



ISSN 1809-5860

Cadernos de **ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia de Estruturas



São Carlos, v.7 n. 26 2005

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Reitor:
Prof. Titular ADOLFO JOSÉ MELFI

Vice-Reitor:
Prof. Titular HÉLIO NOGUEIRA DA CRUZ

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Diretor:
Prof. Titular FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR

Vice-Diretor:
Prof. Titular RUY ALBERTO CORREA ALTAFIM

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

Chefe do Departamento:
Prof. Titular CARLITO CALIL JUNIOR

Suplente do Chefe do Departamento:
Prof. Titular SÉRGIO PERSIVAL BARONCINI PROENÇA

Coordenador de Pós-Graduação:
Prof. Associado MÁRCIO ROBERTO SILVA CORRÊA

Coordenadora de Publicações e Material Bibliográfico:
MARIA NADIR MINATEL
e-mail: minatel@sc.usp.br

Editoração e Diagramação:
FRANCISCO CARLOS GUETE DE BRITO
MASAKI KAWABATA NETO
MELINA BENATTI OSTINI
TATIANE MALVESTIO SILVA



Cadernos de ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia de Estruturas



Departamento de Engenharia de Estruturas
Escola de Engenharia de São Carlos – USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 – Centro
CEP: 13566-590 – São Carlos – SP
Fone: (16) 3373-9481 Fax: (16) 3373-9482
site: <http://www.set.eesc.usp.br>

SUMÁRIO

Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos <i>Luis Claudio Coelho Vianna & Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs</i>	1
Ligações com pinos metálicos em estruturas de madeira <i>Marcos Antonio Melo e Oliveira & Antonio Alves Dias</i>	33
Ação diafragma de cobertura aplicada às construções em pórtico de madeira <i>Lívio Túlio Baraldi & Carlito Calil Junior</i>	65
Algoritmos de integração eficientes para o método dos elementos de contorno tridimensional <i>Valério Júnior Bitencourt de Souza & Humberto Breves Coda</i>	97
Reabilitação de paredes de alvenaria pela aplicação de revestimentos resistentes de argamassa armada <i>Fabiana Lopes de Oliveira & João Bento de Hanai</i>	131

OTIMIZAÇÃO DE SEÇÕES TRANSVERSAIS DE CONCRETO ARMADO: APLICAÇÃO A PÓRTICOS

Luis Claudio Coelho Vianna¹ & Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs²

Resumo

É cada vez mais curto o tempo que um engenheiro tem para desenvolver adequadamente os projetos. Com prazos cada vez menores para a concepção, o pré-dimensionamento das estruturas é, geralmente, definido com base em projetos desenvolvidos anteriormente e, essa estrutura assim concebida, é processada de modo a verificar o atendimento aos requisitos de segurança. Dessa forma, uma vez atendidos esses requisitos, dificilmente o grau de economia encontrado é verificado, uma vez que o projeto precisa ser entregue no prazo acordado. Os procedimentos automatizados de otimização de estruturas se inserem neste contexto para possibilitar uma agilidade no processo de se encontrar, entre as soluções possíveis, aquela que vai levar a uma estrutura mais econômica. Além de auxiliar na definição das dimensões dos elementos estruturais, o processo de otimização pode indicar ao projetista partes da estrutura que necessitam de uma maior atenção, de forma a se obter a economia desejada. Neste trabalho é apresentado um procedimento para otimizar o pré-dimensionamento de edifícios em concreto armado, tratados simplificadaamente como pórticos planos. A partir do posicionamento dos elementos e dos valores limites para as variáveis envolvidas, utilizando um método de aproximações combinadas, é aplicada uma função de mínimo custo para a seção transversal das vigas e dos pilares, obtendo-se uma solução de mínimo custo para a estrutura estudada.

Palavras-chave: otimização estrutural; concreto armado; pórtico plano.

1 INTRODUÇÃO

Hoje em dia é inconcebível imaginar um escritório de engenharia sem a presença de computadores. Por menor que seja o escritório, a sua presença é essencial para auxiliar o projetista no dimensionamento das estruturas. A qualidade de softwares voltados para este mercado também está bastante avançada, com excelentes pacotes que, uma vez feito o pré-dimensionamento dos elementos, fazem toda a parte de cálculo e detalhamento das peças, deixando para o engenheiro somente o trabalho de acompanhamento do processo e realização de pequenos ajustes que se façam necessários para a adequação da solução final.

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, lcoelho@ddn.com.br

² Professora do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, analucia@sc.usp.br

Porém, como já foi mencionado, esses pacotes trabalham sempre com uma estrutura já pré-dimensionada. O trabalho de pré-dimensionamento, ainda hoje, é feito, quase que na sua totalidade, baseado na experiência e intuição dos projetistas, por processos de tentativa e erro. Apesar da qualidade dos profissionais ligados a esta área, e do fato de que pequenos erros cometidos nesta fase serão ajustados na fase de dimensionamento, este processo geralmente não conduz à estrutura mais econômica, uma vez que existem várias soluções que igualmente levam a uma estrutura de qualidade do ponto de vista da segurança, e o tempo que o projetista dispõe para escolher a que lhe parece ser a mais econômica é geralmente curto.

Para auxiliar o engenheiro neste processo de encontrar a estrutura mais econômica, atendendo às condições arquitetônicas, de segurança, e construtivas é que existem as técnicas de otimização de estruturas. Uma comparação entre o processo tradicional e o processo otimizado foi apresentada por ARORA (1997) através do fluxograma mostrado na figura 1.1, que apresenta os passos básicos dos dois processos. Apesar de muitos passos serem comuns, eles diferem entre si pelos motivos abaixo:

- O processo otimizado tem um passo adicional 0, onde são definidos os parâmetros necessários para a otimização;
- O critério para decidir o fim do processo, no passo quatro, é, no processo otimizado, baseado no fato de se ter encontrado o melhor projeto, enquanto que no processo convencional, qualquer projeto viável pode determinar a parada do procedimento;
- No passo cinco, o processo otimizado utiliza técnicas matemáticas para fazer os ajustes necessários ao projeto, enquanto o método tradicional se baseia apenas na experiência do projetista.

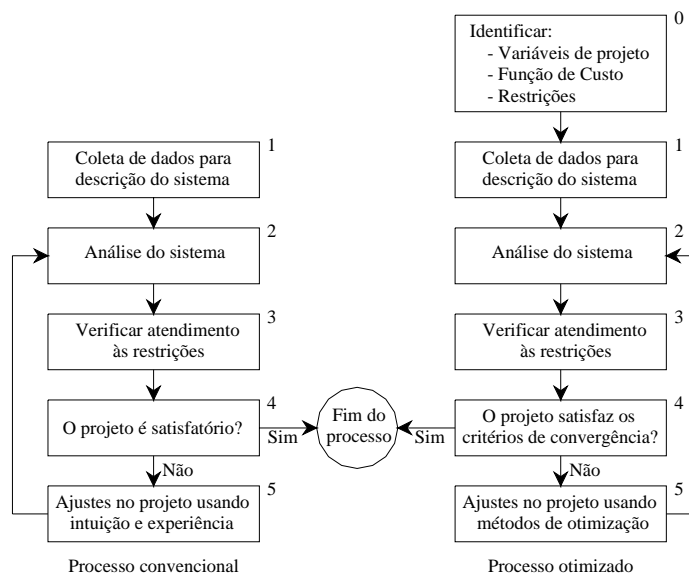


Figura 1.1 - Processo tradicional x Processo otimizado

2 A OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

“A otimização ou programação matemática pode ser definida como a técnica de se encontrar a melhor solução para problemas matematicamente definidos, que são freqüentemente a modelagem de um problema físico” (Medrano 1994).

Um problema de otimização começa com a determinação de variáveis e parâmetros que definem um problema físico, e das restrições a que estão sujeitas essas variáveis. Em função destas variáveis, é definida a função objetivo que, matematicamente, deverá ser maximizada ou minimizada como, por exemplo, a minimização do peso de uma estrutura. Uma visão geral do problema de otimização foi dada por BALLING e YAO (1997) como segue:

1. Dados: Parâmetros constantes
2. Encontrar: Variáveis de projeto
3. Minimizar: Função objetivo
4. Satisfazer: Restrições de projeto

O objetivo principal do projeto estrutural é encontrar o ponto de equilíbrio entre a maximização da segurança e a minimização dos custos. Como os dois conceitos mencionados são contraditórios entre si, na prática se busca uma minimização dos custos para uma estrutura que satisfaça a princípios básicos de segurança, como o respeito aos estados limites de ruptura e de utilização, e as imposições de normas técnicas. Sucintamente, podemos definir a otimização de um projeto estrutural como sendo a definição de uma série de variáveis de projeto que, juntas, vão extremar uma função objetivo definida. No caso do presente trabalho, a otimização consiste na minimização de uma função de custo da estrutura.

2.1 Técnicas de otimização

Segundo CAMP et al. (1998) em geral, as técnicas de otimização podem ser divididas em três categorias: programação matemática, método dos critérios de otimização e os métodos de buscas heurísticas ou métodos genéticos.

A programação matemática pode ser dividida em programação linear e não-linear. Na programação linear, a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto. A programação não-linear foi desenvolvida para problemas de otimização onde as restrições são funções não-lineares nas variáveis de projeto, e as condições necessárias para alcançar a solução ótima são providas pelas condições de Kuhn-Tucker (Kuhn e Tucker 1951).

Como a aplicação direta das condições de Kuhn-Tucker é extremamente difícil para a maioria dos problemas, o método dos critérios de otimização foi criado, com contribuições de BARNETT (1961), PRAGER (1968) e VENKAYYA et al. (1968), entre outros, para sua aplicação indireta, combinadas com os multiplicadores de Lagrange, nos problemas de programação não-linear. Este método vem sendo usado na maioria dos problemas de engenharia de estruturas, principalmente para grandes estruturas, como em RIZZI (1976), ARORA (1980), MOHARRAMI e GRIERSON (1993) e SOARES (1997).

O algoritmo genético é uma técnica que modela o problema baseado nos princípios genéticos de sobrevivência de uma população através de adequações e adaptações. Este método não necessita de uma relação explícita entre as variáveis. Ele trabalha com uma população de variáveis de projeto e cada variável que define uma solução potencial é chamada de string. O método consiste basicamente de três partes: codificar e decodificar variáveis como strings; fazer a adequação de cada string para a solução e aplicar os operadores genéticos para criar a nova geração de strings. O método dos algoritmos genéticos tem sido empregado com sucesso na otimização estrutural, como em GOLDBERG e SAMTANI (1986) e JENKINS (1992).

2.2 Problemas não-lineares

A programação matemática trata da análise e resolução de problemas do tipo:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(x) \\ \text{Sujeito a} \quad & h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m \\ & g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, p \\ & x \in \Omega \subset R^n \end{aligned}$$

onde f , h_i e g_j são funções definidas em R^n , Ω é um subconjunto de R^n e x é um vetor de n componentes x_1, x_2, \dots, x_n . O problema deve então ser resolvido para os valores das variáveis x_1, x_2, \dots, x_n que satisfazem às restrições e minimizam a função f .

A função $f(x)$ é denominada função objetivo, h_i são as restrições de igualdade e g_j são as restrições de desigualdades. Um vetor $x \in \Omega$ que satisfaz todas as restrições é chamado de Ponto Viável ou Solução viável para o problema. O conjunto de todos os pontos viáveis do problema é chamado de região viável Γ . O problema de programação não-linear consiste, então, em se encontrar um ponto viável x^* no qual $f(x) \geq f(x^*)$ para qualquer outro ponto viável x . Desta forma, o ponto x^* encontrado é denominado solução ótima, ou simplesmente solução do problema.

O problema em questão terá solução se a região viável Γ for limitada e fechada. Se a região viável for ilimitada, o problema pode ser ilimitado, ou seja, $f(x) \rightarrow \infty$. Caso a região viável seja vazia, ou seja, não exista $x \in \Omega$ que satisfaça as restrições, o problema não terá solução, e diz-se que as restrições são inconsistentes.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA MINIMIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE UMA VIGA

Neste capítulo serão apresentadas, de forma simplificada, as formulações da função objetivo e das restrições, para o problema de minimização da seção transversal de uma viga.

3.1 Variáveis a serem otimizadas

As variáveis a serem otimizadas no problema de minimização da seção transversal de uma viga serão a altura da seção transversal e as áreas de armadura de tração e de compressão na seção. De modo a simplificar os cálculos dos esforços, trabalharemos com a altura útil da seção no lugar da altura total. Todas as variáveis

serão denominadas de x_i , de forma a facilitar o procedimento matemático, como segue:

x_1 = Altura útil da seção transversal da viga;

x_2 = Área de armadura tracionada na seção transversal da viga;

x_3 = Área de armadura comprimida na seção transversal da viga.

Para facilitar o processo de otimização, a largura da seção transversal da viga não fará parte do processo, sendo seu valor determinado como dado de entrada do programa. Essa fixação não trará prejuízo ao processo, uma vez que essa dimensão é, em geral, fixa para quase todas as vigas nos projetos de edifício, em função das dimensões das paredes ou outras prerrogativas arquitetônicas.

Apesar da altura da linha neutra não fazer parte do processo de otimização das vigas, como variável a ser otimizada, ela será incluída como variável de projeto pelo fato de seu valor ser necessário para a determinação do equilíbrio da seção. Desta forma, ela será definida na formulação matemática com o valor x_4 .

3.2 Sistema de unidades

Serão utilizados como unidades de medidas neste trabalho:

Unidade de comprimento: cm

Unidade de força: kN

3.3 Função objetivo

A função de custo a ser implementada será a de menor custo por comprimento unitário de viga, levando em conta os custos com material e mão de obra para a fabricação do mesmo, incluindo nestes custos o concreto, a armadura longitudinal e a fôrma utilizada, ficando com a forma:

$$F(x) = b_w \cdot (x_1 + d') \cdot C_C + (x_2 + x_3) \cdot \rho_S \cdot C_S + (b_w + 2(x_1 + d')) \cdot C_F \quad (01)$$

onde:

F \Rightarrow Função de custo para a viga, por unidade de comprimento;

C_C \Rightarrow Custo do concreto, por unidade de volume;

C_S \Rightarrow Custo da armadura, por unidade de massa;

C_F \Rightarrow Custo da fôrma, por unidade de área;

b_w \Rightarrow Largura da viga;

h \Rightarrow Altura da viga;

ρ_S \Rightarrow Massa específica do aço;

3.4 Restrições de equilíbrio

Para o caso das vigas, considerou-se que as mesmas estarão trabalhando à flexão simples, utilizando-se as condições de equilíbrio em força e momento para esta situação, como mostrado a seguir.

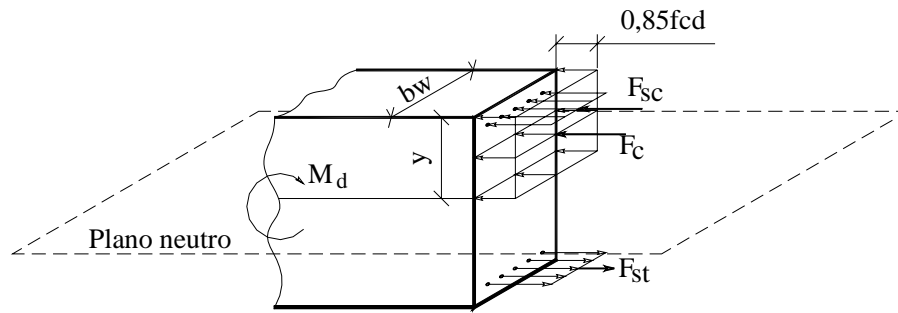


Figura 3.1 – Diagrama de tensões para uma seção transversal de viga

Com base na figura 3.1, temos as condições de equilíbrio em força e momento fletor, para a seção transversal da viga, como segue:

$$F_c + F_{sc} = F_{st} \quad (02)$$

$$F_{sc} \cdot (d - d') + F_c \cdot \left(d - \frac{y}{2} \right) = M_d$$

onde,

$$y = 0,8 \cdot x_4;$$

d' = distância do centro da armadura até a face da seção;

F_c = Força de compressão no concreto;

$$F_c = y \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd}$$

F_s = Força na armadura (compressão/tração)

$$F_s = \sigma_s \cdot A_s$$

Colocando as restrições de equilíbrio em função das tensões nas armaduras, e trabalhando com as variáveis x_i , ficamos com:

$$0,80 \cdot x_4 \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} + \sigma_{sc} \cdot x_3 - \sigma_{st} \cdot x_2 = 0$$

$$\sigma_{sc} \cdot x_3 \cdot (x_1 - d') + 0,80 \cdot x_4 \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left(x_1 - \frac{0,8 \cdot x_4}{2} \right) - M_d = 0 \quad (03)$$

3.5 Restrição de compatibilidade

De forma a reduzir o número de expressões de igualdade, a restrição de compatibilidade será utilizada para definir a tensão atuante as barras de armadura e este valor será substituído nas restrições de equilíbrio.

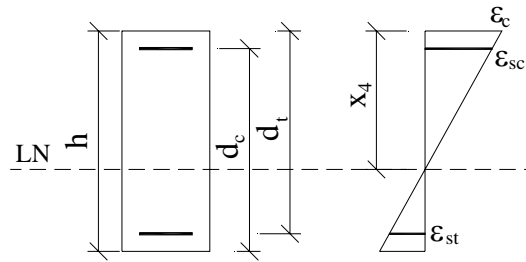


Figura 3.2 – Diagrama de deformações para uma seção transversal de viga

A altura da linha neutra pode ser geometricamente retirada a partir da figura 3.2, sendo dada pela expressão:

$$\frac{\varepsilon_c}{x_4} = \frac{\varepsilon_{st}}{d_t - x_4} \Rightarrow x_4 = \frac{\varepsilon_c \cdot d}{\varepsilon_c + \varepsilon_{st}} \quad (04)$$

O dimensionamento à flexão deve ser feito sempre de forma que a ruptura se efetive nos domínios de deformação 2 ou 3, de forma que no momento da ruptura o aço se encontre em escoamento, caracterizando uma ruptura dúctil. Dentro destes domínios, a forma que leva a uma seção mais econômica é quando a ruptura ocorre com a seção normalmente armada, como o domínio de deformação situado na reta limite entre os domínios 3 e 4. Nesta situação ambos os materiais – concreto e aço – estão trabalhando próximos aos seus limites e a ruptura ocorre de forma dúctil.

Diante do exposto, trabalharemos no programa com o dimensionamento para esta situação. Desta forma teremos as armaduras de tração e compressão trabalhando com a tensão de escoamento f_{yd} , e a altura da linha neutra fixada em função dos limites de deformação do aço e do concreto que são dados de entrada do programa.

Para facilitar a compreensão da formulação no decorrer deste capítulo, substituiremos algumas expressões constantes por K_i , e expressões que dependem exclusivamente da altura útil da seção transversal por F_i , evitando, desta forma que as expressões se tornem demasiadamente grandes.

Fazendo, então:

$$K_1 = 0,8 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s + \varepsilon_c} \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \quad (05)$$

$$K_2 = 1 - 0,4 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_s + \varepsilon_c}$$

Ficamos com as restrições de equilíbrio e compatibilidade na forma:

$$\begin{aligned} K_1 \cdot x_1 + f_{yd} \cdot x_3 - f_{yd} \cdot x_2 &= 0 \\ f_{yd} \cdot x_3 \cdot (x_1 - d') + K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2 - M_d &= 0 \end{aligned} \quad (06)$$

3.6 Restrições laterais

As restrições laterais são as que definem limites mínimos e máximos para as variáveis de projeto, em função da arquitetura da edificação, de procedimentos construtivos ou ainda para atender às especificações de normas técnicas. No problema de minimização da seção transversal de uma viga trabalharemos com as seguintes restrições:

Restrição que limita o excesso de armadura, para evitar uma fissuração inaceitável no concreto:

$$x_3 + x_2 - P_{AC} \cdot b_w \cdot (x_1 + d') \leq 0, \quad (07)$$

Sendo:

$P_{AC} \Rightarrow$ Relação entre área de armadura e área de concreto na seção. Esta relação será um dado de entrada do programa.

Restrição que limita a percentagem de armadura trabalhando à compressão em 50% da armadura de tração:

$$x_3 - 0,5 \cdot x_2 \leq 0 \quad (08)$$

Restrição que limita o deslocamento máximo da viga

$$\delta \leq \delta_{lim} \quad (09)$$

Para facilitar a solução analítica da formulação matemática da otimização da seção transversal da viga e como esse procedimento não implica em mudança nos resultados, a restrição que limita o deslocamento máximo foi imposta após ter sido encontrada a solução ótima. Dessa forma, uma vez determinada a altura ótima para cada viga, de modo a atender as restrições de equilíbrio, de compatibilidade e as demais restrições laterais, são verificadas as respectivas flechas. Caso as flechas encontradas ultrapassem os valores limites determinados, as alturas são corrigidas utilizando o método dos intervalos encaixantes, seguido do método da bisseção, de forma que a flecha limite seja respeitada, satisfazendo um erro absoluto de 0,5% pré-determinado pelo programa.

3.7 Resolução do problema

Aplicando a função objetivo e as restrições de equilíbrio, de compatibilidade e laterais, temos o problema de otimização na forma que segue:

Minimizar: $F(x) = b_w \cdot (x_1 + d') \cdot C_C + (x_2 + x_3) \cdot \rho_S \cdot C_S + (b_w + 2(x_1 + d')) \cdot C_F$

$$K_1 \cdot x_1 + f_{yd} \cdot x_3 - f_{yd} \cdot x_2 = 0$$

Sujeito a: $f_{yd} \cdot x_3 \cdot (x_1 - d') + K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2 - M_d = 0$

$$x_3 + x_2 - P_{AC} \cdot b_w \cdot (x_1 + d') \leq 0$$

$$x_3 - 0,5 \cdot x_2 \leq 0$$

Para diminuir o número de restrições de igualdade, a variável x_3 será explicitada em função das demais.

$$x_3 = \frac{M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} \quad (10)$$

Aplicando-se o Lagrangeano e substituindo x_3 , fica-se com:

$$\begin{aligned} F_{(x,\lambda,\mu)} = & b_w \cdot (x_1 + d') \cdot C_C + \left(x_2 + \frac{M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} \right) \cdot \rho_s \cdot C_S + \\ & + (b_w + 2 \cdot (x_1 + d')) \cdot C_F + \\ & + \lambda_1 \cdot \left[K_1 \cdot x_1 + f_{yd} \cdot \frac{M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} - f_{yd} \cdot x_2 \right] + \\ & + \mu_1 \cdot \left[\frac{M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} + x_2 - P_{AC} \cdot b_w \cdot (x_1 + d') \right] + \\ & + \mu_2 \cdot \left[\frac{M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} - 0,5 \cdot x_2 \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Igualando-se o gradiente do lagrangeano a zero e aplicando as condições de complementaridade, encontramos o sistemas de equações que, uma vez resolvido e verificado se as soluções satisfazem as restrições inativas e laterais, tem-se os pontos de mínimo local do problema de otimização.

Substituindo algumas expressões constantes por K_i , e as expressões que dependem exclusivamente da altura da seção transversal por F_i , temos:

$$\begin{aligned} K_3 &= -K_1 \cdot K_2 - K_1 \\ K_4 &= K_1 \cdot d' \\ K_5 &= b_w \cdot C_C + 2 \cdot C_F \\ K_6 &= K_1 - P_{AC} \cdot b_w \cdot f_{yd} \\ K_7 &= K_6 - 2 \cdot K_1 \cdot K_2 \\ K_8 &= -K_4 \\ K_9 &= 2 \cdot M_d + P_{AC} \cdot b_w \cdot f_{yd} \cdot d'^2 \\ K_{10} &= -K_5 \cdot f_{yd} \cdot d' - \rho_s \cdot C_S \cdot K_1 \cdot d' \\ K_{11} &= K_5 \cdot f_{yd} - 4 \cdot \rho_s \cdot C_S \cdot K_1 \cdot K_2 + \rho_s \cdot C_S \cdot K_1 \\ K_{12} &= -K_{10} \cdot d' - 2 \cdot \rho_s \cdot C_S \cdot M_d \\ K_{13} &= K_{10} - K_{11} \cdot d' \\ K_{14} &= K_{11} + 2 \cdot \rho_s \cdot C_S \cdot K_1 \cdot K_2 \\ F_1 &= \frac{1}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')} \\ F_2 &= \frac{1}{f_{yd} \cdot (x_1 - d')^2} \\ F_3 &= M_d - K_1 \cdot K_2 \cdot x_1^2 \\ F_4 &= -2 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot x_1 \cdot F_1 - F_3 \cdot F_2 \\ F_5 &= K_1 + f_{yd} \cdot F_4 \\ F_6 &= F_4 - P_{AC} \cdot b_w \end{aligned} \quad (12)$$

Resolvendo analiticamente o sistema de equações encontrado e substituindo as constantes e variáveis descritas anteriormente nos resultados, encontramos as soluções para cada hipótese considerada. Depois de determinados os valores numéricos para as variáveis, torna-se necessária a verificação da consistência dos resultados, verificando se os mesmos satisfazem às restrições inativas.

Solução para a hipótese 01:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-K_4 \pm \sqrt{K_4^2 - 4 \cdot K_3 \cdot M_d}}{2 \cdot K_3} \\
 x_2 &= \frac{K_1 \cdot x_1}{f_{yd}} + F_3 \cdot F_1 \\
 x_3 &= F_3 \cdot F_1 \\
 \lambda_1 &= \frac{-K_5 - 3 \cdot \rho_s \cdot C_s \cdot F_4}{F_5 - 2 \cdot f_{yd} \cdot F_4} \\
 \mu_1 &= 0 \\
 \mu_2 &= 2 \cdot (\rho_s \cdot C_s - \lambda_1 \cdot f_{yd}) > 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Solução para a hipótese 02:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-K_8 \pm \sqrt{K_8^2 - 4 \cdot K_7 \cdot K_9}}{2 \cdot K_7} \\
 x_2 &= \frac{K_1 \cdot x_1}{f_{yd}} + F_3 \cdot F_1 \\
 x_3 &= F_3 \cdot F_1 \\
 \lambda_1 &= \frac{-K_5 - \rho_s \cdot C_s \cdot F_4 + \rho_s \cdot C_s \cdot F_6}{F_5 + f_{yd} \cdot F_6} \\
 \mu_1 &= \lambda_1 \cdot f_{yd} - \rho_s \cdot C_s > 0 \\
 \mu_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

Solução para a hipótese 03:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-K_{13} \pm \sqrt{K_{13}^2 - 4 \cdot K_{14} \cdot K_{12}}}{2 \cdot K_{14}} \\
 x_2 &= \frac{K_1 \cdot x_1}{f_{yd}} + F_3 \cdot F_1 \\
 x_3 &= F_3 \cdot F_1 \\
 \lambda_1 &= \frac{\rho_s \cdot C_s}{f_{yd}} \\
 \mu_1 &= 0 \\
 \mu_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA MINIMIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DE UM PILAR

4.1 Variáveis a serem otimizadas

As variáveis a serem otimizadas são as dimensões da seção transversal do pilar e a área de armadura longitudinal da seção. Denominando as variáveis de x_i , para facilitar o procedimento matemático, têm-se as seguintes variáveis no problema:

x_1 = Largura da seção transversal do pilar

x_2 = Altura da seção transversal do pilar

x_3 = Área de aço da seção transversal do pilar

x_4 = Profundidade da linha neutra na seção transversal do pilar

Para facilitar a visualização, considerar-se-á, independentemente das dimensões, como sendo a largura da seção a dimensão perpendicular ao eixo do pórtico, e a altura da seção como a dimensão paralela ao mesmo.

Apesar da variável a ser otimizada ser apenas a área de aço longitudinal total da seção, serão consideradas quatro situações diferentes para a disposição das armaduras na seção transversal, conforme ilustrado na figura 4.1. Estas disposições serão usadas para garantir o atendimento à NBR 6118, que exige um espaçamento máximo entre as barras de armadura de 40 cm. Assim, as situações indicadas serão utilizadas em função da altura do pilar, como indicado na figura 4.1.

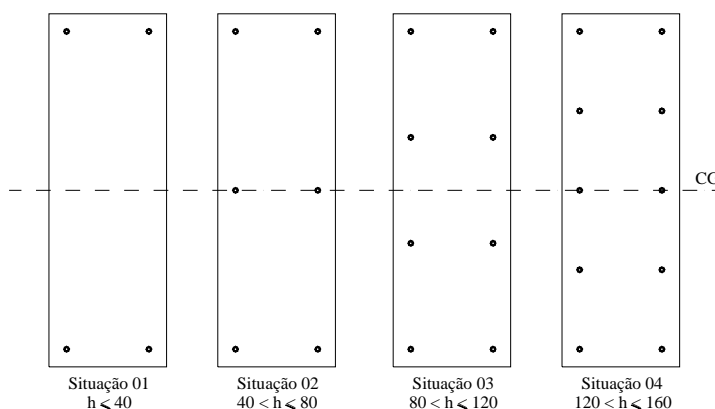


Figura 4.1 - Arranjos de armadura utilizados

Para facilitar os cálculos e por ser um recurso comumente utilizado na prática, todas as barras de armadura serão consideradas com mesmo diâmetro.

Apesar da profundidade da linha neutra não estar relacionada diretamente na função objetivo como variável a ser otimizada, ela será necessária para o equilíbrio da

seção, sendo por isso incluída como variável de projeto. O valor de x_4 será definido como a distância entre a fibra mais comprimida da seção e a linha neutra da mesma.

4.2 Função objetivo

A função objetivo a ser implementada será a de menor custo por unidade de comprimento de pilar, levando em conta os custos com material e mão de obra para a fabricação do mesmo, incluindo nestes custos o concreto, a armadura longitudinal e a fôrma utilizada, ficando com a forma:

$$F(x) = (x_1 \cdot x_2) \cdot C_C + x_3 \cdot \rho_S \cdot C_S + (2x_1 + 2x_2) \cdot C_F \quad (16)$$

onde:

F \Rightarrow Função de custo para o pilar, por unidade de comprimento;

C_C \Rightarrow Custo do concreto, por unidade de volume;

C_S \Rightarrow Custo da armadura, por unidade de massa;

C_F \Rightarrow Custo da fôrma, por unidade de área;

ρ_S \Rightarrow Massa específica do aço;

Adotando, para simplificar os cálculos, as constantes:

$$c_1 = C_C \quad \therefore \quad c_2 = \rho_S \cdot C_S \quad \therefore \quad c_3 = 2 \cdot C_F \quad (17)$$

Fica-se com a função objetivo na forma:

$$F(x) = c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2) \quad (18)$$

4.3 Restrições de equilíbrio

Por se tratarem de pórticos planos, considerou-se simplificada que os pilares estarão trabalhando à flexão normal composta, utilizando as condições de equilíbrio em força e momento para esta situação. Por ser comum na prática o uso de pilares com seção constante ao longo do edifício, seção esta dimensionada para resistir aos esforços na base, optou-se por considerar inicialmente esta situação e, como nesta situação o esforço normal é preponderante sobre o momento fletor, considerou-se a seção do pilar trabalhando no domínio 5, com toda a seção trabalhando sob compressão. Assim, as restrições de equilíbrio ficam definidas, para as quatro configurações da seção, e trabalhando em função de x , como segue:

$$0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_{si} - N_d = 0 \quad (19)$$

$$\frac{x_3}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\sigma_{si} \cdot y_i) - M_d = 0$$

onde:

σ_{si} \Rightarrow Tensão atuante na armadura da camada i ;

n \Rightarrow número de camadas de aço na seção.

4.4 Restrição de compatibilidade

De forma a reduzir o número de restrições de igualdade na otimização, a restrição de compatibilidade será utilizada para definir a tensão atuante nas barras de armadura, sendo este valor substituído nas restrições de equilíbrio.

Para o domínio 5, a equação de compatibilidade pode ser deduzida a partir da figura 4.2, considerando o ponto de deformação fixa igual a 2 ‰, na faixa que dista $3x_2/7$ da face mais comprimida da seção transversal, ficando então:

$$\frac{2‰}{x_4 - \frac{3}{7}x_2} = \frac{\varepsilon_{si}}{h_{si}} \Rightarrow \varepsilon_{si} (‰) = \frac{14 \cdot h_{si}}{7x_4 - 3x_2} \quad (20)$$

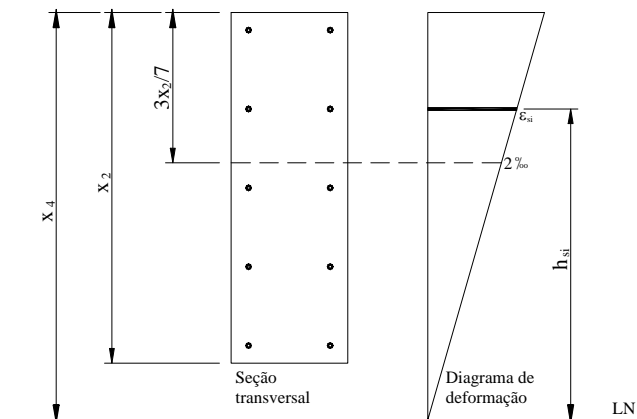


Figura 4.2 - Diagrama de deformação para o domínio 5

4.5 Restrição para garantir o domínio 5

Para garantir que a seção estudada esteja no domínio 5 e com toda a seção de concreto comprimida, devemos garantir que, utilizando o diagrama de deformações simplificado retangular, a altura da seção seja menor que oitenta por cento da profundidade da linha neutra, ou seja:

$$1.25x_2 - x_4 \leq 0 \quad (21)$$

4.6 Restrições laterais

No problema de minimização da seção transversal de um pilar serão utilizados limites mínimos e máximos para as dimensões da seção transversal e para a taxa de armadura do pilar, resultando nas seguintes desigualdades:

$$\begin{aligned} b_{\min} &\leq b \leq b_{\max} \\ h_{\min} &\leq h \leq h_{\max} \\ \rho_{\min} &\leq \rho \leq \rho_{\max} \end{aligned} \quad (22)$$

onde:

ρ \Rightarrow Taxa geométrica de armadura no concreto. Razão entre a área da armadura longitudinal e a área da seção transversal do pilar.

Por serem apenas limitantes de variáveis específicas, não interferindo na relação entre as variáveis, as restrições laterais não serão consideradas explicitamente no processo de otimização. Elas serão verificadas após cada cálculo efetuado e, no momento em que for atingido algum valor limite, a variável que atingiu este valor é retirada do processo de otimização, utilizando para a mesma o valor fixo correspondente ao limite atingido, reiniciando-se o processo de otimização.

4.7 Resolução do problema

Aplicando então a função objetivo e as restrições de equilíbrio e para garantia do domínio de deformação 5, ficamos com o problema na forma:

$$\text{Minimizar: } F(x) = c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2)$$

$$0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_{si} - N_d = 0$$

$$\text{Sujeito a: } \frac{x_3}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\sigma_{si} \cdot y_i) - M_d = 0$$

$$1.25x_2 - x_4 \leq 0$$

Aplicando-se o Lagrangeano, e fazendo as adequações para cada situação em estudo, fica-se com:

Situação 01:

$$F(x, \lambda, \mu) = c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2)$$

$$+ \lambda_1 \cdot \left[0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{2} \left(294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} + f_{yd} \right) - N_d \right]$$

$$+ \lambda_2 \cdot \left[\frac{x_3}{4} (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right) - M_d \right] + \mu_1 \cdot (1.25x_2 - x_4) \quad (23)$$

Situação 02:

$$F(x, \lambda, \mu) = c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2)$$

$$+ \lambda_1 \cdot \left[0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{3} \left(147 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{7x_4 - 3x_2} + f_{yd} \right) - N_d \right]$$

$$+ \lambda_2 \cdot \left[\frac{x_3}{6} (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right) - M_d \right] + \mu_1 \cdot (1.25x_2 - x_4) \quad (24)$$

Situação 03:

$$\begin{aligned}
 F(x, \lambda, \mu) &= c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2) \\
 &+ \lambda_1 \cdot \left[0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{4} \left(98 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{7x_4 - 3x_2} + 2f_{yd} \right) - N_d \right] \\
 &+ \lambda_2 \cdot \left[\frac{x_3}{24} (x_2 - 2d') \cdot \left(4f_{yd} - 98 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right) - M_d \right] + \mu_1 \cdot (1.25x_2 - x_4)
 \end{aligned} \tag{25}$$

Situação 04:

$$\begin{aligned}
 F(x, \lambda, \mu) &= c_1 \cdot (x_1 \cdot x_2) + c_2 \cdot x_3 + c_3 \cdot (x_1 + x_2) \\
 &+ \lambda_1 \cdot \left[0.85 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + \frac{x_3}{5} \left(73.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{7x_4 - 3x_2} + 2f_{yd} \right) - N_d \right] \\
 &+ \lambda_2 \cdot \left[\frac{x_3}{20} (x_2 - 2d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right) - M_d \right] + \mu_1 \cdot (1.25x_2 - x_4)
 \end{aligned} \tag{26}$$

Igualando-se o gradiente do Lagrangeano a zero e aplicando a condição de complementaridade encontramos os sistemas de equações que, após serem resolvidos e então verificado se as soluções satisfazem a restrição inativa e as restrições laterais, fornecem os pontos de mínimo local do problema de otimização.

A resolução analítica dos sistemas de equações da forma como ele esta apresentada se torna inexequível, uma vez que existem vários valores de x_2 que servem como solução do sistema. Pelo fato de uma solução iterativa gerar um esforço computacional muito grande e também pelo fato da variável x_2 variar, na prática, em um número reduzido de valores discretos, optou-se por trabalhar com valores fixos de x_2 e encontrar a solução analítica do sistema de equações encontrado após a retirada do termo derivado em função de x_2 . O processo para resolução ficou então, já incluindo a verificação das restrições laterais, da seguinte forma:

- Faz-se x_2 variar entre os valores limites, com intervalo de variação definido pelo usuário;
- Com x_2 fixo, encontram-se as demais variáveis de projeto;
- Verificam-se se as variáveis estão dentro dos limites estabelecidos e, caso os mesmos sejam ultrapassados, fixa-se o valor limite retirando a variável da otimização e retornando ao passo 2;
- Caso todas as variáveis estejam minimizadas e dentro dos limites, calcula-se o custo da seção minimizada e compara-se com o custo encontrado para a seção com o valor mínimo encontrado até o momento.
- Se o custo da seção for menor, esta passa a ser a seção ótima;
- Dá-se um novo incremento em x_2 e reinicia o processo.

Para a resolução do problema, conforme mencionado acima, são utilizadas quatro hipóteses, cujas soluções estão apresentadas a seguir

Hipótese A: x_2 fixo, x_1 e x_3 livres

Para esta hipótese, é utilizado o sistema formado pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial x_3} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial x_4} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_1} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_2} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \mu_1} = 0 \therefore \mu_1(1.25x_2 - x_4) = 0 \quad (27)$$

A solução para esta hipótese fica, então

Situação 01:

$$x_4 = 1.25x_2$$

$$x_3 = \frac{4 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_1 = \frac{N_d - \frac{x_3}{2} \left(294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} + f_{yd} \right)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2} \quad (28)$$

$$\lambda_2 = -4 \cdot \frac{\left[c_2 + 0.5\lambda_1 \cdot \left(f_{yd} + 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0.25 \cdot x_3 \cdot \left(\frac{294}{7x_4 - 3x_2} - 2058 \frac{x_4 - x_2 + d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \cdot [\lambda_2 \cdot (x_2 - 2d') - 2\lambda_1]$$

Situação 02:

$$x_4 = 1.25x_2$$

$$x_3 = \frac{6 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_1 = \frac{N_d - \frac{x_3}{3} \left(147 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{7x_4 - 3x_2} + f_{yd} \right)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -6 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{3} \cdot \left(f_{yd} + 147 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \quad (29)$$

$$\mu_1 = \frac{x_3}{6} \cdot \left[2 \cdot \lambda_1 \cdot \left(\frac{588}{7x_4 - 3x_2} - 1029 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \right]$$

$$+ \lambda_2 \cdot (x_2 - 2d') \cdot \left(\frac{-294}{7x_4 - 3x_2} + 2058 \frac{x_4 - x_2 + d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right)$$

Situação 03:

$$x_4 = 1.25x_2$$

$$x_3 = \frac{12 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_1 = \frac{N_d - \frac{x_3}{2} \left(49 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{7x_4 - 3x_2} + f_{yd} \right)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -12 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \left(f_{yd} + 49 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = \frac{x_3}{12} \cdot \left[6 \cdot \lambda_1 \cdot \left(\frac{294}{7x_4 - 3x_2} - 343 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \right. \\ \left. + \lambda_2 \cdot (x_2 - 2d') \cdot \left(\frac{-588}{7x_4 - 3x_2} + 343 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \right]$$
(30)

Situação 04:

$$x_4 = 1.25x_2$$

$$x_3 = \frac{20 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_1 = \frac{N_d - \frac{x_3}{5} \left(73.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{7x_4 - 3x_2} + 2f_{yd} \right)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -20 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{5} \cdot \left(2f_{yd} + 73.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = \frac{x_3}{20} \cdot \left[4 \cdot \lambda_1 \cdot \left(\frac{882}{7x_4 - 3x_2} - 514.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \right. \\ \left. + \lambda_2 \cdot (x_2 - 2d') \cdot \left(\frac{-882}{7x_4 - 3x_2} + 514.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{(7x_4 - 3x_2)^2} \right) \right]$$
(31)

Hipótese B: x_1 e x_2 fixos, x_3 livre

Para esta hipótese, é utilizado o sistema formado pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial x_3} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial x_4} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_1} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_2} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \mu_1} = 0 \therefore \mu_1(1.25x_2 - x_4) = 0 \quad (32)$$

A solução para esta hipótese fica, então

Situação 01:

$$x_4 = \frac{F_{b1} + F_{b2} + F_{b3}}{F_{b4} + F_{b5} + F_{b6}},$$

onde:

$$\begin{aligned} F_{b1} &= c_4 \cdot x_1 \cdot (3 \cdot f_{yd} \cdot x_2^3 - 6 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2^2 - 294 \cdot x_2^3 + 882 \cdot x_2^2 \cdot d' - 588 \cdot x_2 \cdot d'^2) \\ F_{b2} &= N_d \cdot (294 \cdot x_2^2 - 882 \cdot x_2 \cdot d' + 588 \cdot d'^2 - 3 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 + 6 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2) \\ F_{b3} &= M_d \cdot (588 \cdot x_2 - 588 \cdot d' + 6 \cdot f_{yd} \cdot x_2) \\ F_{b4} &= c_4 \cdot x_1 \cdot (7 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 - 14 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2 - 294 \cdot x_2^2 + 588 \cdot x_2 \cdot d') \\ F_{b5} &= N_d \cdot (294 \cdot x_2 - 588 \cdot d' - 7 \cdot f_{yd} \cdot x_2 + 14 \cdot f_{yd} \cdot d') \\ F_{b6} &= M_d \cdot (588 + 14 \cdot f_{yd}) \\ x_3 &= \frac{4 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{c_2}{f_{yd}} \\ \lambda_2 &= -4 \cdot \frac{\left[c_2 + 0.5\lambda_1 \cdot \left(f_{yd} + 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \end{aligned}$$

$$\mu_1 = 0$$

Situação 02:

$$x_4 = \frac{3}{7} \cdot \frac{F_{b1} + F_{b2} + F_{b3}}{F_{b4} + F_{b5} + F_{b6}},$$

onde:

$$\begin{aligned} F_{b1} &= c_4 \cdot x_1 \cdot (f_{yd} \cdot x_2^3 - 2 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2^2 - 98 \cdot x_2^3 + 294 \cdot x_2^2 \cdot d' - 196 \cdot x_2 \cdot d'^2) \\ F_{b2} &= N_d \cdot (98 \cdot x_2^2 - 294 \cdot x_2 \cdot d' + 196 \cdot d'^2 - f_{yd} \cdot x_2^2 + 2 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2) \\ F_{b3} &= M_d \cdot (294 \cdot x_2 - 196 \cdot d' + 2 \cdot f_{yd} \cdot x_2) \\ F_{b4} &= c_4 \cdot x_1 \cdot (f_{yd} \cdot x_2^2 - 2 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2 - 42 \cdot x_2^2 + 84 \cdot x_2 \cdot d') \\ F_{b5} &= N_d \cdot (42 \cdot x_2 - 84 \cdot d' - f_{yd} \cdot x_2 + 2 \cdot f_{yd} \cdot d') \\ F_{b6} &= M_d \cdot (168 + 2 \cdot f_{yd}) \\ x_3 &= \frac{6 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\lambda_1 = 6 \cdot c_2 \frac{4x_2 - 7d'}{28 \cdot f_{yd} \cdot d' + 588 \cdot d' - 294 \cdot x_2 - 17 \cdot f_{yd} \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -6 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{3} \cdot \left(f_{yd} + 147 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0$$

Situação 03:

$$x_4 = \frac{1}{14} \cdot \frac{F_{b1} + F_{b2} + F_{b3}}{F_{b4} + F_{b5} + F_{b6}},$$

onde:

$$F_{b1} = c_4 \cdot x_1 \cdot (6 \cdot f_{yd} \cdot x_2^3 - 12 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2^2 - 539 \cdot x_2^3 + 1568 \cdot x_2^2 \cdot d' - 980 \cdot x_2 \cdot d'^2)$$

$$F_{b2} = N_d \cdot (539 \cdot x_2^2 - 1568 \cdot x_2 \cdot d' + 980 \cdot d'^2 - 6 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 + 12 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2)$$

$$F_{b3} = M_d \cdot (1470 \cdot x_2 - 1176 \cdot d' + 18 \cdot f_{yd} \cdot x_2)$$

$$F_{b4} = c_4 \cdot x_1 \cdot (f_{yd} \cdot x_2^2 - 2 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2 - 42 \cdot x_2^2 + 84 \cdot x_2 \cdot d')$$

$$F_{b5} = N_d \cdot (42 \cdot x_2 - 84 \cdot d' - f_{yd} \cdot x_2 + 2 \cdot f_{yd} \cdot d')$$

$$F_{b6} = M_d \cdot (126 + 3 \cdot f_{yd})$$

$$x_3 = \frac{12 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \quad (35)$$

$$\lambda_1 = \frac{2}{3} \cdot c_2 \frac{41x_2 - 70d'}{42 \cdot f_{yd} \cdot d' + 196 \cdot d' - 98 \cdot x_2 - 25 \cdot f_{yd} \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -12 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \left(f_{yd} + 49 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0$$

