

APLICAÇÕES DO ELEMENTO FINITO T1S
PARA FLEXÃO DE PLACAS DELGADAS
ELÁSTICO-ISÓTROPAS

Engº José Carlos Degaspare

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos - Campus de São Carlos - Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Orientador
Prof. Dr. Walter Savassi

Comissão Examinadora
Prof. Dr. Walter Savassi
Prof. Dr. Eddie Mancini
Prof. Dr. Fernando Venâncio Filho

São Carlos, abril de 1975

R E S U M O

O presente trabalho utiliza o elemento finito T18 empregando-o na resolução de qualquer problema da teoria das placas delgadas, elásticas e isótropas, mediante a aplicação do método dos Elementos Finitos, processo dos deslocamentos.

Emprega-se, em princípio, a formulação desenvolvida por BELL (B8), acrescentando-lhe a parte que permite considerar variação linear da espessura ao cubo ao nível do elemento, já que Bell supõe que a espessura seja constante.

Vários exemplos são apresentados; as correspondentes soluções numéricas são comparadas com as respectivas soluções analíticas, quando existentes.

Apresenta-se no final do trabalho, na parte compreendida pelos anexos, as listagens completas e pormenorizadas do programa geral e do programa que traça, através do PLOTTER IBM 1627, os momentos principais; ambos os programas foram elaborados para computador IBM 1130, com 32K de memória central e três unidades de disco como memória auxiliar.

S U M M A R Y

This work uses the T18 finite element, employing it for the solution of any problem of the elastic and isotropic thin plate bending theory, by using the finite element stiffness method.

The formulation developed by BELL (B8) is used, fundamentally; it has been added the consideration of linearly variable flexural rigidity of the plate, at the element level, since BELL supposes constant thickness.

Several examples are showed, the corresponding numerical solutions are compared with the respective analytical solutions, when they exist.

At the end of the work is showed in the appendix, the complete and fully detailed listings, for the general programme and for the principal moments plottings by using 1627 IBM-PLOTTER; both programmes were elaborated for the 1130 IBM computer (32K words as core memory and three magnetic disc as auxiliary memory).

AGRADECIMENTO:

Ao Prof. Walter Savassi que com dedicação e entusiasmo me orientou na realização do presente trabalho.

Aos srs. Rui Roberto Casale, Antonio Raul Lopes e João Paulo Moretti, pelos trabalhos de datilografia e desenho.

À FAPESP(Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) que possibilitou, através da concessão de Bolsa de Aperfeiçoamento, o desenvolvimento do meu Plano de Mestrado.

Ao CPD(Centro de Processamentos de Dados) da Escola de Engenharia de São Carlos pela colaboração recebida.

I N D I C E

	pg.
1.- INTRODUÇÃO.....	1
2.- PRÍNCIPIO DA MÍNIMA ENERGIA POTENCIAL TOTAL.....	3
3.- PRÍNCIPIOS BÁSICOS DA TEORIA DAS PLACAS ELÁSTICAS DELGADAS SUBMETIDAS À FLEXÃO PARA APLICAÇÃO DO PRÍNCIPIO DA MÍNIMA ENERGIA POTENCIAL.....	7
4.- VARIAÇÃO DO FUNCIONAL π_p	8
5.- O ELEMENTO FINITO TRIANGULAR T21 PARA FLEXÃO DE PLACAS DELGADAS.....	12
6.- CARGAS NODAIS EQUIVALENTES.....	14
7.- MATRIZ DE RIGIDEZ GENERALIZADA \underline{K}_q E MATRIZ DE RIGIDEZ \underline{K} DO ELEMENTO FINITO T21.....	15
8.- INTEGRAÇÃO DAS FUNÇÕES UTILIZADAS.....	16
9.- DETERMINAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ GENERALIZADA \underline{K}_q ; EXPRESSÕES EXPLÍCITAS PARA O CÁLCULO DA MESMA,.....	20
10.- DETERMINAÇÃO DO VETOR CARGA NODAL EQUIVALENTE $\underline{s}(21)$	25
11.- CONSIDERAÇÕES SOBRE OS SINAIS DAS DERIVADAS NORMAIS AO LADO DO ELEMENTO.....	27
12.- REDUÇÃO DO NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO ELEMENTO FINITO T21; TRANSFORMAÇÃO PARA O ELEMENTO T18.....	32
13.- CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	38
14.- DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS.....	44
15.- DETERMINAÇÃO DAS REAÇÕES DE APOIO.....	46

16.- ESTRUTURAÇÃO DO PROGRAMA FORTRAN PARA A ANÁLISE DE PLACAS ELÁSTICAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS; DESCRIÇÃO SUMÁRIA DAS ROTINAS.....	47
16.1.- Programa UM.....	51
16.2.- Programa PZERO.....	52
16.3.- Programa DOIS.....	53
16.4.- Programa TREIS.....	54
16.5.- Programa BIGS1.....	55
17.- ENTRADA DE DADOS.....	56
17.1.- Entrada de dados no programa UM.....	56
17.2.- Entrada de dados no programa TREIS.....	60
18.- EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	60
18.1.- Exemplo 1.....	61
18.2.- Exemplo 2.....	80
18.3.- Exemplo 3.....	87
18.4.- Exemplo 4.....	91
19.- CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES.....	102
20.- BIBLIOGRAFIA.....	104
21.- ANEXO 1 - LISTAGEM DO <u>PROGRAMA GERAL</u>	106
22.- ANEXO 2 - LISTAGEM DO <u>PROGRAMA PARA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS MOMENTOS PRINCIPAIS</u>	136

L I S T A D E N O T A Ç Õ E S

$[\quad]$ - matriz quadrada ou retangular;

$\left[\begin{array}{|c|c|} \hline \end{array} \right]$ - partição de matriz;

$| \quad |$ - determinante;

t - como expoente indicará transposta da matriz base;

B , C - letras maiúsculas ou minúsculas com o símbolo til na base serão utilizadas para indicar matrizes;

-1 - como expoente, em letras maiúsculas ou minúsculas, indica matriz inversa;

$w_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ - como derivadas parciais de w em relação a x e y ;

${}^B X$ - indica a referência bibliográfica X ;

E - módulo de elasticidade do material;

ν - coeficiente de Poisson;

\int_s - integral de área;

\int_v - integral de volume;

π_p - energia potencial de deformação total;

U - energia potencial de deformação;

Ω - energia potencial das cargas externas;

\mathcal{W}

- energia potencial de deformação específica;

\mathcal{W}^*

- energia potencial de deformação complementar específica;

$\underline{\sigma}$

- matriz das componentes de tensão,

$\underline{\epsilon}$

- matriz das componentes de deformação;

$$\int_S \underline{\Phi}^t \underline{u} \, ds$$

- potencial das cargas externas;

$$\int_V \underline{x}^t \underline{u} \, dv$$

- potencial das forças de massa;

$$\underline{\Phi}^t = \begin{bmatrix} \phi_x & \phi_y & \phi_z \end{bmatrix}$$

- componentes das cargas externas;

$$\underline{u}^t = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}$$

- componentes dos deslocamentos;

$$\underline{x}^t = \begin{bmatrix} x_x & x_y & x_z \end{bmatrix}$$

- componentes das forças volumétricas.

1.- INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste trabalho, o desenvolvimento completo da parte teórica e da parte de Programação FORTRAN IV, capaz de fornecer soluções numéricas, através do método dos Elementos Finitos, de qualquer problema da teoria das placas delgadas, isótropas e em regime elástico. Entende-se por placas delgadas aquelas que apresentarem a relação, máxima, entre espessura e vão compreendida entre os valores da ordem de 1/5 a 1/100.

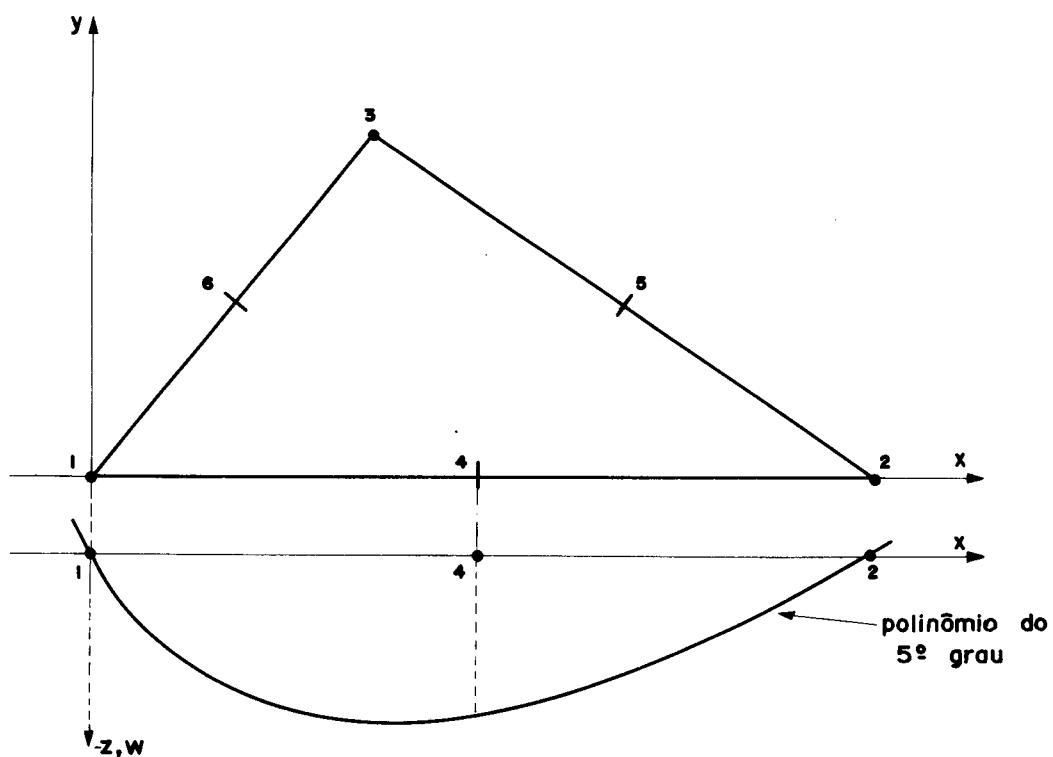
A formulação aqui apresentada, que, utiliza o processo dos deslocamentos para o tratamento de problemas relativos à solução de placas elásticas submetidas à flexão é, até certo ponto, dual da apresentada por SAVASI (B12), que tratou os problemas das chapas, através do processo dos esforços.

Desde a proposição do método dos Elementos Finitos, tem-se verificado, em diversos trabalhos publicados, que o processo dos deslocamentos tem merecido a preferência dos diversos autores, pois esta modalidade é a que melhor se adapta ao cálculo automático. Nesse processo procede-se à imposição direta de certas condições reduzidas de compatibilidade, para que possam, então, serem estabelecidas as de equilíbrio.

As placas delgadas, que são elementos estruturais, simétricos em relação a um plano médio, representam o domínio que pode ser subdividido em subdomínios denominados elementos finitos, aos quais se faz associar uma função, no caso função deslocamento, representativa das variações dos deslocamentos procurados.

A solução do problema através do processo dos deslocamentos resulta, evidentemente, da determinação desse estado de deslocamento, o que pode ser conseguido com a minimização de um certo funcional, correspondente

à energia potencial de deformação total da estrutura; naturalmente, este funcional deverá estar expresso em termos dos deslocamentos procurados. Assim, a solução aproximada do problema pode ser obtida; entretanto, para que se obtenha resposta convergente em relação à solução exata do problema e extremos para a energia potencial de deformação total, exige-se que haja compatibilidade de deslocamentos e inclinações (derivadas primeiras da função deslocamento) no interior dos elementos e nas suas interfaces.



$$\underline{v}_1 = \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx \\ w, xy \\ w, yy \end{bmatrix} 1$$

$$\underline{v}_4 = [w, n] 4$$

$$\underline{v}_2 = \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx \\ w, xy \\ w, yy \end{bmatrix} 2$$

-FIGURA 1.1-

Para que a deflexão e a inclinação sejam contínuas ao longo de um lado do elemento, é necessário que ambas sejam univocamente determinadas por parâmetros nodais relativos ao lado em questão.

Considere-se o elemento finito triangular T21, FIG. 1.1; considere-se também que um lado desse elemento coincida com um dos eixos cartesianos (x, y).

A função polinomial escolhida para representar a função deslocamento é do 5º grau em x . A deflexão está univocamente caracterizada pois a curva do 5º grau fica definida por seis parâmetros $w_1, w_2, w_{x_1}, w_{x_2}, w_{xx_1}$ e w_{xx_2} . Três parâmetros em cada extremidade definem a deflexão do lado do elemento em estudo. A derivada primeira normal ao lado varia segundo uma curva do 4º grau ao longo do lado. As inclinações especificadas pelos parâmetros $w_{y_1}, w_{xy_1}, w_{y_2}$ e w_{xy_2} constituem quatro parâmetros para a inclinação normal (dois em cada extremidade) e ainda resta um outro parâmetro que é representado pela inclinação normal w_{n_4} no meio do lado; portanto com cinco parâmetros, a curva do 4º grau está caracterizada, assegurando a continuidade da inclinação normal ao lado considerado.

2.- PRINCIPIO DA MÍNIMA ENERGIA POTENCIAL TOTAL

A energia potencial total de um corpo pode ser expressa na seguinte forma concisa:

$$\pi_p = U + \Omega \quad (2.1)$$

ou então conforme é apresentada em B11:

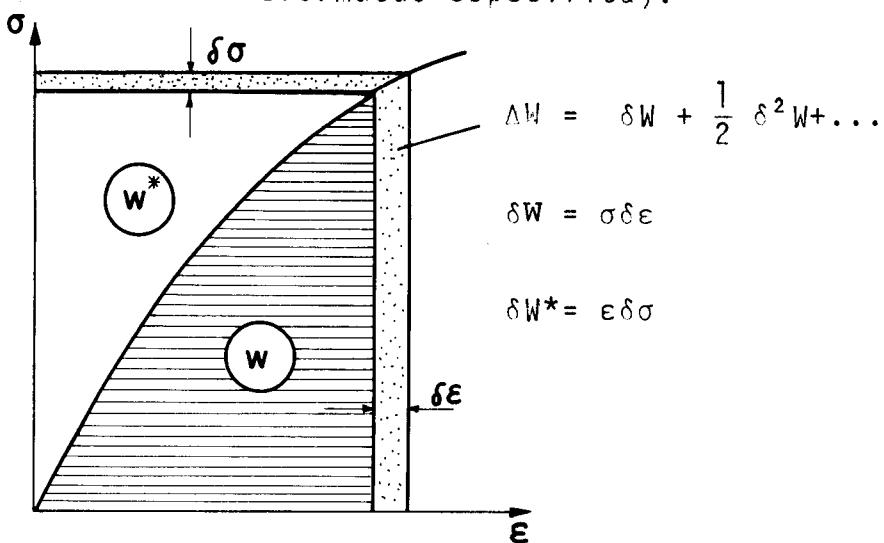
$$\pi_p = U - \int_S \underline{\dot{\varphi}}^T \underline{u} \, ds - \int_V \underline{\dot{x}}^T \underline{u} \, dv \quad (2.2)$$

onde U representa a energia de deformação, a primeira integral representa o potencial das cargas externas e a segunda integral representa o potencial das forças de massa.

A energia de deformação é igual a:

$$U = \int_V W \, dv \quad (2.3)$$

onde W , FIG. 2.1 é a energia de deformação por unidade de volume (energia de deformação específica).



-FIGURA 2.1-

-Energias (específicas) de def. e de def. complementar-

Para material elástico linear tem-se:

$$U = \int_V W \, dv = \frac{1}{2} \int_V \underline{\sigma}^t \underline{\varepsilon} \, dv \quad (2.4)$$

onde

$$\underline{\sigma}^t = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zz} & \sigma_{xy} & \sigma_{yz} & \sigma_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\varepsilon}^t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zx} \end{bmatrix}$$

O funcional definido em 2.2 passa por um extremo no equilíbrio. Isto é, entre todas as funções deslocamentos que se pode admitir, a correta é aquela que torna nula a variação do funcional, ou seja, entre todos os deslocamentos admissíveis o correto é aquele que minimiza o funcional π_p .

Esse é o princípio da mínima energia potencial que pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\delta\pi_p = \int_V \underline{\sigma}^t \delta\underline{\varepsilon} dv - \int_{S_\sigma} \underline{\Phi}^t \delta\underline{u} ds - \int_V \underline{\chi}^t \delta\underline{u} dv = 0 \quad (2.5)$$

Aplicando-se o cálculo de variações, após a introdução das relações entre $\underline{\sigma}$ e $\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}$ e \underline{u} , poderá ser tentada a procura da solução do problema que, existindo, será a função $\underline{u} = \underline{u}(x, y, z)$. Muitas vezes essa solução exata não será facilmente encontrada. Procede-se então à procura de soluções numéricas aproximadas mediante por exemplo a aplicação do método dos elementos finitos.

Em alguns casos especiais é possível demonstrar que o deslocamento obtido com o processo aproximado é menor do que aquele que corresponderia à resposta exata.

Quando as forças que atuam sobre a superfície do corpo são independentes do deslocamento e o material é elástico linear, a segunda variação do funcional π_p se reduz a:

$$\delta^2\pi_p = \delta^2U = \int_V \delta\underline{\sigma}^t \delta\underline{\varepsilon} dv \quad (2.6)$$

como o material é elástico linear ($\underline{\sigma} = E \underline{\varepsilon}$) vem,

$$\delta^2\pi_p = \int_V \delta\underline{\varepsilon}^t E \delta\underline{\varepsilon} dv \quad (2.7)$$

Visto que a matriz E deve ser positiva definida para um material estável, verifica-se que:

$$\delta^2 \pi_p > 0 \quad (2.8)$$

o que corresponde a uma situação de mínimo relativo para o valor de π_p .

Portanto, a energia potencial correspondente a um campo deslocamentos aproximados, que satisfazem as condições de contorno, é maior do que a energia potencial correspondente à função dos deslocamentos exatos.

Assim,

$$\pi_p \text{ aprox.} \geq \pi_p \text{ exato} \quad (2.9)$$

Particularizando-se, para o caso de uma única força concentrada P^* ter-se-á associado um deslocamento w^* , na direção dessa força. Reescrevendo (2.1) $\pi_p = U + \Omega$ vem:

$$U = \frac{1}{2} P^* w^* \quad (2.10)$$

e

$$\Omega = - P^* w^* \quad (2.11)$$

portanto

$$\pi_p = \frac{1}{2} P^* w^* - P^* w^* = - \frac{1}{2} P^* w^* \quad (2.12)$$

introduzindo este valor em (2.9) vem:

$$- \frac{1}{2} P^* w^* \text{ aprox.} \geq - \frac{1}{2} P^* w^* \text{ exato} \quad (2.13)$$

resultando então:

$$w^* \text{ aprox.} \leq w^* \text{ exato} \quad (2.14)$$

Diante disso, observa-se que a solução aproximada forneceu um limite inferior para o deslocamento procurado, pois é menor que o deslocamento real.

3. - PRINCIPIOS BÁSICOS DA TEORIA DAS PLACAS ELÁSTICAS DELGADAS SUBMETIDAS À FLEXÃO PARA APLICAÇÃO DO PRINCIPIO DA MÍNIMA ENERGIA POTENCIAL.

Conforme já fora vista anteriormente, o potencial total da placa π_p é representado pela energia potencial total do sistema. Objetiva-se então obter a solução aproximada para o problema das placas elásticas delgadas, submetidas à flexão, mediante a minimização do referido funcional, reescrito a seguir.

$$\pi_p = U - \int_{S_\sigma} \underline{\Phi}^t \underline{u} ds - \int_V \underline{\chi}^t \underline{u} dv \quad (3.1)$$

onde a energia de deformação U é dada por:

$$U = -\frac{1}{2} \int_S \underline{m}^t \underline{\xi} ds \quad (3.2)$$

onde

$$\underline{m}^t = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

representa o vetor momento e,

$$\underline{\xi} = \begin{bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

representa o vetor curvatura, com todas as grandezas variáveis referidas ao plano médio da placa.

Supondo de início a placa solicitada somente por um único carregamento distribuído $p(x, y)$, o trabalho das cargas externas

$\int_S \underline{\phi}^t \underline{u} ds$ ficará representado por:

$$\int_S \underline{\phi}^t \underline{u} ds = \int_S p(x, y) w(x, y) ds$$

A única força volumétrica que aparece na estrutura é o peso próprio que por enquanto será desprezado; portanto o trabalho das forças volumétricas ficará sendo igual a zero.

Observa-se então que a energia potencial total da placa, funcional da estrutura, pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\pi_p = -\frac{1}{2} \int_S \underline{m}^t \underline{c} ds - \int_S p(x, y) w(x, y) ds \quad (3.5)$$

A solução aproximada é obtida através da condição de tornar nula a variação desse funcional onde se injetam, previamente, funções aproximadoras adequadas $\bar{w}(x, y)$. Para facilitar, daqui por diante, mesmo querendo fazer referência a função aproximadora, será utilizada a letra w sem traço superior. A mesma observação seria válida para $\bar{\pi}_p$ que será também indicado com π_p .

4. VARIACÃO DO FUNCIONAL π_p

A deflexão $w(x, y)$ é expressa pela função interpoladora constituída por um polinomio completo do 5º grau em x e y que pode ser representada da seguinte maneira:

$$w(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & \dots & x^2y^3 & xy^4 & y^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ q_{21} \end{bmatrix} = \underline{w}^t \underline{q} \quad (4.1)$$

onde os q_i ($i = 1, 21$) são parâmetros generalizados.

O vetor curvatura \underline{c} é obtido pela derivação da função deslocamento (4.1).

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} w_{xx} \\ w_{yy} \\ 2w_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \dots 2y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots 6x^2y & 12xy^2 & 20xv^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots 12xy^2 & 8y^3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{20} \\ q_{21} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

cuja representação na forma matricial é dada por:

$$\underline{c} = \underline{J} \underline{q} \quad (4.3)$$

O vetor momento é definido através da seguinte relação com o vetor curvatura:

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = - \underline{D} \underline{c} = - \underline{D} \underline{J} \underline{q} \quad (4.4)$$

onde a matriz de rigidez \underline{D} no caso de material homogêneo e isotrópo é definida por:

$$\underline{D} = D(x, y) \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

ou simplesmente

$$\underline{D} = D(x, y) \underline{D}'$$

onde $D(x,y)$ é a rigidez à flexão da placa no ponto de coordenadas (x,y)

$$D(x,y) = \frac{E h^3(x,y)}{12(1-\nu^2)} \quad (4.7)$$

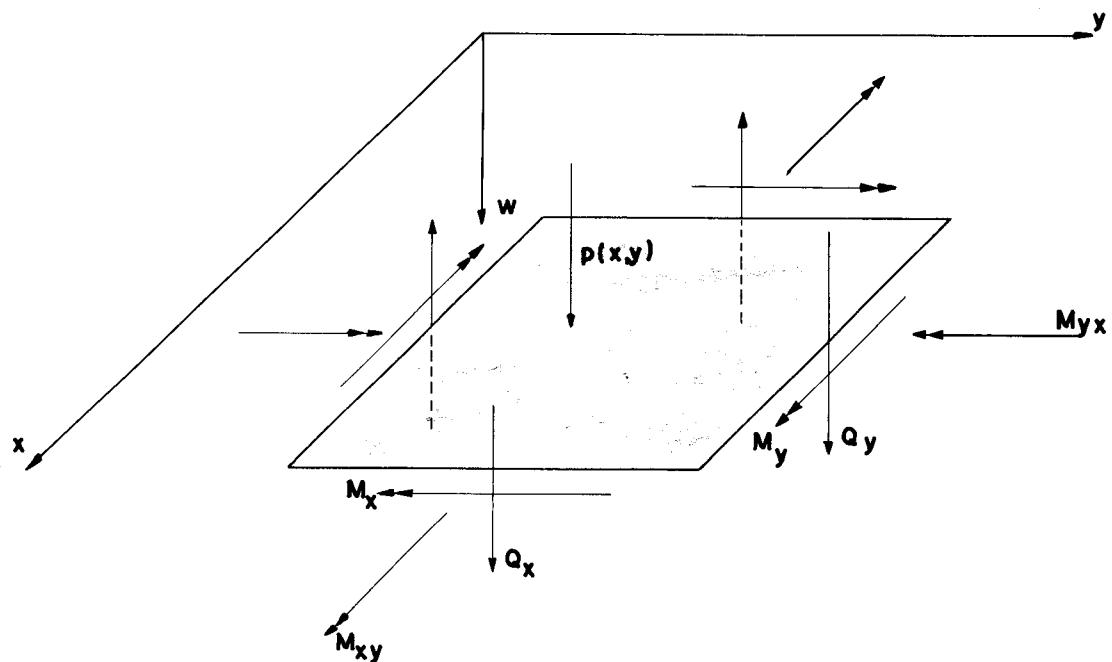
Em (4.7):

E = módulo de elasticidade do material

ν = coeficiente de Poisson do material

$h(x,y)$ = espessura da placa no ponto de coordenadas (x,y) .

As direções positivas para os momentos fletores e volventes, forças cortantes, carregamento externo e deflexão transversal são mostradas na figura 4.1, considerando todas as grandezas relativas ao plano médio da placa.



-FIGURA 4.1-

-Convenções para forças, momentos e deslocamentos-

Reescrevendo a expressão do funcional da placa (3.5) vem:

$$\pi_p = -\frac{1}{2} \int_S \underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{c}} ds - \int_S p(x,y) w(x,y) ds \quad (4.8)$$

O princípio da mínima energia potencial estabelece que no equilíbrio a variação da energia potencial total deve ser igual a zero; tem-se então:

$$\delta \pi_p = - \int_S \underline{\underline{m}}^T \delta \underline{\underline{c}} ds - \int_S p(x,y) \delta w(x,y) ds = 0 \quad (4.9)$$

Esta expressão deve ser interpretada da seguinte maneira: "entre todos os estados de deslocamentos que satisfazem as equações de compatibilidade e condições de contorno em função de deslocamentos, aquele que satisfaz as equações de equilíbrio minimiza a energia potencial total".

A partir de $\underline{\underline{m}} = -\underline{\underline{D}} \underline{\underline{J}} \underline{\underline{q}}$ verifica-se que:

$\underline{\underline{m}}^T = -\underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{D}}^T$ com $\underline{\underline{D}}^T = \underline{\underline{D}}$, pois a matriz de rigidez é simétrica; sendo $w(x,y) = \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{w}}$ e $\underline{\underline{c}} = \underline{\underline{J}} \underline{\underline{q}}$ verifica-se, aplicando o cálculo das variações, que:

$$\delta w(x,y) = \delta \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{w}} \quad (4.10)$$

e

$$\delta \underline{\underline{c}} = \underline{\underline{J}} \delta \underline{\underline{q}} \quad (4.11)$$

A variação do funcional será, então:

$$\delta \pi_p = \int_S \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{J}} \delta \underline{\underline{q}} ds - \int_S p(x,y) \delta \underline{\underline{q}}^T \underline{\underline{w}} ds = 0 \quad (4.12)$$

que poderá também ser escrita da seguinte maneira:

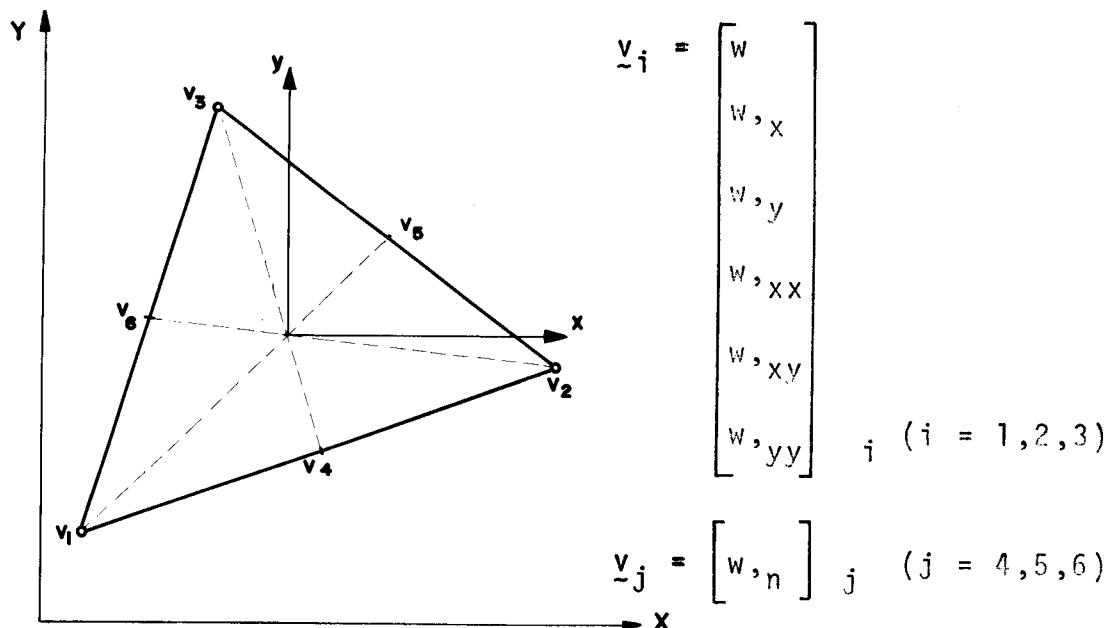
$$\delta \pi_p = \delta q^t \left(\int_s J^t D J q ds - \int_s p(x,y) w ds \right) = 0 \quad (4.13)$$

5.- O ELEMENTO FINITO TRIANGULAR T21 PARA FLEXÃO DE PLACAS DELGADAS.

É o elemento finito apresentado em BELL (B8).

Trata-se de um elemento triangular com 21 graus de liberdade; 6 graus de liberdade por vértice e 1 grau de liberdade situado no ponto médio de cada lado, conforme FIG.

5.1.



-FIGURA 5.1-

-Elemento finito T21-

Ao considerar que a função interpoladora seja constituída por um polinômio do 5º grau com 21 termos, definiu-se o polinômio como completo; escolha-se agora para parâmetros não mais os q_i (parâmetros generalizados) mas, as submatrizes v_i ($i = 1, 2, 3$) e v_j ($j = 4, 5, 6$) cujos

valores serão chamados de incógnitas nodais. Nota-se que o objetivo da análise em curso é obter os valores dessas incógnitas nodais nos finitos pontos da estrutura, determinados através da sua discretização em um número finito de elementos.

A relação entre os parâmetros nodais \underline{v} e os parâmetros generalizados \underline{q} é a seguinte:

$$\underline{v} = \underline{\underline{G}}^t \underline{q} \quad (5.1)$$

onde

$$\underline{q} = \underline{\underline{B}}^t \underline{v} ; \quad (5.2)$$

naturalmente

$$\underline{\underline{B}}^t = (\underline{\underline{G}}^t)^{-1} \quad (5.3)$$

Os parâmetros nodais são apresentados na seguinte forma matricial:

$$\underline{v}^t = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \end{bmatrix} ; \quad (5.4)$$

tem-se, então:

$$\delta \underline{q}^t = \delta \underline{v}^t \underline{\underline{B}} \quad (5.5)$$

que substituída na expressão (4.13) resultará:

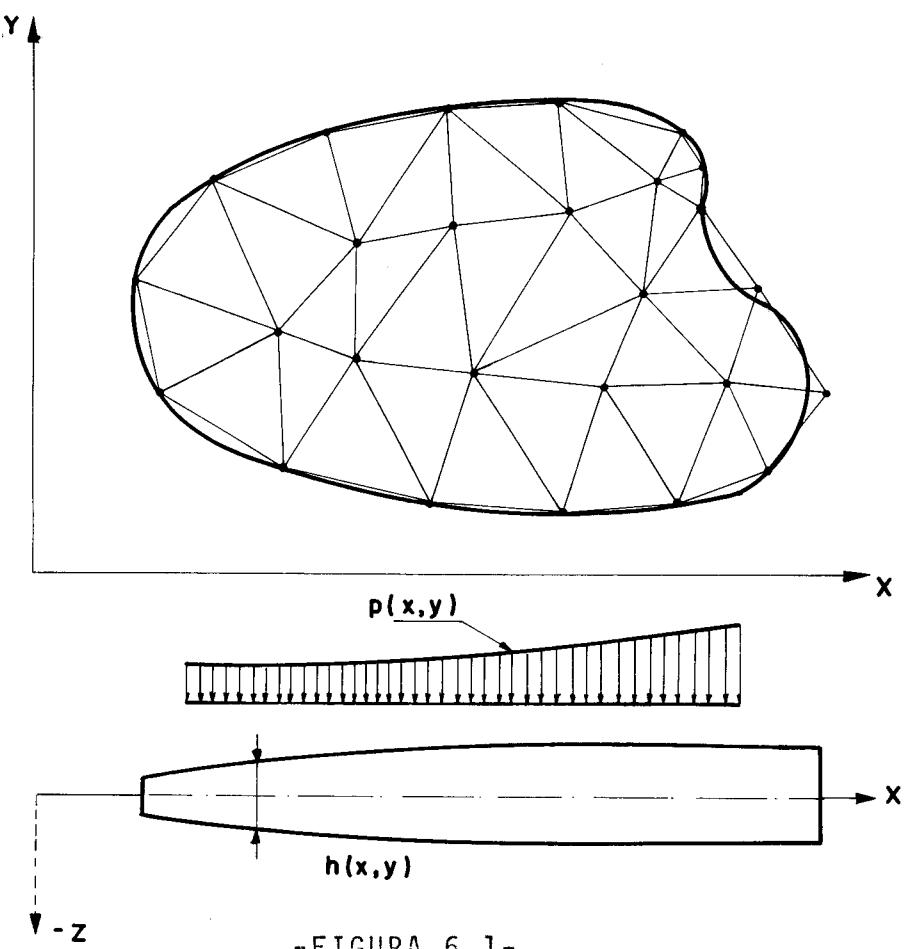
$$\delta \pi_p = \delta \underline{v}^t \underline{\underline{B}} \left[\int_s \underline{\underline{J}}^t \underline{\underline{D}} \underline{\underline{J}} \underline{\underline{B}}^t \underline{v} ds - \int_s p(x,y) \underline{v} ds \right] = 0 \quad (5.6)$$

ou então, como $\delta \underline{v}$ é arbitrário:

$$\underline{\underline{B}} \int_s \underline{\underline{J}}^t \underline{\underline{D}} \underline{\underline{J}} \underline{\underline{B}}^t \underline{v} ds - \underline{\underline{B}} \int_s p(x,y) \underline{v} ds = 0 \quad (5.7)$$

6.- CARGAS NODAIS EQUIVALENTES

Como é sabido pode-se discretizar uma placa delgada (estrutura plana), subdividindo-a em um conjunto de elementos finitos triangulares justapostos.



-FIGURA 6.1-

Considere-se essa placa solicitada por um carregamento variavelmente distribuído $p(x, y)$, conforme FIG. 6.1.

O carregamento verdadeiro $p(x, y)$ pode ser aproximado, por intermédio de um conjunto de cargas concentradas aplicadas diretamente nos nós dos elementos (B8). Estas Cargas Nodais concentradas são mais convenientemente definidas quando se considera a contribuição de cada elemento individualmente. Toma-se um carregamento transver-

salmente distribuído aplicado sobre o domínio do elemento. Faz-se com que este carregamento seja estaticamente equivalente ao vetor carregamento \underline{S} (associado ao elemento individual); uma deflexão virtual será definida por:

$$\tilde{w} = \underline{w}^T \tilde{\underline{q}} = \underline{w}^T \underline{B}^T \tilde{\underline{v}} \quad (6.1)$$

Igualando o trabalho virtual realizado pelas cargas nodais equivalentes \underline{S} e o trabalho realizado pelo carregamento distribuído $p(x,y)$, durante o deslocamento virtual, resulta:

$$\underline{S}^T \tilde{\underline{v}} = \int_S p(x,y) \tilde{w} ds \quad (6.2)$$

ou então

$$\underline{S}^T \tilde{\underline{v}} = \int_S p(x,y) \underline{w}^T \underline{B}^T \tilde{\underline{v}} ds \quad (6.3)$$

do que resultará

$$\underline{S} = \underline{B} \int_S p(x,y) \underline{w} ds \quad (6.4)$$

que é a expressão que será utilizada para a determinação das Cargas Nodais Equivalentes ao nível do elemento.

7.- MATRIZ DE RIGIDEZ GENERALIZADA \underline{K}_Q E MATRIZ DE RIGIDEZ \underline{K} DO ELEMENTO FINITO T21.

Voltando à expressão (5.7), com a utilização da expressão (6.4) tem-se:

$$\underline{B} \int_S \underline{J}^T \underline{D} \underline{J} \underline{B}^T \tilde{\underline{v}} ds - \underline{S} = 0 \quad (7.1)$$

ou então:

$$\underline{B} \left(\int_S \underline{J}^T \underline{D} \underline{J} ds \right) \underline{B}^T \underline{y} = \underline{S} \quad (7.2)$$

A expressão

$$\underline{K}_q = \int_S \underline{J}^T \underline{D} \underline{J} ds \quad (7.3)$$

pode ser interpretada como sendo a matriz de rigidez generalizada do elemento triangular T21. A matriz de rigidez propriamente dita, do elemento finito triangular T21, é obtida através da matriz de rigidez generalizada, com a pré-multiplicação por \underline{B} e a pós multiplicação por \underline{B}^T , ou seja:

$$\underline{K} = \underline{B} \underline{K}_q \underline{B}^T \quad (7.4)$$

cuja expressão é igual a

$$\underline{K} = \underline{B} \left[\int_S \underline{J}^T \underline{D} \underline{J} ds \right] \underline{B}^T \quad (7.5)$$

finalmente, voltando à equação (7.2) vem:

$$\underline{K} \underline{y} = \underline{S} \quad (7.6)$$

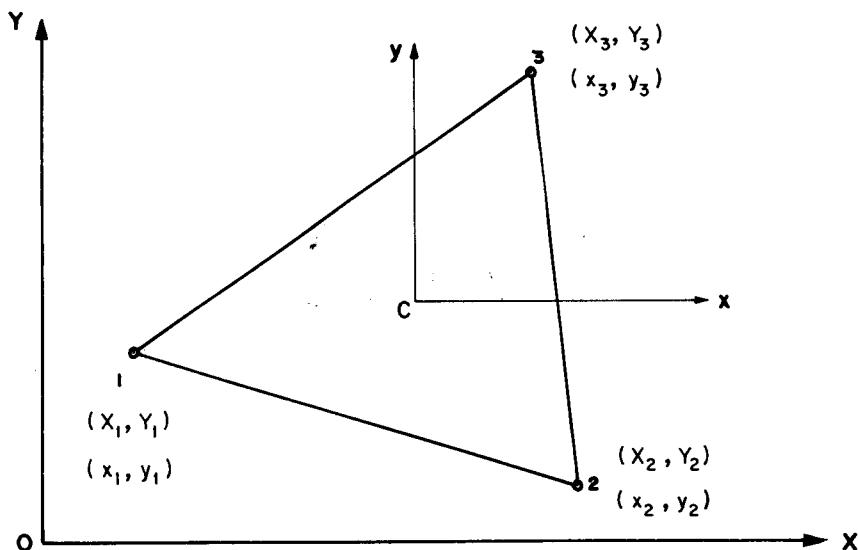
Verifica-se que quando equações desse tipo forem montadas sistematicamente, formando assim o sistema geral de equações lineares, a equação matricial resultante permitirá a análise da estrutura através do processo dos deslocamentos. Os deslocamentos procurados são determinados porque a estrutura é estável, ou seja, foram fixados deslocamentos nodais em número capaz de não permitir deslocamentos de corpo rígido.

8.- INTEGRAÇÃO DAS FUNÇÕES UTILIZADAS

A integração, sobre certa superfície triangular definida, da matriz $\underline{K}_q = \int_S \underline{J}^T \underline{D} \underline{J} ds$ é do vetor $\underline{P} = \int_S p(x,y) \underline{w} ds$ poderá ser efetuada, utilizando-se

para isso três sistemas de coordenadas, estabelecidos a seguir.

A posição de um elemento triangular genérico, pertencente a estrutura, é definida por um sistema de coordenadas cartesiano global (OXY); a posição de qualquer ponto genérico no interior ou nos lados desse triângulo é definida por um sistema de coordenadas homogêneas (ξ_1, ξ_2, ξ_3). Estabeleceu-se ainda um terceiro sistema de coordenadas cartesiano, que será local, terá origem no centróide (C) do triângulo definido e eixos x e y paralelos respectivamente aos eixos X e Y do sistema cartesiano global, conforme figura 8.1.



-FIGURA 8.1-

-Coordenadas globais e locais-

Definida a posição do elemento triangular genérico (1-2-3) através do sistema global (OXY), a origem do sistema cartesiano local ficará determinada com a obtenção do centróide C : (x_c, y_c):

$$x_c = \frac{1}{3} (x_1 + x_2 + x_3) \quad (8.1)$$

$$y_c = \frac{1}{3} (y_1 + y_2 + y_3)$$

Feito isso as coordenadas locais dos vértices do elemento triangular ficam determinadas:

$$x_i = X_i - X_c \quad (8.2)$$

$$y_i = Y_i - Y_c \quad (i = 1, 2, 3)$$

e, serão tais que:

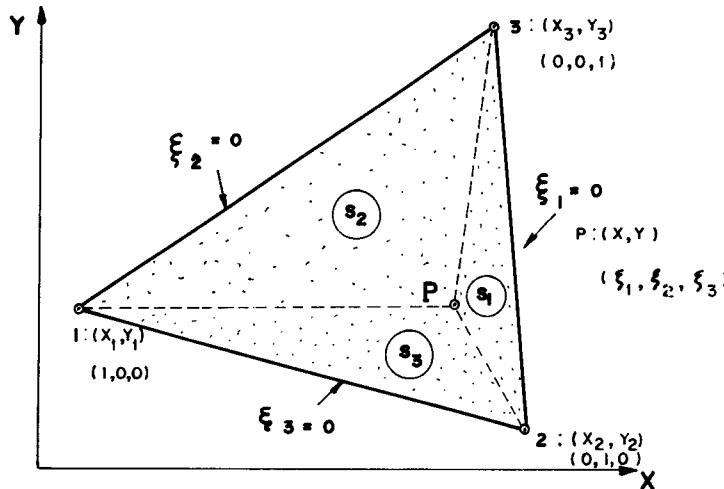
$$\sum_{i=1}^3 x_i = 0 \quad (8.3)$$

$$\sum_{i=1}^3 y_i = 0$$

A determinação de coordenadas de pontos internos do elemento triangular é feita com a utilização de um sistema de coordenadas homogêneas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) , onde os ξ_i são definidos de acordo com a seguinte relação:

$$\xi_i = \frac{s_i}{s} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8.4)$$

onde s , s_1 , s_2 e s_3 são respectivamente as áreas dos triângulos 1-2-3, 3-P-2, 1-P-3 e 2-P-1, sendo $P:(x, y)$ um ponto genérico pertencente ao interior ou as bordas do triângulo, conforme FIG. 8.2.



