PROCESSO DISCRETO DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS CONSTITUÍDAS DE CHAPAS

ENG. ALMIR DE MORISSON FARIA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador

Dr. Tioeturo Yagui

Comissão Examinadora:

Dr. Tioeturo Yagui

Dr. Ilio Montanari

Dr. Paulo Seleghim

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1976

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

PROCESSO DISCRETO DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS CONSTITUÍDAS DE CHAPAS

ENG. ALMIR DE MORISSON FARIA

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1976

À minha esposa,

meus filhos

e meus pais

PROCESSO DISCRETO DE ANÁLISE DE ESTRUTURAS CONSTITUÍDAS DE CHAPAS

ENG. ALMIR DE MORISSON FARIA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador

Dr. Tioeturo Yagui

Comissão Examinadora:

Dr. Tioeturo Yagui

Dr. Ilio Montanari

Dr. Paulo Seleghim

SÃO CARLOS, DEZEMBRO DE 1976

A G R A D E C I M E N T O S .

Ao Prof. Dr. Tioeturo Yagui,pela orientação.

Ao CPD da Escola de Engenharia de São Carlos e ao SECOM da Universidade Federal do Pará, pelo serviço de computação.

Ao Sr. Germano de Silva e Souza, pelos desenhos.

Ao Sr.Guilherme Venturieri Pena, pela datilografia.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuiram para a elaboração deste trabalho

R E S U M O

Neste trabalho é apresentado um novo processo de análise de estruturas constituídas de chapas; adequado para ser utilizado através do emprego do computador.

A estrutura contínua é substituída por uma estrutura discreta equivalente, tridimensional. A análise é feita matricialmente através do processo dos deslocamentos. A matriz de rigidez do sistema é obtida em forma de banda diagonal e são determinados os deslocamentos e esforços internos nas chapas.

O comportamento de placa dos elementos componentes também é levado em consideração, admitindo-se vínculos fictícios segundo as coordenadas-deslocamentos do sistema, nas seções intermediárias. As reações nestes vínculos são determinadas e aplicadas (com o sentido inverso) como cargas, nessa estrutura discreta. O processo é aplicado iterativamente, em virtude da compatibilidade dos deslocamentos angulares relativos nas arestas.

Por causa do tratamento discreto da estrutura, a amplitude de variação do tipo de carregamento e de vinculação admitidos é consideravelmente maior que a de outros processos contínuos.

A B S T R A C T

This work intends to present a new process of folded plate structure analysis to be used by computer processing.

In this process the continuous structure is replaced by an equivalent tridimensional discrete structure. Originally the analysis is made by the stiffness method. The stiffness matrix is obtained as a simetric band matrix; the displacements and internal actions in the plates are determined as well.

The structural behavior of the folded plates, transversaly as a continuous slab is also taken in consideration being assumed imaginary restrains according to the displacements co-ordinates of the system in the intermediary section. These support reactions are established and applied (to reverse direction), as loads, in this discrete structure. The method is applied iteratively because of the relative angular displacements compatibility in the edges.

In consequence of the discrete treatment of the structure the amplitude of variation of loads and restraints is much greater than any other continuous method.

Í N D I C E

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO II

ANÁLISE MATRICIAL DAS ESTRUTURAS PRISMÁTICAS CONSTITUÍDAS DE CHAPAS

1. HIPÓTESES 15

1.1 - PAINÉIS 15

1.2 - SEÇÕES 15

1.3 - DIAFRAGMAS 16

1.4 - RESTRIÇÕES DE DESLOCAMENTOS 16

1.5 - ESTRUTURA EQUIVALENTE 17

1.6 - CARGAS 19

2. DESLOCAMENTOS 19

2.1 - DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS 19

2.2 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA 21

2.2.1 - ESCOLHA DOS DESLOCAMENTOS INDEPENDENTES 22

2.2.2 - RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA 25

2.3 - NOTAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS 27

3. TRANSFORMAÇÕES DE DESLOCAMENTOS 29

3.1 - ANÁLISE SEM DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS 29

3.1.1 - PAINÉIS INTERMEDIÁRIOS PARALELOS AO EIXO X 37

3.1.2 - ESTRUTURA COM MAIS DE DUAS BORDAS LIVRES 42

3.1.3 - ESTRUTURAS SEM BORDAS LIVRES 46

3.2 - DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS 49

4. MATRIZ DE RIGIDEZ DO PAINEL 53

5. MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA 64

5.1 - SISTEMA GENÉRICO 64

5.2 - SISTEMAS PARTICULARES 66

5.2.1 - INFLUÊNCIA DOS VÍNCULOS RÍGIDOS 66

5.2.2 - INFLUÊNCIA DE VÍNCULOS ELÁSTICOS 69

5.2.3 - INFLUÊNCIA DE DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS 70

6. DESLOCAMENTOS, ESFORÇOS E REAÇÕES 71

6.1 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA 71

6.2 - DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS 72

6.3 - ESFORÇOS INTERNOS NOS PAINÉIS 72

6.4 - REAÇÕES NOS VÍNCULOS 73

6.4.1 - VÍNCULOS RÍGIDOS 73

6.4.2 - VÍNCULOS ELÁSTICOS 73

7. RECALQUES EM VÍNCULOS RÍGIDOS 73

8. VARIAÇÃO DA TEMPERATURA 74

9. TENSÕES 76

9.1 - TENSÕES NORMAIS 76

9.2 - TENSÕES DE CISALHAMENTO 78

10. EFEITOS DAS CARGAS DISTRIBUÍDAS 84

CAPÍTULO III

EXEMPLOS

EXEMPLO 1

CARGA CONCENTRADA NA ARESTA 97

EXEMPLO 2

ESTRUTURA COM SEÇÃO FECHADA 113

EXEMPLO 3

CARGAS DISTRIBUÍDAS AO LONGO DAS ARESTAS 129

EXEMPLO 4

CARGAS DISTRIBUÍDAS TRANSVERSALMENTE 153

EXEMPLO 5

VIGA CONTÍNUA 164

EXEMPLO 6

DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS 168

EXEMPLO 7

RECALQUES DE APOIO 172

EXEMPLO 8

VARIAÇÃO DE TEMPERATURA 175

CAPÍTULO IV

PROGRAMAÇÃO PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

1. CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA 180

1.1 - EQUIPAMENTO E RECURSOS UTILIZADOS 180

1.2 - LIMITAÇÕES DE TAMANHO DA ESTRUTURA 181

1.3 - FLUXOGRAMA DA PROGRAMAÇÃO 181

1.4 - RELAÇÃO DAS SUBROTINAS 186

1.5 - IDENTIFICADORES DE VARIÁVEIS 188

1.6 - RELAÇÃO DOS ARQUIVOS DA MEMÓRIA AUXILIAR 190

2. MANUAL DE DADOS 191

3. PROGRAMA DE CÁLCULO 197

4. EXPLANAÇÃO SUCINTA DAS SUBROTINAS 197

CONCLUSÕES 213

APÊNDICE 215

BIBLIOGRAFIA 248

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A análise das hastes de paredes delgadas, com a aplicação da teoria simples de viga ou da teoria de VLASSOV[1,2,3], admite como hipótese básica a ausência de distorção da seção transversal. Entretanto, esta hipótese só é válida para as hastes longas com a relação entre o seu comprimento e a maior dimensão de sua seção transversal, em geral superior a dez.

Certas estruturas, formadas de chapas planas de pequena espessura, dobradas longitudinalmente, formando folhas poliédricas e que geralmente não satisfazem aquela relação, são particularmente sujeitas a deformações também de suas seções transversais.

Uma das primeiras utilizações deste tipo de estruturas, ocorreu na Alemanha, por volta de 1924, para a fabricação de grandes silos de carvão. Atualmente sua utilização é bastante grande, sendo aplicadas em estruturas de silos, coberturas, pisos, pontes, etc..., usando como material o concreto, as chapas metálicas[4] e de madeira[5].

Conhecidas nos paises de língua inglêsa como "folded plate" ou "hipped plate" e nos de língua alemã como "faltwerke", as chapas dobradas tiveram uma de suas primeiras análises teóricas publicadas por EHLERS[6] em 1930.

EHLERS supôs as chapas componentes das hastes como articuladas umas às outras ao longo de suas interseções (Fig. I-1).

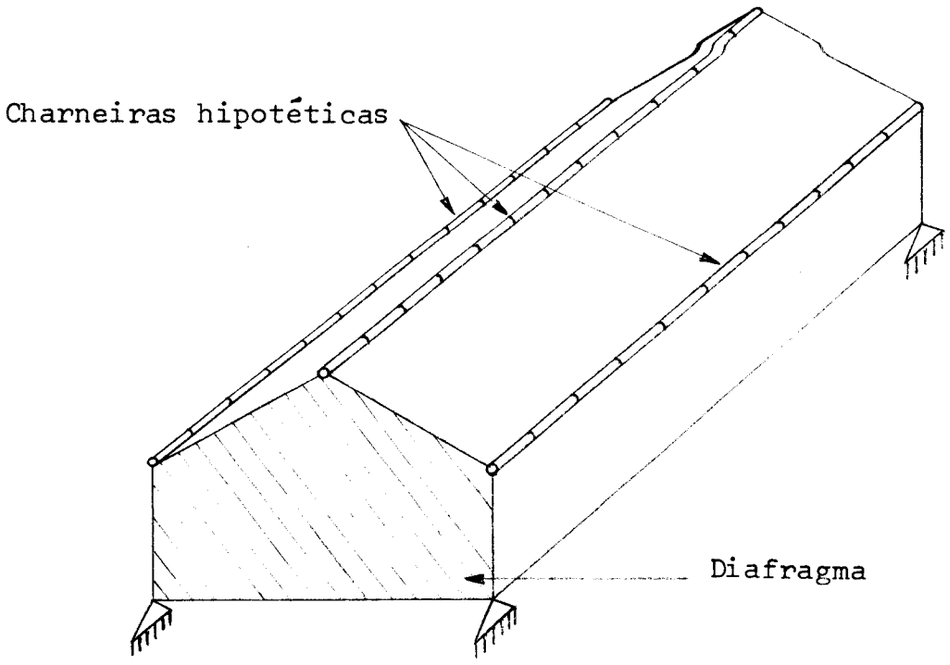


Fig. I-1

Desta maneira, o deslocamento relativo longitudinal entre as chapas, nas arestas comuns, era impedido, ao mesmo tempo que era permitida a variação da forma da seção transversal (Fig. I-2).

As tensões normais teriam uma distribuição linear somente ao longo de cada chapa, e não mais ao longo de toda a seção transversal como admitia a teoria simples de análise de vigas. Contudo, as tensões e deformações não seriam completamente independentes para cada chapa. Nas linhas de união, os pontos comuns a duas chapas teriam a mesma deformação longitudinal e consequentemente as mesmas tensões normais. Os deslocamentos transversais também seriam comuns a duas chapas nas suas linhas de interseção.

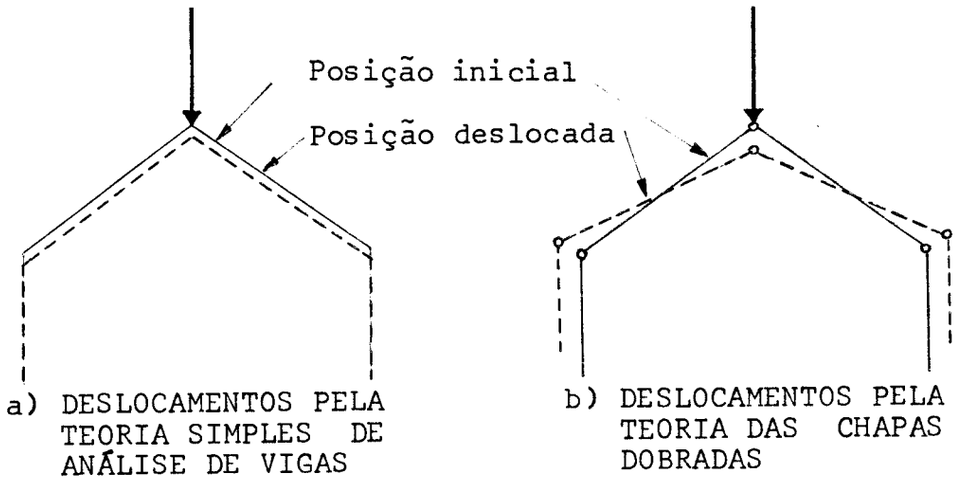


Fig. I-2

Em 1932, GRUBER[7] publicou uma análise mais rigorosa das chapas dobradas, levando em conta os momentos transversais nas arestas, desenvolvidos em consequência da continuidade da estrutura nessas dobras. Considerou, também, os deslocamentos longitudinais relativos entre as arestas (empenamento da seção), que tinham sido desprezados por EHLERS.

Nas décadas de 30 e 40, algumas publicações sobre o assunto foram feitas por engenheiros europeus.

Nos Estados Unidos uma das primeiras publicações a esse respeito foi feita em 1947 por WINTER e PEI[8], que apresentaram um processo numérico de distribuição de tensões, porém sem levar em conta o empenamento da seção transversal.

GAAFAR[9] em 1954, GIRKMANN[10] em 1956 e YITZHAKI[11] em 1958 deram extensivas contribuições ao assunto, levando

em consideração esses deslocamentos longitudinais relativos entre as arestas.

A Sociedade Americana de Engenheiros Civis (ASCE)[12], em 1963 discutiu detalhadamente os processos disponíveis até aquela data, para a análise das chapas dobradas prismáticas de um só tramo, ou seja: "... estruturas compostas de chapas retangulares conectadas ao longo das bordas, de tal modo a desenvolver uma rigidez espacial das chapas componentes." Nesta publicação a ASCE recomenda, para o cálculo manual, uma versão modificada do processo de GAAFAR[9].

Segundo a comissão da ASCE, os métodos de análise das chapas dobradas prismáticas recaem em quatro principais categorias: (a) método de vigas, (b) teoria das chapas dobradas, desprezando os deslocamentos relativos dos nós, (c) teoria das chapas dobradas considerando os deslocamentos relativos dos nós e (d) método de elasticidade.

De maneira geral, os processos utilizados para o cálculo manual consistem de duas análises: uma análise transversal dos elementos componentes da estrutura, funcionando como placas (slab action), e uma análise longitudinal dos mesmos elementos funcionando como chapas (plate action).

Tudo funciona como se os elementos retangulares componentes da estrutura fossem placas apoiadas ao longo de suas bordas longitudinais em suportes elásticos, que são os próprios elementos comportando-se como chapas.

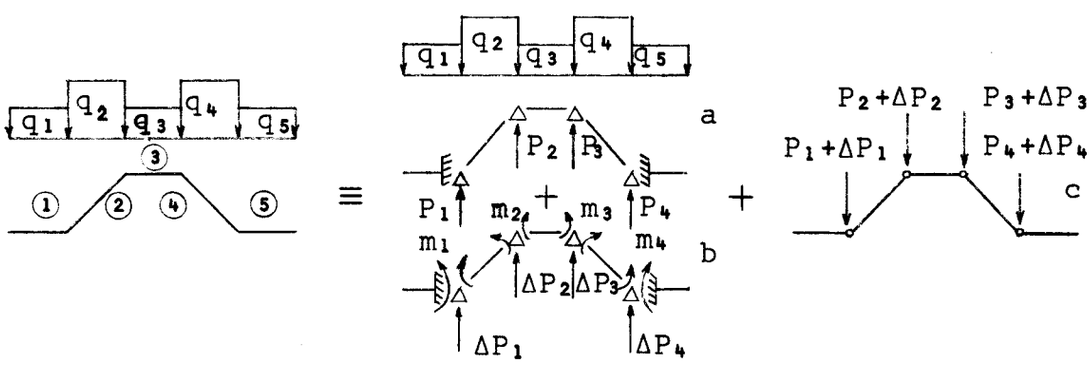
Na ação de placa, cada elemento funciona como apoiado em uma só direção, pois admite-se que seu comprimen

to seja maior que o dobro da sua largura. Desta maneira pode-se ignorar a ação de placa longitudinal.

Para melhor posicionamento do assunto, serão mostrados a seguir, em linhas gerais, dois processos que se enquadram na categoria (c), e são adequados para o cálculo manual da maioria dos problemas sobre chapas dobradas encontrados na prática:

1 - PROCESSO DE WHITNEY[13,14] - É uma modificação do processo proposto por GIRKMANN[10], e consiste no seguinte:

A análise de placa é feita considerando cada elemento retangular componente da estrutura, como bi apoiado nas arestas (Fig. I-3 a) e sujeito ao carregamento inicial. A este carregamento é superposto o efeito de momentos transversais, introduzidos ainda com as mesmas condições de vinculação, em virtude da continuidade das placas nas arestas (Fig. I-3 b).



PROBLEMA REAL AÇÃO DE PLACA AÇÃO DE CHAPA

Fig. I-3

A análise de chapa (Fig. I-3 c), é feita carregando a estrutura nas arestas com cargas de intensidades iguais as das reações $P_i + \Delta P_i$, porém de sentidos opostos aos destas e analisando cada elemento retangular isolado, como uma viga bi apoiada, sujeita às componentes das forças aplicadas. Ao efeito deste carregamento é superposto o efeito das forças cortantes longitudinais nas arestas, desenvolvidas em virtude da conexão entre as chapas.

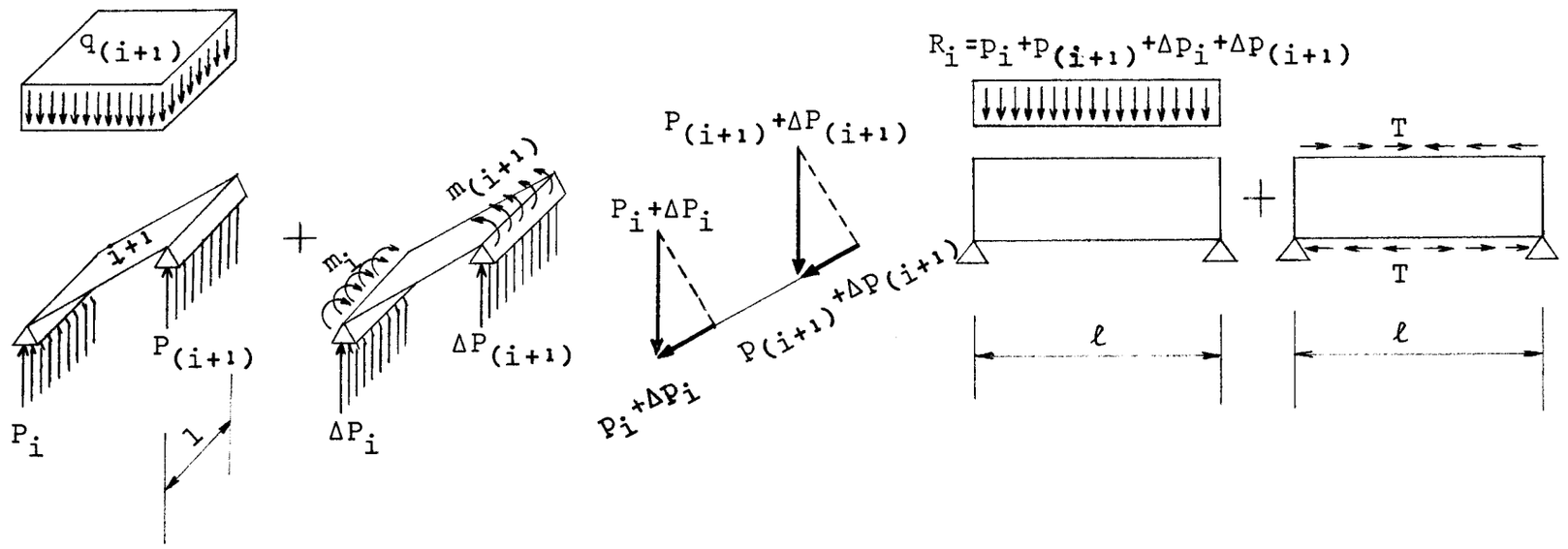
A força de cisalhamento longitudinal é calculada compatibilizando-se as tensões normais ao longo das arestas, devendo ser iguais nos pontos pertencentes simultaneamente a duas chapas contíguas.

O momento introduzido na análise de placas é calculado com a condição de que o deslocamento angular relativo entre duas placas, com aresta comum, deve ser nulo, devido à sua conexão monolítica. Neste cálculo, são levados em conta as rotações relativas surgidas tanto na análise de placa como na de chapa.

A Fig. I-4 ilustra melhor a análise de cada elemento isolado.

WHITNEY trata as placas extremas da estrutura como se estivessem em balanço (Fig. I-3). Esta é a única simplificação que introduziu no processo de GIRKMANN, pois este trata as placas extremas como vinculadas em três lados e livres no quarto.

GIRKMANN considera aquelas placas como simplesmente apoiadas nos diafragmas extremos e contínuas nas arestas de conexão com o resto da estrutura.



AÇÃO DE PLACA

AÇÃO DE CHAPA

Fig. I-4

O processo de WHITNEY, como proposto inicialmente, apresenta as limitações principais seguintes:

a) É aplicável apenas em estruturas de um só tramo.

b) A estrutura deverá ter em suas extremidades, e apenas nelas, diafragmas que impeçam as deformações dessas seções transversais.

c) As cargas externas deverão ser uniformemente distribuídas sobre a área dos retângulos componentes da estrutura, ou sobre suas arestas.

2 - PROCESSO RECOMENDADO PELA ASTM[15] - É uma versão modificada do processo de GAAFAR[9] e consiste no seguinte:

A análise de placa é feita considerando todas as cargas externas como suportadas transversalmente pelas placas, funcionando como contínuas, apoiadas em suportes indeslocáveis hipotéticos, localizados nas arestas (Fig. I-5 b).

A análise de chapa é feita supondo que todas as cargas transferidas transversalmente para as arestas sejam levadas longitudinalmente aos apoios da estrutura, pelas chapas atuando como vigas simples inclinadas. Aqui são levadas em conta as forças longitudinais de cisalhamento que aparecem nas arestas devido à conexão (Fig. I-5 d).

A estas análises deve ser superposta uma correção, em virtude dos deslocamentos relativos das arestas.

A análise transversal (ação de placa), pode ser

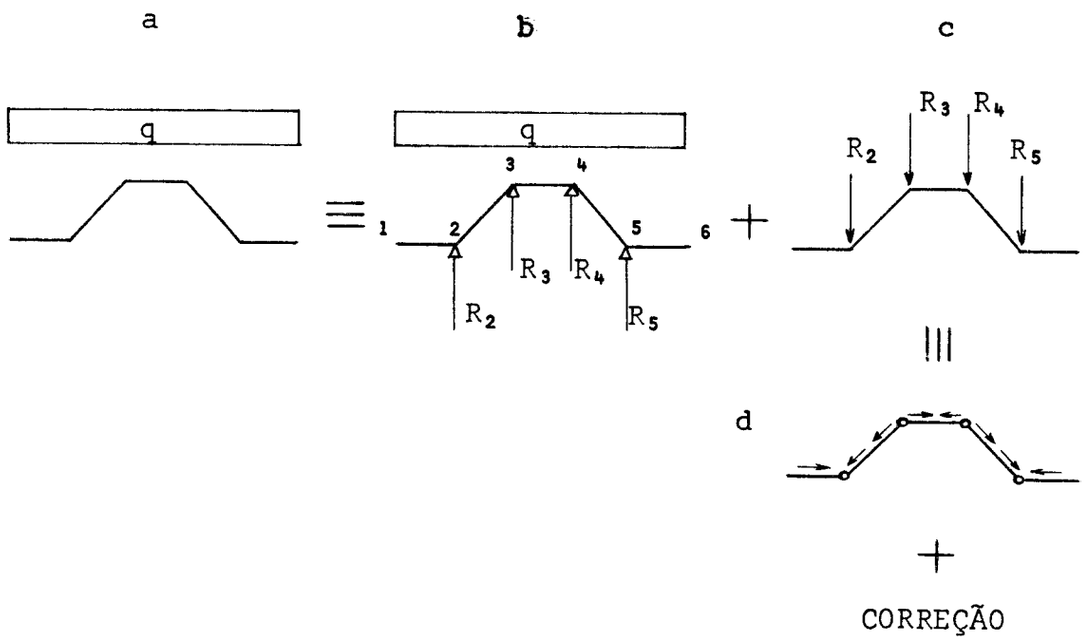


Fig. I-5

feita pelo processo de CROSS, determinando-se os momentos fletores, esforços cortantes e reações nos apoios.

A análise longitudinal (ação de chapa), é feita da mesma maneira que no processo de WHITNEY, com a diferença de que, para determinar as tensões normais nas arestas, é usado um processo de distribuição das tensões obtidas da análise de cada chapa isolada, processo este análogo ao do de CROSS. Assim procedendo, não é necessário determinar diretamente as forças longitudinais de cisalhamento nas arestas. Desta análise podem ser determinados os deslocamentos das chapas nos seus próprios planos (δ_i), e consequentemente os deslocamentos relativos Δ_{ij} entre as arestas (Fig. I-6).

Na análise de placa tomou-se como hipótese a não

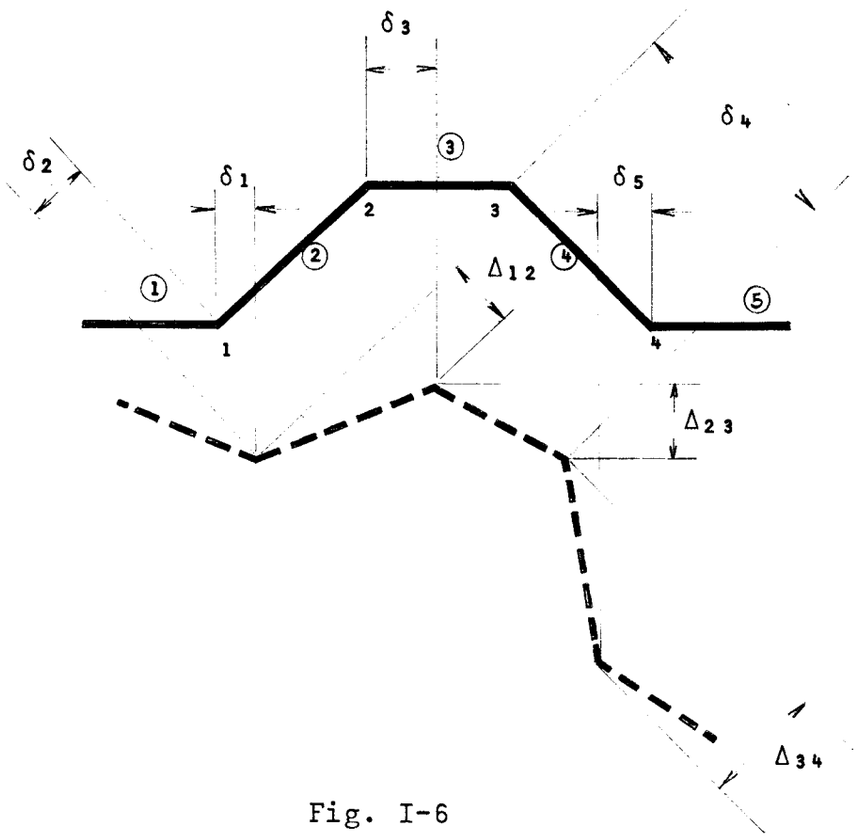


Fig. I-6

ocorrência de deslocamentos relativos entre as arestas, ou seja, em uma seção transversal, todos os nós deveriam deslocar-se igualmente. Na análise de chapa, verificou-se a existência de deslocamentos relativos Δ_{ij} entre as arestas. Esta incompatibilidade força a introdução de uma correção, feita da seguinte maneira:

Para cada aresta é aplicado um deslocamento relativo unitário Δ, enquanto que as arestas restantes são mantidas na mesma posição com relação às vizinhas (Fig. I-7). Este deslocamento produz reações nos vínculos introduzidos, reações estas que são aplicadas em sentido contrário, como cargas, em uma análise de chapa, da qual, por sua vez, são calculados novos deslocamentos relativos.

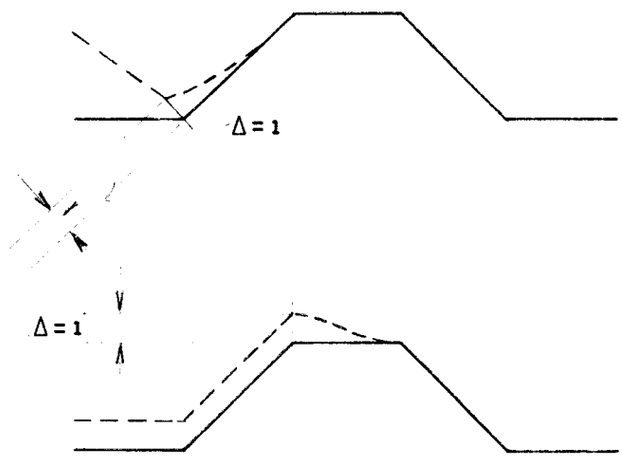


Fig. I-7

Os deslocamentos relativos obtidos com a correção, são relacionados matematicamente com os determinados pela análise de chapa inicial, e com isto obtem-se um sistema de equações, pelo qual são calculados os deslocamentos relativos reais.

As correções nos esforços, momentos e tensões serão as obtidas com os deslocamentos relativos unitários, multiplicadas pelos deslocamentos relativos reais.

Este processo tem as seguintes principais limitações:

a) A distribuição longitudinal de todas as cargas em todas as chapas deve ser a mesma.

b) Só pode ser usado para estruturas bi apoiadas em um único vão.

c) A estrutura necessita de dois diafragmas extre-

mos, infinitamente rígidos nos seus planos e sem rigidez transversalmente, porém,não admite diafragmas intermediários.

Para a análise das chapas dobradas prismáticas, também foram desenvolvidos métodos matriciais como o de SCORDELIS[16] que, em 1960, deu uma formulação matricial ao processo de YITZHAKI,como o de MEEK[17], em 1963, que utilizou o processo dos esforços e como SKENE-SCORDELIS[18] que, em 1964, utilizaram o processo dos deslocamentos.

Na maioria dos processos porém, as chapas são supostas inicialmente articuladas nas arestas e posteriormente são superpostos os efeitos dos momentos transversais, desenvolvidos em virtude da conexão monolítica dos elementos componentes da estrutura. A análise manual da ação de chapa com charneiras hipotéticas nas arestas foi extensivamente abordada por KOLLBRUNNER & BASLER[19] em 1969, já com a possibilidade de admissão de diafragmas intermediários.

Mais recentemente outros processos foram apresentados para a análise das chapas dobradas oblíquas[20] e curvas[21].

O presente trabalho se propõe, em uma primeira fase, analisar, nas chapas dobradas prismáticas, a ação de chapa, transformando a estrutura em um sistema discreto de vigas transversais e longitudinais. Este modelo estrutural foi apresentado por YAGUI[22] com uma análise matricial das estruturas de paredes delgadas, independente da teoria de VLASSOV[1], porém com resultados bastante próximos dela.

YAGUI supôs, a exemplo de VLASSOV, a preservação da forma da seção transversal, utilizando para este fim, diafragmas transversais hipotéticos.

Na análise aqui apresentada, não mais é admitida a manutenção da forma da seção transversal, conseguindo-se com isto, através do cálculo matricial (processo dos deslocamentos), resultados equivalentes aos da teoria das chapas dobradas.

Conforme a conveniência, diafragmas transversais podem ser admitidos, em qualquer posição, na estrutura, porém não necessariamente, sendo apenas indispensáveis vínculos em posições que impeçam a hipostaticidade do sistema. Nos exemplos, foram admitidos diafragmas extremos, somente para comparação com os resultados obtidos por outros processos.

Os vínculos podem ser admitidos em qualquer posição, podendo assim serem analisados sistemas bi apoiados, articulados, contínuos, engastados, etc... Também há a possibilidade da análise de chapas dobradas tubulares e múltiplas. Podem ser verificadas na estrutura as influências de vínculos elásticos ou da variação da temperatura e recalques de apoios.

No processo aqui apresentado foi levado em conta o efeito da força cortante na deformação. Poderia ter sido considerada a rigidez à torção das chapas, o que não foi feito, em virtude da exiguidade de capacidade de memória

do computador disponível, e por ser este efeito, considerado pela maioria dos autores como desprezível.

Após a análise de chapa, é superposta, em uma segunda fase, a análise de placa, feita da maneira convencional, e o efeito dos momentos transversais desenvolvidos em virtude da conexão monolítica dos elementos componentes da estrutura. Isto é feito com um procedimento que tanto pode ser executado manualmente como pelo computador.

CAPÍTULO II

ANÁLISE MATRICIAL DAS ESTRUTURAS PRISMÁTICAS CONSTITUÍDAS DE CHAPAS

1. HIPÓTESES:

1.1 - PAINÉIS: As chapas de espessuras delgadas serão chamadas de painéis, e serão supostas com os seus eixos longitudinais na posição vertical.

Será desprezada a rigidez à torção dos painéis como é feito pela maioria dos autores na análise das chapas dobradas[23,24] e também a rigidez à flexão nos seus planos transversais.

A ligação entre os painéis será considerada como uma charneira, permitindo o deslocamento angular dos mesmos em qualquer direção, com exceção das restrições dos itens 1.3 e 1.4 deste capítulo.

Os painéis interagem ao longo de suas interseções, transmitindo apenas forças verticais, longitudinais de cisalhamento.

A largura de um painel deverá permanecer constante.

No caso de uma chapa ser subdividida em dois ou mais painéis, as interseções entre eles serão suas linhas divisórias. Esta subdivisão será necessária, quando houver variação brusca da espessura da chapa, transversalmente.

1.2 - SEÇÕES: Serão particularizadas determinadas seções transversais da estrutura e nelas serão analisadas as tensões e os deslocamentos que possam ocorrer. Ta-

is seções serão as das extremidades; dos apoios intermediários; aquelas onde serão aplicadas as cargas e onde houver variação de espessura em um painel, de modo que entre seções consecutivas essa espessura permaneça constante.

1.3 - DIAFRAGMAS: Em determinadas seções serão admitidos os diafragmas considerados como rígidos no seu plano, porém sem rigidez transversal. Deste modo, onde houver um diafragma, a projeção da seção no seu plano inicial permanecerá constante.

Os diafragmas serão colocados normalmente nos apoios.

1.4 - RESTRIÇÕES DE DESLOCAMENTOS: Na teoria das chapas dobradas os deslocamentos das bordas internas dos painéis ficam perfeitamente determinados. Os painéis extremos, no entanto, não sofrem nenhuma restrição quanto ao deslocamento, a não ser que este deva ser da mesma ordem de grandeza dos deslocamentos dos painéis internos.

Existem duas hipóteses para a posição deslocada dos painéis externos[25]: a primeira considera que eles permanecem paralelos à sua posição inicial e a segunda que os ângulos formados por estes painéis e os seus concorrentes se mantêm constantes. Ambas as hipóteses levam a deslocamentos "pequenos" nos painéis com borda livre, confirmando portanto a suposição destes terem deslocamentos com a mesma ordem de grandeza dos demais. Da mesma maneira, qualquer das duas hipóteses leva ao mesmo resultado na análise das tensões pois estas são determinadas levando-se em conta a geometria

inicial da seção transversal.

Será adotada a segunda hipótese.

Assim sendo, a forma da seção transversal será mantida pelo menos para os dois painéis iniciais e para os dois finais. Desta forma somente nas estruturas com mais de três painéis é que será considerada a deformabilidade da seção transversal. Nas estruturas com dois ou três painéis, todas as seções serão indeformáveis nos seus planos.

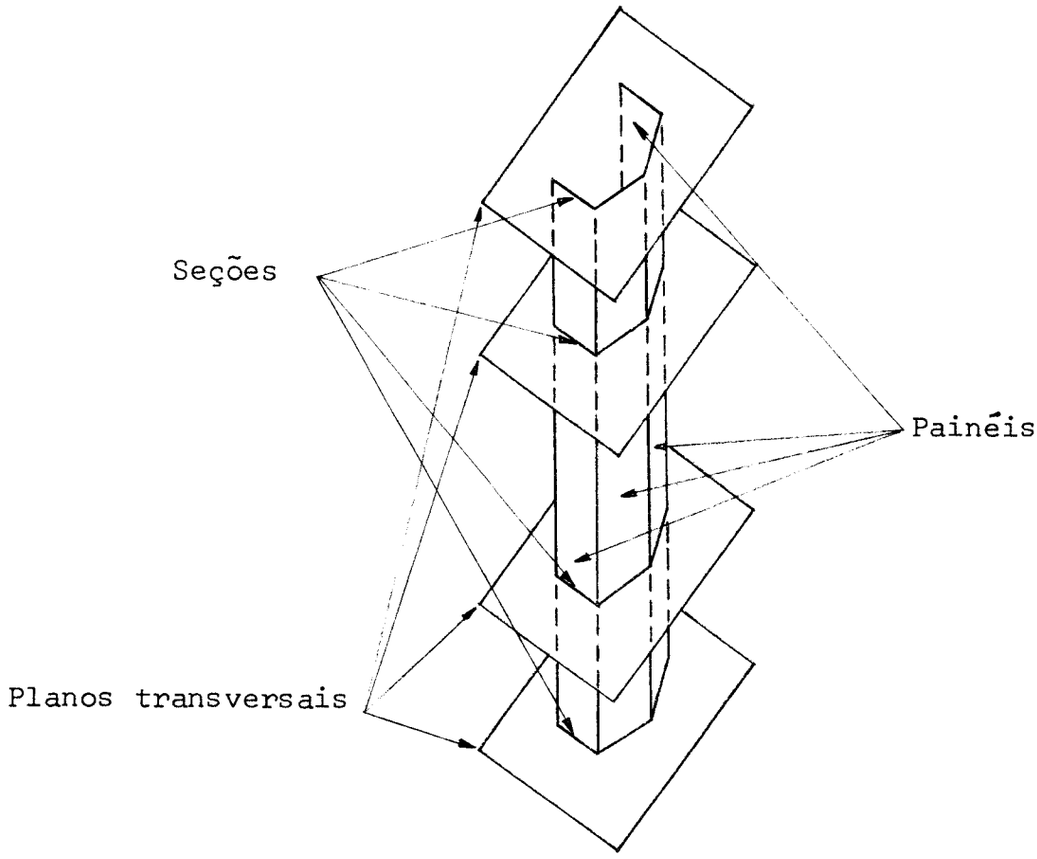
1.5 - ESTRUTURA EQUIVALENTE: Para efeito de análise, os painéis serão substituídos pelas estruturas discretas constituídas de um pilar longitudinal no eixo do painel - anteriormente suposto vertical -, e de vigas horizontais com extremidades em balanço, engastadas ao meio nesse pilar.

As vigas terão comprimento igual a largura do painel em que se situam, e estarão dispostas aos níveis das seções previamente escolhidas.

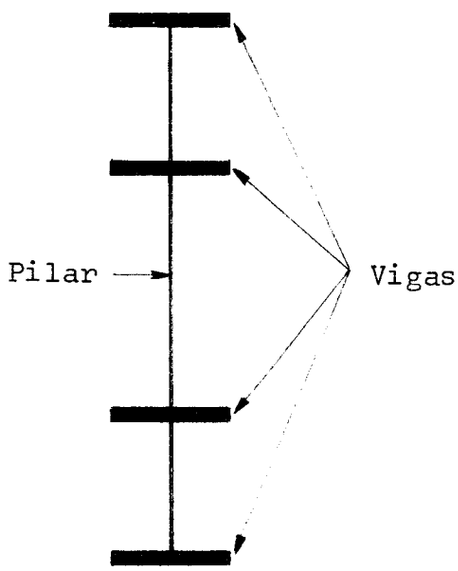
A rigidez axial das vigas será considerada infinita, assim como sua rigidez à flexão no plano do painel onde se localizam.

Os pilares por sua vez terão seus tramos de comprimento igual a distância entre as seções consideradas e sua rigidez à flexão, à força normal e à força cortante serão equivalentes às do elemento de painel por ele substituído. A rigidez à torção dos pilares será considerada nula (item 1.1, cap. II).

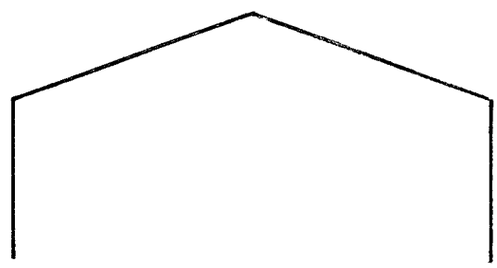
As figuras formadas pelas vigas nos planos das seções deverão ser as mesmas (Fig. II-1). O afastamento entre



ESTRUTURA



ESQUEMA DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES



PERFIL FORMADO PELOS PAINÉIS

Fig. II-1

as vigas de um painel pode variar arbitrariamente, porém, obviamente, a distância entre as vigas consecutivas de um painel será a mesma para todos os outros painéis.

1.6 - CARGAS: Só serão admitidas as cargas atuando segundo as coordenadas-deslocamentos do sistema que serão definidas posteriormente. Qualquer outro tipo de distribuição de carga poderá ser considerado através de carregamentos equivalentes nessas coordenadas e superposição de efeitos determinados.

2. DESLOCAMENTOS:

2.1 - DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS: Será considerada a estrutura cuja seção é mostrada na Fig. II-2.

Os p painéis serão numerados sequencialmente a partir de um painel com borda livre até o outro painel com borda livre (números dentro dos círculos na Fig. II-2). Cada painel será caracterizado por um índice superior.

As s seções serão numeradas sequencialmente de cima para baixo, de 1 a s (números dentro dos triângulos na Fig. II-2).

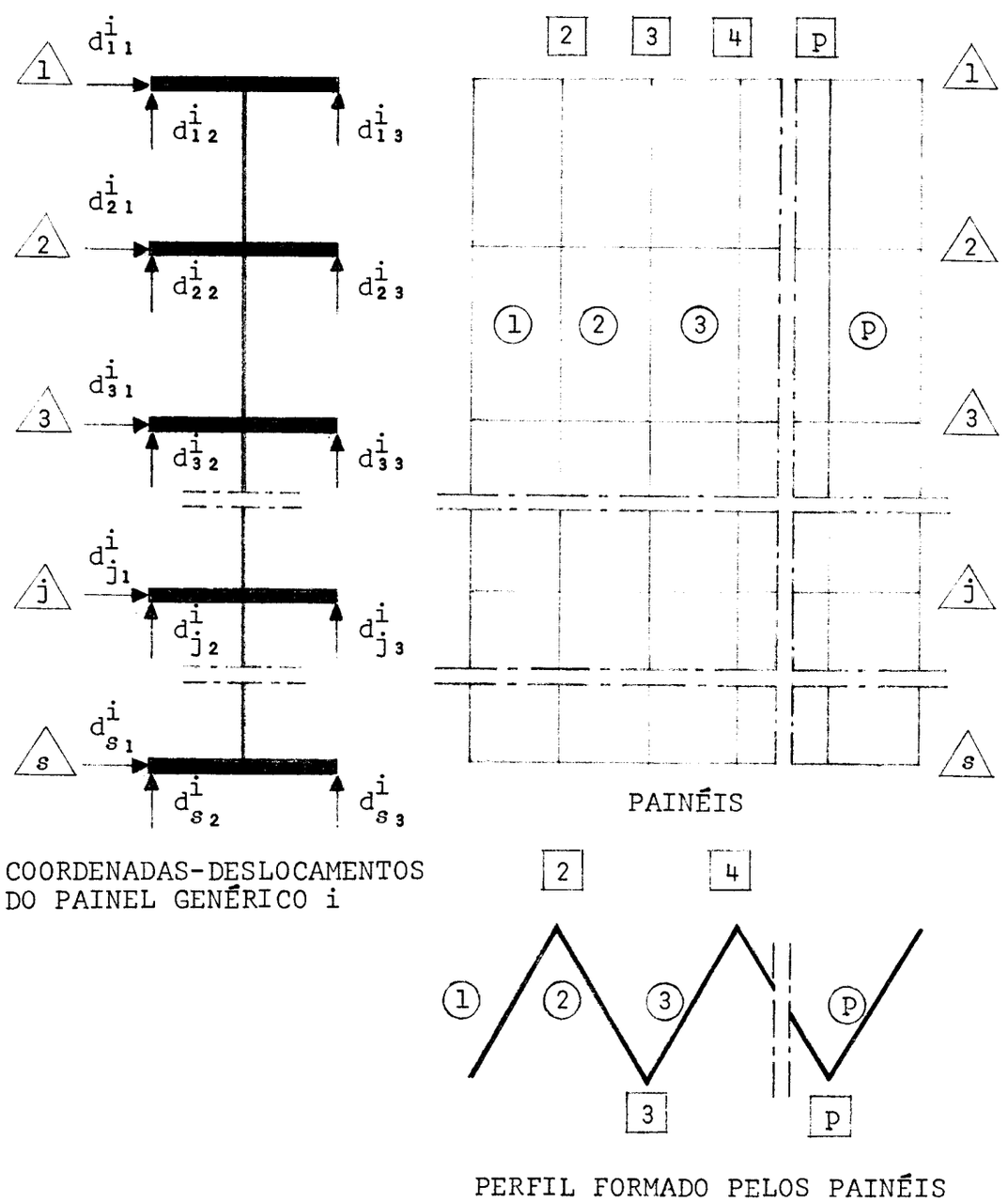
A cada uma das p-1 interseções de painéis será dado o maior dos números dos painéis aí concorrentes (números dentro dos quadrados na Fig. II-2)

A primeira borda livre receberá o número 1 e a última o número $p+1$.

Cada painel terá, ao nível de cada seção, três coordenadas-deslocamentos, sendo duas verticais nas extremidades da viga e uma horizontal na direção longitudinal da vi-

ga.

O painel genérico i, terá então, ao nível da seção j as seguintes coordenadas-deslocamentos:



COORDENADAS-DESLOCAMENTOS DO PAINEL GENÉRICO i

PERFIL FORMADO PELOS PAINÉIS

Fig. II-2

$d^i_{j_1}$ = Deslocamento horizontal do painel i, segundo seu próprio plano. Neste nível todos os pontos do painel i têm o mesmo deslocamento horizontal, devido a hipótese de indeformabilidade axial das vigas. Será escolhido, para este deslocamento, um sentido positivo, melhor analisado no item 3 deste capítulo. Para facilidade de exposição, ao se estudar um painel isolado, este será colocado de modo que o sentido positivo seja da esquerda para a direita.

$d^i_{j_2}$ = Deslocamento vertical da extremidade esquerda do painel i. O sentido positivo será de baixo para cima.

$d^i_{j_3}$ = Deslocamento vertical da extremidade direita do painel i. O sentido positivo será de baixo para cima.

O número total de coordenadas-deslocamentos de um painel será 3 s.

2.2 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA: Será considerado um sistema de eixos tri-ortogonais de referência, com origem O localizada no plano da seção na extremidade inferior e com o eixo z paralelo aos eixos longitudinais dos painéis, orientado positivamente de baixo para cima. Os eixos x e y serão posicionados de preferência segundo as direções principais da seção.

De início serão admitidas ao nível de cada seção três coordenadas-deslocamentos do sistema, em cada interseção de painéis, orientadas segundo as direções dos eixos de referência. Em cada borda livre serão consideradas mais três coordenadas-deslocamentos orientadas do mesmo modo (Fig. II-3).

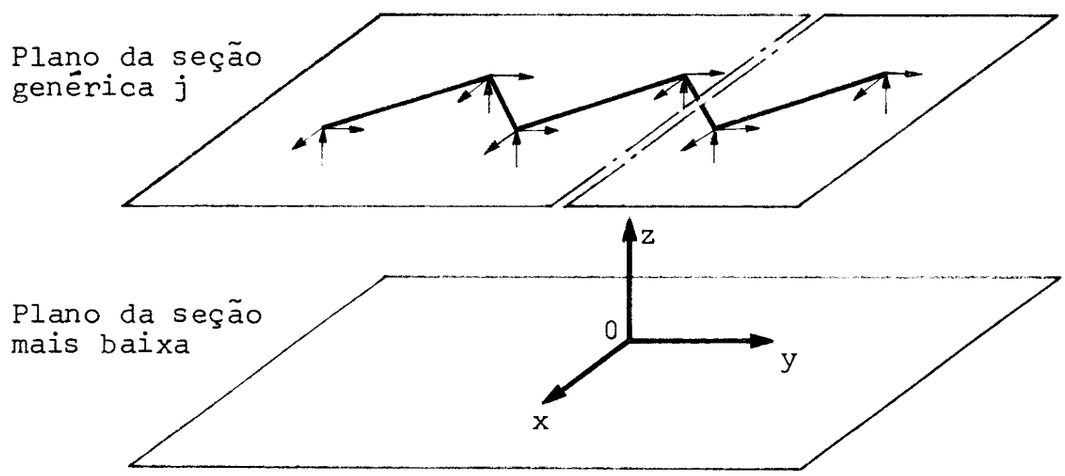


Fig. II-3

Todos os deslocamentos verticais são independentes, porém nem todos os horizontais o são, já que, em virtude da rigidez axial infinita das vigas, os painéis comportam-se, em uma determinada seção, como uma cadeia cinemática, apenas com as restrições do item 1.4 deste capítulo.

2.2.1 - ESCOLHA DOS DESLOCAMENTOS INDEPENDENTES: Como só no plano da seção pode haver relação de dependência entre deslocamentos, serão analisados apenas os deslocamen-

tos nas direções x e y, em uma seção genérica j (Fig. II-4).

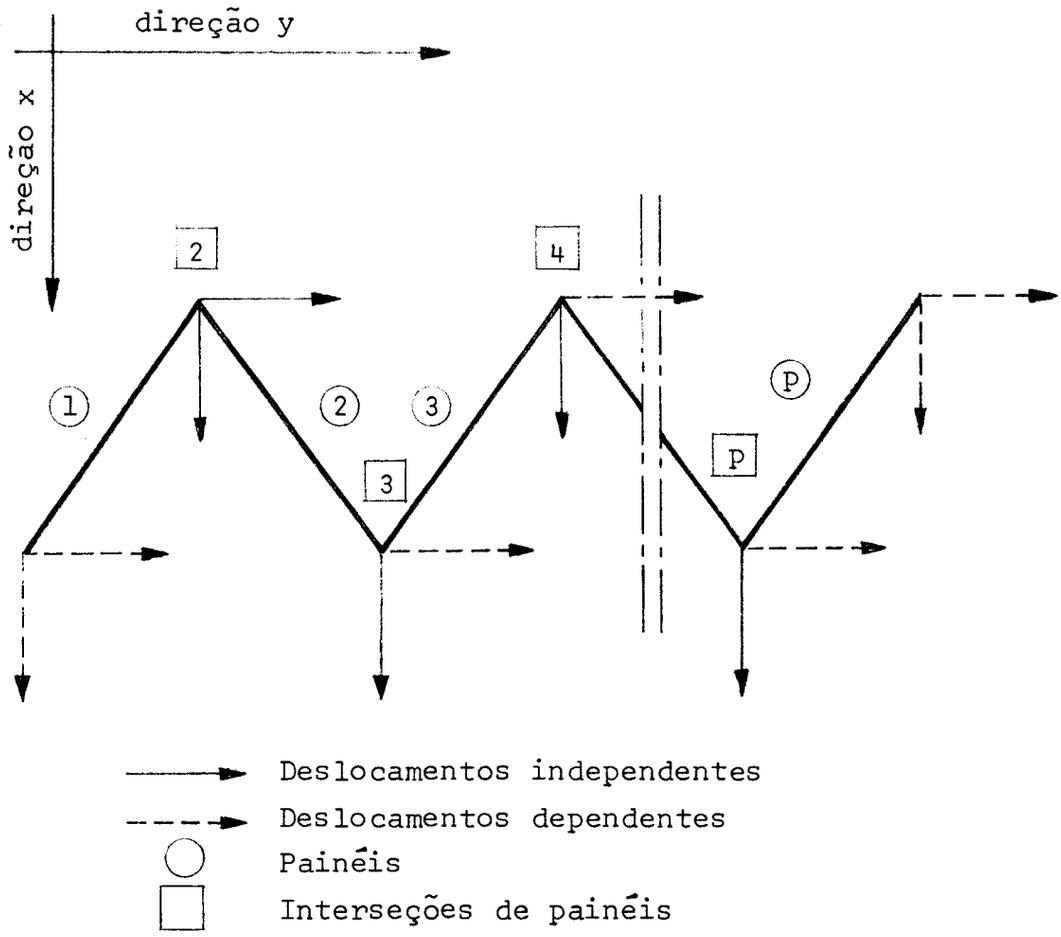
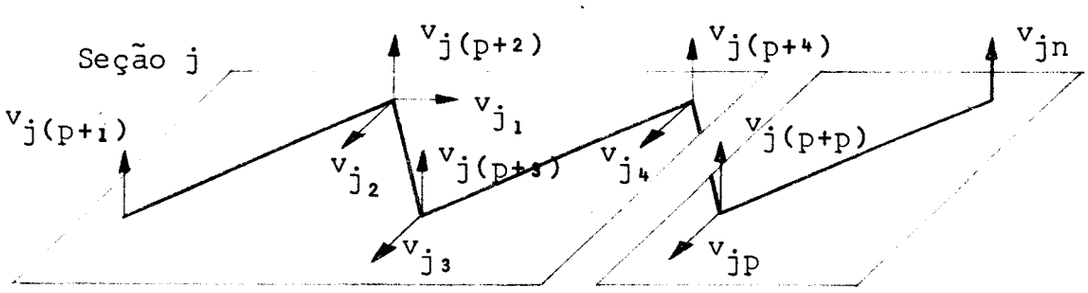


Fig. II-4

Em virtude das restrições impostas aos deslocamentos dos painéis extremos, serão tomados como primeiros deslocamentos independentes aqueles dois do nó 2 (na interseção do 1º com o 2º painel). No nó 3 será escolhido como independente o deslocamento na direção x, e como dependente na direção y. Daí em diante, todos os deslocamentos de interseções de painéis se comportarão de maneira análoga, considerando-se sempre os deslocamentos na direção x como inde

pendentes e na direção y como dependentes. Tem-se então no plano da seção, p coordenadas-deslocamentos independentes, já que os deslocamentos horizontais das bordas livres dos painéis extremos serão dependentes em virtude das restrições anteriormente impostas (item 1.4, cap. II).

Não mais se restringindo ao plano da seção, tem-se, ao nível da seção j, as n seguintes coordenadas-deslocamentos independentes do sistema, orientadas segundo os eixos de referência (Fig. II-5).



COORDENADAS-DESLOCAMENTOS INDEPENDENTES DO SISTEMA

Fig. II-5

v_{j_1} = Deslocamento horizontal do nó 2, na direção y.

$v_{j_2}, v_{j_3}, \ldots, v_{jp}$ = Deslocamentos horizontais dos nós 2,3, ..., p, na direção x.

$v_{j(p+1)}$ = Deslocamento vertical da borda livre do painel 1.

$v_{j(p+2)}, v_{j(p+3)}, \ldots, v_{j(p+p)}$ = Deslocamentos verticais dos nós 2,3, ..., p.

v_{jn} = Deslocamento vertical da borda livre do pai

nel p.

O número de coordenadas-deslocamentos independentes do sistema ao nível de uma seção j será, portanto, n = 2p+1. Estas coordenadas serão consideradas em todas as seções, e assim sendo, seu número total será n.*s* ou (2.*s*.p)+*s*. Posteriormente serão introduzidas as restrições dos vínculos externos e dos diafragmas.

2.2.2 - RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA: O deslocamento dependente genérico relativo ao nó i será chamado de $v_{ji'}$. O ângulo entre o painel i e a direção x, contado a partir da reta paralela ao eixo x para o painel ou seu prolongamento, no sentido antihorário será chamado de α_i (Fig. II-6).

