

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

CONTRIBUIÇÃO À OTIMIZAÇÃO DO TRAÇADO DE  
CABOS DE VIGAS CONTÍNUAS PROTENDIDAS

ENGº LUIZ R.S. AGOSTINI

CONTRIBUIÇÃO À OTIMIZAÇÃO DO TRAÇADO DE  
CABOS DE VIGAS CONTÍNUAS PROTENDIDAS

ENGº LUIZ R.S. AGOSTINI

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

Suplentes:

Prof. Dr. A. Margarido

Prof. Dr. R.L.A. Barbato

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. J.L.B.A. Castanho

Prof. Dr. Ilio Montanari

Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

São Carlos, março de 1976

Aos meus pais, esposa e filha

## Agradecimentos

Na elaboração de um trabalho de pesquisa muitas pessoas são levadas a colaborar, portanto de início o autor agradece a todos que direta ou indiretamente contribuíram neste trabalho.

Agradece ao Professor Dr. Dante A.O. Martinelli pela precisa e eficiente orientação durante a execução do trabalho.

Agradece ao Centro de Computação da Universidade Estadual de Campinas, no qual foi executado a parte de programação.

Agradece ao colega Professor Msc. Aloisio Ernesto Assan, assistente da Área de Concreto Armado e Protendido, da Faculdade de Engenharia de Limeira, pelas sugestões eficientes e críticas construtivas durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Agradece à Srta. Isilda Ferreira da Silva pelo excelente trabalho de datilografia, e ao senhor Domingos Pereira pelo trabalho de desenhista.

Finalmente agradece ao Prof. Dr. Miguel Carlos Stamato, embora hoje longe de nosso convívio, por tê-lo iniciado e lhe ensinado os primeiros passos no vasto campo da pesquisa.

## Sumário

Apresenta-se neste trabalho, para o iniciante no estudo das vigas contínuas protendidas, uma série de conceitos fundamentais e técnicas, com o objetivo de orientá-lo no traçado de cabos usando um cálculo automático proposto por Assan (1974).

Inicialmente são propostas algumas modificações na programação citada, já sugeridas por Assan, isto é, a consideração das perdas de protensão devidas aos fenômenos da retração e da deformação lenta do concreto e o acréscimo de um subprograma para verificação dos efeitos de operações sucessivas de estiramento e afrouxamento do cabo.

Quanto às técnicas de traçados de cabos são propostos traçados usando o conceito de concordância dos cabos, traçados definidos analiticamente por associações de parábolas quadráticas e cúbicas e traçados usando o método de balanceamento de cargas.

Para uma visualização do caminho em busca do traçado ótimo, analisa-se uma viga contínua de três tramos, cuja relação entre tramos é 0,6: 1,0: 0,6, levando-se em consideração na análise dos resultados as conveniências técnicas e econômicas do traçado proposto.

## Abstract

This paper presents, for beginners in the study of continuous prestressed concrete beams, a series of fundamental concepts and techniques, to be followed for cabling layout orientation making use of a computer program proposed by Assan (1974).

Initially some modifications were inserted in that program, as suggested by Assan, that is, the consideration of the prestress loss due to shrinkage and creep phenomena and the addition of a subroutine for verification of the effects of successive operations of extension and release of the cable.

As techniques for cabling layout are proposed : the use of the concept of cables concordancy, tracings analytically defined by association of quadratic and cubical parabolas and tracings using the load balancing method.

To visualize the steps during the investigation of the excellent layout, a continuous beam of three spans is analysed, whose proportion between spans is 0.6:1.0:0.6 , considering in the analysis of the results the technical and economical conveniences of the proposed layout.

## NOTAÇÃO

### Notação Geral

#### Dimensões lineares :

$e_a$  = excentricidade da força de protensão em relação ao centro de gravidade (C.G.) da seção

$d$  = deslocamento da linha de pressão no concreto em relação à linha do centro de gravidade da armadura

$y'$  = distância do C.G. à borda inferior da seção

$y''$  = distância do C.G. à borda superior da seção

$K'$  = distância do antipolo da borda inferior ao C.G. da seção

$K''$  = distância do antipolo da borda superior ao C.G. da seção

#### Áreas:

$S_c$  = área da seção transversal de concreto

$S_a$  = área da seção de aço

#### Forças de protensão :

$N_a$  = força de protensão após as perdas

$N_{a_0}$  = força de protensão imediatamente após a sua aplicação

$X$  = perda da força de protensão

#### Tensões :

$\sigma_c$  = tensão no concreto (positiva quando de tração e negativa quando de compressão)

$\sigma_{CG}$  = tensão na altura do C.G. da seção

$\bar{\sigma}_c$  = tensão admissível no concreto na borda mais comprimida

$\bar{\sigma}_T$  = tensão admissível no concreto na outra borda (positiva quando de tração e negativa quando de compressão)

Diversos:

$M_g$  = momento fletor devido à carga permanente

$M_p$  = momento fletor devido às cargas móveis

$M_{Na}$  = momento fletor devido à protensão

$M_i$  = momento isostático de protensão

$M_{nh}$  = momento hiperestático de protensão

$M_{nk}$  = momento nuclear

$E_c$  = módulo de deformação longitudinal no concreto

$E_a$  = módulo de elasticidade do aço da armadura de protensão

$J$  = momento de inércia da seção

$\epsilon_r$  = retração final do concreto

$\psi$  = coeficiente de deformação lenta

$U_r$  = umidade relativa



## Notação de computador

- AMG = momento das cargas permanentes.
- AMPN = momento das cargas móveis =  $1,2 M_p^-$ .
- AMPP = momento das cargas móveis =  $1,2 M_p^+$ .
- C = número de cabos na viga.
- CLYG, C2LYG = excentricidades da força de protensão suposta deslocada pela ação do momento fletor.
- EL, E2L = excentricidade do fuso limite.
- E 1 = excentricidade no apoio extremo de uma viga contínua de três tramos.
- EM 1 = excentricidade máxima no primeiro tramo de uma viga contínua de três tramos.
- E 2 = excentricidade máxima no apoio interno de uma viga contínua de três tramos.
- EM 2 = excentricidade máxima no tramo central de uma viga contínua de três tramos.
- ITEST = número positivo para cabo tracionado pelas duas extremidades e número negativo para cabo tracionado por uma extremidade.
- KL, K2L = distância dos polos do núcleo central ao centro de gravidade da seção.
- PERDA = perda por atrito em cada seção para cada cabo.
- PP = força de protensão para cada cabo em cada seção.
- SA1 = área da seção transversal de cada cabo.
- SIGA E = tensão de escoamento de armadura de protensão.
- SIGAT = tensão de ruptura da armadura de protensão.
- SIGR = tensão mínima de ruptura do concreto à compressão.
- SIGT = tensão mínima de ruptura do concreto à tração.
- ST = área total da seção transversal.
- TP = tipo de protensão.
- Y = ordenada de cada cabo em cada seção.
- YG = altura do CG da seção em relação à borda inferior.

## INDICE

INTRODUÇÃO .....	I
A - Alguns Conceitos fundamentais sobre vigas proten- didas .....	I
B - Descrição do trabalho executado.....	X
I - SOBRE A AUTOMATIZAÇÃO DO CÁLCULO DE VIGAS CONTÍNUAS PROTENDIDAS .....	1.1
I.1 - Estudos de aplicação à otimização de traçados de cabos para vigas contínuas.....	1.1
I.1.1 - Características da viga exemplo.....	1.5
I.1.2 - Traçado original - 19 cabos de 12Ø5 mm....	1.6
I.1.3 - Traçado proposto - 16 cabos de 12Ø5 mm....	1.8
I.1.4 - Listagem dos resultados.....	1.10
I.1.4.1 - Traçado original com 19 cabos de 12Ø5mm	1.10
I.1.4.2 - Traçado proposto com 16 cabos de 12Ø5mm	1.16
I.1.5 - Análise técnico-econômica dos dois traça- dos de cabos.....	1.22
I.1.5.1 - Análise técnica.....	1.22
I.1.5.2 - Análise econômica.....	1.24
I.2 - Modificações nos subprogramas.....	1.27
I.2.1 - Subprograma TENSA - Verificações de ten- sões.....	1.27
I.2.1.1 - Diagrama de blocos.....	1.28
I.2.1.2 - Listagem da subrotina TENSA.....	1.29
I.2.2 - Subprograma GRAF - Traçado do fuso limite e do cabo resultante.....	1.30
I.2.2.1 - Subprograma FUSO - Cálculo das ordena- das do fuso limite.....	1.30
I.2.2.1.1 - Fuso limite.....	1.30
I.2.2.1.2 - Determinação das excentricidades C' e C".....	1.31
I.2.2.1.3 - Descrição do subprograma.....	1.35
I.2.2.1.4 - Diagrama de blocos.....	1.36
I.2.2.1.5 - Listagem da subrotina FUSO.....	1.37
I.3 - Complementação com a introdução de subprogra- mas.....	1.38
I.3.1 - Subprograma PUXA - Controle da protensão por operações de esticamento e afrouxamen- to do cabo.....	1.38

I.3.1.1 - Controle de protensão.....	1.38
I.3.1.2 - Descrição do subprograma.....	1.40
I.3.1.3 - Diagrama de blocos.....	1.42
I.3.1.4 - Listagem da subrotina PUXA.....	1.44
I.3.2 - Subprograma PERDL - Cálculo das perdas de protensão devido à retração e à defor- mação lenta.....	1.46
I.3.2.1 - Retração do concreto.....	1.46
I.3.2.2 - Deformação lenta do concreto (fluên- cia).....	1.47
I.3.2.3 - Perdas de protensão por retração e deformação lenta do concreto.....	1.49
I.3.2.3.1 - Protensão axial.....	1.50
I.3.2.3.2 - Protensão excêntrica.....	1.53
I.3.2.4 - Descrição do subprograma.....	1.54
I.3.2.5 - Diagrama de blocos.....	1.55
I.3.2.6 - Listagem da subrotina PERDL.....	1.55
II - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS CONCORDANTES.....	2.1
II.1 - Noções sobre cabo concordante.....	2.1
II.2 - A viga-exemplo, com cabos concordantes.....	2.6
II.2.1 - Características da viga V1 e traçados propostos.....	2.7
II.2.1.1 - Características geométricas da vi- ga V1.....	2.8
II.2.1.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm.....	2.9
II.2.1.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm.....	2.12
II.2.1.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2".....	2.13
II.2.2 - Características da viga V2 e traçados propostos.....	2.14
II.2.2.1 - Características geométricas da vi- ga V2.....	2.14
II.2.2.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm.....	2.15
II.2.2.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm.....	2.16
II.2.2.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2".....	2.17
II.2.3 - Características da viga V3 e traçados propostos.....	2.18

II.2.3.1 - Características geométricas da viga V3.....	2.18
II.2.3.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm.....	2.19
II.2.3.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm.....	2.20
II.2.3.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2".....	2.21
II.2.4 - Características da viga V4 e traçados propostos.....	2.22
II.2.4.1 - Características geométricas da viga V4.....	2.22
II.2.4.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm.....	2.23
II.2.4.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm.....	2.24
II.2.4.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2".....	2.25
II.3 - Análise técnico-econômica dos traçados concordantes propostos.....	2.26
II.3.1 - Análise técnica.....	2.26
II.3.2 - Análise econômica.....	2.31
II.3.3 - Listagem dos resultados - Traçado concordante com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2.....	2.34
III - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS DEFINIDOS ANALITICAMENTE.....	3.1
III.1 - Estudo do uso dos cabos definidos analiticamente.....	3.1
III.2 - Subprogramas para a definição analítica do cabo resultante.....	3.3
III.2.1 - Subprograma TRAPA.....	3.3
III.2.2 - Subprograma TRPAR.....	3.6
III.2.3 - Considerações sobre o subprograma TRPAS.....	3.7
III.2.4 - Diagramas de blocos dos subprogramas	3.10
III.2.4.1 - Subprograma TRAPA.....	3.10
III.2.4.2 - Subprograma TRPAR.....	3.11
III.2.5 - Listagem dos subprogramas.....	3.14
III.2.5.1 - Subprograma TRAPA.....	3.14
III.2.5.2 - Subprograma TRPAR.....	3.15
III.3 - Traçados propostos.....	3.16

III.4 - Análise técnico-econômica dos traçados de finidos analiticamente.....	3.17
III.4.1 - Análise técnica.....	3.17
III.4.2 - Análise econômica.....	3.22
III.4.3 - Listagem dos resultados - Traçado definido analiticamente pelo sub- programa TRPAR com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2.	3.23
III.5 - Noções sobre o uso do "cabo-chapéu".....	3.30
III.5.1 - Definição analítica do cabo-chapéu	3.30
IV - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS PELO MÉTODO DO BALANCEAMENTO DE CARGAS.....	4.1
IV.1 - Noções sobre o método do balanceamento de cargas.....	4.1
IV.2 - Traçados propostos usando o método do ba- lanceamento de cargas.....	4.5
IV.3 - Análise técnico-econômica entre os tra- çados propostos.....	4.8
IV.3.1 - Análise técnica.....	4.8
IV.3.2 - Análise econômica.....	4.10
IV.3.3 - Listagem dos resultados - Traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" pa- ra a viga V2 pelo método do balancea- mento de cargas.....	4.11
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	C.1
BIBLIOGRAFIA.....	B.1

## INTRODUÇÃO

### A-Alguns conceitos fundamentais sobre vigas protendidas

O projeto das estruturas contínuas de concreto protendido é mais trabalhoso que o das estruturas de concreto armado, apesar da teoria ser essencialmente a mesma.

Enquanto as estruturas de concreto armado são projetadas somente para resistir aos esforços oriundos dos carregamentos externos, as de concreto protendido são projetadas também para criar esforços que serão superpostos aos esforços das cargas externas. Os novos esforços, introduzidos são obtidos geralmente pelo pré-tensionamento da armadura. Os esforços assim criados pela protensão variarão de intensidade conforme variar a posição da armadura, cujo posicionamento, obriga portanto o projetista a cuidadosa análise. Devido às diversas possibilidades de posicionamento, a procura do melhor traçado desta armadura ativa é mais trabalhosa do que o projeto da armadura passiva do concreto armado.

Todavia, dominando-se a análise das estruturas estaticamente indeterminadas e o projeto das vigas isostáticas de concreto protendido, sem maiores dificuldades conceituais se projetará uma viga contínua protendida.

Admitindo que o leitor já tenha conhecimentos desses dois problemas, procura-se, a seguir, estender essas noções à análise das estruturas protendidas hiperestáticas. Desde

jã, deve-se notar que qualquer dos processos de determinação dos esforços em vigas ou pórticos hiperestáticos poder ser empregado; aqui, tendo em vista o emprego do computador, será usada sistematicamente a formulação matricial exposta por Gere e Weaver (1967)\*.

Para uma visualização mais ampla do problema, examinar-se-ã primeiramente a diferença entre uma viga isostãtica e uma viga contĩnua, ambas de concreto protendido.

Sendo as estruturas protendidas estruturas nas quais são introduzidos esforços internos de intensidade e distribuiçãõ tais que podem equilibrar atẽ um grau desejado os esforços resultantes das cargas externas, para a explicaçãõ de seu comportamento bãsico considere-se que o aço e o concreto atuam conjuntamente, o aço trabalhando ã traçãõ e o concreto ã compressãõ, comportamento este idẽntico ao das estruturas de concreto armado.

A introduçãõ de esforços internos ã usualmente feita com o prẽ-alongamento de aços de alta resistẽncia, geralmente ancorados contra o concreto, produzindo esforços e deformações desejãveis em ambos os materiais, com o intũito de criar esforços resistentes aos esforços externos.

No estudo de uma viga simplesmente apoiada, se a protensãõ aplicada for axial, isto ã, nas diferentes seções ao longo da viga a linha que define os centros de gravidade da armadura coincide com a linha que define os centros de gravidade da viga, tem-se a situaçãõ esquematizada na fig.A.1 e, pela teoria elãstica, a distribuiçãõ de tensões de compressãõ em cada seçãõ ã uniforme e igual a

$$\sigma_{na} = - \frac{N_a}{S}$$

onde  $\sigma_{na}$  = tensãõ de compressãõ no concreto negativa devida ã protensãõ

$N_a$  = forçã de protensãõ

$S$  = ãrea da seçãõ de concreto

A resultante  $C$  das tensões de compressãõ no concreto serã igual e contrãria ã resultante  $N_a$  de traçãõ no aço.

---

(\*) - Autor e data identificam as referẽncias bibliogrãficas, ordenadas alfabeticamente na Bibliografia

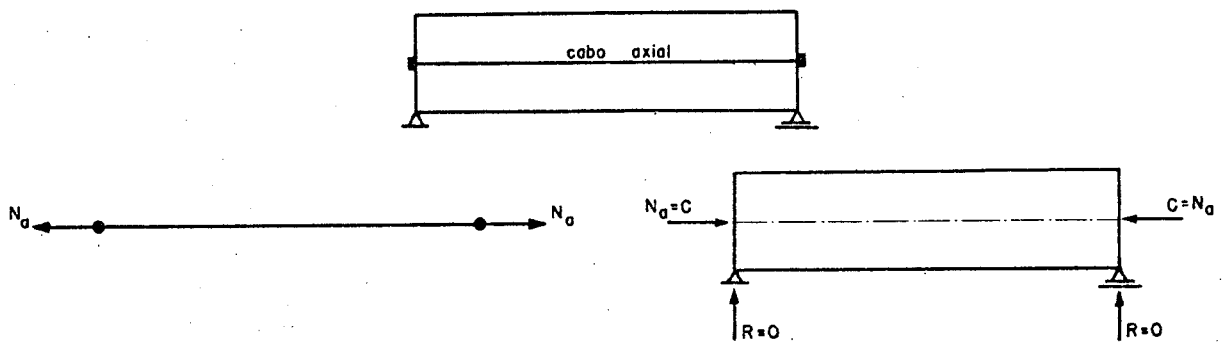


FIG.-A.1 - VIGA PROTENDIDA AXIALMENTE

Se a viga simplesmente apoiada for protendida excêntrica (fig.A.2), em qualquer seção transversal a distribuição de tensões no concreto é dada por

$$\sigma_{na} = - \frac{N_a}{S} \pm \frac{N_a e_a y}{J}$$

com  $e_a$  = excentricidade da força de protensão em relação ao centro de gravidade da seção

$y$  = distância da fibra analisada ao centro de gravidade da peça

$J$  = momento de inércia da seção

Neste caso a resultante  $C$  de compressão no concreto também será igual e contrária à resultante de tração  $N_a$  na armadura; no entanto, criou-se um momento fletor  $N_a e_a$ , devido à excentricidade da força de protensão, o qual poderá combater a flexão devida às cargas externas. Este momento fletor é denominado momento isostático de protensão  $M_i = N_a e_a = C e_a$ .

Tanto na protensão axial como na protensão excêntrica, o lugar geométrico dos pontos de aplicação da resultante  $C$  de compressão ao longo da viga é denominado linha de pressão no concreto.



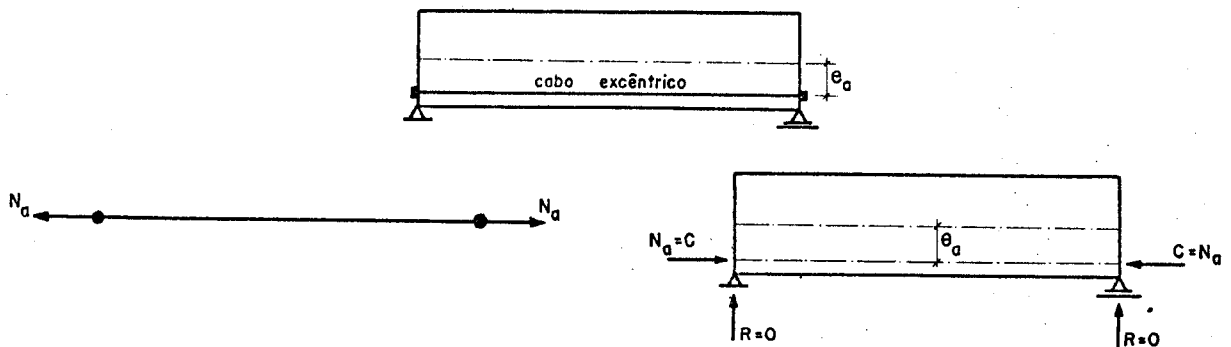


FIG.— A. 2 — VIGA PROTENDIDA EXCENTRICAMENTE

Nota-se que na viga simplesmente apoiada, levando-se em conta apenas o efeito da protensão, numa seção transversal qualquer o ponto de aplicação da resultante  $C$  de compressão coincide com o ponto de aplicação da força de protensão, isto é, a linha de pressão no concreto coincide com a linha dos centros de gravidade da armadura. Realmente, o que ocorre é o equilíbrio entre os esforços internos devidos à protensão, uma vez que o momento resistente interno tem que ser igual ao momento externo que é nulo, pois até aqui não introduziram cargas externas.

Agora, considere-se uma viga contínua, de concreto protendido. Levando-se em conta apenas o efeito da protensão da da, em geral este pré-esforço produzirá flexão e deslocamentos transversais, inclusive nas seções dos apoios onde, portanto, surgirão reações, necessárias para evitar esses deslocamentos relativos entre viga e apoios. Na fig.A.3 exemplifica-se com o caso muito simples de cabo excêntrico retilíneo.

As reações criadas produzem momentos na viga, e para resistí-los a linha  $C$  de pressão no concreto será deslocada de uma distância  $d$  em relação à linha dos centros de gravidade da armadura, para que haja equilíbrio entre o momento resistente interno e o momento externo devido às reações criadas.

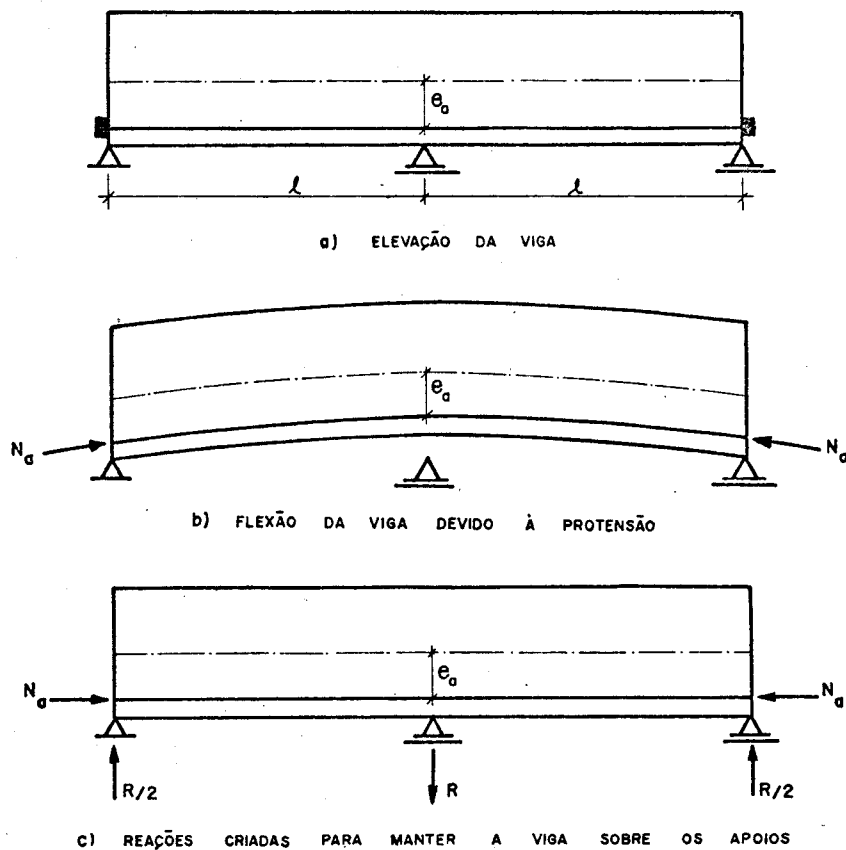


FIG. — A.3 — REAÇÕES DEVIDAS À PROTENSÃO NUMA VIGA CONTÍNUA

Esses momentos exteriores são chamados hiperestáticos de protensão ( $M_h$ ), porque derivam da protensão e porque não existem numa viga isostática, onde a protensão não cria reações. Esses momentos, apesar de frequentemente chamados secundários, muitas vezes desempenham parte importante no comportamento da viga.

Logo, em uma viga contínua, os momentos resultantes ( $M_R$ ) devidos à protensão são a soma algébrica dos momentos devidos às excentricidades da força de protensão e dos momentos hiperestáticos de protensão.

Os momentos devidos às excentricidades da força de protensão são idênticos aos que ocorrem numa viga simplesmente apoiada, isto é, são os momentos isostáticos de protensão ( $M_i$ ).

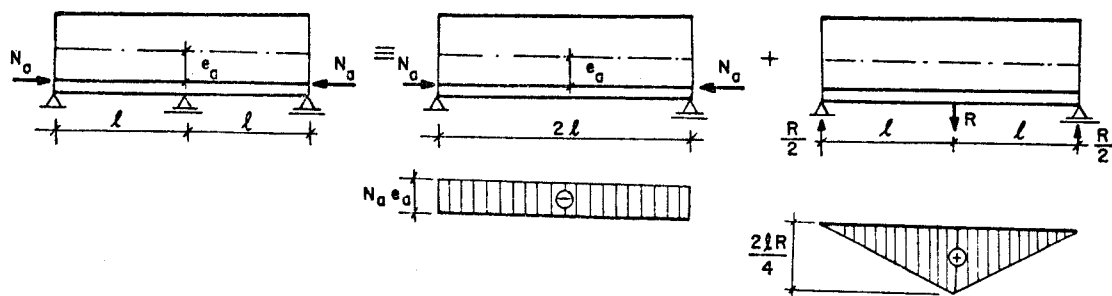


FIG.— A.4 MOMENTOS DEVIDOS À PROTENSÃO NUMA VIGA CONTÍNUA

Observe-se que os momentos hiperestáticos de protensão decorrem exclusivamente das reações criadas para manter a viga sobre os apoios e, portanto, sua variação entre dois apoios consecutivos é linear.

Se a força de protensão  $N_a$  permanecer constante entre dois apoios, a distância  $d = M_h/N_a$  também varia linearmente, portanto a linha de pressão no concreto tem a mesma forma intrínseca que a linha dos centros de gravidade da armadura, isto é, as duas linhas são afins.

Baseando-se nestas conclusões, tiradas do confronto entre uma viga simplesmente apoiada e uma viga contínua, ambas protendidas e sem cargas externas, tem-se que na viga simplesmente apoiada, em qualquer seção, o ponto de aplicação da resultante  $C$  de compressão no concreto coincide com o centro de gravidade da armadura, ao passo que na viga contínua isso geralmente não ocorre. Portanto na viga simplesmente apoiada a resultante  $C$  de tensões no concreto, em qualquer seção, define o ponto de aplicação da força de protensão  $N_a$ , ou seja, define o centro de gravidade da armadura, enquanto que na viga contínua somente define a linha de pressão no concreto.

Passando-se ao estudo de uma viga simplesmente apoiada de concreto protendido na qual age uma carga  $P$  de intensidade variável, nota-se que a medida que o momento fletor ( $M$ ) causado por  $P$  varia a resultante  $C$  e  $N_a$  praticamente permanecem constantes, mas aparecerá um braço de alavanca  $d$  entre elas dado por  $d = M/N_a$  uma vez que  $M = Cd = N_a d$  para que o momento externo seja igual ao momento resistente interno.

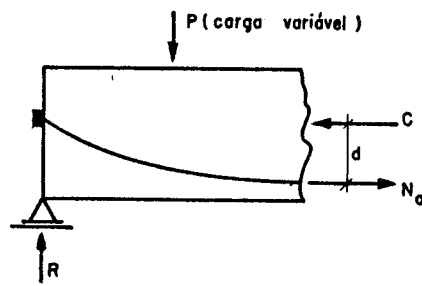


FIG. — A.5 — DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS NUMA VIGA DE CONCRETO PROTENDIDO

Na viga protendida contínua quando age uma carga  $P$  externa o que ocorre é idêntico, ou seja, aparecerá um braço de alavanca  $d_1 = M/N_a$  mas como a resultante  $C$  já está deslocada de  $d_2 = M_h/N_a$  em relação à resultante  $N_a$ , no total

$$\text{a distância } d = d_1 + d_2 = \frac{M + M_h}{N_a} .$$

Concluiu-se pois que a diferença entre uma viga simplesmente apoiada e uma viga contínua, ambas protendidas, está na presença dos momentos hiperestáticos de protensão que geralmente existem nas vigas contínuas.

Mostra-se em seguida um procedimento de cálculo dos momentos resultantes devidos à protensão, supondo que em cada tramo a componente axial de protensão seja constante. Conhecidos esses momentos resultantes, os momentos hiperestáticos de protensão são dados pela diferença entre aqueles e os momentos isostáticos, proporcionais às excentricidades do cabo resultante (um cabo fictício que passa pelos centros de gravidade da armadura ao longo da viga).

Como se esquetiza na fig.A.6, são as seguintes as diferentes fases do procedimento de cálculo:

a) cálculo e traçado do diagrama dos momentos isostáticos de protensão, supondo a viga simplesmente apoiada, dados por  $M_i = N_a e_a$  com  $N_a$  e  $e_a$  conhecidos;

b) cálculo e traçado do diagrama das forças cortantes obtido do diagrama dos momentos isostáticos, pois  $Q = dM/dx$ ;

c) cálculo e traçado do diagrama de carregamentos obtido desse diagrama de forças cortantes, com  $p = -dQ/dx$ ; observe-se que este carregamento equivale ao efeito da protensão sobre a estrutura;

d) cálculo e traçado do diagrama de momentos resultantes na viga contínua correspondente a esse carregamento equivalente à protensão, usando qualquer método de cálculo de vigas contínuas.

Obtidos assim os momentos resultantes ( $M_R$ ) devidos à protensão, como os momentos isostáticos ( $M_i$ ) são conhecidos, os momentos hiperestáticos serão calculados pela diferença  $M_R - M_i$ , a distância  $d$  de deslocamento da linha de pressão no concreto em relação ao ponto de aplicação de  $N_a$  será

$$d = \frac{M_R - M_i}{N_a} \text{ e a excentricidade } e'_a \text{ da linha de pressão em relação ao centro de gravidade da peça é dada por } e'_a = M_R / N_a.$$

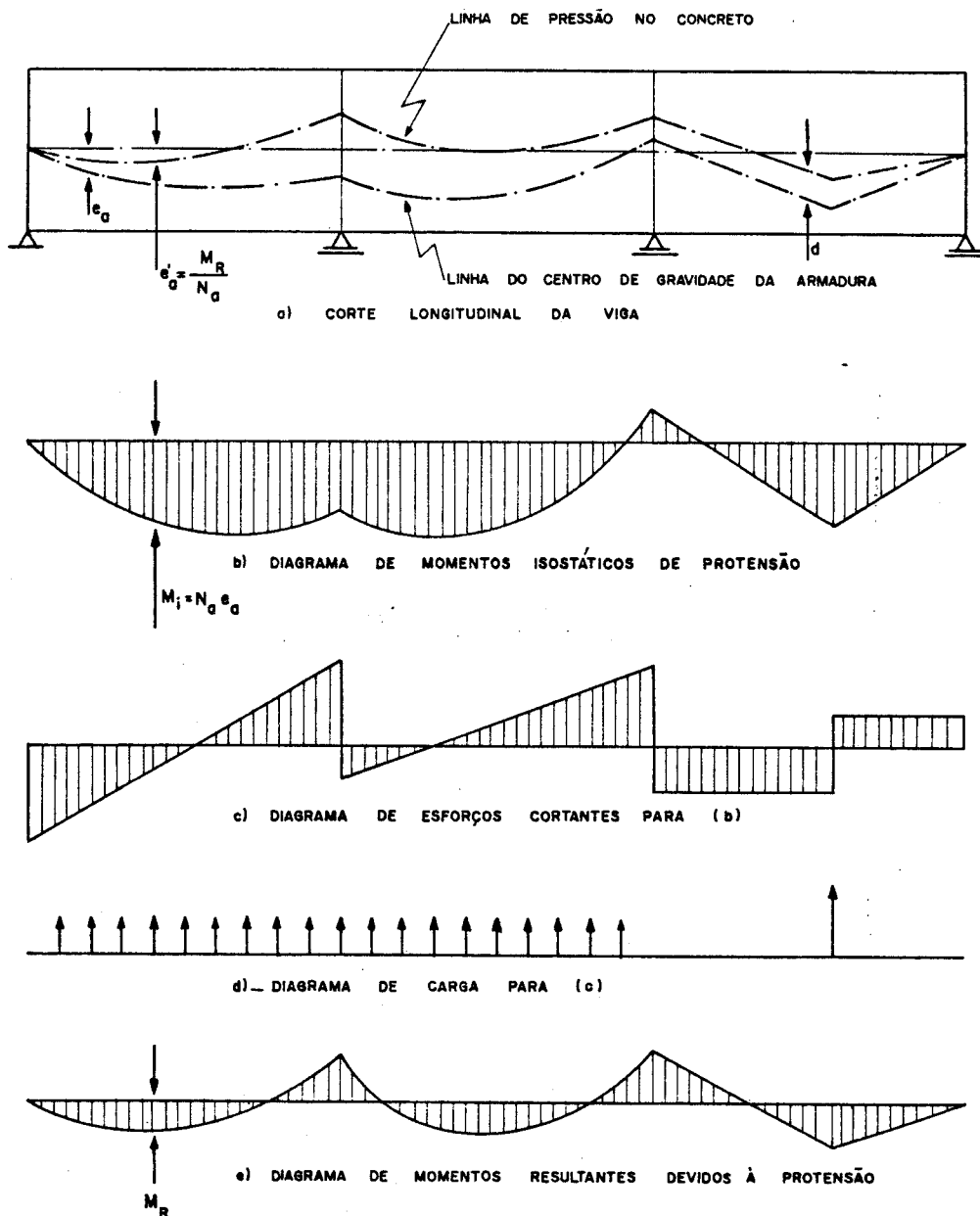


FIG.- A. 6 CÁLCULO DOS MOMENTOS DEVIDOS À PROTENSÃO

Analisados os efeitos da protensão em uma viga contínua, os momentos finais atuantes serão a soma dos momentos devidos à protensão e dos momentos devidos às cargas externas. Para esses momentos finais são calculadas pela teoria elástica, nas diferentes seções, as tensões atuantes que deverão satisfazer os limites impostos por Norma.

Indicou-se assim, sumariamente, como proceder à análise das vigas contínuas protendidas quando já se conhece o centro de gravidade da armadura. No entanto, ao se enfrentar o problema de projeto, o projetista necessita comparar diversos traçados, a fim de poder definir esses centros de gravidade de maneira mais conveniente.

Procurando orientar o iniciante no estudo das vigas contínuas protendidas nas diversas maneiras de projetar e procurar o melhor traçado de cabos, elaborou-se este trabalho.

## B-Descrição do trabalho executado

Usando um programa elaborado por Assan (1974), que permite o cálculo e as verificações dos esforços em diversas seções de uma viga contínua protendida, estudaram-se de início as possibilidades de modificar rapidamente um traçado de cabos, o que se fez comparando dois traçados para a mesma viga usada por Assan na elaboração do programa de cálculo.

Em seguida, com o intuito de complementar esse programa, foram introduzidas algumas modificações sugeridas pelo próprio autor da programação existente. A principal consiste no acréscimo de um subprograma para o cálculo das perdas de protensão decorrentes dos fenômenos de retração e deformação lenta do concreto.

Dado o interesse de se ter, ao longo de toda a viga, valores da força de protensão com pequeno intervalo de variação, acrescentou-se à programação também uma subrotina para a verificação dos efeitos de operações sucessivas de estiramento e afrouxamento dos cabos.

Quanto à elaboração dos traçados, começa-se pelo estudo de cabos concordantes, por ser sua análise mais fácil em decorrência da ausência dos momentos hiperestáticos de protensão e porque interessava sentir melhor as possibilidades dessa solução, inclusive para efeito de comparação com soluções dadas em seguida.

Para uma visualização geral do problema, estudou-se uma viga contínua de três tramos (com comprimentos na razão 0,6 : 1,0 : 0,6), para os casos de quatro seções transversais diferentes na altura e na largura da alma, mas constantes ao longo da viga, usando cabos de 12Ø7 mm, de 12Ø8 mm e de 12 cordoalhas de 1/2". Completando, fez-se um estudo técnico e econômico para a escolha do melhor traçado, sendo que para este apresentam-se todos os resultados obtidos através do computador.

Levando em conta as possibilidades de utilização de roteiros de cálculo programáveis, propôs-se em seguida a elaboração de traçados de cabos definidos analiticamente. Foram elaborados dois subprogramas que definem analiticamente o cabo resultante, de modo que qualquer um deles pode ser acres-

centado a programação existente, e representam os traçados mais usuais. Os subprogramas definem os traçados usando as associações de parábolas quadráticas e cúbicas. O subprograma TRAPA define o cabo resultante para uma viga contínua simétrica de três tramos, usando trechos parabólicos, e o subprograma TRPAR define o cabo resultante usando trechos parabólicos associados a trechos retos. Fizeram-se ainda considerações sobre uma rotina que definisse um traçado de cabos interrompidos, cruzando-se sobre os apoios internos, pensando-se no problema de grandes vãos.

Analogamente aos traçados concordantes, propuseram-se diversos traçados de cabos definidos analiticamente para a viga contínua tomada como exemplo. Obtidos os resultados foi feita uma análise técnico-econômica, para a escolha do melhor traçado definido analiticamente e uma comparação com o melhor traçado de cabos concordantes. Para o traçado escolhido apresentam-se os resultados obtidos através do computador.

Baseando-se nas observações decorrentes dessas experiências, estudaram-se a seguir novos traçados mediante o método do balanceamento das cargas. Neste estudo foram propostos vários traçados de cabos para a viga exemplo, e dos resultados obtidos decorreram várias considerações técnicas e uma análise econômica dos traçados. Para o melhor traçado apresentam-se todos os resultados obtidos pelo computador.

Finalmente, fizeram-se considerações sobre todo o estudo da otimização dos traçados de cabos propostos neste trabalho, indicando ao iniciante no estudo das vigas contínuas pretendidas alguns caminhos para a escolha do traçado de cabos.



## I - SOBRE A AUTOMATIZAÇÃO DO CÁLCULO DE VIGAS CONTÍNUAS PROTENDIDAS

### I.1 - Estudos de aplicação à otimização de traçados de cabos para vigas contínuas

Procurando obter uma otimização do traçado de cabos, sentiu-se a necessidade de possuir um roteiro de cálculo bem programado, que permitisse testar rapidamente o traçado proposto. Devido a essas necessidades optou-se por uma programação para computador, pois recentemente foi elaborado um programa por Assan (1974), de muita aplicabilidade e que será utilizado, com algumas modificações já sugeridas pelo próprio autor, as quais se exporã adiante.

Para que o leitor tome conhecimento do teste de um traçado de cabos usando o programa proposto por Assan, apresenta-se em resumo o roteiro deste cálculo automático.

Inicialmente são calculadas as características geométricas da seção transversal da viga, a partir de suas dimensões previamente fixadas. Em seguida são calculadas as perdas por atrito entre o cabo e a bainha, e com o valor da força de protensão inicial previamente adotado são calculadas as forças de protensão ao longo da viga seção por seção, descontando-se as referidas perdas.

As perdas por atrito foram consideradas como a soma de duas parcelas, uma devida à curvatura do cabo e outra devida ao comprimento do cabo, e seus valores são obtidos pela ex-

pressão adotada pelo CEB/72 -  $N_a = N_{a_0} e^{-f\theta - f'\ell}$

onde  $f$  = coeficiente de atrito da curva

$f'$  = coeficiente de atrito independente da curvatura

$\theta$  = desvio angular

$\ell$  = comprimento linear

sendo que adotou-se  $f = 0,3$  e  $f' = 0,003/m$ .

Com as forças de protensão e com as ordenadas dos cabos são calculados os momentos hiperestáticos de protensão e as forças cortantes devidas à protensão.

Analisando uma seção transversal de uma viga protendida, vê-se que, nos casos gerais ela pode ser tratada como uma peça submetida à flexão composta, onde a força de protensão excêntrica pode ser substituída por um momento fletor e uma força de compressão axial. Pode-se equacionar esse momento, dado pelo produto da força de protensão pela excentricidade da armadura, em função dos polos do núcleo central, e se tem os momentos nucleares ( $M_K$ ) superior e inferior, dados respectivamente por  $N_a(e_a + K')$  e  $N_a(e_a - K'')$ , onde  $K'$  e  $K''$  são as distâncias dos polos ao centro de gravidade da seção. O próximo passo, na programação de Assan, é o cálculo desses momentos, uma vez que esta formulação é vantajosa no cálculo das tensões nas bordas das seções.

Conhecidos os momentos nucleares, os momentos hiperestático ( $M_h$ ) de protensão e sendo os momentos devidos às cargas permanentes ( $M_g$ ) e móveis ( $M_p$ ) dados, calculam-se as tensões nas bordas das seções através da expressão

$$\sigma_c = \frac{1}{W}(M_g + 1,2M_p + M_K + M_h)$$

As tensões assim obtidas, são comparadas com os valores limites conforme item 5.3.2 da NB-116/70.

No caso de existirem nas bordas tensões de tração, mesmo que dentro dos limites de norma, é feita uma verificação com o objetivo de limitar a abertura de fissuras, e se necessário será calculada uma armadura suplementar para resistir aos esforços de tração oriundos da flexão, uma vez que segundo às prescrições de Norma deve ser considerada nula a resistência do concreto à tração (item 4.1.3 do P-NB-116/70)

Na verificação à fissuração é calculada a área da "se-

ção de envolvimento da armadura"; como nas vigas duplo T com laje inferior não há um critério que defina com clareza esta seção de envolvimento, adotou-se como tal o retângulo de altura igual a altura da cunha de tração e largura igual a largura da alma acrescida das m<sup>is</sup>ulas.

Em seguida a programação realiza a verificação à ruptura por flexão, sendo que o momento resistente (MRA) é comparado com o momento solicitante ( $MRC = 1,65 (M_g + 1,2M_p) + M_h$ ) em cada seção da viga.

O momento resistente, nas seções retangulares e seções T com a linha neutra cortando a mesa, é calculado usando o processo aproximado adotado pela NB-116/70. Para as seções T quando a altura da zona comprimida for maior que a mesa, faz-se a verificação por tentativas, a partir de um diagrama ( $\sigma_a, \epsilon_a$ ) construído aproximadamente para o aço usado.

Observe-se que na verificação à ruptura por flexão na programação proposta por Assan (1974), o cálculo realizado só é válido para as seções onde há concentração de cabos na zona tracionada, que geralmente correspondem às seções mais solicitadas, pois analisa o cabo resultante.

Nas seções onde os cabos ocupam várias posições na seção transversal, deve-se levar em consideração as diferentes deformações que ocorrem nas armaduras de protensão, para determinação do momento dos esforços resistentes internos, conforme Castanho (1972).

No entanto, é válida a consideração proposta na programação, pois o objetivo é testar rapidamente o traçado resultante, afim de se conseguir uma otimização e, em seguida dispor adequadamente a armadura de protensão ao longo da peça.

Finalmente, com as forças cortantes são calculadas as tensões de cisalhamento, que para as solicitações máximas e mínimas são verificadas conforme processo apresentado pelo Prof. Fernando Luiz Lobo Carneiro (em palestra proferida no Instituto de Engenharia de São Paulo em 1967) adaptado ao C.E.B/72, e para o estado limite de solicitação são verificadas conforme condições impostas pelo C.E.B/72. Destas verificações são fixados os espaçamentos dos estribos para a armadura transversal.

Para demonstração inicial das possibilidades que proporciona essa computização de vigas contínuas protendidas, usan-

do a viga exemplo que serviu de base para a elaboração do trabalho de Assan, se ao invés do traçado original com 19 cabos de 12Ø5 mm (conforme tabela I e fig.3) se elaborar um traçado baseado no original sō que usando 16 cabos de 12Ø5mm (conforme tabela II e fig. 4) se pode testar rapidamente que nos dois traçados os resultados das verificações impostas pelas normas sō satisfatōrios e se equivalem.

A viga-exemplo ē a viga principal interna da superestrutura de uma ponte rodoviāria, classe 36, com trēs tramos, 14,20m - 24,00m - 14,20m, e quatro vigas longitudinais (fig.1).

Os esforços solicitantes - momentos fletores e forças cortantes apresentados junto aos resultados da programação - foram obtidos para cada dēcimo de tramo, analisando cada viga isoladamente, sendo que sua seção transversal tem largura da mesa igual a 2,70 m (fig.2). No entanto, devido ā sua reduzida altura de construção, esta superestrutura poderia funcionar como uma placa ortōtropa com vazamentos, alterando os valores dos esforços solicitantes obtidos pela maneira simplificada de considerar as vigas isoladas.

Ressaltados esses detalhes, apresentam-se as características de ambos os traçados para a viga-exemplo, os resultados obtidos atravēs do computador e em seguida uma análise tēcnicoeconômica dos traçados.

I.1.1 - Características da Viga Exemplo

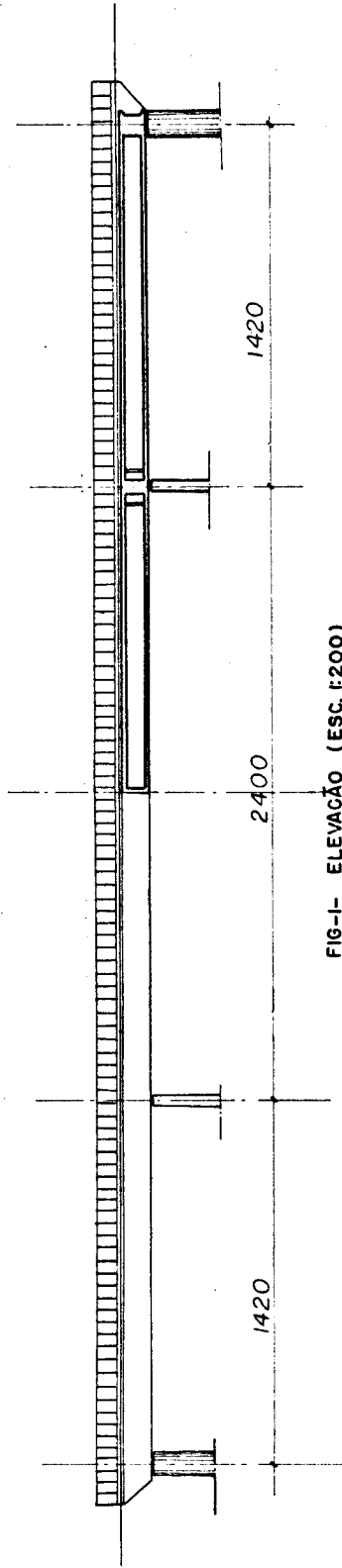


FIG-1- ELEVACÃO (ESC. 1:200)

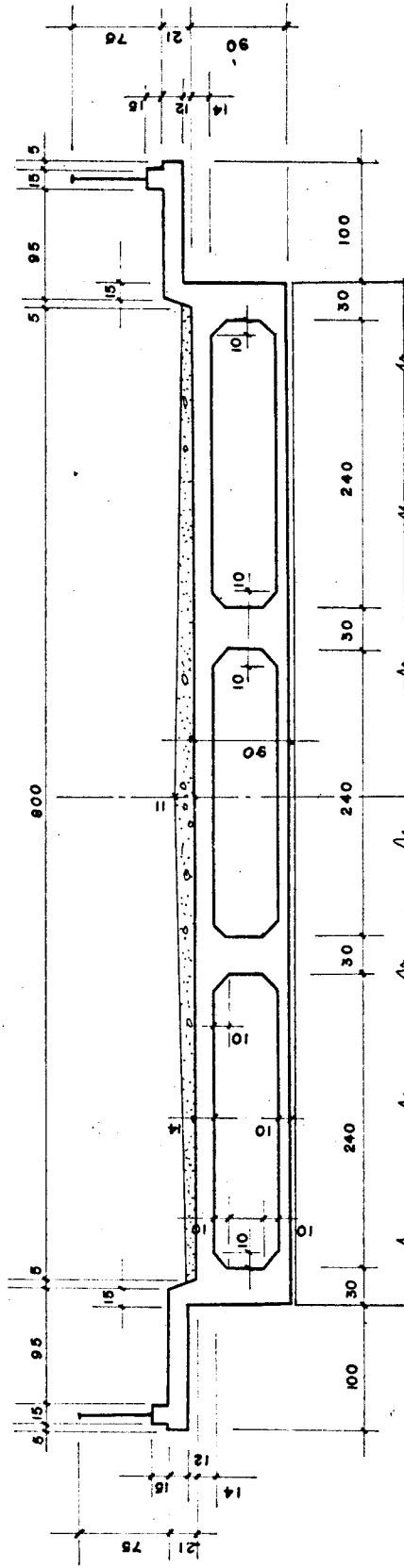
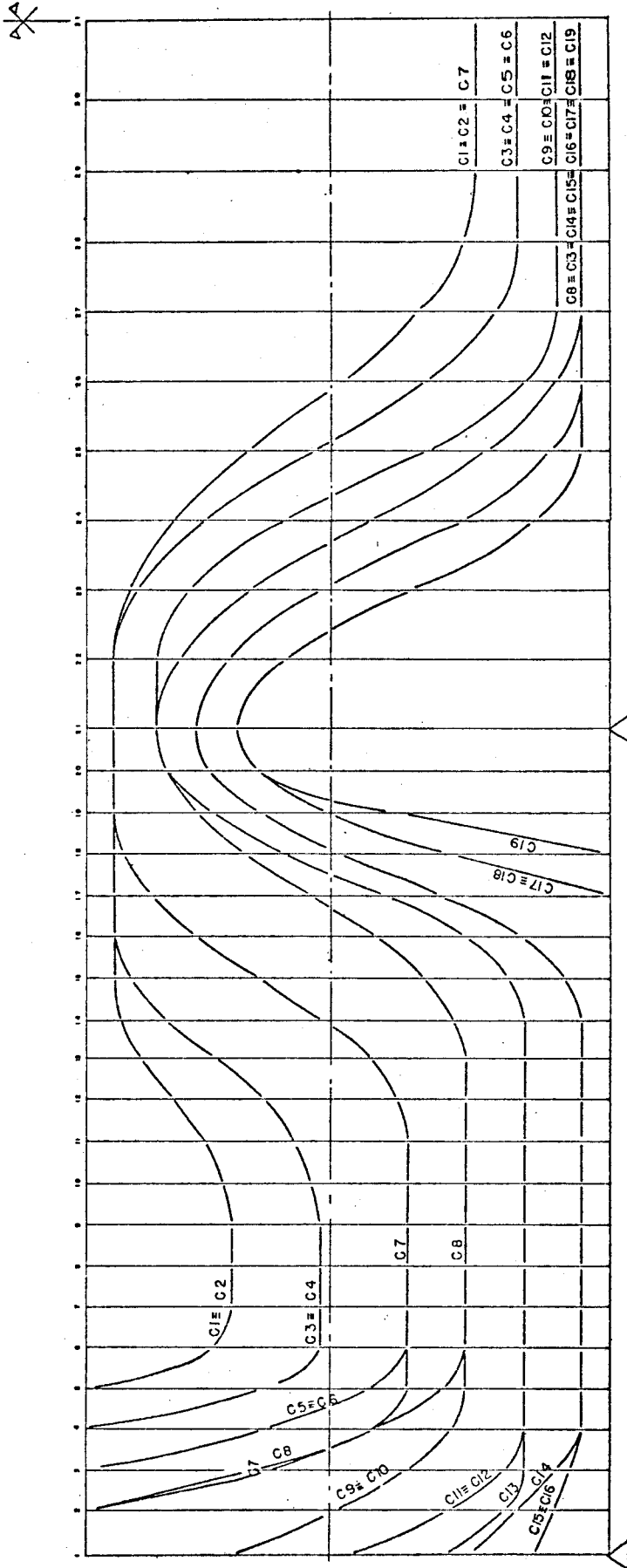


FIG-2- CORTE TRANSVERSAL (ESC. 1:50)

I.1.2 - Traçado original - 19 cabos de 12Ø 5mm

Tabela I - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31				
1≡2	-	-	-	-	90.0	67.8	65.0	65.0	65.0	67.0	69.4	75.0	80.6	84.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	82.0	74.9	62.2	45.8	33.1	25.0	23.0	23.0	23.0				
3≡4	-	-	-	90.0	60.0	50.0	50.0	50.0	50.0	52.0	54.4	60.0	67.5	76.0	80.6	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	81.2	69.7	50.5	31.3	19.8	16.0	16.0	16.0	16.0	16.0			
5≡6	-	-	90.0	59.4	41.4	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	37.0	41.2	50.0	60.0	71.0	78.8	83.4	85.0	85.0	85.0	85.0	81.2	69.7	50.5	31.3	19.8	16.0	16.0	16.0	16.0	16.0			
7	-	90.0	59.4	41.4	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	37.0	41.2	50.0	60.0	71.0	78.8	83.4	85.0	85.0	85.0	82.5	74.9	62.2	45.8	33.1	25.0	23.0	23.0	23.0	23.0	23.0			
8	-	90.0	61.6	41.7	29.1	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	27.5	31.6	40.0	51.5	63.1	71.4	75.0	78.0	73.8	61.8	41.5	21.2	9.1	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0		
9≡10	64.8	47.4	35.6	27.5	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	27.5	31.6	40.0	51.5	63.1	71.4	75.0	78.0	72.5	55.9	31.1	14.5	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	
11≡12	44.5	28.1	18.3	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	17.6	25.0	38.1	56.9	67.7	75.4	78.0	78.0	72.5	55.9	31.1	14.5	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	
13	28.7	18.4	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	17.6	25.0	38.1	56.9	67.7	75.4	78.0	73.9	61.8	41.5	21.2	9.1	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	
14	24.2	17.0	9.8	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	7.7	16.0	29.2	46.8	60.2	68.3	71.0	65.7	49.9	25.1	10.3	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
15≡16	13.0	10.0	7.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	7.7	16.0	29.2	46.8	60.2	68.3	71.0	65.7	49.9	25.1	10.3	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
17≡18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0	28.0	50.0	60.4	64.0	56.6	34.5	12.4	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	
19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0	35.6	60.4	64.0	56.6	34.5	12.4	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	



ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR.

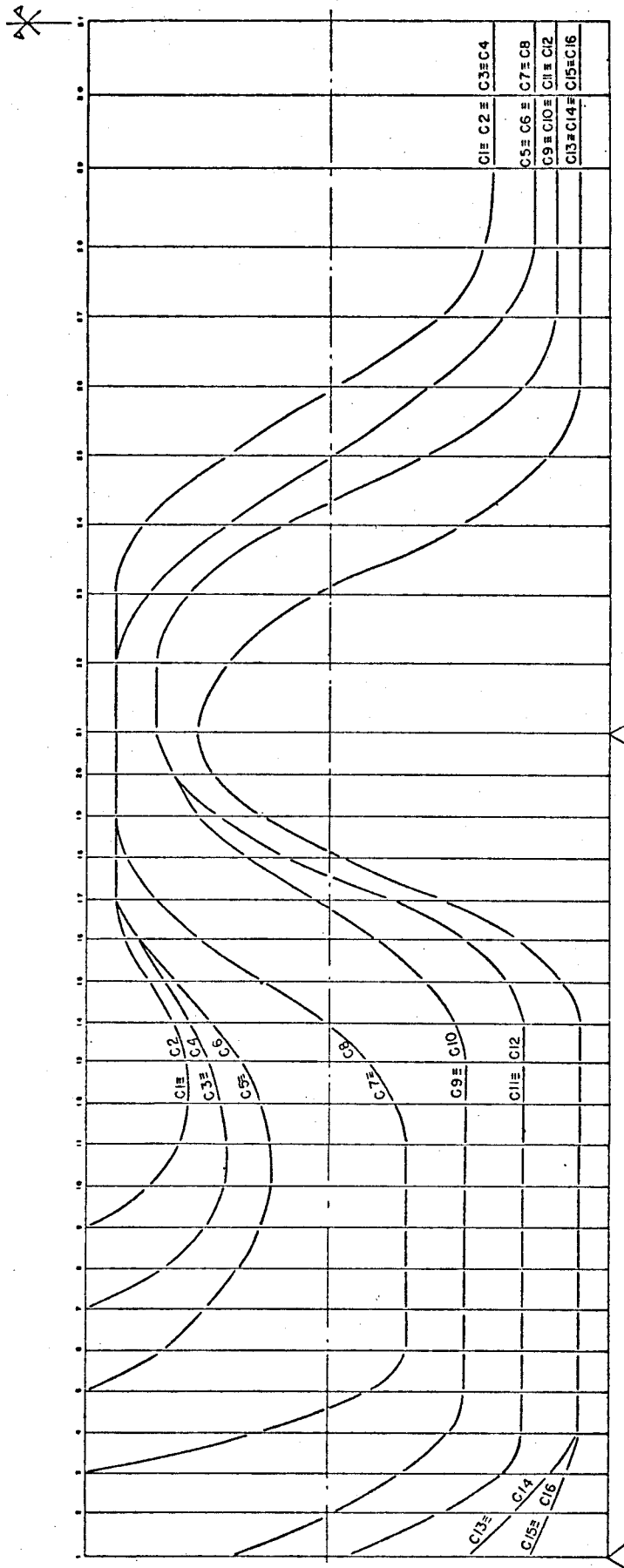
FIG. 3— TRAÇADO ORIGINAL — 19 CABOS DE 12,05mm

I.1.3 - Traçado proposto - 16 cabos de 12Ø 5mm

Tabela II - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
1≡2	—	—	—	—	—	—	—	—	90.0	79.0	74.0	72.5	73.2	75.4	79.5	83.3	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	80.4	65.6	46.2	28.8	21.8	20.0	20.0	20.0
3≡4	—	—	—	—	—	—	90.0	78.1	69.0	67.2	65.8	67.0	69.8	73.0	77.0	81.8	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	80.4	65.6	46.2	28.8	21.8	20.0	20.0	20.0
5≡6	—	—	—	—	90.0	76.0	68.0	62.8	60.0	58.0	58.4	60.0	63.2	68.5	75.0	81.3	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	79.3	66.0	47.5	30.5	18.4	13.0	13.0	13.0	13.0
7≡8	—	—	90.0	59.4	41.4	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	35.0	37.0	41.2	50.0	60.0	71.0	78.8	83.4	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	79.3	66.0	47.5	30.5	18.4	13.0	13.0	13.0	13.0
9≡10	64.8	47.4	35.8	27.5	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	27.5	31.6	40.0	51.5	63.1	71.4	75.4	78.0	78.0	72.5	55.9	31.1	14.5	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
11≡12	44.5	28.1	18.3	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	17.6	25.0	38.1	56.9	67.7	75.4	78.0	78.0	72.5	55.9	31.1	14.5	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
13≡14	24.0	17.0	9.8	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	7.7	16.0	29.2	46.8	60.2	68.3	71.0	69.7	49.9	25.1	10.3	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
15≡16	13.2	10.0	7.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	7.7	16.0	29.2	46.8	60.2	68.3	71.0	69.7	49.9	25.1	10.3	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0





ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR.