Situação 04:

$$x_4 = \frac{F_{b1} + F_{b2} + F_{b3}}{F_{b4} + F_{b5} + F_{b6}},$$

onde:

$$F_{b1} = c_4 \cdot x_1 \cdot (18 \cdot f_{yd} \cdot x_2^3 - 36 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2^2 - 1617 \cdot x_2^3 + 4704 \cdot x_2^2 \cdot d' - 2940 \cdot x_2 \cdot d'^2)$$

$$F_{b2} = N_d \cdot (1617 \cdot x_2^2 - 4704 \cdot x_2 \cdot d' + 2940 \cdot d'^2 - 18 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 + 36 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2)$$

$$F_{b3} = M_d \cdot (5292 \cdot x_2 - 3528 \cdot d' + 48 \cdot f_{yd} \cdot x_2)$$

$$F_{b4} = c_4 \cdot x_1 \cdot (42 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 - 84 \cdot f_{yd} \cdot d' \cdot x_2 - 1764 \cdot x_2^2 + 3528 \cdot x_2 \cdot d')$$

$$F_{b5} = N_d \cdot (1764 \cdot x_2 - 3528 \cdot d' - 42 \cdot f_{yd} \cdot x_2 + 84 \cdot f_{yd} \cdot d')$$

$$F_{b6} = M_d \cdot (7056 + 112 \cdot f_{yd})$$

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \frac{20 \cdot M_d}{(x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \\
 \lambda_1 &= 5 \cdot c_2 \frac{41x_2 - 70d'}{266 \cdot f_{yd} \cdot d' + 3528 \cdot d' - 1764 \cdot x_2 - 163 \cdot f_{yd} \cdot x_2} \\
 \lambda_2 &= -20 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{5} \cdot \left(2f_{yd} + 73.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \\
 \mu_1 &= 0
 \end{aligned} \tag{36}$$

Hipótese C: x_2 e ρ fixos, x_1 livre

Nesta hipótese seria utilizada a fixação da área de armadura. Porém, como esta área é função das variáveis x_1 e x_2 , e como a variável x_1 está livre, não podemos fixá-la, sendo então necessária a fixação da taxa geométrica de armadura ρ , e da inclusão no sistema de equações da relação entre estes. Assim, o sistema de equações fica com a forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial x_4} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_1} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \lambda_2} = 0 \therefore \frac{\partial}{\partial \mu_1} = 0 \therefore \mu_1(1.25x_2 - x_4) = 0 \therefore x_3 - x_1 \cdot x_2 \cdot \rho = 0 \tag{37}$$

A solução para esta hipótese fica, então

Situação 01:

$$x_4 = \frac{3}{7} \cdot \frac{F_{c1} + F_{c2}}{F_{c3} + F_{c4}},$$

onde:

$$\begin{aligned}
 F_{c1} &= N_d \cdot \rho \cdot (98 \cdot x_2^2 - 294 \cdot x_2 \cdot d' + 196 \cdot d'^2 - f_{yd} \cdot x_2^2 + 2f_{yd} \cdot d' \cdot x_2) \\
 F_{c2} &= M_d \cdot (2 \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot x_2 - 196 \cdot \rho \cdot d' + 196 \cdot \rho \cdot x_2 + 4 \cdot c_4 \cdot x_2) \\
 F_{c3} &= N_d \cdot \rho \cdot (42 \cdot x_2 - 84 \cdot d' - f_{yd} \cdot x_2 + 2f_{yd} \cdot d') \\
 F_{c4} &= M_d \cdot (2 \cdot \rho \cdot f_{yd} + 84 \cdot \rho + 4 \cdot c_4) \\
 x_1 &= \frac{4 \cdot M_d}{\rho \cdot x_2 \cdot (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \\
 x_3 &= x_1 \cdot x_2 \cdot \rho \\
 \lambda_1 &= \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2} \\
 \lambda_2 &= -4 \cdot \frac{\left[c_2 + 0.5\lambda_1 \cdot \left(f_{yd} + 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \\
 \mu_1 &= 0
 \end{aligned} \tag{38}$$

Situação 02:

$$x_4 = \frac{3}{7} \cdot \frac{F_{c1} + F_{c2}}{F_{c3} + F_{c4}},$$

onde:

$$F_{c1} = N_d \cdot \rho \cdot (98 \cdot x_2^2 - 294 \cdot x_2 \cdot d' + 196 \cdot d'^2 - f_{yd} \cdot x_2^2 + 2f_{yd} \cdot d' \cdot x_2)$$

$$F_{c2} = M_d \cdot (2 \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot x_2 - 196 \cdot \rho \cdot d' + 294 \cdot \rho \cdot x_2 + 6 \cdot c_4 \cdot x_2)$$

$$F_{c3} = N_d \cdot \rho \cdot (42 \cdot x_2 - 84 \cdot d' - f_{yd} \cdot x_2 + 2f_{yd} \cdot d')$$

$$F_{c4} = M_d \cdot (2 \cdot \rho \cdot f_{yd} + 168 \cdot \rho + 6 \cdot c_4)$$

$$x_1 = \frac{6 \cdot M_d}{\rho \cdot x_2 \cdot (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)} \quad (39)$$

$$x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot \rho$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -6 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{3} \cdot \left(f_{yd} + 147 \frac{4x_4 - 3x_2 + 2d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0$$

Situação 03:

$$x_4 = \frac{1}{14} \cdot \frac{F_{c1} + F_{c2}}{F_{c3} + F_{c4}},$$

onde:

$$F_{c1} = N_d \cdot \rho \cdot (539 \cdot x_2^2 - 1568 \cdot x_2 \cdot d' + 980 \cdot d'^2 - 6 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 + 12f_{yd} \cdot d' \cdot x_2)$$

$$F_{c2} = M_d \cdot (18 \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot x_2 - 1176 \cdot \rho \cdot d' + 1470 \cdot \rho \cdot x_2 + 36 \cdot c_4 \cdot x_2)$$

$$F_{c3} = N_d \cdot \rho \cdot (42 \cdot x_2 - 84 \cdot d' - f_{yd} \cdot x_2 + 2f_{yd} \cdot d')$$

$$F_{c4} = M_d \cdot (3 \cdot \rho \cdot f_{yd} + 126 \cdot \rho + 6 \cdot c_4)$$

$$x_1 = \frac{12 \cdot M_d}{\rho \cdot x_2 \cdot (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot \rho$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2} \quad (40)$$

$$\lambda_2 = -12 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{2} \cdot \left(f_{yd} + 49 \frac{6x_4 - 5x_2 + 4d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(2f_{yd} - 49 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0$$

Situação 04:

$$x_4 = \frac{3}{14} \cdot \frac{F_{e1} + F_{e2}}{F_{e3} + F_{e4}},$$

onde:

$$F_{e1} = N_d \cdot \rho \cdot (539 \cdot x_2^2 - 1568 \cdot x_2 \cdot d' + 980 \cdot d'^2 - 6 \cdot f_{yd} \cdot x_2^2 + 12 f_{yd} \cdot d' \cdot x_2)$$

$$F_{e2} = M_d \cdot (16 \cdot \rho \cdot f_{yd} \cdot x_2 - 1176 \cdot \rho \cdot d' + 1764 \cdot \rho \cdot x_2 + 40 \cdot c_4 \cdot x_2)$$

$$F_{e3} = N_d \cdot \rho \cdot (126 \cdot x_2 - 252 \cdot d' - 3 \cdot f_{yd} \cdot x_2 + 6 f_{yd} \cdot d')$$

$$F_{e4} = M_d \cdot (8 \cdot \rho \cdot f_{yd} + 504 \cdot \rho + 20 \cdot c_4)$$

$$x_1 = \frac{20 \cdot M_d}{\rho \cdot x_2 \cdot (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(3 f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot \rho \quad (41)$$

$$\lambda_1 = \frac{-(c_1 \cdot x_2 + c_3)}{c_4 \cdot x_2}$$

$$\lambda_2 = -20 \cdot \frac{\left[c_2 + \frac{\lambda_1}{5} \cdot \left(2 f_{yd} + 73.5 \frac{12x_4 - 9x_2 + 6d'}{7x_4 - 3x_2} \right) \right]}{(x_2 - 2d') \cdot \left(3 f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)}$$

$$\mu_1 = 0$$

Hipótese D: x_1 , x_2 e x_3 fixos

Nesta hipótese, como três das quatro variáveis estão fixas, e como a variável x_4 é função dessas três, não existe otimização. Apenas a verificação se a seção e área de aço adotadas resistem aos esforços solicitantes. Desta forma, utilizando a restrição de equilíbrio em esforço normal, retira-se o valor da variável x_4 . Este valor é então utilizado para calcular o momento resistente M_R , e este é comparado com o momento solicitante M_d . Caso M_R seja maior ou igual a M_d significa que a seção encontrada é viável.

A solução para esta hipótese fica, então

Situação 01:

$$x_4 = \frac{51 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 2940 \cdot x_2 \cdot x_3 - 2940 \cdot x_3 \cdot d' + 30 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 60 \cdot N_d \cdot x_2}{119 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + 2940 \cdot x_3 + 70 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 140 \cdot N_d} \quad (42)$$

$$M_R = \frac{x_3}{4} (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)$$

Situação 02:

$$x_4 = \frac{51 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 2940 \cdot x_2 \cdot x_3 - 1960 \cdot x_3 \cdot d' + 20 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 60 \cdot N_d \cdot x_2}{119 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + 3920 \cdot x_3 + 46.6 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 140 \cdot N_d} \quad (43)$$

$$M_R = \frac{x_3}{6} (x_2 - 2 \cdot d') \cdot \left(f_{yd} - 294 \frac{x_4 - x_2 + d'}{7x_4 - 3x_2} \right)$$

Situação 03:

$$x_4 = \frac{51 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 2450 \cdot x_2 \cdot x_3 - 1960 \cdot x_3 \cdot d' + 30 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 60 \cdot N_d \cdot x_2}{119 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + 2940 \cdot x_3 + 70 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 140 \cdot N_d} \quad (44)$$

$$M_R = \frac{x_3}{24} (x_2 - 2d') \cdot \left(4f_{yd} - 98 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)$$

Situação 04:

$$x_4 = \frac{51 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 2646 \cdot x_2 \cdot x_3 - 1764 \cdot x_3 \cdot d' + 24 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 60 \cdot N_d \cdot x_2}{119 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \cdot x_2 + 3528 \cdot x_3 + 56 \cdot x_3 \cdot f_{yd} - 140 \cdot N_d} \quad (45)$$

$$M_R = \frac{x_3}{20} (x_2 - 2d') \cdot \left(3f_{yd} - 73.5 \frac{12x_4 - 11x_2 + 10d'}{7x_4 - 3x_2} \right)$$

5 SOLUÇÃO APLICADA ÀS SEÇÕES TRANSVERSAIS DE PÓRTICOS PLANOS

A otimização de uma estrutura pode ser dividida, segundo KIRSCH (1993), em três classes de aproximação: a aproximação global, onde a estrutura é analisada como um todo, sendo a função objetivo formulada para todos os pontos da estrutura e, dessa forma, seus resultados são válidos em todos os pontos espaciais; a aproximação local, onde as funções objetivo e as restrições são definidas para trechos isolados da estrutura, garantindo um resultado bastante eficiente para os trechos estudados podendo, porém, não gerar resultados satisfatórios para a estrutura global; e a aproximação combinada, que vem para preencher essa dificuldade da aproximação local, transpondo os resultados encontrados com as aproximações locais para toda a estrutura de forma a garantir um resultado com qualidades globais, utilizando aproximações locais.

A utilização de combinações globais tende a gerar um esforço computacional muito maior, especialmente em casos como o do presente trabalho onde, pelo material heterogêneo utilizado, e pela utilização de dois elementos com comportamentos estruturais diferentes, o número de variáveis envolvidas no processo se torna muito elevado. Dessa forma, optou-se em utilizar, neste trabalho, uma aproximação combinada, onde a otimização da estrutura se processa localmente através da otimização de seções transversais de cada elemento estrutural. A qualidade global dos resultados será buscada através de um processo iterativo onde, após a definição das dimensões ótimas para os pilares e as vigas, a estrutura é reprocessada, e novamente otimizada. Esse processo é repetido até que não haja mais uma redistribuição significativa dos esforços na estrutura. Com este procedimento aproximado, espera-se que seja atingida uma qualidade de otimização próxima a que seria atingida caso fosse utilizado um procedimento de otimização global.

5.1 Procedimentos para a solução do problema

Neste subitem será descrito o procedimento geral utilizado pelo programa para se atingir a otimização do pórtico plano.

Determinação dos dados de entrada e demais dados necessários aos procedimentos a serem executados:

Nessa etapa serão informados ao programa todos os dados necessários ao seu processamento, como: forma da estrutura, carregamentos atuantes, valores limites para dimensões dos elementos, deformações, erros, número de iterações, etc. Deverão ser indicados também nesta etapa, os elementos que ficarão de fora do processo de otimização, com suas dimensões já definidas e um valor inicial para os elementos a serem otimizados. Este valor inicial será utilizado para a determinação das características dos elementos e do peso próprio da estrutura no primeiro passo de determinação da dimensão ótima. Essas características serão atualizadas após cada iteração, realimentando o processo com as novas características geométricas e com o novo carregamento da estrutura para a determinação do passo seguinte.

Determinação dos esforços atuantes na estrutura:

Nesta etapa serão definidos os deslocamentos na estrutura através da solução do sistema de equações linear $\{F\} = [K] \{u\}$.

A matriz de rigidez da estrutura $[K]$ é obtida através da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos de barra. Cada valor da matriz de rigidez de cada elemento, correspondente a uma coordenada deste elemento, é alocado na posição relativa àquela coordenada na matriz de rigidez da estrutura.

O vetor de cargas nodais $\{F\}$ é obtido de maneira semelhante à matriz de rigidez global, alocando-se os valores obtidos nos nós dos elemento de barra na posição global correspondente. Além disso são somadas às forças vindas dos elementos, as forças aplicadas aos nós da estrutura.

Obtida a matriz de rigidez do sistema $[K]$ e o vetor de forças $\{F\}$, aplicam-se as condições de contorno correspondentes ao grau de liberdade restrito.

Resolvendo o sistema descrito obtêm-se os deslocamentos dos nós da estrutura $\{u\}$ e, a partir destes, são determinados os deslocamentos nos nós dos elementos em coordenadas locais e os esforços correspondentes.

Determinação das seções ótimas das vigas:

Será aplicada a rotina de otimização das seções transversais das vigas. Esta rotina será aplicada em três seções da viga: na seção de máximo momento positivo, na seção de máximo momento negativo e na seção de máximo deslocamento. Dos resultados obtidos para estas seções, será assumida como altura ótima para toda a viga a maior entre as alturas obtidas, uma vez que a mesma, obrigatoriamente, satisfará as demais situações.

Determinação das seções ótimas dos pilares:

Nesta fase será aplicada a rotina de otimização dos pilares. Por se tratar de um procedimento comum na prática do dimensionamento das estruturas, essa otimização será aplicada na seção mais carregada da estrutura, situada na base da mesma e será considerado que as dimensões da seção transversal se manterão constantes ao longo da altura da estrutura, podendo ocorrer uma redução na armadura em andares superiores.

Realimentação dos dados e retorno do processo:

Uma vez definidas as seções ótimas para vigas e pilares, a estrutura será novamente analisada, alterando os dados relativos à geometria e ao peso próprio com os novos dados das seções otimizadas, retornando então ao item 9.1.2. Este processo será executado quantas vezes forem necessárias, até que seja satisfeito um erro definido ou até que se atinja um número de iterações pré-estabelecido pelo usuário.

Cálculo final da estrutura

Uma vez definidas as seções transversais de todos os elementos previstos para serem otimizados, o programa será realimentado com as características geométricas e os carregamentos finais da estrutura e será então feito o cálculo dos deslocamentos em todos os nós da estrutura, assim como os esforços finais existentes em todos os elementos e as reações nos apoios. Todos estes dados serão apresentados no arquivo de saída de resultados, para a análise do engenheiro projetista.

Uma vez determinado o resultado da estrutura, o engenheiro pode fazer as padronizações que julgar necessárias, realimentando o arquivo de entrada de dados com as seções padronizadas e retirando estes elementos do processo de otimização. Desta forma ele pode recomeçar o processo fazendo a otimização dos demais elementos para a nova configuração da estrutura. Esse procedimento pode ser repetido quantas vezes se julgar necessário, até que se obtenha a estrutura que melhor se adapte às concepções do projetista.

6 EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo será mostrada a utilização do programa desenvolvido através de um exemplo numérico. Este exemplo consiste de um pórtico de 12 pavimentos, assimétrico, formado por vigas de 2 vãos, de 7,0 m e 4,0 m, apoiados sobre três pilares, e um balanço extremo de 2,0m. Cada pavimento tem a altura de 3,0 m. O pórtico encontra-se esquematizado pela figura 10.3.

Os materiais adotados para o exemplo foram o concreto C20 e o aço CA-50. Os custos adotados foram de R\$228,39/m³ para o concreto, R\$2,73/kg para o aço e R\$31,58/m² para a forma. Para limites das variáveis dos pilares foram tomados os seguintes valores: base entre 20 cm e 40 cm; altura entre 20 cm e 160 cm; taxa de armadura entre 0,4% e 4,0%. A base da viga foi considerada igual a 15 cm. A distância entre o centro das barras e a face do pilar ou da viga foi tomada igual a 3 cm. O peso específico do aço é de 7.850 kg/m³. A deformação limite do concreto é de 3,5‰ e a taxa máxima de armadura é de 4%. Para os coeficientes de dimensionamento foram tomados os seguintes valores: $\gamma_f = 1,4$, $\gamma_c = 1,4$, $\gamma_s = 1,15$. O limite de flecha para vãos apoiados nos extremos foi de L/300 e para os vãos em balanço de L/150.

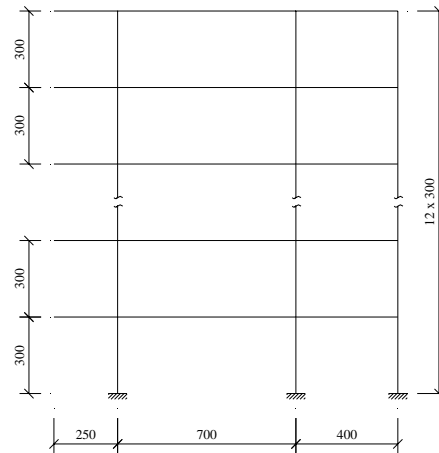


Figura 6.1 – Pórtico composto de doze pavimentos e três pilares

Para este pórtico foram aplicados dois carregamentos: no primeiro, ele foi carregado verticalmente, além do peso próprio, com uma força de 40 kN/m, distribuída em toda a viga, em todos os pavimentos. Os resultados finais para as vigas e os pilares encontram-se apresentados respectivamente nas tabelas 6.1 e 6.2. O gráfico 6.1 apresenta, para cada passo de iteração, o custo total das vigas e dos pilares, e o custo total da estrutura.

Encontrou-se neste exemplo todas as vigas com seção próxima à seção normalmente armada. As alturas das vigas otimizadas ficaram da ordem de 9% do comprimento do maior vão, situadas dentro dos valores comumente utilizados.

Tabela 6.1 – Resultados finais encontrados para a otimização da seção transversal das vigas

Iteração	Altura (cm)	As tração (cm ²)	As comp. (cm ²)	Custo (R\$/m)
1	62.622	12.587	0.032	92.785
2	63.103	12.697	0.040	93.508
3	62.855	12.640	0.036	93.134
4	62.541	12.569	0.031	92.665
5	62.227	12.497	0.025	92.193
6	62.086	12.465	0.023	91.983
7	62.384	12.533	0.028	92.429
8	62.645	12.592	0.032	92.820
9	62.848	12.639	0.036	93.125
10	62.987	12.670	0.038	93.334
11	62.928	12.657	0.037	93.244
12	63.132	12.703	0.041	93.550

Pela tabela 6.2, com os resultados finais dos pilares pode-se perceber a tendência à seção quadrada quando os esforços de momento não são significativos, como no pilar 1, que tem os momentos do vão equilibrados pelos momentos provocados pelo balanço, e a tendência ao alongamento, vista principalmente no pilar dois que se encontra entre dois vãos notadamente desequilibrados. Esta situação

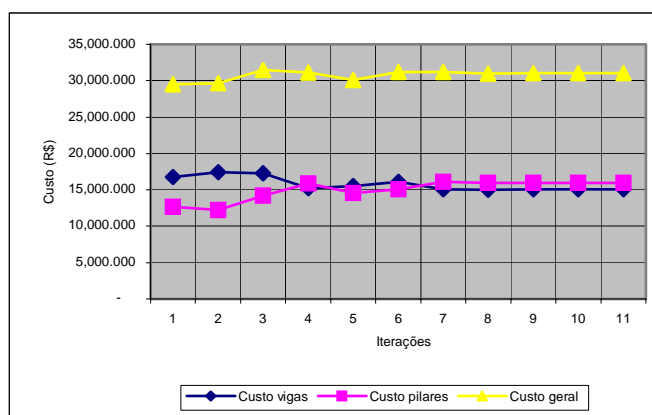
serve para mostrar a necessidade de se trabalhar com vãos equilibrados na busca da estrutura mais econômica.

Fazendo uma analogia com os valores de área de seção transversal utilizada na prática, verificamos que a soma das áreas dos três pilares deste exemplo possuem um valor aproximado de 5320 cm^2 , praticamente equivalente à área que seria adotada utilizando processos práticos de pré-dimensionamento, com a vantagem de já ser indicada ao projetista, além da área, a melhor geometria para cada um dos pilares do pórtico.

Tabela 6.2 – Resultados finais encontrados para a otimização da seção transversal dos pilares

Iteração	Base (cm)	Altura (cm)	As (cm ²)	Custo (R\$/m)
1	40.000	41.000	35.409	164.499
2	39.024	80.000	33.023	217.246
3	20.000	28.000	8.700	61.751

Gráfico 6.1 – Custo total das vigas e dos pilares e custo geral da estrutura em cada passo de iteração



Verifica-se pelo gráfico 6.1 que os custos por metro das vigas dos pilares convergiram para valores de ordem prática no oitavo passo de iteração. A convergência final da estrutura se deu na décima primeira iteração, com custo global para a mesma de R\$ 31.015,00.

No segundo carregamento aplicado, além das forças do primeiro carregamento, foi adicionada uma força horizontal, de 5kN/m, ao longo do pilar da esquerda, simulando a ação do vento. Os resultados finais para as vigas e os pilares encontram-se apresentados respectivamente nas tabelas 6.3 e 6.4. O gráfico 6.2 apresenta, para cada passo de iteração, o custo total das vigas e dos pilares, e o custo total da estrutura.

Verifica-se para este exemplo, através da tabela 6.3, que a seção ótima para as vigas continua sendo muito próxima da seção normalmente armada. O aumento dos esforços provocado pela atuação das ações horizontais foi absorvido pela

estrutura com um aumento na altura das mesmas. Essa situação fez com que as vigas ficassem com valores diferentes em cada pavimento, em função dos esforços existentes nos mesmos. Embora os resultados do programa tenham variado, levando a valores de relação entre vãos da ordem de 9% a 10,5%, verificamos que estes valores continuam se encaixando dentro daqueles valores usualmente utilizados no pré-dimensionamento da estrutura.

Tabela 6.3 – Resultados finais encontrados para a otimização da seção transversal das vigas

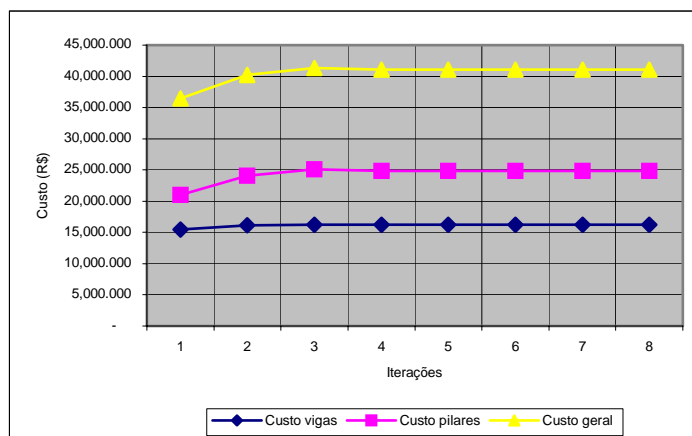
Iteração	Altura (cm)	As tração (cm ²)	As comp. (cm ²)	Custo (R\$/m)
1	66.192	13.400	0.094	98.139
2	67.098	13.607	0.109	99.497
3	66.096	13.379	0.092	97.994
4	64.552	13.027	0.065	95.680
5	62.894	12.649	0.037	93.194
6	62.790	12.625	0.035	93.037
7	64.864	13.098	0.071	96.147
8	67.168	13.623	0.111	99.603
9	69.560	14.168	0.152	103.189
10	71.852	14.690	0.191	106.626
11	73.650	15.100	0.222	109.322
12	73.680	15.107	0.223	109.366

Tabela 6.4 – Resultados finais encontrados para a otimização da seção transversal dos pilares

Iteração	Base (cm)	Altura (cm)	As (cm ²)	Custo (R\$/m)
1	20.000	120.000	71.533	296.537
2	20.000	80.000	48.542	203.731
3	20.000	80.000	41.827	189.340

Verificamos novamente, pela tabela 6.4, a tendência ao alongamento do pilar na direção do esforço transversal no sentido de melhor combater os momentos provocados. Além disso, verificamos também a distribuição, independente dos valores iniciais, indicando os pilares mais eficientes no contraventamento da estrutura.

Gráfico 6.2 – Custo total das vigas e dos pilares e custo geral da estrutura em cada passo de iteração



A convergência para valores de ordem prática ocorreu, neste exemplo, na terceira iteração para as vigas e na quarta para os pilares. A convergência final da estrutura se deu na oitava iteração, com um custo final de R\$ 41.050,00, ocorrendo um acréscimo de 33% sobre o valor da estrutura sem a consideração das ações horizontais.

7 CONCLUSÕES

É cada vez mais curto o tempo que um engenheiro tem para desenvolver adequadamente os projetos, fazendo com que sobre pouco tempo para que o mesmo possa se dedicar à concepção de um projeto mais econômico e, em muitos casos, ele faz o pré-dimensionamento da estrutura baseado em projetos desenvolvidos anteriormente, com características parecidas, e utiliza estes valores nos programas de cálculo dos esforços e dimensionamento para ver se os mesmos atingem o grau de segurança e economia desejado. Embora a prática mostre que este processo, de um modo geral, leva a estruturas que atendem aos requisitos de segurança, dificilmente o grau de economia encontrado com a solução adotada é verificado. Existem várias soluções igualmente eficientes do ponto de vista da segurança, mas que levam a um custo da estrutura totalmente diferentes. De modo a reduzir os fatores abstratos e dar um caráter mais científico à busca de uma estrutura mais econômica, reduzindo principalmente o tempo gasto neste procedimento, é que se inserem a otimização de estrutura. Partindo de configurações definidas pelo projetista e utilizando técnicas computacionais, podemos chegar a estruturas mais econômicas que as que seriam geradas pela experiência do projetista sem contar com estas ferramentas.

7.1 Conclusões do trabalho

Neste trabalho foi desenvolvido um programa para a otimização do pré-dimensionamento de estruturas de edifícios, simplificadamente tratadas como pórticos planos, fazendo a otimização das seções transversais dos elementos – pilares e vigas – e repetindo este processo até que não houvesse mais redistribuição significativa dos

esforços. Uma vez atingida esta situação, considerou-se que a estrutura como um todo se encontrava otimizada. É possível que a otimização global da estrutura traga resultados mais favoráveis, mas a dificuldade de implementação e o custo computacional para se definir uma estrutura ótima, utilizando um processo global e trabalhando com elementos de comportamento distintos e um material heterogêneo como o concreto, faz com que este tipo de otimização, por aproximação combinada, se torne de mais atraente implementação. No procedimento utilizado, considerou-se ainda, separadamente, a otimização das vigas e dos pilares, por se tratarem de estruturas de comportamento distinto. A função objetivo para as duas situações foi a mesma: uma função de menor custo por unidade de comprimento do elemento. Para as duas situações também foram consideradas restrições de forma a garantir o equilíbrio e a compatibilidade das seções, além de restrições laterais, que trazem limitações de ordem prática ou normativas para as estruturas.

Foi verificado, através de exemplos estudados que, para a relação de custos dos materiais existente à época da realização deste trabalho, as seções mais econômicas para as vigas com carregamentos usuais de edifícios e sem a presença de restrições ativas se encontram próximas a seção normalmente armada, com uma taxa de armadura comprimida próxima de zero. Porém, à medida que o carregamento aumenta, tende a ser mais vantajoso combater este acréscimo de esforço com o aumento da armadura de compressão, uma vez que com o aumento da seção de concreto se aumenta o consumo de concreto numa região tracionada, onde este material não tem eficiência, além de aumentar também o consumo de forma, que é parte importante no custo de uma estrutura de concreto.

No estudo das seções dos pilares, consideradas isoladamente, foi constatado que, quando não estão atuando restrições sobre o processo de otimização, as seções ótimas encontradas tendem a se manter com uma taxa de armadura próxima da taxa mínima permitida. Este fato se explica pela configuração das seções adotadas na prática e pelo domínio em que estas seções estão trabalhando. O fato de se trabalhar com a seção de concreto totalmente comprimida, onde este material é mais eficiente e com disposição de armaduras simétricas, que levam a se trabalhar com armaduras em posições onde elas estão sub-utilizadas, faz com que os esforços sejam melhor combatidos com a utilização de maior área de concreto por ser o material melhor empregado nesta situação. Ao comparar as diferentes configurações de distribuição de armadura definidas neste estudo para atender às prescrições das normas técnicas, verifica-se que quanto mais camadas de armadura são colocadas na seção, mas elevado será o custo ótimo da mesma. Este fato já era esperado por causa do aumento do percentual de armadura trabalhando de forma sub-utilizada que este aumento no número de camadas representa.

Nos exemplos de pórticos calculados pudemos verificar que as seções ótimas encontradas pelo programa encontram-se com valores próximos das seções usualmente adotadas pela prática dos projetistas para o pré-dimensionamento das estruturas. Porém, além de determinar a área das seções, podemos perceber que o programa também é eficiente para definir a melhor forma da seção transversal dos pilares de forma a combater os esforços atuantes, fazendo com que eles se aproximem da forma quadrada quando estão submetidos, basicamente, a esforços verticais e tenham uma forma mais alongada na direção do momento atuante quando os mesmos estão submetidos a maiores excentricidades.

Os valores das variáveis adotados como dados de entrada da estrutura, para os pórticos com dimensões usuais, têm pouco significado na seção ótima dos

elementos estruturais. O fato de se aplicar um valor inicial muito diferente da realidade pode ser prejudicial apenas na velocidade de convergência do programa, pois irão ocorrer grandes variações ao longo das primeiras iterações, de forma a provocar uma grande redistribuição dos esforços, fazendo com que sejam necessárias mais iterações a fim de se chegar a seção otimizada. Uma vez que as perturbações provocadas pelas grandes variações das dimensões se dissipe, a estrutura tende a convergir rapidamente para os valores ótimos. Devido a estas variações, é recomendável que se defina um número máximo de iterações compatível com as incertezas quanto à proximidade dos dados de entrada em relação aos valores ótimos da estrutura. Quanto mais incerto se estiver da distância entre os valores adotados e os valores ótimos, maior deve ser o número máximo de iterações, não sendo recomendado um número de iterações máximo menor que vinte.

Embora diferente do que costuma acontecer na prática, pode acontecer em algumas das estruturas uma variação significativa na altura das vigas para pavimentos diferentes. Como é comum se utilizar a mesma altura de viga para todos os pavimentos a fim de se reaproveitar as formas, o projetista pode fixar os valores de algumas delas e verificar o que acontece com as demais. Recomenda-se fixar as alturas das vigas que atingiram maiores alturas em valores abaixo daqueles encontrados e verificar se estes esforços conseguem ser absorvidos pelo restante da estrutura, mantendo as condições de segurança da mesma. Este processo pode ser repetido até que todas as vigas encontrem-se com dimensões próximas umas das outras, de forma que se possa adotar uma dimensão única para as mesmas.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARORA, J. S. (1980). Analysis of optimality criteria and gradient projection methods for optimal structural design. **Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering**, v.23, p.185-213

ARORA, J. S. (Ed.). (1997). **Guide to structural optimization**. New York, N. Y.: ASCE.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: projeto de estruturas de concreto – procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

BALLING, R. J.; YAO, X. (1997). Optimization of reinforced concrete frames. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.123, n.2, Feb., p.193-202.

BARNETT R. L. (1961). Minimum weight design of beams for deflection. **Journal of Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.87, n.1, Jan., p.75-109.

CAMP, C.; PEZESHK, S.; CAO, G. (1998). Optimized design of two-dimensional structures using a genetic algorithm. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.124, n.5, May, p.551-559.

COHN, M. L.; DINOVIETZ, A. S. (1994). Application of structural optimization. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.120, n.2, Feb., p.617-650.

GOBLE, G. G.; MOSES, F. (1975). Practical applications of structural optimization. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.101, n.4, Apr., p.635-649.

GOLDBERG, D. E.; SAMTAMI, M. P. (1986). Engineering optimization via genetic algorithm. In: CONF. ELECTRONIC COMPUTATION, 9., ASCE, **Proceedings...** p.471-482.

GOLDBERG, D. E. (1989). **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. U.S.A.: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

JENKINS, W.M. (1992). Plane frame optimum design environment based on genetic algorithm. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.118, n.11, Nov., p.3103-3112.

KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. (1951). Nonlinear programming. In: BERKELEY SYMP. ON MATHEMATICS, STATISTICS AND PROBABILITY, 2., **Proceedings...** University of California Press, Berkeley, Calif. p.481-492

MEDRANO, M. S. (1994). **Aplicações de programação matemática em análise estrutural**. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica - Universidade de São Paulo.

MOHARRAMI, H.; GRIERSON, D. E. (1993). Computer-automated design of reinforced concrete frameworks. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.119, n.7, July, p.2036-2058.

PRAGER, W. (1968). Optimality in structural design. In: NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE USA. **Proceedings...** University of California (San Diego), v.61, n.3, p.794-796.

RIZZI, P. (1976). Optimization of multi-constrained structures based on optimality criteria. In: STRUCT. DYN. AND MAT. CONFERENCE, 17., **Proceedings...** King of Prussia, Pa.

SARMA, K. C.; ADELI, H. (1998). Cost optimization of concrete structures. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.124, n.5, Maio, p.570-578.

SOARES R. C. (1997). **Otimização de seções transversais de vigas de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação à pavimentos**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

TEMPLEMAN, A. B. (1983). Optimization methods in structural design practice. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.109, n.10, Oct., p.2420-2433.

VENKAYYA, V. B.; KHOT, N. S.; REDDY, V. S. (1968). **Energy distribution in an optimum design**. AFFDL-TR-68-156, Flight Dynamics Laboratory, Wright Patterson AFB, Ohio.

VIANNA, L. C. C.(2003). **Otimização de seções transversais de concreto armado: aplicação a pórticos**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

YANG, Y; SOH, C. K (2002). Automated optimum design of structures using genetic programming. **Computers & Structures**, v.80, n.7, July, p.1537-1546.

LIGAÇÕES COM PINOS METÁLICOS EM ESTRUTURAS DE MADEIRA

Marcos Antonio Melo e Oliveira¹ & Antonio Alves Dias²

Resumo

A construção de estruturas de madeira usualmente requer ligações entre as peças que as compõem. Estas uniões devem ser compatíveis com as solicitações mecânicas avaliadas, garantindo durabilidade e segurança à estrutura. Atualmente, a normalização brasileira referente ao uso estrutural da madeira, NBR 7190/97 – Projeto de estruturas de madeira, aborda os critérios de dimensionamento para as ligações por meio de pinos metálicos, ligações coladas, cavilhas ou conectores. O critério da NBR 7190/97 para o dimensionamento das ligações por pinos metálicos conduz ao aumento do número de elementos nas ligações, em relação ao observado na norma anterior. Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho é avaliar o critério de dimensionamento da NBR 7190/97 por meio da análise de resultados experimentais.

Palavras chave: pinos metálico; estruturas de madeira; ligações.

1 INTRODUÇÃO

Nos anos mais recentes, a madeira está sendo redescoberta como elemento estrutural pelos profissionais do meio produtivo e, conseqüentemente, tem requerido a investigação científica para o seu uso. A evolução de recursos, como os tratamentos preservativos, a industrialização de madeiras de baixa densidade, os processos construtivos, dentre outros fatores, tem transformado a madeira num produto para atender às mais diversas necessidades.

A execução de grandes estruturas de madeira requer peças maciças com dimensões que dificilmente são encontradas. Para viabilização dessas estruturas, é necessário efetuar uniões compatíveis com as solicitações mecânicas, oferecendo resistência, durabilidade e segurança. Atualmente, a normatização brasileira referente à madeira aborda as ligações por meio de pinos metálicos, ligações coladas, cavilhas ou conectores. Os pinos metálicos são constituídos pelos pregos e parafusos, enquanto os conectores podem ser anéis metálicos ou chapas metálicas com dentes estampados. As ligações constituem-se

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas, EESC-USP, marcos.melo@zaz.com.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, dias@sc.usp.br

no ponto crítico das estruturas de madeira e, por isso, demandam estudos experimentais que avaliem o seu real comportamento.

Há 5 anos, foi formada uma comissão de professores pesquisadores da Escola Politécnica e da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), da Universidade de São Paulo (USP), com a finalidade de revisar a norma brasileira NBR 7190 – Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Uma série de pesquisas e ensaios foi realizada com essa finalidade, tendo sido também investigadas as ligações com pinos metálicos. Esses ensaios de ligações foram utilizados para calibrar o critério de dimensionamento do novo documento normativo, NBR 7190/97 – Projeto de Estruturas de Madeira –, baseado em estados limites.

Observa-se que o critério da NBR 7190/97 para o dimensionamento das ligações por pinos metálicos em estruturas de madeira conduz ao aumento do número de elementos nas ligações em relação ao observado na norma anterior, "NBR 7190/82 – Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira". Esta situação tem levado ao dimensionamento de estruturas de madeira com custos mais elevados do que o observado anteriormente e requer estudos que possam contribuir na verificação das reais condições das ligações, comparando-as ao modelo teórico de dimensionamento da NBR 7190/97.

O objetivo deste trabalho é verificar o critério de dimensionamento para ligações com pinos metálicos em estruturas de madeira da norma brasileira NBR 7190/97 por meio da análise de resultados experimentais. Assim, será feita a reavaliação dos resultados de experimentos realizados pelo Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira – LaMEM – Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, quando do processo de revisão da norma. Tais ensaios englobam o estudo para solicitações na direção normal e paralela às fibras. Também são apresentados ensaios complementares, realizados para a verificação dos critérios de dimensionamento atuais da norma. Nesses ensaios complementares, é abordado o estudo da resistência da ligação na direção paralela às fibras da madeira.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

ALMEIDA (1987) divide o emprego de pregos em ligações estruturais em duas gerações. A primeira geração é aquela na qual a função do pino é manter as peças de madeira em posição ou, em alguns casos, solidarizar as uniões obtidas por entalhe, em que o prego é solicitado ao arrancamento e não ao corte. A partir de meados do século XVII, surgiu a segunda geração de ligações, utilizando peças de madeira de pequenas dimensões, ligadas por elementos metálicos ou qualquer outro tipo de elemento cuja função fosse a de transmitir os esforços entre duas peças estruturais de madeira.

Segundo JOHANSEN (1949), a ligação por parafuso depende do efeito de pino e do atrito entre as superfícies, causado pelo tracionamento do parafuso. No entanto os resultados de seus ensaios mostraram que apenas o efeito de pino deve ser considerado, pois o tracionamento é desprezível.

A resistência das ligações por pinos depende da resistência da madeira ao embutimento do parafuso (f_e) e da resistência ao escoamento do aço do pino, e , sendo estas de natureza plástica, a capacidade de força de um pino metálico pode ser formulada baseada nesse comportamento.

O critério de dimensionamento de ligações por pinos da NBR 7190/97 baseia-se nesse conceito. A relação entre a espessura da peça de madeira, o diâmetro do pino, a resistência ao embutimento e a tensão de escoamento do pino metálico determinam o comportamento da ligação, que pode deformar-se pelo embutimento na madeira ou pela flexão do pino.

2.1 Modelos teóricos de cálculos

ALMEIDA (1987), de acordo com os preceitos da NBR 8681/84 – Ações e Segurança nas Estruturas –, entende que a ruína da emenda pregada será considerada como uma ruptura, quando ocorrer o aparecimento de deslizamentos, com plastificações exageradas. Para ligações pregadas de madeira, detectou três modos de ruptura da emenda: 1 – por plastificação dos pregos; 2 – por embutimento do prego na madeira; 3 – por fendilhamento da madeira.

Este último modo de ruptura não pode ser controlado por limitações dos valores das tensões, mas sim por regras construtivas que limitem os espaçamentos mínimos para cada situação de uso dos pregos nas ligações. Duas situações levam à ocorrência deste modo de ruptura: o ato da cravação dos pregos ou quando a ligação é solicitada por carregamento externo. A primeira situação surge durante a fabricação da ligação com pré furação insuficiente. A relação ideal entre os diâmetros do prego e da broca deve ser determinada experimentalmente.

A norma DIN 1052 (1988) admite, para espessuras menores que o mínimo calculado, que deve ser feita uma redução na força admissível, para se considerar o efeito do fendilhamento.

O EUROCODE (1999) admite espaçamentos menores que os especificados, desde que se considere um valor K_a de diminuição da resistência ao embutimento.

Mack (1960), apud ALMEIDA (1987), observa que não só o diâmetro do prego influencia na rigidez e resistência última da ligação, mas também as espessuras das peças de madeira que compõem o corpo-de-prova.

Segundo Mack, a relação entre a resistência de esmagamento local da madeira, que ocorre pela pressão da haste do prego sobre a parede do furo, e a resistência à compressão paralela às fibras da madeira é um parâmetro importante para o estudo de ligações pregadas. Utilizando corpos-de-prova em corte duplo, Mack realizou os ensaios de forma que a ruptura se desse por esmagamento da peça central. A resistência de esmagamento, também designada por resistência ao embutimento, foi obtida por Mack em função da força última (q_u) por unidade de comprimento da haste do prego, sendo que, o valor de q_u é fornecido pela relação entre a força última obtida no ensaio (F_u) e o produto do número de pregos (n) pela espessura da peça central (h_1).

$$f_e = \frac{q_u}{d} \quad \text{sendo} \quad q_u = \frac{F_u}{n \times h}$$

A resistência das ligações por pinos, segundo JOHANSEN (1949), depende da resistência da madeira ao embutimento do parafuso (f_e) e da resistência do pino a flexão. Como o comportamento de ambas é plástico, a capacidade de força de um pino metálico pode ser formulada por meio desse comportamento. Assim, várias normas atuais, como o EUROCODE 5, DIN 1052 e a NBR 7190/97, utilizam esse conceito.

HILSON (1995), comentando as recomendações do EUROCODE 5, assegura que as equações de Johansen são geralmente aplicáveis para qualquer combinação de materiais derivados da madeira, desde que as propriedades do material sejam conhecidas. Ainda segundo HILSON, devido a essa fácil aplicação a novos materiais é que a formulação de Johansen foi adotada para o dimensionamento de ligações no EUROCODE 5.

De acordo com a NBR 7190/97, a resistência de um pino, correspondente a uma dada seção de corte entre duas peças de madeira, é determinada em função das resistências de embutimento f_e das duas madeiras interligadas, da resistência de escoamento f_y do pino metálico, do diâmetro d do pino e das espessuras das peças.

Mediante ensaios realizados, ALMEIDA (1987) detectou dois estados limites relevantes para a segurança das ligações pregadas. O primeiro limite corresponde ao fim do regime elástico, e o segundo ao fim do deslizamento controlado, equivalendo aos estados limites de utilização e último, respectivamente. Expõe que a ligação apenas pode suportar as forças do segundo limite à custa de grandes deformações por estas representarem modificações significativas na geometria do sistema, proporcionando deslocamentos que não podem ser admitidos nas estruturas.

2.1.1 Modelo de JOHANSEN (1949)

Em seu desenvolvimento teórico, JOHANSEN (1949) afirma que, para um grande deslocamento, em uma ligação com apenas uma seção de corte e um pino de rigidez suficiente para que seja desprezada a deformação por flexão, ocorrerá uma pressão f_e , praticamente, sobre todo o pino, e uma distribuição das forças q , forças cortantes V e momentos fletores M , conforme mostra a figura 1. Para as ligações em que o pino tem rigidez suficiente, Johansen apresenta o seguinte valor para a resistência do pino:

$$R = 0,414 \cdot f_e \cdot t_1 \cdot d$$

Se o pino não for suficientemente rígido, como mostrado na figura 2, ele será fletido, e, no limite de escoamento do pino na flexão, o momento é $(\pi/32) \cdot f_y \cdot d^3$, e a força transversal (cortante) é zero. Entre as curvaturas, o embutimento é tão grande que a pressão é praticamente $f_e \cdot d$.

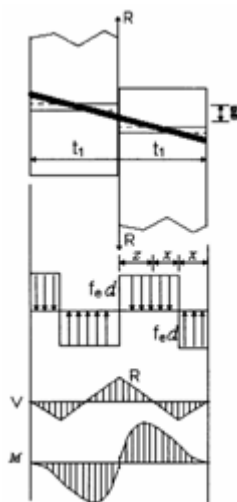


Figura 1 - Ligação com pino rígido e uma seção de corte - fonte: JOHANSEN (1949)

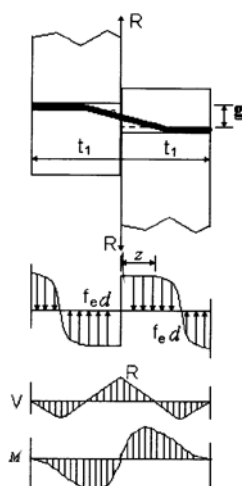


Figura 2 – Ligação com pino flexível e uma seção de corte - fonte: JOHANSEN (1949)

Considerando a seção do pino onde $M = M_{\max}$ e $V = 0$, chega-se a resistência:

$$R = 0,442 \cdot d^2 \cdot \sqrt{f_y \cdot f_e}$$

Em uma conexão com dois planos de corte e um pino rígido, conforme figura 3, as fórmulas resultantes são:

$$R = 2f_e \cdot d \cdot t_1 \quad \text{quando } t_2 > 2t_1;$$

$$R = f_e \cdot d \cdot t_2, \quad \text{quando } t_2 \leq 2t_1.$$

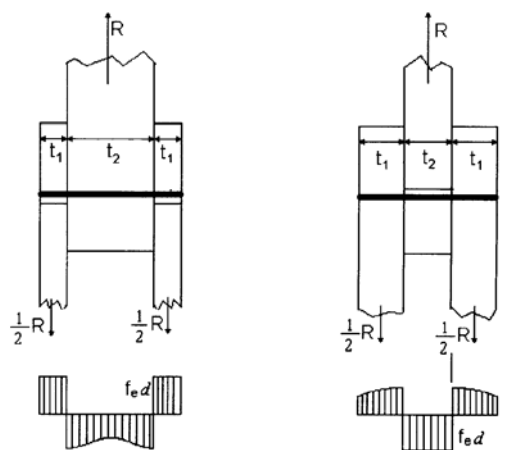


Figura 3 - Ligação com pino rígido e duas seções de corte – fonte: JOHANSEN, (1949)

No caso de dois planos de corte e um pino flexível, este deve fletir na peça de madeira do centro. Isto, geralmente, ocorre em dois pontos, e a madeira deve encontrar-se em estado plástico de deformação, assim, o estado limite último se caracteriza pela flexão do pino. Johansen considera o pino rígido quando o estado limite último se caracteriza

$$R = 0,885d^2 \sqrt{f_y f_e}$$

pelo embutimento do pino na madeira. Nesta situação, a resistência é dada por:

A teoria de Johansen é baseada na teoria da plasticidade, e considera o comportamento dos materiais como sendo elasto-plástico perfeito.

