

ASSOCIAÇÃO CONTÍNUA TRIDIMENSIONAL DE
PÓRTICOS E PAREDES COM ENGASTAMENTOS ELÁSTICOS

ENGO E. MANCINI

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obten-
ção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas"

Orientador
Prof. M.C. Stamato

Comissão Examinadora:
Prof. M. C. Stamato
Prof. L. M. dos Santos
Prof. I. Montanari

REIMPRESSÃO

São Carlos, Abril de 1980

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao Prof. Miguel Carlos Stamato, que propôs a realização do presente trabalho e contribuiu de todas as formas na concretização do mesmo, e ao Prof. Nelson Onuchic cujas sugestões definiram a apresentação de diversos parágrafos. Exprime também seu agradecimento ao Sr. Rui Roberto Casale e Sr. Tomaz de Aquino Kawache pelos cuidadosos trabalhos de datilografia e desenho, respectivamente.

ABSTRACT

The purpose of the present work is the study of the load distribution in the panels of a tall building.

In the actual condition the actions transmitted to the panels are concentrated loads at the level of the floors, or better, at the level of the floor slabs. The treatment of the problem regarding the actual situation, that is to say, the panels loaded by a finite number of concentrated loads, leads to a discretization. It is a current practice, however, to replace the discrete number of floor slabs by a "continuous medium" of equivalent stiffness, uniformly distributed along the height of the building. Then, the actions transmitted to a panel now turn to be continuously distributed throughout its height. This is the idea of the "continuous treatment". The solution is analytical (In the sense that it can be given by analytical functions).

It is admitted that the "continuous medium" equivalent to the slabs of the floors is constituted by elements of infinite horizontal stiffness (diaphragms) and without any transverse stiffness, continuous and uniformly distributed throughout the height of the building.

The panels will be either walls or frames. Walls are taken to have finite shear rigidity and deformable by bending moment. The frames are treated as deformable by shear force and having infinite bending moment rigidity. Finally, the walls are considered elastically clamped at the base.

The behaviour of this structural model is interpreted by a system of differential equations which leads to the continuous solution of the problem.

In a general manner, one will extend the technique adopted by STAMATO, studying and programming several general and particular cases taking into account the elastically clamped edge of the walls.

ASSOCIAÇÃO CONTÍNUA TRIDIMENSIONAL DE PÓRTICOS E PAREDES
COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO

Eng^o E. Mancini

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é o estudo dos esforços nos painéis de contraventamento de um edifício elevado.

Na situação real os esforços transmitidos aos painéis são cargas concentradas ao nível dos andares, ou melhor, ao nível das lajes. A resolução do problema considerando a situação real, isto é, os painéis solicitados por um número finito de cargas concentradas, leva ao "tratamento discreto". É prática corrente, entretanto, substituir o número discreto de lajes por um meio contínuo com rigidez equivalente uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício. Os esforços transmitidos a um painel passam, agora, a ser **continuamente** distribuídos ao longo de sua altura. Esta é a idéia do "tratamento contínuo". A solução torna-se analítica (no sentido de ser dado por funções analíticas).

Admite-se que o meio contínuo equivalente às lajes dos andares seja constituído por elementos com rigidez horizontal infinita (diafragmas) e sem rigidez transversal, contínua e uniformemente distribuídos ao longo de toda altura do edifício.

Os painéis serão ou paredes ou pórticos. As paredes serão consideradas rígidas à força cortante e deformáveis por momento fletor. Os pórticos, rígidos ao momento fletor, deformáveis por força cortante. Finalmente, as paredes serão consideradas elasticamente engastadas na base.

O comportamento deste modelo estrutural é interpretado por um sistema de equações diferenciais que leva à solução contínua do problema.

De modo geral, ampliar-se-á a técnica adotada por STAMATO¹, estudando e programando diversos casos gerais e particulares de modo a ter em conta o engastamento elástico das paredes.

1- PAINÉIS

1.1- Paredes com Engastamento Elástico

A parede será suposta infinitamente rígida à força cortante, deformável apenas por momento fletor e de secção constante ao longo de sua altura. Usar-se-á o índice w para caracterizar as grandezas relativas às paredes.

Sendo M_0 o momento no engastamento e ϕ a rotação do apoio, supor-se-á $M_0 = g \cdot \phi$. Em momento oportuno será estudada a rigidez g do engastamento elástico.

co.

Pretende-se estudar esforços e deslocamentos na parede sujeita a uma carga linearmente distribuída ao longo da altura e a uma carga concentrada no topo. Mais tarde se mostrará a conveniência da aplicação desta carga concentrada.

A notação e os sentidos positivos são os indicados na Fig.1. De maneira geral será usada a notação e demais convenções empregadas por STAMATO¹. Tomando o equilíbrio de um elemento genérico de altura dz e a equação da linha elástica, escreve-se

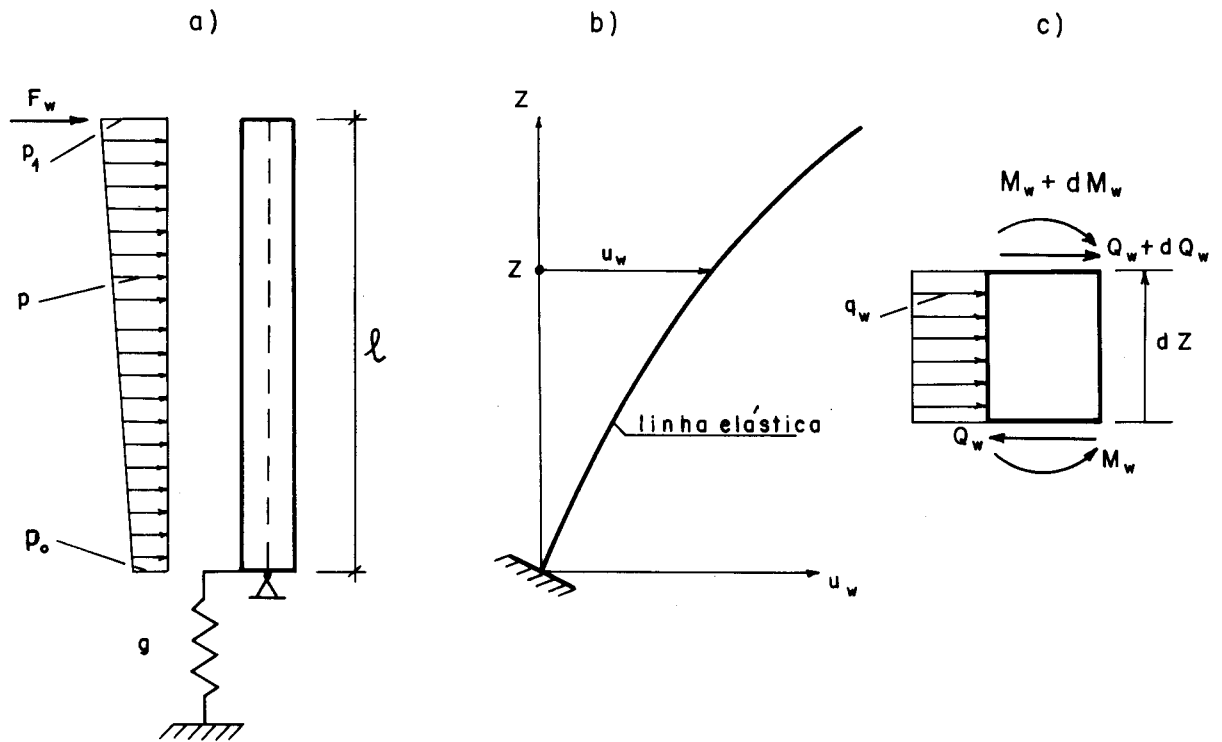


FIG 1 - Parede com engastamento elástico

$$\frac{dM_w}{dz} = - Q_w \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{dQ_w}{dz} = - q_w \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = q_w \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{d^2 u_w}{dz^2} = \frac{M_w}{j} \dots \dots \dots (4)$$

onde j representa o produto de rigidez a flexão EJ

De (3) tem-se

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = p_0 + (p_1 - p_0) \frac{z}{\ell}$$

ou

$$M_w = (p_1 - p_0) \frac{z^3}{6\ell} + p_0 \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2$$

Aplicando as condições de contorno

a) para $z = \ell$, $M_w = 0$

b) para $z = \ell$, $Q_w = F_w$

obtem-se

$$M_w = (p_1 - p_0) \frac{z^3}{6\ell} + p_0 \frac{z^2}{2} - \left[F_w + (p_1 + p_0) \frac{\ell}{2} \right] z + F_w \ell + \frac{\ell^2}{6} (2p_1 + p_0)$$

Estude-se agora os deslocamentos da parede. Supondo

$q_w = p = \text{cte}$ e $F_w = 0$, conclui-se, de (4),

$$j \frac{d^2 u_w}{dz^2} = p \frac{z^2}{2} - p\ell z + \frac{p\ell^2}{2}$$

Com as condições de contorno

a) para $z = 0$, $u_w = 0$

b) para $z = 0$, $\phi = \frac{du_w}{dz} = \frac{M_w(0)}{g}$

conclui-se, finalmente, que

$$u_w = \frac{p\ell^4}{24j} \left[\left(1 - \frac{z}{\ell}\right)^4 + \frac{4z}{\ell} - 1 \right] + \frac{p\ell^2}{2g} z \dots\dots\dots (5)$$

onde o termo $\frac{p\ell^2}{2g} z$ é devido à rotação de apoio correspondente ao engastamento elástico.

Com o carregamento no sentido indicado (forças da esquerda para a direita) a concavidade da linha elástica ficará voltada para a direita, Fig.1b.

Derivando a equação (4), substituindo na equação (3) e na equação (1),

obtem-se

$$u_w^{IV} = \frac{q_w}{j} \dots\dots\dots (6)$$

$$u_w''' = -\frac{1}{j} Q_w \dots\dots\dots (7)$$

1.2- Pórticos

Os pórticos serão supostos sem rigidez transversal ao seu plano, extremamente rígidos ao momento fletor, deformáveis por força cortante e de rigidez constante ao longo da altura. Sempre que necessário usar-se-á o índice "f" ou então a barra (traço superior) para caracterizar as grandezas relativas aos pórticos.

Os sentidos positivos dos esforços M_f e Q_f no pórtico são coincidentes com os sentidos positivos de M_w e Q_w , Fig.1.c. O equilíbrio do elemento dz do pórtico leva às seguintes equações, semelhantes às das paredes.

$$\frac{dM_f}{dz} = - Q_f \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{dQ_f}{dz} = - q_f \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{d^2M_f}{dz^2} = q_f \dots\dots\dots (10)$$

A equação diferencial da linha elástica é

$$u'_f = \frac{du_f}{dz} = \frac{Q_f}{s} \dots\dots\dots (11)$$

onde s representa a rigidez do pórtico à força cortante, como se explica adiante.

Note-se a analogia com o efeito da força cortante sobre a linha elástica de uma viga.

$$\frac{du}{dz} = \frac{cQ}{GS} \dots\dots\dots (12)$$

onde c depende da forma da seção de área S e módulo de elasticidade transversal G .

A solução da equação (11) para o caso em que $F_f = 0$ e $q_f = p = \text{constante}$ é

$$u_f = p \frac{\ell^2}{2s} \left[1 - \left(1 - \frac{z}{\ell}\right)^2 \right] \dots\dots\dots (13)$$

Com as equações (11) e (9) encontra-se

$$u''_f = - \frac{1}{s} q_f \dots\dots\dots (14)$$

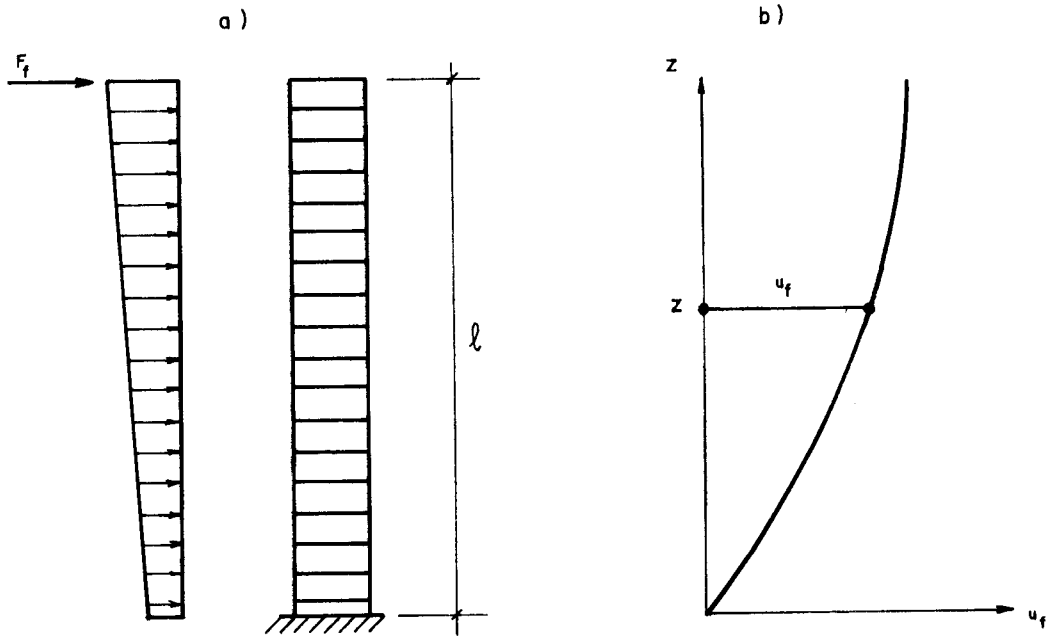


FIG. 2 - Pórtico isolado

Com o carregamento no sentido indicado na Fig. 2a (fôrças da esquerda para a direita) a concavidade da linha elástica fica voltada para a esquerda como mostra a equação (14).

Nota-se aqui a diferença de comportamento entre a parede e o pórtico. Esta diferença de comportamento pode tornar conveniente a sua associação tendo em vista a diminuição da disparidade de esforços, inclinações e distorções entre o tpo e a base.

A seguir calcula-se a constante de rigidez s para um pórtico formado por dois pilares iguais e vigas de rigidez infinita, Fig.3. Serão supostas desprezíveis as deformações axiais dos pilares e os centros dos vãos dos pilares como pontos de momento nulo. Nestas condições não existem rotações dos nós e as vigas deslocam-se horizontalmente.

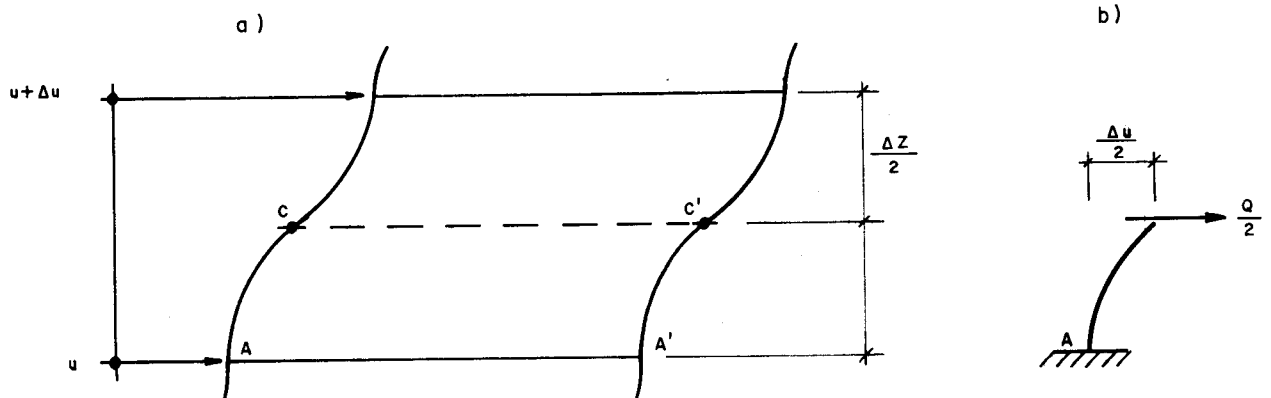


FIG. 3 - Pórtico com viga de $J = \infty$

Considerando os consolos AC e A'C' tem-se

$$\frac{\Delta u}{2} = \frac{1}{3} \frac{Q}{EJ} \left(\frac{\Delta z}{2}\right)^3$$

$$\frac{\Delta u}{\Delta z} = \frac{Q}{s} \dots\dots\dots (15)$$

$$e \quad s = \frac{24EJ}{\Delta z^2} \dots\dots\dots (16)$$

onde se depara com a analogia entre as equações (11) e (15), aproximando a derivada u' pela distorção média $\frac{\Delta u}{\Delta z}$. Esta aproximação será tanto melhor quanto menor o pé-direito Δz em relação à altura total do edifício.

Para pórticos regulares também vale o comportamento elástico expresso pela equação (15), desde que os pontos de momentos nulos se situem nos centros dos vãos de vigas e pilares. Para êstes encontra-se²

$$s = \frac{12E}{h} \sum_{n.a.} \left[k_{p.n.} \frac{\sum k}{\sum k} \right] \dots\dots\dots (17)$$

onde

h = pé-direito do andar

k = relação $\frac{J}{\ell}$ do tramo de viga ou pilar considerado

n.a = somatória estendida a todos os nós do andar considerado

$k_{p.n.}$ = relação $\frac{J}{\ell}$ do tramo de pilar abaixo do nó considerado

v.n. = somatória estendida aos tramos de viga que concorrem no nó (1 ou 2 tramos)

b.n. = somatória estendida a tôdas as barras (2,3 ou 4 barras) que concorrem no nó.

Se o pórtico tem peças de secção aproximadamente uniforme ao longo da altura a rigidez g será praticamente constante. Variações locais de g na base e no tópo não deverão influir sensivelmente no comportamento do painel como um todo.

Finalmente, observamos que além dos pórticos regulares também os painéis treliçados² (treliças, pórticos com mãos francesas) apresentam o comportamento elástico descrito pela equação (15).

2- PAREDE COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO E PÓRTICO ASSOCIADOS EM SÉRIE

2.1- A resolução do problema de associação em série de parede e pórtico, com as características de rigidez já estabelecidas, deriva essencialmente da suposição de inextensibilidade das lajes. O modelo estrutural está mostrado na Fig.4, onde as lajes são representadas por barras bi-articuladas que devem ligar continuamente os dois painéis ao longo da altura.

Se u_1 é deslocamento horizontal da parede e u_2 o deslocamento horizontal do pórtico, a altura z , conclui-se daí que $u_2 = u_1$, isto é, as linhas elásticas coincidem.

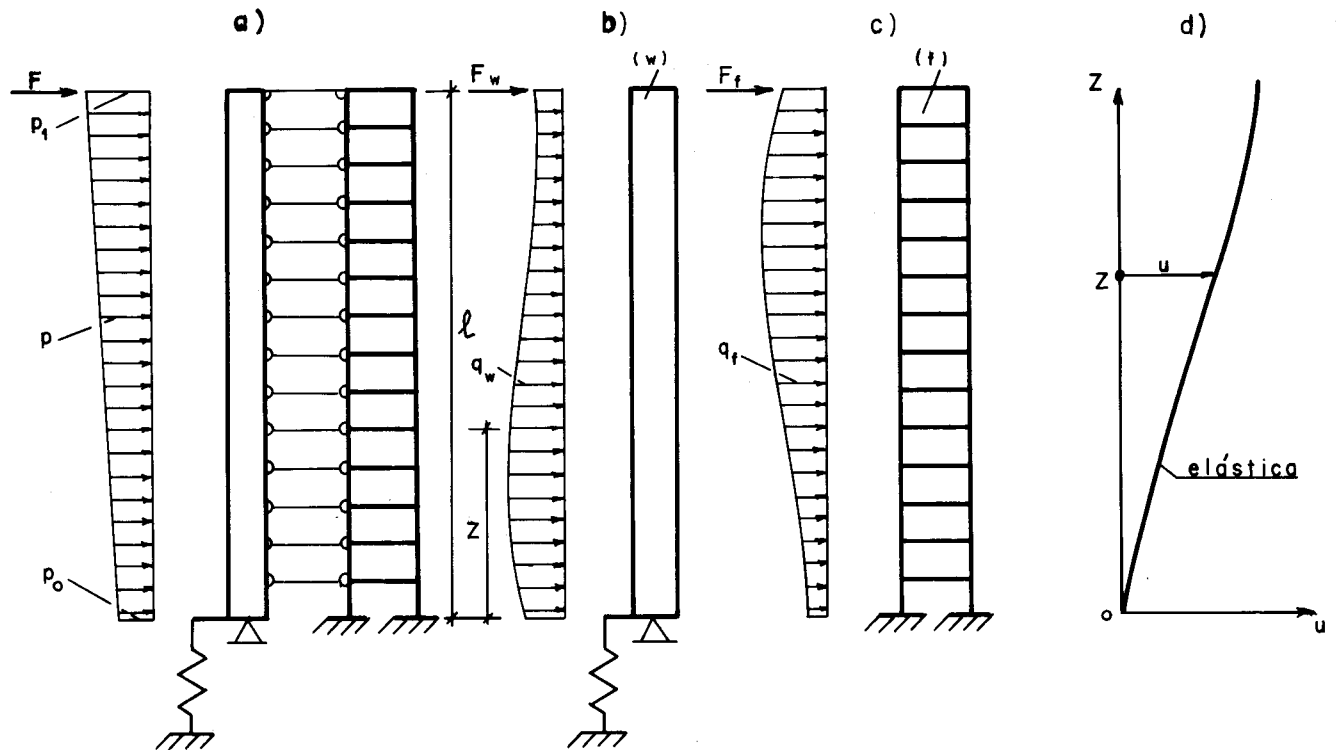


FIG. 4- Parede e pórtico associados em série

O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída (p_1 no tampo, p_0 na base) e a força concentrada F no tampo.

A parede absorverá o quinhão q_w e a força F_w ; o pórtico q_f e F_f . Os esforços na parede serão M_w e Q_w , no pórtico M_f e Q_f . As convenções de sinais são as estabelecidas na Fig.1.

As equações de equilíbrio se escrevem

$$F = F_w + F_f \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$p = q_w + q_f \quad \dots \dots \dots (19)$$

Por outro lado

$$q_w = j u_w^{IV} = j u^{IV} \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$q_f = -su_f'' = -su'' \dots\dots\dots (21)$$

Somando (20) e (21) e levando em conta a (19)

$$p = ju^{IV} - su''$$

e portanto

$$u^{IV} - k^2u'' = \frac{p}{j} \dots\dots\dots (22)$$

onde

$$k = \sqrt{\frac{s}{j}} \dots\dots\dots (23)$$

A (22) é a equação diferencial que rege o problema.

Com $p = p_0 + (p_1 - p_0) \frac{z}{\ell}$; a solução geral de (22) é

$$u = \frac{1}{k^4 j} \left[C_1 + C_2 kz + C_3 e^{kz} + C_4 e^{-kz} - p_0 k^2 \frac{z^2}{2} - (p_1 - p_0) \frac{k^2 z^3}{6\ell} \right]$$

onde os coeficientes C_i tem dimensão de carga distribuída.

Condições de contorno.

para $z = 0$

a) $u = 0$

b) $u' = \frac{1}{g} u''$

para $z = \ell$

c) $u'' = 0$, pois $M_w = 0$

d) $u' = \frac{1}{s} F_f$, pois $Q_f = F_f$

e) $u''' = -\frac{F_w}{j}$, pois $Q_w = F_w$

..... (24)

Estas condições estabelecem as seguintes equações

$$C_1 + C_3 + C_4 = 0$$

$$C_2 + C_3 - C_4 = j \frac{k}{g} [C_3 + C_4 - p_0]$$

$$C_3 e^{k\ell} + C_4 e^{-k\ell} = p_1$$

$$C_2 + C_3 e^{k\ell} - C_4 e^{-k\ell} = k [F_f + (p_0 + p_1) \frac{\ell}{2}]$$

$$-C_3 e^{k\ell} + C_4 e^{-k\ell} = k [F_w - (p_1 - p_0) \frac{1}{k^2 \ell}]$$

..... (25)

Resolvendo encontra-se

$$C_2 = k \left[F + (p_0 + p_1) \frac{\ell}{2} \right] - \frac{1}{K} (p_1 - p_0)$$

$$C_3 = \frac{(p_1 - C_2 e^{-K}) + \frac{1}{g} k (p_1 - p_0 e^{-K})}{C + \frac{1}{g} kS}$$

$$C_4 = \frac{(p_1 + C_2 e^K) + \frac{1}{g} k (p_0 e^K - p_1)}{C + \frac{1}{g} kS}$$

$$C_1 = \frac{(2p_1 + C_2 S) + \frac{1}{g} p_0 S}{C + \frac{1}{g} k S}$$

$$F_w = \frac{1}{k} \left[\frac{p_1 - p_0}{K} + \frac{2C_2 - p_1 S + 2 \frac{1}{g} k (p_0 - p_1 C)}{C + \frac{1}{g} kS} \right]$$

$$F_f = F - F_w$$

..... (26)

onde

$$K = k\ell = \text{adimensional}$$

$$C = e^K + e^{-K} = 2\cosh K$$

$$S = e^K - e^{-K} = 2\sinh K$$

..... (27)

Calculando os esforços $M_w, Q_w, q_w, M_f, Q_f, q_f$ resulta

$$M_w = \frac{\ell^2}{K^2} \left[C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ} - p_0 - (p_1 - p_0) Z \right]$$

$$Q_w = -\frac{\ell}{K} \left[C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} - \frac{(p_1 - p_0)}{K} \right]$$

$$q_w = C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ}$$

$$M_f = \frac{\ell^2}{K^2} \left[C_2 K(1-Z) + p_1 - C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} - \frac{p_0}{2} K^2 (1-Z^2) - \frac{(p_1 - p_0)}{6} K^2 (1-Z^3) \right]$$

$$Q_f = \frac{\ell}{K} \left[C_2 + C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} - (p_1 - p_0) K \frac{Z^2}{2} - p_0 KZ \right]$$

$$q_f = p_0 + (p_1 - p_0) Z - C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} \dots \dots \dots (28)$$

onde $Z = z/\ell$, adimensional $\dots \dots \dots (29)$

CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

Se $p_1 = p_0 = p$ e $F = 0$,

com $G = \frac{1}{g\ell}$, variável adimensional, obtêm-se $\dots \dots \dots (30)$

$$C_2 = pK$$

$$C_3 = \frac{\left[1 - Ke^{-K} + KG(1 - e^{-K}) \right]}{C + KGS} p$$

$$C_4 = \frac{\left[1 + Ke^K + KG(e^K - 1) \right]}{C + KGS} p$$

$$C_1 = - \left[\frac{2 + KS + KGS}{C + KGS} \right] p$$

$$F_w = \frac{1}{K} \left[\frac{2K - S + 2KG(1 - C)}{C + KGS} \right] p\ell$$

$$M_w = \frac{\ell^2}{K^2} \left[C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ} - p \right]$$

$$Q_w = - \frac{\ell}{K} \left[C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} \right]$$

$$q_w = C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ}$$

$$Q_f = \frac{\ell}{K} \left[C_2 + C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} - pKZ \right]$$

$$q_f = p - C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ}$$

$$M_f = \frac{\ell^2}{K^2} \left[p - C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ} \right] + p \frac{\ell^2}{2} (1 - Z)^2$$

$$\frac{u}{\ell^2} s = \frac{1}{K^2} \left[C_1 + C_2 KZ + C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ} - \frac{p}{2} K^2 Z^2 \right]$$

$\dots \dots \dots (31)$

Observe-se a existência de forças internas concentradas no topo $F_f = -F_w$, apesar da não existência de carga externa concentrada F .

CARGA CONCENTRADA NO TOPO

$$C_2 = kF$$

$$C_3 = -\frac{kF}{C+KGS} e^{-K}$$

$$C_4 = \frac{kF}{C+KGS} e^K$$

$$C_1 = -\frac{kF}{C+KGS} S$$

$$F_w = \frac{2F}{C+KGS}$$

$$F_f = F - F_w$$

$$M_w = \frac{\ell^2}{K^2} (C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ})$$

$$Q_w = -\frac{\ell}{K} (C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ})$$

$$q_w = C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ}$$

$$M_f = F\ell (1-Z) - \frac{\ell^2}{K^2} (C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ})$$

$$Q_f = F + \frac{\ell}{K} (C_3 e^{KZ} - C_4 e^{-KZ})$$

$$q_f = - (C_3 e^{KZ} + C_4 e^{-KZ})$$

..... (32)

2.2- Exemplo numérico

Considere-se o caso de carga uniformemente distribuída

$$(p_0 = p_1 = p \text{ e } F = 0)$$

Para o adimensional K , característica da rigidez relativa entre o pórtico e a parede, adota-se, para esse exemplo, o valor

$$K = k\ell = \sqrt{\frac{S}{j}} \ell = 3$$

Considere-se, para o cálculo de g , uma placa rígida apoiada no solo, Fig.5. Sujeita ao momento fletor M_o sofrerá uma rotação ϕ . Supondo válida, para o solo, a relação.

$$p = C_\phi \cdot y \quad \dots \dots \dots (33)$$

onde p é a pressão aplicada e y o afundamento respectivo, tem-se

$$\phi = \frac{y}{\frac{a}{2}}$$

$$M_o = \frac{ba^3}{12} \cdot C_\phi \cdot \phi$$

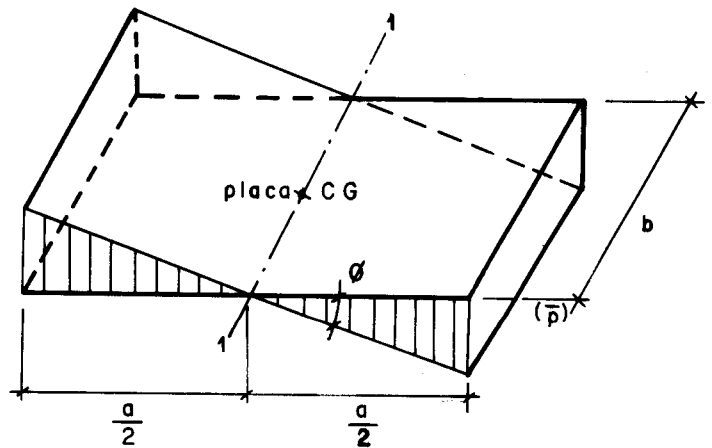


FIG. 5

$$g = C_\phi \cdot J_s \quad \dots \dots \dots (34)$$

onde J_s é o momento de inércia da fundação em relação ao eixo 1-1 passando pelo seu centro de gravidade.