FIG. 4-- TRACADO PROPOSTO -- 16 CABOS DE 12 Ø 5 mm

I.1.4 - Listagem dos resultados

I.1.4.1 - Traçado original com 19 cabos de 12Ø5 mm

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SECAO  
 MOMENTO DE INERCIA = .10654170 M4  
 ALTURA DO C.G. = .4861 M  
 MÓDULO DE RESIST. WL = .219167 M3  
 MÓDULO DE RESIST. W2L = .257422 M3  
 DISTANCIA NUCLEAR KL = .2531 M  
 DISTANCIA NUCLEAR K2L = .2973 M  
 AREA DA SECAO = .866000 M2  
 MOM. ESTÁTICO ACIMA DO C.G. = .14364360 M3

FORÇAS DE PROTENSAO EM CADA CABO-TON.

SEC.	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	20.0	19.9	19.9	18.8	18.8	19.4	19.0	19.5	19.5	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	19.4	19.4	19.6	19.6	18.7	18.7	18.9	18.4	19.3	19.3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	20.0	20.0	18.9	18.9	18.7	18.7	19.0	19.0	17.9	17.9	18.8	18.2	19.2	19.2	0.0	0.0	0.0
5	20.0	20.0	18.3	18.3	17.8	17.8	18.0	18.0	18.7	18.7	17.8	17.8	18.7	18.2	19.1	19.1	0.0	0.0	0.0
6	20.0	20.0	17.3	17.3	17.3	17.3	17.6	17.6	18.6	18.6	17.7	17.7	18.7	18.2	19.1	19.1	0.0	0.0	0.0
7	19.4	19.4	17.1	17.1	17.1	17.1	17.5	17.5	18.5	18.5	17.7	17.7	18.7	18.1	19.1	19.1	0.0	0.0	0.0
8	18.9	18.9	16.9	16.9	17.0	17.0	17.4	17.4	18.5	18.5	17.6	17.6	18.6	18.1	19.0	19.0	0.0	0.0	0.0
9	18.8	18.8	16.8	16.8	17.0	17.0	17.3	17.3	18.4	18.4	17.6	17.6	18.6	18.0	19.0	19.0	0.0	0.0	0.0
10	18.7	18.7	16.7	16.7	16.9	16.9	17.3	17.3	18.4	18.4	17.6	17.6	18.5	18.0	18.9	18.9	0.0	0.0	0.0
11	18.7	18.7	16.6	16.6	16.8	16.8	17.3	17.3	18.4	18.4	17.5	17.5	18.5	18.0	18.9	18.9	0.0	0.0	0.0
12	18.6	18.6	16.5	16.5	16.6	16.6	17.2	17.2	18.3	18.3	17.5	17.5	18.5	17.9	18.9	18.9	0.0	0.0	0.0
13	18.5	18.5	16.5	16.5	16.5	16.5	17.1	17.1	18.2	18.2	17.4	17.4	18.4	17.8	18.8	18.8	0.0	0.0	0.0
14	18.5	18.5	16.4	16.4	16.4	16.3	16.9	16.9	18.0	18.0	17.3	17.3	18.3	17.7	18.7	18.7	0.0	0.0	0.0
15	18.4	18.4	16.4	16.4	16.2	16.2	16.6	16.6	17.7	17.7	17.0	17.0	17.9	17.4	18.3	18.3	0.0	0.0	0.0
16	18.3	18.3	16.3	16.3	16.1	16.1	16.4	16.4	17.4	17.4	16.6	16.6	17.5	17.0	17.8	17.8	0.0	0.0	0.0
17	18.3	18.3	16.3	16.3	15.9	15.9	16.3	16.3	17.4	17.4	16.4	16.4	17.3	16.8	17.6	17.6	20.0	20.0	0.0
18	18.2	18.2	16.2	16.2	15.8	15.8	16.3	16.3	17.3	17.3	16.2	16.2	17.1	16.6	17.4	17.4	20.0	20.0	0.0
19	18.2	18.2	16.1	16.1	15.7	15.7	16.1	16.1	17.1	17.1	15.9	15.9	16.8	16.2	17.1	17.1	19.0	19.0	0.0
20	18.1	18.1	16.0	16.0	15.6	15.6	15.8	15.8	16.8	16.8	15.5	15.5	16.4	15.8	16.7	16.7	18.0	18.0	0.0
21	18.0	18.0	15.9	15.9	15.4	15.4	15.4	15.4	16.5	16.5	15.2	15.2	15.9	15.3	16.1	16.1	17.4	17.4	0.0
22	17.8	17.8	15.7	15.7	15.3	15.3	15.2	15.2	16.3	16.3	15.0	15.0	15.6	15.0	15.8	15.8	17.0	17.0	0.0
23	17.6	17.6	15.5	15.5	15.0	15.0	15.0	15.0	15.9	15.9	14.6	14.6	15.4	14.8	15.5	15.5	16.9	16.9	0.0
24	17.4	17.4	15.3	15.3	14.8	14.8	14.6	14.6	15.5	15.5	14.3	14.3	15.1	14.6	15.3	15.3	16.9	16.9	0.0
25	17.3	17.3	15.1	15.1	14.7	14.7	14.4	14.4	15.3	15.3	14.0	14.0	14.9	14.2	14.9	14.9	16.5	16.5	0.0
26	17.1	17.1	15.0	15.0	14.5	14.5	14.1	14.1	15.1	15.1	13.8	13.8	14.5	13.9	14.6	14.6	16.1	16.1	0.0
27	16.9	16.9	14.7	14.7	14.2	14.2	13.9	13.9	14.8	14.8	13.5	13.5	14.3	13.8	14.5	14.5	16.1	16.1	0.0
28	16.7	16.7	14.5	14.5	14.1	14.1	13.7	13.7	14.5	14.5	13.3	13.3	14.1	13.7	14.4	14.4	16.0	16.0	0.0
29	16.6	16.6	14.4	14.4	14.0	14.0	13.7	13.7	14.5	14.5	13.3	13.3	14.1	13.6	14.3	14.3	16.0	16.0	0.0
30	16.4	16.4	14.3	14.3	13.9	13.9	13.6	13.6	14.4	14.4	13.2	13.2	14.0	13.6	14.3	14.3	15.9	15.9	0.0
31	16.4	16.4	14.3	14.3	13.9	13.9	13.6	13.6	14.4	14.4	13.2	13.2	14.0	13.5	14.2	14.2	15.8	15.8	0.0

## MOMENTOS DEVIDOS A PROTENSÃO-IM

SEC	HIPER	NUCLEARES		MG	1.2MP	
		SUP	INF		(+)	(-)
1	-0.0	-60.1	28.0	0.0	0.0	0.0
2	2.0	-56.9	40.3	6.5	22.3	-5.9
3	4.0	-84.7	42.5	13.0	44.6	-11.9
4	5.9	-100.6	45.0	16.9	61.0	17.8
5	7.9	-115.7	47.4	20.7	77.4	-23.7
6	9.9	-122.9	37.7	21.9	86.8	-29.7
7	11.9	-130.8	28.5	23.1	96.1	-35.6
8	13.9	-130.1	27.9	21.6	101.9	-41.5
9	15.9	-129.8	27.7	20.1	107.6	-47.4
10	17.8	-128.5	28.6	15.9	107.7	-53.4
11	19.8	-127.1	29.6	11.8	107.9	-59.3
12	21.8	-124.4	31.6	4.9	102.9	-65.2
13	23.8	-120.5	34.7	-1.9	97.9	-71.2
14	25.8	-113.1	41.1	-11.4	88.2	-77.1
15	27.8	-103.7	48.4	-21.0	78.5	-83.0
16	29.7	-80.1	69.9	-33.1	64.3	-88.9
17	31.7	-87.8	83.2	-45.3	50.1	-94.9
18	33.7	-66.3	114.6	-60.2	34.7	-101.1
19	35.7	-22.7	154.3	-75.0	19.3	-107.3
20	37.7	-9.7	163.7	-92.6	17.2	-123.0
21	39.7	2.0	171.5	-110.1	15.1	-138.8
22	39.7	-17.8	148.9	-75.7	19.3	-98.1
23	39.7	-40.3	123.9	-41.4	23.5	-57.3
24	39.7	-85.3	76.2	-14.7	43.6	-46.4
25	39.7	-136.7	22.5	12.0	63.7	-35.4
26	39.7	-157.3	-0.9	31.1	85.9	-33.1
27	39.7	-174.1	-19.7	50.2	108.0	-30.7
28	39.7	-174.8	-22.1	61.6	124.8	-28.9
29	39.6	-175.9	-23.9	73.1	141.6	-27.1
30	39.6	-175.1	-23.8	76.1	146.7	-25.0
31	39.6	-174.5	-23.7	80.7	151.8	-23.4

VERIFICACAO DAS TENSOES CALCULADAS COM A  
PROTENSÃO E A CARGA PERMANENTE

SECAO BO.INF. BO.SUP.

VERIFICACAO DAS TENSOES CALCULADAS COM AS  
CARGAS DE PROTENSÃO, PERMANENTE E METADE DA MOVEL

SECAO	BO.INF.	BO.SUP.	
29	35.	-620.	INSEGURO
30	64.	-642.	INSEGURO
31	99.	-670.	INSEGURO

ITENSÕES NAS BORDAS EM CADA SECAO-T/M2  
 VERIFICADAS SEGUNDO P-NB-116 ITENS 3.1.2.E3.1.3.

SECAO	IBICP	IBSCP	IBICN	IBSCN	
1	-274.	-109.	-274.	-109.	SEGURO
2	-165.	-276.	-294.	-167.	SEGURO
3	-105.	-404.	-363.	-185.	SEGURO
4	-76.	-501.	-274.	-333.	SEGURO
5	-44.	-596.	-505.	-203.	SEGURO
6	-20.	-607.	-551.	-155.	SEGURO
7	2.	-620.	-599.	-109.	SEGURO
8	33.	-642.	-621.	-85.	SEGURO
9	62.	-665.	-645.	-63.	SEGURO
10	59.	-661.	-676.	-35.	SEGURO
11	56.	-657.	-706.	-7.	SEGURO
12	24.	-626.	-743.	27.	SEGURO
13	-3.	-600.	-775.	57.	SEGURO
14	-48.	-558.	-802.	84.	SEGURO
15	-84.	-519.	-821.	108.	SEGURO
16	-87.	-508.	-787.	87.	SEGURO
17	-234.	-465.	-896.	98.	SEGURO
18	-265.	-477.	-884.	50.	SEGURO
19	-195.	-522.	-773.	-37.	SEGURO
20	-216.	-490.	-856.	55.	SEGURO
21	-243.	-451.	-945.	146.	SEGURO
22	-158.	-513.	-693.	-57.	SEGURO
23	-85.	-566.	-453.	-252.	SEGURO
24	-76.	-563.	-487.	-213.	SEGURO
25	-97.	-536.	-550.	-150.	SEGURO
26	-3.	-605.	-545.	-143.	SEGURO
27	108.	-692.	-524.	-153.	SEGURO
28	234.	-792.	-467.	-195.	SEGURO
29	358.	-895.	-412.	-240.	SEGURO
30	398.	-927.	-385.	-260.	SEGURO
31	446.	-965.	-354.	-284.	SEGURO

## FORÇAS CORTANTES-TON.

CPSP=CORTANTE DA PROTENSAO SEM PERDAS  
 CPCP=CORTANTE DA PROTENSAO COM PERDAS

SEC.	CPSP	CPCP	MAX.	MIN.	QS	QP(+)	QP(-)
1	-19.4	-19.4	49.0	6.4	11.1	31.6	-3.8
2	-35.2	-34.5	43.7	3.2	9.2	28.8	-4.9
3	-43.1	-42.1	38.4	1.2	7.3	25.9	-5.1
4	-43.4	-41.9	33.8	-2.0	5.4	23.7	-6.2
5	-24.1	-22.2	29.2	-5.3	3.5	21.4	-7.4
6	-9.8	-9.1	24.8	-9.3	1.7	19.3	-9.1
7	-3.5	-3.0	20.5	-13.2	-0.2	17.3	-10.8
8	2.8	2.8	-17.3	16.4	-2.1	15.4	-12.6
9	3.6	3.5	-21.3	12.3	-4.0	13.5	-14.5
10	4.5	4.3	-25.5	8.3	-5.9	11.8	-16.4
11	5.5	5.1	-29.7	4.4	-7.8	10.1	-18.3
12	7.3	6.6	-33.9	0.8	-9.6	8.7	-20.2
13	10.9	9.8	-38.2	-2.9	-11.5	7.2	-22.2
14	14.4	12.7	-42.6	-6.3	-13.4	5.9	-24.3
15	26.8	23.4	-47.0	-9.8	-15.3	4.6	-26.4
16	38.1	32.8	-51.2	-13.0	-17.2	3.5	-28.3
17	55.2	49.4	-55.3	-16.2	-19.0	2.4	-30.3
18	68.5	62.0	-59.6	-18.9	-20.9	1.7	-32.3
19	45.4	39.7	-63.9	-21.6	-22.8	1.0	-34.3
20	22.7	19.4	-68.2	-23.9	-24.7	0.7	-36.3
21	21.6	18.0	-72.4	-26.1	-26.6	0.4	-38.2
22	-19.1	-15.6	82.3	30.7	31.8	42.1	-0.9
23	-22.2	-17.8	74.9	27.0	28.6	38.6	-1.3
24	-36.4	-28.5	67.6	23.3	25.4	35.1	-1.8
25	-53.4	-40.8	61.2	18.9	22.3	32.4	-2.8
26	-41.9	-31.6	54.7	14.6	19.1	29.7	-3.7
27	-23.6	-17.5	48.3	9.6	15.9	27.0	-5.3
28	-12.0	-8.9	42.0	4.5	12.7	24.4	-6.8
29	-2.4	-1.9	35.0	-0.8	9.5	21.2	-8.6
30	-1.1	-0.8	28.1	-6.1	6.4	18.1	-10.4
31	-0.0	-0.0	22.6	-11.7	3.2	16.2	-12.4
32	-0.0	-0.0	-17.4	17.2	0.0	14.3	-14.5

## VERIFICACAO A FISSURACAO E ARMADURA SUPLEMENTAR

PARA A BORDA INFERIOR DA SECAO COM 1,2MP(+)

9	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
10	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
11	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
27	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
28	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
29	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
30	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO
31	ARMADURA SUPL. AREA= 22.7 CM <sup>2</sup> NENHUM DIAMETRO DADO EVITA FISS.

PARA A BORDA SUPERIOR DA SECAO COM 1,2MP(-)

13	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 3.1 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.64 CM
14	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 6.5 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.79 CM
15	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 10.2 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.95 CM
16	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 7.0 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.79 CM
17	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 7.9 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.95 CM
20	NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 2.7 CM <sup>2</sup> NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.48 CM
21	ARMADURA PROTENSÃO SUFICIENTE QUANTO RESISTÊNCIA E FISSURACAO

## VERIFICACAO A RUPTURA POR FLEXAO

MRA=MOMENTO RESISTENTE  
MRC=MOMENTO SOLICITANTE

SECAO	MRA	MRC	
1	137.9	-0.0	SEGURO
2	162.1	49.6	SEGURO
3	203.4	99.1	SEGURO
4	242.2	134.5	SEGURO
5	279.8	169.9	SEGURO
6	294.8	189.2	SEGURO
7	309.6	208.6	SEGURO
8	309.6	217.5	SEGURO
9	309.6	226.5	SEGURO
10	307.6	221.9	SEGURO
11	305.6	217.2	SEGURO
12	301.3	199.7	SEGURO
13	295.1	182.1	SEGURO
14	282.3	152.4	SEGURO
15	267.9	122.7	SEGURO
16	226.0	81.2	SEGURO
17	240.5	39.6	SEGURO
18	324.5	-8.3	SEGURO
19	401.9	-56.2	SEGURO
20	426.0	-86.7	SEGURO
21	448.8	-117.1	SEGURO
22	407.8	-53.5	SEGURO
23	360.7	10.2	SEGURO
24	263.2	87.4	SEGURO
25	378.8	164.7	SEGURO
26	430.0	232.7	SEGURO
27	472.1	300.7	SEGURO
28	477.5	347.2	SEGURO
29	481.7	393.9	SEGURO
30	481.7	437.2	SEGURO
31	481.7	423.3	SEGURO

## VERIFICACAO QUANTO A FORCA CORTANTE

SG1=TENSAO PRINC. DE TRACAO

SG2=TENSAO PRINC. DE COMPR.

SECAO

1	SEG. SOL. MAX.	SG1= 173. T/M2	SG2= -286. T/M2
1	SEG. SOL. MIN.	SG1= 27. T/M2	SG2= -217. T/M2
1	SEG. CAR. PER.	SG1= 12. T/M2	SG2= -195. T/M2
1	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.24746 M
2	SEG. SOL. MAX.	SG1= 12. T/M2	SG2= -233. T/M2
2	SEG. SOL. MIN.	SG1= 104. T/M2	SG2= -331. T/M2
2	SEG. CAR. PER.	SG1= 76. T/M2	SG2= -302. T/M2
2	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.07924 M
3	SEG. SOL. MAX.	SG1= 2. T/M2	SG2= -264. T/M2
3	SEG. SOL. MIN.	SG1= 143. T/M2	SG2= -415. T/M2
3	SEG. CAR. PER.	SG1= 113. T/M2	SG2= -385. T/M2
3	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.26017 M
4	SEG. SOL. MAX.	SG1= 7. T/M2	SG2= -309. T/M2
4	SEG. SOL. MIN.	SG1= 149. T/M2	SG2= -468. T/M2
4	SEG. CAR. PER.	SG1= 113. T/M2	SG2= -432. T/M2
4	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.05473 M
5	SEG. SOL. MAX.	SG1= 5. T/M2	SG2= -346. T/M2
5	SEG. SOL. MIN.	SG1= 67. T/M2	SG2= -435. T/M2
5	SEG. CAR. PER.	SG1= 35. T/M2	SG2= -404. T/M2
5	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.08541 M
6	SEG. SOL. MAX.	SG1= 23. T/M2	SG2= -360. T/M2
6	SEG. SOL. MIN.	SG1= 31. T/M2	SG2= -400. T/M2
6	SEG. CAR. PER.	SG1= 6. T/M2	SG2= -375. T/M2
6	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.10354 M
7	SEG. SOL. MAX.	SG1= 53. T/M2	SG2= -387. T/M2
7	SEG. SOL. MIN.	SG1= 46. T/M2	SG2= -415. T/M2
7	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -372. T/M2
7	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.10015 M
8	SEG. SOL. MAX.	SG1= 38. T/M2	SG2= -370. T/M2
8	SEG. SOL. MIN.	SG1= 58. T/M2	SG2= -428. T/M2
8	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -370. T/M2
8	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.09862 M
9	SEG. SOL. MAX.	SG1= 56. T/M2	SG2= -386. T/M2
9	SEG. SOL. MIN.	SG1= 42. T/M2	SG2= -411. T/M2
9	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -370. T/M2
9	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.09741 M
10	SEG. SOL. MAX.	SG1= 75. T/M2	SG2= -405. T/M2
10	SEG. SOL. MIN.	SG1= 28. T/M2	SG2= -397. T/M2
10	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -370. T/M2
10	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.07936 M
11	SEG. SOL. MAX.	SG1= 96. T/M2	SG2= -425. T/M2
11	SEG. SOL. MIN.	SG1= 17. T/M2	SG2= -387. T/M2
11	SEG. CAR. PER.	SG1= 1. T/M2	SG2= -370. T/M2
11	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.06712 M
12	SEG. SOL. MAX.	SG1= 114. T/M2	SG2= -442. T/M2
12	SEG. SOL. MIN.	SG1= 12. T/M2	SG2= -381. T/M2
12	SEG. CAR. PER.	SG1= 1. T/M2	SG2= -370. T/M2
12	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.05890 M
13	SEG. SOL. MAX.	SG1= 69. T/M2	SG2= -395. T/M2
13	SEG. SOL. MIN.	SG1= 6. T/M2	SG2= -375. T/M2
13	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -369. T/M2
13	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.05642 M
14	SEG. SOL. MAX.	SG1= 132. T/M2	SG2= -456. T/M2
14	SEG. SOL. MIN.	SG1= 12. T/M2	SG2= -381. T/M2
14	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -369. T/M2
14	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.04977 M
15	SEG. SOL. MAX.	SG1= 51. T/M2	SG2= -369. T/M2
15	SEG. SOL. MIN.	SG1= 25. T/M2	SG2= -393. T/M2
15	SEG. CAR. PER.	SG1= 12. T/M2	SG2= -380. T/M2
15	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =	0.05522 M

16 SEG. SOL. MAX. SG1= 44. T/M2 SG2= -357. I/M2  
 16 SEG. SOL. MIN. SG1= 67. T/M2 SG2= -434. I/M2  
 16 SEG. CAP. PER. SG1= 49. T/M2 SG2= -416. I/M2  
 16 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05685 M  
 17 SEG. SOL. MAX. SG1= 7. T/M2 SG2= -361. I/M2  
 17 SEG. SOL. MIN. SG1= 176. T/M2 SG2= -587. I/M2  
 17 SEG. CAR. PER. SG1= 156. T/M2 SG2= -567. I/M2  
 17 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06315 M  
 18 SEG. SOL. MAX. SG1= 1. T/M2 SG2= -375. I/M2  
 18 SEG. SOL. MIN. SG1= 185. T/M2 SG2= -617. I/M2  
 18 SEG. CAR. PER. SG1= 173. T/M2 SG2= -605. I/M2  
 18 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05071 M  
 19 SEG. SOL. MAX. SG1= 63. T/M2 SG2= -432. I/M2  
 19 SEG. SOL. MIN. SG1= 54. T/M2 SG2= -490. I/M2  
 19 SEG. CAR. PER. SG1= 49. T/M2 SG2= -485. I/M2  
 19 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04368 M  
 20 SEG. SOL. MAX. SG1= 197. T/M2 SG2= -560. I/M2  
 20 SEG. SOL. MIN. SG1= 0. T/M2 SG2= -438. I/M2  
 20 SEG. CAR. PER. SG1= 0. T/M2 SG2= -439. I/M2  
 20 TAUU= 529. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 21 SEG. SOL. MAX. SG1= 234. T/M2 SG2= -589. I/M2  
 21 SEG. SOL. MIN. SG1= 2. T/M2 SG2= -440. I/M2  
 21 SEG. CAR. PER. SG1= 3. T/M2 SG2= -441. I/M2  
 21 TAUU= 577. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 22 NAO SEG. SOL. MAX. SG1= 310. T/M2 SG2=-665. T/M2  
 22 SEG. SOL. MIN. SG1= 14. T/M2 SG2= -452. I/M2  
 22 SEG. CAR. PER. SG1= 16. T/M2 SG2= -455. I/M2  
 22 TAUU= 682. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 23 SEG. SOL. MAX. SG1= 252. T/M2 SG2= -601. I/M2  
 23 SEG. SOL. MIN. SG1= 2. T/M2 SG2= -440. I/M2  
 23 SEG. CAR. PER. SG1= 4. T/M2 SG2= -442. I/M2  
 23 TAUU= 601. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 24 SEG. SOL. MAX. SG1= 145. T/M2 SG2= -488. I/M2  
 24 SEG. SOL. MIN. SG1= 18. T/M2 SG2= -454. I/M2  
 24 SEG. CAR. PER. SG1= 12. T/M2 SG2= -449. I/M2  
 24 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.03402 M  
 25 SEG. SOL. MAX. SG1= 69. T/M2 SG2= -404. I/M2  
 25 SEG. SOL. MIN. SG1= 139. T/M2 SG2= -574. I/M2  
 25 SEG. CAR. PER. SG1= 118. T/M2 SG2= -553. I/M2  
 25 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04729 M  
 26 SEG. SOL. MAX. SG1= 86. T/M2 SG2= -418. I/M2  
 26 SEG. SOL. MIN. SG1= 95. T/M2 SG2= -531. I/M2  
 26 SEG. CAR. PER. SG1= 70. T/M2 SG2= -506. I/M2  
 26 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04855 M  
 27 SEG. SOL. MAX. SG1= 79. T/M2 SG2= -406. I/M2  
 27 SEG. SOL. MIN. SG1= 15. T/M2 SG2= -453. I/M2  
 27 SEG. CAR. PER. SG1= 4. T/M2 SG2= -442. I/M2  
 27 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04721 M  
 28 SEG. SOL. MAX. SG1= 89. T/M2 SG2= -413. I/M2  
 28 SEG. SOL. MIN. SG1= 4. T/M2 SG2= -443. I/M2  
 28 SEG. CAR. PER. SG1= 0. T/M2 SG2= -439. I/M2  
 28 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04894 M  
 29 SEG. SOL. MAX. SG1= 90. T/M2 SG2= -411. I/M2  
 29 SEG. SOL. MIN. SG1= 1. T/M2 SG2= -440. I/M2  
 29 SEG. CAR. PER. SG1= 4. T/M2 SG2= -443. I/M2  
 29 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05342 M  
 30 SEG. SOL. MAX. SG1= 65. T/M2 SG2= -384. I/M2  
 30 SEG. SOL. MIN. SG1= 4. T/M2 SG2= -443. I/M2  
 30 SEG. CAR. PER. SG1= 2. T/M2 SG2= -441. I/M2  
 30 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06756 M  
 31 SEG. SOL. MAX. SG1= 47. T/M2 SG2= -365. I/M2  
 31 SEG. SOL. MIN. SG1= 10. T/M2 SG2= -449. I/M2  
 31 SEG. CAR. PER. SG1= 1. T/M2 SG2= -440. I/M2  
 31 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.08549 M  
 32 SEG. SOL. MAX. SG1= 30. T/M2 SG2= -346. I/M2  
 32 SEG. SOL. MIN. SG1= 22. T/M2 SG2= -461. I/M2  
 32 SEG. CAR. PER. SG1= -0. T/M2 SG2= -439. I/M2  
 32 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.11872 M

I.1.4.2 - Traçado proposto com 16 cabos de 1205 mm

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SECAO

MOMENTO DE INERCIA = .10654170 M4  
 ALTURA DO C.G. = .4861 M  
 MÓDULO DE RESIST. W1 = .219167 M3  
 MÓDULO DE RESIST. W2L = .257422 M3  
 DISTANCIA NUCLEAR KU = .2531 M  
 DISTANCIA NUCLEAR K2L = .2973 M  
 AREA DA SECAO = .866000 M2  
 MOM. ESTÁTICO ACIMA DO C.G. = .14364360 M3

FORÇAS DE PROTENSAO EM CADA CABO-TON.

SEC.	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19.5	19.5	19.4	19.4	19.4	19.8	19.9	19.9
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	19.1	18.9	18.9	18.9	19.4	19.4	19.8	19.8
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19.1	19.1	18.7	18.7	18.5	18.5	19.2	19.2	19.7	19.7
5	0.0	0.0	0.0	0.0	20.0	20.0	18.2	18.2	18.3	18.3	18.3	18.3	19.1	19.1	19.6	19.6
6	0.0	0.0	0.0	0.0	19.5	19.5	17.4	17.4	18.2	18.2	18.2	18.2	19.1	19.1	19.5	19.5
7	0.0	0.0	20.0	20.0	19.1	19.1	17.2	17.2	18.2	18.2	18.2	18.2	19.0	19.1	19.5	19.5
8	0.0	0.0	19.4	19.4	18.8	18.8	17.1	17.1	18.1	18.1	18.2	18.2	19.0	19.0	19.4	19.4
9	20.0	20.0	18.9	18.9	18.7	18.7	17.1	17.1	18.1	18.1	18.1	18.1	19.0	19.0	19.4	19.4
10	19.5	19.5	18.6	18.6	18.5	18.5	17.1	17.1	18.1	18.1	18.1	18.1	18.9	18.9	19.3	19.3
11	19.0	19.0	18.4	18.4	18.3	18.3	17.0	17.0	18.0	18.0	18.1	18.1	18.9	18.9	19.3	19.3
12	18.8	18.8	18.2	18.2	18.2	18.2	16.8	16.8	18.0	18.0	18.0	18.0	18.9	18.9	19.3	19.3
13	18.6	18.6	18.1	18.1	18.0	18.0	16.5	16.5	17.8	17.8	18.0	18.0	18.8	18.8	19.2	19.2
14	18.4	18.4	18.0	18.0	17.8	17.8	16.3	16.3	17.7	17.7	17.8	17.8	18.7	18.7	19.1	19.1
15	18.3	18.3	17.9	17.9	17.8	17.8	16.2	16.2	17.4	17.4	17.5	17.5	18.3	18.3	18.7	18.7
16	18.2	18.2	17.9	17.9	17.6	17.6	16.0	16.0	17.1	17.1	17.1	17.1	17.9	17.9	18.3	18.3
17	18.0	18.0	17.7	17.7	17.3	17.3	15.8	15.8	16.9	16.9	16.7	16.7	17.5	17.5	17.9	17.9
18	17.9	17.9	17.5	17.5	17.2	17.2	15.6	15.6	16.8	16.8	16.6	16.6	17.5	17.5	17.8	17.8
19	17.9	17.9	17.5	17.5	17.1	17.1	15.4	15.4	16.5	16.5	16.2	16.2	17.1	17.1	17.5	17.5
20	17.8	17.8	17.4	17.4	17.1	17.1	15.3	15.3	16.3	16.3	15.9	15.9	16.7	16.7	17.0	17.0
21	17.8	17.8	17.4	17.4	17.1	17.1	15.3	15.3	16.1	16.1	15.5	15.5	16.2	16.2	16.5	16.5
22	17.7	17.7	17.3	17.3	16.9	16.9	15.1	15.1	15.8	15.8	15.3	15.3	15.8	15.8	16.1	16.1
23	17.6	17.6	17.2	17.2	16.5	16.5	14.8	14.8	15.5	15.5	14.9	14.9	15.4	15.4	15.7	15.7
24	17.2	17.2	16.8	16.8	16.2	16.2	14.5	14.5	15.0	15.0	14.5	14.5	15.3	15.3	15.6	15.6
25	16.8	16.8	16.4	16.4	16.1	16.1	14.4	14.4	15.0	15.0	14.5	14.5	14.9	14.9	15.2	15.2
26	16.7	16.7	16.3	16.3	15.9	15.9	14.2	14.2	14.6	14.6	14.1	14.1	14.5	14.5	14.9	14.9
27	16.4	16.4	16.0	16.0	15.6	15.6	14.0	14.0	14.2	14.2	13.8	13.8	14.4	14.4	14.7	14.7
28	16.0	16.0	15.7	15.7	15.3	15.3	13.7	13.7	14.1	14.1	13.6	13.6	14.3	14.3	14.7	14.7
29	15.8	15.8	15.5	15.5	15.2	15.2	13.6	13.6	14.0	14.0	13.6	13.6	14.3	14.3	14.6	14.6
30	15.7	15.7	15.4	15.4	15.1	15.1	13.5	13.5	14.0	14.0	13.5	13.5	14.2	14.2	14.5	14.5
31	15.7	15.7	15.3	15.3	15.1	15.1	13.5	13.5	13.9	13.9	13.5	13.5	14.2	14.2	14.5	14.5



## MOMENTOS DEVIDOS A PROTENSAO-TM

SEC	HIPER	NUCLEARES		MG	1.2MP	
		SUP	INF		(+)	(-)
1	-0.0	-62.5	25.6	0.0	0.0	0.0
2	0.7	-79.0	7.6	6.5	22.3	-5.9
3	1.5	-82.5	24.5	13.0	44.6	-11.9
4	2.2	-98.2	6.5	16.9	61.0	17.8
5	2.9	-98.2	26.7	20.7	77.4	-23.7
6	3.7	-105.3	18.0	21.9	86.8	-23.7
7	4.4	-101.5	42.8	23.1	96.1	-35.6
8	5.1	-108.8	34.4	21.6	101.9	-41.5
9	5.9	-105.7	58.6	20.1	107.6	-47.4
10	6.6	-111.5	51.5	15.9	107.7	-53.4
11	7.3	-113.4	48.4	11.8	107.9	-59.3
12	8.1	-111.9	48.9	4.9	102.9	-65.2
13	8.8	-107.5	52.2	-1.9	97.9	-71.2
14	9.5	-98.9	59.3	-11.4	88.2	-77.1
15	10.3	-84.5	72.0	-21.0	78.5	-83.0
16	11.0	-62.3	91.9	-33.1	64.3	-88.9
17	11.7	-37.9	113.8	-45.3	50.1	-94.9
18	12.5	-13.8	136.8	-60.2	34.7	-101.1
19	13.2	2.7	151.3	-75.0	19.3	-107.3
20	13.9	12.0	158.9	-92.6	17.2	-123.0
21	14.7	15.6	160.8	-110.1	15.1	-138.8
22	14.7	12.2	155.4	-75.7	19.3	-98.1
23	14.7	-4.7	135.7	-41.4	23.5	-57.3
24	14.7	-41.3	96.5	-14.7	43.6	-46.4
25	14.7	-85.1	50.5	12.0	63.7	-35.4
26	14.7	-119.1	14.4	31.1	85.9	-33.1
27	14.7	-138.6	-7.5	50.2	108.0	-30.7
28	14.7	-144.4	-15.1	61.0	124.8	-28.9
29	14.7	-144.4	-16.2	73.1	141.6	-27.1
30	14.7	-143.8	-16.1	76.1	146.7	-25.0
31	14.7	-143.3	-16.1	80.7	151.8	-23.4

VERIFICACAO DAS TENSOES CALCULADAS COM A  
PROTENSAO E A CARGA PERMANENTE

SECAO BO.INF. BO.SUP.

VERIFICACAO DAS TENSOES CALCULADAS COM AS  
CARGAS DE PROTENSAO, PERMANENTE E METADE DA MOVEL

SECAO	BO.INF.	BO.SUP.	
29	64.	-553.	INSEGURO
30	92.	-575.	INSEGURO
31	128.	-603.	INSEGURO

SECAO	BO.INF.	BO.SUP.	
21	-681.	16.	INSEGURO

## TENSÕES NAS BORDAS EM CADA SECAO-T/42

VERIFICADAS SEGUNDO P-NR-116 ITENS 3.1.2.E3.1.3.

SECAO	TBICP	TBSCP	TBICN	TBSCN	
1	-285.	-99.	-285.	-99.	SEGURO
2	-226.	-144.	-354.	-35.	SEGURO
3	-107.	-325.	-365.	-105.	SEGURO
4	-83.	-336.	-280.	-168.	SEGURO
5	13.	-496.	-448.	-103.	SEGURO
6	32.	-506.	-499.	-54.	SEGURO
7	101.	-647.	-500.	-135.	SEGURO
8	90.	-633.	-564.	-76.	SEGURO
9	127.	-746.	-580.	-144.	SEGURO
10	86.	-706.	-649.	-80.	SEGURO
11	62.	-681.	-701.	-32.	SEGURO
12	18.	-640.	-749.	13.	SEGURO
13	-12.	-610.	-784.	47.	SEGURO
14	-58.	-566.	-812.	76.	SEGURO
15	-76.	-543.	-813.	84.	SEGURO
16	-92.	-521.	-791.	75.	SEGURO
17	-98.	-506.	-759.	57.	SEGURO
18	-122.	-481.	-742.	47.	SEGURO
19	-181.	-423.	-759.	69.	SEGURO
20	-225.	-379.	-865.	166.	SEGURO
21	-295.	-313.	-997.	285.	SEGURO
22	-135.	-441.	-671.	15.	SEGURO
23	-36.	-515.	-405.	-201.	SEGURO
24	11.	-544.	-400.	-195.	SEGURO
25	24.	-548.	-428.	-163.	SEGURO
26	57.	-567.	-485.	-105.	SEGURO
27	156.	-642.	-477.	-104.	SEGURO
28	259.	-722.	-442.	-125.	SEGURO
29	387.	-828.	-382.	-173.	SEGURO
30	427.	-800.	-356.	-193.	SEGURO
31	474.	-898.	-326.	-217.	SEGURO

## FORÇAS CORTANTES-TON.

CPSP=CORIANTE DA PROTENSAO SEM PERDAS  
 CPCP=CORIANTE DA PROTENSAO COM PERDAS

SEC.	CPSP	CPCP	MAX.	MIN.	QS	QP(+)	QP(-)
1	-27.2	-27.2	49.0	6.4	11.1	31.6	-3.8
2	-19.4	-18.9	43.7	3.2	9.2	28.8	-4.9
3	-29.4	-28.9	38.4	1.2	7.3	25.9	-5.1
4	-16.4	-15.5	33.8	-2.0	5.4	23.7	-6.2
5	-15.8	-15.1	29.2	-5.3	3.5	21.4	-7.4
6	-6.9	-6.5	24.8	-9.3	1.7	19.3	-9.1
7	-12.3	-12.1	20.5	-13.2	-0.2	17.3	-10.8
8	-6.9	-6.6	-17.3	16.4	-2.1	15.4	-12.6
9	-10.6	-10.3	-21.3	12.3	-4.0	13.5	-14.5
10	-4.9	-4.7	-25.5	8.3	-5.9	11.8	-16.4
11	0.3	0.2	-29.7	4.4	-7.8	10.1	-18.3
12	5.0	4.5	-33.9	0.8	-9.6	8.7	-20.2
13	10.3	9.1	-38.2	-2.9	-11.5	7.2	-22.2
14	17.5	15.4	-42.6	-6.3	-13.4	5.9	-24.3
15	27.7	24.4	-47.0	-9.8	-15.3	4.6	-26.4
16	36.1	31.6	-51.2	-13.0	-17.2	3.5	-28.3
17	39.1	33.7	-55.3	-16.2	-19.0	2.4	-30.3
18	33.6	28.9	-59.6	-18.9	-20.9	1.7	-32.3
19	22.0	18.6	-63.9	-21.6	-22.8	1.0	-34.3
20	11.9	9.9	-68.2	-23.9	-24.7	0.7	-36.3
21	2.6	2.3	-72.4	-26.1	-26.6	0.4	-38.2
22	3.7	3.0	82.3	30.7	31.8	42.1	-0.9
23	-10.7	-8.5	74.9	27.0	28.6	38.6	-1.3
24	-28.5	-22.2	67.6	23.3	25.4	35.1	-1.8
25	-43.6	-33.7	61.2	18.9	22.3	32.4	-2.8
26	-43.3	-33.3	54.7	14.6	19.1	29.7	-3.7
27	-30.9	-23.8	48.3	9.6	15.9	27.0	-5.3
28	-15.7	-12.1	42.0	4.5	12.7	24.4	-6.8
29	-4.7	-3.6	35.0	-0.8	9.5	21.2	-8.6
30	-0.6	-0.5	28.1	-6.1	6.4	18.1	-10.4
31	0.0	0.0	22.6	-11.7	3.2	16.2	-12.4
32	0.0	0.0	-17.4	17.2	0.0	14.3	-14.5

## VERIFICACAO A FISSURACAO E ARMADURA SUPLEMENTAR

## PARA A BORDA INFERIOR DA SECAO COM 1.2MP(+)

- 6 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 7 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 7.5 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 8 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 4.8 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 9 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 17.4 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 10 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 2.1 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 11 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 26 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 27 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 28 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 29 ARMADURA SUPL. AREA= 21.1 CM2  
 NENHUM DIAMETRO DADO EVITA FISS.  
 30 ARMADURA SUPL. AREA= 27.8 CM2  
 NENHUM DIAMETRO DADO EVITA FISS.  
 31 ARMADURA SUPL. AREA= 35.7 CM2  
 NENHUM DIAMETRO DADO EVITA FISS.

## PARA A BORDA SUPERIOR DA SECAO COM 1.2MP(-)

- 13 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 2.2 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.48 CM  
 14 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 5.3 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.79 CM  
 15 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 6.4 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 0.79 CM  
 16 NEC. ARM. SUPL. P/ABS. TRACAO AREA = 0.8 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 17 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 18 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 19 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO  
 20 ARMADURA SUPL. AREA= 2.8 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1.27 CM  
 21 ARMADURA PROTENSAO SUFICIENTE QUANTO RESISTENCIA E FISSURACAO

## VERIFICACAO A RUPTURA POR FLEXAO

MRA=MOMENTO RESISTENTE  
 MRC=MOMENTO SOLICITANTE

SECAO	MRA	MRC	
1	141.9	-0.0	SEGURO
2	171.0	48.3	SEGURO
3	188.5	96.6	SEGURO
4	217.5	130.8	SEGURO
5	228.7	164.9	SEGURO
6	242.2	183.0	SEGURO
7	244.8	201.1	SEGURO
8	257.4	208.8	SEGURO
9	260.6	216.5	SEGURO
10	270.6	210.6	SEGURO
11	274.6	204.7	SEGURO
12	272.4	185.9	SEGURO
13	265.2	167.2	SEGURO
14	250.8	136.2	SEGURO
15	226.6	105.2	SEGURO
16	259.8	62.4	SEGURO
17	304.2	19.6	SEGURO
18	350.4	-29.6	SEGURO
19	381.6	-78.7	SEGURO
20	399.7	-110.4	SEGURO
21	407.0	-142.1	SEGURO
22	400.0	-78.4	SEGURO
23	364.5	-14.8	SEGURO
24	286.4	62.4	SEGURO
25	257.6	139.7	SEGURO
26	334.3	207.7	SEGURO
27	380.4	275.7	SEGURO
28	396.7	322.3	SEGURO
29	399.1	368.9	SEGURO
30	399.1	382.3	SEGURO
31	399.1	398.3	SEGURO

## VERIFICACAO QUANTO A FORCA CORTANTE

SG1=TENSAO PRINC. DE TRACAO

SG2=TENSAO PRINC. DE COMPR.

## SECAO

1	SEG. SOL. MAX.	SG1= 65. T/M2	SG2= -247. T/M2	
1	SEG. SOL. MIN.	SG1= 60. T/M2	SG2= -242. T/M2	
1	SEG. CAR. PER.	SG1= 40. T/M2	SG2= -221. T/M2	
1	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05503 M		
2	SEG. SOL. MAX.	SG1= 80. T/M2	SG2= -260. T/M2	
2	SEG. SOL. MIN.	SG1= 40. T/M2	SG2= -223. T/M2	
2	SEG. CAR. PER.	SG1= 18. T/M2	SG2= -201. T/M2	
2	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05571 M		
3	SEG. SOL. MAX.	SG1= 13. T/M2	SG2= -235. T/M2	
3	SEG. SOL. MIN.	SG1= 85. T/M2	SG2= -314. T/M2	
3	SEG. CAR. PER.	SG1= 58. T/M2	SG2= -286. T/M2	
3	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09110 M		
4	SEG. SOL. MAX.	SG1= 43. T/M2	SG2= -262. T/M2	
4	SEG. SOL. MIN.	SG1= 42. T/M2	SG2= -272. T/M2	
4	SEG. CAR. PER.	SG1= 17. T/M2	SG2= -247. T/M2	
4	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.07698 M		
5	SEG. SOL. MAX.	SG1= 24. T/M2	SG2= -285. T/M2	
5	SEG. SOL. MIN.	SG1= 46. T/M2	SG2= -323. T/M2	
5	SEG. CAR. PER.	SG1= 17. T/M2	SG2= -294. T/M2	
5	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09787 M		
6	SEG. SOL. MAX.	SG1= 38. T/M2	SG2= -297. T/M2	
6	SEG. SOL. MIN.	SG1= 29. T/M2	SG2= -306. T/M2	
6	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -280. T/M2	
6	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09325 M		
7	SEG. SOL. MAX.	SG1= 8. T/M2	SG2= -310. T/M2	
7	SEG. SOL. MIN.	SG1= 58. T/M2	SG2= -381. T/M2	
7	SEG. CAR. PER.	SG1= 16. T/M2	SG2= -339. T/M2	
7	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09155 M		
8	SEG. SOL. MAX.	SG1= 54. T/M2	SG2= -355. T/M2	
8	SEG. SOL. MIN.	SG1= 9. T/M2	SG2= -332. T/M2	
8	SEG. CAR. PER.	SG1= 8. T/M2	SG2= -332. T/M2	
8	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.08903 M		
9	SEG. SOL. MAX.	SG1= 80. T/M2	SG2= -424. T/M2	
9	SEG. SOL. MIN.	SG1= 0. T/M2	SG2= -370. T/M2	
9	SEG. CAR. PER.	SG1= 18. T/M2	SG2= -388. T/M2	
9	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06576 M		
10	SEG. SOL. MAX.	SG1= 74. T/M2	SG2= -416. T/M2	
10	SEG. SOL. MIN.	SG1= 1. T/M2	SG2= -371. T/M2	
10	SEG. CAR. PER.	SG1= 10. T/M2	SG2= -380. T/M2	
10	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06464 M		
11	SEG. SOL. MAX.	SG1= 71. T/M2	SG2= -411. T/M2	
11	SEG. SOL. MIN.	SG1= 2. T/M2	SG2= -372. T/M2	
11	SEG. CAR. PER.	SG1= 5. T/M2	SG2= -375. T/M2	
11	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06256 M		
12	SEG. SOL. MAX.	SG1= 71. T/M2	SG2= -409. T/M2	
12	SEG. SOL. MIN.	SG1= 3. T/M2	SG2= -373. T/M2	
12	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -371. T/M2	
12	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05876 M		
13	SEG. SOL. MAX.	SG1= 70. T/M2	SG2= -405. T/M2	
13	SEG. SOL. MIN.	SG1= 5. T/M2	SG2= -374. T/M2	
13	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -370. T/M2	
13	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05570 M		
14	SEG. SOL. MAX.	SG1= 63. T/M2	SG2= -395. T/M2	
14	SEG. SOL. MIN.	SG1= 11. T/M2	SG2= -380. T/M2	
14	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -371. T/M2	
14	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05455 M		
15	SEG. SOL. MAX.	SG1= 46. T/M2	SG2= -373. T/M2	
15	SEG. SOL. MIN.	SG1= 27. T/M2	SG2= -396. T/M2	
15	SEG. CAR. PER.	SG1= 14. T/M2	SG2= -382. T/M2	
15	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05644 M		

16 SEG. SOL. MAX. SG1= 36, T/M2 SG2= -358, T/M2  
 16 SEG. SOL. MIN. SG1= 44, T/M2 SG2= -411, T/M2  
 16 SEG. CAR. PER. SG1= 31, T/M2 SG2= -398, T/M2  
 16 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05662 M  
 17 SEG. SOL. MAX. SG1= 80, T/M2 SG2= -396, T/M2  
 17 SEG. SOL. MIN. SG1= 79, T/M2 SG2= -446, T/M2  
 17 SEG. CAR. PER. SG1= 63, T/M2 SG2= -430, T/M2  
 17 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04944 M  
 18 SEG. SOL. MAX. SG1= 141, T/M2 SG2= -455, T/M2  
 18 SEG. SOL. MIN. SG1= 36, T/M2 SG2= -404, T/M2  
 18 SEG. CAR. PER. SG1= 27, T/M2 SG2= -395, T/M2  
 18 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04048 M  
 19 SEG. SOL. MAX. SG1= 248, T/M2 SG2= -559, T/M2  
 19 SEG. SOL. MIN. SG1= 0, T/M2 SG2= -369, T/M2  
 19 SEG. CAR. PER. SG1= 0, T/M2 SG2= -369, T/M2  
 19 TAUU= 595, T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 20 SEG. SOL. MAX. SG1= 179, T/M2 SG2= -487, T/M2  
 20 SEG. SOL. MIN. SG1= 10, T/M2 SG2= -379, T/M2  
 20 SEG. CAR. PER. SG1= 11, T/M2 SG2= -380, T/M2  
 20 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.02771 M  
 21 SEG. SOL. MAX. SG1= 235, T/M2 SG2= -539, T/M2  
 21 SEG. SOL. MIN. SG1= 35, T/M2 SG2= -405, T/M2  
 21 SEG. CAR. PER. SG1= 36, T/M2 SG2= -406, T/M2  
 21 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.02402 M  
 22 NAO SEG. SOL. MAX. SG1= 306, T/M2 SG2= -610, T/M2  
 22 SEG. SOL. MIN. SG1= 69, T/M2 SG2= -439, T/M2  
 22 SEG. CAR. PER. SG1= 73, T/M2 SG2= -443, T/M2  
 22 TAUU= 590, T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 23 NAO SEG. SOL. MAX. SG1= 416, T/M2 SG2= -716, T/M2  
 23 SEG. SOL. MIN. SG1= 43, T/M2 SG2= -413, T/M2  
 23 SEG. CAR. PER. SG1= 51, T/M2 SG2= -421, T/M2  
 23 TAUU= 788, T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 24 SEG. SOL. MAX. SG1= 254, T/M2 SG2= -547, T/M2  
 24 SEG. SOL. MIN. SG1= 5, T/M2 SG2= -373, T/M2  
 24 SEG. CAR. PER. SG1= 2, T/M2 SG2= -370, T/M2  
 24 TAUU= 612, T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 25 SEG. SOL. MAX. SG1= 124, T/M2 SG2= -411, T/M2  
 25 SEG. SOL. MIN. SG1= 90, T/M2 SG2= -456, T/M2  
 25 SEG. CAR. PER. SG1= 70, T/M2 SG2= -436, T/M2  
 25 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04186 M  
 26 SEG. SOL. MAX. SG1= 84, T/M2 SG2= -367, T/M2  
 26 SEG. SOL. MIN. SG1= 115, T/M2 SG2= -481, T/M2  
 26 SEG. CAR. PER. SG1= 87, T/M2 SG2= -453, T/M2  
 26 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.04997 M  
 27 SEG. SOL. MAX. SG1= 106, T/M2 SG2= -384, T/M2  
 27 SEG. SOL. MIN. SG1= 70, T/M2 SG2= -438, T/M2  
 27 SEG. CAR. PER. SG1= 37, T/M2 SG2= -405, T/M2  
 27 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05105 M  
 28 SEG. SOL. MAX. SG1= 144, T/M2 SG2= -418, T/M2  
 28 SEG. SOL. MIN. SG1= 22, T/M2 SG2= -391, T/M2  
 28 SEG. CAR. PER. SG1= 2, T/M2 SG2= -371, T/M2  
 28 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05006 M  
 29 SEG. SOL. MAX. SG1= 156, T/M2 SG2= -427, T/M2  
 29 SEG. SOL. MIN. SG1= 5, T/M2 SG2= -375, T/M2  
 29 SEG. CAR. PER. SG1= 4, T/M2 SG2= -374, T/M2  
 29 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05309 M  
 30 SEG. SOL. MAX. SG1= 60, T/M2 SG2= -329, T/M2  
 30 SEG. SOL. MIN. SG1= 3, T/M2 SG2= -373, T/M2  
 30 SEG. CAR. PER. SG1= 2, T/M2 SG2= -372, T/M2  
 30 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06826 M  
 31 SEG. SOL. MAX. SG1= 42, T/M2 SG2= -310, T/M2  
 31 SEG. SOL. MIN. SG1= 9, T/M2 SG2= -379, T/M2  
 31 SEG. CAR. PER. SG1= 1, T/M2 SG2= -370, T/M2  
 31 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.08889 M  
 32 SEG. SOL. MAX. SG1= 26, T/M2 SG2= -294, T/M2  
 32 SEG. SOL. MIN. SG1= 20, T/M2 SG2= -389, T/M2  
 32 SEG. CAR. PER. SG1= -0, T/M2 SG2= -370, T/M2  
 32 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.12274 M

### I.1.5 - Análise técnico-econômica dos dois traçados de cabos

#### I.1.5.1 - Análise técnica

a) Como foi mantida a mesma seção de concreto obtiveram-se as mesmas características geométricas em ambos os casos.

b) Os momentos fletores devidos às cargas permanentes e às cargas móveis também foram mantidos, no entanto como houve variação de traçados e de número de cabos, obtiveram-se diferentes momentos nucleares e diferentes momentos hiperestáticos.

Comparando-se os resultados para o traçado proposto com os resultados para o traçado original observou-se, como era previsto devido à redução da força de protensão, que no traçado proposto os momentos hiperestáticos são menores que no traçado original, seus valores máximos são respectivamente 14,7 e 39,7 t.m. Proporcionalmente houve uma redução de 63% nos valores dos momentos hiperestáticos.

Quanto aos momentos nucleares, que são uma maneira de descrever a protensão, obtiveram-se no traçado proposto valores na sua maioria inferiores aos do traçado original. Novamente para efeito comparativo apresentam-se os valores máximos dos momentos nucleares.

Traçado	Original	Proposto
Momentos Nucleares Superiores (t.m)	+ 2,0	+ 15,6
	- 175,9	- 144,4
Momentos Nucleares Inferiores (t.m)	+ 171,5	+ 160,8
	- 23,9	- 16,2

c) Baseando-se nos resultados obtidos notou-se, em ambos os traçados, que na verificação das tensões no concreto quando atuam ao mesmo tempo a força de protensão, a carga

permanente e a metade das cargas m $\bar{o}$ veis, em algumas se $\bar{c}$ ões n $\bar{a}$ o s $\bar{a}$ o obedecidas as condi $\bar{c}$ ões impostas para protens $\bar{a}$ o completa pela NB-116 no seu item 4.1.2 . Para os demais carregamentos, nas diferentes fases de protens $\bar{a}$ o, conforme especifica a NB-116, as tens $\bar{o}$ es no concreto foram verificadas.

Embora em servi $\bar{c}$ o as tens $\bar{o}$ es estejam dentro dos limites, em termos de compara $\bar{c}$ ao nota-se que, mesmo usando menor n $\bar{u}$ mero de cabos, conseq $\bar{u}$ entemente menor for $\bar{c}$ a de protens $\bar{a}$ o, os valores das tens $\bar{o}$ es m $\bar{a}$ ximas para o tra $\bar{c}$ ado proposto est $\bar{a}$ o muito pr $\bar{o}$ ximos dos valores m $\bar{a}$ ximos das tens $\bar{o}$ es no concreto para o tra $\bar{c}$ ado original, conforme tabela seguinte.

TENS $\bar{O}$ ES M $\bar{A}$ XIMAS NO CONCRETO (kg/cm $^2$ )				
Tra $\bar{c}$ ado	Original		Proposto	
Borda da viga	Inferior	Superior	Inferior	Superior
Tra $\bar{c}$ ao	44,6	14,7	47,4	28,5
Compress $\bar{a}$ o	94,5	96,5	99,7	89,8

d) Na verifica $\bar{c}$ ao  $\bar{a}$  fissura $\bar{c}$ ao no tra $\bar{c}$ ado proposto quando atuam a for $\bar{c}$ a de protens $\bar{a}$ o, os momentos devidos  $\bar{a}$ s cargas permanentes e os momentos positivos devidos  $\bar{a}$ s cargas m $\bar{o}$ veis, existe maior n $\bar{u}$ mero de se $\bar{c}$ ões tracionadas do que no tra $\bar{c}$ ado original, portanto existe maior n $\bar{u}$ mero de se $\bar{c}$ ões necessitando de armadura suplementar para evitar a fissura $\bar{c}$ ao. No entanto, quando atuam a for $\bar{c}$ a de protens $\bar{a}$ o, os momentos devidos  $\bar{a}$ s cargas permanentes e os momentos negativos devidos  $\bar{a}$ s cargas m $\bar{o}$ veis, ocorre que mais se $\bar{c}$ ões do tra $\bar{c}$ ado original necessitam de armadura suplementar, o que no c $\bar{o}$ mputo geral d $\bar{a}$  um certo equil $\bar{i}$ brio de consumo de a $\bar{c}$ o.

e) O pr $\bar{o}$ ximo passo do programa  $\bar{e}$  o estudo da verifica $\bar{c}$ ao  $\bar{a}$  ruptura por flex $\bar{a}$ o. Pelos resultados obtidos pode-se afirmar que no tra $\bar{c}$ ado proposto houve melhor aproveitamento da se $\bar{c}$ ao de concreto do que no tra $\bar{c}$ ado original, e isto  $\bar{e}$  visto quando comparados em ambos os tra $\bar{c}$ ados os momentos resistentes (MRA) e os momentos solicitantes (MRC).

	Traçado	Original	Proposto
seção 11	MRA (t.m)	305,6	274,6
	MRC (t.m)	217,2	204,7
	v	2,322	2,213
seção 31	MRA (t.m)	481,7	399,1
	MRC (t.m)	423,3	398,3
	v	1,878	1,653

f) A verificação à ruptura pelo esforço cortante encerra as tabelas de valores obtidos, indicando em cada seção o espaçamento necessário entre estribos. Comparando os resultados para os dois traçados a equivalência é quase total, e quando se distribuírem os estribos em faixas de mesmo espaçamento, ter-se-á praticamente a mesma armadura transversal para os dois traçados. Observa-se que, em algumas seções, o valor da tensão de cisalhamento ultrapassa os limites de  $\tau$  dados pelo CEB-72, em função dos quais foi programada a verificação das cortantes, e isso já era esperado mesmo no traçado original, pois consta do projeto um alargamento da seção transversal da viga nas seções próximas aos apoios internos, justamente para colaborar na resistência ao esforço cortante.

g) Finalmente pode-se afirmar que tecnicamente o traçado proposto é melhor que o traçado original, pois embora em ambos sejam respeitados os limites impostos pelas normas, construtivamente usando-se um menor número de cabos ter-se-ão melhores condições de trabalho, tanto na colocação dos cabos como na concretagem, principalmente nas seções próximas aos apoios, onde quase todos os cabos possuem ordenadas iguais ou muito próximas.