2.1.2 Método de MÖLLER (1951), apud ALMEIDA (1987)

Dentre os estudos sobre o comportamento teórico das ligações em peças de madeira por pinos metálicos, destaca-se o método desenvolvido por Möller (1951) para a determinação da força última (R) da ligação pregada, pois determina a resistência da ligação, considerando a resistência de embutimento da madeira e a plastificação do prego.

Möller (1951), apud ALMEIDA (1987), considera o prego como sendo uma viga apoiada sobre a parede do furo e propõe uma expressão para determinar a resistência das ligações pregadas, admitindo que o valor do carregamento por unidade de comprimento do prego seja igual à resistência ao embutimento multiplicada pelo diâmetro do prego. Admitiu também que, no ponto de momento máximo, ocorreria a formação de uma rótula plástica, além de levar em consideração a espessura das peças de madeira, o momento fletor de plastificação do prego (M_{np}) e a força distribuída última (q_u) necessária para provocar o embutimento da madeira pela haste do prego.

O método de Möller considera que o estado limite último do corpo-de-prova é determinado pela plastificação do prego por flexão ou pelo embutimento da madeira e que qualquer acréscimo de resistência, além deste estado último, é devido ao efeito de segunda ordem que ocorre no corpo-de-prova

O valor da força última R da ligação, em corte simples, foi deduzido por Möller em função do momento de plastificação do prego (M_{np}) e do carregamento último (q_u), que provoca o embutimento da madeira pela haste do prego, sendo dado por:

$$R = \sqrt{2M_{np} \cdot q_u}$$

Sendo o valor de $q_u = f_e \cdot d$ e o valor do momento de plastificação de uma seção circular $M_y = f_y \cdot d^3/6 = M_{np}$, substituídos na equação acima, obtém-se:

$$R = 0,6d^2 \sqrt{f_y \cdot f_e}$$

em que f_y é a resistência de escoamento do prego, que deve ser determinada diretamente com base no ensaio de tração ou indiretamente, por meio do ensaio de flexão do prego, tendo em vista as características das ligações de madeira com pinos de aço.

2.2 Rigidez das ligações

A NBR 7190/97 não admite ligações com um único prego, e ligações com 2 ou 3 pinos são consideradas deformáveis, sendo seu uso permitido apenas para estruturas isostáticas. O dimensionamento da ligação é feito como se ela fosse rígida, dando-se uma contra-flecha compensatória à estrutura em questão.

Observa-se que, de acordo com o texto normativo, fica praticamente impedido o uso de 2 ou 3 pinos em ligações de estruturas hiperestáticas, por influenciar a distribuição de esforços de maneira não conhecida.

Ligações com 4 ou mais pinos são consideradas rígidas, quando forem respeitadas as condições de pré-furação adotadas para pregos e parafusos.

As condições propostas pela NBR7190/97, quanto à rigidez da ligação, devem ser criteriosamente analisadas e questionadas para cada caso e para cada estrutura. Tais afirmações podem ser contrariadas em diversas situações nas quais o comportamento da ligação pode indicar uma rigidez e uma estabilidade perfeitamente compatíveis com as condições de exposição e de utilização de uma determinada estrutura. Da mesma forma, o uso de quatro pinos não pode garantir que a ligação seja considerada rígida.

2.3 Pré-furação das ligações

A penetração dos pregos na madeira provoca efeitos que exigem dos pesquisadores especial atenção quanto ao comportamento e à resistência de uma ligação pregada de madeira. Tais efeitos constituem-se na plastificação da madeira na região do entorno do prego, gerando, com isso, tensões na ligação, antes mesmo que esta seja carregada.

ALMEIDA (1987) observou que a diferença entre o diâmetro da pré-furação e o diâmetro do prego deve ser suficientemente pequena para que as tensões resultantes não levem a madeira ao fendilhamento. O fendilhamento, por sua vez, pode não ser observado macroscopicamente durante a pregação e, mesmo microscopicamente, provoca o afrouxamento entre prego e madeira perdendo, nessa ligação, parte do efeito benéfico do ajuste provocado pela penetração do prego na madeira. Ensaando ligações pregadas em madeira de elevada densidade, verificou que a ligação é mais rígida

quando é feita uma pré-furação em torno de 90% do diâmetro do prego do que quando a pré-furação é feita com diâmetros menores.

Segundo Wilkinson & Rowlands (1981), apud STAMATO (1998), pequenas mudanças entre o diâmetro do pino e a pré-furação podem provocar um efeito bastante significativo nas tensões no entorno do furo. Provavelmente, este é o fator que provoca a maior variabilidade em resultados observados em ensaios de ligações parafusadas, ou seja, se a relação entre o diâmetro do pino e o diâmetro do furo é diminuída, a tensão entorno do furo é aumentada.

Antes da sua revisão em 1997, a norma brasileira não se preocupava em especificar o diâmetro das brocas e nem o efeito da pré-furação no valor da força admissível da ligação. A norma não admitia para estruturas importantes, salvo comprovações de resultados experimentais, o uso de ligações sem a utilização de ferramentas de furar, ranhurar e frezar, para não ocorrer a destruição das fibras da madeira.

A norma britânica BSI (The British Standard Code of Practice CP 112 : Part 2 : 1971) permite o uso de brocas de diâmetros de até 80% do diâmetro do prego, mas não especifica se o valor da força admissível de projeto é alterada quando a pré-furação é utilizada.

A norma DIN 1052 estabelece, para ligações sem pré-furação, que a mínima espessura da madeira, *mín a*, em mm (a qual não deve ser menor que 24 mm) deve ser calculada por:

$mín a = d_n (3 + 0,8d_n)$, em que d_n é o diâmetro do prego, em mm.

Pela norma DIN 1052 (1988), quando os pregos são cravados com pré-furação, a espessura mínima da madeira é permitida para pinos de 4,2 mm e maiores, podendo, nesses casos, a espessura da madeira ser reduzida a seis vezes o diâmetro do prego. Para espessuras menores, a força admissível deve ser reduzida.

A norma DIN também permite que, se os pregos forem cravados com pré-furação aproximada de $0,9d_n$ de diâmetro e com comprimento igual ao comprimento do prego, que a força do prego pode ser assumida como 1,25 vezes a calculada pela equação:

$$N_{1,adm} = \frac{500 \times d_n^2}{10 + d_n}$$

Embasado nas suas investigações, ALMEIDA (1987) concluiu que “em toda ligação pregada de madeira, deve-se sempre fazer uma pré-furação, principalmente quando a ligação pertencer a estruturas perenes.”

Para ligações pregadas, a NBR 7190/97 estabelece que a pré-furação da madeira deve ter diâmetro d_0 não maior que o diâmetro d_{ef} do prego, com os valores usuais de $d_0 = 0,85 d_{ef}$ para as coníferas e $d_0 = 0,98 d_{ef}$ para as dicotiledôneas.

A realização da pré-furação, em ligações pregadas, utilizando os diâmetros apresentados pela NBR 7190, são dificultadas em função dos diâmetros de brocas e pregos não serem encontrados com esse nível de precisão na maioria dos casos.

A norma brasileira somente admite o uso de ligações sem pré-furação em estruturas provisórias, empregando-se madeiras de baixa densidade ($\rho_{ap} \leq 600 \text{ kg/m}^3$) e que permitem a penetração de pregos sem o risco do fendilhamento, pregos com diâmetro d não maior que $1/6$ da espessura da madeira mais delgada e com espaçamento mínimo de $10 d$.

Segundo a NBR 7190/97, para as ligações parafusadas serem consideradas rígidas, a pré-furação deve ser feita com diâmetro d_0 não maior que o diâmetro d do parafuso acrescido de $0,5 \text{ mm}$. Em caso de d_0 maiores, a ligação deve ser considerada deformável.

2.4 Efeito do número de pinos em uma ligação

A NBR 7190/97, nas ligações com mais de 8 pinos, estabelece que os pinos suplementares devem ser considerados com apenas $2/3$ de sua resistência individual. Até 8 pinos, a resistência da ligação é dada pela soma das resistências de cada um dos pinos.

Granholm, em 1949, apud ALMEIDA (1987), demonstrou teoricamente que, em ligações alongadas, os pregos de extremidade absorvem uma maior proporção da força aplicada.

Investigando o efeito do número de pregos em uma ligação, Mack, apud ALMEIDA (1987), recomenda, para ligações com madeira de elevada densidade, composta de dez a doze pregos, que o valor da força admissível da ligação deve ser reduzido de 20%. Nesse trabalho, Mack concluiu que, nas ligações compostas de até seis pregos por interface, isto é, com seis seções de corte, a força foi proporcional ao número de pregos. O mesmo não ocorreu para ligações com doze pregos por interface, nas quais as forças obtidas foram até 16% menores que as forças determinadas proporcionalmente ao número de pregos.

A norma DIN-1052 (1988) especifica, para ligações pregadas com mais de dez pregos, reduzir a força admissível em 10% e, quando contiver vinte pregos, reduzir em 20%.

2.5 Critérios de dimensionamento

A seguir são apresentados alguns critérios de dimensionamento para as ligações em estruturas de madeira utilizando pinos metálicos. Observa-se que as formulações são dadas em função da ocorrência de embutimento do pino na madeira e da ocorrência de flexão do pino.

A norma brasileira NBR 7190/97 apresenta a mesma formulação para ligação em corte simples ou em corte duplo, enquanto que o EUROCODE 5 apresenta formulações para o corte simples e para o corte duplo.

2.5.1 Critério da NBR 7190/97

A NBR 7190 determina que o valor de cálculo da resistência de um pino metálico correspondente a uma única seção de corte seja determinado em função do valor do parâmetro β , cujo valor é dado pela expressão:

$$\beta = \frac{t}{d}$$

em que t é a espessura convencional da madeira (figura 4) e d o diâmetro do pino, estabelecendo-se como valor limite e indicador do modo de ruptura da ligação

$$\beta_{\text{lim}} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}}$$

sendo f_{yd} a resistência de cálculo ao escoamento do pino metálico, determinada a partir de f_{yk} com $\gamma_s=1,1$, e f_{ed} é o valor de cálculo da resistência ao embutimento da madeira.

O valor de cálculo $R_{vd,1}$ da resistência de um pino, correspondente a uma única seção de corte, será dado em função da forma de ruptura esperada:

I – forma de ruptura: embutimento na madeira ($\beta \leq \beta_{\text{lim}}$)

$$R_{vd,1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed} = 0,40 t \cdot d \cdot f_{ed}$$

II – forma de ruptura: flexão do pino ($\beta > \beta_{\text{lim}}$)

$$R_{vd,1} = 0,625 \frac{d^2}{\beta_{\text{lim}}} f_{yd} = 0,5 \cdot d^2 \cdot \sqrt{f_{yd} \cdot f_{ed}} \quad (\text{com } \beta = \beta_{\text{lim}}).$$

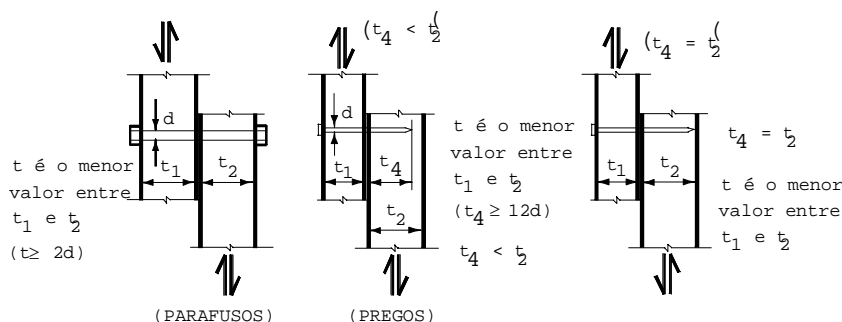


Figura 4 – Pinos em corte simples – fonte NBR 7190/97

No caso de pinos em corte duplo, como mostrado na figura 5, a NBR 7190/97 determina que sejam aplicados os mesmos critérios anteriores para a determinação da resistência correspondente a cada uma das seções de corte, considerando-se t como o menor dos valores entre t_1 e $t_2/2$ em uma das seções, e entre $t_2/2$ e t_3 na outra.

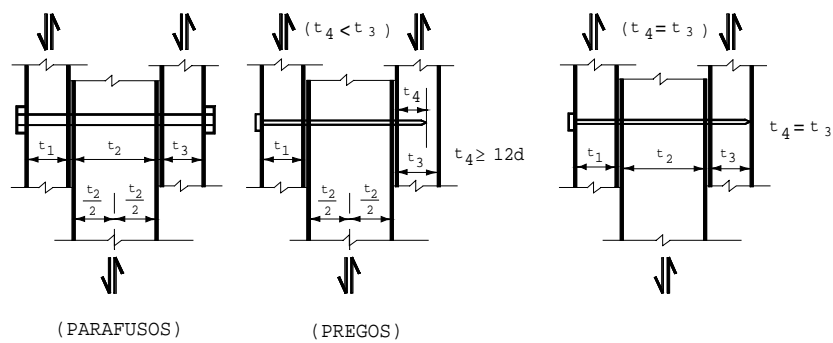


Figura 5 - Pinos em corte duplo – fonte NBR 7190/97

Os valores de cálculo da resistência de embutimento nas direções paralela e normal às fibras, f_{e0} e f_{e90} , segundo a norma brasileira, são determinadas com base no diagrama tensão x deformação específica de embutimento mostrado na figura 18. Essas resistências são dadas pelas expressões:

$$f_{e0} = \frac{F_{e0}}{td} \quad \text{e} \quad f_{e90} = \frac{F_{e90}}{td}$$

em que:

F_{e0} e F_{e90} são as forças aplicadas respectivamente nas direções paralela e normal às fibras, correspondentes às deformações residuais de $\varepsilon=2\%$;

t é a espessura do corpo-de-prova;

d é o diâmetro do pino.

Os valores de cálculo da resistência ao embutimento da madeira são obtidos com base nos seus valores característicos, levando-se em consideração os coeficientes de ponderação das resistências das madeiras e os coeficientes de modificação estabelecidos em função da classe de carregamento e o tipo de material empregado ($k_{mod,1}$), da classe de umidade e o tipo de material empregado ($k_{mod,2}$) e se a madeira é de primeira ou segunda categoria ($k_{mod,3}$), sendo fornecidos pelas expressões:

$$f_{e0,d} = k_{mod} \frac{f_{e0,k}}{\gamma_w} \quad \text{e} \quad f_{e90,d} = k_{mod} \frac{f_{e90,k}}{\gamma_w}$$

A NBR 7190/97 recomenda que, para ligações com pinos (pregos com pré furação, parafusos e cavilhas), sejam respeitados espaçamentos mínimos entre os pinos e entre os pinos e as extremidades das peças de madeira.

2.5.2 Critérios do EUROCODE 5

Segundo o EUROCODE (1999), o valor característico R_k da resistência de um pino, correspondente a uma única seção de corte, deve ser tomado como o menor valor encontrado entre as fórmulas seguintes:

$$R_k = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d \\ f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d \\ \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{1 + \beta} \left[\sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right]} + \beta^3 \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 - \beta \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] \\ \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \left[\sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] \\ \frac{f_{h,1,k} \cdot t_2 \cdot d}{1 + 2\beta} \left[\sqrt{2\beta^2(1 + \beta) + \frac{4\beta(1 + 2\beta)M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_2^2}} - \beta \right] \\ \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \end{array} \right.$$

Para a situação de corte duplo, deve ser tomado como o menor valor encontrado entre as seguintes expressões:

$$R_k = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d \\ 0,5f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d \cdot \beta \\ \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \left[\sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta)M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] \\ \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \end{array} \right.$$

Os parâmetros utilizados nas fórmulas são definidos como sendo:

- t_1 e t_2 espessura da madeira ou a penetração do pino nesta;
- $f_{h,1,k}$ ($f_{h,2,k}$) valor característico da resistência ao embutimento para espessura t_1 (t_2)
- β $f_{h,2,k}/f_{h,1,k}$;
- d diâmetro do pino;
- $M_{y,k}$ valor característico do momento de escoamento do pino;

Os valores da resistência ao embutimento e do momento de escoamento do pino são obtidos mediante ensaios realizados, respectivamente, de acordo com a prEN 383 e prEN 409 mais o anexo A do EUROCODE 5.

O EUROCODE 5 (1999), para ligações pregadas de peças de madeira maciça com madeira maciça, usando pregos de até 8 mm de diâmetro, e considerando para todos os ângulos em relação à direção das fibras, estabelece os valores para a resistência característica ao embutimento dessas ligações como sendo:

- sem pré-furação: $f_{h,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3}$ N/mm²
 - com pré-furação: $f_{h,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01d) \cdot \rho_k$ N/mm²,
- sendo ρ_k dado em kg/m³ e d dado em mm.

Para ligações parafusadas em madeira maciça, utilizando parafusos de até 30 mm de diâmetro, os valores da resistência característica ao embutimento, para forças aplicadas na direção que forma um ângulo α em relação à direção das fibras da madeira, são dados por:

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

em que:

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01d) \cdot \rho_k \quad \text{N/mm}^2;$$

$$k_{90} = 1,35 + 0,015d \quad \text{para madeiras macias}$$

$$k_{90} = 0,90 + 0,015d \quad \text{para madeiras duras}$$

com ρ_k dado em kg/m³ e d em mm.

O EUROCODE 5 (1999) admite para o valor característico do momento de escoamento do aço $M_{y,k}$, quando usado parafuso de aço circular, a seguinte expressão:

$$M_{y,k} = 0,8 \frac{f_{u,k} \cdot d^3}{6} \quad \text{em que } f_{u,k} \text{ é a resistência característica à tração.}$$

Segundo o EN 26891 (1991), ao executar ensaios com ligações mecânicas em estruturas de madeira carregadas estaticamente, deve-se dar atenção ao condicionamento da madeira, antes de fabricar os corpos-de-prova, e às condições da ligação em toda a sua totalidade, antes dos testes. As condições de ensaio devem corresponder de maneira realística às condições da ligação nas estruturas assim como a influência do teor de umidade nas propriedades de resistência da madeira, a ocorrência de rachaduras etc., devido à retração.

O carregamento deve ser aplicado até atingir o ponto de $0,4F_{est}$, mantendo-a por 30 segundos. A seguir, deverá ser reduzido até atingir o valor correspondente a $0,1F_{est}$, mantendo-a assim por mais 30 segundos. Logo após, a força deverá ser elevada até a força última ou até que um deslizamento de 15 mm seja atingido. O ensaio poderá ser interrompido quando a força última for atingida ou quando o deslizamento chegar aos 15 mm.

O menor valor entre a força última e a força que provoca o deslizamento de 15 mm deverá ser registrado como a força máxima, $F_{máx.}$, para cada corpo-de-prova.

O método de ensaios D1761 – Standard Methods of Testing Mechanical Fasteners in Wood, da American Society for Testing and Materials – ASTM (1971) – também estabelece, nos seus procedimentos, que seja tomado o menor entre os dois valores apresentados no EUROCODE.

Segundo a prEN 383 (1993), a determinação experimental da resistência ao embutimento para ligações com um único pino é definida pela relação entre a força máxima resistida pelo corpo-de-prova ($F_{máx}$) ou a força que provoca o deslocamento relativo entre o parafuso e a madeira de 5 mm (o menor dos dois valores) e o produto do diâmetro d do prego ou parafuso pela espessura da peça de madeira (t), ou seja,

$$f_e = \frac{F_{máx}}{d \cdot t} \quad \text{ou} \quad f_e = \frac{F_{5mm}}{d \cdot t}$$

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho, duas etapas são consideradas. A primeira remete à utilização dos resultados de experimentos realizados no Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira, Departamento de Engenharia de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo (LaMEM – SET – EESC – USP), referente ao processo de revisão da atual norma brasileira. Inicialmente, é apresentada a análise dos resultados feita na época da realização dos ensaios, que é anterior à publicação do texto da norma NBR 7190/97. Na seqüência, os dados desses ensaios são utilizados para uma reavaliação da resistência e rigidez das ligações e para a análise comparativa aos valores obtidos pelo critério de dimensionamento teórico da NBR 7190/97.

Na segunda etapa, com a realização de ensaios complementares, serão identificados e analisados os resultados de ensaios de ligações, e obtidos os dados para a caracterização da espécie de madeira *Pinus Elliottii* (*Pinus elliotii* var. *elliottii*), Cupiúba (*Goupia glabra*) e Jatobá (*Hymenaea spp*), incluindo-se a resistência ao embutimento. Os resultados obtidos serão comparados com os valores obtidos pelo critério de dimensionamento da NBR 7190/97.

3.1 Ensaios realizados pela equipe do LaMEM

A elaboração da NBR 7190/97 partiu de estudo temático e projeto elaborado por um corpo de docentes da USP composto pelos professores doutores Péricles Brasiliense Fusco (Politécnica), Carlito Calil Júnior (São Carlos) e Pedro Afonso de Oliveira Almeida (Politécnica). As experimentações em ligações de madeira com pinos metálicos e os ensaios de caracterização das espécies de madeira foram coordenados pelo professor Dr. Carlito Calil Júnior com contribuição direta dos engenheiros civis Lívio Túlio Baraldi e Marta Cristina de Jesus Albuquerque Nogueira.

A descrição dos ensaios baseia-se nas informações coletadas junto aos realizadores do trabalho e nas suas publicações disponibilizadas por BARALDI (1996) e FUSCO (1995). Os ensaios foram realizados em 1995 para subsidiar a calibração da NBR 7190/97.

3.1.1 Materiais utilizados

Foram utilizadas 5 (cinco) espécies diferentes de madeira, sendo 3 (três) nativas e 2 (duas) de reflorestamento, estando elas contidas em 4 (quatro) classes de resistência apresentadas por FUSCO (1995) no Projeto da nova norma brasileira - NBR 7190.

As madeiras utilizadas para os ensaios foram das seguintes espécies: Cupiúba (*Goupia glabra*), Garapa (*Apuleia leiocarpa*), Jatobá (*Hymenaea spp*), *Pinus Elliottii* (*Pinus elliotii* var. *elliottii*) e Eucalipto Citriodora (*Eucalyptus citriodora*).

As peças de madeira foram inspecionadas para garantir a ausência de defeitos e caracterizadas para obtenção das seguintes propriedades: densidade; resistência ao cisalhamento; resistência à tração normal às fibras; resistência à tração paralela às fibras; resistência à compressão normal às fibras; resistência à compressão paralela às

fibras; módulo de elasticidade paralelo às fibras e módulo de elasticidade normal às fibras.

Segundo BARALDI (1996), foi utilizada madeira no estado verde (umidade acima do ponto de saturação das fibras), por apresentar menor variabilidade nos valores de suas propriedades de resistência e elasticidade e também menores valores de resistência para ligações.

Para a escolha das espécies ensaiadas, foi considerada a sua classe de resistência. As vigas de madeira foram numeradas de acordo com a espécie. De cada viga foram extraídos os corpos-de-prova para os ensaios de ligação e para a sua caracterização.

3.1.2 Métodos utilizados nos ensaios

As peças foram acondicionadas em um tanque com água até atingirem o ponto de saturação das fibras. Para a preparação final dos corpos-de-prova, colocação dos relógios comparadores, as peças eram retiradas e trabalhadas até um tempo máximo de 24 horas antes da realização do ensaio.

Para o ensaio das ligações, os corpos-de-prova foram montados utilizando-se quatro pinos metálicos em corte duplo, compondo-se com três peças de madeira, sendo uma peça principal central e duas outras cobrejuntas, conforme figura 6.

O espaçamento entre pinos e entre pino e borda da madeira dos corpos-de-prova seguiram a disposição constante da figura 6.

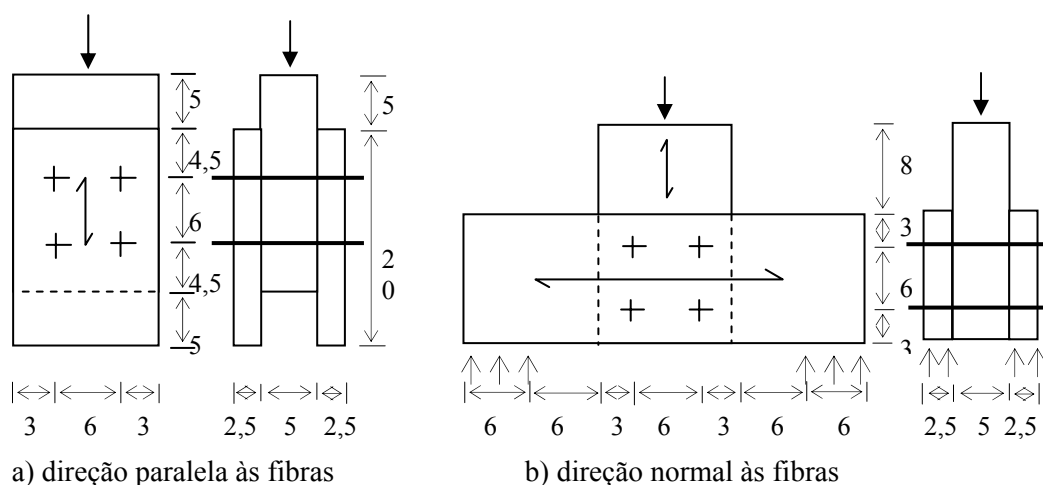


Figura 6 – Arranjo dos corpos-de-prova para ensaios das ligações

Os ensaios foram realizados na Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, no LaMEM, em uma máquina universal de ensaios, marca AMSLER, com capacidade máxima de 250 kN.

Para as medidas dos deslocamentos das ligações, as leituras foram feitas a cada incremento de força de 2 kN, com o uso de dois relógios comparadores instalados em lados opostos dos corpos-de-prova, sem a interrupção do carregamento, utilizando-se, para cálculo, os valores médios. Foram usados relógios comparadores com sensibilidade de 0,01 mm. Também foi registrada a força máxima para cada ensaio.

Foram ensaiados dois corpos-de-prova para cada diâmetro de pregos e parafusos. Para cada tipo de ensaio, foram montados 3 (três) corpos-de-prova, sendo o terceiro utilizado apenas quando os valores obtidos nos dois primeiros apresentassem valores muito discrepantes entre si³.

Para o ensaio da ligação na direção normal às fibras, o corpo-de-prova foi centralizado em relação à aplicação da força, estando as cobrejuntas apoiadas nas extremidades, em uma extensão de 6 cm. A distância entre as faces internas dos apoios é igual ao dobro da altura das cobrejuntas (24 cm). A figura 6 ilustra este detalhe.

Os diâmetros dos pinos utilizados para os dois tipos de ensaios, considerados como mínimos, segundo o projeto de norma de 1995, foram 10 mm, 12,5 mm e 16 mm para parafusos de aço e 4,4 mm, 5,4 mm e 6,4 mm para pregos de aço 1011-B, estando as demais dimensões de acordo com as normas NBR 8800 – Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios – Métodos dos Estados Limites e NBR 6627 – Pregos Comuns e Arestas de Aço para Madeiras, respectivamente.

Para a colocação dos pinos nas ligações, foram observadas as recomendações sobre a pré-furação existentes à época. FUSCO (1995) propõe utilizar, como diâmetro de pré-furação para pregos, os valores de 0,85d para coníferas e 0,95d para dicotiledôneas; para parafusos, um diâmetro não maior que o diâmetro d do parafuso acrescido de 0,5 mm. O diâmetro proposto por FUSCO, para a pré-furação das dicotiledôneas difere da recomendação atual, que estabelece o valor de 0,98d. Nos demais casos, os valores são os mesmos.

3.1.3 Forma de obtenção da resistência e da rigidez das ligações pela equipe do LaMEM

A resistência da ligação foi determinada pela força aplicada ao corpo-de-prova padronizado, que provoca na ligação uma deformação específica residual de 2‰. Para a sua obtenção, foi construído um diagrama força x deformação específica, conforme figura 7. A deformação específica (ϵ) do mesmo diagrama foi obtida pela relação entre os deslocamentos e o comprimento da base de medida padronizada dos corpos-de-prova, sendo de 100 mm para a direção paralela e 60 mm para a direção normal.

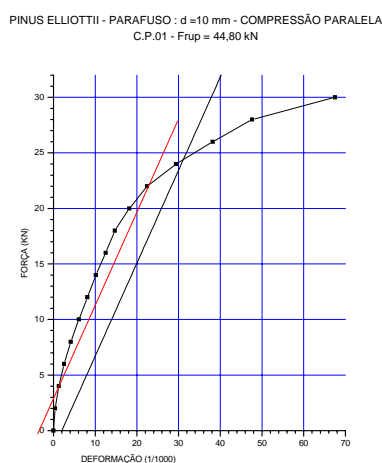


Figura 7 - Diagrama para determinação da resistência da ligação pelo critério adotado pela equipe do LaMEM

³ CALIL JR, Carlito. (2000) (USP. Escola de Engenharia de São Carlos). *Comunicação pessoal*.

Inicialmente, obtém-se uma reta secante à curva do diagrama, fornecida pelos pontos correspondentes a 10% e 50%, respectivamente, da força de ruptura dos corpos-de-prova ensaiados. No diagrama, foi construída uma reta paralela à secante, passando pelo ponto (2‰) e prolongada até o ponto de interseção com a curva do diagrama força x deformação específica, que define o valor da resistência da ligação (R). Esses dados podem ser observados na figura 7.

A rigidez da ligação foi determinada pela relação entre o incremento de força e o deslocamento relativo, definidos no trecho compreendido entre 10% e 50% da força de ruptura dos corpos-de-prova ensaiados, obtendo-se esses valores em kN/mm.

3.1.4 Forma de obtenção da resistência e da rigidez das ligações por critério aproximado ao da norma NBR 7190/97

O valor convencional para a resistência da ligação, segundo a NBR 7190/97, é definido pelo valor da força, que provoca uma deformação específica residual de 2‰ determinada no diagrama força x deformação específica, a partir da reta secante, que passa pelos pontos ($F_{71}; \varepsilon_{71}$) e ($F_{85}; \varepsilon_{85}$) desse diagrama, equivalentes a 10% e 50% da força limite F_{lim} , pertencentes ao último ciclo de carregamento. Esse valor é definido pela interseção do diagrama com a reta secante deslocada 2‰.

Por falta da determinação do F_{lim} nos ensaios realizados pela equipe do LaMEM, foi utilizado um procedimento aproximado para a obtenção de reta secante. Foi determinada por meio de regressão linear em um conjunto de pontos contidos no trecho reto do diagrama $F \times \varepsilon$. O restante do procedimento seguiu o especificado pela NBR 7190/97. Esses detalhes são mostrados na figura 8.

A rigidez da ligação foi definida de forma análoga ao descrito no item 3.1.3, relacionando o incremento de força ao deslocamento relativo, no mesmo trecho reto considerado para determinar a reta secante.

PINUS ELLIOTTII - PARAFUSO : d = 10 mm - COMPRESSÃO PARALELA
C.P.01 - Frup = 44,80 kN

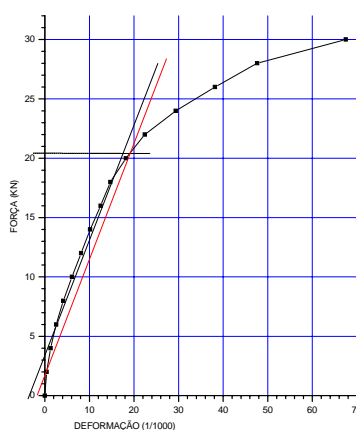


Figura 8 - Determinação da resistência da ligação com critério aproximado ao da NBR 7190/97 – ensaios LaMEM

PINUS ELLIOTTII - PARAFUSO : d =10 mm - COMPRESSÃO PARALELA
C.P.01 - Frup = 44,80 kN

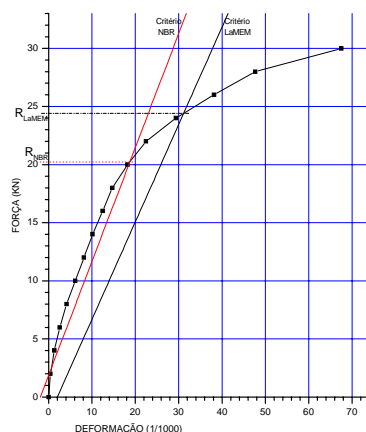


Figura 9 – Determinação das resistências das ligações pelo critério da equipe LaMEM e pelo critério NBR

A figura 9 destaca os resultados obtidos para a resistência da ligação de um corpo-de-prova utilizando os critérios da equipe do LaMEM e da aproximação da NBR.

3.2 Ensaios complementares

Estes ensaios compreendem a determinação da resistência das ligações na direção paralela às fibras, a caracterização das espécies de madeiras utilizadas e a resistência do aço ao escoamento.

A realização de ensaios de ligação apenas na direção paralela às fibras deve-se aos resultados experimentais obtidos nos ensaios LaMEM. Ao verificar a diferença entre os resultados experimentais e os resultados teóricos da ligações, observa-se que esta diferença é muito acentuada quando se trata da direção normal às fibras, enquanto na direção paralela os resultados apresentam diferenças com ordem de grandeza menor.

De cada viga, foram retirados corpos-de-prova para os ensaios de ligação, assim como para os ensaios de caracterização (embutimento, compressão paralela e umidade) da madeira. Foram utilizadas seis vigas para cada espécie de madeira na primeira série de ensaios e duas vigas por espécie na segunda série. Ao ensaiar corpos-de-prova provenientes de uma mesma viga, simultaneamente, foi obtido o teor de umidade destes, seguindo a metodologia da NBR 7190/97. As peças utilizadas foram inspecionadas para garantir a isenção de defeitos, conforme prescreve a norma brasileira.

3.2.1 Materiais utilizados

Na realização dos ensaios complementares, inicialmente, foram selecionadas duas espécies de madeira: Pinus Elliottii (*Pinus elliotii var. elliotii*) e Cupiúba (*Goupia glabra*), por representarem classes de resistência e densidade distintas. Foram utilizadas seis vigas diferentes, sendo uma para cada diâmetro de pino e caracterizações correspondentes, na condição de umidade seca ao ar.

Posteriormente, foram escolhidas mais duas espécies de madeira, a Cupiúba e o Jatobá (*Hymenaea spp*), para a realização de uma segunda série de ensaios, de forma a confirmar os primeiros resultados e verificar os resultados para uma espécie de elevada densidade. Nessa etapa, foram utilizadas duas vigas para cada espécie.

Os pinos utilizados foram parafusos com diâmetros nominais de 10 mm, 12,5 mm e 16 mm e pregos de uso corrente da marca Gerda com diâmetros nominais de 4,4 mm, 5,4 mm e 6,4 mm. O aço dos parafusos não possui classificação estrutural, tendo sido adquiridos com a designação de tipo 1030 e 1045, para a primeira e a segunda série de ensaios, respectivamente.

3.2.2 Métodos utilizados nos ensaios

Para a caracterização das peças de madeira utilizadas, foram realizados ensaios a fim de determinar a sua resistência à compressão e ao embutimento, ambos na direção paralela às fibras. Esses ensaios foram feitos segundo a metodologia da norma NBR 7190/97 – Projeto de Estruturas de Madeira (Anexo B: Determinação das propriedades das madeiras para projeto de estruturas).

Para a determinação da resistência das ligações na direção paralela às fibras, foram realizados ensaios de acordo com a metodologia do anexo C da mesma norma.

Os ensaios para a determinação da resistência da madeira ao embutimento, na direção paralela às fibras, seguiram o disposto na NBR 7190/97 e foram realizados na máquina de ensaios DARTEC, com capacidade de 100 kN, no LaMEM, da qual se obteve o stroke para leitura dos deslocamentos. O carregamento foi aplicado em ciclos de carga e descarga, de acordo com o procedimento especificado no diagrama da figura 10, com uma taxa de carregamento de 10 MPa/min. A determinação da resistência estimada foi feita, preliminarmente, em um corpo-de-prova gêmeo. A figura 11 mostra o diagrama obtido para a determinação da resistência ao embutimento.

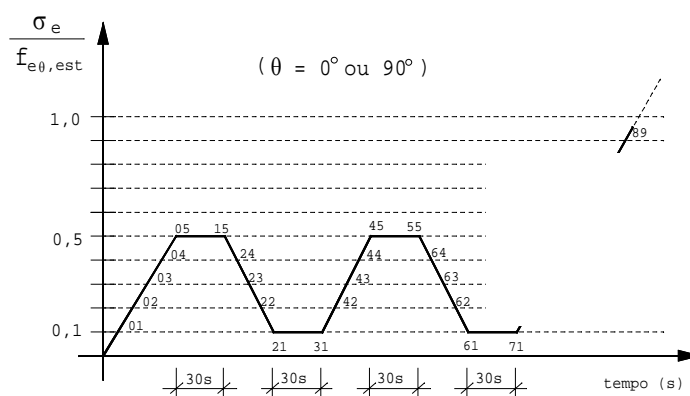


Figura 10 - Diagrama de carregamento para ensaio de embutimento - fonte NBR 7190/97

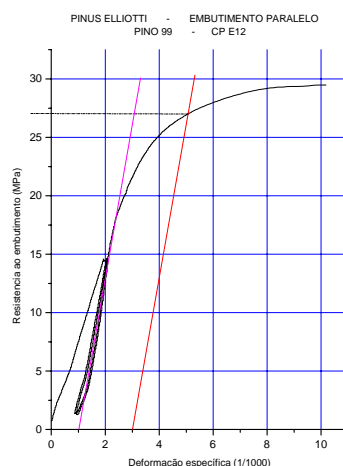


Figura 11 - Determinação da resistência da madeira ao embutimento

A caracterização da resistência da madeira à compressão paralela às fibras foi realizada seguindo o procedimento descrito no anexo B da NBR 7190/97, sendo determinada neste ensaio apenas a resistência à compressão da madeira. Os ensaios foram realizados na mesma máquina universal de ensaios AMSLER, do LaMEM, aplicando-se carregamento monotônico e crescente, com uma taxa de 10 MPa/min, até atingir a força máxima de ruptura do corpo-de-prova.

A determinação do teor de umidade foi feita à medida que os demais ensaios foram sendo realizados, utilizando corpos-de-prova das respectivas vigas.

As tensões de escoamento do aço dos parafusos e pregos foram determinadas em ensaios realizados na máquina universal de ensaios AMSLER e na máquina de ensaios DARTEC, respectivamente.

A numeração dos corpos-de-prova para caracterização das espécies seguem o padrão descrito para os ensaios de ligações no item 3.2.3.

3.2.3 Procedimentos gerais dos ensaios de ligações

A numeração dos corpos-de-prova, nas duas séries de ensaios, foi feita utilizando um primeiro número, com um ou dois algarismos, para indicar a numeração seqüencial das amostras de corpos-de-prova e, em seguida e entre parênteses, uma letra e outro algarismo, que indicam a espécie de madeira e a viga correspondente. Os primeiros corpos-de-prova, para cada tipo de pino, foram utilizados para a determinação da força limite e, portanto, não aparecem nas tabelas de resultados. As letras P, C e J correspondem, respectivamente, às espécies *Pinus Elliottii*, Cupiúba e Jatobá.

Os corpos-de-prova, para ensaio de ligação na direção paralela às fibras, foram montados obedecendo às dimensões e espaçamentos mínimos constantes na norma brasileira, utilizando-se quatro pinos e duas seções de corte.

Algumas medidas foram padronizadas acima do mínimo. Na distância entre os centros de dois pinos situados em duas linhas paralelas à direção das fibras, medida perpendicularmente, foi deixada uma medida padrão de 50 mm em todos os corpos-de-

prova, sendo que o estabelecido por norma é de três vezes o diâmetro do pino. A medida do centro do último pino até a borda lateral da peça foi padronizada em 25 mm, enquanto que o mínimo recomendado pela norma brasileira é de 1,5 vezes o diâmetro do pino. Em ambos os casos, os valores atendem ao mínimo estabelecido para o pino de maior diâmetro.

As espessuras t das peças foram estabelecidas conforme item 8.3.4 da NBR 7190/97, sendo utilizada a espessura padrão de 25 mm para as cobrejuntas, exceto para o corpo-de-prova com parafuso de 16 mm, em que a espessura foi a mínima de 32 mm. As peças centrais foram construídas com o dobro da espessura das respectivas cobrejuntas.

Para a montagem dos corpos-de-prova foi usado um dispositivo metálico tipo sargento para manter as peças em posição, que, em seguida, receberam a pré-furação, procurando aproximar ao máximo dos valores recomendados pela NBR 7190/97. Mantendo o dispositivo, a cravação dos pinos deu-se com o uso de um martelo, conforme mostrado na figura 12, observando-se o comportamento das peças quanto a possíveis fendilhamentos e outros defeitos que pudessem comprometer os resultados do ensaio.



Figura 12 – Cravação dos pinos no corpo-de-prova de ligação

Para as leituras das medidas de deslocamentos relativos, foram utilizados relógios comparadores com sensibilidade de 0,01 mm, montados em dispositivos, constituídos de cantoneira metálica, colocados nas duas faces laterais dos corpos-de-prova. Os deslocamentos foram medidos em relação a uma base de medida com comprimento L_0 definido na NBR 7190/97. Foram utilizados os espaçamentos mínimos recomendados pela NBR 7190/97.

Na primeira série de ensaios de ligações, foram montados 4 corpos-de-prova gêmeos (obtidos da mesma viga) para cada diâmetro de parafuso ou prego. Para a segunda série, foram montados apenas três corpos-de-prova para cada diâmetro de parafuso ou prego, considerando a pequena variabilidade observada nos resultados de corpos-de-prova gêmeos.

Os ensaios foram realizados na máquina universal de ensaios AMSLER, com capacidade de 250 kN, efetuando-se os carregamentos apropriados para a obtenção força limite (figura 13) e da resistência da ligação (figura 14).

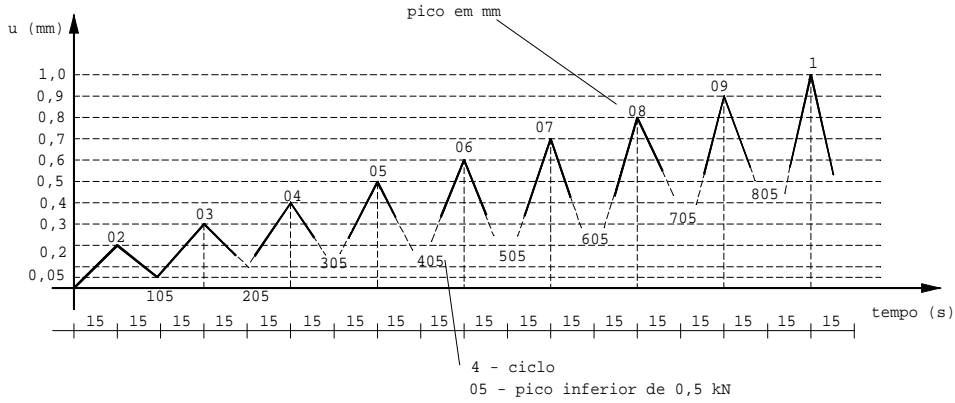


Figura 13 - Carregamentos e descarregamentos sucessivos para a determinação da força limite das ligações

A partir do ponto 71 do diagrama de carregamento, foram registrados os deslocamentos a cada incremento de $0,1 F_{lim}$ até a força limite ser alcançada. Esses dados permitiram a obtenção de diagramas equivalentes ao da figura 15.

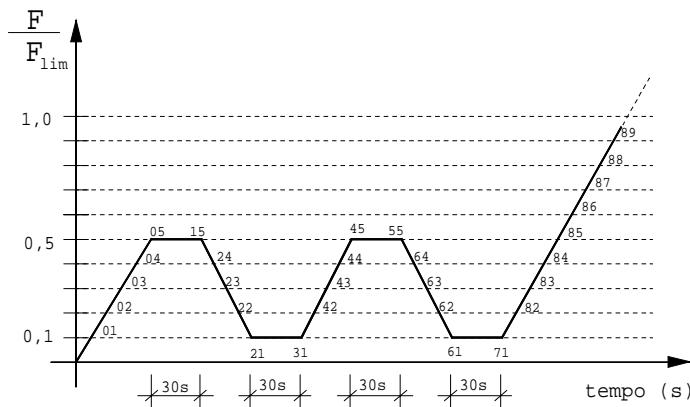


Figura 14 - Diagrama de carregamento - fonte: NBR 7190/97

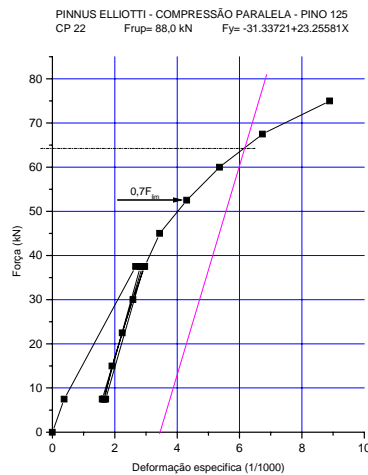


Figura 15 – Determinação da resistência da ligação – pontos registrados

A NBR 7190/97 recomenda efetuar as leituras dos deslocamentos até o carregamento correspondente a $0,7 F_{lim}$. Durante os ensaios, foi observada a necessidade de continuar a registrar essas leituras até a força limite ser alcançada. Tais detalhes podem ser observados na figura 15.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados LaMEM foi feita comparando-se os valores experimentais da resistência das ligações com os valores teóricos propostos pela NBR 7190/97. Os valores experimentais foram obtidos de duas maneiras: a primeira, pelo critério adotado pela equipe do LaMEM, e a segunda, pelo critério da NBR 7190/97 aproximado. Também foi feita a comparação dos resultados da rigidez obtidos pelos dois critérios.

A análise dos resultados dos ensaios complementares foi efetuada comparando os valores experimentais com os valores obtidos pelo critério de dimensionamento da norma NBR 7190/97.

