

APLICAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR AO
PROJETO DE PÓRTICOS RETANGULARES EM
REGIME ELASTO-PLÁSTICO

ENGº JOÃO CARLOS ANTUNES DE OLIVEIRA E SOUZA

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador
Prof. M. C. Stamato

Comissão Examinadora:
Prof. M. C. Stamato
Prof. Ilio Montanari
Prof. Tioeturo Yagui

São Carlos, Abril de 1972

AGRADECIMENTO

ao Eng^o M.C.Stamato que me orientou na elaboração deste trabalho.

ao C.P.D., Centro de Processamento de Dados da Escola de Engenharia de São Carlos, cujo equipamento foi por mim utilizado.

ABSTRACT

The purpose of this work is to develop a computer program in FORTRAN language to solve some problems related to the Plastic Hinge Method applied to linear plane structures, in the sense, first, of analysis of a given structure under proportional loads and, second, to design the structure for prescribed loads, using in this last case, as a criterion of design, the searching for minimum structural weight.

In chapter 2 is shown a formulation for the problems facing directly the particular case of rectangular frames. This formulation leads to a system of equalities and inequalities that must be solved taking into consideration the search for a extreme value for a linear function of the involved variables.

In chapter 3 is examined summarially a method for solution of such problems, that is, the Simplex Method, that is shown in its simplest form. In chapter 4 are shown some alterations in the formulation of chapter 2 in the sense of enabling the above referred method to be applied.

In chapter 5 is schematized a flow-chart for the automatic program presented in chapter 6, and, finally, in chapter 7 is explained the utilization of the program, with several examples.

ÍNDICE

	<u>pág.</u>
1 - <u>RESUMO</u>	1
2 - <u>MÉTODO DAS RÓTULAS PLÁSTICAS</u>	2
3 - <u>PROGRAMAÇÃO LINEAR</u>	16
4 - <u>APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX</u>	25
5 - <u>FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO</u>	29
6 - <u>PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN</u>	36
7 - <u>UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA</u>	58
8 - <u>CONCLUSÕES</u>	80
9 - <u>BIBLIOGRAFIA CONSULTADA</u>	82

1. RESUMO

Este trabalho objetiva desenvolver um programa para computador, em linguagem FORTRAN, para resolver alguns problemas relativos ao método das rótulas plásticas aplicado a estruturas lineares, no sentido tanto de verificação da capacidade da estrutura em suportar carregamentos, quanto de projeto da estrutura para um determinado carregamento, adotando nêsse caso para critério de dimensionamento a procura do mínimo consumo de material.

No capítulo 2 é apresentada uma formulação para os problemas, com vista diretamente ao caso particular de pórticos retangulares. Essa formulação conduz a um sistema de equações e inequações lineares simultâneas com solução condicionada à procura de um valor extremo para uma função linear das variáveis envolvidas. No capítulo 3 é examinado sumariamente um método de solução para esse tipo de problema, o Método Simplex, apresentado na sua forma mais simples. No capítulo 4 são apresentadas algumas modificações introduzidas na formulação do capítulo 2 no sentido de tornar aplicável o referido método.

No capítulo 5 é esquematizado um fluxograma para o programa automático apresentado no capítulo 6 e finalmente no capítulo 7 é explicada a utilização do programa, com uma série de exemplos de aplicação.

2. MÉTODO DAS RÔTULAS PLÁSTICAS

2.1. INTRODUÇÃO

Os processos de análise e projeto de estruturas devem levar em conta certos problemas como instabilidade da estrutura, manutenção das deformações em regime de trabalho dentro de níveis aceitáveis, fadiga do material, etc. Se todos esses problemas forem contornados pode-se, aumentando gradativamente o carregamento, acompanhar o comportamento da estrutura em regime totalmente elástico até que, em um ou mais pontos da estrutura, seja atingida a tensão de escoamento do material. A partir desse ponto ainda é possível aumentar o carregamento, passando a estrutura a ter um comportamento elasto-plástico, até que, numa situação crítica seja atingido o colapso, ou ruína, da estrutura. O método das rótulas plásticas visa estudar a estrutura na iminência do colapso, isto é, na iminência da situação em que a estrutura não reage a um acréscimo de carga ou em que as deformações são crescentes para uma carga constante. O objetivo desta publicação se prende ao estudo de problemas relacionados a esse colapso em estruturas formadas por barras de seção constante e, mais especificamente, a estudar dois tipos de problemas:

a) Dada uma estrutura e um carregamento "proporcional" definido a menos de um parâmetro multiplicador, determinar o valor desse parâmetro no instante do colapso.

b) Dado um carregamento e definidas tanto a existência como a posição dos elementos da estrutura no espaço, atribuir dimensões a esses elementos de modo que a estrutura ainda suporte o carregamento e que seu peso seja o mínimo possível.

2.2. HIPÓTESES GERAIS DO MÉTODO

As hipóteses gerais do método das rótulas plásticas aplicado a estruturas lineares são as seguintes:

a) O material utilizado é tal que a sua curva tensão-deformação pode ser representada pelo modelo esquemático da Fig. 2.1 com boa aproximação:

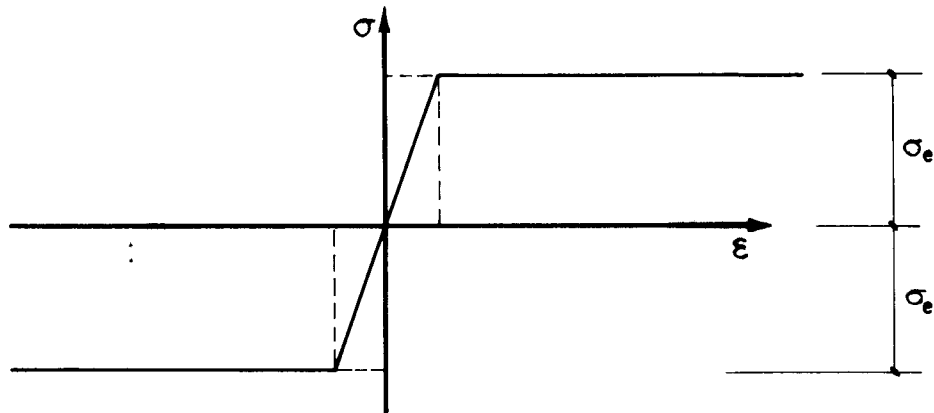


FIG. 2.1

b) A extensão da zona em escoamento não é considerada; admite-se a formação de rótulas plásticas "concentradas" em seções determinadas nas quais se atinge a plastificação de toda a seção; entre tais rótulas "concentradas" supõe-se comportamento elástico do material, apesar da existência de seções parcialmente plastificadas em regiões vizinhas às rótulas.

Definição - Momento de plastificação, \bar{M} , de uma determinada seção é o momento que dá origem à plastificação total da seção. Esse momento depende evidentemente dos esforços axial e cortante atuantes. A influência desses esforços, se os pórticos considerados forem relativamente baixos e formados por barras não excessivamente curtas, é pouco significativa, podendo ser formulada, para esses casos, a seguinte hipótese adicional:

c) É desprezado o efeito do esforço cortante e do esforço a-

xial no cálculo dos momentos de plastificação.

Toda a formulação desenvolvida envolvendo momentos de plastificação das barras subentenderá que os valores dos mesmos correspondem à flexão pura.

2.3. CONFORMAÇÃO DE RUÍNA DA ESTRUTURA

A ruína de uma estrutura se dá quando as rótulas plásticas se formam em seções das barras, em número suficiente para tornar a estrutura parcial ou totalmente hipostática. Nesta publicação só se se rão considerados carregamentos compostos por cargas concentradas nos nós da estrutura e nos centros das barras; conseqüentemente, em cada barra haverá a possibilidade de se ter valores extremos para os momentos apenas em três ou duas seções, conforme a barra esteja ou não carregada. A formação de rótulas plásticas poderá ocorrer apenas nessas seções.

2.4. RELAÇÕES DE EQUILÍBRIO

2.4.1. CONSIDERAÇÕES CERAIS

Conforme foi estabelecido no fim do item anterior, os carregamentos ao longo das barras a serem aqui considerados consistem de no máximo uma carga concentrada no centro de cada barra. Como conseqüência, para que se conheça o diagrama de momento fletor ao longo da estrutura é necessário apenas conhecer os momentos nas extremidades das barras e, caso a barra seja carregada, o momento no seu ponto médio.

Supondo a estrutura com um grau de hiperestaticidade h e com b barras, sendo b' carregadas, entre os momentos considerados deve existir um certo número, e , de relações independentes de equilíbrio.

$$e = 2.b + b' - h \quad \dots\dots(2.1)$$

já que o número r de momentos a serem determinados, coincidente com o número de rótulas possíveis, é

$$r = 2.b + b' \quad \dots\dots(2.2)$$

2.4.2. RELAÇÕES DE EQUILÍBRIO PARA PÓRTICOS RETANGULARES

Foram desenvolvidos programas para a estrutura esquematizada na Fig. 2.2, com c colunas, ou pilares, numerados de 1 a c, da esquerda para a direita, e v vigas, numeradas de baixo para cima de 1 a v, definindo v níveis horizontais. Convencionou-se chamar "andar i" ao andar imediatamente inferior ao nível i, e "painel j" ao painel compreendido pelos pilares j e j+1.

Foi atribuído um número a cada barra, na sequência seguinte:

a) Numeram-se primeiramente todas as barras pertencentes ao pilar 1, de baixo para cima; depois todas as barras pertencentes ao pilar 2, e assim sucessivamente até a última barra, c.v, do pilar c.

b) Numeram-se todas as barras da viga 1, da esquerda para a direita, a partir de c.v+1; depois todas as barras da viga 2, e assim sucessivamente até a última barra c.v + v(c - 1), da viga v.

Com essa numeração, as quatro barras que convergem ao nó criado pela interseção da viga i com o pilar j têm, conforme Fig. 2.2, os seguintes números:

$$j_e = c.v + (i - 1) \cdot (c - 1) + j - 1 \quad \dots\dots(2.3)$$

$$j_d = j_e + 1 \quad \dots\dots(2.4)$$

$$j_b = (j - 1) \cdot v + i \quad \dots\dots(2.5)$$

$$j_c = j_b + 1 \quad \dots\dots(2.6)$$

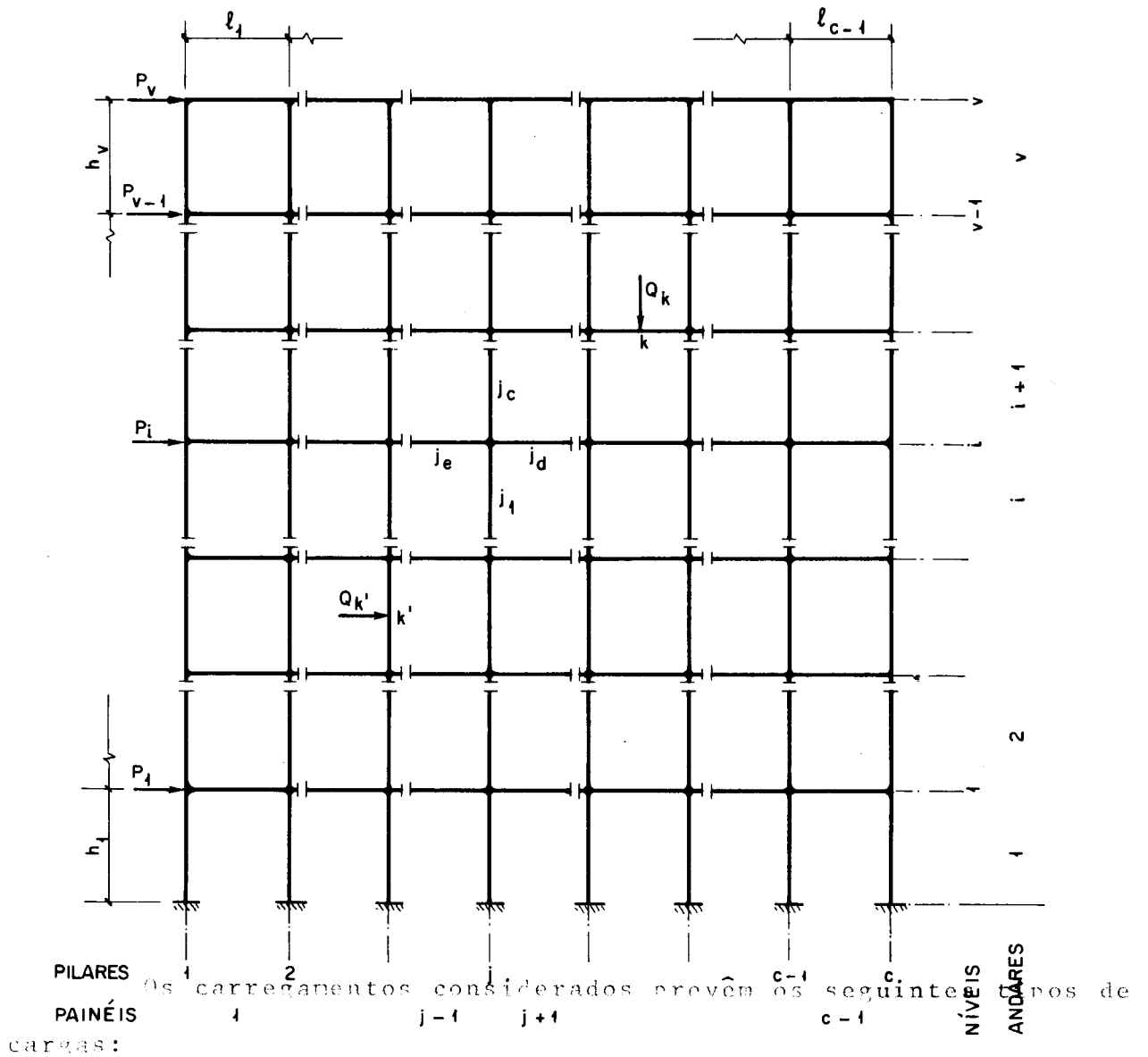


FIG. 2.2

- a) Carga concentrada horizontal P_i , aplicada no pilar 1, nível i genérico, positiva se orientada da esquerda para a direita.
- b) Carga concentrada Q_k , aplicada ao centro de uma barra genérica k e normal ao seu eixo longitudinal. A carga Q_k é considerada positiva se orientada da esquerda para a direita ou de cima para baixo, conforme a barra k seja tramo, respectivamente de um pi

lar ou de uma viga.

Os três momentos fletores a serem considerados numa barra genérica k são, na sequência da esquerda para a direita ou de baixo para cima:

$$M_{3k-2} \quad ; \quad M_{3k-1} \quad ; \quad M_{3k}$$

O momento do centro será positivo se provocar tração embaixo se a barra k for tramo da viga, ou à direita se a barra k for tramo de pilar; os dois outros serão positivos se a ação que exercerem sobre o nó adjacente for no sentido horário (dextrorso).

Para as barras descarregadas não será considerado como variável o momento do centro. Pode ser feita uma condensação do vetor $\{M\}$ através de um vetor $\{C\}$ de 3.b elementos que associa a uma posição l qualquer dentre as 3.b posições de $\{M\}$ um número inteiro correspondente ao número de barras descarregadas cujos momentos centrais têm índice menor ou igual a l .

Existem inúmeras maneiras de se gerar as e equações independentes de equilíbrio. Uma das maneiras possíveis seria arbitrar com algum critério, h redundantes hiperestáticas, exprimir cada um dos momentos, nos r pontos em que se pretende verificá-los, em função dessas redundantes e eliminá-las posteriormente. Foi adotada uma alternativa, usual para esse tipo de pórtico, qual seja:

Consideram-se, primeiramente, todas as v relações de equilíbrio de forças cortantes horizontais ao nível inferior de cada um dos v tramos de pilares; depois as $v.c$ relações de equilíbrio de nó e finalmente as b' equações de equilíbrio de viga.

2.4.2.1. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO HORIZONTAL

São em número de v , e a i -ésima pode ser gerada, utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais, através do mecanismo da Fig.2.3.

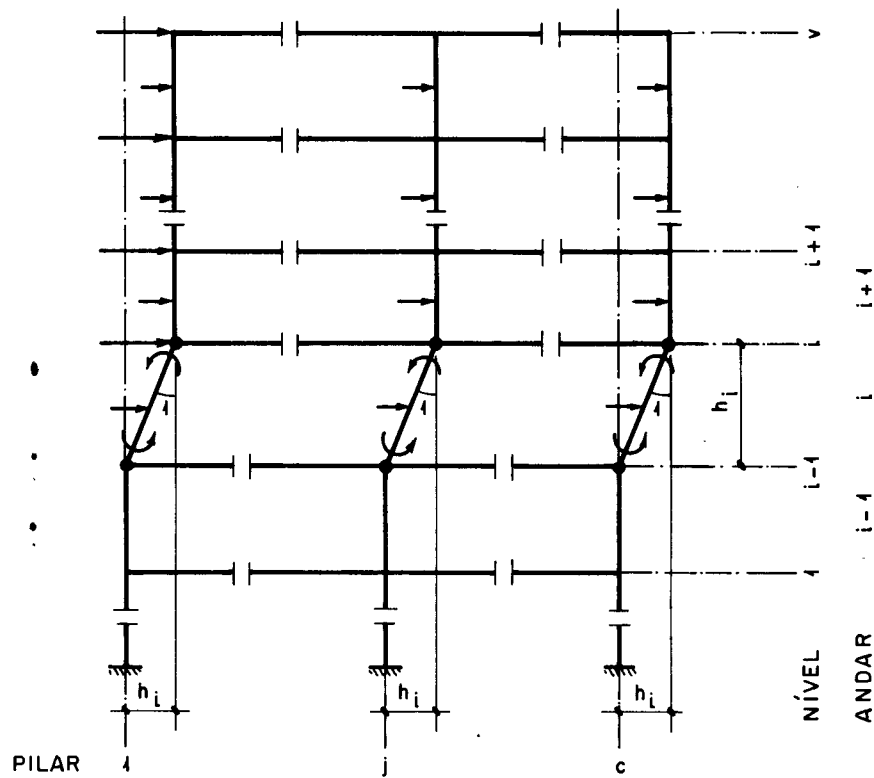


FIG. 2.3

O tramo genérico do pilar j no andar i , recebe o número j_b (v.relação(2.5)) e os índices dos momentos nas extremidades inferior e superior são, respectivamente, s e s' :

$$s = 3 \cdot j_b - 2 - C_{3 \cdot j_b - 2} \dots\dots(2.7)$$

$$s' = 3 \cdot j_b - C_{3 \cdot j_b} \dots\dots(2.8)$$

A equação de equilíbrio, para um i constante, tem a forma:

$$\sum_{j=1}^c (M_s + M_{s'}) = h_i \cdot \left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^c Q_{(k-1) \cdot v+i} + \sum_{k'=i+1}^v \sum_{k=1}^c Q_{(k-1) \cdot v+k'} + \sum_{k''=i}^v P_{k''} \right) \dots\dots(2.9)$$

A expressão entre parênteses no segundo membro da relação (2.9) tem três termos, o primeiro dos quais corresponde à metade da

somatória das cargas nos tramos de pilar pertencentes ao andar i, o segundo \tilde{i} somatória de todas as cargas aplicadas aos tramos de pilar acima do nível i e o terceiro \tilde{i} somatória de todas as cargas aplicadas aos nós do pilar da esquerda acima do nível i-1.

