = \frac{du_f}{dz} = \frac{Q_f}{s_f} \quad \dots(3.9)$$

$$Q_f = s_f u_f' \quad \dots(3.10)$$

Efetivamente se sabe que a rigidez s_f , considerada constante, sofre variações na base (por causa do engastamento rígido) e no topo (pela inexistência de andar superior), acarretando pequenos erros nos resultados obtidos nas proximidades dos pontos citados. Todavia, para simplificação do comportamento do modelo, admite-se que a rigidez do pórtico possa ser continuamente distribuída ao longo de sua altura.

Todo conjunto formado por pilares e vigas, que apresente comportamento elástico passível de ser representado por meio da equação (3.10), será chamado painel pórtico.

Pórticos retangulares, como os que compõem as estruturas dos edifícios abordados neste trabalho, nos quais

a rigidez J/h dos tramos de pilares não são excessivamente maiores que a rigidez J/l dos tramos de vigas, possuem rigidez s_f dada pela equação (3.11) cuja dedução é mostrada no Apêndice I, na qual se admitem momentos fletores nulos nos centros dos vãos de vigas e pilares.

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{n \cdot a} \left[\begin{array}{c} K \\ p \cdot n \end{array} \frac{\sum_{v \cdot n} K_v}{\sum_{b \cdot n} K_v} \right] \dots (3.11)$$

h = pé-direito do andar

K = rigidez J/l de um tramo de viga ou pilar considerado

$n \cdot a$ = número total de nós do andar considerado

K = relação J/l para o tramo de pilar logo abaixo do nó
 $p \cdot n$ considerado

$v \cdot n$ = número de tramos de vigas que concorrem no nó considerado (1 ou 2)

$b \cdot n$ = número total de barras (vigas e pilares) que concorrem no nó considerado (2,3 ou 4).

Exemplos da determinação da rigidez s_f serão feitos na sequência do trabalho.

3.2 - ASSOCIAÇÃO CONTÍNUA DOS PAINÉIS

3.2.1 - Análise do conjunto B de pórticos periféricos

Preservando a notação e as convenções encontradas na bibliografia ⁽²⁾, ⁽³⁾, a carga externa, devida à ação do vento, será suposta continuamente distribuída ao longo da altura do edifício, atuando segundo um plano vertical π , sendo caracterizada, em seu sentido, por um vetor hori

zontal unitário, na direção de π (Fig. 3.7).

Desse modo, a posição da carga, que atua segundo a direção do plano π , fica caracterizada pelos cossenos diretores de um vetor unitário relativo a um sistema de eixos previamente escolhido, e por sua distância à origem do mesmo.

Também a posição dos painéis é dada por componentes de um vetor unitário, orientado na direção do painel, também com relação ao sistema de eixos escolhido (Fig.3.7).

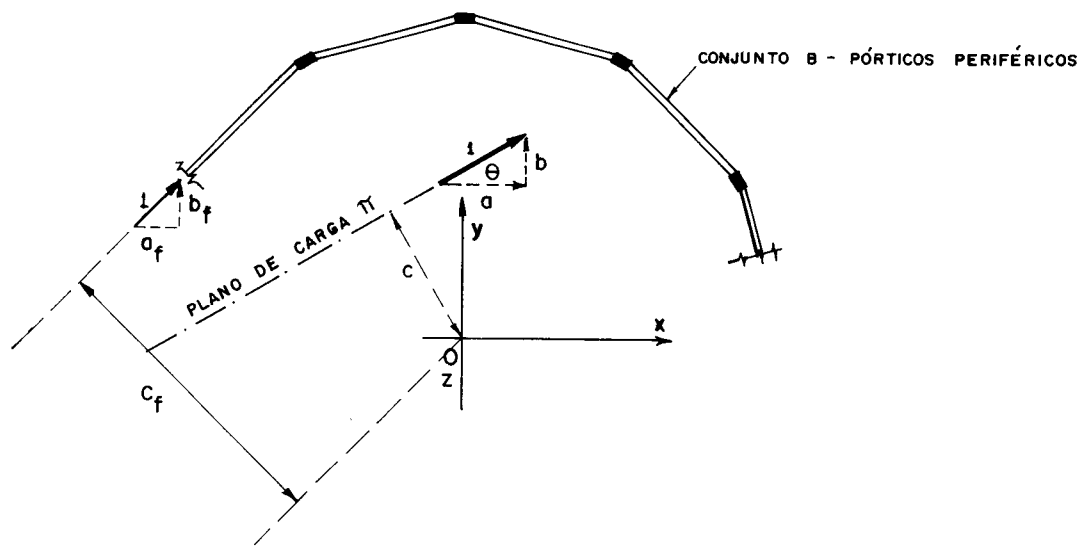


Fig. 3.7 - ORIENTAÇÃO DOS PAINÉIS E DA CARGA EXTERNA

vetor unitário (carga) = (a, b, c)

vetor unitário (painel) = (a_f, b_f, c_f)

A componente \underline{c} será suposta positiva quando for dextrorso o momento do vetor unitário (a, b, c) com relação ao eixo O_z .

A relação (3.12) representa a elástica de um pórtico i do conjunto, que contribui com a rigidez s_{fi} para a rigidez global do conjunto.

$$Q_{fi} = s_{fi} u'_i \quad \dots(3.12)$$

Fazendo equilíbrio do conjunto B à ação da força cortante, acima de uma determinada cota z, podem-se obter as relações (3.13).

$$\sum_f Q_{fi} \cdot a_{fi} = Q \cdot a \quad \dots(3.13.a)$$

$$\sum_f Q_{fi} \cdot b_{fi} = Q \cdot b \quad \dots(3.13.b)$$

$$\sum_f Q_{fi} \cdot c_{fi} = Q \cdot c \quad \dots(3.13.c)$$

Substituindo o valor de Q_{fi} das relações (3.13) pelo da relação (3.12), obtêm-se um sistema de equações diferenciais, proveniente da associação contínua entre os pórticos periféricos, no qual as somatórias são estendidas a todos os pórticos do conjunto.

$$\sum_f s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot u'_{fi} = Q \cdot a \quad \dots(3.14.a)$$

$$\sum_f s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot u'_{fi} = Q \cdot b \quad \dots(3.14.b)$$

$$\sum_f s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot u'_{fi} = Q \cdot c \quad \dots(3.14.c)$$

Estas equações diferenciais dependem do deslocamento u_{fi} de cada pórtico genérico i, que pode ser colocado em função dos deslocamentos u, v e w do diafragma, os quais se processam segundo as direções dos eixos x, y e O_z respectivamente (relação 3.15).

$$u_{f_i} = a_{f_i} u + b_{f_i} v + c_{f_i} w \quad \dots(3.15)$$

Por substituição do valor u_f de (3.15) no conjunto de equações diferenciais (3.14) chega-se a:

$$\sum_f s_{f_i} (a_{f_i} u' + b_{f_i} v' + c_{f_i} w') a_{f_i} = Q \cdot a \quad \dots(3.16.a)$$

$$\sum_f s_{f_i} (a_{f_i} u' + b_{f_i} v' + c_{f_i} w') b_{f_i} = Q \cdot b \quad \dots(3.16.b)$$

$$\sum_f s_{f_i} (a_{f_i} u' + b_{f_i} v' + c_{f_i} w') c_{f_i} = Q \cdot c \quad \dots(3.16.c)$$

Este conjunto de equações diferenciais, agora em função das derivadas primeiras dos deslocamentos u , v e w , pode ser colocado sob a forma matricial, como é mostrado na equação (3.17).

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \cdot a \\ Q \cdot b \\ Q \cdot c \end{bmatrix} \quad \dots(3.17)$$

Na equação (3.17), usou-se a seguinte notação:

$$S_{aa} = \sum_f s_{f_i} (a_{f_i})^2$$

$$S_{bb} = \sum_f s_{f_i} (b_{f_i})^2 \quad \dots(3.18.a)$$

$$S_{cc} = \sum_f s_{f_i} (c_{f_i})^2$$

$$S_{ab} = S_{ba} = \sum_f s_{f_i} a_{f_i} b_{f_i}$$

$$S_{ac} = S_{ca} = \sum_f s_{f_i} a_{f_i} c_{f_i} \quad \dots(3.18.b)$$

$$S_{bc} = S_{cb} = \sum_f s_{f_i} b_{f_i} c_{f_i}$$

De maneira geral,

$$S_{gh} = \sum_f s_{f_i} \cdot g_i h_i \quad \dots(3.18.c)$$

No caso particular do conjunto B de pórticos periféricos, tendo os mesmos a disposição da Fig. 3.8, resulta, por simetria, que:

$$S_{ab} = S_{ba} = S_{ac} = S_{ca} = S_{bc} = S_{cb} = 0 \quad \dots(3.19)$$

Admitindo que o eixo x seja colocado sempre na direção da resultante do carregamento externo, ter-se-á, em todos os casos:

$$a = 1$$

$$b = 0 \quad \dots(3.20)$$

$$c = 0 \text{ (admitiu-se que a resultante } \bar{e} \text{ sempre centrada)}$$

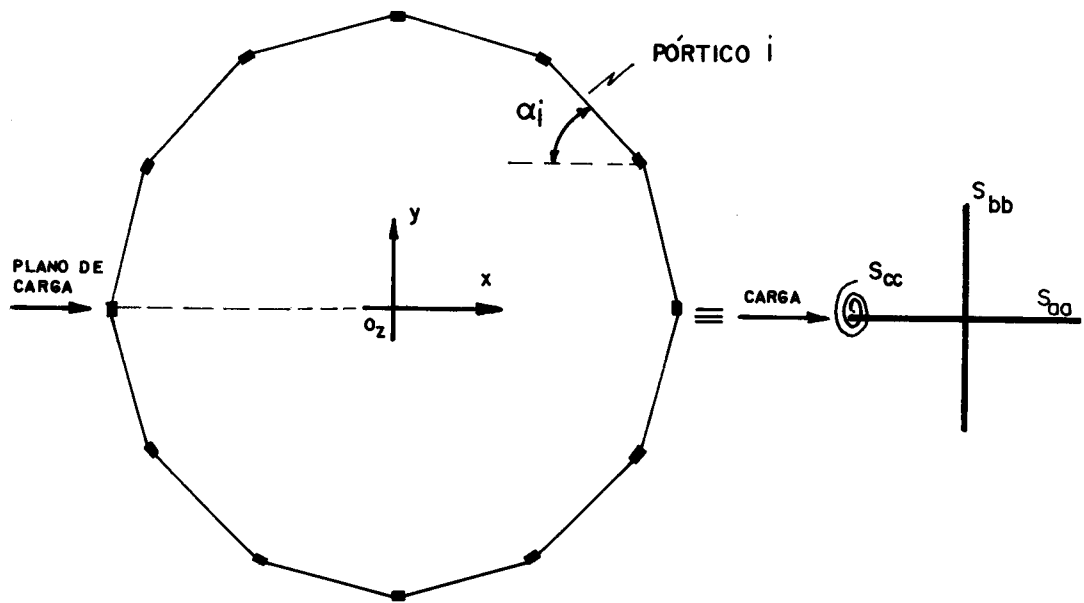


FIG 3.8 - ASSOCIAÇÃO DOS PAINÉIS PERIFÉRICOS

O sistema fica reduzido, portanto a:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & S_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (3.21)$$

Sendo o carregamento suposto aplicado conforme a Fig. 3.8, pode-se concluir que não há deslocamento do conjunto na direção do eixo y, nem rotação do conjunto em torno de O_z , apesar da existência das rigidezes S_{bb} e S_{cc} .

A independência entre os deslocamentos u, v e w, expressa pela relação (3.15) permite substituir a série de pórticos que compõem o conjunto B, por dois outros elasticamente equivalentes (pórticos planos resultantes), dispostos segundo as direções dos eixos centrais x e y, apresentando rigidezes S_{aa} e S_{bb} , e mais em elemento estrutural de rigidez S_{cc} , capaz de resistir aos movimentos em torno do eixo O_z .

Desses, o único pórtico resultante que trabalha é o que possui rigidez S_{aa} , uma vez que a resultante das pressões do vento só tem componente na direção do eixo x.

$$S_{aa} = \sum_f s_{f_i} (a_{f_i})^2 = s_f \sum_f \cos^2 \alpha_i \text{ (V.Fig.3.8) } \dots (3.22)$$

Tudo se passa então, como se se estivessem enfraquecendo os pilares e vigas de um pórtico genérico do conjunto B, de um fator $\sum_f \cos^2 \alpha_i$.

Sendo I_p e I_v os momentos de inércia das seções dos pilares e das vigas de um dos pórticos (Fig. 3.9), o conjunto B pode ser representado por um único pórtico, cujos coeficientes de rigidez, são respectivamente iguais a:

$$EI_p \sum_f \cos^2 \alpha_i \quad \text{e} \quad EI_v \sum_f \cos^2 \alpha_i$$

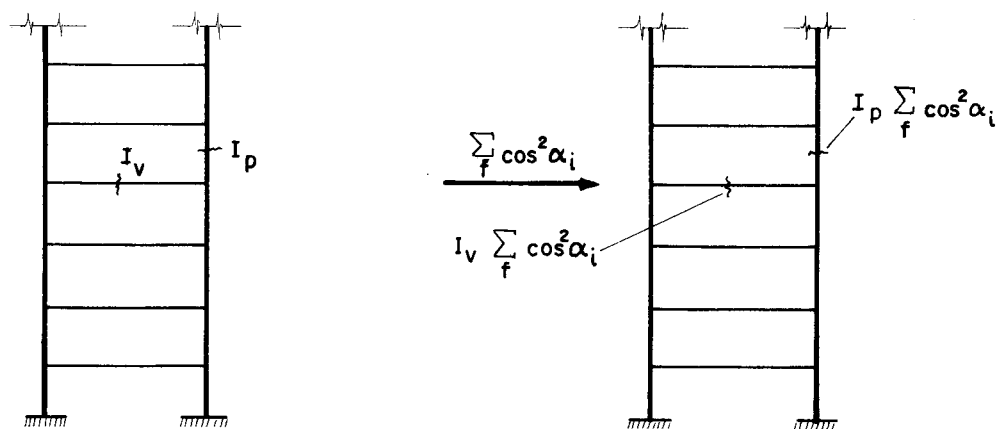


Fig. 3.9- PÓRTICO EQUIVALENTE À ASSOCIAÇÃO

3.2.2 - Análise do conjunto C, de pórticos tangenciais

As direções dos pórticos tangenciais são as mesmas dos pórticos periféricos correspondentes, razão pela qual, tudo o que ficou definido no item anterior é válido também para este item.

A única modificação a ser efetuada diz respeito ao valor da rigidez global \bar{S}_{aa} dos pórticos tangenciais, que difere do valor da rigidez global S_{aa} dos pórticos periféricos (relação 3.22) por mudança da rigidez \bar{s}_f dos painéis isolados.

Como os pórticos tangenciais são mais próximos do centro do edifício em planta, suas vigas têm menor comprimento e portanto, mesmo que as seções transversais de suas barras sejam idênticas às dos pórticos periféricos, o valor de \bar{s}_f , calculado através da relação (3.11) será diferente.

3.2.3 - Análise do conjunto D, de pórticos radiais

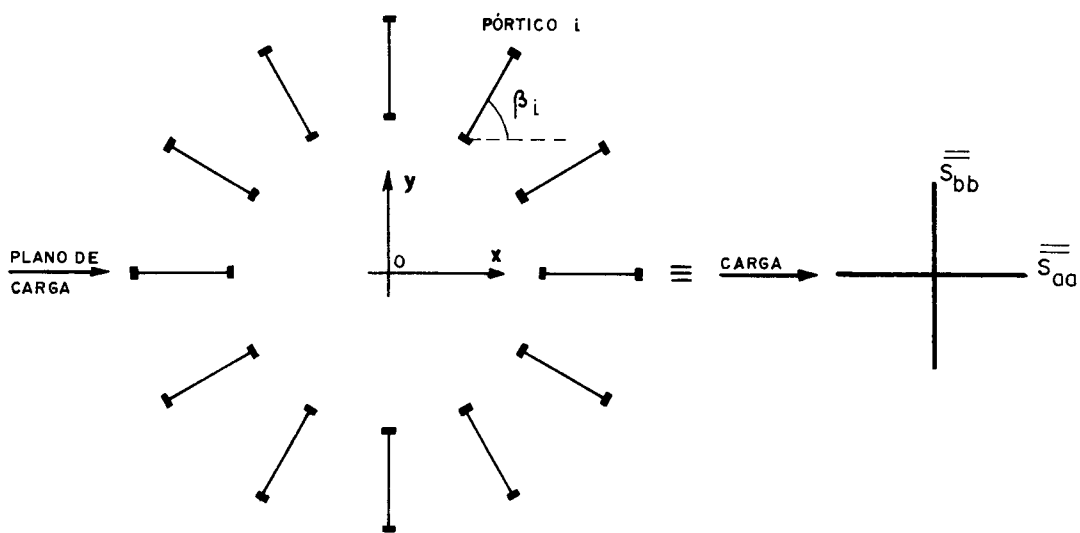


Fig. 3.10- ASSOCIAÇÃO DOS PÓRTICOS RADIAIS.

O sistema de equações (3.17), deduzido com base na distribuição dos pórticos periféricos é válido também para exprimir o equilíbrio do conjunto D à ação da força cortante, acima de uma determinada cota z.

No caso particular do conjunto dos pórticos radiais, dispostos em planta conforme a Fig. (3.10), pode-se simplificar o sistema de equações, que fica reduzido a:

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{S}_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(3.23)$$

Essa simplificação foi possível devido ao fato de existir simetria ($S_{ab} = S_{ba} = 0$) e pelo fato de que todo pórtico radial tem, obviamente, a direção do centro do edifício, possuindo sempre coordenada c_f nula, do que decorre $S_{ac} = S_{ca} = S_{bc} = S_{cb} = S_{cc} = 0$.

Quanto ao carregamento externo, novamente foi colocado o eixo x (isso é sempre possível) na direção em que atua a resultante da ação do vento. Com isso, o vetor unitário que caracteriza a direção do vento tem cossenos diretores $(a, b, c) = (1, 0, 0)$, o que, aliado às particularidades geométricas, permite que se reduza o sistema todo a duas equações simples:

$$\bar{S}_{aa} u' = Q \cdot a = Q_x \quad \dots(3.24.a)$$

$$\bar{S}_{bb} v' = Q \cdot b = Q_y = 0 \quad \dots(3.24.b)$$

Novamente, pelo fato de u, v e w serem independentes entre si, pode-se substituir todo o conjunto de pórticos por dois outros pórticos planos resultantes, elasticamente equivalentes, dispostos segundo as direções

x e y, e possuindo as rigidezes \bar{S}_{aa} e \bar{S}_{bb} , respectivamente.

O único pórtico resultante que trabalha é o que tem módulo de rigidez \bar{S}_{aa} , uma vez que a carga externa só tem componente na direção do eixo x.

$$\bar{S}_{aa} = \sum_f \bar{s}_{f_i} \cdot (a_{f_i})^2 = \bar{s}_f \sum_f \cos^2 \beta_i \quad \dots (3.25)$$

Conforme foi comentado para o conjunto B, o conjunto D de pórticos radiais também será equivalente a um único pórtico cujas vigas e pilares têm rigidez multiplicada por um fator $\sum_f \cos^2 \beta_i$, sendo β_i mostrado na Fig. 3.10.

3.2.4 - Associação contínua contendo só pórticos

O edifício da Fig. 1.4, composto apenas por pórticos periféricos tem, como elementos estruturais, as vigas e os pilares dos pórticos, travadas entre si pelas lajes, aos níveis dos pavimentos. Pode-se admitir, neste caso particular, que o acesso aos andares, pode ser feito (como ocorre em muitos casos) através de elevadores externos. Este tipo de edifício, terá então, uma rigidez global à ação de cargas laterais, que pode ser obtida com base na Associação Contínua dos seus pórticos periféricos (vide exemplo de aplicação - item 3.2.5).

Em um caso mais geral, em que existam painéis pórticos de diferentes tipos, continua válido o sistema de equações (3.17), obtido anteriormente. Para os casos de pórticos periféricos, tangenciais e radiais, as componentes de rigidez S_{gh} não pertencentes à diagonal principal ($g \neq h$), conforme foi visto, resultam nulas, por simetria ou por causa da posição particular dos painéis.

O sistema então, nos três casos, reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} S_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & S_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \cdot a \\ Q \cdot b \\ Q \cdot c \end{bmatrix} \quad \dots(3.26)$$

$$u' = \frac{Q \cdot a}{S_{aa}} \quad \dots(3.27.a)$$

$$v' = \frac{Q \cdot b}{S_{bb}} \quad \dots(3.27.b)$$

$$w' = \frac{Q \cdot c}{S_{cc}} \quad \dots(3.27.c)$$

Se se estiver trabalhando apenas com pórticos ra diais, desaparece a 3^a linha da matriz devido à inexistência de rigidez aos movimentos em torno do eixo O_z .

A equação diferencial da elástica de um pórtico genérico i é conhecida:

$$u'_{fi} = \frac{Q_{fi}}{s_{fi}} \quad \dots(3.28)$$

O deslocamento de um pórtico genérico, é dado por:

$$u_{fi} = a_{fi} u + b_{fi} v + c_{fi} w \quad \dots(3.29)$$

Derivando a equação anterior em relação a z , resulta:

$$u'_{fi} = a_{fi} u' + b_{fi} v' + c_{fi} w' \quad \dots(3.30)$$

sendo os valores de u' , v' e w' dados pelas relações (3.27.a), (3.27.b) e (3.27.c).

Portanto, o valor da força cortante Q_{f_i} a ser recebida pelo painel genérico i vale:

$$Q_{f_i} = s_{f_i} u'_{f_i} = s_{f_i} \left(\frac{a_{f_i} a}{S_{aa}} + \frac{b_{f_i} b}{S_{bb}} + \frac{c_{f_i} c}{S_{cc}} \right) Q \quad \dots(3.31)$$

Logo, a força cortante Q_{f_i} pode ser obtida em função da cortante externa $Q = Q(z)$, que atua em um consolo vertical fictício situado no plano da carga. O fator de proporcionalidade entre esses esforços será chamado de K_{f_i} , constituindo-se constante inteiramente independente de z .

$$K_{f_i} = s_{f_i} \left[\frac{a_{f_i} a}{S_{aa}} + \frac{b_{f_i} b}{S_{bb}} + \frac{c_{f_i} c}{S_{cc}} \right] \quad \dots(3.32)$$

$$Q_{f_i} = K_{f_i} Q \quad \dots(3.33.a)$$

A mesma dedução poderia ser também feita no tocante às cargas externas e ao momento fletor, com o que se obteria:

$$q_{f_i} = K_{f_i} \cdot q \quad \dots(3.33.b)$$

$$M_{f_i} = K_{f_i} \cdot M \quad \dots(3.33.c)$$

- CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

As expressões (3.27) fornecem os valores de u', v' e w' , que integrados levam aos valores dos deslocamentos in cõgnitos.

As condições de contorno necessárias às integrações são:

$$\text{para } z = 0 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} u = 0 \\ v = 0 \\ w = 0 \end{array} \right.$$

Quanto ao carregamento, já foi comentado que sempre se pode chegar a:

$$a = 1$$

$$b = 0 \text{ (carga externa tem componente tão somente na direção } x)$$

$$c = 0$$

Dessa forma, sempre se obtém:

Pórticos Radiais

$$u' = \frac{Q}{\bar{S}_{aa}}$$

$$v' = 0$$

$$w' = 0$$

Pórticos Periféricos
(ou tangenciais)

$$u' = \frac{Q}{S_{aa} \text{ (ou } \bar{S}_{aa})}$$

$$v' = 0$$

$$w' = 0$$

A posição particular da carga externa implica em que, observadas as condições de contorno, serão nulos os deslocamentos v e w do conjunto, do que decorre depender apenas do deslocamento na direção do eixo x , o movimento do painel genérico de qualquer conjunto, isto é

$$u_f = a_f u \quad \dots(3.34)$$

Conhecidos os deslocamentos u e u_f , os esforços podem ser determinados a partir de u_f , usando as equações da elástica e de equilíbrio.

Encontrados os esforços que atuam na direção dos painéis, a uma determinada cota z , pode-se chegar à distribuição dos esforços finais nas vigas e pilares desses painéis, por simples considerações estáticas de equilíbrio.

3.2.5 - Exemplo de aplicação I

Para exemplificar o que foi desenvolvido, será analisado o efeito do vento sobre o edifício da Fig. 3.11, o qual já foi calculado, através do processo de SCALZI (Cap. 2). Este edifício, composto apenas por pórticos periféricos, é sujeito a um carregamento externo composto por uma carga uniformemente distribuída p ao longo da altura (10 andares, cada qual com pé-direito de 3,0m) e uma carga concentrada no topo, de forma a considerar o mesmo carregamento aplicado em 2.5.1.

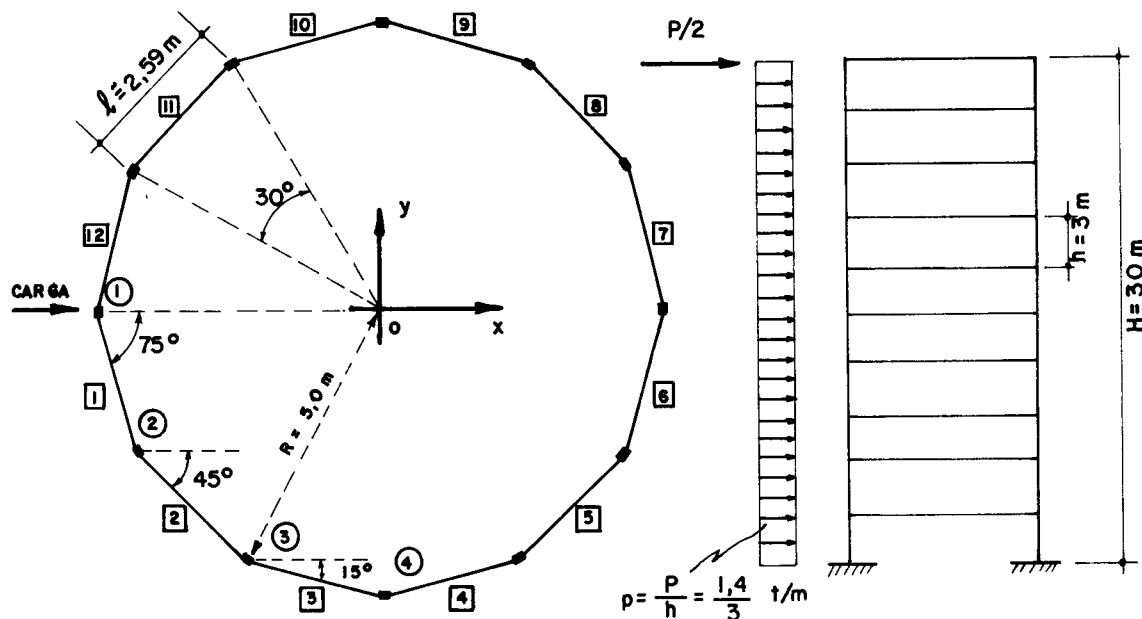


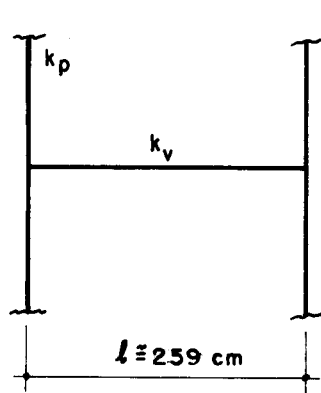
FIG 3.11- CARACTERÍSTICAS DO EDIFÍCIO

- DADOS GEOMÉTRICOS E DE CARGA

- número de andares = 10
- pé-direito de cada andar = 300,0cm
- altura total = 3000,0cm
- número de painéis = 12
- raio do círculo circunscrito = 500cm

- dimensões dos pilares = 22x40cm
 - dimensões das vigas = 22x40cm
 - comprimento das vigas \approx 259cm
- } elementos de um
painel genérico
- carga distribuída = $\frac{1,4}{300}$ (t/cm)
 - carga concentrada = 0,7 t
 - módulo de elasticidade = 280 t/cm²(carga acidental)

- DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ S_f DE UM PAINEL ISOLADO



$$k_v = \frac{I_v}{l} = \frac{22 \times 40^3}{12 \times 259} = 453,02 \text{ cm}^3$$

$$k_p = \frac{I_p}{h} = \frac{22 \times 40^3}{2 \times 12 \times 300} = 195,56 \text{ cm}^3$$

FIG. 3.12.a-ANDAR GENÉRICO DO PÓRTICO ISOLADO

Observe-se que no cálculo de k_p , o valor de I_p tomado é a metade do momento de inércia da seção transversal do pilar, relativamente ao eixo radial, conforme considerações feitas no item 1.2.6.

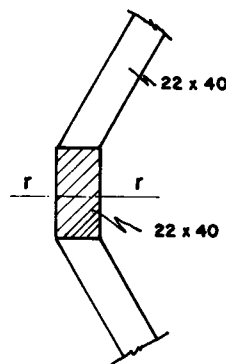


FIG. 3.12.b - LIGAÇÃO VIGA - PILAR

Utilizando a expressão (3.11) para o cálculo de s_f , resulta:

$$s_f \text{ (painel genérico)} = \frac{12 \times 280}{300} \left[195,56 \times \frac{453,02}{2 \times 195,56 + 453,02} \times 2 \right] \approx 2351 \text{ t}$$

- DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ GLOBAL DA ASSOCIAÇÃO

$$S_{aa} = \sum_{i=1}^{12} s_{fi} (\cos^2 \alpha_i) \quad \text{(soma\~{t}oria estendida aos 12 pain\~{e}is)}$$

PAINEL i	α_i	$\cos \alpha_i$	$\cos^2 \alpha_i$
1	75°	0,259	0,067
2	45°	0,707	0,500
3	15°	0,966	0,933
			$\sum_{i=1}^3 \cos^2 \alpha_i \approx 1,500$ (essa soma\~{t}oria repete-se 4 vezes)

$$s_{f1} = s_{f2} = \dots = s_{fi} = s_f = 2351 \text{ t (todos os pain\~{e}is s\~{a}o iguais)}$$

$$S_{aa} = 2351 \times 4 \times 1,5 \approx 14.106 \text{ t}$$

- CÁLCULO DOS ESFORÇOS Q NO CONSOLO VERTICAL FICTÍCIO

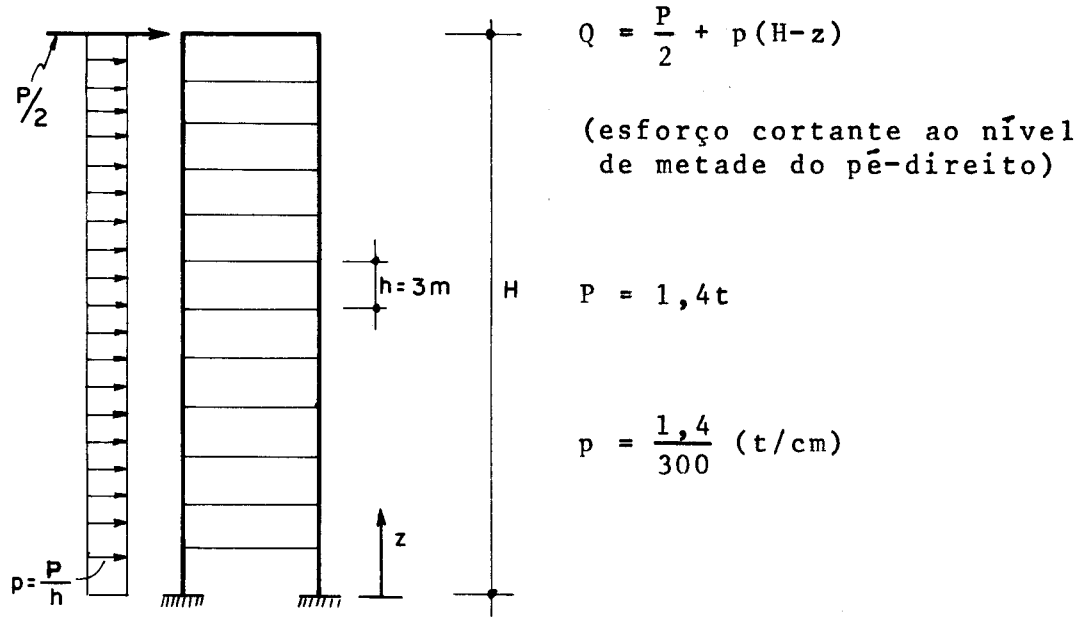


Fig. 3.13 - CARGA EXTERNA NO CONSOLO VERTICAL.

TABELA 3.1 - FORÇAS CORTANTES NO CONSOLO VERTICAL

ANDAR	COTA Z	(H-Z)	P/2	p(H-Z)	CORTANTE Q
	(cm)	(cm)	(ton)	(ton)	(ton)
10	2850	150	0,7	0,7	1,4
9	2550	450	0,7	2,1	2,8
8	2250	750	0,7	3,5	4,2
7	1950	1050	0,7	4,9	5,6
6	1650	1350	0,7	6,3	7,0
5	1350	1650	0,7	7,7	8,4
4	1050	1950	0,7	9,1	9,8
3	750	2250	0,7	10,5	11,2
2	450	2550	0,7	11,9	12,6
1	150	2850	0,7	13,3	14,0

- CÁLCULO DOS ESFORÇOS CORTANTES NOS PAINÉIS

- Constante de orientação dos painéis

$$K_{f_i} = \left[\frac{a_{f_i} \cdot a}{S_{aa}} + \frac{b_{f_i} \cdot b}{S_{bb}} + \frac{c_{f_i} \cdot c}{S_{cc}} \right] s_{f_i} \quad \dots (3.32)$$

No caso $\rightarrow a = 1, b = c = 0$ e portanto

$$K_{f_i} = \frac{s_{f_i} \cdot a_{f_i}}{S_{aa}} = \frac{2351 \times a_{f_i}}{14.106} = \frac{a_{f_i}}{6}$$

$$Q_{f_i} = K_{f_i} \times Q \quad \dots (3.33.a)$$

TABELA 3.2 - CONSTANTES DE ORIENTAÇÃO DOS PAINÉIS

PAINEL I	COSENOS DIRETORES	CONSTANTE K_{f_i}
1	0,259	0,043
2	0,707	0,118
3	0,966	0,161

TABELA 3.3 - FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS (ton)

ANDAR	Q (consolo)	P A I N E L		
		1	2	3
I	(ton)			
10	1,4	0,060	0,165	0,225
9	2,8	0,120	0,330	0,451
8	4,2	0,181	0,496	0,676
7	5,6	0,241	0,661	0,902
6	7,0	0,301	0,826	1,127
5	8,4	0,361	0,991	1,352
4	9,8	0,421	1,156	1,578
3	11,2	0,482	1,322	1,803
2	12,6	0,542	1,487	2,029
1	14,0	0,602	1,652	2,254

Observe-se que o painel 3, da Fig. 3.11, é o pai nel que absorve a maior parcela da carga total, pelo fato evidente de ser o painel cuja direção forma o menor ângulo com a direção da resultante das cargas externas.

- CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS

De (3.27.a), pelo fato de ser $a = 1$, decorre:

$$u' = \frac{Q}{S_{aa}} = \frac{P/2 + p(H-z)}{S_{aa}}$$

$$\therefore u = \frac{1}{S_{aa}} \left[\frac{P}{2} z + p(Hz - \frac{z^2}{2}) \right] \quad \dots(3.35.a)$$

Observe-se que a constante de integração anula-se porque $u(0) = 0$. Substituindo-se P , p , S_{aa} e H por seus valores em (3.35.a), resulta:

$$u = 1,042 \times 10^{-3} z - 1,654 \times 10^{-7} z^2 \quad \dots(3.35.b)$$

TABELA 3.4 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (cm)

ANDAR	DO CONJUNTO	DOS PAINÉIS (u_{f_i})			
		(I)	(u)	1	2
10	1,63		0,42	1,15	1,57
9	1,58		0,41	1,12	1,53
8	1,51		0,39	1,07	1,46
7	1,40		0,36	0,99	1,35
6	1,27		0,33	0,90	1,23
5	1,11		0,29	0,78	1,07
4	0,91		0,24	0,64	0,88
3	0,69		0,18	0,49	0,67
2	0,44		0,11	0,31	0,43
1	0,15		0,04	0,11	0,15

OBS.: esses valores foram calculados ao nível da metade dos pés-direitos, como acontecerá com todas as funções en contradas neste capítulo.

- CÁLCULO DOS ESFORÇOS NAS VIGAS E PILARES

Isolando da estrutura, dois painéis periféricos vizinhos I e J, concorrentes no pilar $P_{I,J}$, cortando-os da estrutura nos pontos de momento nulo de pilares e vigas, chega-se ao esquema mostrado na Fig. 3.14.

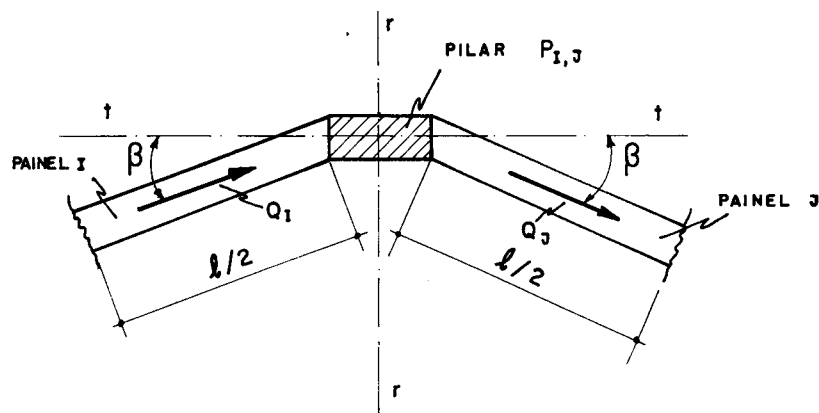


FIG. 3.14

O ângulo β , da Fig. 3.14, é o ângulo formado entre a direção de um painel genérico com a direção do eixo tangencial da seção transversal do pilar.

- CÁLCULO DAS FORÇAS CORTANTES NOS PILARES

É conhecida a força cortante que atua em cada painel, obtida anteriormente. Esse esforço cortante do painel, distribui-se igualmente entre seus pilares, uma vez que existe igualdade de rigidez em todos os pilares dos pórticos do edifício.

Para obter os esforços cortantes que atuam nos pilares, nas direções radial e tangencial, basta decompor nessas direções, as contribuições dos painéis que concorrem nesses pilares. Assim sendo, no pilar $P_{I,J}$ da Fig.3.14, os esforços cortantes resultam:

$$Q_{I,J}^r = \left(\frac{Q_J - Q_I}{2}\right) \text{sen}\beta \quad \dots (3.36.a)$$

$$Q_{I,J}^t = \left(\frac{Q_I + Q_J}{2}\right) \text{cos}\beta \quad \dots (3.36.b)$$

No caso do exemplo de aplicação, resultam os seguintes esforços:

TABELA 3.5 - ESFORÇO CORTANTE (ton)

ANDAR	PILAR 1		PILAR 2		PILAR 3		PILAR 4	
	Q ^r	Q ^t	Q ^r	Q ^t	Q ^r	Q ^t	Q ^r	Q ^t
10	0,016	0	0,014	0,109	0,008	0,188	0	0,217
9	0,031	0	0,027	0,217	0,016	0,377	0	0,436
8	0,047	0	0,041	0,327	0,023	0,566	0	0,653
7	0,062	0	0,054	0,436	0,031	0,755	0	0,871
6	0,078	0	0,068	0,544	0,039	0,943	0	1,089
5	0,093	0	0,082	0,653	0,047	1,132	0	1,306
4	0,109	0	0,095	0,762	0,055	1,321	0	1,524
3	0,125	0	0,109	0,871	0,062	1,509	0	1,742
2	0,140	0	0,122	0,980	0,070	1,698	0	1,960
1	0,156	0	0,136	1,09	0,078	1,887	0	2,177

A relação (3.36.b) é válida sempre, quaisquer que sejam as posições dos painéis vizinhos I e J no conjunto. O mesmo ocorre com a relação (3.36.a), lembrando apenas que a diferença $Q_J - Q_I$ transforma-se em soma quando esses painéis tiverem a direção do carregamento como eixo de simetria. Isso ocorre porque, nestas condições, $Q_I = -Q_J$. Supõe-se, além disso, que $J > I$, seguindo a numeração imposta na Fig. 3.11, ou qualquer outra arbitrada.

Exemplo: $Q_{1,12}^r = \left(\frac{Q_1 + Q_{12}}{2}\right) \text{sen } 15^\circ$; $Q_{1,12}^t = 0$

$$Q_{2,3}^r = \left(\frac{Q_3 - Q_2}{2}\right) \text{sen } 15^\circ \quad , \quad Q_{2,3}^t = \left(\frac{Q_2 + Q_3}{2}\right) \text{cos } 15^\circ$$

- CÁLCULO DAS FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

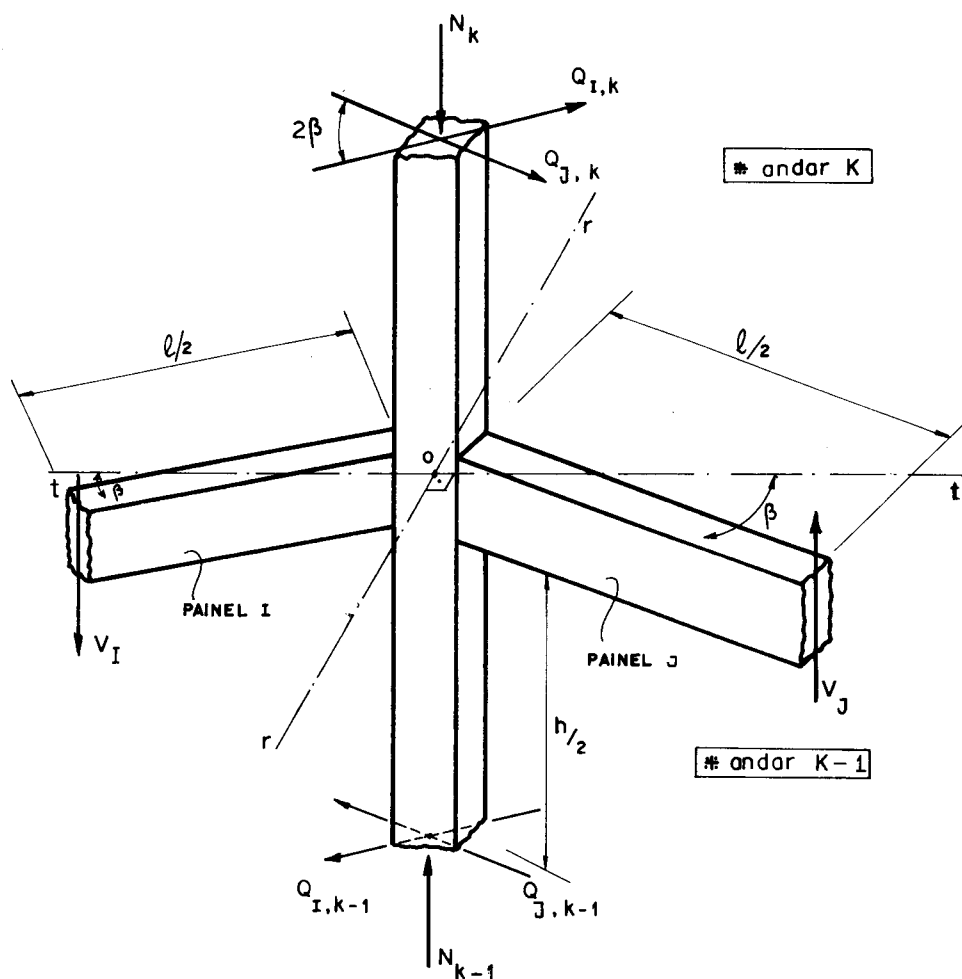


Fig. 3.15a - ESFORÇOS NAS VIGAS E PILARES .

Tomando o momento de todas as forças na direção do painel I, em relação ao ponto 0, resulta:

$$V_I \frac{l}{2} + V_J \frac{l}{2} \cos 2\beta - (Q_{I,K} + Q_{I,K-1}) \frac{h}{2} -$$

$$- (Q_{J,K} + Q_{J,K-1}) \frac{h}{2} \cos 2\beta = 0 \quad \dots (3.37.a)$$

Supondo que os painéis I e J sejam, além de vizinhos, simétricos em relação ao plano de carga (Fig.3.15.b), é possível encontrar V_I .

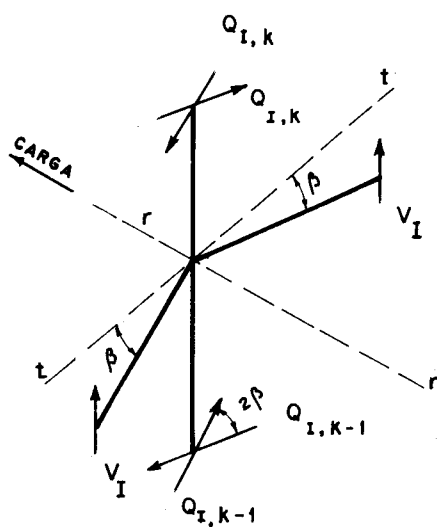


Fig. 3.15. b

$$\begin{aligned}
 & V_I \frac{\ell}{2} - (Q_{I,K} + Q_{I,K-1}) \frac{h}{2} + \\
 & + (Q_{I,K} + Q_{I,K-1}) \cos 2\beta \cdot \frac{h}{2} + \\
 & - V_I \frac{\ell}{2} \cos 2\beta = 0 \\
 \therefore & V_I \frac{\ell}{2} (1 - \cos 2\beta) = \\
 & = (Q_{I,K} + Q_{I,K-1}) \frac{h}{2} (1 - \cos 2\beta)
 \end{aligned}$$

$$V_I = \frac{h}{\ell} (Q_{I,K} + Q_{I,K-1}) \dots (3.37.b)$$

Voltando à relação (3.37.a), com o valor de V_I encontrado em (3.37.b), resulta:

$$V_J = \frac{h}{\ell} (Q_{J,K} + Q_{J,K-1}) \dots (3.37.c)$$

Conclui-se portanto que, a obtenção da força cortante que atua na viga de um painel genérico J, do andar K-1, depende dos comprimentos da viga e do pilar, além dos esforços cortantes do pilar, iguais à metade dos esforços cortantes que atuam na direção do painel aos níveis dos andares K e K-1.

TABELA 3.6 - ESFORÇOS CORTANTES NAS VIGAS (ton)

ANDAR K	PAINEL 1	PAINEL 2	PAINEL 3
10	0,035	0,096	0,130
9	0,104	0,287	0,392
8	0,174	0,479	0,653
7	0,245	0,671	0,915
6	0,314	0,862	1,176
5	0,384	1,053	1,437
4	0,453	1,244	1,698
3	0,523	1,436	1,960
2	0,594	1,628	2,221
1	0,663	1,819	2,482

- MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS E PILARES

Conforme ficou definido em 2.3.2.2 e 2.3.2.4, os valores desses momentos nessas barras são obtidos pelo produto dos esforços cortantes pela metade do comprimento das barras em que atuam.

TABELA 3.7 - MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS E PILARES
(em $t_f \times cm$)

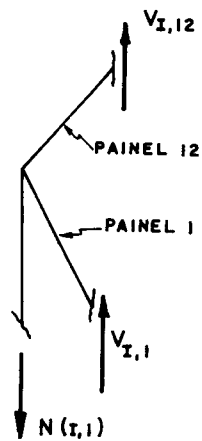
ANDAR	NAS EXTREMIDADES DOS PILARES								NAS EXTREMIDADES DAS VIGAS		
	P ₁		P ₂		P ₃		P ₄		V ₁	V ₂	V ₃
	M _R	M _T	M _R	M _T	M _R	M _T	M _R	M _T	M _{V1}	M _{V2}	M _{V3}
10	2,4	0	2,1	16,4	1,2	28,2	0	32,6	4,5	12,4	16,8
9	4,7	0	4,1	32,6	2,4	56,6	0	65,4	13,5	37,2	50,8
8	7,1	0	6,2	49,1	3,5	84,9	0	98,0	22,5	62,0	84,6
7	9,3	0	8,1	65,4	4,7	113,3	0	130,7	31,7	86,9	118,5
6	11,7	0	10,2	81,6	5,9	141,5	0	163,4	40,7	111,6	152,3
5	14,0	0	12,3	98,0	7,1	169,8	0	195,9	49,7	136,4	186,1
4	16,4	0	14,3	114,3	8,3	198,2	0	228,6	58,7	161,1	219,9
3	18,8	0	16,4	130,7	9,3	226,4	0	261,3	67,7	186,0	253,8
2	21,0	0	18,3	147,0	10,5	254,7	0	294,0	76,9	210,8	287,6
1	23,4	0	20,4	164,0	11,7	283,1	0	326,5	85,9	235,6	321,4

- CÁLCULO DOS ESFORÇOS AXIAIS NOS PILARES

As forças axiais nos pilares serão obtidas por somatória dos esforços cortantes verticais que atuam nas vigas dos painéis que concorrem nesses pilares.

Exemplos

- 1) No último andar (I=N), no pilar 1



$$N(I,1) = V_{I,12} + V_{I,1} \quad \dots (3.38.a)$$

FIG. 3.15. c

- 2) No último andar, para painéis J > 1

$$N(I,J) = V(I,J) - V(I,J-1) \quad \dots (3.38.b)$$

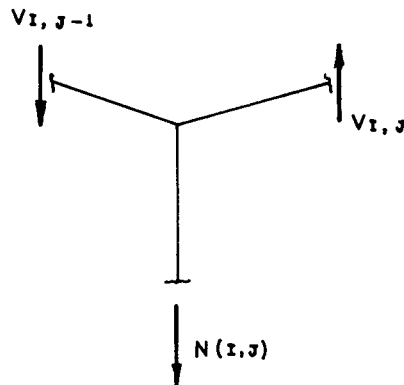


FIG. 3.15 d

3) Nos demais andares

- No painel 1:

$$N(I,1) = N(I+1,1) + V(I,1) + V(I,12) \quad \dots (3.38.c)$$

- Nos demais:

$$N(I,J) = N(I+1,J-1) + V(I,J) - V(I,J-1) \quad \dots (3.38.d)$$

TABELA 3.8 - ESFORÇOS AXIAIS NOS PILARES (ton.)

ANDAR	PILAR			
I	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
10	0,070	0,061	0,034	0
9	0,278	0,244	0,139	0
8	0,626	0,549	0,313	0
7	1,116	0,975	0,557	0
6	1,744	1,523	0,871	0
5	2,512	2,192	1,255	0
4	3,418	2,983	1,705	0
3	4,464	3,896	2,233	0
2	5,652	4,930	2,826	0
1	6,978	6,086	3,489	0

Análise dos Resultados:

Pela comparação dos resultados aqui encontrados, com os obtidos anteriormente para o mesmo edifício, utilizando o método de SCALZI (Ítem 2.5.3), verifica-se esperada semelhança entre os valores de todos os esforços, sejam forças ou momentos, apesar das duas técnicas utilizarem hipóteses de cálculo um pouco diferentes. O mesmo não se pode dizer a respeito dos deslocamentos horizontais, que diferem significativamente.