#### 1.1.5.2 - Análise econômica

A análise econômica tal como a análise técnica será feita em vários itens, comparando as situações entre os traça-



dos original e proposto como segue, com base em dados do Catálogo STUP citado na Bibliografia.

a) Em relação ao volume de concreto e à quantidade de material para as formas, haverá equivalência entre as duas soluções, pois somente houve alteração no traçado e no número de cabos.

b) Quanto ao consumo de cabos de 12Ø5 mm, sem cálculo nenhum pode-se afirmar que no traçado proposto se tem gasto menor, uma vez que dos dezenove cabos do projeto original, oito foram mantidos, outros oito foram ligeiramente modificados, e três foram eliminados. Desprezando pequenas diferenças de comprimento entre os dezesseis cabos existentes em ambas as soluções, pode-se fazer uma comparação entre consumos de materiais e total de horas-homem para a execução dos cabos.

Traçado	Original	Proposto
Comprimento de cabos (m)	995,6	838,4
Peso dos cabos (kg)	2.152,5	1.812,6
Aço duro 5mm (kg)	2.217,1	1.867,0
Mola central Ø 2mm (kg)	53,8	45,3
Bainha metálica (kg)	269,1	226,6
Mão de obra (H.H.)	430,5	362,5

Em função da tabela anterior conclue-se que há um consumo de materiais e um total de horas-homem 15% menor para o traçado proposto em relação ao traçado original.

c) Para a ancoragem dos cabos e a injeção da argamassa tem-se :

Traçado	Original	Proposto
Nº de cones de ancoragem	38	32
Cimento para argamassa de injeção (kg)	597,4	503,1
Mão de obra - cone + injeção (H.H)	114,0	96,0

Novamente temos uma diferença de 15% entre os custos dos dois traçados.

d) O consumo de aço doce CA-24 para a armadura suplementar é de 95,8 kg no traçado original e de 148,7 kg no traçado proposto.

Para a armadura transversal tem-se o mesmo consumo em ambos os traçados.

e) Finalmente chega-se à conclusão que também economicamente o traçado proposto apresenta vantagens em relação ao traçado original.

## I.2 - Modificações nos subprogramas

Com o intuito de completar a programação proposta por Assan (1974) que serviu como ponto de partida para o estudo da otimização dos traçados de cabos, propoem-se algumas modificações nos subprogramas TENSA e GRAF.

No subprograma TENSA as modificações são mínimas, no entanto no caso do subprograma GRAF teve-se a necessidade, em função das mudanças, de acrescentar uma nova subrotina que determinasse seção por seção as ordenadas do fuso limite.

### I.2.1 - Subprograma TENSA - Verificações de tensões

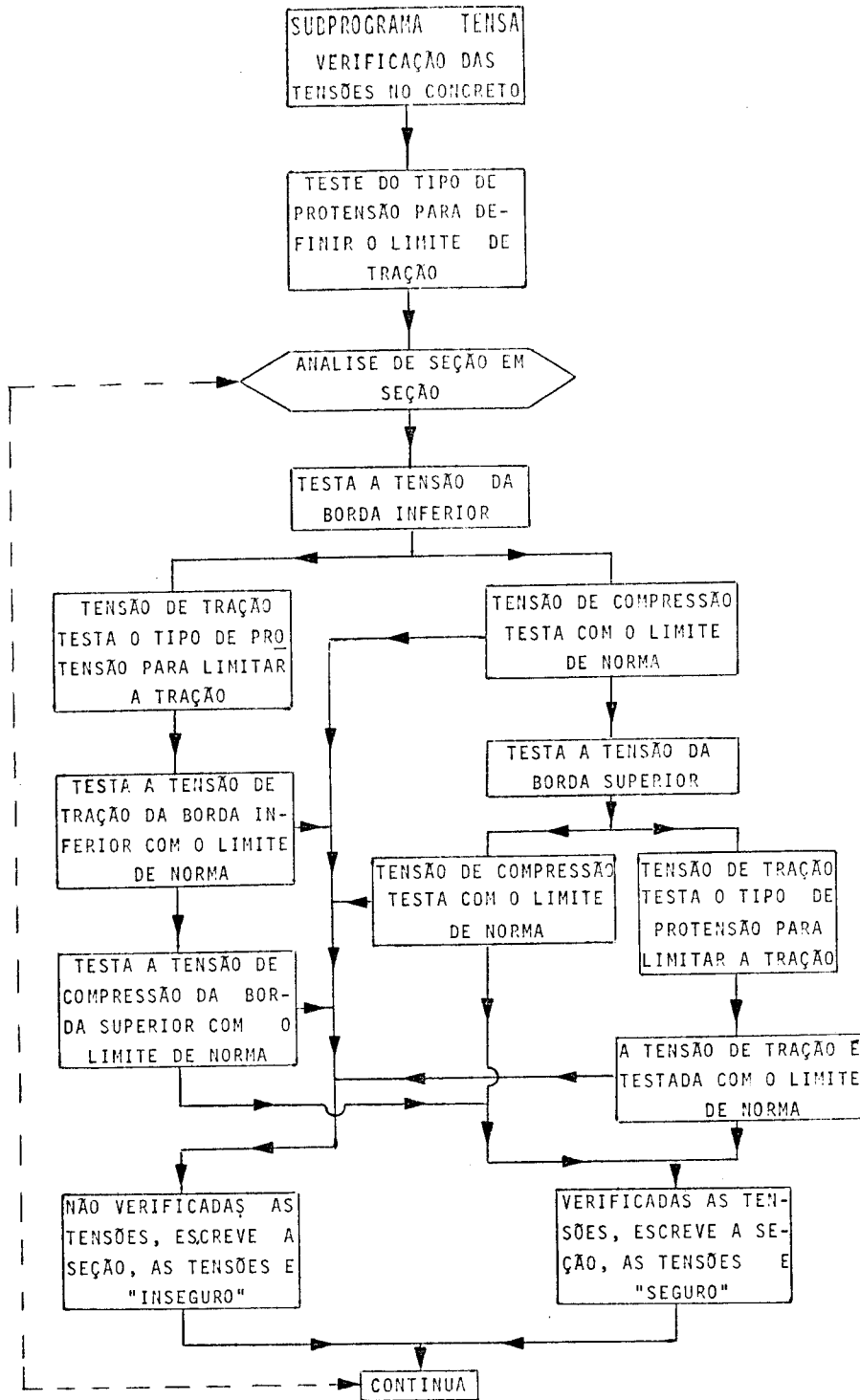
Esse subprograma verificava as tensões nas bordas superior e inferior das seções sem preocupar-se com o tipo de protensão que estava sendo adotado. Cabia ao projetista, uma vez de posse dos resultados, examinar se existiam tensões de tração ou não, no estado em serviço, e em função disto definir a protensão adotada.

A modificação corresponde à introdução de mais um dado definido pela variável TP, que já adota um tipo de protensão e faz as verificações para que sejam respeitados os limites impostos pelo P-NB-116 para essa protensão.

Quando  $TP < 1$  tem-se protensão completa e quando  $TP > 2$ , tem-se protensão limitada.

Deve-se observar que as verificações feitas serão as mesmas e portanto as chamadas da subrotina são idênticas às do programa original, com o acréscimo entre os argumentos de TP.

Para ilustração apresentam-se o diagrama de blocos e a listagem da subrotina TENSA acrescida da modificação.

I.2.1.1 - Diagrama de blocos

I.2.1.2 - Listagem da subrotina TENSA

```

SUBROUTINE TENSA(JV,SIGR,TEBS,TEBI,SIGT,K,TP)
  INTEGER TP
  DIMENSION TEBS(1),TEBI(1)
  IF(K=2)90,90,91
  90 SIGT=0,
  GO TO 92
  91 SIGT=0,06*SIGR+70,
  92 DO 100 I=1,IV
    IF(TEBI(I))10,20,20
  10 IF(ABS(TEBI(I))-SIGR/2.)30,30,40
  30 IF(TEBS(I))70,70,80
  70 IF(ABS(TEBS(I))-SIGR/2.)50,50,40
  80 IF(TP=2)40,85,85
  85 IF(TEBS(I)-2.*SIGT)50,50,40
  20 IF(TP=2)40,60,60
  60 IF(TEBI(I)-2.*SIGT)31,31,40
  31 IF(ABS(TEBS(I))-SIGR/2.)50,50,40
  50 CONTINUE
  IF(K=2)100,100,93
  93 WRITE(3,1) I,TEBI(I),TEBS(I)
    1 FORMAT(2X,I2,6X,F6.0,5X,F6.0,3X,'SEGURO')
  GO TO 100
  40 WRITE(3,2) I,TEBI(I),TEBS(I)
    2 FORMAT(2X,I2,6X,F6.0,5X,F6.0,3X,'INSEGURO')
100 CONTINUE
  RETURN
  END

```

### I.2.2 - Subprograma GRAF - Traçado do fuso limite e da linha de pressão no concreto.

Na subrotina GRAF eram traçados os diagramas dos momentos nucleares, dos momentos hiperestáticos e dos momentos devido às cargas permanentes seção por seção da viga. Com as modificações introduzidas passou a desenhar, a viga, a linha que define o centro de gravidade da viga, a linha de pressão no concreto e o fuso limite.

No subprograma GRAF que executa o desenho, mudaram-se as escalas horizontal e vertical, e o número de traçados que eram quatro passaram a ser cinco, o que exige o acréscimo de mais uma chamada da subrotina no programa principal.

Como no ponto em que são feitas as chamadas da subrotina GRAF já se tem conhecimento da altura da viga, da posição do seu centro de gravidade, e das ordenadas da linha de pressão no concreto, tornou-se necessário apenas calcular as ordenadas do fuso limite seção por seção da viga, para se usar o subprograma GRAF, o que foi feito com a introdução do subprograma FUSO.

#### I.2.2.1 - Subprograma FUSO - Cálculo das ordenadas do fuso limite

##### I.2.2.1.1 - Fuso limite

Fuso limite é a região ao longo da peça na qual deve estar situada a linha de pressão no concreto devida à protensão de modo que não sejam ultrapassadas as tensões admissíveis no concreto.

Essa região é definida por duas posições limites, uma correspondente às tensões admissíveis quando agem  $N_a$ ,  $M_g$ ,  $1,2M_p^{(+)}$ , e outra correspondente à solicitação  $N_a$ ,  $M_g$ ,  $1,2M_p^{(-)}$ .

Para a determinação dessas posições limites, calculam-se preliminarmente as excentricidades  $c'$  e  $c''$  da força de protensão, suposta deslocada pela ação do momento fletor, para que nas bordas da seção se tenham tensões admissíveis de compressão e de tração.

I.2.2.1.2 - Determinação das excentricidades  $c'$  e  $c''$

a) Momento fletor devido à protensão maior que o momento fletor devido às cargas externas.

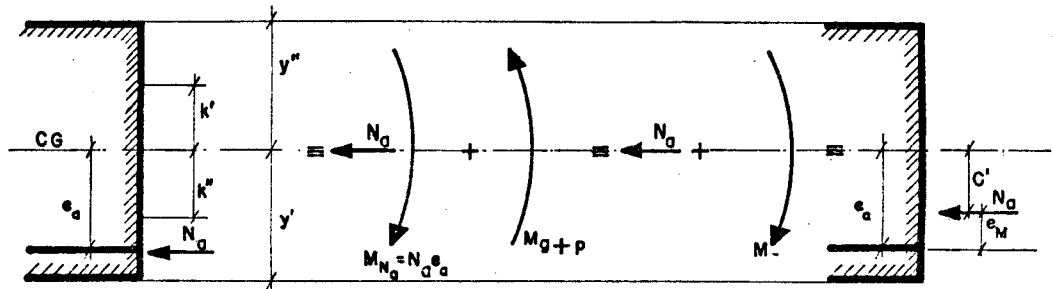


FIG. 5 - ESQUEMA DAS SOLICITAÇÕES

$y'$  = distância do C.G. à borda inferior

$y''$  = distância do C.G. à borda superior

$k'$  = distância do antipolo da borda inferior ao C.G.

$k''$  = distância do antipolo da borda superior ao C.G.

$J$  = momento de inércia da seção

$S$  = área da seção transversal

$N_a$  = força de protensão

$M_{Na}$  = momento fletor devido à protensão

$M_{g+p}$  = momento fletor devido às cargas permanentes +  
+ cargas móveis

$\sigma_{CG}$  = tensão no centro de gravidade da seção =  $-\frac{N_a}{S}$

$M_{g+p} = N_a \cdot e_M$

$M = N_a(e_a - e_M)$

Momento fletor causando tração na borda inferior: positivo

Momento fletor causando compressão na borda inferior: negativo

Tensão de tração: positiva

Tensão de compressão: negativa

a-1) Condições limites de compressão

$$\bar{\sigma}_c = -\frac{N_a}{S} - \frac{N_a c' y'}{J}$$

$$\bar{\sigma}_c = \sigma_{cG} - \frac{N_a c' y'}{J}$$

$$c' = -(\bar{\sigma}_c - \sigma_{cG}) \frac{J}{N_a y'}$$

Multiplicando e dividindo ao mesmo tempo o segundo membro por S, tem-se que

$$c' = (\bar{\sigma}_c - \sigma_{cG}) \cdot \left(-\frac{S}{N_a}\right) \cdot \frac{J}{S} \cdot \frac{1}{y'}$$

$$c' = (\bar{\sigma}_c - \sigma_{cG}) \cdot \frac{1}{\sigma_{cG}} \cdot \frac{i^2}{y'}$$

$$c' = \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_{cG}} - 1\right) K' \dots\dots\dots (a-1)$$

a-2) Condições limites de tração

$$\bar{\sigma}_T = -\frac{N_a}{S} + \frac{N_a c' y''}{J}$$

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_{cG} + \frac{N_a c' y''}{J}$$

$$c' = (\bar{\sigma}_T - \sigma_{cG}) \cdot \frac{J}{N_a y''}$$

Analogamente ao caso anterior multiplicando e dividindo ao mesmo tempo o segundo membro por S, tem-se que

$$c' = \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_T}{\sigma_{cG}}\right) K'' \dots\dots\dots (a-2)$$



O valor da excentricidade  $c'$  da força de protensão deslocada pelo efeito da flexão será o menor valor entre (a-1) e (a-2), para que sejam satisfeitas ao mesmo tempo as condições limites de tensões de compressão e tração.

b) Momento fletor devido à protensão menor que momento fletor devido às cargas externas

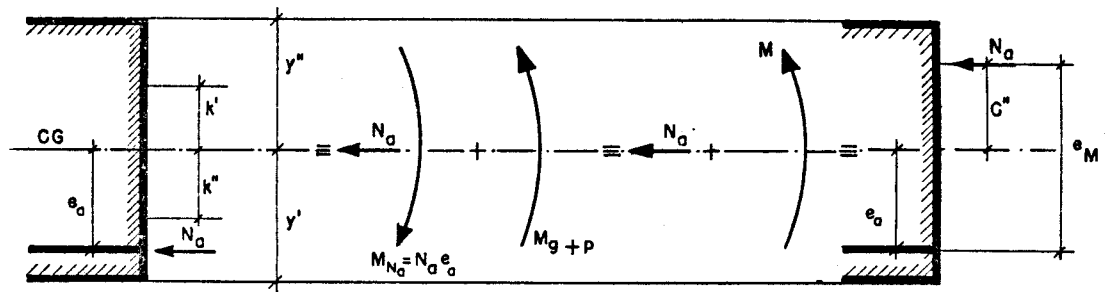


FIG. 6—ESQUEMA DAS SOLICITAÇÕES

$$M = N_a (e_M - e_a)$$

b-1) Condições limites de compressão

$$\bar{\sigma}_c = - \frac{N_a}{S} - \frac{N_a c'' y''}{J}$$

$$c'' = - (\bar{\sigma}_c - \sigma_{cG}) \frac{J}{N_a y''}$$

Analogamente aos casos anteriores multiplicando e dividindo o segundo membro por S, tem-se que

$$c'' = (\bar{\sigma}_c - \sigma_{cG}) \cdot \left(- \frac{S}{N_a}\right) \cdot \left(\frac{J}{S}\right) \cdot \left(\frac{1}{y''}\right)$$

$$c'' = \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_{cG}} - 1\right) K'' \dots \dots \dots (b-1)$$

b-2) Condições limites de tração

$$\bar{\sigma}_T = - \frac{N_a}{S} + \frac{N_a}{J} c'' y'$$

$$\bar{\sigma}_T = \sigma_{CG} + \frac{N_a c'' y'}{J}$$

$$c'' = (\bar{\sigma}_T - \sigma_{CG}) \left( \frac{J}{N_a y'} \right)$$

Analogamente aos casos anteriores, multiplicando e dividindo ao mesmo tempo o segundo membro por S, tem-se que

$$c'' = \left( 1 - \frac{\bar{\sigma}_T}{\sigma_{CG}} \right) K' \dots\dots\dots (b-2)$$

Como para o caso da excentricidade c', determina-se o valor de c'' para que sejam respeitadas as condições limites de tensões de compressão e tração ao mesmo tempo, como sendo o menor entre os valores dados por (b-1) e (b-2).

Determinadas as excentricidades c' e c'', desenham-se as retas distantes c' e c'' da linha do centro de gravidade da viga, marcando a partir dessas retas respectivamente as ordenadas  $M_{g+p}(\text{mínimo})/N_a$  e  $M_{g+p}(\text{máximo})/N_a$ , determinando o fu so limite conforme fig.7 .

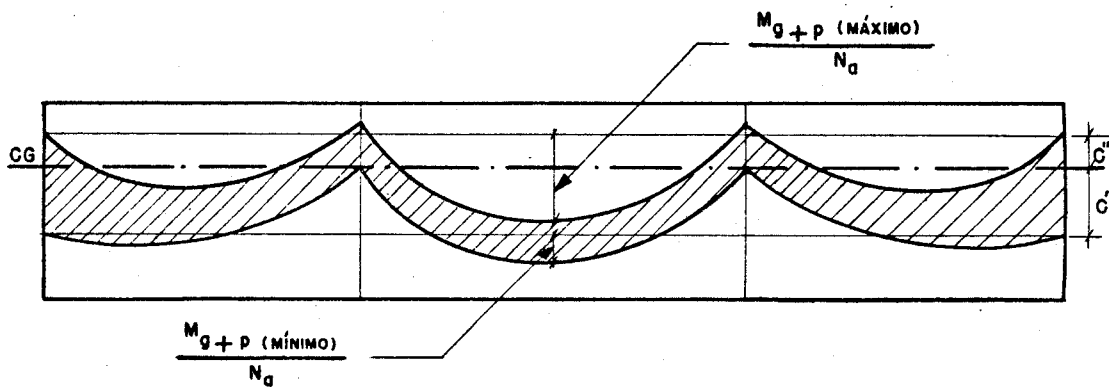


FIG. 7— FUSO LIMITE

As tensões limites são respeitadas quando em qualquer seção da viga a linha de pressão no concreto, devida à protensão, esteja situada no fuso.

No caso de se ter em uma certa seção tensões admissíveis para as solicitações máximas e mínimas, isto significa que nesta seção as curvas que limitam o fuso coincidem.

### I.2.2.1.3 - Descrição do subprograma

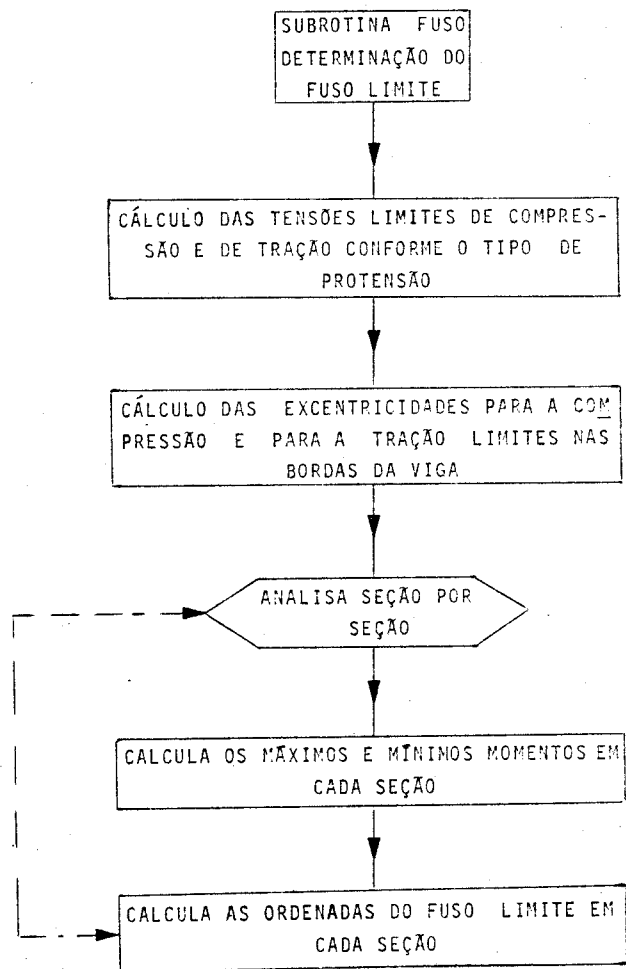
A subrotina destinada a determinar as ordenadas do fuso limite seção por seção da viga, para que se possa verificar se são respeitadas as tensões limites de tração e compressão, tanto para borda inferior como para borda superior recebeu o nome de FUSO, e tem os seguintes argumentos:

SIGR, SIGT, DH1, YG, KL, K2L, AMG, AMPP, AMPN, ST, IV, TP, EL, E2L, CLYG, C2LYG, FNA

O subprograma FUSO calcula as excentricidades  $c'$  e  $c''$  em relação à linha que define o centro de gravidade da viga, e também calcula os valores das ordenadas dados por  $\min M_{g+p}/N_a$  e  $\max M_{g+p}/N_a$  que serão marcados respectivamente a partir das linhas  $c'$  e  $c''$  no traçado do fuso limite.

A subrotina FUSO é chamada uma única vez no programa principal e nada será mudado quando alterados os números de tramos ou de seções.

O subprograma FUSO tem os mesmos objetivos que o subprograma TENSA, que é a verificação das tensões no concreto, no entanto, ele permite ao projetista uma análise das seções nas quais se tem tensões acima das admissíveis, o que possibilita melhores condições na correção do traçado de cabos propostos.

I.2.2.1.4 - Diagrama de blocos

I.2.2.1.5 - Listagem da subrotina FUSO

```

SUBROUTINE FUSO(SIGR,SIGT,DH1,YG,K1,K2L,AMG,AMPP,AMPN,ST,IV,TP,EL,
IE2L,CLYG,C2LYG,FNA)
REAL K1,K2L
INTEGER TP
DIMENSION AMG(1),AMPP(1),AMPN(1),EL(1),E2L(1)
SIGCS=-SIGR/2.
IF(TP-2)10,20,20
10 SIGTS=0.
GO TO 30
20 SIGTS=2.*SIGT
30 SIGGS=-FNA/ST
CL1=(SIGCS/SIGGS-1.)*K1
C2L1=(SIGCS/SIGGS-1.)*K2L
CL2=(1.-SIGTS/SIGGS)*K1
C2L2=(1.-SIGTS/SIGGS)*K2L
IF(CL1-CL2)40,50,50
40 CLYG=YG-CL1
GO TO 60
50 CLYG=YG-CL2
60 IF(C2L1-C2L2)70,80,80
70 C2LYG=YG+C2L1
GO TO 90
80 C2LYG=YG+C2L2
90 DO 100 I=1,IV
BM1=(AMG(I)+AMPN(I))*100.
BM2=(AMG(I)+AMPP(I))*100.
EL(I)=-BM1/FNA+CLYG
100 E2L(I)=-BM2/FNA+C2LYG
RETURN
END

```

### I.3 - Complementação com a introdução de subprogramas

Como o trabalho de Assan (1974) sugere o acréscimo de um subprograma, no qual se determinam as perdas de protensão devidas à retração e à deformação lenta, elaborou-se uma subrotina denominada PERDL. Nesta é feito o cálculo da força de protensão em todas as seções da viga levando em consideração as perdas por retração e deformação lenta.

Acrescentou-se também ao programa original um subprograma denominado PUXA que permite a verificação da força de protensão, ao longo da viga, dentro de uma faixa de variação, com o emprego da conhecida técnica de operações sucessivas de esticamento e afrouxamento dos cabos.

#### I.3.1 - Subprograma PUXA - Controle da protensão por operações de esticamento e afrouxamento do cabo

##### I.3.1.1 - Controle da protensão

Na obra, a fixação dos cabos é feita normalmente cada 1,0m a 2,0m. O cabo sendo mais rígido do que as bainhas, funcionarão na fase de execução como elemento resistente de suporte das bainhas, o que provocará uma perda de protensão devido ao atrito entre o cabo e a bainha.

Como essa perda de protensão por atrito é influente, Assan previu em seu trabalho o cálculo das forças de protensão, para cada cabo em cada seção, descontando as perdas por atrito através das subrotinas ATRIT e FORPE.

Uma vez determinadas essas forças de protensão em cada seção, pode-se fazer um ajuste da protensão com a citada técnica de operações sucessivas de esticamento e afrouxamento da armadura, de tal forma que a força de protensão em cada seção se aproximasse de um valor constante ou estivesse dentro de um pequeno intervalo de variação.

Para verificação como já disse, acrescentou-se o subprograma PUXA, que descreve essas sucessivas operações, como se comenta a seguir (fig. 8).

O primeiro esticamento será com a força de protensão inicial máxima prevista em função do sistema de protensão,

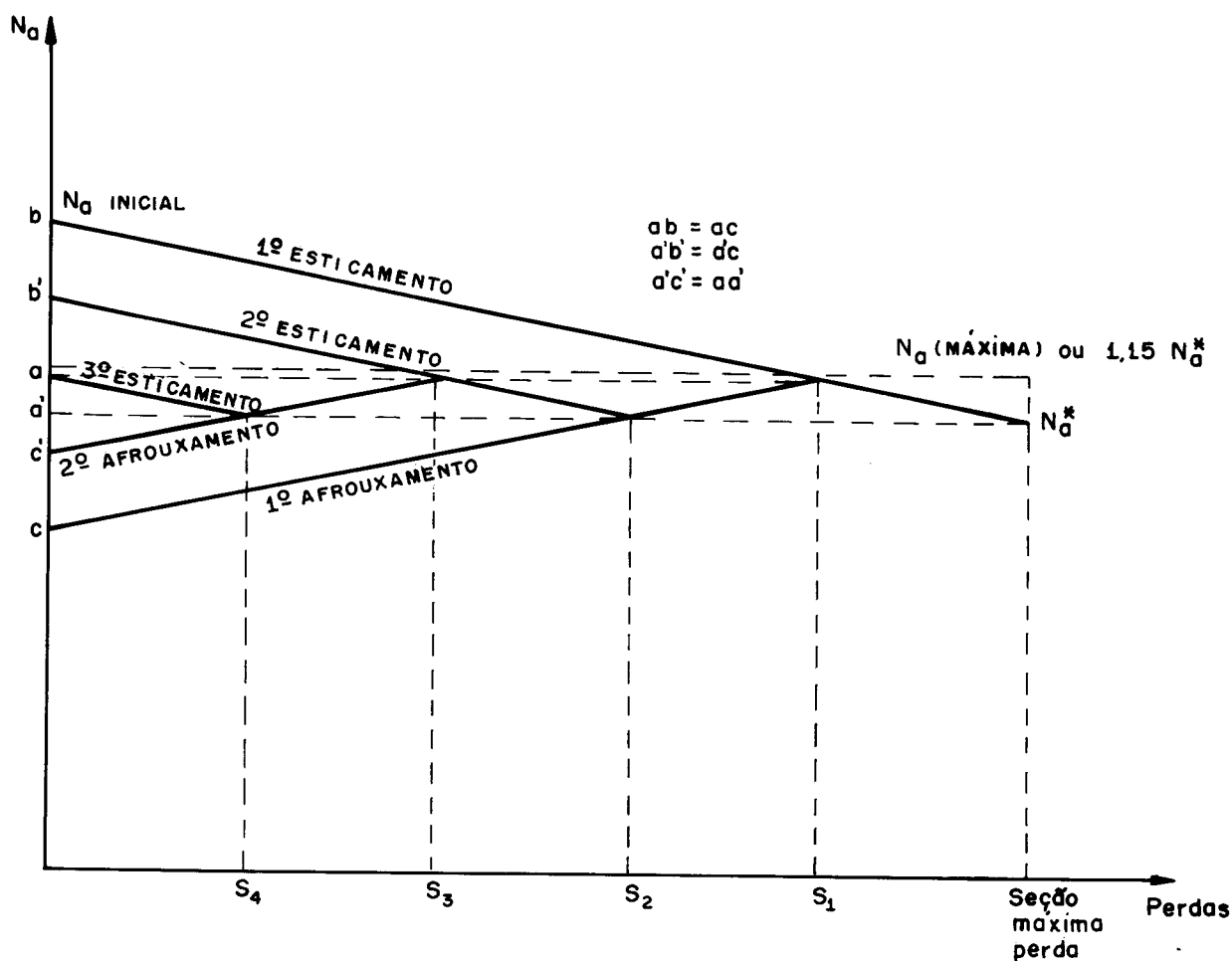
das características do cabo e do tipo de aço. Com o auxílio dos subprogramas ATRIT e FORPE determinam-se para cada cabo, em cada seção, as perdas por atrito e as forças de protensão descontadas as perdas. De posse dos valores das forças de protensão e das perdas por atrito em cada trecho, acha-se o ponto onde a perda é máxima. Conhecendo o ponto ter-se-á também o valor de protensão no mesmo ( $N_a^*$ ) devido ao primeiro esticamento. Com  $N_a^*$  e com valor da força de protensão máxima ( $N_{a \text{ máx}}$ ) obtida de tal forma que a tensão no aço respeite os limites impostos pela NB-116, determina-se um intervalo de variação que terá como limite inferior o valor da força de protensão  $N_a^*$  e como limite superior o menor dos dois valores,  $1,15N_a^*$  ou  $N_{a \text{ máx}}$ .

Determinado o intervalo de variação da força de protensão, analisam-se partindo da seção onde se tem  $N_a^*$ , os valores das forças de protensão em cada seção, até encontrar um valor que ultrapasse o limite superior. Encontrado esse valor retorna-se à seção anterior ( $S_1$ ) que seria até então a mais próxima do limite superior, e como se tem conhecimento das perdas que ocorrem da seção inicial até  $S_1$ , afrouxa-se o cabo reduzindo a força de protensão inicial a um valor que permita manter a mesma força de protensão em  $S_1$ . Devido ao afrouxamento ter-se-ão outros valores para as forças de protensão para cada seção desde  $S_1$  até a seção inicial; analisa-se então esses novos valores a partir de  $S_1$  até encontrar uma seção na qual a força de protensão é menor que  $N_a^*$ . Feito isso toma-se a seção ( $S_2$ ) imediatamente anterior, e como são conhecidas as perdas que ocorrem da seção inicial até  $S_2$  aciona-se o macaco aumentando a força de protensão na seção inicial, mantendo a mesma força de protensão em  $S_2$ .

Analogamente analisam-se as seções a partir de  $S_2$  para determinação do próximo afrouxamento e por conseguinte o próximo esticamento, até que por operações sucessivas de afrouxamento e esticamento tenha-se em cada seção a força de protensão dentro do intervalo de variação previsto.

Este raciocínio feito na elaboração do subprograma PUXA baseia-se na hipótese de igualdade entre o coeficiente de atrito no esticamento e o coeficiente de atrito no afrouxa-

mento, em função da qual pode-se admitir que o gráfico ascendente de forças seja a imagem especular do gráfico descendente. No entanto a experiência tem mostrado que o coeficiente de atrito no afrouxamento é maior que o coeficiente de atrito na fase de protensão.



### I.3.1.2 - Descrição do subprograma

Para o controle da força de protensão ao longo da viga através de operações sucessivas de esticamento e afrouxamento, elaborou-se a subrotina PUXA que tem como argumentos C, IV, ITEST, PERDA, PP, SIGAT, SIGAE, SAI.

O subprograma PUXA vem logo após o cálculo das perdas de protensão devidas ao atrito entre o cabo e a bainha.

O primeiro passo na programação se refere a análise do



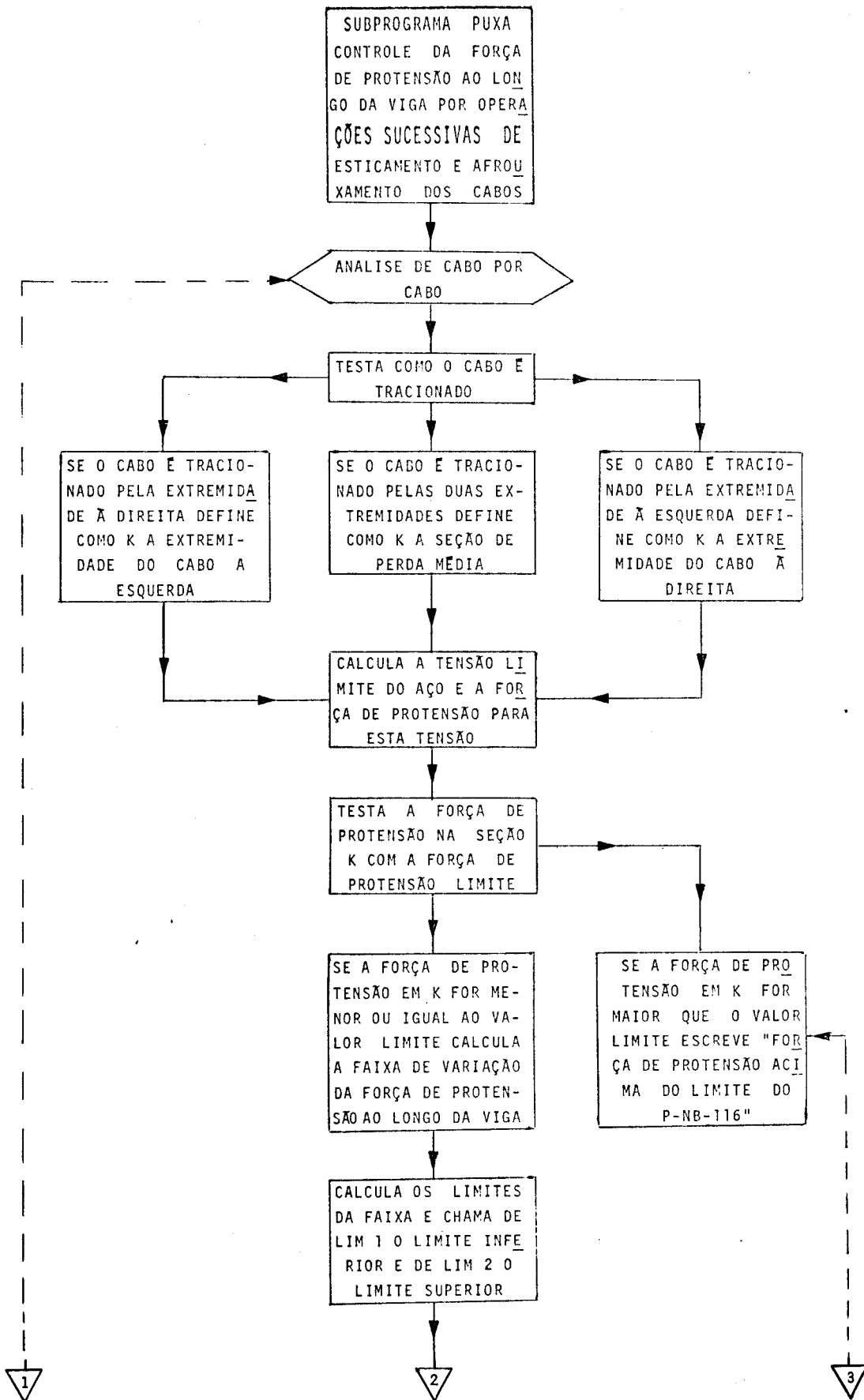
cabo em relação a protensão, pois se a protensão é dada nas duas extremidades determina-se o ponto onde a perda é máxima, e a partir desse ponto aplica-se o raciocínio proposto no item I.3.1.1, para a determinação das forças de protensão seção por seção até a extremidade do cabo. Através de uma mudança de índices faz-se o mesmo cálculo a partir do ponto já citado até a outra extremidade do cabo. Caso o cabo seja tracionado em apenas uma extremidade determina-se a seção onde o mesmo é ancorado e a partir daí aplica-se o raciocínio anteriormente citado usando a mesma programação através de uma mudança de índices.

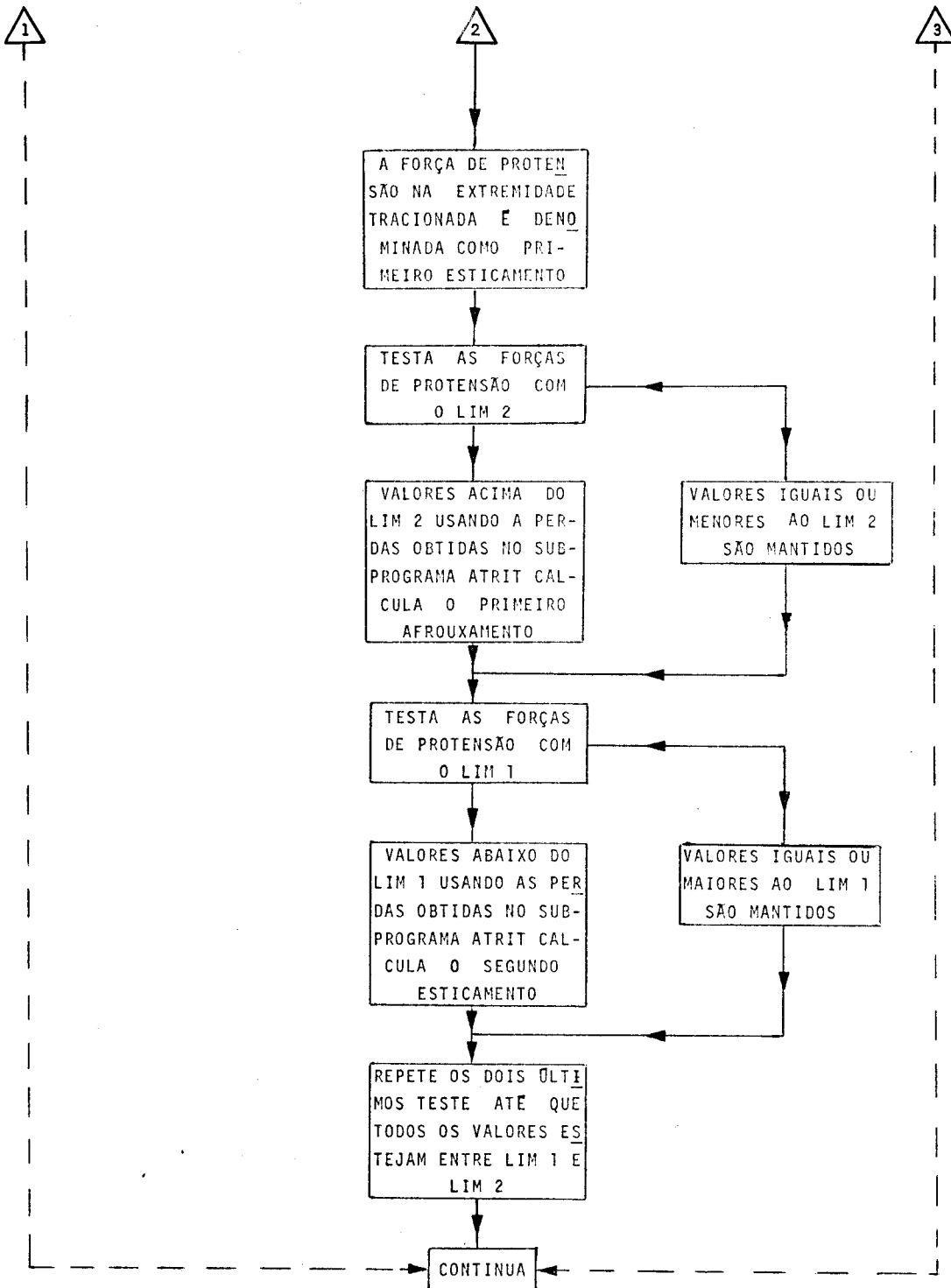
Cabe salientar que por meio de uma elaboração criteriosa usada na programação pode-se fazer um único programa que determinasse os valores das forças de protensão, para cada cabo, seção por seção, tanto para cabo tracionado pelas duas extremidades como para cabo tracionado por uma só extremidade, através de sucessivas mudanças de índices.

Como saída de resultados o subprograma dá, cabo por cabo, os limites inferior e superior da faixa de variação da força de protensão ao longo da viga, e os valores da força de protensão nas extremidades do cabo para as diversas operações de afrouxamento e esticamento.

Alterando-se o número de cabos e o número de seções em que foi dividida a viga, tem-se que mudar os DIMENSION das matrizes  $PP(I,J)$ ,  $PERDA(I,J)$ ,  $PERTO(I,J)$ , onde  $I$ =número de cabos e  $J$ =número de seções.

Este subprograma é chamado uma única vez no programa principal, e sua chamada não se altera com mudanças nos números de cabos, de seções e de tramos.

I.3.1.3 - Diagrama de blocos



I.3.1.4 - Listagem da subrotina PUXA

```

SUBROUTINE PUXA(C,IV,ITEST,PERDA,PP,SIGAT,SIGAE,SA1,KW)
REAL LIM1,LIM2
INTEGER C
DIMENSION PP(19,61),PERDA(19,61),SA1(1),ITEST(1)
DIMENSION KW(1)
DO 300 I=1,C
  IF(ITEST(I))80,85,90
90  K=KW(I)
  GO TO 50
80  DO 100 J=1,IV
  IF(PP(I,J))100,100,101
101 IF(PP(I,J))102,102,100
100 CONTINUE
102 K=J
  GO TO 50
85  DO 400 J=1,IV
  JK=IV-J+1
  IF(PP(I,JK))200,200,201
201 IF(PP(I,JK))202,202,200
200 CONTINUE
202 K=JK-1
  GO TO 50
50  A=2.*SIGAT/3.
  B=.8*SIGAE
  IF(A=B)10,10,20
10  ANA=A*SA1(I)
  GO TO 30
20  ANA=B*SA1(I)
30  IF(ANA-PP(I,K))11,11,12
11  WRITE(3,1000)I,PP(I,K)
1000 FORMAT(2X,12,2X,F5,1,2X,'FORCA DE PROTENSAO ACIMA DO LIMITE DO PNB
1=116')
  GO TO 301
12  ACRES=1.15*PP(I,K)
  IF(ACRES-ANA)13,14,14
14  LIM2=ANA
  GO TO 15
13  LIM4=ACRES
15  LIM1=PP(I,K)
  WRITE(3,1021)I
1021 FORMAT(/6X,'C',I3/)
  WRITE(3,1012)LIM1,LIM2
1012 FORMAT(2X,'LIM1',2X,'LIM2'//2X,F5,1,2X,F5,1//2X,'OPERACOES SUCESSI
1VAS DE PROTENSAO'//)
  DO 1013 J=1,IV
  IF(ITEST(I))204,203,204
203 JL=IV-J+1
  GO TO 205
204 JL=J
205 IF(PP(I,JL))1013,1013,1014
1014 WRITE(3,1015)PP(I,J)
1015 FORMAT(2X,'EXTREMIDADE 1'//2X,F5,1,2X,'ESTICAMENTO')
  GO TO 1016
1013 CONTINUE
1016 IF(ITEST(I))206,207,206
206 KK=K-1
  LK=K
  JO=1
  GO TO 31
207 KK=IV-K

```

```

LK=K
JO=-1
31 CONTINUE
DO 400 J=1, KK
JT=LK-J*JO
IF (PP(I, JT)) 1010, 1010, 1011
1011 IF (PP(I, JT)-LIM2) 16, 16, 17
16 JX=JT
GO TO 400
17 JK=JT+JO
IF (JK-JT) 32, 32, 33
33 JS=JK
GO TO 34
32 JS=JT
34 PP(I, JT)=PP(I, JK)*PERDA(I, JS)
FPRO=PP(I, JT)
400 CONTINUE
1010 IF (FPRO-LIM1) 21, 21, 22
22 WRITE(3, 27) FPRO
IF (JT-K) 210, 210, 300
21 WRITE(3, 27) FPRO
27 FORMAT(2X, F5.1, 2X, 'AFROUXAMENTO')
JP=-JO*(JK-JX)
DO 500 J=1, JP
JC=JK+JO*(J-1)
J1=JC-JO
IF (J1-JC) 51, 51, 52
51 JV=JC
GO TO 53
52 JV=J1
53 PP(I, JC)=PP(I, J1)/PERDA(I, JV)
JJ=J
IF (PP(I, JC)-LIM1) 500, 19, 19
500 CONTINUE
19 DO 600 J=1, JJ
JM=JC-J*JO
JL=JM+JO
IF (JL-JM) 41, 41, 42
41 JY=JM
GO TO 43
42 JY=JL
43 PP(I, JM)=PP(I, JL)/PERDA(I, JY)
600 FPRO=PP(I, JM)
IF (FPRO-LIM2) 24, 24, 25
25 WRITE(3, 26) FPRO
26 FORMAT(2X, F5.1, 2X, 'ESTICAMENTO')
GO TO 39
24 WRITE(3, 26) FPRO
IF (JM-K) 210, 210, 300
39 LK=JM+JJ*JO
KK=-JO*(JM-LK)
GO TO 31
210 JO=-1
IF (ITEST(I)) 300, 300, 71
71 DO 1017 LR=1, IV
J=IV+i-LR
IF (PP(I, J)) 1017, 1017, 1019
1019 WRITE(3, 1018) PP(I, J)
1018 FORMAT(2X, 'EXTREMIDADE 2' / 2X, F5.1, 2X, 'ESTICAMENTO')
GO TO 1020
1017 CONTINUE
1020 KK=IV-K
LK=K
GO TO 31
300 CONTINUE
301 RETURN
END

```

I.3.2 - Subprograma PERDL - Cálculo das perdas de protensão devidas à retração e à deformação lenta do concreto.

I.3.2.1 - Retração do concreto

O fenômeno de retração no concreto consiste na diminuição do volume que ele experimenta, quando exposto ao ar, sem carregamento, até permanecer em equilíbrio com o meio ambiente. Essa propriedade, segundo Freyssinet (teoria termodinâmica do concreto), deve-se às tensões capilares da água no interior dos poros do concreto que, perdendo parte desta água, dão lugar a fenômenos de capilaridade, originando-se esforços que equivalem a uma pressão aplicada sobre o esqueleto sólido do concreto, do exterior para o interior, ocasionando, em consequência, a diminuição de volume. Esse processo só termina quando for alcançado um estado de equilíbrio na água interporos do concreto, dependendo do grau de umidade do ar e do concreto, veja por exemplo Cardoso (1957).

No entanto, o intuito não é o tratamento dos fatores que influem na retração, e sim a consideração deste fenômeno na determinação da força de protensão.

Segundo a NB-116 a retração do concreto obedece uma variação no decorrer do tempo de acordo com uma lei assintótica, representada aproximadamente pela seguinte fórmula:

$$\epsilon_{r_t} = \epsilon_{r_\infty} \cdot \frac{(1,5 + t) t}{1 + 4t + t^2}$$

sendo  $t$  a idade do concreto expressa em meses a partir da pega do cimento, e  $\epsilon_{r_\infty}$  a retração do concreto após um tempo infinito.

A retração final  $\epsilon_{r_\infty}$  terá o valor médio

$$\epsilon_{r_\infty} = (1 - U_r)$$

expresso normalmente em ‰, onde  $U_r$  é a umidade relativa do ar (quantidade de vapor d'água contido no ar atmosférico dividido pela máxima quantidade possível de vapor d'água correspondente à situação de saturação à mesma temperatura).

Verifica-se que a curva correspondente à expressão de  $\epsilon_{r_t}$  (fig.9) se aproxima satisfatoriamente dos resultados experimentais,

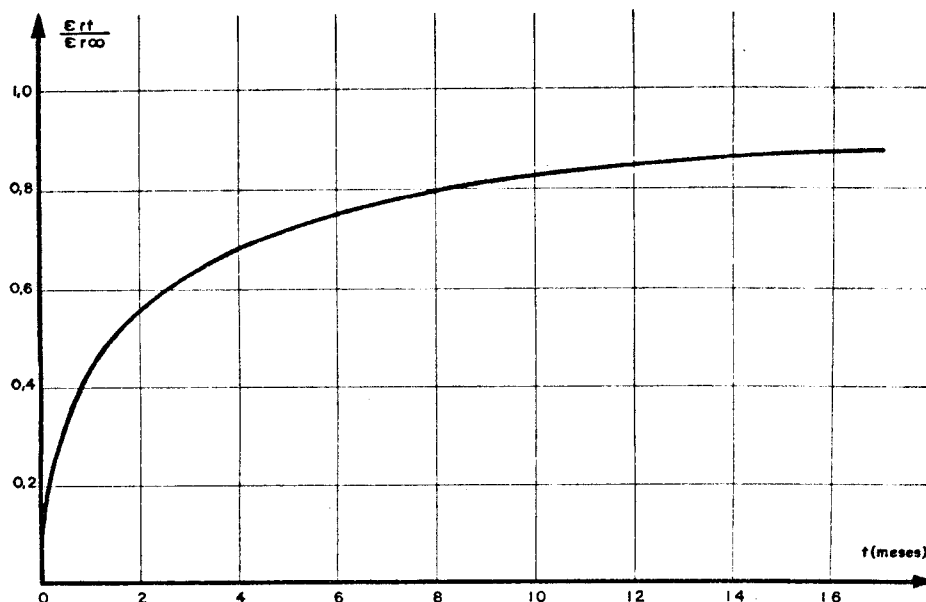


FIG. 9— RETRAÇÃO DO CONCRETO EM FUNÇÃO DO TEMPO

#### 1.3.2.2 - Deformação lenta do concreto (fluência)

O concreto quando solicitado por cargas duradouras não se deforma apenas elasticamente, mas também aparece uma deformação plástica que cresce com o tempo. Essa deformação conhecida como deformação lenta ou fluência do concreto é explicada pela teoria de Freyssinet, de modo sucinto como : "os esforços de compressão, aos quais o concreto está submetido, acarretam uma diminuição dos seus poros, indo a água que neles se encontrava encher os poros de maior dimensão que se achavam vazios, ocasionando um aumento da umidade relativa do concreto, e uma conseqüente diminuição das tensões capilares. Com o tempo, a água em excesso irá evaporar, criando um novo aumento nas tensões capilares, originando esforços de compressão sobre o esqueleto sólido do concreto, dando lugar à deformação lenta", veja por exemplo Cardoso (1957).

Para efeito do cálculo da deformação lenta, levar-se-ão em conta, carregamentos com o caráter de carga permanente, tais como, peso próprio da estrutura, alvenarias, revesti-

mentos, protensão, e eventualmente cargas acidentais não transitórias.

A NB-116, considera que a deformação lenta  $\bar{\epsilon}$  é proporcional à deformação imediata correspondente. Sendo a deformação imediata  $\epsilon_c = \sigma_c / E_c$ , a soma das deformações imediata e lenta em um dado instante será  $\bar{\epsilon} = \frac{\sigma_c}{E_c} (1 + \psi)$ , onde  $\sigma_c$  = tensão no concreto e  $E_c$  = módulo de deformação longitudinal do concreto.

Para a obtenção do valor da deformação lenta no concreto é necessário conhecer o valor de  $\psi$ , cujo valor final é denominado  $\psi_\infty$ , que é função da idade  $\underline{t}$  do concreto no instante do aparecimento das tensões que dão origem à deformação lenta e da umidade relativa do ar.

Segundo o P-NB-116 a influência do fator  $\underline{t}$  é expressa por

$$\psi_\infty = \psi_a \frac{7 + 3t}{4 + 6t}$$

onde  $\psi_a$  é um valor que expressa a influência do fator umidade relativa do ar

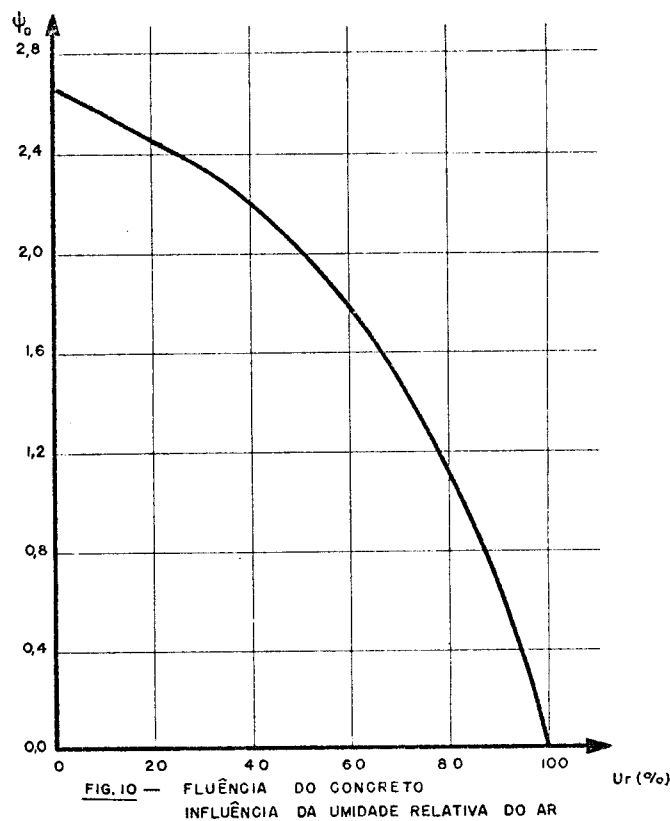
$$\psi_a = 8 \frac{1 - U_r}{3 - 2U_r}$$

expressão essa que decresce à medida que  $U_r$  aumenta e se anula quando  $U_r$  igual a 1 (ar saturado), (fig. 10).

Para a determinação de  $\psi$  em um determinado instante  $\underline{t}$ , admite-se que  $\psi$  varia com o tempo segundo uma lei semelhante à que rege a variação da retração, permitindo que se considerem afins as curvas de  $\psi(t)$  e  $\epsilon_r(t)$ , ou seja;

$$\frac{\psi(t)}{\epsilon_r(t)} = \frac{\psi_\infty}{\epsilon_{r_\infty}}$$





### I.3.2.3 - Perdas de protensão por retração e deformação lenta do concreto

Como a retração provoca um encurtamento do concreto em todas as direções, por questão de compatibilidade de deslocamentos o aço também deve se encurtar de igual valor. Esse encurtamento do aço se traduz por uma perda de protensão.

Por outro lado o concreto comprimido pela ação das cargas permanentes sofre uma deformação imediata que vai aumentando lentamente com o decorrer do tempo. À medida que o concreto se deforma, o aço de protensão vai se deformando junto e portanto vai perdendo uma parcela de sua protensão. Essa parcela perdida se adiciona algébricamente à protensão inicialmente aplicada, e produz deformações imediatas e lentas do concreto.

Essas perdas de protensão são determinadas com base nas seguintes hipóteses:

a) as curvas de retração  $\epsilon_r(t)$  e de deformação lenta  $\psi(t)$  são afins, isto é,

$$\frac{\epsilon_r(t)}{\psi(t)} = K \text{ (constante)}$$

b) as curvas de retração e de deformação lenta possuem a mesma origem;

c) aderência entre o concreto e o aço.

Observa-se que, a hipótese b na prática não ocorre, pois existe um espaço de tempo entre a concretagem e a aplicação das cargas. A consideração de coincidência de origens é válida, e normalmente é usada, pois a sua influência é insignificante.

Considerando-se origens diferentes, a afinidade entre as curvas ocorreria a partir de  $t_1$ , conforme esquema da fig. 11 e ter-se-ia

$$\frac{\epsilon_{r_{tx}} - \epsilon_{r_{t1}}}{\psi_{tx}} = \frac{\epsilon_{r_{t\infty}} - \epsilon_{r_{t1}}}{\psi_{t\infty}}$$

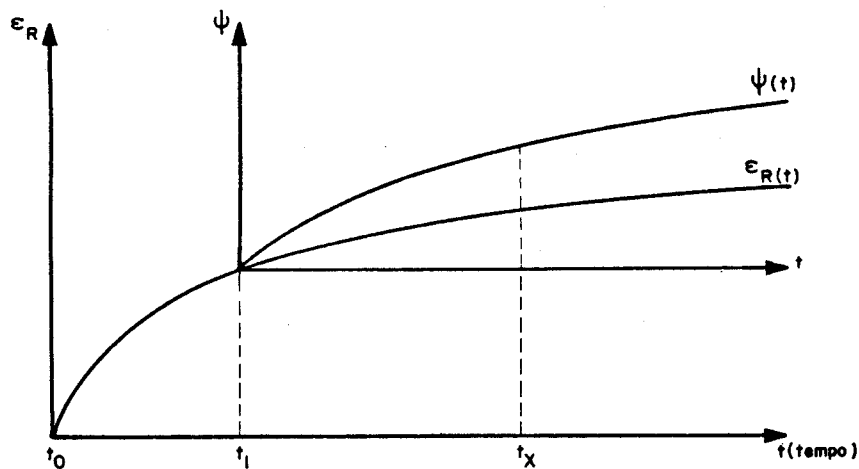


FIG. 11—ESQUEMA DA AFINIDADE DAS CURVAS

Para uma análise mais clara do equacionamento do problema em questão, ou seja, o cálculo das perdas de protensão por retração e deformação lenta do concreto, dividir-se-á o estudo em duas etapas em função da protensão (Leonhardt, 1964).