2.4.2.2. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE NÓ

São em número de v.c e a correspondente ao nó existente na interseção do pilar j com a viga i pode ser gerada, utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais através do mecanismo da Fig. 2.4 .

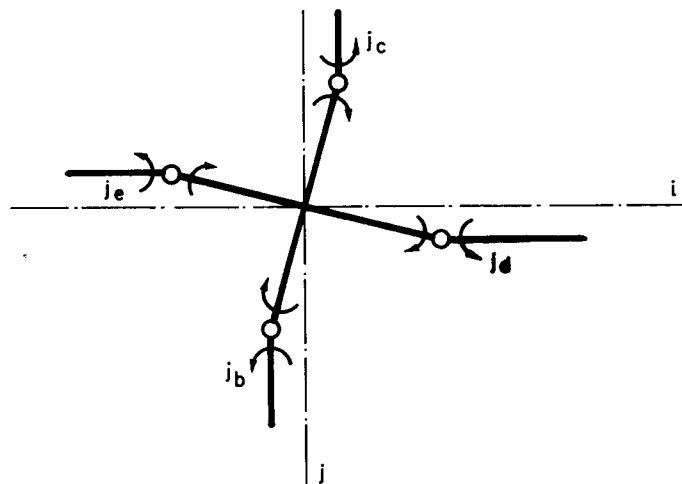


FIG. 2.4

Com a notação introduzida pelas relações (2.3) a (2.6), tem-se que os quatro momentos envolvidos nessa equação têm índices:

$$i_e = 3.j_e - C_{3.j_e} \dots\dots(2.10)$$

$$i_d = 3.j_d - 2 - C_{3.j_d-2} \dots\dots(2.11)$$

$$i_b = 3.j_b - C_{3.j_b} \dots\dots(2.12)$$

$$i_c = 3.j_c - 2 - C_{3.j_c-2} \dots\dots(2.13)$$

Prevendo a possibilidade de o nó pertencer ao contorno da estrutura pode-se escrever então:

$$kM_{i_e} + k'M_{i_c} + k''M_{i_d} + M_{i_b} = 0 \quad \dots\dots(2.14)$$

onde:

$$k = 0 \text{ se } j = 1 \text{ ou } k = 1 \text{ se } j \neq 1$$

$$k' = 0 \text{ se } i = v \text{ ou } k' = 1 \text{ se } i \neq v$$

$$k'' = 0 \text{ se } j = c \text{ ou } k'' = 1 \text{ se } j \neq c$$

2.4.2.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO DE VIGA

São em número de b' e a correspondente a uma determinada barra k carregada pode ser gerada através do mecanismo da Fig. 2.5, utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais.

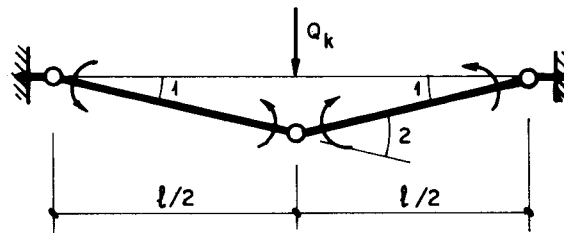


FIG. 2.5

Os momentos envolvidos, da esquerda para a direita, ou de baixo para cima conforme a barra seja tramo, respectivamente, de viga ou pilar, tem índices:

$$i_1 = 3.k - 2 - C_{3.k-2} \quad \dots\dots(2.15)$$

$$i_2 = 3.k - 1 - C_{3.k-1} \quad \dots\dots(2.16)$$

$$i_3 = 3.k - C_{3.k} \quad \dots\dots(2.17)$$

O comprimento l da barra k deve ser determinado, verificando-se a que painel ou a que andar ela pertence, caso ela seja tramo de viga ou de pilar.

Com isso pode-se escrever:

$$-M_{i_1} - 2M_{i_2} + M_{i_3} = q_k \cdot l/2 \quad \dots\dots(2.18)$$

2.5. LIMITES DE VARIACÃO PARA OS MOMENTOS NAS SECÇÕES

Para estruturas formadas por barras de seção constante, os momentos fletores que ocorrem numa determinada barra k, devem ser, em módulo, menores que o momento de plastificação dessa barra, \bar{M}_k . Assim, na numeração original:

$$-\bar{M}_k \leq M_{3.k-2} \leq \bar{M}_k \quad \dots\dots (2.19)$$

$$-\bar{M}_k \leq M_{3.k-1} \leq \bar{M}_k \quad \dots\dots (2.20)$$

$$-\bar{M}_k \leq M_{3.k} \leq \bar{M}_k \quad \dots\dots (2.21)$$

Admitiu-se que todos os momentos de plastificação pudessem ser determinados em função de t parâmetros T_j , $j = 1, \dots, t$. A cada barra k foram associados dois números, um número inteiro u_k e um número real u_k^* , positivos e tais que:

$$\bar{M}_k = u_k^* \cdot T_{u_k} \quad \dots\dots (2.22)$$

Os vetores $\{u\}$ e $\{u^*\}$, são definidos inicialmente para corresponderem a barras, tendo portanto dimensão b e para simplificar a redação dos programas eles são posteriormente expandidos para corresponderem a cada uma das posições onde são considerados os momentos, passando a ter dimensão 3.b .

Considerando que se $Q_k = 0$ a relação 2.20 é consequência imediata das relações (2.19) e (2.21), pode-se escrever, condensando o vetor $\{M\}$ através do vetor $\{C\}$:

$$-u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \leq M_{3.k-2} - C_{3.k-2} \leq u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \quad \dots\dots (2.23)$$

$$-u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \leq M_{3.k} - C_{3.k} \leq u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \quad \dots\dots (2.24)$$

e, se e só se $Q_k \neq 0$:

$$-u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \leq M_{3.k-1} - C_{3.k-1} \leq u_{3.k}^* \cdot T_{u_{3.k}} \quad \dots\dots (2.25)$$

Observe-se que, com a expansão acima citada:

$$u_{3.k} = u_{3.k-1} = u_{3.k-2} \quad \dots\dots(2.26)$$

$$u_{3.k}^* = u_{3.k-1}^* = u_{3.k-2}^* \quad \dots\dots(2.27)$$

2.6. O PROBLEMA DE ANÁLISE

O problema de análise pode-se apresentar nas duas formas seguintes:

a) É dada a estrutura com os momentos de plastificação conhecidos a menos de um único parâmetro multiplicador T_1 , isto é, os t parâmetros T_j , $j = 1, \dots, t$, se reduzem a um único. Para um carregamento dado determinar o menor valor de T_1 para que sejam obedecidas as condições (2.9), (2.14), (2.18), (2.23), (2.24) e (2.25). Os vetores $\{u\}$ e $\{u^*\}$ conservam o seu significado original e o problema se resume em determinar o mínimo valor de uma "função objetivo":

$$z = T_1 \quad \dots\dots(2.28)$$

b) É dada a estrutura com todas as suas características e é suposta a existência de um carregamento proporcional definido a menos de um parâmetro multiplicador W . É lido o carregamento correspondente a um valor unitário de W e procura-se o máximo valor desse parâmetro.

O problema pode ser resolvido como se fôsse o definido no ítem (a), calculando um parâmetro multiplicador T_1 para os momentos de plastificação efetivos das barras da estrutura que são lidos e armazenados no vetor $\{u^*\}$. Procura-se então o valor mínimo da "função objetivo".

$$z = T_1 \quad \dots\dots(2.29)$$

satisfazendo as mesmas condições do ítem (a), com a única diferença que estas correspondem ao carregamento supondo $W = 1$.

O valor máximo de W pode ser então calculado como:

$$W = \frac{1}{T_1} \dots\dots(2.30)$$

2.7. O PROBLEMA DO PROJETO DE MÍNIMO PESO

2.7.1. INTRODUÇÃO

Suponha-se determinada a forma geométrica de um pórtico (isto é, o número de pilares e de andares, e a modulação dos mesmos) por motivos não apenas estáticos mas também arquitetônicos e construtivos. Estabelecido um carregamento sobre esse pórtico é possível definir de diversas maneiras as seções transversais de seus elementos, constituindo cada uma dessas maneiras o que se chama um projeto da estrutura. O primeiro objetivo de um projeto é atingir um custo mínimo para a estrutura satisfazendo todos os requisitos de segurança em relação aos esforços bem como evitando deslocamentos excessivos.

O custo da estrutura depende de uma série de fatores peculiares, muitas vezes, à execução da mesma; entretanto, pode-se assumir como um bom critério para projeto de mínimo custo o de procurar minimizar o consumo de material na estrutura.

2.7.2. HIPÓTESES SUPLEMENTARES

Além das hipóteses estabelecidas anteriormente são admitidas as seguintes:

a) As barras são assumidas como sendo prismáticas, não se admitindo variação de seções transversais ao longo de uma mesma barra.

b) Considerando que esse projeto se aplica quase que exclusivamente a estruturas metálicas, para as quais é perfeitamente justificável a hipótese (a) do item 2.2, e que existe um número bem definido de perfis comerciais disponíveis, faz-se necessário admitir que haja entre o peso por unidade de comprimento, w , e o momento de plastificação, \bar{M} , das seções uma correlação definida por uma função contínua:

$$w = f(\bar{M}) \quad \dots\dots (2.31)$$

Pelos padrões ingleses (NEAL⁴), lançando em gráfico os momentos de plastificação das seções dos perfis disponíveis contra o seu peso por unidade de comprimento tem-se a nuvem mostrada na Fig. 2.6 onde os pontos marcados por pequenos círculos correspondem a perfis utilizados como vigas e os por cruzes, a perfis utilizados para colunas. O gráfico admite para o material uma tensão mínima de escoamento igual a 2,4 t/cm².

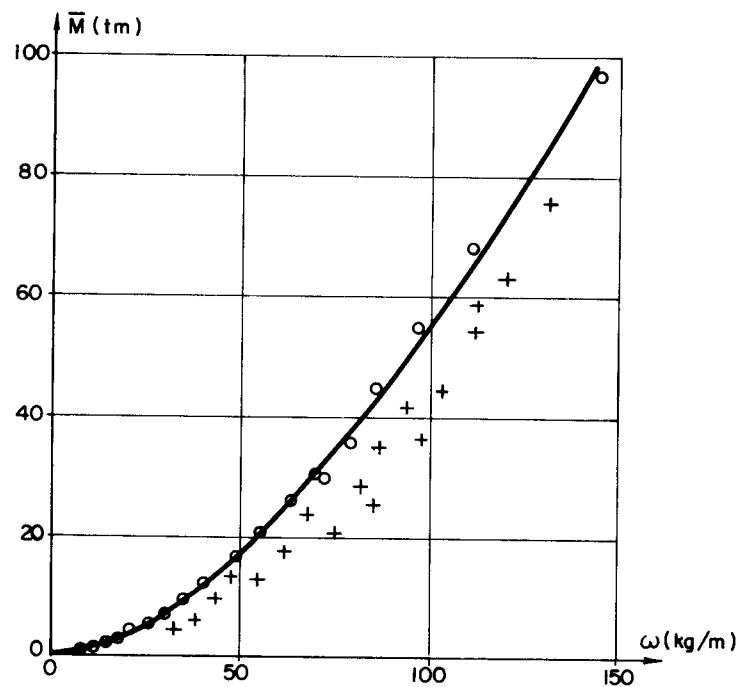


FIG. 2.6

A hipótese (b) significa simplesmente a substituição da nuvem de pontos mostrada na Fig. 2.6, por uma função contínua que po-

de ser, para \bar{M} em tm e w em kg/m, a seguinte:

$$w = 8,840 \cdot \bar{M}^{0,6} \dots\dots(2.32)$$

cujo gráfico é visto na mesma figura.

c) Em adição à hipótese (b) admite-se que se vá usar no projeto uma série única, contínua, de perfis, série essa tal que o peso w por unidade de comprimento da barra possa ser representado, com boa aproximação como uma função linear do momento de plastificação, isto é, para α e β constantes:

$$w = \alpha + \beta \bar{M} \dots\dots(2.33)$$

A utilização da relação(2.33)em substituição a uma semelhante à relação(2.32)implica em erros desprezíveis face à relativa precariedade de todas as outras hipóteses admitidas anteriormente desde que não se tenha grandes variações nas seções envolvidas num problema.

2.7.3. PESO DA ESTRUTURA

O objetivo, então, do problema será projetar a estrutura de forma a satisfazer as condições(2.9),(2.14),(2.18),(2.23),(2.24), e (2.25) e além disso tornar mínimo o valor de uma "função objetivo" z igual ao peso da estrutura, onde:

$$z = \sum_{i=1}^b w_i \cdot (\text{comprimento da barra } i) \dots\dots(2.34)$$

ou, levando em conta a(2.33):

$$z = \sum_{i=1}^b (\alpha + \beta \cdot \bar{M}_i) \cdot (\text{comprimento da barra } i) \dots\dots(2.35)$$

ou então, simplificando e desprezando termos e fatores constantes:

$$z = \sum_{i=1}^b \bar{M}_i \cdot (\text{comprimento da barra } i) \dots\dots(2.36)$$

3. PROGRAMAÇÃO LINEAR

3.1. INTRODUÇÃO

Os dois tipos de problemas abordados por esta publicação implicam, como foi visto no capítulo anterior, na solução de sistemas de equações e inequações lineares condicionados à procura de um mínimo ou um máximo para uma função linear das variáveis envolvidas.

Conforme será tratado no capítulo seguinte, qualquer dos problemas propostos poderá, com uma série de artifícios, ser reduzido a uma forma geral:

Encontrar um vetor $\{x\}$ tal que:

$$\{x\}^T = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}; x_j \geq 0; j = 1, \dots, n \dots (3.1)$$

satisfazendo a um conjunto de m equações lineares simultâneas

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad \dots (3.2)$$

ou, em outra forma

$$\sum_{j=1}^n x_j \cdot \{a_j\} = \{b\} \quad \text{onde} \quad \{a_j\}^T = \{a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}\} \dots (3.3)$$

ou ainda

$$[a] \cdot \{x\} = \{b\} \dots (3.4)$$

e que maximize uma função objetivo

$$z = \sum_{j=1}^n x_j \cdot c_j \dots (3.5)$$

As equações (3.2) serão supostas linearmente independentes, não se admitindo equações redundantes nem equações inconsistentes.

Será suposto também, que o número de incógnitas, n , será sempre maior ou igual ao número de equações, m . O caso $m = n$, entretanto, não tem o mínimo interesse já que implica na existência de um único valor para a função objetivo, inexistindo o problema de determinar o seu máximo.

3.2. DEFINIÇÕES

O sistema de equações (3.2) sem as condições impostas por (3.1) e (3.5) tem, evidentemente, um número indeterminado de soluções. Dentre essas soluções algumas serão de interesse no encaminhamento do problema em questão; assim:

Definição 1 - Uma solução viável para o problema de programação linear é um vetor $\{x\}$ tal que

$$\{x\}^T = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}; x_i \geq 0; i = 1, \dots, n$$

e que satisfaz as equações (3.2).

Definição 2 - Uma solução viável básica é uma solução viável com no máximo m valores positivos de x_i .

Definição 3 - Solução viável ótima é aquela que também maximiza a função objetivo (3.5).

3.3 O MÉTODO SIMPLEX

3.3.1. INTRODUÇÃO

O algoritmo Simplex fornece o encaminhamento do problema de determinar uma solução viável ótima para as condições do item 3.1, por sucessivas aproximações, num número finito de passos, a partir de uma solução viável básica qualquer. Esses

passos consistem em encontrar uma nova solução viável básica tal que corresponda a um valor para a função objetivo não menor que o correspondente à solução viável básica anterior.

3.3.2. O ALGORÍTIMO SIMPLEX

Admita-se conhecido um conjunto de m colunas linearmente independentes $\{a_j\}$ de $[a]$, $j = j_1, j_2, \dots, j_m$. Esse conjunto de vetores coluna $\{a_j\}$ define o que se chama uma base para o sistema de equações (3.2). As variáveis x_j correspondentes a $j = j_1, j_2, \dots, j_m$ são chamadas variáveis básicas e o vetor correspondente aos m índices das colunas, $\{j_1, j_2, \dots, j_m\}$ é chamado vetor base.