No texto da NBR 7190/97, não se apresentam indicativos referentes ao coeficiente de modificação e de minoração das resistências para a determinação do valor de cálculo das ligações obtido com base nos resultados experimentais. Foi considerado que devem ser utilizadas as mesmas premissas do caso da compressão paralela às fibras. Assim, a comparação entre os valores experimentais e teóricos da resistência das ligações foi feita diretamente, sem a aplicação dos coeficientes de modificação e minoração.

4.1 Resistência e rigidez das ligações obtidos nos ensaios LaMEM

Os resultados experimentais das resistências das ligações foram comparados com os valores teóricos determinados de acordo com o critério de dimensionamento da NBR 7190/97.

O valor experimental da resistência correspondente a uma única seção de corte por pino (R_{1v}) foi obtida dividindo por 8 o valor da resistência da ligação, tendo em vista que todos os corpos-de-prova possuem quatro pinos, com dois planos de corte.

Para a obtenção dos valores teóricos da resistência das ligações (R_{1v}), pelo critério da norma NBR 7190/97, foi utilizada a resistência à compressão paralela da madeira (f_{c0}) tomada como a média daqueles encontrados nos ensaios correspondentes das diversas vigas de cada espécie. A partir do valor do f_{c0} , foi estimado o valor da resistência ao embutimento paralelo e normal às fibras, de acordo com as recomendações da NBR 7190/97, que permite adotar as seguintes relações:

$f_{e0} = f_{c0}$ e $f_{e90} = 0,25 \cdot f_{c0} \cdot \alpha_e$, em que o coeficiente α_e é fornecido na tabela 14 da mesma norma.

Por falta de dados relativos à resistência ao escoamento (f_y) dos pinos utilizados, não foi possível fazer a análise do parâmetro β_{lim} para verificação da ocorrência dos tipos de

ruptura considerados pela NBR 7190/97: pelo embutimento na madeira ($\beta \leq \beta_{lim}$) ou da flexão do pino ($\beta > \beta_{lim}$), em que são fornecidas as respectivas equações, conforme visto no item 2.5.1 deste trabalho. Assim, foi considerada apenas a ocorrência de embutimento do pino na madeira. Observa-se que, se for considerada a flexão do pino, o valor teórico obtido será menor que no caso do embutimento, o que levaria ao aumento das relações entre os valores experimentais e teóricos das resistências das ligações.

Observa-se que os resultados das resistências das ligações pelo critério da equipe LaMEM são sistematicamente maiores do que os obtidos pelo critério da NBR 7190/97 (aproximado). Os valores maiores ocorrem devido à menor inclinação para a reta secante, que intercepta o diagrama força x deformação específica em ponto mais alto da curva. Considerando que a resistência foi obtida a partir dos pontos de 10% e 50% da força de ruptura, esse aumento nos resultados se verifica.

Também se constata que os resultados experimentais indicam diferenças significativas para a resistência da ligação na direção normal às fibras, mesmo nas espécies de maior densidade, variando de 21% a 173% a mais dos valores obtidos nos cálculos utilizando o critério da NBR 7190/97. No caso da espécie Jatobá, os valores, na direção paralela, em média, praticamente se equívalem. Na direção normal às fibras, os valores variam de 4% a 112% acima dos resultados teóricos obtidos pelo critério da mesma norma.

Nas figuras 16 e 17, são apresentadas as comparações do critério LaMEM para resultados na direção paralela, para cada madeira e tipo de pino. Tanto nestas como nas figuras 18 e 19, os gráficos foram elaborados com base na média de dois ensaios análogos.

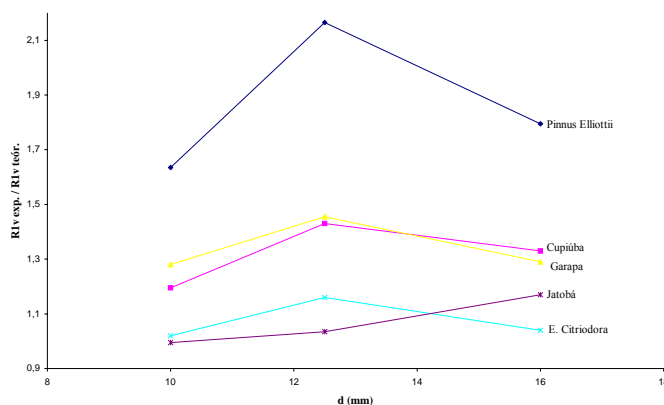


Figura 16 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela sob o critério LaMEM – parafusos

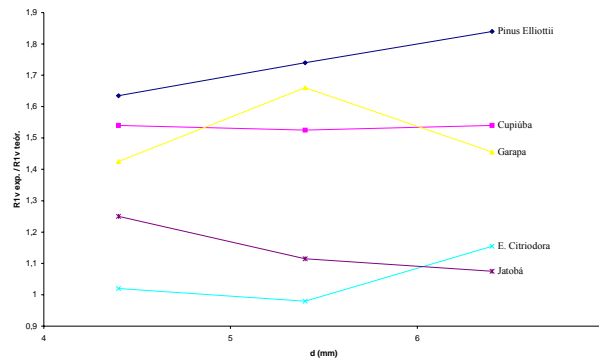


Figura 17 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela sob o critério LaMEM –pregos

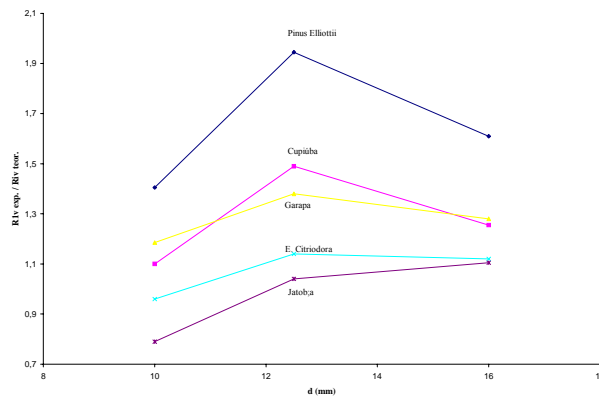


Figura 18 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela sob o critério aproximado a NBR – parafusos

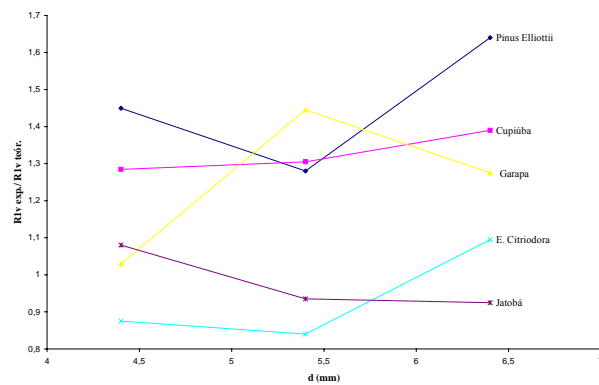


Figura 19 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela sob o critério aproximado a NBR – pregos

4.2 Resistência das ligações obtidas nos ensaios complementares

Para análise dos resultados dos ensaios complementares, foram comparados os valores obtidos nos ensaios para as ligações com os valores teóricos do critério da norma obtidos com base nos resultados experimentais da resistência ao embutimento e à compressão às fibras da madeira.

Para permitir uma comparação mais eficaz entre os valores experimentais e os valores teóricos, os corpos-de-prova utilizados para a determinação da resistência ao embutimento, da resistência à compressão paralela e das ligações, foram extraídos da mesma viga.

Obtiveram-se os valores das resistências das ligações em corpos-de-prova com quatro pinos em dois planos de corte e reduzidos a um único plano de corte para um pino, pela divisão dos mesmos por 8.

Para a obtenção da resistência da ligação pelo critério teórico, utilizaram-se valores obtidos diretamente nos ensaios de resistência ao embutimento paralelo às fibras da madeira (f_{e0}) e da resistência ao escoamento (f_y) dos pinos e pregos. Foram usados os valores efetivos das dimensões das peças e pinos dos corpos-de-prova.

Para cada corpo-de-prova, foi feita a comparação entre β e β_{lim} , determinando a forma adequada de cálculo da resistência, ou seja: por embutimento do pino na madeira ou por flexão do pino.

Na verificação da forma de ruptura dos corpos-de-prova de ligação, observa-se que somente ocorreu a condição $\beta > \beta_{lim}$ (flexão do pino) apenas nos ensaios da segunda série, nos corpos-de-prova ligados por pregos. Para todos os diâmetros de pregos (4,4 mm, 5,4 mm e 6,4 mm), nos corpos-de-prova de Jatobá e em um corpo-de-prova da espécie Cupiúba (prego de 4,4 mm de diâmetro), utilizou-se a segunda formulação pela ocorrência da forma de ruptura por flexão do pino.

Nos demais casos, foi considerado nos cálculos que a ruptura ocorre por embutimento.

Dos resultados obtidos nos ensaios complementares, pode ser observado o quanto é maior a resistência da ligação em relação àquela estabelecida pelo critério teórico da NBR 7190/97. Para as duas espécies de média e alta densidade, os valores das relações menores que a unidade indicam que a resistência obtida nos ensaios de ligações foi menor que a obtida pelo critério de dimensionamento teórico da norma brasileira. Apesar dos valores de resistência verificados nos ensaios de ligação serem superiores, no caso da espécie *Pinus Elliottii*, é importante notar que, para as ligações com pregos, a diferenças apresentadas não são tão elevadas como no caso dos parafusos.

Na espécie Jatobá, em ligações com pregos, os valores teóricos apresentaram-se ligeiramente superiores aos resultados experimentais. Verifica-se, neste caso, que a análise do β_{lim} conduz ao modo de ruptura por flexão do pino.

Nas figuras 20 e 21, pode ser observada a variação ocorrida entre os valores de comparação para cada madeira e tipo de pino.

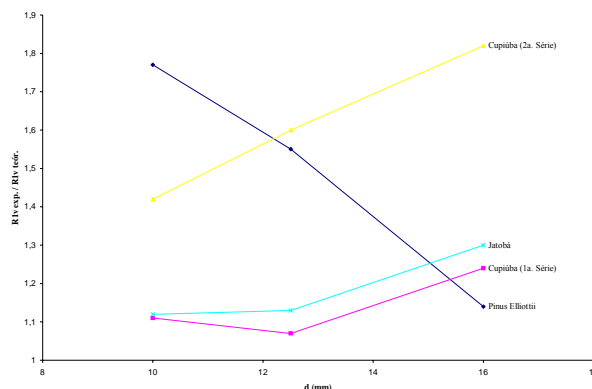


Figura 20 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela – ensaios complementares – parafusos

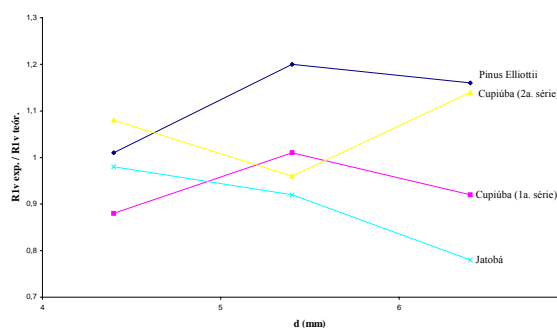


Figura 21 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações na direção paralela – ensaios complementares – pregos

4.3 Comparação dos valores de resistência com as forças de ruptura das ligações

A resistência da ligação é definida mediante a força que provoca no corpo-de-prova uma deformação específica residual de 2%. Observa-se diferença significativa entre os valores desta resistência e a carga de ruptura das ligações. Para essa discussão, foram determinados valores obtidos pela relação da carga de ruptura da ligação dividida pela resistência da mesma.

Notou-se que a diferença foi mais acentuada quando se tratou de ligações executadas com pregos, tanto para solicitação na direção paralela quanto para direção normal às fibras da madeira.

Nas ligações com pregos, solicitadas na direção paralela, utilizando o critério da equipe do LaMEM, a diferença variou, em média, de 46% (Eucalipto Citriodora) a 91% (Jatobá). Nas ligações com parafusos, a variação média foi de 19% (Pinus Elliottii) a 82% (Jatobá).

Na análise dos valores reavaliados por critério aproximado ao da NBR 7190, observou-se um acréscimo na diferença entre as cargas de ruptura e as resistências da ligações. Essa diferença, nas ligações solicitadas na direção paralela às fibras, variou: para pregos

de 54% (Eucalipto Citriodora) a 131% (Pinus Elliottii) e, para parafusos, de 32% (Pinus Elliottii) a 93% (Jatobá).

Nos ensaios complementares, as relações F_{rup} / R se mantiveram mais expressivas, quando se tratou das ligações com pregos, variando, em média, de 72% (Jatobá) a 122% (Cupiúba). Enquanto isso, para parafusos, os valores variaram de 20% (Jatobá) a 46% (Pinus Elliottii).

4.4 Comparação entre a resistência ao embutimento e a resistência à compressão paralela às fibras da madeira

Conforme discutido anteriormente, a norma brasileira permite a caracterização simplificada da resistência da madeira serrada, admitindo, para a resistência ao embutimento paralelo às fibras da madeira, o mesmo valor da resistência à compressão paralela. Dessa maneira, para efeito da discussão dos resultados apresentados nos ensaios de ligação e nos cálculos de dimensionamento pelo critério da mesma norma, foi utilizado, para a resistência ao embutimento da madeira, o valor da resistência à compressão paralela, ao serem analisados os ensaios realizados pelo LaMEM.

Tendo em vista a importância desse valor nos resultados apresentados e discutidos, é importante a sua comparação.

Observou-se que apenas para os parafusos de diâmetro 10, 12,5 e 16 mm, na primeira série de ensaios da espécie Cupiúba, os valores da resistência ao embutimento foram maiores do que aqueles encontrados para a resistência à compressão. Nos ensaios de embutimento utilizando parafusos de mesmo diâmetro, para a espécie Pinus Elliottii e as espécies Jatobá e Cupiúba (segunda série de ensaios), chegou-se a valores inferiores àqueles obtidos para a resistência à compressão da madeira. Esta última superou a resistência ao embutimento, em média, de 5% a 12%. Nos demais casos, referidos para pregos de 4,4, 5,4 e 6,4 mm, os valores da resistência à compressão paralela foram superiores aos da resistência de embutimento paralelo, variando de 6% a 51%.

Atualmente, utiliza-se, no dimensionamento de ligações, a resistência à compressão paralela às fibras no lugar da resistência ao embutimento na direção paralela às fibras. Tendo em vista as relações obtidas para essas resistências nos ensaios efetuados, pode-se intuir que a substituição da resistência à compressão paralela pela resistência ao embutimento conduzirá, em boa parte das situações, a uma redução da resistência do pino.

As figuras 22 e 23 apresentam a comparação entre os resultados experimentais e teóricos, utilizando para cálculo destes últimos os valores da resistência à compressão paralela às fibras da madeira e não a resistência ao embutimento paralelo às fibras, como nos casos anteriores.

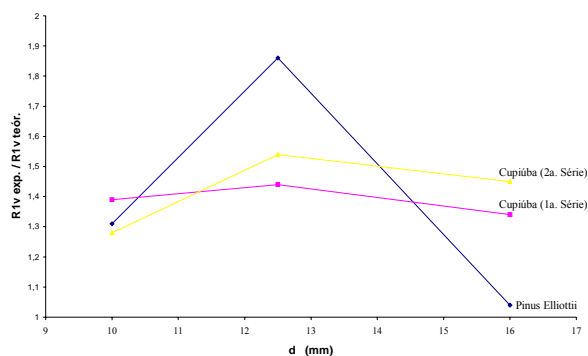


Figura 22 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações, utilizando o f_{c0} – ensaios complementares – parafusos

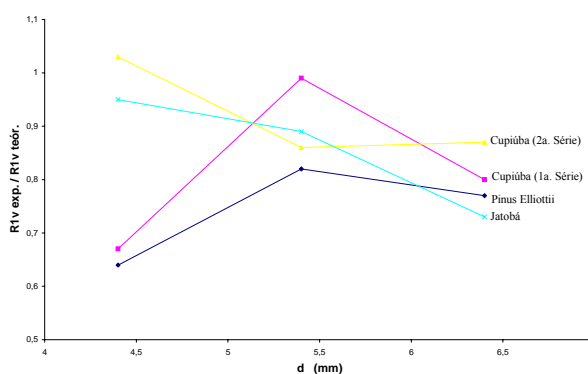


Figura 23 – Comparação entre os resultados experimentais e teóricos das resistências das ligações, utilizando o f_{c0} – ensaios complementares – pregos

5 CONCLUSÕES

Alguns comentários e conclusões já foram relacionados ao longo do texto deste trabalho. São apresentadas, a seguir, as principais conclusões obtidas no estudo. Como o objetivo do estudo experimental foram as ligações com dois planos de corte, estas conclusões devem ser entendidas como referentes a este caso.

No caso de parafuso, em que o efeito mais salientado é o embutimento do pino na madeira, observa-se uma tendência a obter resultados experimentais da resistência das ligações com valores superiores aos obtidos pelo critério teórico da norma NBR 7190 (a partir da resistência ao embutimento), sendo esses dois valores calculados com base em uma deformação residual de 2%. Esse efeito é maior, principalmente, para o caso de madeiras com menores densidades. Outro aspecto a salientar é o valor convencionalizado pela NBR 7190/97 para definir a resistência ao embutimento e a resistência das ligações, em função da deformação residual de 2%. Isto não é comum às outras normas consultadas, nas quais é permitida maior deformação. Pode-se depreender do texto da NBR 7190/97 que o seu intuito foi o de trabalhar somente com ligações consideradas rígidas. A consequência imediata disto é a obtenção de valores menores para a resistência das ligações.

Ao utilizar os valores da resistência da madeira à compressão paralela às fibras na determinação da resistência teórica de um pino, nota-se que, em boa parte das situações, esse procedimento leva ao aumento desses resultados. Portanto, a utilização da resistência ao embutimento (f_e) em lugar da resistência à compressão (f_c) levará à uma diminuição da resistência da ligação $R_{lv,d}$.

Para a obtenção da resistência da ligação pelo método do anexo C da NBR 7190/97, é necessário realizar mais leituras de deformações do que até os $0,7 F_{lim}$ estabelecidos. Observa-se, nos ensaios realizados e no tratamento dos dados, a necessidade de prolongar a leitura das deformações em todos os casos.

No caso de prego, os valores da resistência dessas ligações, obtidos experimentalmente, praticamente se equivalem aos obtidos pelo critério teórico da NBR 7190/97, em espécies de maior densidade. Para espécies de menor densidade, os resultados experimentais tendem a fornecer valores superiores aos obtidos pelo critério teórico da mesma norma.

Verifica-se também, nas ligações pregadas, que a resistência convencional da ligação (deformação específica residual de 2‰) fornece valores muito inferiores aos da carga de ruptura da ligação ($0,39 F_{rup}$ a $0,55 F_{rup}$). Nas ligações parafusadas, esses valores também são inferiores, porém com ordem de grandeza menor, estando próximo do valor de $0,7 F_{rup}$.

Observa-se que, nos resultados experimentais obtidos nos ensaios de ligações da equipe do LaMEM, estes são sensivelmente superiores aos obtidos pelo critério teórico da NBR 7190/97. Há que considerar que a metodologia adotada pelo LaMEM, anterior à revisão da norma, conduz à determinação da reta secante com menor inclinação e à ocorrência sistemática de deformações residuais superiores a 2‰. Mediante a relação $R_{lv, exp.} / R_{lv, teor.}$, verifica-se, nas ligações na direção normal às fibras, que tais valores são muito mais expressivos do aqueles obtidos para as ligações na direção paralela às fibras. Essa relação indica a diferença entre a resistência da ligação obtida experimentalmente e a resistência obtida pelo critério teórico.

Outro aspecto inusitado no método de ensaio da NBR 7190/97 é a utilização de uma base de medida, obtendo uma deformação residual específica, quando o efeito visualizado é o de deslocamento relativo entre os elementos unidos. As outras normas consultadas permitem deslocamentos maiores do que a NBR.

Tendo em vista os comentários e conclusões apresentados ao longo deste trabalho, sugere-se a revisão do método de ensaio referente à ligação, bem como do critério de dimensionamento da NBR 7190/97.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, P. A. O. (1987). **Uniões pregadas de madeira**. São Paulo. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica - Universidade de São Paulo.

ALMEIDA, P. A. O. (1990). **Estruturas de grande porte de madeira composta**. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica - Universidade de São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190/97 - Projeto de Estruturas de Madeira**. Rio de Janeiro: ABNT, 1997.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM D 1761 – 77 – Standard Methods of Testing Mechanical Fasteners in Wood**. Philadelphia: ASTM, 1977.

BARALDI, L. T. (1996). **Método de ensaio de ligações de estruturas de madeira por chapas com dentes estampados**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. Part 2. **The structural use of timber**. Metric units. London: BSI, 1971.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 1052 – Part 2. **Structural use of timber: mechanically fastened joints**. Berlin: DIN, 1988.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. CEN TC 124 WG1 N 243. **Timber structures – Test methods – Load bearing nailed joints**. EN TC 124.112: 1990.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. CEN TC 124 WG1 N 243. **Timber structures – Test methods – Determination of embedding strength and foundation values for dowel type fasteners**. Draft, prEN 383. Bruxelas: CEN, 1993. 12p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Design of timber structures – Part 1-1: general rules and rules for buildings** – Draft, EUROCODE 5 - EN 1995-1-1. Bruxelas: CEN, 1999.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Timber structures – Joints made with mechanical fasteners – General principles for the determination of strength and deformation characteristics**. EN 29891. Bruxelas: CEN, 1991.

FUSCO, P. B; CALIL JR., C.; ALMEIDA, P. A. O. **Projeto da nova norma brasileira NBR 7190: projeto de estruturas de madeira**. In: INSTITUTO BRASILEIRO DA MADEIRA E DAS ESTRUTURAS DE MADEIRA. São Paulo, 1995.

HILSON, B. O. **Nailed joints II. Timber Engineering**. STEP 1. C5/1-C5/6. 1995.

JOHANSEN, K. W. **Theory of timber connections**. Internatinal association for Bridge and Structural Engeneering. Zurick: 1949. v.9. p.249-262.

NOGUEIRA, M. C. J. A. **Proposta de método de ensaio e parâmetros para o dimensionamento de ligações entre peças de madeira por anéis metálicos fechados**. São Carlos, 1996. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, M. A. M. (2001). **Ligações com pinos metálicos em estruturas de madeira**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

SMITH, I. **Short term load tests on whitewood embedment specimens with a single plain circular section steel connector in a hole of the same diameter**. Research Report 1/82. Inglaterra: Timber Research and Development Association (TRADA), 1982. 123p.

STAMATO, G. C. (1998). **Resistência ao embutimento da madeira compensada**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

AÇÃO DIAFRAGMA DE COBERTURA APLICADA ÀS CONSTRUÇÕES EM PÓRTICO DE MADEIRA

Lívio Túlio Baraldi¹ & Carlito Calil Junior²

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma análise do comportamento de estruturas em pórtico de madeira levando-se em conta a influência da ação diafragma da cobertura, que será verificada por meio da realização de ensaios em painéis diafragma e por análise numérica. Além disso, apresenta os procedimentos de cálculo para o projeto de edificações considerando a ação diafragma de cobertura. Fornece informações para a produção de estruturas treliçadas de cobertura em nível industrial, utilizando-se chapas com dentes estampados, com maior controle de qualidade técnica dos projetos e economia de material.

Palavras-chave: estruturas de madeira; madeira; cobertura; cálculo; ação diafragma.

1 INTRODUÇÃO

As construções em pórticos treliçados de madeira apresentam um desempenho estrutural eficiente. São basicamente compostas por elementos principais, tais como: pilares e treliças, e por componentes secundários, tais como: terças, contraventamentos e fechamentos.

Na análise estrutural destas edificações, na grande maioria dos casos, não são considerados os efeitos tridimensionais da construção. No dimensionamento das estruturas considera-se que todas as forças laterais que contribuem para as ações sobre um pórtico individual são resistidas por ele próprio. Na realidade uma parcela destas ações pode ser transferida para os pórticos principais de rigidez (PPR), localizados nas extremidades da edificação pela cobertura, como ilustra a figura 2. Estas ações são transferidas da cobertura para os elementos principais através dos elementos secundários por esforços de cisalhamento. No caso da edificação apresentar grande comprimento, pode-se utilizar PPR internos, aumentando a eficiência da cobertura. Pode-se então definir PPR como os elementos estruturais responsáveis por transmitir os esforços horizontais absorvidos pela cobertura para as fundações do edifício.

¹ Professor da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da UNIMAR, lbaraldi-fe@unimar.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, calil@sc.usp.br

A este mecanismo dá-se o nome de ação diafragma da cobertura, que quando considerado no cálculo resulta em dimensões de fundações mais consistentes com o desempenho real da estrutura e conseqüente economia de material. O diafragma da cobertura é formado principalmente pelas terças e telhas.

Apresenta-se na figura a seguir o esquema com os principais elementos que formam a edificação:

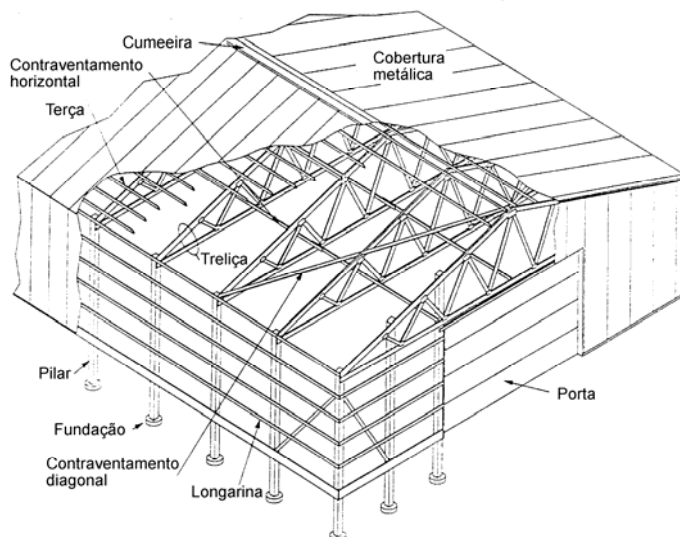


Figura 1 - Pórtico treliçado (Fonte: Gebremedhin, 1992)

1.1 Ação diafragma

A ação diafragma pode ser considerada de placa, parede ou cobertura, e é calculada para resistir no seu plano, como parte de um sistema de contraventamento, a deslocamentos, como ilustra a figura a seguir:

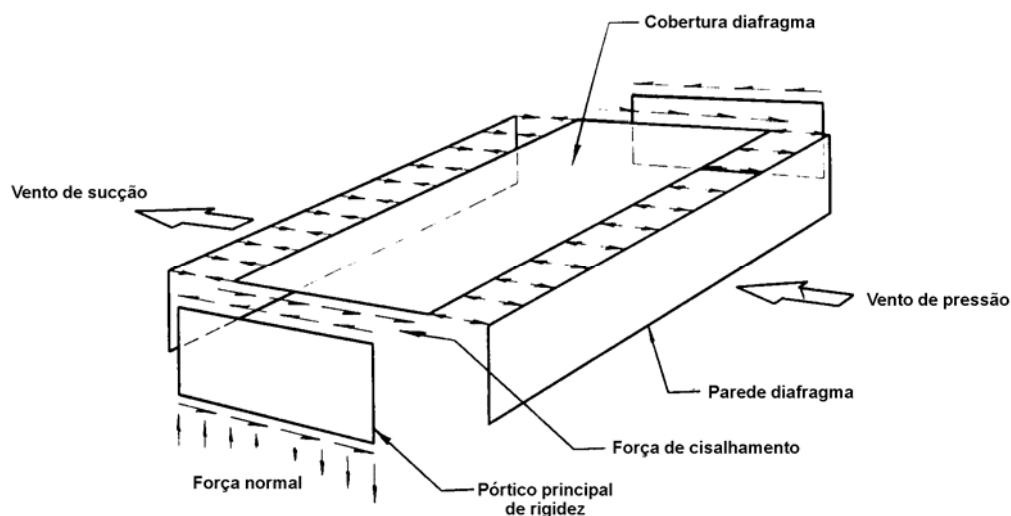


Figura 2 - Ação diafragma (Fonte: Canadian Wood Construction, 1986)

Para que uma cobertura apresente comportamento adequado quanto à ação diafragma, deve-se garantir que as ligações tenham resistência suficiente para transferir as ações horizontais por cisalhamento para os PPR. Como as ações são transferidas para os PPR, estes devem apresentar rigidez maior que os demais pórticos da edificação, para absorverem estes esforços e transmiti-los para as fundações.

De um modo geral, a ação diafragma é um meio de fornecer rigidez no plano resistente à ação horizontal que atua sobre a estrutura. Esquemáticamente, a ação diafragma pode ser representada por uma força “R” de reação horizontal que age sobre a estrutura, como ilustra a figura a seguir:

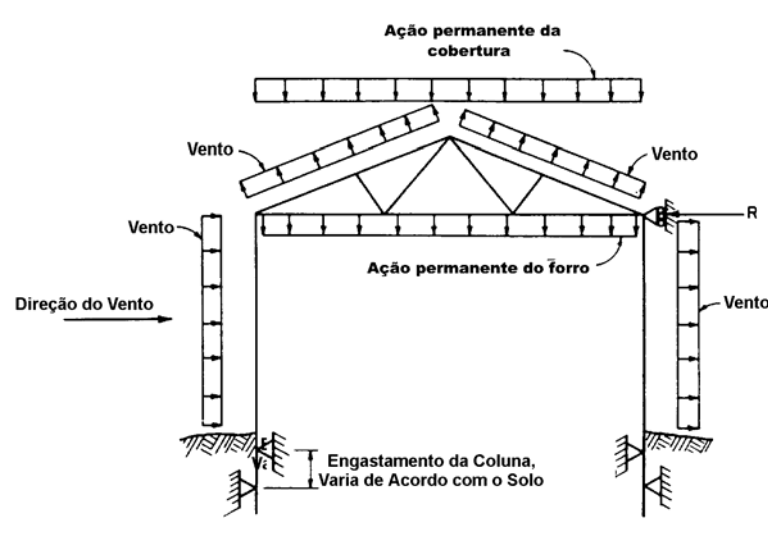


Figura 3 - Ação diafragma - Força resistente R (Fonte: ASAE EP 484.1, 1991)

A ação diafragma pode ser estimada sob dois parâmetros, a sua resistência, ou seja, a parcela do cisalhamento a que o diafragma pode resistir; e eficiência, ou seja, a porcentagem da força total que será resistida pelo diafragma, sendo cada um destes parâmetros determinados de acordo com a rigidez do pórtico treliçado em conjunto com a resistência e rigidez do diafragma. Então, o objetivo passa a ser determinar estes parâmetros e compatibilizá-los para que no cálculo da estrutura se considere a ação diafragma.

Na determinação destes parâmetros, os seguintes procedimentos podem ser adotados: para a rigidez dos pórticos pode-se utilizar programas de computador para análise plana ou realizar ensaios com protótipos ou modelos, sendo por definição a rigidez do pórtico a força necessária para provocar um deslocamento lateral unitário (**ASAE EP 484.1, 1991**).

Já para o diafragma as propriedades podem ser obtidas a partir de ensaios em protótipos ou painéis diafragma. Além dos métodos citados anteriormente, os parâmetros diafragma podem ser obtidas por modelos numéricos, desde que sua validade tenha sido demonstrada pela comparação dos resultados obtidos no modelo e em ensaios.

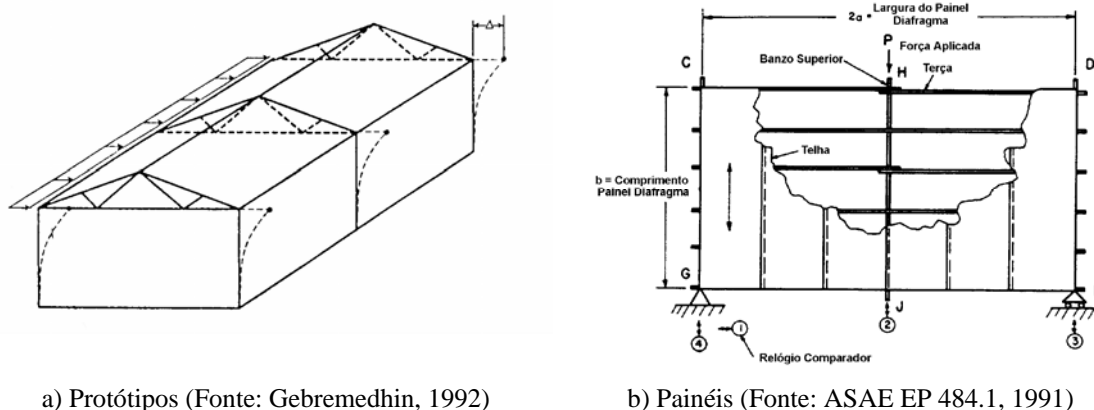


Figura 4 – Ensaio para determinação da rigidez e resistência diafragma

Em nível estrutural, um diafragma é considerado como uma viga especial, onde tem-se, no caso do diafragma de cobertura, o momento resistido por um binário de compressão e tração (banzos), localizado nas paredes laterais da edificação e o cisalhamento absorvido pelo diafragma (alma).

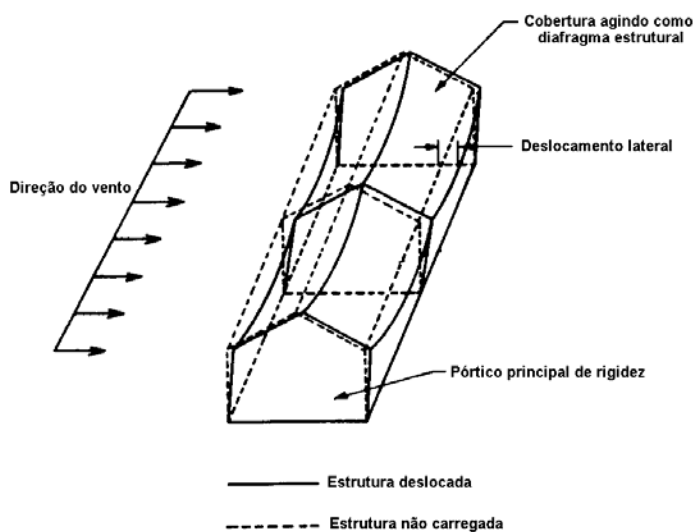


Figura 5 – Comportamento de viga do diafragma (Fonte: Wright e Manbeck, 1992)

1.2 Objetivos e justificativa

Este trabalho tem como objetivo avaliar a ação diafragma de cobertura em edificações em pórticos treliçados de madeira. Serão consideradas telhas metálicas na cobertura e as estruturas executadas com madeiras de reflorestamento como as dos gêneros Pinus e Eucalipto. Para as ligações serão utilizados conectores padrão do sistema GANG-NAIL.

A determinação da rigidez dos pórticos treliçados será feita com modelagem numérica usando o software ANSYS para análise de estruturas. Já a determinação da resistência e

rigidez do diafragma será experimental, usando painéis diafragma de acordo com os procedimentos apresentados pela norma **ASAE EP 484.1 (1991)**, descritos no capítulo 3.

A partir destes resultados serão apresentados os valores de resistência e rigidez a serem utilizados no dimensionamento de estruturas de madeira considerando a ação diafragma na resistência à ação do vento, para o sistema construtivo adotado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A ação diafragma considerada no cálculo das estruturas proporciona economia de material e leva em conta um comportamento tridimensional, mais próximo da realidade da estrutura, quando solicitada por forças horizontais.

Além disso, conhecido o funcionamento da estrutura com a ação diafragma e levando em conta esta ação no dimensionamento, a estrutura apresenta ótimo desempenho frente a condições adversas, como por exemplo, a ação do vento e terremotos (**Gebremedhin, 1992**).

A aplicação da ação diafragma em estruturas de madeira tem sido maior em construções leves, com maior aplicação em construções rurais, sendo também utilizada em edificações comerciais e industriais, principalmente a partir de novas pesquisas e do desenvolvimento de novas técnicas e ferramentas de cálculo (**Bender, 1992**).

A consideração da ação diafragma no cálculo de estruturas exige a determinação de suas propriedades, bem como diretrizes para o cálculo. A norma americana **ASAE EP484-1 (1991)**, Cálculo Diafragma de Coberturas Metálicas em Construções Retangulares, apresenta um roteiro completo para a determinação das propriedades e cálculo de estruturas considerando o diafragma da cobertura. Devido a importância desta norma no desenvolvimento do trabalho, um resumo do conteúdo da mesma é apresentado no capítulo 3.

2.1 Aplicação da ação diafragma

Gebremedhin et. al. (1986) afirmam que um dos caminhos mais eficientes e baratos para fornecer estabilidade lateral a uma edificação é através do uso da cobertura como um diafragma horizontal. Neste trabalho apresentam um procedimento de cálculo para a inclusão da teoria diafragma no projeto de pórticos.

O procedimento de cálculo apresenta as seguintes etapas:

- 1) Aplicar carregamento (vento + permanente), locar um apoio horizontal no ponto de fixação da treliça com o pilar para impedir o deslocamento horizontal do pórtico e determinar qual a força necessária para impedir este deslocamento (reação horizontal);
- 2) Determinar a rigidez do pórtico (k);
- 3) Selecionar a força de resistência diafragma modificada (mD) e a força de cisalhamento modificada (mS) da cobertura, valores tabelados, a partir da razão da rigidez do pórtico, da rigidez diafragma e do número de pórticos;
- 4) Calcular a força de restrição lateral e a força de cisalhamento na cobertura, sendo:
Força de resistência lateral = mD x reação horizontal

Força de cisalhamento na cobertura = $mS \times$ reação horizontal

- 5) Distribuir a força de restrição ao deslocamento lateral igualmente no banzo superior com sentido oposto à ação do vento na parede e, então, analisar o pórtico (FIGURA 6);
- 6) Checar o cisalhamento na cobertura próximo aos pórticos principais de rigidez.

Os fatores de redução mD e mS dependem da rigidez relativa do pórtico e da cobertura, do número de pórticos na construção e da posição de um pórtico particular na edificação. O fator mD é calculado a partir do princípio da compatibilidade de deslocamento lateral do pórtico e da cobertura na linha de apoio da treliça no pilar.

Os autores citados concluem que os fatores limitantes no cálculo podem ser: resistência do pilar, cisalhamento horizontal no pilar e flambagem das diagonais ou banzo da treliça. A ação diafragma é mais efetiva no controle de deslocamentos laterais e na redução das forças dos pilares quando o comprimento da edificação decresce e a largura aumenta. É importante destacar que esse trabalho é parte integrante da bibliografia que serviu de base para a elaboração da norma **ASAE EP484-1 (1991)**.

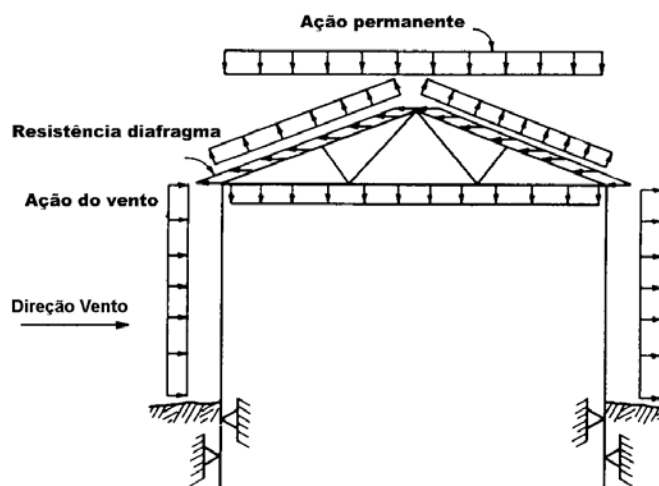


Figura 6 - Verificação do pórtico considerando a ação diafragma (Fonte: ASAE EP 484.1, 1991)

A transferência das forças horizontais até a fundação segue o esquema ilustrado pela figura a seguir, onde pode-se perceber a importância da ligação no cobrimento das telhas, pois, o modelo considera as telhas como contínuas:

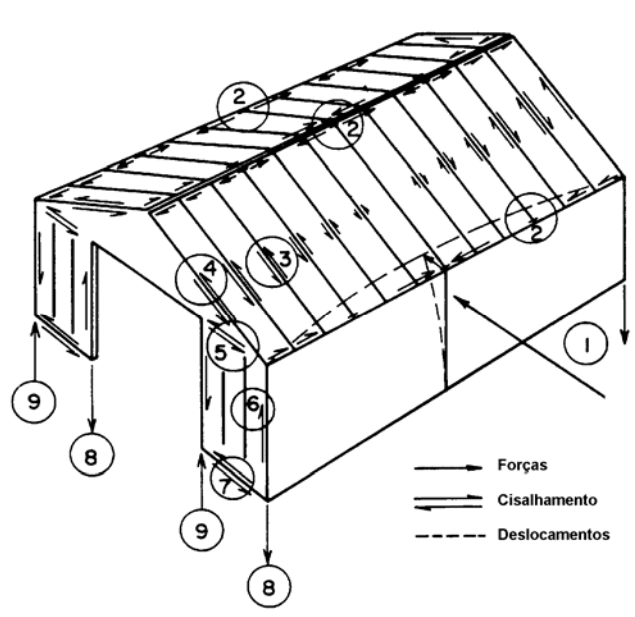


Figura 7 - Transferência das forças para a fundação (Fonte: ASAE EP 484.1, 1991)

O mesmo procedimento pode ser aplicado considerando-se a ação diafragma do forro, isolado ou em conjunto com a cobertura.

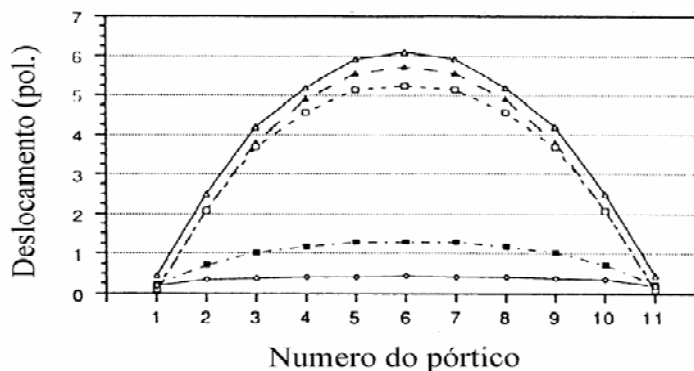
As ligações do diafragma com os pórticos principais de rigidez devem resistir ao cisalhamento V_r , descrito anteriormente. Além disso, as extremidades do diafragma devem ser dimensionadas para resistir às forças decorrentes da flexão. O procedimento de cálculo diafragma é detalhado no capítulo 3.

De acordo com **Gebremedhin (1992)**, nos cálculos das estruturas normalmente não são considerados os efeitos tridimensionais da construção. Na prática, determina-se a área de influência sobre cada pórtico individual para as ações, tanto verticais quanto horizontais, e considera-se que o próprio pórtico resiste às solicitações. Este mesmo autor afirma ainda, que a utilização do princípio da ação diafragma leva a estruturas mais leves, econômicas e competitivas com outras alternativas de construção. A ação diafragma da cobertura justifica o uso de coluna com seções reduzidas e fundações menos profundas que o determinados pelos métodos convencionais.

Quando a ação diafragma é considerada, uma parcela das forças laterais é absorvida pela cobertura por cisalhamento. Este esforço é transferido para os pórticos principais de rigidez (PPR) para, em seguida, serem transferidos às fundações. Com isso a ação diafragma age no sentido de aliviar os esforços nos pilares dos pórticos internos, sendo uma parcela dos esforços absorvida pelo pórtico e o restante pela cobertura diafragma. Por isso no cálculo são consideradas a rigidez do pórtico e a rigidez e resistência do diafragma.

Ainda de acordo com este autor, a parcela que cada elemento estrutural absorve das forças horizontais depende do comprimento da edificação, do espaçamento entre os pórticos, da rigidez dos pórticos isolados, dos pórticos principais de rigidez e da cobertura diafragma.

Além disto, o autor apresenta resultados de ensaios com cobertura diafragma de um protótipo, tendo verificado a variação do deslocamento dos pórticos desta edificação, em cinco estágios diferentes da construção, que foram: pórtico de madeira isolado, PPR com vedação, todas as paredes com vedação, metade do telhado coberto, e edificação toda coberta. O gráfico a seguir ilustra as variações nos deslocamentos horizontais, comprovando a eficiência da cobertura na resistência às forças horizontais.



- ▷ Pórtico Isolado
- ▲ Oitões com vedação
- Paredes com vedação
- 1 água coberta
- Construção coberta

Figura 8 - Influência da cobertura na rigidez da edificação (Fonte: Gebremedhin, 1992)

De acordo com **Gebremedhin et. al. (1992)**, na grande maioria dos casos os parâmetros diafragma para projeto de uma edificação são obtidas por ensaios em painéis, uma vez que ensaios em protótipos apresentam custo elevado. Afirmam também que os ensaios com painéis não conseguem levar em conta as muitas variáveis envolvidas na construção. A partir desta constatação, um protótipo foi ensaiado com os seguintes objetivos: determinar o aumento da rigidez da construção devido à instalação da cobertura metálica; estimar a rigidez dos pórticos e cobertura diafragma; avaliar a precisão dos procedimentos de análise diafragma apresentados pela literatura; e determinar a distribuição das forças nos pórticos internos quando a ação diafragma é utilizada.

Para este fim, uma construção foi analisada em vários estágios, sendo estes: construção sem fechamento metálico; fechamento metálico nos PPR; fechamento metálico nas paredes; cobertura metálica em uma água do telhado; cobertura completa; e cobertura completa com uma face da cumeeira desconectada para verificar a transferência do cisalhamento.

A ação horizontal considerada foi a do vento e foi simulada pela aplicação de forças horizontais concentradas de igual intensidade em cada pórtico interno. Como principais resultados tem-se:

- A rigidez dos PPR pode ser um importante fator para o dimensionamento dos pilares com procedimentos de cálculo diafragma, contrariando a norma ASAE EP (1991), que assume os PPR com deslocamentos horizontais desprezíveis;

- A colocação do fechamento nos PPR não influencia a transferência de cisalhamento, mas aumenta drasticamente a rigidez dos mesmos;
- O fechamento lateral diminui os deslocamentos horizontais em apenas 14%;
- Com a instalação da cobertura em uma água, os deslocamentos horizontais foram reduzidos em 79%, mostrando a eficiência da cobertura;
- Com a cobertura completa, a redução foi de 93%;
- Sem a fixação da cumeeira, a redução no deslocamento foi de 91%.