Convém observar que a sapata, evidentemente, não transmite tração ao solo. Assim, na Fig.5, a aparente tração na metade da esquerda seria um alívio da compressão provocada pelas cargas verticais. Aliás, é de boa norma transmitir aos painéis de contraventamento a maior parcela possível de carga vertical de modo a se evitar eventual tração na fundação, causada pelas cargas horizontais.

Retornando ao exemplo acha-se

$$\frac{1}{g} k = \frac{3EJ}{C_\phi J_s l} = 0,89 \quad \text{e} \quad G = 0,296$$

para $\frac{J_s}{J} = 7,00$, $E = 100.000 \text{kg/cm}^2$, $l = 60\text{m}$ e $C_\phi = 8 \text{kg/cm}^3$

Apresentando entre parenteses os valores obtidos considerando a parede rigidamente engastada na base ($G = 0$) encontra-se

$$C_3 = + 0,0447 p \quad (+ 0,422 p)$$

$$C_4 = + 2,601 p \quad (+ 3,042 p)$$

$$C_1 = - 2,105 p \quad (- 3,084 p)$$

$$F_f = - F_w = + 0,422 pl \quad (0,232 pl)$$

Note-se que a força de interação no tampo é subestimada quando se admite engastamento rígido na parede. Esta conclusão era esperada pois a rotação elástica no engastamento aumenta a disparidade entre os deslocamentos, no tampo, da parede (mais deslocável) e do pórtico (menos deslocável), se eles fossem supostos separados um do outro.

A Tab.1 mostra os resultados encontrados, para $K = 3,0$ e $G = 0$, coincidentes com os calculados por STAMATO¹, considerando a parede rigidamente engastada. Na Tab.2 encontram-se os resultados para $K = 3,0$ e $G = 0,29$.

A Fig.6 representa os quinhões de carga q_w/p absorvidos pela parede suposta elasticamente engastada (linha cheia) e rigidamente engastada (linha tracejada). Na Fig.7 estão mostrados quinhões de carga q_f/p absorvidos pelo pórtico em um caso e outro.

Observa-se que a parede elasticamente engastada recebe, nas proximidades do apoio, uma carga menor que a recebida pela parede rigidamente engastada, devido a maior deformabilidade da primeira. Pela mesma razão o pórtico fica mais "cargado" (forças da esquerda para a direita). A força concentrada trocada no tampo torna-se bem maior no caso de engastamento elástico.

Na Fig.8 estão representadas as forças cortantes Q_w/pl na parede nos dois casos em questão. A Fig.9 mostra as forças cortantes no pórtico. Nas Fig.10 e Fig.11 foram apresentadas as curvas dos momentos fletores na parede M_w/pl^2 e no pórtico, M_f/pl^2 , respectivamente. A linha cheia indica engastamento elástico e a tracejada engastamento rígido.

Quanto às forças cortantes o pórtico passa a receber uma parcela relativamente maior, praticamente constante ao longo da altura. A rotação de apoio na parede permite que o pórtico receba força cortante na base, o que não acontece se a parede tiver engastamento rígido.

Quanto aos momentos fletores a parede fica mais aliviada e o pórtico mais solicitado, continuando, a parede, entretanto, a manter a sua maior participação na base, onde é mais rígida.

A consideração da natureza real do problema (parede com engastamento elástico) vem reforçar os argumentos apresentados por STAMATO¹ para a conveniência de associação de pórticos e paredes em estruturas de edifícios elevados. Com efeito, os esforços de flexão nas vigas e nos pilares são proporcionais a Q_f . Pela uniformidade de Q_f (particularmente notável, em uma faixa de valores de K , as vigas po

Z	M_w	M_f	Q_w	Q_f	q_w	q_f	u
0,0	0,2316	0,2683	1,000	0,000	3,084	-2,084	0,000
0,1	0,1456	0,2593	0,732	0,168	2,310	-1,310	0,009
0,2	0,0829	0,2370	0,531	0,269	1,746	-0,746	0,031
0,3	0,0379	0,2071	0,378	0,322	1,340	-0,341	0,061
0,4	0,0063	0,1737	0,259	0,341	1,056	-0,056	0,095
0,5	-0,0146	0,1396	0,163	0,337	0,868	0,131	0,128
0,6	-0,0268	0,1068	0,082	0,317	0,758	0,241	0,161
0,7	-0,0314	0,0764	0,009	0,291	0,717	0,282	0,192
0,8	-0,0287	0,0487	-0,063	0,263	0,742	0,258	0,219
0,9	-0,0185	0,0235	-0,141	0,241	0,833	0,167	0,245
1,0	0,0000	0,0000	-0,232	0,232	1,000	0,000	0,268
Fator	$p\ell^2$	$p\ell^2$	$p\ell$	$p\ell$	p	p	$p\ell^2/s$

Tab.1 - Associação em Série (K = 3,0 e C = 0,0)

Z	M _w	M _f	Q _w	Q _f	q _w	q _f	u
0,0	0,1241	0,3758	0,676	0,324	2,117	-1,117	0,000
0,1	0,0662	0,3388	0,492	0,408	1,596	-0,596	0,037
0,2	0,0243	0,2957	0,352	0,448	1,219	-0,219	0,080
0,3	-0,0053	0,2503	0,244	0,458	0,952	0,047	0,125
0,4	-0,0253	0,2053	0,159	0,441	0,772	0,227	0,170
0,5	-0,0375	0,1625	0,087	0,412	0,662	0,337	0,213
0,6	-0,0430	0,1203	0,0241	0,376	0,613	0,387	0,253
0,7	-0,0424	0,0874	-0,037	0,337	0,618	0,382	0,288
0,8	-0,0355	0,0555	-0,101	0,301	0,680	0,320	0,320
0,9	-0,0218	0,0268	-0,175	0,275	0,803	0,197	0,349
1,0	0,0000	0,0000	-0,264	0,264	1,000	0,000	0,376
Fator	pℓ ²	pℓ ²	pℓ	pℓ	p	p	pℓ ² /s

Tab.2 - Associação em Série (K = 3,0 e C = 0,29)

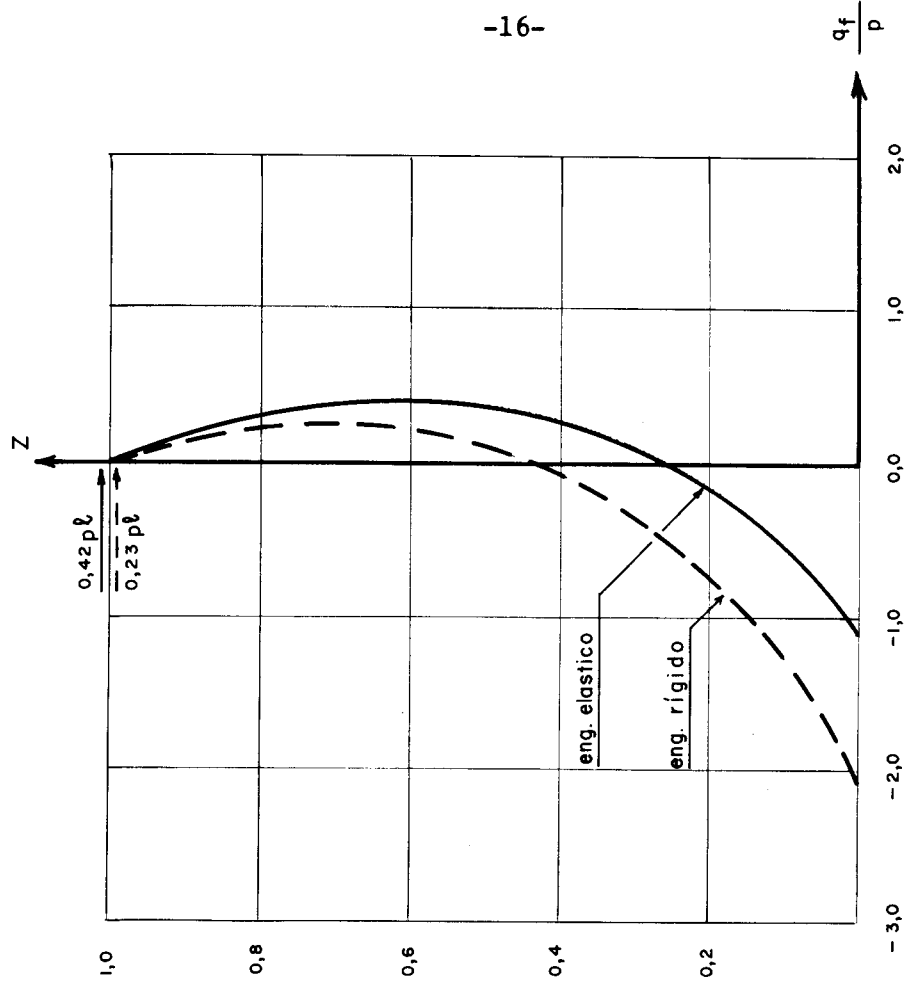


FIG. 7 — Carga recebida pelo pórtico

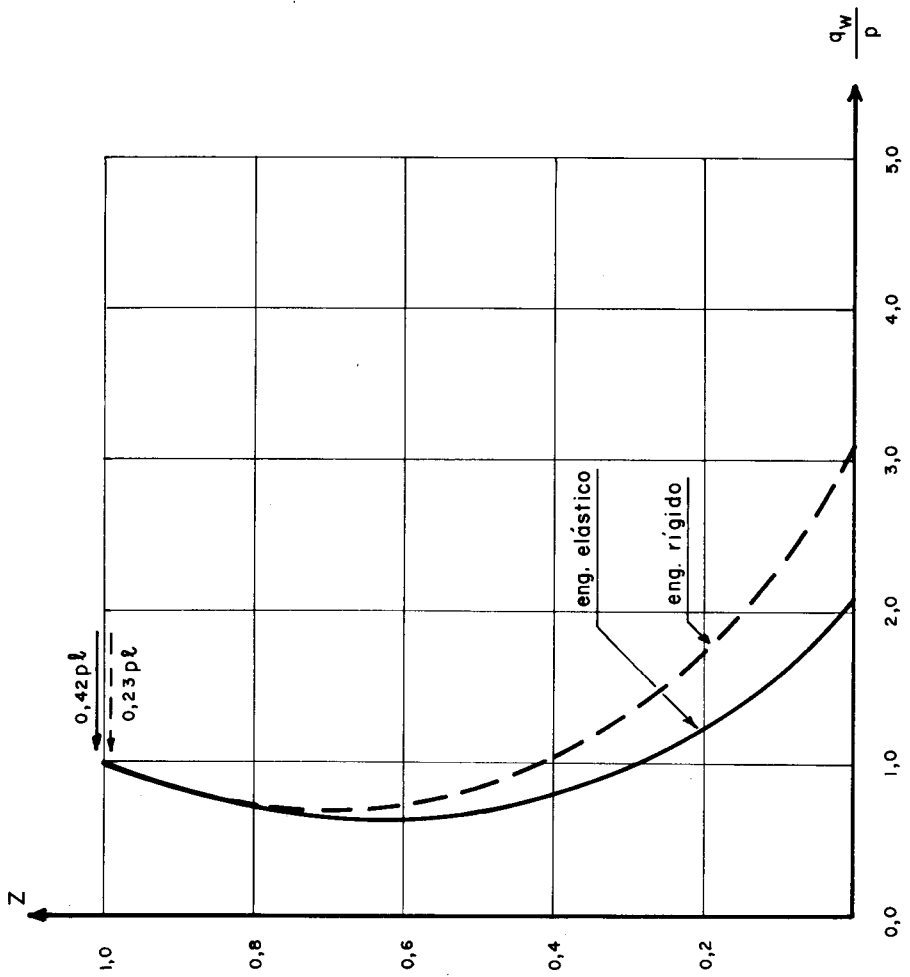


FIG. 6 — Carga recebida pela parede

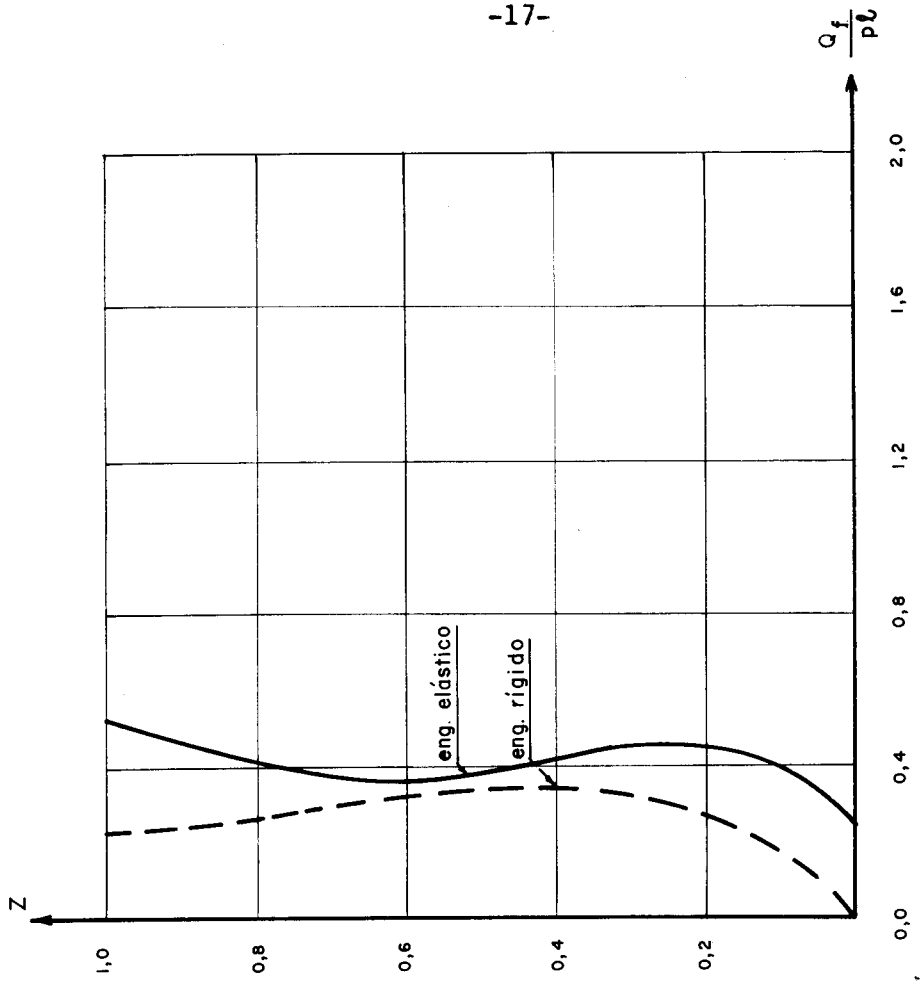


FIG. 9 - Forças cortantes no pórtico

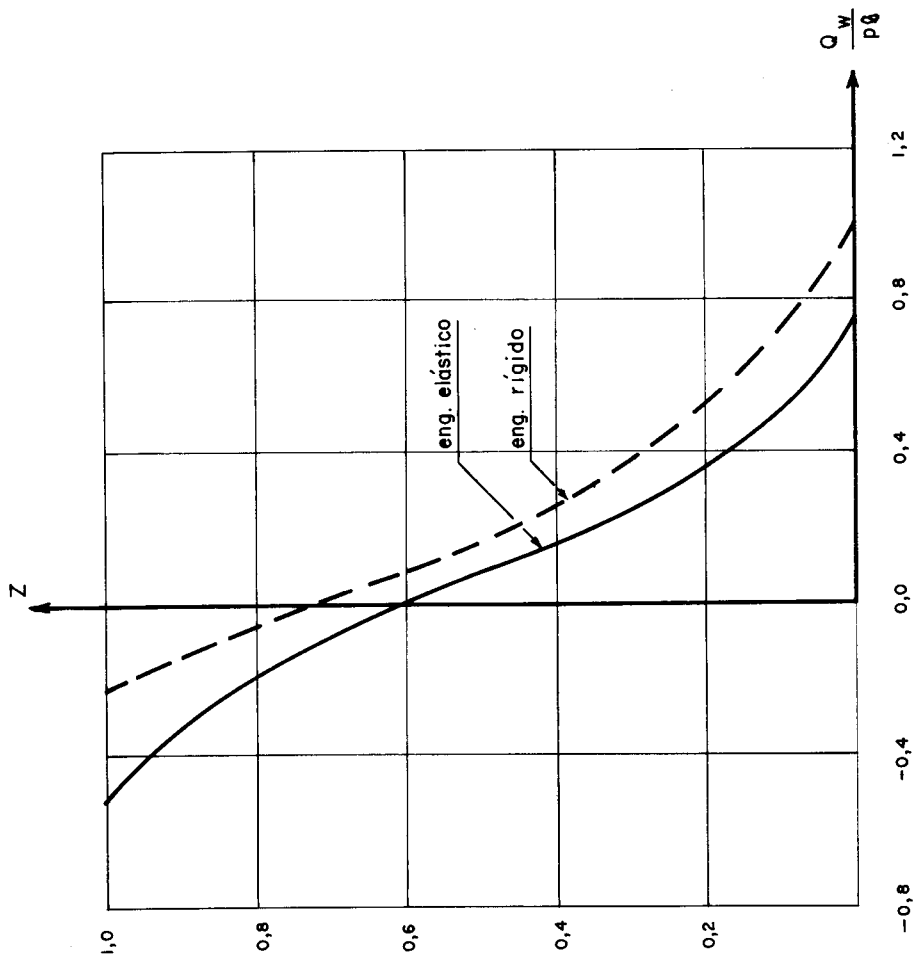


FIG. 8 - Forças cortantes na parede

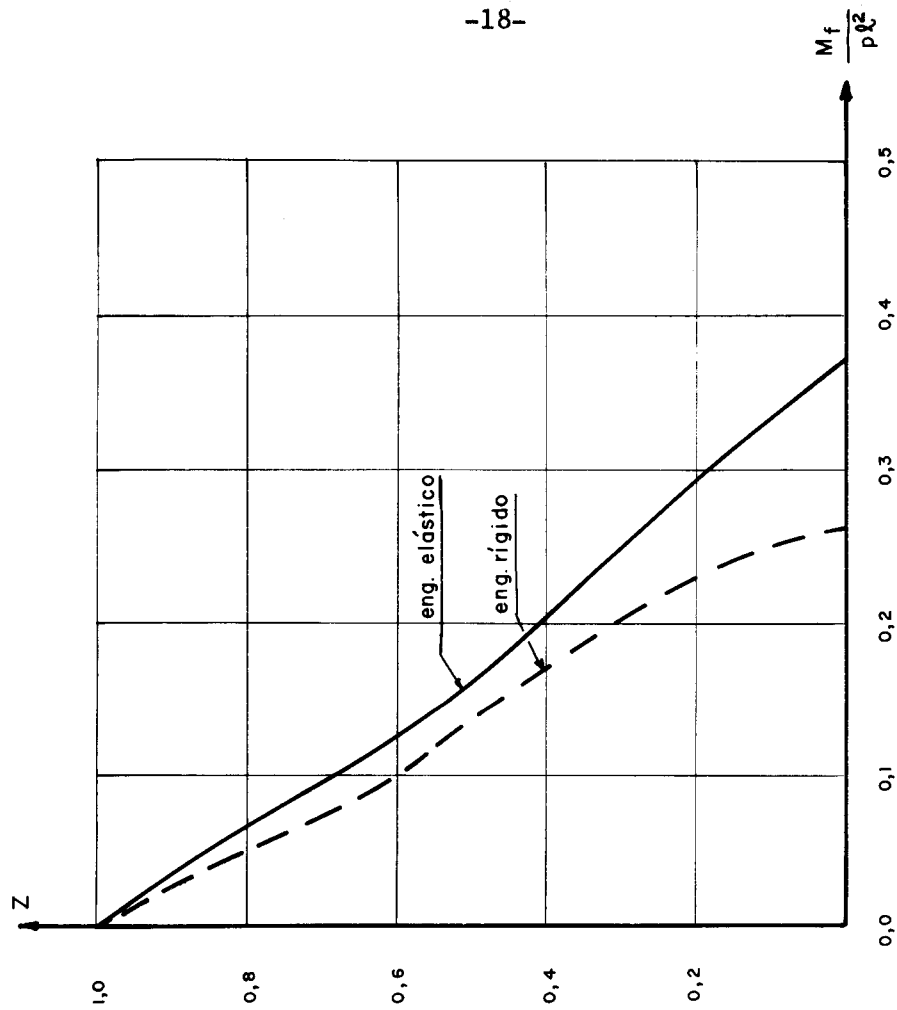


FIG. 11 — Momentos fletores no pórtico

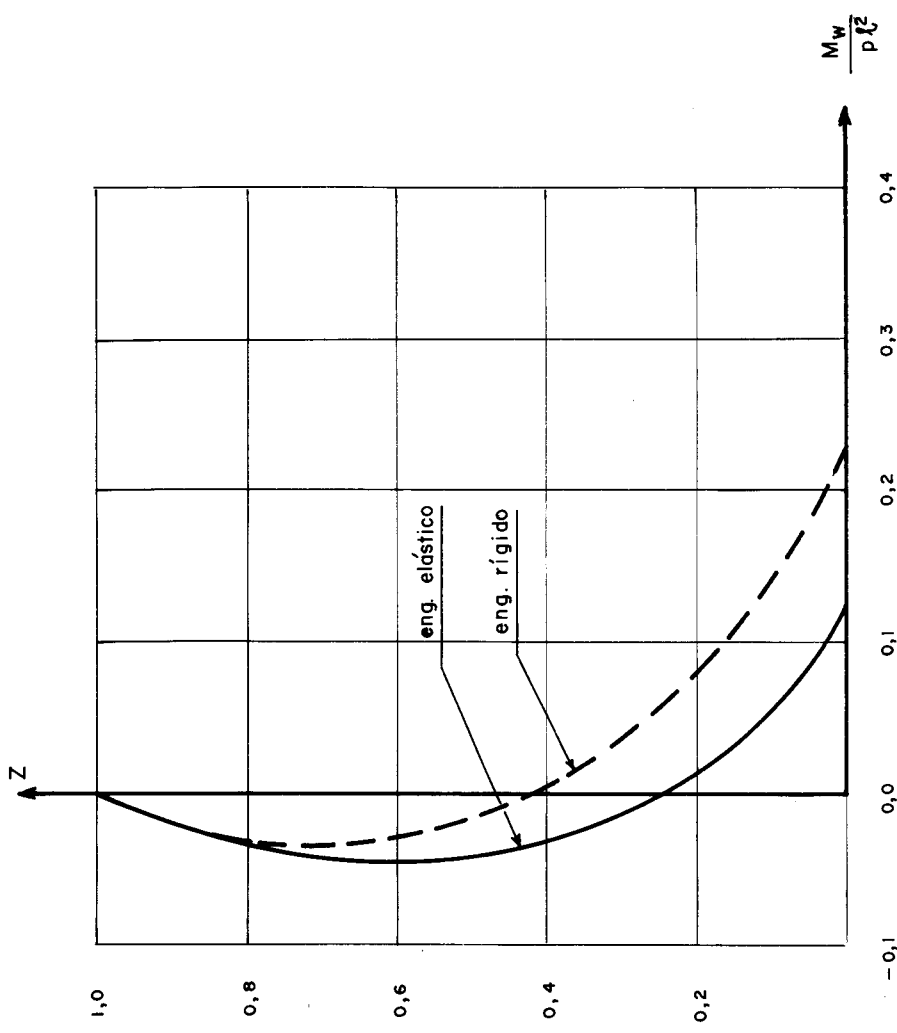


FIG. 10 — Momentos fletores na parede

dem ser moduladas pois também as cargas permanentes verticais provocam solicitação uniforme ao longo da altura.

Observa-se, assim, que o comportamento do pórtico, (com solicitação quase constante com a altura) responde de maneira bastante condizente com a hipótese efetuada ($s = \text{constante}$), evitando excesso de material onde ele não é necessário.

3- PAREDES COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO ASSOCIADAS EM SÉRIE

3.1- Considere-se duas paredes engastadas elasticamente e associadas em série. As características de cada parede são as grandezas J e g , momento de inércia da secção uniforme e rigidez do engastamento, respectivamente. Na Fig.12 está representado o carregamento, constituído pela carga uniformemente distribuída p e força concentrada no tampo F .

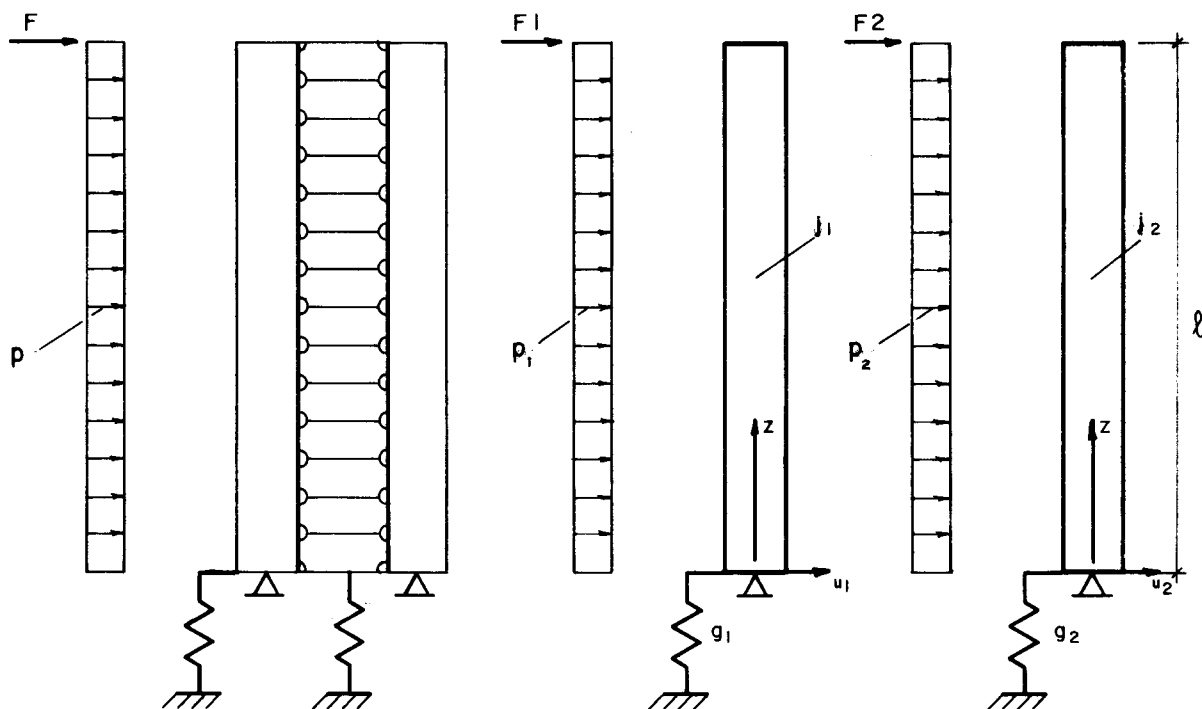


FIG. 12 — Paredes associadas em série

Tendo em vista a notação da Fig.12, as equações de equilíbrio se escrevem

$$F = F_1 + F_2 \dots\dots\dots (35)$$

$$p = p_1 + p_2 \dots\dots\dots (36)$$

As equações das elásticas são

$$p_1 = j_1 u_1^{IV} \dots\dots\dots (37)$$

e

$$p_2 = j_2 u_2^{IV} \dots\dots\dots (38)$$

onde u_1 e u_2 são os deslocamentos horizontais das paredes. Como $u_1 = u_2$ tem-se a equação diferencial

$$u^{IV} = \frac{p}{j_1 + j_2} \dots\dots\dots (39)$$

que rege o comportamento conjunto

Como

$$\frac{p_1}{j_1} = \frac{p_2}{j_2} = \frac{p}{j_1 + j_2} = u^{IV} \dots\dots\dots (40)$$

conclui-se que a divisão de cargas entre as paredes é proporcional aos momentos de inércia j , valendo também esta proporcionalidade para as forças cortantes e momentos fletores, qualquer que seja o carregamento. Isto também pode ser visto facilmente para n paredes, através da equação aplicada a todas elas e lembrando ser comum as suas linhas elásticas.

$$\frac{M_1}{j_1} = \frac{M_2}{j_2} = \dots\dots\dots = \frac{M_n}{j_n} = u'' \dots\dots\dots (41)$$

portanto

$$\frac{M_i}{j_i} = \frac{M^*}{\sum j_i} \dots\dots\dots (42)$$

onde $M^* = \sum M_i$ é, por equilíbrio, igual ao momento de todas as cargas externas. Por derivações sucessivas da eq.(41) conclui-se existir a mesma divisão proporcional aos j_i na distribuição dos p_i, Q_i, F_i , entre as diversas paredes.