- FIGURA 8.2 - Coordenadas globais e homogêneas -

Pode ser demonstrado que a relação linear entre o sistema de coordenadas local (P_{xy}) e o sistema de coordenadas homogêneas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

ou então na forma inversa:

$$\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} a_1^0 & \zeta_1 & \eta_1 \\ a_2^0 & \zeta_2 & \eta_2 \\ a_3^0 & \zeta_3 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

onde

$$\begin{aligned} a_i^0 &= x_j y_k - x_k y_j \\ \zeta_i &= y_j - y_k \\ \eta_i &= x_j - x_k \end{aligned} \quad (8.7)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad j = 2, 3, 1; \quad k = 3, 1, 2$$

Nota-se que tanto na Matriz de Rígidez generalizada $K_q = \int_S \underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{J}} ds$ como no vetor Carga Nodal Equivalente generalizado $\underline{P} = \int_S p(x, y) \underline{w} ds$ ocorrerão integrais do tipo genérico:

$$\int_S f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) ds \quad (8.8)$$

cuja avaliação, a menos das constantes, pode ser efetuada através da utilização do seguinte resultado (B8, p.84):

$$\int_S \xi_1^i \xi_2^j \xi_3^k ds = \frac{i! j! k!}{(i+j+k+2)!} 2A \quad (8.9)$$

onde $i!$ representa o fatorial de $i = i(i-1)(i-2)\dots(2)(1)$ e,
 A é a área do triângulo em cujo domínio é realizada a integração (vide SAVASSI (B12) - Anexo 1; Programa para cálculo de integrais em domínios triangulares).

9.- DETERMINAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ GENERALIZADA K_q ; EXPRESSÕES EXPLÍCITAS PARA O CÁLCULO DESSA MATRIZ.

Cada termo da matriz de rigidez generalizada K_q será obtido com a avaliação da integral $\int_S \underline{J}^t \underline{D} \underline{J} ds$. Para tanto é efetua-se a operação $\underline{J}^t \underline{D} \underline{J}$, levando-se em conta que $\underline{D} = D(x,y)$ \underline{D}' ; obtem-se então para cada termo, a menos das constantes, parcelas do tipo genérico:

$$P_d^{\gamma\delta} = \int_{S_\sigma} D(x,y) x^\gamma y^\delta ds \quad (9.1)$$

onde $D(x,y)$ representa a variação, no domínio do elemento, da rigidez à flexão da placa.

Convém observar que a integração $P_d^{\gamma\delta}$, realizada no domínio do elemento triangular, permite que a rigidez à flexão da placa $D(x,y)$ varie segundo uma função qualquer, de ponto para ponto no interior e nas interfaces do elemento, ou seja, além de problemas de placas delgadas de espessura constante, podem ser tratados também problemas da teoria das placas delgadas que apresentem qualquer variação de espessura. Adotar-se-á variação linear para $D(x,y)$ pois, procedendo-se dessa maneira, a maioria dos problemas práticos poderão ser resolvidos aproximadamente, inclusive aqueles que apresentarem variação de espessura não linear, desde que seja feita uma conveniente subdivisão da placa em elementos finitos; na região onde haja variação brusca de espessura (variação contínua e não linear) será feito um refinamento maior na rede, de tal maneira que os elementos situados nesta região apresentem, separadamente, espessura linear ou quase linear.

Esta rigidez $D(x,y)$ pode ser colocada sob a forma (coordenadas homogêneas):

$$D(x,y) = D_1 \xi_1 + D_2 \xi_2 + D_3 \xi_3 \quad (9.2)$$

onde $D_i = \frac{Eh_i^3}{12(1-\nu^2)}$ ($i = 1, 2, 3$) representa a rigidez da placa no vértice i do elemento triangular (1-2-3); obviamente a rigidez D_i está associada à espessura h_i do vértice i do triângulo considerado.

Coloca-se também sob a forma de coordenadas homogêneas, os valores de x e y de acordo com (8.5).

Em vista disso a expressão (9.1) passa a assumir a seguinte forma:

$$P_d \gamma \delta = \int_S (D_1 \xi_1 + D_2 \xi_2 + D_3 \xi_3) (x_1 \xi_1 + x_2 \xi_2 + x_3 \xi_3)^\gamma (y_1 \xi_1 + y_2 \xi_2 + y_3 \xi_3)^\delta ds \quad (9.3)$$

ou então, efetuando as operações internas da integral, vem:

$$P_d^* \gamma \delta = C_1 \int_S \sum_{i=1}^3 D_i (\xi_1^{m_i} \xi_2^{n_i} \xi_3^{q_i}) ds \quad (9.4)$$

onde $C, C_1 = x_1^a x_2^b x_3^c y_1^d y_2^e y_3^f$ e D_i ($i = 1, 2, 3$)

são constantes para o triângulo considerado. Os valores de a, b e c podem variar desde zero até γ , enquanto que os valores de d, e e f podem variar de zero até δ .

Os diversos valores de m_i , n_i e q_i são apresentados a seguir em forma de tabela.

i	m_i	n_i	q_i
1	$m+1$	n	q
2	m	$n+1$	q
3	m	n	$q+1$

$$m = a+d$$

$$n = b+e$$

$$q = c+f$$

-TABELA 9.1-

Verifica-se que cada termo da matriz de rigidez generalizada \tilde{K}_q é composta por uma combinação de expressões explícitas do tipo:

$$K_q(i,j) = K_1 P_d \gamma_1 \delta_1 + K_2 P_d \gamma_2 \delta_2 + K_3 P_d \gamma_3 \delta_3 \quad (9.5)$$

onde K_1 , K_2 e K_3 são constantes.

A seguir são apresentados formalmente todos os 153 elementos (i, j), não nulos, correspondentes à posições diagonais, ($i = j$), ou superiores à mesma ($i < j$), da matriz de rigidez generalizada, simétrica, \tilde{K}_q relativa ao elemento finito T21, suposto com espessura constante. As alterações que vierem a ser provocadas por espessura variável serão processadas pelo programa de acordo com o que foi exposto anteriormente.

$$(\tilde{K}_q)_{ij} = (i,j)$$

Nas expressões dos coeficientes tem-se:

v = coeficiente de Poisson,

$$\mu = \frac{1-v}{2}$$

$(4, 4) = 4P_{00}$	$(4, 6) = 4vP_{00}$
$(4, 11) = 24P_{20}$	$(4, 12) = 12P_{11}$
$(4, 13) = 4P_{02} + 4vP_{20}$	$(4, 14) = 12vP_{11}$
$(4, 15) = 24vP_{02}$	$(4, 16) = 40P_{30}$
$(4, 17) = 24P_{21}$	$(4, 18) = 12P_{12} + 4vP_{30}$
$(4, 19) = 4P_{03} + 12vP_{21}$	$(4, 20) = 24vP_{12}$
$(4, 21) = 40vP_{03}$	
$(5, 5) = 4\mu P_{00}$	$(5, 12) = 12\mu P_{20}$
$(5, 13) = 16\mu P_{11}$	$(5, 14) = 12\mu P_{02}$
$(5, 17) = 16\mu P_{30}$	$(5, 18) = 24\mu P_{21}$
$(5, 19) = 24\mu P_{12}$	$(5, 20) = 16\mu P_{03}$
$(6, 6) = 4P_{00}$	$(6, 11) = 24vP_{20}$
$(6, 12) = 12vP_{11}$	$(6, 13) = 4P_{20} + 4vP_{02}$

$(6,14) = 12P_{11}$	$(6,15) = 24P_{02}$
$(6,16) = 40vP_{30}$	$(6,17) = 24vP_{21}$
$(6,18) = 4P_{30} + 12vP_{12}$	$(6,19) = 12P_{21} + 4vP_{03}$
$(6,20) = 24P_{12}$	$(6,21) = 40P_{03}$
$(7, 7) = 36P_{20}$	$(7, 8) = 12P_{11}$
$(7, 9) = 12vP_{20}$	$(7, 10) = 36vP_{11}$
$(7, 11) = 72P_{30}$	$(7, 12) = 36P_{21}$
$(7, 13) = 12P_{12} + 12vP_{30}$	$(7, 14) = 36vP_{21}$
$(7, 15) = 72vP_{12}$	$(7, 16) = 120P_{40}$
$(7, 17) = 72P_{31}$	$(7, 18) = 36P_{22} + 12vP_{40}$
$(7, 19) = 12P_{13} + 36vP_{31}$	$(7, 20) = 72vP_{22}$
$(7, 21) = 120vP_{13}$	$(9, 21) = 40P_{13}$
$(8, 8) = 4P_{02} + 16\mu P_{20}$	$(8, 9) = (8-4v)P_{11}$
$(8, 10) = 12vP_{02}$	$(8, 11) = 24P_{21}$
$(8, 12) = 12P_{12} + 24\mu P_{30}$	$(8, 13) = 4P_{03} + (16-12v)P_{21}$
$(8, 14) = 12P_{12}$	$(8, 15) = 24vP_{03}$
$(8, 16) = 40P_{31}$	$(8, 17) = 24P_{22} + 32\mu P_{40}$
$(8, 18) = 12P_{13} + (24-20v)P_{31}$	$(8, 19) = 4P_{04} + (24-12v)P_{22}$
$(8, 20) = (16+3v)P_{13}$	$(8, 21) = 40vP_{04}$
$(9, 9) = 4P_{20} + 16\mu P_{02}$	$(9, 10) = 12P_{11}$
$(9, 11) = 24vP_{30}$	$(9, 12) = 12P_{21}$
$(9, 13) = 4P_{30} + (16-12v)P_{12}$	$(9, 14) = 12P_{21} + 24\mu P_{03}$
$(9, 15) = 24P_{12}$	$(9, 16) = 40vP_{40}$
$(9, 17) = (16+3v)P_{31}$	$(9, 18) = 4P_{40} + (24-12v)P_{22}$
$(9, 19) = 12P_{31} + (24-20v)P_{13}$	$(9, 20) = 24P_{22} + 32\mu P_{04}$
$(10, 10) = 36P_{02}$	$(10, 11) = 72vP_{21}$
$(10, 12) = 36vP_{12}$	$(10, 13) = 12P_{21} + 12vP_{03}$
$(10, 14) = 36P_{12}$	$(10, 15) = 72P_{03}$

$(10,16) = 120vP_{31}$	$(10,17) = 72vP_{22}$
$(10,18) = 12P_{31} + 36vP_{13}$	$(10,19) = 36P_{22} + 12vP_{04}$
$(10,20) = 72P_{13}$	$(10,21) = 120P_{04}$
$(11,11) = 144P_{40}$	$(11,12) = 72P_{31}$
$(11,13) = 24P_{22} + 24vP_{40}$	$(11,14) = 72vP_{31}$
$(11,15) = 144vP_{22}$	$(11,16) = 240P_{50}$
$(11,17) = 144P_{41}$	$(11,18) = 72P_{32} + 24vP_{50}$
$(11,19) = 24P_{23} + 72vP_{41}$	$(11,20) = 144vP_{32}$
$(11,21) = 240vP_{23}$	
$(12,12) = 36P_{22} + 36\mu P_{40}$	$(12,13) = 12P_{13} + (24-12v)P_{31}$
$(12,14) = (18+18v)P_{22}$	$(12,15) = 72vP_{13}$
$(12,16) = 120P_{41}$	$(12,17) = 72P_{32} + 48\mu P_{50}$
$(12,18) = 36P_{23} + (36-24v)P_{41}$	$(12,19) = 12P_{14} + 36P_{32}$
$(12,20) = (24+48v)P_{23}$	$(12,21) = 120vP_{14}$
$(13,13) = 4P_{40} + 4P_{04} + (32-24v)P_{22}$	
$(13,14) = 12P_{31} + (24-12v)P_{13}$	
$(13,15) = 24P_{22} + 24vP_{04}$	
$(13,16) = 40P_{32} + 40vP_{50}$	
$(13,17) = 24P_{23} + (32-8v)P_{41}$	
$(13,18) = 4P_{50} + 12P_{14} + (48-32v)P_{32}$	
$(13,19) = 4P_{05} + 12P_{41} + (48-32v)P_{23}$	
$(13,20) = 24P_{32} + (32-8v)P_{14}$	
$(13,21) = 40P_{23} + 40vP_{05}$	
$(14,14) = 36P_{22} + 36\mu P_{04}$	$(14,15) = 72P_{13}$
$(14,16) = 120vP_{41}$	$(14,17) = (24+48v)P_{32}$
$(14,18) = 12P_{41} + 36P_{23}$	$(14,19) = 36P_{32} + (36-24v)P_{14}$
$(14,20) = 72P_{23} + 48\mu P_{05}$	$(14,21) = 120P_{14}$
$(15,15) = 144P_{04}$	$(15,16) = 240vP_{32}$

$$\begin{array}{ll}
 (15,17) = 144vP_{23} & (15,18) = 24P_{32} + 72vP_{14} \\
 (15,19) = 72P_{23} + 24vP_{05} & (15,20) = 144P_{14} \\
 (15,21) = 240P_{05} & \\
 (16,16) = 400P_{60} & (16,17) = 240P_{51} \\
 (16,18) = 120P_{42} + 40vP_{60} & (16,19) = 40P_{33} + 120vP_{51} \\
 (16,20) = 240vP_{42} & (16,21) = 400vP_{33} \\
 (17,17) = 144P_{42} + 64\mu P_{60} & (17,18) = 72P_{33} + (48-24v)P_{51} \\
 (17,19) = 24P_{24} + (48+24v)P_{42} & (17,20) = (32+122v)P_{33} \\
 (17,21) = 240vP_{24} & \\
 (18,18) = 4P_{60} + 36P_{24} + (72-48v)P_{42} & \\
 (18,19) = 12P_{51} + 12P_{15} + (72-32v)P_{33} & \\
 (18,20) = 24P_{42} + (48+24v)P_{24} & \\
 (18,21) = 40P_{33} + 120vP_{15} & \\
 (19,19) = 4P_{06} + 36P_{42} + (72-48v)P_{24} & (19,20) = 72P_{33} + (48-24v)P_{15} \\
 (19,21) = 120P_{24} + 40vP_{06} & \\
 (20,20) = 144P_{24} + 64\mu P_{06} & (20,21) = 240P_{15} \\
 (21,21) = 400P_{06} &
 \end{array}$$

10.- DETERMINAÇÃO DE VETOR CARGA NODAL EQUIVALENTE S(21)

Algumas cargas nodais aplicadas aos nós, equivalentes ao carregamento distribuído $p(x, y)$, podem também ser obtidas aproximadamente através da simples determinação das áreas de influência que, contribuem em cada nó. Contudo, o cálculo de todas as Cargas Nodais Equivalentes é mais correto e exato quando se usa para tal a expressão (6.4).

O carregamento $p(x, y)$ pode ser colocado em função de coordenadas homogêneas:

$$p(x, y) = p(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (10.1)$$

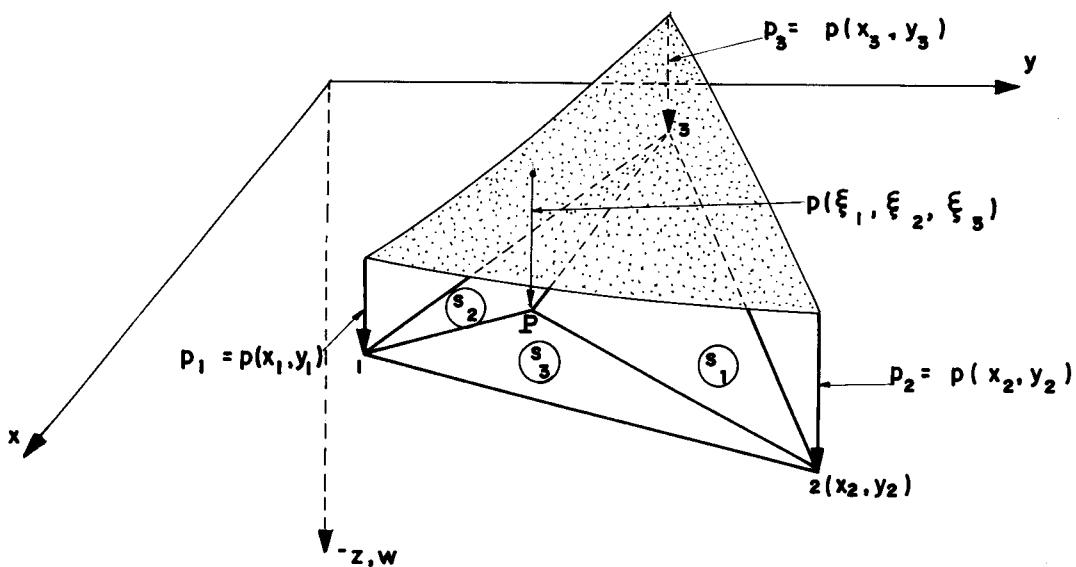
Caso o carregamento $p(x, y)$ possua variação linear (ou quase linear), ao nível do elemento, o que corresponde aos casos mais frequentes encontrados na prática, pode-se, utilizando coordenadas homogêneas, determinar o valor da ordenada do carregamento em qualquer ponto interno do triângulo, em função dos valores das ordenadas do carregamento correspondente aos vértices do triângulo.

Considere-se o triângulo genérico 1-2-3 (FIG.10.1) e as respectivas ordenadas do carregamento, nos vértices do triângulo, $p_i = p(x_i, y_i)$, $i = 1, 2, 3$. A determinação da ordenada do carregamento correspondente a um ponto interno do triângulo pode ser feita utilizando-se a seguinte expressão:

$$p(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = p_1 \xi_1 + p_2 \xi_2 + p_3 \xi_3 \quad (10.2)$$

onde

$$\xi_i = \frac{s_i}{s} \quad (i = 1, 2, 3)$$



-FIGURA 10.1-

-Variação do carregamento no plano-

A integral que aparece na expressão (6.4) conterá termos da forma:

$$P_{p\gamma\delta} = \int_S p(x,y) x^\gamma y^\delta ds \quad (10.3)$$

ou então:

$$P_{p\gamma\delta} = \int_S (p_1 \xi_1 + p_2 \xi_2 + p_3 \xi_3) (x_1 \xi_1 + x_2 \xi_2 + x_3 \xi_3)^\gamma (y_1 \xi_1 + y_2 \xi_2 + y_3 \xi_3)^\delta ds \quad (10.4)$$

onde ocorrerão parcelas do tipo genérico:

$$P_{p\gamma\delta}^* = C_2 \int_S \sum_{i=1}^3 p_i (\xi_1^{m_i} \xi_2^{n_i} \xi_3^{q_i}) ds \quad (10.5)$$

onde $C_2 = x_1^{a'} x_2^{b'} x_3^{c'} y_1^{d'} y_2^{e'} y_3^{f'}$ e $p_i (i = 1, 2, 3)$ são constantes para o triângulo considerado.

Os diversos valores de m_i , n_i e q_i são os mesmos apresentados na TABELA 9.1, agora com

$$m = a' + d'$$

$$n = b' + e'$$

$$q = c' + f'$$

Obtida a integral, que representa o vetor Carga Nodal Equivalente generalizado, o vetor \underline{S} (21) pode ser obtido através da pré-multiplicação da matriz \underline{B} pela referida integral conforme (6.4).

11.- CONSIDERAÇÕES SOBRE OS SINAIS DAS DERIVADAS NORMAIS AO LADO DO ELEMENTO.

Os parâmetros nodais, como já fora escrito, são listados na forma de submatrizes como segue:

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} \quad \text{onde } v_i = \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx \\ w, xy \\ w, yy \end{bmatrix} \quad \text{e } v_j = \begin{bmatrix} w \\ w, n \end{bmatrix} \quad j = 4, 5, 6$$

$$i = 1, 2, 3 \quad (11.1)$$

A relação entre os parâmetros nodais \underline{v} e os parâmetros generalizados \underline{q} pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{\sim 1}^t \\ G_{\sim 2}^t \\ G_{\sim 3}^t \\ G_{\sim 4}^t \\ G_{\sim 5}^t \\ G_{\sim 6}^t \end{bmatrix} \cdot \underline{q} \quad (11.2)$$

ou simplesmente

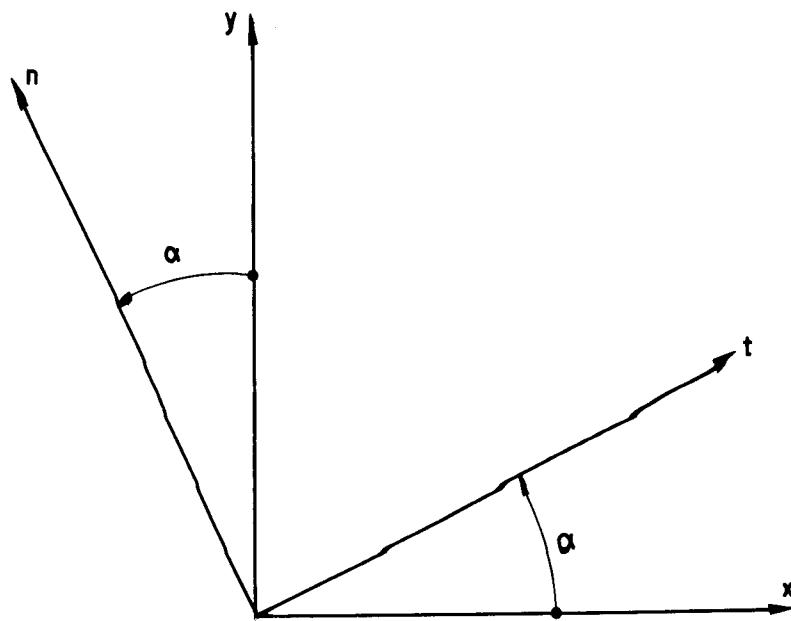
$$\underline{v} = G^t \underline{q} \quad (11.3)$$

As três primeiras submatrizes $G_{\sim 1}^t$, $G_{\sim 2}^t$ e $G_{\sim 3}^t$ são obtidas com a substituição das coordenadas locais dos nós 1, 2 e 3 respectivamente nas expressões v_1 , v_2 e v_3 ou seja:

$$G_i^t = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i^2 & \dots & y_i^5 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_i & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 5y_i^4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 20y_i^3 \end{bmatrix} \quad (11.4)$$

$$p/i = 1, 2, 3$$

Antes da determinação das três últimas submatrizes G_4^t , G_5^t e G_6^t é necessário que se exprima as relações entre os dois sistemas de coordenadas x,y e t,n conforme FIG. 11.1.



- FIGURA 11.1 - Transformação de coordenadas -

Verifica-se que as relações entre os dois sistemas, pode ser colocada na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (11.5)$$

ou então na forma inversa:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix} \quad (11.6)$$

onde é introduzida a notação:

$$\begin{aligned} s &= \operatorname{sen} \alpha \\ c &= \operatorname{cos} \alpha \end{aligned} \quad (11.7)$$

Diferenciando x e y da expressão (11.6) em relação a t e n tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= c & \frac{\partial y}{\partial t} &= s \\ \frac{\partial x}{\partial n} &= -s & \frac{\partial y}{\partial n} &= c \end{aligned} \quad (11.8)$$

onde

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (11.9)$$

e

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial t \partial n} \\ \frac{\partial^2}{\partial n^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & 2sc & s^2 \\ -sc & c^2 - s^2 & sc \\ s^2 & -2sc & c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad (11.10)$$

Entretanto, é necessário verificar que a orientação do eixo t será, agora, de modo a percorrer os lados do triângulo da FIG. 11.2 nos sentidos vértice 1 para vértice 2, vértice 2 para vértice 3 e, finalmente do vértice 3 para vértice 1. O eixo n será sempre normal a t , e será orientado de maneira que o semi-eixo positivo é encontrado quando partindo do eixo t , fôr percorrido por um ângulo de $\frac{\pi}{2}$ rd no sentido sinistrorso, conforme FIG. 11.2.

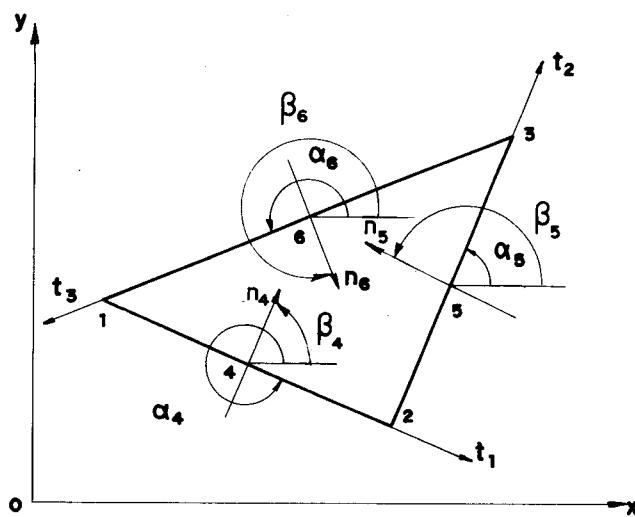


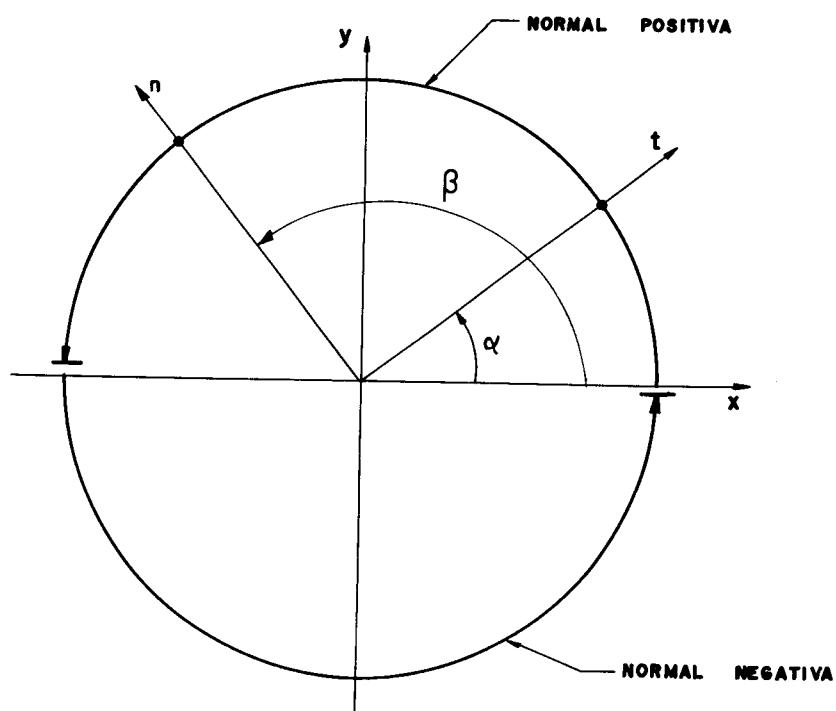
FIGURA 11.2

-Eixos locais do elemento-

Convenciona -se também que os ângulos α_j ($j=4,5,6$) serão sempre positivos, conforme FIG. 11.2, se a partir de x forem contados, no sentido sinistrorso, até encontrarem a direção positiva de t .

A convenção anterior serviu apenas para definir as características locais a cada lado do triângulo, isoladamente. Com a finalidade de elaborar a montagem do sistema global de equações é necessário adotar uma convenção que caracterize direções para n , escolhidas como positivas, tais que, ao acoplarem-se elementos com os lados comuns, os eixos n , relativos a esses pares de lados, tenham orientações, como já se afirmou, positivas concordantes.

Em vista disso, a convenção que irá representar a orientação positiva para n será, conforme FIG. 11.3, a seguinte:



-FIGURA 11.3-

-Convenção de sinais para orientação da normal n -

Portanto, a semi-reta normal n terá orientação positiva quando: $0 \leq \beta_j < \pi$ o que acarreta que t será positivo quando:

$$0 \leq \alpha_j < \frac{\pi}{2} \text{ ou } \frac{3\pi}{2} \leq \alpha_j < 2\pi$$

Finalmente as últimas três submatrizes da equação (11.2) podem agora ser determinadas.

$$\tilde{G}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ -s_j \\ c_j \\ -2s_j x_j \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 4c_j x_j y_j^3 - s_j y_j^4 \\ 5c_j y_j^4 \end{bmatrix} \quad j = 4, 5, 6 \quad (11.11)$$

onde

$$s_j = \sin \alpha_j$$

$$c_j = \cos \alpha_j$$

e (x_j, y_j) são coordenadas dos pontos médios dos lados do elemento.

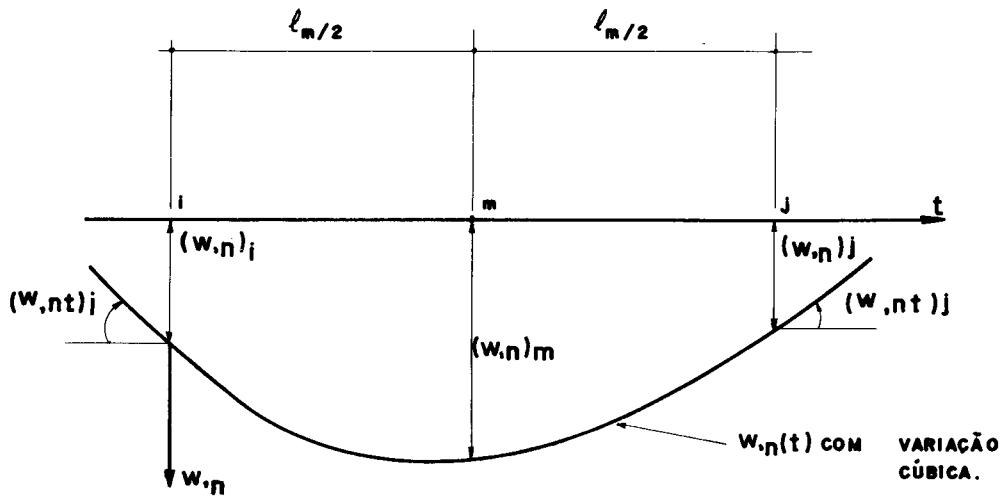
12.- REDUÇÃO DO NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE DO ELEMENTO FINITO T21; TRANSFORMAÇÃO PARA O ELEMENTO T18.

As incógnitas nodais situadas no interior dos lados dos elementos são consideradas indesejáveis por provocarem aumento na largura da banda da matriz de rigidez do sistema, trazendo dificuldades adicionais na fase

da resolução do sistema de equações, por comprometer, inclusive, a precisão desejada. Por isto e por ser pequena a capacidade do computador utilizado (IBM-1130-32K), resolreu-se eliminar as incógnitas consideradas indesejáveis e reduzir o número de graus de liberdade do elemento T21, de modo a facilitar o tratamento do problema por intermédio do computador.

Para o elemento T21 há três incógnitas (aliadas respectivamente a três pontos nodais) indesejáveis (w_n), que podem ser eliminadas sem que deixe de existir compatibilidade de deslocamentos e derivadas primeiras entre elementos que apresentam lados em comum.

Impondo que a variação de w_n seja cúbica ao longo do bordo pode-se colocar w_n em função das incógnitas dos dois pontos nodais contidos nesse lado conforme FIG. 12.1.



-FIGURA 12.1-
-Imposição de variação cúbica de (w_n) -

Assim surgirá um novo elemento finito triangular, denominado T18, apresentando um total de 18 graus de liberdade, sendo 6 graus de liberdade para cada vértice do triângulo.

A função cúbica, com a qual se pretende aproximar a variação de $w_n(t)$ ao longo da borda, pode ser escrita da seguinte maneira, conservando a notação da FIG. 12.1:

$$w_n(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (12.1)$$

Sendo

$$\text{p/ } t = 0 \rightarrow w_n = (w_n)_i \text{ e } w_{nt} = (w_{nt})_i \quad (12.2)$$

$$\text{p/ } t = l_m \rightarrow w_n = (w_n)_j \text{ e } w_{nt} = (w_{nt})_j$$

resultará:

$$a_0 = (w_n)_i \quad (12.3)$$

$$a_1 = (w_{nt})_i$$

$$a_2 = \frac{3}{l_m^2} \left[-(w_n)_i + (w_n)_j \right] - \frac{1}{l_m} \left[2(w_{nt})_i + (w_{nt})_j \right]$$

$$a_3 = \frac{2}{l_m^3} \left[(w_n)_i - (w_n)_j \right] + \frac{1}{l_m^2} \left[(w_{nt})_i + (w_{nt})_j \right]$$

portanto, a derivada normal primeira no ponto médio do lado m, conforme FIG. 5.1, pode ser expressa como:

$$(w_n)_m = \frac{1}{2} \left[(w_n)_i + (w_n)_j \right] + \frac{l_m}{8} \left[(w_{nt})_i - (w_{nt})_j \right] \quad (12.4)$$

Esta expressão representa o valor da primeira derivada normal em relação aos eixos t e n conforme FIG. 12.1. Entretanto é conveniente exprimir esta mesma derivada normal em relação aos parâmetros dos vértices, que estão referenciados em relação aos eixos x e y; portanto deve-se aplicar as transformações de coordenadas de acordo com (11.9) e (11.10).

Seja por definição:

$$\begin{aligned} k_1^{(m)} &= \frac{1}{2} s_m \\ k_2^{(m)} &= \frac{1}{2} c_m \\ k_3^{(m)} &= \frac{1}{3} l_m s_m c_m \\ k_4^{(m)} &= \frac{1}{3} l_m (c_m^2 - s_m^2) \end{aligned} \quad (12.5)$$

onde

$$s_m = \sin \alpha_m$$

$$c_m = \cos \alpha_m$$

$$l_m = \text{comprimento do lado } m.$$

Tem-se então a expressão da primeira derivada normal em relação aos parâmetros dos vértices:

$$\begin{aligned} (w, n)_m &= -k_1^{(m)} (w, x)_i + k_2^{(m)} (w, y)_i - k_1^{(m)} (w, x)_j + k_2^{(m)} (w, y)_j \\ &\quad - k_3^{(m)} (w, xx)_i + k_4^{(m)} (w, xy)_i + k_3^{(m)} (w, yy)_i \\ &\quad + k_3^{(m)} (w, xx)_j - k_4^{(m)} (w, xy)_j - k_3^{(m)} (w, yy)_j \end{aligned} \quad (12.6)$$

A relação entre os parâmetros do meio do lado e os parâmetros do vértice será:

$$\underline{\underline{v}}_S = \underline{\underline{H}} \underline{\underline{v}}_C \quad (12.7)$$

onde

$$\underline{\underline{v}}_S = \begin{bmatrix} (w, n)_4 \\ (w, n)_5 \\ (w, n)_6 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{\underline{v}}_C = \begin{bmatrix} \underline{\underline{v}}_1 \\ \underline{\underline{v}}_2 \\ \underline{\underline{v}}_3 \end{bmatrix}$$

A matriz de transformação $\underline{\underline{H}}$ pode ser composta por submatrizes de modo que:

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \\ \underline{\underline{v}}_1 & \underline{\underline{v}}_2 & \underline{\underline{v}}_3 \end{bmatrix} \quad (12.8)$$

Caso fosse possível ter-se num triângulo (1-2-3), como o da FIG. 5.1, as seguintes desigualdades

$$x_2 > x_1, \quad x_3 > x_2 \quad \text{e} \quad x_1 > x_3 \quad (*) \quad (12.9)$$

ter-se-ia:

$$\underline{\underline{H}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -k_1^{(4)} & k_2^{(4)} & -k_3^{(4)} & k_4^{(4)} & k_3^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1^{(6)} & k_2^{(6)} & k_3^{(6)} & -k_4^{(6)} & -k_3^{(6)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{H}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -k_1^{(4)} & k_2^{(4)} & k_3^{(4)} & -k_4^{(4)} & -k_3^{(4)} \\ 0 & -k_1^{(5)} & k_2^{(5)} & -k_3^{(5)} & k_4^{(5)} & k_3^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12.10)$$

(*) Como, evidentemente, as desigualdades 12.9 não são todas verdadeiras, na fase de cálculo deve-se alterar as (12.10) adequadamente, nos termos k_3 e k_4 .

$$\underline{H}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1^{(5)} & k_2^{(5)} & k_3^{(5)} & -k_4^{(5)} & -k_3^{(5)} \\ 0 & -k_1^{(6)} & k_2^{(6)} & -k_3^{(6)} & k_4^{(6)} & k_3^{(6)} \end{bmatrix}$$

Para o elemento finito T21, a equação de equilíbrio do elemento estabelecida anteriormente pode se expressa como:

$$\underline{S}_{21} = \underline{K}_{21} \underline{v}_{21} \quad (12.11)$$

A correspondente equação de equilíbrio para o elemento finito T18 pode ser escrita como:

$$\underline{S}_{18} = \underline{K}_{18} \underline{v}_{18} \quad (12.12)$$

onde

$$\underline{v}_{18} = \underline{v}_C \quad (12.13)$$

e

$$\underline{v}_{21} = \begin{bmatrix} \underline{v}_C \\ \underline{v}_S \end{bmatrix} \quad (12.14)$$

A transformação do vetor \underline{S}_{21} , referente ao elemento T21, no vetor \underline{S}_{18} , referente ao elemento T18, é realizada igualando o trabalho virtual realizado pelos dois conjuntos de cargas nodais equivalentes, durante os virtuais deslocamentos nodais correspondentes:

$$\underline{S}_{18}^T \underline{v}_{18} = \underline{S}_{21}^T \underline{v}_{21} \quad (12.15)$$

No entanto, de acordo com (12.7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_{21} \\ \vdots \\ \tilde{v}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_C \\ \vdots \\ \tilde{v}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{18} \\ \vdots \\ H \end{bmatrix} \tilde{v}_{18} \quad (12.16)$$

onde I_{18} é a matriz identidade (18×18).

Das equações (12.12), (12.15) e (12.16) deduz-se que:

$$K_{18} = \begin{bmatrix} I_{18} & | & H^t \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{v}_{21} & | & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ H & & \end{bmatrix} \quad (12.17)$$

$$e \quad S_{18} = \begin{bmatrix} I_{18} & | & H^t \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{v}_{21} & | & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ H & & \end{bmatrix} \quad (12.18)$$

K_{18} é a matriz de rigidez do elemento finito T18, apresentando um total de 18 graus de liberdade (6 graus de liberdade para cada vértice).

Esta matriz de rigidez pode também ser obtida diretamente através da matriz de rigidez generalizada K_q definida em (7.3).

Assim, a partir de (5.2) e (12.16) segue que

$$q_{21} = \tilde{B}_{21}^t \begin{bmatrix} I_{18} \\ \vdots \\ H \end{bmatrix} \tilde{v}_{18} ; \quad (12.19)$$

portanto

$$K_{18} = A \tilde{K}_q A^t \quad (12.20)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} I_{18} & | & H^t \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{B}_{21} & & \end{bmatrix} . \quad (12.21)$$

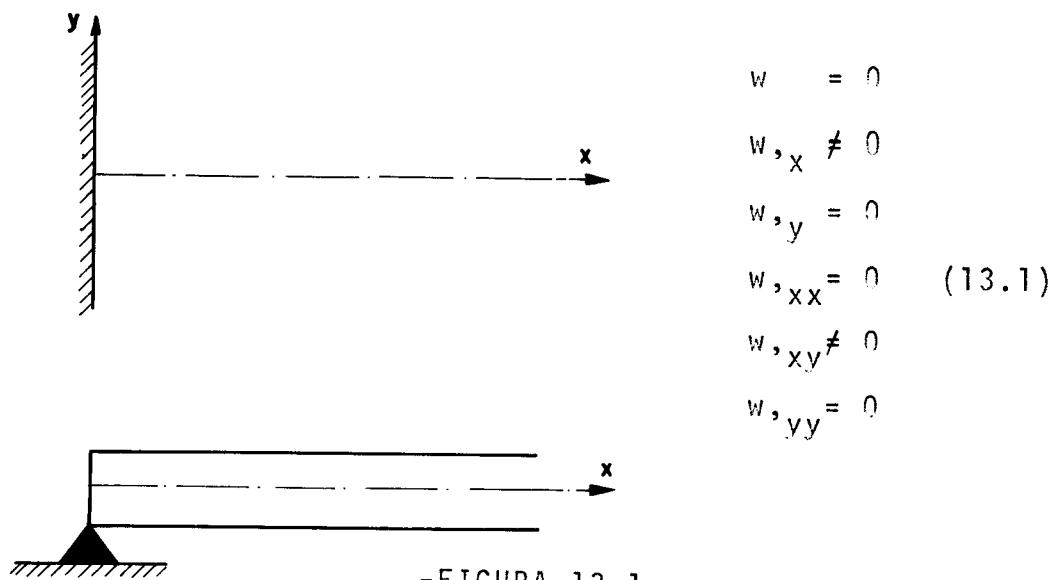
13.- CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno que serão analisadas

neste capítulo são as três condições mais comumente assumidas em casos práticos: (bordas retilíneas)

1) Borda simplesmente apoiada

Na borda a superfície média deformada deve apresentar deslocamento nulo e deve girar livremente em torno da mesma ou seja, o momento fletor na borda deve ser nulo.