Considerando que foi suposto não haverem equações inconsistentes dentre as (3.2), o sistema

$$\sum_{s=1}^m a_{ij_s} \cdot x_{j_s} = b_i ; i = 1, \dots, m \quad \dots\dots(3.6)$$

tem solução única.

Admita-se que nessa solução todos os x_j , $j = j_1, j_2, \dots, j_m$ sejam positivos ou nulos e imponha-se que todas as restantes $n - m$ componentes do vetor $\{x\}$, isto é, x_j tais que $j \neq j_1, j_2, \dots, j_m$, sejam nulas.

Nessas condições a solução $\{x\}$ constitui uma solução viável básica para o problema de programação linear.

Através de combinações lineares das equações (3.2) e (3.5) pode-se, sem alterar o conjunto de soluções e em particular mantendo a mesma solução básica viável, colocar as restrições na forma:

$$x_j \geq 0 \quad \dots\dots(3.7)$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$0 \cdot x_{j_1} + \dots + x_{j_i} + \dots + 0 \cdot x_{j_m} + \sum_j \bar{a}_{ij} \cdot x_j = \bar{b}_i \quad \dots (3.8)$$

$$i = 1, \dots, m$$

$$j \neq j_1, j_2, \dots, j_m$$

e a função objetivo como:

$$0 \cdot x_{j_1} + \dots + 0 \cdot x_{j_i} + \dots + 0 \cdot x_{j_m} + \sum_j \bar{c}_j \cdot x_j - z = -\bar{z} \quad (3.9)$$

$$j \neq j_1, j_2, \dots, j_m$$

Do sistema assim transformado diz-se ser a forma canônica do sistema original relativa à base definida pelo conjunto de vetores $\{a_j\}$; $j = j_1, j_2, \dots, j_m$.

Tendo o sistema essa forma, a solução é tal que:

$$x_{j_i} = \bar{b}_i ; i = 1, \dots, m \quad \dots (3.10)$$

e todos os restantes valores de x_j são nulos.

Como foi admitido que a solução é básica viável, como consequência de (3.10) tem-se que

$$\bar{b}_i \geq 0 ; i = 1, \dots, m$$

isto é, se o sistema está colocado na sua forma canônica todos os termos independentes devem ser positivos ou nulos.

Sendo a função objetivo linear, tem-se que:

$$\frac{\partial z}{\partial x_j} = \bar{c}_j ; j = 1, \dots, n \quad \dots (3.11)$$

onde os \bar{c}_j são nulos se $j = j_1, j_2, \dots, j_m$.

Testa-se então os valores dos restantes \bar{c}_j . Se todos forem negativos ou nulos, e só se isso ocorrer, a solução será ótima. Isso é fácil de ver já que as variáveis não básicas são nulas; qualquer acréscimo a essas variáveis, pela equação (3.11), implicará

numa diminuição (ou manutenção) da função objetivo z . Um eventual acréscimo às variáveis básicas não interfere no cálculo de z , conforme a equação (3.9).

Caso exista pelo menos um $\bar{c}_j > 0$, $j \neq j_1, j_2, \dots, j_m$ não se pode dizer que a base seja ótima e pode-se mostrar que é possível construir outra base substituindo um certo vetor $\{\bar{a}_{j_k}\}$ da base por um vetor $\{\bar{a}_\ell\}$ não pertencente a ela e chegar, satisfeitas determinadas condições, a outra solução básica viável à qual corresponde um valor maior para a função objetivo.

Procedendo a essa substituição e colocando o sistema na forma canônica relativa à nova base definida pelos vetores $\{a_j\}$; $j = j_1^*, j_2^*, \dots, j_m^*$, onde

$$j_i^* = j_i \quad \text{se } i \neq k$$

$$j_i^* = \ell \quad \text{se } i = k$$

ter-se-á para a função objetivo correspondente à nova solução o valor dado pela expressão:

$$-z = -\bar{z} - \frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} \cdot \bar{c}_\ell \quad \text{ou} \quad z = \bar{z} + \frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} \cdot \bar{c}_\ell \quad \dots(3.12)$$

Para que a nova solução, $\{x^*\}$, seja uma solução básica viável pode-se fazer

$$x_{j_k}^* = x_\ell^* = \bar{b}_k = \frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} \geq 0 \quad \dots\dots(3.13)$$

e também, para $i = 1, \dots, m$

$$x_{j_i}^* = \bar{b}_i = \bar{b}_i - \bar{b}_k \cdot \bar{a}_{i,\ell} \geq 0 \quad \dots\dots(3.14)$$

Considerando as relações (3.10) e (3.12) pode-se concluir que o maior acréscimo na função objetivo será obtido pela retirada

da base do vetor $\{\bar{a}_{j_k}\}$ e introdução do vetor $\{\bar{a}_\ell\}$ tais que, satisfeitas as condições (3.13),

$$\frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} \cdot \bar{c}_\ell = \max \left\{ \frac{\bar{b}_j}{\bar{a}_{j,i}} \cdot \bar{c}_i \right\} \dots\dots\dots(3.15)$$

$$j = j_1, j_2, \dots, j_m ; i \neq j_1, j_2, \dots, j_m$$

Entretanto, ainda que com convergência mais lenta para a solução ótima, é usual (HADLEY²) escolher o vetor $\{\bar{a}_\ell\}$ como sendo aquele ao qual corresponda o maior \bar{c}_j ; $j \neq j_1, j_2, \dots, j_m$. Para escolher o vetor que deve sair da base tem-se dois casos a considerar:

a) Para $i = 1, \dots, m$ existem valores de $\bar{a}_{i,\ell}$ positivos. Nesse caso, considerando a relação (3.14), tem-se três possibilidades:

a1) $\bar{a}_{i,\ell} > 0$, portanto

$$\bar{b}_k \leq \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{i,\ell}}$$

a2) $\bar{a}_{i,\ell} = 0$, portanto, $\bar{b}_i \geq 0$, o que se verifica sempre, por hipótese.

a3) $\bar{a}_{i,\ell} < 0$, portanto

$$\bar{b}_k + \bar{b}_k \cdot |\bar{a}_{i,\ell}| \geq 0$$

o que é satisfeito sempre.

Como, pela (3.13) :

$$\bar{b}_k = \frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} \geq 0$$

tem-se que a variável j_k a deixar a base deve ser tal que:

$$\frac{\bar{b}_k}{\bar{a}_{k,\ell}} = \min \left\{ \frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{i,\ell}} \right\}; \quad i = 1, \dots, m \quad \dots\dots(3.16)$$

b) Para $i = 1, \dots, m$ não existem valores de $\bar{a}_{i,\ell}$ positivos.

Nesse caso, em lugar de utilizar o processo descrito pelas relações (3.12) a (3.16) no sentido de obter uma nova solução básica viável, pode-se arbitrar o valor, por exemplo, da variável x_ℓ^* , sem qualquer correlação com a solução viável básica anterior; reduzindo o sistema de equações à forma canônica tem-se uma expressão análoga à (3.12):

$$z = \bar{z} + x_\ell^* \cdot \bar{c}_\ell \quad \dots\dots(3.17)$$

devendo se verificar também a expressão (3.14), que passa a ter a forma:

$$x_{j_i}^* = \bar{b}_i - x_\ell^* \cdot \bar{a}_{i,\ell} \geq 0; \quad i = 1, \dots, m; \quad i \neq k \quad \dots(3.18)$$

Ora, se todos os $\bar{a}_{i,\ell} \leq 0$ conforme discussão do item (a) acima, as relações (3.18) não apresentam qualquer restrição ao valor a ser arbitrado para x_ℓ^* e então pode-se obter, por exemplo, uma solução viável básica com $x_\ell^* = x_{j_k}^*$ tendendo a $+\infty$ e todos os outros valores das variáveis básicas dados pela (3.18). Com isso, pela (3.17) pode-se concluir que a função objetivo não tem limite superior.

Esse processo é repetido diversas vezes fornecendo uma sequência de soluções básicas viáveis, sequência essa que, demonstrase, deve convergir para a solução ótima, ou indicar a inexistência da mesma, se fôr o caso.

3.3.3. OBTENÇÃO DE UMA BASE VIÁVEL

O algoritmo Simplex parte do princípio de que é conhecida uma solução básica viável. Ora, num caso geral não se tem qualquer indicação, "a priori", de qual possa ser essa solução e a qual base ela possa corresponder.

Para determinar essa base viável, caso ela exista, pode-se fazer uso de um procedimento bastante semelhante ao simplex, (GIRÃO¹, HADLEY²), aplicado a um sistema artificial, obtido do sistema original pela introdução de m variáveis artificiais não negativas, introduzidas de forma a que inicialmente o sistema esteja na forma canônica relativa a base definida por essas variáveis.

As relações terão então, de início, a forma

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j + x_{n+i} = b_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad \dots\dots(3.19)$$

e a função objetivo original continua a ter a forma definida pela equação (3.5).

Uma base viável do problema artificial será, evidentemente, viável também para o problema original desde que todas as variáveis artificiais na correspondente solução básica sejam nulas, isto é, que não pertençam à base.

O artifício a ser usado, será a construção de uma sequência de bases viáveis visando a obtenção de um máximo para uma certa função objetivo artificial:

$$z_a = - \sum_{i=1}^m x_{n+i} \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad \dots\dots(3.20)$$

Considerando que as componentes do vetor $\{x\}$ devem ser sempre positivas, o máximo valor da função z_a deverá ser zero, e isto se e só se todos os x_{n+i} forem nulos.

Somando as equações (3.19) com o sinal trocado e substituindo o valor de z_a da (3.20) tem-se que:

$$\sum_{j=1}^{n+m} \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} \right) \cdot x_j - z_a = - \left(- \sum_{i=1}^m b_i \right) \quad \dots\dots(3.21)$$

equivalente \tilde{a} (3.20) e formalmente idêntica \tilde{a} (3.9).

As regras de mudança de base serão feitas, num primeiro estágio considerando os coeficientes da função objetivo artificial. Na última iteração desse estágio, se existir solução viável para o problema original, o valor de z_a correspondente deve ser zero. Caso não seja, isso significará que o sistema original não tem solução viável e deve-se interromper o processo.

Ultrapassado esse estágio elimina-se do problema as variáveis artificiais e esquece-se da existência da função objetivo artificial.

4. APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMPLEX

4.1. INTRODUÇÃO

Para utilização do Método Simplex na solução do sistema formado pelas equações (2.9), (2.14) e (2.18) e por inequações do tipo das (2.23), (2.24) e (2.25), condicionado à procura de uma condição limite para uma função objetivo do tipo da (2.28), (2.29) ou (2.36) são necessárias algumas providências no sentido de colocar o problema, através de transformações, na forma geral definida no item 3.1.

Observe-se que no item 3.1 exige-se das variáveis que sejam não negativas (as variáveis T_j ; $j = 1, \dots, t$ satisfazem a essa condição mas não as variáveis M_i ; $i = 1, \dots, r$); esse problema pode ser contornado com a mudança de variáveis introduzida no item 4.2; as inequações devem ser transformadas em equações; como conseguir isso é mostrado no item 4.3; as e equações de equilíbrio, supostas linearmente independentes, podem eliminar e variáveis do problema, o que é discutido no item 4.4; no item 4.5 é indicado o procedimento para tratar um problema de maximização ao invés de um de minimização e finalmente no item 4.6 é mostrado o que se deve fazer para ter os termos constantes das equações não negativos.

4.2. MUDANÇA DE VARIÁVEIS

Seja um determinado momento fletor M_j que ocorre numa certa barra k . As relações (2.19), (2.20) e (2.21) podem ser escritas então genericamente como

$$-\bar{M}_k \leq M_j \leq \bar{M}_k \quad \dots\dots(4.1)$$

que resultam em duas inequações para cada momento M_j considerado; assim:

$$M_j \leq \bar{M}_k \quad \dots\dots(4.2)$$

$$-\bar{M}_k \leq M_j \quad \dots\dots(4.3)$$

Essas inequações podem ser escritas como:

$$\bar{M}_k - M_j \geq 0 \quad \dots\dots(4.4)$$

$$\bar{M}_k + M_j \geq 0 \quad \dots\dots(4.5)$$

As variáveis \bar{M}_k são não negativas e são expressas como função das variáveis T_i ; $i = 1, \dots, t$ também não negativas por relações do tipo da (2.22). As variáveis M_j têm, entretanto, como campo de variação o campo real. Definindo então a variável

$$Z_j = \bar{M}_k + M_j \quad \dots\dots(4.6)$$

as inequações (4.4) e (4.5) podem ser substituídas por

$$Z_j \geq 0 \quad \dots\dots(4.7)$$

$$2 \cdot \bar{M}_k - Z_j \geq 0 \quad \dots\dots(4.8)$$

Com isso todas as variáveis envolvidas no problema são não negativas; as relações (2.19), (2.20) e (2.21) são substituídas pela relação (4.8). As equações de equilíbrio ficam modificadas também pela substituição, derivada da relação (4.6)

$$M_j = Z_j - \bar{M}_k \quad \dots\dots(4.9)$$

4.3. TRANSFORMAÇÃO DAS INEQUAÇÕES EM EQUAÇÕES EQUIVALENTES

A inequação (4.8), derivada da limitação do campo de variação de um momento genérico numa barra k , pode ser transformada na seguinte equação

$$2 \cdot \bar{M}_k - Z_j - Y_j = 0 \quad \dots\dots(4.10)$$

onde a variável Y_j deve ser não negativa e é chamada variável de folga. Essas variáveis de folga são em número de r , correspondendo uma a cada um dos r momentos considerados.

4.4. PROBLEMAS DE MINIMIZAÇÃO

Todos os problemas propostos no capítulo 2 prevêm a procura de um mínimo para uma função objetivo z , dada pelas expressões (2.28) ou (2.29) ou (2.36). O método de solução do simplex foi desenvolvido entretanto para uma condição de maximização de uma função linear das variáveis envolvidas. Para contornar esse problema basta procurar o máximo do simétrico da função objetivo z .

4.5. ELIMINAÇÃO DE VARIÁVEIS PELAS CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO

As e equações de equilíbrio definidas no item 2.4 pelas relações (2.9), (2.14) e (2.18) e transformadas pela mudança de variáveis caracterizada pela relação (4.9) são linearmente independentes nas variáveis Z_i ; $i = 1, \dots, r$, já que o são nas variáveis correspondentes M_i .

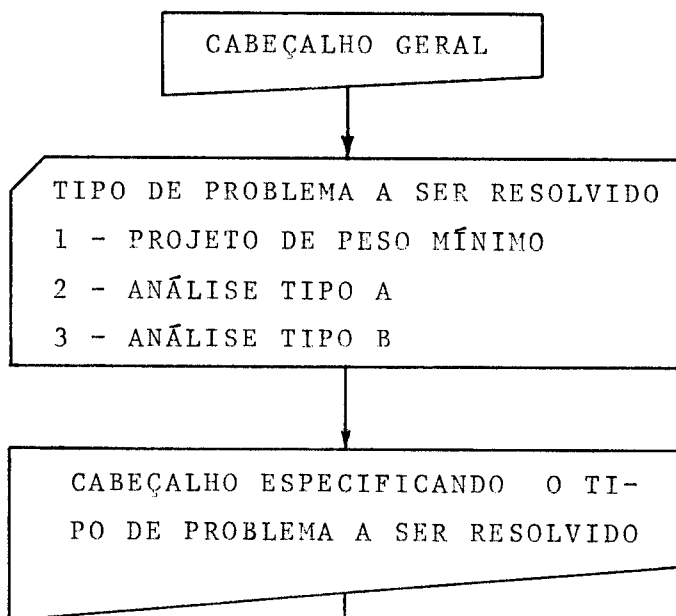
Sendo essas e equações linearmente independentes é sempre possível determinar um conjunto de índices $j = j_1, j_2, \dots, j_e$ tais que e variáveis Z_j possam ser expressas como combinação linear das restantes variáveis. Essas variáveis podem ser eliminadas por substituição no sistema de equações originado pelas relações (4.10) derivadas das inequações (2.19), (2.20) e (2.21). Depois de determinada a solução do sistema de equações resultante pela aplicação do Método Simplex, essas incógnitas eliminadas são calculadas elementarmente como combinação dos valores das outras variáveis.

4.6. OS TERMOS INDEPENDENTES DEVEM SER NÃO NEGATIVOS

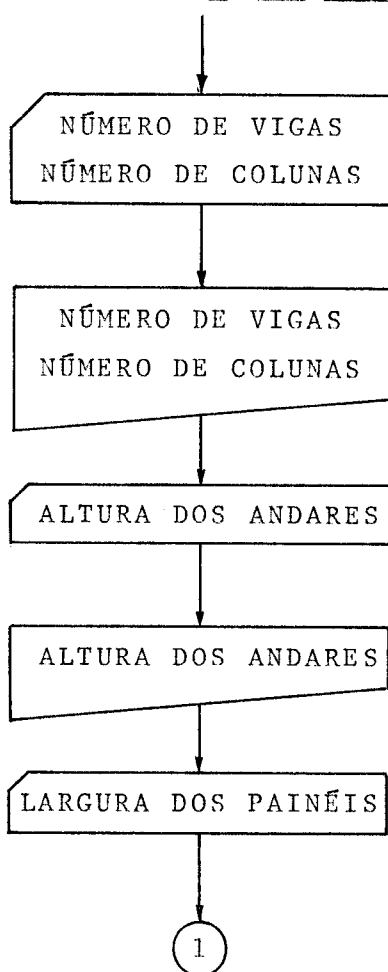
Para contornar o problema de se ter o termo constante de uma equação negativa é suficiente apenas multiplicar a equação por -1.