3.2.6 - ASSOCIAÇÃO CONTÍNUA CONTENDO PÓRTICOS E PAREDE LIGADOS POR BARRAS BI-ARTICULADAS

Em STAMATO⁽²⁾ é apresentada com bastante detalhe a Associação Contínua entre os painéis pórtico e parede.

No que se segue, o Autor repetirá o que for necessário para que a aplicação prática do que foi lá tratado possa ser entendida com clareza. É conhecido o comportamento estrutural diverso entre os painéis que serão aqui associados: o pórtico isolado deforma-se predominantemente por força cortante enquanto a parede isolada o faz sobretudo por efeito do momento fletor. As elásticas do pórtico e parede isolados têm concavidades contrárias, conforme se pode ver nos itens 3.1.1 e 3.1.2.

Objetiva-se neste ítem conhecer o efeito das cargas laterais sobre a Associação desses painéis, chamada por MANCINI⁽³⁾ de "Painel Geral".

Mostra-se através da Fig. 3.16 a associação, no plano, de um pórtico e uma parede em série, ligados continuamente ao longo da altura (eixo z), por barras bi-articuladas com rigidez axial infinita. Esse modelo poderá representar o comportamento da maioria dos tipos de edifícios a bordados neste trabalho, para os quais a ligação entre o núcleo central com parede e o restante dos pórticos é feita tão somente através da laje, suposta mais uma vez um diafragma infinitamente rígido em seu plano e que é substituído, portanto, pelas barras bi-articuladas.

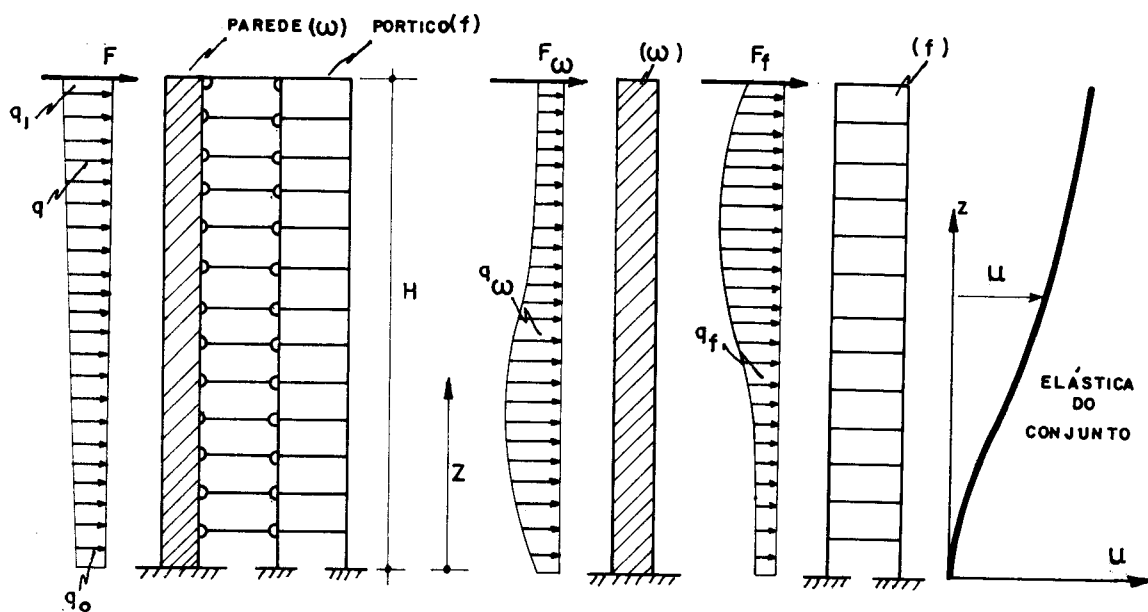


FIG. 3.16 - PÓRTICO E PAREDE EM SÉRIE

Mais uma vez o carregamento externo \bar{e} composto por uma carga distribuída q e uma carga concentrada F no topo, cargas essas que serão absorvidas em quinhões q_w , q_f , F_w e F_f por cada um dos painéis, provocando nos mesmos deslocamentos $u_w = u_f = u$, o que ocorre devido à infinita rigidez axial das barras de ligação.

Assim sendo,

$$q = q_w + q_f \quad \dots(3.39.a)$$

$$F = F_w + F_f \quad \dots(3.39.b)$$

A força cortante Q , proveniente do carregamento externo, é equilibrada, ao longo do eixo z , pelas cortantes Q_w da parede e Q_f do pórtico, definidas em 3.1.1 e 3.1.2. Portanto, é válido:

$$Q = Q_w + Q_f \quad \dots(3.40)$$

Utilizando, na relação (3.40), os valores de Q_w (3.5) e Q_f (3.10), chega-se à equação diferencial (3.41), que representa o equilíbrio da associação à ação do esforço cortante Q , função conhecida de z .

$$Q = -j_w u''' + s_f u' \quad \dots(3.41)$$

A obtenção dos deslocamentos incógnitos u pode ser feita conhecendo as rigidezes j_w da parede e s_f do pórtico (ou de um conjunto de pórticos) e efetuando a resolução da equação diferencial, utilizando as seguintes condições de contorno:

$$u(0) = u'(0) = u''(\ell) = 0 \quad \dots(3.42)$$

A relação (3.41) mostra que o "painel geral", resultante da associação em série de pórtico e parede, passa a ter um comportamento estrutural misto, apresentando deformabilidade por momento fletor e por força cortante. Além disso, o painel geral tem aumentada a rigidez à ação das cargas laterais, havendo também menor disparidade entre os valores dos esforços da base e do topo.

3.2.6.1 - Resolução da equação diferencial

Chamando $k^2 = \frac{s_f}{j_w}$, a equação (3.41) transforma-se em:

$$u'''' - k^2 u'' = - \frac{Q}{j_w} \quad \dots (3.43)$$

- Solução da equação homogênea

$$u_h = C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \quad \dots (3.44.a)$$

- Solução da Particular: Diferentes tipos de carregamento

a) Carga Concentrada F no topo

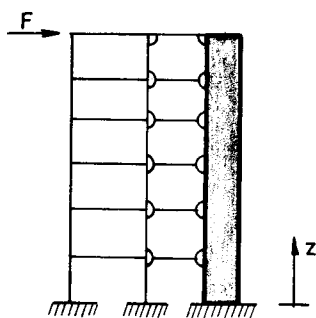


Fig. (3. 17. a)

$$Q = F = \text{constante}$$

$$\therefore u_p = \frac{Fz}{k^2 j_w} \quad \dots (3.44.b)$$

b) Carga uniformemente distribuída

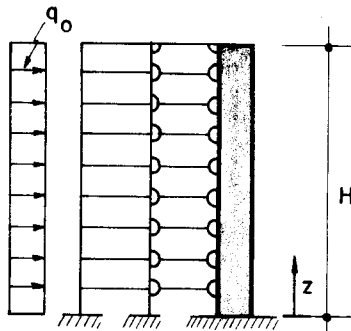


Fig. (3.17.b)

$$Q = q_0 (H - z)$$

$$\therefore u_p = \frac{q_0}{k^2 j_w} \left[Hz - \frac{z^2}{2} \right] \dots (3.44.c)$$

c) Carga linearmente distribuída

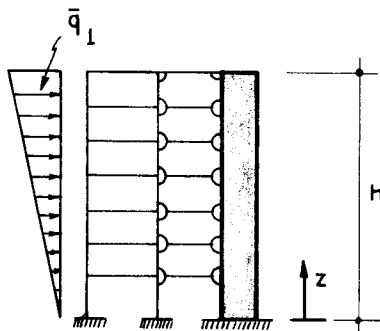


Fig. (3.17.c)

$$Q = \bar{q}_1 \frac{H}{2} - \frac{\bar{q}_1 z^2}{2H}$$

$$\therefore u_p = \frac{\bar{q}_1 z}{6k^2 j_w H} \left[3H^2 - z^2 \right] \dots (3.44.d)$$

- Solução geral

a) Carga concentrada F no topo

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{Fz}{k^2 j_w} \right] \dots (3.45.a)$$

b) Carga uniformemente distribuída q_0

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{q_0}{k^2 j_w} \left(Hz - \frac{z^2}{2} \right) \right] \dots (3.45.b)$$

c) Carga linearmente distribuída

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{\bar{q}_1 z}{6k^2 j_w H} (3H^2 - z^2) \right] \dots (3.45.c)$$

- CONDIÇÕES DE CONTORNO

- devido ao engastamento da parede no solo

$$u(0) = 0 \quad e \quad u'(0) = 0$$

- devido ao momento nulo no topo da parede

$$u''(l) = 0$$

Com a utilização dessas condições, sobre os valores de u das relações (3.45.a), (3.45.b) e (3.45.c), resultam:

a) Carga concentrada F no topo

$$C_1 = \frac{F}{k^3 j_w} \left[\frac{-1 + e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right]$$

$$C_2 = \frac{F}{k^3 j_w} \left[\frac{-e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \dots (3.46.a)$$

$$C_3 = \frac{F}{k^3 j_w} \left[\frac{1}{1 + e^{-2kH}} \right]$$

b) Carga uniformemente distribuída

$$C_1 = \frac{-q_o (kH + 2e^{-kH} - kH e^{-2kH})}{k^4 j_w (1 + e^{-2kH})}$$

$$C_2 = \frac{q_o (e^{-kH} - kH e^{-2kH})}{k^4 j_w (1 + e^{-2kH})} \dots (3.46.b)$$

$$C_3 = \frac{q_o (kH + e^{-kH})}{k^4 j_w (1 + e^{-2kH})}$$

c) Carga linearmente distribuída

$$C_1 = \frac{\bar{q}_1}{2k^4 j_w} \left[\frac{-kH - 4e^{-kH} + kH e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right]$$

$$C_2 = \frac{\bar{q}_1}{2k^4 j_w} \left[\frac{2e^{-kH} - kH e^{-2kH}}{1 + e^{-2kH}} \right] \dots (3.46.c)$$

$$C_3 = \frac{\bar{q}_1}{2k^4 j_w} \left[\frac{kH + 2e^{-kH}}{1 + e^{-2kH}} \right]$$

3.2.6.2 - Obtenção dos esforços na parede e no pórtico

Uma vez conhecida a equação da linha elástica, para os três casos de carregamento abordados, os esforços na parede (M_w , Q_w e q_w) e no pórtico (Q_f , q_f e M_f) são facilmente obtidos, com base nas equações (3.4), (3.1), (3.2), (3.10), (3.7) e (3.6).

a) Carga concentrada F no topo

$$M_w = j_w u'' = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.47.a)$$

$$Q_w = -M'_w = k^3 j_w \left[-C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.47.b)$$

$$q_w = -Q'_w = k^4 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.47.c)$$

$$Q_f = s_f u' = k s_f \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{F}{k^3 j_w} \right] \quad \dots (3.47.d)$$

$$q_f = -Q'_f = -k^2 s_f \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.47.e)$$

$$F_w = Q_w (z=H) = k s_f \left[-C_2 e^{kH} + C_3 e^{-kH} \right] \quad \dots (3.47.f)$$

$$F_f = F - F_w = Q_f (z=H) = F + k s_f \left[C_2 e^{kH} - C_3 e^{-kH} \right] \quad \dots (3.47.g)$$

b) Carga uniformemente distribuída q_o

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \quad \dots (3.48.a)$$

$$Q_w = k^3 j_w \left[-C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.48.b)$$

$$q_w = k^4 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.48.c)$$

$$Q_f = k s_f \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{q_o}{k^3 j_w} (H-z) \right] \quad \dots (3.48.d)$$

$$q_f = -k^2 s_f \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \quad \dots (3.48.e)$$

$$F_f = Q_f (z=H) = ks_f \left[C_2 e^{kH} - C_3 e^{-kH} \right] \quad \dots (3.48.f)$$

$$F_w = F - F_f$$

c) Carga linearmente distribuída

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{\bar{q}_1 \cdot z}{k^4 j_w H} \right] \quad \dots (3.49.a)$$

$$Q_w = k^3 j_w \left[-C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{\bar{q}_1}{k^5 j_w H} \right] \quad \dots (3.49.b)$$

$$q_w = k^4 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.49.c)$$

$$Q_f = ks_f \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{\bar{q}_1}{2k^3 j_w H} (H^2 - z^2) \right] \quad \dots (3.49.d)$$

$$q_f = -k^2 s_f \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{\bar{q}_1 z}{k^4 j_w H} \right] \quad \dots (3.49.e)$$

$$F_f = ks_f \left[C_2 e^{kH} - C_3 e^{-kH} \right] \quad \dots (3.49.f)$$

$$F_w = F - F_f \quad \dots (3.49.g)$$

Observações:

- 1) caso o edifício abordado esteja sujeito às três cargas indicadas (Fig. 3.18) devem-se superpor as soluções encontradas para esforços e deslocamentos.
- 2) para facilitar as deduções relativas à carga linearmente distribuída, foi usada uma carga com valor máximo \bar{q}_1 (no topo) e $\bar{q}_0 = 0$ na base. Isso não ocorre no exemplo da Fig. 3.18, onde $q_{\min} \neq 0$. Nesse caso, devem-se superpor as soluções das cargas uniforme e linearmente dis-

tribuída, tomando:

$$q_{\min} = q_0$$

$$q_{\max} = q_1 = q_0 + \bar{q}_1$$

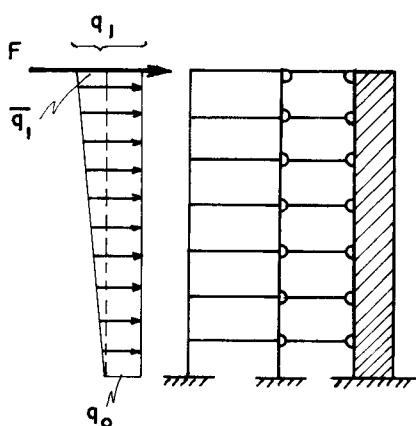


FIG 3.18 - CARGAS EXTERNAS SÔBRE O MÔDELO

3) nessas deduções, admitiu-se que a parede deforma-se de forma desprezível à ação do esforço cortante. Em outras palavras, está-se ignorando o efeito das frequentes aberturas que existem no núcleo, correspondentes aos espaços ocupados pelos acessos às escadas e elevadores contidos em seu interior.

Na realidade, o núcleo é aberto, constituído de trechos de paredes isolados, ligados entre si por meio de vigas, ao nível de cada andar, as quais impedem parcialmente o empenamento das seções das paredes. Considerar o núcleo fechado é uma suposição que se presta tão somente a uma primeira análise, feita em um pré-dimensionamento.

O efeito das aberturas do núcleo será estudado neste trabalho no Capítulo 4.

3.2.6.3 - Possíveis casos de aplicação

Dos tipos de edifícios que podem ter seu comportamento estrutural assimilado ao do modelo analisado (Fig. 3.16), foram selecionados dois, apresentados nas Figs. 3.19 e 3.20. O edifício em planta da Fig. 3.19 já foi analisado anteriormente, quando o mesmo era composto tão somente de pórticos periféricos. A inclusão do núcleo central certamente modificará o comportamento estrutural do conjunto. Deseja-se saber, nesse caso, de que forma se processarão es sas alterações. Tanto em um como em outro caso, a parede terá sua rigidez à flexão j_w , calculada sem levar em conta a existência de aberturas.

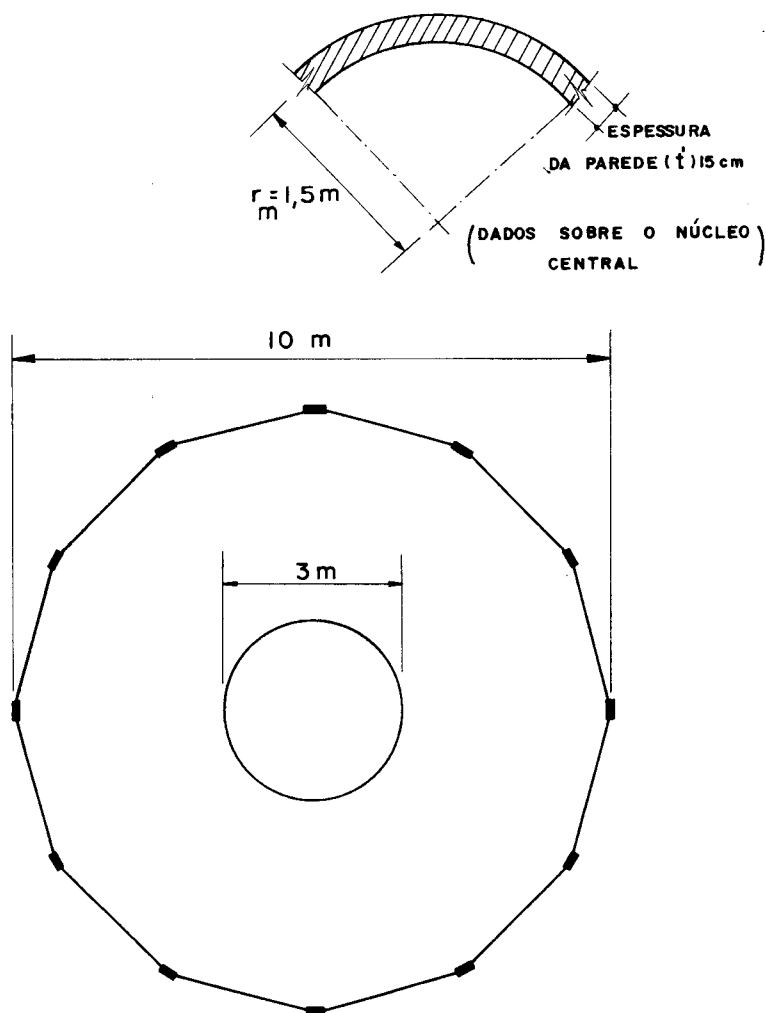


Fig. 3.19 - PÓRTICOS PERIFÉRICOS MAIS PAREDE .

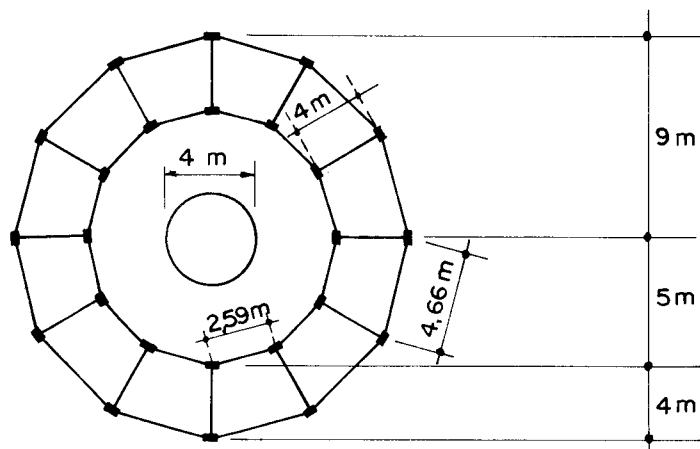


Fig. 3.20 - PÓRTICOS RADIAIS SEM INTERSECÇÃO COM A PAREDE.

3.2.6.3.1 - Exemplo II - Pórticos periféricos mais Parede
(Fig. 3.19)

Serão mantidas as características geométricas relativas aos pórticos periféricos do exemplo I (item 3.2.5). A parede tem raio médio de 150cm e espessura de 15cm. O módulo de elasticidade do material será o mesmo, ou seja, $E = 280,0 \text{ t/cm}^2$. Os demais dados permanecerão iguais aos do exemplo I.

- Rigidez s_f^* do pórtico

Já foi visto que o conjunto de pórticos periféricos pode ser substituído por dois pórticos planos resultantes, dispostos segundo as direções dos eixos centrais x e y, e mais uma mola capaz de resistir torção, dos quais trabalha apenas o que tem rigidez total equivalente S_{aa} , valor já calculado.

$$S_{aa} = s_f^* = 14.106 \text{ t}$$

- Rigidez j_w de parede

$$J_w = \frac{\pi}{64} (D_e^4 - D_i^4) = \frac{\pi}{64} (315^4 - 285^4) \approx 15,94 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

(calculado como tubo)
de parede grossa

$$J_w = \pi r_m^3 t' = \pi (150)^3 (15) = 15,9 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

(calculado como tubo)
de parede fina

$$\therefore j_w = EJ_w \approx 44,5 \times 10^9 \text{ tcm}^2$$

$$k^2 = \frac{s_f^*}{j_w} = \frac{14.106}{44,5 \times 10^9} = 3,17 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-2}$$

$$k = 5,63 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$k^3 = 1,785 \times 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$$

- CARREGAMENTO

$$F = 0,7 \text{ (tf)}$$

$$q_o = \frac{1,4}{300} \text{ (tf/cm)} = 4,67 \times 10^{-3} \text{ (tf/cm)}$$

- OBTENÇÃO DAS CONSTANTES

Utilizando as relações (3.46.a) e (3.46.b), obtem-se, para os casos de carga concentrada F e carga uniformemente distribuída q_o :

$$kH = 5,63 \times 10^{-4} \times 3000 = 1,689 \quad \therefore e^{-kH} = 0,185 ; e^{-2kH} = 0,034$$

$$k^3 j_w = 7,943 \text{ tcm}^{-1}$$

$$k^4 j_w = 4,47 \times 10^{-3}$$

- Carga concentrada F

$$C_1 = \frac{0,7}{7,943} \left[\frac{-1+0,034}{1+0,034} \right] = -0,082$$

$$C_2 = \frac{0,7}{7,943} \left[\frac{-0,034}{1,034} \right] = -0,003$$

$$C_3 = \frac{0,7}{7,943 \times 1,034} = 0,090$$

- Carga distribuída q_o

$$C_1 = \frac{-4,67 \times 10^{-3}}{4,47 \times 10^{-3}} \left[\frac{1,689+0,37-0,057}{1+0,034} \right] = -2,022$$

$$C_2 = \frac{4,67 \times 10^{-3}}{4,47 \times 10^{-3}} \left[\frac{0,185-0,057}{1,034} \right] = 0,129$$

$$C_3 = \frac{4,67 \times 10^{-3}}{4,47 \times 10^{-3}} \left[\frac{1,689+0,185}{1,034} \right] = 1,893$$

d) OBTENÇÃO DA ELÁSTICA (já efetuada a superposição)

$$u = \left[C_1^* + C_2^* \cdot e^{kz} + C_3 \cdot e^{-kz} + \frac{Fz}{k^2 j_w} + \frac{q_o}{k^2 j_w} \left(Hz - \frac{z^2}{2} \right) \right] \dots (3.50.a)$$

Obs.: C_{1,2,3}^{*} = soma das constantes C_{1,2,3} relativas aos dois casos de cargas.

$$\therefore u = \left\{ -2,104 + 0,126 e^{(5,63 \times 10^{-4} z)} + 1,983 e^{-(5,63 \times 10^{-4} z)} + \frac{1}{14106} \left[(14,71) z - (2,335 \times 10^{-3}) z^2 \right] \right\} \dots (3.50.b)$$

TABELA 3.9 - COMPARAÇÕES ENTRE AS ELÁSTICAS (cm)

ANDAR	PÓRTICO ISOLADO (EXEMPLO I)	PAREDE ISOLADA	CONJUNTO (EXEMPLO II)
10	1,63	3,55	0,549
9	1,58	2,700	0,480
8	1,51	1,993	0,410
7	1,40	1,420	0,339
6	1,27	0,963	0,268
5	1,11	0,610	0,199
4	0,91	0,349	0,134
3	0,69	0,168	0,077
2	0,44	0,057	0,033
1	0,15	0,006	0,008

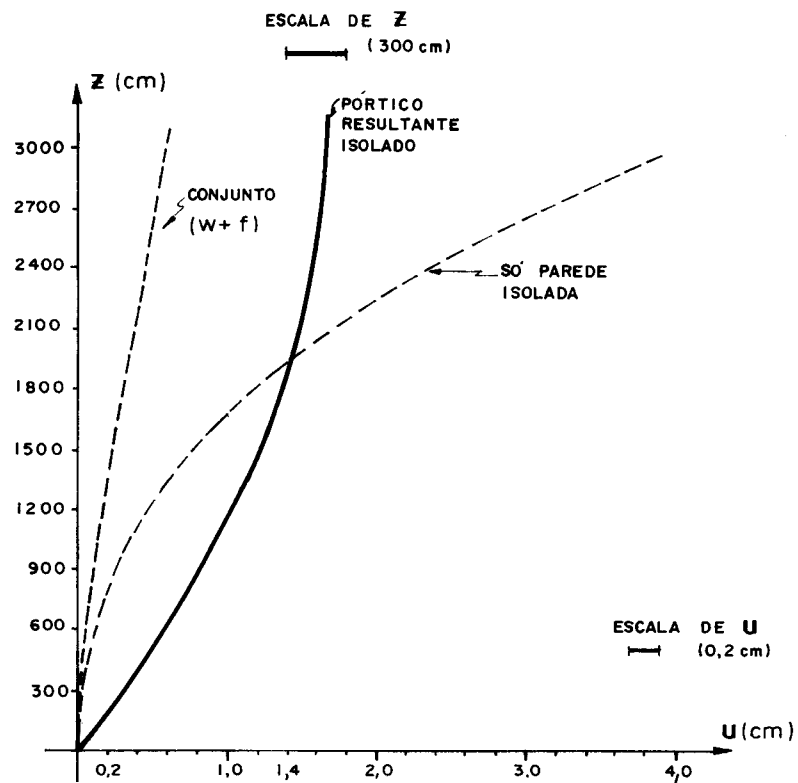


Fig. 3.21 - ELÁSTICAS ISOLADAS E DO CONJUNTO.

- OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES

Considerada a superposição dos efeitos das duas cargas, os esforços resultam:

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \dots (3.51.a)$$

$$Q_w = k^3 j_w \left[-C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} \right] \dots (3.51.b)$$

$$q_w = k^4 j_w \left[C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} \right] \dots (3.51.c)$$

$$Q_f = k s_f^* \left[C_2^* e^{kz} - C_3^* e^{-kz} + \frac{F}{k^3 j_w} + \frac{q_o}{k^3 j_w} (H-z) \right] \dots (3.51.d)$$

$$q_f = -k^2 s_f^* \left[C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \dots (3.51.e)$$

$$F_w = k s_f^* \left[-C_2^* e^{kH} + C_3^* e^{-kH} \right] \dots (3.51.f)$$

$$F_f = F - F_w \dots (3.51.g)$$

onde:

$$C_2^* = C_{2,F} + C_{2,q_o} \dots (3.52.a)$$

$$C_3^* = C_{3,F} + C_{3,q_o} \dots (3.52.b)$$

s_f^* = rigidez global dos pórticos = S_{aa}

$$C_2^* = 0,126 \qquad k^3 j_w = k s_f^* = 5,63 \times 10^{-4} \times 14.106 = 7,942 \text{ tcm}^{-1}$$

$$C_3^* = 1,983$$

$$s_f^* = S_{aa} = 14.106 \text{ tf}$$

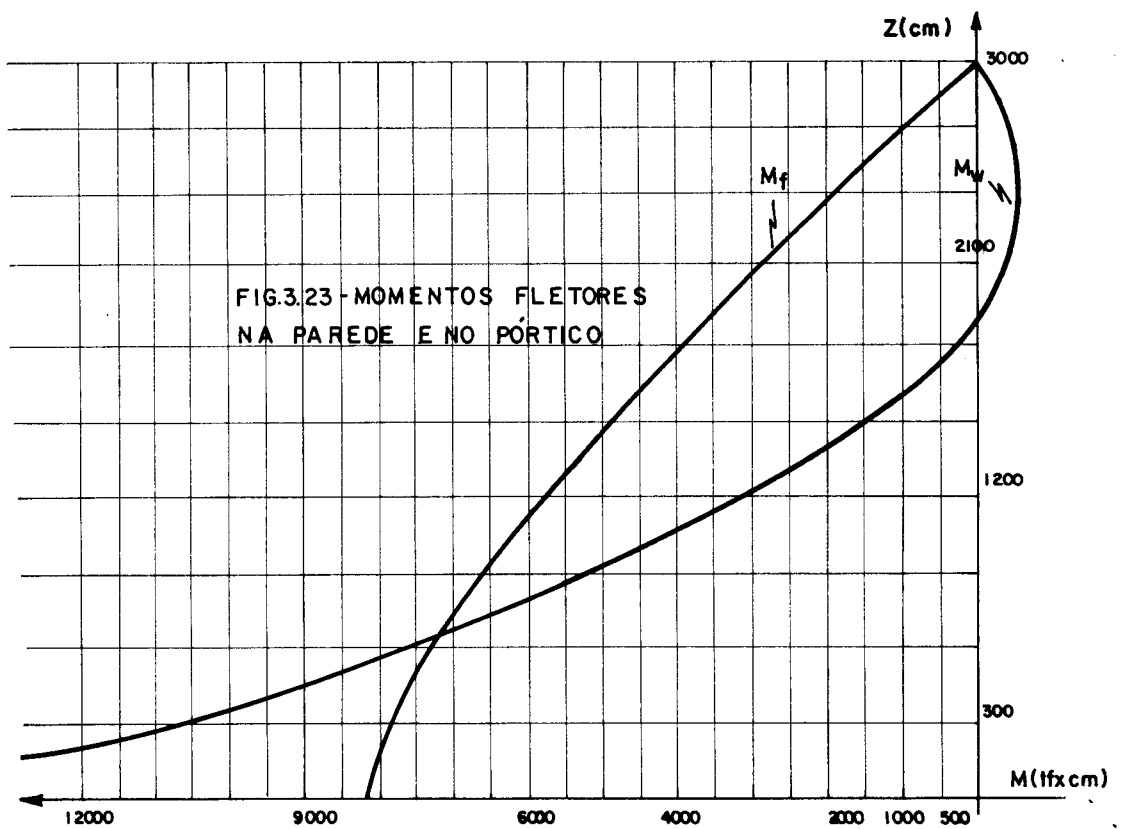
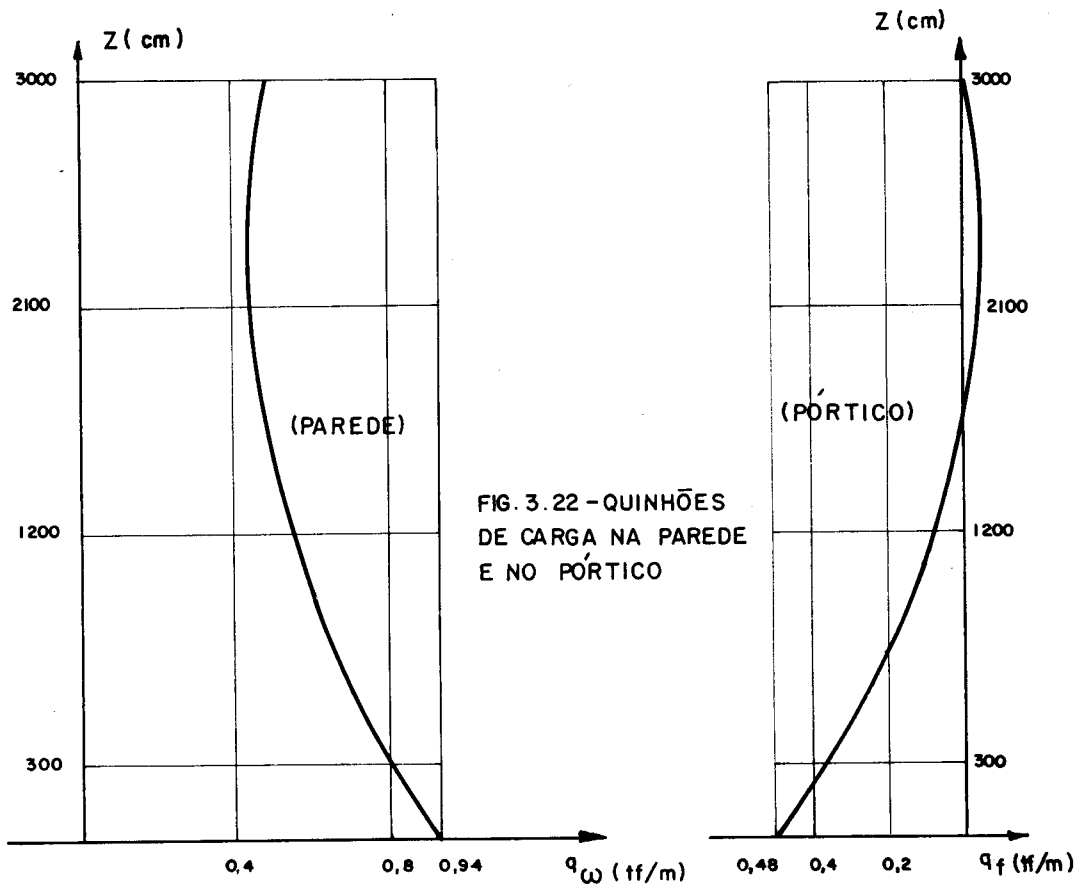
$$F_w = -2,51 \text{ tf} \approx 0,171 (q_o H + F) - \text{cerca de } 17,1\% \text{ da carga total}$$

$$F_f = 3,21 \text{ tf} \approx 0,218 (q_o H + F) - \text{cerca de } 21,8\% \text{ da carga total}$$

TABELA 3.10 - ESFORÇOS SOLICITANTES NO PÓRTICO E NA PAREDE - QUINHÕES DE CARGA

AN-DAR I	Q_w (tf) eq. (3.51.b)	Q_f (tf) $Q_f = Q - Q_w$	M_w (tf.cm) eq. (3.51.a)	M_f (tf.cm) $M_f = M - M_w$	q_w (tf/m) eq. (3.51.c)	q_f (tf/m) $q_f = q - q_w$
10	-1,814	3,214	-268,0	425,5	0,458	0,009
9	-0,458	3,258	-606,6	1394,1	0,450	0,020
8	0,885	3,315	-536,0	2373,5	0,450	0,017
7	2,254	3,346	-70,5	3378,0	0,465	0,002
6	3,687	3,313	818,1	4379,4	0,493	-0,026
5	5,225	3,175	2158,2	5349,3	0,535	-0,068
4	6,913	2,887	3977,9	6259,6	0,593	-0,126
3	8,800	2,400	6319,5	7068,0	0,667	-0,200
2	10,935	1,665	9281,7	7675,8	0,761	-0,294
1	13,385	0,615	12921,0	8026,5	0,876	-0,409

* esforços calculados ao nível da metade do pé-direito dos andares.



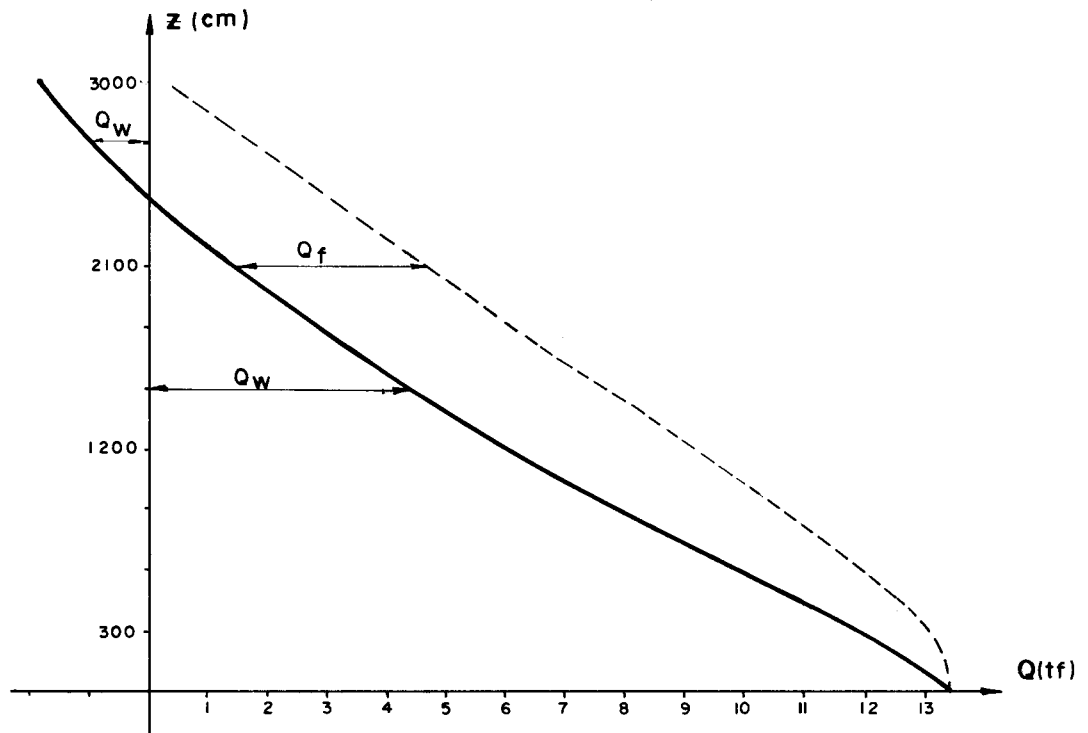


Fig. 3.24 - CORTANTES NO PÓRTICO E PAREDE

COMPARAÇÃO ENTRE ESFORÇOS CORTANTES DOS EXEMPLOS I e II
(apenas no painel mais solicitado)

TABELA 3.11 - Q_F NO PAINEL 3 ($K_{f3} = 0,161$)

ANDAR	EXEMPLO I (SÓ PÓRTICOS)	EXEMPLO II (PÓRT.+PAREDE)
10	0,225	0,517
9	0,451	0,525
8	0,676	0,534
7	0,902	0,539
6	1,127	0,533
5	1,352	0,511
4	1,578	0,465
3	1,803	0,386
2	2,029	0,268
1	2,254	0,100

Pelos resultados mostrados na Tabela 3.11, verifica-se claramente o alívio que ocorre no esforço cortante do painel mais solicitado do conjunto dos pórticos periféricos, quando foi acrescentado à estrutura do exemplo I, o núcleo central com parede, principalmente até o 8º andar. Isso deve-se ao fato de que, próximo do topo, a absorção de esforço cortante pela parede é pequena, ficando o quinhão maior do esforço para os pórticos.

3.2.6.3.2 - EXEMPLO III - Estrutura composta de parede e Pórticos periféricos, tangenciais e radiais
(Fig. 3.20)

Será analisada, neste ítem, a estrutura em planta da Fig. 3.20, na qual se conhecem os seguintes dados:

- nº de andares = 10
- diâmetro da parede = 400,0 cm
- espessura da parede = 20,0 cm
- pé-direito dos andares = 300,0 cm
- comprimento de vigas e dimensões de seções

{	- dos pórticos periféricos = 466,0cm (20x50cm)
	- dos pórticos tangenciais \approx 259,0cm (15x40cm)
	- dos pórticos radiais = 400cm (15x40cm)
- dimensões de pilares

{	- externos \approx (20x50cm)
	- internos \approx (15x40cm)
- E = módulo de elasticidade longitudinal = 280,0 t/cm²

a) Obtenção da rigidez do painel geral

Neste caso, como no anterior, a parede não interage diretamente com os pórticos, fazendo-o tão somente a través da laje. Assim sendo, determinadas as rigidezes j_w da parede e s_f^* do pórtico resultante, elasticamente equi-

valente ao conjunto de p \ddot{o} rticos, podem-se utilizar as express \tilde{o} es deduzidas em 3.2.6 para determinar os esfor \tilde{c} os solicitantes e os deslocamentos.

- Rigidez j_w da parede

$$j_w = EJ_w = E \times \pi \times r_m^3 \times t = 280 \times \pi \times 200^3 \times 20 = 1,407 \times 10^{11} \text{ tfcm}^2$$

- Rigidez s_f^* = S_{aa} do p \ddot{o} rtico resultante

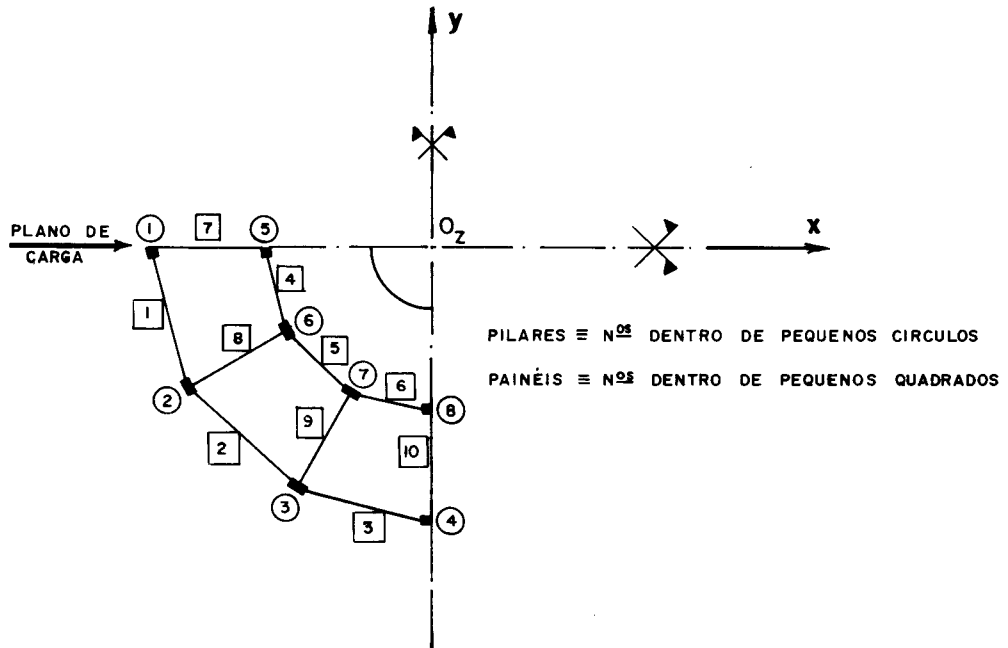
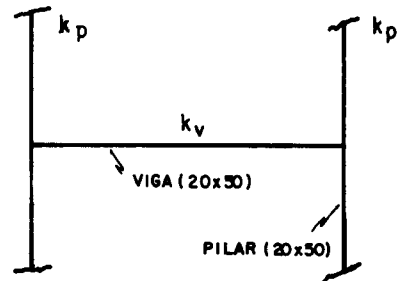


Fig. 3.25- SETOR REPRESENTATIVO DO CONJUNTO EM PLANTA
NUMERAÇ \tilde{O} DOS PAIN \tilde{E} S.

Carregamento: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Carga distribuída } q_0 = 1,0 \text{ tf/m} \\ \text{Carga concentrada no topo} = F = 1,5 \text{ tf} \end{array} \right.$

- Rigidez s_f do painel periférico genérico (usando 3.11)

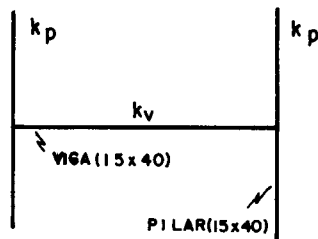


$$k_v = \frac{I_v}{l} = \frac{20 \times 50^3}{12 \times 466} \approx 447,1 \text{ cm}^3$$

$$k_p = \frac{I_p}{h} = \frac{1}{2} \times \frac{20 \times 50^3}{12 \times 300} \approx 347,2 \text{ cm}^3$$

$$s_f \text{ (per.)} = \frac{12 \times 280}{300} \left[\frac{2 \times 347,2 \times 447,1}{(2 \times 347,2 + 447,1)} \right] \approx 3046,1 \text{ tf} \quad \dots (3.53.a)$$

- Rigidez s_f do painel tangencial genérico

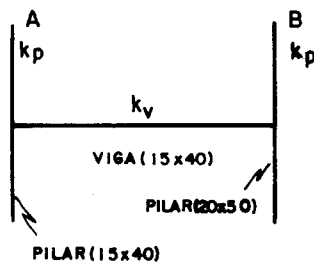


$$k_p = \frac{15 \times 40^3}{12 \times 300} \times \frac{1}{2} = 133,3 \text{ cm}^3$$

$$k_v = \frac{15 \times 40^3}{12 \times 259} = 308,9 \text{ cm}^3$$

$$s_f \text{ (tang)} = \frac{12 \times 280}{300} \left[\frac{2 \times 133,3 \times 308,9}{(2 \times 133,3 + 308,9)} \right] \approx 1602,7 \text{ tf} \quad \dots (3.53.b)$$

- Rigidez s_f do painel radial genérico



$$k_p^A = \frac{40 \times 15^3}{12 \times 300} = 37,50 \text{ cm}^3$$

$$k_p^B = \frac{50 \times 20^3}{12 \times 300} = 111,11 \text{ cm}^3$$

$$k_v = \frac{15 \times 40^3}{12 \times 400} = 200,00 \text{ cm}^3$$

$$s_f \text{ (radial)} = \frac{12 \times 280}{300} \left[111,11 \times \frac{200,0}{(2 \times 111,1 + 200)} + \frac{37,50 \times 200,0}{(2 \times 37,5 + 200)} \right] \approx 895,0 \text{ tf} \quad \dots (3.53.c)$$

- Rigidez do pórtico resultante (s_f^*)

$$s_f^* = S_{aa} = s_f \sum_{\text{(per.) } i=1}^{12} \cos^2 \alpha_i + s_f \sum_{\text{(tang.) } j=1}^{12} \cos^2 \beta_j + s_f \sum_{\text{(rad.) } k=1}^{12} \cos^2 \gamma_k \quad \dots (3.54)$$

onde, α_i , β_j e γ_k são, respectivamente os ângulos formados entre o eixo x e as direções dos painéis genéricos i, j e k dos conjuntos de pórticos periféricos, tangenciais e radiais. (Fig. 3.26).

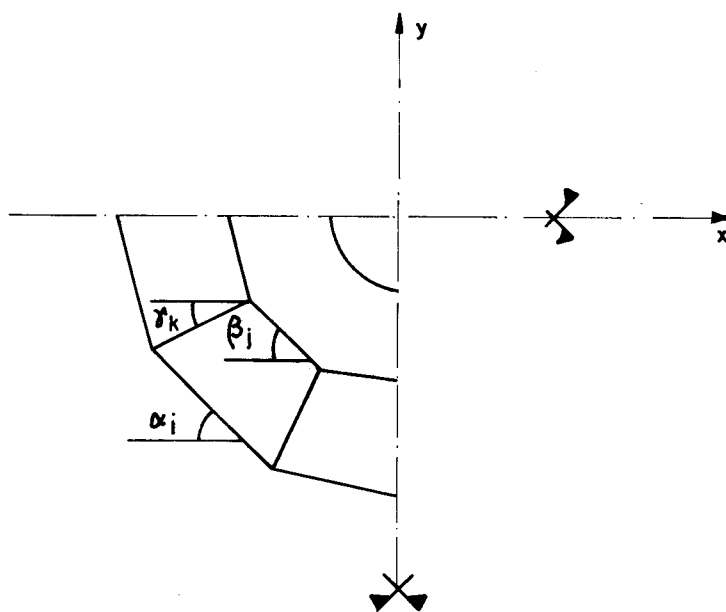


FIG. 3.26 - INCLINAÇÕES DE PAINÉIS GENÉRICOS

PAINEL	CONJUNTO	INCLINAÇÃO θ	$\cos^2 \theta$	$\sum_1^{12} \cos^2 \theta$
1	Perif.	75°	0,067	6,00
2	perif.	45°	0,500	
3	perif.	15°	0,933	
4	tang.	75°	0,067	6,00
5	tang.	45°	0,500	
6	tang.	15°	0,933	
7	rad.	0°	1,000	6,00
8	rad.	30°	0,750	
9	rad.	60°	0,250	
10	rad.	90°	0,000	

$$S_{aa} = s_f^* = 6,0 \left[3046,1 + 1602,7 + 895,0 \right] \approx 33.262,8 \text{ tf}$$

$$k^2 = \frac{s_f^*}{j_w} = \frac{33.262,8}{1407 \times 10^8} = 2,364 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-2}$$

Conhecidas as rigidezes j_w e s_f^* , para determinar os esforços e os deslocamentos ao longo da estrutura, utilizam-se as relações (3.51), (3.52) e (3.50). Os resultados dos deslocamentos e dos esforços que atuam nos painéis resultantes (parede e pórtico equivalente) bem como dos esforços cortantes sobre os painéis, são apresentados na seqüência.

b) Maneira de obtenção dos esforços solicitantes nas barras

Utilizando as relações indicadas no parágrafo anterior, ficam conhecidas as parcelas de esforços que serão absorvidas pela parede (q_w , Q_w e M_w) e pelo pórtico resultante (q_f , Q_f e M_f).

Em seguida, há necessidade de distribuir a cortante Q_f ao longo dos pórticos que compõem cada um dos con

juntos existentes, para depois calcular os esforços que solicitam cada uma das barras desses painéis.

A distribuição do esforço Q_f (do pórtico resultante) para um pórtico genérico, depende evidentemente de dois fatores:

- 1) da inclinação desse pórtico relativamente ao eixo x, uma vez que o pórtico resultante só trabalha nessa direção.
- 2) da relação entre a rigidez do pórtico e a rigidez global S_{aa} .

Isso pode ser demonstrado se se lembrar que a laje faz com que todos os painéis se desloquem igualmente na direção de atuação da carga.

Se, num certo andar n, a força cortante Q_n do pórtico resultante (de rigidez S_{aa}) provoca neste um deslocamento u_n , qualquer painel j, de rigidez $s_{f,j}$, sob a ação da cortante $Q_{n,j}$ que solicita o painel, deslocar-se-á de $u_n \cos \alpha_j$.

$$Q_n = S_{aa} \cdot u_n' \quad \dots (3.55.a)$$

$$Q_{n,j} = s_{f,j} \cdot u_n' \cos \alpha_j \quad \dots (3.55.b)$$

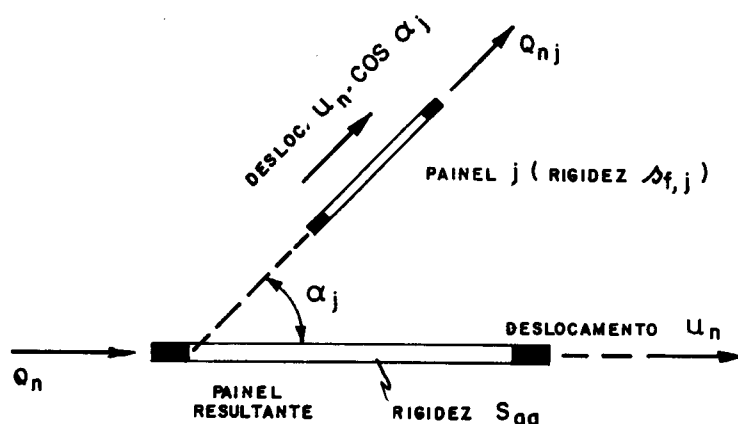


FIG. 3.27 - ORIENTAÇÃO DO PAINEL j

Comparando os valores de u_n' de (3.55.a) e (3.55.b), chega-se a :

$$Q_{n,j} = Q_n \left(\frac{s_{f,j}}{S_{aa}} \times \cos\alpha_j \right) \quad \dots(3.55.c)$$

obtendo-se a constante de orientação do painel j.

$$K_{f,j} = \frac{s_{f,j}}{S_{aa}} \cdot \cos\alpha_j \quad \dots(3.55.d)$$

No caso da estrutura em questão, as constantes de orientação dos painéis de cada um dos conjuntos valerão, com base na Fig. 3.26:

- Pórticos periféricos

$$K_{f,i} = \frac{s_{f,i}}{S_{aa}} \times \cos\alpha_i \quad \dots(3.56.a)$$

- Pórticos tangenciais

$$K_{f,j} = \frac{s_{f,j}}{S_{aa}} \cdot \cos\beta_j \quad \dots(3.56.b)$$

- Pórticos radiais

$$K_{f,k} = \frac{s_{f,k}}{S_{aa}} \cdot \cos \gamma_k \quad \dots(3.56.c)$$

Tendo os esforços cortantes distribuídos em cada painel, para conhecer os esforços nas barras (vigas e pilares), procede-se ao uso das expressões deduzidas em 3.2.5, lembrando da existência dos painéis radiais.