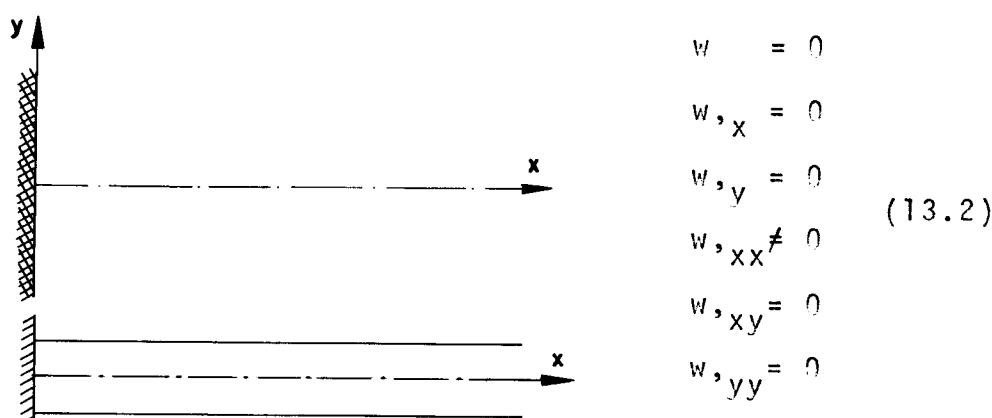


-FIGURA 13.1-

-Borda simplesmente apoiada-

2) Borda engastada

Na borda a superfície média deformada deve apresentar deslocamento e giro nulos em secção normal à borda.



-FIGURA 13.2-

-Borda engastada-

3) Borda livre

Na borda o momento fletor deve ser nulo e a força cortante, no caso reação vertical, também deve ser nula.



$$M_x = 0 \quad (13.3)$$

$$V_x = 0 \quad +M_{xy}, y = 0$$

-FIGURA 13.3-

-Borda livre-

Considere-se o elemento finito T18.

Não apresenta dificuldade introduzir as condições de contorno em placas cujas bordas sejam simplesmente apoiadas ou engastadas, pois as condições de contorno são estabelecidas diretamente sobre os parâmetros nodais. Para bordas livres, no entanto, a imposição de condições de contorno causa algumas dificuldades, porque a condição de que a reação vertical deva ser igual a zero não pode ser atendida, pois não é possível expressar V_x em termos de parâmetros nodais. A condição de momento fletor igual a zero, pode somente ser expressa por uma combinação de dois parâmetros nodais (curvaturas w_{xx} e w_{yy}).

$$M_x = 0 \text{ implica em } w_{xx} + v w_{yy} = 0$$

$$M_y = 0 \text{ implica em } w_{yy} + v w_{xx} = 0$$

Com a finalidade de tratar estas condições, é conveniente transformar o conjunto de parâmetros nodais, em um outro conjunto mais adequado. A relação entre os conjuntos de parâmetros nodais original e modificado é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx \\ w, xy \\ w, yy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1-v^2} & 0 & \frac{-v}{1-v^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-v}{1-v^2} & 0 & \frac{1}{1-v^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx + vw, yy \\ w, xy \\ w, yy + vw, xx \end{bmatrix}$$

(13.4)

ou simplesmente

$$\underline{\underline{v}}_i = \underline{\underline{T}}_i \underline{\underline{v}}'_i \quad (13.5)$$

Para um elemento "p" conectado ao ponto nodal "i" tem-se a seguinte equação de equilíbrio:

$$\underline{\underline{S}}_p = \underline{\underline{K}}_p \underline{\underline{v}}_p \quad (13.6)$$

Pode-se transformar esta equação de equilíbrio em uma equação de equilíbrio modificada, pré multiplicando ambos os lados da igualdade (13.6) por $\underline{\underline{T}}_p^t$, como segue:

$$\underline{\underline{T}}_p^t \underline{\underline{S}}_p = \underline{\underline{T}}_p^t \underline{\underline{K}}_p \underline{\underline{v}}_p$$

Fazendo-se uso de (13.5) vem:

$$\underline{\underline{T}}_p^t \underline{\underline{S}}_p = \underline{\underline{T}}_p^t \underline{\underline{K}}_p \underline{\underline{T}}_p \underline{\underline{v}}'_p$$

ou então simplesmente:

$$\underline{\underline{S}}'_p = \underline{\underline{K}}'_p \underline{\underline{v}}'_p \quad (13.7)$$

onde

$$\underline{\underline{S}}'_p = \underline{\underline{T}}_p^t \underline{\underline{S}}_p \quad (13.8)$$

e

$$\tilde{K}_p^t = \tilde{T}_p^t \ K_p \ \tilde{T}_p \quad (13.9)$$

A matriz transformação \tilde{T}_p é uma matriz diagonal com submatrizes na diagonal principal. Para o elemento "p" ainda tem-se:

$$\tilde{T}_p = \begin{bmatrix} \tilde{I}_i & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{I} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{I} \end{bmatrix} \quad p/i = 1$$

$$\tilde{T}_p = \begin{bmatrix} \tilde{I} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{I}_i & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{I} \end{bmatrix} \quad p/i = 2 \quad (13.10)$$

$$\tilde{T}_p = \begin{bmatrix} \tilde{I} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{I} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{I}_i \end{bmatrix} \quad p/i = 3$$

onde \tilde{I} é uma matriz identidade e $\tilde{0}$ é uma matriz nula, ambas de ordem 6.

Nota-se, nitidamente, que as transformações (13.8) e (13.9) afetam somente linhas e colunas associadas com os 49 e 69 parâmetros do nó "i".

As equações (13.8) e (13.9) são aplicadas a todos os elementos conectados aos pontos nodais das bordas livres antes da adição das equações de equilíbrio do elemento na equação de equilíbrio da estrutura completa. Assim

um sistema de equações modificado é obtido (13.7), em que as condições de contorno podem ser aplicadas diretamente.

Estas transformações podem ser realizadas depois da equação de equilíbrio da estrutura ter sido formada.

Verifica-se que estas transformações poderão também ser aplicáveis quando na estrutura estiverem atuando momentos fletores externos.

Quando o contorno da placa apresentar trechos inclinados em relação aos eixos globais cartesianos (x, y) será necessário proceder a uma transformação de coordenadas para que se possa impor adequadamente as condições de contorno nos nós pertencentes a esses trechos. Considere-se por exemplo um eixo da placa que coincida com o eixo t na FIG. 11.1; as condições de contorno deste eixo oblíquo não podem ser diretamente formuladas em termos de coordenadas globais (x, y); portanto é conveniente transformá-la em coordenadas oblíquas.

A relação entre os parâmetros nodais nos dois sistemas de coordenadas pode ser expressa como:

$$\begin{bmatrix} w \\ w_x \\ w_y \\ w_{xx} \\ w_{xy} \\ w_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & -s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 - 2sc & s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & sc & c^2 - s^2 & -sc \\ 0 & 0 & 0 & s^2 & 2sc & c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ w_t \\ w_n \\ w_{tt} \\ w_{tn} \\ w_{nn} \end{bmatrix}_i$$

(13.11)

onde

$$s = \sin\alpha$$

$$c = \cos\alpha$$

e as coordenadas obliquas seguem a convenção de sinal mostrada na FIG. 11.3.

A equação (13.11) pode ser simplesmente escrita:

$$\underline{v}_i = T_i \underline{v}'_i \quad (13.12)$$

e a transformação é realizada exatamente como descrita pelas equações (13.8) e (13.9).

Um eixo inclinado e livre pode ser tratado aplicando as transformações (13.8) e (13.9) duas vezes; primeiro com T_i dado pela equação (13.11) e em seguida com \underline{T}_i dado pela equação (13.4).

14.- DETERMINAÇÃO DOS MOMENTOS

Não apresenta dificuldades a determinação dos momentos fletores M_x e M_y e do momento volvente M_{xy} , em cada ponto nodal da estrutura, pois as curvaturas w_{xx} , w_{yy} e w_{xy} estão incluídas entre os parâmetros nodais \underline{v}_i ; de modo que, utilizando as relações entre momentos e curvaturas (4.4), pode-se determinar, diretamente, esses momentos.

Antes porém a seguinte alteração na formulação deve ser efetuada, para facilitar a saída dos resultados.

Reescrevendo a relação entre momentos e curvaturas, na sua forma mais geral, vem, para isotropia:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w,_{xx} \\ w,_{yy} \\ 2w,_{xy} \end{bmatrix} \quad (14.1)$$

Como já foi visto cada ponto nodal da placa apresenta os seguintes parâmetros nodais.

$$\underline{v}_i = \begin{bmatrix} w \\ w,_{x} \\ w,_{y} \\ w,_{xx} \\ w,_{xy} \\ w,_{yy} \end{bmatrix} \quad (14.2)$$

Com a utilização das duas expressões anteriores, a relação entre momentos e parâmetros nodais pode ser determinada e expressa da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix}_i = D \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & v \\ 0 & 0 & 0 & v & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-v & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ w,_{x} \\ w,_{y} \\ w,_{xx} \\ w,_{xy} \\ w,_{yy} \end{bmatrix}_i \quad (14.3)$$

ou simplesmente

$$\underline{m}_i = n \underline{v}_i \quad (14.4)$$

onde "i" é o número atribuído ao nó da estrutura.

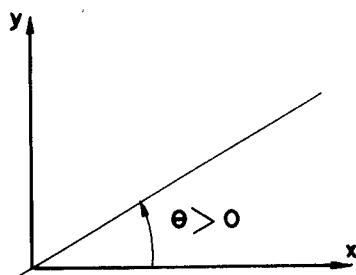
Em cada nó da estrutura também são calculados os momentos (M_1 , M_2) e as respectivas direções principais, utilizando-se para isso as expressões conhecidas:

$$\left. \begin{array}{l} M_1 \\ M_2 \end{array} \right\} = \frac{M_x + M_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M_x - M_y}{2}\right)^2 + M_{xy}^2} \quad (14.5)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2M_{xy}}{M_x - M_y} \quad (14.6)$$

O reconhecimento automático das direções principais, aliadas aos respectivos momentos principais pode ser feito de acordo com o que é apresentado por SAVASSI (B12), que recomenda examinar o sinal de DIF = $M_x - M_y$ da seguinte maneira:

- Se DIF > 0 θ indica M_1
Se DIF < 0 θ indica M_2
Se DIF = 0 θ indica M_1



sendo que o ângulo positivo é contado em sentido sinistrol so a partir do eixo x.

15. DETERMINAÇÃO DAS REAÇÕES DE APOIO

As reações de apoio podem ser obtidas em termos de forças nodais concentradas, pelo uso das equações de equilíbrio dos elementos. Para cada elemento "p" a correspondente equação de equilíbrio é dada por:

$$S_p = K_p v_p \quad (15.1)$$

Uma vez obtida a solução para os parâmetros nodais, a força nodal do elemento, S_{wi} correspondente à de-

flexão w_i do nó de borda "i" é imediatamente determinada.

A reação vertical do nó "i" é então obtida, como a soma das forças S_{wi} computadas para todos elementos conectados ao nó "i", mais as forças verticais resultantes do carregamento externo, que foram obtidas pela expressão (6.4), para todos elementos conectados ao nó "i".

Nota-se que as reações de apoio determinadas conforme descrição feita acima, satisfazem completamente as condições de equilíbrio vertical. Entretanto, a distribuição das forças reativas ao longo da borda poderá somente ser determinada aproximadamente.

16.- ESTRUTURAÇÃO DO PROGRAMA FORTRAN PARA A ANÁLISE DE PLACAS ELÁSTICAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS; DESCRIÇÃO SUMÁRIA DAS ROTINAS.

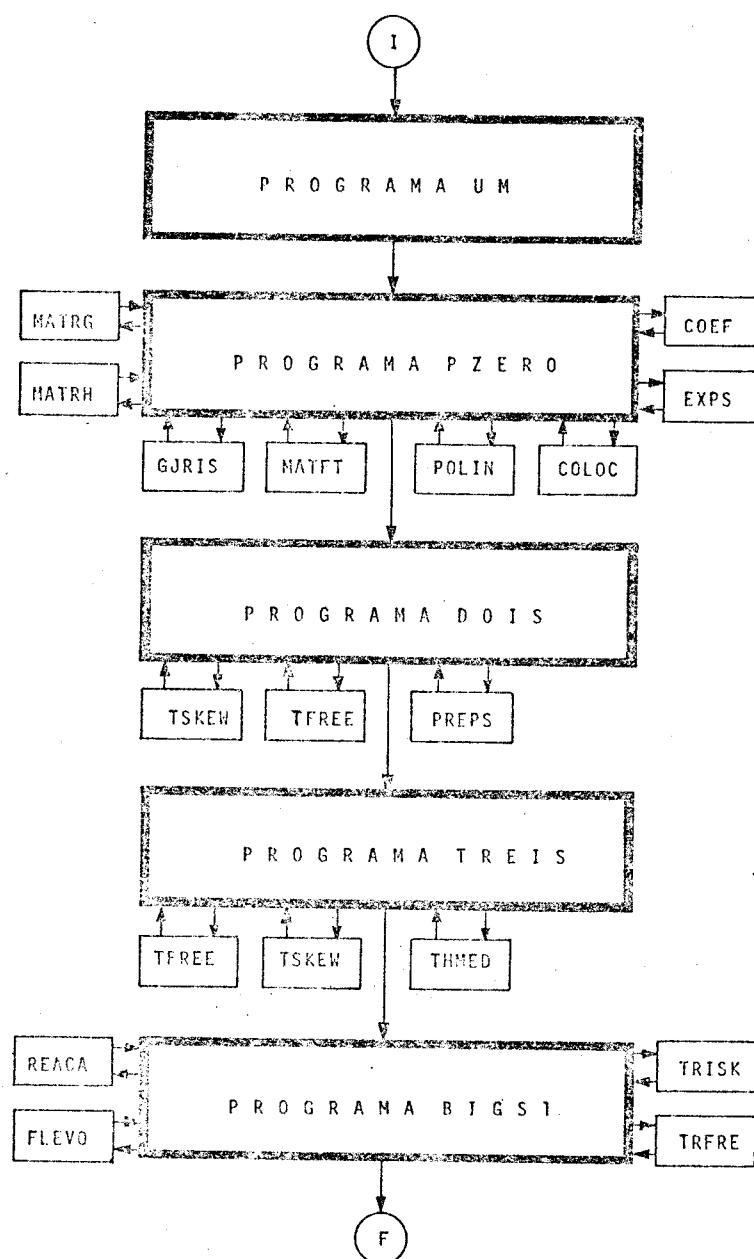
Para a análise de placas elásticas em geral mediante o emprego do método dos elementos finitos elaborou-se um programa em linguagem FORTRAN IV, para computador IBM-1130 com 32K de memória central e três unidades de disco magnético como memória auxiliar.

Em virtude do programa ter sido desenvolvido para um computador de pequena capacidade de memória central, e devido à limitada capacidade dessa máquina que não pode comportar o programa em sua totalidade, optou-se então pela formação de diversos programas que, interligados entre si, podem ser processados sequencialmente e de maneira interrompida, conforme FIG. 16.1.

O citado programa foi composto a partir de algumas rotinas, consideradas eficientes, que figuram no trabalho de SAVASSI (B12), que as adantou para atender às particularidades do elemento "FORCE" (*), a partir do expres-

(*) Elemento finito triangular, utilizado em (B12) quando da resolução de chapas elásticas, apresentando 18 graus de liberdade (6 graus de liberdade p/ vértice).

sivo trabalho desenvolvido por FELIPPA (B7); além disso outras rotinas relativas ao elemento T18, ou foram adaptadas a partir de rotinas já existentes em (B12) ou foram elaboradas pelo autor, para atender a normenores das placas elásticas, em particular.



-FIGURA 16.1 - Organograma do PROGRAMA geral

O que segue é a descrição sumária das rotinas utilizadas durante o processamento do PROGRAMA geral.

COEF: Calcula os coeficientes dos monômios que aparecem quando a operação $x^\gamma y^\delta$ é realizada, após a substituição de $x = x_1 \xi_1 + x_2 \xi_2 + x_3 \xi_3$ e $y = y_1 \xi_1 + y_2 \xi_2 + y_3 \xi_3$, onde os ξ_i ($i = 1, 2, 3$) são coordenadas homogêneas;

EXPS: calcula os expoentes dos monômios que aparecem quando a operação $x^\gamma y^\delta$ é realizada, após a substituição de $x = x_1 \xi_1 + x_2 \xi_2 + x_3 \xi_3$ e $y = y_1 \xi_1 + y_2 \xi_2 + y_3 \xi_3$;

COLOC: calcula as coordenadas locais dos vértices e dos pontos médios dos lados do triângulo;

MATFT: forma a matriz \underline{G}^t (5.1);

GJRIS: inverte a matriz \underline{G}^t , obtendo $\underline{B}^t = [\underline{G}^t]^{-1}$;

MATRH: forma a matriz \underline{H} (12.8), admitindo em princípio a validade do Item (12.9); caso não haja observância daquelas desigualdades pelas coordenadas do elemento em foco, os sinais dos coeficientes de \underline{H} serão alterados convenientemente no final da rotina;

POLIN: calcula a integral do tipo $F_f \gamma \delta = \int_S f(x,y) x^\gamma y^\delta ds$;

MATRG: forma a matriz de rigidez generalizada $\underline{\underline{K}}_q$;

VINTA: (FUNCTION) função que calcula as integrais do tipo

$$\int_S \xi_1^m \xi_2^n \xi_3^q ds;$$

TSKEM: transformação que atua nos pontos nodais situados nas bordas inclinadas. Objetiva transformar os parâmetros nodais relacionados aos eixos x e y, em parâmetros nodais relacionados aos eixos t e n. Esta transformação tem por objetivo o tratamento das condições de contorno em bordas esconsas;

TFREE: transformação que atua nos pontos nodais situados em bordas, onde haja a necessidade de alterar os parâmetros nodais originais em parâmetros nodais

modificados para tratamento direto das condições de contorno;

PREPS: executa as transformações contidas nas rotinas TSKEW e TFREE, conforme equação (13.9);

THMED: calcula os valores médios nodais das seguintes grandezas: espessura, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e rigidez à flexão da placa;

TRISK: rotina transformação que atua no tratamento de bordas inclinadas. O vetor solução é obtido (quando a borda for inclinada) em relação aos eixos t e n. A rotina transforma o vetor solução, de modo que a saída dos resultados passa a ser referenciada em relação aos eixos x e y;

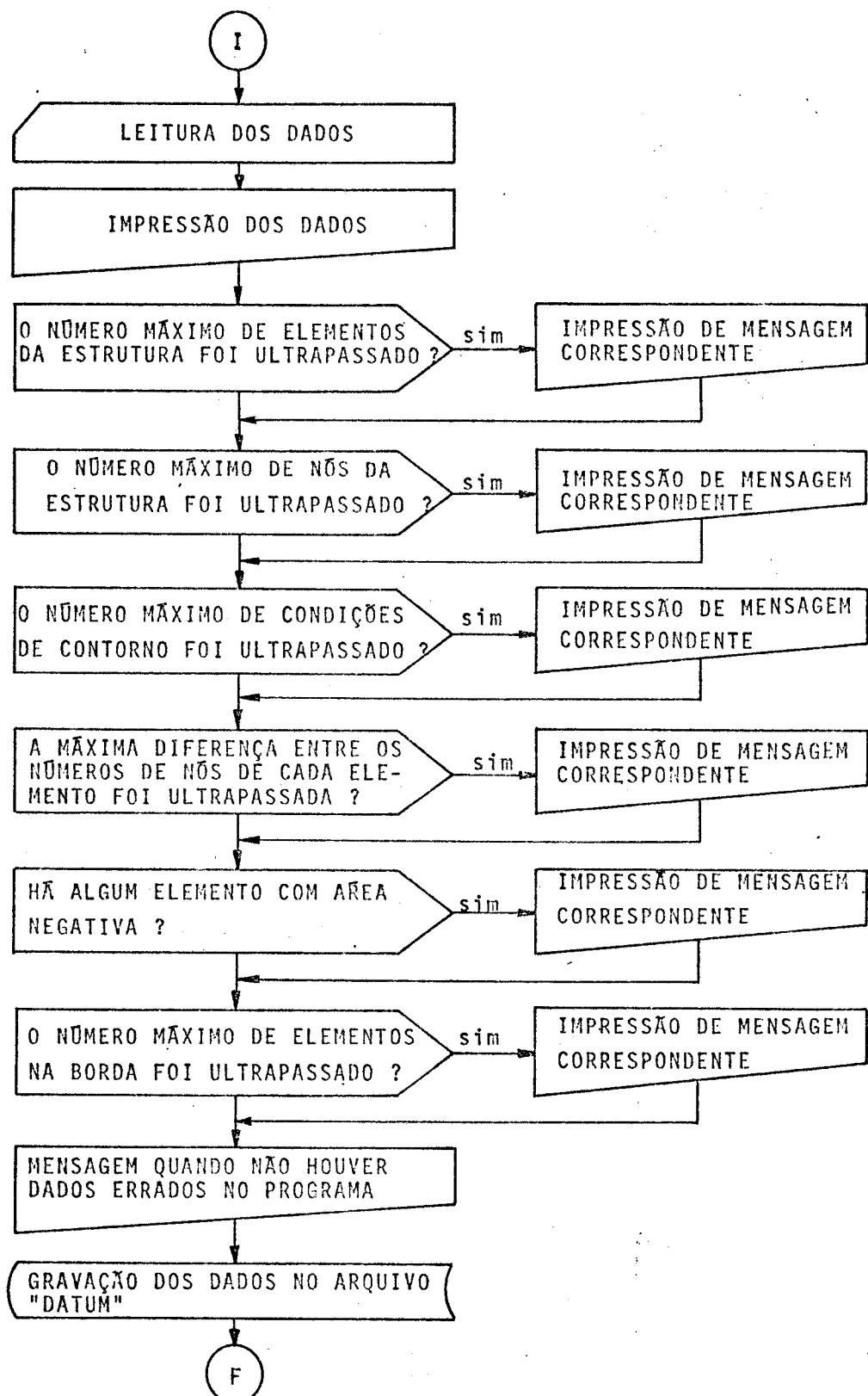
TRFRE: rotina transformação que atua no tratamento de bordas especiais, onde houve a necessidade de modificar os parâmetros nodais, de nós nela contidos (vide rotina TFREE). O vetor solução é referenciado em relação aos parâmetros modificados. A rotina transforma-os de modo que o vetor solução passa a ser referenciado em relação aos parâmetros originais;

FLEVO: imprime os valores das incógnitas nodais, calcula e imprime para cada nó os valores dos momentos fletores e volventes, calcula os momentos nodais principais e verifica se há a necessidade de perfurar dados em cartões para posterior utilização, em programa que traça os momentos principais com as respectivas direções;

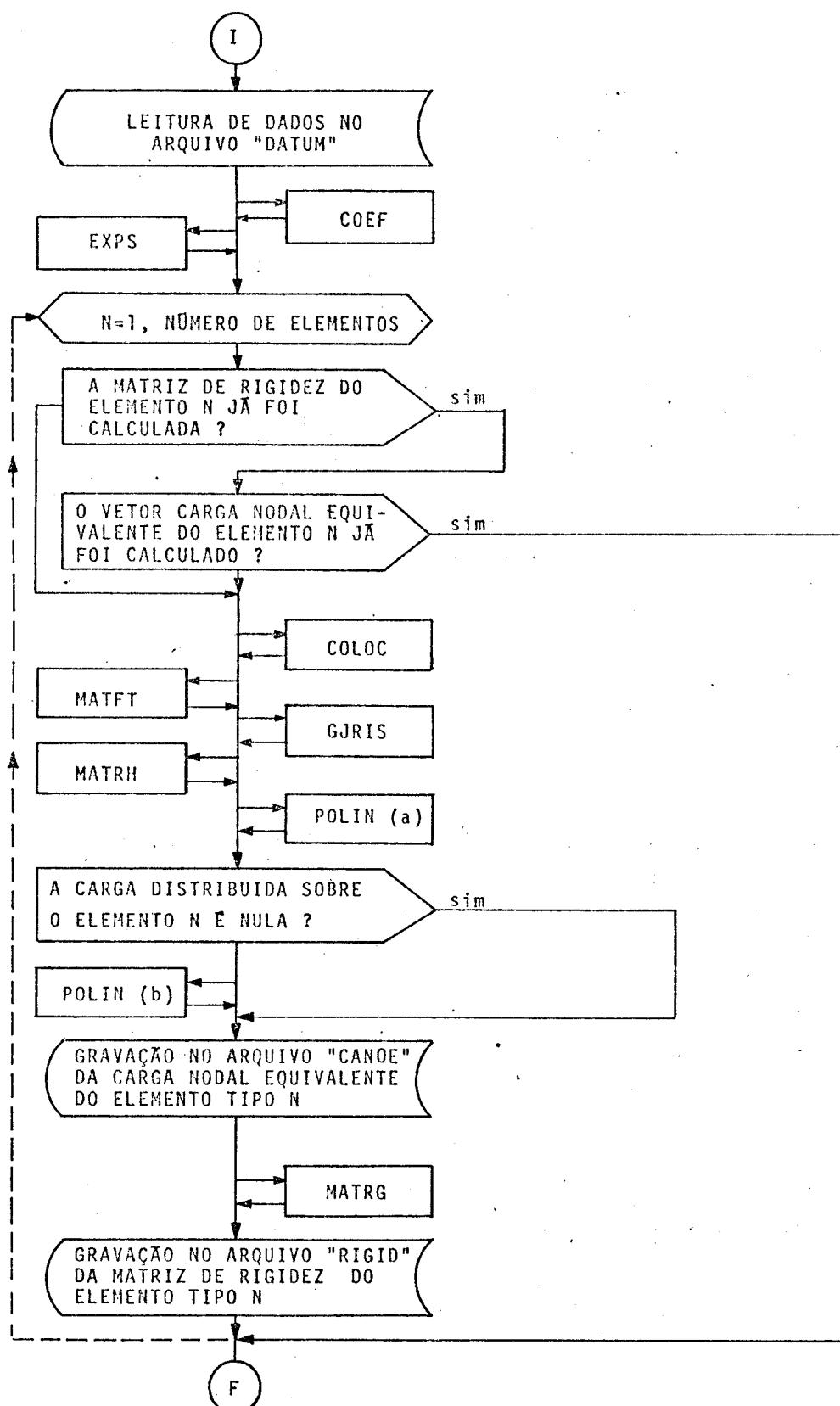
REACA: calcula para cada ponto situado na borda a respectiva reação vertical (desde que exista).

Os PROGRAMAS parciais podem ser visualizados através de fluxogramas simplificados, que são apresentados a seguir.

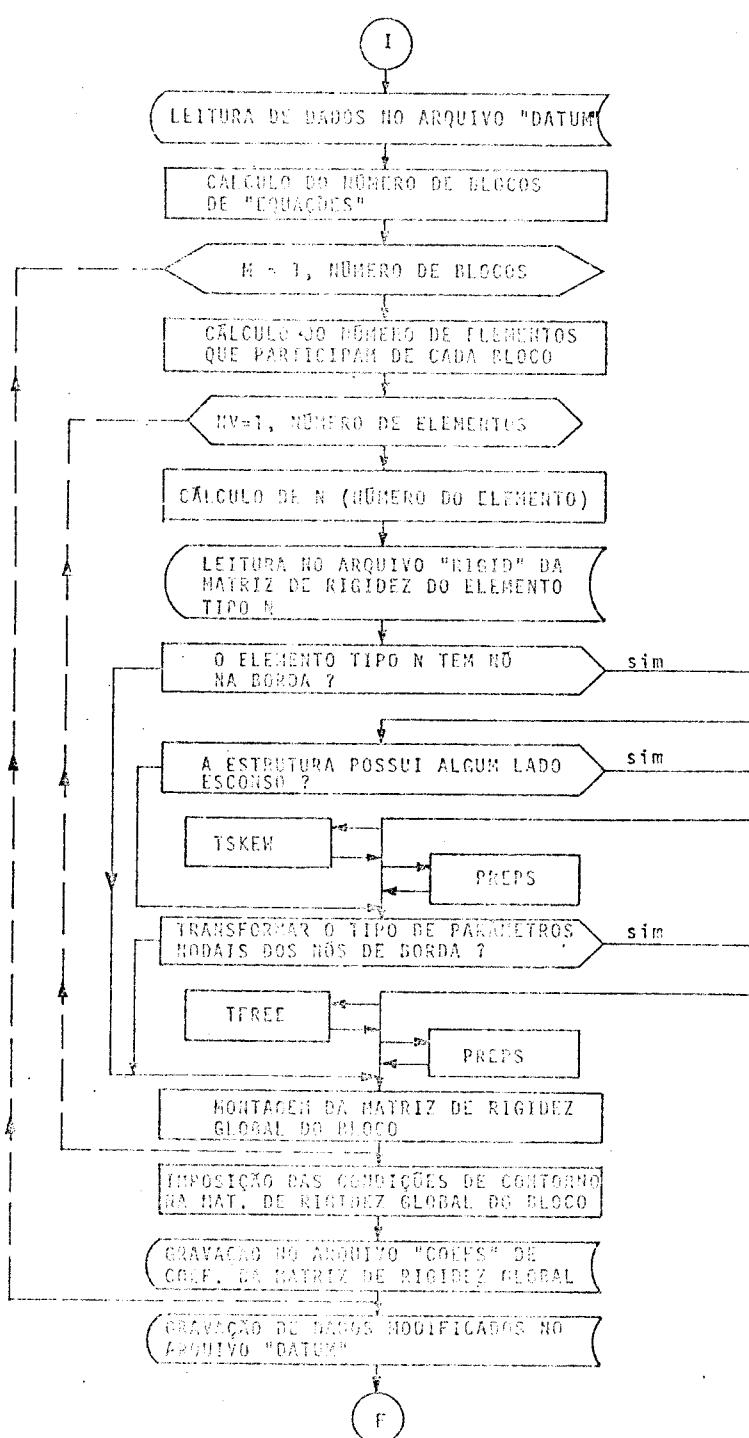
16.1.- Programa UM



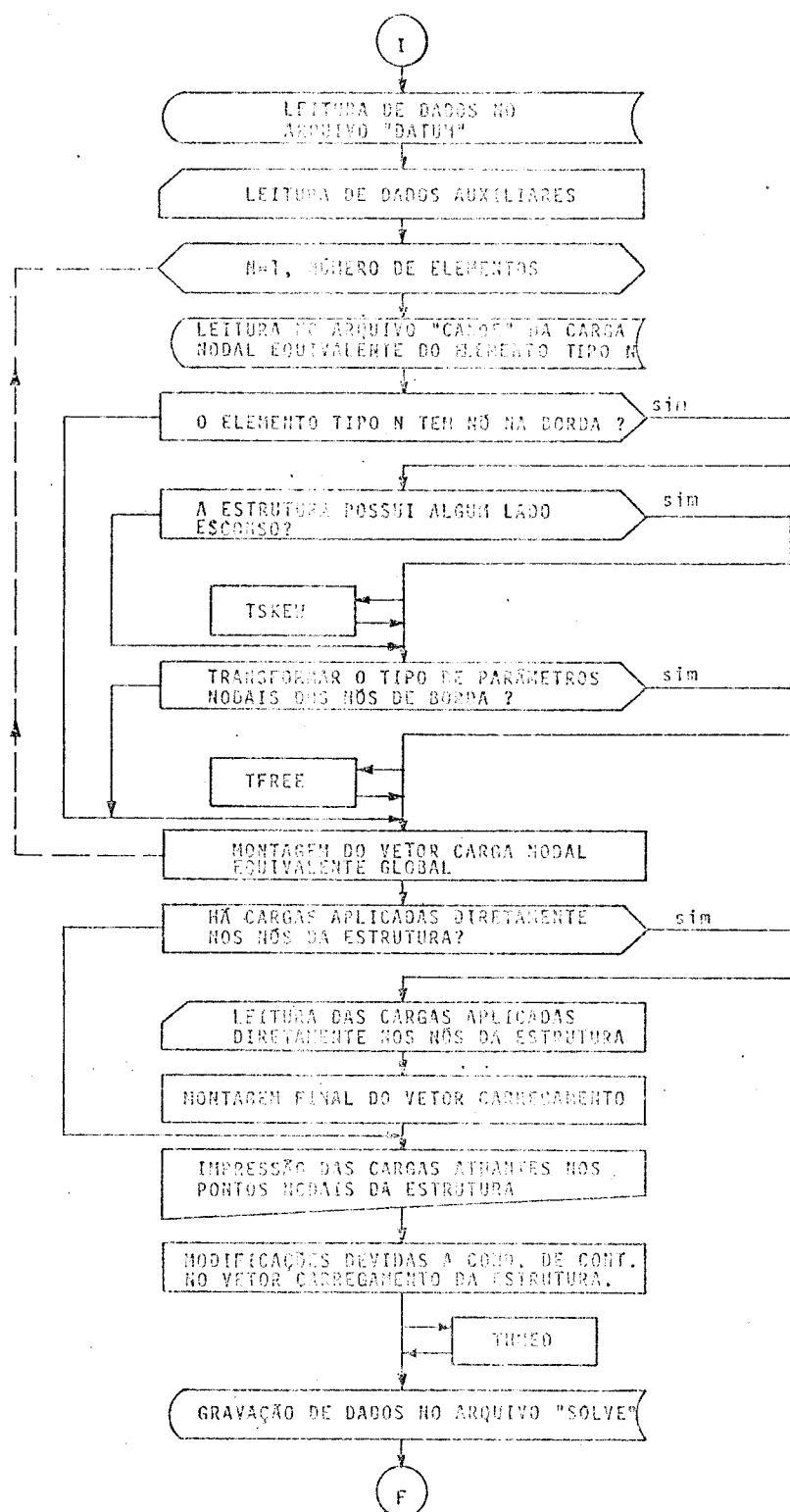
16.2.- Programa PZERO



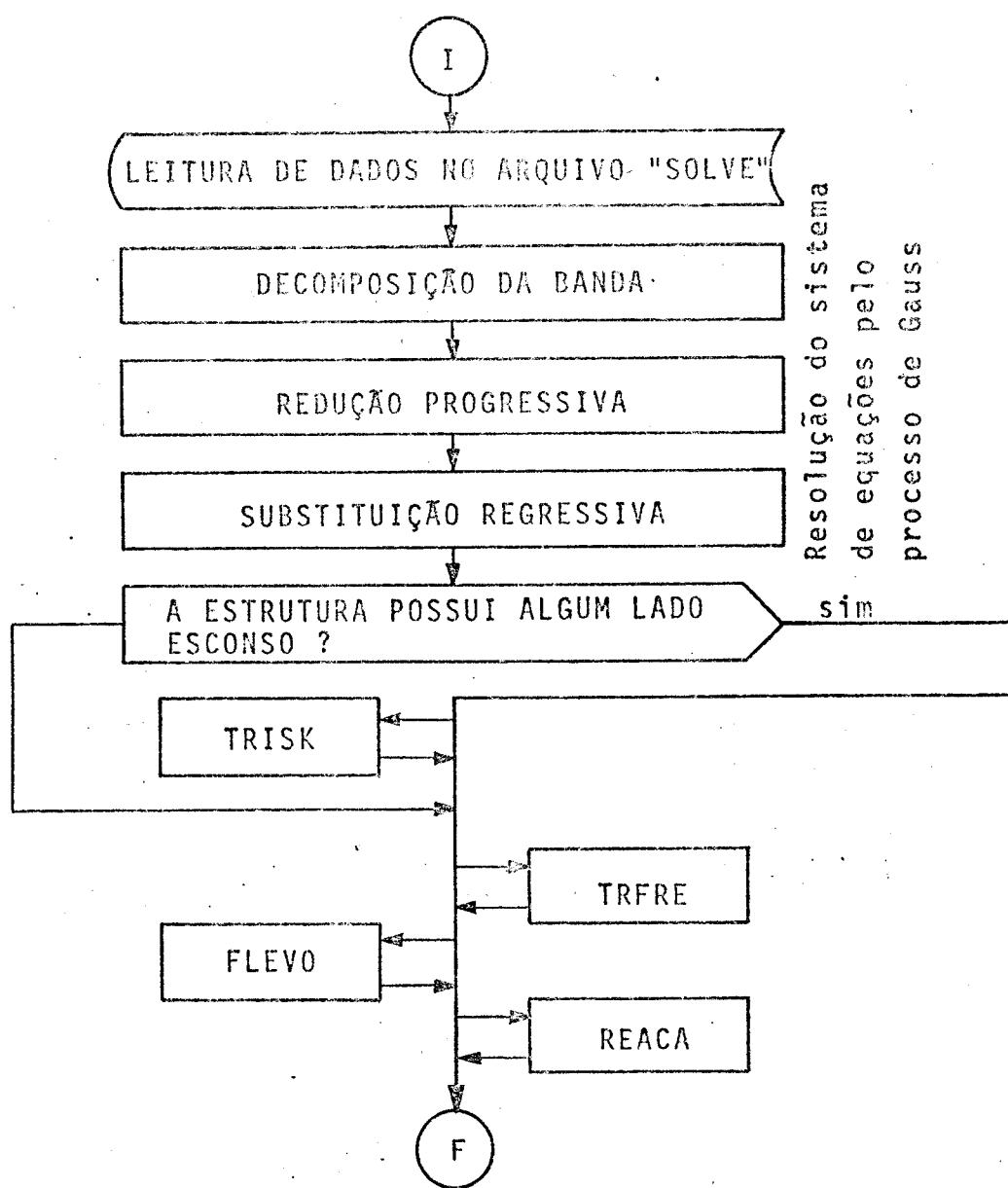
16.3.- Programa DOIS



16.4.- Programa TREIS



16.5.- Programa BIGS1



17.- ENTRADA DE DADOS

17.1. Entrada de dados no programa UM

19 Conjunto - Título do problema

Quantidade de cartões - 1

Formato - 40A2 (80 colunas)

20 Conjunto - Cartões de controle

Quantidade de cartões - 1

Formato - 10I4

Conteúdo de cada cartão:

	colunas
NUMEL - número de elementos (*) (<200)	1-4
ICASO - (código) ICASO = 0 chapa; ICASO = 1 placa	5-8
NUMNP - número de pontos nodais (<120)	9-12
NUMBC - número de condições de contorno (<240)(**) 13-16	
NUMPB - número de pontos na borda (<40)	17-20
NLOAD - número de casos de carga	21-24
NMAT - número de materiais diferentes (<6)	25-28
NELBO - número de elementos na borda (<100)	29-32
ISKEW - (código) ISKEW = "0" lados segundo x/y; ISKEW = "1" pelo menos 1 lado inclinado	33-36
NANGL - número de ângulos p/definirem lados esconsos (<40)	37-40

39 Conjunto - propriedades dos materiais

Quantidade de cartões - NMAT (1 p/ cada material
diferente)

Formato de cada cartão - I4,6X,4F10.0

Conteúdo de cada cartão I

(*) Nota: as variáveis, matrizes e vetores mais importantes do PROGRAMA geral que não forem identificadas neste índice, ou serão definidas na listagem do PROGRAMA ou tem significado evidente.

(**) Número de variáveis conhecidas no contorno.

		colunas
I	- número do material	1-4
EM(I)	- módulo de elasticidade do material	11-20
CP(I)	- coeficiente de Poisson do material	21-30
RHO(I)	- densidade do material	31-40
ALFA(I)	- coeficiente de dilatação térmica do material	41-50

49 Conjunto - Informações sobre cada elemento de borda

Quantidade de cartões - NELBO (1 p/ cada elemento de borda)

Formato - 10I4

Conteúdo de cada cartão K

colunas

LNOBO(K,1)	- número do elemento	1-4
LNOBO(K,2)	indicam os números dos nós	5-8
LNOBO(K,3)	de borda do elemento (veja poste	9-12
LNOBO(K,4)	riamente NP (N,I), I = 1,2,3)(*)	13-16
LNOBO(K,5)	indicam os endereços dos ângulos	17-20
LNOBO(K,6)	necessários p/ as transformações	21-24
LNOBO(K,7)	de coordenadas	25-28
LNOBO(K,8)	código para indicar o tipo	29-32
LNOBO(K,9)	de parâmetros nodais que	33-36
LNOBO(K,10)	convêm aos nós (**)	37-40

(*) Numere no sentido sinistrolorso

(**) Se o código indicar LNOBO=0 os parâmetros nodais serão do TIPO A; caso o código indicar LNOBO=1 os parâmetros nodais serão do TIPO B:

$$\begin{array}{l}
 \text{TIPO A} \\
 \mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx \\ w, xy \\ w, yy \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{v}'_i = \begin{bmatrix} w \\ w, x \\ w, y \\ w, xx + vw, yy \\ w, xy \\ w, yy + vw, xx \end{bmatrix} \\
 \text{TIPO B}
 \end{array}$$

50 Conjunto (somente se ISKEW = 1)

Quantidade de cartões: NANGL

Formato: F10.0

Conteúdo de cada cartão NA

colunas

ANGLE(NA) - ângulo p/ transformação de coordena-
das (em radianos)

1-10

60 Conjunto - Dados físicos de cada elemento

Quantidade: NUMEL (1 p/ cada elemento)

Formato: 8I3,6F9.4

Conteúdo de cada cartão N

colunas

N	- número de cada elemento	1-3
NP(N,1)	- número do nó 1	4-6
NP(N,2)	- " " " 2 (*)	7-9
NP(N,3)	- " " " 3	10-12
MAT(N)	- nº do material do elemento N	13-15
ITPEL(N)	- tipo de elemento (**)	16-18
KTPEL(N)	- tipo de carregamento (***)	19-21
KARGA(N)	- código p/ indicar se há carga <u>distribuída</u> "1" ou não "0" so- bre o elemento	22-24
ZCAR(N,1)	- valor da coordenada do carrega- mento distribuído no nó 1	25-33
ZCAR(N,2)	- valor da coordenada do carrega- mento distribuído no nó 2	34-42
ZCAR(N,3)	- valor da coordenada do carrega- mento distribuído no nó 3	43-51

(*) salienta-se a necessidade de numeração no sentido sinistrosso, o que corresponde atribuir orientação positiva para a área do elemento.