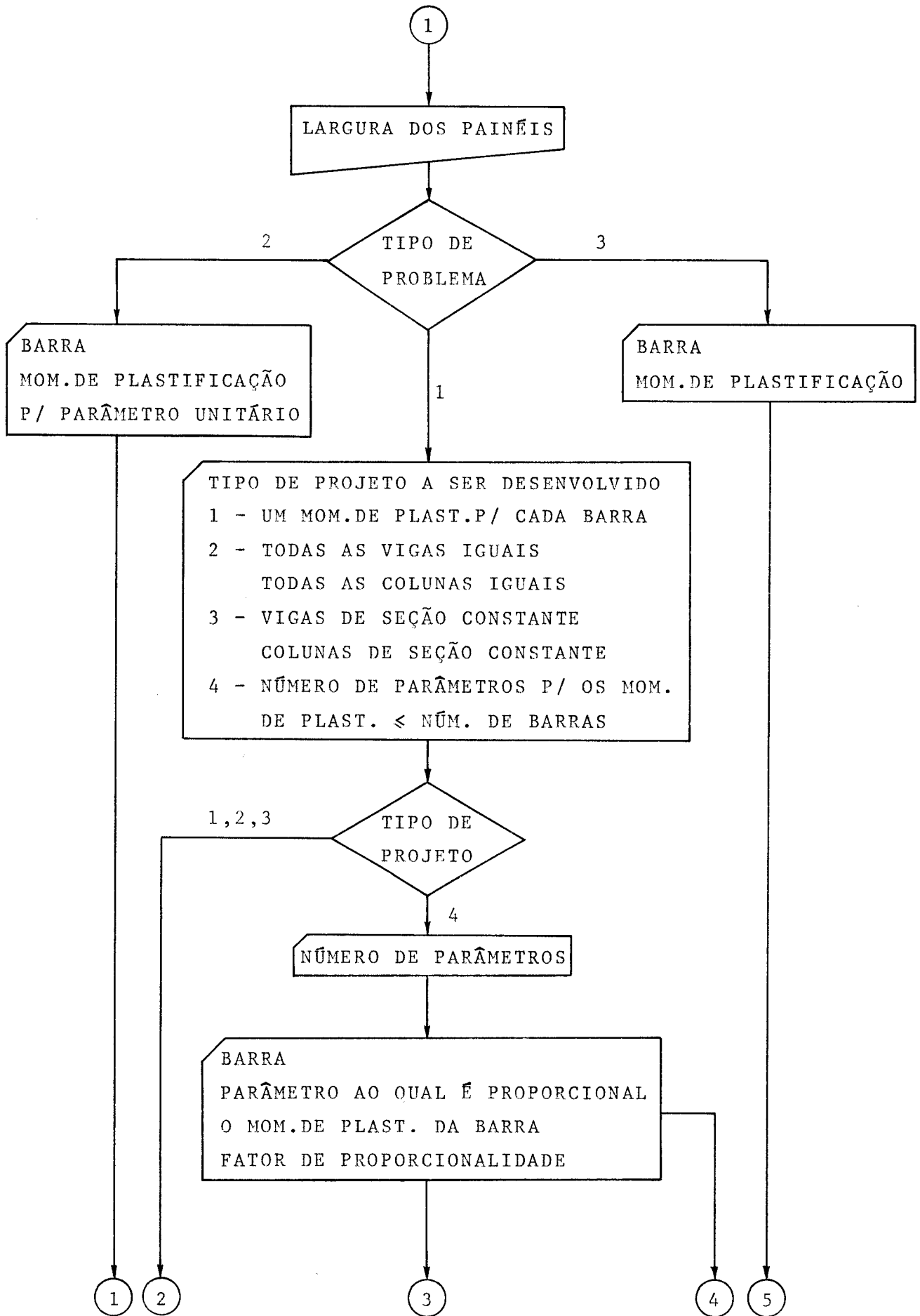
5. FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO

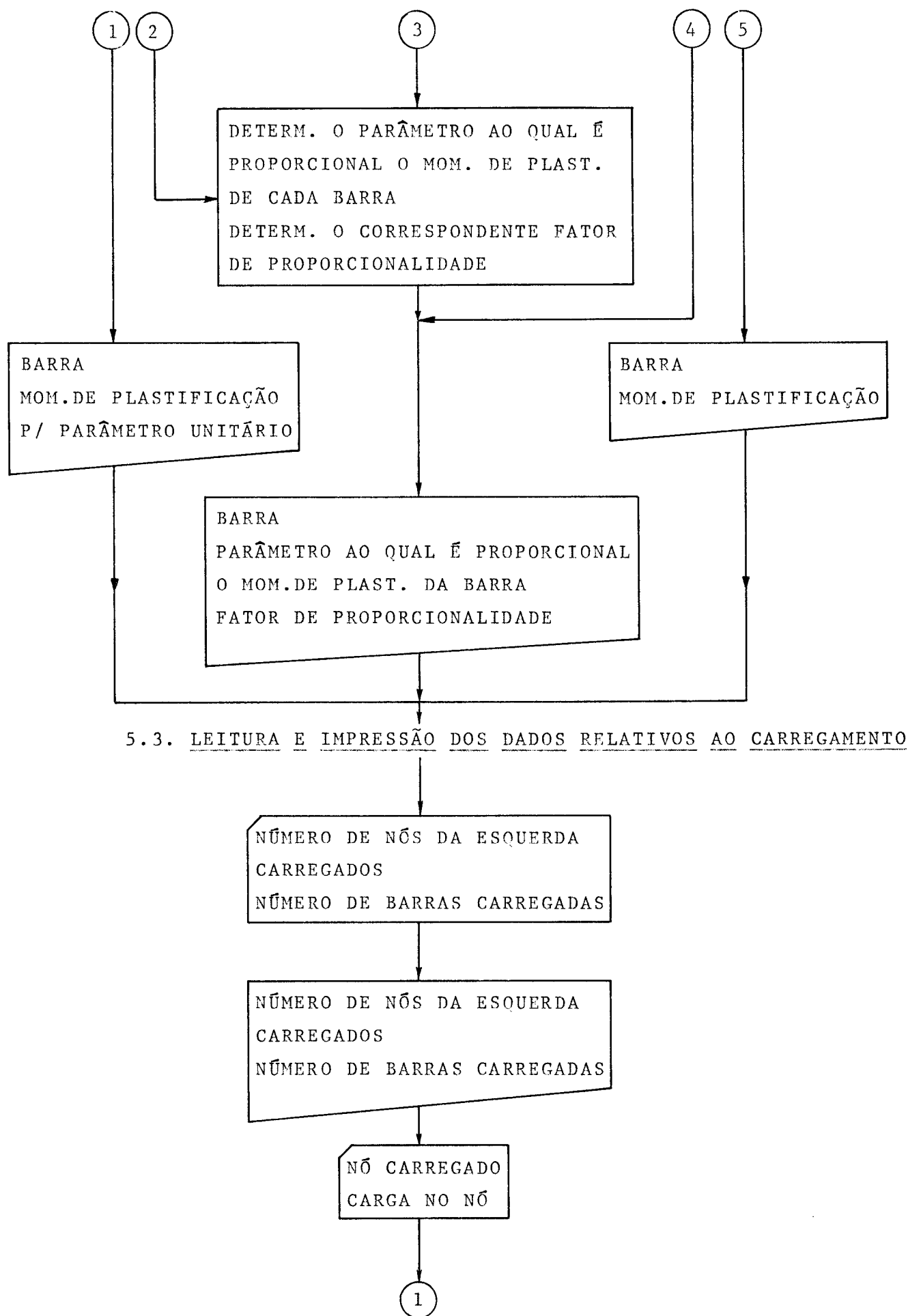
5.1. INTRODUÇÃO

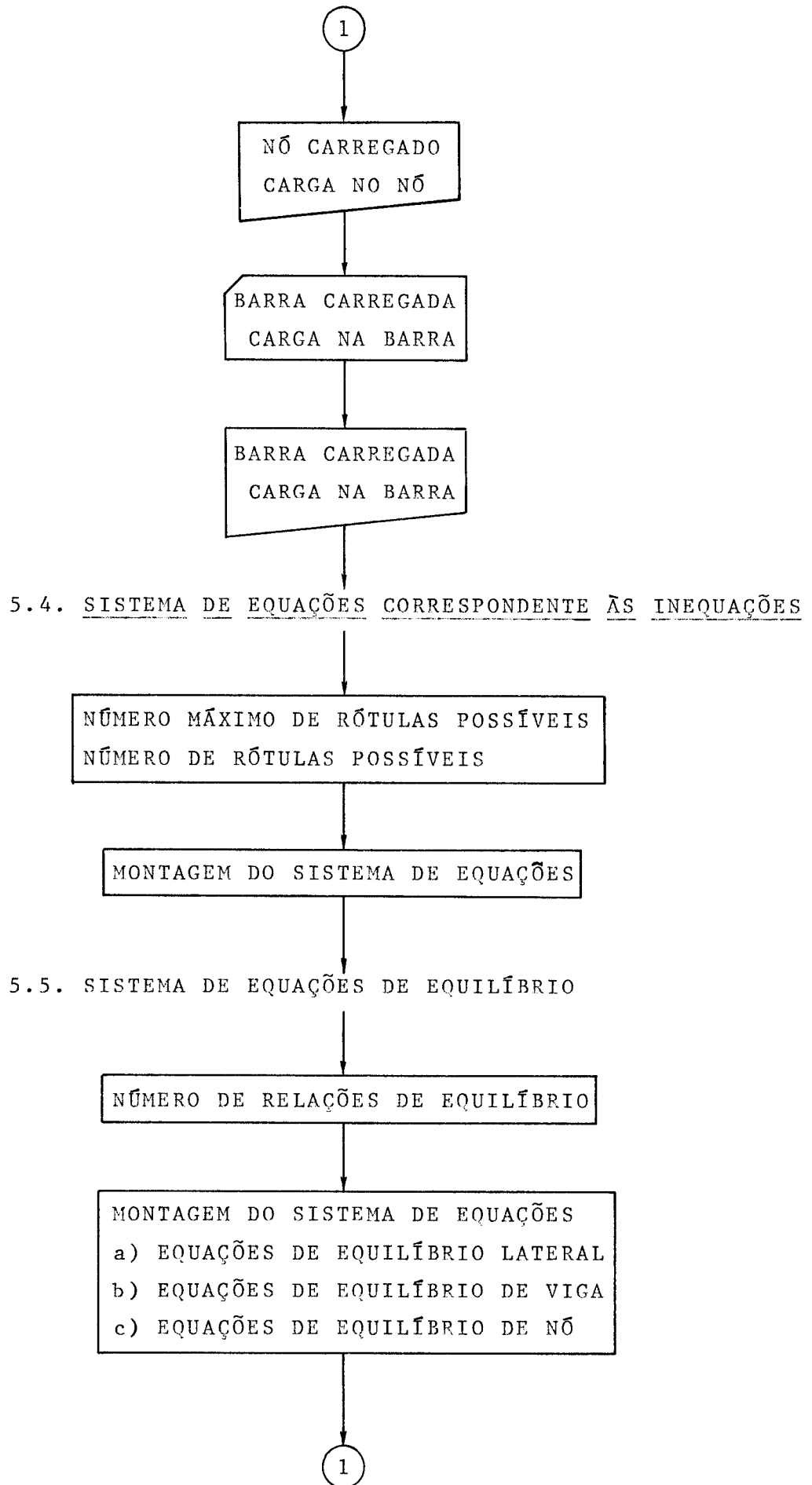


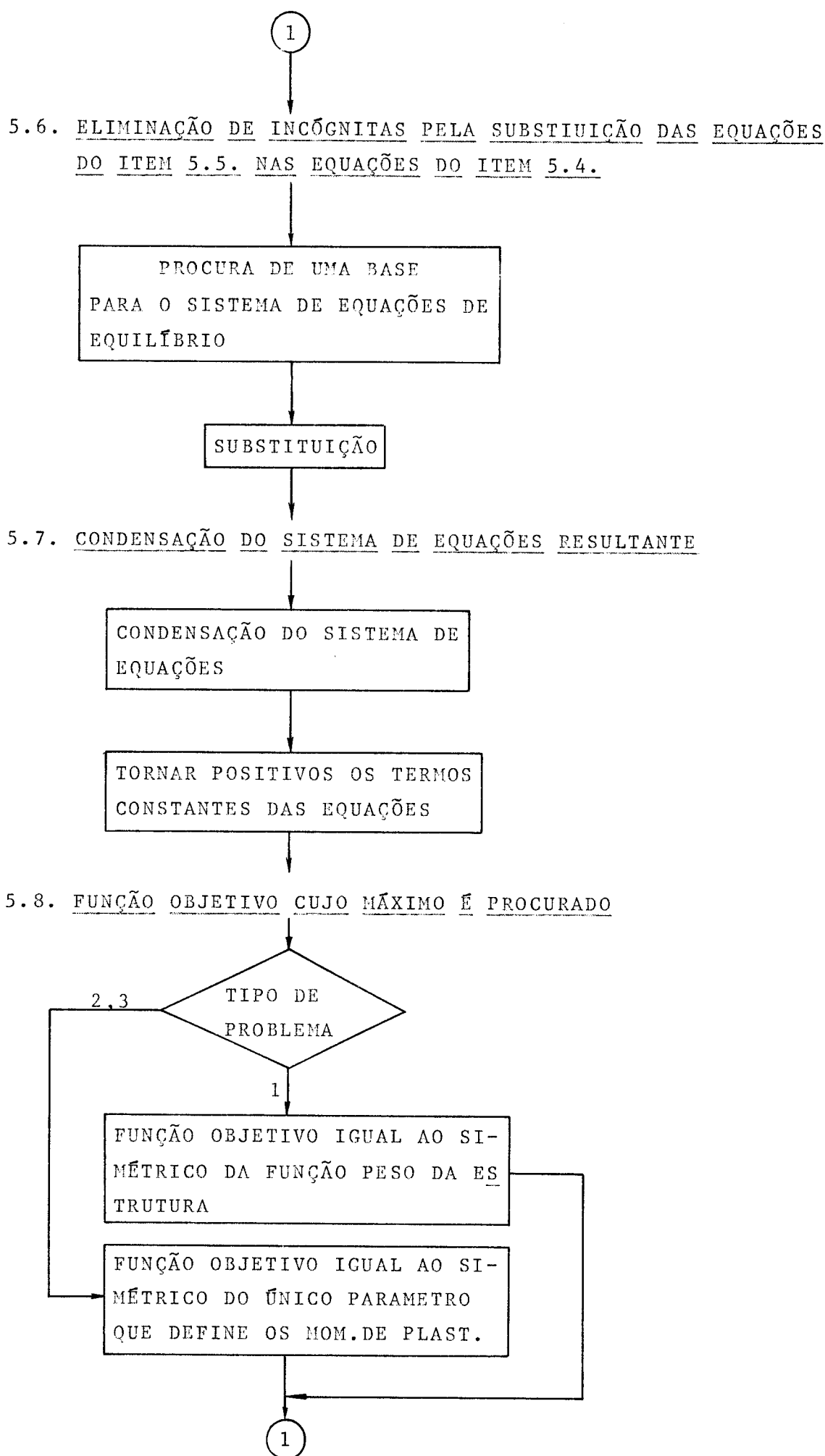
5.2. LEITURA E IMPRESSÃO DOS DADOS RELATIVOS À ESTRUTURA











1

5.9. SOLUÇÃO DO SISTEMA INDETERMINADO DE EQUAÇÕES
CONDICIONADA À PROCURA DE UM VALOR MÁXIMO PARA A FUNÇÃO
OBJETIVO

CALL SIMP

5.10. MONTAGEM E IMPRESSÃO DOS RESULTADOS

EXPANSÃO DO VETOR SOLUÇÃO EM
FUNÇÃO DO ITEM 5.7.