Dentre as principais conclusões dos autores, destacam-se:

- Com a cobertura completa pode-se assumir que cada pórtico interno resiste a uma mesma parcela de força;
- A ação diafragma reduz os deslocamentos horizontais na base do pilar;
- Os deslocamentos dos PPR afetam significativamente a rigidez do pórtico e da cobertura diafragma, mostrando que a norma ASAE EP (1991) é não conservativa no cálculo dos momentos fletores dos pórticos internos, mas, por outro lado, é conservativa para o cisalhamento de cálculo na cobertura metálica;
- Uma cobertura diafragma não funciona como duas unidades independentes (cada água do telhado como um diafragma independente), pois as treliças e cumeeira contribuem para o trabalho conjunto das duas águas do telhado;
- Em nível econômico, a cobertura diafragma fornece um sistema de contraventamento efetivo e barato para construções com uma razão comprimento-largura menor que 4 (quatro).

De acordo com **Wright e Manbeck (1993)**, os principais fatores que afetam a resistência e rigidez do painel diafragma são:

- Dimensões do painel;
- Tipo e tamanho dos fixadores;
- Material de cobertura;
- Perfil e espessura da telha;
- Classe de resistência da madeira;
- Comportamento não-linear dos fixadores quando solicitados por forças elevadas.

Neste trabalho os autores tiveram como objetivo desenvolver um modelo numérico para estimar a resistência e rigidez de painéis diafragma, e verificar os valores obtidos no modelo com os resultados de testes em laboratório com painéis diafragma. O painel foi modelado no programa para análise numérica “ABAQUS”, as telhas foram modeladas com elementos do tipo “SHELL” e as peças de madeira com elementos do tipo “BEAM”. Para as conexões utilizou-se um elemento chamado “JOINTC” que permite a entrada de propriedades não-lineares. Foram analisados os conectores utilizados nas ligações entre as telhas, das telhas com as terças e das terças com as treliças para comportamento não-linear. Os ensaios com painéis seguiram as especificações da **ASAE EP484-1 (1991)**. A comparação entre os resultados do modelo numérico e dos ensaios mostrou a validade do modelo, sendo destacada a dificuldade para a sua elaboração, uma vez que era composto por 11.644 nós, 11 515 elementos e envolvia 69.864 graus de liberdade. Os autores alertam ainda para a necessidade de se considerar o comportamento não-linear das conexões, principalmente para carregamentos elevados.

Segundo **Alsmarker (1995)**, a transferência das forças devido ao vento pode ser feita para as fundações por meio da ação diafragma proporcionando um projeto econômico e

eficiente. Como elemento diafragma pode-se utilizar o material de cobertura e deve-se garantir que as ligações entre os diversos elementos que compõem a estrutura possam resistir a esforços de cisalhamento. A cobertura pode então ser considerada como uma viga alta, onde as telhas representam a alma e absorvem os esforços de cisalhamento e os “banzos” que absorvem os momentos são representados pelas paredes laterais da edificação, como ilustra a figura 7.

Para que a ação diafragma possa ser considerada nos cálculos, deve-se garantir que a cobertura apresente resistência ao cisalhamento, que as forças possam ser transferidas para os PPR e ainda que todas as ligações intercomponentes da estrutura possam resistir a esforços de cisalhamento, caso contrário a estrutura se comportará como uma série de pórticos individuais. Ainda segundo o autor, o número de variáveis que afetam o comportamento diafragma é muito grande, o que dificulta a compreensão, conhecimento e aplicação da ação diafragma. Dentre estas variáveis podem-se citar: altura do diafragma, espaçamento entre PPR, as características geométricas do material de cobertura, a natureza de comportamento não-linear dos fixadores, sendo esta uma das mais complexas, distribuição e fixação das telhas e a madeira e suas características. O comportamento diafragma de uma cobertura pode ser analisado a partir de ensaios com painéis diafragma, desde que estes painéis representem a construção real.

2.2 Conclusões

Da revisão bibliográfica conclui-se que:

A ação diafragma é um importante efeito a ser considerado no projeto de edificações solicitadas por ações horizontais. A sua consideração leva em conta um comportamento mais real da edificação quando solicitada por ações horizontais, ou seja, os efeitos tridimensionais. Apesar de gerar um trabalho maior para o dimensionamento das estruturas, este, é compensado pela análise mais precisa e pela economia de material que se pode conseguir com a consideração da ação diafragma. Para isso, deve-se determinar os parâmetros de resistência e rigidez da cobertura diafragma. Estes parâmetros são obtidos a partir de ensaios em protótipos, ensaios com painéis diafragma, ou ainda, com modelos numéricos, desde que a viabilidade destes modelos seja comprovada por ensaios.

Os ensaios com protótipos apresentam grande complexidade de execução, além do fato de exigirem grandes investimentos financeiros em equipamentos, porém, têm sido uma importante ferramenta para determinação dos parâmetros de resistência e rigidez diafragma, principalmente em dois pontos referentes à norma **ASAE EP 484-1 (1991)**, influência dos deslocamentos que ocorrem nos pórticos principais de rigidez e também, até que ponto os resultados obtidos em ensaios com painéis podem ser extrapolados para as coberturas que geralmente apresentam dimensões maiores. A questão dos PPR é de grande importância, uma vez que a norma considera estes elementos como perfeitamente rígidos e caso isso não ocorra na prática, o dimensionamento das estruturas apresentará erros. Além disso, deve ser destacado que os ensaios em protótipos representam fielmente as características da edificação e, também, permitem a verificação de valores utilizados a partir de ensaios em painéis adaptados para a edificação, e permitem a análise de uma série de parâmetros que interferem na ação diafragma.

Em vista disso, apesar da complexidade de execução e dos elevados custos de instrumentação devem ser realizados para fins de comprovação dos resultados obtidos em painéis e melhor análise das variáveis envolvidas na determinação dos parâmetros de cálculo diafragma.

Já a obtenção dos parâmetros de cálculo diafragma através de ensaios com painéis diafragma é de fácil execução, feitos em laboratório, e de baixo custo, porém apresentam certas limitações, principalmente, com relação às dimensões, mas são uma importante ferramenta para obtenção destes parâmetros. Devido ao grande número de dispositivos e materiais diferentes que são utilizados na construção de estruturas, muitos ensaios devem ser realizados para a obtenção das propriedades diafragma. Ensaios de protótipos em larga escala são muito caros e por isso a utilização de painéis se justifica e é bastante utilizada em pesquisas. Torna-se necessário definir uma seqüência de ensaios que possam representar uma série de sistemas construtivos e não apenas uma edificação em si. Com esses dados em mãos, ensaios com protótipos para cada sistema podem ser feitos para verificação dos resultados obtidos.

Os modelos numéricos são ferramentas importantes, mas devem estar sempre acompanhados de ensaios que mostrem a sua viabilidade. Os modelos podem ser desenvolvidos tanto para painéis, quanto para protótipos. Uma vez que as variáveis envolvidas são muitas, modelos simplificados devem ser elaborados de tal forma que a reprodução desses modelos se torne mais fácil. Para a elaboração desses modelos deve-se ter em mente a necessidade de, para análises com carregamentos elevados, considerar os efeitos não-lineares dos conectores, principalmente se os modelos forem utilizados para a determinação da resistência do diafragma, que exige a aplicação de carregamentos elevados.

Para a consideração da ação diafragma nos cálculos, deve-se determinar dois parâmetros do diafragma, a saber, a sua rigidez e a sua resistência. Como estes parâmetros devem ser determinados para cada configuração de montagem da cobertura, ou seja, variações nas dimensões, número ou tipo dos conectores, espécie de madeira, etc., exige-se a realização de ensaios para cada configuração especificada. Algumas normas tratam da consideração da ação diafragma, sendo a mais completa a norma americana **ASAE EP484-1 (1991)**, ou seja, apresentando um roteiro completo para a determinação das propriedades diafragma e procedimentos de cálculo. Esta norma especifica os ensaios com painéis diafragma como ferramenta para a determinação das propriedades diafragma da cobertura. Este método tem sido largamente utilizado por pesquisadores na determinação dos parâmetros de cálculo diafragma. Muitas pesquisas têm sido desenvolvidas com o objetivo de verificar as hipóteses adotadas pela norma. Estas pesquisas baseiam-se no próprio texto da norma, mas verificam se as hipóteses adotadas devem ou não ser alteradas. Como estes trabalhos se baseiam no processo apresentado pela norma, e ainda não foram editadas modificações no texto da norma, a sua utilização se justifica.

3 A NORMA ASAE EP484.1 - CÁLCULO DIAFRAGMA DE COBERTURAS METÁLICAS EM CONSTRUÇÕES RETANGULARES

Essa norma apresenta os procedimentos para determinação da resistência e rigidez diafragma, por meio de ensaios com painéis, e os procedimentos para cálculo de

estruturas levando-se em conta os efeitos do diafragma de coberturas e forros em edificações retangulares. Esses procedimentos são limitados para análise de construções isoladas e simétricas ao longo do maior eixo, tanto nos materiais de execução, quanto no processo de cálculo e ainda, assume que os PPR são suficientemente rígidos para transferir as forças de cisalhamento da cobertura para as fundações, apresentando deslocamentos horizontais desprezíveis.

3.1 Propósito e alcance

A norma apresenta os procedimentos para realização dos ensaios em painéis diafragma e procedimentos para cálculo de pórticos treliçados considerando a ação diafragma de cobertura. Esta norma se aplica para a análise e cálculo de construções em pórtico treliçado retangular com cobertura metálica usando diafragma de cobertura ou forro, isolados ou em combinação. Os pórticos principais de rigidez, localizados nas extremidades da edificação, devem apresentar rigidez para transferir forças de cisalhamento da cobertura para as fundações com deslocamento lateral do ponto de apoio da treliça no pilar desprezível.

3.2 Terminologia

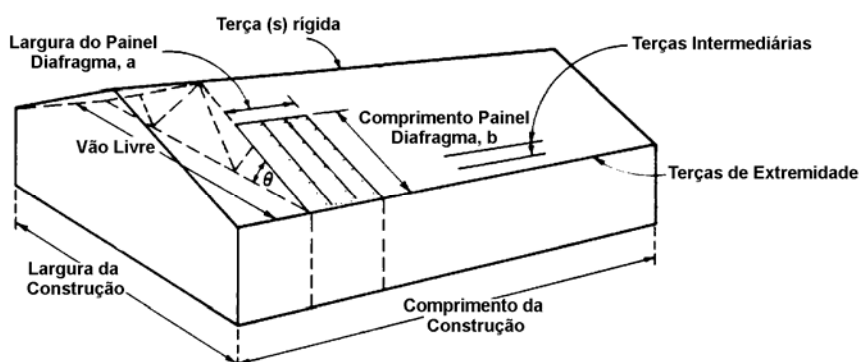


Figura 9 - Identificação da estrutura (Fonte: ASAE EP 484.1, 1991)

- 1) c_h - Rigidez diafragma da construção: Obtida de testes em painel. É ajustada para diferenças entre o comprimento do painel de teste e a cobertura diafragma e para a inclinação da cobertura.
- 2) Teste de painel diafragma em balanço.
- 3) Diafragma: Uma montagem estrutural, incluindo o reticulado de madeira (banzos de treliças e terças), cobertura metálica, conectores padrão capazes de transferir no plano forças de cisalhamento por meio da cobertura e dos membros do reticulado.
- 4) Cálculo diafragma (Projeto): É o cálculo de um pórtico, incluindo as treliças de madeira, pilares laterais, conectores de cisalhamento, emendas de banzo e fundações, no qual a resistência e rigidez diafragma são utilizadas para transferir forças horizontais para a fundação.
- 5) Conectores diafragma: São os elementos entre a cobertura e terças, entre os membros da estrutura diafragma e entre folhas individuais da cobertura.

- 6) b - Comprimento diafragma: É a dimensão do diafragma medida na direção das corrugações das telhas.
- 7) c - Rigidez diafragma de cisalhamento: É definida como a inclinação da curva força de cisalhamento x deslocamento do diafragma entre a força zero e a força correspondente da resistência de projeto ao cisalhamento do diafragma, em força por unidade de deslocamento lateral do plano.
- 8) a ou 2a - Largura do diafragma: É a dimensão do painel diafragma medida na direção perpendicular as corrugações da telha.
- 9) Pórtico principal de rigidez (PPR): Transfere no plano, forças de cisalhamento, de um diafragma, para as fundações.
- 10) k - Rigidez do pórtico: É a rigidez horizontal para a força aplicada na união da coluna com a treliça do pórtico individual, sem cobertura em cada vão da construção (FIGURA 5).
- 11) R - Força de restrição horizontal: Força aplicada na união da coluna com a treliça da face de sotavento do pórtico para prevenir translação devida a ações de projeto quando a ação diafragma não está incluída (FIGURA 4).
- 12) Teste em viga simples: A malha deve ser suportada no ponto G por um apoio fixo (rotulado), e no ponto E com um apoio móvel (também rotulado). A linha HJ deve ser contraventada fora do plano. Podem ser necessárias forças de restrição para resistir a movimentos fora do plano nos pontos C e E (FIGURA 6b).
- 13) Conectores de tração: São os conectores requeridos para transferir as forças de tração nos flanges da viga diafragma nos pontos onde os membros dos flanges são conectados. Na cobertura diafragma os membros dos flanges são as extremidades das terças de ponto de apoio da treliça no pilar e cumeeira.

3.3 Rigidez e resistência diafragma

A montagem do painel diafragma deve ser funcionalmente equivalente à construção real, ou seja, o espaçamento dos pilares, o tipo de cobertura, o perfil da cobertura, a espessura da cobertura, o tipo de fixação e acessórios, e os apoios para cada pórtico diafragma devem ser idênticos. A madeira utilizada nos ensaios deve apresentar massa específica ou classe de resistência igual ou superior à utilizada na construção do edifício.

3.3.1 Aparelhagem de testes:

3.3.1.1 Tamanho do painel:

- Comprimento do painel (b): não exceder o comprimento diafragma usado em projeto;
- Largura (a ou 2a): Não deve ser menor que a largura global de três folhas de cobertura tanto para viga em balanço quanto apoiada, e também, não menos que a largura de um vão da construção (distância entre pórticos) para em balanço e dois vãos para viga apoiada.

3.3.1.2 Madeira:

Apresentar umidade máxima de 19% (+ ou - 3%) da fabricação para o teste.

3.3.1.3 Tamanho e espaçamento das terças e banzos:

Deve ser igual aquele utilizado na construção.

3.3.2 Procedimentos de teste:

3.3.2.1 Número de testes e critérios de resistência na ruptura:

- Realizar um ensaio e duas repetições;
- Valores médios calculados sobre três resultados;

3.3.2.2 Procedimento de carregamento:

- No mínimo 10 leituras antes da ruptura para determinar a curva força - deslocamento;

3.3.2.3 Definição de falha:

- A ruptura é definida por falha na telha, malha de madeira ou conectores, a qual possa ser desagradável na aparência ou desempenho da cobertura diafragma.

3.3.2.4 Configurações do painel diafragma:

- Comprimento, b: Para diafragmas utilizando folhas de comprimento simples, este pode ser o comprimento da folha de cobertura, a menos que o conector de extremidade esteja localizado a mais que 75 mm da borda das folhas. O comprimento é medido da linha de centro dos conectores de extremidade quando estes estiverem a mais de 75 mm da borda das folhas.

- Largura "a" ou "2a": Distância medida perpendicularmente ao comprimento das folhas. A largura é medida da linha de centro das peças laterais da malha.

- Configuração do carregamento, apoios e relógios comparadores.

3.3.2.5 Propriedades da madeira:

- Número total de peças utilizadas na montagem
- Seções
- Classe e espécie de madeira
- Módulo de elasticidade de cada peça

3.3.2.6 Telha metálica:

- Produtor
- Perfil da telha
- Metal utilizado na fabricação
- Grau do metal
- Tensão de escoamento
- Espessura
- Módulo de Resistência à flexão (W_x)
- g/p: A razão da largura plana total do metal usado para formar uma corrugação completa pela largura nominal.
- Rascunho com todas as dimensões do perfil.

3.3.2.7 Conectores

- Fabricante
- Tipo (nome geral e/ou específico do conector)
- Diâmetro
- Comprimento nominal
- Tipo e tamanho de arruela
- Resistência ao cisalhamento do conector
- Rigidez ao cisalhamento do conector

3.3.3 Resultados

- As curvas de força x deslocamento para cada montagem testada, indicando a escala. Para teste em balanço P_{ult} é igual à magnitude da carga aplicada na ruptura, e para teste em viga simples P_{ult} é igual a metade da resultante da carga aplicada na ruptura.

- Resistência ao cisalhamento de cálculo: A resistência ao cisalhamento de cálculo para carga de longa duração é igual a $0,4P_{ult}/LDF$, sendo LDF o fator de duração da carga, se a ruptura foi iniciada pela quebra da madeira ou por falha do conector da madeira; de outro modo a resistência ao cisalhamento de cálculo é igual a $0,4P_{ult}$. O fator LDF pode conservativamente ser tomado como 1,6. A resistência ao cisalhamento por unidade de comprimento pode ser reportada como a resistência ao cisalhamento de cálculo dividida pelo comprimento diafragma, b .

- Rigidez ao cisalhamento do diafragma teste, c :

- Para teste de viga simples:

A rigidez de cisalhamento, c , para um diafragma teste é baseada relativamente à porção linear da curva força - deslocamento do meio do vão a partir de $0,4P_{ult}$ de acordo com a expressão:

$$c = \frac{1}{2} \frac{P}{D_s} \frac{a}{b}$$

onde:

$$P = 0,4P_{ult};$$

$$D_s = \text{Deslocamento de cisalhamento do diafragma teste para } 0,4P_{ult};$$

$$a/b = \text{razão da malha mostrada na figura 17.}$$

O deslocamento de cisalhamento, D_s , para o teste diafragma de viga simples é obtido dos deslocamentos medidos, D_2 , D_3 e D_4 na figura 17 e com as seguintes equações:

$$D_s = D_T - D_b$$

$$D_T = D_2 - \frac{1}{2}(D_3 + D_4)$$

$$D_b = \frac{Pa^3}{6E_p I_p}$$

$E_p I_p$ = EI efetivo dos painéis levando-se em conta a contribuição das terças de extremidade. (A contribuição do momento de inércia das terças sobre seus próprios eixos é negligenciado.) A seguinte equação é recomendada:

$$E_p I_p = (b' - y)^2 A_1 E_1 + y^2 A_2 E_2$$

onde:

A_1, A_2 = área média para cada terça de extremidade;

E_1, E_2 = média do módulo de elasticidade para cada terça de extremidade;

b' = Distância de centro a centro das terças de extremidade;

$$y = \frac{b' E_1 A_1}{(A_1 E_1 + A_2 E_2)}$$

- Rigidez da construção diafragma, c_h

A rigidez de cisalhamento da construção diafragma é definida pela seguinte equação:

$$C_h = C' (\cos^2 \theta) \left(\frac{b'}{a} \right)$$

onde:

b'/a = razão da cobertura diafragma;

θ = Inclinação do telhado;

C' = Rigidez do painel teste ajustado pelo comprimento diafragma pela equação a seguir.

- Ajuste do comprimento diafragma:

A rigidez de cisalhamento, c , para um dado comprimento do painel diafragma pode ser corrigida para rigidez cisalhamento, C' , para cobertura diafragma de diferentes comprimentos, pela seguinte equação:

$$C' = \frac{E \cdot t}{\left[2(1 + \nu) \frac{g}{p} + \frac{K_2}{(b' \cdot t)^2} \right]}$$

onde:

E = Módulo de elasticidade da telha;

t = Espessura da telha;

ν = Coeficiente de Poisson;

g/p = Como visto anteriormente;

b' = Comprimento diafragma medido ao longo da inclinação paralelo as corrugações, até o conector mais externo;

K_2 = Constante para um dado painel calculado.

A constante K_2 é determinada pela substituição da rigidez de cisalhamento do diafragma teste calculado anteriormente (c), e para outra geometria diafragma e valores de cálculo do material. Esta relação é válida para comprimentos diafragma de até 2 vezes o comprimento do diafragma teste.

Quando os teste são em escala real, $C' = c$.

3.3.4 Procedimentos de cálculo

3.3.4.1 Roteiro de cálculo

- Rigidez horizontal do pórtico ($k=P/\Delta$)

- Força de restrição horizontal, R : Uma restrição horizontal é localizada na linha do ponto de apoio da treliça no pilar, e o comportamento da estrutura é analisado com todas as cargas externas aplicadas. A força de restrição, R , é a força requerida para impedir um deslocamento horizontal do ponto de apoio da treliça no pilar.

- Razão entre a rigidez do pórtico e da cobertura: k/c_h ;

- Força lateral modificada, mD : A força lateral modificada é calculada pelo princípio da compatibilidade do deslocamento lateral do pórtico e da cobertura na linha do ponto de apoio da treliça no pilar. Alternativamente pode-se utilizar as tabelas apresentadas pela norma. É importante destacar que esse coeficiente depende diretamente da relação entre as rigidezes do pórtico isolado e da cobertura, e também do

número de pórticos que formam a edificação. Quando mD se aproxima de 1, mais carga é levada pelo diafragma para os PPR. Quando mD se aproxima de 0 mais carga é resistida pelos pórticos;

- Força de cisalhamento modificada da cobertura, mS : É calculada a partir do valor mD . Alternativamente, pode ser obtida das tabelas apresentadas pela norma;
- Força de resistência lateral da cobertura diafragma, Q : Essa força é calculada pela multiplicação da força de restrição horizontal, R , na linha de ponto de apoio da treliça no pilar por mD ;
- Força de cisalhamento na cobertura metálica: A componente horizontal da máxima força de cisalhamento, V_h , na cobertura metálica é calculada pela multiplicação da força de restrição horizontal R , na linha do ponto de apoio da treliça no pilar por mS ;
- A força de cisalhamento máxima (V) na telha é igual a: $V_h/\cos\theta$;
- A força de cisalhamento máxima na cobertura, V , deve ser menor ou igual à resistência ao cisalhamento de cálculo do diafragma. A resistência ao cisalhamento de cálculo é determinada como descrito anteriormente;
- A ação de cobertura diafragma é incluída pela aplicação da força de resistência lateral diafragma, Q , distribuída como uma força horizontal uniforme ao longo do banzo superior da treliça na direção de R . A força distribuída, q , em força por unidade de comprimento ao longo do membro é igual a Q dividida pelo comprimento das duas águas da cobertura diafragma.

3.3.5 Transferência do cisalhamento:

As forças de cisalhamento devem ser transferidas para as fundações, como ilustra a figura 7.

- As ligações entre a cobertura diafragma e o PPR devem ser calculadas para transferir a força de cisalhamento, V , como calculada anteriormente;
- PPR diafragma: A resistência ao cisalhamento do PPR diafragma deve ser maior ou igual à soma das componentes horizontais das forças de cisalhamento diafragma. A resistência do PPR diafragma é determinada como descrita anteriormente;
- O PPR diafragma só é efetivo quando a força de cisalhamento pode ser transmitida para a base das colunas do pórtico e fundação. Entretanto uma porção do cisalhamento do PPR pode necessitar para ser transferida para as bases das colunas de outros meios (tais como contraventamento), se a soma das componentes horizontais das forças de cisalhamento da cobertura diafragma exceder a resistência do PPR diafragma.
- O engastamento dos pilares dos PPR deve ser capaz de resistir ao momento inverso produzido pela força de cisalhamento, V e V_c .

3.3.6 Considerações gerais

A Norma **ASAE EP484.1 (1991)** apresenta um procedimento completo para a determinação das propriedades diafragma de cobertura, desde os procedimentos de ensaio até a determinação dos valores de resistência diafragma a serem utilizados nos cálculos dos pórticos. Por se tratar de um material completo sobre o assunto será utilizada como base para este trabalho.

Alguns aspectos devem ser destacados com relação a essa norma:

- Permite a determinação das propriedades diafragma a partir de ensaios com painéis diafragma ensaiados em laboratório, desde que os mesmos representem fielmente o sistema construtivo analisado;

- Assume, para efeito de cálculo, que todos os PPR apresentam uma rigidez tal que, os deslocamentos horizontais nestes pórticos, devidos a todas as ações são nulos;
- Os parâmetros de cálculo diafragma dependem de uma série de fatores, que devem ser levados em conta na determinação da resistência diafragma. Dentre esses fatores, destacam-se as propriedades da madeira, rigidez do pórtico isolado, resistência do diafragma teste e relação entre a rigidez do pórtico e a rigidez do diafragma (k/c_h);
- Os parâmetros mD e mS , definidos a partir da relação k/c_h e do número de pórticos na construção, portanto esse passa a ser um fator de grande importância nos cálculos, uma vez que os coeficientes mD e mS determinam respectivamente a força de resistência diafragma (Q) e a força de cisalhamento na cobertura (V_h);
- Valores do coeficiente mD próximos de 1, significam que o diafragma está sendo mais solicitado e conseqüentemente é o responsável pela transferência de maior parte dos esforços para os PPR. Já valores de mD próximos de 0 significam que os pórticos apresentam baixos valores de deslocamentos horizontais, portanto são bastante rígidos fazendo com que a cobertura diafragma seja pouco solicitada para absorver os esforços laterais;
- O coeficiente mS é quem define, a partir de mD , qual o valor de cisalhamento máximo que ocorre na cobertura, sendo que este valor deve ser sempre menor que a resistência de cálculo da cobertura diafragma (F_d);

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A partir das conclusões da revisão bibliográfica e do estudo da norma americana **ASAE EP484-1 (1991)**, propõe-se neste trabalho o estudo numérico e experimental dos painéis diafragma, por se tratar de um mecanismo prático, barato e de valor reconhecido pela literatura internacional.

4.1 Modelo numérico

Foram desenvolvidos modelos do pórtico para a determinação da rigidez (k) e da força de resistência do pórtico (R). No capítulo 5, apresenta-se um resumo dos resultados obtidos na análise numérica dos pórticos.

4.2 Modelo experimental

Apresenta-se neste trabalho os resultados obtidos nos ensaios realizados com madeira de reflorestamento do gênero Eucalipto, telhas de aço em perfil trapezoidal e dispositivos de ligação das peças de madeira do padrão Gang-Nail de construção. Todos estes materiais são comumente encontrados no mercado e representam uma parcela significativa de construções industriais e agrícolas em estruturas de madeira.

4.2.1 Madeira

As peças de madeira foram classificadas de acordo com a classe de resistência, por meio de ensaios de compressão paralela às fibras com corpos-de-prova extraídos das próprias vigas a serem utilizadas na montagem dos painéis diafragma. Além disso, foi

determinado o módulo de elasticidade das vigas na flexão. A umidade de serviço da madeira foi a de equilíbrio seca ao ar livre.

4.2.2 Telhas

Foram utilizadas telhas de aço, fornecidas pela Haironville do Brasil, no perfil 33/343, com espessura de 0,5mm, e as seguintes dimensões:

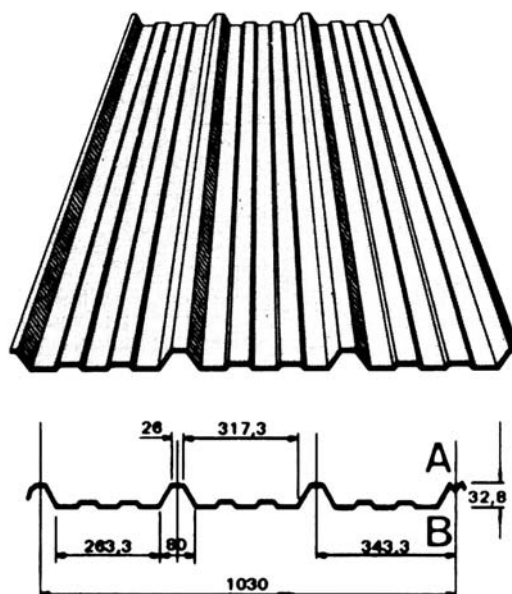
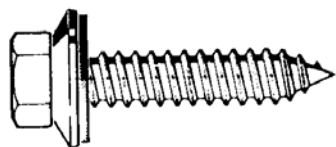


Figura 10 – Dimensões da telha de aço - (Fonte: Guia de produtos: Haironville do Brasil)

Para a fixação das telhas, foram utilizados parafusos auto-atarraxantes sextavados, com diâmetros de 6,3 mm, arruelas com diâmetro de 16 mm e espessura de 1 mm, com vedação de neoprene, pois é o comercialmente recomendado para a fixação da telha.



Parafuso auto-atarraxante sextavado, diâmetro de 6,3 ou 6,5 mm arruela com diâmetro de 16 mm e espessura de 1 mm, vedação de neoprene

Figura 11 – Parafuso de fixação das telhas - (Fonte: Guia de produtos: Haironville do Brasil)

4.2.3 Fixadores Gang-Nail

Para a fixação das peças de madeira, terças nos banzos, foram utilizados conectores padrão Gang-Nail do tipo HC, como mostra a figura abaixo. Para a ligação dos conectores nas peças de madeira foram utilizados pregos do tipo 18x27, disponíveis comercialmente e apresentando diâmetro e comprimento compatíveis com as dimensões das peças de madeira e do conector HC.

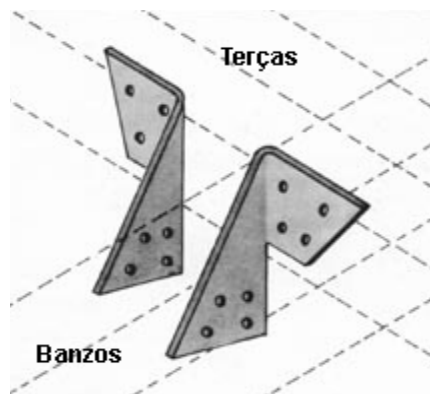


Figura 12 – Conectores HC – (Fonte: Manual Gang-Nail)

4.2.4 Painel diafragma

Os parâmetros de resistência e rigidez diafragma foram determinados a partir de ensaios com painéis diafragma de acordo com o modelo proposto pela norma **ASAE EP484.1 (1991)**, como mostra a figura 4b. O modelo é composto por uma malha de madeira, sendo as peças verticais representativas dos banzos superiores das treliças e as peças horizontais representativas das terças, apresenta-se na figura 13 o modelo de painel utilizado nos ensaios, com suas respectivas dimensões. Sobre as peças horizontais foram fixadas as telhas. A partir dos resultados obtidos nos ensaios preliminares optou-se pela utilização do número máximo de parafusos na fixação das telhas para evitar o deslizamento entre as mesmas, por ser este um fator importante na determinação da rigidez e resistência diafragma. Os ensaios preliminares confirmaram os resultados obtidos por **Niu e Gebremedhin (1997)**, com relação ao aumento da rigidez do diafragma quando as ligações entre as telhas são reforçadas evitando-se assim o deslizamento entre as mesmas. Apresenta-se no capítulo 5 os resultados obtidos nos ensaios preliminares e as conclusões.

Neste trabalho optou-se por utilizar o modelo de viga biapoiada para a realização dos ensaios devido à sua maior facilidade de montagem e execução.

Por meio deste ensaio a seguinte propriedade é obtida:

- Força de ruptura do painel (F_v);

A partir desta força e com as propriedades da madeira e do pórtico, definidas a partir de modelos numéricos, foram calculadas as seguintes propriedades:

- Força de resistência para o cálculo (P_{ult});
- Resistência de cálculo (F_d);
- Rigidez ao cisalhamento do diafragma teste (c);
- Rigidez da construção diafragma (c');
- Rigidez da construção diafragma corrigida para a inclinação da cobertura (c_h);
- Coeficientes mD e mS ;
- Resistência lateral da cobertura diafragma (Q);
- Cisalhamento na cobertura metálica (V_h);
- Cisalhamento máximo na telha (V).

A determinação destes parâmetros é feita partir das considerações apresentadas no capítulo 3.

Para o cálculo da resistência lateral da cobertura diafragma (Q), são necessários os valores de rigidez do pórtico (K) e da resistência lateral do pórtico (R), que são obtidos a partir de modelos numéricos. No primeiro caso a força necessária para gerar um deslocamento unitário horizontal no ponto de ligação entre a treliça e a coluna, e o segundo a força necessária para anular o deslocamento horizontal do mesmo ponto para a estrutura solicitada por todas as ações. Neste trabalho são consideradas as ações permanentes e a ação do vento.

- Dimensões das peças e do painel

As dimensões das peças de madeira e os espaçamentos entre elas foram definidos levando-se em conta as características de execução de estruturas de madeira no sistema Gang-Nail e as características das telhas, com isso, utilizou-se a seguinte configuração:

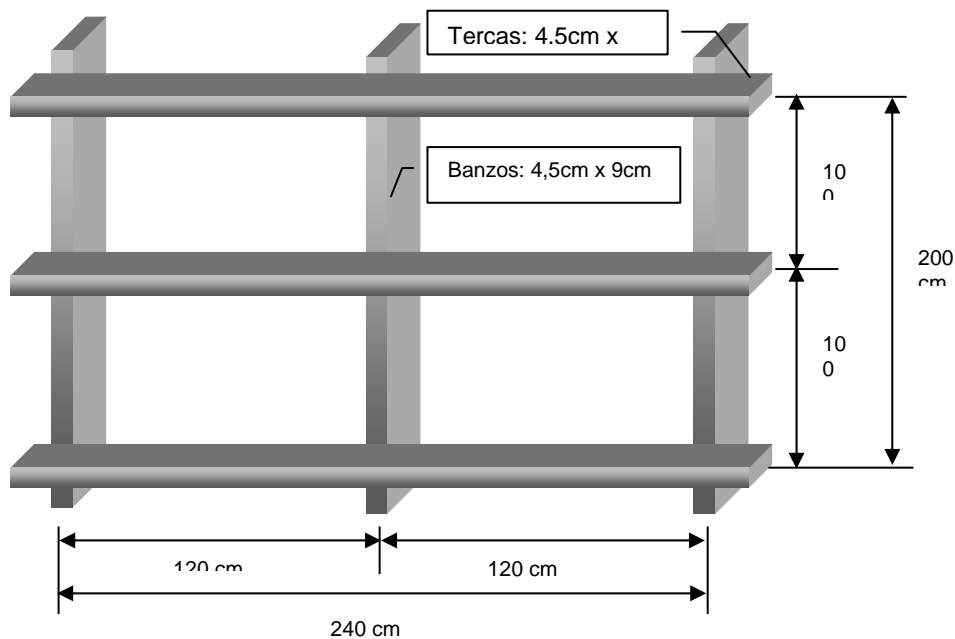


Figura 13 – Configuração da malha de madeira

4.2.5 Procedimentos de ensaio

As seguintes etapas foram realizadas para a execução dos ensaios:

- Determinação da rigidez das vigas de madeira;
Para cada peça de madeira determinou-se o valor do módulo de elasticidade por meio de ensaios de flexão em viga biapoiada;
- Montagem da malha de madeira;
Após a determinação da rigidez das peças de madeira utilizadas na montagem do painel, essas foram posicionadas sobre uma superfície plana para marcar o gabarito das peças, uma vez posicionadas as peças, os conectores HC foram colocados em suas posições de montagem e feita a pré-furação da madeira, na sequência os conectores HC foram fixados por meio de pregos, formando assim, a malha de madeira.

- Determinação da rigidez do painel de madeira sem as telhas;

Na seqüência a malha de madeira foi posicionada no pórtico de ensaio e a sua rigidez foi determinada com a aplicação de uma força na barra vertical central, sendo também nesta barra feita a medição dos deslocamentos verticais do painel. Para o ensaio foi adotado o limite de deslocamento máximo aproximado de $L/200$, sendo L o vão do painel, com dez leituras para cada ensaio.

- Colocação das telhas;

Após a determinação da rigidez da malha de madeira foram fixadas as telhas (3 folhas), sendo utilizado o número máximo de parafusos possíveis para a fixação das telhas, ou seja, um por onda baixa, uma vez que os ensaios preliminares mostraram um aumento de rigidez do painel quando utilizado este sistema de montagem. Além disso, atenção especial foi dada à linha de parafusos de costura com a função principal de ligar as folhas das telhas, proporcionando assim, que as telhas trabalhem em conjunto minimizando os efeitos do deslizamento entre elas.

- Ensaio do painel diafragma completo.

Todos os procedimentos de ensaio seguiram as especificações apresentadas pela norma **ASAE EP 484.1 (1991)**, dos quais destacam-se:

- Controle da umidade da madeira para a execução dos ensaios, neste caso umidade de equilíbrio ao ar, em torno de 12 a 15%;
- As dimensões e espaçamentos das terças e banzos são os mesmos utilizados na edificação;
- As medidas foram feitas com precisão de 2% no mínimo;
- Foram realizadas três repetições para cada variação de montagem, sendo os valores médios calculados sobre estas três repetições.

- Ensaio realizados

Foram ensaiados três painéis. Para cada painel utilizou-se o número máximo de parafusos para fixação das telhas. Nas emendas longitudinais das telhas foram fixados os parafusos de costura com a função principal de impedir o deslizamento entre as mesmas. Em cada ponto de fixação das peças de madeira foram utilizados um par de conector HC, como especificado pela fabricante. A partir dos resultados obtidos nos ensaios foram feitas análises para duas situações, a saber, com colunas de 3,0 e 3,5 metros de altura. A altura do painel de 2,0 metros permite que os resultados obtidos sejam extrapolados para coberturas que apresentem comprimentos de até 4,0 metros.

5 RESULTADOS

5.1 Ensaio preliminares

Com o objetivo de avaliar o comportamento experimental dos painéis diafragma e para auxiliar na definição das variáveis a serem consideradas nos ensaios definitivos do trabalho, foram ensaiadas duas configurações com uma mesma espécie (*Eucalipto Citriodora*), variando-se o número de parafusos para verificar a influência deste número sobre a rigidez do painel, seguindo as configurações especificadas no capítulo 4.

Foram encontrados dois modos de ruptura, a saber, flexão dos conectores HC de ligação entre as peças de madeira e deslizamento entre as telhas para o primeiro painel com o número mínimo de parafusos, e cisalhamento/arrancamento dos parafusos com flexão

dos conectores HC no painel com o número máximo de parafusos. O deslizamento entre as folhas das telhas foi considerado elevado. Em função disso optou-se por trabalhar com o número máximo de parafusos.

A seguir são apresentados os resultados obtidos nos ensaios preliminares com o Eucalipto:

- Primeiro painel - Número mínimo de parafusos:

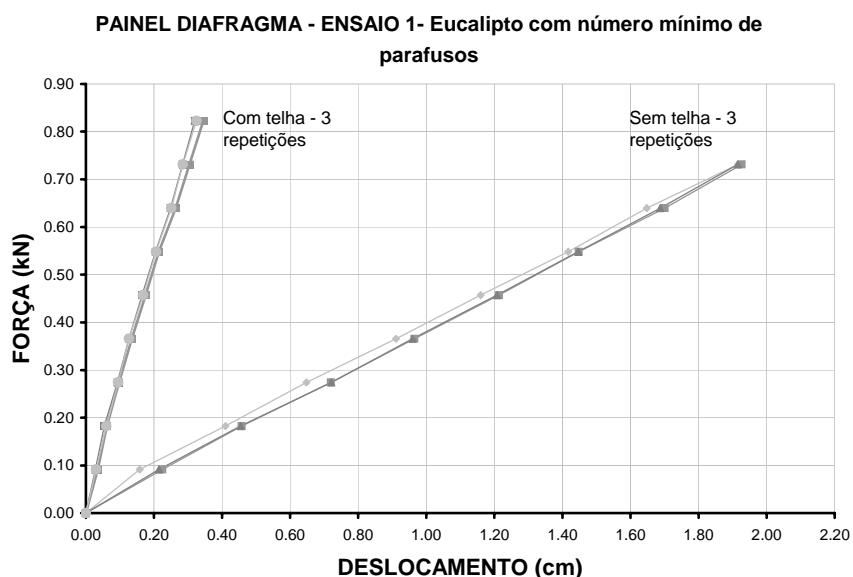


Figura 14 – Resultados do primeiro painel – Rigidez

- Segundo painel - Número máximo de parafusos:

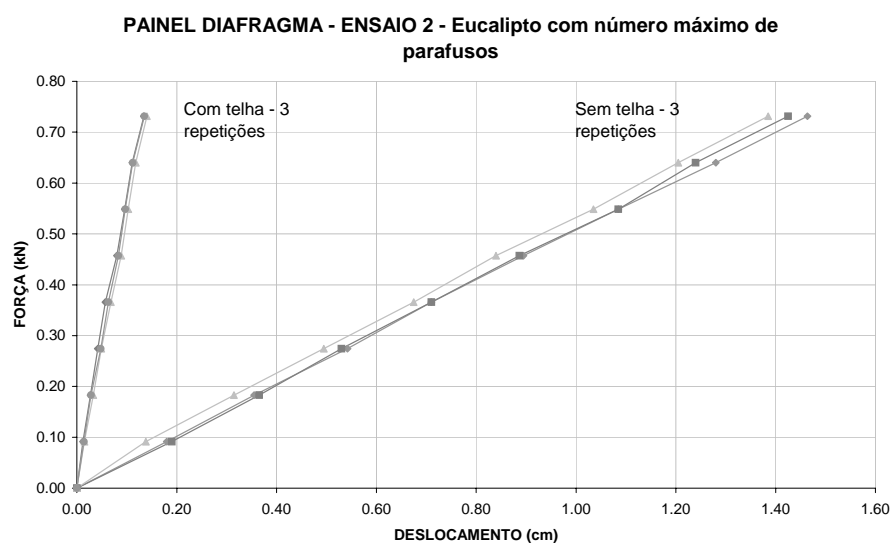


Figura 15 – Resultados do segundo painel – Rigidez

Comparando-se os resultados obtidos nos ensaios dos painéis pode-se verificar que no segundo caso, número máximo de parafusos, a rigidez apresentada pelo painel é muito superior ao valor obtido no primeiro painel. Analisando a força necessária para gerar um deslocamento de 0,20 cm nos painéis sem as telhas, verifica-se que para os dois casos essa força é da ordem de 0,10kN. Já comparando a força necessária para gerar esse mesmo deslocamento nos painéis com as telhas, verifica-se que no caso do painel 1, número mínimo de parafusos, a força necessária foi de 0,55kN, enquanto que no segundo caso, número máximo de parafusos, esse deslocamento não foi alcançado. Esse fato comprova a maior rigidez do painel quando utilizado o número máximo de parafusos, justificando assim, a sua utilização nos ensaios definitivos.

5.2 Modelos numéricos

Apresenta-se a seguir os resultados obtidos na modelagem numérica dos pórticos, sendo eles, a rigidez do pórtico (k) e a força de restrição horizontal (R). Para a modelagem foram adotados elementos do tipo 'link' para a treliça e elementos do tipo 'beam' para os pilares.

Para essas análises foram consideradas as seguintes seções para as peças:

Banzos: 4,5cm x 9,0cm;

Diagonais e Montantes: 4,5cm x 7,0cm;

Terças: 4,5cm x 7,0cm;

Pilares: 2 x 6,0cm x 16,0cm (Eucalipto: 3,0m e 3,5m;

Pinus: 3,0m de altura livre).

Para o módulo de elasticidade foram utilizados valores médios obtidos a partir da classificação das peças de madeira utilizadas nos ensaios.

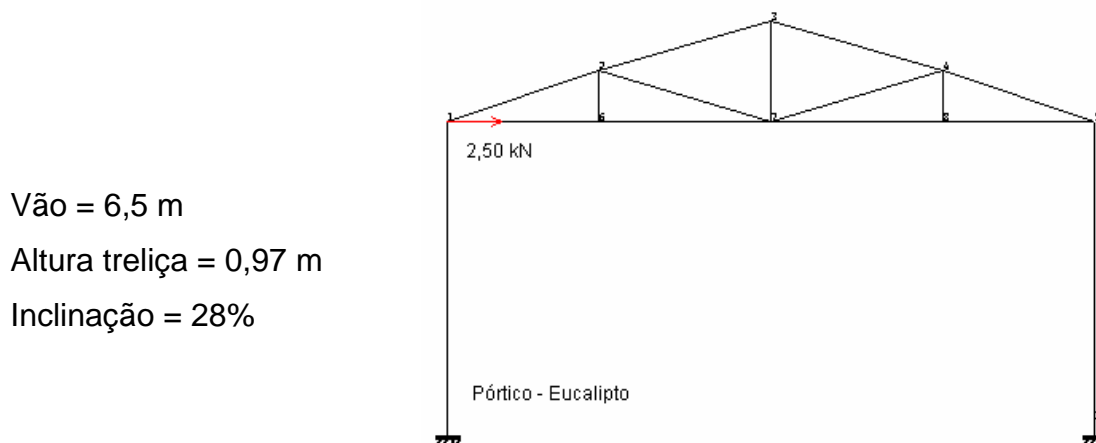


Figura 16 - Rigidez do pórtico - Eucalipto

Para o pórtico em Eucalipto foram obtidos os seguintes resultados:

$k = 2,50$ kN/cm (3,0 metros)

$k = 1,57$ kN/cm (3,5 metros)

$R = 0,99$ kN (3,0 metros)

$R = 1,21$ kN (3,5 metros)

Devido à elevada rigidez do Eucalipto optou-se por calcular os parâmetros diafragma para duas alturas diferentes de pilares, 3,0 e 3,5 metros respectivamente.

A partir dos valores de rigidez e força de resistência obtidos pelo modelo numérico dos pórticos e dos resultados obtidos nos ensaios com o painéis pode-se determinar todas os parâmetros diafragma de cálculo.

5.3 Ensaios finais

Uma vez definido o vão da estrutura, limitado pelas dimensões do painel diafragma de ensaio, neste caso de 6,5 metros e uma inclinação de 28% em função do tipo de telha e do sistema construtivo adotado, pode-se calcular as propriedades diafragma para diversos comprimentos da edificação de tal forma que a condição imposta pela norma **ASAE EP484-1 (1991)**, força de cisalhamento máximo na telha (V) menor ou igual a resistência de cálculo (F_d), seja satisfeita. Para esse trabalho adotou-se como espaçamento entre os pórticos a distância de 1,20 metros, obtida a partir das especificações de projeto da GANG-NAIL.

São apresentados a seguir os resultados obtidos nos ensaios com os painéis diafragma.