(**) número que identifica a que tipo pertence cada elemento, em termos de dimensões, forma, orientação etc.

(***) número que identifica a que tipo pertence cada elemento, em termos de dimensões, forma, orientação, carregamento distribuído etc.

	colunas
TH(N,1) - valor da espessura no nó 1	52-60
TH(N,2) - " " " " " 2	61-69
TH(N,3) - " " " " " 3	70-78

7º Conjunto - Coordenadas dos vértices

Quantidade de cartões: NUMNP (1 p/ cada nó)

Formato: I4,6X,2F10.0

Conteúdo de cada cartão J:

J - número do nó	1-4
XORD(J) - coordenada x	11-20
YORD(J) - coordenada y	21-30

8º Conjunto - Condições de contorno

Quantidade de cartões: NUMPB (1 p/ cada ponto na borda)

Formato: 13I4

Conteúdo de cada cartão M

M - nº do nó situado na borda	1-4
L1(1) } L1(I) = 0 (I = 1,6), indica que a incógnita nodal do vetor y_i ou y'_i é desconhecida	5-8 9-12
L1(2) }	
L1(3) } L1(I) = 1 (I = 1,6), indica que é conhecida	13-16
L1(4) }	
L1(5) }	17-20
L1(6) }	21-24
ICON(1) } código condicionado	25-28 29-32
ICON(2) }	
ICON(3) } se L1(I) = 0 implicará em ICON(I) = 0	33-36
ICON(4) }	
ICON(5) }	37-40
ICON(6) }	41-44
ICON(6) }	45-48
ICON(6) }	49-52

17.2.- Entrada de dados no PROGRAMA TREIS

1º Conjunto

Quantidade de cartões 1

Formato 2I4

Conteúdo

colunas

IPERF -(código) se IPERF = 0, não há necessidade perfurar dados sobre os momentos principais e suas direções, para utilização posterior

1-4

NPLD -número de pontos nodais com cargas concentradas

5-8

2º Conjunto

Quantidade de cartões: NPLD (1 p/ cada ponto com carga concentrada)

FORMATO: I4,6X,6F10.0

Conteúdo de cada cartão N

colunas

N	- número do ponto nodal carregado	1-4
ALD(1)	- carga concentrada w	11-20
ALD(2)	- carga concentrada w, _x (*)	21-30
ALD(3)	- carga concentrada w, _y	31-40
ALD(4)	- carga concentrada w, _{xx} ou w, _{xx} +vw, _{yy}	41-50
ALD(5)	- carga concentrada w, _{xy}	51-60
ALD(6)	- carga concentrada w, _{yy} ou w, _{yy} +vw, _{xx}	61-70

18.- EXEMPLOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, são apresentadas através do

(*) As cargas concentradas aplicadas em pontos nodais de bordas esconsas, deverão ser referenciadas aos respetivos eixos inclinados.

método dos elementos finitos, as soluções numéricas de diversos exemplos da teoria das placas elásticas. Posteriormente, essas soluções numéricas, são comparadas, com as respectivas soluções analíticas, quando existentes.

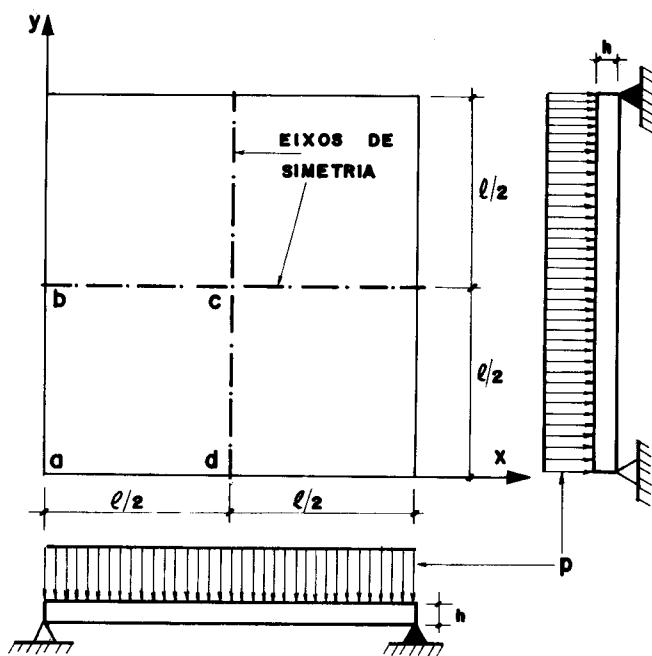
A escolha desses exemplos foi orientada no sentido de abranger toda a potencialidade do programa automático, além de oferecer ao usuário subsídios para que possa se orientar na vultosa e importante tarefa que é a preparação dos dados.

18.1.- Exemplo 1

Dados:

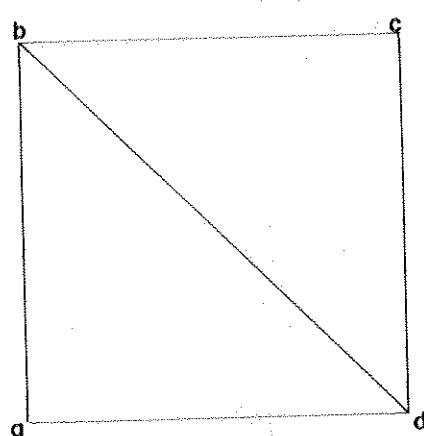
Placa quadrada de lado $\ell = 1$
espessura constante $h = 1$;
coeficiente de Poisson = 0.3;
vários casos de carga e condições de contorno:

- a) Carregamento uniformemente distribuído e lados simplesmente apoiados:

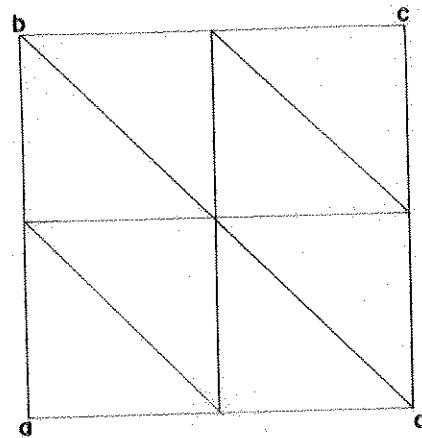


-FIGURA 18.1.1-

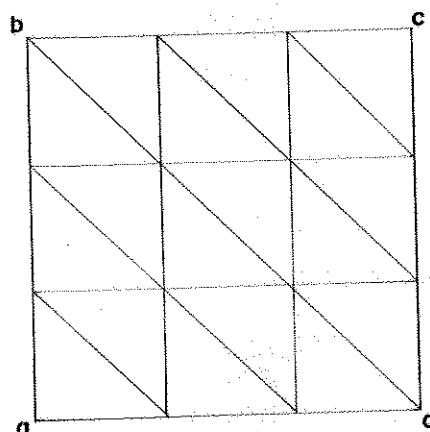
Partições consideradas para 1/4 da placa:



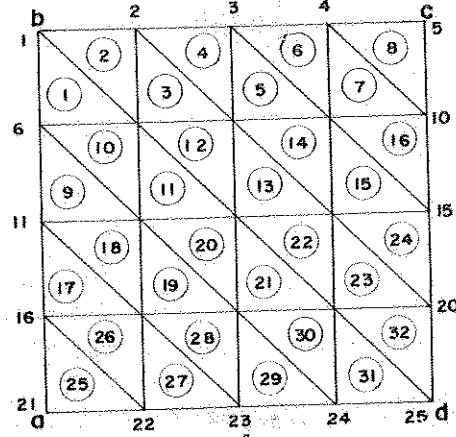
A_1



A_2



A_3



A_4

malha	graus de liberdade	deflexão no ponto c	$M_x = M_y$ no ponto c	M_{xy} no ponto a
A_1	24	4092	4889	3082
A_2	54	4062	4791	3204
A_3	96	4062	4789	3227
A_4	150	4062	4789	3237
solução analítica encontrada em (B13)		4062	4789	3246
fator de multiplicação		$10^{-6} \frac{p\ell^4}{D}$	$10^{-5} p\ell^2$	$-10^{-5} p\ell^2$

TABELA 18.1.1 - Principais resultados

 PLACA QUADRADA - SIMPL. APENDIDA - ESP. E CARREG. CONST. - PARTICAO A4

 ***** FINITE ELEMENT DATA

NUMERO DE ELEMENTOS	32
SE=0 CHAPA SEM BURDA	1
NUMERO DE PONTOS NODAIS	25
NUMERO DE CONTOCOS DE CONTORNO	16
NUMERO DE PONTOS NA BURDA	1
NUMERO DE CASOS DE CARGA	1
NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES	1
NO. DE ELEMENTOS JA SEI ESCONDIDOS	24
NO. DE LADOS SENSIBILIZADOS X/Y	0
NO. DE ANGULOS P/ DEFINIR LADOS ES	0

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

MAT. NO.	MODULO DE YOUNG	COEFF. DE POISSON	DENSIDADE	COEF. DILATACAO
1	0.10920E+02	6.30000	0.20000	0.00000E+00

ISKEW = 0 ----- PLACA COM LADOS SEGUINDO X/Y

ISKEW = 1 ----- PLACA COM LADO ESCONDIDO

ESTE PROBLEMA ISKEW= 0

INFORMACOES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONDIDAS E / OU CONDIÇOES DE CONTORNO

ELEMENTOS NA BURDA

ELEMENTOS

	NO 1	NO 2	NO 3	ANG 1	ANG 2	ANG 3	NO 1	NO 2	NO 3
1	1	6	7	0	0	0	0	0	0
2	1	7	2	0	0	0	0	0	0
3	2	7	8	0	0	0	0	0	0
4	2	8	3	0	0	0	0	0	0
5	3	8	9	0	0	0	0	0	0
6	3	9	4	0	0	0	0	0	0
7	4	9	10	0	0	0	0	0	0
8	4	10	5	0	0	0	0	0	0
9	6	11	12	0	0	0	0	0	0
10	6	12	7	0	0	0	0	0	0

PONTO	COORDENADAS DUS VERTICES		Y-GRD	X-GRD	CONDICÕES DE CONTORNO		TAG-W,XY	TAG-W,YY	TAG-W,XX
	X	Y			TAG-W,X	TAG-W,Y			
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1	1	1	1	1
2	0.1250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
3	0.2500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
4	0.3750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
5	0.5000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
6	0.6250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
7	0.7500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
8	0.8750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
9	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
10	1.1250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
11	1.2500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
12	1.3750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
13	1.5000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
14	1.6250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
15	1.7500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
16	1.8750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
17	2.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
18	2.1250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
19	2.2500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
20	2.3750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
21	2.5000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
22	2.6250	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
23	2.7500	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
24	2.8750	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0
25	3.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	0	0

21	1	1	1	1	0	0	0	0	0
22	1	1	0	1	0	0	0	0	0
23	1	1	0	0	1	0	0	0	0
24	1	1	0	0	1	0	0	0	0
25	1	1	0	1	1	0	0	0	0

LARGURA DA SEMI-BANDA = 42

PROGRAMA UM ESTA EXECUTADO - NAO HA DADOS ERRADOS

CARGAS APLICADAS

PONTO	CARGA W	CARGA W,X	CARGA W,Y	CARGA W,XX	CARGA W,YY	CARGA W,XY
1	0.4836E-02	0.1348E-03	0.1348E-03	0.1453E-05	0.2712E-05	0.0000000000000000
2	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
3	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
4	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
5	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
6	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
7	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
8	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
9	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
10	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
11	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
12	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
13	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
14	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
15	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
16	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
17	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
18	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
19	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
20	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
21	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
22	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
23	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
24	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
25	0.7312E-02	0.7443E-04	0.7443E-04	0.2034E-05	0.2034E-05	0.0000000000000000
PONTO	COORDENADAS X	COORDENADAS Y	FEICAO VERTICAL (W)	FEICAO (W)	FEICAO (W)	FEICAO (W)
1	0.00	0.00	0.50	-0.2618E-01	-0.2618E-01	-0.2618E-01
6	1.16	0.00	0.37	-0.5941E-01	-0.5941E-01	-0.5941E-01
11	1.16	0.00	0.12	-0.3333E-01	-0.3333E-01	-0.3333E-01
16	2.21	0.00	0.12	-0.3096E-01	-0.3096E-01	-0.3096E-01
21	2.23	0.00	0.23	-0.4393E-01	-0.4393E-01	-0.4393E-01
24	2.24	0.00	0.37	-0.5041E-01	-0.5041E-01	-0.5041E-01
25	2.25	0.00	0.50	-0.2616E-01	-0.2616E-01	-0.2616E-01

VALORES DAS INCÓGNITAS NODAIS	COORDENADAS	MOMENTOS NODAIS
PONTO	PONTO	PONTO
W, YY	W, YY	W, XX
W, XY	W, XY	W, X
W, Y	W, Y	W, X
W, X	W, X	W, X
W, Z	W, Z	W, X
W, Y, XX	W, Y, XY	W, Y, X
W, Y, XY	W, Y, YY	W, Y, Z
W, Y, YY	W, Y, Z	W, Z
W, Z	W, Z	W, Z
W, Y, XX, YY	W, Y, XY, YY	W, Y, X, Z
W, Y, XY, YY	W, Y, YY, Z	W, Z, Z
W, Y, YY, Z	W, Z, Z	W, Z, Z
W, Z, Z	W, Z, Z	W, Z, Z
W, Y, XX, YY, XY	W, Y, XY, YY, Z	W, Y, X, Z, Z
W, Y, XY, YY, Z	W, Y, YY, Z, Z	W, Z, Z, Z
W, Y, YY, Z, Z	W, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z
W, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z
W, Y, XX, YY, XY, YY	W, Y, XY, YY, Z, Z	W, Y, X, Z, Z, Z
W, Y, XY, YY, Z, Z	W, Y, YY, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z
W, Y, YY, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z
W, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z
W, Y, XX, YY, XY, YY, XY	W, Y, XY, YY, Z, Z, Z	W, Y, X, Z, Z, Z, Z
W, Y, XY, YY, Z, Z, Z	W, Y, YY, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, YY, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z
W, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, XX, YY, XY, YY, XY, YY	W, Y, XY, YY, Z, Z, Z, Z	W, Y, X, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, XY, YY, Z, Z, Z, Z	W, Y, YY, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, YY, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, XX, YY, XY, YY, XY, YY, XY	W, Y, XY, YY, Z, Z, Z, Z, Z	W, Y, X, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, XY, YY, Z, Z, Z, Z, Z	W, Y, YY, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Y, YY, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z
W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z	W, Z, Z, Z, Z, Z, Z, Z

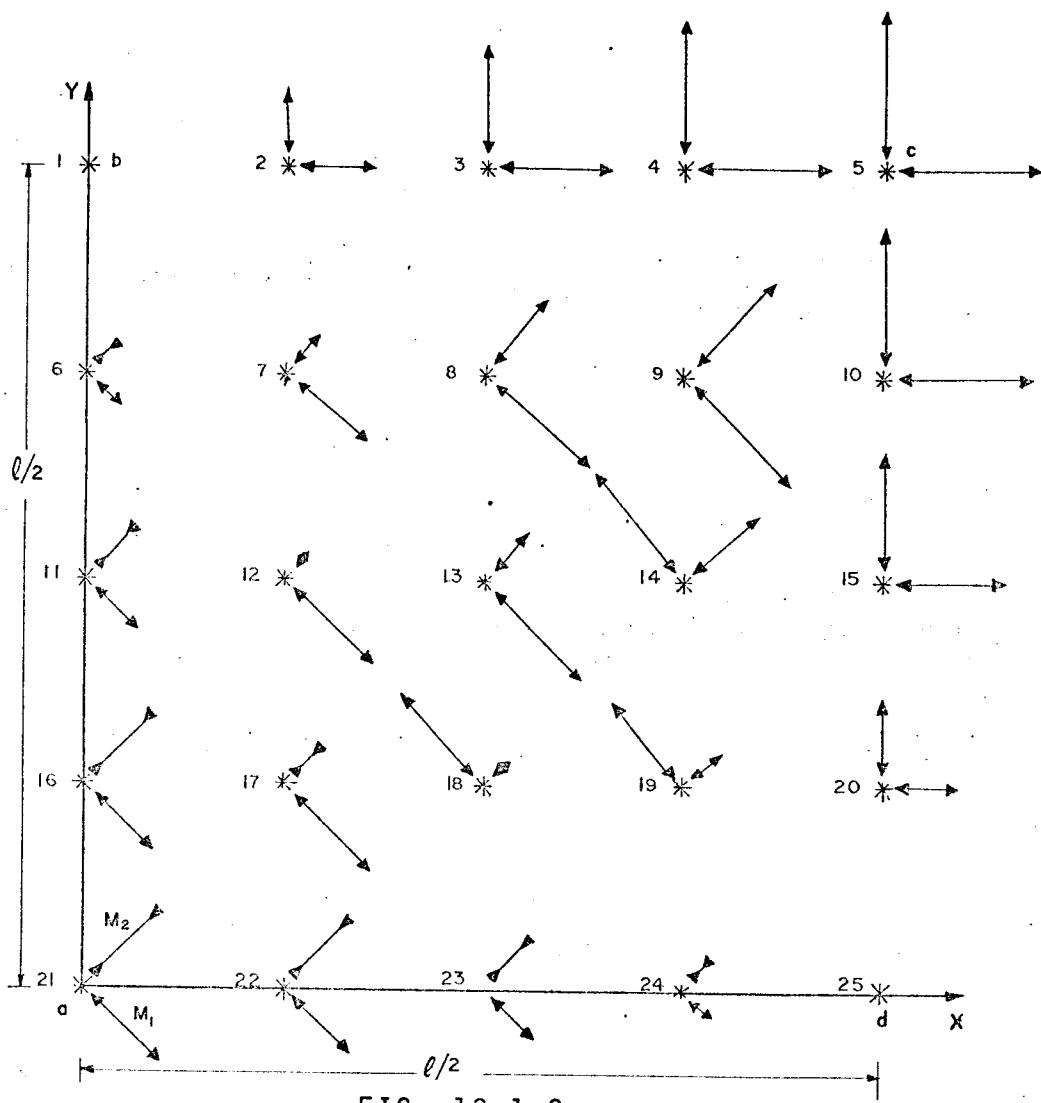


FIG. 18.1.2

Representação gráfica dos momentos principais M_1 e M_2
(PARTIÇÃO A₁)

Fator de mult. para os momentos principais tabelados: ρl^2

PONTO	X	Y	M-1	M-2	ANGULO [GRAUS]	DIRECAO PRINCIPAL
1	0.000	0.500	0.0000E 00	0.0000E 00	45.0000	0
2	0.125	0.500	0.2489E-01	0.2052E-01	0.0000	1
3	0.250	0.500	0.3892E-01	0.3562E-01	0.0000	1
4	0.375	0.500	0.4582E-01	0.4480E-01	0.0000	1
5	0.500	0.500	0.4788E-01	0.4788E-01	0.0000	2
6	0.000	0.375	0.1026E-01	-0.1026E-01	-45.0000	1
7	0.125	0.375	0.3123E-01	0.1210E-01	-39.3312	1
8	0.250	0.375	0.4247E-01	0.2830E-01	-40.2132	1
9	0.375	0.375	0.4661E-01	0.3923E-01	-44.9999	1
10	0.500	0.375	0.4582E-01	0.4480E-01	0.0000	1
11	0.000	0.250	0.1998E-01	-0.1998E-01	-45.0000	2
12	0.125	0.250	0.3648E-01	0.1567E-03	-43.3302	1
13	0.250	0.250	0.4279E-01	0.1609E-01	-44.9999	1
14	0.375	0.250	0.4247E-01	0.2830E-01	40.2133	2
15	0.500	0.250	0.3892E-01	0.3562E-01	0.0000	2
16	0.000	0.125	0.2813E-01	-0.2813E-01	-45.0000	1
17	0.125	0.125	0.3703E-01	-0.1330E-01	-44.9999	1
18	0.250	0.125	0.3648E-01	0.1568E-03	-43.3302	2
19	0.375	0.125	0.3123E-01	0.1210E-01	-39.3312	2
20	0.500	0.125	0.2489E-01	0.2052E-01	0.0000	2
21	0.000	0.000	0.3236E-01	-0.3236E-01	-45.0000	1
22	0.125	0.000	0.2813E-01	-0.2813E-01	-45.0000	1
23	0.250	0.000	0.1998E-01	-0.1998E-01	-45.0000	1
24	0.375	0.000	0.1026E-01	-0.1026E-01	-45.0000	1
25	0.500	0.000	0.0000E 00	0.0000E 00	45.0000	0

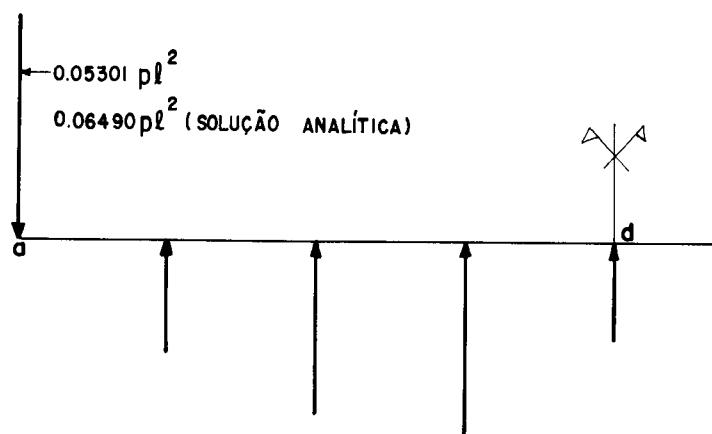


FIG. 18.1.3 - Reação vertical de apoio (Partição A_d)

De acordo com a FIG. 18.1.2 verifica-se na placa em foco que nas imediações do vértice a coincidem os valores absolutos de M_1 , M_2 e M_{xy} .

Perpendicular ao plano b-d atua o momento fletor M_2 que exige armadura superior, enquanto que na direção b-d atua o momento fletor M_1 fornecendo armadura inferior, conforme FIG. 18.1.4

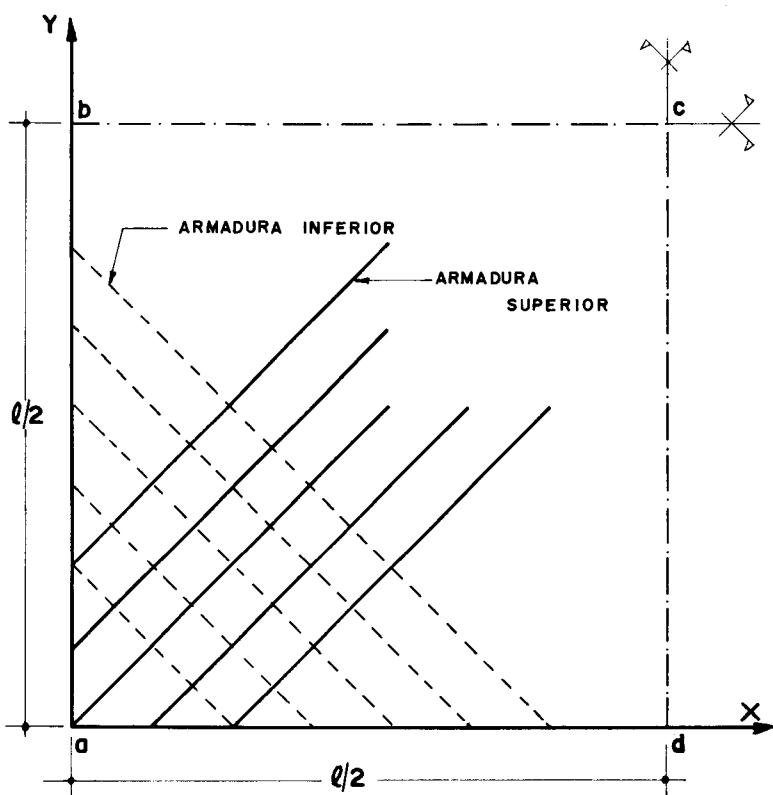


FIG.18.1.4 - disposição da armadura de torção

b) Carga P concentrada no centro da placa e lados simplesmente apoiados:

A carga P "concentrada" no centro da placa pode ser considerada através de duas maneiras: a primeira é considerar a carga P diretamente aplicada no ponto central da placa (b_1); a segunda é considerar a carga P distribuída em um pequeno quadrado de lado u (b_2) como de fato acontece nos casos práticos.

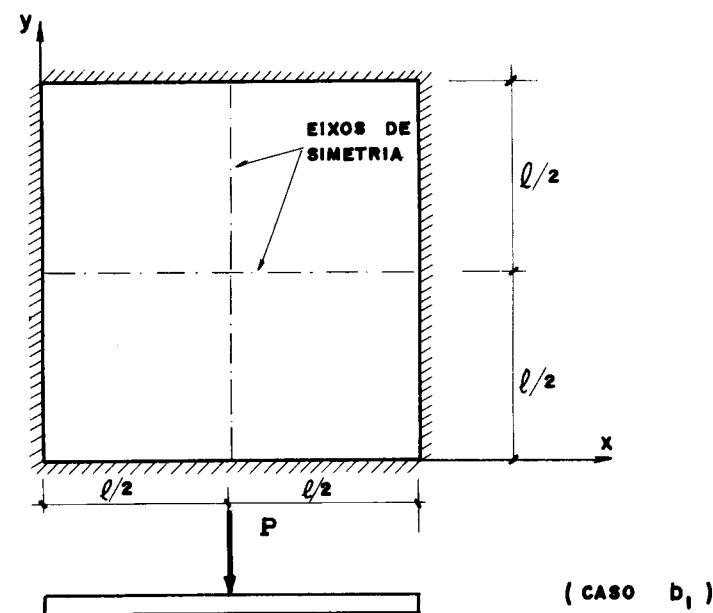


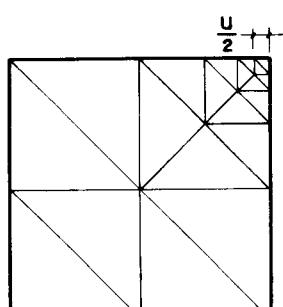
FIG. 18.1.5

(caso b_1)

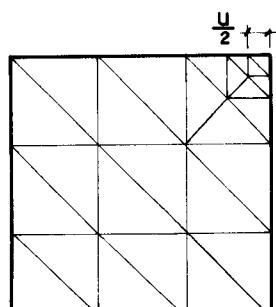
$$p = \frac{P}{u^2}$$

(caso b_2)

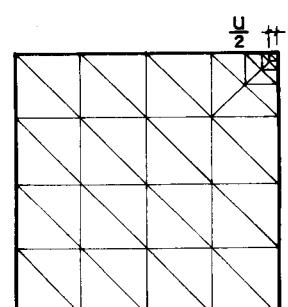
Partições consideradas:



B_1



B_2



B_3

malha		graus de liberdade	deflexão no ponto c	momento M_{xy} no ponto a	$M_x = M_y$ no ponto c
B_1	b_1	108	1160	6146	56705
	b_2	108	1150	6133	33275
B_2	b_1	132	1160	6103	53733
	b_2	132	1143	6081	30303
B_3	b_1	204	1160	6098	63879
	b_2	204	1157	6095	40449
solução analítica encontrada no (B13)		1160	---	---	(*)
fator de multiplicação		$10^{-5} \frac{P\ell^2}{D}$	$-10^{-5} P$	$10^{-5} P$	

TABELA 18.1.2 - Principais resultados-

c) carregamento uniformemente distribuído e suportada simetricamente através de colunas pontuais situadas nos cantos:

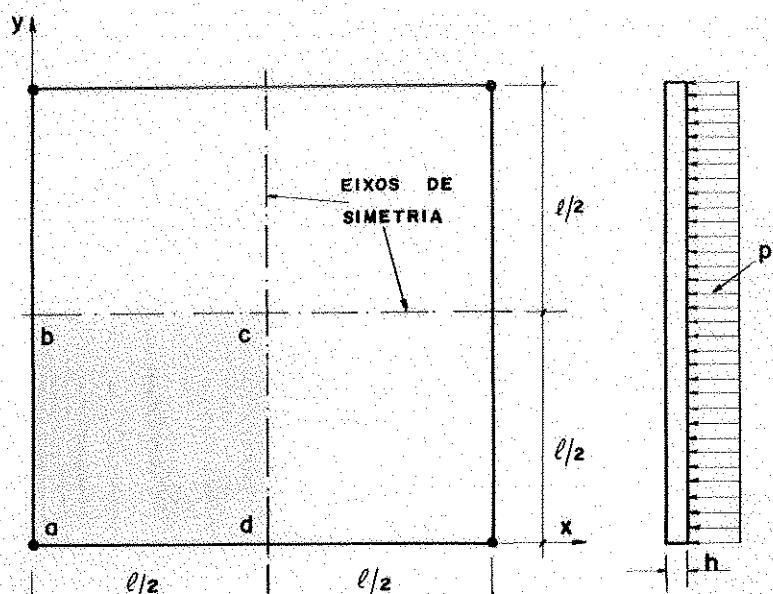
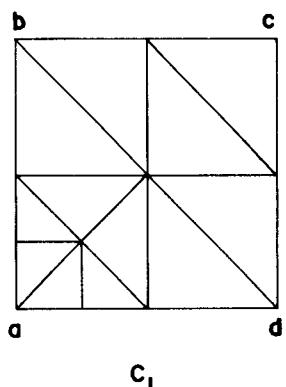


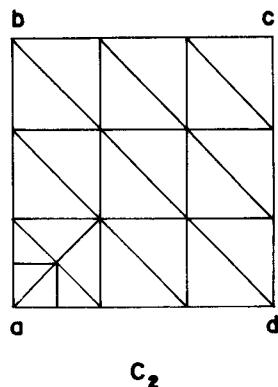
FIGURA 18.1.6

(*) se a carga P for considerada puntualmente concentrada, na solução analítica, os momentos fletores no centro da placa resultam infinitos; no entanto caso se considere a carga concentrada como parcialmente distribuída em uma pequena área finita, aqueles momentos são determinados e apresentam valores finitos.

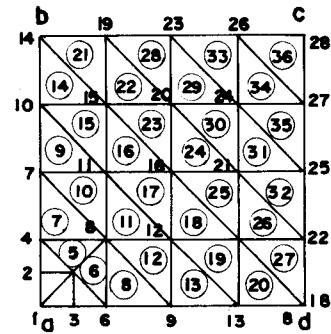
Partições consideradas para 1/4 da placa:



C_1



C_2



C_3

malha	graus de liberdade	deflexão ponto c	$M_x = M_y$ ponto c	M_y ponto b	reação ponto a
C_1	72	0.0255062	0.1117012	0.150524	0.2499
C_2	114	0.0255066	0.1117095	0.150375	0.2500
C_3	168	0.0255053	0.1117057	0.150399	0.2499
solução analítica encontrada em (B13)		0.0249	0.1090	0.1404	0.2500
fator de multiplicação		$\frac{p\ell^4}{4}$	$p\ell^2$	$p\ell^2$	$-p\ell^2$

TABELA 18.1.3 - Principais resultados

 ***** PLACA QUADRADA SIMPL. APOIADA EM 4 APÓIOS PONTUAIS C3

 ***** FINITE ELEMENT DATA

NUMERO DE ELEMENTOS..... 36
 SE=0 CHAPA 1, SE=1 PLACA..... 1
 NUMERO DE PONTOUS NODAIS..... 28
 NUMERO DE CONDICÕES DE CONTORNO..... 28
 NUMERO DE PONTOUS NA BORDA..... 18
 NUMERO DE CASOS DE CARGA..... 1
 NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES..... 1
 NU. DE ELEMENTOS NA BORDA..... 28
 =C, LADOS SÉGUINDO X/Y..... 0
 NO. DE ANGULOS P/ DEFINIR LADOS ES
 NO.

MAT.NC.	MODULO DE YOUNG	COEF.DE POISSON	DENSIDADE	COEF.DILATACAO
1	0.10920E 02	0.30000	0.30000	0.00000E 00

ISKEW = 0 ----- PLACA COM LADOS SEGUNDO X/Y
 ISKEW = 1 ----- PLACA COM LADO ESCONSO
 ESTE PROBLEMA ISKEW= 0

INFORMACOES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONDIDA E / OU CONDIÇES DE CONTORNO
 ELEMENTOS NA BORDA
 ELEMENTOS

NO. 1	NO. 2	NO. 3	ANG 1	ANG 2	ANG 3	NO. 1	NO. 2	NO. 3
1	5	2	0	0	0	0	0	1
2	1	3	5	0	0	0	0	1
3	2	5	4	0	0	0	1	0
4	3	6	5	0	0	0	1	0
5	5	8	4	0	0	0	0	1
6	5	6	8	0	0	0	1	0
7	4	8	7	0	0	0	1	0
8	6	9	8	0	0	0	1	0
9	7	11	10	0	0	0	1	0
10	8	11	7	0	0	0	1	0
12	9	12	8	0	0	0	1	0

13	9	13	12
14	16	15	14
15	11	15	10
19	13	17	12
20	15	18	17
21	15	19	14
22	15	20	19
26	17	22	21
27	18	22	17
28	20	23	19
29	20	24	23
31	21	25	24
32	22	25	21
33	24	26	23
34	24	27	26
35	25	27	24
36	27	28	26

DADOS SOBRE OS ELEMENTOS

ELEMENTO	I	J	K	MAT.TIPO	ELEM.TIPO	CARR.TIPO	KARGA	ZCAR(I)	ZCAR(J)	ZCAR(K)	H(I)	H(J)	H(K)
1	3	5	2	12	12	12	12	11	11	11	11	11	11
2	3	5	4	13	13	13	13	12	12	12	12	12	12
3	4	6	5	14	14	14	14	13	13	13	13	13	13
4	5	6	7	15	15	15	15	14	14	14	14	14	14
5	6	7	8	16	16	16	16	15	15	15	15	15	15
6	7	8	9	17	17	17	17	16	16	16	16	16	16
7	8	9	10	18	18	18	18	17	17	17	17	17	17
8	9	10	11	19	19	19	19	18	18	18	18	18	18
9	10	11	12	20	20	20	20	19	19	19	19	19	19
10	11	12	13	21	21	21	21	20	20	20	20	20	20
11	12	13	14	22	22	22	22	21	21	21	21	21	21
12	13	14	15	23	23	23	23	22	22	22	22	22	22
13	14	15	16	24	24	24	24	23	23	23	23	23	23
14	15	16	17	25	25	25	25	24	24	24	24	24	24
15	16	17	18	26	26	26	26	25	25	25	25	25	25
16	17	18	19	27	27	27	27	26	26	26	26	26	26
17	18	19	20	28	28	28	28	27	27	27	27	27	27
18	19	20	21	29	29	29	29	28	28	28	28	28	28
19	20	21	22	30	30	30	30	29	29	29	29	29	29
20	21	22	23	31	31	31	31	30	30	30	30	30	30
21	22	23	24	32	32	32	32	31	31	31	31	31	31
22	23	24	25	33	33	33	33	32	32	32	32	32	32
23	24	25	26	34	34	34	34	33	33	33	33	33	33
24	25	26	27	35	35	35	35	34	34	34	34	34	34
25	26	27	28	36	36	36	36	35	35	35	35	35	35
26	27	28	29	37	37	37	37	36	36	36	36	36	36
27	28	29	30	38	38	38	38	37	37	37	37	37	37
28	29	30	31	39	39	39	39	38	38	38	38	38	38
29	30	31	32	40	40	40	40	39	39	39	39	39	39
30	31	32	33	41	41	41	41	40	40	40	40	40	40
31	32	33	34	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41
32	33	34	35	43	43	43	43	42	42	42	42	42	42
33	34	35	36	44	44	44	44	43	43	43	43	43	43
34	35	36	37	45	45	45	45	44	44	44	44	44	44
35	36	37	38	46	46	46	46	45	45	45	45	45	45
36	37	38	39	47	47	47	47	46	46	46	46	46	46
37	38	39	40	48	48	48	48	47	47	47	47	47	47
38	39	40	41	49	49	49	49	48	48	48	48	48	48
39	40	41	42	50	50	50	50	49	49	49	49	49	49
40	41	42	43	51	51	51	51	50	50	50	50	50	50
41	42	43	44	52	52	52	52	51	51	51	51	51	51
42	43	44	45	53	53	53	53	52	52	52	52	52	52
43	44	45	46	54	54	54	54	53	53	53	53	53	53
44	45	46	47	55	55	55	55	54	54	54	54	54	54
45	46	47	48	56	56	56	56	55	55	55	55	55	55
46	47	48	49	57	57	57	57	56	56	56	56	56	56
47	48	49	50	58	58	58	58	57	57	57	57	57	57
48	49	50	51	59	59	59	59	58	58	58	58	58	58
49	50	51	52	60	60	60	60	59	59	59	59	59	59
50	51	52	53	61	61	61	61	60	60	60	60	60	60
51	52	53	54	62	62	62	62	61	61	61	61	61	61
52	53	54	55	63	63	63	63	62	62	62	62	62	62
53	54	55	56	64	64	64	64	63	63	63	63	63	63
54	55	56	57	65	65	65	65	64	64	64	64	64	64
55	56	57	58	66	66	66	66	65	65	65	65	65	65
56	57	58	59	67	67	67	67	66	66	66	66	66	66
57	58	59	60	68	68	68	68	67	67	67	67	67	67
58	59	60	61	69	69	69	69	68	68	68	68	68	68
59	60	61	62	70	70	70	70	69	69	69	69	69	69
60	61	62	63	71	71	71	71	70	70	70	70	70	70
61	62	63	64	72	72	72	72	71	71	71	71	71	71
62	63	64	65	73	73	73	73	72	72	72	72	72	72
63	64	65	66	74	74	74	74	73	73	73	73	73	73
64	65	66	67	75	75	75	75	74	74	74	74	74	74
65	66	67	68	76	76	76	76	75	75	75	75	75	75
66	67	68	69	77	77	77	77	76	76	76	76	76	76
67	68	69	70	78	78	78	78	77	77	77	77	77	77
68	69	70	71	79	79	79	79	78	78	78	78	78	78
69	70	71	72	80	80	80	80	79	79	79	79	79	79
70	71	72	73	81	81	81	81	80	80	80	80	80	80
71	72	73	74	82	82	82	82	81	81	81	81	81	81
72	73	74	75	83	83	83	83	82	82	82	82	82	82
73	74	75	76	84	84	84	84	83	83	83	83	83	83
74	75	76	77	85	85	85	85	84	84	84	84	84	84
75	76	77	78	86	86	86	86	85	85	85	85	85	85
76	77	78	79	87	87	87	87	86	86	86	86	86	86
77	78	79	80	88	88	88	88	87	87	87	87	87	87
78	79	80	81	89	89	89	89	88	88	88	88	88	88
79	80	81	82	90	90	90	90	89	89	89	89	89	89
80	81	82	83	91	91	91	91	90	90	90	90	90	90
81	82	83	84	92	92	92	92	91	91	91	91	91	91
82	83	84	85	93	93	93	93	92	92	92	92	92	92
83	84	85	86	94	94	94	94	93	93	93	93	93	93
84	85	86	87	95	95	95	95	94	94	94	94	94	94
85	86	87	88	96	96	96	96	95	95	95	95	95	95
86	87	88	89	97	97	97	97	96	96	96	96	96	96
87	88	89	90	98	98	98	98	97	97	97	97	97	97
88	89	90	91	99	99	99	99	98	98	98	98	98	98
89	90	91	92	100	100	100	100	99	99	99	99	99	99
90	91	92	93	101	101	101	101	100	100	100	100	100	100
91	92	93	94	102	102	102	102	101	101	101	101	101	101
92	93	94	95	103	103	103	103	102	102	102	102	102	102
93	94	95	96	104	1								

A decorative border at the top of the page. It features a grid of small circles in the upper portion, arranged in a pattern that tapers to the right. Below this is a single row of small circles, followed by a horizontal line of small dots.

○ ○ ○ ○

○ ○ ○ ○

100

○ ○ ○ ○

Q Q Q Q

○ ○ ○ ○

1 - 0 . 1

○ ○ ○ ○

8885

1 C 8 8

1 2 3 4

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8

1. *Grundlagen der Biologie*, 2. Aufl., Stuttgart 1980.