#### I.3.2.3.1 - Protensão axial

Na protensão axial as deformações em um elemento de concreto num intervalo de tempo  $dt$  são:

a) retração do concreto =  $d\epsilon_{r_t}$

b) deformação lenta do concreto sob ação da protensão inicial =  $\frac{N_{a_0}}{E_c S_c} d\psi$

c) deformação lenta do concreto sob a ação da variação da protensão =  $\frac{X}{E_c S_c} d\psi$ , onde

$X$  = perda de protensão (diminuição da força de protensão)

d) recuperação elástica do concreto =  $-\frac{dX}{E_c S_c}$

No aço as deformações são devidas à recuperação elástica do aço sob a ação das perdas =  $\frac{dX}{E_a S_a}$

Igualando as deformações tem-se:

$$\frac{dX}{E_a S_a} = d\epsilon_{r_t} + \left(\frac{N_{a_0} - X}{E_c S_c}\right) d\psi - \frac{dX}{E_c S_c} \quad (a)$$

Das hipóteses de afinidade e mesma origem para as curvas de retração  $\epsilon_r(t)$  e de deformação lenta  $\psi(t)$ , tem-se

$$\frac{\epsilon_{r_t}}{\psi} = \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty}$$

ou 
$$\epsilon_{r_t} = \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} \psi$$

que derivando dá  $d\epsilon_{r_t} = \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} d\psi$

Portanto (a) fica

$$\frac{dX}{E_a S_a} + \frac{dX}{E_c S_c} = \left(\frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} E_c S_c + N_{a_0} - X\right) \frac{d\psi}{E_c S_c}$$

Multiplicando ambos os membros por  $E_c S_c$

$$\left(\frac{E_c S_c}{E_a S_a} + 1\right) dX = \left(\frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} E_c S_c + N_{a_0}\right) d\psi - X d\psi$$

sendo

$$\alpha = \frac{1}{\frac{E_c S_c}{E_a S_a} + 1}, \quad n = \frac{E_a}{E_c}, \quad \mu = \frac{S_a}{S_c}$$

$$e \quad K_1 = \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} E_c S_c + N_{a_0}$$

tem-se que

$$\frac{dX}{\alpha} = (K_1 - X) d\psi$$

$$\frac{dX}{K_1 - X} = \alpha d\psi$$

cuja integral é

$$\ln (K_1 - X) = -\alpha\psi + C$$

Para  $t = 0$ ,  $X = 0$  e  $\psi = 0$ , pois a perda é nula antes do início da retração e a deformação lenta, então

$$C = \ln K_1$$

portanto

$$\ln (K_1 - X) = -\alpha\psi + \ln K_1$$

$$\text{ou} \quad \ln (K_1 - X) - \ln K_1 = -\alpha\psi$$

$$\ln \frac{(K_1 - X)}{K_1} = -\alpha\psi$$

$$X = K_1 (1 - e^{-\alpha\psi})$$

Portanto para o caso de protensão axial a perda é dada por

$$X = \left( \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} E_c S_c + N_{a_0} \right) (1 - e^{-\alpha\psi})$$

### I.3.2.3.2 - Protensão excêntrica

No caso da protensão excêntrica serão acrescentadas às deformações estudadas no caso da protensão axial, as deformações do concreto devidas às cargas permanentes.

Em relação ao centro de gravidade da armadura a tensão no concreto é

$$\sigma_c = (N_{a_0} - X) \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right) - \frac{M e_a}{J_c} - dX \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right)$$

onde  $e_a$  = excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de concreto e  $M$  = momento fletor devido às cargas duradouras

Em função do estudo anterior a deformação no concreto num intervalo de tempo  $dt$  será

$$\left[ \frac{N_{a_0} - X}{E_c} \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right) - \frac{M e_a}{J_c E_c} \right] d\psi - \frac{dX}{E_c} \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right)$$

Igualando as deformações no aço e no concreto tem-se que

$$\frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} d\psi + \left[ \frac{N_{a_0} - X}{E_c} \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right) - \frac{M e_a}{J_c E_c} \right] d\psi - \frac{dX}{E_c} \left( \frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} \right) = \frac{dX}{E_a S_a}$$

Fazendo  $\frac{1}{S_c} + \frac{e_a^2}{J_c} = \frac{1}{S'}$

$$e - \frac{M e_a}{J_c E_c} = \frac{F}{S' E_c}$$

vem que

$$\frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} d\psi + \left( \frac{N_{a_0} - X + F}{E_c S'} \right) d\psi - \frac{dX}{E_c S'} = \frac{dX}{E_a S_a}$$

Multiplicando ambos os membros por  $E_c S'$  tem-se que

$$\left( \frac{\epsilon_{r_\infty}}{\psi_\infty} \cdot E_c S' + N_{a_0} + F - X \right) d\psi = dX \left( 1 + \frac{E_c S'}{E_a S_a} \right)$$

$$\text{Tomando } K_2 = \left( \frac{\epsilon_r}{\psi_\infty} E_c S' + N_{a_0} + F \right)$$

$$\text{e } \alpha = \frac{1}{\frac{E_c S'}{E_a S_a} + 1}$$

$$(K_2 - X) d\psi = \frac{dX}{\alpha}$$

Como esta equação diferencial é idêntica à solucionada na protensão axial, então a perda de protensão é dada por

$$X = K_2(1 - e^{-\psi\alpha})$$

$$\text{ou } X = \left( \frac{\epsilon_r}{\psi_\infty} E_c S' + N_{a_0} + F \right) (1 - e^{-\psi\alpha})$$

Observe-se que, as deduções e fórmulas apresentadas se aplicam somente no caso de um cabo, portanto nas peças protendidas armadas com mais de um cabo, quer com protensões diferentes quer muito afastados entre si, não se pode superpor as perdas cabo por cabo.

Quando existirem diversos cabos com protensões iguais, mas pouco afastados entre si, há possibilidade da superposição das perdas, pois a deformação lenta depende das tensões permanentes aplicadas ao concreto, que têm quase o mesmo valor para cabos próximos, e essa superposição, que proporciona resultados satisfatórios, permite tratamento matemático mais simples. Isto permitiu a introdução do subprograma PERDL, na programação proposta por Assan (1974), para o cálculo das perdas por retração e deformação lenta do concreto, conforme descrição a seguir.

#### I.3.2.4 - Descrição do subprograma

Desenvolveu-se uma subrotina para a determinação das perdas de protensão por retração e deformação lenta do concreto, cujo nome é PERDL, e tem os argumentos C, IV, EA, UR, TEM, Y, SA1, ST, AJT, YG, AMG, PP, E..

O cálculo é feito para cada cabo, obtendo-se a perda de vida à retração e à deformação lenta em cada seção.

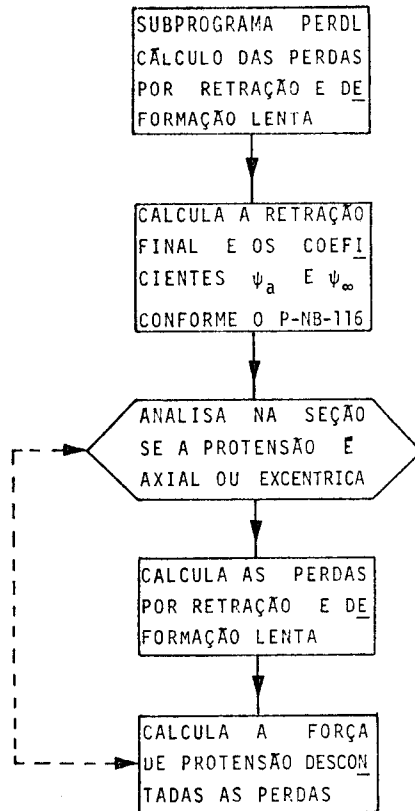
Através da subrotina calculam-se os valores de  $\epsilon_{r_\infty}$  retração num tempo infinito de  $\psi_a$  que expressa a influência do fator umidade relativa na deformação lenta e de  $\psi_\infty$  deformação final. Determinados estes valores testa-se seção por seção a posição do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de concreto para saber se a protensão é axial ou excêntrica. Uma vez determinada a protensão calculam-se os valores das perdas em todas as seções de cada cabo usando as fórmulas apresentadas nos itens I.3.2.3.1 e I.3.2.3.2.

Os DIMENSION a serem alterados caso mude o número de tramos ou de cabos são:

Y (I,J), PP (I,J)

onde I = número de cabos

J = número de seções em que foi dividida a viga.

I.3.2.5 - Diagrama de blocosI.3.2.6 - Listagem da subrotina PERDL

```

SUBROUTINE PERDL(C,IV,EA,E,UR,TEM,Y,SA1,ST,AJT,YG,AMG,PP)
INTEGER C
DIMENSION Y(20,61),PP(19,61),SA1(1),AMG(1)
ERI=(1.-UR)/1000,
FIA=0.*ERI/(3.*2.*UR)
TEM=TEM/30.
FINF=FIA*(7.+3.*TEM)/(4.+6.*TEM)
DO 100 I=1,C
DO 100 J=1,IV
IF(Y(I,J))10,20,20
10 REPGE=0,
GO TO 100
20 IF(Y(I,J)-YG)30,40,30
40 CORI=1./(E*ST/(EA*SA1(I))+1.)
K1=ERI*E*ST/FINF+PP(I,J)
REPGE=K1*(1.-EXP(-CORI*FINF))
GO TO 100
30 SL=AJT*ST/(AJT+ST*(Y(I,J)-YG)**2.)
CORI=1./(E*SL/(EA*SA1(I))+1.)
EFE=-AMG(J)*ST*(Y(I,J)-YG)/(AJT+ST*(Y(I,J)-YG)**2.)
K2=ERI*E*ST/FINF+PP(I,J)+EFE
REPGE=K2*(1.-EXP(-CORI*FINF))
100 PP(I,J)=PP(I,J)+REPGE
RETURN
END
  
```



## II - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS CONCORDANTES

### II.1 - Noções sobre cabo concordante

No estudo de traçados concordantes o ponto de partida está na definição de cabo concordante, mas para melhor entendimento do conceito de concordância de cabos é necessário conhecer a definição de transformação linear.

Quando se muda a posição da linha do centro de gravidade da armadura sobre os apoios interiores de uma viga contínua, sem mudar a forma intrínseca da linha, isto é, curvatura e dobras, dentro de cada tramo, se diz que a nova linha é obtida pela transformação linear da anterior.

Em decorrência pode-se afirmar que a linha de pressão no concreto devida à protensão em uma viga contínua, é uma linha obtida pela transformação linear da linha dos centros de gravidade da armadura, devido à variação linear dos momentos hiperestáticos entre dois apoios consecutivos.

Para o estudo dos traçados de cabos, no que se refere à transformação linear, é de grande utilidade o seguinte teorema: "Em uma viga contínua, a linha do centro de gravidade da armadura, pode ser transformada linearmente sem mudar a posição da linha de pressão no concreto", (veja, p. ex. , LIN 1963).

Isto significa que a transformação linear da linha dos centros de gravidade da armadura não afeta os esforços no concreto, uma vez que a linha de pressão no concreto perma-

nece invariável.

Em seguida baseando-se na esquematização da fig.12 se-  
rá comprovado o teorema anterior.

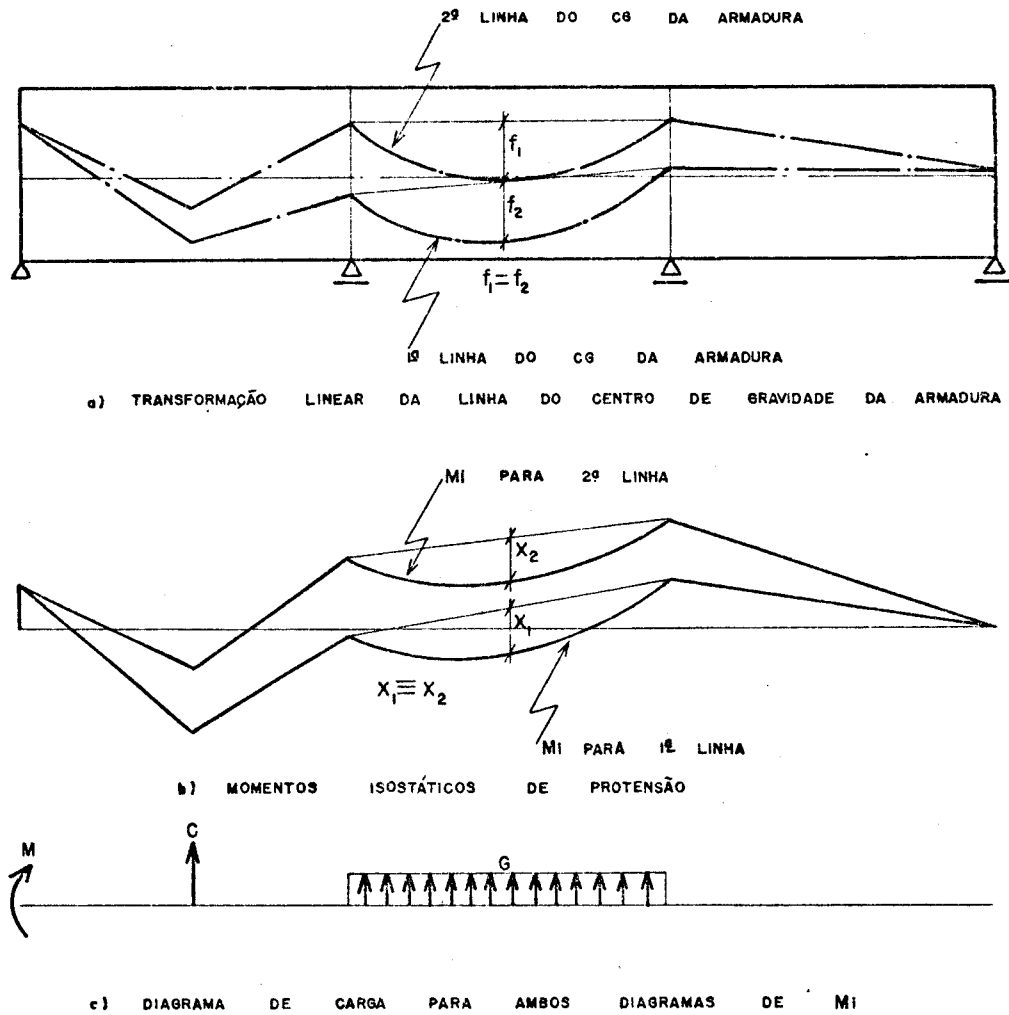


FIG. 12—REPRESENTAÇÃO GRÁFICA — CABOS DE MESMA  
FORMA INTRÍNSECA PRODUZEM O MESMO CARREGAMENTO

Conhecida a primeira linha dos centros de gravidade da armadura conhece-se também a linha de pressão no concreto de vida à protensão, como se mostrou na introdução.

Transformando linearmente esta primeira linha dos centros de gravidade da armadura obtêm-se uma segunda linha de mesma forma intrínseca.

Como os momentos isostáticos de protensão são dados por  $M_i = N_a e_a$  e a força de protensão praticamente é a mesma em ambos os traçados, pode-se afirmar que os diagramas de momentos isostáticos também estão relacionados, ou seja, o  $M_i$  para primeira linha é  $y = y(x)$  e o  $M_i$  para segunda linha é  $\bar{y} = y(x) + k x + C$ .

Portanto, em ambos os traçados, os diagramas de carregamentos equivalentes à protensão são iguais, pois são dados pelas derivadas segundas dos seus respectivos diagramas de momentos isostáticos de protensão, e  $y'' = \bar{y}''$ .

Da igualdade dos carregamentos tem-se a igualdade dos momentos resultantes devidos à protensão na viga contínua, e conseqüentemente a linha de pressão no concreto em ambos os traçados tem a mesma posição.

Embora os momentos resultantes sejam os mesmos, como os momentos isostáticos são diferentes os momentos hiperestáticos também são diferentes.

Conclui-se pois, que a transformação linear oferece ao projetista facilidades quanto à localização dos cabos na viga devido à possibilidade de manter fixa a posição da linha de pressão no concreto.

De posse do conceito de transformação linear, passa-se ao estudo de "cabo concordante".

O "cabo concordante" em uma viga contínua é aquele que produz uma linha de pressão no concreto coincidente com a linha do ser centro de gravidade, ou seja não produz hiperestáticos de protensão.

Não havendo coincidência entre a linha de pressão no concreto e a linha do centro de gravidade da armadura o cabo denomina-se "discordante".

Como a linha de pressão no concreto é afim e a linha dos centros de gravidade da armadura, baseando-se no conceito de transformação linear e no teorema anterior, a linha de pressão no concreto devida à um cabo discordante é a posição para um cabo concordante.

Conhecido o cabo concordante, a sua aplicação esta ligada ao fato de que sua análise se torna mais fácil devida à ausência dos momentos hiperestáticos de protensão.

No entanto, a melhor localização do cabo depende da necessidade de um estudo para que sejam satisfeitos requisitos teóricos e práticos, e o cabo concordante sendo mais fácil de calcular, em certas circunstâncias, resulta o preferido.

O procedimento do cálculo consiste em obter um traçado de cabos que resista aos momentos exteriores e se localize convenientemente na viga, e isto é possível com o uso conjunto da transformação linear e do teorema sobre cabo con-

cordante que diz: "Cada diagrama de momentos para uma viga contínua, produzido por qualquer combinação de cargas externas, desenhado em qualquer escala é uma posição para um cabo concordante nessa viga".

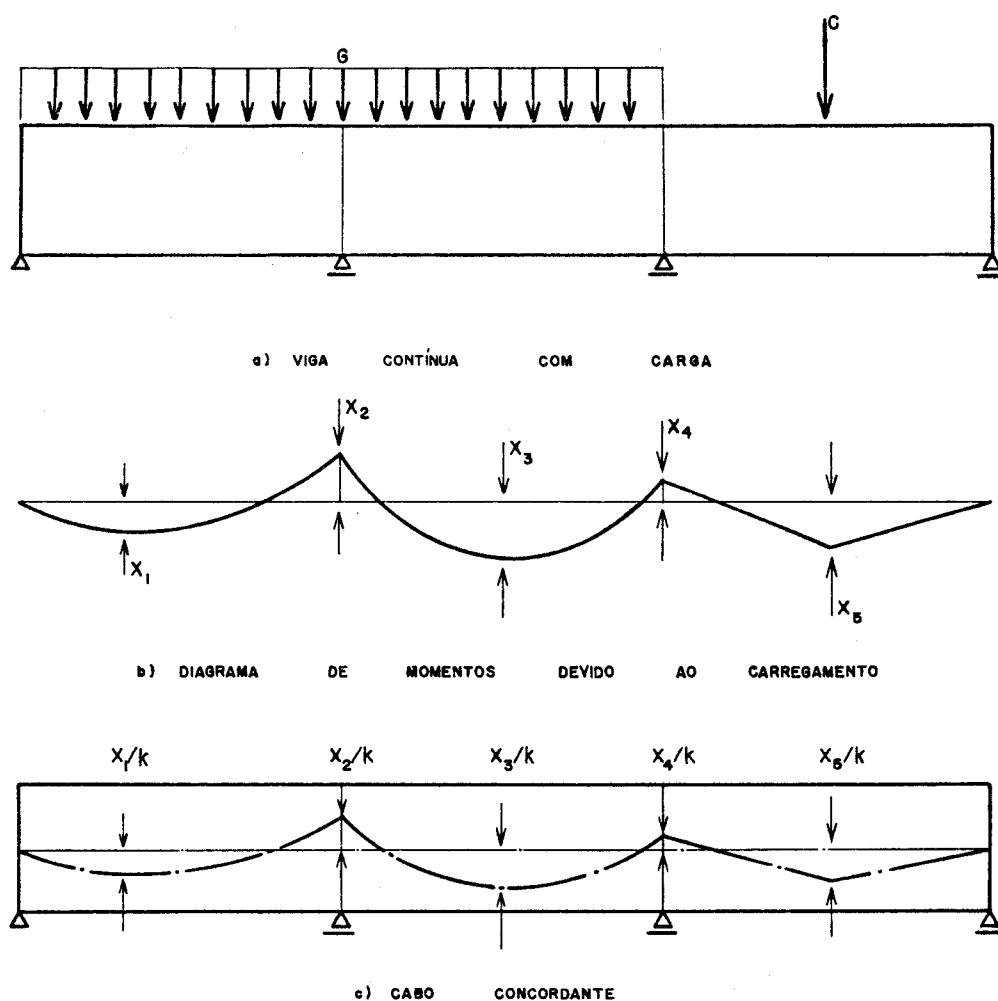


FIG. 13—TRAÇADO DE UM CABO CONCORDANTE

Pode-se provar este teorema facilmente uma vez que qualquer diagrama de momentos devido às cargas sobre uma viga contínua, se calcula baseado na hipótese de que não haja flecha sobre os apoios. Sendo assim ao tomar-se um traçado de cabos, cujos centros de gravidade da armadura são obtidos pela redução proporcional de um diagrama de momentos devido às cargas externas, conforme fig.13 c, e supondo constante o efeito da protensão ao longo da viga, o diagrama de momentos devido à protensão será proporcional ao diagrama de momentos devido às cargas externas. Então pode-se afirmar que o efeito da protensão não tenta tirar a viga dos apoios, conseqüentemente não cria reações exte-

riores para manter a viga sobre os apoios. Não havendo reações exteriores devido ao efeito da protensão não existem momentos secundários decorrentes dessas reações, ou seja não existem momentos hiperestáticos de protensão e então tem-se um cabo concordante.

Do teorema anterior retiram-se vários corolários que serão interessantes para o projetista na seleção do traçado de cabos a partir do diagrama de momentos.

"Qualquer linha de pressão no concreto é proporcional a um diagrama de momentos produzido por algum sistema de carga sobre a viga contínua".

"A superposição de dois cabos concordantes dá outro cabo concordante, e a superposição de um cabo concordante com um cabo discordante dá um cabo discordante".

"Para se obter um cabo concordante de outro por transformação linear, incluindo as mudanças de excentricidades nos extremos da viga, aplica-se um momento unitário sobre a viga contínua no referido extremo, calcula-se o diagrama de momentos devido ao momento unitário e transformando linearmente o cabo concordante inicial proporcionalmente a esse diagrama de momentos ter-se-á um novo cabo concordante" (veja, p. ex., LIN, 1963).

Baseado na teoria desenvolvida procurou-se a otimização do traçado de cabos para uma viga contínua de três tramos cuja relação entre tramos é 0,6:1,0:0,6, para diversas seções transversais, tendo sempre por princípio a concordância dos cabos.

## II.2 - A viga-exemplo, com cabos concordantes

Julgou-se conveniente estudar as possibilidades dos ca bos concordantes na viga-exemplo já apresentada , para fi xar conceitos e para efeito de comparação com soluções da das em seguida. Consideraram-se quatro seções transversais que se diferem apenas na altura e na largura da alma.

De início fez-se um estudo das características geométricas de cada seção, em função das quais determinou-se o nú cleo central e pode-se assim obter em primeira aproximação um valor da força de protensão . Tendo esses valores foram propostos traçados de cabos conforme roteiro sucintamente ex plicado.

a) Usando o teorema sobre cabo concordante que diz que qualquer traçado proporcional a um diagrama de momentos, pro duzido por algum sistema de cargas, dá um cabo concordante, transformou-se linearmente o diagrama de momentos devido às cargas permanentes a um diagrama interno da viga aproveitando a máxima altura possível.

b) Sobre os apoios arredondou-se o diagrama de tal for ma que a resultante das cargas induzidas pela protensão con tinuasse caindo sobre os apoios.

c) Analisaram-se nos traçados propostos as possibilidades construtivas, no que diz respeito às condições impostas pela NB-116, quanto à distância mínima entre os ca bos e quanto ao uso de feixe de cabos. Estudaram-se também os problemas que poderiam ocorrer na concretagem da viga, e no uso do vibrador satisfatoriamente.

II.2.1 - Características da viga V 1 e traçados propostos

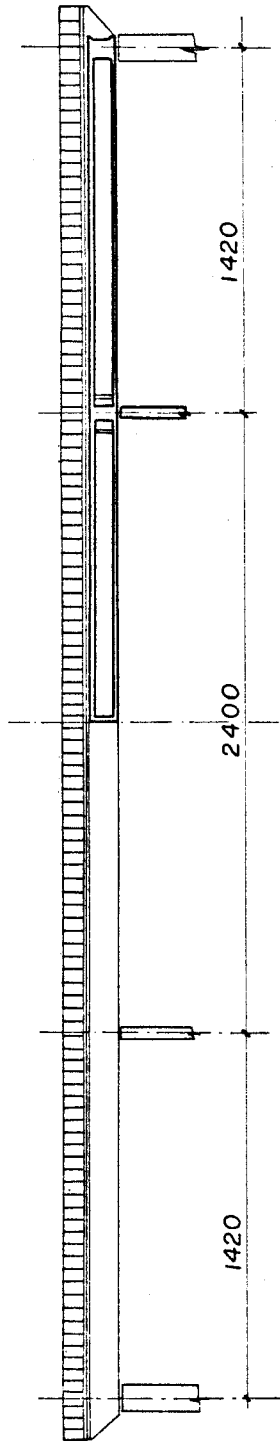


FIG. 14—ELEVACÃO (ESCALA 1:200)

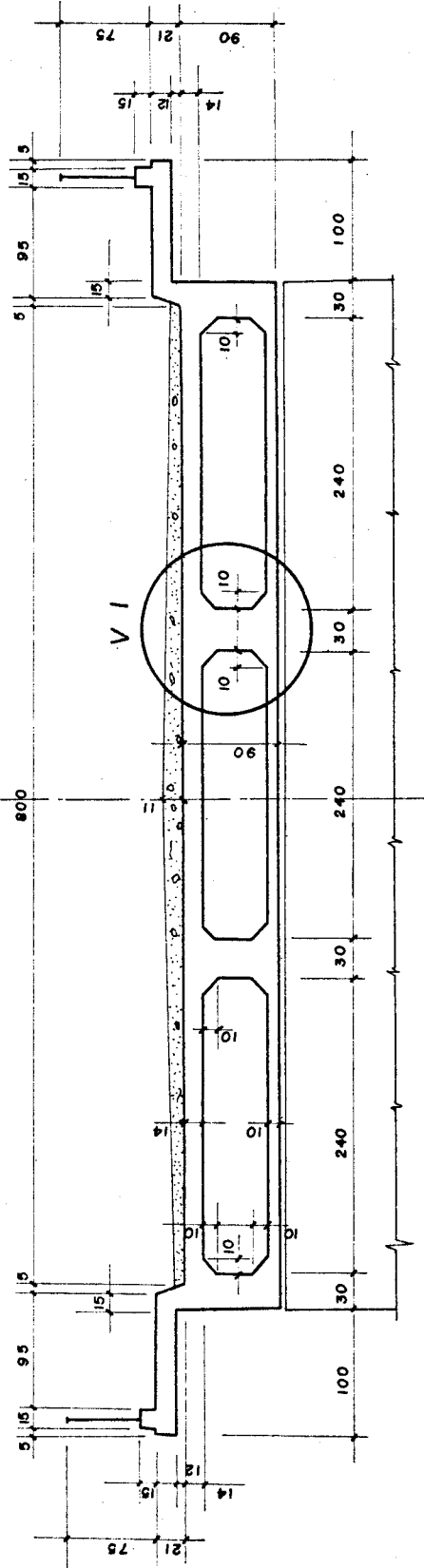


FIG. 15—CORTE TRANSVERSAL (ESG.1:50)

II.2.1.1 - Características geométricas da viga VI

## CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO

MOMENTO DE INERCIA	=	,10654170 M4
ALTURA DO C.G.	=	,4861 M
MODULO DE RESIST. W1	=	,219167 M3
MODULO DE RESIST. W2L	=	,257422 M3
DISTANCIA NUCLEAR K1	=	,2531 M
DISTANCIA NUCLEAR K2L	=	,2973 M
AREA DA SEÇÃO	=	,866000 M2
MOM. ESTÁTICO ACIMA DO C.G.	=	,14364360 M3

A força de protensão em primeira aproximação será:

$$N_{a \min} = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{K' + K''} = \frac{\Delta M}{K' + K''}$$

$$N_{a \min} = \frac{175,20}{0,2531 + 0,2973} = 318,3 \text{ t}$$



II.2.1.1.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm

Tabela III - Ordenadas dos cabos.

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31													
1=2=3	28.8	26.3	24.1	22.4	21.3	20.5	20.4	20.7	21.5	22.8	24.5	26.6	29.5	32.6	36.4	41.6	48.3	56.0	64.7	74.0	84.0	94.0	104.0	114.4	124.4	134.4	144.4	154.4	164.4	174.4	184.4	194.4	204.4	214.4	224.4	234.4	244.4	254.4	264.4	274.4	284.4	294.4	304.4	314.4
4=5=6	48.8	46.3	44.1	42.4	41.3	40.5	40.4	40.7	41.5	42.8	44.5	46.6	49.5	52.6	56.4	61.6	68.3	76.0	84.7	94.0	104.0	114.4	124.4	134.4	144.4	154.4	164.4	174.4	184.4	194.4	204.4	214.4	224.4	234.4	244.4	254.4	264.4	274.4	284.4	294.4	304.4	314.4		
7=8=9	68.8	66.3	64.1	62.4	61.3	60.5	60.4	60.7	61.5	62.8	64.5	66.6	69.5	72.6	76.4	81.6	88.3	96.0	104.7	114.0	124.0	134.4	144.4	154.4	164.4	174.4	184.4	194.4	204.4	214.4	224.4	234.4	244.4	254.4	264.4	274.4	284.4	294.4	304.4	314.4				

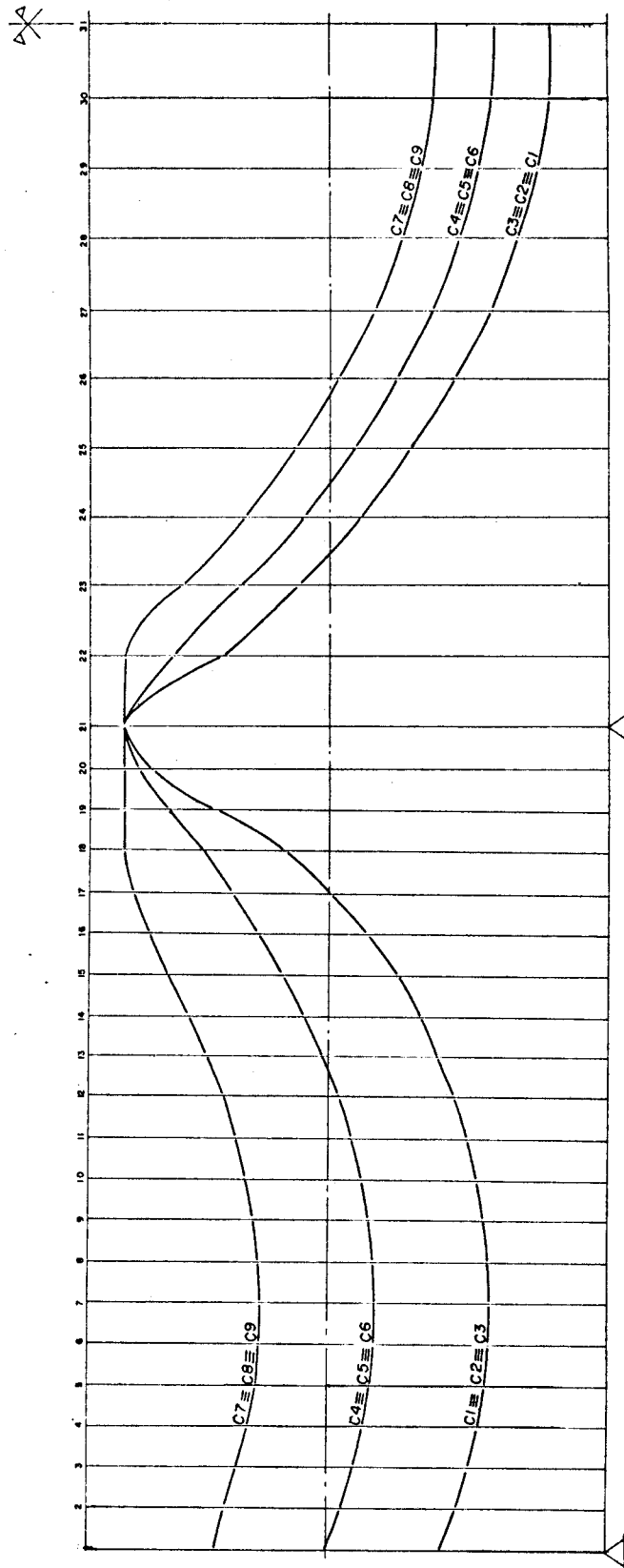


FIG. 16 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 9 CABOS DE 12 Ø 7mm ESC. VERT. = 10X ESC. HOR.

Como este traçado apresenta o maior número de cabos mostram-se algumas seções consideradas críticas quanto aos problemas construtivos.

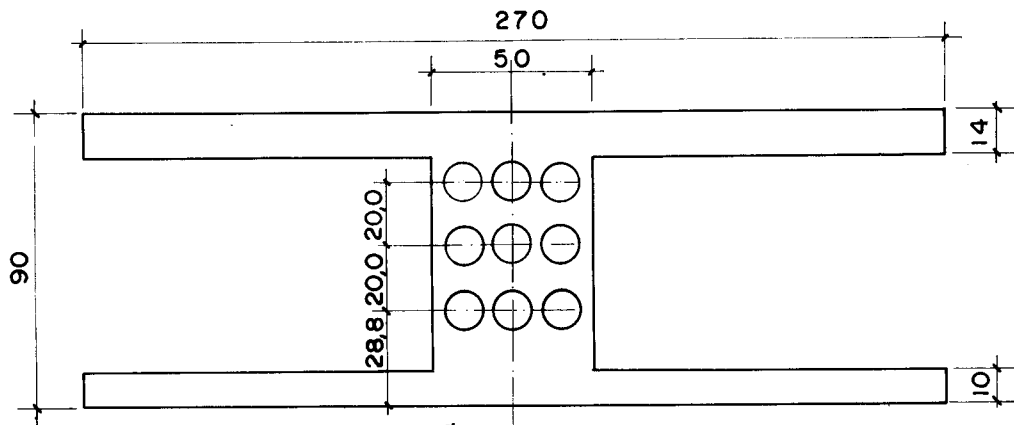


FIG. 17 - SEÇÃO 1 - ANCORAGEM DOS CABOS

Na extremidade da viga devem ser obedecidas as distâncias mínimas entre eixos das ancoragens, de tal forma que sejam evitados problemas durante a execução da protensão, tais como deformação dos aparelhos de ancoragem e falta de espaço para o manuseio dos elementos tensores.

Nas demais seções mostram-se problemas que evidenciam a necessidade de critérios na disposição da armadura ao longo da peça, evitando-se excessos de grupamento de armadura, que geram falhas de concretagem e interferência entre as armaduras prejudicando as operações de protensão e injeção. Acrescente-se ainda, que no traçado tomado como exemplo existem mudanças bruscas na disposição da armadura de protensão exigindo no traçado do cabo curvaturas em planta, que aumentarão as perdas por atrito entre os cabos e as bainhas.

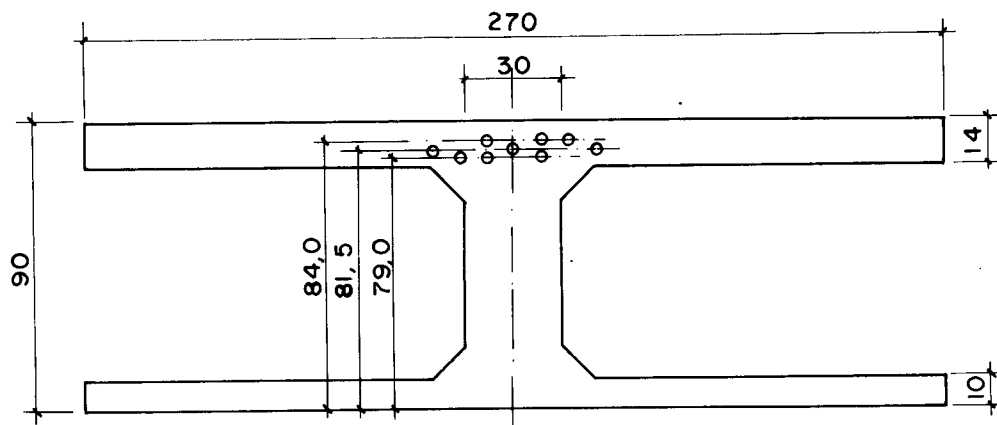


FIG. 18 - SEÇÃO 20 - NO PRIMEIRO TRAMO A MAIS PRÓXIMA DO APOIO

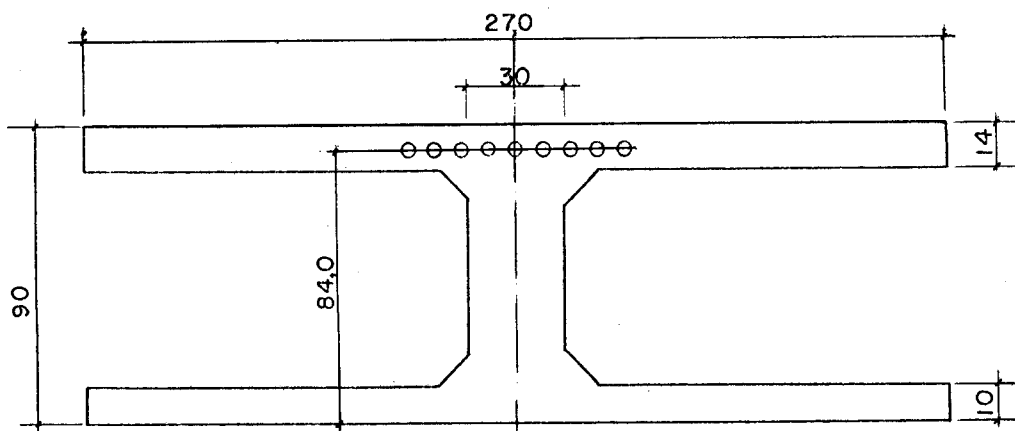


FIG. 19—SEÇÃO 21—NO APOIO

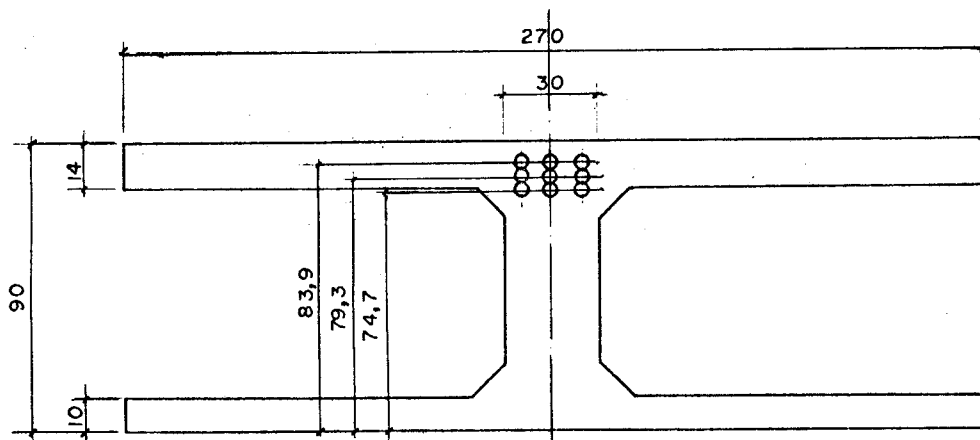


FIG. 20—SEÇÃO MÉDIA ENTRE AS SEÇÕES 21 e 22

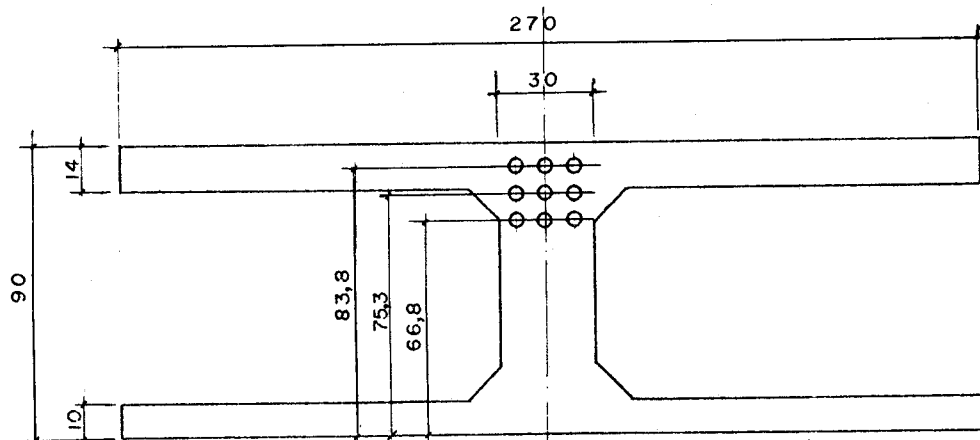


FIG. 21—SEÇÃO 22—NO SEGUNDO TRAMO A MAIS PRÓXIMA DO APOIO

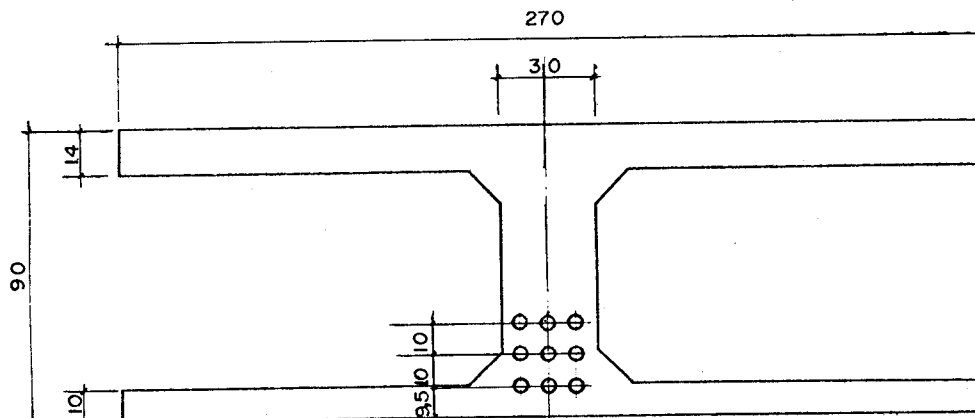
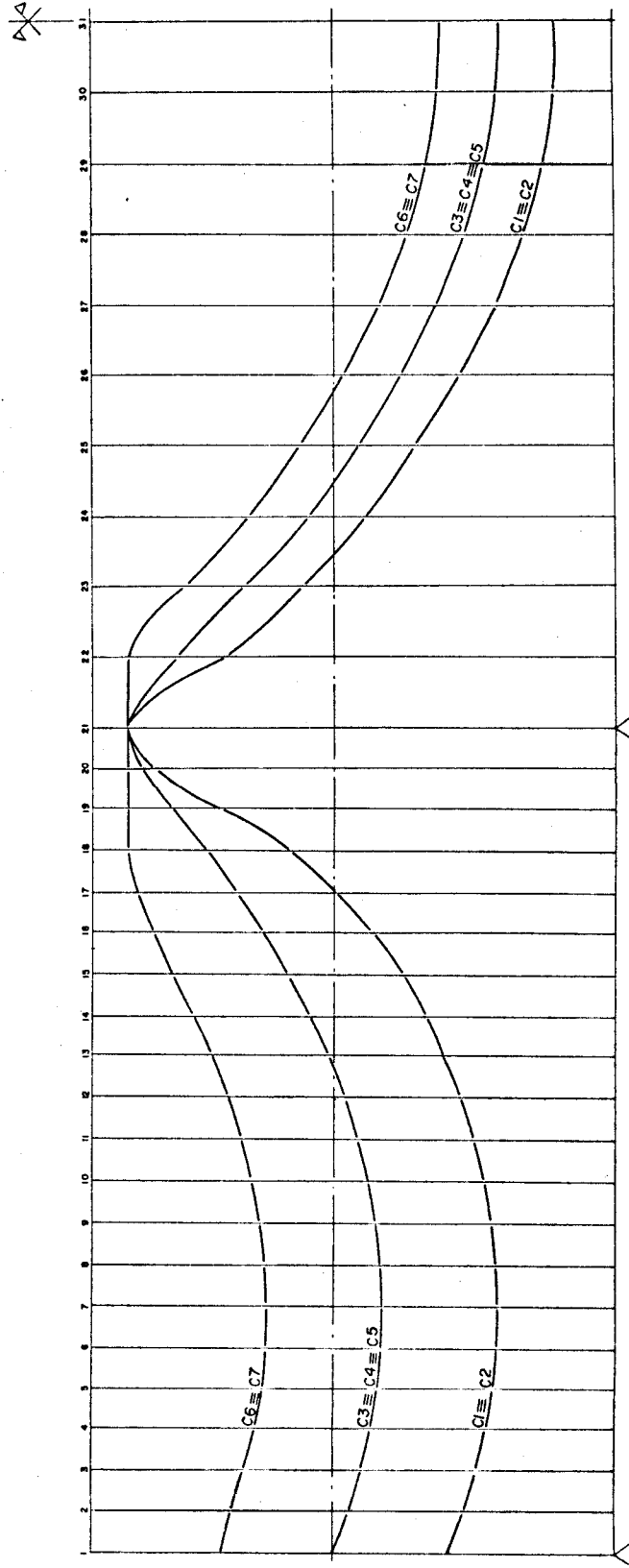


FIG. 22—SEÇÃO 31 DE SIMETRIA

II.2.1.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm

Tabela IV - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1 ≡ 2	28.8	26.3	24.1	22.4	21.3	20.5	20.4	20.7	21.5	22.8	24.5	26.8	29.5	32.5	36.4	41.6	48.3	56.0	68.2	79.0	84.0	66.8	53.8	42.5	34.4	27.0	20.1	15.6	12.2	10.3	9.5
3 ≡ 4 ≡ 5	48.8	46.3	44.1	42.4	41.3	40.5	40.4	40.7	41.5	42.8	44.5	46.8	49.5	52.5	56.4	60.6	65.3	70.0	76.1	81.5	84.0	75.3	63.8	52.8	44.4	37.0	30.1	25.6	22.2	20.3	19.5
6 ≡ 7	68.8	66.3	64.1	62.4	61.3	60.5	60.4	60.7	61.5	62.8	64.5	66.8	69.5	72.5	76.4	79.6	82.3	84.0	84.0	84.0	84.0	83.8	73.8	62.8	54.4	47.0	40.1	35.6	32.2	30.3	29.5



ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR.

FIG. 23 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 7 CABOS DE 12Ø8mm

II.2.1.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2"

Tabela V - Ordenadas dos cabos

SECCO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
1	26.8	24.4	22.3	20.7	19.7	19.0	18.8	19.1	19.9	21.1	22.8	24.7	27.8	30.4	34.4	39.9	47.4	55.8	67.4	76.6	85.0	85.8	85.1	42.6	34.7	27.6	21.5	16.8	13.3	11.7	11.0	
2	48.8	45.4	44.3	42.7	41.7	41.0	40.8	41.1	41.9	43.1	44.8	46.7	49.5	52.4	56.0	59.9	64.4	68.9	74.7	79.8	82.0	82.0	73.9	63.1	52.6	44.7	37.6	31.5	26.8	23.3	21.7	21.0
3	70.8	66.4	66.3	64.7	63.7	63.0	62.8	63.1	63.9	65.1	66.8	68.7	71.5	74.4	77.6	79.9	81.4	82.0	82.0	82.0	82.0	82.0	73.1	62.6	54.7	47.8	41.5	36.8	33.3	31.7	31.0	

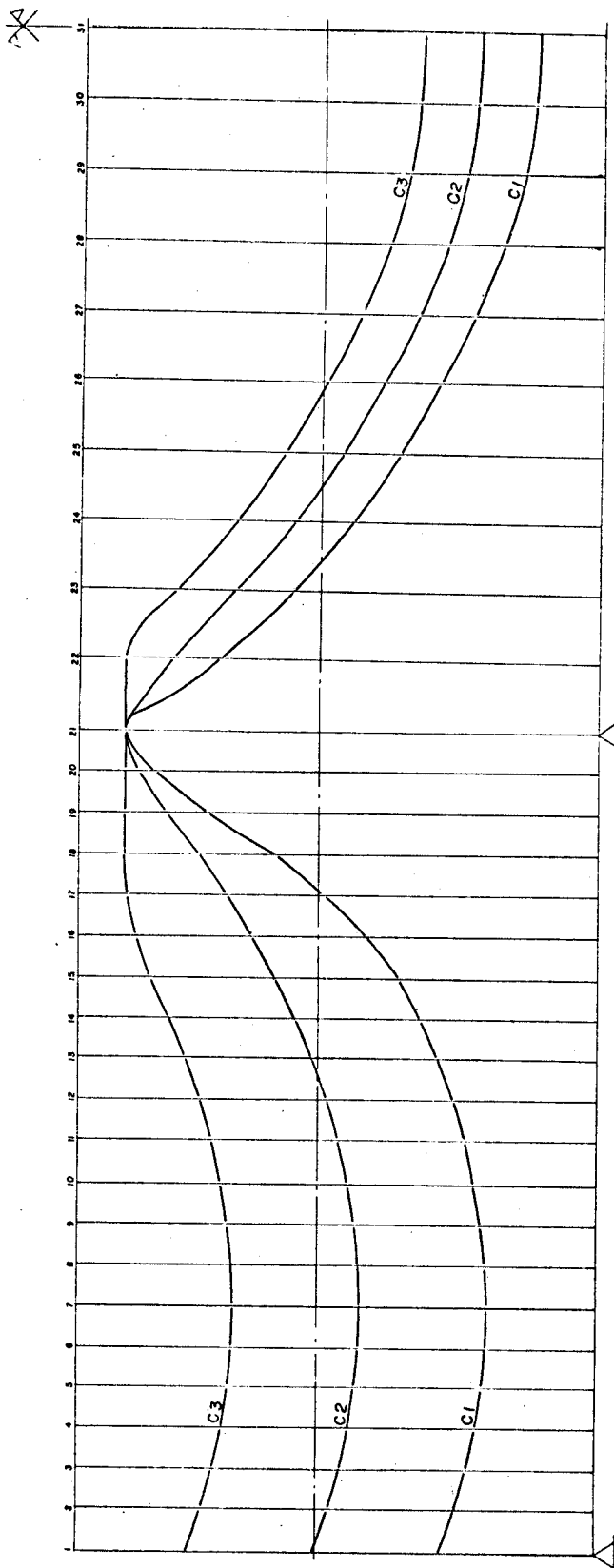


FIG. 24 - TRACADO CONCORDANTE COM 3 CABOS DE 12 CORDOALHAS DE 1/2" ESC. VERT. = 10X ESC. HOR.

### II.2.2 - Características da viga V2 e traçados propostos

A viga V2 tem longitudinalmente as mesmas características da viga V1 e transversalmente s̄o difere na altura da alma que ̄ 10,0 cm maior.

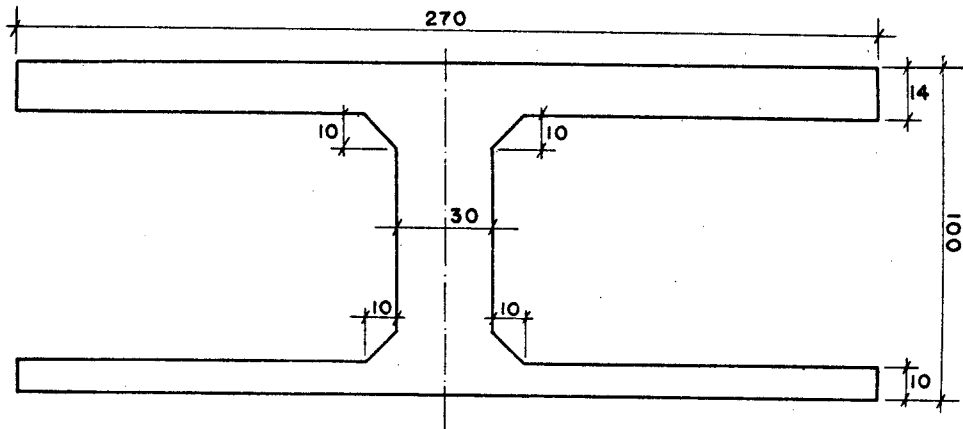


FIG. 25—SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA V2

#### II.2.2.1 - Características geométricas da viga V2

##### CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO

MOMENTO DE INERCIA	=	.13744501 M <sup>4</sup>
ALTURA DO C.G.	=	.5403 M
MODULO DE RESIST. W <sub>L</sub>	=	.254402 M <sup>3</sup>
MODULO DE RESIST. W <sub>2L</sub>	=	.298968 M <sup>3</sup>
DISTANCIA NUCLEAR K <sub>L</sub>	=	.2839 M
DISTANCIA NUCLEAR K <sub>2L</sub>	=	.3337 M
AREA DA SEÇÃO	=	.896000 M <sup>2</sup>
MOM. ESTÁTICO ACIMA DO C.G.	=	.16551704 M <sup>3</sup>

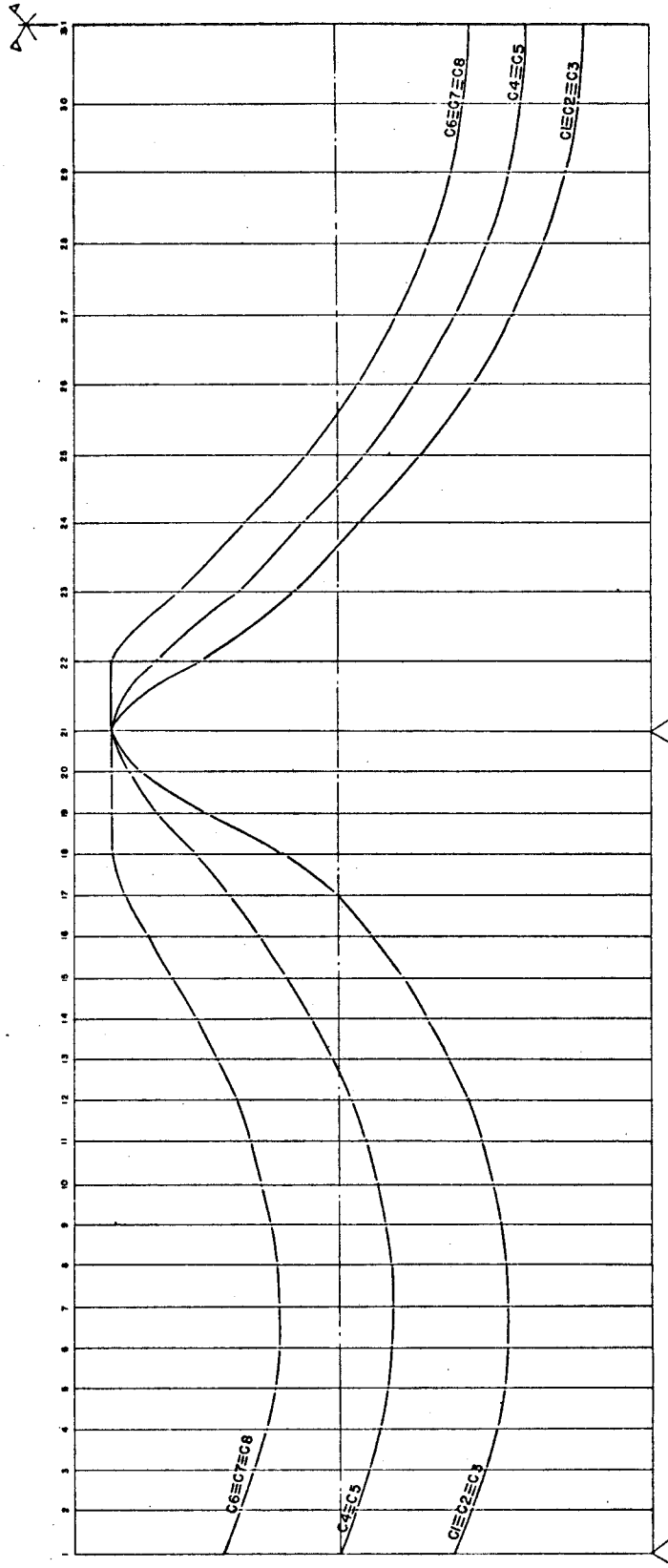
A força de protensão em primeira aproximação será:

$$N_{a \text{ min}} = \frac{\Delta M}{K' + K''} = \frac{175,20}{0,2839 + 0,3337} = 283,7 \text{ t}$$

II.2.2.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm

Tabela VI - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1=2=3	34.0	31.3	28.7	26.8	25.5	25.2	24.6	24.9	25.8	27.3	29.2	31.6	34.8	38.5	42.6	48.0	54.1	63.8	76.8	88.4	93.0	77.8	81.0	50.2	39.1	30.2	23.4	18.2	14.0	11.6	10.8
4=5	54.0	51.3	48.7	46.8	45.5	45.2	44.6	44.9	45.8	47.3	49.2	51.6	54.8	58.5	62.6	67.5	72.6	78.4	84.9	90.7	93.0	85.4	71.0	60.2	49.1	40.2	33.4	28.2	24.0	21.6	20.8
6=7=8	74.0	71.3	68.7	66.8	65.5	65.2	64.6	64.9	65.8	67.3	69.2	71.6	74.8	78.5	82.6	87.0	91.1	93.0	93.0	93.0	93.0	81.0	70.2	59.1	50.2	43.4	38.2	34.0	31.6	30.8	



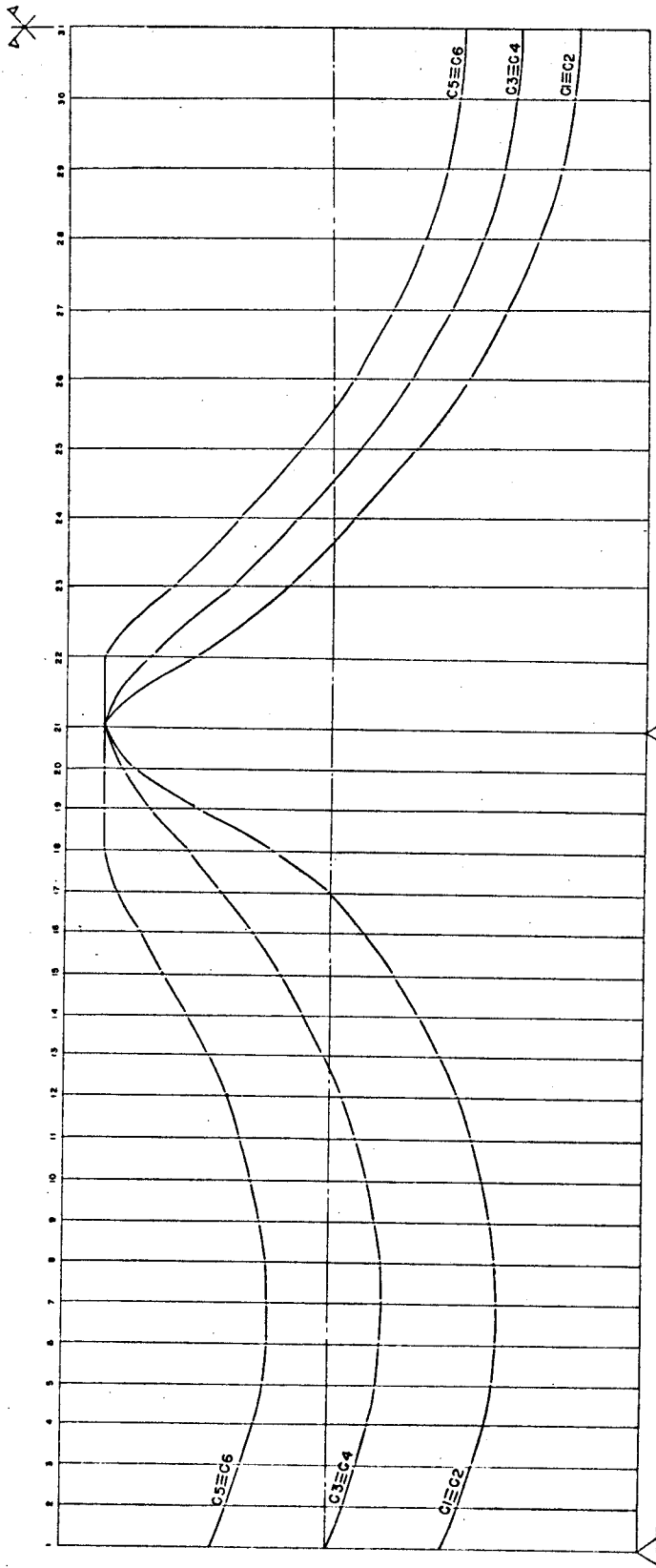
ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR.

