

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

TORÇÃO EM VIGAS DE CONCRETO

ENG.º GILSON B. FERNANDES

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador:
Dr. ILIO MONTANARI

Comissão Examinadora
Dr. ILIO MONTANARI
Dr. LAURO M. DOS SANTOS
Dr. LAFANEL PETRONI

DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

SETEMBRO DE 1972

Class. TESE

DEA
Cutt. 23001

Tombo 285/93-SET

ÍNDICE:

Agradecimentos	I
Abstract	II
Resumo	III
Notação	IV
1 - Introdução	1
2 - Vigas de Concreto Simples	3
2.1 - Generalidades	3
2.2 - Comportamento à torção pura	3
2.3 - Estudo analítico	
2.3.a - Teoria elástica	7
2.3.b - Teoria plástica	11
2.3.c - Microfissuras	13
2.3.d - Aproximação de Mukherjee e Kemp	14
2.3.e - Teoria de ruptura por flexão oblíqua	14
2.3.f - Estudo estatístico	19
2.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais	20
2.5 - Conclusões	38
3 - Armaduras	39
4 - Vigas de Concreto só com Armadura Longitudinal	41
4.1 - Generalidades	41
4.2 - Comportamento à torção pura	41
4.3 - Estudo analítico	44
4.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais	45
4.5 - Conclusões	70

5 - Vigas de Concreto com Armaduras	
Longitudinal e Transversal	71
5.1 - Generalidades	71
5.2 - Comportamento à torção pura	73
5.3 - Estudo analítico	
5.3.a - Teoria de Rausch	81
5.3.b - Teoria de Cowan	83
5.3.c - Teoria generalizada da treliça	85
5.3.d - Teoria de torção pelo equilíbrio na ruptura	88
5.3.e - Teoria de ruptura por flexão oblíqua	91
5.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais	96
5.5 - Conclusões	133
6 - Programa de Ensaios	135
7 - Aparelho para Ensaios de Torção em Vigas de Concreto	137
7.1 - Características principais	137
7.2 - Descrição do equipamento	137
7.2.a - Unidade móvel	138
7.2.b - Unidade fixa	138
7.2.c - Coluna de carga	141
7.2.d - Montagem do equipamento	141
7.3 - Utilização do equipamento	142
8 - Referências Bibliográficas	147

AGRADECIMENTOS:

O autor agradece ao Dr. Ilio Montanari, da Escola de Engenharia de São Carlos, U.S.P., a orientação que recebeu durante a realização deste trabalho, introduzindo e incentivando o autor no estudo da torção em vigas de concreto. Agradece também aos professores Dr. Michael P. Collins, da Universidade de Toronto, Dr. Emory L. Kemp, da Universidade de West Virginia, Dr. Thomas T. C. Hsu, da Universidade de Miami e Dr. Hans Gesund, da Universidade de Kentucky, pela contribuição dada na forma de várias publicações recebidas e que serviram de referências para este estudo.

Agradece também à UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas) o auxílio recebido para a construção do aparelho de ensaios de torção; à F.E.L. (Faculdade de Engenharia da Limeira - UNICAMP) pelo apoio recebido para a publicação deste trabalho e à CAPES (Coordenação do Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio recebido.

Expressa ainda seu agradecimento à sra. Nilva G. M. Ventura pelo caprichoso trabalho de datilografia e ao sr. José Carlos Terezani pela cuidadosa execução dos desenhos.

ABSTRACT

The strength of concrete beams subjected to pure torsion is not well explained yet by the known theories. However, the results of the large number of tests already developed may be studied and compared with those predicted by the proposed theories, providing estimates of their applicability and reliability.

Among the theories proposed to explain the behavior and to predict the strength of plain and reinforced concrete rectangular beams, those of more interest and providing, according to the literature, more reliable results while compared with experiments are discussed herein.

The results obtained in tests by many investigators are compared with those predicted by some theories in an effort to indicate that more adequate and reliable for predicting the strength of such members.

A program is presented for future research on pure torsion of rectangular concrete beams with longitudinal and transverse reinforcement, which results shall be compared with those predicted, in an effort to confirm the conclusions achieved. Some drawings are presented of a torsion test rig designed by the author and already built, which will be installed at Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia de Limeira, Universidade Estadual de Campinas, where the author intends to develop the experimental program presented.

RESUMO

A resistência das vigas de concreto submetidas à torção pura não está perfeitamente explicada pelas teorias conhecidas. Entretanto, os resultados dos inúmeros ensaios já efetuados podem ser analisados e comparados com aqueles fornecidos pelas teorias propostas, oferecendo estimativas da sua validade e segurança.

Das teorias propostas para explicar o comportamento e determinar a resistência das vigas de concreto simples e armado com seção retangular, são tratadas aquelas que apresentam maior interesse e que fornecem, de acordo com a bibliografia, resultados mais satisfatórios quando comparados com os experimentais.

Os resultados obtidos em testes por vários pesquisadores são comparados com os calculados por várias teorias pretendendo recomendar aquela mais adequada e que estima com segurança a resistência das peças tratadas.

Apresenta-se um plano para futuros ensaios de torção pura em vigas de concreto com armaduras longitudinal e transversal, cujos resultados deverão ser comparados com aqueles previstos teoricamente, visando uma confirmação das conclusões que aqui são apresentadas. Inclui-se o esquema de um aparelho de ensaios de torção, projetado pelo autor e já se achando montado, o qual deverá ser instalado no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia de Limeira, Universidade Estadual de Campinas, onde pretende efetuar o programa experimental apresentado.

NOTAÇÃO

- A_o = área da seção transversal da peça, limitada pelos segmentos que unem os centros das barras.
- C = resultante de compressão
- L = comprimento da região comprimida da superfície de ruptura.
- M = momento fletor aplicado
- M_R = momento de ruptura por flexão
- M_t = momento de torção aplicado
- M_{tc} = contribuição do concreto no momento de ruptura por torção em viga com armadura.
- M_{tf} = contribuição da armadura no momento de ruptura por torção.
- M_{tF} = momento de torção no instante em que aparecem as primeiras fissuras no concreto.
- M_{tR} = momento de ruptura por torção.
- S_c = área da seção transversal geométrica da peça.
- S_f = área da seção transversal de uma barra de armadura em espiral

- S_{fe} = área da seção da armadura transversal, correspondendo a um ramo do estribo.
- S_{fl} = área da seção da armadura longitudinal tracionada.
- S_{ft} = área da seção das barras situadas ao longo dos ramos maiores dos estribos na região tracionada.
- T_f = esforço de tração diagonal
- T_{fe} = componente do esforço de tração diagonal, na direção transversal
- T_{fl} = componente do esforço de tração diagonal, na direção longitudinal.
- b = largura das vigas de seção retangular.
- d = altura total das vigas de seção retangular.
- p = relação entre volume de estribos e volume de barras longitudinais na unidade de comprimento da peça.
- b_1 = menor dimensão de eixo a eixo de um estribo retangular fechado.
- b_2 = menor dimensão de eixo a eixo das barras longitudinais.
- y = altura da região comprimida da superfície de ruptura.
- d_1 = maior dimensão de eixo a eixo de um estribo retangular fechado.
- d_2 = maior dimensão de eixo a eixo das barras longitudinais.

- t = espaçamento dos estribos fechados ou passo da armadura espiral.
- σ_c = tensão de compressão
- σ_{ck} = tensão média de ruptura do concreto a compressão, determinada em corpos de prova cilíndricos com k dias de idade.
- σ_e = tensão de escoamento à tração do aço da armadura em espiral
- σ_{ee} = tensão de escoamento à tração do aço da armadura - transversal constituída de estribos fechados.
- σ_{el} = tensão de escoamento à tração do aço da armadura longitudinal.
- σ_R = tensão mínima de ruptura do concreto à compressão.
- σ_I = maior tensão principal de tração no concreto (valor absoluto)
- σ_{II} = maior tensão principal de compressão no concreto (valor absoluto)
- σ_t = tensão de tração
- σ_{ts} = tensão média de ruptura do concreto à tração simples determinada em corpos de prova cilíndricos.
- σ_{tk} = tensão média de ruptura do concreto a tração na flexão (módulo de ruptura)
- σ_T = tensão mínima de ruptura do concreto à tração simples
- τ = tensão tangencial

- τ_R = tensão tangencial de ruptura do concreto
- α_1, α_2 = coeficientes de forma para torção na teoria de Saint Venant
- φ = ângulo de inclinação das fissuras com o eixo longitudinal da viga
- μ_e = taxa de armadura transversal, definida como relação entre volumes de estribos e de concreto, na unidade de comprimento da peça
- μ_l = taxa de armadura longitudinal, definida como relação entre as áreas da seção da armadura longitudinal e da seção geométrica da peça = $\mu_{ls} + \mu_{li}$
- μ_{ls} = taxa de armadura longitudinal, referente somente às barras situadas na metade superior da seção geométrica da peça
- μ_{li} = taxa de armadura longitudinal, referente somente às barras situadas na metade inferior da seção geométrica da peça.
- ξ = coeficiente de forma da seção retangular para a teoria plástica.
- ρ = coeficiente de eficiência das armaduras
- ρ_e = coeficiente de eficiência da armadura transversal
- ρ_l = coeficiente de eficiência da armadura longitudinal
- Ω = coeficiente angular das tangentes ao diagrama momento de ruptura por torção - fator de armadura

- φ = ângulo de giro por unidade de comprimento da peça -
distorção - ($^{\circ}/\text{cm}$)
- θ_F = ângulo de giro por unidade de comprimento da peça no
instante em que aparecem as primeiras fissuras - dis-
torção de fissuração - ($^{\circ}/\text{cm}$)
- θ_R = ângulo de giro por unidade de comprimento da peça na
ruptura - distorção de ruptura - ($^{\circ}/\text{cm}$)

1 - INTRODUÇÃO:

O estudo da resistência das vigas de concreto simples e armado submetidas à torção se desenvolve em várias instituições no exterior, mediante o tratamento analítico conjugado com as observações experimentais de modelos, os quais modernamente tendem ao tamanho quase natural.

A resistência dessas peças submetidas à torção pura não está perfeitamente explicada pelas teorias conhecidas. Entretanto, os resultados dos inúmeros ensaios já efetuados podem ser analisados e comparados com aqueles fornecidos pelas teorias, oferecendo estimativas da validade e segurança das teorias propostas.

Quando, no estudo da torção em vigas de concreto simples, são aplicadas as teorias clássicas de torção elástica e plástica - são obtidos resultados pouco satisfatórios, como se comenta no presente trabalho. Em sequência são apresentadas aproximações das teorias clássicas e a teoria baseada no mecanismo de ruptura por flexão oblíqua.

As vigas de concreto só com armadura longitudinal, como se observa em testes, apresentam processo de ruptura complexo, ainda não satisfatoriamente compreendido e momento de ruptura pouco superior ao de vigas de concreto simples similares. Em vista da complexidade do problema, ainda não resolvido e do reduzido ganho de resistência com a adição dessa armadura, costuma-se tratá-las como vigas de concreto simples.

As vigas de concreto com armaduras longitudinal e transversal têm seu estudo baseado na formação e funcionamento de mecanismos de ruptura ou no equilíbrio na ruptura.

Das teorias propostas para a determinação da resistência de vigas de concreto simples e armado, são tratadas aqui somente aquelas que apresentam maior interesse e que fornecem, de acordo com a bibliografia, resultados mais satisfatórios quando comparados com os experimentais.

Com este trabalho se pretende dar uma contribuição ao estudo da resistência de vigas de concreto com seção retangular, submetidas à torção pura, visando os seguintes objetivos:

1 - Expor sucintamente algumas teorias propostas para a determinação da resistência de vigas de concreto, com seção retangular, submetidas à torção pura.

2 - Comparar os resultados obtidos em testes por vários pesquisadores com os fornecidos pelas teorias apresentadas pretendendo recomendar aquela que estima melhor e com segurança a resistência das peças tratadas.

3 - Apresentar um plano de ensaios para o estudo da torção pura em vigas de concreto com armaduras longitudinal e transversal, cujos resultados deverão ser comparados com aqueles previstos pelas teorias conhecidas, visando a confirmação das conclusões que aqui se apresentam e também contribuir para o conhecimento da eficiência das armaduras e do balanceamento entre elas.

4 - Apresentar o esquema de um aparelho de ensaios de torção, projetado e montado pelo autor, no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia de Limeira, Universidade Estadual de Campinas, onde pretende efetuar o programa experimental apresentado.

2 - VIGAS DE CONCRETO SIMPLES:

2.1 - Generalidades:

Embora as vigas de concreto simples não tenham aplicação direta nos casos usuais de estruturas de concreto, o estudo dessas peças fornece subsídios para o estudo daquelas de concreto armado, as quais apresentam maior interesse na prática.

Quando no estudo da torção em vigas de concreto simples, são utilizadas as teorias clássicas de torção-elástica e plástica - obtém-se resultados pouco satisfatórios quando comparados com os testes. Os ensaios de torção revelam que essas teorias não se aplicam ao concreto e que as teorias aproximadas ou baseadas no mecanismo de ruptura parecem fornecer resultados mais compatíveis.

2.2 - Comportamento à torção pura:

As tensões tangenciais devidas à torção provocam em cada ponto, tensões principais de tração e de compressão no concreto, tendo ambas o mesmo módulo daquelas tangenciais e formando cada uma um ângulo de 45° com o eixo longitudinal da peça.

Observa-se experimentalmente(1,2,3)(*) que as vigas de concreto simples solicitadas à torção pura apresentam um diagrama momento de torção - distorção(figs. 1 e 2) com um trecho inicial aproximadamente linear, que se admite como reto, indicando um comportamento elástico nessa fase.

Entretanto, essa proporcionalidade entre esforço e deformação desaparece para momentos de torção maiores que 60 a 80% daquele que provoca a ruptura da peça(1,3,7,8,9, 10). Nesse trecho final esse diagrama se apresenta curvo e nessa fase a peça não se comporta mais elásticamente.

Estes ensaios(1,2,3) conduzidos até a ruptura mostram que as vigas de concreto simples se rompem por tração diagonal com o aparecimento da primeira fissura e que a ruptura se dá bruscamente quando esgotada a capacidade da peça, sem apresentar uma distribuição de fissuras.

O processo de ruptura se inicia com o aparecimento da primeira fissura de tração diagonal em uma das faces maiores, que se propaga para as menores terminando por esmagar o concreto da região vizinha à outra face maior. Resulta assim uma superfície de ruptura(figs. 3 e 4) formada - por quatro lados:

- um, oriundo da fissura diagonal de tração a aproximadamente 45° sobre uma das faces maiores;
- dois sobre as faces menores, oriundos da propagação da fissura diagonal da face adjacente, descrevendo curvas bastante abatedas que começam quase perpendiculares - ao primeiro lado e inclinam-se gradualmente até a face oposta e

(*) Os números entre parêntesis correspondem às referências bibliográficas apresentadas no fim do trabalho.

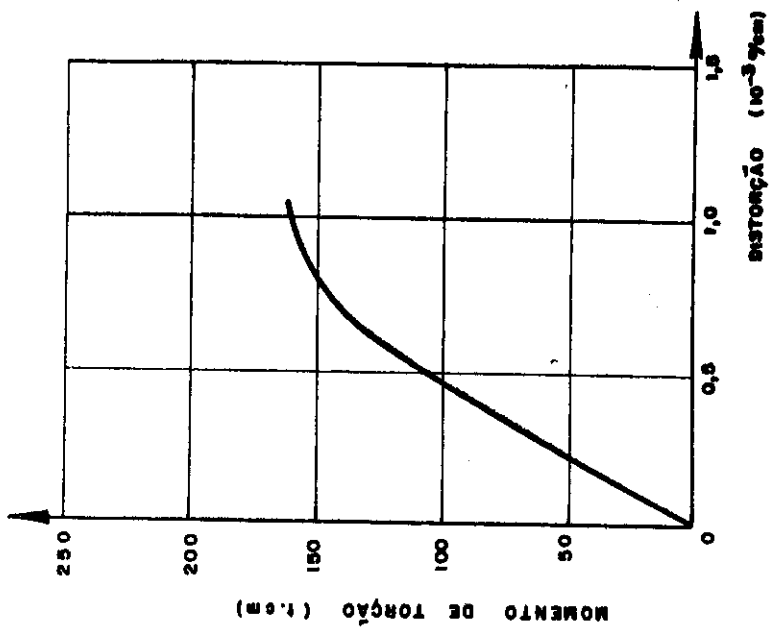


FIG. 1 -
 DIAGRAMA MOMENTO DE
 TORÇÃO-DISTORÇÃO PARA
 VIGAS DE CONCRETO
 SIMPLES.

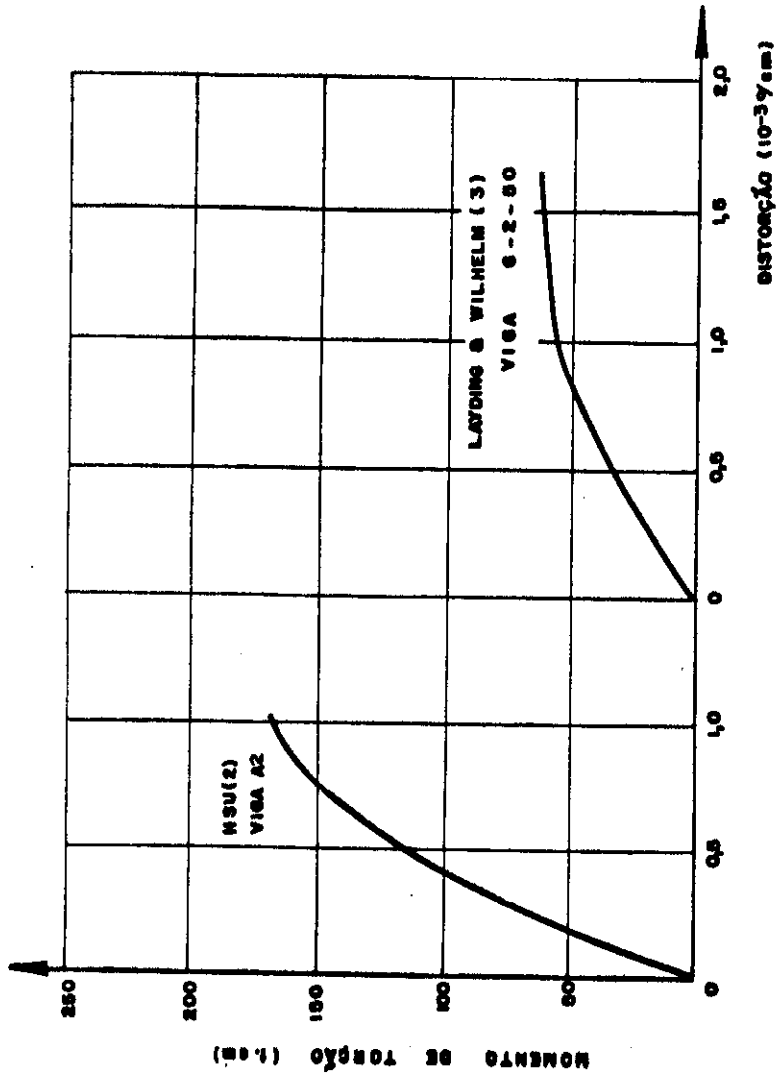


FIG. 2 -
 DIAGRAMAS MOMENTO DE TORÇÃO -
 DISTORÇÃO OBTIDOS POR ALGUNS
 AUTORES EM TESTES DE VIGAS DE
 CONCRETO SIMPLES.

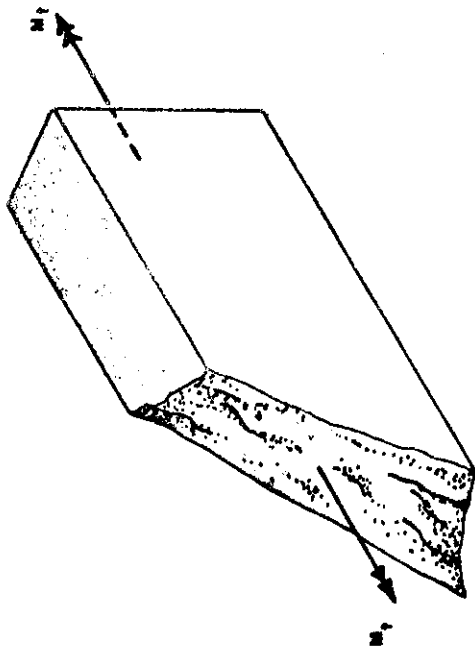
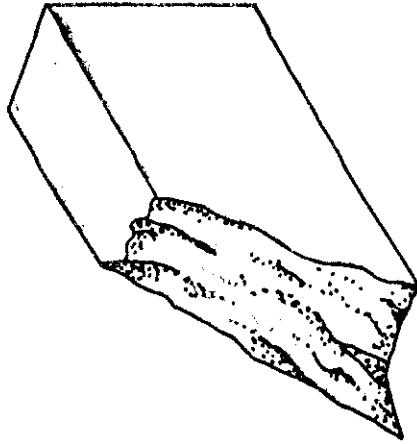
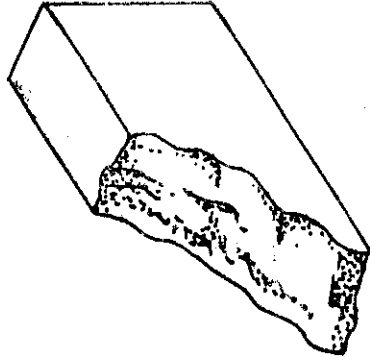


FIG. 3 - SUPERFÍCIE DE RUPTURA
DE UMA VIGA DE CONCRETO
SIMPLES SUBMETIDA À
TORÇÃO PURA



VISA A1 (10" x 15")



VISA A7 (6" x 11")

FIG. 4 - SUPERFÍCIES DE RUPTURA
DE VIGAS DE CONCRETO
SIMPLES SUBMETIDAS À
TORÇÃO PURA, OBTIDAS
POR HSU (2)

- outro, resultante do esmagamento do concreto por compressão, que se forma na outra face maior e une os dois lados menores, sendo inclinado quase perpendicularmente à espiral de tração.

2.3 - Estudo analítico:

A aplicação das teorias clássicas de torção foi tentada para explicar o comportamento das vigas de concreto simples, com seção retangular, submetidas à torção pura . Primeiramente se apresenta a aplicação dessas teorias e em seguida a de outras.

2.3.a - Teoria elástica:

O problema da torção de vigas de concreto - simples com seção retangular é abordado pela teoria elástica de torção de Saint Venant (4) aplicada às barras de seção retangular. Esta é mais complexa que para as barras de seção circular devido ao empenamento das seções (fig. 5).

Com base na teoria da elasticidade, que supõe que o material seja linearmente elástico, Saint Venant obteve uma solução matemática rigorosa para as tensões de cisalhamento oriundas da torção, para barras de seção constante e com empenamento livre, submetidas a momentos de torção aplicados nas extremidades e constantes em todo o seu comprimento . Resultaram as seguintes expressões para as seções retangulares:

$$M_t = \alpha_1 b^2 d (\tau_z)_{\max} \quad (1)$$

$$M_t = \alpha_2 b d^2 (\tau_y)_{\max} \quad (2)$$

onde $(\tau_z)_{\max}$ e $(\tau_y)_{\max}$ são as máximas tensões de cisalhamento da distribuição parabólica, ocorrendo nos lados maior e menor da seção, respectivamente, com $(\tau_z)_{\max}$ maior que $(\tau_y)_{\max}$ (fig. 6).

Os valores dos coeficientes de forma α_1 e α_2 envolvem séries infinitas de funções hiperbólicas, sendo, para as seções retangulares, apresentados na tabela 1 em função da relação d/b.

TABELA 1
COEFICIENTES DE FORMA PARA PEÇAS
DE SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDAS
A TORÇÃO PURA

d/b	α_1	α_2
1,0	0,208	0,208
1,2	0,219	0,196
1,4	0,227	0,184
1,6	0,234	0,174
1,8	0,240	0,164
2,0	0,246	0,155
2,5	0,258	0,135
3,0	0,267	0,120
5,0	0,292	0,079
10,0	0,312	0,049
100,0	0,331	-
∞	0,333	0

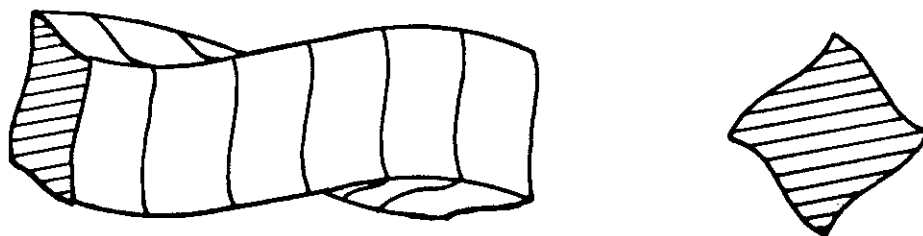


FIG. 5 - EMPENAMENTO DAS SEÇÕES DE UMA PEÇA DE SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDA À TORÇÃO PURA

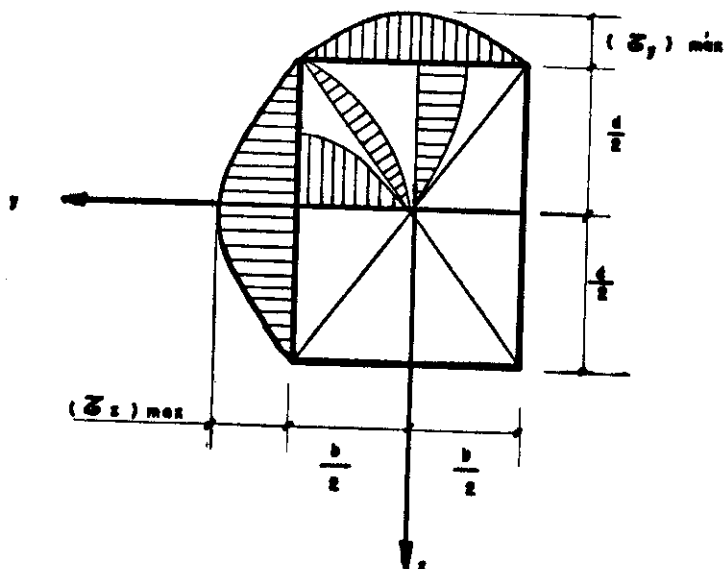


FIG. 6 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DE CISCALHAMENTO NA SEÇÃO RETANGULAR DEVIDAS À TORÇÃO PURA

Devido à dificuldade de se calcular o valor de α_1 , Timoshenko (5) sugeriu a seguinte expressão simplificada:

$$\alpha_1 = \frac{1}{3 + 1,8 (b/d)} \quad (3)$$

geralmente, também atribuída (6) a Saint Venant na forma:

$$\frac{1}{\alpha_1} = 3 + 1,8 \frac{b}{d} \quad (3.a)$$

Bach (7) também propôs uma expressão similar à 3.a para o inverso de α_1 :

$$\frac{1}{\alpha_1} = 3 + \frac{2,60}{0,45 + (d/b)} \quad (4)$$

Estas expressões simplificadas são bastante cômodas para serem usadas apresentando resultados próximos da solução exata dada por Saint Venant.

A teoria elástica é de uso mais antigo no estudo da torção pura e sua utilização implica em admitir que o concreto seja um material linearmente elástico. Considera-se que a ruptura é alcançada quando a máxima tensão tangencial $(\tau_z)_{\max}$ - e portanto a máxima tensão principal de tração σ_I - atingir a resistência a tração simples do concreto. O momento de ruptura à torção pura das vigas de concreto simples com seção retangular é, por isso, calculado pela expressão 1 com $(\tau_z)_{\max} = \sigma_I = \sigma_T$, resultando a expressão 5:

$$M_{tR} = \alpha_1 b^2 d \sigma_T \quad (5)$$

As observações experimentais contudo, fornecem alguns argumentos contrários a esta teoria:

1ª) A teoria elástica subestima a resistência a torção das vigas de concreto simples - o cálculo do momento de ruptura à torção pura com a expressão 5 apresenta valores inferiores aos obtidos em ensaios, conforme consta na literatura e no presente trabalho.

2ª) Embora o diagrama de momento de torção-distorção apresente um trecho inicial com uma curvatura muito fraca, permitindo que seja entendido como segmento reto, se verifica que para momentos próximos da ruptura o comportamento do corpo de prova não é mais linear.

Os resultados de observações experimentais têm mostrado que os momentos de ruptura obtidos por torção pura são aproximadamente 40% maiores que os calculados pela teoria elástica. Essa teoria não leva em conta as microfissuras - provocadas pelo esforço de tração diagonal, que se supõe existirem no concreto, para explicar a perda de linearidade do diagrama momento de torção-distorção e que provocam uma redistribuição de tensões na seção na ruptura.

2.3.b - Teoria plástica:

A teoria plástica supõe que o material seja elasto-plástico e, quando a seção da peça está totalmente plastificada, a tensão de tangencial em qualquer ponto tem valor constante e igual à tensão tangencial máxima. Segundo essa teoria o momento de ruptura para as vigas de concreto simples com seção retangular é dado por:

$$M_{tR} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b}{3d}\right) b^2 d \tau_{\max} \quad (6)$$

Como se observa experimentalmente(1,2,3,8,9 10,11), o desvio da linearidade do diagrama momento de torção -distorção e os momentos de ruptura obtidos, demonstram que a torção do concreto não é elástica. Esses ensaios apresentam resultados do momento de ruptura por torção pura que estão mais de acôrdo com a hipótese de distribuição de tensões constante e igual à resistência do concreto à tração simples do que com a hipótese de distribuição elástica.

A aplicação da teoria plástica é tentada, para explicar a resistência do concreto à torção pura, imaginando que um comportamento plástico do concreto(1,8,9) seja o responsável pela maior resistência observada nos testes do que aquela calculada pela teoria elástica. Considera-se que a ruptura é atingida quando a tensão tangencial devida à torção tem valor igual à resistência do concreto à tração simples e é constante para todos os pontos da seção. O momento de ruptura por torção pura das vigas de concreto simples com seção retangular é, então, calculado pela expressão 6, com $\tau_{\text{máx}} = \tilde{\sigma}_T$, resultando a expressão 7:

$$M_{tR} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{b}{3d}\right) b^2 d \tilde{\sigma}_T \quad (7)$$

Entretanto, os momentos obtidos experimentalmente são inferiores em média, a 15% daqueles calculados com a expressão 7, porque como se sabe, o concreto não é um material plástico.