LARGURA DA SEMI-BANDA = 36

24	0.15628191	-0.1875E+11
25	0.78128192	-0.1953E+11
26	0.68128192	-0.1944E+11
27	0.78128193	-0.1933E+11
28	0.68128194	-0.1924E+11

REACAO VERTICAL NOS APOIOS		PLACAR VERTICAL K(W)
PONTO N	COORDENADAS X Y	
1	0.00 0.00	-0.24926 30

REACAO VERTICAL NOSSA APOLIOS

VALORES DAS INCOGNITAS MODAIS
COORDENADAS . W
PONTO

VALORES DAS INCOGNITAS NODAIS
PONTO COORDENADAS

-77-

MOMENTOS NODALES	COORDENADAS	MX	MY	MXY	MYX
PUNTO					
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ଓম্পালুকানোরোড়া কুতু

0123456789012345678
11111111111111111111

ପାତାରେ କିମ୍ବା କିମ୍ବା

山
之

卷之三

2

COMPONENTES NUCAIS PRINCIPAIS PONTOS COORDENADAS

ପାତ୍ରମାନଙ୍କର ଅନୁଭବ ଏହାର ପାଇଁ ଆମେ ଯାହାର ପାଇଁ
ପାତ୍ରମାନଙ୍କର ଅନୁଭବ ଏହାର ପାଇଁ ଆମେ ଯାହାର ପାଇଁ

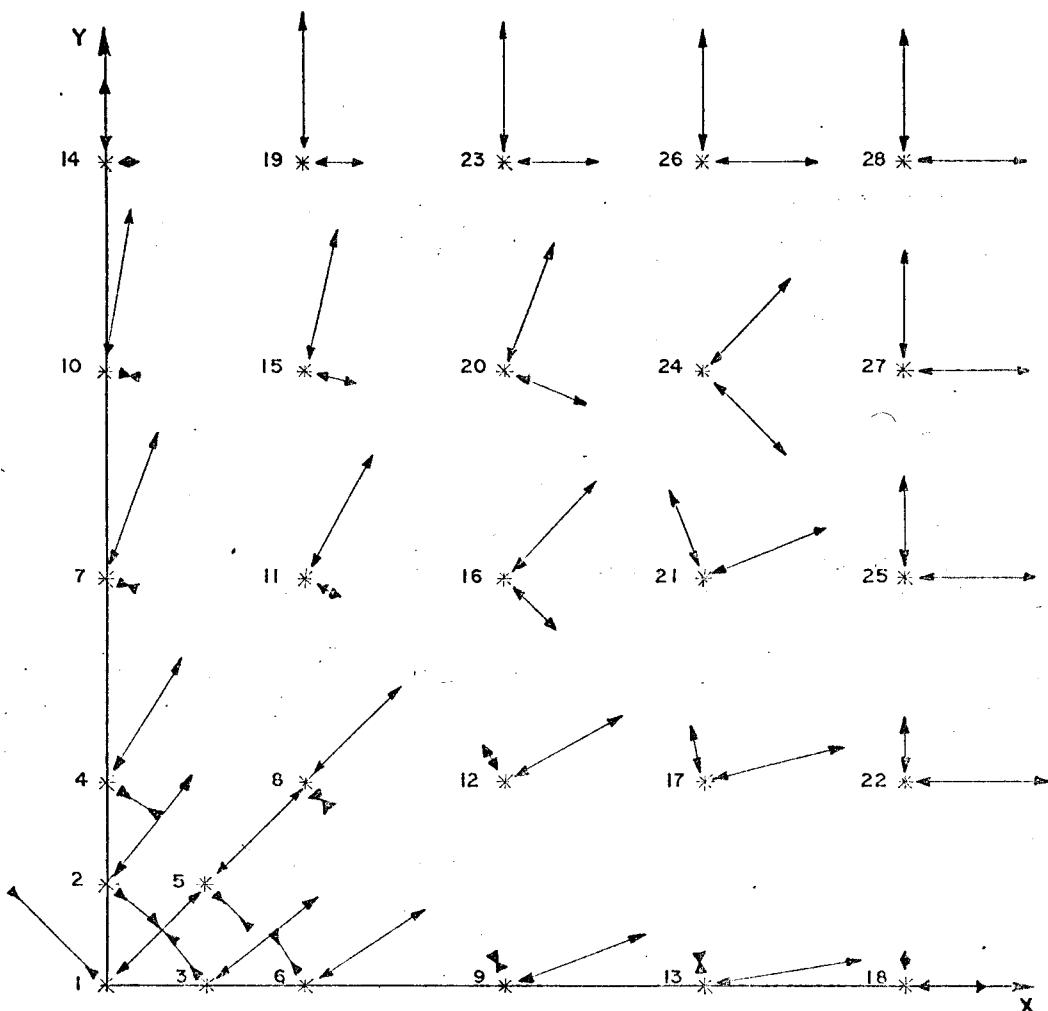


FIG.18.1.7-Representação gráfica dos momentos principais M_1 e M_2 - PARTIÇÃO C₃

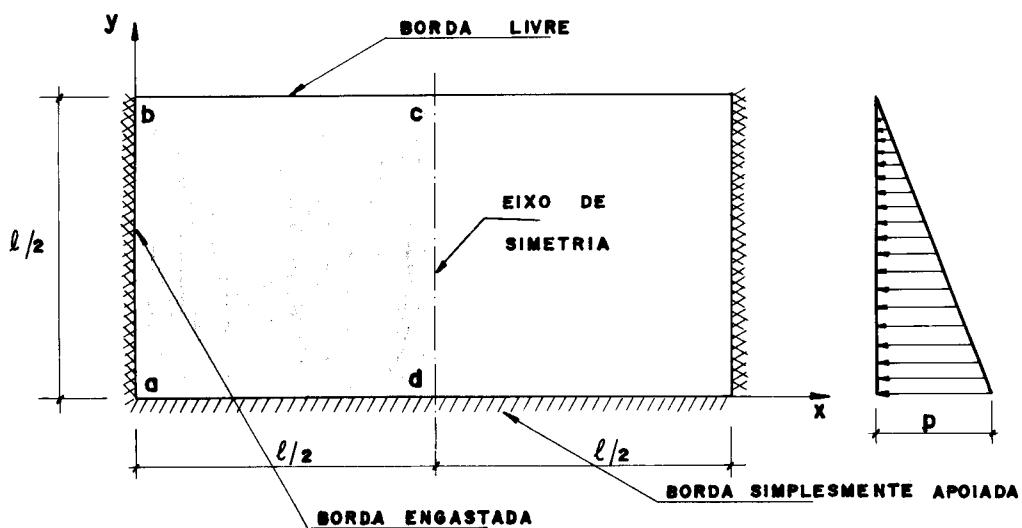
Fator de mult. para os momentos principais tabelados: p1²

PONTO	X	Y	M-1	M-2	ANGULO (GRAUS)	DIRECAO PRINCIPAL
1	0.000	0.000	0.1231E 00	-0.1231E 00	45.0000	1
2	0.000	0.062	0.1264E 00	-0.7858E-01	-38.2547	2
3	0.062	0.000	0.1264E 00	-0.7858E-01	38.2547	1
4	0.000	0.125	0.1295E 00	-0.5193E-01	-32.3352	2
5	0.062	0.062	0.1253E 00	-0.5092E-01	-45.0000	2
6	0.125	0.000	0.1295E 00	-0.5193E-01	32.3352	1
7	0.000	0.250	0.1389E 00	-0.1956E-01	-20.5711	2
8	0.125	0.125	0.1240E 00	-0.4098E-02	-45.0000	2
9	0.250	0.000	0.1389E 00	-0.1956E-01	20.5710	1
10	0.000	0.375	0.1471E 00	-0.4393E-02	-9.8043	2
11	0.125	0.250	0.1259E 00	0.2740E-01	-29.4963	2
12	0.250	0.125	0.1259E 00	0.2740E-01	29.4963	1
13	0.375	0.000	0.1471E 00	-0.4393E-02	9.8043	1
14	0.000	0.500	0.1503E 00	0.5820E-10	0.0000	2
15	0.125	0.375	0.1314E 00	0.4219E-01	-13.8998	2
16	0.250	0.250	0.1192E 00	0.6135E-01	-45.0000	2
17	0.375	0.125	0.1314E 00	0.4219E-01	13.8998	1
18	0.500	0.000	0.1503E 00	0.5820E-10	0.0000	1
19	0.125	0.500	0.1342E 00	0.4617E-01	0.0000	2
20	0.250	0.375	0.1198E 00	0.7794E-01	-21.9532	2
21	0.375	0.250	0.1193E 00	0.7794E-01	21.9532	1
22	0.500	0.125	0.1342E 00	0.4617E-01	0.0000	1
23	0.250	0.500	0.1218E 00	0.8175E-01	0.0000	2
24	0.375	0.375	0.1139E 00	0.9917E-01	-44.9999	2
25	0.500	0.250	0.1218E 00	0.8175E-01	0.0000	1
26	0.375	0.500	0.1142E 00	0.1041E 00	0.0000	2
27	0.500	0.375	0.1142E 00	0.1041E 00	0.0000	1
28	0.500	0.500	0.1117E 00	0.1117E 00	0.0000	1

18.2.- Exemplo 2

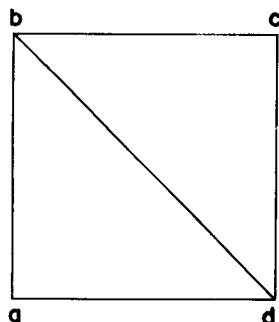
Dados:

- * Placa retangular (relação entre lado maior e menor = 2);
- * espessura constante $h = 1$;
- * coeficiente do Poisson = 0.2;
- * carregamento hidrostático
- * condições de contorno; 2 lados engastados (os menores), 1 lado livre (maior) e 1 lado simplesmente apoiado (maior).

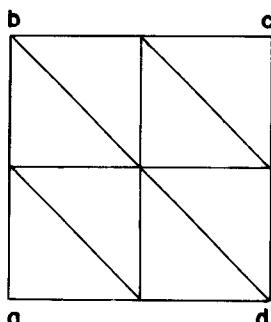


-FIGURA 18.2.1-

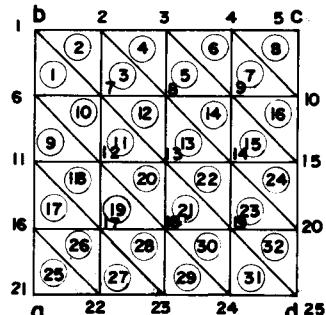
Partições consideradas para metade da placa:



D_1



D_2



D_3

***** PLACA RETANGULAR-CARREGAMENTO HIDROSTATICO-ESPESURA CTE. - PARTICAO D3
 ***** FINITE ELEMENT DATA

NUMERO DE ELEMENTOS..... 32
 SE=0 CHAPA ! SE=1 PLACA.....
 NUMERO DE PONTOS AGULHAS..... 25
 NUMERO DE CONDICÕES DE CONTORNO.....
 NUMERO DE PONTOS NA BORDA..... 19
 NUMERO DE CASOS DE CARGA..... 1
 NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES .. 1
 NO. DE ELEMENTOS NA BORDA..... 24
 NO. LADOS SEGUNDO X/Y SE=1 ESCONDE..... 0
 NO. DE ANGULOS P/ DEFINIR LADOS ES..... 0

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

NAT.NO.	MODULO DE YOUNG	CONEF. DE POISSON	DENSIDADE	COEF DILATACAO
1	0.11520E 02	0.20000	0.00000	0.00000E 00

ISKEW = 0----- PLACA COM LADOS SEGUNDOS X/Y
 ISKEW = 1----- PLACA COM LADO ESCONDIDO
 ESTE PROBLEMA. ISKEW = 0

INFORMACOES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONDIDO E / OU CONDIÇOES DE CONTORNO
 ELEMENTOS NA BORDA

ELEMENTOS	NO 1	NO 2	NO 3	ANG 1	ANG 2	ANG 3	NO 1	NO 2	NO 3
1	1	6	7	0	0	0	0	0	0
2	2	1	7	0	0	0	1	0	0
3	2	7	6	0	0	0	1	0	0
4	3	2	8	0	0	0	1	1	0
5	3	8	9	0	0	0	1	0	0
6	4	3	9	0	0	0	1	1	0
7	4	9	10	0	0	0	1	0	0
8	5	4	10	0	0	0	1	1	0
9	6	11	12	0	0	0	0	0	0
10	7	6	12	0	0	0	0	0	0
11	9	14	15	0	0	0	0	0	0
12	10	15	14	0	0	0	0	0	0
13	11	10	9	0	0	0	0	0	0
14	12	11	10	0	0	0	0	0	0
15	13	14	15	0	0	0	0	0	0

COORDENADAS DOS VERTICES		
PONTO	X-ORD	Y-ORD
1	0.0000	0.5000
2	0.1250	0.5000
3	0.2500	0.5000
4	0.3750	0.5000
5	0.5000	0.5000
6	0.6250	0.5000
7	0.7500	0.5000
8	0.8750	0.5000
9	1.0000	0.5000
10	1.1250	0.5000
11	1.2500	0.5000
12	1.3750	0.5000
13	1.5000	0.5000
14	1.6250	0.5000
15	1.7500	0.5000
16	1.8750	0.5000
17	2.0000	0.5000
18	2.1250	0.5000
19	2.2500	0.5000
20	2.3750	0.5000
21	2.5000	0.5000
22	2.6250	0.5000
23	2.7500	0.5000
24	2.8750	0.5000
25	3.0000	0.5000

CONDICOES DE CONTORNO

PONTO	TAG-W	TAG-W,X	TAG-W,Y	TAG-W,XX	TAG-W,XY	TAG-W,YY
1	1	1	1	0	1	1
2	2	0	0	0	0	0
3	3	0	0	0	0	0
4	4	0	0	0	0	0
5	5	0	1	0	1	1
6	6	1	1	1	1	1
10	10	0	1	0	0	0
11	11	1	1	1	1	0
15	15	0	1	0	1	1
16	16	1	1	1	1	1
20	20	0	1	0	0	0
21	21	1	1	1	1	1
22	22	1	1	1	1	0

○ ○ ○

3

5 5 5

8 8 8

63

and ω_0

PROGRAMA UN ESTA EXECUTADO = NAO HA DADOS ERROS

CARGAS APLICADAS

POINTO

LECAO VERTICAL' NOS APOIOS

COORDENADAS	0.57
X	0.3212
Y	0.0000000000000000
Z	0.0000000000000000

REACAO VERTICAL

1. 1215 2. 2154 3. 2154 4. 2154
5. 1215 6. 2154 7. 2154 8. 2154
9. 1215 10. 2154 11. 2154 12. 2154
13. 1215 14. 2154 15. 2154 16. 2154
17. 1215 18. 2154 19. 2154 20. 2154
21. 1215 22. 2154 23. 2154 24. 2154
25. 1215 26. 2154 27. 2154 28. 2154
29. 1215 30. 2154 31. 2154 32. 2154
33. 1215 34. 2154 35. 2154 36. 2154
37. 1215 38. 2154 39. 2154 40. 2154
41. 1215 42. 2154 43. 2154 44. 2154
45. 1215 46. 2154 47. 2154 48. 2154
49. 1215 50. 2154 51. 2154 52. 2154
53. 1215 54. 2154 55. 2154 56. 2154
57. 1215 58. 2154 59. 2154 60. 2154
61. 1215 62. 2154 63. 2154 64. 2154
65. 1215 66. 2154 67. 2154 68. 2154
69. 1215 70. 2154 71. 2154 72. 2154
73. 1215 74. 2154 75. 2154 76. 2154
77. 1215 78. 2154 79. 2154 80. 2154
81. 1215 82. 2154 83. 2154 84. 2154
85. 1215 86. 2154 87. 2154 88. 2154
89. 1215 90. 2154 91. 2154 92. 2154
93. 1215 94. 2154 95. 2154 96. 2154
97. 1215 98. 2154 99. 2154 100. 2154

LEI DA VERTICAL NOS APOIOS

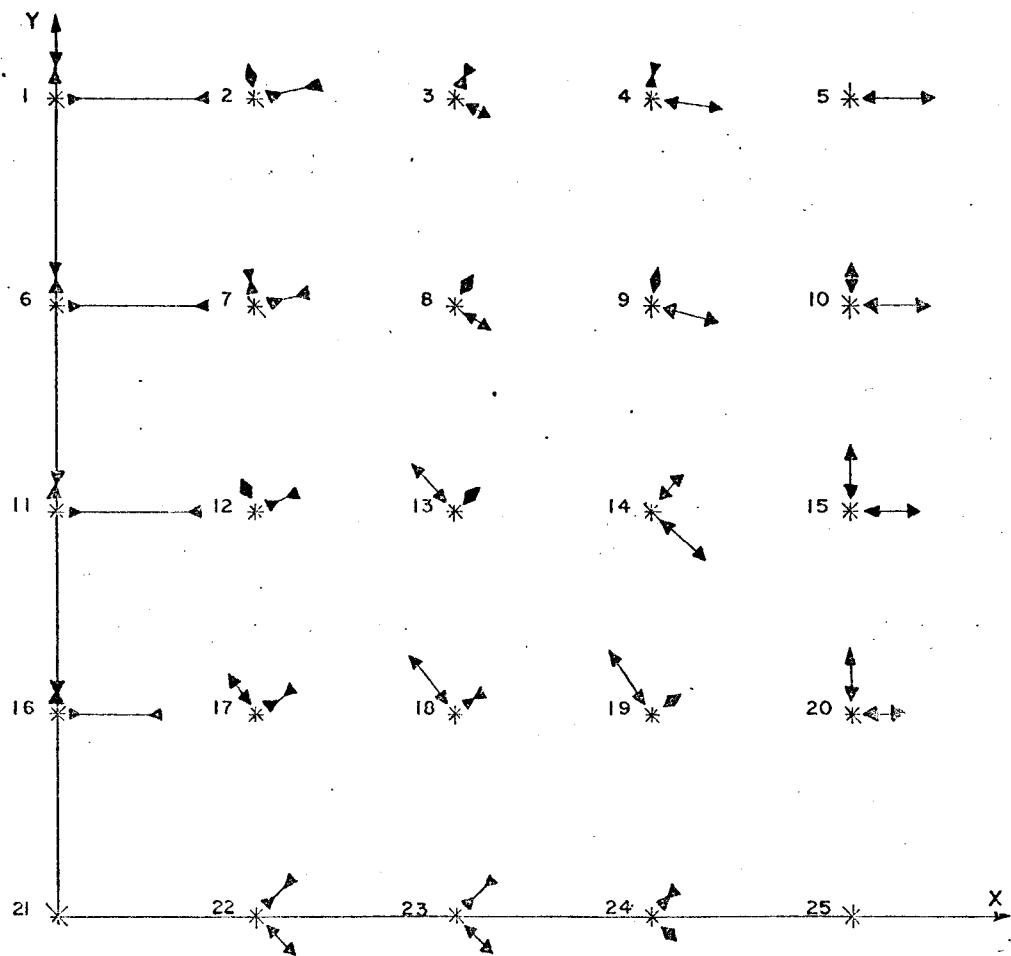


FIG.18.2.2 - Representação gráfica dos momentos principais M_1 e M_2 (PARTIÇÃO D_3)

Fator de mult. para os momentos principais tabelados: $p1^2$

PONTO	X	Y	M-1	M-2	ANGULO (GRAUS)	DIRECAO PRINCIPAL
1	0.000	0.500	-0.4810E-02	-0.2405E-01	0.0000	2
2	0.125	0.500	0.4208E-03	-0.9049E-02	12.1704	2
3	0.250	0.500	0.4430E-02	-0.1175E-02	-27.2555	1
4	0.375	0.500	0.9797E-02	-0.2218E-03	-8.5569	1
5	0.500	0.500	0.1153E-01	0.0000E+00	0.0000	1
6	0.000	0.375	-0.4761E-02	-0.2380E-01	0.0000	2
7	0.125	0.375	-0.9075E-03	-0.7045E-02	11.2985	2
8	0.250	0.375	0.4804E-02	0.5989E-03	-33.4423	1
9	0.375	0.375	0.9288E-02	0.3239E-02	-13.5985	1
10	0.500	0.375	0.1055E-01	0.4158E-02	0.0000	1
11	0.000	0.250	-0.4476E-02	-0.2238E-01	0.0000	2
12	0.125	0.250	0.1678E-02	-0.5493E-02	22.5646	2
13	0.250	0.250	0.7810E-02	0.1229E-02	41.6236	2
14	0.375	0.250	0.9893E-02	0.5637E-02	-41.3983	1
15	0.500	0.250	0.9176E-02	0.8327E-02	0.0000	1
16	0.000	0.125	-0.3133E-02	-0.1566E-01	0.0000	2
17	0.125	0.125	0.5757E-02	-0.5184E-02	35.0596	2
18	0.250	0.125	0.1014E-01	-0.7657E-03	37.8095	2
19	0.375	0.125	0.1010E-01	0.3353E-02	33.2708	2
20	0.500	0.125	0.8731E-02	0.5927E-02	0.0000	2
21	0.000	0.000	0.0000E+00	0.0000E+00	45.0000	0
22	0.125	0.000	0.6720E-02	-0.6720E-02	-45.0000	1
23	0.250	0.000	0.6331E-02	-0.6331E-02	-45.0000	1
24	0.375	0.000	0.3553E-02	-0.3553E-02	-45.0000	1
25	0.500	0.000	0.0000E+00	0.0000E+00	45.0000	0

malha	graus de liberdade	deflexão no ponto c	momento M_x no ponto c	Momento M_x no ponto b
D_1	24	753.53	110.43	190.97
D_2	54	761.86	114.88	249.23
D_3	150	760.73	115.34	240.54
solução analitica encontrada em (B8)		761	115	229
fator de multiplicação	$10^{-6} \text{ pl}^4/D$	10^{-4} pl^2	-10^{-4} pl^2	

TABELA 18.2.1 - Principais resultados

18.3.-Exemplo 3

Dados:

- * Placa esconsa;
- * as bordas tem o formato de um paralelogramo oblíquo;
- * espessura constante $h=1$;
- * coeficiente de Poisson = 0.2;
- * carregamento constante $p=1$;

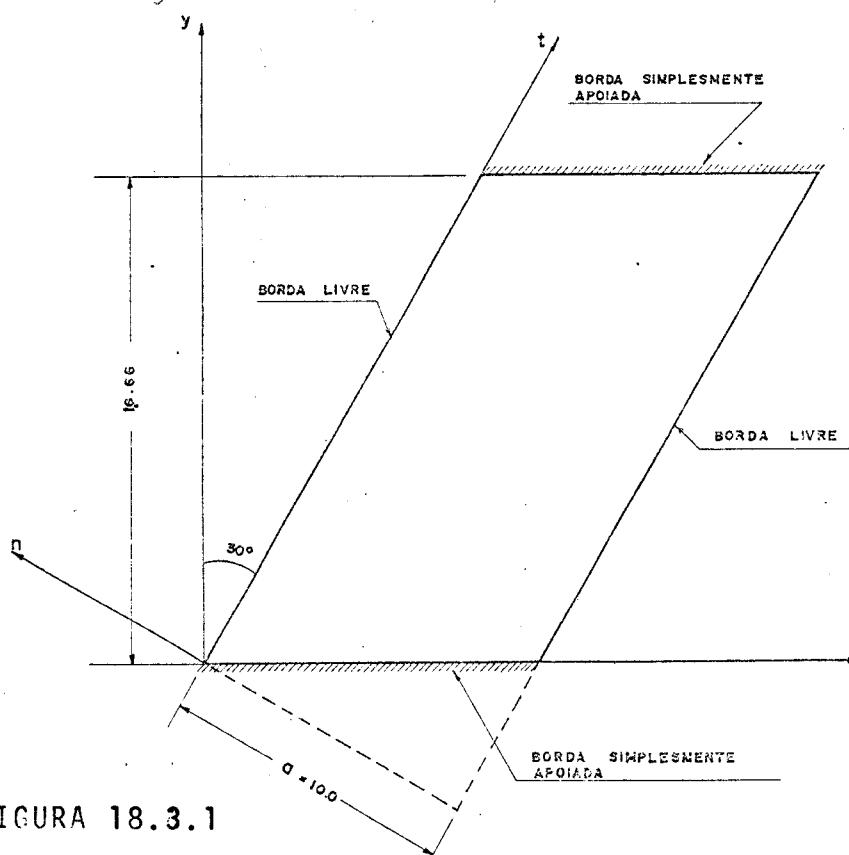
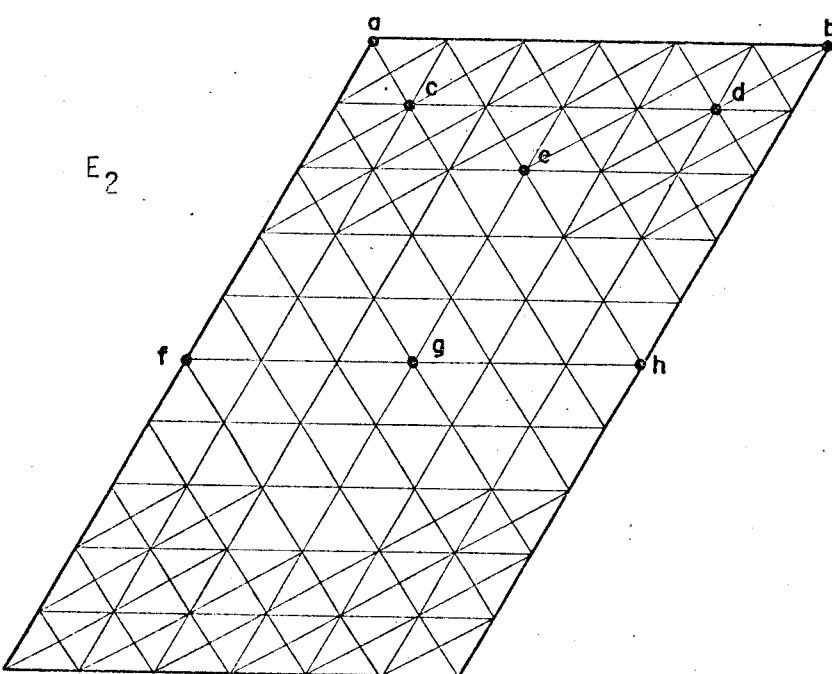
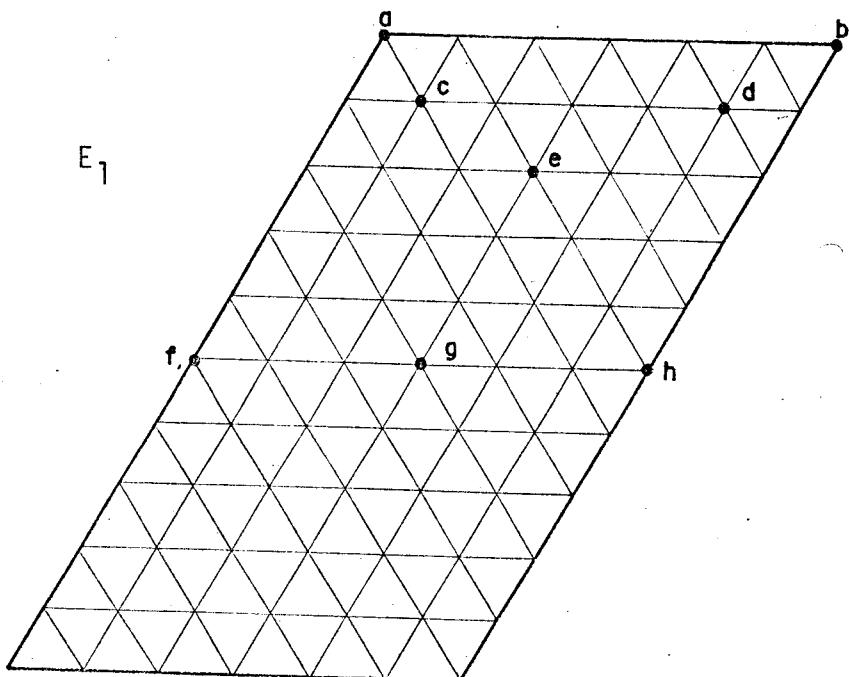


FIGURA 18.3.1

Partições consideradas:

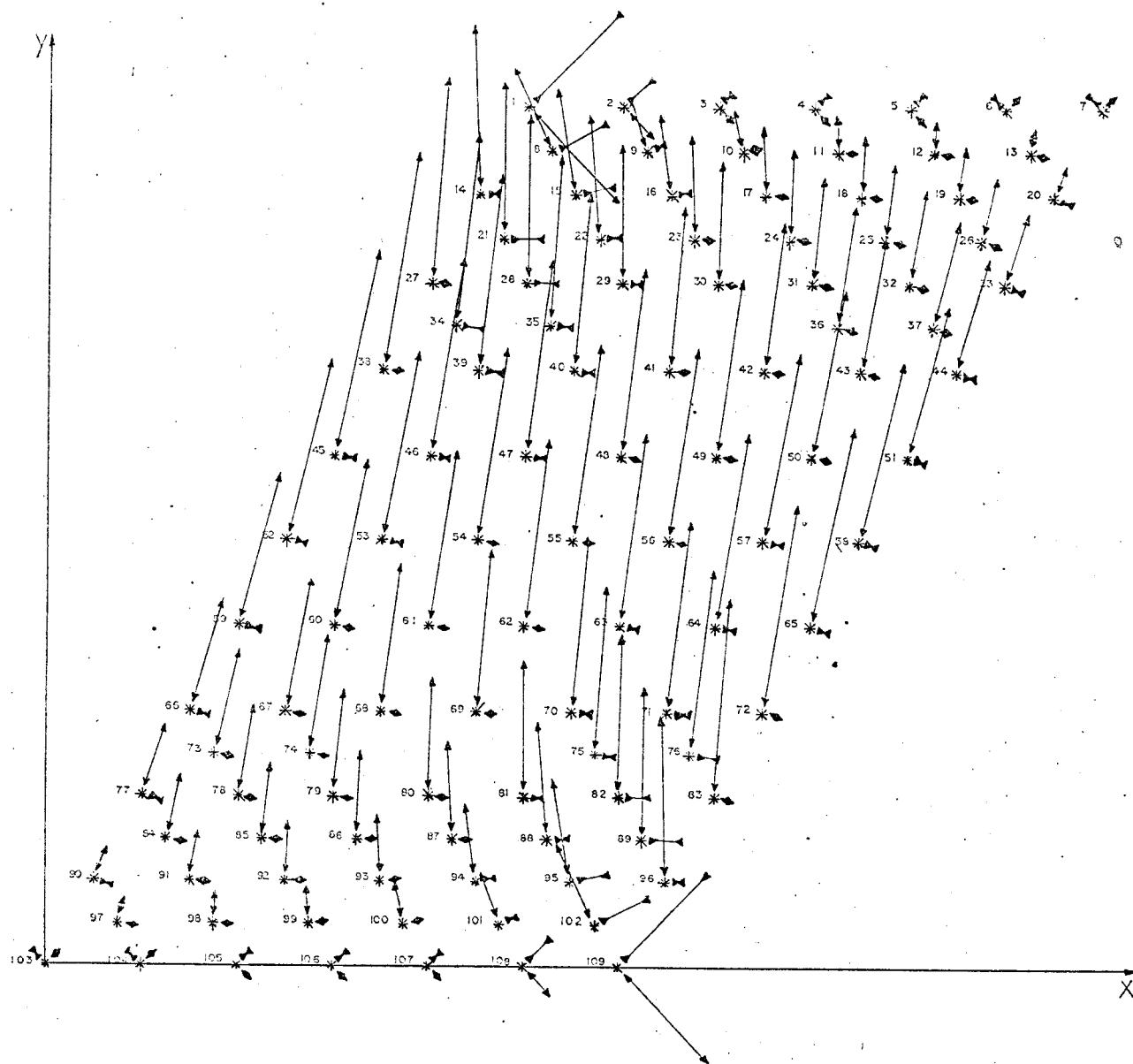


Como pode ser observado, na partição E_2 , optou-se por uma melhor discretização da malha nas regiões próximas aos cantos da placa em questão. Esse procedimento, caracterizado pelo uso, nestes locais, de um número maior de nós, é rotineiro na aplicação do Método dos Elementos Finitos pois, é de se prever nestas regiões, possíveis concentrações de tensões (efeitos localizados).

malha	graus de liberdade	deflexão ponto g	deflexão ponto f	M_y no ponto g	M_t no ponto f
E_1	462	0.114886	0.125768	0.359273	0.343968
E_2	654	0.114870	0.125749	0.359261	0.343956
solução analítica encontrada em (B13)		0.1183	0.1302	0.368	0.367
fator de multiplicação		$\frac{pa^4}{D}$	$\frac{pa^4}{D}$	pa^2	pa^2
malha	graus de liberdade	M_{xy} no ponto a	M_{xy} no ponto b	M_y no ponto c	M_y no ponto e
E_1	462	-0.217270	0.625756	0.296232	0.215911
E_2	654	-0.242758	0.336146	0.178199	0.216024
solução analítica		—	—	—	—
fator de multiplicação		pa^2	$10^{-3} pa^2$	pa^2	pa^2

TABELA 18.3.1 - Principais resultados -

Segue a representação gráfica dos momentos fletores principais M_1 e M_2 , nas regiões onde houve a previsão, dos referidos efeitos localizados.



- FIGURA 18.3.2 -

Representação gráfica dos momentos principais M_1 e M_2

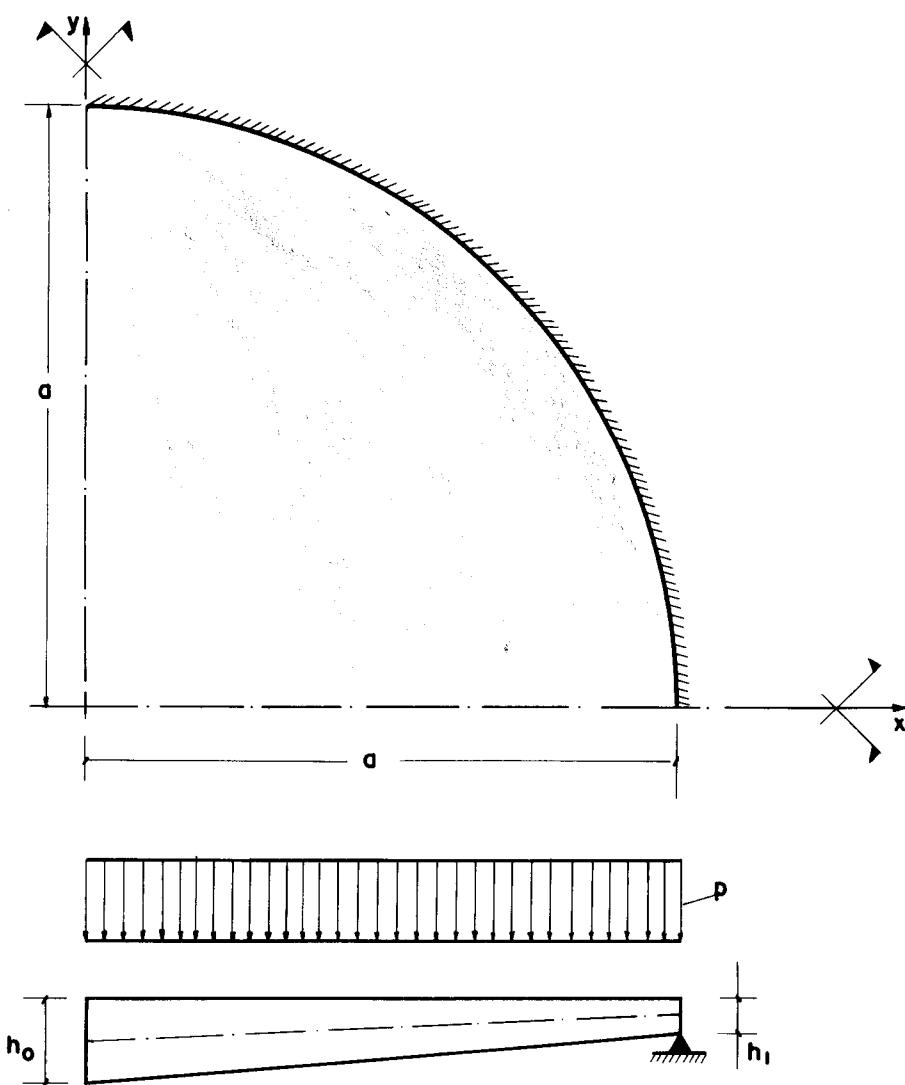
(PARTIÇÃO E_2)

18.4.-Exemplo 4

Dados:

- * Placa circular de raio a ;
- * vários casos de variação de espessura;
- * vários casos de carregamento e condições de contorno;
- * coeficiente de Poisson = 0.25;

a) Carregamento uniformemente distribuído, contorno simplesmente apoiado e três casos de variação de espessura:



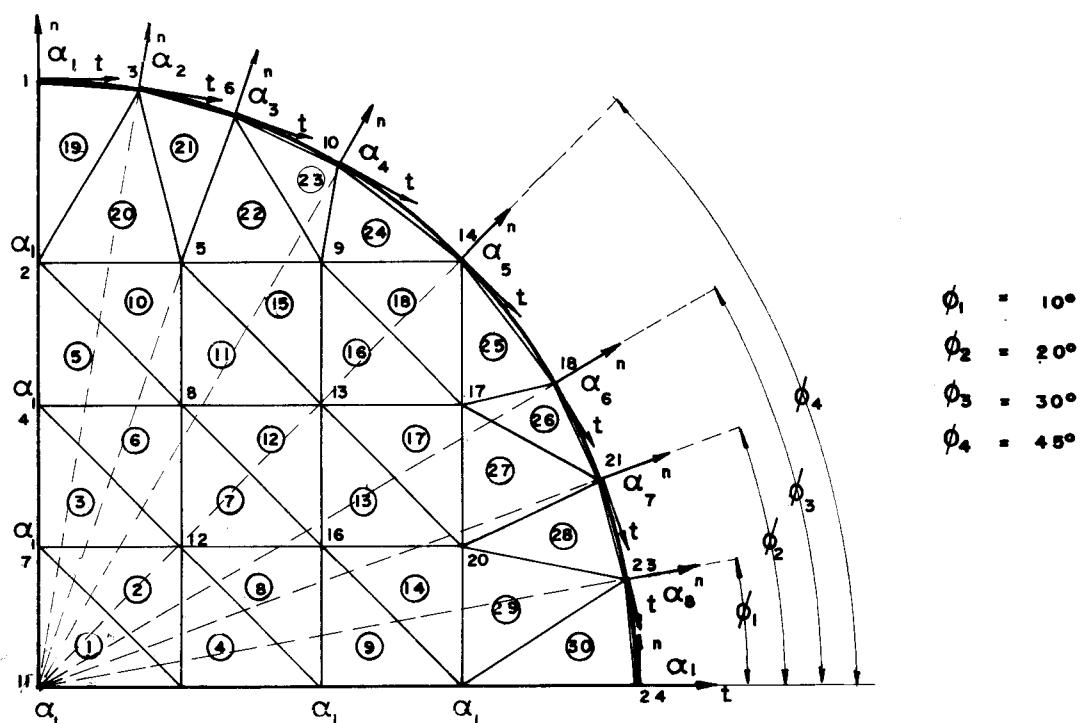
- FIGURA 18.4.1 -

$$1^{\text{º}} \text{ caso: } \frac{h_0}{h_1} = 1.00 \quad (\text{caso } F_1)$$

$$2^{\text{º}} \text{ caso: } \frac{h_0}{h_1} = 1.50 \quad (\text{caso } F_2)$$

$$3^{\text{º}} \text{ caso: } \frac{h_0}{h_1} = 2.33 \quad (\text{caso } F_3)$$

Partição escolhida:



b) Carga P concentrada no centro da placa, contorno simplesmente apoiado e espessura h_0 constante;

Considerar-se-ão duas maneiras de aplicação da carga concentrada P:

1a.) Carga P aplicada diretamente no ponto central da placa (caso G₁);

***** PLACA CIRCULAR (POLIGONAL) CARREG. UNIF. CONST. ESPESSURA VAR. -F1
 ***** FINITE ELEMENT DATA

NUMERO DE ELEMENTOS SE=1 PLACA..... 30
 NUMERO DE PONTOS NUDais..... 24
 NUMERO DE CONDICÕES DE CONTORNO..... 1
 NUMERO DE PONTOS NA BORDA..... 16
 NUMERO DE CASOS DE CARGA..... 1
 NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES..... 1
 NO. DE ELEMENTOS NA BURDA..... 23
 LADOS SEGUNDO X/Y SE=1 ESCONSO=0,
 NO. DE ANGULOS PY DEFINIR LADOS ES=8

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

MAT. NO.	MODULO DE YOUNG	COEF. DE POISSON	DENSIDADE	COEF DILATACAO
1	0.10000E 01	0.25000	0.00000C	0.00000E 00

ISKEW = 0---- PLACA COM LADOS SEGUNDO X/Y
 ISKEW = 1---- PLACA COM LADO ESCONSO
 ESTE PROBLEMA ISKEW= 1

INFORMACOES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONSIDADE E / OU CONDIÇOES DE CONTORNO
 ELEMENTOS NA BORDA

ELEMENTOS	NO 1	NO 2	NO 3	ANG 1	ANG 2	ANG 3	NO 1	NO 2	NO 3
1	11	15	7	1	1	1	0	0	0
2	15	12	7	1	0	1	0	0	0
3	7	12	4	1	0	1	0	0	0
4	15	19	12	1	1	0	0	0	0
5	4	8	2	1	0	1	0	0	0
6	12	8	4	0	0	1	0	0	0
8	19	16	12	1	0	0	0	0	0
9	19	22	16	1	1	0	0	0	0
10	8	5	2	0	0	1	0	0	0
14	22	20	16	1	0	0	0	0	0

18	14	9	0	5	0	0	1	0
19	2	3	1	1	2	1	1	1
20	2	5	3	1	0	2	0	1
21	5	6	3	0	3	2	0	1
22	5	9	6	0	0	3	0	1
23	9	10	6	0	4	3	0	1
24	9	14	10	0	5	4	0	1
25	17	18	14	0	6	5	0	1
26	17	21	18	0	7	6	0	1
27	20	21	17	0	7	0	0	1
28	20	23	21	0	8	7	0	1
29	22	23	20	1	9	0	0	1
30	22	24	23	1	1	8	0	1

ANGLE(1) = 0.0000000 RADIANOS
 ANGLE(2) = 6.1086523 RADIANOS
 ANGLE(3) = 5.9341194 RADIANOS
 ANGLE(4) = 5.7595865 RADIANOS
 ANGLE(5) = 5.49777871 RADIANOS
 ANGLE(6) = 5.2359877 RADIANOS
 ANGLE(7) = 5.0614548 RADIANOS
 ANGLE(8) = 4.8869219 RADIANOS

DADOS SOBRE OS ELEMENTOS

ELEMENTO	I	J	K	MAT.TIPO	ELEM.TIPO	CARR.TIPO	KARGA	ZCAR(I)	ZCAR(J)	ZCAR(K)	H(I)	H(J)	H(K)
1	11	15	7	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	15	12	7	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	17	12	4	1	1	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
4	15	19	12	1	1	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	14	8	2	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	12	8	4	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	19	16	8	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
8	19	16	12	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	19	22	16	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	18	5	13	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	8	13	5	1	2	1	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

