

CONTRIBUIÇÃO AO EMPREGO DOS
ELEMENTOS FINITOS EM ELASTICIDADE PLANA

ENGº WALTER SAVASSI

Tese apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos, da
USP, para a obtenção do título de "Doutor-Engenheiro".

Orientador
Prof. Dr. Dante A.O. Martinelli

Comissão Julgadora
Prof. Dante A.O. Martinelli
Prof. Frederico Schiel
Prof. Miguel Carlos Stamato
Prof. Victor M. de Souza Lima
Prof. Paulo Seleguin

São Carlos, outubro de 1972

Agradeço:

Aos meus pais, esposa e filhas, por terem compreen
dido meus afastamentos, de seu agradável convívio, para o
estudo; aos colegas que me ampararam com incentivo; aos fun-
cionários e docentes do SET e CPD que, sempre prontos, comi
go discutiram muitas etapas do trabalho; à FAPESP, pela con
cessão de bolsa, que me permitiu estagiar na Universidade
de Southampton, Inglaterra, onde o presente trabalho foi i-
niciado; aos Prof. Hugh Tottenham e Dr. Carlos A. Brebbia,
daquela Universidade, que contribuíram com diversas suges-
tões e criaram facilidades para a fase inicial do trabalho.

Ao Prof. Dr. Dante A. O. Martinelli que, como ori-
entador, me estimulou e contribuiu com seu benéfico espíri-
to crítico para a composição desta tese.

SUMÁRIO

Neste trabalho apresenta-se:

- a) elemento finito triangular equilibrado para aplicação em problemas de elasticidade linear isotrópica plana, mediante a utilização de função de Airy polinomial completa de quinto grau. É o elemento dual do que tem sido utilizado para a solução de problemas de flexão linear de placas;
- b) aplicações desse elemento a casos simples de solicitação para realçar a aferição dos resultados;
- c) aplicação ao caso da solicitação por protensão de pilar do vertedouro da barragem da Ilha Solteira, comparando resultados com os obtidos em estudo experimental;
- d) listagem completa, detalhadamente comentada, do programa respectivo;
- e) programas para a traçado de gráficos de tensões ou deformações principais pelo PLOTTER IBM-1627 e para a integração de funções de coordenadas homogêneas em domínios de área triangular.

SUMMARY

This work presents:

- a) an equilibrated triangular finite element for application to problems of linear isotropic plane elasticity using a quintic complete polynomial Airy's stress function. It is a dual element of the one which has been in use for solution of elastic plate problems;
- b) applications of that element to simple cases to show the good accuracy of results obtained;
- c) application to the case of the "Ilha Solteira" gravity dam prestressed pier subjected to cable loads, compared with model test results;
- d) complete listing, fully detailed, of the corresponding computer programme;
- e) programme listings for principal stresses or strains plottings by using 1627 IBM-PLOTTER and for integration of homogeneous coordinate functions in triangular areas.

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho foi iniciado durante estágio do autor, como "Visiting Research Fellow", no Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Southampton, Inglaterra.

Meta principal do estágio era a absorção de processos numéricos de cálculo de estruturas laminares, com vistas na paulatina constituição de um grupo de pesquisas nesse domínio, na EESC. Por sugestão do Prof. H. Tottenham e do Dr. C. A. Brebbia, daquela Universidade, e do Prof. D. A. O. Martinelli, orientador do autor na EESC, escolheu-se o método dos elementos finitos.

Dentro desse método, decidiu-se abordar o processo de equilíbrio, formulação até o momento menos desenvolvida em virtude da dificuldade de construção de campos de esforços "a priori" obedientes às condições de equilíbrio. Embora já se tivesse em mira o estudo das cascas, preferiu-se objetivar o estudo desenvolvendo, a princípio, elemento finito adequado à solução de problemas de estado plano de tensões (e de deformações). Com isso, a par da vantagem de não se iniciar o estudo com problemas naturalmente mais complexos como os das cascas, a fase inicial de aprendizado já forneceria, como útil sub-produto, um programa, adaptado às atuais possibilidades de computação da EESC, para a solução de problemas que, sem dúvida, viriam a merecer a atenção do Departamento de Estruturas, como já acontecera. Nesse senti

IV

do, o autor encontrou motivação também no fato de ter tido a oportunidade de realizar estudos experimentais no Laboratório de Estruturas (LE) da EESC, versando sobre a determinação de tensões em modelo reduzido de pilar de vertedouro de barragens de gravidade (JAGUARA, B1; ILHA SOLTEIRA, B2) (*). Nesses estudos experimentais algumas das solicitações simétricas, como efeito da protensão e comportas fechadas em ambos os lados do pilar, podem ser tratadas, aproximadamente, como problemas de estado plano de tensões.

No fim do estágio na Inglaterra o programa incorporado a este trabalho já estava praticamente elaborado. Após o regresso, todavia, dificuldades devidas à configuração do equipamento de processamento de dados existentes na EESC - IBM-1130, na época com 16K de memória central e uma unidade de disco magnético relocável com 512.000 palavras - impediram, temporariamente, a continuação do trabalho. Somente em julho de 1971, com a ampliação para 32K, o equipamento tornou-se razoavelmente apto a permitir a retomada do presente estudo.

Feita esta introdução define-se a seguir o que se pretende com o presente trabalho:

a) apresentar elemento finito segundo o processo dos esforços (elemento finito equilibrado) para a solução de problemas de estado plano de tensões. Esse elemento, triangular, caracteriza-se pela adoção de função de tensão (de Airy) constituída por polinômio algébrico completo de quin-

(*) A Bibliografia será citada com números precedidos de B.

to grau; é o elemento dual do que foi utilizado por ARGYRIS, (B3), BOSSHARD (B4), BELL (B5) e outros para a solução de problemas de flexão de placas;

b) aplicar esse elemento a casos simples de solicitação, para aferição da qualidade dos resultados;

c) aplicar o elemento ao caso da solicitação por protensão do pilar do vertedouro da barragem de Ilha Solteira, comparando resultados com os obtidos em estudo experimental já mencionado;

d) apresentar, além do primeiro programa escrito nesta Escola para a utilização do método dos elementos finititos em problemas estáticos, algumas sugestões para futuros estudos, dentro de uma série que ocorreram ao autor durante a execução deste trabalho;

São Carlos, agosto de 1972

NOTAÇÃO

Em princípio, as variáveis, matrizes e outras grandezas a utilizar serão definidas ou identificadas ao aparecerem pela primeira vez no texto. É prática razoável que tem sido bastante utilizada em diversos textos recentes. Portanto, não serão repetidas aqui no início, inclusive por ter sido adotada, tanto quanto possível, a notação comumente empregada para certas grandezas em textos clássicos conhecidos.

Resta definir alguns símbolos tais como:

- [] - matriz quadrada;
- [] - matriz retangular;
- t - como expoente indicará transposta da matriz base;
- B** - letras em negrito, minúsculas ou maiúsculas serão utilizadas para indicar matrizes;
- [+ +] - partição em matriz;

VII
ÍNDICE

| | |
|---|-----|
| - AGRADECIMENTOS | I |
| - SUMÁRIO | II |
| - APRESENTAÇÃO | III |
| - NOTAÇÃO | VI |
| | |
| 1. ELEMENTO FINITO EQUILIBRADO "FORCE" PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTADO PLANO DE TENSÕES (DEFORMAÇÕES) . . | 1 |
| 1.1 - Introdução | 1 |
| 1.2 - Elasticidade bidimensional; chapas; conceitos gerais | 9 |
| 1.3 - Elementos finitos | 12 |
| 1.4 - O problema das chapas (placas) segundo o método dos elementos finitos; processo dos esforços - (processo dos deslocamentos) | 12 |
| 1.5 - Condições de contorno | 14 |
| 1.6 - Matriz de Flexibilidade | 22 |
| 1.7 - O elemento finito FORCEG | 25 |
| 1.8 - Integração das funções utilizadas | 28 |
| 1.9 - Transformação do elemento FORCEG para FORCE . . | 36 |
| 1.10 - Expressões explícitas para o cálculo dos coeficientes da matriz F_q | 53 |
| | |
| 2. <u>PROGRAMAÇÃO EM FORTRAN</u> | 59 |
| 2.1 - Introdução | 59 |
| 2.2 - Variáveis e matrizes mais importantes do programa | 62 |
| 2.3 - Estruturação do conjunto de programas e as limitações impostas pela configuração do sistema de processamento | 65 |
| 2.4 - Os programas e suas etapas | 70 |
| 2.4.1 - Programa UM | 70 |
| 2.4.2 - Programa ZERO | 71 |
| 2.4.3 - Programa DOIS | 78 |
| 2.4.4 - Programa TRES | 91 |

VIII

| | | |
|------|--|-----|
| 3. | <u>TESTES DE AFERIÇÃO DO ELEMENTO FINITO FORCE</u> | 100 |
| 3.1 | - Introdução | 100 |
| 3.2 | - Retângulo elástico com divisão regular em 8 elementos finitos, de espessura constante e lados inclinados em relação ao sistema de referência geral X,Y | 102 |
| 3.3 | - Retângulo elástico com divisão regular em 8 elementos finitos, de espessura constante, com lados paralelos ao sistema global de coordenadas. | 103 |
| 3.4 | - Retângulo elástico, com divisão regular em 32 elementos finitos de espessura constante | 103 |
| 3.5 | - Retângulo elástico, com divisão regular em 128 elementos finitos de espessura constante | 120 |
| 3.6 | - Retângulo elástico com divisão regular em 16 elementos finitos de espessura constante | 120 |
| 3.7 | - Retângulo elástico, com divisão irregular em 18 elementos de espessura constante | 121 |
| 3.8 | - Retângulo elástico com divisão regular em 32 elementos finitos e variação descontínua de espessura | 131 |
| 3.9 | - Viga parede | 132 |
| 3.10 | - Viga em balanço, perfeitamente engastada | 132 |
| 3.11 | - Ilha Solteira | 134 |
| 4. | <u>CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES</u> | 163 |
| 5. | <u>LISTAGEM DO PROGRAMA FORTRAN "FORCE"</u> | 168 |
| 6. | <u>BIBLIOGRAFIA</u> | 192 |
| 7. | <u>ANEXOS</u> | 194 |
| 7.1 | - Anexo 1 - Programa para cálculo de integrais do tipo (1.8.14) em domínios triangulares do plano x,y | 194 |
| 7.2 | - Anexo 2 - Programa para representação gráfica das tensões (deformações) principais | 200 |

1. ELEMENTO FINITO EQUILIBRADO "FORCE" PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTADO PLANO DE TENSÕES (DE DEFORMAÇÕES)

1.1 - Introdução

O método dos elementos finitos tem merecido, desde sua proposição em 1954-56 (ARGYRIS, B6; TURNER, CLOUGH, MARTIN, TOPP, B7), enorme dedicação de crescente número de pesquisadores de diversas áreas da Engenharia ou da Matemática Aplicada.

Objeto inicialmente de artigos em revistas tradicionais, atingiu rapidamente tal proeminência que logo surgiram os primeiros livros de texto especialmente dedicados ao assunto, como o de ZIENKIEWICZ (B8) em 1967 e o de HOLLAND e BELL (B9) em 1969. A crescente aplicação do método aos mais variados campos logo chegou a tornar incompletos alguns desses textos, exigindo reedições ampliadas como a de ZIENKIEWICZ em 1971 (B10), e provocando o aparecimento de novos periódicos, quase que exclusivamente voltados para a divulgação de novas idéias e aplicações sobre o assunto (B11, B12).

Principalmente nos mais importantes centros de pesquisa, formaram-se equipes numerosas e muito ativas que têm produzido uma verdadeira torrente de novos elementos finitos. Como consequência, torna-se difícil, para certos pesquisadores, sem condições de trabalho em equipe, acompanhar completamente as evoluções em torno do método, quer visando comprovar a originalidade de idéias, quer para fins meramen

te informativos. Este fato, aliado à exigência de dispêndio muito grande de tempo na elaboração de longos programas automáticos e a necessidade de equipamento eletrônico de processamento de dados com configurações e disponibilidades de memórias interna e auxiliar muitas vezes além das disponíveis, nos centros de pesquisa e ensino do nosso país, têm dificultado a assimilação, aplicação ou mesmo o desenvolvimento de novos elementos.

As informações que se apresenta no decorrer deste trabalho poderão dar indicação mais objetiva a respeito desse problema, aqui apenas esboçado. Imediatamente, porém, pode-se recomendar aos que pretendam desenvolver programas sobre o método dos elementos finitos, que o façam procurando trabalhar em equipe, para que o esforço investido possa produzir frutos mais imediatos.

Nota-se, nas publicações mencionadas, que o processo dos deslocamentos tem sido extensamente utilizado, ao passo que menor trabalho foi dedicado ao processo dos esforços. A maioria dos autores procura obter tensões a partir do estado de deformações, correspondente à solução do problema em termos de deslocamentos. Como se sabe, pode-se chegar à obtenção desse estado de deslocamentos (solução do problema) através da minimização do funcional correspondente à energia potencial total da estrutura que, obviamente, deverá estar expressa em termos dos deslocamentos procurados. O que se exige, para ser breve, do campo de deslocamentos escolhido é que estes obedeçam às condições de compati-

bilidade, no interior dos elementos e nas suas interfaces. As tensões obtidas com a aplicação das relações tensão-deformação, para grande parte dos elementos existentes, representam soluções bastante razoáveis em relação à soluções exatas conhecidas.

Todavia, fixando-se no aspecto prático dos problemas de engenharia, é também conveniente dirigir as pesquisas no sentido da obtenção de algoritmos de cálculo que, para a obtenção dos resultados, exijam o menor esforço possível, tanto em termos de trabalho rotineiro de escritório com equipamento de cálculo rudimentar, como em termos de computação eletrônica.

Ocorre, porém, que ao discretizar uma estrutura e resolvê-la com o processo dos deslocamentos obtêm-se respostas que podem superestimar a sua capacidade de suportar cargas. Pode-se, em muitos casos, estar trabalhando com segurança comprometida, a não ser que, ao discretizar, sempre se considere o maior número possível de graus de liberdade (malhas constituídas por muitos elementos) a fim de se procurar assegurar maior aproximação em relação à resposta real do problema.

Em alguns casos especiais é possível demonstrar que os deslocamentos obtidos com o processo aproximado são menores do que os que corresponderiam à resposta exata. De fato, considere-se o caso particular de uma estrutura isenta de tensões intrínsecas. Solicitando-se essa estrutura até o valor final com carregamento linearmente crescente, o

trabalho W realizado pelas cargas externas deve igualar, pelo princípio da conservação da energia, a energia U de deformação elástica. Sendo V o potencial das cargas externas, ou, particularmente, para o caso de cargas concentradas P_i ,

$$V = - \sum P_i u_i ,$$

o trabalho de tais cargas será

$$W = \sum \frac{1}{2} P_i u_i = - \frac{1}{2} V .$$

Então

$$U = - \frac{1}{2} V .$$

Sendo a energia potencial de deformação elástica total

$$\pi_p = U + V ,$$

ter-se-á

$$\pi_p = U - 2U = -U = \frac{1}{2} V .$$

Mas, como a verdadeira solução do problema, em função dos deslocamentos, corresponde ao mínimo valor de π_p , a solução aproximada fornecerá:

$$\pi_{p, \text{aprox.}} \geq \pi_p \quad \text{ou}$$

$$-U_{\text{aprox.}} \geq -U \quad \text{ou}$$

$$U_{\text{aprox.}} \leq U .$$

Particularizando-se, para o caso de uma única carga concentrada P , ter-se-á

$$U_{\text{aprox.}} = - \frac{1}{2} V_{\text{aprox.}} = \frac{1}{2} P u_{\text{aprox.}} \leq$$

$$\leq \frac{1}{2} P u = - \frac{1}{2} V = U ,$$

ou seja:

$$u_{\text{aprox.}} \leq u .$$

Diante das deduções anteriores diz-se que a solução aproximada forneceu um limite inferior para os deslocamentos procurados. Vê-se, então, que os deslocamentos obtidos com a solução aproximada serão menores do que os reais. A partir desses deslocamentos obter-se-ão valores otimistas das tensões.

Para as aplicações pode também haver interesse em exprimir essa conclusão em termos dos coeficientes de rigidez (flexibilidade).

Se a energia complementar de deformação elástica Ω fôr uma função completa em relação às cargas atuantes sobre a estrutura (TOTTENHAM, BREBBIA, B13, p.17) ter-se-á

$$\delta \Omega = \sum \frac{\partial \Omega}{\partial P_j} \delta P_j , \quad (1.1.1)$$

onde P_j são cargas generalizadas. Note-se que não estão sendo consideradas deformações ou tensões intrínsecas pois neste caso (1.1.1) deveria conter termos adicionais.

Supondo-se cargas independentes umas das outras, o teorema de Castigliano fornece:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial P_j} = u_j$$

Com as definições usuais de coeficientes de rigidez K_{jj} e de flexibilidade F_{jj} ter-se-á:

$$P_j = K_{jj} u_j ,$$

$$u_j = F_{jj} P_j .$$

Para corpo linearmente elástico:

$$a) \quad \frac{\partial \Omega}{\partial P_j} = u_j = F_{jj} P_j$$

que, com (1.1.1) fornece

$$\delta \Omega = \sum \left(\frac{\partial \Omega}{\partial P_j} \right) \delta P_j = \sum u_j \delta P_j = \sum F_{jj} P_j \delta P_j \quad \text{ou}$$

$$\Omega = \sum \frac{1}{2} F_{jj} P_j^2 = \sum \frac{1}{2} u_j P_j = \sum \frac{1}{2} K_{jj} u_j^2 .$$

b) $U = \Omega$, portanto:

$$\pi_p = -U = -\frac{1}{2} V = -\sum \frac{1}{2} K_{jj} u_j^2 = -\sum \frac{1}{2} F_{jj} P_j^2$$

$$\pi_c = \Omega = \sum \frac{1}{2} F_{jj} P_j^2$$

onde π_c é a energia potencial complementar total.

(Obviamente estão sendo consideradas estruturas suportadas por vínculos rígidos). Considerando-se o efeito de uma carga particular:

$$F_{jj, \text{aprox}} = \frac{-2\pi p_{\text{aprox}}}{P_j^2} \leq \frac{-2\pi p}{P_j^2} = F_{jj}$$

ou seja a flexibilidade associada à solução aproximada é menor do que aquela associada à solução exata (flexibilidade menor \equiv rigidez maior).

Para soluções via energia potencial complementar total

$$\pi_{c, \text{aprox}} \geq \pi_c, \quad \text{ou}$$

$$\pi_{c, \text{aprox}} = \frac{1}{2} F_{jj, \text{aprox}} P_j^2 \geq \frac{1}{2} F_{jj} P_j^2 = \pi_c, \quad \text{ou}$$

$$F_{jj, \text{aprox}} = \frac{2\pi_{c, \text{aprox}}}{P_j^2} \geq \frac{2\pi_c}{P_j^2} = F_{jj}$$

ou seja, a flexibilidade da estrutura discretizada é maior do que a que corresponde à estrutura contínua (flexibilidade maior \equiv rigidez menor) obtendo-se por isto deslocamentos (tensões) maiores ao trabalhar com minimização da energia complementar de deformação elástica total. Fala-se então em limites superiores para os deslocamentos.

Partindo-se do exposto nos parágrafos anteriores conclue-se que, quando fôr possível provar a existência dos referidos limites superior e inferior, será mais conveniente resolver problemas via processo dos esforços, pois assim procedendo obter-se-ão respostas a favor da segurança, em

termos de tensões ou deslocamentos; pode-se, nesse caso, trabalhar com menor número de elementos, portanto com economia no preparo de dados, no processamento e facilidade de exame interpretativo dos resultados. Em geral, porém, não será possível provar a existência dessa possibilidade de obtenção de limites para deslocamentos, tensões ou coeficientes de rigidez e flexibilidade. Restará apenas a possibilidade de obtenção dos mínimos das energias associadas às soluções aproximadas.

Para saber se o pequeno número de elementos, que estiver sendo utilizado, já proporcionou a obtenção da aproximação desejada, pode-se, em muitos casos, verificar o equilíbrio de certas partes da estrutura, sujeitas à solicitação externa e aos valores de resultantes de tensões obtidas pela aplicação do processo dos esforços.

Talvez seja oportuno lembrar que essas verificações de equilíbrio (e não de compatibilidade) são a regra em engenharia civil, tendo-se em vista as necessárias simplificações introduzidas sobre as estruturas, para que se possa obter modelos mecânicos matematicamente abordáveis. Preocupações mais intensas quanto a verificações de compatibilidade teriam sentido se se pudesse confiar na obtenção de materiais de alta qualidade e em processos construtivos de elevada precisão (BOSSHARD, B14, pp. 179-181). Não sendo isto possível, em muitas estruturas ocorrerão inevitáveis defeitos de compatibilidade, tais como a fluência plástica, fissuras, falta de ajustamento em ligações, etc.,

que colocarão em dúvida a adequação da solução baseada nos mais requintados campos contínuos de deslocamentos e suas derivadas.

Então, também por esses motivos, adotou-se o processo dos esforços para a abordagem do problema das chapas. Como observação final recorda-se que, muito embora o autor passe a fazer referência apenas aos problemas de estado plano de tensões, o desenvolvimento teórico poderá ser rapidamente adaptado para tratar também o caso de estado plano de deformações. No programa para o computador, que figura no capítulo 2, essa adaptação também não foi, ainda, efetuada.

1.2 - Elasticidade bidimensional; chapas; conceitos gerais

A solução do problema do estado plano de tensões pode ser tentada com a verificação da possibilidade de resolver a equação diferencial de quarta ordem, obtida através do estudo do equilíbrio e da necessária compatibilidade de deformações em um elemento infinitesimal genérico da chapa, equação essa que apresenta a seguinte forma final, após a introdução da chamada função de tensões ou função de Airy $A(x,y)$ (TIMOSHENKO, B15, p. 26; FILONENKO-BORODICH, B16, - pp. 151-162):

$$\frac{\partial^4 A}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 A}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 A}{\partial y^4} = 0 \quad (1.2.1)$$

Como se sabe (eixos cartesianos x, y ; y vertical), na ausência de peso próprio:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = - \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \quad (1.2.2)$$

A mesma equação poderá ser obtida formando-se a expressão da energia potencial complementar de deformação total, que será um funcional das tensões, via função de Airy, a ser minimizado de acordo com o princípio da mínima energia potencial complementar de deformação total (vide 1.4.3) - (DEN HARTOG, B17, pp. 230-234). A equação (1.2.1) será afinal, a expressão da condição necessária para que o funcional das tensões tenha um mínimo (ELSGOLTZ, B18, pp. 297, 319-323).

A verdadeira solução será aquela que verifica a equação (1.2.1) e respeita as condições de contorno (vide também 1.5.2).

É, no entanto, sabido que soluções analíticas para esse tipo de equação são bastante raras.

É possível, porém, resolvê-la aproximadamente com o emprego, por exemplo, do método das diferenças finitas (ANDERMANN, B19).

Outra maneira de abordar o problema do estado plano, assim como muitos outros sujeitos à pesquisa de extremos de funcionais, é aquela que resolve diretamente e de maneira aproximada o funcional em termos da função de tensões; neste caso não se visa obter a equação diferencial, via cálculo variacional, pelos motivos já expostos.

Como se sabe, a solução da equação (1.2.1) corresponde à função que produz um extremo para o funcional correspondente. Então, respeitadas certas condições, conseguindo-se determinar uma sequência de funções que resolvam aproximadamente a equação diferencial, a estas funções deverão corresponder extremos aproximados em relação ao extremo verdadeiro do funcional considerado. Dentre as condições acima mencionadas, destaque-se: a necessidade das funções envolvidas serem admissíveis ou seja, no caso do estado plano (processo dos esforços) por exemplo, tais funções devem ser funções do tipo das de Airy, para respeitar equilíbrio; devem ser contínuas, juntamente com suas derivadas, até o grau exigido pelo cálculo das variações (derivadas contínuas até ordem $n-1$ se o funcional envolver derivadas até a ordem n); devem respeitar as condições de contorno; devem fazer parte ou constituir uma sucessão completa de funções, ou seja, devem poder aproximar qualquer função com o grau de aproximação que se desejar. Exemplos deste tipo de funções são os polinômios algébricos, que têm sido largamente utilizados para o emprego do método dos elementos finitos. Algumas destas exigências visam a obtenção de convergência, em termos de energia, para a resposta correta (ZIENKIEWICZ, B10, p.28; ARANTES E OLIVEIRA, B20).

Diante disto a abordagem do problema se faz diretamente sobre o funcional da energia, nele introduzindo-se funções admissíveis, que conterão coeficientes determináveis mediante a imposição de obter-se um mínimo.

O esboço exposto relaciona-se com o método direto de Ritz, para a solução aproximada de problemas de pesquisa do mínimo de funcionais (ARANTES OLIVEIRA, B20; ZIENKIEWICZ, B10, p. 26).

1.3 - Elementos finitos

De acordo com nomenclatura usual chama-se de elemento finito ao sub-domínio resultante da divisão do domínio que representa uma estrutura contínua. A esse elemento associa-se uma função, escolhida para representar a variação das grandezas pesquisadas.

1.4 - O problema das chapas (placas) segundo o método dos elementos finitos; processo dos esforços (processo dos deslocamentos)

Conforme foi visto em 1.2, trata-se de obter solução aproximada através da minimização do funcional representado pela energia potencial complementar de deformação total.

Considere-se a espessura da chapa como sendo unitária e

$$\pi_c = \frac{1}{2} \int_a \epsilon^t \sigma da - \int_{s_u} u^t p ds \quad (1.4.1)$$

ou

$$\pi_c = \Omega - U_f \quad (1.4.2)$$

onde:

π_c = energia potencial complementar de deformação total;

Ω = energia complementar de deformação;

U_f = potencial complementar das cargas externas;

$\epsilon^t = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_y & \gamma_{xy} \end{bmatrix}$ = deformações;

$\sigma^t = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}$ = resultantes de tensão na espessura;

$u^t = \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix}$ = deslocamentos prescritos no contorno;

$p^t = \begin{bmatrix} p_x & p_y \end{bmatrix}$ = resultantes, na espessura, das cargas externas aplicadas no contorno;

s_u = parte do contorno onde u são prescritos;

a = área de integração.

O princípio da mínima energia potencial complementar de deformação pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\delta \pi_c = \int_a \epsilon^t \delta \sigma da - \int_{s_u} u^t \delta p ds = 0 \quad (1.4.3)$$

(FUNG, B21; PRZEMIENIECKI, B22). A expressão (1.4.3) deve ser interpretada como: "dentre todos os estados de tensão que satisfazem as equações de equilíbrio e condições de contorno em função de tensões, aqueles que satisfazem as equações de compatibilidade, tornam a energia potencial complementar total **m í n i m a**". Outra interpretação possível: "o trabalho complementar virtual realizado por uma variação

virtual de forças e correspondentes tensões que mantenham e equilíbrio e sejam compatíveis com os deslocamentos prescritos (dados) sobre a borda, é nulo". Esta última afirmação é também conhecida como o princípio do trabalho complementar virtual.

Note-se que na expressão U_f , do potencial complementar das cargas externas, estas serão incógnitas se aplicadas em regiões do contorno s_u , onde deslocamentos u forem prescritos. Nas partes do contorno onde cargas forem prescritas o princípio supõe $\delta p = 0$. Além disso, nos casos mais correntes da prática, quando os vínculos são rígidos, $u = 0$ e $U_f = 0$.

Portanto

$$\delta \pi_c = \int_a \epsilon^t \delta \sigma da = 0 \quad (1.4.4)$$

1.5 - Condições de contorno

Quanto às condições de contorno, que serão dadas em termos da função de Airy e suas derivadas, valem as seguintes considerações (FILONENKO-BORODICH, B16, pp. 159-162; WANG, B23, p. 190; ZIENKIEWICZ, B24, pp. 20-24).

Seja a curva SS' , que representa um trecho do contorno s_σ da chapa, referida ao sistema de eixos coordenados OXY , conforme FIG. 1.5.1. O contorno está sendo percorrido no sentido sinistrorso. Sobre o trecho s_σ são prescritas, ou dadas, as cargas.

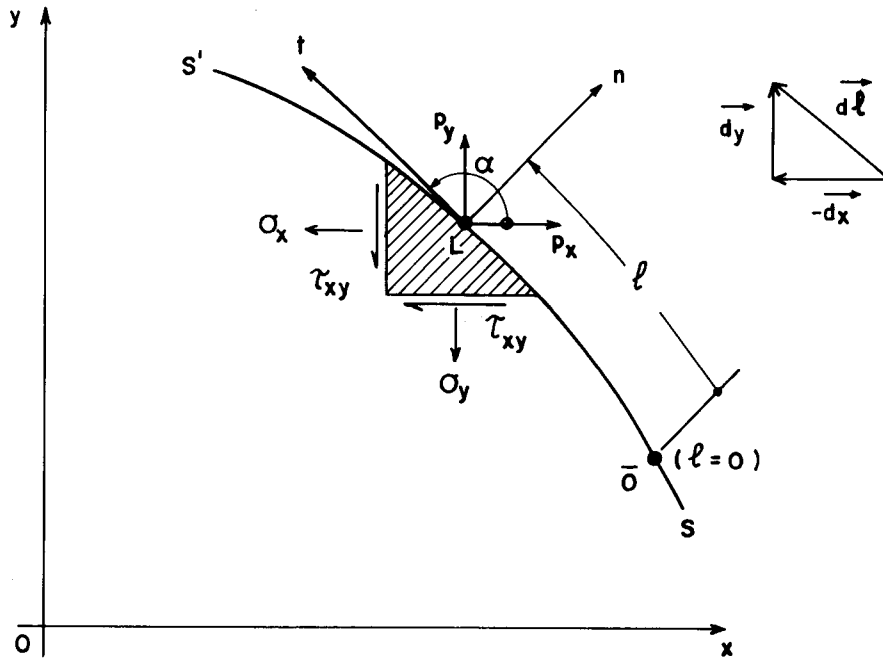


FIG. 1.5.1

— Elemento infinitesimal próximo ao contorno SS' —

O equilíbrio do elemento (sem peso próprio) exige que

$$-\sigma_y dx + \tau_{xy} dy = p_y d\ell$$

$$\sigma_x dy - \tau_{xy} dx = p_x d\ell \quad \text{ou}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} dx + \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} dy = -p_y d\ell$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} dy + \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} dx = p_x d\ell \quad \text{ou}$$

$$\left. \begin{aligned} d\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right) &= -p_y d\ell \\ d\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right) &= p_x d\ell \end{aligned} \right\} \quad (1.5.1)$$

Integrando de 0 a ℓ :

$$\left| A, x \right|_0^\ell = \left| \frac{\partial A}{\partial x} \right|_0^\ell = -F_y = - \int_0^\ell p_y dl \quad e$$

$$\left| A, y \right|_0^\ell = \left| \frac{\partial A}{\partial y} \right|_0^\ell = F_x = \int_0^\ell p_x dl \quad (1.5.2)$$

Cada uma das (1.5.2) representa a resultante das forças que atuam segundo y ou segundo x , a partir da origem \bar{O} , e dão, respectivamente, os valores de contorno para A, x e A, y .

Para obter o valor de A no contorno considere-se o momento das forças ao longo de SS' , em relação à origem do sistema cartesiano (momento positivo quando gira a origem no sentido sinistrorso):

$$\begin{aligned} M_0 &= \int_0^\ell x p_y dl - \int_0^\ell y p_x dl = \\ &= - \int_0^\ell \left[x d \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) + y d \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \right] \end{aligned}$$

Integrando por partes:

$$M_0 = \int_0^\ell \left(\frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{d\ell} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{dy}{d\ell} \right) d\ell - \left[x \frac{\partial A}{\partial x} + y \frac{\partial A}{\partial y} \right]_0^\ell \quad \text{ou}$$

$$M_0 = \left[A \right]_0^\ell - \left[x \frac{\partial A}{\partial x} + y \frac{\partial A}{\partial y} \right]_0^\ell$$

Se $0 \equiv L : x_L = y_L = 0$, portanto:

$$M_L = \left[A \right]_0^\ell + x_{\bar{0}} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{\bar{0}} + y_{\bar{0}} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)_{\bar{0}} = \left[A \right]_0^\ell + \text{const.}$$

Essa expressão mostra que, a menos de uma constante, o valor de $\left[A \right]_0^\ell$ é igual ao momento das cargas aplicadas no arco de comprimento ℓ , em relação ao ponto L. A constante pode ser considerada como um momento qualquer aplicado na origem $\bar{0}$ do contorno.

Porém, dada a definição das tensões de acordo com (1.2.2) vê-se que a constante, assim como o próprio valor $A_{\bar{0}}$, na origem do contorno, que é arbitrária, podem ser escolhidos como nulos, sem afetar os valores das tensões.

$$\text{Portanto } \left[A \right]_0^\ell = A_L - A_{\bar{0}} = A_L = M_L \quad (1.5.3)$$

Além disso, para que a constante possa ser assumida como nula, deve-se ter

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{\bar{0}} = 0 \quad ; \quad \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)_{\bar{0}} = 0 \quad (1.5.4)$$

As condições (1.5.3) e (1.5.4) podem de fato ser impostas; isto pode ser percebido mais claramente considerando-se que equivalem a somar à função de Airy uma função do tipo

$$b + cx + dy$$

que não produz nenhuma alteração nos resultados das tensões e que, por isto, pode apresentar b, c, d com quaisquer va-

lores, inclusive todos nulos, como é o caso.

Considerando-se eixos diferentes t , n , locais sobre o contorno (FIG. 1.5.1), as expressões (1.5.2) ficam

$$\frac{\partial A}{\partial n} = -T \tag{1.5.5}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = N$$

onde T e N representam as resultantes orientadas segundo t e n .

Basta proceder à transformação de coordenadas:

$$t = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

$$n = x \sin \alpha - y \cos \alpha$$

e utilizar

$$-F_y = \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{dt}{dx} + \frac{\partial A}{\partial n} \frac{dn}{dx} = \frac{\partial A}{\partial t} \cos \alpha + \frac{\partial A}{\partial n} \sin \alpha \dots$$

$$F_x = \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial A}{\partial t} \frac{dt}{dy} + \frac{\partial A}{\partial n} \frac{dn}{dy} = \frac{\partial A}{\partial t} \sin \alpha - \frac{\partial A}{\partial n} \cos \alpha \dots \tag{1.5.6}$$

$$F_x = T \cos \alpha + N \sin \alpha \tag{1.5.7}$$

$$-F_y = -T \sin \alpha + N \cos \alpha$$

Comparando-se os segundos membros de (1.5.6) e (1.5.7)

$$\frac{\partial A}{\partial n} = -T \quad (1.5.8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = N \quad (1.5.9)$$

Comparando (1.5.9) com a conhecida expressão

$$\frac{\partial M}{\partial t} = Q$$

que relaciona a derivada do momento M , em um ponto de uma barra, com a força cortante pode-se escrever

$$A = M \quad \text{e} \quad N = Q$$

Todas as considerações feitas permitem interpretar o contorno como uma barra.

Pretendendo-se determinar os valores de A_t , A_n e A no ponto L , do trecho da "barra" $\bar{O}L$, basta calcular em L os valores das forças normal e cortante e do momento que são provocados pelas cargas externas atuantes sobre $\bar{O}L$.

Sobre a convenção de sinais, observe-se que:

- força normal positiva provoca tração;
- força cortante positiva gira seção a esquerda de L no sentido sinistrorso (observador colocado sobre o plano da figura com frente voltada segundo n).
- momento positivo produz tração na parte interna da barra (interior do contorno).

A FIG. 1.5.2, onde figura a "barra" cortada no pon-

to L, esclarece melhor essa convenção, com a indicação de esforços positivos.

Note-se que como condições de contorno essenciais bastaria impor $A_{,x}$ e $A_{,y}$ ou A e $A_{,n}$; porém, tendo-se em vista a técnica utilizada durante a programação, ao tratar-se da montagem do sistema de equações, outras variáveis serão tratadas como as acima mencionadas.

Finalmente convém observar que se, a partir da origem arbitrária escolhida no contorno, este fôr percorrido no sentido destrorso haverá troca de sinais nas expressões de F_x , F_y ou de T e N .

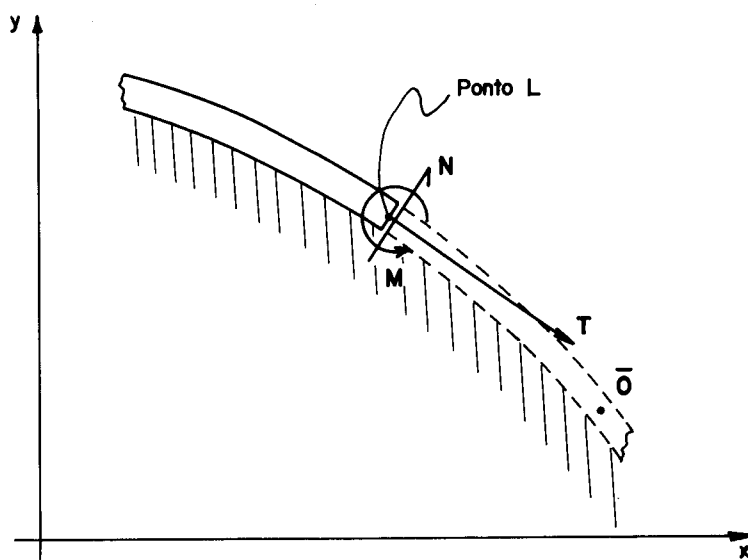


FIG. 1.5.2

— "Barra" fictícia sobre o contorno. —
Esforços positivos

Pode-se estabelecer uma regra prática para obtenção de F_x , F_y ou T , N , quer o percurso seja no sentido sinistrorso ou destrorso.

As figuras 1.5.3 e 1.5.4 esclarecem isto. Nelas indica-se com o símbolo \curvearrowright o sentido de percurso do contorno e com \curvearrowleft o sentido do giro de $\pi/2$, a partir do eixo cuja derivada está sendo considerada, necessário para encontrar o trecho positivo ou negativo do outro eixo, que mostrará afinal o sinal a aplicar sobre a resultante correspondente.

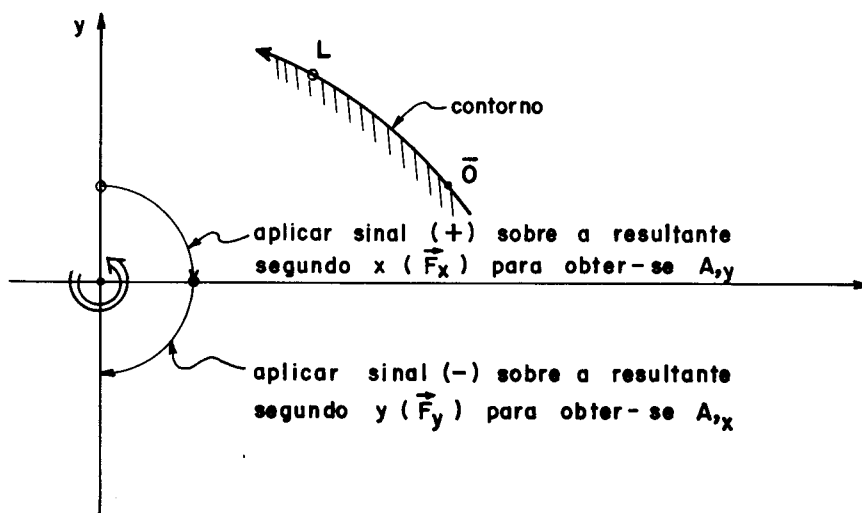


FIG. 1.5.3

— Contorno percorrido no sentido sinistrorso —

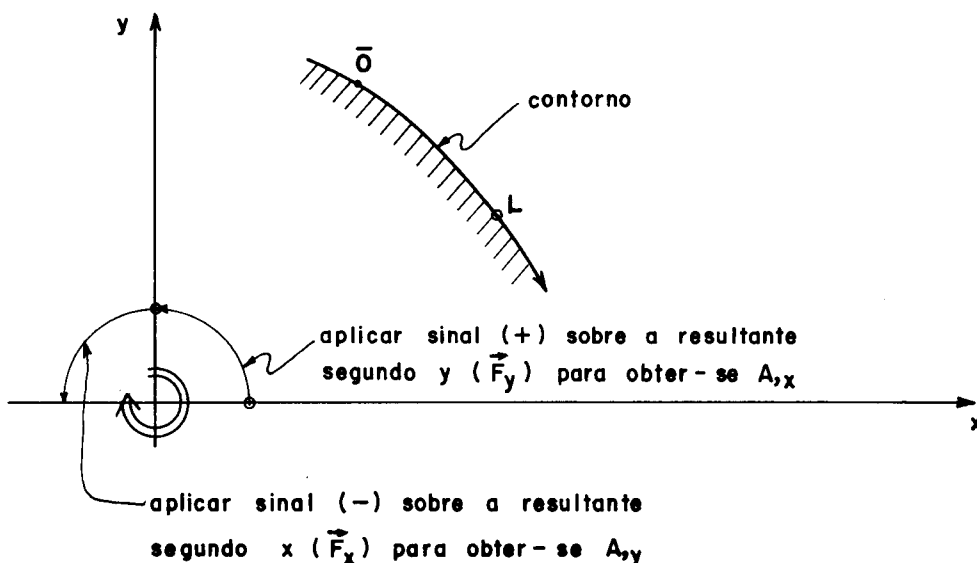


FIG. 1.5.4

— Contorno percorrido no sentido destrorso —

Esta regra prática tem interesse porque dá o sinal correto para qualquer par de eixos. Por exemplo, pode-se aplicar essa regra, mesmo que o eixo normal tenha o seu ramo positivo orientado para dentro da estrutura, constituindo um caso contrário ao que está representado na FIG. 1.5.1 .

1.6 - Matriz de Flexibilidade

Conforme visto em 1.4, deve-se tratar da minimização do funcional que figura em (1.4.4).

Sendo, para o caso da elasticidade linear bidimensional, válida a relação tensão-deformação, para o caso do estado plano de tensões, ter-se-á:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.6.1)$$

Mas, de acordo com (1.2.2), fica-se com:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{,yy} \\ A_{,xx} \\ -A_{,xy} \end{bmatrix} \quad (1.6.2)$$

ou ainda, com notação matricial:

$$\epsilon = R\sigma \quad (1.6.3)$$

Em (1.6.2) E representa o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson.

Como função de Airy será adotado um polinômio completo de quinto grau, portanto com 21 termos:

$$A(x,y) = q_1 \phi_1 + q_2 \phi_2 + \dots + q_{21} \phi_{21} ,$$

ou

$$A(x,y) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \dots & \phi_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_{21} \end{bmatrix} \quad (1.6.4)$$

ou

$$A(x,y) = \phi^t(x,y) \mathbf{q}$$

Na expressão anterior cada $\phi_i = \phi_i(x,y)$ representa uma função monômica cuja amplitude q_i pode, por enquanto, ser interpretada como parâmetro ou incôgnita generalizada ou seja, ainda não associada a posição, ou a possíveis entidades que se pretendesse identificar sobre o elemento finito a considerar. O elemento finito ao qual será associado a função (1.6.4) será triangular.

Para substituir em (1.6.2), forme-se as expressões das derivadas segundas, contidas na matriz σ , ficando-se com:

$$\sigma = \begin{bmatrix} A,_{yy} \\ A,_{xx} \\ -A,_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \mathbf{q} \quad \text{onde} \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_{21} \end{bmatrix} \quad (1.6.5)$$

Portanto,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{q} \quad (1.6.6)$$

Reescrevendo-se (1.4.4)

$$\delta \pi_c = \int_a \boldsymbol{\varepsilon}^t \delta \boldsymbol{\sigma} da = 0$$

e sendo

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \delta \mathbf{q} \quad \text{e} \quad \mathbf{R}^t = \mathbf{R} ,$$

resultará:

$$\delta \pi_c = \int_a \mathbf{q}^t \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} \delta \mathbf{q} da = 0$$

Sendo arbitrária a variação virtual $\delta \mathbf{q}$ das incógnitas generalizadas resulta, após transpor a última expressão:

$$\delta \pi_c = \delta \mathbf{q}^t \left[\int_a \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{q} da \right] = 0 , \quad (1.6.7)$$

ou

$$\int_a (\mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D}) \mathbf{q} da = 0 \quad (1.6.8)$$

As incógnitas \mathbf{q} são forças generalizadas e a expressão

$$\int_a \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} da \quad (1.6.9)$$

poderá ser interpretada como a matriz de flexibilidade do elemento triangular; a expressão (1.6.8) representará as equações de compatibilidade relativas ao elemento.

1.7 - O elemento finito FORCEG

Até aqui consideraram-se os q_i como incôgnitas generalizadas.

Considerando-se que o polinômio adotado para representar a função de Airy tem 21 termos, pode-se também defini-lo completamente, no elemento considerado, escolhendo-se como parâmetros, não mais os q_i mas, o conjunto indicado na FIG. 1.7.1. Os valores lá indicados serão chamados de incôgnitas nodais. A amplitude desses parâmetros é, justamente, o objeto da análise em curso.

A expressão (1.6.4) fica, então, em função das incôgnitas nodais seguintes: função de Airy, derivadas primeiras e segundas em cada vértice do triângulo e derivada normal no meio de cada lado.

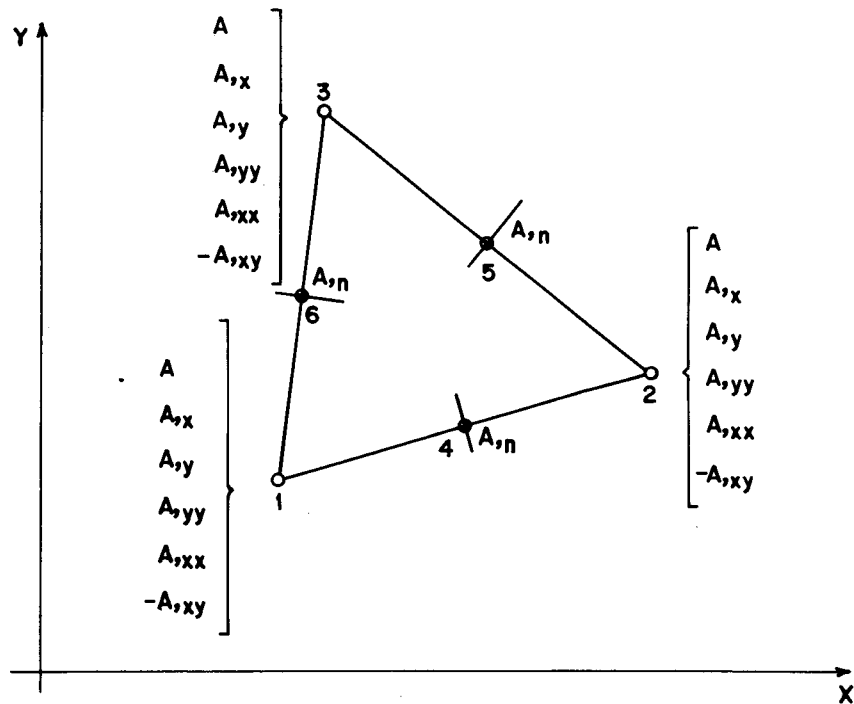


FIG. 1.7.1

— Elemento finito FORCEG —

Adotar-se-á a seguinte disposição para os elementos da matriz \mathbf{S} , das incógnitas nodais:

$$\mathbf{S}^t = \begin{bmatrix} s_1^t & s_2^t & s_3^t & s_4 & s_5 & s_6 \end{bmatrix}, \quad (1.7.1)$$

(1x21)

onde $s_i^t = \begin{bmatrix} A & A_{,x} & A_{,y} & A_{,yy} & -A_{,xy} & -A_{,xx} \end{bmatrix}_i \quad i = 1,2,3$

(1x6)

e $s_j = \begin{bmatrix} A_{,n} \end{bmatrix}_j \quad j = 4,5,6$

(1x1)

Os números se referem aos 6 pontos nodais da FIG. 1.7.1 .

Definida \mathbf{S} pode-se relacioná-la às incógnitas generalizadas por meio de uma matriz de transformação \mathbf{T} , tal que

$$\mathbf{S} = \mathbf{T} \mathbf{q} \quad (1.7.2)$$

A matriz \mathbf{T} será formada por submatrizes (1 x 21), cada uma contendo coeficientes que resultam da substituição das coordenadas dos pontos nodais nas expressões das funções-coeficientes que figuram em s_i e s_j .

Por outro lado pode-se obter:

$$\mathbf{q} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{S} \quad \text{ou, com } \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{B},$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{B} \mathbf{S}; \text{ portanto: } \delta \mathbf{q}^t = \delta \mathbf{S}^t \mathbf{B}^t \quad (1.7.3)$$

Então, a expressão (1.6.7) se transforma em:

$$\delta \mathbf{S}^t \mathbf{B}^t \int_a \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{S} da = 0 \quad (1.7.4)$$

ou

$$\mathbf{B}^t \left(\int_a \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} da \right) \mathbf{B} \mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (1.7.5)$$

Tendo-se em vista que as incôgnitas nodais \mathbf{S} são resultantes de tensão, ou forças generalizadas, a matriz entre parênteses será denominada matriz de flexibilidade generalizada \mathbf{F}_q .

A pré-multiplicação por \mathbf{B}^t e a pós-multiplicação por \mathbf{B} a transformarão em matriz de flexibilidade \mathbf{F} , relativa às incôgnitas nodais, ou seja:

$$\mathbf{F}_q = \int_a \mathbf{D}^t \mathbf{R} \mathbf{D} da ; \quad (1.7.6)$$

portanto:

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}^t \mathbf{F}_q \mathbf{B} . \quad (1.7.7)$$

O resultado final será

$$\mathbf{F} \mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (1.7.8)$$

Estes resultados são relativos aos elementos finitos isolados. De acordo com o exposto no capítulo seguinte, quando tratar-se da reunião das características dos elementos, para a formação do sistema geral de equações lineares, essas matrizes, ou as suas correspondentes no programa, serão identificadas com barras; por exemplo: $\bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{S}}$, etc.

1.8 - Integração das funções utilizadas

A integração da matriz F_q , (1.7.6),

$$F_q = \int_a D^t R D da \quad (1.8.1)$$

para cada elemento triangular, pode ser levada a efeito conforme a seguir se indica.

Três sistemas de coordenadas serão utilizados. Em relação a eles serão estabelecidos os principais relacionamentos. O primeiro sistema, cartesiano, será global (X,Y) e será utilizado para definir a posição de cada elemento triangular dentro da estrutura. O segundo sistema, de coordenadas homogêneas, definidas a seguir, será local (ω_1 , ω_2 , ω_3). O terceiro sistema, cartesiano, será local com origem no centróide C da área triangular do elemento.

Seja então escolhido o sistema global OXY, para definir a posição de um elemento triangular genérico (1 - 2 - 3) da chapa, FIG. 1.8.1.

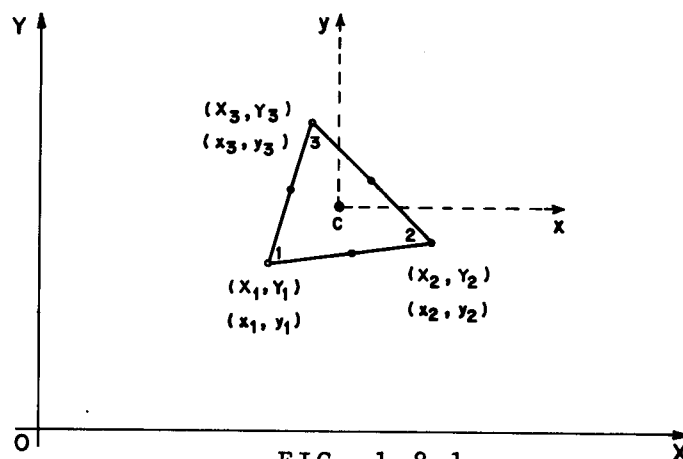


FIG. 1.8.1

— Coordenadas globais e locais —

Por outro lado seja o sistema cartesiano local Cxy , com o-
rígem C no centróide da área triangular do elemento.

Assim será:

$$X_C = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) \quad (1.8.2)$$

$$Y_C = \frac{1}{3}(Y_1 + Y_2 + Y_3)$$

enquanto que as coordenadas locais dos vértices do triângu-
lo

$$x_i = X_i - X_C \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.8.3)$$

$$y_i = Y_i - Y_C$$

serão tais que

$$\sum_1^3 x_i = 0 \quad \text{e} \quad \sum_1^3 y_i = 0 \quad (1.8.4)$$

A área do triângulo, orientada segundo versor do
eixo Z comum aos dois sistemas, pode ser expressa por:

$$a = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (1.8.5)$$

Examine-se agora como utilizar coordenadas homogê-
neas para determinar a posição de pontos internos do triân-
gulo.

Com a notação da FIG. 1.8.2 ,

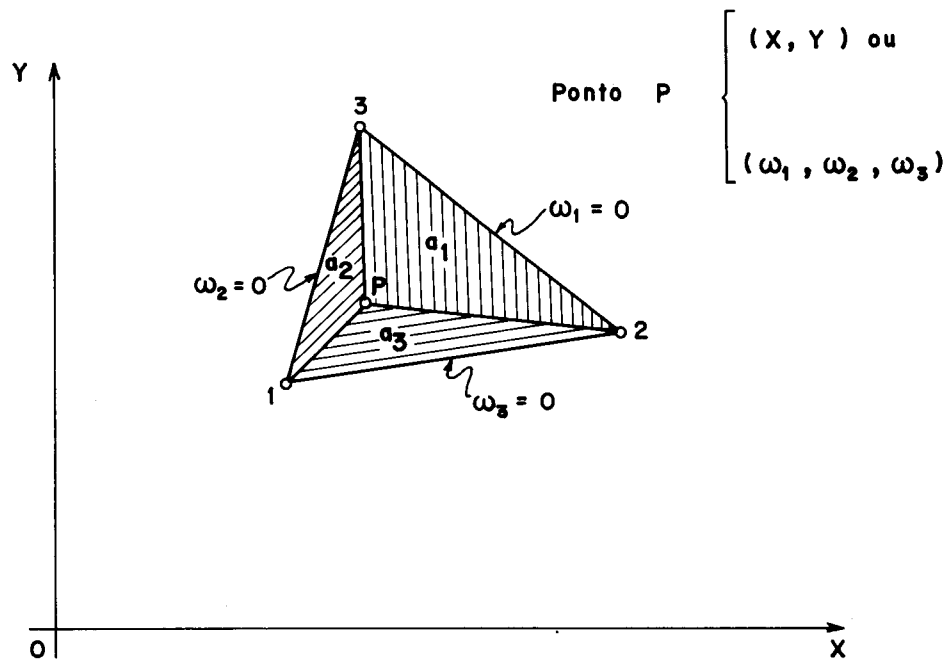


FIG. 1.8.2

— Coordenadas homogêneas —

sendo a_1 , a_2 e a_3 as áreas dos subtriângulos $3P2$, $1P3$, $2P1$,
as coordenadas ω_i serão definidas de acordo com:

$$\omega_i = \frac{a_i}{a} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.8.6)$$

onde a é dada pelo determinante anterior ou por

$$a = a_1 + a_2 + a_3 \quad (1.8.7)$$

As áreas dos sub-triângulos valem:

$$a_1 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$
$$a_2 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x & y \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (1.8.8)$$
$$a_3 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x & y \end{vmatrix}$$

onde (x,y) são as coordenadas do ponto P do interior (ou das bordas) do elemento.