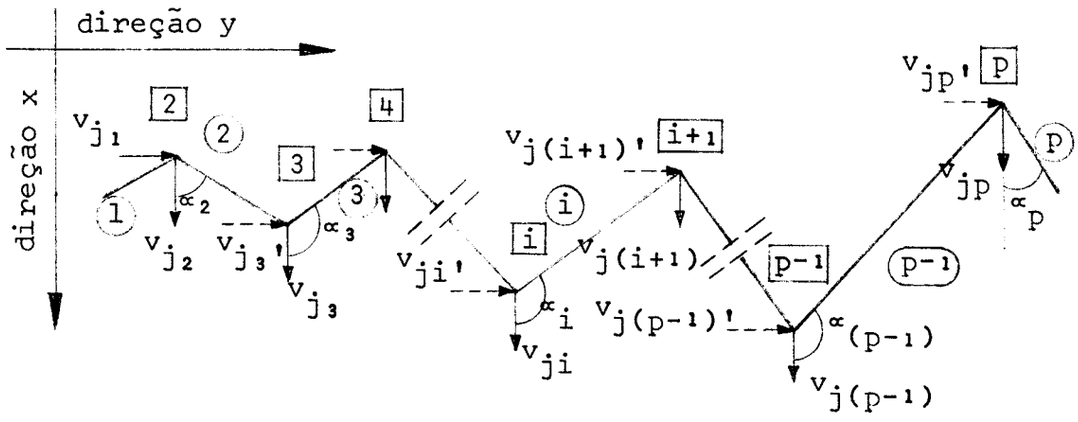


Fig. II-6

Referindo-se à Fig. II-7, é suposto que o painel 2 chegue à sua posição deslocada por meio de três movimentos: os deslocamentos v_{j1} e v_{j2} levando-o a uma posição paralela à inicial (pontilhada), e mais uma rotação Ψ em torno do

nó 2. Como por hipótese o ângulo dos dois painéis extremos não varia, o painel 1 terá a mesma rotação Ψ em torno do nó 2.

A rotação Ψ pode ser expressa em função dos dois deslocamentos suplementares w_1 e w_2 relacionados do seguinte modo (Fig. II-7):

$$w_1 = w_2 \cot g\, \alpha_2$$

$$w_2 = v_{j_2} - v_{j_3}$$

$$v_{j_3'} = v_{j_1} + w_1 = v_{j_1} + (v_{j_2} - v_{j_3}) \cot g\, \alpha_2$$

Analogamente para o painel 3 tem-se:

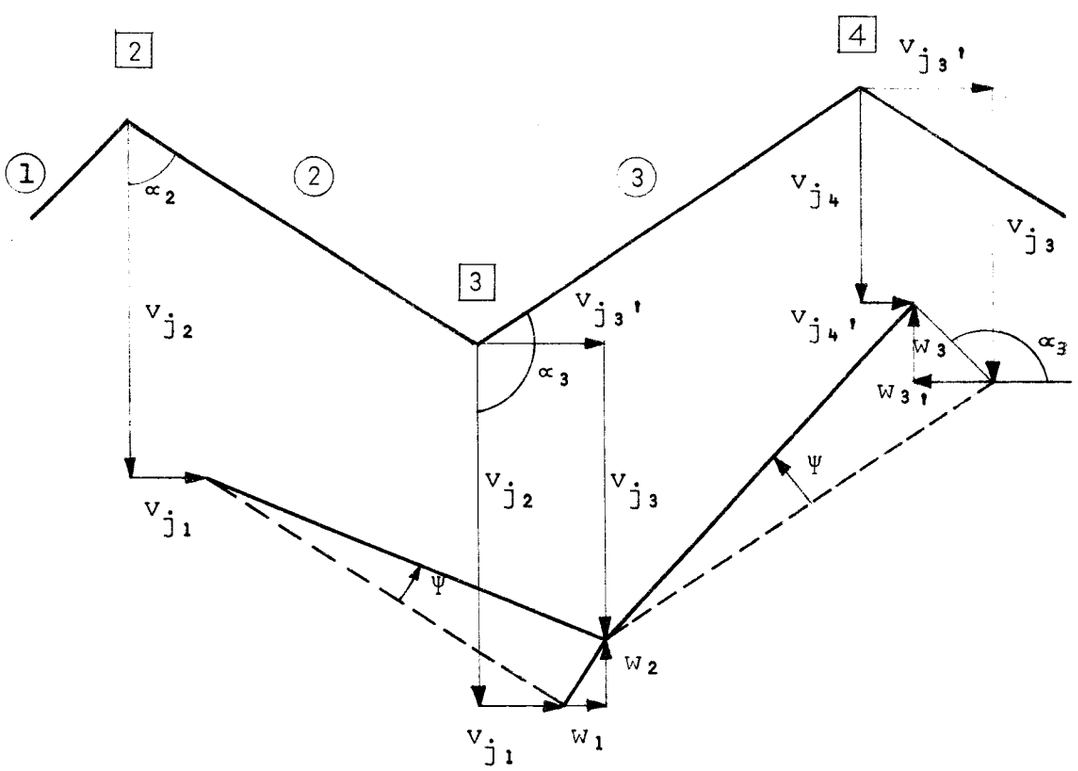


Fig. II-7

$$w_{3'} = -w_3 \cot g\, \alpha_3$$

$$w_3 = v_{j3} - v_{j4}$$

$$v_{j4'} = v_{j3'} - w_{3'} = v_{j3'} + (v_{j3} - v_{j4}) \cot g\, \alpha_3$$

Substituindo o valor de $v_{j3'}$:

$$v_{j4'} = v_{j1} + (v_{j2} - v_{j3}) \cot g\, \alpha_2 + (v_{j3} - v_{j4}) \cot g\, \alpha_3$$

Deste modo pode-se exprimir qualquer deslocamento dependente em função dos independentes. Assim para um deslocamento dependente de interseção genérico $v_{ji'}$ tem-se:

$$v_{ji'} = v_{j1} + \sum_{k=3}^{i} (v_{j(k-1)} - v_{jk}) \cot g\, \alpha_{k-1} \qquad \ldots (1)$$

2.3 - NOTAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS:

p = número de painéis.

s = número de seções.

n = número de coordenadas-deslocamentos independentes do sistema em cada seção.

i = índice superior, representando o painel genérico.

j = índice inferior, representando a seção genérica.

c = índice inferior, representando a coordenada genérica no sistema ou no painel.

c' = índice inferior, representando a coordenada genérica dos deslocamentos dependentes do sistema.

v_{jc} = deslocamento independente do sistema ao nível da seção j, segundo a coordenada c (c = 1,2,3, ..., n).

$v_{jc'}$ = deslocamento dependente do sistema, ao nível da seção j, segundo a coordenada c'(c'=3',4',5',...,p').

V_j = matriz-coluna deslocamento do sistema, ao nível da seção j, com as n componentes v_{jc} dispostas ordena-

damente.

$$V_j = \begin{bmatrix} v_{j_1} \\ v_{j_2} \\ \cdots \\ v_{jn} \end{bmatrix} \qquad \text{ordem } (n \times 1) \qquad \ldots (2)$$

V = matriz-coluna deslocamento do sistema, com s submatrizes V_j dispostas ordenadamente.

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ V_s \end{bmatrix} \qquad \text{ordem } (ns \times 1) \qquad \ldots (3)$$

d^i_{jc} = deslocamento do painel i ao nível da seção j, segundo a coordenada c(c=1,2,3).

D^i_j = matriz-coluna, deslocamento do painel i, ao nível da seção j, com as três componentes d^i_{jc} ordenadamente dispostas.

$$D^i_j = \begin{bmatrix} d^i_{j_1} \\ d^i_{j_2} \\ d^i_{j_3} \end{bmatrix} \qquad \text{ordem } (3 \times 1) \qquad \ldots (4)$$

D^i = matriz-coluna deslocamento do painel i, com s submatrizes D^i_j, ordenadamente dispostas.

$$D^i = \begin{bmatrix} D^i_1 \\ D^i_2 \\ \cdots \\ D^i_s \end{bmatrix} \qquad \text{ordem } (3s \times 1) \qquad \ldots (5)$$

D = matriz-coluna deslocamento dos painéis, com p submatrizes D^i, ordenadamente dispostas.

$$D = \begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \cdots \\ D^p \end{bmatrix} \qquad \text{ordem } (3sp \times 1) \qquad \ldots (6)$$

3 - TRANSFORMAÇÕES DE DESLOCAMENTOS

3.1 - ANÁLISE SEM DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS

Uma vez definido o vetor D, deslocamento dos painéis, de ordem (3sp x 1), e o vetor V, deslocamento do sistema, de ordem (ns x 1), será determinada a matriz de transformação B que define a relação entre D e V, ou melhor:

$$D = B.V \qquad \ldots (7)$$

A matriz B será de ordem (3sp x ns). Porém, como o vetor D pode ser particionado em p subvetores D^i, pode-se também particionar B em p submatrizes B^i, de modo que:

$$\begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ \cdots \\ D^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^1 \\ B^2 \\ \cdots \\ B^p \end{bmatrix} . V$$

ou ainda

$$D^i = B^i . V \qquad \ldots (8)$$

Como por sua vez os vetores D^i e V podem ser subdivididos em submatrizes deslocamentos correspondentes aos níveis das seções, a submatriz B^i pode ser considerada como uma matriz composta de s x s submatrizes, das quais somente as da diagonal principal são diferentes de zero, já que os deslocamentos de um painel ao nível de uma seção só podem estar relacionados a deslocamentos do sistema ao nível da mesma seção:

$$\begin{bmatrix} D^i_1 \\ D^i_2 \\ \cdots \\ D^i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^i_1 & 0 & 0 \\ 0 & B^i_2 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & B^i_s \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ V_s \end{bmatrix}$$

ou ainda

$$D^i_j = B^i_j . V_j$$

Como as coordenadas-deslocamentos são as mesmas em

todas as seções, já que estão ligadas ao perfil transversal inicial formado pelos painéis, tem-se que:

$$B_1^i = B_2^i = \ldots = B_j^i = \ldots = B_s^i = B^i$$

ou ainda

$$D_j^i = B^i \cdot V_j \qquad \ldots (9)$$

Como o vetor D_j^i é de ordem (3 x 1) e o vetor V_j de ordem (n x 1), B^i será de ordem (3 x n):

$$\begin{bmatrix} d_{j1}^i \\ d_{j2}^i \\ d_{j3}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}^i & b_{12}^i & \ldots & b_{1n}^i \\ b_{21}^i & b_{22}^i & \ldots & b_{2n}^i \\ b_{31}^i & b_{32}^i & \ldots & b_{3n}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{j1} \\ v_{j2} \\ \ldots \\ v_{jn} \end{bmatrix} \qquad \ldots (10)$$

Desta maneira basta determinar as p submatrizes B^i para se ter perfeitamente definida a matriz de transformação B.

Para achar a primeira linha de B^i será prefixado o sentido positivo de d_{j1}^i de tal modo que sua projeção sobre o eixo y seja positiva. Assim, qualquer que seja a direção do painel, obtem-se sempre a mesma equação (12).

Convém notar na Fig. II-8 que em virtude do giro Ψ ser "pequeno", a projeção do deslocamento $(\vec{v}_{ji} + \vec{v}_{ji'})$ sobre a direção de d_{j1}^i é igual a projeção do deslocamento $(\vec{v}_{j(i+1)} + \vec{v}_{j(i+1)'})$ sobre a mesma direção. Tem-se então:

para $\alpha_i < \pi/2 : d^i_{j1} = v_{ji} \cos \alpha_i + v_{ji'} \cos(\pi/2 - \alpha_i)$

para $\alpha_i > \pi/2 : d^i_{j1} = - v_{ji} \cos(\pi - \alpha_i) + v_{ji'} \cos(\alpha_i - \pi/2)$

Ambas levando à equação:

$$d^i_{j1} = v_{ji} \cos \alpha_i + v_{ji'} \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (11)$$

Substituindo $v_{ji'}$ pelo valor da equação (1):

$$d^i_{j1} = v_{ji} \cos \alpha_i + \left[v_{j1} + \sum_{k=3}^{i} (v_{j(k-1)} - v_{jk}) \operatorname{cotg} \alpha_{k-1} \right] \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (12)$$

O que dá os seguintes coeficientes para a matriz B^i:

$$b^i_{11} = \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (13)$$

$$b^i_{12} = \operatorname{cotg} \alpha_2 \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (14)$$

$$b^i_{1k} = (\operatorname{cotg} \alpha_k - \operatorname{cotg} \alpha_{k-1}) \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (15)$$

$$\left[k = 3, 4, \ldots, (i - 1) \right]$$

$$b^i_{1i} = - \operatorname{cotg} \alpha_{i-1} \operatorname{sen} \alpha_i + \cos \alpha_i \qquad \ldots (16)$$

$$b^i_{1m} = 0 \qquad (m = i + 1, i + 2, \ldots, n) \qquad \ldots (17)$$

A série de equações (13), (14), (15), (16) e (17) somente não é válida para i = 1 onde se tem:

$$b^1_{11} = \operatorname{sen} \alpha_1$$

$$b^1_{12} = \cos \alpha_1$$

$b^1_{1m} = 0 \qquad (m = 3,4, \ldots, n)$

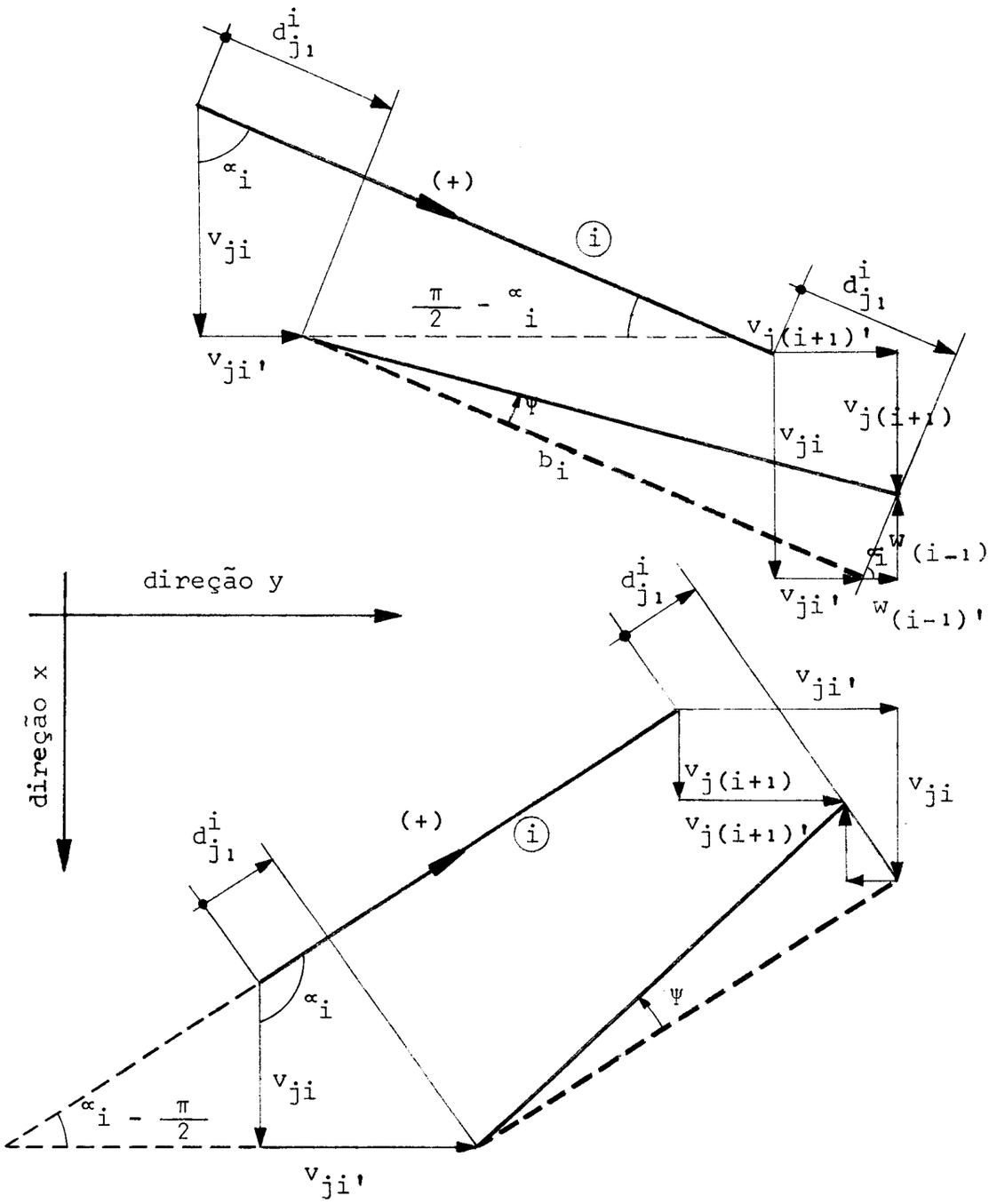


Fig. II-8

Para os casos particulares de i = 2 e i = 3 tem-se:

$$b^2_{11} = \text{sen}\ \alpha_2$$

$$b^2_{12} = \cos\ \alpha_2$$

$$b^2_{1m} = 0 \qquad (m = 3,4, \ldots, n)$$

$$b^3_{11} = \text{sen}\ \alpha_3$$

$$b^3_{12} = \text{cotg}\ \alpha_2\ \text{sen}\ \alpha_3$$

$$b^3_{13} = -\ \text{cotg}\ \alpha_2\ \text{sen}\ \alpha_3 + \cos\ \alpha_3$$

$$b^3_{1m} = 0 \qquad (m = 4,5, \ldots, n)$$

No caso de um painel extremo i ser paralelo a direção x, o sentido positivo de d^i_{j1} será o mesmo de x, e α_i será igual a 0.

A segunda linha da matriz B^i será toda de zeros, com exceção do termo $b^i_{2(p+i)}$ ou $b^i_{2(p+i+1)}$ que será 1. Na terceira linha somente o termo $b^i_{3(p+i)}$ ou $b^i_{3(p+i+1)}$ será diferente de zero e igual a 1.

A correspondência dos deslocamentos verticais do sistema com os do painel, dependerá do sentido positivo de d^i_{j1}. Assim se o sentido crescente da numeração dos painéis coincidir com o sentido positivo de d^i_{j1}, ter-se-á $b^i_{2(p+i)}$ e $b^i_{3(p+i+1)}$ iguais a 1, caso contrário $b^i_{2(p+i+1)}=b^i_{3(p+i)}=1$.

Exemplo numérico: para fixar idéias, serão determinadas as submatrizes de transformação B^i para a estrutura da Fig. II-9.

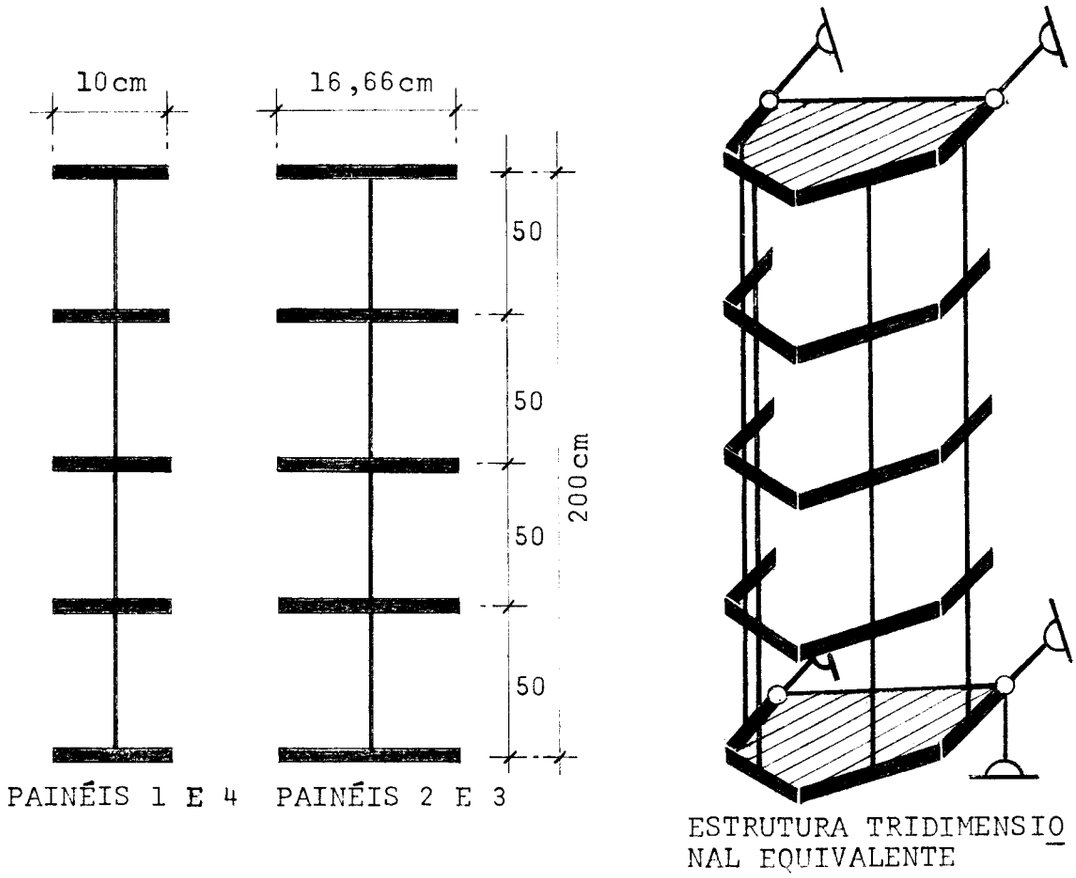

10cm
16,66cm
50
50
50
50
200cm
PAINÉIS 1 E 4
PAINÉIS 2 E 3
ESTRUTURA TRIDIMENSIONAL EQUIVALENTE
0,6cm
0,6cm
1cm
Linha de esqueleto
16,66cm
1cm
10cm
y
x
4
3
2
1
α3
α2
13,33cm
13,33cm
10cm
10cm
y
x
5
1
9
4
8
7
2
6
3
CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS
POSIÇÃO DA LINHA DE "ESQUELETO" E SENTIDO POSITIVO DOS DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS
COORDENADAS-DESLOCAMENTOS DO SISTEMA

Fig. II-9

$\text{sen}\ \alpha_1 = 0$

$\cos\ \alpha_1 = 1$

$\text{sen}\ \alpha_2 = 4/5$

$\cos\ \alpha_2 = -\ 3/5$

$\text{sen}\ \alpha_3 = 4/5$

$\cos\ \alpha_3 = 3/5$

$\text{sen}\ \alpha_4 = 0$

$\cos\ \alpha_4 = 1$

Substituindo nas equações anteriores encontram-se as seguintes submatrizes de ordem 3 x 9, já que p = 4 e n = 2p+1:

$$B^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.1.1 - PAINÉIS INTERMEDIÁRIOS PARALELOS AO EIXO X

Foi suposto na análise anterior (item 2.2.2, Fig. II-7), que um painel i chega à sua posição deslocada por meio das translações v_{ji} e $v_{ji'}$ e da rotação Ψ_i, que é expressa pelos deslocamentos suplementares w_i e $w_{i'}$.

Porém, se um painel intermediário k for paralelo a x (Fig. II-10), o deslocamento suplementar w_k será praticamente nulo e v_{jk} será considerado igual a v_{jk+1}.

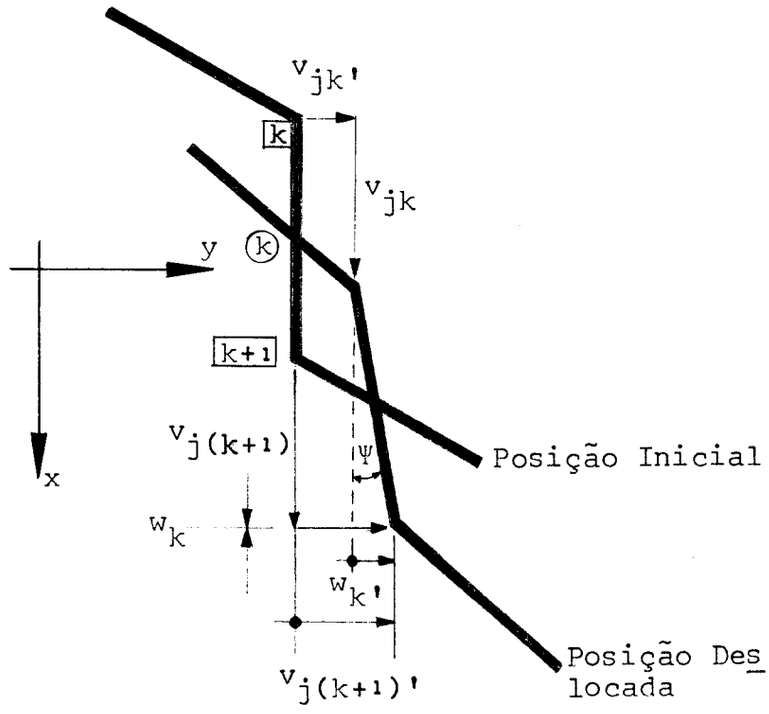


Fig. II-10

Deste modo, no nó k+1, não mais será possível escolher o deslocamento paralelo a x como independente, e sim o da direção y. Assim, no plano da seção, além da primeira coordenada-deslocamento independente paralela a y haverá, para cada interseção de painéis, uma paralela ao eixo x - se o painel de número inferior ao do nó interseção não

tiver a direção desse eixo -, ou paralela ao eixo y no caso afirmativo.

Para ficar coerente com a notação apresentada no item 2.3, se um painel intermediário k for paralelo a x, os deslocamentos do nó k+1 serão chamados de $v_{j(k+1)}$ e $v_{j(k+1)'}$ respectivamente para as direções y e x (Fig. II-11).

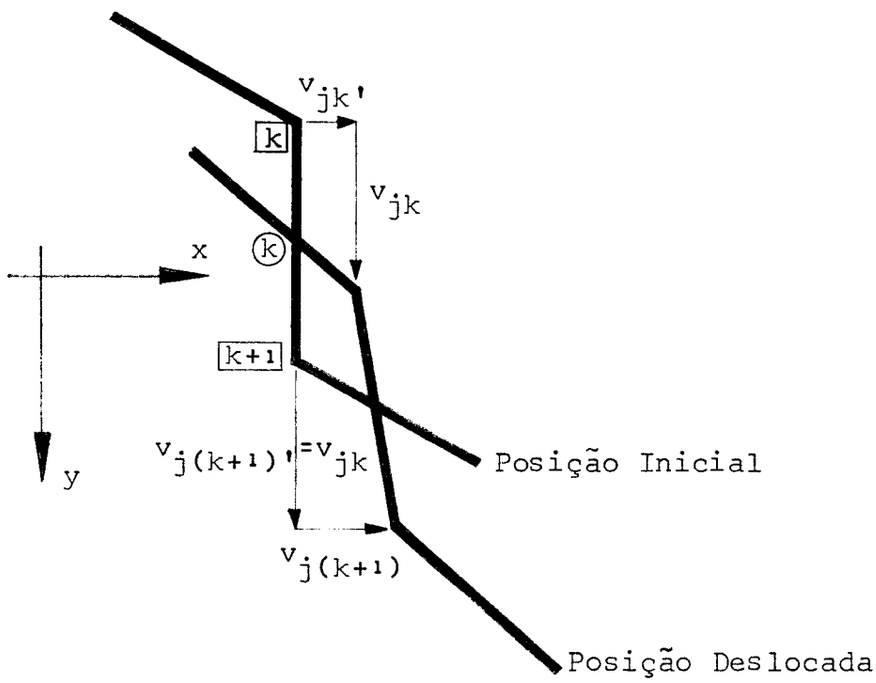


Fig. II-11

Assim, utilizando o mesmo procedimento do item 2.2.2, pode-se exprimir os deslocamentos dependentes dos painéis posteriores a um painel genérico k, paralelo ao eixo x, da seguinte maneira (Fig. II-12):

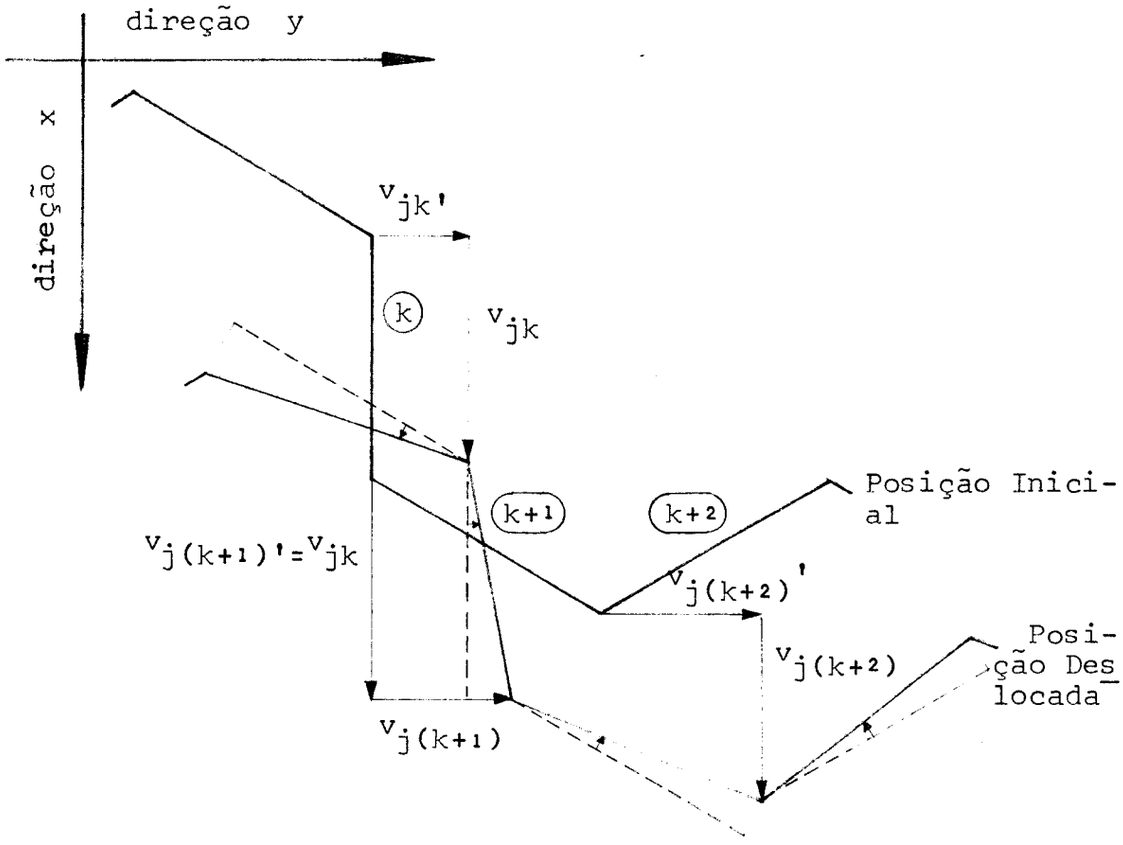


Fig. II-12

$$v_{j(k+2)}' = v_{j(k+1)} + (v_{jk}-v_{j(k+2)}) \cot g\, \alpha_{k+1}$$

$$v_{j(k+3)}' = v_{j(k+1)} + (v_{jk}-v_{j(k+2)}) \cot g\, \alpha_{k+1} +$$

$$+ (v_{j(k+2)} - v_{j(k+3)}) \cot g\, \alpha_{k+2}$$

ou generalizando

$$v_{ji}' = v_{j(k+1)} + (v_{jk}-v_{j(k+2)}) \cot g\, \alpha_{k+1} +$$

$$+ \sum_{\ell=k+3}^{i} (v_{j(\ell-1)}-v_{j\ell}) \cot g\, \alpha_{\ell-1} \qquad \ldots (18)$$

Tem-se então para um painel i não paralelo ao eixo x, e não concorrente com esse painel k o seguinte deslocamento d^i_{j1} (Fig. II-13):

$$d^i_{j1} = v_{ji} \cos \alpha_i + v_{ji'} \operatorname{sen} \alpha_i$$

$$d^i_{j1} = v_{ji} \cos \alpha_i + \Big[v_{j(k+1)} + (v_{jk} - v_{j(k+2)}) \operatorname{cotg} \alpha_{k+1} + \sum_{\ell=k+3}^{i} (v_{j(\ell-1)} - v_{j\ell}) \operatorname{cotg} \alpha_{\ell-1} \Big] \operatorname{sen} \alpha_i \qquad \ldots (19)$$

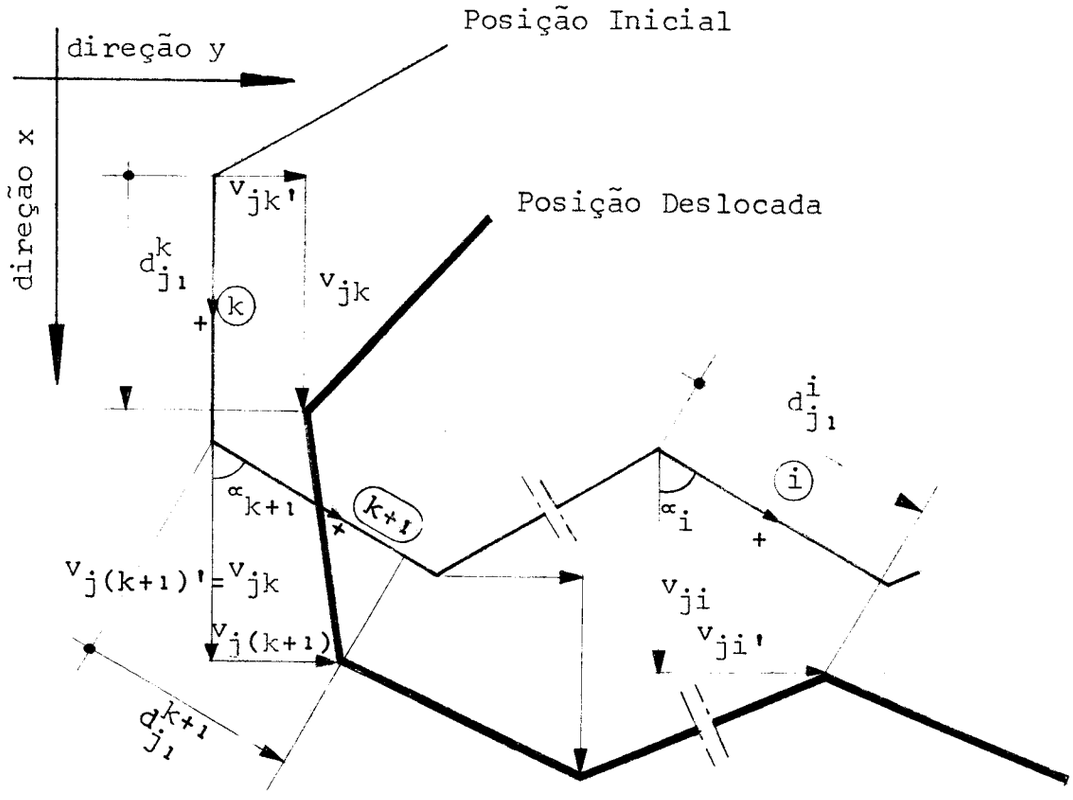


Fig. II-13

Para os painéis k e k+1 tem-se (Fig. II-13):

$$d^{k}_{j1} = v_{jk} \qquad \ldots (20)$$

$$d^{k+1}_{j1} = v_{jk} \cos \alpha_{k+1} + v_{j(k+1)} \operatorname{sen} \alpha_{k+1} \qquad \ldots (21)$$

Do que resulta para as primeiras linhas das submatrizes de transformação os seguintes elementos:

$$b^{k}_{1k} = 1 \qquad \ldots (22)$$

$$b^{k+1}_{1k} = \cos \alpha_{k+1} \qquad \ldots (23)$$

$$b^{k+1}_{1(k+1)} = \operatorname{sen} \alpha_{k+1} \qquad \ldots (24)$$

$$b^{i}_{1k} = \operatorname{cotg} \alpha_{(k+1)} \operatorname{sen} \alpha_{i} \qquad \ldots (25)$$

$$b^{i}_{1(k+1)} = \operatorname{sen} \alpha_{i} \qquad \ldots (26)$$

$$b^{i}_{1\ell} = (\operatorname{cotg} \alpha_{\ell} - \operatorname{cotg} \alpha_{\ell-1}) \operatorname{sen} \alpha_{i} \qquad \ldots (27)$$

$$\ell = (k+2, k+3, \ldots, i-1)$$

$$b^{i}_{1i} = \cos \alpha_{i} - \operatorname{cotg} \alpha_{i-1} \operatorname{sen} \alpha_{i} \qquad \ldots (28)$$

Os demais elementos das primeiras linhas serão zero.

Os termos da segunda e terceira linhas das submatrizes relativas a todos os painéis, assim como da primeira linha das submatrizes relativas aos painéis anteriores ao primeiro painel intermediário paralelo a x, serão obtidos da maneira como foi exposta no item 3.1.

A consideração de painéis intermediários paralelos ao eixo x foi apenas para englobar todos os casos, pois, na realidade sempre se poderá evitar estes tipos de painéis, pelo conveniente posicionamento dos eixos de referência.

3.1.2 - ESTRUTURA COM MAIS DE DUAS BORDAS LIVRES

Até aqui foram tratadas somente estruturas constituídas de painéis, dos quais apenas dois deles apresentam uma borda livre. Esta análise, porém, pode ser estendida ao outro tipo, com mais de dois painéis com borda livre, desde que se mantenha a hipótese de que cada painel extremo não tenha deslocamento angular relativo a um painel intermediário que lhe é concorrente.

No caso de um painel extremo ter uma aresta comum com dois ou mais painéis, admite-se que o mesmo, após o deslocamento, mantenha sua posição relativa aos eventuais painéis extremos contíguos e também com um outro intermediário arbitrariamente escolhido (Fig. II-14). Assim, no plano da seção haverá sempre uma coordenada-deslocamento independente paralela ao eixo x para cada interseção de dois ou mais painéis.

Assim, para a estrutura da Fig. II-15, onde:

$\alpha_1 = \pi/4$

$\alpha_2 = 3\pi/4$

$\alpha_3 = \pi/4$

$\alpha_4 = 3\pi/4$

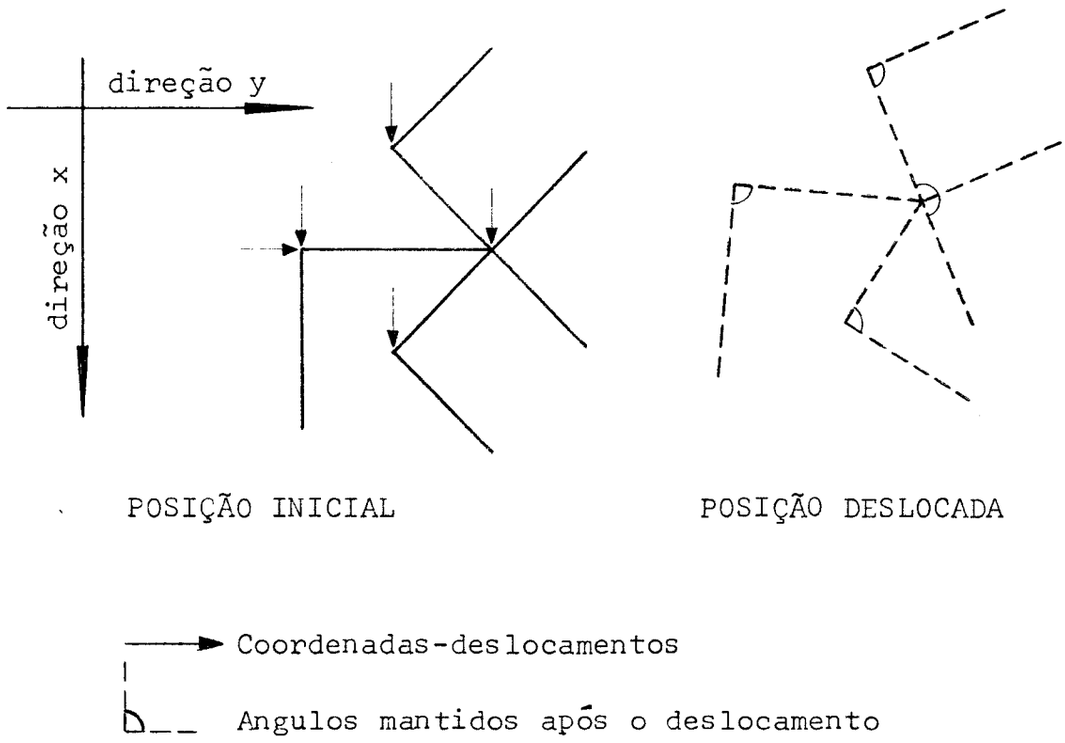


Fig. II-14

$\alpha_5 = \pi/2$

$\alpha_6 = 0$

tem-se as seguintes submatrizes de transformação B^i:

$$B^1 = \begin{bmatrix} 0,707 & 0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

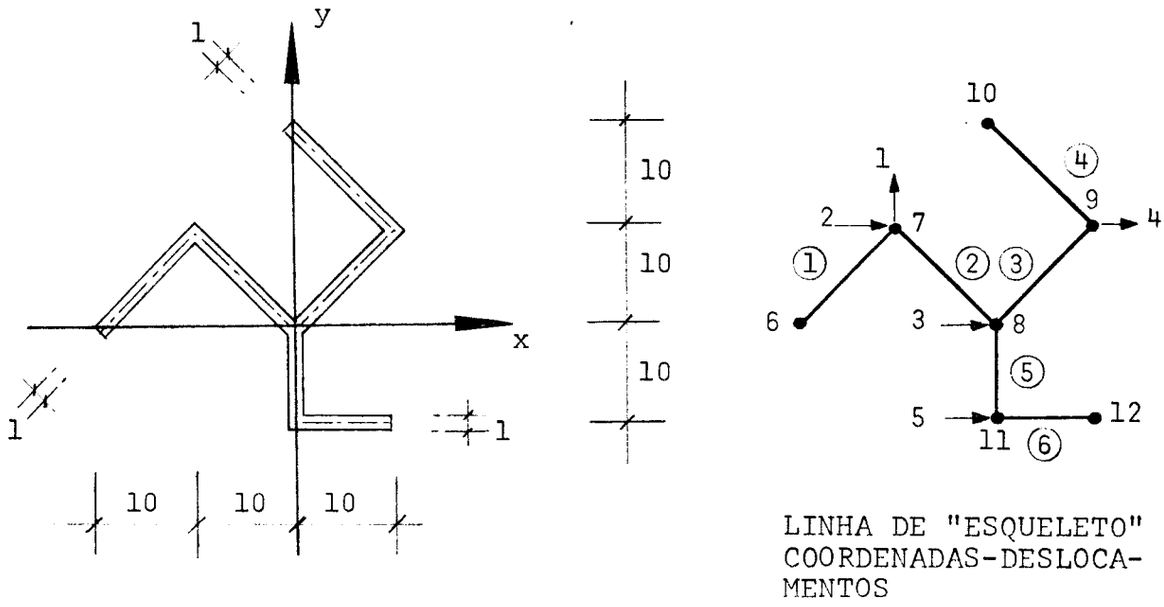
$$B^4 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 1,414 & -1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^5 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na programação para computador, a fim de serem aproveitadas as equações do item 3.1 em uma estrutura de q bordas livres (q > 2), utiliza-se o seguinte artifício:

Percorre-se a estrutura q-1 vezes, de borda livre a borda livre, iniciando-se sempre do painel 1, até que sejam cobertos todos os painéis. Analisa-se separadamente cada percurso, obtendo-se as submatrizes B^i como o exposto no item 3.1. Em seguida rearranjam-se estas matrizes de modo que os deslocamentos coincidam com a numeração dos painéis



SEÇÃO TRANSVERSAL

LINHA DE "ESQUELETO" COORDENADAS-DESLOCAMENTOS

Nº DE DESLOCAMENTOS DO SISTEMA = 12
Nº DE PAINÉIS = 6
Nº DE BORDAS LIVRES = 3

Fig. II-15

e coordenadas da estrutura inicial.

Assim, as submatrizes referentes à estrutura da Fig. II-15 podem ser obtidas dos dois percursos indicados na Fig. II-16, onde para o primeiro tem-se:

Número de painéis = 4

$\alpha_1 = \pi/4$

$\alpha_2 = 3\pi/4$

$\alpha_3 = \pi/4$

$\alpha_4 = 3\pi/4$; e para o segundo:

Número de painéis = 4

$\alpha_1 = \pi/4$

$\alpha_2 = 3\pi/4$

$\alpha_3 = \pi/2$

$\alpha_4 = 0$

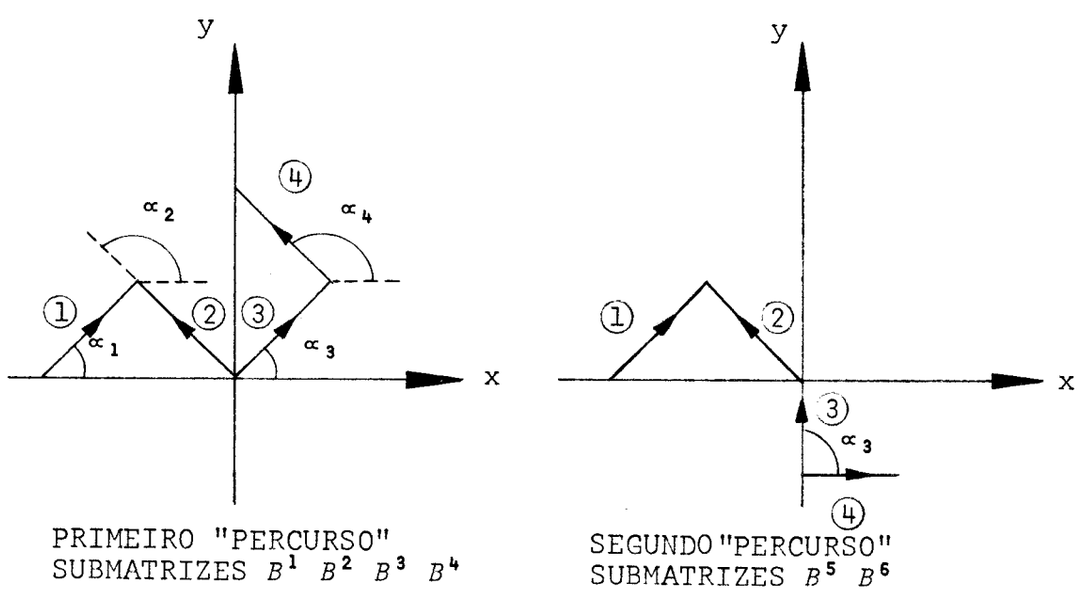


Fig. II-16

3.1.3 - ESTRUTURAS SEM BORDAS LIVRES

A análise das estruturas com seções fechadas é basicamente a mesma das de seções abertas. A escolha do primeiro painel é feita arbitrariamente e, a partir dele, os demais são numerados sequencialmente. No plano da seção, os deslocamentos da aresta comum ao primeiro e último painéis serão dependentes, enquanto que, na outra aresta do primei-

ro painel, os dois deslocamentos serão independentes. Daí em diante, como na análise anterior, é escolhido para cada interseção de painéis um deslocamento paralelo a x como independente, exceto para os painéis paralelos a este eixo onde os deslocamentos independentes terão a direção do eixo y.

Assim, uma estrutura tubular, de seção retangular, poderá ser analisada com os deslocamentos independentes mostrados na Fig. II-17 a, onde os eixos foram posicionados evitando-se painéis paralelos a x, ou como na Fig. II-17 b, onde o painel 3 é intermediário paralelo a x.

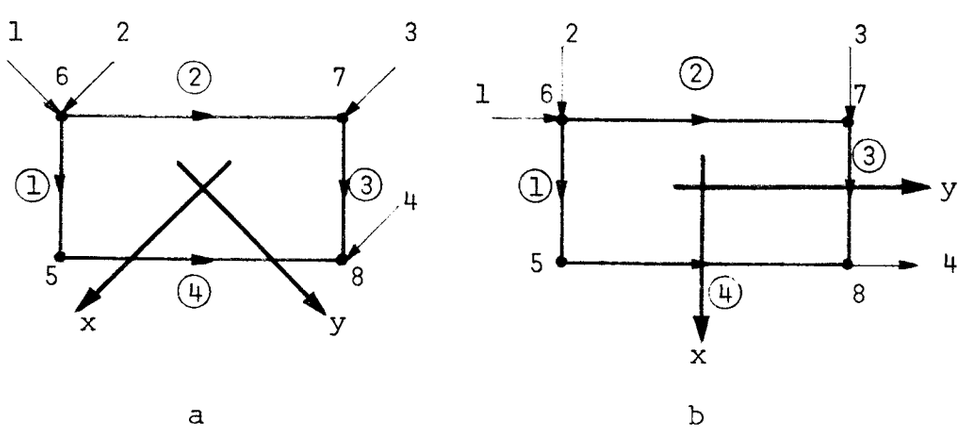


Fig. II-17

No primeiro caso as submatrizes de transformação, calculadas pelas fórmulas do item 3.1 terão os seguintes valores:

$$B^1 = \begin{bmatrix} 0,707 & 0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^4 = \begin{bmatrix} 0,707 & -0,707 & 1,414 & -1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

No segundo caso, a análise será feita como o indicado no item 3.1.2, obtendo-se as seguintes submatrizes B^i:

$$B^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.2 - DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS

A presença de diafragmas intermediários traz como consequência a ausência de distorções das seções nos planos desses diafragmas de modo que haverá apenas três deslocamentos independentes nesses planos.

O número de coordenadas-deslocamentos do sistema passará agora a ser p+4, e a matriz de transformação $B^{i'}$ (para seção com diafragma) será diferente da matriz B^{i}, tanto na ordem como nos valores dos seus elementos.

Analisando apenas os deslocamentos no plano do diafragma, serão considerados como independentes os deslocamentos v_{j_1}, v_{j_2} e v_{j_3}. Os demais serão função desses três, com as seguintes relações de dependência (Fig. II-18):

$$v_{ji} = v_{j_2} - w_{(i-1)}$$

$$v_{ji'} = v_{j_1} + w_{(i-1)'}$$

Chamando de x_i e y_i as coordenadas da aresta i tem-se:

$$v_{ji} = v_{j_2} - \frac{(v_{j_2} - v_{j_3})}{(y_3 - y_2)} (y_i - y_2) \qquad \ldots (36)$$

$$v_{ji'} = v_{j_1} + \frac{(v_{j_2} - v_{j_3})}{(y_3 - y_2)} (x_i - x_2)$$

Da equação (11) tem-se apenas três coeficientes diferentes de zero para a primeira linha de $B^{i'}$:

$$b^{i}_{11} = \text{sen}\ \alpha_i \qquad \ldots (37)$$

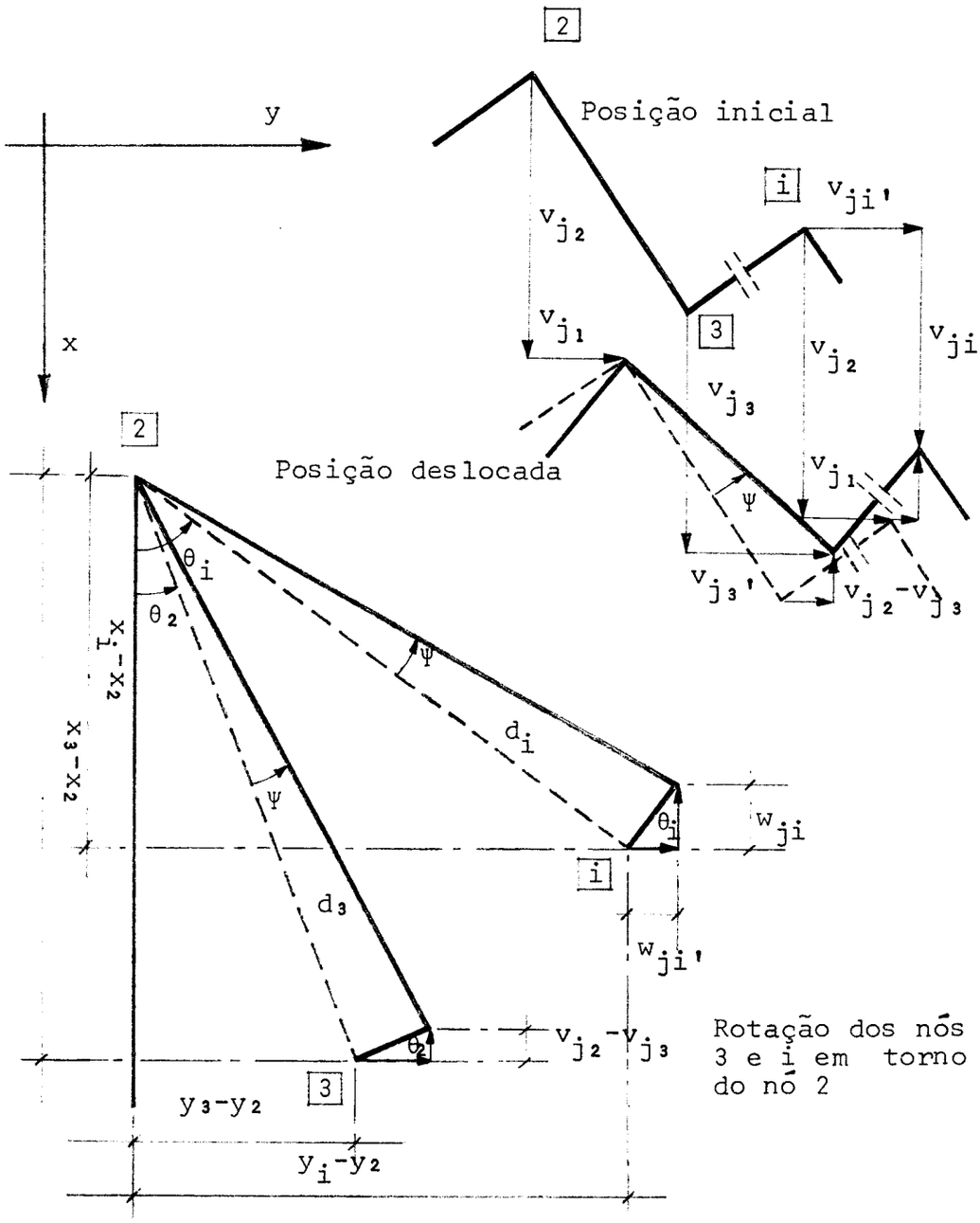

2
y
Posição inicial
i
$v_{ji'}$
v_{j2}
v_{j1}
3
v_{j2}
v_{ji}
x
v_{j3}
2
Posição deslocada
v_{j1}
ψ
$v_{j3'}$
$v_{j2}-v_{j3}$
θ_i
θ_2
x_i-x_2
ψ
x_3-x_2
d_i
ψ
θ_i
w_{ji}
i
d_3
$w_{ji'}$
$v_{j2}-v_{j3}$
θ_2
3
y_3-y_2
y_i-y_2
Rotação dos nós 3 e i em torno do nó 2

Fig. II-18

$$b^i_{12} = \cos \alpha_i \left[1 - \frac{(y_i - y_2)}{(y_3 - y_2)} \right] + \operatorname{sen} \alpha_i \frac{(x_i - x_2)}{(y_3 - y_2)} \qquad \ldots (38)$$

$$b^i_{13} = \cos \alpha_i \frac{(y_i - y_2)}{(y_3 - y_2)} - \operatorname{sen} \alpha_i \frac{(x_i - x_2)}{(y_3 - y_2)} \qquad \ldots (39)$$

Nos casos particulares dos três primeiros painéis, a submatriz de transformação B^i será a mesma, a menos dos deslocamentos dependentes, tanto na ausência como na presença de diafragmas, já que em qualquer caso os deslocamentos d^i_{j1} destes painéis dependem apenas de v_{j1}, v_{j2} e v_{j3}.