Por outro lado o concreto também não é um material linearmente elástico.

Em vista disso a aplicação da teoria elástica ou da teoria plástica não estima adequadamente a resistência de vigas de concreto simples submetidas à torção pura.

Baseadas num comportamento plástico do concreto foram propostas algumas aproximações empíricas(8,12,13, 14) para o cálculo do momento de ruptura de vigas de concreto

simples com seção retangular.

2.3.c - Microfissuras:

Observa-se experimentalmente que as vigas de concreto simples se comportam elásticamente para momentos de torção crescentes até um valor de 60 a 80% daquele de ruptura, e, não elásticamente, daí até se romperem. Este fenômeno pode ser explicado(2,14) pelo aparecimento de microfissuras no concreto para aquêlê valor do momento, as quais se iniciam na periferia da seção, que é a região mais solicitada e se propagam para o interior à medida que a solicitação aumenta.

Estudos referentes ao comportamento do concreto à tração simples(15,16,17,18,19) indicam que a ruptura se dá quando é atingida uma deformação por tração de aproximadamente 90×10^{-6} . O diagrama tensão-deformação para êsse tipo de ensaio apresenta um trecho inicial quase linear até um ponto correspondente a uma tensão igual a uma fração daquela de ruptura e depois se curva até a ruptura (fig. 7).

A fig. 8 mostra o diagrama tensão-deformação obtido por Hsu(2) para o concreto da viga A6, em corpo de prova cilíndrico (6" x 12") rompido por tração simples direta. Observa-se uma linearidade no diagrama até uma tensão de 12 Kg/cm^2 . A partir daí, até a ruptura com $23,5 \text{ Kg/cm}^2$, o diagrama segue com uma curvatura.

Verifica-se também(15,19,20,21,22) que a linearidade do diagrama tensão-deformação para o concreto solicitado à tração simples desaparece quando surgem microfissuras no concreto. Por isso se admite que o concreto se comporte elásticamente até o seu aparecimento e não elásticamente - daí até a ruptura.

Dos fatos que se acaba de expor e da consideração de que a resistência do concreto à torção pura depende diretamente daquela à tração simples, se admite(2,14) que as microfissuras também se manifestam nas vigas de concreto simples submetidas a carregamento crescente de torção. Têm pequena influência do início até 60 a 80% do momento de ruptura, a partir do que se manifestam provocando uma redistribuição de tensões na seção, como observada experimentalmente(2).

2.3.d - Aproximação de Mukherjee e Kemp:

Decorrente de estudos estatísticos e observações experimentais foi apresentada por Mukherjee e Kemp (13) com base na teoria plástica, a expressão 8 para o cálculo do momento de ruptura das vigas de concreto simples:

$$M_{tR} = 0,4124(1 - 0,2333 b/d)b^2d \tau_{\max} \quad (8)$$

onde $\tau_{\max} = \sigma_T$, sendo relacionada com a resistência do concreto à compressão simples pela expressão 9:

$$\sigma_T = 1,32 \sqrt{\sigma_R} \quad (9)$$

com tensões em Kg/cm^2 , resultando:

$$M_{tR} = 0,5444(1 - 0,2333 b/d) b^2d \sqrt{\sigma_R} \quad (10)$$

com momento em Kg.m.

2.3.e - Teoria da ruptura por flexão oblíqua:

Alguns autores (23,24,25) preferem o emprego de uma teoria elástica e outros (9,26,27) o de uma teoria plástica para explicar a resistência das vigas de concreto simples submetidas a torção. Em vista de que resultados inaceitáveis são obtidos para os momentos de ruptura por torção pura quando são calculados com as teorias clássicas de torção e com o

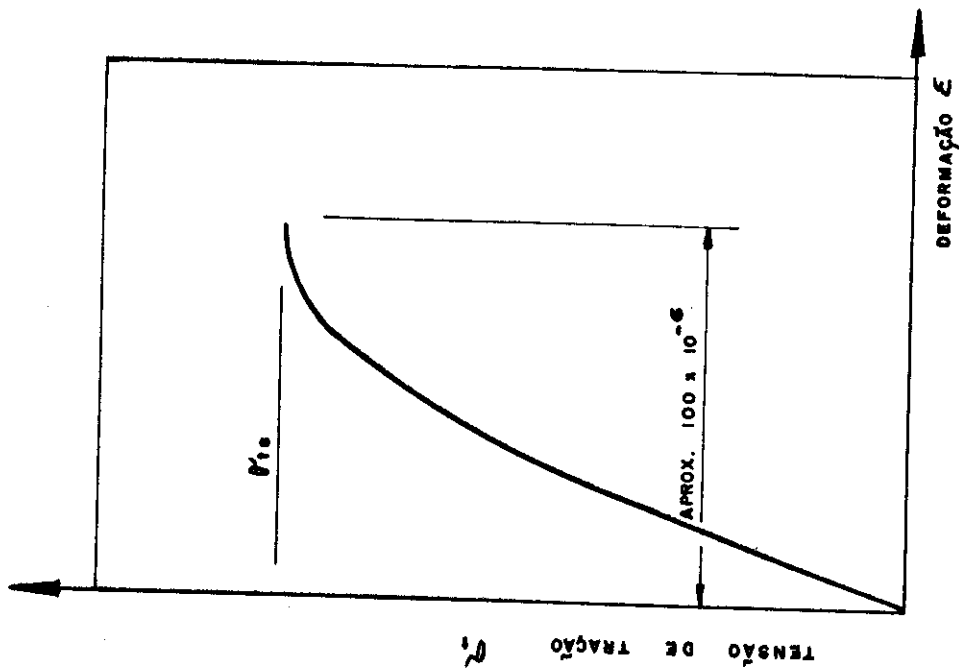


FIG. 7 - DIAGRAMA TENSÃO - DEFORMAÇÃO PARA O CONCRETO SUBMETIDO A TRAÇÃO SIMPLES.

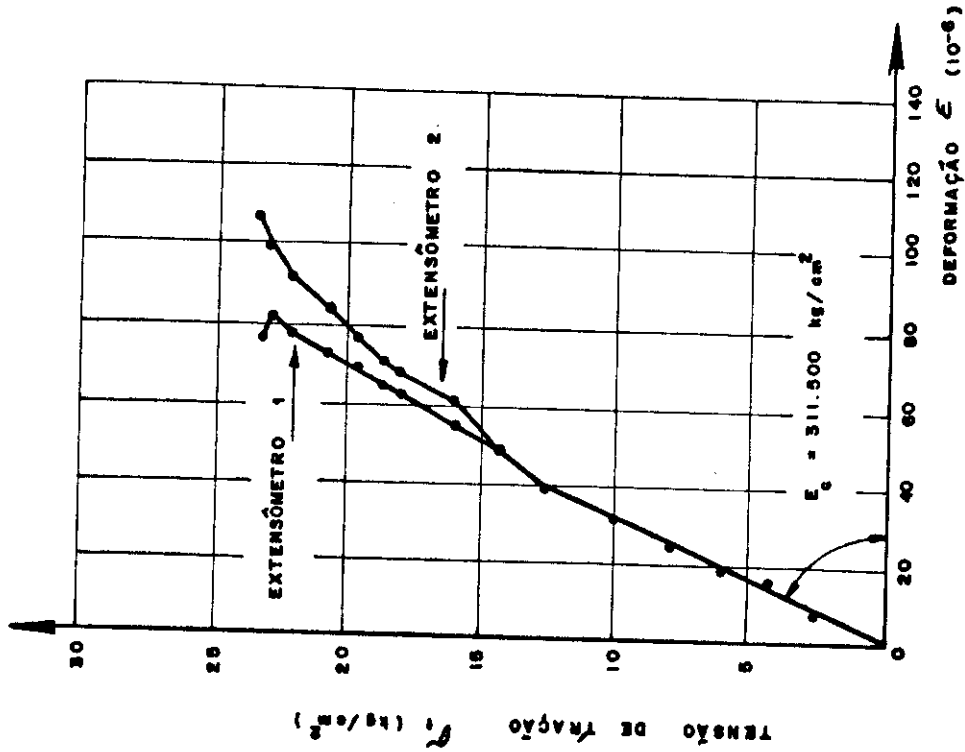


FIG. 8 - DIAGRAMA TENSÃO - DEFORMAÇÃO PARA O CONCRETO DA VIGA A6. HSU(2)

critério da máxima tensão principal de tração para definir a ruptura da peça, acredita-se (2) que êsse critério não seja a dequado para explicar a resistência das vigas de concreto sim ples.

Nos ensaios de Hsu (2), o exame das superfí cies de ruptura (fig. 4) revela que a região próxima da borda inclinada de 45° (oriunda da fissura de tração diagonal) se a apresenta quase plana e o concreto mostra características de ruptura por tração, enquanto na região próxima da borda opos ta as características mostradas são de ruptura por compres são. A ruptura parece ter-se dado por flexão oblíqua em tôr no de um eixo paralelo às faces maiores e inclinado de 45° com o eixo longitudinal da peça (fig. 9) .

Uma teoria é desenvolvida (2) baseada no me canismo de ruptura por flexão oblíqua. É uma extensão feita por Hsu (2) para as vigas de concreto simples, da teoria de rup tura desenvolvida por Lessig (28) para vigas de concreto arma das com barras longitudinais e estribos fechados, sujeitas a torção e flexão combinadas.

A teoria de ruptura por flexão oblíqua para vigas de concreto simples com seção retangular tem as seguin tes hipóteses:

- A superfície de ruptura é um plano perpen dicular às faces maiores da viga e incli nado de um ângulo φ com as faces menores (fig. 9);
- a ruptura se dá quando o momento de tor ção aplicado atinge em algum plano a capa cidade da peça (fig. 9) e
- a inclinação dêsse plano é aquela que for nece a capacidade mínima da peça.

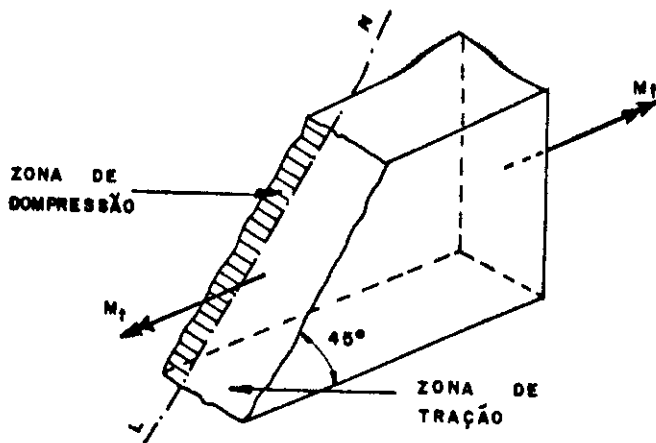


FIG. 9 - SUPERFÍCIE DE RUPTURA DE VIGAS DE CONCRETO SIMPLES SEGUNDO A TEORIA DE RUPTURA POR FLEXÃO OBLÍQUA

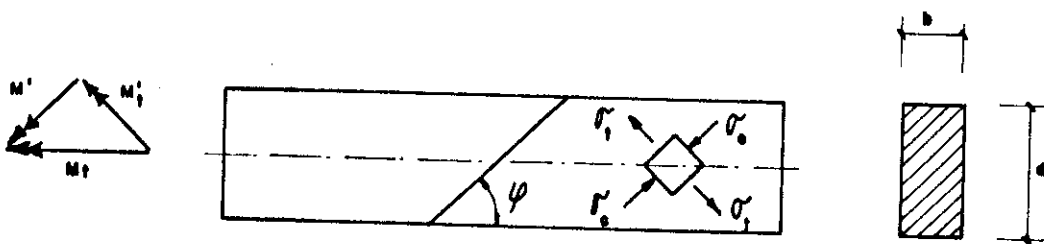


FIG. 10 - COMPONENTES DO MOMENTO DE TORÇÃO APLICADO TEORIA DE RUPTURA POR FLEXÃO OBLÍQUA (2)

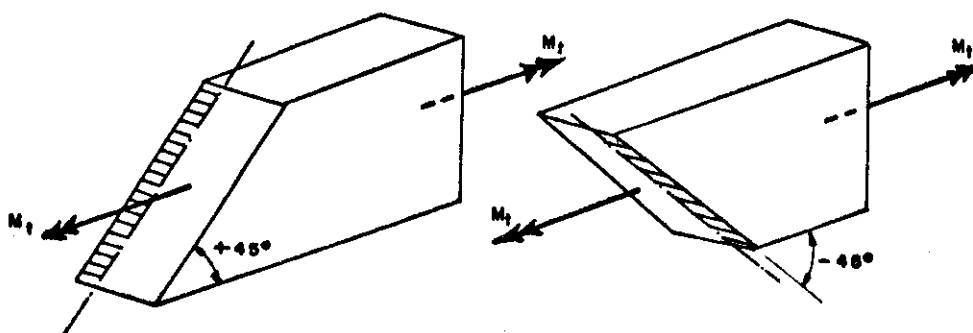


FIG. 11 - INCLINAÇÕES DAS SUPERFÍCIES DE RUPTURA, SEGUNDO A TEORIA DE RUPTURA POR FLEXÃO OBLÍQUA.

O momento de torção aplicado pode ser dividido em duas componentes atuando na superfície de ruptura (fig. 10) uma de flexão e outra de torção. Num plano inclinado de φ em relação ao eixo da viga e perpendicular às faces maiores, o esforço responsável pela ruptura da seção por flexão em torno da linha neutra LN é a componente M' de flexão.

$$M' = M_t \cos \varphi \quad (11)$$

De acordo com a teoria elástica de flexão - se tem:

$$M' = \sigma_t \frac{b^2 d}{6} \operatorname{cosec} \varphi \quad (12)$$

Na ruptura:

$$M_{tR} \cos \varphi = \sigma_{tk} \frac{b^2 d}{6} \operatorname{cosec} \varphi \quad (13)$$

$$M_{tR} = \sigma_{tk} \frac{b^2 d}{6} \operatorname{cosec} \varphi \cdot \sec \varphi \quad (14)$$

Igualando-se a zero a derivada de M_{tR} em relação a φ se obtém a equação que determina a superfície de ruptura:

$$\frac{b^2 d}{6} \sigma_{tk} (-\operatorname{cosec}^2 \varphi + \sec^2 \varphi) = 0 \quad (15)$$

que é satisfeita para $\operatorname{tg} \varphi = \pm 1$, ou seja $\varphi = \pm 45^\circ$. Desta forma conclui-se que a superfície de ruptura tem inclinação de 45° com o eixo da peça podendo estar em uma ou outra das posições mostradas na fig. 11, conforme a fissura de tração diagonal apareça em uma ou em outra das faces maiores.

Considerando a influência da tensão principal de compressão devida à torção no módulo de ruptura do concreto, relacionando este módulo σ_{tk} com a resistência do

concreto à tração simples σ_T e tomando a expressão 9 para referir σ_T em função de σ_R , obtém-se (2) as expressões - 16 e 17 para o cálculo do momento de ruptura por torção pura de vigas de concreto simples, com seção retangular:

$$M_{tR} = 1,01(b^2 + 64,5) d \sqrt[3]{\sigma_R} \quad (16)$$

$$M_{tR} = 3,31 \sqrt[3]{b^5} d \sqrt[3]{\sigma_R} \quad (17)$$

Segundo Hsu (2), a expressão 16 é válida para vigas com dimensão b maior ou igual a 10 cm e a expressão 17 para vigas com dimensão b entre 5 e 10 cm.

2.3.f - Estudo estatístico:

Layding e Wilhelm (3) desenvolveram um estudo estatístico dos momentos de ruptura de vigas de concreto - simples, com seção retangular, dados pelas teorias elástica e plástica em comparação com os obtidos experimentalmente. Como resultado desse estudo, são introduzidas alterações nas expressões das teorias elástica e plástica, ajustando assim as expressões 5 e 6, respectivamente, com os resultados obtidos em testes.

O momento de ruptura segundo a teoria elástica modificada(3) fica expresso por:

$$M_{tR} = 1,93 \alpha_1 b^2 d \sqrt{\sigma_R} \quad (18)$$

e pela teoria plástica modificada(3) por:

$$M_{tR} = 0,572 \left(1 - \frac{b}{3d}\right) b^2 d \sqrt{\sigma_R} \quad (19)$$

2.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais

Para verificar a correlação entre os resultados previstos pelas teorias apresentadas e os obtidos experimentalmente, são tomadas 39 vigas testadas por alguns pesquisadores.

As características dessas peças são apresentadas na tabela 2. Para as vigas de Hsu(2), os valores de σ_{ts} indicados, são obtidos em ensaios de tração simples direta, em corpos de prova cilíndricos de 6" de diâmetro por 12" de altura, equivalentes ao padrão adotado no Brasil. Para a série de Layding e Wilhelm(3), os valores de σ_{ts} indicados, são os obtidos a partir dos resultados de ensaios de compressão diametral de corpos de prova cilíndricos como $0,85 \sigma_{tc}$. Na bibliografia de que se dispõe(3) sobre os testes de Mukherjee e Kemp(13), são encontrados os valores de σ_{ck} e, por essa razão, os valores indicados são calculados pela expressão 9, adotada por aqueles autores. Esses valores só interessam para as teorias elástica e plástica clássicas. Nas demais que aqui são expostas, admite-se que σ_{ts} seja diretamente proporcional a $\sqrt{\sigma_{ck}}$.

As expressões aqui apresentadas são transformadas das originais, de maneira que as grandezas sejam referidas a unidades do sistema métrico. Por essa razão muitas diferem das encontradas nos textos originais.

Para a verificação da correlação entre os resultados experimentais e aqueles previstos teoricamente, utilizando-se as expressões 5, 7, 10, 16, 18 e 19, são elaboradas as tabelas 3 a 8, onde se apresentam esses dois resultados e a relação entre eles.

TABELA 2 A

Características de Vigas de Concreto Simples

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	α_l	ξ_p	σ_{ck} (Kg/cm ²)	σ_{ts} (Kg/cm ²)
Hsu (2)	A1	25,4	38,1	0,230	0,388	284	25 (1)
	A2	25,4	38,1	0,230	0,388	285	25
	A3	25,4	25,5	0,208	0,333	280	26
	A4	25,4	25,5	0,208	0,333	288	26
	A5	25,4	51,0	0,246	0,417	296	24
	A6	25,4	51,0	0,246	0,417	291	24
	A7	15,3	28,0	0,241	0,409	274	25
	A8	15,3	28,0	0,241	0,409	300	25
	A9	15,3	49,5	0,270	0,449	313	25
	A10	15,3	49,5	0,270	0,449	270	24
Mukherjee & Kemp(13)	T-0	15,3	15,3	0,208	0,333	260	21 (2)
	T-28	15,3	30,5	0,246	0,417	423	27
	T-29	15,3	45,9	0,267	0,445	430	27

(1) Tensões obtidas de ensaios

(2) Tensões calculadas com $\sigma_{ts} = 1,32 \sqrt{\sigma_{ck}}$

TABELA 2 B

Características de Vigas de Concreto Simples

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	α_1	ξ_p	σ_{ck} (Kg/cm ²)	σ_{ts} (Kg/cm ²)
	G-0	15,3	15,3	0,208	0,333	355	25
	G-28	15,3	30,5	0,246	0,417	355	25
	G-29	15,3	45,9	0,267	0,445	253	21
Layding &	4-3-40	10,1	30,5	0,267	0,445	267	19 (3)
Wilhelm (3)	4-3-50	10,1	30,5	0,267	0,445	378	32
	4-3-60	10,1	30,5	0,267	0,445	419	31
	5-2-40	12,7	25,5	0,246	0,417	235	19
	5-2-60	12,7	25,5	0,246	0,417	402	32
	5-3-40	12,7	38,0	0,267	0,445	285	22
	5-3-60	12,7	38,0	0,267	0,445	478	27
	6-1-30	15,3	15,3	0,208	0,333	209	19
	6-1-50	15,3	15,3	0,208	0,333	402	24
	6-1-60	15,3	15,3	0,208	0,333	573	32

(3) Tensões calculadas com $\sigma_{ts} = 0,85 \sigma_{tc}$

TABELA 2 C

Características de Vigas de Concreto Simples

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	α_1	ξ_p	σ_{ck} (KG/cm ²)	σ_{ts} (KG/cm ²)
Layding & Wilhelm(3)	6-2-30	15,3	30,5	0,246	0,417	195	20
	6-2-50	15,3	30,5	0,246	0,417	376	32
	6-3-30	15,3	45,7	0,267	0,445	178	16
	6-3-50	15,3	45,7	0,267	0,445	373	29
	7-1-30	17,5	17,5	0,208	0,333	208	19
	7-1-60	17,5	17,5	0,208	0,333	573	32
	7-2-30	17,5	35,5	0,246	0,417	205	18
	7-2-50	17,5	35,5	0,246	0,417	378	32
	7-2-60	17,5	35,5	0,246	0,417	418	31
	7-2,5-30	17,5	44,5	0,256	0,433	233	18
	7-2,5-40	17,5	44,5	0,256	0,433	259	23
	7-2,5-50	17,5	44,5	0,256	0,433	365	27
	7-2,5-60	17,5	44,5	0,256	0,433	453	32

TABELA 3 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Elástica

PONTE	ESPECÍME	M_{tR}	M_{tR}	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
		do ensaio (t.cm)	calculado (t.cm)	
Hsu(2)	A-1	187	141	1,33
	A-2	195	141	1,39
	A-3	118	88	1,34
	A-4	115	88	1,31
	A-5	249	195	1,28
	A-6	249	196	1,27
	A-7	63	39	1,61
	A-8	66	39	1,68
	A-9	117	79	1,48
	A-10	98	74	1,33
			média	1,40
Mukherjee & Kemp (13)	T-0	29	16	1,81
	T-28	71	47	1,51
	T-29	131	77	1,70
	G-0	28	19	1,47
	G-28	78	44	1,77
	G-29	102	60	1,70
			média	1,66

TABELA 3 E
 Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto Simples
 Teoria Elástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$	
Layding & Wilhelm (3)	4-3-40	29	15	1,93	
	4-3-50	37	26	1,42	
	4-3-60	38	25	1,52	
	5-2-40	28	19	1,47	
	5-2-60	47	32	1,47	
	5-3-40	54	36	1,50	
	5-3-60	77	44	1,75	
	6-1-30	16	13	1,23	
	6-1-50	22	17	1,29	
	6-1-60	21	22	0,95	
	6-2-30	38	34	1,11	
	6-2-50	63	54	1,17	
	6-3-30	73	48	1,52	
	6-3-50	94	80	1,18	
	7-1-30	23	21	1,09	
	7-1-60	46	36	1,28	
	7-2-30	74	48	1,54	
	7-2-50	93	86	1,08	
	7-2-60	114	83	1,37	
	7-2,5-30	94	63	1,49	
	7-2,5-40	101	80	1,26	
	7-2,5-50	119	94	1,27	
	7-2,5-60	153	112	1,37	
				média	1,36
	Para os 39 espécimes			média	1,41

TABELA 4 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Plástica

FORTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Hsu(2)	A-1	187	237	0,79
	A-2	195	237	0,82
	A-3	118	140	0,84
	A-4	115	140	0,82
	A-5	249	329	0,76
	A-6	249	332	0,75
	A-7	63	66	0,95
	A-8	66	66	1,00
	A-9	117	131	0,89
	A-10	98	123	0,80
				média
Mukherjee & Kemp(13)	T-0	29	25	1,16
	T-28	71	80	0,89
	T-29	131	129	1,01
	G-0	28	30	0,97
	G-28	78	74	1,06
	G-29	102	100	1,02
				média

TABELA 4 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Plástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Layding & Wilhelm(3)	4-3-40	29	26	1,12	
	4-3-50	37	44	0,84	
	4-3-60	38	42	0,90	
	5-2-40	28	32	0,88	
	5-2-60	47	55	0,85	
	5-3-40	54	60	0,90	
	5-3-60	77	74	1,04	
	6-1-30	16	23	0,70	
	6-1-50	22	29	0,76	
	6-1-60	21	38	0,55	
	6-2-30	38	59	0,67	
	6-2-50	63	95	0,68	
	6-3-30	73	76	0,96	
	6-3-50	94	138	0,68	
	7-1-30	23	34	0,68	
	7-1-60	46	57	0,81	
	7-2-30	74	82	0,90	
	7-2-50	93	141	0,64	
	7-2-60	114	140	0,81	
	7-2,5-30	94	106	0,89	
	7-2,5-40	101	136	0,74	
	7-2,5-50	119	159	0,75	
	7-2,5-60	153	189	0,81	
				média	0,81
	Para os 39 espécimes			média	0,85

TABELA 5 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria de Mukherjee e Kemp

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Hsu(2)	A1	187	164	1,14
	A2	195	164	1,19
	A3	118	135	0,87
	A4	115	135	0,85
	A5	249	287	0,87
	A6	249	289	0,86
	A7	63	58	1,09
	A8	66	58	1,14
	A9	117	111	1,05
	A10	98	106	0,92
			média	1,00
Mukherjee & Kemp(13)	T-0	24	29	1,21
	T-28	70	71	1,01
	T-29	110	131	1,19
	G-0	25	28	1,12
	G-28	57	78	1,37
	G-29	86	102	1,19
			média	1,18

TABELA 5 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria de Mukherjee e Kemp

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Layding & Wilhelm(3)	4-3-40	29	22	1,32	
	4-3-50	37	37	1,00	
	4-3-60	38	36	1,06	
	5-2-40	28	28	1,00	
	5-2-60	47	48	0,98	
	5-3-40	54	51	1,06	
	5-3-60	77	63	1,22	
	6-1-30	16	21	0,76	
	6-1-50	22	27	0,81	
	6-1-60	21	36	0,58	
	6-2-30	38	52	0,73	
	6-2-50	63	83	0,76	
	6-3-30	73	65	1,12	
	6-3-50	94	118	0,80	
	7-1-30	23	32	0,72	
	7-1-60	46	54	0,85	
	7-2-30	74	71	1,04	
	7-2-50	93	127	0,73	
	7-2-60	114	123	0,93	
	7-2,5-30	94	92	1,02	
	7-2,5-40	101	117	0,86	
	7-2,5-50	119	138	0,86	
	7-2,5-60	153	163	0,94	
				média	0,92
	Para os 39 espécimes			média	0,98

TABELA 6 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples

Teoria da Flexão Oblíqua

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Hsu (2)	A1	187	191	0,98
	A2	195	191	1,02
	A3	118	116	1,01
	A4	115	116	0,99
	A5	249	246	1,01
	A6	249	250	0,99
	A7	63	62	1,02
	A8	66	62	1,06
	A9	117	111	1,05
	A10	98	104	0,94
			média	1,01
Mukherjee & Kemp (13)	T-0	29	29	1,00
	T-28	71	69	1,03
	T-29	131	104	1,26
	G-0	28	33	0,85
	G-28	78	65	1,20
	G-29	102	88	1,16
			média	1,08

TABELA 6 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria da Flexão Oblíqua

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Layding & Wilhelm (3)	4-3-40	29	34	0,85	
	4-3-50	37	38	0,97	
	4-3-60	38	39	0,97	
	5-2-40	28	36	0,78	
	5-2-60	47	48	0,98	
	5-3-40	54	58	0,93	
	5-3-60	77	69	1,16	
	6-1-30	16	27	0,59	
	6-1-50	22	34	0,65	
	6-1-60	21	38	0,55	
	6-2-30	38	53	0,72	
	6-2-50	63	66	0,95	
	6-3-30	73	78	0,94	
	6-3-50	94	100	0,94	
	7-1-30	23	41	0,56	
	7-1-60	46	57	0,81	
	7-2-30	74	82	0,90	
	7-2-50	93	100	0,93	
	7-2-60	114	103	1,10	
	7-2,5-30	94	106	0,88	
	7-2,5-40	101	110	0,92	
	7-2,5-50	119	124	0,96	
	7-2,5-60	153	133	1,15	
				média	0,88
	Para os 39 espécimes			média	0,94

TABELA 7 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Elástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Hsu(2)	A1	187	185	1,01
	A2	195	185	1,05
	A3	118	111	1,06
	A4	115	113	1,02
	A5	249	271	0,92
	A6	249	269	0,93
	A7	63	48	1,31
	A8	66	51	1,29
	A9	117	102	1,15
	A10	98	95	1,03
	Mukherjee & Kemp(13)	T-0	29	23
T-28		71	70	1,01
T-29		131	112	1,17
G-0		28	27	1,04
G-28		78	64	1,22
G-29		102	88	1,16
				média

TABELA 7 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Elástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Layding & Wilhelm(3)	4-3-40	29	26	1,12	
	4-3-50	37	31	1,19	
	4-3-60	38	32	1,19	
	5-2-40	28	30	0,93	
	5-2-60	47	39	1,21	
	5-3-40	54	53	1,02	
	5-3-60	77	69	1,11	
	6-1-30	16	20	0,80	
	6-1-50	22	27	0,81	
	6-1-60	21	32	0,66	
	6-2-30	38	45	0,84	
	6-2-50	63	63	1,00	
	6-3-30	73	73	1,00	
	6-3-50	94	106	0,89	
	7-1-30	23	31	0,74	
	7-1-60	46	51	0,90	
	7-2-30	74	74	1,00	
	7-2-50	93	100	0,93	
	7-2-60	114	106	1,08	
	7-2,5-30	94	103	0,91	
	7-2,5-40	101	108	0,94	
	7-2,5-50	119	129	0,92	
	7-2,5-60	153	143	1,07	
				média	0,97
	Para os 39 espécimes			média	1,02

TABELA 8 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Plástica Modificada

FONTE	ESPÉCIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Hsu(2)	A1	187	185	1,01
	A2	195	185	1,05
	A3	118	106	1,11
	A4	115	107	1,07
	A5	249	272	0,92
	A6	249	269	0,93
	A7	63	49	1,29
	A8	66	51	1,29
	A9	117	101	1,16
	A10	98	94	1,04
			média	1,09
Mukherjee & Kemp(13)	T-0	29	22	1,31
	T-28	71	70	1,01
	T-29	131	113	1,16
	G-0	28	26	1,08
	G-28	78	64	1,22
	G-29	102	87	1,18
				média

TABELA 8 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto Simples
Teoria Plástica Modificada

FORTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Layding & Wilhelm (3)	4-3-40	29	25	1,16	
	4-3-50	37	29	1,28	
	4-3-60	38	32	1,19	
	5-2-40	28	30	0,93	
	5-2-60	47	39	1,21	
	5-3-40	54	53	1,02	
	5-3-60	77	68	1,13	
	6-1-30	16	19	0,84	
	6-1-50	22	25	0,88	
	6-1-60	21	31	0,68	
	6-2-30	38	46	0,83	
	6-2-50	63	63	1,00	
	6-3-30	73	73	1,00	
	6-3-50	94	105	0,89	
	7-1-30	23	29	0,79	
	7-1-60	46	49	0,94	
	7-2-30	74	74	1,00	
	7-2-50	93	101	0,92	
	7-2-60	114	106	1,08	
	7-2,5-30	94	103	0,91	
	7-2,5-40	101	109	0,93	
	7-2,5-50	101	129	0,92	
	7-2,5-60	153	144	1,06	
				média	0,98
	Para os 39 espécimes			média	1,04

Como indicação da segurança e aproximação de cada processo, são apresentadas as médias parciais e totais des sas relações e é verificada a quantidade de valores em tórno de 1 (representando uma correlação perfeita). Para isso, como tórmo de comparação apenas, é tomado um intervalo de variação de ± 10%.