Por tratar-se de carga uniformemente distribuída a Fig.12 mostra as

cargas, nas paredes, constantes.

A solução de (39) é o polinômio do quarto grau

$$u = \frac{p}{(j_1 + j_2)} \frac{z^4}{24} + C_1 \frac{z^3}{6} + C_2 \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4 \quad \dots (43)$$

Para a determinação das constantes tem-se as seguintes condições de contorno.

a) para $z = 0, u = 0$

b) $u'(0) = \frac{j_1 u''(0) + \bar{M}_1}{g_1}$

$$u'(0) = \frac{j_2 u''(0) + \bar{M}_2}{g_2}$$

Os momentos \bar{M}_1 e \bar{M}_2 , aplicados na base, permitem compatibilizar as rotações de apoio das paredes. São entretanto esforços internos entre as mesmas, do que se segue que $\bar{M}_1 = -\bar{M}_2 = \bar{M}$. A existência desse momento \bar{M} de interação entre as paredes, na altura das suas bases, pode ser justificada pela ocorrência de um binário de elevadas forças internas de sentidos opostos, logo nas primeiras barras bi-articuladas na vizinhança da base. Na passagem do modelo contínuo (teórico) para o modelo discreto (real) deve-se imaginar a existência de uma viga de fundação capaz de transmitir esse momento de interação \bar{M} .

c) $u''(\ell) = 0$ pois os momentos M_1 e M_2 , no tampo, são nulos

d) $u'''(\ell) = -\frac{1}{j_1} F_1$

$$u'''(\ell) = -\frac{1}{j_2} F_2$$

..... (44)

desde que F_1 e F_2 são as forças cortantes nas paredes, no tampo.

Destas condições conclue-se que

$$C_1 = -\frac{1}{(j_1 + j_2)} (F + p\ell)$$

$$C_2 = \frac{1}{(j_1 + j_2)} \left(p \frac{\ell^2}{2} + F\ell \right)$$

$$C_3 = \frac{1}{(g_1 + g_2)} \left(p \frac{\ell^2}{2} + F\ell \right)$$

$$C_4 = 0$$

..... (45)

$$\bar{M} = \left(\frac{g_1}{g_1 + g_2} - \frac{j_1}{j_1 + j_2} \right) \left(p \frac{l^2}{2} + Pl \right) \dots\dots\dots (46)$$

$$F_1 = \frac{j_1}{j_1 + j_2} F$$

$$F_2 = \frac{j_2}{j_1 + j_2} F \dots\dots\dots (47)$$

As equações (47) confirmam a divisão proporcional aos j_i mencionada anteriormente.

Quanto ao momento \bar{M} , de interação entre as paredes, observa-se que o momento na fundação de cada parede é proporcional à rigidez g de fundação. Assim o momento na fundação da primeira parede é

$$Mf_1 = \frac{g_1}{g_1 + g_2} \left(p \frac{l^2}{2} + Pl \right)$$

e o momento na mesma parede, logo acima da fundação, é proporcional a rigidez j da parede e vale

$$M_1(0) = \frac{j_1}{j_1 + j_2} \left(p \frac{l^2}{2} + Pl \right)$$

A descontinuidade entre Mf_1 e $M_1(0)$ corresponde ao momento concentrado \bar{M} de interação entre as paredes, na base, que vale

$$\bar{M} = Mf_1 - M_1(0) = \left(\frac{g_1}{g_1 + g_2} - \frac{j_1}{j_1 + j_2} \right) \left(p \frac{l^2}{2} + Pl \right)$$

reiterando o resultado já encontrado em (46).

Como as paredes têm a mesma elástica, podemos montar uma estrutura equivalente, unindo-as lateralmente, recebendo a carga total. Por outro lado, o momento das cargas, na base, é distribuído proporcionalmente à rigidez g de cada fundação, logo a rotação de apoio, comum a todas as paredes, pode ser obtida dividindo o momento total na base, pela soma das rigidezes das fundações. Portanto, para o cálculo dos deslocamentos a estrutura é equivalente a uma única parede com características elásticas $j = j_1 + j_2$ e $g = g_1 + g_2$.

A consideração de parede com engastamento rígido faz-se simplesmente tomando o limite das expressões obtidas para g tendendo ao infinito. Se a parede é articulada na base, toma-se $g = 0$.

3.2- Tratamento adimensional do problema da associação em série de paredes com engastamento elástico.

sendo

$$C = \frac{E_1}{g_1 + g_2}$$

$$J = \frac{j_1}{j_1 + j_2}$$

$$A = \frac{(j_1 + j_2)}{(g_1 + g_2)l}$$

..... (48)

a) equação da linha elástica

$$u \frac{(g_1 + g_2)}{pl^3} = \frac{1}{A} \left[\frac{Z^4}{24} - \left(\frac{F}{pl} + 1 \right) \frac{Z^3}{6} + \left(\frac{F}{pl} + \frac{1}{2} \right) \frac{Z^2}{2} + \left(\frac{F}{pl} + \frac{1}{2} \right) AZ \right]$$

b) momentos fletores nas paredes

$$M_1/pl^2 = J \left[\frac{1}{2} Z^2 - \left(\frac{F}{pl} + 1 \right) Z + \left(\frac{F}{pl} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$M_2/pl^2 = (1-J) \left[\frac{1}{2} Z^2 - \left(\frac{F}{pl} + 1 \right) Z + \left(\frac{F}{pl} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

c) forças cortantes nas paredes

$$Q_1/pl = -J \left[Z - \left(\frac{F}{pl} + 1 \right) \right]$$

$$Q_2/pl = -(1-J) \left[Z - \left(\frac{F}{pl} + 1 \right) \right]$$

d) quinhões de carga nas paredes

$$q_1/p = J \quad q_2/p = (1-J)$$

e) forças concentradas no tópo

$$\frac{F_1}{F} = J \quad \frac{F_2}{F} = (1-J)$$

f) momentos de interação entre paredes

$$\bar{M}_1/pl^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{F}{pl} \right) (C-J) \quad \bar{M}_2 = -\bar{M}_1$$

..... (49)

onde as expressões são obtidas a partir da equação (43).

são variáveis adimensionais relativas ao comportamento da estrutura

3.3- Exemplo numérico

Para $G = 0,769$, $J = 0,833$, $A = 0,277$, $F = 0,25 p\ell$ encontra-se:

$$\bar{M}_2 = -\bar{M}_1 = +0,048 p\ell^2 \text{ segundo a equação (48)}$$

$F_1 = 0,208 p\ell$ e $F_2 = 0,042 p\ell$, proporcionais às rigidezes j das paredes

$q_1 = 0,833 p\ell$ e $q_2 = 0,166 p\ell$, também proporcionais às rigidezes j das paredes.

Os momentos fletores nas paredes, obtidos pela divisão do momento total, proporcionalmente às rigidezes j das paredes, estão representados em diagrama na Fig.13. As forças cortantes nas paredes também obtidas por divisão proporcional da força cortante total às rigidezes j , estão representados em diagrama na Fig.14.

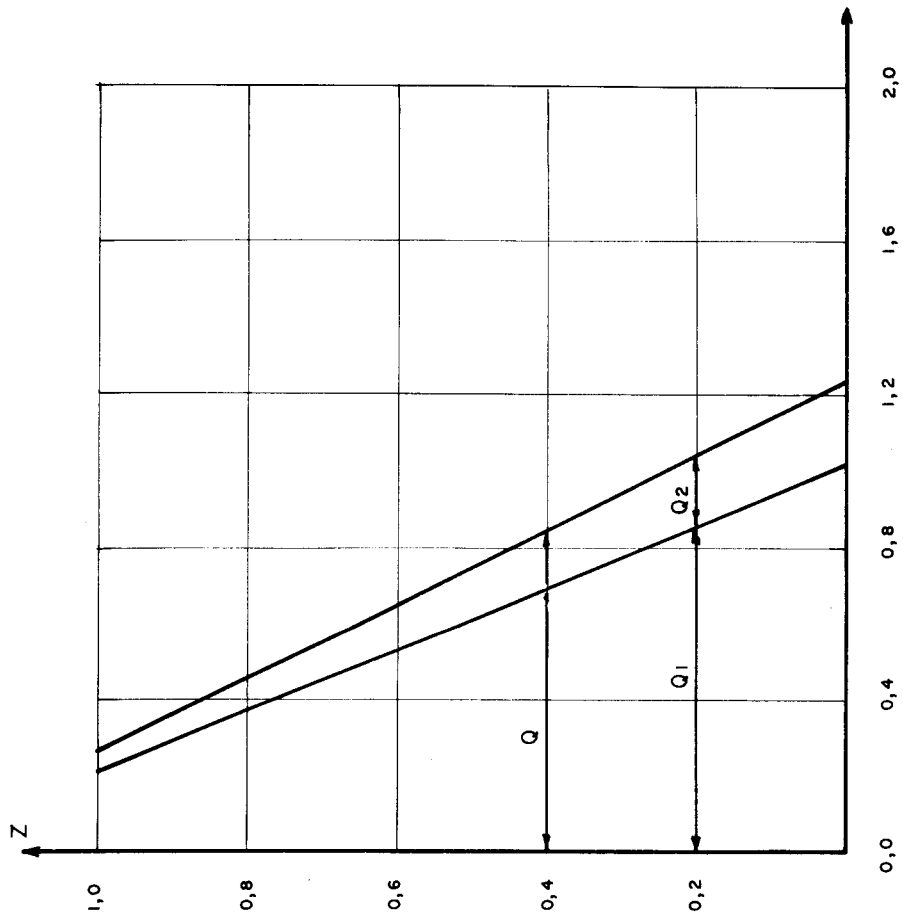


FIG. 14 — Forças cortantes nas paredes

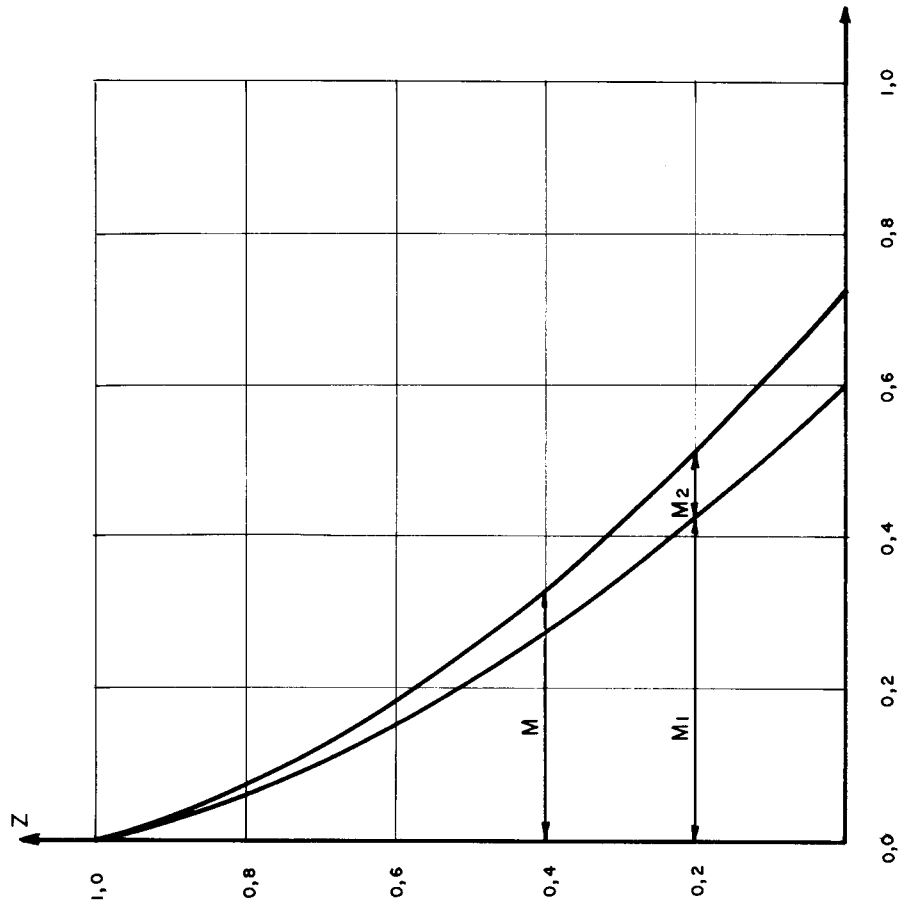


FIG. 13 — Momentos fletores nas paredes

4- ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO

4.1- Primeira Solução

Estudar-se-á, agora, um edifício cuja estrutura é constituída por paredes verticais de seção constante ao longo da altura e lajes horizontais. No presente estudo trataremos somente de paredes planas (eliminando-se, assim, paredes com seção U, L, caixão, etc.).

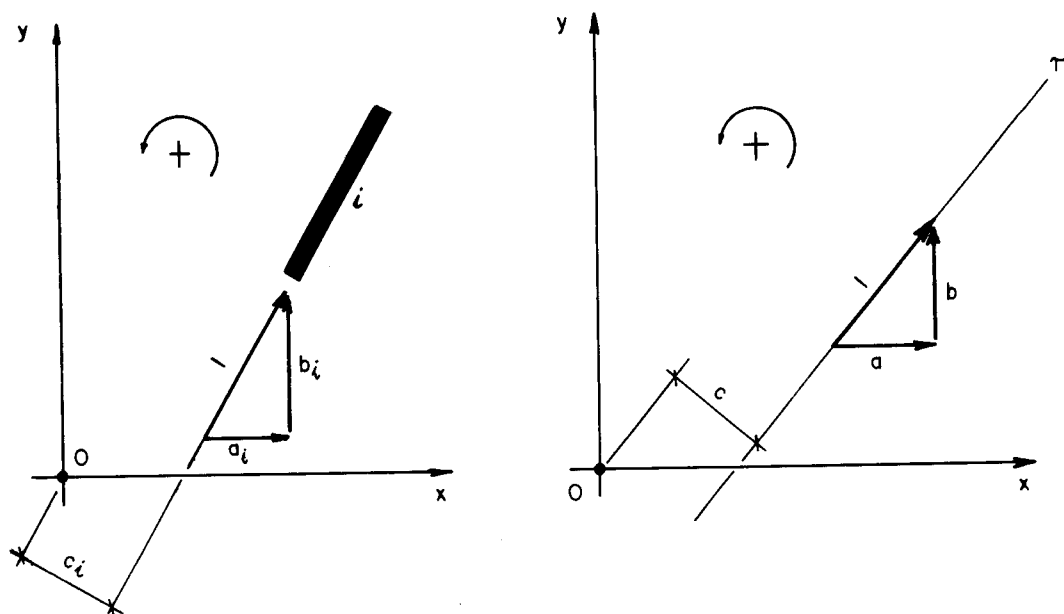


FIG. 15 — Parede genérica e plano de carga

As lajes serão assimiladas a um meio contínuo constituído por diafragmas horizontais inextensíveis no seu plano e sem rigidez transversal. As paredes serão consideradas elásticamente engastadas na base.

O carregamento atuante no conjunto está contido no plano vertical π (plano da carga) e é constituído por uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício e mais uma carga concentrada no topo.

Usar-se-á um sistema de referência global $Oxyz$ constituído pelo terno de eixos tri-ortogonais Ox, Oy, Oz . O eixo Oz é vertical, o ponto O estando contido no andar térreo.

No plano π toma-se um vetor horizontal unitário, Fig.15, de coordenadas (a,b) , ao qual ficará referido o sentido das cargas. A posição do plano de carga fica definida pelo momento c deste vetor em relação ao eixo Oz , positivo se for dextro.

Do mesmo modo, para a parede genérica i (Fig.15), tomou-se o vetor unitário

rio horizontal, contido no seu plano, de coordenados (a_i, b_i) ao qual ficarão referidos os deslocamentos horizontais de parede.

A posição da parede fica definida pelo momento c_i deste vetor em relação ao eixo Oz (positivo se for dextrorso).

No plano de cada parede fica portanto definido um sistema de referência local constituído pelo seu vetor unitário e o eixo $O_i z$, ao qual serão referidos os deslocamentos u_i , as cargas q_i e F_i , os esforços internos M_i e Q_i , todos funções de z.

O deslocamento do diafragma genérico de cota z, será referido ao sistema global de referência e definido pelas seguintes funções de z

u = deslocamento do ponto \bar{O}_z segundo x

v = deslocamento do ponto \bar{O}_z segundo y

w = rotação do diafragma em torno do eixo Oz.

O ponto \bar{O}_z é a interseção do diafragma genérico com o eixo Oz.

As equações de equilíbrio do diafragma genérico são

$$\begin{aligned} \sum q_i a_i &= pa \\ \sum q_i b_i &= pb \\ \sum q_i c_i &= pc \end{aligned} \dots\dots\dots (50)$$

Para o diafragma do tópo, as equações de equilíbrio se escrevem

$$\begin{aligned} \sum F_i a_i &= Fa \\ \sum F_i b_i &= Fb \\ \sum F_i c_i &= Fc \end{aligned} \dots\dots\dots (51)$$

O deslocamento horizontal da parede genérica, u_i , pela compatibilidade de deslocamentos é a função linear dos deslocamentos u , v , w do diafragma genérico

$$u_i = a_i u + b_i v + c_i w \dots\dots\dots (52)$$

Para cada parede tem-se ainda

$$q_i = j_i u_i^{IV} = j_i (a_i u^{IV} + b_i v^{IV} + c_i w^{IV}) \dots\dots\dots (52)$$

Multiplicando por a_i, b_i, c_i e somando obtém-se

$$\begin{aligned} (\sum_j a_i^2) u^{IV} + (\sum_j b_i a_i) v^{IV} + (\sum_j c_i a_i) w^{IV} &= pa \\ (\sum_j a_i b_i) u^{IV} + (\sum_j b_i^2) v^{IV} + (\sum_j c_i b_i) w^{IV} &= pb \\ (\sum_j a_i c_i) u^{IV} + (\sum_j b_i c_i) v^{IV} + (\sum_j c_i^2) w^{IV} &= pc \end{aligned} \dots (54)$$

tendo em vista as equações (50).

Simplificando a notação, de modo que, por exemplo,

$$J_{ab} = \sum_i a_i b_i \dots \dots \dots (55)$$

tem-se

$$\begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ac} & J_{bc} & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^{IV} \\ v^{IV} \\ w^{IV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pa \\ pb \\ pc \end{bmatrix} \dots \dots \dots (56)$$

que é o sistema de equações diferenciais do problema.

É possível por uma translação e rotação do sistema de referência diagonalizar a matriz J. Com a mudança de origem do sistema de referência do ponto O para o ponto $\bar{O} = (x_o, y_o)$, o vetor de coordenadas (a, b, c) no sistema Oxy , passa a ter as coordenadas

$$\begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ y_o & -x_o & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots \dots \dots (57)$$

no sistema $\bar{O}xy$.

Com a subsequente rotação dos eixos de um angulo ψ , no sentido dextror - so, o vetor de coordenadas (a, b, c) no sistema Oxy terá, no sistema $\bar{O}xy$, coordena - das

$$\begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \text{sen}\psi & 0 \\ -\text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{b} \\ \bar{c} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (58)$$

Impondo $\bar{J}_{ab} = \bar{J}_{ac} = \bar{J}_{bc} = 0$ encontra-se

$$x_o = \frac{J_{aa} J_{bc} - J_{ab} J_{ac}}{J_{aa} J_{bb} - J_{ab}^2}$$

$$y_o = \frac{-J_{bb} J_{ac} + J_{ab} J_{bc}}{J_{aa} J_{bb} - J_{ab}^2}$$

$$\psi = \frac{1}{2} \text{arc tg } \frac{2J_{ab}}{J_{aa} - J_{bb}}$$

..... (59)

O ponto \bar{O} é chamado centro elástico e os eixos \bar{Ox} , \bar{Oy} , eixos centrais do conjunto de paredes.

Nos eixos centrais do conjunto as equações (56) ficam

$$D^4 u = p \frac{a}{J_{aa}}$$

$$D^4 v = p \frac{b}{J_{bb}}$$

$$D^4 w = p \frac{c}{J_{cc}}$$

..... (60)

que têm por solução

$$u = \frac{pa}{J_{aa}} \frac{z^4}{24} + C_1 \frac{z^3}{6} + C_2 \frac{z^2}{2} + C_3 z + C_4$$

$$v = \frac{pb}{J_{bb}} \frac{z^4}{24} + D_1 \frac{z^3}{6} + D_2 \frac{z^2}{2} + D_3 z + D_4$$

$$w = \frac{pc}{J_{cc}} \frac{z^4}{24} + E_1 \frac{z^3}{6} + E_2 \frac{z^2}{2} + E_3 z + E_4 \dots (61)$$

As condições de contorno para a parede genérica são

$$a) u_i(0) = a_i u(0) + b_i v(0) + c_i w(0) = 0 \dots (62)$$

Se o conjunto de paredes não for degenerado resulta

$$\begin{aligned} C_4 = u(0) &= 0 \\ D_4 = v(0) &= 0 \\ E_4 = w(0) &= 0 \dots (63) \end{aligned}$$

A condição para que o sistema de paredes seja não degenerado é que a matriz dos coeficientes do sistema de equações (62) tenha característica 3, isto é, exista pelo menos três paredes não concorrentes em **uma mesma reta** e não paralelas a **um mesmo plano**.

$$b) u_i'(0) = \frac{j_i u_i''(0) + \bar{M}_i}{g_i} \dots (64)$$

ou

$$g_i (a_i C_3 + b_i D_3 + c_i E_3) = j_i (a_i C_2 + b_i D_2 + c_i E_2) + \bar{M}_i \dots (65)$$

onde os \bar{M}_i são momentos de interação entre as paredes na base. Multiplicando por a_i, b_i, c_i e somando

$$\begin{aligned} (\sum g_i a_i^2) C_3 + (\sum g_i b_i a_i) D_3 + (\sum g_i c_i a_i) E_3 &= J_{aa} C_2 + \sum a_i \bar{M}_i \\ (\sum g_i a_i b_i) C_3 + (\sum g_i b_i^2) D_3 + (\sum g_i c_i b_i) E_3 &= J_{bb} D_2 + \sum b_i \bar{M}_i \\ (\sum g_i a_i c_i) C_3 + (\sum g_i b_i c_i) D_3 + (\sum g_i c_i^2) E_3 &= J_{cc} E_2 + \sum c_i \bar{M}_i \dots (66) \end{aligned}$$

onde

$$\sum a_i \bar{M}_i = \sum b_i \bar{M}_i = \sum c_i \bar{M}_i = 0 \dots (67)$$

A equação (67) decorre do equilíbrio dos diafragmas situados bem próxi -

mos à base. Os \bar{M}_i são momentos transmitidos às bases das paredes através de elevadas cargas horizontais adicionais \bar{q}_i aplicadas pelos diafragmas situados próximos à base. Nas vizinhanças da base estes \bar{q}_i variam rapidamente de sinal de modo que a resultante dos \bar{q}_i negativos e a resultante dos \bar{q}_i positivos formam o binário \bar{M}_i aplicado à base da parede i. Como os diafragmas próximos à base também estão em equilíbrio, as cargas \bar{q}_i (adicionais aos q_i que equilibram p) sobre determinado diafragma também estão em equilíbrio. Isto é, na vizinhança da base onde se definem as perturbações \bar{q}_i , tem-se em qualquer diafragma, em adição às equações (50):

$$\sum \bar{q}_i a_i = \sum \bar{q}_i b_i = \sum \bar{q}_i c_i = 0$$

Nessa vizinhança, estando os \bar{q}_i equilibrados em cada diafragma suas resultantes \bar{M}_i sobre as paredes também se equilibram, conforme expresso nas equações (67).

c) $u_i''(\ell) = 0$

ou

$$a_i \left(\frac{pa}{J_{aa}} \frac{\ell^2}{2} + C_1 \ell + C_2 \right) + b_i \left(\frac{pb}{J_{bb}} \frac{\ell^2}{2} + D_1 \ell + D_2 \right) + c_i \left(\frac{pc}{J_{cc}} \frac{\ell^2}{2} + F_1 \ell + E_2 \right) = 0 \quad (68)$$

d) $u_i'''(\ell) = -\frac{F_i}{j_i}$

ou

$$j_i a_i \left(\frac{pa}{J_{aa}} \ell + C_1 \right) + b_i \left(\frac{pb}{J_{bb}} \ell + D_1 \right) + c_i \left(\frac{pc}{J_{cc}} \ell + E_1 \right) = -F_i$$

multiplicando por a_i , b_i , c_i e somando obtém-se

$$J_{aa} \left(\frac{pa\ell}{J_{aa}} + C_1 \right) = -F_a$$

$$J_{bb} \left(\frac{pb\ell}{J_{bb}} + D_1 \right) = -F_b$$

$$J_{cc} \left(\frac{pc\ell}{J_{cc}} + E_1 \right) = -F_c$$

..... (69)

e portanto

$$\begin{aligned}
 C_1 &= - \frac{a}{J_{aa}} (F + p\ell) \\
 D_1 &= - \frac{b}{J_{bb}} (F + p\ell) \\
 E_1 &= - \frac{c}{J_{cc}} (F + p\ell)
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (70)$$

De (68), vem que

$$\begin{aligned}
 a_i C_2 + b_i D_2 + c_i E_2 &= a_i \frac{a}{J_{aa}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) + b_i \frac{b}{J_{bb}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) + \\
 &\quad c_i \frac{c}{J_{cc}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right)
 \end{aligned}$$

de onde, se o sistema não for degenerado, conclui-se que

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \frac{a}{J_{aa}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) \\
 D_2 &= \frac{b}{J_{bb}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) \\
 E_2 &= \frac{c}{J_{cc}} \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right)
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (71)$$

Das equações (66) e simplificando a notação, de modo que, por exemplo,

$$G_{ab} = \sum g_i a_i b_i \dots\dots\dots (72)$$

resulta

$$\begin{aligned}
 G_{aa} C_3 + G_{ab} D_3 + G_{ac} E_3 &= a \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) \\
 G_{ab} C_3 + G_{bb} D_3 + G_{bc} E_3 &= b \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right) \\
 G_{ac} C_3 + G_{bc} D_3 + G_{cc} E_3 &= c \left(\frac{p\ell^2}{2} + F\ell \right)
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (73)$$

A equação (73) pode ser escrita

$$\begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 \\ D_3 \\ E_3 \end{bmatrix} = \left(\frac{P\ell^2}{2} + F\ell \right) \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \dots (73-a)$$

Com a notação

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} \quad \dots (74)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \dots (75)$$

e admitindo que $[G]$ seja não singular obtém-se

$$[B] = [G]^{-1} [A] = \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \\ B_c \end{bmatrix} \quad \dots (76)$$

Deste modo a equação (73-a) transforma-se em

$$\begin{aligned} C_3 &= \left(\frac{P\ell^2}{2} + F\ell \right) B_a \\ D_3 &= \left(\frac{P\ell^2}{2} + F\ell \right) B_b \quad \dots (77) \\ E_3 &= \left(\frac{P\ell^2}{2} + F\ell \right) B_c \end{aligned}$$

Para determinar \bar{M}_i usa-se (65)

$$\bar{M}_i = -j_i (a_i C_2 + b_i D_2 + c_i E_2) + g_i (a_i C_3 + b_i D_3 + c_i E_3) \dots (78)$$

Nota: para associação de paredes com engastamento rígido as condições de contorno podem ser impostas em um sistema de 3 paredes, equivalentes ao conjunto (no sentido de ter a mesma matriz J), técnica usada por STAMATO¹. No caso em questão, em que as paredes são elasticamente engastadas na base, não existe um sistema de 3 paredes equivalentes (com matrizes J e G).

4.2- Segunda Solução

Para qualquer carga horizontal contida no plano π é possível encontrar, mais facilmente, outra solução.

Como os diafragmas **só** transmitem forças normais, os momentos M_i , absorvidos pelas paredes na cota genérica z, devem estar em equilíbrio com o momento externo M nessa mesma cota:

$$\begin{aligned} \sum M_i a_i &= M a \\ \sum M_i b_i &= M b \\ \sum M_i c_i &= M c \end{aligned} \dots (79)$$

A equação diferencial da parede

$$M_i = j_i u_i'' = j_i (a_i u'' + b_i v'' + c_i w'') \dots (80)$$

pode ser substituída nas equações (79). Admitindo que o sistema de referência coincida com os eixos centrais das paredes encontra-se:

$$\begin{aligned} J_{aa} u'' &= M a \\ J_{bb} v'' &= M b \\ J_{cc} w'' &= M c \end{aligned} \dots (81)$$

Voltando em (80) com os valores de u'' , v'' , w'' obtidos em (81) resulta:

$$M_i = j_i M \left(\frac{a_i a}{J_{aa}} + \frac{b_i b}{J_{bb}} + \frac{c_i c}{J_{cc}} \right) \dots (82)$$

Observe-se que, a menos do fator constante (independente de z)

$$\alpha_i = j_i \left(\frac{a_i a}{J_{aa}} + \frac{b_i b}{J_{bb}} + \frac{c_i c}{J_{cc}} \right) \dots\dots\dots (83)$$

o diagrama de M_i tem a mesma forma que o diagrama de M. Isto é, M_i é obtido pela simples multiplicação de M por α_i .