Como exemplo, para a estrutura da Fig. II-9, as matrizes de transformação com a admissão de diafragmas serão:

$$B^{1'} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{2'} = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{3'} = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{4'} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para o programa de computador, torna-se interessante considerar as submatrizes $B^{i'}$ da mesma ordem que B^i, completando-se com zeros as colunas correspondentes aos deslo-

camentos dependentes relativos às seções com diafragma.

Neste caso, as submatrizes de transformação para a estrutura da Fig. II-9 passarão a ser:

$$B^{1'} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{2'} = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{3'} = \begin{bmatrix} 0,8 & -0,6 & 1,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{4'} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Este procedimento acarretará o aparecimento de linhas e colunas de zeros na matriz de rigidez, o que a torna singular.

Estas linhas e colunas correspondentes aos deslocamentos dependentes deveriam ser retiradas para o cálculo dos deslocamentos.

Neste trabalho porém, será aproveitada a particularidade do computador, observada por SERRA[26], quando aparecem matrizes com linhas e colunas nulas na solução de sistemas de equações.

SERRA notou, que ao aplicar o processo de GAUSS com este tipo de matrizes, o computador efetua a divisão

por zero, dando como resultado um número muito grande, que posteriormente será multiplicado por zero, não afetando assim o resultado dos deslocamentos segundo as coordenadas independentes.

Com isto facilita-se a programação evitando a retirada das linhas e colunas nulas da matriz de rigidez.

4 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO PAINEL

Como já foi visto na estrutura tridimensional equivalente à estrutura real, os painéis são representados por conjuntos de vigas e pilar, sendo aquelas engastadas ao meio neste elemento.

A rigidez de um painel será transferida ao pilar constituinte da estrutura que o representa. Será desprezada no pilar a rigidez à torção e à flexão no plano perpendicular ao painel. Não será levada em conta a influência da força normal na rigidez à flexão. A força cortante será considerada na deformação, admitindo-se distribuições parabólicas das tensões de cisalhamento nas seções transversais dos painéis[27].

As vigas serão admitidas como infinitamente rígidas axialmente e à flexão no plano do painel, porém com rigidez nula no plano transversal.

Chamando F^i a matriz coluna esforço do painel i, tem-se a matriz de rigidez S^i do mesmo painel, relacionando os esforços F^i com os deslocamentos D^i, segundo as coordenadas-deslocamentos adotadas, isto é:

$$F^i = S^i \cdot D^i \qquad \ldots (40)$$

Como F^i e D^i estão subdivididos em s submatrizes de ordem (3 x 1), dispostas ordenadamente segundo as seções, pode-se particionar a matriz S^i em s^2 submatrizes S^i_{jg} de ordem (3 x 3), ordenadas da mesma maneira.

Cada submatriz S^i_{jg} relaciona, no painel i, as forças nas coordenadas 1, 2 e 3, ao nível da seção j, com os deslocamentos nas mesmas coordenadas 1, 2 e 3, ao nível da seção g.

Em virtude da rigidez infinita das vigas a influência do deslocamento em uma seção só se faz sentir nas seções contíguas. Deste modo, para haver relação de dependência entre forças e deslocamentos, o valor de j-g deverá ser um, zero ou menos um. Assim, para $|j-g| > 1$ os elementos da matriz S^i serão nulos, donde S^i será matriz em banda com três faixas de submatrizes relacionadas apenas a três seções consecutivas.

$$S^i = \begin{bmatrix} S^i_{11} & S^i_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ S^i_{21} & S^i_{22} & S^i_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S^i_{32} & S^i_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S^i_{(s-1)(s-1)} & S^i_{(s-1)s} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S^i_{s(s-1)} & S^i_{ss} \end{bmatrix} \quad \dots (41)$$

As submatrizes S^i_{jg} pertencentes à banda, eventualmente poderão também ser nulas, desde que haja uma parede

interrompida. S^i_{jg} será nula se o tramo de painel entre as seções j e g tiver espessura igual a zero. Se j = g, S^i_{jg} só será nulo se não houver parede nem acima nem abaixo da seção em questão.

Para calcular os coeficientes das submatrizes S^i_{jg}, foram indicados na Fig. II-19 os fatores de forma para um tramo de pilar de comprimento H. O painel representado pelo pilar terá as seguintes características elástico geométricas:

A = Área da seção transversal

J = Momento de inércia da seção transversal

E = Módulo de elasticidade do material

G = Módulo de elasticidade transversal do material

Considerando também a influência do esforço cortante, além da influência do momento fletor, na deformação por flexão tem-se:

$$G = G' = \frac{H}{3\,E\,J} + \frac{c}{H\,G\,A} \qquad F = \frac{H}{6\,E\,J} - \frac{c}{H\,G\,A}$$

O fator de correção c, para seções retangulares pode ser encontrado através da seguinte fórmula[28]:

$$c = \frac{12+11\nu}{10\,(1+\nu)} \qquad \ldots (42)$$

Assumindo os coeficientes de POISSON ν para o aço e concreto respectivamente iguais a 0,3 e 0,17 tem-se:

Para estruturas em aço - c = 1,177

Para estruturas em concreto - c = 1,185

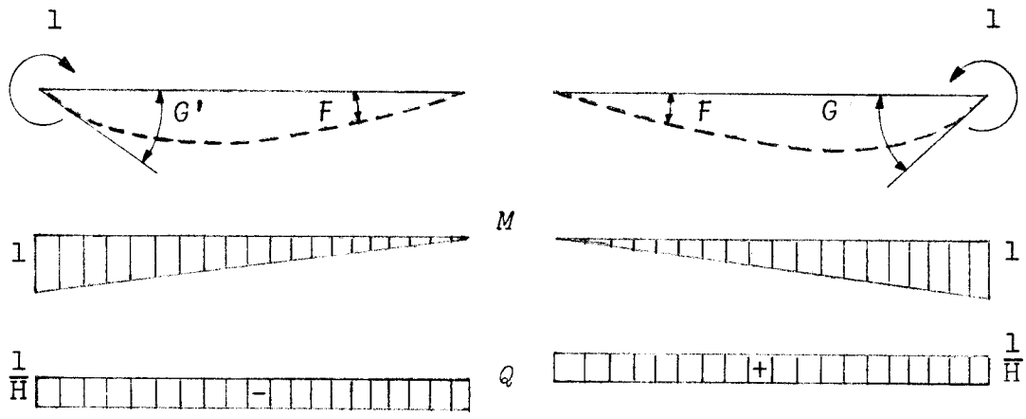


Fig. II-19

Será usado, a exemplo de YAGUI[29], o maior coeficiente de correção possível para seção retangular, ou seja, c = 1,2, independentemente do material. Isto é admissível face a pequena variação de c.

Tem-se então:

$$G = G' = \frac{H}{3\,E\,J} + \frac{1,2}{H\,G\,A} \qquad \ldots (43)$$

$$F = \frac{H}{6\,E\,J} - \frac{1,2}{H\,G\,A} \qquad \ldots (44)$$

Para o painel i, serão montadas as submatrizes S^{i}_{jg} que possam ser diferentes de zero, ou seja onde j=g-1, j=g ou j=g+1:

$$S^{i}_{jg} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \qquad \ldots (45)$$

Será considerado na Fig.II-20 um pórtico equivalente a um painel genérico i. Será chamada de g a seção correspondente a uma viga genérica, de (g-1) e (g+1) as seções correspondentes respectivamente às vigas imediatamente acima e imediatamente abaixo da seção g.

Para os elementos de pilar será usada a seguinte notação: índice (g-1) = referente a elementos de pilar acima da seção g; índice g = referente a elementos de pilar abaixo da seção g.

Pode-se formar as três colunas de coeficientes das submatrizes S^{i}_{jg} respectivamente pelas forças relativas aos deslocamentos 1, 2 e 3 da seção g. As forças ao nível da seção (g-1) corresponderão aos coeficientes da submatriz $S^{i}_{(g-1)g}$; as forças ao nível da seção g serão coeficientes da submatriz S^{i}_{gg}; e as forças ao nível da seção (g+1) serão os coeficientes da submatriz $S^{i}_{(g+1)g}$.

Chamando de b a largura do painel i, e substituindo os valores de G, G' e F, dados nas equações (43) e (44), tem-se os seguintes coeficientes de rigidez:

a) Para j=g, ou melhor, para S^{i}_{gg} os coeficientes serão:

$$s_{11} = \left[\frac{2}{G'-F} \cdot \frac{1}{H^2}\right]_{(g-1)} + \left[\frac{2}{G'-F} \cdot \frac{1}{H^2}\right]_{g} =$$

$$= \left[\frac{H^3}{12\ E\ J} + \frac{1{,}2\ H}{G\ A}\right]^{-1}_{(g-1)} + \left[\frac{H^3}{12\ E\ J} + \frac{1{,}2\ H}{G\ A}\right]^{-1}_{g}$$

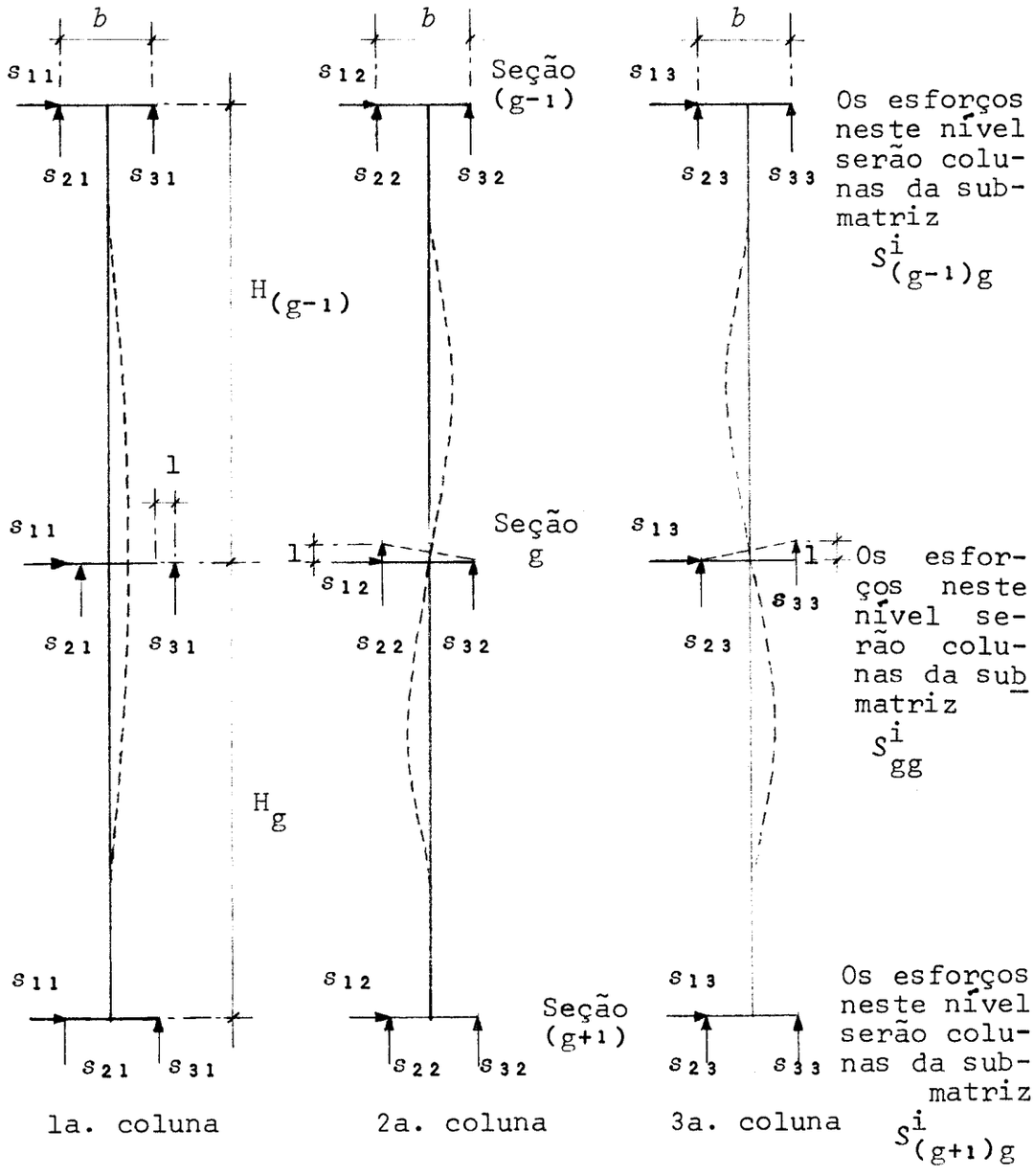


Fig. II-20

fazendo $X = \left[\frac{H^3}{12\ E\ J} + \frac{1{,}2\ H}{G\ A}\right]^{-1}$ ... (46)

tem-se:

$$\delta_{11} = X_{(g-1)} + X_g \qquad \text{... (47)}$$

$$\delta_{21} = \left[\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b}\right]_{(g-1)} + \left[-\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b}\right]_g =$$

$$= \left[\frac{H}{2\ b} \cdot \frac{1}{X}\right]_{(g-1)} - \left[\frac{H}{2\ b} \cdot \frac{1}{X}\right]_g$$

fazendo $X' = \frac{H}{2\ X}$ ... (48)

tem-se:

$$\delta_{21} = \frac{X'_{(g-1)} - X'_g}{b} \qquad \text{... (49)}$$

$$\delta_{31} = \left[-\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b}\right]_{(g-1)} + \left[\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b}\right]_g$$

$$\delta_{31} = -\ \delta_{21} \qquad \text{... (50)}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} \qquad \text{... (51)}$$

$$\delta_{22} = \left[\frac{G}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_{(g-1)} + \left[\frac{G}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_g =$$

$$= \left[\frac{H}{2b^2 X'} + \frac{E\ J}{b^2\ H} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_{(g-1)} + \left[\frac{H}{2b^2 X'} + \frac{E\ J}{b^2\ H} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_g$$

fazendo $X'' = \dfrac{H}{2b\ X'} + \dfrac{E\ J}{b\ H}$ ... (52)

$$E' = \frac{E\ A}{4\ H} \qquad \text{... (53)}$$

tem-se:

$$\delta_{22} = \frac{X''_{(g-1)} + X''_g}{b} + E'_{(g-1)} + E'_g \qquad \text{... (54)}$$

$$\delta_{32} = -\left[\frac{G}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_{(g-1)} + \left[-\frac{G}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} + \frac{E\ A}{4\ H}\right]_g$$

$$\delta_{32} = \frac{-\left[X''_{(g-1)} + X''_g\right]}{b} + E'_{(g-1)} + E'_g \qquad \text{... (55)}$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} \qquad \text{... (56)}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} \qquad \text{... (57)}$$

$$\delta_{33} = \delta_{22} \qquad \text{... (58)}$$

b) Para $j=g-1$, ou melhor, para $\overset{i}{S}(g-1)g$ tem-se, substituindo os valores das equações (46), (48), (52) e (53), os seguintes coeficientes:

$$\delta_{11} = -\left[\frac{2}{G'-F} \cdot \frac{1}{H^2}\right]_{(g-1)} = -X_{(g-1)} \qquad \text{... (59)}$$

$$\delta_{21} = \left[\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b}\right]_{(g-1)} = \frac{X'_{(g-1)}}{b} \qquad \text{... (60)}$$

$$s_{31} = - \left[\frac{1}{G'-F} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{b} \right]_{(g-1)} = - s_{21} \qquad \ldots (61)$$

$$s_{12} = s_{31} \qquad \ldots (62)$$

$$s_{22} = \left[\frac{F}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} - \frac{E\ A}{4\ H} \right]_{(g-1)} = \left[\frac{H\ X'}{b^2} - \frac{X''}{b} - E' \right]_{(g-1)}$$

fazendo $X''' = \dfrac{H\ X'}{b} - X''$ ... (63)

tem-se:

$$s_{22} = \frac{X'''_{(g-1)}}{b} - E'_{(g-1)} \qquad \ldots (64)$$

$$s_{32} = \left[- \frac{F}{GG'-F^2} \cdot \frac{1}{b^2} - \frac{E\ A}{4\,H} \right]_{(g-1)} - \frac{X'''_{(g-1)}}{b} - E'_{(g-1)} \qquad \ldots (65)$$

$$s_{13} = s_{21} \qquad \ldots (66)$$

$$s_{23} = s_{32} \qquad \ldots (67)$$

$$s_{33} = s_{22} \qquad \ldots (68)$$

c) Para j=g+1 tem-se a matriz $S^i_{(g+1)g}$ igual a transposta da matriz $S^i_{g(g+1)}$.

Os valores de $S^i_{g(g+1)}$ são obtidos de maneira análoga aos de $S^i_{(g-1)g}$.

Se g for a primeira seção, não existirá tramo de pilar acima dela; logo, não haverá $S^i_{(g-1)g}$ nem $S^i_{g(g-1)}$. A

submatriz S^i_{gg} será calculada pelas equações deduzidas neste item, fazendo todos os valores dos coeficientes com índices (g-1) iguais a zero.

Se g for a última seção, não haverá tramos de pilar abaixo dela; logo, não haverá $S^i_{(g+1)g}$ nem $S^i_{g(g+1)}$. A submatriz S^i_{gg} será calculada pelas equações deste item, considerando-se nulos todos os valores dos coeficientes com índices g.

Em todos os casos porém ao calcular-se a matriz S^i, só será necessário determinar meia banda incluindo a diagonal principal, pois S^i é simétrica.

O trabalho fica enormemente facilitado quando a distância entre as seções é constante, e as espessuras dos painéis não variam. Nesse caso só será necessário determinar a metade triangular das submatrizes S^i_{11}, S^i_{22} e S^i_{88} e a submatriz S^i_{12}. Assim mesmo os coeficientes das submatrizes S^i_{11} e S^i_{88} diferem apenas pelo sinal de alguns deles. As submatrizes S^i_{gg} serão iguais a S^i_{22}, as $S^i_{(g-1)g}$ serão iguais a S^i_{12} e as $S^i_{g(g-1)}$ serão as transpostas de $S^i_{(g-1)g}$, devido a simetria da matriz S^i.

Para exemplificar será considerado o painel 1 do exemplo da Fig. II-9 com características geométricas já definidas. Será admitido que a estrutura em questão seja feita em aço e assim ter-se-ão as seguintes características elástico geométricas:

Área da seção transversal = A = 10cm^2

Momento de inércia = J = 83,333cm^4

Módulo de elasticidade $= E = 2100\ t/cm^2$

Módulo de elasticidade transversal $= G = 800\ t/cm^2$

Tem-se então, aplicando as equações deste capítulo as seguintes submatrizes:

$$S^1_{11} = \begin{bmatrix} 14,920 & -37,300 & 37,300 \\ -37,300 & 233,250 & -23,250 \\ 37,300 & -23,250 & 233,250 \end{bmatrix}$$

$$S^1_{12} = \begin{bmatrix} -14,920 & -37,300 & 37,300 \\ 37,300 & -46,749 & -163,250 \\ -37,300 & -163,250 & -46,749 \end{bmatrix}$$

$$S^1_{22} = \begin{bmatrix} 29,840 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 466,500 & -46,500 \\ 0,000 & -46,500 & 466,500 \end{bmatrix}$$

$$S^1_{55} = \begin{bmatrix} 14,920 & 37,300 & -37,300 \\ 37,300 & 233,250 & -23,250 \\ -37,300 & -23,250 & 233,250 \end{bmatrix}$$

Chamando de S^{iT}_{jg} à matriz transposta de S^i_{jg} tem-se:

$$S^1_{21} = S^1_{32} = S^1_{43} = S^1_{54} = S^{1T}_{12}$$

$$S^1_{23} = S^1_{34} = S^1_{45} = S^1_{12}$$

$$S^1_{33} = S^1_{44} = S^1_{22}$$

5 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA

5.1 - SISTEMA GENÉRICO: Serão analisadas inicialmente as forças e os deslocamentos nas coordenadas do sistema, porém ainda sem nenhuma restrição acarretadas por vínculos ou diafragmas.

As coordenadas-deslocamentos nas direções x e y definem os deslocamentos transversais dos painéis, enquanto que na direção z indicam os empenamentos das seções transversais.

O vetor R de ordem (n_s x 1), que representa as forças nas coordenadas do sistema, está relacionado com o vetor V, deslocamento nas coordenadas do sistema, também de ordem (n_s x 1), através da matriz de rigidez do sistema, S:

$$R = S \cdot V \qquad \ldots (69)$$

Do mesmo modo que V, o vetor das forças R, pode ser dividido em s sub vetores de ordem (n x 1), o que permite particionar S em s^2 submatrizes de ordem (n x n):

$$
\begin{bmatrix}
\begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12} \\ \cdots \\ R_{1n} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} R_{21} \\ R_{22} \\ \cdots \\ R_{2n} \end{bmatrix} \\
\cdots \\
\begin{bmatrix} R_{s1} \\ R_{s2} \\ \cdots \\ R_{sn} \end{bmatrix}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
S_{11} & S_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & 0 & 0 \\
0 & S_{32} & S_{33} & \cdots & 0 & 0 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & S_{(s-1)(s-1)} & S_{(s-1)s} \\
0 & 0 & 0 & \cdots & S_{s(s-1)} & S_{ss}
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ \cdots \\ v_{1n} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ \cdots \\ v_{2n} \end{bmatrix} \\
\cdots \\
\begin{bmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ \cdots \\ v_{sn} \end{bmatrix}
\end{bmatrix}
$$

Cada submatriz S_{jg} relaciona, nas coordenadas do sistema, as forças da seção j aos deslocamentos da seção g.

As submatrizes S_{jg} serão nulas quando $|j-g| > 1$, já que só pode haver correlação entre forças e deslocamentos pertinentes a três seções consecutivas.

Assim sendo, da mesma forma que S^i, a matriz S também será formada de três faixas de submatrizes S_{jg}.

Cada submatriz S_{jg} é formada de n x n coeficientes s_{ck}, que relacionam a força na coordenada c do sistema ao nível da seção j, com o deslocamento na coordenada k do sis

tema ao nível da seção g:

$$S_{jg} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \cdots & s_{nn} \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez do sistema, S, poderá ser determinada em função da matriz de transformação, B, e das matrizes de rigidez dos painéis, S^i, já definidas, pois as submatrizes S_{jg} poderão ser calculadas pela fórmula[30]:

$$S_{jg} = \sum_{i=1}^{p} B^{iT} \cdot S^i_{jg} \cdot B^i \qquad \ldots (70)$$

onde B^{iT} é a transposta de B^i.

Em vez de ser feito o duplo produto matricial, será utilizado um algoritmo, associado a um produto de códigos[31], que permite calcular diretamente as submatrizes S_{jg} em forma de meia banda (inclusive a diagonal principal). Conhecidas as submatrizes S_{jg} será fácil obter S, também em forma de meia banda.

5.2 - SISTEMAS PARTICULARES

5.2.1 - INFLUÊNCIA DOS VÍNCULOS RÍGIDOS: De acordo com as condições de apoio da estrutura, a matriz de rigidez genérica S será particularizada com a admissão de vínculos rígidos segundo algumas coordenadas-deslocamentos do sistema.

Tem-se então para o sistema particular, a matriz de rigidez reduzida S^*, obtida pela eliminação, na matriz

de rigidez genérica S, das linhas e colunas correspondentes às coordenadas vinculadas rigidamente, já que nelas os deslocamentos são nulos.

Os vínculos rígidos serão admitidos segundo as coordenadas-deslocamentos que caracterizam as condições de apoio. Quando em um apoio for admitido um diafragma, deve-se ter o cuidado de colocar os vínculos rígidos em coordenadas que simulem sua existência. Assim, nos apoios, normalmente serão considerados vínculos rígidos segundo todas as coordenadas-deslocamentos paralelas à direção x.

Deste modo, para as diversas condições de apoio em uma seção qualquer, os vínculos rígidos serão colocados segundo as seguintes coordenadas-deslocamentos:

a) Engaste : os vínculos rígidos estarão segundo as n coordenadas-deslocamentos da seção;

b) Apoio móvel : serão admitidos vínculos rígidos segundo as coordenadas-deslocamentos do plano da seção;

c) Apoio fixo : além dos vínculos rígidos segundo as coordenadas-deslocamentos do plano da seção, será admitido mais um, segundo uma das coordenadas restantes, para impedir deslocamentos longitudinais;

d) Outros : pode-se assim admitir vínculos rígidos segundo as coordenadas-deslocamentos que reproduzam as reais condições de apoio da estrutura.

Desta forma pode-se analisar qualquer sistema real, como por exemplo estruturas em balanço, simplesmente apoiadas, biarticuladas, vigas contínuas, etc..., bastando para isto posicionar, convenientemente, nas seções, os vínculos rígidos que representem as condições de apoio.

Para o exemplo da Fig. II-9, os vínculos rígidos estarão aplicados segundo as seguintes coordenadas-deslocamentos do sistema (Fig. II-21):

na Seção 1 : coordenadas 1, 2, 3 e 4; resultando o apoio móvel e

na Seção 5 : coordenadas 1, 2, 4, 4 e 5; representando o apoio fixo.

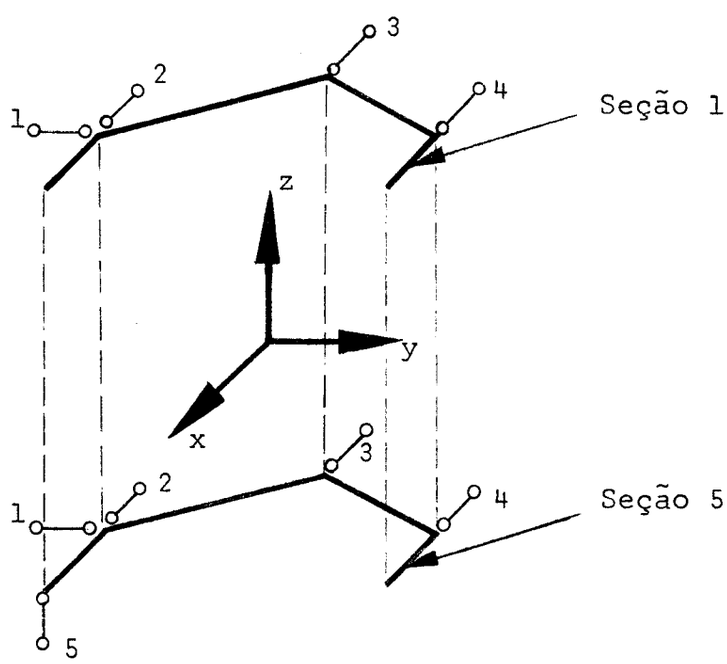


Fig. II-21

O vínculo longitudinal na coordenada 5 da seção 5 é admitido para que os deslocamentos não resultem indeterminados. Pode ser escolhido para isto qualquer vínculo longitudinal, notando-se que os deslocamentos longitudinais serão sempre relativos a este vínculo.

Como foi visto, qualquer sistema particular será analisado com a matriz de rigidez reduzida para S^*, pela eliminação das linhas e colunas correspondentes às coordenadas-deslocamentos vinculadas rigidamente. Assim, por exemplo, a matriz de rigidez reduzida S^* do sistema bi-engastado será de ordem $\left[n(s-2) \times n(s-2)\right]$, obtida pela retirada, na matriz de rigidez genérica S das n primeiras e n últimas linhas e colunas correspondentes respectivamente aos engastes nas primeira e última seções.

5.2.2 - INFLUÊNCIA DE VÍNCULOS ELÁSTICOS: Pode-se admitir, em algumas seções, a existência de vínculos elásticos. Isto ocorre na prática, por exemplo, nas terças metálicas de telhados inclinados, onde, no meio do vão ou nos terços, são colocadas peças metálicas denominadas "correntes".

A presença de um vínculo elástico externo só influi nos esforços da coordenada-deslocamento onde ele ocorre. Assim, por sua causa, a matriz de rigidez será modificada apenas no elemento da diagonal principal relativo à coordenada vinculada elasticamente, pelo acréscimo do valor da rigidez do vínculo, ao coeficiente da matriz de rigidez sem vínculos elásticos.

Então, se um vínculo elástico de rigidez s'_{kk}, for aplicado segundo a coordenada-deslocamento de ordem k, e se for chamado de s^{o}_{kk} o termo da diagonal principal da matriz de rigidez sem vínculos elásticos, também referido à coordenada k, deve-se modificá-lo para:

$$s_{kk} = s^{o}_{kk} + s'_{kk} \qquad \ldots (71)$$

na matriz de rigidez com vínculos elásticos.

Utiliza-se assim, na obtenção dos deslocamentos a matriz de rigidez reduzida S^{*}, obtida da matriz de rigidez genérica S, modificada pela influência dos vínculos rígidos e elásticos.

Sendo o coeficiente de rigidez de um vínculo elástico a força necessária para produzir um deslocamento unitário naquele vínculo, bastará multiplicar por ele o deslocamento calculado na coordenada vinculada elasticamente, para se obter o esforço total no vínculo.

5.2.3 - INFLUÊNCIA DOS DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS - Quando existirem diafragmas intermediários, sua influência deverá ser considerada na matriz de rigidez do sistema.

O duplo produto $\Sigma B^{i'T} S^{i}_{jg} B^{i'}$ será feito separadamente para o trecho de influência correspondente ao diafragma. As linhas e colunas respectivas da matriz de rigidez normal (sem influência de diafragmas) deverão ser substituídas pelos resultados obtidos dos produtos acima.

No caso da submatriz $B^{i'}$ ter sido considerada da mesma ordem de B^{i}, os deslocamentos horizontais correspon-

dentes à seção com diafragma serão dependentes, com exceção dos três primeiros, e na matriz de rigidez do sistema aparecerão linhas e colunas de zeros, nas posições daquelas coordenadas dependentes.

6 - DESLOCAMENTOS, ESFORÇOS E REAÇÕES

6.1 - DESLOCAMENTOS DO SISTEMA: Obtida a matriz de rigidez S^*, reduzida pela influência dos vínculos, os deslocamentos V^* do sistema particular serão determinados pela relação:

$$R^* = S^* \cdot V^* \qquad \ldots (72)$$

ou melhor

$$V^* = S^{*-1} \cdot R^* \qquad \ldots (73)$$

onde R^* é o conjunto de cargas, ordenadas segundo as coordenadas desvinculadas, e que provocou o conjunto de deslocamentos V^*.

Os deslocamentos nas coordenadas vinculadas serão nulos, e nas coordenadas horizontais das seções com diafragmas, serão dependentes dos três primeiros deslocamentos da seção e poderão ser obtidos pela equação (36).

Estará portanto determinado o vetor V, deslocamentos do sistema genérico.

No programa de computador a matriz S^* não será invertida diretamente. Será utilizado o processo de GAUSS para a solução do sistema de equações (72). No caso de diafragmas intermediários, não serão retiradas as linhas e colunas nulas para a solução do sistema (72). Será aproveita-

da a particularidade observada por SERRA e já comentada no item 3.2 deste capítulo.

6.2 - DESLOCAMENTOS DOS PAINÉIS: Os deslocamentos D^i de um painel genérico i serão obtidos pela seguinte expressão:

$$D^i = B^i \cdot V \qquad \ldots (74)$$

Como há possibilidade da admissão de diafragmas, pode-se obter os deslocamentos do painel i ao nível da seção j pelas relações:

$$D^i_j = B^{i'} \cdot V_j \qquad \ldots (75)$$

com a presença de diafragma na seção j ou,

$$D^i_j = B^i \cdot V_j \qquad \ldots (76)$$

na sua ausência.

$B^{i'}$ e B^i são as submatrizes de transformação respectivamente na presença e ausência de diafragmas.

6.3 - ESFORÇOS INTERNOS NOS PAINÉIS: Como já foi visto, os esforços internos em um painel i são determinados pela equação (21):

$$F^i = S^i \cdot D^i$$

Ou, aproveitando a banda diagonal da matriz S^i, composta de três faixas de submatrizes, pela relação:

$$F^i_j = \sum_{k=j-1}^{j+1} S^i_{jk} \cdot D^i_k \qquad \ldots (77)$$

Onde F^i_j é o vetor representativo dos três esforços segundo as coordenadas do painel i ao nível da seção j.

6.4 - REAÇÕES NOS VÍNCULOS

6.4.1 - VÍNCULOS RÍGIDOS: A reação no vínculo rígido k da seção j pode ser determinada pela relação:

$$r_{jk} = S_k \cdot V \qquad \ldots (78)$$

Onde S_k é a linha da matriz de rigidez correspondente a coordenada-deslocamento de ordem k; ou pela equação:

$$R_j = \sum_{i=1}^{p} B^{iT} \cdot F_j^i \qquad \ldots (79)$$

Onde R_j é o vetor formado pelas cargas e reações nas coordenadas da seção j, dispostas ordenadamente.

6.4.2 - VÍNCULOS ELÁSTICOS: No caso de sua existência - uma vez determinados, pela equação (73), os deslocamentos do sistema, já com os elementos correspondentes de S^*, modificados pela relação (71)- a reação r_k em um vínculo elástico k é determinada pela fórmula:

$$r_k = v_k \cdot s'_{kk} \qquad \ldots (80)$$

onde v_k é o deslocamento no vínculo elástico k e s'_{kk} o coeficiente de rigidez do referido vínculo.

7 - RECALQUES EM VÍNCULOS RÍGIDOS

O efeito de recalques em vínculos rígidos será analisado com o mesmo procedimento de YAGUI[32].

YAGUI mostra que os deslocamentos produzidos por um recalque de apoio W_g são os mesmos que os produzidos por um carregamento igual e de sentido inverso às reações em

apoios hipotéticos colocados segundo as coordenadas desvinculadas, necessárias para provocar somente o deslocamento correspondente ao recalque naquele apoio.

Este carregamento é de fácil determinação já que a coluna da matriz de rigidez correspondente ao vínculo recalcado g representa os esforços ordenados s_{ig} nas coordenadas do sistema, provocados por um deslocamento unitário na coordenada g, e somente nela.

Substitui-se então o recalque W_g pelo carregamento equivalente R^g, formado pelos produtos $s_{ig}\ W_g$, ordenados sequencialmente.

Os deslocamentos no sistema particular são calculados pela relação:

$$V^* = S^{*\,-1} \cdot R^g \qquad \ldots (81)$$

No sistema genérico o vetor deslocamento, V, é formado pelos deslocamentos V^* nas coordenadas desvinculadas, pelos recalques W_k nas coordenadas correspondentes aos vínculos recalcados e por zero nas vinculadas rigidamente.

Se houverem outros vínculos recalcados, o carregamento equivalente total é a soma dos carregamentos equivalentes relativos a cada vínculo.

8 - VARIAÇÃO DA TEMPERATURA

Aqui também será adotado procedimento idêntico ao de YAGUI[33].

Inicialmente os painéis são analisados isoladamente como se tivessem sido desconectados dos demais. Supõe-se

que nesses painéis isolados haja ocorrido variações de temperatura.

Os deslocamentos nas coordenadas de cada painel, produzidos pela variação de temperatura são ordenados, e o vetor assim formado designado por U_i. Os vetores U_i dispostos ordenadamente, formam, por sua vez, o vetor U de ordem 3 ps, que representa os deslocamentos nas coordenadas dos painéis.

Como a estrutura apresenta-se "desmontada", os esforços e deslocamentos em cada painel, independem dos que ocorrem nos demais. Assim sendo, nesse estado, a matriz de rigidez dos painéis, S_u, de ordem 3 ps x 3 ps, é formada de submatrizes nulas, com exceção daquelas situadas na diagonal principal, onde estão dispostas ordenadamente as matrizes S^i de rigidez dos painéis.

Como na realidade os painéis não estão isolados, são admitidos esforços nas coordenadas dos painéis que os forcem a retornar à configuração inicial. Esses esforços são determinados pela relação:

$$F^o = - S_u \cdot U \qquad \ldots (82)$$

Como é conhecida a matriz de transformação B, que relaciona os deslocamentos dos painéis com os do sistema, os esforços nas coordenadas do sistema são obtidos por:

$$R = B^T \cdot F^o \qquad \ldots (83)$$

Estes esforços, se aplicados na estrutura com os sinais opostos, produzem os mesmos deslocamentos que a va-

riação de temperatura.

Pode-se assim substituir a variação de temperatura por um carregamento R^*, obtido do vetor R com o sinal trocado, do qual foram retirados os esforços correspondentes as coordenadas vinculadas rigidamente.

Estes esforços traduzem as reações nos vínculos rígidos.

Os deslocamentos V^* nas coordenadas do sistema são determinados pela equação (73):

$$V^* = S^{*-1} \cdot R^*$$

A matriz coluna V, deslocamento do sistema genérico é formada pelos deslocamentos V^* e deslocamentos nulos nas coordenadas vinculadas rigidamente.

Os esforços resultantes finais nas coordenadas dos painéis são obtidos pela relação:

$$F = S_u \cdot B \cdot V - S_u \cdot U \qquad \ldots (84)$$

9 - TENSÕES

9.1 - TENSÕES NORMAIS: As tensões normais em um painel i, podem ser determinadas aproximadamente, na seção transversal intermediária equidistante a duas seções consecutivas, desde que sejam conhecidas as forças nas coordenadas do painel.

As tensões normais nas citadas "seções intermediárias", são decorrentes do esforço normal e do momento fletor no painel (Fig. II-22).

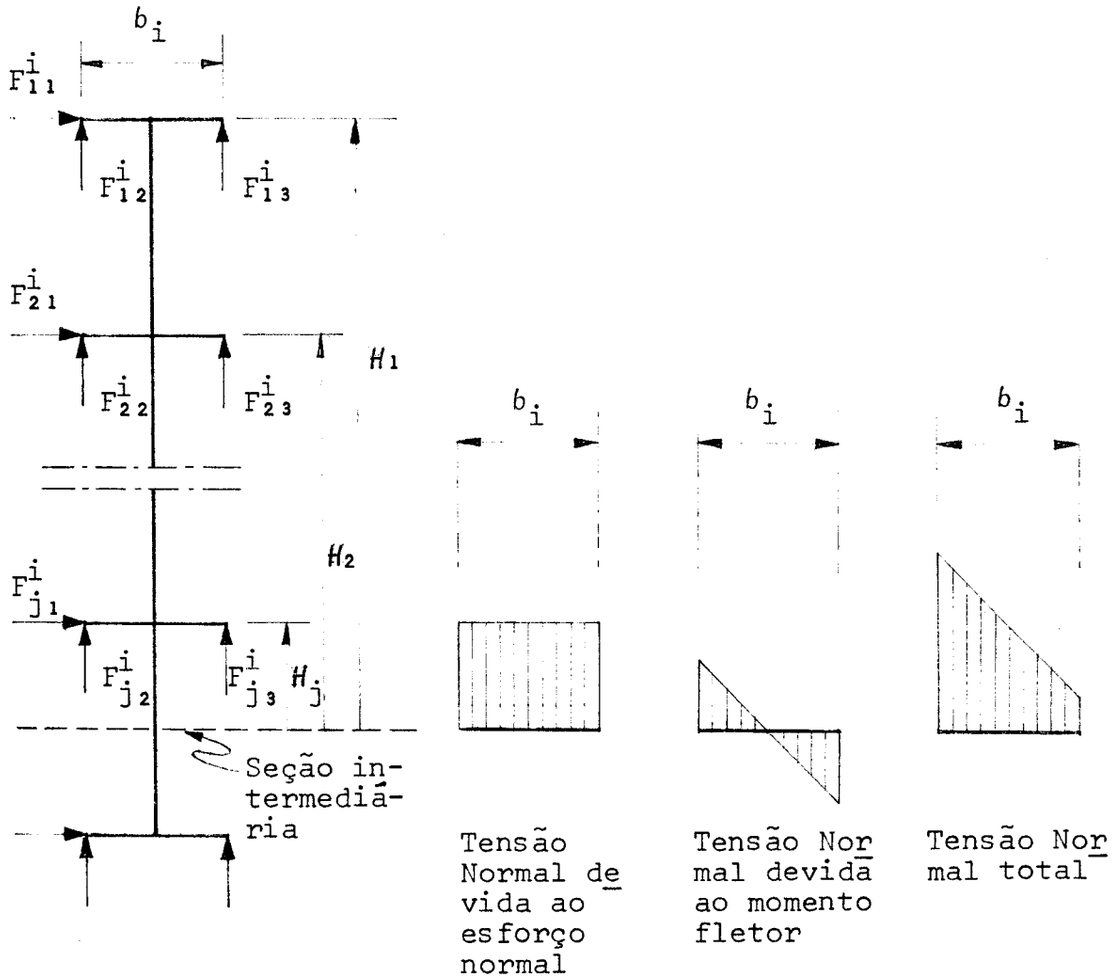


Fig. II-22

O esforço normal é representado pela soma das forças nas coordenadas 2 e 3 (Fig. II-2) das seções acima do ponto onde se quer determiná-lo:

$$N^i_j = \sum_{k=1}^{j} (F^i_{k_2} + F^i_{k_3}) \qquad \ldots (85)$$

onde j é o número de seções acima da seção intermediária considerada.

O momento fletor é a soma dos momentos produzidos

pelas forças nas coordenadas 1, 2 e 3 (Fig. II-2) de todas as seções acima da seção intermediária considerada.:

$$M_j^i = \sum_{k=1}^{j} F_{k_1}^i H_k + \sum_{k=1}^{j} F_{k_2}^i b_i/2 - \sum_{k=1}^{j} F_{k_3}^i b_i/2 \qquad \ldots (86)$$

onde H_k é a distância da seção k à seção intermediária considerada e b_i a largura do painel.

Chamando de t_j^i a espessura do painel entre as seções j e j+1, a tensão normal nas extremidades esquerda e direita do painel i na seção intermediária imediatamente abaixo da seção j será:

$$\sigma_j^i = \frac{N_j^i}{b_i\ t_j^i} \pm \frac{M_j^i}{t_j^i\ b_i^2/6} \qquad \ldots (87)$$

9.2 - TENSÕES DE CISALHAMENTO: Determinadas as forças nas coordenadas dos painéis, podem ser calculadas as tensões de cisalhamento longitudinal nas interseções de painéis. A força na coordenada 2 ou 3 da seção j de um painel i (Fig. II-2), representa a soma das forças elementares de cisalhamento na área de influência dessa coordenada pertencente à seção longitudinal, interseção do painel i com o contíguo. Desta maneira as forças elementares de cisalhamento médias serão obtidas dividindo aquelas forças pelas alturas referentes a essas áreas (Fig. II-23).

$$q_{jm}^i = \frac{F_{j_2}^i}{H_j} \qquad \ldots (88)$$

$$q_{(j+1)m}^i = \frac{F_{(j+1)2}^i}{H_{(j+1)}} \qquad \ldots (89)$$

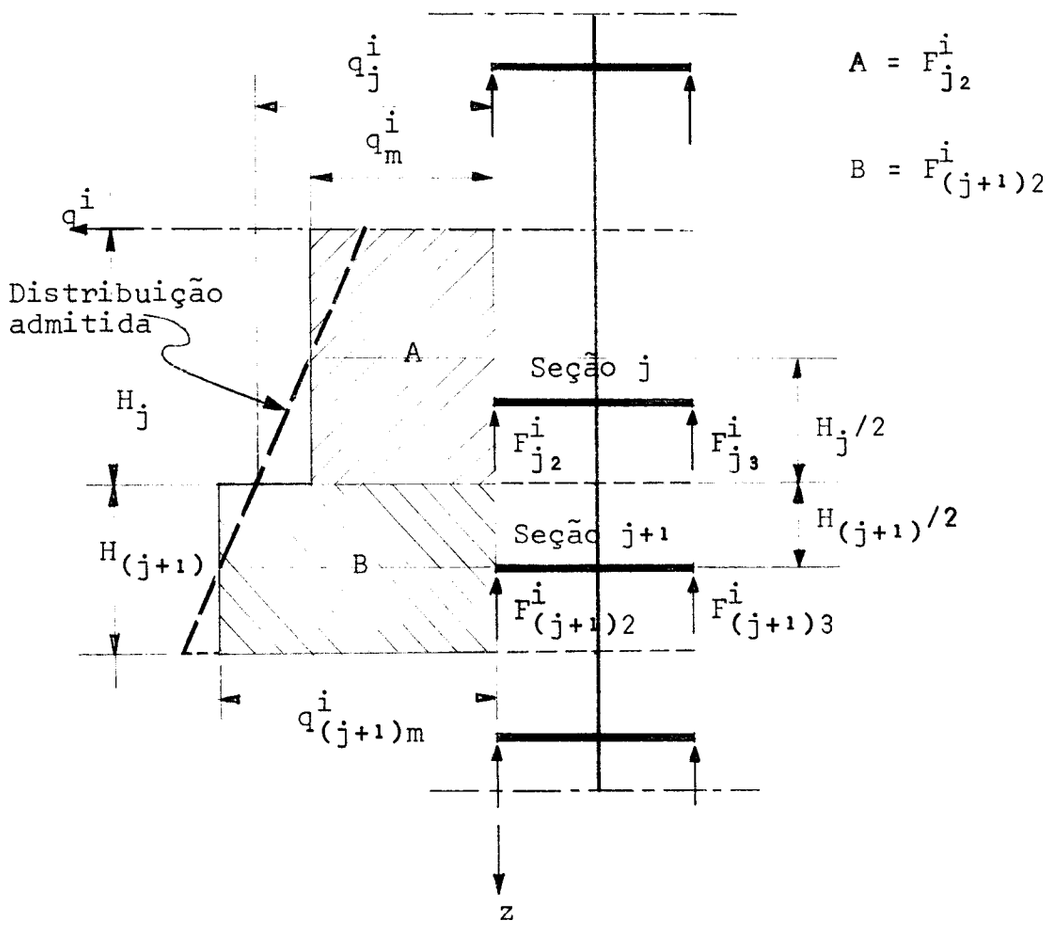


Fig. II-23

A distribuição das forças elementares de cisalhamento ao longo das arestas é proporcional ao diagrama da força cortante de cada chapa isolada, funcionando como viga, apoiada nos diafragmas extremos[34]. Nos casos mais comuns de chapas dobradas, são encontradas sobre as arestas cargas concentradas ou uniformemente distribuídas, que produzem uma distribuição linear de força cortante. Será assim

admitido, que as forças elementares de cisalhamento tenham uma distribuição trapezoidal, ao longo das arestas.

Assim, o valor aproximado da força elementar de cisalhamento em uma borda do painel i, numa seção "intermediária", imediatamente abaixo da seção j será:

$$q_j^i = q_{jm}^i + \frac{q_{(j+1)m}^i - q_{jm}^i}{H_j + H_{(j+1)}} \cdot H_j \qquad \ldots (90)$$

Determina-se desta forma a força elementar de cisalhamento em todas as seções "intermediárias", pela análise das forças nas coordenadas 2 ou 3 de cada duas seções consecutivas (Fig. II-24).

As tensões de cisalhamento longitudinal em uma borda do painel i serão determinadas pela relação:

$$\tau^i = q^i / t^i \qquad \ldots (91)$$

onde t^i é a espessura do painel na cota correspondente.

As forças nas coordenadas 1 dos painéis, representam a força cortante e produzem as tensões de cisalhamento nas seções transversais dos painéis.

A distribuição dessas tensões será admitida parabólica[27] (Fig. II-25) e representada pela equação:

$$\tau = \alpha' x^2 + \beta' x + \gamma' \qquad \ldots (92)$$

Desta forma, a tensão de cisalhamento na cota z do painel i será igual a força cortante, dividida pela espessura do painel naquela cota.

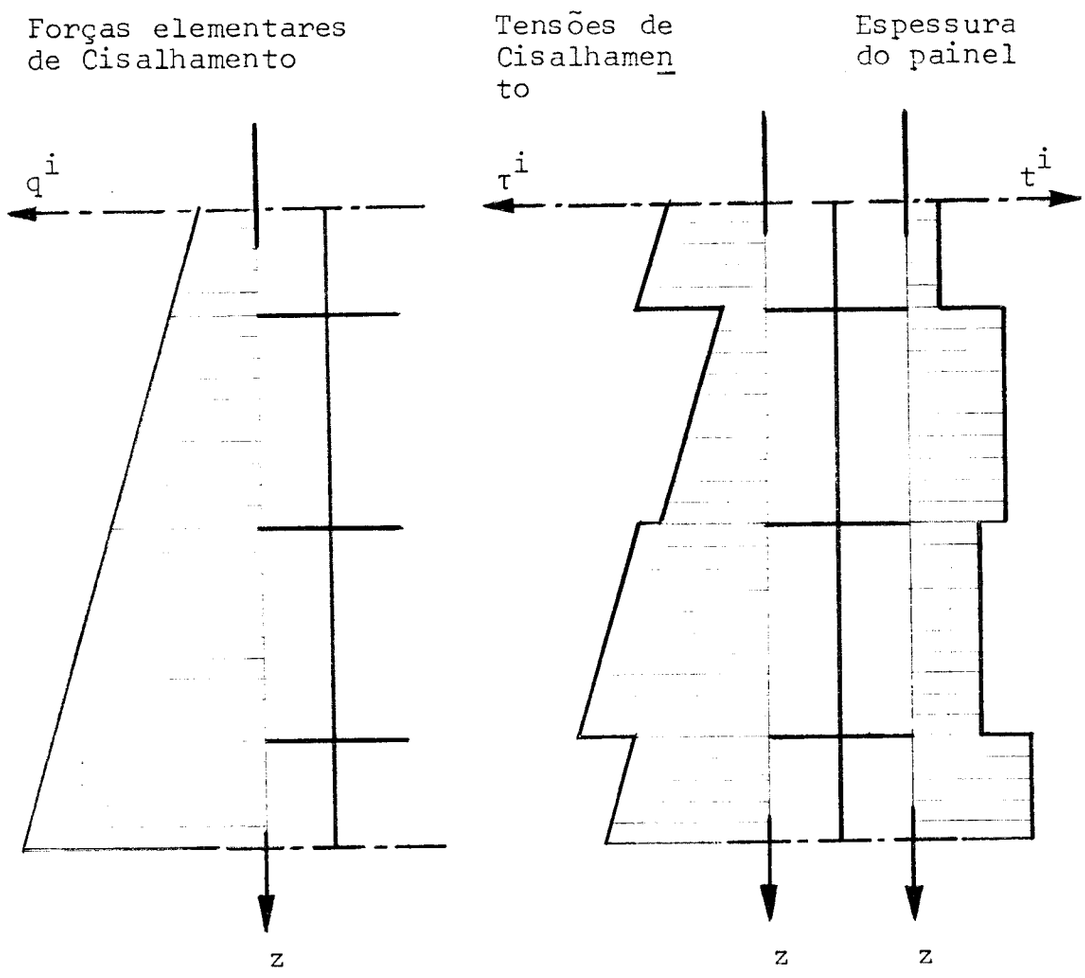

Forças elementares de Cisalhamento
Tensões de Cisalhamento
Espessura do painel
q^i
τ^i
t^i
z
z
z

Fig. II-24

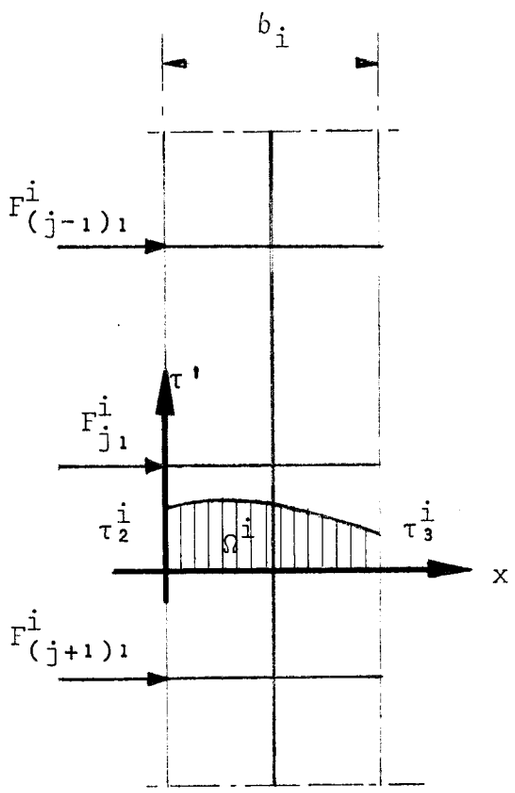


Fig. II-25

$$\Omega^i = \frac{\sum_{k=1}^{j} F^i_{k1}}{t^i} \qquad \ldots (93)$$

onde j é o número de seções acima da cota considerada e t^i a espessura do painel na referida cota.

Assim sendo - chamando de τ^i_2, e τ^j_3 às tensões de cisalhamento longitudinal, respectivamente nas bordas esquerda e direita do painel i - os coeficientes α', β' e γ' serão determinados pelas condições:

$$\tau'_{x=0} = \tau_2^i \qquad \ldots (94)$$

$$\tau'_{x=b_i} = \tau_3^i \qquad \ldots (95)$$

$$\int_0^{b_i} \tau' \, dx = \Omega^i \qquad \ldots (96)$$

e terão os seguintes valores:

$$\alpha' = \frac{3}{b_i^2} \left(\tau_2^i + \tau_3^i - 2 \frac{\Omega^i}{b_i}\right) \qquad \ldots (97)$$

$$\beta' = \frac{2}{b_i} \left(3 \frac{\Omega^i}{bi} - 2 \tau_2^i - \tau_3^i\right) \qquad \ldots (98)$$

$$\gamma' = \tau_2^i \qquad \ldots (99)$$

A tensão de cisalhamento no meio do painel i será então:

$$\tau'^i = \frac{\alpha' \, b_i^2}{4} + \frac{\beta' \, b_i}{2} + \gamma' \qquad \ldots (100)$$

10 - EFEITOS DAS CARGAS DISTRIBUÍDAS: Só serão admitidas cargas ao nível das seções analisadas e segundo as coordenadas desvinculadas do sistema.

Assim, por exemplo, um carregamento uniformemente distribuído ao longo da estrutura deverá ser substituído por forças concentradas equivalentes, aplicadas nas seções escolhidas. Por outro lado, se no sentido transversal as cargas não estiverem aplicadas segundo as coordenadas-deslocamentos, sempre será possível fazer a análise da estrutura aplicando o princípio da superposição (Fig. II-26).

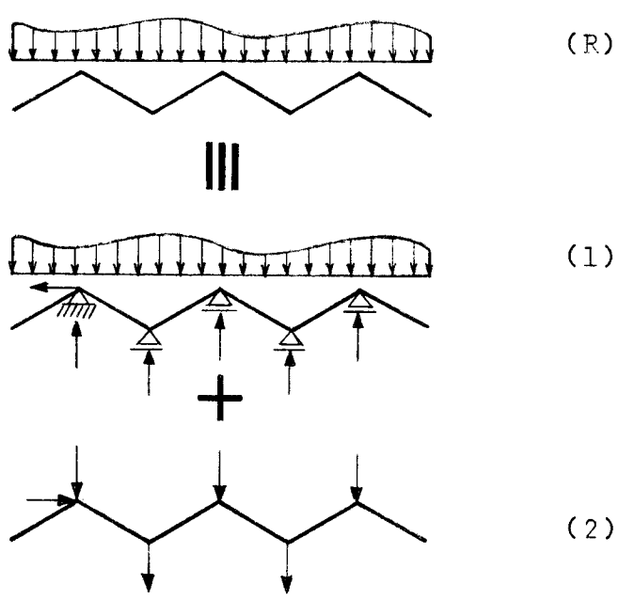


Fig. II-26

O efeito do carregamento no problema real (R) será igual ao seu efeito na estrutura vinculada segundo as coordenadas-deslocamentos do sistema - problema (1) -, superposto ao efeito das reações do problema (1), aplicadas com os seus sentidos opostos, segundo as mesmas coordenadas - problema (2).