COORDENADAS DOS VERTICES

PONTO	X-ORD	Y-ORD
1	0.0000	1.0000
2	0.0000	0.9848
3	0.0000	0.4714
4	0.0000	-0.4714
5	0.0000	-0.9848
6	0.0000	-1.0000
7	0.0000	-0.9398
8	0.0000	-0.2357
9	0.0000	0.2357
10	0.0000	0.9398
11	0.0000	1.0000
12	0.0000	0.9848
13	0.0000	0.4714
14	0.0000	-0.4714
15	0.0000	-0.9848
16	0.0000	-1.0000
17	0.0000	-0.9398
18	0.0000	-0.2357
19	0.0000	0.2357
20	0.0000	0.9398
21	0.0000	1.0000
22	0.0000	0.9848
23	0.0000	0.4714
24	0.0000	-0.4714
25	0.0000	-0.9848
26	0.0000	-1.0000
27	0.0000	-0.9398
28	0.0000	-0.2357
29	0.0000	0.2357
30	0.0000	0.9398

CONDICOES DE CONTORNO

PONTO	TAG-W	TAG-W,X	TAG-W,Y	TAG-W,XX	TAG-W,XY	TAG-W,YY
1	1	1	0	0	1	0
2	0	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0

CONDICOES DE CONTORNO

PONTO	TAG-W	TAG-W,X	TAG-W,Y	TAG-W,XX	TAG-W,XY	TAG-W,YY
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0

6	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

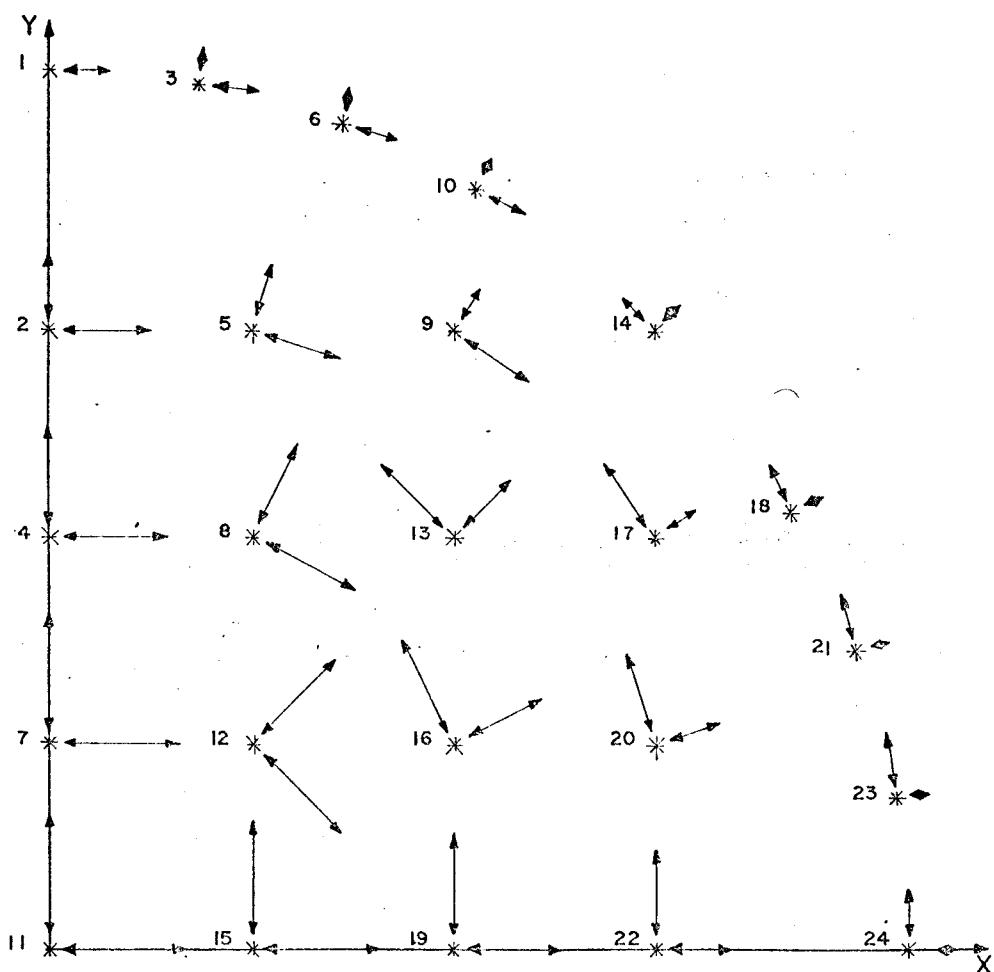
LARGURA DA SEMI-BANDA = 54

PROGRAMA UM ESTA EXECUTADO - NAO HA DADOS ERRADOS
CARGAS APLICADAS
PONTO CARGA W

1	0.2579E-03	0.9447E-02	0.35254E-01	0.22587E-01	0.1967E-01	0.1747E-01	0.1516E-01	0.1309E-01	0.1136E-01	0.1020E-01	0.9127E-01	0.8130E-01	0.7136E-01	0.6142E-01	0.5149E-01	0.4156E-01	0.3163E-01	0.2170E-01	0.1177E-01	0.0184E-01	0.0111E-01	0.0055E-01	0.0010E-01	0.0000E-01	0.0000E-01	0.0000E-01	0.0000E-01	0.0000E-01																																																																																																																						
2	0.1234E-03	0.4685E-02	0.15565E-01	0.12209E-01	0.10173E-01	0.8177E-01	0.6220E-01	0.4213E-01	0.2210E-01	0.12053E-01	0.011093E-01	0.00931E-01	0.00730E-01	0.00530E-01	0.00330E-01	0.00130E-01	0.00030E-01	0.00003E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01	0.00000E-01																																																																																																																							
3	0.0924E-03	0.33524E-02	0.09893E-01	0.07595E-01	0.06277E-01	0.05177E-01	0.04177E-01	0.03164E-01	0.021564E-01	0.012053E-01	0.009013E-01	0.006003E-01	0.003993E-01	0.0020993E-01	0.0010993E-01	0.0005993E-01	0.0002993E-01	0.0000993E-01	0.00000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01	0.000000993E-01																																																																																																																						
4	0.0714E-03	0.22587E-02	0.06294E-01	0.04968E-01	0.03652E-01	0.024655E-01	0.016165E-01	0.010209E-01	0.006130E-01	0.003628E-01	0.001967E-01	0.0010209E-01	0.0005177E-01	0.0002587E-01	0.00010209E-01	0.00005177E-01	0.00002587E-01	0.000010209E-01	0.000005177E-01	0.000002587E-01	0.0000010209E-01	0.0000005177E-01	0.0000002587E-01	0.00000010209E-01	0.00000005177E-01	0.00000002587E-01	0.000000010209E-01	0.000000005177E-01	0.000000002587E-01	0.0000000010209E-01	0.0000000005177E-01	0.0000000002587E-01	0.00000000010209E-01																																																																																																																	
5	0.0503E-03	0.17449E-02	0.041967E-01	0.032844E-01	0.024579E-01	0.017352E-01	0.011364E-01	0.007136E-01	0.004213E-01	0.0021572E-01	0.0010209E-01	0.0005149E-01	0.0002579E-01	0.00011744E-01	0.00005149E-01	0.00002579E-01	0.000011744E-01	0.000005149E-01	0.000002579E-01	0.0000011744E-01	0.0000005149E-01	0.0000002579E-01	0.00000011744E-01	0.00000005149E-01	0.00000002579E-01	0.000000011744E-01	0.000000005149E-01	0.000000002579E-01	0.0000000011744E-01	0.0000000005149E-01	0.0000000002579E-01	0.00000000011744E-01	0.00000000005149E-01	0.00000000002579E-01	0.000000000011744E-01	0.000000000005149E-01	0.000000000002579E-01	0.0000000000011744E-01	0.0000000000005149E-01	0.0000000000002579E-01	0.00000000000011744E-01	0.00000000000005149E-01	0.00000000000002579E-01	0.000000000000011744E-01	0.000000000000005149E-01	0.000000000000002579E-01	0.0000000000000011744E-01	0.0000000000000005149E-01	0.0000000000000002579E-01	0.00000000000000011744E-01	0.00000000000000005149E-01	0.00000000000000002579E-01	0.000000000000000011744E-01	0.000000000000000005149E-01	0.000000000000000002579E-01	0.0000000000000000011744E-01	0.0000000000000000005149E-01	0.0000000000000000002579E-01	0.00000000000000000011744E-01	0.00000000000000000005149E-01	0.00000000000000000002579E-01	0.000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000005149E-01	0.000000000000000000002579E-01	0.0000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000005149E-01	0.0000000000000000000002579E-01	0.00000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000005149E-01	0.000000000000000000000002579E-01	0.0000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000005149E-01	0.0000000000000000000000002579E-01	0.00000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000005149E-01	0.000000000000000000000000002579E-01	0.0000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000005149E-01	0.0000000000000000000000000002579E-01	0.00000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.0000000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.00000000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.000000000000000000000000000011744E-01	0.000000000000000000000000000000000000000000000005149E-01	0.00000000000000000000000000002579E-01	0.00000000000

VALORES DAS INCÓGNITAS NODAIS DE PONTOS SITUADOS NO CONTOURNO

PONTO	COORDENADAS	W	W, T	W, N	W, TT	W, TN	W, NN	ANGULO ² (GRAUS)
1	0.00 0.00	1.00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.87966626E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00
2	0.00 0.09	1.04	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.94957729E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	35.00
3	0.00 0.17	0.98	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.16721571E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	34.00
4	0.00 0.00	0.47	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17145460E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	33.00
5	0.00 0.34	0.93	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.18321000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	314.00
6	0.00 0.00	0.23	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17918970E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	300.00
7	0.00 0.00	0.50	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.16002150E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	290.00
8	0.00 0.00	0.99	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.14677700E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	280.00
9	0.00 0.00	0.70	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17966440E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	270.00
10	0.00 0.00	0.23	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	260.00
11	0.00 0.00	0.50	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17631224E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	250.00
12	0.00 0.00	0.93	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.18316549E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	240.00
13	0.00 0.00	0.23	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	230.00
14	0.00 0.00	0.50	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	220.00
15	0.00 0.00	0.86	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	210.00
16	0.00 0.00	0.37	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	200.00
17	0.00 0.00	0.93	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	190.00
18	0.00 0.00	0.23	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	180.00
19	0.00 0.00	0.50	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	170.00
20	0.00 0.00	0.93	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	160.00
21	0.00 0.00	0.23	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	150.00
22	0.00 0.00	0.50	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	140.00
23	0.00 0.00	0.98	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	130.00
24	0.00 0.00	1.00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17672870E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	120.00
REACAO VERTICAL NOS APOIOS								
PONTO	COORDENADAS	W _X	W _Y	W _Z	W _X	W _Y	W _Z	W _X
1	0.00 0.00	1.00	1.00	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.8747E-01	-0.8747E-01	0.00
2	0.00 0.17	0.98	0.93	-0.8747E-01	-0.8747E-01	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
3	0.00 0.34	0.95	0.83	-0.1666E+00	-0.1666E+00	-0.1413E+00	-0.1413E+00	0.00
4	0.00 0.50	0.90	0.70	-0.1413E+00	-0.1413E+00	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
5	0.00 0.67	0.86	0.54	-0.1666E+00	-0.1666E+00	-0.8747E+01	-0.8747E+01	0.00
6	0.00 0.83	0.83	0.34	-0.8747E+01	-0.8747E+01	-0.556E-01	-0.556E-01	0.00
7	0.00 0.93	0.79	0.17	-0.556E-01	-0.556E-01	-0.2475E-01	-0.2475E-01	0.00
8	0.00 0.98	0.70	0.00	-0.2475E-01	-0.2475E-01	0.00	0.00	0.00
9	0.00 1.00	0.67	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
VALORES DAS INCÓGNITAS NODAIS								
PONTO	COORDENADAS	W	W, Y	W, X	W, Y	W, X	W, Y	W, X
1	0.00 0.00	1.00	0.98	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.8747E-01	-0.8747E-01	0.00
2	0.00 0.17	0.93	0.93	-0.8747E-01	-0.8747E-01	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
3	0.00 0.34	0.80	0.80	-0.1666E+00	-0.1666E+00	-0.1413E+00	-0.1413E+00	0.00
4	0.00 0.50	0.67	0.67	-0.1413E+00	-0.1413E+00	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
5	0.00 0.67	0.53	0.53	-0.8747E+01	-0.8747E+01	-0.556E-01	-0.556E-01	0.00
6	0.00 0.83	0.40	0.40	-0.556E-01	-0.556E-01	-0.2475E-01	-0.2475E-01	0.00
7	0.00 0.93	0.27	0.27	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.00	-0.00	0.00
8	0.00 0.98	0.10	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00 1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
VALORES DAS INCÓGNITAS NODAIS								
PONTO	COORDENADAS	W	W, Y	W, X	W, Y	W, X	W, Y	W, X
10	0.00 0.00	0.99	0.98	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.8747E-01	-0.8747E-01	0.00
11	0.00 0.17	0.86	0.86	-0.8747E-01	-0.8747E-01	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
12	0.00 0.34	0.73	0.73	-0.1666E+00	-0.1666E+00	-0.1413E+00	-0.1413E+00	0.00
13	0.00 0.50	0.50	0.50	-0.1413E+00	-0.1413E+00	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
14	0.00 0.67	0.23	0.23	-0.8747E+01	-0.8747E+01	-0.556E-01	-0.556E-01	0.00
15	0.00 0.83	0.00	0.00	-0.556E-01	-0.556E-01	-0.2475E-01	-0.2475E-01	0.00
16	0.00 0.93	-0.16	-0.16	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.00	-0.00	0.00
17	0.00 0.98	-0.07	-0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.00 1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00 0.00	0.99	0.98	-0.2475E-01	-0.2475E-01	-0.8747E-01	-0.8747E-01	0.00
20	0.00 0.17	0.86	0.86	-0.8747E-01	-0.8747E-01	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
21	0.00 0.34	0.73	0.73	-0.1666E+00	-0.1666E+00	-0.1413E+00	-0.1413E+00	0.00
22	0.00 0.50	0.50	0.50	-0.1413E+00	-0.1413E+00	-0.1666E+00	-0.1666E+00	0.00
23	0.00 0.67	0.23	0.23	-0.8747E+01	-0.8747E+01	-0.556E-01	-0.556E-01	0.00
24	0.00 0.83	0.00	0.00	-0.556E-01	-0.556E-01	-0.2475E-01	-0.2475E-01	0.00



-FIG. 18.4.2-

Representação gráfica dos momentos principais M_1 e M_2

(CASO F₁)

Fator de mult. para os momentos principais tabelados: p_1^2

PONTO	X	Y	M_1	M_2	ANGULO (GRAUS)	DIRECAO PRINCIPAL
1	0.000	1.000	0.7819E-01	0.0000E 00	0.0000	1
2	0.000	0.707	0.1479E 00	0.1025E 00	0.0000	1
3	0.173	0.924	0.8331E-01	0.1094E-02	-7.6341	1
4	0.000	0.471	0.1789E 00	0.1583E 00	0.0000	1
5	0.235	0.707	0.1419E 00	0.9117E-01	-18.4963	1
6	0.342	0.939	0.7866E-01	0.3917E-02	-16.0916	1
7	0.000	0.235	0.1973E 00	0.1922E 00	0.0000	1
8	0.235	0.471	0.1732E 00	0.1472E 00	-27.1166	1
9	0.471	0.707	0.1269E 00	0.6111E-01	-34.8566	1
10	0.500	0.866	0.6205E-01	0.6149E-02	-26.2054	1
11	0.000	0.000	0.2034E 00	0.2034E 00	0.0000	1
12	0.235	0.235	0.1912E 00	0.1808E 00	-45.0000	1
13	0.471	0.471	0.1545E 00	0.1132E 00	45.0000	1
14	0.707	0.707	0.5301E-01	0.7573E-02	45.0000	2
15	0.235	0.000	0.1973E 00	0.1922E 00	0.0000	2
16	0.471	0.235	0.1732E 00	0.1472E 00	27.1165	2
17	0.707	0.471	0.1289E 00	0.6111E-01	34.8559	2
18	0.866	0.500	0.6205E-01	0.6149E-02	26.2054	2
19	0.471	0.600	0.1789E 00	0.1583E 00	0.0000	2
20	0.707	0.235	0.1419E 00	0.9117E-01	18.4962	2
21	0.939	0.342	0.7866E-01	0.3917E-02	16.0916	2
22	0.707	0.000	0.1479E 00	0.1025E 00	0.0000	2
23	0.984	0.173	0.8331E-01	0.1094E-02	7.6341	2
24	1.000	0.000	0.7819E-01	0.2910E-10	0.0000	2

2a.) Carga P aplicada como distribuída em um pequeno círculo de raio c (caso G_2).

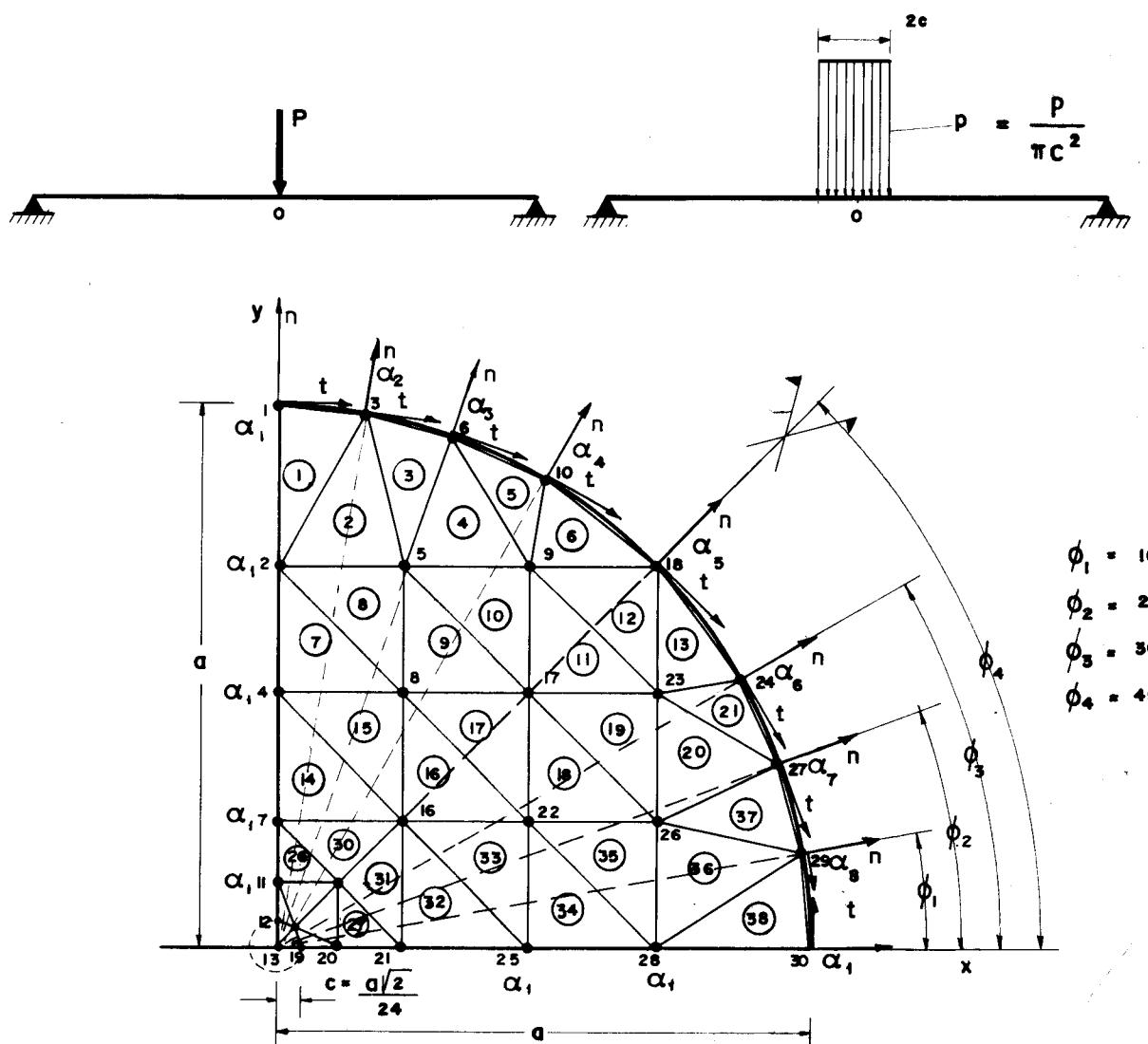
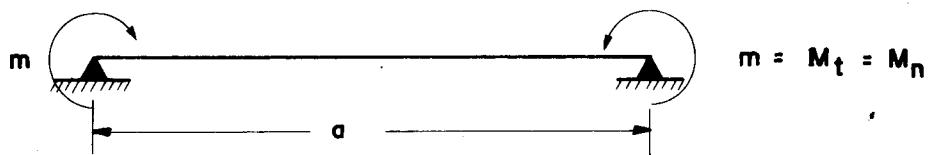


FIGURA 13.4.3

- c) Momento externo uniformemente distribuído ao longo do contorno que se apresenta simplesmente apoiado e espessura h_0 constante; (caso H)

A partição é a mesma que no caso a).



Caso	graus de liberdade	deflexão no centro		$(M_r) r = 0$		$(M_t) r = a$	
		S.A.	E.F.	S.A.	E.F.	S.A.	E.F.
F_1	144	0.738	0.74003	0.203	0.20346	0.094	0.07819
F_2	144	1.26	1.29863	0.257	0.24555	0.054	0.04737
F_3	144	2.04	2.14402	0.304	0.26441	0.029	0.02431
fator de multipl.		$\frac{pa^4}{E h_0^2}$		pa^2		pa^2	
G_1	180	0.05172	0.05181	∞	0.61527	0.05968	0.05392
G_2	180	-	0.04640	0.361230	0.33007	-	0.04847
fator de multipl.		$\frac{Pa^2}{D}$		P		P	
H	144	0.400	0.40127	1.00	1.00285	1.00	1.0896
fator de multipl.		$\frac{ma^2}{D}$		m		m	
E = módulo de Elasticidade do material a = raio da placa circular							

TABELA 18.4.1 - Principais resultados -

NOTA: As soluções analíticas desses casos são encontradas em (B-13).

19.- CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES

O exame dos resultados obtidos com o elemento finito T18 nos diversos problemas resolvidos mostrou, como já se previa, o ótimo desempenho do elemento utilizado pois, apesar de se utilizar, na maioria dos casos, malhas compostas por poucos elementos, os resultados obtidos são considerados de qualidade satisfatória.

Um aspecto bem interessante a se ressaltar é a facilidade com que as condições de contorno são tratadas, e também a facilidade com que os momentos internos são determinados; como se sabe tudo isso é justificado pela presença das curvaturas, ou combinações delas, entre os parâmetros nodais do elemento considerado.

A desvantagem maior reside num aspecto da formulação apresentada; embora seja de fácil entendimento, há sempre a necessidade da inversão de matriz (21×21), para cada elemento distinto da malha considerada (como se sabe o tempo necessário para a inversão de matriz de ordem 21 é relativamente elevado). Essa desvantagem poderá ser sanada desde que a função interpoladora seja referida em relação às incógnitas nodais e formulada em termos de coordenadas homogêneas.

Outro aspecto, de relevada importância, refere-se à adoção de variação linear para a rigidez à flexão da placa, quando a espessura variar linearmente ou quase linearmente, no domínio do elemento; esta suposição estará sempre mais próxima da realidade, à medida que a malha de elementos se apresente cada vez mais refinada, de modo que a função cúbica da espessura possa ser aproximada por uma reta.

A seguir são apresentados, em forma de sugestões, alguns cuidados que deverão ser tomados quanto a escolha da melhor discretização da estrutura:

- a) que em cada nó da estrutura concorra o mesmo número de elementos;

- b) que os elementos tomados sejam de forma regular, procurando sempre que possível evitar elementos de forma irregular;
- c) que a largura da faixa do sistema de equações se mantenha a mais estreita quanto possível; isto é conseguido, com uma numeração conveniente dos nós da estrutura, ou seja, que a maior diferença entre os números dos pontos nodais de um mesmo elemento seja a mínima possível;
- d) que se use mais nós nas regiões onde haja previsão de possíveis concentrações de tensões, principalmente nos lugares onde haja cargas concentradas aplicadas, nas bordas onde haja mudanças bruscas de direções e condições de contorno e também no interior da estrutura onde se pretenda obter maiores informações sobre os momentos a serem determinados;
- e) que se tire partido de eventuais simetrias, em proveito do menor tempo de computação e consequentemente melhoria na qualidade dos resultados;
- f) que o mesmo problema seja resolvido com malhas de abertura decrescente para avaliação da qualidade ou precisão dos resultados:

No programa elaborado, existem alguns dados, que embora já estejam com áreas reservadas, não são ainda efetivamente utilizados; é o caso da densidade do material, coeficiente de dilatação térmica e também a possibilidade de se utilizar, num só processamento, vários casos de carregamento; sugere-se então que se formulem rotinas adequadas para que o programa possa se utilizar desses recursos adicionais, que serão de grande utilidade e indispensáveis para a sua generalização.

Embora ainda não se tenha feito citação a respeito, o programa poderá ser utilizado para resolver problemas, como por exemplo, das placas que apresentarem deslocamentos prescritos ou placas que apresentarem materiais diferentes (não homogêneas); esses testes não foram elaborados por não se terem ainda, para efeito de comparação, respostas analíticas para os citados problemas.

20. - BIBLIOGRAFIA

1. ARGYRIS, J.H.; FRIED, I.; SCHARPF, D.W. The TUBA: family of plate elements for the matrix displacement method. Journal of the Royal Aeronautical Society, 72 (nº): 701-709, aug. 1968.
2. BOSSHARD, W. Ein news vollverträgliches endliches Element für Plattenbiegung. Int. Assoc. Bridge Struct. Eng. Bulletin, 28, 27 - 40, 1968.
3. BREBBIA, C.A. Aplicações de métodos variacionais em engenharia. São Carlos, EESC, 1973. Notas de aula.
4. BREBBIA, C.A.; CONNOR, J.J. Fundamentals of finite element techniques for structural enginners. London. Butterworths, 1973.
5. COPPER, G.R.; KOSKO, E.; LINDBERG, G.M.; OLSON, M.D. Formulation of a new triangular plate bending element. Trans. Canad. Aero-Space Inst., 1, 86-90, 1968. (ver também N.R.C. Aero report LR514, 1968).
6. ELSGOLTZ, L. Ecuaciones diferenciales y calculo variacional. Moscow, MIR, 1969.
7. FELIPPA, C.A. Refined Finite Element Analysis of Linear and Non-linear Two - dimensional Structures. Berkeley, University of California, SESM.66-22, 1966.
8. HOLAND, I.; BELL, K. Finite element methods in stress analysis. TRONDHEIM-NORWAY TAPIR, 1969.
9. MARTINELLI, D.A.O.; MONTANARI, I. Equações gerais e placas retangulares. In:- Placas Elásticas. São Carlos, EESC, 1974. (Publicação nº 186).
10. OLIVEIRA, E.R.A. Formulações básicas do método dos elementos finitos. In:- JORNADAS LUSO-BRASILEIRAS DE ENGENHARIA CIVIL, 2., Rio de Janeiro - São Paulo, 1967.
11. PRZEMIENIECKI, J.S. Theory of matrix structural analysis. New York, McGraw-Hill, 1968.

12. SAVASSI, W. Contribuição ao emprego dos elementos finitos em elasticidade plana. São Carlos. EESC. 1972. Tese.
13. TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. Theory of plates and shells. New York, McGraw-Hill, 1959.
14. ZAGOTTIS, D. Introdução à teoria das placas e das cascas. São Paulo, EPUSP, 1973.
15. ZIENKIEWICZ, O.C. The finite element method in engineering science. New York, McGraw-Hill, 1971.

21.- ANEXO 1 - LISTAGEM DO PROGRAMA GERAL
(FORTRAN IV - Versão II - M10)

PAGE 1 DEGSPARE

// JOB T 0016 0047 0048

DEGSPARE

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0016	0016	0000
0001	0047	0047	0002
0002	0048	0048	0001

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// DUP

*STOREDATA WS UA COEFS 660C048 0048
CART ID 0048 DB ADDR 0790 DB CNT 2940

*STOREDATA WS UA RIGID 4000048 0048
CART ID 0048 DB ADDR 30D0 DB CNT 1900

*STOREDATA WS UA DATUM 400047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 1080 DB CNT 0280

*STOREDATA WS UA CFEXP 60047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 1300 DB CNT 0060

*STOREDATA WS UA CANOE 2000047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 1360 DB CNT 0C80

*STOREDATA WS UA REDUZ 6600047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 1FE0 DB CNT 2940

*STOREDATA WS UA SOLVE 200047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4920 DB CNT 0140

*STOREDATA WS UA TEGR1 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4A60 DB CNT 0040

*STOREDATA WS UA TEGR2 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4AA0 DB CNT 0040

*STOREDATA WS UA TEGR3 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4AE0 DB CNT 0040

*STOREDATA WS UA TEGR4 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4B20 DB CNT 0040

*STOREDATA WS UA TEGR5 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4B60 DB CNT 0040

*STOREDATA WS UA TEGR6 40047 0047
CART ID 0047 DB ADDR 4BA0 DB CNT 0040

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

SUBROUTINE GJRIIS(N,A)

DIMENSION A(21,21),B(21),C(21),IP(21),IQ(21)

C-----INVERSAO DE MATRIZES PELO METODO GAUSS-JORDAN-RUTISHAUSER

C
DO 1 K=1,N
T=0.
DO 6 I=K,N
S=0.
DO 3 J=K,N
3 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S) 4,5,4
4 DO 2 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T) 2,2,7
7 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVO=A(I,J)
T=ABS(PIVO/S)
2 CONTINUE
6 CONTINUE
IF(T) 101,5,101
101 IF(IP(K)-K) 8,98,8
8 DO 9 J=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
98 IF(IQ(K)-K) 10,20,10
10 IQK=IQ(K)

PAGE 2 DEGSPARE

```
DO 11 I=1,N
Z=A(I,IQK)
A(I,IQK)=A(I,K)
11 A(I,K)=Z
20 DO 12 J=1,N
IF(J-K) 13,14,13
14 B(J)=1/PIVO
C(J)=1.
GO TO 15
13 B(J)=-A(K,J)/PIVO
C(J)=A(J,K)
15 A(K,J)=0.
12 A(J,K)=0.
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
1 CONTINUE
DO 16 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K) 17,18,17
17 DO 102 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
102 CONTINUE
18 IF(IQ(K)-K) 104,16,104
104 DO 103 J=1,N
IQK=IQ(K)
Z=A(IQK,J)
A(IQK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
103 CONTINUE
16 CONTINUE
GO TO 118
5 WRITE(5,100)
100 FORMAT(///5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR'//)
118 RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR GJRIS
COMMON 0 VARIABLES 192 PROGRAM 666

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00E4 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE WS UA GJRIS
CART ID 0016 DB ADDR 3871 DB CNT 002C

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
      SUBROUTINE MATRH(X,Y,S,C,H,IPERM)
C
C-----FORMACAO DA MATRIZ H
C
      DIMENSION IPERM(3),AK(4,3),H(3,18),COMPR(3),X(3),Y(3),S(3),C(3)
      DIMENSION DIFX(3),DIFY(3)
      DO 2010 I=1,3
      J=IPERM(I)
      DIFX(I)=X(J)-X(I)
      DIFY(I)=Y(J)-Y(I)
2010  COMPR(I)=SQRT((X(J)-X(I))**2+(Y(J)-Y(I))**2)
      DO 2020 I=1,3
      AK(1,I)=0.5*S(I)
      AK(2,I)=0.5*C(I)
      AK(3,I)=0.125*COMPR(I)*S(I)*C(I)
2020  AK(4,I)=0.125*COMPR(I)*(C(I)**2-S(I)**2)
      DO 300 I=1,3
      DO 300 J=1,18
300   H(I,J)=0.
      H(1,2)=-AK(1,1)
      H(1,3)= AK(2,1)
      H(1,4)=-AK(3,1)
      H(1,5)= AK(4,1)
```

PAGE 3 DEGSPARE

```
H(1,6)= AK(3,1)
H(1,8)=-AK(1,1)
H(1,9)= AK(2,1)
H(1,10)= AK(3,1)
H(1,11)=-AK(4,1)
H(1,12)=-AK(3,1)
H(2,8)=-AK(1,2)
H(2,9)= AK(2,2)
H(2,10)=-AK(3,2)
H(2,11)= AK(4,2)
H(2,12)= AK(3,2)
H(2,14)=-AK(1,2)
H(2,15)= AK(2,2)
H(2,16)= AK(3,2)
H(2,17)=-AK(4,2)
H(2,18)=-AK(3,2)
H(3,2)=-AK(1,3)
H(3,3)= AK(2,3)
H(3,4)= AK(3,3)
H(3,5)=-AK(4,3)
H(3,6)=-AK(3,3)
H(3,14)=-AK(1,3)
H(3,15)= AK(2,3)
H(3,16)=-AK(3,3)
H(3,17)= AK(4,3)
H(3,18)= AK(3,3)
IF(DIFX(1))100,103,110
103 IF(DIFY(1))110,100,100
100 DO 105 I=4,6
105 H(1,I)=-H(1,I)
DO 106 I=10,12
106 H(1,I)=-H(1,I)
110 IF(DIFX(2))130,133,120
133 IF(DIFY(2))120,130,130
130 DO 135 I=10,12
135 H(2,I)=-H(2,I)
DO 136 I=16,18
136 H(2,I)=-H(2,I)
120 IF(DIFX(3))150,153,140
153 IF(DIFY(3))140,150,150
150 DO 155 I=4,6
155 H(3,I)=-H(3,I)
DO 156 I=16,18
156 H(3,I)=-H(3,I)
140 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR MATH
COMMON 0 VARIABLES 86 PROGRAM 764

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0068 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA MATRH
CART ID 0016 DB ACDR 389D DB CNT 0036

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
C
----- CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GENERALIZADA (KQ)
C
SUBROUTINE MATRG(NI,PRS,B)
REAL NI
DIMENSION B(21,21),PRS(28)
P00=PRS(1)
P10=PRS(2)
P01=PRS(3)
P20=PRS(4)
P11=PRS(5)
P02=PRS(6)
P30=PRS(7)
P21=PRS(8)
P12=PRS(9)
```

PAGE .4 DEGSPARE

```
P03=PRS(10)
P40=PRS(11)
P31=PRS(12)
P22=PRS(13)
P13=PRS(14)
P04=PRS(15)
P50=PRS(16)
P41=PRS(17)
P32=PRS(18)
P23=PRS(19)
P14=PRS(20)
P05=PRS(21)
P60=PRS(22)
P51=PRS(23)
P42=PRS(24)
P33=PRS(25)
P24=PRS(26)
P15=PRS(27)
P06=PRS(28)
AMI=0.5*(1.-NI)
DO 550 I=1,21
DO 550 J=1,21
550 B(I,J)=0.
D=1.
B(4,4)=D*4.*P00
B(6,6)=B(4,4)
B(4,6)=B(4,4)*NI
B(5,5)=B(4,4)*AMI
B(4,11)=D*24.*P20
B(4,13)=D*(4.*P02+4.*NI*P20)
B(4,14)=D*12.*NI*P11
B(4,15)=D*24.*NI*P02
B(8,10)=0.5*B(4,15)
B(4,16)=D*40.*P30
B(6,16)=B(4,16)*NI
B(7,11)=1.8*B(4,16)
B(4,17)=D*24.*P21
B(8,11)=B(4,17)
B(5,18)=D*24.*AMI*P21
B(6,17)=D*24.*NI*P21
B(9,12)=D*12.*P21
B(10,11)=D*72.*NI*P21
B(4,18)=D*(12.*P12+4.*NI*P30)
B(4,19)=D*(4.*P03+12.*NI*P21)
B(4,20)=D*24.*NI*P12
B(7,15)=3.*B(4,20)
B(10,12)=0.5*B(7,15)
B(6,20)=D*24.*P12
B(9,15)=B(6,20)
B(8,14)=D*12.*P12
B(10,14)=1.5*B(6,20)
B(5,19)=D*24.*AMI*P12
B(6,21)=D*40.*P03
B(4,21)=D*40.*NI*P03
B(5,20)=D*16.*AMI*P03
B(8,15)=D*24.*NI*P03
B(10,15)=D*72.*P03
B(5,12)=D*12.*AMI*P20
B(5,13)=D*16.*AMI*P11
B(5,14)=D*12.*AMI*P02
B(5,17)=D*16.*AMI*P30
B(6,14)=D*12.*P11
B(7,8)=B(6,14)
B(9,10)=B(6,14)
B(4,12)=B(6,14)
B(6,11)=D*24.*NI*P20
B(6,12)=B(6,14)*NI
B(6,13)=D*(4.*P20+4.*NI*P02)
B(7,10)=D*36.*NI*P11
B(7,14)=D*36.*NI*P21
B(7,7)=D*36.*P20
B(6,15)=D*24.*P02
B(6,18)=D*(4.*P30+12.*NI*P12)
B(6,19)=D*(12.*P21+4.*NI*P03)
B(7,13)=D*(12.*P12+12.*NI*P30)
B(7,17)=D*72.*P31
B(11,12)=B(7,17)
B(7,16)=D*120.*P40
B(11,11)=1.2*B(7,16)
B(9,21)=D*40.*P13
B(10,20)=1.8*B(9,21)
B(12,15)=D*72.*NI*P13
B(7,20)=D*72.*NI*P22
```

PAGE 5 DEGSPARE

B(10,17)=B(7,20)
B(11,15)=2.*B(7,20)
B(7,19)=D*(12.*P13+36.*NI*P31)
B(7,18)=D*(36.*P22+12.*NI*P40)
B(7,21)=D*120.*NI*P13
B(8,8)=D*(4.*P02+16.*AMI*P20)
B(8,9)=D*(8.-4.*NI)*P11
B(8,12)=D*(12.*P12+24.*AMI*P30)
B(8,13)=D*(4.*P03+(16.-12.*NI)*P21)
B(8,16)=D*40.*P31
B(8,17)=D*(24.*P22+32.*AMI*P40)
B(8,18)=D*(12.*P13+(24.-20*NI)*P31)
B(8,19)=D*(4.*P04+(24.-12.*NI)*P22)
B(8,20)=D*(16.+8.*NI)*P13
B(8,21)=D*40.*NI*P04
B(9,9)=D*(4.*P20+16.*AMI*P02)
B(9,11)=D*24.*NI*P30
B(9,13)=D*(4.*P30+(16.-12.*NI)*P12)
B(9,14)=D*(12.*P21+24.*AMI*P03)
B(9,16)=D*40.*NI*P40
B(9,17)=D*(16.+8.*NI)*P31
B(9,18)=D*(4.*P40+(24.-12.*NI)*P22)
B(9,19)=D*(12.*P31+(24.-20.*NI)*P13)
B(9,20)=D*(24.*P22+32.*AMI*P04)
B(10,10)=D*36.*P02
B(10,13)=D*(12.*P21+12.*NI*P03)
B(10,16)=D*120.*NI*P31
B(10,18)=D*(12.*P31+36.*NI*P13)
B(10,19)=D*(36.*P22+12.*NI*P04)
B(10,21)=D*120.*P04
B(11,13)=D*(24.*P22+24.*NI*P40)
B(11,14)=D*72.*NI*P31
B(11,16)=D*240.*P50
B(11,17)=D*144.*P41
B(11,18)=D*(72.*P32+24.*NI*P50)
B(11,19)=D*(24.*P23+72.*NI*P41)
B(11,20)=D*144.*NI*P32
B(11,21)=D*240.*NI*P23
B(12,12)=D*(36.*P22+36.*AMI*P40)
B(12,13)=D*(12.*P13+(24.-12.*NI)*P31)
B(12,14)=D*(18.+18.*NI)*P22
B(12,16)=D*120.*P41
B(12,17)=D*(72.*P32+48.*AMI*P50)
B(12,18)=D*(36.*P23+(36.-24.*NI)*P41)
B(12,19)=D*(12.*P14+36.*P32)
B(12,20)=D*(24.+48.*NI)*P23
B(12,21)=D*120.*NI*P14
B(13,13)=D*(4.*P40+4.*P04+(32.-24*NI)*P22)
B(13,16)=D*(40.*P32+40.*NI*P50)
B(13,14)=D*(12.*P31+(24.-12.*NI)*P13)
B(13,15)=D*(24.*P22+24.*NI*P04)
B(13,17)=D*(24.*P23+(32.-8.*NI)*P41)
B(13,18)=D*(4.*P50+12.*P14+(48.-32.*NI)*P32)
B(13,19)=D*(4.*P05+12.*P41+(48.-32.*NI)*P23)
B(13,20)=D*(24.*P32+(32.-8.*NI)*P14)
B(13,21)=D*(40.*P23+40.*NI*P05)
B(14,14)=D*(36.*P22+36.*AMI*P04)
B(14,15)=D*72.*P13
B(14,16)=D*120.*NI*P41
B(14,17)=D*(24.+48.*NI)*P32
B(14,18)=D*(12.*P41+36.*P23)
B(14,19)=D*(36.*P32+(36.-24.*NI)*P14)
B(14,20)=D*(72.*P23+48.*AMI*P05)
B(14,21)=D*120.*P14
B(15,15)=D*144.*P04
B(15,16)=D*240.*NI*P32
B(15,17)=D*144.*NI*P23
B(15,18)=D*(24.*P32+72.*NI*P14)
B(15,19)=D*(72.*P23+24.*NI*P05)
B(15,20)=D*144.*P14
B(15,21)=D*240.*P05
B(16,16)=D*400.*P60
B(16,17)=D*240.*P51
B(16,18)=D*(120.*P42+40.*NI*P60)
B(16,19)=D*(40.*P33+120.*NI*P51)
B(16,20)=D*240.*NI*P42
B(16,21)=D*400.*NI*P33
B(17,17)=D*(144.*P42+64.*AMI*P60)
B(17,18)=D*(72.*P33+(48.-24.*NI)*P51)
B(17,19)=D*(24.*P24+(48.+24.*NI)*P42)
B(17,20)=D*(32.+112.*NI)*P33
B(17,21)=D*240.*NI*P24
B(18,18)=D*(4.*P60+36.*P24+(72.-48.*NI)*P42)