Da definição (1.8.6) e com (1.8.7) deduz-se:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 \quad (1.8.9)$$

De maneira geral, as sub-áreas poderão ser indicadas com:

$$2a_i = a_i^0 + \xi_i x + \eta_i y \quad , \quad (1.8.10)$$

onde a_i^0 , ξ_i , η_i , serão constantes que dependem das coordenadas dos vértices do triângulo.

Com as expressões das áreas assim escritas, a rela

ção entre os dois sistemas de coordenadas será:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2a} \begin{bmatrix} a_1^0 & \xi_1 & \eta_1 \\ a_2^0 & \xi_2 & \eta_2 \\ a_3^0 & \xi_3 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (1.8.11)$$

onde

$$a_i^0 = x_j y_k - x_k y_j ; \xi_i = y_j - y_k ; \eta_i = x_j - x_k , \quad (1.8.12)$$

$$i = 1, 2, 3 \quad j = 2, 3, 1 \quad k = 3, 1, 2 .$$

Pode ser mostrado que:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (1.8.13)$$

A matriz (1.8.1) F_q conterá termos da forma

$$\int_a x^\gamma y^\delta da = \int_a (x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + x_3 \omega_3)^\gamma (y_1 \omega_1 + y_2 \omega_2 + y_3 \omega_3)^\delta da \quad \dots\dots\dots(1.8.14)$$

onde poderão ocorrer parcelas do tipo genérico:

$$\int_a x_1^b x_2^c x_3^d y_1^e y_2^f y_3^g \omega_1^m \omega_2^n \omega_3^p da . \quad (1.8.15)$$

te item.

Bastaria considerar o exposto na FIG. 1.7.1, formar as submatrizes t_i ($i = 1,2,3$) correspondentes as submatrizes s_i ($i = 1,2,3$) que aparecem em (1.7.1), (1.7.2) e t_j ($j = 4,5,6$), correspondentes às s_j ($j = 4,5,6$) de maneira a ter-se:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{bmatrix} \cdot q \quad (1.9.1)$$

Como foi explicado, as três primeiras submatrizes t_1 , t_2 e t_3 são obtidas com a substituição das coordenadas locais dos nós 1, 2 e 3 nas expressões de s_1 , s_2 e s_3 ou seja:

$$t_i = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i^2 & \dots & x_i^2 y_i^3 & x_i y_i^4 & y_i^5 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_i & \dots & 2x_i y_i^3 & y_i^4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 3x_i^2 y_i^2 & 4x_i y_i^3 & 5y_i^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 6x_i^2 y_i & 12x_i y_i^2 & 20y_i^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 6x_i y_i^2 & -4y_i^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \dots & 2y_i^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.9.2)$$

As três submatrizes t_4 , t_5 e t_6 serão determinadas de acordo com o exposto a seguir.

De acordo com a FIG. 1.9.1

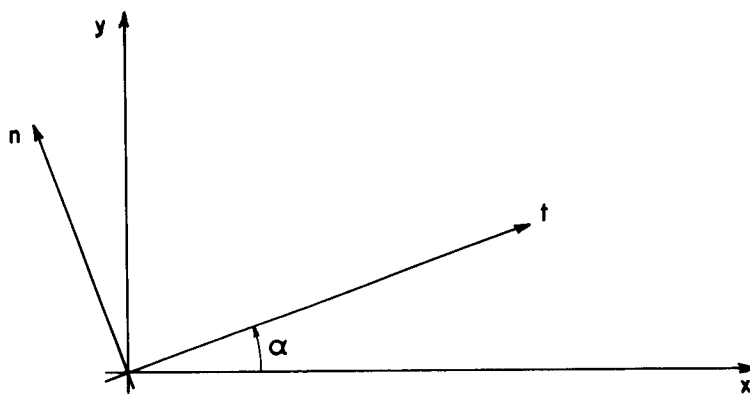


FIG. 1.9.1

— Transformação de coordenadas —

tem-se:

$$\begin{aligned} t &= cx + sy & , & & x &= ct - sn & , & \\ n &= -sx + cy & , & & y &= st + cn & , & \end{aligned} \quad (1.9.3)$$

onde

$$s = \operatorname{sen} \alpha ,$$

$$c = \operatorname{cos} \alpha .$$

Diferenciando-se em relação a t e n

$$\frac{\partial x}{\partial t} = c \quad , \quad \frac{\partial y}{\partial t} = s \quad , \quad (1.9.4)$$

$$\frac{\partial x}{\partial n} = -s \quad , \quad \frac{\partial y}{\partial n} = c \quad ,$$

donde:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = c \frac{\partial}{\partial x} + s \frac{\partial}{\partial y} \quad (1.9.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} = -s \frac{\partial}{\partial x} + c \frac{\partial}{\partial y} \quad (1.9.6)$$

Portanto

$$A_{,n} = \frac{\partial A}{\partial n} = -s \frac{\partial A}{\partial x} + c \frac{\partial A}{\partial y} \quad (1.9.7)$$

Antes de calcular as submatrizes t_4 , t_5 e t_6 é necessário verificar que a orientação do eixo t será, agora, de modo a percorrer o lado do triângulo no sentido do vértice de número menor para o vértice de número maior. O eixo n será sempre normal a t e com semi-eixo positivo encontrado quando, partindo do eixo t , fôr percorrido um ângulo $\theta = \pi/2$ no sentido sinistrorso, conforme FIG. 1.9.2 .

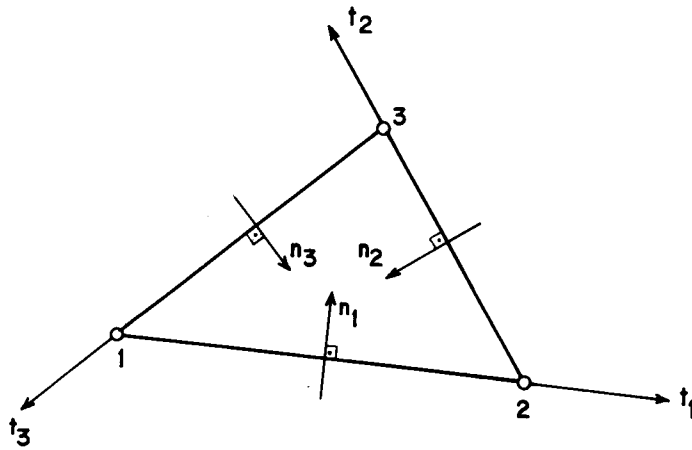


FIG. 1.9.2
— Eixos locais do elemento —

Além disso o ângulo α será sempre positivo se contado a partir de x , no sentido sinistrorso, até encontrar a direção positiva de t (FIG. 1.9.3).

Por exemplo

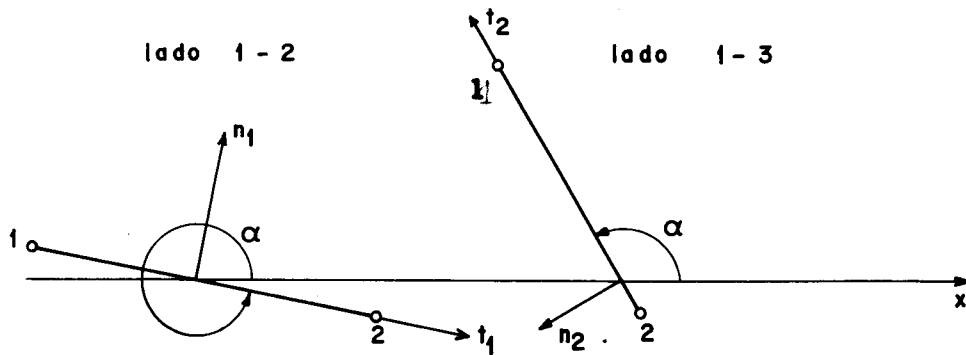


FIG. 1.9.3

Em seguida, considere-se o problema da montagem do sistema global de equações.

Adotada a convenção anterior, para os eixos t , n , que são características locais a cada lado do triângulo, se

rã agora necessário definir direções para n , escolhidas como positivas, de maneira que, ao acoplarem-se elementos com lados comuns, os eixos n , relativos a esses pares de lados, tenham orientações concordantes. Veja-se FIG. 1.9.2 e FIG. 1.9.4

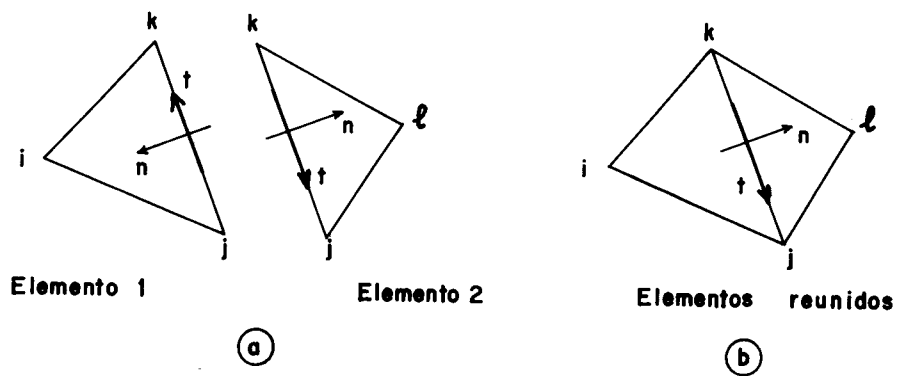


FIG. 1.9.4

— Compatibilização da orientação de eixos —

Isso implica que para a obtenção de (b) já se considerem, ao nível de cada elemento, pares de eixos t , n com orientação adequada para a montagem posterior ou seja, FIG. 1.9.5 :

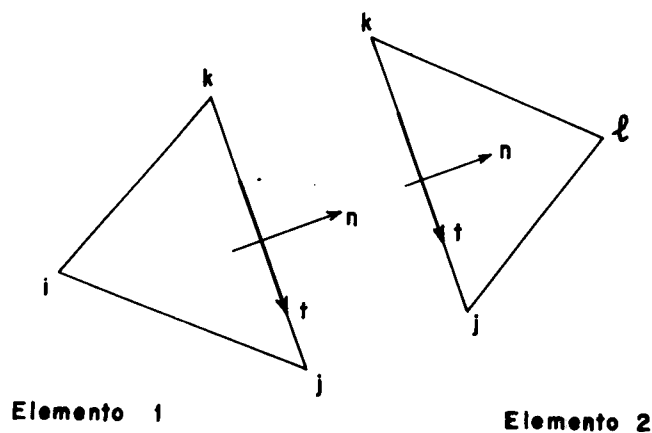


FIG. 1.9.5

— Eixos locais concordantes —

Foi, então, escolhida a seguinte convenção para representar orientação positiva para n , FIG. 1.9.6 :

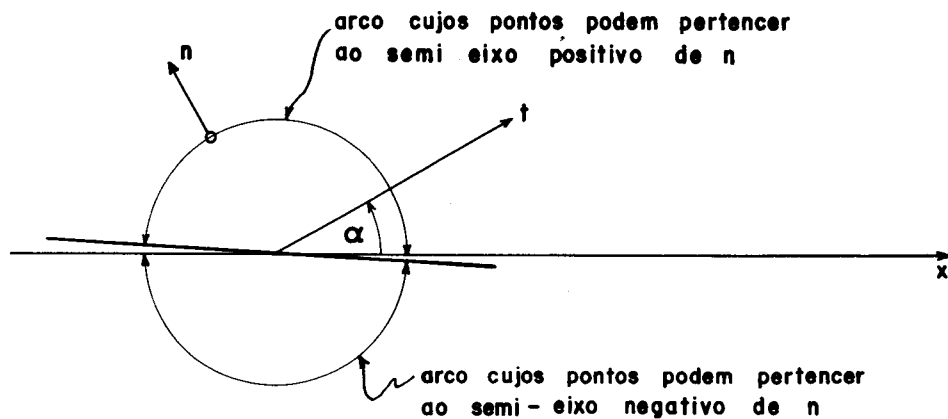


FIG. 1.9.6

- Convenção de Sinais para orientação do eixo n -

Por isto, o semi-eixo n terá orientação positiva quando:

$$0 \leq \alpha < \pi/2 \quad \text{ou} \quad 3\pi/2 \leq \alpha < 2\pi$$

Isto pode ainda ser especificado em termos das coordenadas x , y dos vértices do triângulo; ter-se-á, nesse caso, n positivo quando:

$$x_j > x_i \quad \begin{cases} j = 2, 3, 1 \\ i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

Finalmente tem-se a expressão para t_j ($j = 4, 5, 6$)

$$t_j^t = \begin{bmatrix} 0 \\ -s_j \\ c_j \\ -2s_j c_j \\ \vdots \\ 3c_j x_j^2 y_j^2 - 2s_j x_j y_j^3 \\ 4c_j x_j y_j^3 - s_j y_j^4 \\ 5c_j y_j^4 \end{bmatrix} \quad (1.9.8)$$

Chegou-se, neste ponto, à determinação de todas as características que completam a formulação do elemento finito FORCEG, correspondente às incógnitas nodais da FIG. 1.7. .1 . Este elemento providenciaria a obtenção de limites superiores, pelo menos para a energia de deformação correspondente às cargas externas das estruturas que viessem a ser analisadas, tendo-se em vista que, a menos do peso próprio, os requisitos enumerados no item 1.2 foram obedecidos. Porém, considerando-se os recursos computacionais da EESC e também os ensinamentos contidos em BELL, B9, p.p. 218, 235-242, preferiu-se transformar o elemento FORCEG, de maneira a facilitar o tratamento automático do problema, com vistas na utilização de programa para computador. Com essa transformação obtém-se outro elemento finito que, a partir deste ponto, será denominado FORCE.

Geralmente, os pontos nodais, ou nós, situados nos lados dos elementos são indesejáveis, pelo menos por dois motivos:

a) provocam aumento indesejado na largura da faixa do sistema, com implicações sérias sobre problemas de armazenamento dos dados e sobre precisão;

b) provocam dificuldade adicional de endereçamento dos coeficientes do sistema global de equações.

No caso do elemento FORCEG há três nós nessa situação e a cada um deles está associado um grau de liberdade. Neste caso, será possível eliminar as incógnitas associadas aos pontos nodais dos lados do elemento, sem que cesse de e

xistir continuidade da função de Airy e de suas derivadas primeiras entre elementos adjacentes.

Supondo que a variação de A_n seja cúbica ao longo da borda pode-se colocar A_n , no meio do lado do elemento, em função das incógnitas dos vértices contidos nesse lado, FIG. 1.9.7 .

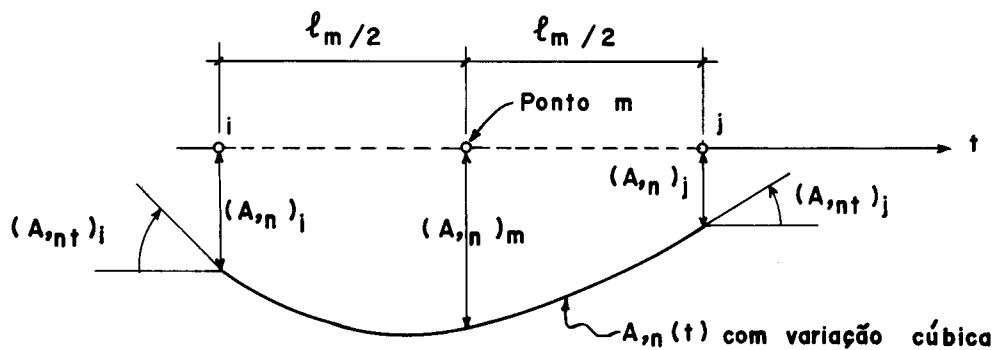


FIG. 1.9.7

- Imposição de variação cúbica de (A_n) -

Com esse procedimento resultará um novo elemento finito, denominado FORCE, ao qual estarão associados apenas 18 parâmetros, todos localizados nos vértices.

Com notação da FIG. 1.9.7 :

$$A_{,n}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 ; \quad (1.9.9)$$

sendo

$$p/ \quad t = 0 : A_{,n} = (A_{,n})_i \quad e \quad A_{,nt} = (A_{,nt})_i \quad ;$$

$$p/ \quad t = l_m : A_{,n} = (A_{,n})_j \quad e \quad A_{,nt} = (A_{,nt})_j \quad ,$$

resultará:

$$a_0 = (A, n)_i ,$$

$$a_1 = (A, nt)_i ,$$

$$a_2 = \frac{3}{\ell_m^2} \left\{ -(A, n)_i + (A, n)_j \right\} - \frac{1}{\ell_m} \left\{ 2(A, nt)_i + (A, nt)_j \right\},$$

$$a_3 = \frac{2}{\ell_m^3} \left\{ (A, n)_i - (A, n)_j \right\} + \frac{1}{\ell_m^2} \left\{ (A, nt)_i + (A, nt)_j \right\}.$$

Portanto

$$(A, n)_m = \frac{1}{2} \left\{ (A, n)_i + (A, n)_j \right\} + \frac{\ell_m}{8} \left\{ (A, nt)_i - (A, nt)_j \right\}.$$

Seja, por definição:

$$k_1^{(m)} = \frac{1}{2} s_m ,$$

$$k_2^{(m)} = \frac{1}{2} c_m ,$$

$$k_3^{(m)} = \frac{1}{8} \ell_m s_m c_m ,$$

$$k_4^{(m)} = \frac{1}{8} \ell_m (c_m^2 - s_m^2) ,$$

onde

$$s_m = \text{sen} \alpha_m$$

$$c_m = \text{cos} \alpha_m$$

$$\ell_m = \text{comprimento do lado } m.$$

O número do lado fica fixado pelo mesmo número do n^o de borda ($m = 4, 5, 6$) conforme FIG. 1.7.1 e FIG. 1.9.7. Pode-se, então, exprimir $(A, n)_m$ do seguinte modo:

$$\begin{aligned} (A, n)_m = & -k_1^{(m)} (A, x)_i + k_2^{(m)} (A, y)_i - k_1^{(m)} (A, x)_j + k_2^{(m)} (A, y)_j + \\ & + k_3^{(m)} (A, xx)_i + k_4^{(m)} (A, xy)_i + k_3^{(m)} (A, yy)_i + \\ & + k_3^{(m)} (A, xx)_j - k_4^{(m)} (A, xy)_j - k_3^{(m)} (A, yy)_j \end{aligned} \quad (1.9.10)$$

A relação entre os parâmetros do meio do lado e os parâmetros de vértice será:

$$S_L = HS_V, \quad (1.9.11)$$

onde

$$S_L = \begin{bmatrix} (A, n)_4 \\ (A, n)_5 \\ (A, n)_6 \end{bmatrix} \quad e \quad S_V = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} \quad (1.9.12)$$

A matriz transformação H pode sofrer partição de maneira que:

$$H = \left[H_1 \quad \middle| \quad H_2 \quad \middle| \quad H_3 \right] \quad (1.9.13)$$

Admitindo-se que, em princípio, fosse possível ter-se num triângulo como o da FIG. 1.9.2

$$\begin{aligned} x_2 &> x_1 \\ x_3 &> x_2 \\ x_1 &> x_3 \end{aligned} \tag{1.9.14}$$

e invertendo-se o sinal de $k_4^{(m)}$ pois a incôgnita que lhe corresponde em S_V é $-A_{xy}$ ter-se-ia:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & -k_1^{(4)} & k_2^{(4)} & k_3^{(4)} & -k_4^{(4)} & -k_3^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1^{(6)} & k_2^{(6)} & -k_3^{(6)} & k_4^{(6)} & k_3^{(6)} \end{bmatrix} \tag{1.9.15}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & -k_1^{(4)} & k_2^{(4)} & -k_3^{(4)} & k_4^{(4)} & k_3^{(4)} \\ 0 & -k_1^{(5)} & k_2^{(5)} & k_3^{(5)} & -k_4^{(5)} & -k_3^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.9.16}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_1^{(5)} & k_2^{(5)} & -k_3^{(5)} & k_4^{(5)} & k_3^{(5)} \\ 0 & -k_1^{(6)} & k_2^{(6)} & k_3^{(6)} & -k_4^{(6)} & -k_3^{(6)} \end{bmatrix} \tag{1.9.17}$$

Apenas para facilitar o reconhecimento das grandezas associadas aos dois tipos de elemento, com 21 parâmetros e com 18 parâmetros, far-se-á:

$$\begin{aligned} S_{21} &= S \quad , \\ F_{21} &= F \quad , \\ S_{18} &= S_V \quad . \end{aligned} \tag{1.9.18}$$

Então, a matriz de flexibilidade F_{18} para o elemento FORCE pode ser obtida da seguinte maneira:

De acordo com (1.7.3)

$$q = BS_{21} \tag{1.9.19}$$

Mas, com (1.9.11) e (1.9.18)

$$S_L = HS_{18}$$

$$S_{21} = \begin{bmatrix} S_V \\ \text{---} \\ S_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{18} \\ \text{---} \\ S_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{18} \\ \text{---} \\ H \end{bmatrix} S_{18} \tag{1.9.20}$$

onde I_{18} é uma matriz identidade (18 x 18).

Deve-se ter, por outro lado:

$$S_{21}^t F_{21} S_{21} = S_{18}^t F_{18} S_{18} \quad \text{ou}$$

$$S_{1e}^t \left[\begin{array}{c|c} I_{1e} & H^t \\ \hline \end{array} \right] F_{21} \left[\begin{array}{c} I_{1e} \\ \hline \\ H \end{array} \right] S_{1e} = S_{1e}^t F_{1e} S_{1e} \quad (1.9.21)$$

Então, conclui-se que:

$$F_{1e} = \left[\begin{array}{c|c} I_{1e} & H^t \\ \hline \end{array} \right] F_{21} \left[\begin{array}{c} I_{1e} \\ \hline \\ H \end{array} \right] \quad (1.9.22)$$

Obtidas as matrizes F_{1e} para todos os elementos e seguindo procedimentos correntes de formação do sistema global de equações, para a estrutura subdividida em elementos finitos, poder-se-á, impondo as condições de contorno, obter a solução do problema em termos das incógnitas nodais. Dentre elas obter-se-ão as tensões

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$$

em cada vértice dos triângulos.

Com a utilização da expressão (1.6.2) as deformações nodais poderão ser obtidas. Observe-se, porém, que embora as tensões correspondentes a cada vértice constituam ternas únicas de valores, ao calcular as deformações, que dependem do módulo de elasticidade de cada elemento (podem ser diferentes) obter-se-ão tantas ternas $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ quantos forem os elementos que compartilham do nó considerado. Desse modo, será necessário considerar as deformações

médias nos nós, obtidas mediante o cálculo das médias aritméticas correspondentes. Se o módulo de elasticidade fôr constante para toda a estrutura a média coincidirá com os valores individuais correspondentes a cada elemento.

Na expressão (1.6.2) admitiu-se espessura unitária para a chapa; isto poderá não ocorrer em casos práticos. Além disso, certas regiões da chapa poderão ter espessuras diferentes.

Muito embora no caso da variação de espessura as hipóteses associadas ao que se convencionou chamar de "estado plano de tensões" não sejam realmente válidas, principalmente nas regiões onde ocorrerem variações bruscas de espessura, casos como este poderão também ser analisados, desprezadas as perturbações locais nas regiões de variação brusca. Para isto a expressão (1.6.2) deverá ser modificada, para poder incluir a variação de espessura, ficando-se com:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{Eh} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h\sigma_x \\ h\sigma_y \\ h\tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.9.23)$$

Evidentemente, deve-se passar a considerar agora as resultantes como incógnitas ou como valores de contorno.

No presente trabalho assumiu-se que poderá haver variação de espessura de elemento para elemento, porém mantendo-a constante dentro de cada elemento.

Desse modo, em (1.9.23) não será necessário incluir h como $f(x,y)$ e as expressões do item 1.10 continuarão válidas para o cálculo dos coeficientes da matriz F_q . De fato, parece razoável prever apenas o caso de variação descontínua de espessura, de elemento para elemento. O caso da variação contínua poderá ser reduzido ao anterior, introduzindo-se uma nova aproximação cujos reflexos serão tanto menores quanto mais suave fôr a variação da espessura. Havendo variações muito fortes o problema caminhará para o campo das estruturas tridimensionais.

Quando o contorno da chapa apresentar trechos inclinados em relação aos eixos globais cartesianos X,Y , será necessário proceder a uma transformação de coordenadas, para que se possa impor adequadamente as condições de contorno, nos nós pertencentes a esses trechos. A transformação que resultará sobre F deverá restringir-se apenas às incógnitas dos nós que estiverem sobre o contorno inclinado.

Seja s_i^* a matriz das incógnitas relativas ao nó i genérico, do contorno, referidas a eixos locais t, n e s_i a matriz das incógnitas relativas ao sistema X,Y . Será conveniente que s_i^{*t} englobe as seguintes incógnitas:

$$s_i^{*t} = \begin{bmatrix} A & A,t & A,n & A,nn & -A,tn & A,tt \end{bmatrix},$$

enquanto que s_i^t continuará sendo, como anteriormente,

$$s_i^t = \begin{bmatrix} A & A,x & A,y & A,yy & -A,xy & A,xx \end{bmatrix}.$$

Então, a relação entre incógnitas s_i^{*t} e s_i^t deverá ser tal que

$$s_i^* = \psi_i^{-1} s_i^t ,$$

ou, para a relação inversa

$$s_i^t = \psi_i s_i^* .$$

Diante disto, respeitadas as expressões (1.9.3), (1.9.4), (1.9.7) e a convenção de sinais relativa à orientação da normal n , de acordo com a FIG. 1.9.6, a matriz ψ_i resultará:

$$\psi_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & -s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 & -2sc & s^2 \\ 0 & 0 & 0 & sc & c^2-s^2 & -sc \\ 0 & 0 & 0 & s^2 & 2sc & c^2 \end{bmatrix}$$

Para exemplificar, se $i = 2$ isto é, se o $n\acute{o}$ que está sobre o contorno é o segundo $n\acute{o}$ do triângulo, obedecida a regra a respeito da ordem de numeração dos $n\acute{o}$ s, (a ser comentada no capítulo seguinte) a matriz de transformação $\bar{\psi}$, com a qual será obtida a nova matriz de flexibilidade do elemento será:

$$\bar{\psi} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

Então, finalmente, para a obtenção de F^* , bastará efetuar as operações comuns, quando estão envolvidas matrizes de transformação ou de rotação, para obter-se:

$$F^* = \bar{\psi}^t F \bar{\psi}$$

Como já foi salientado, a formulação aqui adotada para o problema das chapas é a dual do problema das placas. Note-se que, dada a dualidade entre Estado Plano-Flexão de Placas, o programa desenvolvido e apresentado no capítulo seguinte poderá ser adaptado para calcular também placas. Essa adaptação requererá a adição de subrotina que calcule as cargas nodais equivalentes ao carregamento externo da placa (BELL, B5) e considerações adicionais a respeito da imposição das condições de contorno.

No caso das placas a função considerada será aquela que caracteriza os deslocamentos transversais $w = w(x,y)$.

Tratar-se-á, então, de processo dos deslocamentos.

1.10 - Expressões explícitas para o cálculo dos coeficientes da matriz F_q

1.10.1 - Coeficientes $F_q(I,J)$

A seguir apresentam-se todos os 153 coeficientes

não nulos correspondentes às posições diagonais e superiores à diagonal da matriz de flexibilidade relativa ao elemento finito FORCEG, associado às incógnitas generalizadas.

A matriz \mathbf{F}_q é simétrica.

Nas expressões dos coeficientes tem-se:

ν = coeficiente de Poisson;

$\mu = 2(1+\nu)$.

Todos os 153 coeficientes devem ser multiplicados por $1/Eh$, onde E é o módulo de elasticidade e h a espessura do elemento, respectivamente.

$$\begin{aligned} (4,4) &= 4P_{00} & (4,6) &= -4\nu P_{00} \\ (4,11) &= 24P_{20} & (4,12) &= 12P_{11} \\ (4,13) &= 4P_{02} - 4\nu P_{20} & (4,14) &= -12\nu P_{11} \\ (4,15) &= -24\nu P_{02} & (4,16) &= 40P_{30} \\ (4,17) &= 24P_{21} & (4,18) &= 12P_{12} - 4\nu P_{30} \\ (4,19) &= 4P_{03} - 12\nu P_{21} & (4,20) &= -24\nu P_{12} \\ (4,21) &= -40\nu P_{03} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5,5) &= \mu P_{00} & (5,12) &= 3\mu P_{20} \\ (5,13) &= 4\mu P_{11} & (5,14) &= 3\mu P_{02} \\ (5,17) &= 4\mu P_{30} & (5,18) &= 6\mu P_{21} \\ (5,19) &= 6\mu P_{12} & (5,20) &= 4\mu P_{03} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6,6) &= 4P_{00} & (6,11) &= -24\nu P_{20} \\ (6,12) &= -12\nu P_{11} & (6,13) &= 4P_{20} - 4\nu P_{02} \\ (6,14) &= 12P_{11} & (6,15) &= 24P_{02} \end{aligned}$$

$$(6,16) = -40 \nu P_{30}$$

$$(6,18) = 4P_{30} - 12 \nu P_{12}$$

$$(6,20) = 24P_{12}$$

$$(6,17) = -24 \nu P_{21}$$

$$(6,19) = 12P_{21} - 4 \nu P_{03}$$

$$(6,21) = 40P_{03}$$

$$(7,7) = 36P_{20}$$

$$(7,9) = -12 \nu P_{20}$$

$$(7,11) = 72P_{30}$$

$$(7,13) = 12P_{12} - 12 \nu P_{30}$$

$$(7,15) = -72 \nu P_{12}$$

$$(7,17) = 72P_{31}$$

$$(7,19) = 12P_{13} - 36 \nu P_{31}$$

$$(7,21) = -120 \nu P_{13}$$

$$(7,8) = 12P_{11}$$

$$(7,10) = -36 \nu P_{11}$$

$$(7,12) = 36P_{21}$$

$$(7,14) = -36 \nu P_{21}$$

$$(7,16) = 120P_{40}$$

$$(7,18) = 36P_{22} - 12 \nu P_{40}$$

$$(7,20) = -72 \nu P_{22}$$

$$(8,8) = 4P_{02} + 4 \mu P_{20}$$

$$(8,10) = -12 \nu P_{02}$$

$$(8,12) = 12P_{12} + 6 \mu P_{30}$$

$$(8,14) = 12P_{12}$$

$$(8,16) = 40P_{31}$$

$$(8,18) = 12P_{13} + (24+20 \nu) P_{31}$$

$$(8,20) = (16-8 \nu) P_{13}$$

$$(8,9) = (8+4 \nu) P_{11}$$

$$(8,11) = 24P_{21}$$

$$(8,13) = 4P_{03} + (16+12 \nu) P_{21}$$

$$(8,15) = -24 \nu P_{03}$$

$$(8,17) = 24P_{22} + 8 \mu P_{40}$$

$$(8,19) = 4P_{04} + (24+12 \nu) P_{22}$$

$$(8,21) = -40 \nu P_{04}$$

$$(9,9) = 4P_{20} + 4 \mu P_{02}$$

$$(9,11) = -24 \nu P_{30}$$

$$(9,13) = 4P_{30} + (16+12 \nu) P_{12}$$

$$(9,15) = 24P_{12}$$

$$(9,17) = (16-8 \nu) P_{31}$$

$$(9,10) = 12P_{11}$$

$$(9,12) = 12P_{21}$$

$$(9,14) = 12P_{21} + 6 \mu P_{03}$$

$$(9,16) = -40 \nu P_{40}$$

$$(9,18) = 4P_{40} + (24+12 \nu) P_{22}$$

$$(9,19) = 12P_{31} + (24+20\nu)P_{13} \quad (9,20) = 24P_{22} + 8\mu P_{04}$$

$$(9,21) = 40P_{13}$$

$$(10,10) = 36P_{02}$$

$$(10,11) = -72\nu P_{21}$$

$$(10,12) = -36\nu P_{12}$$

$$(10,13) = 12P_{21} - 12\nu P_{03}$$

$$(10,14) = 36P_{12}$$

$$(10,15) = 72P_{03}$$

$$(10,16) = -120\nu P_{31}$$

$$(10,17) = -72\nu P_{22}$$

$$(10,18) = 12P_{31} - 36\nu P_{13}$$

$$(10,19) = 36P_{22} - 12\nu P_{04}$$

$$(10,20) = 72P_{13}$$

$$(10,21) = 120P_{04}$$

$$(11,11) = 144P_{40}$$

$$(11,12) = 72P_{31}$$

$$(11,13) = 24P_{22} - 24\nu P_{40}$$

$$(11,14) = -72\nu P_{31}$$

$$(11,15) = -144\nu P_{22}$$

$$(11,16) = 240P_{50}$$

$$(11,17) = 144P_{41}$$

$$(11,18) = 72P_{32} - 24\nu P_{50}$$

$$(11,19) = 24P_{23} - 72\nu P_{41}$$

$$(11,20) = -144\nu P_{32}$$

$$(11,21) = -240\nu P_{23}$$

$$(12,12) = 36P_{22} + 9\mu P_{40}$$

$$(12,13) = 12P_{13} + (24+12\nu)P_{31}$$

$$(12,14) = (18-18\nu)P_{22}$$

$$(12,15) = -72\nu P_{13}$$

$$(12,16) = 120P_{41}$$

$$(12,17) = 72P_{32} + 12\mu P_{50}$$

$$(12,18) = 36P_{23} + (36+24\nu)P_{41}$$

$$(12,19) = 12P_{14} + 36P_{32}$$

$$(12,20) = (24-48\nu)P_{23}$$

$$(12,21) = -120\nu P_{14}$$

$$(13,13) = 4P_{40} + 4P_{04} + 4P_{04} + (32+24\nu)P_{22}$$

$$(13,14) = 12P_{31} + (24+12\nu)P_{13}$$

$$(13,15) = 24P_{22} - 24\nu P_{04}$$

$$(13,16) = 40P_{32} - 40\nu P_{50}$$

$$(13,17) = 24P_{23} + (32+8v)P_{41}$$

$$(13,18) = 4P_{50} + 12P_{14} + (48+32v)P_{32}$$

$$(13,19) = 4P_{05} + 12P_{41} + (48+32v)P_{23}$$

$$(13,20) = 24P_{32} + (32+8v)P_{14}$$

$$(13,21) = 40P_{23} - 40vP_{05}$$

$$(14,14) = 36P_{22} + 9\mu P_{04}$$

$$(14,15) = 72P_{13}$$

$$(14,16) = -120vP_{41}$$

$$(14,17) = (24-48v)P_{32}$$

$$(14,18) = 12P_{41} + 36P_{23}$$

$$(14,19) = 36P_{32} + (36+24v)P_{14}$$

$$(14,20) = 72P_{23} + 12\mu P_{05}$$

$$(14,21) = 120P_{14}$$

$$(15,15) = 144P_{04}$$

$$(15,16) = -240vP_{32}$$

$$(15,17) = -144vP_{23}$$

$$(15,18) = 24P_{32} - 72vP_{14}$$

$$(15,19) = 72P_{23} - 24vP_{05}$$

$$(15,20) = 144P_{14}$$

$$(15,21) = 240P_{05}$$

$$(16,16) = 400P_{60}$$

$$(16,17) = 240P_{51}$$

$$(16,18) = 120P_{42} - 40vP_{60}$$

$$(16,19) = 40P_{33} - 120vP_{51}$$

$$(16,20) = -240vP_{42}$$

$$(16,21) = -400vP_{33}$$

$$(17,17) = 144P_{42} + 16\mu P_{60}$$

$$(17,18) = 72P_{33} + (48+24v)P_{51}$$

$$(17,19) = 24P_{24} + (48-24v)P_{42}$$

$$(17,20) = (32-112v)P_{33}$$

$$(17,21) = -240vP_{24}$$

$$(18,18) = 4P_{60} + 36P_{24} + (72+48v)P_{42}$$

$$(18,19) = 12P_{51} + 12P_{15} + (72+32v)P_{33}$$

$$(18,20) = 24P_{42} + (48-24v)P_{24}$$

$$(18,21) = 40P_{33} - 120\nu P_{15}$$

$$(19,19) = 4P_{06} + 36P_{42} + (72+48\nu)P_{24} \quad (19,20) = 72P_{33} + (48+24\nu)P_{15}$$

$$(19,21) = 120P_{24} - 40\nu P_{06}$$

$$(20,20) = 144P_{24} + 16\nu P_{06}$$

$$(20,21) = 240P_{15}$$

$$(21,21) = 400P_{06}$$

2. PROGRAMAÇÃO EM FORTRAN

2.1 - Introdução

Como será comentado oportunamente, a consideração de diversos programas, a serem processados sequencialmente e formando um conjunto, para a análise dos problemas aqui a apresentados, somente foi provocada por razões ligadas à configuração do sistema de processamento utilizado (IBM-1130, com 32K de memória central e uma unidade de disco magnético como memória auxiliar). Sendo esta a única razão a ditar esse desmembramento, para facilitar a exposição, a expressão programa poderá ser utilizada para designar todo o conjunto. Quando se tratar de uma de suas parcelas far-se-á, sempre, referência explícita, para evitar confusão.

A aplicação do método dos elementos finitos aos problemas práticos envolve enorme quantidade de operações, principalmente para a geração e resolução do sistema de equações lineares, geralmente contendo centenas de incógnitas. Então, assim como em muitos outros casos, torna-se necessário recorrer ao emprego do computador. Aliás, mesmo a preparação dos dados requeridos para a execução do programa já constitui tarefa de vulto, também capaz de poder exigir a utilização de programas, genéricos ou específicos, procurando-se evitar trabalho repetitivo que, em caso contrário, deverá ser efetuado manualmente com recursos menos automatizados.

O preparo de dados, como se sabe, constitui uma das fases críticas do problema. De fato, com maior frequência do que se imagina, é comum a introdução de erros nas longas listas de informações que visam o processamento com programas do tipo aqui estudado.

Para contornar parcialmente o problema e permitir, pelo menos, uma verificação prévia de dados gerados por meios não automatizados, alguns programas têm sido elaborados, para a análise de casos particulares. É o caso do programa UM incorporado a este trabalho.

Não serão apresentados diagramas de blocos, sobre os programas a seguir referidos. Para assimilá-los, julgou-se que uma descrição pormenorizada será mais frutífera. Além disso, a obtenção do diagrama de blocos para qualquer de suas partes poderá ser facilmente conseguida com o emprego de programa, fornecido pela IBM (B25), que utiliza como dados os cartões correspondentes do programa fonte em questão.

Após esta breve introdução far-se-á a descrição e comentário do programa FORTRAN relativo ao elemento finito "FORCE".

Antes, porém, apresenta-se um breve resumo a respeito das finalidades essenciais deste capítulo. Aqui, pretende-se:

- a) - facilitar a compreensão das partes do programa em FORTRAN, principalmente daquelas relativas à entrada de dados, ao usuário apenas interessado na imedi

ata obtenção de resposta para um determinado problema e que não tenha tempo ou interesse para procurar entender os fundamentos e as particularidades do método dos elementos finitos.

- b) - fornecer, além disso, informações mais pormenorizadas para aqueles que pretendam estudar o método em seus detalhes, desde os fundamentos teóricos codificados nos programas até aos problemas relativos às exigências de memórias interna e auxiliar do computador, estruturação geral do programa, etc; nesse caso, as informações daqui colhidas com essa intenção poderão também servir para que o futuro usuário possa, posteriormente, utilizar algumas das subrotinas para, com eventuais adaptações, compor programas novos relativos à análise de estruturas de tipo diferente, que não sejam somente as chapas; sob esse aspecto menciona-se a subrotina BIGSL e os programas UM e DOIS;

A análise dos casos específicos de chapas com a utilização do processo exposto no capítulo anterior será feita de acordo com procedimento geral relativo ao emprego do método dos elementos finitos. Para tanto a estrutura é dividida em elementos e os seus nós são numerados, obedecendo-se a alguns dos comentários a seguir apresentados.

2.2 - Variáveis e matrizes mais importantes do programa

O programa FORTRAN foi composto a partir de algumas subrotinas, consideradas eficientes, que figuram em trabalho expressivo desenvolvido por FELIPPA (B26) e adaptadas para atender às particularidades do presente elemento; além disso, outras subrotinas relativas ao elemento "FORCE" foram escritas pelo autor; são elas: MATFT, KBETA, MATRH, TRES, TRANS.

Para facilitar a exposição de detalhes a serem examinados no transcorrer deste capítulo, preliminarmente, serão identificadas as variáveis ou matrizes mais importantes que figuram no programa, apresentado na parte final deste trabalho. As grandezas aqui não identificadas ou estão definidas na própria listagem do programa ou têm significado óbvio. A partir deste ponto recomenda-se a leitura dessa listagem, que deve ser feita em paralelo à exposição aqui apresentada. Note-se que, no programa, algumas grandezas têm nomes diferentes daqueles que figuram no capítulo anterior. Algumas vezes isto foi devido a exigências da linguagem FORTRAN; outras vezes porque certas subrotinas, como as que figuram no trabalho de FELIPPA, já tinham notação própria e neste caso, como se sabe, a modificação de notação não foi efetuada, por ser desnecessária ou trabalhosa. Para evitar confusão será conveniente ler as observações inseridas na listagem.

As grandezas aqui comentadas e identificadas são:

- NUMEL - número de elementos resultantes da divisão da es
trutura;
- NUMNP - número de vértices, nós ou pontos nodais da es-
trutura;
- MAXEL - número máximo de elementos que o programa pode
comportar;
- MAXNP - número máximo de pontos nodais que o programa po
de comportar;
- IBNDW = MM - largura da semi-faixa da matriz dos coeficientes
do sistema de equações;
- MAXPD - máxima diferença, permitida pelo programa, entre
os números identificadores dos pontos nodais de
cada elemento;
- ITPEL(I) - conjunto de números que identificam a que tipo
pertence cada elemento, em termos de dimensões,
forma, orientação, etc;
- CF(I,J) - constantes dos coeficientes, funções de xy, da
matriz **T**;
- IEX(I,J) - expoentes de base x dos coeficientes da matriz **T**;
- IEY(I,J) - expoentes de base y dos coeficientes da matriz **T**;
- NP(N,I), N=1, NUMEL; I=1,3 - arranjo que contém, para cada
elemento N, os números dos 3 pontos nodais refe-
ridos à numeração da estrutura;
- LNOBO(I,J), I=1, NELBO; J=1,8 - arranjo contendo codifica-
ção relativa aos elementos situados próximos ao
contorno da chapa; vide listagem do programa UM;

- ICON(I) - código para identificar valores nulos (ICON=0) ou não nulos (ICON=1) das variáveis correspondentes ao contorno da chapa; código fornecido em relação ao próprio elemento;
- ICONH(I) - arranjo contendo código anterior, agora referido à estrutura;
- CONHE(I) - vide parte final do item 2.4.3 e fim da listagem do programa DOIS;
- NEBC(I) - arranjo contendo os números das equações correspondentes a variáveis do contorno;
- NDIMS - dimensão, em termos de posições de memória central, disponível para alojar os coeficientes de cada um dos blocos de "equações" em que será dividida a matriz dos coeficientes do sistema de equações correspondente à estrutura;
- NEQBL - número de "equações" que cada bloco poderá comportar;
- NPBL - número de pontos nodais da estrutura correspondente a cada bloco;
- NEQB - número efetivo de equações do bloco que estiver sendo formado; esta variável poderá ser menor do que NEQBL;
- NEL(I) - arranjo contendo, para cada bloco, os números dos elementos que dele participam;
- NEB(I) - arranjo que indica quantos elementos participam de cada bloco;
- N1 - número do primeiro ponto nodal de cada bloco;

- N2 - número do último ponto nodal de cada bloco;
- NE1 - número do primeiro elemento de cada bloco;
- NE2 - número do último elemento de cada bloco;
- NC - número da coluna do sistema geral de equações que servirá como base para o endereçamento dos coeficientes das matrizes de flexibilidade;
- $S(I) = \bar{F}$ - matriz dos coeficientes dos blocos do sistema de equações, quando da sua geração a partir de F ;
- $STRS(I) = \bar{S}(I)$ - vetor que conterà a solução do sistema de equações;
- $A(I) = \bar{F}$ - matriz contendo parte triangular dos coeficientes do sistema de equações quando na fase de resolução; vide FIG. 2.4.4.1;
- $X(I)$ - vetor contendo parte dos coeficientes reduzidos do sistema de equações, quando da aplicação do processo de GAUSS.

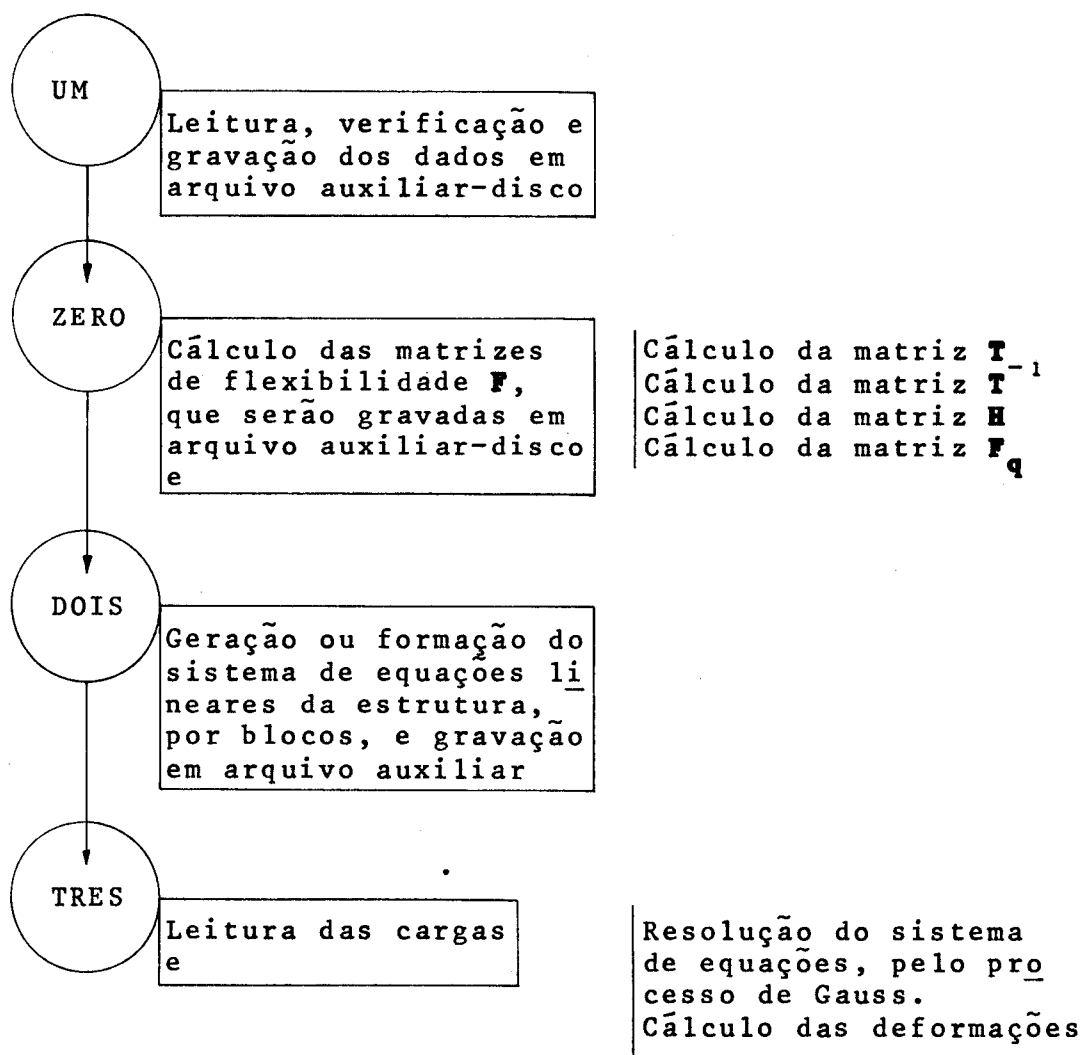
2.3 - Estruturação do conjunto de programas e as limitações impostas pela configuração do sistema de processamento

A seguir apresenta-se os comentários mais importantes relativos à estruturação do programa e os limites para as dimensões das matrizes e arranjos envolvidos, decorrentes das características do computador disponível.

Com o estudo da listagem dos programas e o auxílio desses comentários ter-se-á maior facilidade para a assimi-

lação do trabalho realizado.

Inicialmente, como primeira tentativa, toda a listagem constituía um único programa. Todavia, diante da frequente necessidade de tentar explorar ao máximo a capacidade do computador utilizado, para permitir a consideração de estruturas com malhas constituídas por elevado número de elementos finitos e por razões que serão acenadas oportunamente, o conjunto foi seccionado e passou a ter a seguinte configuração:



Os nomes dos programas são os que figuram nos círculos da esquerda

O número máximo de elementos a considerar em cada estrutura depende da capacidade da memória do computador utilizado.

Pode-se mostrar, com base no teorema de Euler sobre poliedros, que o número de vértices ou nós (=NUMNP) é da ordem da metade do número de triângulos (=NUMEL) em uma rede plana com quantidade suficientemente grande desses polígonos, ou seja:

$$\text{NUMEL} = 2 \text{ NUMNP}$$

Esta informação será útil quando tratar-se da procura de limites para MAXEL e MAXNP.

O número de nós da estrutura determina o número total de incógnitas do sistema simétrico de equações lineares. Tirando-se partido da simetria da matriz dos coeficientes do sistema de equações, bastará gerar os coeficientes da diagonal e, por exemplo, aqueles situados acima dela. Além disso, essa matriz é do tipo em faixa; esta característica também permite economia de memória, bastando gerar os coeficientes contidos entre os da diagonal e os do limite superior da faixa (limites inclusive).

O valor de MAXNP foi limitado pela área disponível no disco magnético da memória auxiliar. No caso do sistema de processamento IBM-1130, que ainda opera apenas com uma unidade de disco magnético, foi possível ter acesso a 80% da capacidade de armazenamento dessa unidade para alojar o sistema de equações. Lembra-se que para conseguir toda essa

rea de trabalho foi necessário desalojar inclusive os compiladores e, portanto, trabalhar com programas objeto. Os 20% restantes contêm subrotinas essenciais para o processamento do programa objeto propriamente dito.

Por razões que serão expostas oportunamente, quando forem detalhadas as operações realizadas pelo programa TRES, será preciso dispor de área, no dispositivo de memória auxiliar, correspondente a duas vezes a que fôr necessária para alojar todos os coeficientes do sistema de equações. Partindo-se desse limite e do limite da máxima largura da semi-faixa do sistema (que também será fixado posteriormente ao tratar-se de pormenores relativos ao programa TRES) chega-se ao máximo número de equações que o sistema de processamento pode comportar. Conseqüentemente, havendo para o caso do elemento "FORCE" 6 incógnitas (6 equações) para cada nó, fica determinado o máximo número de nós (MAXNP) que poderão ser considerados nas estruturas analisadas; com a utilização de $NUMEL = 2 \text{ NUMNP}$ fixa-se o máximo número de triângulos (MAXEL).

Tendo-se em vista que o sistema de equações lineares, resultante da aplicação do método, é simétrico e do tipo em faixa e que para resolvê-lo adotou-se o conhecido processo da eliminação progressiva de GAUSS, sabe-se que durante a fase de eliminação da incógnita correspondente, por exemplo, à linha $I=L$ será necessário operar apenas sobre os coeficientes contidos na região triangular que se destaca na FIG. 2.4.4.1 (LIVESLEY, B27, p.p. 214-223). Os coeficien

tes dessa região são do tipo $\bar{F}_{I,J}$, com a adoção de indexação bidimensional apenas para maior facilidade de exposição.

Os valores de I e J variarão da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} (I=L) & (J=L, L+1, L+2, \dots, L+IBNDW-1) \\ (I=L+1) & (J=L+1, L+2, \dots, L+IBNDW-1) \\ (I=L+2) & (J=L+2, \dots, L+IBNDW-1) \\ \vdots & \vdots \\ (I=L+IBNDW-1) & (J=L+IBNDW-1) \end{array}$$

Então será necessário reservar, na subrotina relativa ao processo de GAUSS, uma área de memória interna do computador para alojar os elementos dessa região triangular, correspondentes aos coeficientes $\bar{F}_{I,J}$; o número de coeficientes depende exclusivamente de IBNDW e pode ser calculado com:

$$NCOEF = IBNDW (IBNDW + 1)/2$$

Deduzidas as demais requisições de memória, necessárias para as outras matrizes auxiliares que figuram nessa subrotina, ficará determinada a dimensão máxima de IBNDW compatível com o sistema de processamento disponível.

Sabendo-se que:

$$IBNDW = NV (MAXPD + 1)$$

onde: NV é o número de variáveis por nó da estrutura e MAXPD é a máxima diferença entre os números desses nós (triângulo por triângulo) que se verifica em toda a estrutura, poderá ser também determinado o valor de MAXPD. No caso do

computador já citado esses valores são:

MAXPD = 16 e IBNDW = 102.

2.4 - Os programas e suas etapas

2.4.1 - Programa UM

Este programa lê dados e sobre eles executa testes preliminares, tais como:

- a) verifica se não há nenhum elemento com área negativa; conforme foi explicado anteriormente as áreas dos elementos são orientadas; um valor negativo indicará que o elemento correspondente teve os números relativos aos seus vértices fornecido em sentido contrário ao sinistrorso, que seria aquele compatível com o sistema x,y adotado; erro desse tipo será detectado mediante análise da saída de resultados deste programa, que conterà mensagem informativa correspondente;
- b) verifica se o número de elementos da estrutura analisada é no máximo igual a MAXEL; tendo-se presente que alguns sistemas de processamento não indicam diretamente a ocorrência indevida de maior quantidade de dados do que aquela previamente especificada pelos comandos DIMENSION do programa, será bom detectar logo de início todos os possíveis enganos dessa natureza, por razões óbvias;
- c) verifica se o número de nós não é maior do que MAXNP;
- d) verifica se a máxima diferença entre números de nós de

cada elemento não é maior do que MAXPD; caso o programa mostre ser ultrapassado esse limite será necessário numerar novamente os nós da estrutura e verificar a observância desse limite;

- e) verifica se o número de condições de contorno (número de variáveis conhecidas no contorno) não é maior do que MAXBC;
- f) calcula a largura da semi-faixa do sistema de equações.