CÁLCULO DAS INCÓGNITAS ELIMI
NADAS PELAS CONDIÇÕES DE EQUI
LÍBRIO

CÁLCULO DOS MOM. DE PLAST.
EM CADA BARRA

CÁLCULO DOS MOM. FLETORES
NAS TRÊS POSIÇÕES DE CADA
BARRA

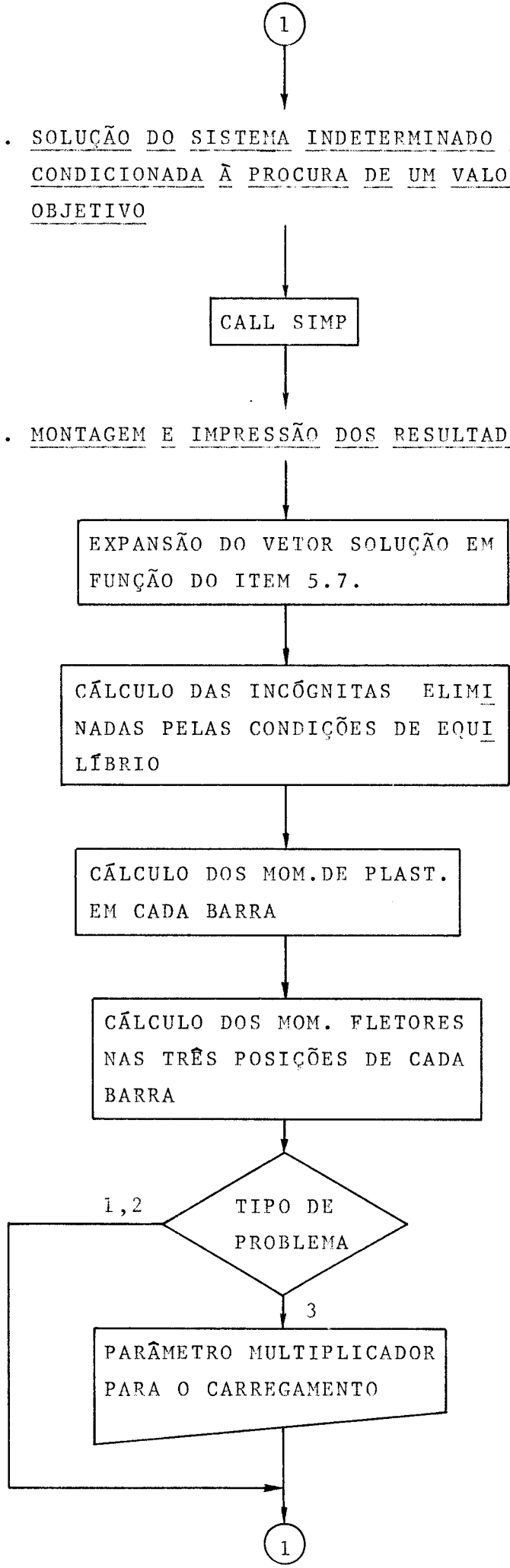
1, 2

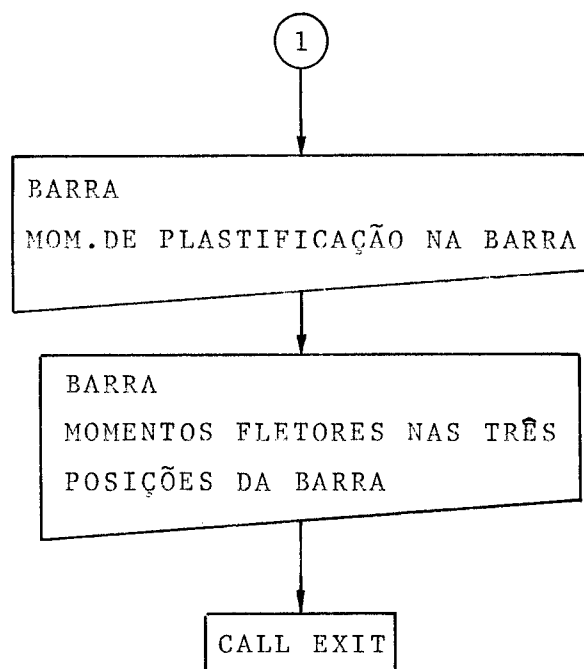
TIPO DE
PROBLEMA

3

PARÂMETRO MULTIPLICADOR
PARA O CARREGAMENTO

1





6. PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN

6.1. NOTAÇÕES DE ENTRADA NO PROGRAMA

a) COD1; número inteiro que define o tipo de problema a ser resolvido.

COD1 = 1 : projeto de peso mínimo com carregamento dado

COD1 = 2 : dado um carregamento e a proporcionalidade entre os momentos de plastificação determinar o valor desses momentos

COD1 = 3 : definida a estrutura com os seus momentos de plastificação e a proporcionalidade entre as cargas determinar o valor do parâmetro multiplicador W que define o carregamento.

b) COD2; número inteiro que define o tipo de projeto de peso mínimo

COD2 = 1 : projeto sem restrições de igualdade ou proporcionalidade entre as seções transversais das barras

COD2 = 2 : projeto com todas as colunas iguais, e todas as vigas iguais

COD2 = 3 : projeto com vigas e colunas de seção constante

COD2 = 4 : projeto com restrições de igualdade e proporcionalidade entre as seções transversais das barras.

c) V; número de vigas horizontais

d) C; número de pilares ou colunas

e) H(I); altura do i-ésimo andar

f) L(I); largura do i-ésimo painel

g) NST; número de parâmetros que definem os momentos de plastificação (igual a t introduzido no item 2.5)

h) $MP(I)$; momento de plastificação da i -ésima barra (igual a \bar{M}_i introduzido no item 2.2)

i) $IS(I)$; índice do parâmetro ao qual é proporcional o momento de plastificação da barra i (igual a u_i definido no item 2.5)

j) $IP(I)$; fator de proporcionalidade entre o momento de plastificação da barra i e o parâmetro correspondente (igual a u_i^* definido no item 2.5)

k) NNC ; número de nós da primeira coluna carregados com cargas horizontais

l) NBC ; número de barras carregadas (igual a b' introduzido no item 2.4.1.)

m) $P(I)$; carga aplicada à primeira coluna no nível i

n) $Q(I)$; carga aplicada no centro da barra i

6.2. LISTAGEM

```

// JOB T
LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL   PHY DRIVE
0000        0016       0016         0000

V2 M09     ACTUAL 32K   CONFIG 32K

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
C
C   SUPROTINA APLICANDO O METODO SIMPLEX
C
SUBROUTINE SIMP(M,N,A,B,FR,FRB,X,PPECI)
DIMENSIONAMENTO
A(4*V*C-2*V-NBC,NST+11*V*C-7*V-4*NBC)
B(4*V*C-2*V-NBC)
FA(NST+11*V*C-7*V-4*NBC)
FR(NST+11*V*C-7*V-4*NBC)
X(NST+7*V*C-5*V-3*NBC)
BASE(4*V*C-2*V-NBC)
INTEGER BASE(42)
DIMENSION A(42,114),FR(114),FA(114),B(42),X(72)
MONTAGEM DO PROBLEMA ARTIFICIAL
J1=N+1
J2=N+N
C1.1 COEFICIENTES DAS VARIÁVEIS ARTIFICIAIS
DO 102 I=1,M
DO 101 J=J1,J2
101 A(I,J)=0.
102 A(I,11)=1.
C1.2 COMPLEMENTAÇÃO DO VETOR FR
DO 103 I=J1,J2
103 FR(I)=0.
C1.3 FUNÇÃO OBJETIVO ARTIFICIAL

```

```
DO 104 J=1,N
FA(J)=0.
DO 104 I=1,M
104 FA(J)=FA(J)+A(I,J)
DO 105 I=1,M
I1=N+I
105 FA(I1)=0.
FAB=0.
DO 106 I=1,M
106 FAB=FAB+E(I)
C1.4 VETOR BASE,CUJOS ELEMENTOS CORRESPONDEM A BASE USADA NO INSTANTE
C E QUE INICIALMENTE CORRESPONDEM AS VARIÁVEIS ARTIFICIAIS
DO 107 I=1,M
107 BASE(I)=N+I
C2 SOLUCAO DO PROBLEMA ARTIFICIAL(PROCURA DE UMA BASE VIAVEL)
C2.1 MAXIMO ELEMENTO POSITIVO DE FA,(SE EXISTIR),ESCOLHA DO ELEMENTO K
C QUE ENTRA NA BASE
108 T=0.
DO 110 I=1,J2
IF(FA(I)-T)110,109,109
109 T=FA(I)
K=I
110 CONTINUE
IF(T)122,122,111
C2.2 PROCURA DO ELEMENTO L QUE SAI DA BASE
111 R=2.**38
L=0
DO 114 I=1,M
IF(A(I,K))114,114,112
112 IF(R-B(I)/A(I,K))114,114,113
113 R=B(I)/A(I,K)
L=I
114 CONTINUE
IF(L)140,140,115
C2.3 MUDANCA DE BASE E CANONIZACAO DO SISTEMA EM RELACAO A NOVA BASE
115 BASE(L)=K
C PIVOTAMENTO
AUX1=A(L,K)
DO 116 I=1,J2
```

```
116 A(L,I)=A(L,I)/AUX1
    B(L)=B(L)/AUX1
    DO 119 I=1,M
      AUX1=A(I,K)
      IF(I-L)117,119,117
117 DO 118 J=1,J2
118 A(I,J)=A(I,J)-A(L,J)*AUX1
    B(I)=B(I)-B(L)*AUX1
119 CONTINUE
    AUX1=FR(K)
    AUX2=FA(K)
    DO 120 J=1,J2
      FR(J)=FR(J)-A(L,J)*AUX1
120 FA(J)=FA(J)-A(L,J)*AUX2
    FRB=FRB-B(L)*AUX1
    FAB=FAB-B(L)*AUX2
    DO 121 J=1,J2
      IF(FA(J)-PRECI)121,121,108
121 CONTINUE
122 IF((FAB+PRECI)*(FAB-PRECI))123,123,140
C3 SOLUCAO DO PROBLEMA REAL
C3.1 MAXIMO ELEMENTO POSITIVO DE FR, SE EXISTIR
C   ESCOLHA DO ELEMENTO K QUE VAI ENTRAR NA BASE
123 T=0.
    DO 125 I=1,N
      IF(FR(I)-T)125,124,124
124 T=FR(I)
      K=I
125 CONTINUE
      IF(T)137,137,126
C3.2 PROCURA DO ELEMENTO L QUE VAI SAIR DA BASE
126 R=2.**38
    L=0
    DO 129 I=1,M
      IF(A(I,K))129,129,127
127 IF(R-B(I)/A(I,K))129,129,128
128 R=B(I)/A(I,K)
      L=I
129 CONTINUE
```

```
IF(L)142,142,130
C3.3 MUDANCA DE BASE E CANONIZACAO DO SISTEMA EM RELACAO A NOVA BASE
C MUDANCA DO VETOR BASE
130 BASE(L)=K
C PIVOTAMENTO
AUX1=A(L,K)
DO 131 I=1,N
131 A(L,I)=A(L,I)/AUX1
B(L)=B(L)/AUX1
DO 134 I=1,M
AUX1=A(I,K)
IF(I-L)132,134,132
132 DO 133 J=1,N
133 A(I,J)=A(I,J)-A(L,J)*AUX1
B(I)=B(I)-B(L)*AUX1
134 CONTINUE
AUX1=FR(K)
DO 135 J=1,N
135 FR(J)=FR(J)-A(L,J)*AUX1
FRB=FRB-B(L)*AUX1
DO136 J=1,N
IF(FR(J)-PRECI)136,136,123
136 CONTINUE
C4 SOLUCAO X(I),N VARIAVEIS
137 DO 138 I=1,N
138 X(I)=0.
DO 139 I=1,M
K=BASE(I)
139 X(K)=B(I)
RETURN
140 WRITE(5,141)
141 FORMAT(10X,'NAO HA SOLUCAO VIAVEL')
GO TO 144
142 WRITE(5,143)
143 FORMAT(10X,'SOLUCAO ILLIMITADA')
144 CALL EXIT
END
```

```
FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR SIMP
COMMON      O  VARIABLES      292  PROGRAM      1204

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0148 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  SIMP
CART ID 0016  DB ADDR 36BC  DB CNT 0050

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
C
C PROJETO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO-PLASTICO
C
C*O DIMENSIONAMENTO
C CT(6*V*C-3*V)
C CL(V+V*C+NBC)
C L(C-1)
C H(V)
C IP(6*V*C-3*V)
C IS(6*V*C-3*V)
C MP(2*V*C-V)
C MR(6*V*C-3*V)
C P(V)
C Q(2*V*C-V)
C A1(4*V*C-2*V-NBC,NST+11*V*C-7*V-4*NBC)
C B1(4*V*C-2*V-NBC)
C A2(V+V*C+NBC,NST+4*V*C-2*V-NBC)
C B2(V+V*C+NBC)
C FR(NST+11*V*C-7*V-4*NBC)
C U(NST+4*V*C-2*V-NBC)
```

```

C      X(NST+7*V*C-5*V-3*NBC)
      INTEGER CT(54),COD1,COD2,V,C,CL(24),CLA
      REAL L(6),IP(54),MP(18),MR(54)
      DIMENSION H(6),IS(54),P(6),Q(18),B1(42),A1(42,114),R2(24),A2(24,54
1),U(54),FR(114),X(72)
      PRECI=0.001
C*1   INTRODUCAO
C*A   CABECALHO GERAL
      WRITE(5,101)
101   FORMAT(////,IX,'CALCULO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO
1PLASTICO)
C*B   LEITURA DO TIPO DE PROBLEMA A SER RESOLVIDO
C     CODI=1,PROJETO DE PORTICOS COM MINIMO PESO,COM CARREGAMENTO DADO
C     CODI=2,DADO UM CARREGAMENTO,E A PROPORCIONALIDADE ENTRE OS MP,DE-
C     TERMINAR O VALOR DOS MP
C     CODI=3,DEFINIDA A ESTRUTURA COM OS SEUS MP E A PROPORCIONALIDADE
C     ENTRE AS CARGAS DETERMINAR O VALOR DO PARAMETRO W QUE DEFINE O
C     CARREGAMENTO
      READ(2,102)CODI
102   FORMAT(I10)
C*C   SUBCABECALHOS
      IF(CODI-1)105,103,105
103   WRITE(5,104)
104   FORMAT(//,IX,'PROJETO DE PORTICOS COM MINIMO PESO , COM CARREGAMEN
1TO DADO')
      GO TO 201
105   IF(CODI-2)108,106,108
106   WRITE(5,107)
107   FORMAT(//,IX,'DADO UM CARREGAMENTO E A PROPORCIONALIDADE ENTRE OS
IMP DETERMINAR O VA-',/,IX,'LOR DOS MP')
      GO TO 201
108   IF(CODI-3)111,109,111
109   WRITE(5,110)
110   FORMAT(//,IX,'DEFINIDA A ESTRUTURA COM OS SEUS MP E A PROPORCIONAL
IDADE ENTRE AS CAR-',/,IX,'GAS DETERMINAR O VALOR DO PARAMETRO W Q
1UE DEFINE O CARREGAMENTO')
      GO TO 201
111   WRITE(5,112)
112   FORMAT(IX,'ERRO EM 1-C')