Dados da estrutura:

Vão = 6,50m

Inclinação = 28%

Seção da coluna = 2x6x16 (cm)

Comprimento = variável

Tabela 1 - Propriedades diafragma - Eucalipto

Altura da coluna = 3,00m										
k = 2,5 kN/cm					R = 0,99 kN					
Número máximo de pórticos = 13 (L = 14,4m)										
Painel	F _u (kN)	P _{ult} (kN)	F _d (kN)	C (kN/cm)	c _h (kN/cm)	mD	mS	Q (kN)	V _h (kN)	V (kN)
1	14,40	7,20	2,88	2,39	30,25	0,3475	2,796	0,34	2,77	2,87
2	13,48	6,74	2,70	1,97	25,00	0,2959	2,558	0,29	2,53	2,63
3	13,26	6,63	2,65	1,93	24,57	0,2914	2,538	0,29	2,51	2,61
Média	13,71	6,86	2,74	2,10	26,61	0,3116	2,631	0,31	2,60	2,70
Número de pórticos = 12 (L = 13,2m)						0,3634	2,584	0,36	2,56	2,66
Número de pórticos = 11 (L = 12m)						0,4137	2,498	0,41	2,47	2,57
Número de pórticos = 10 (L = 10,8m)						0,4809	2,402	0,47	2,38	2,47
Número de pórticos = 09 (L = 9,6m)						0,5214	2,266	0,52	2,27	2,33
Número de pórticos = 08 (L = 8,4m)						0,6035	2,060	0,62	2,08	2,16
Número de pórticos = 07 (L = 7,2m)						0,6888	1,888	0,68	1,87	1,94
Número de pórticos = 06 (L = 6,0m)						0,7736	1,620	0,77	1,60	1,67
Número de pórticos = 05 (L = 4,8m)						0,8381	1,296	0,83	1,28	1,33

Uma vez que os valores de força de ruptura do painel (F_u), força de resistência para o cálculo (P_{ult}), resistência de cálculo (F_d), rigidez ao cisalhamento do painel teste (c) e rigidez da cobertura diafragma (c_h) são constantes para uma mesma configuração do painel e do pórtico eles são apresentados apenas uma vez.

Como pode-se observar na tabela anterior, considerando o pilar com 3,0 metros de altura, o maior comprimento da cobertura diafragma que pode ser considerado é de 14,4 metros (13 pórticos), portanto, para edificações com comprimentos maiores torna-se necessária a execução de PPR internos à edificação, caso contrário as condições da norma não serão satisfeitas. A consideração para diferentes comprimentos da edificação é feita uma vez que os coeficientes mD e mS são determinados em função da relação entre a rigidez do pórtico e a rigidez da cobertura (k/c_h), que é constante para cada configuração e do número de pórticos (comprimento da edificação), que pode assumir diferentes valores.

Outro aspecto importante a ser destacado é que pode-se considerar o diafragma da cobertura para comprimentos menores de edificação, e neste caso os valores de resistência da cobertura são maiores, por outro lado não se aproveita ao máximo a resistência da cobertura.

Tabela 2 - Propriedades diafragma - Eucalipto

Altura da coluna = 3,50m										
k = 1,57 kN/cm						R = 1,21 kN				
Número máximo de pórticos = 07 (Comprimento da edificação = 7,2m)										
Painel	F _u (kN)	P _{ult} (kN)	F _d (kN)	C (kN/cm)	c _h (kN/cm)	mD	mS	Q (kN)	V _h (kN)	V (kN)
1	14,40	7,20	2,88	2,39	30,25	0,8054	2,120	0,97	2,56	2,66
2	13,48	6,74	2,70	1,97	25,00	0,7731	2,055	0,94	2,49	2,58
3	13,26	6,63	2,65	1,93	24,57	0,77	2,049	0,93	2,48	2,57
Média	13,71	6,86	2,74	2,10	26,61	0,7828	2,075	0,95	2,51	2,60
Número de pórticos = 06 (L = 6,0m)						0,8465	1,743	1,03	2,11	2,19
Número de pórticos = 05 (L = 4,8m)						0,8923	1,366	1,08	1,65	1,72

A partir dos resultados apresentados na tabela 2, verifica-se que o aumento da altura da coluna em apenas 0,50 metro reduziu significativamente o comprimento da edificação a ser utilizado pela cobertura diafragma sem a necessidade da execução de PPR internos à edificação, de 13 para apenas 7. Com isso verifica-se que tanto as propriedades da cobertura quanto do pórtico interferem na resistência da cobertura diafragma, obrigando com isso, um amplo estudo da melhor disposição construtiva a ser adotada para a consideração da ação diafragma.

Tabela 3 - Propriedades da madeira - Eucalipto

Viga	E _m (MPa)	f _{c0} (MPa)	Classe
42	22.256	75,6	C60
08	31.890	71,5	
06	24.570	75,1	
16	28.321	66,0	
04	27.714	69,1	
14	29.697	68,6	

5.4 Discussão dos resultados

O modo de ruptura característico para o painel foi por arrancamento e/ou cisalhamento dos parafusos de fixação das telhas. Além disso, pôde-se observar o efeito de flexão dos conectores HC centrais. Em virtude da elevada densidade do Eucalipto, a ligação pregada entre as peças de madeira apresenta bom desempenho, não ocorrendo problemas de arrancamento dos pregos. Por outro lado, o número máximo de parafusos de fixação das telhas gera menores valores de deslocamentos devido à flexão do painel e com isso, uma menor solicitação dos conectores HC.

Os ensaios mostram que o enrijecimento das ligações das telhas nas peças de madeira aliviam os conectores de ligação entre as peças de madeira, fato esse importante, uma vez que a norma **ASAE EP 484-1 (1991)** recomenda que, para os casos de ruptura dos conectores de ligação entre as peças de madeira, a resistência de cálculo diafragma (F_d) deve ser reduzida por um coeficiente de segurança, reduzindo significativamente a eficiência da cobertura diafragma. Por outro lado, deve-se analisar cuidadosamente os

comprimentos dos parafusos utilizados, de tal forma que se evite ao máximo o seu arrancamento, obtendo-se assim maior aproveitamento da cobertura diafragma.

Uma análise importante a ser feita para a determinação das propriedades diafragma de coberturas refere-se à rigidez do pórtico, uma vez que essa rigidez é definida em função das propriedades do pilar. A partir dos resultados obtidos, apresentados na tabela 4, observa-se que pequenas variações no comprimento dos pilares geram grande variação na rigidez dos mesmos. Para se garantir a mesma eficiência da cobertura diafragma torna-se necessária a variação das propriedades da madeira ou da seção do pilar. Pode-se verificar esse fato, comparando-se o comprimento máximo da viga de cobertura diafragma para cada um dos casos analisados, ou seja, pilares com 3,0 e 3,5 metros de altura, onde foram obtidos, respectivamente, 14,4 e 7,2 metros de comprimento da edificação. Uma variação de apenas 0,5 metros na altura do pilar gerou uma diminuição de 50% no comprimento da viga diafragma.

Tabela 4 - Influência da rigidez do pórtico

Altura do pilar (m)	Rigidez do pórtico (kN/cm)	Comprimento máximo da cobertura diafragma (m)	Q (kN)
3,0	2,50	14,40	0,31
3,5	1,57	7,20	0,95

Observa-se também na tabela 4, que para a coluna de 3,0 metros, obtém-se valores menores de resistência diafragma do que para a coluna com 3,5 metros de altura. Isso se justifica, pois, no primeiro caso o pórtico apresenta maior rigidez e conseqüentemente absorve maior parcela das ações laterais, solicitando menos a cobertura diafragma que não é totalmente utilizada. Aumentando-se a altura da coluna, a rigidez do pórtico diminui e a sua eficiência também, a estrutura então passa a solicitar mais a cobertura diafragma podendo-se considerar valores maiores para a resistência diafragma (Q), necessitando, porém utilizar um número menor de pórticos para formar a viga diafragma da construção.

As propriedades diafragma de uma cobertura dependem diretamente das propriedades do pórtico e da cobertura, e a variação de parâmetros em qualquer um destes elementos altera significativamente os valores a serem utilizados no projeto. Por isso, a análise de construções individuais se torna inviável para determinação das propriedades diafragma de coberturas, e sim a análise a partir de sistemas construtivos, como descrito por **Anderson e Kelley (1996)**.

Uma vez que a resistência ao cisalhamento de cálculo (F_d) é obtida a partir da rigidez (K), da força de resistência (R) do pórtico, e da força de ruptura do painel (F_u), torna-se possível determinar a resistência diafragma para diversos comprimentos da edificação. Deve-se destacar que considerar valores para comprimentos menores do máximo permitido para o sistema resulta em mau aproveitamento do diafragma. Para se comprovar este fato basta comparar os valores de força máxima de cisalhamento na cobertura (V) com a resistência ao cisalhamento de cálculo (F_d), obtidos para cada comprimento da edificação (número de pórticos), nas tabelas 1 e 2. Não se permite adotar nos cálculos valores de resistência de cálculo (F_d), maiores que a força de cisalhamento máximo (V).

5.5 Considerações gerais

A partir dos resultados obtidos verifica-se que a determinação dos parâmetros de cálculo diafragma pode ser feita a partir do modelo de ensaio proposto pela norma **ASAE EP (1991)**.

Para configurações de montagem no sistema Gang-Nail, com conectores HC na ligação das terças com os banzos, telhas metálicas fabricadas pela Hironville do Brasil no perfil 33/343, vãos de até 6,5 metros da treliça e pilares de seção 2x6x12(cm), verifica-se:

- ◆ Para a utilização do Eucalipto deve-se projetar PPR a no máximo 14,40 metros de comprimento da edificação, 13 pórticos, ou seja, 12 vãos de 1,20 metros, para edificações com 3,00 metros de altura livre. Já para altura livre de 3,50 metros os PPR devem estar espaçados de no máximo 7,20 metros, 7 pórticos, ou seja, 6 vãos de 1,20 metros;

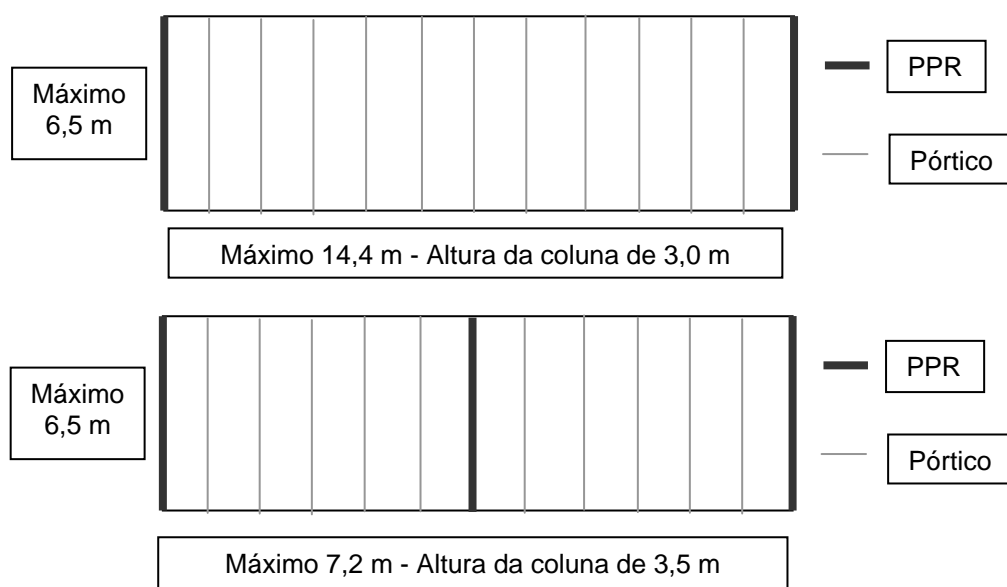


Figura 17 - Disposições construtivas para o Eucalipto

6 CONCLUSÕES

A partir das considerações feitas no capítulo 5 pode-se concluir que para o sistema construtivo proposto, a saber: configurações de montagem no sistema Gang-Nail, com conectores HC na ligação das terças com os banzos, telhas metálicas com altura de ondas de 32mm e espessura de 0,5mm, vãos de até 6,5 metros da treliça e pilares de seção 2x6x12(cm):

- A determinação das propriedades diafragma de coberturas pode ser feita a partir do modelo de ensaio de painéis diafragma em laboratório, proposto pela norma **ASAE EP (1991)**, viabilizando assim a sua utilização para diversos sistemas construtivos;

- A partir do sistema construtivo proposto, duas situações foram analisadas, sendo elas, construção em Eucalipto com colunas de 3,0 e 3,5 metros de altura. Para estas situações os seguintes valores de resistência diafragma podem ser utilizados nos cálculos:
 - Q = 0,31 kN (Eucalipto com Altura livre máxima de 3,0 metros);
 - Q = 0,95 kN (Eucalipto com Altura livre máxima de 3,5 metros).
- As propriedades da madeira, altura livre e comprimento da edificação são fatores importantes a serem estudados para se obter maior proveito da cobertura diafragma nos cálculos, para cada sistema construtivo adotado. Uma vez definida a madeira e altura livre necessária, vários comprimentos diferentes da edificação podem ser utilizados e, para cada comprimento adotado, valores diferentes de resistência diafragma devem ser considerados nos cálculos, sendo que quanto maior o espaçamento entre os PPR menor será o valor da resistência diafragma da cobertura a ser utilizado nos cálculos. Cabe nesse caso, um estudo de viabilidade técnica e econômica para cada edificação projetada;
- Uma vez definida uma configuração de montagem (sistema construtivo, telha e madeira), a altura livre da edificação e a rigidez do pórtico são os principais fatores que interferem na distribuição dos PPR ao longo do comprimento da edificação;

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSMARKER, T. (1995). **Diaphragms and shear walls. Timber Engineering – STEP 1: Basis of design, material properties, structural components and joints**, p. B13, 1995.

AMERICAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS – ASAE. (1991). Diaphragm design of metal-clad, post-frame rectangular buildings, EP484.1. In: ASAE STANDARDS, 38., St. Joseph, MI: ASAE. 10p., p. 523-532.

ANDERSON, G. A.; KELLEY, V. C. (1996). Light-gage metal diaphragms on dimension lumber frames. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 1996, New Orleans, USA. **Anais...** p. 2-35/2-60.

BARALDI, L. T. (1996). **Método de ensaio de ligações de estruturas de madeira por chapas com dentes estampados**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

BARALDI, L. T. (2001). **Ação diafragma de cobertura aplicada às construções em porto de madeira**. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

CANADIAN WOOD CONSTRUCTION. (1986). **Shear walls and Diaphragms**. 24 p.

GEBREMEDHIN, K. G. (1991). Diaphragm test results of a full-scale post-frame building. **Frame Building Professional**. v.3, n.5, p. 4-8; 24-26.

GEBREMEDHIN, K. G. (1992). Application of diaphragm action in post-frame building. **Wood Design Focus**, v.3, n.1, p.7-10.

GEBREMEDHIN, K. G.; MANBECK, H. B. (1992). Diaphragm design procedures for post-frame buildings. **Wood Design Focus**, v.3, n.1, p.15-18.

GEBREMEDHIN, K. G.; BARTSCH, J. A.; JORGENSEN, M. C. (1992). Predicting roof diaphragm and endwall stiffness from full-scale test results of a metal-clad, post-frame building. **Transactions of American Society of Agricultural Engineers**, v.35, n.3, p.977-985.

KEENER, J. D.; MANBECK, H. B. (1996). A simplified model for predicting the behavior of metal-clad, wood-framed diaphragms. **Transactions of American Society of Agricultural Engineers**, v.39, n.3, p.1113-1122.

WRIGHT, B. W.; MANBECK, H. B. (1992). Theoretical prediction models for diaphragm panel behavior - A review. **Transactions of American Society of Agricultural Engineers**, v.35, n.1, p.287-295.

WRIGHT, B. W.; MANBECK, H. B. (1993). Finite element analysis of wood-framed, metal-clad diaphragm panels. **Transactions of American Society of Agricultural Engineers**, v.36, n.3, p.895-904.

ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO EFICIENTES PARA O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO TRIDIMENSIONAL

Valério Júnior Bitencourt de Souza¹ & Humberto Breves Coda²

Resumo

Neste trabalho é analisado o problema elástico tridimensional através do método dos elementos de contorno empregando-se a solução fundamental de Kelvin. São utilizadas duas formulações principais: a formulação clássica e a formulação hiper-singular. A primeira utiliza a solução fundamental de Kelvin clássica e a segunda aplica uma derivada direcional da solução fundamental de Kelvin. O contorno é discretizado utilizando-se elemento triangular plano com aproximações constante, linear e quadrática. As integrais singulares são desenvolvidas analiticamente para o elemento constante, e semi-analiticamente para os elementos linear e quadrático. São apresentadas técnicas de integração de contorno considerando-se a eficiência e a precisão para a integral quase singular. São apresentados vários exemplos numéricos, inclusive problemas esbeltos, e seus resultados são comparados com valores conhecidos pela teoria de elasticidade, ou ainda, comparados com valores disponíveis na literatura.

Palavras-chave: elementos de contorno; técnicas de integração; elasticidade tridimensional.

1 INTRODUÇÃO

Atualmente já é possível resolver problemas elásticos tridimensionais (3D) e bidimensionais (2D) através do Método dos Elementos de Contorno (MEC) com extrema agilidade e precisão. Porém, têm-se encontrado enormes dificuldades quando o problema se trata de peças esbeltas, pois as matrizes geradas pelo método tornam-se pouco consistentes. Isto pode ser observado quando se tenta calcular uma placa ou casca delgada com uma solução fundamental tridimensional.

Este trabalho insere-se no contexto de buscar alternativas para a melhoria das características numéricas das matrizes do método dos elementos de contorno com o intuito de melhorar o comportamento das soluções de peças esbeltas modeladas pelo MEC 3D, válidas também para formulações bidimensionais.

Neste trabalho também se propõem novas técnicas de integração quase singulares gerais e precisas para elementos de contorno tridimensionais. Além disso, propõem-se funções ponderadoras alternativas no intuito de melhorar o comportamento numérico das matrizes do MEC, a saber, funções hiper-singulares derivadas da própria solução fundamental de Kelvin. A geração de matrizes consistentes deverá sanar problemas encontrados na resolução de peças esbeltas, placas e cascas delgadas através do MEC 3D.

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, vbsouza@escelsanet.com.br; vbsouza@ig.com.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, hbcoda@sc.usp.br

Com a finalidade de analisar a formulação apresentada, são resolvidas várias aplicações numéricas, comparando-se os resultados numéricos com os obtidos através da teoria da elasticidade e por outros pesquisadores.

2 SOLUÇÃO FUNDAMENTAL

2.1 Solução fundamental de Kelvin

A solução fundamental de Kelvin, por ser a mais abrangente e mais simples de ser implementada tornou-se a mais utilizada e difundida pela área técnica. Esta solução foi desenvolvida por Kelvin de acordo com Love (1944) e é determinada considerando-se um domínio Ω , como um sólido elástico, isotrópico, homogêneo e infinito.

As expressões encontradas para a solução do problema fundamental de Kelvin em termos de deslocamentos e forças de superfície, para o estado tridimensional, são as seguintes:

$$u_{ij}^*(s, q) = \frac{1}{16\pi G(1-\nu)r} [(3-4\nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j}] \quad (2.1)$$

$$P_{ij}^*(s, q) = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ [(1-2\nu) \cdot \delta_{ij} + 3 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j}] \frac{\partial r}{\partial n} - (1-2\nu) \cdot (r_{,i} \cdot n_j - r_{,j} \cdot n_i) \right\} \quad (2.2)$$

Onde o primeiro índice refere-se à direção da carga unitária aplicada e o segundo a direção do efeito provocado.

2.2 Solução hiper-singular

Uma solução hiper-singular é um ponderador com ordem de singularidade maior do que a solução fundamental.

A solução hiper-singular utilizada neste trabalho é derivada da solução fundamental de Kelvin. É obtida derivando-se a solução fundamental de Kelvin segundo uma direção qualquer.

As expressões obtidas para as derivadas de deslocamentos e forças de superfície são as seguintes:

$$\frac{\partial u_{ij}^*(s, q)}{\partial x_k(s)} = u_{ij,k}^*(s, q) = \frac{-1}{16\pi G(1-\nu)r^2} \left[-(3-4\nu) \cdot r_{,k} \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot \delta_{jk} + r_{,j} \cdot \delta_{ik} - 3 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \cdot r_{,k} \right] \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial P_{ij}^*(s, q)}{\partial x_k(s)} = P_{ij,k}^*(s, q) = \frac{-1}{8\pi(1-\nu)r^3} \left\{ 3 \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot [(1-2\nu) \cdot r_{,k} \cdot \delta_{ij} - r_{,i} \cdot \delta_{jk} - r_{,j} \cdot \delta_{ik} + 5 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \cdot r_{,k}] \right. \\ \left. - 3 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \cdot n_k + (1-2\nu) \cdot (-3 \cdot r_{,i} \cdot r_{,k} \cdot n_j + 3 \cdot r_{,j} \cdot r_{,k} \cdot n_i - n_i \cdot \delta_{jk} + n_j \cdot \delta_{ik} - n_k \cdot \delta_{ij}) \right\} \quad (2.4)$$

A partir das expressões (2.3) e (2.4) pode-se facilmente determinar as derivadas destas na direção normal aos elementos de contorno, como mostrado a seguir:

$$\frac{\partial u_{ij}^*}{\partial n} = \frac{\partial u_{ij}^*}{\partial x_l} \cdot n_l \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial P_{ij}^*}{\partial n} = \frac{\partial P_{ij}^*}{\partial x_l} \cdot n_l \quad (2.6)$$

Com $l = 1, 2$ e 3 .

3 EQUAÇÃO INTEGRAL DE CONTORNO

De acordo com Souza (2001) a equação integral para qualquer ponto do domínio tem o seguinte aspecto:

$$c_{ij}(S) \cdot u_j(S) + \int_{\Gamma} u_j(Q) \cdot p_{ij}^*(S, Q) \cdot d\Gamma(Q) = \int_{\Gamma} p_j(Q) \cdot u_{ij}^*(S, Q) \cdot d\Gamma(Q) + \int_{\Omega} b_j(q) \cdot u_{ij}^*(S, q) \cdot d\Omega(q) \quad (3.1)$$

Onde o coeficiente c_{ij} possui os seguintes valores:

$$\begin{aligned} c_{ij}(S) &= \delta_{ij} && \text{p/ pontos internos} \\ c_{ij}(S) &= \frac{1}{2} \cdot \delta_{ij} && \text{p/ pontos do contorno suave} \\ c_{ij}(S) &= 0 && \text{p/ pontos externos} \end{aligned} \quad (3.2)$$

O Método dos Elementos de Contorno tem origem com a avaliação numérica da expressão (3.1), mais conhecida como Identidade Somigliana. Esta formulação é denominada de formulação direta, pois a equação (3.1) expressa deslocamentos e forças de superfície de pontos do contorno do sólido, e tais variáveis possuem significado físico imediato.

Com a representação integral para deslocamentos em pontos internos, poder-se-á determinar a representação integral para tensões nos pontos internos. Basta para isso aplicar a definição de deformação sobre a equação (3.1), lembrando que a diferenciação será feita com relação à posição do ponto fonte s , e após isso, utilizar a lei de Hooke. Obtendo-se assim a seguinte expressão:

$$\sigma_{ij}(s) = \int_{\Gamma} D_{kij}^*(s, Q) \cdot p_k(Q) \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma} S_{kij}^*(s, Q) \cdot u_k(Q) \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} D_{kij}^*(s, q) \cdot b_k(q) \cdot d\Omega \quad (3.3)$$

Onde:

D_{kij}^* e S_{kij}^* são tensores derivados dos tensores de deslocamentos e forças de superfície do problema fundamental, e suas componentes para a solução fundamental de Kelvin são:

$$\begin{aligned} D_{kij}^*(s, Q) &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left\{ (1-2\nu) \cdot [\delta_{ki} \cdot r_{,j} + \delta_{kj} \cdot r_{,i} - \delta_{ij} \cdot r_{,k}] + 3 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \cdot r_{,k} \right\} \quad (3.4) \\ S_{kij}^*(s, Q) &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)r^3} \cdot \left\{ 3 \cdot \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ij} \cdot r_{,k} + \nu(\delta_{ki} \cdot r_{,j} + \delta_{kj} \cdot r_{,i}) - 5 \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \cdot r_{,k}] \right. \\ &\quad + 3 \cdot \nu \cdot (\eta_i \cdot r_{,j} \cdot r_{,k} + \eta_j \cdot r_{,i} \cdot r_{,k}) + (1-2\nu) \cdot (3 \cdot \eta_k \cdot r_{,i} \cdot r_{,j} \\ &\quad \left. + \eta_j \delta_{ik} + \eta_i \delta_{jk}) - (1-4\nu)\eta_k \delta_{ij} \right\} \quad (3.5) \end{aligned}$$

A equação (3.1) é válida no caso da solução fundamental de Kelvin, para utilizar a solução hiper-singular é necessário derivá-la em relação a uma direção qualquer (genericamente chamada de k).

$$\begin{aligned} \frac{\partial [c_{ij}(s) \cdot u_j(s)]}{\partial x_k(s)} + \frac{\partial}{\partial x_k(s)} \int_{\Gamma} u_j(Q) \cdot p_{ij}^*(s, Q) \cdot d\Gamma(Q) = \\ \frac{\partial}{\partial x_k(s)} \int_{\Gamma} p_j(Q) \cdot u_{ij}^*(s, Q) \cdot d\Gamma(Q) + \frac{\partial}{\partial x_k(s)} \int_{\Omega} b_j(q) \cdot u_{ij}^*(s, q) \cdot d\Omega(q) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Neste trabalho será utilizado ponto fonte externo, desta forma o significado físico das variáveis do problema é facilmente preservado. Alterando-se assim apenas as funções ponderadoras presentes nas integrais de contorno.

Deve-se notar que, para cada ponto fonte exterior pode-se escolher a equação (3.1) ou a equação (3.7), tornando bastante flexível a composição da técnica a ser apresentada.

$$\int_{\Gamma} u_j(Q) \cdot \frac{\partial}{\partial x_k(s)} p_{ij}^*(s, Q) \cdot d\Gamma(Q) = \int_{\Gamma} p_j(Q) \cdot \frac{\partial}{\partial x_k(s)} u_{ij}^*(s, Q) \cdot d\Gamma(Q) + \int_{\Omega} b_j(q) \cdot \frac{\partial}{\partial x_k(s)} u_{ij}^*(s, q) \cdot d\Omega(q) \quad (3.7)$$

Ou seja, basta substituir a solução fundamental pela solução hiper-singular quando o ponto fonte não for ponto interno ou do contorno.

4 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

4.1 Funções de interpolação

As funções de interpolação servem para aproximar a solução das variáveis envolvidas no problema. Essa aproximação se dá em forma de interpolação dos valores nodais. As funções de interpolação são formadas por polinômios e podem assumir aproximações constantes, lineares, quadráticas, cúbicas e de ordem elevadas. Neste trabalho tratar-se-á apenas com funções de interpolação constante, linear e quadrática. Essas funções de interpolação podem ser vistas em Souza (2001).

4.2 Processos de integração

4.2.1. Integral não singular

A integral não singular ocorre quando o ponto fonte não pertence ao elemento a ser integrado ou quando o ponto fonte não está muito próximo ao elemento.

A integração não singular é a forma mais direta de se calcular a integral sobre um elemento. No caso do elemento triangular plano com aproximações constante, linear ou quadrática, a integração é feita através da quadratura de Hammer et al. (1956), podendo facilmente ser encontrada em tabelas tal como em Brebbia & Dominguez (1992) e é estabelecida em função das coordenadas homogêneas.

As componentes da matriz H e G são obtidas através da integração sobre cada elemento do contorno, conforme apresentado anteriormente, onde:

$$g = \int_{\tilde{\Gamma}_j} u^*(S, Q) \cdot \Phi^T(Q) \cdot d\Gamma(Q) \quad (4.1)$$

$$h = \int_{\tilde{\Gamma}_j} p^*(S, Q) \cdot \Phi^T(Q) \cdot d\Gamma(Q) \quad (4.2)$$

Para o caso em que as integrais (4.1) e (4.2) forem efetuadas numericamente através da quadratura de Hammer é preciso realizar uma transformação de coordenadas globais para coordenadas homogêneas.

$$g = |G| \cdot \int_0^1 \left(\int_0^{1-\xi_2} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \cdot d\xi_1 \right) \cdot d\xi_2 \quad (4.3)$$

E só então aplicar a quadratura em forma de somatório:

$$g = |G| \cdot \sum_{i=1}^n f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i) \cdot w_i \quad (4.4)$$

Onde:

n: número de pontos de Hammer

|G|: jacobiano de transformação

$\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i$: coordenadas homogêneas do ponto a ser considerado

w_i : peso do ponto a ser considerado

$f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i)$: integrando de (4.1) calculado no ponto i

De forma análoga tem-se para a integral (4.2):

$$h = |G| \cdot \sum_{i=1}^n f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i) \cdot w_i \quad (4.5)$$

Neste trabalho subdivide-se o elemento a ser integrado em vários triângulos menores de mesmo tamanho. Esta subdivisão é feita comparando-se a distância em que o ponto fonte está do elemento a ser integrado com a média dos lados deste elemento, neste trabalho optou-se por usar a distância do nó mais próximo e não do centróide do elemento. O número de subelementos é calculado através do fator multiplicador do ponto fora, que é um dado de entrada do programa computacional, esta subdivisão pode ser vista na figura 4.1.

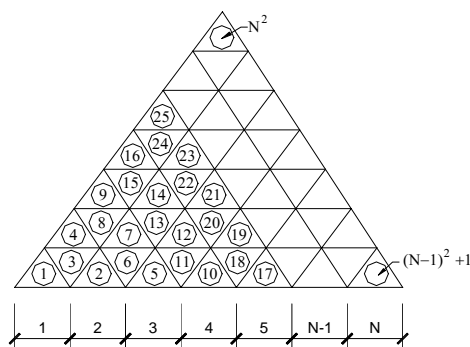


Figura 4.1 - Subdivisão do elemento triangular plano

No atual trabalho a subdivisão é feita em um número qualquer de subelementos. Esta técnica é utilizada em diversos trabalhos para considerar inclusive a integração de pontos muito próximos aos elementos, chamados quase singulares. Porém neste trabalho foi verificada sua baixa eficiência quando utilizada para esta finalidade.

A determinação do número máximo de subelementos é feita da seguinte forma:

Quando o ponto fonte S pertence inicialmente ao elemento integrado tem-se F como fator multiplicador que coloca o ponto para fora do plano do elemento ($0.1 \leq F \leq 0.5$), o número máximo de subdivisões de cada lado é dado pela seguinte regra:

$$N = \text{int} \left(\sqrt{\frac{10}{F}} \right) \quad (4.6)$$

N é o valor inteiro mais próximo da raiz quadrada anterior. Esta regra foi obtida no sentido de satisfazer a precisão necessária à integração, que possui singularidade ($1/r^2$) e, além disso, concordar com a apresentada por Calderón (1996) para o caso em que $F=0.4$.

Dessa forma, o número de subelementos é dado por:

$$\begin{aligned} 0 \leq D \leq \bar{L} & \quad N^2 \quad \text{subelementos} \\ \bar{L} < D \leq 2\bar{L} & \quad (N-3)^2 \quad \text{subelementos} \\ 2\bar{L} < D & \quad 1 \quad \text{subelemento} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Onde:

D: distância do ponto fonte ao nó mais próximo pertencente ao elemento a ser integrado

\bar{L} : média dos lados do elemento a ser integrado

Dessa forma os somatórios (4.4) e (4.5) assumem a seguinte expressão para um número NS de subelementos:

$$g = \sum_{M=1}^{NS} \frac{|G|}{NS} \cdot \sum_{i=1}^n f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i) \cdot w_i \quad (4.8)$$

$$h = \sum_{M=1}^{NS} \frac{|G|}{NS} \cdot \sum_{i=1}^n f(\xi_1^i, \xi_2^i, \xi_3^i) \cdot w_i \quad (4.9)$$

4.2.2. Integral quase singular e quase hiper-singular

Baseado no trabalho de Mom-Ma et al. (1996) que efetua a integração em elementos unidimensionais através da quadratura de Gauss com subdivisão progressiva dos elementos, adaptou-se esta técnica para elementos triangulares planos conforme mostra a figura 4.2. Considerando-se primeiramente o ponto fonte no contorno, utiliza-se uma transformação das coordenadas cartesianas para coordenadas polares e para cada ângulo teta subdivide-se o elemento radialmente, pois este se torna unidimensional no raio.

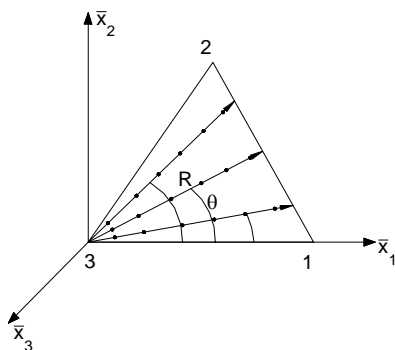


Figura 4.2 - Esquema para integração quase singular para o elemento linear

Com o interesse de generalizar essa integração é efetuada outra mudança de coordenadas, agora para coordenadas homogêneas, conforme figura 4.3.

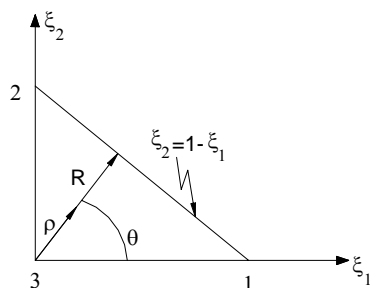


Figura 4.3 - Transformação para coordenadas homogêneas

Onde:

R: raio adimensional limite superior

ρ : raio adimensional

θ : ângulo entre o raio e o eixo ξ_1

Da figura 4.3 tiram-se as seguintes expressões:

$$\xi_1 = \rho \cdot \cos(\theta) \tag{4.10}$$

$$\xi_2 = \rho \cdot \sin(\theta) \tag{4.11}$$

$$R(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta) + \cos(\theta)} \tag{4.12}$$

Dessa forma a integral (4.1) torna-se:

$$g = |G| \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{R(\theta)} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\theta \tag{4.13}$$

Aplicando-se a quadratura de Gauss, a integral (4.13) assume a seguinte forma de somatório:

$$g = |G| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sum_{i\theta=1}^{ig\gamma} \frac{R[\theta(\gamma)]}{2} \cdot \sum_{ir=1}^{igr} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \cdot \rho(\eta) \cdot w_{i\theta} \cdot w_{ir} \tag{4.14}$$

Onde:

|G|: Jacobiano de transformação, no caso do elemento triangular plano vale numericamente o dobro da área do elemento.

ig γ : número de pontos de Gauss para a variação do ângulo

igr: número de pontos de Gauss para a variação do raio

R[$\theta(\gamma)$]: extensão máxima do raio para a posição $\theta(\gamma)$

f : integrando da integral (4.1)

$\rho(\eta)$: raio do ponto de Gauss

w $_{i\theta}$: peso dos pontos de Gauss para a variação angular

w $_{ir}$: peso dos pontos de Gauss para a variação radial

De forma análoga, tem-se para a integral (4.2):

$$h = |G| \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sum_{i\theta=1}^{ig\gamma} \frac{R[\theta(\gamma)]}{2} \cdot \sum_{ir=1}^{igr} f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \cdot \rho(\eta) \cdot w_{i\theta} \cdot w_{ir} \tag{4.15}$$

Onde:

$$\theta(\gamma) = \frac{\pi}{4} \cdot (\gamma + 1) \tag{4.16}$$

$$\rho(\eta) = \frac{R[\theta(\gamma)]}{2} \cdot (\eta + 1) \tag{4.17}$$

Nas expressões acima ainda não se efetuou a subdivisão de elemento no raio. Para o caso de subdivisão calcula-se de acordo com a figura 4.4.

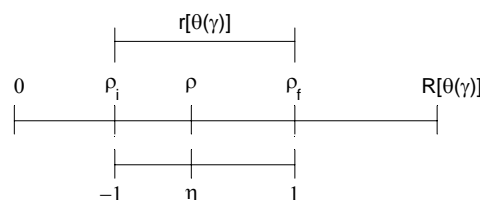


Figura 4.4 - Subelemento do raio R[$\theta(\gamma)$]

Substituindo-se r[$\theta(\gamma)$] no lugar de R[$\theta(\gamma)$] nas expressões (4.14)-(4.17) efetua-se a integração em um subelemento de raio r.

Para um subelemento qualquer o raio adimensional ρ é dado por:

$$\rho[\theta(\gamma)] = \frac{(1-\eta)}{2} \cdot \rho_i + \frac{(1+\eta)}{2} \cdot \rho_f \quad (4.18)$$

E a extensão do subelemento é dada por:

$$r[\theta(\gamma)] = \rho_f - \rho_i \quad (4.19)$$

E ainda:

$$\rho_f = \rho_i + \left(\frac{d}{L}\right)^k \cdot m^{(n-1)} \quad (4.20)$$

Onde, conforme Mom-Ma et al. (1996), tem-se:

k: ordem de quase singularidade ou quase hiper-singularidade

m: parâmetro de progressão geométrica (relação entre o tamanho do subelemento atual e o tamanho do subelemento anterior)

n: número do subelemento

d: distância do ponto fonte ao nó mais próximo pertencente ao elemento

L: média dos lados do elemento triangular

ρ_i assume o valor de zero para o primeiro subelemento

Assim as coordenadas homogêneas podem ser calculadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \xi_i &= \rho \cdot \cos(\theta) \\ \xi_j &= \rho \cdot \sin(\theta) \\ \xi_k &= 1 - \xi_i - \xi_j \end{aligned} \quad (4.21)$$

Com:

$i=1, 2, 3; j=2, 3, 1$ e $k=3, 1, 2$.

Onde os índices i, j e k se referem aos nós mostrados na figura 4.5.

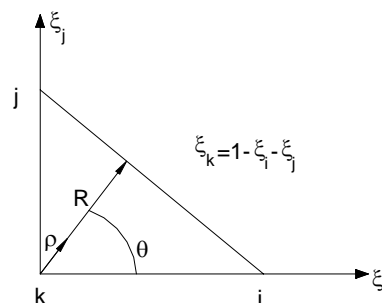


Figura 4.5 - Coordenadas homogêneas generalizadas

Finalmente, somando-se o resultado das integrações sobre cada subelemento de raio r e efetuando-se o somatório de Gauss em θ resulta o valor total da integral procurada.

Pode-se utilizar esta integração para a técnica do ponto fora, para isso verifica-se qual o nó, pertencente ao elemento a ser integrado, mais próximo do ponto fonte, este será o nó k, e procede-se a integração normalmente.

Com a implementação desta técnica pôde-se ampliar o intervalo do fator multiplicador do ponto fora, que era $0.1 \leq F \leq 0.5$ e passou a ser $0.01 \leq F \leq 0.5$, apesar de os autores recomendarem que seja utilizado $0.01 \leq F \leq 0.2$. Deve-se mencionar que o limite superior não está relacionado a problemas de integração e sim ao condicionamento do sistema que piora muito para $F > 0.5$.

A técnica demonstrada foi desenvolvida para o elemento linear, para utilizá-la no elemento constante basta dividir o triângulo em três partes, como mostra a figura 4.6 e proceder de maneira análoga.

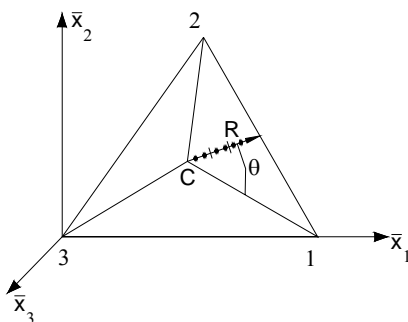


Figura 4.6 - Divisão do elemento constante para a integral quase singular

Para utilizar esta técnica no elemento quadrático, também se utiliza uma divisão do triângulo, só que em dois; como é apresentado na figura 4.7.

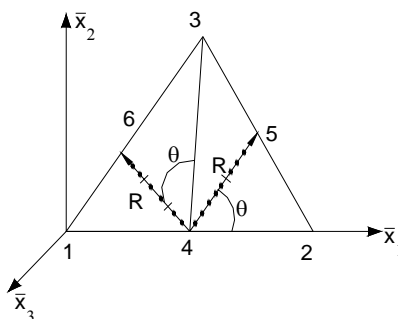


Figura 4.7 - Divisão do elemento quadrático para a integral quase singular

4.2.3. Integral singular

Quando o ponto fonte pertence ao elemento a ser integrado e este ponto está contido no contorno diz-se que essa integral é uma integral singular, pois a solução fundamental possui termos ($1/r$ e $1/r^2$) que não podem ser integrados diretamente pelas técnicas descritas anteriormente. Para se efetuar tal integral é preciso recorrer à mudança das coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

A seguir é apresentada a integral singular para o elemento constante, como pode ser visto na figura 4.8, através de integração analítica e semi-analítica; já para os elementos linear e quadrático, optou-se por realizar esta integral apenas de forma semi-analítica.

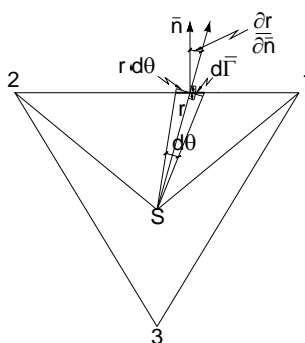


Figura 4.8 - Integral singular sobre o elemento constante

A integral sobre este elemento pode ser resolvida de três formas:

- Analiticamente em r e numericamente com a quadratura de Gauss em θ ;
- Analiticamente em r e com uma transformação da parte angular para linear no contorno de cada lado do elemento e efetuando-se essa parte numericamente com a quadratura de Gauss;
- Analiticamente em r e θ .

As duas primeiras formas denominam-se integrais semi-analíticas, pois parte da integral é resolvida analiticamente e a outra parte numericamente através da quadratura de Gauss. Neste trabalho a integral semi-analítica segue o segundo procedimento. Utilizando-se as integrais (4.1) e (4.2) e efetuando a mudança de coordenadas cartesianas para polares, tem-se que:

$$g = \int_{\theta} \int_r u^*(S, Q) \cdot \Phi^T(Q) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (4.22)$$

$$h = \int_{\theta} \int_r p^*(S, Q) \cdot \Phi^T(Q) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (4.23)$$

Substituindo-se a solução fundamental na integral (4.22) e integrando-se primeiramente em r , depois mudando a variável em θ (teta) para a variável sobre o lado do elemento como pode ser visto na figura 4.9 e mostrado na equação (4.24), obtém-se a integral (4.25).

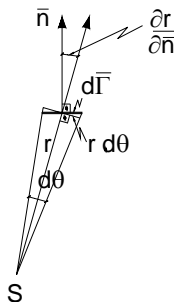


Figura 4.9 - Relação entre $d\bar{\Gamma}$, r e $d\theta$

$$d\bar{\Gamma} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = r \cdot d\theta \quad (4.24)$$

$$g_{ij} = \int_0^{L_i} \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1 - \nu)} \cdot [(3 - 4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j}] \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot d\bar{\Gamma} \quad (4.25)$$

Aplicando-se a quadratura de Gauss linearmente em cada lado do elemento, obtém-se o seguinte somatório:

$$g_{ij} = \frac{L_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{igt} \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1 - \nu)} \cdot [(3 - 4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j}] \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot w_{ig} \quad (4.26)$$

Onde:

L_i : lado sobre o qual está integrando

igt : número de pontos de Gauss em cada lado

w_{ig} : peso do ponto de Gauss

$\frac{\partial r}{\partial n}$: derivada parcial do raio em relação à normal ao lado.

Analogamente, o valor principal de Cauchy, pois a integral (4.23) é singular em r, é dado pelo seguinte somatório para a integral (4.23):

$$h_{ij} = \frac{L_i}{2} \cdot \sum_{igt} \frac{(1-2 \cdot \nu)}{8 \cdot \pi \cdot (1-\nu)} \cdot [(r_{,i} \cdot \eta_j - r_{,j} \cdot \eta_i)] \cdot \frac{\ln(r)}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot w_{ig} \quad (4.27)$$

Para se efetuar a integral analiticamente, segue-se exatamente os mesmos passos iniciais da anterior, só que ao invés de transformar a integral para os lados do elemento efetua-se a integral em θ analiticamente. Para isso é preciso definir explicitamente o raio em função do ângulo teta, como mostra a figura 4.10.

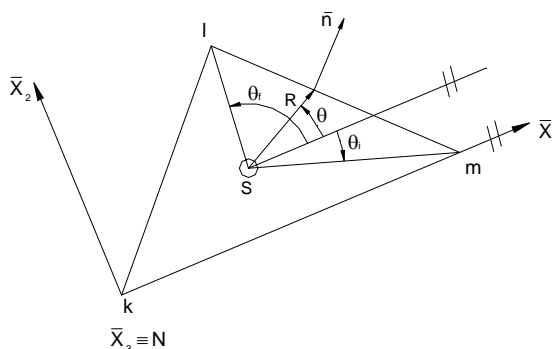


Figura 4.10 - Definição do raio em função do ângulo θ

As coordenadas homogêneas de qualquer ponto do triângulo, como pode ser verificado em Coda (1990), são dadas pela seguinte expressão:

$$\xi_k^Q = \xi_k^S + \frac{r}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \quad (4.28)$$

Onde:

$$\begin{aligned} a^k &= \bar{X}_1^l - \bar{X}_1^m \\ b^k &= \bar{X}_2^m - \bar{X}_2^l \\ A &= \frac{1}{2} \cdot (b^1 a^2 - b^2 a^1) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Com:

$m=1, 2, 3; l=2, 3, 1$ e $k=3, 1, 2$.

Sendo assim, a distância do ponto S a um ponto Q pertencente ao lado ml é dado por:

$$R_{ml}(S, Q) = \frac{-2 \cdot A \cdot \xi_k^S}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \quad (4.30)$$

E as diferenciais do raio em relação às coordenadas globais são de forma geral:

$$r_{,i} = \cos \theta \cdot \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_i} + \sin \theta \cdot \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_i} \quad (4.31)$$

Substituindo-se a solução fundamental de Kelvin na integral (4.22), integrando-se em r, e substituindo-se o raio em função do ângulo teta e as diferenciais do raio apresentadas na equação (4.31), obtém-se a seguinte integral em termos de componentes para um lado genérico ml:

$$\begin{aligned}
g_{ij} = \frac{-2 \cdot A \cdot \xi_k^S}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1-\nu)} \cdot \left\{ (3-4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{1}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta + \right. \\
\left. \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_j} \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\cos^2 \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta + \right. \\
\left. \left(\frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_i} \right) \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta + \right. \\
\left. \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_j} \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\sin^2 \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta \right\} \quad (4.32)
\end{aligned}$$

Onde:

$$\xi_k^S = \frac{1}{3}, \text{ para o elemento constante.}$$

m=1, 2, 3; l=2, 3, 1 e k=3, 1, 2.

i, j=1, 2, 3.