Todos esses testes são efetuados sem que haja interrupção da execução quando ocorrer um erro isolado; o erro detectado provocará impressão de mensagem correspondente e a execução terá prosseguimento.

Executado este programa e não tendo ocorrido erro nos dados estes serão arquivados no dispositivo de memória auxiliar, no arquivo DATUM, para utilização durante a execução do programa seguinte.

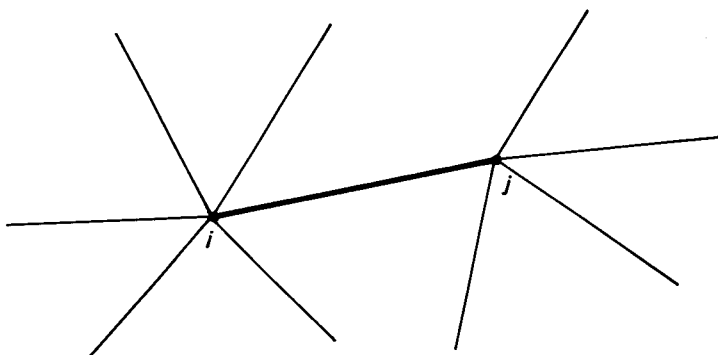
2.4.2 - Programa ZERO

O programa ZERO, utilizando os dados temporariamente armazenados pelo programa anterior no arquivo DATUM, calcula as matrizes de flexibilidade necessárias para a posterior montagem do sistema de equações lineares.

Para estruturas com assimetria em relação a x e a y será sempre difícil conseguir-se divisão regular em elementos. Neste caso será necessário calcular as matrizes de flexibilidade para todos os elementos.

Aqui, julga-se pertinente uma observação sobre um detalhe de alguma importância que não tem sido devidamente evidenciado em textos especializados, dedicados à divulgação de programas para análise de estruturas mediante uso de computadores.

Tem-se notado que muitos desses programas assumem como normal calcular os coeficientes das matrizes de flexibilidade (ou de rigidez) tantas vezes quantas forem necessárias ao serem percorridos todos os nós de uma determinada estrutura. De fato, para alguns tipos de estrutura, isto é perfeitamente correto como será visto a seguir. Entretanto, em casos de estruturas com nós onde concorrem muitas peças estruturais, por exemplo, mesmo no caso de estruturas de barras, as citadas matrizes serão geradas duas vezes pelo programa para cada barra.



Para estruturas de barras, ou mesmo para estruturas contínuas analisadas com o emprego de elementos finitos com poucos graus de liberdade para cada nó, essas matrizes serão de baixa ordem e, nesse caso, o tempo necessário para gerá-las será, muitas vezes, menor do que o que seria gasto para transportá-las de dispositivos de memória auxiliar, onde estivessem armazenadas após a sua primeira geração. Ge-

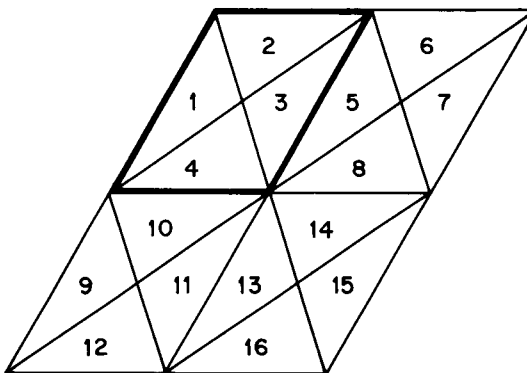
ralmente, o tempo de acesso dependerá, no caso de dispositivos de memória auxiliar, do acionamento de dispositivos mecânicos, mais lentos do que o cálculo eletrônico. Mas, quando a ordem das matrizes fôr mais elevada, poderá constituir alternativa vantajosa, em termos de maior rapidez de execução do programa, calcular previamente todas as matrizes, para todos os membros estruturais ou elementos finitos necessários, armazená-las na memória auxiliar (pois geralmente não caberão na memória central), desarquivando-as quando forem necessárias para a montagem do sistema de equações.

Tratando-se do elemento "FORCE" cada matriz de flexibilidade envolve cálculo trabalhoso, inclusive exigindo a inversão da matriz \mathbf{T} (21x21) e o tempo correspondente ao processamento soma aproximadamente 80 segundos (IBM-1130).

Foi constatado que, pelo menos no caso de divisões em elementos todos desiguais, a fase de execução mais demorada é exatamente esta que calcula as matrizes de flexibilidade dos elementos. Diante disso procurou-se proceder de acordo com uma das seguintes alternativas:

- a) estrutura, com espessura e módulo de elasticidade constantes, que permita divisão regular em elementos conforme esboçado na FIG. 2.4.2.1 .

FIG. 2.4.2.1 - Divisão regular em elementos



As vezes, existe somente uma matriz de flexibilidade a calcular e a partir dela poderão ser obtidas todas as restantes, para os demais elementos, mediante o emprego de adequadas matrizes de rotação. Todavia, mesmo não tirando partido da eventual utilização dessas matrizes de rotação, restarão poucos tipos de elementos básicos a considerar, correspondentes, por exemplo, aos 4 primeiros elementos da figura. Associando-se a cada elemento, além do seu número na malha, outro número (ITPEL), indicador do tipo a que corresponde, será muito fácil obter-se o endereço da memória auxiliar de onde cada matriz de flexibilidade deverá ser retirada para a montagem posterior do sistema geral de equações;

- b) estrutura, com variação descontínua de espessura, porém ainda permitindo divisão regular em elementos conforme a FIG. 2.4.2.1 . Neste caso será sempre possível fazer a divisão de maneira a ter os 4 tipos básicos de elementos com a mesma espessura, por exemplo. A partir das 4 matrizes básicas de flexibilidade será possível obter-se as dos elementos cujas espessuras sejam diferentes, bastando multiplicar as matrizes originais por uma constante determinada através da relação entre as espessuras respectivas. Observe-se, também, que é possível considerar o caso de variação de módulo de elasticidade de elemento para elemento, pois este caso poderá ser equiparado ao de espessuras diferentes entre elementos. Vide a expressão (1.9.23).

- c) estrutura, que não permita divisão regular em elementos; neste caso todas as matrizes são calculadas previamente por este programa e o próprio número do elemento da malha corresponde ao tipo associado;
- d) casos intermediários poderão vir a ser considerados com pequenas modificações neste programa.

Em todos os casos o tipo do elemento será fornecido como dado, a ser armazenado no arranjo ITPEL(I), I=1, número de elementos da malha; o arquivo utilizado para alojar as matrizes de flexibilidade foi denominado REDUZ.

Para calcular as matrizes de flexibilidade o programa ZERO faz uso das seguintes subrotinas:

MATFT - para formação da matriz **T**;

GJRIIS - inversão da matriz **T**, obtendo-se $\mathbf{B} = \mathbf{T}^{-1}$;

KBETA - formação da matriz \mathbf{F}_q ;

MATRH - formação da matriz **H** .

Sobre as três últimas subrotinas não há muitos comentários adicionais a fazer, além daqueles que aparecem nas listagens correspondentes.

KBETA utiliza diretamente as expressões do item 1.10 para o cálculo de \mathbf{F}_q .

MATRH forma a matriz **H** , admitindo-se em princípio a validade de (1.9.14); caso não haja a observância daquelas desigualdades, pelas coordenadas do elemento em foco, os sinais dos coeficientes de **H** serão alterados convenientemente no final da subrotina.

GJRIIS é subrotina altamente eficaz para a inversão

de matrizes de ordem relativamente elevada, porque realiza o pivotamento geral dos coeficientes em todas as fases de execução.

A subrotina MATFT forma \mathbf{T} { (1.7.3), (1.9.1), (1.9.8) }

Reescrevendo (1.7.1)

$$\mathbf{S}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^t & \mathbf{s}_2^t & \mathbf{s}_3^t & \mathbf{s}_4^t & \mathbf{s}_5^t & \mathbf{s}_6^t \end{bmatrix}$$

e sabendo-se que

$$\mathbf{s}_g^t = \begin{bmatrix} A & A_{,x} & A_{,y} & A_{,yy} & -A_{,xy} & A_{,xx} \end{bmatrix}_g$$

$g = 1, 2, 3,$ (2.4.2.1)

com g indicando tratar-se dos 3 vértices do triângulo e

$$\mathbf{s}_h^t = \begin{bmatrix} A_{,n} \end{bmatrix}_h \quad h = 4, 5, 6,$$

onde h indica cada um dos 3 pontos médios dos lados do elemento e com a utilização de (1.9.1) vê-se que para a obtenção de \mathbf{t}_1 , \mathbf{t}_2 e \mathbf{t}_3 , bastará conhecer os seguintes valores:

$$cf(i,j) \quad ; \quad iex(i,j) \quad ; \quad iey(i,j)$$

$$(1 \leq i \leq 18) \quad , \quad (1 \leq j \leq 21).$$

Esses valores são, respectivamente, os coeficientes e expoentes de x e de y dos termos que figuram na expressão quíntica da função de Airy e suas derivadas, conforme (2.4.2.1).

A expressão geral para obter-se os coeficientes

$t(i,j)$ será do tipo:

$$t(i,j) = cf(i,j) x_g^{iex(i,j)} \cdot y_g^{iey(i,j)} \quad (2.4.2.2)$$

onde:

$$g = 1 \text{ quando } 1 \leq i \leq 6;$$

$$g = 2 \text{ quando } 7 \leq i \leq 12;$$

$$g = 3 \text{ quando } 13 \leq i \leq 18.$$

Evidentemente ter-se-á:

$$cf(\ell,m) = cf(\ell + 6,m) = cf(\ell + 12,m)$$

$$iex(\ell,m) = iex(\ell + 6,m) = iex(\ell + 12,m) \quad (1 \leq \ell \leq 6)$$

$$iey(\ell,m) = iey(\ell + 6,m) = iey(\ell + 12,m) \quad (1 \leq m \leq 21)$$

Para a obtenção de t_4 , t_5 e t_6 a expressão geral dos coeficientes dessas matrizes será da forma:

$$t(i,j) = -cf(2,j) \text{sen} \alpha_h x_h^{iex(2,j)} y_h^{iey(2,j)} + \\ + cf(3,j) \text{cos} \alpha_h x_h^{iex(3,j)} y_h^{iey(3,j)}$$

onde: $18 \leq i \leq 21$; $1 \leq j \leq 21$; $4 \leq h \leq 6$, indicando este último índice os 3 pontos nodais situados no meio de cada lado do triângulo.

É interessante chamar a atenção para um detalhe relativo à utilização de expressões do tipo daquela empregada para o cálculo dos $t(i,j)$. Segundo a aritmética de alguns computadores, a potenciação de base nula com expoente nulo corresponde resultado determinado de valor nulo. Isto pode

causar resultados errados quando da utilização dessas expressões. Por exemplo, termos independentes de y e dependentes de x^2 , da matriz \mathbf{T} , calculados com a expressão (2.4.2.2), em pontos com $y=0$, envolverão cálculos aritméticos do tipo:

$$cf(i,j) \cdot x^2 \cdot 0^0$$

cujo resultado, pelo menos para o IBM-1130, será igual a zero, mesmo com $cf(i,j) \cdot x^2 \neq 0$. Será necessário contornar esse problema definindo-se, no programa, que o resultado para a operação discutida deve ser igual à unidade. Isto explica a presença do número razoável de testes em alguns pontos desta subrotina.

2.4.3 - Programa DOIS

O programa DOIS apresenta duas características fundamentais:

- a) como já foi salientado, o número de equações será quase sempre muito elevado e, por isso, não será possível alojar todos os seus coeficientes na memória central; para poder gerar esse sistema será necessário proceder a partições sobre o mesmo; essas partições serão chamadas blocos de "equações". FIG. (2.4.3.1).

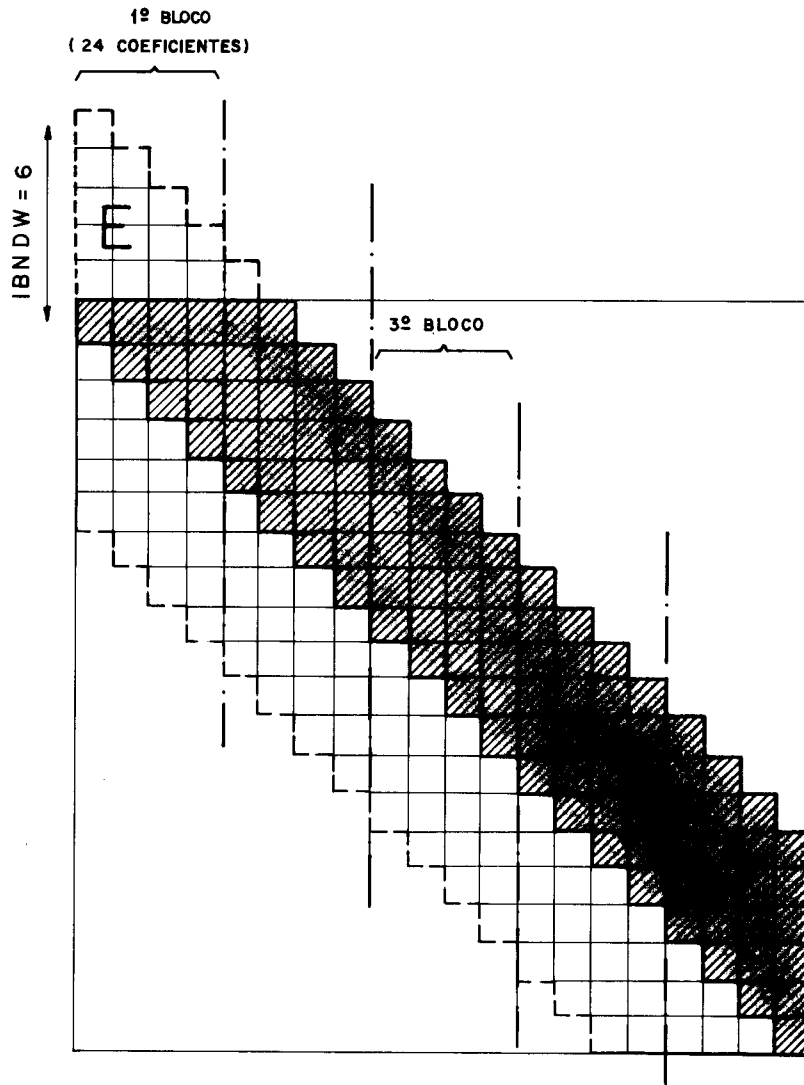


FIG. 2.4.3.1
Blocos de "equações"

b) tendo-se em vista facilitar o trabalho realizado pela subrotina BIGSL, que resolve o sistema de equações, a geração do mesmo será feita de maneira a obter-se endereçamento por coluna, conforme esboçado na FIG. 2.4.3.1; nela o maior endereço de cada coluna corresponderá ao coeficiente mais próximo do limite superior da faixa do sistema; os coeficientes a gerar estarão localizados na semi-faixa escurecida; como será visto ainda no presente i

tem, para manter a generalidade do processo empregado para a geração de endereços e gravação dos coeficientes dos blocos na memória auxiliar, é conveniente e cômodo considerar a extensão da semi-faixa para a "área externa ao sistema", indicada pela letra E naquela figura.

Para ilustrar melhor as duas características, considere-se como exemplo o seguinte caso hipotético:

Seja um sistema de 20 equações com $IBNDW = 6$ e admita-se ser 24 o máximo número de coeficientes desse sistema que a memória central do computador possa alojar; segundo a notação deste programa ter-se-ia $NDIMS = 24$ e $MM = IBNDW$; portanto $NEQBL = NDIMS/MM = 24/6 = 4$, ou seja, cada bloco conterá 4 "equações". Aqui indica-se a palavra equação com aspas pois tendo-se o endereçamento por coluna não haverá, necessariamente, em cada bloco, a formação de equações completas mas, as vezes, de apenas uma parte de equação (confronte-se a FIG. 2.4.3.1 e recorde-se que o sistema é simétrico). Supondo-se um elemento finito também hipotético com 1 grau de liberdade por nó, ter-se-á $NPBL = NEQBL/1 = 4$, ou seja, cada bloco contém incógnitas relativas a 4 pontos nodais da estrutura. Para este caso, como é óbvio, $NUMNP = 20$ e, assim, o número de blocos NB poderá ser calculado com $NB = 1 + (NUMNP - 1)/NPBL = 1 + (20-1)/4 = 5$.

Não é difícil perceber que, dependendo do número de nós de cada elemento e da numeração dos nós da estrutura cada elemento poderá estar participando de um ou mais blocos. Assim sendo, será necessário fazer a classificação dos

elementos da estrutura para relacionar quais os que participam de cada bloco. No programa, isto é realizado no trecho que vai do comando (1257+9) até 140. Em seguida, com as matrizes de flexibilidade dos elementos já armazenadas pelo programa anterior, pode-se iniciar a geração dos coeficientes das colunas do sistema, bloco a bloco, e armazená-los sucessivamente em memória auxiliar. Essa geração é realizada dentro de um longo comando DO que se inicia na instrução (140+2) e vai até 400. Dentro desse trecho vale a pena destacar, além das definições de variáveis inseridas no programa, o problema do endereçamento, a transformação de coordenadas para variáveis de contornos inclinados e o problema da imposição de condições de contorno.

Para o cálculo do endereço de cada coeficiente do sistema de equações a partir do coeficiente de flexibilidade do elemento, em cada bloco, será preciso considerar ou calcular:

- a) os LL elementos do bloco M ($LL = NEB(M)$);
- b) o primeiro (N1) e o último (N2) nós do bloco M; note-se que o último nó do último bloco não pode ter número maior do que NUMNP (comando 999+3);
- c) o primeiro (NE1) e o último (NE2) elementos (seus números dentro da malha da estrutura);
- d) o número efetivo de coeficientes $N = MM \cdot NEQB$ a alojar no bloco;
- e) o número ou tipo (ITPEL) de cada elemento, para efeito da retirada da matriz de flexibilidade do arquivo REDUZ (comando 180+2).

Com os demais dados, relativos aos elementos que participam do bloco, poderá ser calculada a variável contida no comando 222 que, para o caso hipotético aqui comentado, teria expressão um pouco diferente ou seja: $NC=MM(L-N1)+1$ onde L é a variável que indica o número de cada um dos nós dos elementos que participam do bloco M ($N1 \leq L \leq N2$); para o melhor entendimento deste detalhe, que talvez constitua o ponto mais interessante do programa DOIS, será preferível tratar especificamente o caso do elemento "FORCE".

Suponha-se uma chapa dividida em elementos e seja 1 o primeiro elemento do primeiro bloco de "equações"; admita-se que a numeração dos nós desse elemento esteja referida à numeração global da estrutura conforme a FIG. 2.4.3.2 onde os demais elementos e nós não estão desenhados ou numerados.

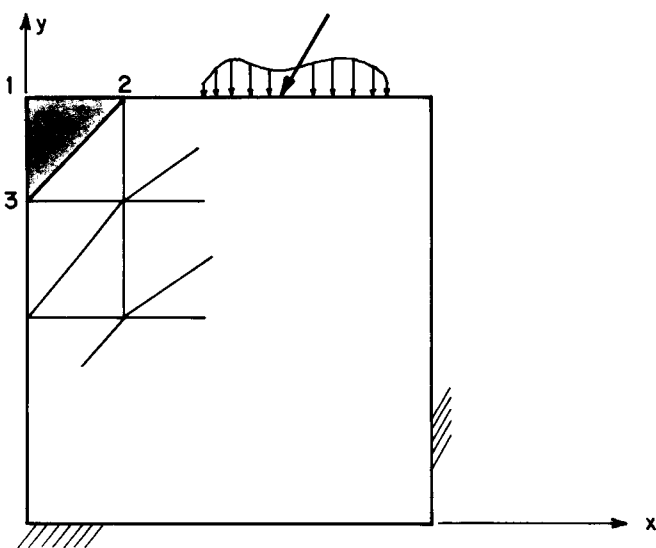


FIG. 2.4.3.2

Chapa indicando alguns elementos finitos

A matriz de flexibilidade do elemento tem (18x18) coeficientes mas, face ao caso particular em exame e à simetria, será necessário espalhar apenas os coeficientes do esquema da FIG. 2.4.3.3, para levar em conta a sua contribuição para a matriz do sistema de equações.

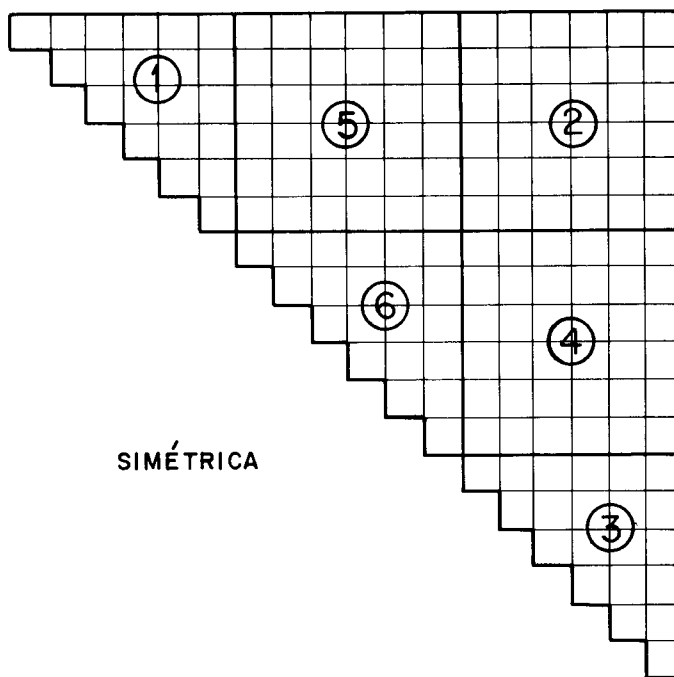


FIG. 2.4.3.3

Matriz de flexibilidade do elemento 1 espalhada na matriz do sistema de equações

De acordo com o procedimento indicado no trecho limitado pelos comandos 909 a 820 do programa, os coeficientes da matriz de flexibilidade do elemento, correspondentes às regiões limitadas pelos traços grossos da FIG. 2.4.3.3, serão lançados nos endereços dos coeficientes da matriz geral do sistema de equações na ordem indicada pelos números circunscritos. É preciso levar em conta que para eixos x,y como os da FIG. 2.4.3.2 os números dos nós do elemento 1 devem

ter sido fornecidos na ordem 1-3-2, ou seja:

$$NP(1,1) = 1$$

$$NP(1,2) = 3$$

$$NP(1,1) = 2$$

O resumo das operações realizadas para o cálculo de NC e L1 poderão auxiliar a compreensão do trecho agora considerado:

| J | I | L | K | NC | L1 | Região |
|---|---|---|---|--------|-------------|--------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 2 | 1 | 3 | 1 | não calcula | - |
| | 3 | 1 | 2 | 1 | não calcula | - |
| 2 | 1 | 3 | 1 | 12MM+1 | 12MM+13 | 2 |
| | 2 | 3 | 3 | 12MM+1 | 12MM+1 | 3 |
| | 3 | 3 | 2 | 12MM+1 | 12MM+7 | 4 |
| 3 | 1 | 2 | 1 | 6MM+1 | 6MM+7 | 5 |
| | 2 | 2 | 3 | 6MM+1 | não calcula | - |
| | 3 | 2 | 2 | 6MM+1 | 6MM+1 | 6 |

Observe-se a localização dos endereços, por exemplo, sobre a região 5, que tem $J = 3$, $I = 1$, $L = 2$, $K = 1$, $NC = 6MM + 1$, $L1 = 6MM + 7$, na FIG. 2.4.3.4 .

Quanto ao problema de estruturas com contornos oblíquos, em relação ao sistema cartesiano X,Y , observe-se o trecho entre os comandos 910 e 940. O único comentário digno de nota é relativo às convenções adotadas para codificação das informações necessárias.

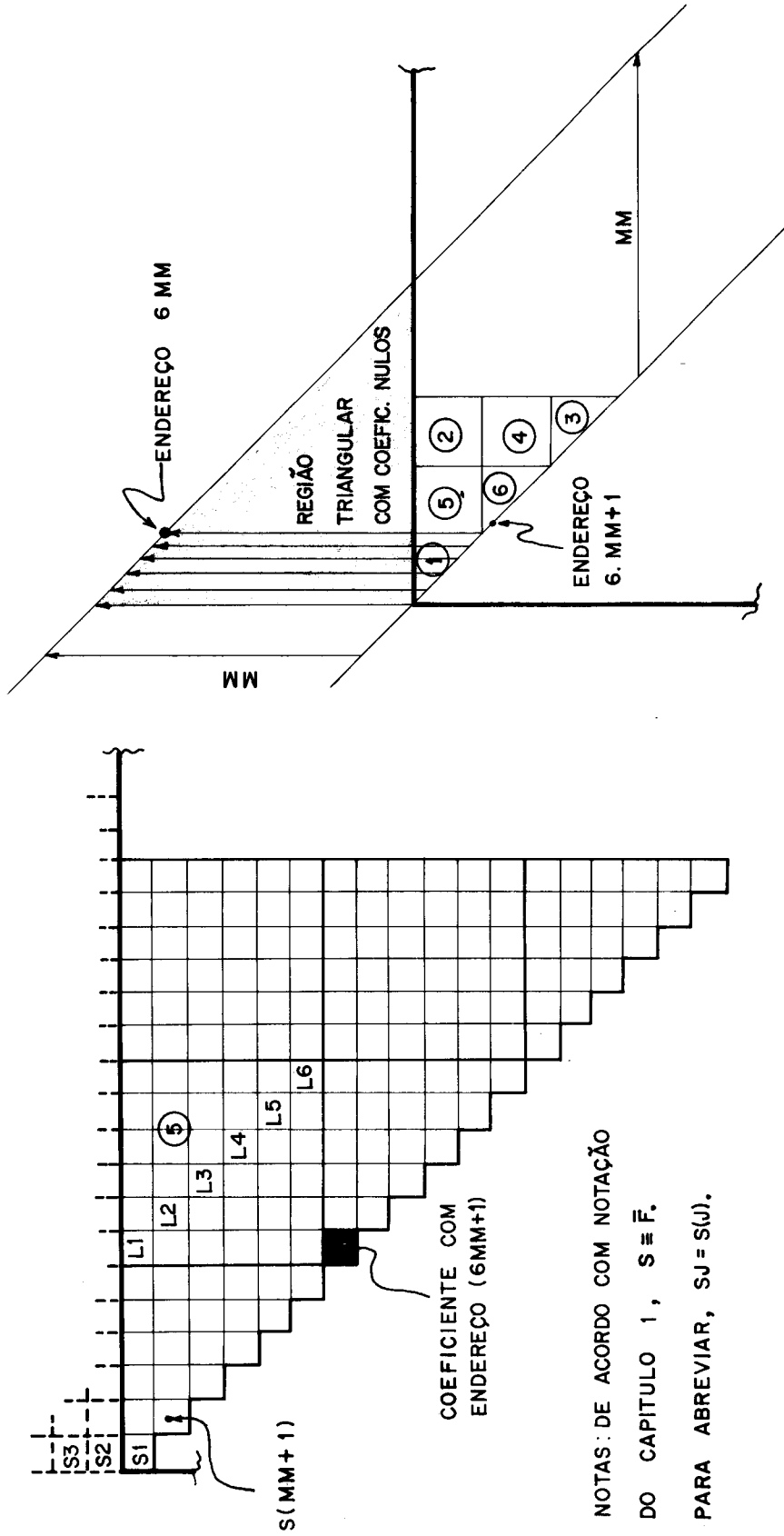


FIG. 2.4.3.4

Indicações sobre o processo de endereçamento, dos coeficientes da matriz do sistema de equações, em cada bloco.

LNOBO(I,1) contém os números dos elementos que têm nós sobre o contorno;

LNOBO(I,2) indica quantos nós cada elemento tem no contorno;

LNOBO(I,J), J=3,4,5 indica os números desses nós;

LNOBO(I,J), J=6,7,8 indica os endereços dos valores dos ângulos α , necessários para as transformações de coordenadas, que estarão contidos em ANGLE(I). Note-se que, neste caso, será necessário fornecer 5 valores de α ; ($\alpha_1 = \alpha_4$).

Observação: a transformação das características de flexibilidade do elemento, relativas a x,y, para o sistema local t,n, pode não afetar todos os 3 nós desse elemento, pois há casos em que apenas um ou dois nós estarão sobre o contorno; por isso será necessário verificar, na matriz de flexibilidade, montada com obediência à convenção relativa a sequência sinistrorsa dos números nodais do elemento $N =$ $=$ LNOBO(I,1), quais os coeficientes a modificar, tendo em vista as informações contidas em LNOBO(I,J), J=3,4,5; isso é realizado pelos comandos 914 até 917.

Resta examinar o problema da identificação do tipo de condição de contorno a impor sobre as equações que correspondem às incógnitas dos nós do contorno.

Como foi visto, no contorno há variáveis com valores conhecidos, diferentes de zero ou nulos. Para a imposição de condições de contorno tem sido adotado correntemente o procedimento descrito a seguir.

Por diversas razões, dentre as quais destaca-se a intenção de não dificultar o problema da indexação, que po-

derá continuar sendo resolvido com a técnica exposta anteriormente, o sistema é montado incluindo todos os coeficientes, mesmo que correspondam a variáveis sobre as bordas, às quais estarão associados valores conhecidos; feito isto, poderão ocorrer dois casos:

a) a variável conhecida, por exemplo \bar{S}_{27} tem valor nulo; neste caso será preferível não eliminar \bar{S}_{27} , e a correspondente equação número 27, do sistema, pois bastará tornar nulos todos os coeficientes da linha e coluna que concorrem na posição do coeficiente $\bar{F}_{27,27}$ exceto este, que será igualado à unidade. Deste modo elimina-se a influência da variável conhecida de valor nulo sobre as demais incógnitas do problema, o que equivale a dizer que aquela é nula;

b) a variável conhecida, por exemplo \bar{S}_{35} , tem valor diferente de zero, que indicar-se-á por C; preferiu-se adotar o procedimento que multiplica o coeficiente $\bar{F}_{35,35}$ da diagonal por um número muito grande, por exemplo 1.10^{18} , e trocar o termo do segundo membro por $\bar{F}_{35,35} \cdot 10^{18} \cdot C$; os valores do tipo $(\bar{F}_{35,35} \cdot 10^{18})$ serão arquivados temporariamente em CONHE(I) para a posterior multiplicação por C, que somente será lido pelo programa TRES; sendo os demais coeficientes da 35a. linha muito menores do que

$\bar{F}_{35,35} \cdot 10^{18}$ e sendo:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{35,1} \bar{S}_1 + \dots + \bar{F}_{35,35} \cdot 10^{18} \bar{S}_{35} + \dots + \bar{F}_{n,n} \bar{S}_n &= \\ &= \bar{F}_{35,35} \cdot 10^{18} C, \end{aligned}$$

com $n = \text{NEQ} =$ número de equações, ter-se-á:

$$\bar{S}_{35} = C$$

Isto equivale a dizer que o valor das demais incógnitas não deve influir sobre o valor de \bar{S}_{35} , o que é justamente coincidente com a realidade pois \bar{S}_{35} é igual a valor conhecido, que não deve, portanto, ser mesmo alterado pelas demais incógnitas.

Note-se que a 35a. coluna não deve ser alterada no sistema.

Em termos de programação bastará adotar código que indique: quais os nós situados sobre o contorno, quais as variáveis conhecidas correspondentes a esses nós e, para estas, se os valores conhecidos são diferentes de zero ou nulos. Estas informações são lidas como dados no programa UM (comandos 45 a 250). Os comentários presentes nesse trecho do programa explicam o código adotado. Para auxiliar a compreensão resume-se aqui o seu significado.

Suponha-se o nó M sobre o contorno de uma estrutura para o qual conhece-se o seguinte:

$$A = 8 ; A_{,x} = 2 ; A_{,y} = 0 ; A_{,yy} = ? ; A_{,xy} = 2 ; A_{,xx} = 8.$$

A esse conjunto de informações corresponderão os seguintes valores para os arranjos $L1(I)$ e $ICON(I)$, $I=1,6$:

| I | L1(I) | ICON(I) |
|---|-------|---------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 |

Em resumo:

L1 = 1 significa valor conhecido;

L1 = 0 significa valor incôgnito;

ICON = 1 significa valor conhecido não nulo e

ICON = 0 significa valor conhecido nulo se L1 = 1 ou
valor incôgnito se L1 = 0.

Evidentemente a informação do tipo exposto no quadro anterior é desvinculada de referência às incôgnitas da estrutura. Para ligar essa informação ao sistema de equações utiliza-se o número M do nó da estrutura e transporta-se a informação de ICON(I) para local adequado dentro do arranjo ICONH(K); ao mesmo tempo forma-se uma lista NEBC(J) dos números das equações que têm condição de contorno a impor, conforme a informação dada por ICONH(K). Note-se que se para um certo I e um nó M determinado L1 for igual a zero, ter-se-á sempre

$$ICON(I) = ICONH(K) = 0,$$

ou seja, a variável correspondente é incôgnita; neste caso não há condição de contorno a impor e, portanto, na lista NEBC(J) não constará o número da equação correspondente. Os comandos 820+1 até 360, do programa DOIS, usam essas infor-

mações preparadas pelo programa UM, para a imposição das condições de contorno às "equações" de cada bloco considerado. Note-se que, em cada bloco, é necessário testar todos os números, identificadores das equações de borda, da lista NEBC(J), para verificar quais os que coincidem com os números das "equações" que o bloco em formação estiver gerando; havendo algum coincidente, e testado ICONH, serão tomadas as providências ditadas pelos comandos 370 e seguintes ou 375 até 360. O bloco assim tratado poderá, então, ser armazenado, por coluna, na unidade auxiliar de memória e passar-se para o bloco seguinte.

2.4.4 - Programa TRES

O programa TRES lê dados relativos ao número de pontos nodais carregados (no contorno) à tolerância máxima permitida sobre os resíduos, ao máximo número de iterações a realizar para tentar atingir essa tolerância e indica, ainda, se há necessidade de perfurar valores das tensões principais e suas direções, para utilização posterior. Além disso, para as equações com condições de contorno impostas, procede à adequada modificação dos coeficientes do segundo membro do sistema, conforme a técnica exposta ao tratar o programa DOIS. Aciona também a subrotina BIGSL que resolve o sistema de equações e, com a solução obtida, se houver incógnitas referidas a eixos locais, procede à rotação, com a utilização da subrotina TRANS, para referir todos os valo-

res ao sistema cartesiano x,y ; em seguida, calcula com a subrotina DEFOR, todas as tensões principais, suas direções e as deformações principais, providenciando as saídas de resultados pela impressora ou em cartões.

A subrotina BIGSL, inicialmente, retira do arquivo COEFS, da memória auxiliar, os coeficientes relativos ao primeiro conjunto triangular mostrado na FIG. 2.4.4.1 . Isto é realizado pelos comandos 110+1 até 130. Note-se que, para evitar o alojamento dos coeficientes nulos, que figuram nos registros da memória auxiliar para as (IBNDW-1) primeiras colunas, nesse trecho do programa procede-se a uma

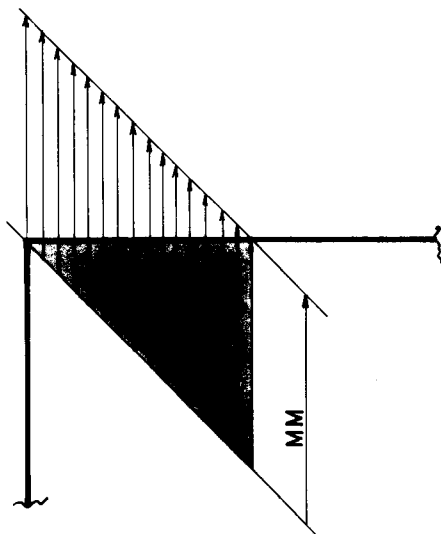


FIG. 2.4.4.1

—Bloco triangular de coeficientes do sistema de equações —

transformação de endereços para esses coeficientes. Deste modo, com os novos endereços, fica-se com a situação da FIG. 2.4.4.2, onde estão indicados os primeiros coeficientes de parte da metade do sistema de equações, nela incluídos os coeficientes da diagonal principal.

| | | | | | | | |
|----|----|----|-----|-----|--|--|--|
| S1 | S3 | S6 | S10 | : | | | |
| | S2 | S5 | S9 | : | | | |
| | | S4 | S8 | : | | | |
| | | | S7 | : | | | |
| | | | | S11 | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

FIG. 2.4.4.2
Coeficientes do sistema de equações
com endereços modificados

Confronte-se esta figura com a FIG. 2.4.3.4 para verificar a mudança de endereçamento.

Em seguida é feita a aplicação do processo de GAUSS. As transformações sobre os coeficientes são feitas pelos comandos 130+1 até 200. De acordo com o ilustrado pela FIG. 2.4.4.3, quanto aos endereços dos coeficientes $A(I)(\bar{F}(I,J))$ do sistema, a sequência de operações correspondentes à eliminação da 1.^a incôgnita, que envolverá apenas os coeficientes da região triangular delimitada por linhas mais grossas dessa figura, será feita do seguinte modo:

- A(1) é transferido para X(1),
- A(2) é reduzido ou transformado em $A(2) - (A(3)/A(1)).A(3)$ e transferido para A(1),
- A(3) é dividido pelo pivô e transferido para X(2),
- A(4) é reduzido ou transformado em $A(4) - (A(6)/A(1)).A(6)$ e transferido para A(2),
- A(5) é reduzido e transferido para A(3)
- A(6) é dividido pelo pivô A(1) e transferido para X(3),
- A(7) é reduzido e transferido para A(4),

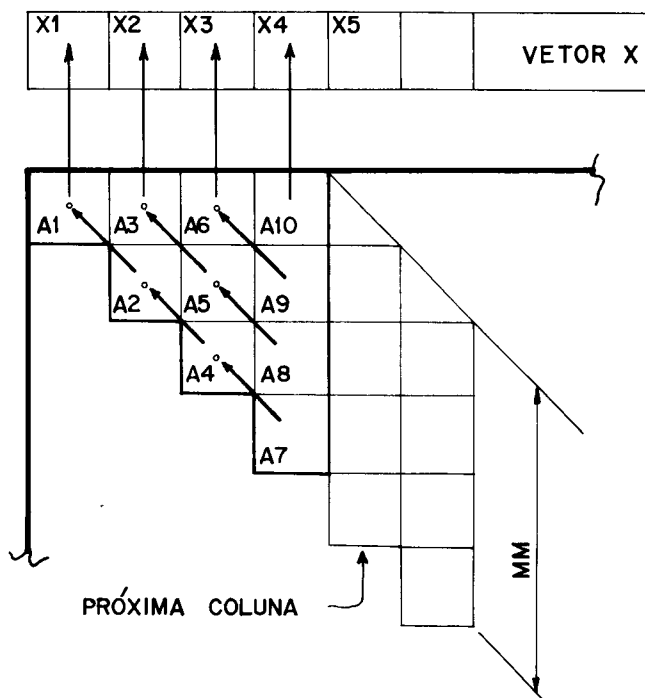


FIG. 2.4.4.3

Reduções e relocações dos coeficientes do bloco triangular

$A(8)$ é reduzido e transferido para $A(5)$,
 $A(9)$ é reduzido e transferido para $A(6)$ e
 $A(10)$ é dividido pelo pivô $A(1)$ e transferido para $X(4)$.
Ocorrendo essas transferências o 1º bloco triangular ficou com a última coluna, antes ocupada pelos coeficientes $A(7)$, $A(8)$, $A(9)$ e $A(10)$, livre para o alojamento da próxima coluna (com MM coeficientes) do sistema de equações que, então, poderá ser transferida do disco para a memória central; agora não será necessário haver preocupação de eliminação de coeficientes nulos, do tipo que apareceram quando o bloco triangular estava sendo montado pela primeira vez na memória central; vide FIG. 2.4.3.4; o registro agora transportado

conterá MM coeficientes efetivamente pertencentes ao sistema. Feito o transporte dessa coluna (comandos 191 e 191+1) o bloco triangular ficará restaurado e as operações podem ser repetidas, agora para a eliminação da segunda incôgnita \bar{S}_2 .

Evidentemente, haverá um limite para a dimensão do vetor $\mathbf{X}(I)$. Portanto, quando todas as posições de \mathbf{X} estiverem ocupadas antes do término da eliminação de todas as incôgnitas do sistema, será necessário armazenar \mathbf{X} na memória auxiliar para poder reutilizar esse vetor ao dar prosseguimento à eliminação das incôgnitas restantes. Para esse fim estão incluídos os comandos 190 e 201 até 200. Os coeficientes reduzidos, contidos em \mathbf{X} , são transferidos para os registros do arquivo REDUZ.

Outro cuidado a tomar, correspondente ao comando 160+1, diz respeito à necessidade de verificar se a última coluna do sistema já foi transportada para a memória central. FIG. 2.4.4.4 .

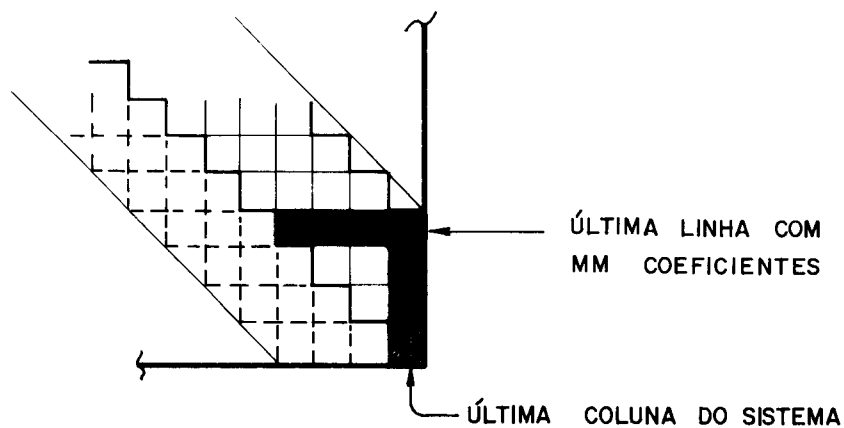


FIG. 2.4.4.4

Parte final do sistema de equações

Além disso, após o transporte da última coluna do sistema para a memória central e a eliminação da incógnita $\bar{S}_{\text{NEQ-MM}}$, a aplicação do procedimento exposto anteriormente será realizada sobre um número progressivamente decrescente de coeficientes, a medida que se aproximar a eliminação da última incógnita \bar{S}_{NEQ} . Por esta razão estão incluídos os comandos de controle e desvio, 130+4 até 778, para orientar o número de operações nesta fase.

Como pode ser observado não foram reduzidos os termos independentes. Isto é efetuado, logo após a conclusão da redução dos coeficientes do sistema, no trecho compreendido pelos comandos 200+4 até 233. Naturalmente, todos os pivôs necessários para essas operações estão também na memória auxiliar para onde foram transferidos como parte do vetor \mathbf{X} . Os termos independentes $\bar{S}_{\text{TRS}}(I)$ também ficam lá gravados, logo após o fim do arquivo REDUZ dos coeficientes de \mathbf{X} .

Realizada esta outra fase, pode-se fazer a substituição regressiva para a obtenção final das incógnitas \bar{S}_i . É o trecho dos comandos 233+1 até 260. Em seguida, desejando-se refinamento da solução obtida, procede-se ao cálculo dos resíduos e a sua comparação com a precisão desejada, no trecho 260+1 até 451. Para o cálculo dos resíduos é necessário dispor dos coeficientes originais $A(I)$ do sistema que, portanto, devem ter permanecido inalterados nos registros do arquivo COEFS. Esta é a razão que exigiu a reserva de arquivos com dimensões iguais para os coeficientes originais em COEFS e os reduzidos $X(I)$ em REDUZ.

Por meio desta subrotina pode-se requisitar a perfuração dos valores:

Nº do ponto ; X ; Y ; σ_1 ; σ_2 ; θ ; direção indicada por θ , para utilização posterior pelo programa do anexo 2, que tratará de desenhar gráfico de σ_1 , σ_2 nas direções principais, para cada ponto.

Para permitir um exame panorâmico e imediato da qualidade dos resultados, elaborou-se o programa do Anexo 2 (SAVASSI-AKAMATU, B28) que, inicialmente, foi utilizado para o tratamento de dados colhidos em ensaios de modelos reduzidos (B1, B2) no Laboratório de Estruturas. Posteriormente, para utilização nos exemplos do capítulo seguinte, o autor introduziu-lhe outras modificações que estão incorporadas na versão apresentada no Anexo 2, onde há comentários suficientes para permitir a sua utilização.

Muitos dos desenhos de tensões principais do capítulo seguinte são reproduções diretas dos resultados do PLOTTER IBM-1627, produzidos pelo programa aqui comentado.

As deformações principais são calculadas a partir de σ_1 , σ_2 , que poderão ser valores médios, nos nós onde concorrem elementos com espessuras ou módulos de elasticidade diferentes. Não teria sentido calcular ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} a partir de σ_x , σ_y , τ_{xy} para cada ponto, se os elementos que têm vértices participando desse ponto apresentassem espessuras ou módulos de elasticidade diferentes pois, para cada espessura, haveria valores diferentes para cada terna de deformações. Seria necessário calcular uma média e com ela

calcular as deformações principais. Parece correto calcular essas deformações principais a partir de σ_1 , σ_2 pois estes valores já foram convenientemente afetados pelo fato dos elementos poderem ter espessuras diferentes.

Finalmente, menciona-se o programa ENERG que calcula a energia de deformação da estrutura.

3. TESTES DE AFERIÇÃO DO ELEMENTO FINITO FORCE

3.1 - Introdução

Para a aferição preliminar da qualidade dos resultados foi escolhida inicialmente uma estrutura suficientemente simples, constituída por uma chapa retangular, com relação 1:2 entre seus lados, solicitada por carga uniformemente distribuída e unitária ($p_y = 1$) ao longo dos lados menores. Esta estrutura será mencionada, daqui por diante, como "retângulo elástico" e sua espessura será constante ou variável. Quando constante será igual à unidade.

Posteriormente, além desta aplicação, foram analisados os seguintes casos:

a) Viga parede quadrada bi-apoiada sobre pilares, com carga uniformemente distribuída sobre 8/10 da borda superior, confrontando-se os resultados com os obtidos por ANDERMANN (B19), que empregou o processo das diferenças finitas, usando polinômios de segundo grau;

b) Viga em balanço, carregada na extremidade livre por tensões tangenciais distribuídas parabolicamente; os resultados estão comparados com aqueles da teoria da elasticidade e com resultados obtidos por FELIPPA (B26) que utilizou o método dos elementos finitos, admitindo campos de deslocamentos representados por polinômios de segundo grau.

c) Solicitação por protensão no pilar típico do vertedouro da barragem de gravidade da ILHA SOLTEIRA, ante

riormente analisado em estudo experimental no Laboratório de Estruturas da EESC (B2).

Tratando-se do retângulo elástico, os diversos casos analisados, também são apresentados com o intuito de facilitar aos eventuais usuários do programa em FORTRAN a depuração de prováveis erros de perfuração, ou para guiarem a adaptações deste programa para utilização de outros sistemas de processamento. Os primeiros casos, com divisões em poucos elementos, terão a vantagem de permitir o acompanhamento de tais adaptações sem demora do equipamento, apesar de permitirem testes exaustivos de todos os atalhos constantes do programa. A consideração de estrutura com diversas divisões serve também para verificar o adequado dimensionamento das matrizes e arranjos constantes do programa, principalmente quando, por limitações de memória central do computador, estiverem com dimensões reduzidas apenas ao mínimo indispensável e compatível com o sistema de processamento utilizado.

Para os dois primeiros casos são apresentados todos os dados que constam das folhas de resultados do processamento pelo IBM-1130, além da representação das tensões principais obtida com a utilização do programa do Anexo 2, mencionado anteriormente.

Para cada um dos casos restantes do retângulo elástico e das estruturas a), b) e c) serão apresentadas: a lista de tensões σ_x , σ_y , τ_{xy} , a lista das tensões principais σ_1 , σ_2 e a representação destas, executada com o programa

ma do Anexo 2, via PLOTTER IBM-1627.

3.2 - Retângulo elástico, com divisão regular em 8 elementos finitos, de espessura constante e lados inclinados em relação ao sistema de referência geral X, Y

É o caso da FIG. 3.2.1 . Foi utilizado para testar a correta imposição de condições de contorno de casos gerais, que apresentem bordas inclinadas em relação ao sistema global de coordenadas.

Observe-se no retângulo elástico desenhado em tamanho reduzido, com a respectiva divisão em elementos finitos os eixos locais t, n sobre os lados maiores. A análise dos dados relativos a essa estrutura e a FIG. 3.2.1 auxiliarão a identificação dos valores a assumir para as variáveis correspondentes do programa.

É oportuno ressaltar aqui outro aspecto ligado à análise da maioria das estruturas a seguir apresentadas. Evidentemente, ao analisar qualquer estrutura deve-se procurar tirar partido das eventuais simetrias ou assimetrias. Tendo-se em vista que além da procura da solução para os problemas analisados, outros fatores estiveram fazendo parte da presente investigação, citando-se como exemplo a pesquisa da simetria dos valores efetivamente calculados no retângulo elástico para as grandezas incógnitas da estrutura toda, os resultados foram sempre obtidos para as estruturas inteiras, com exceção do caso da viga parede. Em 3.5 faz-se nova referência à esta justificativa.

3.3 - Retângulo elástico, com divisão regular em 8 elementos finitos, de espessura constante, com lados paralelos ao sistema global de coordenadas

Está apresentado na FIG. 3.3.1 . Serve para teste do caso particular em que o ângulo α , de acordo com a convenção da FIG. 1.9.6, assume o valor $3\pi/2$. Em outras palavras, inicialmente, este caso foi testado como se as bordas estivessem inclinadas em relação a x,y (TABELA 3.3.1). Para efetuar o processamento de casos desta natureza basta informar o programa através da variável ISKEW, conforme comentários inseridos na listagem do programa UM. Posteriormente o mesmo caso foi testado com a consideração da inexistência de inclinações de trechos do contorno em relação a X,Y . Os resultados foram praticamente os mesmos, de acordo com a TABELA 3.3.2 .

3.4 - Retângulo elástico, com divisão regular em 32 elementos finitos de espessura constante

É o caso da FIG. 3.4.1 . Esta divisão é a que resulta da anterior dividindo-se ao meio todos os lados daqueles triângulos.