```

```
GO TO 1031
C*2 LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA
C*A CABECALHO
  201 WRITE(5,202)
  202 FORMAT(/,IX,'DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA')
C*B NUMERO DE VIGAS E DE COLUNAS
  READ(2,203)V,C
  203 FORMAT(2I10)
  NB=2*V*C-V
  WRITE(5,251)V,C
  251 FORMAT(/,IX,'NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS=',I3,/,IX,'NUMERO DE COL-
  UNAS VERTICAIS=',I3)
C*C ALTURA DOS ANDARES,DE BAIXO,PARA CIMA
  WRITE(5,204)
  204 FORMAT(/,IX,'ALTURA DOS ANDARES,DE BAIXO PARA CIMA')
  DO 205 I=1,V
  READ(2,206)K,AUX1
  205 H(K)=AUX1
  206 FORMAT(I10,F10.0)
  DO 207 I=1,V
  WRITE(5,208)I,H(I)
  208 FORMAT(/,IX,'H(',I2,')=',F9.3)
C*D LARGURA DOS PAINAIS DA ESQUERDA PARA A DIREITA
  WRITE(5,209)
  209 FORMAT(/,IX,'LARGURA DOS PAINAIS DA ESQUERDA PARA A DIREITA')
  N1=C-1
  DO 210 I=1,N1
  READ(2,211)K,L(K)
  211 FORMAT(I10,F10.0)
  DO 212 I=1,N1
  WRITE(5,213)I,L(I)
  213 FORMAT(/,IX,'L(',I2,')=',F9.3)
C*E DEFINICAO DA PROPORCIONALIDADE DOS MOMENTOS DE PLASTIFICACAO
  WRITE(5,214)
  214 FORMAT(/,IX,'MOMENTOS DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS')
  IF(COD1-1)237,215,237
C   COD2=1,PROJETO SEM RESTRICOES DE IGUALDADE OU PROPORCIONALIDADE EN-
C   TRE AS SECOES DAS BARRAS
C   COD2=2,PROJETO COM TODAS AS COLUNAS IGUAIS E TODAS AS VIGAS IGUAIS
```



```
C      COD2=3, PROJETO COM VIGAS E COLUNAS DE SECAO CONSTANTE
C      COD2=4, PROJETO COM RESTRICOES DE IGUALDADE E PROPOCIONALIDADE EN-
C      TRE AS SECOES DAS BARRAS
      215 READ(2,216)COD2
      216 FORMAT(I10)
      217 IF(COD2-1)219,217,219
      217 NST=NB
            DO 218 I=1,NB
            IS(I)=I
      218 IP(I)=1.
            GO TO 234
      219 IF(COD2-2)223,220,223
      220 NST=2
            N1=V*C
            DO 221 I=1,N1
            IS(I)=1
      221 IP(I)=1.
            N1=V*C+1
            DO 222 I=N1,NB
            IS(I)=2
      222 IP(I)=1.
            GO TO 234
      223 IF(COD2-3)227,224,227
      224 NST=V+C
            DO 225 I=1,C
            DO 225 J=1,C
            N1=(I-1)*V+J
            IS(N1)=I
      225 IP(N1)=1.
            N1=C-1
            DO 226 I=1,V
            DO 226 J=1,N1
            N2=V*C+(I-1)*N1+J
            IS(N2)=C+I
      226 IP(N2)=1.
            GO TO 234
      227 IF(COD2-4)232,228,232
      228 READ(2,229)NST
      229 FORMAT(I10)
```

```
DO 230 I=1,NB
  READ(2,231)K,NAUX1,AUX1
  IS(K)=NAUX1
230 IP(K)=AUX1
231 FORMAT(I10,I10,F10.0)
  GO TO 234
232 WRITE(5,233)
233 FORMAT(1X,'ERRO EM 2-E-1')
  GO TO 1031
234 DO 235 I=1,NB
  N1=IS(I)
235 WRITE(5,236)I,IP(I),N1
236 FOPMAT(/,1X,'MP(',I2,')=' ,F6.3,1X,'IS(',I2,')')
  GO TO 301
237 IF(COD1-2)243,238,243
238 NST=1
  DO 239 I=1,NB
  IS(I)=1
  READ(2,240)K,AUX1
239 IP(K)=AUX1
240 FORMAT(I10,F10.0)
  DO 241 I=1,NB
241 WRITE(5,242)I,IP(I)
242 FOPMAT(/,1X,'MP(',I2,')=' ,F6.3,1X,'T(I)')
  GO TO 301
243 IF(COD1-3)249,244,249
244 NST=1
  DO 245 I=1,NB
  IS(I)=1
  READ(2,246)K,AUX1
245 IP(K)=AUX1
246 FORMAT(I10,F10.0)
  DO 247 I=1,NB
247 WRITE(5,248)I,IP(I)
248 FOPMAT(/,1X,'MP(',I2,')=' ,F6.3)
  GO TO 301
249 WRITE(5,250)
250 FORMAT(1X,'ERRO EM 2-E-2')
  GO TO 1031
```

```
C*3 LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS RELATIVOS AS CARGAS
C*A CABECALHO
  301 WRITE(5,302)
  302 FORMAT(/,1X,'DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO')
C*B NUMERO DE NOS E DE BARRAS CARREGADOS
  READ(2,303)NNC,NBC
  303 FORMAT(2I10)
  WRITE(5,304)NNC,NBC
  304 FORMAT(/,1X,'NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS=',I2,/,1X,'NUME
1RO DE BARRAS CARREGADAS=',I2)
C*C CARGAS P NOS NOS, SEQUENCIA DE BAIXO PARA CIMA
  WRITE(5,305)
  305 FORMAT(/,1X,'CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA',/,10X,'NO',8X,'CARGA')
  DO 306 I=1,V
  306 P(I)=0.
  IF(NNC)317,318,317
  317 DO 307 I=1,NNC
  READ(2,308)K,AUX1
  307 P(K)=AUX1
  308 FORMAT(I10,F10.0)
  318 DO 309 I=1,V
  309 WRITE(5,310)I,I,P(I)
  310 FORMAT(/,10X,I2,8X,'P(',I2,')=' ,F10.3)
C*D CARGAS NAS BARRAS NA NUMERACAO CONVENCIONADA
  WRITE(5,311)
  311 FORMAT(/,1X,'CARGAS NAS BARRAS',/,7X,'BARRA',8X,'CARGA')
  DO 312 I=1,NB
  312 Q(I)=0.
  IF(NBC)319,320,319
  319 DO 313 I=1,NBC
  READ(2,314)K,AUX1
  313 Q(K)=AUX1
  314 FORMAT(I10,F10.0)
  320 DO 315 I=1,NB
  315 WRITE(5,316)I,I,Q(I)
  316 FORMAT(/,9X,I2,9X,'Q(',I2,')=' ,F10.3)
C*4 MONTAGEM DO SISTEMA DE INEQUACOES
C MATRIZES A1(NRP,NST+2*NRP),B1(NRP)
C*A NUMERO MAXIMO DE ROTULAS POSSIVEIS
```

```

C*B   NMRP=3*(2*V*C-V)
      NUMERO DE ROTULAS POSSIVEIS NO PROBLEMA
C*C   NRP=2*(2*V*C-V)+NBC
      NUMERO DE RELACOES DE EQUILIBRIO
      NRE=V+V*C+NBC
C*D   VETOR DE CONTROLE DAS ROTULAS FECHADAS
      CT(1)=0
      IF(Q(1))401,402,401
401   CT(2)=0
      CT(3)=0
      GO TO 403
402   CT(2)=1
      CT(3)=1
403   DO 406 I=2,NB
      N1=3*I-2
      N2=3*I-1
      N3=3*I
      CT(N1)=CT(N1-1)
      IF(Q(I))404,405,404
404   CT(N2)=CT(N1)
      CT(N3)=CT(N2)
      GO TO 406
405   CT(N2)=CT(N1)+1
      CT(N3)=CT(N2)
406   CONTINUE
C*E   REORGANIZACAO DOS VETORES IS E IP P/ CORRESPONDEREM A ROTULAS
      DO 407 I=1,NB
      J=NB+1-I
      N1=3*J-2
      N2=3*J-1
      N3=3*J
      IS(N1)=IS(J)
      IS(N2)=IS(J)
      IS(N3)=IS(J)
      IP(N1)=IP(J)
      IP(N2)=IP(J)
      IP(N3)=IP(J)
407   CONTINUE
C*F   ZERAR AS MATRIZES AI E BI
```

```
NC=NST+2*NRP
DO 408 I=1,NRP
  B1(I)=0.
DO 408 J=1,NC
  408 A1(I,J)=0.
C*G MONTAGEM DO SISTEMA DE INEQUACOES
DO 411 I=1,NB
  N1=3*I-2
  N2=3*I-1
  N3=3*I
  N4=IS(N1)
  N5=IS(N2)
  N6=IS(N3)
  N7=N1-CT(N1)
  N8=N2-CT(N2)
  N9=N3-CT(N3)
  A1(N7,N4)=A1(N7,N4)+2*IP(N1)
  IF(CT(N1)-CT(N2))410,409,410
  409 A1(N8,N5)=A1(N8,N5)+2*IP(N2)
  410 A1(N9,N6)=A1(N9,N6)+2*IP(N3)
  411 CONTINUE
DO 412 I=1,NRP
  N1=NST+I
  N2=NST+NRP+I
  A1(I,N1)=-1.
  412 A1(I,N2)=-1.
C*5 MONTAGEM DO SISTEMA DE RELACOES DE EQUILIBRIO
C MATRIZES A2(NRE,NST+NRP),P2(NRE)
C*A ZERAR AS MATRIZES A2 F B2
ND=NST+NRP
DO 501 I=1,NRE
  B2(I)=0.
DO 501 J=1,ND
  501 A2(I,J)=0.
C*B EQUACOES DE EQUILIBRIO LATERAL
DO 506 I=1,V
  B2(I)=P(I)*H(I)
DO 502 J=1,C
  N1=(J-1)*V+I
```

```
502 B2(I)=B2(I)+Q(N1)*H(I)/2
    IF(V-I)505,505,503
503 N1=I+1
    DO 504 K=N1,V
    B2(I)=B2(I)+P(K)*H(I)
    DO 504 J=1,C
    N2=(J-1)*V+K
504 B2(I)=B2(I)+Q(N2)*H(I)
505 DO 506 J=1,C
    N1=(J-1)*V+I
    N2=3*N1-2
    N3=3*N1
    N4=N2-CT(N2)+NST
    N5=N3-CT(N3)+NST
    A2(I,N4)=1.
    A2(I,N5)=1.
    N4=IS(N2)
    N5=IS(N3)
    A2(I,N4)=A2(I,N4)-IP(N2)
    A2(I,N5)=A2(I,N5)-IP(N3)
506 EQUAC0ES DE EQUILIBRIO DE NO
    C*C
    K=V+1
    DO 513 I=1,V
    DO 513 J=1,C
    JE=C*V+(I-1)*(C-1)+J-1
    JD=JF+1
    JB=(J-1)*V+I
    JC=JB+1
    IF(J-1)507,508,507
507 N1=3*JE
    N2=N1-CT(N1)+NST
    N3=IS(N1)
    A2(K,N2)=1.
    A2(K,N3)=A2(K,N3)-IP(N1)
508 IF(J-C)509,510,509
509 N1=3*JD-2
    N2=N1-CT(N1)+NST
    N3=IS(N1)
    A2(K,N2)=1.
```

```

A2(K,N3)=A2(K,N3)-IP(N1)
510 IF(I-V)511,512,511
511 N1=3*JC-2
N2=N1-CT(N1)+NST
N3=IS(N1)
A2(K,N2)=1.
A2(K,N3)=A2(K,N3)-IP(H1)
512 N1=3*JB
N2=N1-CT(N1)+NST
N3=IS(N1)
A2(K,N2)=1.
A2(K,N3)=A2(K,N3)-IP(N1)
513 K=K+1
C*D EQUACOES DE EQUILIBRIO DE VIGA
K=V+V*C+1
DO 522 I=1,NB
IF(Q(I))514,522,514
514 IE=3*I-2
IM=3*I-1
ID=3*I
N1=IE-CT(IE)+NST
N2=IM-CT(IM)+NST
N3=ID-CT(ID)+NST
N4=IS(IE)
N5=IS(IM)
N6=IS(ID)
A2(K,N1)=1.
A2(K,N2)=2.
A2(K,N3)=-1
A2(K,N4)=A2(K,N4)-IP(IE)
A2(K,N5)=A2(K,N5)-2*IP(IM)
A2(K,N6)=A2(K,N6)+IP(ID)
IF(I-C*V)515,515,518
515 DO 516 J=1,C
IF(I-J*V)517,517,516
516 CONTINUE
517 H1=I-(J-1)*V
HL=H(N1)
GO TO 521
```

```
518 DO 519 J=1, V
    IF (I-C*V-J*(C-1)) 520, 520, 519
519 CONTINUE
520 N1=I-C*V-(J-1)*(C-1)
    HL=L(N1)
521 R2(K)=Q(I)*HL/2.
    K=K+1
522 CONTINUE
C*6  ELIMINACAO DE NRE INCOGNITAS UTILIZANDO AS RELACOES DE EQUILIBRIO
600 CL(I)=0
    CLA=0
    DO 614 I=1, NRE
610 N1=NST+I+CL(I)
    IF ((A2(I, N1)+PRECI)*(A2(I, N1)-PRECI)) 601, 601, 610
601 IF (I-NRE) 621, 605, 621
621 N2=I+1
    N3=0
    DO 602 J=N2, NRE
    IF ((A2(J, N1)+PRECI)*(A2(J, N1)-PRECI)) 602, 602, 603
602 CONTINUE
    GO TO 604
603 N3=1
604 IF (N3-1) 605, 607, 605
605 DO 606 K=I, NRE
606 CL(K)=CL(K)+1
    COTO 619
607 DO 608 K=1, ND
608 U(K)=A2(I, K)
    DO 609 K=1, ND
    A2(I, K)=A2(J, K)
609 A2(J, K)=U(K)
    UB=B2(I)
    B2(I)=B2(J)
    B2(J)=UB
610 AUX1=A2(I, N1)
    DO 611 K=1, ND
611 A2(I, K)=A2(I, K)/AUX1
    B2(I)=B2(I)/AUX1
```



```

DO 614 J=1,NRE
IF(J-I)612,614,612
612 AUX2=A2(J,N1)
IF((AUX2+PRECI)*(AUX2-PRECI))614,614,620
620 DO 613 K=1,ND
613 A2(J,K)=A2(J,K)-AUX2*A2(I,K)
B2(J)=B2(J)-AUX2*B2(I)
614 CONTINUE
DO 615 I=1,NRE
N1=I+CL(I)
B1(N1)=B1(N1)+B2(I)
DO 615 J=1,ND
615 A1(N1,J)=A1(N1,J)+A2(I,J)
DO 618 I=1,NRP
IF(B1(I)X16,618,618
616 B1(I)=-B1(I)
DO 617 J=1,NC
617 A1(I,J)=-A1(I,J)
618 CONTINUE
C*7 CONDENSACAO DA MATRIZ A1
C DE A1(NRP,NST+2*NRP) PARA A1(NRP,NST+2*NRP-NRE)
N1=NST
DO 703 J=2,NRE
IF(CL(J)-CL(J-1))701,703,701
701 N3=CL(J)-CL(J-1)
DO 702 K=1,N3
N2=NST+J+CL(J)+K-1-N3
N1=N1+1
DO 702 I=1,NRP
702 A1(I,N1)=A1(I,N2)
703 CONTINUE
N1=2*NRP-NRE-CL(NRE)
N2=NST+NRE+CL(NRE)
N3=NST+CL(NRE)
DO 704 J=1,N1
N2=N2+1
N3=N3+1
DO 704 I=1,NRP
704 A1(I,N3)=A1(I,N2)

```

```
C*8 FUNCAO OBJETIVO
C*A ZERAR
    DO 801 I=1,NC
    FR(I)=0.
    FRB=0.
    IF(COD1-1)806,802,806
    DO 803 J=1,C
    DO 803 I=1,V
    N1=(J-1)*V+I
    N2=3*N1
    N3=IS(N2)
    803 FR(N3)=FR(N3)+IP(N2)*H(I)
    N1=C-1
    DO 804 J=1,N1
    DO 804 I=1,V
    N2=C*V+(I-1)*(C-1)+J
    N3=3*N2
    N4=IS(N3)
    804 FR(N4)=FR(N4)+IP(N3)*L(J)
    DO 805 I=1,NC
    805 FR(I)=-FR(I)
    GOTO 901
    806 FR(1)=-1.
C*9 SOLUCAO DO SISTEMA DE INEQUACOES
    901 M=NRP
    N=NST+2*NRP-NRE
    CALL SIMP(M,N,A1,B1,FR,FRB,X,PRECI)
C*10 MONTAGEM E IMPRESSAO DOS RESULTADOS
C*A REORGANIZACAO DO VETOR X EM FUNCAO DO ITEM 7
    N1=2*NRP-NRE-CL(NRE)
    N2=NC-NRE+1
    N3=NC+1
    DO 1001 J=1,N1
    N2=N2-1
    N3=N3-1
    1001 X(N3)=X(N2)
    N1=NST+CL(NRE)
    DO 1034 J=1,NRE
    I=NRE+1-J
```

```
IF(I-1)1002,1034,1002
1002 IF(CL(I)-CL(I-1))1033,1034,1033
1033 N3=CL(I)-CL(I-1)
DO 1038 K=1,N3
N2=NST+I+CL(I)-K
X(N2)=X(N1)
N1=N1-1
1038 CONTINUE
1034 CONTINUE
DO 1035 I=1,NRE
N1=NST+I+CL(I)
1035 X(N1)=0.
C*B CALCULO DOS NRP ELEMENTOS ELIMINADOS PELAS CONDICÕES DE EQUILIBRIO
DO 1036 I=1,NRE
N1=NST+I+CL(I)
X(N1)=B2(I)
DO 1036 J=1,ND
IF(J-N1)1037,1036,1037
1037 X(N1)=X(N1)-A2(I,J)*X(J)
1036 CONTINUE
C*C VETOR MP DOS MOMENTOS DE PLASTIFICACAO EM CADA BARRA
DO 1005 I=1,NR
N1=3*I
N2=IS(N1)
1005 MP(I)=IP(N1)*X(N2)
C*D VETOR MR DOS MOMENTOS NAS ROTULAS
DO 1008 I=1,NB
N1=3*I-2
N2=3*I-1
N3=3*I
N4=NST+N1-CT(N1)
N5=NST+N2-CT(N2)
N6=NST+N3-CT(N3)
MR(N1)=X(N4)-MP(I)
MR(N3)=X(N6)-MP(I)
IF(Q(I))1006,1007,1006
1006 MR(N2)=X(N5)-MP(I)
GOTO 1008
1007 MR(N2)=(MR(N3)-MR(N1))/2
```

```
1008 CONTINUE
C*E  IMPRESSAO DOS RESULTADOS
      WRITE(5,1009)
1009  FORMAT(/,1X,'RESULTADOS DO PROBLEMA')
C    PROJETO DE PESO MINIMO
      IF(COD1-1)1017,1010,1017
1010  WRITE(5,1011)
1011  FORMAT(/,1X,'O PROJETO DA ESTRUTURA COM PESO MINIMO CORRESPONDE A
      1',/,7X,'BARRA',8X,'MOM.DE PLASTIFICACAO')
      DO 1012 I=1,NB
1012  WRITE(5,1013)I,I,MP(I)
1013  FORMAT(/,8X,I2,I2,10X,'MP(',I2,')=',F10.3)
      WRITE(5,1014)
1014  FORMAT(/,1X,'A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E',/,7X,'BARR
      1A',7X,'M1',8X,'M2',8X,'M3')
      DO 1015 I=1,NB
        N1=3*I-2
        N2=3*I-1
        N3=3*I
1015  WRITE(5,1016)I,MR(N1),MR(N2),MR(N3)
1016  FORMAT(/,9X,I2,I2,4X,3F10.3)
      GOTO 1031
C    CALCULO DE UM FATOR PARA DEFINIR MP
1017  IF(COD1-2)1025,1018,1025
1018  WRITE(5,1019)
1019  FORMAT(/,1X,'AO CARREGAMENTO DADO CORRESPONDEM OS MOMENTOS DE PLA
      1STIFICACAO',/,7X,'BARRA',8X,'MOM.DE PLASTIFICACAO')
      DO 1020 I=1,NB
1020  WRITE(5,1021)I,I,MP(I)
1021  FORMAT(/,8X,I2,I2,10X,'MP(',I2,')=',F10.3)
      WRITE(5,1022)
1022  FORMAT(/,1X,'A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E',/,7X,'BARR
      1A',7X,'M1',8X,'M2',8X,'M3')
      DO 1023 I=1,NB
        N1=3*I-2
        N2=3*I-1
        N3=3*I
1023  WRITE(5,1024)I,MR(N1),MR(N2),MR(N3)
1024  FORMAT(/,9X,I2,I2,4X,3F10.3)
```

```
C          GOTO 1031
C          CALCULO DE UM FATOR PARA DEFINIR O CARREGAMENTO
1025 WRITE(5,1026)
1026 FORMAT(/,1X,'A ESTRUTURA DADA SUPORTA UM CARREGAMENTO=W VEZES O C
      1ARREGAMENTO DADO')
      W=1./X(1)
      WRITE(5,1028)W
1028 FORMAT(/,1X,'W=',F11.4)
      WRITE(5,1029)
1029 FORNAT(/,1X,'A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E',/,7X,'BARR
      1A',7X,'M1',8X,'M2',8X,'M3')
      DO 1030 I=1,NB
      N1=3*I-2
      N2=3*I-1
      N3=3*I
      MR(N1)=MR(N1)*W
      MR(N2)=MR(N2)*W
      MR(N3)=MR(N3)*W
1030 WRITE(5,1032)I,MR(N1),MR(N2),MR(N3)
1032 FORMAT(/,9X,I2,4X,3F10.3)
1031 CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON      O  VARIABLES      13304  PROGRAM      5648

END OF COMPILATION

// XEQ
```

7. UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

7.1. ENTRADA DE DADOS

- a) Tipo de problema a ser resolvido
Ler COD1 1 cartão
- b) Número de vigas e de colunas
Ler V, C 1 cartão
- c) Altura dos andares, de baixo para cima
Ler I, H(I) V cartões
- d) Largura dos painéis, da esquerda para a direita
Ler I, L(I) C-1 cartões
Se COD1 = 1:
- e) Tipo de projeto de peso mínimo
Ler COD2 1 cartão
Se COD1 = 1; COD2 = 4
- f) Número de parâmetros para os momentos de plastificação
Ler NST 1 cartão
Se COD1 = 1, COD2 = 4
- g) Proporcionalidade entre as barras
Ler I, IS(I), IP(I) NB cartões
Se COD1 = 2
- h) Proporcionalidade entre as barras
Ler I, IP(I) NB cartões
Se COD1 = 3
- i) Momentos de plastificação das barras
Ler I, MP(I) NB cartões
- j) Número de nós e de barras carregadas
Ler NNC, NBC 1 cartão
- k) Cargas nos nós, sequência de baixo para cima
Ler I, P(I) NNC cartões

ℓ) Cargas nas barras

Ler I, Q(I)

..... NBC cartões

Observação: Todos os números inteiros são lidos em formato I10 e todos os reais em formato F10.0.