Os resultados encontrados podem ser reunidos como indicados na tabela.9 . Dêsse estudo observa-se que:

a - Os momentos calculados segundo a teoria elástica clássica - expressão 5 - confirmam que esta subestima a resistência do concreto à torção pura, apresentando resultados inferiores aos obtidos experimentalmente. Êstes são, em média, aproximadamente 40% superiores aos previstos analiticamente.

b - Os resultados obtidos pela teoria plástica revelam que a maior parte dos momentos de ruptura calculados é inferior aos obtidos experimentalmente.

c - Como é admitido que o concreto não é um material elástico, nem plástico perfeito, não deve ser surpresa que as teorias elástica e plástica apresentem resultados - tão distantes dos reais. No entanto, como afirma Cowan(10), os resultados obtidos com a expressão 7 estão mais próximos dêste que os anteriores.

d - A teoria de Mukherjee e Kemp(13), com valores calculados pela expressão 10, decorrente de um estudo estatístico, apresenta maior correlação com os obtidos em testes.

e - A teoria de ruptura por flexão oblíqua é a que parece indicar maior correlação com os testes apresentando a maior quantidade de valores calculados, no entórno de ± 10% dos reais.

TABELA 9
 RESUMO DO ESTUDO DA RELAÇÃO $M_{tr}(ens.) / M_{tr}(calc.)$
 PARA VIGAS DE CONCRETO SIMPLES
 REFERENTE ÀS TABELAS 3 A 8

TEORIA	VALOR MÁXIMO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÉDIO	VALORES IGUAIS OU SUPERIORES A 1,00	VALORES MENORES 0,90 E 1,10
Elástica Clássica	1,93	0,95	1,41	97,4%	7,7%
Plástica Clássica	1,16	0,55	0,85	17,9%	28,2%
Mukherjee e Kemp	1,37	0,58	0,98	51,3%	33,3%
De Ruptura por Flexão Oblíqua	1,26	0,55	0,94	35,9%	61,5%
Elástica Modificada	1,31	0,66	1,02	64,1%	53,8%
Plástica Modificada	1,31	0,68	1,04	64,1%	53,3%

f - As teorias elástica e plástica modificadas, em razão do tratamento estatístico que sofrem as suas correspondentes clássicas, fornecem resultados bastante próximos dos obtidos experimentalmente.

2.5 - Conclusões:

Da comparação feita entre os resultados previstos teòricamente com os obtidos experimentalmente, para a torção pura de vigas de concreto simples, pode-se concluir - que:

a - A teoria elástica clássica é a mais segura de todas e a plástica clássica não satisfaz.

b - Todas as demais teorias são adequadas para o cálculo do momento de ruptura por torção pura destas peças.

c - Considerando que a teoria de ruptura por flexão oblíqua fornece maior quantidade de resultados no entôrno dos reais, parece explicar o mecanismo de ruptura das vigas de concreto simples sujeitas à torção pura. Por essa razão parece ser a mais adequada para o cálculo destas peças sob êste tipo de sollicitação. Vale observar que a expressão 17 não foi testada no presente trabalho, por não se dispor de dados de vigas com largura menor que 10 cm. Entretanto, fica ainda por merecer um estudo dêste tipo.

3 - ARMADURAS:

A disposição mais eficiente para a armadura das vigas de concreto submetidas à torção pura é uma espiral a 45° seguindo a direção das tensões principais de tração. Na prática, entretanto, uma armadura desse tipo é de difícil execução para as vigas de seção retangular; por isso não é normalmente usada. Outra razão para que não sejam empregadas é porque quando houver possibilidade de inversão do sentido do momento de torção, deverão ser colocadas duas espirais com ramos normais um ao outro. Por essas razões constroi-se uma armadura constituída por barras e estribos fechados que resistem, respectivamente, as componentes horizontais e verticais dos esforços diagonais.

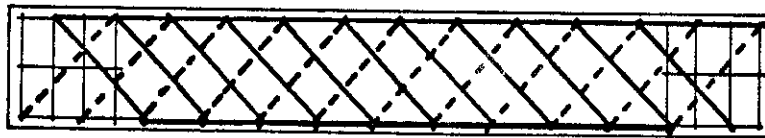
Como na solicitação por torção as tensões principais de tração se manifestam nas quatro faces de uma viga de seção retangular, os estribos devem ser fechados. Por isso, os estribos em "U" que podem ser usados para absorver os esforços de tração oriundos da força cortante não servem como armadura de torção.

Tem-se estudado o comportamento das vigas de concreto armado submetidas à torção pura, considerando armaduras dos seguintes tipos:

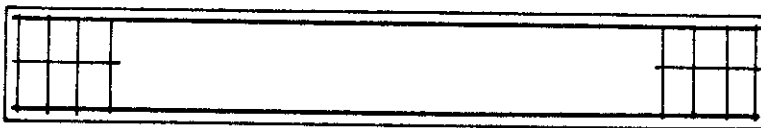
- armadura constituída de espirais seguindo as direções principais (fig. 12-a);
- armadura longitudinal constituída somente por barras (fig. 12-b) e

- armadura longitudinal e transversal, constituída de barras e estribos fechados (fig. 12-c).

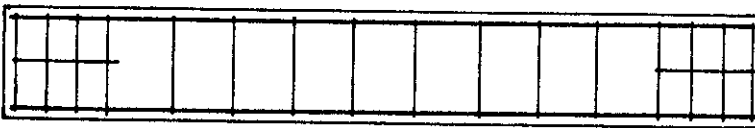
Das vigas armadas transversalmente, em vista da sua aplicação prática, somente aquela armada com estribos desperta maior interesse sendo por isso as mais estudadas. Como na literatura sobre torção em vigas de concreto encontra-se maior quantidade de dados sobre as vigas com armadura somente longitudinal e as com armadura longitudinal e estribos, apenas peças desses tipos serão utilizadas neste trabalho, para comparação entre resultados teóricos e experimentais.



a- VIGA COM ARMADURA EM ESPIRAL



b- VIGA COM ARMADURA LONGITUDINAL



c- VIGA COM ARMADURA LONGITUDINAL E TRANSVERSAL

FIG. 12- TIPOS DE ARMADURAS

4 - VIGAS DE CONCRETO SÓ COM ARMADURA LONGITUDINAL

4.1 - Generalidades:

Por vigas de concreto armadas longitudinalmente se entende aquelas cuja armadura é constituída sòmente por barras dispostas na periferia da seção (fig. 12-b). Nas seções retangulares, em particular quadradas, a armadura longitudinal deve ser constituída de pelo menos quatro barras colocadas uma em cada vértice da seção. Não são utilizados estribos.

O estudo do comportamento dessas peças à torção pura tem interêsse porque fornece informações que se tornam importantes quando comparadas com as obtidas do estudo do comportamento de vigas de concreto simples ou armadas também transversalmente. É importante na limitação do espaçamento de estribos e observação do grau de sollicitação e eficiência das armaduras.

4.2 - Comportamento à torção pura:

Os resultados das observações experimentais (29,30) tem demonstrado que as vigas com armadura longitudinal têm comportamento idêntico às de concreto simples similares, até o aparecimento das primeiras fissuras. O diagrama momento de torção-distorção tem o aspecto mostrado na fig. 13).

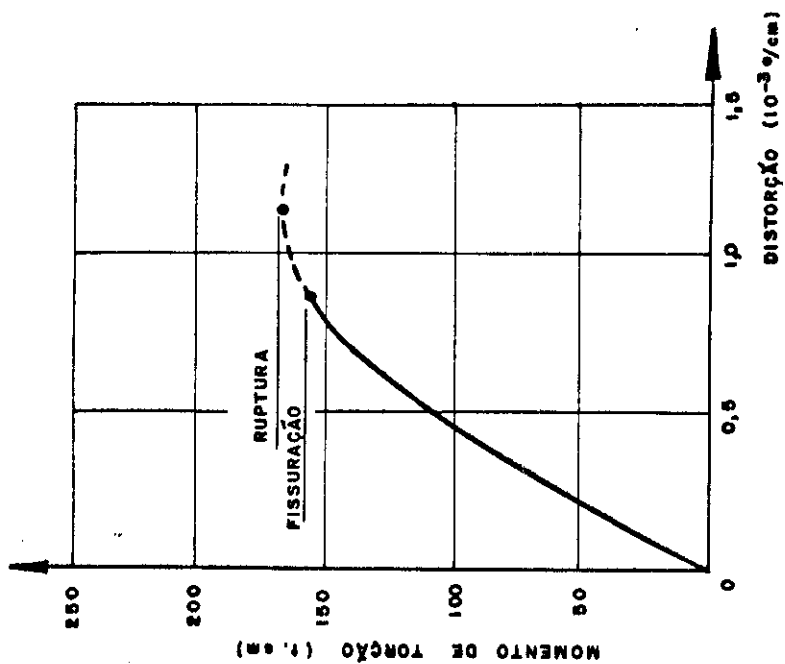


FIG. 1.3 - DIAGRAMA MOMENTO DE TORÇÃO-DISTORÇÃO PARA VIGAS DE CONCRETO COM ARMADURA LONGITUDINAL

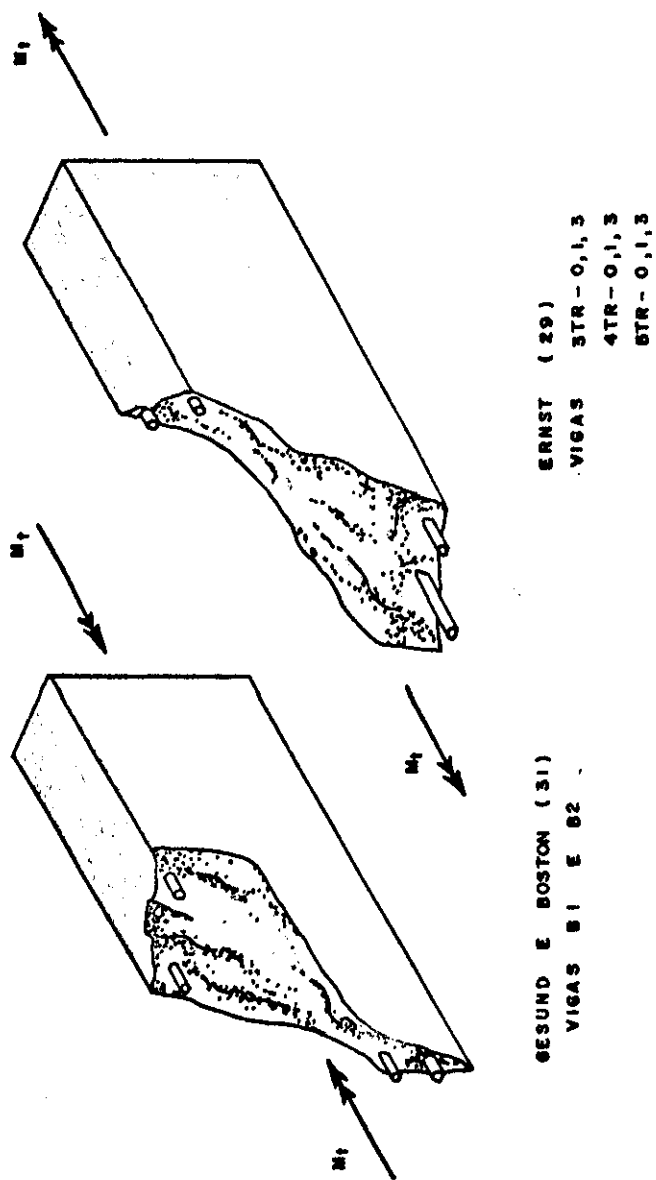


FIG. 1.4 - SUPERFÍCIES DE RUPTURA DE VIGAS DE CONCRETO COM ARMADURA LONGITUDINAL OBTIDAS POR GESUND & BOSTON (31) E ERNST (29)

Observa-se (29,30,31) que essas peças se rompem por tração diagonal, como as de concreto simples, com momento de torção igual ou pouco superior àquele que provoca o aparecimento da primeira fissura - momento de fissuração - com tensões baixas na armadura, sem que as barras atinjam o escoamento. Tem-se encontrado para os momentos de ruptura de vigas com armadura longitudinal valores iguais ou pouco superiores - da ordem de 5 a 20% - que aquêle de ruptura de vigas de concreto simples similares, crescendo um pouco com o aumento da taxa de armadura.

A tabela 10 apresenta resultados obtidos em testes (29,31) para os momentos de fissuração, M_{tF} , e de ruptura, M_{tR} , para algumas vigas armadas longitudinalmente.

TABELA 10

Momentos de Fissuração e de Ruptura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

FORTE	ESPECIME	M_{tF} (t.cm)	M_{tR} (t.cm)	$\frac{M_{tR}}{M_{tF}}$
Ernst (29)	3TR-0	43	43	1,00
	4TR-0	35	40	1,14
	5TR-0	39	39	1,00
Gesund e Boston (31)	1	37	41	1,11
	2	40	45	1,12
			média	1,09

A primeira fissura diagonal, devida às tensões principais de tração, em uma peça retangular, surge em uma das faces maiores da viga e se propaga em espiral de aproximadamente 45° se estendendo sobre as faces menores.

A ruptura se dá por esmagamento do concreto comprimido em uma charneira em "S", (fig. 14) formada na face maior oposta e destacamento de cunhas de concreto envolvendo as barras na região fissurada da seção, sem que a armadura alcance o escoamento.

Observa-se experimentalmente que a adição da armadura longitudinal não é eficiente o suficiente para impedir a formação das fissuras diagonais resultantes da torção e não tem influência considerável no comportamento dessas peças sob esse tipo de solicitação.

4.3 - Estudo analítico:

Devido à complexidade do problema e ao pequeno ganho observado nos testes aceita-se (12,30,32,33,34) como conveniente e seguro desprezar a armadura dessas peças no cálculo da sua resistência à ruptura por torção.

Com base em resultados experimentais (1,7, 8, 9, 29, 35, 36, 37, 38, 39) admite-se que essas peças, quando submetidas à torção pura, devam ser tratadas como vigas de concreto simples. Por isso o cálculo da sua resistência é feito empregando-se as expressões apresentadas para estas últimas.

4.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais:

Baseando-se nas considerações anteriores, faz-se uma comparação entre os resultados obtidos analiticamente, a través das teorias vistas para as vigas de concreto simples, com os obtidos experimentalmente por vários autores, em 46 vigas - com armadura longitudinal.

As características das peças estudadas são a presentadas na tabela 11, onde, a resistência à tração simples do concreto é obtida através da expressão 9. Os resultados en contrados teórica e experimentalmente estão reunidos nas tabe las 12 a 17.

Experimentalmente, tem-se notado, para as vi gas com armadura longitudinal, um aumento da sua resistência - em relação às similares de concreto simples, devido à adição de armadura. Pode ser observado nas tabelas 12 a 17 que as médias das relações entre os momentos de ruptura experimentais e os calculados são maiores, para cada teoria, que as médias respec tivas para as vigas de concreto simples.

Considerando-se que, se estas vigas estudadas fossem de concreto simples, teriam as mesmas médias obtidas an teriormente para peças dêsse tipo, nota-se que a adição de arma dura aumenta o momento de ruptura de aproximadamente 30% para - as teorias clássicas e de 25% para as modificadas e a aproxima ção de Kemp. Experimentalmente, entretanto, tem-se obtido (7,30) aumento da ordem de 10%, em média, para peças dêsse tipo. O au mento de 9% previsto pela teoria de ruptura por flexão oblíqua - se aproxima dessas observações em testes.

Os resultados dêste estudo, acham-se resumi dos na tabela 18.

TABELA 11 A

Características de Vigas de Concreto só com Armadura Longitudinal

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)	Armadura Longitudinal
Bach & Graf(34)		30	30	210	19,5	4 - Ø 18 mm nos cantos
		30	30	210	19,5	idem
		30	30	210	19,5	idem
		30	30	210	19,5	4 - Ø 18 mm nos cantos e
		30	30	210	19,5	4 - Ø 18 mm nas metades dos
		30	30	210	19,5	lados (tôdas)
		21	42	210	19,5	4 - Ø 18 mm nos cantos
		21	42	210	19,5	idem
		21	42	210	19,5	idem
		21	42	210	19,5	4 - Ø 18 mm nos cantos e
		21	42	210	19,5	2 - Ø 18 mm nas metades dos
		21	42	210	19,5	lados maiores (tôdas)

TABELA 11 B

Características de Vigas de Concreto só com Armadura Longitudinal

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)	Armadura Longitudinal
Young, Sagar & Hughes (34)	B1	12,7	12,7	119	14,5	4 - \emptyset 1/4" nos cantos
	B2	12,7	19,0	119	14,5	4 - \emptyset 5/16" nos cantos
	B3	12,7	25,5	119	14,5	4 - \emptyset 3/8" nos cantos
Turner & Davies (34)	S3	12,7	12,7	175	17,5	4 - \emptyset 3/8" nos cantos
	S7	10,0	20,0	175	17,5	idem
Andersen (34)	1A	20	20	273	22,0	4 - \emptyset 3/8" nos cantos
	1B	20	20	273	22,0	idem
	1C	20	20	273	22,0	idem
	2A	20	20	490	29,0	idem
	2B	20	20	490	29,0	idem
	2C	20	20	490	29,0	idem

TABELA 11 C

Características de Vigas de Concreto só com Armadura Longitudinal

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)	Armadura Longitudinal
Andersen (34)	B1	25,5	25,5	147	16,0	4 - \emptyset 1/2" nos cantos
	B2	25,5	25,5	157	16,6	idem
	B3	25,5	25,5	157	16,6	idem
	B4	25,5	25,5	252	21,0	idem
	B5	25,5	25,5	252	21,0	idem
	B6	25,5	25,5	258	21,0	idem
	B7	25,5	25,5	350	25,0	idem
	B8	25,5	25,5	350	25,0	idem
	B9	25,5	25,5	364	25,3	idem
Nylander (34)	III 1a	9,4	20,0	178	17,6	3 - \emptyset 0,55" no fundo
	III 1b	9,4	20,0	178	17,6	idem
	IV 5a	9,4	20,0	216	19,5	3 - \emptyset 3/4" no fundo
	IV 5b	9,4	20,0	216	19,5	idem

TABELA 11 D

Características de Vigas de Concreto só com Armadura Longitudinal

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)	Armadura Longitudinal
Marshall & Tembe(34)	B1	10,0	15,3	190	18,0	4 - \emptyset 5/16" nos cantos
	B2	10,0	15,3	190	18,0	idem
	B3	10,0	15,3	190	18,0	idem
	C1	10,0	15,3	190	18,0	4 - \emptyset 5/16" nos meios d/ lados
	C2	10,0	15,3	190	18,0	idem
	C3	10,0	15,3	190	18,0	idem
Cowan(39)	A	15,3	25,5	252	21,0	4 - \emptyset 5/8" nos cantos
Ernst(29)	3TR-0	15,3	30,5	275	22,0	4 - \emptyset 3/8" nos cantos
	4TR-0	15,3	30,5	275	22,0	4 - \emptyset 1/2" nos cantos
	5TR-0	15,3	30,5	275	22,0	4 - \emptyset 5/8" nos cantos

TABELA 12 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Elástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Bach & Graf (34)		180	109	1,65
		200	109	1,83
		185	109	1,70
		185	109	1,70
		207	109	1,90
		200	109	1,83
		150	88	1,70
		157	88	1,78
		157	88	1,78
		162	88	1,84
		150	88	1,70
		162	88	1,84
				média
Young, Sagar & Hughes (34)	B1	16	6	2,67
	B2	26	10	2,60
	B3	42	14,5	2,90
				média
Turner & Davies (34)	S3	14,5	7,5	1,93
	S7	14	8,5	1,65
				média

TABELA 12 E

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Elástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$	
Andersen (34)	1A	58	37	1,57	
	1B	84	37	2,27	
	1C	104	37	2,81	
	2A	71	48	1,48	
	2B	113	48	2,35	
	2C	140	48	2,92	
	B1	80	55	1,45	
	B2	89	57	1,56	
	B3	92	57	1,61	
	B4	97	72	1,35	
	B5	102	72	1,42	
	B6	112	72	1,55	
	B7	121	85	1,42	
	B8	126	85	1,48	
	B9	138	87	1,59	
				média	1,79
	Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	6,5	2,07
B2		13	6,5	2,00	
B3		13,5	6,5	2,07	
C1		13	6,5	2,00	
C2		13,5	6,5	2,07	
C3		12,5	6,5	1,92	
				média	2,02

TABELA 12 C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Elástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Nylander (34)	III 1a	15	7,5	2,00
	III 1b	15	7,5	2,03
	IV 5a	18	8,5	2,11
	IV 5b	17	8,5	2,00
				média
Cowan (39)	A	41	29	1,41
Ernst (29)	3TR-0	43	39	1,10
	4TR-0	40	39	1,03
	5TR-0	39	39	1,00
				média
Para os 46 espécimes			média	1,84

TABELA 13 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Plástica

FONTE	ESPECIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Bach & Graf (34)		180	174	1,03
		200	174	1,15
		185	174	1,06
		185	174	1,06
		207	174	1,19
		200	174	1,15
		150	150	1,00
		157	150	1,05
		157	150	1,05
		162	150	1,08
		150	150	1,00
		162	150	1,08
				média
Young, Sagar & Hughes (34)	B1	16	10	1,60
	B2	26	17	1,53
	B3	42	24,5	1,71
			média	1,61
Turner & Davies (34)	S3	14,5	12	1,21
	S7	14	14,5	0,97
			média	1,09

TABELA 13B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Plástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Andersen (34)	1A	58	59	0,98
	1B	84	59	1,42
	1C	104	59	1,76
	2A	71	77	0,92
	2B	113	77	1,47
	2C	140	77	1,82
	B1	80	88	0,91
	B2	89	92	0,97
	B3	92	92	1,00
	B4	97	116	0,82
	B5	102	116	0,88
	B6	112	116	0,97
	B7	121	138	0,88
	B8	126	138	0,91
	B9	138	140	0,96
			média	1,11
Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	10,5	1,29
	B2	13	10,5	1,24
	B3	13,5	10,5	1,29
	C1	13	10,5	1,24
	C2	13,5	10,5	1,29
	C3	12,5	10,5	1,19
				média

TABELA 13 C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Plástica

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Nylander(34)	III 1a	15	13	1,5
	III 1b	15	13	1,15
	IV 5a	18	14,5	1,24
	IV 5b	17	14,5	1,17
				média
Cowan(39)	A	41	50	0,82
Ernst(29)	3TR-0	43	66	0,65
	4TR-0	40	66	0,61
	5TR-0	39	66	0,59
				média
Para os 46 espécimes			média	1,12

TABELA 14 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria de Mukherjee e Kemp

FONTE	ESPECIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Bach & Graf (34)		180	165	1,09
		200	165	1,21
		185	165	1,12
		185	165	1,12
		207	165	1,25
		200	165	1,21
		150	130	1,15
		157	130	1,21
		157	130	1,21
		162	130	1,25
		150	130	1,15
		162	130	1,25
				média
Young, Sagar & Hughes (34)	B1	16	9,5	1,68
	B2	26	15,5	1,68
	B3	42	21,5	1,95
				média
Turner & Davies (34)	S3	14,5	11,5	1,26
	S7	14	12,5	1,12
				média

TABELA 14 E

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria de Mukherjee e Kemp

FONTE	ESPECIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Andersen (34)	1A	58	56	1,04
	1B	84	56	1,50
	1C	104	56	1,86
	2A	71	73	0,97
	2B	113	73	1,55
	2C	140	73	1,92
	B1	80	84	0,95
	B2	89	89	1,00
	B3	92	89	1,03
	B4	97	110	0,88
	B5	102	110	0,93
	B6	112	110	1,02
	B7	121	131	0,92
	B8	126	131	1,05
	B9	138	131	1,05
			média	1,17
Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	9,5	1,42
	B2	13	9,5	1,37
	B3	13,5	9,5	1,42
	C1	13	9,5	1,37
	C2	13,5	9,5	1,42
	C3	12,5	9,5	1,32
				média

TABELA 14 C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria de Mukherjee e Kemp

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm) .	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Nylander (34)	III 1a	15	11,5	1,30
	III 1b	15	11,5	1,30
	IV 5a	18	12,5	1,44
	IV 5b	17	12,5	1,36
				média
Cowan (39)	A	41	44	0,93
Ernst (29)	3-TRO	43	57	0,75
	4-TRO	40	57	0,70
	5-TRO	39	57	0,68
				média
Para os 46 espécimes			média	1,22

TABELA 15 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua

FONTE	ESPECIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Bach & Graf(34)		180	175	1,03
		200	175	1,14
		185	175	1,06
		185	175	1,06
		207	175	1,18
		200	175	1,14
		150	130	1,15
		157	130	1,21
		157	130	1,21
		162	130	1,25
		150	130	1,15
		162	130	1,25
			média	1,15
	Young, Sagar & Hughes(34)	B1	16	14,5
B2		26	21,5	1,21
B3		42	29	1,45
			média	1,25
Turner & Davies(34)	S3	14,5	16,5	0,88
	S7	14	19,5	0,72
			média	0,80

TABELA 15 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Andersen (34)	1A	58	64	0,90
	1B	84	64	1,30
	1C	104	64	1,61
	2A	71	78	0,91
	2B	113	78	1,45
	2C	140	78	1,79
	B1	80	97	0,82
	B2	89	100	0,89
	B3	92	100	0,92
	B4	97	116	0,84
	B5	102	116	0,88
	B6	112	117	0,96
	B7	121	130	0,93
	B8	126	130	0,97
	B9	138	131	1,05
			média	1,08
Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	15	0,90
	B2	13	15	0,87
	B3	13,5	15	0,90
	C1	13	15	0,87
	C2	13,5	15	0,90
	C3	12,5	15	0,83
				média

TABELA 15C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Nylander (34)	III 1a	15	17,5	0,86
	III 1b	15	17,5	0,86
	IV 5a	18	17,5	1,03
	IV 5b	17	17,5	0,87
				média
Cowan (39)	A	41	49	0,84
Ernst (29)	3TR-0	43	60	0,72
	4TR-0	40	60	0,67
	5TR-0	39	60	0,65
				média
Para os 46 espécimes			média	1,02

TABELA 16 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Elástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Bach & Graf (34)		180	157	1,15
		200	157	1,27
		185	157	1,18
		185	157	1,18
		207	157	1,32
		200	157	1,27
		150	127	1,18
		157	127	1,24
		157	127	1,24
		162	127	1,28
		150	127	1,18
		162	127	1,28
				média
Young, Sagar & Hughes (34)	B1	16	9	1,78
	B2	26	15	1,73
	B3	42	21	2,00
				média
Turner & Davies (34)	S3	14,5	11	1,32
	S7	14	12,5	1,12
				média

TABELA 16 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
 Teoria Elástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Andersen (34)	1A	58	53	1,09
	1B	84	53	1,58
	1C	104	53	1,96
	2A	71	71	1,00
	2B	113	71	1,59
	2C	140	71	1,97
	B1	80	81	0,98
	B2	89	84	1,06
	B3	92	84	1,10
	B4	97	106	0,92
	B5	102	106	0,96
	B6	112	107	1,05
	B7	121	124	0,98
	B8	126	124	1,02
	B9	138	127	1,09
				média
Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	9,5	1,42
	B2	13	9,5	1,37
	B3	13,5	9,5	1,42
	B4	13	9,5	1,37
	B5	13,5	9,5	1,42
	B6	12,5	9,5	1,37
				média

TABELA 16C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
Teoria Elástica Modificada

FORTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Nylander (34)	III 1a	15	11,5	1,30
	III 1b	15	11,5	1,30
	IV 5a	18	12,5	1,44
	IV 5b	17	12,5	1,36
				média
Cowan (39)	A	41	43	0,95
Ernst (29)	3TR-0	43	56	0,77
	4TR-0	40	56	0,71
	5TR-0	39	56	0,70
				média
Para os 46 espécimes			média	1,28

TABELA 17 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal
Teoria Plástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Bach & Graf (34)		180	149	1,21
		200	149	1,34
		185	149	1,24
		185	149	1,24
		207	149	1,39
		200	149	1,34
		150	128	1,17
		157	128	1,23
		157	128	1,23
		162	128	1,27
		150	128	1,17
		162	128	1,27
			média	1,26
	Young, Sagar & Hughes (34)		16	9
		26	15	1,73
		42	21	2,00
			média	1,84
Turner & Davies (34)	S3	14,5	11	1,32
	S7	14	12,5	1,12
			média	1,22

TABELA 17 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Plástica Modificada

FORTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Andersen (34)	1A	58	50	1,16
	1B	84	50	1,68
	1C	104	50	2,08
	2A	71	68	1,04
	2B	113	68	1,66
	2C	140	68	2,06
	B1	80	77	1,04
	B2	89	80	1,11
	B3	92	80	1,15
	B4	97	100	0,97
	B5	102	100	1,02
	B6	112	102	1,10
	B7	121	118	1,03
	B8	126	118	1,07
	B9	138	121	1,14
			média	1,29
Marshall & Tembe (34)	B1	13,5	9,5	1,42
	B2	13	9,5	1,37
	B3	13,5	9,5	1,42
	C1	13	9,5	1,37
	C2	13,5	9,5	1,42
	C3	12,5	9,5	1,32
				média