TABELAS RELATIVAS A ESTRUTURA 3.2

```

*****
***
- CHAPA INCLINADA - 8 ELEMENTOS - DIVISAO SIMETRICA REGULAR
*****
***
FINITE ELEMENT DATA
*****

```

```

IDIVS=0 - DIVISAO IRREGULAR E IDIVS=1 - DIVISAO REGULAR, COM ISOTROPIA
ESTE PROBLEMA IDIVS = 1

```

```

NUMERU DE ELEMENTOS..... 8
SE=0 CHAPA, SE=1 PLACA..... 0
NUMERU DE PONTOS NODAIS..... 8
NUMERU DE CONDICIONES DE CONTORNO... 0
NUMERU DE PONTOS NA BORDA..... 6
NUMERU DE CASOS DE CARGA..... 1
NUMERU DE MATERIAIS DIFERENTES..... 1
MAX NU. DE ITERACOES..... 0
NU DE ELEMENTOS NA BORDA..... 8
=0, LADOS SEQUIDO X/Y, SE=1 ESCONSO
NO. DE ANGULOS P/ DEFINIR LADJOS ESC

```

```

MAT. NU.      MODULO DE YOUNG      COEF. DE POISSON      DENSIDADE      COEF DILATAAO
1             0.2000E 06             0.20000           0.00000        0.00000E 00

```

```

ISKEW = 0 - CHAPA RETANGULAR E ISKEW=1 - CHAPA ESCONSA
ESTE PROBLEMA ISKEW = 1

```

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

INFORMACCIONES SOBRE FUERTAS, NO CASO DE ESCUNSIDADE
 ELEMENTOS NA BURDA NUS NA BURDA ENDERECOS DOS ANGULOS
 ELEMENTOS NO 1 NO 2 NO 3 ANG 1 ANG 2 ANG 3

| ELEMENTO | I | J | K | MAT, TIPO | ESPESSURA | ELEMENTO TIPO |
|----------|---|---|---|-----------|-----------|---------------|
| 1 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 5 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 4 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 7 | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 4 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 8 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | 7 | 8 | 0 | 1 | 1 | 0 |

U.0439011103E.00
 DADOS SOBRE ELEMENTOS

| ELEMENTO | I | J | K | MAT, TIPO | ESPESSURA | ELEMENTO TIPO |
|----------|---|---|---|-----------|-----------|---------------|
| 1 | 1 | 4 | 3 | 1 | 1.0000 | 1 |
| 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1.0000 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1.0000 | 3 |
| 4 | 4 | 5 | 3 | 1 | 1.0000 | 4 |
| 5 | 4 | 7 | 6 | 1 | 1.0000 | 1 |
| 6 | 4 | 6 | 5 | 1 | 1.0000 | 2 |
| 7 | 5 | 6 | 8 | 1 | 1.0000 | 3 |
| 8 | 7 | 8 | 6 | 1 | 1.0000 | 4 |

COORDENADAS DOS VERTICES

| PUNTO | X-ORD | Y-ORD |
|-------|-----------|-----------|
| 1 | 0.4000000 | 8.0000000 |
| 2 | 0.8000000 | 4.8000000 |
| 3 | 6.0000000 | 5.2000000 |
| 4 | 5.2000000 | 5.6000000 |
| 5 | 5.6000000 | 2.4000000 |
| 6 | 2.8000000 | 2.8000000 |
| 7 | 0.0000000 | 3.2000000 |
| 8 | 2.4000000 | 0.0000000 |

CONDICIONS DE CONTORN

| PUNTO | TAG-FI | TAG-FIX | TAG-FIY | TAG-FIYY | TAG-FIXY | TAG-FIXX |
|-------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

LARGURA DA SPMI-BANDA.= 24

PROGRAMA UM ESTÁ EXECUTADO - NAO HA DADOS ERRADOS

NEOB = 48

106

ND. DE PONTOS BUDAIS COM CARGAS 6

CARGAS APLICADAS

| PUNTO | CARGA-FI | CARGA-FIX | CARGA-FIY | CARGA-FIYY | CARGA-FIXY | CARGA-FIXX |
|-------|----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 1 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 2 | -8.00000 | 0.00000 | 4.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 5 | -8.00000 | 0.00000 | 4.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 7 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 8 | -8.00000 | 0.00000 | 4.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |

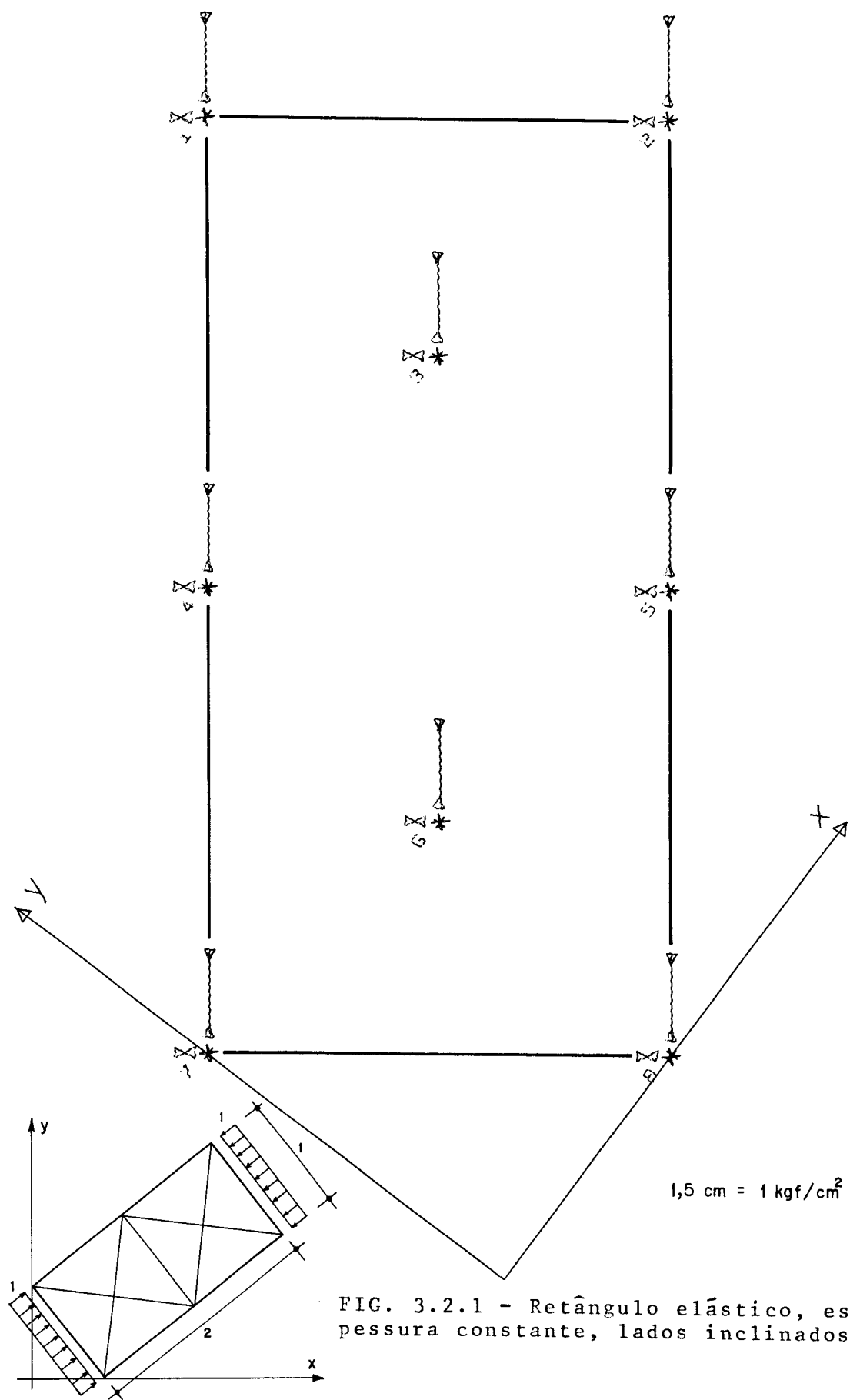
PRECISAO DESEJADA ALCANCADA APDS 0 CICLOS

DOS PUNTOS NODAIS DA FORDA - VIDE RELACAO NO INICIO DOS DADOS - AS TENSOES SAO
 RELATIVAS A EIXOS I, N LOCAIS
 PERTAINDO, OS RESULTADOS ABAIXO, PARA ESSES VDS NAU SAO RELATIVOS A X, Y
 OBSERVACAO ANEXADA P/ DEFORMACOES

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-XX | SIGMA-YY | TAU-XY |
|-------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 6.40 3.00 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 2 | 6.80 4.80 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 3 | 6.00 3.20 | -0.6400000257E 00 | -0.3600000446E 00 | -0.4800000021E 00 |
| 4 | 3.20 5.60 | -0.1000000027E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 5 | 2.60 2.40 | -0.1000000070E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 6 | 2.80 2.80 | -0.6400000257E 00 | -0.3600000514E 00 | -0.4800000031E 00 |
| 7 | 0.00 3.20 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 8 | 2.40 0.00 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-X | SIGMA-Y | TAU-XY |
|-------|-------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 6.40 3.00 | -0.6400000019E 00 | -0.3600000016E 00 | -0.4800000017E 00 |
| 2 | 6.80 4.80 | -0.6400000019E 00 | -0.3600000016E 00 | -0.4800000017E 00 |
| 3 | 6.00 3.20 | -0.6400000257E 00 | -0.3600000446E 00 | -0.4800000021E 00 |
| 4 | 3.20 5.60 | -0.6400000187E 00 | -0.3600000113E 00 | -0.4800000147E 00 |
| 5 | 2.60 2.40 | -0.64000000457E 00 | -0.3600000267E 00 | -0.4800000352E 00 |
| 6 | 2.80 2.80 | -0.6400000257E 00 | -0.3600000514E 00 | -0.480000031E 00 |
| 7 | 0.00 3.20 | -0.6400000019E 00 | -0.3600000016E 00 | -0.4800000017E 00 |
| 8 | 2.40 0.00 | -0.6400000019E 00 | -0.3600000016E 00 | -0.4800000017E 00 |

| TENSULS ADJALS PRINCIPALS | | COORDENADAS | | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE INDICA |
|-------------------------------|------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|---------|--------------|
| PUNTO | X | Y | | | | | | |
| 1 | 6.40 | 8.00 | -0.7313E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 2 | 6.80 | 4.80 | -0.7313E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 3 | 6.00 | 5.20 | -0.3632E-07 | -0.1000E 01 | 0.4999E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 4 | 3.20 | 5.60 | -0.4656E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 5 | 3.60 | 2.40 | -0.4656E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 6 | 2.80 | 2.80 | -0.3911E-07 | -0.1000E 01 | 0.4999E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 7 | 0.00 | 3.20 | -0.7313E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| 8 | 2.40 | 0.00 | -0.7313E-09 | -0.1000E 01 | 0.5000E 00 | 0.3686E 02 | SIGMA-2 | |
| DEFURMACUES PRINCIPALS MEDIAS | | | | | | | | |
| PUNTO | X | Y | EPSLON1 | EPSLON2 | | | | |
| 1 | 6.40 | 8.00 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |
| 2 | 6.80 | 4.80 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |
| 3 | 6.00 | 5.20 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |
| 4 | 3.20 | 5.60 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 | | | | |
| 5 | 3.60 | 2.40 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 | | | | |
| 6 | 2.80 | 2.80 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |
| 7 | 0.00 | 3.20 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |
| 8 | 2.40 | 0.00 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 | | | | |



INFORMAÇÃO SOBRE BARRAS, NO CASO DE ESCURVIDADE
 ELEMENTOS NA BARRA NÚMERO NA BARRA ENDEREÇOS DOS ÂNGULOS
 ELEMENTOS NO 1 NO 2 NO 3 ANS 1 ANS 2 ANS 3

| ELEMENTO | I | J | K | L | M | N | O | P | MAT, TIPO | ESPESSURA | ELEMENTO TIPO |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|-----------|---------------|
| 1 | 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 2 |
| 3 | 5 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 3 |
| 4 | 4 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 4 |
| 5 | 7 | 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 1 |
| 6 | 4 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 2 |
| 7 | 8 | 5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 3 |
| 8 | 7 | 8 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1.0000 | 4 |

0.47120001126 01
 BARRAS SOBRE ELEMENTOS

| ELEMENTO | I | J | K | L | M | N | O | P | MAT, TIPO | ESPESSURA | ELEMENTO TIPO |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|-----------|---------------|
| 1 | 1 | 4 | 3 | | | | | | 1 | 1.0000 | 1 |
| 2 | 1 | 3 | 2 | | | | | | 1 | 1.0000 | 2 |
| 3 | 2 | 3 | 5 | | | | | | 1 | 1.0000 | 3 |
| 4 | 4 | 7 | 3 | | | | | | 1 | 1.0000 | 4 |
| 5 | 4 | 6 | 6 | | | | | | 1 | 1.0000 | 1 |
| 6 | 4 | 5 | 8 | | | | | | 1 | 1.0000 | 2 |
| 7 | 5 | 8 | 6 | | | | | | 1 | 1.0000 | 3 |
| 8 | 7 | 8 | 6 | | | | | | 1 | 1.0000 | 4 |

COORDENADAS DOS VERTICES

| PUNTO | X-ORD | Y-ORD |
|-------|-----------|-----------|
| 1 | 0.0000000 | 8.0000000 |
| 2 | 4.0000000 | 8.0000000 |
| 3 | 2.0000000 | 6.0000000 |
| 4 | 0.0000000 | 4.0000000 |
| 5 | 4.0000000 | 4.0000000 |
| 6 | 2.0000000 | 2.0000000 |
| 7 | 0.0000000 | 0.0000000 |
| 8 | 4.0000000 | 0.0000000 |

INDICADORES DE CONTORNO

| PUNTO | TAG-FI | TAG-FIX | TAG-FIY | TAG-FIYY | TAG-FIXY | TAG-FIXX |
|-------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

CARGUNA DA SERI-DABIDA.= 24

PROGRAMA DE ESTA CATEGORIA - NAU HA DADOS ERRADOS

REQD = 46

ED. DE PUNTOS ADICIAIS COM CARGAS 6

CARGAS APLICADAS

| PUNTO | CARGA-FI | CARGA-FIX | CARGA-FIY | CARGA-FIYY | CARGA-FIXY | CARGA-FIXX |
|-------|----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| 1 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 2 | -0.00000 | 0.00000 | -4.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 5 | -0.00000 | 0.00000 | -4.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 7 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 8 | -0.00000 | 0.00000 | -4.00000 | -1.00000 | 0.00000 | 0.00000 |

PRECISAO DEFEJADA ALCANCADA APJS 0 CICLOS

VOS PUNTOS NUDALS DA ABRDA - VIDE RELACAO NU INICIO DOS DADOS - AS TENSOES SAD
RELATIVAS A EIXOS I, Y LOCAIS

POR TAVIO, OS RESULIADOS ABAIXO, PARA ESSES NJS NAO SAJ RELATIVOS A X, Y

OBSERVACAO ANALISA P/ DIFERENCOES

TENSORES NUDALS

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-XX | SIGMA-YY | TAJ-XY |
|-------|-------------|------------------|------------------|-------------------|
| 1 | 0.00 0.00 | 0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 2 | 4.00 0.00 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 3 | 2.00 0.00 | -0.110594358E-07 | -0.100000003E 01 | -0.381623977E-07 |
| 4 | 0.00 4.00 | -0.100000014E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 5 | 4.00 4.00 | -0.100000098E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 6 | 2.00 2.00 | -0.884756465E-08 | -0.100000010E 01 | -0.3698359258E-07 |
| 7 | 0.00 0.00 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |
| 8 | 4.00 0.00 | -0.100000000E 01 | 0.000000000E 00 | 0.000000000E 00 |

TENSORES NUDALS RELATIVAS A X-Y

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-X | SIGMA-Y | TAU-XY |
|-------|-------------|-------------------|------------------|-------------------|
| 1 | 0.00 0.00 | -0.1510075239E-13 | -0.100000000E 01 | 0.1228851188E-06 |
| 2 | 4.00 0.00 | -0.1510075239E-13 | -0.100000000E 01 | 0.1228851188E-06 |
| 3 | 2.00 0.00 | -0.110594358E-07 | -0.100000003E 01 | -0.381623977E-07 |
| 4 | 0.00 4.00 | -0.1510075260E-13 | -0.100000015E 01 | 0.1228851205E-06 |
| 5 | 4.00 4.00 | -0.1510075384E-13 | -0.100000097E 01 | 0.1228851306E-06 |
| 6 | 2.00 2.00 | -0.884756465E-08 | -0.100000010E 01 | -0.3698359258E-07 |
| 7 | 0.00 0.00 | -0.1510075239E-13 | -0.100000000E 01 | 0.1228851188E-06 |
| 8 | 4.00 0.00 | -0.1510075239E-13 | -0.100000000E 01 | 0.1228851188E-06 |

VECTORES NODALES PRINCIPALES

| PUNTO N | COORDENADAS X | COORDENADAS Y | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE INDICA |
|------------|------------------|------------------|-------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |
| 2 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |
| 3 | 2.00 | 0.00 | -0.1029E-07 | -0.1000E+01 | 0.4999E+00 | -0.2186E-05 | SIGMA-1 |
| 4 | 0.00 | 4.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |
| 5 | 4.00 | 4.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |
| 6 | 2.00 | 2.00 | -0.8847E-08 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | -0.2119E-05 | SIGMA-1 |
| 7 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |
| 8 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.7040E-05 | SIGMA-1 |

VECTORES NODALES PRINCIPALES MEDIAS

| PUNTO N | COORDENADAS X | COORDENADAS Y | EPSLON1 | EPSLON2 |
|------------|------------------|------------------|---------|---------|
|------------|------------------|------------------|---------|---------|

| | | | | |
|---|------|------|------------|-------------|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 2 | 4.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 3 | 2.00 | 0.00 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 |
| 4 | 0.00 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 5 | 4.00 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 6 | 2.00 | 2.00 | 0.9999E-06 | -0.5000E-05 |
| 7 | 0.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 8 | 4.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |

TABELA 3.3.2

ISKEW=0

| TENSORES NULDAIS | | SIGMA-X | | SIGMA-Y | | TAU-XY | |
|------------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-X | SIGMA-Y | TAU-XY | SIGMA-Z | TAU-MAX | ABLI |
| 1 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 2 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 3 | 2.00 | 0.6752038669E-08 | -0.100000000E+01 | 0.240837509E-08 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 4 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 5 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 6 | 2.00 | -0.104757897E-08 | -0.100000000E+01 | 0.2466540652E-08 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 7 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| 8 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |

| TENSORES NULDAIS PRINCIPALS | | SIGMA-1 | | SIGMA-2 | | TAU-MAX | | ABLI | |
|-----------------------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | SIGMA-3 | TAU-MAX | ABLI | SIGMA-4 | ABLI |
| 1 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 2 | 4.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 3 | 2.00 | 0.6519E-08 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 4 | 4.00 | -0.4656E-07 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 5 | 4.00 | -0.4656E-07 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 6 | 2.00 | -0.1396E-08 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 7 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 8 | 4.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |

| DEFORMAGONES PRINCIPALS MEDIAS | | EPLOH1 | | EPLOH2 | |
|--------------------------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|
| PUNTO | COORDENADAS | EPLOH1 | EPLOH2 | EPLOH3 | EPLOH4 |
| 1 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 2 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 3 | 2.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 4 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 5 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 6 | 2.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 7 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |
| 8 | 4.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 |

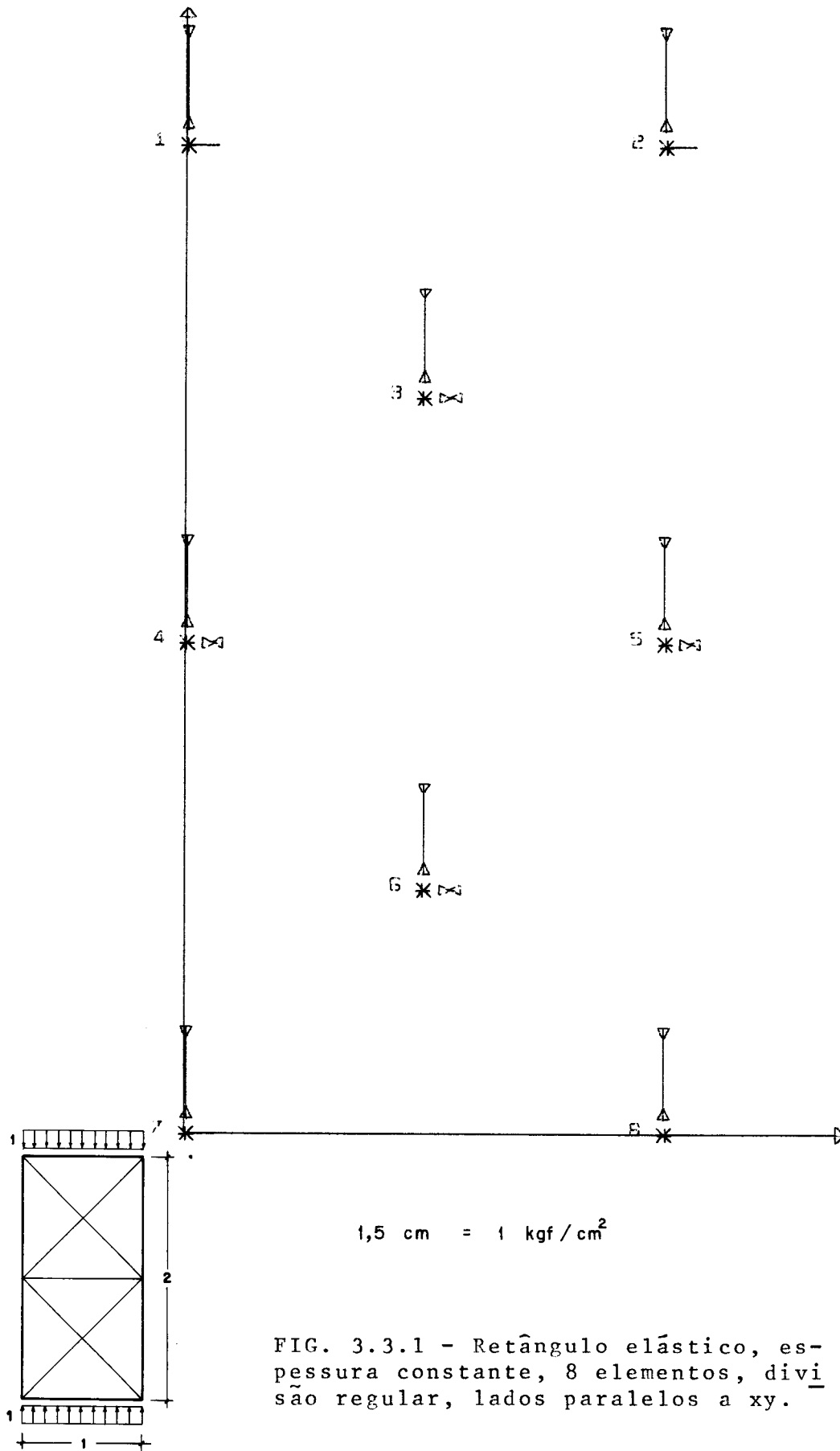
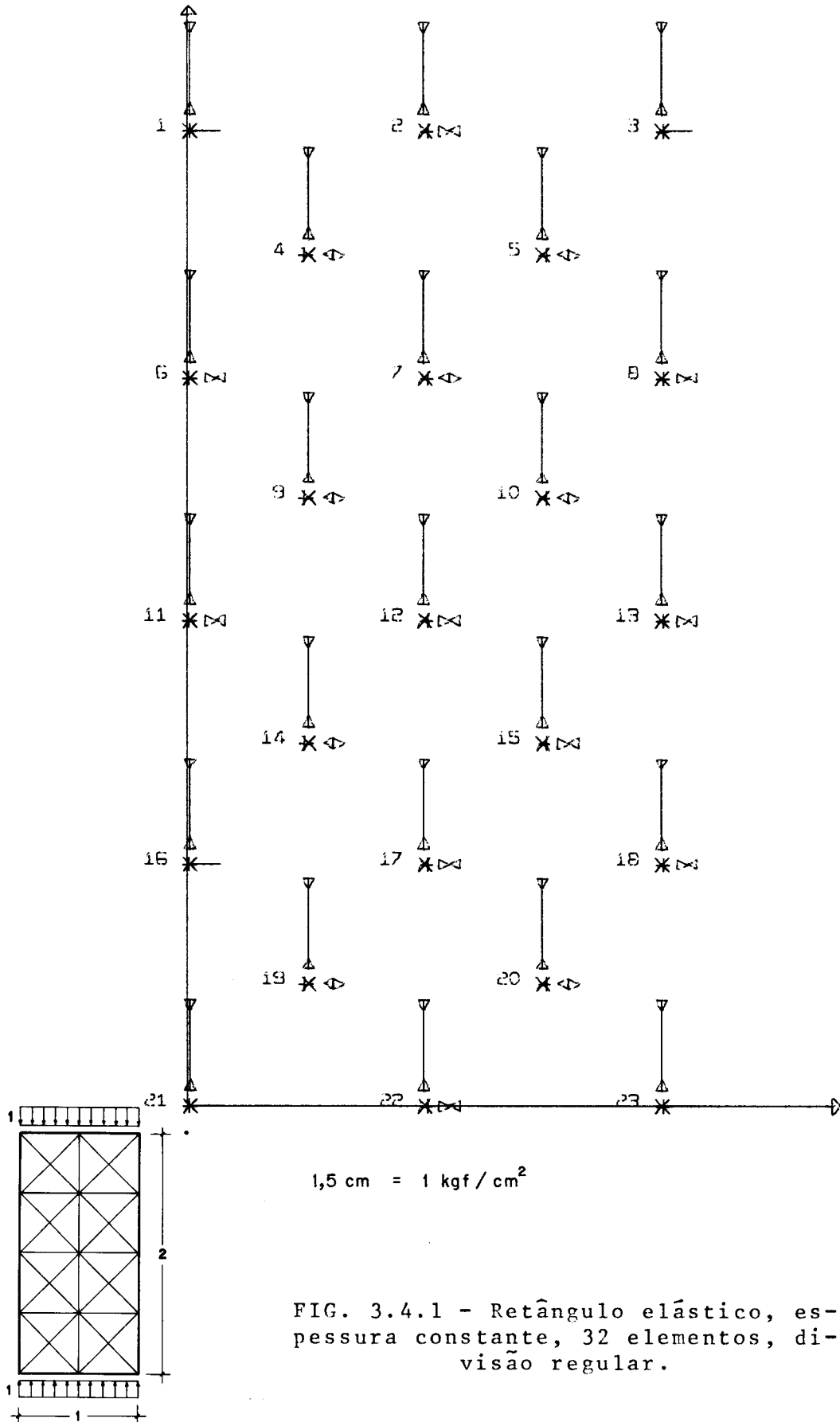


FIG. 3.3.1 - Retângulo elástico, espessura constante, 8 elementos, divisões regulares, lados paralelos a xy.



3.5 - Retângulo elástico, com divisão regular em 128 elementos finitos de espessura constante

Este caso, representado na FIG. 3.5.1, deriva do anterior através da divisão ao meio de todos os lados dos elementos daquele caso. Para este tipo de divisão, este é o máximo número de elementos que foi possível utilizar no IBM-1130. O caso imediatamente posterior, com 256 elementos, exigiria dimensões excessivas para a capacidade desse computador. Seria possível examiná-lo com a consideração da simetria da estrutura, o que não foi feito tendo-se em vista o exposto em 3.2 . Também será possível tratar este caso desde que se disponha de programa mais geral, capaz de considerar sub-estruturas (vide "Considerações Finais").

3.6 - Retângulo elástico com divisão regular em 16 elementos finitos de espessura constante

Foi testada uma série correspondente à divisão do tipo que aparece na FIG. 3.6.1, com 4, 16 e 64 elementos. Aqui se apresenta apenas o caso com 16 elementos para que se tenha idéia da qualidade dos resultados e para efeito de comparação com o que se trata no caso 3.7 . A disposição dos elementos nas malhas correspondentes a este tipo de divisão é mais adequada e recomendável quando se pretende analisar o andamento da solução, à medida que a estrutura passa a sofrer divisões contendo número paulatinamente crescen

te de elementos. De fato, a não ser para a primeira divisão (matriz), com esse procedimento os nós internos receberão influência de número constante de elementos, nas malhas formadas por número sucessivamente crescente, não havendo razão para sofrerem condicionamentos impostos pela maneira de dividir a estrutura. Se o elemento tende a construir soluções convergentes (ou não) não deve haver, portanto, influência da divisão, à medida que estiverem sendo considerados mais elementos na estrutura. Além disso, com esse procedimento continua-se a ter divisão regular o que, de acordo com o que foi mencionado no capítulo anterior, tem a vantagem de exigir o cálculo de matrizes de flexibilidade para um pequeno número de elementos da estrutura. Os resultados obtidos nesta série também mostraram menor variação entre os valores de ponto para ponto, em relação à série 3.3 a 3.5, e isso pode ser atribuído ao fato de ter-se aqui a mencionada constância do número de elementos, concorrendo em todos os nós internos, para a série toda (pelo menos com 16 e 64 elementos).

3.7 - Retângulo elástico, com divisão irregular em 18 elementos de espessura constante

Este caso, FIG. 3.7.1, mostra a pequena influência da presença de elementos com dimensões e formas bastante variáveis na malha. Os valores σ_y são praticamente os mesmos que foram obtidos com a divisão regular em 16 elementos

(3.6) que é o caso mais diretamente comparável com este, pois o número de nós (variáveis) internos é idêntico.

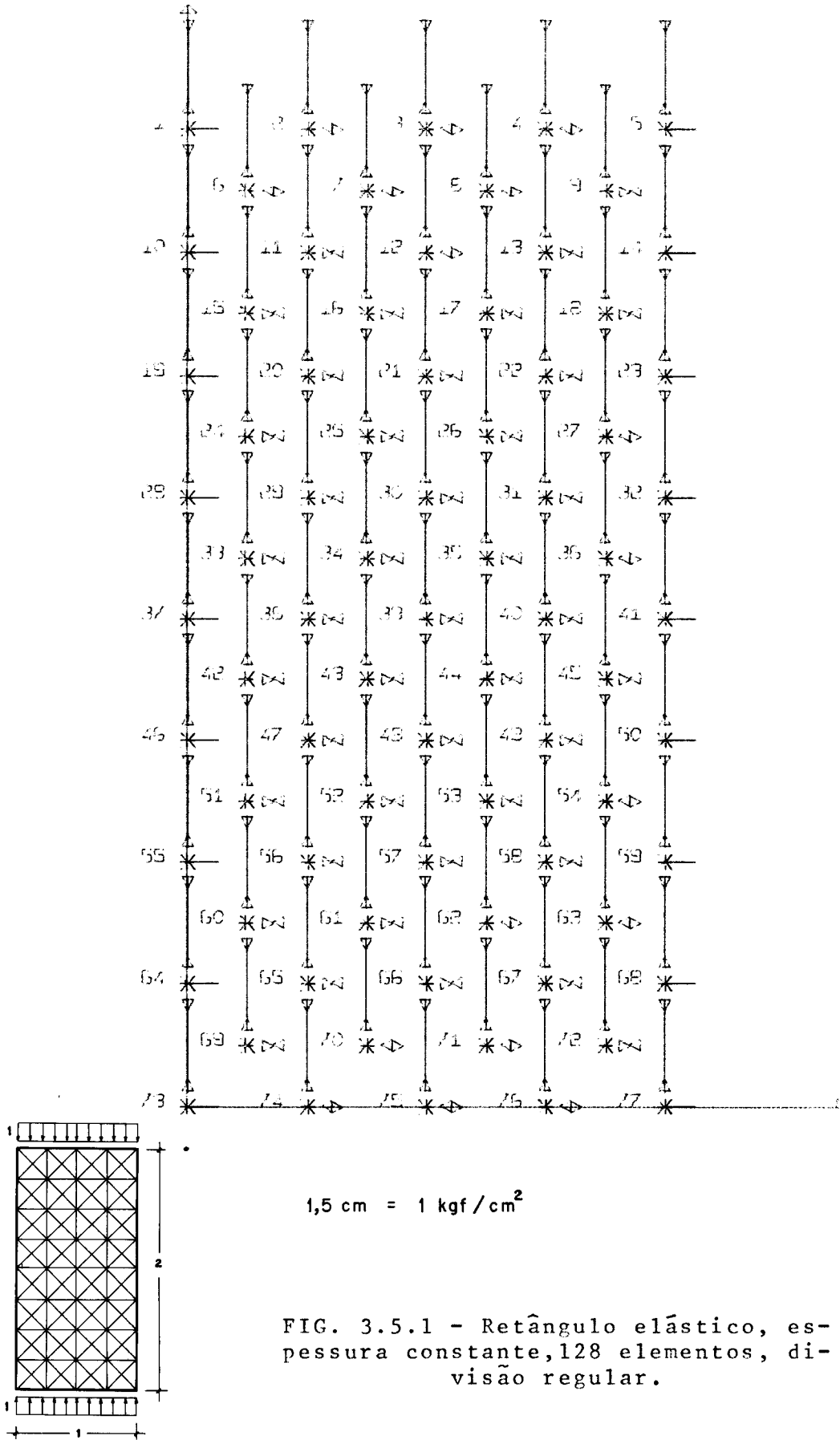
TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.5

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-XX | SIGMA-YY | TAU-XY |
|-------|-------------|------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0.00 | 0.000000000E-00 | -0.100000000E-01 | 0.000000000E-00 |
| 2 | 1.00 | 0.1968001016E-06 | -0.100000000E-01 | 0.000000000E-00 |
| 3 | 2.00 | 0.1782318578E-06 | -0.100000000E-01 | 0.000000000E-00 |
| 4 | 3.00 | 0.1629814506E-06 | -0.100000000E-01 | 0.000000000E-00 |
| 5 | 4.00 | 0.000000000E-00 | -0.100000000E-01 | 0.000000000E-00 |
| 6 | 0.50 | 0.1536845972E-06 | -0.9999998516E-00 | 0.1183896045E-05 |
| 7 | 1.50 | 0.1677847621E-06 | -0.9999998066E-00 | -0.1494811609E-07 |
| 8 | 2.50 | 0.1413282008E-06 | -0.100000000E-01 | -0.6891220211E-05 |
| 9 | 3.50 | 0.1367880032E-07 | -0.1000000143E-01 | -0.8376895941E-07 |
| 10 | 0.00 | 0.000000000E-00 | -0.9999997315E-00 | 0.000000000E-00 |
| 11 | 1.00 | 0.6283517001E-07 | -0.1000000210E-01 | 0.3611194192E-07 |
| 12 | 2.00 | 0.4409230316E-07 | -0.999999830E-00 | -0.4328103389E-07 |
| 13 | 3.00 | 0.1083244570E-06 | -0.1000000096E-01 | 0.1476659960E-05 |
| 14 | 4.00 | 0.000000000E-00 | -0.9999996281E-00 | 0.1354540835E-07 |
| 15 | 0.50 | 0.2432359429E-06 | -0.1000000169E-01 | 0.000000000E-00 |
| 16 | 1.50 | 0.2646631698E-07 | -0.1000000055E-01 | 0.5065766121E-07 |
| 17 | 2.50 | 0.1788203336E-07 | -0.1000000051E-01 | -0.938130152E-07 |
| 18 | 3.50 | 0.1993030310E-06 | -0.1000000160E-01 | 0.000000000E-00 |
| 19 | 0.00 | 0.000000000E-00 | -0.9999987387E-00 | 0.000000000E-00 |
| 20 | 1.00 | 0.9409258392E-07 | -0.1000000369E-01 | 0.9228415372E-05 |
| 21 | 2.00 | 0.1146690920E-06 | -0.1000000067E-01 | 0.2628257790E-07 |
| 22 | 3.00 | 0.7238122640E-07 | -0.1000000081E-01 | -0.1262551240E-05 |
| 23 | 4.00 | 0.000000000E-00 | -0.999992919E-00 | 0.000000000E-00 |
| 24 | 0.50 | 0.1693312895E-06 | -0.1000000111E-01 | 0.4378015921E-07 |
| 25 | 1.50 | 0.8410762583E-07 | -0.1000000124E-01 | 0.2443648440E-07 |
| 26 | 2.50 | 0.9283894772E-07 | -0.1000000145E-01 | -0.1855756740E-07 |
| 27 | 3.50 | 0.5355104807E-06 | -0.999999243E-00 | -0.3905552151E-07 |
| 28 | 0.00 | 0.000000000E-00 | -0.9999986542E-00 | 0.000000000E-00 |
| 29 | 1.00 | 0.1951411833E-06 | -0.1000000481E-01 | 0.3716672538E-07 |
| 30 | 2.00 | 0.7642576266E-07 | -0.1000000099E-01 | 0.2716933523E-07 |
| 31 | 3.00 | 0.1586158761E-06 | -0.1000000187E-01 | -0.4075804591E-07 |
| 32 | 4.00 | 0.000000000E-00 | -0.9999990898E-00 | 0.000000000E-00 |
| 33 | 0.50 | 0.6470779584E-08 | -0.999999597E-00 | 0.000000000E-00 |
| 34 | 1.50 | 0.1763432068E-07 | -0.1000000151E-01 | -0.5005950381E-08 |
| 35 | 2.50 | 0.4214872010E-07 | -0.1000000131E-01 | 0.2489398023E-08 |
| 36 | 3.50 | 0.4761386665E-07 | -0.999999075E-00 | -0.1809397077E-08 |
| 37 | 0.00 | 0.000000000E-00 | -0.999998781E-00 | 0.000000000E-00 |
| 38 | 1.00 | 0.1979752110E-06 | -0.1000000402E-01 | 0.6962932280E-07 |
| 39 | 2.00 | 0.3544846552E-07 | -0.1000000086E-01 | -0.1131775207E-07 |
| 40 | 3.00 | 0.3355671634E-07 | -0.1000000132E-01 | -0.1328135115E-07 |

| | | | | | |
|----|------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 41 | 4.00 | 0.0000000000E+00 | 0.9999991615E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 42 | 3.50 | -0.2592105338E-06 | -0.1000000189E+01 | -0.2508310638E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 43 | 1.50 | -0.1953453223E-07 | -0.1000000117E+01 | -0.2757424512E-08 | 0.0000000000E+00 |
| 44 | 3.50 | -0.5114676685E-08 | -0.1000000115E+01 | 0.3067998996E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 45 | 3.50 | -0.1245061868E-06 | -0.1000000067E+00 | 0.1019174765E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 46 | 3.00 | 0.0000000000E+00 | -0.9999986987E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 47 | 1.00 | -0.435381123E-07 | -0.1000002921E+01 | -0.4290996005E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 48 | 3.00 | -0.5637411962E-07 | -0.1000000081E+01 | -0.2341494111E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 49 | 3.00 | -0.115687261E-06 | -0.100000208E+01 | -0.4314279070E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 50 | 4.00 | 0.0000000000E+00 | -0.9999932388E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 51 | 0.50 | -0.5242442188E-07 | -0.100000142E+01 | -0.2505953412E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 52 | 1.50 | -0.1013030016E-07 | -0.100000075E+01 | -0.2937918710E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 53 | 2.50 | -0.1251933960E-07 | -0.100000004E+01 | 0.2405532485E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 54 | 3.50 | 0.6740447139E-07 | -0.1000000000E+00 | 0.4911271392E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 55 | 0.00 | 0.0000000000E+00 | -0.9999985995E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 56 | 1.00 | -0.1773878467E-06 | -0.1000000371E+01 | -0.918053047E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 57 | 2.00 | -0.3472086976E-07 | -0.999999797E+00 | -0.1426360541E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 58 | 3.00 | -0.1582293620E-06 | -0.100000233E+01 | 0.8557435555E-05 | 0.0000000000E+00 |
| 59 | 4.00 | 0.0000000000E+00 | -0.999992966E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 60 | 0.50 | -0.1567570089E-06 | -0.1000000198E+01 | -0.7236943186E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 61 | 1.50 | -0.1992651201E-07 | -0.100000011E+01 | -0.2082453514E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 62 | 2.50 | 0.9476461403E-08 | -0.100000023E+01 | 0.2929753863E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 63 | 3.50 | 0.8731149141E-09 | -0.999999923E+00 | 0.6482873239E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 64 | 0.00 | 0.0000000000E+00 | -0.9999990414E+00 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 65 | 1.00 | -0.1337029972E-06 | -0.100000225E+01 | -0.7751806199E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 66 | 2.00 | -0.2945507643E-07 | -0.1000000099E+01 | 0.8286406234E-08 | 0.0000000000E+00 |
| 67 | 3.00 | -0.5390029403E-07 | -0.999999979E+00 | 0.5184200170E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 68 | 4.00 | 0.0000000000E+00 | -0.1000000099E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 69 | 0.50 | -0.1451953177E-06 | -0.9999995424E+00 | -0.1409597393E-05 | 0.0000000000E+00 |
| 70 | 1.50 | 0.7348172920E-07 | -0.999999615E+00 | 0.4532492250E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 71 | 2.50 | 0.8930373246E-07 | -0.999999792E+00 | -0.1963812226E-08 | 0.0000000000E+00 |
| 72 | 3.50 | -0.5678724172E-07 | -0.1000000083E+01 | 0.9211726142E-07 | 0.0000000000E+00 |
| 73 | 0.00 | 0.0000000000E+00 | -0.1000000000E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 74 | 1.00 | 0.4273929337E-06 | -0.1000000000E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 75 | 2.00 | 0.1641310519E-05 | -0.1000000000E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 76 | 3.00 | 0.1832595445E-06 | -0.1000000000E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |
| 77 | 4.00 | 0.0000000000E+00 | -0.1000000000E+01 | 0.0000000000E+00 | 0.0000000000E+00 |

| PUNTO | | COORDENADAS | | SIGMA-1 | | SIGMA-2 | | TAU-MAX | | ANSLE | | ANGLE INDICA | |
|-------|------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|---------|---------|--|-------|--|--------------|--|
| N | X | Y | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.00 | 8.00 | 0.0000E-00 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 2 | 1.00 | 8.00 | 0.1965E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 3 | 2.00 | 8.00 | 0.1778E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 4 | 3.00 | 8.00 | 0.1627E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 5 | 4.00 | 8.00 | 0.0000E-00 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 6 | 0.50 | 7.50 | 0.1536E-06 | -0.9999E-00 | 0.5000E-00 | 0.6766E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 7 | 1.50 | 7.50 | 0.1657E-06 | -0.9999E-00 | 0.5000E-00 | 0.8564E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 8 | 2.50 | 7.50 | -0.1401E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | -0.2094E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 9 | 3.50 | 7.50 | -0.1350E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | -0.4914E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 10 | 0.00 | 7.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 11 | 1.00 | 7.00 | 0.6286E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.2069E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 12 | 2.00 | 7.00 | 0.4330E-07 | -0.9999E-00 | 0.5000E-00 | 0.2477E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 13 | 3.00 | 7.00 | -0.1084E-06 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | -0.8465E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 14 | 4.00 | 7.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 15 | 0.50 | 6.50 | -0.2430E-06 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.8460E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 16 | 1.50 | 6.50 | -0.2634E-07 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.7760E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 17 | 2.50 | 6.50 | -0.1722E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.2902E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 18 | 3.50 | 6.50 | -0.1997E-06 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.5375E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 19 | 0.00 | 6.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 20 | 1.00 | 6.00 | 0.7422E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.5287E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 21 | 2.00 | 6.00 | -0.1145E-05 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.1203E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 22 | 3.00 | 6.00 | -0.7217E-07 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.7343E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 23 | 4.00 | 6.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 24 | 0.50 | 5.50 | -0.1685E-06 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.2508E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 25 | 1.50 | 5.50 | -0.3428E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.1400E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 26 | 2.50 | 5.50 | -0.7266E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.1051E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 27 | 3.50 | 5.50 | 0.5122E-06 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.2257E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 28 | 0.00 | 5.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 29 | 1.00 | 5.00 | 0.1951E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.2129E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 30 | 2.00 | 5.00 | -0.7683E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.1356E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 31 | 3.00 | 5.00 | -0.1587E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.2335E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 32 | 4.00 | 5.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 33 | 0.50 | 4.50 | -0.6053E-06 | -0.1000E-01 | 0.4999E-00 | 0.2803E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 34 | 1.50 | 4.50 | -0.1722E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.1426E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 35 | 2.50 | 4.50 | -0.4190E-08 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.1036E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 36 | 3.50 | 4.50 | 0.4749E-07 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.2620E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 37 | 0.00 | 4.00 | 0.0000E-00 | -0.9999E-00 | 0.4999E-00 | 0.0000E-00 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 38 | 1.00 | 4.00 | -0.1075E-06 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.3999E-05 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 39 | 2.00 | 4.00 | -0.3585E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.6464E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |
| 40 | 3.00 | 4.00 | -0.3399E-07 | -0.1000E-01 | 0.5000E-00 | 0.7609E-06 | SIGMA-1 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|----|------|-------------|-------------|----|------------|----|-------------|----|------------|---------|
| 41 | 4.00 | 0.0000E+00 | 0.1999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 42 | 3.50 | -0.2593E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.4999E+00 | 00 | -0.1437E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 43 | 3.50 | -0.1909E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1379E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 44 | 3.50 | -0.2122E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1769E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 45 | 3.50 | -0.1243E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.4999E+00 | 00 | -0.5339E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 46 | 0.00 | -0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 47 | 1.00 | -0.4330E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.2493E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 48 | 3.00 | -0.5634E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1341E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 49 | 3.00 | -0.1159E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.2471E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 50 | 3.00 | -0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 51 | 0.50 | -0.5261E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1455E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 52 | 1.50 | -0.9776E-08 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1563E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 53 | 3.50 | -0.1536E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1378E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 54 | 2.50 | -0.6705E-07 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | -0.2813E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 55 | 2.00 | 0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 56 | 2.00 | -0.1774E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.5260E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 57 | 2.00 | -0.3492E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.4999E+00 | 00 | -0.5172E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 58 | 2.00 | -0.1559E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.4999E+00 | 00 | -0.4703E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 59 | 2.00 | 0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 60 | 1.50 | -0.1955E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.4146E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 61 | 1.50 | -0.8847E-08 | -0.1000E+00 | 01 | 0.4999E+00 | 00 | -0.147E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 62 | 3.50 | 0.4656E-09 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.5714E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 63 | 1.00 | 0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 64 | 1.00 | -0.1335E-05 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.4146E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 65 | 2.00 | -0.2980E-07 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | -0.4441E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 66 | 1.00 | -0.5355E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.4747E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 67 | 3.00 | 0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 68 | 4.00 | -0.1448E-06 | -0.9999E+00 | 00 | 0.4999E+00 | 00 | -0.3543E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 69 | 0.50 | 0.7217E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.8076E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 70 | 1.50 | 0.8800E-07 | -0.9999E+00 | 00 | 0.5000E+00 | 00 | -0.2575E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 71 | 2.50 | -0.3678E-07 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.1125E-06 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 72 | 3.50 | 0.0000E+00 | -0.9999E+00 | 00 | 0.5000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 73 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | -0.5277E-05 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 74 | 1.00 | 0.4260E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 75 | 2.00 | 0.1634E-06 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 76 | 3.00 | 0.1820E-05 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |
| 77 | 4.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+00 | 01 | 0.5000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | 00 | 0.0000E+00 | SIGMA-I |



TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.6

| TENSÕES NORMAIS PRINCIPAIS | | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------|------------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|---------|---------|
| PUNTO | COORDENADAS X | COORDENADAS Y | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE | INDICA | INDICA |
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 2 | 2.00 | 0.00 | -0.7458E+03 | -0.1000E+01 | 0.4979E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 3 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 4 | 0.00 | 0.00 | -0.4628E-07 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 5 | 2.00 | 0.00 | 0.1769E-07 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.3201E-06 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 6 | 4.00 | 0.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 7 | 0.00 | 4.00 | -1.4026E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 8 | 2.00 | 4.00 | 0.1536E-07 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.4402E-06 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 9 | 4.00 | 4.00 | -0.4626E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 10 | 0.00 | 0.00 | -0.4626E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 11 | 2.00 | 2.00 | 0.5122E-06 | -0.1000E+01 | 0.4999E+00 | 0.0000E+00 | 0.3635E-06 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 12 | 4.00 | 2.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 13 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 14 | 2.00 | 0.00 | -0.1676E-07 | -0.1000E+01 | 0.4999E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 15 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |

| TENSÕES NORMAIS PRINCIPAIS | | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------|------------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|---------|---------|
| PUNTO | COORDENADAS X | COORDENADAS Y | SIGMA-XX | SIGMA-YY | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE | INDICA | INDICA |
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 2 | 2.00 | 0.00 | -0.7458E+03 | -0.1000E+01 | 0.4979E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 3 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 4 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 5 | 2.00 | 0.00 | 0.1816E+02 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.5587E-08 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 6 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 7 | 0.00 | 4.00 | 0.1536E+24 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.7683E-08 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 8 | 2.00 | 4.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 9 | 4.00 | 4.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 10 | 0.00 | 0.00 | 0.5122E+03 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.6344E-08 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 11 | 2.00 | 2.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 12 | 4.00 | 2.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 13 | 0.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 14 | 2.00 | 0.00 | -0.1722E+07 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |
| 15 | 4.00 | 0.00 | 0.0000E+00 | -0.1000E+01 | 0.5000E+00 | 0.0000E+00 | 0.0000E+00 | SIGMA-1 | SIGMA-1 |

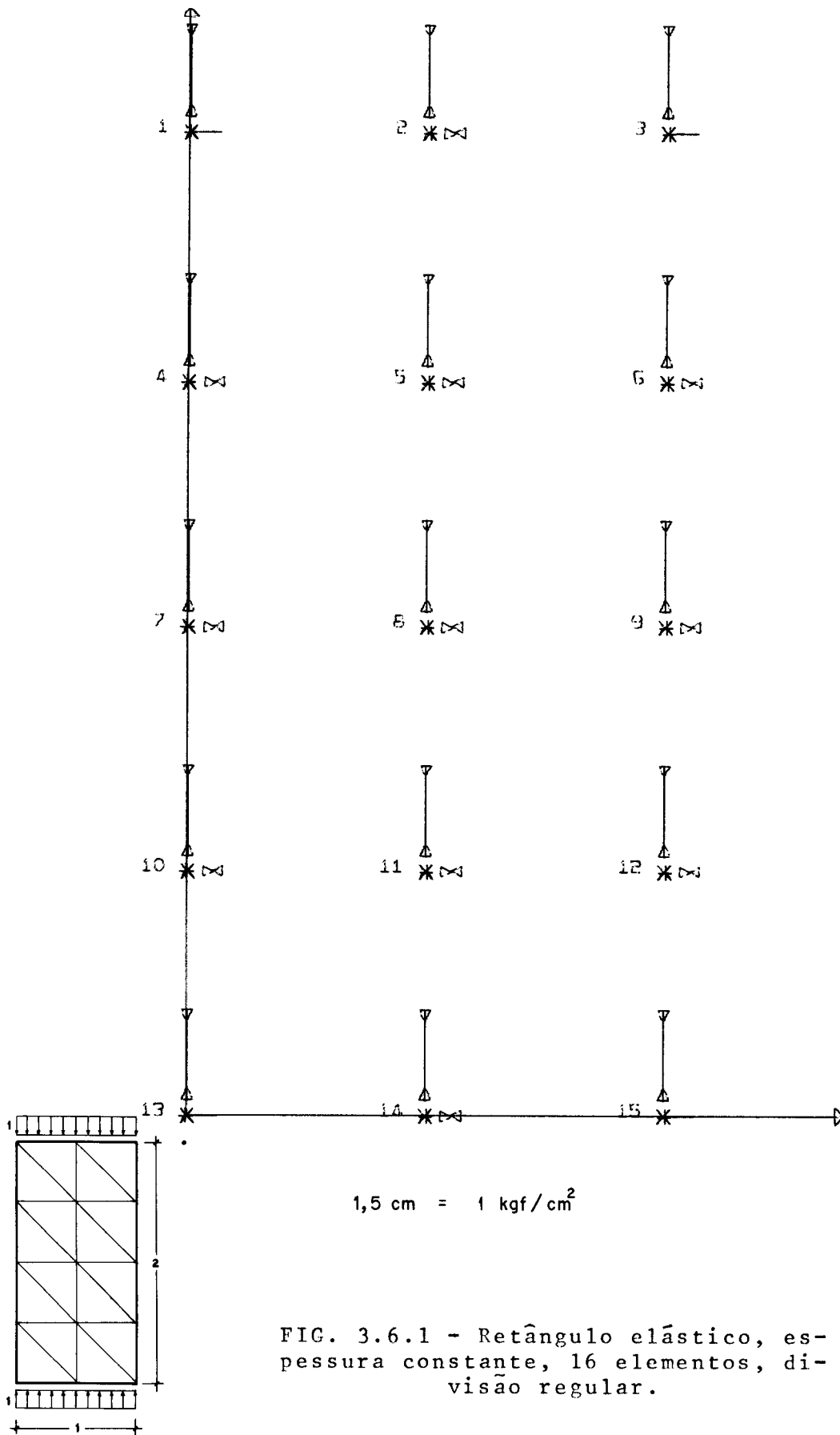


FIG. 3.6.1 - Retângulo elástico, espessura constante, 16 elementos, divisão regular.

TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.7

| TENSÕES NODAIS | | | | | | | | | |
|----------------|-------------|-------------------|------------------|------------------|----------|-------------------|--------------|------------------|----|
| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-X | SIGMA-Y | SIGMA-Z | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE INDICA | TAU-XY | |
| 1 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.50000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 2 | 1.00 | -0.1370983862E-06 | -0.100000000E+01 | -0.100000012E+01 | 0.4799E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 3 | 3.00 | -0.5122274163E-06 | -0.100000000E+01 | -0.100000032E+01 | 0.4799E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 4 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 5 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.999999999E+00 | -0.999999999E+00 | 0.4999E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 6 | 2.75 | -0.1297265476E-07 | -0.100000013E+01 | -0.100000013E+01 | 0.5000E | 0.9338E | SIGMA-I | 0.1629814506E-08 | 00 |
| 7 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000081E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 8 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000032E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 9 | 2.00 | 0.1571606545E-05 | -0.999999979E+00 | -0.999999979E+00 | 0.4999E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.1021544443E-07 | 00 |
| 10 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000042E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 11 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000065E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 12 | 1.25 | 0.978887040E-08 | -0.100000012E+01 | -0.100000012E+01 | 0.5000E | -0.7566995923E-09 | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 13 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000032E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 14 | 0.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 15 | 1.00 | -0.2212209439E-07 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 16 | 3.00 | -0.3798049878E-08 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 17 | 4.00 | 0.000000000E+00 | -0.100000000E+01 | -0.100000000E+01 | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |

| TENSÕES NODAIS PRINCIPAIS | | | | | | | | | |
|---------------------------|-------------|-------------|----------|----------|---------|-------------|--------------|------------------|----|
| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-1 | SIGMA-2 | SIGMA-3 | TAU-MAX | ANGLE | ANGLE INDICA | TAU-XY | |
| 1 | 0.00 | 0.0000E | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 2 | 1.00 | -0.1370E-06 | -0.1000E | -0.1000E | 0.4799E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 3 | 3.00 | -0.5122E-06 | -0.1000E | -0.1000E | 0.4799E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 4 | 4.00 | 0.0000E | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 5 | 0.00 | 0.0000E | -0.9999E | -0.9999E | 0.4999E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 6 | 2.75 | -0.1297E-07 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.9338E | SIGMA-I | 0.1629814506E-08 | 00 |
| 7 | 4.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 8 | 0.00 | -0.1370E-06 | -0.1000E | -0.1000E | 0.4799E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 9 | 2.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 10 | 4.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 11 | 1.00 | -0.4656E-09 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 12 | 1.25 | -0.5847E-08 | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | -0.4335E-07 | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 13 | 4.00 | 0.0000E | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 14 | 0.00 | 0.0000E | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 15 | 1.00 | -0.2188E-07 | -0.1000E | -0.1000E | 0.4999E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 16 | 3.00 | -0.3729E-08 | -0.1000E | -0.1000E | 0.4999E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |
| 17 | 4.00 | 0.0000E | -0.1000E | -0.1000E | 0.5000E | 0.0000E | SIGMA-I | 0.000000000E+00 | 00 |

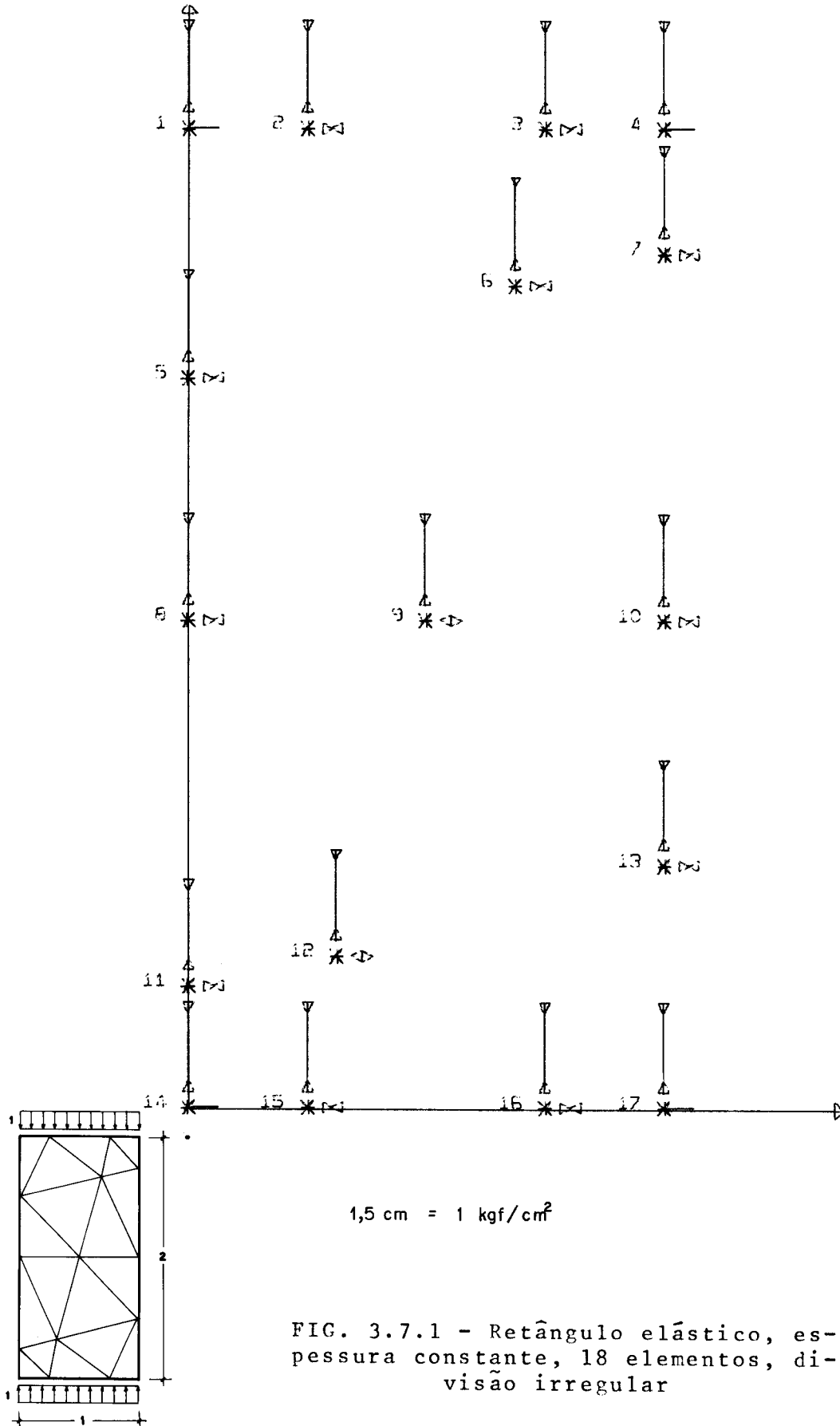


FIG. 3.7.1 - Retângulo elástico, espessura constante, 18 elementos, divisão irregular

3.8 - Retângulo elástico com divisão regular em 32 elementos finitos e variação descontínua de espessura

Foi também testado o caso em que o retângulo elástico apresentasse regiões com variações descontínuas de espessura, conforme já salientado anteriormente. Dividindo-se essas regiões de maneira a ter-se em cada uma elementos com espessura constante, poder-se-á obter respostas suficientemente aproximadas para este problema que tem sido mencionado na literatura como o "estado quase-plano de tensões". Como se sabe, é de se esperar valores distantes dos reais nas regiões próximas à seção onde ocorre a variação de espessura, uma vez que nessas zonas o problema deixa de ser plano, ocorrendo inclusive concentrações de tensões. Todavia, nas regiões distantes dessas zonas os resultados passam a ser novamente do domínio do estado plano. É o que pode ser observado no ponto central da chapa correspondente à FIG. 3.8.1, onde a espessura da região destacada em cor mais escura é metade da espessura do restante da chapa.