Por derivações sucessivas, em relação a z, encontra-se:

$$\begin{aligned} Q_i &= \alpha_i Q \\ F_i &= \alpha_i F \quad (\text{cargas no topo}) \\ P_i &= \alpha_i P \end{aligned} \dots\dots\dots (84)$$

isto é, as cargas dividem-se pelas paredes segundo os fatores de proporcionalidade α_i .

As equações de equilíbrio (79) também podem ser escritas para os momentos Mf_i nas fundações das paredes e para o momento total de tombamento $M(0)$ ao nível da fundação.

Tendo em conta a rotação u'_i da base da parede, satisfazendo

$$Mf_i = g_i u'_i(0) = g_i (a_i u'(0) + b_i v'(0) + c_i w'(0)) \dots\dots (85)$$

pode-se substituir (85) nas respectivas equações de equilíbrio (79), de modo a resultar

$$\begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'(0) \\ v'(0) \\ w'(0) \end{bmatrix} = M(0) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (86)$$

onde

$$G_{k\ell} = \sum_i g_i k_i \ell_i \dots\dots\dots (87)$$

na qual k, ℓ representam uma qualquer das coordenadas a, b, c.

A matriz dos $G_{k\ell}$ também pode ser diagonalizada. Basta referí-la aos ei-

xos centrais $0^*x^*y^*$ do conjunto das fundações das paredes. Supondo adotado tal sistema de referência a equação (86) transforma-se em

$$\begin{aligned} G_{aa}^* u^*(0) &= M(0) \cdot a^* \\ G_{bb}^* v^*(0) &= M(0) \cdot b^* \\ G_{cc}^* w^*(0) &= M(0) \cdot c^* \end{aligned} \dots\dots\dots (88)$$

Substituindo as equações (88) nas equações (85) acha-se

$$Mf_i = g_i M(0) \cdot \left(\frac{a_i^* a^*}{G_{aa}^*} + \frac{b_i^* b^*}{G_{bb}^*} + \frac{c_i^* c^*}{G_{cc}^*} \right) \dots\dots\dots (89)$$

Os momentos concentrados \bar{M}_i , aplicados às paredes pelos diafragmas situados na vizinhança da base, são determinados pela diferença

$$\bar{M}_i = Mf_i - M_i$$

e explicitados através das equações (82) e (89) tem-se

$$\bar{M}_i = M(0) \left[g_i \left(\frac{a_i^* a^*}{G_{aa}^*} + \frac{b_i^* b^*}{G_{bb}^*} + \frac{c_i^* c^*}{G_{cc}^*} \right) - j_i \left(\frac{a_i a}{J_{aa}} + \frac{b_i b}{J_{bb}} + \frac{c_i c}{J_{cc}} \right) \right] \dots\dots\dots (90)$$

Na equação (90) são usadas coordenadas de dois sistemas de referência (sistema Oxy nos eixos centrais das paredes e $0^*x^*y^*$ nos eixos centrais das fundações). Caso preferisse ficar apenas com o sistema Oxy usar-se-iam as equações (86) em lugar das equações (88).

Com a notação corrente, tem-se

$$\begin{aligned} u'(0) &= M(0) \cdot B_a \\ v'(0) &= M(0) \cdot B_b \dots\dots\dots (91) \\ w'(0) &= M(0) \cdot B_c \end{aligned}$$

Levando (91) em (85) resulta

$$Mf_i = g_i M(0) \cdot (a_i B_a + b_i B_b + c_i B_c) \dots\dots\dots (92)$$

bem como o momento concentrado na base

$$\bar{M}_i = M(0) \left[g_i (a_i B_a + b_i B_b + c_i B_c) - j_i \left(\frac{a_i a}{J_{aa}} + \frac{b_i b}{J_{bb}} + \frac{c_i c}{J_{cc}} \right) \right] \dots\dots\dots (93)$$

Para calcular os deslocamentos convém usar apenas o sistema Oxy (eixos centrais da parede). Sejam R e T funções de z e da carga definidas por

$$R(z) = \int_z^l M(\bar{z}) d\bar{z} \dots\dots\dots (94)$$

$$T(z) = \int_z^l R(\bar{z}) d\bar{z} = \int_z^l \int_z^l M(\bar{z}) d\bar{z}^2 \dots\dots\dots (95)$$

$$\text{Evidentemente } \frac{dT}{dz} = -R \dots\dots\dots (96)$$

$$\frac{d^2T}{dz^2} = -\frac{dR}{dz} = M \dots\dots\dots (97)$$

$$R(l) = T(l) = 0 \dots\dots\dots (98)$$

Se o carregamento externo é constituído pela carga concentrada F no to po e pela carga uniformemente distribuída p, ambas no plano π, tem-se

$$\begin{aligned} M &= F(l-z) + \frac{p}{2} (l-z)^2 \\ R &= F \frac{(l-z)^2}{2} + \frac{p}{6} (l-z)^3 \\ T &= F \frac{(l-z)^3}{6} + \frac{p}{24} (l-z)^4 \end{aligned} \dots\dots\dots (99)$$

Pelas equações (81) e com as definições de R e T encontra-se, por inte gração:

$$\begin{aligned} u &= T \frac{a}{J_{aa}} + C_3 z + C_4 \\ v &= T \frac{b}{J_{bb}} + D_3 z + D_4 \\ w &= T \frac{c}{J_{cc}} + E_3 z + E_4 \end{aligned} \dots\dots\dots (100)$$

Como condições de contorno, na base (z = 0), tem-se

a) $u = v = w = 0$

portanto

$$C_4 = -T(0) \frac{a}{J_{aa}} = -\frac{al^3}{6J_{aa}} \left(F + \frac{pl}{4} \right)$$

$$D_4 = - T(0) \frac{b}{J_{bb}} = - \frac{b\ell^3}{6J_{bb}} (F + \frac{p\ell}{4})$$

$$E_4 = - T(0) \frac{c}{J_{cc}} = - \frac{c\ell^3}{6J_{cc}} (F + \frac{p\ell}{4})$$

..... (101)

Nas equações (101) os "2ºs membros" representam as expressões de C_4, D_4, E_4 para uma carga horizontal genérica no plano π ; os "3ºs membros" fornecem tais constantes para a carga particular considerada (F e p).

b) u', v', w' na base, obtidas por (86) ou (100) devem ser coerentes.

Das equações (91) e (100) deduz-se

$$u'(0) = M(0) \cdot B_a = - R(0) \frac{a}{J_{aa}} + C_3$$

$$v'(0) = M(0) \cdot B_b = - R(0) \frac{b}{J_{bb}} + D_3$$

$$w'(0) = M(0) \cdot B_c = - R(0) \frac{c}{J_{cc}} + E_3$$

..... (102)

Para o caso particular visado tem-se

$$M(0) = \ell(F + \frac{p\ell}{2})$$

$$R(0) = \frac{\ell^2}{2} (F + \frac{p\ell}{3})$$

..... (103)

Com os valores das equações (103) é possível explicitar C_3, D_3, E_3 a partir das equações (102):

$$C_3 = M(0) \cdot B_a + R(0) \frac{a}{J_{aa}}$$

$$D_3 = M(0) \cdot B_b + R(0) \frac{b}{J_{bb}}$$

$$E_3 = M(0) \cdot B_c + R(0) \frac{c}{J_{cc}}$$

..... (104)

Os deslocamentos dos diafragmas são dados, portanto, pelas equações (100), nas quais: T é fornecido pela 3ª das equações (99); C_4, D_4, E_4 são dados pelas equações (101); C_3, D_3, E_3 são fornecidos pelas equações (103) e (104).

Esta **segunda** solução é obtida de modo mais rápido que a primeira solu

ção. Fica também claro, pela segunda solução, que no caso de associação tridimensional de paredes, as cargas recebidas e portanto os esforços nas paredes não dependem da rigidez g do engastamento. Esta característica intervém na distribuição do momento total de tombamento entre as fundações e nos deslocamentos.

Todavia, julgou-se interessante apresentar a primeira solução afim de preparar o leitor para o tratamento a ser seguido em estrutura mais complicadas, a serem estudadas nos parágrafos seguintes.

4.3- Fundações "proporcionais" às paredes

O caso em que a rigidez g_i de cada fundação é proporcional à rigidez j_i de cada parede, isto é,

$$\frac{g_i}{j_i} = \alpha = \text{const.} \dots\dots\dots (105)$$

tem algum interesse para o projeto, por anular os momentos concentrados \bar{M}_i que, quando existem, exigem o emprego de vigas de fundação capazes de transmiti-los.

Nesse caso de fundações proporcionais às paredes (equação 105) os eixos centrais das paredes coincidem com os eixos centrais das fundações, por ocorrer (equação 87)

$$G_{kl} = \alpha J_{kl} \dots\dots\dots (106)$$

Levando (105) e (106) em (90) encontra-se

$$\bar{M}_i = 0 \dots\dots\dots (107)$$

Os esforços na parede são dados pelas equações (82) e (84); os momentos na fundação também são fornecidos pela equação (85).

Quanto aos deslocamentos dos diafragmas convém notar que, neste caso,

$$\begin{bmatrix} G \\ \\ \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (108)$$

portanto

$$\begin{bmatrix} B_a \\ B_b \\ B_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha} \begin{bmatrix} a/J_{aa} \\ b/J_{bb} \\ c/J_{cc} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (109)$$

Levando (109) em (104)

$$C_3 = \frac{a}{J_{aa}} \left[\frac{M(0)}{\alpha} + R(0) \right]$$

$$D_3 = \frac{b}{J_{bb}} \left[\frac{M(0)}{\alpha} + R(0) \right]$$

$$E_3 = \frac{c}{J_{cc}} \left[\frac{M(0)}{\alpha} + R(0) \right]$$

..... (110)

chamando

$$R^*(0) = \frac{M(0)}{\alpha} + R(0)$$

..... (111)

e usando as equações (100), (101), (110) encontram-se os deslocamentos

$$u = \frac{a}{J_{aa}} \left[T + R^*(0).z - T(0) \right]$$

$$v = \frac{b}{J_{bb}} \left[T + R^*(0).z - T(0) \right]$$

..... (112)

$$w = \frac{c}{J_{cc}} \left[T + R^*(0).z - T(0) \right]$$

isto é, os três deslocamentos u, v, w são proporcionais entre si.

A situação em que os engastamentos são rígidos pode ser tratado como caso particular das equações (107) a (112), com $\alpha = \infty$.

Se todas as paredes são articuladas na base ($\alpha = 0$), percebe-se pelas equações (111) e (112) que o sistema é instável. (deslocamentos excessivamente grandes). Tal resultado era esperado em vista da rigidez transversal nula dos diafragmas.

5- ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS

5.1- Hipóteses e Convenções

A estrutura de edifício a ser estudada é agora constituída de paredes verticais de secção constante, pórticos regulares e lajes horizontais. As paredes poderão ter secção em U, L, caixão, etc.

As hipóteses de cálculo são as formuladas nos ítems anteriores. O carregamento está contido em um plano vertical π e também será constituído por uma carga uniformemente distribuída ao longo da altura e carga concentrada no tópo.

Usar-se-á o sistema de referência global Oxyz e um sistema de referên-

cia local para cada painel (pórtico ou parede) como descritos no ítem 4.

O deslocamento do diafragma genérico de cota z , referido ao sistema global de referência, será definido pelas funções u , v e w já descritas.

As paredes de secção poligonal tratadas como equivalentes a duas paredes planas, segundo os eixos principais w_1 e w_2 , de rigidezes EJ_1 e EJ_2 , respectivamente, e um elemento resistente somente a torção que será denominado "mola de torção"¹, Fig.16

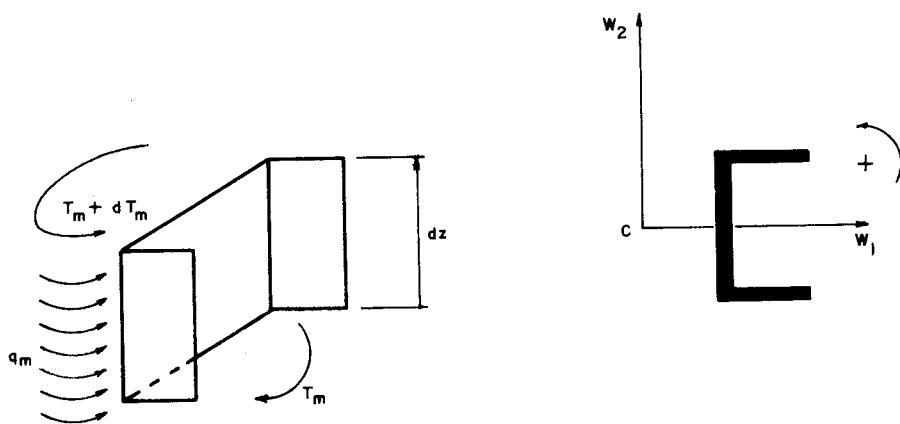


FIG. 16 - "Mola de Torção"

O sentido positivo para o momento de torção T_m , na secção genérica, está representado na Fig. 16. O seu vetor, dado pela regra da mão direita, produz tração.

O carregamento da "mola" é constituído por um momento de torção F_m , centrado no tópo, e carga distribuída de torção q_m , positivos quando seu sentido for dextrorso em relação ao eixo Oz . A rotação u_m , da secção genérica da mola obedecerá a mesma convenção de sinal.

O equilíbrio do elemento de mola, Fig.16, permite escrever

$$\frac{dT_m}{dz} = - q_m \dots\dots\dots (113)$$

Supondo torção de Saint-Venant resulta

$$u'_m = \frac{du_m}{dz} = \frac{T_m}{t_m} \dots\dots\dots (114)$$

onde t_m é o produto de rigidez a torção, constante ao longo da altura.

A simplificação da equação (114) subestima a rigidez a torção da parede poligonal e a carga de torção sobre a mesma ficará contra a segurança. Esta simplificação, entretanto, não deve afetar sobremaneira o comportamento do conjunto, visto a rigidez a torção da parede ser pequena relativamente a rigidez global a torção do conjunto de painéis, conforme salienta STAMATO!

5.2- Equações gerais

As equações de equilíbrio do diafragma genérico são

$$\begin{aligned} \sum_w q_w a_w + \sum_f q_f a_f &= p_a \\ \sum_w q_w b_w + \sum_f q_f b_f &= p_b \\ \sum_w q_w c_w + \sum_f q_f c_f + \sum_m q_m &= p_c \end{aligned} \dots\dots\dots (115)$$

Pelo equilíbrio do diafragma do topo, tem-se

$$\begin{aligned} \sum_w F_w a_w + \sum_f F_f a_f &= F_a \\ \sum_w F_w b_w + \sum_f F_f b_f &= F_b \\ \sum_w F_w c_w + \sum_f F_f c_f + \sum_m F_m &= F_c \end{aligned} \dots\dots\dots (116)$$

Os deslocamentos dos painéis se escrevem, pela compatibilidade de deslocamentos, como as funções lineares de u, v e w

$$\begin{aligned} u_w &= a_w u + b_w v + c_w w \\ u_f &= a_f u + b_f v + c_f w \\ u_m &= w \end{aligned} \dots\dots\dots (117)$$

Para os painéis temos as seguintes equações diferenciais

$$\begin{aligned} q_w &= j_w (a_w u^{IV} + b_w v^{IV} + c_w w^{IV}) \\ q_f &= s_f (a_f u'' + b_f v'' + c_f w'') \\ q_m &= -t_m u'' = -t_m w'' \end{aligned} \dots\dots\dots (118)$$

Levando nas equações (115) obtém-se

$$J_{aa} u^{IV} + J_{ab} v^{IV} + J_{ac} w^{IV} - S_{aa} u'' - S_{ab} v'' - S_{ac} w'' = pa$$

$$J_{ab} u^{IV} + J_{bb} v^{IV} + J_{bc} w^{IV} - S_{ab} u'' - S_{bb} v'' - S_{bc} w'' = pb$$

$$J_{ac} u^{IV} + J_{bc} v^{IV} + J_{cc} w^{IV} - S_{ac} u'' - S_{bc} v'' - (S_{cc} + S_m) w'' = pc$$

... (119)

onde

$$J_{kl} = \sum_j j_w^k l_w$$

$$S_{kl} = \sum_f f_w^k l_w$$

$$S_m = \sum_m t_m \quad \text{e } k \text{ e } l \text{ são quaisquer das coordenadas } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c}.$$

..... (120)

As equações (119) podem ser escritas sob a forma matricial

$$[J] \begin{bmatrix} u^{IV} \\ v^{IV} \\ w^{IV} \end{bmatrix} - [S] \begin{bmatrix} u'' \\ v'' \\ w'' \end{bmatrix} = p [A]$$

..... (121)

onde

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ab} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{bc} & J_{bc} & J_{cc} \end{bmatrix}$$

..... (122)

e

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc}^* \end{bmatrix}$$

..... (123)

Se os eixos Ox e Oy são os eixos centrais do conjunto de paredes, as equações (119) ficam

$$\begin{bmatrix} J_{aa} D^4 - S_{aa} D^2 & -S_{ab} D^2 & -S_{ac} D^2 \\ -S_{ab} D^2 & J_{bb} D^4 - S_{bb} D^2 & -S_{bc} D^2 \\ -S_{ac} D^2 & -S_{bc} D^2 & J_{cc} D^4 - S_{cc}^* D^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pa \\ pb \\ pc \end{bmatrix}$$

em que

$$S_{cc}^* = S_{cc} + S_m \dots\dots\dots (124)$$

As equações (124) podem ser escritas sob a forma

$$[P(D)] \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = p [A] \dots\dots\dots (125)$$

Sendo $[A(D)]$, a adjunta da matriz $[P(D)]$, vem que

$$[A(D)] [P(D)] \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = [A(D)] p [A] = [0] \dots\dots\dots (126)$$

Como

$$[A(D)] [P(D)] = \det [P(D)] [I] = \Delta(D) \cdot [I] \dots\dots\dots (127)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade e $\Delta(D)$ o determinante da matriz $[P(D)]$ segue que

$$\begin{aligned} \Delta(D) \cdot u &= 0 \\ \Delta(D) \cdot v &= 0 \\ \Delta(D) \cdot w &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (128)$$

Com a separação de variáveis, o sistema de equações torna-se de fácil solução. Toda solução de (124) é solução de (128), entretanto as equações (128) são de ordem mais elevada devido as derivações adicionais efetuadas pela aplicação do operador $[A(D)]$. Segue-se daí que nem toda solução de (128) é solução de (124), devendo ser imposta esta condição.

As três equações (128), homogêneas, têm a mesma equação característica

$$\begin{vmatrix} J_{aa}r^2 - S_{aa} & -S_{ab} & -S_{ac} \\ -S_{ab} & J_{bb}r^2 - S_{bb} & -S_{bc} \\ -S_{ac} & -S_{bc} & J_{cc}r^2 - S_{cc} \end{vmatrix} r^6 = 0 \quad \dots\dots\dots (129)$$

no "caso geral" com uma raiz nula sextupla e seis razões não nulas. Diz-se no "caso geral" pois se, por exemplo $J_{bb} = 0$ a raiz nula é de multiplicidade seis e o número de raízes não nulas é apenas quatro. Por outro lado, se o determinante da matriz $|S|$ é nulo, tem-se a raiz nula com multiplicidade oito e quatro raízes não nulas, como será visto adiante. Convém salientar que o número de constantes na solução da equação é igual ao grau do polinômio característico, que nem sempre é doze.

5.3- Sistemas não degenerados

O conjunto de paredes será chamado de "degenerado" se o determinante $|J|$ da matriz

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (130)$$

fôr nulo. Análogamente, o conjunto de pórticos será degenerado se a matriz $[S]$ fôr singular. Em cada um desses conjuntos (de paredes ou de pórticos) pode ocorrer degeneração se o número de painéis for insuficiente (inferior a três) ou se os painéis são concorrentes ou paralelos.

No que se segue supor-se-á o caso geral com conjunto de paredes ($|J| \neq 0$) e de pórtico ($|S| \neq 0$) não degenerados, isto é, a raiz nula é de multiplicidade seis e ter-se-á seis raízes não nulas. Os demais casos chamar-se-á de casos particulares.

A solução do sistema (128) se escreve

$$\begin{aligned} u &= \sum_1^6 A_1 z^{i-1} + \sum_7^{12} A_i e^{r_i z} \\ v &= \sum_1^6 B_1 z^{i-1} + \sum_7^{12} B_i e^{r_i z} \\ w &= \sum_1^6 C_1 z^{i-1} + \sum_7^{12} C_i e^{r_i z} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (131)$$

onde as raízes não nulas são supostas simples.

Impondo que (u, v, w) seja solução do sistema (124) (aplicando o operador $[P(D)]$ a (u, v, w) , igualando a zero os coeficientes dos termos z^p ($p \neq 0$) e os coeficientes dos termos $e^{r_i z}$ e finalmente os termos constantes a pa, pb e pc , respectivamente), encontra-se que

$$-20 \begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ab} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ac} & S_{bc} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \\ C_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad -20 [S] \begin{bmatrix} A_6 \\ B_6 \\ C_6 \end{bmatrix} = [0]$$

$$-12 [S] \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \\ C_5 \end{bmatrix} = [0] \quad ; \quad 6 [S] \begin{bmatrix} A_4 \\ B_4 \\ C_4 \end{bmatrix} = 120 \begin{bmatrix} J_{aa} A_6 \\ J_{bb} B_6 \\ J_{cc} C_6 \end{bmatrix}$$

$$2 [S] \begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \\ C_3 \end{bmatrix} = 24 \begin{bmatrix} J_{aa} A_5 \\ J_{bb} B_5 \\ J_{cc} C_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} pa \\ pb \\ pc \end{bmatrix} \dots\dots\dots (132)$$

$$\begin{bmatrix} J_{aa} r_i^2 - S_{aa} & -S_{ab} & -S_{ac} \\ -S_{ab} & J_{bb} r_i^2 - S_{bb} & -S_{bc} \\ -S_{ac} & -S_{bc} & J_{cc} r_i^2 - S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

para $i = 7, \dots, 12$ (133)

de onde se conclue que

$$\begin{aligned} A_6 &= B_6 = C_6 = 0 \\ A_5 &= B_5 = C_5 = 0 \\ A_4 &= B_4 = C_4 = 0 \end{aligned}$$

$$A_3 = p \frac{U}{2}, B_3 = p \frac{V}{2}, C_3 = p \frac{W}{2}$$

onde U, V, W são dados por

$$- [S] \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (134)$$

Com as restrições impostas pela equação (133), a solução geral do sistema (124) é

$$\begin{aligned} u &= A_1 + A_2 z + p \frac{U}{2} z^2 + \sum_7^{12} A_i e^{r_i z} \\ v &= B_1 + B_2 z + p \frac{V}{2} z^2 + \sum_7^{12} B_i e^{r_i z} \\ w &= C_1 + C_2 z + p \frac{W}{2} z^2 + \sum_7^{12} C_i e^{r_i z} \end{aligned} \dots\dots\dots (135)$$

onde ~~tem-se~~ 24 constantes a determinar. Tendo em conta a relação expressa pela equação (133), entre A_i , B_i e C_i (para $i = 7, \dots, 12$), o número de constantes a serem determinadas pelas condições de contorno é apenas doze.

Estas condições são as seguintes

$$a-1) u_w(0) = a_w u(0) + b_w v(0) + c_w w(0) = 0$$

$$a-2) u_f(0) = a_f u(0) + b_f v(0) + c_f w(0) = 0$$

e como o conjunto de painéis não é degenerado, segue que

$$u(0) = v(0) = w(0) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} A_1 + \sum_7^{12} A_i &= 0 \\ B_1 + \sum_7^{12} B_i &= 0 \\ C_1 + \sum_7^{12} C_i &= 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (136)$$

b) para as paredes, na base

$$g_w u'(0) = j_w u''(0) + \bar{M}_w$$

que é o mesmo que

$$\begin{aligned} & g_w a_w (A_2 + \sum_7^{12} A_i r_i) + g_w b_w (B_2 + \sum_7^{12} B_i r_i) + g_w c_w (C_2 + \sum_7^{12} C_i r_i) = \\ & = j_w a_w (pU + \sum_7^{12} A_i r_i) + j_w b_w (pV + \sum_7^{12} B_i r_i) + j_w c_w (C + \sum_7^{12} C_i r_i) + \bar{M}_w a_w \\ & \dots (137) \end{aligned}$$

multiplicando por a_w e somando obtém-se

$$\begin{aligned} & G_{aa} (A_2 + \sum_7^{12} A_i r_i) + G_{ab} (B_2 + \sum_7^{12} B_i r_i) + G_{ac} (C_2 + \sum_7^{12} C_i r_i) = \\ & = J_{aa} (pU + \sum_7^{12} A_i r_i) \end{aligned}$$

Expressões semelhantes são obtidos para as coordenadas b e c de modo a resultar, sob forma matricial.

$$\begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 + \sum_7^{12} A_i r_i \\ B_2 + \sum_7^{12} B_i r_i \\ C_2 + \sum_7^{12} C_i r_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 \\ pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 \\ pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 \end{bmatrix} \dots (138)$$

tendo em conta que

$$\sum_w a_w \bar{M}_w = 0, \quad \sum_w b_w \bar{M}_w = 0, \quad \sum_w c_w \bar{M}_w = 0 \dots (139)$$

c) no tópo

$$u_w''(l) = 0 \quad \text{para as paredes}$$

$$u_f''(\ell) = 0 \quad \text{para os p\u00f3rticos}$$

ent\u00e3o

$$u_w''(\ell) = a_w(pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 e^{r_i \ell}) + b_w(pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 e^{r_i \ell}) + c_w(pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 e^{r_i \ell}) = 0$$

e an\u00e1logamente para os p\u00f3rticos

Como o conjunto de paredes \u00e9 n\u00e3o degenerado

$$pU + \sum_7^{12} r_i^2 e^{r_i \ell} A_i = 0$$

$$pV + \sum_7^{12} r_i^2 e^{r_i \ell} B_i = 0$$

$$pW + \sum_7^{12} r_i^2 e^{r_i \ell} C_i = 0$$

..... (140)

d) ainda no t\u00f3po

$$u_w'''(\ell) = -\frac{1}{j_w} F_w \quad \text{para as paredes}$$

$$u_f'(\ell) = \frac{1}{s_f} F_f \quad \text{para os p\u00f3rticos}$$

Estas condi\u00e7\u00f5es permitem escrever

$$j_w a_w \left(\sum_7^{12} A_i r_i^3 e^{r_i \ell} \right) + j_w b_w \left(\sum_7^{12} B_i r_i^3 e^{r_i \ell} \right) + j_w c_w \left(\sum_7^{12} C_i r_i^3 e^{r_i \ell} \right) = -F_w$$

... (141)

$$s_f a_f (A_2 + pU\ell + \sum_7^{12} A_i r_i e^{r_i \ell}) + s_f b_f (B_2 + pV\ell + \sum_7^{12} B_i r_i e^{r_i \ell}) +$$

$$+ s_f c_f (C_2 + pW\ell + \sum_7^{12} C_i r_i e^{r_i \ell}) = F_f$$

..... (142)

Multiplicando as equações (141) por a_w e as (142) por a_f e somando para todos painéis acha-se

$$J_{aa} \left(\sum_7^{12} A_i r_i^3 e^{r_i \ell} \right) - S_{aa} (A_2 + pU\ell + \sum_7^{12} A_i r_i e^{r_i \ell}) -$$

$$- S_{ab} (B_2 + pV\ell + \sum_7^{12} B_i r_i e^{r_i \ell}) - S_{ac} (C_2 + pW\ell + \sum_7^{12} C_i r_i e^{r_i \ell}) = - Fa$$

Expressões semelhantes são obtidas para as coordenadas

b e c de modo a resultar sob forma matricial

$$\begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_7^{12} A_i r_i^3 e^{r_i \ell} \\ \sum_7^{12} B_i r_i^3 e^{r_i \ell} \\ \sum_7^{12} C_i r_i^3 e^{r_i \ell} \end{bmatrix} - [S] \begin{bmatrix} A_2 + pU\ell + \sum_7^{12} A_i r_i e^{r_i \ell} \\ B_2 + pU\ell + \sum_7^{12} B_i r_i e^{r_i \ell} \\ C_2 + pW\ell + \sum_7^{12} C_i r_i e^{r_i \ell} \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} Fa \\ Fb \\ Fc \end{bmatrix} \dots \dots \dots (143)$$

Em vista da equação (133) a expressão (143) simplifica-se para

$$- [S] \begin{bmatrix} A_2 + pU\ell \\ B_2 + pU\ell \\ C_2 + pW\ell \end{bmatrix} = - F \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \dots \dots \dots (144)$$

Considerando agora a equação (134) resulta, finalmente

$$A_2 = -U(p\ell + F)$$

$$B_2 = -V(p\ell + F)$$

$$C_2 = -W(p\ell + F) \dots \dots \dots (145)$$

As equações (133), (136), (138), (140), (145) permitem determinar tôdas as constantes na solução geral (131).

A partir de (137) determinam-se os momentos de interação \bar{M}_w entre as paredes. De (141) e (142) calculam-se as forças concentradas no tópo das paredes. F_w , e dos pórticos. F_f .