Na Fig. 3.28 vê-se a distribuição em planta, de um sub-conjunto genérico de pórticos, retirado do edifício em análise.

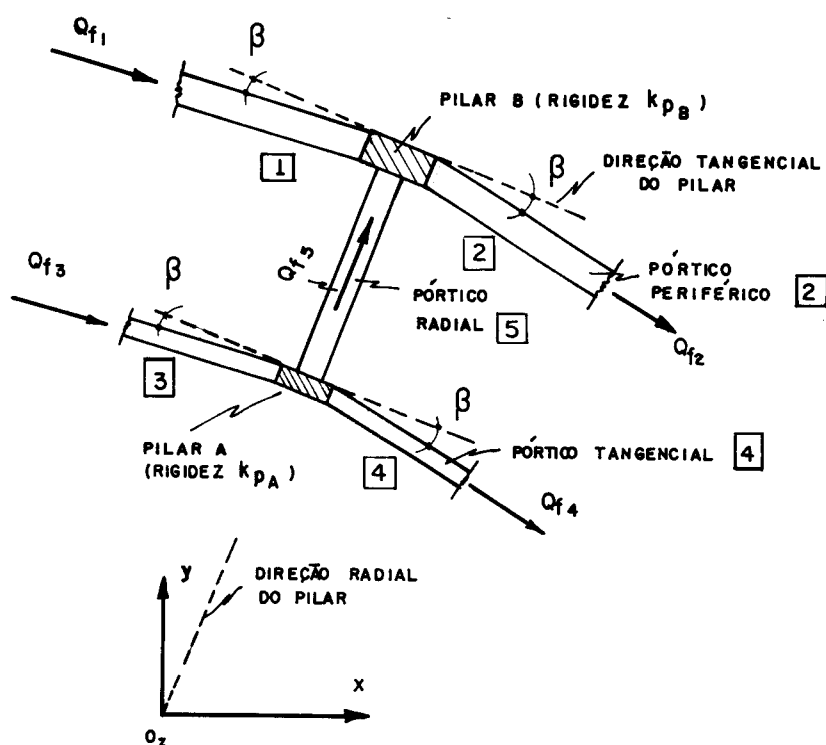


Fig. 3.28

Dos esforços cortantes dos p \ddot{o} r \tilde{t} icos perif \acute{e} ricos [1] e [2], metade \acute{e} transmitida ao pilar B, sendo ent \tilde{a} o projetada nas dire \tilde{c} o \tilde{e} s radial e tangencial. O mesmo ocorre com as cortantes dos p \ddot{o} r \tilde{t} icos tangenciais [3] e [4], com rela \tilde{c} o \tilde{e} ao pilar A.

Por outro lado, o esfor \tilde{c} o cortante, $Q_{f,5}$ do painel radial, distribui-se entre os pilares A e B, proporcionalmente \tilde{a} s r \acute{i} gidezes de cada um.

$$Q_{f,5}^{(A)} = \frac{k_{p,A}}{(k_{p,A} + k_{p,B})} \times Q_{f,5} \quad \dots (3.57.a)$$

(pilar A)

$$Q_{f,5}^{(B)} = \frac{k_{p,B}}{(k_{p,A} + k_{p,B})} \times Q_{f,5} \quad \dots (3.57.b)$$

(pilar B)

Tomando as rigidezes $k_{p,A}$ e $k_{p,B}$ da estrutura do exemplo III, vê-se que da cortante do painel radial, 72% é transmitida aos pilares externos e 28% aos pilares internos.

Tendo esses esforços em mãos, todos os demais podem ser obtidos através de simples relações estáticas de equilíbrio.

c) Obtenção dos esforços e deslocamentos

- Constantes de Integração

$$k^2 = 2,364 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-2}$$

$$j_w = 1407 \times 10^8 \text{ tcm}^2$$

$$k = 4,862 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$k^3 j_w = 16,171 \text{ tcm}^{-1}$$

$$k_H = 1,459$$

$$k^4 j_w = 7,863 \times 10^{-3} \text{ tcm}^{-2}$$

$$s_f^* = k^2 j_w = 33.262,8 \text{ tf}$$

P/ Carga Concentrada

$$C_{1,F} = \frac{1,5}{16,171} \left[\frac{-1 + e^{-(2,918)}}{1 + e^{-(2,918)}} \right] = -0,083$$

$$C_{2,F} = \frac{1,5}{16,171} \left[\frac{-e^{-(2,918)}}{1 + e^{-(2,918)}} \right] = -0,0048$$

$$C_{3,F} = \frac{1,5}{16,171} \left[\frac{1}{1 + e^{-(2,918)}} \right] = 0,088$$

P/ Carga Distribuída q_0

$$C_{1,q_0} = \frac{-0,01(1,459 + 2e^{(-1,459)} - 1,459 e^{-(2,918)})}{7,863 \times 10^{-3}(1 + e^{-(2,918)})} = -2,226$$

$$C_{2,q_0} = \left[\frac{0,01(e^{-(1,459)} - 1,459xe^{-(2,918)})}{7,863 \times 10^{-3} (1 + e^{-(2,918)})} \right] = 0,185$$

$$C_{3,q_0} = \left[\frac{0,01(1,459 + e^{-(1,459)})}{7,863 \times 10^{-3} (1 + e^{-(2,918)})} \right] = 2,041$$

$$C_i^* = C_{i,F} + C_{i,q_0} \quad (\text{superposição dos casos})$$

- Obtenção da elástica do conjunto:

Utilizando (3.50.a) com os dados do edifício, resulta:

$$C_1^* = -2,309$$

$$C_2^* \cong 0,180$$

$$C_3^* = 2,129$$

$$u = \left\{ -2,309 + 0,180xe^{(4,862 \times 10^{-4})z} + 2,129xe^{-(4,862 \times 10^{-4})z} + \frac{1}{33.262,8} \left[31,5 z - (5,0 \times 10^{-3})z^2 \right] \right\} \quad \dots (3.58)$$

TABELA 3.12 - ELÁSTICA DO CONJUNTO

ANDAR	DESLOCAMENTO u (cm)
10	0,421
9	0,367
8	0,311
7	0,256
6	0,200
5	0,147
4	0,097
3	0,054
2	0,021
1	0,003

TABELA 3.13 - RESULTADOS DOS ESFORÇOS

ANDAR I	q_w (tf/m)	q_f (tf/m)	M_w (tfxcm)	M_f (tfxcm)	Q_w (tf)	Q_f (tf)
10	0,985	0,015	-665	1003	-3,02	6,02
9	0,974	0,026	-1130	2818	-0,09	6,09
8	0,983	0,017	-699	4637	2,84	6,16
7	1,014	-0,014	566	6522	5,83	6,17
6	1,066	-0,066	2794	8344	8,94	6,06
5	1,141	-0,141	5954	10134	12,25	5,75
4	1,241	-0,241	10178	11760	15,81	5,19
3	1,366	-0,366	15500	13188	19,72	4,28
2	1,521	-0,521	22053	14285	24,04	2,96
1	1,709	-0,709	29970	14918	28,88	1,12

$$F_w = - 4,51 \text{ tf}$$

$$F_f = 6,01 \text{ tf}$$

TABELA 3.14 - FORÇAS CORTANTES NOS PAINÉIS
(Fig. 3.25) (em tf)

ANDAR	PÓRTICOS PERIFÉRICOS			PÓRTICOS TANGENCIAIS			PÓRTICOS RADIAIS		
	1	2	3(*)	4	5	6(*)	7(*)	8	9
10	0,143	0,389	0,533	0,075	0,205	0,280	0,163	0,140	0,081
9	0,144	0,394	0,539	0,076	0,208	0,283	0,164	0,142	0,082
8	0,146	0,399	0,545	0,077	0,210	0,286	0,166	0,144	0,083
7	0,146	0,399	0,546	0,077	0,210	0,287	0,167	0,144	0,083
6	0,144	0,392	0,536	0,076	0,207	0,282	0,164	0,141	0,082
5	0,136	0,372	0,508	0,072	0,196	0,267	0,155	0,134	0,078
4	0,123	0,336	0,459	0,065	0,177	0,241	0,140	0,121	0,070
3	0,101	0,277	0,379	0,054	0,146	0,199	0,116	0,100	0,058
2	0,070	0,192	0,262	0,037	0,101	0,138	0,080	0,069	0,040
1	0,027	0,072	0,099	0,014	0,038	0,052	0,030	0,026	0,015
K_f (constante de orientação)	0,0237	0,0647	0,0885	0,0125	0,0341	0,0465	0,027	0,0233	0,0135

$$K_f = \frac{s_f(\text{painel})}{s_f^*} \cos \alpha(\text{painel})$$

α = ângulo que o painel forma com a direção do eixo x.

s_f = rigidez do painel isolado à ação da força cortante.

s_f^* = rigidez do pórtico equivalente.

Obs.: Os painéis cujos números são seguidos por (*) são os mais solicitados.

3.2.7 - Estrutura contendo p \ddot{o} r \ddot{t} icos radiais que interceptam a parede.

Neste ítem pretende-se estudar o edifício em planta da Fig. 3.29, que caracteriza o caso mais geral a ser abordado no trabalho. Nele, os p \ddot{o} r \ddot{t} icos radiais passam a incidir diretamente sobre o núcleo com parede, o que propicia o aparecimento de esforços normais na parede, além dos momentos fletores e dos esforços cortantes horizontais, já considerados nos exemplos anteriores.

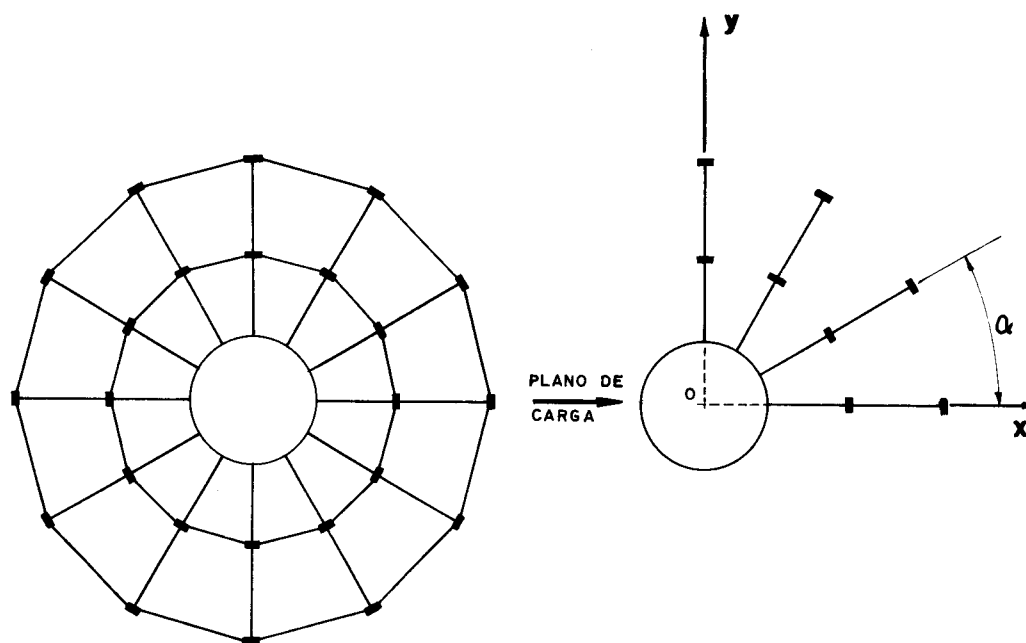


Fig. 3.29- P \ddot{O} R \ddot{T} ICOS RADIAIS DIRETAMENTE LIGADOS À PAREDE .

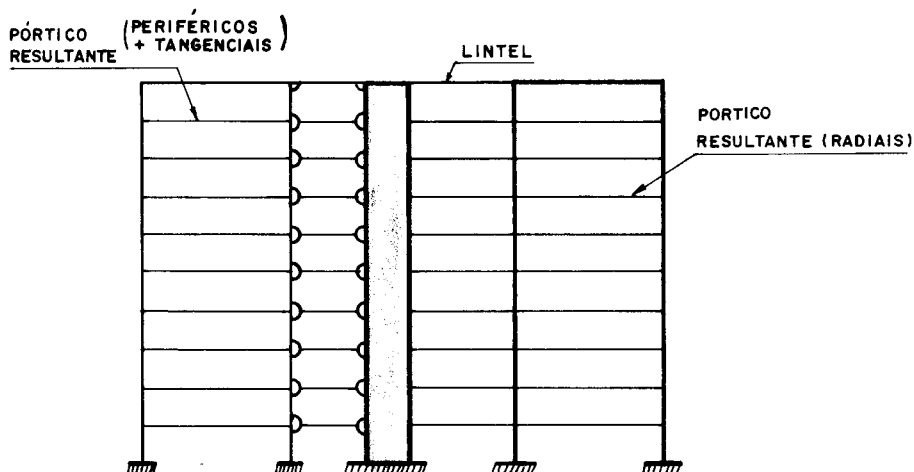


Fig. 3.30 - PÓRTICO E PAREDE LIGADOS POR LINTÊIS

Os esforços transmitidos entre cada um dos p^orticos radiais e a parede exigem que um novo modelo seja utilizado para representar o comportamento do edifício à ação do vento. Nesse modelo (Fig. 3.30), admite-se que a parede e um p^ortico resultante do conjunto dos radiais sejam ligados por lintêis, os quais, em sua extremidade, transmitem para a parede, os esforços indicados na Fig. 3.31. Para os demais p^orticos continuam valendo as considerações feitas em itens anteriores.

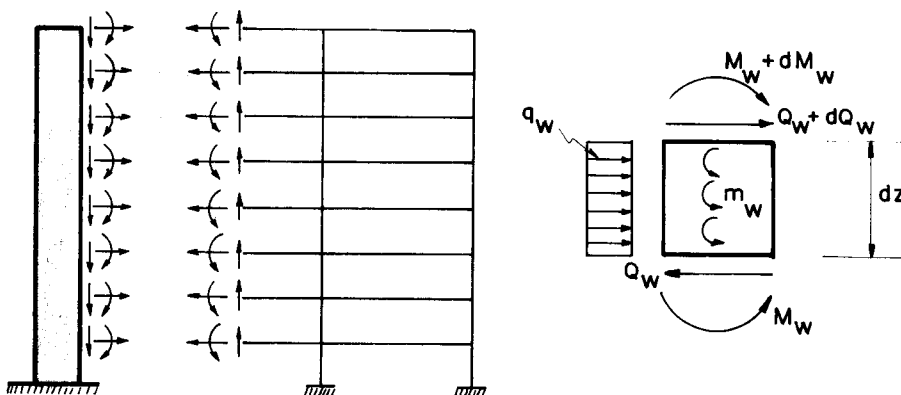


Fig. 3.31 - ESFORÇOS NAS LIGAÇÕES DOS LINTÊIS COM A PAREDE

CARDAN⁽¹³⁾ analisou esse tipo de painel pela técnica do meio contínuo, supondo que essas forças de interação possam ser distribuídas continuamente ao longo da altura do edifício; as forças verticais de interação, que produzem força normal na parede, não terão seu efeito considerado, de forma que se suporá que o pórtico reage elasticamente sobre a parede através das forças cortantes horizontais distribuídas e dos momentos distribuídos m_w , aplicados no eixo da parede, como se mostra no elemento de parede da Fig. 3.31.

Da força cortante total Q , uma parcela Q_w será absorvida pela parede e a parcela restante Q_f será absorvida pelos pórticos, representados por um pórtico equivalente, que trabalha na direção do plano de carga.

Isolando apenas um dos pórticos radiais, que forma o ângulo α com a direção do plano de carga (eixo x), pode-se encontrar a contribuição isolada desse painel à rigidez do pórtico resultante, o qual forma com a parede, o painel geral da Fig. 3.30, juntamente com o pórtico equivalente aos demais conjuntos.

A força cortante $Q_{f\alpha}$, do pórtico radial que forma ângulo α com a direção x , distribui-se pelos pilares A e B;

$$Q_{f\alpha} = Q_A + Q_B \quad \dots(3.58.a)$$

$$Q_f = \sum_f Q_{f\alpha} \cos\alpha \quad \dots(3.58.b)$$

(rad.)

$$Q = Q_w + Q_f = Q_w + \sum_f Q_{f\alpha} \cos\alpha + Q_f \quad \dots(3.58.c)$$

(per.+tang.)

Na Fig. 3.32, o ponto I de união do lintel do pórtico α com a parede, sofre um abaixamento $\lambda_\alpha u'$, onde u' é o giro que a parede sofre ao deslocar-se de u na direção x .

$$\delta = \lambda_\alpha u' = r \cos\alpha u' \quad \dots(3.59.a)$$

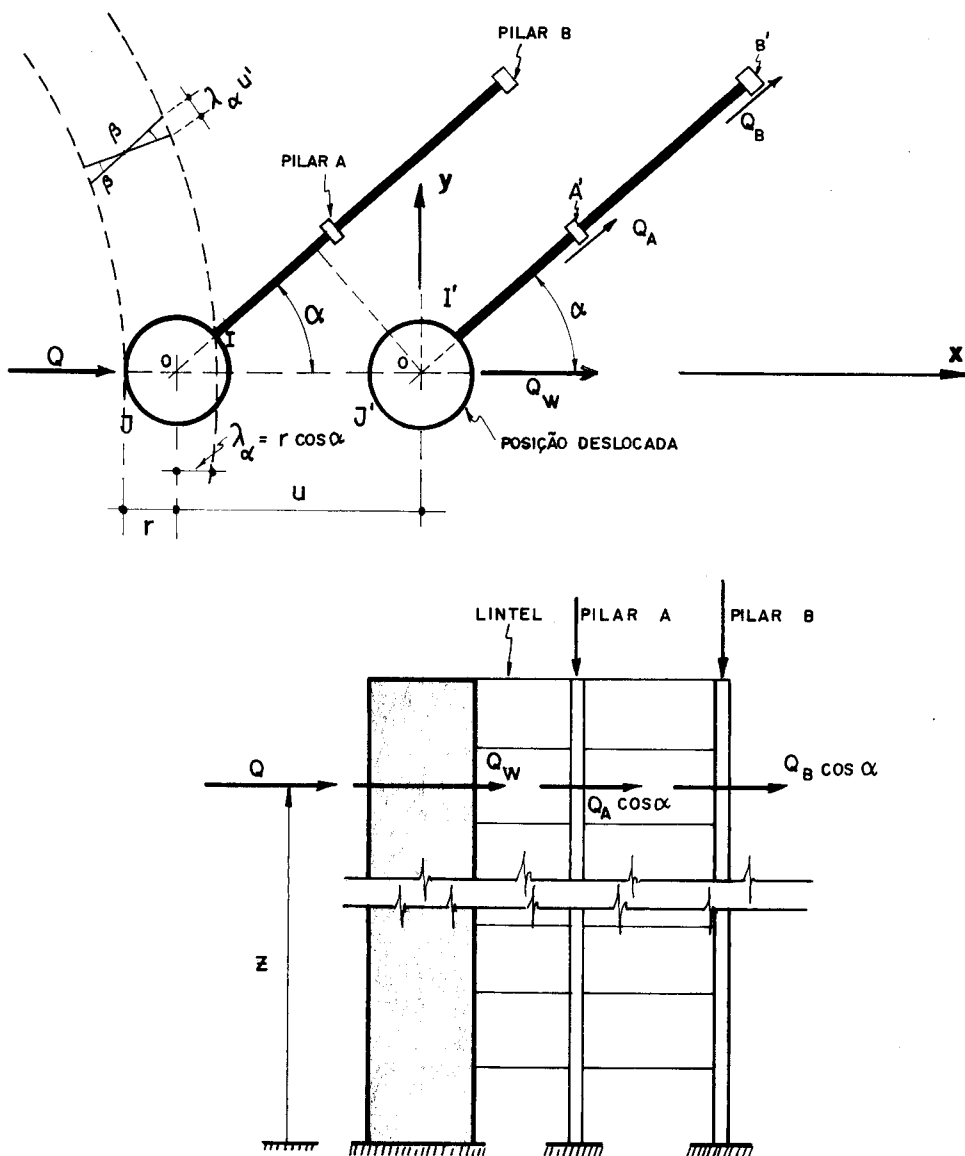


Fig. 3.32 - PÓRTICO RADIAL ISOLADO LIGADO À PAREDE

O giro que a parede sofre, numa cota genérica z , pode ser calculado com base no abaixamento δ conhecido.

$$\operatorname{tg} \beta \approx \beta = \frac{\delta}{r} \quad \dots (3.59.b)$$

De (3.59.a) e (3.59.b) chega-se à relação (3.59.c) na qual o giro da parede, no plano do painel, é colocado

em função do giro do conjunto, no plano que contém o eixo x.

$$\beta = \cos\alpha u' = \phi \cos\alpha \quad \dots (3.59.c)$$

3.2.7.1 - Obtenção da força cortante Q_F
(rad.)

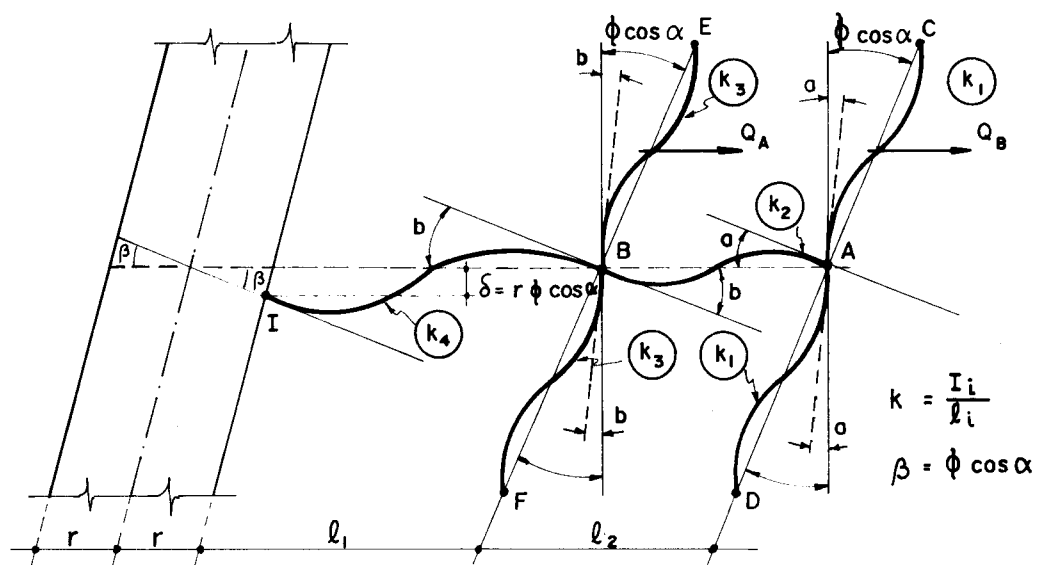


Fig. 3.33 - DEFORMAÇÃO DO PAINEL POR FLEXÃO

Na Fig. 3.33 mostra-se a posição deformada do pórtico radial e da parede, na direção do painel radial α .

3.2.7.1.1 - Cálculo das forças cortantes Q_A e Q_B
(Fig. 3.33)

Inicialmente só será obtida a contribuição dos painéis radiais para o cálculo de Q_F ; posteriormente será considerada a contribuição dos painéis periféricos e tan-

genciais, já conhecida.

a) Equilíbrio do nó B

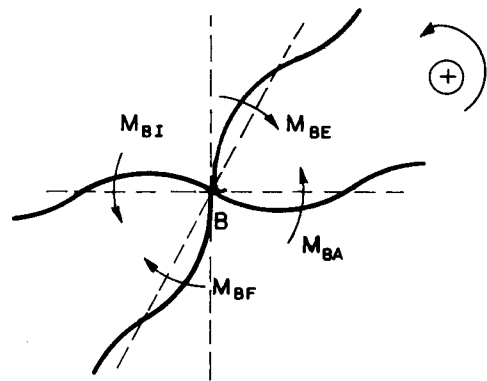
$$M_{BI} + M_{BA} - M_{BE} - M_{BF} = 0 \quad \dots (3.60.a)$$

$$M_{BI} = 4Ek_4 b + 2Ek_4 \phi \cos \alpha + 6Ek_4 \frac{r\phi \cos \alpha}{\ell_1} \quad \dots (3.60.b)$$

$$M_{BA} = 4Ek_2 b + 2Ek_2 a$$

$$M_{BE} = 6Ek_3 (\phi \cos \alpha - b)$$

$$M_{BF} = 6Ek_3 (\phi \cos \alpha - b)$$



Portanto:

$$(2k_2)a + (4k_2 + 12k_3 + 4k_4)b = \left[12k_3 - 2k_4 \left(1 + \frac{3r}{\ell_1} \right) \right] \cos \alpha \quad \dots (3.60.c)$$

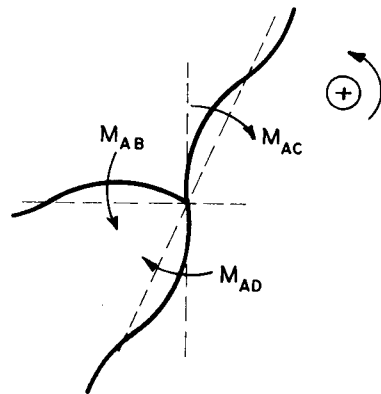
b) Equilíbrio do nó A

$$M_{AB} - M_{AC} - M_{AD} = 0 \quad \dots (3.60.d)$$

$$M_{AB} = 4Ek_2 a + 2Ek_2 b$$

$$M_{AC} = 6Ek_1 (\phi \cos \alpha - a)$$

$$M_{AD} = 6Ek_1 (\phi \cos \alpha - a)$$



Portanto:

$$(12k_1 + 4k_2)a + (2k_2)b = (12k_1) \phi \cos \alpha \quad \dots (3.60.e)$$

A partir das relações (3.60.c) e (3.60.e), podem-se obter os valores de a e b em função de ϕ , como segue:

$$a = \gamma \phi \cos \alpha \quad \dots (3.61.a)$$

$$b = \eta \phi \cos \alpha$$

onde

$$\gamma = \left[12(k_3 - k_1 \theta) - 2k_4 \left(1 + \frac{3r}{l_1}\right) \right] / 2k_2 \left[1 - \theta \varphi \right] \quad \dots (3.61.b)$$

$$\eta = \left\{ 12k_1 - \varphi \left[12k_3 - 2k_4 \left(1 + \frac{3r}{l_1}\right) \right] \right\} / 2k_2 \left[1 - \theta \varphi \right] \quad \dots (3.61.c)$$

sendo que θ e φ são dados por:

$$\theta = \frac{4k_2 + 12k_3 + 4k_4}{2k_2} \quad \dots (3.61.d)$$

$$\varphi = \frac{12k_1 + 4k_2}{2k_2} \quad \dots (3.61.e)$$

As forças cortantes Q_A e Q_B serão dadas por:

$$Q_A = \frac{2M_{BE}}{h} \quad ; \quad Q_B = \frac{2M_{AC}}{h}$$

$$M_{AC} = 6Ek_1(\phi \cos \alpha - a) = 6Ek_1 \phi \cos \alpha (1 - \gamma) \quad \dots (3.62.a)$$

$$M_{BE} = 6Ek_3(\phi \cos \alpha - b) = 6Ek_3 \phi \cos \alpha (1 - \eta) \quad \dots (3.62.b)$$

$$Q_A + Q_B = \frac{12E}{h} \left[k_1(1 - \gamma) + k_3(1 - \eta) \right] \phi \cos \alpha \quad \dots (3.62.c)$$

Para o pórtico radial α , vale a equação:

$$Q_{f,\alpha} = s_{\alpha} u' \cos\alpha = s_{\alpha} \phi \cos\alpha \quad \dots(3.62.d)$$

Utilizando as relações (3.58.a), (3.62.c) e (3.62.d) chega-se à rigidez do pórtico radial α à ação da força cortante.

$$s_{\alpha} = \frac{12E}{h} \left[k_1(1-\gamma) + k_3(1-\eta) \right] \quad \dots(3.63)$$

Para calcular a cortante $Q_{f,r}$ que é absorvida pelos pórticos radiais, usa-se a relação (3.58.b);

$$Q_{f,r} = \sum_f Q_{f,\alpha} \cos\alpha = \sum_f s_{\alpha} \cos^2\alpha u' = s_{\alpha} \left(\sum_f \cos^2\alpha \right) u' \quad \dots(3.64.a)$$

A cortante total Q_f , absorvida por todos os pórticos, deve levar em conta a contribuição da rigidez s_f^* do pórtico equivalente aos pórticos periféricos e tangenciais.

$$Q_f = s_g \cdot u' \quad \dots(3.64.b)$$

onde

$$s_g = s_f^* + \left(\sum_f s_{\alpha} \cos^2\alpha \right) \quad \dots(3.64.c)$$

3.2.7.2 - Obtenção da cortante Q_w da parede

Tomando por base o equilíbrio de momentos sobre o elemento dz de parede (Fig. 3.31), chega-se a:

$$\frac{dM_w}{dz} = - Q_w + \sum_f m_{w,\alpha} \cos\alpha \quad \dots(3.65.a)$$

Observe-se que na relação (3.65.a) foram tomadas todas as contribuições dos momentos $m_{w,\alpha}$, que aparecem no eixo da parede, transmitidos pelos lintéis de todos os pórticos radiais. A projeção desses momentos deve ser feita segundo o plano que contém o eixo x, onde atua Q_w (Fig. 3.34)

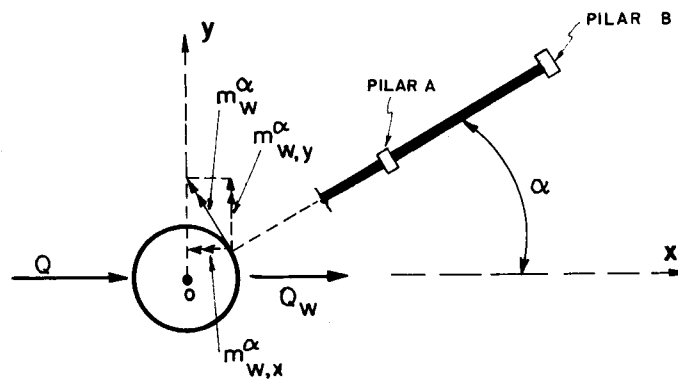


Fig. 3.34 - PROJEÇÃO DOS $m_{w,\alpha}$ em x e y

$$m_{w,y}^{\alpha} = m_{w,\alpha} \cos \alpha \quad \dots (3.65.b)$$

Segundo CARDAN⁽¹³⁾, o momento $m_{w,\alpha}$ é função dos giros $\phi_{\alpha,B}$ e $\phi_{\alpha,s}$ das seções genéricas da parede, respectivamente devidos ao momento fletor e força cortante.

$$m_{w,\alpha} = p_1 \phi_{\alpha,B} + p_2 \phi_{\alpha,s} \quad \dots (3.66.a)$$

$$\phi_{\alpha} = \phi_{\alpha,B} + \phi_{\alpha,s} \quad \dots (3.66.b)$$

Sendo desprezado o efeito da força cortante sobre o giro da parede, em cada cota z, resulta $\phi_{\alpha,B} = \phi_{\alpha}$ e portanto:

$$m_{w,\alpha} = p_1 \phi_{\alpha} = p_1 u' \cos \alpha \quad \dots (3.66.c)$$

A elástica da parede, desprezado o efeito da força cortante e para pequenos deslocamentos, já é conhecida:

$$M_w = j_w u'' \quad \dots(3.67)$$

Utilizando as relações (3.65.a), (3.66.c) e (3.67), obtêm-se:

$$Q_w = -j_w u''' + \sum_f p_l \cos^2 \alpha u' \quad \dots(3.68)$$

3.2.7.3 - Força cortante total Q

Tomando Q_w de (3.68) e Q_f de (3.64.b) e, substituindo em (3.58.c), resulta:

$$Q = -j_w u''' + \left[\sum_f (p_l + s_\alpha) \cos^2 \alpha + s_f^* \right] u' \quad \dots(3.69)$$

Vê-se através da relação (3.69), que se pode substituir todos os conjuntos de pórticos (periféricos, radiais e tangenciais) por um único equivalente, com rigidez total s_f . Isso permite que a relação (3.69) possa ser confundida com a equação diferencial (3.41), já resolvida, bastando tomar:

$$s_f = s_f^* + (p_l + s_\alpha) \sum_f (\cos^2 \alpha) \quad \dots(3.70)$$

3.2.7.4 - Obtenção dos momentos distribuídos m_w :

Esses momentos aparecem em consequência da translação da força cortante vertical q_α para o eixo da parede, além do momento M_{IB} , ambas reações do lintel sobre a parede

de, distribuídos ao longo do pé-direito h.

A força cortante q_α do lintel será considerada positiva quando causar compressão na parede e o momento m_w será considerado positivo quando atuar sobre a parede no sentido anti-horário.

Com base na Fig. 3.33 pode-se obter:

$$q_\alpha = \frac{M_{IB} + M_{BI}}{\ell_1 h} \quad \dots (3.71.a)$$

$$m_{w,\alpha} = \frac{M_{IB}}{h} + q_\alpha r \quad \dots (3.71.b)$$

onde o valor de M_{IB} é dado por

$$M_{IB} = 4Ek_4 \phi \cos\alpha + 2Ek_4 b + 6Ek_4 \frac{\phi \cos\alpha r}{\ell_1} \quad \dots (3.71.c)$$

Com base nas relações (3.60.b), (3.71.c) e (3.71.a), lembrando que $b = \eta \phi \cos\alpha$, pode-se escrever:

$$q_\alpha = n_1 \phi \cos\alpha \quad \dots (3.72.a)$$

onde n_1 é dado por:

$$n_1 = \frac{6Ek_4}{\ell_1 h} \left[1 + \eta + \frac{2r}{\ell_1} \right] \quad \dots (3.72.b)$$

A incógnita $m_{w,\alpha}$ pode então ser obtida utilizando os valores de M_{IB} (3.71.c) e q_α (3.72.a), em (3.71.b), resultando:

$$m_{w,\alpha} = p_1 \phi \cos\alpha \quad \dots (3.73.a)$$

onde o valor de p_1 é dado por:

$$p_1 = \frac{Ek_4}{h} \left[4 + 2\eta + \frac{6r}{\ell_1} \left(2 + \eta + \frac{2r}{\ell_1} \right) \right] \quad \dots (3.73.b)$$

3.2.7.5 - Obtenção dos esforços na parede e no p \acute{o} rtico

A equação diferencial (3.69) é semelhante à equação (3.41), anteriormente resolvida, e portanto, poderão ser utilizados os resultados já conhecidos para a elástica u , nos três diferentes tipos de carregamento abordados. Todavia, para a obtenção dos quinhões de esforço que serão distribuídos para a parede e o p \acute{o} rtico resultante, faz-se necessário o uso das relações (3.67), (3.68) e (3.64.b).

A equação da elástica, para os três casos de carga analisados, já foi anteriormente determinada, valendo:

a) CARGA CONCENTRADA F NO TOPO

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{Fz}{k^2 j_w} \right] \dots (3.45.a)$$

b) CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA q_o

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{q_o}{k^2 j_w} \left(Hz - \frac{z^2}{2} \right) \right] \dots (3.45.b)$$

c) CARGA LINEARMENTE DISTRIBUÍDA

$$u = \left[C_1 + C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} + \frac{\bar{q}_1 z}{6k^2 j_w H} (3H^2 - z^2) \right] \dots (3.45.c)$$

- ESFORÇOS NA PAREDE E NO P \acute{O} RTICO

a) CARGA CONCENTRADA F NO TOPO

$$M_w = j_w u'' = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \dots (3.74.a)$$

$$Q_w = -j_w u'' + \sum_f p_1 \cos^2 \alpha u' = \left(\sum_f p_1 k \cos^2 \alpha - k^3 j_w \right) \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} \right] + \sum_f p_1 \cos^2 \alpha \left(\frac{F}{k^2 j_w} \right) \quad \dots (3.74.b)$$

$$q_w = Q'_w = k^2 \left[\sum_f p_1 \cos^2 \alpha - k^2 j_w \right] \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \dots (3.74.c)$$

$$Q_f = s_g u' = k s_g \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{F}{k^3 j_w} \right] \quad \dots (3.74.d)$$

onde s_g é dado pela equação (3.64.c)

$$q_f = -Q'_f = -k^2 s_g \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.74.e)$$

$$F_w = Q_w \text{ para } z = H \text{ e } F_f = F - F_w \quad \dots (3.74.f)$$

b) CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA q_o

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \quad \dots (3.75.a)$$

$$Q_w = \left(\sum_f p_1 k \cos^2 \alpha - k^3 j_w \right) \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} \right] + \sum_f p_1 \cos^2 \alpha \left[\frac{q_o (H-z)}{k^2 j_w} \right] \quad \dots (3.75.b)$$

$$q_w = k^4 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.75.c)$$

$$Q_f = k s_g \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{q_o}{k^3 j_w} (H-z) \right] \quad \dots (3.75.d)$$

$$q_f = -k^2 s_g \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \quad \dots (3.75.e)$$

$$F_w = Q_w (z = H) \quad e \quad F_f = F - F_w \quad \dots (3.75.f)$$

c) CARGA LINEARMENTE DISTRIBUIDA

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{\bar{q}_1 \cdot z}{k^4 j_w H} \right] \quad \dots (3.76.a)$$

$$Q_w = \left(\sum_f p_1 k \cos^2 \alpha - k^3 j_w \right) k \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} \right] - \frac{\bar{q}_1}{k^2 H} +$$

$$+ \frac{\bar{q}_1 \times \sum_f p_1 \cos^2 \alpha (H^2 - z^2)}{2k^2 j_w H} \quad \dots (3.76.b)$$

$$q_w = k^4 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] \quad \dots (3.76.c)$$

$$Q_f = k s_g \left[C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{\bar{q}_1}{2k^3 j_w H} (H^2 - z^2) \right] \quad \dots (3.76.d)$$

$$q_f = -k^2 s_g \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{\bar{q}_1 z}{k^4 j_w H} \right] \quad \dots (3.76.e)$$

$$F_w = Q_w (z=H) \quad e \quad F_f = F - F_w \quad \dots (3.76.f)$$

3.2.7.6 - EXEMPLO IV: Edifício contendo p \ddot{o} r \ddot{t} icos perif \acute{e} ricos, tangenciais e radiais, ligados diretamente \grave{a} parede.

Trata-se de estrutura semelhante \grave{a} do exemplo III, apenas com os p \ddot{o} r \ddot{t} icos radiais incidindo diretamente sobre a parede. Todos os demais dados foram mantidos, com o objetivo de tornar compar \acute{a} veis os resultados dos dois exemplos, verificando o efeito que a intersec \tilde{c} o das vigas dos p \ddot{o} r \ddot{t} icos radiais com a parede acarretar \acute{a} sobre os esfor \tilde{c} os gerais e os deslocamentos do conjunto.

As caracter \acute{i} sticas el \acute{a} sticas, geom \acute{e} tricas e de carregamento do edif \acute{i} cio em quest \tilde{a} o, foram indicadas no exemplo III.

a) C \acute{a} lculo das constantes de rigidez

- s_f^* (p \ddot{o} r \ddot{t} icos perif \acute{e} ricos mais tangenciais)

$$s_f^* = (s_{f_p} + s_{f_t}) \sum_{i=1}^{12} (\cos^2 \theta_i)$$

$$s_f^* = 6(3046,1 + 1602,7) = 27.892,8 \text{ tf}$$

- j_w (parede)

$$j_w = EJ_w = 280,0 \times \pi \times 200^3 \times 20 = 1407 \times 10^8 \text{ tcm}^2$$

- p_1 , n_1 e s_f

$$p_1 = \frac{Ek_4}{h} \left[4 + 2\eta + \frac{6r}{\ell_1} \left(2 + \eta + \frac{2r}{\ell_1} \right) \right]$$

$$n_1 = \frac{6Ek_4}{\ell_1 h} \left[1 + \eta + \frac{2r}{\ell_1} \right]$$

$$s_{\alpha} = \frac{12E}{h} \left[k_1(1-\gamma) + k_3(1-\eta) \right]$$

$$\gamma = \left[12(k_3 - k_1\theta) - 2k_4 \left(1 + \frac{3r}{\ell_1}\right) \right] / \left[1 - \theta\varphi \right] \times 2k_2$$

$$\eta = \left\{ 12k_1 - \varphi \left[12k_3 - 2k_4 \left(1 + \frac{3r}{\ell_1}\right) \right] \right\} / \left[1 - \theta\varphi \right] \times 2k_2$$

$$\theta = \frac{12k_3 + 4k_2 + 4k_4}{2k_2} \quad ; \quad \varphi = \frac{12k_1 + 4k_2}{2k_2}$$

$$k_1 = \text{rigidez } I/h \text{ dos pilares externos} = \frac{50 \times 20^3}{12 \times 300} =$$

$$= 111,11 \text{ cm}^3$$

$$k_3 = \text{rigidez } I/h \text{ dos pilares internos} = \frac{40 \times 15^3}{12 \times 300} =$$

$$= 37,50 \text{ cm}^3$$

$$k_2 = \text{rigidez } I/\ell_2 \text{ das vigas radiais} = \frac{15 \times 40^3}{12 \times 400} =$$

$$= 200,00 \text{ cm}^3$$

$$k_4 = \text{rigidez } I/\ell_1 \text{ das vigas radiais} = \frac{15 \times 40^3}{12 \times 300} =$$

$$= 266,67 \text{ cm}^3$$

$$\theta \cong 5,792$$

$$\varphi \cong 5,333$$

$$\gamma = \left[12(37,50 - 111,11 \times 5,792) - 2 \times 266,67 \left(1 + \frac{3 \times 200}{300}\right) \right] / \left[1 - 5,792 \times 5,333 \right] \times 2 \times 200 \quad \therefore \gamma = 0,742$$

$$\eta = \left\{ 12 \times 111,11 - 5,333 \left[12 \times 37,50 - 2 \times 266,7 \left(1 + \frac{3 \times 200}{300} \right) \right] \right\} / \left[1 + 5,792 \times 5,333 \right] \times 2 \times 200 \quad \therefore \eta = -0,625$$

$$p_1 = \frac{280,0 \times 266,67}{300,0} \left[4 - 2 \times 0,625 + \frac{6 \times 200}{300} \left(2 - 0,625 + \frac{2 \times 200}{300} \right) \right] \approx 3380,8 \text{ tf}$$

$$n_1 = \frac{6 \times 280,0 \times 266,67}{300 \times 300} \left[1 - 0,625 + \frac{2 \times 200}{300} \right] = 8,504 \text{ tf/cm}$$

$$s_\alpha = \frac{12 \times 280}{300} \left[111,11 (1 - 0,742) + 37,50 (1 + 0,625) \right] = 1003,6 \text{ tf}$$

- Rigidez global s_f

$$s_f = s_f^* + (p_1 + s_\alpha) \sum_{i=1}^{12} \cos^2 \alpha_i$$

$$s_f = 27.892,8 + (3380,8 + 1003,6) \times 6 = 54.199,2 \text{ tf}$$

Observe-se que a rigidez à ação da força cortante aumentou de 33.262,8 tf para 54.199,2 tf (cerca de 63%), do exemplo III para o exemplo IV, devido à ligação direta entre as vigas dos pórticos radiais e a parede, que no exemplo anterior era feita através da laje.

$$k^2 = \frac{s_f}{j_w} = \frac{54.199,2}{1407 \times 10^8} = 3,852 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-2}$$

$$k = 6,207 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$kH = 1,862$$

$$k^3 j_w = 33,646$$

$$k^4 j_w = 20,878 \times 10^{-3} \text{ tcm}^{-2}$$

b) Elástica do conjunto

$$u = \left\{ C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 j_w} \left[(F+q_o H) z - \frac{q_o z^2}{2} \right] \right\}$$

..... (3.77.a)

Obtenção das constantes

- CARGA CONCENTRADA F

$$C_{1,F} = \frac{1,5}{33,646} \left[\frac{-1+e^{-3,724}}{1+e^{-3,724}} \right] = -0,0425$$

$$C_{2,F} = \frac{1,5}{33,646} \left[\frac{-e^{-3,724}}{1+e^{-3,724}} \right] = -0,0011$$

$$C_{3,F} = \frac{1,5}{33,646} \left[\frac{1}{1+e^{-3,724}} \right] = 0,0435$$

- CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

$$C_{1,q_o} = \frac{-0,01 \times 10^3}{20,878} \left[\frac{1,862 + 2xe^{-1,862} - 1,862xe^{-3,724}}{1 + e^{-3,724}} \right] =$$

$$= -0,995$$

$$C_{2,q_o} = \frac{0,01 \times 10^3}{20,878} \left[\frac{e^{-1,862} - 1,862xe^{-3,724}}{1 + e^{-3,724}} \right] = 0,0516$$

$$C_{3,q_o} = \frac{0,01 \times 10^3}{20,878} \left[\frac{1,862 + e^{-1,862}}{1 + e^{-3,724}} \right] = 0,9435$$

$$C_1^* = C_{1,F} + C_{1,q_o} = -1,038$$

$$C_2^* = C_{2,F} + C_{2,q_o} = 0,051$$

$$C_3^* = C_{3,F} + C_{3,q_0} = 0,987$$

$$u = \left\{ -1,038 + 0,051 e^{(6,207 \times 10^{-4})z} + 0,987 e^{-(6,207 \times 10^{-4})z} + \frac{1}{54.199,2} \left[31,5 z - (5,0 \times 10^{-3}) z^2 \right] \right\} \dots (3.77.b)$$

TABELA 3.15 - ELÁSTICA DO CONJUNTO

ANDAR	DESLOCAMENTO (cm)	
	EXEMPLO IV	EXEMPLO III
10	0,336	0,421
9	0,295	0,367
8	0,253	0,311
7	0,210	0,256
6	0,166	0,200
5	0,123	0,147
4	0,083	0,097
3	0,047	0,054
2	0,019	0,021
1	0,002	0,003

O gráfico da Fig. 3.35, demonstra claramente o aumento da rigidez do conjunto à medida que se prolongam os comprimentos das vigas radiais até o núcleo central.

A alteração mais significativa ocorre no topo do edifício, que passou a sofrer um deslocamento cerca de 25% menor. Alterações igualmente apreciáveis verificam-se a partir do 3º andar, que se desloca 15% menos.

Sem dúvida alguma, quanto ao ganho de rigidez à ação das cargas laterais, deve-se proceder à ligação direta das vigas com o núcleo, o que, aliás, reforça fortemente a estrutura com pequeno acréscimo no custo de sua execução.

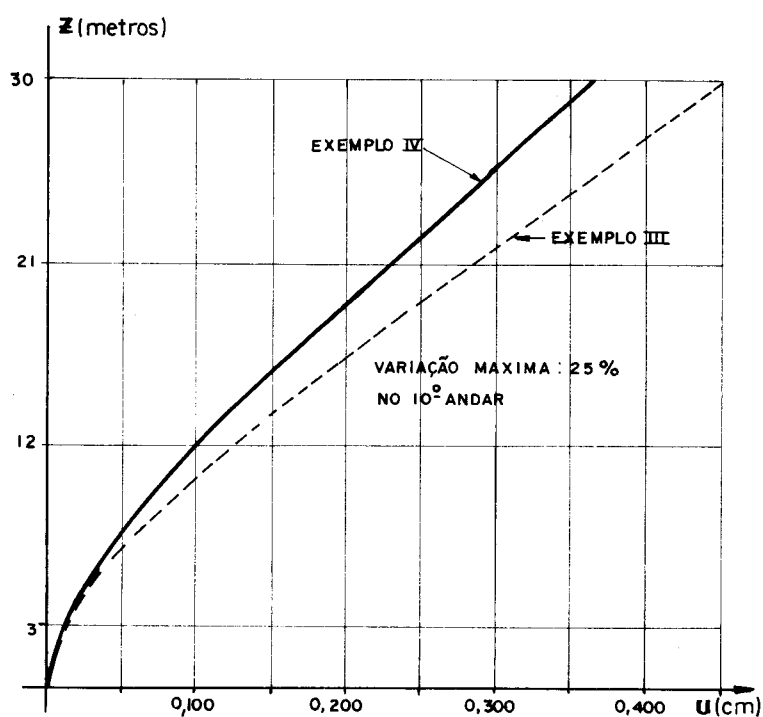


Fig. 3.35 - ELASTICAS DOS EXEMPLOS III e IV

c) Esforços na parede e no pòrtico

Considerada a superposição dos esforços encontra dos nos conjuntos de equações 3.74 e 3.75, chegam-se às expressões de Q_w , M_w e Q_f .

$$Q_w = \left(- \sum_f p_1 k \cos^2 \alpha + k^3 j_w \right) \left[-C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} \right] + \frac{\sum_f p_1 \cos^2 \alpha}{k^2 j_w} \left[F + q_o (H-z) \right] \quad \dots (3.78.a)$$

$$Q_f = k s_g \left\{ C_2 e^{kz} - C_3 e^{-kz} + \frac{1}{k^3 j_w} \left[F + q_o (H-z) \right] \right\} \dots (3.78.b)$$

$$M_w = k^2 j_w \left[C_2 e^{kz} + C_3 e^{-kz} - \frac{q_o}{k^4 j_w} \right] \dots (3.78.c)$$

TABELA 3.16 - ESFORÇOS NO PÓRTICO E PAREDE

ANDAR (I)	PAREDE				PÓRTICO	
	Q _w (tf)		M _w (tfcm)		Q _f (tf)	
	Exem. IV	Exem. III	Exem. IV	Exem. III	Exem. IV	Exem. III
10	-1,633	-3,02	-629,0	-665,0	4,633	6,02
9	1,284	-0,09	-1516,0	-1130,0	4,716	6,09
8	4,169	2,84	-1554,0	-699,0	4,831	6,16
7	7,081	5,83	-742,0	566,0	4,920	6,17
6	10,083	8,94	946,0	2794,0	4,917	6,060
5	13,241	12,25	3570,0	5954,0	4,759	5,750
4	16,626	15,81	7221,0	10178,0	4,374	5,190
3	20,315	19,72	12026,0	15500,0	3,685	4,280
2	24,400	24,04	18151,0	22053,0	2,600	2,960
1	28,980	28,88	25811,0	29970,0	1,020	1,120

Observe-se que:

- 1) os quinhões de carga q_w e q_f , além do momento M_f não foram calculados como nos exemplos anteriores, por não serem necessários aos dimensionamentos dos pórticos e da parede.
- 2) na tabela 3.16, foram colocados os esforços cortantes do exemplo III ao lado dos obtidos no exemplo IV, para que os resultados pudessem ser comparados, analisando a influência dos lintéis sobre os esforços dos painéis.