Para efeito de preparação de dados relativos a casos que, como este, apresentem divisão regular em elementos, é possível ainda calcular apenas as matrizes dos elementos que tenham espessura escolhida como "básica" e a partir destas matrizes obter as outras para os elementos que têm espessura diferente. Nesse caso a numeração dos elementos deve ser tal que em primeiro lugar apareçam os tipos "básicos" e logo em seguida os tipos correspondentes que a-

penas diferem daqueles na espessura, mantendo orientação e dimensões dos lados. As mesmas considerações valem para os valores a atribuir às variáveis ITPEL(I) do programa.

Diversos casos foram testados. Para não alongar de masiadamente a lista de exemplos, apresenta-se aqui apenas com relação entre espessuras igual a 0,5. Se o ponto 12 estivesse suficientemente afastado das seções onde ocorrem as variações de espessura, a tensão σ_y deveria ser igual a 2,0 kgf/cm².

3.9 - Viga parede

Este caso, das FIGS. 3.9.1 a 3.9.5 corresponde a uma viga parede quadrada com apoio sobre 2 pilares de extremidade, carregada com carga uniformemente distribuída sobre 8/10 da parte central do contorno superior. Para comparação foram utilizados os resultados apresentados em ANDERMAN(B19, p.p. 57,58), que apresenta este problema resolvido com o emprego de diferenças finitas com polinômios algébricos de segundo grau. A TABELA 3.9.1 resume os resultados obtidos em B19. Apenas para tornar possível esta comparação é que os pilares foram supostos aplicando reações uniformemente distribuídas sobre a viga-parede.

3.10 - Viga em balanço, perfeitamente engastada

Foi analisada uma viga de seção transversal retangular, com 48" de comprimento, 12" de altura e 1" de largu-

ra, solicitada por carga correspondente a tensões cisalhantes distribuídas parabolicamente sobre a extremidade livre, conforme a FIG. 3.10.1 . Além dos resultados obtidos com o elemento FORCE apresenta-se comparação com os obtidos da Teoria da Elasticidade, segundo DEN HARTOG (B17, p. 179) e com resultados de FELIPPA (B26, p. 166).

As comparações são relativas a σ_x e τ_{xy} na seção definida por $x = 12''$. Neste problema, a aplicação das hipóteses da resistência conduzirá a tensões coincidentes com as obtidas na Teoria da Elasticidade, também com emprego da função de Airy (WANG, B23, p. 46), se a seção do "engastamento" puder exibir diagrama linear de tensões normais (tensão nula na linha neutra) e tensões tangenciais com distribuição parabólica semelhante à da extremidade livre. Havendo engastamento perfeito as tensões normais e tangenciais terão distribuições diferentes e é de se esperar que as respostas de B23 sejam aproximadas naquela seção e nas vizinhas. A construção de uma função de Airy, que procurasse levar em conta a existência do engastamento perfeito, não seria tão simples como a que esta referida em B23.

A aplicação do elemento finito FORCE a este exemplo não exige a adoção de hipóteses a respeito das distribuições de tensões normais ou tangenciais na seção do engastamento perfeito. Nessa seção, de acordo com as considerações que precedem a expressão (1.4.4), essas tensões figuram como incógnitas de mesma natureza que as demais do restante da viga. Além disso, como decorrência da formulação corres-

pondente, serão tais que respeitarão compatibilidade nessa seção. Diante disto será possível comparar os resultados obtidos com elementos finitos e os obtidos com a Teoria da Elasticidade, apenas nos pontos de seções distantes do engastamento perfeito, levado em conta o conhecido princípio de Saint Venant. Aqui foi considerada a seção definida por $x = 12"$. Nessa seção e nas demais, em direção à extremidade livre do balanço, os valores de σ_x e σ_y são perfeitamente coincidentes com os da teoria de flexão de vigas.

Nas seções com $x < 12"$ verifica-se concordância razoável para σ_x até $x \geq 9"$. As tensões de cisalhamento são razoáveis para $x \geq 15"$. Estas afirmações podem ser verificadas examinando-se as tabelas relativas a este exemplo e a FIG. 3.10.2 .

3.11 - Ilha Solteira

Como último caso de aplicação do elemento finito aqui desenvolvido foi escolhido o modelo do pilar típico do vertedouro da barragem da Ilha Solteira, que já fora estudado experimentalmente pelo autor em conjunto com a equipe do Laboratório de Estruturas da EESC (B2).

Pode-se ter idéia do tipo da estrutura considerada através do esquema apresentado no canto inferior-esquerdo da FIG. 3.11.1 . Pilares desse tipo devem ter a finalidade de permitir a colocação e a operação de comportas que, sendo neste caso do tipo de setor, se apoiam em mancais fixos

ao bloco situado acima da junta indicada na FIG. 3.11.1 .
Esse bloco deverá ser adequadamente ancorado ao corpo do pilar para poder receber as ações das comportas. No caso estudado essa fixação foi providenciada mediante a utilização de cabos de protensão que, parcialmente, aparecem tracejados no esquema citado. Haveria, então, que analisar diversos casos de solicitação do pilar, em face das cargas mencionadas. Desses casos, o da aplicação da protensão total aos cabos que se ancoram no interior do pilar e na face de jusante do bloco, foi analisado com o emprego do elemento finito FORCE. No protótipo seriam alojados 20 cabos de 100 tf cada um, localizados em 4 planos, simetricamente paralelos ao plano médio do pilar, dele distando, respectivamente 1,05m e 1,45m. No modelo, a escala de forças (1:400) e a necessidade de se considerar menor número de cabos levaram à adoção de 10 cabinhos com 500 kgf cada, 5 em cada lado do plano médio, dele distando 6,25cm. Na face de jusante do bloco do modelo as ancoragens estão igualmente afastadas de 2,50cm das faces superior e inferior.

O pilar tem 3,50m de largura no protótipo e 17,5cm no modelo reduzido construído no L.E. (escala geométrica $\lambda = 1:20$). Nesse modelo foram tomadas medidas de deformações nas faces laterais, por não se dispor de equipamento adequado para medições no interior da massa de micro-concreto, que constituiu o material empregado para a sua construção. Para as medidas foram empregadas rosetas retangulares de extensômetros elétricos, com o extensômetro central ori-

entado segundo a direção da resultante da protensão, que faz ângulo de 17° com a horizontal. Os ângulos relativos às direções principais obtidas dos dados dos ensaios são medidos a partir da direção da resultante da protensão. Desse modo os valores desses ensaios (médias entre as deformações medidas em cada face) não representam grandezas a partir das quais o real estado de deformações do interior do modelo possa ser facilmente deduzido. Porém, constituem uma indicação útil que conjugada a outras informações puderam orientar o projeto dessa estrutura. Além disso, para o fim que aqui se almeja, essas medidas, a partir das quais poderão ser deduzidas as direções principais de deformações (tensões), em cada ponto, podem ser consideradas como representantes de um estado plano de tensões.

Se, por outro lado, se considerar o mesmo pilar e a mesma solicitação e se aplicar o método dos elementos finitos, considerando-se as cargas de protensão distribuídas na espessura do pilar e não apenas parcialmente localizadas na região das ancoragens, este caso deverá dar estado de tensões afim ao que foi obtido no estudo experimental, ou seja, pelo menos as direções principais devem ser praticamente coincidentes. Esta conclusão será tanto mais válida quanto mais afastado do bloco estiver o ponto considerado, levada em conta a função distribuidora desse bloco.

Isto foi, de fato, confirmado pelos resultados que aparecem na FIG. 3.11.1 e nas tabelas correspondentes. Na figura estão superpostas em um único desenho as direções

principais dos pontos correspondentes aos "centros" das rosetas instaladas no modelo e dos pontos correspondentes aos nós da malha de elementos finitos considerada. Esses pontos não coincidem porque são diferentes as limitações impostas ao se projetar a distribuição das rosetas nas faces do modelo e ao se construir a malha de elementos finitos. As indicações constantes da FIG.3.11.1 podem orientar adequadamente a interpretação dos dados que nela figuram. Os valores das tensões principais correspondentes estão desenhados em escala. No modelo, as tensões foram obtidas, a partir das deformações medidas, através da aplicação da lei de Hooke, utilizando-se valor do módulo de elasticidade oriundo de ensaios de corpos de prova cilíndricos ($E \approx 3.10^5 \text{ kgf/cm}^2$). Os valores das tensões principais da FIG. 3.11.1, correspondentes a centros de rosetas ou a nós dos elementos finitos, não coincidem numericamente, por terem sido gerados a partir de hipóteses diferentes. Dentre elas, a adoção do valor de E, obtido de ensaios de corpos de prova, parece justificar boa parte das discrepâncias observadas. As tensões obtidas com o emprego dos elementos finitos não dependeram do valor de E. Observou-se que, calculando-se as deformações principais, a partir dos valores das tensões obtidas com elementos finitos, adotando-se o E acima, resultaram valores maiores do que os medidos no modelo. Isto explica, em parte, os valores menores das tensões calculadas a partir das deformações medidas no modelo. Apesar disso, as direções principais devem ser aproximadamente as mesmas. Salienta-se que, para facili-

tar o trabalho, no caso do emprego dos elementos finitos, a resultante de protensão, de 5tf, foi uniformemente distribuída em área correspondente à largura do pilar vezes a altura do bloco. No estudo experimental as cargas dos cabinhos são parcialmente distribuídas nas correspondentes áreas das suas ancoragens. A simplificação mencionada deve afetar mais os valores das tensões do bloco (que não tem medidas correspondentes ao estudo experimental) e menos a região aqui estudada, que é a zona do pilar à montante do contato com o bloco.

Como esclarecimento final cumpre observar que, para poder analisar este exemplo, foi necessário eliminar certas partes da estrutura a fim de conseguir-se número de triângulos e largura da semi-faixa compatíveis com as dimensões do programa FORTRAN. Assim, a estrutura realmente analisada e a respectiva divisão em elementos finitos aparece na FIG. 3.11.2. Como se observa nessa figura, as partes eliminadas estão distantes da região merecedora de estudo, da FIG.3.11.1, e não devem alterar, significativamente, os resultados nela apresentados.

| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| 4.00 | 1.00 | 3.00 | 0.00 | 4.00 | 4.00 | 1.00 | 3.00 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | 1.00 | 3.00 | 0.00 | 2.00 | 4.00 |
| 8.00 | 5.00 | 9.00 | 4.00 | 4.00 | 4.00 | 3.00 | 3.00 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | 1.00 | 3.00 | 0.00 | 2.00 | 8.00 |
| -0.46568E-09 | -0.15688E-01 | -0.15688E-01 | -0.00000E-00 | -0.33245E-01 | -0.00000E-01 | -0.15688E-01 | -0.15688E-01 | -0.00000E-00 | -0.17038E-00 | -0.00000E-00 | 0.11168E-01 | 0.00000E-00 | 0.00000E-00 | -0.36512E-02 | 0.00000E-00 |
| 01 0.13378 | 01 0.20008 | 01 0.20008 | 01 0.19428 | 01 0.20468 | 01 0.19428 | 01 0.20008 | 01 0.20008 | 01 0.20008 | 01 0.13378 | 01 0.62818 | 01 0.13378 | 01 0.66858 | 01 0.56678 | 01 0.50008 | 01 0.49818 |
| 00 0.00008 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.97118 | 00 0.10068 | 00 0.97118 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.99228 | 00 0.18238 | 00 0.00008 | 00 0.00008 |
| 00 0.00008 | 00 0.21478 | 00 0.21478 | 00 0.00008 | 00 0.22148 | 00 0.00008 | 00 0.21478 | 00 0.21478 | 00 0.21478 | 00 0.00008 | 00 0.93288 | 00 0.00008 | 00 0.00008 | 00 0.18238 | 00 0.00008 | 00 0.00008 |
| SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 03A | SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 03A | SI 04A | SI 04A | SI 04A | SI 03A | SI 04A |

DEFORNACLES PRINCIPALES MEDIAS

| PUNTO N | COORDENADAS X | COORDENADAS Y | EPSLUN1 | EPSLUN2 |
|---------|---------------|---------------|------------|-------------|
| 1 | 0.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 |
| 2 | 2.00 | 0.00 | 0.9817E-06 | -0.4908E-05 |
| 3 | 4.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.5000E-05 |
| 4 | 1.00 | 7.00 | 0.1058E-05 | -0.5022E-05 |
| 5 | 3.00 | 7.00 | 0.1058E-05 | -0.5022E-05 |
| 6 | 0.00 | 0.00 | 0.1337E-05 | -0.6685E-05 |
| 7 | 2.00 | 0.00 | 0.1247E-05 | -0.6649E-05 |
| 8 | 4.00 | 0.00 | 0.1337E-05 | -0.6685E-05 |
| 9 | 1.00 | 5.00 | 0.1421E-05 | -0.9785E-05 |
| 10 | 3.00 | 5.00 | 0.1421E-05 | -0.9785E-05 |
| 11 | 0.00 | 4.00 | 0.1420E-05 | -0.9711E-05 |
| 12 | 2.00 | 4.00 | 0.1880E-05 | -0.1919E-04 |
| 13 | 4.00 | 4.00 | 0.1421E-05 | -0.9711E-05 |
| 14 | 1.00 | 3.00 | 0.1421E-05 | -0.9385E-05 |
| 15 | 3.00 | 3.00 | 0.1421E-05 | -0.9385E-05 |
| 16 | 0.00 | 2.00 | 0.1337E-05 | -0.6685E-05 |
| 17 | 2.00 | 2.00 | 0.1247E-05 | -0.6649E-05 |
| 18 | 4.00 | 2.00 | 0.1337E-05 | -0.6685E-05 |
| 19 | 1.00 | 1.00 | 0.1058E-05 | -0.5022E-05 |
| 20 | 3.00 | 1.00 | 0.1058E-05 | -0.5022E-05 |
| 21 | 0.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 |
| 22 | 2.00 | 0.00 | 0.9817E-06 | -0.4946E-05 |
| 23 | 4.00 | 0.00 | 0.1000E-05 | -0.2000E-05 |

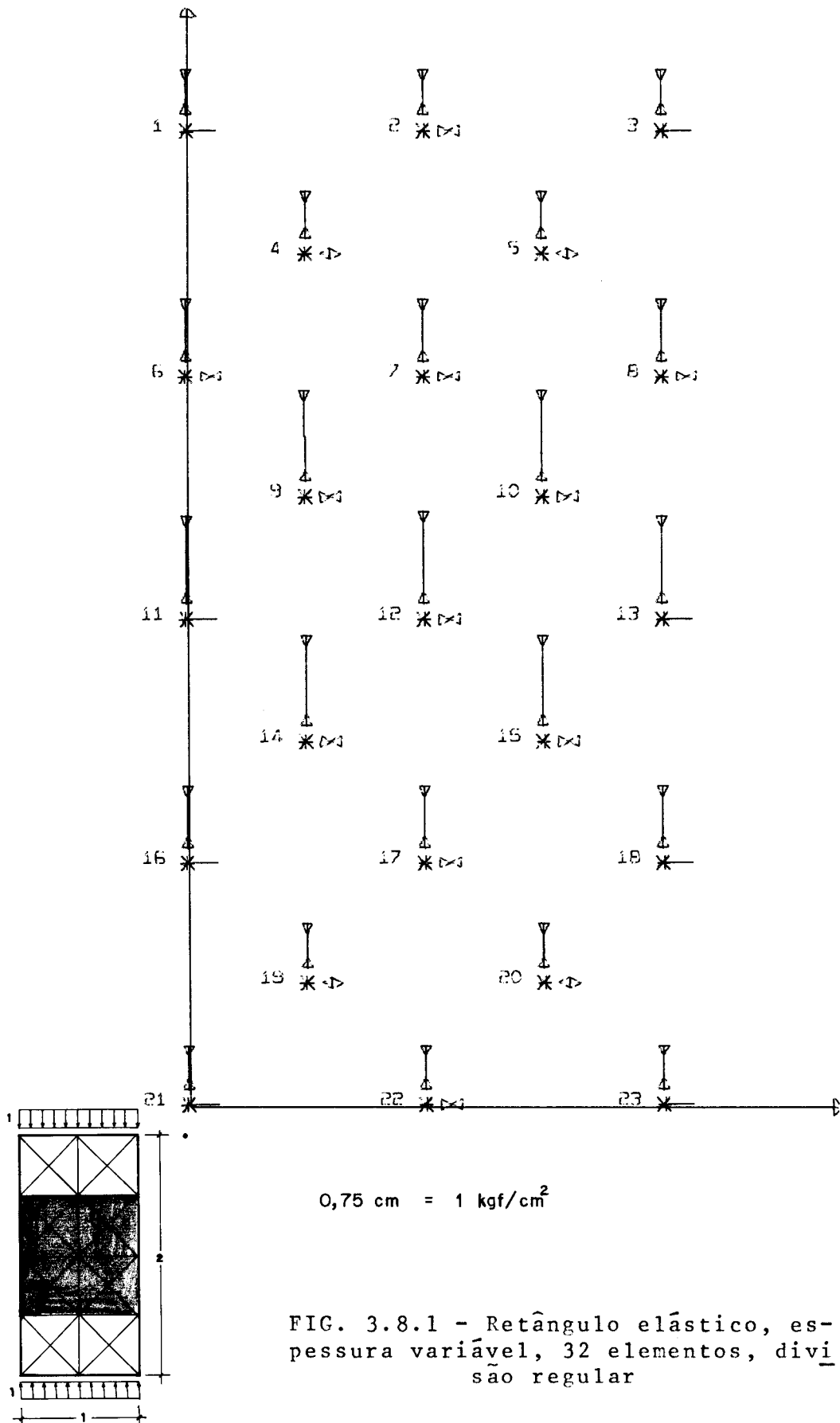


FIG. 3.8.1 - Retângulo elástico, espessura variável, 32 elementos, divisão regular

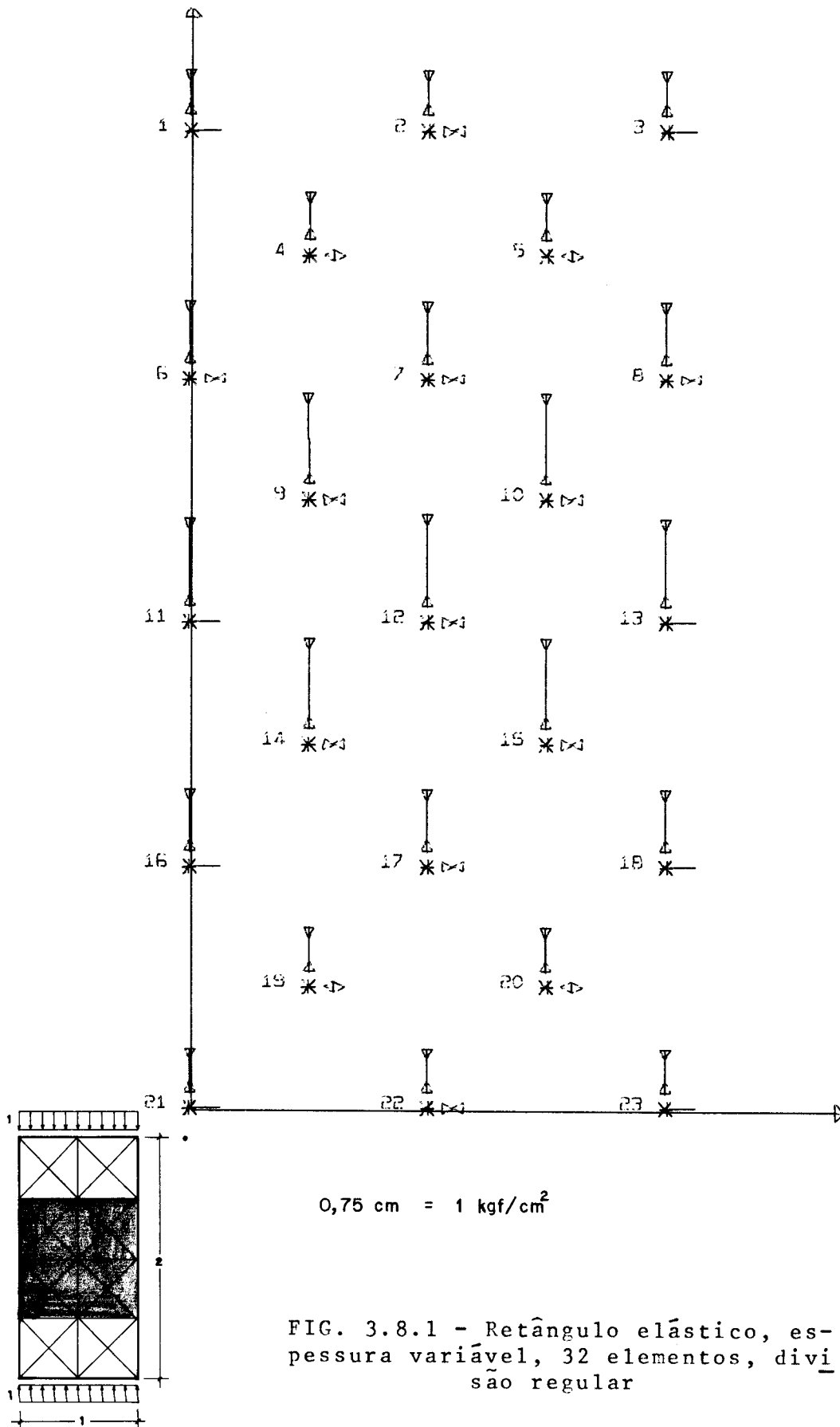


FIG. 3.8.1 - Retângulo elástico, espessura variável, 32 elementos, divisões são regular

TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.9

| FUNÇÃO | CURSO | NADAIS | SIGMA-XX | SIGMA-YY | TAU-XY |
|--------|-------|--------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0.00 | 11.00 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 |
| 2 | 1.00 | 11.00 | -0.1688416359 | -0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 3 | 2.00 | 11.00 | -0.5385800711 | -0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 4 | 3.00 | 11.00 | -0.4944307745 | -0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 5 | 4.00 | 11.00 | -0.5122365804 | -0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 6 | 5.00 | 11.00 | -0.5185337264 | -0.1000000000 | 0.0000000000 |
| 7 | 0.00 | 10.00 | 0.0000000000 | 0.4808528066 | 0.0000000000 |
| 8 | 1.00 | 10.00 | -0.9156817436 | -0.5622349197 | 0.2461102543 |
| 9 | 2.00 | 10.00 | -0.1205552111 | -0.9580422483 | -0.1095316873 |
| 10 | 3.00 | 10.00 | -0.2420867901 | -0.9849731344 | 0.5489108982 |
| 11 | 4.00 | 10.00 | -0.3053174308 | -0.9917175434 | -0.2859096382 |
| 12 | 5.00 | 10.00 | -0.3257130649 | -0.9846198139 | 0.0000000000 |
| 13 | 0.00 | 9.00 | 0.0000000000 | -0.2580665056 | 0.0000000000 |
| 14 | 1.00 | 9.00 | -0.6312901205 | -0.6252255988 | -0.2024355633 |
| 15 | 2.00 | 9.00 | -0.3056920821 | -0.8571464613 | -0.2091297510 |
| 16 | 3.00 | 9.00 | -0.1124540548 | -0.9420874401 | 0.1470105740 |
| 17 | 4.00 | 9.00 | -0.1606679695 | -0.9358207972 | -0.7533848498 |
| 18 | 5.00 | 9.00 | -0.2038897265 | -0.9362436855 | 0.0000000000 |
| 19 | 0.00 | 8.00 | 0.0000000000 | -0.5660712122 | 0.0000000000 |
| 20 | 1.00 | 8.00 | -0.5979382801 | -0.7350044627 | 0.2125151238 |
| 21 | 2.00 | 8.00 | -0.3213007621 | -0.8407570414 | -0.2684932526 |
| 22 | 3.00 | 8.00 | -0.9151342714 | -0.8628598850 | 0.2183786052 |
| 23 | 4.00 | 8.00 | -0.1425204279 | -0.8470130364 | -0.1183850021 |
| 24 | 5.00 | 8.00 | -0.1623014704 | -0.8351621245 | 0.0000000000 |
| 25 | 0.00 | 7.00 | 0.0000000000 | -0.8584247547 | 0.0000000000 |
| 26 | 1.00 | 7.00 | -0.1761719861 | -0.8814555490 | 0.2348722509 |
| 27 | 2.00 | 7.00 | -0.6479907251 | -0.8434345736 | -0.3186794693 |
| 28 | 3.00 | 7.00 | -0.1204766717 | -0.7705143027 | 0.2742403324 |
| 29 | 4.00 | 7.00 | -0.1630207602 | -0.7174266406 | -0.1530465735 |
| 30 | 5.00 | 7.00 | -0.1730452768 | -0.6924500429 | 0.0000000000 |
| 31 | 0.00 | 6.00 | 0.0000000000 | -0.1156175855 | 0.0000000000 |
| 32 | 1.00 | 6.00 | -0.3708392454 | -0.1058291994 | 0.2844928517 |
| 33 | 2.00 | 6.00 | -0.1064094675 | -0.8564455946 | -0.3815917366 |
| 34 | 3.00 | 6.00 | -0.1676520581 | -0.6761951912 | 0.3266558448 |
| 35 | 4.00 | 6.00 | -0.2025697630 | -0.6601575057 | 0.0000000000 |
| 36 | 5.00 | 6.00 | -0.2127349388 | -0.5221558904 | 0.0000000000 |
| 37 | 0.00 | 5.00 | 0.0000000000 | -0.1639461835 | 0.0000000000 |
| 38 | 1.00 | 5.00 | -0.6086999878 | -0.1266161648 | -0.3638787346 |
| 39 | 2.00 | 5.00 | -0.1493450402 | -0.8545987585 | 0.0000000000 |

| FONTE | COORDENADAS | | SIGMA-1 | SIGMA-2 | IAU-MAX | ANGLE | AMGLT | IMPICA |
|-------|-------------|------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | X | Y | | | | | | |
| 40 | 3.00 | 3.00 | -0.2022043296E 00 | -0.5400364478E 00 | -0.5400364478E 00 | -0.5400364478E 00 | -0.5400364478E 00 | -0.5400364478E 00 |
| 41 | 4.00 | 4.00 | -0.2098214346E 00 | -0.3810640979E 00 | -0.3810640979E 00 | -0.3810640979E 00 | -0.3810640979E 00 | -0.3810640979E 00 |
| 42 | 3.00 | 3.00 | -0.2079537895E 00 | -0.3230134904E 00 | -0.3230134904E 00 | -0.3230134904E 00 | -0.3230134904E 00 | -0.3230134904E 00 |
| 43 | 4.00 | 4.00 | -0.0000000000E 00 | -0.2206098380E 01 | -0.2206098380E 01 | -0.2206098380E 01 | -0.2206098380E 01 | -0.2206098380E 01 |
| 44 | 1.00 | 4.00 | -0.949173646E -01 | -0.1500838310E 01 | -0.1500838310E 01 | -0.1500838310E 01 | -0.1500838310E 01 | -0.1500838310E 01 |
| 45 | 2.00 | 4.00 | -0.1666666186E 00 | -0.7997651362E 00 | -0.7997651362E 00 | -0.7997651362E 00 | -0.7997651362E 00 | -0.7997651362E 00 |
| 46 | 4.00 | 4.00 | -0.1675983078E 00 | -0.3708024912E 00 | -0.3708024912E 00 | -0.3708024912E 00 | -0.3708024912E 00 | -0.3708024912E 00 |
| 47 | 4.00 | 4.00 | -0.1193879288E 00 | -0.192112787E 00 | -0.192112787E 00 | -0.192112787E 00 | -0.192112787E 00 | -0.192112787E 00 |
| 48 | 3.00 | 4.00 | -0.9129219490E -01 | -0.1496980207E 00 | -0.1496980207E 00 | -0.1496980207E 00 | -0.1496980207E 00 | -0.1496980207E 00 |
| 49 | 3.00 | 3.00 | -0.0000000000E 00 | -0.3074012182E 01 | -0.3074012182E 01 | -0.3074012182E 01 | -0.3074012182E 01 | -0.3074012182E 01 |
| 50 | 1.00 | 3.00 | -0.9721665226E -01 | -0.1699841400E 01 | -0.1699841400E 01 | -0.1699841400E 01 | -0.1699841400E 01 | -0.1699841400E 01 |
| 51 | 2.00 | 3.00 | -0.119255383E 00 | -0.6232143829E 00 | -0.6232143829E 00 | -0.6232143829E 00 | -0.6232143829E 00 | -0.6232143829E 00 |
| 52 | 3.00 | 3.00 | -0.2699223221E -01 | -0.1664402880E 00 | -0.1664402880E 00 | -0.1664402880E 00 | -0.1664402880E 00 | -0.1664402880E 00 |
| 53 | 4.00 | 3.00 | -0.1743518207E 00 | -0.4907179450E -01 | -0.4907179450E -01 | -0.4907179450E -01 | -0.4907179450E -01 | -0.4907179450E -01 |
| 54 | 3.00 | 3.00 | -0.2191341564E 00 | -0.1552605712E -01 | -0.1552605712E -01 | -0.1552605712E -01 | -0.1552605712E -01 | -0.1552605712E -01 |
| 55 | 2.00 | 2.00 | -0.0000000000E 00 | -0.4267652450E 01 | -0.4267652450E 01 | -0.4267652450E 01 | -0.4267652450E 01 | -0.4267652450E 01 |
| 56 | 1.00 | 2.00 | -0.8949758389E -01 | -0.1649735949E 01 | -0.1649735949E 01 | -0.1649735949E 01 | -0.1649735949E 01 | -0.1649735949E 01 |
| 57 | 2.00 | 2.00 | -0.2779725390E 00 | -0.2298335745E 00 | -0.2298335745E 00 | -0.2298335745E 00 | -0.2298335745E 00 | -0.2298335745E 00 |
| 58 | 3.00 | 2.00 | -0.5929132972E 00 | -0.4812612016E -01 | -0.4812612016E -01 | -0.4812612016E -01 | -0.4812612016E -01 | -0.4812612016E -01 |
| 59 | 4.00 | 2.00 | -0.7227460409E 00 | -0.1873327758E -01 | -0.1873327758E -01 | -0.1873327758E -01 | -0.1873327758E -01 | -0.1873327758E -01 |
| 60 | 2.00 | 2.00 | -0.7386087356E 00 | -0.3842806620E -02 | -0.3842806620E -02 | -0.3842806620E -02 | -0.3842806620E -02 | -0.3842806620E -02 |
| 61 | 1.00 | 1.00 | -0.0000000000E 00 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 |
| 62 | 1.00 | 1.00 | -0.9831304922E 00 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 | -0.4000000003E 01 |
| 63 | 2.00 | 1.00 | -0.2013887620E 01 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 |
| 64 | 3.00 | 1.00 | -0.1603782024E 01 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 |
| 65 | 4.00 | 1.00 | -0.1463492652E 01 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 |
| 66 | 2.00 | 1.00 | -0.1403687462E 01 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 | -0.0000000000E 00 |

| FONTE | X | Y | SIGMA-1 | SIGMA-2 | IAU-MAX | ANGLE | AMGLT | IMPICA |
|-------|------|-------|--------------|-------------|-------------|-------------|---------|--------|
| | | | | | | | | |
| 2 | 1.00 | 11.00 | -0.1888E 00 | -0.1000E 01 | 0.4099E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 3 | 2.00 | 11.00 | -0.5385E 00 | -0.1000E 01 | 0.2307E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 4 | 3.00 | 11.00 | -0.4944E 00 | -0.1000E 01 | 0.2527E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 5 | 4.00 | 11.00 | -0.5122E 00 | -0.1000E 01 | 0.2438E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 6 | 5.00 | 11.00 | -0.5185E 00 | -0.1000E 01 | 0.2407E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 7 | 0.00 | 10.00 | 0.4608E -01 | -0.6000E 00 | 0.2404E -01 | 0.0000E 00 | SIGMA-2 | |
| 8 | 1.00 | 10.00 | -0.1361E -01 | -0.6074E 00 | 0.3405E 00 | -0.2314E 02 | SIGMA-1 | |
| 9 | 2.00 | 10.00 | -0.1064E 00 | -0.9701E 00 | 0.4318E 00 | -0.7376E 01 | SIGMA-1 | |
| 10 | 3.00 | 10.00 | -0.2380E 00 | -0.9890E 00 | 0.3704E 00 | -0.4203E 01 | SIGMA-1 | |
| 11 | 4.00 | 10.00 | -0.3041E 00 | -0.9929E 00 | 0.3444E 00 | -0.2405E 01 | SIGMA-1 | |
| 12 | 5.00 | 10.00 | -0.3257E 00 | -0.9846E 00 | 0.3294E 00 | -0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 13 | 0.00 | 9.00 | 0.0000E 00 | -0.2580E 00 | 0.1290E 00 | 0.0000E 00 | SIGMA-1 | |
| 14 | 1.00 | 9.00 | -0.6563E -01 | -0.6845E 00 | 0.3750E 00 | -0.1653E 02 | SIGMA-1 | |

TENSORES HUBAIS PRINCIPAIS

| | | | | | | | | | | |
|----|------|------|-------------|-------------|---------|---------|----------|----------|----|----|
| 15 | 2.00 | 7.00 | 0.1922E-01 | -0.7089E | 00 | 0.4040E | 00 | -0.1339E | 02 | SI |
| 16 | 3.00 | 9.00 | -0.6717E-01 | -0.9673E | 00 | 0.4490E | 00 | -0.9757E | 01 | SI |
| 17 | 4.00 | 9.00 | -0.1732E | -0.9402E | 00 | 0.3564E | 00 | -0.5020E | 01 | SI |
| 18 | 5.00 | 9.00 | -0.2038E | -0.9362E | 00 | 0.3601E | 00 | -0.0000E | 00 | SI |
| 19 | 0.00 | 8.00 | 0.0000E | -0.9660E | 00 | 0.2830E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |
| 20 | 1.00 | 8.00 | 0.5144E-01 | -0.7924E | 00 | 0.4219E | 00 | -0.1512E | 02 | SI |
| 21 | 2.00 | 8.00 | 0.4689E-01 | -0.9217E | 00 | 0.4053E | 00 | -0.1677E | 02 | SI |
| 22 | 3.00 | 8.00 | -0.3397E-01 | -0.6203E | 00 | 0.4432E | 00 | -0.1475E | 02 | SI |
| 23 | 4.00 | 8.00 | -0.1231E | -0.6663E | 00 | 0.3718E | 00 | -0.9288E | 01 | SI |
| 24 | 5.00 | 8.00 | -0.1623E | -0.6351E | 00 | 0.3564E | 00 | -0.0000E | 00 | SI |
| 25 | 0.00 | 7.00 | 0.0000E | -0.5564E | 00 | 0.4282E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |
| 26 | 1.00 | 7.00 | 0.4211E-01 | -0.7411E | 00 | 0.4916E | 00 | -0.1426E | 02 | SI |
| 27 | 2.00 | 7.00 | 0.4899E-01 | -0.7572E | 00 | 0.5031E | 00 | -0.1965E | 02 | SI |
| 28 | 3.00 | 7.00 | -0.2093E-01 | -0.6760E | 00 | 0.4275E | 00 | -0.1994E | 02 | SI |
| 29 | 4.00 | 7.00 | -0.1235E | -0.7568E | 00 | 0.3166E | 00 | -0.1445E | 02 | SI |
| 30 | 5.00 | 7.00 | -0.1793E | -0.6952E | 00 | 0.2579E | 00 | -0.0000E | 00 | SI |
| 31 | 0.00 | 6.00 | 0.0000E | -0.1186E | 01 | 0.5930E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |
| 32 | 1.00 | 6.00 | 0.3682E-01 | -0.1132E | 01 | 0.5645E | 00 | -0.1456E | 02 | SI |
| 33 | 2.00 | 6.00 | 0.5189E-01 | -0.1016E | 01 | 0.5343E | 00 | -0.2278E | 02 | SI |
| 34 | 3.00 | 6.00 | -0.7545E-02 | -0.6343E | 00 | 0.4123E | 00 | -0.2586E | 02 | SI |
| 35 | 4.00 | 6.00 | -0.1276E | -0.5550E | 00 | 0.2936E | 00 | -0.2294E | 02 | SI |
| 36 | 5.00 | 6.00 | -0.2127E | -0.5221E | 00 | 0.1546E | 00 | -0.0000E | 00 | SI |
| 37 | 0.00 | 5.00 | 0.0000E | -0.1609E | 01 | 0.8047E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |
| 38 | 1.00 | 5.00 | 0.4052E-01 | -0.1367E | 01 | 0.7040E | 00 | -0.1556E | 02 | SI |
| 39 | 2.00 | 5.00 | 0.7534E-01 | -0.1079E | 01 | 0.5773E | 00 | -0.2617E | 02 | SI |
| 40 | 3.00 | 5.00 | 0.2765E-01 | -0.7761E | 00 | 0.4020E | 00 | -0.3254E | 02 | SI |
| 41 | 4.00 | 5.00 | -0.6144E-01 | -0.5047E | 00 | 0.2092E | 00 | -0.3292E | 02 | SI |
| 42 | 5.00 | 5.00 | -0.2079E-01 | -0.3290E | 00 | 0.6052E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 43 | 0.00 | 4.00 | 0.0000E | -0.2206E | 01 | 0.1103E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 44 | 1.00 | 4.00 | 0.5191E-01 | -0.1647E | 01 | 0.8495E | 00 | -0.1707E | 02 | SI |
| 45 | 2.00 | 4.00 | 0.1133E | -0.1092E | 01 | 0.6030E | 00 | -0.2975E | 02 | SI |
| 46 | 3.00 | 4.00 | 0.9817E-01 | -0.6425E | 00 | 0.3703E | 00 | -0.3679E | 02 | SI |
| 47 | 4.00 | 4.00 | 0.1812E-01 | -0.5272E | 00 | 0.1726E | 00 | -0.3879E | 02 | SI |
| 48 | 5.00 | 4.00 | -0.9125E-01 | -0.1496E | 00 | 0.2922E | 00 | -0.0000E | 00 | SI |
| 49 | 0.00 | 3.00 | 0.0000E | -0.3054E | 01 | 0.1527E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 50 | 1.00 | 3.00 | 0.9904E-01 | -0.1896E | 01 | 0.9975E | 00 | -0.1827E | 02 | SI |
| 51 | 2.00 | 3.00 | 0.1838E | -0.1263E | 00 | 0.5551E | 00 | -0.3150E | 02 | SI |
| 52 | 3.00 | 3.00 | 0.1965E | -0.3346E | 00 | 0.2655E | 00 | -0.3424E | 02 | SI |
| 53 | 4.00 | 3.00 | 0.2093E | -0.6409E-01 | 0.1467E | 00 | -0.2020E | 02 | SI | |
| 54 | 5.00 | 3.00 | 0.2191E | -0.1552E-01 | 0.1175E | 00 | 0.0000E | 00 | SI | |
| 55 | 0.00 | 2.00 | 0.0000E | -0.4267E | 01 | 0.2133E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 56 | 1.00 | 2.00 | 0.3081E | -0.2221E | 01 | 0.1464E | 01 | -0.2253E | 02 | SI |
| 57 | 2.00 | 2.00 | 0.3744E | -0.3232E | 00 | 0.3488E | 00 | -0.2182E | 02 | SI |
| 58 | 3.00 | 2.00 | 0.5975E | -0.4989E-01 | 0.3237E | 00 | -0.2998E | 01 | SI | |
| 59 | 4.00 | 2.00 | 0.7227E | -0.1872E-02 | 0.3520E | 00 | -0.1817E | 00 | SI | |
| 60 | 5.00 | 2.00 | 0.7586E | -0.3342E-01 | 0.3774E | 00 | 0.0000E | 00 | SI | |
| 61 | 0.00 | 1.00 | 0.0000E | -0.4000E | 01 | 0.2000E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 62 | 1.00 | 1.00 | 0.6831E | -0.4000E | 01 | 0.2341E | 01 | 0.0000E | 00 | SI |
| 63 | 2.00 | 1.00 | 0.2013E | -0.9313E-02 | 0.1008E | 00 | 0.0000E | 00 | SI | |
| 64 | 3.00 | 1.00 | 0.1603E | -0.0000E | 00 | 0.6018E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |
| 65 | 4.00 | 1.00 | 0.1469E | -0.4656E-09 | 0.7527E | 00 | 0.0000E | 00 | SI | |
| 66 | 5.00 | 1.00 | 0.1405E | -0.0000E | 00 | 0.7013E | 00 | 0.0000E | 00 | SI |

| Ponto | σ_x | σ_y | τ_{xy} | Ponto | σ_x | σ_y | τ_{xy} |
|-------|------------|------------|-------------|-------|------------|------------|-------------|
| 1 | — | — | — | 34 | -0,159 | -0,678 | -0,292 |
| 2 | -0,131 | -0,500 | — | 35 | -0,188 | -0,573 | -0,162 |
| 3 | -0,388 | -1,000 | — | 36 | -0,198 | -0,538 | — |
| 4 | -0,466 | -1,000 | — | 37 | — | -1,575 | — |
| 5 | -0,503 | -1,000 | — | 38 | -0,061 | -1,223 | -0,321 |
| 6 | -0,515 | -1,000 | — | 39 | -0,140 | -0,839 | -0,404 |
| 7 | — | -0,131 | — | 40 | -0,183 | -0,562 | -0,325 |
| 8 | -0,047 | -0,563 | -0,127 | 41 | -0,191 | -0,408 | -0,174 |
| 9 | -0,115 | -0,909 | -0,127 | 42 | -0,191 | -0,360 | — |
| 10 | -0,221 | -0,980 | -0,071 | 43 | — | -2,087 | — |
| 11 | -0,228 | -0,988 | -0,035 | 44 | -0,074 | -1,424 | -0,394 |
| 12 | -0,311 | -0,987 | — | 45 | -0,148 | -0,795 | -0,452 |
| 13 | — | -0,358 | — | 46 | -0,142 | -0,413 | -0,328 |
| 14 | -0,012 | -0,647 | -0,167 | 47 | -0,107 | -0,234 | -0,163 |
| 15 | -0,045 | -0,855 | -0,196 | 48 | -0,090 | -0,183 | — |
| 16 | -0,115 | -0,923 | -0,146 | 49 | — | -2,744 | — |
| 17 | -0,172 | -0,932 | -0,077 | 50 | -0,044 | -1,627 | -0,450 |
| 18 | -0,193 | -0,930 | — | 51 | -0,073 | -0,667 | -0,450 |
| 19 | — | -0,607 | — | 52 | +0,037 | -0,235 | -0,262 |
| 20 | -0,010 | -0,754 | -0,189 | 53 | +0,142 | -0,078 | -0,113 |
| 21 | -0,044 | -0,837 | -0,244 | 54 | +0,183 | -0,040 | — |
| 22 | -0,096 | -0,851 | -0,202 | 55 | — | -3,489 | — |
| 23 | -0,141 | -0,838 | -0,111 | 56 | +0,115 | -1,819 | -0,407 |
| 24 | -0,156 | -0,831 | — | 57 | +0,245 | -0,399 | -0,334 |
| 25 | — | -0,875 | — | 58 | +0,502 | -0,060 | -0,108 |
| 26 | -0,021 | -0,885 | -0,216 | 59 | +0,646 | +0,012 | -0,030 |
| 27 | -0,068 | -0,839 | -0,290 | 60 | +0,689 | +0,023 | — |
| 28 | -0,119 | -0,772 | -0,249 | 61 | — | -4,000 | — |
| 29 | -0,157 | -0,718 | -0,139 | 62 | +0,511 | -2,000 | — |
| 30 | -0,170 | -0,698 | — | 63 | +1,384 | — | — |
| 31 | — | -1,184 | — | 64 | +1,460 | — | — |
| 32 | -0,041 | -1,041 | -0,260 | 65 | +1,413 | — | — |
| 33 | -0,106 | -0,846 | -0,344 | 66 | +1,390 | — | — |

TABELA 3.9.1-VIGA PAREDE; RESULTADOS SEGUNDO ANDERMANN(B19)

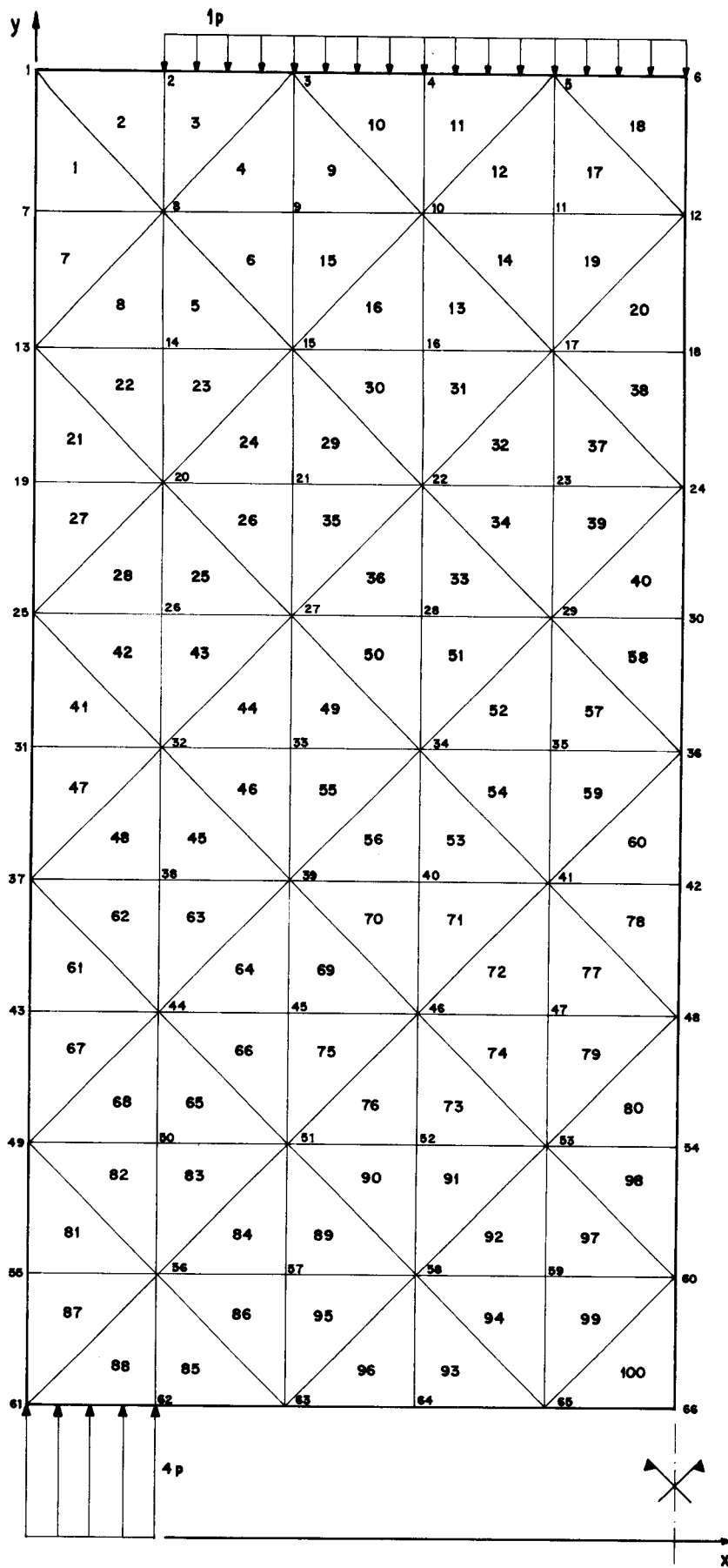


FIG. 3.9.1 - Viga-Parede quadrada, simetricamente apoiada sobre pilares de extremidade; divisão em elementos finitos

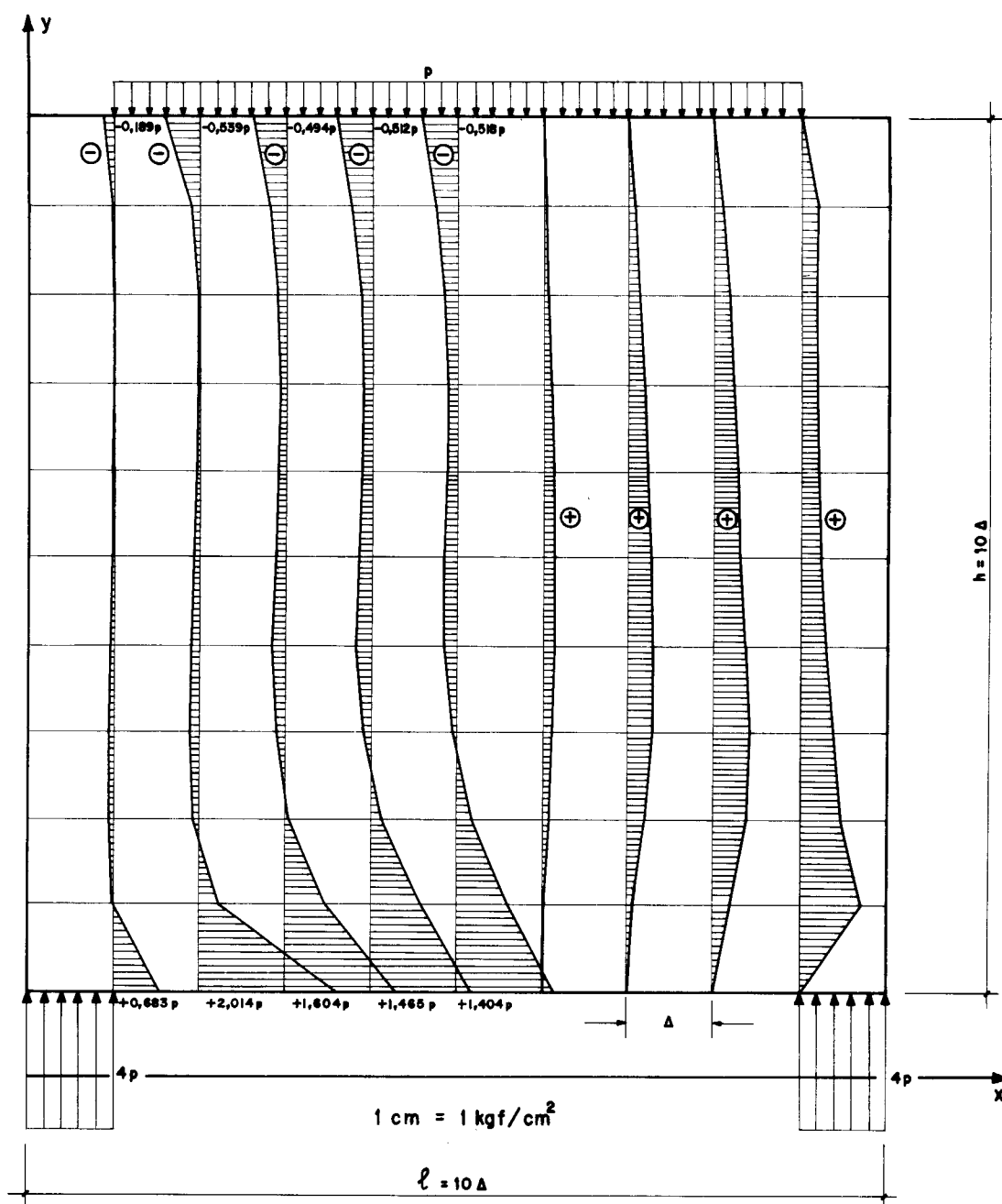


FIG. 3.9.2 - Viga-Parede quadrada;
tensões σ_x e τ_{xy} obtidas com o elemento FORCE

A variação das tensões, de nã para nã, é cúbica. Foi desenhada como linear apenas para visualização comparativa com resultados de ANDERMANN

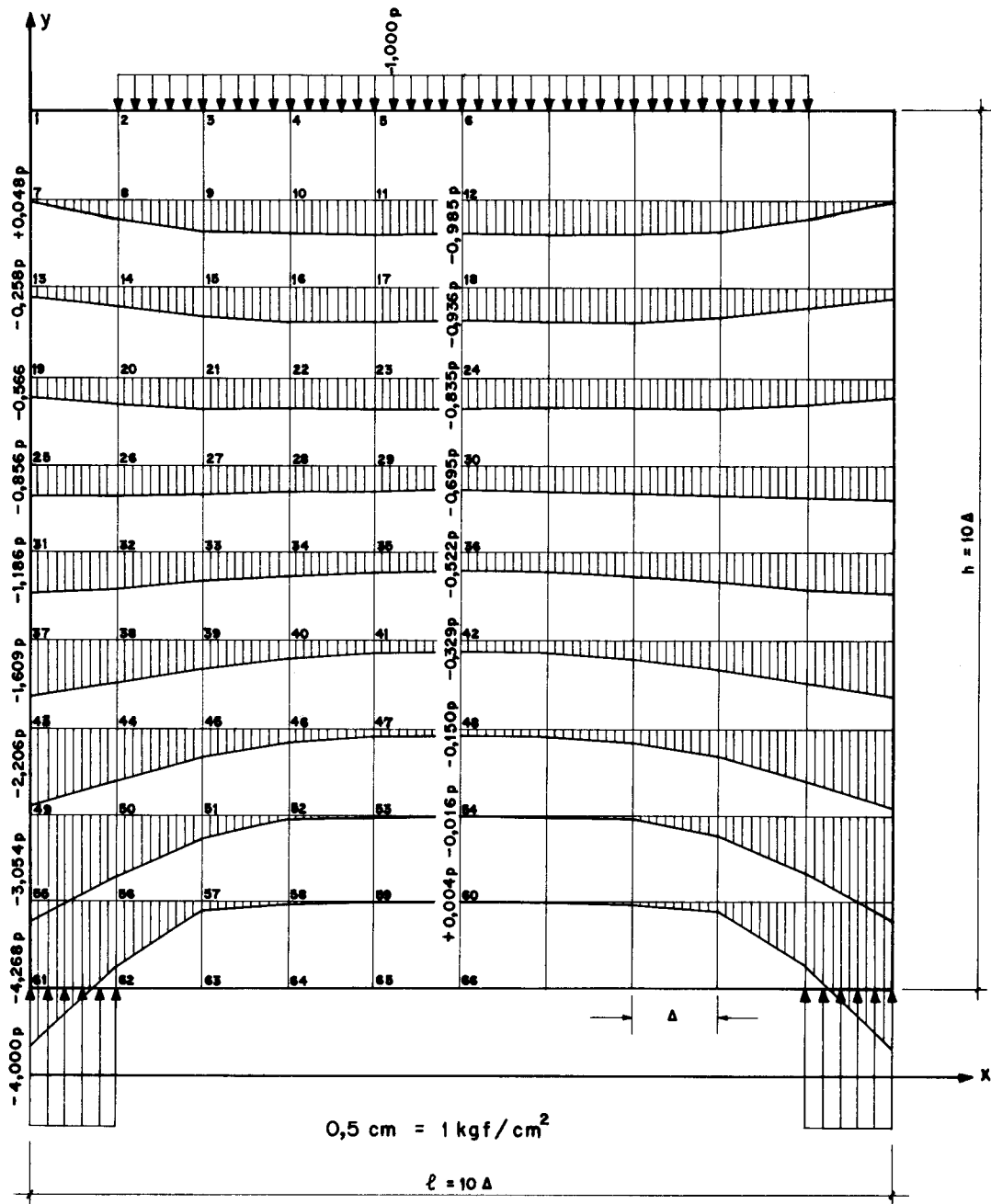


FIG. 3.9.3 - Viga-Parede quadrada;
tensões σ_y obtidas com o elemento fi
nito FORCE

A variação das tensões, de nó para nó, é cúbica. Foi de-
senhada como linear apenas para visualização comparativa
com resultados de ANDERMANN

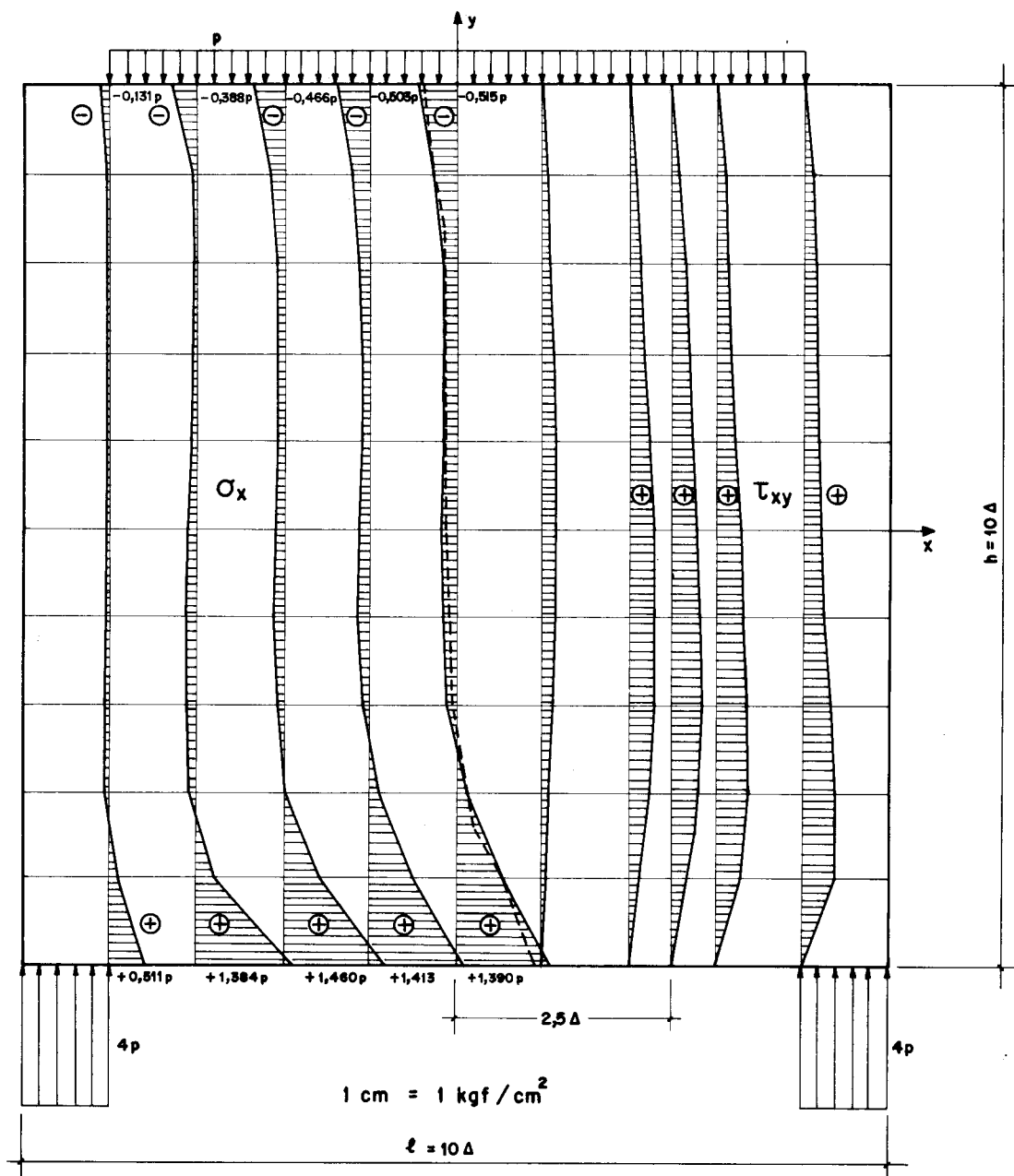


FIG. 3.9.4 - Viga-Parede quadrada; tensões σ_x e τ_{xy} obtidas com diferenças finitas (Andermann, B19).