FIG. 26 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 6 CABOS DE 12 Ø 7 mm

II.2.2.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm

Tabela VII - Ordenadas dos cabos

TRAÇADO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1≡2	34.0	31.3	28.7	26.0	25.0	25.2	24.6	24.9	25.8	27.3	29.2	31.6	34.5	38.5	42.6	48.0	54.1	63.8	76.8	88.4	93.0	77.8	61.0	50.2	39.1	30.2	23.4	18.2	14.0	11.6	10.8
3≡4	54.0	51.3	48.7	46.8	45.5	45.2	44.6	44.9	45.8	47.3	49.2	51.6	54.8	59.5	62.6	67.5	72.6	78.4	84.9	90.7	93.0	85.4	71.0	60.2	49.1	40.2	33.4	28.2	24.0	21.6	20.8
5≡6	74.0	71.3	68.7	66.8	65.5	65.2	64.6	64.9	65.8	67.3	69.2	71.6	74.8	78.5	82.6	87.0	91.1	93.0	93.0	93.0	93.0	83.0	81.0	70.2	59.1	50.2	43.4	38.2	34.0	31.6	30.8



ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR.

FIG. 27 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 6 CABOS DE 12Ø8 mm



II.2.2.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2"

Tabela VIII - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO DO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	24.0	22.0	21.6	21.0	21.6	22.4	23.4	25.0	26.4	27.8	29.6	31.8	34.6	38.1	43.0	48.5	56.3	65.1	75.1	87.8	92.0	74.2	54.8	44.8	34.5	26.3	19.9	15.1	11.2	9.0	8.3
2	54.0	51.5	49.1	47.3	46.1	45.8	45.3	45.6	46.4	47.8	49.6	51.8	54.8	58.1	62.0	66.5	71.3	76.6	82.6	89.8	92.0	83.1	68.8	59.8	49.5	41.3	34.9	30.1	26.2	24.0	23.3
3	84.0	81.0	76.6	73.6	70.6	69.2	67.2	66.2	66.4	67.8	69.6	71.8	74.8	78.1	81.0	84.5	88.3	90.1	91.9	92.0	92.0	84.8	74.8	64.3	56.3	49.9	45.1	41.2	38.0	36.3	

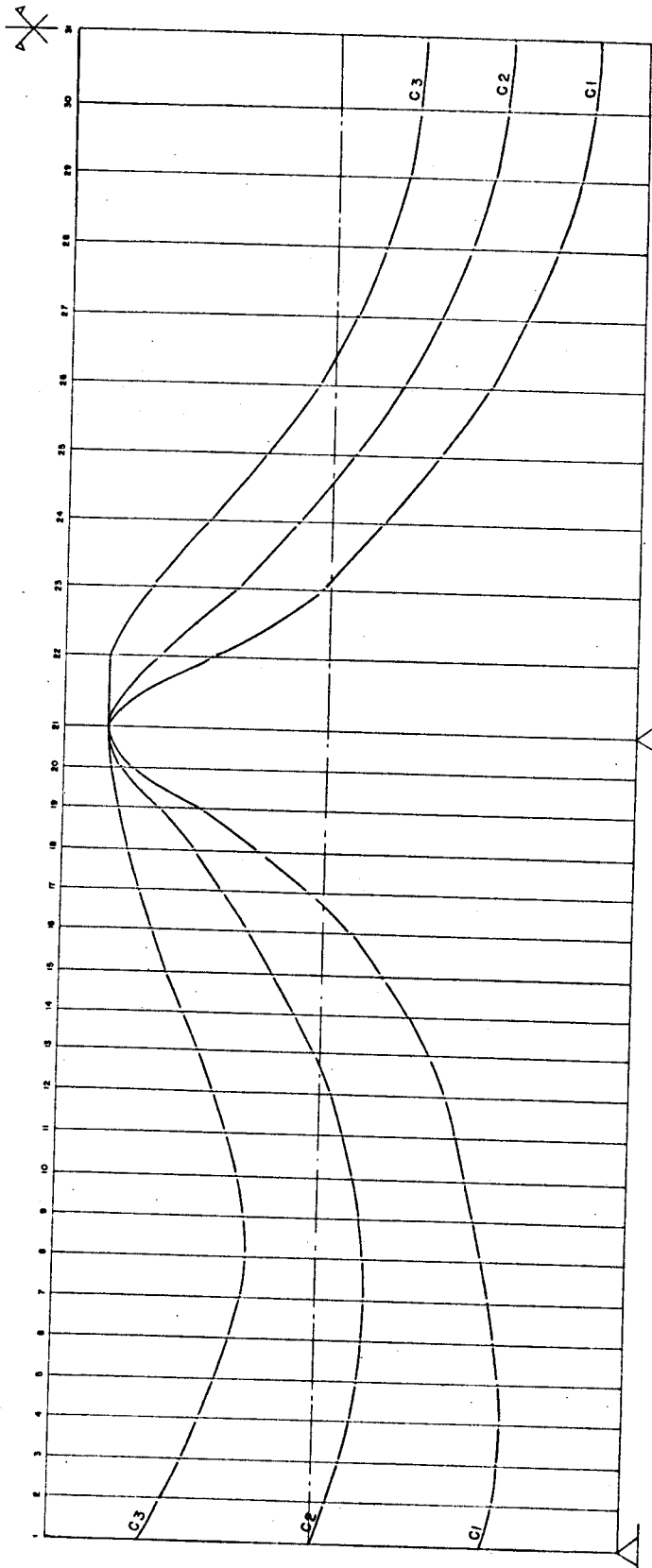


FIG. 28 - TRACADO CONCORDANTE COM 3 CABOS DE 12 CORDOALHAS DE 1/2" ESC. VERT. = 10 X ESC. HOR

### II.2.3 - Características da viga V3 e traçados propostos

A viga V3 tem longitudinalmente as mesmas características que a viga V1 e transversalmente difere na altura e na largura da alma, entretanto ela apresenta um fator comum à V1 pois possui a mesma área de seção.

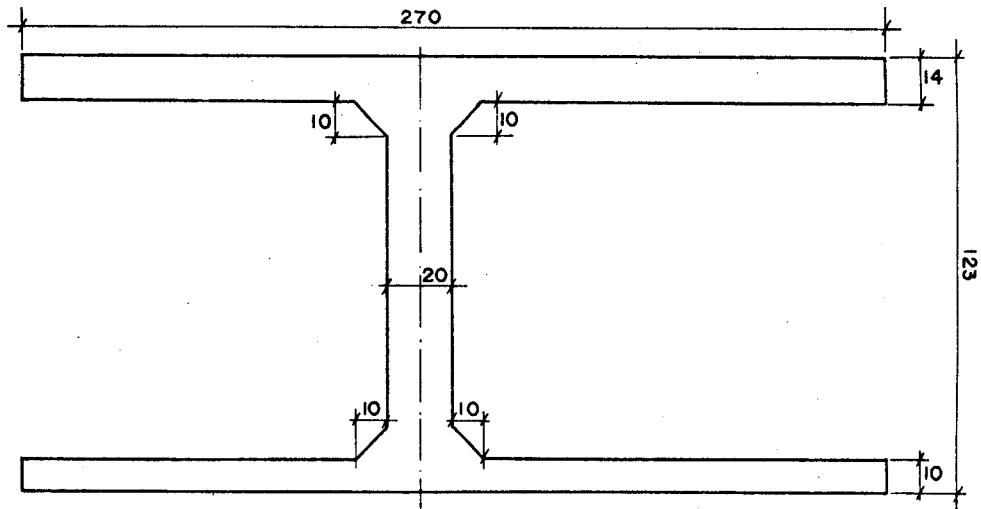


FIG. 29—SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA V3

#### II.2.3.1 - Características geométricas da viga V3

##### CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DA SEÇÃO

MOMENTO DE INERCIA	=	,21705744 M <sup>4</sup>
ALTURA DO C.G.	=	,6717 M
MODULO DE RESIST. W <sub>L</sub>	=	,323148 M <sup>3</sup>
MODULO DE RESIST. W <sub>2L</sub>	=	,388781 M <sup>3</sup>
DISTANCIA NUCLEAR K <sub>L</sub>	=	,3731 M
DISTANCIA NUCLEAR K <sub>2L</sub>	=	,4489 M
AREA DA SECAO	=	,866000 M <sup>2</sup>
MOM. ESTÁTICO ACIMA DO C.G.	=	,20592576 M <sup>3</sup>

A força de protensão em primeira aproximação será:

$$N_{a \text{ min}} = \frac{\Delta M}{K' + K''} = \frac{175,20}{0,3731 + 0,4489} = 213,1 \text{ t}$$

II.2.3.2 - Traçado com cabos de 12Ø7 mm

Tabela IX - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1≡2	472	437	407	383	368	359	356	361	371	389	413	443	481	524	577	633	730	828	967	1085	1150	956	729	557	442	340	251	183	136	109	98
3≡4≡5	672	637	607	583	568	559	556	561	571	589	613	643	681	724	777	833	898	964	1047	1115	1150	1036	879	727	612	510	421	353	308	279	268
6≡7	872	837	807	783	768	759	756	761	771	789	813	843	881	924	977	1033	1066	1100	1127	1145	1150	1029	897	782	680	591	523	476	449	438	

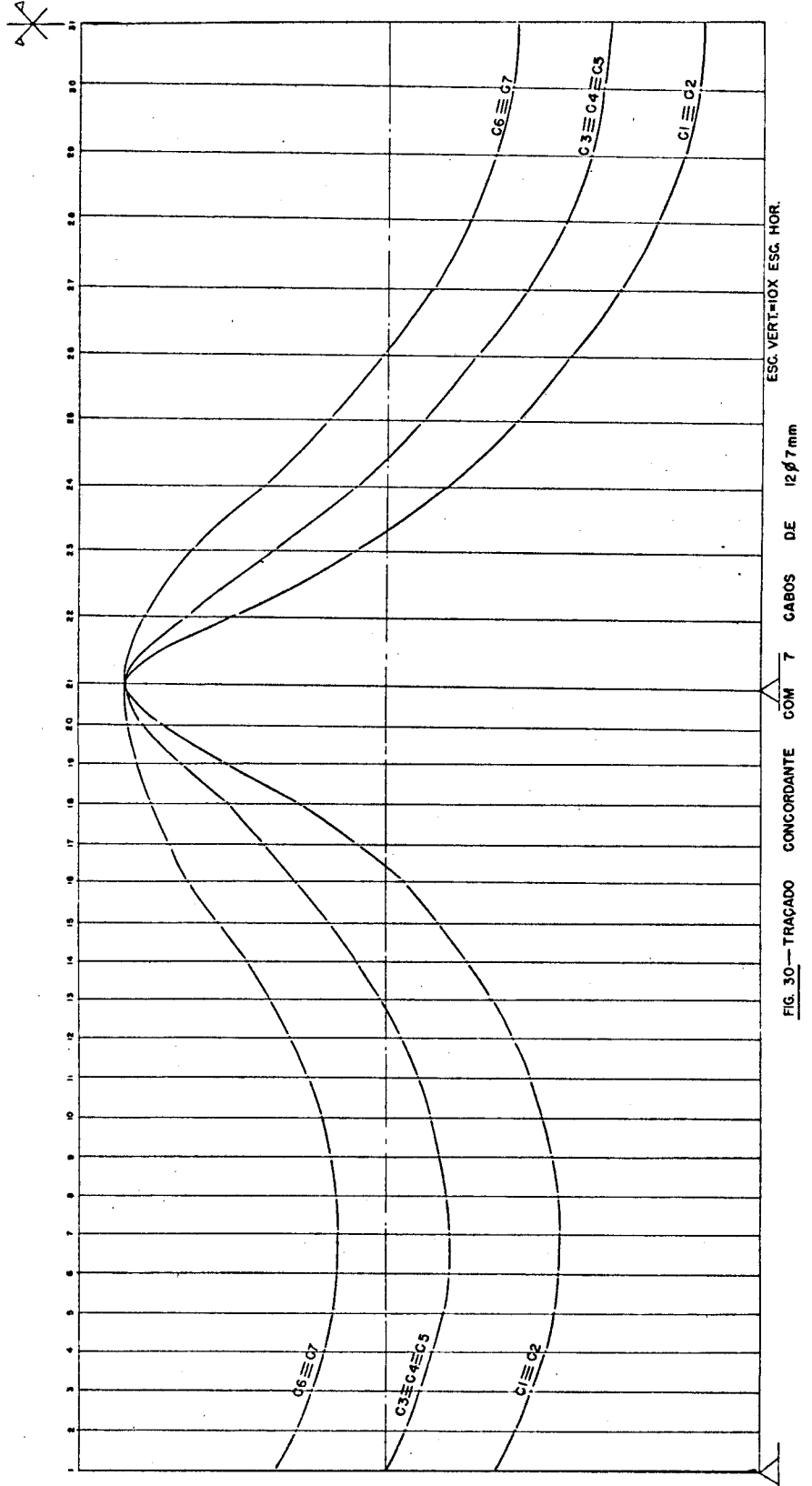


FIG. 30—TRAÇADO CONCORDANTE COM 7 CABOS DE 12Ø7 mm ESC. VERT=10X ESC. HOR.

II.2.3.3.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm

Tabela X - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1≡2	47.2	43.7	40.7	38.3	36.8	35.9	35.6	36.1	37.1	38.9	41.3	44.3	48.1	52.4	57.7	63.3	73.0	82.8	96.7	108.5	115.0	95.6	72.4	53.7	44.2	34.0	25.1	18.3	13.6	10.9	9.8
3	57.2	53.7	50.7	48.3	46.8	45.9	45.6	46.1	47.1	48.9	51.3	54.3	58.1	62.4	67.7	83.3	89.8	96.4	104.7	111.5	15.0	103.6	87.9	72.7	61.2	51.0	42.1	35.3	30.7	27.9	26.8
4≡5	87.2	83.7	80.7	78.3	76.8	75.9	75.6	76.1	77.1	78.9	81.3	84.3	88.1	92.4	97.7	103.3	106.6	110.0	112.7	114.5	115.0	111.6	102.9	89.7	78.2	68.0	59.1	52.3	47.6	44.9	43.8

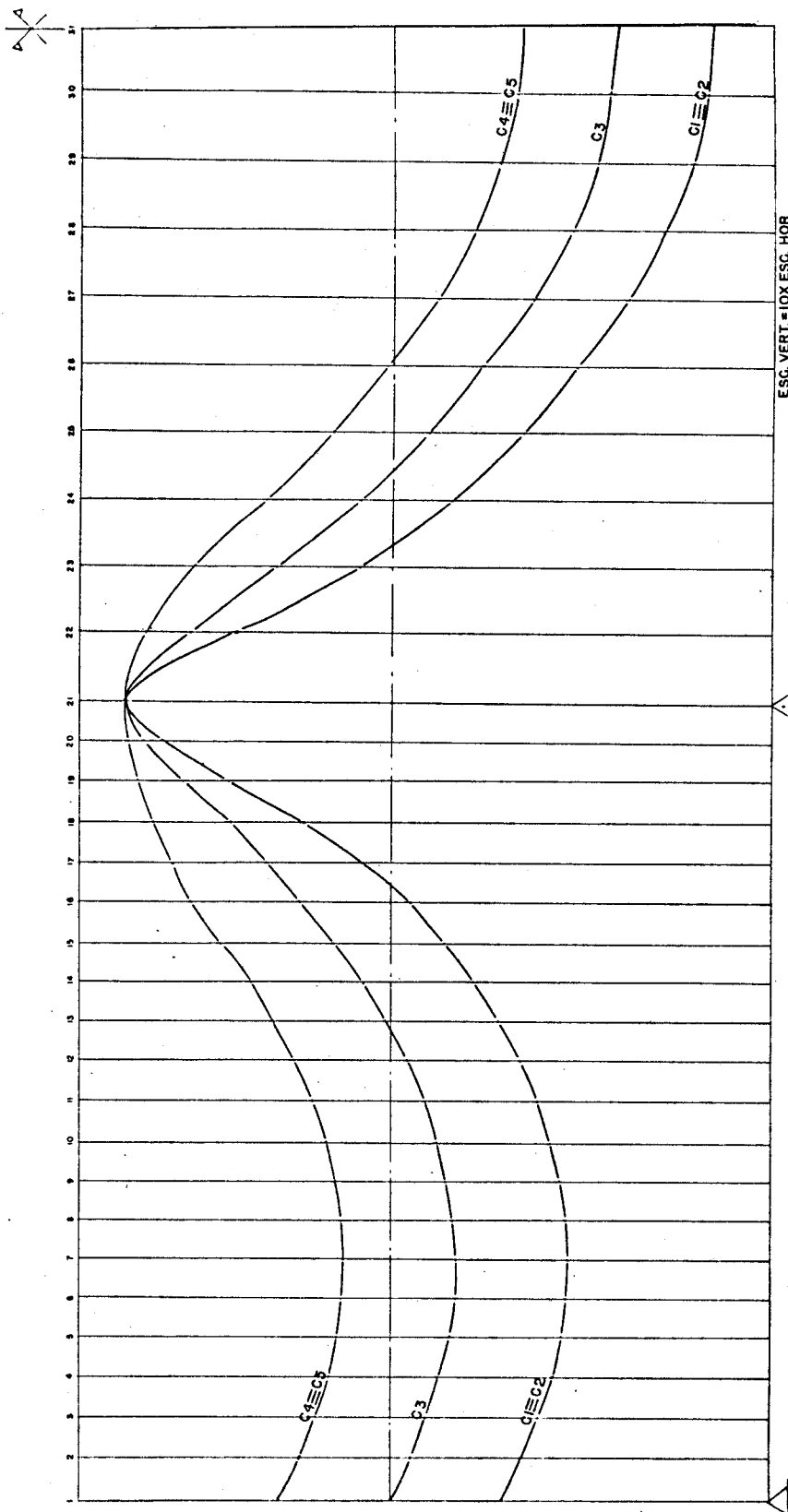


FIG. 31 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 5 CABOS DE 12 Ø 8 mm

II.2.3.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2"

Tabela XI - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	47.2	43.7	40.7	38.3	36.8	35.9	35.6	36.1	37.1	38.9	41.3	44.3	48.1	52.4	57.7	63.3	73.0	82.8	96.7	108.5	115.0	95.6	72.4	55.7	44.2	34.0	25.1	18.3	13.6	10.9	9.8
2	87.2	83.7	80.7	78.3	76.8	75.9	75.6	76.1	77.1	78.9	81.3	84.3	88.1	92.4	97.7	103.3	108.8	110.0	112.7	114.5	115.0	111.6	102.9	89.7	78.2	68.0	59.1	52.3	47.6	44.9	43.8

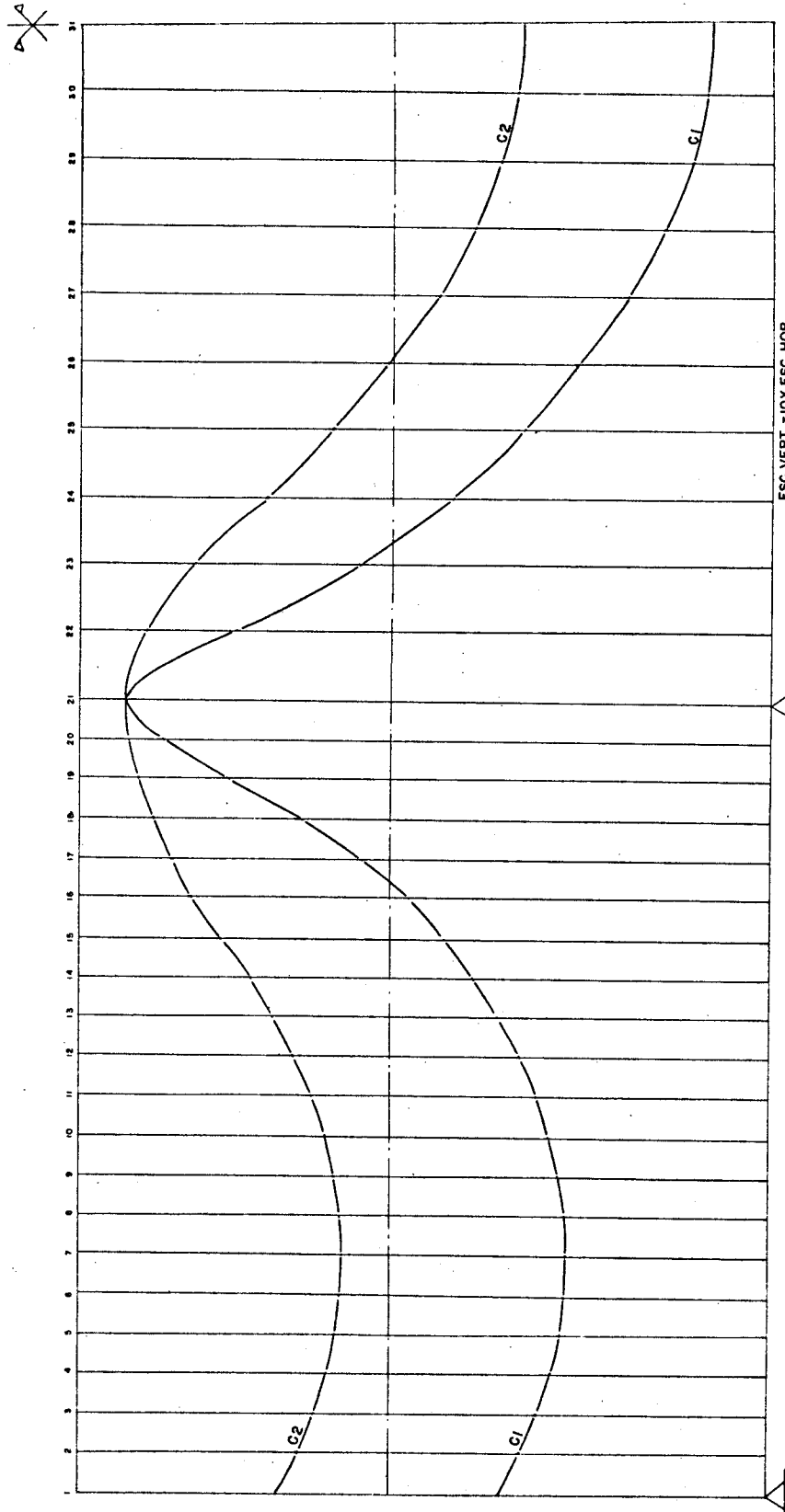


FIG. 32 - TRACADO CONCORDANTE COM 2 CABOS DE 12 CORDOALHAS DE 1/2" ESC. VERT. = 10X ESC. HOR.



II.2.4.2 - Traçado com cabos de 12Ø mm

Tabela XII - Ordenadas dos cabos

SEÇÃO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1 ≡ 2	53.7	49.7	46.4	43.8	42.1	41.1	40.8	41.3	42.4	44.4	47.1	50.3	54.7	59.5	65.4	71.7	79.0	89.3	104.2	119.0	127.0	104.4	86.8	65.8	50.9	37.8	23.6	18.1	12.8	9.8	6.6
3 ≡ 4	73.7	69.7	66.4	63.8	62.1	61.1	60.8	61.3	62.4	64.4	67.1	70.3	74.7	79.5	85.4	91.7	99.0	106.3	115.6	123.0	127.0	114.4	96.8	75.8	66.9	55.6	43.6	38.1	32.8	29.8	28.6
5 ≡ 6	93.7	89.7	86.4	83.8	82.1	81.1	80.8	81.3	82.4	84.4	87.1	90.3	94.7	99.5	105.4	111.7	119.0	123.3	127.0	127.0	124.4	106.8	93.8	82.9	73.6	65.6	58.1	52.8	49.8	48.6	

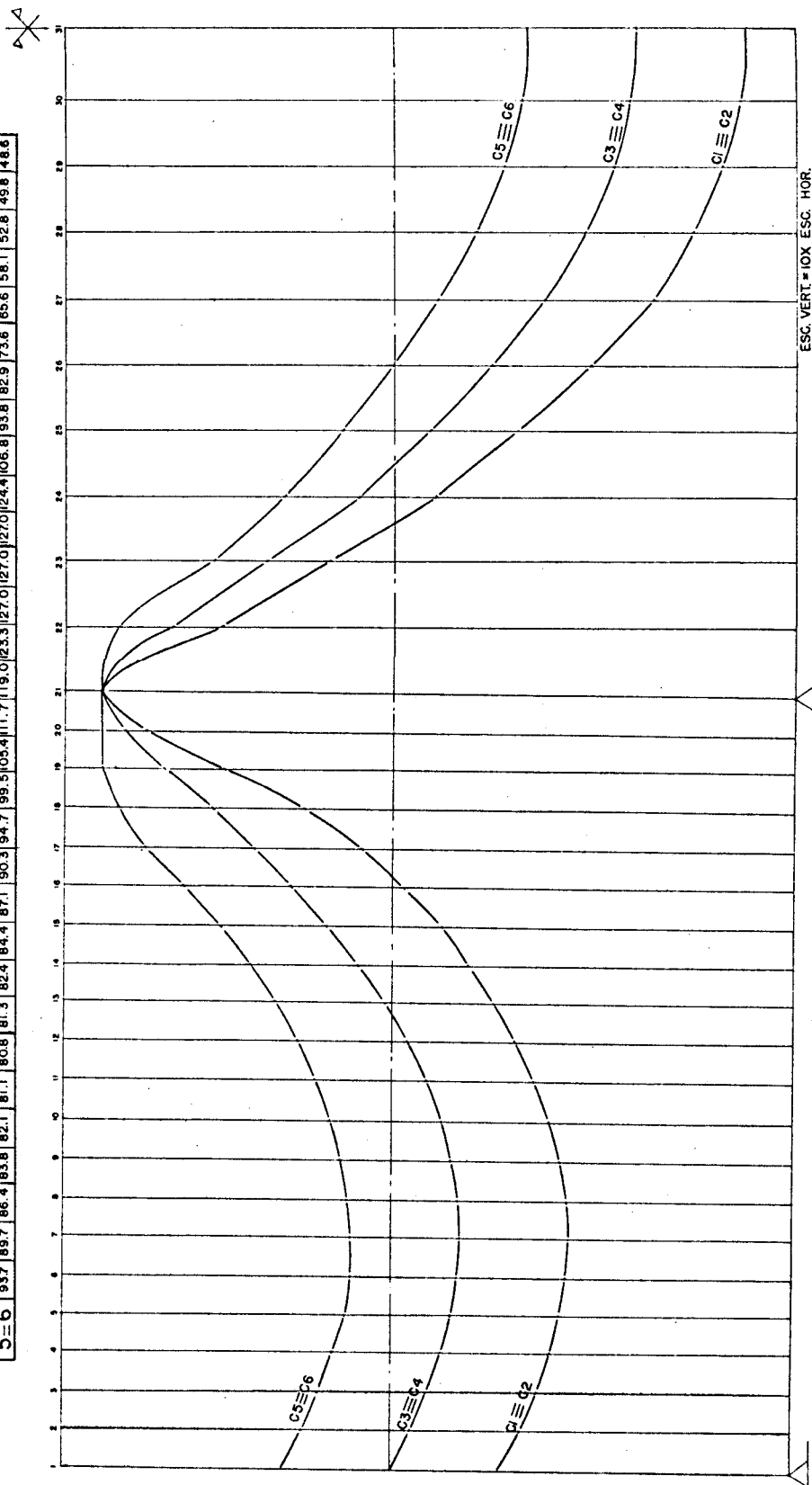


FIG. 3.4 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 6 CABOS DE 12 Ø 7mm ESC. VERT. = 10X ESC. HOR.

II.2.4.3 - Traçado com cabos de 12Ø8 mm

Tabela XIII - Ordenadas dos cabos

ORDENADA DO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1=2	53.7	49.7	46.4	43.9	42.1	41.1	40.8	41.3	42.4	44.4	47.1	50.3	54.7	59.5	65.4	71.7	79.0	89.3	104.2	119.0	127.0	104.4	86.9	69.8	50.9	37.6	25.6	18.1	12.8	9.8	8.6
3	73.7	69.7	66.4	63.8	62.1	61.1	60.8	61.3	62.4	64.4	67.1	70.3	74.7	79.5	85.4	91.7	99.0	108.3	115.6	123.0	127.0	114.4	96.8	79.8	66.9	55.6	45.6	36.1	32.8	29.8	28.6
4=5	93.7	89.7	86.4	83.9	82.1	81.1	80.8	81.3	82.4	84.4	87.1	90.3	94.7	99.5	105.4	111.7	119.0	123.3	127.0	127.0	124.4	106.8	93.8	82.9	73.6	65.6	58.1	52.8	49.8	48.6	

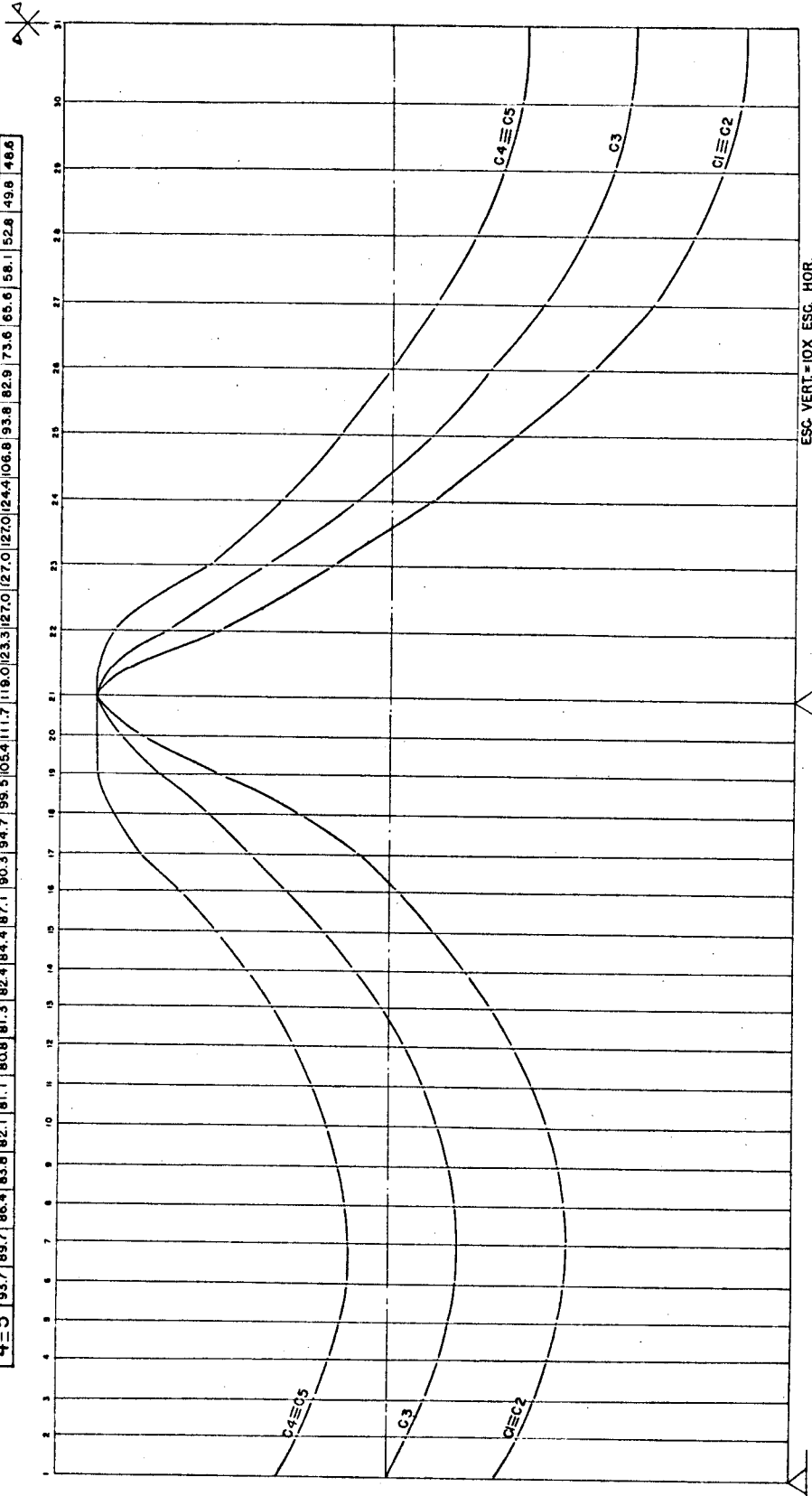


FIG. 35 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 5 CABOS DE 12 Ø 8mm ESC. VERT.=10X ESC. HOR.



II.2.4.4 - Traçado com cabos de 12 cordoalhas de 1/2"

Tabela XIV - Ordenadas dos cabos

ORDENADA DO CABO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	537	497	464	438	421	411	408	413	424	444	471	503	547	595	654	717	790	893	1042	1190	1270	1044	868	658	509	376	256	161	128	98	86
2	937	897	864	838	821	811	808	813	824	844	871	903	947	995	1054	1117	1190	1293	1442	1590	1270	1044	868	658	509	376	256	161	128	98	86

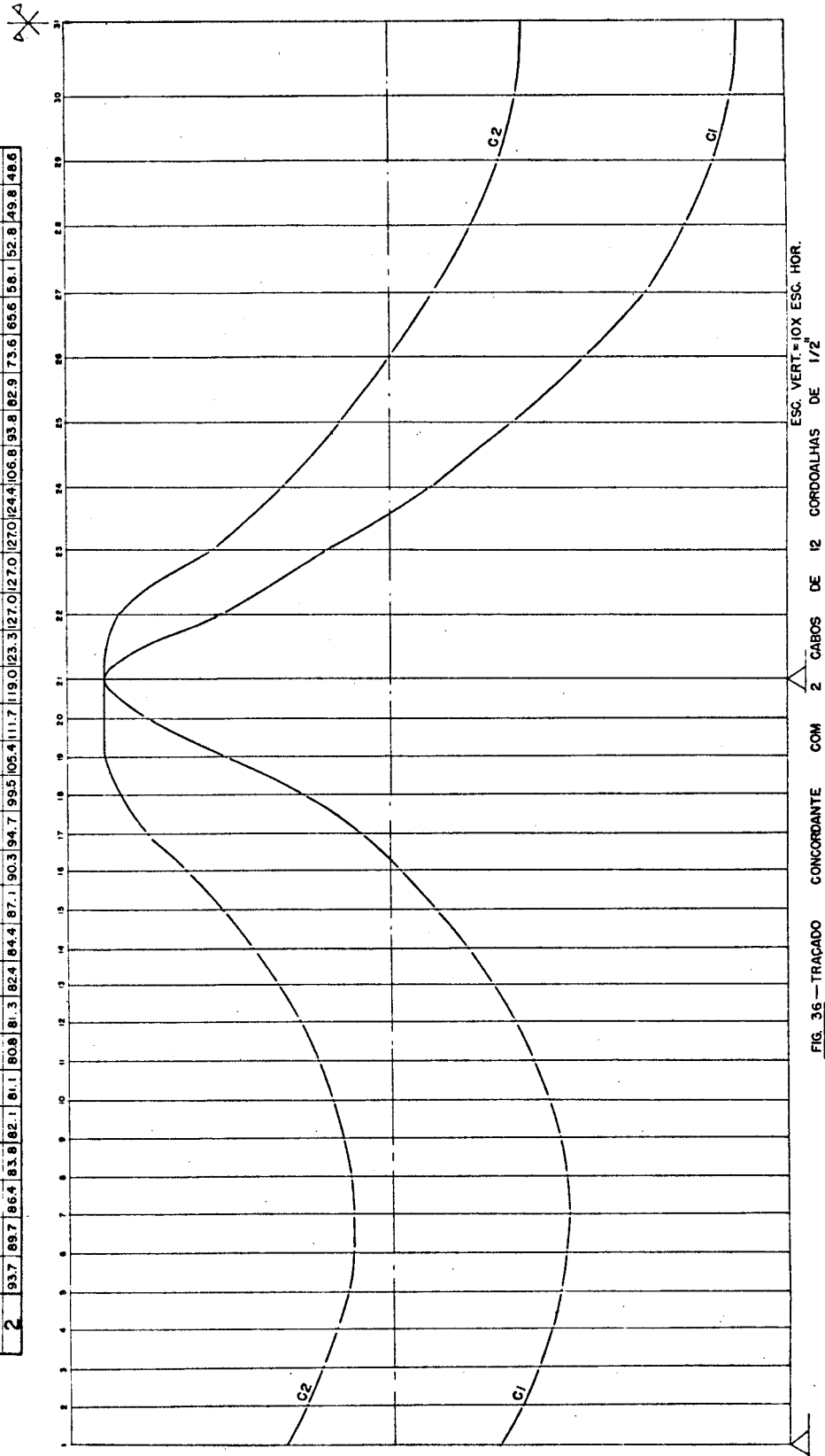


FIG. 36 - TRAÇADO CONCORDANTE COM 2 CABOS DE 12 CORDOALHAS DE 1/2" ESC. VERT. = 10X ESC. HOR.

### II.3 - Análise técnico-econômica dos traçados concor- dantes propostos

#### II.3.1 - Análise técnica

Em decorrência de um estudo inicial dos traçados propostos já se pode efetuar a exclusão de alguns, que apresentavam sérios inconvenientes, tanto construtivos como no que diz respeito às imposições de normas, embora em certos traçados se tenham usado todas as possibilidades permitidas pela transformação linear.

Na viga V1 o traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" foi excluído por problemas construtivos, embora os valores obtidos nas verificações das seções sejam razoáveis. A locação dos cabos ao longo da viga não apresentava problemas, mas as ancoragens dos cabos nas extremidades não respeitavam as distâncias mínimas entre eixos, conforme comentários relativos à fig.17, no entanto, construindo mísulas nas cabeceiras da viga juntas aos apoios externos o traçado de cabos serviria.

Para a viga V3 em função do valor da força de protensão em primeira aproximação, propôs-se um traçado com 6 cabos de 12Ø7 mm, aproveitando o máximo da altura da viga nos pontos de maiores solicitações, mas em algumas seções ao longo da viga não foram respeitadas as condições limites quanto à verificação à ruptura por flexão. Tentando solucionar essas deficiências do traçado colocou-se mais um cabo, e agora com um traçado de 7 cabos de 12Ø7 mm para todas as seções foram verificados os limites quanto à ruptura por flexão.

Os demais traçados, exceto os traçados de 6 cabos de 12Ø8 mm e de 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2, apresentaram uma mesma particularidade, ou seja, em todos nas seções junto aos apoios internos eram ultrapassados certos valores limites, o que exigiria o alargamento da alma das seções das vigas junto aos apoios internos.

Uma vez que não são apresentados os resultados obtidos para todos os traçados propostos, lançaram-se em gráficos de três eixos de coordenadas os valores obtidos na verifica

ção à ruptura por cisalhamento. Esses gráficos possuem um eixo horizontal que representa as seções analisadas da viga e dois eixos verticais, sendo que um representa os espaçamentos entre os estribos nas seções em que a tensão de cisalhamento é inferior ao limite de norma, e o outro representa as tensões de cisalhamento acima dos limites de norma.

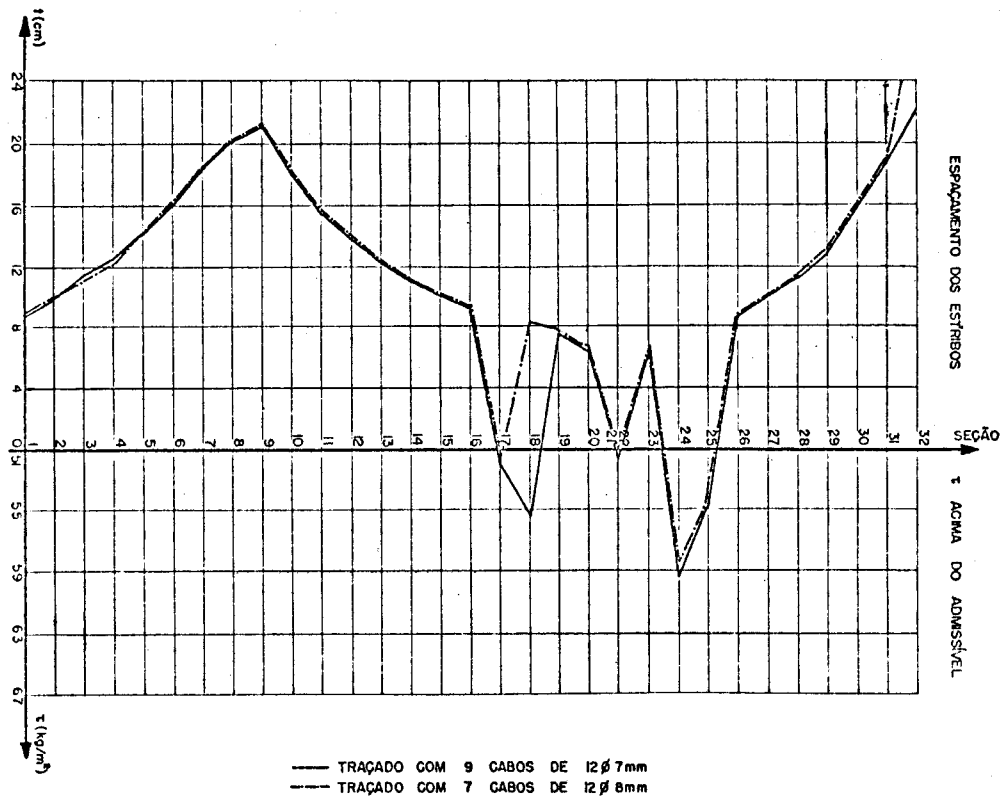


FIG.—37 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISALHAMENTO V1

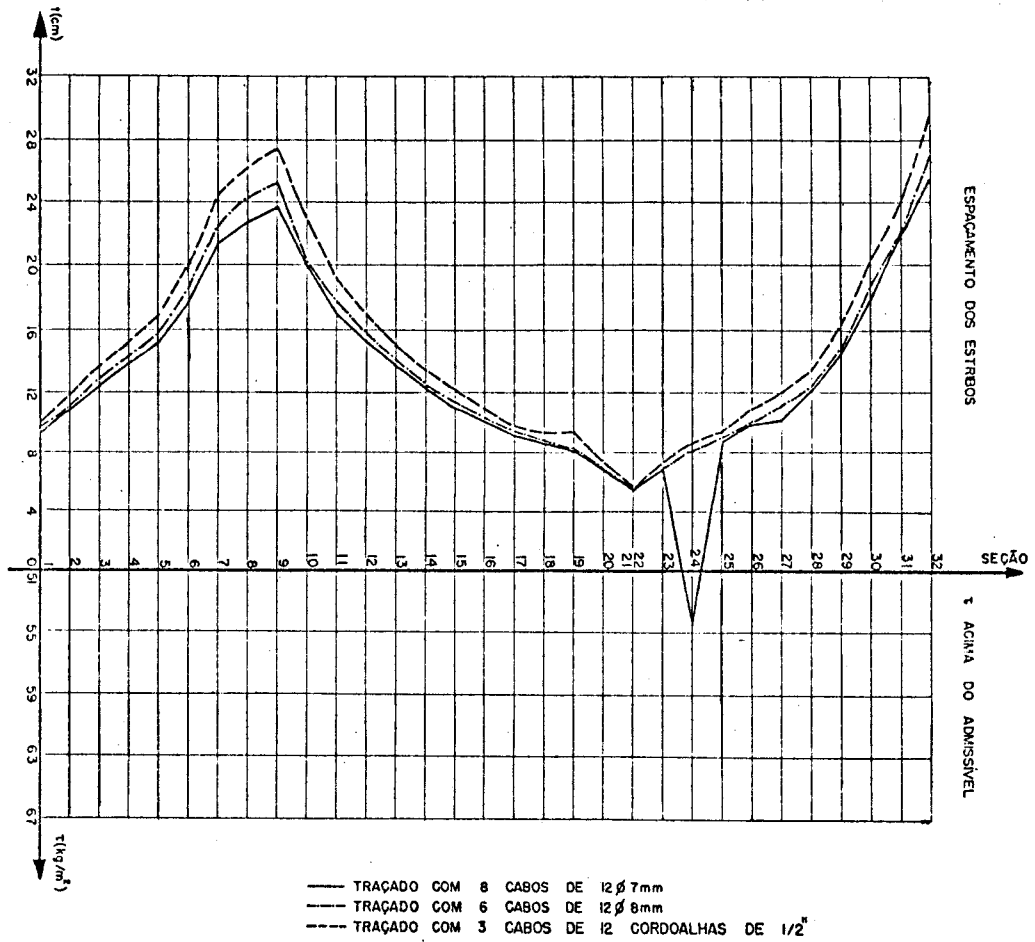


FIG.-38 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR GISALHAMENTO V2

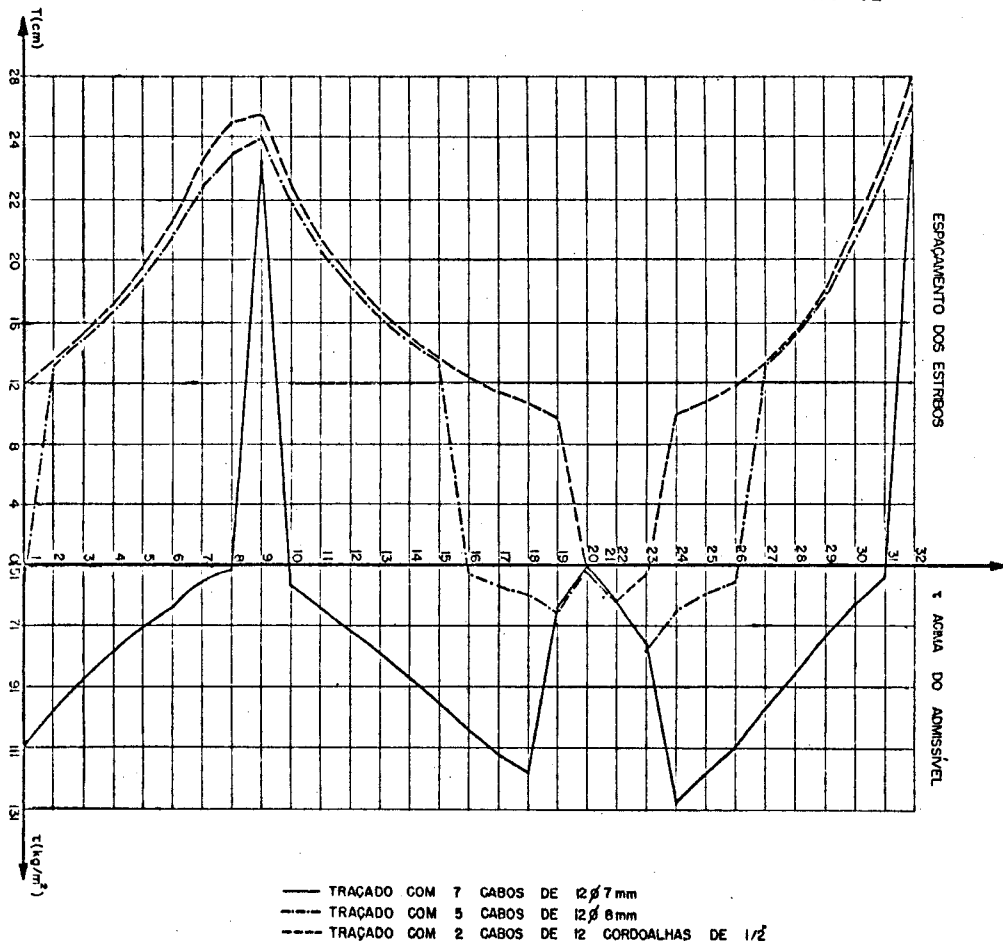


FIG.-39 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR GISALHAMENTO V3

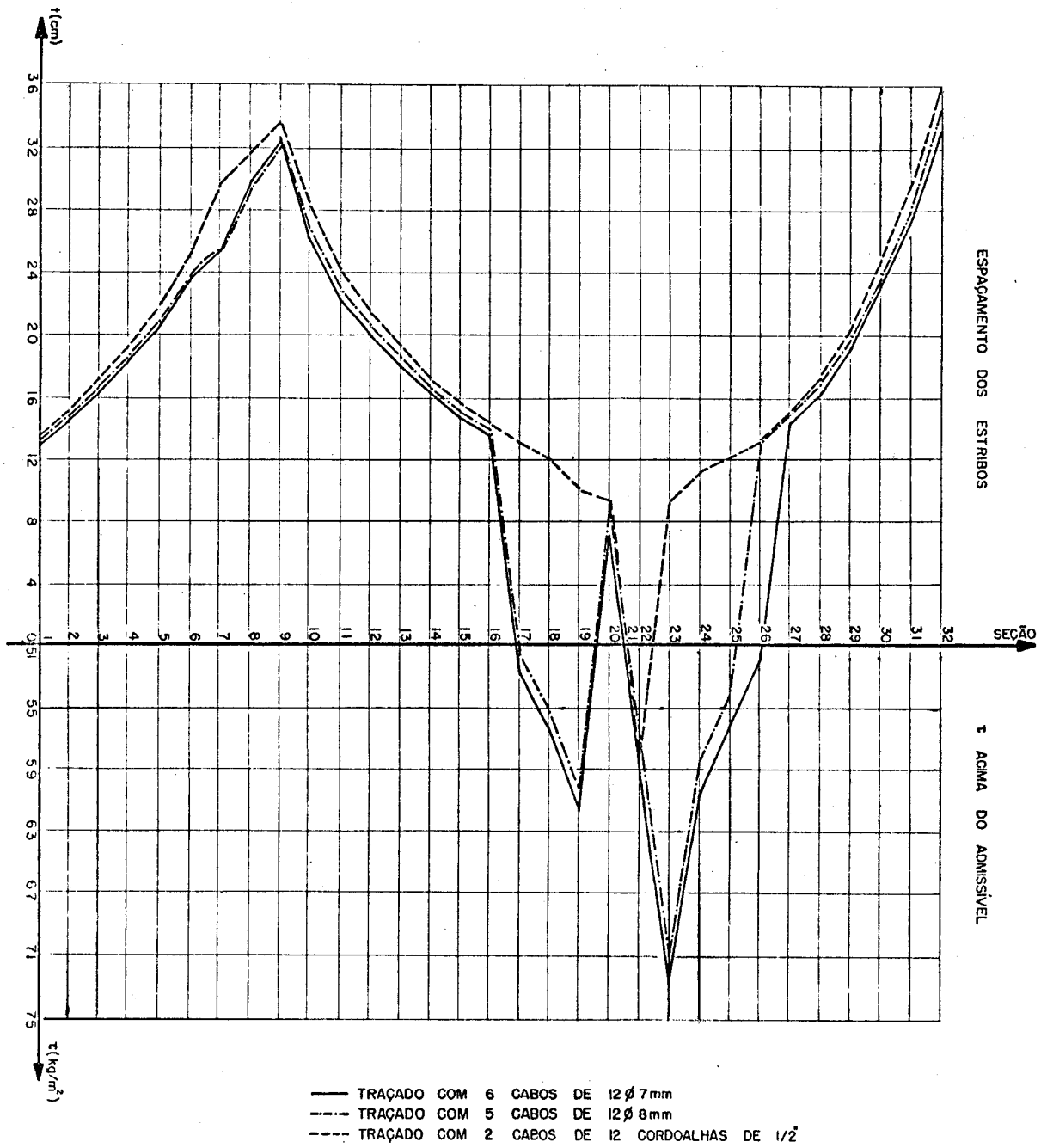


FIG.—40 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISLHAMENTO V4

Como os dois traçados escolhidos para continuidade das análises são para a viga V2, as características geométricas, os momentos devidos às cargas permanentes e móveis se equivalem, no entanto os momentos nucleares, e o pequeno hiperestático (devido à curvatura dos cabos sobre os apoios internos), são diferentes para cada traçado. A variação entre esses momentos afeta diretamente os valores das tensões no concreto de um para outro traçado, embora em ambos em todas as seções analisadas as tensões satisfaçam os limites de norma para as diferentes fases de solicitações. Para comparação entre os valores máximos das tensões de tração e compressão apresenta-se a tabela seguinte:

TENSÕES MÁXIMAS NO CONCRETO (kg/cm <sup>2</sup> )				
Traçado	6 cabos de 12Ø8 mm		3 cabos de 12 cord. de 1/2"	
Borda da viga	Inferior	Superior	Inferior	Superior
Tração	23,0	11,8	12,9	-
Compressão	87,0	78,5	86,6	80,9

Na verificação à fissuração nota-se que o traçado com cordoalhas de 1/2", quase não necessita de armadura suplementar para resistir aos esforços de tração, enquanto que o traçado com cabos de 12Ø8 mm necessita armadura suplementar em grande número de seções. Em compensação na verificação à ruptura por flexão verifica-se que houve melhor aproveitamento da seção de concreto no traçado com 6 cabos de 12Ø8 mm e como ilustração mostram-se os resultados para as seções mais solicitadas.

Na verificação à ruptura pelo esforço cortante os resultados obtidos para os dois traçados quase se equivalem, e ao pensar-se na distribuição dos estribos em faixas de mesmo espaçamento ter-se-á praticamente a mesma armadura transversal.

	Traçado	6 cabos de 12Ø8 mm	3 cabos de 12 cord. de 1/2"
seção 9	MRA (t.m)	262,7	309,8
	MRC (t.m)	211,0	210,0
	v	2,05	2,434
seção 31	MRA (t.m)	389,3	450,8
	MRC (t.m)	386,0	383,5
	v	1,664	1,939

Desta análise concluiu-se que tecnicamente os dois traçados se equivalem, sendo portanto uma análise econômica que poderá definir o melhor.

No entanto deste estudo pode-se afirmar que o traçado concordante necessita sempre de uma protensão muito acima da obtida como primeira aproximação, o que não convém economicamente.

### II.3.2 - Análise econômica

Sendo os dois traçados propostos para a viga V2, a quantidade de material para as formas e o consumo de concreto não influem economicamente, portanto o que decidirá esta análise econômica serão as armaduras, tanto a de protensão como as suplementares longitudinais e transversais.

Em decorrência compararam-se de início as armaduras de protensão dos dois traçados. Como os cabos resultantes, em ambos os traçados, são transformados linearmente do diagrama de momentos devido às cargas permanentes possuem a mesma forma intrínseca, e aproximadamente o mesmo comprimento. Isto permite a suposição de que todos os cabos nos dois traçados possuem um comprimento X, e assim comparar o consumo de material e o total de horas-homem na execução dos cabos.

Traçado	6 cabos de 12Ø8 mm	3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2"
Comprimento dos cabos(m)	6 X	3 X
Peso dos cabos (kg)	31,14 X	31,47 X
Aço duro (kg)	32,07 X	32,41 X
Mola central Ø2 mm (kg)	0,62 X	0,63 X
Bainha metálica (kg)	2,86 X	5,35 X
Mão de obra (H.H)	7,78 X	3,15 X
Nº de cones de ancoragem	12	6
Cimento para argamassa de injeção (kg)	0,6 X	0,6 X
Mão de obra - cone + injeção (H.H)	48	33

Do levantamento feito houve uma diferença no consumo de bainhas metálicas que foi equilibrado pelas diferenças na quantia de horas-homem, no número de cones de ancoragens e na injeção de argamassa, igualando a análise entre os dois traçados.

O que poderia definir economicamente o melhor dos dois traçados seria o consumo de aço doce CA-50 para a armadura suplementar. No entanto ao analisar-se a armadura transversal, pensando na distribuição dos estribos em faixas de igual espaçamento, chega-se a conclusão que em ambos os traçados teria-se um gasto de 1020 kg de aço. Sobrou apenas a armadura frouxa para fissuração, que no traçado com 6 cabos de 12Ø8 mm é de 230 kg e no traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" é de 19 kg.

A análise econômica mostra pequena vantagem para o traçado com cordoalhas e ainda, para reforçar sua escolha ao se analisarem as seções quanto às solicitações por flexão, con-



forme resultados apresentados na tabela da pg. 2.31 e no gráfico da fig. 41, ele tem maior coeficiente de segurança na ruptura por flexão.

Observe-se que a verificação à ruptura por flexão (fig. 41 e pg. 2.37) apresenta resultados para todas as seções, pois a programação analisa o cabo resultante e, como foi comentado no ítem I.1, o cálculo realizado a rigor só é válido para as seções onde há concentração de cabos na zona tracionada, o que geralmente corresponde às seções mais solicitadas.

No entanto, no diagrama da fig. 41, para as seções onde se teria problema de segurança à ruptura por flexão os cabos ou estão concentrados ou estão relativamente próximos, o que permite o cálculo usado, pois o valor do momento resultante interno varia de 1% a 4% do valor calculado corretamente conforme Castanho (1972).