3) para a obtenção de Q_f , o coeficiente s_g utilizado foi calculado segundo a relação (3.64.c), ou seja:

$$s_g = 27.892,8 + \sum_{i=1}^{12} (1003,6) \cos^2 \alpha_i = 33914,4 \text{ tf}$$

TABELA 3.17 - DISTRIBUIÇÃO DE Q_f NOS PAINÉIS MAIS SOLICITADOS (em tf)

ANDAR I	PERIFÉRICOS		TANGENCIAIS		RADIAIS	
	PAINEL 3		PAINEL 6		PAINEL 7	
	Exem. IV	Exem. III	Exem. IV	Exem. III	Exem. IV	Exem. III
10	0,402	0,533	0,212	0,280	0,137	0,163
9	0,409	0,539	0,216	0,283	0,140	0,164
8	0,419	0,545	0,221	0,286	0,143	0,166
7	0,427	0,546	0,225	0,287	0,146	0,167
6	0,427	0,536	0,225	0,282	0,146	0,164
5	0,413	0,508	0,217	0,267	0,141	0,155
4	0,380	0,459	0,200	0,241	0,129	0,140
3	0,320	0,379	0,168	0,199	0,109	0,116
2	0,226	0,262	0,119	0,138	0,077	0,080
1	0,089	0,099	0,047	0,052	0,030	0,030
$K_f = \text{constante de orientação do painel}$	0,0868		0,0457		0,0296	

$$* K_{f_i} = \frac{s_{f_i}}{s_g} \cos \alpha_i$$

Os valores dos esforços Q_w , M_w e Q_f , e dos deslocamentos horizontais u , mostrados nas tabelas e nos gráficos, evidenciam o efeito benéfico que a ligação direta dos pórticos radiais com o núcleo central traz ao comportamento estrutural do edifício.

Nos andares próximos à base, não ocorre muita alteração nos valores de Q_w , havendo mudanças significativas a partir da meia altura do edifício, sendo mais solicitada a parede no caso em que ocorre intersecção direta das vigas dos pórticos radiais (exemplo IV) em quase todos os andares.

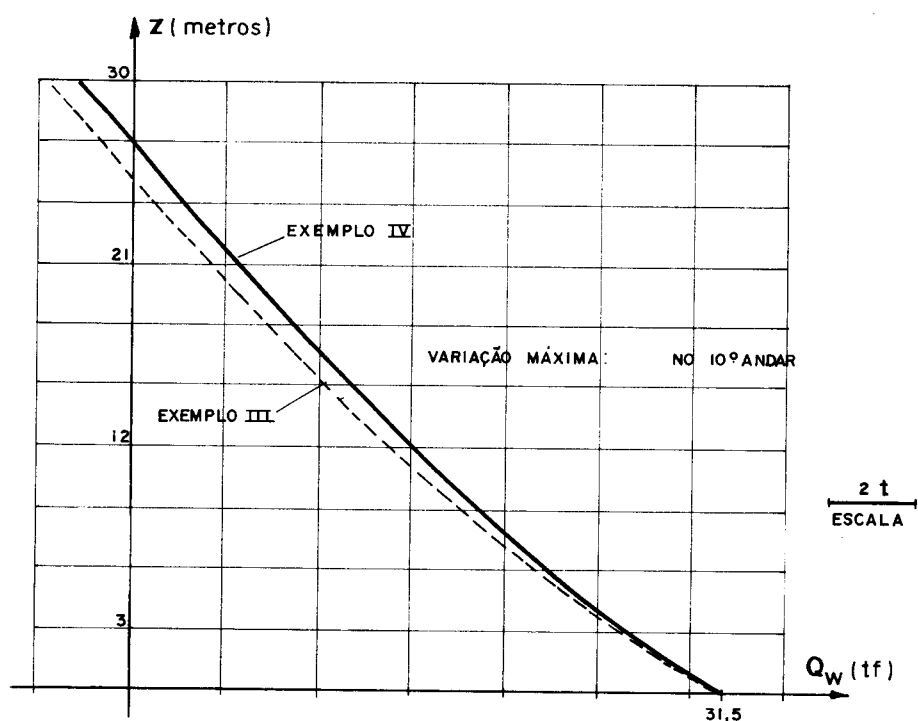


Fig. 3.36- FORÇAS CORTANTES NAS PAREDES (exemplos III e IV)

Quanto ao momento fletor M_w , da parede, ocorre diminuição de seus valores até o 6º andar, com variações expressivas, crescentes a partir do 1º andar até o 6º andar. No 7º andar verifica-se inclusive mudança de sinal nos valores dos dois exemplos, havendo a partir daí momentos maiores na parede do exemplo IV, até a anulação dos momentos no topo da parede.

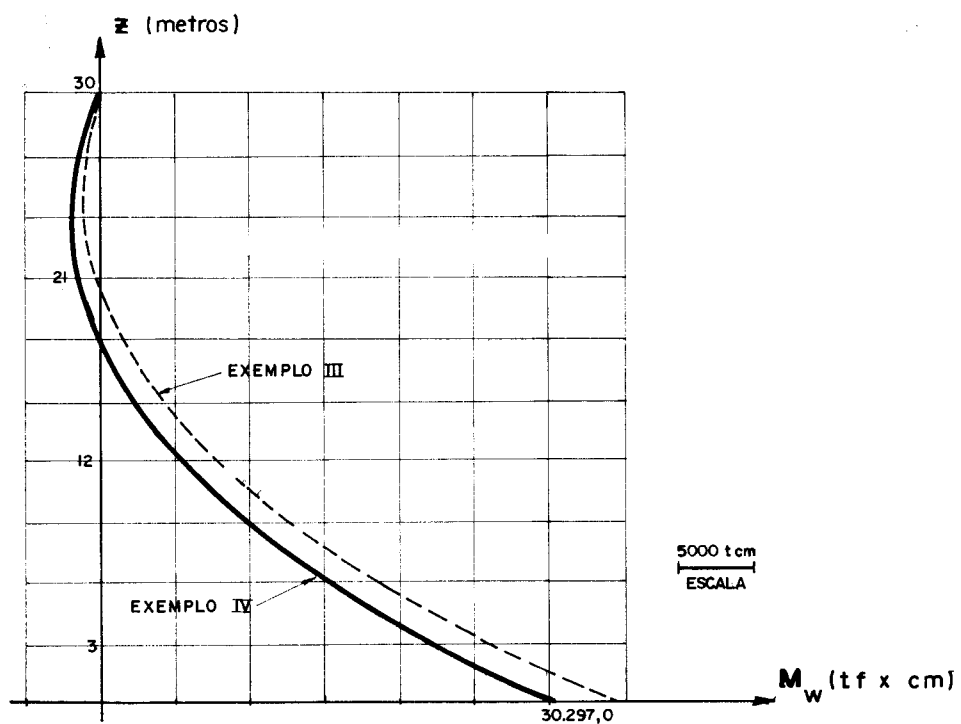


Fig. 3.37- MOMENTOS FLETORES M_w DOS EXEMPLOS III e IV

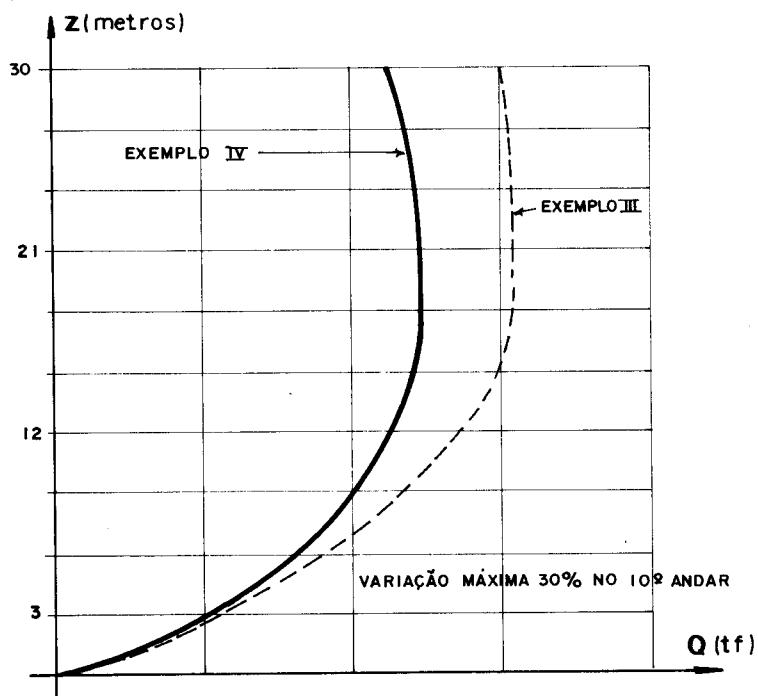


Fig. 3.38- CORTANTES Q_f DOS EXEMPLOS III e IV

d) Esforços nas barras

Da totalidade dos esforços que atuam nas barras, serão aqui apresentados os esforços cortantes Q_A e Q_B que atuam nos pilares dos painéis radiais e os esforços de interação $m_{w,\alpha}$ e $q_{\alpha}xh$, trocados entre a parede e as diversas vigas radiais.

Serão calculados esses esforços apenas no painel mais solicitado (painel 7), para o qual $\cos\alpha = 1$. Os momentos nas extremidades das vigas e pilares podem ser facilmente obtidos utilizando o formulário já desenvolvido. Os esforços nas barras dos painéis periféricos e tangenciais podem ser encontrados com base em rotina de cálculo desenvolvida em exemplos anteriores.

TABELA 3.18 - ESFORÇOS DE INTERAÇÃO E CORTANTE Q_A e Q_B

ANDAR	$q_{\alpha}h$ (tf)	$m_{w,\alpha}$ (tfxcm/m)	Q_A (tf)	Q_B (tf)
10	0,349	46,18	0,044	0,093
9	0,355	47,01	0,045	0,095
8	0,363	48,16	0,046	0,097
7	0,370	49,05	0,047	0,099
6	0,370	49,02	0,047	0,099
5	0,358	47,44	0,045	0,096
4	0,329	43,60	0,041	0,088
3	0,277	36,73	0,035	0,074
2	0,196	25,92	0,025	0,052
1	0,077	10,17	0,010	0,020

Obs.: na Tabela 3.18, foi tomada apenas a contribuição dos pórticos radiais para o cálculo dos esforços cortantes Q_A e Q_B , faltando acrescentar as parcelas provenientes dos pórticos periféricos (em Q_B) e tangenciais (em Q_A).

4 - ANÁLISE DO EFEITO DAS ABERTURAS NO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DO NÚCLEO PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

4.1 - HIPÓTESES

Na Fig. 4.1 mostra-se um núcleo circular em planta, ao longo do qual são previstas aberturas dispostas simetricamente em relação ao eixo O_z . Essas aberturas representam, por exemplo, os espaços ocupados em cada andar, pelas portas dos elevadores ou acessos às escadas.

Os trechos de parede que compõem o núcleo central, são travados entre si pelas lajes, ao nível de cada andar; os lintéis (vigas), que ligam, nesse mesmo nível, os trechos da parede, limitam parcialmente o empenamento das seções.

Todos os trechos de parede são dotados de igual rigidez à flexão j_w , e os lintéis, igualmente espaçados de h (pé-direito do andar) ao longo da altura do edifício, possuem momentos de inércia à flexão I_ℓ também iguais.

Em cada quadrante da área de projeção do núcleo, será sempre previsto um mesmo número de aberturas, dispostas de forma que haja simetria em relação ao eixo O_z , como é o caso mostrado na Fig. 4.1.

Por considerações estáticas, os pontos de momento nulo nos lintéis serão tomados nos centros de seus vãos. Essa hipótese é correntemente utilizada, dada a diferença de rigidez entre os lintéis e os trechos de parede a eles ligados. Nesses pontos portanto, atuam apenas os esforços constantes verticais (os horizontais são desprezíveis), que serão distribuídos continuamente ao longo do espaçamento h , analogamente à rigidez dos lintéis. As soluções encontradas são aproximadas, uma vez que não será levado em conta o efeito de flexo-torção sobre os trechos de parede isolados,

os quais são supostos solicitados apenas por torção livre.

Por outro lado, será considerado na análise o efeito dos deslocamentos verticais de cada trecho de parede sobre o comportamento estrutural do conjunto, acreditando-se que o mesmo seja afetado de forma não desprezível.

O carregamento externo é suposto atuando em um plano de carga qualquer, desde que passante pelo centro do núcleo, não causando solicitação de torção ao conjunto.

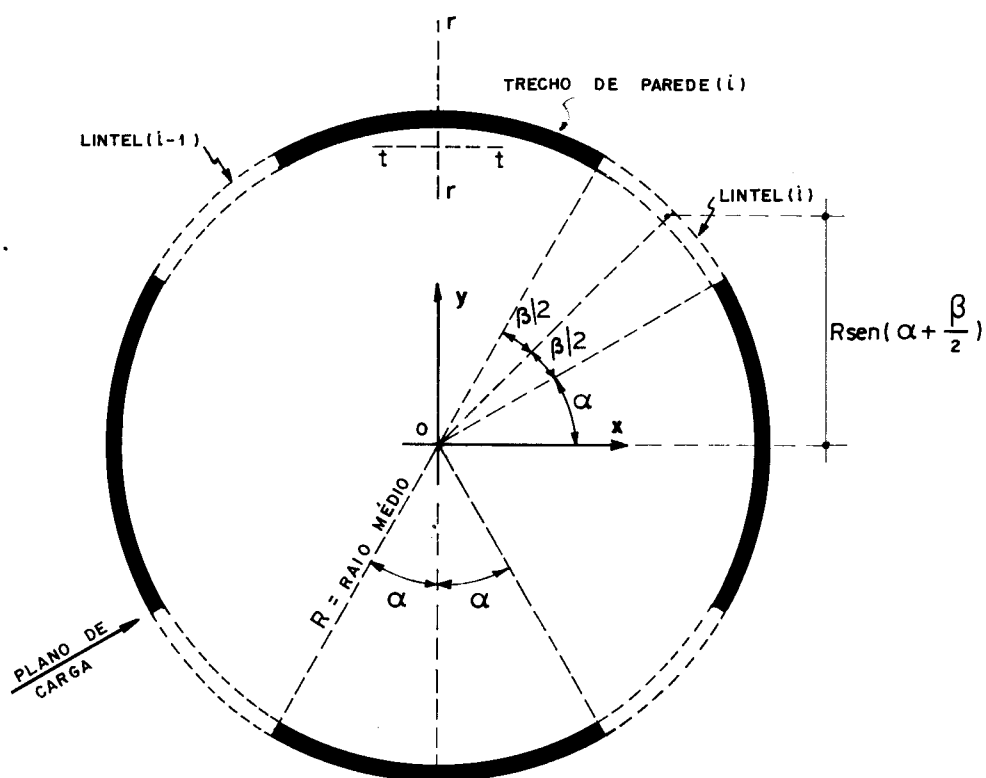


Fig. 4.1 - NÚCLEO CENTRAL EM PLANTA

As soluções encontradas, valem também para núcleos nos quais a distribuição das aberturas, em planta, não seja axissimétrica, embora o exemplo prático mostrado adiante apresente essa simplificação.

4.2 - ANÁLISE DA ASSOCIAÇÃO DAS PAREDES COM OS LINTÉIS

Usando o fato de que os pontos de inflexão da elástica nos lintéis situam-se nos centros de seus vãos, pode-se isolar um trecho de parede i ligado aos lintéis i e $i-1$, da forma como se mostra na Fig. 4.2, com intuito de estudar o equilíbrio desse trecho.

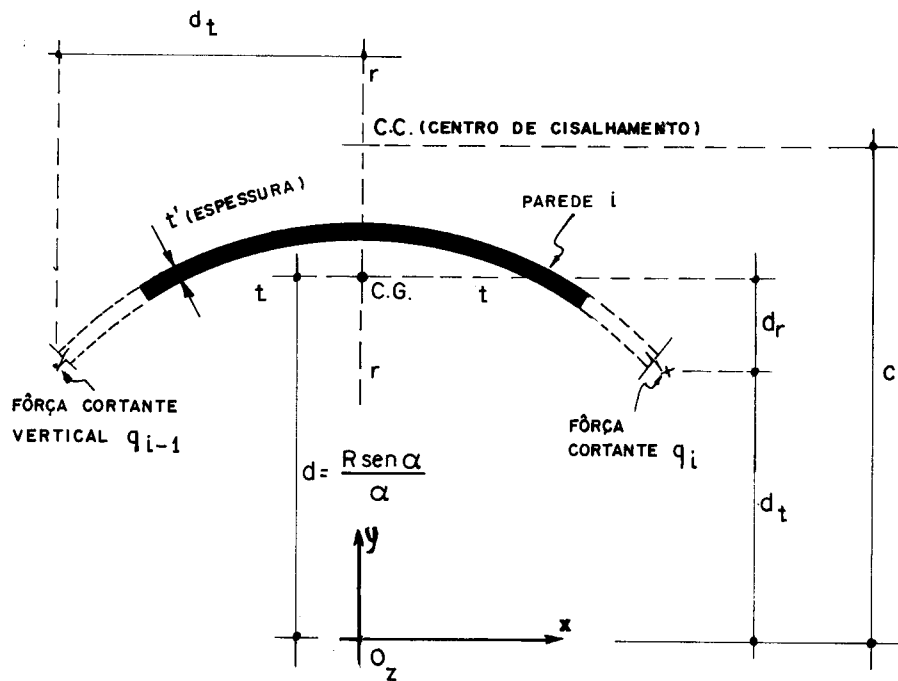


Fig. 4.2 - PAREDE i ISOLADA, EM PLANTA

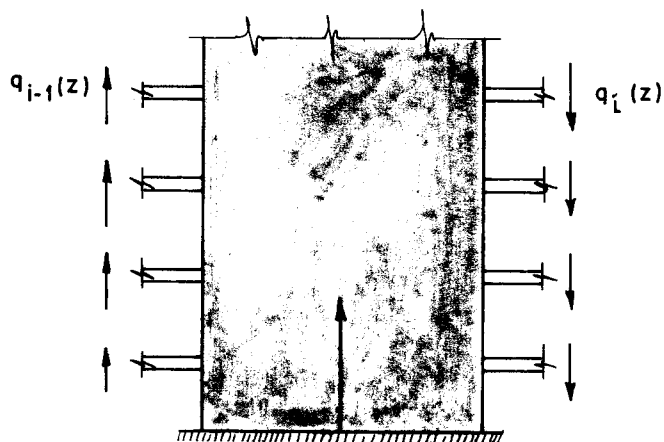


Fig. 4.3 - PAREDE i ISOLADA, EM ELEVÇÃO

As características geométricas da parede isolada, tais como as posições dos centros de gravidade e cisalhamento, momentos de inércia relativamente aos eixos $t \cdot t$ e $r \cdot r$ e momento de inércia à torção, acham-se calculadas no Apêndice IV.

As forças cortantes verticais são definidas por funções $q_i(z)$ e $q_{i-1}(z)$, sendo z a coordenada que cresce da base para o topo, formando com os eixos x e y um sistema espacial de coordenadas, com origem no ponto O . No que se segue, mostra-se que o trecho de parede pode ser substituído por dois outros elasticamente equivalentes, dispostos segundo as direções tangencial e radial, e mais uma mola de torção, de rigidez GI_{tm} , como é mostrado na Fig. 4.4.

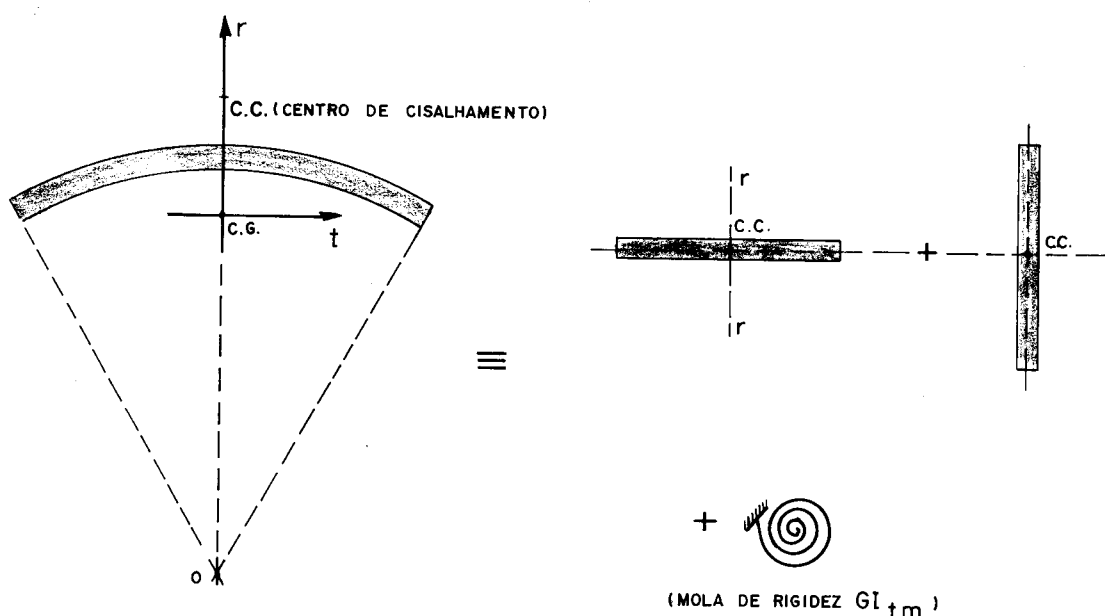


Fig. 4.4 - PAREDES ELASTICAMENTE EQUIVALENTES

Dessas paredes, dispostas segundo as direções radial e tangencial, serão isolados elementos de altura dz , já com seus esforços solicitantes desenhados segundo a convenção de sinais adotada.

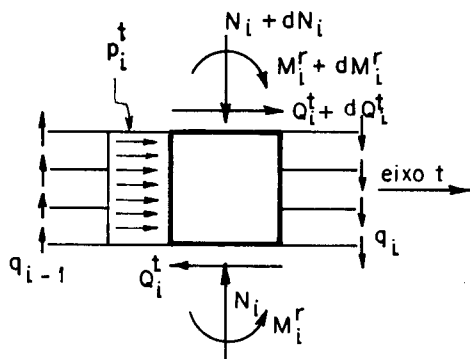


Fig. 4.5.a - PAREDE DISPOSTA SEGUNDO A DIREÇÃO DO EIXO t.t.

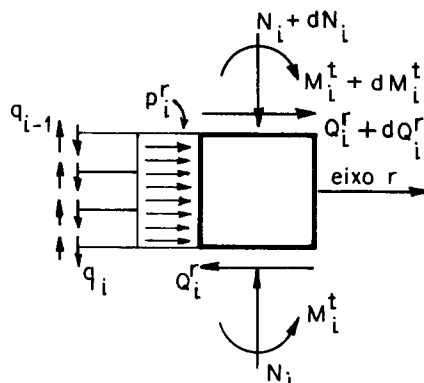


Fig. 4.5.b - PAREDE DISPOSTA SEGUNDO A DIREÇÃO DO EIXO r.r.

M_i^r e M_i^t são respectivamente, os momentos fletores cujos vetores têm a direção dos eixos r e t, ou seja, cujos planos de carga contêm os eixos t e r.

4.2.1 - Equações de equilíbrio para os elementos de parede

a) equilíbrio de forças na direção do eixo z

$$\frac{dN_i}{dz} = q_{i-1} - q_i \quad \dots (4.1.a)$$

Chamando de δ_i o deslocamento vertical da parede i, de área A_i , causado pela ação do esforço axial N_i , pode-se escrever:

$$\frac{dN_i}{dz} = EA_i \delta_i'' \quad \dots (4.1.b)$$

e portanto, com base em (4.1.a), segue:

$$EA_i \delta_i'' = q_{i-1} - q_i \quad \dots (4.1.c)$$

Os deslocamentos δ_i serão considerados positivos se provocarem encurtamento da parede.

b) Equilíbrio de forças na direção dos eixos t e r

$$\frac{dQ_i^t}{dz} = -p_i^t \quad \dots(4.2)$$

$$\frac{dQ_i^r}{dz} = -p_i^r \quad \dots(4.3)$$

c) Equilíbrio de momentos nos planos verticais que contêm os eixos t e r .

$$\frac{dM_i^r}{dz} = -Q_i^t - (q_{i-1} + q_i) d_t \quad \dots(4.4)$$

$$\frac{dM_i^t}{dz} = -Q_i^r - (q_{i-1} - q_i) d_r \quad \dots(4.5)$$

onde d_t e d_r são respectivamente as distâncias do centro do vão do lintel até a Centro de Gravidade do trecho de pa rede, medidas nas direções dos eixos t e r .

Para o caso da Fig. 4.2, resultam:

$$d = \frac{R \operatorname{sen} \alpha}{\alpha}$$

$$d_t = R \left[\operatorname{sen} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \right] \quad \dots(4.6)$$

$$d_r = d - d_t$$

A equação da elástica da parede, desprezada a de formação por força cortante e para pequenos deslocamentos é dada pela equação (4.7.a).

$$u_w'' = \frac{M_w}{j_w} \quad \dots(4.7.a)$$

Logo,

$$u_w''' = \frac{M_w'}{j_w} \quad \dots(4.7.b)$$

Utilizando (4.7.b) em (4.4) e (4.5) resultam as equações de equilíbrio da parede à ação das cortantes Q_i^r e Q_i^t .

$$Q_i^t = -j_i^r \cdot u_{i,t}''' - (q_{i-1}^+ q_i) d_t \quad \dots(4.8.a)$$

$$Q_i^r = -j_i^t \cdot u_{i,r}''' - (q_{i-1}^- q_i) d_r \quad \dots(4.8.b)$$

OBS.: A fim de simplificar a notação utilizada, serão omitidos dos parâmetros relativos à parede, o índice w que a caracterizava até aqui.

4.2.2 - Equações de compatibilidade de deslocamentos

É necessário conhecer as equações de compatibilidade de deslocamentos, além das equações de equilíbrio obtidas, para que sejam encontrados os valores das incógnitas q_i em função dos deslocamentos do núcleo. Dos deslocamentos possíveis que ocorrem na parede e nos lintéis, serão considerados apenas os que ocorrem por efeito de força normal e flexão na parede, além do efeito de flexão nos lintéis, como é esquematizado na Fig. 4.6.

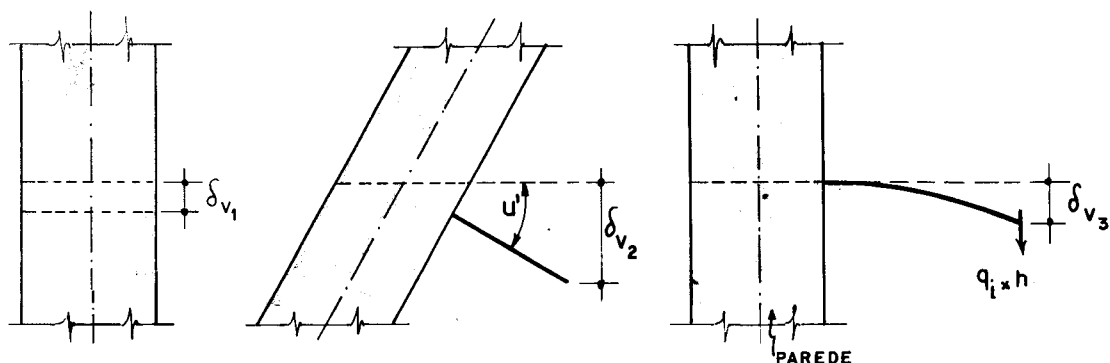


Fig. 4.6 - DESLOCAMENTOS CONSIDERADOS NA PAREDE E NO LINTEL .

O deslocamento do lintel \underline{i} , no seu ponto de momento nulo, devido aos deslocamentos da parede \underline{i} e do próprio lintel, deverá ser igual ao provocado pelos deslocamentos desse lintel \underline{i} e do trecho de parede $i+1$, para que haja compatibilidade.

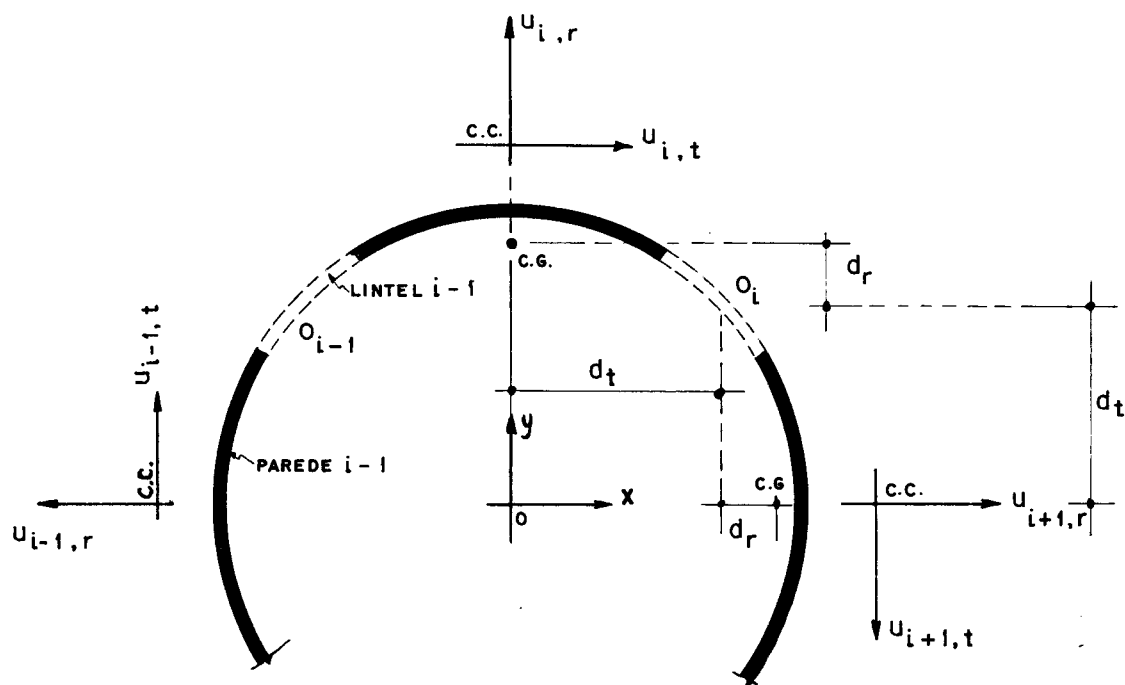


Fig. 4.7 - COORDENADAS DAS PAREDES

Os eixos coordenados do trecho de parede \underline{i} , $u_{i,r}$ e $u_{i,t}$, serão convencionados da seguinte forma: $u_{i,r}$ tem sentido positivo do centro do núcleo para fora e $u_{i,t}$ tem sentido positivo coincidente com $u_{i,r}$ girado de $\pi/2$ no sentido horário.

Considerando positivo o deslocamento vertical do ponto O_i para baixo, resulta, com base na Fig. 4.7.

$$u'_{i,t}(d_t) - u'_{i,r}(d_r) + q_i \gamma + \delta_i = -u'_{i+1,t}(d_t) - u'_{i+1,r}(d_r) + q_{i+1} \gamma + \delta_{i+1} \dots (4.9.a)$$

onde o coeficiente γ foi encontrado calculando o deslocamento vertical do ponto O_i devido à solicitação do esforço $q_i \cdot h$ sobre o trecho curvo e em balanço do lintel, suposto engastado na parede. Esse esforço provoca o aparecimento, no lintel, de momento fletor e momento torçor (devido à curvatura), ambos utilizados na obtenção de γ , apresentada no Apêndice III.

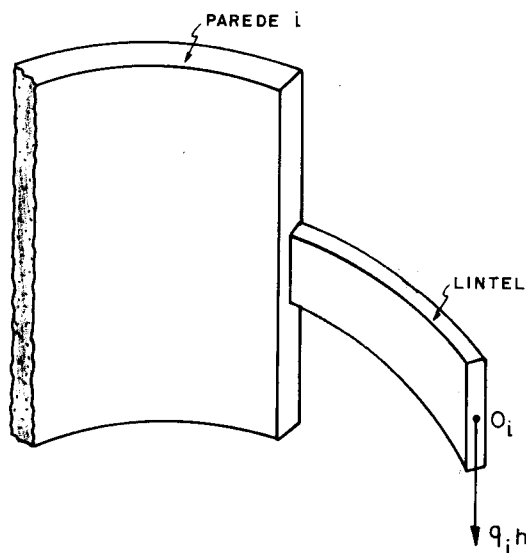


Fig.4.8 - LINTEL ENGASTADO NA PAREDE.

$$\gamma = \frac{hR^3}{4} \left\{ \left[\frac{2\beta - \text{sen}(2\beta)}{EI_\ell} \right] + \left[\frac{6\beta + \text{sen}(2\beta) - 8\text{sen}(\beta)}{GI_{t\ell}} \right] \right\} \dots (4.9.b)$$

Portanto,

$$q_i = \frac{(u'_{i,r} - u'_{i+1,r}) d_r - (u'_{i,t} + u'_{i+1,t}) d_t + (\delta_{i+1} - \delta_i)}{2\gamma} \dots (4.9.c)$$

Analogamente,

$$q_{i-1} = \frac{(u'_{i-1,r} - u'_{i,r}) d_r - (u'_{i-1,t} + u'_{i,t}) d_t + (\delta_i - \delta_{i-1})}{2\gamma} \dots (4.9.d)$$

4.2.3 - Análise do equilíbrio do conjunto

Como cada parede genérica i será substituída por outras duas elasticamente equivalentes, dispostas segundo as direções radial e tangencial, as coordenadas desse trecho de parede, relativamente aos eixos centrais x e y , serão referidas através de vetores unitários com as direções das duas paredes, e portanto com cossenos diretores iguais a a_i^t , b_i^t e c_i^t , na direção do eixo t e a_i^r , b_i^r e c_i^r na direção do eixo r .

Os deslocamentos $u_{i,t}$ e $u_{i,r}$, colocados em função dos deslocamentos u , v e w do conjunto, ficam:

$$u_{i,t} = a_i^t u + b_i^t v + c_i^t w \dots (4.10.a)$$

$$u_{i,r} = a_i^r u + b_i^r v + c_i^r w \dots (4.10.b)$$

Introduzindo nas equações (4.8.a) e (4.8.b), os valores de q_i e q_{i-1} , de (4.9.c) e (4.9.d) resultam:

$$Q_i^t = -j_i^r u_{i,t}'' + \left[-\bar{\beta}(u_{i-1,r}^t - u_{i+1,r}^t) + \bar{\theta}(u_{i-1,t}^t + 2u_{i,t}^t + u_{i+1,t}^t) + \bar{\Delta}(\delta_{i-1} - \delta_{i+1}) \right] \dots (4.11.a)$$

$$Q_i^r = -j_i^t u_{i,r}'' + \left[-\bar{\alpha}(u_{i-1,r}^t - 2u_{i,r}^t + u_{i+1,r}^t) + \bar{\beta}(u_{i-1,t}^t - u_{i+1,t}^t) + \bar{\xi}(\delta_{i-1} - 2\delta_i + \delta_{i+1}) \right] \dots (4.11.b)$$

onde,

$$\bar{\beta} = \frac{d_r d_t}{2\gamma}$$

$$\bar{\theta} = \frac{d_t^2}{2\gamma}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{d_r^2}{2\gamma} \dots (4.11.c)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{d_t}{2\gamma}$$

$$\bar{\xi} = \frac{d_r}{2\gamma}$$

As equações de equilíbrio do conjunto à ação da força cortante externa podem ser expressas por:

$$\sum_{i=1}^{n_w} (Q_i^t \cdot a_i^t + Q_i^r \cdot a_i^r) = Q_x = Q \cdot a$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (Q_i^t \cdot b_i^t + Q_i^r \cdot b_i^r) = Q_y = Q \cdot b \dots (4.12)$$

$$\sum_{i=1}^{n_w} (Q_i^t \cdot c_i^t + Q_i^r \cdot c_i^r) = "Q_z" = Q \cdot c$$

onde,

n_w = número de paredes existentes

a, b, c = cossenos diretores do vetor unitário que caracteriza a direção do plano de carga

Utilizando os valores de Q_i^t e Q_i^r de (4.11.a) e (4.11.b) e os valores de u''' e u' (com base em (4.10.a) e (4.10.b)) nas equações de equilíbrio (4.12) resulta:

$$- [J][U'''] + [S][U'] + [D][\delta] = Q [A] \quad \dots(4.13.a)$$

As equações (4.13.a) não são suficientes para a obtenção de todos os deslocamentos incógnitos, sendo necessário lançar mão da equação (4.13.b), estendida às n_w paredes existentes e obtida, sob forma matricial, pela substituição de (4.9.c) e (4.9.d) em (4.1.c), tomando novamente o valor de u' expresso nas equações (4.10).

$$[E][\delta''] - [B][\delta] - [C][U'] = [0] \quad \dots(4.13.b)$$

Observe-se que se forem desprezados os deslocamentos verticais das paredes, o produto $[D][\delta]$ de (4.13.a) será considerado nulo, ficando o conjunto de equações diferenciais (4.13.a), composto por três equações semelhantes à equação (3.41), cuja resolução é conhecida e fornece as funções incógnitas u , v e w .

Nas equações (4.13.a) e (4.13.b), as matrizes envolvidas são:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ba} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc} \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } 3 \times 3) \quad \dots(4.14.a)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & (S_{cc} + S_m) \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } 3 \times 3) \quad \dots (4.14.b)$$

$$D = \begin{bmatrix} D_{a1} & D_{a2} \dots D_{ai} \dots D_{a,n_w} \\ D_{b1} & D_{b2} \dots D_{bi} \dots D_{b,n_w} \\ D_{c1} & D_{c2} \dots D_{ci} \dots D_{c,n_w} \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } 3 \times n_w) \quad \dots (4.14.c)$$

$$[U] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad \dots (4.14.d)$$

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \\ \delta_{n_w} \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } n_w \times 1) \quad \dots (4.14.e)$$

$Q = Q(z) =$ força cortante ao nível da cota z , função do carregamento externo.

$$[A] = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } 3 \times 1) \quad \dots (4.14.f)$$

$$[E] = \begin{bmatrix} EA_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & EA_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & EA_i & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & EA_{n_w} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(ordem } n_w \times n_w) \\ \dots (4.14.g) \end{matrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1i} & \dots & B_{1n_w} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2i} & \dots & B_{2n_w} \\ B_{i1} & B_{i2} & \dots & B_{ii} & \dots & B_{in_w} \\ B_{n_w1} & B_{n_w2} & \dots & B_{n_wi} & \dots & B_{n_w n_w} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(ordem } n_w \times n_w) \\ \dots (4.14.h) \end{matrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{1a} & C_{1b} & C_{1c} \\ C_{2a} & C_{2b} & C_{2c} \\ \dots & \dots & \dots \\ C_{n_w,a} & C_{n_w,b} & C_{n_w,c} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(ordem } n_w \times 3) \\ \dots (4.14.i) \end{matrix}$$

Para a obtenção dos coeficientes dessas matrizes a seguinte notação deverá ser empregada:

$$J_{gh} = \sum_{i=1}^{n_w} \left[j_i^r (g_i^t x h_i^t) + j_i^t (g_i^r x h_i^r) \right] \quad \dots (4.15.a)$$

$$S_{gh} = \sum_{i=1}^{n_w} \left[-\bar{\beta}(g_i^t \cdot h_{i-1}^r - g_i^t \cdot h_{i+1}^r - g_i^r \cdot h_{i-1}^t + g_i^r \cdot h_{i+1}^t) + \bar{\theta} \left[g_i^t \cdot h_{i-1}^t + 2g_i^t \cdot h_i^t + g_i^t \cdot h_{i+1}^t \right] - \bar{\alpha} (g_i^r \cdot h_{i-1}^r - 2g_i^r \cdot h_i^r + g_i^r \cdot h_{i+1}^r) \right] \dots (4.15.b)$$

$$D_{gi} = \left[\bar{\Delta}(-g_{i-1}^t + g_{i+1}^t) + \bar{\xi}(g_{i-1}^r - 2g_i^r + g_{i+1}^r) \right] \dots (4.15.c)$$

Na matriz [B], os coeficientes, que devem ser divididos por 2γ valem:

$$B_{ii} = 2$$

$$B_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{para } j = i+1 \text{ e } i-1 \\ 0 & \text{para os demais} \end{cases} \dots (4.15.d)$$

$$C_{ig} = \left[\bar{\xi}(g_{i-1}^r - 2g_i^r + g_{i+1}^r) - \bar{\Delta}(g_{i-1}^t - g_{i+1}^t) \right] \dots (4.15.e)$$

com $i = 1, n_w$

Observe-se que:

- 1) \underline{g} e \underline{h} são quaisquer dos cossenos diretores \underline{a} , \underline{b} e \underline{c} do vetor unitário usado para caracterizar a direção da parede em relação aos eixos centrais do edifício em planta.
- 2) j_i^r e j_i^t são, respectivamente, os produtos de rigidez à flexão EI da parede \underline{i} , relativamente aos eixos radial e tangencial que passam pelo seu Centro de Gravidade.
- 3) O termo S_m da matriz [S] (4.14.b) representa a somatória dos produtos de rigidez à torção GI_{t_m} de cada uma das paredes, com base na equação da elástica de uma mola de torção, de rigidez constante ao longo da altura do edifício, e que obedeça a teoria de Saint-Venant.

$$u'_m = \frac{T_m}{t_m} \quad \dots(4.16.a)$$

$$t_m = G_m I_{t_m} \quad \dots(4.16.b)$$

O momento de torção T_m , numa seção genérica de cota z , será considerado positivo se o vetor que o representa, dado pela regra da mão direita, for de tração na parede assimilada à mola.

As rotações u_m das seções horizontais da mola são positivas no sentido dextrorso em relação ao eixo O_z .

$$S_m = \sum_{i=1}^{n_w} (t_m) \quad \dots(4.16.c)$$

Condições de contorno

Para a resolução do sistema de equações diferenciais, deve-se utilizar o fato de que o engastamento na base do edifício é admitido como rígido e que no topo, tanto o momento fletor como o esforço normal nas paredes são nulos, do que decorre:

$$u_i^t(o) = a_i^t u(o) + b_i^t v(o) + c_i^t w(o) = 0 \quad \dots(4.17.a)$$

$$u_i^r(o) = a_i^r u(o) + b_i^r v(o) + c_i^r w(o) = 0$$

Os trechos de parede \underline{i} , substituídos por paredes dispostas nas direções radial e tangencial, constituem um sistema não degenerado, ou seja, existem pelo menos três paredes não concorrentes em uma mesma reta e não paralelas a um mesmo plano.

Dessa forma, as relações (4.17.a) podem ser ex-

pressas através de (4.17.b), como segue:

$$u(o) = 0$$

$$v(o) = 0 \quad \dots(4.17.b)$$

$$w(o) = 0$$

Além disso, para todas as paredes \underline{i} , vale:

$$u'_i(o) = 0 \quad \dots(4-17.c)$$

$$u''_i(\ell) = 0 \quad \dots(4.17.d)$$

$$\delta_i(o) = 0 \quad \dots(4.17.e)$$

$$\delta'_i(\ell) = 0 \text{ (conforme (4.1.b))} \quad \dots(4.17.f)$$

As condições de contorno (4.17) em conjunto com as equações (4.13.a) e (4.13.b) permitem a obtenção dos deslocamentos incógnitos, dados por funções $u(z)$, $v(z)$, $w(z)$ e $\delta(z)$, utilizando as conhecidas técnicas de resolução do sistema de equações diferenciais.

Conhecidas as funções deslocamentos, a obtenção de todos os esforços pode ser feita com base em (4.9.c), (4.11.a), (4.11.b) e (4.7.a).

4.2.4 - Exemplo de aplicação IV

Pretende-se verificar o efeito provocado pela execução de quatro aberturas no núcleo central do Exemplo III, pela comparação com os resultados já conhecidos. As aberturas são feitas conforme mostra a Fig. 4.9, sendo todas as demais características do exemplo mantidas inalteradas.

Neste caso particular, o carregamento externo

não precisa ser decomposto em componentes que provocam Q_x e Q_y , se for escolhido o eixo \underline{x} pertencente ao plano de carga.

Com a particular escolha da posição das aberturas, essa medida permite grande simplificação no cálculo, de vez que o carregamento só provocará deslocamentos horizontais segundo a direção do eixo x , e portanto apenas as primeiras equações de (4.13.a) e (4.13.b) precisam ser resolvidas, ficando apenas \underline{u} como incôgnita, além dos deslocamentos verticais δ_i .

A numeração das paredes, e conseqüentemente a dos lintéis, é indicada na Fig. 4.9, através de números dentro de pequenos círculos, sendo (1) a primeira parede cortada pela direção do plano de carga e as demais contadas no sentido horário. O lintel (i) vem em seguida à pa-

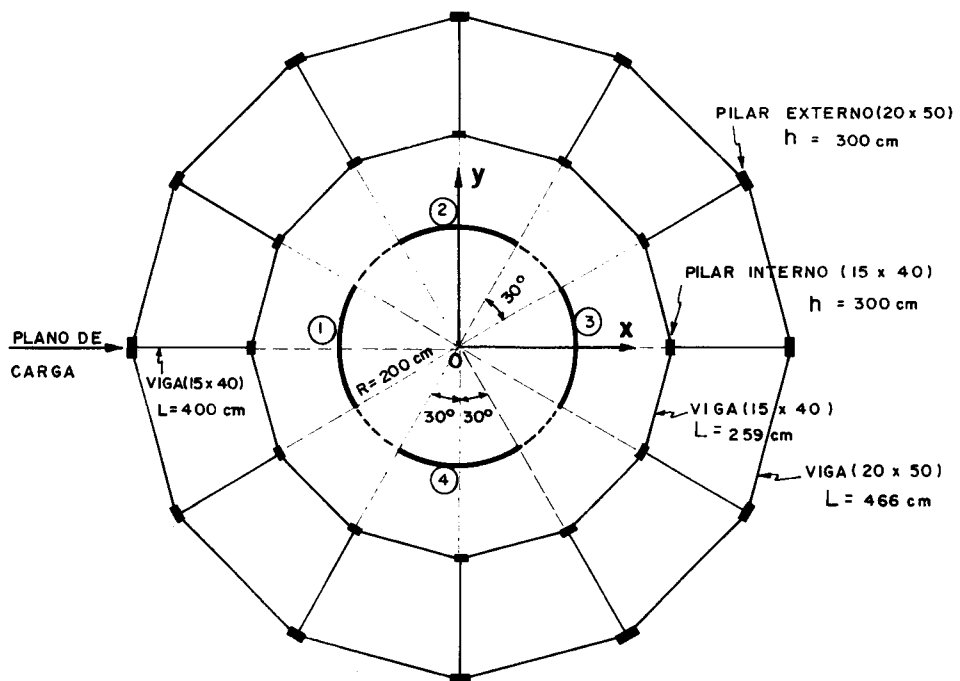


Fig. 4.9- EDIFÍCIO CONTENDO NÚCLEO COM ABERTURAS.

rede (i), seguindo também o sentido horário. Conforme a numeração das paredes e com base na particularidade do carregamento (antimétrico) e da geometria (simétrica) pode-se concluir que:

$$\delta_2 = \delta_4 = 0 \quad \text{e que} \quad \delta_1 = -\delta_3 = \delta,$$

o que vem simplificar apreciavelmente a obtenção dos resultados.