O problema (1) normalmente chamado de "slab action" ou ação de placa, será analisado por qualquer processo conhecido (CROSS por exemplo).

O problema (2) chamado de "plate action" ou ação de chapa, merece maior atenção, pois na análise matricial admitiu-se a existência de charneiras nas conexões dos painéis e, na realidade, estas conexões são monolíticas, o que acarreta o aparecimento de momentos nas arestas, mesmo com cargas nodais.

Serão indicadas duas maneiras de considerar a influência da continuidade das chapas na análise proposta:

Processo iterativo

O problema (2) será analisado inicialmente como articulado nas arestas e serão determinados os deslocamentos angulares relativos das chapas contíguas (Fig. II-27 a). Como estes deslocamentos não podem ocorrer nas arestas devido a conexão monolítica das chapas, serão introduzidos momentos, uniformemente distribuídos longitudinalmente na área de influência da seção (Fig. II-27 b), de modo a tornar nulos os referidos deslocamentos. Estes momentos produzirão reações nos vínculos admitidos na Fig. II-27 b, rea-

ções estas que deverão ser reaplicadas com o sentido inverso na estrutura da Fig. II-27 a, face a inexistência dos vínculos.

Repete-se o processo tentando uma convergência.

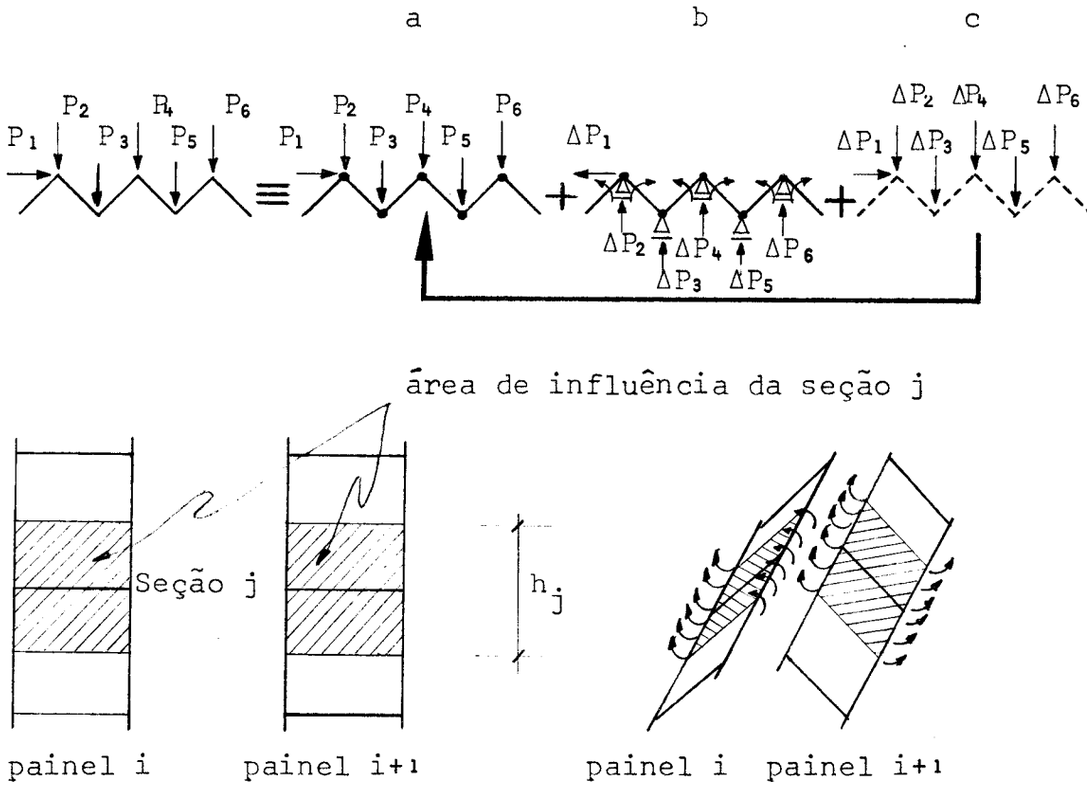


Fig. II-27

O processo iterativo para solução do problema (2) consistirá então, em linhas gerais, dos seguintes passos:

1º passo - Aplicar na estrutura, com o sentido inverso, as reações do problema (1), utilizando os procedimentos adotados neste

trabalho e determinar as tensões e deslocamentos pelo programa desenvolvido.

2º passo - Determinar os deslocamentos angulares relativos das chapas com aresta em comum, pelas seguintes equações (Fig. II-28):

$$\Delta_{i-1} = \frac{v_{j(i-1)} - v_{ji}}{\text{sen } \alpha_{i-1}} = b_{i-1} \text{ tg } \psi_{i-1}$$

$$\psi_{i-1} \simeq \frac{v_{j(i-1)} - v_{ji}}{b_{i-1} \text{ sen } \alpha_{i-1}} \qquad \ldots (101)$$

analogamente:

$$\psi_i \simeq \frac{v_{ji} - v_{j(i+1)}}{b_i \text{ sen } \alpha_i} \qquad \ldots (102)$$

$$\Psi_i = \psi_i - \psi_{i-1} \qquad \ldots (103)$$

3º passo - Determinar os deslocamentos angulares relativos nas arestas, produzidos pelos momentos da Fig. II-27 b, pelas seguintes equações (Fig. II-29):

$$\theta_{i,i-1} = \frac{b_{i-1}}{6 \text{ E } I_{i-1}} (2 \text{ m}_i + \text{m}_{i-1}) \qquad \ldots (104)$$

$$I_{i-1} = \frac{1 \text{ x } t_{i-1}^3}{12} \qquad \ldots (105)$$

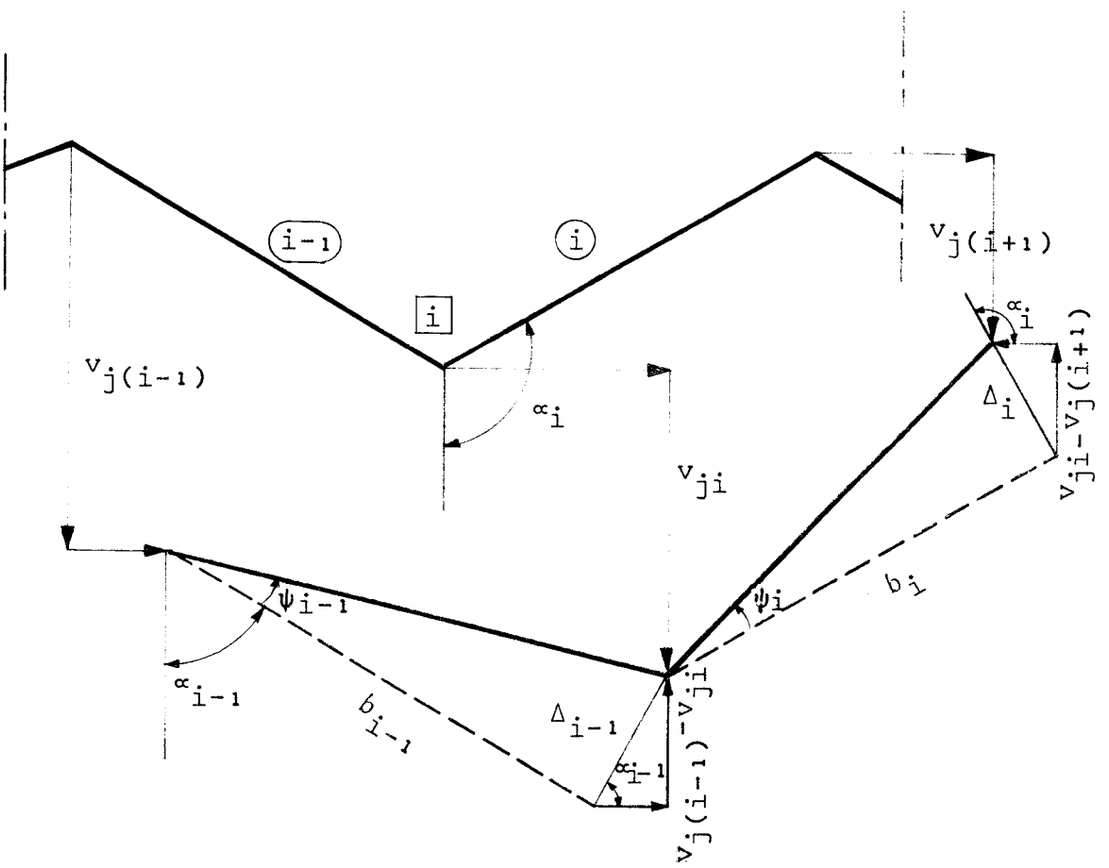

i-1
i
i
$v_{j(i-1)}$
$v_{j(i+1)}$
α_i
α_i
Δ_i
$v_{ji}-v_{j(i+1)}$
v_{ji}
ψ_{i-1}
ψ_i
b_i
α_{i-1}
b_{i-1}
Δ_{i-1}
α_{i-1}
$v_{j(i-1)}-v_{ji}$

Fig. II-28

$$\theta_{i,i+1} = \frac{b_i}{6\ E\ I_i}\ (2\ m_i + m_{i+1}) \qquad \ldots (106)$$

$$I_i = \frac{l \times t_i^3}{12} \qquad \ldots (107)$$

$$\Theta_i = \theta_{i,i-1} + \theta_{i,i+1} \qquad \ldots (108)$$

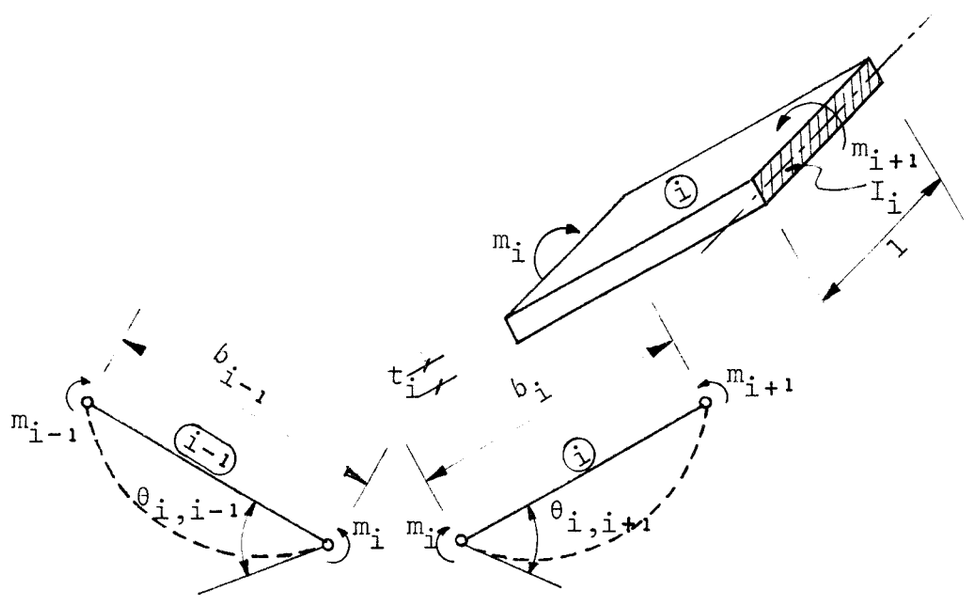


Fig. II-29

4º passo - Determinar o valor dos momentos, compatibilizando os deslocamentos angulares relativos nas arestas:

$$\Psi_i + \Theta_i = 0 \qquad \ldots (109)$$

5º passo - Determinar as reações, por unidade de comprimento longitudinal, nos apoios fictícios da Fig. II-27 b, pela equação (Fig. II-30):

$$\Delta P_i = \frac{m_{i+1} - m_i}{b_i \text{ sen } \alpha_i} - \frac{m_i - m_{i-1}}{b_{i-1} \text{ sen } \alpha_{i-1}} \qquad \ldots (110)$$

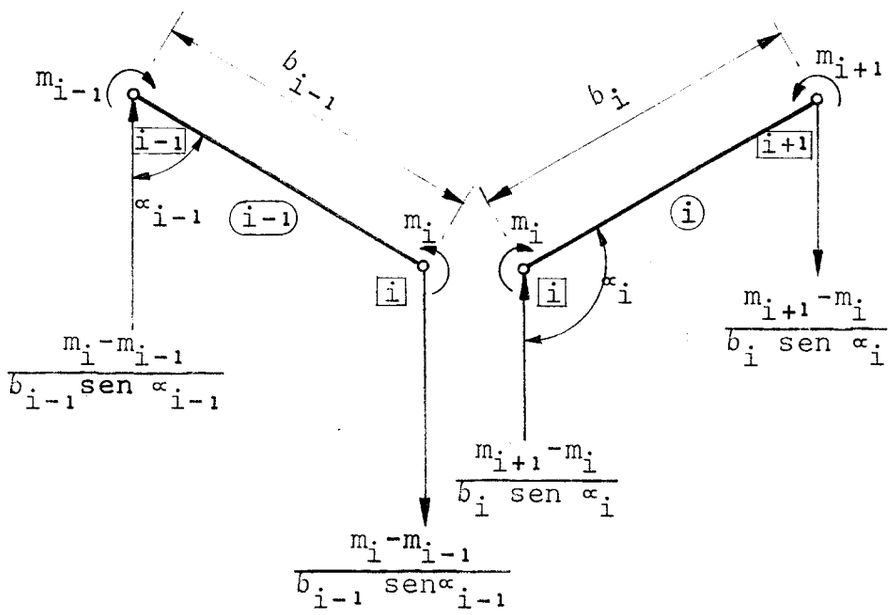


Fig. II-30

6º passo - Inverter o sentido das reações obtidas no passo anterior, multiplicá-los pela distância h_j relativa a área de influência da seção (Fig. II-27), aplicá-las na estrutura segundo as coordenadas-des

locamentos correspondentes e calcular as tensões e deslocamentos pelo processo matricial aqui apresentado.

Se as tensões forem suficientemente pequenas, parar o processo neste ponto. Caso contrário, reiniciar o ciclo do segundo passo em diante, com os resultados obtidos no 6º passo.

As tensões e deslocamentos finais serão a soma dos valores obtidos em todos os ciclos.

Segundo processo

Será adotado um procedimento inspirado no processo de WHITNEY, já comentado no capítulo I. Apesar da idéia básica ser a mesma de WHITNEY, serão feitas modificações, de modo a poder ser aplicada a análise matricial aqui apresentada.

No processo de WHITNEY, para a solução do problema (2) da Fig. II-26, aplicam-se nas arestas da estrutura, com charneiras hipotéticas, cargas $C_i = -(P_i + \Delta P_i)$, onde P_i são as reações do problema (1) da Fig. II-26 e ΔP_i as reações devidas aos momentos que aparecem por causa das conexões monolíticas nas arestas (Fig. II-31).

As reações ΔP_i são obtidas pela equação (110):

$$\Delta P_i = \frac{m_{i+1} - m_i}{b_i \operatorname{sen} \alpha_i} - \frac{m_i - m_{i-1}}{b_{i-1} \operatorname{sen} \alpha_{i-1}}$$

Os ΔP_i serão portanto funções dos momentos m_i, por

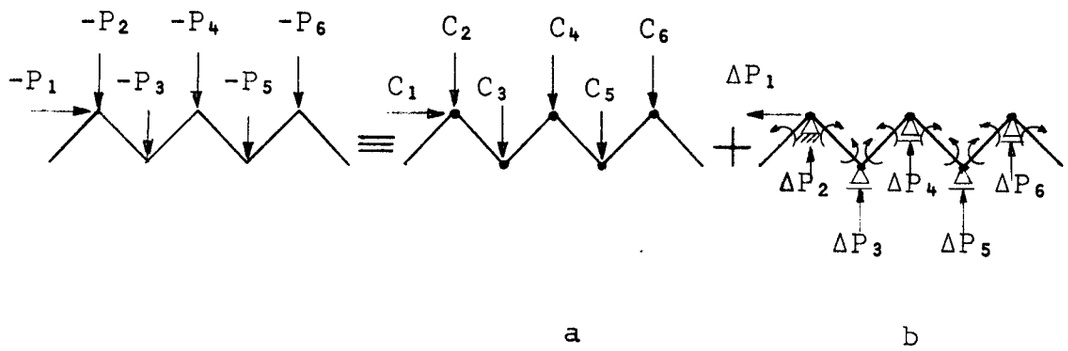


Fig. II-31

enquanto ainda desconhecidos, e terão a forma:

$$\Delta P_i = k_{i-1}\ m_{i-1} + k_i\ m_i + k_{i+1}\ m_{i+1} \qquad \ldots (111)$$

onde k_{i-1}, k_i e k_{i+1} são coeficientes que dependem apenas da geometria da seção transversal, e portanto conhecidos.

Como P_i são reações conhecidas do problema (1) da Fig. II-26, as cargas C_i terão sempre a forma:

$$C_i = -\ (P_i + \Delta P_i) = k_1 + k_{i-1} m_{i-1} + k_i\ m_i + k_{i+1}\ m_{i+1} \qquad \ldots (112)$$

ou generalizando:

$$C_i = k_{c_1} + k_{c_2}\ m_2 + k_{c_3}\ m_3 + \ldots + k_{ci}\ m_i + \ldots + k_{cp}\ m_p \qquad \ldots (113)$$

onde $k_{cj} = 0$ para j diferente de i-1, i e i + 1, e p = número de painéis (chapas).

As cargas C_i são decompostas nas direções das chapas em forças R_i (Fig. II-32), também da forma

$$R_i = k_{r_1} + k_{r_2}\, m_2 + k_{r_3}\, m_3 + \ldots + k_{ri}\, m_i + \ldots + k_{rp}\, m_p \qquad \ldots (114)$$

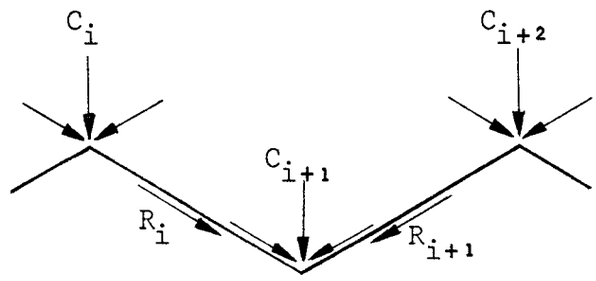


Fig. II-32

As forças T_i de cisalhamento longitudinal nas arestas, são calculadas pela equação abaixo[39], obtida igualando as tensões normais nas arestas comuns às chapas contíguas:

$$\frac{T_{i-1}}{A_i} + 2\left[\frac{T_i}{A_i} + \frac{T_i}{A_{i+1}}\right] + \frac{T_{i+1}}{A_{i+1}} = -\frac{1}{2}\left[\frac{M_{o,i}}{Z_i} + \frac{M_{o,i+1}}{Z_{i+1}}\right] \qquad \ldots (115)$$

A_i e Z_i são, respectivamente, área de seção transversal de cada chapa isolada e seu módulo resistente; portanto conhecidos. $M_{o,i}$ são momentos fletores nas chapas isoladas, consequentemente iguais a R_i multiplicado por distân

cias conhecidas.

O sistema de equações obtido da fórmula (115) é resolvido, para serem encontradas as forças de cisalhamento, que terão a forma:

$$T_i = k_{t_1} + k_{t_2} m_2 + k_{t_3} m_3 + \ldots + k_{ti} m_i + \ldots + k_{tp} m_p \qquad \ldots (116)$$

Os deslocamentos transversais nas direções das chapas[39], são funções do Módulo de Elasticidade, do momento de inércia e das cargas R_i e T_i, dando também equações da forma:

$$d_i = k_{d_1} + k_{d_2} m_2 + k_{d_3} m_3 + \ldots + k_{di} m_i + \ldots + k_{dp} m_p \qquad \ldots (117)$$

As rotações relativas nas arestas devidas ao carregamento podem ser obtidas diretamente dos deslocamentos d_i apenas por relações geométricas[30], e também terão a forma:

$$\Psi_i = k_{\psi_1} + k_{\psi_2} m_2 + k_{\psi_3} m_3 + \ldots + k_{\psi i} m_i + \ldots + k_{\psi p} m_p \qquad \ldots (118)$$

Matematicamente, verifica-se que cada coeficiente' $k_{\psi i}$ depende, única e exclusivamente, do coeficiente correspondente k_{ci}, ou seja as rotações relativas Ψ_i, produzidas pelas cargas C_i, são somas de rotações relativas $k_{\psi i} m_i$ produzidas respectivamente por cargas $k_{ci} m_i$.

Com base nesta observação, resolve-se o problema carregando a estrutura separadamente com as cargas k_{ci}, e obtem-se pelo processo matricial aqui exposto, os deslocamentos $k_{\psi i}$. A seguir, compatibiliza-se as rotações relativas nas arestas, determinando as incógnitas m_i.

Desta forma, propõe-se que o problema (2) da Fig. II-18 seja resolvido com os seguintes passos:

1º passo - **Calcular** o carregamento $C_i=-(P_i+\Delta P_i)$, na forma da equação (112), com os ΔP_i obtidos pela equação (110), e multiplicados pela distância h_j (Fig. II-27), relativa a área de influência da seção correspondente.

2º passo - Carregar a estrutura, separadamente, com os conjuntos de cargas k_{ci} (i= = 1,2, ..., p), obtendo-se respectiva - mente para uma seção genérica j, as rotações relativas $k_{\psi i}$(i=1,2, ..., p), as tensões e os deslocamentos.

As rotações relativas na aresta i de uma seção j serão obtidas pela equação (118):

$$\Psi_i = k_{\psi 1}+k_{\psi 2}m_2+k_{\psi 3}m_3+ \ldots +k_{\psi i}m_i+ \ldots +k_{\psi p}m_p$$

3º passo - Calcular para a seção j, as rotações relativas nas arestas, devidos aos momentos, pela equação (108).

4º passo - Compatibilizar as rotações relativas nas arestas da seção j - equação (109)-, conseguindo com isto, determinar o valor dos momentos unitários que deverão ser aplicados no trecho de influência relativo a seção j.

5º passo - Determinar as tensões e deslocamentos pelas equações:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 m_2 + \ldots + \sigma_i m_i + \ldots + \sigma_p m_p \qquad \ldots (119)$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 m_2 + \ldots + \tau_i m_i + \ldots + \tau_p m_p \qquad \ldots (120)$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 m_2 + \ldots + \delta_i m_i + \ldots + \delta_p m_p \qquad \ldots (121)$$

onde σ_i, τ_i e δ_i são respectivamente as tensões normais, as de cisalhamento e os deslocamentos, calculados no 2º passo, e m_i os momentos calculados no 5º passo.

A consideração do efeito da continuidade das arestas nas chapas dobradas, será melhor observada, com a aplicação nos exercícios números 3, 4 e 5.

CAPÍTULO III

EXEMPLOS

A análise das chapas dobradas, de acordo com as hipóteses e procedimentos descritos é bastante trabalhosa para ser executada manualmente. Desta forma foi elaborado um programa de cálculo para ser processado em computador, e que determina:

a) Os deslocamentos nas coordenadas do sistema.

b) Os deslocamentos nas coordenadas dos painéis.

c) As forças nas coordenadas dos painéis.

d) As forças normais e momentos fletores nos painéis.

e) As tensões normais nas arestas e nas bordas livres dos painéis.

f) As tensões de cisalhamento nas arestas.

g) As reações nos vínculos rígidos e elásticos.

Serão processados os exemplos, e seus resultados comparados com os obtidos de acordo com procedimentos existentes.

EXEMPLO 1 - CARGA CONCENTRADA NA ARESTA

Como primeiro exemplo, será analisada a estrutura adotada como ilustração da explanação teórica (Fig. I-1), admitindo charneiras hipotéticas nas arestas.

As dimensões da estrutura, disposição das seções e vinculações serão as indicadas na Fig. II-9.

Será suposta uma carga concentrada de uma tonelada, aplicada segundo a coordenada do sistema, de ordem 4, da seção 3, isto é, no meio do vão, na interseção dos painéis 3 e 4 e no plano do painel 4. O material da estrutura será aço, com E = 2100 t/cm^2 e G = 800 t/cm^2.

Para utilização pelo computador as coordenadas-deslocamentos do sistema foram numeradas sequencialmente (Fig. III-1 a), a carga foi posicionada segundo a coordenada 22, e os vínculos rígidos segundo as coordenadas 1,2,3,4,37,38, 39,40 e 41. Tem-se assim representada uma viga simplesmente apoiada carregada transversalmente.

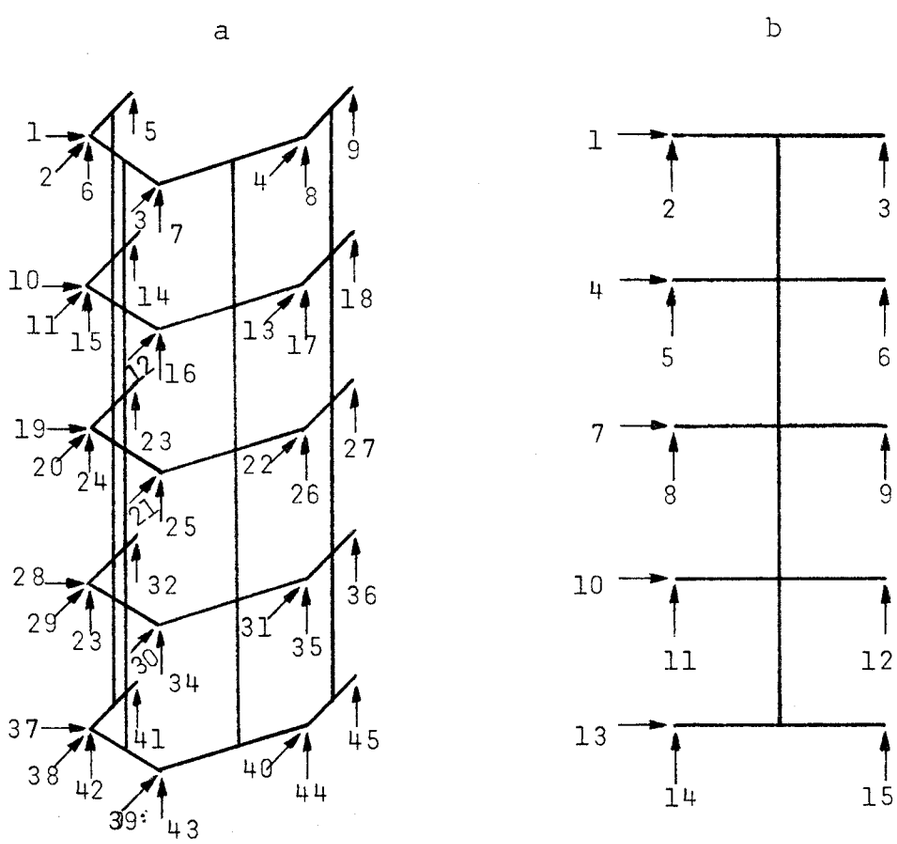


Fig. III-1

As coordenadas-deslocamentos dos painéis também foram numeradas sequencialmente (Fig. III-1 b). Esta numeração é a utilizada na saída de resultados.

Os resultados fornecidos pelo computador são os seguintes:

```
   ESTRUTURA  COM 4 PAINEIS,  5 SECOES ANALISADAS,
  9 COORDENADAS DESLOCAMENTOS EM CADA SECAO, E
  9 VINCULOS RIGIDOS SEGUNDO AS COORDENADAS =
    1   2   3   4  37  38  39  40  41


 UNIDADES UTILIZADAS
  TONELADAS     -     CENTIMETROS

 MODULO DE ELASTICIDADE                = E =        2100.00
 MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL    = G =         800.00

 ESPESSURA DOS PAINEIS

  PAINEL      ESPESSURA

    1             1.00
    2             0.60
    3             0.60
    4             1.00

 DISTANCIA ENTRE SECOES

    SECAO        DISTANCIA
 ACIMA ABAIXO

   1       2       50.000
   2       3       50.000
   3       4       50.000
   4       5       50.000

 CARREGAMENTO NAS COORDENADAS DO SISTEMA

 COORDENADA    FORCA

    1             0.00
    2             0.00
    3             0.00
    4             0.00
    5             0.00
    6             0.00
    7             0.00
    8             0.00
    9             0.00
```

10	0.00
11	0.00
12	0.00
13	0.00
14	0.00
15	0.00
16	0.00
17	0.00
18	0.00
19	0.00
20	0.00
21	0.00
22	1.00
23	0.00
24	0.00
25	0.00
26	0.00
27	0.00
28	0.00
29	0.00
30	0.00
31	0.00
32	0.00
33	0.00
34	0.00
35	0.00
36	0.00
37	0.00
38	0.00
39	0.00
40	0.00
41	0.00
42	0.00
43	0.00
44	0.00
45	0.00

ENTROU NA SUBROTINA MATBI

VERTICE	COORD.X	COORD.Y
1	20.000	-13.333
2	10.000	-13.333
3	0.000	0.000
4	10.000	13.333
5	20.000	13.333

PAINEL INIC. FIM

PAINEL	INIC.	FIM
1	2	1
2	2	3
3	3	4
4	4	5

PAINEL	LARGURA	SENO X	COSENO X
1	10.000	0.000	1.000
2	16.666	0.800	-0.600
3	16.666	0.800	0.600
4	10.000	0.000	1.000

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.0000000E 00
3	0.0000000E 00
4	0.0000000E 00
5	0.2550684E-02
6	-0.1275733E-02
7	0.1020392E-01
8	-0.3188851E-01
9	0.5357168E-01
10	0.5022303E-01
11	0.1674058E-01
12	-0.1171891E 00
13	0.4074009E 00
14	0.2231825E-02
15	-0.6379992E-03
16	0.7971765E-02
17	-0.2359761E-01
18	0.4049760E-01
19	0.7174737E-01
20	0.2391507E-01
21	-0.1674132E 00
22	0.6011515E 00
23	0.1275237E-02
24	0.1275259E-02
25	0.1275245E-02
26	0.1275166E-02
27	0.1275230E-02
28	0.5022307E-01

29	0.1674031E-01
30	-0.1171893E 00
31	0.4074015E 00
32	0.3186984E-03
33	0.3188533E-02
34	-0.5421316E-02
35	0.2614802E-01
36	-0.3794723E-01
37	0.0000000E 00
38	0.0000000E 00
39	0.0000000E 00
40	0.0000000E 00
41	0.0000000E 00
42	0.3826257E-02
43	-0.7653505E-02
44	0.3443900E-01
45	-0.5102143E-01

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	-0.1275733E-02
3	0.2550684E-02
4	0.1674058E-01
5	-0.6379992E-03
6	0.2231825E-02
7	0.2391507E-01
8	0.1275259E-02
9	0.1275237E-02
10	0.1674031E-01
11	0.3188533E-02
12	0.3186984E-03
13	0.0000000E 00
14	0.3826257E-02
15	0.0000000E 00

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	-0.1275733E-02
3	0.1020392E-01
4	0.3013406E-01
5	-0.6379992E-03

6	0.7971765E-02
7	0.4304883E-01
8	0.1275259E-02
9	0.1275245E-02
10	0.3013425E-01
11	0.3188533E-02
12	-0.5421316E-02
13	0.0000000E 00
14	0.3826257E-02
15	-0.7653505E-02

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.1020392E-01
3	-0.3188851E-01
4	-0.1104929E 00
5	0.7971765E-02
6	-0.2359761E-01
7	-0.1578471E 00
8	0.1275245E-02
9	0.1275166E-02
10	-0.1104930E 00
11	-0.5421316E-02
12	0.2614802E-01
13	0.0000000E 00
14	-0.7653505E-02
15	0.3443900E-01

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	-0.3188851E-01
3	0.5357168E-01
4	0.4074009E 00
5	-0.2359761E-01
6	0.4049760E-01
7	0.6011515E 00
8	0.1275166E-02
9	0.1275230E-02

10	0.4074015E 00
11	0.2614802E-01
12	-0.3794723E-01
13	0.0000000E 00
14	0.3443900E-01
15	-0.5102143E-01

ESFORCOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	FORCAS
1	0.3336463E-06
2	-0.6696340E-01
3	-0.4421454E-06
4	-0.2356246E-06
5	-0.1339337E 00
6	-0.3522495E-05
7	0.1349486E-05
8	-0.1051463E-04
9	-0.3228662E-05
10	-0.5299226E-06
11	0.1339203E 00
12	-0.1672771E-05
13	-0.1258391E-05
14	0.6696915E-01
15	0.2608923E-04

ESFORCOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	FORCAS
1	0.2683140E-05
2	0.6696428E-01
3	0.2678651E 00
4	-0.8383767E-05
5	0.1339336E 00
6	0.5357188E 00
7	-0.2982095E-05
8	0.1871586E-04
9	-0.1391768E-04
10	0.9328360E-06
11	-0.1339091E 00
12	-0.5357429E 00
13	0.5852431E-05

14	-0.6696294E-01
15	-0.2678743E 00

ESFORCOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	FORCAS
1	0.5979091E-05
2	-0.2678688E 00
3	-0.1004463E 01
4	-0.5491078E-05
5	-0.5357260E 00
6	-0.2008947E 01
7	-0.3835187E-05
8	0.1302361E-04
9	-0.1935661E-04
10	0.2747402E-06
11	0.5357389E 00
12	0.2008931E 01
13	0.7811935E-05
14	0.2678726E 00
15	0.1004470E 01

ESFORCOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.5000064E 00
2	0.1004477E 01
3	-0.1067668E-04
4	-0.2797693E-05
5	0.2008953E 01
6	-0.1244619E-04
7	0.1000005E 01
8	0.2086163E-05
9	-0.4954637E-05
10	-0.5599578E-06
11	-0.2008940E 01
12	-0.1376029E-05
13	-0.5000051E 00
14	-0.1004472E 01
15	-0.4701317E-05

ENTROU NA SUBROTINA TENSN

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 1

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.6696E-01	-0.3348E 00	-0.2678477E-01	0.1339200E-01
-0.2009E 00	-0.1004E 01	-0.8035691E-01	0.4017669E-01
-0.2009E 00	-0.1004E 01	-0.8035813E-01	0.4017516E-01
-0.6699E-01	-0.3347E 00	-0.2678610E-01	0.1338686E-01

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 2

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.3348E 00	-0.1674E 01	-0.2678492E-01	0.9375083E-01
0.1004E 01	-0.5022E 01	-0.8035793E-01	0.2812543E 00
0.1004E 01	-0.5022E 01	-0.8036056E-01	0.2812579E 00
0.3348E 00	-0.1674E 01	-0.2679034E-01	0.9375724E-01

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 3

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.1272E 01	0.6138E 01	0.9375065E-01	-0.3482172E 00
-0.3817E 01	0.1841E 02	0.2812556E 00	-0.1044656E 01
-0.3817E 01	0.1841E 02	0.2812618E 00	-0.1044664E 01
-0.1272E 01	0.6138E 01	0.9376513E-01	-0.3482335E 00

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 4

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.1004E 01	-0.7477E 01	-0.3482164E 00	0.5491098E 00
0.3013E 01	-0.2243E 02	-0.1044655E 01	0.1647337E 01
0.3013E 01	-0.2243E 02	-0.1044672E 01	0.1647352E 01
0.1004E 01	-0.7478E 01	-0.3482584E 00	0.5491509E 00

ENTROU NA SUBROTINA FVINR

ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS

NUMERO	FORCAS
1	0.6916002E-05
2	-0.5262904E-05
3	0.7899479E-05
4	-0.5000064E 00
37	0.9495766E-05
38	-0.8409844E-05
39	0.9179117E-05
40	-0.5000035E 00
41	0.2609624E-04

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 1

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	-0.2678581E-02	-0.3527384E-07
2	-0.1339442E-02	-0.6751156E-07
3	0.1339097E-02	-0.4901433E-07
4	0.2678645E-02	0.6845608E-06

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 2

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.4464341E-02	0.1785754E-01
2	0.2232539E-02	0.8928412E-02
3	-0.2231506E-02	-0.8929280E-02
4	-0.4464008E-02	-0.1785822E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 3

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	-0.1785779E-01	-0.6696447E-01
2	-0.8928550E-02	-0.3348276E-01
3	0.8929196E-02	0.3348185E-01
4	0.1785810E-01	0.6696456E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 4

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.4017908E-01	-0.3676861E-06
2	0.2008955E-01	-0.1740083E-06
3	-0.2008937E-01	-0.6330665E-07
4	-0.4017885E-01	-0.1345419E-06

Estes resultados são comparados, no quadro abaixo, com os obtidos por KOLLBRUNNER & BASLER, e os valores são concordantes. Algumas pequenas diferenças resultam da discretização da estrutura na alálise matricial e da diferença de hipóteses (no processo comum de análise não é considerada a influência do esforço cortante nas deformações).

Aresta	Painel	Tensões Normais a 75cm do Apoio em kg/cm^2		Tensões de Cisalhamento a 25cm do Apoio em kg/cm^2		Deslocamento dos Painéis no Meio do Vão em mm	
		ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER	ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER	ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER
1	1	40,2	40,2	0,0	0,0	2,4	2,5
2	1	-80,3	-80,3	2,7	2,7	2,4	2,5
2	2	-80,3	-80,3	4,5	4,5	4,3	4,6
3	2	281,2	281,2	-17,8	-15,6	4,3	4,6
3	3	281,2	281,2	-17,8	-15,6	-15,8	-16,8
4	3	-1044,6	-1044,6	67,0	67,0	-15,8	-16,8
4	4	-1044,6	-1044,6	40,2	40,2	60,1	57,0
5	4	1647,3	1647,3	0,0	0,0	60,1	57,0

Neste exemplo, a influência do esforço cortante na deformação é pequena, como pode ser observado no quadro abaixo, que compara os deslocamentos do exemplo, processado com 5 e 9 seções, com e sem a influência do esforço cortante.

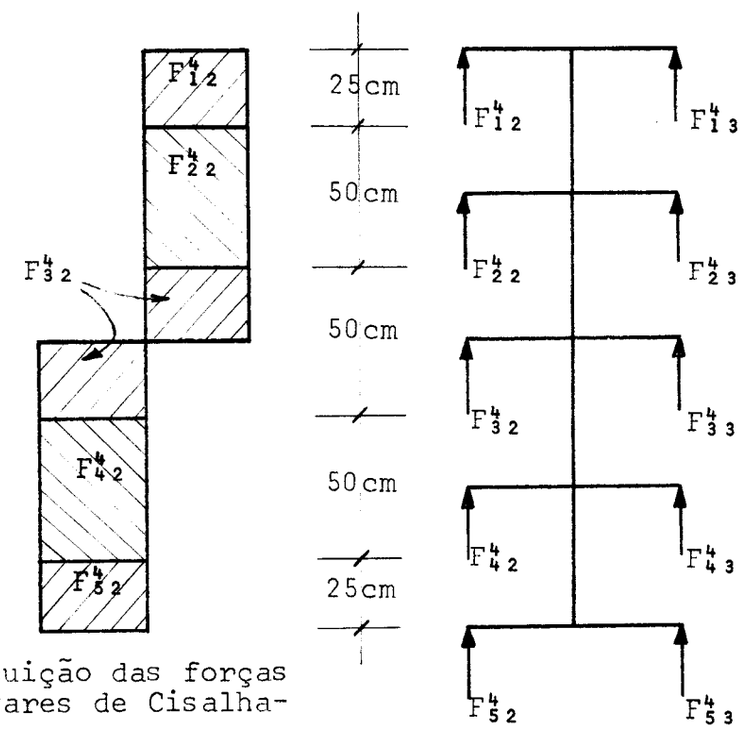
Deslocamentos nas coordenadas dos painéis, no meio do vão em mm					
Painéis	KOLLBRUNNER BASLER	Com 5 seções		Com 9 seções	
		Influência da Força Cortante		Influência da Força Cortante	
		sem	com	sem	com
1	2,5	2,4	2,4	2,5	2,5
2	4,6	4,3	4,3	4,5	4,5
3	-16,8	-15,8	-15,8	-16,7	-16,6
4	57,0	59,4	60,1	57,6	58,3

As tensões de cisalhamento poderiam ser determinadas manualmente, de maneira mais exata, pois como só existe uma carga concentrada, a distribuição das forças elementares de cisalhamento em todas as arestas tem o aspecto indicado na Fig. III-2.

Cada força $F^i_{j_2}$ corresponderá a área do diagrama relativa ao seu trecho de influência (Fig. III-2). Assim no presente problema a tensão de cisalhamento na borda esquerda do painel 4 será:

$$\tau = \frac{0,1005}{25 \times 1} = \frac{0,201}{50 \times 1} = 0,0402 \ t/cm^2 \quad .$$

Tem-se então as seguintes distribuições de tensão



Distribuição das forças elementares de Cisalhamento

Painel 4

Fig. III-2

de cisalhamento ao longo da borda esquerda do painel 4
(Fig. III-3).

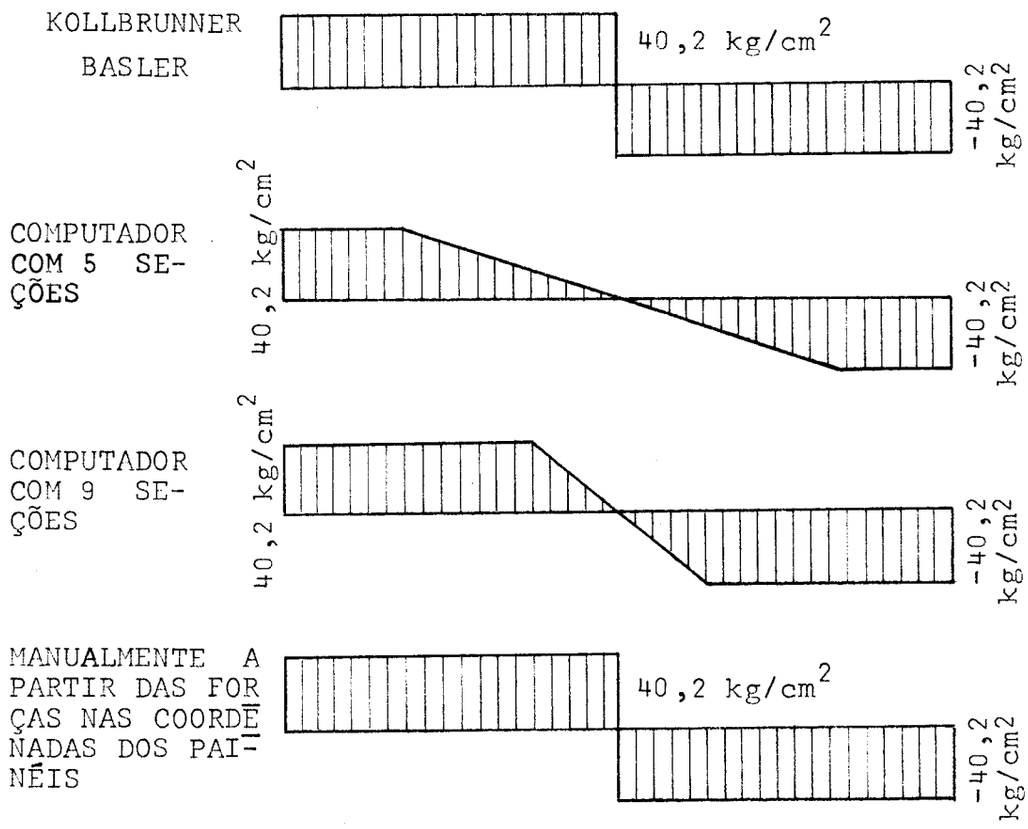


Fig. III-3

As tensões e deslocamentos máximos serão (Fig. III-4):

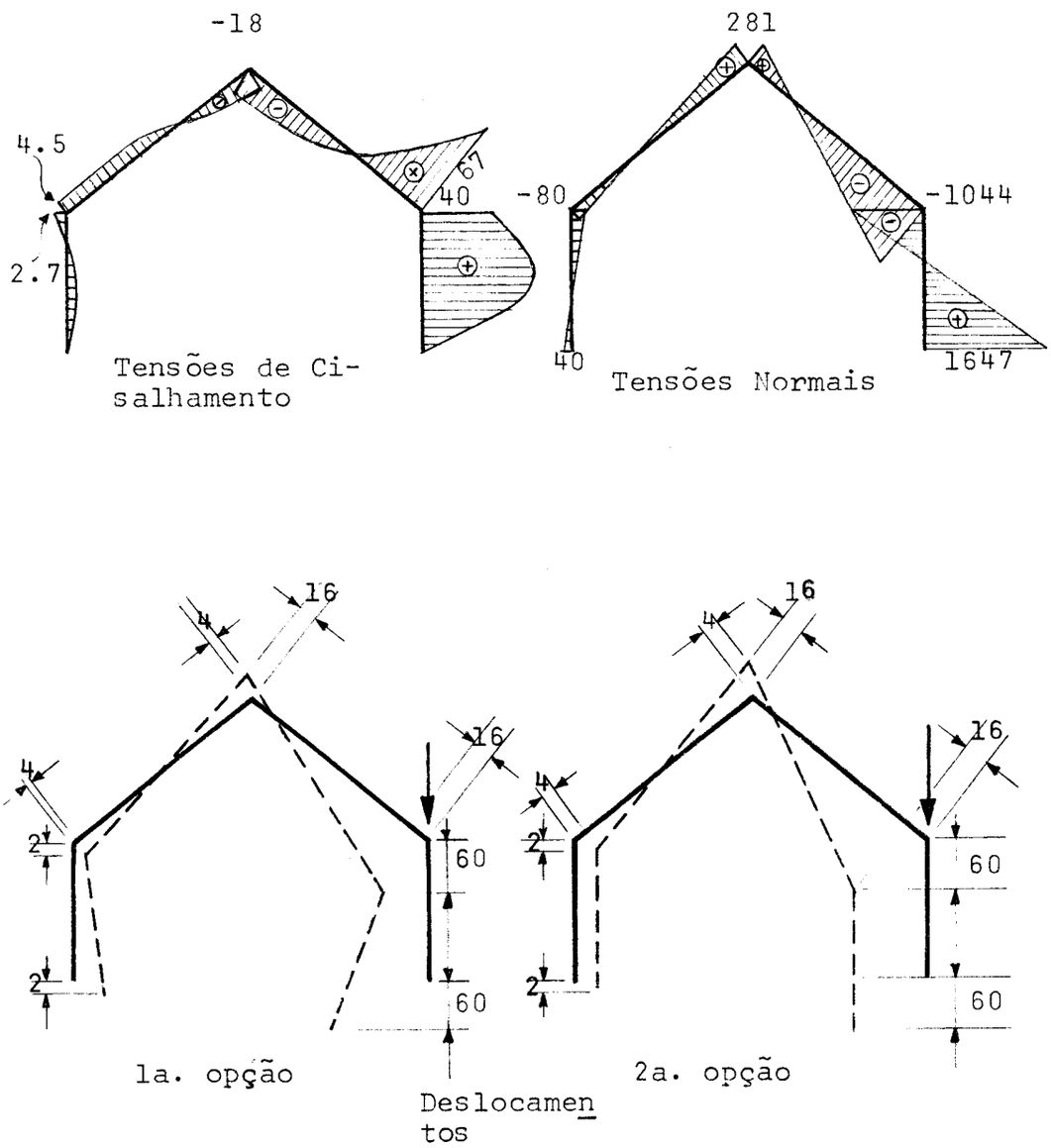


Fig. III-4

EXEMPLO 2 - ESTRUTURA COM SEÇÃO FECHADA

Será analisada a estrutura da Fig. III-5, ainda admitindo charneiras hipotéticas nas arestas. O material será aço e por conseguinte, com os mesmos módulos de elasticidade do exemplo 1.

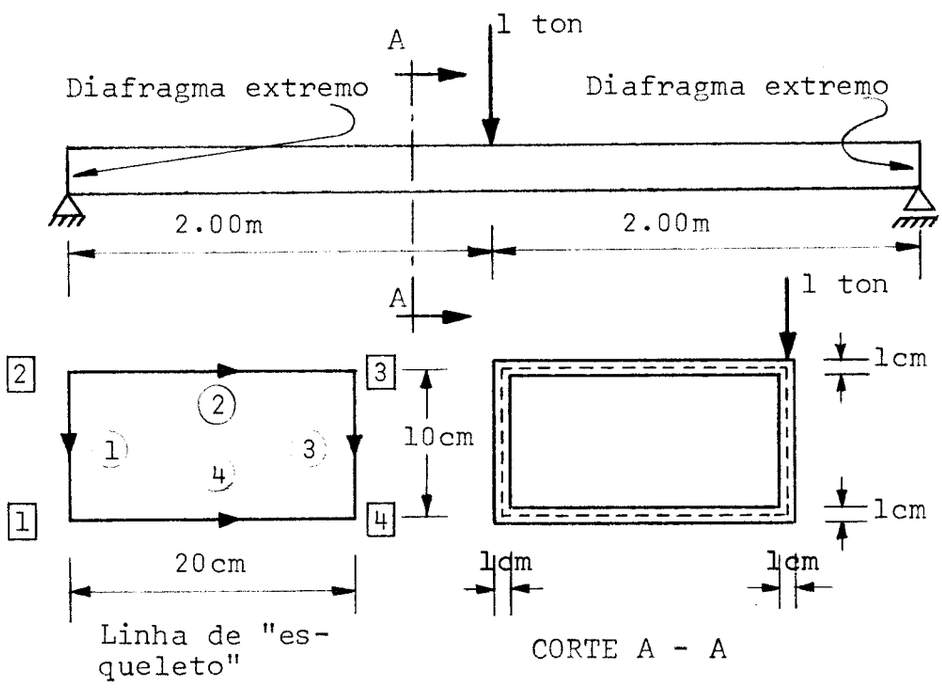


Fig. III-5

Serão analisadas 9 seções. A estrutura tridimensional equivalente, é a indicada na Fig. III-6, e as coordenadas-deslocamentos do sistema são numeradas sequencialmente. Será admitida uma carga de uma tonelada aplicada segundo a coordenada 35. Vínculos rígidos serão introduzidos nas

coordenadas 1,2,3,4,65,66,67,68 e 72. Isto, como no exemplo anterior, simula a existência de diafragmas transversais nas seções extremas, que estarão simplesmente apoiadas.