Com $x = r^2$ a equação característica fica

$$D_1 x^3 + D_2 x^2 + D_3 x + D_4 = 0$$

onde os coeficientes valem

$$D_1 = J_{aa} J_{bb} J_{cc}$$

$$D_2 = -(J_{aa} J_{bb} S_{cc} + J_{aa} J_{cc} S_{bb} + J_{bb} J_{cc} S_{aa})$$

$$D_3 = J_{aa} (S_{bb} S_{cc} - S_{bc}^2) + J_{bb} (S_{aa} S_{cc} - S_{ac}^2) + J_{cc} (S_{aa} S_{bb} - S_{ab}^2)$$

$$D_4 = -(S_{aa} S_{bb} S_{cc} + 2S_{ac} S_{ab} S_{bc}) + (S_{aa} S_{bc}^2 + S_{bb} S_{ac}^2 + S_{cc} S_{ab}^2).$$

... (146)

A seguir apresentam-se os esforços e carga nos painéis

a) Momentos fletores nas paredes

Da equação

$$M_w = j_w u'' = j_w \begin{bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'' \\ v'' \\ w'' \end{bmatrix}$$

tendo em conta a solução encontrada para (u, v, w) resulta

$$M_w = j_w \begin{bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 e^{r_i z} \\ pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 e^{r_i z} \\ pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 e^{r_i z} \end{bmatrix} \dots (147)$$

b) Fôrças Cortantes nas paredes

$$Q_w = - \frac{dM_w}{dz} = -j_w \begin{bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_7^{12} A_i r_i^3 e^{r_i z} \\ \sum_7^{12} B_i r_i^3 e^{r_i z} \\ \sum_7^{12} C_i r_i^3 e^{r_i z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (148)$$

c) Carga distribuida nas paredes

$$P_w = - \frac{dQ_w}{dz} = j_w \begin{bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_7^{12} A_i r_i^4 e^{r_i z} \\ \sum_7^{12} B_i r_i^4 e^{r_i z} \\ \sum_7^{12} C_i r_i^4 e^{r_i z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (149)$$

d) Fôrças Cortantes nos pórticos

Da equação

$$Q_f = s_f u'_f = s_f \begin{bmatrix} a_f & b_f & c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix}$$

segue que

$$Q_f = s_f \begin{bmatrix} a_f & b_f & c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 + pUz + \sum_7^{12} A_i r_i e^{r_i z} \\ B_2 + pVz + \sum_7^{12} B_i r_i e^{r_i z} \\ C_2 + pWz + \sum_7^{12} C_i r_i e^{r_i z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (150)$$

equação cuja integração leva aos

e) Momentos Fletores nos pórticos

$$M_f = -s_f \begin{bmatrix} a_f & b_f & c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2(z-l) + p \frac{U}{2} (z^2-l^2) + \sum_7^{12} A_i (e^{r_i z} - e^{r_i l}) \\ B_2(z-l) + p \frac{V}{2} (z^2-l^2) + \sum_7^{12} B_i (e^{r_i z} - e^{r_i l}) \\ C_2(z-l) + p \frac{W}{2} (z^2-l^2) + \sum_7^{12} C_i (e^{r_i z} - e^{r_i l}) \end{bmatrix} \dots (151)$$

tendo em conta a condição de contorno ($M_f(l) = 0$).

Derivando a (150) obtém-se a

f) Carga distribuída nos pórticos

$$p_f = s_f \begin{bmatrix} a_f & b_f & c_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 e^{r_i z} \\ pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 e^{r_i z} \\ pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 e^{r_i z} \end{bmatrix} \dots (152)$$

Finalmente, tendo em conta que

$$\bar{M}_w = g_w u'_w(0) - j_w u''_w(0), \text{ encontram-se os}$$

g) Momentos de interação entre as paredes

$$\bar{M}_w = \begin{bmatrix} a_w & b_w & c_w \end{bmatrix} \left(g_w \begin{bmatrix} A_2 + \sum_7^{12} A_i r_i \\ B_2 + \sum_7^{12} B_i r_i \\ C_2 + \sum_7^{12} C_i r_i \end{bmatrix} - j_w \begin{bmatrix} pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 \\ pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 \\ pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 \end{bmatrix} \right) \dots (153)$$

5.4- Fundações "proporcionais" às paredes

Conforme comentou-se em (4.3), pode ser interessante a execução de fundações "proporcionais" às paredes, isto é, tais que obedecem

$$\frac{g_w}{j_w} = \alpha = \text{const.} \dots\dots\dots (154)$$

Nesse caso tem-se

$$G_{kl} = \alpha J_{kl} \dots\dots\dots (155)$$

e eixos centrais das fundações e das paredes coincidem

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{aa} & G_{ab} & G_{ac} \\ G_{ab} & G_{bb} & G_{bc} \\ G_{ac} & G_{bc} & G_{cc} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \dots (156)$$

A equação (138) simplifica-se para

$$\alpha \begin{bmatrix} A_2 + \sum_7^{12} A_i r_i \\ B_2 + \sum_7^{12} B_i r_i \\ C_2 + \sum_7^{12} C_i r_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pU + \sum_7^{12} A_i r_i^2 \\ pV + \sum_7^{12} B_i r_i^2 \\ pW + \sum_7^{12} C_i r_i^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (157)$$

Considerando as equações (145) obtém-se nova simplificação que conduz

a

$$\begin{aligned} \sum_7^{12} A_i r_i \left(1 - \frac{r_i}{\alpha}\right) &= U \left(\frac{p}{\alpha} + p\ell + F\right) \\ \sum_7^{12} B_i r_i \left(1 - \frac{r_i}{\alpha}\right) &= V \left(\frac{p}{\alpha} + p\ell + F\right) \\ \sum_7^{12} C_i r_i \left(1 - \frac{r_i}{\alpha}\right) &= W \left(\frac{p}{\alpha} + p\ell + F\right) \end{aligned} \dots\dots\dots (158)$$

A solução, portanto, é em tudo semelhante ao caso geral, bastando substituir a equação (137) por (157).

Pelas equações (154), (157) e (153) verifica-se que, também no caso de associação mista de paredes e pórticos, não haverá momentos concentrados \bar{M}_1 nas bases se as fundações forem "proporcionais" às paredes.

Se os engastamentos das paredes forem perfeitamente rígidos basta fazer $\alpha = \infty$ nas equações (158), resultando

$$\begin{aligned} \sum_7^{12} A_i r_i &= U(p\ell + F) \\ \sum_7^{12} B_i r_i &= V(p\ell + F) \dots\dots\dots(159) \\ \sum_7^{12} C_i r_i &= W(p\ell + F) \end{aligned}$$

Portanto, também o caso de todos os engastamentos serem rígidos pode ser tratado como situação particular do caso geral, bastando substituir as equações (138) por (159).

5.5- Sistemas Degenerados

O sistema será chamado "degenerado" se o conjunto de paredes ou o conjunto de pórticos for degenerado, podendo ocorrer ambas as hipóteses simultaneamente.

A degeneração no conjunto de paredes é expressa pelo fato do posto ("rank") da matriz [J] ser menor do que três. Em termos estáticos o conjunto de paredes não é capaz de receber um carregamento qualquer, recebendo somente carregamento compatível com a degeneração. Similarmente a degeneração no conjunto de pórticos fica expressa no posto da matriz [S].

A degeneração influi essencialmente no polinômio característico do sistema de equações diferenciais (124). Assim, a degeneração no conjunto de pórticos é expressa no número de raízes nulas do polinômio característico, sem, entretanto, alterar o número total de raízes. Este fato é facilmente constatado, se o polinômio característico for escrito referido aos eixos centrais do conjunto de pórticos. Assim procedendo fica-se com

$$\begin{vmatrix}
 J_{aa}r^2 - S_{aa} & J_{ab}r^2 & J_{ac}r^2 \\
 J_{ab}r^2 & J_{bb}r^2 - S_{bb} & J_{bc}r^2 \\
 J_{ac}r^2 & J_{bc}r^2 & J_{cc}r^2 - S_{cc}
 \end{vmatrix}
 r^6 = 0 \quad \dots (160)$$

Se, por exemplo, $S_{bb} = 0$, vê-se que o número de raízes nulas passa a ser oito e o número de raízes não nulas quatro.

Se, por outro lado, a degeneração ocorre no conjunto de paredes o número de raízes não nulas diminui (bem como o número total de raízes), como pode ser visto na equação (129), fazendo, por exemplo, $J_{aa} = 0$.

Na resolução dos casos degenerados pode explorar-se a particularidade do sistema de equações (124), como faz STAMATO¹, ou então seguir a rotina geral de cálculo como se mostrará no exemplo numérico do parágrafo 5.6.

5.6- Exemplo de Caso Degenerado

Considere-se a estrutura de edifício, cuja planta está representada na Fig.17, onde tem-se duas paredes concorrentes e três pórticos paralelos. Vê-se que o conjunto de paredes e o conjunto de pórticos são degenerados pois cada um deles separadamente não é capaz de receber um carregamento qualquer.

Nêste exemplo as vigas são tôdas iguais de secção constante (20x50cm) em todos os andares; os pilares são iguais de secção constante (20x50cm) ao longo da altura do edifício. As paredes, iguais, têm secção (20x250cm) constante. O edifício possui dez andares de pé-direito 3,00m. O carregamento é constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 0,8 \text{ t/m}$, no plano do pórtico (4).

As características das paredes (1) e (2) são:

$$E = 200.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$J = 0,20 \times \frac{2,5^3}{12} = 0,26 \text{ m}^4$$

$$j = EJ = 52 \times 10^4 \text{ t/m}^2$$

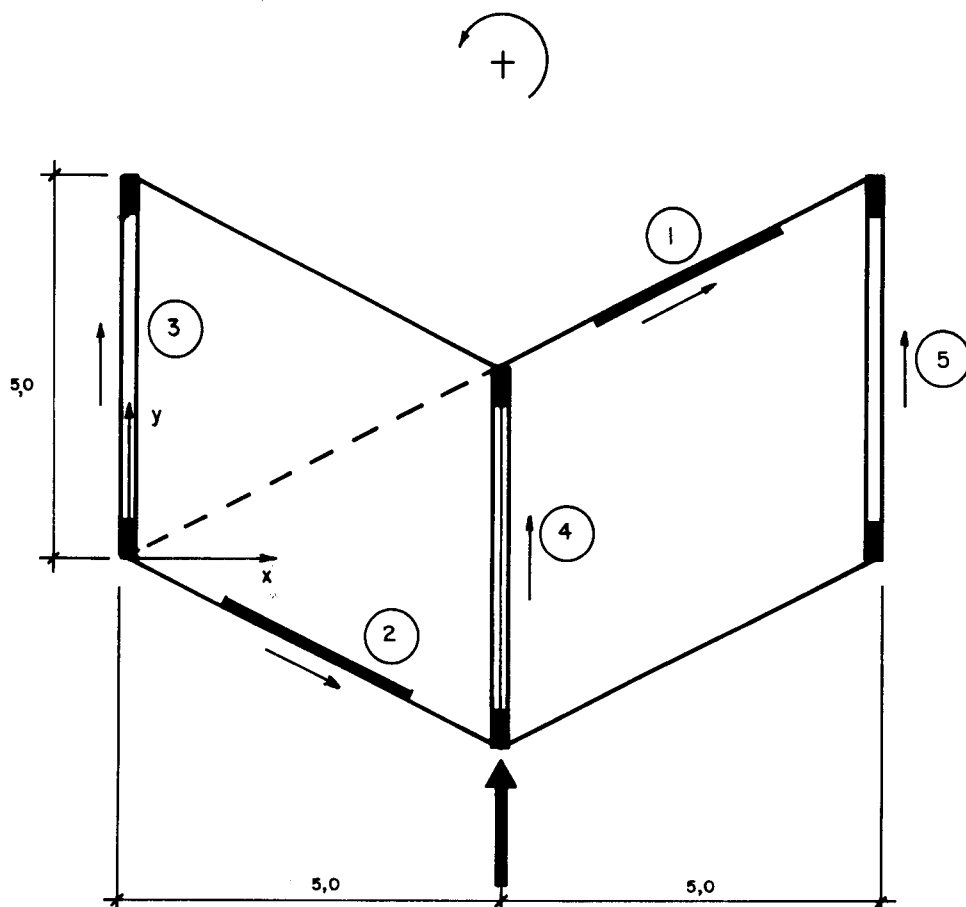


FIG. 17 - Exemplo de caso degenerado

Sendo a fundação das paredes uma sapata de dimensões em planta 1,40 x 2,50m, o seu momento de inércia vale

$$J_f = 1,40 \times \frac{2,50^3}{12} = 1,83m^4$$

com

$$C_\phi = 8,0kg/cm^3$$

$$g = C_\phi J_f = 1,46 \times 10^4 tm$$

As características dos pórticos (3), (4) e (5) são:

$$E = 200.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$J_p = 2,0 \times \frac{5,0^3}{12} = 20,8 \text{ dm}^4$$

$$k_p = \frac{J_p}{\ell} = \frac{20,8}{30,0} = 0,695 \text{ dm}^3$$

$$J_v = 2,0 \times \frac{5,0^3}{12} = 20,8 \text{ dm}^4$$

$$k_v = \frac{J_v}{\ell} = \frac{20,8}{50,0} = 0,415 \text{ dm}^3$$

Pela equação (17), encontra-se, para os pórticos

$$s = \frac{12 \times 200}{30} \times 10^2 \times 2 \times 0,16 = 2.560 \text{ t}$$

Os eixos centrais do conjunto de paredes são os eixos (x, y) da Fig. 17. Em relação a este sistema de eixos tem-se os seguintes dados para o problema

a) Componentes do vetor unitário da carga

$$a = 0,0 \quad b = 1,0 \quad c = 0,5$$

b) Características das paredes

Parede	a_w	b_w	c_w	j_w	g_w
1	0,894	0,447	0,0	5.200	1.460
2	0,894	-0,447	0,0	5.200	1.460

c) Características dos pórticos

Pórticos	a_f	b_f	c_f	s_f
3	0,0	1,0	0,0	2.560
4	0,0	1,0	0,5	2.560
5	0,0	1,0	1,0	2.560

onde as unidades correntes são agora tonelada e decâmetro

O cálculo dos elementos das matrizes $[J]$ e $[S]$ referentes aos eixos

centrais do conjunto de paredes fornece:

$$J_{aa} = 2 \times 5200 \times 0,894^2 = 8310$$

$$J_{ab} = J_{ac} = 0$$

$$J_{bb} = 2 \times 5200 \times (0,477)^2 = 2080$$

$$J_{bc} = J_{cc} = 0$$

$$S_{aa} = S_{ab} = S_{ac} = 0$$

$$S_{bb} = 3 \times 2560 \times 1,0^2 = 7680$$

$$S_{bc} = 2560 \times (0,0 + 0,5 + 1,0) = 3840$$

$$S_{cc} = 2560 \times (0,0 + 0,25 + 1,0) = 3200$$

Com estes resultados pode-se escrever o polinômio característico

$$\begin{vmatrix} 8280 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2070r^2 - 7680 & -3840 \\ 0 & -3840 & -3200 \end{vmatrix} r^6 = 0$$

que possui uma raiz nula de multiplicidade oito e duas raízes não nulas, cujos valores são

$$r_2 = -r_1 = + 1,215$$

A solução das equações homogêneas (128) se escreve portanto

$$u = \sum_1^8 A_1 z^{i-1} + A_9 e^{1,215z} + A_{10} e^{-1,215z}$$

$$v = \sum_1^8 B_1 z^{i-1} + B_9 e^{1,215z} + B_{10} e^{-1,215z}$$

$$w = \sum_1^8 C_1 z^{i-1} + C_9 e^{1,215z} + C_{10} e^{-1,215z}$$

..... (161)

Substituindo no sistema original (124), e igualando a zero os termos em z^p ($p \neq 0$), encontra-se

a) para os termos em z^5

$$[S^*] \begin{bmatrix} B_8 \\ C_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde

$$[S^*] = \begin{bmatrix} 7680 & 3840 \\ 3840 & 3200 \end{bmatrix}$$

de onde, como $\det [S^*]$ é diferente de zero, conclui-se que

$$B_8 = C_8 = 0$$

Situação semelhante ocorre para os termos em z^4 , resultando

$$B_7 = C_7 = 0$$

b) para os termos em z^3

$$840 \times 8310 A_8 = 0$$

$$[S^*] \begin{bmatrix} B_6 \\ C_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e portanto

$$A_8 = B_8 = C_6 = 0$$

Para os termos em z^2 e z ocorre situação semelhante, resultando

$$A_7 = B_5 = C_5 = 0$$

$$A_6 = B_6 = C_6 = 0$$

c) para os termos constantes, que devem ser igualados a p_a , p_b , p_c , tem-se

$$24 \times 8310 A_5 = p_a = 8,0 \times 0,0 = 0$$

$$-2 \times 7680 B_3 - 2 \times 3840 C_3 = 8,0 \times 1,0 = 8,0$$

$$-2 \times 3840 B_3 - 2 \times 3200 C_3 = 8,0 \times 0,5 = 4,0$$

do que se obtém

$$A_5 = C_3 = 0$$

$$B_3 = - \frac{1}{1920}$$

d) para os termos em $e^{1,215z}$

$$\begin{bmatrix} 8310 \times (1,215)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2080 \times (1,215)^2 - 7680 & -3840 \\ 0 & -3840 & -3200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_9 \\ B_9 \\ C_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de onde resulta

$$A_9 = 0$$

$$B_9 = -0,833 C_9$$

De maneira similar, para os termos em $e^{-1,215z}$, obtém-se

$$A_{10} = 0$$

$$B_{10} = -0,833 C_{10}$$

A solução é portanto

$$u = A_1 + A_2 z + A_3 z^2 + A_4 z^3$$

$$v = B_1 + B_2 z - 0,521 \times 10^{-3} z^2 - 0,833 C_9 e^{1,215z} - 0,833 C_{10} e^{-1,215z}$$

$$w = C_1 + C_2 z + C_9 e^{1,215z} + C_{10} e^{-1,215z}$$

..... (162)

onde o número de constantes a determinar (igual ao grau do polinômio característico) é dez. Para a sua determinação, temos as seguintes condições de contorno.

e) o deslocamento dos painéis, na base é nulo, isto é:

$$u(0) = v(0) = w(0) = 0$$

ou

$$A_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (163)$$

$$B_1 - 0,833C_9 - 0,833C_{10} = 0 \quad \dots\dots\dots (164)$$

$$C_1 + C_9 + C_{10} = 0 \quad \dots\dots\dots (165)$$

f) o momento no t̂opo dos painéis é nulo

$$M_w = j_w u_w'' = j_w [a_w u''(\ell) + b_w v''(\ell) + c_w w''(\ell)] = 0$$

$$M_f = -s_f u_f + c_f = -s_f (a_f u + b_f v + c_f w) + c_f = 0$$

As equações relativas às paredes permitem concluir que

$$u''(\ell) = v''(\ell) = 0, \text{ ou}$$

$$2A_3 + 18A_4 = 0 \quad \dots\dots\dots (166)$$

$$-\frac{1}{960} - 0,833 \times 1,215^2 \times e^{3 \times 1,215} C_9 - 0,833 \times (-1,215)^2 \times e^{-3 \times 1,215} C_{10} = 0 \quad \dots\dots\dots (167)$$

As equações relativas aos pórticos servirão para determinar os c_f .

g) para as paredes, na base

$$j_w u_w''(0) + M_w = g_w u_w'(0)$$

Tendo em conta que a matriz $[G]$ é proporcional à matriz $[J]$

$$[G] = \begin{bmatrix} 2330 & 0 & 0 \\ 0 & 584 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e escrevendo as equações acima na forma

$$G_{aa} A_2 = 2 \times J_{aa} A_3$$

$$G_{bb} (B_2 - 0,833 \times 1,215 C_9 + 0,833 \times 1,215 C_{10}) = J_{bb} \left(-\frac{1}{960} - 0,833 \times 1,215^2 C_9 - 0,833 \times (-1,215)^2 C_{10} \right)$$

obtêm-se

$$2330 A_2 = 2 \times 8310 A_3 \dots\dots\dots (168)$$

$$1968 C_9 + 3150 C_{10} = - 3,991 \dots\dots\dots (169)$$

h) as forças cortantes no tampo obedecem a

$$j_w u''_w(\ell) = -F_w$$

$$s_f u'_f = +F_f$$

para as paredes e para os pórticos, respectivamente.

Estas condições podem ser postas na forma

$$- \sum_w j_w a_w u''_w(\ell) + \sum_f s_f a_f u'_f(\ell) = \sum_w F_w a_w + \sum_f F_f a_f = Fa$$

$$- \sum_w j_w b_w u''_w(\ell) + \sum_f s_f b_f u'_f(\ell) = \sum_w F_w b_w + \sum_f F_f b_f = Fb$$

$$- \sum_w j_w c_w u''_w(\ell) + \sum_f s_f c_f u'_f(\ell) = \sum_w F_w c_w + \sum_f F_f c_f = Fc$$

que no caso em questão ficam

$$-6 \times 8310 A_4 = 0 \dots\dots\dots (170)$$

$$7680(B_2 - \frac{1}{320}) + 3840 C_2 = 0 \dots\dots\dots (171)$$

$$3840(B_2 - \frac{1}{320}) + 3200 C_2 = 0 \dots\dots\dots (172)$$

As equações (163) a (172) resolvidas levam a

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 0$$

$$B_1 = -1,062 \times 10^{-3}$$

$$B_2 = \frac{1}{320}$$

$$C_1 = 1,275 \times 10^{-3}$$

$$C_2 = 0$$

$$C_9 = -2,072 \times 10^{-5}$$

$$C_{10} = -1,254 \times 10^{-3}$$

Os deslocamentos (u, v, w) do centro elástico das paredes são dados, na cota genérica z, por

$$u = 0$$

$$v = -1,062 \times 10^{-3} + 3,125 \times 10^{-3} z - 0,521 \times 10^{-3} z^2 + 1,726 \times 10^{-5} x$$

$$e^{1,215z} + 1,045 \times 10^{-3} e^{-1,215z}$$

$$w = 1,275 \times 10^{-3} - 2,072 \times 10^{-5} e^{1,215z} - 1,254 \times 10^{-3} e^{-1,215z}$$

... (173)

Os deslocamentos, as cargas distribuídas, as forças cortantes e os momentos fletores nas paredes estão representados em diagrama nas Fig.18 a Fig.21, tendo sido calculados pela equação (173) em conjunto com as equações (117), (118), (2) e (1): respectivamente. Os deslocamentos, as cargas distribuídas, as forças cortantes e momentos fletores nos pórticos foram calculados pela equação (173) em conjunto com as equações (117), (118), (9) e (8) respectivamente. Os resultados para os pórticos (3) e (5) encontram-se em diagrama nas Fig.22 a Fig.25. Os valores para o pórtico (4) são a média dos valores para os pórticos (3) e (5). Os momentos de interação na base das paredes são nulos.

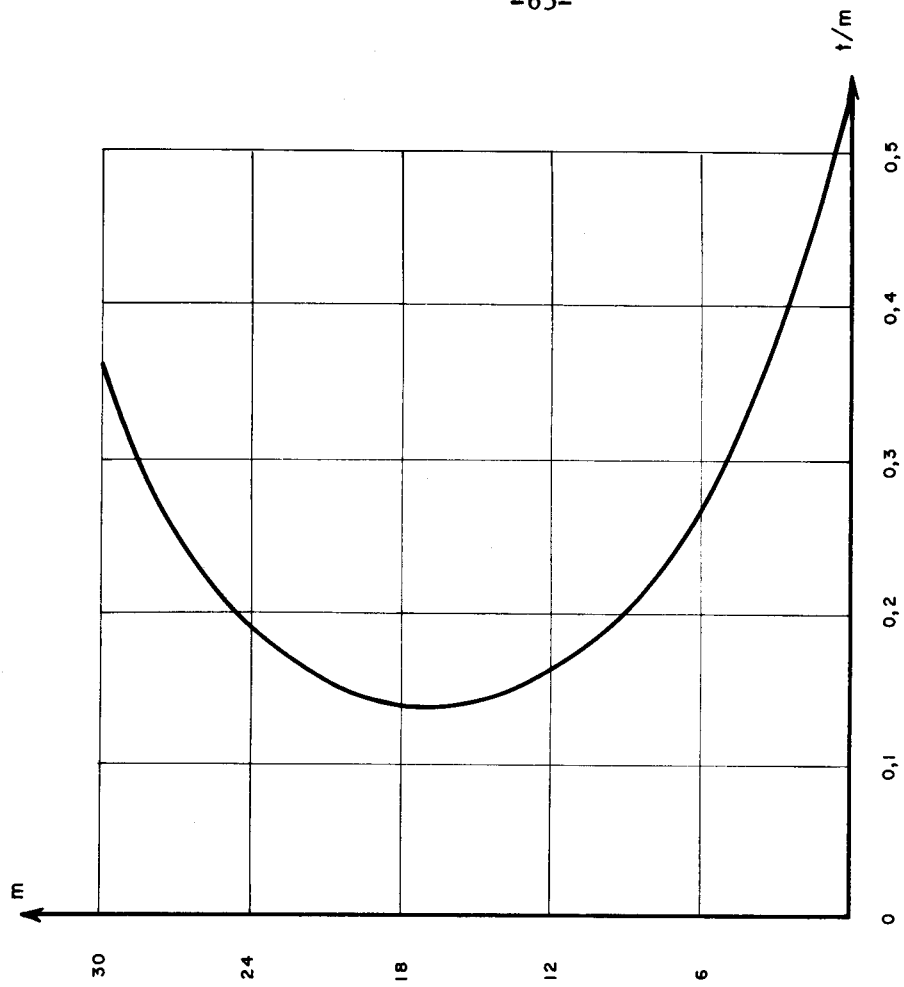


FIG. 19 — Cargas distribuídas nas paredes 1(+) e 2(—)

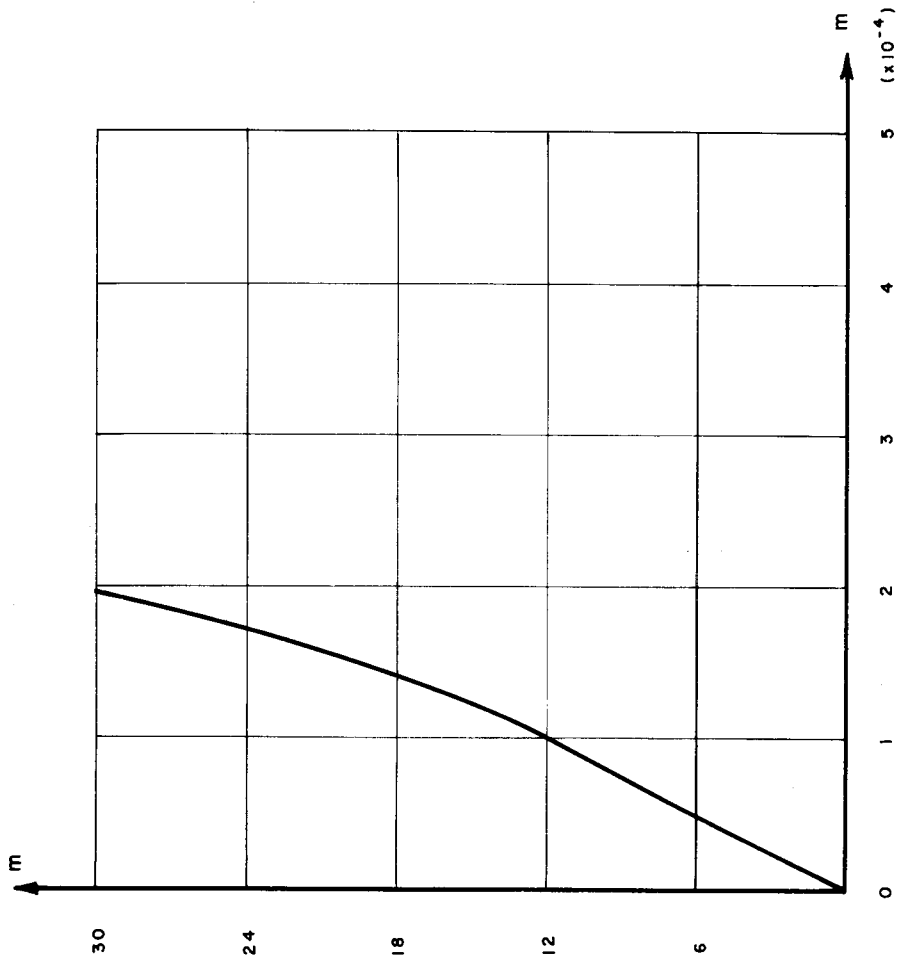


FIG. 18 — Deslocamentos das paredes 1(+) e 2(—)