TABELA 17 C

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas de Concreto com Armadura Longitudinal

Teoria Plástica Modificada

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Nylander (34)	III 1a	15	11,5	1,30
	III 1b	15	11,5	1,30
	IV 5a	18	12,5	1,44
	IV 5b	17	12,5	1,36
				média
Cowan (39)	A	41	43	0,95
Ernst (29)	3TR-0	43	57	0,75
	4TR-0	40	57	0,70
	5TR-0	39	57	0,68
				média
Para os 46 espécimes			média	1,29

TABELA 18

RESUMO DO ESTUDO DA RELAÇÃO $M_{tr}(\text{ens.}) / M_{tr}(\text{calc.})$
 PARA VIGAS COM ARMADURA LONGITUDINAL
 REFERENTE ÀS TABELAS 11 A 16

TEORIA	VALOR MÁXIMO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÉDIO	VALORES IGUAIS OU SUPERIORES A 1,00	VALORES ENTE
Elástica Clássica	2,92	1,00	1,84	100,0%	0,90 e 1,10
Plástica Clássica	1,82	0,59	1,12	67,4%	39,1%
Mukherjee e Kemp	1,95	0,68	1,22	80,4%	26,1%
De Ruptura por Flexão Oblíqua	1,79	0,65	1,02	45,6%	32,6%
Elástica Modificada	2,00	0,70	1,28	82,6%	26,1%
Plástica Modificada	2,08	0,69	1,29	89,1%	17,4%

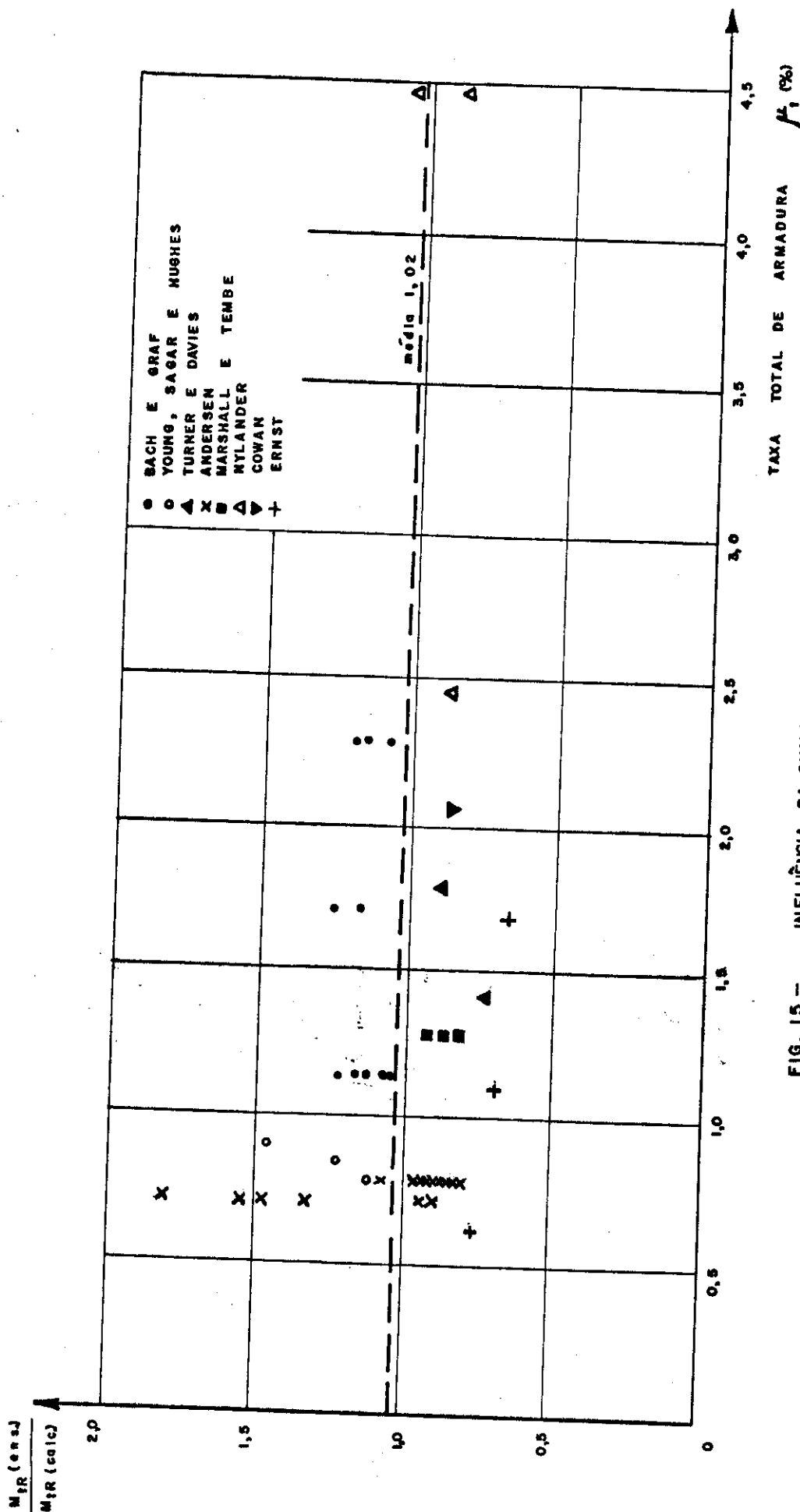


FIG. 15 --
 INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DE ARMADURA NO MOMENTO DE RUPTURA POR TORÇÃO PURA DE VIGAS ARMADAS LONGITUDINALMENTE, SEGUNDO A TEORIA DE RUPTURA POR FLEXÃO OBLÍQUA.

Dos resultados encontrados, observa-se que as teorias desenvolvidas para as vigas de concreto simples, podem ser aplicadas às vigas com armadura longitudinal, estimando a resistência destas com mais segurança que daquelas. Entretanto, a que apresenta maior correlação com os testes parece ser a de ruptura por flexão oblíqua.

Tem-se notado também, um leve aumento do momento de ruptura em vigas similares, com o aumento da taxa de armadura. Nas tabelas 12 a 17, isso pode ser observado através das relações $M_{tR}(\text{ens.})/M_{tR}(\text{calc.})$. Este fato, contudo, nem sempre ocorre e por isso, não deve ser levado em consideração. A fig. 15 ilustra a influência da taxa de armadura na resistência das vigas estudadas, aplicando-se a teoria de ruptura por flexão oblíqua. Nessa figura, a reta tracejada indica a média obtida para as relações entre os valores experimentais e os calculados. Observa-se que parece razoável não considerar a influência da armadura na resistência destas peças.

4.5 - Conclusões:

Do que é apresentado, pode-se concluir que:

a - Todas as teorias desenvolvidas para explicar a resistência das vigas de concreto simples podem ser aplicadas àquelas com armadura longitudinal.

b - Aquela que apresenta maior correlação com os ensaios parece ser a de ruptura por flexão oblíqua.

c - A quantidade de armadura apresenta influência pequena no momento de ruptura por torção das vigas armadas longitudinalmente. Pelo fato dessa influência ser pequena, parece razoável que a armadura dessas vigas seja desprezada.

5 - VIGAS DE CONCRETO COM ARMADURAS LONGITUDINAL E TRANSVERSAL

5.1 - Generalidades:

Estas são as peças cujo estudo apresenta maior interêsse, conseqüente da maior capacidade de carga que as apresentadas anteriormente. Por essa razão se procura armar longitudinal e transversalmente as vigas de concreto que devem resistir a torção. Como já foi mencionado, a armadura de execução - mais fácil e rápida é a constituída por barras e estribos fechados. Será de peças com êsse tipo de armadura que se tratará aqui.

Essas peças são classificadas, conforme o comportamento da armadura em relação ao concreto, em três tipos :

- sub-armadas
- parcialmente super-armadas
- completamente super-armadas

Uma viga sub-armada é aquela em que a ruptura se dá com o escoamento das armaduras - barras e estribos - antes do concreto romper por compressão. É considerada parcialmente super-armada quando uma das armaduras não alcança o escoamento até a ruptura da peça. Completamente super-armada é aquela em que a ruptura se dá por esmagamento do concreto sem que as armaduras atinjam o escoamento.

No caso de aços do mesmo tipo, era pensamento geral que as taxas de armadura longitudinal e transversal devem ser iguais para oferecerem resistência adequada aos esforços principais de tração a 45° . No caso de taxas diferentes des

sas armaduras, a diferença da maior em relação à menor era ignorada. Entretanto, ficou demonstrado experimentalmente(40), que esse acréscimo ainda oferece resistência adicional e nada impede que seja considerado no cálculo.

Contudo, devem ser respeitados limites para as taxas de armadura, para se evitar peças super-armadas. Esses limites não estão ainda bem determinados, existindo somente algumas indicações(41,46), as quais requerem maior número de verificações experimentais para que possam ser aceitas.

Dois métodos para a previsão do momento de ruptura por torção pura são apresentados. O primeiro foi desenvolvido por Rausch(43) em 1929 e incorporado às normas de cálculo de diversos países, inclusive à Norma Alemã DIN 4224 de 1958. Essa teoria posteriormente foi modificada por Andersen(37), Cowan(23) e Lampert(44). A versão de Cowan foi incorporada à Norma Australiana N° CA.2-1958 e a de Lampert, que é uma generalização da teoria de Rausch, foi adotada pelo C.E.B. em 1970. O segundo método foi proposto por Lessig(28,45) em 1958 para torção e flexão combinadas e incluída em 1962 na Norma Russa S NiP II-B. 1 - 62. Essa teoria é válida também para a torção pura, quando na expressão dos momentos aplicados se torna nula a força cortante. Modificada por Hsu(41) foi incorporada às recomendações do A.C.I. Committee 438 em 1969. No ano seguinte, Pandit(46) sugeriu uma complementação desta última, para considerar a eficiência das armaduras.

As teorias aqui apresentadas para as seções retangulares são as adotadas pela maioria das normas e recomendações existentes e são também aquelas que apresentam resultados mais satisfatórios. São comparadas com resultados experimentais visando apurar a que explica melhor a resistência das vigas de concreto armadas com barras e estribos fechados. Essa comparação é feita para 41 peças ensaiadas, cujas características e resultados são encontrados na literatura e completada com os de 61 outras, também encontradas na bibliografia.

5.2 - Comportamento à torção pura:

Verifica-se que as vigas de concreto com armadura longitudinal e transversal submetidas à torção pura apresentam comportamentos distintos antes e depois da fissuração .

Com a aplicação do carregamento o comportamento é aproximadamente elástico e as tensões nas armaduras são bastante baixas. Nessa fase o diagrama momento de torção-distorsão (fig. 16) se aproxima muito daquele de vigas similares de concreto simples. No prosseguimento do carregamento, quando o momento de torção atinge um determinado valor, formam-se as primeiras fissuras e observa-se um aumento brusco das tensões nas armaduras. Considera-se atingido o momento de fissuração . Tem-se obtido para êste nas vigas com armaduras longitudinal e transversal, valores até 30% maiores que os de ruptura de vigas similares de concreto simples, crescentes com o aumento da quantidade total de armadura (40).

Nêsse instante as seções giram sob carregamento constante, uma em relação à outra e as tensões na armadura crescem bruscamente. O diagrama momento de torção-distorsão apresenta um patamar (fig. 16). Êsse comportamento parece indicar que as fissuras modificam a condição de equilíbrio existente na peça não fissurada, de maneira a assumir uma nova condição de equilíbrio, transferindo a sollicitação para a armadura (40). No fim dêsse processo êle é restabelecido e cessa o aumento das tensões na armadura. A superfície da viga apresenta depois disso, uma distribuição de fissuras no concreto. A fig. 17 mostra uma formação possível de fissuras iniciais. Como se observa em vários testes (40), a rotação correspondente ao processo de fissuração inicial - comprimento do patamar no diagrama - e as tensões na armadura são menores quando se tem quantidades maiores de armadura para a mesma seção de concreto. A fig. 18 ilustra o exposto, para as vigas B1 a B6 ensaiadas por Hsu (40) .

Depois da fissuração inicial do concreto, o momento de torção aplicado aumenta, seguindo no início, uma varia

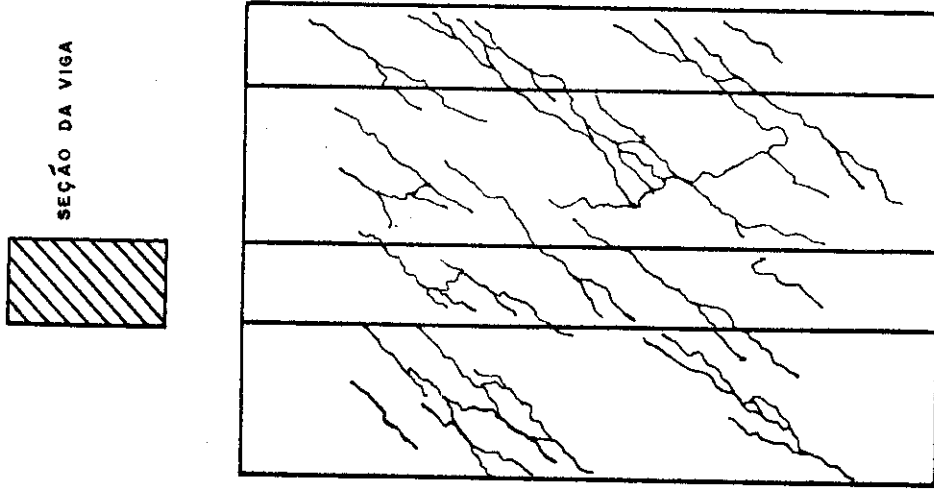


FIG. 17 -- DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO MOSTRANDO A FORMAÇÃO DE FISSURAS INICIAIS

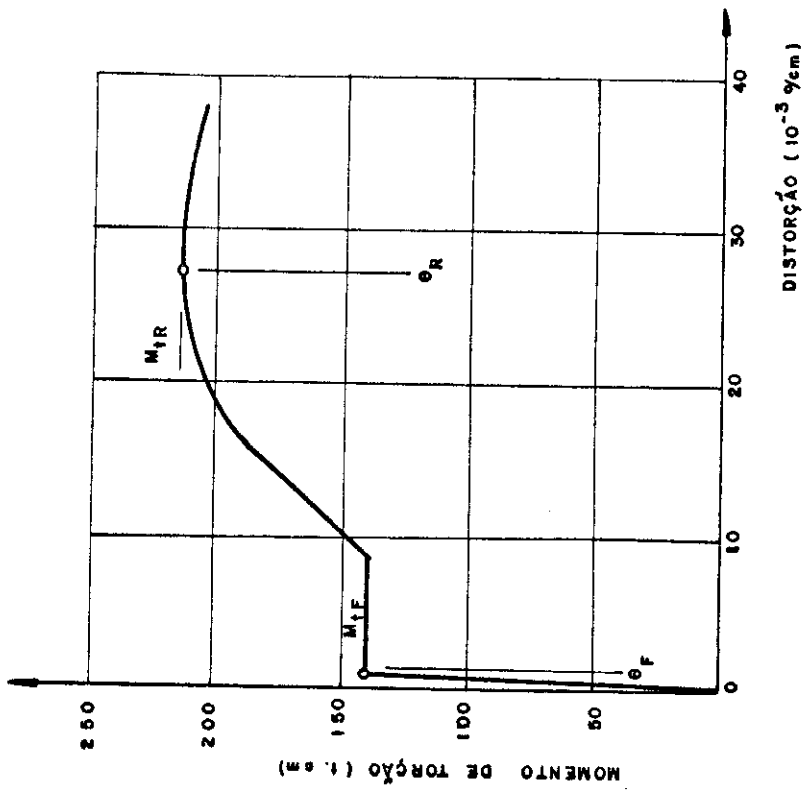


FIG. 16-- DIAGRAMA MOMENTO DE TORÇÃO -DISTORÇÃO PARA VIGAS DE CONCRETO ARMADO.

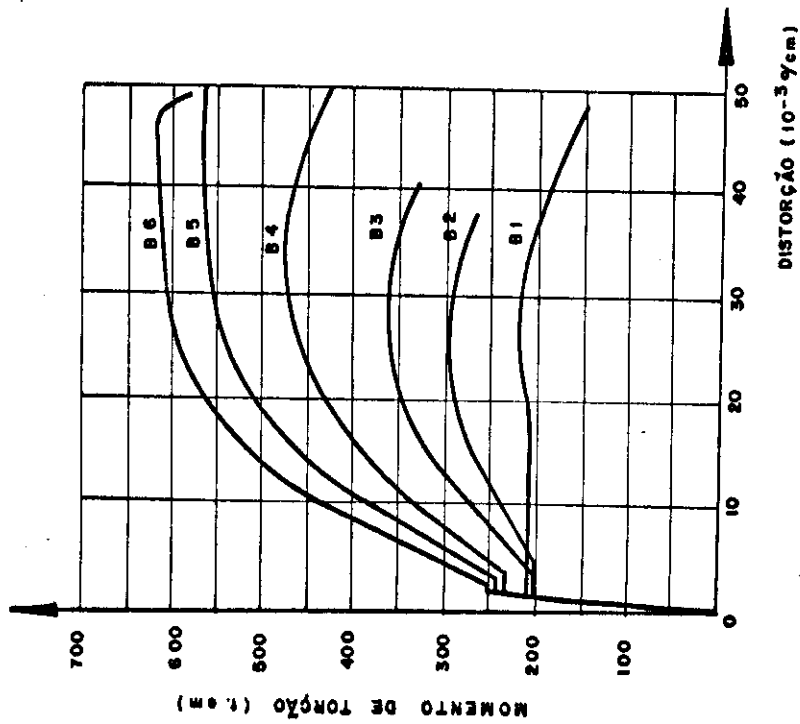


FIG. 18 - VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DE ARMADURA NO MOMENTO DE RUPTURA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO-HSU (40)

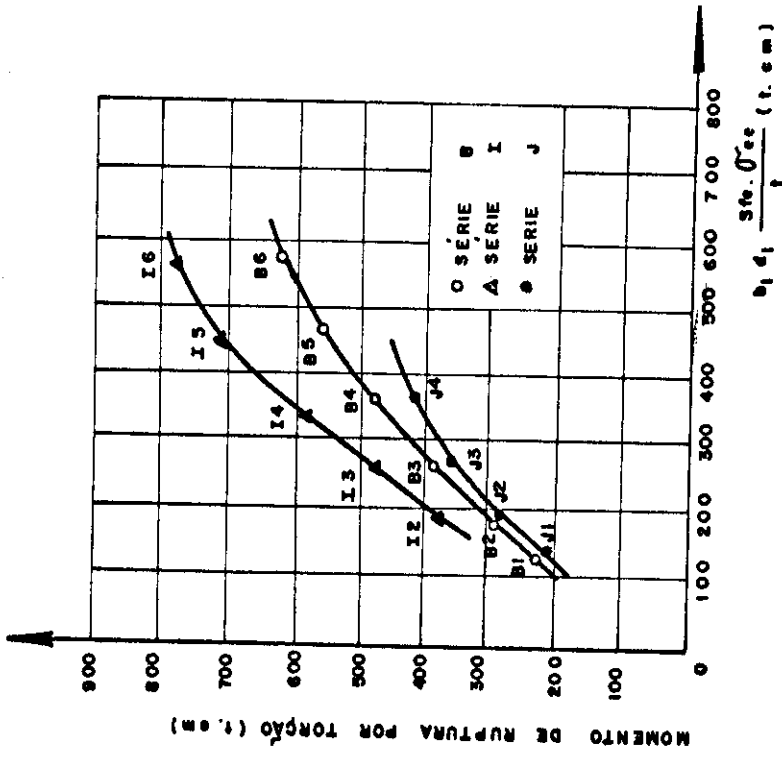


FIG. 19 - VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DE ARMADURA E DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO-HSU(40)

ção linear com a distorção ϕ que desaparece gradativamente até a ruptura (fig. 16). Nessa fase as tensões na armadura são elevadas. Observa-se (40) que as barras colocadas na periferia da seção transversal são quase igualmente solicitadas, independentemente da sua localização. As tensões naquelas dos vértices da seção têm valor aproximadamente igual ao das barras situadas nos pontos médios das faces maiores. Os estribos são uniformemente solicitados nos ramos maiores e, nos menores, verifica-se que as tensões são baixas, ocasionalmente de compressão (40).

O momento de ruptura de vigas sub-armadas depende diretamente da quantidade de armadura, como mostrado na fig. 18. Esta apresenta diagramas momento de torção-distorção para vigas similares B1 a B6 de Hsu (40), com armadura longitudinal simétrica em relação aos eixos da seção. A fig. 19 também apresenta influência da quantidade de armadura através do fator de armadura $\rho_l d_l S_{fe} \cdot \sigma_{ee}/t$. Observa-se que para as vigas sub-armadas B1, B2, B3 e B4 existe uma variação linear, que desaparece para as super-armadas. Verifica-se experimentalmente (48) que, para a mesma taxa de armadura longitudinal, o momento de ruptura é maior quando essa armadura é simetricamente dividida entre as metades superior e inferior da seção. Essa armadura perde sua eficiência quando colocada assimetricamente na seção. No caso extremo em que todas as barras são colocadas na parte inferior da seção, a resistência à torção pura é praticamente aquela de uma viga de concreto simples. Desde que exista uma barra em cada vértice da seção e se mantenha a taxa de armadura longitudinal, a colocação de barras intermediárias não aumenta o momento de ruptura por torção. Entretanto, essa disposição de barras ao longo do perímetro dos estribos assegura um melhor controle da fissuração.

Verifica-se também que, para a mesma taxa de armadura transversal, um espaçamento menor dos estribos aumenta um pouco o momento de ruptura (29, 46, 47) enquanto um espaçamento excessivo dos estribos - maior que a sua maior dimensão (40) ou que a maior dimensão da viga (29) - elimina sua eficiência. No primeiro caso, o aumento conseguido é pequeno, mas as condições

de fissuração são melhoradas. No último caso, a ruptura é prematura e se dá por tração diagonal com tensões muito baixas na armadura. O comportamento das peças nessa última situação é comparável ao de vigas armadas só longitudinalmente; é o caso das vigas 3TR-1, 3TR-3, 4TR-1, 4TR-3, 5TR-1 e 5TR-3 de Ernst(29).

Os ensaios têm revelado que deve existir um limite superior para a quantidade total de armadura que, quando é atingido, a ruptura se dá por escoamento da armadura ao mesmo tempo que por esmagamento do concreto. Este limite é denominado de taxa total balanceada de armadura, μ_{tb} . Para taxas totais de armadura maiores, a ruptura se dá por esmagamento do concreto comprimido entre as fissuras e no caso contrário, a ruptura se dá pelo escoamento da armadura. Contudo, neste último caso, para que tanto as barras longitudinais como os estribos alcancem o escoamento antes da ruptura da peça, a quantidade total de armadura deve ser dividida adequadamente entre as armaduras longitudinal e transversal. Dos testes pode-se perceber que, para que isso aconteça, não é necessário que se tenham volumes iguais de armadura nas duas direções, isto é, $p = 1$. É suficiente que a relação p varie dentro de certos limites. Quando inferior ao menor valor dêsse limite, na ruptura o escoamento se dá somente nos estribos e quando superior ao maior valor, na ruptura o escoamento só se verifica nas barras longitudinais.

Observa-se experimentalmente(40), também uma influência da resistência do concreto no momento de ruptura. Vigas similares armadas longitudinal e transversalmente apresentam momento de ruptura por torção maior, quando a resistência do concreto à compressão simples fôr mais alta. Esse fato parece indicar que o concreto tem uma participação na resistência da peça. No entanto, essa contribuição não parece ser devida ao núcleo de concreto, porque os testes de torção pura de vigas de concreto armado similares não apresentam diferença no momento de ruptura quando a seção é vazada(40,44). A fig. 20 ilustra este fato; as vigas B1 a B4 e D1 a D4 de Hsu(40) têm as mesmas características, com exceção de que na série D a seção transversal é vazada.

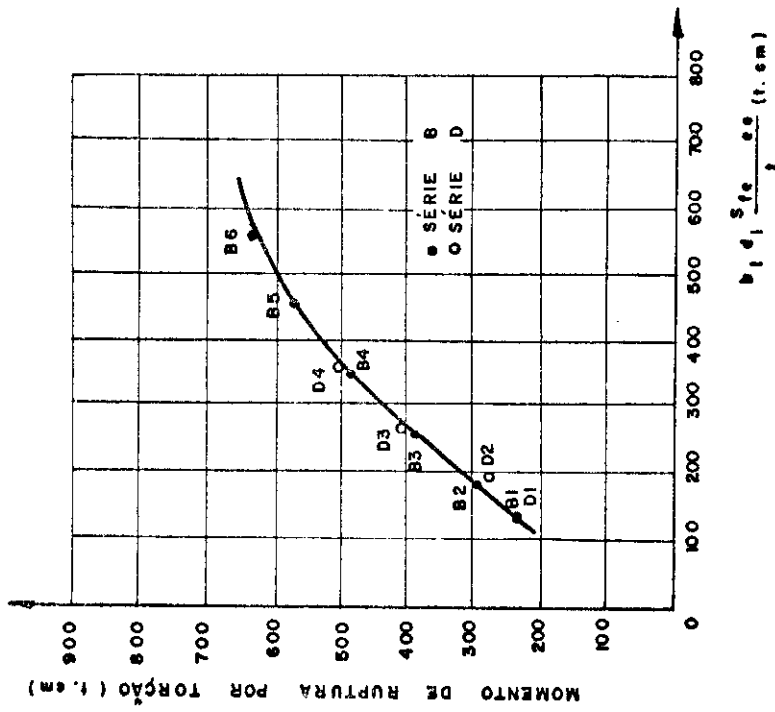
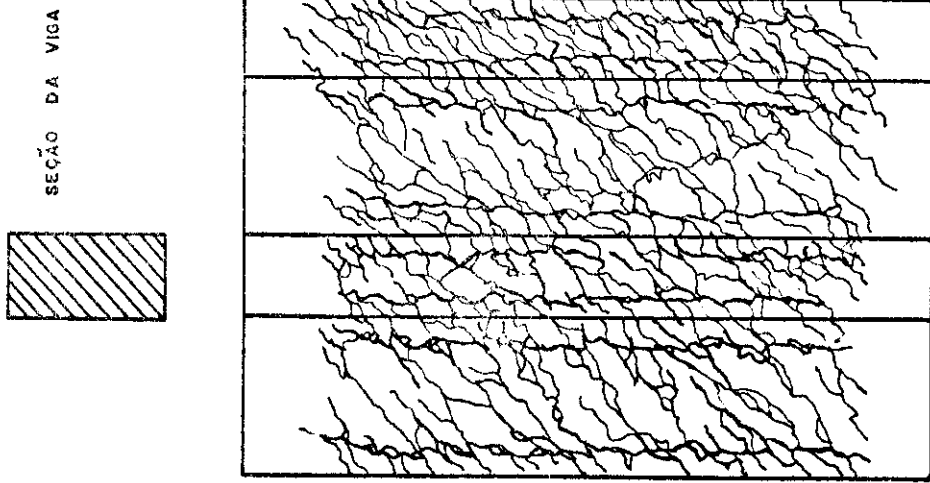


FIG. 20 - VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO NÚCLEO DE CONCRETO NO MOMENTO DE RUPTURA POR TORÇÃO - HSU (40)

FIG. 21- DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO MOSTRANDO UMA FORMAÇÃO DE FISSURAS NA RUPTURA

No fim da primeira fase de comportamento da peça, as fissuras iniciais surgem primeiramente nas faces maiores e, logo em seguida, nas menores. Com o aumento do momento torsor aplicado, as fissuras se abrem e se propagam nas faces da peça, ao mesmo tempo em que surgem outras. As fissuras sobre as faces maiores são inclinadas de aproximadamente 45° com o eixo da viga e muitas encontram a borda da viga a 90° e continuam na face menor. Aquelas sobre as faces menores, segundo algumas observações(40) são inclinadas de mais de 45° com o eixo da peça, havendo muitas que também encontram a borda da viga a 90° . A fig. 21 ilustra uma formação de fissuras sobre uma peça dessas, depois da ruptura.

A ruptura pode se dar nas seguintes formas:

1º) Ruptura por tração diagonal: se dá quando o espaçamento dos estribos é excessivo possibilitando que a primeira fissura diagonal se forme num trecho compreendido entre estribos, sem interceptar nenhum deles. As tensões nas armaduras são baixas e o momento de ruptura é governado pela resistência do concreto à tração. O processo e a superfície de ruptura são dos tipos encontrados para as vigas armadas só longitudinalmente. A fig. 22 ilustra essa superfície de ruptura.

2º) Ruptura por escoamento das armaduras: se dá quando as peças satisfazem as exigências expostas anteriormente, quanto às quantidades de armadura e disposição das barras e estribos. A ruptura se dá por esmagamento do concreto na região de uma das faces maiores, como resultado do escoamento da armadura.

3º) Ruptura por esmagamento do concreto: se dá quando se tem armadura em quantidade excessiva - superior à taxa total balanceada de armadura. O concreto rompe por compressão na região de uma das faces maiores, antes que a armadura atinja o escoamento.