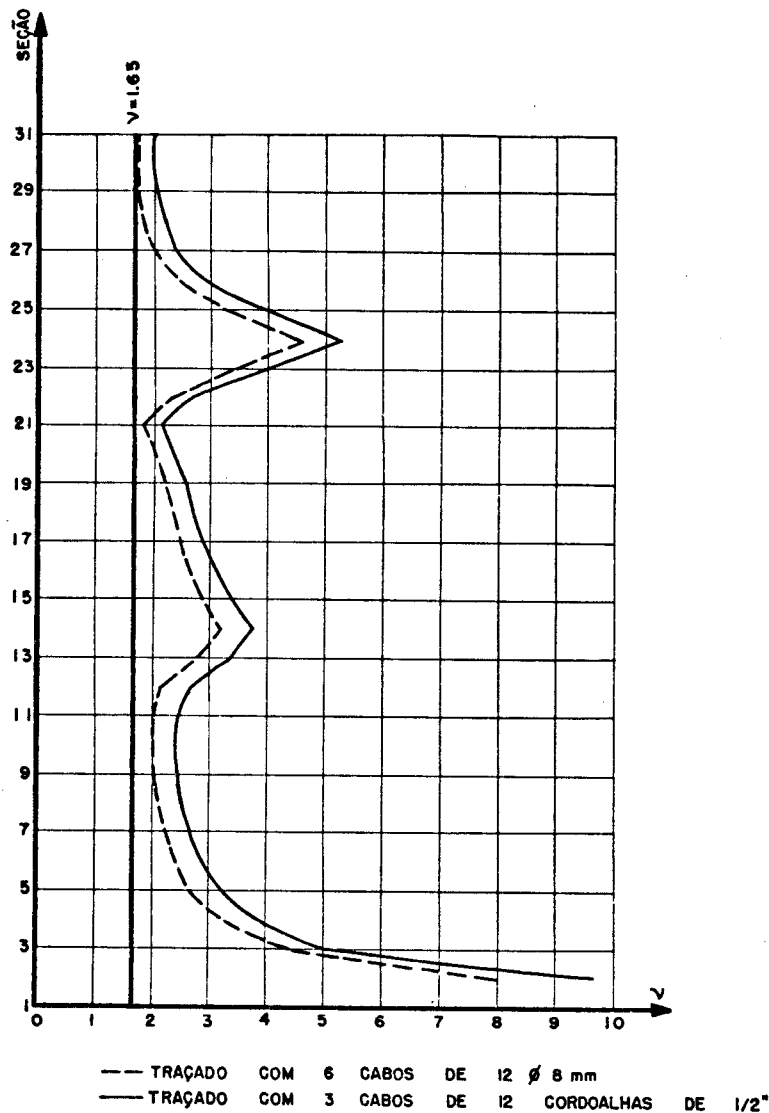


FIG.—41 COEFICIENTES DE SEGURANÇA À RUPTURA POR FLEXÃO

II.3.3 - Listagem dos resultados - Traçado concordante  
com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a  
viga V2

C 1

LIM1 LIM2

111.7 128.5

OPERACOES SUCESSIVAS DE PROTENSÃO

EXTREMIDADE 1  
 150.0 ESTICAMENTO  
 107.0 AFROUXAMENTO  
 124.3 ESTICAMENTO  
 EXTREMIDADE 2  
 150.0 ESTICAMENTO  
 107.0 AFROUXAMENTO  
 124.3 ESTICAMENTO

C 2

LIM1 LIM2

122.4 135.6

OPERACOES SUCESSIVAS DE PROTENSÃO

EXTREMIDADE 1  
 152.0 ESTICAMENTO  
 118.1 AFROUXAMENTO  
 127.1 ESTICAMENTO  
 EXTREMIDADE 2  
 152.0 ESTICAMENTO  
 118.1 AFROUXAMENTO  
 127.1 ESTICAMENTO

C 3

LIM1 LIM2

125.4 135.6

OPERACOES SUCESSIVAS DE PROTENSÃO

EXTREMIDADE 1  
 152.0 ESTICAMENTO  
 121.6 AFROUXAMENTO  
 132.3 ESTICAMENTO  
 EXTREMIDADE 2  
 152.0 ESTICAMENTO  
 121.6 AFROUXAMENTO  
 132.3 ESTICAMENTO

## FORÇAS DE PROTENSAO EM CADA CABO-TON.

1	116,2	120,0	123,3
2	115,1	119,7	122,2
3	114,5	119,2	122,0
4	114,0	118,7	121,3
5	113,4	118,0	120,6
6	113,0	117,5	120,0
7	112,6	117,1	119,7
8	112,2	116,5	118,8
9	111,9	116,0	119,7
10	111,6	115,5	120,4
11	111,1	115,9	120,9
12	110,5	116,5	121,5
13	110,0	117,0	122,1
14	109,3	117,5	122,4
15	108,5	118,1	122,7
16	107,6	118,6	123,3
17	107,2	119,1	124,1
18	105,6	119,7	124,4
19	107,6	122,5	124,7
20	110,2	121,8	125,5
21	117,3	126,1	126,3
22	113,8	123,3	128,0
23	112,2	122,7	125,8
24	110,4	121,7	124,8
25	109,8	121,0	124,1
26	108,8	119,9	123,0
27	107,9	118,9	121,9
28	107,1	118,1	121,1
29	106,4	117,2	120,2
30	105,5	116,3	119,2
31	104,7	115,4	118,3

## MOMENTOS DEVIDOS A PROTENSAO-TM

SEC	HIPER	NUCLEARES		MG	1.2MP	1.2MP
		SUP	INF		(+)	(-)
1	0,20	-100,1	122,0	0,0	0,0	0,0
2	-0,19	-108,3	112,2	6,8	22,3	-5,9
3	-0,38	-116,5	103,2	13,4	44,6	-11,9
4	-0,57	-122,4	96,2	18,1	61,0	-17,8
5	-0,76	-126,1	91,3	21,3	77,4	-23,7
6	-0,94	-126,8	89,8	22,1	86,8	-29,7
7	-1,13	-128,1	87,6	23,7	96,1	-35,6
8	-1,32	-126,6	88,0	22,8	101,9	-41,5
9	-1,51	-123,6	91,0	20,6	107,6	-47,4
10	-1,70	-118,5	96,1	16,8	107,7	-53,4
11	-1,89	-117,2	102,7	17,1	107,9	-59,3
12	-2,08	-124,5	110,7	6,0	102,9	-65,2
13	-2,27	-94,0	121,6	-2,0	97,9	-71,2
14	-2,46	-82,3	133,4	-11,1	88,2	-77,1
15	-2,64	-68,6	147,1	-21,5	78,5	-83,0
16	-2,83	-57,8	163,1	-33,6	64,3	-88,9
17	-3,02	-36,4	180,0	-46,6	50,1	-94,9
18	-3,21	-22,0	194,0	-61,0	34,7	-101,1
19	-3,40	1,9	219,8	-77,1	19,3	-107,3
20	-3,59	26,7	247,5	-97,2	17,2	-123,0
21	-3,78	35,4	263,7	-113,1	15,1	-138,8
22	-3,78	3,8	229,2	-78,4	19,3	-98,1
23	-3,78	-43,5	179,3	-42,5	23,5	-57,3
24	-3,78	-78,6	141,9	-15,5	43,6	-46,4
25	-3,78	-114,6	104,5	12,4	63,7	-35,4
26	-3,78	-142,5	74,7	34,5	85,9	-33,1
27	-3,78	-163,6	51,8	51,6	108,0	-30,7
28	-3,78	-179,1	34,8	64,5	124,8	-28,9
29	-3,78	-191,2	21,1	75,1	141,6	-27,1
30	-3,78	-197,2	13,5	81,0	146,7	-25,0
31	-3,78	-198,0	11,0	82,9	151,8	-23,4

## TENSÕES NAS BORDAS EM CADA SEÇÃO-T/M2

VERIFICADAS SEGUNDO P-NB-116 ITENS 3.1.2, E3.1.3.

SEÇÃO	IBICP	TBSCP	IBICN	TBSCN	
1	-393,	-428,	-393,	-428,	SEGURO
2	-312,	-472,	-423,	-378,	SEGURO
3	-231,	-538,	-453,	-349,	SEGURO
4	-172,	-585,	-482,	-321,	SEGURO
5	-110,	-633,	-508,	-295,	SEGURO
6	-74,	-661,	-532,	-277,	SEGURO
7	-37,	-690,	-555,	-250,	SEGURO
8	-13,	-707,	-576,	-227,	SEGURO
9	12,	-728,	-597,	-210,	SEGURO
10	17,	-732,	-616,	-193,	SEGURO
11	23,	-738,	-634,	-179,	SEGURO
12	9,	-728,	-652,	-165,	SEGURO
13	-1,	-720,	-666,	-155,	SEGURO
14	-30,	-696,	-680,	-143,	SEGURO
15	-56,	-674,	-691,	-134,	SEGURO
16	-98,	-639,	-700,	-126,	SEGURO
17	-141,	-604,	-711,	-119,	SEGURO
18	-202,	-550,	-736,	-96,	SEGURO
19	-233,	-531,	-731,	-107,	SEGURO
20	-224,	-548,	-775,	-79,	SEGURO
21	-261,	-542,	-866,	-27,	SEGURO
22	-232,	-556,	-694,	-164,	SEGURO
23	-260,	-524,	-578,	-253,	SEGURO
24	-213,	-556,	-567,	-255,	SEGURO
25	-166,	-591,	-556,	-260,	SEGURO
26	-102,	-640,	-569,	-242,	SEGURO
27	-31,	-694,	-576,	-230,	SEGURO
28	25,	-737,	-579,	-223,	SEGURO
29	85,	-783,	-578,	-219,	SEGURO
30	105,	-794,	-570,	-220,	SEGURO
31	129,	-809,	-559,	-223,	SEGURO

## FORÇAS CORTANTES-TON.

CPSP=CORTANTE DA PROTENSÃO SEM PERDAS

CPCP=CORTANTE DA PROTENSÃO COM PERDAS

SEC.	CPSP	CPCP	MAX.	MIN.	QS	QP(+)	QP(-)
1	-16,4	-13,1	49,3	6,7	11,4	31,6	-3,8
2	-15,8	-12,7	43,9	3,5	9,4	28,8	-4,9
3	-13,6	-10,9	38,6	1,4	7,5	25,9	-5,1
4	-9,8	-7,9	33,9	-1,9	5,6	23,7	-6,2
5	-5,0	-4,1	29,3	-5,2	3,6	21,4	-7,4
6	-2,8	-2,4	24,9	-9,2	1,7	19,3	-9,1
7	-0,9	-0,9	20,5	-13,2	-0,2	17,3	-10,8
8	3,2	2,3	-17,3	16,3	-2,2	15,4	-12,6
9	6,7	5,1	-21,5	12,1	-4,1	13,5	-14,5
10	9,9	7,6	-25,7	8,2	-6,0	11,8	-16,4
11	12,4	9,5	-29,9	4,2	-8,0	10,1	-18,3
12	16,2	12,5	-34,2	0,5	-9,9	8,7	-20,2
13	19,7	15,2	-38,5	-3,2	-11,8	7,2	-22,2
14	22,5	17,3	-42,9	-6,7	-13,8	5,9	-24,3
15	26,3	20,2	-47,4	-10,2	-15,7	4,6	-26,4
16	29,1	22,1	-51,6	-13,4	-17,6	3,5	-28,3
17	27,9	21,1	-55,9	-16,7	-19,6	2,4	-30,3
18	35,3	26,4	-60,2	-19,4	-21,5	1,7	-32,3
19	44,8	33,7	-64,5	-22,2	-23,4	1,0	-34,3
20	29,4	22,5	-68,9	-24,5	-25,4	0,7	-36,3
21	-2,2	-1,9	-73,2	-26,9	-27,3	0,4	-38,2
22	-24,9	-19,7	83,2	31,6	32,7	42,1	-0,9
23	-41,3	-32,6	75,7	27,8	29,4	38,6	-1,3
24	-43,5	-34,5	68,3	24,0	26,1	35,1	-1,8
25	-37,9	-30,1	61,8	19,6	22,9	32,4	-2,8
26	-34,6	-27,3	55,3	15,1	19,6	29,7	-3,7
27	-27,3	-21,4	48,8	10,0	16,3	27,0	-5,3
28	-21,0	-16,3	42,3	4,9	13,1	24,4	-6,8
29	-16,3	-12,5	35,3	-0,5	9,8	21,2	-8,6
30	-11,4	-8,7	28,3	-5,9	6,5	18,1	-10,4
31	-5,4	-4,1	22,7	-11,6	3,3	16,2	-12,4
32	-0,0	-0,0	-17,4	17,2	0,0	14,3	-14,5

## VERIFICACAO A FISSURACAO E ARMADURA SUPLEMENTAR

PARA A BORDA INFERIOR DA SECAO COM 1,2MP(+)

29 0,00000 0,00000 0,09829  
 29 NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA = 3,8 CM2  
 NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU  
 \*\*\* 97517,403 \*\*\*\*\* .0011300 105,51 1,00  
 30 ARMADURA SUPL. AREA= 6,8 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1,27 CM  
 \*\*\* 96819,268 \*\*\*\*\* .0011300 104,70 1,00  
 31 ARMADURA SUPL. AREA= 11,3 CM2  
 NAO FISSURA COM DIAMETRO = 1,27 CM

## VERIFICACAO A RUPTURA POR FLEXAO

MRA=MOMENTO RESISTENTE  
 MRC=MOMENTO SOLICITANTE

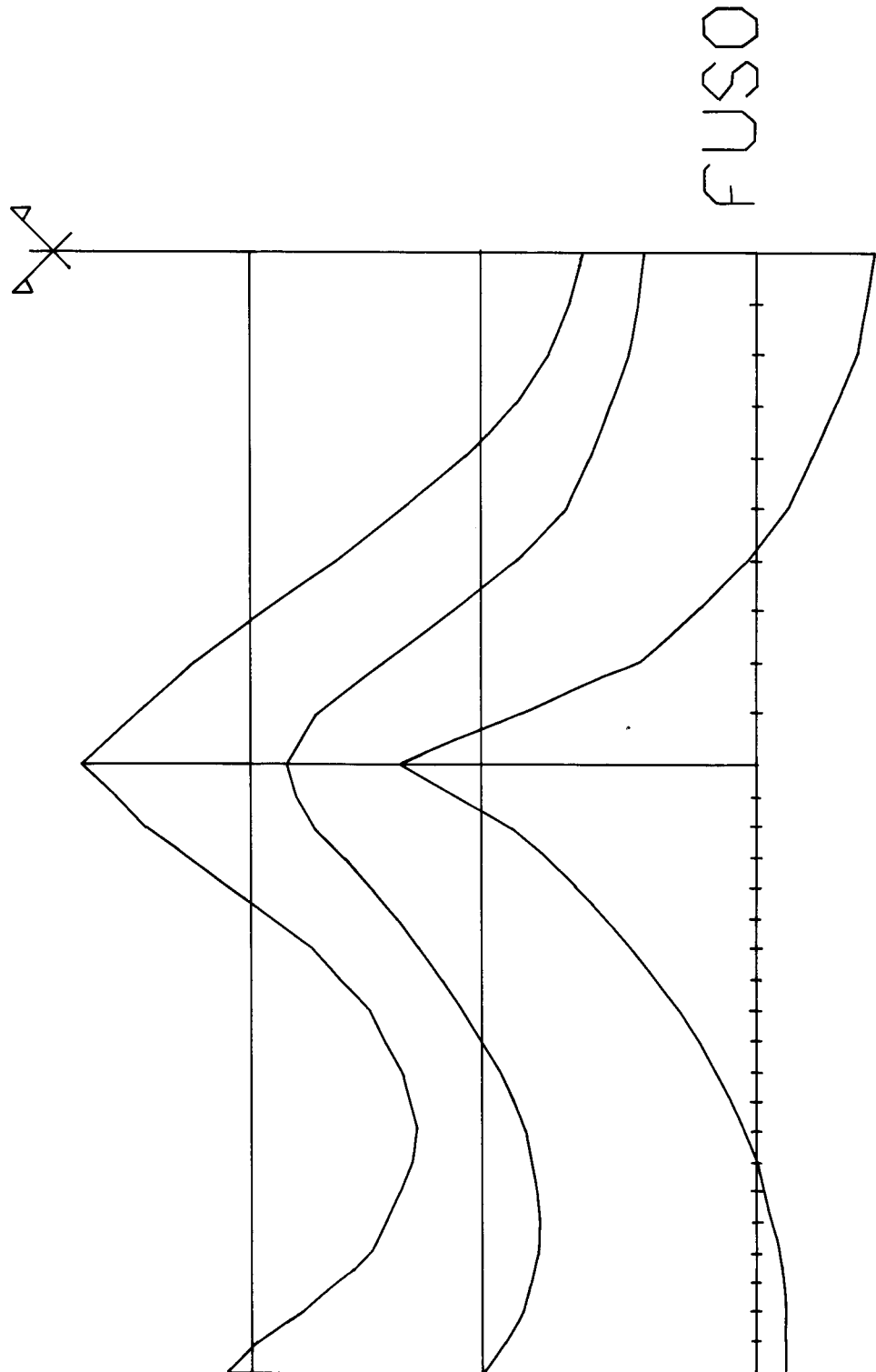
SECAO	MRA	MRC	
1	263,5	0,0	SEGURO
2	278,7	47,8	SEGURO
3	293,4	95,4	SEGURO
4	304,3	130,0	SEGURO
5	311,7	162,1	SEGURO
6	313,5	178,7	SEGURO
7	316,5	196,6	SEGURO
8	314,7	204,4	SEGURO
9	309,8	210,0	SEGURO
10	301,3	203,8	SEGURO
11	290,3	196,0	SEGURO
12	276,9	177,6	SEGURO
13	317,2	156,0	SEGURO
14	337,3	124,8	SEGURO
15	361,1	91,4	SEGURO
16	388,5	47,8	SEGURO
17	417,8	2,8	SEGURO
18	442,9	-46,6	SEGURO
19	486,8	-98,7	SEGURO
20	530,7	-135,6	SEGURO
21	544,1	-165,5	SEGURO
22	489,8	-121,3	SEGURO
23	408,7	-35,1	SEGURO
24	347,7	42,6	SEGURO
25	290,9	121,8	SEGURO
26	340,9	194,8	SEGURO
27	380,0	259,5	SEGURO
28	409,3	308,6	SEGURO
29	433,1	353,7	SEGURO
30	446,5	371,9	SEGURO
31	450,8	383,5	SEGURO

VERIFICACAO QUANTO A FORCA CORTANTE  
 SG1=TENSAO PRINC. DE TRACAO  
 SG2=TENSAO PRINC. DE COMPR.

## SECAO

1	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 65,	T/M2	SG2= -466.	T/M2	
1	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 4,	T/M2	SG2= -506.	T/M2	
1	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 1.	T/M2	SG2= -503.	T/M2	
1	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.10161 M
2	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 50,	T/M2	SG2= -449.	T/M2	
2	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 7,	T/M2	SG2= -509.	T/M2	
2	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 2.	T/M2	SG2= -504.	T/M2	
2	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.11920 M
3	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 41,	T/M2	SG2= -437.	T/M2	
3	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 7,	T/M2	SG2= -509.	T/M2	
3	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 2.	T/M2	SG2= -504.	T/M2	
3	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.13657 M
4	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 36,	T/M2	SG2= -431.	T/M2	
4	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 6,	T/M2	SG2= -508.	T/M2	
4	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 1.	T/M2	SG2= -503.	T/M2	
4	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.15253 M
5	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 34,	T/M2	SG2= -427.	T/M2	
5	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 5,	T/M2	SG2= -507.	T/M2	
5	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 0.	T/M2	SG2= -502.	T/M2	
5	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.16918 M
6	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 28,	T/M2	SG2= -419.	T/M2	
6	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 7,	T/M2	SG2= -509.	T/M2	
6	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 0.	T/M2	SG2= -502.	T/M2	
6	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.19952 M
7	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 22,	T/M2	SG2= -412.	T/M2	
7	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 9,	T/M2	SG2= -511.	T/M2	
7	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 0.	T/M2	SG2= -502.	T/M2	
7	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.24453 M
8	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 13,	T/M2	SG2= -401.	T/M2	
8	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 17,	T/M2	SG2= -519.	T/M2	
8	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 0.	T/M2	SG2= -502.	T/M2	
8	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.26238 M
9	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 15,	T/M2	SG2= -403.	T/M2	
9	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 16,	T/M2	SG2= -518.	T/M2	
9	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 0.	T/M2	SG2= -502.	T/M2	
9	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.27436 M
10	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 19,	T/M2	SG2= -406.	T/M2	
10	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 15,	T/M2	SG2= -517.	T/M2	
10	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 1.	T/M2	SG2= -503.	T/M2	
10	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.22811 M
11	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 23,	T/M2	SG2= -412.	T/M2	
11	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 12,	T/M2	SG2= -514.	T/M2	
11	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 1,	T/M2	SG2= -503.	T/M2	
11	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.19226 M
12	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 26,	T/M2	SG2= -415.	T/M2	
12	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 13,	T/M2	SG2= -514.	T/M2	
12	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 2.	T/M2	SG2= -504.	T/M2	
12	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.16990 M
13	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 30,	T/M2	SG2= -419.	T/M2	
13	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 12,	T/M2	SG2= -514.	T/M2	
13	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 3.	T/M2	SG2= -505.	T/M2	
13	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.15150 M
14	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 36,	T/M2	SG2= -425.	T/M2	
14	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 11,	T/M2	SG2= -513.	T/M2	
14	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 4.	T/M2	SG2= -505.	T/M2	
14	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO =							0.13426 M
15	SEG.	SOL.	MAX.	SG1= 40,	T/M2	SG2= -429.	T/M2	
15	SEG.	SOL.	MIN.	SG1= 12,	T/M2	SG2= -513.	T/M2	
15	SEG.	CAR.	PER.	SG1= 5.	T/M2	SG2= -507.	T/M2	

15 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.12193 M  
 16 SEG. SOL. MAX. SG1= 46, T/M2 SG2= -436, T/M2  
 16 SEG. SOL. MIN. SG1= 11, T/M2 SG2= -512, T/M2  
 16 SEG. CAR. PER. SG1= 6, T/M2 SG2= -507, T/M2  
 16 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.11074 M  
 17 SEG. SOL. MAX. SG1= 62, T/M2 SG2= -452, T/M2  
 17 SEG. SOL. MIN. SG1= 6, T/M2 SG2= -507, T/M2  
 17 SEG. CAR. PER. SG1= 3, T/M2 SG2= -504, T/M2  
 17 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.09674 M  
 18 SEG. SOL. MAX. SG1= 59, T/M2 SG2= -448, T/M2  
 18 SEG. SOL. MIN. SG1= 11, T/M2 SG2= -512, T/M2  
 18 SEG. CAR. PER. SG1= 9, T/M2 SG2= -509, T/M2  
 18 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.09391 M  
 19 SEG. SOL. MAX. SG1= 50, T/M2 SG2= -442, T/M2  
 19 SEG. SOL. MIN. SG1= 23, T/M2 SG2= -522, T/M2  
 19 SEG. CAR. PER. SG1= 20, T/M2 SG2= -527, T/M2  
 19 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.09405 M  
 20 SEG. SOL. MAX. SG1= 100, T/M2 SG2= -498, T/M2  
 20 SEG. SOL. MIN. SG1= 1, T/M2 SG2= -502, T/M2  
 20 SEG. CAR. PER. SG1= 1, T/M2 SG2= -502, T/M2  
 20 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.07342 M  
 21 SEG. SOL. MAX. SG1= 210, T/M2 SG2= -622, T/M2  
 21 SEG. SOL. MIN. SG1= 36, T/M2 SG2= -539, T/M2  
 21 SEG. CAR. PER. SG1= 37, T/M2 SG2= -547, T/M2  
 21 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.05338 M  
 22 SEG. SOL. MAX. SG1= 163, T/M2 SG2= -575, T/M2  
 22 SEG. SOL. MIN. SG1= 2, T/M2 SG2= -504, T/M2  
 22 SEG. CAR. PER. SG1= 3, T/M2 SG2= -504, T/M2  
 22 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.05581 M  
 23 SEG. SOL. MAX. SG1= 87, T/M2 SG2= -493, T/M2  
 23 SEG. SOL. MIN. SG1= 8, T/M2 SG2= -508, T/M2  
 23 SEG. CAR. PER. SG1= 6, T/M2 SG2= -507, T/M2  
 23 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.07238 M  
 24 SEG. SOL. MAX. SG1= 58, T/M2 SG2= -458, T/M2  
 24 SEG. SOL. MIN. SG1= 17, T/M2 SG2= -517, T/M2  
 24 SEG. CAR. PER. SG1= 14, T/M2 SG2= -513, T/M2  
 24 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.08689 M  
 25 SEG. SOL. MAX. SG1= 52, T/M2 SG2= -449, T/M2  
 25 SEG. SOL. MIN. SG1= 15, T/M2 SG2= -516, T/M2  
 25 SEG. CAR. PER. SG1= 10, T/M2 SG2= -511, T/M2  
 25 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.09551 M  
 26 SEG. SOL. MAX. SG1= 42, T/M2 SG2= -436, T/M2  
 26 SEG. SOL. MIN. SG1= 17, T/M2 SG2= -518, T/M2  
 26 SEG. CAR. PER. SG1= 10, T/M2 SG2= -511, T/M2  
 26 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.10900 M  
 27 SEG. SOL. MAX. SG1= 40, T/M2 SG2= -432, T/M2  
 27 SEG. SOL. MIN. SG1= 14, T/M2 SG2= -515, T/M2  
 27 SEG. CAR. PER. SG1= 6, T/M2 SG2= -507, T/M2  
 27 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.11923 M  
 28 SEG. SOL. MAX. SG1= 37, T/M2 SG2= -426, T/M2  
 28 SEG. SOL. MIN. SG1= 12, T/M2 SG2= -513, T/M2  
 28 SEG. CAR. PER. SG1= 3, T/M2 SG2= -505, T/M2  
 28 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.13399 M  
 29 SEG. SOL. MAX. SG1= 29, T/M2 SG2= -415, T/M2  
 29 SEG. SOL. MIN. SG1= 13, T/M2 SG2= -515, T/M2  
 29 SEG. CAR. PER. SG1= 2, T/M2 SG2= -504, T/M2  
 29 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.16208 M  
 30 SEG. SOL. MAX. SG1= 22, T/M2 SG2= -405, T/M2  
 30 SEG. SOL. MIN. SG1= 14, T/M2 SG2= -516, T/M2  
 30 SEG. CAR. PER. SG1= 1, T/M2 SG2= -503, T/M2  
 30 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.20427 M  
 31 SEG. SOL. MAX. SG1= 20, T/M2 SG2= -401, T/M2  
 31 SEG. SOL. MIN. SG1= 13, T/M2 SG2= -515, T/M2  
 31 SEG. CAR. PER. SG1= 0, T/M2 SG2= -502, T/M2  
 31 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.24080 M  
 32 SEG. SOL. MAX. SG1= 18, T/M2 SG2= -395, T/M2  
 32 SEG. SOL. MIN. SG1= 13, T/M2 SG2= -516, T/M2  
 32 SEG. CAR. PER. SG1= -0, T/M2 SG2= -502, T/M2  
 32 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.29563 M





### III - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS DEFINIDOS ANALITICAMENTE

#### III.1 - Estudo do uso dos cabos definidos analiticamente

Na elaboração de um projeto estrutural, nos dias de hoje, se tem considerado as possibilidades de utilização de roteiros de cálculos programáveis. Em decorrência disto, o projetista tem que usar de seu conhecimento matemático, para definir analiticamente seus problemas, afim de torná-los acessíveis à programação. Pensando-se em resolver o traçado de cabos através de técnicas programáveis, surgiu a necessidade de definição analítica do cabo resultante.

Uma vez conhecido o traçado do cabo e de posse da programação feita por Assan (1974) já com as modificações propostas no capítulo I, poderão ser analisadas as conveniências técnicas do uso do traçado definido de maneira analítica. Portanto, foram elaborados para uma viga contínua de três tramos, dois subprogramas que definem analiticamente o cabo resultante, sendo que qualquer um deles pode ser acrescentado à programação já existente para a análise do traçado de cabos.

Os cabos resultantes obtidos através dos subprogramas representam as formas de traçados mais usuais, mas poderão sofrer modificações, que devido à programação elaborada são de relativa facilidade.

As alterações a serem introduzidas no programa usado no capítulo II, para a análise dos traçados de cabos concorrentes, se restringem primeiro ao programa principal com a eliminação da parte que lê as ordenadas dos cabos, e o acréscimo da chamada do subprograma que calculará estas ordenadas, e em segundo aos subprogramas com a introdução da subrotina, que define analiticamente as ordenadas dos cabos.

### III.2 - Subprogramas para a definição analítica do cabo resultante

Usando associações de parábolas quadráticas e cúbicas elaboraram-se dois subprogramas que definem analiticamente os cabos resultantes, e fizeram-se considerações sobre um terceiro subprograma que, embora defina os cabos analiticamente como os anteriores não foi usado conforme justificativa feita no item III.2.3, mas foi sugerido pensando-se no problema de grandes vãos, o que conseqüentemente exigiria a necessidade de cabos interrompidos cruzando sobre os apoios internos.

#### III.2.1 - Subprograma TRAPA

O subprograma TRAPA é uma rotina que determina as ordenadas de um cabo resultante, definido por uma associação de parábolas quadráticas e cúbicas conforme fig.42 .

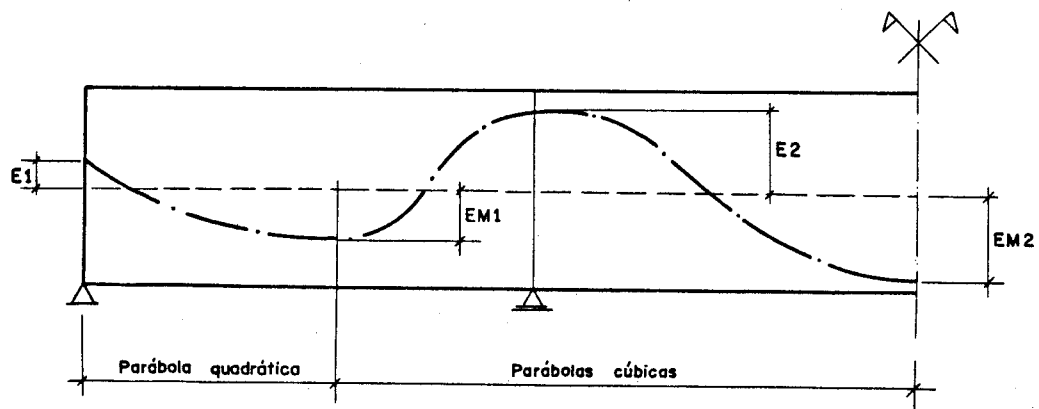


FIG. 42 — CABO RESULTANTE

Para a determinação das ordenadas do cabo resultante a subrotina TRAPA funciona da seguinte maneira:

a) Devem ser dados as excentricidades  $E1$ ,  $EM1$ ,  $E2$  e  $EM2$ , o número de seções, os momentos máximos devidos às cargas móveis, os comprimentos dos tramos, e a ordenada do centro de gravidade da peça.

b) Analisa no primeiro tramo qual a seção de momento máximo devido às cargas móveis. Determinada esta seção adotada para mesma a excentricidade  $EM1$ , e adotando a equação de uma parábola quadrática determina as excentricidades das se

ções anteriores. Com as excentricidades e a posição da linha do centro de gravidade determina as ordenadas do cabo resultante neste trecho.

c) A partir da seção de excentricidade  $EM_1$ , determina as excentricidades até a seção sobre o apoio, a qual terá excentricidade  $E_2$ , usando a equação da parábola cúbica. Analogamente com as excentricidades e a posição da linha do centro de gravidade determina as ordenadas do cabo resultante.

d) Calcula as excentricidades a partir da seção sobre o apoio interno até a seção média do segundo tramo, que terá excentricidade  $EM_2$ , usando a equação da parábola cúbica. De maneira análoga aos itens anteriores com as excentricidades e a posição da linha do centro de gravidade calcula seção por seção as ordenadas do cabo resultante neste trecho.

e) Devido à simetria da estrutura calcula para as demais seções da viga as ordenadas do cabo resultante igualando com as ordenadas das respectivas seções simétricas.

As equações das parábolas quadrática e cúbica usadas na programação são dadas por  $e_x = f(x)$ .

Cabo segundo uma parábola quadrática:

$$e(x) = e_{m1} (2s_1 x - x^2) / s_1^2$$

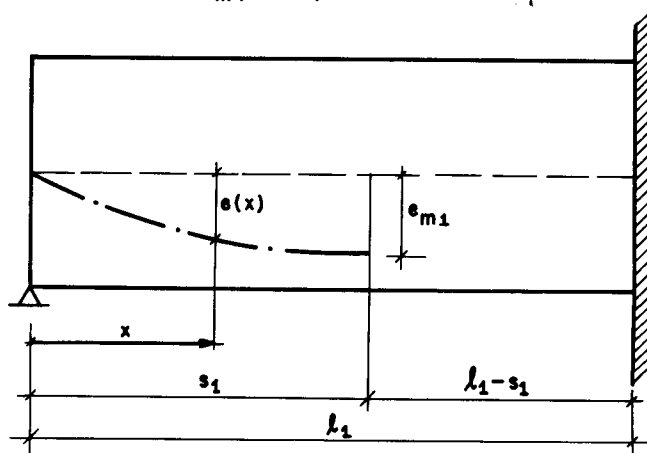


FIG. 43—PARÁBOLA QUADRÁTICA

A excentricidade  $e_{m1} = EM_1$  é um dado baseado no seguinte raciocínio: o projetista analisa a seção de maior momento positivo devido às cargas móveis no primeiro tramo; nesta seção usando a força de protensão calculada como primeira aproximação, balanceiam-se as cargas para a situação

mais desfavorável de carregamento externo, e tem-se assim EM1, ou seja

$$-\frac{N_a}{S} - \frac{N_a}{W} \frac{EM1}{W} + \frac{M}{W} = 0$$

onde M = momento devido ao carregamento externo.

Os valores de  $s_1 = S1$  e X são obtidos dentro da programação, sendo que X é uma função da seção estudada.

Cabo segundo uma parábola cúbica:

$$e(x) = e_2 \left[ m + \frac{2(m+1)}{s_2^3} x^3 - \frac{3(m+1)}{s_2^2} x^2 \right]$$

$$\text{onde } m = \frac{e_{m2}}{e_2}$$

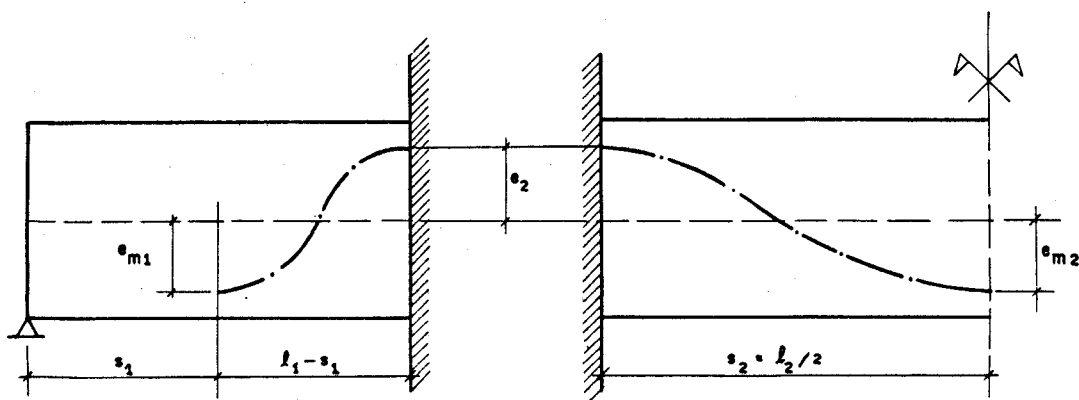


FIG. 44 — PARÁBOLAS CÚBICAS

As excentricidades  $e_2 = E2$  e  $e_{m2} = EM2$  são calculadas de maneira análoga a EM1 pelo balanceamento das cargas, respectivamente, no apoio interno e na seção central do segundo tramo. Os valores de  $l_1 - s_1 = L1 - S1$ ,  $s_2 = S2$  e X, são também determinados no subprograma. A incógnita  $m = LM$  é dada pela relação entre EM1 ou EM2 sobre E2, determinada no decorrer da subrotina para os cabos nos 1º e 2º tramos.

Assim são calculados os  $e(x) = EX$ , no entanto, é necessário ressaltar que a parábola do segundo grau pode ter uma excentricidade inicial  $e_1 = E1$ . Quando isso ocorrer as demais excentricidades nesse trecho serão determinadas por  $EX + E1$ .

Com os EX calculam-se as ordenadas do cabo resultante seção por seção, podendo assim testá-lo pelo computador

quanto às verificações dos limites impostos por norma para uma peça de concreto protendido.

As facilidades de possíveis modificações, estão nas possibilidades de se ter cabos resultantes constituídos apenas de um tipo de parábola, e para tanto basta, na programação, substituir os cartões que definem a equação da parábola. Sendo assim ter-se-á com o mesmo subprograma cabos definidos analiticamente pela associação de parábolas quadráticas ou pela associação de parábolas cúbicas.

### III.2.2 - Subprograma TRPAR

O subprograma TRPAR é uma rotina que determina as ordenadas de um cabo resultante, definido por uma associação de parábolas e trechos retos conforme fig.45.

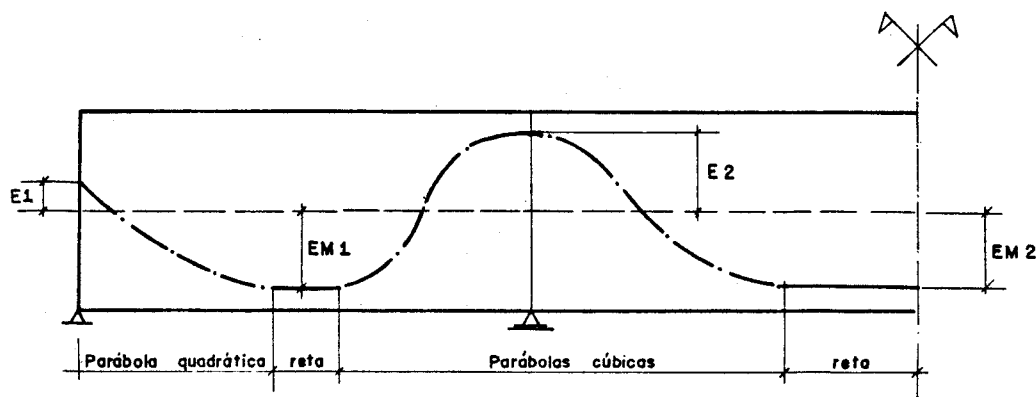


FIG. 45 — CABO RESULTANTE

Para a determinação das ordenadas do cabo resultante a subrotina TRPAR funciona da seguinte maneira:

a) Devem ser dados as excentricidades  $E1$ ,  $EM1$ ,  $E2$  e  $EM2$ , o número de seções, os momentos máximos e mínimos devidos às cargas móveis, os comprimentos dos tramos e a ordenada do centro de gravidade da peça.

b) Determina a diferença entre os momentos máximos e mínimos no primeiro tramo, seção por seção, e testa em que seções esta diferença é maior ou igual a 95% da máxima diferença encontrada entre momentos.

c) Da seção 1 até a primeira seção que satisfaz o teste anterior, as excentricidades do cabo resultante são calculadas usando a equação de uma parábola quadrática, de

tal forma que nesta última seção a excentricidade seja  $EM1$ .

d) As seções que satisfazem o teste do item b terão excentricidade  $EM1$ , ou seja, formarão o primeiro trecho reto.

e) A partir da última seção de excentricidade  $EM1$  determina as excentricidades até a seção sobre o apoio, a qual terá excentricidade  $E2$ , usando a equação da parábola cúbica.

f) Determina a diferença entre os momentos máximos e mínimos para as seções do tramo central, e testa seção por seção em quais essa diferença é maior ou igual a 95% da diferença de momentos na seção média.

g) Da seção no apoio até a primeira seção que satisfaz o teste anterior, calcula as excentricidades usando a equação de uma parábola cúbica.

h) As seções que satisfazem o teste do item f terão excentricidade  $EM2$ , e portanto determinam o segundo trecho reto.

i) Com as excentricidades e a posição da linha do centro de gravidade calcula seção por seção as ordenadas do cabo resultante.

j) Devido à simetria da estrutura calcula para as demais seções da viga as ordenadas do cabo resultante igualando com as ordenadas das respectivas seções simétricas.

As equações das parábolas quadrática e cúbica, e os valores das excentricidades  $E1$ ,  $EM1$ ,  $E2$  e  $EM2$  são, respectivamente, usadas e calculadas de maneira análoga ao subprograma TRAPA.

As modificações nos traçados estão nas opções de usarem-se parábolas quadráticas e trechos retos, ou parábolas cúbicas e trechos retos.

### III.2.3 - Considerações sobre o subprograma TRPAS

O subprograma TRPAS é uma rotina que embora defina os cabos analiticamente como as anteriores, foi sugerida pensando-se no problema de grandes vãos que exigissem cabos interrompidos cruzando sobre os apoios internos. Em função do

raciocínio propôs-se um traçado constituído por três cabos independentes em cada tramo, com cruzamentos nos apoios internos conforme fig.46 .

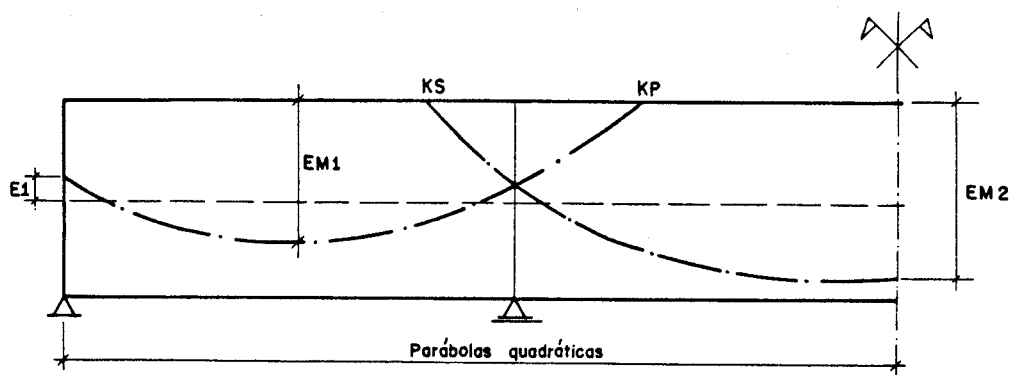


FIG. 46 — CABO RESULTANTE

Para a determinação das ordenadas dos cabos que resultam no traçado com cabos independentes, em cada tramo, a subrotina TRPAS funcionaria da seguinte maneira:

a) Deveriam ser dados os comprimentos dos tramos, o número de seções, a altura da viga, as seções próximas do apoio interno KP e KS onde terminam, respectivamente, as parábolas do segundo grau que definem os cabos resultantes no primeiro e segundo tramos, as excentricidades  $E1$ ,  $EM1$  e  $EM2$ , e a ordenada do centro de gravidade da peça.

b) Usando a equação da parábola quadrática determinaria da seção lateral a seção KP as excentricidades do primeiro cabo resultante, e da seção KS até a seção média do tramo central a metade do segundo cabo resultante.

c) Com as excentricidades e a posição da linha do centro de gravidade, calcularia seção por seção as ordenadas do primeiro cabo resultante, e da metade do segundo cabo resultante.

d) Devido à simetria da estrutura, calcularia as ordenadas do segundo cabo, da seção média do tramo central até a seção simétrica à KS, e calcularia também as ordenadas do terceiro cabo que é simétrico ao primeiro.



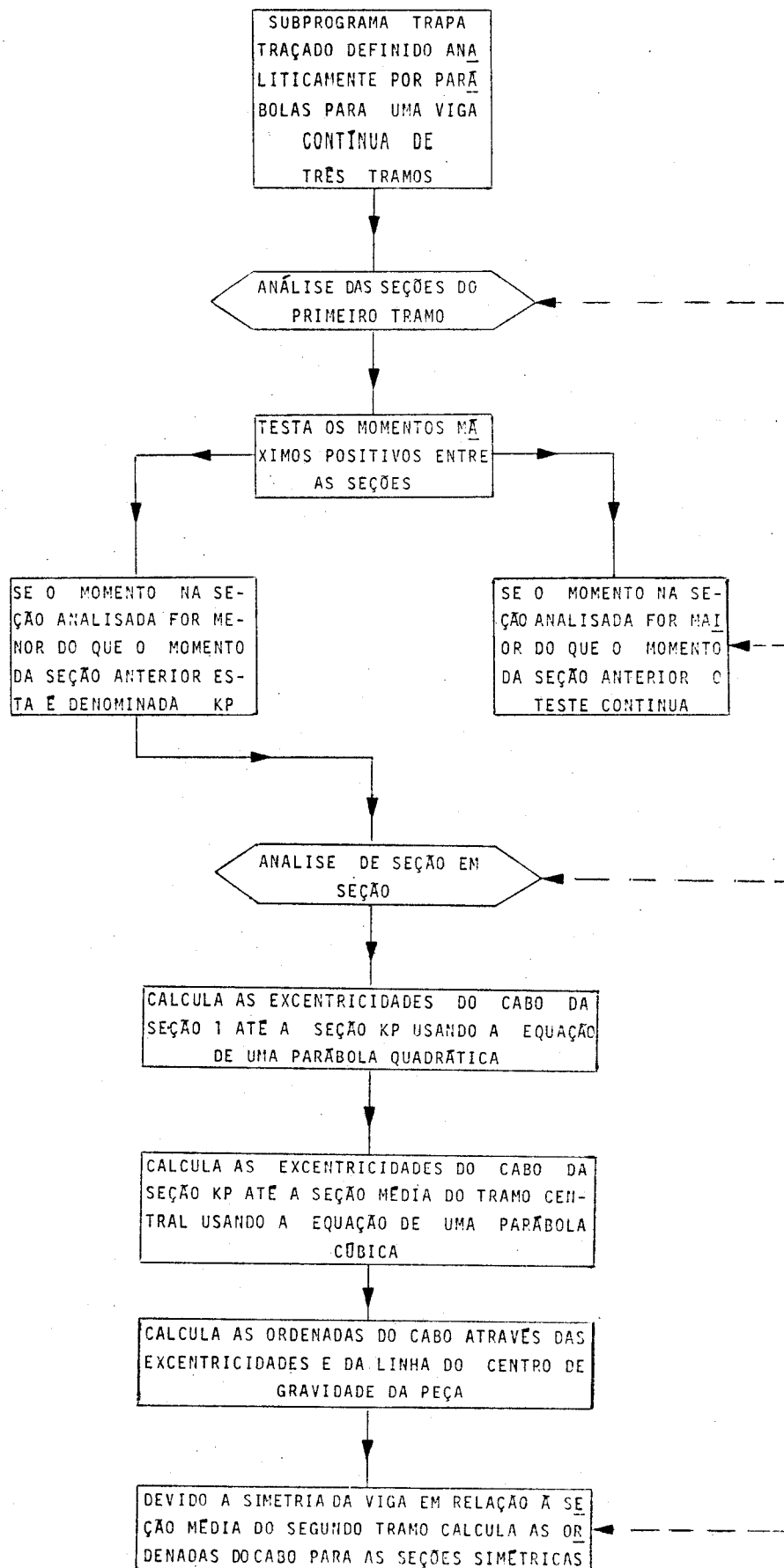
Em relação aos traçados propostos nos subprogramas anteriores a diferença estaria na elaboração dos dados, pois seria necessário definir as seções KP e KS, respectivamente no segundo tramo e no primeiro. Outras modificações em relação aos anteriores estaria na determinação das excentricidades EM1 e EM2 pois seriam neste caso em relação à borda superior, e não à linha do centro de gravidade da peça.

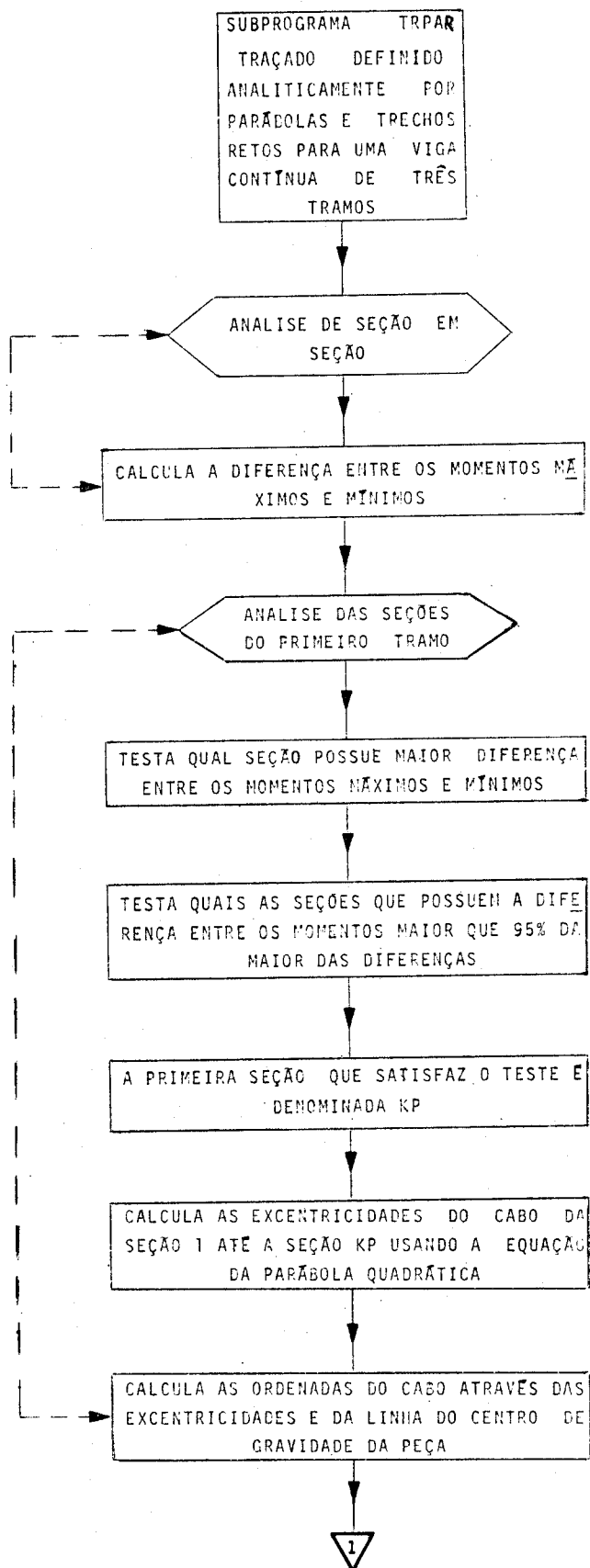
Embora se tenha sugerido a elaboração de um subprograma usando-se cabos cruzando sobre os apoios internos, não se aplicou este tipo de solução pois o mesmo traz sérios inconvenientes técnicos e econômicos.

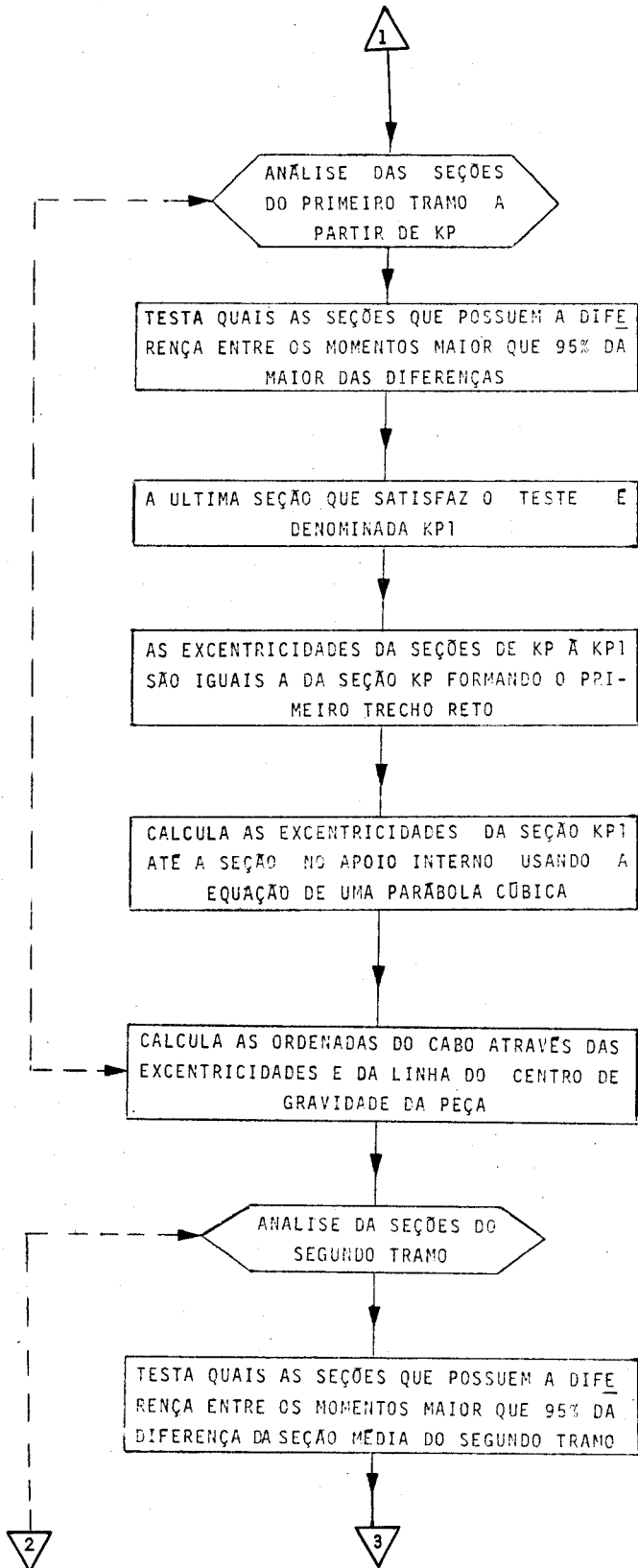
Pode-se apontar como problemas técnicos a alteração das características geométricas das seções junto aos apoios internos devido ao grande número de nichos para ancoragem dos cabos, o que é inconveniente, pois nessa região têm-se geralmente problemas de cisalhamento, e o equilíbrio entre as reações verticais da protensão devido ao cruzamento dos cabos, o que influirá na determinação do esforço cortante reduzido, piorando ainda mais a resistência da peça às tensões principais de tração.

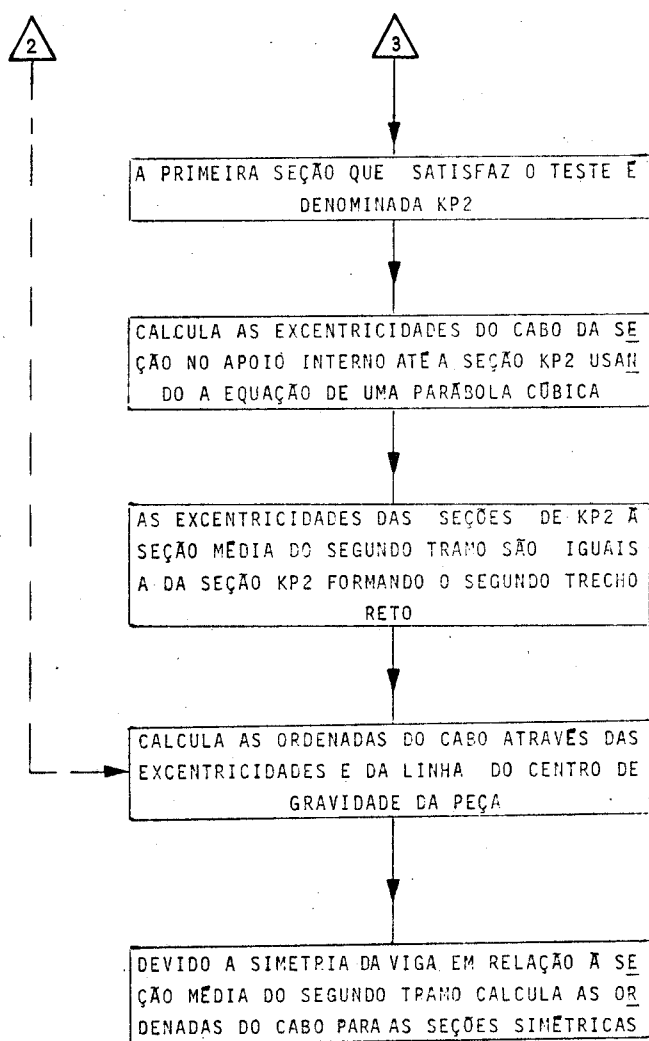
Quanto ao aspecto econômico seriam aumentados os comprimentos dos cabos e o número de ancoragens em relação aos traçados com cabos contínuos.

Baseando-se nos fatores citados e nos resultados obtidos para os traçados com cabos concordantes, onde na maioria existiam problemas na verificação dos limites para tensões de cisalhamento, não se usou o subprograma TRPAS. No entanto, para vigas contínuas de grandes vãos e sem problemas de cisalhamento esta solução evitaria dificuldades de protensão e grandes perdas por atrito entre os cabos e as bainhas.