PAGE 6 DEGSPARE

```
B(18,19)=D*(12.*P51+12.*P15+(72.-32.*NI)*P33)
B(18,20)=D*(24.*P42+(48.+24.*NI)*P24)
B(18,21)=D*(40.*P33+120.*NI)*P15)
B(19,19)=D*(4.*P06+36.*P42+(72.-48.*NI)*P24)
B(19,20)=D*(72.*P33+(48.-24.*NI)*P15)
B(19,21)=D*(120.*P24+40.*NI)*P06)
B(20,20)=D*(144.*P24+64.*AMI)*P06)
B(20,21)=C*240.*P15
B(21,21)=D*400.*P06
B(7,9)=0.5*B(6,11)
B(7,12)=1.5*B(4,17)
DO 700 J=1,21
DO 700 I=1,21
IF(I-J)700,700,800
800 B(I,J)=B(J,I)
700 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR MATRG
COMMON 0 VARIABLES 114 PROGRAM 2950

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00C4 (HEX)

END OF COMPIILATION

// DUP

*STORE WS UA MATRG
CART ID 0016 DB ACDR 38D3 DB CNT 00E4

```
// FOR
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE PCLIN(KP,KR,KS,XL,YL,AREA,PCAR,VIN)
DIMENSION XL(6),YL(6),KCFX(28),KCFY(28),PCAR(3),VIN(28)
DIMENSION KEX(3,28),KEY(3,28),ICSI(4),KR(28),KS(28)
DO 50 II=1,KP
NX =(KR(II)+1) * (KR(II)+2)/2
NY =(KS(II)+1) * (KS(II)+2)/2
IGRX = KR(II)
IGRY = KS(II)
VINTT=0
IF(IGRX)444,444,555
444 KCFX(1)=1
GO TO 445
555 IGRAU=IGRX
N=NX
READ(IGRAU*1)(KCFX(I),I=1,N)
445 IF(IGRY)666,666,777
666 KCFY(1)=1
GO TO 665
777 IGRAU=IGRY
N=NY
READ(IGRAU*1)(KCFY(I),I=1,N)
665 IF(NX-3)98,200,200
200 IGRAU=IGRX
N=NX
READ(IGRAU*2)((KEX(K,I),I=1,N),K=1,3)
GO TO 300
98 DO 222 I=1,3
222 KEX(I,1)=0
300 IF(NY-3)308,303,303
303 IGRAU=IGRY
N=NY
READ(IGRAU*2)((KEY(K,I),I=1,N),K=1,3)
GO TO 304
308 DO 333 I=1,3
333 KEY(I,1)=0
304 CCNTINUE
DO 999 I=1,NY
DO 999 J=1,NX
CF=FLOAT(KCFY(I)*KCFX(J))
ICSI(1)=KEX(1,J)+KEY(1,I)
ICSI(2)=KEX(2,J)+KEY(2,I)
ICSI(3)=KEX(3,J)+KEY(3,I)
IMM=ICSI(1)
INN=ICSI(2)
```

PAGE 7 DEGSPARE

```
IPP=ICSI(3)
IM1=IMM+1
IN1=INN+1
IP1=IPP+1
VINT1=VINTA(IM1,INN,IPP,AREA)
VINT2=VINTA(IMM,IN1,IPP,AREA)
VINT3=VINTA(IMM,INN,IP1,AREA)
XL1=1.
XL2=1.
XL3=1.
YL1=1.
YL2=1.
YL3=1.
IF(KEX(1,J))3001,3001,3000
3000 XL1=XL(1)**KEX(1,J)
3001 IF(KEX(2,J))3003,3003,3002
3002 XL2=XL(2)**KEX(2,J)
3003 IF(KEX(3,J))3005,3005,3004
3004 XL3=XL(3)**KEX(3,J)
3005 IF(KEY(1,I))3007,3007,3006
3006 YL1=YL(1)**KEY(1,I)
3007 IF(KEY(2,I))3009,3009,3008
3008 YL2=YL(2)**KEY(2,I)
3009 IF(KEY(3,I))998,998,3010
3010 YL3=YL(3)**KEY(3,I)
998 VINT=CF*XL1*XL2*XL3*YL1*YL2*YL3
999 VINTT=VINTT+VINT*(PCAR(1)*VINT1+PCAR(2)*VINT2+PCAR(3)*VINT3)
50 VIN(II) = VINTT
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR POLIN
COMMON 0 VARIABLES 298 PROGRAM 748

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0134 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE WS UA POLIN
CART ID 0016 DB ACDR 39B7 DB CNT 0031
```

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM

C

C-----FORMACAO DA MATRIZ T (G TRANSPOSTA)

C

```
SUBROUTINE MATFT(EF,X,Y,XLC,YLC,S,C,ISAI,IPERM)
DIMENSION VNUM(3),VDEN(3),F(2),TANG(3),GAMA(3),BETA(3),
DIMENSION EF(21,21),X(3),Y(3),XLC(6),YLC(6),S(3),C(3),IPERM(3),
*CF(18,21),IEX(18,21),IEY(18,21)
READ(15,1)CF,IEX,IEY
100 DO 100 I=1,21
100 DO 100 J=1,21
100 EF(I,J)=0.
```

C

C-----FORMACAO DAS 18 PRIMEIRAS LINHAS DE EF(21,21)

C

```
II=-5
JJ=0
DO 110 K=1,3
```

```
II=II+6
JJ=JJ+6
```

```
DO 110 I=II,JJ
```

```
DO 110 J=1,21
```

```
1000 IF(CF(I,J))1000,110,1000
```

```
1000 IF(XLC(K))1030,1010,1030
```

```
1010 IF(IEX(I,J))1030,1020,1030
```

```
1020 XL=1.
```

```
1040 GO TO 1040
```

```
1030 XL=XLC(K)
```

```
1040 IF(YLC(K))1070,1050,1070
```

```
1050 IF(IEY(I,J))1070,1060,1070
```

```
1060 YL=1.
```

```
1080 GO TO 1080
```

```
1070 YL=YLC(K)
```

PAGE 8 DEGSPARE

```
1080 EF(I,J)=CF(I,J)*XL**IEX(I,J)*YL**IEY(I,J)
110 CONTINUE
C-----CALCULO DOS ANGULOS ENTRE EIXO X E EIXO Y
C
DO 750 I=1,3
J=IPERM(I)
VNUM(I)=Y(J)-Y(I)
VDEN(I)=X(J)-X(I)
IF(VDEN(I)>500,-600,500)
500 TANG(I)=VNUM(I)/VDEN(I)
IF(ABS(TANG(I))-100.)700,959,959
600 IF(VNUM(I)>530,-1111,520
520 S(I)=1.
C(I)=0.
GO TO 750
530 S(I)=-1.
C(I)=0.
GO TO 750
700 IF(VDEN(I)>800,-600,900
800 IF(VNUM(I)>801,-801,801
801 S(I)=-SIN(ATAN(TANG(I)))
C(I)=-COS(ATAN(TANG(I)))
GO TO 750
802 S(I)=0.
C(I)=-1.
GO TO 750
900 S(I)=SIN(ATAN(TANG(I)))
C(I)=COS(ATAN(TANG(I)))
GO TO 750
959 A=TANG(I)-1.
B=TANG(I)+1.
ANG45=3.1415926/4.
IF(VDEN(I)>960,-600,970
960 IF(VNUM(I)>965,-1111,966
965 GAMA(I)=ATAN(A/8)
BETA(I)=ANG45+GAMA(I)
S(I)=-SIN(BETA(I))
C(I)=-COS(BETA(I))
GO TO 750
966 GAMA(I)=ATAN((1.+TANG(I))/(1.-TANG(I)))
BETA(I)=-(3.1415926/4.)*GAMA(I)
S(I)=-SIN(BETA(I))
C(I)=-COS(BETA(I))
GO TO 750
970 IF(VNUM(I)>975,-1111,976
975 GAMA(I)=ATAN((1.+TANG(I))/(1.-TANG(I)))
BETA(I)=-(3.1415926/4.)*GAMA(I)
S(I)=SIN(BETA(I))
C(I)=COS(BETA(I))
GO TO 750
976 GAMA(I)=ATAN(A/B)
BETA(I)=ANG45+GAMA(I)
S(I)=SIN(BETA(I))
C(I)=COS(BETA(I))
GO TO 750
1111 WRITE(1111,1119)
1119 FORMAT(10X,'ERRO NAS COORDENADAS'//)
750 CONTINUE
DO 299 I=1,3
IF(VDEN(I)>300,-303,299
303 IF(VNUM(I)>299,-300,300
300 S(I)=-S(I)
C(I)=-C(I)
299 CONTINUE
C-----GERACAO DAS LINHAS 19,20,21
C
II=18
DO 120 K=4,6
II=II+1
IK=K-3
DO 120 J=1,21
F(1)=0.
F(2)=0.
IF(S(IK)*CF(2,J)>2000,-115,2000
2000 IF(XLC(K)>2030,-2010,2030
2010 IF(IEX(2,J)>2030,-2020,2030
2020 XL=1.
GO TO 2040
2030 XL=XLC(K)
2040 IF(YLC(K)>2070,-2050,2070
2050 IF(IEY(2,J)>2070,-2060,2070
```

PAGE 9 DEGSPARE

```
2060 YL=1.  
    GO TO 2080  
2070 YL=YLC(K)  
2080 F(1)=-S(IK)*CF(2,J)*XL**IEX(2,J)*YL**IEY(2,J)  
115 IF(C(IK)*CF(3,J))3000,3090,3000  
3000 IF(XLC(K))3030,3010,3030  
3010 IF(IEX(3,J))3030,3020,3030  
3020 XL=1.  
    GO TO 3040  
3030 XL=XLC(K)  
3040 IF(YLC(K))3070,3050,3070  
3050 IF(IEY(3,J))3070,3060,3070  
3060 YL=1.  
    GO TO 3080  
3070 YL=YLC(K)  
3080 F(2)=C(IK)*CF(3,J)*XL**IEX(3,J)*YL**IEY(3,J)  
3090 EF(II,J)=F(1)+F(2)  
120 CONTINUE  
    RETURN  
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR MATFT
COMMON 0 VARIABLES 1974 PROGRAM 1358

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 07DD (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STCRE WS UA MATFT  
CART ID 0016 DB ACDR 39E8 DB CNT 0050
```

```
// FOR  
*ONE WORD INTEGERS  
*EXTENDED PRECISION  
*LIST SOURCE PROGRAM  
    SUBROUTINE COEF (KCOEF,KK,L)  
    DIMENSION KCOEF(28)  
    DO 109 I=1,L  
109 KCOEF(L)=0  
    K=1  
    M=KK+1  
    MM=M  
    II=KK  
    KCOEF(1)=1  
    IF(KK-1)107,108,108  
108 KCOEF(L)=1  
    IF(KK-1)105,105,106  
106 KCOEF(KK+1)=1  
    DO 120 I=2,KK  
    KCOEF(I)=II*KCOEF(I-1)/(I-1)  
120 II=II-1  
    DO 100 IJ=1,KK  
    K=K+MM  
    KCOEF(K)=KCOEF(IJ+1)  
100 MM=MM-1  
    K=1  
    MM=M  
    KD=KK  
    KT=KD-1  
    DO 200 J=1,KT  
    IT=1  
    KK=KK-1  
    II=KK  
    K=K+MM  
    MM=MM-1  
    DO 200 I=1,KK  
    IT=IT+1  
    KI=K+I  
    KCOEF(KI)=II*KCOEF(KI-1)/(IT-1)  
200 II=II-1  
    IF(KT)105,105,107  
105 KCOEF(2)=1  
107 RETURN  
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

PAGE 10 DEGSPARE

EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR COEF
COMMON 0 VARIABLES 16 PROGRAM 332

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0013 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA COEF
CART ID 0016 DB ADDR 3A45 DB CNT 0015

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
SUBROUTINE EXP(S(KE,IGR)
DIMENSION KE(3,28)
II=IGR+2
IK=0
N3=-1
IGR1=IGR+1
DO 75 J=1,IGR1
N1=IGR+1
II=II-1
N1=N1-J
N2=0
N3=N3+1
DO 75 I=1,II
IK=IK+1
KE(1,IK)=N1
N1=N1-1
KE(2,IK)=N2
N2=N2+1
75 KE(3,IK)=N3
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR EXP(S
COMMON 0 VARIABLES 12 PROGRAM 136

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA EXP(S
CART ID 0016 DB ADDR 3A5A DB CNT 0009

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
C
C-----SUBPROGRAMA VINTA
C
FUNCTION VINTA(M,N,IP,AREA)
DIMENSION ICSIS(4),FAT(4)
ICESIS(1)=M
ICESIS(2)=N
ICESIS(3)=IP
ICESIS(4)=2
DO 1920 K=1,3
1920 ICSIS(4)=ICESIS(4)+ICESIS(K)
DO 20 I=1,4
FAT(I)=1.
K=ICESIS(I)
IF(K)20,20,5
5 DO 10 J=1,K
10 FAT(I)=FAT(I)*FLOAT(J)
20 CONTINUE
VNUM=AREA
DO 16 L=1,3
16 VNUM=VNUM*FAT(L)
VINTA=VNUM/FAT(4)
RETURN
```

PAGE 11 DEGSPARE

END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR VINTA
COMMON 0 VARIABLES 30 PROGRAM 174

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0025 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA VINTA
CART ID 0016 DB ACDR 3A63 DB CNT 000C

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

SUBROUTINE PREPS(FL,PSI)
DIMENSION FL(18,18),PSI(18,18),SAVE(18,18)
DO 930 IA=1,18
DO 930 IB=1,18
SAVE(IA,IB)=0.
DO 930 IC=1,18

930 SAVE(IA,IB)=SAVE(IA,IB)+PSI(IC,IA)*FL(IC,IB)

C-----MULTIPLICACAO DE SAVE POR PSI

C

DO 940 IA=1,18

DO 940 IB=1,18

FL(IA,IB)=0.

DO 940 IC=1,18

940 FL(IA,IB)=FL(IA,IB)+SAVE(IA,IC)*PSI(IC,IB)

RETURN

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR PREPS

COMMON 0 VARIABLES 978 PROGRAM 188

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0307 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PREPS
CART ID 0016 DB ACDR 3A6F DB CNT 000D

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

C----- CALCULO DAS COORDENADAS LOCAIS

C

SUBROUTINE CGLOC (X,Y,IPERM,XLC,YLC)

DIMENSION IPERM(3),X(3),Y(3),XLC(6),YLC(6)

DO 99 I=1,3

L=3

XLC(I)=X(I)

YLC(I)=Y(I)

J=IPERM(I)

LI=L+I

99 XLC(LI)=0.5*(X(J)+X(I))

YLC(LI)=0.5*(Y(J)+Y(I))

XO=0.

YO=0.

DO 15 I=1,3

XO=XO+X(I)/3.

15 YO=YO+Y(I)/3.

DO 919 I=1,6

XLC(I)=XLC(I)-XO

919 YLC(I)=YLC(I)-YO

RETURN

END

PAGE 12 DEGSPARE

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR COLOC
COMMON 0 VARIABLES 14 PROGRAM 198

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 001A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA COLOC
CART ID 0016 DB ADDR 3A7C DB CNT 000F

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
SUBROUTINE TFREE(LINHA,LNOBO,NI,PSI)
REAL NI
DIMENSION LNOBO(100,10),CSJ(6,6),PSI(18,18)
DO 10 I=1,6
DO 10 J=1,6
10 CSJ(I,J)=0.
DO 11 I=1,18
DO 11 J=1,18
11 PSI(I,J)=0.
DO 60 I=1,3
IA=I+7
IF(LNOBO(LINHA,IA))40,20,40
40 CSJ(1,1)=1.
CSJ(2,2)=CSJ(1,1)
CSJ(3,3)=CSJ(1,1)
CSJ(4,4)=1./(1.-NI**2)
CSJ(4,6)=-NI*CSJ(4,4)
CSJ(5,5)=CSJ(1,1)
CSJ(6,4)=CSJ(4,6)
CSJ(6,6)=CSJ(4,4)
DO 30 IA=1,6
IE = 6 * (I-1) + IA
DO 30 IB=1,6
IG = 6 * (I-1) + IB
30 PSI(IE,IG) = CSJ(IA,IB)
GO TO 60
20 INIC = 6*(I-1)+1
IFIM = INIC+5
DO 50 K=INIC,IFIM
50 PSI(K,K) = 1.
60 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR TFREE
COMMON 0 VARIABLES 126 PROGRAM 314

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 008B (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA TFREE
CART ID 0016 DB ADDR 3A88 DB CNT 0015

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SCURCE PROGRAM

```
SUBROUTINE TRFRE(PR,NUMNP,NELBO,LNOBO,STRS)
DIMENSION LNOBO(100,10),TBL(6,6),STRS(720),PR(120),W(720)
DO 10 N=1,NUMNP
DO 11 M=1,NELBO
DO 11 L=2,4
IF(LNCBC(M,L)-N)11,20,11
20 LL=L+6
IF(LNOBO(M,LL))50,11,50
```

PAGE 13 DEGSPARE

```
50 DO 30 IA=1,6
  DO 30 IB=1,6
 30 TBL(IA,IB)=0.
    TBL(1,1)=1.
    TBL(2,2)=TBL(1,1)
    TBL(3,3)=TBL(1,1)
    TBL(4,4)=1./(1.-PR(N)**2)
    TBL(4,6)=-PR(N)*TBL(4,4)
    TBL(5,5)=TBL(1,1)
    TBL(6,4)=TBL(4,6)
    TBL(6,6)=TBL(4,4)
    K=6*(N-1)
    DO 60 I=1,6
      KI=K+I
      W(KI)=0.
    DO 60 J=1,6
      KJ=K+J
      W(KJ) = W(KI) + TBL(I,J) * STRS(KJ)
 60 CONTINUE
  DO 12 I=1,6
    KI=K+I
    STRS(KI)=W(KI)
12 CONTINUE
 GO TO 10
11 CONTINUE
10 CONTINUE
 RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR TRFRE
COMMON 0 VARIABLES 2288 PROGRAM 328

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 08FA (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA TRFRE
CART ID 0016 DB ADDR 3AA0 DB CNT 0016

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SCURCE PROGRAM
 SUBROUTINE TRISK(NUMNP,NELBO,ANGLE,LNOBO,STRS,XORD,YORD,ISAI)
 DIMENSION STR(6),XORD(120),YORD(120)
 DIMENSION LNOBO(100,10),TRC(6,6),W(720),STRS(720),ANGLE(40)
 WRITE(ISAI,40)
40 FORMAT(1H1,'VALORES DAS INCOCNITAS NODAIS DE PONTOS SITUADOS NO CO
*NTRNO',//,113X,'ANGULO'/1X,'PONTO'4X,'COORDENADAS'7X,'W'14X,'W,T'1
*2X,'W,N'12X,'W,TT'12X,'W,TN'12X,'W,NN'4X,'(GRAUS)'//)
 DO 10 N=1,NUMNP
 DO 11 M=1,NELBO
 DO 11 L=2,4
 IF(LNOBO(M,L)-N)11,20,11
20 I=L+3
 IF(LNOBO(M,I))90,10,90
90 IADDR=LNOBO(M,I)
 S=SIN(ANGLE(IADDR))
 SS=S**2
 C=COS(ANGLE(IADDR))
 CC=C**2
 SC=S*C
 C2S2=CC-SS
 DO 30 IA=1,6
 DO 30 IB=1,6
30 TRC(IA,IB)=0.
    TRC(1,1)=1.
    TRC(2,2)=C
    TRC(2,3)=-S
    TRC(3,2)=-TRC(2,3)
    TRC(3,3)=TRC(2,2)
    TRC(5,4)=SC
    TRC(5,5)=C2S2
    TRC(5,6)=-TRC(5,4)
    TRC(4,4)=CC
    TRC(4,5)=-2.*SC
    TRC(4,6)=SS
```

PAGE 14 DEGSPARE

```
TRC(6,4)=TRC(4,6)
TRC(6,5)=2.*SC
TRC(6,6)=TRC(4,4)
K=6*(N-1)
DO 80 I=1,6
KI=K+I
W(KI)=0.
DO 80 J=1,6
KJ=K+J
W(KJ)=W(KI)+TRC(I,J)*STRS(KJ)
80 CONTINUE
DO 60 J=1,6
KJ=K+J
60 STR(J)=STRS(KJ)
ANGUL = 57.29577951 * ANGLE(IADDR)
WRITE(ISAI,50)N,XORD(N),YORD(N),(STR(J),J=1,6),ANGUL
50 FORMAT(1X,I4,3X,F6.2,2X,F6.2,6(E15.7),2X,F6.2)
DO 12 I=1,6
KI=K+I
STRS(KI)=W(KI)
12 CONTINUE
GO TO 10
11 CONTINUE
10 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR TRISK
COMMON 0 VARIABLES 2332 PROGRAM 620

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 098E (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA TRISK
CART ID 0016 DB ADDR 3AB6 DB CNT 0029

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SCURCE PROGRAM
SUBROUTINE TSKEW(LINHA,LNOBO,ANGLE,PSI)
DIMENSION CSI(6,6),LNOBO(100,10),ANGLE(40),PSI(18,18)
DO 10 I=1,6
DO 10 J=1,6
10 CSI(I,J)=0.
DO 11 I=1,18
DO 11 J=1,18
11 PSI(I,J)=0.
DO 60 I=1,3
IA=I+4
IF(LNOBO(LINHA,IA))20,40,20
```

C-----QUANDO LNOBO(LINHA,IA)=0 SIGNIFICA QUE O NO^o CORRESPONDENTE
C NAO ESTA NA BORDA

```
C
20 IADDR = LNOBO(LINHA,IA)
T=SIN(ANGLE(IADDR))
C=COS(ANGLE(IADDR))
CSI(1,1)=1.
CSI(2,2)=C
CSI(2,3)=-T
CSI(3,2)=T
CSI(3,3)=C
CSI(4,4)=C**2
CSI(4,5)=-2.*T*C
CSI(4,6)=T**2
CSI(5,4)=T*C
CSI(5,5)=CSI(4,4)-CSI(4,6)
CSI(5,6)=-CSI(5,4)
CSI(6,4)=CSI(4,6)
CSI(6,5)=-CSI(4,5)
CSI(6,6)=CSI(4,4)
DO 30 IA=1,6
IE = 6 * (I-1) + IA
DO 30 IB=1,6
IG = 6 * (I-1) + IB
```

PAGE 15 DEGSPARE

```
30 PSI(IE,IG) = CSI(IA,IB)
GO TO 60
40 INIC = 6*(I-1)+1
IFIM = INIC+5
DO 50 K=INIC,IFIM
50 PSI(K,K) = 1.
60 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR TSKEW
COMMON 0 VARIABLES 140 PROGRAM 404

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 009C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE WS UA TSKEW
CART ID 0016 DB ADDR 3ADF DB CNT 001B
```

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE THMED(NUMNP,NUMEL,NP,EM,TH,MAT,CP,PR,DE)
DIMENSION E(120),THM(120),PR(120),NP(200,3),EM(6),TH(200,3)
DIMENSION DE(120),CP(6),MAT(200)
DO 1000 NO=1,NUMNP
E(NO)=0.
THM(NO)=0.
PR(NO)=0.
CCUNT=0.
DO 900 N=1,NUMEL
DO 700 I=1,3
IF(NP(N,I)-NO)700,800,700
800 THM(NO)=THM(NO)+TH(N,I)
M=MAT(N)
PR(NO)=PR(NO)+CP(M)
E(NO)=E(NO)+EM(M)
COUNT=COUNT+1.
GO TO 900
700 CONTINUE
900 CONTINUE
THM(NO)=THM(NO)/COUNT
E(NO)=E(NO)/COUNT
PR(NO)=PR(NO)/COUNT
DE(NO)=(E(NO)*THM(NO)**3)/(12.*(1.-PR(NO)**2))
1000 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR THMED
COMMON 0 VARIABLES 734 PROGRAM 236

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 02EA (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE WS UA THMED
CART ID 0016 DB ADDR 3AFA DB CNT 0011
```

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE FLEVO(NUMNP,STRS,ISAI,DE,PR,XORD,YORD,NEQ,IPERF,IENT)
C----- CALCULO DOS MOMENTOS FLETORES E VOLVENTES
C
REAL MX,MY,MXY,M(120,3)
DIMENSION STRS(720),STR(6),TCM(3,6),SMOM(360),
```

PAGE 16 DEGSPARE

```
*XORD(120),YORD(120),DE(120),PR(120),ANGLE(120)
  WRITE(ISAI,40)
40 FORMAT(1H1,'VALORES DAS INCOGNITAS NODAIS',//,1H,'PONTO',4X,'COOR
*DENADAS',7X,'W',14X,'W,X',12X,'W,Y',12X,'W,XX',12X,'W,XY',12X,'W,Y
*Y//')
  DO 600 I=1,NUMNP
  K=6*(I-1)
  DO 220 J=1,6
  KI=K+J
220 STR(J)=STRS(KI)
  WRITE(ISAI,33)I,XORD(I),YORD(I),(STR(J),J=1,6)
33 FORMAT(1X,I4,3X,F6.2,2X,F6.2,6(1X,E14.7))
600 CONTINUE
  WRITE(ISAI,30)
30 FORMAT(1H0,'MOMENTOS NODAIS',//,1H,'PONTO',4X,'COORDENADAS',12X,'
* MX ',12X,' MY ',12X,' MXY '//)
  DO 10 N=1,NUMNP
  DO 20 I=1,3
  DO 20 J=1,6
20 TCM(I,J)=0.
  TCM(1,4)=-DE(N)
  TCM(1,6)=-DE(N)*PR(N)
  TCM(2,4)=TCM(1,6)
  TCM(2,6)=TCM(1,4)
  TCM(3,5)=TCM(1,4)-TCM(1,6)
  K=3*(N-1)
  K2=2*K
  DO 60 IM=1,3
  KIM=K+IM
  SMOM(KIM)=0.
  DO 60 L=1,6
  KL=K2+L
60 SMOM(KIM)=SMOM(KIM)+TCM(IM,L)*STRS(KL)
  KM=K+1
  KM2=KM+2
10 WRITE(ISAI,32)N,XORD(N),YORD(N),(SMOM(NLL),NLL=KM,KM2)
32 FORMAT(1X,I4,3X,F6.2,2X,F6.2,3E20.10)
C-----CALCULO DOS MOMENTOS NODAIS PRINCIPAIS
C
  WRITE(ISAI,31)
31 FORMAT(1H0,'MOMENTOS NODAIS PRINCIPAIS',//1H,'PONTO',5X,'COORDENAD
* AS',9X,' N-1 ',10X,' M-2 ',10X,' M-NT-MAX',8X,'ANGLE//1H,3X,'N',7X,
* 'X',7X,'Y//')
  IF(IPERF)80,80,90
90 WRITE(IENT,93)
93 FORMAT()
80 DO 400 N=1,NUMNP
  K=3*(N-1)
  K1=K+1
  K2=K+2
  K3=K+3
  MX=SMOM(K1)
  MY=SMOM(K2)
  MXY=SMOM(K3)
  C=0.5*(MX+MY)
  DIF=0.5*(MX-MY)
  P=SQRT(DIF**2+MXY**2)
  M(N,1)=C+P
  M(N,2)=C-P
  M(N,3)=P
  ANGLE(N)=45.*SIGN(1.,MXY)
  IF(DIF)319,440,319
319 ANGLE(N)=28.647890*ATAN(MXY/DIF)
440 WRITE(ISAI,34)N,XORD(N),YORD(N),(M(N,I),I=1,3),ANGLE(N)
34 FCRMAT(1H,1X,I3,2X,2F8.2,2X,4(3X,E12.4))
  IF(IPERF)400,400,910
910 IF(DIF)321,322,323
322 IF(MXY)323,705,323
705 IF(C)710,720,730
710 WRITE(ISAI,740)
  IDIR=2
740 FORMAT(1H+,85X,'QUALQUER DIRECAO E'' 2')
  GO TO 410
720 WRITE(ISAI,750)
750 FORMAT(1H+,85X,'PONTO COM MOMENTOS NULOS')
  IDIR=0
  GO TO 410
730 WRITE(ISAI,760)
760 FORMAT(1H+,85X,'QUALQUER DIRECAO E'' 1')
  IDIR=1
  GO TO 410
321 WRITE(ISAI,37)
```

PAGE 17 DEGSPARE

```
37 FORMAT(1H+,85X,'ANGLE INDICA M-2')
IDIR=2
GO TO 410
323 WRITE(ISAI,38)
38 FORMAT(1H+,85X,'ANGLE INDICA M-1')
IDIR=1
C
C-----GRAVACAO DE DADOS, P/ PLOTTER, EM CARTOES
C
410 WRITE(IENT,95)N,XORD(N),YORD(N),(M(N,I),I=1,2),ANGLE(N),IDIR
95 FORMAT(14,2F14.7,3E15.8,I3)
400 CCNTINUE
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR FLEVO
COMMON      0 VARIABLES    2638 PROGRAM    1028
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0882 (HEX)
END OF COMPILATION
// DUP
*STORE WS UA FLEVO
CART ID 0016 DB ADDR 3B0B DB CNT. 0043
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE REACA(STRS,NP,LNOBO,XORD,YORD,ITPEL,KTPEL,NEQ,NELBO,NUM
  *NP,ISAI)
  DIMENSION STRS(720),NP(200,3),LNOBO(100,10),XORD(120),YORD(120),
  *RECUP(171),ITPEL(200),KTPEL(200),FL(18,18),RE(720),STR(18),SP(18),
  *REAC(18)
  DO 5 I=1,NEQ
5  RE(I)=0.
  DO 10 N=1,NELBO
    M=LNOBO(N,1)
C
C----- M = NUMERO DO ELEMENTO DA BORDA
C
    DO 300 I=1,3
    K=NP(M,I)
    DO 300 J=1,6
    KI=6*(I-1)+J
    KJ=6*(K-1)+J
    STR(KI)=STRS(KJ)
300 CONTINUE
C
C----- RECUPERACAO DE FL(18,18)
C
    NR=2*ITPEL(M)-1
    READ(13,NR)RECUP
    IJ=0
    DO 90 I=1,18
    DO 90 J=1,18
    IF(I-J)100,100,110
100  IJ=IJ+1
    FL(I,J)=RECUP(IJ)
    GO TO 90
110  FL(I,J)=FL(J,I)
    90 CONTINUE
    DO 50 I=1,18
    SP(I)=0.
    DO 50 J=1,18
    SP(I)=SP(I)+FL(I,J)*STR(J)
50  CONTINUE
    NRR=KTPEL(M)
    READ(11,NRR)(STR(II),II=1,18)
    DO 60 I=1,18
    REAC(I)=SP(I)-STR(I)
60  CONTINUE
    DO 70 I=1,3
    K=NP(M,I)
    DO 70 J=1,6
    IE=6*(I-1)+J
    IG=6*(K-1)+J
```

PAGE 18 DEGSPARE

```
RE(IG)=RE(IG)+REAC(IE)
70 CONTINUE
10 CONTINUE
15 WRITE(ISAI,75)
75 FORMAT(1H1,'REACAO VERTICAL NOS APOIOS',//1H , 'PONTO',5X,'COORDENAD
*AS',7X,'REACAO VERTICAL',//1H ,3X,'N',7X,'X',7X,'Y',13X,'R(W)'))
DO 25 N=1,NUMNP
DO 20 M=1,NELBO
DO 20 L=2,4
IF(LNOBO(M,L)-N)20,30,20
30 K=6*N-5
IF(STRS(K))25,40,25
40 WRITE(ISAI,80)N,XORD(N),YORD(N),RE(K)
80 FORMAT(15,2X,2F8.2,5X,E12.4)
GO TO 25
20 CONTINUE
25 CONTINUE
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR REACA
COMMON 0 VARIABLES 3826 PROGRAM 634

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0F42 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE WS UA REACA
CART ID 0016 DB ACDR 3B4E DB CNT 0029
```

```
// FOR
*I0CS(CARD,1403PRINTER,DISK,TYPEWRITER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME UM
  DEFINE FILE 12{40,320,U,KF},15{6,320,U,KX}
  INTEGER CFAU1{6,11},CFAU2{6,10}
  DIMENSION IXAU1{6,11},IXAU2{6,10},IYAU1{6,11},IYAU2{6,10}
  DIMENSION CF(18,21),IEX(18,21),IEY(18,21),DRIG(200,3),TH(200,3)
  DIMENSION KARGA(200),KTPEL(200),ZCAR(200,3)
  DIMENSION X(3),Y(3),L1(6),M1(6),NAME(40),ICON(6)
  DIMENSION MAT(200),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),RHO(6)
  *ALFA(6),NP(200,3),IPERM(3),NEBC(240),CONHE(720),ICONH(720),
  *ITPEL(200),LNCBO(100,10),ANGLE(40)
  DATA IPERM/2,3,1/,IENT,ISAI/2,5/,MAXEL,MAXBC,MAXPD,MAXEB,MAXNP,IFL
  *AG/200,240,16,100,120,0/
  DATA CFAU1/1,5*0,2*1,4*0,1,0,1,3*0,1,2,0,2,2*0,3*1,0,1,0,1,0,2,2*0
  *,2,1,3,0,6,2*0,1,2,1,2*2,0,1,1,2,0,2*2,1,0,3,2*0,6,1,4,0,12,2*0/
  DATA CFAU2/1,3,1,6,3,0,1,3*2,4,2,2*1,3,0,3,6,1,0,4,2*0,12,1,5,0,20
  *,2*0,1,4,1,12,4,0,1,3,2,2*6,2,1,2,3,2,6,6,2*1,4,0,4,12,1,0,5,2*0,2
  #0/
  DATA IXAU1/6*0,1,11*0,2,1,4*0,1,0,1,9*0,3,2,0,1,2*0,2,1,2,0,1,0,1,
  *,0,1,0,0,1,6*0,4,3,0,2,0,0/
  DATA IXAU2/3,2,3,1,2,0,2,1,2,0,1,2,1,0,1,0,0,1,6*0,5,4,0,3,0,0,4,3
  *,4,2,3,0,3,2,3,1,2,3,2,1,2,0,1,2,1,0,1,0,0,1,6*0/
  DATA IYAU1/12*0,1,11*0,1,1,4*0,2,0,1,9*0,1,1,0,1,0,0,2,2,1,0,1,0,3
  *,0,2,0,0,1,6*0/
  DATA IYAU2/1,1,0,1,0,0,2,2,1,2,1,0,3,3,2,0,2,1,4,0,3,0,0,2,6*0,1,1
  *,0,1,0,0,2,2,1,2,1,0,3,3,2,3,2,1,4,4,3,0,3,2,5,0,4,0,0,3/
```

C----- CF(I,J) - CONSTANTES DOS COEFICIENTES, FUNCOES DE XY, DA
C MATRIZ G TRANPOSTA

C----- IEX(I,J) - EXPOENTES DE BASE X DOS COEFICIENTES
C DA MATRIZ G TRANPOSTA

C----- IEY(I,J) - EXPOENTES DE BASE Y DOS COEFICIENTES
C DA MATRIZ G TRANPOSTA

1981 DO 1981 I=1,6
DO 1981 J=1,21

I6=I+6

I12=I+12

IF(J-I1)1982,1982,1983

1982 CF(I,J)=FLOAT(CFAU1(I,J))

IEX(I,J)=IXAU1(I,J)

PAGE 19 DEGSPARE

```
IEY(I,J)=IYAU1(I,J)
CF(I,J)=FLCAT(CFAU1(I,J))
IEX(I,J)=IXAU1(I,J)
IEY(I,J)=IYAU1(I,J)
CF(I12,J)=FLCAT(CFAU1(I,J))
IEX(I12,J)=IXAU1(I,J)
IEY(I12,J)=IYAU1(I,J)
GO TO 1981
1983 L=J-11
CF(I,J)=FLOAT(CFAU2(I,L))
IEX(I,J)=IXAU2(I,L)
IEY(I,J)=IYAU2(I,L)
CF(I,J)=FLCAT(CFAU2(I,L))
IEX(I,J)=IXAU2(I,L)
IEY(I,J)=IYAU2(I,L)
CF(I12,J)=FLOAT(CFAU2(I,L))
IEX(I12,J)=IXAU2(I,L)
IEY(I12,J)=IYAU2(I,L)
1981 CONTINUE
WRITE(15,1)CF,IEX,IEY
DO 112 I=1,720
112 CONHE(I)=0.
C
C-----C
C      READ(IENT,5001)(NAME(I),I=1,40)
5001 FORMAT(40A2)
      WRITE(ISAI,6002)(NAME(I),I=1,40)
6002 FORMAT(1H1,120('*')//1H ,17('*'),3X,40A2,3X,17('*')//
*1H ,120('*'))
      WRITE(ISAI,11)
11 FORMAT(48X,'FINITE ELEMENT DATA'//)
C
C-----C
C      READ(IENT,15)NUMEL,ICASO,NUMNP,NUMBC,NUMPB,NLOAD,NMAT,NELBO,ISKEW,
*NANGL
15 FORMAT(10I4)
      WRITE(ISAI,16)NUMEL,ICASO,NUMNP,NUMBC,NUMPB,NLOAD
16 FORMAT(//3H. NUMERO DE ELEMENTOS.....,I8/
*     35H SE=0 CHAPA, SE=1 PLACA.....,I8/
*     35H NUMERO DE PONTOS NODAIS.....,I8/
*     35H NUMERO DE CONDICoes DE CONTORNO...,I8/
*     35H NUMERO DE PONTOS NA BORDA.....,I8/
*     35H NUMERO DE CASOS DE CARGA.....,I8/)
      WRITE(ISAI,17)NMAT,NELBO,ISKEW,NANGL
17 FORMAT( 35H NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES...,I8/
*     35H NO. DE ELEMENTOS NA BORDA...,I8/
*     35H =0, LADOS SEGUNDO X/Y,SE=1 ESCONSO ,I8/
*     35H NO. DE ANGULOS P/ DEFINIR LADOS ES ,I8/)
C
C-----C
C      READ(IENT,710)(I,EM(I),CP(I),RHO(I),ALFA(I),K=1,NMAT)
710 FORMAT(14,6X,4F10.0)
      WRITE(ISAI,22)(I,EM(I),CP(I),RHO(I),ALFA(I),K=1,NMAT)
22 FORMAT(50X,27H PROPRIEDADES DOS MATERIAIS//9H MAT.NO. , 7X,
*15HMODULO DE YOUNG,5X,15HCOEF.DE POISSON, 6X,9HDENSIDADE,
*6X,14HCOEF DILATACAO//(15,E20.5,2F19.5,E22.5))
      DO 7 K=1,NELBO
C
C-----C
7  READ(IENT,8)(LNOBO(K,J),J=1,10)
8  FORMAT(10I4)
      WRITE(ISAI,9)ISKEW
9  FORMAT(/,1X,'ISKEW = 0 ---- PLACA COM LADOS SEGUNDO X/Y!//1X,'ISKEW
*= 1---- PLACA COM LADO ESCONSO //1X,'ESTE PROBLEMA ISKEW='I2,7)
      WRITE(ISAI,10)
10 FORMAT(1H0,'INFORMACoES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONSIDADE E / O
*U CONDICoes DE CONTORNO'/
*1H0,'ELEMENTOS NA BORDA           ',20X,'ENDERECOS DOS ANGULOS'
*2X,'TIPOS DE PARAMETROS NODAIS'/
*/1H0,4X,'ELEMENTOS',22X,'NO 1 NO 2 NO 3',1X,'ANG 1   ANG 2   ANG
* 3'4X,'NO 1   NO 2   NO 3'/
      WRITE(ISAI,12)(LNOBO(K,J),J=1,10),K=1,NELBO)
12 FORMAT(1H0,19,129,316,218,317)
      WRITE(ISAI,77)
77 FORMAT(///)
      IF(ISKEW)300,300,301
301 DO 777 NA=1,NANGL
C
C-----C
```

PAGE 20 DEGSPARE