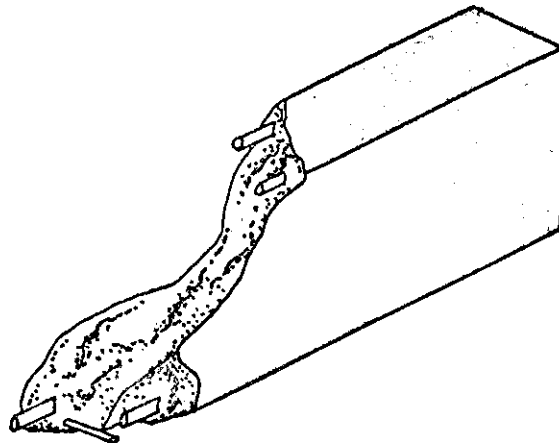


FIG. 22 - SUPERFÍCIE RESULTANTE DE RUPTURA POR TRACÇÃO DIAGONAL EM VIGA DE CONCRETO ARMADO

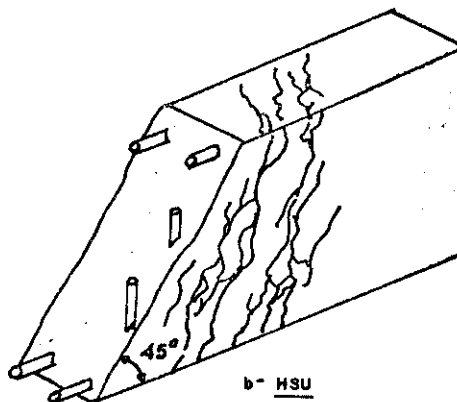
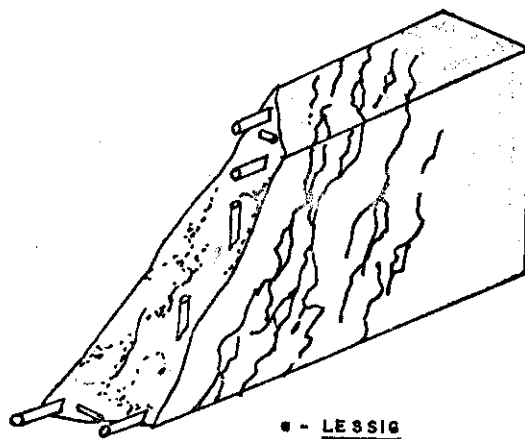


FIG. 23 - SUPERFÍCIE DE RUPTURA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO, SEGUNDO ALGUNS AUTORES.

A fig. 23 apresenta a superfície de ruptura para estes últimos tipos, segundo alguns autores(28,41).

5.3 - Estudo analítico:

5.3.a - Teoria de Rausch:

Esta teoria baseia-se na analogia da treliça proposta por Rausch(43). Um modelo de treliça espacial(fig. 24) é tomado para representar a viga de concreto armado com barras em espiral formando 45° com o eixo da viga. As diagonais tracionadas representam a armadura segundo as direções principais e as diagonais comprimidas representam o concreto entre as fissuras.

Não considera contribuição do concreto e admite tensão de escoamento ao longo de toda a armadura.

O esforço de tração em cada barra pode ser de composto em dois outros de mesmo módulo e direções ortogonais : um na direção do eixo longitudinal da viga e outro paralelo à face correspondente(fig. 25.).

Tomando o momento dessas componentes em relação ao eixo longitudinal e igualando-o ao momento aplicado, se obtém a expressão:

$$M_{tR} = 2 \sqrt{2} b_1 d_1 \frac{S_f \cdot \sigma_e}{t} \quad (20)$$

para as vigas com armadura helicoidal, onde S_f representa a área da seção transversal de uma barra em espiral.

Esta expressão é fácil de ser transformada para o caso de armadura formada por barras e estribos, com aços do mesmo tipo. Com $S_{fe} = S_f \sqrt{2}$ se obtém a expressão 21 para este tipo de armadura:

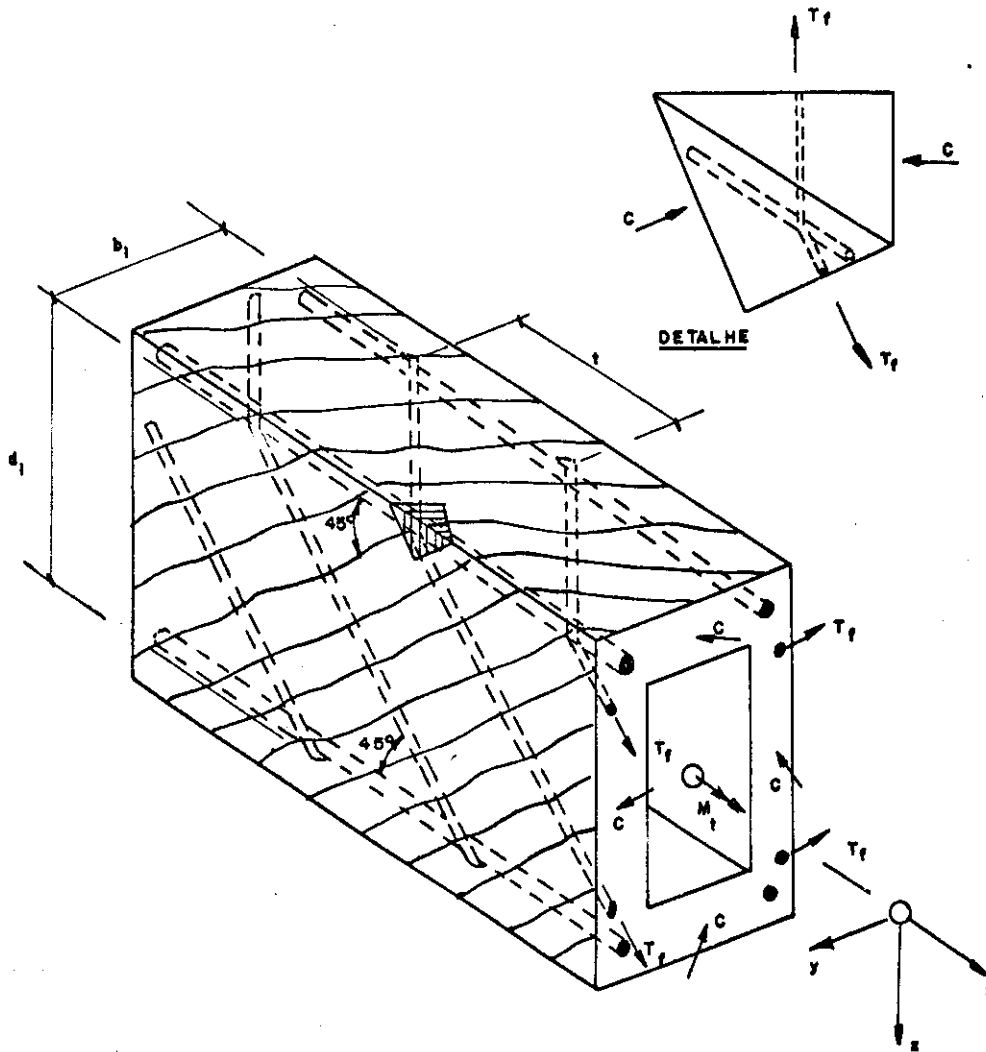


FIG. 24 - MODÊLO DE TRELIÇA ESPACIAL
COM DIAGONAIS A 45°

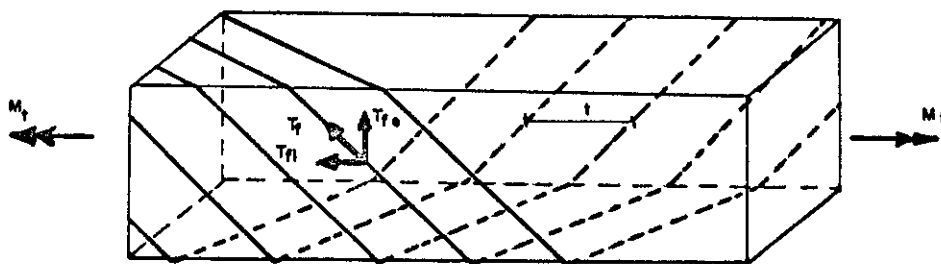


FIG. 25 - ESQUEMA DA DECOMPOSIÇÃO
DE ESFORÇOS NA ESPIRAL.

$$M_{tR} = 2 b_1 d_1 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (21)$$

Considerando que as componentes transversal e longitudinal são iguais, $\varphi = 45^\circ$, supõe-se a mesma taxa de armadura nas duas direções: $p = 1$. Portanto:

$$S_{f\ell} = 2 S_{fe} \frac{b_1 + d_1}{t} \quad (22)$$

Quando se tem taxas de armaduras diferentes nas duas direções, o acréscimo deve ser ignorado.

Este é o critério seguido neste trabalho para a comparação dos resultados teóricos com os experimentais, segundo a teoria de Rausch.

Para se evitar peça super-armada, o valor máximo de τ calculado com a expressão 1 e coeficiente α_1 da do pela tabela 1, deve ser inferior ao máximo permitido pelas normas para σ_I em peça com armadura.

5.3.b - Teoria de Cowan:

A solução apresentada por Cowan(23) é obtida igualando o trabalho do momento de torção à energia de de formação ao longo da armadura. O método é aplicado às peças de seção retangular com armadura em espiral, utilizando a teoria elástica de torção de Saint Venant. A solução proposta baseia-se no momento torsor de serviço e em tensões admissíveis para o concreto e a armadura.

Admite-se que a tensão nas barras espirais deva variar de zero nos vértices até um máximo no meio da face maior, de acôrdo com a teoria de torção de Saint Venant e considera-se que o momento máximo é atingido quando a máxima tensão na armadura alcançar o valor admissível.

Atribuindo ao concreto uma parcela da resistência da viga e admitindo que a resistência desta seja dada pelas contribuições da peça de concreto simples e da armadura existente, toma-se como tensões admissíveis no concreto os seguintes valores:

- quando não houver armadura para resistir os esforços de tração diagonal:

$$\bar{\sigma} = 0,020 \quad \sigma_R + 1,4 \text{ Kg/cm}^2 \leq 6,3 \text{ Kg/cm}^2 \quad (23)$$

- quando houver armadura para resistir os esforços de tração diagonal:

$$\bar{\sigma} = 0,020 \quad \sigma_R + 5,6 \text{ Kg/cm}^2 \leq 25,2 \text{ Kg/cm}^2 \quad (24)$$

Como se verifica, a contribuição da armadura na resistência não deve exceder a três vezes aquela devida ao concreto simples, para evitar ruptura por compressão do concreto.

Fazendo uma verificação da teoria de Cowan na ruptura, como também indica Hsu(40,41), para peças com seção retangular e armadura constituída por barras e estribos, o momento de ruptura por torção pura é dado por:

$$M_{tR} = \alpha_1 b^2 d \sigma_T + 1,6 b_1 d_1 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (25)$$

Para armaduras de aços do mesmo tipo, considera-se também taxas iguais nas direções longitudinal e transversal. No caso de taxas diferentes o acréscimo deve ser ignorado. A mais fraca governa a capacidade da peça.

5.3.c - Teoria generalizada da treliça:

Primeiro proposta por Rausch(43) e recentemente generalizada por Lampert(44), a teoria da treliça espacial é a teoria clássica de torção para as vigas de concreto armado .

Esta última versão foi primeiramente desenvolvida para o caso de seções retangulares vazadas, com base no modelo mostrado na fig. 27 e depois aplicada às seções cheias . A seção da fig. 27 é simétrica em relação ao eixo z , contém estribos fechados e armadura longitudinal assimétrica em relação ao eixo y .

A armadura longitudinal, concentrada nos vértices, constitui os banzos; as bielas de concreto comprimido entre as fissuras representam as diagonais e os estribos atuam como montantes. O ângulo φ das diagonais com o eixo da treliça é constante em todos os painéis, mas não necessariamente 45° como admitido por Rausch. O valor desse ângulo depende da relação entre as quantidades de armaduras transversal e longitudinal(49):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{S_{fe} \cdot \sigma_{ee}}{\sqrt{\frac{S_{fl} \sigma_{el} \cdot S_{fe} \sigma_{ee}}{2(b_2 + d_2) t}}} \quad (26)$$

Por essa razão o modelo é chamado de "treliça espacial com diagonais de inclinação variável".

Difere da treliça de Rausch num segundo aspecto. Observa-se que os esforços diagonais de compressão em cada parede da seção são transmitidos para a seguinte pelas barras longitudinais colocadas nos vértices. Por isso as distâncias entre seus eixos determinam as dimensões do modelo. As outras teorias consideram que as dimensões deste sejam dadas pelas distâncias entre os eixos dos estribos. Essa diferença influi apreciavelmente nos resultados, como se mostra neste trabalho.

Devido à redistribuição de tensões na armadura depois da fissuração, como observado em testes de peças sub-armadas(40,44), considera-se no desenvolvimento da teoria, tensão de escoamento ao longo de todas as armaduras.

Experimentalmente também se verifica(40,44) - que não há diferença no momento de ruptura por torção pura de vigas similares de concreto armado, com seções cheias ou vazadas, como mencionado anteriormente. Por essa razão não deve existir contribuição do núcleo de concreto no momento de ruptura. Isso significa que as vigas de seção cheia podem ser consideradas como vigas de seção vazada, de maneira que, a teoria da treliça desenvolvida primeiramente para estas, pode ser estendida também às seções cheias. A resistência da peça depende somente da armadura e das dimensões da treliça.

Para as seções retangulares com armadura longitudinal e transversal, com a primeira simétrica em relação ao eixo y, o momento de ruptura por torção pura é calculado pela expressão:

$$M_{tR} = 2 b_2 d_2 \sqrt{\frac{S_{fl} \sigma_{el} \cdot S_{fe} \sigma_{ee}}{2(b_2 + d_2) t}} \quad (27)$$

No caso de armadura longitudinal assimétrica em relação ao eixo y, o termo $S_{fl} \sigma_{el}$ deve corresponder à armadura mais fraca das duas (50).

No caso particular de "iguais volumes" de armaduras longitudinal e transversal :

$$S_{fl} \sigma_{el} \cdot t = S_{fe} \sigma_{ee} 2(b_2 + d_2) \quad (28)$$

a expressão 27 se transforma em:

$$M_{tR} = 2 b_2 d_2 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (29)$$

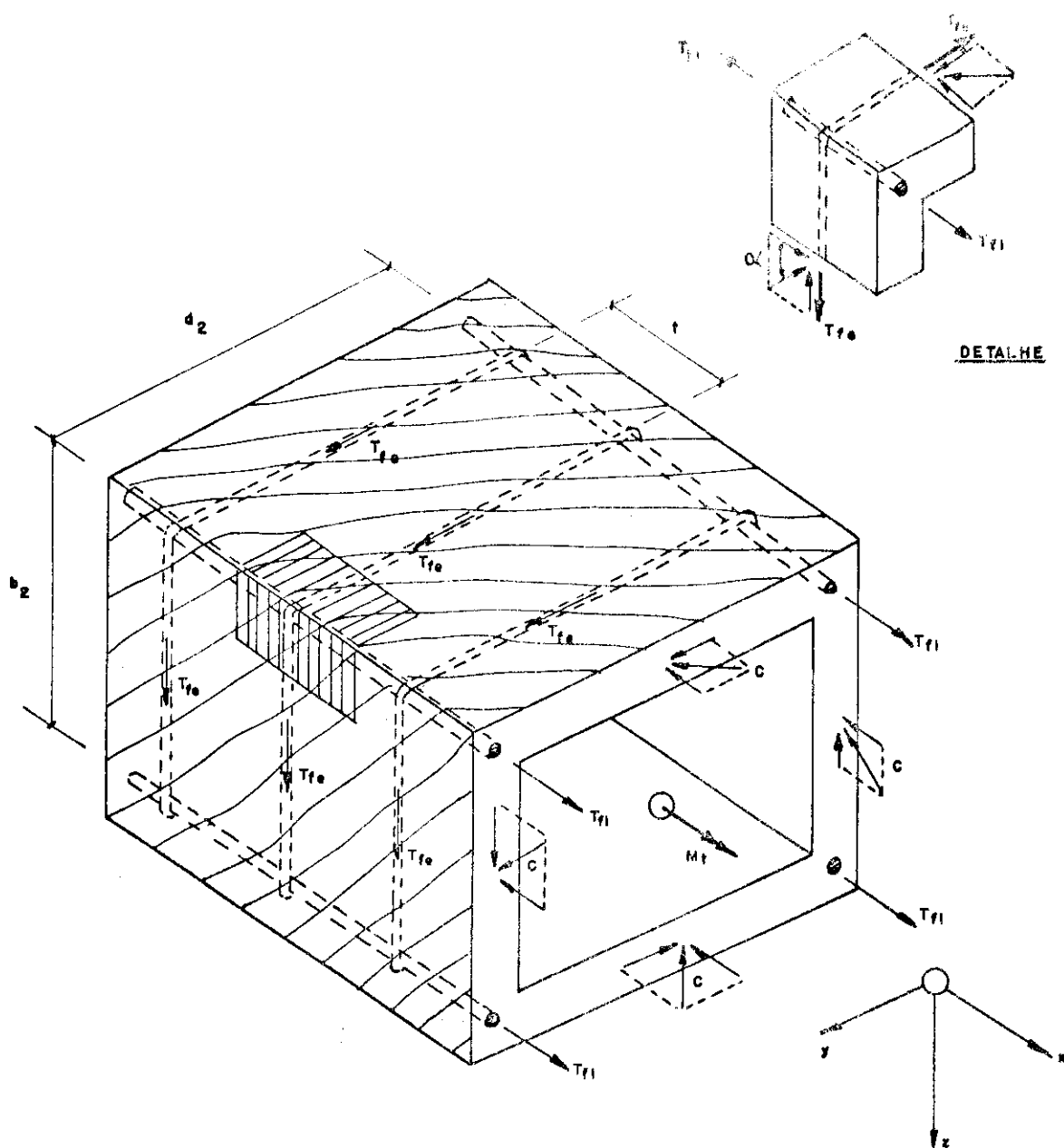


FIG. 27 — **MODÉLO DA TRELIÇA GENERALIZADA, PARA TORÇÃO PURA-COLLINS & LAMPERT (50)**

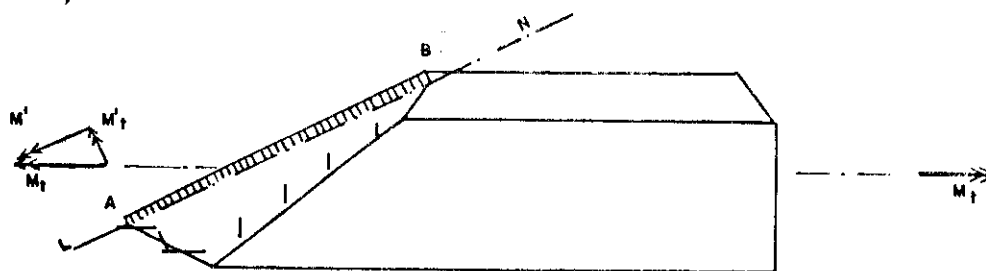


FIG. 28 — **COMPONENTES DO MOMENTO DE TORÇÃO APLICADO-SUPERFÍCIE DE RUPTURA DE LESSIG.**

que é uma expressão semelhante à 21 devida a Rausch, em que o termo $b_1 d_1$ fica substituído por $b_2 d_2$. Definindo a área $A_0 = b_2 d_2$, a expressão 29 pode ser transformada em:

$$M_{tR} = 2 A_0 \frac{s_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (29.a)$$

Também para este caso a expressão 26 se transforma em

$$\operatorname{tg} \varphi = 1 \quad (26.a)$$

Portanto, inclinação de 45° das diagonais comprimidas em relação ao eixo da viga. Esta é a treliça espacial com diagonais a 45° em que se baseia o dimensionamento de vigas de concreto armadas longitudinal e transversalmente submetidas à torção pura (50).

5.3.d - Teoria de torção pelo equilíbrio na ruptura:

Observando que as fissuras se formam diagonalmente na superfície de uma viga submetida a torção, Lessig (28, 45) propôs uma teoria baseada na superfície de ruptura que é apresentada nas figs. 23-a e 28. Essa superfície é formada por três lados oriundos das fissuras diagonais e um quarto - \overline{AB} na fig. 28 - resultante do esmagamento do concreto, que une os outros três lados. A ruptura se dá por flexão em torno da linha neutra LN. A região próxima de \overline{AB} é considerada em compressão e a oposta em relação a LN, tracionada.

Na dedução das expressões que dão a resistência da viga são considerados os esforços indicados na fig. 29 e se admite que:

1ª) A resistência do concreto a tração é σ_{ct} ;

2º) As barras e os estribos da zona tracionada atingem o escoamento quando se dar a ruptura;

3º) Os esforços sobre as barras e os estribos da zona comprimida são pequenos e por isso a armadura nessa região não é considerada e

4º) Os estribos estão uniformemente distribuídos ao longo da viga.

Baseando-se na superfície de ruptura adotada e nas hipóteses enunciadas, pode-se deduzir as expressões de cálculo, tomando-se duas equações de equilíbrio:

- uma de equilíbrio de momentos fletores em relação a LN e

- outra de equilíbrio de forças na direção perpendicular à zona plana de compressão.

Para vigas de seção retangular com armaduras longitudinal e transversal constituídas por barras e estribos, a expressão para o momento de ruptura é:

$$M_{tR} = \frac{d}{2L} \left[\bar{S}_{fl} \sigma_{el} + \frac{L^2}{t(2b+d)} S_{fe} \tilde{\sigma}_{ee} \right] (b+b_2-y) \quad (30)$$

onde \bar{S}_{fl} é a soma das áreas das seções transversais de todas as barras longitudinais, situadas ao longo dos ramos maiores dos estribos na região tracionada; L e y são, respectivamente, o comprimento e a altura da área comprimida da seção, sendo calculados pelas expressões:

$$L = \left[\frac{\bar{S}_{fl} \sigma_{el}}{S_{fe} \tilde{\sigma}_{ee}} (2b+d) t \right]^{1/2} \quad (31)$$

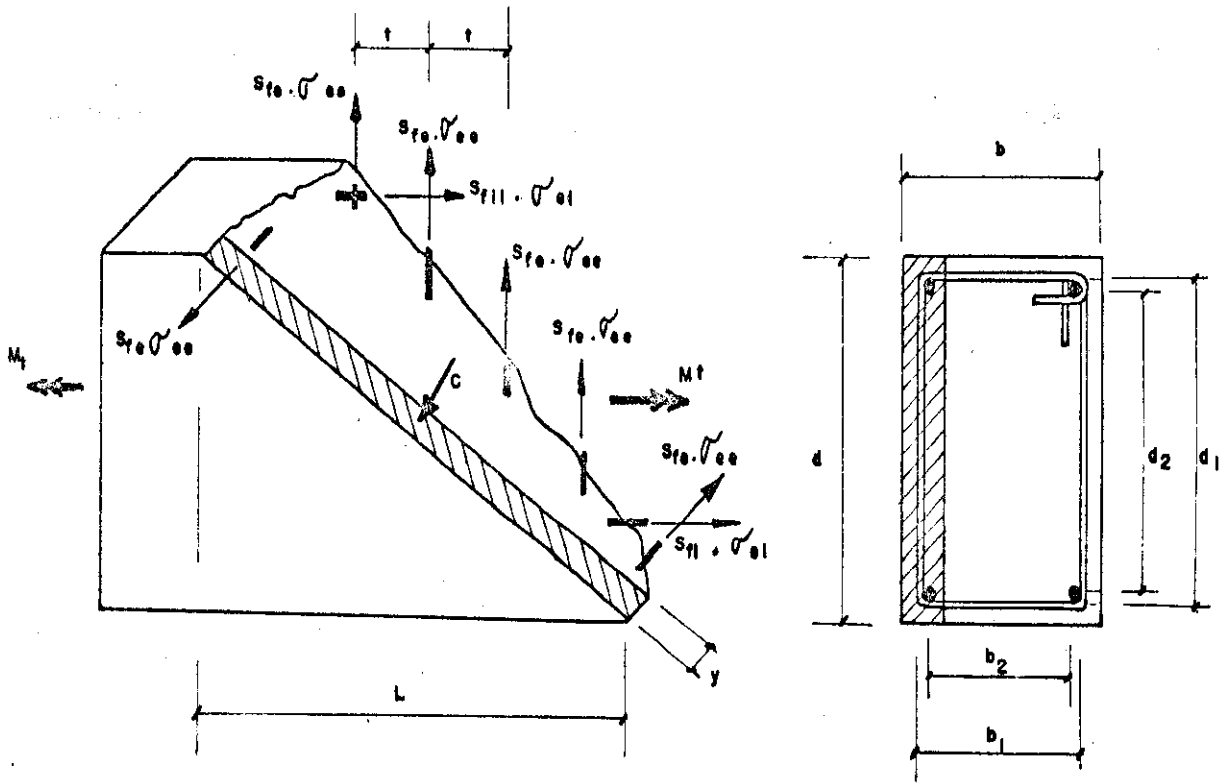


FIG. 29 - DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS INTERNOS NA SEÇÃO SEGUNDO A TEORIA DE TORÇÃO PELO EQUILÍBRIO NA RUPTURA - LESSIG.

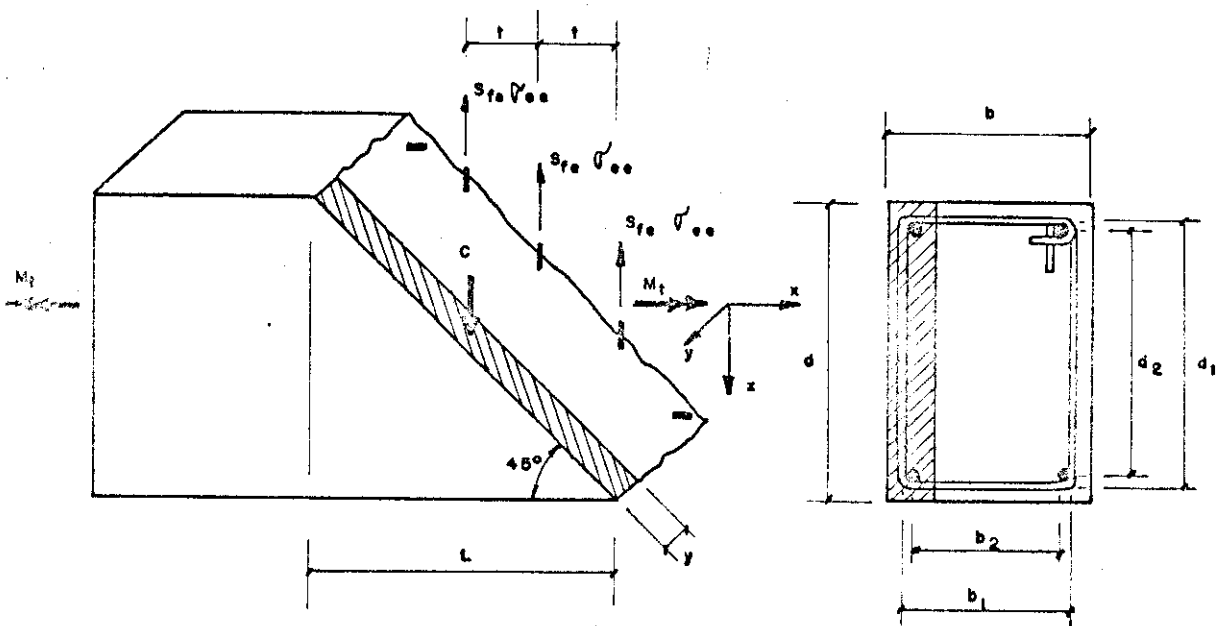


FIG. 30 - DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS INTERNOS NA SEÇÃO SEGUNDO A TEORIA DE RUPTURA POR FLEXÃO OBLÍQUA - HSU

$$y = \frac{d}{1,2 \sigma_R (L^2 + d^2)} \left[\bar{S}_{ft} \sigma_{el} + \frac{L^2}{t(2b + d)} S_{fe} \sigma_{ee} \right] \quad (32)$$

Para evitar fissuração excessiva as dimensões da peça devem ser escolhidas de maneira que satisfaçam a expressão:

$$M_{tR} \leq 0,087 \sigma_R b^2 a \quad (33)$$

onde 0,087 é um coeficiente empírico(10).

Para que os esforços sejam adequadamente divididos entre as armaduras longitudinal e transversal, evitando peças super-armadas em relação a uma ou a outra daquelas armaduras, deve ser satisfeita a relação:

$$0,5 \leq \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{\bar{S}_{ft} \sigma_{el}} \cdot \frac{d}{t} \leq 1,5 \quad (34)$$

5.3.e - Teoria de ruptura por flexão oblíqua:

Para explicar fenômenos que ocorrem nos ensaios de torção pura(40) e que são:

- Os ramos menores dos estribos tem tensões baixas na ruptura, ocasionalmente de compressão e
- As fissuras diagonais sobre as faces maiores se propagam sobre as menores, quase perpendicularmente aos cantos da viga, frequentemente esse ângulo é maior que 45°,

Hsu(41) propôs uma nova superfície de ruptura, do que resultou uma nova expressão para o cálculo do momento de ruptura por torção pura.

A superfície de ruptura proposta(41) é um plano perpendicular às faces maiores da viga e inclinado de 45° com as menores, como mostrado na fig. 23-b. Esta superfície é sen-sivelmente diferente daquela proposta por Lessig. Enquanto aquela é um plano paralelo aos ramos menores dos estribos, a de Lessig é uma superfície empenada cortando os ramos menores daqueles, acompanhando as fissuras. Vide figs. 23-a e 23-b.

Na dedução da expressão para o cálculo do mo-mento de ruptura de uma viga de seção retangular(41), são consi-derados os esforços que estão indicados na fig. 30 e se admite que:

- 1º) A resistência do concreto é nula;
- 2º) As barras e os estribos da zona traciona-da atingem o escoamento quando se dá a ruptura;
- 3º) Os esforços sobre as barras e os estribos da zona comprimida são pequenos e por isso a armadura nessa regi-ão não é considerada;
- 4º) Os estribos estão uniformemente distribui-dos ao longo da viga e
- 5º) As barras longitudinais situadas na zona tracionada oferecem resistência ao deslocamento relativo das duas superfícies situadas uma de cada lado de uma fissura. Contribui-ção semelhante, devida aos estribos é desprezada por se julgar pequena em relação à primeira.

Baseando-se na superfície admitida e nas hipó-teses mencionadas, é deduzida a expressão do momento de ruptura por torção, tomando-se duas equações de equilíbrio

- uma de equilíbrio de momentos em relação ao eixo x (fig. 30) e

- outra de equilíbrio de forças na direção do eixo z (fig. 30).

e que é a seguinte:

$$M_{tR} = \frac{1,015}{\sqrt{b}} b^2 d \sqrt{\sigma_R} + \left(\frac{0,66}{p} + 0,33 \frac{d_1}{b_1} \right) b_1 d_1 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (35)$$

com dimensões em cm, área em cm², tensões em Kg/cm² e resultado em Kg.cm.

Segundo Hsu(41), de acôrdo com os testes, a expressão 35 só é válida para d_1/b_1 , menor ou igual a 2,6. Quando isso não fôr satisfeito deve ser tomado aquêle limite superior.