- Características do Núcleo

- Seção vazada contendo aberturas
- raio médio - 200,0 cm
- espessura da parede - 20,0 cm
- largura do lintel - 20,0 cm
- altura do lintel = 40,0 cm
- ângulo central da abertura = 30°
- ângulo central de cada parede = 60°

- Determinação das características geométricas

Conforme as deduções apresentadas nos Apêndices III e IV, tem-se:

- a) Posição do centro de gravidade e centro de cisalhamento de cada trecho de parede:

$$d = \frac{R \operatorname{sen} \alpha}{\alpha} = \frac{200 \times \operatorname{sen}(30^\circ)}{\pi/6} \approx 191,0 \text{ cm}$$

$$c = \frac{-2R [\alpha \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha]}{[\alpha - \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha]} = -2 \times 200 \left[\frac{\pi/6 \times \cos(30^\circ) - \operatorname{sen}(30^\circ)}{\pi/6 - \operatorname{sen}(30^\circ) \cos(30^\circ)} \right] =$$
$$= 205,6 \text{ cm}$$

$$d_t = R \operatorname{sen} \left(\frac{3\alpha}{2} \right) = 200 \times \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) = 141,4 \text{ cm}$$

$$d_r = d - d_t = 191,0 - 141,4 = 49,6 \text{ cm}$$

b) Momentos de inércia (Flexão e Torção) e área das Paredes

$$I_r = \frac{R^3 t'}{2} \left[2\alpha - \text{sen}(2\alpha) \right] = \frac{200^3 \times 20}{2} \left[\frac{\pi}{3} - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] =$$

$$= 14.493.772 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \frac{R^3 t'}{2} \left[2\alpha + \text{sen}(2\alpha) - \frac{4 \text{sen}^2 \alpha}{\alpha} \right] = \frac{200^3 \times 20}{2} \left[\frac{\pi}{3} + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) + \right.$$

$$\left. - \frac{4 \text{sen}^2(\pi/6)}{\pi/6} \right] = 269.091 \text{ cm}^4$$

$$I_{t_m} = \frac{1}{3} \int t'^3 ds = \frac{1}{3} \int_0^{2\alpha} t'^3 r d\theta = \frac{2R\alpha t'^3}{3} = \frac{2 \times 200 \times \pi \times 20^3}{3 \times 6} =$$

$$= 558.505 \text{ cm}^4$$

$$A_i = \frac{\pi R t'}{3} = \frac{\pi}{3} \times 200 \times 20 \approx 4189 \text{ cm}^2$$

c) Cálculo de γ , $\bar{\beta}$, $\bar{\theta}$, $\bar{\alpha}$, $\bar{\Delta}$ e $\bar{\xi}$

De (4.9.b) resulta:

$$\gamma = \frac{300 \times 200^3}{4} \left\{ \left[\frac{\frac{\pi}{3} - \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)}{280 \times \frac{20 \times 40^3}{12}} \right] + \left[\frac{\pi + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) - 8 \text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)}{117 \times 73.280} \right] \right\} =$$

$$= 4,171 \text{ cm}^2/\text{tf}$$

sendo,

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{280}{2(1+\frac{1}{5})} \approx 117 \text{ tf/cm}^2, \text{ com } \underline{\underline{\mu}} \text{ do concreto tomado igual a } 0,2.$$

$$I_{t_\ell} = 0,229 \times 20^3 \times 40 = 73280 \text{ cm}^4$$

(lintel)

De (4.11.c) resulta:

$$\bar{\beta} = \frac{d_r d_t}{2\gamma} = \frac{141,4 \times 49,6}{2 \times 4,171} = 840,74 \text{ tf}$$

$$\bar{\theta} = \frac{d_t^2}{2\gamma} = \frac{(141,4)^2}{2 \times 4,171} = 2396,78 \text{ tf}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{d_r^2}{2\gamma} = \frac{(49,6)^2}{2 \times 4,171} = 294,91 \text{ tf}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{d_t}{2\gamma} = \frac{141,4}{2 \times 4,171} \approx 16,95 \text{ tf/cm}$$

$$\bar{\xi} = \frac{d_r}{2\gamma} = \frac{49,6}{2 \times 4,171} \approx 5,95 \text{ tf/cm}$$

$$j_i^r = EI_r = 280 \times 14.493.772 \approx 40,583 \times 10^8 \text{ tfcm}^2$$

$$j_i^t = EI_t = 280 \times 269.091 \approx 0,753 \times 10^8 \text{ tf} \cdot \text{cm}^2$$

$$t_m = G_m I_{t_m} = 117 \times 558.505 \approx 0,653 \times 10^8 \text{ tfcm}^2$$

d) Orientação das paredes em relação aos eixos centrais

PAREDE	DIREÇÃO RADIAL			DIREÇÃO TANGRNCIAL		
	a^r	b^r	c^r	a^t	b^t	c^t
1	-1	0	0	0	1	-c
2	0	1	0	1	0	-c
3	1	0	0	0	-1	-c
4	0	-1	0	-1	0	-c

onde $c = 205,6 \text{ cm}$

- Cálculo dos coeficientes das matrizes envolvidas

a) Matrizes $[J]$ e $[S]$

$$J_{aa} = \sum_1^4 (a_i^t x a_i^t) j_i^r + (a_i^r x a_i^r) j_i^t = 2(j_i^r + j_i^t) = 82,67 \times 10^8 \text{ tfcm}^2$$

$$J_{bb} = \sum_1^4 (b_i^t x b_i^t) j_i^r + (b_i^r x b_i^r) j_i^t = J_{aa} = 82,67 \times 10^8 \text{ tfcm}^2$$

$$J_{cc} = \sum_1^4 (c_i^t \ c_i^t) j_i^r + (c_i^r \ c_i^r) j_i^t + \sum_{i=1}^4 t_m = 4c^2 j_i^r + 4GI_{t_m} = 6,862 \times 10^{14} \text{ tfcm}^4$$

$$J_{ab} = J_{ba} = \sum_1^4 (a_i^t \ b_i^t) j_i^r + (a_i^r \ b_i^r) j_i^t = 0$$

$$J_{ac} = J_{ca} = \sum_1^4 (a_i^t \ c_i^t) j_i^r + (a_i^r \ c_i^r) j_i^t = 0$$

$$J_{bc} = J_{cb} = \sum_1^4 (b_i^t \ c_i^t) j_i^r + (b_i^r \ c_i^r) j_i^t = 0$$

$$S_{aa} = \sum_{i=1}^4 \left\{ -\bar{\beta} \left[a_i^t (a_{i-1}^r - a_{i+1}^r) - a_i^r (a_{i-1}^t - a_{i+1}^t) \right] + \bar{\theta} \left[a_i^t (a_{i-1}^t + \right. \right. \\ \left. \left. + 2a_{i+1}^t) \right] - \bar{\alpha} \left[a_i^r (a_{i-1}^r - 2a_i^r + a_{i+1}^r) \right] \right\} = 8\bar{\beta} + 4\bar{\theta} + 4\bar{\alpha} = \\ = 17.492,68 \text{ tf}$$

$$S_{bb} = \sum_{i=1}^4 \left\{ -\bar{\beta} \left[b_i^t (b_{i-1}^r - b_{i+1}^r) - b_i^r (b_{i-1}^t - b_{i+1}^t) \right] + \bar{\theta} \left[b_i^t (b_{i-1}^t + 2b_{i+1}^t + \right. \right. \\ \left. \left. + b_{i+1}^t) \right] - \bar{\alpha} \left[b_i^r (b_{i-1}^r - 2b_i^r + b_{i+1}^r) \right] \right\} = S_{aa} = 8\bar{\beta} + 4\bar{\theta} + 4\bar{\alpha} = \\ = 17.492,68 \text{ tf}$$

$$S_{cc} = \sum_{i=1}^4 \left\{ -\bar{\beta} \left[c_i^t (c_{i-1}^r - c_{i+1}^r) - c_i^r (c_{i-1}^t - c_{i+1}^t) \right] + \bar{\theta} \left[c_i^t (c_{i-1}^t + 2c_{i+1}^t + \right. \right. \\ \left. \left. + c_{i+1}^t) \right] - \bar{\alpha} \left[c_i^r (c_{i-1}^r - 2c_i^r + c_{i+1}^r) \right] \right\} = 16\bar{\theta}c^2 = 1,621 \times 10^9 \text{ tf cm}^2$$

$$S_{ab} = S_{ba} = S_{ac} = S_{ca} = S_{bc} = S_{cb} = 0$$

$$S_m = \sum_{i=1}^4 t_m = 4 \times 0,653 \times 10^8 = 2,614 \times 10^8 \text{ tf.cm}^2$$

b) Matrizes [D] , [E] , [B] e [C]

Como as $n_w = 4$ paredes têm a mesma área, resulta de (4.14.g):

$$E_{11} = E_{22} = E_{33} = E_{44} = EA = 280 \times 4189 = 1,173 \times 10^6 \text{ tf}$$

De (4.15.c) tem-se:

$$D_{a1} = \left[\bar{\Delta}(-a_4^t + a_2^t) + \bar{\xi}(a_4^r - 2a_1^r + a_2^r) \right] = 2(\bar{\xi} + \bar{\Delta}) = -D_{a3} = 45,8 \text{ tf/cm}$$

$$D_{a2} = D_{a4} = D_{b1} = D_{b3} = D_{c1} = D_{c2} = D_{c3} = D_{c4} = 0$$

$$D_{b2} = D_{a3} = -D_{b4} = -45,8 \text{ tf/cm}$$

Com base em (4.15.d), tem-se a matriz [B] :

$$[B] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \frac{1}{2\gamma}$$

De (4.15.e) resulta:

$$C_{1a} = \left[\bar{\xi}(a_4^r - 2a_1^r + a_2^r) - \bar{\Delta}(a_4^t - a_2^t) \right] = 2(\bar{\xi} + \bar{\Delta}) = 45,8 \text{ tf/cm}$$

$$C_{1b} = C_{1c} = 0$$

$$C_{2a} = \left[\bar{\xi}(a_1^r - 2a_2^r + a_3^r) - \bar{\Delta}(a_1^t - a_3^t) \right] = C_{2c} = 0$$

$$C_{2b} = -2(\bar{\xi} + \bar{\Delta}) = -C_{1a} = -45,8 \text{ tf/cm}$$

$$C_{3a} = -2(\bar{\Delta} + \bar{\xi}) = -45,8 \text{ tf/cm}$$

$$C_{3c} = \left[\bar{\xi}(c_2^r - 2c_3^r + c_4^r) - \bar{\Delta}(c_2^t - c_4^t) \right] = 0 = C_{3b}$$

$$C_{4a} = C_{4c} = 0 \quad \text{e} \quad C_{4b} = +45,8 \text{ tf/cm}$$

Utilizando esses coeficientes nas matrizes das equações (4.13.a) e (4.13.b), para o caso particular da Fig. 4.9, em que o carregamento, atuando na direção do eixo x, provoca apenas deslocamento horizontal u e deslocamentos verticais δ_i nas paredes (1) e (3), chega-se ao sistema de equações diferenciais que se segue, lembrando que

$$\delta_i = -\delta_3 = \delta \quad \text{e} \quad \delta_2 = \delta_4 = 0$$

$$-J_{aa} [u'''] + S_{aa} [u'] + (D_{a1} - D_{a3}) [\delta] = \bar{Q} \cdot a = \bar{Q} \quad \dots(4.18.a)$$

$$E_{11} [\delta''] - \frac{1}{\gamma} [\delta] - C_{1a} [u'] = 0 \quad \dots(4.18.b)$$

- Associação com os p \ddot{o} rticos

A equação (4.18.a) apresenta um termo em u' , de coeficiente S_{aa} , que leva em conta apenas a contribuição dos lint \tilde{e} is na resist \tilde{e} ncia ao esfor \tilde{c} o cortante \bar{Q} (absorvido pelo n \acute{u} cleo), que corresponde a uma parcela do esfor \tilde{c} o cortante total Q. Tomando, agora, o edif \tilde{c} io como um todo, deve-se somar a rigidez S_{aa} \tilde{a} rigidez do p \ddot{o} rtico resultante dos conjuntos de p \ddot{o} rticos perif \tilde{e} ricos, tangenciais e radiais, calculada no EXEMPLO III e igual a 33.262,8 tf.

A rigidez $S_{aa} = 17.492,68 \text{ tf}$ representa cerca de 53% da rigidez que o edif \tilde{c} io tinha \tilde{a} a \tilde{c} o do esfor \tilde{c} o cortante, estando o n \acute{u} cleo central sem aberturas.

Por outro lado, o coeficiente $J_{aa} = 82,67 \times 10^8 \text{ tf} \cdot \text{cm}^2$ representa apenas 6% da rigidez EI do n \acute{u} cleo sem aberturas, que foi calculada no EXEMPLO III com valor igual a $1407 \times 10^8 \text{ tf} \cdot \text{cm}^2$.

Esse fato ã facilmente explicado, de vez que as aberturas feitas no nũcleo o enfraqueceram muito, passando a absorver uma parcela bem menor do esforço cortante total, restando aos pũrticos e aos lintẽis a responsabilidade de absorver uma cortante maior, proporcional ãs suas rigidezes, que em conjunto aumentou para 50.755,48 tf, cerca de 66% maior.

- Equaçãõ final levando em conta os deslocamentos verticais

Em (4.18.a), tomando

$$k^2 = \frac{S_{total}}{J_{aa}} = \frac{50.755,48}{82,67 \times 10^8} = 6,14 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \quad e$$

$$m = \frac{D_{a1}^{-D} a3}{J_{aa}} \approx 1,108 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-3}$$

resulta:

$$(u''') - k^2(u') - m(\delta) = - \frac{Q}{J_{aa}} \quad \dots(4.19.a)$$

Em (4.18.b), tomando

$$n = \frac{E_{11}}{C_{1a}} = \frac{1,173 \times 10^6}{45,8} = 25.611,354 \text{ cm}$$

$$p = \frac{1}{\gamma \cdot C_{1a}} = \frac{1}{4,171 \times 45,8} = 5,235 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

vem:

$$n(\delta'') - p(\delta) - (u') = 0 \quad \dots(4.19.b)$$

Da equação (4.19.b) pode-se deduzir:

$$u' = n \delta'' - p \delta \quad \dots (4.20.a)$$

$$u''' = n \delta^{IV} - p \delta'' \quad \dots (4.20.b)$$

Utilizando essas expressões em (4.19.a) tem-se:

$$(\delta^{IV}) - \frac{(p+k^2n)}{n} \delta'' + \frac{(k^2p-m)}{n} (\delta) = \frac{-Q}{nJ_{aa}} \quad \dots (4.21)$$

que vale, para $Q = F + q_0(H-z)$ e substituindo as constantes por seu valor numérico vem:

$$(D^4 - 6,344 \times 10^{-6} D^2 + 8,222 \times 10^{-13}) \delta = -1,488 \times 10^{-13} + 4,723 \times 10^{-17} z \quad \dots (4.22)$$

cuja solução geral é:

$$\delta = -0,181 + 0,5744 \times 10^{-4} z + C_1 e^{(2,492z) \times 10^{-3}} + C_2 e^{-(2,492z) \times 10^{-3}} + C_3 e^{(0,364z) \times 10^{-3}} + C_4 e^{-(0,364z) \times 10^{-3}} \quad \dots (4.23)$$

As condições de contorno, necessárias à obtenção das constantes são:

$$\delta(0) = 0$$

$$\delta'(l) = 0$$

..... (4.24)

$$u'(0) = 0 \quad \dots \quad n\delta''(0) - p\delta(0) = 0$$

$$u''(l) = 0 \quad \dots \quad n\delta'''(l) - p\delta'(l) = 0$$

Utilizando essas condições de contorno resultam as constantes:

$$C_1 = 2,8416 \times 10^{-7}$$

$$C_2 = -3,9206 \times 10^{-3}$$

$$C_3 = -0,0300$$

$$C_4 = 0,2149$$

....(4.25)

Com os valores das constantes utilizados na equação (4.23) resultam os valores dos deslocamentos verticais δ , mostrados na Tabela 4.1.

TABELA 4.1 - DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS PAREDES (mm)

ANDAR	PAREDE 1	PAREDE 3
10	-0,25	0,25
9	-0,25	0,25
8	-0,25	0,25
7	-0,24	0,24
6	-0,23	0,23
5	-0,21	0,21
4	-0,18	0,18
3	-0,14	0,14
2	-0,09	0,09
1	-0,03	0,03

- Obtenção dos deslocamentos horizontais u

Utilizando os valores dos deslocamentos axiais das paredes, dados pela equação (4.23) na equação (4.20.a), é obtida a equação (4.26).

$$u' = (nA^2 - p)(C_1 e^{Az} + C_2 e^{-Az}) + (nB^2 - p)(C_3 e^{Bz} + C_4 e^{-Bz}) + 0,181p + \\ - 0,5744 \times 10^{-4} z \cdot p \quad \dots (4.26)$$

na qual n, p e as constantes são conhecidas, e

$$A = 2,492 \times 10^{-3}$$

$$B = 0,364 \times 10^{-3}$$

A obtenção dos deslocamentos u é imediata; lembrando que $u(0) = 0$, vem

$$u = \left(\frac{nA^2 - p}{A}\right)(C_1 e^{Az} - C_2 e^{-Az}) + \left(\frac{nB^2 - p}{B}\right)(C_3 e^{Bz} - C_4 e^{-Bz}) + 0,181 p z + \\ - 0,5744 \times 10^{-4} p \frac{z^2}{2} + C_5 \quad \dots (4.27.a)$$

onde:

$$C_5 = \left(\frac{p - nA^2}{A}\right)(C_1 - C_2) + \left(\frac{p - nB^2}{B}\right)(C_3 - C_4) \quad \dots (4.27.b)$$

Forças cortantes no pórtico e na parede

Sendo Q_f a força cortante que é absorvida pelo conjunto dos pórticos e Q_n a força cortante absorvida pelo núcleo, é válido escrever que:

$$Q_f + Q_n = Q \text{ (cortante total)} \quad \dots (4.28)$$

Os pórticos, através do pórtico equivalente, recebem do esforço cortante total Q , uma parcela proporcional à rigidez s_f^* , sendo o restante absorvido pelo núcleo.

$$Q_f = s_f^* u' \quad \dots(4.29.a)$$

$$Q_n = Q - Q_f \quad \dots(4.29.b)$$

A parcela absorvida pelos lntêis serã proporcional ã rigidez desses elementos ã açã da força cortante, que é igual a S_{aa} .

$$Q_\lambda = S_{aa} u' \quad \dots(4.30)$$

Forças cortantes sobre os lntêis

Uma vez conhecida a equaçã da elãstica, a obtençã das cortantes q_i que solicitam os lntêis, pode ser feita com base na equaçã (4.9.c), aqui repetida:

$$q_i = \frac{(u'_{i,r} - u'_{i+1,r})d_r - (u'_{i,t} + u'_{i+1,t})d_t + (\delta_{i+1} - \delta_i)}{2 \gamma} \quad \dots(4.31)$$

Lembrando que, sendo nulos os deslocamentos v e w , resulta:

$$u_{i,t} = a_i^t u \quad \dots(4.32)$$

$$u_{i,r} = a_i^r u$$

Para os deslocamentos axiais δ_i vale:

$$\delta_1 = -\delta_3 = \delta \text{ (equaçã (4.23))}$$

$$\delta_2 = \delta_4 = 0$$

Substituindo (4.32) em (4.31), conclui-se que:

$$q_{i,h} = \frac{\left[(a_i^r - a_{i+1}^r) d_r - (a_i^t + a_{i+1}^t) d_t \right] h u'_+ \delta h}{2 \gamma} \quad \dots (4.33)$$

sendo usado $-\delta h$ para $i=1$ e 2 e $+\delta h$ para $i=3$ e 4 .

Caso sejam desprezados os deslocamentos δ , a mesma equação pode ser utilizada, impondo $\delta = 0$.

Momentos fletores nas paredes

Sendo cada uma das n_w paredes substituída por duas outras elasticamente equivalentes, dispostas segundo as direções radial e tangencial, há necessidade de encontrar os momentos fletores que solicitam essas paredes, segundo planos de carga que contenham essas direções.

$$M_i^t = j_i^t \cdot u_{i,r}'' \quad \dots (4.34.a)$$

$$M_i^r = j_i^r \cdot u_{i,t}'' \quad \dots (4.34.b)$$

ou seja:

$$M_i^t = j_i^t \cdot a_i^r u'' \quad \dots (4.34.c)$$

$$M_i^r = j_i^r \cdot a_i^t u'' \quad \dots (4.34.d)$$

Todos os esforços encontrados utilizando essas equações anteriormente deduzidas serão apresentados na sequência, conjuntamente com os obtidos no caso em que os deslocamentos axiais são desprezados, para que seus resultados possam ser comparados, sendo os efeitos desses deslocamentos avaliados.

- Desprezando os deslocamentos verticais das paredes

Não considerar esses deslocamentos é o mesmo que tomar $\delta = 0$ na equação (4.19.a), com o que se recai numa equação diferencial de 3ª ordem, em u , semelhante à equação (3.43) de resolução conhecida.

$$u''' - k^2 u' = - \frac{Q}{J_{aa}} \quad \dots (4.35)$$

sendo $k^2 = 6,14 \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2}$ e

$$J_{aa} = 82,67 \times 10^8 \text{ tfxcm}^2$$

Com base nos resultados anteriores, já que as condições de contorno se conservam, e efetuada a superposição dos casos de carga concentrada no topo e uniformemente distribuída ao longo da altura H , tem-se, conforme (3.50):

$$u = \left\{ C_1^* + C_2^* e^{kz} + C_3^* e^{-kz} + \frac{1}{k^2 J_{aa}} \left[(F + q_0 H)z - \frac{q_0 z^2}{2} \right] \right\} \quad (4.36)$$

onde as constantes C_i^* têm os valores das somas das constantes C_i das relações (3.46.a) e (3.46.b), correspondentes aos casos de carga mencionados.

Os valores dos esforços sobre o núcleo com paredes e os conjuntos de pórticos serão obtidos com base no formulário das relações (3.51.a) a (3.51.g).

- Obtenção das constantes

$$F = 1,5tf$$

$$q_0 = 0,01 \text{ tf/cm}$$

$$* \text{ tomar, em (3.46), } j_w = J_{aa}$$

Carga concentrada F no topo

$$C_1 = \frac{1,5}{125,777} \left[\frac{-1+e^{-14,868}}{1+e^{-14,868}} \right] = -0,0119$$

$$C_2 = \frac{1,5}{125,777} \left[\frac{-e^{-14,868}}{1+e^{-14,868}} \right] = -4,168 \times 10^{-9}$$

$$C_3 = \frac{1,5}{125,777} \left[\frac{1}{1+e^{-14,868}} \right] = 0,0119$$

Carga uniformemente distribuída q_0

$$C_1 = \frac{-0,01}{0,312} \left[\left(\frac{7,434 + 2e^{-7,434} - 7,434e^{-14,868}}{1 + e^{-14,868}} \right) \right] = -0,2386$$

$$C_2 = \frac{0,01}{0,312} \left[\left(\frac{e^{-7,434} - 7,434e^{-14,868}}{1 + e^{-14,868}} \right) \right] = 1,889 \times 10^{-5}$$

$$C_3 = \frac{0,01}{0,312} \left[\left(\frac{7,434 + e^{-7,434}}{1 + e^{-14,868}} \right) \right] = 0,2386$$

Efetuada a superposição, obtêm-se:

$$C_1^* = -0,2505$$

$$C_2^* = 1,889 \times 10^{-5}$$

$$C_3^* = 0,2505$$

A elástica obtida é:

$$u = \left\{ -0,2505 + 1,889 \times 10^{-5} e^{(2,478 \times 10^{-3})z} + 0,2505 e^{-(2,478 \times 10^{-3})z} + \frac{1}{50.755,48} \left[31,5z - (5 \times 10^{-3})z^2 \right] \right\} \dots (4.37)$$

- Resultados finais

A seguir são apresentados os resultados dos deslocamentos e esforços encontrados no edifício em análise, nos casos em que se consideram ou não desprezíveis os deslocamentos axiais das paredes.

Deslocamentos horizontais u

TABELA 4.2 - DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)

ANDAR	NÚCLEO ABERTO		NÚCLEO FECHADO
	considerando deslocamentos axiais	desprezando deslocamentos axiais	
10	0,83	0,740	0,421
9	0,778	0,702	0,367
8	0,716	0,653	0,311
7	0,639	0,589	0,256
6	0,548	0,511	0,200
5	0,444	0,417	0,147
4	0,328	0,311	0,097
3	0,208	0,199	0,054
2	0,095	0,091	0,021
1	0,014	0,013	0,003

TABELA 4.3 - FORÇAS CORTANTES NO PÓRTICO E PAREDE

ANDAR	FORÇAS CORTANTES (tf)					
	PÓRTICOS			NÚCLEO		
	NÚCLEO ABERTO		NÚCLEO FECHADO	NÚCLEO ABERTO		NÚCLEO FECHADO
	$\delta \neq 0$	$\delta = 0$		$\delta \neq 0$	$\delta = 0$	
10	5,274	3,764	6,02	-2,274	-0,764	-3,02
9	6,244	4,758	6,09	-0,244	1,242	-0,09
8	7,678	6,230	6,16	1,322	2,770	2,84
7	9,280	7,895	6,17	2,720	4,105	5,83
6	10,869	9,577	6,06	4,131	5,423	8,94
5	12,271	11,113	5,75	5,729	6,887	12,25
4	13,231	12,253	5,19	7,769	8,747	15,81
3	13,269	12,519	4,28	10,731	11,481	19,72
2	11,409	10,93	2,96	15,591	16,070	24,04
1	5,616	5,426	1,12	24,384	24,574	28,88

TABELA 4.4 - FORÇAS CORTANTES NOS LINTÉIS

ANDAR	FORÇAS CORTANTES $q_1 \cdot h$ (tf)	
	considerando deslocamentos axiais	desprezando deslocamentos axiais
10	-0,778	-0,205
9	-0,983	-0,406
8	-1,287	-0,702
7	-1,630	-1,069
6	-1,978	-1,433
5	-2,295	-1,794
4	-2,530	-2,100
3	-2,585	-2,252
2	-2,256	-2,048
1	-1,119	-1,069

Devido à simetria, os demais esforços resultam:

$$q_2 = q_1 = -q_3 = -q_4$$

TABELA 4.5 - MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES

ANDAR	MOMENTOS FLETORES NAS PAREDES (tfxcm)			
	M_1^t		M_2^r	
	considerando desl. axiais	desprezando desl. axiais	considerando desl. axiais	desprezando desl. axiais
10	4,4	4,5	-237,9	-245,6
9	9,6	9,8	-515,3	-527,4
8	11,7	12,1	-632,2	-651,8
7	12,2	12,8	-660,1	-690,8
6	11,5	12,4	-621,4	-666,8
5	9,3	10,5	-502,9	-566,1
4	4,6	6,1	-247,4	-330,4
3	-5,2	-3,3	278,7	176,6
2	-25,3	-23,2	1364,3	1248,5
1	-67,2	-65,0	3621,7	3505,2

Para as demais paredes, devido às condições geométricas e de carga, resultam:

$$M_2^t = M_4^t = M_1^r = M_3^r = 0$$

$$M_3^t = -M_1^t$$

$$M_4^r = -M_2^r$$

Pelos resultados apresentados nas diversas tabelas verifica-se que o efeito dos deslocamentos axiais das paredes não é desprezível, devendo ser considerado na análise de núcleos resistentes.

Comparando os resultados obtidos neste Capítulo (núcleo aberto) com os resultados obtidos para o mesmo edifício, estando o núcleo fechado, podem-se observar as significativas alterações que ocorrem nos valores dos deslocamentos horizontais (Tabela 4.2) e dos esforços cortantes sobre os conjuntos "pórtico equivalente" e núcleo (Tabela 4.3).

5 - ANÁLISE DA ESTRUTURA PELO TRATAMENTO DISCRETO

5.1 - INTRODUÇÃO

Com a inserção deste Capítulo, o Autor pretende fornecer ao leitor mais uma ferramenta de cálculo, de indiscutível utilidade, e que permite a análise do efeito do vento em estruturas de edifícios axissimétricos que possuam características geométricas variáveis ao longo de suas alturas. Essa generalização, se introduzida no tratamento contínuo, acarretaria uma série de dificuldades que, apesar de contornáveis, retirariam do processo seu caráter sintético, o qual pôde ser observado na apresentação dos Capítulos 3 e 4.

Será utilizado o processo desenvolvido por STAMATO e SMITH^(4,7), criado para a análise aproximada de estruturas tridimensionais de edifícios altos que possam ser assimiladas a um conjunto de estruturas planas verticais, tratadas até aqui como painéis pórtico ou parede, e travadas entre si pelas lajes, mais uma vez supostas trabalhar como diafragmas horizontais com infinita rigidez em seu plano e rigidez nula fora dele.

É suposto, também, haver a transmissão de esforços verticais, concentrados aos níveis dos andares, ao longo das intersecções de painéis, assegurando, dessa forma, a compatibilidade dos deslocamentos verticais dos pontos que pertençam a dois painéis concorrentes.

A análise usa o processo dos deslocamentos, sendo, ao final, obtidas a matriz de rigidez global do edifício (em forma de banda diagonal) e a matriz deslocamento do sistema (em forma de coluna), a partir das matrizes de rigidez e deslocamento dos vários painéis planos, por intermédio de matrizes de transformação.

A idealização dos painéis como partes constituin

tes de um sistema discretizado de sub-estruturas, permite diminuir sobremaneira a complexidade geral do sistema, aumentando a possibilidade de resolver estruturas maiores em computadores de menor porte, principalmente os edifícios axissimétricos, que possuem pequeno número de painéis-tipos, repetidos em posições diferentes em planta, como se pôde observar nos exemplos abordados até aqui.

A análise aproximada, aqui utilizada, por considerar as forças verticais de interação entre os painéis, além dos esforços horizontais transmitidos pela laje, posiciona-se intermediariamente, em aproximação e trabalho numérico, entre os processos discretos de análise conhecidos, os quais, ou consideram apenas as forças transmitidas pela laje (desprezando os deslocamentos e forças verticais) como as únicas interdependências entre painéis, ou consideram o efeito de todos os deslocamentos de nós e de todas as rigidezes das barras de pórticos tridimensionais, o que vem aumentar consideravelmente a complexidade do problema, do ponto de vista numérico.

No processo a ser utilizado, é suposto conhecido o comportamento de cada painel em seu plano, bem como a respectiva matriz de rigidez, que é previamente calculada e entra na rotina de cálculo como dado do problema.

O desenvolvimento do processo, colocado sob forma matricial, será aqui relatado, apesar de fazer parte da bibliografia^(4,7) sendo também apresentado o fluxograma e a listagem de um programa para cálculo automático, originalmente desenvolvido por STAMATO e adaptado por OLIVEIRA⁽¹⁵⁾ e LAIER⁽¹¹⁾.

No processo em questão, serão apenas abordadas estruturas nas quais as paredes, se existirem, interagem com os pórticos tão somente através da laje, não sendo previstas também, ao longo de suas alturas, aberturas cujas dimensões suscitem uma análise pormenorizada e relevante de seus efeitos.

5.2 - HIPÓTESES

- 5.2.1 - Lajes: como já foi comentado, as lajes são assimiladas a diafragmas dotados de infinita rigidez em seu plano e desprovidos de rigidez transversal. Sua contribuição para a rigidez do sistema dá-se através do travamento dos painéis aos níveis dos andares, e através das faixas das mesmas que podem ser incorporadas às vigas dos painéis, formando com elas seções em T ou L.
- 5.2.2 - Painéis: são considerados painéis as estruturas bidimensionais desprovidas de rigidez transversal, cujos elementos são supostos não possuírem rigidez à torção. A deformação axial nas vigas é desprezada, em conformidade com 5.2.1, podendo ser considerada nas colunas e pilares-paredes.
- 5.2.3 - Interdependência entre os painéis: os painéis interagem entre si através de forças verticais, concentradas aos níveis dos andares, e por forças horizontais transmitidas pelos diafragmas.
- 5.2.4 - Ângulos entre os painéis: conforme já foi comentado em 1.2.6, dois painéis vizinhos, em cuja intersecção haja uma coluna, serão considerados pertencentes ao mesmo plano, em virtude do pequeno ângulo por eles formado, já que é grande o número de painéis existentes, em todos os casos abordados. Esta hipótese é feita para evitar o problema da flexão oblíqua da coluna, que incluiria também momentos como esforços de interação entre os painéis, além dos já mencionados.

5.2.5 - Cargas: São somente consideradas as cargas que atuam segundo as direções dos deslocamentos-incógnitas do edifício, ao todo três por diafragma (uma rotação e duas translações), além do número de deslocamentos verticais correspondentes às interseções entre os painéis, podendo atuar, em cada andar:

- a) Resultante horizontal segundo o eixo O_x ;
- b) Resultante horizontal segundo o eixo O_y ;
- c) Momento resultante segundo o eixo O_z ;
- d) Forças verticais segundo as interseções dos painéis.

Nos problemas em que as cargas atuem segundo direções distintas das mencionadas, devem ser feitas superposições dos casos aqui estudados com outros nos quais os deslocamentos do sistema são impedidos, obtendo-se tão somente cargas equivalentes segundo as incógnitas-deslocamentos do edifício.

5.3 - DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS E DO SISTEMA

Na Fig. 5.1.a mostra-se a planta da estrutura de um edifício axissimétrico, composto por painéis "pórtico" e parede, com os pórticos interagindo com a parede através da laje.

Os pórticos, numerados com números dentro de pequenos círculos, interceptam-se entre si onde existe coluna, podendo ser considerados independentes entre si, desde que os parâmetros da seção transversal da coluna sejam convenientemente divididos entre os painéis aí concorrentes. Como já foi comentado, tomando dois painéis vizinhos como pertencentes ao mesmo plano, cada coluna contribuirá

no painel com metade do seu momento de inércia I_r , podendo a área da seção ser arbitrariamente dividida entre os painéis, uma vez que esse procedimento não altera o valor dos coeficientes de rigidez da estrutura que dependem desse parâmetro.

A escolha dos eixos de referência $Oxyz$ (dextrorso no caso da Fig. 5.1.a) recairá, mais uma vez, no centro do edifício em planta.

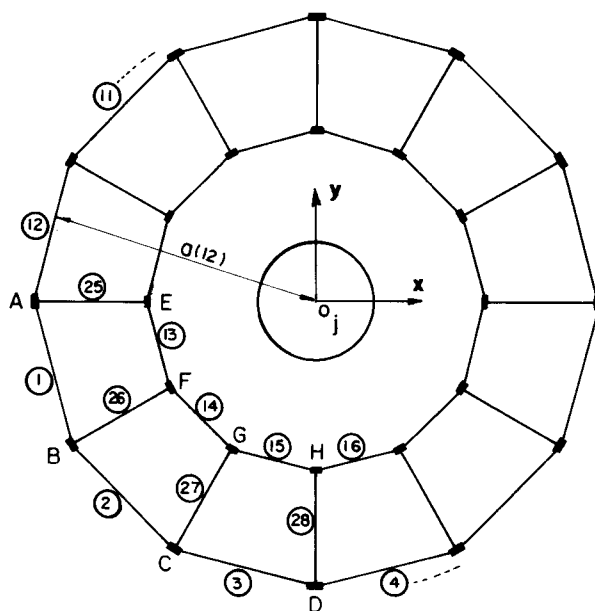


Fig. 5.1.o) PLANTA DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO

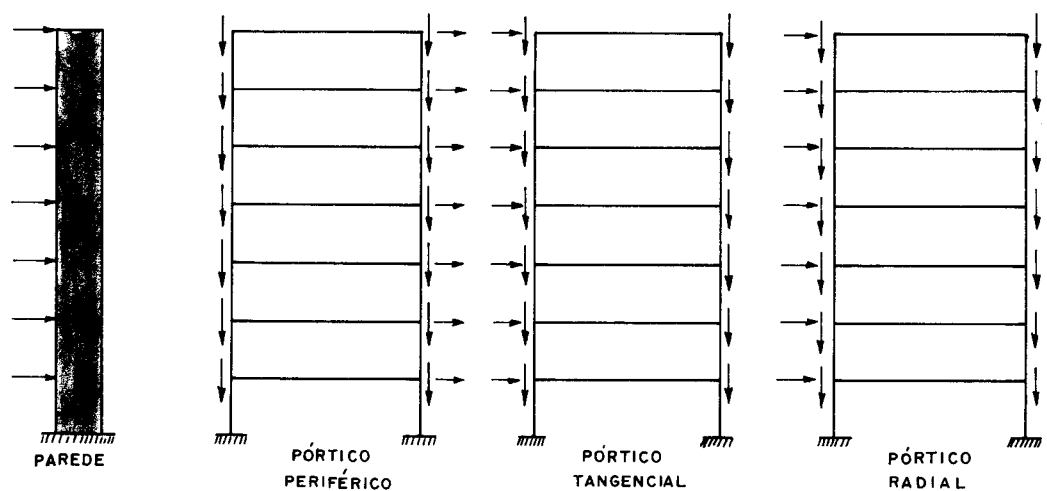


Fig. 5.1.b - IDENTIFICAÇÃO DOS PAINÉIS - TIPO

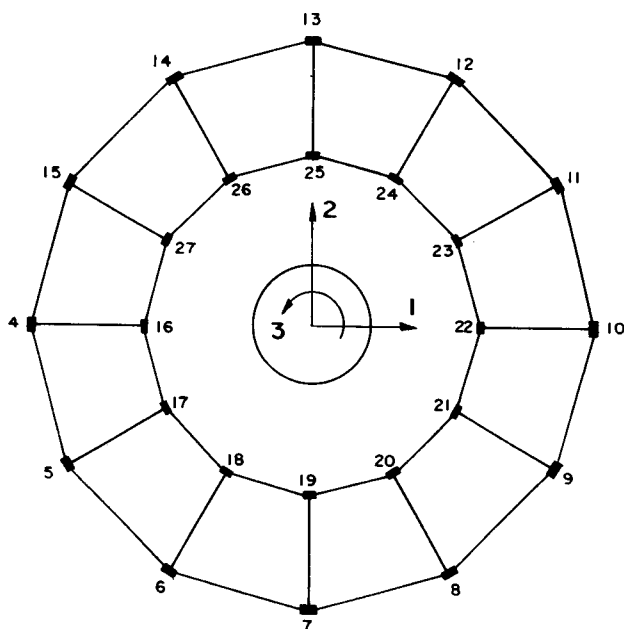


Fig. 5.1.c) NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DO EDIFÍCIO POR ANDAR

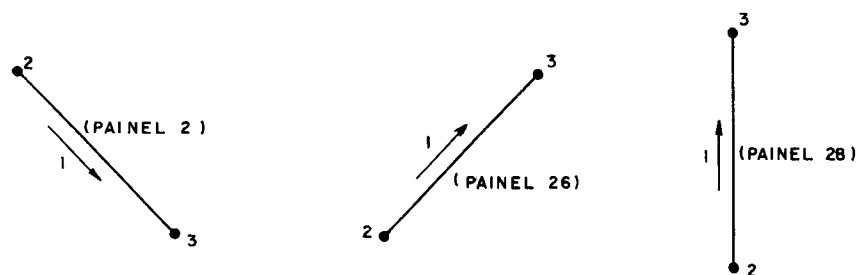


Fig. 5.1.d) NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS POR ANDAR

Chamando O_j o ponto onde o eixo vertical O_z intercepta o diafragma do andar j , as n incógnitas-deslocamentos da estrutura, no andar j , são:

V_{j1} = deslocamento de O_j segundo O_x ;

V_{j2} = deslocamento de O_j segundo O_y ;

V_{j3} = rotação do diafragma j em torno de O_z , contada positivamente no sentido dextrorso;

V_{j4} , V_{j5} ... V_{jn} = deslocamentos verticais do andar j
(positivos para cima - segundo O_z)
ao longo das interseções dos painéis.

Se se utilizar o índice superior i para caracterizar as grandezas relativas ao painel i , as m^i incógnitas deslocamentos deste painel, no andar j , são:

d_{j1}^i = deslocamento horizontal do painel i , em seu próprio plano, ao nível do andar j . As "flechas" indicadas na Fig. 5.1.d indicam, em cada painel, o sentido positivo desse movimento.

$d_{j2}^i, d_{j3}^i, \dots, d_{jm^i}^i$ = deslocamentos verticais do painel i , (positivos para cima) ao nível do andar j , correspondentes às $m^i - 1$ interações desse painel com seus vizinhos.

Na estrutura mostrada na Fig. 5.1.a foram considerados 27 deslocamentos do edifício por andar, sendo 3 do diafragma e da parede, e 24 relativos aos deslocamentos axiais das colunas, sendo a numeração indicada na Fig.5.1.c. Na Fig. 5.1.d vê-se a numeração dos correspondentes deslocamentos dos painéis, a qual, por coerência, deve ser repetida para todos os andares.

5.3.1 - Notações matriciais dos deslocamentos

As notações aqui utilizadas são idênticas às apresentadas por STAMATO em (7), as quais, na medida do possível, são também usadas no programa automático, em linguagem FORTRAN.

p = número de painéis

f = número de andares

i = índice superior característico das grandezas relativas ao painel \underline{i} .

j, g = índices inferiores usados para representar andares genéricos.

n = número total de coordenadas-deslocamentos do sistema, por andar

m^i = número de coordenadas deslocamentos do painel i , por andar

c = índice inferior, usado para representar uma coordenada genérica dos painéis ou do sistema ($c=1, 2, \dots, n$).

V_{jc} = deslocamento do edifício no andar j , segundo a coordenada \underline{c}

V_j = matriz (coluna), dos \underline{n} deslocamentos do sistema, no andar \underline{j} , com as componentes v_{jc} dispostas ordenadamente.

$$V_j = \begin{bmatrix} V_{j1} \\ V_{j2} \\ \dots \\ V_{jn} \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } nx1) \quad \dots(5.1)$$

V = matriz (coluna) correspondente aos fxn deslocamentos do sistema, contendo f submatrizes V_j dispostas ordenadamente.

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ V_f \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } f \cdot nx1) \quad \dots(5.2)$$

d_{jc}^i = deslocamento do painel i, no andar j, segundo a coordenada c

D_j^i = matriz coluna (m^i linhas) correspondente a todos os deslocamentos do painel i no andar j

$$D_j^i = \begin{bmatrix} d_{j1}^i \\ d_{j2}^i \\ \dots \\ d_{jm^i}^i \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } m^i \times 1) \quad \dots(5.3)$$

D^i = matriz coluna ($f \cdot m^i$ linhas) correspondente aos deslocamentos do painel i no sistema.

$$D^i = \begin{bmatrix} D_1^i \\ D_2^i \\ \dots \\ D_f^i \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } f \cdot m^i \times 1) \quad \dots (5.4)$$

D = matriz coluna, que contém os deslocamentos de todos os p painéis, ao longo dos f andares

$$D = \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \dots \\ D^p \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } f \cdot m \times 1) \quad \dots (5.5)$$

sendo $m = \sum_{i=1}^p m^i$

5.3.2 - Transformação dos deslocamentos

Para relacionar os deslocamentos dos painéis, da matriz $[D]$ e os deslocamentos do edifício, contidos na matriz $[V]$, usa-se uma matriz de transformação $[B]$ tal que

$$[D] = [B] \cdot [V] \quad \dots (5.6)$$

Essa matriz $[B]$ terá portanto, ordem $f \cdot m \times f \cdot n$, o que decorre das relações (5.2) e (5.5), transformando os deslocamentos do edifício nos deslocamentos correspondentes nos painéis.

Se as matrizes $[D]$ e $[B]$ envolvidas forem parti-
 cionadas em submatrizes relativas aos painéis, a equação
 (5.6) pode ser reescrita como se segue:

$$\begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \dots \\ D^i \\ \dots \\ D^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^1 \\ B^2 \\ \dots \\ B^i \\ \dots \\ B^p \end{bmatrix} \cdot [v] \quad \dots (5.7)$$

Dessa forma, os deslocamentos de um painel gené-
 rico i , contidos na sub-matriz $[D^i]$, podem ser obtidos a-
 través do produto matricial

$$[D^i] = [B^i] \cdot [v] \quad \dots (5.8)$$

no qual a sub-matriz $[B^i]$ tem ordem $(f \cdot m^i \times f \cdot n)$, em decor-
 rência das relações (5.2) e (5.4).

Estendendo o produto matricial indicado em
 (5.8), para os \underline{f} andares, essa equação toma a forma:

$$\begin{bmatrix} D_1^i \\ D_2^i \\ \dots \\ D_f^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^i & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & b_2^i & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_f^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_f \end{bmatrix} \quad \dots (5.9)$$

Para a montagem de cada sub-matriz b^i é necessário conhecer a numeração dos deslocamentos que ocorrem no painel i (um deslocamento horizontal no plano do painel e um deslocamento vertical por pilar) e a numeração dos deslocamentos do sistema. Esta última é indicada na Fig. 5.2.a, sendo (1), (2) e (3), os deslocamentos do diafragma e (4), (5) ... (15), os deslocamentos verticais dos pilares, numerados ao lado destes.

Escolhendo o painel 2, para exemplificar a numeração dos deslocamentos de um painel, tem-se:

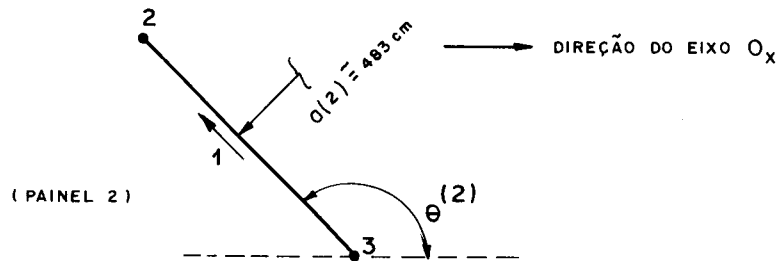


Fig. 5.2. b) NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DO PAINEL

A forma da sub-matriz b^2 , para a estrutura da Fig. 5.2, transformando os deslocamentos do edifício, num determinado andar, nos deslocamentos do painel (2), nesse mesmo andar, fica:

$$b^2 = b^i = \begin{bmatrix} \cos(\theta^2) & \text{sen}(\theta^2) & a^{(2)} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

....(5.11)

onde $\theta^{(2)}$ é o ângulo formado entre o sentido positivo adotado para o deslocamento horizontal do painel (2) e o eixo O_x , ângulo esse medido positivamente a partir do eixo O_x , no sentido dextrorso.

A grandeza $a^{(2)}$ é a distância do eixo O_z ao painel (2), considerada positiva quando o momento de uma força que atua segundo a "flecha" do deslocamento horizontal do painel, for de sentido dextrorso. A distância a^i é a única das envolvidas em (5.11) que não apresenta valores compreendidos entre -1 e +1. Para não prejudicar o bom condicionamento do sistema de equações a ser montado (5.18), é de bom alvitre adotar como unidade para as rotações dos diagramas, radiano dividido por \bar{a} , sendo \bar{a} o máximo valor absoluto assumido pelos a^i , que no caso em questão são todos iguais a $a^{(2)}$.

Com essa medida, o elemento a^i passa a a^i/\bar{a} , devendo, desta feita, as rotações encontradas para os diafragmas serem divididas por \bar{a} , pois os momentos aplicados, se existirem, terão sido igualmente fornecidos com seus valores reais divididos por \bar{a} .

O armazenamento das sub-matrizes b^i , na rotina do programa automático (visando economia de memória no computador) é feito arranjando as p sub-matrizes b^i , que definem as posições dos painéis, em uma única matriz P , denominada "matriz posição dos painéis",

$$P = \begin{bmatrix} b^1 \\ b^2 \\ \dots \\ b^p \end{bmatrix} \quad (\text{ordem } m^i \times n) \quad \dots (5.12)$$

a qual utiliza uma área de memória $f \times f$ vezes menor que se usaria para a matriz $[B]$.

5.4 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO PAINEL

A matriz de rigidez do painel i , denominada $[S^i]$, de ordem $(f \cdot m^i \times f \cdot m^i)$, transforma os deslocamentos considerados neste painel i , em esforços correspondentes $[F^i]$, de ordem $(f \cdot m^i \times 1)$ neste mesmo painel, através da equação (5.13), como segue:

$$[F^i] = [S^i] \cdot [D^i] \quad \dots (5.13)$$

Essa matriz de rigidez $[S^i]$, de acordo com a ordem indicada, não cobre todos os graus de liberdade do painel i , restringindo-se apenas aos $f \cdot m^i$ deslocamentos considerados, no caso, três por painel, em cada um dos f andares.

Pelo fato dos deslocamentos considerados do painel i serem armazenados ordenadamente por andar, no vetor $[D^i]$, o mesmo ocorrendo com os correspondentes esforços $[F^i]$, resulta que a matriz de rigidez $[S^i]$ pode ser particionada em sub-matrizes, cada qual relativa a um andar, tendo portanto a forma:

$$[S^i] = \begin{bmatrix} S_{1,1}^i & S_{1,2}^i & \dots & S_{1,f}^i \\ S_{2,1}^i & S_{2,2}^i & \dots & S_{2,f}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{f,1}^i & S_{f,2}^i & \dots & S_{f,f}^i \end{bmatrix} \quad \dots (5.14)$$

na qual cada uma das colunas $[S_{j,g}^i]$ representa esforços $[F_j^i]$ aplicados no painel i , ao nível do andar j , quando se impõe um deslocamento unitário segundo um dos deslocamentos considerados no andar g , mantendo impedidos os outros des

locamentos considerados neste painel, deixando livre os demais.

Uma observação, feita por STAMATO e SMITH⁽⁷⁾, permite simplificar extremamente o armazenamento da matriz $[S^i]$ do painel i , que pode ser considerada em banda diagonal, banda esta que corresponde a 2 ou 3 andares acima e abaixo do andar considerado. Isso deve-se ao fato de que os coeficientes de rigidez das sub-matrizes $S_{j,g}^i$ "amortecem" rapidamente à medida que o andar j fica distante do andar considerado g , podendo-se, inclusive, com boa aproximação, considerar nulos esses coeficientes, quando $|j-g|$ superar 2 ou 3, ou seja:

$$S_{j,g}^i = 0 \quad \text{para } |j-g| > 2 \text{ ou } 3 \quad \dots(5.15)$$

Esse rápido "amortecimento" é conseguido de forma acentuada se forem usadas como coordenadas dos deslocamentos horizontais, não os movimentos absolutos, mas sim os movimentos relativos entre os andares.

Neste trabalho, as matrizes de rigidez de cada um dos painéis, que entram como dados do programa utilizado, foram obtidas também automaticamente, através de programas que resolvem estruturas planas, com base nas reações de apoio de um problema fictício elaborado para este fim, quando se impõe deslocamento unitário segundo o deslocamento correspondente.

O modo de obtenção dessa matriz apresenta-se no ítem 5.7.

5.5 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO EDIFÍCIO

Compondo as equações (5.13), englobando todos os painéis, chega-se a uma matriz $[S]$ global, denominada $[S_u]$, que relaciona os deslocamentos de todos os painéis com esforços correspondentes nos respectivos painéis, resultando

$$\begin{bmatrix} F^1 \\ F^2 \\ \dots \\ F^P \end{bmatrix} = [S_u] \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \dots \\ D^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.16.a)$$

onde

$$[S_u] = \begin{bmatrix} s^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & s^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.16.b)$$

A matriz $[S_u]$, de ordem $(f \cdot m \times f \cdot m)$, tem o significado de matriz de rigidez da estrutura desmontada, ou seja, matriz de rigidez de uma estrutura composta de painéis independentes.

Novamente procurando economizar área de memória no computador, fornece-se a matriz $[S_u]$ compondo de forma ordenada as várias sub-matrizes $[S^i]$, numa matriz coluna $[P_s]$, denominada "matriz de rigidez dos painéis", que tem a forma:

$$[P_s] = \begin{bmatrix} s^1 \\ s^2 \\ \dots \\ s^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.17)$$

A matriz de rigidez do edifício $[S]$, de ordem $(f \cdot n \times f \cdot n)$, transforma os deslocamentos considerados no edifício $[V]$, em esforços correspondentes $[R]$, de ordem, por conseguinte $(f \cdot n \times 1)$. Portanto tem-se:

$$[R] = [S] \cdot [V] \quad \dots(5.18)$$

Como os deslocamentos considerados $[V]$ e, por conseguinte, $[R]$ estão ordenados por andar, resulta para $[S]$ uma matriz particionada em sub-matrizes relativas aos andares, tendo $f \cdot f$ sub-matrizes de ordem $(n \times n)$. Deste modo tem-se:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{1,1} & S_{1,2} & \dots & S_{1,f} \\ S_{2,1} & S_{2,2} & \dots & S_{2,f} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{f,1} & S_{f,2} & \dots & S_{f,f} \end{bmatrix} \quad \dots(5.19)$$

As matrizes $[B]$ e $[S_u]$, anteriormente definidas, fornecem a matriz $[S]$ pela conhecida relação:

$$[S] = [B]^T [S_u] \cdot [B] \quad \dots(5.20)$$

onde $[B]^T$ representa a matriz transposta da matriz $[B]$.

Procedendo a partição de $[B]^T$, $[S_u]$ e $[B]$ em sub-matrizes relativas aos painéis, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} F^1 \\ F^2 \\ \dots \\ F^P \end{bmatrix} = [S_u] \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \dots \\ D^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.16.a)$$

onde

$$[S_u] = \begin{bmatrix} s^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & s^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.16.b)$$

A matriz $[S_u]$, de ordem $(f \cdot m \times f \cdot m)$, tem o significado de matriz de rigidez da estrutura desmontada, ou seja, matriz de rigidez de uma estrutura composta de painéis independentes.