```
C      READ(IENT,800)ANGLE(NA)
800  FORMAT(E10.0)
      WRITE(ISAI,801)NA,ANGLE(NA)
801  FORMAT(1X,'ANGLE(''I2,'')='F10.7,2X,'RADIANOS')
777  CONTINUE
300  DO 6 J=1,NUMEL
C-----C
C      6 READ(IENT,30)N,(NP(N,I),I=1,3),MAT(N),ITPEL(N),KTPEL(N),KARGA(N),
* (ZCAR(N,L),L=1,3),(TH(N,K),K=1,3)
      DO 180 N=1,NUMEL
      DO 180 L=1,3
      M=MAT(N)
      DRIG(N,L)=(EM(M)*TH(N,L)**3) / (12.*(1.-CP(M)**2))
180  CONTINUE
      WRITE(ISAI,31)
31   FORMAT(1H1,'DADOS SOBRE OS ELEMENTOS',//,1X,'ELEMENTO I J K
* MAT.TIPO ELEM.TIPO CARR.TIPO KARGA ZCAR(I) ZCAR(J) ZCAR(K)
* H(I) H(J) H(K)//')
30   FORMAT(8I3,6F9.5)
      DO 150 N=1,NUMEL
      IF(IABS(MAT(N))-6)771,771,991
771  IF(MAT(N))991,991,990
991  MAT(N)=1
990  DO 992 NH=1,3
      IF(TH(N,NH))992,992,993
992  TH(N,NH)=1.
993  WRITE(ISAI,33)N,(NP(N,I),I=1,3),MAT(N),ITPEL(N),KTPEL(N),KARGA(N),
* (ZCAR(N,L),L=1,3),(TH(N,K),K=1,3)
33   FORMAT(2X,I4,3X,3I4,5X,I2,7X,I4,7X,I4,7X,I2,2X,6(1X,F8.3))
150  CONTINUE
      WRITE(ISAI,35)
35   FORMAT(1H,25HCODENADAS DOS VERTICES //6H PONTO, 4X,5HX-ORD,
* 8X,5HY-ORD/1X)
      DO 720 M=1,NUMNP
C-----C
C      READ(IENT,36)J,XORD(J),YORD(J)
720  WRITE(ISAI,38)J,XORD(J),YORD(J)
36   FORMAT(I4,6X,2F10.0)
38   FORMAT(I4,2(5X,F8.4))
      J=0
      WRITE(ISAI,45)
45   FORMAT(' ',//10X,21HCONDICOES DE CONTORNO//6H.PONTO,3X,6HTAG-W ,
*3X,7HTAG-W,X,3X,7HTAG-W,Y,3X,8HTAG-W,XX,3X,8HTAG-W,XY,3X,
*8HTAG-W,YY/1X)
C-----NOTA- A ORDEM EM QUE OS VALORES UNITARIOS,OU NULOS,DEVERAO SER
C-----DADOS A LI(I) ESTA EXPOSTA NO FORMATO 45. AS INCÓGNITAS FINAIS
C-----SERAO OBTIDAS NESSA ORDEM
C-----TERAO TAG=1 OS VALORES DE (W),(W,X),(W,Y),(W,XX),(W,XY),(W,YY)
C-----POR EXEMPLO - ZERO OU NAO ZERO, NA BORDA
C-----SE O VALOR FOR INCÔGNITO A TAG SERA TAG=0
C-----LI(I)=0 SIGNIFICA QUE O VALOR F E' INCÔGNITO NA BORDA,
C-----PORTANTO NAO HA CONDIÇÃO DE BORDA A IMPOR
C-----ENTAO - A LI(I)=0 DEVE CORRESPONDER SEMPRE ICON(I)=0
C-----A LI(I)=1 PODE CORRESPONDER ICON(I)=1 OU
C-----ICON(I)=0
C-----SE ICON(I)=0 SIGNIFICA QUE O VALOR CONHECIDO ,NA BORDA,E NULO
C-----SE ICON(I)=1 SIGNIFICA QUE O VALOR CONHECIDO , NA BORDA,NAO E' ZERO
DO 250 N=1,NUMPB
C-----M INDICA NUMERO DO NOo SITUADO NA BORDA
C-----C
C      READ(IENT,730)M,(L1(I),I=1,6),(ICON(I),I=1,6)
      DO 249 I=1,6
      K=6*(M-1)+I
249  ICONH(K)=ICON(I)
      WRITE(ISAI,52)M,(L1(I),I=1,6),(ICON(I),I=1,6)
      DO 250 I=1,6
      IF(L1(I))250,250,242
242  M1(I)=6*(M-1)+I
      J=J+1
      NEBC(J)=M1(I)
250  CONTINUE
730  FORMAT(13I4)
52   FORMAT(1H0,I4,6X,I2,7X,I2,8X,I2,8X,I2,9X,I2,9X,I2,7X,I2,7X,I2,7X,
*I2,7X,I2,7X,I2,7X,I2)
      NEQBC=J
      NEQ=6*NUMNP
```

PAGE 21 DEGSPARE

```
IF(NUMEL-MAXEL)260,260,1000
260 IF(NUMNP-MAXNP)270,270,1010
270 IF(NEQBC-MAXBC)280,280,1020
280 IF(NELBO-MAXEB)740,740,1030
C-----DETERMINACAO DA LARGURA DA BANDA
C
740 K=0
  DO 320 N=1,NUMEL
  DO 320 I=1,2
  K1=NP(N,I)
  IF(K1)320,320,281
281 I9=I+1
  DO 750 J=I9,3
  K2=NP(N,J)
  IF(K2)750,750,282
282 M=IABS(K2-K1)
  IF(M-K)283,283,284
284 K=M
283 IF(M-MAXPD)750,750,285
285 WRITE(ISAI,760)MAXPD,N
  IFLAG=1
750 CONTINUE
320 CONTINUE
  IBNDW=6*K+6
  WRITE(ISAI,62)IBNDW
62 FORMAT(//24H,LARGURA DA SEMI-BANDA =,I5//)
760 FORMAT(39H MAXIMA DIFERENCA ENTRE PONTOS NODAIS =,I5,
*31H FOI ULTRAPASSADA, NO ELEMENTO =,I5)
  DO 770 N=1,NUMEL
  DO 380 I=1,3
  J=IPERM(I)
  K1=NP(N,I)
  X(I)=XORD(K1)
380 Y(I)=YORD(K1)
  A2=X(3)-X(1)
  A3=X(2)-X(1)
  B2=Y(3)-Y(1)
  B3=Y(2)-Y(1)
  AREA=A3*B2-B3*A2
  IF(AREA)1050,1050,770
770 CONTINUE
C-----SE IFLAG=0 NAO HA' ERROS NOS DADOS
C-----SE IFLAG=1 HA' DADOS ERRADOS. VIDE MENSAGEM CORRESPONDENTE
C
  IF(IFLAG)337,420,337
337 WRITE(1,6667)
6667 FORMAT(1H,'OPERADOR - CORTE A EXECUCAO. HA DADOS ERRADOS',//)
PAUSE
  WRITE(ISAI,6666)IFLAG
  CALL EXIT
420 CONTINUE
  WRITE(ISAI,820)
820 FORMAT(1HO,'PROGRAMA UM ESTA EXECUTADO - NAO HA DADOS ERRADOS',//)
  WRITE(12'1)NELBC,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
*IENT,ISAI,CONHE,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE,MAT,CP,EM,RHO,ALFA,TH,XORD,
*YORD,IPERM,NEQ,ICASO,NLOAD,KTPEL,KARGA,DRIG,ZCAR
  CALL EXIT
1000 WRITE(ISAI,1001)
1001 FORMAT(40H MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS ULTRAPASSADO)
  IFLAG=1
  GO TO 260
1010 WRITE(ISAI,1011)
1011 FORMAT(44H MAXIMO NUMERO DE PONTOS NODAIS ULTRAPASSADO)
  IFLAG=1
  GO TO 270
1020 WRITE(ISAI,1021)
1021 FORMAT(52H MAXIMO NUMERO DE CONDICoes DE CONTORNO ULTRAPASSADO)
  IFLAG=1
  GO TO 280
1030 WRITE(ISAI,1031)
1031 FORMAT(1X,'MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS NA BORDA ULTRAPASSADO')
  IFLAG = 1
  GO TO 740
1050 WRITE(ISAI,1051) N
1051 FORMAT(41H TRIANGULO COM AREA NEGATIVA,ELEMENTO = ,I5)
  IFLAG=1
  GO TO 770
6666 FORMAT(1HO,'ERRO NOS DADOS - EXECUCAO INTERROMPIDA, IFLAG = ',I6)
END
```

FEATURES SUPPORTED

PAGE 22 DEGSPARE

ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR UM
COMMON 0 VARIABLES 14256 PROGRAM 2860

END OF COMPILEATION

// DUP

*STORE WS UA UM
CART ID 0016 DB ADDR 3B77 DB CNT 00F2

// FOR

*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME PZERO

C

C-----CALCULO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E DAS CARGAS NODAIS EQUIVALENTES

C

REAL NI
DEFINE FILE 1(4,3,U,I1),2(4,6,U,I2),3(4,10,U,I3),4(4,15,U,I4),
*5(4,21,U,I5),6(4,28,U,I6),12(40,320,U,I12),13(400,320,U,I13),
*15(6,320,U,I15),11(200,54,U,I11)
DIMENSION ZCAR(200,3),SAUX(21),KTPEL(200),KARGA(200),
DIMENSION X(3),Y(3),D(3),XLC(6),YLC(6),F(171),FQ(21,21),
*T(21,21),SK(18,21),H(3,18),G(21,18),SENO(3),COSO(3),RHO(6),
DIMENSION MAT(200),TH(200,3),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),
*ALFA(6),NP(200,3),IPERM(3),NEBC(240),CONHE(720),ICONH(720),
*ITPEL(200),LNBO(100,10),ANGLE(40),S18(18),VIN(21),PCAR(3),
*KR(28),KS(28),DRIG(200,3),PRS(28),KCF(28),KE(3,28)
EQUIVALENCE (FQ(1),T(1),F(1))
DATA KRKS,KK,KC/6,28,21/,KR/0,1,0,2,1,0,3,2,1,0,4,3,2,1,0,5,4,3,2,
11,0,6,5,4,3,2,1,0/,KS/0,0,1,0,1,2,0,1,2,3,0,1,2,3,4,0,1,2,3,4,5,0,
21,2,3,4,5,6/

C

C---- OS VALORES DE CONHE(I) SERAO GERADOS NO PROGRAMA DOIS, QUANDO
FOREM IMPOSTAS AS CONDICOES DE CONTORNO. NELE ESTARAOS CONTIDOS
OS VALORES DAS DIAGONAIS AMPLIADAS POR 1*10**18

C

READ (12'1) NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
*IENT,ISAI,CONHE,ITPEL,NEBC,LNBO,ANGLE,MAT,CP,EM,RHO,ALFA,TH,XORD,
*YORD,IPERM,NEG,ICASO,NLOAD,KTPEL,KARGA,DRIG,ZCAR
DO 200 I=1,KRKS
NN=(I+1)*(I+2)/2

L=I

IL=I

C

CALL COEF(KCF,L,NN)

C

CALL EXPS(KE,IL)

C

WRITE(I'1)(KCF(J),J=1,NN)

WRITE(I'2)((KE(K,J),J=1,NN),K=1,3)

200 CONTINUE

DO 10 N=1,NUMEL

IF(ITPEL(N)-N)11,50,11

11 IF(KTPEL(N)-N)10,50,10

50 DO 20 K=1,3

K1=NP(N,K)

D(K)=DRIG(N,K)

PCAR(K)=ZCAR(N,K)

X(K)=XORD(K1)

Y(K)=YORD(K1)

20 CONTINUE

MW=MAT(N)

NI=CP(MW)

C

CALL COLOC(X,Y,IPERM,XLC,YLC)

C

AREA2=0.

DO 100 I=1,3

J=IPERM(I)

K=IPERM(J)

100 AREA2=AREA2+XLC(I)*(YLC(J)-YLC(K))

C

CALL MATFT(T,X,Y,XLC,YLC,SENO,COSO,ISAI,IPERM)

C

CALL GJRIS(21,T)

C

PAGE 23 DEGSPARE

```
CALL MATRH(X,Y,SENO,COSO,H,IPERM)
C CALL POLIN(KK,KR,KS,XLC,YLC,AREA2,D,PRS)
C IF(KARGA(N))29,30,29
30 DO 31 I=1,18
31 S18(I)=0.
GO TO 28
C 29 CALL POLIN(KC,KR,KS,XLC,YLC,AREA2,PCAR,VIN)
C DO 32 J=1,KC
SAUX(J)=0.
DO 32 IP=1,KC
SAUX(J)=SAUX(J)+T(IP,J)*VIN(IP)
32 CONTINUE
DO 322 I=1,18
S18(I)=0.
DO 321 K=1,3
S18(I)=S18(I)+H(K,I)*SAUX(K+18)
321 CONTINUE
S18(I)=S18(I)+SAUX(I)
322 CONTINUE
28 WRITE(11,'N')(S18(I),I=1,18)
DO 320 I=1,21
DO 320 J=1,18
G(I,J)=T(I,J)
DO 320 K=1,3
PROD=T(I,K+18)*H(K,J)
IF(PROD)120,320,120
120 G(I,J)=G(I,J)+PROD
320 CONTINUE
C CALL MATRG(NI,PRS,FQ)
C DO 210 I=1,18
DO 210 J=1,21
SK(I,J)=0.
DO 210 K=1,21
210 SK(I,J)=SK(I,J)+G(K,I)*FQ(K,J)
IJ=0
DO 420 I=1,18
DO 420 J=1,18
IF(I-J)410,410,420
410 IJ=IJ+1
F(IJ)=0.
DO 430 K=1,21
430 F(IJ)=F(IJ)+SK(I,K)*G(K,J)
420 CONTINUE
NR=2*N-1
WRITE(13,'NR')(F(IM),IM=1,171)
10 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR PZERO
COMMON 0 VARIABLES 16236 PROGRAM 980

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA PZERO
CART ID 0016 DB ADDR 3C69 DB CNT 0051

// FOR
*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK,TYPEWRITER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME DOTS

C-----FORMACAO DO SISTEMA GERAL DE EQUACOES LINEARES

```
C
REAL NI
DEFINE FILE 16{660,320,U,I16},13{400,320,U,I13},12{40,320,U,I12}
DIMENSION NP{200,3},NEBC{240},CONHE{720},ICONH{720},ITPEL{200}
```

PAGE 24 DEGSPARE

```
DIMENSION FL(18,18),RECUP(171),PSI(18,18)
DIMENSION S(2448),NEL(30),NE(30,30),NEB(30),IND(30),LI(6)
DIMENSION LNGBO(100,10),ANGLE(40),MAT(200),CP(6)

C----- NNOS - NUMERO DE NOS DO ELEMENTO
C----- NVARN - NUMERO DE VARIAVEIS POR NOo DO ELEMENTO
C----- NDIMS - NUMERO DE POSICOES DE MEMORIA CENTRAL, DISPONIVEL PARA
C ALOJAR OS COEFICIENTES DE CADA UM DOS BLOCOS DE 'EQUACOES'
C
C DATA NVARN,NNOS,NDIMS/6,3,2448/
READ(12'1) NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,np,
*IENT,ISAI,CONHE,ITPEL,NEBC,LNBO,ANGLE,MAT,CP
MM=IBNDW
C----- NPBL - NUMERO DE PONTOS NODAIS DA ESTRUTURA CORRESPONDENTE
C A CADA BLOCO
C----- NEQBL - NUMERO DE 'EQUACOES' QUE CADA BLOCO PODERA COMPORTAR
C----- NB - NUMERO DE BLOCOS
C
C NEQBL=NDIMS/MM
NPBL=NEQBL/NVARN
MM1=MM+1
MM2=MM+MM
MM6=NVARN*MM
NB=1+(NUMNP-1)/NPBL
DO 120 I=1,NB
NEB(I)=0
DO 120 N=1,30
120 NE(N,I)=0
DO 140 N=1,NUMEL
DO 130 I=1,NB
130 IND(I)=0
DO 140 I=1,NNOS
K=NP(N,I)
IF(K)140,140,131
131 M=1+(K-1)/NPBL
IF(IND(M))140,132,140
132 NEB(M)=NEB(M)+1
L=NEB(M)
IF(L-30)1200,1200,1300
1200 NE(L,M)=N
IND(M)=1
140 CCNTINUE
NENT=0
DO 400 M=1,NB
LL=NEB(M)
DO 999 NA=1,30
999 NEL(NA)=NE(NA,M)

C----- N1 - NUMERO DO PRIMEIRO PONTO NODAL DE CADA BLOCO
C
N1=1+(M-1)*NPBL
C----- N2 - NUMERO DO ULTIMO PONTO NODAL DE CADA BLOCO
C
N2=N1+NPBL-1
IF(N2-NUMNP)335,335,333
333 N2=NUMNP
335 NPTB=N2-N1+1

C----- NEQB - NUMERO EFETIVO DE EQUACOES DO BLOCO QUE ESTIVER
C SENDO FORMADO - ESTA VARIAVEL PODERA SER MENOR DO QUE NEQBL
C
NEQB=NVARN*NPTB
C----- NE1 - NUMERO DA PRIMEIRA EQUACAO DE CADA BLOCO
C
NE1=NVARN*(N1-1)+1
C----- NE2 - NUMERO DA ULTIMA EQUACAO DE CADA BLOCO
C
NE2=NVARN*N2
N=MM*NEQB
DO 180 I=1,N
180 S(I)=0.
DO 820 NV=1,LL
N=NEL(NV)
NR=2 * ITPEL(N)-1
READ(13'NR)(RECUP(IN),IN=1,171)
```

PAGE 25 DEGSPARE

```
C
C-----RECUPERACAO DA MATRIZ FL(18,18)
C
C      IJ=0
C      DO 99  I=1,18
C      DO 99  J=1,18
C      IF(I-J)320,320,210
320    IJ=IJ+1
C      FL(I,J)=RECUP(IJ)
C      GO TO 99
210    FL(I,J)=FL(J,I)
99     CONTINUE
      MW=MAT(N)
      NI=CP(MW)
      NAUX=N
      LINHA=0
      DO 912 IA=1,NELBO
C
C-----CONSULTA LNOBO(NELBO,1) PARA VERIFICAR SE ELEMENTO N TEM NO NA
C-----BORDA. SE TIVER, SELECCIONA LINHA QUE CORRESPONDE A N.
C
C      IF(LNOBO(IA,1)-N)912,911,912
911    LINHA=IA
C      GO TO 913
912    CONTINUE
913    IF(LINHA)909,909,914
914    IF(ISKEW)916,916,915
C      915 CALL TSKEW(LINHA,LNOBO,ANGLE,PSI)
C
C      CALL PREPS(FL,PSI)
C
C      916 DO 630 I=8,10
C          IF(LNOBO(LINHA,I))650,630,650
630    CONTINUE
C          GO TO 909
C
C      650 CALL TFREE(LINHA,LNOBO,NI,PSI)
C
C      CALL PREPS(FL,PSI)
C
909    DO 820 J=1,3
      L=NP(N,J)
      IF(L-N1)820,221,221
221    IF(L-N2)222,222,820
C
C----- NC - NUMERO DA COLUNA DO SISTEMA GERAL DE EQUACOES
C----- QUE SERVE DE BASE PARA O ENDERACAMENTO DOS COEFICIENTES
C----- DA MATRIZ DE RIGIDEZ
C
222    NC=MM6*(L-N1)+1
      JJ=NVARN*(J-1)+1
      DO 810 I=1,NNOS
      K=NP(N,I)
      IF(K)810,810,223
223    IF(K-L)224,224,810
224    LI(1)=NC+NVARN*(L-K)
      DO 2222 IJ=2,NVARN
2222    LI(IJ)=LI(1)+(IJ-1)*MM
      II=NVARN*(I-1)+1
      DO 2224 IJ=1,NVARN
      DO 2224 IK=1,IJ
      LI=LI(IJ)+IK-1
      IJK=II+IJ-IK
      JJI=JJ+IJ-1
2224    S(LI)=S(LI)+FL(IJK,JJI)
      IF(K-L)225,810,810
225    NVZ=NVARN-1
      NVAR1=NVARN
      DO 2225 IJ=1,NVZ
      NVAR1=NVAR1-1
      DO 2225 IK=1,IJ
      LI=LI(NVAR1)-IK
      INK=II+NVAR1+IK-1
      JNK=JJ+NVAR1-1
2225    S(LI)=S(LI)+FL(INK,JNK)
810    CONTINUE
820    CONTINUE
      DO 360 I=1,NEQBC
      N=NEBC(I)
      NC=N-NE1+1
      IF(NC)300,300,301
      IF(NC-NEQ8)302,302,300
301
```

PAGE 26 DEGSPARE

```
302 L=MM*(NC-1)+1
      IF(ICONH(N))370,370,375
C
C-----VARIABEL CORRESPONDENTE (DE BORDA) E' NULA
C
370 S(L)=1.
      GO TO 20
C
C-----VARIABEL CORRESPONDENTE (DE BORDA) NAO E' NULA
C
375 S(L)=S(L)*10.**18
      CONHE(N)=S(L)
      GOTO 360
C
C-----ZERAR OS DEMAIS ELEMENTOS DA COLUNA DE S(L)
C
20 DO 280 IW=2,MM
      L=L+1
280 S(L)=0.
300 IF(ICONH(N))111,111,360
111 NCMIN=NC+1
      IF(NCMIN-1)444,445,445
444 NCMIN=1
445 NCMAX=NC+MM-1
      IF(NCMAX-NEQB)577,577,578
578 NCMAX=NEQB
577 IF(NCMAX-NCMIN)360,361,361
361 LL=MM1*NCMIN-MM2-NC
      L=LL
C
C-----ZERAR OS DEMAIS ELEMENTOS DA LINHA DE S(L)
C
C
350 DO 350 J=NCMIN,NCMAX
      L=L+MM1
350 S(L)=0.
360 CONTINUE
      L1=1
      L2=MM
      DO 380 N=1,NEQB
      NENT=NENT+1
      WRITE(16,NENT)(S(I),I=L1,L2)
      L1=L1+MM
380 L2=L2+MM
400 CONTINUE
      WRITE(12,1)NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
      *IENT,ISAI,CONHE
      GO TO 1400
1300 WRITE(ISAI,1333)L
1333 FORMAT(1HO,'HOUVE GERACAO DE ENDERECO MAIOR DO QUE O PREVISTO'//
      *1HO,10X,'ENDERECO GERADO IGUAL A ',I5)
1400 CALL EXIT
END

FEATURES SUPPORTED
  ONE WORD INTEGERS
  EXTENDED PRECISION
  IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR DOIS
  COMMON      0 VARIABLES 16142 PROGRAM 1412
END OF COMPILATION
// DUP

*STORE WS UA DOIS
CART ID 0016 DB ADDR 3CBA DB CNT 005A

// FOR
*IOCS(CARD,TYPEWRITER,DISK,1403PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME TREIS
  REAL NI
  DEFINE FILE 17(20,320,U,I17),11(200,54,U,I11),12(40,320,U,I12)
  DIMENSION ICONH(720),S18(18),SAUX(18),ALD(6),KTPEL(200)
  *,NP(200,3),CONHE(720),NEBC(240),LNOBO(100,10),ANGLE(40),MAT(200),
  *TH(200,3),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),RHO(6),ALFA(6),IPERM(3)
  DIMENSION STRS(720),DE(120),PR(120),PSI(18,18),ITPEL(200)
  READ(12,1)NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,IENT,
```

PAGE 27 DEGSPARE

```

*ISAI,CONHE,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE,MAT,CP,EM,RHO,ALFA,TH,XORD,YORD,
*IPERM,NEQ,ICASO,NLOAD,KTPEL

C-----READ(IENT,2)IPERF,NPLD
2 FORMAT(2I4)

C-----MONTAGEM DO VETOR CARGA NODAL EQUIVALENTE - GLOBAL
C-----DO 5 I=1,NEQ
5 STRS(I)=0.
DO 6 N=1,NUMEL
NR=KTPEL(N)
READ(11'NR)(S18(K),K=1,18)
NAUX=N
MW=MAT(N)
NI=CP(MW)
LINHA=0
DO 900 IA=1,NELBO
IF(LNOBO(IA,1)-N)900,910,900
910 LINHA=IA
GO TO 930
900 CONTINUE
930 IF(LINHA)950,950,940
940 IF(ISKEW)960,960,970
C-----970 CALL TSKEW(LINHA,LNOBO,ANGLE,PSI)
C-----DO 800 IG=1,18
SAUX(IG)=0.
DO 800 IH=i,18
800 SAUX(IG)=SAUX(IG)+PSI(IH,IG)*S18(IH)
DO 810 L=1,18
810 S18(L)=SAUX(L)
960 DO 980 I=8,10
IF(LNOBO(LINHA,I))990,980,990
980 CONTINUE
GO TO 950
C-----990 CALL TFREE(LINHA,LNOBO,NI,PSI)
C-----DO 850 IG=1,18
SAUX(IG)=0.
DO 850 IH=i,18
850 SAUX(IG)=SAUX(IG)+PSI(IH,IG)*S18(IH)
DO 860 L=1,18
860 S18(L)=SAUX(L)
950 CONTINUE
DO 6 I=1,3
K=NP(N,I)
DO 6 J=1,6
IE=6*(I-1)+J
IG=6*(K-1)+J
STRS(IG)=STRS(IG)+S18(IE)
6 CONTINUE
IF(NPLD)50,30,50
50 DO 170 L=1,NPLD

C-----LEITURA DAS CARGAS APLICADAS DIRETAMENTE NOS NO'S
C-----ESTAS CARGAS (PONTUAIS) SAO DIRETAMENTE APLICADAS EM RELACAO
C-----AOS EIXOS T/N DESDE QUE ISKEW=1
C-----35 READ(IENT,35) N,(ALD(NL),NL=1,6)
35 FORMAT(I4,6X,6F10.0)
K = 6*(N-1)
DO 170 NL=1,6
KI = K + NL
170 STRS(KI) = STRS(KI) + ALD(NL)
30 IF(ISKEW)40,60,40
60 WRITE(ISAI,33)
33 FORMAT(1H1,'CARGAS APLICADAS',//1X,'PONTO'5X,'CARGA W'7X,'CARGA W,X
*'5X,'CARGA W,Y'5X,'CARGA W,XX'4X,'CARGA W,XY'4X,'CARGA W,YY'//)
GO TO 179
40 WRITE(ISAI,34)
34 FORMAT(1H1,'CARGAS APLICADAS',//1X,'PONTO'5X,'CARGA W'7X,'CARGA W,T
*'5X,'CARGA W,N'5X,'CARGA W,TT'4X,'CARGA W,TN'4X,'CARGA W,NN'//)
179 DO 180 N=1,NUMNP
K=6*(N-1)+1
K5=K+5
180 WRITE(ISAI,38)N,(STRS(KL),KL=K,K5)

```

PAGE 28 DEGSPARE

```
38 FORMAT(I4,3X,6E14.4)
DO 51 I=1,NEQBC
N=NEBC(I)
51 STRS(N)=STRS(N)*CONHE(N)
C CALL THMED(NUMNP,NUMEL,NP,EM,TH,MAT,CP,PR,DE)
C WRITE(17'1)IENT,ISAI,IBNDW,NEQ,XORD,YORD,STRS,NP,ANGLE,LNOBO,
*ISKEW,NUMNP,DE,NUMEL,PR,NELBO,IPERF,ITPEL,KTPEL
CALL EXIT
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR TREIS
COMMON      0 VARIABLES 12074 PROGRAM    940
END OF COMPILATION
// DUP
*STORE      WS  UA  TREIS
CART ID 0016  DB ADDR 3D14  DB CNT  003F
// FOR
*ICCS(CARD,TYPEWRITER,DISK,1403PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME BIGSI
  DEFINE FILE 17(20,320,U,K0),16(660,320,U,I0),14(660,320,U,KR)
  DEFINE FILE 13(400,320,U,I13),11(200,54,U,I11)
C-----SOLUCAO DO GRANDE SISTEMA - PROCESSO DE GAUSS
C
  DIMENSION ANGLE(40),LNOBO(100,10),DE(120),PR(120),F(90)
  DIMENSION STRS(720),A(4095),ND(90),X(612),
*ALT(1),XORD(120),YORD(120),NP(200,3),KTPEL(200),ITPEL(200)
  DATA NENT,NBUFF,MMMAX/0,6,102/
  READ(17'1)IENT,ISAI,IBNDW,NEQ,XORD,YORD,STRS,NP,ANGLE,LNOBO,
*ISKEW,NUMNP,DE,NUMEL,PR,NELBO,IPERF,ITPEL,KTPEL
  MM=IBNDW
  NN=NEQ
  NR=NN-1
  NM=NN-MM
  NN1=NN+1
  MM1=MM+1
C-----DIMENSAO DO VETOR X = NBUFF*MMMAX
C
  NC=MMMAX*NBUFF/MM
  NW=NC*MM
  IF(NW-6)1000,1000,1010
  1000 NREC1=(NN+NC-2)/NC-1
C-----DECOMPOSICAO DA BANDA
C
  DO 110 J=1,MM
  110 ND(J)=(J*(J+1))/2
C-----RETIRE DO DISCO O PRIMEIRO BLOCO TRIANGULAR
C
  DO 130 N=1,MM
  LC1=ND(N)-N+1
  LC2=LC1+MM-1
  NENT=NENT+1
  READ(16'NENT)(A(I),I=LC1,LC2)
  130 CONTINUE
  NX=0
  NTRAC=1
  DO 200 N=1,NR
  IF(MM-NN1+N)777,777,778
  777 MR=MM
  GO TO 779
  778 MR=NN1-N
  779 JJ=NX*MM+1
  NX=NX+1
  PIVOT=A(1)
  X(JJ)=PIVOT
  DO 150 J=2,MR
```

PAGE 29 DEGSPARE

```
L=ND(J)
150 F(J)=A(L)
    DO 160 J=2,MR
    C=F(J)/PIVOT
    JJ=JJ+1
    X(JJ)=C
    L=ND(J)
    L1=ND(J-1)+1
    DO 160 I=2,J
    L=L-1
    L1=L1-1
160 A(L1)=A(L)-C*F(I)
    IF(N-NM)191,191,190
C-----RETIRE PROXIMA COLUNA DO DISCO
C
191 NENT=NENT+1
    READ(16'NENT)(A(I),I=LC1,LC2)
190 IF(NX-NC)200,201,201
C-----'NC' LINHAS REDUZIDAS SAO ESCRITAS NAS 'NBUFF' TRILHAS DO DISCO
C
201 WRITE(14'NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NTRAC=NTRAC+NBUFF
    NX=0
200 CONTINUE
    JJ=NX*MM+1
    X(JJ)=A(1)
    WRITE(14'NTRAC)(X(LX),LX=1,JJ)
C-----REDUCAO PROGRESSIVA
C
NTRAC=1
NX=NC
DO 240 N=1,NR
    IF(MM-NN1+N)888,889,889
888 MR=MM
    GO TO 885
889 MR=NN1-N
885 IF(NX-NC)230,231,231
231 READ(14'NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NTRAC=NTRAC+NBUFF
    NX=0
230 JJ=NX*MM+1
    NX=NX+1
    C=STRS(N)
    STRS(N)=C/X(JJ)
    L1=N+1
    L2=L1+MR-2
    DO 240 I=L1,L2
    JJ=JJ+1
240 STRS(I)=STRS(I)-C*X(JJ)
    JJ=NX*MM+1
    ALAST=X(JJ)
    ALT(1)=ALAST
    IF(NX-NC)233,232,232
232 READ(14'NTRAC)ALT(1)
233 STRS(NN)=STRS(NN)/ALT(1)
C-----SUBSTITUICAO REGRESSIVA
C
NTRAC=NTRAC-NBUFF
READ(14'NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
NX=NN-NREC1*NC-1
DO 260 L=2,NN
    N=NN1-L
    IF(MM-L)666,667,667
666 MR=MM
    GO TO 668
667 MR=L
668 NX=NX-1
    IF(NX)251,250,250
251 NTRAC=NTRAC-NBUFF
    READ(14'NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NX=NC-1
250 JJ=NX*MM+1
    L1=N+1
    L2=L1+MR-2
    DO 260 I=L1,L2
    JJ=JJ+1
260 STRS(N)=STRS(N)-X(JJ)*STRS(I)
    IF(ISKEW)112,112,2
```

```
PAGE 30 DEGSPARE
      2 CALL TRISK(NUMNP,NELBO,ANGLE,LNOBO,STRS,XORD,YORD,ISAI)
C   112 CALL TRFRE(PR,NUMNP,NELBO,LNOBO,STRS)
C     CALL REACA(STRS,NP,LNOBO,XORD,YORD,ITPEL,KTPEL,NEQ,NELBO,NUMNP,ISA
*I)
C     CALL FLEVO(NUMNP,STRS,ISAI,DE,PR,XORD,YORD,NEQ,IPERF,IENT)
C
      GO TO 11
1010 WRITE(ISAI,1030)
1030 FORMAT(1HO,10X,'ENDERECO PARA X MAIOR DO QUE 612')
      11 CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
  ONE WORD INTEGERS
  EXTENDED PRECISION
  ICCS

CORE REQUIREMENTS FOR BIGSI
  COMMON          0 VARIABLES 20292 PROGRAM    1068
END OF COMPIILATION
// DUP
*STORE      WS  UA  BIGSI
CART ID 0016  DB ADDR 3D53  DB CNT  0047

// XEQ UM      1
*FILES(15,CFEXP),(12,DATUM)
(DADOS DO PROGRAMA UM)

// XEQ PZERO  3
*FILES(1,TEGR1),(2,TEGR2),(3,TEGR3),(4,TEGR4),(5,TEGR5),(6,TEGR6)
*FILES(12,DATUM),(13,RIGID),(15,CFEXP),(11,CANOE)
*LOCALPZERO,POLIN,MATFT,GJRIS,MATRH,MATRG
// XEQ DOIS    2
*FILES(12,DATUM),(13,RIGID),(16,COEFS)
*LOCALDOIS,TSKEW,TFREE
// XEQ TREIS   2
*LOCALTREIS,TSKEW,TFREE,THMED
*FILES(11,CANOE),(12,DATUM),(17,SOLVE)
(DADOS DO PROGRAMA TREIS)
// XEQ BIGSI L 2
*FILES(17,SOLVE),(16,COEFS),(14,REDUZ),(13,RIGID),(11,CANOE)
*LOCALBIGSI,TRISK,TRFRE,FLEVO,REACA
```

2.2.- ANEXO 2

PAGE 1 DEGSPARE

// JOB T

DEGSPARE

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M10 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// * C.P.D. - E.E.S.C. - U.S.P.

// FOR

*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS

*LIST SOURCE PROGRAM

SUBROUTINE SETA(T,ALFA,XC,YC)

C-----ESTA SUBROUTINE DESENHA AS SETAS QUE INDICAM SE A GRANDEZA DO
C TRACO REPRESENTARA MOMENTOS NEGATIVOS (PONTAS APROXIMANDO-SE) OU
C MOMENTOS POSITIVOS (PONTAS AFASTANDO-SE)
C PI=3.141593
C TETA=ALFA-PI/6.
C DX=T*COS(TETA)
C DY=T*SIN(TETA)
C X=XC+DX
C Y=YC+DY
C CALL EPLOT(2,X,Y)
C TETA=TETA+2.*PI/3.
C DX=T*COS(TETA)
C DY=T*SIN(TETA)
C X=X+DX
C Y=Y+DY
C CALL EPLOT(0,X,Y)
C CALL EPLOT(0,XC,YC)
C RETURN
C END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR SETA

COMMON 0 VARIABLES 18 PROGRAM 122

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0020 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SETA
CART ID 0016 DB ACOR 3871 DB CNT 000A

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

SUBROUTINE TRACO(XI,YI,ALFA,EPSL,CTE,CTU,CTS,T,TT)

C-----ESTA SUBROUTINA MARCA, NA ESCALA (1KG*CM=(1CM*AMPLI/REDUZ)),
C OS VALORES DE CADA MOMENTO PRINCIPAL.
C BETA=ALFA+3.141593

C-----PARA GARANTIR DESENHO ADEQUADO, PARA VALORES MUITO PEQUENOS,
C TODOS OS VALORES MENORES OU IGUAIS QUE (2.*CTS) SERAO DESENHADOS
C COM COMPRIMENTO IGUAL A 2 VEZES A ALTURA DO TRIANGULO EQUILATERO
C QUE REPRESENTA A SETA (VIDE SUBROTINA SETA).
C IF(ABS(EPSL)-(2.*CTS))20,20,30

20 IF(EPSL)10,60,40

C-----MOMENTO NEGATIVO MUITO PEQUENO

10 XC=CTE*COS(ALFA)

YC=CTE*SIN(ALFA)

XT=XC+XI

YT=YC+YI

CALL EPLOT(0,XT,YT)

CALL SETA(T,ALFA,XT,YT)

CALL SETA(T,BETA,XT,YT)

GO TO 500

C-----MOMENTO POSITIVO MUITO PEQUENO

40 XC=CTU*COS(ALFA)

YC=CTU*SIN(ALFA)

XT=XC+XI

YT=YC+YI

PAGE 2 DEGSPARE

```
CALL EPLLOT(0,XT,YT)
CALL SETA(T,ALFA,XT,YT)
XC=(2.*CTS+CTU)*COS(ALFA)
YC=(2.*CTS+CTU)*SIN(ALFA)
XT=XC+XI
YT=YC+YI
CALL EPLLOT(1,XT,YT)
CALL SETA(T,BETA,XT,YT)
GO TO 500
C
C-----OS TRECHOS DO COMANDO 30 ATE (70+5) DESENHARAO MOMENTOS QUE
C CORRESPONDAM A SEMI-RETAS COM COMPRIMENTO MAIOR DO QUE O MINIMO
C ESCOLHIDO E COMENTADO ANTES DO COMANDO (20 - 1)
30 CX1=CTU*COS(ALFA)
CY1=CTU*SIN(ALFA)
XT=XI+CX1
YT=YI+CY1
CALL EPLLOT(0,XT,YT)
CX2=(CTU+ABS(EPSL))*COS(ALFA)
CY2=(CTU+ABS(EPSL))*SIN(ALFA)
XT=XI+CX2
YT=YI+CY2
CALL EPLLOT(2,XT,YT)
IF(EPSL)50,60,70
C
C-----MOMENTO NEGATIVO
50 CONTINUE
XT=XT-CTS*COS(ALFA)
YT=YT-CTS*SIN(ALFA)
CALL EPLLOT(1,XT,YT)
CALL SETA(T,ALFA,XT,YT)
XT=XI+(CTU+CTS)*COS(ALFA)
YT=YI+(CTU+CTS)*SIN(ALFA)
CALL EPLLOT(1,XT,YT)
CALL SETA(T,BETA,XT,YT)
GO TO 500
C
C-----MOMENTO POSITIVO
70 CALL SETA(T,BETA,XT,YT)
XT=XI+CX1
YT=YI+CY1
CALL EPLLOT(1,XT,YT)
CALL SETA(T,ALFA,XT,YT)
GO TO 500
C
C-----MOMENTO NULO
60 XT=XI+TT*COS(ALFA)
YT=YI+TT*SIN(ALFA)
CALL EPLLOT(2,XT,YT)
500 CALL EPLLOT(1,XI,YI)
RETURN
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR TRACO
COMMON 0 VARIABLES 30 PROGRAM 474

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0027 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA TRACO
CART ID 0016 DB ADDR 387B DB CNT 0022

// FOR
*I0CS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM

C
C-----PROGRAMA PRINCIPAL PARA O TRACADO DO GRAFICO DOS MOMENTOS
C N=NUMERO DE PONTOS
C XM = TAMANHO DO EIXO X
C YM = TAMANHO DO EIXO Y
C IDIR = INDICA QUAL DOS MOMENTOS FAZ ANGULO ALFA COM O EIXO X
C X,Y E DIMENSÕES DA SETA TERAO (CM) COMO UNIDADE
C OS MOMENTOS TERAO CM*AMPLI

PAGE 3 DEGSPARE

```
IENT=2
C-----REDUZ INDICA REDUCAO GRAFICA DA ESTRUTURA (CM PARA CM)
C-----POR TANTO ESCALA DO DESENHO SERA I/REDUZ
C-----AMPLI INDICA *AMPLIACAO* OU * REDUCAO * A APLICAR SOBRE GRANDEZAS
C-----A DESENHAR (RMOM1 E RMOM2)
C-----IDXY DIFERENTE DE ZERO SIGNIFICA QUE HAVERA MUDANCA DA
C-----ORIGEM DE X,Y PARA TRACAR APENAS PARTE DO GRAFICO
C-----DX,DY DAO, RESPECTIVAMENTE, AS TRANSLACOES DOS EIXOS Y E X
1000 READ(IENT,2)IDXY,DX,DY
      READ(IENT,2)N,REDUZ,AMPLI,XM,YM
      2 FORMAT(14,2F14.7,3E15.8,I3)
      IF(N)1100,1100,1200
1100 CALL EXIT
C-----DEFINICOES DAS ESCALAS DO SISTEMA DE EIXOS
C-----O PRIMEIRO FATOR FORNECE A ESCALA QUE MUDA POLEGADAS PARA CM
C-----A UNIDADE DO PLOTTER E' EM POLEGADAS
C-----SEGUNDO FATOR FORNECE A ESCALA DO DESENHO USUARIO-CM P/ CM/REDUZ
1200 ESCX=(1./2.54)*(1./REDUZ)
      ESCY=ESCX
      CALL SCALE(ESCX,ESCY,XM,0.)
      FATOR = AMPLI
      T = 0.2*REDUZ
      TT = 0.5*REDUZ
      CTU= 0.25*REDUZ
      CTS= SQRT(0.03)*REDUZ
      CTE=CTU+CTS
      CALL EPLOT(2,XM,0.)
      CALL POINT(2)
      CALL EPLOT(0,0.,0.)
      CALL EPLOT(0,0.,YM)
      CALL POINT(5)
      CALL EPLOT(1,0.,YM)
C-----MARCACAO DOS PONTOS - ASTERISCO
C-----WRITING(5,199)
199 FORMAT(//,1X,'PONTO'5X,'X'8X,'Y'8X,'M-1'10X,'M-2'8X,'ANGULO'3X,'D
      *IRECAG'/,53X,|(GRAUS) PRINCIPAL|)
      DO 100 I=1,N
      READ(IENT,2)IPTO,X,Y,RMOM1,RMOM2,ALFA,DIR
      WRITE(5,200)IPTO,X,Y,RMOM1,RMOM2,ALFA,DIR
200 FORMAT(I5,1X,2F9.3,2E13.4,F10.4,I6)
C-----TRANSFORMACAO DO ANGULO EM RADIANOS
C-----ALFA=ALFA*3.141593/180.
122 IF(IDXY)123,123,122
      X= X-DX
      Y= Y-DY
123 CALL EPLOT(-2,X,Y)
      CALL POINT(0)
      CALL ECHAR(X-1, *REDUZ,Y,0.08,0.08,0.)
      WRITE(7,10)IPTO
      10 FORMAT(I3)
      CALL EPLOT(-2,X,Y)
      CALL POINT(1)
      CALL EPLOT(1,X,Y)
C-----AMPLIACAO DOS MOMENTOS (OU REDUCAO)
C-----ANTES DA AMPLIACAO (OU REDUCAO) SERA 1 KG*CM = 1 CM/REDUZ
C-----APOS A AMPLIACAO (OU REDUCAO) SERA 1KG*CM(1CM)*AMPLI/REDUZ
      RMOM1=RMOM1*AMPLI
      RMOM2=RMOM2*AMPLI
C-----CHAVE LIGADA - SOMENTE MARCACAO DOS PONTOS
      CALL DATSW(1,ITR)
      GO TO(100,400),ITR
400 IF(IDIR-2) 300,350,350
      350 AUX=RMOM2
      RMOM2=RMOM1
      RMOM1=AUX
      300 CALL TRACO(X,Y,ALFA,RMOM1,CTE,CTU,CTS,T,TT)
          ALFA=ALFA+3.141593/2.
          CALL TRACO(X,Y,ALFA,RMOM2,CTE,CTU,CTS,T,TT)
100 CONTINUE
      PAUSE 1111
      GO TO 1000
END
```