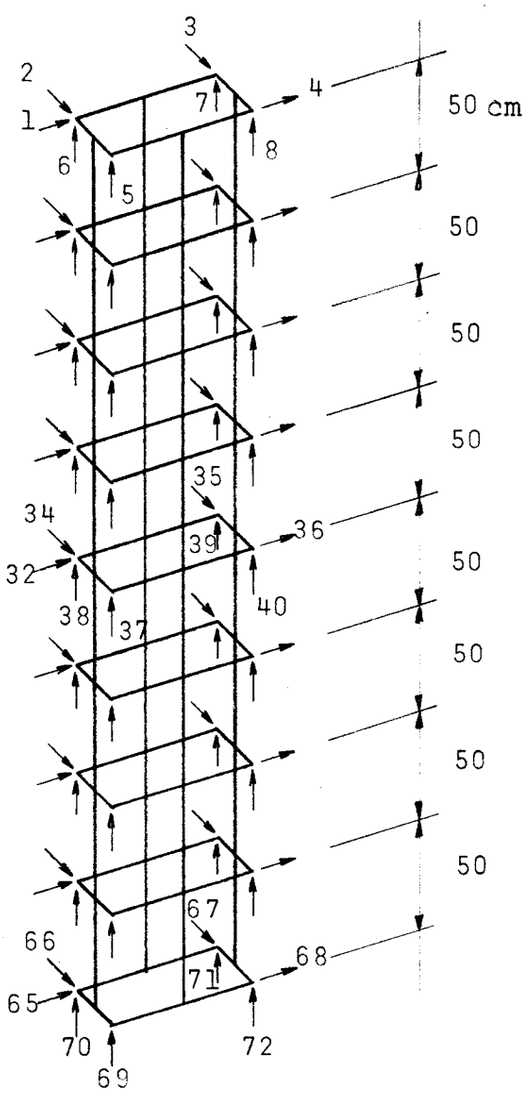


Fig. III-6

Os resultados fornecidos pelo computador são os seguintes:

ESTRUTURA COM 4 PAINEIS, 9 SECOES ANALISADAS,
8 COORDENADAS DESLOCAMENTOS EM CADA SECAO, E
9 VINCULOS RIGIDOS SEGUNDO AS COORDENADAS =
1 2 3 4 65 66 67 68 72

UNIDADES UTILIZADAS
TONELADAS - CENTIMETROS

MODULO DE ELASTICIDADE = E = 2100.00
MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL = G = 800.00

ESPESSURA DOS PAINEIS

PAINEL	ESPESSURA
1	1.00
2	1.00
3	1.00
4	1.00

DISTANCIA ENTRE SECOES

SECAO ACIMA	SECAO ABAIXO	DISTANCIA
1	2	50.000
2	3	50.000
3	4	50.000
4	5	50.000
5	6	50.000
6	7	50.000
7	8	50.000
8	9	50.000

CARREGAMENTO NAS COORDENADAS DO SISTEMA

COORDENADA	FORCA
1	0.00
2	0.00
3	0.00
4	0.00
5	0.00
6	0.00
7	0.00
8	0.00
9	0.00
10	0.00
11	0.00
12	0.00
13	0.00
14	0.00

15	0.00
16	0.00
17	0.00
18	0.00
19	0.00
20	0.00
21	0.00
22	0.00
23	0.00
24	0.00
25	0.00
26	0.00
27	0.00
28	0.00
29	0.00
30	0.00
31	0.00
32	0.00
33	0.00
34	0.00
35	1.00
36	0.00
37	0.00
38	0.00
39	0.00
40	0.00
41	0.00
42	0.00
43	0.00
44	0.00
45	0.00
46	0.00
47	0.00
48	0.00
49	0.00
50	0.00
51	0.00
52	0.00
53	0.00
54	0.00
55	0.00
56	0.00
57	0.00
58	0.00
59	0.00
60	0.00
61	0.00
62	0.00
63	0.00
64	0.00
65	0.00
66	0.00

67	0.00
68	0.00
69	0.00
70	0.00
71	0.00
72	0.00

ENTROU NA SUBROTINA MATBI

VERTICE	COORD.X	COORD.Y
1	5.000	-10.000
2	-5.000	-10.000
3	-5.000	10.000
4	5.000	10.000

PAINEL	INIC.	FIM
1	2	1
2	2	3
3	3	4
4	1	4

PAINEL	LARGURA	SENO X	COSENO X
1	10.000	0.000	1.000
2	20.000	1.000	0.000
3	10.000	0.000	1.000
4	20.000	1.000	0.000

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.0000000E 00
3	0.0000000E 00
4	0.0000000E 00
5	0.4082117E-01
6	0.9526248E-01
7	0.3535683E-05
8	0.1360836E 00
9	-0.2307058E 00
10	-0.2637008E 00
11	0.6926531E 00

12	0.2307145E 00
13	0.4252257E-01
14	0.9356123E-01
15	0.4256031E-02
16	0.1318310E 00
17	-0.4316426E 00
18	-0.4933745E 00
19	0.1300255E 01
20	0.4316588E 00
21	0.4762683E-01
22	0.8845739E-01
23	0.1701359E-01
24	0.1190731E 00
25	-0.5730416E 00
26	-0.6549949E 00
27	0.1737753E 01
28	0.5730628E 00
29	0.5613368E-01
30	0.7995112E-01
31	0.3827600E-01
32	0.9781013E-01
33	-0.6251361E 00
34	-0.7145392E 00
35	0.1920102E 01
36	0.6251591E 00
37	0.6804251E-01
38	0.6804285E-01
39	0.6804259E-01
40	0.6804287E-01
41	-0.5730428E 00
42	-0.6549978E 00
43	0.1737755E 01
44	0.5730645E 00
45	0.7995137E-01
46	0.5613449E-01
47	0.9780916E-01
48	0.3827552E-01
49	-0.4316446E 00
50	-0.4933789E 00
51	0.1300259E 01
52	0.4316620E 00
53	0.8845832E-01
54	0.4762797E-01
55	0.1190715E 00
56	0.1701230E-01
57	-0.2307074E 00
58	-0.2637044E 00
59	0.6926581E 00
60	0.2307177E 00
61	0.9356281E-01
62	0.4252377E-01
63	0.1318293E 00
64	0.4253722E-02

65	0.0000000E 00
66	0.0000000E 00
67	0.0000000E 00
68	0.0000000E 00
69	0.9526461E-01
70	0.4082226E-01
71	0.1360820E 00
72	0.0000000E 00

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.9526248E-01
3	0.4082117E-01
4	-0.2637008E 00
5	0.9356123E-01
6	0.4252257E-01
7	-0.4933745E 00
8	0.8845739E-01
9	0.4762683E-01
10	-0.6549949E 00
11	0.7995112E-01
12	0.5613368E-01
13	-0.7145392E 00
14	0.6804285E-01
15	0.6804251E-01
16	-0.6549978E 00
17	0.5613449E-01
18	0.7995137E-01
19	-0.4933789E 00
20	0.4762797E-01
21	0.8845832E-01
22	-0.2637044E 00
23	0.4252377E-01
24	0.9356281E-01
25	0.0000000E 00
26	0.4082226E-01
27	0.9526461E-01

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.9526248E-01
3	0.3535683E-05

4	-0.2307058E 00
5	0.9356123E-01
6	0.4256031E-02
7	-0.4316426E 00
8	0.8845739E-01
9	0.1701359E-01
10	-0.5730416E 00
11	0.7995112E-01
12	0.3827600E-01
13	-0.6251361E 00
14	0.6804285E-01
15	0.6804259E-01
16	-0.5730428E 00
17	0.5613449E-01
18	0.9780916E-01
19	-0.4316446E 00
20	0.4762797E-01
21	0.1190715E 00
22	-0.2307074E 00
23	0.4252377E-01
24	0.1318293E 00
25	0.0000000E 00
26	0.4082226E-01
27	0.1360820E 00

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.3535683E-05
3	0.1360836E 00
4	0.6926531E 00
5	0.4256031E-02
6	0.1318310E 00
7	0.1300255E 01
8	0.1701359E-01
9	0.1190731E 00
10	0.1737753E 01
11	0.3827600E-01
12	0.9781013E-01
13	0.1920102E 01
14	0.6804259E-01
15	0.6804287E-01
16	0.1737755E 01
17	0.9780916E-01
18	0.3827552E-01
19	0.1300259E 01
20	0.1190715E 00

21	0.1701230E-01
22	0.6926581E 00
23	0.1318293E 00
24	0.4253722E-02
25	0.0000000E 00
26	0.1360820E 00
27	0.0000000E 00

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.4082117E-01
3	0.1360836E 00
4	0.2307145E 00
5	0.4252257E-01
6	0.1318310E 00
7	0.4316588E 00
8	0.4762683E-01
9	0.1190731E 00
10	0.5730628E 00
11	0.5613368E-01
12	0.9781013E-01
13	0.6251591E 00
14	0.6804251E-01
15	0.6804287E-01
16	0.5730645E 00
17	0.7995137E-01
18	0.3827552E-01
19	0.4316620E 00
20	0.8845832E-01
21	0.1701230E-01
22	0.2307177E 00
23	0.9356281E-01
24	0.4253722E-02
25	0.0000000E 00
26	0.9526461E-01
27	0.0000000E 00

ESFORCOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	FORCAS
1	0.1435727E-04
2	0.1190344E 00

2	0.1190709E 00
3	0.9523992E 00
4	0.1123547E-04
5	0.2381290E 00
6	0.1904881E 01
7	0.1657009E-04
8	0.2381047E 00
9	0.1904906E 01
10	0.1937151E-05
11	0.2380986E 00
12	0.1904814E 01
13	0.1887977E-04
14	-0.3147125E-04
15	0.2169609E-04
16	-0.2266466E-04
17	-0.2381157E 00
18	-0.1904839E 01
19	0.9797515E-05
20	-0.2380597E 00
21	-0.1904874E 01
22	0.7860364E-05
23	-0.2380524E 00
24	-0.1904870E 01
25	-0.5844515E-04
26	-0.1190860E 00
27	-0.9527224E 00

ENTROU NA SUBROTINA TENSN

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 1

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.4363E-04	0.1190E 01	0.7145096E-01	-0.7145969E-01
-0.1247E-03	0.3572E 01	0.2143568E 00	-0.2143818E 00
-0.1836E-03	0.5954E 01	0.3572656E 00	-0.3573023E 00
-0.2062E-03	0.8336E 01	0.5001676E 00	-0.5002088E 00
-0.2204E-03	0.8337E 01	0.5002043E 00	-0.5002483E 00
-0.2244E-03	0.5956E 01	0.3573743E 00	-0.3574192E 00
-0.2155E-03	0.3575E 01	0.2145369E 00	-0.2145799E 00
-0.2322E-03	0.1195E 01	0.7169540E-01	-0.7174184E-01

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 2

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.1071E 01	0.8335E 01	0.7145476E-01	-0.1786074E 00
-0.3214E 01	0.2500E 02	0.2143676E 00	-0.5358265E 00
-0.5357E 01	0.4167E 02	0.3572812E 00	-0.8930437E 00
-0.7500E 01	0.5834E 02	0.5001907E 00	-0.1250247E 01
-0.7500E 01	0.5835E 02	0.5002344E 00	-0.1250291E 01

-0.5357E 01	0.4168E 02	0.3574134E 00	-0.8931767E 00
-0.3214E 01	0.2502E 02	0.2145833E 00	-0.5360507E 00
-0.1071E 01	0.8355E 01	0.7174026E-01	-0.1789123E 00

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 3

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.3695E-05	-0.2976E 01	-0.1786043E 00	0.1786051E 00
0.4255E-04	-0.8930E 01	-0.5358195E 00	0.5358279E 00
0.7379E-04	-0.1488E 02	-0.8930373E 00	0.8930521E 00
0.5424E-04	-0.2083E 02	-0.1250251E 01	0.1250262E 01
0.4500E-04	-0.2083E 02	-0.1250318E 01	0.1250327E 01
0.4976E-04	-0.1488E 02	-0.8932399E 00	0.8932499E 00
0.5120E-04	-0.8936E 01	-0.5361824E 00	0.5361926E 00
0.8052E-04	-0.2985E 01	-0.1791288E 00	0.1791449E 00

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 4

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.1071E 01	-0.8335E 01	-0.7145987E-01	0.1786068E 00
0.3214E 01	-0.2500E 02	-0.2143862E 00	0.5358343E 00
0.5357E 01	-0.4167E 02	-0.3573095E 00	0.8930585E 00
0.7500E 01	-0.5834E 02	-0.5002179E 00	0.1250258E 01
0.7500E 01	-0.5835E 02	-0.5002651E 00	0.1250304E 01
0.5357E 01	-0.4168E 02	-0.3574442E 00	0.8931880E 00
0.3214E 01	-0.2502E 02	-0.2146138E 00	0.5360641E 00
0.1071E 01	-0.8356E 01	-0.7177571E-01	0.1789337E 00

ENTROU NA SUBROTINA FVINR

ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS

NUMERO	FORCAS
1	0.6545988E-04
2	0.1352280E-04
3	-0.5000531E 00
4	-0.9101630E-04
65	0.7182361E-04
66	0.1339987E-04
67	-0.5000298E 00
68	-0.5522371E-04
72	-0.4876033E-03

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 1

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.4761462E-02	-0.4763166E-02
2	0.4761839E-02	-0.4763239E-02
3	0.4762212E-02	-0.4763027E-02
4	0.2381297E-02	-0.2381665E-02
5	-0.2380833E-02	0.2380651E-02
6	-0.4761834E-02	0.4761883E-02
7	-0.4762050E-02	0.4761972E-02
8	-0.4762299E-02	0.4763555E-02

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 2

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	-0.4762911E-02	-0.3809822E-01
2	-0.4762531E-02	-0.3809845E-01
3	-0.4762182E-02	-0.3809766E-01
4	-0.2380769E-02	-0.1904867E-01
5	0.2381618E-02	0.1904777E-01
6	0.4762531E-02	0.3809640E-01
7	0.4762132E-02	0.3809698E-01
8	0.4761573E-02	0.3809773E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 3

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.3809841E-01	-0.3809805E-01
2	0.3809813E-01	-0.3809743E-01
3	0.3809684E-01	-0.3809672E-01
4	0.1904741E-01	-0.1904769E-01
5	-0.1904896E-01	0.1904891E-01
6	-0.3809686E-01	0.3809693E-01
7	-0.3809644E-01	0.3809674E-01
8	-0.3809772E-01	0.3809207E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 4

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.4762750E-02	0.3809651E-01
2	0.4762336E-02	0.3809787E-01

3	-0.1190781E 00
4	-0.1445412E-05
5	0.2380813E 00
6	-0.2381624E 00
7	-0.2205372E-05
8	0.2381026E 00
9	-0.2381615E 00
10	-0.3919006E-05
11	0.2381187E 00
12	-0.2381412E 00
13	0.4678965E-05
14	0.1114607E-04
15	-0.2531707E-04
16	-0.5431474E-05
17	-0.2380945E 00
18	0.2380905E 00
19	-0.2384186E-06
20	-0.2380889E 00
21	0.2380978E 00
22	0.4991889E-05
23	-0.2381161E 00
24	0.2380994E 00
25	0.1373142E-04
26	-0.1190572E 00
27	0.1191084E 00

ESFORCOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	FORCAS
1	0.6545988E-04
2	-0.1190750E 00
3	-0.9524523E 00
4	-0.3459858E-05
5	-0.2381367E 00
6	-0.1904924E 01
7	-0.4486181E-05
8	-0.2381164E 00
9	-0.1904921E 01
10	0.5979091E-05
11	-0.2381019E 00
12	-0.1904846E 01
13	-0.2903491E-04
14	0.2500415E-04
15	-0.2148747E-04
16	0.1563132E-04
17	0.2381368E 00
18	0.1904798E 01
19	-0.1788139E-04

20	0.2381162E 00
21	0.1904841E 01
22	-0.2354383E-05
23	0.2380970E 00
24	0.1904857E 01
25	0.7471443E-04
26	0.1190347E 00
27	0.9524508E 00

ESFORCOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.5000531E 00
2	0.9524600E 00
3	-0.9524563E 00
4	-0.1370907E-05
5	0.1904923E 01
6	-0.1904884E 01
7	0.1114607E-04
8	0.1904890E 01
9	-0.1904859E 01
10	0.2326816E-04
11	0.1904794E 01
12	-0.1904814E 01
13	0.1000014E 01
14	-0.5269051E-04
15	0.4345179E-04
16	0.7823110E-06
17	-0.1904843E 01
18	0.1904848E 01
19	-0.1501664E-04
20	-0.1904843E 01
21	0.1904845E 01
22	-0.9648504E-06
23	-0.1904801E 01
24	0.1904830E 01
25	-0.5000314E 00
26	-0.9524648E 00
27	0.9522455E 00

ESFORCOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.9101630E-04

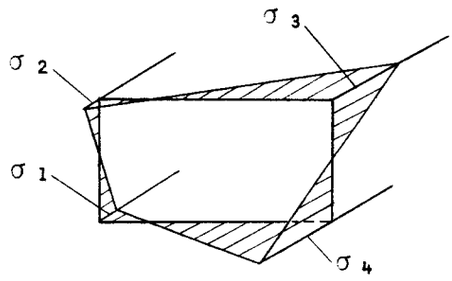
3	0.4762033E-02	0.3809721E-01
4	0.2380670E-02	0.1904836E-01
5	-0.2381471E-02	-0.1904818E-01
6	-0.4761754E-02	-0.3809713E-01
7	-0.4761121E-02	-0.3809744E-01
8	-0.4762643E-02	-0.3810505E-01

No quadro abaixo, os resultados obtidos são comparados com os de KOLLBRUNNER & BASLER[36].

Aresta	Painel	Tensões Normais na seção no meio do vão em kg/cm^2		Tensões de Cisalhamento nas seções nos apoios em kg/cm^2		Deslocamentos dos painéis no meio do vão em mm	
		ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER	ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER	ANÁLISE MATRICIAL	KOLLBRUNNER BASLER
1	1	-571,7	-571,4	-4,8	-4,8	-71,4	-72,6
2	1	571,7	571,4	-4,8	-4,8	-71,4	-72,6
2	2	571,7	571,4	-4,8	-4,8	-62,5	-63,5
3	2	-1428,8	-1428,6	38,1	38,1	-62,5	-63,5
3	3	-1428,8	-1428,6	38,1	38,1	192,0	181,4
4	3	1428,8	1428,6	38,1	38,1	192,0	181,4
4	4	1428,8	1428,6	38,1	38,1	62,5	63,5
1	4	-571,7	-571,4	-4,8	-4,8	62,5	63,5

Novamente encontram-se resultados bastante aproximados.

As tensões e deslocamentos máximos obtidos da análise matricial serão (Fig. III-7):

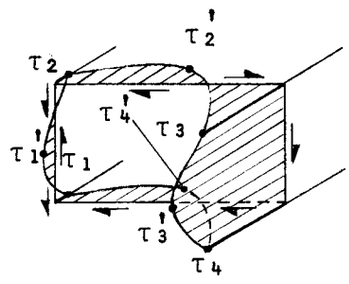


$\sigma_1 = -571,7$

$\sigma_2 = 571,7$

$\sigma_3 = -1428,8$

$\sigma_4 = 1428,8$

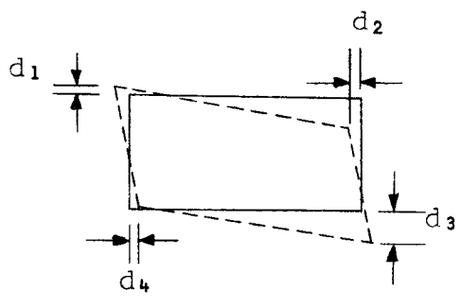


$\tau_1 = -4,8$ $\quad$ $\tau'_1 = 2,4$

$\tau_2 = -4,8$ $\quad$ $\tau'_2 = -8,3$

$\tau_3 = 38,1$ $\quad$ $\tau'_3 = -8,3$

$\tau_4 = 38,1$ $\quad$ $\tau'_4 = 55,9$



$d_1 = -71,4$

$d_2 = -62,5$

$d_3 = 192,0$

$d_4 = 62,5$

Fig. III-7

As tensões de cisalhamento no centro dos painéis foram obtidas de acordo com o exposto no item 10.2 do Cap. II, e coincidem com os valores de KOLLBRUNNER e BASLER.

EXEMPLO 3 - CARGAS DISTRIBUÍDAS AO LONGO DAS ARESTAS

Neste exemplo será admitido que a conexão entre as chapas, nas arestas, é monolítica.

A estrutura será a mesma analisada matricialmente por SCORDELIS[37] e MEEK[38] (Fig. III-8).

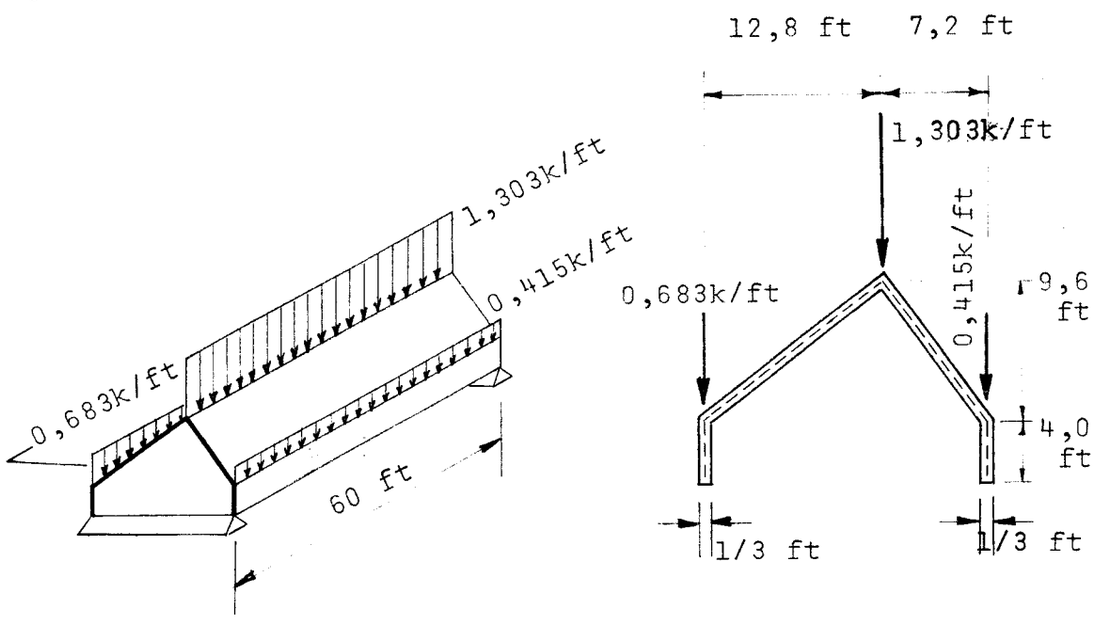
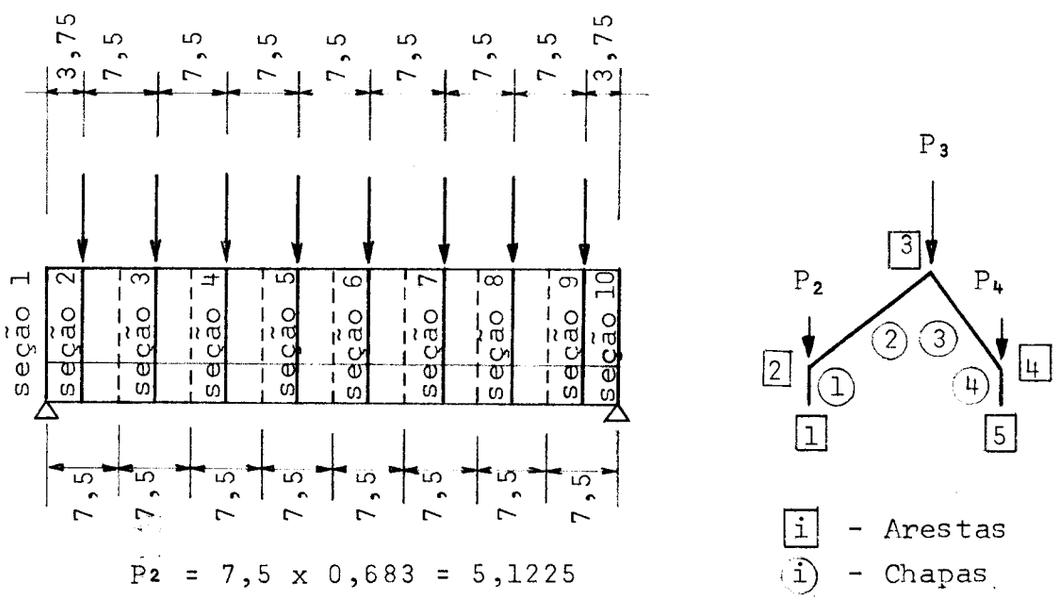


Fig. III-8

O módulo de elasticidade do material será 432000 ksf. O módulo de elasticidade transversal será tomado infinito, não admitindo assim a influência da força cortante na deformação. Deste modo, pode-se comparar melhor os resultados com os da bibliografia existente, que também adota a mesma hipótese.

O problema será resolvido em duas fases: a primeira, considerando charneiras hipotéticas nas arestas, como nos exemplos anteriores e a segunda, analisando a influência da continuidade das chapas nas arestas.

Para a primeira fase, serão analisadas 10 seções, dispostas na posição indicada na Fig. III-9. Serão admitidas aplicadas em cada seção, cargas concentradas, equivalentes ao carregamento distribuído na zona de influência da seção correspondente, delimitada na figura pelas linhas pontilhadas.



$P_2 = 7,5 \times 0,683 = 5,1225$

$P_3 = 7,5 \times 1,303 = 9,7725$

$P_4 = 7,5 \times 0,415 = 3,1125$

Fig. III-9

Obtem-se os seguintes resultados pelo computador:

```
 ESTRUTURA  COM 4 PAINEIS, 10 SECOES ANALISADAS,
9 COORDENADAS DESLOCAMENTOS EM CADA SECAO, E
9 VINCULOS RIGIDOS SEGUNDO AS COORDENADAS =
  1   2   3   4  82  83  84  85  86


UNIDADES UTILIZADAS
   KIPS   -   FOOT

MODULO DE ELASTICIDADE                  = E =      432000.06
MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL      = G =***************

ESPESSURA DOS PAINEIS

 PAINEL      ESPESSURA

   1             0.33
   2             0.33
   3             0.33
   4             0.33

DISTANCIA ENTRE SECOES

   SECAO       DISTANCIA
ACIMA ABAIXO

  1       2       3.750
  2       3       7.500
  3       4       7.500
  4       5       7.500
  5       6       7.500
  6       7       7.500
  7       8       7.500
  8       9       7.500
  9      10       3.750

CARREGAMENTO NAS COORDENADAS DO SISTEMA

COORDENADA   FORCA

   1             0.00
   2             0.00
   3             0.00
   4             0.00
   5             0.00
   6             0.00
   7             0.00
   8             0.00
   9             0.00
  10             0.00
  11             5.12
  12             9.72
```

13	3.11
14	0.00
15	0.00
16	0.00
17	0.00
18	0.00
19	0.00
20	5.12
21	9.77
22	3.11
23	0.00
24	0.00
25	0.00
26	0.00
27	0.00
28	0.00
29	5.12
30	9.77
31	3.11
32	0.00
33	0.00
34	0.00
35	0.00
36	0.00
37	0.00
38	5.12
39	9.77
40	3.11
41	0.00
42	0.00
43	0.00
44	0.00
45	0.00
46	0.00
47	5.12
48	9.77
49	3.11
50	0.00
51	0.00
52	0.00
53	0.00
54	0.00
55	0.00
56	5.12
57	9.77
58	3.11
59	0.00
60	0.00
61	0.00
62	0.00
63	0.00

64	0.00
65	5.12
66	9.77
67	3.11
68	0.00
69	0.00
70	0.00
71	0.00
72	0.00
73	0.00
74	5.12
75	9.77
76	3.11
77	0.00
78	0.00
79	0.00
80	0.00
81	0.00
82	0.00
83	0.00
84	0.00
85	0.00
86	0.00
87	0.00
88	0.00
89	0.00
90	0.00

ENTROU NA SUBROTINA MATBI

VERTICE	COORD.X	COORD.Y
1	4.000	0.000
2	0.000	0.000
3	-9.600	12.800
4	0.000	20.000
5	4.000	20.000

PAINEL	INIC.	FIM
1	2	1
2	2	3
3	3	4
4	4	5

PAINEL	LARGURA	SENO X	COSENO X
1	4.000	0.000	1.000
2	15.999	0.800	-0.600
3	11.999	0.600	0.800
4	4.000	0.000	1.000

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.0000000E 00
3	0.0000000E 00
4	0.0000000E 00
5	0.1817626E-01
6	0.7094409E-02
7	0.8916396E-02
8	0.8292516E-02
9	0.1439056E-01
10	0.8314512E-02
11	0.1038604E-01
12	-0.4008584E-03
13	0.5721670E-02
14	0.1796530E-01
15	0.7140699E-02
16	0.8920468E-02
17	0.8311096E-02
18	0.1426731E-01
19	0.2373876E-01
20	0.2969790E-01
21	-0.1099750E-02
22	0.1638637E-01
23	0.1648736E-01
24	0.7465248E-02
25	0.8948843E-02
26	0.8440975E-02
27	0.1340449E-01
28	0.3531517E-01
29	0.4418648E-01
30	-0.1629758E-02
31	0.2438257E-01
32	0.1395236E-01
33	0.8022028E-02
34	0.8997414E-02
35	0.8663529E-02
36	0.1192533E-01
37	0.4149305E-01
38	0.5191692E-01
39	-0.1914083E-02
40	0.2864665E-01
41	0.1078220E-01
42	0.8718490E-02

43	0.9057948E-02
44	0.8941741E-02
45	0.1007630E-01
46	0.4149450E-01
47	0.5191876E-01
48	-0.1914110E-02
49	0.2864663E-01
50	0.7399676E-02
51	0.9461684E-02
52	0.9122388E-02
53	0.9238552E-02
54	0.8103974E-02
55	0.3531897E-01
56	0.4419120E-01
57	-0.1629847E-02
58	0.2438252E-01
59	0.4228947E-02
60	0.1015817E-01
61	0.9182902E-02
62	0.9516751E-02
63	0.6254932E-02
64	0.2374365E-01
65	0.2970398E-01
66	-0.1099851E-02
67	0.1638628E-01
68	0.1692640E-02
69	0.1071510E-01
70	0.9231420E-02
71	0.9739249E-02
72	0.4775731E-02
73	0.8317323E-02
74	0.1038957E-01
75	-0.4009110E-03
76	0.5721610E-02
77	0.2123776E-03
78	0.1103996E-01
79	0.9259743E-02
80	0.9869024E-02
81	0.3912878E-02
82	0.0000000E 00
83	0.0000000E 00
84	0.0000000E 00
85	0.0000000E 00
86	0.0000000E 00
87	0.1108645E-01
88	0.9263766E-02
89	0.9887576E-02
90	0.3789608E-02

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.7094409E-02
3	0.1817626E-01
4	0.1038604E-01
5	0.7140699E-02
6	0.1796530E-01
7	0.2969790E-01
8	0.7465248E-02
9	0.1648736E-01
10	0.4418648E-01
11	0.8022028E-02
12	0.1395236E-01
13	0.5191692E-01
14	0.8718490E-02
15	0.1078220E-01
16	0.5191876E-01
17	0.9461684E-02
18	0.7399676E-02
19	0.4419120E-01
20	0.1015817E-01
21	0.4228947E-02
22	0.2970398E-01
23	0.1071510E-01
24	0.1692640E-02
25	0.1038957E-01
26	0.1103996E-01
27	0.2123776E-03
28	0.0000000E 00
29	0.1108645E-01
30	0.0000000E 00

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.7094409E-02
3	0.8916396E-02
4	0.4199813E-03
5	0.7140699E-02
6	0.8920468E-02
7	0.1172272E-02

8	0.7465248E-02
9	0.8948843E-02
10	0.1740246E-02
11	0.8022028E-02
12	0.8997414E-02
13	0.2044277E-02
14	0.8718490E-02
15	0.9057948E-02
16	0.2044340E-02
17	0.9461684E-02
18	0.9122388E-02
19	0.1740456E-02
20	0.1015817E-01
21	0.9182902E-02
22	0.1172531E-02
23	0.1071510E-01
24	0.9231420E-02
25	0.4201162E-03
26	0.1103996E-01
27	0.9259743E-02
28	0.0000000E 00
29	0.1108645E-01
30	0.9263766E-02

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.8916396E-02
3	0.8292516E-02
4	-0.1860866E-03
5	0.8920468E-02
6	0.8311096E-02
7	-0.4954815E-03
8	0.8948843E-02
9	0.8440975E-02
10	-0.7320113E-03
11	0.8997414E-02
12	0.8663529E-02
13	-0.8593928E-03
14	0.9057948E-02
15	0.8941741E-02
16	-0.8593789E-03
17	0.9122388E-02
18	0.9238552E-02
19	-0.7319655E-03
20	0.9182902E-02

21	0.9516751E-02
22	-0.4954134E-03
23	0.9231420E-02
24	0.9739249E-02
25	-0.1860517E-03
26	0.9259743E-02
27	0.9869024E-02
28	0.0000000E 00
29	0.9263766E-02
30	0.9887576E-02

DESLOCAMENTOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.8292516E-02
3	0.1439056E-01
4	0.5721670E-02
5	0.8311096E-02
6	0.1426731E-01
7	0.1638637E-01
8	0.8440975E-02
9	0.1340449E-01
10	0.2438257E-01
11	0.8663529E-02
12	0.1192533E-01
13	0.2864665E-01
14	0.8941741E-02
15	0.1007630E-01
16	0.2864663E-01
17	0.9238552E-02
18	0.8103974E-02
19	0.2438252E-01
20	0.9516751E-02
21	0.6254932E-02
22	0.1638628E-01
23	0.9739249E-02
24	0.4775731E-02
25	0.5721610E-02
26	0.9869024E-02
27	0.3912878E-02
28	0.0000000E 00
29	0.9887576E-02
30	0.3789608E-02

ESFORCOS NO PAINEL 1

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.2051619E 02
2	0.1264688E 02
3	-0.9508134E-03
4	0.5102005E 01
5	0.3164500E 02
6	-0.2242565E-02
7	0.5131122E 01
8	0.3167366E 02
9	-0.1513004E-02
10	0.5125511E 01
11	0.1902674E 02
12	-0.5679131E-03
13	0.5150362E 01
14	0.6359805E 01
15	-0.3317595E-03
16	0.5155320E 01
17	-0.6339873E 01
18	-0.2635717E-03
19	0.5116051E 01
20	-0.1900296E 02
21	-0.4568100E-03
22	0.5133223E 01
23	-0.3164096E 02
24	-0.4190207E-04
25	0.5109236E 01
26	-0.3162671E 02
27	-0.3569275E-03
28	-0.2051071E 02
29	-0.1267132E 02
30	-0.6950095E-01

ESFORCOS NO PAINEL 2

COORDENADAS	FORCAS
1	0.2348273E 02
2	-0.1265003E 02
3	-0.2822893E 01
4	-0.5925171E 01
5	-0.3165894E 02
6	-0.7082377E 01
7	-0.5888276E 01

8	-0.3166706E 02
9	-0.7107736E 01
10	-0.5890465E 01
11	-0.1900884E 02
12	-0.4286083E 01
13	-0.5819169E 01
14	-0.6333266E 01
15	-0.1446321E 01
16	-0.5864441E 01
17	0.6372719E 01
18	0.1402109E 01
19	-0.5837082E 01
20	0.1903553E 02
21	0.4240911E 01
22	-0.5833161E 01
23	0.3166308E 02
24	0.7082634E 01
25	-0.5922989E 01
26	0.3165246E 02
27	0.7079096E 01
28	0.2348678E 02
29	0.1268353E 02
30	0.2830534E 01

ESFORCOS NO PAINEL 3

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.3118365E 02
2	0.2819450E 01
3	-0.8039516E 01
4	0.7743515E 01
5	0.7082829E 01
6	-0.2009674E 02
7	0.7800301E 01
8	0.7102597E 01
9	-0.2010691E 02
10	0.7812783E 01
11	0.4277213E 01
12	-0.1206927E 02
13	0.7812348E 01
14	0.1435808E 01
15	-0.4030697E 01
16	0.7811158E 01
17	-0.1415722E 01
18	0.4009989E 01
19	0.7819638E 01
20	-0.4256445E 01
21	0.1205271E 02
22	0.7822804E 01
23	-0.7093176E 01

24	0.2009975E 02
25	0.7794343E 01
26	-0.7088397E 01
27	0.2009899E 02
28	-0.3123097E 02
29	-0.2837803E 01
30	0.8037788E 01

ESFORCOS NO PAINEL 4

COORDENADAS	FORCAS
1	-0.1244869E 02
2	0.8039070E 01
3	-0.7050038E-03
4	0.3110434E 01
5	0.2010412E 02
6	0.8866788E-03
7	0.3112294E 01
8	0.2010632E 02
9	0.1539588E-02
10	0.3112310E 01
11	0.1206311E 02
12	0.1444220E-02
13	0.3112718E 01
14	0.4019876E 01
15	0.3926754E-03
16	0.3112338E 01
17	-0.4020559E 01
18	0.2100467E-03
19	0.3112558E 01
20	-0.1206347E 02
21	-0.1796484E-03
22	0.3112605E 01
23	-0.2010736E 02
24	-0.2211928E-03
25	0.3111968E 01
26	-0.2010815E 02
27	-0.3318787E-03
28	-0.1245105E 02
29	-0.8042343E 01
30	-0.2193451E-03

ENTROU NA SUBROTINA TENSN

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 1

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.1264E 02	-0.1317E 02	-0.5334273E 01	0.2430316E 02
0.4428E 02	-0.4614E 02	-0.1870087E 02	0.8513389E 02
0.7596E 02	-0.7916E 02	-0.3208786E 02	0.1460291E 03
0.9498E 02	-0.9901E 02	-0.4014691E 02	0.1826273E 03
0.1013E 03	-0.1056E 03	-0.4285576E 02	0.1948754E 03
0.9500E 02	-0.9905E 02	-0.4018666E 02	0.1826961E 03
0.7600E 02	-0.7926E 02	-0.3217422E 02	0.1461785E 03
0.4436E 02	-0.4631E 02	-0.1883727E 02	0.8538008E 02
0.1273E 02	-0.1338E 02	-0.5502923E 01	0.2460512E 02

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 2

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.1547E 02	-0.3458E 02	-0.5333075E 01	-0.4692752E 00
-0.5421E 02	-0.1213E 03	-0.1869609E 02	-0.1634258E 01
-0.9298E 02	-0.2082E 03	-0.3207469E 02	-0.2796210E 01
-0.1162E 03	-0.2605E 03	-0.4012346E 02	-0.3483034E 01
-0.1240E 03	-0.2781E 03	-0.4281796E 02	-0.3705872E 01
-0.1162E 03	-0.2606E 03	-0.4013177E 02	-0.3476495E 01
-0.9301E 02	-0.2084E 03	-0.3209839E 02	-0.2781208E 01
-0.5426E 02	-0.1217E 03	-0.1873711E 02	-0.1612840E 01
-0.1553E 02	-0.3515E 02	-0.5384351E 01	-0.4412641E 00

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 3

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.5220E 01	0.6684E 01	-0.4694646E 00	-0.2140568E 01
-0.1823E 02	0.2339E 02	-0.1634503E 01	-0.7482485E 01
-0.3123E 02	0.4009E 02	-0.2797196E 01	-0.1282195E 02
-0.3903E 02	0.5017E 02	-0.3485460E 01	-0.1602972E 02
-0.4162E 02	0.5356E 02	-0.3710132E 01	-0.1710249E 02
-0.3903E 02	0.5019E 02	-0.3483158E 01	-0.1603233E 02
-0.3123E 02	0.4013E 02	-0.2791332E 01	-0.1282602E 02
-0.1822E 02	0.2343E 02	-0.1627358E 01	-0.7486701E 01
-0.5217E 01	0.6771E 01	-0.4579804E 00	-0.2150776E 01

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 4

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
0.8038E 01	-0.7261E 01	-0.2140697E 01	0.1419824E 02
0.2814E 02	-0.2541E 02	-0.7484378E 01	0.4969943E 02
0.4825E 02	-0.4357E 02	-0.1282926E 02	0.8520611E 02
0.6031E 02	-0.5447E 02	-0.1604357E 02	0.1065172E 03
0.6433E 02	-0.5811E 02	-0.1712419E 02	0.1136282E 03
0.6031E 02	-0.5448E 02	-0.1606389E 02	0.1065374E 03
0.4825E 02	-0.4360E 02	-0.1287046E 02	0.8524852E 02
0.2814E 02	-0.2547E 02	-0.7546240E 01	0.4976292E 02
0.8035E 01	-0.7333E 01	-0.2222946E 01	0.1427690E 02

ENTROU NA SUBROTINA FVINR

ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS

NUMERO	FORCAS
1	0.7139588E-01
2	-0.2057197E 02
3	-0.3898105E 02
4	-0.1244869E 02
82	0.5397034E-01
83	-0.2054242E 02
84	-0.3904334E 02
85	-0.1245091E 02
86	-0.6957079E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 1

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.1939559E 02	-0.1439984E-02
2	0.1507395E 02	-0.9428204E-03
3	0.1014007E 02	-0.4161834E-03
4	0.5077307E 01	-0.1799344E-03
5	0.3986582E-02	-0.1190662E-03
6	-0.5068567E 01	-0.1440763E-03
7	-0.1012878E 02	-0.9974239E-04
8	-0.1506277E 02	-0.1159611E-03
9	-0.1942248E 02	-0.8344872E-01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 2

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	-0.1940123E 02	-0.4331789E 01
2	-0.1507707E 02	-0.3376907E 01
3	-0.1013517E 02	-0.2278763E 01
4	-0.5068421E 01	-0.1146480E 01
5	0.7890692E-02	-0.8842270E-02
6	0.5081647E 01	0.1128603E 01
7	0.1013972E 02	0.2264709E 01
8	0.1507441E 02	0.3371604E 01
9	0.1944056E 02	0.4340519E 01

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 3

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.4327716E 01	-0.1232698E 02
2	0.3376163E 01	-0.9571619E 01
3	0.2275961E 01	-0.6435235E 01
4	0.1142603E 01	-0.3219993E 01
5	0.4017280E-02	-0.4141697E-02
6	-0.1134433E 01	0.3212540E 01
7	-0.2269924E 01	0.6430491E 01
8	-0.3376245E 01	0.9571081E 01
9	-0.4350482E 01	0.1232520E 02

TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL 4

SECAO	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
1	0.1232742E 02	-0.7277806E-03
2	0.9573770E 01	0.5341552E-03
3	0.6433886E 01	0.5967617E-03
4	0.3216597E 01	0.3673791E-03
5	-0.1365733E-03	0.1205444E-03
6	-0.3216804E 01	0.6079669E-05
7	-0.6434165E 01	-0.8016824E-04
8	-0.9575174E 01	-0.1390627E-03
9	-0.1233189E 02	-0.3074646E-03

ENTROU NA SUBROTINA DADOS

A segunda fase será feita pelos processos indicados no item 10 do Capítulo II:

a) Processo Iterativo:

Os deslocamentos angulares relativos entre as chapas 2 e 3 (Fig. III-9), são obtidos das equações (101) a (103):

- Para a seção 2:

$$\psi_2 = \frac{v_{22}-v_{23}}{b_2 \text{ sen } \alpha_2} = \frac{0,01038+0,00040}{16 \times 0,8} = 0,0008427$$

$$\psi_3 = \frac{v_{23}-v_{24}}{b_3 \text{ sen } \alpha_3} = \frac{-0,00040-0,00572}{12 \times 0,6} = 0,001693$$

$$\Psi_3 = \psi_3 - \psi_2 = -0,004834$$

- Para a seção 3:

$$\psi_2 = \frac{v_{32}-v_{33}}{b_2 \text{ sen } \alpha_2} = \frac{0,02969+0,00109}{16 \times 0,8} = 0,002406$$

$$\psi_3 = \frac{v_{33}-v_{34}}{b_3 \text{ sen } \alpha_3} = \frac{-0,00109-0,01638}{12 \times 0,6} = -0,002428$$

$$\Psi_3 = \psi_3 - \psi_2 = -0,004834$$

- Para a seção 4:

$$\psi_2 = \frac{v_{42}-v_{43}}{b_2 \text{ sen } \alpha_2} = \frac{0,04418+0,00163}{16 \times 0,8} = 0,003579$$

$$\psi_3 = \frac{v_{43}-v_{44}}{b_3 \text{ sen } \alpha_3} = \frac{-0,00163-0,02438}{12 \times 0,6} = -0,003613$$

$$\Psi_3 = \psi_3 - \psi_2 = -0,007192$$

- Para a seção 5:

$$\psi_2 = \frac{v_{52}-v_{53}}{b_2 \text{ sen } \alpha_2} = \frac{0,05192+0,00191}{16 \times 0,8} = 0,004205$$

$$\psi_3 = \frac{v_{53}-v_{54}}{b_3 \text{ sen } \alpha_3} = \frac{-0,00191-0,02865}{12 \times 0,6} = -0,004244$$

$$\Psi_3 = \psi_3 - \psi_2 = 0,008450$$

Os deslocamentos nas seções 6,7,8 e 9 serão simétricos aos anteriores. As seções 1 e 10 não terão deslocamentos angulares relativos entre as chapas, em virtude dos diafragmas ali inseridos.

O deslocamento angular relativo na aresta 3, produzido pelo momento unitário m_3, desenvolvido em virtude da conexão monolítica, será obtido pelas equações (104) a (108):

$$I_2 = I_3 = \frac{1 \times (1/3)^2}{12}$$

$$\theta_{3,2} = \frac{2 \times 16 \times 12 \times 27}{6 \times 432000} \; m_3$$

$$\theta_{3,4} = \frac{2 \times 12 \times 12 \times 27}{6 \times 432000} \; m_3$$

$$\Theta_3 = \theta_{3,2} + \theta_{3,4} = 0,007 \; m_3$$

Compatibilizando os deslocamentos nas arestas, pela equação (109), tem-se:

Seção	Momentos m_3
1	0,000
2	0,242
3	0,691
4	1,027
5	1,207
6	1,207
7	1,027
8	0,691
9	0,242
10	0,000

Pela equação (110) obtem-se as reações causadas pelos momentos nos vínculos hipotéticos (Fig. II-27 b). Multiplicando estes valores pela distância correspondente ao trecho de influência de cada seção tem-se:

Seção	Reações		
	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4
2	0,142	-0,394	0,252
3	0,405	-1,124	0,719
4	0,602	-1,672	1,070
5	0,707	-1,965	1,257
6	0,707	-1,965	1,257
7	0,602	-1,672	1,070
8	0,405	-1,124	0,719
9	0,142	-0,394	0,252

Troca-se o sinal das reações e aplica-se na estrutura, como carregamento para o primeiro ciclo de correção.

Processado o exemplo com o carregamento de correção, obtem-se novos valores de deslocamentos, com os quais, adotando procedimento idêntico ao 1º ciclo, encontra-se novo carregamento para o 2º ciclo de correção que é o seguinte:

Seção	Carregamento para o 2º ciclo		
	$-\Delta P_2$	$-\Delta P_3$	$-\Delta P_4$
2	0,054	-0,149	0,095
3	0,153	-0,426	0,273
4	0,230	-0,638	0,408
5	0,271	-0,753	0,482
6	0,271	-0,753	0,482
7	0,230	-0,638	0,408
8	0,153	-0,426	0,273
9	0,054	-0,149	0,095

Para o terceiro ciclo iterativo o carregamento é o seguinte:

Seção	Carregamento para o 3º ciclo		
	$-\Delta P_2$	$-\Delta P_3$	$-\Delta P_4$
2	-0,020	0,057	-0,036
3	-0,058	0,163	-0,104
4	-0,088	0,244	-0,156
5	-0,103	0,287	-0,184
6	-0,103	0,287	-0,184
7	-0,088	0,244	-0,156
8	-0,058	0,163	-0,104
9	-0,020	0,057	-0,036

Interrompe-se aqui o processo, em virtude das tensões de correção já serem suficientemente pequenas.

b) Segundo processo:

Para ser obtido o valor da correção, a estrutura será carregada com as forças abaixo, obtidas dos coeficientes de m_3 na equação (110), multiplicados pela distância h_j relativa ao trecho de influência da seção (Fig. II-27), com os sinais trocados:

$k^2_{c_3} = -0,586$

$k^3_{c_3} = 1,628$

$k^4_{c_3} = -1,042$

Em virtude da estrutura ter sido dividida em 9 trechos iguais de 9,5 pés de comprimento (Fig. III-9), todas as seções receberão o mesmo sistema de cargas ($k^2_{c_3}$, $k^3_{c_3}$, $k^4_{c_3}$).

Nas seções centrais, os valores para correção serão obtidos do processamento com as cargas acima, multiplicados pelos momentos m_3, cujo valor, nos trechos de influência das referidas seções, é encontrado da seguinte maneira:

A rotação relativa na aresta 3 devido ao momento unitário m_3, obtida pelas equações (104) a (109) e já calculada no processo anterior é:

$\theta_3 = 0,007\ m_3$

A rotação relativa na aresta 3 da seção 5, devida ao carregamento inicial, já calculada no processo anterior

pelas equações (101) a (103), é:

$$\Psi_3 = -0,00845$$

A rotação relativa na aresta 3 da seção 5, devida às cargas de correção, calculada da mesma maneira é:

$$\psi_2 = \frac{-0,00853-0,00276}{12,8} m_3 = -0,0008818\ m_3$$

$$\psi_3 = \frac{0,00276+0,01499}{7,2} m_3 = 0,0024662\ m_3$$

$$\Psi_3 = \psi_3 - \psi_2 = 0,003348\ m_3$$

Compatibilizando estes três deslocamentos tem-se:

$$0,007\ m_3 + 0,00335\ m_3 - 0,00845 = 0$$

$$m_3 = 0,816$$

Os valores das tensões normais no meio do vão, pelos diversos processos, são comparados no quadro da página seguinte.

As diferenças maiores, nas correções, devem-se principalmente a dois fatores:

a) A distribuição de momentos de correção foi considerada uniforme, no trecho de influência de cada seção, o que é uma aproximação.

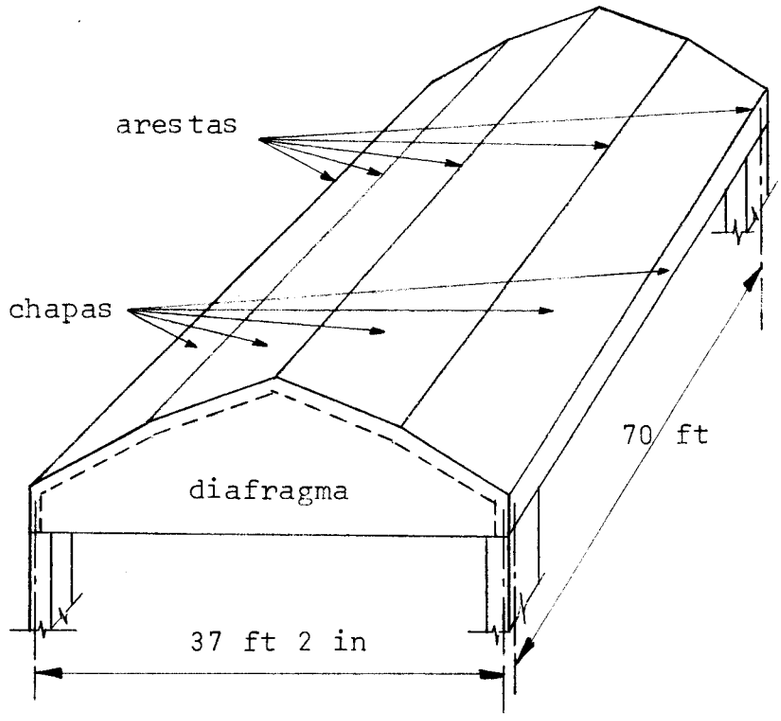
b) As tensões e deslocamentos são calculados pelo programa de computador, em pontos diferentes. Assim sendo, os deslocamentos compatibilizados para a obtenção dos momentos, não correspondem à seção onde são encontradas as tensões, embora estejam próximos daquela.

Poderia ter sido feito um "refinamento" da correção, adotando-se curvas mais representativas para distribuição de momentos e deslocamentos. No entanto, achou-se a solução final já bastante aproximada, para fins práticos.

	ARESTAS	1	2	3	4	5
MEEK	Charneiras hipot.	194,1	-42,5	-3,8	-17,0	113,5
	Correção	-18,5	9,1	-8,3	15,9	-32,8
	Tensões Totais	175,6	-33,4	-12,1	-1,1	80,7
SCORDELIS	Charneiras hipot.	194,1	-42,5	-3,8	-17,0	113,5
	Correção	-18,4	9,1	-8,4	16,0	-32,7
	Tensões Totais	175,7	-33,4	-12,2	-1,0	80,8
PROC. ITERATIVO	Charneiras hipot.	194,9	-42,8	-3,7	-17,1	113,6
	1º Ciclo	-26,2	12,9	-11,8	22,6	-46,2
	2º Ciclo	10,0	-4,9	4,5	-8,6	17,6
	3º Ciclo	-3,8	1,9	-1,7	3,3	-6,2
	Tensões Totais	174,9	-32,9	-12,7	0,2	78,8
2º PROC.	Charneiras hipot.	194,9	-42,8	-3,7	-17,1	113,6
	Correção	-21,5	10,6	-9,7	18,5	-38,0
	Tensões Totais	173,4	-32,2	-13,4	1,4	75,6

EXEMPLO 4 - CARGAS DISTRIBUÍDAS TRANSVERSALMENTE

Será utilizado como exemplo a estrutura encontrada no artigo da ASCE[41], transcrita em BILLINGTON[42], e ali analisada por processos manuais (Fig. III-10).



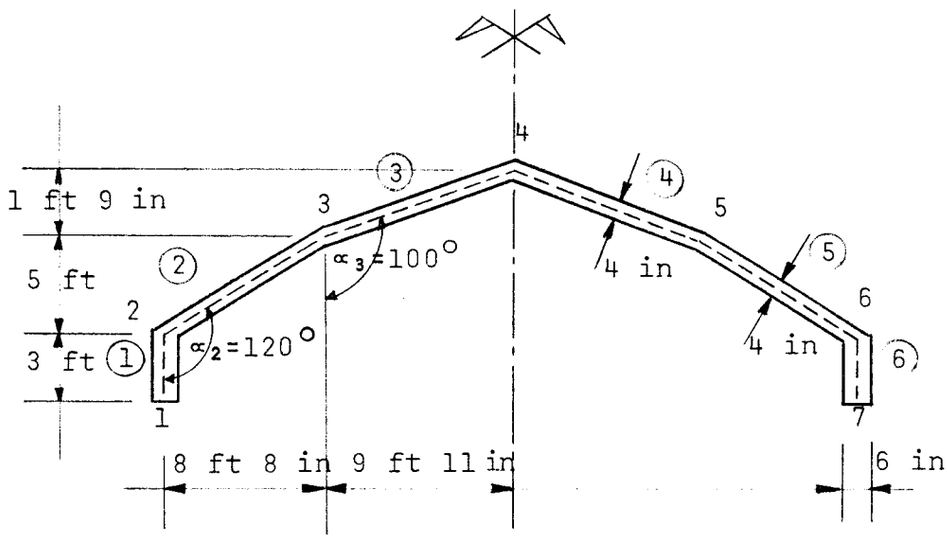


Fig. III-10

O exemplo é de uma cobertura em concreto, com módulo de elasticidade admitido igual a 2000000 psi.

As cargas, consideradas verticais e uniformemente distribuídas sobre a superfície inclinada da cobertura são:

- Nas placas inclinadas:

  peso próprio - 50 psf

  revestimento - 10 psf

  sobrecarga - 20 psf

  Dando uma carga total de 80 libras por pé quadrado ou 0,555 libras por polegada quadrada.

- Nas chapas verticais:

  peso próprio - 225 lb/ft ou 18,75 lb/in

Aqui existem cargas distribuídas sobre a superfície da estrutura, e a análise, como exposto no item 10 do Capítulo II, será dividida em duas etapas:

a) Ação de placa:

Para esta análise será considerada uma faixa transversal com uma polegada de largura, com vínculos hipotéticos nas arestas e sujeita ao carregamento correspondente (Fig. III-11).

Os momentos fletores, as forças cortantes, e as reações nos apoios, serão calculados pelo processo de CROSS.

A distribuição dos momentos e as reações nos apoios na faixa unitária, serão as indicadas na Fig. III-12.

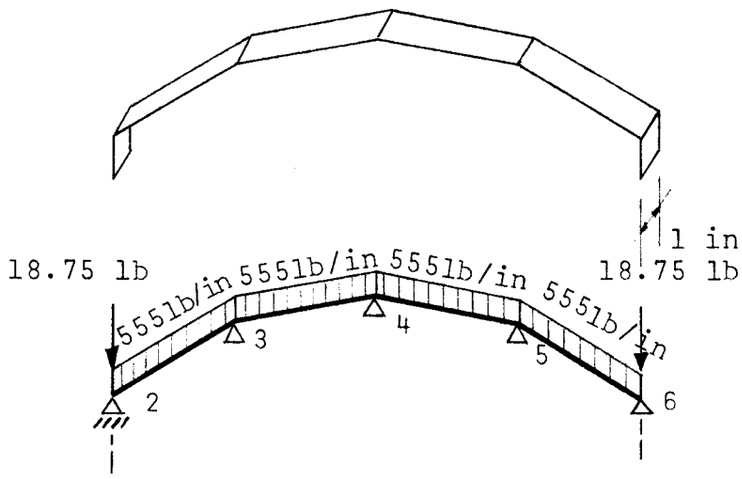


Fig. III-11

PROCESSO DE CROSS

2		3		4	Arestas
		0	0,5	0,5	Coeficiente de transmissão
		0,428	0,572	0,500	Coeficiente de distribuição
		-86602	+65653	-65653	Momentos iniciais em lb.in x x 10^2
	0 ←	+8966	+11983 →	+5991	Distribuição e Transmissão
		-77636	+77636	-59662	Momentos finais em lb.in x x 10^2
	-646,96	+646,96	+149,78	-149,78	Soma / b
	-7,4704	+7,4704	+1,5209	-1,5209	Resultante vertical em lb
+18.75	+33,3333	+33,3333	+33,3333	+33,3333	Cargas Externas
44,6129		75,6579		63,6248	Reações em lb

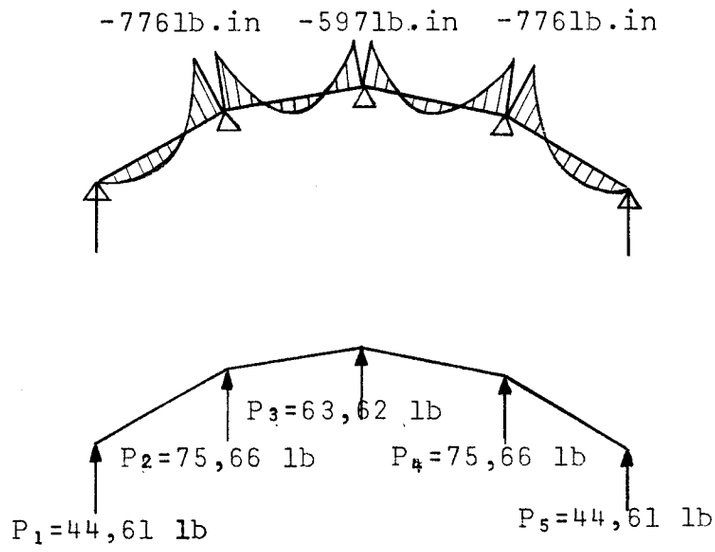


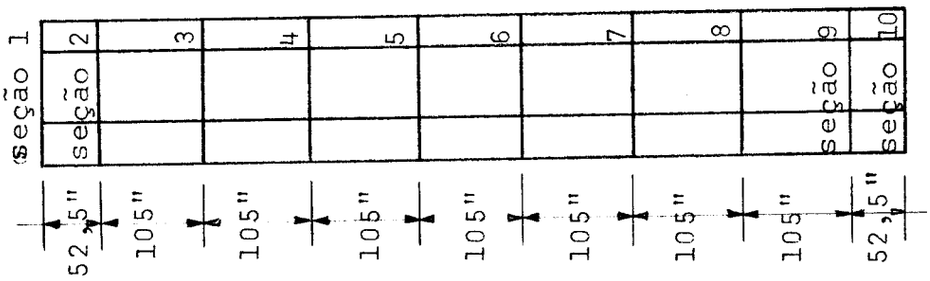
Fig. III-12

As tensões produzidas pelos esforços solicitantes, serão superpostas às obtidas na segunda etapa da análise, que é:

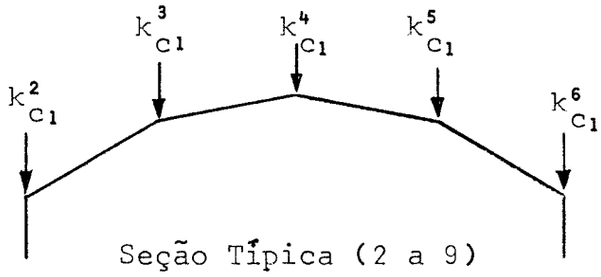
b) Ação de chapa:

As reações obtidas na etapa anterior serão aplicadas, com o sinal trocado, nas arestas. A análise longitudinal será dividida em duas fases, identicamente ao exemplo 3:

1a. fase - Estrutura com charneiras hipotéticas nas arestas: Serão admitidas 10 seções e nelas aplicadas as cargas correspondentes (Fig. III-13):



Vista Lateral



Seção Típica (2 a 9)

$k^2_{c_1} = k^6_{c_1} = 44,61 \times 105 = 4684,35$

$k^3_{c_1} = k^5_{c_1} = 75,66 \times 105 = 7944,08$

$k^4_{c_1} = 63,62 \times 105 = 6680,60$

Fig. III-13

O exemplo é processado pelo computador e os resultados das tensões e deslocamentos no meio do vão são indicados na Fig. III-14.