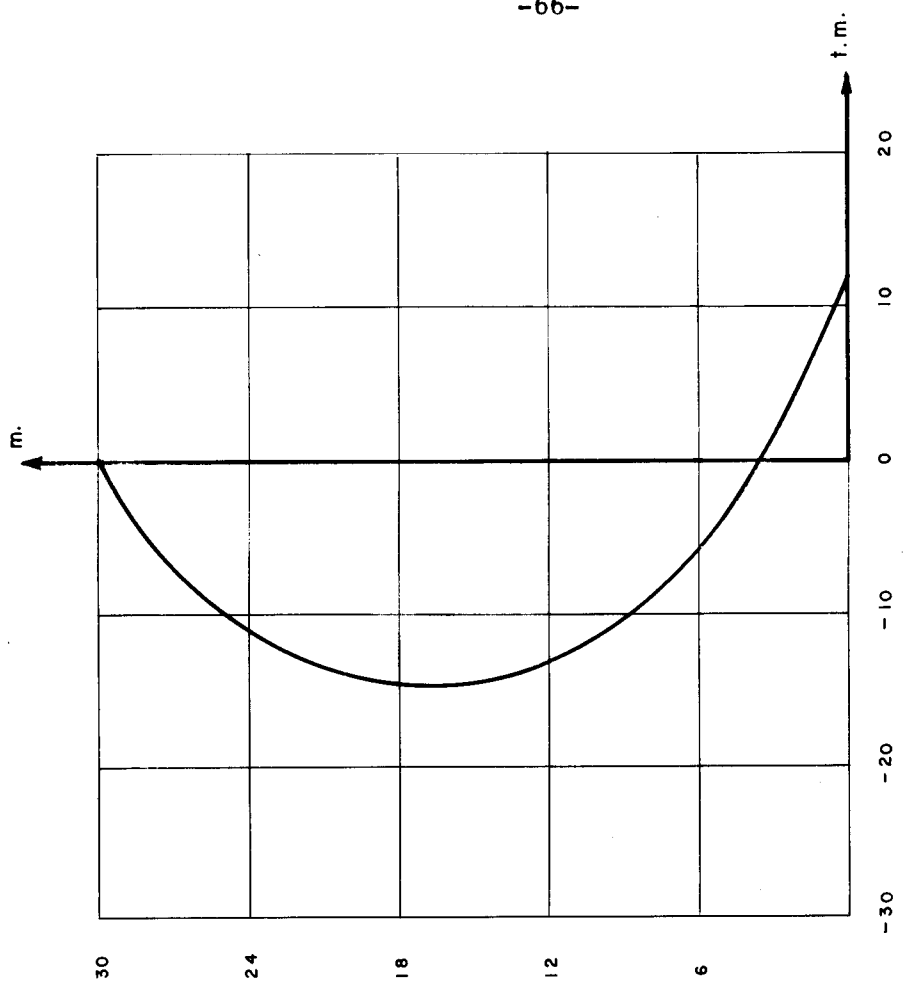


FIG. 21 - Momentos fletores nas paredes 1(+) e 2(-)

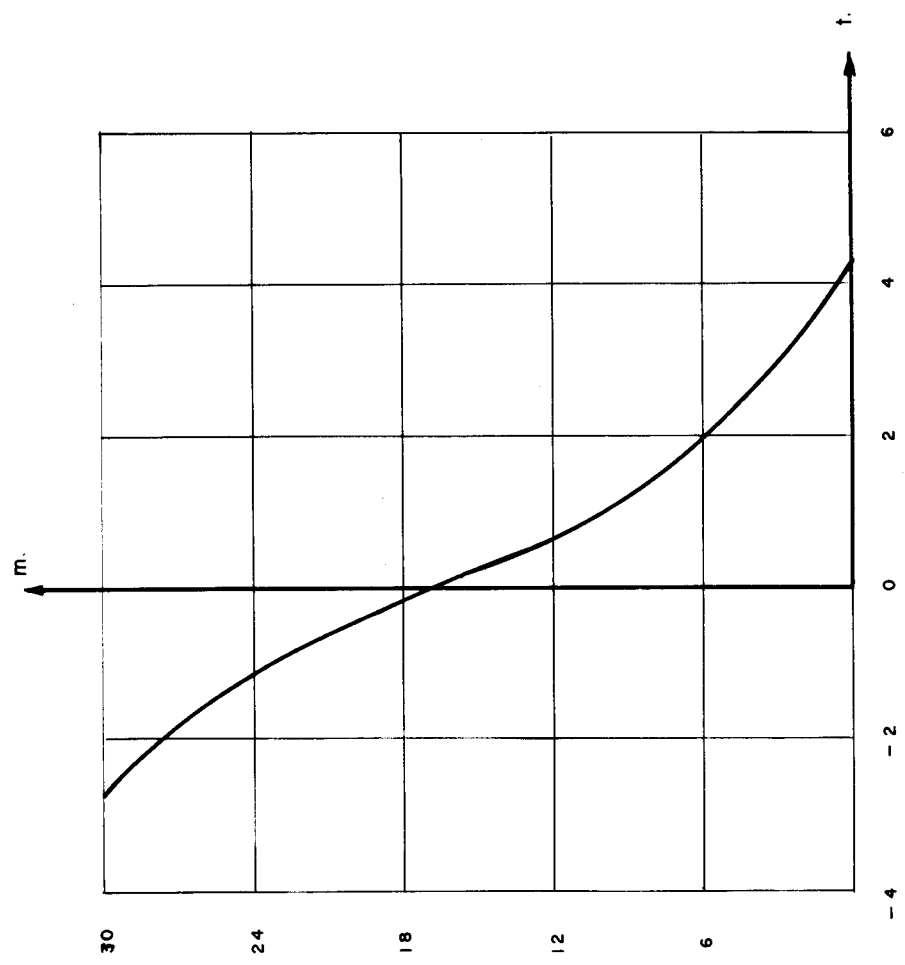


FIG. 20 - Forças cortantes nas paredes 1(+) e 2(-)

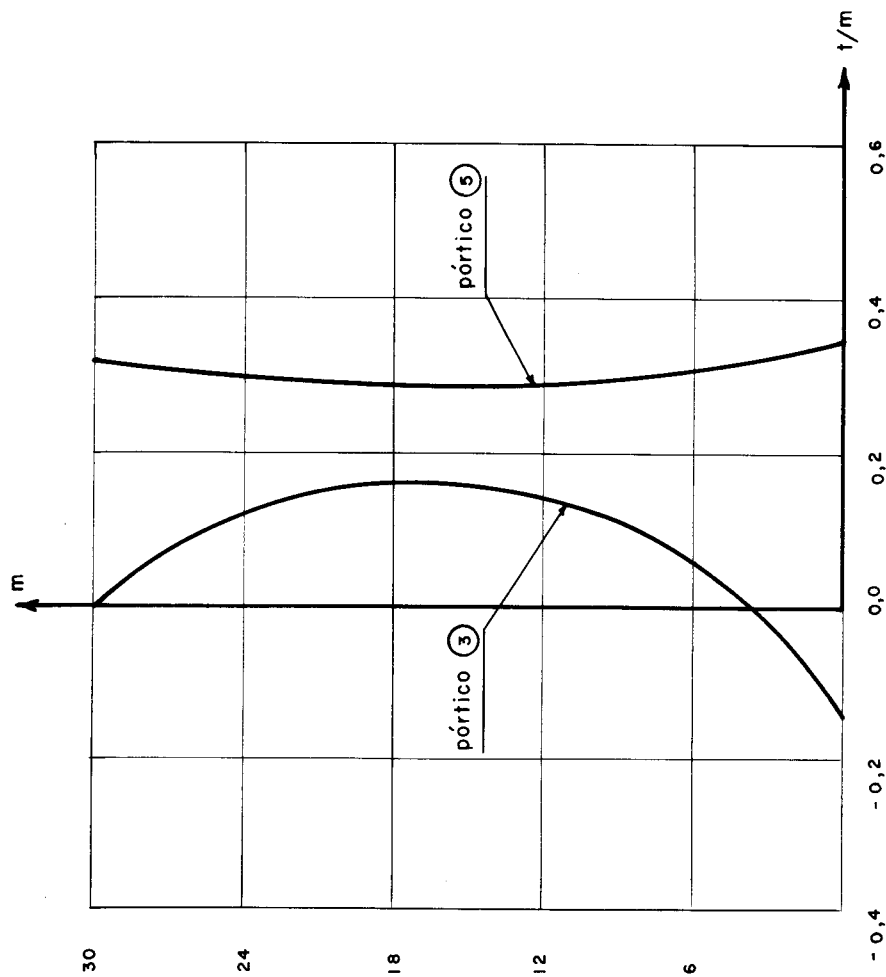


FIG. 23 - Cargas distribuídas nos pórticos

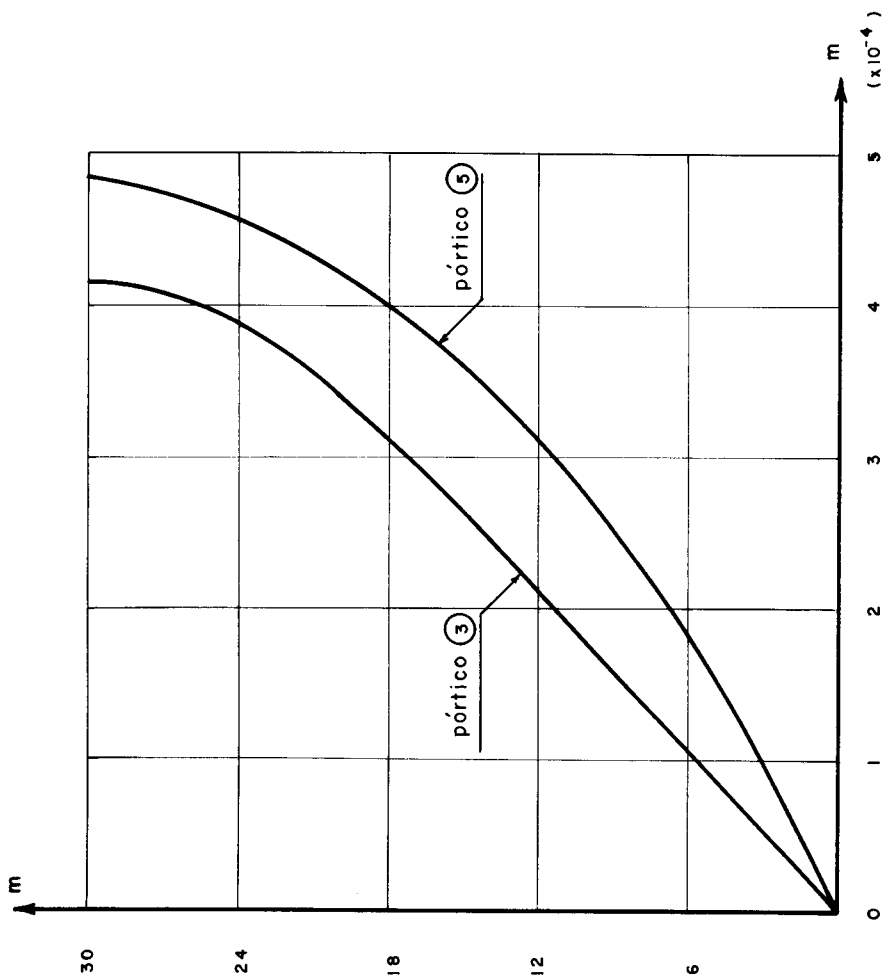


FIG. 22 - Deslocamentos dos pórticos

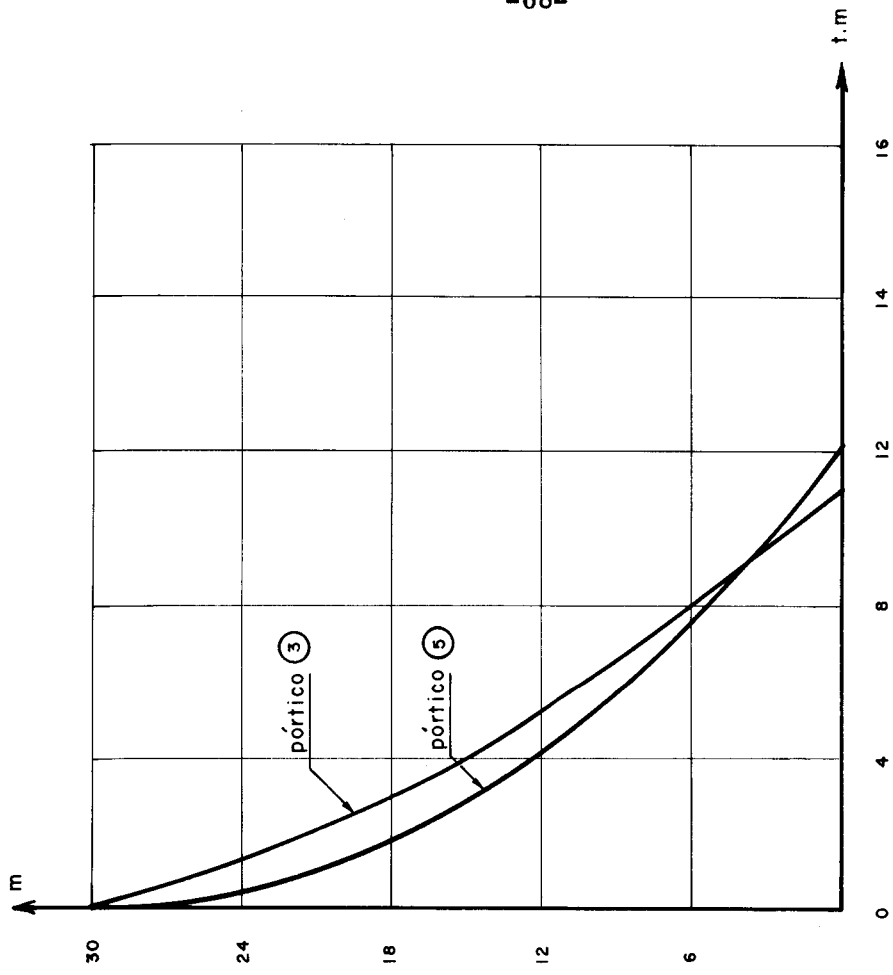


FIG. 25 — Momentos fletores nos pórticos

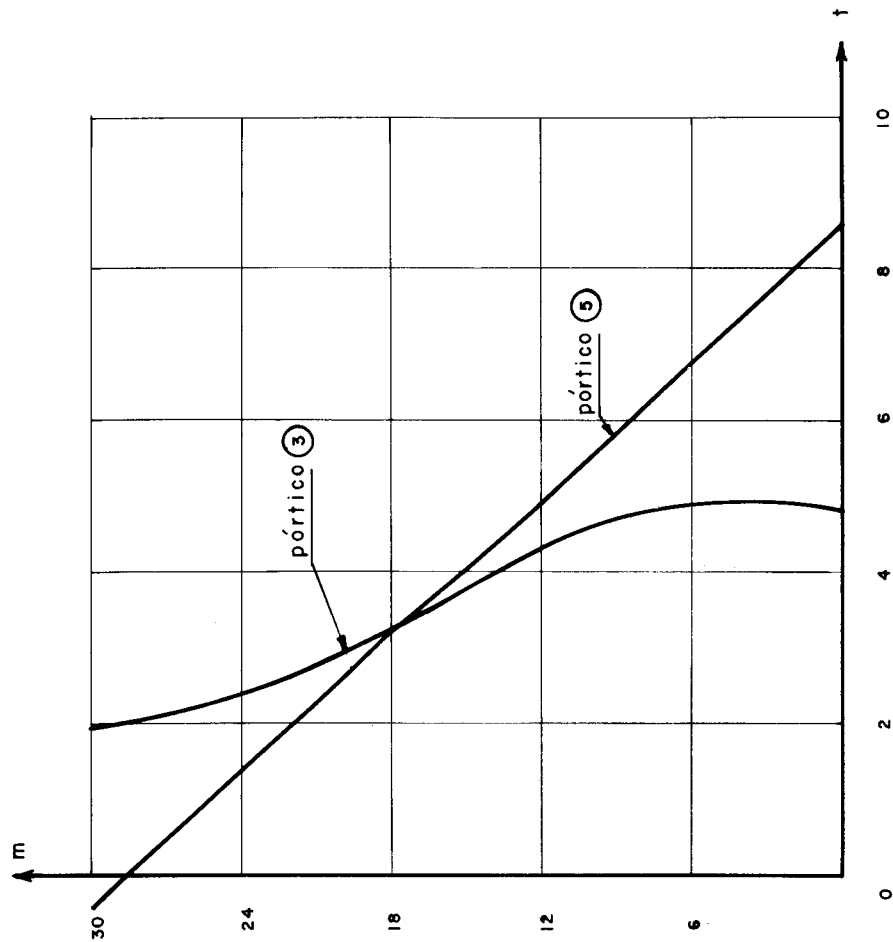


FIG. 24 — Forças cortantes nos pórticos

5.7- Exemplo de Caso não Degenerado

A Fig.26 mostra um modelo de estrutura de 10 andares, ensaiado por STAMATO¹ nos laboratórios do Departamento de Engenharia Civil de Southampton, razão pela qual as grandezas estão expressas em unidades inglesas. O modelo foi analisado também numericamente, por processo contínuo e processo discreto, pelo mesmo autor, que comparou os diversos resultados. Neste modelo a parede é rigidamente engastada na base.

Aqui, trata-se de comparar os valores calculados supondo a parede elasticamente engastada na base e os resultados obtidos por STAMATO¹ com a parede rigidamente engastada, sendo a análise numérica feita, em ambos os casos, por processo contínuo.

As paredes (6) e (7) foram introduzidas com o objetivo de tornar o conjunto de paredes não degenerados e racair-se assim no "caso geral" (O conjunto de pórticos não é degenerado). Para que não influam demasiado nos resultados, prejudicando a comparação, as paredes (6) e (7) têm dimensões reduzidas.

O carregamento será constituído pela carga uniformemente distribuída $p = 0,2 \text{ lb/in}$. Para o módulo de elasticidade será tomado o valor $E = 420 \text{ kip/in}^2$.

Com o sistema de eixos (x,y) da Fig.26, as componentes do vetor unitário da carga são

$$a = 0,0 \qquad b = 1,0 \qquad c = 0,0$$

As características elásticas das paredes são:

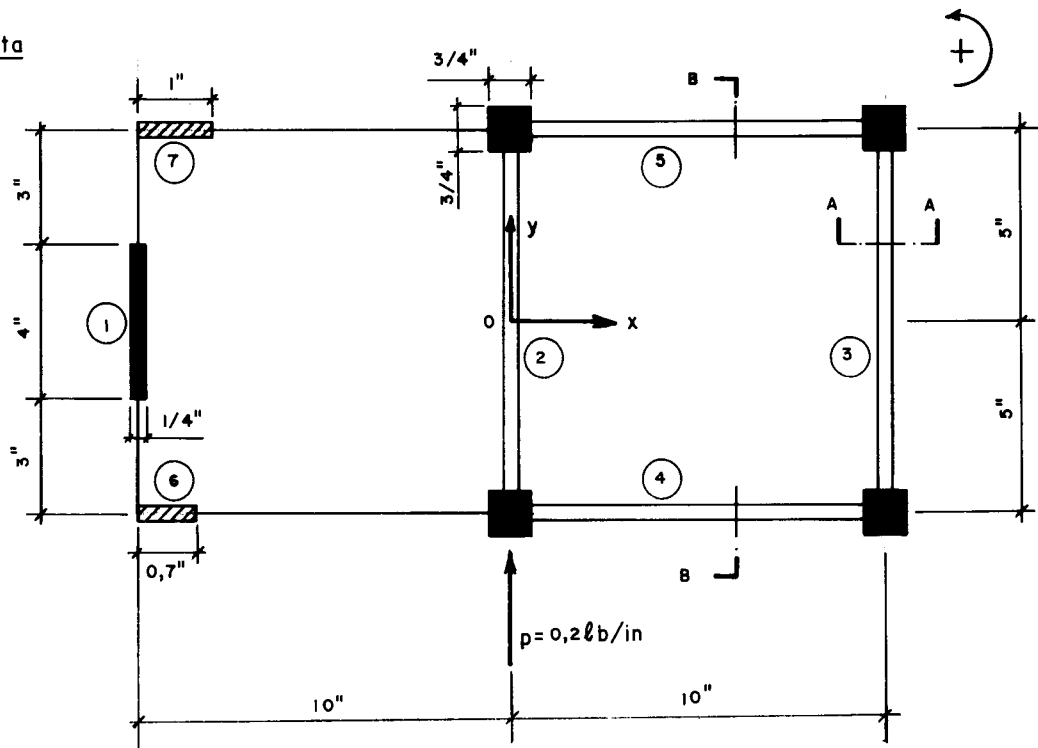
Parede	a_w	b_w	c_w (in)	j_w (kip.in)	g_w (kip.in)
1	0,0	1,0	+10,0	560,0	2,700
6	1,0	0,0	- 5,0	8,8	0,042
7	1,0	0,0	+ 5,0	3,0	0,015

Para o cálculo de g , tomou-se para fundação de cada parede uma sapata cujas dimensões são a altura da parede e sete vezes a largura. Para C_ϕ tomou-se o valor $8,0 \text{ kg/cm}^3$.

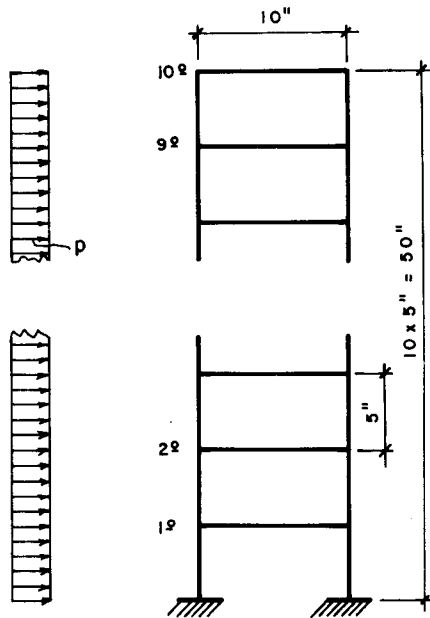
As características elásticas dos pórticos são:

Pórtico	a_f	b_f	c_f (in)	s_f (kip)
2	0,0	1,0	0,0	2,96
3	0,0	1,0	-10,0	2,96
4	1,0	0,0	- 5,0	2,96
5	1,0	0,0	+ 5,0	2,96

a) Planta



b) Corte BB



c) Detalhe AA

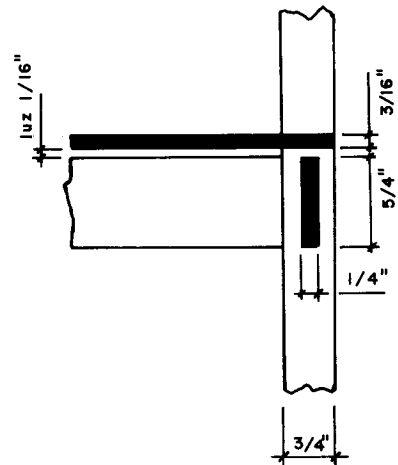


FIG. 26 - Exemplo de caso não degenerado

A força externa concentrada no t \hat{o} po é nula, a altura da estrutura é 50 in e a carga distribuída 0,2 lb/in.

Os resultados estão representados em diagrama nas Fig.27 a Fig.33. Em linha cheia estão representados os valores encontrados por STAMATO para a parede (1) rigidamente engastada na base. Os diagramas em linha tracejada representam os valores obtidos para a parede (1) elásticamente engastada. Os diagramas em traço e ponto são referentes ao caso em estudo de paredes elásticamente engastadas na base, atribuindo-se à parede (1) a rigidez do engastamento $g = 270.0 \text{ kip.in.}$ Como se vê para êste valor o engastamento da parede é praticamente rígrado.

Os cálculos foram efetuados no computador IBM-1130 do Centro de Processamento de Dados da Escola de Engenharia de São Carlos.

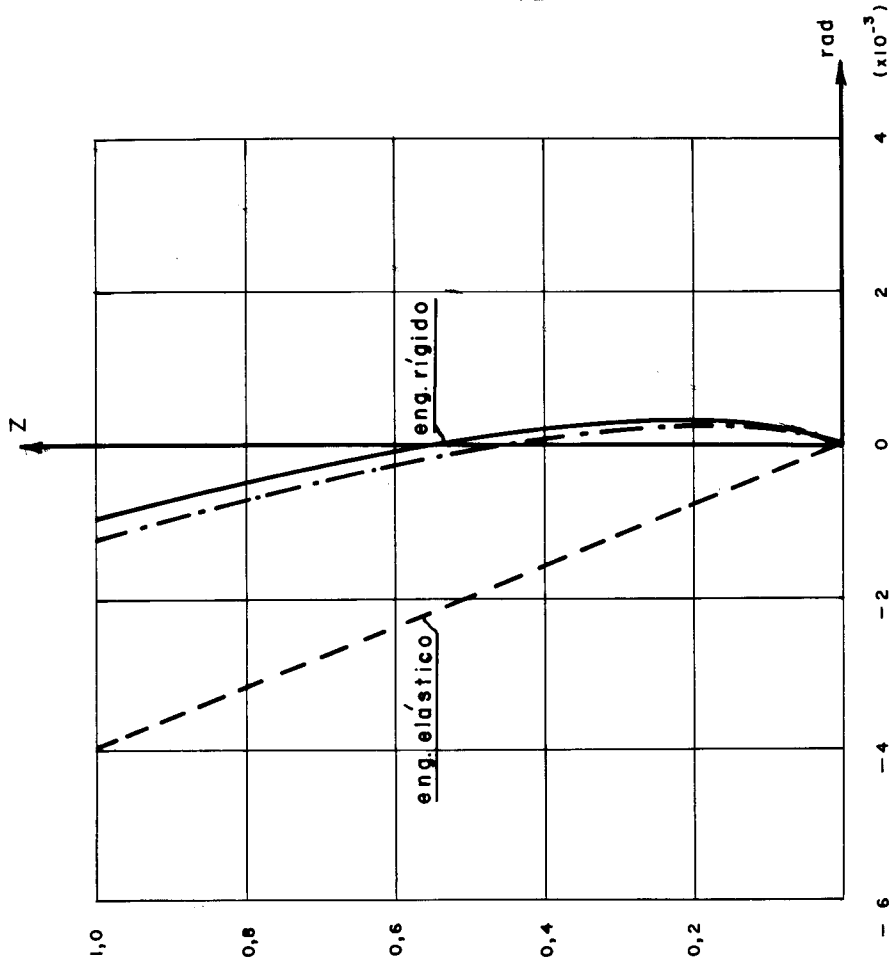


FIG. 28 — Rotação do diafragma genérico

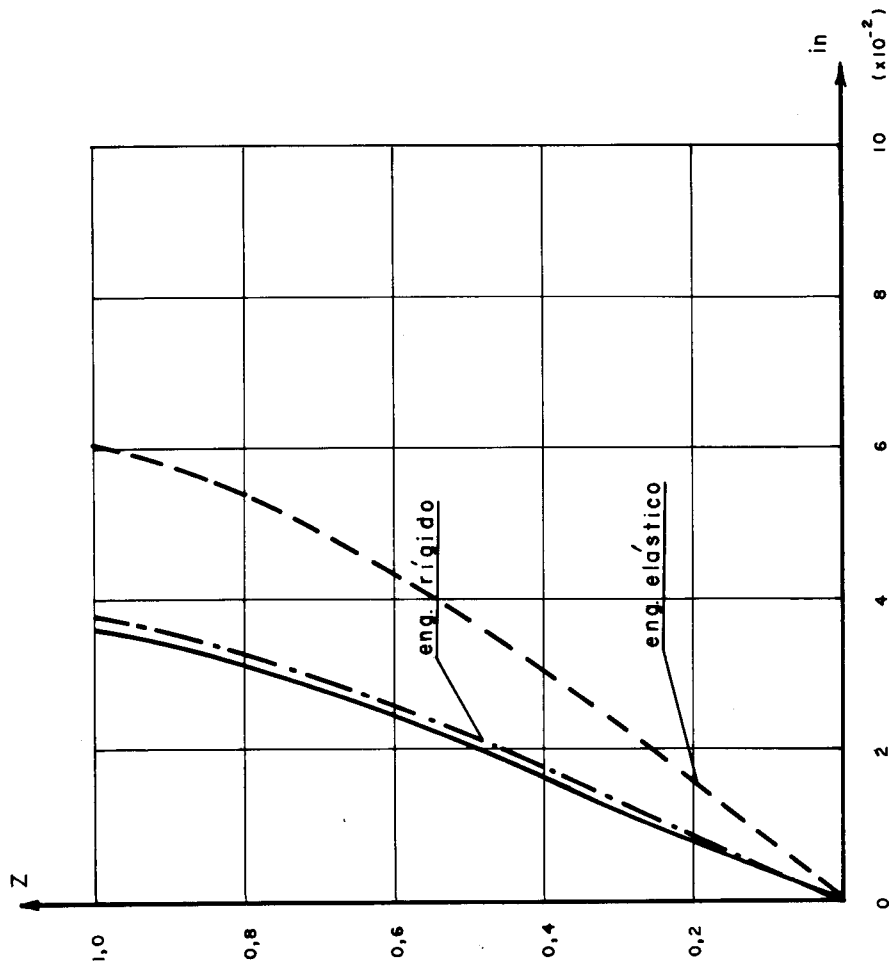


FIG. 27 — Deslocamento do pórtico (2)