Quando se utilizam aços de resistências nominais diferentes se propõe(41) uma expressão semelhante para o cálculo do momento de ruptura, uma vez que a anterior foi deduzida considerando o caso de aços do mesmo tipo. Nêsse caso a expressão 35 é transformada em:

$$M_{tR} = \frac{1,015}{\sqrt{b}} b^2 d \sqrt{\sigma_R} + \left(\frac{0,66}{p} \cdot \frac{\sigma_{et}}{\sigma_{ee}} + 0,33 \frac{d_1}{b_1} \right) b_1 d_1 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \dots$$

...(35-a)

com dimensões em cm, área em cm², tensões em Kg/cm² e resultado em Kg.cm.

Para evitar peças super-armadas é proposto - (41) que se tenha

$$\mu_t \leq 636 \frac{\sqrt{\sigma_R}}{\sigma_{ee}} \quad (\%) \quad (36)$$

com tensões em Kg/cm².

Para que os esforços sejam adequadamente divi didos entre a armadura longitudinal e transversal, evitando pe gas parcialmente super-armadas, deve ser satisfeita a relação proposta(41), indicada abaixo:

$$0,67 \leq p \leq 1,43 \quad (37)$$

Segundo Hsu(41), os resultados de ensaios de torção pura de vigas de concreto armado e com seção quadrada pa recem indicar que esta teoria não se aplica a estas peças.

Observa-se que as expressões 35 e 35-a podem ser escritas na forma:

$$M_{tR} = M_{tc} + \Omega b_1 d_1 \frac{s_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (38)$$

onde, M_{tc} representa a contribuição do concreto no momento de ruptura e Ω é um coeficiente determinado experimentalmente.

Pandit(46) propôs uma modificação na expres são deduzida por Hsu(41), incluindo coeficientes de eficiência das armaduras, pelas razões comentadas em 5.2. Assim a expres são 38 se transforma em:

$$M_{tR} = M_{tc} + \Omega \rho_l \rho_e b_1 d_1 \frac{s_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (39)$$

onde ρ_l é um coeficiente de eficiência da armadura longitudi nal e ρ_e o mesmo para a armadura transversal, sendo defini dos da seguinte forma:

$$\rho_l = 2 \frac{\mu_l'}{\mu_e} \cdot \frac{\sigma_{el}}{\sigma_{ee}} ; 0 \leq \rho_l \leq 1 \quad (40)$$

$$\rho_e = 1 - \frac{t}{d} \quad ; \quad 0 \leq \rho_e \leq 1 \quad (41)$$

O coeficiente ρ_e é definido assim porque se observa em testes que a distribuição das barras na seção tem influência no momento de ruptura. A taxa μ_e representa a menor das taxas μ_{es} ou μ_{ei} quando a armadura longitudinal é desigualmente distribuída nas metades superior e inferior da seção. Nota-se que no caso de igual distribuição desta $\mu_{es} = \mu_{ei}$ e $2\mu_e = \mu_e$ e se, $\sigma_{ee} = \sigma_{e1}$, o coeficiente ρ_e se torna igual a 1. Quando estas condições são satisfeitas, ou então quando a diferença nas taxas é compensada com diferentes resistências das armaduras, se consegue que esta seja totalmente eficiente à torção. No caso de distribuição desigual de armadura, o coeficiente ρ_e decresce linearmente com μ_e até zero, quando só houver barras em uma metade da seção; por exemplo só na parte inferior.

O coeficiente ρ_e é definido dessa maneira porque experimentalmente se observa que os estribos não tem eficiência quando espaçados de mais que a altura da viga(29).

O termo $\rho_e \rho_e b_1 d_1 S_{fe} \sigma_{ee}/t$ é denominado de fator efetivo de armadura. Considerando os resultados dos testes de Hsu(41) e Pandit(46) de vigas com armaduras longitudinal e transversal e comparando o momento de ruptura experimental com o fator efetivo de armadura, resulta que M_{tc} é igual ao momento de ruptura de uma viga similar de concreto simples e que $\Omega = 1$. Resulta então a expressão:

$$M_{tR} = 0,535 b^2 d \sqrt{\sigma_R} + \rho_e \rho_e b_1 d_1 \frac{S_{fe} \sigma_{ee}}{t} \quad (42)$$

que é aplicável a peças com qualquer distribuição de barras e espaçamento de estribo.

Para que sejam evitadas peças completamente super-armadas é proposto(46) um limite para o momento de ruptu-

ra. Com base em alguns resultados experimentais, admite-se (46) que uma viga de concreto armada longitudinal e transversalmente nesses casos, possa ter um momento de ruptura até três vezes o correspondente a uma similar de concreto simples, dado pela expressão:

$$M_{tR} = 1,59 b^2 d \sqrt{\sigma_R} \quad (43)$$

A expressão 42, com as condições dadas pelas 40, 41 e 43 é, então, aplicável a seções retangulares com quaisquer taxas, distribuição e tipos de armadura(46).

5.4 - Comparação entre resultados teóricos e experimentais:

No estudo da correlação entre os resultados previstos pelas teorias apresentadas e os obtidos experimentalmente, são tomadas 41 vigas sub-armadas testadas por vários pesquisadores.

As características dessas peças são apresentadas na tabela 19. os Valores de σ_{ts} , utilizados na aplicação da teoria proposta por Cowan, são obtidos da seguinte forma: para as peças de Hsu(40), a partir dos resultados de ensaios de compressão diametral de corpos de prova cilíndricos de 6" de diâmetro por 12" de altura, tomados como $\sigma_{ts} = 0,85 \sigma_{tc}$; para as vigas dos demais autores(29,46,47) obtidos pela expressão 9.

As características das respectivas armaduras são apresentadas na tabela 20, onde também são indicadas as taxas de armadura transversal e longitudinal e a relação entre elas.

Para verificação da correlação entre os resultados experimentais e aqueles previstos pelas teorias apresentadas, em peças sub-armadas, foram elaboradas as tabelas 21 a 27, onde estão indicados êsses dois resultados e a relação entre eles. Os resultados dêste estudo estão resumidos na tabela 28.

Características de Vigas de Concreto com Armaduras Longitudinal e Transversal

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	b ₁ (cm)	d ₁ (cm)	b ₂ (cm)	d ₂ (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)
Hsu (40)	B1	25,4	38,1	21,6	34,3	19,4	32,1	280	22,0
	B2	25,4	38,1	21,6	34,3	18,7	31,5	290	22,5
	B3	25,4	38,1	21,6	34,3	18,4	31,1	285	22,3
	B4	25,4	38,1	21,6	34,3	18,1	30,8	310	23,2
	B5	25,4	38,1	21,6	34,3	17,8	30,5	295	22,7
	B6	25,4	38,1	21,6	34,3	17,5	30,2	293	22,6
	B7	25,4	38,1	21,6	34,3	19,1	31,8	264	21,5
	B8	25,4	38,1	21,6	34,3	19,1	31,8	272	21,8
	B9	25,4	38,1	21,6	34,3	18,7	31,4	293	22,6
	B10	25,4	38,1	21,6	34,3	17,8	30,5	269	21,6
	D1	25,4	38,1	21,6	34,3	19,4	32,1	270	21,6
	D2	25,4	38,1	21,6	34,3	18,7	31,4	260	21,4
	D3	25,4	38,1	21,6	34,3	18,4	31,1	288	22,7
	D4	25,4	38,1	21,6	34,3	18,1	30,8	311	23,2

Formación de Vigas de Concreto con Armaduras Longitudinal e Transversal

NO. DE PROBLEMA	h (cm)	b (cm)	h_0 (cm)	h_1 (cm)	h_2 (cm)	d_1 (cm)	d_2 (cm)	d_3 (cm)	W_{ch} (kg/cm ²)	W_{ch} (kg/cm ²)
Hsu (40)	M1	25,4	38,1	21,6	34,3	19,1	31,8	303	22,9	
	M2	25,4	38,1	21,6	34,3	18,7	31,4	310	23,2	
	M3	25,4	38,1	21,6	34,3	18,1	30,8	272	21,8	
	M4	25,4	38,1	21,6	34,3	17,8	30,5	270	21,7	
	M5	25,4	38,1	21,6	34,3	17,5	30,2	284	22,4	
	M6	25,4	38,1	21,6	34,3	17,8	30,5	298	22,8	
	I2	25,4	38,1	21,6	34,3	19,1	31,8	460	28,3	
	I3	25,4	38,1	21,6	34,3	18,4	31,1	454	28,1	
	I4	25,4	38,1	21,6	34,3	18,1	30,8	456	28,2	
	I5	25,4	38,1	21,6	34,3	17,8	30,5	457	28,2	
	I6	25,4	38,1	21,6	34,3	17,5	30,2	465	28,4	
	J1	25,4	38,1	21,6	34,3	19,4	32,1	146	15,9	
	J2	25,4	38,1	21,6	34,3	19,1	31,8	148	16,1	
J3	25,4	38,1	21,6	34,3	18,4	31,1	172	17,3		

Características de Vigas de Concreto com Armaduras Longitudinal e Transversal

FONTE	ESPECÍME	b (cm)	d (cm)	b ₁ (cm)	d ₁ (cm)	b ₂ (cm)	d ₂ (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)
Hsu (40)	J4	25,4	38,1	21,6	34,3	18,1	30,8	170	17,3
	G1	25,4	50,8	21,6	47,0	19,4	44,8	302	22,9
	G2	25,4	50,8	21,6	47,0	19,1	44,5	314	23,4
	G3	25,4	50,8	21,6	47,0	18,4	43,8	272	21,8
	G4	25,4	50,8	21,6	47,0	18,1	43,5	287	22,7
	G5	25,4	50,8	21,6	47,0	17,8	43,2	273	21,8
	G6	25,4	50,8	21,6	47,0	19,4	44,8	304	22,9
	G7	25,4	50,8	21,6	47,0	18,7	44,1	314	23,4
	G8	25,4	50,8	21,6	47,0	18,4	43,8	288	22,7
	N1	15,3	30,5	13,0	28,3	11,4	26,7	300	22,9
	N1a	15,3	30,5	13,0	28,3	11,4	26,7	291	22,5
	N2	15,3	30,5	13,0	28,3	11,1	26,4	309	23,2
	N2a	15,3	30,5	13,0	28,3	10,8	26,1	288	22,7
	N3	15,3	30,5	13,0	28,3	11,4	26,7	277	22,0

TABELA 19 D
Características de Vigas de Concreto com Armaduras Longitudinal e Transversal

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	b ₁ (cm)	d ₁ (cm)	b ₂ (cm)	d ₂ (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)
Hsu (40)	N4	15,3	30,5	13,0	28,3	10,8	26,1	277	22,0
	K1	15,3	49,5	11,4	45,7	9,5	43,8	303	22,9
	K2	15,3	49,5	11,4	45,7	9,2	43,5	311	23,2
	K3	15,3	49,5	11,4	45,7	8,5	42,8	295	22,7
	K4	15,3	49,5	11,4	45,7	8,2	42,5	290	22,5
	C1	25,4	25,4	21,6	21,6	19,7	19,7	274	21,8
Ernst (29)	C2	25,4	25,4	21,6	21,6	19,4	19,4	269	21,6
	C3	25,4	25,4	21,6	21,6	18,7	18,7	273	21,8
	C4	25,4	25,4	21,6	21,6	18,4	18,4	275	21,9
	C5	25,4	25,4	21,6	21,6	18,1	18,1	276	21,9
	C6	25,4	25,4	21,6	21,6	18,1	18,1	276	21,9
	3TR-1	15,3	30,5	11,4	25,4	9,3	23,8	275	21,9
3TR-3	15,3	30,5	11,4	25,4	9,8	23,8	275	21,9	

TABELA 19 E
Características de Vigas de Concreto com Armaduras Longitudinal e Transversal

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	b ₁ (cm)	d ₁ (cm)	b ₂ (cm)	d ₂ (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)
Ernst (29)	3TR-7	15,3	30,5	11,4	25,4	9,8	23,8	275	21,9
	3TR-15	15,3	30,5	11,4	25,4	9,8	23,8	275	21,9
	3TR-30	15,3	30,5	11,4	25,4	9,8	23,8	275	21,9
	4TR-1	15,3	30,5	11,4	25,4	9,5	23,5	275	21,9
	4TR-3	15,3	30,5	11,4	25,4	9,5	23,5	275	21,9
	4TR-7	15,3	30,5	11,4	25,4	9,5	23,5	275	21,9
	4TR-15	15,3	30,5	11,4	25,4	9,5	23,5	275	21,9
	4TR-30	15,3	30,5	11,4	25,4	9,5	23,5	275	21,9
	5TR-1	15,3	30,5	11,4	25,4	9,2	23,2	275	21,9
	5TR-3	15,3	30,5	11,4	25,4	9,2	23,2	275	21,9
	5TR-7	15,3	30,5	11,4	25,4	9,2	23,2	275	21,9
	5TR-15	15,3	30,5	11,4	25,4	9,2	23,2	275	21,9
	5TR-30	15,3	30,5	11,4	25,4	9,2	23,2	275	21,9

TABELA 19 F
 Características de Vigas de Concreto com Armaduras Longitudinal e Transversal

FONTE	ESPECIME	b (cm)	d (cm)	b ₁ (cm)	d ₁ (cm)	b ₂ (cm)	d ₂ (cm)	σ_{ck} (kg/cm ²)	σ_{ts} (kg/cm ²)
Pandit e Warwaruk (46)	2	15,3	23,1	10,8	18,4	8,9	16,5	291	22,5
	3	15,3	23,1	10,5	18,1	8,3	15,9	283	22,2
	5	15,3	23,1	10,1	17,8	7,6	15,3	351	24,7
	E-3	15,7	31,0	11,8	27,0	9,6	24,8	329	23,9
	F-4	15,5	31,0	11,8	27,0	9,9	25,1	325	23,8
	G-4	15,7	31,0	12,0	27,3	10,4	25,7	344	24,5
Mitchell Lampert e Collins (47)	C0	43,2	43,2	39,9	39,9	36,6	36,6	243	20,7
	C1	43,2	43,2	39,9	39,9	37,1	37,1	267	21,6
	C2	43,2	43,2	39,9	39,9	37,1	37,1	257	21,1
	C6	43,2	43,2	39,9	39,9	36,1	36,1	252	21,0
	C7	43,2	43,2	39,9	39,9	37,1	37,1	208	19,0
	C8	43,2	43,2	39,9	39,9	38,1	38,1	211	19,2

TABELA 20 A

Características das Armaduras das Vigas de Concreto

FONTE	ESPECÍME	Longitudinal		Transversal			P		
		ϕ (pol.)	σ_c (kg/cm ²)	μ_t (%)	ϕ (pol.)	c/(cm)		σ_c (kg/cm ²)	μ_e (%)
Hsu(40)	B1	4 ϕ 1/2"	3185	0,534	ϕ 3/8" c/	15,3	3465	0,537	1,00
	B2	4 ϕ 5/8"	3213	0,827	ϕ 1/2" c/	18,1	3248	0,823	1,00
	B3	4 ϕ 3/4"	3325	1,170	ϕ 1/2" c/	12,7	3248	1,170	1,00
	B4	4 ϕ 7/8"	3248	1,600	ϕ 1/2" c/	9,2	3283	1,610	1,01
	B5	4 ϕ 1"	3374	2,110	ϕ 1/2" c/	7,0	3262	2,130	1,01
	B6	4 ϕ 1 1/8"	3367	2,670	ϕ 1/2" c/	5,7	3276	2,610	0,98
	B7	4 ϕ 1/2"	3248	0,534	ϕ 1/2" c/	12,7	3234	1,170	2,19
	B8	4 ϕ 1/2"	3269	0,534	ϕ 1/2" c/	5,7	3248	2,610	4,89
	B9	4 ϕ 3/4"	3241	1,170	ϕ 3/8" c/	15,3	3479	0,537	0,46
	B10	4 ϕ 1 1/8"	3395	2,670	ϕ 3/8" c/	15,3	3472	0,537	0,20
	D1	4 ϕ 1/2"	3381	0,534	ϕ 3/8" c/	15,3	3430	0,537	1,00
	D2	4 ϕ 5/8"	3276	0,827	ϕ 1/2" c/	18,1	3360	0,823	1,00
	D3	4 ϕ 3/4"	3465	1,170	ϕ 1/2" c/	12,7	3381	1,170	1,00
	D4	4 ϕ 7/8"	3353	1,600	ϕ 1/2" c/	9,2	3381	1,610	1,01

TABELA 20 B
Características das Armaduras das Vigas de Concreto

FONTE	ESPÉCIME	Longitudinal			Transversal			P
		ϕ (pol.)	σ_e (Kg/cm ²)	μ_e (%)	ϕ (pol.)	σ_e (Kg/cm ²)	μ_e (%)	
Hsu (40)	M1	4 ϕ 5/8"	3311	0,827	ϕ 3/8" c/ 14,8	3584	0,549	0,66
	M2	4 ϕ 3/4"	3339	1,170	ϕ 3/8" c/ 10,5	3626	0,781	0,68
	M3	4 ϕ 7/8"	3269	1,600	ϕ 1/2" c/ 13,9	3311	1,070	0,69
	M4	4 ϕ 1"	3234	2,110	ϕ 1/2" c/ 10,5	3318	1,420	0,67
	M5	4 ϕ 1 1/8"	3402	2,670	ϕ 1/2" c/ 8,2	3360	1,810	0,68
	M6	6 ϕ 1"	3227	3,160	ϕ 1/2" c/ 7,0	3458	2,130	0,67
	I2	4 ϕ 5/8"	3304	0,827	ϕ 3/8" c/ 9,8	3542	0,832	1,01
	I3	4 ϕ 3/4"	3486	1,170	ϕ 1/2" c/ 12,7	3388	1,170	1,00
	I4	4 ϕ 7/8"	3199	1,600	ϕ 1/2" c/ 9,2	3311	1,610	1,01
	I5	4 ϕ 1"	3150	2,110	ϕ 1/2" c/ 7,0	3304	2,130	1,01
	I6	4 ϕ 1 1/8"	3304	2,670	ϕ 1/2" c/ 5,7	3339	2,610	0,98
	J1	4 ϕ 1/2"	3325	0,534	ϕ 3/8" c/ 15,3	3514	0,537	1,00
	J2	4 ϕ 5/8"	3248	0,827	ϕ 3/8" c/ 9,8	3458	0,832	1,01
J3	4 ϕ 3/4"	3437	1,170	ϕ 1/2" c/ 12,7	3423	1,170	1,00	

TABELA 20 C

Características das Armaduras das Vigas de Concreto

FONTE	ESPECÍME	Longitudinal			Transversal			p	
		Ø (pol.)	σ_e (Kg/cm ²)	μ_s (%)	Ø (pol.)	c (cm)	σ_e (Kg/cm ²)		μ_e (%)
Hsu (40)	J4	4Ø7/8"	3290	1,600	Ø1/2" c/	9,2	3367	1,610	1,01
	G1	4Ø1/2"	3269	0,400	Ø3/8" c/	18,6	3444	0,402	1,00
	G2	4Ø5/8"	3276	0,620	Ø3/8" c/	12,1	3388	0,626	1,01
	G3	4Ø3/4"	3437	0,880	Ø1/2" c/	15,5	3325	0,882	1,00
	G4	4Ø7/8"	3304	1,200	Ø1/2" c/	11,4	3262	1,200	1,00
	G5	4Ø1"	3360	1,580	Ø1/2" c/	8,6	3325	1,600	1,01
	G6	6Ø1/2"	3395	0,600	Ø3/8" c/	12,7	3549	0,594	0,99
	G7	6Ø5/8"	3241	0,930	Ø1/2" c/	14,6	3276	0,938	1,01
	G8	6Ø3/4"	3269	1,320	Ø1/2" c/	10,5	3339	1,310	0,99
	N1	4Ø3/8"	3577	0,611	Ø1/4" c/	9,2	3465	0,622	1,02
	N1a	4Ø3/8"	3514	0,611	Ø1/4" c/	9,2	3500	0,622	1,02
	N2	4Ø1/2"	3360	1,110	Ø1/4" c/	5,1	3430	1,130	1,02
	N2a	4Ø1/2"	3381	1,110	Ø3/8" c/	11,4	3661	1,100	0,99
N3	6Ø3/8"	3570	0,916	Ø1/4" c/	6,4	3570	0,903	0,99	

TABELA 20 D
Características das Armaduras das Vigas de Concreto

FONTE	ESPECÍME	Longitudinal			Transversal			p
		ϕ (pol.)	σ_e (kg/cm ²)	μ_e (%)	ϕ (pol.)	σ_e (kg/cm ²)	μ_e (%)	
Hsu (40)	N4	4 ϕ 1/2"+2 ϕ 3/8"	3423; 3535	1,420	ϕ 3/8" c/ 8,8	3612	1,420	1,00
	K1	6 ϕ 3/8"	3507	0,564	ϕ 3/8" c/ 19,0	3598	0,565	1,00
	K2	6 ϕ 1/2"	3409	1,025	ϕ 3/8" c/ 10,5	3430	1,027	1,00
	K3	6 ϕ 5/8"	3206	1,590	ϕ 1/2" c/ 12,4	3255	1,580	0,99
	K4	6 ϕ 3/4"	3493	2,260	ϕ 1/2" c/ 8,6	3451	2,280	1,01
	C1	4 ϕ 3/8"	3465	0,440	ϕ 3/8" c/ 21,5	3465	0,440	1,00
Ernst (29)	C2	4 ϕ 1/2"	3395	0,800	ϕ 3/8" c/ 11,7	3500	0,808	1,01
	C3	4 ϕ 5/8"	3360	1,240	ϕ 1/2" c/ 13,9	3346	1,240	1,00
	C4	4 ϕ 3/4"	3416	1,760	ϕ 1/2" c/ 9,8	3325	1,760	1,00
	C5	4 ϕ 7/8"	3332	2,400	ϕ 1/2" c/ 7,3	3339	2,360	0,98
	C6	4 ϕ 1"	3206	3,160	ϕ 1/2" c/ 5,4	3325	3,200	1,01
	3TR-1	4 ϕ 3/8"	3752	0,611	ϕ 1/4" c/ 71,0	3885	0,071	0,11
3TR-3	4 ϕ 3/8"	3752	0,611	ϕ 1/4" c/ 35,5	3885	0,141	0,23	

TABELA 20 E

Características das Armaduras das Vigas de Concreto

FONTE	ESPECÍME	Longitudinal		Transversal			P	
		Ø (pol.)	σ_e (Kg/cm ²)	M_L (%)	Ø (pol.)	c/(cm)		σ_e (Kg/cm ²)
Ernst (29)	3TR-7	4Ø3/8"	3752	0,611	Ø1/4" c/ 18,0	3885	0,282	0,46
	3TR-15	4Ø3/8"	3752	0,611	Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,494	0,81
	3TR-30	4Ø3/8"	3752	0,611	2Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,985	1,61
	4TR-1	4Ø1/2"	2870	1,090	Ø1/4" c/ 71,0	3885	0,071	0,06
	4TR-3	4Ø1/2"	2870	1,090	Ø1/4" c/ 35,5	3885	0,141	0,13
	4TR-7	4Ø1/2"	2870	1,090	Ø1/4" c/ 18,0	3885	0,282	0,26
	4TR-15	4Ø1/2"	2870	1,090	Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,494	0,45
	4TR-30	4Ø1/2"	2870	1,090	2Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,985	0,90
	5TR-1	4Ø5/8"	3402	1,705	Ø1/4" c/ 71,0	3885	0,071	0,04
	5TR-3	4Ø5/8"	3402	1,705	Ø1/4" c/ 35,5	3885	0,141	0,08
	5TR-7	4Ø5/8"	3402	1,705	Ø1/4" c/ 18,0	3885	0,282	0,17
	5TR-15	4Ø5/8"	3402	1,705	Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,494	0,29
	5TR-30	4Ø5/8"	3402	1,705	2Ø1/4" c/ 10,0	3885	0,985	0,58

TABELA 20 F

Características das Armaduras das Vigas de Concreto

PONTE	ESPECÍME	Longitudinal			Transversal			p
		Ø (pol.)	e (Kg/cm ²)	(%)	Ø (pol.) c/(cm)	e (Kg/cm ²)	e (%)	
Pandit e Warwaruk (46)	2	4Ø1/2"	4081	1,439	Ø1/4" c/ 5,1	3150	1,044	0,73
	3	4Ø1/2"	4081	1,439	Ø3/8" c/ 11,4	4011	1,008	0,70
	5	4Ø1/2"	4081	1,439	Ø1/2" c/ 20,4	4081	0,991	0,69
	E-3	4Ø1/2"	4081	1,038	Ø3/8" c/ 11,4	4011	0,987	0,95
	F-4	6Ø3/8"	4011	0,887	Ø3/8" c/ 20,4	4011	0,564	0,64
	G-4	6Ø3/8"	4011	0,873	Ø1/4" c/ 8,9	3150	0,580	0,66
Mitchell, Lampert e Collins (47)	C0	16Ø3/8"	3346	0,609	3Ø3/8" c/ 30,0	3346	0,607	1,00
	C1	16Ø3/8"	3346	0,609	2Ø3/8" c/ 20,0	3346	0,607	1,00
	C2	16Ø3/8"	3346	0,609	1Ø3/8" c/ 10,0	3346	0,607	1,00
	C6	4Ø5/8"	4459	0,425	3Ø3/8" c/ 30,0	3346	0,607	1,43
	C7	4x4Ø3/8"	3346	0,609	3Ø3/8" c/ 30,0	3346	0,607	1,00
	C8	16Ø1/4"	4522	0,271	1Ø3/8" c/ 16,5	3346	0,368	1,35

TABELA 21 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Rausch

FONTE	ESPECÍME	M_{tR}	M_{tR}	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
		do ensaio (t.cm)	calculado (t.cm)	
Hsu (40)	B1	227	238	0,95
	B2	298	338	0,88
	B3	382	481	0,79
	B4	483	671	0,72
	B9	304	239	1,27
	D1	228	236	0,97
	D3	399	501	0,80
	M1	310	255	1,22
	M2	414	363	1,14
	I2	367	380	0,97
	I3	465	502	0,93
	I4	592	677	0,87
	I5	721	888	0,81
	J2	297	371	0,80
	G2	411	404	1,02
	G4	661	680	0,97
	G6	399	403	0,99
	G7	537	579	0,93
	G8	749	820	0,91
	N1	93	88	1,06
	N1a	92	89	1,03
	N2	147	158	0,93
	N2a	135	168	0,80
	N3	124	131	0,95
	K1	157	138	1,14
	K2	242	242	1,00
	K3	290	347	0,84
				média

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Rausch

FONTES	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Ernst (29)	3TR-15	71	72	0,99
	3TR-30	88	87 *	1,01
	4TR-7	63	40	1,58
	4TR-15	85	72	1,18
	4TR-30	98	144	0,68
	5TR-7	69	40	1,73
	5TR-15	88	72	1,22
	5TR-30	107	144	0,74
				média
Pandit e Warwaruk (46)	2	91	79	1,05
	3	77	95	0,81
	5	71	91	0,78
	E-3	139	159	0,87
	F-4	109	89	1,22
	G-4	132	74	1,77
				média
Para os 41 espécimes			média	1,01

(*) Calculado com $\mu_e = \mu_l$

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Cowan

FONTES	ESPECIME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Hsu (40)	B1	227	315	0,72
	B2	298	397	0,75
	B3	382	511	0,75
	B4	483	668	0,72
	B9	304	319	0,95
	D1	228	311	0,73
	D3	399	529	0,75
	M1	310	333	0,93
	M2	414	422	0,98
	I2	367	464	0,79
	I3	465	561	0,83
	I4	592	701	0,84
	I5	721	870	0,83
	J2	297	388	0,77
	G2	411	512	0,80
	G4	661	773	0,86
	G6	399	507	0,79
	G7	537	652	0,82
	G8	749	839	0,89
	N1	93	111	0,84
	N1a	92	111	0,83
	N2	147	168	0,88
	N2a	135	174	0,76
	N3	124	144	0,86
	K1	157	183	0,86
	K2	242	265	0,91
	K3	290	349	0,83
				média

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Cowan

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Ernst(29)	3TR-15	71	95	0,74
	3TR-30	88	108 *	0,81
	4TR-7	63	70	0,90
	4TR-15	85	95	0,89
	4TR-30	98	153	0,64
	5TR-7	69	70	0,99
	5TR-15	88	95	0,93
	5TR-30	107	153	0,70
			média	0,83
Pandit e	2	91	91	1,00
Warwaruk(46)	3	77	104	0,74
	5	71	104	0,68
	E-3	139	172	0,81
	F-4	109	115	0,95
	G-4	132	105	1,26
			média	0,91
Para os 41 espécimes			média	0,84

(*) Calculado com $\mu_e = \mu_l$

TABELA 23 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Cowan(★ ★)

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Hsu(40)	B1	227	191	1,19	
	B2	298	270	1,10	
	B3	382	385	0,99	
	B4	483	537	0,90	
	B9	304	191	1,59	
	D1	228	189	1,21	
	D3	399	401	1,00	
	M1	310	204	1,52	
	M2	414	291	1,42	
	I2	367	304	1,21	
	I3	465	402	1,16	
	I4	592	542	1,09	
	I5	721	711	1,01	
	J2	297	297	1,00	
	G2	411	323	1,27	
	G4	661	590	1,12	
	G6	399	322	1,24	
	G7	537	463	1,16	
	G8	749	656	1,14	
	N1	93	71	1,31	
	N1a	92	72	1,28	
	N2	147	127	1,16	
	N2a	135	134	1,00	
	N3	124	105	1,18	
	K1	157	112	1,40	
	K2	242	193	1,25	
	K3	290	278	1,04	
				média	1,19

(★ ★) Valores calculados sem considerar a contribuição do concreto.