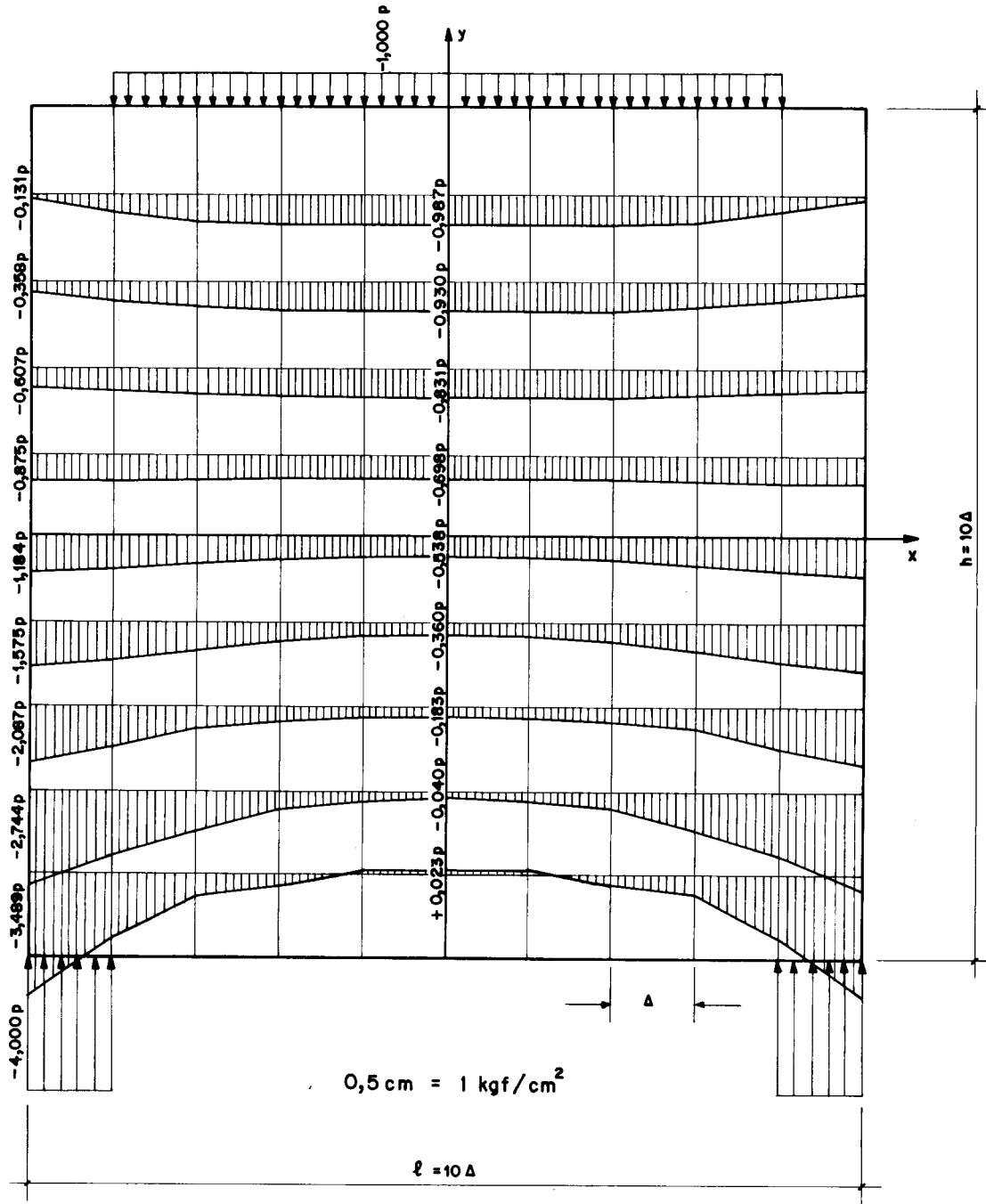


FIG. 3.9.5 - Viga-Parede quadrada;
tensões σ_y obtidas com diferenças fi-
nitas (Andermann, B19)

TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.10

| ÍNDICES | INDICADORES | SIM4-XX | SIG4A-YY | TAU-XY |
|---------|-------------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | 0.00 | 0.972229300E-02 | 0.2274796434E-02 | 0.6175454253E-02 |
| 2 | 0.00 | 0.1063058033E-04 | 0.1756569093E-05 | 0.1937392031E-02 |
| 3 | 0.00 | 0.9722297209E-02 | 0.2274798672E-02 | 0.6175467261E-02 |
| 4 | 3.00 | 0.2638192723E-02 | 0.3754310368E-01 | 0.2290487855E-01 |
| 5 | 3.00 | 0.2833191761E-02 | 0.3754322144E-01 | 0.2290487365E-01 |
| 6 | 6.00 | 0.8068573772E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 7 | 6.00 | 0.5462496350E-03 | 0.7217990292E-02 | 0.5555901261E-01 |
| 8 | 6.00 | 0.8068576395E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 9 | 9.00 | 0.3140850660E-02 | 0.1598103172E-01 | 0.4242368988E-01 |
| 10 | 9.00 | 0.3140849378E-02 | 0.1598106526E-01 | 0.4242368965E-01 |
| 11 | 12.00 | 0.5963703650E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 12 | 12.00 | 0.5963703650E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 13 | 12.00 | 0.5963703650E-02 | 0.931983949E-06 | 0.3948365643E-01 |
| 14 | 15.00 | 0.2754484183E-02 | 0.7727187310E-01 | 0.381266251E-01 |
| 15 | 15.00 | 0.2754483690E-02 | 0.7726867502E-01 | 0.381265905E-01 |
| 16 | 18.00 | 0.4992050786E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 17 | 18.00 | 0.6022101286E-03 | 0.1918621066E-03 | 0.4935167143E-01 |
| 18 | 18.00 | 0.4992052583E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 19 | 21.00 | 0.2250934344E-02 | 0.1404983303E-02 | 0.3751097274E-01 |
| 20 | 21.00 | 0.2250933551E-02 | 0.1405673102E-02 | 0.3751088664E-01 |
| 21 | 24.00 | 0.3999311418E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 22 | 24.00 | 0.1658982046E-04 | 0.8009632098E-05 | 0.4997357284E-01 |
| 23 | 24.00 | 0.3999317991E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 24 | 27.00 | 0.1750081384E-02 | 0.1684591032E-03 | 0.3749987428E-01 |
| 25 | 27.00 | 0.1750076818E-02 | 0.1687047902E-03 | 0.3749977475E-01 |
| 26 | 30.00 | 0.2199951339E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 27 | 30.00 | 0.1189963684E-04 | 0.1249101034E-03 | 0.5000004053E-01 |
| 28 | 30.00 | 0.299972908E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 29 | 33.00 | 0.1250006724E-02 | 0.2251715716E-03 | 0.3749724576E-01 |
| 30 | 33.00 | 0.1249999786E-02 | 0.3016516568E-03 | 0.3750286151E-01 |
| 31 | 36.00 | 0.2000092701E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 32 | 36.00 | 0.7494308400E-03 | 0.1417024966E-02 | 0.4999746097E-01 |
| 33 | 36.00 | 0.199996723E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 34 | 40.50 | 0.1250570799E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 35 | 40.50 | 0.6249691549E-01 | 0.1251970441E-02 | 0.3748263564E-01 |
| 36 | 40.50 | 0.447485165E-02 | 0.215628557E-02 | 0.4997756524E-01 |
| 37 | 40.50 | 0.6253533458E-01 | 0.440475991E-02 | 0.3754897400E-01 |
| 38 | 40.50 | 0.1243069174E-02 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 39 | 43.50 | 0.7507330678E-01 | 0.0000000000E-00 | 0.0000000000E-00 |
| 40 | 43.50 | 0.3753980088E-01 | 0.3399506255E-02 | 0.3749920773E-01 |
| 41 | 43.50 | 0.5157225345E-02 | 0.7499358539E-03 | 0.4982495561E-01 |
| 42 | 43.50 | 0.3753920158E-01 | 0.6229132401E-01 | 0.3706324784E-01 |

| PUNTO N | COORDENADAS | | MENSURAS MODAIS PRINCIPAIS | | | | | | | | | | ANGULO INDICIA | |
|------------|-------------|-------|----------------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| | X | Y | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | ANGLE | SIGMA-1 | SIGMA-2 | TAU-MAX | ANGLE | SIGMA-1 | SIGMA-2 | | TAU-MAX |
| 43 | 43.30 | 0.00 | -0.7467342506E 01 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 44 | 43.50 | 1.00 | 0.3753557399E 01 | -0.3535609443E -04 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.2139753566E 01 |
| 45 | 43.00 | 0.00 | 0.1253566322E 01 | -0.1663280665E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4688605707E 01 |
| 46 | 43.00 | 4.00 | -0.126034033E 01 | 0.1428310206E -01 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4646694647E 01 |
| 47 | 43.00 | 1.50 | -0.3623870798E 01 | 0.3317751900E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.2224367257E 01 |
| 48 | 46.25 | 12.00 | 0.247734252E 01 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 49 | 46.50 | 17.50 | 0.1675374528E 01 | 0.1063633061E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.2189763959E 01 |
| 50 | 46.50 | 4.00 | 0.1245766888E 01 | 0.2249171567E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.3755635688E 01 |
| 51 | 46.50 | 7.50 | 0.6343522379E 00 | 0.4373247538E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4696237525E 01 |
| 52 | 46.50 | 6.00 | -0.7965320891E -01 | -0.3760427538E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.5024425323E 01 |
| 53 | 46.50 | 4.00 | -0.2490494350E 00 | -0.6361320067E -02 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4742667358E 01 |
| 54 | 46.50 | 3.00 | -0.2417614517E 01 | -0.428239257E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.3430352511E 01 |
| 55 | 46.50 | 1.50 | -0.1666049227E 01 | -0.6427386811E -01 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.229165243E 01 |
| 56 | 46.50 | 3.00 | -0.3653347222E 01 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 57 | 46.50 | 12.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 58 | 48.00 | 17.50 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 59 | 48.00 | 7.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.2167500000E 01 |
| 60 | 48.00 | 4.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.3750000000E 01 |
| 61 | 48.00 | 9.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4687500000E 01 |
| 62 | 48.00 | 4.50 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.5000000000E 01 |
| 63 | 48.00 | 3.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.4687500000E 01 |
| 64 | 48.00 | 1.50 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.3750000000E 01 |
| 65 | 48.00 | 3.50 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | -0.2167500000E 01 |
| | | | | | | | | | | | | | | 0.0000000000E 00 |

1 :

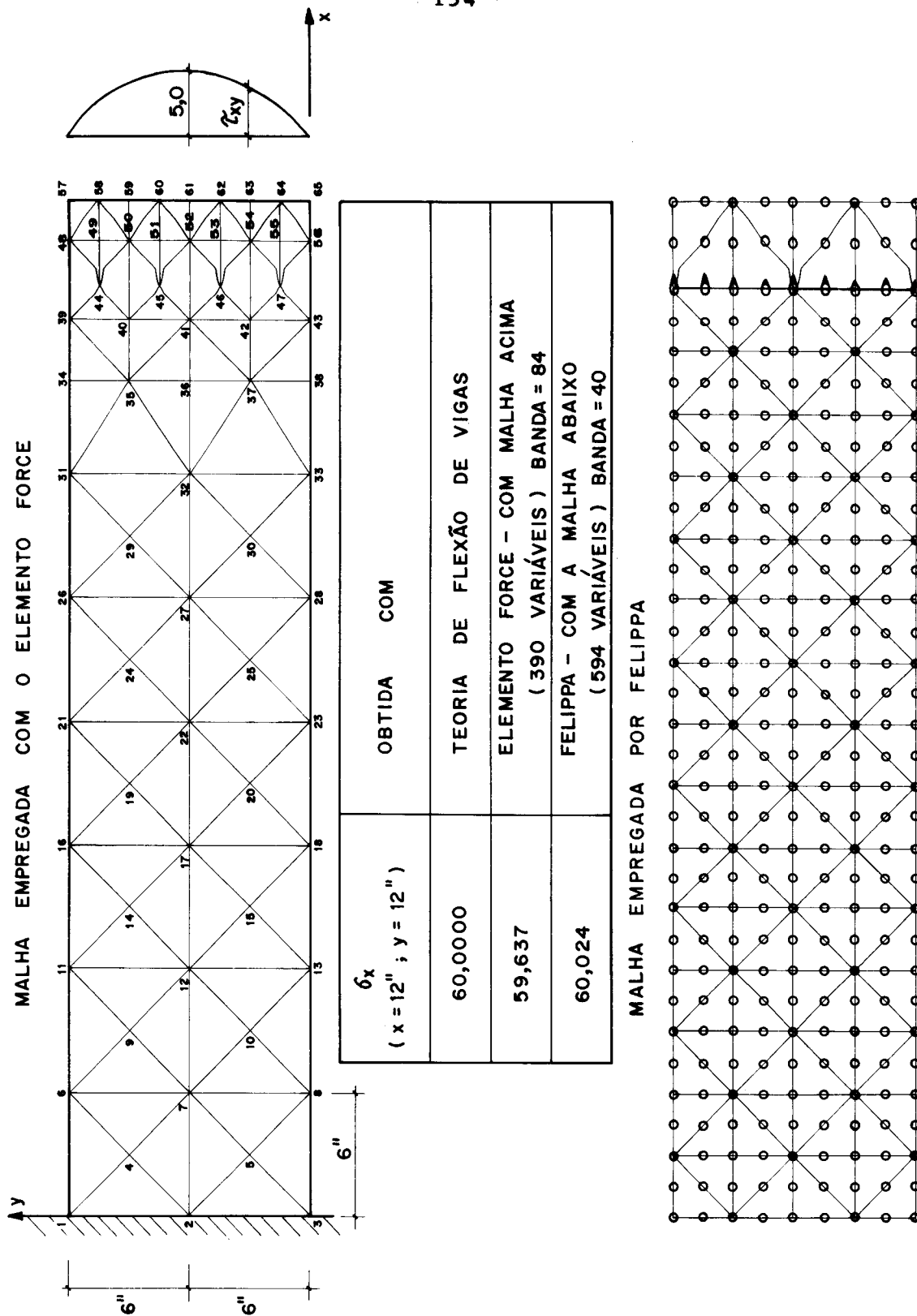


FIG. 3.10.1 - Viga em balanço

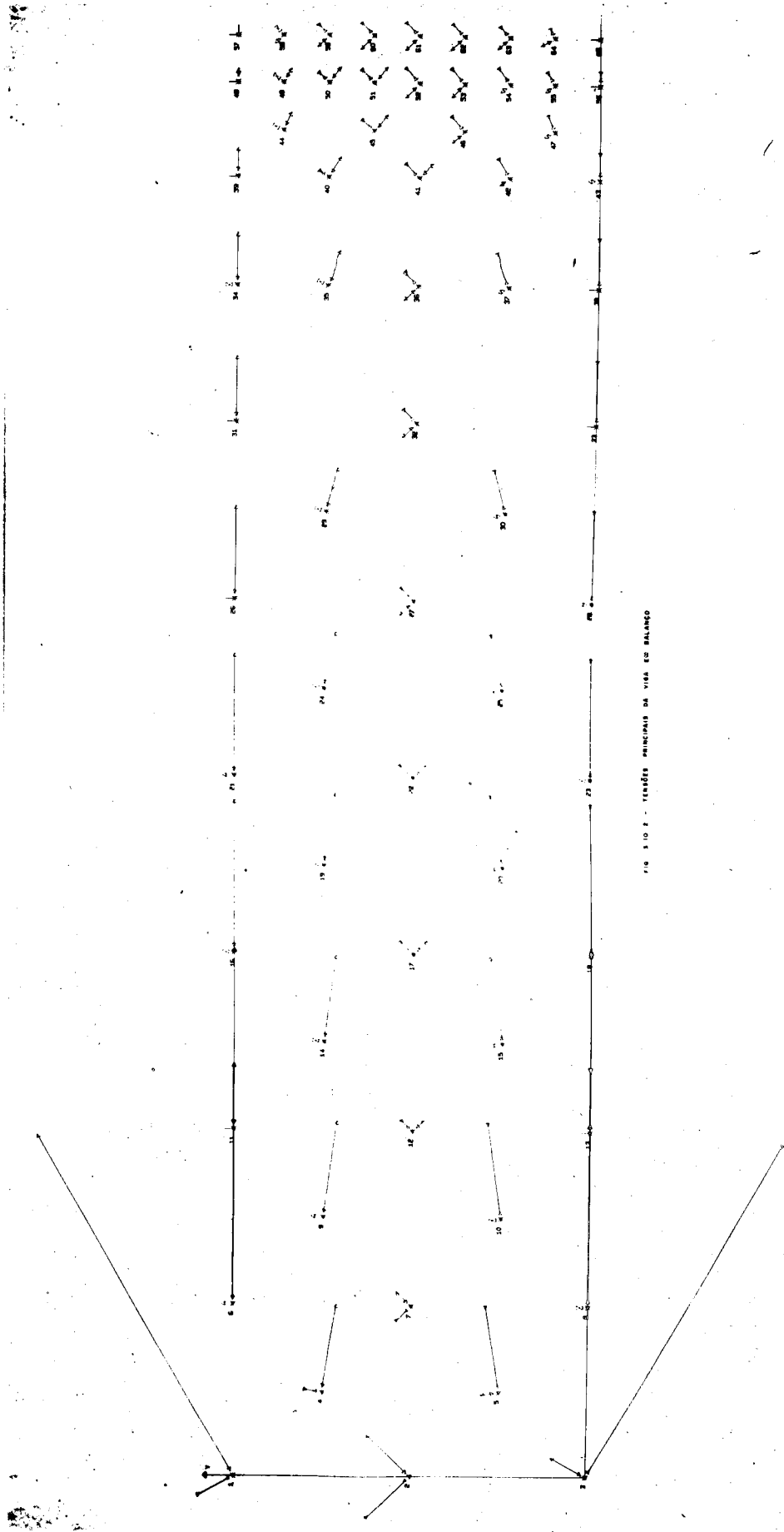


FIG. 5.10.2 - TENSÕES PRINCIPAIS DA VIGA EM BALANÇO

TABELAS RELATIVAS À ESTRUTURA 3.11

| PUNTO | COORDENADAS | SIGMA-X | SIGMA-Y | TAU-XY |
|-------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 120.00 | 0.1741940542E 02 | 0.1628213678E 01 | -0.5325646838E 01 |
| 2 | 121.09 | -0.1735817421E 02 | -0.9731496167E 00 | -0.5525922521E 01 |
| 3 | 122.14 | -0.1733235313E 02 | -0.6969033074E 00 | -0.5610379543E 01 |
| 4 | 123.28 | -0.1736188675E 02 | -0.1012868196E 01 | -0.5513779329E 01 |
| 5 | 124.38 | -0.1741940408E 02 | -0.1628215030E 01 | -0.5325646838E 01 |
| 6 | 127.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 7 | 115.50 | 0.1462240309E 02 | -0.1366774364E 01 | -0.4470517389E 01 |
| 8 | 116.59 | -0.1791776864E 02 | -0.2161824155E 01 | -0.5047588406E 01 |
| 9 | 117.69 | -0.1745532674E 02 | -0.2889529768E 01 | -0.4938446575E 01 |
| 10 | 118.78 | -0.1769335526E 02 | -0.2221839689E 01 | -0.4596256813E 01 |
| 11 | 119.88 | -0.1503367821E 02 | -0.1405216765E 01 | -0.4596256813E 01 |
| 12 | 121.50 | -0.3106749198E 00 | -0.2903917454E 01 | -0.9498285752E 01 |
| 13 | 120.50 | 0.1415165875E 01 | 0.1045057749E 01 | -0.6264223488E 00 |
| 14 | 135.50 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 15 | 110.19 | -0.1678725294E 02 | -0.5573133375E 01 | 0.7003729760E 00 |
| 16 | 111.28 | -0.2059205894E 02 | -0.6652249637E 01 | 0.3219262895E 00 |
| 17 | 112.38 | -0.1481629080E 02 | -0.7129036959E 01 | -0.2634263110E 01 |
| 18 | 113.47 | -0.1601894003E 02 | -0.1162013866E 02 | -0.7661161813E 01 |
| 19 | 114.57 | -0.5882995787E 00 | -0.2602045112E 01 | -0.8164594848E 00 |
| 20 | 80.00 | 0.3179314330E 00 | 0.7723985097E 00 | 0.8764804759E 00 |
| 21 | 123.00 | 0.4483735808E 00 | 0.3204361910E 00 | -0.1982674223E 01 |
| 22 | 135.50 | 0.1339485767E 00 | 0.8870324704E 00 | -0.4059618811E 00 |
| 23 | 108.70 | 0.1241150622E 00 | 0.1327840844E 01 | -0.3565422696E 01 |
| 24 | 100.37 | -0.1482383439E 02 | -0.2268782204E 01 | -0.1113057717E 01 |
| 25 | 96.78 | -0.1661816661E 02 | -0.5620921229E 01 | -0.3953369185E 01 |
| 26 | 107.09 | -0.1511295433E 02 | -0.4853560362E 01 | -0.4892342120E 01 |
| 27 | 109.28 | -0.1305652570E 02 | -0.1027863788E 02 | -0.7073189323E 01 |
| 28 | 110.38 | -0.6341851599E 01 | -0.7737292690E 01 | -0.7073189323E 01 |
| 29 | 111.47 | -0.3316744344E 00 | -0.5683329710E 01 | -0.1469347983E 01 |
| 30 | 114.50 | -0.8065915254E 00 | -0.1691080118E 01 | -0.3438788946E 00 |
| 31 | 110.50 | -0.7238416874E 00 | -0.1151377693E 01 | -0.4990580248E 00 |
| 32 | 66.00 | -0.2342704611E 00 | -0.4218308275E 01 | 0.2559535782E 00 |
| 33 | 56.00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 | 0.0000000000E 00 |
| 34 | 42.00 | 0.1341409939E 00 | 0.1435102937E 01 | -0.4387552103E 00 |
| 35 | 105.50 | -0.6707112608E 01 | -0.7686521867E 00 | -0.2818156476E 01 |
| 36 | 101.00 | -0.1034943887E 02 | -0.1536269353E 00 | 0.7061941870E 00 |

| | | | | | | | | |
|----|--------|--------|---------------|----|---------------|----|----------------|----|
| 37 | 102.09 | 99.25 | 0.1128653948E | 02 | 0.4262321144E | 00 | 0.1668820747E | 01 |
| 38 | 103.19 | 91.67 | 0.1045899418E | 02 | 0.1225464937E | 01 | 0.3203198557E | 01 |
| 39 | 104.28 | 88.08 | 0.9220637720E | 01 | 0.2531381299E | 01 | 0.4858636951E | 01 |
| 40 | 105.38 | 84.50 | 0.2962037077E | 01 | 0.4040807548E | 01 | 0.5358516538E | 01 |
| 41 | 106.47 | 80.00 | 0.2417352811E | 01 | 0.4311294443E | 01 | 0.34499952803E | 01 |
| 42 | 108.00 | 73.50 | 0.1104626309E | 01 | 0.2659354829E | 01 | 0.1444370646E | 01 |
| 43 | 101.00 | 69.00 | 0.1687156605E | 01 | 0.1653194501E | 01 | 0.2068124175E | 01 |
| 44 | 106.00 | 53.50 | 0.823185859E | 00 | 0.3028959969E | 00 | 0.1671707867E | 00 |
| 45 | 116.00 | 38.50 | 0.8543461905E | 00 | 0.2752331570E | 01 | 0.1533441877E | 00 |
| 46 | 102.00 | 128.44 | 0.000000000E | 00 | 0.000000000E | 00 | 0.000000000E | 00 |
| 47 | 95.50 | 113.00 | 0.1498205797E | 01 | 0.7817257558E | 00 | 0.1059801892E | 01 |
| 48 | 93.00 | 105.00 | 0.4648040303E | 01 | 0.1699067779E | 00 | 0.1301414423E | 01 |
| 49 | 96.00 | 97.31 | 0.8522965773E | 01 | 0.7422645622E | 00 | 0.1473311404E | 01 |
| 50 | 98.00 | 90.08 | 0.8850100941E | 01 | 0.2245728688E | 01 | 0.3118885285E | 01 |
| 51 | 100.00 | 82.85 | 0.5625403035E | 01 | 0.2245728688E | 01 | 0.4331419477E | 01 |
| 52 | 101.00 | 77.00 | 0.3025415334E | 01 | 0.2520778140E | 01 | 0.338958117E | 01 |
| 53 | 104.00 | 72.50 | 0.3004478413E | 01 | 0.1124496721E | 01 | 0.3017158202E | 01 |
| 54 | 90.00 | 65.20 | 0.2418251576E | 01 | 0.4986714603E | 00 | 0.2542731253E | 01 |
| 55 | 92.00 | 50.00 | 0.1529674077E | 01 | 0.5651667404E | 00 | 0.1344852957E | 01 |
| 56 | 97.00 | 33.50 | 0.4383107271E | 01 | 0.2111462675E | 01 | 0.1196080016E | 01 |
| 57 | 85.00 | 132.50 | 0.2394007690E | 00 | 0.1090295076E | 01 | 0.5108986985E | 01 |
| 58 | 90.00 | 122.50 | 0.4776262396E | 00 | 0.2347771935E | 01 | 0.2816137602E | 01 |
| 59 | 86.00 | 112.50 | 0.2311076988E | 01 | 0.2348379757E | 02 | 0.7818759302E | 00 |
| 60 | 86.00 | 102.00 | 0.4924451135E | 01 | 0.6890538244E | 00 | 0.3289842071E | 00 |
| 61 | 78.00 | 96.00 | 0.4615304974E | 01 | 0.9148011785E | 00 | 0.7725247479E | 00 |
| 62 | 88.00 | 86.00 | 0.5819731157E | 01 | 0.4220910526E | 00 | 0.2608880327E | 01 |
| 63 | 94.00 | 80.00 | 0.4739071667E | 01 | 0.9551872573E | 00 | 0.3548416119E | 01 |
| 64 | 85.00 | 76.00 | 0.3981406500E | 01 | 0.6580875688E | 01 | 0.2964284640E | 01 |
| 65 | 83.00 | 62.50 | 0.2651879098E | 01 | 0.1204271927E | 00 | 0.2601494177E | 01 |
| 66 | 78.00 | 46.00 | 0.2207074518E | 01 | 0.5718159920E | 00 | 0.1934012983E | 01 |
| 67 | 70.00 | 136.00 | 0.552090619E | 01 | 0.1607869643E | 00 | 0.6139684428E | 02 |
| 68 | 76.50 | 121.00 | 0.1172274188E | 01 | 0.4186033589E | 01 | 0.3517148421E | 00 |
| 69 | 76.00 | 107.00 | 0.3136705235E | 01 | 0.5426633458E | 00 | 0.1709882212E | 00 |
| 70 | 59.00 | 103.00 | 0.2621478360E | 01 | 0.6002035674E | 00 | 0.5988975586E | 00 |
| 71 | 62.00 | 91.50 | 0.3355821046E | 01 | 0.783714902E | 00 | 0.1239342606E | 01 |
| 72 | 74.00 | 82.50 | 0.4130666237E | 01 | 0.6615380973E | 00 | 0.2122236873E | 01 |
| 73 | 71.00 | 71.00 | 0.3283415343E | 01 | 0.2926296334E | 00 | 0.2122236873E | 01 |
| 74 | 72.00 | 59.00 | 0.2744050356E | 01 | 0.1206396693E | 00 | 0.2671174586E | 01 |
| 75 | 57.00 | 56.50 | 0.2766469766E | 01 | 0.2727093873E | 00 | 0.3086186744E | 01 |
| 76 | 62.00 | 148.50 | 0.000000000E | 00 | 0.000000000E | 00 | 0.000000000E | 00 |
| 77 | 58.00 | 120.50 | 0.1180801499E | 01 | 0.1733734859E | 00 | 0.2595966507E | 01 |
| 78 | 45.00 | 110.00 | 0.1593152692E | 01 | 0.210283112E | 00 | 0.5491740868E | 01 |
| 79 | 47.00 | 95.00 | 0.2456953271E | 01 | 0.4934552318E | 00 | 0.1184033921E | 01 |
| 80 | 45.90 | 81.50 | 0.2741366489E | 01 | 0.5856217765E | 00 | 0.1642731753E | 01 |
| 81 | 59.00 | 78.00 | 0.3095608898E | 01 | 0.5823588152E | 00 | 0.1919877047E | 01 |
| 82 | 50.00 | 68.00 | 0.2310944422E | 01 | 0.3438001709E | 00 | 0.2046679100E | 01 |
| 83 | 47.50 | 59.00 | 0.1169961134E | 01 | 0.1360371517E | 00 | 0.2858958300E | 01 |

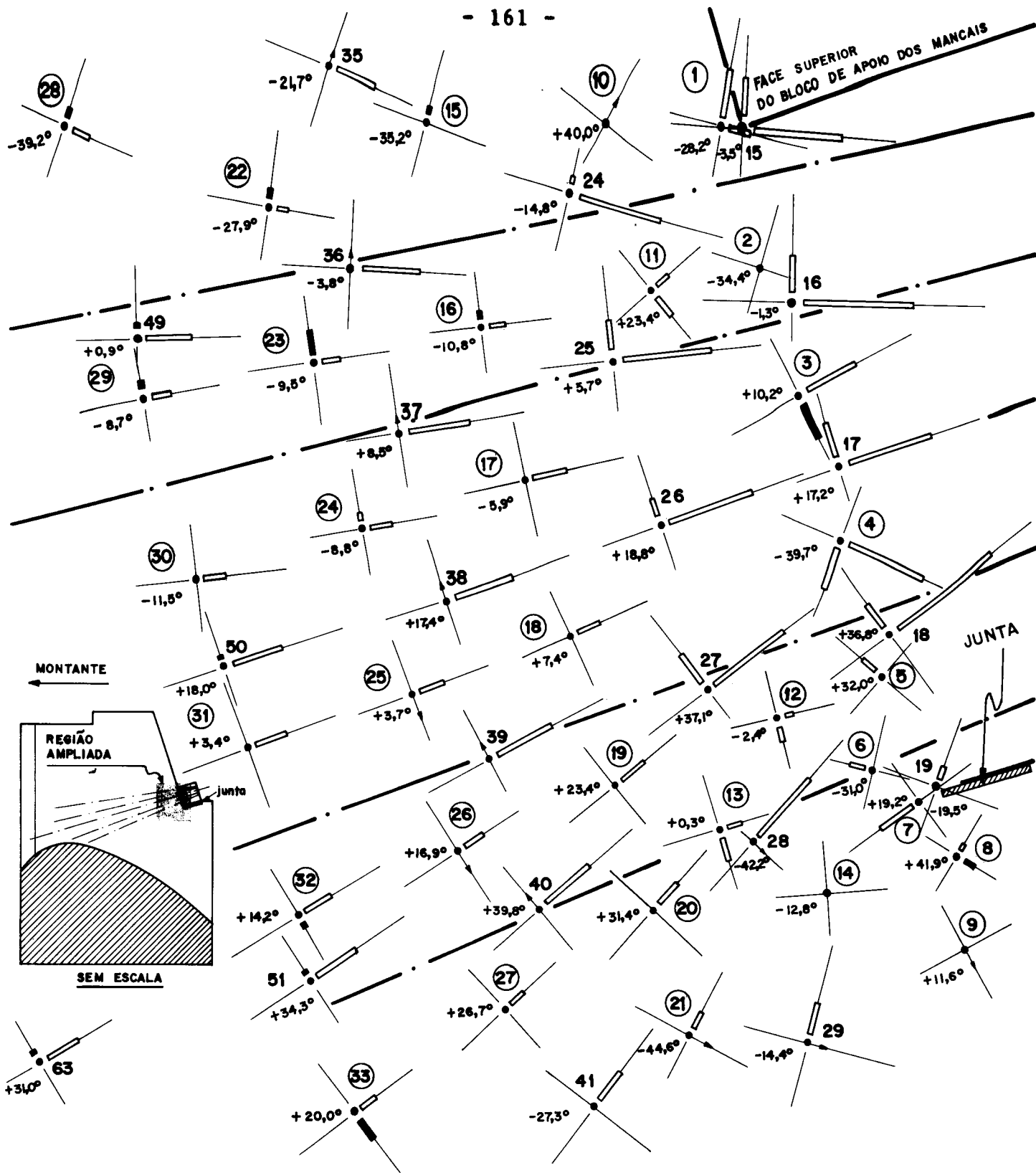
| PONTO | X | Y | SIGMA-I | SIGMA-Z | ANGLE | INDICA |
|-------|-------|--------|----------------|----------------|----------------|--------|
| 84 | 34.00 | 142.60 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 0.0000000000 | 00 |
| 85 | 34.00 | 126.50 | -0.4354666297E | -0.1169476521E | -0.2017229722E | 00 |
| 86 | 16.50 | 119.00 | -0.3801194671E | -0.3676061908E | -0.4366592065E | 00 |
| 87 | 29.00 | 197.00 | -0.1530210939E | -0.2147690706E | -0.1341549001E | 01 |
| 88 | 32.50 | 83.00 | -0.2538231117E | 0.3160195981E | -0.1743925206E | 01 |
| 89 | 35.00 | 71.00 | -0.2403664303E | 0.3160195981E | -0.1438515726E | 01 |
| 90 | 34.00 | 69.20 | -0.2790693719E | -0.6592213113E | -0.1175630201E | 01 |
| 91 | 0.00 | 126.50 | 0.0000000000E | 0.0000000000E | 0.0000000000E | 00 |
| 92 | 0.00 | 104.00 | 0.2150379379E | -0.1424021352E | 0.0000000000E | 00 |
| 93 | 12.00 | 195.00 | -0.7239851644E | 0.8586955172E | -0.1749910329E | -07 |
| 94 | 19.60 | 83.50 | -0.2317038949E | -0.8586955172E | 0.1358813029E | 01 |
| 95 | 19.00 | 66.00 | -0.4468459663E | -0.8656530431E | -0.1358813029E | 01 |
| 96 | 19.00 | 59.00 | -0.2787573601E | 0.1212457699E | 0.1600240557E | 00 |
| 97 | 27.00 | 60.30 | -0.3074073151E | -0.6796614350E | 0.3226321240E | 00 |
| 98 | 0.00 | 88.00 | -0.3061635678E | -0.9749982962E | 0.3458540922E | 00 |
| 99 | 10.00 | 73.00 | -0.1091903409E | -0.2027472278E | 0.2491461714E | -06 |
| 100 | 9.00 | 65.00 | -0.9675284292E | -0.3219339593E | -0.4053466798E | 01 |
| 101 | 0.50 | 52.00 | -0.3208997374E | 0.1231105237E | -0.1568927388E | 01 |
| 102 | 0.00 | 37.25 | -0.3788865595E | 0.1807680635E | 0.2169710381E | 01 |
| 103 | 0.00 | 72.00 | -0.1631645874E | -0.9708726909E | -0.1158338443E | 01 |
| 104 | 0.00 | 60.70 | -0.1631645874E | -0.2141731866E | 0.4988442312E | 01 |
| | | | | 0.24585531451E | 0.4988442312E | 01 |

TENSOES NDDAIS PRINCIPAIS

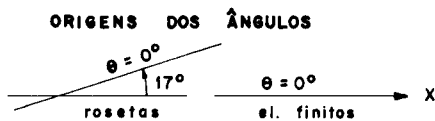
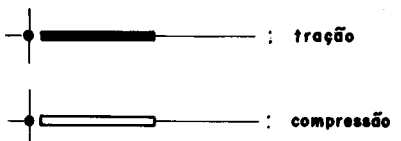
| PONTO | X | Y | SIGMA-I | SIGMA-Z | ANGLE | SIGMA |
|-------|--------------|--------------|--------------|------------------|-------------|-------|
| 1 | 120.00000000 | 104.6463590 | 0.745058066E | -0.8-0.19047619E | 0.17000000E | 2 |
| 2 | 121.09500000 | 101.0613230 | 0.71629525E | 0.0-0.19047619E | 0.17000007E | 2 |
| 3 | 122.19000000 | 97.4763230 | 0.10183626E | 01-0.19047619E | 0.17000007E | 2 |
| 4 | 123.28500000 | 93.8913230 | 0.67286413E | 00-0.19047619E | 0.17000007E | 2 |
| 5 | 124.38000000 | 90.3063230 | 0.745058066E | -0.8-0.19047619E | 0.17000007E | 2 |
| 6 | 127.00000000 | 90.90000000 | 0.00000000E | 00-0.00000000E | 0.00000000E | 00 |
| 7 | 115.50000000 | 103.2718820 | 0.745058066E | -0.8-0.15989177E | 0.00000000E | 00 |
| 8 | 116.59500000 | 99.6868470 | 0.68348328E | 00-0.19396109E | 0.00000000E | 00 |
| 9 | 117.69000000 | 96.1018790 | 0.13730609E | 01-0.18971795E | 0.16324285E | 02 |
| 10 | 118.78500000 | 92.5168790 | 0.47460836E | 00-0.19440586E | 0.17070363E | 02 |
| 11 | 119.88000000 | 88.9318790 | 0.14901161E | -0.7-0.16438894E | 0.17669157E | 02 |
| 12 | 121.50000000 | 89.2176170 | 0.11041532E | -0.9-0.33971409E | 0.17000000E | 02 |
| 13 | 126.50000000 | 82.00000000 | 0.18832962E | 01-0.57692733E | 0.17000000E | 02 |
| 14 | 135.50000001 | 74.50000000 | 0.00000000E | 00-0.00000000E | 0.36771055E | 02 |
| 15 | 110.19000000 | 101.65000000 | 0.55295011E | 01-0.16830825E | 0.00000000E | 00 |
| 16 | 111.28500000 | 96.06500000 | 0.66448190E | 01-0.20599489E | 0.35599450E | 01 |
| 17 | 112.38000000 | 94.48000000 | 0.63129632E | 01-0.15632364E | 0.13222503E | 01 |
| 18 | 113.47700000 | 90.89500000 | 0.58489205E | 01-0.21790158E | 0.17212564E | 02 |
| 19 | 114.57000000 | 87.31000000 | 0.29887035E | 00-0.28914743E | 0.36991024E | 02 |
| | | | | 01-0.19519063E | 0.19519063E | 02 |

20 120.0000000 80.0000000 0.14506223E 01-0.36029243E 00 0.37732838E 02
21 70.0000000 0.32094716E 00-0.44888455E 00 0.14762857E 01
22 60.0000000 0.68703247E 01 0.0000000E 00 0.70407987E-05
23 106.5248030 0.14519559E 01 0.0000000E 00 0.17000007E 02
24 100.3702090 0.13269196E 01-0.15765696E 02-0.57217292E 01
25 70.7651770 0.55093969E 01-0.16729690E 02 0.18810411E 02
26 93.2002060 0.35069220E 01-0.16459592E 02 0.37075334E 02
27 104.1900000 89.6151760 0.65818983E 01-0.14147090E 02 0.42183199E 02
28 110.5800000 86.0300210 0.67946486E 01-0.60602118E 01-0.14386014E 02
29 111.4750000 81.5000000 0.45207714E 01-0.60602118E 01-0.14386014E 02
30 114.0000000 75.0000000 0.68862808E 00-0.18090435E 01-0.18933903E 02
31 110.5000000 66.0000000 0.39469563E 00-0.14805237E 01-0.33406234E 02
32 118.0000000 56.0000000 0.13516730E 00-0.41157743E 00-0.34718112E 02
33 135.5000001 42.0000000 0.0000000E 00 0.0000000E 00 0.0000000E 00
34 106.0000000 115.3583380 0.15692439E 01-0.46566128E-09 0.0000000E 00
35 100.5000000 103.0000000 0.35581201E 00-0.78315768E 01-0.21752346E 02
36 101.0000000 98.6430120 0.20089653E 00-0.10396708E 02-0.38294214E 01
37 102.0950000 95.2579820 0.17558199E 06-0.11537189E 02 0.85417450E 01
38 103.1900000 91.6730090 0.22306622E 00-0.11461392E 02 0.17376822E 02
39 104.2350000 88.0879810 0.22540388E 01-0.11774559E 02 0.27728468E 02
40 105.3800000 84.5030130 0.43429008E 00-0.10457136E 02 0.39866520E 02
41 106.4750000 80.0000000 0.21323532E 00-0.69418825E 01-0.37325511E 02
42 102.0000000 73.5000000 0.24171566E 00-0.35222654E 01-0.30855370E 02
43 101.0000000 69.0000000 0.39601833E 00-0.37383694E 01-0.44764782E 02
44 106.0000000 53.5000000 0.25381373E 00-0.87226811E 00 0.16362529E 02
45 119.0000000 38.5000000 0.85186950E 00 0.0000000E 00 0.10175510E 02
46 102.0000000 128.4450570 0.0000000E 00 0.0000000E 00 0.0000000E 00
47 95.5000000 113.0000000 0.21254034E 01-0.22586775E 01-0.35661719E 02
48 93.0000000 105.0000000 0.49896775E 00-0.497771012E 01-0.14189759E 02
49 96.0000000 97.3158150 0.74460675E 00-0.85253079E 01 0.91078235E 00
50 98.0000000 90.0877820 0.73279390E 00-0.98651851E 01 0.18028193E 02
51 100.0000000 82.8597520 0.71381520E 00-0.85849469E 01 0.34343758E 02
52 101.0000000 77.0000000 0.62586961E 00-0.61720630E 01 0.42871397E 02
53 94.0000000 72.5000000 0.10957064E 01-0.52246816E 01 0.36347830E 02
54 90.0000000 65.2000000 0.12293830E 01-0.41763061E 01 0.34660136E 02
55 92.0000000 50.0000000 0.12223632E 01-0.21868706E 01 0.26043622E 02
56 97.0000000 33.5000000 0.48967393E 01 0.15978306E 01 0.23240113E 02
57 83.0000000 132.5000001 0.25030372E 00 0.0000000E 00-0.12046628E 02
58 122.5000000 112.5000000 0.24181412E 00-0.66287780E 00 0.33337776E 02
59 80.0000000 102.0000000 0.70526844E 00-0.49436657E 01-0.17028295E 02
60 86.0000000 96.0000000 0.10206909E 01-0.47211947E 01-0.33426157E 01
61 88.0000000 86.0000000 0.13688995E 01-0.67665396E 01 0.78048830E 01
62 94.0000000 80.0000000 0.11741517E 01-0.68684106E 01 0.19946723E 02
63

| | | | | | | |
|-----|------------|-------------|-------------|----------------|----------------|----|
| 64 | 85.0000000 | 76.0000000 | 0.15288506E | 01-0.55760659E | 01-0.28278367E | 02 |
| 65 | 85.0000000 | 62.5000000 | 0.15069134E | 01-0.42792197E | 01-0.32027657E | 02 |
| 66 | 78.0000000 | 46.0000000 | 0.15637493E | 01-0.31990079E | 01-0.27152775E | 02 |
| 67 | 70.0000000 | 136.0000000 | 0.16114277E | 00-0.54845180E | 01-0.33167741E | 01 |
| 68 | 76.0000000 | 121.0000000 | 0.13638696E | 00-0.12668008E | 01-0.15043297E | 02 |
| 69 | 76.0000000 | 107.0000000 | 0.55059245E | 00-0.31446343E | 01-0.26550311E | 01 |
| 70 | 59.0000000 | 103.0000000 | 0.70793378E | 00-0.27292085E | 01-0.10197362E | 02 |
| 71 | 62.0000000 | 91.0000000 | 0.11264483E | 01-0.36984979E | 01-0.15456063E | 02 |
| 72 | 74.0000000 | 82.0000000 | 0.14662475E | 01-0.49353756E | 01-0.20765717E | 02 |
| 73 | 71.0000000 | 71.0000000 | 0.16141842E | 01-0.46049699E | 01-0.27450007E | 02 |
| 74 | 72.0000000 | 59.0000000 | 0.17192657E | 01-0.43426764E | 01-0.30899385E | 02 |
| 75 | 57.0000000 | 56.0000000 | 0.21931348E | 01-0.46868947E | 01-0.31892545E | 02 |
| 76 | 62.0000000 | 148.0000000 | 0.00000000E | 00-0.00000000E | 00-0.00000000E | 00 |
| 77 | 58.0000000 | 120.0000000 | 0.17387095E | 00-0.11812989E | 01-0.10978279E | 01 |
| 78 | 45.0000000 | 110.0000000 | 0.36732361E | 00-0.17101929E | 01-0.15958264E | 02 |
| 79 | 47.0000000 | 95.0000000 | 0.90985450E | 00-0.28733525E | 01-0.19375677E | 02 |
| 80 | 45.0000000 | 81.0000000 | 0.14017523E | 01-0.34157731E | 01-0.22320100E | 02 |
| 81 | 59.0000000 | 78.0000000 | 0.14558566E | 01-0.34230008E | 01-0.23112536E | 02 |
| 82 | 47.0000000 | 59.0000000 | 0.22523222E | 01-0.35583205E | 01-0.28517301E | 02 |
| 83 | 34.0000000 | 148.0000000 | 0.00000000E | 00-0.00000000E | 01-0.39875212E | 02 |
| 84 | 34.0000000 | 126.0000000 | 0.78002845E | 01-0.51513895E | 00-0.00000000E | 00 |
| 85 | 16.0000000 | 110.0000000 | 0.02841198E | 01-0.81056685E | 00-0.21429037E | 02 |
| 86 | 29.0000000 | 97.0000000 | 0.62161526E | 00-0.23665952E | 00-0.44589549E | 02 |
| 87 | 32.0000000 | 83.0000000 | 0.97979006E | 00-0.34027157E | 01-0.31941341E | 02 |
| 88 | 35.0000000 | 71.0000000 | 0.93569719E | 00-0.30233418E | 01-0.26368165E | 02 |
| 89 | 34.0000000 | 60.0000000 | 0.72175148E | 00-0.16600421E | 01-0.23305202E | 02 |
| 90 | 0.0000000 | 126.0000000 | 0.00000000E | 00-0.00000000E | 01-0.40407945E | 02 |
| 91 | 0.0000000 | 104.0000000 | 0.14240213E | 00-0.58207660E | 00-0.00000000E | 00 |
| 92 | 12.0000000 | 95.0000000 | 0.56914103E | 00-0.21518217E | 01-0.70407987E | 05 |
| 93 | 19.6000000 | 83.0000000 | 0.47395065E | 00-0.36566426E | 01-0.43581110E | 02 |
| 94 | 19.0000000 | 66.0000000 | 0.12681837E | 01-0.44740322E | 01-0.19944385E | 01 |
| 95 | 19.0000000 | 59.0000000 | 0.16604909E | 01-0.51277259E | 01-0.35954559E | 02 |
| 96 | 27.0000000 | 60.0000000 | 0.16099422E | 00-0.11219448E | 01-0.23019670E | 02 |
| 97 | 0.0000000 | 88.0000000 | 0.00000000E | 00-0.20274722E | 01-0.70407987E | 05 |
| 98 | 0.0000000 | 76.0000000 | 0.20350931E | 01-0.63463361E | 01-0.37647944E | 02 |
| 99 | 9.0000000 | 65.0000000 | 0.94902190E | 01-0.99573676E | 01-0.10192526E | 02 |
| 100 | 6.0000000 | 52.0000000 | 0.47883752E | 01-0.22830275E | 00-0.36051662E | 02 |
| 101 | 0.0000000 | 37.2500000 | 0.98974118E | 01-0.38875505E | 01-0.48695703E | 01 |
| 102 | 0.0000000 | 72.0000000 | 0.13264277E | 02-0.24469499E | 02-0.31460401E | 02 |
| 103 | 0.0000000 | 60.0000000 | 0.16322756E | 01-0.17702881E | 02-0.15532053E | 02 |
| 104 | 0.0000000 | | | | | |



CONVENÇÕES



ESCALAS

DESENHO : modelo = 1 : 1,25

DESENHO : prototipo = 1 : 25

TENSÕES : 1mm = 1 kg/cm²

As trações são positivas.
Em cada ponto indica-se, com algarismos maiores, o número do nó do elemento finito e com algarismos maiores e circunscritos o número da roseta do modelo.