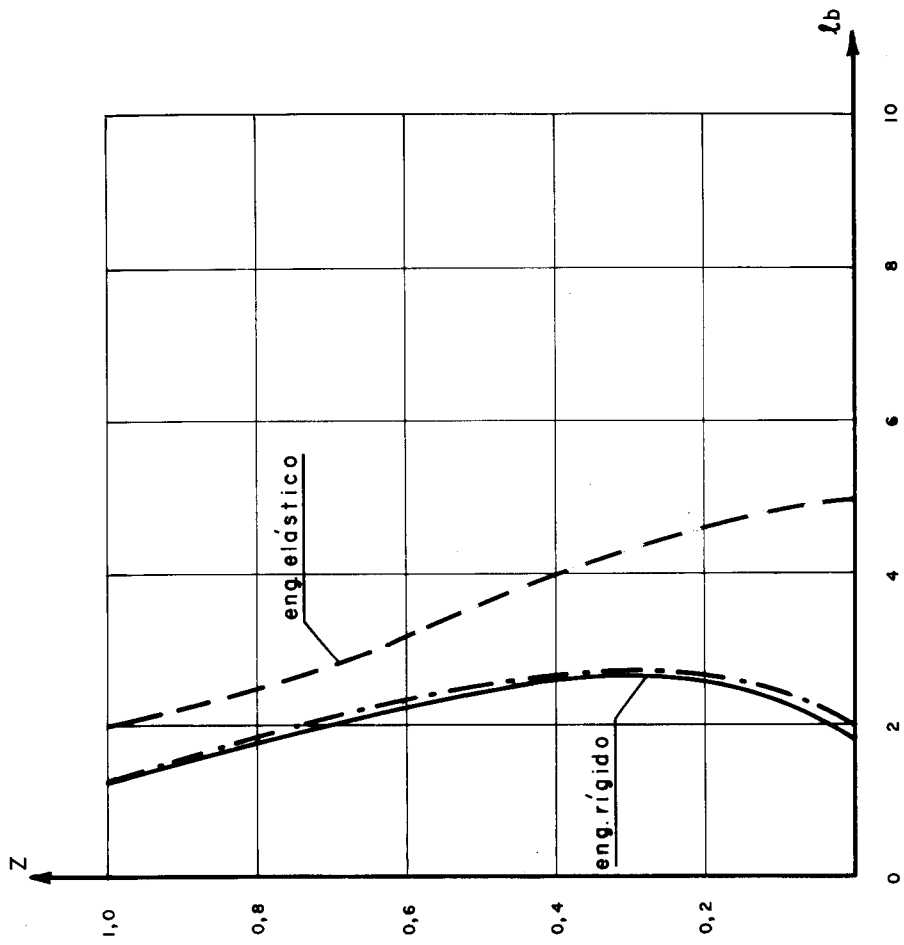


FIG. 30 — Força cortante no pórtico (2)

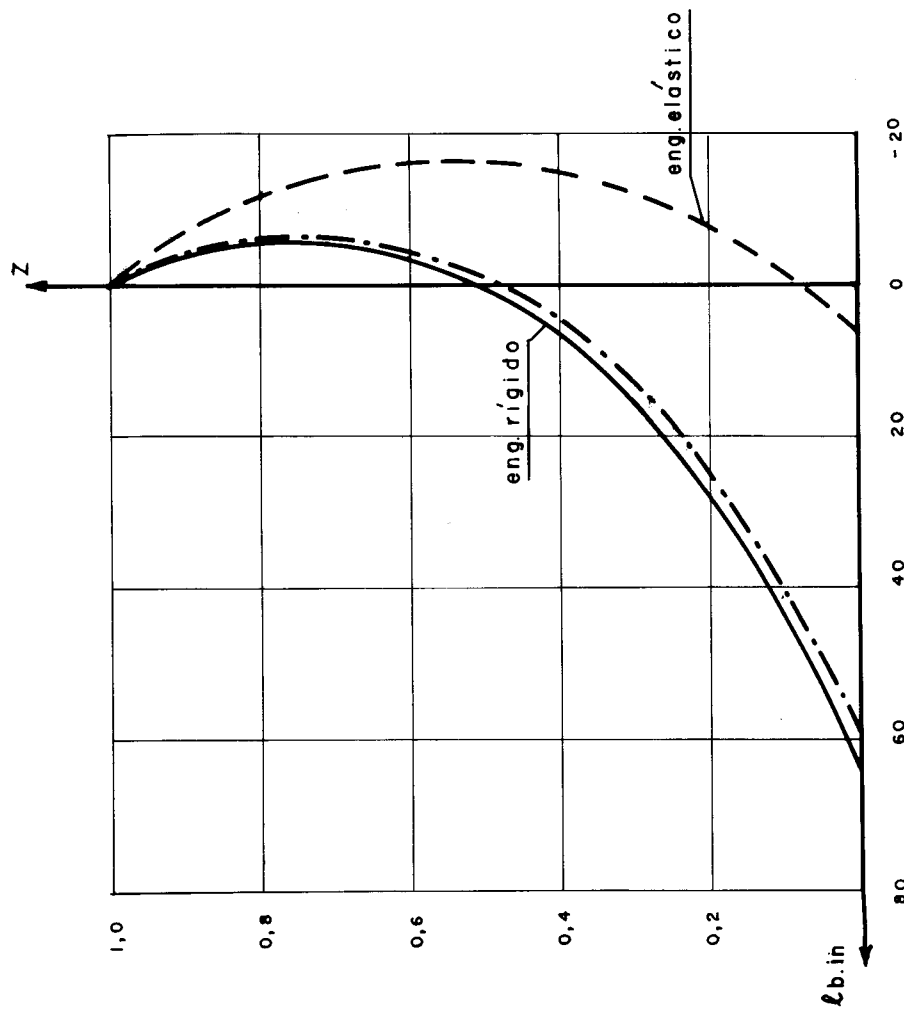


FIG. 29 — Momento fletor na parede

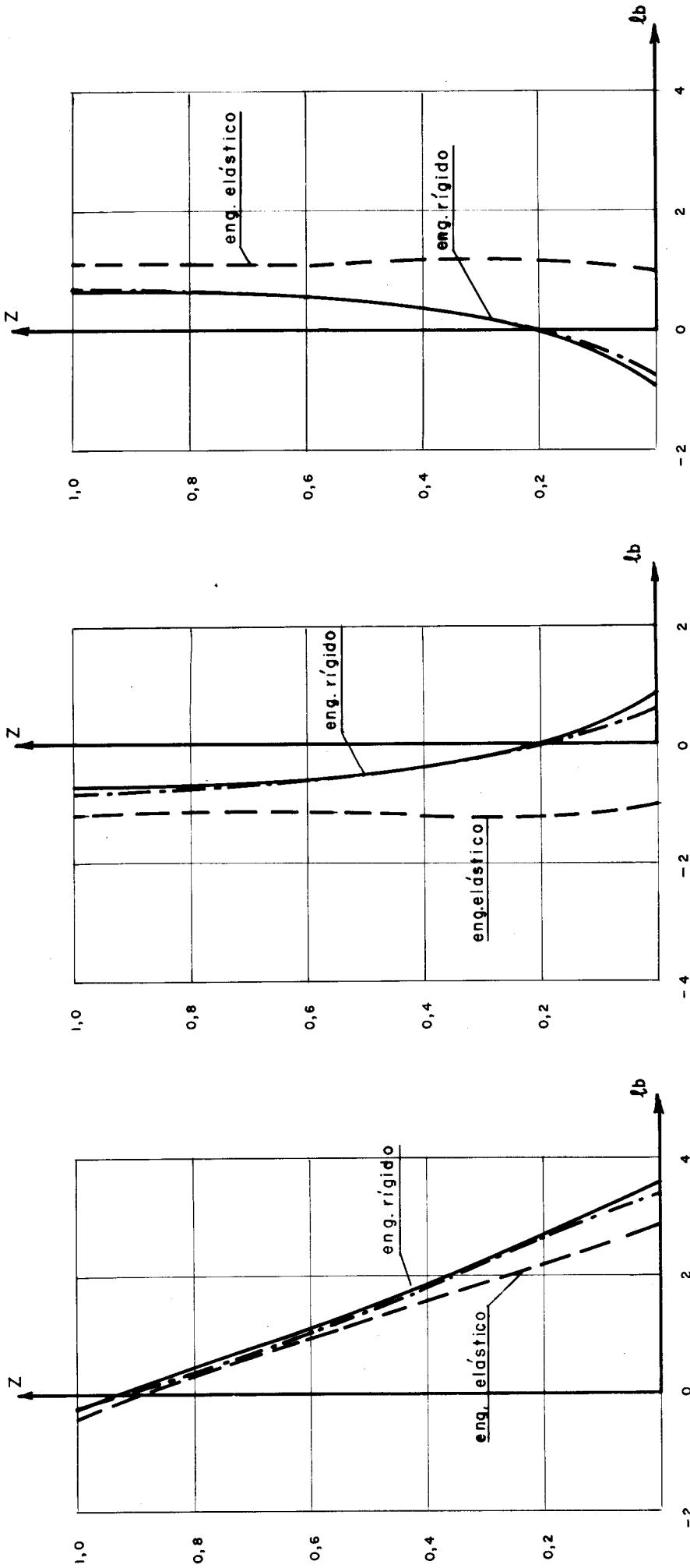


FIG.31 — Força cortante no pórtico (3)

FIG.32 — Força cortante no pórtico (4)

FIG.33 — Força cortante no pórtico (5)

6- PROGRAMAS FORTRAN PARA O COMPUTADOR 1130

6.1- Programa para Associação em Série de Pórtico e Parede com Engastamento Elástico com Carga Uniformemente Distribuída

Lêem-se K e G, no formato (ZF5.0) onde

$$K = \sqrt{\frac{E}{J}} l \quad e \quad G = \frac{1}{gl}$$

são variáveis dimensionais.

Imprimem-se as constantes C_1, C_2, C_3, C_4 e a carga concentrada no tópo da parede P_w , calculados segundo as equações (31). No programa todas as grandezas são dimensionais; assim, os C_i estão divididos por p e P_w por pl .

Para o adimensional $Z = \frac{x}{l}$ variando de 0,00 a 1,00, com passo 0,10, imprimem-se, para as paredes, os esforços Q_w e M_w e a carga distribuída q_w , adimensionais, cujos multiplicadores são respectivamente pl, pl^2, p . As expressões usadas foram as (31). Análogamente para os pórticos são impressos os valores Q_f, M_f e q_f , calculados segundo as equações (31). Na saída do programa, como para as paredes, essas grandezas estão sob forma adimensional e seus multiplicadores são $pl, pl^2, e p$, respectivamente. A linha elástica do conjunto também é calculada para aqueles valores de Z , sendo que o multiplicador correspondente é $\frac{E}{l^2}$.

A notação usada no programa é bastante coincidente com a notação de este trabalho, devendo-se apenas atentar para os símbolos PW, PF e US que representam respectivamente as dimensionais $\frac{q_w}{p}, \frac{q_f}{p}$ e $\frac{u_g}{l^2}$.

A seguir apresentam-se a listagem do programa e os resultados para $K = 3,00$ e $G = 0,50$.

```

// JOB T
LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
0000        0016       0016         0000
V2 M09      ACTUAL 32K  CONFIG 32K
*EQUAT(PRNTZ, PRNZ)

// FOR
*IOCS(CARD, 1132PRINTER, TYPEWRITER, KEYBOARD, DISK, PLOTTER, 1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
REAL K, MM, MF
WRITE(3, 1)
1  FORMAT(10X, 'PORTICO E PAREDE ASSOCIADOS EM SERIE' //
* 10X, 'PAREDE COM ENGASTAMENTO ELASTICO' //10X,
* 'CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA' //)
30 READ(2, 2) K, G
2  FORMAT (2F5.0)
IF(K-51.) 11, 21, 11
11 C2=K
C=EXP(K)+EXP(-K)
S=EXP(K)-EXP(-K)
CKGS=C+K*G*S
C3=(1.-K*EXP(-K)+K*G*(1.-EXP(-K)))/CKGS
C4=(1.+K*EXP(K)+K*G*(EXP(K)-1.))/CKGS
C1=-(C3+C4)
FW=(2.*K-S+2.*K*G*(1.-C))/(K*CKGS)
WRITE(3, 3) K, G
3  FORMAT(//10X, 'K=', F6.2, 5X, 'G=', F6.2 //)
WRITE(3, 4) C1, C2, C3, C4, FW
4  FORMAT(10X, 'C1=', E14.7, 3X, 'C2=', E14.7, 3X, 'C3=', E14.7 //
* 10X, 'C4=', E14.7, 3X, 'FW=', E14.7 //)
WRITE(3, 5)
5  FORMAT(4X, 'Z', 11X, 'PW', 15X, 'QW', 15X, 'MW' //)
DO 10 I=1, 11
Z=0.1*(I-1)
CC=C3*EXP(K*Z)+C4*EXP(-K*Z)

```

```

CS=C3*EXP(K*Z)-C4*EXP(-K*Z)
PW=CC
QW=-CS/K
MW=(CC-1.)/K**2
10 WRITE(3,6) Z,PW,QW,MW
6 FORMAT(2X,F5.2,3(3X,E14.7)/)
WRITE(3,7)
7 FORMAT(/4X,'Z',11X,'PF',15X,'QF',15X,'MF',15X,'US'//)
DO 20 I=1,11
Z=0.1*(I-1)
CC=C3*EXP(K*Z)+C4*EXP(-K*Z)
CS=C3*EXP(K*Z)-C4*EXP(-K*Z)
PF=1.-CC
QF=(1.-Z)+CS/K
MF=(1.-CC)/K**2+((1.-Z)**2)/2.
US=(C1+C2*K*Z+CC-((K*Z)**2)/2.)/K**2
20 WRITE(3,8)Z,PF,QF,MF,US
8 FORMAT(2X,F5.2,4(3X,E14.7)/)
GO TO 30
21 CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 74 PROGRAM 696

- END OF COMPILATION

// XEQ

PORTICO E PAREDE ASSOCIADOS EM SERIE
PAREDE COM ENGASTAMENTO ELASTICO
CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

K= 3.00 C= 0.50

C1=-0.1836278E 01 C2= 0.3000000E 01 C3= 0.4534779E-01

C4= 0.1790930E 01 PW=-0.4744850E 00

Z	PW	QW	MW	PF	QF	MF	US
0.00	0.1836278E 01	0.5818608E 00	0.9291980E-01				
0.10	0.1387967E 01	0.4218469E 00	0.4310744E-01				
0.20	0.1065512E 01	0.3000847E 00	0.7279170E-02				
0.30	0.8396755E 00	0.2055334E 00	-0.1781382E-01				
0.40	0.6899778E 00	0.1296192E 00	-0.3444690E-01				
0.50	0.6028453E 00	0.6545862E-01	-0.4412829E-01				
0.60	0.5703769E 00	0.7233544E-02	-0.4773589E-01				
0.70	0.5896287E 00	-0.5033561E-01	-0.4559680E-01				
0.80	0.6623462E 00	-0.1124690E 00	-0.3751707E-01				
0.89	0.7951234E 00	-0.1848008E 00	-0.2276406E-01				
1.00	0.1000000E 01	-0.2738898E 00	0.0000000E 00				
Z	PF	QF	MF				US
0.00	-0.8362782E 00	0.4181391E 00	0.4070801E 00				0.1034802E-09
0.10	-0.3879670E 00	0.4781530E 00	0.3618925E 00				0.4518764E-01
0.20	-0.6551253E-01	0.4999152E 00	0.3127208E 00				0.9435936E-01
0.30	0.1603244E 00	0.4944665E 00	0.2628138E 00				0.1442663E 00

0.40	0.3100221E 00	0.4703807E 00	0.2144469E 00	0.1926332E 00
0.50	0.3971546E 00	0.4345413E 00	0.1691282E 00	0.2379518E 00
0.60	0.4296230E 00	0.3927664E 00	0.1277358E 00	0.2793443E 00
0.70	0.4103712E 00	0.3503356E 00	0.9059680E-01	0.3164833E 00
0.80	0.3376537E 00	0.3124690E 00	0.5751707E-01	0.3495631E 00
0.89	0.2048765E 00	0.2848008E 00	0.2776406E-01	0.3793161E 00
1.00	0.0000000E 00	0.2738898E 00	0.0000000E 00	0.4070801E 00

6.2-Programa para Associação Contínua Tridimensional de Pórticos e Paredes com Enraizamento Elástico.

O programa é apto a resolver o que se chamou "caso geral" de associação tridimensional de pórticos e paredes, caracterizado por serem os conjuntos de pórticos e de paredes não degenerados, quando considerados isoladamente. Em outras palavras a matriz J como a matriz S tem posto 3.

A sequência de cálculo do programa é aquela apresentada no texto, não apresentando acidentes especiais, razão pela qual omite-se aqui o fluxograma.

Os esclarecimentos a seguir facilitam ao usuário a utilização do programa.

- a) Lê-se no formato (F5.0,2I5) as variáveis TESTE, N,MP. N é o número de paredes e MP o número de pórticos. Se TESTE é diferente de zero o programa é executado, caso contrário cessa o processamento. Este artifício tem em vista a resolução de vários problemas seguidamente.
- b) Lê-se A,B,C,F,P,L; no formato (3F5.0,3F10.0). Estas são as características da carga e correspondem aos valores a,b,c,F,p,l, do texto.
- c) Lê-se; no formato (3F5.0,2F10.0): AW(I), BW(I), CW(I), JW(I), GW(I). Correspondem às coordenadas a_w , b_w , c_w e às características de rigidez j_w e g_w da parede genérica i.
- d) Lê-se; no formato (2F5.0,2F10.0): AF(I), BF(I), CF(I), SF(I) correspondentes às coordenadas a_f , b_f , c_f e a rigidez s_f do pórtico genérico.

Na saída do programa, onde todas as grandezas são dimensionais, o significado dos símbolos são óbvios, sendo apenas necessário notar que

- a) UB, VB são os deslocamentos do centro elástico conjunto de paredes, na cota z.
- b) WB é a rotação do diafragma genérico situado à altura z.
- c) Os deslocamentos dos pórticos e das paredes são segundo as suas próprias direções.
- d) As raízes da equação característica apresentam a parte real e a parte imaginária.
- e) As cargas concentradas nos pórticos são aquelas concentradas nos seus topos.

Segue-se a listagem e os resultados para o exemplo do item 5.7.

```

// JOB T
LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
0000        0016       0016        0000

V2 M09     ACTUAL 32K  CONFIG 32K
*EQUAT(PRNZ,FRNZ)

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE CJRIS(N,A)
DIMENSION A(10,10),8(10),C(10),IP(10),IQ(10)
DO 1 K=1,N
T=0.
DO 6 I=K,N
S=0.
DO 3 J=K,N
3 S=S+ABS(A(I,J))
IF(S)4,5,4
4 DO 2 J=K,N
IF(ABS(A(I,J))-S*T)2,2,7
7 IP(K)=I
IQ(K)=J
PIVO=A(I,J)
T=ABS(PIVO/S)
2 CONTINUE
6 CONTINUE
IF(T)101,5,101
101 IF(IP(K)-K)8,98,8
8 DO 9 J=I,N
IPK=IP(K)
Z=A(IPK,J)
A(IPK,J)=A(K,J)
9 A(K,J)=Z
98 IF(IQ(K)-K)10,20,10
10 IQK=IQ(K)

```

```
DO 11 I=1,N
Z=A(I,IQK)
A(I,IQK)=A(I,K)
11 A(I,K)=Z
20 DO 12 J=1,N
IF(J-K)13,14,13
14 B(J)=1/PIVO
C(J)=1.
GO TO 15
13 B(J)=-A(K,J)/PIVO
C(J)=A(J,K)
15 A(K,J)=0.
12 A(J,K)=0.
DO 1 I=1,N
DO 1 J=1,N
A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
1 CONTINUE
DO 16 KAUX=1,N
K=N-KAUX+1
IF(IP(K)-K)17,18,17
17 DO 102 I=1,N
IPK=IP(K)
Z=A(I,IPK)
A(I,IPK)=A(I,K)
A(I,K)=Z
102 CONTINUE
18 IF(IQ(K)-K)104,16,104
104 DO 103 J=1,N
IQK=IQ(K)
Z=A(IQK,J)
A(IQK,J)=A(K,J)
A(K,J)=Z
103 CONTINUE
16 CONTINUE
GO TO 118
5 WRITE(3,100)
100 FORMAT('//5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR'//)
```

```

118 RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
CORE REQUIREMENTS FOR GJRIS
COMMON 0 VARIABLES 104 PROGRAM 666
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 008C (HEX)
END OF COMPILATION
// DUP
*STORE WS UA GJRIS
CART ID 0016 DB ADDR 60AB DB CNT 002C
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
SUBROUTINE RAIZE(AR,AI,BR,BI,CR,CI,NDEC,EPS,ROOTR)
DIMENSION AR(1),BR(1):AI(1),BI(1),CR(1),CI(1),ROOTR(1)
N1=NDEC+1
WRITE(5,1)
1 FORMAT(//10X,'COEFICIENTES DA EQUAÇÃO CARATERISTICA'/)
WRITE(5,2000)(AR(I),I=1,N1)
WRITE(5,2)
2 FORMAT(//10X,'RAIZES DA EQUAÇÃO'/)
N=NDEC
BR(1)=AR(1)
BI(1)=AI(1)
CR(1)=AR(1)
CI(1)=AI(1)
DO 300 NROOT=1,NDEC
X=0.
Y=1.
10 DO 100 I=2,N1
BR(I)= AR(I)+BR(I-1)*X-BI(I-1)*Y

```

```

100 BI(I) = AI(I) + BR(I-1) * Y + BI(I-1) * X
DO 200 I = 2, N
CR(I) = BR(I) + CR(I-1) * X - CI(I-1) * Y
200 CI(I) = BI(I) + CR(I-1) * Y + CI(I-1) * X
DEN = CR(N) ** 2 + CI(N) ** 2
X = X - (BR(N1) * CR(N) + BI(N1) * CI(N)) / DEN
Y = Y + (BR(N1) * CI(N) - BI(N1) * CR(N)) / DEN
IF (BR(N1) ** 2 + BI(N1) ** 2 - EPS) 250, 250, 10
250 N1 = N1 - 1
WRITE(5, 2300) X, Y
2300 FORMAT (10X, 4E14.7/)
N = N - 1
DO 260 I = 2, N1
AR(I) = BR(I)
260 AI(I) = BI(I)
ROOTR(NROOT) = X
300 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR RAIZE
COMMON 0 VARIABLES 18 PROGRAM 488

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0046 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA RAIZE
CART ID 0016 DB ADDR 60D7 DB CNT 0023

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS

```

SUBROUTINE CALCI(A,B,C,E,N,D,J,X)
DIMENSION A(10),B(10),C(10),E(10),X(10,10),D(10)
DO 10 I=1,3
10 X(I,J)=0.
DO 20 K=1,N
X(1,J)=X(1,J)+E(K)*A(K)*D(K)
X(2,J)=Z(2,J)+E(K)*B(K)*D(K)
20 X(3,J)=X(3,J)+E(K)*C(K)*D(K)
RETURN
END

```

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

```

```

CORE REQUIREMENTS FOR CALCI
COMMON 0 VARIABLES 6 PROGRAM 136

```

```

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000B (HEX)

```

```

END OF COMPILATION

```

```

// DUP

```

```

*STORE WS UA CALL
CART ID 0016 DB ADDR 60FA DB CNT 000A

```

```

// FOR

```

```

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
FUNCTION SOM(A,R,MN,N)
REAL MN(9)

```

```

DIMENSION A(9),R(9)

```

```

SOM=0.

```

```

DO 10 I=4,9

```

```

10 SOM=SOM+A(I)*MN(I)*(R(I)**N)

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

FEATURES SUPPORTED

```



```
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
CORE REQUIREMENTS FOR SOM          58
COMMON      0 VARIABLES            8 PROGRAM
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000D (HEX)
END OF COMPILATION
// DUP
*STORE      WS UA SOM
CART ID 0016 DB ADDR 6104 DB CNT 0005
// FOR
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
FUNCTION SOMA(A,R,MN,Z,L)
REAL MN(9)
REAL L
DIMENSION A(9),R(9)
SOMA=0.
DO 10 I=4,9
10 SOMA=SOMA+A(I)*(EXP(R(I)*Z)-EXP(R(I)*L))*MN(I)
RETURN
END

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
CORE REQUIREMENTS FOR SOMA          88
COMMON      0 VARIABLES            16 PROGRAM
RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0015 (HEX)
END OF COMPILATION
// DUP
*STORE      WS UA SOMA
```

CART ID 0016 DB ADDR 6109 DB CNT 0007

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION

FUNCTION SOMT(A,R,MN,Z,N)

REAL MN(9)

DIMENSION A(9),R(9)

SOMT=0.

DO 10 I=4,9

10 SOMT=SOMT+A(I)*(R(I)**N)*MN(I)*EXP(R(I)*Z)

RETURN

END

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR SOMT

COMMON 0 VARIABLES 12 PROGRAM 76

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0011 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA SOMT

CART ID 0016 DB ADDR 6110 DB CNT 0006

// FOR

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

*IOCS(CARD,113PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)

REAL M1A1,M1A2,M1A3,M1A4,M1A5,M1A6

REAL L,JW(10),JJ(10,10),MA(10,10),MB(2),MC(2),MMA1(15),MMA2(15),

* MMA3(15),MM(15),MFA1(15),MFA2(15),MFA3(15),MF(15)

REAL MI(9),NI(9),MN(9),MI

DIMENSION BR(4),CR(4),CI(4),CR(4)

```

DIMENSION AW(10), BW(10), CW(10), GW(10), AF(10), BF(10), CF(10),
* SF(10), AW1(10), AF1(10), GG(10,10), SS(10,10), XCOF(4), COF(4),
* R(9), CC(3), X(3), AX(10,10), Q(9), AS(9), UBA(15), VBA(15), ROOTR(3),
* WBA(15), UB(15), VB(15), WB(15), UW(15), UF(15),
* QWA1(15), QWA2(15), QWA3(15), PWA1(15), PWA2(15), PWA3(15),
* QW(15), PW(15), QFA1(15), QFA2(15), QFA3(15), PFA1(15), PFA2(15)
DIMENSION PFA3(15), QF(15), PF(15)
EPS=1.0E-13
31 WRITE (3,25)
25 FORMAT(1H1)
WRITE(3,1)
1 FORMAT(10X, 'PAREDES COM ENGASTAMENTO ELASTICO E PORTICOS'//
* 10X, 'ASSOCIAÇÃO CONTINUA'// 10X, 'CARGA CONCENTRADA NO TOPO E UNIP
*ORMENTE DISTRIBUIDA'//)
READ(2,2) TESTE,N,MP
2 FORMAT(F5.0,2I5)
IF (TESTE)11,21,11
11 READ(2,3) A,B,C,F,P,L
3 FORMAT(3F5.0,3F10.0)
DO 10 I=1,N
10 READ(2,4) AW(I), BW(I), CW(I), JW(I), GW(I)
4 FORMAT(3F5.0,2F10.0)
DO 20 I=1,MP
20 READ(2,5) AF(I), BF(I), CF(I), SF(I)
5 FORMAT (2F5.0,2F10.0)
CALL CALCI(AW,BW,CW,JW,N,AW,1,JJ)
CALL CALCI(AW,BW,CW,JW,N,BW,2,JJ)
CALL CALCI(AW,BW,CW,JW,N,CW,3,JJ)
YY=JJ(1,1)*JJ(2,2)-JJ(1,2)**2
XO=(JJ(1,1)*JJ(2,3)-JJ(1,2)*JJ(1,3))/YY
YO=(-JJ(2,2)*JJ(1,3)+JJ(1,2)*JJ(2,3))/YY
FI=0.5*ATAN(2.*JJ(1,2)/(JJ(1,1)-JJ(2,2)))
DO 30 I=1,N
CW(I)=CW(I)-XO*BW(I)+YO*AW(I)
AW1(I)=AW(I)*COS(FI)+BW(I)*SIN(FI)
BW(I)=-AW(I)*SIN(FI)+BW(I)*COS(FI)
30 AW(I)=AW1(I)

```

```

DO 40 I=1,MP
CF(I)=CF(I)-XO*BF(I)+YO*AF(I)
AF1(I)=AF(I)*COS(FI)+BF(I)*SIN(FI)
BF(I)=-AF(I)*SIN(FI)+BF(I)*COS(FI)
40 AF(I)=AF1(I)
C=C-XO*B+YO*A
A1=A*COS(FI)+B*SIN(FI)
B=-A*SIN(FI)+B*COS(FI)
A=A1

```

```

CALL CALCI(AW, BW, CW, JW, N, AW, 1, JJ)
CALL CALCI(AW, BW, CW, JW, N, BW, 2, JJ)
CALL CALCI(AW, BW, CW, JW, N, BW, 3, JJ)
CALL CALCI(AW, BW, CW, GW, N, AW, 1, GG)
CALL CALCI(AW, BW, CW, GW, N, BW, 2, GG)
CALL CALCI(AW, BW, CW, GW, N, CW, 3, GG)
CALL CALCI(AF, BF, CF, SF, MP, AF, 1, SS)
CALL CALCI(AF, BF, CF, SF, MP, BF, 2, SS)
CALL CALCI(AF, BF, CF, SF, MP, CF, 3, SS)

```

C

```

COEFICIENTES DA EQUAÇÃO CARACTERISTICA
XCOP(1)=JJ(1,1)*JJ(2,2)*JJ(3,3)
XCOP(2)=-JJ(1,1)*JJ(2,2)*SS(3,3)-JJ(1,1)*JJ(3,3)*SS(2,2)
* -JJ(2,2)*JJ(3,3)*SS(1,1)
XCOP(3)=JJ(1,1)*SS(2,2)*SS(3,3)-SS(2,3)**2+JJ(2,2)*
*(SS(1,1)*SS(3,3)-SS(1,3)**2)+JJ(3,3)*(SS(1,1)*SS(2,2)
*-SS(1,2)**2)
XCOP(4)=-SS(1,1)*SS(2,2)*SS(3,3)-2.*SS(1,3)*SS(1,2)*
* SS(2,3)+SS(1,1)*SS(2,3)**2+SS(2,2)*SS(1,3)**2
* + SS(3,3)*SS(1,2)**2

```