7.2. EXEMPLO 1 (NEAL³)

7.2.1. ENUNCIADO

Determinar os momentos de plastificação e a distribuição de momentos na estrutura da Fig. 7.1 .

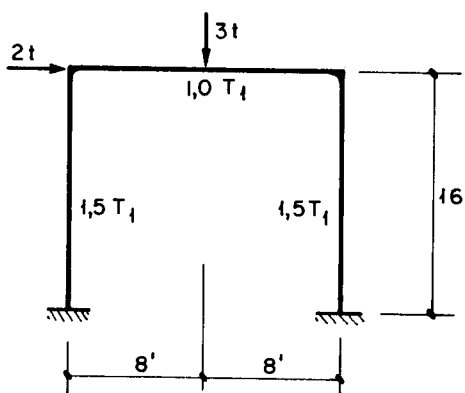


FIG. 7.1

7.2.2. CARTÕES DE ENTRADA

	10	20	30	40	50	60	70	80
(a)	2							
(b)	1	2						
(c)	1	16.						
(d)	1	16.						
(h)	1	1.5						
(h)	1	1.5						
(h)	1	1.0						
(j)	1	1						
(k)	1	2.0						
(ℓ)	3	3.0						

7.2.3. RESULTADOS DO PROGRAMA

CALCULO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO PLASTICO

DADO UM CARREGAMENTO E A PROPORCIONALIDADE ENTRE OS MP DETERMINAR O VALOR DOS MP

DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA

NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS= 1

NUMERO DE COLUNAS VERTICAIS= 2

ALTURA DOS ANDARES, DE BAIXO PARA CIMA

H(1)= 16.000

LARGURA DOS PAINELIS, DA ESQUERDA PARA A DIREITA

L(1)= 16.000

MOMENTO DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS

MP(1)= 1.500 T(1)

MP(2)= 1.500 T(1)

MP(3)= 1.000 T(1)

DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO

NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS= 1

NUMERO DE BARRAS CARREGADAS= 1

CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA

NO	CARGA
1	P(1)= 2.000

CARGAS NAS BARRAS

BARRA	CARGA
1	Q(1)= 0.000
2	Q(2)= 0.000
3	Q(3)= 3.000

RESULTADOS DO PROBLEMA

AO CARREGAMENTO DADO CORRESPONDEM OS MOMENTOS DE PLASTIFICACAO

BARRA	MOM.DE PLASTIFICACAO
1	MP (1) = 12.000
2	MP (2) = 12.000
3	MP (3) = 8.000

A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E

BARRA	M1	M2	M3
1	11.999	-6.000	-0.000
2	12.000	-2.000	7.999
3	0.000	7.999	-8.000

7.2.4. DIAGRAMAS

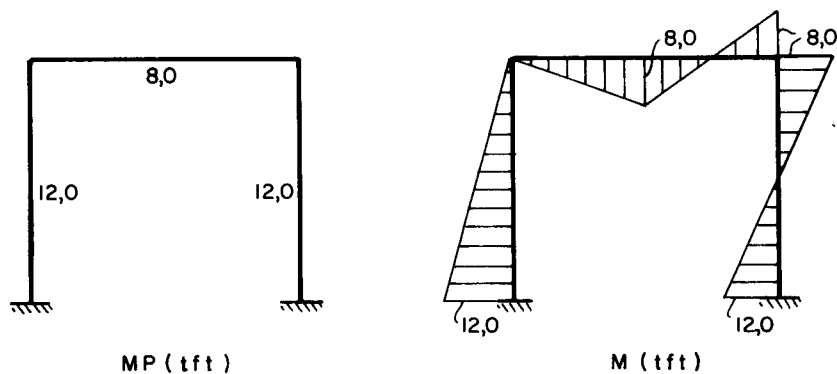


FIG. 7.2

7.3. EXEMPLO 2 (LANGENDONCK⁷)

7.3.1. ENUNCIADO

Determinar o valor do parâmetro w e a distribuição de momentos na estrutura da Fig. 7.3 :

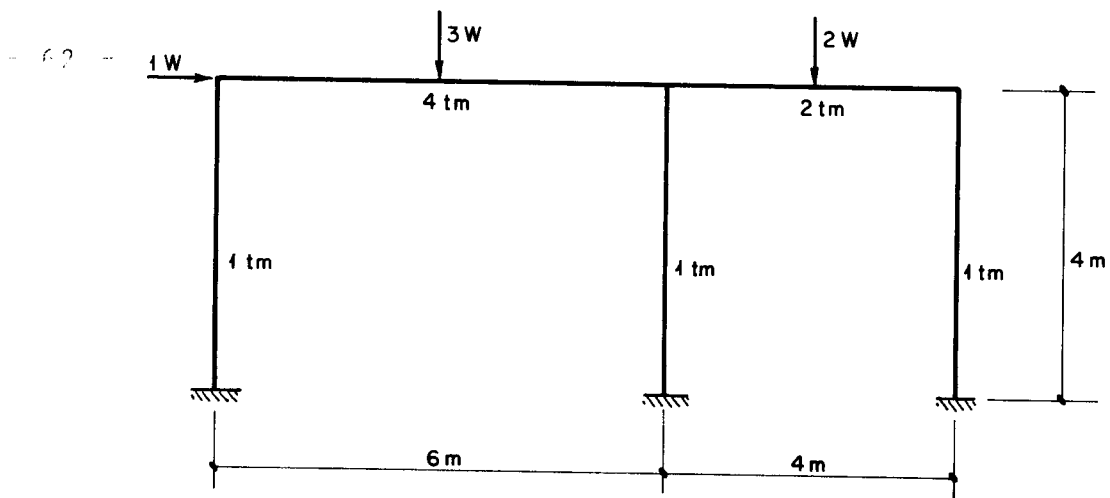


FIG. 7.3

7.3.2. CARTÕES DE ENTRADA

	10	20	30	40	50	60	70	80
(a)	3							
(b)	1	3						
(c)	1	4.						
(d)	1	6.						
(d)	2	4.						
(i)	1	1.						
(i)	2	1.						
(i)	3	1.						
(i)	4	4.						
(i)	5	2.						
(j)	1	2.						
(k)	1	1.						
(l)	4	3.						
(l)	5	4.						

7.3.3. RESULTADOS DO PROGRAMA

DEFINIDA A ESTRUTURA COM OS SEUS MP E A PROPORCIONALIDADE ENTRE AS CARGAS DETERMINAR O VALOR DO PARAMETRO W QUE DEFINE O CARREGAMENTO

DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA

NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS= 1

NUMERO DE COLUNAS VERTICAIS= 3

ALTURA DOS ANDARES, DE BAIXO PARA CIMA

H(1)= 4.000

LARGURA DOS PAINELIS, DA ESQUERDA PARA A DIREITA

L(1)= 6.000

L(2)= 4.000

MOMENTOS DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS

MP(1)= 1.000

MP(2)= 1.000

MP(3)= 1.000

MP(4)= 4.000

MP(5)= 2.000

DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO

NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS= 1

NUMERO DE BARRAS CARREGADAS= 2

CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA

NO	CARGA
1	P(1)= 1.000

CARGAS NAS BARRAS

BARRA	CARGA
1	Q(1)= 0.000
2	Q(2)= 0.000
3	Q(3)= 0.000

4	$Q(4) =$	3.000
5	$Q(5) =$	2.000

RESULTADOS DO PROBLEMA

A ESTRUTURA DADA SUPORTA UM CARREGAMENTO=W VEZES O CARREGAMENTO DADO

$W = 1.2307$

A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E

BARRA	M1	M2	M3
1	1.000	-0.538	-0.076
2	0.999	-0.000	0.999
3	0.999	-0.000	0.999
4	0.076	3.999	-2.999
5	2.000	0.961	-0.999

7.3.4. DIAGRAMA

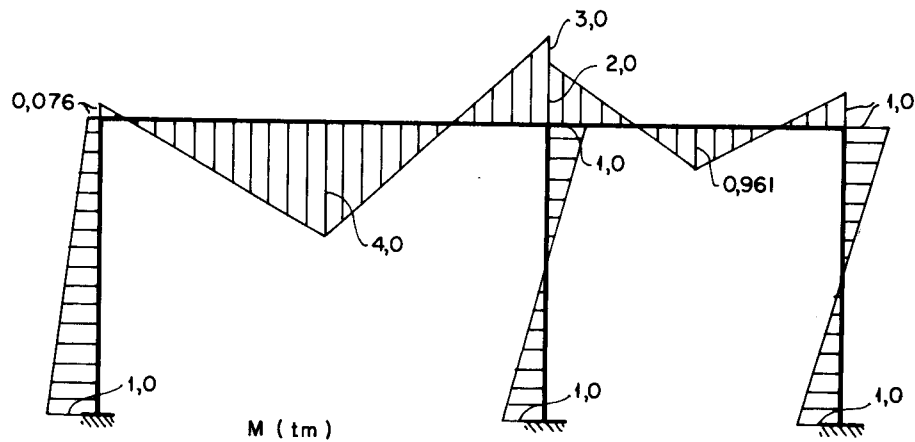


FIG. 7. 4

7.4. ENUNCIADO

7.4.1. ENUNCIADO

Determinar o valor dos momentos de plastificação que conduzam a um peso mínimo para a estrutura da Fig. 7.5

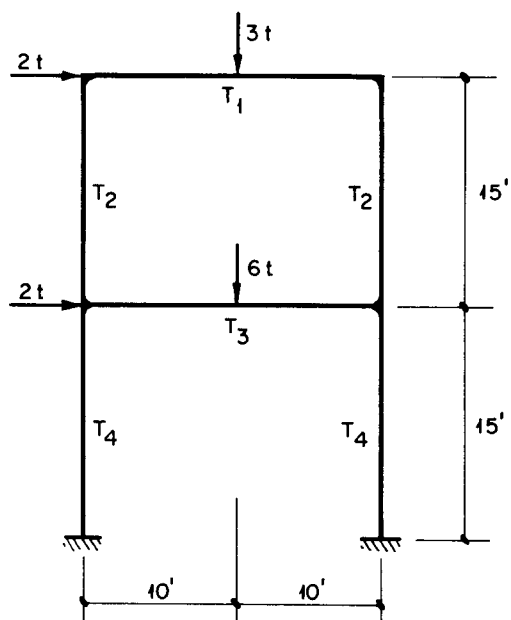


FIG. 7.5

7.4.2. CARTÕES DE ENTRADA

	10	20	30	40	50	60	70	80
(a)	1							
(b)	2	2						
(c)	1	15.						
(c)	2	15.						
(d)	1	20.						
(e)	4							
(f)	4							
(g)	1	4	1.					
(g)	2	2	1.					
(g)	3	4	1.					
(g)	4	2	1.					
(g)	5	3	1.					
(g)	6	1	1.					
(j)	2	2						
(k)	1	2.						
(k)	1	2.						

	10	20	30	40	50	60	70	80
(L)	5	6.						
(L)	6	3.						

7.4.3. RESULTADOS DO PROGRAMA

CALCULO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO PLASTICO

PROJETO DE PORTICOS COM MINIMO PESO , COM CARREGAMENTO DADO

DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA

NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS= 2

NUMERO DE COLUNAS VERTICAIS= 2

ALTURA DOS ANDARES, DE BAIXO PARA CIMA

H(1)= 15.000

H(2)= 15.000

LARGURA DOS PAINELIS, DA ESQUERDA PARA A DIREITA

L(1)= 20.000

MOMENTOS DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS

MP(1)= 1.000 T(4)

MP(2)= 1.000 T(2)

MP(3)= 1.000 T(4)

MP(4)= 1.000 T(2)

MP(5)= 1.000 T(3)

MP(6)= 1.000 T(1)

DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO

NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS= 2

NUMERO DE BARRAS CARREGADAS= 2

CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA

NO	CARGA
1	P(1)= 2.000
2	P(2)= 2.000

CARGAS NAS BARRAS

BARRA	CARGA
1	Q(1)= 0.000
2	Q(2)= 0.000
3	Q(3)= 0.000
4	Q(4)= 0.000
5	Q(5)= 6.000
6	Q(6)= 3.000

RESULTADOS DO PROBLEMA

O PROJETO DA ESTRUTURA COM PESO MINIMO CORRESPONDE A

BARRA	MOM.DE PLASTIFICACAO
1	MP(1)= 16.666
2	MP(2)= 10.000
3	MP(3)= 16.666
4	MP(4)= 10.000
5	MP(5)= 26.666
6	MP(6)= 10.000

A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E

BARRA	M1	M2	M3
1	16.666	-3.333	10.000
2	10.000	-5.000	-0.000
3	16.666	-0.000	16.666
4	10.000	0.000	10.000
5	-19.999	26.666	-26.666
6	0.000	9.999	-10.000

7.5.2. CARTÕES DE ENTRADA

	10	20	30	40	50	60	70	80
(a)	1							
(b)	6	2						
(c)	1	3.						
(c)	2	3.						
(c)	3	3.						
(c)	4	3.						
(c)	5	3.						
(c)	6	3.						
(d)	1	10.						
(e)	4							
(f)	12							
(g)	1	1	1.					
(g)	2	3	1.					
(g)	3	5	1.					
(g)	4	7	1.					
(g)	5	9	1.					
(g)	6	11	1.					
(g)	7	1	1.					
(g)	8	3	1.					
(g)	9	5	1.					
(g)	10	7	1.					
(g)	11	9	1.					
(g)	12	11	1.					
(g)	13	2	1.					
(g)	14	4	1.					
(g)	15	6	1.					
(g)	16	8	1.					
(g)	17	10	1.					
(g)	18	12	1.					
(j)	6	6						

	10	20	30	40	50	60	70	80
(k)	1	1.						
(k)	2	1.						
(k)	3	1.						
(k)	4	1.						
(k)	5	1.						
(k)	6	0.5						
(l)	13	3.						
(l)	14	3.						
(l)	15	3.						
(l)	16	3.						
(l)	17	3.						
(l)	18	1.5						

7.5.3. RESULTADOS DO PROGRAMA

CALCULO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO PLASTICO

PROJETO DE PORTICOS COM MINIMO PESO , COM CARREGAMENTO DADO
DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA

NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS= 6

NUMERO DE COLUNAS VERTICAIS= 2

ALTURA DOS ANDARES, DE BAIXO PARA CIMA

H(1)= 3.000

H(2)= 3.000

H(3)= 3.000

H(4)= 3.000

H(5)= 3.000

H(6)= 3.000

LARGURA DOS PAINELIS, DA ESQUERDA PARA A DIREITA

L(1)= 10.000

MOMENTOS DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS

MP(1) = 1.000 T(1)

MP(2) = 1.000 T(3)

MP(3) = 1.000 T(5)

MP(4) = 1.000 T(7)

MP(5) = 1.000 T(9)

MP(6) = 1.000 T(11)

MP(7) = 1.000 T(1)

MP(8) = 1.000 T(3)

MP(9) = 1.000 T(5)

MP(10) = 1.000 T(7)

MP(11) = 1.000 T(9)

MP(12) = 1.000 T(11)

MP(13) = 1.000 T(2)

MP(14) = 1.000 T(4)

MP(15) = 1.000 T(6)

MP(16) = 1.000 T(8)

MP(17) = 1.000 T(10)

MP(18) = 1.000 T(12)

DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO

NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS = 6

NUMERO DE BARRAS CARREGADAS = 6

CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA

NO	CARGA
1	P(1) = 1.000
2	P(2) = 1.000
3	P(3) = 1.000
4	P(4) = 1.000
5	P(5) = 1.000
6	P(6) = 0.500

CARGAS NAS BARRAS

BARRA	CARGA
1	Q(1)= 0.000
2	Q(2)= 0.000
3	Q(3)= 0.000
4	Q(4)= 0.000
5	Q(5)= 0.000
6	Q(6)= 0.000
7	Q(7)= 0.000
8	Q(8)= 0.000
9	Q(9)= 0.000
10	Q(10)= 0.000
11	Q(11)= 0.000
12	Q(12)= 0.000
13	Q(13)= 3.000
14	Q(14)= 3.000
15	Q(15)= 3.000
16	Q(16)= 3.000
17	Q(17)= 3.000
18	Q(18)= 1.500

RESULTADOS DO PROBLEMA

O PROJETO DA ESTRUTURA COM PESO MINIMO CORRESPONDE

BARRA	MOM.DE PLASTIFICACAO
1	MP(1)= 4.124
2	MP(2)= 3.374
3	MP(3)= 3.124
4	MP(4)= 2.708
5	MP(5)= 2.885
6	MP(6)= 1.874
7	MP(7)= 4.124
8	MP(8)= 3.374