Novamente procurando economizar área de memória no computador, fornece-se a matriz $[S_u]$ compondo de forma ordenada as várias sub-matrizes $[S^i]$, numa matriz coluna $[P_s]$, denominada "matriz de rigidez dos painéis", que tem a forma:

$$[P_s] = \begin{bmatrix} s^1 \\ s^2 \\ \dots \\ s^P \end{bmatrix} \quad \dots(5.17)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} [B^1]^T & [B^2]^T & \dots & [B^P]^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & s^P \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B^1 \\ \dots \\ B^P \end{bmatrix} \quad \dots (5.21)$$

A contribuição do painel i na matriz de rigidez $[S]$, de acordo com as equações (5.8), (5.14) e (5.21), é dada por:

$$[B^i]^T \cdot [S^i] \cdot [B^i] \quad \dots (5.22)$$

onde, separando em sub-matrizes relativas a um dos f andares (o 2º andar), tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & [b^i]^T & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{2,1}^i & s_{2,2}^i & \dots & s_{2,f}^i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & b^i & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (5.23)$$

A matriz de rigidez do edifício é obtida, obviamente, considerando a contribuição de todos os painéis, ou em outras palavras, efetuando os produtos indicados na equação (5.21). Portanto:

$$[S] = \sum_{i=1}^P [B^i]^T \cdot [S^i] \cdot [B^i] \quad \dots (5.24)$$

Observando-se as expressões (5.23) e (5.24), conclui-se que a sub-matriz genérica $[S_{j,g}]$ de $[S]$ vale:

$$[S_{j,g}] = \sum_{i=1}^P [b^i]^T \cdot [s_{j,g}^i] \cdot [b^i] \quad \dots (5.25)$$

Tendo em vista a expressão (5.15), onde se admite que em termos práticos a matriz $[S^i]$ é em banda diagonal, que corresponde a 2 ou 3 andares acima e abaixo do considerado, tem-se, pela expressão (5.25), que a matriz $[S]$ resulta também em banda diagonal, análoga à adotada para os painéis ou seja:

$$S_{j,g} = 0 \quad \dots(5.26)$$

se $|j - g| > 2$ ou 3

As expressões (5.15), (5.24), (5.25) e (5.26) permitem a elaboração de um programa, onde somente se usa a meia banda de $[S^i]$, obtendo, assim, a meia banda de $[S]$ por meio de $[P]$, de ordem muito menor que $[B]$.

5.6 - DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS NOS PAINÉIS

Conhecias as cargas $[R]$ que atuam na estrutura do edifício, obviamente, segundo os deslocamentos considerados, e a matriz de rigidez $[S]$, a próxima etapa consiste na resolução do sistema de equações.

$$[R] = [S] \cdot [V] \quad \dots(5.27)$$

que no presente trabalho é feita através do conhecido processo de GAUSS. Apesar deste processo de resolução de sistema de equações não tirar proveito do fato da matriz $[S]$ ser definida positiva (como faz o processo de CHOLESKY), ele foi aqui escolhido por permitir que o sistema de equações seja parcialmente singular (quando não existe continuidade de vigas, colunas ou pilares-paredes, a introdução de elementos de rigidez nula no lugar dos inexistentes, pode deixar singular certos trechos da matriz de rigidez).

Obtidos os deslocamentos do edifício $[V]$, os deslocamentos dos painéis podem ser obtidos através da expressão (5.8). Com sub-matrizes de ordem menores, relativas aos andares, tendo em vista as expressões (5.9) e (5.10), eles podem ser obtidos através de:

$$\begin{bmatrix} D_j^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_j^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_j \end{bmatrix} \quad \dots(5.28)$$

Os esforços nos painéis, segundo as coordenadas deslocamentos consideradas, podem ser obtidos através da matriz $[D^i]$ e da matriz $[S^i]$, tendo em vista as expressões (5.13), (5.15) e (5.28), da seguinte maneira:

$$[F^i] = [S^i] \cdot [D^i] \quad \dots(5.29)$$

Obtidos os esforços $[F^i]$ e os deslocamentos $[D^i]$ nos painéis, a análise tridimensional pode ser considerada como terminada; contudo, os esforços internos nos painéis (por exemplo: momentos, forças normais e cortantes nas barras), podem ser posteriormente obtidos com o auxílio de programas já sobejamente divulgados para análise de estruturas planas.

5.7 - OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UM PAINEL PÓRTICO

A matriz de rigidez relativa a cada um dos painéis, é obtida coluna por coluna (ou linha por linha, dada a simetria), da forma como segue.

Pretende-se obter a matriz de rigidez do pórtico plano da Fig. 5.3, que é um painel-tipo da estrutura do edifício do exemplo I, correspondente aos deslocamentos numerados na Fig. 5.3.a.

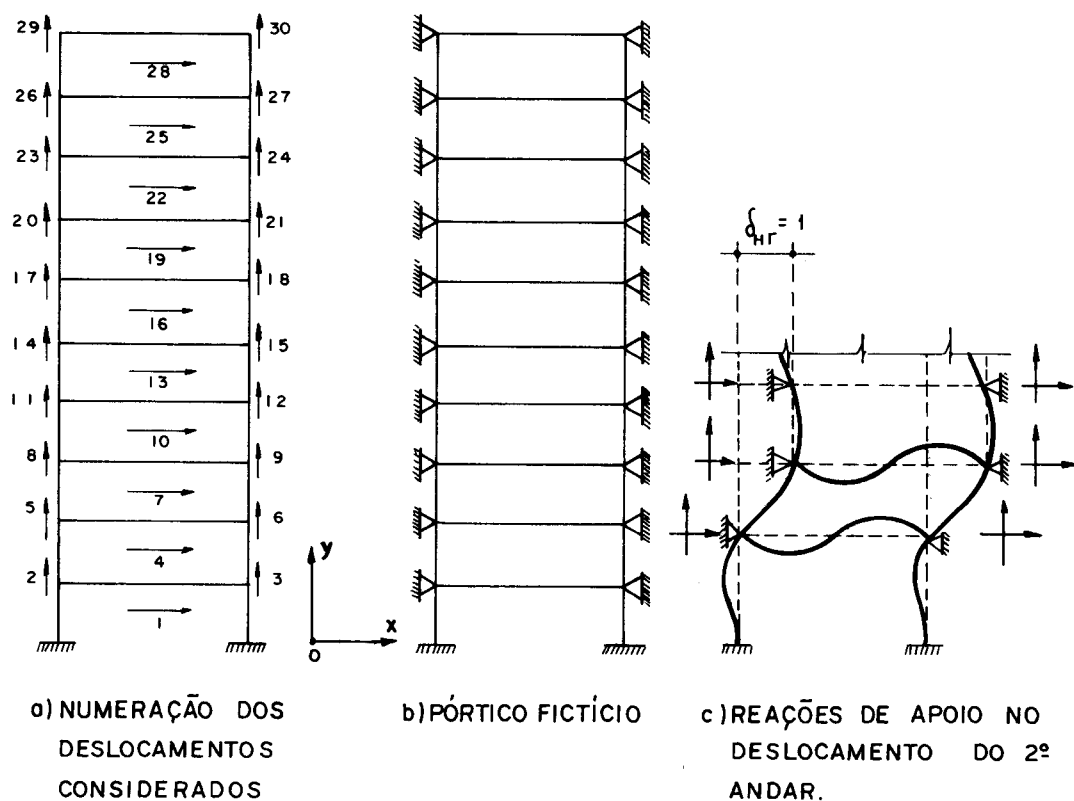


Fig. 5.3. PASSOS NA OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO PÓRTICO.

Em cada um dos 10 andares, o primeiro deslocamento será sempre o deslocamento horizontal relativo entre um andar e o imediatamente inferior, admitindo que as deformações axiais das vigas possam ser desprezadas; os outros dois corresponderão aos deslocamentos verticais absolutos dos nós, o 1º à esquerda e o 2º à direita.

No pórtico fictício da Fig. 5.3.b, são impedidos os deslocamentos considerados no pórtico de origem (deslocamentos horizontais relativos e deslocamentos verticais), podendo a rotação dos nós ocorrer livremente.

Na Fig. 5.3.c. mostra-se um dos deslocamentos unitários impostos (deslocamento horizontal relativo no

2º andar), o deslocamento (4), ao qual corresponde a 4ª coluna (ou linha) da matriz de rigidez.

Os coeficientes da matriz de rigidez correspondentes aos deslocamentos horizontais relativos são, de acordo com o conceito de esforços e deslocamentos generalizados, forças cortantes totais no pórtico, ao nível do deslocamento considerado. Esses esforços são obtidos fazendo-se a soma acumulada das reações horizontais de apoio, de cima para baixo, até o nível do deslocamento imposto.

Por outro lado, os coeficientes da matriz de rigidez correspondentes aos deslocamentos absolutos verticais nos nós consistem nas próprias reações de apoio, que atuam segundo as direções dos mesmos.

Desta forma, impondo deslocamento horizontal relativo entre o segundo andar e o primeiro, podem-se obter os coeficientes de rigidez da 4ª coluna da matriz, através das reações de apoio do problema da Fig. 5.3.c., o que é estendido aos demais deslocamentos, como será visto no exemplo do ítem 5.7.1.

5.7.1 - Exemplo de obtenção da matriz de rigidez

Neste ítem serão determinados os coeficientes de rigidez relativos a um painel do tipo mostrado na Fig. 5.3, retirado do conjunto dos pórticos periféricos da estrutura do edifício do EXEMPLO I.

Nesse pórtico, dotado de vigas de 259,0 cm de comprimento (seção de 22x40) e duas prumadas de pilares de pé-direito igual a 300,0 cm (seção de 22x40cm) será determinada a matriz de rigidez, nos casos em que são consideradas ou desprezadas as deformações axiais dos pilares, para que se possa analisar o efeito desses fatores, no comportamento do edifício.

5.7.1.1 - Considerando o efeito dos deslocamentos axiais

Nesse caso, a numeração a ser usada é a mesma indicada na Fig. 5.3.a., sendo a obtenção dos coeficientes feita da seguinte forma:

- a) coeficientes de rigidez correspondentes aos deslocamentos horizontais relativos.

Seja, por exemplo, a determinação da 1ª coluna da matriz de rigidez do painel em análise, correspondente à imposição do deslocamento horizontal relativo unitário, no 1º andar. A imposição desse deslocamento, ao nível do 1º andar, é mostrada "esquematicamente" na Fig. 5.4.a. e provoca, nas extremidades das barras verticais do 1º andar, o aparecimento de coeficientes de rigidez, mostrados na Fig. 5.4.b., os quais são fornecidos ao programa que resolve "PÓRTICOS PLANOS", sob a forma de cargas externas.

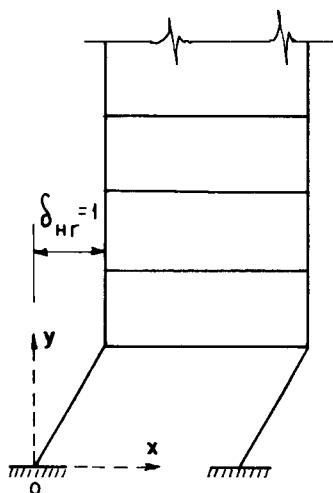


Fig. 5.4.a) "ESQUEMA" DO PÓRTICO COM DISTORÇÃO NO 1º ANDAR.

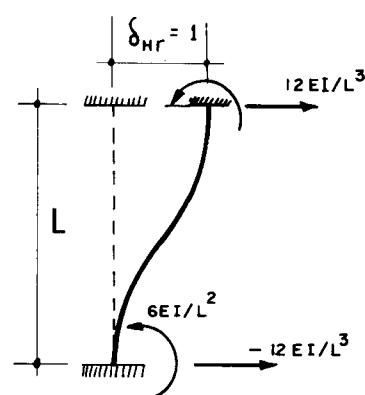


Fig. 5.4.b- COEFICIENTES DE RIGIDEZ.

No caso particular do exemplo abordado, o momento de inércia tomado para os pilares, como já foi diversas vezes comentado, corresponde à metade do momento de inércia do pilar, relativamente ao eixo radial do edifício que passa pelo seu centro de gravidade.

As listas de restrições de nós são impostas da forma indicada na Fig. 5.3.b, resultando, ao final, em todos os nós impedidos, reações de apoios à ação do carregamento mencionado, obtendo-se os coeficientes da matriz conforme foi comentado em 5.7.

Com os dados do edifício em questão, tomando $E = 280,0 \text{ tf/cm}^2$, foram obtidas as seguintes reações de apoio, mostradas na Fig. 5.5.a, na qual os números dentro dos retângulos, em cada andar, correspondem à soma acumulada dos esforços horizontais, de cima para baixo.

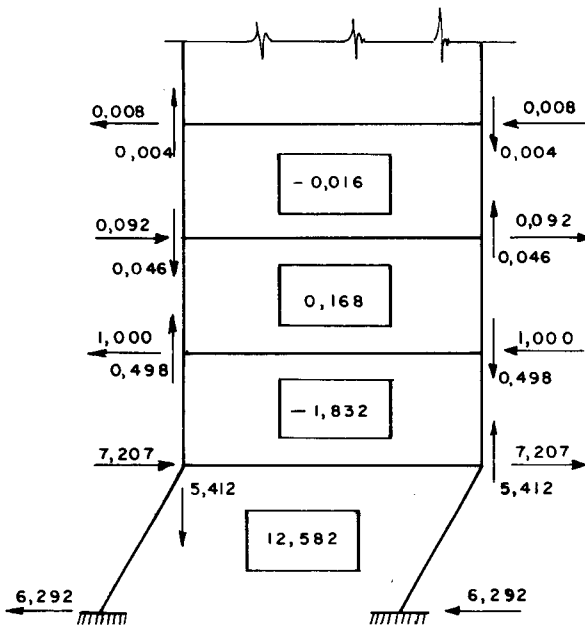


Fig. 5.5.a) REAÇÕES DE APQIO

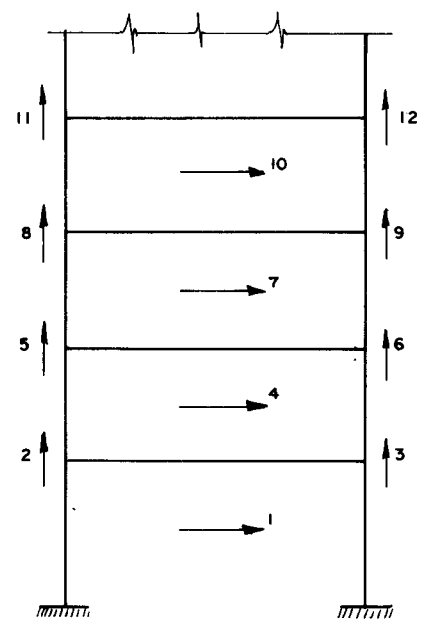


Fig. 5.5.b) NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS CONSIDERADOS.

De acordo com o que está indicado nas Figs. 5.5.a e 5.5.b, a 1ª coluna da matriz de rigidez do painel terá os coeficientes:

$$\begin{aligned} S_{11} &= 12,582 & S_{21} &= -5,412 & S_{31} &= 5,412 \\ S_{41} &= -1,832 & S_{51} &= 0,498 & S_{61} &= -0,498 \\ S_{71} &= 0,168 & S_{81} &= -0,046 & S_{91} &= 0,046 \\ S_{10,1} &= -0,016 & S_{11,1} &= 0,004 & S_{12,1} &= -0,004 \end{aligned} \quad \dots (5.30)$$

Pelos resultados apresentados, verifica-se o rápido "amortecimento" sofrido pelos coeficientes, a partir do 2º andar, o que justifica considerar nulos os coeficientes obtidos acima do 3º andar.

O procedimento aqui exposto, estendido aos outros andares, possibilitará a obtenção das demais linhas da matriz, correspondente a esse tipo de deslocamento imposto. Para economizar trabalho do leitor em caso de utilização deste processo, observe-se que os andares próximos da meia altura do edifício, por causa do rápido "amortecimento", terão os mesmos coeficientes, sendo necessário calculá-los apenas uma vez; somente em andares próximos da base ou do topo, a obtenção dos coeficientes mostra alterações de andar para andar (vide matriz de rigidez do painel).

b) Coeficiente de rigidez relativos aos deslocamentos verticais dos nós

Seja, por exemplo, determinar os coeficientes da 5ª coluna da matriz de rigidez, correspondente ao deslocamento vertical do nó j da Fig. 5.6.a, tomado positivo para cima. Esse deslocamento provoca o aparecimento de es

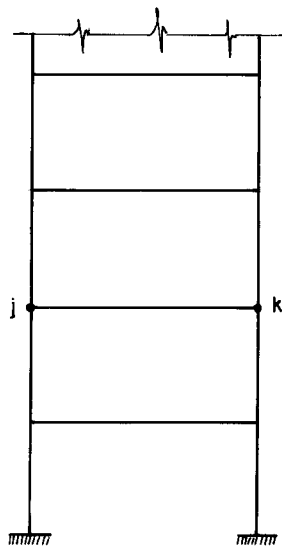


Fig. 5.6.a) DESLOCAMENTO VERTICAL DO NO' j.

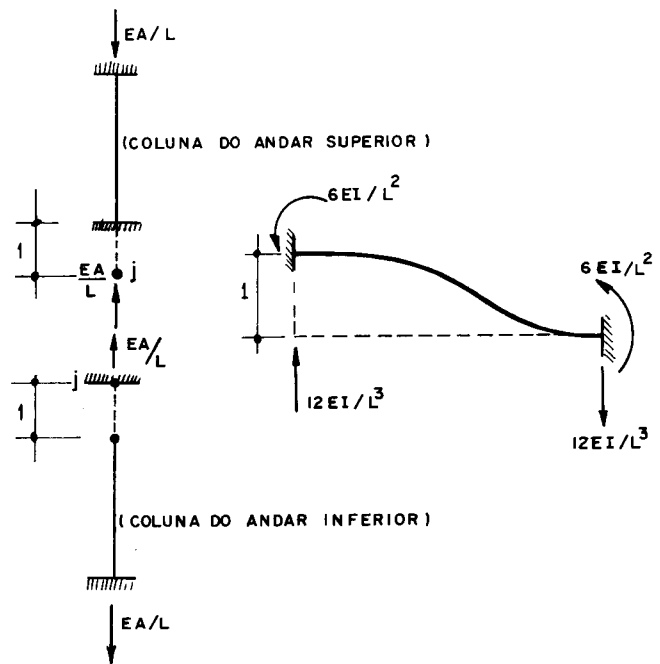


Fig. 5.6.b) COEFICIENTES DE RIGIDEZ .

forços nas extremidades das barras que concorrem no nó em análise (Fig. 5.6.b), os quais são dados ao programa de "PÓRTICOS PLANOS" sob a forma de cargas atuantes sobre essas barras. Devido à simetria, os resultados encontrados repetem-se para a 6ª coluna, em valor absoluto.

Os resultados encontrados, impondo deslocamento vertical unitário segundo (5), foram:

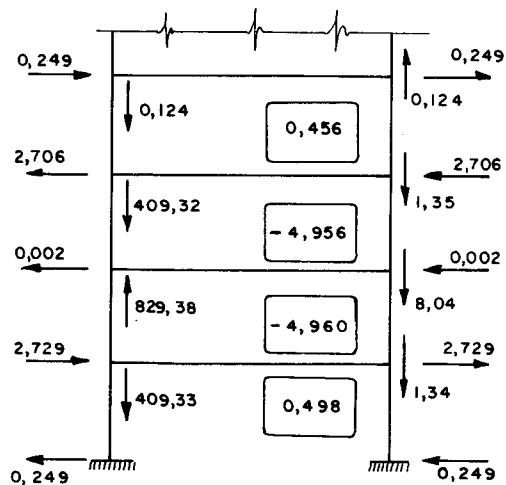


Fig. 5.7.0) REAÇÕES DE APOIO

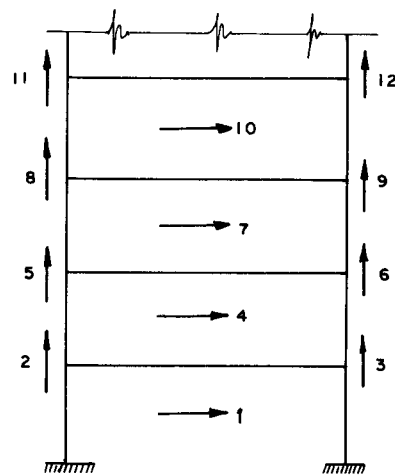


Fig. 5.7.b) NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS CONSIDERADOS.

$$\begin{aligned}
 S_{15} &= 0,498 & S_{25} &= -409,33 & S_{35} &= -1,34 \\
 S_{45} &= -4,96 & S_{55} &= 829,38 & S_{65} &= -8,04 \\
 S_{75} &= -4,956 & S_{85} &= -409,32 & S_{95} &= -1,35 \\
 S_{10,5} &= 0,456 & S_{11,5} &= -0,124 & S_{12,5} &= 0,124
 \end{aligned}
 \dots (5.31)$$

Com esses resultados, verifica-se a igualdade dos coeficientes S_{15} e S_{51} , de (5.30) e (5.31), o que era esperado, dada a simetria da matriz de rigidez.

5.7.1.2 - Considerando os pilares rígidos à força normal

Neste caso, a numeração dos deslocamentos considerados deve sofrer alteração, passando a ser numerados somente os deslocamentos relativos horizontais, em ordem crescente da base para o topo.

A fim de considerar desprezível o efeito das de formações axiais dos pilares sobre a elástica do conjunto, deve-se vincular os nós, impedindo movimentos na direção vertical (Fig. 5.8); as reações de apoio encontradas não são levadas em consideração na montagem da matriz do painel, que é a seguinte:

- Impedindo os deslocamentos verticais

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12,582	-1,832	0,168							
2	-1,832	10,92	-1,68	0,152						
3	0,618	-1,68	10,904	-1,68	0,152					
4		0,152	-1,68	10,92	-1,68	0,152				
5			0,152	-1,68	10,92	-1,68	0,152			
6				0,152	-1,68	10,92	-1,68	0,156		
7					0,152	-1,68	10,92	-1,678	0,152	
8						0,156	-1,678	10,906	-1,678	0,152
9							0,152	-1,678	10,902	-1,642
10								0,152	-1,642	10,546

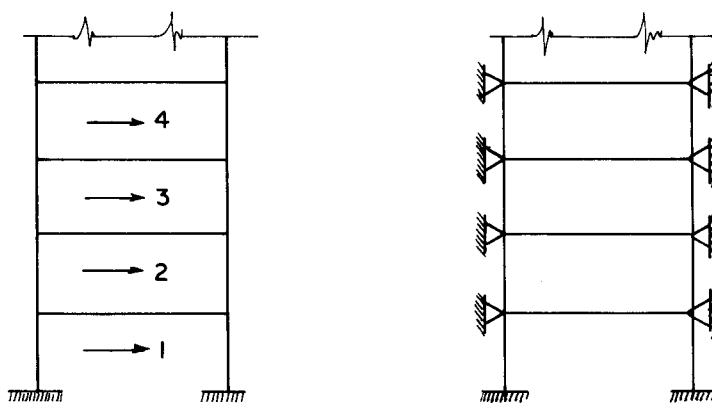


Fig. 5.8 - NUMERAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS; NÓS VINCULADOS

5.8 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO PROCESSO

A estrutura utilizada é a mesma anteriormente analisada no EXEMPLO I (Capítulos 2 e 3), respectivamente através do método de SCALZI e da técnica do meio contínuo, e encontra-se desenhada na Fig. 5.2.a. Os resultados, levando em conta os deslocamentos axiais dos pilares, são comparados com os obtidos quando se desprezam esses deslocamentos, a fim de avaliar a importância de seu efeito no comportamento da estrutura. Algumas comparações são feitas também com os resultados anteriormente conhecidos, encontrados nos capítulos mencionados.

Verifica-se que os esforços cortantes que solicitam os diversos painéis, bem como os deslocamentos do edifício, obtidos por tratamento discreto e contínuo, resultam bastante próximos. Na tabela 5.2, são apresentados somente os esforços sobre os painéis mais solicitados, uma vez que todos os demais, nos dois processos de cálculo, podem ser obtidos através destes pelo uso das constantes de orientação dos painéis, que são dependentes de sua distribuição em planta.

TABELA 5.1 - ELÁSTICA DO CONJUNTO (em cm)

ANDAR	DISCRETO		CONTÍNUO
	considerando desloc.axiais	desprezando desloc.axiais	desprezando desloc.axiais
10	1,70	1,55	1,63
9	1,65	1,52	1,58
8	1,57	1,46	1,51
7	1,46	1,37	1,40
6	1,32	1,26	1,27
5	1,16	1,11	1,11
4	0,96	0,93	0,91
3	0,74	0,72	0,69
2	0,49	0,48	0,44
1	0,22	0,22	0,15

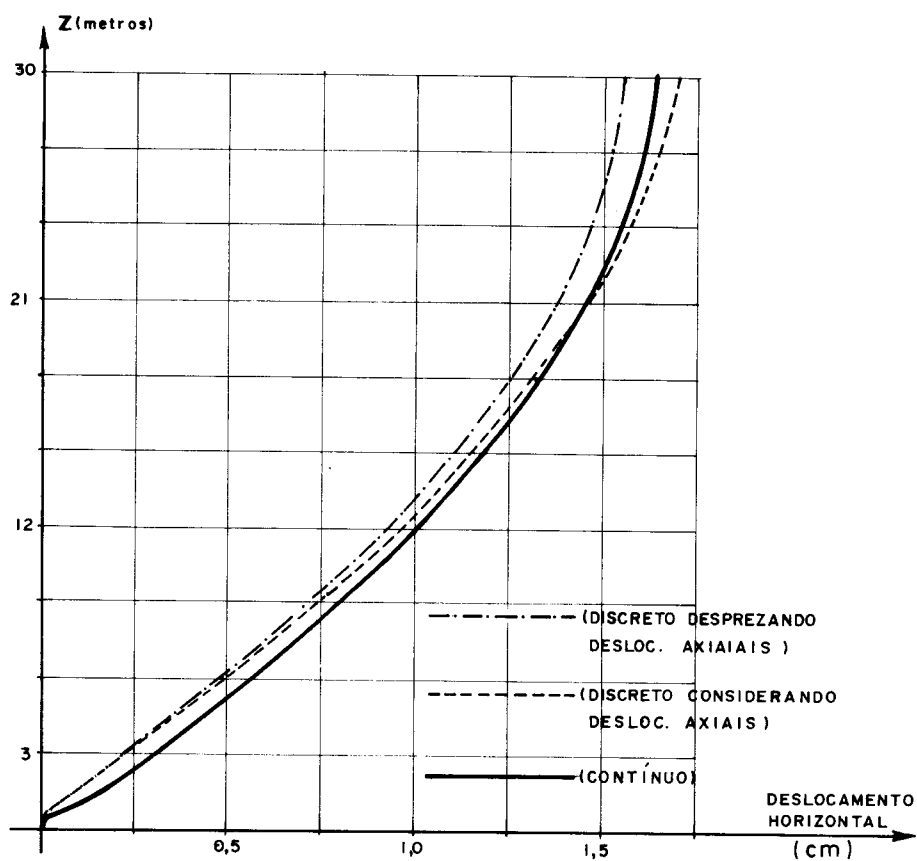


Fig. 5.9 - ELÁSTICA DO CONJUNTO

TABELA 5.2 - FORÇA CORTANTE NOS PAINÉIS MAIS SOLICITADOS

ANDAR	DISCRETO (tf)		CONTÍNUO (tf)
	considerando desloc.axiais	desprezando desloc.axiais	desprezando desloc.axiais
10	0,225	0,225	0,225
9	0,451	0,451	0,451
8	0,676	0,676	0,676
7	0,901	0,901	0,902
6	1,126	1,126	1,127
5	1,352	1,352	1,352
4	1,578	1,578	1,578
3	1,803	1,803	1,803
2	2,028	2,028	2,029
1	2,254	2,254	2,254

Os deslocamentos axiais dos pilares, obtidos junto aos deslocamentos horizontais dos andares, não serão apresentados neste trabalho, pelo fato dos valores encontrados serem excessivamente pequenos, da ordem de alguns décimos de milímetros.

Segundo os resultados mostrados nas tabelas 5.1 e 5.2, pode-se concluir que o efeito dos deslocamentos axiais dos pilares sobre o valor das forças cortantes nos painéis, é sensivelmente desprezível, para as condições do edifício em estudo. Quanto ao efeito provocado por esses deslocamentos, sobre a elástica do conjunto (todo o edifício desloca-se apenas segundo o eixo Ox), percebe-se que vai aumentando da base para o topo, podendo-se deduzir que esse efeito se fará sentir de forma não desprezível à medida que o edifício aumente em altura.

Isso deve-se ao fato de que deslocamentos axiais diferenciais nos pilares do edifício, em um certo andar k, provocam neste, rotações contidas em planos verticais, e consequentemente deslocamentos horizontais nos andares acima, com valor proporcional às distâncias destes ao andar k.

5.8.2 - 2º Exemplo: Edifício contendo pórticos periféricos, tangenciais e radiais, ligados indiretamente ao núcleo

Neste ítem será analisada a estrutura do edifício da Fig. 5.10 (Exemplo III), calculada no Capítulo 3 utilizando a técnica do meio contínuo. A apresentação deste exemplo no trabalho, objetiva mostrar ao leitor um tipo de edifício no qual haja painéis de todos os tipos, indicando-se a maneira como é feita a determinação da matriz de rigidez do núcleo.

O conhecimento de resultados anteriormente obtidos permite que se teste a validade das duas técnicas empregadas e seus resultados possam ser comparados.

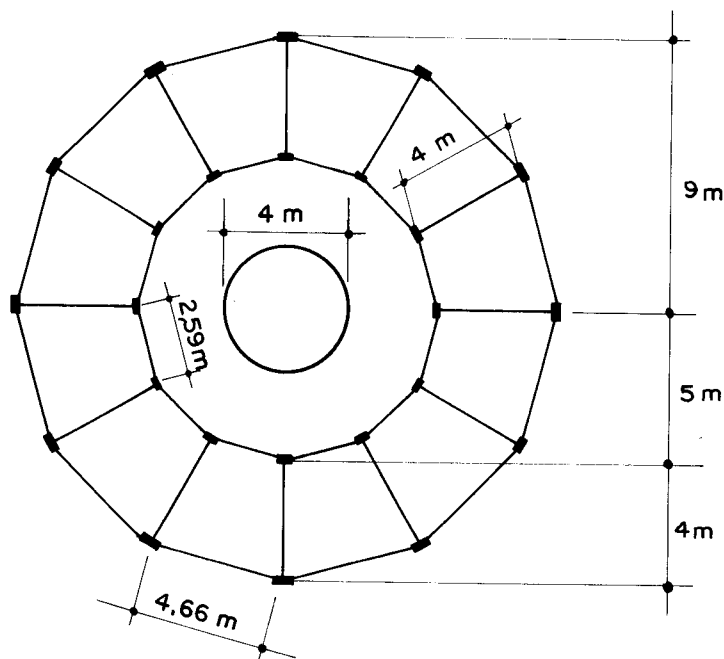


Fig. 5.10 - EDIFÍCIO EM PLANTA

O vento é suposto atuar num plano de carga que passa pelo centro do edifício em planta, sendo aplicado ao edifício através de cargas concentradas, aos níveis das lajes, com valores equivalentes aos de uma carga uniformemente distribuída de 1tf/m e de uma carga de $1,5\text{tf}$, concentrada no topo.

5.8.2.1 - Matrizes de rigidez dos painéis

- Pórticos

Os painéis periféricos, tangenciais e radiais terão suas respectivas matrizes de rigidez obtidas com base em procedimento apresentado no ítem 5.7, através da utilização de programa automático que resolve "PÓRTICOS PLANOS".

Neste exemplo, serão desprezados os deslocamentos axiais dos pilares e portanto, essas matrizes conterão unicamente coeficientes de rigidez referentes aos deslocamentos horizontais relativos entre os andares.

Devido ao rápido "amortecimento" sofrido por esses coeficientes, será admitido que o deslocamento horizontal de um certo andar afeta de forma apreciável apenas 2 andares acima e abaixo dele. Sendo NFI o número de andares onde essa interação é não desprezível, cada matriz de rigidez conterá em sua meia banda, NFI coeficientes, no caso igual a 3.

A seguir mostra-se a forma das matrizes de rigidez dos pórticos, segundo a ordem de entrada no programa, lembrando que essas matrizes são fornecidas por andar (linha), seguindo sua numeração.

a) Matriz de rigidez dos pórticos periféricos

20,898	-4,38	0,566							
-4,38	17,084	-3,886	0,502						
0,566	-3,886	17,02	-3,878	0,502					
	0,502	-3,878	17,02	-3,878	0,502				
		0,502	-3,878	17,02	-3,878	0,502			
			0,502	-3,878	17,02	-3,876	0,502		
				0,502	-3,876	17,02	-3,876	0,502	
					0,502	-3,876	17,02	-3,874	0,482
						0,582	-3,874	16,998	-3,712
							0,482	-3,712	15,756

b) Matriz de Rigidez dos pórticos tangenciais

8,584	-1,25	0,114							
-1,25	7,452	-1,144	0,106						
0,114	-1,144	7,442	-1,142	0,106					
	0,106	-1,142	7,442	-1,142	0,106				
		0,106	-1,142	7,442	-1,142	0,106			
			0,106	-1,142	7,442	-1,142	0,106		
				0,106	-1,142	7,442	-1,142	0,104	
					0,106	-1,142	7,442	-1,142	0,104
						0,104	-1,142	7,44	-1,122
							0,104	-1,122	7,194

c) Matriz de rigidez dos pórticos radiais

4,7	-0,743	0,089							
-0,743	4,048	-0,666	0,078						
0,089	-0,666	4,038	-0,664	0,078					
	0,078	-0,664	4,037	-0,660	0,075				
		0,078	-0,660	4,037	-0,660	0,075			
			0,075	-0,660	4,037	-0,663	0,077		
				0,075	-0,663	4,037	-0,664	0,075	
					0,077	-0,664	4,037	-0,662	0,075
						0,075	-0,662	4,033	-0,635
							0,075	-0,635	3,833

- Parede

A matriz de rigidez do núcleo é determinada impondo deslocamentos horizontais relativos entre os andares, conforme é mostrado na Fig. 5.11. O núcleo é considerado como se fosse uma viga contínua, engastada na base e apoiada ao nível de cada andar. Os deslocamentos relativos unitários entre andares j e $j-1$, provocam o aparecimento de ações de engastamento perfeito na barra do andar j , as quais entram nos programas que resolvem vigas contínuas como esforços aplicados em suas extremidades.

Esse procedimento, estendido aos dez andares, permite a obtenção de todos os coeficientes da matriz de rigidez do painel, cada qual com o significado de esforços cortantes nos andares, pois se está tratando com deslocamentos relativos.

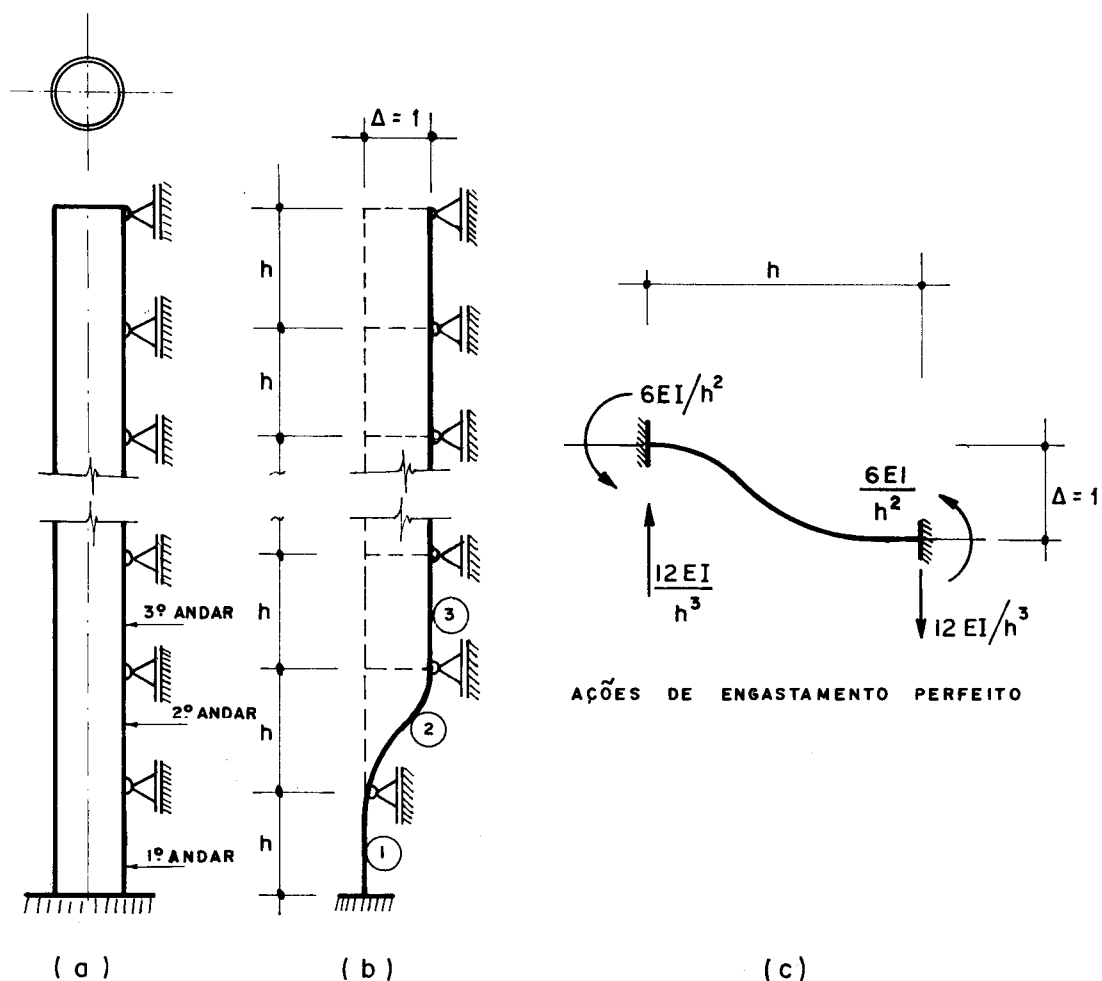


Fig. 5.11 - NÚCLEO COMO VIGA CONTÍNUA

No caso da Fig. 5.11.b, é imposto deslocamento horizontal relativo entre o 2º andar e o 1º, obtendo-se os elementos da 2ª linha da matriz de rigidez, que correspondem aos esforços cortantes que aparecem nos dez andares, devido à atuação dos esforços da Fig. 5.11.c sobre a barra (2), de comprimento h (altura do pé-direito) e momento de inércia I relativo à seção transversal do núcleo, para o qual foi tomado $E = 280 \text{ tf/cm}^2$.

Uma outra maneira de determinar os coeficientes da matriz seria impor os deslocamentos de nós, como mostra a Fig. 5.11.b, em programa STRESS, ao invés de fornecer os esforços nas extremidades das barras. Nesse caso, se se impuser deslocamento horizontal relativo entre anda

res j e $j-1$, todos os andares acima de j , deslocar-se-ão igualmente. Os resultados encontrados através dessa maneira são exatamente os mesmos que os obtidos quando são dados os esforços nas barras.

Obtidas as forças cortantes nas barras entre os diversos apoios, a matriz de rigidez resulta:

37411,2	-18404,7	4931,5	-1321,4	354,07	-94,87	25,42	-6,80	1,79	-0,35
-18404,7	23938,0	-14794,6	3964,2	-1062,2	284,6	-76,25	20,40	-5,37	1,07
4931,5	-14794,6	22970,6	-14535,4	3894,8	-1043,6	279,6	-74,82	19,69	-3,94
-1321,4	3964,2	-14535,4	22901,2	-14516,8	3889,7	-1042,2	278,88	-73,39	14,68
354,07	-1062,2	3894,8	-14516,8	22896,2	-14515,3	3889,0	-1040,7	273,87	-54,77
-94,87	284,6	-1043,6	3889,7	-14515,3	22895,4	-14513,9	3884,0	-1022,1	204,42
25,42	-76,25	279,6	-1042,2	3889,0	-14513,9	22890,4	-14495,3	3814,6	-762,9
-6,80	20,40	-74,82	278,88	-1040,7	3884,0	-14495,3	22821,0	-14236,1	2847,2
1,79	-5,37	19,69	-73,39	273,87	-1022,1	3814,6	-14236,1	21853,6	-10626,0
-0,35	1,07	-3,94	14,68	-54,77	204,42	-762,9	2874,2	-10626,0	8380,4

Pela análise da matriz verifica-se que se poderia tomar, conforme foi feito para os pórticos, meia banda de largura $NFI = 3$, sendo considerados tão somente os efeitos do deslocamento de um andar sobre dois outros vizinhos (acima e abaixo), uma vez que, S_{jk} , com $K > j+2$, resulta bem menor que S_{jj} , o que se pode verificar na 1ª linha da matriz, na qual o 4º coeficiente (-1321,4) representa, em módulo, apenas 3,5% do 1º coeficiente ($S_{11} = 37.411,2$).

Todavia, o Autor sugere ao usuário do programa, a utilização da matriz completa, com $NFI = 10$. Tal sugestão prende-se ao fato que, para a obtenção dos deslocamentos do edifício e do painel parede, um erro muito grande poderá ser cometido se se admitir $NFI = 3$, levando em conta o rápido "amortecimento" sofrido pelos coeficientes.

No caso do exemplo em questão, um erro da ordem de 500% foi encontrado quando se tomou $NFI = 3$ em lugar de considerar a matriz completa.

Isso ocorreu, fundamentalmente, pelo fato da matriz possuir grande "sensibilidade", de modo que pequenas alterações nos seus coeficientes, no momento de inverter a matriz global do edifício, acarretaram o aparecimento de resultados para esforços e deslocamentos, carentes de qualquer significado.

Essa constatação não se verificou quando se tomou $NFI = 3$ para as matrizes dos pórticos. O cálculo do pórtico "equivalente" isolado, nessas condições, forneceu resultados bem próximos aos encontrados através da técnica do meio contínuo, o que leva a crer que tal cuidado deva ser tomado apenas quando se tratar com a matriz da parede.

5.8.2.2 - Resultados

Os dados relativos ao carregamento, bem como às matrizes de rigidez e de "posição" de cada painel encontram-se na listagem apresentada a seguir, da forma como os mesmos são impressos pelo computador.

A fim de caracterizar melhor o comportamento do sistema pórtico-parede, para o mesmo carregamento, foram analisados isoladamente, o "pórtico equivalente" ao conjunto dos pórticos e o núcleo com parede, obtendo-se:

a) Para a parede isolada

ANDAR I	DESLOCAMENTO (cm)	
	CONTÍNUO	DISCRETO
10	0,816	0,818
9	0,705	0,707
8	0,596	0,597
7	0,488	0,489
6	0,383	0,384
5	0,285	0,285
4	0,195	0,195
3	0,117	0,117
2	0,056	0,056
1	0,015	0,015

b) Para o "pórtico equivalente"

ANDAR I	DESLOCAMENTO (cm)	
	CONTÍNUO	DISCRETO
10	1,488	1,397
9	1,461	1,370
8	1,407	1,316
7	1,326	1,235
6	1,218	1,126
5	1,082	0,991
4	0,920	0,829
3	0,731	0,640
2	0,514	0,423
1	0,271	0,186

c) Para o "conjunto"

ANDAR I	DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS (cm)	
	CONTÍNUO	DISCRETO
10	0,448	0,447
9	0,394	0,393
8	0,339	0,338
7	0,283	0,283
6	0,228	0,228
5	0,173	0,173
4	0,121	0,122
3	0,075	0,075
2	0,036	0,037
1	0,010	0,010

Na sequência são apresentados os resultados dos deslocamentos e esforços nos painéis, tendo sido escolhidos apenas o representante mais solicitado de cada um dos grupos, dado o volume das respostas. No caso do núcleo, sendo o carregamento centrado, ele pode ser substituído por apenas uma parede, disposta segundo a direção do vento. Uma outra parede, disposta em direção ortogonal à primeira, receberá esforços nulos e não se deslocará, como se pode comprovar através dos resultados. A numeração dos painéis é indicada na Fig. 5.1.a, sendo necessária ao entendimento da entrada e saída para o programa.

Através dos resultados mostrados na tabela acima, verifica-se que os processos contínuo e discreto, aplicados ao exemplo em questão, conduziram a valores bastante próximos para os deslocamentos horizontais do edifício.

- IMPRESSÃO DOS DADOS FORNECIDOS AO COMPUTADOR

ANALISE PELO METODO STAMATO

NF	NP	NL	NFI	NU
10	38	1	10	3

PAINEL	MU(I)	MUAC(I1)	SMU(I1)	TYPE(I1)
1	1	1	1	1
2	1	1	2	1
3	1	1	3	1
4	1	1	4	1
5	1	1	5	1
6	1	1	6	1
7	1	1	7	1
8	1	1	8	1
9	1	1	9	1
10	1	1	10	1
11	1	1	11	1
12	1	1	12	1
13	1	2	13	2
14	1	2	14	2
15	1	2	15	2
16	1	2	16	2
17	1	2	17	2
18	1	2	18	2
19	1	2	19	2
20	1	2	20	2
21	1	2	21	2
22	1	2	22	2
23	1	2	23	2
24	1	2	24	2
25	1	3	25	3
26	1	3	26	3
27	1	3	27	3
28	1	3	28	3
29	1	3	29	3
30	1	3	30	3
31	1	3	31	3
32	1	3	32	3
33	1	3	33	3
34	1	3	34	3
35	1	3	35	3
36	1	3	36	3
37	1	4	37	4
38	1	4	38	4

MUMAX	MUT
1	38

CARREGAMENTO EXTERNU
(SEGUNDO AS INCOGNITAS DESLOCAMENTOS DO PREDIO)

1	0.300000E	02
2	0.000000E	00
3	0.000000E	00
4	0.270000E	02
5	0.000000E	00
6	0.000000E	00
7	0.240000E	02
8	0.000000E	00
9	0.000000E	00
10	0.210000E	02
11	0.000000E	00
12	0.000000E	00
13	0.180000E	02
14	0.000000E	00
15	0.000000E	00
16	0.150000E	02
17	0.000000E	00
18	0.000000E	00
19	0.120000E	02
20	0.000000E	00
21	0.000000E	00
22	0.900000E	01
23	0.000000E	00
24	0.000000E	00
25	0.600000E	01
26	0.000000E	00
27	0.000000E	00
28	0.300000E	01
29	0.000000E	00
30	0.000000E	00

POSICAO DOS PAINELIS
(MATRIZ QUE TRANSFORMA DESLOCAMENTOS
DO SISTEMA NOS DOS PAINELIS)

1	0.259000E	00	0.966000E	00	0.100000E	01
2	0.707000E	00	0.707000E	00	0.100000E	01
3	0.966000E	00	0.259000E	00	0.100000E	01
4	0.966000E	00	0.259000E	00	0.100000E	01
5	0.707000E	00	0.707000E	00	0.100000E	01
6	0.259000E	00	0.966000E	00	0.100000E	01
7	0.259000E	00	0.966000E	00	0.100000E	01
8	0.707000E	00	0.707000E	00	0.100000E	01
9	0.966000E	00	0.259000E	00	0.100000E	01
10	0.966000E	00	0.259000E	00	0.100000E	01
11	0.707000E	00	0.707000E	00	0.100000E	01
12	0.259000E	00	0.966000E	00	0.100000E	01
13	0.259000E	00	0.966000E	00	0.556000E	00
14	0.707000E	00	0.707000E	00	0.556000E	00
15	0.966000E	00	0.259000E	00	0.556000E	00
16	0.966000E	00	0.259000E	00	0.556000E	00
17	0.707000E	00	0.707000E	00	0.556000E	00
18	0.259000E	00	0.966000E	00	0.556000E	00
19	0.259000E	00	0.966000E	00	0.556000E	00
20	0.707000E	00	0.707000E	00	0.556000E	00
21	0.966000E	00	0.259000E	00	0.556000E	00
22	0.966000E	00	0.259000E	00	0.556000E	00
23	0.707000E	00	0.707000E	00	0.556000E	00
24	0.259000E	00	0.966000E	00	0.556000E	00
25	0.100000E	01	0.000000E	00	0.000000E	00
26	0.866000E	00	0.500000E	00	0.000000E	00
27	0.500000E	00	0.866000E	00	0.000000E	00
28	0.000000E	00	0.100000E	01	0.000000E	00
29	0.500000E	00	0.866000E	00	0.000000E	00
30	0.866000E	00	0.500000E	00	0.000000E	00
31	0.100000E	01	0.000000E	00	0.000000E	00
32	0.866000E	00	0.500000E	00	0.000000E	00
33	0.500000E	00	0.866000E	00	0.000000E	00
34	0.000000E	00	0.100000E	01	0.000000E	00
35	0.500000E	00	0.866000E	00	0.000000E	00
36	0.866000E	00	0.500000E	00	0.000000E	00
37	0.100000E	01	0.000000E	00	0.000000E	00
38	0.000000E	00	0.100000E	01	0.000000E	00

- IMPRESSÃO DOS RESULTADOS

DESLOCAMENTOS ABSOLUTOS DOS ANDARES
(NA SEQUENCIA DA NUMERACAO ADOTADA)

1	0.1001966E-01
2	0.5502160E-12
3	0.1579064E-11
4	0.3655213E-01
5	0.2179294E-11
6	0.6481230E-11
7	0.7498499E-01
8	0.4796567E-11
9	0.1052986E-10
10	0.1215331E 00
11	0.8251985E-11
12	0.1347521E-10
13	0.1731589E 00
14	0.1236498E-10
15	0.1629348E-10
16	0.2275085E 00
17	0.1694122E-10
18	0.1924393E-10
19	0.2828614E 00
20	0.2177970E-10
21	0.2279606E-10
22	0.3380938E 00
23	0.2668027E-10
24	0.2738178E-10
25	0.3926493E 00
26	0.3149875E-10
27	0.3559289E-10
28	0.4465540E 00
29	0.3625273E-10
30	0.3547185E-10

DESLOCAMENTOS DOS PAINES
(DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS RELATIVOS)

DESLOCAMENTOS DO PAINEL 3
(DESLOCAMENTOS NA NUMERACAO ADOTADA)

1	0.9678999E-02
2	0.2563036E-01
3	0.3712614E-01
4	0.4496551E-01
5	0.4987054E-01
6	0.5250169E-01
7	0.5347089E-01
8	0.5335446E-01
9	0.5270065E-01
10	0.5207194E-01

DESLOCAMENTOS DO PAINEL 15
(DESLOCAMENTOS NA NUMERACAO ADOTADA)

1	0.9678999E-02
2	0.2563036E-01
3	0.3712614E-01
4	0.4496551E-01
5	0.4987054E-01
6	0.5250169E-01
7	0.5347089E-01
8	0.5335446E-01
9	0.5270065E-01
10	0.5207194E-01

DESLOCAMENTOS DO PAINEL 25
(DESLOCAMENTOS NA NUMERACAO ADOTADA.)