2a. fase - Correção devido a continuidade das chapas nas arestas (Fig. III-15).

A mesma estrutura tridimensional equivalente da Fig. III-13, será carregada com os seguintes conjuntos de forças de correção, obtidas da mesma maneira que no exemplo 3 (segundo processo) (Fig. III-15):

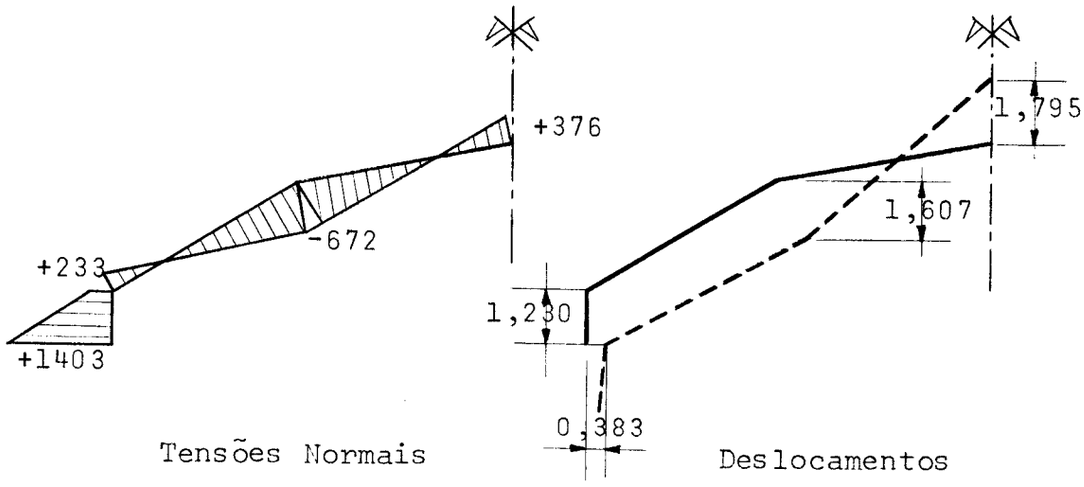


Fig. III-14

1º conjunto (coeficientes de m_3)

$k^2_{c_3} = -1,0104$

$k^3_{c_3} = +1,8989$

$k^4_{c_3} = -0,8885$

$k^5_{c_3} = 0,0000$

$k^6_{c_3} = 0,0000$

2º conjunto (coeficientes de m_4)

$k^2_{c_4} = 0,0000$

$k^3_{c_4} = -0,8885$

$k^4_{c_4} = +1,7770$

$k^5_{c_4} = -0,8885$

$k^6_{c_4} = 0,0000$

3º conjunto (coeficientes de m_5), simétrico ao 1º conjunto.

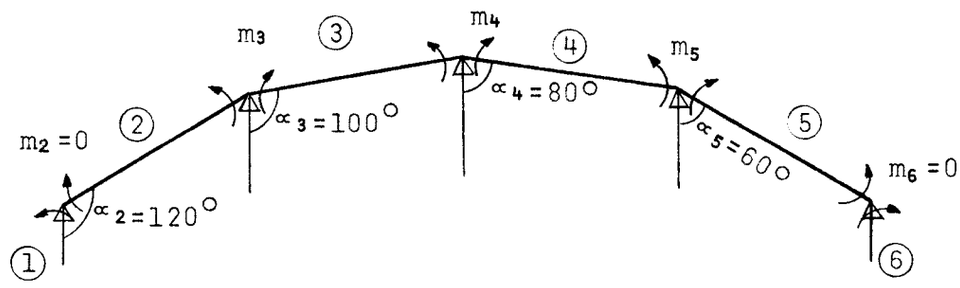


Fig. III-15

Os momentos m_3, m_4 e m_5 nas seções centrais são obtidos da maneira indicada no item 10 do Capítulo II, e têm os seguintes valores:

$m_3 = 225,5$

$m_4 = 1333,0$

$m_5 = 225,5$

As tensões normais e deslocamentos de correção nas seções centrais serão:

devido a m_3:

$\sigma_1 = -\ 0{,}5965 \times 225{,}5 = -\ 134{,}5$

$\sigma_2 = \ \ 0{,}5353 \times 225{,}5 = \ \ 120{,}7$

$\sigma_3 = -\ 0{,}5088 \times 225{,}5 = -\ 114{,}7$

$\sigma_4 = \ \ 0{,}3836 \times 225{,}5 = \ \ 86{,}5$

$\delta_1 = -\ 0{,}001023 \times 225{,}5 = -\ 0{,}231$

$\delta_2 = -\ 0{,}001142 \times 225{,}5 = -\ 0{,}257$

$\delta_3 = \ \ 0{,}001591 \times 225{,}5 = \ \ 0{,}359$

$\delta_4 = -\ 0{,}001249 \times 225{,}5 = -\ 0{,}282$

devido a m_4:

$\sigma_1 = \ \ 0{,}1180 \times 1333 = \ \ 157{,}3$

$\sigma_2 = -\ 0{,}2355 \times 1333 = -\ 313{,}9$

$\sigma_3 = \ \ 0{,}4049 \times 1333 = \ \ 539{,}7$

$\sigma_4 = -\ 0{,}5207 \times 1333 = -\ 694{,}1$

$\delta_1 = \ \ 0{,}000426 \times 1333 = \ \ 0{,}568$

$\delta_2 = \ \ 0{,}000352 \times 1333 = \ \ 0{,}470$

$\delta_3 = -\ 0{,}001263 \times 1333 = -\ 1{,}683$

$\delta_4 = \ \ 0{,}001605 \times 1333 = \ \ 2{,}139$

devido a m_5:

$\sigma_1 = -\ 0{,}0315 \times 225{,}5 = \ \ -\ 7{,}1$

$\sigma_2 = \ \ 0{,}0627 \times 225{,}5 = \ \ 14{,}1$

$\sigma_3 = -\ 0{,}1674 \times 225{,}5 = \ \ -\ 37{,}7$

$\sigma_4 = \ \ 0{,}3835 \times 225{,}5 = \ \ 86{,}5$

$\delta_1 = -\ 0{,}000134 \times 225{,}5 = -\ 0{,}030$

$\delta_2 = -\ 0{,}000094 \times 225{,}5 = -\ 0{,}021$

$\delta_3 = 0,000617 \times 225,5 = 0,139$

$\delta_4 = -0,001248 \times 225,5 = -0,281$

Desta análise longitudinal, as tensões normais corrigidas no meio do vão, e os deslocamentos a 367,5 polegadas do apoio são os indicados na Fig. III-16

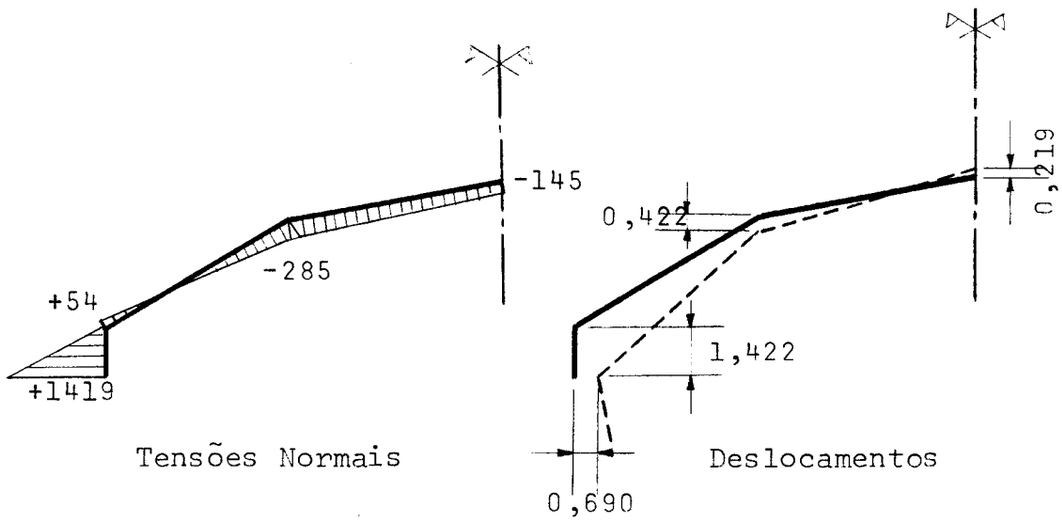


Fig. III-16

Os resultados obtidos são comparados com os da literatura existente nos quadros a seguir:

ANÁLISE LONGITUDINAL

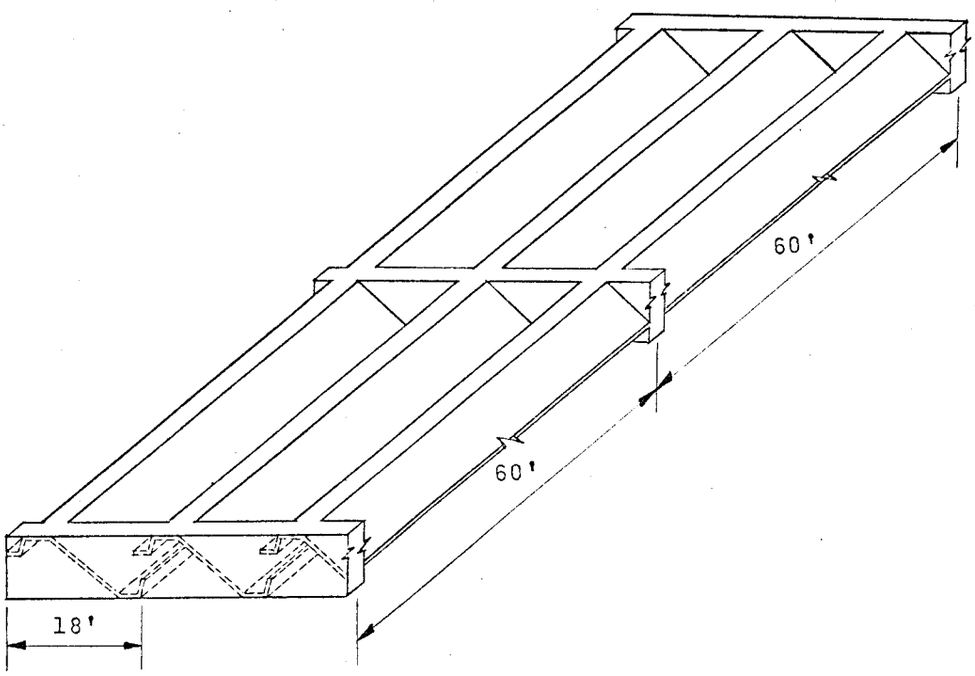
ARESTAS		ASCE	BILLINGTON	ANÁLISE MATRICIAL
Tensões Normais iniciais - psi	1	1460	1402	1403
	2	225	234	233
	3	-670	-671	-672
	4	372	372	376
Correções	1	47	54	16
	2	-191	-198	-179
	3	382	390	387
	4	-514	-519	-521
Tensões Normais Finais - psi	1	1467	1456	1419
	2	34	34	54
	3	-288	-281	-285
	4	-142	-147	-145

ANÁLISE TRANSVERSAL

ARESTAS		ASCE	BILLINGTON	ANÁLISE MATRICIAL
Momentos iniciais lb.ft/ft	1	0	0	0
	2	0	0	0
	3	-777	-777	-776
	4	-596	-596	-597
Correções	1	0	0	0
	2	0	0	0
	3	-181	-171	-225
	4	-1463	-1471	-1333
Momentos finais lb.ft/ft	1	0	0	0
	2	0	0	0
	3	-958	-948	-1001
	4	-2059	-2067	-1930

EXEMPLO 5 - VIGA CONTÍNUA

Compara-se aqui os resultados com os do exemplo apresentado por RAMASWAMI[43] (Fig. III-17).



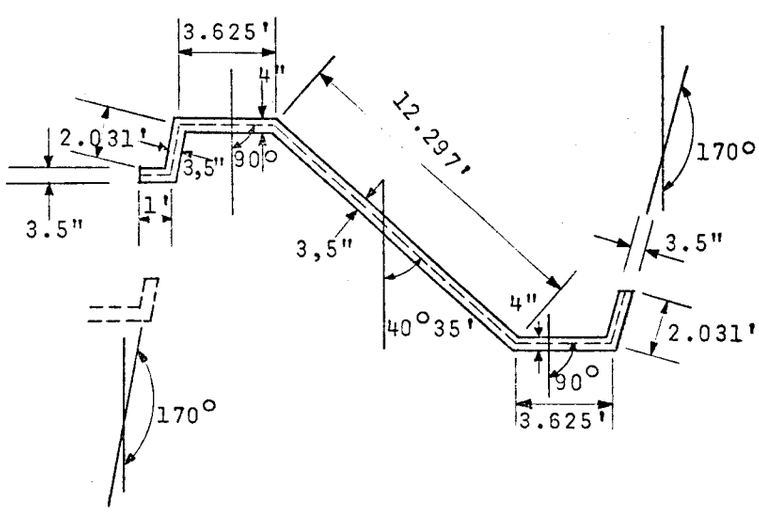


Fig. III-17

As cargas na estrutura são: peso próprio = 12,5 psf por polegada de espessura da chapa; sobrecarga = 15,0 psf de superfície da chapa; cargas nas bordas livres, em virtude da parte envidraçada e do quebra sol, respectivamente 30 e 40 lb/ft.

Para a análise transversal (ação de placa), separa-se uma faixa de um pé de largura, com as cargas indicadas na Fig. III-18 e determina-se as reações nos apoios hipotéticos pelo processo de CROSS.

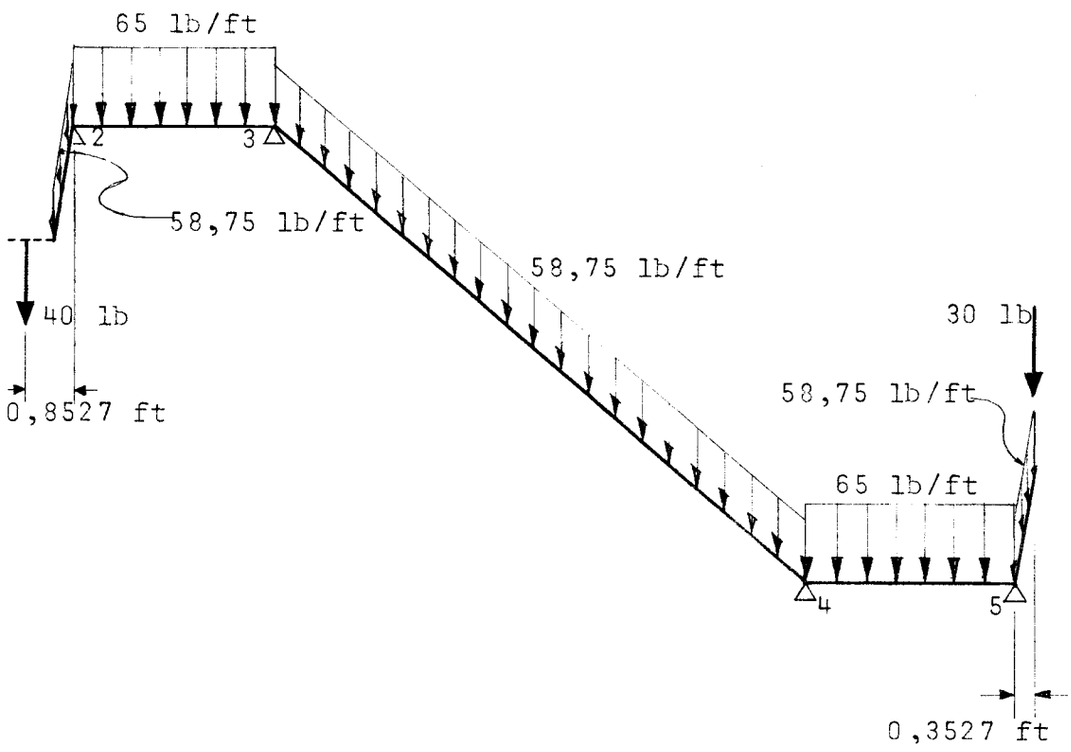


Fig. III-18

Para a análise longitudinal (ação de chapa), divide-se a estrutura com 9 seções, como o indicado na Fig. III-19, e sobre elas, aplica-se os carregamentos correspondentes.

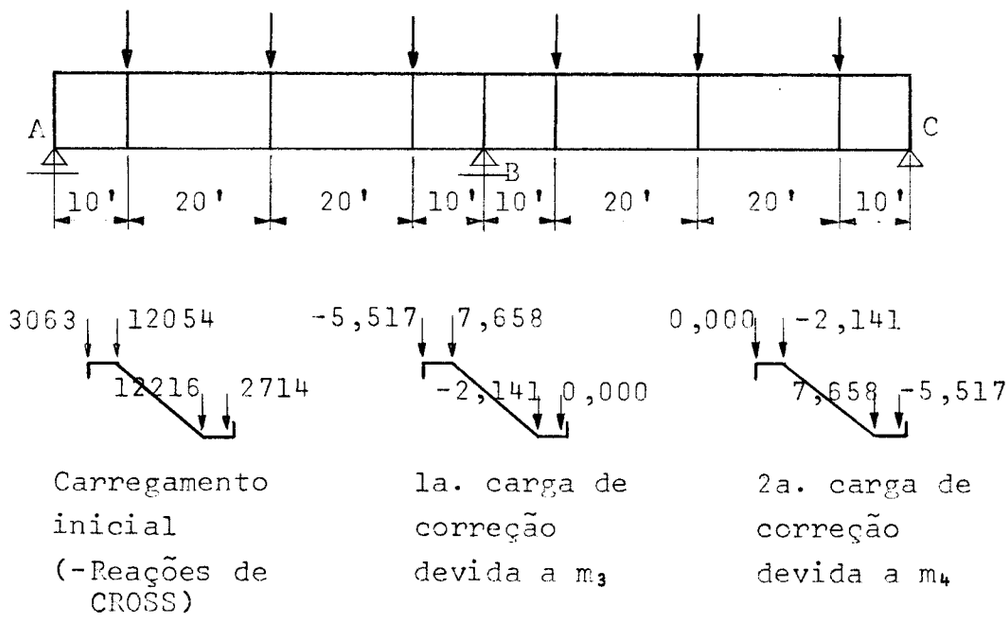


Fig. III-19

Adotando-se procedimento idêntico ao exemplo anterior, obtem-se os valores das tensões iniciais, assim como das de correção, para seções intermediárias às nove admitidas na Fig. III-19.

Para comparação com RAMASWAMI, determina-se, por interpolação, as tensões na seção intermediária entre os apoios A e B, obtendo-se os seguintes valores:

Tensões iniciais (com charneiras hipotéticas):

σ_1 = 59,5 kip/ft^2

σ_2 = 60,8 kip/ft^2

σ_3 = -77,7 kip/ft^2

σ_4 = 80,5 kip/ft^2

σ_5 = -68,5 kip/ft^2

σ_6 = -47,5 kip/ft^2

Tensões de correção devidas ao momento na aresta 3:

σ_1 = 0,0026 x -237,41 = -0,6 kip/ft^2

σ_2 = -0,0073 x -237,41 = 1,7 kip/ft^2

σ_3 = -0,0146 x -237,41 = 3,5 kip/ft^2

σ_4 = 0,0470 x -237,41 = -11,2 kip/ft^2

σ_5 = -0,1450 x -237,41 = 34,4 kip/ft^2

σ_6 = 0,2285 x -237,41 = -54,3 kip/ft^2

Tensões de correção devidas ao momento na aresta 4:

σ_1 = -0,2285 x -192,8 = 44,0 kip/ft^2

σ_2 = 0,1450 x -192,8 = -28,0 kip/ft^2

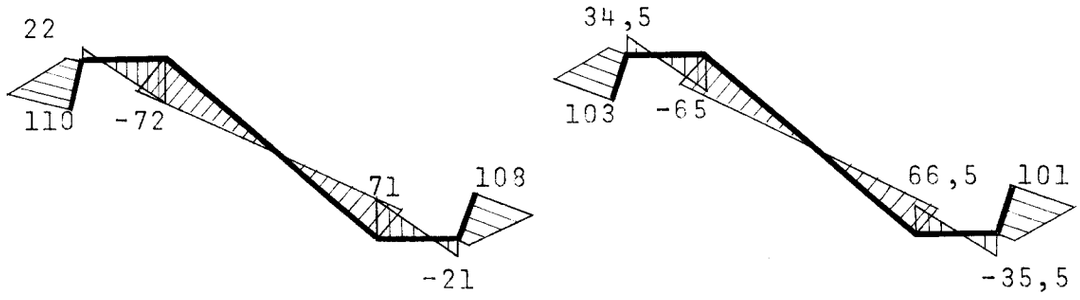
σ_3 = -0,0470 x -192,8 = 9,1 kip/ft^2

σ_4 = 0,0146 x -192,8 = -2,8 kip/ft^2

σ_5 = 0,0073 x -192,8 = -1,4 kip/ft^2

σ_6 = -0,0026 x -192,8 = 0,5 kip/ft^2

As tensões no meio de cada vão, são comparadas com as obtidas por RAMASWAMI, na Fig. III-20:



Tensões segundo RAMASWAMI

Tensões obtidas pela análise matricial

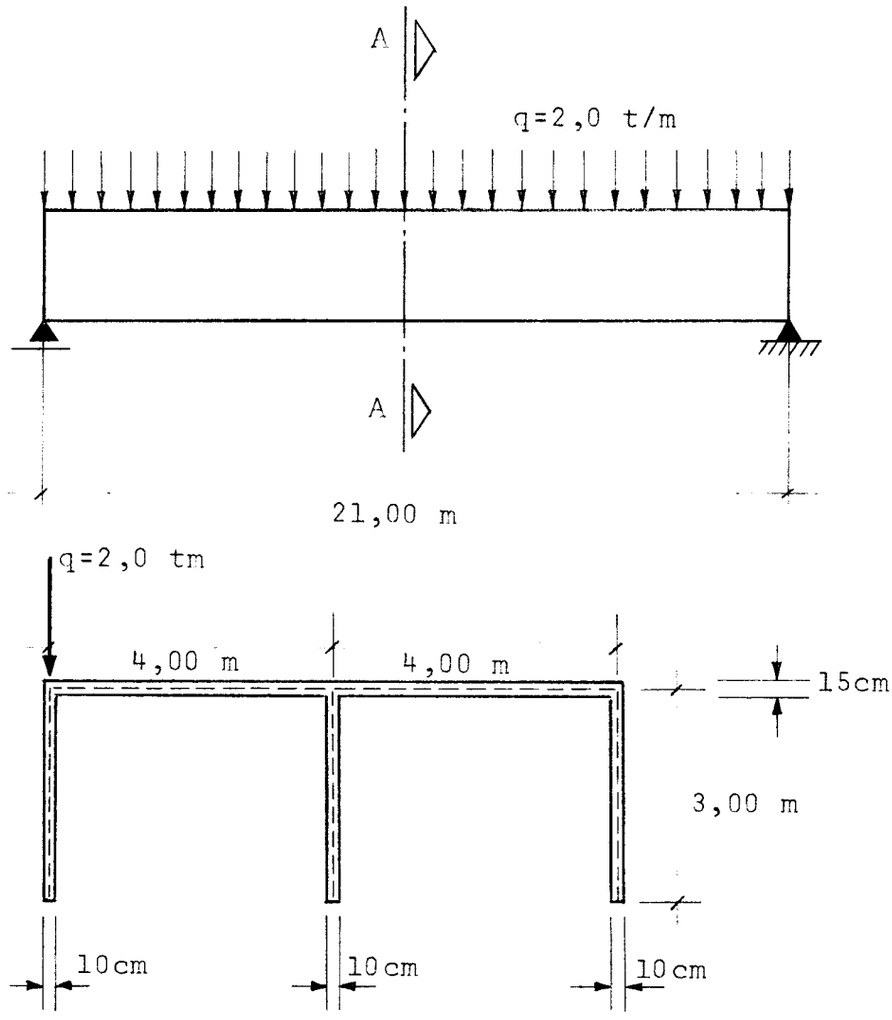
Fig. III-20

A diferença entre os dois processos, na maior tensão normal, é de 6,4%.

EXEMPLO 6 - DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS

Neste exemplo verifica-se a influência dos diafragmas intermediários, apenas no problema com charneiras hipotéticas. A correção devido a conexão monolítica das chapas poderá ser feita da mesma maneira que nos problemas anteriores, ressalvando-se que, nas seções com diafragmas, os momentos de correção serão nulos, já que as mesmas mantêm a forma inicial.

Será pesquisada a estrutura da Fig. III-21. O módulo de elasticidade, E, será admitido igual a 210 ton/cm^2 e o módulo de elasticidade transversal, G, igual a 90 ton/cm^2.



CORTE A.A

Fig. III-21

A posição das seções e do carregamento equivalente é indicada na Fig. III-22.

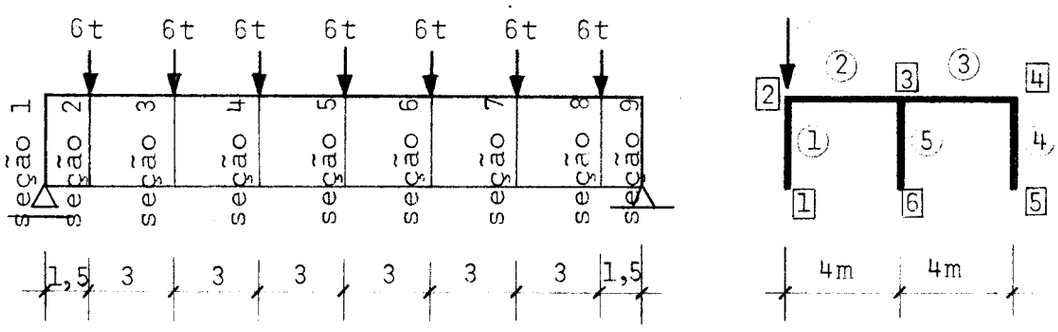


Fig. III-22

Será analisada inicialmente a estrutura sem diafragmas intermediários. Posteriormente serão introduzidos diafragmas nas seções 2 e 8 e finalmente em todas as seções.

Os valores das tensões normais obtidas na aresta 4 (Fig. III-22), estão plotados na Fig. III-23:

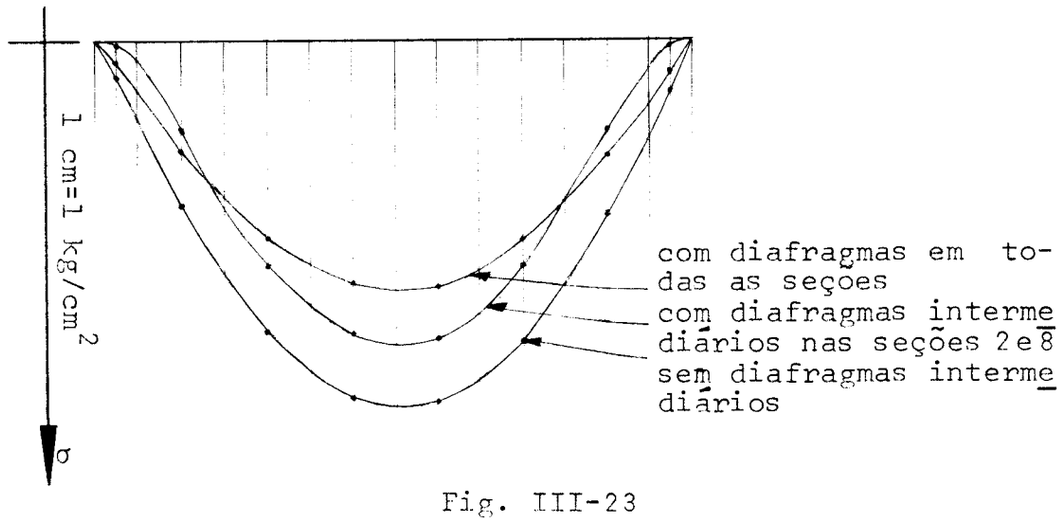


Fig. III-23

Os deslocamentos na seção central para os três casos estudados estão indicados na Fig. III-24:

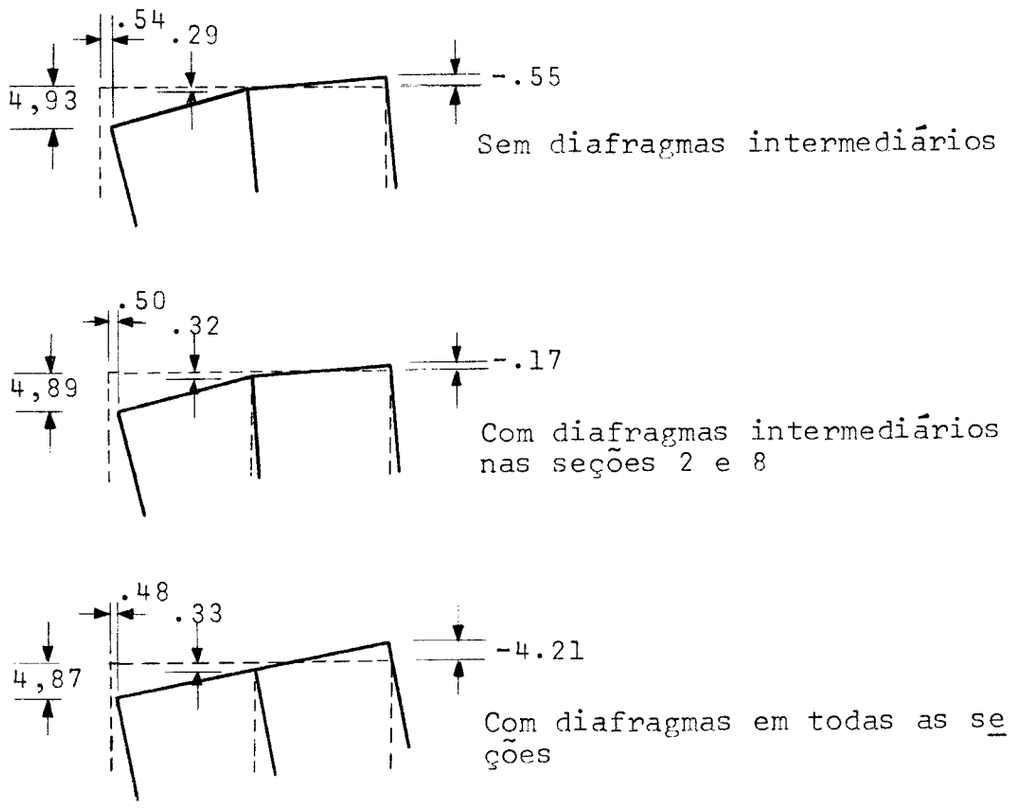


Fig. III-24

EXEMPLO 7 - RECALQUES DE APOIO

Os efeitos dos recalques de apoio serão verificados na viga contínua do exemplo 5 (Fig. III-17). Admite-se que o apoio central tenha recalcado 4" na vertical, ou seja, que os vínculos rígidos relativos às coordenadas 2,3,4 e 5 da seção 5 (Fig. III-25) tenham se deslocado de 4" segundo o sentido positivo das referidas coordenadas.

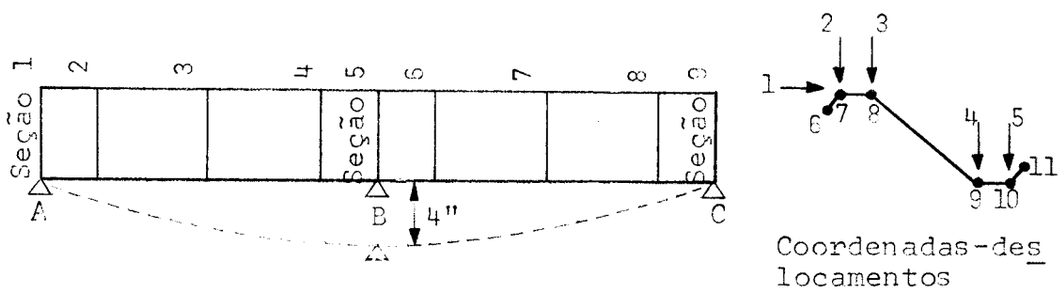


Fig. III-25

Os efeitos dos recalques de apoio deverão ser analisados separadamente dos outros carregamentos. Neste exemplo não serão introduzidos diafragmas intermediários e a estrutura será admitida com charneiras hipotéticas nas arestas.

Do processamento no computador, obtem-se as forças nas coordenadas dos painéis indicadas na Fig. III-26.

Os deslocamentos transversais na seção 3 e as tensões normais a 5 pés do apoio central estão indicados na Fig. III-27.

FORÇAS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS (Kips)

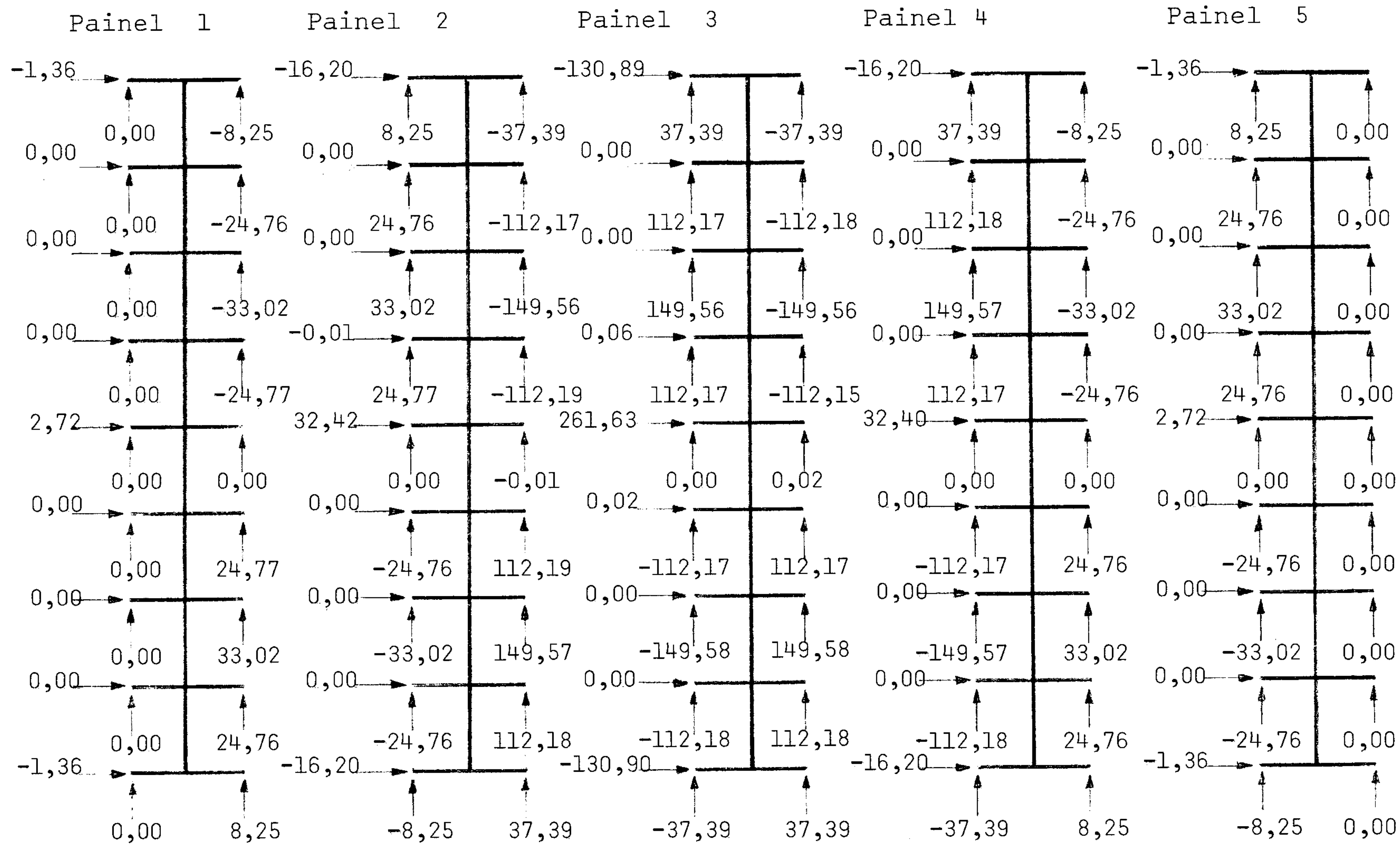
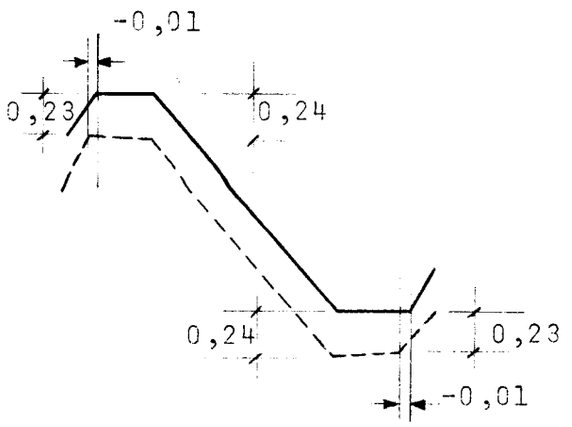
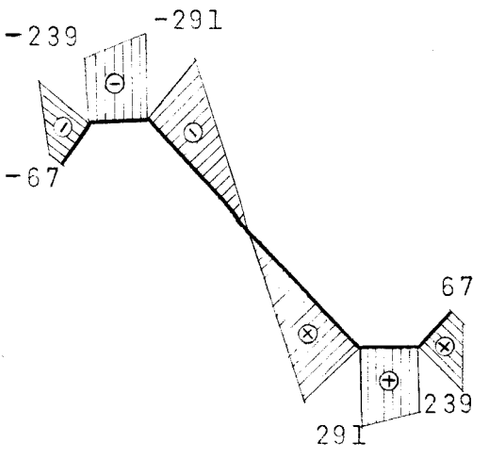


Fig. III-26



Deslocamentos na seção 3



Tensões normais a 5 pés do apoio recalcado em kips/ft^2

Fig. III-27

As reações nos apoios, em libras, são as seguintes:

ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS

NUMERO	FORCAS
1	-0.1322869E 06
2	0.1342459E 04
3	-0.9923695E 05
4	0.1408230E 05
5	0.1342447E 04
45	0.2644995E 06
46	-0.2684977E 04
47	0.1983924E 06
48	-0.2816074E 05
49	-0.2684895E 04
89	-0.1322863E 06
90	0.1342454E 04
91	-0.9923582E 05
92	0.1408221E 05
93	0.1342405E 04
94	-0.1109680E 01

EXEMPLO 8 - VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Os efeitos das variações de temperatura, deverão ser analisados separadamente dos outros carregamentos. Aqui também pode ser admitida a introdução de um ou mais diafragmas intermediários.

Na presente aplicação será analisada a estrutura do exemplo 6 (Fig. III-21), com as mesmas condições de vinculação porém sem a carga q. Será admitido que nas arestas 1 2 3 4 5 e 6 (Fig. III-22), as variações da temperatura sejam respectivamente +40,+80,+80,+80, 0 e 0 graus centígrados (Fig. III-28).

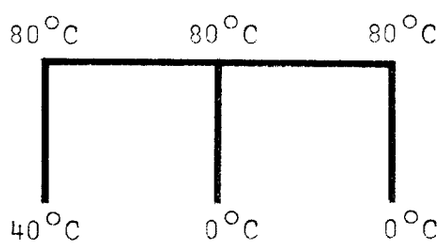


Fig. III-28

O coeficiente de dilatação linear, será admitido igual a $1 \times 10^5\ {}^{o}C^{-1}$.

Não serão introduzidos diafragmas intermediários e serão admitidas charneiras hipotéticas nas arestas.

Os principais resultados obtidos são:

DESLOCAMENTOS DO SISTEMA

COORDENADAS	DESLOCAMENTOS
1	0.0000000E 00
2	0.0000000E 00
3	0.0000000E 00
4	0.0000000E 00
5	0.8397040E 00
6	0.1259810E 01
7	0.1259796E 01
8	0.1259792E 01
9	0.4197664E 00
10	0.4197735E 00
11	-0.2123291E-05
12	-0.1950595E 00
13	-0.3900134E 00
14	-0.3900154E 00
15	0.7797065E 00
16	0.1139810E 01
17	0.1139796E 01
18	0.1139792E 01
19	0.4197676E 00
20	0.4197745E 00
21	-0.5791258E-05
22	-0.4951689E 00
23	-0.9900363E 00
24	-0.9900418E 00
25	0.6597231E 00
26	0.8998099E 00
27	0.8997974E 00
28	0.8997930E 00
29	0.4197739E 00
30	0.4197792E 00
31	-0.8684613E-05
32	-0.6752533E 00
33	-0.1350051E 01
34	-0.1350059E 01
35	0.5397511E 00
36	0.6598075E 00
37	0.6597962E 00
38	0.6597930E 00
39	0.4197828E 00
40	0.4197863E 00
41	-0.1051450E-04
42	-0.7353001E 00
43	-0.1470057E 01
44	-0.1470064E 01
45	0.4197897E 00
46	0.4198033E 00
47	0.4197943E 00
48	0.4197918E 00
49	0.4197928E 00
50	0.4197939E 00
51	-0.1091734E-04
52	-0.6752973E 00

53	-0.1350050E 01
54	-0.1350056E 01
55	0.2998384E 00
56	0.1797975E 00
57	0.1797917E 00
58	0.1797907E 00
59	0.4198023E 00
60	0.4198010E 00
61	-0.9045788E-05
62	-0.4952335E 00
63	-0.9900350E 00
64	-0.9900381E 00
65	0.1798964E 00
66	-0.6020998E-01
67	-0.6021073E-01
68	-0.6020942E-01
69	0.4198092E 00
70	0.4198068E 00
71	-0.3895189E-05
72	-0.1950983E 00
73	-0.3900122E 00
74	-0.3900132E 00
75	0.5996306E-01
76	-0.3002195E 00
77	-0.3002120E 00
78	-0.3002091E 00
79	0.4198130E 00
80	0.4198098E 00
81	0.0000000E 00
82	0.0000000E 00
83	0.0000000E 00
84	0.0000000E 00
85	0.0000000E 00
86	-0.4202257E 00
87	-0.4202110E 00
88	-0.4202092E 00
89	0.4198136E 00
90	0.4198096E 00

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 1

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.5126E-02	0.2880E 00	0.2112390E-06	-0.3629207E-05
-0.1525E-01	0.1426E 01	0.4422188E-05	-0.1459217E-04
-0.2581E-01	0.3070E 01	0.1186498E-04	-0.2907721E-04
-0.3467E-01	0.4849E 01	0.2077007E-04	-0.4388618E-04
-0.4297E-01	0.6758E 01	0.3073009E-04	-0.5938069E-04
-0.5063E-01	0.8621E 01	0.4059688E-04	-0.7435424E-04
-0.5717E-01	0.1061E 02	0.5169882E-04	-0.8981877E-04
-0.6164E-01	0.1220E 02	0.6078746E-04	-0.1018836E-03

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 2

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA

-0.7324E-03	0.8106E-01	0.8058549E-07	-0.3247261E-06
0.2471E-02	0.4739E 00	0.1596927E-05	-0.7729530E-06
0.1016E-01	0.5444E 00	0.3055175E-05	0.3329118E-06
0.1491E-01	0.7740E 00	0.4420837E-05	0.5503495E-06
0.1949E-01	0.1025E 01	0.5812804E-05	0.6848968E-06
0.2405E-01	0.1260E 01	0.7160514E-05	0.8575019E-06
0.2698E-01	0.1746E 01	0.8862878E-05	0.1324960E-06
0.2704E-01	0.2543E 01	0.1086572E-04	-0.1851294E-05

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 3

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.2624E-02	-0.3419E 00	-0.1292387E-05	0.4175504E-06
0.5645E-03	-0.1218E 00	-0.2106031E-06	0.3987948E-06
0.5807E-02	-0.1430E-03	0.9676218E-06	0.9683369E-06
0.9199E-02	0.7812E-01	0.1728514E-05	0.1337866E-05
0.1028E-01	0.2451E 00	0.2326866E-05	0.1101275E-05
0.9357E-02	0.3101E 00	0.2335111E-05	0.7841983E-06
0.6847E-02	0.2299E 00	0.1716136E-05	0.5664825E-06
0.2739E-02	-0.3305E 00	-0.3696580E-06	0.1282880E-05

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 4

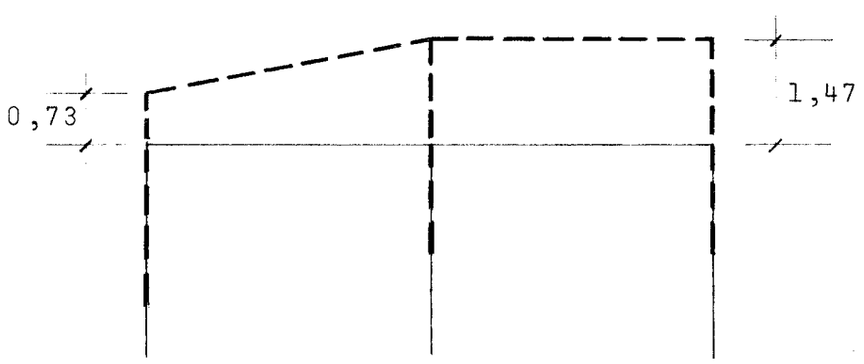
FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.3204E-02	0.1513E 00	-0.5935102E-07	-0.2076879E-05
-0.6635E-02	0.1124E 01	0.5282065E-05	-0.9705525E-05
-0.9103E-02	0.2580E 01	0.1417093E-04	-0.2024011E-04
-0.9662E-02	0.4258E 01	0.2517138E-04	-0.3161330E-04
-0.8780E-02	0.5995E 01	0.3704548E-04	-0.4289913E-04
-0.7616E-02	0.7758E 01	0.4918756E-04	-0.5426556E-04
-0.4935E-02	0.9657E 01	0.6273535E-04	-0.6602585E-04
-0.1499E-02	0.1111E 02	0.7360820E-04	-0.7460793E-04

ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL 5

FORCA NORMAL	MOMENTO FLETOR	TENSAO A ESQUERDA	TENSAO A DIREITA
-0.2655E-02	0.1055E 00	-0.1814214E-06	-0.1588598E-05
-0.4686E-02	0.1078E 01	0.5627295E-05	-0.8751851E-05
-0.6206E-02	0.2689E 01	0.1586187E-04	-0.1999923E-04
-0.6323E-02	0.4338E 01	0.2681734E-04	-0.3103306E-04
-0.5289E-02	0.6128E 01	0.3909596E-04	-0.4262248E-04
-0.4154E-02	0.7969E 01	0.5174706E-04	-0.5451653E-04
-0.2538E-02	0.9824E 01	0.6464960E-04	-0.6634222E-04
-0.2609E-02	0.1103E 02	0.7270685E-04	-0.7444663E-04

ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS

NUMERO	FORCAS
1	-0.8092882E-02
2	0.1034259E-01
3	0.5004406E-02
4	0.5980969E-02
81	0.7830621E-02
82	-0.5146742E-02
83	0.2084017E-02
84	0.2601147E-02
85	0.4855395E-01



Deslocamentos na seção central
em cm

Fig. III-29

Embora cada aresta tenha a mesma variação de temperatura em todos os seus pontos, nota-se que a distribuição longitudinal das tensões e deslocamentos não é simétrica em virtude dos vínculos longitudinais também não o serem.

CAPÍTULO IV

PROGRAMAÇÃO PARA O CÁLCULO AUTOMÁTICO

1 - CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA

1.1 - EQUIPAMENTO E RECURSOS UTILIZADOS:

A análise das estruturas constituídas de chapas dobradas, como foi aqui exposta, é muito trabalhosa para ser executada manualmente. Em razão disto, foi desenvolvido um programa em linguagem FORTRAN, e os exemplos processados em um computador IBM-1130, com 16 K de memória interna.

Face a pequena capacidade de memória do computador utilizado, necessitou-se lançar mão de recursos de programação tais como:

- O programa foi dividido em subrotinas e todas elas colocadas em LOCAL. Ocupou-se assim, para área de trabalho, apenas a do programa principal somada a da maior subrotina.
- Utilizou-se a memória auxiliar (Disco), para armazenar e transmitir informações, que pudessem ocupar maior espaço.
- Aproveitou-se a particularidade da banda e da simetria da matriz de rigidez, para armazená-la na forma retangular (meia banda).
- Nas maiores matrizes, trabalhou-se com pequenos trechos de cada vez, de modo a economizar espaço na memória interna.

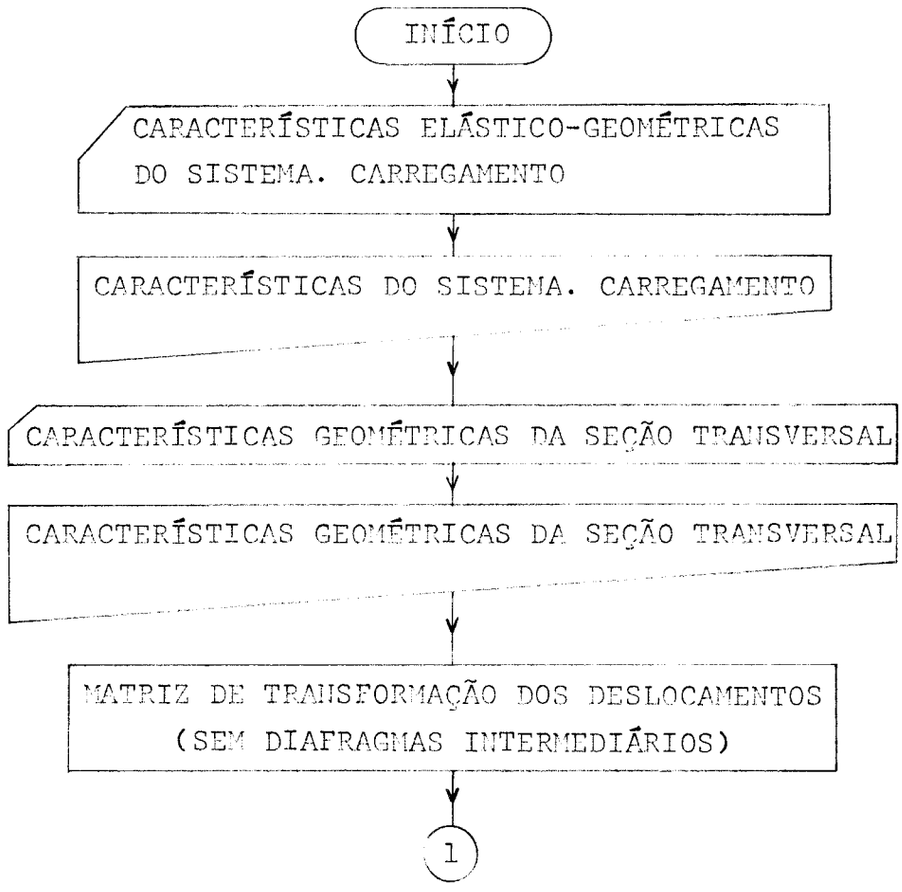
1.2 - LIMITAÇÕES DE "TAMANHO" DA ESTRUTURA:

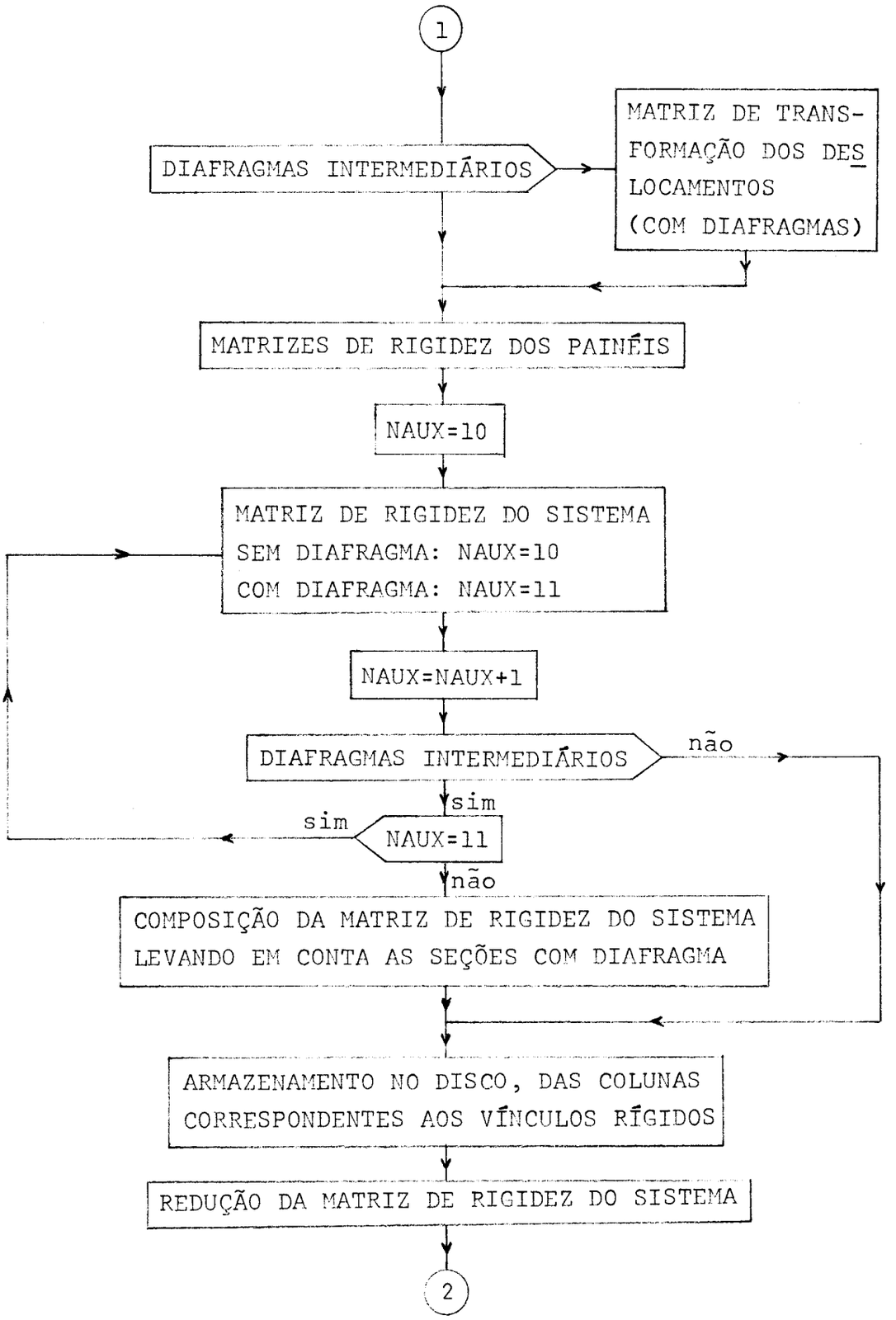
Número máximo de painéis	9
Número máximo de seções	10
Número máximo de vínculos rígidos	90
Número máximo de vínculos elásticos	19
Número máximo de vínculos recalcados	19

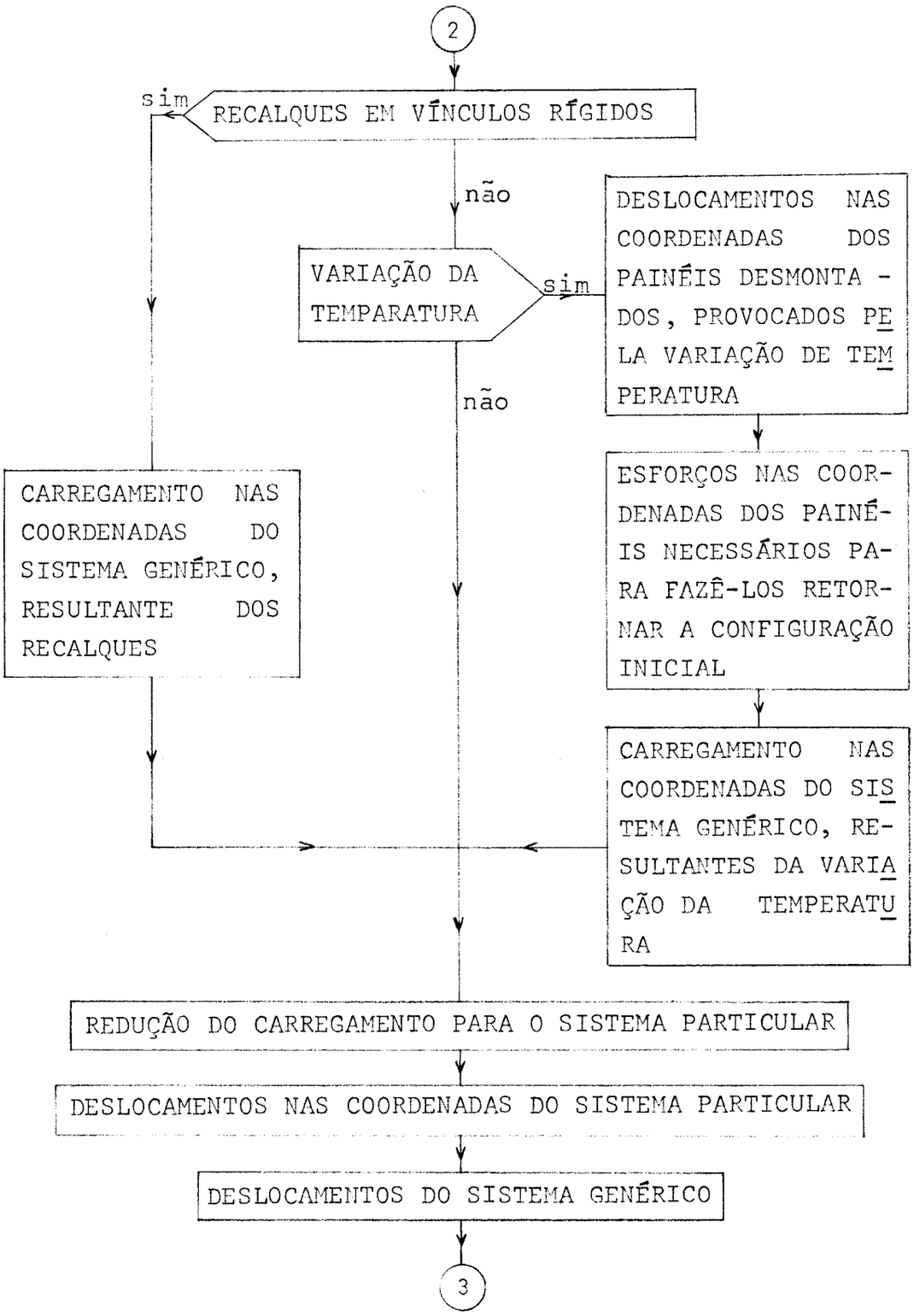
No caso da utilização de computadores com maior capacidade de memória interna, estas limitações podem ser modificadas, alterando os comandos DIMENSION, DEFINE FILE e STOREDATA.