9	MP (9) =	3.124
10	MP (10) =	2.708
11	MP (11) =	2.885
12	MP (12) =	1.874
13	MP (13) =	7.499
14	MP (14) =	6.499
15	MP (15) =	5.833
16	MP (16) =	5.593
17	MP (17) =	4.760
18	MP (18) =	1.875

A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E

BARRA	M1	M2	M3
1	4.125	-0.000	4.124
2	3.375	-0.000	3.374
3	1.125	0.999	3.124
4	-0.624	1.666	2.708
5	-0.927	0.291	-0.343
6	-0.374	-0.750	-1.875
7	4.124	-0.000	4.124
8	3.374	-0.000	3.374
9	3.124	0.000	3.124
10	2.708	-0.000	2.708
11	2.885	0.000	2.885
12	1.874	0.000	1.875
13	-7.499	7.499	-7.499
14	-4.499	6.499	-6.499
15	-2.499	5.833	-5.833
16	-1.781	5.593	-5.593
17	0.718	4.760	-4.760
18	1.875	1.874	-1.875

7.5.4. DIAGRAMAS

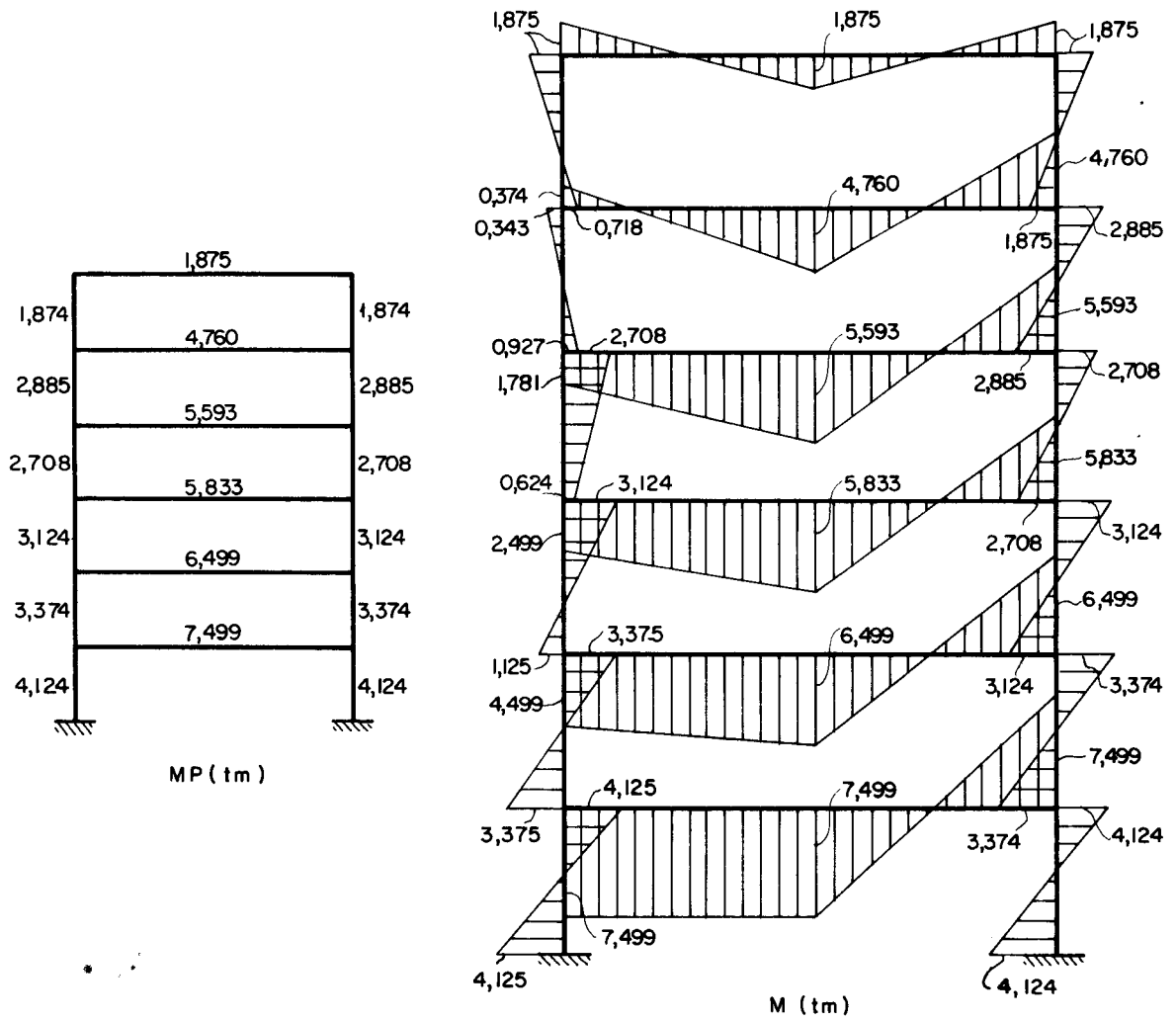


FIG. 7.8

7.6. EXEMPLO 5

7.6.1. ENUNCIADO

Determinar o valor máximo do parâmetro W e a distribuição de momentos na estrutura da Fig. 7.9 onde os números anotados junto às barras correspondem aos seus momentos de plastificação em t.m.

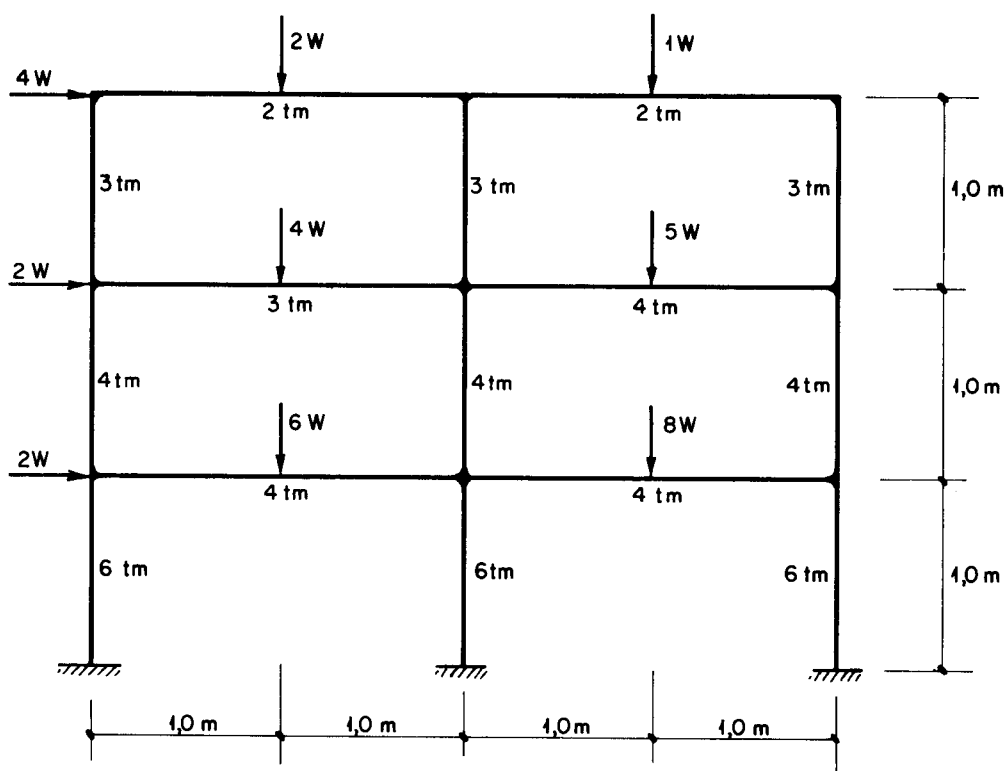


FIG. 7.9

7.6.2. CARTÕES DE ENTRADA

	10	20	30	40	50	60	70	80
(a)	3							
(b)	3	3						
(c)	1	1.						
(c)	2	1.						
(c)	3	1.						
(d)	1	2.						
(d)	2	2.						
(i)	1	6.						
(i)	2	4.						
(i)	3	3.						
(i)	4	6.						
(i)	5	4.						
(i)	6	3.						

	10	20	30	40	50	60	70	80
(i)	7	6.						
(i)	8	4.						
(i)	9	3.						
(i)	10	4.						
(i)	11	4.						
(i)	12	3.						
(i)	13	4.						
(i)	14	2.						
(i)	15	2.						
(j)	3	6						
(k)	1	2.						
(k)	2	2.						
(k)	3	4.						
(l)	10	6.						
(l)	11	8.						
(l)	12	4.						
(l)	13	5.						
(l)	14	2.						
(l)	15	1.						

7.6.3. RESULTADOS DO PROGRAMA

CALCULO DE PORTICOS RETANGULARES EM REGIME ELASTO PLASTICO

DEFINIDA A ESTRUTURA COM OS SEUS MP E A PROPORCIONALIDADE ENTRE AS CARGAS DETERMINAR O VALOR DO PARAMETRO W QUE DEFINE O CARREGAMENTO

DADOS RELATIVOS A ESTRUTURA

NUMERO DE VIGAS HORIZONTAIS= 3

NUMERO DE COLUNAS VERTICAIS= 3

ALTURA DOS ANDARES, DE BAIXO PARA CIMA

H(1) = 1.000

H(2) = 1.000

H(3) = 1.000

LARGURA DAS BAIAS, DA ESQUERDA PARA A DIREITA

L(1) = 2.000

L(2) = 2.000

MOMENTOS DE PLASTIFICACAO DAS BARRAS

MP(1) = 6.000

MP(2) = 4.000

MP(3) = 3.000

MP(4) = 6.000

MP(5) = 4.000

MP(6) = 3.000

MP(7) = 6.000

MP(8) = 4.000

MP(9) = 3.000

MP(10) = 4.000

MP(11) = 4.000

MP(12) = 3.000

MP(13) = 4.000

MP(14) = 2.000

MP(15) = 2.000

DADOS RELATIVOS AO CARREGAMENTO

NUMERO DE NOS DA ESQUERDA CARREGADOS = 3

NUMERO DE BARRAS CARREGADAS = 6

CARGAS NOS NOS DA ESQUERDA

NO	CARGA
1	P(1) = 2.000
2	P(2) = 2.000
3	P(3) = 4.000

CARGAS NAS BARRAS

BARRA	CARGA
1	Q(1) = 0.000
2	Q(2) = 0.000
3	Q(3) = 0.000
4	Q(4) = 0.000
5	Q(5) = 0.000
6	Q(6) = 0.000
7	Q(7) = 0.000
8	Q(8) = 0.000
9	Q(9) = 0.000
10	Q(10) = 6.000
11	Q(11) = 8.000
12	Q(12) = 4.000
13	Q(13) = 5.000
14	Q(14) = 2.000
15	Q(15) = 1.000

RESULTADOS DO PROBLEMA

A ESTRUTURA DADA SUPORTA UM CARREGAMENTO=W VEZES O CARREGAMENTO DADO

W= 2.0000

A DISTRIBUICAO DE MOMENTOS NAS BARRAS E

BARRA	M1	M2	M3
1	6.000	-5.000	-4.000
2	4.000	-1.500	1.000
3	-0.000	1.000	1.999
4	6.000	-1.999	2.000
5	-2.000	3.000	3.999
6	-1.999	2.499	2.999
7	6.000	-3.000	-0.000

8	4.000	-1.500	0.999
9	3.000	-0.500	1.999
10	0.000	4.000	-3.999
11	4.000	4.000	-3.999
12	-0.999	3.000	-2.999
13	0.999	2.500	-3.999
14	-1.999	1.999	-1.999
15	-0.999	0.500	-1.999

7.6.4. DIAGRAMAS

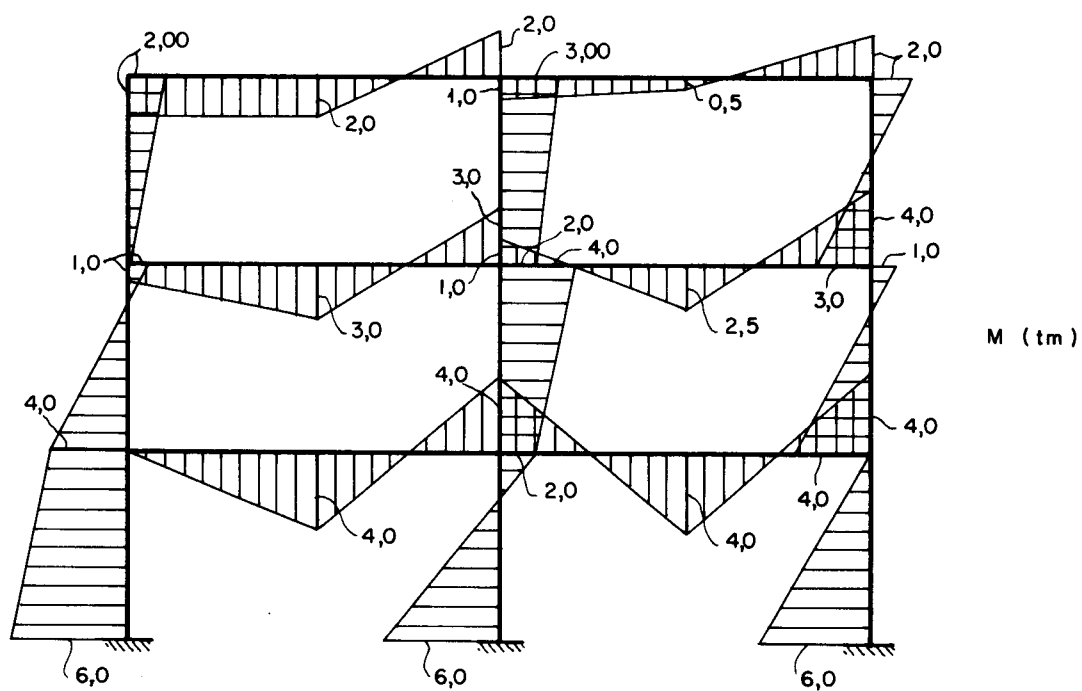


FIG. 7. 10

8. CONCLUSÕES

A resolução dos problemas propostos, na forma apresentada, se revelou bastante satisfatória, principalmente no que toca ao projetos de mínimo peso, cujo desenvolvimento por outros processos é um tanto enfadonho.

É interessante ressaltar que o problema de cargas uniformemente distribuídas ao longo das barras pode ser tratado com boa aproximação utilizando este programa, desde que se substitua essas cargas por outras equivalentes concentradas no centro das barras - (HEYMAN⁶).

Os três primeiros exemplos apresentados no capítulo 7, resolvidos por outros processos na bibliografia citada, apresentaram resultados absolutamente idênticos aos obtidos pelos autores correspondentes. O resultado do quinto exemplo é de verificação muito simples, bastando para tanto constatar que a distribuição de momentos permite o equilíbrio, que os momentos em nenhum ponto ultrapassam os momentos de plastificação e que se formaram rótulas plásticas em número suficiente para transformar a estrutura num mecanismo.

Quanto às limitações de aplicação deste programa, o que se pode dizer é que, devido ao elevado número de variáveis e de equações envolvidas existem severas limitações quanto ao tamanho da estrutura a ser analisada ou projetada, em função da capacidade de memória do computador disponível, no caso o IBM-1130, configuração 32K. Assim, só para argumentar considere-se o caso do projeto de peso mínimo do pórtico do exemplo 4, item 7.5, com 6 vigas e 2 pilares, com 6 barras carregadas e 12 parâmetros para os momentos de plastificação nas barras. O número de barras é 18 e o número de variáveis envolvidas é de 138, sendo $t = 12$ parâmetros T_j para os momentos de plastificação, 42 variáveis Z_j , 42 variáveis de folga Y_j e 42 variáveis artificiais G_j . O sistema de relações de equilíbrio

será formado por $e = 24$ equações, em função das 54 variáveis T_j e Z_j . O sistema originado das inequações se constitui de 42 equações em função de $138 - 24 = 114$ variáveis, isto devido à eliminação de variáveis definida no item 4.4. Com isso então vemos que, apenas considerados os coeficientes desses dois sistemas de equações, tem-se a necessidade de armazenar, respectivamente, 1296 e 4788 coeficientes o que já ocupa 12168 posições de memória.

Entretanto essas limitações não são assim tão drásticas já que também as hipóteses assumidas têm validade restrita a estruturas relativamente pequenas, isto é, se o pórtico aumentar muito em altura os efeitos do esforço normal passam a ser consideráveis não se podendo desprezá-los e também passar-se-á a ter diferenças muito grandes entre as seções requeridas nas diversas alturas do pórtico e nessas condições deixa de ser razoável a hipótese de linearidade da função que relaciona o momento de plastificação total da barra com o seu correspondente peso por unidade de comprimento.

9. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

1. GIRÃO, S.E., & ELLENRIEDER, A.R.v. - "Programação Linear"
Rio de Janeiro, G.B., Almeida Neves - Editores, Ltda., 1971.
2. HADLEY, G. - "Linear Programming", Addison - Wesley Publishing Company, 1962.
3. NEAL, B.G. - "Plastic Methods of Structural Analysis", Chapman & Hall Ltd.
4. NEAL, B.G. - op.cit.(3), pp. 236 - 237.
5. BAKER, J., & HEYMAN, J. - "Plastic Design of Frames 1", University Printing House, Cambridge, 1969.
6. HEYMAN, J. - "Plastic Design of Frames 2", University Printing House, Cambridge, 1971.
7. LANGENDONCK, T.v. - "Inequações Lineares e sua aplicação à Programação Linear e ao cálculo de estruturas hiperestáticas pelo Método das Rótulas Plásticas", ABCP, São Paulo, 1959.
8. PACITTI, T. - "Fortran-Monitor", Livro Técnico, 1968.