III.2.4 - Diagramas de blocos dos subprogramasIII.2.4.1 - Subprograma TRAPA

III.2.4.2 - Subprograma TRPAR





III.2.5 - Listagem dos subprogramasIII.2.5.1 - Subprograma TRAPA

```

SUBROUTINE TRAPA(L1,L2,IV,YG,AMPP,E1,EM1,E2,EM2,Y)
REAL L1,L2,LM1,LM2
DIMENSION Y(20,61),AMPP(1),X1(21),X2(21),X3(11),EX1(21),EX2(21),EX
13(11),YA(31)
YP=YG*100.
DO 1 J=2,21
IF(AMPP(J)-AMPP(J-1))2,2,1
1 CONTINUE
2 KP=J-1
S1=(KP-1)*L1/20.
DO 3 K=1,KP
X1(K)=L1/20.*(K-1)
EX1(K)=(EM1/S1**2.)*(2.*S1*X1(K)-X1(K)**2.)
YA(K)=YP-(EX1(K)+E1)
3 Y(1,K)=YA(K)
S2=L1-S1
LM1=(EM1+E1)/E2
KPP=KP+1
DO 4 K=KPP,21
X2(K)=L1/20.*(K-KP)
EX2(K)=E2*(LM1+(2.*(LM1+1.)/S2**3.)*X2(K)**3.-(3.*(LM1+1.)/S2**2.)
1*X2(K)**2.)
YA(K)=YP-EX2(K)
4 Y(1,K)=YA(K)
S3=L2/2.
LM2=EM2/E2
DO 5 K=22,31
X3(K)=L2/2.-(L2/20.*(K-21))
EX3(K)=E2*(LM2+(2.*(LM2+1.)/S3**3.)*X3(K)**3.-(3.*(LM2+1.)/S3**2.)
1*X3(K)**2.)
YA(K)=YP-EX3(K)
5 Y(1,K)=YA(K)
DO 7 K=32,IV
LR=K-2*(K-31)
7 Y(1,K)=Y(1,LR)
RETURN
END

```

III.2.5.2 - Subprograma TRPAR

```

SUBROUTINE TRPAR(L1,L2,IV,YG,AMPP,AMPN,E1,EM1,E2,EN2,Y)
REAL L1,L2,LM1,LM2
DIMENSION Y(20,61),AMPP(1),X1(21),X2(21),X3(11),EX1(21),EX2(21),EX
13(11),YA(31),DMP(31),AMPN(1),EX(31)
YP=YG*100.
DO 8 J=1,31
8 DMP(J)=AMPP(J)-AMPN(J)
DO 9 J=2,21
IF(DMP(J)-DMP(J-1))10,10,9
9 CONTINUE
10 DMPM=0.95*DMP(J-1)
DO 11 J=1,21
IF(DMP(J)-DMPM)11,12,12
11 CONTINUE
12 KP=J
S1=(KP-1)*L1/20.
DO 3 K=1,KP
X1(K)=L1/20.*(K-1)
EX1(K)=(EM1/S1**2.)*(2.*S1*X1(K)-X1(K)**2.)
YA(K)=YP-(EX1(K)+E1)
3 Y(1,K)=YA(K)
DO 13 J=KP,21
IF(DMP(J)-DMPM)14,18,18
18 EX(J)=EM1+E1
YA(J)=YP-(EX(J)+E1)
13 Y(1,J)=YA(J)
14 KP1=J-1
S2=(21-KP1)*L1/20.
LM1=(EM1+E1)/E2
DO 4 K=KP1,21
X2(K)=L1/20.*(K-KP1)
EX2(K)=E2*(LM1+(2.*(LM1+1.)/S2**3.))*X2(K)**3,-(3.*(LM1+1.)/S2**2.)
1*X2(K)**2.)
YA(K)=YP-EX2(K)
4 Y(1,K)=YA(K)
DMPM=DMP(31)*0.95
DO 15 J=21,31
IF(DMP(J)-DMPM)15,16,16
15 CONTINUE
16 KP2=J
S3=(KP2-21)*L2/20.
LM2=EM2/E2
DO 5 K=22,KP2
X3(K)=((KP2-21)*L2/20.)-(L2/20.*(K-21))
EX3(K)=E2*(LM2+(2.*(LM2+1.)/S3**3.))*X3(K)**3,-(3.*(LM2+1.)/S3**2.)
1*X3(K)**2.)
YA(K)=YP-EX3(K)
5 Y(1,K)=YA(K)
DO 17 K=KP2,31
EX(K)=EM2
YA(K)=YP-EX(K)
17 Y(1,K)=YA(K)
DO 7 K=32,IV
LR=K-2*(K-31)
7 Y(1,K)=Y(1,LR)
RETURN
END

```

III.3 - Traçados propostos

Para elaboração de um estudo técnico-econômico usando traçados de cabos definidos analiticamente, propuseram-se diversos traçados para uma viga contínua de três tramos cuja relação entre tramos é 0,6:1,0:0,6, para quatro seções transversais idênticas às definidas como V1, V2, V3 e V4 no capítulo anterior, usando os subprogramas TRAPA e TRPAR.

Como a determinação do cabo resultante pelos subprogramas necessita dos valores das excentricidades E1, EM1, E2 e EM2, e as mesmas são obtidas pelo balanceamento de cargas para a situação mais desfavorável de carregamento externo, foram propostos os seguintes traçados:

Traçado	cabos de 12Ø7 mm				cabos de 12Ø8 mm				cabos de 12 cordoalhas de 1/2"			
	V 1	V 2	V 3	V 4	V 1	V 2	V 3	V 4	V 1	V 2	V 3	V 4
Viga	V 1	V 2	V 3	V 4	V 1	V 2	V 3	V 4	V 1	V 2	V 3	V 4
número de cabos	8	7	6	5	7	6	5	4	-	3	2	2
E 1 ( cm )	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-	0,0	0,0	0,0
EM 1 ( cm )	12,3	13,9	18,8	20,8	12,3	13,9	18,8	20,8	-	13,9	18,8	20,8
E 2 ( cm )	34,2	39,0	48,8	54,3	34,2	39,0	48,8	54,3	-	38,0	47,8	53,3
EM 2 ( cm )	33,4	38,6	51,8	58,3	32,6	37,8	51,0	57,5	-	33,8	47,0	53,5

Os valores de E2 e EM2, calculados pelo balanceamento das cargas, em todos os traçados propostos, apresentaram impossibilidades construtivas, uma vez que são superiores respectivamente às distâncias do centro de gravidade da peça às bordas superior e inferior.

Tendo-se necessidade de um cobrimento mínimo para a armadura, adotaram-se valores de E2 e EM2 possíveis construtivamente, conforme tabela anterior.



### III.4 - Análise técnico-econômica dos traçados definidos analiticamente

#### III.4.1 - Análise técnica

Numa primeira análise notou-se como particularidade marcante tanto no uso da subrotina TRAPA como no uso da subrotina TRPAR, que em todos os traçados nas seções próximas aos apoios internos tinha-se tensão de cisalhamento acima dos valores admissíveis por Norma, exceto no caso do traçado de cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2 usando o subprograma TRPAR, no qual ocorreu cisalhamento apenas nas seções dos apoios internos.

Da análise feita o traçado poderia ser aceito, desde que fosse alargada a alma da viga nos apoios internos, satisfazendo assim todas as imposições de norma.

Como no capítulo anterior, para efeito ilustrativo, são apresentados nos gráficos seguintes os resultados obtidos na verificação à ruptura por cisalhamento.

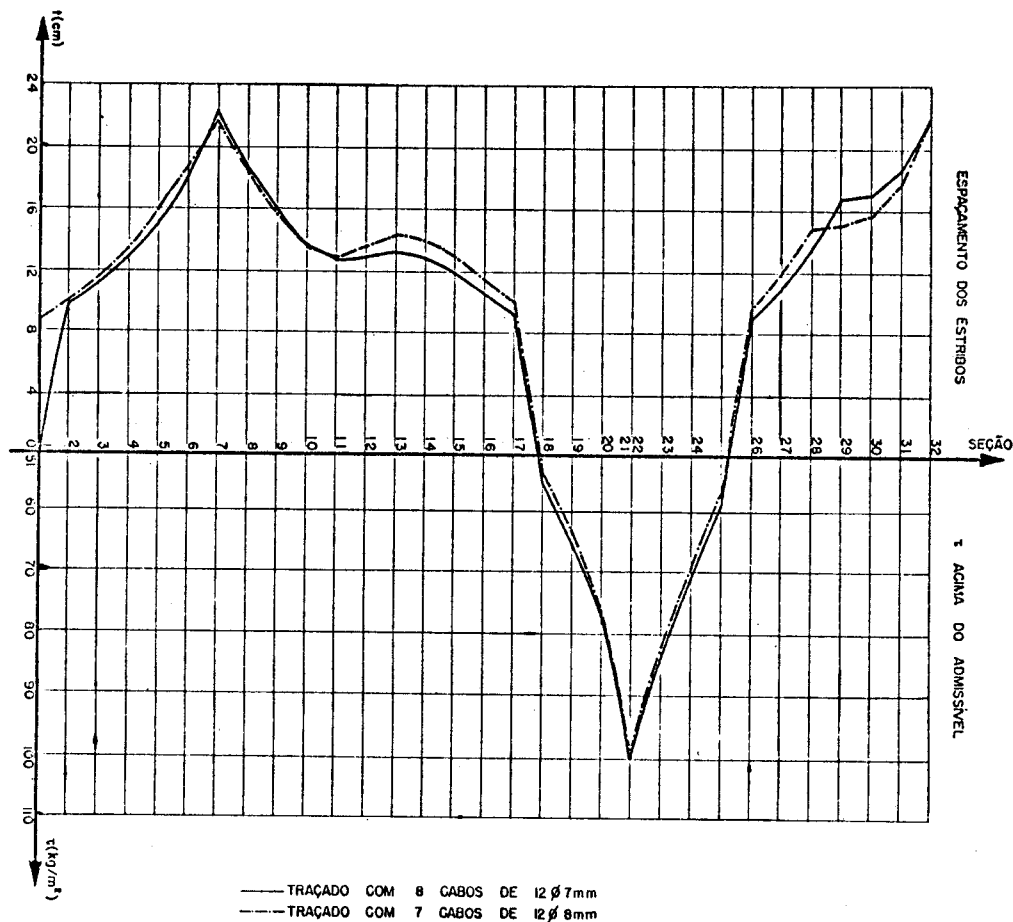


FIG.—47 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISALHAMENTO V1—TRAPA

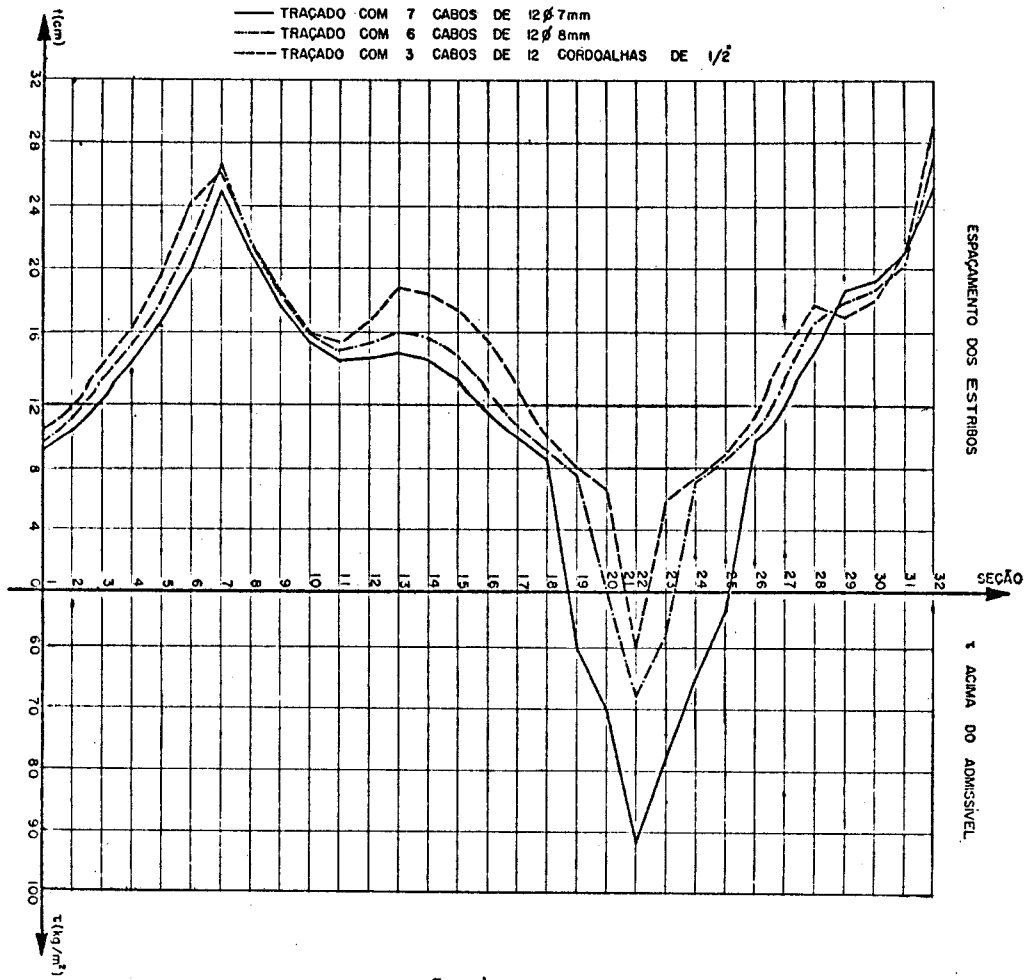


FIG-48 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISLHAMENTO V2-TRAPA

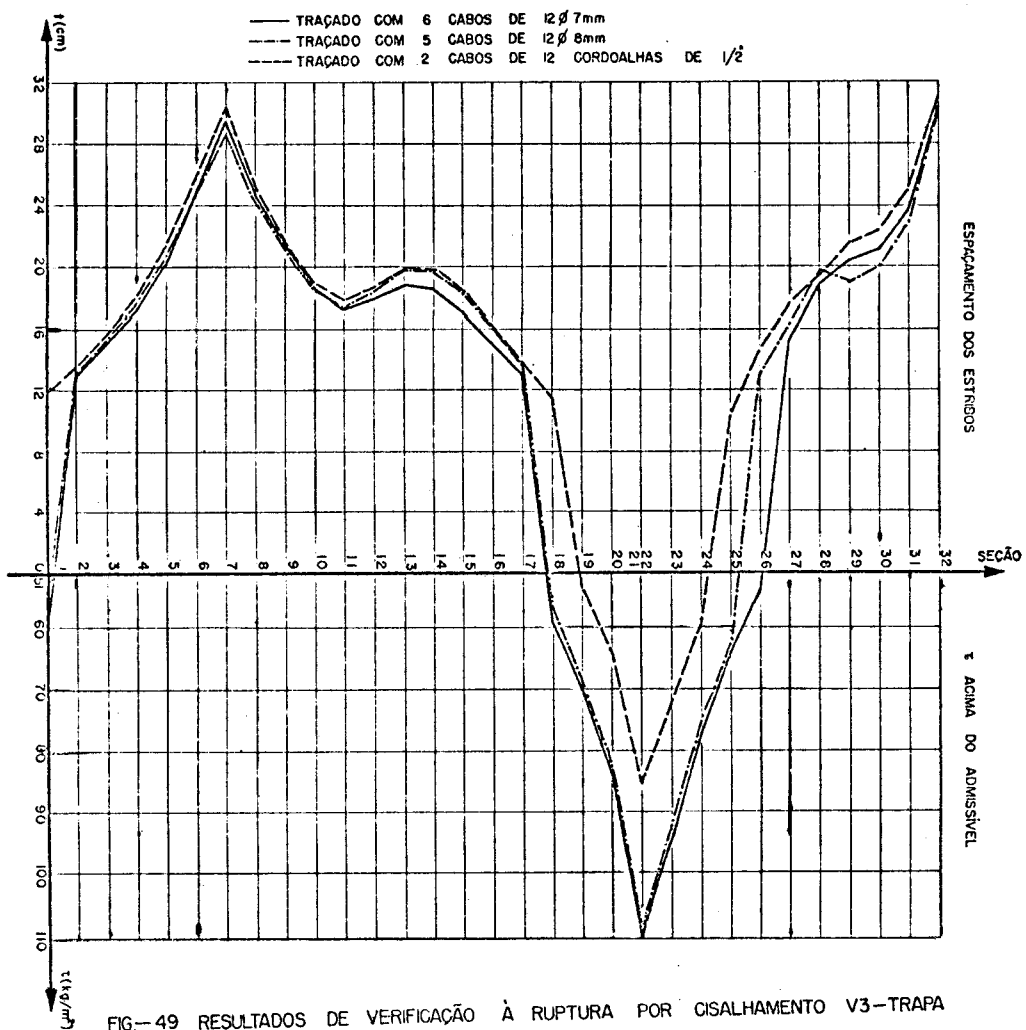


FIG-49 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISLHAMENTO V3-TRAPA

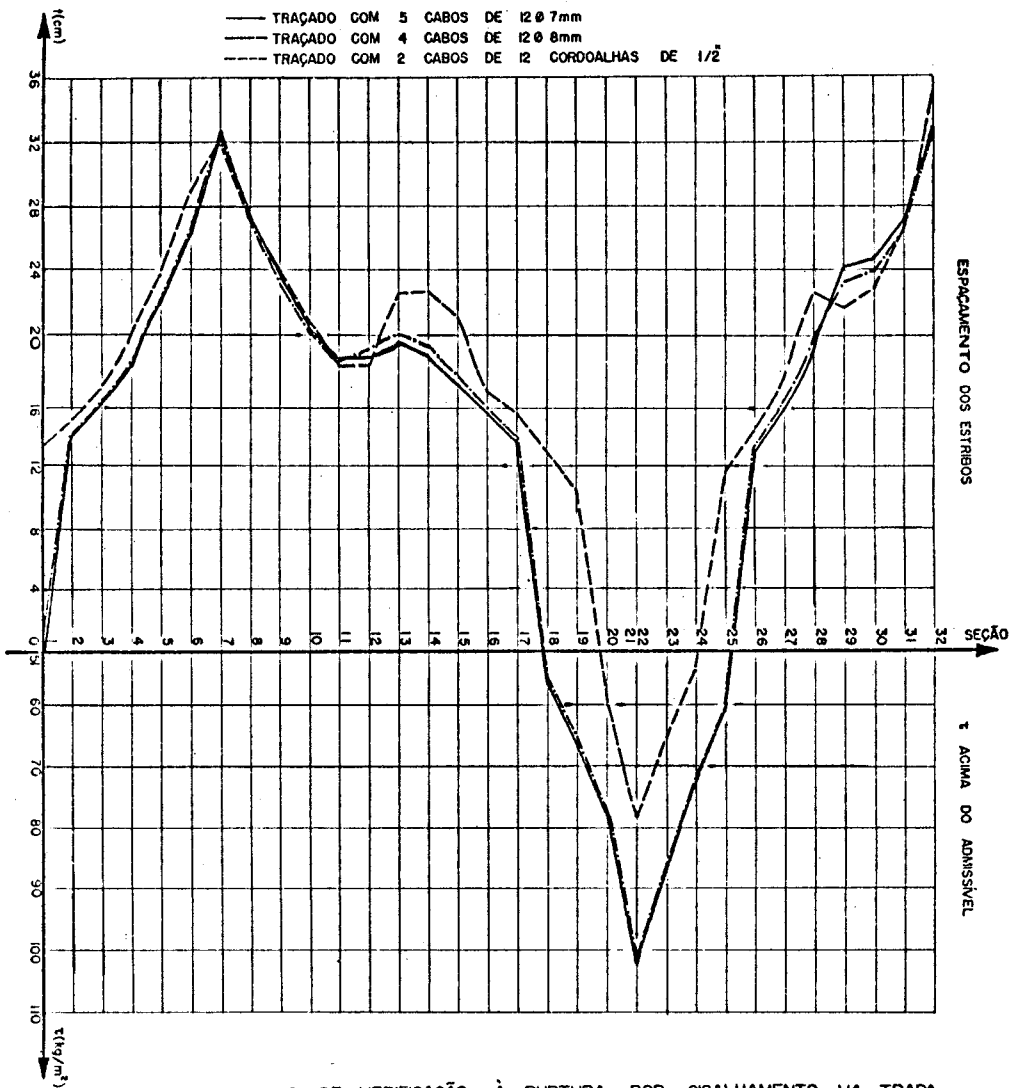


FIG.—50 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISLHAMENTO V4—TRAPA

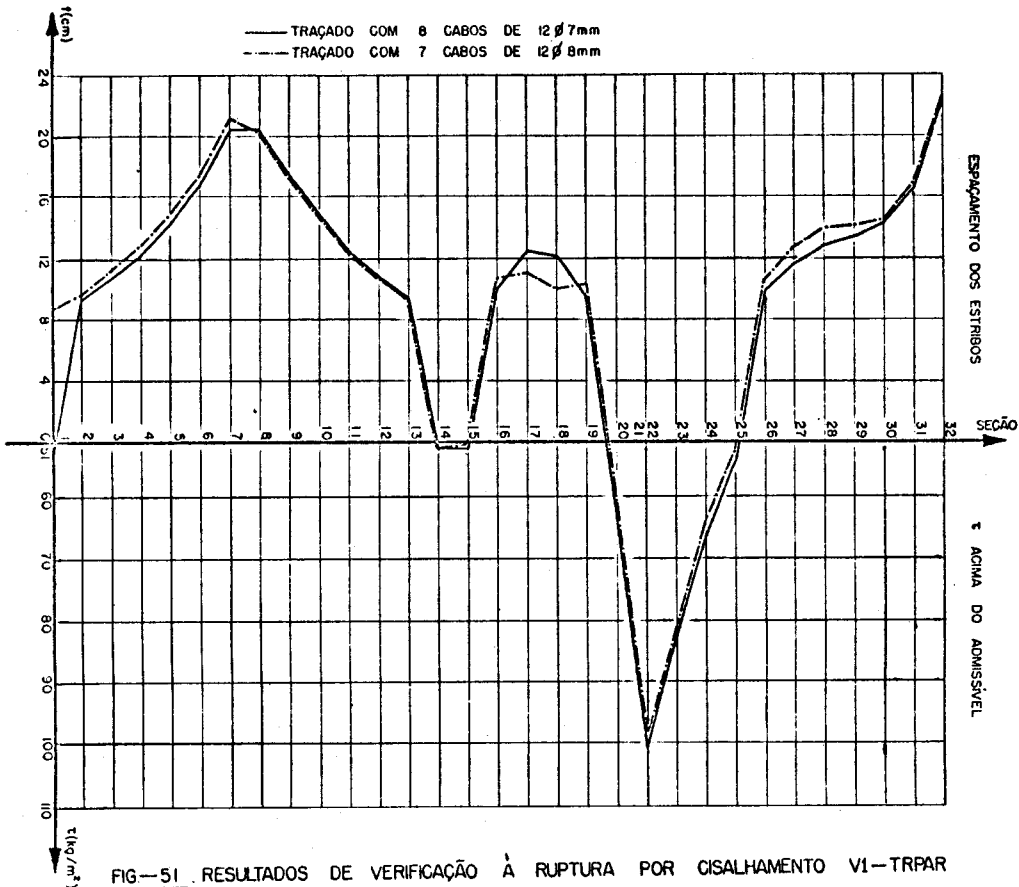
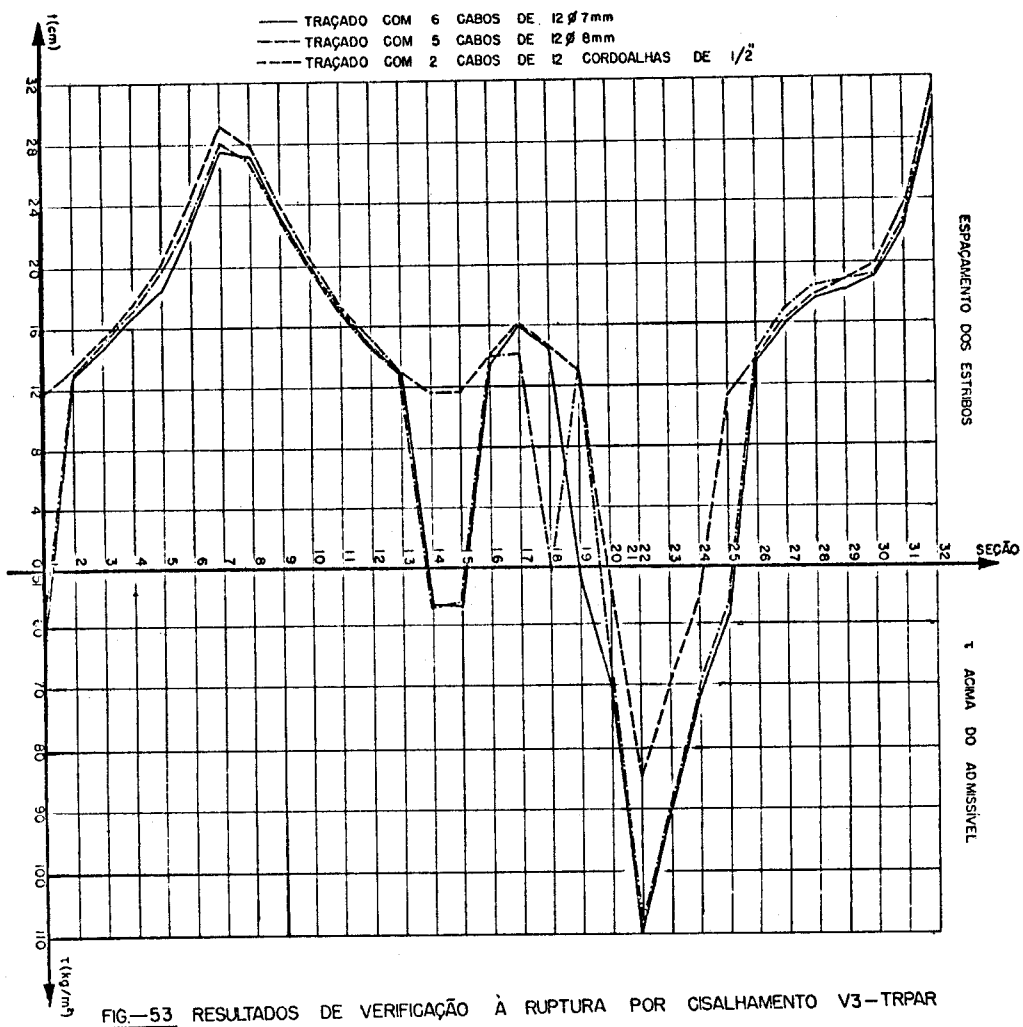
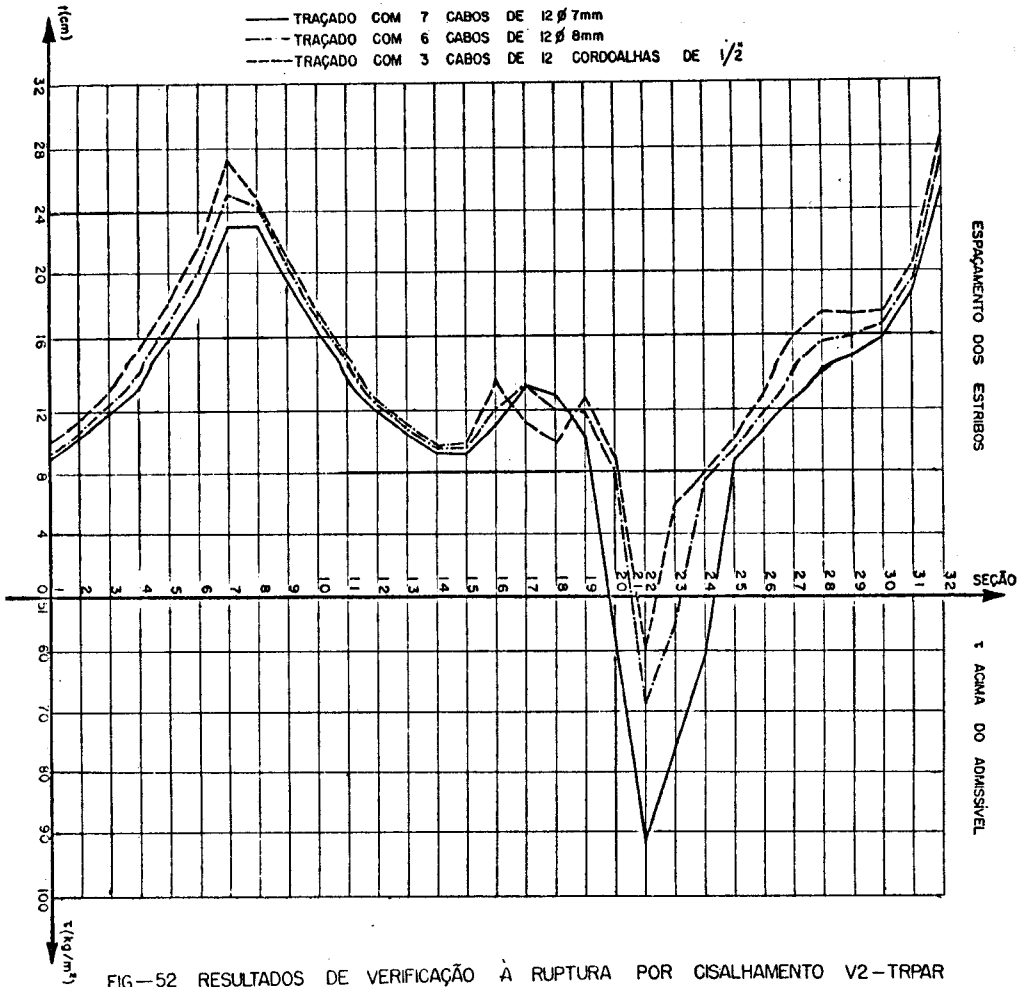


FIG.—51 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISLHAMENTO V1—TRPAR



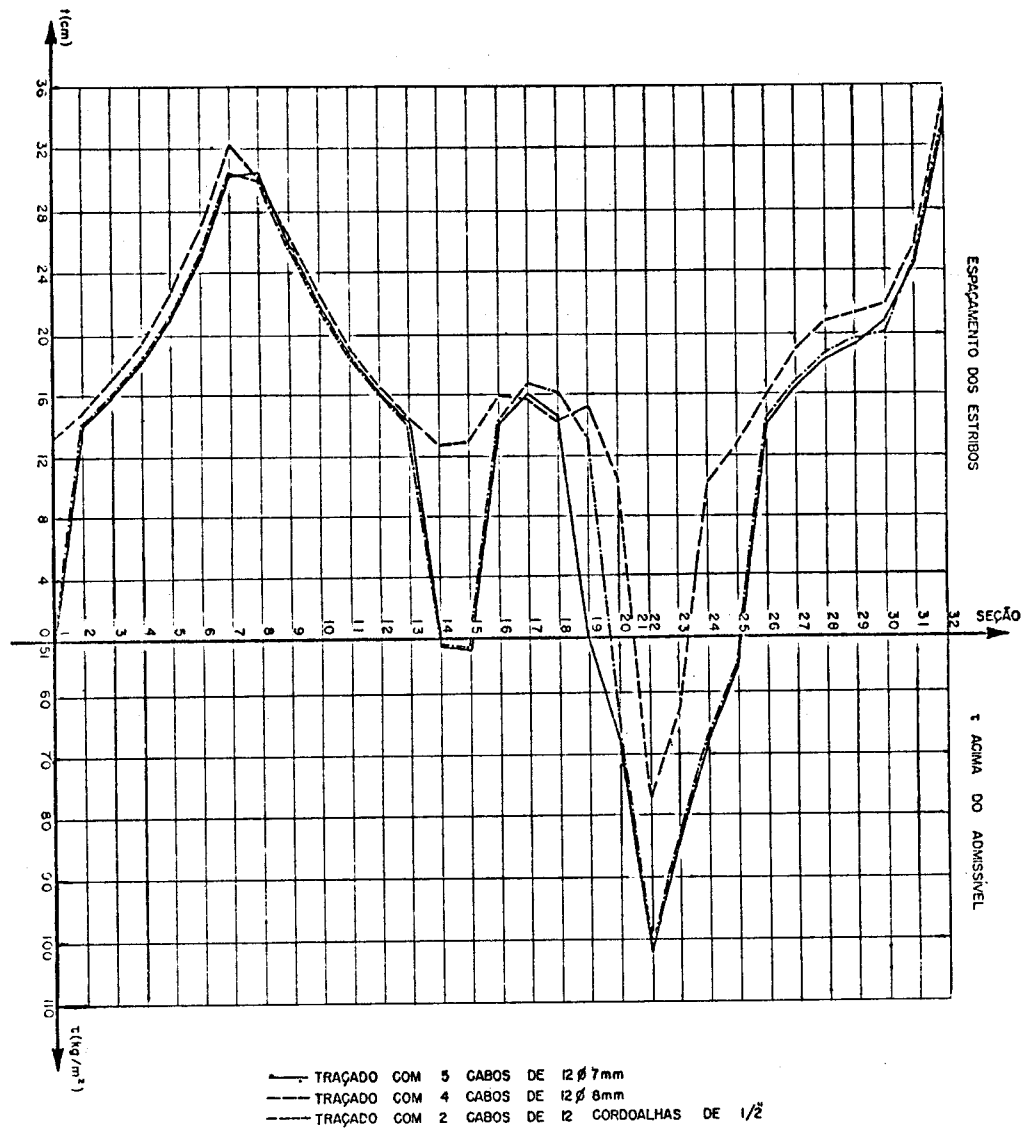


FIG.—54 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO À RUPTURA POR CISALHAMENTO V4—TRPAR

Pensando-se numa comparação com o traçado concordante, devido à coincidência de que os melhores traçados em ambos os casos correspondem ao mesmo tipo de cabo e à mesma viga V2, apresentam-se os seguintes resultados do traçado definido analiticamente.

TENSÕES MÁXIMAS NO CONCRETO (kg/cm <sup>2</sup> )		
Borda da viga	Inferior	Superior
Tração	16,0	11,4
Compressão	99,0	80,9

Analisando a verificação à ruptura por flexão tem-se que:

seção 9	MRA (t.m)	347,1
	MRC (t.m)	214,9
	$v$	2,665
seção 31	MRA (t.m)	469,5
	MRC (t.m)	395,7
	$v$	1,958

Quanto às verificações à fissuração e ao cisalhamento este traçado equivale ao concordante.

Da análise técnica dos traçados propostos neste capítulo, o mais importante está no fato de concluir-se que as vigas analisadas apresentam problemas de cisalhamento próximos aos apoios internos, que poderiam ser solucionados com o uso do chamado "cabo chapêu".

#### III.4.2 - Análise econômica

Uma análise econômica entre os traçados propostos neste capítulo ficou prejudicada, pois apenas o traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2 (usando o subprograma TRPAR), satisfaz as imposições de norma.

No entanto, os resultados obtidos permitem afirmar que, economicamente, ele equivale ao melhor traçado de cabos concordantes, pois tem aproximadamente os mesmos comprimentos. Quanto à armadura suplementar para resistir às tensões de tração e quanto à armadura transversal, sendo a distribuição dos estribos em faixas de igual espaçamento, também os traçados são equivalentes.

III.4.3 - Listagem dos resultados - Traçado definido analiticamente pelo subprograma TRPAR com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DA SECAO

MOMENTO DE INERCIA = .13744501 M4  
 ALTURA DO C.G. = .5403 M  
 MODULO DE RESIST. WL = .254402 M3  
 MODULO DE RESIST. W2L = .298968 M3  
 DISTANCIA NUCLEAR KL = .2839 M  
 DISTANCIA NUCLEAR K2L = .3337 M  
 AREA DA SECAO = .896000 M2  
 MOM. ESTATICO ACIMA DO C.G. = .16551704 M3

1	54.0	21	92.0	41	92.0
2	51.1	22	88.9	42	88.2
3	48.5	23	80.8	43	78.6
4	46.3	24	69.3	44	66.1
5	44.4	25	56.1	45	53.6
6	42.9	26	42.9	46	44.0
7	41.7	27	31.4	47	40.1
8	40.8	28	23.3	48	40.1
9	40.3	29	20.2	49	40.1
10	40.1	30	20.2	50	40.1
11	40.1	31	20.2	51	40.1
12	40.1	32	20.2	52	40.1
13	40.1	33	20.2	53	40.3
14	40.1	34	23.3	54	40.8
15	40.1	35	31.4	55	41.7
16	44.0	36	42.9	56	42.9
17	53.6	37	56.1	57	44.4
18	66.1	38	69.3	58	46.3
19	78.6	39	80.8	59	48.5
20	88.2	40	88.9	60	51.1
				61	54.0

C 1

LIM1 LIM2

346.3 398.3

OPERACOES SUCESSIVAS DE PROTENSAO

EXTREMIDADE 1

450.0 ESTICAMENTO

347.2 AFROUXAMENTO

EXTREMIDADE 2

450.0 ESTICAMENTO

347.2 AFROUXAMENTO

## FORÇAS DE PROTENSAO EM CADA CABO-ION.

1	326.2	21	363.3	41	363.3
2	327.5	22	356.1	42	374.6
3	328.7	23	350.7	43	366.6
4	330.0	24	346.9	44	363.4
5	331.3	25	344.8	45	360.2
6	332.5	26	342.7	46	352.7
7	333.8	27	339.3	47	344.4
8	335.1	28	334.3	48	340.7
9	336.4	29	329.5	49	340.0
10	337.5	30	326.9	50	339.2
11	338.4	31	325.7	51	338.4
12	339.2	32	326.9	52	337.5
13	340.0	33	329.5	53	336.4
14	340.7	34	334.3	54	335.1
15	344.4	35	339.3	55	333.8
16	352.7	36	342.7	56	332.5
17	360.2	37	344.8	57	331.3
18	363.4	38	346.9	58	330.0
19	366.6	39	350.7	59	328.7
20	374.6	40	356.1	60	327.5
				61	326.2

## MOMENTOS DEVIDOS A PROTENSAO-TM

SEC	HIPER	NUCLEARES		MG	1.2MP	
		SUP	INF		(+)	(-)
1	-0.00	-92.6	108.9	0.0	0.0	0.0
2	0.42	-102.5	99.7	6.8	22.3	-5.9
3	0.84	-111.4	91.6	13.4	44.6	-11.9
4	1.26	-119.2	84.6	18.1	61.0	-17.6
5	1.68	-125.9	78.7	21.3	77.4	-23.7
6	2.10	-131.5	73.9	22.1	86.8	-29.7
7	2.52	-136.0	70.1	23.7	96.1	-35.6
8	2.95	-139.4	67.5	22.8	101.9	-41.5
9	3.37	-141.7	66.1	20.6	107.6	-47.4
10	3.79	-142.7	65.7	16.8	107.7	-53.4
11	4.21	-143.1	65.9	12.1	107.9	-59.3
12	4.63	-143.5	66.0	6.0	102.9	-65.2
13	5.05	-143.8	66.2	-2.0	97.9	-71.2
14	5.47	-144.1	66.3	-11.1	88.2	-77.1
15	5.89	-145.7	67.1	-21.5	78.5	-83.0
16	6.31	-135.6	82.2	-33.6	64.3	-88.9
17	6.73	-103.9	118.6	-46.6	50.1	-94.9
18	7.15	-59.4	165.0	-61.0	34.7	-101.1
19	7.57	-14.1	212.3	-77.1	19.3	-107.3
20	7.99	21.6	252.9	-97.2	17.2	-123.0
21	8.42	34.9	259.3	-113.1	15.1	-138.8
22	8.42	23.2	243.1	-78.4	19.3	-98.1
23	8.42	-5.7	210.9	-42.5	23.5	-57.3
24	8.42	-45.5	168.8	-15.5	43.6	-46.4
25	8.42	-90.7	122.3	12.4	63.7	-35.4
26	8.42	-135.3	76.4	34.5	85.9	-31.1
27	8.42	-172.9	36.6	51.6	108.0	-30.7
28	8.42	-197.6	8.9	64.5	124.8	-28.9
29	8.42	-204.9	-1.4	75.1	141.6	-27.1
30	8.42	-203.3	-1.4	81.0	146.7	-25.0
31	8.42	-202.5	-1.4	82.9	151.8	-23.4



## TENSOES NAS BORDAS EM CADA SECAO-T/M2

VERIFICADAS SEGUNDO P-NB-116 ITENS 3.1.2.E3.1.3.

SECAO	IBICP	IBSCP	IBICN	IBSCN	
1	-364.	-364.	-364.	-364.	SEGURO
2	-287.	-432.	-398.	-338.	SEGURO
3	-206.	-503.	-428.	-314.	SEGURO
4	-152.	-552.	-462.	-288.	SEGURO
5	-100.	-599.	-498.	-261.	SEGURO
6	-81.	-618.	-538.	-229.	SEGURO
7	-54.	-644.	-571.	-203.	SEGURO
8	-46.	-653.	-610.	-173.	SEGURO
9	-40.	-661.	-649.	-143.	SEGURO
10	-57.	-649.	-690.	-110.	SEGURO
11	-75.	-636.	-732.	-76.	SEGURO
12	-118.	-601.	-779.	-38.	SEGURO
13	-168.	-559.	-833.	6.	SEGURO
14	-242.	-498.	-892.	55.	SEGURO
15	-326.	-435.	-960.	106.	SEGURO
16	-388.	-399.	-990.	114.	SEGURO
17	-368.	-431.	-938.	54.	SEGURO
18	-309.	-488.	-842.	-34.	SEGURO
19	-253.	-542.	-750.	-119.	SEGURO
20	-198.	-605.	-749.	-136.	SEGURO
21	-215.	-567.	-820.	-53.	SEGURO
22	-108.	-644.	-569.	-251.	SEGURO
23	-64.	-670.	-382.	-400.	SEGURO
24	-35.	-687.	-389.	-386.	SEGURO
25	-24.	-692.	-414.	-360.	SEGURO
26	-26.	-686.	-493.	-288.	SEGURO
27	-19.	-684.	-565.	-220.	SEGURO
28	0.	-691.	-604.	-177.	SEGURO
29	79.	-748.	-584.	-184.	SEGURO
30	129.	-785.	-546.	-211.	SEGURO
31	160.	-809.	-529.	-223.	SEGURO

## FORÇAS CORTANTES-TON.

CPSP=CORTANTE DA PROTENSAO SEM PERDAS

CPCP=CORTANTE DA PROTENSAO COM PERDAS

SEC.	CPSP	CPCP	MAX.	MIN.	QG	QP(+)	QP(-)
1	-19.0	-13.6	49.3	6.7	11.4	31.6	-3.2
2	-16.8	-12.1	43.9	3.5	9.4	28.8	-4.9
3	-14.6	-10.5	38.6	1.4	7.5	25.9	-5.1
4	-12.5	-9.0	33.9	-1.9	5.6	23.7	-6.2
5	-10.3	-7.4	29.3	-5.2	3.6	21.4	-7.4
6	-8.1	-5.8	24.9	-9.2	1.7	19.3	-9.1
7	-5.9	-4.2	20.5	-13.2	-0.2	17.3	-10.8
8	-3.8	-2.6	17.3	16.3	-2.2	15.4	-12.6
9	-1.6	-1.0	12.1	12.1	-4.1	13.5	-14.5
10	0.0	0.2	25.7	8.2	-6.0	11.8	-16.4
11	0.6	0.6	-29.9	4.2	-8.0	10.1	-18.3
12	0.6	0.6	-34.2	0.5	-9.9	8.7	-20.2
13	0.6	0.6	-38.5	-3.2	-11.8	7.2	-22.2
14	0.6	0.6	-42.9	-6.7	-13.8	5.9	-24.3
15	12.8	9.9	-47.4	-10.2	-15.7	4.6	-26.4
16	43.0	33.9	-51.6	-13.4	-17.6	3.5	-28.3
17	69.8	56.0	-55.9	-16.7	-19.6	2.4	-30.3
18	78.6	63.6	-60.2	-19.4	-21.5	1.7	-32.3
19	69.8	57.0	-64.5	-22.2	-23.4	1.3	-34.3
20	43.0	35.9	-68.9	-24.5	-25.4	0.7	-36.3
21	6.7	5.5	-73.2	-26.9	-27.3	0.4	-38.2
22	-2.1	-1.7	83.2	31.6	32.7	42.1	-0.9
23	-21.0	-16.6	75.7	27.8	29.4	38.6	-1.3
24	-36.7	-28.6	68.3	24.0	26.1	35.1	-1.8
25	-46.0	-35.5	61.8	19.6	22.9	32.4	-2.2
26	-49.1	-37.6	55.3	15.1	19.6	29.7	-3.7
27	-46.0	-35.1	48.8	10.0	16.3	27.0	-5.3
28	-36.7	-27.7	42.3	4.9	13.1	24.4	-6.8
29	-21.0	-15.6	35.3	-0.5	9.8	21.2	-8.6
30	-5.8	-4.2	28.3	-5.9	6.5	18.1	-10.4
31	0.0	0.0	22.7	-11.6	3.3	16.2	-12.4
32	0.0	0.0	-17.4	17.2	0.0	14.3	-14.5

## VERIFICACAO A FISSURACAO E ARMADURA SUPLEMENTAR

## PARA A BORDA INFERIOR DA SECAO COM 1.2MP(+)

29	0.00000	0.00000	0.09574	
29	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			3.4 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			
30	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			7.6 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			
31	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			10.3 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			

## PARA A BORDA SUPERIOR DA SECAO COM 1.2MP(-)

14	0.00000	0.00000	0.05793	
14	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			1.4 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			
15	0.00000	0.00000	0.09916	
15	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			4.7 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			
16	0.00000	0.00000	0.10311	
16	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			5.3 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			
17	0.00000	0.00000	0.05435	
17	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA =			1.3 CM2
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU			

## VERIFICACAO A RUPTURA POR FLEXAO

MRA=MOMENTO RESISTENTE  
MRC=MOMENTO SOLICITANTE

SECAO	MRA	MRC	
2	281.1	48.5	SEGURO
3	296.8	96.6	SEGURO
4	310.4	131.8	SEGURO
5	321.9	164.6	SEGURO
6	331.4	181.8	SEGURO
7	338.7	200.3	SEGURO
8	343.9	208.6	SEGURO
9	347.1	214.9	SEGURO
10	348.1	209.2	SEGURO
11	348.1	202.1	SEGURO
12	348.1	184.3	SEGURO
13	348.1	163.3	SEGURO
14	348.1	132.7	SEGURO
15	348.1	99.9	SEGURO
16	324.6	57.0	SEGURO
17	266.0	12.5	SEGURO
18	386.0	-36.2	SEGURO
19	462.2	-87.7	SEGURO
20	520.9	-124.0	SEGURO
21	544.3	-153.3	SEGURO
22	525.5	-89.1	SEGURO
23	475.9	-22.9	SEGURO
24	405.7	54.8	SEGURO
25	325.2	134.0	SEGURO
26	330.9	207.0	SEGURO
27	421.1	271.7	SEGURO
28	450.7	320.7	SEGURO
29	469.5	365.9	SEGURO
30	469.5	384.1	SEGURO
31	469.5	395.7	SEGURO

## VERIFICACAO QUANTO A FORCA CORRIANTE

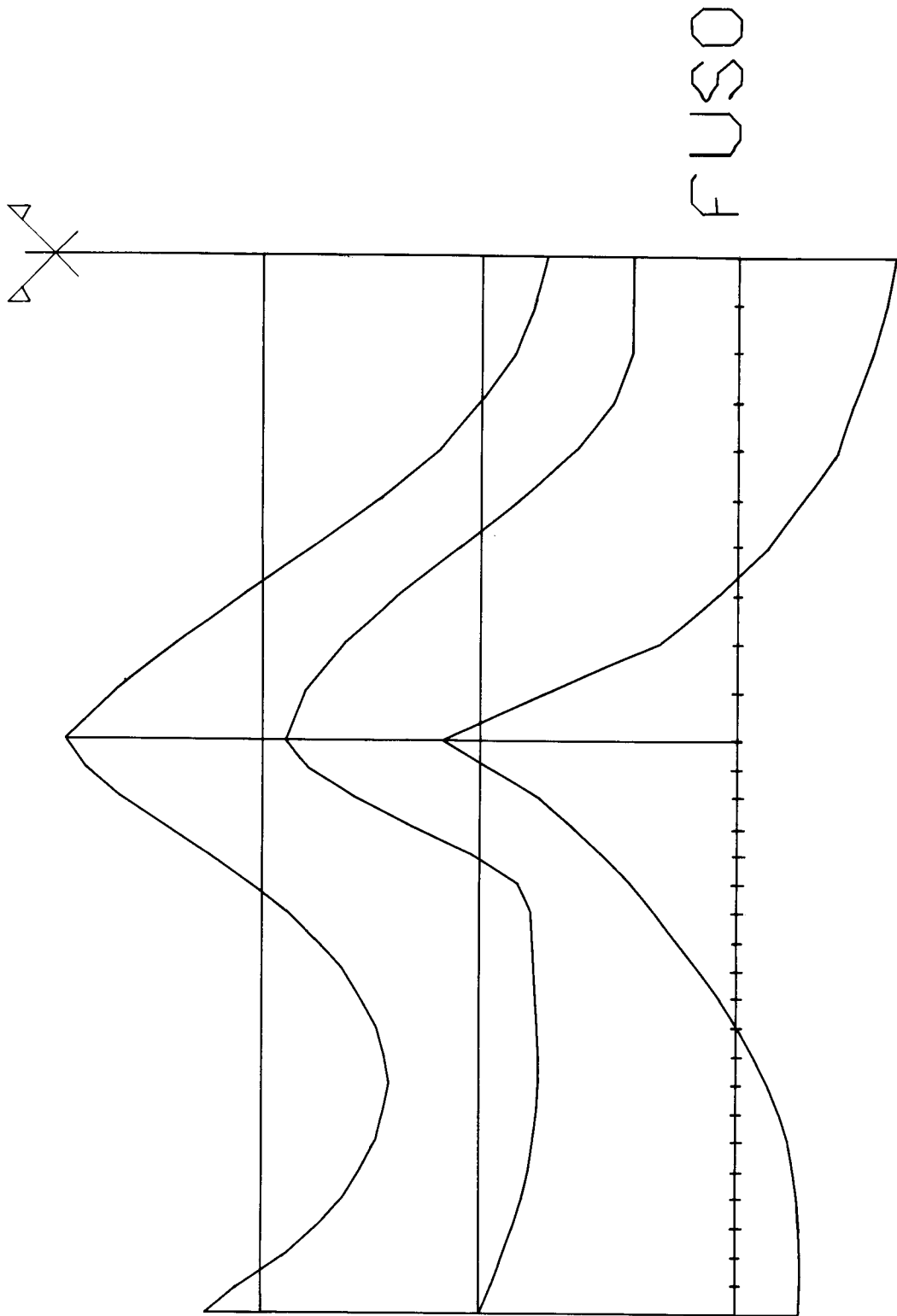
SG1=TENSAOPRINC. DE TRACAO

SG2=TENSAO PRINC. DE COMPR.

## SECAO

1	SEG. SOL. MAX.	SG1= 79. T/M2	SG2= -443. T/M2	
1	SEG. SOL. MIN.	SG1= 8. T/M2	SG2= -510. T/M2	
1	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -505. T/M2	
1	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.10098 M
2	SEG. SOL. MAX.	SG1= 65. T/M2	SG2= -430. T/M2	
2	SEG. SOL. MIN.	SG1= 9. T/M2	SG2= -511. T/M2	
2	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -505. T/M2	
2	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.11484 M
3	SEG. SOL. MAX.	SG1= 52. T/M2	SG2= -418. T/M2	
3	SEG. SOL. MIN.	SG1= 9. T/M2	SG2= -511. T/M2	
3	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -505. T/M2	
3	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.13311 M
4	SEG. SOL. MAX.	SG1= 42. T/M2	SG2= -412. T/M2	
4	SEG. SOL. MIN.	SG1= 11. T/M2	SG2= -513. T/M2	
4	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -505. T/M2	
4	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.15371 M
5	SEG. SOL. MAX.	SG1= 33. T/M2	SG2= -402. T/M2	
5	SEG. SOL. MIN.	SG1= 13. T/M2	SG2= -515. T/M2	
5	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
5	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.18176 M
6	SEG. SOL. MAX.	SG1= 25. T/M2	SG2= -396. T/M2	
6	SEG. SOL. MIN.	SG1= 16. T/M2	SG2= -513. T/M2	
6	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
6	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.21878 M
7	SEG. SOL. MAX.	SG1= 19. T/M2	SG2= -391. T/M2	
7	SEG. SOL. MIN.	SG1= 19. T/M2	SG2= -522. T/M2	
7	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
7	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.27284 M
8	SEG. SOL. MAX.	SG1= 27. T/M2	SG2= -401. T/M2	
8	SEG. SOL. MIN.	SG1= 8. T/M2	SG2= -511. T/M2	
8	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
8	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.24632 M
9	SEG. SOL. MAX.	SG1= 34. T/M2	SG2= -409. T/M2	
9	SEG. SOL. MIN.	SG1= 6. T/M2	SG2= -508. T/M2	
9	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
9	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.20927 M
10	SEG. SOL. MAX.	SG1= 42. T/M2	SG2= -419. T/M2	
10	SEG. SOL. MIN.	SG1= 4. T/M2	SG2= -506. T/M2	
10	SEG. CAR. PER.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
10	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.17568 M
11	SEG. SOL. MAX.	SG1= 55. T/M2	SG2= -432. T/M2	
11	SEG. SOL. MIN.	SG1= 1. T/M2	SG2= -503. T/M2	
11	SEG. CAR. PER.	SG1= 3. T/M2	SG2= -505. T/M2	
11	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.14776 M
12	SEG. SOL. MAX.	SG1= 69. T/M2	SG2= -448. T/M2	
12	SEG. SOL. MIN.	SG1= 0. T/M2	SG2= -502. T/M2	
12	SEG. CAR. PER.	SG1= 5. T/M2	SG2= -507. T/M2	
12	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.12617 M
13	SEG. SOL. MAX.	SG1= 85. T/M2	SG2= -464. T/M2	
13	SEG. SOL. MIN.	SG1= 0. T/M2	SG2= -503. T/M2	
13	SEG. CAR. PER.	SG1= 7. T/M2	SG2= -509. T/M2	
13	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.11012 M
14	SEG. SOL. MAX.	SG1= 102. T/M2	SG2= -482. T/M2	
14	SEG. SOL. MIN.	SG1= 2. T/M2	SG2= -504. T/M2	
14	SEG. CAR. PER.	SG1= 9. T/M2	SG2= -512. T/M2	
14	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.09726 M
15	SEG. SOL. MAX.	SG1= 82. T/M2	SG2= -467. T/M2	
15	SEG. SOL. MIN.	SG1= 0. T/M2	SG2= -502. T/M2	
15	SEG. CAR. PER.	SG1= 0. T/M2	SG2= -503. T/M2	
15	ESTRIBOS DE 3/8 POL.	ESPACAMENTO MAXIMO =		0.10030 M

16 SEG. SOL. MAX. SG1= 21. T/M2 SG2= -413. T/M2  
 16 SEG. SOL. MIN. SG1= 44. T/M2 SG2= -544. T/M2  
 16 SEG. CAR. PER. SG1= 33. T/M2 SG2= -533. T/M2  
 16 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.13828 M  
 17 SEG. SOL. MAX. SG1= 0. T/M2 SG2= -397. T/M2  
 17 SEG. SOL. MIN. SG1= 125. T/M2 SG2= -621. T/M2  
 17 SEG. CAR. PER. SG1= 114. T/M2 SG2= -610. T/M2  
 17 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.11265 M  
 18 SEG. SOL. MAX. SG1= 1. T/M2 SG2= -400. T/M2  
 18 SEG. SOL. MIN. SG1= 149. T/M2 SG2= -644. T/M2  
 18 SEG. CAR. PER. SG1= 141. T/M2 SG2= -635. T/M2  
 18 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.10078 M  
 19 SEG. SOL. MAX. SG1= 4. T/M2 SG2= -408. T/M2  
 19 SEG. SOL. MIN. SG1= 104. T/M2 SG2= -600. T/M2  
 19 SEG. CAR. PER. SG1= 99. T/M2 SG2= -595. T/M2  
 19 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.12808 M  
 20 SEG. SOL. MAX. SG1= 62. T/M2 SG2= -478. T/M2  
 20 SEG. SOL. MIN. SG1= 18. T/M2 SG2= -518. T/M2  
 20 SEG. CAR. PER. SG1= 17. T/M2 SG2= -517. T/M2  
 20 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.08669 M  
 21 SEG. SOL. MAX. SG1= 205. T/M2 SG2= -611. T/M2  
 21 SEG. SOL. MIN. SG1= 21. T/M2 SG2= -523. T/M2  
 21 SEG. CAR. PER. SG1= 22. T/M2 SG2= -524. T/M2  
 21 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.05671 M  
 22 SEG. SOL. MAX. SG1= 270. T/M2 SG2= -675. T/M2  
 22 SEG. SOL. MIN. SG1= 44. T/M2 SG2= -546. T/M2  
 22 SEG. CAR. PER. SG1= 47. T/M2 SG2= -549. T/M2  
 22 TAUU= 595. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
 23 SEG. SOL. MAX. SG1= 169. T/M2 SG2= -566. T/M2  
 23 SEG. SOL. MIN. SG1= 2. T/M2 SG2= -504. T/M2  
 23 SEG. CAR. PER. SG1= 4. T/M2 SG2= -506. T/M2  
 23 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06053 M  
 24 SEG. SOL. MAX. SG1= 90. T/M2 SG2= -480. T/M2  
 24 SEG. SOL. MIN. SG1= 9. T/M2 SG2= -509. T/M2  
 24 SEG. CAR. PER. SG1= 6. T/M2 SG2= -507. T/M2  
 24 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.07950 M  
 25 SEG. SOL. MAX. SG1= 44. T/M2 SG2= -429. T/M2  
 25 SEG. SOL. MIN. SG1= 36. T/M2 SG2= -535. T/M2  
 25 SEG. CAR. PER. SG1= 28. T/M2 SG2= -527. T/M2  
 25 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.10299 M  
 26 SEG. SOL. MAX. SG1= 21. T/M2 SG2= -404. T/M2  
 26 SEG. SOL. MIN. SG1= 57. T/M2 SG2= -556. T/M2  
 26 SEG. CAR. PER. SG1= 44. T/M2 SG2= -543. T/M2  
 26 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.13144 M  
 27 SEG. SOL. MAX. SG1= 13. T/M2 SG2= -394. T/M2  
 27 SEG. SOL. MIN. SG1= 63. T/M2 SG2= -563. T/M2  
 27 SEG. CAR. PER. SG1= 44. T/M2 SG2= -544. T/M2  
 27 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.15923 M  
 28 SEG. SOL. MAX. SG1= 15. T/M2 SG2= -392. T/M2  
 28 SEG. SOL. MIN. SG1= 50. T/M2 SG2= -551. T/M2  
 28 SEG. CAR. PER. SG1= 29. T/M2 SG2= -529. T/M2  
 28 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.17451 M  
 29 SEG. SOL. MAX. SG1= 27. T/M2 SG2= -399. T/M2  
 29 SEG. SOL. MIN. SG1= 24. T/M2 SG2= -526. T/M2  
 29 SEG. CAR. PER. SG1= 7. T/M2 SG2= -508. T/M2  
 29 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.17276 M  
 30 SEG. SOL. MAX. SG1= 39. T/M2 SG2= -407. T/M2  
 30 SEG. SOL. MIN. SG1= 7. T/M2 SG2= -510. T/M2  
 30 SEG. CAR. PER. SG1= 0. T/M2 SG2= -502. T/M2  
 30 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.17419 M  
 31 SEG. SOL. MAX. SG1= 35. T/M2 SG2= -400. T/M2  
 31 SEG. SOL. MIN. SG1= 7. T/M2 SG2= -510. T/M2  
 31 SEG. CAR. PER. SG1= 1. T/M2 SG2= -503. T/M2  
 31 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.20663 M  
 32 SEG. SOL. MAX. SG1= 22. T/M2 SG2= -385. T/M2  
 32 SEG. SOL. MIN. SG1= 16. T/M2 SG2= -518. T/M2  
 32 SEG. CAR. PER. SG1= -0. T/M2 SG2= -500. T/M2  
 32 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.28589 M



### III.5 - Noções sobre o uso do "cabo-chapéu"

O uso do "cabo-chapéu" visa o aumento do momento fletor devido à protensão com objetivo de combater o momento fletor devido às cargas externas, e a introdução de reação vertical de protensão contrária ao esforço cortante dessas cargas externas.