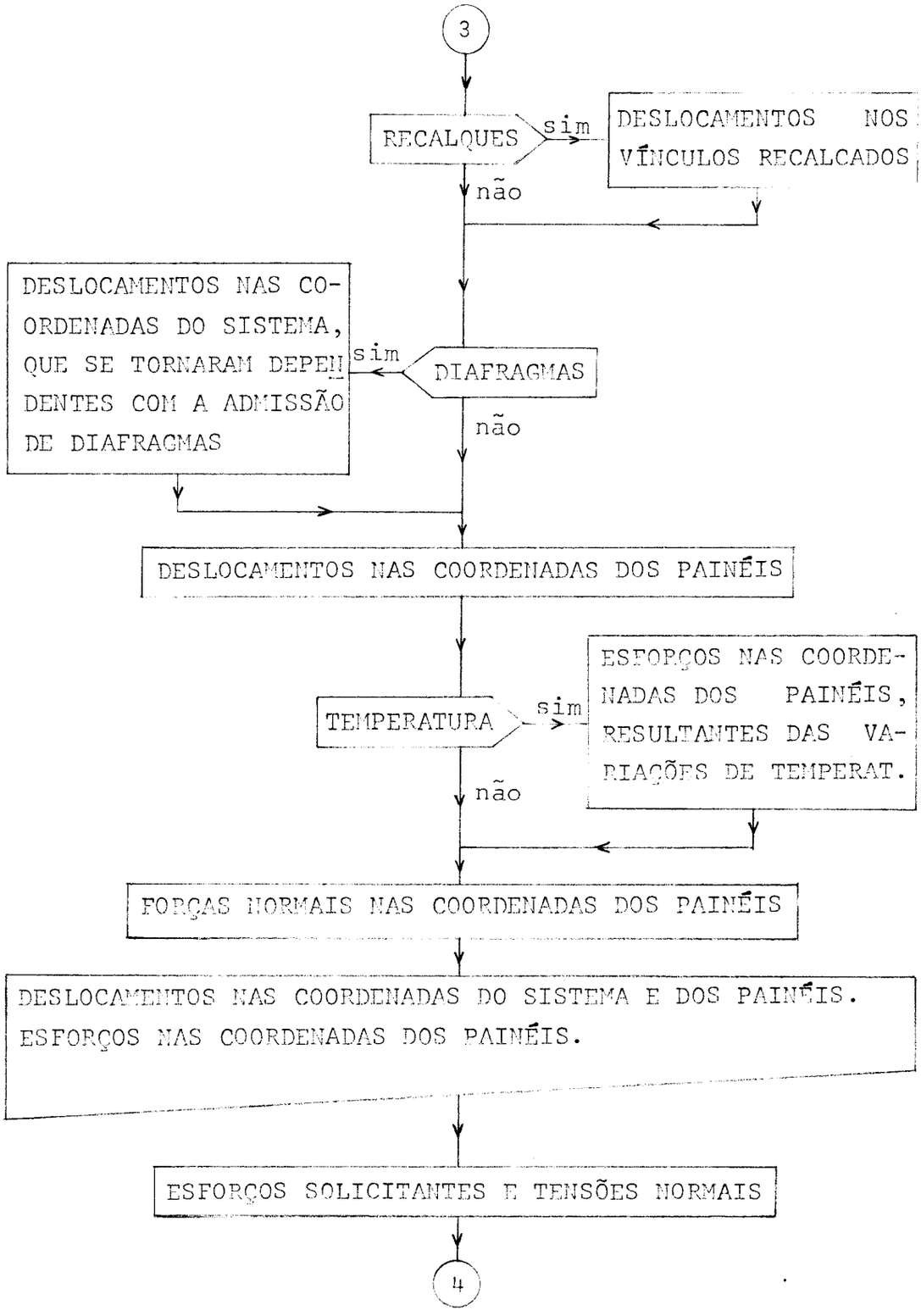
1.3 - FLUXOGRAMA DA PROGRAMAÇÃO:

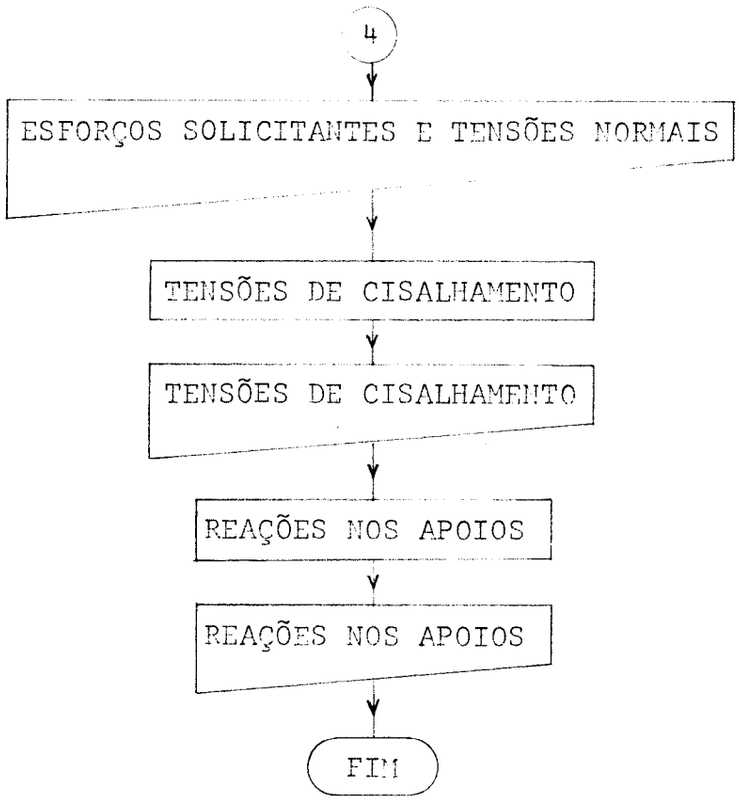
Serão adotados os símbolos usuais de programação[44]:




1
DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS
MATRIZ DE TRANS-
FORMAÇÃO DOS DES
LOCAMENTOS
(COM DIAFRAGMAS)
MATRIZES DE RIGIDEZ DOS PAINÉIS
NAUX=10
MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA
SEM DIAFRAGMA: NAUX=10
COM DIAFRAGMA: NAUX=11
NAUX=NAUX+1
DIAFRAGMAS INTERMEDIÁRIOS
não
sim
sim
NAUX=11
não
COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA
LEVANDO EM CONTA AS SEÇÕES COM DIAFRAGMA
ARMAZENAMENTO NO DISCO, DAS COLUNAS
CORRESPONDENTES AOS VÍNCULOS RÍGIDOS
REDUÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA
2


2
sim
RECALQUES EM VÍNCULOS RÍGIDOS
não
VARIAÇÃO DA TEMPARATURA
sim
não
DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS DESMONTADOS, PROVOCADOS PELA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA
ESFORÇOS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS NECESSÁRIOS PARA FAZÊ-LOS RETORNAR A CONFIGURAÇÃO INICIAL
CARREGAMENTO NAS COORDENADAS DO SISTEMA GENÉRICO, RESULTANTE DOS RECALQUES
CARREGAMENTO NAS COORDENADAS DO SISTEMA GENÉRICO, RESULTANTES DA VARIAÇÃO DA TEMPERATURA
REDUÇÃO DO CARREGAMENTO PARA O SISTEMA PARTICULAR
DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS DO SISTEMA PARTICULAR
DESLOCAMENTOS DO SISTEMA GENÉRICO
3


3
RECALQUES
sim
DESLOCAMENTOS NOS VÍNCULOS RECALCADOS
não
DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS DO SISTEMA, QUE SE TORNARAM DEPENDENTES COM A ADMISSÃO DE DIAFRAGMAS
sim
DIAFRAGMAS
não
DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS
ESFORÇOS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS, RESULTANTES DAS VARIAÇÕES DE TEMPERAT.
TEMPERATURA
sim
não
FORÇAS NORMAIS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS
DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS DO SISTEMA E DOS PAINÉIS.
ESFORÇOS NAS COORDENADAS DOS PAINÉIS.
ESFORÇOS SOLICITANTES E TENSÕES NORMAIS
4


4
ESFORÇOS SOLICITANTES E TENSÕES NORMAIS
TENSÕES DE CISALHAMENTO
TENSÕES DE CISALHAMENTO
REAÇÕES NOS APOIOS
REAÇÕES NOS APOIOS
FIM

1.4 - RELAÇÃO DAS SUBROTINAS:

O programa principal utiliza 30 subrotinas cujas funções são as seguintes:

DADOS - Lê e imprime os principais dados.

MATBI - Monta as submatrizes de transformação dos deslocamentos.

MTBI1 - Monta as primeiras linhas das submatrizes de transformação, para estruturas com mais de duas bordas livres.

MTBIP - Monta as primeiras linhas das submatrizes de transformação, na presença de painéis intermediários paralelos ao eixo X.

IMPBI - Imprime as submatrizes de transformação, na ausência de diafragmas intermediários.

MTBID - Monta as submatrizes de transformação, na presença de diafragmas intermediários.

IMPBD - Imprime as submatrizes de transformação, na presença de diafragmas intermediários.

COEFS - Calcula os esforços que serão usados na subrotina RIPS.

RIPS - Monta as matrizes de rigidez dos painéis.

RSISG - Monta a matriz de rigidez do sistema genérico.

RSISD - Recompõe a matriz de rigidez do sistema, levando em conta a influência dos diafragmas intermediários.

CVINC - Armazena as colunas correspondentes às coordenadas vinculadas rigidamente.

REDUZ - Particulariza a matriz de rigidez do sistema genérico.

CRCAL - Determina o carregamento resultante dos recalques de apoio.

DTEMP - Determina os deslocamentos resultantes da variação de temperatura.

ESFP - Determina os esforços nas coordenadas dos painéis.

FOF - Armazena os esforços nas coordenadas dos painéis.

CARGT - Determina o carregamento resultante da variação de temperatura.

CREDZ - Particulariza o carregamento genérico.

SOLBS - Determina os deslocamentos no sistema particularizado.

RTORN - Determina os deslocamentos no sistema genérico.

VWR - Introduz os deslocamentos dos vínculos recalcados.

DESLD - Determina os deslocamentos dependentes, criados com a introdução de diafragmas.

DESLP - Determina os deslocamentos nas coordenadas dos painéis.

FNPS - Calcula os esforços normais nos painéis.

FRSUL - Determina os esforços nas coordenadas dos painéis, resultantes da variação de temperatura.

IMPRA - Imprime as forças e deslocamentos.

TENSN - Calcula e imprime os esforços e tensões normais nos painéis.

TENSC - Calcula e imprime as tensões de cisalhamento nas bordas dos painéis.

FVINR - Calcula e imprime os esforços nos vínculos rígidos e elásticos.

1.5 - IDENTIFICADORES DE VARIÁVEIS:

A relação dos principais identificadores de variáveis usados no programa principal e nas subrotinas é a seguinte:

NEST - Número de estruturas analisadas.

NP - Número de painéis.

NFT - Número total de seções.

NF - Número total de seções menos uma (NF=NFT-1).

NV - Número de vínculos rígidos.

NA - Número de arestas (sendo admitido que aresta é a linha de interseção de dois ou mais painéis).

NBL - Número de bordas livres.

NPX - Número de painéis intermediários paralelos ao eixo x.

NVR - Número de vínculos rígidos recalcados.

NVE - Número de vínculos elásticos.

NTC - Código para espessura constante em cada painel: NTC=0 sim; NTC≠0 não.

NDF - Número de diafragmas intermediários.

N - Número de coordenadas-deslocamentos do sistema em cada seção (N=2 x NA + NBL + 1).

NNFT - Número total de coordenadas-deslocamentos do sistema (NNFT = N x NFT).

NCE - Código, calculado pelo programa, que indica a existência de painéis intermediários paralelos ao eixo x, e ou, mais de duas bordas livres na estrutura: NCE=1 presença; NCE=0 ausência.

UNIDS( ) - Unidades em que se trabalha no problema.

G - Módulo de elasticidade transversal.

E - Módulo de elasticidade.

ALFA - Coeficiente de dilatação térmica. Se ALFA==0, não há variação de temperatura.

T(,) - Espessuras dos painéis.

H( ) - Distâncias entre seções.

NVINC( ) - Posição dos vínculos rígidos.

NVENC( ) - Posição dos vínculos elásticos.

CR( ) - Coeficientes de rigidez dos vínculos elásticos.

NVRNC( ) - Posição dos vínculos recalcados.

WR - Deslocamentos nos vínculos recalcados.

V( ) - Carregamentos ou variações de temperatura; deslocamentos do sistema.

NDF - Número de diafragmas intermediários.

NSDF( ) - Posição das seções com diafragmas intermediários.

NN - Número de nós. NN=NA+NBL.

X( ),Y( ) - Coordenadas dos nós (no sistema de coordenadas do plano da seção).

JJ( ),JK( ) - Nó início e nó fim dos painéis.

SX( ),CX( ) - Cosenos diretores dos painéis.

BP( ) - Largura dos painéis.

NPAIS - Número de painéis no percurso (Item 3.1.2 Capítulo II).

NPAI( ) - Ordem dos painéis no percurso.

NCCP( ) - Ordem das coordenadas-deslocamentos no percurso (coordenadas-deslocamentos do plano da seção).

BI(, ,) - Submatrizes de transformação de deslocamentos.

SP(, ,) - Matrizes de rigidez dos painéis.

A(,) - Matriz de rigidez do sistema.

MB - Largura da "meia banda" da matriz de rigidez do sistema (incluindo a diagonal principal).

TSN(,) - Tensões normais.

TAU(,) - Tensões de cisalhamento.

FVR( ) - Reações nos apoios.

1.6 - RELAÇÃO DOS ARQUIVOS DA MEMÓRIA AUXILIAR

Os arquivos da memória auxiliar serão usados para armazenar as seguintes variáveis:

Arquivo 1 - Coeficientes (esforços) que serão usados na subrotina RIPS: X(,),XM(,),XM1(,), " XM2(,),EN(,).

Arquivo 2 - Matrizes de rigidez dos painéis: SP(, ,).

Arquivo 3 - Matriz de rigidez do sistema: A(,).

Arquivo 4 - Colunas da matriz de rigidez do sistema, correspondentes aos vínculos rígidos: CV( ).

Arquivo 5 - Características geométricas da linha de "esqueleto" da seção transversal: Y( ),X( ), SX( ),CX( ),JJ( ),JK( ).

Arquivo 6 - Carregamentos, variações de temperatura, ou deslocamentos nas coordenadas do sistema:V( ).

Arquivo 7 - Deslocamentos nas coordenadas dos painéis: D(,).

Arquivo 8 - Forças nas coordenadas dos painéis: F(,).

Arquivo 9 - Forças nas coordenadas dos painéis, necessárias para fazê-los retornar a configuração inicial, depois de deslocados pela variação de temperatura: FO(,).

Arquivo 10 - Submatrizes de transformação de deslocamentos, na ausência de diafragmas intermediários: BI(, ,).

Arquivo 11 - Submatrizes de transformação de deslocamentos, na presença de diafragmas intermediários: BJ(, ,).

Arquivo 12 - Matriz de rigidez do sistema com diafragmas intermediários em todas as seções: A(,).

2 - MANUAL DE DADOS

Para maior facilidade de utilização do programa desenvolvido, será fornecido, a seguir, o modo de preparação dos dados em cartões. As especificações (FORMAT) indicadas são as usadas na linguagem FORTRAN[45]. As variáveis encontradas na coluna "Informações", já foram identificadas no item 1.5 deste capítulo:

Nº ORD.	FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES	INFORMAÇÕES
0	I5	1	NEST
1	10I5	1	NP,NFT,NV,NA,NBL,NPX,NVR, NTC,NDF
2	20A4	1	UNIDS( )
3	3E10.3	1	G,E,ALFA
4	8F10.0	1 se NP≤8 2 se NP=9	T(1,1),T(1,2),...,T(1,NP). (Se NTC≠0, omitir os cartões de ordem 4 e continuar em 5)
5	8F10.0	Parte inteira de $\frac{(NF \times NP)+7}{8}$	T(1,1),T(2,1),..., T(NF,1), T(1,2),T(2,2),..., T(NF,2), ... , ... ,..., ... , T(1,NP),T(2,NP),...,T(NF,NP). (Se NTC=0 omitir os cartões de ordem 5 e continuar em 6)
6	8F10.0	1 se NF≤8 2 se NF=9	H(1),H(2),...,H(NF)
7	16I5	Parte inteira de $\frac{NV+15}{16}$	NVINC(1),NVINC(2),..., NVINC(NV)
8	4(I5,F15.0)	Parte inteira de $\frac{NVE+3}{4}$	NVENC(1),CR(1);NVENC(2), CR(2);...;NVENC(NVE),CR(NVE). (Se NVE=0, omitir os cartões de ordem 8 e continuar em 9)
9	4(I5,F15.0)	Parte inteira de $\frac{NVR+3}{4}$	NVRNC(1),WR(1);NVRNC(2), WR(2);...;NVRNC(NVR),WR(NVR). (Se NVR=0, omitir os cartões de ordem 9 e continuar em 10)
10	8F10.0	Parte inteira de $\frac{NNFT+7}{8}$	V(1),V(2),...,V(NNFT)

Nº ORD.	FORMAT	NÚMERO DE CARTÕES	INFORMAÇÕES
11	10I5	1	NSDF(1),NSDF(2),..., NSDF(NDF). (Se NDF=0, omitir o cartão de ordem 11 e continuar em 12)
12	I5,2F10.0	NN	K,X(K),Y(K). K=número do nó.
13	I5,2F10.0	NP	I,JJ(I),JK(I). I=número do painel
14	19I2	1	NPAIS;NPAI(1),NPAI(2),..., NPAI(NPAIS);NCCP(1),NCCP(2), ...,NCCP(NPAIS). (Se NCE=0, omitir os cartões de ordem 14 e 15)
15	-	1	Cartão em branco

Só é necessário colocar um cartão de ordem 0, cada vez que o programa é introduzido no computador. No entanto serão utilizados tantos blocos de cartões de ordem 1 a 15, quantas forem as estruturas analisadas.

Como ilustração, serão indicados a seguir os dados utilizados para processar os exemplos 1, o exemplo 6 com diafragmas em todas as seções e o exemplo 7.

DADOS PARA PROCESSAR O EXEMPLO 1

```
Nº                          C o l u n a   d o   C a r t ã o
ORD.   1    5    10   15   20   25   30   35   40   45   50        60        70        80
 1         4    5    9    3    2
 2   TONELADAS      -    CENTIMETRUS
 3        8.E+2    21.E+2
 4   1.        .6        .6        1.
 6   50.       50.       50.       50.
 7        1    2    3    4   37   38   39   40   41
10
10
10                                                        1.
10
10
10
12        120.        -13.33333
12        210.        -13.33333
12        3
12        410.        13.33333
12        520.        13.33333
13        1    2    1
13        2    2    3
13        3    3    4
13        4    4    5
```

DADOS PARA PROCESSAR O EXEMPLO 6, COM DIAFRAGMAS EM TODAS AS SEÇÕES

Nº ORD.	Coluna do Cartão (1–80)
1	5 9 9 3 3 0 0 0 7
2	TONELADAS - CENTIMETROS
3	9.E11 21.E11
4	10. 15. 15. 10. 10.
6	200. 400. 400. 400. 400. 400. 400. 200.
7	1 2 3 4 81 82 83 84 85
10	
10	6.
10	6.
10	6.
10	
10	6.
10	6.
10	6.
10	6.
10	
10	
10	
11	2 3 4 5 6 7 8
12	1300. -400.
12	2 -400.
12	3
12	4 400.
12	5300. 400.
12	6300.
13	1 2 1
13	2 2 3
13	3 3 4
13	4 4 5
13	5 3 6
14	4 1 2 3 4 1 2 3 4
14	3 1 2 5 1 2 3
15	

DADOS PARA PROCESSAR O EXEMPLO 8

Coluna do Cartão

Nº ORD.	1 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 60 70 80
1	5 9 9 3 3
2	TONELADAS - CENTIMETROS - GRAUS CENTIGRADOS
3	9.E+1 21.E+1 1.E-5
4	10. 15 15 10. 10.
6	150. 300. 300. 300. 300. 300. 300. 150.
7	1 2 3 4 81 82 83 84 85
10	40. 80. 80. 80.
10	40. 80.
10	80. 80.
10	40. 80. 80 80.
10	40. 80. 80. 80.
10	40. 80. 80. 80.
10	80. 80.
10	40. 80 80 80.
10	40. 80. 80. 80.
10	40. 80. 80. 80.
10	
12	1 300. -400.
12	2 -400.
12	3
12	4 400
12	5 300. 400.
12	6 300.
13	1 2 1
13	2 2 3
13	3 3 4
13	4 4 5
13	5 3 6
14	4 1 2 3 4 1 2 3 4
14	3 1 2 5 1 2 3
15	

3 - PROGRAMA DE CÁLCULO

No Apêndice, são fornecidas as listagens das subrotinas e do programa principal na linguagem FORTRAN.

4 - EXPLANAÇÃO SUCINTA DAS SUBROTINAS

A seguir, será feito um resumo do funcionamento das subrotinas. Os comentários referem-se às linhas numeradas no Apêndice.

1) Subrotina DADOS

- Linhas 1 a 23 - Leitura das características elásticas da estrutura; do coeficiente de dilatação térmica, se houver variação de temperatura; e de algumas características geométricas.
- Linha 24 - Leitura da posição dos vínculos rígidos.
- Linhas 25 a 27 - Leitura da posição dos vínculos elásticos (se existirem), com seus respectivos coeficientes de rigidez.
- Linhas 28 e 29 - Leitura da posição dos vínculos rígidos recalcados (se existirem), com seus respectivos deslocamentos.
- Linha 30 - Leitura do carregamento ou variações de temperatura.
- Linhas 31 e 32 - Leitura da posição dos diafragmas intermediários (se existirem).
- Linha 33 - Armazenamento na memória auxiliar, do carregamento ou variações de temperatura.
- Linhas 34 a 102 - Impressão dos principais dados.

2) Subrotina MATBI

- Linhas 1 e 2 - Cálculo do número de nós e do número de coordenadas-deslocamentos no plano da seção.
- Linhas 3 a 7 - Leitura da posição dos nós em relação a um sistema de eixos e em relação aos painéis.
- Linhas 8 a 15 - Cálculo da largura dos painéis e seus cosenos diretores.
- Linhas 16 a 19 - As submatrizes de transformação são zeradas. É considerada uma única matriz tridimensional, obtida da sobreposição das submatrizes.
- Linhas 20 a 24 - Cálculo da 2a. e 3a. linhas das submatrizes de transformação.
- Linhas 25 a 38 - Impressão das principais características geométricas da linha de "esqueleto" da seção transversal.
- Linha 39 - Armazenamento na memória auxiliar de algumas características geométricas.
- Linhas 40 a 42 - Se não existirem painéis intermediários paralelos ao eixo x, nem mais de duas bordas livres na estrutura, as primeiras linhas das submatrizes de transformação são calculadas e toda a matriz tridimensional armazenada na memória auxiliar (linha 49).
- Linhas 43 a 97 - No caso contrário, a matriz de transformação é calculada para cada "percurso"; os índices relativos aos painéis são rearranjados e a matriz é armazenada na memória auxiliar.

3) Subrotina MTBI1

- Linhas 1 a 19 - Cálculo das primeiras linhas das submatrizes de transformação, de acordo com o exposto no item 3.1 do Capítulo II - Fórmulas (13) a (17).

4) Subrotina MTBIP

- Linhas 1 a 19 - Cálculo das primeiras linhas das submatrizes de transformação na presença de painéis intermediários paralelos ao eixo x. As equações utilizadas são as de número (22) a (28), indicadas no item 3.1.1 do Capítulo II.

5) Subrotina IMPBI

- Linhas 1 a 9 - Impressão das submatrizes de transformação de deslocamentos, na ausência de diafragmas intermediários.

6) Subrotina MTBID

- Linhas 1 e 2 - Leitura, na memória auxiliar, das características geométricas da linha de "esqueleto" da seção transversal e das submatrizes de transformação na ausência de diafragmas.
- Linhas 3 a 16 - Cálculo das primeiras linhas das submatrizes de transformação na presença de diafragmas intermediários, de acordo com o exposto no item 3.2 do Capítulo II, fórmulas (37), (38) e (39).
- Linhas 17 e 18 - Armazenamento, na memória auxiliar, das submatrizes de transformação na presença de diafragmas intermediários.

7) Subrotina IMPBD

- Linhas 1 a 9 - Impressão das submatrizes de transformação, na presença de diafragmas intermediários.

8) Subrotina COEFS

- Linhas 1 a 7 - As matrizes dos coeficientes são zeradas.
- Linhas 8 a 10 - Cálculo da área e momento de inércia da seção transversal de cada painel.
- Linhas 11 a 18 - Cálculo dos coeficientes que serão utilizados na montagem das matrizes de rigidez dos painéis - Item 4, Capítulo II, fórmulas (46),(48), (52), (63) e (53).
- Linhas 19 e 20 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos coeficientes calculados.

9) Subrotina RIPS

- Linha 1 - Leitura, na memória auxiliar, dos coeficientes armazenados em COEFS.
- Linhas 2 a 5 - As matrizes de rigidez dos painéis são zeradas e armazenadas sob a forma de uma única matriz tridimensional, de ordem ($3s$ x 6 x p).
- Linhas 6 a 14 - Cálculo dos coeficientes das matrizes de rigidez dos painéis para a primeira seção. S^i_{11} da explanação teórica (Item 4, Capítulo II).
- Linhas 15 a 30 - Cálculo dos coeficientes de S^i_{gg} para as seções intermediárias, pelas fórmulas (47),(49), (50),(51),(54),(55),(56),(57) e (58).

- Linhas 31 a 39 - Cálculo dos coeficientes de S^{i}_{ss} (última seção).
- Linhas 40 a 53 - Cálculo dos coeficientes de $S^{i}_{(g-1)g}$ pelas fórmulas (59),(60),(61),(62),(64),(65),(66),(67) e (68).
- Linha 54 - Armazenamento, das matrizes de rigidez dos painéis, na memória auxiliar.

10) Subrotina RSISG

- Linha 1 - Leitura, no disco, das matrizes de rigidez dos painéis.
- Linha 2 - Leitura, no disco, das submatrizes de transformação de deslocamentos; da primeira vez sem diafragmas e da segunda vez com diafragmas intermediários.
- Linhas 3 a 7 - Cálculo da largura de banda, número de seções, número total de coordenadas-deslocamentos e indicadores para leitura na memória auxiliar.
- Linhas 8 a 14 - Montagem da matriz auxiliar NCS, de ordem 3 x n x p, referente a um código associado às coordenadas dos painéis (Item 6.1, Capítulo II). Se o elemento referente à submatriz de transformação for zero, o correspondente da matriz NCS também será; caso contrário será igual a ordem da linha daquela.
- Linhas 15 a 19 - Um bloco, de 10 x 38 elementos da matriz de rigidez do sistema, é zerado e armazenado no disco por linha, de modo que o primeiro elemento de cada linha ocupe a primeira palavra de cada registro, na

posição correspondente a cada bloco.

- Linhas 20 a 50 - Montagem da matriz de rigidez do sistema, na forma retangular com a largura da banda, pelo algorítimo de YAGUI[31], porém lendo no disco *s* linhas de cada vez (linhas 23 a 25), montando as *s* linhas (linhas 26 a 46) e armazenando-as no disco (linhas 47 a 49). Com isto, apesar da matriz de rigidez poder atingir até a ordem de 190 x 190, no disco ela ocupa uma área de no máximo 190 x 38 (forma retangular). Na memória interna esta área é reduzida a 10 x 38, pois a matriz é dividida em *s* blocos, utilizando-se de cada vez, na área de trabalho, uma linha de cada bloco.
- Linhas 51 a 62 - Se houver vínculos elásticos o elemento correspondente da matriz de rigidez é lido no disco, a ele é acrescentada a rigidez do vínculo elástico, e novamente é armazenado no disco.
- Linha 63 - O indicador NAUX é aumentado de uma unidade para que, na segunda vez, seja levada em conta a influência dos diafragmas intermediários.

11) Subrotina RSISD

- Linhas 1 a 31 - São lidas as colunas, correspondentes às coordenadas referentes às seções com diafragmas. Seus elementos são colocados no lugar dos respectivos da matriz de rigidez sem a influência de diafragmas. A matriz assim modificada é rearmazenada na memória auxiliar.

Para isto necessita-se, na memória interna, de

uma área de no máximo 38 x 38, pois, face a simetria da matriz de rigidez, trabalha-se com cada coluna até a diagonal principal, usando-se daí em diante a linha correspondente.

12) Subrotina CVINC

- Linhas 1 a 4 - Cálculo da largura de banda, número de seções e número total das coordenadas-deslocamentos do sistema.
- Linhas 5 e 6 - As colunas referentes aos vínculos rígidos são zeradas.
- Linhas 7 a 12 - Leitura, no disco, do bloco da matriz de rigidez S (Item 5, Capítulo II), que contém a coluna relativa ao vínculo rígido.
- Linhas 13 a 16 - Determinação de parte dos vetores relativos a cada vínculo rígido, igualando-o aos termos da coluna correspondente de S, até a diagonal principal.
- Linhas 17 a 22 - Determinação do restante dos vetores relativos a cada vínculo rígido, igualando-o aos termos da linha correspondente de S, a partir da diagonal principal.
- Linhas 23 a 25 - Armazenamento, no disco, das colunas da matriz de rigidez, relativas aos vínculos rígidos.

13) Subrotina REDUZ

- Linhas 1 a 8 - Enquanto os vínculos rígidos forem da mesma ordem das coordenadas-deslocamentos retira-se

linha por linha da matriz de rigidez, compactando-a progressivamente para cima (Linhas 24 a 29).

- Linhas 9 a 23 - Após a primeira coordenada-deslocamento sem vínculo rígido, retira-se da matriz de rigidez a coluna correspondente, até um elemento antes da diagonal principal e compacta-se linha por linha para a esquerda.
- Linhas 24 a 29 - Retira-se a linha correspondente ao vínculo rígido e compacta-se a matriz de rigidez diminuindo-se de uma unidade a ordem das linhas subsequentes. Assim procedendo necessita-se ler no disco apenas duas linhas de cada vez, utilizando-se na memória interna, uma área de apenas 2 x 38 para trabalhar com matrizes de até 190 x 190.

14) Subrotina CRCAL

- Linhas 1 a 18 - Determinação do carregamento equivalente aos recalques conforme o exposto no Item 7 do Capítulo II.

15) Subrotina DTEMP

- Linhas 1 e 2 - Leitura, na memória auxiliar, das diferenças de temperatura, nas coordenadas do sistema e leitura das submatrizes de transformação de deslocamentos.
- Linhas 3 a 5 - Cálculo do número total de seções, número total de coordenadas-deslocamentos de cada painel e número da primeira coordenada-deslocamento, normal à

seção transversal.

- Linhas 6 a 9 - São zerados o vetor diferenças de temperatura nas coordenadas dos painéis e a matriz deslocamentos nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 10 a 21 - As diferenças de temperatura nas coordenadas do sistema, equivalentes as coordenadas d^i_{j2} e d^i_{j3} dos painéis (Fig. II-2), são copiadas no vetor diferenças de temperaturas nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 22 a 29 - De baixo para cima, em cada trecho de painel, são calculados os números de ordem das coordenadas: superior esquerda, superior direita, inferior esquerda, inferior direita e superior horizontal.
- Linhas 30 a 40 - Em cada trecho de painel são calculados os deslocamentos nas coordenadas superior esquerda, superior direita e superior horizontal, correspondentes respectivamente as coordenadas d^i_{j2}, d^i_{j3} e d^i_{j1}, da Fig. II-2. Estes deslocamentos são referidos a um sistema de eixos ortogonais (um vertical e outro horizontal), que tem origem na base dos painéis.
- Linhas 41 e 42 - Armazenamento, na memória auxiliar dos deslocamentos dos painéis "desmontados", provocados pelas variações de temperatura.

16) Subrotina ESFP

- Linhas 1 e 2 - Leitura das matrizes de rigidez dos painéis e dos deslocamentos nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 3 a 22 - Cálculos dos esforços nas coordenadas

dos painéis, conforme a equação (77), aproveitando-se o fato da matriz de rigidez dos painéis ser simétrica.

- Linhas 23 e 24 - Armazenamento, no disco, dos esforços internos nas coordenadas dos painéis.

17) Subrotina FOF

- Linha 1 - Leitura, na memória auxiliar, dos esforços necessários para fazer os painéis retornarem a configuração inicial, depois de deslocados pela variação de temperatura.
- Linhas 2 e 3 - Armazenamento, no disco, dos referidos esforços em outro arquivo.

18) Subrotina CARGT

- Linhas 1 e 2 - Leitura, no disco, da matriz de transformação na ausência de diafragmas intermediários e dos esforços nas coordenadas dos painéis, necessários para fazê-los retornar a configuração inicial, depois de deslocados pela variação de temperatura.
- Linhas 3 a 6 - O vetor carregamentos nas coordenadas dos painéis é zerado.
- Linhas 7 a 10 - Se existirem diafragmas intermediários, a matriz de transformação na presença de diafragmas é lida na memória auxiliar.
- Linhas 11 a 20 - Se não existirem diafragmas intermediários, o carregamento no sistema genérico, proveniente da variação de temperatura, é calculado pela equação (83).

- Linhas 21 a 39 - Se ocorrerem diafragmas intermediários, o carregamento no sistema genérico, proveniente da variação de temperatura, é calculado, levando em conta a sua existência.
- Linha 40 - Armazenamento do carregamento equivalente a variação de temperatura, na memória auxiliar.
- Linhas 41 a 45 - São retiradas as cargas das posições dos vínculos rígidos. A determinação das reações nos apoios é feita invertendo-se o sentido das referidas cargas.

19) Subrotina CREDZ

- Linha 1 - Leitura, na memória auxiliar, do vetor carregamento.
- Linhas 2 e 3 - Cálculo do número total de coordenadas-deslocamentos e da ordem do vetor carregamento depois de compactado.
- Linhas 4 a 15 - Redução do vetor carregamento, pela retirada dos elementos correspondentes às coordenadas vinculadas rigidamente.
- Linhas 16 e 17 - Armazenamento, do vetor carregamento reduzido, na memória auxiliar.

20) Subrotina SOLBS

- Linhas 1 a 3 - Cálculo do número total de coordenadas-deslocamentos do sistema, da largura da banda e da ordem da matriz de rigidez, reduzida pela retirada das linhas e colunas referentes aos vínculos rígidos.

- Linha 4 - Leitura, no disco, do vetor das cargas.
- Linhas 5 a 9 - Cálculo dos deslocamentos quando a matriz de rigidez possui apenas a diagonal principal.
- Linhas 10 a 40 - Triangulação da matriz de rigidez, para a solução do sistema de equações (72) pelo processo de GAUSS. Na triangulação é lido e escrito por vez, na memória auxiliar, um bloco de 38 x 38 elementos.
- Linhas 41 a 64 - Volta e cálculo do vetor deslocamentos.
- Linha 65 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos deslocamentos nas coordenadas desvinculadas do sistema.

21) Subrotina RTORN

- Linha 1 - Leitura, no disco, dos deslocamentos particularizados.
- Linhas 2 a 14 - Determinação dos deslocamentos do sistema genérico pela introdução de zeros nas posições relativas aos vínculos rígidos.
- Linhas 15 e 16 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos deslocamentos do sistema genérico.

22) Subrotina VWR

- Linha 1 - Leitura, no disco, dos deslocamentos do sistema.
- Linhas 2 a 4 - Colocação na posição dos vínculos rígidos recalcados, dos deslocamentos correspondentes aos

recalques.

- Linhas 5 e 6 - Armazenamento dos deslocamentos, nas coordenadas do sistema, na memória auxiliar.

23) Subrotina DESLD

- Linhas 1 e 2 - Leitura, no disco, das ordenadas dos nós e dos deslocamentos nas coordenadas do sistema.
- Linhas 3 a 12 - Cálculo dos deslocamentos dependentes, criados pela introdução dos diafragmas, de acordo com a equação (36).
- Linhas 13 e 14 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos deslocamentos nas coordenadas do sistema.

24) Subrotina DESLP

- Linhas 1 a 5 - A matriz deslocamento nas coordenadas dos painéis é zerada.
- Linhas 6 e 7 - Leitura, no disco, dos deslocamentos do sistema genérico e da matriz de transformação dos deslocamentos, sem influência de diafragmas.
- Linhas 8 a 11 - Se existirem diafragmas intermediários a matriz de transformação, considerando sua ocorrência, é lida na memória auxiliar.
- Linhas 12 a 20 - Se não existirem diafragmas intermediários os deslocamentos nas coordenadas dos painéis são determinados pela equação (8).
- Linhas 21 e 22 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos deslocamentos nas coordenadas dos painéis.

- Linhas 23 a 38 - Se existirem diafragmas intermediários os deslocamentos nas coordenadas dos painéis são calculados pelas equações (75) e (76).
- Linhas 39 e 40 - Armazenamento, no disco, dos deslocamentos nas coordenadas dos painéis.

25) Subrotina FNPS

- Linha 1 - Leitura, no disco, dos esforços nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 2 a 12 - Cálculo dos esforços normais nos painéis pela equação (85).

26) Subrotina FRSUL

- Linhas 1 a 3 - Leitura, no disco, dos esforços internos nas coordenadas dos painéis produzidos pelo carregamento equivalente às variações de temperatura e dos esforços nas coordenadas dos painéis "desmontados", necessários para fazê-los retornar a posição inicial, depois de deslocados pela variação de temperatura.
- Linhas 4 a 6 - Cálculo dos esforços internos nas coordenadas dos painéis, resultantes das variações de temperatura pela equação (84).
- Linhas 7 e 8 - Armazenamento, na memória auxiliar, dos esforços nas coordenadas dos painéis, resultantes da variações de temperatura.

27) Subrotina IMPRA

- Linhas 1 a 3 - Leitura, na memória auxiliar, dos deslocamentos nas coordenadas dos painéis, forças nas co-

ordenadas dos painéis e deslocamentos nas coordenadas do sistema.

- Linhas 4 a 12 - Impressão dos deslocamentos nas coordenadas do sistema.
- Linhas 13 a 18 - Impressão dos deslocamentos nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 19 a 26 - Impressão das forças nas coordenadas dos painéis.

28) Subrotina TENSN

- Linha 1 - Leitura, no disco, das forças nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 2 a 20 - Cálculo dos momentos fletores nas seções intermediárias dos painéis pela equação (86).
- Linhas 21 a 26 - Cálculo das áreas das seções transversais dos painéis e dos módulos de resistência.
- Linhas 27 e 28 - Cálculo das tensões normais nas bordas esquerda e direita de cada painel, pela equação (87).
- Linhas 29 a 31 - Impressão dos esforços e tensões normais nos painéis.

29) Subrotina TENSC

- Linha 1 - Leitura, no disco, das forças nas coordenadas dos painéis.
- Linhas 2 a 13 - Cálculo das tensões de cisalhamento nas bordas dos painéis de acordo com as equações (88) a (91).

- Linhas 14 a 22 - Impressão das tensões de cisalhamento.

30) Subrotina FVINR

- Linhas 1 a 8 - Leitura, no disco, dos deslocamentos nas coordenadas do sistema e das colunas da matriz de rigidez relativas aos vínculos rígidos.
- Linhas 9 a 13 - Cálculo dos esforços nos vínculos rígidos pela equação (78).
- Linhas 14 a 16 - Impressão dos esforços nos vínculos rígidos.
- Linhas 17 a 23 - Cálculo dos esforços nos vínculos elásticos utilizando a equação (80).
- Linhas 24 a 26 - Impressão dos esforços nos vínculos elásticos.

C O N C L U S Õ E S

Os resultados, obtidos pelo processo de análise aqui apresentado, são bastante satisfatórios e as diferenças notadas em relação aos valores obtidos pelo processo contínuo estão dentro das tolerâncias normalmente admitidas no cálculo estrutural.

Como basicamente a análise consiste na determinação de esforços e deslocamentos de uma estrutura discreta tri-dimensional, a amplitude da variação de carregamento e vinculação admitidos é bem maior que a dos processos anteriores.

As principais possibilidades deste processo, na análise de estruturas constituídas de chapas e que normalmente representam vantagens sobre os processos contínuos, são as seguintes:

- Possibilidade de análise de estruturas de seção fechada, como a apresentada no Exemplo 2, frequentemente utilizada na construção de pontes.
- Possibilidade de análise de estruturas com mais de duas bordas livres, como a apresentada no Exemplo 6.
- Não necessidade de admissão de diafragmas transversais nos apoios, podendo-se trabalhar com as condições reais de vinculação da estrutura.
- Possibilidade de admissão de diafragmas transversais em qualquer ponto da estrutura.
- Possibilidade da colocação de vínculos elásticos, tais

como os que ocorrem nas estruturas metálicas de cobertura.

- Possibilidade de variação de espessura da seção transversal das chapas, não só no sentido transversal, como também longitudinalmente. Como exemplo citam-se os reforços de chapas soldadas nas mesas ou almas de vigas metálicas.
- Possibilidade de análise de estruturas com espaços vazios nas chapas, como coberturas com espaços para ventilação e iluminação ou como plaquetas de reforço ligando mesas de vigas metálicas. Nestes casos admite-se que a área vazada seja um trecho de painel com espessura nula.
- Possibilidade de análise dos efeitos das variações de temperatura nos diversos pontos da estrutura.
- Possibilidade de verificação dos efeitos de recalques nos apoios.
- Fornecimento de maior número de informações a respeito dos esforços, deslocamentos e tensões, como uma característica dos processos de cálculo matricial.

Além da versatilidade do processo apresentado, vale também ressaltar o fato deste trabalho mostrar um novo meio de análise das estruturas prismáticas constituídas de chapas.