TABELA 23 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Cowan(★ ★)

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Ernst(29)	3TR-15	71	57	1,24
	3TR-30	88	70 ★	1,26
	4TR-7	63	32	1,97
	4TR-15	85	57	1,49
	4TR-30	98	115	0,85
	5TR-7	69	32	2,16
	5TR-15	88	57	1,54
	5TR-30	107	115	0,93
			média	1,43
Pandit e	2	91	63	1,44
Warwaruk(46)	3	77	76	1,01
	5	71	73	0,97
	E-3	139	127	1,09
	F-4	109	71	1,54
	G-4	132	59	2,23
			média	1,38
Para os 41 espécimes			média	1,26

(★) Calculado com $\mu_e = \mu_d$

(★ ★) Valores calculados sem considerar a contribuição do concreto

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armadura Longitudinal e Transversal
 Teoria Generalizada da Treliça

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$	
Hsu(40)	B1	227	199	1,14	
	B2	298	283	1,05	
	B3	382	404	0,95	
	B4	483	539	0,90	
	B9	304	288	1,06	
	D1	228	203	1,12	
	D3	399	420	0,95	
	M1	310	255	1,22	
	M2	414	358	1,16	
	I2	367	312	1,18	
	I3	465	423	1,10	
	I4	592	537	1,10	
	I5	721	683	1,06	
	J2	297	305	0,97	
	G2	411	342	1,20	
	G4	661	613	1,08	
	G6	399	348	1,15	
	G7	537	487	1,10	
	G8	749	687	1,09	
	N1	93	77	1,20	
	N1a	92	77	1,19	
	N2	147	129	1,14	
	N2a	135	130	1,04	
	N3	124	115	1,08	
	K1	157	114	1,38	
	K2	242	191	1,28	
	K3	290	256	1,13	
				média	1,11

TABELA 24 B
 Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria Generalizada da Treliça

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Ernst (29)	3TR-15	71	65	1,09
	3TR-30	88	80	1,10
	4TR-7	63	55	1,15
	4TR-15	85	74	1,15
	4TR-30	98	104	0,94
	5TR-7	69	72	0,96
	5TR-15	88	97	0,91
	5TR-30	107	137	0,78
			média	1,01
Pandit e Warwaruk(46)	2	91	83	1,10
	3	77	86	0,90
	5	71	79	0,90
	E-3	139	130	1,07
	F-4	109	92	1,18
	G-4	132	88	1,50
				média
Para os 41 espécimes			média	1,09

TABELA 25 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Lessig

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$	
Hsu(40)	B1	227	204	1,11	
	B2	298	301	0,99	
	B3	382	433	0,88	
	B4	483	583	0,83	
	B9	304	346 *	0,88	
	D1	228	210	1,09	
	D3	399	450	0,89	
	M1	310	135	2,30	
	M2	414	381	1,09	
	I2	367	327	1,12	
	I3	465	465	1,00	
	I4	592	584	1,01	
	I5	721	748	0,96	
	J2	297	316	0,94	
	G2	411	357	1,15	
	G4	661	658	1,00	
	G6	399	358	1,11	
	G7	537	514	1,04	
	G8	749	727	1,03	
	N1	93	81	1,15	
	N1a	92	80	1,15	
	N2	147	137	1,07	
	N2a	135	100	1,35	
	N3	124	120	1,03	
	K1	157	136	1,15	
	K2	242	230	1,05	
	K3	290	321	0,90	
				média	1,08

(*) Calculado com L_{max}

TABELA 25 B
 Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Lessig

FONTE	ESPECÍME	M_{tR}	M_{tR}	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
		do ensaio (t.cm)	calculado (t.cm)	
Ernst(29)	3TR-15	71	79	0,90
	3TR-30	88	111	0,79
	4TR-7	63	68	0,93
	4TR-15	85	91	0,93
	4TR-30	98	127	0,77
	5TR-7	69	163 *	0,42
	5TR-15	88	163 *	0,54
	5TR-30	107	171	0,63
				média
Pandit e Warwaruk(46)	2	91	107	0,85
	3	77	117	0,66
	5	71	115	0,62
	E-3	139	209	0,67
	F-4	109	108	1,01
	G-4	132	110	1,20
				média
Para os 41 espécimes			média	0,98

(*) Calculado com L_{\max}

TABELA 26 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Hsu

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$	
Hsu (40)	B1	227	226	1,01	
	B2	298	288	1,03	
	B3	382	373	1,02	
	B4	483	491	0,98	
	B9	304	267	1,14	
	D1	228	222	1,03	
	D3	399	388	1,03	
	M1	310	279	1,11	
	M2	414	364	1,14	
	I2	367	331	1,11	
	I3	465	409	1,14	
	I4	592	513	1,15	
	I5	721	642	1,12	
	J2	297	279	1,06	
	G2	411	396	1,04	
	G4	661	630	1,05	
	G6	399	395	1,01	
	G7	537	522	1,03	
	G8	749	690	1,08	
	N1	93	93	1,00	
	N1a	92	94	0,98	
	N2	147	143	1,03	
	N2a	135	147	0,92	
	N3	124	123	1,01	
	K1	157	159	0,99	
	K2	242	237	1,02	
	K3	290	323	0,90	
				média	1,04

TABELA 26 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Sub-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Hsu

FONTE	ESPECÍME	M_{tR}	M_{tR}	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
		do ensaio (t, cm)	calculado (t, cm)	
Ernst(29)	3TR-15	71	85	0,83
	3TR-30	88	105	0,84
	4TR-7	63	65	0,97
	4TR-15	85	92	0,92
	4TR-30	98	122	0,80
	5TR-7	69	65	1,06
	5TR-15	88	92	0,96
	5TR-30	107	154	0,69
			média	0,88
Pandit e	2	91	85	1,07
Warwaruk(46)	3	77	96	0,80
	5	71	96	0,74
	E-3	139	152	0,91
	F-4	109	112	0,97
	G-4	132	102	1,29
			média	0,96
Para os 41 espécimes			média	1,00

TABELA 27 A

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Pandit

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$	
Hsu(40)	B1	227	284	0,80	
	B2	298	310	0,96	
	B3	382	380	1,01	
	B4	483	482	1,00	
	B9	304	295	1,03	
	D1	228	286	0,80	
	D3	399	390	1,02	
	M1	310	304	1,02	
	M2	414	362	1,14	
	I2	357	410	0,90	
	I3	465	447	1,04	
	I4	592	525	1,13	
	I5	721	621	1,16	
	J2	297	286	1,04	
	G2	411	456	0,90	
	G4	661	581	1,14	
	G6	399	449	0,89	
	G7	537	511	1,05	
	G8	749	619	1,21	
	N1	93	97	0,96	
	N1a	92	96	0,96	
	N2	147	129	1,14	
	N2a	135	113	1,19	
	N3	124	114	1,09	
	K1	157	147	1,07	
	K2	242	203	1,19	
	K3	290	235	1,23	
				média	1,04

TABELA 27 B

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Sub-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Pandit

FORNTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Ernst (29)	3TR-15	71	85	0,84
	3TR-30	88	91	0,97
	4TR-7	63	70	0,90
	4TR-15	85	85	1,00
	4TR-30	98	101	0,97
	5TR-7	69	70	0,98
	5TR-15	88	85	1,04
	5TR-30	107	109	0,98
			média	0,96
Pandit e Warwaruk (46)	2	91	79	1,15
	3	77	73	1,05
	5	71	59	1,20
	E-3	139	124	1,12
	F-4	109	86	1,27
	G-4	132	103	1,28
			média	1,18
Para os 41 espécimes			média	1,04

RESUMO DO ESTUDO DA RELAÇÃO $M_{tr}(ens.) / M_{tr}(calc.)$
 PARA VIGAS SUB-ARMADAS DE CONCRETO
 COM ARMADURAS LONGITUDINAL E TRANSVERSAL
 REFERENTE ÀS TABELAS 19 A 25

TEORIA	VALOR MÁXIMO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÉDIO	VALORES IGUAIS OU SUPERIORES A 1,00	VALORES ENTRE 0,90 e 1,10
Teoria de Rausch	1,77	0,68	1,01	30,0%	41,4%
Teoria de Cowan considerando a contri- buição do concreto	1,26	0,64	0,84	4,9%	21,9%
Teoria de Cowan Desprezando a contri- buição do concreto	2,23	0,85	1,26	87,8%	20,3%
Teoria generalizada da treliça - Lampert	1,50	0,78	1,09	75,6%	56,1%
Teoria de Lessig	2,30	0,42	0,98	51,2%	43,9%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua -Hsu	1,29	0,69	1,00	60,9%	65,9%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua -Pandit	1,28	0,80	1,04	65,9%	56,1%

Dos resultados obtidos nêsse estudo, observa-se que:

a - Considerando-se a mesma seção de concreto, a teoria de Rausch é mais precisa para vigas com menor quantidade de armadura e superestima a resistência das peças, à medida que estas se tornam mais armadas. O mesmo acontece com a teoria de Cowan quando se despreza a contribuição do concreto. Contudo, nesta os valores obtidos analiticamente são inferiores em 20% aos obtidos segundo Rausch. Em decorrência disto, as relações entre os resultados experimentais e os calculados são maiores nêste caso e guardam uma proporção de 2,0/1,6- com os obtidos pela teoria de Rausch.

b - A mesma influência da quantidade de armadura verifica-se na teoria de Lessig e na de Lampert; no entanto, para esta última êste inconveniente é atenuado.

c - A teoria de ruptura por flexão oblíqua parece não sofrer influência dêsse tipo e apresenta uma correlação mais acentuada com os testes que as outras teorias; com 65,9% das peças ensaiadas apresentando ruptura no intervalo de ± 10% dos valores calculados pela teoria de Hsu.

As teorias de Lampert, Hsu e Pandit, que parecem explicar melhor a resistência das vigas de concreto armado submetidas a torção pura, são aplicadas a peças super-armadas, com a finalidade de verificar se ainda satisfazem. Os resultados obtidos estão apresentados nas tabelas 29, 30, 31 e resumidos na tábela 32. Observa-se que as teorias de Hsu e Pandit fornecem resultados com maior aproximação daqueles obtidos em testes de peças super-armadas.

Apresenta-se também, nas tabelas 33, 34 e 35 como complementação, os resultados da aplicação dessas teorias a outras vigas. A tabela 33 se refere a peças sub-armadas com seção quadrada, para as quais as teorias de Hsu e Pandit não

TABELA 29

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Super-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria Generalizada da Treliza

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calco.)}}$
Hsu(40)	B5	572	704	0,81
	B6	629	858	0,73
	B7	274	278	0,99
	B8	332	383	0,87
	B10	350	415	0,84
	D2	282	290	0,97
	D4	488	555	0,88
	M3	447	442	1,01
	M4	506	567	0,89
	M5	568	729	0,78
	M6	613	866	0,71
	I6	782	859	0,91
	J1	219	204	1,07
	J3	359	421	0,85
	J4	415	550	0,75
	G1	273	226	1,21
	G3	506	472	1,07
	G5	734	806	0,91
	N4	160	167	0,96
	K4	357	382	0,93
			média	0,86
Ernst(29)	3TR-7	57	49	0,86

TABELA 30

Momentos de Ruptura por Torção Pura
Vigas Supre-Armadas de Concreto com
Armaduras Longitudinal e Transversal

Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Hsu

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Hsu. (40)	B5	572	495	1,16
	B6	629	495	1,27
	B7	274	237	1,15
	B8	332	238	1,39
	B10	350	264	1,33
	D2	282	291	0,97
	D4	488	502	0,97
	M3	447	426	1,05
	M4	506	507	1,00
	M5	568	500	1,14
	M6	613	526	1,16
	I6	782	632	1,24
	J1	219	204	1,07
	J3	359	371	0,97
	J4	415	386	1,08
	G1	273	298	0,92
	G3	506	497	1,02
	G5	734	802	0,92
	N4	160	177	0,90
	K4	357	333	1,07
			média	1,09
Ernst (29)	3TR-7	57	66	0,86

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas Supre-Armadas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Pandit

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Hsu (40)	B5	572	584	0,98
	B6	629	682	0,92
	B7	274	286	0,96
	B8	332	311	1,07
	B10	350	286	1,22
	D2	282	298	0,95
	D4	488	491	0,99
	M3	447	357	1,25
	M4	506	430	1,18
	M5	568	520	1,09
	M6	613	606	1,01
	I6	782	750	1,04
	J1	219	226	0,97
	J3	359	341	1,05
	J4	415	424	0,98
	G1	273	382	0,71
	G3	506	478	1,06
	G5	734	705	1,04
	N4	160	135	1,19
	K4	357	325	1,10
			média	1,04
Ernst (29)	3TR-7	57	70	0,81

TABELA 32
 RESUMO DO ESTUDO DA RELAÇÃO $M_{tr}(ens.) / M_{tr}(calc.)$
 PARA VIGAS SUPER-ARMADAS DE CONCRETO
 COM ARMADURAS LONGITUDINAL E TRANSVERSAL
 REFERENTE AS TABELAS 26, 27 e 28

TEORIA	VALOR MÁXIMO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÉDIO	VALORES IGUAIS OU SUPERIORES A 1,00	VALORES ENTRE 0,90 e 1,10
Teoria Generalizada da Treliça - Lampert	1,21	0,71	0,86	10,0%	42,9%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua - Hsu	1,39	0,86	1,08	66,6%	57,1%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua - Pandit	1,25	0,81	1,03	57,1%	71,4%

TABELA 33

Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria Generalizada da Treliça

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Hsu(40)	C2	156	163	0,96
	C3	204	231	0,88
	C4	258	324	0,80
	C5	303	422	0,72
	C6	349	554	0,63
				média
Mitchell, Lampert e Collins(47)	C0	508	672	0,76
	C1	601	684	0,88
	C2	680	684	0,99
	C6	537	630	0,85
	C7	518	684	0,76
	C8	267	423	0,63
			média	0,81

TABELA 34
 Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Hsu

FORTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR}(\text{ens.})}{M_{tR}(\text{calc.})}$
Lialin (41)	B-8K	144	146	0,99
	B-8Ka	176	168	1,05
	B-7	255	221	1,15
	B-7a	240	207	1,16
				média
Lessig (41)	BK-1	139	147	0,94
	BK-1a	120	130	0,92
	BK-2	169	162	1,04
	BK-2a	175	169	1,03
	BK-3	202	230	0,88
	BK-3a	172	208	0,83
			média	0,94
Kemp (41)	K-1	70	65	1,08
	K-2	43	40	1,08
	K-5	52	54	0,96
	K-6	44	36	1,22
	K-7	60	57	1,05
			média	1,08

TABELA 35
 Momentos de Ruptura por Torção Pura
 Vigas de Concreto com
 Armaduras Longitudinal e Transversal
 Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua-Pandit

FONTE	ESPECÍME	M_{tR} do ensaio (t.cm)	M_{tR} calculado (t.cm)	$\frac{M_{tR(ens.)}}{M_{tR(calc.)}}$
Kemp (41)	TT6	92	90	1,02
Goode e Helmy (41)	III 1	29	22	1,32
	IV 1	39	26	1,50
	V 1	30	24	1,25
	VI 1	31	25	1,24
			média	1,33
Walsh, Collins Archer e Hall (41)	RE 1	93	107	0,87
	RU 1	84	82	1,02
	RE 3A	88	90	0,98
			média	0,96
Iyengar e Rangan (41)	V4 I	38	46	0,83
	S 6	35	40	0,88
	R 4	35	45	0,78
	L1-1	33	37	0,89
	L6-1III	29	31	0,93
	L6-2II	29	31	0,93
			média	0,87

TABELA 36
 RESUMO DO ESTUDO DA RELAÇÃO $M_{tR}(\text{ens.}) / M_{tR}(\text{calc.})$
 PARA VIGAS DE CONCRETO ARMADO
 COM ARMADURAS LONGITUDINAL E TRANSVERSAL
 REFERENTE ÀS TABELAS 22 e 24 a 31

TEORIA	VALOR MÁXIMO	VALOR MÍNIMO	VALOR MÉDIO	VALORES IGUAIS OU SUPERIORES A 1,00	VALORES ENTRE 0,90 e 1,10
Teoria Generalizada da Treliça-Lampert	1,50	0,63	0,98	46,5%	46,5%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua - Hsu	1,39	0,69.	1,01	62,4%	63,6%
Teoria de Ruptura por Flexão Oblíqua - Pandit	1,50	0,71	1,04	72,4%	56,5%

são válidas e as tabelas 34 e 35 tratam de vigas cujas características não se dispõem, contudo, os resultados são obtidos na bibliografia(41,46).

O resumo dos resultados encontrados no estudo de 71 vigas segundo a teoria generalizada da treliça de Lampert, 77 vigas segundo a teoria de ruptura por flexão oblíqua de Hsu e 76 pela mesma teoria segundo Pandit, estão apresentados na tabela 36.

Observa-se que a teoria de ruptura por flexão oblíqua parece explicar melhor a resistência das vigas de concreto armado, com seção retangular, submetidas à torção pura. Acredita-se, contudo, que a teoria de Lampert também pode apresentar resultados, para as vigas super-armadas, com maior aproximação dos obtidos experimentalmente, quando se conhecer melhor os limites da relação p e da taxa total de armadura - μ_{tb} .

5.5 - Conclusões:

As teorias conhecidas para explicar a resistência das vigas de concreto armado à torção pura, comparadas com ensaios, permitem as seguintes conclusões:

a - A teoria de Cowan superestima a resistência das peças sub-armadas de concreto, quando considera a contribuição do concreto. Quando essa contribuição não é considerada, percebe-se o inverso.

b - As teorias de Rausch e de Lessig subestimam a resistência de algumas dessas peças, principalmente daquelas com maior quantidade de armadura.

c - A teoria generalizada da treliça de Lampert e as de ruptura por flexão oblíqua de Hsu e de Pandit pa

recem ser as mais adequadas para explicar a resistência das vigas de concreto armado submetidas à torção pura.

d - Considerando-se todas as peças estudadas, a teoria de ruptura por flexão oblíqua apresenta maior correlação entre os resultados teóricos e experimentais. Com a modificação proposta por Pandit, permite considerar peças com armadura longitudinal assimétrica na seção. Contudo, ainda fica limitada às peças com seção retangular.

e - Por outro lado, para peças sub-armadas, a teoria generalizada da treliça de Lampert parece substituir com vantagens a teoria de Rausch. É ainda aplicável às peças com seção quadrada e com armadura assimétrica na seção, caso em que a teoria de Hsu não se aplica.

f - O concreto parece participar na resistência da peça, porém essa contribuição não deve ser a de uma peça similar de concreto simples, mas resultado da resistência aos esforços de compressão diagonal.

g - Segundo o critério em que se despreza a contribuição do concreto à torção, os resultados obtidos parecem indicar que a teoria generalizada da treliça é a que melhor representa os testes. Segundo o critério em que se considera aquela contribuição, observa-se que as teorias de ruptura por flexão oblíqua são as que apresentam melhor correlação com os resultados experimentais.

6 - PROGRAMA DE ENSAIOS:

Para continuar os estudos da torção em vigas de concreto armado, iniciado com êste trabalho, é apresentado um programa experimental que se pretende desenvolver. Os resultados obtidos deverão ser comparados com os fornecidos pelas teorias aqui estudadas, procurando uma confirmação do processo mais adequado para o cálculo. Ao mesmo tempo, se pretende dar uma contribuição ao conhecimento do mecanismo de ruptura do concreto solicitado a torção e analisar a influência da variação das taxas e relação de armaduras.

Para tanto, planeja-se estudar vigas de concreto de seção retangular, com relação b/d igual a $1/2$ e diversas taxas e relações de armadura, as quais serão ensaiadas no equipamento de torção que se apresenta mais adiante.

Estudar-se-á o efeito da torção nas seguintes peças:

a - vigas de concreto simples;

b - vigas de concreto armadas longitudinalmente, com diferentes taxas de armadura, variando o diâmetro das barras, e

c - vigas de concreto armadas longitudinal e transversalmente, com taxas e relações de armadura diferentes, variando o diâmetro das barras e o espaçamento dos estribos .

Segundo os interesses da pesquisa, no seu decorrer poderão ser ensaiadas outras peças com características-

diferentes, para um estudo comparativo.

Far-se-á a determinação da resistência do concreto à compressão simples em corpos de prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura, segundo o Método Brasileiro MB-2. A resistência do concreto à tração será determinada através de ensaio de compressão diametral de cilindros daquele tipo. Também, far-se-á a determinação da tensão de escoamento das armaduras.

As vigas serão moldadas em fôrmas metálicas, desmontáveis para facilidade de retirada daquelas do seu interior.

Através dos ensaios de torção das peças estudadas, serão determinados o encurtamento do concreto na direção diagonal, as tensões nas armaduras e as rotações, em vários estágios do carregamento. Procurar-se-á observar a formação das fissuras e determinar também os momentos de fissuração e de ruptura.

A observação das peças de concreto simples e daquelas armadas longitudinalmente dará subsídios para o estudo mais extenso das vigas armadas longitudinal e transversalmente.

7 - APARELHO PARA ENSAIOS DE TORÇÃO EM VIGAS DE CONCRETO:

7.1 - Características principais:

Para desenvolver o programa experimental pretendido, projetou-se um equipamento de ensaios de torção. Inicialmente, visa-se o estudo de peças solicitadas à torção pura, no entanto, o equipamento foi idealizado para que possa, dentro das suas características, ser utilizado também para ensaios posteriores, de torção e flexão ou de torção e cisalhamento combinados. As características principais do equipamento, são as seguintes:

- máximo momento torsor : 800 t.cm.
- máxima seção retangular da peça : 20 cm x 30 cm
- máximo ângulo de torção : 18°

Os componentes básicos se encontram, nesta época, já montados e o equipamento deverá ser instalado no Laboratório de Estruturas da Faculdade de Engenharia de Limeira, Universidade Estadual de Campinas.

7.2 - Descrição do equipamento:

Para atender sua finalidade, o equipamento é constituído de duas unidades: uma móvel para aplicação da car

ga e outra fixa, para reação.

No ensaio de torção, a unidade móvel aplica o momento torsor em uma das extremidades da viga, enquanto a fixa reage com momento contrário na outra extremidade. Um esquema do que se expõe, é apresentado na fig. 31.

7.2.a - Unidade móvel

Esta consiste de um cabeçote ao qual se acopla um braço que recebe carga vertical aplicada por um macaco hidráulico. A fig. 32 ilustra o que se descreve.

O cabeçote é composto de chapas de aço, com espessura de $3/8$ ", soldadas, formando uma caixa vazada. Esta é reforçada nas laterais e na tampa, com chapas de aço, com espessura de $1/4$ ". Na tampa e no fundo da caixa, estão soldadas duas vigas de chapa, com espessura de $1/4$ ", dobradas em U. Estas possuem flanges que permitem o acoplamento do braço de carga, formado por uma barra horizontal e outra inclinada, construído com vigas iguais às anteriores. A barra horizontal é composta por duas vigas soldadas com as almas justapostas e a inclinada, com as abas de tampo.

As laterais e a tampa da caixa são atravessadas por parafusos de $1\frac{1}{8}$ " de diâmetro, rosqueados em porcas soldadas na parte externa daquelas. Estes servem para prender no cabeçote a viga a ser testada e permitem a acomodação de seções retangulares com qualquer relação b/d, até 20 cm x 30 cm.

7.2.b - Unidade fixa:

Esta consiste de um cabeçote igual ao da unidade móvel já descrita. A este se acopla um braço, que fixa pela sua extremidade e por meio de um tirante, o cabeçote a um

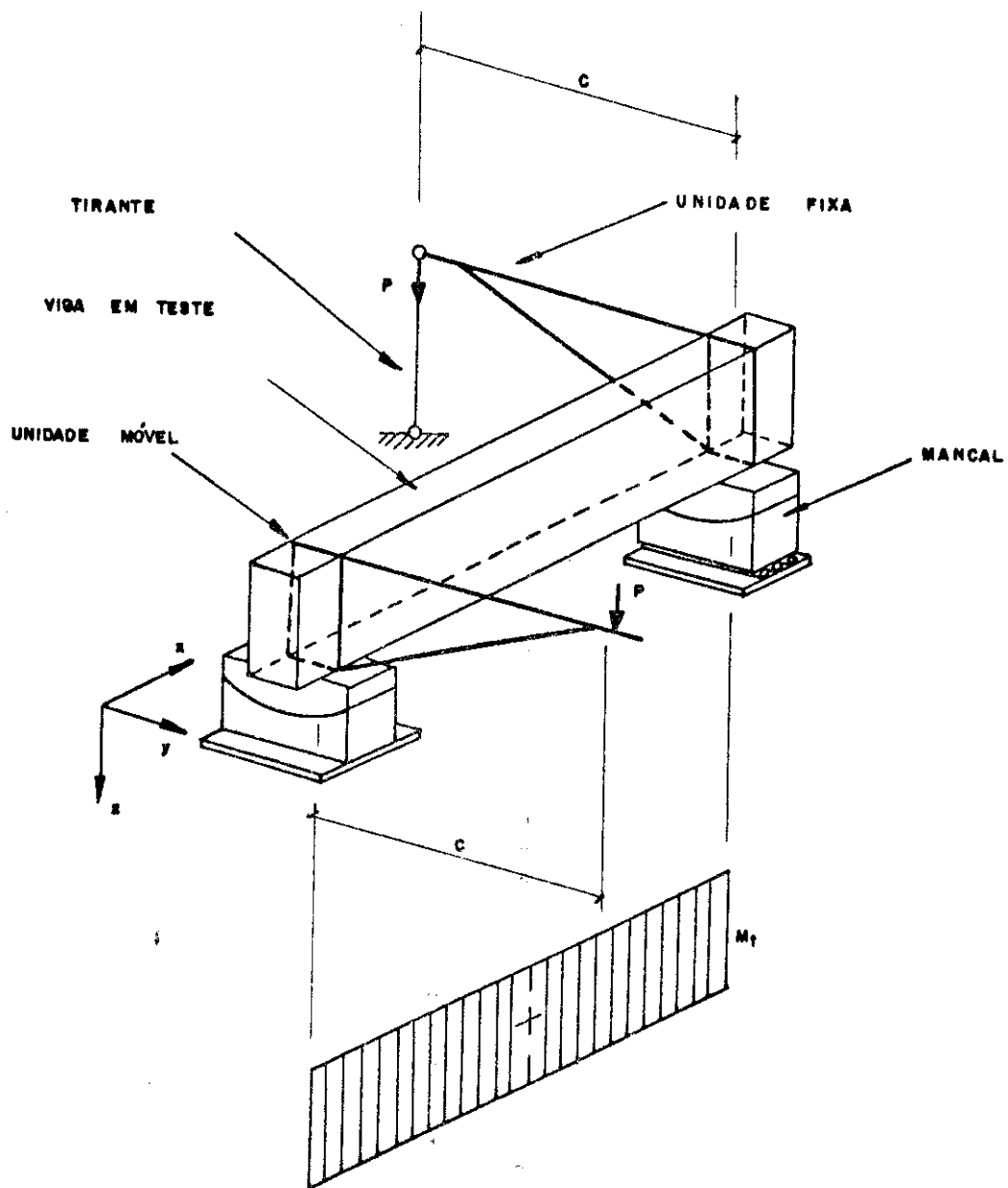


FIG. 31— ESQUEMA DE APLICAÇÃO DE CARGA PARA TORÇÃO PURA

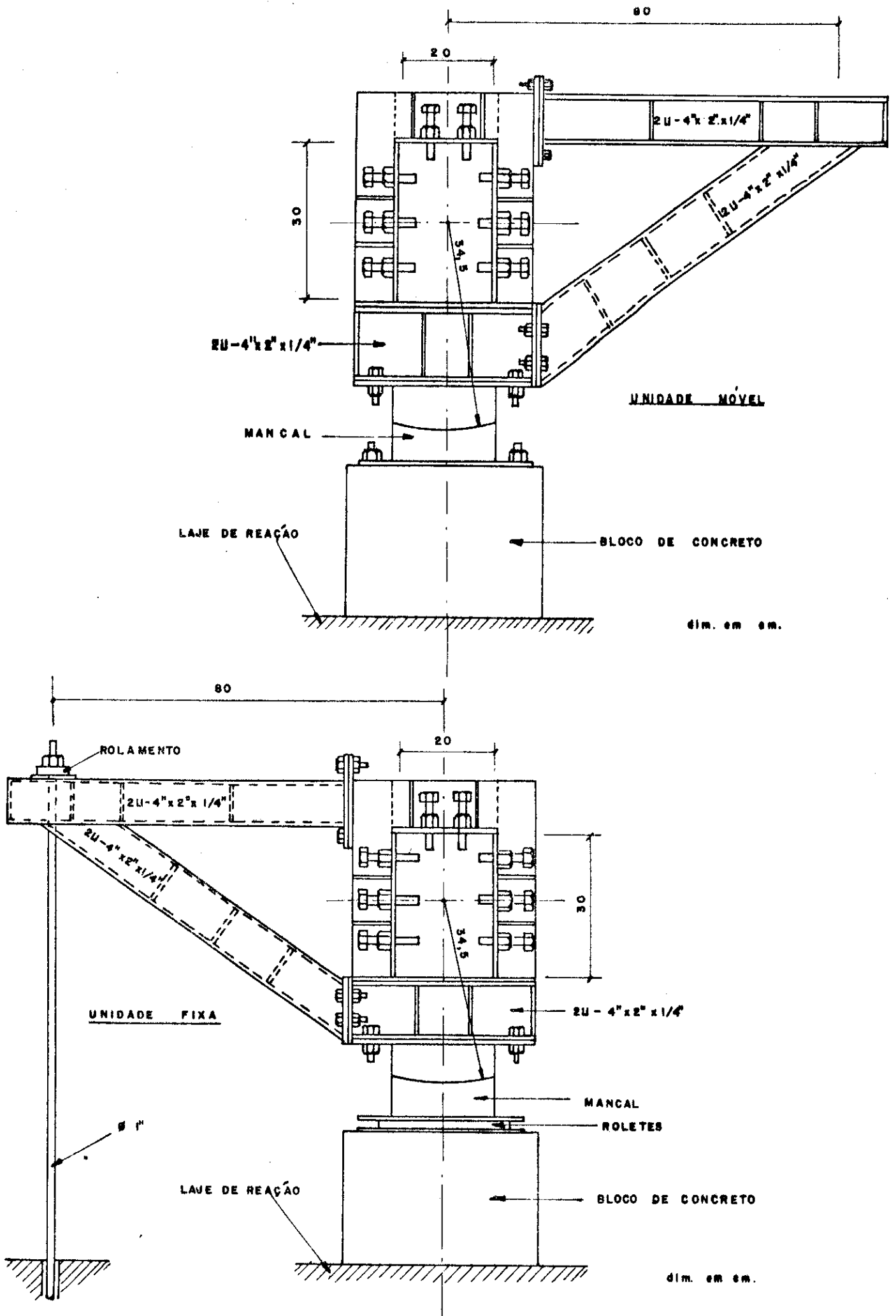


FIG. 32- ESQUEMA DO APARELHO DE ENSAIOS DE TORÇÃO EM VIGAS DE CONCRETO.

elemento rígido de reação.