Procedendo-se de forma análoga para a integral (4.23), mas avaliando esta integral em termos de valor principal de Cauchy, pois é singular em r, e efetuando-se a substituição do raio em função de teta e suas diferenciais, tem-se em termos de componentes para um lado genérico ml:

$$\begin{aligned}
h_{ij} = \frac{(1-2 \cdot \nu) \cdot (1-\delta_{ij})}{8 \cdot \pi \cdot (1-\nu)} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_i} \cdot \eta_j - \frac{\partial \bar{X}_1}{\partial X_j} \cdot \eta_i \right) \cdot \left[\ln(2 \cdot A \cdot \xi_k^S) \cdot \sin \theta \Big|_{\theta_i}^{\theta_f} - \right. \right. \\
\left. \left. \sin \theta \cdot \ln[-(b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta)] \Big|_{\theta_i}^{\theta_f} + a^k \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta - \right. \right. \\
\left. \left. b^k \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\sin^2 \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta \right] + \left(\frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_i} \cdot \eta_j - \frac{\partial \bar{X}_2}{\partial X_j} \cdot \eta_i \right) \cdot \left[\right. \\
\left. - \ln(2 \cdot A \cdot \xi_k^S) \cdot \cos \theta \Big|_{\theta_i}^{\theta_f} + \cos \theta \cdot \ln[-(b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta)] \Big|_{\theta_i}^{\theta_f} + \right. \\
\left. \left. b^k \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta - a^k \cdot \int_{\theta_i}^{\theta_f} \frac{\cos^2 \theta}{b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta} \cdot d\theta \right] \right\} \quad (4.33)
\end{aligned}$$

Com:

m=1, 2, 3; l=2, 3, 1 e k=3, 1, 2.

i, j=1, 2, 3.

Para o elemento linear, a integral singular foi calculada apenas semi-analiticamente, seguindo o primeiro procedimento, efetuando-se a integração analítica em r e numericamente em teta com a quadratura de Gauss, como pode ser visto na figura 4.11.

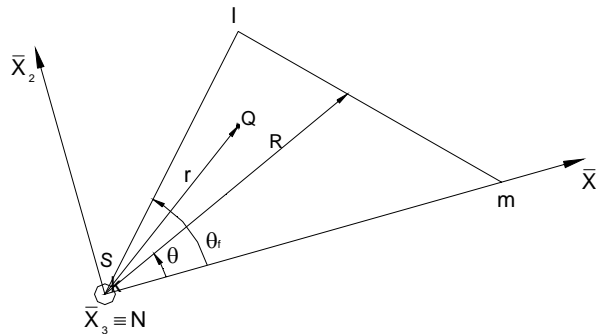


Figura 4.11 - Integral semi-analítica sobre o elemento linear

As coordenadas homogêneas de um ponto qualquer do triângulo são obtidas pela expressão (4.28) e o raio pela expressão (4.30). Para o elemento linear, as coordenadas homogêneas do ponto S assumem os seguintes valores:

$$p / \begin{cases} S = k \Rightarrow \xi_k^S = 1 \\ S \neq k \Rightarrow \xi_k^S = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

Com isso a integral (4.22) fica:

$$g_{ij} = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \int_0^R \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1-\nu) \cdot r} \cdot [(3-4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j}] \cdot \xi_k^Q \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (4.35)$$

Substituindo-se a expressão de coordenada homogênea genérica de um ponto qualquer do triângulo, efetuando-se a integral em r e aplicando-se a quadratura de Gauss, obtém-se o seguinte somatório:

$$g_{ij} = \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1-\nu) \cdot r} \cdot [(3-4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j}] \cdot \left[\xi_k^S \cdot R + \frac{R^2}{4 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sen \theta) \right] \quad (4.36)$$

Para a integral (4.23) procede-se de forma análoga, lembrando que esta integral é avaliada como valor principal de Cauchy, e aplicando-se a quadratura de Gauss, obtém-se o somatório:

$$h_{ij} = \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{(1-2 \cdot \nu)}{8 \cdot \pi \cdot (1-\nu)} \cdot (r_{,i} \cdot \eta_j - r_{,j} \cdot \eta_i) \cdot \left[\xi_k^S \cdot \ln R + \frac{R}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sen \theta) \right] \quad (4.37)$$

Para efetuar esses somatórios, os ângulos θ_f e θ_i devem estar em radianos.

Para o elemento quadrático a integral singular é obtida de forma análoga ao demonstrado para o elemento linear, bastando utilizar agora as funções de forma do elemento quadrático.

No caso em que as funções de forma são Φ_1 , Φ_2 ou Φ_3 , tem-se:

$$\Phi_p^Q = \xi_k^Q \cdot (2 \cdot \xi_k^Q - 1) = 2 \cdot (\xi_k^Q)^2 - \xi_k^Q \quad (4.38)$$

Substituindo-se as coordenadas homogêneas do ponto Q em função do ponto S, já mostrado em (4.28), resulta:

$$\Phi_p^Q = 2 \cdot \left[\xi_k^S + \frac{r}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \right]^2 - \left[\xi_k^S + \frac{r}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \right] \quad (4.39)$$

Desenvolvendo esta expressão, tem-se:

$$\begin{aligned} \Phi_p^Q &= 2 \cdot (\xi_k^S)^2 - \xi_k^S + \frac{r}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (4 \cdot \xi_k^S - 1) \\ &\quad + \frac{r^2}{2 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta)^2 \end{aligned} \quad (4.40)$$

E para o caso em que as funções de forma são Φ_4 , Φ_5 ou Φ_6 , tem-se:

$$\Phi_p^Q = 4 \cdot \xi_k^Q \cdot \xi_m^Q \quad (4.41)$$

Substituindo-se as coordenadas homogêneas em função das coordenadas do ponto fonte S e desenvolvendo a expressão, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Phi_p^Q &= 4 \cdot \left\{ \xi_k^S \cdot \xi_m^S + \frac{r}{2 \cdot A} \cdot \left[\xi_k^S \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) + \xi_m^S \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{r^2}{4 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) \right\} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Substituindo essas funções de forma na integral (4.22) e (4.23) e desenvolvendo como no elemento linear, obtém-se as integrais singulares para o elemento quadrático. Para as funções de forma Φ_1 , Φ_2 ou Φ_3 :

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1 - \nu)} \cdot \left[(3 - 4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j} \right] \cdot \\ &\quad \left\{ R \cdot \left[2 \cdot (\xi_k^S)^2 - \xi_k^S \right] + \frac{R^2}{4 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (4 \cdot \xi_k^S - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^3}{6 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta)^2 \right\} \cdot w_{ig} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} h_{ij} &= \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{(1 - 2 \cdot \nu)}{8 \cdot \pi \cdot (1 - \nu)} \cdot (r_{,i} \cdot \eta_j - r_{,j} \cdot \eta_i) \cdot \\ &\quad \left\{ \left[2 \cdot (\xi_k^S)^2 - \xi_k^S \right] \cdot \ln R + \frac{R}{2 \cdot A} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (4 \cdot \xi_k^S - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^2}{4 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta)^2 \right\} \cdot w_{ig} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Para as funções de forma Φ_4 , Φ_5 ou Φ_6 , essas integrais são:

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{1}{16 \cdot \pi \cdot G \cdot (1 - \nu)} \cdot \left[(3 - 4 \cdot \nu) \cdot \delta_{ij} + r_{,i} \cdot r_{,j} \right] \cdot \left\{ 4 \cdot \xi_k^S \cdot \xi_m^S \cdot R \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^2}{A} \cdot \left[\xi_k^S \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) + \xi_m^S \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{R^3}{3 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) \right\} \cdot w_{ig} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned}
h_{ij} = & \frac{\theta_f - \theta_i}{2} \cdot \sum_{ig=1}^{ig\theta} \frac{(1-2 \cdot \nu)}{8 \cdot \pi \cdot (1-\nu)} \cdot (r_{,i} \cdot \eta_j - r_{,j} \cdot \eta_i) \cdot \left\{ 4 \cdot \xi_k^S \cdot \xi_m^S \cdot \ln R \right. \\
& + \frac{2 \cdot R}{A} \cdot \left[\xi_k^S \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) + \xi_m^S \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \right] \\
& \left. + \frac{R^2}{2 \cdot A^2} \cdot (b^k \cdot \cos \theta + a^k \cdot \sin \theta) \cdot (b^m \cdot \cos \theta + a^m \cdot \sin \theta) \right\} \cdot w_{ig}
\end{aligned} \quad (4.46)$$

No caso em que o ponto fonte coincide geometricamente com os vértices do triângulo (nós 1, 2 e 3), as coordenadas homogêneas do ponto S assumem valores iguais a 1 ou 0. E para o caso em que o ponto fonte não coincide geometricamente com os nós das faces do triângulo (nós 4, 5 e 6), calculam-se as coordenadas homogêneas do ponto S, lembrando que nesse caso é preciso dividir o elemento em dois triângulos, como feito na integral quase singular e mostrado na figura 4.7. Para o cálculo dos termos livres utiliza-se a propriedade de movimento de corpo rígido tanto para o elemento linear quanto para o elemento quadrático.

5 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

5.1 Introdução

Para analisar a formulação apresentada é preciso utilizá-la em exemplos numéricos com valores analíticos conhecidos e que já foram utilizados por outros pesquisadores da área para que se possa realizar uma comparação entre as diversas técnicas.

Adota-se a abreviatura CMEC para se referir ao método dos elementos de contorno clássico, o qual utiliza a solução fundamental de Kelvin; e a abreviatura HMEC, baseado no trabalho de Ingber & Rudolphi (1990), quando se trata da utilização da solução fundamental de Kelvin em pontos que tenham forças de superfície prescritas e a solução hiper-singular em pontos com deslocamentos prescritos. Deixa-se claro que a formulação HMEC só foi utilizada com o elemento linear. Utiliza-se ISA para indicar a formulação na qual efetua-se a integral singular analiticamente, ISSA para a integral singular efetuada semi-analiticamente e ISQG para a integral quase singular calculada numericamente com quadratura de Gauss e subdivisão progressiva do raio.

5.2 Exemplo 1 - Sólido tridimensional sob força transversal

Este exemplo se trata de um sólido tridimensional com base quadrangular vinculada nas três direções em cada ponto, submetido a uma força transversal na face superior. As propriedades geométricas e físicas do sólido podem ser vistas na figura 5.1, assim como a configuração adotada para a resolução do problema pelo MEC, que consiste em substituir a força concentrada por uma força distribuída sobre a área do topo do sólido.

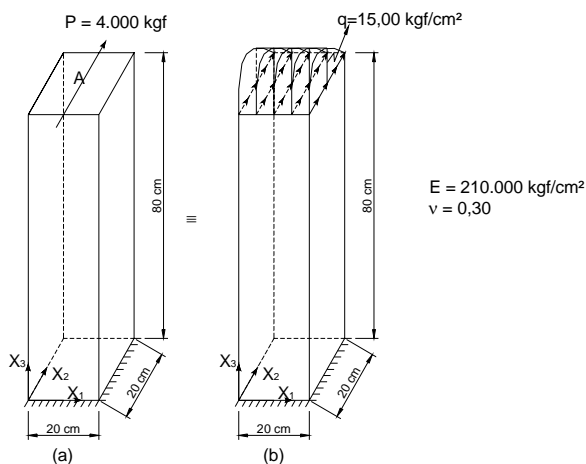


Figura 5.1 - Sólido tridimensional submetido a uma força transversal - (a) problema clássico e (b) problema equivalente solucionado pelo MEC

Para o elemento constante utilizam-se as discretizações mostradas na figura 5.2 para o topo do sólido (as faces possuem a mesma densidade), como para este elemento não é possível aplicar a força como na figura 5.1 (b), procedeu-se à aplicação de forças distribuídas de mesmo valor nos elementos da extremidade. Apresenta-se o gráfico 5.1 de convergência, o gráfico 5.2 de estabilidade e a tabela 5.1 com os resultados de deslocamentos transversais (em x_2) dos pontos localizados no eixo central para o elemento constante, comparando-se com valores clássicos considerando-se a deformação devido ao cisalhamento. O valor de deslocamento do ponto A é obtido através da média dos deslocamentos dos elementos mais próximos a este ponto. Utilizou-se o fator para a técnica do ponto fora igual a 0,2.

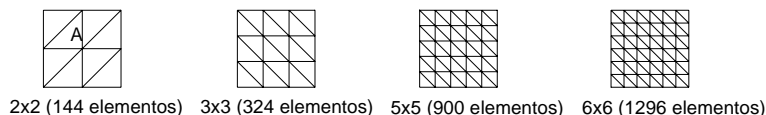


Figura 5.2 - Discretizações do topo do sólido do exemplo 1 - elemento constante

Gráfico 5.1 - Convergência do elemento constante - exemplo 1

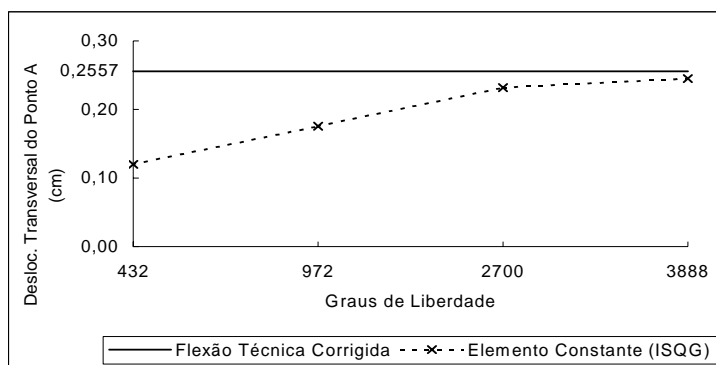
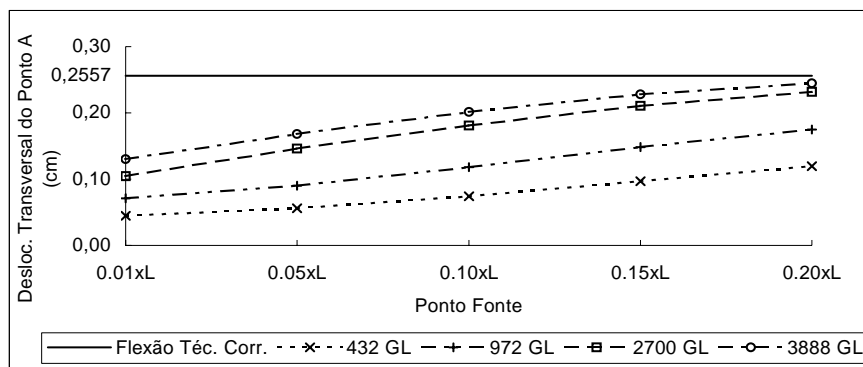


Gráfico 5.2 - Estabilidade da solução para o elemento constante - exemplo 1



Este gráfico mostra que, apesar de convergir para a resposta correta o nível de estabilidade da solução via elemento constante está muito aquém do desejado.

Tabela 5.1 - Deslocamentos transv. (X_2) do exemplo 1 com elemento constante - 1296 elementos

COORD. X_3 (cm)	FLEXÃO TÉC. CORR. DESLOC. EM X_2 (cm)	FORMULAÇÃO					
		ISA	ERRO (%)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)
20,00	0,0239	0,0120	-49,80	0,0127	-46,84	0,0232	-3,03
30,00	0,0495	0,0239	-51,67	0,0253	-48,81	0,0479	-3,16
40,00	0,0821	0,0386	-53,06	0,0408	-50,28	0,0794	-3,29
50,00	0,1205	0,0552	-54,22	0,0584	-51,52	0,1164	-3,46
60,00	0,1632	0,0730	-55,25	0,0773	-52,62	0,1572	-3,68
70,00	0,2087	0,0914	-56,20	0,0968	-53,65	0,2004	-3,97
80,00	0,2557	0,1097	-57,11	0,1160	-54,62	0,2448	-4,26

ISA - INTEGRAL SINGULAR CALCULADA ANALITICAMENTE

ISSA - INTEGRAL SINGULAR CALC. SEMI-ANALITICAMENTE

ISQG - INTEGRAL QUASE SINGULAR CALC. NUM. COM QUADRATURA DE GAUSS E SUBDIVISÃO PROGRESSIVA

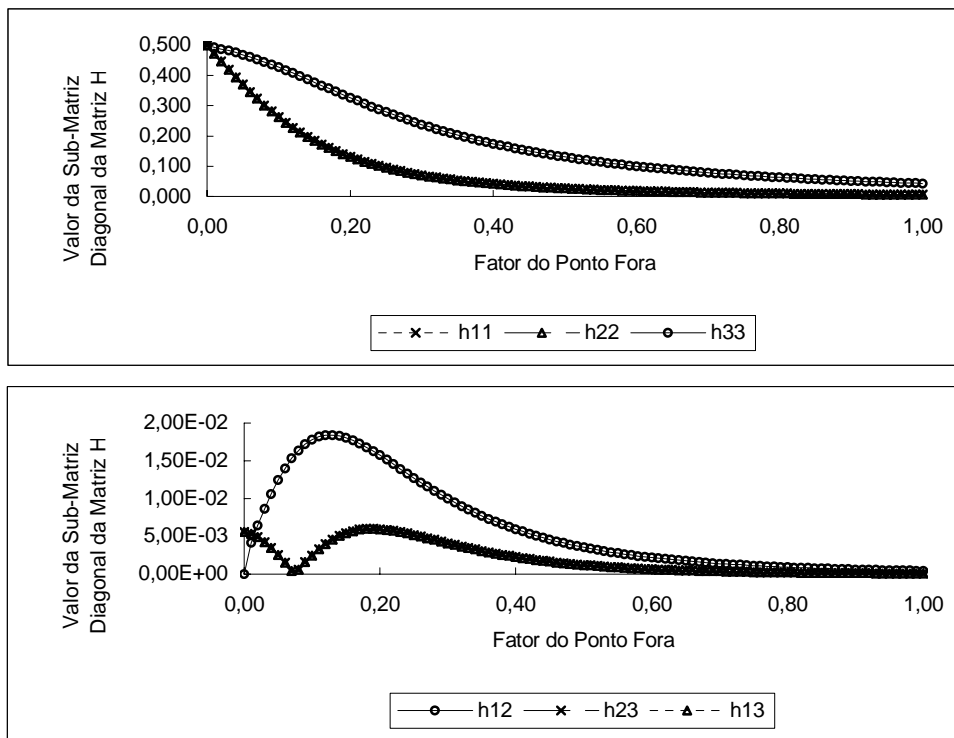
Ainda sobre o elemento constante, apresenta-se na tabela 5.2 o número de condicionamento para a discretização com 1296 elementos.

Tabela 5.2 - Número de condicionamento - exemplo 1 - elemento constante

FORMULAÇÃO	NUMERO DE CONDICIONAMENTO 1296 ELEM. - 3888 GL
ISA	498.085
ISSA	503.638
ISQG	3.290.595

No intuito de descobrir porque o ponto externo ao contorno conduz a melhores resultados, apesar de apresentar um condicionamento pior do que o ponto no contorno, estudou-se a sub-matriz (3x3) da diagonal principal na matriz H. Os resultados para um elemento da extremidade estão mostrados no gráfico 5.3.

Gráfico 5.3 - Sub-matriz da diagonal principal da matriz H - elemento constante - exemplo 1



De acordo com o gráfico 5.3 é possível ver que à medida que se afasta muito o ponto externo do contorno, o sistema vai ficando mais instável, pois a diagonal principal vai se aproximando de zero. Pode-se ver também que os termos cruzados (h_{12} , h_{13} e h_{23}) são diferentes de zero quando o ponto é externo ao contorno, principalmente h_{12} que está no plano do elemento, atingindo seu valor máximo quando o ponto fonte está afastado de 0,15L, por isso a melhor solução ocorrerá ao se escolher uma distância próxima a este valor. Sendo a matriz do sistema linear principal uma matriz diagonal dominante, pois os outros termos possuem valores bem menores que os da diagonal principal, quando tais valores são diferentes de zero conduzem a soluções mais precisas do sistema linear. Plotou-se apenas alguns termos da sub-matriz porque esta é simétrica.

Para o elemento linear utilizam-se as discretizações mostradas na figura 5.3 (topo do sólido, as faces e a base possuem a mesma densidade de malha). Escolheu-se a discretização (a) com 72 elementos (46 nós - 138 GL), pelo fato desta ter sido utilizada em Barbirato (1999), com isso pode-se comparar os resultados obtidos por este pesquisador e os da presente pesquisa. Para a discretização (a) aplicou-se força distribuída de mesmo valor em todos os nós da extremidade, e nas discretizações (b) e (c) procurou-se aproximar a parábola do carregamento, que é a forma correta de se representar o problema, por trechos lineares.

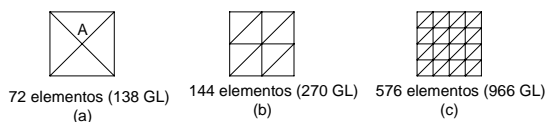


Figura 5.3 - Discretizações do topo do sólido do exemplo 1 - elemento linear

No gráfico 5.4 mostra-se a estabilidade do MEC clássico para essas discretizações, e no gráfico 5.5 para o HMEC, em seguida apresenta-se a tabela 5.3, a qual contém os valores para deslocamentos transversais (em X_2) para os pontos sobre o eixo central do sólido utilizando-se a discretização (a) com 72 elementos e a tabela 5.4 apresenta os números de condicionamento correspondentes a esta discretização.

Gráfico 5.4 - Estabilidade da solução para o elemento linear - CMEC - exemplo 1

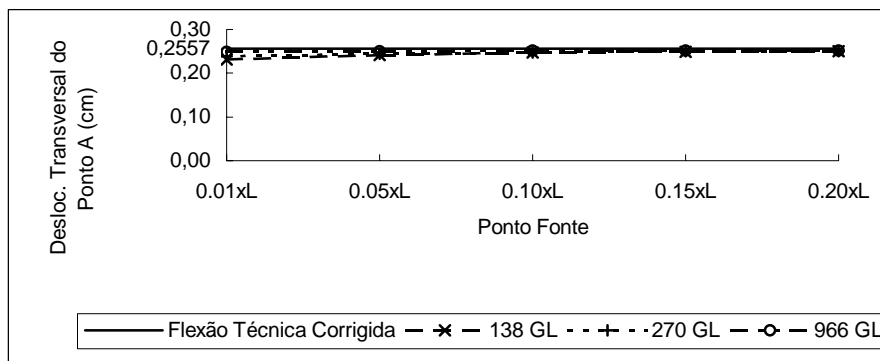


Gráfico 5.5 - Estabilidade da solução para o elemento linear - HMEC - exemplo 1

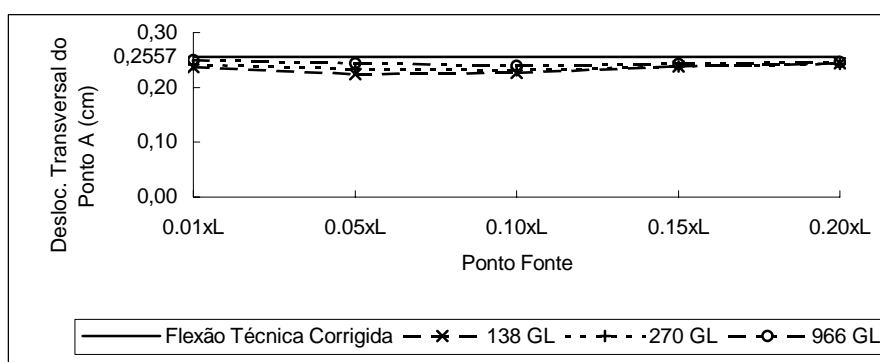


Tabela 5.3 - Deslocamentos transv. (X_2) do exemplo 1 com elemento linear - 72 elementos - 138 GL

COORD. X_3 (cm)	FLEXÃO TÉCNICA CORR.		FORMULAÇÃO							
	DESLOC. EM X_2 (cm)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)	HMEC	ERRO (%)	REF. A	ERRO (%)	
20,00	0,0239	0,0237	-0,81	0,0236	-1,50	0,0217	-9,31	0,0210	-12,22	
30,00	0,0495	0,0471	-4,83	0,0490	-1,01	0,0463	-6,38			
40,00	0,0821	0,0755	-8,08	0,0808	-1,63	0,0773	-5,90	0,0740	-9,90	
50,00	0,1205	0,1085	-9,98	0,1186	-1,59	0,1143	-5,19			
60,00	0,1632	0,1444	-11,51	0,1602	-1,81	0,1551	-4,97	0,1490	-8,70	
70,00	0,2087	0,1826	-12,52	0,2049	-1,85	0,1989	-4,71			
80,00	0,2557	0,2219	-13,23	0,2507	-1,96	0,2439	-4,61	0,2350	-8,09	

REF. A - Barbirato (1999)

Tabela 5.4 - Número de condicionamento - exemplo 1 - 138 GL - elemento linear

FORMULAÇÃO	NUMERO DE CONDICIONAMENTO 72 ELEMENTOS - 138 GL
ISSA	448.170
ISQG	478.690
HMEC	2.335.306

Este exemplo serve para demonstrar como a técnica usada neste trabalho, utilizando a quadratura de Gauss com subdivisão progressiva para calcular a integral quase singular,

apresenta resultados melhores do que a técnica usual, que é a divisão máxima em 25 subelementos triangulares de mesmo tamanho, utilizando-se a quadratura de Hammer para calcular a integral quase singular (Barbirato 1999). A formulação HMEC apresenta-se menos estável, mas ainda assim, conduz a resultados aceitáveis para discretização mais densa.

Na tabela 5.5 estão os deslocamentos para a discretização (b) e na tabela 5.6 o condicionamento desta discretização. Na tabela 5.7 apresentam-se os deslocamentos para a discretização (c) e na tabela 5.8 o condicionamento correspondente a esta discretização. Utiliza-se o fator 0,2 para a técnica do ponto fora.

Tabela 5.5 - Deslocamentos transv. (X_2) do exemplo 1 com elemento linear - 144 elem. - 270 GL

COORD. FLEXÃO TÉCNICA CORR.				FORMULAÇÃO			
X_3 (cm)	DESLOC. EM X_2 (cm)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)	HMEC	ERRO (%)
20,00	0,0239	0,02342	-2,12	0,02319	-3,08	0,02132	-10,90
30,00	0,0495	0,04723	-4,50	0,04815	-2,65	0,04531	-8,39
40,00	0,0821	0,07717	-6,04	0,08017	-2,39	0,07640	-6,99
50,00	0,1205	0,11192	-7,14	0,11784	-2,23	0,11313	-6,13
60,00	0,1632	0,15023	-7,95	0,15975	-2,11	0,15410	-5,58
70,00	0,2087	0,19092	-8,53	0,20450	-2,03	0,19791	-5,19
80,00	0,2557	0,23309	-8,84	0,25072	-1,95	0,24295	-4,98

Tabela 5.6 - Número de condicionamento - exemplo 1 - 270 GL - elemento linear

FORMULAÇÃO	NUMERO DE CONDICIONAMENTO 144 ELEMENTOS - 270 GL
ISSA	443.887
ISQG	3.192.730
HMEC	4.272.518

Tabela 5.7 - Deslocamentos transv. (X_2) do exemplo 1 com elemento linear - 576 elem. - 966 GL

COORD. FLEXÃO TÉCNICA CORR.				FORMULAÇÃO			
X_3 (cm)	DESLOC. EM X_2 (cm)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)	HMEC	ERRO (%)
20,00	0,0239	0,02340	-2,19	0,02323	-2,90	0,02161	-9,69
30,00	0,0495	0,04831	-2,32	0,04828	-2,39	0,04589	-7,22
40,00	0,0821	0,08008	-2,50	0,08039	-2,12	0,07730	-5,89
50,00	0,1205	0,11729	-2,68	0,11815	-1,97	0,11441	-5,07
60,00	0,1632	0,15857	-2,84	0,16015	-1,87	0,15579	-4,54
70,00	0,2087	0,20258	-2,95	0,20496	-1,81	0,20003	-4,17
80,00	0,2557	0,24806	-2,99	0,25130	-1,72	0,24580	-3,87

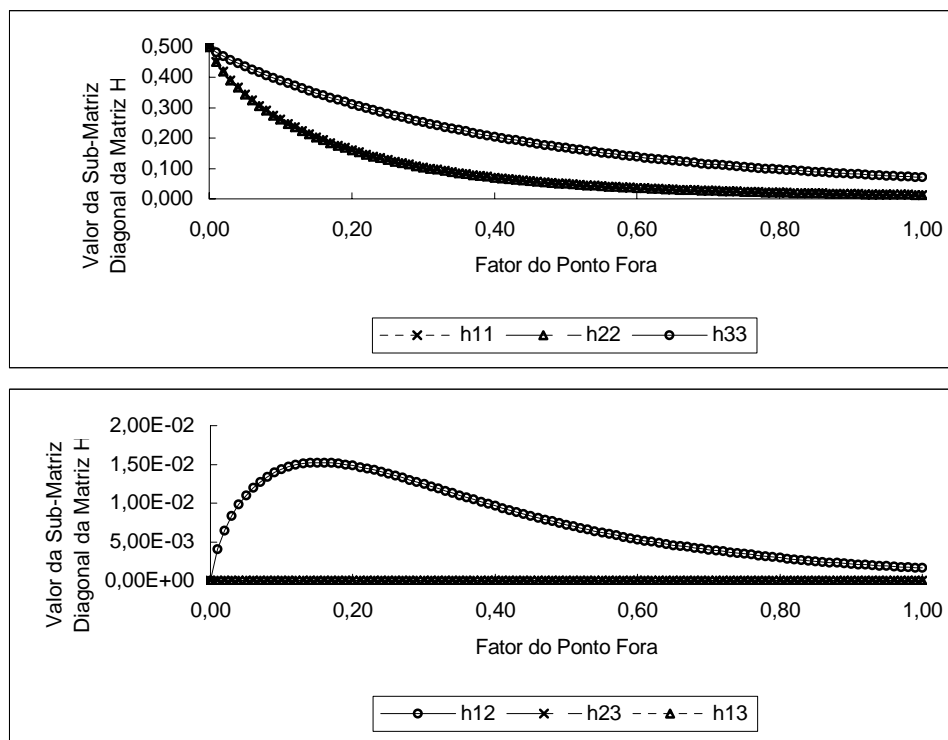
Tabela 5.8 - Número de condicionamento - exemplo 1 - 966 GL - elemento linear

FORMULAÇÃO	NUMERO DE CONDICIONAMENTO 576 ELEMENTOS - 966 GL
ISSA	703.494
ISQG	1.810.593
HMEC	3.057.894

Os resultados de deslocamentos com o ponto no contorno mostram que com a discretização (c), além de mais estável, conduz a melhores resultados com o elemento linear, já para o ponto fonte externo ao contorno não houve grande diferença entre as discretizações, assim como para o HMEC.

Verifica-se para o ponto A (extremidade) o comportamento da sub-matriz da diagonal principal da matriz H para o elemento linear no gráfico 5.6.

Gráfico 5.6 - Sub-matriz da diagonal principal da matriz H - elemento linear - exemplo 1



Como o elemento constante, o elemento linear também mostra valores diferentes de zero para o termo h_{12} , o que leva a melhores resultados em um intervalo próximo ao seu valor de máximo, mas diferentemente do elemento constante os outros termos cruzados são identicamente nulos, como quando o ponto fonte está no contorno, provavelmente seja esta a causa do elemento constante apresentar tamanha diferença entre as formulações, tendo vantagens para a formulação ISQG com ponto fonte externo ao contorno. Resultados de outros pontos sobre o contorno também apresentaram o mesmo comportamento, diferindo apenas no termo que é diferente de zero.

Para o elemento quadrático utiliza-se uma discretização de 36 elementos (90 nós - 270 GL), conforme figura 5.4 (topo do sólido, as faces possuem a mesma densidade).

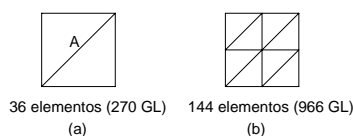


Figura 5.4 - Discretizações do topo do sólido do exemplo 1 - elemento quadrático

O gráfico 5.7 mostra a estabilidade deste elemento e a tabela 5.9 mostra os valores de deslocamentos transversais dos pontos situados no eixo central do sólido. A tabela 5.10 mostra os números de condicionamento. Utilizou-se um fator de 0,1 para técnica do ponto fora.

Gráfico 5.7 - Estabilidade da solução para o elemento quadrático - exemplo 1

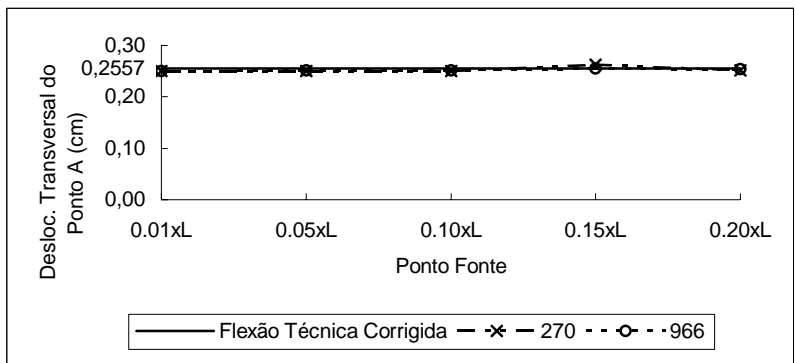


Tabela 5.9 - Deslocamentos transv. (X_2) do exemplo 1 com elemento quadrático - 36 elem. - 270 GL

COORD. X_3 (cm)	FLEXÃO TÉC. CORRIG. DESLOC. EM X_2 (cm)	FORMULAÇÃO			
		ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)
20,00	0,0239	0,02248	-6,02	0,02278	-4,77
30,00	0,0495	0,04728	-4,40	0,04771	-3,54
40,00	0,0821	0,07926	-3,49	0,07970	-2,96
50,00	0,1205	0,11700	-2,92	0,11743	-2,57
60,00	0,1632	0,15906	-2,54	0,15943	-2,31
70,00	0,2087	0,20400	-2,27	0,20431	-2,12
80,00	0,2557	0,25046	-2,05	0,25063	-1,98

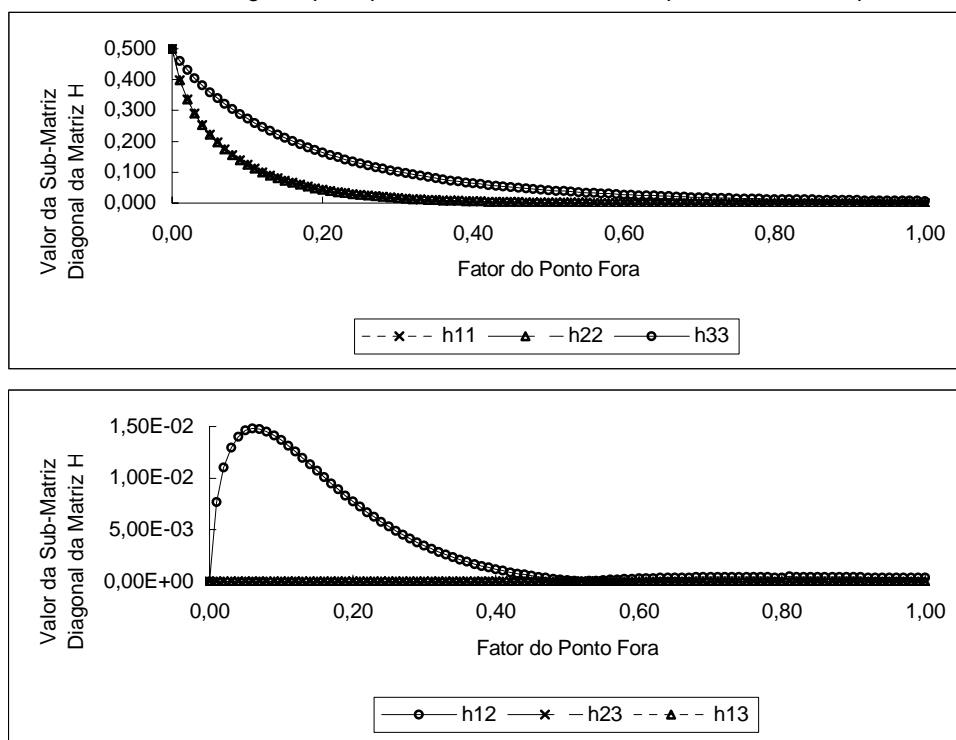
Tabela 5.10 - Número de condicionamento - exemplo 1 - elemento quadrático

FORMULAÇÃO	NÚMERO DE
	CONDICIONAMENTO
	36 ELEMENTOS - 270 GL
ISSA	509.556
ISQG	3.365.744

O elemento quadrático mostra uma estabilidade maior do que os elementos constante e linear. Os valores de deslocamentos para o ponto fonte no contorno são tão bons quanto para o ponto fonte externo ao contorno.

Verifica-se também para o elemento quadrático os termos da sub-matriz da diagonal principal da matriz H, conforme gráfico 5.8.

Gráfico 5.8 - Sub-matriz da diagonal principal da matriz H - elemento quadrático - exemplo 1



O gráfico 5.8 mostra que o elemento quadrático possui comportamento análogo ao elemento linear, com a diferença que o termo h_{12} possui valor máximo menor do que o seu valor para o elemento linear, e o seu pico é mais concentrado.

Este exemplo mostra a sensibilidade dos elementos de contorno ao tipo de resposta esperada, ou seja, quando se tem resposta linear, o elemento linear já conduz a bons resultados; e quando a resposta é quadrática, o elemento quadrático conduz a melhores resultados. Para que um elemento de grau menor conduza a resultados aceitáveis e estáveis torna-se necessário uma discretização exageradamente grande.

Neste exemplo também é possível verificar para o elemento linear que a formulação clássica (CMEC) leva vantagem sobre a formulação com o uso da função hiper-singular (HMEC). A formulação HMEC apresenta um número de condicionamento bem maior que o do CMEC, tornando o sistema linear mais instável, refletindo ligeiramente nos resultados.

Também se pode notar, através deste exemplo, que o elemento constante apesar de apresentar um condicionamento melhor, conduz a resultados muito imprecisos, sendo necessário aumentar exageradamente a discretização para que os resultados apresentem convergência para o ponto fonte localizado a $0,2L$ do contorno.

Isto não quer dizer que a resposta seja aceitável, basta ver o gráfico 5.2 que reflete a instabilidade dos resultados. Assim, este elemento deve ser descartado para análises da prática. Além disso, conclui-se que a consistência do sistema linear não tem influência significativa nos resultados.

5.3 Exemplo 2 - Esfera vazada sob pressão interna

Este exemplo trata-se de uma esfera vazada ou oca (figura 5.5) submetida a uma pressão interna unitária, com raio interno unitário e raio externo com valores entre 1,01 e 2,00. Possui módulo de elasticidade unitário e coeficiente de Poisson 0,3. Foi mantido o mesmo número de elementos para todos os valores de raios externos, com um total de 864 elementos (532 nós e 1596 graus de liberdade) para o elemento linear, como mostra o corte da figura 5.6. Esta discretização foi obtida a partir da discretização de um cubo de lado igual ao diâmetro da esfera.

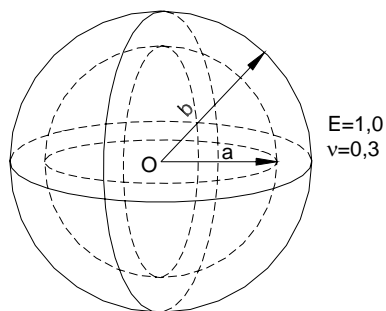


Figura 5.5 - Esfera vazada

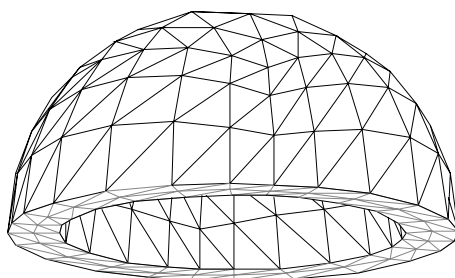


Figura 5.6 - Corte no plano médio da esfera discretizada

No gráfico 5.9 mostra-se a estabilidade do elemento linear para a esfera com relação $b/a=1,01$ e no gráfico 5.10 para a relação $b/a=2,0$.

No gráfico 5.11 comparam-se os valores dos deslocamentos radiais para $r=a$ (raio interno) para várias relações b/a com valores analíticos. No gráfico 5.12 apresentam-se os valores para as tensões circunferenciais e na tabela 5.11 os números de condicionamento. Utiliza-se 0,2 como fator para a técnica do ponto fora.

Os valores numéricos para os deslocamentos e tensões circunferenciais, assim como os valores analíticos, encontram-se disponíveis em Souza (2001).

Gráfico 5.9 - Estabilidade do elemento linear para a esfera com relação $b/a=1,01$

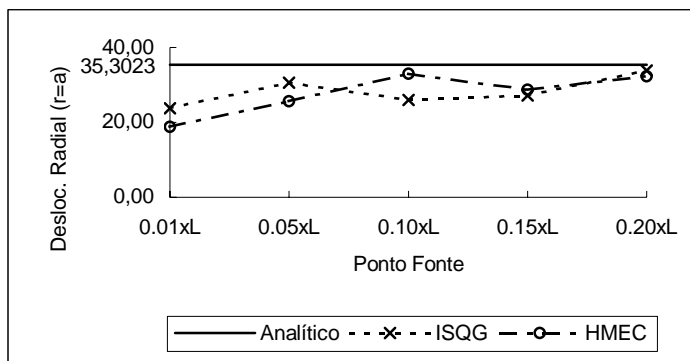


Gráfico 5.10 - Estabilidade do elemento linear para a esfera com relação $b/a=2,0$

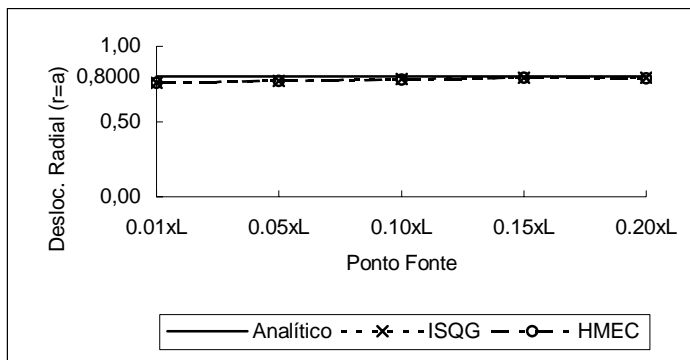


Gráfico 5.11 - Deslocamentos radiais para $r=a$ - elemento linear

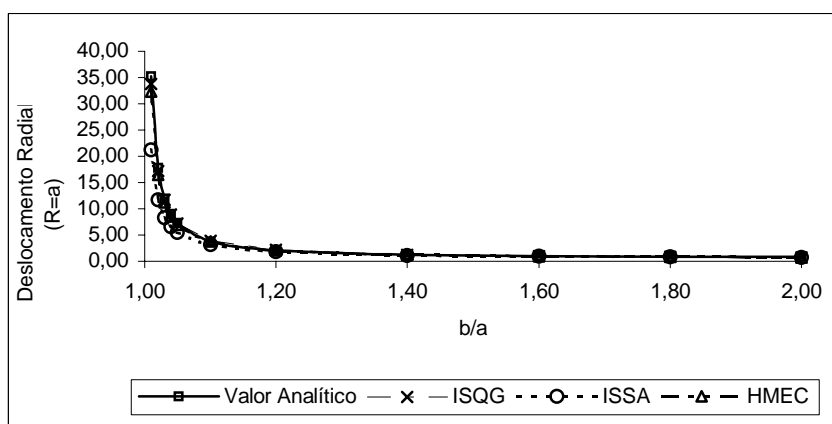


Gráfico 5.12 - Tensões circunferenciais para $r=a$ - elemento linear

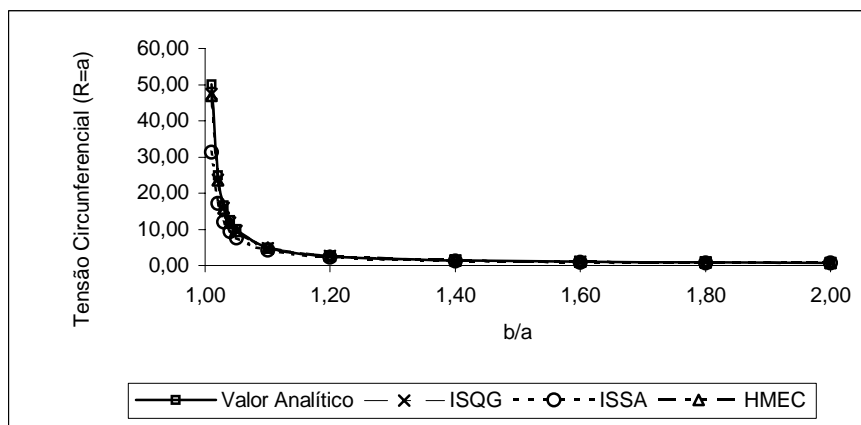
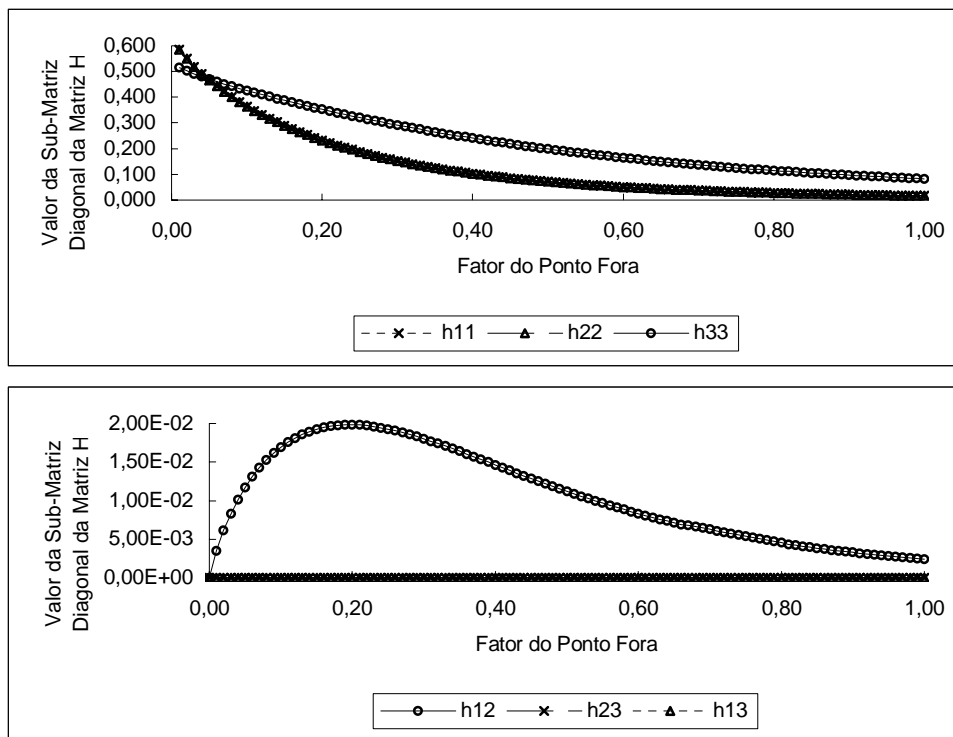


Tabela 5.11 - Número de condicionamento - exemplo 3 - elemento linear

RELAÇÃO b/a	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO		
	ISSA	ISQG	HMEC
1,01	4.788	493.421	544.109
1,02	2.799	1.123.002	1.753.326
1,03	2.152	834.054	1.111.747
1,04	1.810	339.687	352.303
1,05	1.618	1.577.043	3.624.248
1,10	1.257	129.549	281.498
1,20	1.204	308.770	352.614
1,40	1.391	71.466	83.819
1,60	1.592	64.412	94.812
1,80	1.793	56.482	84.737
2,00	2.000	53.095	92.508

O elemento linear não se mostrou estável para a relação $b/a=1,01$, mas conduz a bons resultados quando se utiliza o fator 0,2. Mas a medida que a relação b/a vai aumentando, a estabilidade também aumenta. Novamente os melhores resultados são obtidos com a utilização da formulação com o ponto fonte fora do contorno (ISQG), seguida pela formulação que utiliza as funções hiper-singulares (HMEC), que se mostrou muito boa para este tipo de problema. Os números de condicionamento da formulação com o ponto fonte no contorno (ISSA) foram bem menores do que as outras duas formulações, mostrando que o sistema está bastante estável para esta formulação, apesar disso os resultados não foram bons. Dessa forma apresenta-se no gráfico 5.13 um estudo da sub-matriz (3x3) da diagonal principal da matriz H para o ponto central superior, como feito analogamente para outros exemplos.