FIG. 3.11.1 - Direções principais de tensões, na zona próxima ao apoio do bloco suporte dos mancais das com portas, do pilar típico do vertedouro da ILHA SOLTEIRA

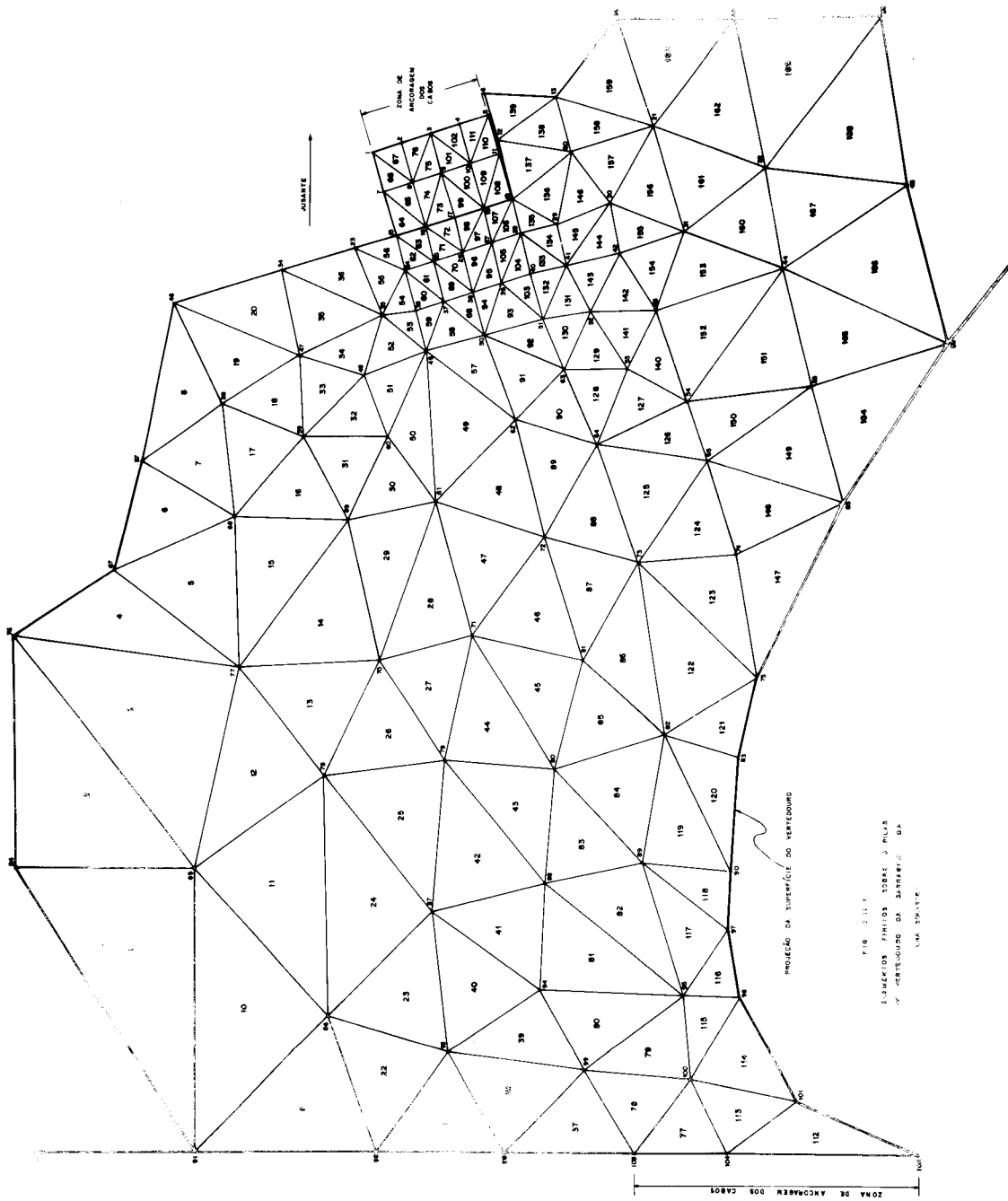


FIG. 3.11.7
ELEMENTOS FINAIS SOBRE O MULO
DE CANTILHADO DA SUPERFÍCIE DA
LAMA DE ATIV.

4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES

Para a série de testes procedidos sobre o retângulo elástico foi calculada em cada caso a energia complementar de deformação Ω , no caso elástico linear igual à energia de deformação U , que na solução exata seria:

$$\Omega = U = \frac{1}{2E} \int_V \sigma_y^2 dV = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-5} (-1)^2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 1 = 16 \cdot 10^{-5} \text{ kgfcm}$$

Calculada com os resultados correspondentes às soluções obtidas com elementos finitos foram obtidos os seguintes valores:

| Nº ELEMENTOS | Nº DE NÓS | $\Omega = U$ | EXEMPLO |
|--------------|-----------|------------------------------|---------|
| 8 | 8 | $0,1600000001 \cdot 10^{-3}$ | 3.3 |
| 32 | 23 | $0,1599999928 \cdot 10^{-3}$ | 3.4 |
| 128 | 77 | $0,1599999399 \cdot 10^{-3}$ | 3.5 |
| 4 | 6 | $0,1599999986 \cdot 10^{-3}$ | — |
| 16 | 15 | $0,1600000010 \cdot 10^{-3}$ | 3.6 |
| 64 | 45 | $0,1599999753 \cdot 10^{-3}$ | — |

Note-se que, em casos onde a energia correspondente à solução exata for conhecida, o valor calculado da energia aproximada servirá também para indicar a correção dos dados relativos à estrutura discretizada. Conforme já foi salientado, por menor que seja o número de elementos finitos considerados na malha, a quantidade de dados necessários para definir a estrutura e o seu respectivo carregamento pode, facilmente, conter alguns erros ou enganos. A-

pesar do programa UM ser capaz de detectar alguns desses erros, há outros cuja natureza impedirá o seu reconhecimento por aquele programa.

Como cuidados genéricos a tomar quando forem analisadas chapas com o emprego do elemento finito FORCE recomenda-se:

a) procurar manter em cada nó o concurso do mesmo número de elementos;

b) manter a largura da faixa do sistema de equações tão estreita quanto possível, principalmente quando for utilizado equipamento de processamento de dados que trabalhe com 10 algarismos significativos; como se sabe a largura da faixa depende apenas da ordem em que são numerados os nós da estrutura discretizada;

c) procurar utilizar maior número de nós (elementos) no contorno da estrutura, principalmente onde há cargas aplicadas, mudanças bruscas de direção e, no interior, onde se pretenda obter informação mais pormenorizada do estado de tensões;

d) tirar partido de eventuais simetrias ou assimetrias, analisando apenas parte da estrutura; com isto, além de menor trabalho de computação, a largura da faixa e o número de incógnitas do sistema serão menores, com a consequente melhoria na qualidade dos resultados (menos operações aritméticas envolvidas).

Esses cuidados, com exceção de a), são motivados por razões ligadas ao sistema de processamento de dados e

não por insuficiência do elemento finito FORCE.

Durante a realização do presente trabalho inúmeros pontos despertaram a curiosidade do autor. Infelizmente, o desenvolvimento de alguns deles, apesar de simples, exigirá bastante tempo a ser consumido no preparo de dados e processamento, com o intuito de elucidá-los. Outros exigirão modificações no programa e testes correspondentes.

Apenas para lembrar alguns, que talvez apresentem interesse, dá-se a seguir uma relação de sugestões para futuras investigações, visando implementar o presente trabalho ou o emprego do método dos elementos finitos, em geral:

a) estudo mais detalhado a respeito da influência da largura da faixa sobre a solução, de acordo com o equipamento disponível;

b) tendo-se em vista que subrotinas de substituição, como a do tipo KBETA, apresentam o inconveniente de exigirem muita área de memória interna, será conveniente desenvolver outra, equivalente, que realize diretamente as integrações no domínio dos elementos, principalmente quando se trabalhe com capacidade reduzida de memória interna do computador;

c) a formulação que foi desenvolvida apresenta uma maior facilidade de exposição e entendimento, por ter sido feita em relação a eixos cartesianos. Mas, neste caso, não foi possível adotar a expressão da função interpoladora diretamente em função das incógnitas nodais; foi necessário

considerar, de início, incôgnitas generalizadas e, posteriormente, transformá-las para incôgnitas nodais, o que exigiu a inversão da matriz **T**. Sendo essa matriz de ordem elevada, a sua inversão é um tanto demorada; este inconveniente poderá ser contornado desde que se utilize a função interpoladora em termos de coordenadas homogêneas e referida às incôgnitas nodais.

d) conforme foi salientado, dada a dualidade entre o estado plano de tensões e a flexão de placas, o programa aqui apresentado poderá ser utilizado para a solução de problemas de placas elásticas; para tanto será necessário escrever subrotina que calcule as cargas nodais equivalentes ao carregamento que atue sobre o elemento (BELL, B9, p.225) e proceder a pequenas modificações nos outros programas, inclusive com relação a cabeçalhos, etc; é necessário ter presente que, nesse caso, a organização geral dos programas talvez deva sofrer alguma modificação, tendo-se em vista que a capacidade da memória central do computador utilizado está praticamente esgotada, principalmente ao ser executado o programa TRES;

e) para análise de estruturas cujos dados exijam dimensões maiores do que as máximas disponíveis nos programas apresentados, uma solução possível será a consideração de programas adicionais que considerem a divisão da estrutura original em subestruturas; isto será realmente necessário se a estrutura discretizada apresentar largura da faixa do sistema maior do que a permitida pelo conjunto de progra

5. LISTAGEM DO PROGRAMA FORTRAN "FORCE"

(FORTRAN IV - Versão II - M09)

PAGE 1

// JOB T

- 169 -

LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 0016 0016 0000

V2 M09 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK,TYPEWRITER)

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
C
C      ULTIMA ALTERACAO NO DECK
C      ***** 25/5/72
C      PROGRAMADO POR W. SAVASSI
C      LEITURA E CONTROLE DOS DADOS
C      MODIFICADO EM 11/10/71 PARA LER CF, IEX, IEY
C      PREVIAMENTE NO DISCO COM STOREDATA
C      MODIFICADO EM JANEIRO/72 PARA NAO USAR LINK
C      MODIFICADO EM 28/1/72 PARA BORDAS INCLINADAS
C      DEFINE FILE 4(20,320,U,KF)
C      DIMENSION X(3),Y(3),L1(6),M1(6),NAME(34),ICON(6)
C      DIMENSION MAT(200),IH(200),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),RHO(6),
C      1ALFA(6),NP(200,3),IPERM(3),NEBC(180),CONHE(636),ICONH(636),IPRM2(2
C      2),
C      DATA IPERM/2,3,1/,IPRM2/2,1/
C      IENT=2
C      ISAI=5
C      DO 112 I=1,636
C      112 CONHE(I)=0.
C *****
C      READ(IENT,7000) IDIVS
C      7000 FORMAT(I3)
C      7007 FORMAT(1H0,'IDIVS=0 - DIVISAO IRREGULAR E IDIVS=1 - DIVISAO REGULA
C      1R, COM ISOTROPIA',2X/'NESTE PROBLEMA IDIVS =',I2/)
C      IDIVS=0 DIVISAO IRREGULAR
C      IDIVS=1 DIVISAO REGULAR, 1 SO ESPESSURA
C      IDIVS=2 DIVISAO REGULAR, 2 ESPESSURAS
C      IDIVS=3 DIVISAO REGULAR, 3 ESPESSURAS, E ASSIM POR DIANTE
C      IFLAG=0
C      ESTA VERSAO COMPORTA NO MAXIMO 30 NOS NA BORDA
C      OS LIMITES REAIS PARA AS VARIAVEIS DEFINIDAS A SEGUIR SAO
C      MAXEL = 200
C      MAXPD = 16
C      MAXBC = 180
C      MAXNP = 106
C      MAXEL=200
C      MAXBC=180
C      MAXPD=16
C      MAXNP=120
C *****
C      READ(IENT,5001)(NAME(I),I=1,34)
C      5001 FORMAT(34A2)
C      WRITE(ISAI,6002)(NAME(I),I=1,34)
C      6002 FORMAT(1H1,120('*'))//1H ,20('*'),6X,34A2,6X,20('*')//
C      11H ,120('*'))
C      WRITE(ISAI,11)
C      11 FORMAT(48X,'FINITE ELEMENT DATA'//)
C      WRITE(ISAI,7007) IDIVS
C *****
C      READ(IENT,15)NUMEL, ICASO,NUMNP,NUMBC,NUMPB,NLOAD,NMAT,MAXIT,NELBO,
C      1ISKEW,NANGL
C      15 FORMAT(11I4)
C      SE ICASO=0 ESTADO PLANO - SE ICASO=1 FLEXAO DE PLACA
C      WRITE(ISAI,16)NUMEL, ICASO,NUMNP,NUMBC,NUMPB,NLOAD
C      16 FORMAT(/35H NUMERO DE ELEMENTOS.....,I8/
C      1 35H SE=0 CHAPA , SE=1 PLACA.....,I8/
C      2 35H NUMERO DE PONTOS NODAIS.....,I8/
C      3 35H NUMERO DE CONDICoes DE CONTORNO....,I8/
C      4 35H NUMERO DE PONTOS NA BORDA.....,I8/
C      5 35H NUMERO DE CASOS DE CARGA.....,I8/)
C      WRITE(ISAI,17)NMAT,MAXIT,NELBO,ISKEW,NANGL
C      17 FORMAT( 35H NUMERO DE MATERIAIS DIFERENTES....,I8/
C      1 35H MAX NO.DE ITERACOES.....,I8/
C      2 35H NO DE ELEMENTOS NA BORDA.....,I8/
C      3 35H =0, LADOS SEGUNDO X/Y,SE=1 ESCONSO ,I8/
C      4 35H NO.DE ANGULOS P/ DEFINIR LADOS ESC ,I8/)
C *****
C      READ(IENT,710)(I,EM(I),CP(I),RHO(I),ALFA(I), K=1,NMAT)
C      710 FORMAT(I4,4F10.3)
C      WRITE(ISAI,22)( I,EM(I),CP(I),RHO(I),ALFA(I) ,K=1,NMAT)
C      22 FORMAT(50X,27H PROPRIEDADES DOS MATERIAIS//9H MAT.NO. ,5X,
```

```

115HMODULO DE YOUNG,5X,15HCOEF.DE POISSON,11X,9HDENSIDADE,
24X,14HCOEF DILATACAO/(15,E20.5,2F19.5,E22.5))
C *****
C (L)ISTA DOS (NO)S DE (BO)RDA
C LNOBO CONTEM
C COLUNA 1 - LISTA DOS ELEMENTOS COM NOS NA BORDA
C COLUNA 2 - QUANTOS NOS DO ELEMENTO ESTAO NA BORDA (MAXIMO 3)
C COLUNAS 3,4,5, - NUMEROS DESSES NOS
C COLUNAS 6,7,8 - ENDEREÇOS DOS ANGULOS ANGLE A UTILIZAR P/ CADA NO
C IF(ISKEW)300,300,301
301 DO 7 K=1,NELBO
C *****
7 READ(IENT,8)(LNOBO(K,J),J=1,8)
8 FORMAT(8I4)
WRITE(ISAI,9)ISKEW
9 FORMAT(1H0,'ISKEW = 0 -CHAPA RETANGULAR E ISKEW=1 - CHAPA ESCONSA'
1/'NESTE PROBLEMA ISKEW =',I2/)
WRITE(ISAI,10)
10 FORMAT(1H0,'INFORMACOES SOBRE BORDAS, NO CASO DE ESCONSIDADE'/
11H0,'ELEMENTOS NA BORDA NOS NA BORDA',20X,'ENDERECOS DOS ANGULOS'
2/1H0,4X,'ELEMENTOS',22X,'NO 1 NO 2 NO 3',1X,'ANG 1 ANG 2 ANG
3 3'/)
WRITE(ISAI,12)((LNOBO(K,J),J=1,8),K=1,NELBO)
12 FORMAT(1H0,I9,I17,I12,3I6,2I8)
C *****
READ(IENT,800)(ANGLE(I),I=1,NANGL)
800 FORMAT(4E20.10)
WRITE(ISAI,801)(ANGLE(I),I=1,NANGL)
801 FORMAT(1H ,E20.10)
300 DO 6 K=1,NUMEL
C COM DIVISAO IRREGULAR (IDIVS=0) OS ITPEL SAO TODOS NULOS
C *****
6 READ(IENT,30)N,(NP(N,I),I=1,3),MAT(N),TH(N),ITPEL(N)
WRITE(ISAI,31)
31 FORMAT(1H,21HDADOS SOBRE ELEMENTOS//4X,8HELEMENTO,9X,1HI,5X,1HJ,
15X,1HK,5X,1HL,5X,1HN,5X,1HO,5X,1HP,4X,8HMAT,TIPO,5X,
29HESPESURA,3X,'ELEMENTO TIPO',/1X)
30 FORMAT(4I4,20X,I4,F10.3,6X,I4)
DO 150 N=1,NUMEL
IF(ABS(MAT(N))-6)771,771,991
771 IF(MAT(N)) 991,991,990
991 MAT(N)=1
990 IF(TH(N)) 992,992,993
992 TH(N)=1.
993 WRITE(ISAI,33)N,(NP(N,I),I=1,3),MAT(N),TH(N),ITPEL(N)
150 CONTINUE
33 FORMAT(5X,I4,7X,3I6,21X,I11,11X,F8.4,6X,I4)
WRITE(ISAI,35)
35 FORMAT(1H ,25HCOORDENADAS DOS VERTICES //6H PONTO,7X,5HX-ORD,
1 7X,5HY-ORD/1X)
DO 720 M=1,NUMNP
C *****
READ(IENT,36)J,XORD(J),YORD(J)
720 WRITE(ISAI,38)J,XORD(J),YORD(J)
36 FORMAT(I4,2F14.7)
38 FORMAT(I6,2F14.7)
J=0
WRITE(ISAI,45)
45 FORMAT(' ',//10X,21HCONDICOES DE CONTORNO//6H.PONTO,3X,6HTAG-FI,
13X,7HTAG-FIX,3X,7HTAG-FIY,3X,8HTAG-FIYY,3X,8HTAG-FIXY,3X,
28HTAG-FIXX/1X)
C NOTA - A ORDEM EM QUE OS VALORES UNITARIOS, OU NULOS, DEVERAO SER DADOS
C A LI(I) ESTA EXPOSTA NO FORMATO 45. AS INCOGNITAS FINAIS SERAO
C OBTIDAS NESSA ORDEM
C TERAO TAG=1 OS VALORES DE FI, FIX, FIY, FIYY, FIXY, FIXX, CONHECIDOS,
C POR EXEMPLO - ZERO OU NAO ZERO, NA BORDA
C SE O VALOR FOR INCOGNITO A TAG SERA TAG=0
C LI(I)=0 SIGNIFICA QUE O VALOR F E INCOGNITO NA BORDA,
C PORTANTO NAO HA CONDICAO DE BORDA A IMPOR
C ENTAO - A LI(I)=0 DEVE CORRESPONDER SEMPRE ICON(I)=0
C A LI(I)=1 PODE CORRESPONDER ICON(I)=1 OU
C ICON(I)=0
C SE ICON(I)=0 SIGNIFICA QUE O VALOR CONHECIDO, NA BORDA, E NULO
C SE ICON(I)=1 SIGNIFICA QUE O VALOR CONHECIDO, NA BORDA, NAO E ZERO
C DO 250 N=1,NUMPB
C M INDICA NUMERO DO NO SITUADO NA BORDA
C *****
READ(IENT,730)M,(L1(I),I=1,6),(ICON(I),I=1,6)
DO 249 I=1,6
K=6*(M-1)+I
249 ICONH(K)=ICON(I)
WRITE(ISAI,52)M,(L1(I),I=1,6),(ICON(I),I=1,6)
DO 250 I=1,6

```

```

IF(L1(I))250,250,242
242 M1(I)=6*(M-1)+I
    J=J+1
    NEBC(J)=M1(I)
250 CONTINUE
730 FORMAT(13I4)
52  FORMAT(1H0,I4,6X,I2,7X,I2,8X,I2,8X,I2,9X,I2,9X,I2,7X,I2,7X,I2,7X,
1I2,7X,I2,7X,I2,7X,I2)
    NEQBC=J
    NEQ=6*NUMNP
IF(NUMEL-MAXEL)260,260,1000
260 IF(NUMNP-MAXNP)270,270,1010
270 IF(NEQBC-MAXBC)740,740,1020
C  DETERMINACAO DA LARGURA DA BANDA
740 K=0
    DO 320 N=1,NUMEL
    DO 320 I=1,2
    K1=NP(N,I)
    IF(K1)320,320,281
281 I9=I+1
    DO 750 J=I9,3
    K2=NP(N,J)
    IF(K2)750,750,282
282 M=IABS(K2-K1)
    IF(M-K)283,283,284
284 K=M
283 IF(M-MAXPD)750,750,285
285 WRITE(ISAI,760)MAXPD,N
    IFLAG = 1
750 CONTINUE
320 CONTINUE
    IBNDW=6*K+6
    WRITE(ISAI,62)IBNDW
62  FORMAT(24H.LARGURA DA SEMI-BANDA.=,I5//)
760 FORMAT(39H MAXIMA DIFERENCA ENTRE PONTOS NODAIS =,I5,
131H FOI ULTRAPASSADA,NO ELEMENTO =,I5//)
    DO 770 N=1,NUMEL
    DO 380 I=1,3
    J=IPERM(I)
    K1=NP(N,I)
    X(I)=XORD(K1)
380 Y(I)=YORD(K1)
    A2=X(3)-X(1)
    A3=X(2)-X(1)
    B2=Y(3)-Y(1)
    B3=Y(2)-Y(1)
    AREA=A3*B2-B3*A2
    IF(AREA)1050,1050,770
770 CONTINUE
C  SE IFLAG = 0 NAO HA ERROS NOS DADOS
C  SE IFLAG = 1 HA DADOS ERRADOS. VIDE MENSAGEM CORRESPONDENTE
IF(IFLAG)337,420,337
337 WRITE(1,6667)
6667 FORMAT(1H ,'OPERADOR - CORTE A EXECUCAO. HA DADOS ERRADOS'//)
    PAUSE
    WRITE(ISAI,6666)IFLAG
    CALL EXIT
420 CONTINUE
    WRITE(ISAI,820)
820 FORMAT(1H0,'PROGRAMA UM ESTA EXECUTADO - NAO HA DADOS ERRADOS'//)
    WRITE(4,1)  NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
1IENT,ISAI,CONHE,IDIVS,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE,MAT,TH,XORD,YORD,EM,
2CP,RHO,ALFA,IPERM,NEQ,MAXIT,IPRM2,ICASO,NLOAD
    CALL EXIT
1000 WRITE(ISAI,1001)
1001 FORMAT(40H MAXIMO NUMERO DE ELEMENTOS ULTRAPASSADO)
    IFLAG=1
    GO TO 260
1010 WRITE(ISAI,1011)
1011 FORMAT(44H MAXIMO NUMERO DE PONTOS NODAIS ULTRAPASSADO)
    IFLAG=1
    GO TO 270
1020 WRITE(ISAI,1021)
1021 FORMAT(49H MAXIMO NUMERO DE CONDICoes CONTORNO ULTRAPASSADO)
    IFLAG=1
    GO TO 740
1050 WRITE(ISAI,1051) N
1051 FORMAT(41H TRIANGULO COM AREA NEGATIVA, ELEMENTO = ,I5)
    IFLAG=1
    GO TO 770
6666 FORMAT(1H0,'ERRO NOS DADOS - EXECUCAO INTERROMPIDA, IFLAG = ',I6)
    END

```


FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON 0 VARIABLES 5912 PROGRAM 2308

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA UM
 CART ID 0016 DB ADDR 32DF DB CNT 0093

// FOR

*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK)

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

C CALCULO DAS MATRIZES DE FLEXIBILIDADE F
 C ** INTRODUZIDA EM 12/10/71**

REAL NU

DEFINE FILE 3(412,320,U,KY)

DEFINE FILE 2(6,320,U,KX),8(630,320,U,KF),4(20,320,U,KS)

DIMENSION X(3),Y(3),C(3),D(3),XLC(6),YLC(6),F(171),FQ(21,21),

1 T(21,21),SK(18,21),H(3,18),G(21,18),SENO(3),COSO(3)

1 ALFA(6),NP(200,3),IPERM(3),NEBC(180),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),RHO(6),

2),CF(18,21),IEX(18,21),IEY(18,21),ITPEL(200),LNOBO(60,8),ANGLE(60)

DIMENSION FF(171)

EQUIVALENCE (SK(1),FF(1))

EQUIVALENCE (FQ(1),T(1),F(1)),(C(1),SENO(1)),(D(1),COSO(1))

READ(2*1)CF,IEX,IEY

C OS VALORES CONHE(I) SERAO GERADOS EM DOIS, QUANDO FOREM IMPOSTAS

C AS CONDICAOES DE CONTORNO. NELE ESTARAO CONTIDOS OS VALORES DAS

C DIAGONAIS AMPLIADAS POR 1*10**18

READ(4*1) NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,

1 IENT,ISAI,CONHE,IDIVS,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE,MAT,TH,XORD,YORD,EM,

2 CP,RHO,ALFA,IPERM,NEQ,MAXIT,IPRM2,ICASO,NLOAD

C IDIVS=0 DIVISAO IRREGULAR

C IDIVS=1 DIVISAO REGULAR, 1 SO ESPESSURA

C IDIVS=2 DIVISAO REGULAR, 2 ESPESSURAS

C IDIVS=3 DIVISAO REGULAR, 3 ESPESSURAS, E ASSIM POR DIANTE

C ELEMENTOS BASICOS DEVEM TER AS MESMAS ORIENTACOES E DIMENSÕES

C QUE OS OUTROS ELEMENTOS CORRESPONDENTES DE ESPESSURA DIFERENTE

READ(IENT,20)IPWR

20 FORMAT(14)

NR=1

IF(IDIVS)1000,1000,200

1000 NV=NUMEL

GO TO 300

200 NV=4

300 DO 10 IK=1,NV

DO 620 K=1,3

J=IPERM(K)

L=IPERM(J)

K1=NP(IK,K)

K2=NP(IK,J)

X(K)=XORD(K1)

Y(K)=YORD(K1)

C(L)=XORD(K2)-XORD(K1)

620 D(L)=YORD(K1)-YORD(K2)

AREA2=C(3)*D(2)-C(2)*D(3)

MW=MAT(IK)

ET=EM(MW)

NU=CP(MW)

THIK=TH(IK)

C GERACAO DAS COORDENADAS LOCAIS DO ELEMENTO TRIANGULAR

DO 99 I=1,3

L=3

XLC(I)=X(I)

YLC(I)=Y(I)

J=IPERM(I)

LI=L+I

99 XLC(LI)=0.5*(X(J)+X(I))

YLC(LI)=0.5*(Y(J)+Y(I))

XO=(X(1)+X(2)+X(3))/3.

YO=(Y(1)+Y(2)+Y(3))/3.

DO 919 I=1,6

XLC(I)=XLC(I)-XO

919 YLC(I)=YLC(I)-YO

ENERG

ENERG
 ENERG

```

NN21=21
CALL MATFT(T, IEX, IEY, CF, X, Y, XLC, YLC, SEND, COSO, IENT, ISAI)
CALL GJRIS(NN21, T)
C
C
C
A PARTIR DESTA PONTO A MATRIZ T DEVE SER IDENTIFICADA COM A
MATRIZ B = T*(-1) DA TEORIA
CALL MATRH(X, Y, SEND, COSO, H, IENT, ISAI)
DO 320 I=1, 21
DO 320 J=1, 18
G(I, J)=T(I, J)
DO 320 K=1, 3
PROD=T(I, K+18)*H(K, J)
IF(PROD)100, 320, 100
100 G(I, J)=G(I, J)+PROD
320 CONTINUE
C
CALL KBETA(AREA2, NU, ET, THIK, XLC, YLC, FQ, IENT, ISAI)
SK ALOJA OS COEFICIENTES DE G TRANSPOSTA X FLEX21 (FQ)
DO 210 I=1, 18
DO 210 J=1, 21
SK(I, J)=0.
DO 210 K=1, 21
210 SK(I, J)=SK(I, J)+G(K, I)*FQ(K, J)
C
C
C
F ALOJA OS COEFICIENTES DE FLEX18
OS ELEMENTOS DA METADE SUPERIOR DE FLEX18 ESTAO ARMazenADOS
POR LINHA, COMPACTAMENTE, EM F(171 =18 X 19/2)
IJ=0
DO 420 I=1, 18
DO 420 J=1, 18
IF(I-J)410, 410, 420
410 IJ=IJ+1
F(IJ)=0.
DO 430 K=1, 21
430 F(IJ)=F(IJ)+SK(I, K)*G(K, J)
420 CONTINUE
WRITE(8, NR) (F(IN), IN=1, 171)
IF(IPDWR)40, 40, 30
30 WRITE(3, NR)F
MODIFICACAO INTRODuzIDA EM 4/3/72
CALCULA-SE AQUI, NO CASO DE DIVISAO REGULAR COM MAIS DO QUE UMA
ESPESSURA, A NOVA MATRIZ F DE ELEMENTO IGUALMENTE ORIENTADO
POREM COM ESPESSURA DIFERENTE
C
C
C
40 IF(IDIVS)10, 10, 500
500 IF(IDIVS-1)10, 10, 520
520 NDIVS=IDIVS-1
NRR=NR
DO 630 IJ=1, NDIVS
IO=IK+4*IJ
DO 600 I=1, 171
600 FF(I)=F(I)/TH(IO)*TH(IK)
NRR=NRR+8
630 WRITE(8, NRR) (FF(IN), IN=1, 171)
C
FIM DA MODIFICACAO
10 NR=NR+2
CALL EXIT
END

```

ENERG
ENERG

ENERG

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 11592 PROGRAM 956

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA ZERO
CART ID 0016 DB ADDR 3372 DB CNT 0042

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE MATFT(EF, IEX, IEY, CF, X, Y, XLC, YLC, S, C, IENT, ISAI)
PROGRAMADO POR W. SAVASSI
CALCULO DA MATRIZ T
DIMENSION IPERM(3), VNUM(3), VDEN(3), F(2), TANG(3), GAMA(3), BETA(3)
DIMENSION EF(21, 21), IEX(18, 21), IEY(18, 21), CF(18, 21), X(3), Y(3),
1 XLC(6), YLC(6), S(3), C(3)
IPERM(1)=2
IPERM(2)=3

```

```

IPERM(3)=1
DO 100 I=1,21
DO 100 J=1,21
100 EF(I,J)=0.
C FORMACAO DAS 18 PRIMEIRAS COLUNAS DE EF(21,21)
II=-5
JJ=0
DO 110 K=1,3
II=II+6
JJ=JJ+6
DO 110 I=II,JJ
DO 110 J=1,21
IF(CF(I,J))1000,110,1000
1000 IF(XLC(K))1030,1010,1030
1010 IF(IEX(I,J))1030,1020,1030
1020 XL=1.
GO TO 1040
1030 XL=XLC(K)
1040 IF(YLC(K))1070,1050,1070
1050 IF(IEY(I,J))1070,1060,1070
1060 YL=1.
GO TO 1080
1070 YL=YLC(K)
1080 EF(I,J)=CF(I,J)*XL**IEX(I,J)*YL**IEY(I,J)
110 CONTINUE
C CALCULO DOS ANGULOS ENTRE EIXO X E EIXO Y
DO 750 I=1,3
J=IPERM(I)
VNUM(I)=Y(J)-Y(I)
VDEN(I)=X(J)-X(I)
IF(VDEN(I))500,600,500
500 TANG(I)=VNUM(I)/VDEN(I)
IF(ABS(TANG(I))-100.)700,959,959
600 IF(VNUM(I))530,1111,520
520 S(I)=1.
C(I)=0.
GO TO 750
530 S(I)=-1.
C(I)=0.
GO TO 750
700 IF(VDEN(I))800,600,900
800 IF(VNUM(I))801,802,801
801 S(I)=-SIN(ATAN(TANG(I)))
C(I)=-COS(ATAN(TANG(I)))
GO TO 750
802 S(I)=0.
C(I)=-1.
GO TO 750
900 S(I)=SIN(ATAN(TANG(I)))
C(I)=COS(ATAN(TANG(I)))
GO TO 750
959 A=TANG(I)-1.
B=TANG(I)+1.
ANG45=3.1415926/4.
IF(VDEN(I))960,600,970
960 IF(VNUM(I))965,1111,966
965 GAMA(I)=ATAN(A/B)
BETA(I)=ANG45+GAMA(I)
S(I)=-SIN(BETA(I))
C(I)=-COS(BETA(I))
GO TO 750
966 GAMA(I)=ATAN((1.+TANG(I))/(1.-TANG(I)))
BETA(I)=- (3.1415926/4.)+GAMA(I)
S(I)=-SIN(BETA(I))
C(I)=-COS(BETA(I))
GO TO 750
970 IF(VNUM(I))975,1111,976
975 GAMA(I)=ATAN((1.+TANG(I))/(1.-TANG(I)))
BETA(I)=- (3.1415926/4.)+GAMA(I)
S(I)=SIN(BETA(I))
C(I)=COS(BETA(I))
GO TO 750
976 GAMA(I)=ATAN(A/B)
BETA(I)=ANG45+GAMA(I)
S(I)=SIN(BETA(I))
C(I)=COS(BETA(I))
GO TO 750
1111 WRITE(ISAI,1119)
1119 FORMAT(10X,'ERR: NAS COORDENADAS'//)
750 CONTINUE
DO 299 I=1,3
IF(VDEN(I))300,303,299
303 IF(VNUM(I))299,300,300

```

```

300 S(I)=-S(I)
    C(I)=-C(I)
299 CONTINUE
C   GERACAO DAS COLUNAS 19,20,21
    II=18
    DO 120 K=4,6
      II=II+1
      IK=K-3
      DO 120 J=1,21
        F(1)=0.
        F(2)=0.
        IF(S(IK)*CF(2,J))2000,115,2000
2000 IF(XLC(K))2030,2010,2030
2010 IF(IEY(2,J))2030,2020,2030
2020 XL=1.
    GO TO 2040
2030 XL=XLC(K)
2040 IF(YLC(K))2070,2050,2070
2050 IF(IEY(2,J))2070,2060,2070
2060 YL=1.
    GO TO 2080
2070 YL=YLC(K)
2080 F(1)=-S(IK)*CF(2,J)*XL**IEY(2,J)
    115 IF(C(IK)*CF(3,J))3000,3090,3000
3000 IF(XLC(K))3030,3010,3030
3010 IF(IEY(3,J))3030,3020,3030
3020 XL=1.
    GO TO 3040
3030 XL=XLC(K)
3040 IF(YLC(K))3070,3050,3070
3050 IF(IEY(3,J))3070,3060,3070
3060 YL=1.
    GO TO 3080
3070 YL=YLC(K)
3080 F(2)=C(IK)*CF(3,J)*XL**IEY(3,J)
3090 EF(II,J)=F(1)+F(2)
120 CONTINUE
    RETURN
    END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR MATFT
 COMMON 0 VARIABLES 86 PROGRAM 1384

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 007D (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA MATFT
 CART ID 0016 DB ADDR 33B4 DB CNT 005E

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE GJR15(N,A)
C   CALCULO DA MATRIZ T**(-1)
C   ESCRITA EM ALGOL POR GAUSS-JORDAN-RUTISHAUSER
    DIMENSION A(21,21),B(21),C(21),IP(21),IQ(21)
    DO 1 K=1,N
      T=0.
      DO 6 I=K,N
        S=0.
        DO 3 J=K,N
          3 S=S+ABS(A(I,J))
          IF(S)4,5,4
          4 DO 2 J=K,N
            IF(ABS(A(I,J))-S*T)2,2,7
            7 IP(K)=I
            IQ(K)=J
            PIVO=A(I,J)
            T=ABS(PIVO/S)
            2 CONTINUE
            6 CONTINUE
            IF(T)101,5,101
101 IF(IP(K)-K) 8,98,8
            8 DO 9 J=1,N
              IPK=IP(K)

```

```

      Z=A(IPK,J)
      A(IPK,J)=A(K,J)
  9  A(K,J)=Z
 98  IF(IQ(K)-K)10,20,10
 10  IQK=IQ(K)
      DO 11 I=1,N
      Z=A(I,IQK)
      A(I,IQK)=A(I,K)
 11  A(I,K)=Z
 20  DO 12 J=1,N
      IF(J-K)13,14,13
 14  B(J)=1/PIVO
      C(J)=1.
      GO TO 15
 13  B(J)=-A(K,J)/PIVO
      C(J)=A(J,K)
 15  A(K,J)=0.
 12  A(J,K)=0.
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
      A(I,J)=A(I,J)+C(I)*B(J)
 1  CONTINUE
      DO 16 KAUX=1,N
      K=N-KAUX+1
      IF(IP(K)-K)17,18,17
 17  DO 102 I=1,N
      IPK=IP(K)
      Z=A(I,IPK)
      A(I,IPK)=A(I,K)
      A(I,K)=Z
 102 CONTINUE
 18  IF(IQ(K)-K)104,16,104
 104 DO 103 J=1,N
      IQK=IQ(K)
      Z=A(IQK,J)
      A(IQK,J)=A(K,J)
      A(K,J)=Z
 103 CONTINUE
 16  CONTINUE
      GO TO 118
 5  WRITE(5,100)
 100 FORMAT(//5X'PROGRAMA NAO EXECUTADO - MATRIZ SINGULAR'//)
 118 RETURN
      END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR GJR1S
COMMON 0 VARIABLES 192 PROGRAM 666

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00E4 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA GJR1S
CART ID 0016 DB ADDR 3412 DB CNT 002C

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE MATRH(X,Y,S,C,H,IENT,ISAI)
C PROGRAMADO POR W. SAVASSI
C CALCULO DA MATRIZ H
DIMENSION IPERM(3),AK(4,3),H(3,18),COMPR(3),X(3),Y(3),S(3),C(3)
DIMENSION DIFX(3),DIFY(3)
IPERM(1)=2
IPERM(2)=3
IPERM(3)=1
DO 2010 I=1,3
J=IPERM(I)
DIFX(I)=X(J)-X(I)
DIFY(I)=Y(J)-Y(I)
2010 COMPR(I)=SQRT((X(J)-X(I))**2+(Y(J)-Y(I))**2)
C NOTA= K(1,1)=K1,4,K(1,2)=K1,5, ETC. K(2,1)=K2,4, ETC., ETC.
C K(1,1) SIGNIFICA K1, QUE E IGUAL A 0.5*SENO(ALFA(1)) NO PONTO 4
C DO TRIANGULO E ASSIM POR DIANTE
DO 2020 I=1,3
AK(1,I)=0.5*S(I)

```

```

AK(2,I)=0.5*C(I)
AK(3,I)=0.125*COMPR(I)*S(I)*C(I)
2020 AK(4,I)=0.125*COMPR(I)*(C(I)**2-S(I)**2)
C      SAO NULOS OS SEGUINTE VALORES DE H
C      1,1 1,7 1,13 1,14 1,15 1,16 1,17 1,18
C      2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6 2,7 2,13
C      3,8 3,9 3,10 3,11 3,12 3,13
DO 300 I=1,3
DO 300 J=1,18
300 H(I,J)=0.
C      TERMOS DE H (NAO NULOS) INDEPENDENTES DO SINAL DE X(J)-X(I)
C      1,2 1,3 3,2 3,3 1,8 1,9 2,8 2,9 2,14 2,15 3,14 3,15
C      TERMOS DE H (NAO NULOS) DEPENDENTES DO SINAL DE X(J)-X(I)
C      1,4 1,5 1,6 1,10 1,11 1,12 2,10 2,11 2,12
C      2,16 2,17 2,18 3,4 3,5 3,6 3,16 3,17 3,18
H(1,2)=-AK(1,1)
H(1,3)= AK(2,1)
H(1,4)= AK(3,1)
H(1,5)=-AK(4,1)
H(1,6)=-AK(3,1)
H(1,8)=-AK(1,1)
H(1,9)= AK(2,1)
H(1,10)=-AK(3,1)
H(1,11)= AK(4,1)
H(1,12)= AK(3,1)
H(2,8)=-AK(1,2)
H(2,9)= AK(2,2)
H(2,10)= AK(3,2)
H(2,11)=-AK(4,2)
H(2,12)=-AK(3,2)
H(2,14)=-AK(1,2)
H(2,15)= AK(2,2)
H(2,16)=-AK(3,2)
H(2,17)= AK(4,2)
H(2,18)= AK(3,2)
H(3,2)=-AK(1,3)
H(3,3)= AK(2,3)
H(3,4)=-AK(3,3)
H(3,5)= AK(4,3)
H(3,6)= AK(3,3)
H(3,14)=-AK(1,3)
H(3,15)= AK(2,3)
H(3,16)= AK(3,3)
H(3,17)=-AK(4,3)
H(3,18)=-AK(3,3)
IF(DIFX(1))100,103,110
103 IF(DIFY(1))110,100,100
100 DO 105 I=4,6
105 H(1,I)=-H(1,I)
DO 106 I=10,12
106 H(1,I)=-H(1,I)
110 IF(DIFX(2))130,133,120
133 IF(DIFY(2))120,130,130
130 DO 135 I=10,12
135 H(2,I)=-H(2,I)
DO 136 I=16,18
136 H(2,I)=-H(2,I)
120 IF(DIFX(3))150,153,140
153 IF(DIFY(3))140,150,150
150 DO 155 I=4,6
155 H(3,I)=-H(3,I)
DO 156 I=16,18
156 H(3,I)=-H(3,I)
140 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR MATRH
COMMON 0 VARIABLES 90 PROGRAM 782

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 006C (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA MATRH
CART ID 0016 DB ADDR 343E DB CNT 0037

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE KBETA(AREA2,NI,ET,THIK,XL,YL,B,IENT,ISAI)
PROGRAMADO POR W. SAVASSI

C
C
C
C
CALCULO DA MATRIZ (FQ)
NESTA SUBROTINA IDENTIFIQUE-SE A MATRIZ B COM A MATRIZ FQ
DA TEORIA

REAL NI
DIMENSION B(21,21),XL(6),YL(6),X(3,6),Y(3,6),XY(5,5),IPERM(3)
IPERM(1)=2
IPERM(2)=3
IPERM(3)=1
P02=0.
P03=0.
P04=0.
P05=0.
P06=0.
P20=0.
P30=0.
P40=0.
P50=0.
P60=0.

C
AMI=2.*(1.+NI)
AREA=0.5*AREA2
DO 500 I=1,3
Y(I,1)=YL(I)
500 X(I,1)=XL(I)
DO 510 J=2,6
DO 510 I=1,3
X(I,J)=X(I,J-1)*XL(I)
510 Y(I,J)=Y(I,J-1)*YL(I)
DO 520 I=1,5
DO 520 J=1,5
520 XY(I,J)=0.
DO 530 I=1,5
DO 530 J=1,5
DO 530 K=1,3
530 XY(I,J)=XY(I,J)+X(K,I)*Y(K,J)
DO 540 L=1,3
P02=P02+Y(L,2)
P03=P03+Y(L,3)
P04=P04+Y(L,4)
P05=P05+Y(L,5)
P06=P06+Y(L,6)
P20=P20+X(L,2)
P30=P30+X(L,3)
P40=P40+X(L,4)
P50=P50+X(L,5)
540 P60=P60+X(L,6)
P02=P02*AREA/12.
P03=P03*AREA/30.
P04=P04*AREA/30.
P05=P05*AREA/52.5
P06=15.*P04*P02/(14.*AREA)+AREA*P06/84.
P20=P20*AREA/12.
P30=P30*AREA/30.
P40=P40*AREA/30.
P50=P50*AREA/52.5
P60=15.*P40*P20/(14.*AREA)+AREA*P60/84.
DO 550 I=1,21
DO 550 J=1,21
550 B(I,J)=0.
P00=AREA
P11=AREA*XY(1,1)/12.
P21=AREA*XY(2,1)/30.
P12=AREA*XY(1,2)/30.
P13=AREA*XY(1,3)/30.
P31=AREA*XY(3,1)/30.
P22=AREA*XY(2,2)/30.
P41=AREA*XY(4,1)/52.5
P32=AREA*XY(3,2)/52.5
P23=AREA*XY(2,3)/52.5
P14=AREA*XY(1,4)/52.5
P51=15.*(2.*P40*P11+5.*P30*P21+2.*P20*P31)/(14.*AREA)-
1AREA*XY(5,1)/168.
P42=(6.*P40*P02+24.*P20*P22+30.*P30*P12+48.*P31*P11+75.*
1P21**2)/(14.*AREA)-11.*AREA*XY(4,2)/840.
P33=(25.*P30*P03+225.*P21*P12+36.*P20*P13+36.*P02*P31+

```

```

1108.*P11*P22)/(28.*AREA)-AREA*XY(3,3)/56.
P24=(6.*P04*P20+24.*P02*P22+30.*P03*P21+48.*P13*P11+75.*
1P12**2)/(14.*AREA)-11.*AREA*XY(2,4)/840.
P15=15.*(2.*P04*P11+5.*P03*P12+2.*P02*P13)/(14.*AREA)-
1AREA*XY(1,5)/168.
D=1./(ET*THIK)
B(4,4)=D*4.*P00
B(6,6)=B(4,4)
B(4,6)=-B(4,4)*NI
B(5,5)=B(4,4)*AMI/4.
B(4,11)=D*24.*P20
B(4,13)=D*(4.*P02-4.*NI*P20)
B(4,14)=-D*12.*NI*P11
B(4,15)=-D*24.*NI*P02
B(8,10)=0.5*B(4,15)
B(4,16)=D*40.*P30
B(6,16)=-B(4,16)*NI
B(7,11)=1.8*B(4,16)
B(4,17)=D*24.*P21
B(8,11)=B(4,17)
B(5,18)=D*6.*AMI*P21
B(6,17)=-D*24.*NI*P21
B(9,12)=-D*(12.*NI*P21-6.*AMI*P21)
B(10,11)=2.*B(7,14)
B(4,18)=D*(12.*P12-4.*NI*P30)
B(4,19)=D*(4.*P03-12.*NI*P21)
B(4,20)=-D*24.*NI*P12
B(7,15)=3.*B(4,20)
B(10,12)=0.5*B(7,15)
B(6,20)=D*24.*P12
B(9,15)=B(6,20)
B(8,14)=-D*(12.*NI*P12-6.*AMI*P12)
B(10,14)=1.5*B(6,20)
B(5,19)=D*6.*AMI*P12
B(6,21)=D*40.*P03
B(4,21)=-D*40.*NI*P03
B(5,20)=D*4.*AMI*P03
B(8,15)=-D*24.*NI*P03
B(10,15)=D*72.*P03
B(5,12)=D*3.*AMI*P20
B(5,13)=D*4.*AMI*P11
B(5,14)=D*3.*AMI*P02
B(5,17)=D*4.*AMI*P30
B(6,14)=D*12.*P11
B(7,8)=B(6,14)
B(9,10)=B(6,14)
B(4,12)=B(6,14)
B(6,12)=-B(6,14)*NI
B(7,10)=-3.*B(6,14)*NI
B(6,11)=-D*24.*NI*P20
B(7,9)=0.5*B(6,11)
B(7,12)=1.5*B(4,17)
B(7,14)=-D*36.*NI*P21
B(7,7)=D*36.*P20
B(6,15)=D*24.*P02
B(6,18)=D*(4.*P30-12.*NI*P12)
B(6,19)=D*(12.*P21-4.*NI*P03)
B(7,13)=D*(12.*P12-12.*NI*P30)
B(7,17)=D*72.*P31
B(11,12)=B(7,17)
B(7,16)=D*120.*P40
B(11,11)=1.2*B(7,16)
B(9,21)=D*40.*P13
B(10,20)=1.8*B(9,21)
B(12,15)=-D*72.*NI*P13
B(7,20)=-D*72.*NI*P22
B(10,17)=B(7,20)
B(11,15)=2.*B(7,20)
B(7,19)=D*(12.*P13-36.*NI*P31)
B(7,18)=D*(36.*P22-12.*NI*P40)
B(7,21)=-D*120.*NI*P13
B(8,8)=D*(4.*P02+4.*AMI*P20)
B(8,9)=-D*(4.*NI*P11-4.*AMI*P11)
B(8,12)=D*(12.*P12+6.*AMI*P30)
B(8,13)=D*(4.*P03+(8.*AMI-4.*NI)*P21)
B(8,16)=D*40.*P31
B(8,17)=D*(24.*P22+8.*AMI*P40)
B(8,18)=D*(12.*P13+(12.*AMI-4.*NI)*P31)
B(8,19)=D*(4.*P04+(12.*AMI-12.*NI)*P22)
B(8,20)=-D*(24.*NI-8.*AMI)*P13
B(8,21)=-D*40.*NI*P04
B(9,9)=D*(4.*P20+4.*AMI*P02)
B(9,11)=-D*24.*NI*P30

```



```

B(9,13)=D*(4.*P30+(8.*AMI-4.*NI)*P12)
B(9,14)=D*(12.*P21+6.*AMI*P03)
B(9,16)=-D*40.*NI*P40
B(9,17)=D*(8.*AMI-24.*NI)*P31
B(9,18)=D*(4.*P40+(12.*AMI-12.*NI)*P22)
B(9,19)=D*(12.*P31+(12.*AMI-4.*NI)*P13)
B(9,20)=D*(24.*P22+8.*AMI*P04)
B(10,13)=D*(12.*P21-12.*NI*P03)
B(10,16)=-D*120.*NI*P31
B(10,18)=D*(12.*P31-36.*NI*P13)
B(10,19)=D*(36.*P22-12.*NI*P04)
B(10,21)=120.*P04*D
B(11,13)=D*(24.*P22-24.*NI*P40)
B(11,14)=-D*72.*NI*P31
B(11,16)=D*240.*P50
B(11,17)=D*144.*P41
B(11,18)=D*(72.*P32-24.*NI*P50)
B(11,19)=D*(24.*P23-72.*NI*P41)
B(11,20)=-D*144.*NI*P32
B(11,21)=-D*240.*NI*P23
B(12,12)=D*(36.*P22+9.*AMI*P40)
B(12,13)=D*(12.*P13+(12.*AMI-12.*NI)*P31)
B(12,14)=-D*(36.*NI-9.*AMI)*P22
B(12,16)=D*120.*P41
B(12,17)=D*(72.*P32+12.*AMI*P50)
B(12,18)=D*(36.*P23+(18.*AMI-12.*NI)*P41)
B(12,19)=D*(12.*P14+(18.*AMI-36.*NI)*P32)
B(12,20)=D*(12.*AMI-72.*NI)*P23
B(12,21)=-D*120.*NI*P14
B(13,13)=D*(4.*P40+4.*P04+(16.*AMI-8.*NI)*P22)
B(13,14)=D*(12.*P31+(12.*AMI-12.*NI)*P13)
B(13,15)=D*(24.*P22-24.*NI*P04)
B(13,16)=D*(40.*P32-40.*NI*P50)
B(13,17)=D*(24.*P23+(16.*AMI-24.*NI)*P41)
B(13,18)=D*(4.*P50+12.*P14+(24.*AMI-16.*NI)*P32)
B(13,19)=D*(12.*P41+4.*P05+(24.*AMI-16.*NI)*P23)
B(13,20)=D*(24.*P32+(16.*AMI-24.*NI)*P14)
B(13,21)=D*(40.*P23-40.*NI*P05)
B(14,14)=D*(36.*P22+ 9.*AMI*P04)
B(14,15)=D*72.*P13
B(14,16)=-D*120.*NI*P41
B(14,17)=-D*(72.*NI-12.*AMI)*P32
B(14,18)=D*(12.*P41+(18.*AMI-36.*NI)*P23)
B(14,19)=D*(36.*P32+(18.*AMI-12.*NI)*P14)
B(14,20)=D*(72.*P23+12.*AMI*P05)
B(14,21)=D*120.*P14
B(15,15)=D*144.*P04
B(15,16)=-D*240.*NI*P32
B(15,17)=-D*144.*NI*P23
B(15,18)=D*(24.*P32-72.*NI*P14)
B(15,19)=D*(72.*P23-24.*NI*P05)
B(15,20)=D*144.*P14
B(15,21)=D*240.*P05
B(16,16)=D*400.*P60
B(16,17)=D*240.*P51
B(16,18)=D*(120.*P42-40.*NI*P60)
B(16,19)=D*(40.*P33-120.*NI*P51)
B(16,20)=-D*240.*NI*P42
B(16,21)=-D*400.*NI*P33
B(17,17)=D*(144.*P42+16.*AMI*P60)
B(17,18)=D*(72.*P33+(24.*AMI-24.*NI)*P51)
B(17,19)=D*(24.*P24+(24.*AMI-72.*NI)*P42)
B(17,20)=D*(16.*AMI-144.*NI)*P33
B(17,21)=-D*240.*NI*P24
B(18,18)=D*(4.*P60+36.*P24+(36.*AMI-24.*NI)*P42)
B(18,19)=D*(12.*P51+12.*P15+(36.*AMI-40.*NI)*P33)
B(18,20)=D*(24.*P42+(24.*AMI-72.*NI)*P24)
B(18,21)=D*(40.*P33-120.*NI*P15)
B(19,19)=D*(36.*P42+4.*P06+(36.*AMI-24.*NI)*P24)
B(19,20)=D*(72.*P33+(24.*AMI-24.*NI)*P15)
B(19,21)=D*(120.*P24-40.*NI*P06)
B(20,20)=D*(144.*P24+16.*AMI*P06)
B(20,21)=D*240.*P15
B(21,21)=D*400.*P06
B(6,13)=D*(4.*P20-4.*NI*P02)
B(10,10)=D*36.*P02
DO 700 J=1,21
DO 700 I=1,21
IF(I-J)700,700,800
800 B(I,J)=B(J,I)
700 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR KBETA
COMMON 0 VARIABLES 310 PROGRAM 4002

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 01B1 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA KBETA
CARD ID 0016 DB ADDR 3475 DB CNT 0138

// FOR

*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK)

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

C *****

C FORMACAO DO SISTEMA GERAL DE EQUACOES LINEARES
C MODIFICACOES INTRODUZIDAS EM 05/07/1971 PARA EXPLORAR AO MAXIMO
C A CAPACIDADE DO 1130 (32K) E UM DISCO DE 512000 PALAVRAS

C ** MODIFICADO EM 12/10/71**

C *****

C *** PROGRAMADA POR C. FELIPPA

C ***** MODIFICADA E ADAPTADA POR W. SAVASSI *****

C NESTA VERSAO CADA EQUACAO (102 X 3 = 306) OCUPA 1 SETOR DE
C 320 PALAVRAS.

C VIDE COMENTARIOS EM LDINP (TRES)

C DIMENSOES = NEL(L) NEB(NB) IND(NB) NE(L,NB) ONDE

C L E IGUAL, NO MINIMO, AO NUMERO DE ELEMENTOS DO MAIOR BLOCO

C AS DIMENSOES ABAIXO PARA OS ARRANJOS ANTERIORES

C ESTAO FOLGADAS

C ** MODIFICANDO AS DIMENSOES DOS ARRANJOS ANTERIORES, OS LIMITES DOS

C COMANDOS (120 - 1) E (999 - 1) DEVEM SER MUDADOS.

C DEFINE FILE 1(630,320,U,II),8(630,320,U,KF),4(20,320,U,KS)

C DIMENSION FL(18,18),RECUP(171)

C DIMENSION S(2448),NEL(30),NE(30,30),NEB(30),IND(30)

C DIMENSION NP(200,3),NEBC(180),CONHE(636),ICONH(636),ITPEL(200)

C DIMENSION LNOBO(60,8),ANGLE(60),CSI(6,6),PSI(18,18),IPSI(3),SAVE

C I(18,18)

C READ(4,1) NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,

C LIENT,ISAI,CONHE,IDIVS,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE

C DO 1257 I=1,6

C DO 1257 J=1,6

1257 CSI(I,J)=0.

C MM=IBNDW

C NDIMS=2448

C NEQBL=NDIMS/MM

C NPBL=NEQBL/6

C MM1=MM+1

C MM2=MM+MM

C MM6=6*MM

C NB=1+(NUMNP-1)/NPBL

C DO 120 I=1,NB

C NEB(I)=0

C DO 120 N=1,30

120 NE(N,I)=0

C DO 140 N=1,NUMEL

C DO 130 I=1,NB

130 IND(I)=0

C DO 140 I=1,3

C K=NP(N,I)

C IF(K)140,140,131

131 M=1+(K-1)/NPBL

C IF(IND(M))140,132,140

132 NEB(M)=NEB(M)+1

C L=NEB(M)

C IF(L-30)1200,1200,1300

1200 NE(L,M)=N

C IND(M)=1

140 CONTINUE

C NENT=0

C DO 400 M=1,NB

C LL=NEB(M)

C DO 999 NA=1,30

999 NEL(NA)=NE(NA,M)

C N1=1+(M-1)*NPBL

C N2=N1+NPBL-1