A P Ê N D I C E

```
PAGE   1    MORISSON

// JOB    0002 09CA                          09CA

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0002        0002        0000
  0001        09CA        09CA        0001

V2 M12   ACTUAL 16K  CONFIG 16K

// DUP

*STOREDATA  WS  UA  MATAD   48       09CA
CART ID 09CA   DB ADDR  3430   DB CNT   0300

*STOREDATA  WS  UA  MATRI   48       09CA
CART ID 09CA   DB ADDR  3730   DB CNT   0300

*STOREDATA  WS  UA  MATAU  180       09CA
CART ID 09CA   DB ADDR  3A30   DB CNT   0840

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE DADOS(LEIT,IMPR,N,NP,NF,NV,NVR,NVE,
     *G,E,ALFA,T,H,NVINC,NVENC,CR,NVRNC,WR,NCE,NA,
     *NBL,NDF,NSDF)
C.....LE E IMPRIME OS PRINCIPAIS DADOS
C
      DIMENSION T(9,9),H(9),NVINC(90),NVENC(19),
     *WR(9),V(190),UNIDS(20),NSDF(10),NVRNC(9),CR(19)
      READ(LEIT,1)NP,NFT,NV,NA,NBL,NPX,NVR,NVE,NTC,NDF
 1    FORMAT(16I5)
      N=2*NA+NBL+1
      IF(NPX)101,102,101
 102  IF(NBL-2)103,103,101
 101  NCE=1
      GO TO 104
 103  NCE=0
 104  READ(LEIT,81)(UNIDS(I),I=1,20)
 81   FORMAT(20A4)
      READ(LEIT,2)G,E,ALFA
 2    FORMAT(3E10.3)
      NF=NFT-1
      NNFT=N*NFT
      IF(NTC)230,210,230
 210  READ(LEIT,3)(T(1,K),K=1,NP)
      DO 220 K=1,NP
      DO 220 J=2,NF
 220  T(J,K)=T(1,K)
 3    FORMAT(8F10.3)
      GO TO 240
 230  READ(LEIT,3)((T(J,K),J=1,NF),K=1,NP)
```

```
240   READ(LEIT,3)(H(J),J=1,NF)
      READ(LEIT,1)(NVINC(I),I=1,NV)
      IF(NVE)6,6,7
7     READ(LEIT,8)(NVENC(I),CR(I),I=1,NVE)
8     FORMAT(4(I5,F15.3))
6     IF(NVR)9,9,11
11    READ(LEIT,8)(NVRNC(I),WR(I),I=1,NVR)
9     READ(LEIT,3)(V(I),I=1,NNFT)
      IF(NDF)250,260,250
250   READ(LEIT,1)(NSDF(I),I=1,NDF)
260   WRITE(6'1)V
      WRITE(IMPR,21)NP,NFT,N,NV
21    FORMAT('1','  ESTRUTURA  COM',I2,' PAINEIS,' I3
     *' SECOES ANALISADAS,',/,I3,
     *' COORDENADAS DESLOCAMENTOS EM CADA SECAO, E'
     */,I3,' VINCULOS RIGIDOS SEGUNDO AS COORDENADAS'
     *,1X,'=')
      WRITE(IMPR,36)(NVINC(I),I=1,NV)
36    FORMAT(1X,13I4)
      IF(NDF)270,280,270
270   WRITE(IMPR,290)NDF
290   FORMAT(I3,' DIAFRAGMAS INTERMEDIARIOS NAS'
     *,1X,'SECOES =')
      WRITE(IMPR,36)(NSDF(I),I=1,NDF)
280   WRITE(IMPR,22)(UNIDS(I),I=1,20)
      WRITE(IMPR,23)E,G
22    FORMAT(//,' UNIDADES UTILIZADAS' /,1X,20A4,/)
23    FORMAT(' MODULO DE ELASTICIDADE',14X,'= E ='
     *,F15.2,/
     *' MODULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL  = G ='
     *,F15.2,/)
      IF(NTC)10,20,10
20    WRITE(IMPR,24)
24    FORMAT(' ESPESSURA DOS PAINEIS',//
     *        '  PAINEL      ESPESSURA',/)
      WRITE(IMPR,25)(K,T(1,K),K=1,NP)
25    FORMAT(I5,F16.2)
      GO TO 34
10    DO 30 I=1,NP
      WRITE(IMPR,26)I
26    FORMAT(/,' ESPESSURA DO PAINEL',I3,//
     *          '     SECAO       ESPESSURA',/
     *          ' ACIMA ABAIXO'/)
      DO 30 J=1,NF
      J1=J+1
30    WRITE(IMPR,27)J,J1,T(I,J)
27    FORMAT(I4,I7,F12.3)
34    WRITE(IMPR,28)
28    FORMAT(/,' DISTANCIA ENTRE SECOES',//
     *          '     SECAO       DISTANCIA',/
     *          ' ACIMA ABAIXO',/)
      DO 40 J=1,NF
      J1=J+1
40    WRITE(IMPR,27)J,J1,H(J)
      IF(NVR)50,60,50
```

```
 78  50    WRITE(IMPR,29)NVR
 79  29    FORMAT(/' NUMERO DE VINCULOS RECALCADOS = NVR ='
 80       *,I3,//  ' RECALQUES NAS COORDENADAS DO SISTEMA'
 81       *  //    ' COORDENADA RECALQUE'/)
 82        WRITE(IMPR,25)(NVRNC(I),WR(I),I=1,NVR)
 83  60    IF(NVE)70,80,70
 84  70    WRITE(IMPR,31)NVE
 85  31    FORMAT(/' NUMERO DE VINCULOS ELASTICOS = NVE ='
 86       *,I3,//  ' RIGIDEZ DOS VINCULOS ELASTICOS'//
 87       *        ' COORDENADA RIGIDEZ'/)
 88        WRITE(IMPR,25)(NVENC(I),CR(I),I=1,NVE)
 89  80    IF (ALFA)90,100,90
 90  90    WRITE(IMPR,32)ALFA
 91  32    FORMAT(/' COEFICIENTE DE DILATACAO TERMICA ='
 92       *,E14.5//' TEMPERATURAS NAS COORDENADAS'
 93       *,1X,      'DO SISTEMA',//
 94       *         ' COORDENADA TEMPERATURA'/)
 95        WRITE(IMPR,25)(I,V(I),I=1,NNFT)
 96        GO TO 1000
 97  100   WRITE(IMPR,33)
 98  33    FORMAT(/' CARREGAMENTO NAS COORDENADAS'
 99       *    ,    ' DO SISTEMA',//
100       *         ' COORDENADA   FORCA',/)
101        WRITE(IMPR,25)(I,V(I),I=1,NNFT)
102  1000  RETURN
           END

     FEATURES SUPPORTED
      ONE WORD INTEGERS

     CORE REQUIREMENTS FOR DADOS
      COMMON       0  VARIABLES    430  PROGRAM   1404

     RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0380 (HEX)

     END OF COMPILATION

     // DUP

     *STORE      WS  UA  DADOS
     CART ID 0002   DB ADDR  585D   DB CNT   0059

     // FOR
     *ONE WORD INTEGERS
     *LIST SOURCE PROGRAM
     C
           SUBROUTINE MATBI(NA,NBL,N,NP,LEIT,IMPR,BP,NCE)
     C.....MONTA A MATRIZ DE TRANSFORMACAO BI
     C
           DIMENSION BI(3,19,9),X(10),Y(10),CX(9),CXAUX(9),
          *SXAUX(9),BP(9),JJ(9),JK(9),NCCP(15),NPAI(9)
          *,NPXA(9),SX(9),BJ(3,19,9)
  1        NN=NA+NBL
  2        NDS=NA+1
  3        DO 10 I=1,NN
```

```
10    READ(LEIT,1)K,X(K),Y(K)
1     FORMAT(I5,3F10.3)
      DO 20 K=1,NP
20    READ(LEIT,4)I,JJ(I),JK(I)
      DO 30 I=1,NP
      I1=JK(I)
      I2=JJ(I)
      XCL=X(I1)-X(I2)
      YCL=Y(I1)-Y(I2)
      BP(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
      CX(I)=XCL/BP(I)
30    SX(I)=YCL/BP(I)
      DO 40 I=1,NP
      DO 40 J=1,3
      DO 40 K=1,N
40    BI(J,K,I)=0.
      DO 50 I=1,NP
      I1=NDS+JJ(I)
      I2=NDS+JK(I)
      BI(2,I1,I)=1.
50    BI(3,I2,I)=1.
      WRITE(IMPR,2)
2     FORMAT(//,' VERTICE COORD.X   COORD.Y',/)
      DO 60 I=1,NN
60    WRITE(IMPR,1)I,X(I),Y(I)
      WRITE(IMPR,3)
3     FORMAT(//,' PAINEL INIC. FIM',/)
      DO 70 I=1,NP
70    WRITE(IMPR,4)I,JJ(I),JK(I)
4     FORMAT(3I5)
      WRITE(IMPR,5)
5     FORMAT(//,' PAINEL  LARGURA    SENO X'
     *,1X,       ' COSENO X',/)
      DO 80 I=1,NP
80    WRITE(IMPR,1)I,BP(I),SX(I),CX(I)
      WRITE(5'1)Y,X,SX,CX,JJ,JK
      IF(NCE)54,53,54
53    CALL MTBI1(SX,CX,NP,BI)
      GO TO 11
54    CXAUX(1)=CX(1)
      SXAUX(1)=SX(1)
7     READ(LEIT,8)NPAIS,(NPAI(I),I=1,NPAIS),
     *            (NCCP(J),J=1,NPAIS)
8     FORMAT(40I2)
      IF(NPAIS)9,11,9
11    WRITE(10'1)BI
      CALL IMPBI(N,NP,IMPR)
      RETURN
9     DO 120 I=1,3
      DO 120 J=1,N
      DO 120 K=1,NP
120   BJ(I,J,K)=0.
      DO 130 I=1,NPAIS
130   NPXA(I)=0.
      NPA1=NPAIS-1
```

```
      IF(NPA1-1)12,12,13
13    K=0
      DO 140 I=2,NPA1
      NI=NPAI(I)
      IF(SX(NI))14,15,14
15    K=K+1
      NPXA(K)=I
14    CXAUX(I)=CX(NI)
140   SXAUX(I)=SX(NI)
12    N3=NPAI(NPAIS)
      SXAUX(NPAIS)=SX(N3)
      CXAUX(NPAIS)=CX(N3)
      IF(NPXA(1))16,17,16
17    CALL MTBI1(SXAUX,CXAUX,NPAIS,BJ)
      GO TO 18
16    K=NPXA(1)
      CALL MTBI1(SXAUX,CXAUX,K,BJ)
      J=2
      J1=0
19    KF=NPXA(J)
      K=NPXA(J-1)
      IF(KF)21,22,21
22    CALL MTBIP(SXAUX,CXAUX,K,NPAIS,BJ)
      GO TO 18
21    IF(KF-K-1)23,24,23
24    J1=J1+1
      J3=J-J1
      BJ(1,J3,J)=1.
      GO TO 25
23    CALL MTBIP(SXAUX,CXAUX,K,KF,BJ)
      J1=0.
25    J=J+1
      GO TO 19
18    DO 150 K=1,NPAIS
      K1=NCCP(K)
      DO 150 I=1,NPAIS
      I1=NPAI(I)
150   BI(1,K1,I1)=BJ(1,K,I)
      GO TO 7
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR MATBI
 COMMON      0  VARIABLES   2242  PROGRAM    974

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 090F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  MATBI
CART ID 0002   DB ADDR  5886   DB CNT   0040
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE MTBI1(SXAUX,CXAUX,J,BI)
C.....MONTA A PRIMEIRA LINHA DA MATRIZ DE
C     TRANSFORMACAO, PARA CADA PERCURSO
C
      DIMENSION BI(3,19,9),CXAUX(9),SXAUX(9)
      BI(1,1,1)=SXAUX(1)
      BI(1,2,1)=CXAUX(1)
      BI(1,1,2)=SXAUX(2)
      BI(1,2,2)=CXAUX(2)
      IF(J-3)140,150,150
 150  BI(1,1,3)=SXAUX(3)
      BI(1,2,3)=(CXAUX(2)/SXAUX(2))*SXAUX(3)
      BI(1,3,3)=-BI(1,2,3)+CXAUX(3)
      IF(J-4)140,160,160
 160  DO 130 I=4,J
      BI(1,1,I)=SXAUX(I)
      BI(1,2,I)=(CXAUX(2)/SXAUX(2))*SXAUX(I)
      I1=I-1
      DO 130 K=3,I1
      BI(1,K,I)=SXAUX(I)*((CXAUX(K)/SXAUX(K))-
     *           (CXAUX(K-1)/SXAUX(K-1)))
 130  BI(1,I,I)=-((CXAUX(I-1)/SXAUX(I-1))*SXAUX(I))
     *           +CXAUX(I)
 140  RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR MTBI1
 COMMON       0  VARIABLES      12  PROGRAM     262

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  MTBI1
CART ID 0002   DB ADDR  58F6   DB CNT   0013

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE MTBIP(SX,CX,K,KF,BI)
C.....MONTA A PRIMEIRA LINHA DA MATRIZ DE
C     TRANSFORMACAO, NA PRESENCA DE PAINEIS
C     PARALELOS AO EIXO X
C
```

```
      DIMENSION BI(3,19,9),CX(9),SX(9)
      BI(1,K,K)=1.
      BI(1,K,K+1)  =CX(K+1)
      BI(1,K+1,K+1)=SX(K+1)
      IF(KF-K-2)1,2,2
2     BI(1,K,K+2)  =SX(K+2)*CX(K+1)/SX(K+1)
      BI(1,K+1,K+2)=SX(K+2)
      BI(1,K+2,K+2)=CX(K+2)-(SX(K+2)*CX(K+1)/SX(K+1))
      IF(KF-K-3)1,3,3
3     K3=K+3
      DO 10 I=K3,KF
      BI(1,K,I)    =CX(K+1)*SX(I)/SX(K+1)
      BI(1,K+1,I)  =SX(I)
      I1=I-1
      K2=K+2
      DO 10 J=K2,I1
      BI(1,J,I)    =SX(I)*((CX(J)/SX(J))-
     *               (CX(J-1)/SX(J-1)))
10    BI(1,I,I)    =CX(I)-(SX(I)*CX(I-1)/SX(I-1))
1     RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR MTBIP
 COMMON       0  VARIABLES     14  PROGRAM    368

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0013 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  MTBIP
CART ID 0002   DB ADDR  5909   DB CNT   0019

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE IMPBI(N,NP,IMPR)
C.....IMPRIME A MATRIZ DE TRANSFORMACAO NA
C     AUSENCIA DE DIAFRAGMAS
C
      DIMENSION BI(3,19,9)
      READ(10'1)BI
      DO 10 I=1,NP
      WRITE(IMPR,1)I
1     FORMAT(3(/),' SUBMATRIZ DE TRANSFORMACAO B'
     * ,I1, // )
      DO 10 J=1,3
10    WRITE(IMPR,2)(BI(J,K,I),K=1,N)
2     FORMAT(1X,19F6.3)
      RETURN
```

```
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR INPBI
 COMMON       0  VARIABLES   1030  PROGRAM    108

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0424 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  INPBI
CART ID 0002   DB ADDR  5922   DB CNT   0008

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE MTBID(NP)
C.....MONTA A MATRIZ DE TRANSFORMACAO, NA
C     PRESENCA DE DIAFRAGMAS
C
      INTEGER B
      DIMENSION BID(3,19,9),SX(9),CX(9),
     *JJ(10),JK(10),X(10),Y(10)
      READ(5'1)Y,X,SX,CX,JJ,JK
      READ(10'1)BID
      DO 10 I=3,NP
      DO 10 J=1,NP
 10   BID(1,J,I)=0.
      A=Y(3)-Y(2)
      DO 20 I=3,NP
      IF(JJ(I)-JK(I))1,1,2
 1    B=JJ(I)
      GO TO 3
 2    B=JK(I)
 3    C=Y(B)-Y(2)
      D=X(B)-X(2)
      BID(1,1,I)=SX(I)
      BID(1,2,I)=CX(I)*(1-C/A)+SX(I)*D/A
 20   BID(1,3,I)=CX(I)*C/A-SX(I)*D/A
      WRITE(11'1)BID
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR MTBID
 COMMON       0  VARIABLES   1142  PROGRAM    242

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 047D (HEX)
```

```
END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  MTBID
CART ID 0002   DB ADDR  592A   DB CNT   0012

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE IMPBD(N,NP,IMPR)
C.....IMPRIME A MATRIZ DE TRANSFORMACAO NA
C     PRESENCA DE DIAFRAGMAS
C
      DIMENSION BI(3,19,9)
      READ(11'1)BI
      DO 10 I=1,NP
      WRITE(IMPR,1)I
 1    FORMAT(3(/),' SUBMATRIZ DE TRANSFORMACAO B'
     * ,I1, // )
      DO 10 J=1,3
 10   WRITE(IMPR,2)(BI(J,K,I),K=1,N)
 2    FORMAT(1X,19F6.3)
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR IMPBD
 COMMON      0  VARIABLES   1030  PROGRAM    108

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0424 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  IMPBD
CART ID 0002   DB ADDR  593C   DB CNT   0008

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE COEFS(E,G,H,T,BP,NF,NP)
C.....CALCULA OS COEFICIENTES QUE SERAO USADOS
C     NA SUBROTINA RIPS
C
      DIMENSION BP(9),H(9),T(9,9),
     *X(9,9),XM(9,9),XM1(9,9),XM2(9,9),EN(9,9)
```

```
      DO 100 K=1,NP
      DO 20 I=1,NF
      X(I,K)=0.
      XM(I,K)=0.
      XM1(I,K)=0.
      XM2(I,K)=0.
 20   EN(I,K)=0.
      DO 100 I=1,NF
      S=T(I,K)*BP(K)
      AI=T(I,K)*BP(K)**3/12.
      IF(T(I,K))35,100,35
 35   X(I,K)=1./(H(I)**3/(12*E*AI)+1.2*H(I)/(G*S))
      XM(I,K)=H(I)/2.*X(I,K)
      XM1(I,K)=H(I)/(2.*BP(K))*XM(I,K)+E*AI/
     *          (BP(K)*H(I))
      XM2(I,K)=H(I)*XM(I,K)/BP(K)-XM1(I,K)
      EN(I,K)=E*S/(4.*H(I))
 100  CONTINUE
      WRITE(1'1)X,XM,XM1,XM2,EN
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR COEFS
 COMMON       0  VARIABLES    826  PROGRAM    324

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0349 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  COEFS
CART ID 0002   DB ADDR  5944   DB CNT   0018

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE RIPS(NP,NF,BP)
C.....MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ DOS PAINEIS
C
      DIMENSION SP(30,6,9),BP(9),
     *X(9,9),XM(9,9),XM1(9,9),XM2(9,9),EN(9,9)
      READ(1'1)X,XM,XM1,XM2,EN
      DO 200 K=1,NP
      DO 50 J=1,6
      DO 50 I=1,30
 50   SP(I,J,K)=0.
      SP(1,1,K)=X(1,K)
      SP(2,1,K)=-XM(1,K)/BP(K)
      SP(3,1,K)=XM(1,K)/BP(K)
      SP(1,2,K)=SP(2,1,K)
```

```
      SP(2,2,K)=XM1(1,K)/BP(K)+EN(1,K)
      SP(3,2,K)=-XM1(1,K)/BP(K)+EN(1,K)
      SP(1,3,K)=SP(3,1,K)
      SP(2,3,K)=SP(3,2,K)
      SP(3,3,K)=SP(2,2,K)
      DO 100 L=1,NF
      N=L+1
      L1=3*L+1
      L2=3*L+2
      L3=3*L+3
      IF(L-NF)60,150,150
 60   SP(L1,1,K)=X(L,K)+X(N,K)
      SP(L2,1,K)=(XM(L,K)-XM(N,K))/BP(K)
      SP(L3,1,K)=(-XM(L,K)+XM(N,K))/BP(K)
      SP(L1,2,K)=SP(L2,1,K)
      SP(L2,2,K)= (XM1(L,K)+XM1(N,K))/BP(K)+EN(L,K)
     *            +EN(N,K)
      SP(L3,2,K)=-(XM1(L,K)+XM1(N,K))/BP(K)+EN(L,K)
     *            +EN(N,K)
      SP(L1,3,K)=SP(L3,1,K)
      SP(L2,3,K)=SP(L3,2,K)
      SP(L3,3,K)=SP(L2,2,K)
 100  CONTINUE
 150  SP(L1,1,K)=X(NF,K)
      SP(L2,1,K)=XM(NF,K)/BP(K)
      SP(L3,1,K)=-XM(NF,K)/BP(K)
      SP(L1,2,K)=SP(L2,1,K)
      SP(L2,2,K)= XM1(NF,K)/BP(K)+EN(NF,K)
      SP(L3,2,K)=-XM1(NF,K)/BP(K)+EN(NF,K)
      SP(L1,3,K)=SP(L3,1,K)
      SP(L2,3,K)=SP(L3,2,K)
      SP(L3,3,K)=SP(L2,2,K)
      DO 200 L=1,NF
      L1=3*L-2
      L2=3*L-1
      L3=3*L
      SP(L1,4,K)=-X(L,K)
      SP(L2,4,K)= XM(L,K)/BP(K)
      SP(L3,4,K)=-XM(L,K)/BP(K)
      SP(L1,5,K)=-XM(L,K)/BP(K)
      SP(L2,5,K)= XM2(L,K)/BP(K)-EN(L,K)
      SP(L3,5,K)=-XM2(L,K)/BP(K)-EN(L,K)
      SP(L1,6,K)=SP(L2,4,K)
      SP(L2,6,K)=SP(L3,5,K)
      SP(L3,6,K)=SP(L2,5,K)
 200  CONTINUE
      WRITE(2'1)SP
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR RIPS
 COMMON      0  VARIABLES   4070  PROGRAM    908
```

```
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0FED (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  RIPS
CART ID 0002   DB ADDR  595C   DB CNT   003E

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE RSISG(NVE,NVENC,CR,NP,NF,N,NAUX)
C.....MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA GENERICO
C
      DIMENSION  A(10,38),BI(3,19,9),NVENC(19),CR(19),
     *SP(30,6,9),NCS(3,19,9)
      READ(2'1)SP
      READ(NAUX'1)BI
      LA=9*NAUX-87
      MB  =  2 * N
      NFT=NF+1
      NNFT=NFT*N
      NNM=((NNFT-1)/10)*10+1
      DO 20 K  =  1, NP
      DO 20 J  =  1, N
      DO 20 I=1,3
      NCS(I,J,K)  =  0
      IF ( BI(I,J,K) ) 10, 20, 10
 10   NCS(I,J,K)  =  I
 20   CONTINUE
      DO 30 I=1,10
      DO 30 J=1,38
 30   A(I,J)=0.
      DO 60 K=1,NNM,10
 60   WRITE(LA'K)A
      DO 502 K  =  1, NP
      DO 502 IO  =  1, 3
      DO 502 J  =  1, N
      DO 5000 M1=1,NFT
      KK=(M1-1)*N+J
 5000 READ(LA'KK)(A(M1,M2),M2=1,MB)
      DO 500 L  =  1, N
      DO 500 I  =  1, 3
      IF ( NCS(IO,J,K) * NCS(I,L,K) ) 40, 500, 40
 40   IJ  =  NCS(IO,J,K)
      IL  =  NCS(I,L,K)
      ILO  =  IL + 3
      LO  =  L - J + 1
      L1  =  L + N - J + 1
      DO 100 NDF  =  1, NF
      IJN  =  (NDF - 1)*3 + IJ
      A(NDF,L1) =  A(NDF,L1)+ BI(IO,J,K)*BI(I,L,K)*
```

```
     *                SP(IJN,ILO,K)
      IF ( L - J ) 100, 50, 50
50    A(NDF,LO) =  A(NDF,LO)+ BI(IO,J,K) * BI(I,L,K) *
     *                SP(IJN,IL,K)
100   CONTINUE
      IF ( L - J ) 500, 200, 200
200   IJN  =  3 * NF + IJ
      A(NFT,LO) =  A(NFT,LO)+ BI(IO,J,K) * BI(I,L,K) *
     *                SP(IJN,IL,K)
500   CONTINUE
      DO 5001 M1=1,NFT
      KK=(M1-1)*N+J
5001  WRITE(LA'KK)(A(M1,M2),M2=1,MB)
502   CONTINUE
      IF(NVE-1)1000,550,550
550   DO 600 M=1,NVE
      I=NVENC(M)
      DO 650 J=1,N
      IF(I-10*J)700,700,650
700   IA=I-10*(J-1)
      K=(J-1)*10+1
      READ(LA'K)   ((A(II,JJ),JJ=1,38),II=1,10)
      A(IA,1)=A(IA,1)+CR(M)
      WRITE(LA'K)  ((A(II,JJ),JJ=1,38),II=1,10)
650   CONTINUE
600   CONTINUE
1000  NAUX=NAUX+1
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR RSISG
 COMMON      0  VARIABLES   5568  PROGRAM    850

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 15CA (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  RSISG
CART ID 0002   DB ADDR  599A   DB CNT   0035

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE RSISD(NDF,NSDF,N,NF,NA)
C.....MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA GENERICO,
C     LEVANDO EM CONTA A INFLUENCIA DOS DIAFRAGMAS
C
      DIMENSION NSDF(10),A(38,38),B(38,38),NCDEP(60)
      MB=2*N
```

```
      NFT=NF+1
      NNFT=N*NFT
      NCD=NDF*(NA-2)
      J=0
      DO 10 I=1,NDF
      KIN=(NSDF(I)-1)*N+4
      KFIN=KIN+NA-3
      DO 10 K=KIN,KFIN
      J=J+1
 10   NCDEP(J)=K
      DO 20 NC=1,NCD
      NG=NCDEP(NC)
      IF(NG-MB)30,30,40
 30   NI=1
      GO TO 50
 40   NI=NG-MB+1
 50   READ(3'NI)((A(I,J),J=1,38),I=1,MB)
      READ(12'NI)((B(I,J),J=1,38),I=1,MB)
      DO 60 I=NI,NG
      J=NG-I+1
      L=I-NI+1
 60   A(L,J)=B(L,J)
      NIL=NG+1
      NFL=NG+MB-1
      DO 70 I=NIL,NFL
      J=I-NG+1
      L=NG-NI+1
 70   A(L,J)=B(L,J)
 20   WRITE(3'NI)((A(I,J),J=1,38),I=1,MB)
      RETURN
      END
FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR RSISD
COMMON  0  VARIABLES  5852  PROGRAM  370

 RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 16E3 (HEX)

 END OF COMPILATION

 // DUP

 *STORE      WS  UA  RSISD
 CART ID 0002   DB ADDR  59CF   DB CNT   0017

 // FOR
 *LIST SOURCE PROGRAM
 *ONE WORD INTEGERS
 C
       SUBROUTINE CVINC(N,NF,NV,NVINC)
 C.....ARMAZENA AS COLUNAS CORRESPONDENTES AS
 C     COORDENADAS VINCULADAS RIGIDAMENTE
 C
       DIMENSION A(38,38),CV(190),NVINC(90)
```

```
      MB=2*N
      NFT=NF+1
      NNFT=N*NFT
      DO 10 NC=1,NV
      DO 20 I=1,NNFT
20    CV(I)=0.
      NG=NVINC(NC)
      IF(NG-MB)50,50,60
50    NI=1
      GO TO 70
60    NI=NG-MB+1
70    READ(3'NI)((A(I,J),J=1,38),I=1,MB)
      DO 80 I=NI,NG
      J=NG-I+1
      L=I-NI+1
80    CV(I)=A(L,J)
      NIL=NG+1
      NFL=NG+MB-1
      DO 130 I=NIL,NFL
      J=I-NG+1
      L=NG-NI+1
130   CV(I)=A(L,J)
      KK=2*NC-1
10    WRITE(4'KK)CV
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR CVINC
 COMMON       0  VARIABLES   3282  PROGRAM    266

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0CD9 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  CVINC
CART ID 0002   DB ADDR  59E6   DB CNT   0011

// FOR

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE REDUZ(N,NF,NV,NVINC)
C.....PARTICULARIZA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO SISTEMA
C     GENERICO
C
      DIMENSION A(2,38),NVINC(90)
      MB   =   2 * N
      NNF1  =   N * (NF + 1)
      NFIN  =   MB - 1
      NNFF  =   NNFT - 1
```

```
      DO 200 L  =  1, NV
      NG  =  NVINC(L) - L + 1
      NH  =  NG - 1
      IF ( NH - 1 ) 150, 50, 50
50    IF ( NG - MB ) 60, 60, 70
60    NI  =  1
      GO TO 80
70    NI  =  NG - MB + 1
80    DO 100 I  =  NI, NH
      READ(3'I)(A(1,I2),I2=1,38)
      NIN  =  NG - I + 1
      IF ( NIN - MB ) 85, 95, 95
85    DO 90 J  =  NIN, NFIN
      K  =  J + 1
      A(1,J)  =  A(1,K)
90    A(1,K)  =  0.0
      GO TO 100
95    A(1,NIN)  =  0.0
100   WRITE(3'I)(A(1,I2),I2=1,38)
150   DO 200 I  =  NG, NNFP
      READ(3'I)((A(I1,I2),I2=1,38),I1=1,2)
      DO 201 J  =  1, MB
201   A(1,J)  =  A(2,J)
200   WRITE(3'I)((A(I1,I2),I2=1,38),I1=1,2)
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR REDUZ
 COMMON       0  VARIABLES    168  PROGRAM    346

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00AE (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  REDUZ
CART ID 0002   DB ADDR  59F7   DB CNT   0016

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
      SUBROUTINE CRCAL(NVR,NVRNC,WR,NV,NVINC,N,NF)
C.....DETERMINA, PARA O SISTEMA GENERICO,
C     O CARREGAMENTO RESULTANTE DOS RECALQUES
C     NOS NVR VINCULOS RIGIDOS
C
      DIMENSION CV(190),NVINC(90),NVRNC(9),WR(9),V(190)
      NNFT  =  N * (NF + 1)
      DO 10 J  =  1, NNFT
10    V(J)  =  0.0
```

```
 4          NI  =  1
 5          DO 200 M  =  1, NVR
 6          DO 100 NC  =  NI, NV
 7          KK=2*NC-1
 8          READ(4'KK)CV
 9          IF ( NVINC(NC) - NVRNC(M) ) 100, 50, 100
10   50     CONTINUE
11          DO 80 J  =  1, NNFT
12   80     V(J)  =  V(J) - WR(M) * CV(J)
13          NI  =  NC + 1
14          GO TO 200
15   100    CONTINUE
16   200    CONTINUE
17          WRITE(6'1)V
18          RETURN
            END

   FEATURES SUPPORTED
    ONE WORD INTEGERS

   CORE REQUIREMENTS FOR CRCAL
    COMMON       0  VARIABLES    768  PROGRAM    170

   RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0306 (HEX)

   END OF COMPILATION

   // DUP

   *STORE       WS  UA  CRCAL
   CART ID 0002   DB ADDR  5A00   DB CNT   000C

   // FOR
   *ONE WORD INTEGERS
   *LIST SOURCE PROGRAM
   C
          SUBROUTINE DTEMP(ALFA,NF,NP,N,H,BP,NA)
   C.....DETERMINA OS DESLOCAMENTOS NAS COORDENACAS
   C      DOS PAINEIS, RESULTANTES DA VARIACAO DE
   C      TEMPERATURA
   C
          DIMENSION BI(3,19,9),BP(9),H(9),V(190),D(33,9)
         *,DT(33)
 1        READ(6'1)V
 2        READ(10'1)BI
 3        NFT  =  NF + 1
 4        MF   =  3* NFT
 5        NX=NA+2
 6        DO 200 K  =  1, NP
 7        DO 10 I  =  1, MF
 8        D(I,K)  =  0.0
 9   10   DT(I)  =  0.0
10        DO 100 I  =  2, 3
11        DO 100 J = NX, N
12        IF ( BI(I,J,K) ) 50, 100, 50
13   50   DO 80 ND  =  1, NFT
14        NC  =  N * (ND - 1) + J
```

```
15        NCP  =  3 * (ND - 1) + I
16        DT(NCP)  =  V(NC)
17  80    CONTINUE
18  100   CONTINUE
19        DV  =  0.0
20        FI  =  0.0
21        DH  =  0.0
22        DO 200 I  =  1, NF
23        J  =  NF - I + 1
24        M  =  3 * J
25        NSE  =  M - 1
26        NSD  =  M
27        NIE  =  M + 2
28        NID  =  M + 3
29        NSH  =  M - 2
30        DV  =  DV + ALFA * H(J) / 4 *
31       *       ( DT(NSE) + DT(NSD) + DT(NIE) + DT(NID) )
32        DH  =  DH + ALFA * H(J)**2 / ( 6*BP(K) ) *
33       *       (DT(NSE) - DT(NSD) + 2*DT(NIE)
34       *     - 2*DT(NID)) + FI * H(J)
35        FI  =  FI + ALFA * H(J) / ( 2*BP(K) ) *
36       *       ( DT(NSE) - DT(NSD) + DT(NIE) - DT(NID) )
37        D(NSE,K)  =  DV + FI * BP(K) / 2
38        D(NSD,K)  =  DV - FI * BP(K) / 2
39        D(NSH,K)  =  DH
40  200   CONTINUE
41        WRITE(7'1)D
42        RETURN
          END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR DTEMP
 COMMON      0  VARIABLES   2108  PROGRAM    512

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0845 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  DTEMP
CART ID 0002   DB ADDR  5A19   DB CNT   0024

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE ESFP(NP,NF)
C.....DETERMINA OS ESFORCOS NAS COORDENADAS DOS PAINEIS
C
      DIMENSION SP(30,6,9),D(33,9),F(30,9)
1     READ(2'1)SP
2     READ(7'1)D
```

```
      NFT  =  NF + 1
      NF  =  3 * NFT
      DO 200 K  =  1, NP
      DO 10 IS  =  1, NF
 10   F(IS,K)  =  0.0
      DO 50 NDF  =  1, NFT
      DO 50 I  =  1, 3
      IN  =  (NDF - 1)*3 + I
      DO 50 J  =  1, 6
      JN  =  (NDF - 1)*3 + J
      F(IN,K)  =  F(IN,K) + SP(IN,J,K) * D(JN,K)
 50   CONTINUE
      DO 100 NDF  =  2, NFT
      DO 100 I  =  1, 3
      IJ  =  3 + I
      IN  =  (NDF - 1)*3 + I
      DO 100 J  =  1, 3
      JN  =  (NDF - 2)*3 + J
 100  F(IN,K)  =  F(IN,K) + SP(JN,IJ,K) * D(JN,K)
 200  CONTINUE
      WRITE(8'1)F
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR ESFP
 COMMON       0  VARIABLES   4388  PROGRAM    288

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 112C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  ESFP
CART ID 0002   DB ADDR  5A30   DB CNT   0013

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
      SUBROUTINE FOF
C.....ARMAZENA OS ESFORCOS NAS COORDENADAS DOS
C     PAINEIS, NECESSARIOS PARA FAZE-LOS RETORNAR
C     A CONFIGURACAO INICIAL, DEPOIS DE DESLOCADOS
C     PELA VARIACAO DE TEMPERATURA
C
      DIMENSION F(30,9)
      READ(8'1)F
      WRITE(9'1)F
      RETURN
      END
```

```
FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FOF
 COMMON      0  VARIABLES    540  PROGRAM     20

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 021F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  FOF

CART ID 0002   DB ADDR  5A50   DB CNT   0003

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
      SUBROUTINE CARGT(FVR,NVINC,N,NF,NP,NV,NDF,NSDF)
C.....DETERMINA O CARREGAMENTO NO SISTEMA GENERICO,
C     PROVENIENTE DA VARIACAO DE TEMPERATURA
C
      DIMENSION BI(3,19,9),NVINC(90),V(190),
     *FO(30,9),FVR(90),BJ(3,19,9),NSDF(10)
      READ(10'1)BI
      READ(9'1)FO
      NFT  =  NF + 1
      NNFT  =  N * (NF + 1)
      DO 10 I  =  1, NNFT
 10   V(I)  =  0.0
      IF(NDF)30,40,30
 30   READ(11'1)BJ
      NO=1
      GO TO 50
 40   DO 100 K  =  1, NP
      DO 20 J  =  1, NFT
      MI  =  N * (J - 1) + 1
      MFT  =  N * J
      DO 20 I  =  MI, MFT
      NI  =  I - N * ( J - 1 )
      DO 20 KI  =  1, 3
      L  =  3 * (J - 1) + KI
 20   V(I)  =  V(I) + BI(KI,NI,K) * FO(L,K)
 100  CONTINUE
      GO TO 60
 50   DO 200 K=1,NP
      DO 200 J=1,NFT
      MI=N*(J-1)+1
      MFT=N*J
      IF(NSDF(NO)-J)400,300,400
 300  DO 500 I=MI,MFT
      NI=I-N*(J-1)
      DO 500 KI=1,3
```

```
30          L=3*(J-1)+KI
31    500   V(I)=V(I)+BJ(KI,NI,K)*FO(L,K)
32          NO=NO+1
33          GO TO 200
34    400   DO 200 I=NI,NFT
35          NI=I-N*(J-1)
36          DO 200 KI=1,3
37          L=3*(J-1)+KI
38          V(I)=V(I)+BJ(KI,NI,K)*FO(L,K)
39    200   CONTINUE
40    60    WRITE(6'1)V
41          DO 150 I  =  1, NV
42          FVR(I)  =  0.0
43          J  =  NVINC(I)
44    150   FVR(I)  = -V(J)
45          RETURN
            END

   FEATURES SUPPORTED
    ONE WORD INTEGERS

   CORE REQUIREMENTS FOR CARGT
    COMMON       0  VARIABLES   2986  PROGRAM    518

   RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0BB2 (HEX)

   END OF COMPILATION

   // DUP

   *STORE       WS  UA  CARGT
   CART ID 0002   DB ADDR  5A53   DB CNT   0021

   // FOR
   *LIST SOURCE PROGRAM
   *ONE WORD INTEGERS
   C
          SUBROUTINE CREDZ(NVINC,N,NF,NV)
   C.....REDUZ O CARREGAMENTO NO SISTEMA GENERICO, PARA
   C      SER USADO NO SISTEMA PARTICULARIZADO
   C
          DIMENSION NVINC(90),V(190)
 1        READ(6'1)V
 2        NNFT  =  N * (NF + 1)
 3        NR  =  NNFT - NV
 4        L  =  1
 5        M  =  1
 6        DO 100 I  =  1, NR
 7        DO 50 J  =  L, NNFT
 8        IF ( J - NVINC(M) ) 80, 30, 80
 9   30   M  =  M + 1
10        IF ( M - NV ) 50, 50, 40
11   40   M  =  NV
12   50   CONTINUE
13   80   V(I)  =  V(J)
```

```
14          L  =  J + 1
15    100   CONTINUE
16          WRITE(6'1)V
17          RETURN
            END

      FEATURES SUPPORTED
       ONE WORD INTEGERS

      CORE REQUIREMENTS FOR CREDZ
       COMMON       0  VARIABLES    388  PROGRAM    128

      RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0186 (HEX)

      END OF COMPILATION

      // DUP

      *STORE       WS  UA  CREDZ
      CART ID 0002   DB ADDR  5A74   DB CNT   0009

      // FOR
      *LIST SOURCE PROGRAM
      *ONE WORD INTEGERS
      C
            SUBROUTINE SOLBS(N,NF,NV)
      C.....DETERMINA OS DESLOCAMENTOS NO SISTEMA
      C     PARTICULARIZADO
      C
            DIMENSION A(38,38),B(190)
 1          NNFT=N*(NF+1)
 2          MB  =  2 * N
 3          NNF  =  N * (NF + 1) - NV
 4          READ(6'1)B
 5          IF ( MB - 1 ) 900, 1, 2
 6    1     DO 3 L  =  1, NNF
 7          READ(3'L)AUX
 8    3     B(L)  =  B(L) / AUX
 9          GO TO 900
10    2     KFIN  =  NNF - MB + 1
11          DO 4 L  =  1, KFIN
12          READ(3'L)    ((A(K,KK),KK=1,38),K=1,38)
13          IIN  =  L + 1
14          IFIN  =  L + MB - 1
15          DO 40 I =  IIN, IFIN
16          LA1  =  I - L + 1
17          FAT  =  A(1,LA1) / A(1,1)
18          B(I)  =  B(I) - B(L)*FAT
19          JFIN  =  L + MB - I
20          DO 40 J =  1, JFIN
21          JA1  =  I - L + J
22    40    A(LA1,J)=A(LA1,J)-A(1,JA1)*FAT
23    4     WRITE(3'L)   ((A(K,KK),KK=1,38),K=1,38)
24          IF ( MB - 2 ) 900, 700, 6
25    6     KIN  =  NNF - MB + 2
```

```
26          KFIN  =  NNF - 1
27          READ(3'KIN)  ((A(K,KK),KK=1,38),K=1,38)
28          DO 7 L  =  KIN, KFIN
29          IIN =  L + 1
30          LK1=IIN-KIN
31          DO 7 I  =  IIN, NNF
32          IK1=I-KIN+1
33          LA1  =  I - L + 1
34          FAT=A(LK1,LA1)/A(LK1,1)
35          B(I)  =  B(I) - B(L) * FAT
36          JFIN  =  NNF - I + 1
37          DO 7 J  =  1, JFIN
38          JA1  =  I - L + J
39    7     A(IK1,J)=A(IK1,J)-A(LK1,JA1)*FAT
40          WRITE(3'KIN) ((A(K,KK),KK=1,38),K=1,38)
41    700   READ(3'NNF)AUX
42          B(NNF)  =  B(NNF) / AUX
43          IF ( NB - 2 ) 900, 800, 10
44    10    MIN  =  NNF - NB + 2
45          MFIN  =  NNF - 1
46          READ(3'MIN)  ((A(K,KK),KK=1,38),K=1,38)
47          DO 13 M  =  MIN, MFIN
48          I  =  2 * NNF - NB + 1 - M
49          IM1=I-MIN+1
50          SOM  =  0.0
51          JFIN  =  NNF - I + 1
52          DO 11 J  =  2, JFIN
53          JA1  =  I + J - 1
54    11    SOM  =  SOM +A(IM1,J)* B(JA1)
55    13    B(I)  =  (B(I) - SOM) / A(IM1,1)
56    800   MFIN  =  NNF - NB + 1
57          DO 15 M  =  1, MFIN
58          I  =  NNF - NB + 2 - M
59          READ(3'I)(A(1,K),K=1,38)
60          SOM  =  0.0
61          DO 14 J  =  2, NB
62          JA1  =  I + J - 1
63    14    SOM  =  SOM + A(1,J) * B(JA1)
64    15    B(I)  =  (B(I) - SOM) / A(1,1)
65    900   WRITE(6'1)B
66          RETURN
            END

  FEATURES SUPPORTED
   ONE WORD INTEGERS

  CORE REQUIREMENTS FOR SOLBS
   COMMON       0  VARIABLES   3300  PROGRAM    860

  RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0CE8 (HEX)

  END OF COMPILATION

  // DUP
```

```
*STORE      WS  UA  SCLBS
CART ID 0002   DB ADDR  5A7D   DB CNT   0038

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE RTORN(N,NF,NV,NVINC)
C.....DETERMINA OS DESLOCAMENTOS DO SISTEMA GENERICO,
C     EM FUNCAO DOS DO PARTICULAR, PELA EXPANSAO DO
C     VETOR V
C
      DIMENSION NVINC(90),V(190)
      READ(6'1)V
      NNFT  =  N * (NF + 1)
      NR  =  NNFT - NV
      M  =  NV
      DO 100 I  =  1, NNFT
      J  =  NNFT - I + 1
      IF ( NVINC(M) - J ) 10, 50, 10
 10   V(J)  =  V(NR)
      NR  =  NR - 1
      GO TO 100
 50   V(J)  =  0.0
      M  =  M - 1
      IF ( M - 1 ) 200, 100, 100
 100  CONTINUE
 200  WRITE(6'1)V
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR RTORN
 COMMON      0  VARIABLES    388  PROGRAM    128

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0188 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  RTORN

CART ID 0002   DB ADDR  5A85   DB CNT   0009

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
      SUBROUTINE VWR(NVR,NVRNC,WR)
C.....INTRODUZ NO VETOR DESLOCAMENTOS, OS RECALQUES
C     NOS VINCULOS RIGIDOS
C
```

```
      DIMENSION V(190),WR(9),NVRNC(9)
      READ(6'1)V
      DO 600 I=1,NVR
      J=NVRNC(I)
600   V(J)=WR(I)
      WRITE(6'1)V
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR VWR
 COMMON      0  VARIABLES    386  PROGRAM     64

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0184 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  VWR
CART ID 0002   DB ADDR  5ABE   DB CNT   0006

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE DESLD(N,NDF,NSDF,NA)
C.....DETERMINA OS DESLOCAMENTOS DEPENDENTES ,
C     NO SISTEMA,CRIADOS PELA INTRODUCAO DE DIAFRAGMAS
C
      DIMENSION V(190),NSDF(10),Y(10)
      READ(5'1)Y
      READ(6'1)V
      DO 10 II=1,NDF
      NS=(NSDF(II)-1)*N
      J2=NS+2
      J3=NS+3
      J4=NS+4
      JP=J4+NA-3
      DO 10 JI=J4,JP
      I=JI-NS
10    V(JI)=V(J2)-(V(J2)-V(J3))*
     *            ((Y(I)-Y(2))/(Y(3)-Y(2)))
      WRITE(6'1)V
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR DESLD
 COMMON      0  VARIABLES    418  PROGRAM    168
```

```
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 01A8 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  DESLD
CART ID 0002   DB ADDR  5AC4   DB CNT   000C

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE DESLP(NP,NF,N,NDF,NSDF)
C.....DETERMINA OS DESLOCAMENTOS NAS COORDENADAS
C     DOS PAINEIS
C
      DIMENSION BI(3,19,9),BJ(3,19,9),V(190)
     ,,D(33,9),NSDF(10)
      NFT=NF+1
      MFF=3*(NFT+1)
      DO 10 K=1,NP
      DO 10 I=1,MFF
 10   D(I,K)=0.
      READ(6'1)V
      READ(10'1)BI
      IF(NDF)30,40,30
 30   READ(11'1)BJ
      NO=1
      GO TO 50
 40   DO 20 K=1,NP
      DO 20 J=1,NFT
      MI=3*(J-1)+1
      MF=3*J
      DO 20 I=MI,MF
      NI=I-3*(J-1)
      DO  20 KI=1,N
      L=N*(J-1)+KI
 20   D(I,K)=D(I,K)+BI(NI,KI,K)*V(L)
      WRITE(7'1)D
      GO TO 60
 50   DO 200 K=1,NP
      DO 200 J=1,NFT
      MI=3*(J-1)+1
      MF=3*J
      DO 200 I=MI,MF
      NI=I-3*(J-1)
      IF (NSDF(NO)-J) 400,300,400
 300  DO 500 KI=1,N
      L=N*(J-1)+KI
 500  D(I,K)=D(I,K)+BJ(NI,KI,K)*V(L)
      NO=NO+1
      GO TO 200
 400  DO 200 KI=1,N
      L=N*(J-1)+KI
```

```
37          D(I,K)=D(I,K)+BI(NI,KI,K)*V(L)
38   200    CONTINUE
39          WRITE(7'1)D
40   60     RETURN
            END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR DESLP
 COMMON        0  VARIABLES   3040  PROGRAM    462

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0BE8 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  DESLP
CART ID 0002   DB ADDR  5AD0   DB CNT   001E

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
            SUBROUTINE FRSUL(NP,NF)
C           DETERMINA OS ESFORCOS NAS COORDENADAS DOS
C           PAINEIS, RESULTANTES DA VARIACAO DE TEMPERATURA
C
            DIMENSION F(30,9),FO(30,9)
1           MF=3*(NF+1)
2           READ(8'1)F
3           READ(9'1)FO
4           DO 740 K=1,NP
5           DO 740 I=1,MF
6    740    F(I,K)=F(I,K)-FO(I,K)
7           WRITE(8'1)F
8           RETURN
            END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FRSUL
 COMMON        0  VARIABLES   1084  PROGRAM     80

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0440 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  FRSUL
CART ID 0002   DB ADDR  5AEE   DB CNT   0006
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE FNPS(P,NP,NF)
C.....CALCULA OS ESFORCOS NORMAIS NOS PAINEIS
C
      DIMENSION P(9,9),F(30,9)
      READ(8'1)F
      DO 100 K  =  1, NP
      DO 110 KK=1,NF
 110  P(KK,K)=0.
      P(1,K)  =  F(2,K) + F(3,K)
      DO 50 I  =  2, NF
      J  =  I - 1
      ME  =  3 * I - 1
      MD  =  3 * I
 50   P(I,K)  =  P(J,K) + F(ME,K) + F(MD,K)
 100  CONTINUE
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FNPS
 COMMON       0  VARIABLES    550  PROGRAM    168

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 022C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  FNPS
CART ID 0002   DB ADDR  5AF4   DB CNT   000C

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE IMPRA(N,NF,NP,IMPR)
C.....IMPRIME OS RESULTADOS
C
      DIMENSION B(190),F(30,9),D(33,9)
      READ(7'1)D
      READ(8'1)F
      READ(6'1)B
      NNFT  =  N * (NF + 1)
      MF  =  3 * (NF + 1)
      WRITE (IMPR,10)
 10   FORMAT (/// 12X,' DESLOCAMENTOS DO SISTEMA'//)
      WRITE (IMPR,20)
 20   FORMAT (9X,'COORDENADAS      DESLOCAMENTOS'//)
      DO 30 I  =  1, NNFT
```

```
 30   WRITE (IMPR,40)I,B(I)
 40   FORMAT(9X,I3,11X,E16.7)
      DO 80 K=1,NP
      WRITE(IMPR,51)K
 51   FORMAT(//,14X,'DESLOCAMENTOS NO PAINEL',I3,//)
      WRITE(IMPR,20)
      DO 80  I=1,NF
 80   WRITE(IMPR,40)I,D(I,K)
      DO 70 K  =  1, NP
      WRITE (IMPR,50)K
 50   FORMAT(// 14X,'ESFORCOS NO PAINEL',I3,///
     * 6X,'COORDENADAS                FORCAS'//)
      DO 55 IS  =  1, NF
 55   WRITE(IMPR,40)IS,F(IS,K)
 70   CONTINUE
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR IMPRA
 COMMON       0  VARIABLES    1520  PROGRAM     300

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 065D (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  IMPRA
CART ID 0002   DB ADDR  5800   DB CNT   0014

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE TENSN(P,NF,NP,BP,H,T,IMPR)
C.....CALCULA E IMPRIME OS ESFORCOS E TENSOES
C     NORMAIS NOS PAINEIS
C
      DIMENSION F(30,9),FM(9,9),P(9,9),T(9,9),BP(9)
     *,         H(9),TSN(5,2)
      READ(8'1)F
      DO 100 K  =  1, NP
      WRITE(IMPR,10)K
 10   FORMAT(//,30X,'ESFORCOS E TENSOES NO PAINEL  '
     *       ,I2,//,19X,'FORCA NORMAL   MOMENTO'
     *  ,1X  ,'FLETOR  TENSAO A ESQUERDA TENSAO A'
     * ,1X,  'DIREITA',//)
      FM  =  0.0
      FM(1,K)  =  F(1,K)*H(1)/2 + (F(2,K) - F(3,K))
     *           *BP(K)/2
      DO 50 I  =  2, NF
      J  =  I - 1
```

```
      MJ  =  3 * J - 2
      MH  =  3 * I - 2
      ME  =  3 * I - 1
      MD  =  3 * I
      FH  =  FH + F(MJ,K)
      FM(I,K)  =  FM(J,K) + FH * (H(J) + H(I)) / 2 +
     * F(MH,K)*H(I)/2 + (F(ME,K)-F(MD,K))*BP(K)/2
 50   CONTINUE
      DO 90 I  =  1, NF
      TSN(I,1)  =  0.0
      TSN(I,2)  =  0.0
      IF ( T(I,K) ) 70, 80, 70
 70   AR =  T(I,K) * BP(K)
      W  =  T(I,K) * BP(K)**2 / 6
      TSN(I,1)  =  P(I,K)/AR  + FM(I,K) / W
      TSN(I,2)  =  P(I,K) /AR - FM(I,K) / W
 80   WRITE(IMPR,85)P(I,K),FM(I,K),TSN(I,1),TSN(I,2)
 85   FORMAT(16X,2E14.4,2X,2E18.7)
 90   CONTINUE
 100  CONTINUE
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR TENSN
 COMMON      0  VARIABLES    750  PROGRAM    538

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0338 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  TENSN
CART ID 0002   DB ADDR  5814   DB CNT   0026

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
      SUBROUTINE TENSC(IMPR,H,NP,NF,T)
C.....CALCULA AS TENSOES DE CISALHAMENTO
C     NAS BORDAS DOS PAINEIS
C
      DIMENSION H(9),HL(10),T(9,9),
     *F(30,9),TAU(2,9,9)
      READ(8'1)F
      NFT=NF+1
      HL(1)=H(1)/2.
      HL(NFT)=H(NF)/2.
      DO 10 I=2,NF
 10   HL(I)=H(I-1)/2.+H(I)/2.
      DO 20 I=1,2
```

```
      DO 20 J=1,NF
      DO 20 K=1,NP
      J1=3*J-2+I
      TAU(I,J,K)=(F(J1,K)/HL(J))+(HL(J)*F(J1+3,K)-
     *HL(J+1)*F(J1,K))/(HL(J+1)*(HL(J)+HL(J+1)))
20    TAU(I,J,K)=TAU(I,J,K)/T(J,K)
      DO 30 K=1,NP
      WRITE(IMPR,1)K
1     FORMAT(///,5X,'TENSOES DE CISALHAMENTO NO PAINEL'
     *,I3,//,'  SECAO',4X,'TENSAO A ESQUERDA',4X,
     *'TENSAO A DIREITA'/)
      DO 30 J=1,NF
30    WRITE(IMPR,2)J,TAU(1,J,K),TAU(2,J,K)
2     FORMAT(I5,2E20.7)
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR TENSC
 COMMON       0  VARIABLES    902  PROGRAM    370

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 03C5 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  TENSC
CART ID 0002   DB ADDR  583A   DB CNT   0019

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
      SUBROUTINE FVINR(NVE,NVENC,CR,ALFA,N,NF,NVINC,
     *                 IMPR,NV,FVR)
C.....DETERMINA OS ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS E
C     ELASTICOS
C
      DIMENSION CV(190),NVINC(90),V(190),FVR(90),
     *          CR(19),NVENC(19)
      READ(6'1)V
      NNFT  =  N * (NF + 1)
      WRITE(IMPR,30)
30    FORMAT(///13X,'ESFORCOS NOS VINCULOS RIGIDOS'//
     *       14X,     'NUMERO                FORCAS'//)
      DO 100 NC  =  1, NV
      KK=2*NC-1
      READ(4'KK)CV
      IF ( ALFA ) 45, 40, 45
40    FVR(NC)  =  0.0
45    DO 50 I  =  1, NNFT
      FVR(NC)  =  FVR(NC) + CV(I)   * V(I)
```

```
13 50     CONTINUE
14        WRITE(IMPR,80)NVINC(NC),FVR(NC)
15  80    FORMAT( 15X,I3,14X,E15.7 )
16  100   CONTINUE
17        IF ( NVE - 1 ) 200, 110, 110
18  110   WRITE(IMPR,120)
19  120   FORMAT(///13X,'ESFORCOS NOS VINCULOS ELASTICOS'//
20       *          13X,'NUMERO                    FORCA'//)
21        DO 130 NC  =  1, NVE
22        I  =  NVENC(NC)
23        CR(NC)  =  CR(NC) * V(I)
24  130   WRITE(IMPR,140)I,CR(NC)
25  140   FORMAT(14X,I3,13X,E10.3)
26  200   RETURN
          END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FVINR
 COMMON       0  VARIABLES    768  PROGRAM    304

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0361 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  FVINR
CART ID 0002   DB ADDR  5B53   DB CNT   0014

// FOR
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
C.....P R O G R A M A     P R I N C I P A L
C
      DIMENSION T(9,9),BP(9),H(9),NVINC(90),NVRNC(9),
     *WR(9),NVENC(19),CR(19),P(9,9),NSDF(10),FVR(90)
      DEFINE FILE  1(  5,162,U,IR1), 2( 18,180,U,IR2),
     *             3(190, 76,U,IR3), 4(180,190,U,IR4),
     *             5(  1,112,U,IR5), 6(  2,190,U,IR6),
     *             7(  9, 66,U,IR7), 8(  9, 60,U,IR8),
     *             9(  9, 60,U,IR9),10(  9,114,U,IR0)
      DEFINE FILE 11(  9,114,U,I11),12(190, 76,U,I12)
      DATA LEIT,IMPR/8,5/
      READ(LEIT,18)NEST
      DO 17 II=1,NEST
      CALL DADOS(LEIT,IMPR,N,NP,NF,NV,NVR,NVE,G,E,ALFA
     *,T,H,NVINC,NVENC,CR,NVRNC,WR,NCE,NA,NBL,NDF,NSDF)
      CALL MATBI(NA,NBL,N,NP,LEIT,IMPR,BP,NCE)
      IF(NDF)1,2,1
 1    CALL MTBID(NP)
      CALL IMPBD(N,NP,IMPR)
```

```
2     CALL COEFS(E,G,H,T,BP,NF,NP)
      CALL RIPS(NP,NF,BP)
      NAUX=10
5     CALL RSISG(NVE,NVENC,CR,NP,NF,N,NAUX)
      IF(NDF)3,4,3
3     IF(NAUX-11)6,5,6
6     CALL RSISD(NDF,NSDF,N,NF,NA)
4     CALL CVINC(N,NF,NV,NVINC)
      CALL REDUZ(N,NF,NV,NVINC)
      IF (NVR-1)7,8,8
8     CALL CRCAL(NVR,NVRNC,WR,NV,NVINC,N,NF)
      GO TO 10
7     IF(ALFA)9,10,9
9     CALL DTEMP(ALFA,NF,NP,N,H,BP,NA)
      CALL ESFP(NP,NF)
      CALL FOF
      CALL CARGT(FVR,NVINC,N,NF,NP,NV,NDF,NSDF)
10    CALL CREDZ(NVINC,N,NF,NV)
      CALL SOLBS(N,NF,NV)
      CALL RTORN(N,NF,NV,NVINC)
      IF(NVR-1)11,12,12
12    CALL VWR(NVR,NVRNC,WR)
11    IF(NDF)13,14,13
13    CALL DESLD(N,NDF,NSDF,NA)
14    CALL DESLP(NP,NF,N,NDF,NSDF)
      CALL ESFP(NP,NF)
      IF(ALFA)15,16,15
15    CALL FRSUL(NP,NF)
16    CALL FNPS(P,NP,NF)
      CALL IMPRA(N,NF,NP,IMPR)
      CALL TENSN(P,NF,NP,BP,H,T,IMPR)
      CALL TENSC(IMPR,H,NP,NF,T)
      CALL FVINR(NVE,NVENC,CR,ALFA,N,NF,NVINC,IMPR,NV
     *,FVR)
17    CONTINUE
18    FORMAT(I5)
      CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES    842  PROGRAM    296

END OF COMPILATION

// XEQ          5

*FILES(3,MATRI),(4,MATAU),(12,MATAD)

*LOCAL,DADOS,MATBI,MTBID,COEFS,RIPS,RSISG,RSISD,CVINC,

*LOCALREDUZ,CREDZ,SOLBS,RTORN,DESLP,ESFP,FNPS,INPRA,

*LOCALTENSN,FVINR,TENSC,IMPBD,FOF,FRSUL,VWR,CARGT,

*LOCALDTEMP,CRCAL
```

B I B L I O G R A F I A

1 - VLASSOV, B.Z. - Pieces longues em voiles minces. Paris, Eyrolles, 1962.

2 - LANGENDONC, T. VAN - Torção de peças de seção delgada. In: Estrutura nº 13, Rio de Janeiro, Estrutura, 1959, p. 49-73.

3 - SANTOS, SYDNEY M.G. - Estudo das hastes de paredes delgadas com seção aberta. Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico (PUC), 1967.

4 - NILSON, A.H. - Folded Plate Structures of Light Gage Steel. In: Journal of Structural Division ASCE, vol. 87, nº ST7, outubro 1961, p. 215-237.

5 - DOUGLAS FIR PLYWOOD ASSOCIATION - Design Consideration' for Details of Plywood Folded Plate Roofs. Agôsto, 1960.

6 - EHLERS, G. - Ein neues Konstruktionsprinzip. In: Bauingenieur, vol. 9, 1930, p. 125.

7 - GRUBER, E. - Berechnung Prismatischer Scheibenwerke. In: International Association of Bridge and Structural Engineering, Memoirs, vol. 1, 1932, p. 225.

8 - WINTER, G. & PEI, M. - Hipped Plate Construction. In: Journal of the American Concrete Institute, vol. 43, janeiro, 1947, p. 505-532.

9 - GAAFAR, I. - Hipped Plate Analysis Considering Joint Displacement. In: Transaction, ASCE, paper nº 2696, vol. 119, 1954, p. 743-770

10 - GIRKMANN, K. - Flachentragwerke. Springer-Verlag, Vienna, 1956.

11 - YITZHAKI, D. - Prismatic and Cylindrical Shell Roofs, Haifa Science Publishers, Haifa, Israel, 1958.

12 - COMMITEE ON MASONRY AND REINFORCED CONCRETE - Phase I Report on Folded Plate Construction. In: Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 89, Nº ST6, dezembro, 1963, p. 365-400.

13 - WHITNEY, C.S., ANDERSON, B.G., & BIRNBAUM, H. - Reinforced Concrete Folded Plate Construction. In: Journal of the Structural Division, ASCE, paper 2219, vol. 85, Nº ST8, outubro, 1959, p. 15-43.

14 - RAMASWAMI, G.S. - Design and Construction of Concrete Shell Roofs. New York, McGraw Hill, 1968, p. 251-265.

15 - COMMITEE ON MASONRY AND REINFORCED CONCRETE - op. cit. (12), p. 378-401.

16 - SCORDELIS, A.C. - A Matrix Formulation of the Folded Plate Equations. In: Journal of the Structural Division, ASCE, paper 2617, vol. 86, Nº ST 10, outubro, 1960, p. 1-21.

17 - MEEK, J.L. - Matrix Derivation of the Folded Plate Equations. In: Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 89, Nº ST3, junho, 1963, p. 77-105.

18 - SKENE, A.D.F. & SCORDELIS, A.C. - Direct Stiffness Solution for Folded Plates. In: Journal of the S-

tructural Division, ASCE, vol. 90, ST4, Agosto, 1964, p. 15-47.

19 - KOLLBRUNNER, C.F. & BASLER, K. - Torsion in Structures. Verlag, Springer, 1969, p.202-266.

20 - SIDDALL, DOKAINISH & WIN - Model Test and Analysis of Oblique Folded Plates. In: Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 99, Nº ST6, junho, 1973, p. 1043-1049.

21 - MEYER, C. & SCORDELIS, A. - Analysis of Curved Folded Plates Structures. In: Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 97, Nº ST10, outubro, 1971.

22 - YAGUI, T. - Estruturas Constituídas de Paredes Delgadas Com Diafragmas Transversais. São Carlos, USP, 1971.

23 - KOLLBRUNNER & BASLER - op. cit. (19), p. 203.

24 - COMMITEE ON MASONRY AND REINFORCED CONCRETE - op. cit. (12), p. 374.

25 - KOLLBRUNNER & BASLER - op. cit. (19), p. 252.

26 - SERRA, J.L.F.A. - Influência da deformabilidade das lajes nos efeitos da ação do vento. São Carlos, São Paulo, p. 15 e p. 41.

27 - GOLDBERG, JOHN - Analysis of multistorey buildings considering shear wall and floor deformations. Tall Buildings, p. 350, 352.

28 - STAMATO, M.C. & STAFFORD SMITH, B. - Análise aproximada de Estruturas Tridimensionais de Edifícios

Elevados. São Carlos, São Paulo, USP, pub. nº 155, 1968, p. 16.

29 - YAGUI, T. - Op. cit. (22), p. 20.

30 - STAMATO & STAFFORD - Op. cit. (28), p. 14-15.

31 - YAGUI, T. - Op. cit. (22), p. 27-29.

32 - YAGUI, T. - Op. cit. (22), p. 35-38.

33 - YAGUI, T. - Op. cit. (22), p. 38-41.

34 - KOLLBRUNNER & BASLER - Op. cit. (19), p. 210-213.

35 - KOLLBRUNNER & BASLER - Op. cit. (19), p. 206-221.

36 - KOLLBRUNNER & BASLER - Op. cit. (19), p. 232-236.

37 - SCORDELIS - Op. cit. (16), p. 17-21.

38 - MEEK - Op. cit. (17), p. 90-99.

39 - WHITNEY - Op. cit. (13), p. 31.

40 - RAMASWAMI - Op. cit. (14), p. 248-249.

41 - COMMITEE ON MASONRY AND REINFORCED CONCRETE - Of. cit. (12), p. 381, 400.

42 - BILLINGTON, D.P. - Thin Shell Concrete Structures. New York, McGraw-Hill, |c| 1965, p. 276-290.

43 - RAMASWAMI - Op. cit. (14), p. 290-302.

44 - GERE, J.M. & WEAVER Jr.,W. - Analysis of framed Structures. New York, Van Nostrand, |c| 1965, p. 308-313.

45 - PACITTI, T. - Fortran-Monitor Princípios. Rio de Janeiro, 1976, Livros Técnicos e Científicos, p. 94 a 98 e p. 105 a 108.