Como nos traçados propostos, tanto para os cabos concordantes como para os cabos definidos analiticamente, o problema está na verificação ao cisalhamento nas seções próximas aos apoios, estudaram-se traçados definidos analiticamente com o uso de cabos-chapéu.

#### III.5.1 - Definição analítica do cabo-chapéu

O cálculo das ordenadas dos cabos-chapéu é feito acrescentando-se, aos subprogramas TRAPA e TRPAR, uma rotina que define analiticamente o cabo-chapéu através da equação de uma parábola quadrática.

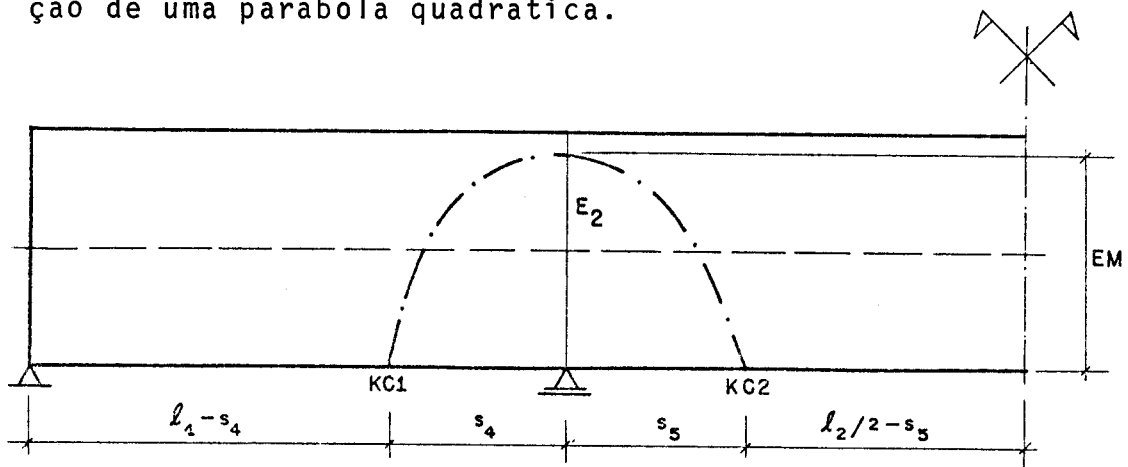


FIG. 55 — CABO CHAPEÚ

Nota-se a necessidade de definição das seções KC1 e KC2 respectivamente no 1º e 2º tramos, para aplicação da equação da parábola do segundo grau na determinação das ordenadas do cabo-chapéu.

A equação da parábola quadrática usada foi:

$$e(x) = e_m (2 s x - x^2) / s^2$$

onde  $e_m = EM = E2 + YG$ ,  $s = s_4 = S4$  no 1º tramo e  $s = s_5 = S5$  no

2º tramo, pois pela programação calculam-se as ordenadas do cabo-chapéu de KC1 até a seção do apoio interno e desta seção até KC2 usando duas vezes a equação da parábola.

Uma vez acrescentados os cabos-chapéu aos traçados definidos analiticamente, foram propostos exemplos com o uso destes cabos. Pelos resultados obtidos chegou-se à conclusão que para a viga contínua analisada a inclusão nos traçados definidos analiticamente dos cabos-chapéu não resolveu o problema anteriormente encontrado, ou seja, nas seções próximas ao apoio interno não eram verificadas as tensões limites de cisalhamento.

Os problemas de cisalhamento continuaram nas seções próximas aos apoios internos, pois acrescentaram-se aos traçados anteriormente propostos um cabo-chapéu em cada apoio interno, procurando evitar um grande número de nichos de ancoragem que viriam alterar as características geométricas da seção, justamente em regiões de grandes esforços cortantes.

Confirmando as conclusões anteriores apresentam-se na tabela seguinte os resultados obtidos na verificação ao cisalhamento, para os traçados com cabos de 12Ø8 mm para a viga V2, usando cabos definidos analiticamente pela subrotina TRAPA e cabos definidos analiticamente pela subrotina TRAPA com cabos-chapéu.

Seção	Traçado sem os cabos chapéus		Traçado com os cabos chapéu	
	Espaçamento dos estribos (m)	Valores de $\tau$ acima do admissível ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	Espaçamento dos estribos (m)	Valores de $\tau$ acima do admissível ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
1	0,09839		0,09840	
2	0,11206		0,11207	
3	0,13010		0,13012	
4	0,15100		0,15103	
5	0,17975		0,17978	
6	0,21862		0,21867	
7	0,26625		0,26617	
8	0,21783		0,21778	
9	0,18413		0,18409	
10	0,15871		0,15868	
11	0,14786		0,14784	
12	0,15277		0,15275	
13	0,15943		0,15941	
14	0,15631		0,15628	
15	0,14405		0,14403	
16	0,12725		0,12723	
17	0,10881		0,10134	
18	0,09122		0,13917	
19	0,07596		0,09654	
20		52,0	0,06935	
21		61,0		61,0
22		68,9		68,9
23		57,9		56,3
24	0,06950		0,07512	
25	0,08529		0,09897	
26	0,10590		0,13749	
27	0,13274		0,12737	
28	0,16692		0,16696	
29	0,17953		0,17947	
30	0,18660		0,18654	
31	0,21243		0,21234	
32	0,27171		0,27159	



#### IV - OTIMIZAÇÃO DE TRAÇADOS DE CABOS PELO MÉTODO DO BALAN- CEAMENTO DE CARGAS

##### IV.1 - Noções sobre o método do balanceamento de cargas

O conceito de balanceamento de cargas frequentemente representa o caminho mais simples para a análise do projeto de concreto protendido. Embora não seja significativo para as estruturas determinadas estaticamente, oferece grandes vantagens no cálculo e na visualização de projetos para as estruturas estaticamente indeterminadas.

Este método de análise é altamente recomendado para o estudo das vigas contínuas protendidas, desde que o projetista já tenha conhecimento de outros conceitos básicos para o estudo desse tipo de estrutura, como por exemplo o conceito de concordância dos cabos.

Para introdução do método de balanceamento de cargas analisa-se uma viga simplesmente apoiada, tendo como carregamento externo uma carga concentrada aplicada no meio do vaõ, conforme fig.56. Pelo método do balanceamento de cargas tem-se, na seção média da viga, que o momento devido à carga  $P$  deve ser igual ao momento devido à força de protensão, ou seja,  $P\ell/4 = N_a e_a$  onde  $N_a$  é a força de protensão e  $e_a$  a excentricidade da força de protensão em relação à linha do centro de gravidade da seção, logo  $e_a = P\ell/4N_a$ .

Conhecendo-se a excentricidade na seção média, e sabendo-se que os momentos devidos à carga externa  $P$  variam linearmente desta seção até os apoios, pode-se propor o seguinte traçado de cabo para a viga estudada, desprezando-se o efeito o seu peso próprio.

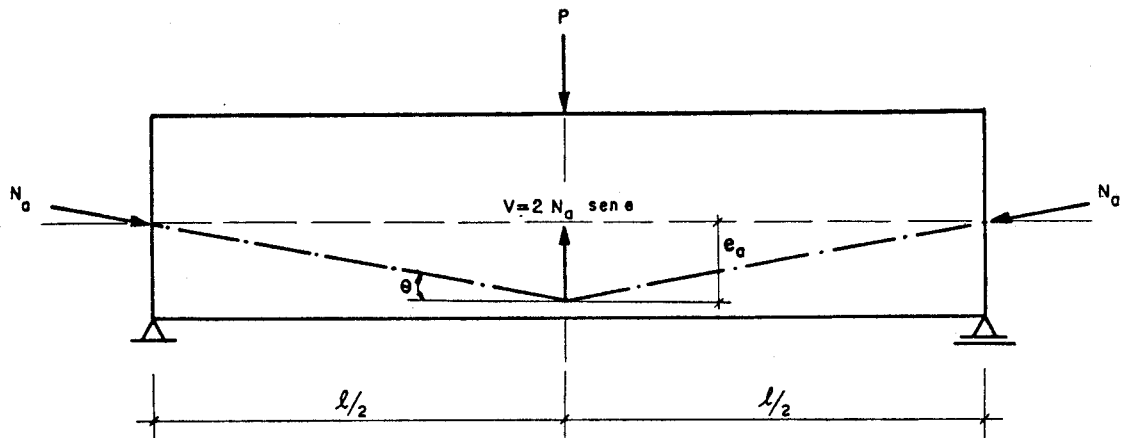


FIG. 56 — BALANCEAMENTO DA CARGA CONCENTRADA

A componente vertical  $V$  da força de protensão balanceia a carga  $P$ , então

$$V = 2 N_a \text{sen} \theta = P \quad \text{onde} \quad N_a = P/2 \text{sen} \theta$$

e a componente horizontal  $N_a \text{cos} \theta$  dá uma tensão de compressão uniforme em toda a viga.

$$\sigma = - N_a \text{cos} \theta / S$$

sendo  $S$  a área da seção transversal da viga.

Analogamente pode-se analisar o balanceamento de uma carga uniformemente distribuída por um traçado de cabo parabólico e, se a relação  $e_a/l < 0,1$ , pode-se escrever:

$$N_a e_a = p l^2 / 8 \quad \text{portanto} \quad p = 8 N_a e_a / l^2$$

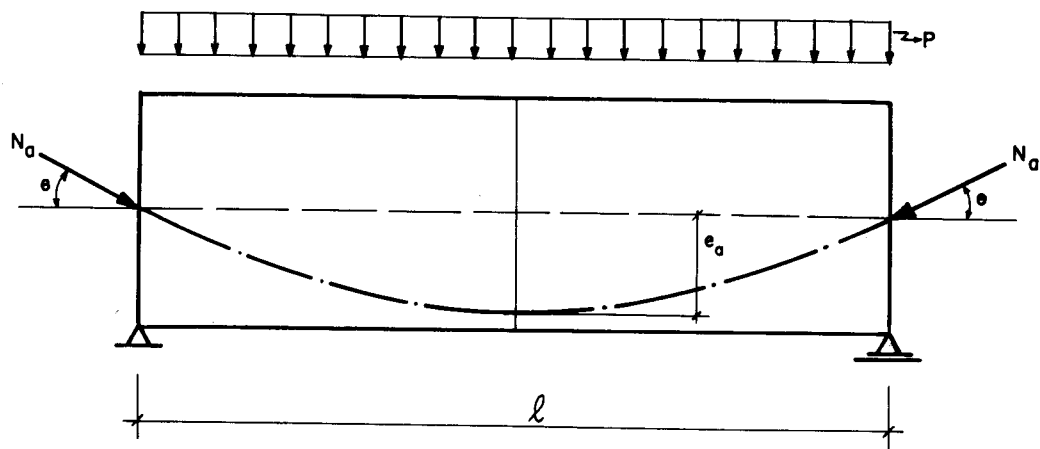


FIG. 57 — BALANCEAMENTO DA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

Se a carga externa mais o peso próprio for igual a  $p$  haverá o balanceamento entre as cargas, e a viga estará sujeita a uma tensão uniforme de compressão  $\sigma = -N_a \cos\theta/S$  e se  $\theta$  for pequeno  $\sigma = -N_a/S$ .

Considere-se agora uma viga simplesmente apoiada com balanços e sujeita a uma carga externa uniformemente distribuída. Neste caso o balanceamento das cargas torna-se mais laborioso, pois se terá uma análise para a seção média do tramo e outra para as seções nos apoios.

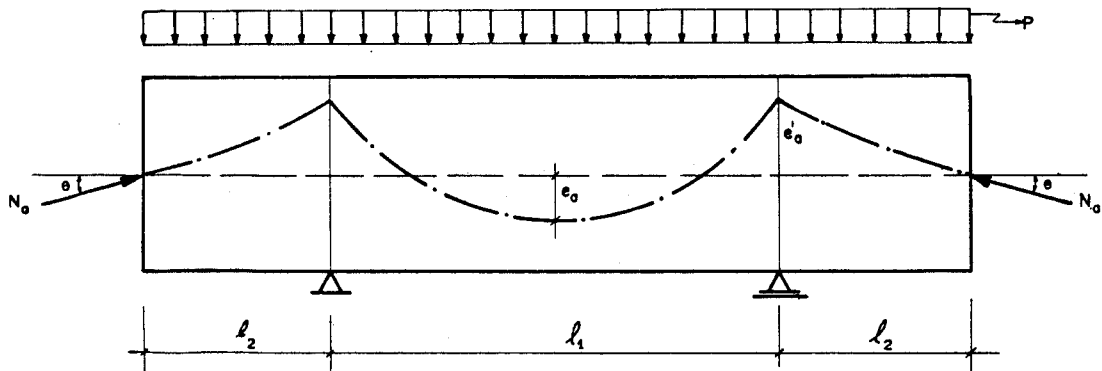


FIG. 58 — BALANCEAMENTO DE CARGAS EM UMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA COM BALANÇOS

Para a seção no apoio

$$N_a e'_a = p l_2^2 / 2$$

portanto  $e'_a = p l_2^2 / 2 N_a$

e para seção média do tramo

$$N_a e_a = (p l_1^2 / 8) - (p l_2^2 / 2)$$

portanto  $e_a = p l_1^2 / 8 N_a - e'_a$

Da necessidade de se ter um cobrimento mínimo de concreto para a armadura, pode ocorrer a impossibilidade de conseguir-se um balanceamento das cargas em ambas as seções conjuntamente. Normalmente se faz o balanceamento das cargas na seção sem problemas construtivos, e na outra seção ter-se-á tensão de compressão uniforme acrescida da tensão devido ao esforço resultante  $M_R$  do não balanceamento de cargas dada por

$$\sigma = \pm M_R y/J$$

com  $J$  = momento de inércia da seção e  $y$  a distância da fibra analisada ao centro de gravidade da peça.

Nem sempre o conceito de balanceamento das cargas pode ser aplicado ao longo de toda a viga, e isto acontecerá com maior frequência no estudo da viga contínua, onde para todas as seções tem-se momentos máximos e mínimos produzidos pelas cargas móveis, diferentes entre si.

No estudo do traçado de cabos em uma viga contínua protendida usando o conceito de balanceamento de cargas, tem-se como primeiro método de projeto, a obtenção do centro de gravidade da armadura através do diagrama de momentos produzido pelo carregamento. Nesse método determina-se o diagrama real de momentos devido às cargas externas e desenha-se o centro de gravidade da armadura com uma excentricidade  $e_a = M_{\text{carg.}}/N_a$  medida do centro de gravidade da peça, produzindo-se assim um cabo concordante que geralmente não é o mais econômico.

A aplicação do conceito de balanceamento de cargas para as vigas contínuas protendidas, proporcionou uma simplificação na análise e no projeto de traçados de cabos discordantes, possibilitando chegar-se a traçados diferentes dos estudados nos capítulos anteriores.

O que de mais importante notou-se, é a possibilidade de num traçado discordante o projetista impôr um valor para o momento hiperestático de protensão, e através do método do balanceamento de cargas determinar o lugar geométrico do centro de gravidade da armadura.

Como nas vigas contínuas tem-se para as cargas móveis momentos máximos positivos e momentos máximos negativos, existirão nas considerações totais de carregamentos dois lugares geométricos, um para o balanceamento do carregamento de cargas permanentes mais cargas móveis positivas, e outro para o balanceamento do carregamento de cargas permanentes mais cargas móveis negativas.

Em função do que concluiu-se, caberá ao projetista uma análise de diferentes traçados de cabos, usando o conceito de balanceamento de cargas, visando a otimização do traçado.

Procurando-se um caminho para tal análise, propuseram-se vários traçados para a viga contínua de três tramos, usada nos capítulos anteriores.

#### IV.2 - Traçados propostos usando o método do balanceamento de cargas

Os traçados propostos usando-se o conceito de balanceamento de cargas foram para uma viga contínua de três tramos, guardando relação 0,6:1,0:0,6 e características longitudinais e transversais idênticas à viga denominada por V2.

A análise é feita só para essa viga em função dos resultados obtidos anteriormente, pois se notou que as demais apresentavam problemas quanto às verificações à ruptura por flexão e cisalhamento, que seriam resolvidos com alterações nas suas características geométricas, levando a considerarem-se dispensáveis suas análises.

Uma vez definida a viga a ser estudada, sua análise teve como ponto de partida o traçado concordante.

Do estudo inicial do traçado de cabos concordantes pode-se concluir que, para se obter um traçado economicamente melhor, seria necessário diminuir o efeito da flexão evitando armadura suplementar para resistir aos esforços de tração oriundos da flexão, e aumentar o esforço cortante devido à protensão nas seções próximas aos apoios para melhor distribuição dos estribos.

Desta análise conjunta dos efeitos de flexão e cisalhamento, para o estado de solicitações de serviço e para o estado de solicitações de ruptura, pode-se propor um momento hiperestático máximo igual a - 40,0 t.m, uma tensão máxima de compressão igual a 1000,0 t/m<sup>2</sup> e uma tensão máxima de tração igual a 250,0 t/m<sup>2</sup>.

Com o método do balanceamento de cargas em função de um balanceamento de tensões, foram determinados os lugares geométricos do centro de gravidade da armadura, balanceando as tensões devidas aos carregamentos e as tensões devidas à protensão.

Respeitando os limites adotados foram propostos traçados de cabos com 6 cabos de 12Ø8 mm e 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2", cujos cabos resultantes possuem as seguintes ordenadas em relação à borda inferior da viga.

Seção	Traçado com 6 cabos de 12Ø8 mm			Traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2"		
	CR 1	CR 2	CR 3	CR 1	CR 2	CR 3
1	54,0	54,0	54,0	54,0	54,0	54,0
2	50,1	50,1	49,0	50,1	50,1	49,0
3	48,0	48,0	46,0	48,0	48,0	46,0
4	47,0	47,0	44,0	47,0	47,0	44,0
5	46,8	46,8	42,8	46,8	46,8	42,8
6	47,5	47,5	42,3	47,5	47,5	42,3
7	48,7	48,7	42,5	48,7	48,7	42,5
8	50,4	50,4	43,5	50,4	50,4	43,5
9	52,6	52,6	45,0	52,6	52,6	45,0
10	55,3	55,3	47,5	55,3	55,3	47,5
11	58,5	58,5	50,5	58,5	58,5	50,5
12	62,0	62,0	54,0	62,0	62,0	54,0
13	65,8	65,8	58,0	65,8	65,8	58,0
14	69,6	69,6	62,0	69,6	69,6	62,0
15	73,7	73,7	66,4	73,7	73,7	66,4
16	77,8	77,8	70,6	77,8	77,8	70,6
17	81,8	81,8	75,4	81,8	81,8	75,4
18	85,5	85,5	81,0	85,5	85,5	81,0
19	89,0	89,0	87,0	89,0	89,0	87,0
20	92,0	92,0	91,5	91,0	91,0	91,0
21	93,0	93,0	93,0	92,0	92,0	92,0
22	90,0	87,0	87,0	89,2	87,0	87,0
23	82,0	73,0	73,0	82,0	73,0	73,0
24	73,0	59,7	59,7	73,0	59,7	59,7
25	62,5	46,8	46,8	62,5	46,8	46,8
26	52,1	37,0	37,0	52,1	37,0	37,0
27	42,6	32,4	32,4	42,6	32,4	32,4
28	34,3	28,0	28,0	34,3	28,0	28,0
29	27,7	24,3	24,3	27,7	24,3	24,3
30	22,8	22,0	22,0	22,8	22,0	22,0
31	20,4	21,0	21,0	20,4	21,0	21,0

Para os traçados propostos, com a programação usada no capítulo II, obtiveram-se os seguintes resultados

	Traçados com 6 cabos de 12Ø8 mm			Traçados com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2"		
	CR 1	CR 2	CR 3	CR 1	CR 2	CR 3
Momento hiperestático máximo (t.m)	-24,79	-8,68	-2,03	-30,27	-11,61	-3,86
Máxima tensão de compressão (kg/cm <sup>2</sup> )	96,2	89,6	87,2	96,8	89,1	86,3
Máxima tensão de tração (kg/cm <sup>2</sup> )	19,2	17,9	22,6	7,5	10,9	8,6

Com os resultados obtidos foi feita uma análise técnica, a qual mostra que no estudo das vigas contínuas protendidas as variáveis são tantas, que qualquer método proposto na solução do traçado de cabos exige do projetista uma vivência muito grande em torno do problema, afim de se obter a otimização.

#### IV.3 - Análise técnico-econômica dos traçados propostos

##### IV.3.1 - Análise técnica

Dos resultados obtidos nos traçados propostos tiraram-se as seguintes considerações:

a) A obtenção de momentos hiperestáticos de protensão próximos ao valor proposto (-40,0 t.m), provocou a determinação de um traçado de cabos com pequenas excentricidades nas seções de máximos momentos positivos.

A criação de momentos hiperestáticos contrários aos momentos de carregamentos, estava ligada na possibilidade de eliminar ou diminuir o consumo da armadura suplementar para resistir aos esforços de tração, oriundos da flexão, mas com a diminuição das excentricidades dos cabos não se obteve o resultado previsto.

Quanto à verificação das tensões de cisalhamento, a adoção dos momentos hiperestáticos de protensão propostos provocou esforços cortantes de protensão menores do que nos estudos anteriores, isso prejudicou consideravelmente as seções próximas aos apoios internos.

Em decorrência, propôs-se traçados nos quais os momentos hiperestáticos de protensão embora contrários aos momentos de carregamento são de menor intensidade, o que permitiu uma redução no consumo das armaduras suplementares longitudinais e transversais.

b) A limitação das tensões máximas de compressão e de tração estavam ligadas a verificação à ruptura por flexão. Com os valores considerados limites ( $1000,0 \text{ t/m}^2$  na compressão e  $250,0 \text{ t/m}^2$  na tração) nos traçados propostos não apareceram problemas na verificação das tensões de flexão tanto no estado de carregamento de serviço como no estado de ruptura.

c) Em todos os traçados propostos, na verificação à ruptura por cisalhamento, as tensões nas seções à direita e à esquerda dos apoios internos ultrapassam o limite  $\tau_u = 51 \text{ kg/cm}^2$  (CEB-72). No entanto para os traçados com 3 ca-



bos de 12 cordoalhas de 1/2" um pequeno alargamento da alma na seção do apoio interno (de 0,30 m para 0,40 m) solucionaria o problema quanto ao cisalhamento. Como foram propostos três traçados com cabos de 12 cordoalhas de 1/2", e os resultados se identificam, tecnicamente a escolha do melhor traçado foi baseado num estudo comparativo entre esses resultados.

Observe-se que os traçados com cabos de 12Ø8 mm, também com alargamento da seção da viga nas proximidades dos apoios internos, poderiam ser analisados com maiores detalhes. No entanto foram abandonados pois em muitas seções necessitam de armadura suplementar para resistir aos esforços de tração oriundos da flexão, e o espaçamento dos estribos decorrente da verificação ao cisalhamento dá um consumo de armadura transversal maior que nos traçados com cordoalhas. Acrescente-se também que, devido ao alargamento da seção transversal, haveria um acréscimo no consumo de concreto, o que não ocorre nos traçados com cordoalhas, pois nestes o alargamento das seções nos apoios internos decorrerá naturalmente da existência de transversinas de apoio.

Da análise dos resultados obtidos, para a escolha do melhor traçado de cabos com 12 cordoalhas de 1/2" pode-se dizer que os limites das tensões no concreto estão satisfeitos em todos os traçados; e quanto à fissuração existem seções que necessitam de armadura suplementar, sendo que para o traçado cujo cabo resultante é denominado CR3 tem-se a menor área de armadura.

Na verificação à ruptura por flexão, o melhor aproveitamento da seção de concreto pode ser visto pelos resultados apresentados na tabela seguinte:

	Traçado	CR1	CR2	CR3
seção 31	MRA (t.m)	468,5	464,8	464,8
	MRC (t.m)	357,0	375,7	383,4
	v	2,165	2,041	2,000

Na verificação à ruptura pelo esforço cortante os resultados se equivalem, no entanto ao pensar-se na distribuição dos estribos por faixas de iguais espaçamentos, o traçado cujo cabo resultante é o CR3 apresenta vantagens sobre os demais.

Conclue-se que o traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2", definido pelo cabo resultante CR3, tecnicamente é o melhor dos traçados propostos.

#### IV.3.2 - Análise-econômica

Sendo os traçados propostos para a mesma viga e para o mesmo tipo de cabo, eles praticamente se equivalem quanto ao consumo de formas de madeira, de concreto e de aço de protensão.

Da análise técnica a diferença entre os traçados está no consumo da armadura de aço doce, tanto para resistir aos esforços de tração oriundos da flexão como para resistir as tensões principais de tração oriundas dos esforços cortantes, portanto fez-se o seguinte estudo:

Traçado	Consumo de Armadura Suplementar	
	Transversal	Longitudinal
CR1	522 X	18,46 Y
CR2	564 X	46,15 Y
CR3	500 X	18,00 Y

X = armadura de um estribo.

Y = coeficiente que depende da área e do comprimento da armadura.

Como o traçado com 3 cabos de 12 cordoalhas de 1/2" de finido pelo cabo resultante CR3 é o que terá menor consumo de armadura suplementar, tanto longitudinal como transversal, também economicamente é o melhor traçado.

IV.3.3 - Listagem dos resultados - Traçado com 3 cabos  
de 12 cordoalhas de 1/2" para a viga V2 pelo  
método do balanceamento de cargas

## CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DA SECAO

MOMENTO DE INERCIA = .13744501 M4  
 ALTURA DO C.G. = .5403 M  
 MODULO DE RESIST. WL = .254402 M3  
 MODULO DE RESIST. W2L = .298968 M3  
 DISTANCIA NUCLEAR KL = .2839 M  
 DISTANCIA NUCLEAR K2L = .3337 M  
 AREA DA SECAO = .896000 M2  
 MOM. ESTATICO ACIMA DO C.G. = .16551704 M3

C 1

LIM1 LIM2

360.9 406.8

## OPERACOES SUCESSIVAS DE PROTENSAO

EXTREMIDADE 1

450.0 ESTICAMENTO

365.4 AFROUXAMENTO

EXTREMIDADE 2

450.0 ESTICAMENTO

365.4 AFROUXAMENTO

## FORÇAS DE PROTENSAO EM CADA CABO-TON.

1	344.5	21	377.3	41	377.3
2	348.3	22	368.9	42	384.9
3	351.5	23	363.4	43	379.7
4	353.7	24	361.4	44	377.4
5	355.7	25	358.4	45	375.5
6	357.6	26	353.2	46	373.5
7	359.6	27	349.4	47	372.3
8	361.5	28	347.7	48	371.2
9	363.5	29	345.5	49	370.1
10	365.5	30	343.0	50	368.8
11	367.2	31	340.2	51	367.2
12	368.8	32	343.0	52	365.5
13	370.1	33	345.5	53	363.5
14	371.2	34	347.7	54	361.5
15	372.3	35	349.4	55	359.6
16	373.5	36	353.2	56	357.6
17	375.5	37	358.4	57	355.7
18	377.4	38	361.4	58	353.7
19	379.7	39	363.4	59	351.5
20	384.9	40	368.9	60	348.3
				61	344.5

## MOMENTOS DEVIDOS A PROTENSAO-TM

SEC	HIPER	NUCLEARES		MG	1,2MP	1,2MP
		SUP	INF			
1	0,00	-97,9	114,8	0,0	0,0	0,0
2	-0,19	-116,4	98,7	6,8	22,3	-5,9
3	-0,39	-128,0	89,1	13,4	44,6	-11,9
4	-0,58	-135,9	82,6	18,1	61,0	-17,8
5	-0,77	-140,9	78,8	21,3	77,4	-23,7
6	-0,96	-143,5	77,4	22,1	86,8	-29,7
7	-1,16	-143,6	78,5	23,7	96,1	-35,6
8	-1,35	-140,7	82,6	22,8	101,9	-41,5
9	-1,54	-136,0	88,5	20,6	107,6	-47,4
10	-1,74	-127,6	98,1	16,8	107,7	-53,4
11	-1,93	-117,2	109,6	12,1	107,9	-59,3
12	-2,12	-104,8	123,0	6,0	102,9	-65,2
13	-2,32	-90,4	138,2	-2,0	97,9	-71,2
14	-2,51	-75,8	153,5	-11,1	88,2	-77,1
15	-2,70	-59,6	170,3	-21,5	78,5	-83,0
16	-2,89	-44,1	186,5	-33,6	64,3	-88,9
17	-3,09	-26,4	205,6	-46,6	50,1	-94,9
18	-3,28	-5,4	227,7	-61,0	34,7	-101,1
19	-3,47	17,4	251,9	-77,1	19,3	-107,3
20	-3,67	33,0	270,7	-97,2	17,2	-123,0
21	-3,86	36,1	269,2	-113,1	15,1	-138,8
22	-3,86	16,9	244,7	-78,4	19,3	-98,1
23	-3,86	-34,2	190,2	-42,5	23,5	-57,3
24	-3,86	-82,1	141,1	-15,5	43,6	-46,4
25	-3,86	-127,7	93,7	12,4	63,7	-35,4
26	-3,86	-160,4	57,7	34,5	85,9	-33,1
27	-3,86	-174,8	41,0	51,6	108,0	-30,7
28	-3,86	-189,2	25,5	64,5	124,8	-28,9
29	-3,86	-200,8	12,6	75,1	141,6	-27,1
30	-3,86	-207,2	4,6	81,0	146,7	-25,0
31	-3,86	-208,9	1,2	82,9	151,8	-23,4

## TENSOES NAS BORDAS EM CADA SECAO-T/M2

VERIFICADAS SEGUNDO P-NB-116 ITENS 3,1.2.F3.1.3.

SECAO	IBICP	TBSCP	IBICN	TBSCN	
1	-385,	-384,	-385,	-384,	SEGURO
2	-344,	-427,	-455,	-332,	SEGURO
3	-277,	-491,	-499,	-302,	SEGURO
4	-225,	-539,	-535,	-275,	SEGURO
5	-169,	-591,	-567,	-253,	SEGURO
6	-140,	-620,	-597,	-230,	SEGURO
7	-98,	-660,	-616,	-219,	SEGURO
8	-68,	-689,	-632,	-209,	SEGURO
9	-37,	-720,	-646,	-201,	SEGURO
10	-19,	-739,	-652,	-200,	SEGURO
11	3,	-761,	-654,	-202,	SEGURO
12	8,	-768,	-653,	-206,	SEGURO
13	13,	-775,	-652,	-210,	SEGURO
14	-5,	-763,	-655,	-210,	SEGURO
15	-21,	-751,	-656,	-211,	SEGURO
16	-64,	-717,	-667,	-204,	SEGURO
17	-102,	-689,	-672,	-204,	SEGURO
18	-137,	-663,	-671,	-209,	SEGURO
19	-172,	-638,	-670,	-214,	SEGURO
20	-199,	-626,	-750,	-157,	SEGURO
21	-258,	-559,	-863,	-45,	SEGURO
22	-181,	-608,	-642,	-216,	SEGURO
23	-224,	-560,	-542,	-289,	SEGURO
24	-227,	-553,	-581,	-252,	SEGURO
25	-218,	-555,	-608,	-223,	SEGURO
26	-173,	-583,	-640,	-185,	SEGURO
27	-75,	-658,	-620,	-194,	SEGURO
28	-15,	-706,	-619,	-192,	SEGURO
29	47,	-754,	-616,	-190,	SEGURO
30	65,	-764,	-610,	-190,	SEGURO
31	86,	-776,	-602,	-190,	SEGURO

## FORÇAS CORTANTES-TON,

CPSP=CORTANTE DA PROTENSAO SEM PERDAS

CPCP=CORTANTE DA PROTENSAO COM PERDAS

SEC.	CPSP	CPCP	MAX.	MIN.	QG	QP(+)	QP(-)
1	-38,2	-29,3	49,3	6,7	11,4	31,6	-3,8
2	-25,6	-19,9	43,9	3,5	9,4	28,8	-4,9
3	-16,1	-12,6	38,6	1,4	7,5	25,9	-5,1
4	-10,4	-8,2	33,9	-1,9	5,6	23,7	-6,2
5	-5,7	-4,5	29,3	-5,2	3,6	21,4	-7,4
6	-1,2	-1,0	24,9	-9,2	1,7	19,3	-9,1
7	3,5	2,8	20,5	-13,2	-0,2	17,3	-10,8
8	7,6	6,1	-17,3	16,3	-2,2	15,4	-12,6
9	12,4	10,0	-21,5	12,1	-4,1	13,5	-14,5
10	17,1	13,9	-25,7	8,2	-6,0	11,8	-16,4
11	20,3	16,5	-29,9	4,2	-8,0	10,1	-18,3
12	23,5	19,2	-34,2	0,5	-9,9	8,7	-20,2
13	25,0	20,5	-38,5	-3,2	-11,8	7,2	-22,2
14	26,3	21,7	-42,9	-6,7	-13,8	5,9	-24,3
15	26,9	22,2	-47,4	-10,2	-15,7	4,6	-26,4
16	28,2	23,4	-51,6	-13,4	-17,6	3,5	-28,3
17	32,6	27,2	-55,9	-16,7	-19,6	2,4	-30,3
18	36,4	30,5	-60,2	-19,4	-21,5	1,7	-32,3
19	31,3	26,4	-64,5	-22,2	-23,4	1,0	-34,3
20	15,6	13,3	-68,9	-24,5	-25,4	0,7	-36,3
21	-3,4	-2,9	-73,2	-26,9	-27,3	0,4	-38,2
22	-1,9	-1,6	83,2	31,6	32,7	42,1	-0,9
23	-35,5	-29,1	75,7	27,8	29,4	38,6	-1,3
24	-50,9	-41,1	68,3	24,0	26,1	35,1	-1,8
25	-48,8	-39,2	61,8	19,6	22,9	32,4	-2,8
26	-42,4	-33,7	55,3	15,1	19,6	29,7	-3,7
27	-27,0	-21,2	48,8	10,0	16,3	27,0	-5,3
28	-16,9	-13,1	42,3	4,9	13,1	24,4	-6,8
29	-15,2	-11,7	35,3	-0,5	9,8	21,2	-8,6
30	-11,2	-8,6	28,3	-5,9	6,5	18,1	-10,4
31	-6,2	-4,7	22,7	-11,6	3,3	16,2	-12,4
32	0,0	0,0	-17,4	17,2	0,0	14,3	-14,5

## VERIFICACAO A FISSURACAO E ARMADURA SUPLEMENTAR

PARA A BORDA INFERIOR DA SECAO COM 1,2MP(+)

29	0,00000	0,00000	0,05903
29	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA = 1,3 CM2		
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU		
30	0,00000	0,00000	0,07874
30	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA = 2,3 CM2		
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU		
31	0,00000	0,00000	0,09998
31	NEC. ARM. SUPL. P/ ABS. TRACAO AREA = 3,9 CM2		
	NENHUM DIAMETRO DADO SERVIU		

## VERIFICACAO A RUPTURA POR FLEXAO

MRA=MOMENTO RESISTENTE  
MRC=MOMENTO SOLICITANTE

SECAO	MRA	MRC	
1	263.5	0.0	SEGURO
2	294.0	47.8	SEGURO
3	312.3	95.4	SEGURO
4	324.5	130.0	SEGURO
5	331.8	162.1	SEGURO
6	334.8	178.7	SEGURO
7	333.6	196.6	SEGURO
8	327.5	204.3	SEGURO
9	318.4	210.0	SEGURO
10	303.1	203.7	SEGURO
11	284.8	196.0	SEGURO
12	263.5	177.5	SEGURO
13	336.7	156.0	SEGURO
14	361.1	124.7	SEGURO
15	387.9	91.3	SEGURO
16	413.6	47.7	SEGURO
17	442.9	2.7	SEGURO
18	477.0	-46.7	SEGURO
19	513.6	-98.8	SEGURO
20	538.0	-135.7	SEGURO
21	544.1	-165.6	SEGURO
22	513.6	-101.4	SEGURO
23	428.2	-35.2	SEGURO
24	347.1	42.6	SEGURO
25	307.4	121.7	SEGURO
26	367.2	194.7	SEGURO
27	395.3	259.4	SEGURO
28	422.1	308.5	SEGURO
29	444.7	353.7	SEGURO
30	458.7	371.8	SEGURO
31	464.8	383.4	SEGURO

## VERIFICACAO QUANTO A FORCA CORTANTE

SG1=TENSAO PRINC. DE TRACAO

SG2=TENSAO PRINC. DE COMPR.

SECAO

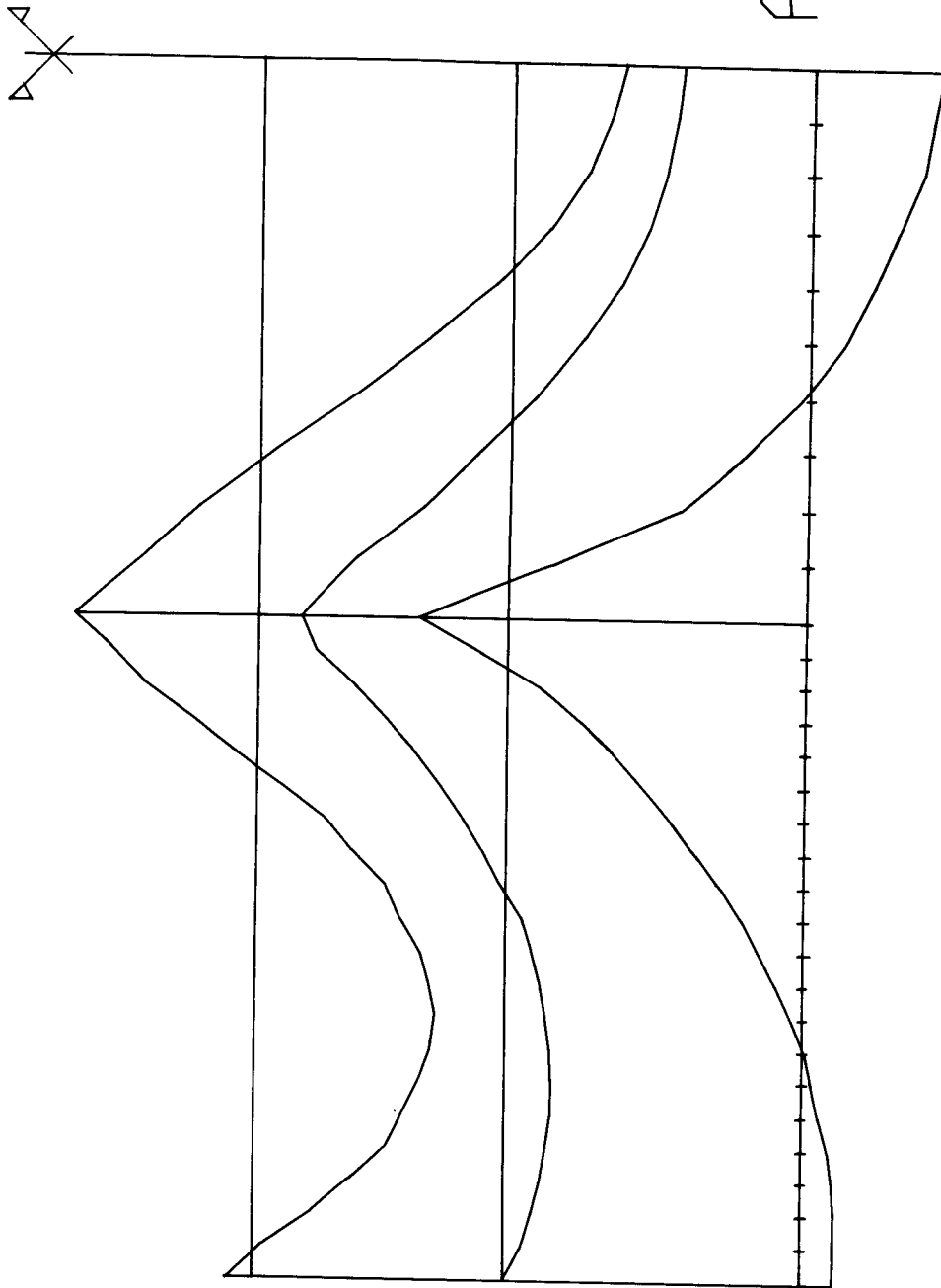
1	SEG. SOL. MAX.	SG1= 27, T/M2	SG2= -410, T/M2
1	SEG. SOL. MIN.	SG1= 50, T/M2	SG2= -550, T/M2
1	SEG. CAR. PER.	SG1= 37, T/M2	SG2= -538, T/M2
1	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.13590 M		
2	SEG. SOL. MAX.	SG1= 38, T/M2	SG2= -426, T/M2
2	SEG. SOL. MIN.	SG1= 26, T/M2	SG2= -527, T/M2
2	SEG. CAR. PER.	SG1= 14, T/M2	SG2= -516, T/M2
2	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.13444 M		
3	SEG. SOL. MAX.	SG1= 43, T/M2	SG2= -435, T/M2
3	SEG. SOL. MIN.	SG1= 12, T/M2	SG2= -514, T/M2
3	SEG. CAR. PER.	SG1= 4, T/M2	SG2= -506, T/M2
3	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.13951 M		
4	SEG. SOL. MAX.	SG1= 42, T/M2	SG2= -437, T/M2
4	SEG. SOL. MIN.	SG1= 8, T/M2	SG2= -510, T/M2
4	SEG. CAR. PER.	SG1= 1, T/M2	SG2= -503, T/M2
4	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.15113 M		
5	SEG. SOL. MAX.	SG1= 39, T/M2	SG2= -436, T/M2
5	SEG. SOL. MIN.	SG1= 6, T/M2	SG2= -509, T/M2
5	SEG. CAR. PER.	SG1= 0, T/M2	SG2= -502, T/M2
5	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.16779 M		
6	SEG. SOL. MAX.	SG1= 36, T/M2	SG2= -436, T/M2
6	SEG. SOL. MIN.	SG1= 6, T/M2	SG2= -508, T/M2
6	SEG. CAR. PER.	SG1= 0, T/M2	SG2= -502, T/M2
6	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.18725 M		
7	SEG. SOL. MAX.	SG1= 35, T/M2	SG2= -436, T/M2
7	SEG. SOL. MIN.	SG1= 5, T/M2	SG2= -507, T/M2
7	SEG. CAR. PER.	SG1= 1, T/M2	SG2= -503, T/M2
7	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.20374 M		
8	SEG. SOL. MAX.	SG1= 9, T/M2	SG2= -412, T/M2
8	SEG. SOL. MIN.	SG1= 30, T/M2	SG2= -532, T/M2
8	SEG. CAR. PER.	SG1= 2, T/M2	SG2= -504, T/M2
8	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.21130 M		
9	SEG. SOL. MAX.	SG1= 9, T/M2	SG2= -414, T/M2
9	SEG. SOL. MIN.	SG1= 32, T/M2	SG2= -534, T/M2
9	SEG. CAR. PER.	SG1= 4, T/M2	SG2= -506, T/M2
9	ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.21424 M		

10 SEG. SOL. MAX. SG1= 9. T/M2 SG2= -417. T/M2  
10 SEG. SOL. MIN. SG1= 33. T/M2 SG2= -535. T/M2  
10 SEG. CAR. PER. SG1= 7. T/M2 SG2= -509. T/M2  
10 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.21467 M  
11 SEG. SOL. MAX. SG1= 12. T/M2 SG2= -421. T/M2  
11 SEG. SOL. MIN. SG1= 31. T/M2 SG2= -533. T/M2  
11 SEG. CAR. PER. SG1= 8. T/M2 SG2= -510. T/M2  
11 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.22906 M  
12 SEG. SOL. MAX. SG1= 15. T/M2 SG2= -426. T/M2  
12 SEG. SOL. MIN. SG1= 30. T/M2 SG2= -532. T/M2  
12 SEG. CAR. PER. SG1= 10. T/M2 SG2= -512. T/M2  
12 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.20397 M  
13 SEG. SOL. MAX. SG1= 21. T/M2 SG2= -433. T/M2  
13 SEG. SOL. MIN. SG1= 25. T/M2 SG2= -527. T/M2  
13 SEG. CAR. PER. SG1= 10. T/M2 SG2= -511. T/M2  
13 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.17132 M  
14 SEG. SOL. MAX. SG1= 29. T/M2 SG2= -442. T/M2  
14 SEG. SOL. MIN. SG1= 21. T/M2 SG2= -522. T/M2  
14 SEG. CAR. PER. SG1= 9. T/M2 SG2= -510. T/M2  
14 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.14581 M  
15 SEG. SOL. MAX. SG1= 39. T/M2 SG2= -454. T/M2  
15 SEG. SOL. MIN. SG1= 15. T/M2 SG2= -516. T/M2  
15 SEG. CAR. PER. SG1= 7. T/M2 SG2= -508. T/M2  
15 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.12556 M  
16 SEG. SOL. MAX. SG1= 48. T/M2 SG2= -464. T/M2  
16 SEG. SOL. MIN. SG1= 12. T/M2 SG2= -513. T/M2  
16 SEG. CAR. PER. SG1= 6. T/M2 SG2= -507. T/M2  
16 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.11201 M  
17 SEG. SOL. MAX. SG1= 49. T/M2 SG2= -467. T/M2  
17 SEG. SOL. MIN. SG1= 14. T/M2 SG2= -515. T/M2  
17 SEG. CAR. PER. SG1= 9. T/M2 SG2= -510. T/M2  
17 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.10578 M  
18 SEG. SOL. MAX. SG1= 52. T/M2 SG2= -472. T/M2  
18 SEG. SOL. MIN. SG1= 15. T/M2 SG2= -516. T/M2  
18 SEG. CAR. PER. SG1= 12. T/M2 SG2= -513. T/M2  
18 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09912 M  
19 SEG. SOL. MAX. SG1= 81. T/M2 SG2= -503. T/M2  
19 SEG. SOL. MIN. SG1= 5. T/M2 SG2= -506. T/M2  
19 SEG. CAR. PER. SG1= 3. T/M2 SG2= -504. T/M2  
19 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.08392 M  
20 SEG. SOL. MAX. SG1= 149. T/M2 SG2= -578. T/M2  
20 SEG. SOL. MIN. SG1= 4. T/M2 SG2= -506. T/M2  
20 SEG. CAR. PER. SG1= 5. T/M2 SG2= -507. T/M2  
20 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06576 M  
21 SEG. SOL. MAX. SG1= 243. T/M2 SG2= -664. T/M2  
21 SEG. SOL. MIN. SG1= 47. T/M2 SG2= -549. T/M2  
21 SEG. CAR. PER. SG1= 48. T/M2 SG2= -550. T/M2  
21 TAUU= 552. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
22 SEG. SOL. MAX. SG1= 469. T/M2 SG2= -690. T/M2  
22 SEG. SOL. MIN. SG1= 45. T/M2 SG2= -547. T/M2  
22 SEG. CAR. PER. SG1= 48. T/M2 SG2= -550. T/M2  
22 TAUU= 601. T/M2 TAUU ULTRAPASSA OS LIMITES  
23 SEG. SOL. MAX. SG1= 115. T/M2 SG2= -526. T/M2  
23 SEG. SOL. MIN. SG1= 3. T/M2 SG2= -504. T/M2  
23 SEG. CAR. PER. SG1= 2. T/M2 SG2= -503. T/M2  
23 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.06897 M  
24 SEG. SOL. MAX. SG1= 46. T/M2 SG2= -449. T/M2  
24 SEG. SOL. MIN. SG1= 38. T/M2 SG2= -537. T/M2  
24 SEG. CAR. PER. SG1= 32. T/M2 SG2= -531. T/M2  
24 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.09471 M  
25 SEG. SOL. MAX. SG1= 33. T/M2 SG2= -434. T/M2  
25 SEG. SOL. MIN. SG1= 44. T/M2 SG2= -543. T/M2  
25 SEG. CAR. PER. SG1= 35. T/M2 SG2= -534. T/M2  
25 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.10983 M  
26 SEG. SOL. MAX. SG1= 30. T/M2 SG2= -428. T/M2  
26 SEG. SOL. MIN. SG1= 38. T/M2 SG2= -538. T/M2  
26 SEG. CAR. PER. SG1= 27. T/M2 SG2= -527. T/M2  
26 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.12137 M  
27 SEG. SOL. MAX. SG1= 48. T/M2 SG2= -442. T/M2  
27 SEG. SOL. MIN. SG1= 16. T/M2 SG2= -517. T/M2  
27 SEG. CAR. PER. SG1= 6. T/M2 SG2= -508. T/M2  
27 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.11718 M  
28 SEG. SOL. MAX. SG1= 54. T/M2 SG2= -443. T/M2  
28 SEG. SOL. MIN. SG1= 8. T/M2 SG2= -510. T/M2  
28 SEG. CAR. PER. SG1= 1. T/M2 SG2= -503. T/M2  
28 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.12359 M  
29 SEG. SOL. MAX. SG1= 36. T/M2 SG2= -424. T/M2  
29 SEG. SOL. MIN. SG1= 13. T/M2 SG2= -515. T/M2  
29 SEG. CAR. PER. SG1= 2. T/M2 SG2= -504. T/M2  
29 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMENTO MAXIMO = 0.15583 M

4.16

30 SEG. SOL. MAX. SG1= 26, T/M2 SG2= -412, T/M2  
 30 SEG. SOL. MIN. SG1= 16, T/M2 SG2= -518, T/M2  
 30 SEG. CAR. PER. SG1= 1, T/M2 SG2= -503, T/M2  
 30 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.19894 M  
 31 SEG. SOL. MAX. SG1= 22, T/M2 SG2= -405, T/M2  
 31 SEG. SOL. MIN. SG1= 17, T/M2 SG2= -519, T/M2  
 31 SEG. CAR. PER. SG1= 0, T/M2 SG2= -503, T/M2  
 31 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.23975 M  
 32 SEG. SOL. MAX. SG1= 21, T/M2 SG2= -401, T/M2  
 32 SEG. SOL. MIN. SG1= 16, T/M2 SG2= -518, T/M2  
 32 SEG. CAR. PER. SG1= -0, T/M2 SG2= -502, T/M2  
 32 ESTRIBOS DE 3/8 POL. ESPACAMIENTO MAXIMO = 0.28597 M

OS  
 S  
 U  
 P  
 F





### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho, pretendeu-se complementar a automa-  
tização de vigas contínuas protendidas, proposta por Assan ,  
tendo em vista suas amplas possibilidades de aplicação ao  
projeto quando de posse de computador com grande capacidade  
de memória, e ao ensino pois permite a análise de diferentes  
soluções, tornando exequível a repetição de longos cálculos,  
que de outra maneira seria irremediavelmente tediosa, em bus-  
ca do refinamento da solução inicial. Pretendeu-se também  
exemplificar a utilização da programação quando fez-se um es-  
tudo comparativo entre dois traçados, o original e o propos-  
to com base no original após algum refinamento, e apresentar  
ao iniciante no estudo das vigas contínuas protendidas cri-  
térios de projeto, propondo traçados de cabos com bases em  
diferentes técnicas e conceitos fundamentais, analisando sem-  
pre a viga-exemplo.

O estudo feito, permite imediatamente salientar a impor-  
tância prática do método do balanceamento de cargas. Embora  
são no último capítulo se tenha dado maior ênfase a este méto-  
do, indiretamente já vinha sendo aplicado desde o estudo dos  
cabos concordantes, e nos traçados definidos analiticamente  
foi amplamente empregado no cálculo das excentricidades má-  
ximas, embora na forma de um balanceamento de tensões.

Conhecidos o método do balanceamento das cargas e al-  
guns conceitos fundamentais das vigas contínuas protendidas,  
podem-se estabelecer os primeiros traçados de cabos na viga  
a ser estudada, para posterior refinamento.

Como ponto de partida em busca da otimização podem ser utilizados cabos concordantes, devido à simplicidade de sua aplicação, e também porque trarão à tona os primeiros problemas quanto aos limites impostos pelas Normas.

Do traçado concordante e seus problemas iniciais podem surgir soluções definidas analiticamente, que levem a traçados discordantes mas já economicamente satisfatórios.

Os traçados definidos analiticamente, nos trechos em parábola cúbica, em geral não criam componentes verticais de protensão suficientes para combater esforços cortantes externos elevados. Em decorrência, principalmente nas seções próximas aos apoios internos, ter-se-ão problemas com as tensões de cisalhamento, forçando o alargamento da viga nessas seções.

Conclui-se que os traçados definidos analiticamente, no caso em que os esforços cortantes não são elevados, seriam também soluções simples, uma vez que ao projetista caberia somente a definição das excentricidades máximas pelo método do balanceamento das cargas, obtendo pelo cálculo automático todos os resultados das verificações e as necessidades de armaduras suplementares.

No entanto, este tipo de traçado não permite ao projetista sentir como realmente funciona ao longo de toda a viga o efeito da protensão em relação ao carregamento externo, devido à presença dos momentos hiperestáticos de protensão, que não são levados em conta no cálculo das excentricidades máximas pelo método do balanceamento de cargas, pelo menos numa aplicação simplificada.

O traçado de cabos pelo método do balanceamento de cargas, tomando-se como ponto de partida valores máximos para os momentos hiperestáticos de protensão, para a tensão de compressão e para a tensão de tração, baseando-se nos resultados obtidos para o traçado de cabos concordantes, é uma maneira de fazer com que o projetista entre em contato com o comportamento e funcionamento de toda a estrutura quando solicitada conjuntamente pelas cargas externas e pela protensão.

Pode-se notar esse benefício, nos traçados propostos para a viga-exemplo com o uso do balanceamento de cargas, quan

do tentando chegar-se a valores pr $\bar{o}$ ximos ao m $\bar{a}$ ximo imposto pa  
ra o momento hiperest $\bar{a}$ tico de protens $\bar{a}$ o, se percebe que isso  
seria prejudicial tanto na flex $\bar{a}$ o quanto no cisalhamento. Es-  
te estudo permitiu ainda a determina $\bar{c}$ o de um valor ideal pa  
ra o hiperest $\bar{a}$ tico de protens $\bar{a}$ o, uma vez que o seu valor de-  
pende do tra $\bar{c}$ ado de cabos e, sendo o maior problema nos exem-  
plos propostos a verifica $\bar{c}$ o ao cisalhamento, qualquer varia-  
 $\bar{c}$ o do tra $\bar{c}$ ado poderia criar componentes verticais de proten-  
s $\bar{a}$ o insuficientes ao combate dos esfor $\bar{c}$ os cortantes externos,  
originando nas se $\bar{c}$ oes pr $\bar{o}$ ximas aos apoios internos  $\tau_u > 51 \text{ kg/cm}^2$   
(CEB-72).

Pode-se concluir que um caminho satisfat $\bar{o}$ rio na procura  
do melhor tra $\bar{c}$ ado para a viga cont $\bar{i}$ nua  $\bar{e}$  partir da an $\bar{a}$ lise de  
um cabo concordante, que geralmente n $\bar{a}$ o  $\bar{e}$  o mais econ $\bar{o}$ mico,  
e com valores baseados nesse tra $\bar{c}$ ado determinar pelo m $\bar{e}$ todo  
do balanceamento de cargas uma solu $\bar{c}$ o inicial, e da an $\bar{a}$ li-  
se desta primeira proposta procurar refinamentos que possibi-  
litem se aproximar do tra $\bar{c}$ ado  $\bar{o}$ timo.

BIBLIOGRAFIA

- ANTONINI. T. - Cemento Armato e Precompresso, Tamburini Editore, Milano, 1971.
- ASSAN, A.E. - Contribuição ao Cálculo Automático de Vigas Contínuas Protendidas, Escola de Engenharia de São Carlos, 1974.
- BRONDUM-NIELSEN, T. - Structural Concrete, Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark, 1973.
- BAUM, G. - Tablas para el cálculo de vigas, Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1969.
- CARDOSO, J.L. - Curso de Concreto Protendido, Revista Estrutura Nº 3, Rio de Janeiro, 1957.
- CASTANHO, J.L.B.A. - Flexão Normal em Seções Transversais de Peças de Concreto Protendido, Escola Politecnica, USP, São Paulo, 1972.
- COMITÉ EUROPEËN DU BÉTON, FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE - Recommandations Internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton, Rédaction 1972.
- FERNANDEZ CASADO, C. - Puentes de Hormigon Armado y Pretensado, Editorial Dorsat, Madrid, 1965.
- GERE, J.M., e WEAVER, W. - Análisis de Estructuras Reticulares (Analysis of Framed Structures), Compañia Editorial Continental, S.A., Espanha, 1967.
- GUYON, Y. - Prestressed Concrete: Statically Indeterminate Structures, Volume II, John Wiley & Sons Inc. New York, 1963.
- GUYON, Y. - Constructions en Béton Précontraint, Volumes 1 e 2, Éditions Eyrolles, Paris, 1968

- LEONHARDT, F. - Prestressed Concrete; Design and Construction, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1964.
- LIBBY, J.R. - Modern Prestressed Concrete, Van Nostrand Reinhold Company, San Diego, California, 1971.
- LIN, T.Y. - Design of Prestressed Concrete Structures, John Wiley and Sons Inc. New York, 1963.
- MARTINELLI, D.A.O. - Notas de Aulas de Pós-Graduação(não publicadas), Escola de Engenharia de São Carlos, 1971.
- PROJETO DA NORMA BRASILEIRA - 116, Cálculo e Execução de Obras de Concreto Protendido, ABNT, 1970.
- RUDLOFF, J.E. - Sistema Rudloff de Protensão, Catálogo com características e especificações.
- STUP - Processos Freyssinet de Protensão, Catálogo com especificações.
- VASCONCELLOS, A.C. - Notas de Aulas de Pós-Graduação(não publicadas), Escola de Engenharia de São Carlos, 1972.