O braço é similar ao outro, porém as vigas U da barra horizontal são soldadas com as abas encostadas. Isso permite que seja atravessado por um tirante de 1" de diâmetro que atravessa de porcas e rolamentos de encosto nas suas extremidades, fixa o cabeçote a um elemento rígido, impedindo a sua rotação.

7.2.c - Coluna de carga

A torção é dada por uma carga vertical, aplicada na extremidade do braço móvel, por um macaco hidráulico. Este será colocado entre dois elementos de uma coluna formada por duas peças de chapa de aço, dobradas em U e distanciadas uma da outra, de maneira a permitir a movimentação entre elas, da extremidade do braço móvel. Estes dois componentes, são contraventados e fixados pela base ao elemento rígido de reação, constituindo-se na coluna de carga. A distância do eixo do pistão do macaco hidráulico ao eixo de rotação do cabeçote, determina o braço de alavanca, que multiplicado pela carga aplicada fornece o momento de torção.

7.2.d - Montagem do equipamento:

No ensaio de torção pura, as unidades fixa e móvel são instaladas uma em cada extremidade da viga a ser ensaiada. Esta deve ser colocada com seu eixo de torção passando pelos centros das caixas dos cabeçotes e se apoia sobre mancais de deslizamento que permitem o seu giro em torno daquele eixo. Um dos mancais está apoiado sobre roletes para permitir movimento longitudinal da peça ensaiada. Por isso o eixo dos mancais deve passar pelos centros das caixas de cabeçotes e coincidir com o eixo de torção da viga em teste. O equipamento deve ser montado sobre um elemento rígido para reação dos esforços na coluna de carga, no tirante e nos apoios da viga. Para isso, pen

sa-se em construir uma laje de concreto armado, com dimensões - em planta de 2,05 m x 2,20 m e 30 cm de espessura aproximadamente. Como indicado na fig. 33, a laje é perfurada em determinados pontos, para fixação do tirante e da coluna, através de varões rosqueados e porcas. A fig. 34 representa pormenores dessa fixação.

Os mancais de apoio da viga estão sobre blocos de concreto sobre a laje, visando dispor de mais espaço ao redor da peça em teste, possibilitando observar melhor o seu comportamento ou instalar aparelhos de medida ao seu redor. A fig. 35 esquematiza a montagem de todo o equipamento sobre a laje, para ensaio de torção pura.

7.3 - Utilização do equipamento:

O equipamento construído em duas unidades independentes permite testes de peças de comprimentos diferentes, bastando para isso aumentar ou diminuir a distância entre aquelas.

Quando instalado da forma apresentada, permite o ensaio de vigas de concreto sujeitas a torção pura. Para ensaios de torção e flexão combinadas, os cabeçotes são instalados no vão da viga, igualmente distantes dos apoios mais próximos. A fig. 36 ilustra a exposição. Com essa montagem se obtém momentos fletor máximo e torsor ao mesmo tempo, ambos constantes no trecho entre os cabeçotes. Variando a distância entre estes consegue-se relações diferentes entre momentos de torção e de flexão. Como os braços são independentes dos respectivos cabeçotes, outros com comprimento diferente podem ser acoplados, permitindo conseguir também o mesmo efeito. Combinando os dois procedimentos, podem ser conseguidas várias relações diferentes entre torção e flexão.

Portanto, o equipamento oferece, dentro das suas limitações, possibilidades de ensaios de torção pura e combinada com flexão, em peças de vários comprimentos, limitados unicamente pelas dimensões da laje de reação.

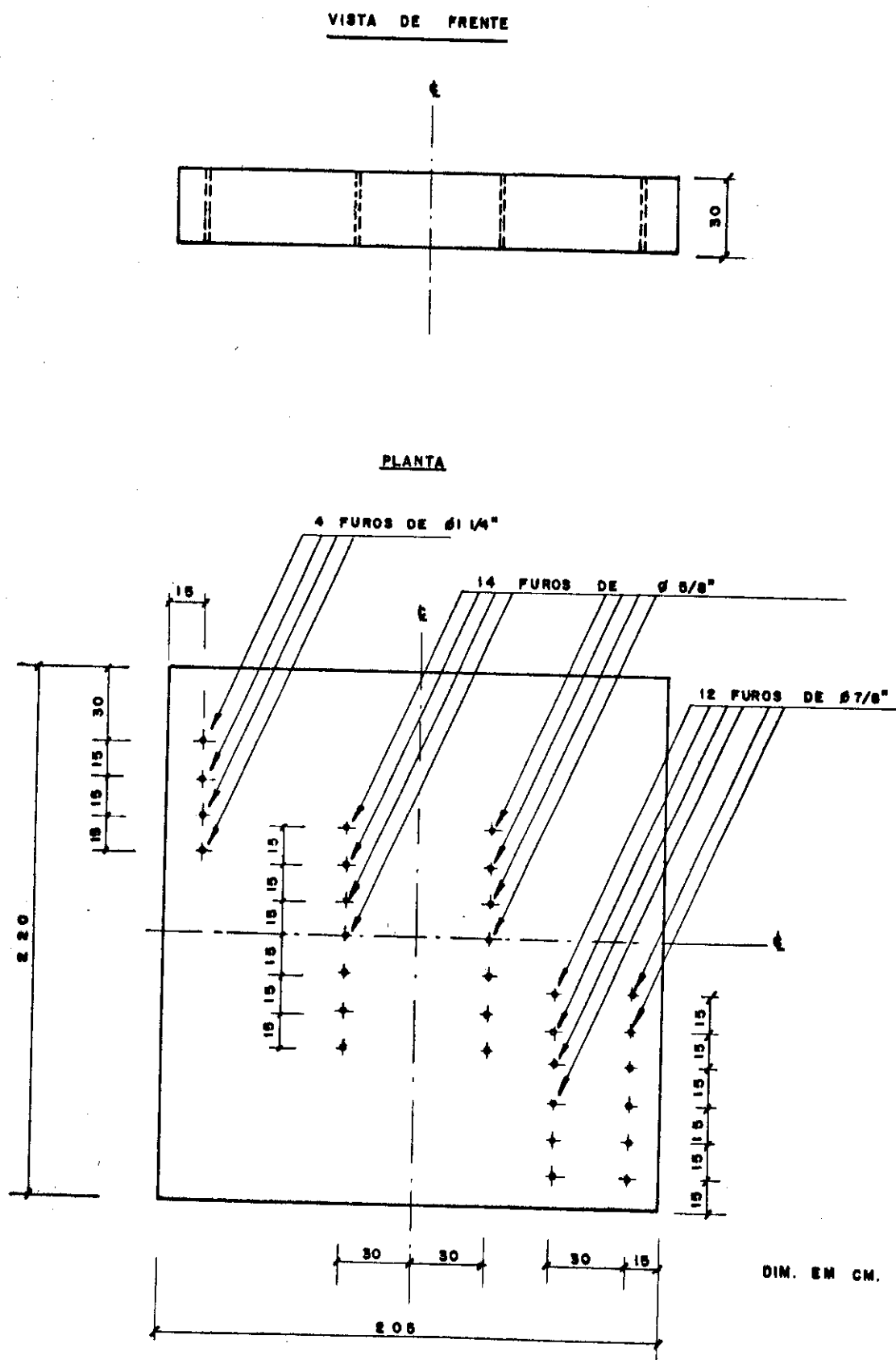


FIG. 33- ESQUEMA DA LAJE DE REAÇÃO PARA O APARELHO DE ENSAIOS DE TORÇÃO

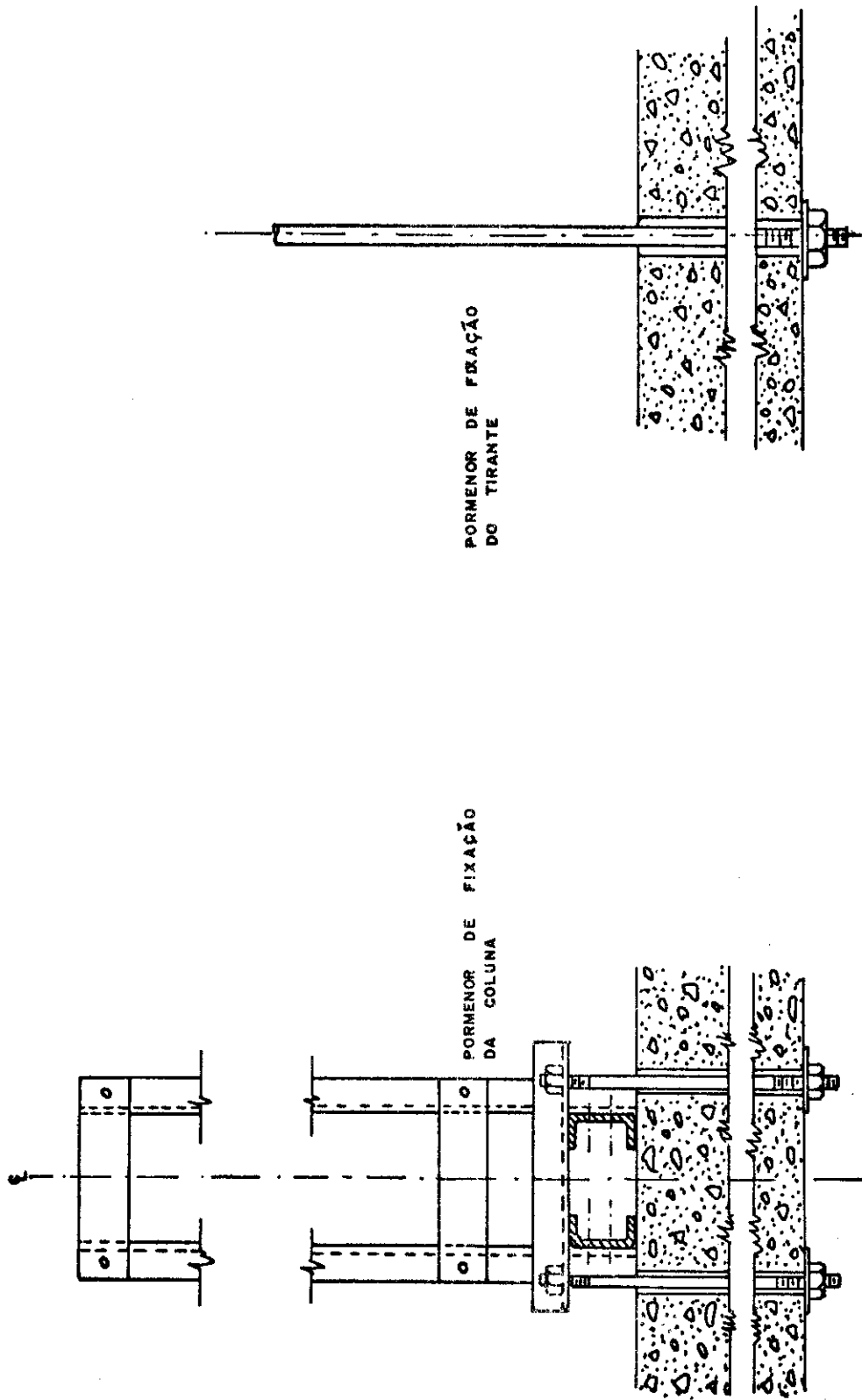


FIG. 34 - DETALHES DE FIXAÇÃO DA COLUNA DE REAÇÃO DO MACACO HIDRÁULICO E DO TIRANTE

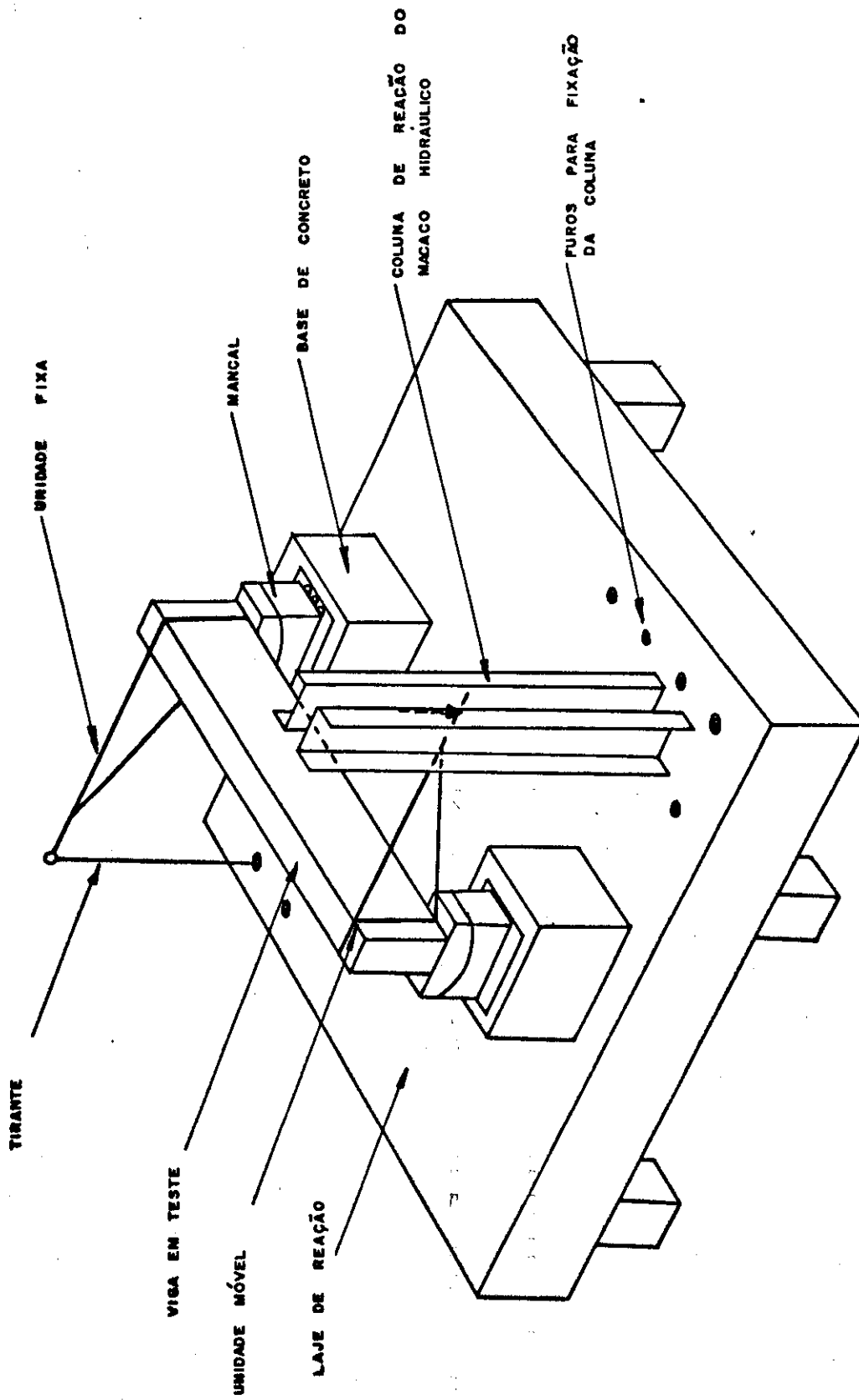


FIG. 35 — ESQUEMA DE MONTAGEM DO EQUIPAMENTO

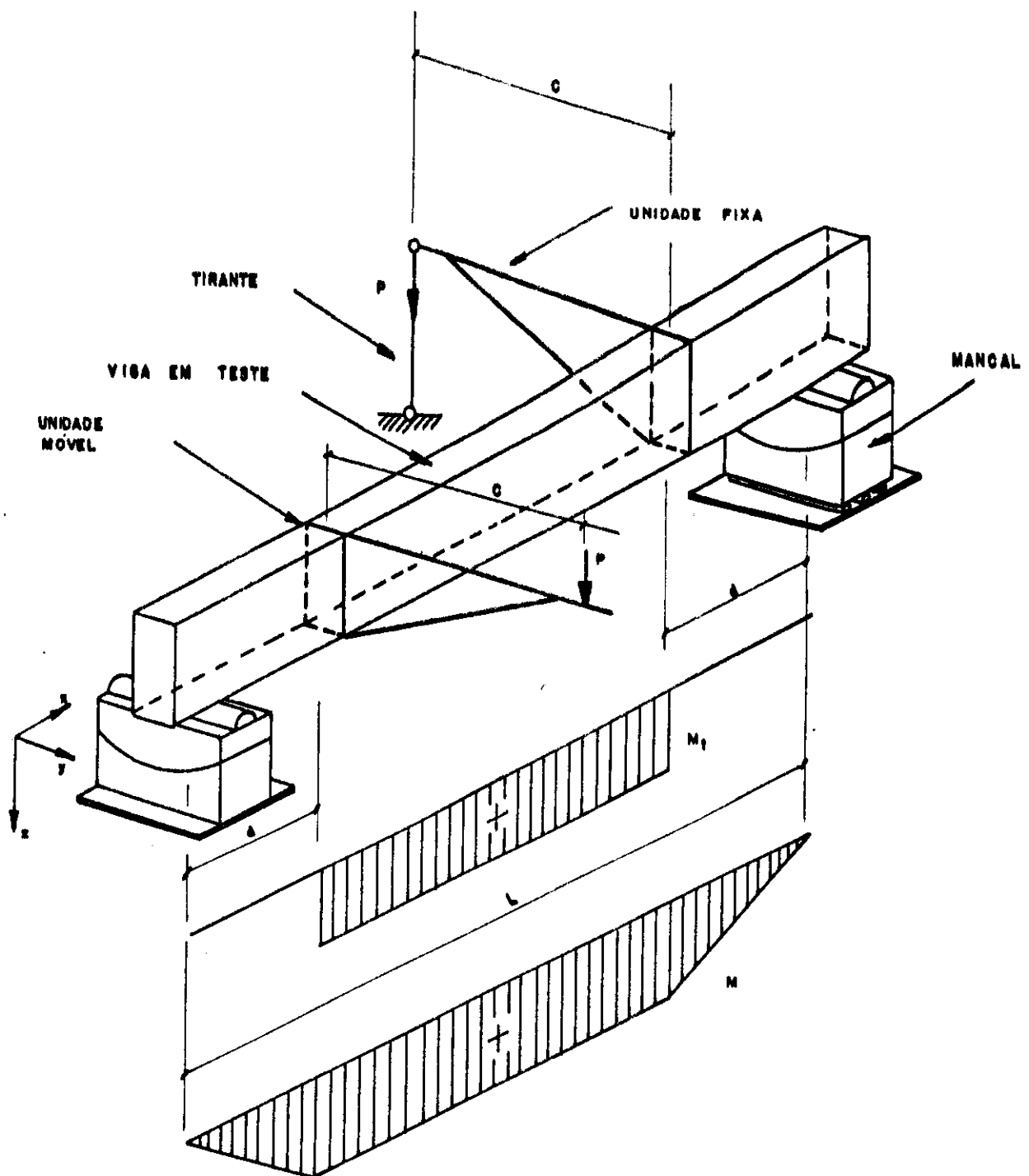


FIG. 36 - ESQUEMA DE APLICAÇÃO DE CARGA PARA TORÇÃO E FLEXÃO COMBINADAS.

8 - REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - MARSHALL, W.T. e TEMBE, N.R. - Experiments on Plain and Reinforced Concrete in Torsion, Structural Engineer (London), Vol. 19, 1941, pp. 177 - 191.
- 2 - HSU, THOMAS T.C. - Torsion of Structural Concrete - Plain Concrete Rectangular Sections, Torsion of Structural Concrete, A.C.I. Special Publication SP-18, 1968, pp. 203 - 238.
- 3 - LAYDING JR., R.W. e WILHELM, W.J. - Torsional Strength and Stiffness of Plain Rectangular Concrete Beams, Civil Engineering Studies, Report N° 2005, Department of Civil Engineering, West Virginia University, Morgantown, 1969 .
- 4 - SAINT VENANT, B.DE - Memoires de l'Academie de Sciences de Savants E'trangers, Proceedings of the Academy of Science of Foreign Scholars, Series 2, 14, Paris, France, 1855, pp. 233 - 560.
- 5 - TIMOSHENKO, S. - Strength of Materials, Part I, D.Van Nostrand Co., New York, 1930.
- 6 - FISHER, G. e ZIA, P. - Review of Code Requirements for Torsion Design, Journal of the A.C.I., Vol. 61, N°1 , January 1960, pp. 1 - 44.
- 7 - BACH, C. e GRAF, O. - Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Beton und Eisenbeton gegen Verdrehung, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 16, Berlin (1912).

- 8 - TURNER, L. e DAVIES, V.C. - Plain and Reinforced Concrete in Torsion, Selected Engineering Papers Nº 165, Institution of Civil Engineers (London), 1934.
- 9 - NYLANDER, H. - Vridning och Vridningsinspänning vid Betonkonstruktioner, Statens Kommitté för Byggnadsforskning, Meddlanden Nr. 3, Stockholm (1945).
- 10 - COWAN, H.J. - Diseño de Estructuras de Concreto Sujetas a Torsion, Editora Tecnica S.A., Mexico, 1967. Tradução ao espanhol do original em inglês "Reinforced and Prestressed Concrete in Torsion", Edward Arnold Publishers Ltd., London 1965.
- 11 - NAVARATNARAJAH, V. - Strength of Concrete Structures in Torsion, M.Sc. Thesis, University of Malaya, October, 1966
- 12 - COLLINS, M.P.; WALSH, P.F.; ARCHER, F.E. e HALL, A.S. - The Design of Rectangular Reinforced Concrete Beams Subjected to Combined Torsion, Bending and Shear, UNICIV Report Nº R-16, August 1966, University of New South Wales, Kensington N.S.W., Australia.
- 13 - MUKHERJEE, P. & KEMP, E.L. - Ultimate Torsional Strength of Plain, Prestressed and Reinforced Concrete Members of Rectangular Cross Section, Civil Engineering Studies, Report Nº 2003, Department of Civil Engineering, West Virginia University, Morgantown, 1967.
- 14 - NAVARATNARAJAH, V. - A New Approach to the Ultimate Strength of Concrete in Pure Torsion, Journal of the A.C. I., Vol. 65, Nº2, February 1968, pp. 121 - 129.
- 15 - TODD, J.D. - The Determination of Tensile Stress - Strain Curves for Concrete, Proceedings of The Institution of Civil Engineers (London), Vol. 4, Part 1, Nº2, March 1955 pp. 201 - 211.

- 16 - BLAKEY, F.A. e BERESFORD, F.D. - Tensile Strain in Concrete, Report C.2-2.1, Part 1, 1953 and Report C.2-2.2, Part 2, 1955, Division of Building Research, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Melbourne Australia.
- 17 - JONES, R. - A Method of Studying the Formation of Cracks in a Material Subjected to Stress, British Journal of Applied Physics (London) Vol. 3, N° 7, 1952, pp. 229-232.
- 18 - KAPLAN, M.F. - Strains and Stresses of Concrete at Initiation of Cracking and Near Failure, Journal of the A.C.I., Proceedings V. 60, N° 7, July 1963, pp. 853-880 .
- 19 - OLADAPO, I.O. - Cracking and Failure in Plain Concrete Beams, Magazine of Concrete Research (London), Vol. 16 , N° 47, June 1964, pp. 103- 110.
- 20 - ABELES, P.W. - Restraint and Stress Redistribution in Composite Prestressed Concrete Beams, Proceedings, Sixth Congress of the International Association for Bridge and Structural Engineering, Stockholm, 1960.
- 21 - EVANS, R.H. e KONG, F.K. - The Extensibility and Micro cracking of the In-Situ Concrete in Composite Prestressed Beams, The Structural Engineer (London), Vol. 42, N° 6 , June 1964, pp. 181 - 189.
- 22 - HSU, THOMAS T.C.; SLATE, F.O.; STURMAN, G.M. e WINTER, G.- Microcracking of Plain Concrete and the Shape of the Stress-Strain Curve, Journal of the A.C.I., Proceedings , Vol. 60, N° 2, February 1963, pp. 209 - 224.
- 23 - COWAN, H.J. - Elastic Theory for Torsional Strength of Rectangular Reinforced Concrete Beams, Magazine of Concrete Research (London), Vol. 2, 1950, pp. 3 - 8.

- 24 - HUMPHREYS, R. - Torsional Properties of Prestressed Concrete, Structural Engineer (London), Vol. 35, 1967, pp.213 - 224.
- 25 - ZIA, P. - Torsional Strength of Prestressed Concrete Members, Journal of the A.C.I., Vol. 32, N^o 10, April 1961 , pp. 1337 - 1359.
- 26 - GARDNER, R.P.M. - The Behavior of Prestressed Concrete I-Beams under Combined Bending and Torsion, Cement and Concrete Association (London) Technical Report TRA/329, 1960.
- 27 - KEMP, E.L.; SOZEN, M.A. e SIESS, C.P. - Torsion in Reinforced Concrete, Structural Engineering Research Series, N^o 226, Civil Engineering Department, University of Illinois Engineering Experiment Station, September, 1961.
- 28 - LESSIG, N.N. - Determination of Load Carrying Capacity of Reinforced Concrete Element with Rectangular Cross-Section Subject to Flexure with Torsion, Trudy N^o 5, Institut Betona i Zhelezobetona, Moscow, USSR, 1959. pp. 5 - 28.
- 29 - ERNST, G.C. - Ultimate Torsional Properties of Rectangular Reinforced Concrete Beams, Journal of the A.C.I., Vol. 29 N^o 4, October 1957, pp. 341 - 356.
- 30 - HSU, THOMAS T.C. - Torsion of Structural Concrete - A Summary on Pure Torsion, Torsion of Structural Concrete , A.C.I. Special Publication SP-18, 1968, pp. 165 - 178.
- 31 - GESUND, H. e BOSTON, L.A. - Ultimate Strength in Combined Bending and Torsion of Concrete Beams Containing Only Longitudinal Reinforcement, Journal of the A.C.I., Proceedings Vol. 61, N^o 11, November 1964, pp. 1453- 1471

- 32 - ZIA, P. - What Do We Know About Torsion in Concrete Members?, Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E., Vol. 96, N° ST6, June 1970, pp. 1185 - 1199.
- 33 - WALSH, P.F.; COLLINS, M.P.; ARCHER, F.E. e HALL, A.S. - Experiments on the Strength of Concrete Beams in Combined Flexure and Torsion, UNICIV Report N° R-15, February, 1966, University of New South Wales, Kensington, N.S.W., Australia.
- 34 - WALSH, P.F.; COLLINS, M.P.; ARCHER, F.E. e HALL, A.S. - The Ultimate Strength Design of Rectangular Reinforced Concrete Beams Subjected to Combined Torsion, Bending and Shear, The Civil Engineering Transactions of the Institution of Engineers, Australia, October 1966, pp.143 - 157.
- 35 - YOUNG, C.R.; SAGAR, W.L. e HUGHES, C.A. - The Torsional Strength of Rectangular Sections of Concrete, Plain and Reinforced, University of Toronto, Engineering Research Bulletin N° 3, Toronto (1922), pp. 145 - 169.
- 36 - GRAF, O. E MORSCH, E. - Verdrehungsversuche zur Klärung der Schubfestigkeit des Eisenbeton, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 18, Berlin - (1922) .
- 37 - ANDERSEN, P. - Experiments with Concrete in Torsion , Transactions of the A.S.C.E., Vol. 100, Paper N° 1912, 1935, pp. 949 - 983.
- 38 - ANDERSEN, P. - Rectangular Concrete Sections under Torsion Journal of the A.C.I., Vol. 19, N° 1, 1937, pp. 1 - 11.
- 39 - COWAN, H.J. - Tests on the Torsional Strength and Deformation of Rectangular Reinforced Concrete Beams, Concrete and Constructional Engineering (London), Vol. 46, N° 2, February 1951, pp. 51 - 59.

- 40 - HSU, THOMAS T.C. - Torsion of Structural Concrete - Behavior of Reinforced Concrete Rectangular Members, Torsion of Structural Concrete, A.C.I., Special Publication SP-18, 1968, pp. 261 - 306.
- 41 - HSU, THOMAS T.C. - Ultimate Torque of Reinforced - Rectangular Beams, Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E., Vol.94, N° ST2, Paper 5814, February 1968, pp. 485 - 510.
- 42 - MIYAMATO, T.- Torsional Strength of Reinforced Concrete, Concrete and Constructional Engineering (London) N° 22, 1927, pp. 637 - 647.
- 43 - RAUSCH, E. - Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung und Abscheren, Tese apresentada à Escola Superior Técnica, Springer Verlag, Berlin (1929)
- 44 - LAMPERT, P. - Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken , Institut für Baustatik ETH, Zurich, Bericht N° 27, Januar 1970.
- 45 - LESSIG, N.N. - Theoretical and Experimental Investigation of Reinforced Concrete Elements Subjected to Combined Bending and Torsion, Theory of Design and Construction of Reinforced Concrete Structures, Moscow, USSR, 1958 , pp. 73 - 84.
- 46 - PANDIT, G.S. - Ultimate Torque of Rectangular Reinforced Concrete Beams,, Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E., Vol. 96, N° ST9, September 1970, pp. 1987 - 1995.

- 47 - MITCHELL, D.; LAMPERT, P. e COLLINS, M.P. - The Effects of Stirrup Spacing and Longitudinal Restraint on the Behaviour of Reinforced Concrete Beams Subjected to Pure Torsion, Publication N°71 -22, University of Toronto, Department of Civil Engineering, October 1971.
- 48 - PANDIT, G.S. - Torsional Strength and Behavior of Concrete Beams in Combined Loading, Ph.D. Thesis, University of Alberta, Alberta, Canada, June 1965.
- 49 - LAMPERT, P. - Torsion and Bending of Reinforced and Prestressed Concrete Members, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 50, December 1971, pp.487 - 505.
- 50 - COLLINS, M.P. e LAMPERT, P. - Designing for Torsion , Structural Concrete Symposium, Toronto, May 1971.

Data	24	/	7	/	19	42
Proc.					
Pod.					
Liv.					
Cr 3					