1	-0.1001966E-01
2	-0.2653246E-01
3	-0.3843285E-01
4	-0.4654814E-01
5	-0.5162582E-01
6	-0.5434958E-01
7	-0.5535289E-01
8	-0.5523236E-01
9	-0.5455554E-01
10	-0.5390470E-01

DESLOCAMENTOS DO PAINEL 37
(DESLOCAMENTOS NA NUMERACAO ADOTADA)

1	0.1001966E-01
2	0.2653246E-01
3	0.3843285E-01
4	0.4654814E-01
5	0.5162582E-01
6	0.5434958E-01
7	0.5535289E-01
8	0.5523236E-01
9	0.5455554E-01
10	0.5390470E-01

DESLOCAMENTOS DO PAINEL 38
(DESLOCAMENTOS NA NUMERACAO ADOTADA)

1	0.5502160E-12
2	0.1629078E-11
3	0.2617273E-11
4	0.3455417E-11
5	0.4112996E-11
6	0.4576244E-11
7	0.4838483E-11
8	0.4900563E-11
9	0.4818478E-11
10	0.4753986E-11

FORCA NOS PAINELIS
(FORCAS SEGUNDO OS DESLOCAMENTOS CONSIDERADOS)
FORCAS HORIZONTAIS ABSOLUTAS

FORCAS NO PAINEL	3
1	-0.1627514E 00
2	-0.1146488E 00
3	-0.7873767E-01
4	-0.4913649E-01
5	-0.2587875E-01
6	-0.8984589E-02
7	0.3029949E-02
8	0.2547014E-01
9	-0.1278756E 00
10	0.6505375E 00

FORCAS	NO PAINEL	
1	-0.8591378E-01	15
2	-0.6081794E-01	
3	-0.4155441E-01	
4	-0.2586724E-01	
5	-0.1369125E-01	
6	-0.4686231E-02	
7	0.1013152E-02	
8	0.8394220E-02	
9	-0.4272720E-01	
10	0.3211296E 00	

FORCAS	NO PAINEL	
1	0.4719393E-01	25
2	0.3353858E-01	
3	0.2278142E-01	
4	0.1435421E-01	
5	0.7558877E-02	
6	0.2488814E-02	
7	-0.3844435E-03	
8	-0.4950082E-02	
9	0.2273571E-01	
10	-0.1761163E 00	

FORCAS	NO PAINEL	
1	0.4827747E 01	37
2	0.4291144E 01	
3	0.3883883E 01	
4	0.3552010E 01	
5	0.3291143E 01	
6	0.3099849E 01	
7	0.2972578E 01	
8	0.2759952E 01	
9	0.4196115E 01	
10	-0.4092214E 01	

FORCAS	NO PAINEL	
1	-0.4291794E-09	38
2	-0.3214827E-09	
3	-0.1421170E-09	
4	-0.6438613E-10	
5	-0.3095208E-10	
6	-0.2038995E-10	
7	0.1393831E-09	
8	0.1214087E-08	
9	0.6321043E-10	
10	-0.3467324E-09	

As forças nos painéis, impressas pelo programa da forma como se indica acima, são aplicadas aos níveis dos andares; para obter os esforços cortantes nos painéis, é necessário fazer sua soma acumulada, do topo para a base. Comparando essas cortantes às que se obteve pelo processo contínuo (Tabelas 3.13 e 3.14), constata-se que há boa semelhança entre os resultados, nas cortantes da parede e dos pórticos.

5.9 - PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA DO PROCESSO

A análise do efeito do vento nos edifícios abordados neste trabalho, requereu a utilização de três programas para o computador, todos elaborados em linguagem FORTRAN.

Os dois primeiros são os que permitem a obtenção das matrizes de rigidez dos painéis, com base em procedimento sugerido por GERE e WEAVER⁽¹⁴⁾, por utilização do método dos deslocamentos colocado sob forma matricial.

São programas elaborados pelo Autor, para a resolução de pórticos planos e vigas contínuas, os quais, respectivamente, prestam-se à determinação dos coeficientes de rigidez dos painéis pórticos e do painel parede. Não serão apresentadas as rotinas relativas a esses programas, pois as mesmas encontram já grande divulgação em nosso meio.

O terceiro programa foi originalmente desenvolvido por STAMATO, em linguagem ALGOL, com base no procedimento do processo exposto neste capítulo (ítem 5.3). Posteriormente, OLIVEIRA⁽¹⁵⁾ promoveu a versão do programa para a linguagem FORTRAN, a qual sofreu alterações apresentadas em recente trabalho desenvolvido por LAIER⁽¹¹⁾.

A seguir apresenta-se uma descrição resumida do programa de análise de estruturas tridimensionais de edifícios altos, propiciando ao leitor os meios necessários à sua utilização prática.

5.9.1 - Composição do programa

O programa é sub-dividido em quatro sub-programas, ligados entre si por meio de comandos de carregamento LINK, os quais permitem o fracionamento do programa em seu todo, sendo utilizadas, de um programa para o outro, apenas as variáveis comuns, diminuindo desta forma a área de memória interna reservada para a execução do programa, au-

mentando a capacidade de armazenamento de variáveis.

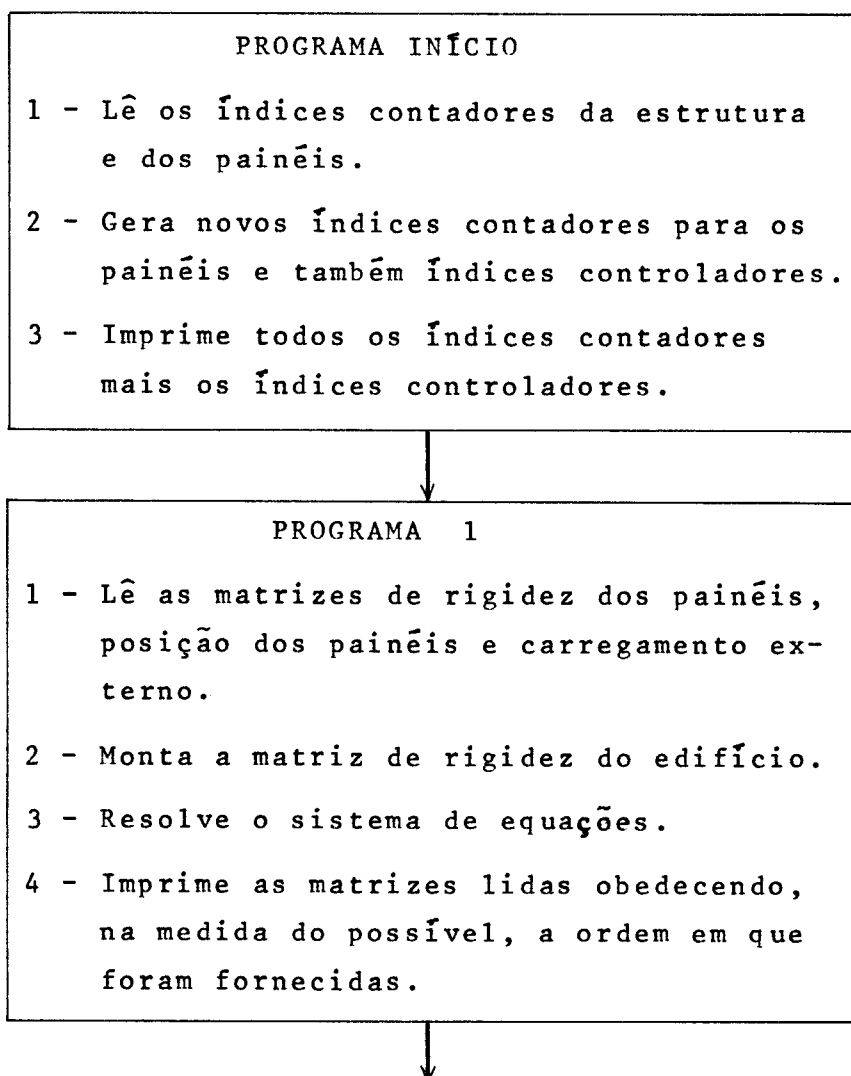
Esses programas, que compõem o programa principal, utilizam sete tipos diferentes de sub-rotinas, as quais são sub-divididas por imposição dos comandos DIMENSION, em várias outras, nas quais variam apenas as dimensões dos vetores e matrizes envolvidas.

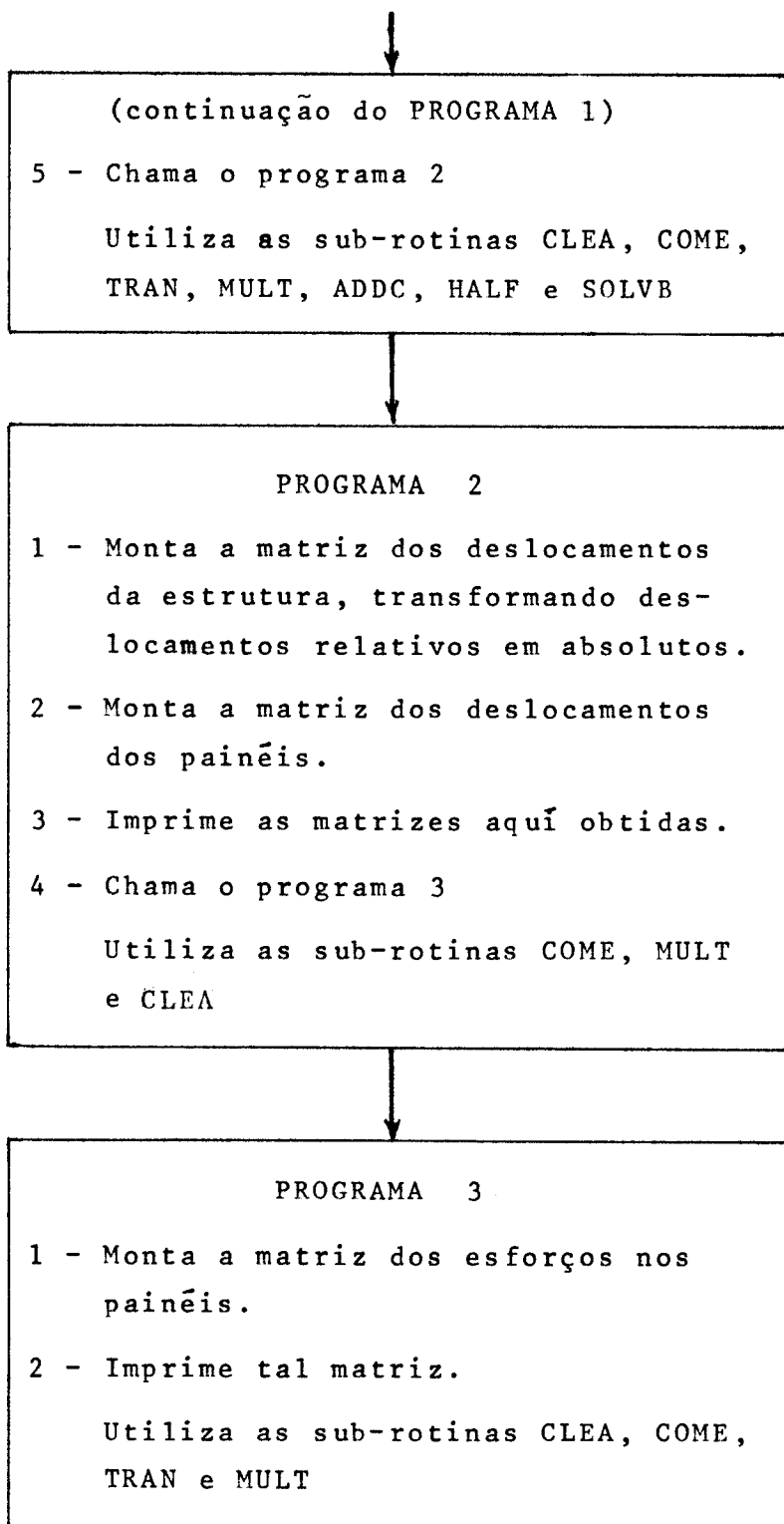
- 1 - MULT (A,B,C,N1,N2,N3) - Efetua a multiplicação da matriz A, de ordem $N1 \times N2$, pela matriz B, de ordem $N2 \times N3$, obtendo a matriz C, de ordem $N1 \times N3$.
- 2 - CLEA (A,M,N) - Torna nulos os elementos da matriz A, de ordem $M \times N$.
- 3 - COME (A,I,J,B,K,L,M,N) - Retira da matriz A, a partir de um certo elemento A(I,J) para baixo e para a direita, uma sub-matriz de ordem $M \times N$, que é levada para a matriz B, a partir de um certo elemento B(K,L) para baixo e para a direita.
- 4 - TRAN (A,B,M,N) - Transpõe a matriz A, de ordem $M \times N$, armazenando a transposta na matriz B, de ordem $N \times M$.
- 5 - ADDC (A,I,J,B,K,L,M,N) - Adiciona na matriz B, a partir de um certo elemento B(K,L) para baixo e para a direita, uma sub-matriz, de ordem $M \times N$, retirada da matriz A, a partir de um certo elemento A(I,J) para baixo e para a direita.
- 6 - SOLVB (A,B, HB,N,NL) - Resolve pelo processo de GAUSS um sistema de equações $A * X = B$, fazendo com que a matriz solução X, de ordem $N \times NL$, ocupe a mesma área de memória reservada para a matriz B, também de ordem $N \times NL$. A matriz A, de ordem $N \times N$, é simétrica e em banda diagonal, sendo fornecida sob forma de meia banda, de ordem $HB \times M$.
- 7 - HALF (A,NF,NU,NFI) - Elimina na matriz A, de ordem $NF * NU \times NFI * NU$, composta, portanto, de $NF * NFI$ sub-matrizes quadradas A(I,J), de ordem $NU * NU$, os elementos si

tuados abaixo das diagonais principais das sub-matrizes $A(I,1)$ e reagrupa "in situ", deslocando as linhas para a esquerda, de modo que a primeira coluna A fique com as diagonais principais de $A(I,1)$, completando com elementos nulos a direita.

A seguir apresenta-se o fluxo da programação, com indicação do que é efetuado em cada um dos quatro sub-programas e quais são as sub-rotinas utilizadas em cada um.

A listagem do programa e a discriminação das operações básicas, ambas apresentadas no ítem 5.10. virão completar com maiores detalhes esse diagrama sumário.





As explicações a respeito da composição do programa, fluxograma e listagem foram extraídas, em boa parte, do trabalho de LAIER⁽¹¹⁾, onde se encontram expostas de forma bastante apropriada à utilização prática.

5.9.2 - Notação das variáveis

Na tabela 5.3, que se segue, indicam-se os nomes das diversas variáveis envolvidas no programa, bem como seus respectivos significados. Na listagem propriamente dita, por força das restrições impostas pela codificação, pequena parte dessa notação poderá ter sofrido ligeiras modificações.

TABELA 5.3 - NOTAÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS

NOTAÇÃO	IDENTIFICADORES
NF	Número de andares
NP	Número de painéis
NL	Número de sistemas de carregamento
NFI	Número de andares onde a interação é considerada
NU	Número de deslocamentos do edifício considerados por andar
MU(I)	Número de deslocamentos do painel I considerados por andar
MUMAX	O maior dos valores MU(I)
TYPE(I)	Tipo do painel I
MUAC(J)	Soma dos MU(I), acumulada de 1 até J, só considerando os painéis de tipo diferente.
MUT	Soma dos MU(I) para todos os painéis
PS(I,J)	Matriz de rigidez dos painéis, fornecida só para tipos diferentes de painéis em forma de meia banda e por coluna
P(I,J)	Matriz de posição dos painéis, constituída das sub-matrizes $b(I)$ (equação(5.18)) fornecidas segundo a numeração dos painéis

TABELA 5.3 (continuação)

LOAD(I,J)	Matriz de carga externa da estrutura segundo os deslocamentos considerados
TS(I,J)	Matriz de rigidez do edifício, determinada e armazenada em forma de meia banda análoga à de PS(I,J), também por coluna
PMOV(I,J)	Matriz de deslocamento dos painéis, constituída de sub-matrizes relativas aos painéis na mesma sequência adotada para a numeração dos deslocamentos
PLOAD(I,J)	Matriz de cargas nos painéis, determinada de modo análogo à PMOV(I,J)

Outras variáveis, que constem da programação e não da TABELA 5.3, têm caráter meramente auxiliar, sendo seu emprego compreendido com facilidade na análise da listagem.

Os vetores e matrizes envolvidos no programa têm suas dimensões especificadas através de cartões comentários, distribuídos ao longo da programação em pontos de interesse .

5.9.3 - Montagem das listas de dados do programa

Os grupos de dados que alimentam o programa, são apresentados com detalhe na Tabela 5.4, seguindo a sequência de entrada, que é a seguinte:

- a) Índices contadores da estrutura - consistem nos números de andares, de painéis, de carregamentos distintos, de andares que se interagem (três, por exemplo, por causa do rápido "amortecimento") e dos deslocamentos incógnitos por andar.

- b) Índices contadores de cada painel - consistem nos números de deslocamentos do painel por andar e do tipo do painel, admitindo que possam haver vários tipos na estrutura.
- c) matriz de rigidez dos painéis - seja o painel pórtico ou parede, sua matriz de rigidez deve ser previamente conhecida, sendo fornecida ao programa como se indica na Tabela 5-4.
- d) posição dos painéis - cada painel deve ter sua posição fixada, relativamente às coordenadas do sistema
- e) matriz do carregamento externo - consistem nos valores das cargas externas, aplicadas por andar e por tipo de carregamento fornecido.

TABELA 5.4 - ENTRADA DOS DADOS NO PROGRAMA

DADOS		Nº DE CARTÕES	VALORES NUMÉRICOS
A	Índices contadores da estrutura (Número de andares, painéis, carregamentos, andares que se interagem, deslocamentos por andar)	1	NF, NP, NL, NFI, NU
B	Índices contadores dos painéis (Número de deslocamentos incógnitos por andar e tipo do painel na sequência da numeração adotada para os painéis - um cartão para cada painel)	NP	MU(I), TYPE(I)
C	Matriz de rigidez dos painéis (Deve ser fornecida somente meia banda e por coluna, segundo a numeração adotada para os deslocamentos considerados e tipos)	$2 * MUAC(NP+1) * NF$	PS
D	Matriz de posição dos painéis (Deve ser fornecida linha por linha, uma em cada cartão)	MUT	P
E	Matriz do carregamento externo (Deve ser fornecida segundo a numeração adotada para os andares, um cartão para cada andar, e na sequência adotada para os carregamentos)	NF * NL	LOAD

5.9.3.1 - EXEMPLO DE PREPARAÇÃO DE DADOS

No intuito de ter facilitada a exposição, será feita a elaboração dos dados a serem fornecidos ao programa, utilizando o exemplo I, correspondente à estrutura mostrada na Fig. 5.2.a, constituída de 10 andares idênticos, cada qual com pé-direito de 3,0m. O sistema de referência dextrorso Oxyz foi escolhido com origem O no centro geométrico da base do edifício, tendo o eixo Oz sentido positivo para cima. Os deslocamentos incógnitos do edifício e dos painéis, estes representados por um painel-tipo, são numerados de baixo para cima, numeração essa representativa de todos os andares, dada a regularidade da geometria do prédio, em planta e elevação.

- ÍNDICES CONTADORES DA ESTRUTURA

São fornecidos em um único cartão, com 10 espaços reservados para cada valor.

NF = 10 (dez andares)

NP = 12 (doze painéis)

NL = 1 (apenas um carregamento foi analisado)

NFI = 3 (com base no rápido "amortecimento" sofrido pelos coeficientes da matriz de rigidez dos painéis, correspondentes aos deslocamentos horizontais relativos entre os andares, vai-se admitir que o deslocamento horizontal de um andar só provoca efeitos consideráveis dois andares acima e abaixo).

NU = 15 (três deslocamentos do diafragma e 12 deslocamentos verticais nos pilares, se forem considerados os deslocamentos axiais dos mesmos) ou NU = 3 (apenas do diafragma, se forem desprezados os deslocamentos axiais dos pilares).

- ÍNDICES CONTADORES DOS PAINÉIS

São fornecidos através de um cartão para cada painel, (no caso 12), sendo reservadas 10 posições para cada valor.

Neste exemplo, todos os painéis são iguais, razão pela qual os cartões serão sempre correspondentes a um painel de apenas um tipo, no qual o número de deslocamentos por andar, depende de se considerar ou não o efeito dos deslocamentos axiais.

PAINEL	TYPE (I)	MU(I)	
(I)	(tipo)	considerando efeito	desprezando efeito
1	1	3	1
2	1	3	1
3	1	3	1
...
12	1	3	1

- MATRIZES DE RIGIDEZ DOS PAINÉIS

São fornecidas somente para painéis de tipos diferentes, na mesma sequência adotada para os tipos. No exemplo, em particular, apenas uma matriz foi fornecida, procurando-se ler cada linha em um cartão, dependendo do formato adotado para a leitura.

Conforme sejam ou não considerados desprezíveis os deslocamentos axiais dos pilares, a ordem da matriz de rigidez, evidentemente deverá sofrer alteração. Desprezando o efeito desses deslocamentos, a matriz de rigidez fornecida é a que foi apresentada em 5.7.1.2.a, sendo cada linha lida em um cartão, como segue:

			linha
12,582	-1,832	0,168	1
10,920	-1,680	0,152	2
10,904	-1,680	0,152	3
10,920	-1,680	0,152	4
... (ordem 10x3)
10,906	-1,678	0,152	8
10,902	-1,642	0	9
10,546	0	0	10

No caso de serem considerados os deslocamentos axiais, a matriz de rigidez, que passa a ter ordem de 10 x 9, fica com a forma mostrada na Tabela 5.5, que é a maneira como ela será impressa pelo computador.

Na elaboração dos dados, apenas a 1ª linha conterá os nove elementos; na segunda linha, serão fornecidos oito valores e o último nulo; na décima linha, será fornecido um valor não nulo e oito valores nulos, da mesma forma como se procedeu à montagem dos dados da matriz anterior.

TABELA 5.5 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO PAINEL
(considerando o efeito dos desloc. axiais dos pilares)

MATRIZ DE RIGIDEZ DOS PAINÉIS
(NA ORDEM DA NUMERAÇÃO ADOTADA)

1	0.125820E 02	-0.541200E 01	0.541200E 01	0.183200E 01	0.498000E 00	-0.498000E 00	0.168000E 00	-0.460000E-01	0.460000E-01
2	-0.541200E 01	0.829510E 03	-0.817000E 01	-0.491400E 01	-0.409330E 03	0.409330E 03	0.452000E 00	0.123000E 00	0.123000E 00
3	0.541200E 01	-0.817000E 01	0.829510E 03	0.491400E 01	-0.409330E 03	-0.409330E 03	-0.452000E 00	0.123000E 00	-0.123000E 00
4	0.109200E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
5	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
6	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
7	6.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
8	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
9	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
10	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
11	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
12	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
13	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
14	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
15	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
16	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
17	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
18	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
19	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
20	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
21	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
22	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
23	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
24	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
25	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
26	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
27	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00
28	0.109040E 02	-0.495600E 01	0.495600E 01	0.168000E 01	0.456000E 00	-0.456000E 00	0.152000E 00	-0.420000E-01	0.420000E-01
29	-0.495600E 01	0.829380E 03	-0.804000E 01	-0.495600E 01	-0.409320E 03	0.409320E 03	0.456000E 00	0.124000E 00	0.124000E 00
30	0.495600E 01	-0.804000E 01	0.829380E 03	0.495600E 01	-0.409320E 03	-0.409320E 03	-0.456000E 00	0.124000E 00	-0.124000E 00

- MATRIZ POSIÇÃO DOS PAINÉIS

Essa matriz é fornecida como composta de todas as matrizes $b(I)$, sendo cada uma de suas linhas fornecidas em um cartão, no qual são reservadas 5 posições para cada coeficiente desta matriz.

Novamente em referência ao exemplo em análise, observe-se que todas as matrizes $b(I)$ dos painéis são iguais, sofrendo também alterações em sua ordem, conforme sejam ou não considerados os deslocamentos axiais dos pilares.

a) Caso em que se desprezam os deslocamentos axiais

Através de $b(I)$, devem ser relacionados os deslocamentos do sistema (ao todo 3), com o deslocamento que ocorre no plano do painel, resultando, por linha:

POSIÇÃO DOS PAINÉIS
(MATRIZ QUE TRANSFORMA DESLOCAMENTOS DO SISTEMA NOS
DOS PAINÉIS)

1	-0.2590000E00	0.9660000E00	-0.1000000E01
2	-0.7070000E00	0.7070000E00	-0.1000000E01
3	-0.9660000E00	0.2590000E00	-0.1000000E01
4	-0.9660000E00	-0.2590000E00	-0.1000000E01
5	-0.7070000E00	-0.7070000E00	-0.1000000E01
6	-0.2590000E00	-0.9660000E00	-0.1000000E01
7	0.2590000E00	-0.9660000E00	-0.1000000E01
8	0.7070000E00	-0.7070000E00	-0.1000000E01
9	0.9660000E00	-0.2590000E00	-0.1000000E01
10	0.9660000E00	0.2590000E00	-0.1000000E01
11	0.7070000E00	0.7070000E00	-0.1000000E01
12	0.2590000E00	0.9660000E00	-0.1000000E01

- MATRIZ DO CARREGAMENTO EXTERNO (LOAD)

Esta matriz deve ser fornecida de modo que cada cartão contenha as solicitações segundo os deslocamentos incógnitos de um andar. Desse modo, a numeração dos andares e dos carregamentos deve ser respeitada na sequência dos cartões fornecidos.

Por outro lado, deve-se lembrar que, em cada andar, deve ser fornecida a respectiva força cortante e não a carga aplicada, pois está-se tratando com deslocamentos horizontais relativos. O mesmo cuidado deve ser tomado na interpretação dos resultados encontrados para os esforços e deslocamentos dos painéis (do conjunto não) que devem ser somados, de cima para baixo.

a) Desprezando os deslocamentos axiais dos pilares

CARREGAMENTO EXTERNO
(SEGUNDO AS INCÓGNITAS DESLOCAMENTOS DO PRÉDIO)

1	0.1400000E	02
2	0.0000000E	00
3	0.0000000E	00
4	0.1260000E	02
5	0.0000000E	00
6	0.0000000E	00
7	0.1120000E	02
8	0.0000000E	00
9	0.0000000E	00
10	0.9800001E	01
11	0.0000000E	00
12	0.0000000E	00
13	0.8400001E	01
14	0.0000000E	00
15	0.0000000E	00
16	0.7000000E	01
17	0.0000000E	00
18	0.0000000E	00
19	0.5600000E	01
20	0.0000000E	00
21	0.0000000E	00
22	0.4200000E	01
23	0.0000000E	00
24	0.0000000E	00
25	0.2800000E	01
26	0.0000000E	00
27	0.0000000E	00
28	0.1400000E	01
29	0.0000000E	00
30	0.0000000E	00

b) Considerando o efeito dos deslocamentos axiais

CARREGAMENTO EXTERNO
(SEGUNDO AS INCOGNITAS DESLOCAMENTOS DO PREDIO)

1 0.140000E 02	76 0.700000E 01
2 0.000000E 00	77 0.000000E 00
3 0.000000E 00	78 0.000000E 00
4 0.000000E 00	79 0.000000E 00
5 0.000000E 00	80 0.000000E 00
6 0.000000E 00	81 0.000000E 00
7 0.000000E 00	82 0.000000E 00
8 0.000000E 00	83 0.000000E 00
9 0.000000E 00	84 0.000000E 00
10 0.000000E 00	85 0.000000E 00
11 0.000000E 00	86 0.000000E 00
12 0.000000E 00	87 0.000000E 00
13 0.000000E 00	88 0.000000E 00
14 0.000000E 00	89 0.000000E 00
15 0.000000E 00	90 0.000000E 00
16 0.126000E 02	91 0.560000E 00
17 0.000000E 00	92 0.000000E 00
18 0.000000E 00	93 0.000000E 00
19 0.000000E 00	94 0.000000E 00
20 0.000000E 00	95 0.000000E 00
21 0.000000E 00	96 0.000000E 00
22 0.000000E 00	97 0.000000E 09
23 0.000000E 00	98 0.000000E 00
24 0.000000E 00	99 0.000000E 00
25 0.000000E 00	100 0.000000E 00
26 0.000000E 00	101 0.000000E 00
27 0.000000E 00	102 0.000000E 00
28 0.000000E 00	103 0.000000E 00
29 0.000000E 00	104 0.000000E 00
30 0.000000E 00	105 0.000000E 00
31 0.112000E 02	106 0.420000E 01
32 0.000000E 00	107 0.000000E 00
33 0.000000E 00	108 0.000000E 00
34 0.000000E 00	109 0.000000E 00
35 0.000000E 00	110 0.000000E 00
36 0.000000E 00	111 0.000000E 00
37 0.000000E 00	112 0.000000E 00
38 0.000000E 00	113 0.000000E 00
39 0.000000E 00	114 0.000000E 00
40 0.000000E 00	115 0.000000E 00
41 0.000000E 00	116 0.000000E 00
42 0.000000E 00	117 0.000000E 00
43 0.000000E 00	118 0.000000E 00
44 0.000000E 00	119 0.000000E 00
45 0.000000E 00	120 0.000000E 00
46 0.980000E 01	121 0.280000E 01
47 0.000000E 00	122 0.000000E 00
48 0.000000E 00	123 0.000000E 00
49 0.000000E 00	124 0.000000E 00
50 0.000000E 00	125 0.000000E 00
51 0.000000E 00	126 0.000000E 00
52 0.000000E 00	127 0.000000E 00
53 0.000000E 00	128 0.000000E 00
54 0.000000E 00	129 0.000000E 00
55 0.000000E 00	130 0.000000E 00
56 0.000000E 00	131 0.000000E 00
57 0.000000E 00	132 0.000000E 00
58 0.000000E 00	133 0.000000E 00
59 0.000000E 00	134 0.000000E 00
60 0.000000E 00	135 0.000000E 00
61 0.840000E 01	136 0.140000E 01
62 0.000000E 00	137 0.000000E 00
63 0.000000E 00	138 0.000000E 00
64 0.000000E 00	139 0.000000E 00
65 0.000000E 00	140 0.000000E 00
66 0.000000E 00	141 0.000000E 00
67 0.000000E 00	142 0.000000E 00
68 0.000000E 00	143 0.000000E 00
69 0.000000E 00	144 0.000000E 00
70 0.000000E 00	145 0.000000E 00
71 0.000000E 00	146 0.000000E 00
72 0.000000E 00	147 0.000000E 00
73 0.000000E 00	148 0.000000E 00
74 0.000000E 00	149 0.000000E 00
75 0.000000E 00	150 0.000000E 00

5.10 - LISTAGEM DO PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

A seguir, apresenta-se a listagem do programa nos seus diversos sub-programas e suas sub-rotinas. Uma explicação sumária de suas diversas fases é apresentada. No caso de haverem várias sub-rotinas idênticas com a mesma finalidade a explicação é fornecida apenas uma vez, pois a única diferença existente entre elas reside na alteração dos valores constantes nos comandos que definem as dimensões das matrizes no computador. A explicação do programa, aqui apresentada, foi retirada do trabalho de LAIER(11).

5.10.1 - Sub-rotina MULT

- 1 - Linhas 1 e 2 - Comandos iterativos em J1 e J3
- 2 - Linha 3 - Torna nulos os elementos C(J1,J3) da matriz C
- 3 - Linha 4 - Comando iterativo em J2
- 4 - Linha 5 - Efetua o produto da matriz A pela B ($A(J1,J2) * B(J2,J3)$), acumulando resultados parciais no elemento C(J1,J2) da matriz C
- 5 - Linhas 6 e 7 - Retorno ao programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.2 - Sub-rotina CLEA

- 1 - Linhas 1 e 2 - Comandos iterativos em J e K
- 2 - Linha 3 - Torna nulo o elemento A(J,K) da matriz A
- 3 - Linhas 4 e 5 - Retorno do programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.3 - Sub-rotina COME

- 1 - Linhas 1 e 2 - Comandos iterativos em G e H
- 2 - Linhas 3 até 6 - Rearranjo de índices
- 3 - Linha 7 - Torna, segundo a reorganização dos índices, um elemento da matriz B igual a um da matriz A.
- 4 - Linhas 8 e 9 - Retorno ao programa de origem e fim da execução da sub-rotina

5.10.4 - Sub-rotina TRAN

- 1 - Linhas 1 e 2 - Comandos iterativos em K e J
- 2 - Linha 3 - Torna o elemento B(K,J) da matriz B igual ao elemento A(J,K) da matriz A
- 3 - Linhas 4 e 5 - Retorno do programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.5 - Sub-rotina ADDC

- 1 - Linhas 1 e 2 - Comandos iterativos em G e H
- 2 - Linhas 3 até 6 - Rearranjo de índices
- 3 - Linha 7 - Adiciona, segundo a reorganização dos índices, um elemento da matriz A a um elemento da matriz B, armazenando o resultado na matriz B.
- 4 - Linhas 8 e 9 - Retorno ao programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.6 - Sub-rotina HALF

- 1 - Linha 1 e 2 - Comandos iterativos em J e K
- 2 - Linhas 3, 4 e 5 - Obtém as variáveis auxiliares J1NUK, K1 e NUNFI
- 3 - Linha 6 - Comando iterativo em I
- 4 - Linha 7 - Obtém a variável auxiliar IK1
- 5 - Linha 8 - Rearranja a matriz A composta de NF*NFI sub-matrizes A(I;J), de modo a deixar as diagonais principais de A(I,1) na primeira coluna de A, fazendo o elemento A(J1NUK*IK1) igual ao elemento A(J1NUK,I).
- 6 - Linha 9 - Novo comando iterativo em I
- 7 - Linha 10 - Obtém a variável auxiliar NUNF1
- 8 - Linha 11 - Torna nulo o elemento à direita A(J1NUK,NUNF1)
- 9 - Linhas 13 e 14 - Retorno ao programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.7 - Sub-rotina SOLVB

- 1 - Linha 1 - Testa o número de colunas da matriz A; caso for nulo volta ao programa de origem, se for um passa ao comando 2 (linha 2), executando a solução de modo imediato (linhas 2, 3 e 4), voltando em seguida ao programa de origem (linha 5); caso for mais que um passa ao comando 1 (linha 6)

- 2 - Linhas 6 até 32 - Efetua a triangulação da matriz A, tendo em vista que esta matriz é fornecida em somente meia banda por coluna.
- 3 - Linhas 33 até 54 - Resolve o sistema de equações tendo por base a matriz dos coeficientes A já triangular, ainda assim em forma de meia banda por coluna.
- 4 - Linhas 55 e 56 - Retorno ao programa de origem e fim da execução da sub-rotina.

5.10.8 - Programa UM (PROG1)

- 1 - Linhas 1 até 7 - Comandos que especificam matrizes e variáveis
- 2 - Linhas 8 até 11 - Obtém as variáveis auxiliares NP1, IPS, JPS e ILOAD
- 3 - Linhas 12 até 16 - Lê as matrizes de rigidez dos painéis PS, posição dos painéis P, e carregamento externo LOAD.
- 4 - Linha 17 - Chama a sub-rotina CLEA1 para a matriz de rigidez do edifício TS
- 5 - Linha 18 até 30 - Monta a matriz de rigidez do edifício TS a partir da dos painéis PS e de posição dos painéis P. É efetuado andar por andar com base nas expressões (5.25) e (5.26)
- 6 - Linha 31 - Chama a sub-rotina HALF para a matriz de rigidez TS, para posterior intervenção da sub-rotina SOLVB.

- 7 - Linhas 32,33 e 34 - Imprime cabeçalho para a posterior impressão da matriz do carregamento externo
- 8 - Linhas 35 até 38 - Imprime matriz do carregamento externo LOAD, onde cada coluna corresponde a um carregamento, numerando as linhas
- 9 - Linhas 39 até 42 - Imprime cabeçalho para posterior impressão das matrizes de rigidez dos painéis
- 10- Linhas 43 e 44 - Imprime as matrizes de rigidez dos painéis PS, linha por linha numerando as mesmas
- 11- Linhas 45 até 48 - Imprime cabeçalho para posterior impressão da matriz de posição dos painéis
- 12- Linhas 49,50 e 51 - Imprime a matriz de posição dos painéis P, linha por linha, numerando as mesmas
- 13- Linha 52 - Chama a sub-rotina SOLVB para o sistema de equações $TS \times D = LOAD$

5.10.9 - Programa DOIS (PROG2)

- 1 - Linhas 1 até 6 - Comandos que especificam matrizes e variáveis
- 2 - Linhas 7 até 13 - Obtêm a matriz dos deslocamentos dos painéis PMOV a partir da do e difício, contidas em LOAD, com ba se na expressão (5.28), andar por andar
- 3 - Linha 14 - Chama a sub-rotina CLEA2 para a ma

triz auxiliar APMOV, que vem generalizar o uso da expressão (5.29)

- 4 - Linhas 15 até 19 - Obtém a matriz APMOV, onde são acrescentados deslocamentos nulos para dois andares fictícios acima do topo e abaixo da base do edifício
- 5 - Linhas 20 até 25 - Transforma os deslocamentos relativos do edifício, contidos em LOAD, em deslocamentos absolutos na própria LOAD, efetuando somas acumuladas da base para o topo do edifício
- 6 - Linhas 26,27 e 28 - Imprime cabeçalho para os deslocamentos absolutos dos andares contidos em LOAD
- 7 - Linhas 29 até 32 - Imprime a matriz LOAD, onde cada coluna corresponde a um carregamento, numerando as linhas
- 8 - Linhas 33,34 e 35 - Imprime cabeçalho para os deslocamentos dos painéis contidos em PMOV
- 9 - Linhas 36 até 46 - Imprime cabeçalhos intermediários para os deslocamentos dos painéis, e, em seguida, os deslocamentos, observando, porém, que os deslocamentos horizontais são relativos
- 10-Linha 47 - Chama o programa TRES
- 11- Linha 48 - Fim da execução do programa 2.

5.10.10 - Programa TRÊS (PROG3)

- 1 - Linhas 1 até 21 - Obtém a matriz dos esforços nos painéis PLOAD, com base na expressão (5.29), andar por andar, fazendo uso da matriz APMOV, que generaliza o uso de tal expressão.
- 2 - Linhas 22 até 31 - Transforma os esforços relativos (força cortante) em esforços absolutos, fazendo somas acumuladas do topo para a base do painel
- 3 - Linhas 32,33 e 34 - Imprime cabeçalhos para posterior impressão da matriz dos esforços nos painéis
- 4 - Linhas 35 até 45 - Imprime a matriz dos esforços nos painéis PLOAD, painel por painel e respectivos cabeçalhos intermediários
- 5 - Linha 46 e 47 - Término do programa global e fim do programa 3

5.10.11 - Programa Início

- 1 - Linhas 1 até 4 - Imprime o título do trabalho
- 2 - Linhas 5 e 6 - Leitura dos índices contadores da estrutura (NF,NP,NL,NFI e NU)
- 3 - Linhas 7 e 8 - Imprime cabeçalho para posterior impressão dos índices contadores da estrutura
- 4 - Linhas 9 e 10 - Imprime índices contadores da estrutura (NF,NP,NL,NFI e NU)

- 5 - Linhas 11 até 15 - Torna nulos os primeiros valores dos índices contadores dos painéis MU, SMU e TYPE. Torna nulos também os índices controladores MUT e NUMAX
- 6 - Linha 16 - Obtém variável auxiliar NP1
- 7 - Linhas 17 até 28 - Lê os índices contadores dos painéis MU e TYPE e gera os novos índices contadores MUAC e SMU e o índice controlador MUMAX
- 8 - Linha 29 - Obtém o índice controlador MUT
- 9 - Linhas 30,31 e 32 - Imprime cabeçalhos para os índices contadores dos painéis
- 10- Linhas 33 até 36 - Imprime índices contadores dos painéis segundo a numeração dos mesmos
- 11- Linhas 37 e 38 - Imprime cabeçalho para os índices controladores
- 12--Linhas 39,40 e 41 - Imprime índices controladores MUMAX e MUT
- 13- Linha 42 - Chama o programa UM
- 14- Linha 43 - Término do programa início.

A - Sub-Rotinas para multiplicação de matrizes

1 - Sub-Rotina MULT1

```
// *      C.P.D. - E.E.S.C. - U.S.P.
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE MULT1 (A,B,C,N1,N2,N3)
DIMENSION A(1,1),B(1,3),C(1,3)
C A=AP(MUMAX,MUMAX) B=AP(MUMAX,NU) C=PROD(MUMAX,NU)
DO 1 J1=1,N1
DO 1 J3=1,N3
C(J1,J3)=0.
DO 1 J2=1,N2
1 C(J1,J3)=C(J1,J3)+A(J1,J2)*B(J2,J3)
RETURN
END
```

2 - Sub-Rotina MULT2

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE MULT2 (A,B,C,N1,N2,N3)
DIMENSION A(3,1),B(1,3),C(3,3)
C A=TRAP(NU,MUMAX) B=PROD(MUMAX,NU) C=ATS(NU,NU)
DO 1 J1=1,N1
DO 1 J3=1,N3
C(J1,J3)=0.
DO 1 J2=1,N2
1 C(J1,J3)=C(J1,J3)+A(J1,J2)*B(J2,J3)
RETURN
END
```

3 - Sub-Rotina MULT3

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE MULT3 (A,B,C,N1,N2,N3)
DIMENSION A(1,3),B(3,1),C(1,1)
C A=API(MUMAX,NU) B=AMOV(NU,NL) C=DIJ(MUMAX,NL)
DO 1 J1=1,N1
DO 1 J3=1,N3
C(J1,J3)=0.
DO 1 J2=1,N2
1 C(J1,J3)=C(J1,J3)+A(J1,J2)*B(J2,J3)
RETURN
END
```

4 - Sub-Rotina MULT4

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE MULT4 (A,B,C,N1,N2,N3)
DIMENSION A(1,19),B(19,1),C(1,1)
C A=PSIJ(MUMAX,MUMAX*(2*NFI-1)) B=DIJ2(MUMAX*(2*NFI-1),NL)
C C=PLCAI(MUMAX,NL)
DO 1 J1=1,N1
DO 1 J3=1,N3
C(J1,J3)=0.
DO 1 J2=1,N2
1 C(J1,J3)=C(J1,J3)+A(J1,J2)*B(J2,J3)
RETURN
END
```

B - Sub-Rotinas que tornam nulos os elementos
de uma matriz

1 - Sub-Rotina CLEA1

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE CLEA1 (A,M,N)
DIMENSION A(30,30)
C A=TS(NU*NF,NU*NFI)
DO 1 J=1,M
DO 1 K=1,N
1 A(J,K)=0.
RETURN
END
```

2 - Sub-Rotina CLEA2

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE CLEA2 (A,M,N)
DIMENSION A(1064,1)
C A=APMOV(MUT*(NF+2*NFI-2),NL)
DO 1 J=1,M
DO 1 K=1,N
1 A(J,K)=0.
RETURN
END
```

3 - Sub-Rotina CLEA3

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE CLEA3 (A,M,N)
DIMENSION A(19,10)
C A=PSIHB(MUMAX*(NF+NFI-1),MUMAX*NFI)
DO 1 J=1,M
DO 1 K=1,N
1 A(J,K)=0.
RETURN
END
```

C - Sub-Rotinas que transferem os elementos de uma
matriz para outra

1 - Sub-Rotina COME1

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME1(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(38,3),B(1,3)
C A=P(MUT,NU) B=API(MUMAX,NU)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

2 - Sub-Rotina COME2

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME2(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(40,10),B(1,1)
C A=PS(MUAC(NP+1)*NF,MUMAX*NF) B=APS(MUMAX,MUMAX)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

3 - Sub-Rotina COME4 (a Sub-Rotina COME3 do programa original foi excluída)

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME4(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(30,1),B(3,1)
C A=LOAD(NU*NF,NL) B=AMOV(NU,NL)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

4 - Sub-Rotina COME5

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME5(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(1,1),B(380,1)
C A=DIJ(MUMAX,NL) B=PMOV(MUT*NF,NL)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

5 - Sub-Rotina COME6

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME6(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(380,1),B(10,1)
C A=PMOV(MUT*NF,NL) B=BMOV(MUMAX*NF,NL)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

6 - Sub-Rotina COME7

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME7(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(10,1),B(1064,1)
C A=BMOV(MUMAX*NF,NL) B=APMOV(MUT*(NF+2*NFI-2),NL)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

7 - Sub-Rotina COME8

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME8(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(40,10),B(19,10)
C A=PS(MUAC(NP+1)*NF,MUMAX*NFI) B=PSIHB(MUMAX*(NF+NFI-1),MUMAX*NFI)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

8 - Sub-Rotina COME9

```
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COME9(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(19,10),B(1,19)
C A=PSIHB(MUMAX*(NF+NFI-1),MUMAX*NFI) B=PSIJ(MUMAX,MUMAX*(2*NFI-1))
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

9 - Sub-Rotina COM10

OBS.: Exclui-se aqui um dos caracteres do nome da sub-rotina, pela limitação imposta pelo sistema de computação utilizado.

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COM10(A,I,J,B,K,L,M,N)
  INTEGER G,H
  DIMENSION A(1,1),B(1,19)
  C A=PROV2(MUMAX,MUMAX) B=PSIJ(MUMAX,MUMAX*(2*NFI-1))
  DO 1 G=1,M
  DO 1 H=1,N
  KG1=K+G-1
  LH1=L+H-1
  IG1=I+G-1
  JH1=J+H-1
  1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
  RETURN
END
```

10 - Sub-Rotina COM11

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COM11(A,I,J,B,K,L,M,N)
  INTEGER G,H
  DIMENSION A(1064,1),B(19,1)
  C A=APMOV(MUT*(NF+2*NFI-2),NL) B=DIJ2(MUMAX*(2*NFI-1),NL)
  DO 1 G=1,M
  DO 1 H=1,N
  KG1=K+G-1
  LH1=L+H-1
  IG1=I+G-1
  JH1=J+H-1
  1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
  RETURN
```

11 - Sub-Rotina COM12

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COM12(A,I,J,B,K,L,M,N)
  INTEGER G,H
  DIMENSION A(1,1),B(380,1)
  C PLOAI(MUMAX,NL) B=PLOAD(MUT*NF,NL)
  DO 1 G=1,M
  DO 1 H=1,N
  KG1=K+G-1
  LH1=L+H-1
  IG1=I+G-1
  JH1=J+H-1
  1 B(KG1,LH1)=A(IG1,JH1)
  RETURN
END
```

D - Sub-Rotinas para transposição de matrizes, onde as matrizes transpostas são armazenadas em novas matrizes.

1 - Sub-Rotina TRAN

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE TRAN (A,B,M,N)
DIMENSION A(1,3),B(3,1)
C A=AP(MUMAX,NU) B=TRAP(NU,MUMAX)
DO 1 K=1,N
DO 1 J=1,M
1 B(K,J)=A(J,K)
RETURN
END
```

2 - Sub-Rotina TRAN1

```
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE TRAN1(A,B,M,N)
DIMENSION A(1,1),B(1,1)
C A=PROV1(MUMAX,MUMAX) B=PROV2(MUMAX,MUMAX)
DO 1 J=1,M
DO 1 K=1,N
1 B(K,J)=A(J,K)
RETURN
END
```

E - Sub-Rotina para adiç~ao de matrizes

OBS.: Esta sub-rotina foi obtida como adaptaç~ao da sub-rotina COME3 do programa original.

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE ADDC(A,I,J,B,K,L,M,N)
INTEGER G,H
DIMENSION A(3,3),B(30,30)
C A=ATS(NU,NU) B=TS(NU*NF,NU*NFI)
DO 1 G=1,M
DO 1 H=1,N
KG1=K+G-1
LH1=L+H-1
IG1=I+G-1
JH1=J+H-1
1 B(KG1,LH1)=B(KG1,LH1)+A(IG1,JH1)
RETURN
END
```

F - Sub-Rotina para rearranjar a matriz de rigidez do edifício TS.

1 - Sub-Rotina HALF

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE HALF(A,NF,NU,NFI)
DIMENSION A(30,30)
C A=TS(NU*NF,NU*NFI)
DO 1 J=1,NF
DO 1 K=2,NU
JINUK=(J-1)*NU+K
K1=K-1
NUNFI=NU*NFI
DO 2 I=K,NUNFI
IK1=I-K+1
2 A(JINUK,IK1)=A(JINUK,I)
DO 3 I=1,K1
NUNFI=NU*NFI-I+1
3 A(JINUK,NUNFI)=0.
1 CONTINUE
RETURN
END
```

1 - PROG1

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
  INTEGER SMU(39),TYPE(39)
  REAL LOAD(30,1)
  DIMENSION ATS(3,3),AP(1,3),TRAP(3,1),PROD(1,3),TS(30,30),APS(1,1)
  COMMON P(38,3),LOAD,PS(40,10),APMOV(1064,1)
  COMMON SMU,TYPE,MU(38),MUAC(39)
  COMMON NF,NP,NL,NFI,NU,MUMAX,MUT
  NP1=NP+1
  IPS=MUAC(NP1)*NF
  JPS=MUMAX*NFI
  ILOAD=NU*NF
  1 READ(2,1)((PS(I,J),J=1,JPS),I=1,IPS)
  FORMAT(8F10.0/2F10.0)
  42 READ(2,42)((P(I,J),J=1,NU),I=1,MUT)
  FORMAT(3F10.0)
  43 READ(2,43)((LOAD(I,J),I=1,ILOAD),J=1,NL)
  FORMAT(3F10.0)
  CALL CLEAL(TS,NU*NF,NU*NFI)
  DO 16 I=1,NP
  I1=I+1
  CALL COME1(P,SMU(I )+1,1,AP,1,1,MU(I),NU)
  CALL TRAN(AP,TRAP,MU(I),NU)
  DO 17 J=1,NF
  DO 17 K=1,NFI
  CALL COME2(PS,(MUAC(I1)-MU(I))*NF+(J-1)*MU(I)+1,(K-1)*MU(I)+1,APS,
  I1,1,MU(I),MU(I))
  CALL MULT1(APS,AP,PROD,MU(I),MU(I),NU)
  CALL MULT2(TRAP,PROD,ATS,NU,MU(I),NU)
  CALL ADDC(ATS,1,1,TS,(J-1)*NU+1,(K-1)*NU+1,NU,NU)
  17 CONTINUE
  16 CONTINUE
  CALL HALF(TS,NF,NU,NFI)
  WRITE(5,18)
  18 FORMAT(1X'CARREGAMENTO EXTERNO'/1X'(SEGUNDO AS INCOGNITAS DESLOCAM
  ENTOS DO PRECIO)'/)
  DO 101 I=1,ILOAD
  101 WRITE(5,102)I,(LOAD(I,J),J=1,NL)
  102 FORMAT(1X,13,9E13.6/4X,9E13.6)
  WRITE(5,100)
  100 FORMAT('1')
  WRITE(5,19)
  19 FORMAT(1X'MATRIZ DE RIGIDEZ DOS PAINÉIS'/1X'(NA ORDEM DA NUMERACAO
  1 ADCTADA)'/)
  DO 103 I=1,IPS
  103 WRITE(5,102)I,(PS(I,J),J=1,JPS)
  WRITE(5,100)
  WRITE(5,20)
  20 FORMAT(1X'PCISICAG DOS PAINÉIS'/1X'(MATRIZ QUE TRANSFORMA DESLGCAME
  INTOS'/1X'DO SISTEMA NOS DOS PAINÉIS)'/)
  DO 105 I=1,MUT
  105 WRITE(5,102)I,(P(I,J),J=1,NU)
  WRITE(5,100)
  CALL SOLVB(TS,LOAD,NU*NFI,NU*NF,NL)
  CALL LINK (PRG2)
  END

```

I - PROGRAMA DOIS

Monta a matriz dos deslocamentos do edifício trans formando os relativos em absolutos e monta também a matriz dos deslocamentos dos painéis, onde os horizontais são relativos.