```

IF(N2-NUMNP)335,335,333
333 N2=NUMNP
335 NPTB=N2-N1+1
    NEQB=6*NPTB
998 WRITE(ISAI,998) NEQB
    FORMAT(IHO,'NEQB =',I5)
    NE1=6*N1-5
    NE2=6*N2
    N=MM*NEQB
    DO 180 I=1,N
180 S(I)=0.
    DO 820 NV=1,LL
        N=NEL(NV)
        IF(IDIVS)1000,1000,1001
C 1000 DIVISAO IRREGULAR
C      NR=2*N - 1
C      PORQUE, SENDO N=NEL(NV), E PRECISO TRAZER DO DISCO, NO REGISTRO
C      DE NUMERO 2*N-1, A MATRIZ RECUP
C      CADA 1/2 MATRIZ RECUP OCUPA 2 SETORES
    GO TO 620
1001 NR=2 * ITPEL(N) - 1
620 READ(8,NR)RECUP
C RECUPERACAO DA MATRIZ FL(18,18)
    IJ=0
    DO 99 I=1,18
    DO 99 J=1,18
    IF(I-J)320,320,210
320 IJ=IJ+1
    FL(I,J)=RECUP(IJ)
    GO TO 99
210 FL(I,J)=FL(J,I)
99 CONTINUE
    IF(ISKEW)909,909,910
910 LINHA=0
    DO 912 IA=1,NELBO
C CONSULTA LNOBO(NELBO,1) PARA VERIFICAR SE ELEMENTO N TEM NO NA
C BORDA. SE TIVER, SELECIONA LINHA QUE CORRESPONDE A N.
    IF(LNOBO(IA,1)-N)912,911,912
911 LINHA = IA
    GO TO 913
912 CONTINUE
913 IF(LINHA)909,909,914
C VAI PARA 909 SE ELEMENTO NAO TEM NO NA BORDA
C 914 HA NO NA BORDA - ELEMENTO N
914 NNOBO=LNOBO(LINHA,2)
    DO 915 IA=1,3
915 IPSI(IA)=0
    DO 916 IA=1,NNOBO
916 IPSI(IA)=LNOBO(LINHA,IA+2)
    DO 917 IA=1,3
    DO 917 IB=1,3
    IF(IPSII(IA)-NP(N,IB))917,918,917
918 ISAVE=IPSII(IB)
    IPSI(IB)=NP(N,IB)
    IPSI(IA)=ISAVE
917 CONTINUE
    DO 919 IA=1,18
    DO 919 IB=1,18
919 PSI(IA,IB)=0.
    DO 920 IA=1,3
    IF(IPSII(IA))924,924,921
921 DO 922 IB=3,5
    IF(LNOBO(LINHA,IB)-IPSI(IA))922,923,922
923 IADRR=LNOBO(LINHA,IB+3)
    GO TO 929
922 CONTINUE
929 T=SIN(ANGLE(IADRR))
    C=COS(ANGLE(IADRR))
    CSI(1,1)=1.
    CSI(2,2)=C
    CSI(2,3)=-T
    CSI(3,2)=T
    CSI(3,3)=C
    CSI(4,4)=C**2
    CSI(4,5)=-2.*T*C
    CSI(4,6)=T**2
    CSI(5,4)=T*C
    CSI(5,5)=CSI(4,4)-CSI(4,6)
    CSI(5,6)=-CSI(5,4)
    CSI(6,4)=CSI(4,6)
    CSI(6,5)=-CSI(4,5)
    CSI(6,6)=CSI(4,4)
    DO 928 IC=1,6

```

```

IE=6*(IA-1)+IC
DO 928 ID=1,6
IG=6*(IA-1)+ID
928 PSI(IE,IG)=CSI(IC,ID)
GO TO 920
C
C QUANDO IPSI(IA)=0 SIGNIFICA QUE O NO CORRESPONDENTE NAO ESTA NA
C BORDA
924 INIC=6*(IA-1)+1
IFIM=INIC+5
DO 926 IC=INIC,IFIM
DO 926 ID=INIC,IFIM
IF(IC-ID)926,925,926
925 PSI(IC,ID)=1.
926 CONTINUE
920 CONTINUE
C
MULTIPLICACAO DE PSI TRANSPOSTA POR FLEX VELHO
DO 930 IA=1,18
DO 930 IB=1,18
SAVE(IA,IB)=0.
DO 930 IC=1,18
930 SAVE(IA,IB)=SAVE(IA,IB)+PSI(IC,IA)*FL (IC,IB)
C
MULTIPLICACAO DE SAVE PUR PSI
DO 940 IA=1,18
DO 940 IB=1,18
FL(IA,IB)=0.
DO 940 IC=1,18
940 FL(IA,IB)=FL(IA,IB)+SAVE(IA,IC)*PSI(IC,IB)
909 DO 820 J=1,3
L=NP(N,J)
IF(L-N1)820,221,221
221 IF(L-N2)222,222,820
222 NC=MM6*(L-N1)+1
JJ=6*J-5
DO 810 I=1,3
K=NP(N,I)
IF(K)810,810,223
223 IF(K-L)224,224,810
224 L1=NC+6*(L-K)
L2=L1+MM
L3=L2+MM
L4=L3+MM
L5=L4+MM
L6=L5+MM
II=6*I-5
S(L1)=S(L1)+ FL(II,JJ)
S(L2)=S(L2)+ FL(II+1,JJ+1)
S(L2+1)=S(L2+1)+ FL(II,JJ+1)
S(L3)=S(L3)+ FL(II+2,JJ+2)
S(L3+1)=S(L3+1)+ FL(II+1,JJ+2)
S(L3+2)=S(L3+2)+ FL(II,JJ+2)
S(L4)=S(L4)+ FL(II+3,JJ+3)
S(L4+1)=S(L4+1)+ FL(II+2,JJ+3)
S(L4+2)=S(L4+2)+ FL(II+1,JJ+3)
S(L4+3)=S(L4+3)+ FL(II,JJ+3)
S(L5)=S(L5)+ FL(II+4,JJ+4)
S(L5+1)=S(L5+1)+ FL(II+3,JJ+4)
S(L5+2)=S(L5+2)+ FL(II+2,JJ+4)
S(L5+3)=S(L5+3)+ FL(II+1,JJ+4)
S(L5+4)=S(L5+4)+ FL(II,JJ+4)
S(L6)=S(L6)+ FL(II+5,JJ+5)
S(L6+1)=S(L6+1)+ FL(II+4,JJ+5)
S(L6+2)=S(L6+2)+ FL(II+3,JJ+5)
S(L6+3)=S(L6+3)+ FL(II+2,JJ+5)
S(L6+4)=S(L6+4)+ FL(II+1,JJ+5)
S(L6+5)=S(L6+5)+ FL(II,JJ+5)
IF(K-L)225,810,810
225 S(L1-1)=S(L1-1)+ FL(II+1,JJ)
S(L1-2)=S(L1-2)+ FL(II+2,JJ)
S(L1-3)=S(L1-3)+ FL(II+3,JJ)
S(L1-4)=S(L1-4)+ FL(II+4,JJ)
S(L1-5)=S(L1-5)+ FL(II+5,JJ)
S(L2-1)=S(L2-1)+ FL(II+2,JJ+1)
S(L2-2)=S(L2-2)+ FL(II+3,JJ+1)
S(L2-3)=S(L2-3)+ FL(II+4,JJ+1)
S(L2-4)=S(L2-4)+ FL(II+5,JJ+1)
S(L3-1)=S(L3-1)+ FL(II+3,JJ+2)
S(L3-2)=S(L3-2)+ FL(II+4,JJ+2)
S(L3-3)=S(L3-3)+ FL(II+5,JJ+2)
S(L4-1)=S(L4-1)+ FL(II+4,JJ+3)
S(L4-2)=S(L4-2)+ FL(II+5,JJ+3)
S(L5-1)=S(L5-1)+ FL(II+5,JJ+4)
810 CONTINUE
820 CONTINUE

```

```

DO 360 I=1,NEQBC
N=NEBC(I)
NC=N-NE1+1
IF(NC)300,300,301
301 IF(NC-NEQB)302,302,300
302 L=MM*(NC-1)+1
IF(ICDNH(N))370,370,375
C VARIAVEL CORRESPONDENTE (DE BORDA) E NULA
370 S(L)=1.
GO TO 20
C VARIAVEL CORRESPONDENTE (DE BORDA) NAO E NULA.
375 S(L)=S(L)*10.**18
CONHE(N)=S(L)
GO TO 360
C ZERAR OS DEMAIS ELEMENTOS DA COLUNA DE S(L)
20 DO 280 IW=2,MM
L=L+1
280 S(L)=0.
300 IF(ICDNH(N))111,111,360
111 NCMIN=NC+1
IF(NCMIN-1)444,445,445
444 NCMIN=1
445 NCMAX=NC+MM-1
IF(NCMAX-NEQB)577,577,578
578 NCMAX=NEQB
577 IF(NCMAX-NCMIN)360,361,361
361 LL=MM1*NCMIN-MM2-NC
L=LL
C ZERAR OS DEMAIS ELEMENTOS DA LINHA DE S(L)
DO 350 J=NCMIN,NCMAX
L=L+MM1
350 S(L)=0.
360 CONTINUE
L1=1
L2=MM
DO 380 N=1,NEQB
NENT=NENT+1
WRITE(1,NENT)(S(I),I=L1,L2)
L1=L1+MM
380 L2=L2+MM
400 CONTINUE
WRITE(4,1) NELBO,ISKEW,NANGL,ICDNH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
1IENT,ISAI,CONHE
GO TO 1400
1300 WRITE(5,1333) L
1333 FORMAT(1H0,'HOVE GERACAO DE ENDEREÇO MAIOR DO QUE O PREVISTO')//
11H0,10X,'ENDEREÇO GERADO IGUAL A ',15)
1400 CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 16162 PROGRAM 2764

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA DOIS
CART ID 0016 DB ADDR 35AD DB CNT 00B4

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK)
*LIST SOURCE PROGRAM
DEFINE FILE 1(630,320,U,II),8(630,320,U,IK),4(20,320,U,KS)
DEFINE FILE 3(412,320,U,KY)
C ENTRADA DE CARGAS
C PROGRAMADO POR W. SAVASSI
DIMENSION STRS(636),ALD(6),STRSS(120,3)
DIMENSION THM(120),E(120),PR(120)
DIMENSION SIGMA(120,3)
DIMENSION MAT(200),TH(200),XORD(120),YORD(120),EM(6),CP(6),RHO(6),
1ALFA(6),NP(200,3),IPERM(3),NEBC(180),CONHE(636),ICDNH(636),
2ITPEL(200),IPRM2(2),LNOBO(60,8),ANGLE(60)
EQUIVALENCE (ICDNH(1),NP(1,1)),(ITPEL(1),NEBC(1))
EQUIVALENCE (CONHE(1),STRSS(1,1))
EQUIVALENCE (STRS(1),SIGMA(1,1))

ENERG

```

EQUIVALENCE (CONHE(361),THM(1)),(CONHE(481),E(1))
READ (4,1)  NELBO,ISKEW,NANGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
1 IENT,ISAI,CONHE,IDIVS,ITPEL,NEBC,LNOBO,ANGLE,MAT,TH,XORD,YORD,EM,
2 CP,RHO,ALFA,IPERM,NEQ,MAXIT,IPRM2,ICASO,NLOAD
MM=IBNDW
DO 120 N=1,NUMNP
DO 120 NL=1,6
K=6*(N-1)+NL
120 STRS(K)=0.
C CARTAO DE CONTROLE
C *****
C READ(IENT,20)NPLD,TOLER,IPERF,MAXIT,IPOWR
C MAXIT E LIDO AQUI NOVAMENTE POIS SE O PRIMEIRO PROCESSAMENTO ENERG
C NAO DEU PRECISAO SUFICIENTE POSSO AUMENTAR MAXIT E REPROCESSAR
C APENAS PROGRAMA TRES
20 FORMAT(14,E20.10,3I4)
WRITE(ISAI,25) NPLD
25 FORMAT(//
139H NO. DE PONTOS NODAIS COM CARGAS ,18/)
C DEVO CONHECER -TODOS- OS VALORES DAS CARGAS DADAS (INCLUINDO
C VALORES DE CARGAS REAIS OU DEVIDAS A CONDICÕES DE BURDA
WRITE(ISAI,33)
33 FORMAT(1H0,18H CARGAS APLICADAS //
16H PONTO,8X,8HCARGA-FI,8X,9HCARGA-FIX,7X,9HCARGA-FIY,7X,
210HCARGA-FIYY,6X,10HCARGA-FIXY,5X,10HCARGA-FIXX/1X)
DO 180 L=1,NPLD
C *****
C READ(IENT,35)N,(ALD(NL),NL=1,6)
K=6*(N-1)
WRITE(ISAI,38)N,(ALD(NL),NL=1,6)
DO 180 NL=1,6
KI=K+NL
180 STRS(KI)=ALD(NL)
35 FORMAT(14,3E20.10/3E20.10)
38 FORMAT(1H ,14,6F16.5)
DO 50 I=1,NEQBC
N=NEBC(I)
WRITE(ISAI,200)N,STRS(N),CONHE(N)
STRS(N)=STRS(N)*CONHE(N)
WRITE(ISAI,201)N,STRS(N)
50 CONTINUE
200 FORMAT(1H ,110,2E14.7)
201 FORMAT(1H ,110,E14.7)
C CALCULO DA ESPESSURA MEDIA EM CADA NO
DO 1000 NO=1,NUMNP
E(NO)=0.
THM(NO)=0.
PR(NO)=0.
COUNT=0.
DO 900 N=1,NUMEL
DO 700 I=1,3
IF(NP(N,I)-NO) 700,800,700
800 THM(NO)=THM(NO)+TH(N)
M=MAT(N)
PR(NO)=PR(NO)+CP(M)
E(NO)=E(NO)+EM(M)
COUNT=COUNT+1.
GO TO 900
700 CONTINUE
900 CONTINUE
THM(NO)=THM(NO)/COUNT
E(NO)=E(NO)/COUNT
PR(NO)=PR(NO)/COUNT
1000 CONTINUE
CALL BIGSL(IBNDW,NEQ,STRS,STRSS,XORD,YORD,NUMNP,IENT,ISAI,
1 MAXIT,TOLER,ISKEW,THM)
IF(IPOWR)10,10,60
60 WRITE(3,401)(STRS(I),I=1,NEQ)
10 IF(ISKEW)30,30,40
30 CALL DEFDR(STRSS,NUMEL,NUMNP,NP,IENT,ISAI,XORD,YORD,IPRM2,IPERF,
1 THM,E,PR)
GO TO 70
40 CALL TRANS(NELBO,NUMNP,IENT,ISAI,STRSS,SIGMA,LNOBO,ANGLE,XORD,YORD
1,THM)
CALL DEFDR(SIGMA,NUMEL,NUMNP,NP,IENT,ISAI,XORD,YORD,IPRM2,IPERF,
1 THM,E,PR)
70 CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 7356 PROGRAM 734

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA TRES
CART ID 0016 DB ADDR 3661 DB CNT 0033

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```

SUBROUTINE BIGSL(IBNDW,NEQ,STRS,STRSS,XORD,YORD,NUMNP,IENT,ISAI,
IMAXIT,TOLER,ISKEW,THM)
C **** PROGRAMADA POR C. FELIPPA
C ***** MODIFICADA E ADAPTADA POR W. SAVASSI *****
C SOLUCAO DO GRANDE SISTEMA
C PROCESSO DE GAUSS
DIMENSION STRS(636),STRSS(120,3),A(5253),ND(102),F(102),X(636),
IALT(1),STR(6),XORD(120),YORD(120),STRS1(636),D(636)
DIMENSION THM(120)
EQUIVALENCE (A(1),STRS1(1)),(A(637),D(1))
NENT=0
T1=0.
NITER=0
MM=IBNDW
NN=NEQ
NR=NN-1
NM=NN-MM
NN1=NN+1
MM1=MM+1
NBUFF=6
NC=102*NBUFF/MM
NW=NC*MM
IF(NW-636)1000,1000,1010
1000 NREC1=(NN+NC-2)/NC-1
C DECOMPOSICAO DA BANDA
C DO 110 J=1,MM
C 110 ND(J)=(J*(J+1))/2
C RETIRE DO DISCO O PRIMEIRO BLOCO TRIANGULAR
DO 130 N=1,MM
LC1=ND(N)-N+1
LC2=LC1+MM-1
NENT=NENT+1
130 READ(1,NENT)(A(I),I=LC1,LC2)
NX=0
NTRAC=1
DO 200 N=1,NR
IF(MM-NN1+N)777,777,778
777 MR=MM
GO TO 779
778 MR=NN1-N
779 JJ=NX*MM+1
NX=NX+1
PIVOT=A(1)
X(JJ)=PIVOT
DO 150 J=2,MR
L=ND(J)
150 F(J)=A(L)
DO 160 J=2,MR
C=F(J)/PIVOT
JJ=JJ+1
X(JJ)=C
L=ND(J)
L1=ND(J-1)+1
DO 160 I=2,J
L=L-1
L1=L1-1
160 A(L1)=A(L)-C*F(I)
IF(N-NM)191,191,190
C RETIRE PROXIMA COLUNA DO DISCO
191 NENT=NENT+1
READ(1,NENT)(A(I),I=LC1,LC2)
190 IF(NX-NC)200,201,201
C 'NC' LINHAS REDUZIDAS SAO ESCRITAS NAS 'NBUFF' TRILHAS DO DISCO
201 WRITE(8,NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
NTRAC=NTRAC+NBUFF
NX=0
200 CONTINUE
JJ=NX*MM+1

```

```

X(JJ)=A(1)
WRITE(8,NTRAC)(X(LX),LX=1,JJ)
C  SUBSTITUICAO DO VETOR DAS CARGAS
C  JA FOI SUBSTITUIDO NA SUBROTINA LDINP.-ESTA CONTIDO NO VETOR STRS
C  WRITE(1,NN1)(STRS(I),I=1,NN)
C  REDUCAO PROGRESSIVA
222 NTRAC=1
    NX=NC
    DO 240 N=1,NR
    IF(MM-NN1+N)888,889,889
888 MR=MM
    GO TO 885
889 MR=NN1-N
885 IF(NX-NC)230,231,231
231 READ(8,NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NTRAC=NTRAC+NBUFF
    NX=0
230 JJ=NX*MM+1
    NX=NX+1
    C=STRS(N)
    STRS(N)=C/X(JJ)
    L1=N+1
    L2=L1+MR-2
    DO 240 I=L1,L2
    JJ=JJ+1
240 STRS(I)=STRS(I)-C*X(JJ)
    JJ=NX*MM+1
    ALAST=X(JJ)
    ALT(1)=ALAST
    IF(NX-NC)233,232,232
232 READ(8,NTRAC)(ALT(LX),LX=1,1)
233 STRS(NN)=STRS(NN)/ALT(1)
C  SUBSTITUICAO REGRESSIVA
    NTRAC=NTRAC-NBUFF
    READ(8,NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NX=NN-NRECI*NC-1
    DO 260 L=2,NN
    N=NN1-L
    IF(MM-L)666,667,667
666 MR=MM
    GO TO 668
667 MR=L
668 NX=NX-1
    IF(NX)251,250,250
251 NTRAC=NTRAC-NBUFF
    READ(8,NTRAC)(X(LX),LX=1,NW)
    NX=NC-1
250 JJ=NX*MM+1
    L1=N+1
    L2=L1+MR-2
    DO 260 I=L1,L2
    JJ=JJ+1
260 STRS(N)=STRS(N)-X(JJ)*STRS(I)
    IF(T1)262,262,400
262 IF(MAXIT)999,999,280
C  ITERACAO SOBRE OS RESIDUOS
280 NITER=NITER+1
    WRITE(8,NN1)(STRS(I),I=1,NN)
    NTRAC=1
    READ(1,NTRAC)(X(I),I=1,MM)
    D1=X(1)
    D3=STRS(1)
    D(I)=D1*D3
    DO 350 N=2,NN
    IF(N-MM)351,351,352
351 MR=N
    GO TO 353
352 MR=MM
353 NTRAC=NTRAC+1
    READ(1,NTRAC)(X(I),I=1,MM)
    D1=X(1)
    D3=STRS(N)
    D(N)=D1*D3
    K=N
    DO 350 J=2,MR
    K=K-1
    D1=X(J)
    D2=STRS(K)
    D(K)=D(K)+D1*D3
    D(N)=D(N)+D1*D2
350 READ(1,NN1)(STRS(I),I=1,NN)
    DO 360 N=1,NN
    D1=STRS(N)

```



```

360 STRS(N)=D1-D(N)
    T1=1.
    GO TO 222
400 READ(8'NN1')(STRS1(I),I=1,NN)
C
C   VERIFICACAO DA PRECISAO OBTIDA
    RNORM=0.
    DELR=0.
    DO 470 N=1,NN
    RNORM=RNORM+STRS1(N)**2
    DELR=DELR+STRS(N)**2
470 STRS(N)=STRS1(N)+STRS(N)
    EPS=SQRT(DELR/RNORM)
    IF(EPS-TOLER)999,999,451
451 IF(NITER-MAXIT)280,452,452
452 WRITE(5,455)NITER,EPS
455 FORMAT(1H0,10X,'PRECISAO ESPECIFICADO NAO FOI ATINGIDA APOS',
    1I5,3X,'ITERACOES,ULTIMO DESVIO =',E20.10)
    GO TO 112
999 WRITE(5,111)NITER
111 FORMAT(1H0,10X,'PRECISAO DESEJADA ALCANCADA APOS',2X,
    1I5,2X,'CICLOS'//)
C   IMPRESSAO DAS TENSOES DOS ELEMENTOS
    IF(ISKEW)112,112,2
    2 WRITE(ISAI,2000)
2000 FORMAT(1H0,'NOS PONTOS NODAIS DA BORDA - VIDE RELACAO NO INICIO
    1DOS DADOS - AS TENSOES SAO'/1H0,'RELATIVAS A EIXOS T,N LOCAIS'/
    21H0,'PORTANTO, OS RESULTADOS ABAIXO, PARA ESSES NOS NAO SAO
    3RELATIVOS A X,Y'/1H0,'OBSERVACAO ANALOGA P/ DEFORMACOES'////)
112 DO 600 I=1,NUMNP
    K=6*(I-1)
    DO 220 J=1,6
    KI=K+J
220 STR(J)=STRS(KI)/THM(I)
    WRITE(ISAI,33)(STR(J),J=1,6)
    33 FORMAT(1H ,6E20.7)
600 CONTINUE
    WRITE(ISAI,20)
    20 FORMAT(1H0,'TENSOES NODAIS',//,1H , 'PONTO',4X,
    1'COORDENADAS',12X,'SIGMA-XX',12X,'SIGMA-YY',12X,'TAU-XY')
    DO 440 N=1,NUMNP
    DO 445 NL=4,6
    IF(NL-5)500,505,510
500 KK=NL
    GO TO 450
505 KK=6
    GO TO 450
510 KK=5
450 KI=6*(N-1)
    KIK=KI+KK
    STR(NL-3)=STRS(KIK)/THM(N)
445 STRSS(N,NL-3)=STRS(KIK)
440 WRITE(ISAI,32)N,XORD(N),YORD(N),(STR(NLL),NLL=1,3)
    32 FORMAT(1H ,I4,3X,F6.2,2X,F6.2,3E20.10)
    GO TO 1020
1010 WRITE(ISAI,1030)
1030 FORMAT(1H0,10X,'ENDERECO PARA X MAIOR DO QUE 636 -')
    CALL EXIT
1020 RETURN
    END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR BIGSL
 COMMON 0 VARIABLES 18164 PROGRAM 1974

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 4820 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA BIGSL
 CART ID 0016 DB ADDR 3694 DB CNT 007D

// FOR

*ONE WORD INTEGERS
 *EXTENDED PRECISION
 *LIST SOURCE PROGRAM
 SUBROUTINE DEFUR(ETENS,NUMEL,NUMNP,NP,IENT,ISAI,XORD,YORD,Iprm2,

```

1 IPERF, THM, E, PR)
C ***** MODIFICADA E ADAPTADA POR W. SAVASSI *****
C CALCULO DAS DEFORMACOES NODAIS
C ** MODIFICADO EM 12/10/71**
C DIMENSION IPRM2(2), EDEF(120,2), TENS(120,3), ANGLE(120), ETENS(120,3)
C DIMENSION NP(200,3), XORD(120), YORD(120)
C DIMENSION THM(120), E(120), PR(120)
C ETENS(N,3) CONTEM SIGMA-X, SIGMA-Y, TAU-XY (RESULTANTES)
C EDEF(N,2) CONTEM EPSLON-1, EPSLON-2
C TENS(N,3) CONTEM AS TENSOES PRINCIPAIS NODAIS
C FI POSITIVO NO SENTIDO USUAL DA TRIGONOMETRIA
C CALCULO DAS TENSOES PRINCIPAIS
C WRITE(ISAI,30)
30 FORMAT(1H0,'TENSOES NODAIS PRINCIPAIS'//1H,'PONTO',4X,'COORDENADA
1S',8X,'SIGMA-1',8X,'SIGMA-2',8X,'TAU-MAX',8X,'ANGLE'/
2 1H,2X,'N',7X,'X',7X,'Y'/)
IF (IPERF)80,80,90
90 WRITE(IENT,93)
93 FORMAT(/)
80 DO 400 N=1, NUMNP
X=ETENS(N,1)/THM(N)
Y=ETENS(N,2)/THM(N)
XY=ETENS(N,3)/THM(N)
C=0.5*(X+Y)
DIF=0.5*(X-Y)
P=SQRT(DIF**2+XY**2)
TENS(N,1)=C+P
TENS(N,2)=C-P
TENS(N,3)=P
ANGLE(N)=45.*SIGN(1.,XY)
IF(DIF)319,440,319
319 ANGLE(N)=28.647890*ATAN(XY/DIF)
440 WRITE (ISAI,32)N,XORD(N),YORD(N), (TENS(N,I),I=1,3), ANGLE(N)
32 FORMAT(1H,1X,I3,2X,2F8.2,4X,E12.4,3X,E12.4,3X,E12.4,3X,E12.4)
IF(IPERF)400,400,910
910 IF(DIF)321,322,323
322 IF(XY)323,705,323
705 IF(C)710,720,730
710 WRITE (ISAI,740)
740 FORMAT(1H+,85X,'QUALQUER DIRECAO EH 2')
IDIR=2
GO TO 410
720 WRITE (ISAI,750)
750 FORMAT(1H+,85X,'PONTO COM TENSOES NULAS')
IDIR=0
GO TO 410
730 WRITE (ISAI,760)
760 FORMAT(1H+,85X,'QUALQUER DIRECAO EH 1')
IDIR=1
GO TO 410
321 WRITE (ISAI,37)
37 FORMAT(1H+,85X,'ANGLE INDICA SIGMA-2')
IDIR=2
GO TO 410
323 WRITE (ISAI,38)
38 FORMAT(1H+,85X,'ANGLE INDICA SIGMA-1')
IDIR=1
410 WRITE (IENT,95)N,XORD(N),YORD(N), (TENS(N,I),I=1,2), ANGLE(N), IDIR
95 FORMAT(14,2F14.7,3E15.8,I3)
400 CONTINUE
C CALCULO DAS DEFORMACOES PRINCIPAIS MEDIAS
DO 505 L=1, NUMNP
DO 60 I=1, 2
NN=IPRM2(I)
60 EDEF(L,I)=(TENS(L,I)-TENS(L,NN)*PR(L))/E(L)
505 CONTINUE
WRITE (ISAI,33)
33 FORMAT(1H,'DEFORMACOES PRINCIPAIS MEDIAS'//1H,'PONTO',4X,
1'COORDENADAS',8X,'EPSLON1',8X,'EPSLON2'//1H,2X,'N',7X,'X',7X,'Y'/)
DO 600 N=1, NUMNP
600 WRITE (ISAI,35)N,XORD(N),YORD(N), (EDEF(N,I),I=1,2)
35 FORMAT(1H,13,2X,2F8.2,4X,E12.4,3X,E12.4)
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR DEFOR
COMMON 0 VARIABLES 2194 PROGRAM 744

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0996 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE      WS  UA  DEFOR
CART ID 0016  DB ADDR 3711  DB CNT  0031
```

// FOR

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
      SUBROUTINE TRANS(NELBO,NUMNP,IENT,ISAI,STRSS,SIGMA,LNOBO,ANGLE,
1XORD,YORD,THM)
C      SUBROTINA PARA TRANSFORMACAO DE COORDENADAS
      DIMENSION STRSS(120,3),SIGMA(120,3),LNOBO(60,8),ANGLE(60),
1XORD(120),YORD(120),THM(120)
      DO 120 N=1,NUMNP
      DO 120 I=1,3
120  SIGMA(N,I)=STRSS(N,I)
      DO 110 N=1,NUMNP
      DO 100 M=1,NELBO
      DO 100 L=3,5
105  IF(LNOBO(M,L)-N)100,105,100
      I=L+3
      IADDR=LNOBO(M,I)
      S=SIN(ANGLE(IADDR))
      C=COS(ANGLE(IADDR))
      SS=S*S
      CC=C*C
      SC=S*C
      C2S2=CC-SS
      SIGMA(N,1)=CC*STRSS(N,1)+SS*STRSS(N,2)-2.*SC*STRSS(N,3)
      SIGMA(N,2)=SS*STRSS(N,1)+CC*STRSS(N,2)+2.*SC*STRSS(N,3)
      SIGMA(N,3)=SC*STRSS(N,1)-SC*STRSS(N,2)+C2S2*STRSS(N,3)
      GO TO 110
100  CONTINUE
110  CONTINUE
      WRITE(ISAI,20)
20  FORMAT(1H0,'TENSOES NDDAIS RELATIVAS A X-Y',//,1H,'PONTU',4X,
1'COORDENADAS',12X,'SIGMA-X',12X,'SIGMA-Y',12X,'TAU-XY'//)
      DO 150 N=1,NUMNP
      DO 130 J=1,3
130  STRSS(N,J)=SIGMA(N,J)/THM(N)
150  WRITE(ISAI,32)N,XORD(N),YORD(N),(STRSS(N,I),I=1,3)
32  FORMAT(1H ,I4,3X,F6.2,2X,F6.2,3E20.10)
      RETURN
      END
```

```
FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
```

CORE REQUIREMENTS FOR TRANS

```
COMMON      0  VARIABLES      36  PROGRAM      470
```

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0069 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```
*STORE      WS  UA  TRANS
CART ID 0016  DB ADDR 3742  DB CNT  0020
```

// FOR

*IOCS(CARD,1403PRINTER,DISK)

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

*LIST SOURCE PROGRAM

```
      DEFINE FILE 4(20,320,U,KF),3(412,320,U,KY)
      DIMENSION ICONH(636),NP(200,3),RECUP(171),FL(18,18),STRS(636),
ITENS(18),STF18(18),CONHE(636),ITPEL(200)
      EQUIVALENCE (ICONH(1),NP(1,1)),(CONHE(1),STRS(1))
C      ESTA COMPATIVEL APENAS COM DIVISAO REGULAR E ESPESSURA CONSTANTE
      ENER=0.
      READ(4'1)NELBO,ISKEW,NAOGL,ICONH,NUMEL,NUMNP,IBNDW,NEQBC,NP,
1IENT,ISAI,CONHE,IDIVS,ITPEL
      NEQ=6*NUMNP
      READ(3'401)(STRS(I),I=1,NEQ)
      DO 500 N=1,NUMEL
      NR=2*ITPEL(N)-1
```

```

READ(3'NR)RECUP
IJ=0
DO 99 I=1,18
DO 99 J=1,18
IF(I-J)320,320,210
320 IJ=IJ+1
FL(I,J)=RECUP(IJ)
GO TO 99
210 FL(I,J)=FL(J,I)
99 CONTINUE
K=0
DO 100 I=1,3
L=6*(NP(N,I)-1)
DO 100 J=1,6
M=L+J
K=K+1
TENS(K)=STRS(M)
100 CONTINUE
DO 200 J=1,18
STF18(J)=0.
DO 200 I=1,18
STF18(J)=STF18(J)+TENS(I)*FL(I,J)
200 CONTINUE
DO 300 J=1,18
ENER=ENER+STF18(J)*TENS(J)
300 CONTINUE
500 CONTINUE
WRITE(ISAI,600) ENER,NUMEL,NUMNP
600 FORMAT(1H ,///1H , 'ENERGIA DA ESTRUTURA =',E20.10///
11H , 'NUMERO DE ELEMENTOS =', I5///1H , 'NUMERO DE NOS =',I5//)
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 4378 PROGRAM 452

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA ENERG
CART ID 0016 DB ADDR 3762 DB CNT 001F

6. BIBLIOGRAFIA

- B1 - Estudo experimental do pilar típico do vertedouro - Bar
ragem de Jaguará, CEMIG; LE-EXT. 61/67 - EESC.
- B2 - Estudo experimental do pilar típico do vertedouro - Bar
ragem da Ilha Solteira, CESP; LE-EXT. 62/69 - EESC.
- B3 - ARGYRIS, J.H., FRIED, I. e SCHARPF, D.W. - The TUBA Fa
mily of Plate Elements for the Matrix Displacement
Method. The Aeronautical Journal of The Royal Aeronau-
tical Society, **72**, 701-9, 1968.
- B4 - BOSSHARD, W. - Ein neues vollverträgliches endliches
Element für Plattenbiegung. Mt. Assoc. Bridge Struct.
Eng. Bulletin, **28**, 27-40, 1968.
- B5 - BELL, K. - A refined triangular plate bending element.
International Journal for Numerical Methods in Engine-
ering, **1**, 101-22, 1969.
- B6 - ARGYRIS, J.H. - Energy Theorems and Structural Analy-
sis. Aircraft Engineering. **26**, pp. 347-356, 383-387,
394, 1954; **27**, pp. 42-58, 80-94, 125-134, 145-158, 1955.
- B7 - TURNER, M.J., CLOUGH, R.W., MARTIN, H.C. e TOPP, L.J.
- Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structu
res. Journal of Aeronautical Sciences, **23**, 9, 1956.
- B8 - ZIENKIEWICZ, O.C. - The Finite Element Method in Struc
tural and Continuum Mechanics. McGraw Hill, 1967.
- B9 - HOLLAND, I. e BELL, K. - Finite Element Methods in
Stress Analysis. TAPIR, 1969.
- B10- ZIENKIEWICZ, O.C. - The Finite Element Method in Engi-
neering Science. McGraw Hill, 1971.
- B11- International Journal for Numerical Methods in Enginer
ing. Wiley-Interscience (1º número em janeiro 1969).
- B12- International Journal of Solids and Structures. Perga-
mon Press.
- B13- TOTTENHAM, H. e BREBBIA, C.A. - Finite Element Techni
ques in Structural Mechanics. Southampton University
Press, 1971.
- B14- BOSSHARD, W. - Notas de Aula, EESC, 1971.

- B15- TIMOSHENKO, S. e GOODIER, J.N. - Theory of Elasticity, p.26, 2.^a edição, McGraw Hill, N.Y., 1951.
- B16- FILONENKO-BORODICH, M. - Theory of Elasticity, PEACE PUBLISHERS, Moscow, 1963.
- B17- DEN HARTOG, J.P. - Advanced Strength of Materials, pp. 230-234, 1.^a edição, McGraw Hill, 1952.
- B18- ELSGOLTZ, L. - Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Editorial MIR, Moscow, 1969.
- B19- ANDERMANN, F. - Plaques Rectangulaires chargées dans leur plan. DUNOD, Paris, 1969.
- B20- ARANTES E OLIVEIRA, E.R. - Theoretical Foundations of the Finite Element Method. International Journal of Solids and Structures, 4, 10, 1968.
- B21- FUNG, Y.C. - Foundations of Solid Mechanics. Eastern Economy Edition - Prentice Hall, 1968.
- B22- PRZEMIENIECKI, J.S. - Theory of Matrix Structural Analysis. McGraw Hill, 1968.
- B23- WANG, CHI-TEH - Applied Elasticity. McGraw Hill, 1953.
- B24- ZIENKIEWICZ, O.C. - Two-Dimensional Stress Analysis and Plate Flexure by Finite Differences, in Stress Analysis, John Wiley, 1965.
- B25- 1130 Fortran Documentation and Flowcharting Programs, File 1130-00.2.001. (IBM).
- B26- FELIPPA, C.A. - Refined Finite Element Analysis of Linear and Non-linear Two-dimensional Structures. SESM. 66-22, University of California at Berkeley, 1966.
- B27- LIVESLEY, R.K. - Matrix Methods of Structural Analysis. Pergamon Press, 1964.
- B28- SAVASSI, W. e AKAMATU, D. - Depuração de dados de ensaios do pilar típico do vertedouro da barragem da Ilha Solteira. Boletim do Centro de Processamento de Dados da EESC, 4, 4, 276-310, 1971.

7. ANEXOS

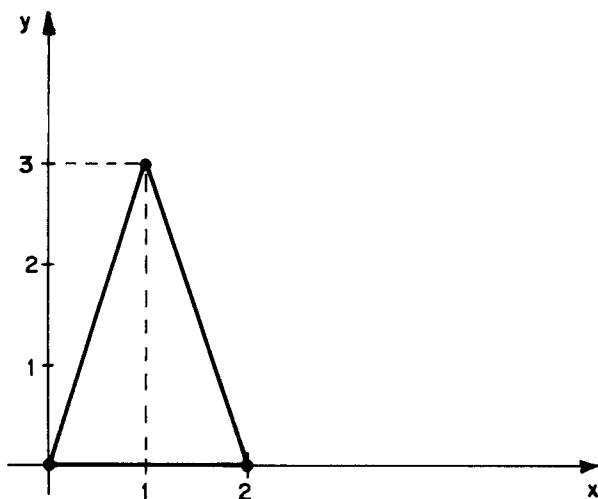
7.1 - Anexo 1; Programa para cálculo de integrais do tipo (1.8.14) em domínios triangulares do plano x,y .

Utilizando-se a teoria exposta no ítem 1.8 elaborou-se o programa, cuja listagem está apresentada em seguida.

Para exemplificar a sua utilização escolheu-se uma área triangular, definida na figura abaixo, onde foram avaliados

$$P_{\gamma\delta} = \int_a x^\gamma y^\delta da$$

para $\gamma + \delta \leq 6$. Os resultados encontram-se na última página da listagem.



A listagem do programa contém suficientes comentários e indicações para facilitar a assimilação do processo.

// JOB T

SAVASSI

| LOG DRIVE | CART SPEC | CART AVAIL | PHY DRIVE |
|-----------|-----------|------------|-----------|
| 0000 | 0016 | 0016 | 0000 |
| | | 0018 | 0001 |

V2 M09 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE FATO (FAT, ICSIS)
C1  CALCULO DO FATORIAL (FAT) DE ICSIS
    DIMENSION FAT(4), ICSIS(4)
    DO 20 I=1,4
      FAT(I)=1.
      K=ICSI(I)
      IF(K)20,20,5
    5  DO 10 J=1,K
    10  FAT(I)=FAT(I)*FLOAT(J)
    20  CONTINUE
    RETURN
    END
```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR FATO
 COMMON 0 VARIABLES 6 PROGRAM 78

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000B (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

| *STORE | WS | UA | FATO |
|--------------|--------------|-------------|------|
| CART ID 0016 | DB ADDR 3E70 | DB CNT 0006 | |

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE DUPAR (AREA, XL0C, YLOC)
C1  CALCULO DA AREA TRIANGULAR
    IPERM(1)=2
    IPERM(2)=3
    IPERM(3)=1
    AREA=0.
    DO 10 I=1,3
      J=IPERM(I)
      K=IPERM(J)
    10  AREA=AREA+XL0C(I)*(YLOC(J)-YLOC(K))
    RETURN
    END
```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR DUPAR
 COMMON 0 VARIABLES 12 PROGRAM 104

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0012 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

| *STORE | WS | UA | DUPAR |
|--------------|--------------|-------------|-------|
| CART ID 0016 | DB ADDR 3E76 | DB CNT 0008 | |

```
// FOR
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE POLIN (VINT, IGRX, IGRY, NX, NY, XL, YL, AREA)
C1  CALCULO DA INTEGRAL
    DIMENSION IEX(3,28), IEY(3,28), ICSI(4), FAT(4)
    DIMENSION XL(3), YL(3), ICFX(28), ICFY(28), IPERM(3)
```



```

IPERM(1)=2
IPERM(2)=3
IPERM(3)=1
VINT=0.
IF(IGRX)444,444,555
444 ICFX(1)=1
GO TO 445
555 IGRAU=IGRX
N=NX
READ(IGRAU'1)(ICFX(I),I=1,N)
445 IF(IGRY)666,666,777
666 ICFY(1)=1
GO TO 665
777 IGRAU=IGRY
N=NY
READ(IGRAU'1)(ICFY(I),I=1,N)
665 IF(NX-3)98,200,200
200 IGRAU=IGRX
N=NX
READ(IGRAU'2)((IEX(K,I),I=1,N),K=1,3)
GO TO 300
98 DO 222 I=1,3
222 IEX(I,1)=0
300 IF(NY-3)308,303,303
303 IGRAU=IGRY
N=NY
READ(IGRAU'2)((IEY(K,I),I=1,N),K=1,3)
GO TO 304
308 DO 333 I=1,3
333 IEY(I,1)=0
304 CONTINUE
DO 999 I=1,NY
DO 999 J=1,NX
CF=FLOAT(ICFY(I)*ICFX(J))
ICSI(1)=IEX(1,J)+IEY(1,I)
ICSI(2)=IEX(2,J)+IEY(2,I)
ICSI(3)=IEX(3,J)+IEY(3,I)
ICSI(4)=2
DO 1920 K=1,3
1920 ICSI(4)=ICSI(4)+ICSI(K)
CALL FATO ( FAT,ICSI)
VNUM=AREA
DO 20 L=1,3
20 VNUM=VNUM* FAT(L)
VINTR=VNUM/ FAT(4)
XL1=1.
XL2=1.
XL3=1.
YL1=1.
YL2=1.
YL3=1.
IF(IEX(1,J))3001,3001,3000
3000 XL1=XL(1)**IEX(1,J)
3001 IF(IEX(2,J))3003,3003,3002
3002 XL2=XL(2)**IEX(2,J)
3003 IF(IEX(3,J))3005,3005,3004
3004 XL3=XL(3)**IEX(3,J)
3005 IF(IEY(1,I))3007,3007,3006
3006 YL1=YL(1)**IEY(1,I)
3007 IF(IEY(2,I))3009,3009,3008
3008 YL2=YL(2)**IEY(2,I)
3009 IF(IEY(3,I))998,998,3010
3010 YL3=YL(3)**IEY(3,I)
998 VINT=VINT+CF*VINTR*XL1*XL2*XL3*YL1*YL2*YL3
999 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR POLIN
COMMON 0 VARIABLES 292 PROGRAM 684

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 012E (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA POLIN

CART ID 0016 DB ADDR 3E7E DB CNT 002D

```

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE COEF (ICDEF, KK, L)
DIMENSION ICDEF(28)
DO 109 I=1, L
109 ICDEF(L)=0
K=1
M=KK+1
MM=M
II=KK
ICDEF(1)=1
IF(KK-1)107,108,108
108 ICDEF(L)=1
IF(KK-1)105,105,106
106 ICDEF(KK+1)=1
DO 120 I=2, KK
ICDEF(I)=II*ICDEF(I-1)/(I-1)
120 II=II-1
DO 100 IJ=1, KK
K=K+MM
ICDEF(K)=ICDEF(IJ+1)
100 MM=MM-1
K=1
MM=M
KD=KK
KT=KD-1
DO 200 J=1, KT
IT=1
KK=KK-1
II=KK
K=K+MM
MM=MM-1
DO 200 I=1, KK
IT=IT+1
KI=K+I
ICDEF(KI)=II*ICDEF(KI-1)/(IT-1)
200 II=II-1
IF(KT)105,105,107
105 ICDEF(2) = 1
107 RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR COEF
 COMMON 0 VARIABLES 16 PROGRAM 332

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0013 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE WS UA COEF
 CART ID 0016 DB ADDR 3EAB DB CNT 0015

```

// FOR
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
SUBROUTINE EXPS (IE, IGR)
DIMENSION IE(3,28)
II=IGR+2
IK=0
N3=-1
IGR1=IGR+1
DO 75 J=1, IGR1
N1=IGR+1
II=II-1
N1=N1-J
N2 = 0
N3=N3+1
DO 75 I=1, II
IK=IK+1
IE(1, IK)=N1
N1=N1-1
IE(2, IK)=N2

```

```

N2=N2+1
75 IE(3,IK)=N3
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION

CORE REQUIREMENTS FOR EXPS
COMMON 0 VARIABLES 12 PROGRAM 136

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000F (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

```

*STORE WS UA EXPS
CART ID 0016 DB ADDR 3ECO DB CNT 0009

```

// FOR

```

*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,KEYBOARD,DISK,PLOTTER,1403PRINTER)
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*LIST SOURCE PROGRAM
  DEFINE FILE 2(2,18,U,I2),3(2,30,U,I3),4(2,45,U,I4),5(2,63,U,I5),
  1 6(2,84,U,I6),7(2,108,U,I7),8(2,135,U,I8),1(2,9,U,I1)
  DIMENSION XORD(3),YORD(3),XL(3),YL(3),ICF(28),IE(3,28)
  DATA XORD/0.,2.,1./,YORD/0.,0.,3./
C0  O TRIANGULO AQUI CONSIDERADO PARA EXEMPLO TEM VERTICES
C  COM COORDENADAS XORD, YORD
C1  CALCULO DA INTEGRAL DE (X**IR)*(Y**IS) NO DOMINIO TRIANGULAR
C  DO PLANO X, Y
C2  AS DIMENSOES ESTAO PREVISTAS PARA IR+IS = 6. CASO CONTRARIO
C  DEVEM SER ALTERADAS
  XC=0.
  YC=0.
  DO 15 I=1,3
  XC=XC+XORD(I)/3.
  15 YC=YC+YORD(I)/3.
  DO 18 I=1,3
  XL(I)=XORD(I)-XC
  18 YL(I)=YORD(I)-YC
  CALL DUPAR(AREA,XL,YL)
C  O VALOR DADO ABAIXO E O DA MAXIMA SOMA (R+S) QUE OCORRERA
C  NO PROGRAMA * R = S = (GRAU DO POLINOMIO) -2
  READ(2,2)IRIS
  DO 1000 I=1,IRIS
  L=I
  IL=I
  N=(I+1)*(I+2)/2
  M=N
C3  CALCULO DOS COEFICIENTES DOS MONOMIOS QUE RESULTAM DA
C  SUBSTITUICAO DE X (OU Y) PELA SUA EXPRESSAO EM FUNCAO DE
C  COORDENADAS HOMOGENEAS E DAS COORDENADAS DOS VERTICES DOS
C  VERTICES DO TRIANGULO, EM RELACAO AO SEU BARICENTRO
  CALL COEF(ICF,L,M)
C4  IDEM PARA OS VALORES DOS EXPOENTES DOS MONOMIOS EM X,Y
  CALL EXPS(IE,IL)
  WRITE(I'1')(ICF(J),J=1,N)
  1000 WRITE(I'2')((IE(K,J),J=1,N),K=1,3)
  READ(2,2)K
  DO 50 I=1,K
  READ(2,2)IR,IS
  2  FORMAT(2I3)
C5  NXX = NUMERO DE MONOMIOS QUE COMPOEM O POLINOMIO QUE RESULTA
C  APOS A SUBSTITUICAO REFERIDA EM C3, PARA X.
  NXX=(IR+1)*(IR+2)/2
C6  NYY = IDEM PARA POLINOMIO QUE RESULTA APOS SUBSTITUICAO
C  REFERIDA EM C3, PARA Y.
  NYY=(IS+1)*(IS+2)/2
  CALL POLIN(VINTG,IR,IS,NXX,NYY,XL,YL,AREA)
  50 WRITE(5,1) IR,IS,VINTG
  1  FORMAT(IH,10X,'P',2I2,3X,'=',E15.7)
  CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 240 PROGRAM 330

END OF COMPILATION

// XEQ

| | | |
|-------|---|----------------|
| P 0 2 | = | 0.1500000E 01 |
| P 0 3 | = | 0.6000000E 00 |
| P 0 4 | = | 0.1799999E 01 |
| P 0 5 | = | 0.1714285E 01 |
| P 0 6 | = | 0.3321428E 01 |
| P 2 0 | = | 0.5000000E 00 |
| P 3 0 | = | 0.0000000E 00 |
| P 4 0 | = | 0.2000000E 00 |
| P 5 0 | = | 0.0000000E 00 |
| P 6 0 | = | 0.1071428E 00 |
| P 1 1 | = | 0.0000000E 00 |
| P 1 2 | = | 0.0000000E 00 |
| P 1 3 | = | -0.2328306E-09 |
| P 1 4 | = | 0.0000000E 00 |
| P 1 5 | = | -0.4656612E-09 |
| P 2 1 | = | -0.2000000E 00 |
| P 2 2 | = | -0.2000000E 00 |
| P 2 3 | = | -0.1142857E 00 |
| P 2 4 | = | 0.1357142E 00 |
| P 3 1 | = | 0.0000000E 00 |
| P 3 2 | = | -0.1164153E-09 |
| P 3 3 | = | 0.0000000E 00 |
| P 4 1 | = | -0.1142857E 00 |
| P 4 2 | = | 0.9285714E-01 |
| P 5 1 | = | 0.0000000E 00 |

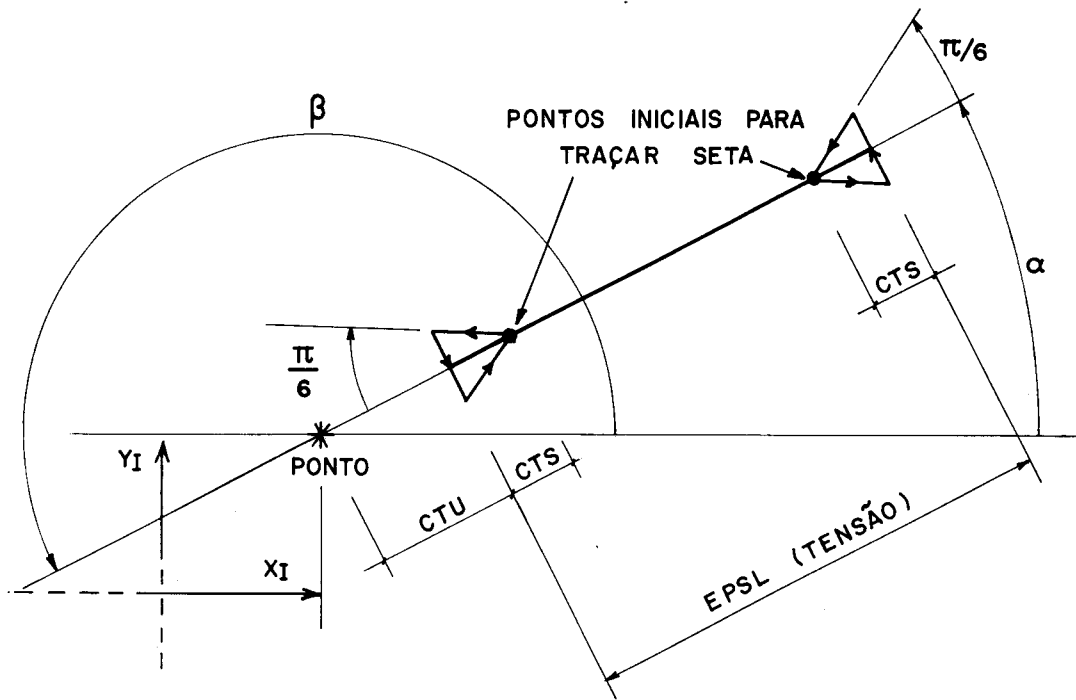
7.2 - Anexo 2; Programa para representação gráfica das tensões (deformações) principais.

Este programa, mencionado no texto dos capítulos anteriores, foi elaborado para a obtenção da representação gráfica das tensões principais, calculadas pelo programa FORCE, com a utilização do PLOTTER-IBM-1627.

A utilidade do programa é muito grande, tanto para a obtenção de desenho que possibilite o cálculo e distribuição das armaduras da estrutura, como para auxiliar na análise e interpretação dos resultados. As tabelas de resultados, correspondentes aos exemplos analisados anteriormente, contêm quantidade muito grande de valores. A análise desses números representa trabalho muito cansativo, que pode ser eliminado quando se dispõe da representação gráfica correspondente. Vale ressaltar que torna-se muito fácil detectar erros de dados, não depurados pelo programa FORCE, através do exame dos quadros de tensões principais, obtidos com o programa deste anexo.

Os comentários e indicações que figuram na listagem apresentada em seguida, auxiliarão, adequadamente, a compreensão do processo.

Além disso, para ilustração, a figura seguinte indica as principais operações realizadas pelo traçador de gráficos, no caso da representação de tensão de compressão. Nessa figura aparecem diversas grandezas definidas no programa.



No desenho indica-se , a partir dos pontos iniciais, o percurso seguido pela pena para traçar a SETA (triângulo equilátero)