```

DO 250 KJ=1,4
250 COF(KJ)=0.

```

```

DO 260 I=2,4
260 XCOP(I)=XCOP(I)/XCOP(1)

```

```

XCOP(1)=1.

```

```

CALL RAIZE(XCOP, COF, BR, BI, CR, CI, 3, EPS, ROOTR)
R(4)=SQRT(ROOTR(1))
R(5)=-R(4)

```

```
R(6)=SQRT(ROOTR(2))
R(7)=-R(6)
R(8)=SQRT(ROOTR(3))
R(9)=-R(8)
DO 50 I=4,9
MA(1,1)=SS(1,2)
MA(1,2)=SS(1,3)
MA(2,1)=JJ(2,2)*R(I)**2-SS(2,2)
MA(2,2)=-SS(2,3)
CALL GJRS(2,MA)
MB(1)=JJ(1,1)*R(I)**2-SS(1,1)
MB(2)=SS(1,2)
DO 60 I1=1,2
MC(I1)=0.
DO 60 K=1,2
60 MC(I1)=MC(I1)+MA(I1,K)*MB(K)
M1(I)=MC(1)
50 N1(I)=MC(2)
C
CALCULO DE U,V,W
CALL GJRS(3,SS)
CG(1)=-A
CG(2)=-B
CG(3)=-C
DO 70 I=1,3
X(I)=0.
DO 70 K=1,3
70 X(I)=X(I)+SS(I,K)*CG(K)
U=X(1)
V=X(2)
W=X(3)
A2=-U*(P+L+F)
B2=-V*(P+L+F)
C2=-W*(P+L+F)
DO 80 I=1,9
DO 80 J=1,9
80 AX(I,J)=0
DO 90 I=1,3
```

```
90 AX(I,I)=1.
   DO 100 J=4,9
   AX(1,J)=1.
   AX(2,J)=M1(J)
   AX(3,J)=N1(J)
   AX(4,J)=(R(J)**2)*EXP(R(J)*L)
   AX(5,J)=M1(J)*AX(4,J)
   AX(6,J)=N1(J)*AX(4,J)
   AX(7,J)=GG(1,1)*R(J)+GG(1,2)*M1(J)*R(J)+GG(1,3)*N1(J)*
   * R(J)-JJ(1,1)*R(J)**2
   AX(8,J)=GG(1,2)*R(J)+GG(2,2)*M1(J)*R(J)+GG(2,3)*N1(J)*
   * R(J)-JJ(2,2)*M1(J)*R(J)**2
100 AX(9,J)=GG(1,3)*R(J)+GG(2,3)*M1(J)*R(J)+GG(3,3)*
   *N1(J)*R(J) -JJ(3,3)*N1(J)*R(J)**2
   CALL GJRIS(9,AX)
   DO 110 J=1,3
110 Q(J)=0
   Q(4)=P*U
   Q(5)=P*V
   Q(6)=P*W
   Q(7)=GG(1,1)*A2-GG(1,2)*B2-GG(1,3)*C2+JJ(1,1)*
   *P*U
   Q(8)=GG(1,2)*A2-GG(2,2)*B2-GG(2,3)*C2+JJ(2,2)*
   *P*V
   Q(9)=GG(1,3)*A2-GG(2,3)*B2-GG(3,3)*C2+JJ(3,3)*
   *P*W
   DO 120 I=1,9
   AS(I)=0.
   DO 120 K=1,9
120 AS(I)=AS(I)+AX(I,K)*Q(K)
   WRITE(3,7)
   7 FORMAT(12X,'Z',10X,'UB',15X,'VB',15X,'15X',15X,'WB'//)
   DO 130 M=1,15
   IF(M-5)121,121,131
121 Z=0.02*(M-1)*L
```

```

GO TO 310
131 Z=0.1*(M-5)*L
310 UBA(M)=0.
VBA(M)=0.
WBA(M)=0.
DO 140 K=4,9
UBA(M)=UBA(M)+AS(K)*EXP(R(K)*Z)
VBA(M)=VBA(M)+M1(K)*AS(K)*EXP(R(K)*Z)
140 WBA(M)=WBA(M)+M1(K)*AS(K)*EXP(R(K)*Z)
UB(M)=AS(1)+A 2*Z+P*U*(Z**2)/2.+UBA(M)
VB(M)=AS(2)+B 2*Z+P*V*(Z**2)/2.+VBA(M)
WB(M)=AS(3)+C 2*Z+P*W*(Z**2)/2.+WBA(M)
130 WRITE(3,8) Z,UB(M),VB(M),WB(M)
8 FORMAT(9X,F6.2,3(3X,E14.7))
DO 150 I=1,N
WRITE(3,27) I
27 FORMAT(/,10X,'DESLOCAMENTOS DA PAREDE',I2//
*12X,'Z',10X,'UW'//)
DO 150 M=1,15
IF(M-5)141,141,151
141 Z=0.02*(M-1)*L
GO TO 320
151 Z=0.1*(M-5)*L
320 UM(M)=AM(I)*UB(M)+BM(I)*VB(M)+CM(I)*WB(M)
150 WRITE(3,9)Z,UW(M)
9 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7//)
DO 160 I=1,MP
WRITE(3,12) I
12 FORMAT(/,10X,'DESLOCAMENTOS DO FORTICO',I2//12X,'Z',
*10X,'UF'//)
DO 160 M=1,15
IF(M-5)161,161,171
161 Z=0.02*(M-1)*L
GO TO 330
171 Z=0.1*(M-5)*L
330 UF(M)=AF(I)*UB(M)+BF(I)*VB(M)+CF(I)*WB(M)
160 WRITE(3,13) Z,UF(M)

```

13 FORMAT(9X,F6.2,3X,E14.7/)

DO 170 K=4,9

170 MN(K)=1.

DO 180 M=1,15

IF(M-5)41,41,51

41 Z=0.02*(M-1)*L

GO TO 270

51 Z=0.1*(M-5)*L

270 MWA1(M)=P*U+SOMT(AS,R,MN,Z,2)

MWA2(M)=P*V+SOMT(AS,R,M1,Z,2)

MWA3(M)=P*W+SOMT(AS,R,N1,Z,2)

QWA1(M)=SOMT(AS,R,MN,Z,3)

QWA2(M)=SOMT(AS,R,M1,Z,3)

QWA3(M)=SOMT(AS,R,N1,Z,3)

PWA1(M)=SOMT(AS,R,MN,Z,4)

PWA2(M)=SOMT(AS,R,M1,Z,4)

180 PWA3(M)=SOMT(AS,R,N1,Z,4)

DO 190 I=1,N

WRITE(3,14) I

14 FORMAT(/,10X,'ESFORÇOS E CARGA NA PAREDE',12//12X,

*'Z',10X,'MW',15X,'QW',15X,'PW'//)

DO 190 M=1,15

IF(M-5)61,61,71

61 Z=0.02*(M-1)*L

GO TO 280

71 Z=0.1*(M-5)*L

280 MW(M)=JW(I)*(AW(I)*MWA1(M)+BW(I)*MWA2(M)+

*CW(I)*MWA3(M))

QW(M)=JW(I)*(AW(I)*QWA1(M)+BW(I)*QWA2(M)+

*CW(I)*QWA3(M))

PW(M)=JW(I)*(AW(I)*PWA1(M)+BW(I)*PWA2(M)+

*CW(I)*PWA3(M))

190 WRITE(3,15) Z,MW(M),QW(M),PW(M)

15 FORMAT(9X,F6.2,3(3X,E14.7)/)

DO 200 M=1,15

IF(M-5)81,81,91

81 Z=0.02*(M-1)*L


```

GO TO 290
91 Z=0.1*(M-5)*L
290 QFA1(M)=A.2+P*U*Z+SOMT(AS,R,MN,Z,1)
QFA2(M)=B.2+P*V*Z+SOMT(AS,R,M1,Z,1)
QFA3(M)=C.2+P*W*Z+SOMT(AS,R,N1,Z,1)
PFA1(M)=P*U+SOMT(AS,R,MN,Z,2)
PFA2(M)=P*V+SOMT(AS,R,M1,Z,2)
PFA3(M)=P*W+SOMT(AS,R,N1,Z,2)
MFA1(M)=A.2*(Z-L)+P*U*((Z**2)-L**2)/2.+
*SOMA(AS,R,MN,Z,L)
MFA2(M)=B.2*(Z-L)+P*V*((Z**2)-L**2)/2.+
*SOMA(AS,R,M1,Z,L)
200 MFA3(M)=C.2*(Z-L)+P*W*((Z**2)-L**2)/2.+
*SOMA(AS,R,N1,Z,L)
DO 210 I=1,MP
WRITE(3,16) I
16 FORMAT(/,10X,'ESFORÇOS E CARGA NO PORTICO',I,2//
*12X,'Z',10X,'MF',15X,'QF',15X,'15X','PF'//)
DO 210 M=1,15
IF(M-5)101,101,111
101 Z=0.02*(M-1)*L
GO TO 300
111 Z=0.1*(M-5)*L
300 MF(M)=-SF(I)*(AF(I)*MFA1(M)+BF(I)*MFA2(M)+
*CF(I)*MFA3(M))
QF(M)=-SF(I)*(AF(I)*QFA1(M)+BF(I)*QFA2(M)+
*CF(I)*QFA3(M))
PF(M)=-SF(I)*(AF(I)*PFA1(M)+BF(I)*PFA2(M)+
*CF(I)*PFA3(M))
210 WRITE(3,17) Z,MP(M),QF(M),PF(M)
17 FORMAT(9X,F6.2,3(3X,E14.7)//)
WRITE(3,18)
18 FORMAT(/,10X,'MOMENTOS DE INTERAÇÃO ENTRE AS PAREDES E CARGAS NO
* TOPO')
WRITE(3,19)
19 FORMAT(/,10X,'PAREDE',9X,'MI',15X,'P'//)
MFA1=A.2+SOM(AS,R,MN,1)

```

```

MIA 2=B 2+SOM(AS, R, M1, 1)
MIA 3=C 2+SOM(AS, R, N1, 1)
MIA 4=P*U+SOM(AS, R, M1, 2)
MIA 5=V+SOM(AS, R, M1, 2)
MIA 6=W+SOM(AS, R, N1, 2)
FIA 1=SOM(AS, R, M1, L, 3)
FIA 2=SOM(AS, R, M1, L, 3)
FIA 3=SOM(AS, R, N1, L, 3)
DO 220 I=1, N
MI=CV(I)*AW(I)*MIA+BW(I)*MIA2+CW(I)*MIA3
*-JV(I)*AW(I)*MIA4+BW(I)*MIA5+CW(I)*MIA6
FJ=-JW(I)*AW(I)*FIA+BW(I)*FIA2+CW(I)*FIA3
220 WRITE(3, 22) I, MI, FJ
22 FORMAT(10X, I3, 5X, E14.7, 3X, E14.7//)
WRITE(3, 23)
23 FORMAT(10X, 'CARGA CONCENTRADA NOS PORTICOS'//10X,
*'PORTICO', 9X, 'F'//)
FIA 1=A 2+P*U*L+SOMT(AS, R, M1, L, 1)
FIA 2=B 2+P*V*L+SOMT(AS, R, M1, L, 1)
FIA 3=C 2+P*W*L+SOMT(AS, R, N1, L, 1)
DO 230 I=1, MP
FJ=SF(I)*AF(I)*FIA+BF(I)*FIA2+CF(I)*
*FIA3
230 WRITE(3, 24) I, FJ
24 FORMAT(10X, I4, 4X, E14.7//)
GO TO 31
21 CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 3674 PROGRAM 4036

END OF COMPILATION

// XEQ

PAREDES COM ENGASTAMENTO ELASTICO E PORTICOS

ASSOCIAÇÃO CONTINUA

CARGA CONCENTRADA NO TOPO E UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

COEFICIENTES DA EQUAÇÃO CARACTERISTICA

0.1000000E 01-0.7948753E 01 0.3671646E 01-0.7016865E-02

RAIZES DA EQUAÇÃO

0.1919066E-02 0.0000000E 00

0.4903655E 00-0.3105707E-10

0.7456468E 01 0.2034816E-11

Z	UB	VB	WB
0.00	-0.3637978E-11	0.2910383E-10	0.1818989E-11
0.99	-0.1776268E-03	0.2416412E-02	0.7118472E-04
1.99	-0.3573551E-03	0.4841045E-02	0.1438548E-03
3.00	-0.5397822E-03	0.7270683E-02	0.2180071E-03
3.99	-0.7250227E-03	0.9702288E-02	0.2934912E-03
5.00	-0.9129508E-03	0.1213298E-01	0.3701536E-03
10.00	-0.1883683E-02	0.2418336E-01	0.7662806E-03
15.00	-0.2881484E-02	0.3586704E-01	0.1173149E-02
20.00	-0.3879654E-02	0.4698399E-01	0.1579847E-02
25.00	-0.4861292E-02	0.5740861E-01	0.1979521E-02
30.00	-0.5818691E-02	0.6708365E-01	0.2369047E-02
35.00	-0.6752977E-02	0.7601745E-01	0.2748881E-02
40.00	-0.7674168E-02	0.8428438E-01	0.3123080E-02
45.00	-0.8602036E-02	0.9202836E-01	0.3499501E-02
50.00	-0.9579308E-02	0.9946981E-01	0.3890293E-02

DESLOCAMENTOS DA PAREDE 1

Z	UW
0.00	0.2910383E-10
0.99	0.2416412E-02
1.99	0.4841045E-02
3.00	0.7270683E-02
3.99	0.9702288E-02
5.00	0.1213298E-01
10.00	0.2418336E-01
15.00	0.3586704E-01
20.00	0.4698399E-01

25.00	0.5740861E-01
30.00	0.6708365E-01
35.00	0.7601745E-01
40.00	0.8428438E-01
45.00	0.9202836E-01
50.00	0.9946981E-01

DESLOCAMENTOS DA PAREDE 2

Z	UW
0.00	-0.8262528E-11
0.99	-0.3586049E-03
1.99	-0.7230878E-03
3.00	-0.1094037E-02
3.99	-0.1471186E-02
5.00	-0.1854019E-02
10.00	-0.3831854E-02
15.00	-0.5864066E-02
20.00	-0.7896215E-02
25.00	-0.9893874E-02
30.00	-0.1184169E-01
35.00	-0.1374165E-01
40.00	-0.1561420E-01
45.00	-0.1749907E-01
50.00	-0.1946988E-01

DESLOCAMENTOS DA PAREDE 3

Z	UW
0.00	0.9927365E-11
0.99	0.3532422E-03
1.99	0.7154606E-03
3.00	0.1086033E-02
3.99	0.1463725E-02
5.00	0.1847516E-02
10.00	0.3830951E-02
15.00	0.5867425E-02
20.00	0.7902259E-02
25.00	0.9901242E-02

30.00	0.1184878E-01
35.00	0.1374715E-01
40.00	0.1561660E-01
45.00	0.1749594E-01
50.00	0.1943305E-01

DESLOCAMENTOS DO PORTICO 1

Z	UF
0.00	0.1091393E-10
0.99	0.1704564E-02
1.99	0.3402496E-02
3.00	0.5090612E-02
3.99	0.6767375E-02
5.00	0.8431452E-02
10.00	0.1652055E-01
15.00	0.2413554E-01
20.00	0.3118551E-01
25.00	0.3761339E-01
30.00	0.4339317E-01
35.00	0.4852863E-01
40.00	0.5305357E-01
45.00	0.5703334E-01
50.00	0.6056687E-01

DESLOCAMENTOS DO PORTICO 2

Z	UF
0.00	-0.7275957E-11
0.99	0.9927177E-03
1.99	0.1963948E-02
3.00	0.2910540E-02
3.99	0.3832463E-02
5.00	0.4729915E-02
10.00	0.8857751E-02
15.00	0.1240405E-01
20.00	0.1538704E-01
25.00	0.1781817E-01
30.00	0.1970269E-01

35.00	0.2103981E-01
40.00	0.2182277E-01
45.00	0.2203833E-01
50.00	0.2166393E-01

DESLOCAMENTOS DO PORTICO 3

Z	UF
0.00	0.9927365E-11
0.99	0.3532422E-03
1.99	0.7154606E-03
3.00	0.1086033E-02
3.99	0.1463725E-02
5.00	0.1847516E-02
10.00	0.3830951E-02
15.00	0.5867425E-02
20.00	0.7902259E-02
25.00	0.9901242E-02
30.00	0.1184878E-01
35.00	0.1374715E-01
40.00	0.1561660E-01
45.00	0.1749594E-01
50.00	0.1943305E-01

DESLOCAMENTOS DO PORTICO 4

Z	UF
0.00	-0.8262528E-11
0.99	-0.3586049E-03
1.99	-0.7230878E-03
3.00	-0.1094037E-02
3.99	-0.1471186E-02
5.00	-0.1854019E-02
10.00	-0.3831854E-02
15.00	-0.5864066E-02
20.00	-0.7896215E-02
25.00	-0.9893974E-02
30.00	-0.1184169E-01
35.00	-0.1374165E-01

40.00 -0.1561420E-01
45.00 -0.1749907E-01
50.00 -0.1946988E-01

ESFORÇOS E CARGA NA PAREDE 1

Z	MW	QW	PW
0.00	0.6510188E-02	0.2000081E-02	0.2381702E-03
0.99	0.4594145E-02	0.1851225E-02	0.1098318E-03
1.99	0.2794864E-02	0.1749245E-02	0.9752088E-04
3.00	0.1093600E-02	0.1653973E-02	0.9331478E-04
3.99	-0.5142868E-03	0.1562355E-02	0.8998712E-04
5.00	-0.2032162E-02	0.1473898E-02	0.8696874E-04
10.00	-0.8370012E-02	0.1071438E-02	0.7470711E-04
15.00	-0.1283258E-01	0.7207246E-03	0.6614015E-04
20.00	-0.1563503E-01	0.4047317E-03	0.6076198E-04
25.00	-0.1691234E-01	0.1082343E-03	0.5831073E-04
30.00	-0.1672605E-01	-0.1830494E-03	0.5866824E-04
35.00	-0.1506717E-01	-0.4831503E-03	0.6185157E-04
40.00	-0.1185583E-01	-0.8065168E-03	0.6800922E-04
45.00	-0.6937648E-02	-0.1168495E-02	0.7727709E-04
50.00	-0.8659646E-04	-0.1578913E-02	0.8477297E-04

ESFORÇOS E CARGA NA PAREDE 2

Z	MW	QW	PW
0.00	-0.1497688E-04	0.1013481E-03	0.2471091E-03
0.99	-0.5404604E-04	0.1027487E-04	0.2344624E-04
1.99	-0.5735413E-04	-0.8343041E-06	0.4985349E-05
3.00	-0.5471470E-04	-0.3942798E-05	0.1860453E-05
3.99	-0.5007293E-04	-0.5151300E-05	0.7086132E-06
5.00	-0.4467403E-04	-0.5557274E-05	0.1683377E-06
10.00	-0.1852233E-04	-0.4578820E-05	-0.3045550E-06
15.00	0.6134474E-06	-0.3095023E-05	-0.2835990E-06
20.00	0.1264981E-04	-0.1738422E-05	-0.2609760E-06
25.00	0.1813621E-04	-0.4648972E-06	-0.2504623E-06
30.00	0.1733598E-04	0.7862885E-06	-0.2520232E-06
35.00	0.1020894E-04	0.2076489E-05	-0.2665214E-06
40.00	-0.3640522E-05	0.3504500E-05	-0.3203197E-06
45.00	-0.2661495E-04	0.6354354E-05	-0.1266999E-05

50.00 -0.1173652E-03 0.5105932E-04 -0.3136987E-04

ESFORÇOS E CARGA NA PAREDE 3

Z	MW	QW	PW
0.00	0.5249545E-05	-0.8174475E-04	-0.2469672E-03
0.99	0.2844507E-04	0.6089203E-06	-0.1355956E-04
1.99	0.2505043E-04	0.4116505E-05	0.4392320E-06
3.00	0.2129527E-04	0.3359278E-05	0.7468500E-06
3.99	0.1825945E-04	0.2760091E-05	0.4646651E-06
5.00	0.1569872E-04	0.2389595E-05	0.2943519E-06
10.00	0.6121344E-05	0.1570228E-05	0.1140418E-06
15.00	-0.3986183E-06	0.1051603E-05	0.9663714E-07
20.00	-0.4487097E-05	0.5904248E-06	0.8864352E-07
25.00	-0.6350436E-05	0.1578916E-06	0.8506297E-07
30.00	-0.6078689E-05	-0.2670191E-06	0.8557665E-07
35.00	-0.3659265E-05	-0.7044382E-06	0.8996496E-07
40.00	0.1008137E-05	-0.1164063E-05	0.9047557E-07
45.00	0.7609840E-05	-0.1290943E-05	-0.1769285E-06
50.00	-0.1392106E-05	0.1141263E-04	-0.9481070E-05

ESFORÇOS E CARGA NO PORTICO 1

Z	MF		
0.00	0.1792779E 00	0.5045671E-02	-0.2419376E-04
0.99	0.1742232E 00	0.5038384E-02	0.2196159E-04
1.99	0.1692065E 00	0.5012205E-02	0.2923541E-04
3.00	0.1642097E 00	0.4980707E-02	0.3363491E-04
3.99	0.1592465E 00	0.4945077E-02	0.3757708E-04
5.00	0.1543208E 00	0.4905640E-02	0.4125756E-04
10.00	0.1303771E 00	0.4659165E-02	0.5651146E-04
15.00	0.1078367E 00	0.4348057E-02	0.6722974E-04
20.00	0.8696882E-01	0.3993503E-02	0.7396010E-04
25.00	0.6794230E-01	0.3614551E-02	0.7702769E-04
30.00	0.5083416E-01	0.3229075E-02	0.7658029E-04
35.00	0.3563318E-01	0.2854633E-02	0.7259640E-04
40.00	0.2223937E-01	0.2509313E-02	0.6488577E-04
45.00	0.1045925E-01	0.2212530E-02	0.5313111E-04
50.00	0.0000000E 00	0.1983553E-02	0.3856158E-04

ESFORÇOS E CARGA NO PORTICO 2

Z	MF	QF	PF
0.00	0.6412525E-01	0.2954247E-02	-0.1397653E-04
0.99	0.6118681E-01	0.2910389E-02	0.6820652E-04
1.99	0.5831197E-01	0.2838549E-02	0.7324369E-04
3.00	0.5551005E-01	0.2765318E-02	0.7305029E-04
3.99	0.5278116E-01	0.2692566E-02	0.7243579E-04
5.00	0.5012470E-01	0.2620461E-02	0.7177369E-04
10.00	0.3790631E-01	0.2269396E-02	0.6878142E-04
15.00	0.2740925E-01	0.1931217E-02	0.6663009E-04
20.00	0.1857961E-01	0.1601765E-02	0.6527790E-04
25.00	0.1138344E-01	0.1277214E-02	0.6466156E-04
30.00	0.5805289E-02	0.9539743E-03	0.6475146E-04
35.00	0.1847394E-02	0.6285171E-03	0.6555201E-04
40.00	-0.4701397E-03	0.2972036E-03	0.6710500E-04
45.00	-0.1108200E-02	-0.4403522E-04	0.6959179E-04
50.00	0.0000000E 00	-0.4046400E-03	0.7666544E-04

ESFORÇOS E CARGA NO PORTICO 3

Z	MF	QF	PF
0.00	0.5752183E-01	0.1035910E-02	-0.5179551E-05
0.99	0.5647623E-01	0.1058555E-02	-0.2806580E-04
1.99	0.5540407E-01	0.1085187E-02	-0.2471642E-04
3.00	0.5430717E-01	0.1107986E-02	-0.2101134E-04
3.99	0.5318920E-01	0.1127450E-02	-0.1801599E-04
5.00	0.5205318E-01	0.1144173E-02	-0.1548940E-04
10.00	0.4618221E-01	0.1196388E-02	-0.6039726E-05
15.00	0.4015425E-01	0.1209441E-02	0.3933034E-06
20.00	0.3413114E-01	0.1196442E-02	0.4427269E-05
25.00	0.2821415E-01	0.1168822E-02	0.6265764E-05
30.00	0.2244943E-01	0.1137290E-02	0.5997640E-05
35.00	0.1683024E-01	0.1112371E-02	0.3610475E-05
40.00	0.1129669E-01	0.1104884E-02	-0.9946952E-06
45.00	0.5733850E-02	0.1125751E-02	-0.7508376E-05
50.00	0.0000000E 00	0.1162860E-02	0.1373545E-05

ESFORÇOS E CARGA NO PORTICO 4

Z	MF	QF	PF
0.00	-0.5763086E-01	-0.1055513E-02	0.5037679E-05
0.99	-0.5656939E-01	-0.1069439E-02	0.1817912E-04
1.99	-0.5549052E-01	-0.1088469E-02	0.1929184E-04
3.00	-0.5439251E-01	-0.1107402E-02	0.1840403E-04
3.99	-0.5327615E-01	-0.1125059E-02	0.1684271E-04
5.00	-0.5214296E-01	-0.1141005E-02	0.1502671E-04
10.00	-0.4628857E-01	-0.1193379E-02	0.6230239E-05
15.00	-0.4027322E-01	-0.1207398E-02	-0.2063414E-06
20.00	-0.3425806E-01	-0.1195294E-02	-0.4254936E-05
25.00	-0.2834469E-01	-0.1168515E-02	-0.6100364E-05
30.00	-0.2257944E-01	-0.1137810E-02	-0.5831194E-05
35.00	-0.1695555E-01	-0.1113744E-02	-0.3433918E-05
40.00	-0.1141281E-01	-0.1107224E-02	0.1224539E-05
45.00	-0.5833602E-02	-0.1130814E-02	0.8952304E-05
50.00	0.0000000E 00	-0.1225332E-02	0.3947740E-04

MOMENTOS DE INTERAÇÃO ENTRE AS PAREDES E CARGAS NO TOPO

PAREDE	MI	F
1	-0.5093170E-10	-0.1578913E-02
2	0.5684341E-13	0.5105932E-04
3	0.2380318E-12	0.1141263E-04

CARGA CONCENTRADA NOS PORTICOS

PORTICO	F
1	0.1983553E-02
2	-0.4046400E-03
3	0.1162860E-02
4	-0.1225332E-02

7- CONCLUSÃO

No problema de associação de paredes e pórticos em estruturas de edifícios elevados sujeitos a cargas horizontais a consideração do engastamento elástico das paredes mostra a existência de momentos de interação entre as paredes na base, que compatibilizam as suas rotações de apoio. Depara-se assim com a necessidade de uma estrutura adequada para a transmissão desses esforços.

Por outro lado, a distribuição dos esforços totais entre pórticos e paredes difere bastante daquela que se obteria se as paredes fossem supostas rigidamente engastadas na base. Por não introduzir dificuldades apreciáveis e se ajustar melhor à natureza do problema a análise da estrutura com as paredes elásticamente engastadas na base deve ser preferida.

8- BIBLIOGRAFIA

- 1 - STAMATO, M.C. - Associação contínua de painéis de contraventamento - EESC, publ. nº 157, 1971, pp. 1-72.
- 2 - STAMATO, M.C. - Distribuição das cargas do vento entre os painéis de contraventamento - EESC, 1966, pp. 18-20.
- 3 - ROSMAN, R. - Laterally loaded systems consisting of walls and frames, in "Symposium on Tall Buildings (Dept. Civ. Engng. Univ. Southampton, Abr/1966), Pergamon Press, Londres, 1967, pp. 273-289.
- 4 - FERRY BORGES, J. RAVARA, A. - Estudo do comportamento de estruturas de edifícios elevados sob a ação de forças horizontais. 2^{as} Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil, R. Janeiro-S.Paulo, Ago/1967, pp. 1-30.
- 5 - BARKAN, D. - Dynamics of bases and foundations, Mc. Graw-Hill Inc., 1962.

ÍNDICE

	pg.
RESUMO	1
1- PAINÉIS	
1.1- Paredes com Engastamento Elástico	1
1.2- Pórticos	4
2- PAREDE COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO E PÓRTICO ASSOCIADOS EM SÉRIE	
2.1- Associação em Série de Parede e Pórtico	6
2.2- Exemplo Numérico	11
3- PAREDES COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO ASSOCIADAS EM SÉRIE	
3.1- Paredes associadas em Série	19
3.2- Tratamento adimensional do problema da associação em série de paredes com engastamento elástico	22
3.3- Exemplo Numérico	24
4- ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES COM ENGASTAMENTO ELÁSTICO	
4.1- Primeira Solução	26
4.2- Segunda Solução	34
4.3- Fundações "proporcionais" às paredes	39
5- ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAREDES E PÓRTICOS	
5.1- Hipóteses e Convenções	40
5.2- Equações Gerais	42
5.3- Sistemas não Degenerados	45
5.4- Fundações "proporcionais" as paredes	54
5.5- Sistemas Degenerados	55
5.6- Exemplo de Caso Degenerado	56
5.7- Exemplo de Caso não Degenerado	69
6- PROGRAMAS FORTRAN PARA O COMPUTADOR IBM-1130	
6.1- Programa para Associação em Série de Pórtico e Parede com Engastamento Elástico com Carga Uniformemente distribuída	75
6.2- Programa para Associação Contínua Tridimensional de Pórticos e Paredes com Engastamento Elástico	80
7- CONCLUSÃO	104
8- BIBLIOGRAFIA	104