1 - PROG2

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IGCS(CARD,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
INTEGER SMU(39),TYPE(39)
REAL LOAD(30,1)
DIMENSION PMOV(380,1),AMOV(3,1),API(1,3),BMOV(10,1),DIJ(1,1)
COMMON P(38,3),LOAD,PS(40,10),APMOV(1064,1)
COMMON SMU,TYPE,MU(38),MUAC(39)
COMMON NF,NP,NL,NFI,NU,MUMAX,MUT
DC 22 I=1,NP
CALL COME1(P,SMU(I)+1,1,API,1,1,MU(I),NU)
DC 22 J=1,NF
CALL COME4(LOAD,(J-1)*NU+1,1,AMOV,1,1,NU,NL)
CALL MULT3(API,AMOV,DIJ,MU(I),NU,NL)
CALL COME5(DIJ,1,1,PMOV,SMU(I)*NF+(J-1)*MU(I)+1,1,MU(I),NL)
22 CONTINUE
CALL CLEA2(APMOV,MUT*(NF+2*NFI-2),NL)
DC 23 I=1,NP
CALL COME6(PMOV,SMU(I)*NF+1,1,BMOV,1,1,MU(I)*NF,NL)
CALL COME7(BMOV,1,1,APMOV,SMU(I)*(NF+2*NFI-2)+MU(I)*(NFI-1)+1,1,MU
1(I)*NF,NL)
23 CONTINUE
DC 24 J=2,NF
DC 24 I=1,3
DC 24 K=1,NL
J1NUI=(J-1)*NU+I
J2NUI=(J-2)*NU+I
24 LCAC(J1NUI,K)=LOAD(J1NUI,K)+LOAD(J2NUI,K)
WRITE(5,25)
25 FORMAT(1X'DESLOCAMENTOS ABSOLUTOS DOS ANDARES'/1X'(NA SEQUENCIA DA
1 NUMERACAO ADCTADA)'///)
NUNF=NU*NF
DC 100 I=1,NUNF
100 WRITE(5,101)I,(LOAD(I,J),J=1,NL)
101 FORMAT(1X,I3,6E18.7)
WRITE(5,150)
150 FORMAT(1X'DESLOCAMENTOS DOS PAINES'/1X'(DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS
1 RELATIVOS)'///)
KI=C
DC 151 I=1,NP
WRITE(5,152)I
152 FORMAT(1X'DESLOCAMENTOS DO PAINEL'110/1X'(DESLOCAMENTOS NA NUMERAC
1AO ADCTADA)'///)
MUNF=MU(I)*NF
DC 153 J=1,MUNF
KIJ=KI+J
153 WRITE(5,101)J,(PMOV(KIJ,K),K=1,NL)
KI=KI+MUNF
151 CONTINUE
CALL LINK (PRCG3)
END

```

J - PROGRAMA TRES

Monta a matriz dos esforços por painéis, transformando os esforços relativos (forças cortantes) em esforços absolutos.

1 - PROG3

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IGCS(CARD,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
INTEGER SMU(39),TYPE(39)
REAL LOAD(30,1)
DIMENSION PLGAD(380,1),PSIHB(19,10),PSIJ(1,19),PLOAI(1,1),PROV1(1,
61),PROV2(1,1),DIJ2(19,1)
COMMON P(38,3),LOAD,PS(40,10),APMOV(1064,1)
COMMON SMU,TYPE,MU(38),MUAC(39)
COMMON NF,NP,NL,NFI,NU,MUMAX,MUT
DC 26 I=1,NP
I1=I+1

```


C - Sub-Rotina para solução do sistema de equações

TS·D = LOAD

I - Sub-Rotina SOLVB

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE SOLVB(A,B,HB,N,NL)
INTEGER HB
DIMENSION A(30,30),B(30,1)
C A=TS(NU*NF,NU*NF) B=LOAD(NU*NF,NL)
IF(HB-1)17,2,1
2 DO 3 K=1,N
DO 3 L=1,NL
3 B(K,L)=B(K,L)/A(K,1)
GO TO 17
1 NHB1=N-HB+1
DO 4 K=1,NHB1
K1=K+1
KHB1=K+HB-1
DO 4 I=K1,KHB1
IK1=I-K+1
DO 5 L=1,NL
5 B(I,L)=B(I,L)-B(K,L)*A(K,IK1)/A(K,1)
KHB1=K+HB-1
DO 6 J=1,KHB1
IKJ=I-K+J
6 A(I,J)=A(I,J)-A(K,IKJ)*A(K,IK1)/A(K,1)
4 CONTINUE
IF(HB-2)17,8,7
7 NHB2=N-HB+2
N1=N-1
DO 9 K=NHB2,N1
K1=K+1
DO 9 I=K1,N
IK1=I-K+1
N11=N-I+1
DO 10 L=1,NL
10 B(I,L)=B(I,L)-B(K,L)*A(K,IK1)/A(K,1)
DO 11 J=1,N11
IKJ=I-K+J
11 A(I,J)=A(I,J)-A(K,IKJ)*A(K,IK1)/A(K,1)
9 CONTINUE
8 DO 12 L=1,NL
B(N,L)=B(N,L)/A(N,1)
IF(HB-2)17,14,13
13 N1=N-1
NHB2=N-HB+2
DO 18 IX=NHB2,N1
I=NHB2-IX+N1
SOM=0.
N11=N-I+1
DO 15 J=2,N11
IJ1=I+J-1
15 SOM=SOM+A(I,J)*B(IJ1,L)
18 B(I,L)=(B(I,L)-SOM)/A(I,1)
14 NHB1=N-HB+1
DO 19 IY=1,NHB1
I=NHB1-IY+1
SOM=0.
DO 16 J=2,HB
IJ1=I+J-1
16 SOM=SOM+A(I,J)*B(IJ1,L)
19 B(I,L)=(B(I,L)-SOM)/A(I,1)
12 CONTINUE
17 RETURN
END

```

II - PROGRAMA UM

Mostra a matriz de rigidez do edifício e resolve o sistema de equações.

- continuação do PROG3

```

CALL CLEA3(PSIHB,MU(I)*(NF+NFI-1),MU(I)*NFI)
CALL CGME8(PS,(MUAC(I1)-MU(I))*NF+1,1,PSIHB,(NFI-1)*MU(I)+1,1,MU(I)
1)*NF,MU(I)*NFI)
DC 27 J=1,NF
CALL CGME9(PSIHB,(J+NFI-2)*MU(I)+1,1,PSIJ,1,(NFI-1)*MU(I)+1,MU(I),
1NFI*MU(I))
NFI=NFI-1
DO 28 K=1,NFI
CALL CGME9(PSIHB,(J+NFI-K-2)*MU(I)+1,K*MU(I)+1,PROV1,1,1,MU(I),MU(
1I))
CALL TRAN1(PROV1,PROV2,MU(I),MU(I))
CALL COM10(PRCV2,1,1,PSIJ,1,(NFI-K-1)*MU(I)+1,MU(I),MU(I))
28 CONTINUE
CALL CCM11(APMOV,SMU(I)*(NF+2*NFI-2)+(J-1)*MU(I)+1,1,DIJ2,1,1,MU(I)
1)*(2*NFI-1),NL)
CALL MULT4(PSIJ,DIJ2,PLOAI,MU(I),MU(I)*(2*NFI-1),NL)
CALL COM12(PLCAI,1,1,PLOAD,SMU(I)*NF+(J-1)*MU(I)+1,1,MU(I),NL)
27 CONTINUE
26 CONTINUE
DC 29 I=1,NP
NFI=NFI-1
DO 30 J=1,NFI
J1=SMU(I)*NF+(J-1)*MU(I)+1
DO 31 K=1,NL
J1MU=J1+MU(I)
PLOAD(J1,K)=PLOAD(J1,K)-PLOAD(J1MU,K)
31 CONTINUE
30 CONTINUE
29 CONTINUE
WRITE(5,33)
33 FORMAT(1X'FORCA NOS PAINÉIS'/1X'(FORCAS SEGUNDO OS DESLOCAMENTOS C
ONSIDERADOS)/1X'FORCAS HORIZONTAIS ABSOLUTAS'///)
KI=0
DC 150 I=1,NP
WRITE(5,152)I
152 FORMAT(1X'FORCAS NO PAINEL'110)
MUNF=MU(I)*NF
DC 153 J=1,MUNF
KIJ=KI+J
153 WRITE(5,154)J,(PLOAD(KIJ,K),K=1,NL)
154 FORMAT(1X,I3,3E18.7)
KI=KI+MUNF
150 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

K - PROGRAMA INÍCIO

Prepara os índices contadores da estrutura e dos painéis e prepara também os índices controladores.

OBS.: dimensões das matrizes em cartões comentários.

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*ICCS(CARD,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
INTEGER SMU(39),TYPE(39)
REAL LOAD(30,1)
COMMON P(38,3),LOAD,PS(40,10),APMOV(1064,1)
COMMON SMU,TYPE,MU(38),MUAC(39)
COMMON NF,NP,NL,NFI,NU,MUMAX,MUT
C*****
C DIMENSÕES DAS MATRIZES ENVOLVIDAS AO LONGO DO PROGRAMA
C*****
C SMU(NP+1) TYPE(NP+1) LOAD(NU*NF,NL) P(MUT,NU)
C PS(MUAC(NP+1)*NF,NFI*MUMAX)
C APMOV(MUT*(NF+2*NFI-2),NL) MU(NP) MUAC(NP+1) ATS(NU,NU)
C APS(MUMAX,MUMAX)
C AP(MUMAX,NU) TRAP(NU,MUMAX) PROD(MUMAX,NU) TS(NU*NF,NU*NFI)
C PMOV(MUT*NF,NL)
C AMOV(NU,NL) DIJ(MUMAX,NL) API(MUMAX,NU) BMOV(MUMAX*NF,NL)
C PLOAD(MUT*NF,NL)
C PSIHB(MUMAX*(NF+NFI-1),MUMAX*NFI) PSIJ(MUMAX,MUMAX*(2*NFI-1))
C PLOAI(MUMAX,NL)
C DIJ2(MUMAX*(2*NFI-1),NL) PROV1(MUMAX,MUMAX) PROV2(MUMAX,MUMAX)
C*****

```

- continuação do PROGRAMA INÍCIO

```
WRITE(5,100)
100 FORMAT('1')
WRITE(5,1000)
1000 FORMAT(10X'ANALISE PELO METODO STAMATO')
READ(2,1)NF,NP,NL,NFI,NU
1 FORMAT(5I10)
WRITE(5,11)
11 FCRMAT(//8X'NF'8X'NP'8X'NL'7X'NFI'8X'NU'//)
WRITE(5,12)NF,NP,NL,NFI,NU
12 FCRMAT(5I10)
MUAC(1)=0
SMU(1)=C
MUT=0
MUMAX=0
TYPE(1)=0
NP1=NP+1
DO 2 I=1,NP
II=I+1
READ(2,3)MU(I),TYPE(I)
3 FCRMAT(2I10)
IF(TYPE(I)-TYPE(I))4,5,4
5 MUAC(I1)=MUAC(I)
GO TO 6
4 MUAC(I1)=MUAC(I)+MU(I)
6 SMU(I1)=SMU(I)+MU(I)
IF(MU(I)-MUMAX)2,2,8
8 MUMAX=MU(I)
2 CCNTINUE
MUT=SMU(NP1)
WRITE(5,13)
13 FORMAT(//7X'PAINEL'6X'MU(I)'2X'MUAC(I1)'3X'SMU(I1)'2X'TYPE(I1)'//
1)
DO 9 I=1,NP
II=I+1
9 WRITE(5,15)I,MU(I),MUAC(I1),SMU(I1),TYPE(I1)
15 FCRMAT(5I10)
WRITE(5,14)
14 FCRMAT(//8X'MUMAX'7X'MUT'//)
WRITE(5,10)MUMAX,MUT
10 FCRMAT(3X2I10)
WRITE(5,100)
CALL LINK (PRCG1)
END
```

(Fim da Listagem)

6 - CONCLUSÕES FINAIS DO TRABALHO

Este trabalho objetiva possibilitar ao Calculista de Estruturas, o uso imediato de rotinas de cálculo que propiciem a análise do efeito do vento em estruturas de edifícios de planta circular, bem como oferecer subsídios aos pesquisadores que possam contribuir para o aprofundamento das pesquisas nesta área.

Dessa forma, crê-se que será bastante oportuno que se façam considerações finais a respeito dos resultados encontrados.

Estes resultados foram obtidos aplicando as consagradas técnicas do meio contínuo e discreto a modelos matemáticos que procuram descrever com boa aproximação, o comportamento real da estrutura sujeita à ação do vento.

Uma vez concebido o sistema estrutural de cada edifício, ao escolher a maneira pela qual os esforços nas barras podem ser encontrados, é necessário que se conheçam precisamente os limites de aplicação de cada uma das técnicas a serem empregadas na solução do problema.

A análise feita através da técnica do meio contínuo, deverá ser utilizada nas seguintes condições:

1) O edifício tem planta circular axissimétrica

Todo o desenvolvimento teórico feito no Capítulo 3 leva em conta apenas o deslocamento horizontal u que ocorre na direção do plano de carga, cuja resultante é suposta centrada. Se não houver simetria em relação ao eixo passante pelo centro do edifício, surgirão outros dois deslocamentos (uma translação e uma rotação do diafragma), e a solução deste problema por tratamento contínuo não é tratada neste trabalho.

2) O edifício tem rigidez constante ao longo da altura

As equações diferenciais encontradas em cada caso, partem das elásticas dos painéis p \acute{o} rtico e parede, cujo comportamento estrutural é traduzido aproximadamente, por determinados parâmetros de rigidez, supostos constantes. Quando esses parâmetros são variáveis, as equações e suas soluções alteram-se de forma substancial.

3) O comportamento do edifício pode ser assimilado aos dos modelos matemáticos analisados.

No trabalho, foram analisados os modelos representativos da Associação Contínua entre parede e p \acute{o} rticos, nos casos em que a ligação entre eles é feita através de barras bi-articuladas e de barras bi-engastadas.

O primeiro caso corresponde ao de um edifício no qual todos os p \acute{o} rticos interagem com a parede tão somente através da laje, havendo apenas troca de esforços horizontais entre esses painéis. Nessas condições, o núcleo central pode ser considerado aberto, composto por paredes travadas entre si pelas lajes e pelos lintéis, em cada andar, conforme foi abordado no Capítulo 4.

No segundo caso, os p \acute{o} rticos radiais incidem diretamente sobre a parede, havendo também o aparecimento de esforços verticais e momentos fletores na ligação, estes últimos com valores proporcionais à relação entre as rigidezes à flexão dos elementos ligados. Neste caso, o núcleo foi suposto fechado, devendo-se ter em conta esta hipótese na análise dos resultados finais encontrados.

A utilização, por outro lado, da técnica discreta, permite a análise de um número maior de tipos de edifícios, os mais altos, por exemplo, uma vez que as possíveis mudanças na geometria, de andar para andar, provocam alterações nos coeficientes da matriz de rigidez do edifício, a qual é obtida através das matrizes de ri-

gidez de cada um dos painéis e fornecida ao computador, como já foi enfatizado no Capítulo 5, andar por andar.

A única dificuldade, portanto, aparece no momento de obter a matriz de rigidez de cada painel do sistema, a qual obviamente dependerá da geometria do painel, que pode variar com a altura, e do número de coordenadas deslocamentos a serem levadas em consideração em cada caso.

Pode-se perceber, claramente, que a viabilidade de se usar uma ou outra técnica de cálculo dependerá de cada tipo de edifício abordado, admitindo que o Calculista tenha acesso a um computador que permita o armazenamento de todos os parâmetros envolvidos. Caso isso não ocorra, o uso da técnica do meio contínuo surge como a única opção.

Quanto à precisão dos resultados encontrados, verifica-se pelas comparações feitas ao longo do trabalho, que ambas as técnicas conduzem a valores bastante semelhantes para os esforços atuantes sobre os painéis, havendo, em alguns casos, pequenas discrepâncias nos valores dos deslocamentos horizontais.

APÊNDICE I - Rigidez de um pórtico à força cortante -
coeficiente s_f

Conforme já foi comentado no corpo do trabalho, admite-se, em pórticos regulares sujeitos a carga lateral, que os pontos de momentos nulos se situam nos centros de vãos de vigas e pilares, o que é equivalente a supor a igualdade das rotações de todos os nós da viga do andar e próximas as rotações de nós consecutivos de um mesmo pilar.

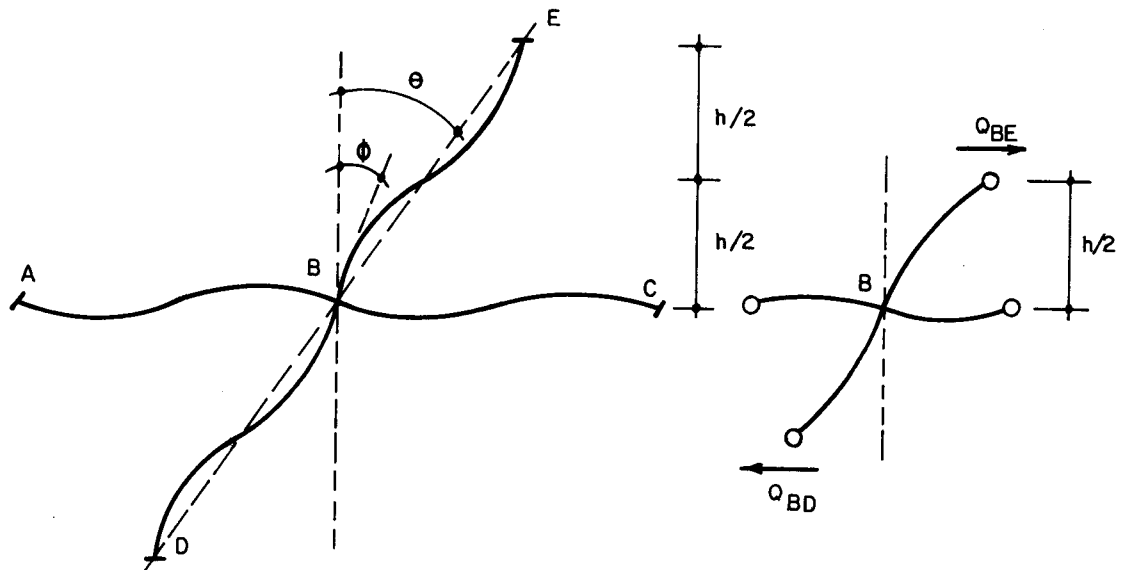


FIG I-1 - RIGIDEZ DE PÓRTICOS

A Fig. (I-1) mostra o nó do pórtico e os nós vizinhos A, C, E, D. A distorção do andar e a rotação do nó B são designados por θ e ϕ , respectivamente. Os momentos que as barras aplicam ao nó B, positivos no sentido horário, são expressos por:

$$M_{BE} = 6Ek_{BE}(\theta - \phi)$$

$$M_{BD} = 6Ek_{BD}(\theta - \phi)$$

$$M_{BA} = 6Ek_{BA} \cdot \phi$$

$$M_{BC} = 6Ek_{BC} \cdot \phi \quad \dots (I-1)$$

onde a letra k representa as rigidezes $\frac{J_i}{l_i}$ das barras.

Pelo equilíbrio do nó segue:

$$\phi = \frac{k_{BE} + k_{BD}}{k_{BA} + k_{BC} + k_{BE} + k_{BD}} \cdot \theta \quad \dots (I-2)$$

Sendo a força cortante do pilar BE

$$Q_{BE} = \frac{2M_{BE}}{h} \quad \dots (I-3)$$

pelas equações (I.1) e (I.2) segue que:

$$Q_{BE} = \frac{12E}{h} k_{BE} \frac{\sum_v k}{\sum_b k} \cdot \theta \quad \dots (I-4)$$

onde os índices v e b nas somatórias indicam serem estas estendidas às vigas e à totalidade das barras que concorrem no nó, respectivamente.

A rigidez do pilar vale então:

$$s_{BE} = \frac{12E}{h} k_{BE} \frac{\sum_v k}{\sum_b k} \quad \dots (I-5)$$

Para obter a rigidez do pórtico soma-se as contribuições de cada pilar, resultando:

$$s_f = \frac{12E}{h} \sum_{na} \left[k_{p \cdot n} \cdot \frac{\sum_{v \cdot n} k}{\sum_{b \cdot n} k} \right] \quad \dots (I-6)$$

onde:

$n \cdot a$ = somatória estendida a todos os nós do andar considerado.

$k_{p \cdot n}$ = relação $\frac{J}{\ell}$ do pilar acima do nó considerado

$v \cdot n$ = somatória estendida aos tramos de viga que concorrem no nó

$b \cdot n$ = somatória estendida a todas as barras (2,3 ou 4 barras) que concorrem no nó.

APÊNDICE II - Rigidez do pilar contido na intersecção
obliqua de dois painéis

Na Fig. II-1.a) é mostrada a distribuição, em planta, de um conjunto de pórticos periféricos ou tangenciais, os quais se interceptam obliquamente, tendo em comum pilares ao longo de suas intersecções.

Devido ao número grande de painéis deste tipo presentes no edifício, do que decorre ser pequeno o ângulo formado entre eles, foi admitido, ao longo do trabalho, que dois painéis vizinhos podem ser considerados como coplanares, de forma que um dos eixos principais da seção transversal do pilar pertence ao plano dos painéis (Fig. II-1.b).

Supondo válida a hipótese, pretende-se saber qual a contribuição do pilar para a rigidez à ação da força cortante de cada um destes painéis, se os mesmos forem considerados independentes entre si.

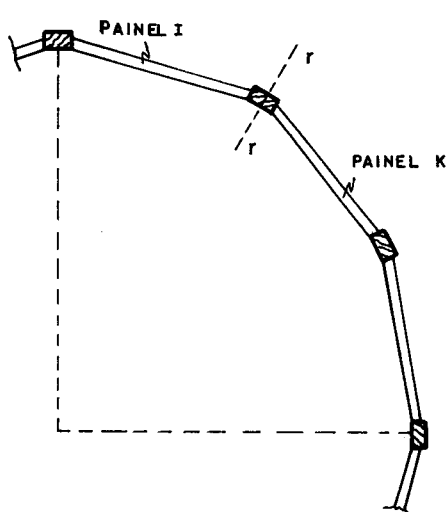


FIG II.1a - INTERSECÇÃO OBLÍQUA

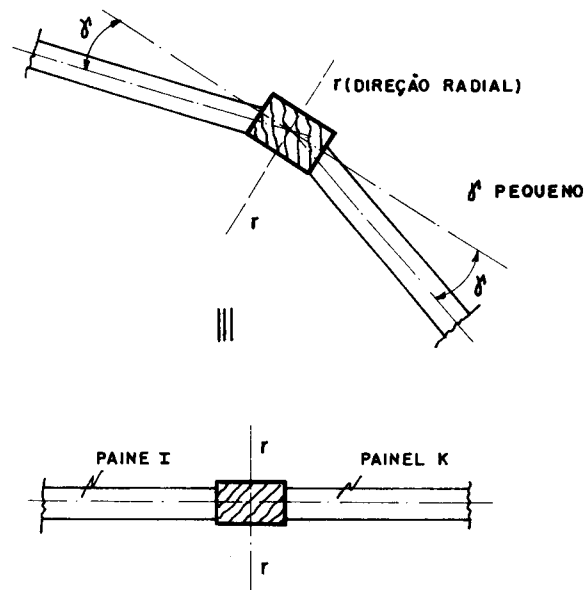


FIG II.1b - PAINÉIS I e K COPLANARES

A fim de determinar a contribuição do pilar, será utilizado o painel da Fig. II.3, composto por três prumadas de pilares, o qual terá sua rigidez s_f à ação da força cortante, calculada de duas formas diferentes:

- a) sem proceder à separação do painel
- b) separando o painel em dois outros (Fig. II.4)

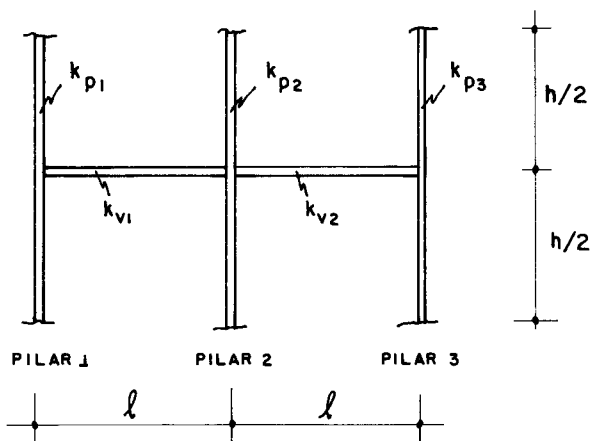


FIG II. 3 - PAINEL COMPOSTO POR TRÊS PRUMADAS PILARES

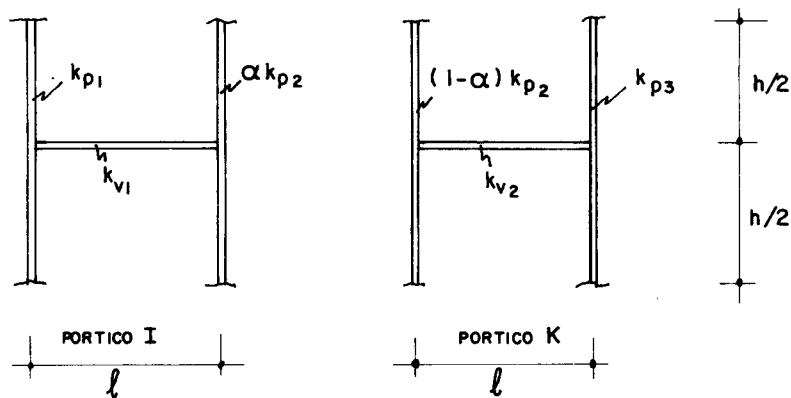


FIG II. 4 - PAINEL COMPOSTO POR PÓRTICOS INDEPENDENTES I e K

Em ambos os casos, a rigidez s_f será calculada com base na expressão I.6, deduzida no Apêndice I. As vigas do andar genérico analisado têm rigidez k_{v1} e k_{v2} respectivamente. Os pilares têm rigidez k_{p1} , k_{p2} e k_{p3} , sendo

esses valores relativos aos momentos de inércia tomados em relação ao eixo da seção transversal do pilar, que funciona como linha neutra para os momentos fletores contidos no plano do painel.

a) Cálculo da rigidez do pórtico composto por 3 pilares

Utilizando (I-6) com base na Fig. II.3 resulta:

$$s_f = \frac{12E}{h} \left[k_{p_1} \cdot \frac{k_{v_1}}{(2k_{p_1} + k_{v_1})} + k_{p_2} \cdot \frac{(k_{v_1} + k_{v_2})}{(2k_{p_2} + k_{v_1} + k_{v_2})} + k_{p_3} \cdot \frac{k_{v_2}}{(2k_{p_3} + k_{v_2})} \right] \quad \dots (II.1)$$

Para o caso particular em que as vigas possuem igual rigidez, impondo $k_{v_1} = k_{v_2} = k_v$ chega-se a:

$$s_f = \frac{12E}{h} \left[\frac{k_{p_1} \cdot k_v}{(2k_{p_1} + k_v)} + \frac{k_{p_2} \cdot k_v}{(k_{p_2} + k_v)} + \frac{k_{p_3} \cdot k_v}{(2k_{p_3} + k_v)} \right] \quad \dots (II.2)$$

b) Cálculo da rigidez separando o painel

Utilizando (I.6) com base na Fig. II.4, na qual a rigidez do pilar P_2 é distribuída arbitrariamente entre os pórticos I e K, resulta:

$$s_f = s_{f_I} + s_{f_K} \quad \dots (II.3)$$

$$s_{f_I} = \frac{12E}{h} \left[k_{p_1} \cdot \frac{k_{v_1}}{2k_{p_1} + k_{v_1}} + \alpha k_{p_2} \cdot \frac{k_{v_1}}{2\alpha k_{p_2} + k_{v_1}} \right] \quad \dots (II.4)$$

$$s_{f_K} = \frac{12E}{h} \left[(1-\alpha)k_{p_2} \frac{k_{v_2}}{2(1-\alpha)k_{p_2} + k_{v_2}} + k_{p_3} \frac{k_{v_2}}{2k_{p_3} + k_{v_2}} \right] \dots (II.5)$$

Somando s_{f_I} e s_{f_K} e supondo ser $k_{v_1} = k_{v_2} = k_v$, resulta:

$$s_f = \frac{12E}{h} \left[\frac{k_{p_1} \cdot k_v}{(2k_{p_1} + k_v)} + \frac{\alpha k_{p_2} \cdot k_v}{(2\alpha k_{p_2} + k_v)} + \frac{(1-\alpha)k_{p_2} \cdot k_v}{2(1-\alpha)k_{p_2} + k_v} + \frac{k_{p_3} \cdot k_v}{2k_{p_3} + k_v} \right] \dots (II.6)$$

Os valores de s_f , encontrados das duas maneiras deverão, evidentemente, ser os mesmos. Igualando (II.2) a (II.6) e cancelando os termos comuns, tem-se, para $k_{p_2} = k_p$,

$$k_p \cdot \frac{k_v}{(k_p + k_v)} = \alpha k_p \cdot \frac{k_v}{(2\alpha k_p + k_v)} + (1-\alpha) k_p \cdot \frac{k_v}{2(1-\alpha)k_p + k_v} \dots (II.7)$$

ou ainda:

$$\frac{1}{k_p + k_v} = \frac{\alpha}{2\alpha k_p + k_v} + \frac{1-\alpha}{2(1-\alpha)k_p + k_v} \dots (II.8)$$

Chamando $k_v/k_p = \beta$, obtêm-se (II.9)

$$\frac{1}{1+\beta} = \frac{\alpha}{2\alpha+\beta} + \frac{(1-\alpha)}{2(1-\alpha)+\beta} \dots (II.9)$$

que é uma equação do 2º grau em α , cuja solução única é $\alpha = 0,5$, resultado que foi utilizado ao longo do trabalho.

Pode-se concluir, portanto, supondo que as vigas dos pórticos vizinhos possuam igual rigidez, que é possí-

vel obter a rigidez do conjunto com base na rigidez de cada pórtico independente, se se dividir ao meio a rigidez do pilar comum (Fig. II.5)

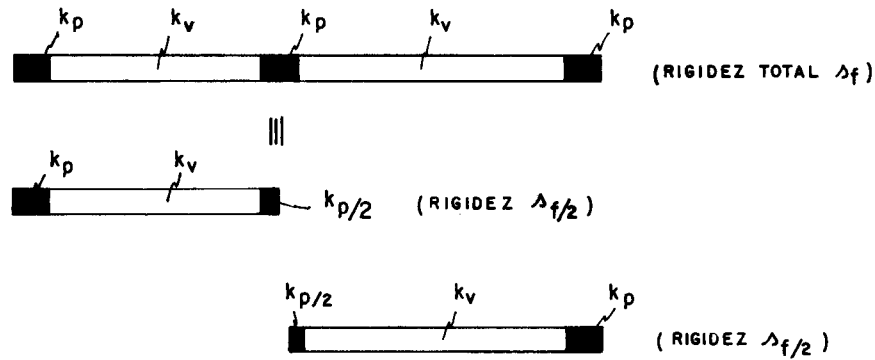


FIG II.5- SEPARAÇÃO DOS PÓRTICOS

Nos tipos de edifícios abordados neste trabalho, a solução $\alpha = 0,5$ será sempre válida, em virtude da simetria em relação ao centro do edifício em planta.

Apenas a título de complementação do que foi aqui exposto, passa-se a determinar o valor do coeficiente α , no caso em que as vigas dos pórticos independentes tenham diferentes rigidezes.

Dessa forma, igualando os valores de s_f de (II.1) e (II.5) e cancelando os termos comuns chega-se a (II.10), novamente tomando $k_{p_2} = k_p$.

$$\frac{k_p (k_{v_1} + k_{v_2})}{2k_p + k_{v_1} + k_{v_2}} = \frac{\alpha k_p \cdot k_{v_1}}{2k_p + k_{v_1}} + \frac{(1-\alpha)k_p \cdot k_{v_2}}{2(1-\alpha)k_p + k_{v_2}} \quad \dots (II.10)$$

Operando sobre (II.10) chega-se a uma nova equação do 2º grau em α , como segue:

$$A \alpha^2 + B \alpha + C = 0 \quad \dots (II.11)$$

na qual

$$A = \frac{-2}{k_p \cdot k_{v1}} \left[k_{v1}^2 + 2k_{v1} \cdot k_{v2} + k_{v2}^2 \right] \quad \dots (II.12.a)$$

$$B = \frac{2}{k_p \cdot k_{v1}} \left[2k_{v1}^2 + k_{v1} \cdot k_{v2} + k_{v2}^2 \right] \quad \dots (II.12.b)$$

$$C = \frac{2k_{v1}}{k_p} \quad \dots (II.12.c)$$

O mesmo resultado pode ser encontrado se, com base na Fig. II.6, a rigidez total do conjunto dos pórticos for calculada primeiramente através da rigidez dos pilares isolados e em seguida através da rigidez dos painéis independentes.

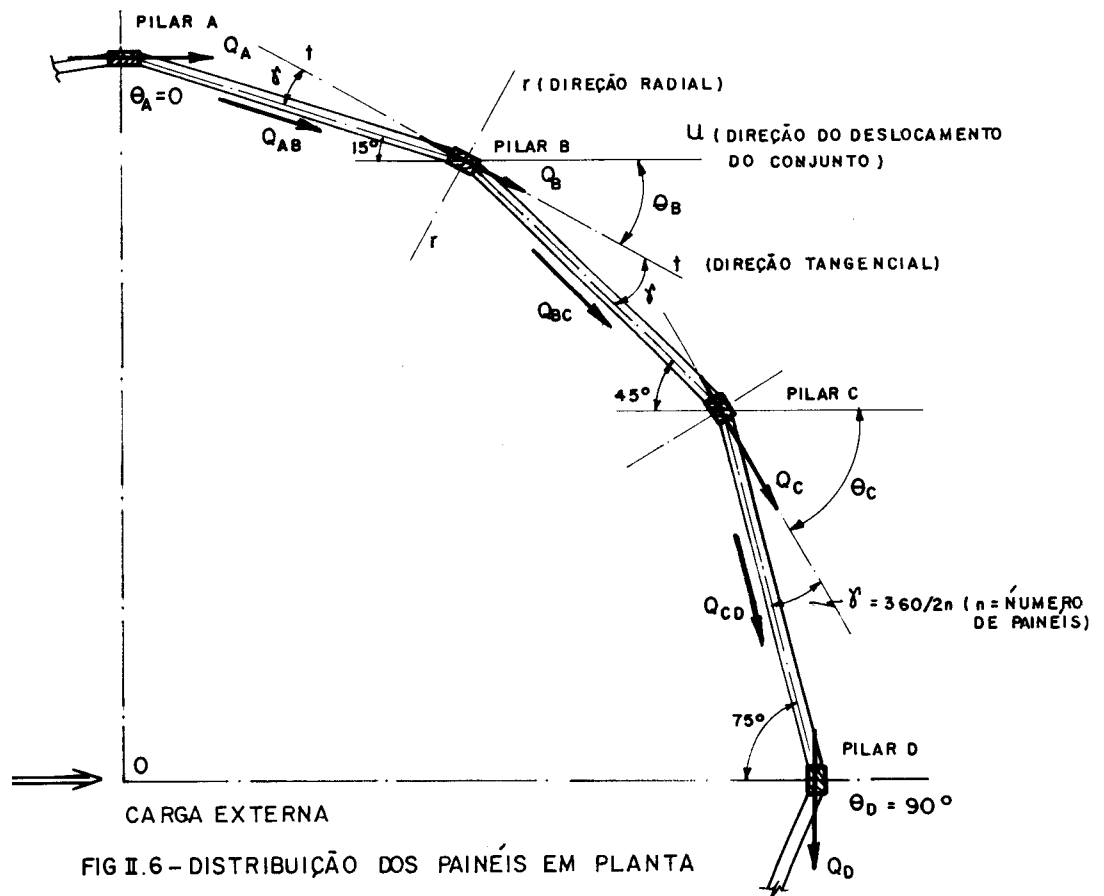


FIG II.6 - DISTRIBUIO DOS PAINÉIS EM PLANTA

Como já foi anteriormente exposto, o ângulo γ formado entre a direção de um painel genérico e a direção do eixo tangencial dos pilares é um ângulo pequeno, razão pela qual será considerada desprezível a rigidez do pilar na direção normal a esse eixo.

A projeção do giro u' sofrido pelo pilar \underline{i} , na direção do plano que contém seu eixo tangencial vale:

$$u'_{t_i} = u' \cos\theta_i \quad \dots(\text{II.13})$$

sendo θ_i o ângulo formado entre as direções do vetor deslocamento do conjunto e o eixo tangencial t .

A contribuição do pilar genérico i para a rigidez do edifício é dada por:

$$Q_{p_i} = s_{p_i} \cdot u'_{t_i} \quad \dots(\text{II.14})$$

ou seja, tomando o valor de u'_{t_i} de (II.13)

$$Q_{p_i} = s_{p_i} u' \cos\theta_i \quad \dots(\text{II.15})$$

A obtenção da rigidez do pilar isolado pode também ser feita através de (I.6), com base na Fig. II.7, sendo K_p a rigidez do pilar e K_v a rigidez das vigas concorrentes.

$$s_{p_i} = \frac{12E}{h} \left[K_p \frac{2K_v}{2K_p + 2K_v} \right] = \frac{12E K_p \cdot K_v}{h(K_p + K_v)} \quad \dots(\text{II.16})$$

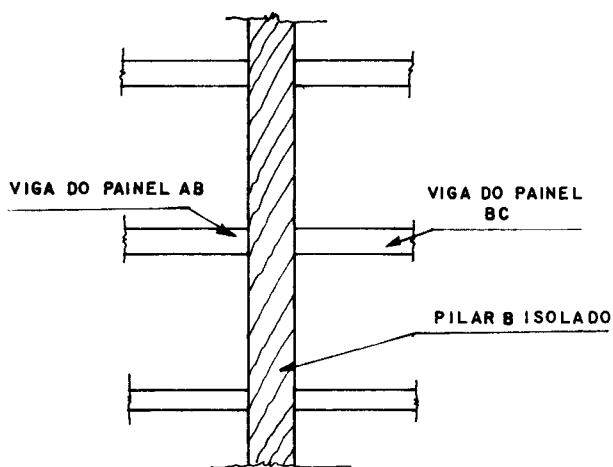


FIG II.7 - ELEVAÇÃO E PLANTA DO PILAR ISOLADO

A rigidez do conjunto, a partir da rigidez individual dos pilares pode ser encontrada através da soma tória das forças Q_{p_i} dos n_p pilares projetados na direção da cortante externa Q .

$$\sum_{i=1}^{n_p} Q_{p_i} \cdot \cos \theta_i = Q \quad \dots (II.17)$$

ou ainda, com base em (II.15), resulta:

$$\sum_{i=1}^{n_p} s_{p_i} \cdot \cos^2 \theta_i u' = Q \quad \dots (II.18)$$

Sendo s_g a rigidez global dos pórticos à ação da força cortante é válido escrever que

$$Q = s_g u' \quad \dots (II.19)$$

e portanto

$$s_g = \sum_{i=1}^{n_p} s_{p_i} \cdot \cos^2 \theta_i = s_p \sum_{i=1}^{n_p} \cos^2 \theta_i \quad \dots(\text{II.20})$$

uma vez que todos os pilares e vigas são idênticos.

Para o caso da Fig. II.6, havendo um total de 12 pilares,

$$\sum_1^{12} \cos^2 \theta_i = 6$$

e portanto, com base em (II.16) obtêm-se

$$s_g = \frac{72 E K_p \cdot K_v}{h(K_p + K_v)} \quad \dots(\text{II.21})$$

A mesma rigidez pode ser obtida através das rigidezes s_f dos painéis independentes, sendo tomada igual a $K_p/2$ a contribuição de cada um dos 12 pilares. Utilizando (II.6) resulta:

$$s_f = \frac{12E}{h} \left[2 \times \frac{K_p}{2} \times \frac{K_v}{2 \times \frac{K_p}{2} + K_v} \right] = \frac{12 E K_p \cdot K_v}{h(K_p + K_v)} \quad \dots(\text{II.22})$$

No quadrante mostrado na Fig. II.6, o equilíbrio dos esforços cortantes é dado por:

$$Q_{AB} \cos 15^\circ + Q_{BC} \cos 45^\circ + Q_{CD} \cos 75^\circ = \frac{Q}{4} \quad \dots(\text{II.23})$$

ou ainda

$$4(s_f u' \cos^2 15^\circ + s_f u' \cos^2 45^\circ + s_f u' \cos^2 75^\circ) = Q = s_g u'$$

e portanto

$$s_g = 4 s_f \sum_1^3 \cos^2(\theta+\gamma) = 6 s_f \quad \dots(\text{II.24})$$

obtendo-se então a mesma rigidez encontrada em (II.21), se se tomar o valor de s_f expresso em (II.22)

APÊNDICE III - Deslocamento vertical do ponto médio do lintel

Na Fig. III.1 mostra-se, em planta, a posição de um lintel genérico do edifício composto por núcleo central com aberturas. No ponto médio do lintel i , que é um ponto de momento fletor nulo, atua tão somente o esforço cortante $q_i \times h$, o qual provoca o aparecimento de flexão e torção ao longo do trecho de lintel suposto engastado à parede.

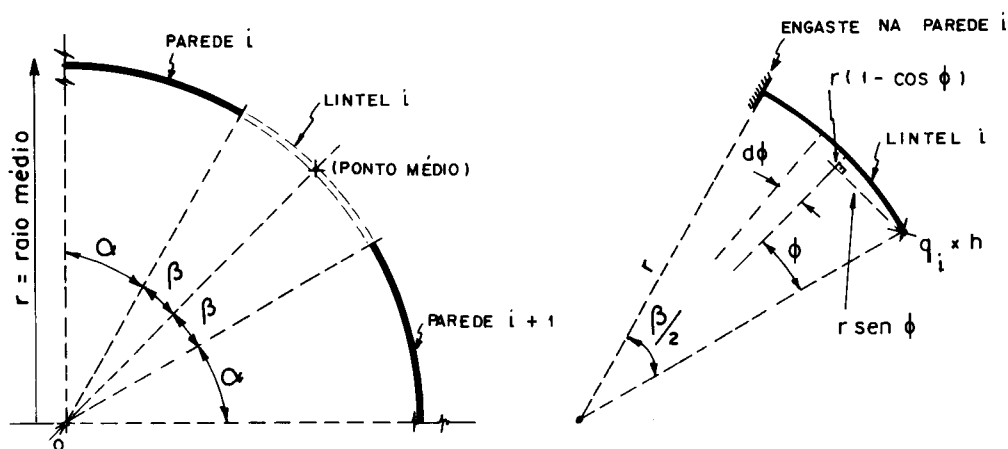


Fig. III.1 - LINTEL i ENGASTADO À PAREDE i .

O deslocamento do ponto médio do lintel será obtido através de

$$\delta_v = \int_0^\beta \frac{M_\phi \cdot \bar{M}_\phi}{EI_\ell} ds + \frac{M_{t\phi} \cdot \bar{M}_{t\phi}}{GI_{t\ell}} ds \quad \dots(III.1)$$

onde

M_ϕ e $M_{t\phi}$ são respectivamente os momentos fletor e torçor que aparecem no lintel devido à atuação de $q_i h$.

\bar{M}_ϕ e $\bar{M}_{t\phi}$ são os momentos fletor e torçor que aparecem no lintel, quando atua uma carga unitária em lugar de $q_i h$.

I_ℓ e $I_{t\ell}$ são respectivamente os momentos de inércia à flexão e torção do lintel.

Sendo os valores

$$M_\phi = q h r \text{ sen}\phi$$

$$M_{t\phi} = q h r (1 - \text{cos}\phi)$$

$$\bar{M}_\phi = r \text{ sen}\phi \quad \dots \text{(III.2)}$$

$$\bar{M}_{t\phi} = r (1 - \text{cos}\phi)$$

$$ds = r d\phi$$

substituídos em (III.1) e efetuada a integração, o deslocamento vertical do ponto médio do lintel resulta igual a $q \cdot \gamma$, onde γ é dado por

$$\gamma = \frac{hr^3}{4} \left\{ \frac{[2\beta - \text{sen}(2\beta)]}{EI_\ell} + \frac{[6\beta + \text{sen}(2\beta) - 8\text{sen}(\beta)]}{GI_{t\ell}} \right\} \quad \dots \text{(III.3)}$$

2 - MOMENTOS DE INÉRCIA À FLEXÃOa) em relação ao eixo rr

$$J_{rr} = \int_S t^2 ds \quad \dots(\text{IV.4})$$

onde

$$t = r \operatorname{sen}\theta \quad \dots(\text{IV.5})$$

$$ds = t' r d\theta$$

Portanto

$$J_{rr} = 2 \int_0^\alpha r^3 t' \operatorname{sen}\theta d\theta \quad \dots(\text{IV.6})$$

ou, substituindo

$$\operatorname{sen}^2\theta = 1 - \cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

tem-se

$$J_{rr} = \frac{r^3 t'}{2} (2\alpha - \operatorname{sen} 2\alpha) \quad \dots(\text{IV.7})$$

b) em relação ao eixo tt

$$J_{tt} = \int_S r^2 ds \quad \dots(\text{IV.8})$$

ou então

$$J_{tt} = J_x - S \cdot Y_{C.G}^2 \quad \dots(\text{IV.9})$$

onde $J_x = \int_S y^2 ds$ e os valores de y, S e $Y_{C.G}$ são dados em (IV.2) e (IV.3).

$$J_{tt} = \left[2 \int_0^\alpha (r \cos \theta)^2 r t' d\theta \right] - 2 r t' \alpha \left(\frac{r \sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \dots (IV.10)$$

Efetuada a integração resulta:

$$J_{tt} = \frac{r^3 t'}{2} \left[2\alpha + \sin(2\alpha) - \frac{4 \sin^2 \alpha}{\alpha} \right] \quad \dots (IV.11)$$

3 - POSIÇÃO DO CENTRO DE CISALHAMENTO

Se dF a resultante das tensões de cisalhamento que atuam no elemento dS da Fig. IV-1 e Q a força cortante que atua na parede, em seu centro de cisalhamento, é válido escrever:

$$Q \cdot C = \int_S dF \cdot r \quad \dots (IV.12)$$

onde:

$$dF = \tau ds \quad \dots (IV.13)$$

$$\tau = \frac{QM_s}{t' J_{rr}}$$

O valor de M_s pode ser encontrado a partir de

$$M_s = \int_S X ds = \int_\theta^\alpha r \sin \theta t' r d\theta \quad \dots (IV.14)$$

ou seja:

$$M_s = -tr^2 \left[\cos\alpha - \cos\theta \right] \quad \dots(\text{IV.15})$$

Utilizando o valor de M_s em (IV.13) e posteriormente na equação de equilíbrio (IV.12), encontra-se

$$C = \frac{2Q}{Qt'J_{rr}} \int_0^\alpha -tr^2 \left[\cos\alpha - \cos\theta \right] rt'rd\theta \quad \dots(\text{IV.16})$$

que, após a integração e usando o valor J_{rr} de (IV.7), resulta:

$$C = 2r \left[\frac{\text{sen}\alpha - \alpha \cos\alpha}{\alpha - \text{sen}\alpha \cos\alpha} \right] \quad \dots(\text{IV.17})$$

BIBLIOGRAFIA

- 1 - STAMATO, M.C. e LUCCHESI, J.A. - Cargas do Vento nas Construções (Normas) - Publicação nº 130 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1971
- 2 - STAMATO, M.C. - Associação Contínua de Painéis de Contraventamento - Publicação nº 157 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1972
- 3 - MANCINI, E. - Análise Contínua de Estruturas de Edifícios Elevados Sujeitos à Ação do Vento - Publicação nº 184 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1973
- 4 - STAMATO, M.C. - Torção de Estruturas de Edifícios Elevados - Publicação nº 156 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1971
- 5 - SCALZI, J.B.; FLEMING, J.F. e KUANG-HAN CHU - Analysis of Circular Steel Multistory Frameworks - Journal of the Structural Division - Proceedings da ASCE - February, 1967 - pp. 149-169
- 6 - STAMATO, M.C. - Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento - Publicação nº 131 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1971
- 7 - STAMATO, M.C. e SMITH, B.S. - Análise Aproximada de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Elevados - Publicação nº 155 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1968
- 8 - STAMATO, M.C. - Estado Atual da Análise de Estruturas Tridimensionais de Edifícios Altos - Publicação nº 163 - Escola de Engenharia de São Carlos - USP - 1972
- 9 - WAKABAYASHI, M. e YAGUI, T. - Tall Core-supported Structures - Regional South-American Conference on Tall Buildings - Porto Alegre, RS - Brasil - Dez. 1973

- 10 - YAGUI, T. - Processo Discreto de Análise de Estruturas Tri-Dimensionais de Edifícios Altos - Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural - Caracas - Venezuela - Dez. 1975
- 11 - LAIER, J.E. - Análise Tridimensional dos Efeitos de Temperatura em Edifícios Altos - Publicação da Escola de Engenharia de São Carlos - 1975
- 12 - FERREIRA, L.F.O. - Associação Plana de Pórticos com Pilares Paredes - Publicação da Escola de Engenharia de São Carlos - 1975
- 13 - CARDAN, B. - Concrete Shear Walls Combined with Rigid Frames in Multistory Buildings Subject to Lateral Loads - A.C.I., Journal - Sept., 1961 - pp. 299-315
- 14 - GERE, J., WEAVER, W. - Analisis de Estructuras Reticulares - Ed. Compañia Editorial Continental - 2^a ed. - 1970
- 15 - OLIVEIRA, C.S.M. - Relatório de Atividades - FAPESP - Tecnológicas e Industriais - nº 70/653 - período Julho-Dezembro de 1971.