Gráfico 5.13 - Sub-matriz da diagonal principal da matriz H - elemento linear - exemplo 3



Como nos exemplos anteriores, com o ponto fonte externo ao contorno existe um elemento da sub-matriz que é diferente de zero (h_{12} e h_{21}), além dos elementos da diagonal

desta sub-matriz, como o exemplo 1. Deve-se lembrar que a melhora da discretização levará a soluções estáveis e, portanto, boas para a formulação ISSA ou ISQG.

Neste exemplo não se utilizará o elemento quadrático porque para este representar bem a superfície esférica do problema precisaria de uma discretização no mínimo igual àquela utilizada para o elemento linear, pois o elemento utilizado é plano, o que aumentaria em muito o número de graus de liberdade. Além disso, o elemento linear já conduz a resultados conclusivos.

5.4 Exemplo 5 - Placa retangular com curvatura cilíndrica

Este exemplo mostra a aplicação do MEC-3D em placas com curvaturas cilíndricas. Solucionam-se placas com várias relações h/L .

A figura 5.7 mostra a placa com curvatura cilíndrica, assim como suas propriedades físicas e geométricas, e sua discretização na figura 5.8.

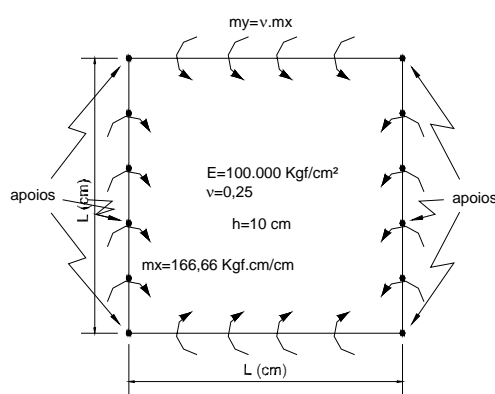


Figura 5.7 - Placa retangular com curvatura cilíndrica - elemento linear

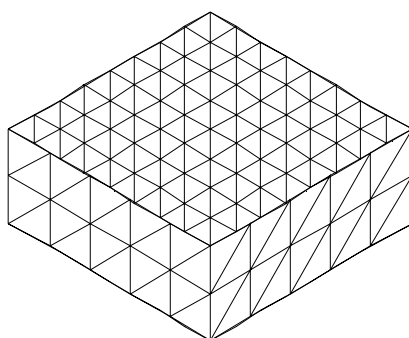


Figura 5.8 - Discretização da placa retangular - $L=25\text{cm}$ - malha 8×8 - elemento linear

Para as placas com outras dimensões foram mantidas as mesmas densidades nas bordas e as malhas das faces, superior e inferior, ficaram as seguintes:

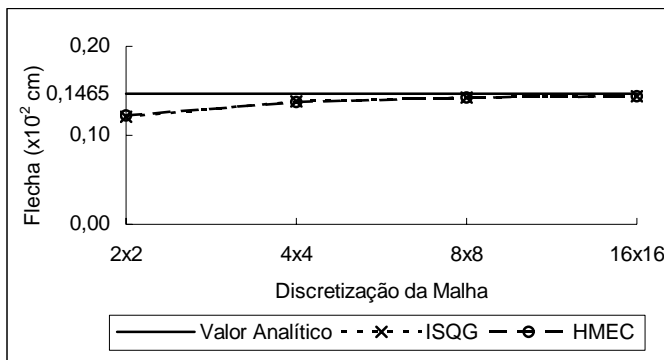
$L=25\text{cm}$ - malha 8×8 - 702 GL

$L=50\text{cm}$ - malha 16×16 - 2130 GL

$L=100\text{cm}$ - malha 24×24 - 4506 GL

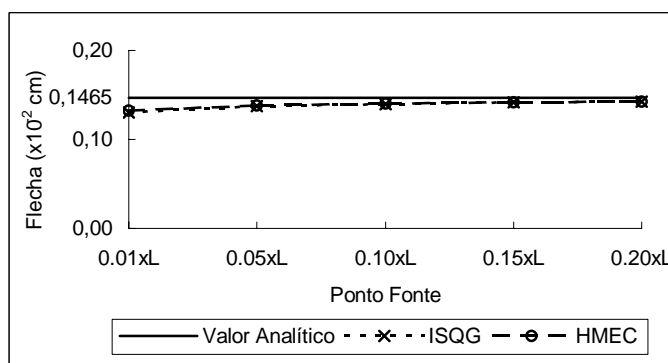
No gráfico 5.14 é mostrada a convergência para a placa retangular com $L=25\text{cm}$ e com curvatura cilíndrica. Não se mostrará a convergência para as outras placas, pois a densidade de malha foi mantida, a não ser para a placa com $L=100\text{cm}$.

Gráfico 5.14 - Convergência da placa retang. com curvatura cilíndrica - L=25cm - elemento linear



Através do gráfico 5.14 escolheu-se a malha 8x8 para se realizar a análise com o elemento linear. No gráfico 5.15 mostra-se a estabilidade desta malha para o elemento linear.

Gráfico 5.15 - Estabilidade da malha 8x8 - L=25cm - elemento linear



A estabilidade da malha 8x8 para a placa com L=25cm, ainda mostra uma pequena variação, tanto para a formulação ISQG quanto para a HMEC, mesmo assim, compara-se os deslocamentos transversais no centro da placa para os diversos comprimentos e as diversas formulações, a saber, ISSA, ISQG e HMEC para o elemento linear. Valores estes apresentados na tabela 5.12 e na tabela 5.13 apresenta-se os números de condicionamento. Utilizou o valor de 0,2 para o fator da técnica do ponto fora, por este apresentar o menor erro, segundo o gráfico 5.15.

Tabela 5.12 - Deslocamentos em placas retangulares com curvatura cilíndrica - elemento linear

L (cm)	RELAÇÃO DESLOC. ANALITICO		FORMULAÇÃO					
	H:L	EM X ₃ (x10 ⁻² cm)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)	HMEC	ERRO (%)
25,00	1:2,5	0,1465	0,1319	-9,99	0,1427	-2,58	0,1427	-2,58
50,00	1:5	0,5859	0,5208	-11,12	0,5706	-2,62	0,5706	-2,62
100,00	1:10	2,3437	1,8129	-22,65	2,2019	-6,05	2,2011	-6,09

Tabela 5.13 - Número de condicionamento - curvatura cilíndrica - elemento linear

L (cm)	RELAÇÃO H:L	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO		
		ISSA	ISQG	HMEC
25,00	1:2,5	77.491	1.270.000	443.569
50,00	1:5	88.237	1.748.465	642.178
100,00	1:10	60.327	1.440.471	500.840

Para as placas retangulares com curvaturas cilíndricas e resolvidas com elemento linear, o erro apresentado pela formulação ISSA (ponto fonte no contorno) foi bem maior do que as outras duas formulações, apesar do número de condicionamento ser melhor. Mas como discutido anteriormente, sendo a resposta analítica uma função do 2º grau, para que o elemento linear apresentasse resultados melhores seria necessária uma discretização maior ainda, o que acarretaria em um enorme tempo de processamento.

Para o elemento quadrático foram escolhidas as seguintes discretizações:

L=25cm - malha 2x2 - 330 GL

L=50cm - malha 2x2 - 330 GL

L=100cm - malha 4x4 - 810 GL

A discretização da malha 2x2 e L=25cm pode ser vista na figura 5.9

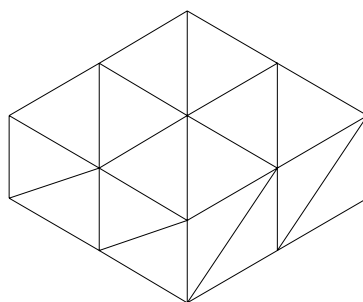


Figura 5.9 - Discretização da placa retangular - L=25cm - malha 2x2 - elemento quadrático

O gráfico 5.16 mostra a estabilidade da placa com L=25cm e malha 2x2 para o elemento quadrático. Após isso, mostram-se os deslocamentos transversais no centro da placa na tabela 5.14 e na tabela 5.15 são apresentados os números de condicionamento.

Gráfico 5.16 - Estabilidade da malha 2x2 - L=25cm - elemento quadrático

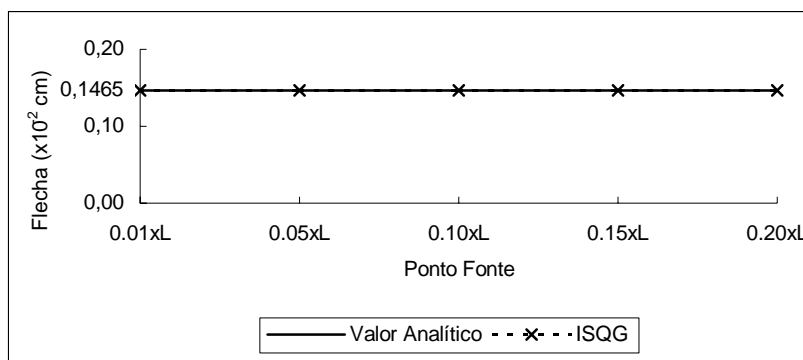


Tabela 5.14 - Deslocamentos em placas retangulares com curvatura cilíndrica - elemento quadrático

L (cm)	RELAÇÃO H:L	DESLOC. ANALITICO		FORMULAÇÃO		
		EM X ₃ (x10 ⁻² cm)	ISSA	ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)
25,00	1:2,5	0,1465	0,1465	0,00	0,1465	0,00
50,00	1:5	0,5859	0,5859	0,00	0,5858	-0,03
100,00	1:10	2,3437	2,3436	-0,01	2,3436	-0,01

Tabela 5.15 - Número de condicionamento - curvatura cilíndrica - elemento quadrático

L (cm)	RELAÇÃO H:L	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO	
		ISSA	ISQG
25,00	1:2,5	71.904	12.284.879
50,00	1:5	57.039	851.824
100,00	1:10	47.136	4.478.909

Como previsto, o elemento quadrático apresenta resultados excelentes para este tipo de problema, independente da relação H:L. O erro que aparece é devido ao cálculo numérico, e o condicionamento com o ponto fonte no contorno (ISSA) é bem melhor do que o ponto fonte fora (ISQG).

5.5 Exemplo 8 - Placa quadrada simplesmente apoiada com carga uniformemente distribuída

Este exemplo tratar-se-á com placas quadradas com diversas relações entre espessura e lado, simplesmente apoiadas nas quatro bordas (apoios no plano médio das placas) e com carregamento uniformemente distribuído (flexão simples). As placas possuem propriedades geométricas e físicas de acordo com a figura 5.10. Este exemplo foi resolvido apenas com o elemento quadrático. Os resultados obtidos pelo MEC foram comparados com os resultados obtidos por Ribeiro (1976) apud Ribeiro (1992), por este levar em consideração o efeito do esforço cortante no cálculo de deslocamentos.

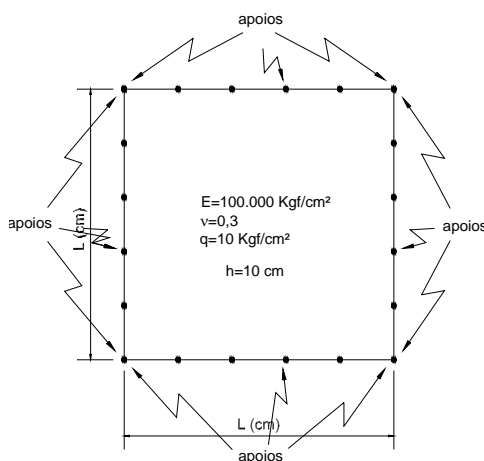


Figura 5.10 - Placa quadrada simplesmente apoiada

As placas analisadas possuem os seguintes vãos e discretizações:

L=40cm - malha 4x4 - 1098 GL e bordas discretizadas de acordo com a figura 5.11;

L=50cm - malha 8x8 - 2346 GL e bordas com o mesmo número de elementos;

L=100cm - malha 10x10 - 3258 GL e bordas com o mesmo número de elementos.

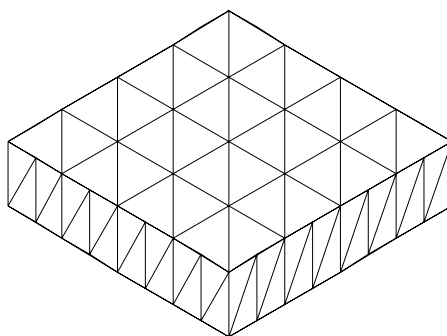
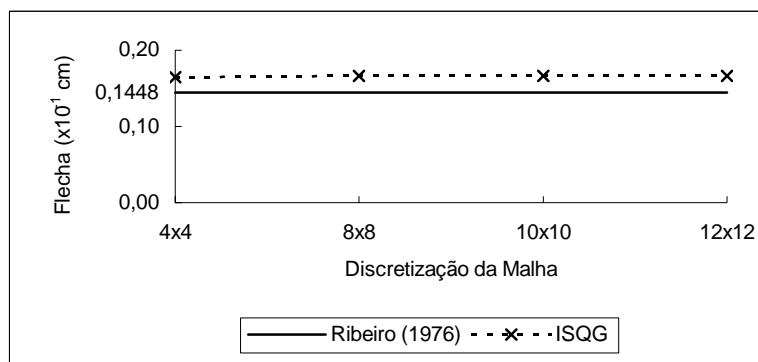


Figura 5.11 - Discretização da placa quadrada L=40cm - malha 4x4 - elemento quadrático

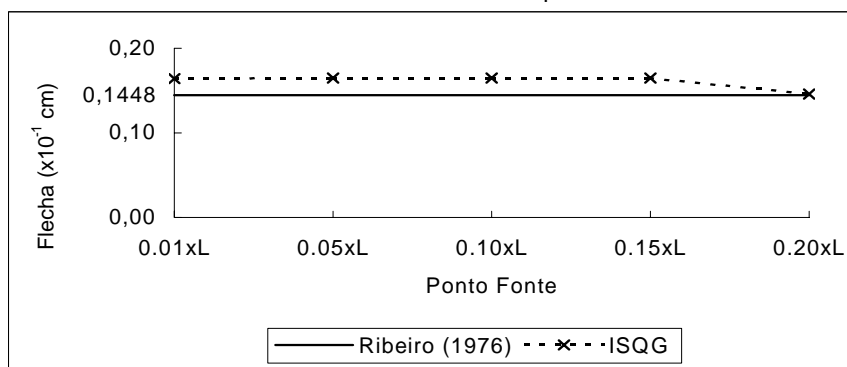
No gráfico 5.17 é apresentada a convergência do elemento quadrático para a placa com vão L=40cm, utilizando-se o fator de ponto fora com valor 0,1.

Gráfico 5.17 - Convergência da placa retangular simplesmente apoiada sob flexão simples - L=40cm - elemento quadrático



Como não houve grande variação nos resultados, escolheu-se a malha 4x4 para se realizar toda a análise. No gráfico 5.18 mostra-se a estabilidade da solução para a malha escolhida.

Gráfico 5.18 - Estabilidade da malha 4x4 - L=40cm - elemento quadrático



Pelo gráfico 5.18 que mostra a estabilidade verifica-se que não há variabilidade, a não ser para o ponto fonte localizado a 0,2L do elemento, o que não mostra que este valor é o

correto. A seguir, na tabela 5.16, são comparados os fatores $w \cdot \left(\frac{100 \cdot D}{q \cdot L^4} \right)$ para as placas com diversos vãos, e na tabela 5.17 mostram-se os números de condicionamento. Utiliza-se o valor de 0,1 para o fator da técnica do ponto fora, pois como 0,2 é o único ponto destoante, os resultados com este fator não poderiam de maneira alguma ser confiáveis, apesar de, provavelmente, apresentar, máximos valores dos termos cruzados da matriz H, importantes para esta análise.

Tabela 5.16 - Comparação dos fatores $w(100D/ql^4)$ - elemento quadrático

L (cm)	RELAÇÃO H:L	Ribeiro	Ribeiro - MEC	ISSA	FORMULAÇÃO		
		(1976) $w(100D/ql^4)$	(1992)		ERRO (%)	ISQG	ERRO (%)
40,00	1:4	0,518	0,5182	0,6042	16,60	0,5901	13,87
50,00	1:5	0,478	0,4779	0,5448	13,99	0,5439	13,80
100,00	1:10	0,424	0,4241	0,4507	6,26	0,4628	9,11

Tabela 5.17 - Número de condicionamento - exemplo 8 - elemento quadrático

L (cm)	RELAÇÃO H:L	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO	
		ISSA	ISQG
40,00	1:4	927.192.065	33.640.040
50,00	1:5	999.999.999.999	2.702.036.693
100,00	1:10	999.999.999.999	77.169.923

Como previsto, os resultados pelo MEC-3D estão muito aquém do que se esperava, pois se utilizando o elemento quadrático seria necessária uma discretização absurda para que os resultados se tornassem aceitáveis e estáveis, pois a resposta do problema é do 4º grau.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho abordou-se o problema elástico tridimensional pelo método dos elementos de contorno com novas formulações além da clássica. Foram desenvolvidas integrais analíticas para o elemento constante, e semi-analíticas para os elementos constante, linear e quadrático. As integrais analíticas agilizam o processo de integração, incrementando a velocidade de processamento.

Observou-se, tanto para a formulação clássica quanto para a formulação hiper-singular, que quando se utilizam malhas pouco densas (pobres) os resultados obtidos pelo MEC apresentam grande dependência em relação à posição do ponto fonte.

Este problema está diretamente relacionado a dois fatores. O primeiro, já comentado, diz respeito à densidade de malha e grau de aproximação das variáveis empregados. O segundo está relacionado à qualidade das integrais efetuadas.

A utilização do processo de integração via quadratura de Hammer e divisão em subelementos triangulares de mesmo tamanho se mostrou ineficiente, tanto em tempo de processamento quanto na precisão das integrais quase singulares executadas, não resolvendo o problema da dependência dos resultados com relação à posição do ponto fonte.

Para contornar tal situação desenvolveu-se processo de integração de elementos quase singulares baseado em coordenadas polares adimensionais e subdivisão progressiva do raio conforme Mom-ma et al. (1996).

Como conseqüência obtiveram-se resultados estáveis para qualquer posição do ponto fonte, desde que sua distância ao elemento de contorno quase singular seja menor que metade

do máximo comprimento dos lados deste elemento, condição que garante a boa representação integral do problema. A estabilidade conseguida pela aplicação das técnicas de integração singular e quase singular, desenvolvidas neste trabalho, obviamente ocorre quando o fator densidade de discretização é atendido.

Implementou-se soluções hiper-singulares com a intenção de melhorar o condicionamento do sistema de equações e conseqüentemente os resultados. Concluiu-se que a qualidade dos resultados nos sistemas lineares resolvidos não depende significativamente do número de condicionamento.

Neste momento notou-se que os resultados e sua estabilidade dependiam exclusivamente da densidade de malha e da qualidade de integração.

Assim, implementaram-se os elementos linear e quadrático. O uso destes elementos possibilitou a análise de convergência e estabilidade (com relação à posição do ponto fonte) dos exemplos processados. Concluindo-se que o melhor uso do método se dá com o uso de integrais singulares ou quase singulares, pois estes apresentam um melhor condicionamento, desde que a discretização seja bem feita.

Recomenda-se, além do teste de convergência para uma progressão de malhas, a verificação da estabilidade dos resultados com relação à posição do ponto fonte para se aceitar um resultado, supostamente correto, como verdadeiro.

Caso escolha uma malha bastante densa, de acordo com a aproximação escolhida, basta verificar a invariabilidade dos resultados com relação à localização do ponto fonte.

Como recomendação final deve-se ter cuidado ao se observar resultados científicos baseados no MEC, quando a densidade de malha for pobre.

Como comentário geral, acredita-se que na literatura superestimam-se a capacidade de aproximação do MEC quando se observam as densidades de malha aplicadas.

Pesquisas voltadas ao estudo das propriedades espectrais da matriz G devem ser executados no futuro, tentando avaliar as perturbações introduzidas nos resultados ao se prescrever deslocamentos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBIRATO, J. C. C. (1991). **Formulação do método dos elementos de contorno para sólidos elásticos tridimensionais; baseada na solução fundamental de Mindlin**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

BARBIRATO, J. C. C. (1999). **Método dos elementos de contorno com a reciprocidade dual para a análise transiente tridimensional da mecânica do fraturamento**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

BREBBIA, C. A.; DOMINGUEZ, J. (1992). **Boundary elements - and introductory course**. Southampton: Computational Mechanics Publications.

BREBBIA, C. A.; TELLES, J. C. F.; WROBEL, L. C. (1984). **Boundary element techniques**. Berlin: Springer-Verlag.

CALDERÓN, E. T. (1996). **Sobre o uso do método dos elementos de contorno (MEC) para o estudo de interação de placas com o meio contínuo**. São Carlos, Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

CODA, H. B. (1990). **Análise da vibração livre de meios elásticos bidimensionais pelo método dos elementos de contorno**. São Carlos, Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

CODA, H. B. (1993). **Análise tridimensional transiente de estruturas pela combinação entre o método dos elementos de contorno e o método dos elementos finitos**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

CODA, H. B. (2000). **Contribuição à análise dinâmica transiente de meios contínuos pelo método dos elementos de contorno**. São Carlos. Tese (Livre-docência) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

CRUSE, T. A. (1969). Numerical solutions in three dimensional elastostatics. **International Journal of Solids and Structures**, v. 5, n. 12, p. 1259-1274.

DUMONT, N. A. (1999). An assessment of the spectral properties of the matrices obtained in the boundary element methods. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 15., Águas de Lindóia, São Paulo.

FOLTRAN, C. E. (1999). **Análise de problemas planos em regime elasto-plástico pelo método dos elementos de contorno**. Campinas. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil - Universidade Estadual de Campinas.

HAMMER, P. C.; MARLOWE, O. J.; STROUD, A. H. (1956). Numerical integration over simplexes and cones. **Mathematical Tables and Other Aids to Computation**, v. 10, n. 55, p. 130-137.

INGBER, M. S. (1989). The evaluation of the normal derivative along the boundary in the direct boundary element method. **Applied Mathematical Modelling**, v.13, n.1, p.32-40.

INGBER, M. S.; RUDOLPHI, T. J. (1990). Solution of potential problems using combinations of the regular and derivative boundary integral equations. **Applied Mathematical Modelling**, v. 14, n. 10, p. 536-543.

LOVE, A. E. H. (1944). **A treatise on the mathematical theory of elasticity**. 4. ed. New York: Dover Publications.

MOM-MA, M. L.; VENTURINI, W. S.; CODA, H. B. (1996). A simple technique to evaluate quasi-singular integrals. In: SEMINÁRIO SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO, 1., Rio de Janeiro.

RIBEIRO, G. O. (1992). **Sobre a formulação do método dos elementos de contorno para a flexão de placas usando as hipóteses de Reissner**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

RIZZO, F. J. (1967). An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 25, p. 83-95.

ROCHA, F. S. (1988). **Análise de descontinuidades pelo método dos elementos de contorno**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

RUDOLPHI, T. J. (1989). Higher order elements and element enhancement by combined regular and hypersingular boundary integral equations. In: ANNIGERI, B. S.; TSENG, K. (Ed.). **Boundary element methods in engineering**. New York: Springer-Verlag.

SCHIEL, F. (1984). **Introdução à resistência dos materiais**. São Paulo: Editora Harper & Row do Brasil Ltda.

SOUZA, V. J. B. (2001). **Algoritmos de integração eficientes para o método dos elementos de contorno tridimensional**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo.

TELLES, J. C. F.; PRADO, A. A. (1993). Hyper-singular formulation for 2-D potential problems. In: ALIABADI, M. H.; BREBBIA, C. A. (Ed.). **Advanced Formulations in Boundary Element Methods**. Great Britain: The Cromwell Press.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. (1956). **Theory of plates and shells**. New York: McGraw-Hill.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. (1970). **Theory of elasticity**. Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha.
VENTURINI, W. S. (1983). **Boundary element method in geomechanics**. Berlin: Springer-Verlag.

REABILITAÇÃO DE PAREDES DE ALVENARIA PELA APLICAÇÃO DE REVESTIMENTOS RESISTENTES DE ARGAMASSA ARMADA

Fabiana Lopes de Oliveira¹ & João Bento de Hanai²

Resumo

O presente trabalho apresenta os resultados obtidos na pesquisa sobre o uso de revestimentos resistentes de argamassas de cimento e areia na reabilitação de paredes de alvenaria, quando solicitadas à compressão axial, compressão diagonal e flexão de painéis. Os ensaios foram baseados nas normas NBR 8949, ASTM 519 e NBR 14322 respectivamente. O objetivo dos ensaios realizados foi observar o comportamento estrutural de paredes de blocos de concreto revestidas com diversos tipos de argamassa de cimento e areia, os quais resultaram de combinações de argamassa de resistência baixa ou mais elevada, telas de aço soldadas, fibras de aço, fibras de polipropileno e conectores de cisalhamento. Depois de realizados os ensaios de compressão axial, diagonal e flexão e analisados os resultados foi realizada também uma série de ensaios sobre painéis de alvenaria, submetidos a forças distribuídas numa região pequena do topo da parede e ensaiados em três situações diferentes: paredes íntegras, reabilitadas e reforçadas. A decisão de ensaiar painéis com aberturas se deu pela intenção de criar situações de desvio de tensões no plano da parede, provocando esforços de compressão, tração e cisalhamento. Todos os ensaios foram realizados com uso de equipamento servo-hidráulico controlado INSTRON, controlando-se a velocidade de deslocamento, o que permitiu observar o comportamento das paredes após à sua resistência de pico.

Palavras-chave: reabilitação; reforço; alvenaria; argamassa armada.

Abstract

This paper reports on the results of a study about the use of resistant overlays of cement and sands mortars in the rehabilitation of masonry walls subjected to axial and diagonal compression and flexure. The tests were carried out according to the NBR8949, ASTM 519 and NBR 14322 codes. The purpose of the tests was to observe the structural behavior of concrete block walls covered with several combinations of materials: plain mortar with two different strengths, welded steel mesh, steel fibers, polypropylene fibers and shear connectors. After the conclusion of the axial, diagonal and flexure tests and an analysis of the results, a series of tests was carried out on masonry panels subjected to loads distributed over a small area at the top of the wall. Three different situations were tested, i.e., undamaged walls, rehabilitated walls and

¹ Doutora em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, floliveira@yahoo.com.br

² Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jbhanai@sc.usp.br

reinforced walls. The decision to test panels with openings was based on the idea of creating situations to deviate the stresses in the plane of the wall, thereby inducing compression, tension and shear. All the tests were performed using an universal servo-controlled INSTRON machine to control the displacement speed, allowing the observation of the behavior of the walls after their peak resistance.

Keywords: rehabilitation; strengthening; masonry; ferrocement.

1 INTRODUÇÃO

O sucesso econômico da alvenaria estrutural tem sido alcançado não só pela racionalização da estrutura em si, mas também porque é possível que as paredes que constituem a estrutura da edificação desempenhem várias outras funções simultaneamente, tais como subdivisão de espaço, isolamento térmico e acústico, proteção ao fogo e adequação às condições climáticas.

Atualmente, verifica-se uma tendência de aumento do volume de construção de edifícios em alvenaria estrutural. Isto se deve ao melhor discernimento das vantagens e desvantagens — hoje conhecidas com maior clareza devido às intensas pesquisas realizadas nesta área — do processo construtivo, que pode contar com diversos parâmetros racionais de análise e decisão na fase de projeto e de execução da obra.

Em países como a Inglaterra, França, Estados Unidos, Canadá e Austrália, a utilização da alvenaria estrutural está amplamente difundida, existindo há muito tempo um conjunto de normas técnicas sobre o cálculo e procedimentos construtivos. No Brasil, pode-se dizer que já houve grandes avanços na área de Alvenaria Estrutural, embora a normalização tenha sido realizada somente em meados de 1980.

As alvenarias foram evoluindo e deixaram de ser pesadas, espessas e rígidas como na Antigüidade. Tornaram-se delgadas e os processos de produção mais industrializados. Contudo, ao lado da evolução das técnicas de projeto e de execução das obras de alvenaria, surgiram problemas de falhas nas construções. Sendo assim, o diagnóstico das causas e dos mecanismos de evolução dessas falhas, as formas de manifestação e as medidas de prevenção e de recuperação vêm sendo estudados por pesquisadores de todo o mundo, de forma a acrescentar técnicas adequadas para execução de reparos ou reforços nas estruturas.

Diante da necessidade permanente de racionalização e melhoria da confiabilidade na definição de estratégias de reabilitação e no projeto tecnológico (conjugando a análise estrutural com os procedimentos de seleção de materiais, processos de execução, etc.) no campo das construções de alvenaria estrutural, este trabalho de pesquisa objetiva dar início ao estudo de paredes de alvenaria reabilitadas mediante adição de revestimentos resistentes de argamassa armada.

Ressalta-se que o presente trabalho objetiva não só contribuir à solução de falhas nas alvenarias, mas também formalizar procedimentos aplicáveis à resolução e prevenção de problemas estruturais. Os resultados deste trabalho também poderão ser estendidos ao projeto e à execução de paredes de alvenaria com características especiais de desempenho, que possam ser supridas pela adição de revestimentos resistentes, como

no caso de paredes de reservatórios, muros de arrimo, etc., que sejam resistentes a ações de carregamentos perpendiculares ao plano da parede.

Para realização da pesquisa foram realizados estudos teóricos e experimentais. A análise experimental foi realizada através de ensaios de compressão axial, compressão diagonal e flexão. Além disso, foram também realizados ensaios em protótipos com abertura de dimensões de 1,99 x 1,60 m. A análise teórica foi efetuada com auxílio do programa computacional ANSYS, fundamentado no Método dos Elementos Finitos, por meio de análises simplificadas, ressaltando-se que este trabalho de pesquisa enfatiza a obtenção de dados experimentais.

2 ENSAIOS DE PAREDES DE ALVENARIA SUBMETIDAS À COMPRESSÃO AXIAL

As *paredinhas* ensaiadas nesta série de ensaio tinham dimensões de 39 x 81 cm e para cada tipo de revestimento foram moldados dois modelos. A resistência, tanto da argamassa de assentamento como da argamassa de revestimento, foi controlada através de corpos-de-provas que foram moldados na mesma data de execução das *paredinhas*. Em todas as situações adotadas, o revestimento tinha espessura de 2 cm.

Também em todas as paredes, a argamassa de assentamento utilizada tinha o traço de 1:0,5:4,5 (cimento:cal:areia) em volume e apresentou resistência média de 11 MPa. A relação água/cimento utilizada em todas as paredes na argamassa de assentamento foi ≤ 1 .

Para controle da resistência dos blocos foram ensaiados conforme a NBR 7186, 6 blocos escolhidos aleatoriamente no lote doado pelo fornecedor. A resistência média encontrada nos ensaios em relação a área bruta dos blocos foi de 9 MPa.

As *paredinhas* depois de posicionadas na Máquina Universal de Ensaios eram ensaiadas à compressão axial. Durante os ensaios foram realizadas duas descargas, com incrementos de carga 20 kN. Foram observados a carga da primeira fissura, a forma de ruína e o comportamento pós-pico de cada modelo ensaiado. Todas as paredes foram ensaiadas com 28 dias de idade.

2.1 Resultados obtidos

Na Tabela 2.1 estão demonstrados, de modo resumido, os resultados das *paredinhas* ensaiadas e na Figura 2.1 o gráfico *força x encurtamento* das diferentes situações estudadas.

Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios das *paredinhas* ensaiadas à compressão axial

Condição de revestimento	Parede	$f_{argrev.}$ (MPa)	$F_{máx.}$ (kN)	$F_{med.}$ (kN)	$\frac{F_{CR}}{F_{SR}}$
Sem revestimento	P01	—	406	397	1,00
	P02	—	387		
Argamassa “fraca”	P03	3	485	485	1,22
	P04	3	300*		
Argamassa “forte”	P05	26	489	470	1,18
	P06	24	450		
Telas soldadas	P07	24	543	568	1,43
	P08	23	592		
Telas soldadas + conectores 1	P09	23	556	570	1,44
	P10	23	583		
Argamassa “fraca” + fibras de	P11	3	369	356	0,90
	P12	3	343		
Argamassa “forte” + fibras de aço	P13	22	463	459	1,16
	P14	23	454		
Telas soldadas + conectores 2	P15	24	518	477	1,20
	P16	24	436		

Observações:

$f_{argrev.}$ = resistência da argamassa de revestimento

$F_{máx.}$ = força máxima aplicada

$F_{med.}$ = carregamento médio aplicado

F_{CR} = força máxima aplicada na parede com revestimento

F_{SR} = força máxima aplicada na parede sem revestimento

* = resultado descartado

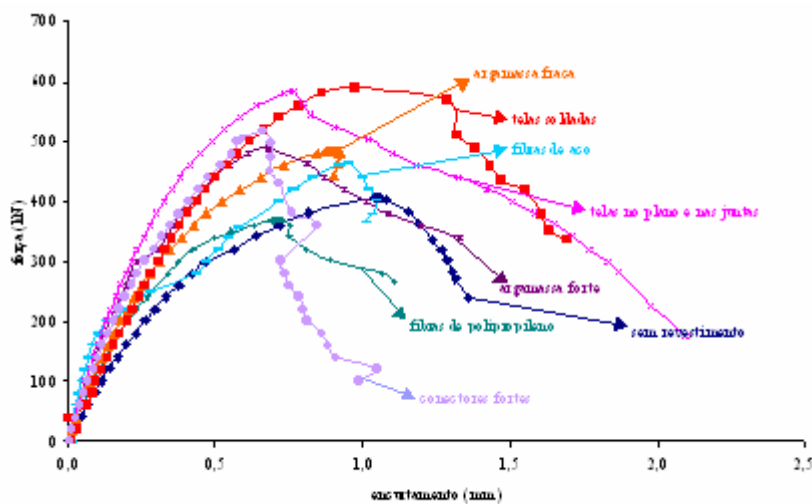


Figura 2.1 - Gráfico força x encurtamento das *paredinhas* ensaiadas à compressão axial.

2.2 Análise dos resultados

2.2.1 Análise geral

Observa-se pela Figura 2.1 e pelos valores da Tabela 2.1 que a aplicação de um revestimento de argamassa simples em uma parede não revestida aumentou em apenas

20% a resistência da *paredinha*, sem se observar claramente a influência do fato de uma argamassa de revestimento ser mais resistente que a outra. As *paredinhas* revestidas com argamassas com fibras de polipropileno não tiveram sua resistência aumentada, pelo contrário, a parede mostrou até uma redução de sua resistência, a qual pode ser atribuída à defeitos de execução ou à variabilidade dos ensaios. No caso de revestimentos com fibras de aço, o acréscimo de resistência foi da mesma ordem de grandeza dos revestimentos simples com argamassa "forte". Já as *paredinhas* com telas soldadas apresentaram um acréscimo de até 44% na resistência à compressão.

De modo geral, a ruptura das paredes se dava nos septos dos blocos inferiores antecedida de fissuras verticais no plano da parede. Tal comportamento é justificado pela argamassa de assentamento ser mais deformável que o bloco. A argamassa, ao ficar submetida à compressão triaxial, impõe tensões de tração no bloco no plano horizontal por condições de equilíbrio da interface aderida. Quando o valor destas tensões ultrapassa a resistência à tração do bloco, ele fissa e provoca fissuras, também verticais, na argamassa ocasionando, desta forma, a configuração de fissuras verticais disseminadas por ocasião da ruptura das paredes. Analisa-se a seguir separadamente cada uma das condições de revestimento.

2.2.2 Paredes sem revestimento

De acordo com a ABNT (NBR-10837), para o dimensionamento de paredes e pilares à compressão axial calcula-se as tensões normais de compressão axial atuantes e compara-se com as tensões admissíveis. Sendo assim, as cargas admissíveis em paredes de alvenaria não-armada podem ser calculadas pela seguinte expressão:

$$P_{adm} = 0,20f_p \left[1 - \left(\frac{h}{40t} \right)^3 \right] A$$

Pretendendo-se estimar com essa expressão a máxima força admissível no ensaio de uma *paredinha* sem revestimento, pode-se adotar a tensão máxima de compressão admissível igual à resistência do prisma de alvenaria ensaiado ($f_p = 8$ MPa), desconsiderando-se o coeficiente de segurança de projeto que está implícito nessa expressão. Tem-se então:

- para parede sem revestimento:

$$P_{adm} = 0,8 \left[1 - \left(\frac{81}{40 \cdot 14} \right)^3 \right] \cdot 546 = 435 \text{ kN} \rightarrow \text{carga máxima prevista}$$

Nos ensaios realizados nas paredes sem revestimento observou-se que elas apresentaram modo de ruína muito parecidos, salvo pela ruptura dos septos dos blocos inferiores da parede P02. As paredes P01 e P02 atingiram a ruptura com força máxima de 406 kN e 387 kN, respectivamente.

O valor da carga máxima encontrado nos ensaios foi inferior ao calculado pela fórmula da NBR 10837, mas pode-se dizer que a estimativa foi razoável, apresentando uma diferença máxima de 11%. Esta diferença pode ser atribuída ao fato de que as *paredinhas* apresentam uma tendência de maior número de defeitos que os prismas de referência e também estão mais sujeitas a efeitos de excentricidades acidentais.

Quanto à deformabilidade das paredes sem revestimento P01 e P02 as curvas de deformação são iguais até um carregamento de 210 kN. A partir daí elas se distanciam

um pouco, talvez pelo fato da parede P02 ter apresentado uma ruptura mais cedo nos septos dos blocos tornando-a menos resistente que a parede P01. Ressalta-se que nas análises comparativas apresentadas a seguir, tomou-se como referência a parede P01 por esta ter apresentado carga de ruptura maior que a parede P02.

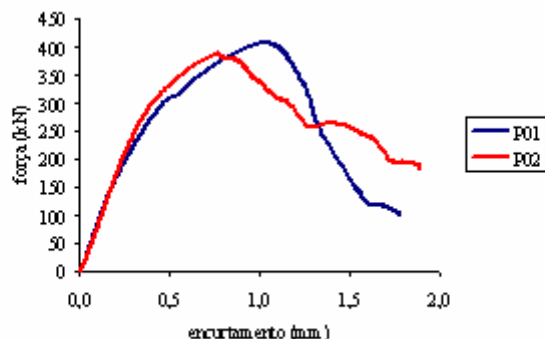


Figura 2.2 – Gráficos *força x encurtamento* das paredes sem revestimento.

2.2.3 Desenvolvimento de uma formulação teórico-experimental de referência

No caso de paredes com revestimentos de argamassa simples, pode-se verificar que eles proporcionaram mais rigidez às *paredinhas*, com um pequeno acréscimo de resistência (Figura 2.3). Parte desse acréscimo também se deve à diminuição da esbelteza da parede ocasionada pelo aumento da espessura da parede com o acréscimo das placas do revestimento. Todavia, o fato de um revestimento ser mais resistente que o outro, não aumentou a resistência da *paredinha* na mesma proporção.

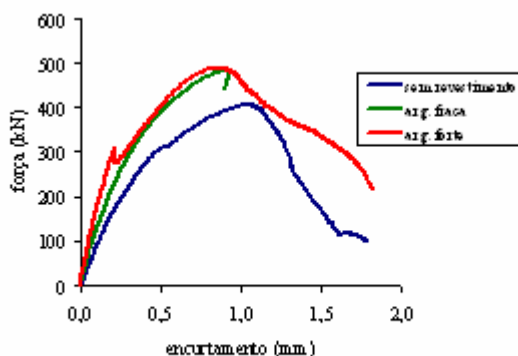


Figura 2.3 – Gráfico *força x encurtamento* das paredes revestidas com arg. simples.

Observando-se a Figura 2.4, onde estão representadas as curvas *tensão x deformação* das argamassas simples dos revestimentos utilizados e da parede sem revestimento, nota-se que para o valor do encurtamento de ruptura da parede sem revestimento há diferentes níveis de tensão para as argamassas de revestimento.

Pode-se notar então que, no caso de revestimento de argamassa "forte", quando a parede atinge sua capacidade máxima de tensão, a argamassa do revestimento ainda não atingiu o seu limite de resistência. Sendo assim, provavelmente o núcleo constituído

pela parede passa a ficar sujeito a um processo de fissuração e instabilidade interna antes mesmo que o revestimento sofra danos significativos. A interação entre o núcleo e o revestimento acarreta também fissuras no revestimento e a conseqüente ruptura do conjunto parede + revestimento, sem que a argamassa de revestimento consiga desenvolver todo o seu potencial de resistência.

Já na situação do revestimento de argamassa fraca, esta atinge seu limite de resistência muito antes da parede, mas por outro lado demonstra ductilidade suficiente para continuar resistindo até a ruína do núcleo. Não se acrescenta assim muita contribuição na resistência final do modelo, mas aumenta-se um pouco a rigidez inicial e o conjunto parede + revestimento aparentemente permanece solidário ao longo de todo o processo de sollicitação.

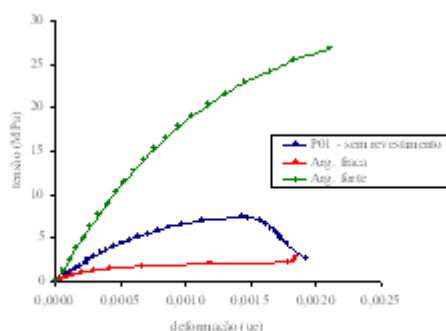


Figura 2.4 - Gráfico tensão x deformação da parede sem revestimento e das argamassas simples do revestimento.

Tomando-se como base o gráfico da Figura 2.4, representativos do comportamento da parede sem revestimento (P01) e dos corpos-de-prova cilíndricos das argamassas de revestimento submetidos a ensaios de compressão uniaxiais, tentou-se realizar uma análise aditiva de resistência, ou seja, procurou-se avaliar a capacidade resistente do conjunto (parede + revestimento) somando as parcelas resistidas por cada uma das partes. Neste sentido, determinou-se para cada nível de deformação específica os valores de tensão no núcleo e no revestimento, calculando-se a partir dessas tensões as parcelas de força resistidas.

Assim, a partir dos gráficos *tensão x deformação* da parede sem revestimento e das argamassas simples do revestimento obteve-se os gráficos *força x deslocamento* correspondentes à hipótese aqui chamada de "*formulação aditiva*". Os valores encontrados para a transformação dos gráficos foram obtidos multiplicando-se a tensão obtida nos corpos-de-prova pela área das camadas de revestimento ($2 \times 2 \text{ cm} \times 39 \text{ cm} = 156 \text{ cm}^2$). Os valores das deformações foram multiplicados pela distância (590 mm) em que foram medidos os encurtamentos nas paredes durante os ensaios em laboratório.

Para se conseguir as parcelas de força correspondentes a um mesmo deslocamento, interpolou-se os pontos das três curvas (parede, argamassa fraca e argamassa forte) e para se obter as curvas referentes à *formulação aditiva* somou-se a força da parede sem revestimento com as forças encontradas nos casos das argamassas forte e fraca. A interpolação foi necessária para se estabelecer o mesmo conjunto de valores de deslocamentos para obtenção das três curvas.

Com a adoção dessa hipótese, foram obtidas curvas *força x deslocamento de paredes revestidas com argamassa forte e com argamassa fraca*, sendo que em seguida estes resultados foram comparados com os resultados experimentais obtidos.

2.2.4 Paredes revestidas com argamassa simples

Retomando a análise das paredes revestidas com argamassa simples, ressalta-se que embora não tenha havido diferenças significativas no valor do acréscimo de resistência com os distintos revestimentos, observou-se que a ruptura se deu de maneira diferente. A *paredinha* revestida com argamassa “fraca” não apresentou um quadro de fissuração tão evidente como o da *paredinha* revestida com argamassa “forte”.

Na parede P03 (revestida com argamassa fraca) a instabilidade total do modelo foi atingida, ocorrendo no final do ensaio a separação da parede por um plano passando pelos septos. As forças encontradas na formulação aditiva foram menores do que a parede ensaiada em laboratório (Figura 2.5). É possível que tenha havido um acréscimo de resistência na argamassa projetada na parede em relação à argamassa moldada no corpo-de-prova. Talvez esse acréscimo se deva ao fato do bloco de concreto ser poroso e absorver água da argamassa de revestimento tendendo a aumentar sua resistência. Todavia, comparando-se a curva teórica com a experimental, pode-se dizer que o deslocamento na ruína, foi bem previsto.

As paredes revestidas com argamassa forte apresentaram fissuras verticais nas faces da parede (revestimento). Além disso, a parede P06 apresentou também fissuras nos septos dos blocos. Observando-se o gráfico da Figura 2.5 nota-se que houve uma descontinuidade na curva *força x deslocamento* em ambas as paredes, para uma força de cerca de 300 kN. Observa-se também que mesmo depois de atingida a carga máxima as paredes ainda apresentaram uma certa capacidade de deformação, mostrando ductilidade.

Quanto à curva da formulação aditiva, as paredes P05 e P06 não conseguiram atingir o mesmo patamar de resistência prevista para o caso da argamassa forte, possivelmente devido à instabilidade dos componentes envolvidos (aparentemente do núcleo) quando começa a fase plástica de comportamento do modelo. A deformabilidade representativa da formulação aditiva foi coincidente com as curvas experimentais até um carregamento de aproximadamente de 300 kN. Após a possível instabilidade dos componentes internos, as curvas apresentaram um maior distanciamento. A ductilidade obtida nas paredes revestidas com argamassa forte após atingir a ruína foi maior do que a prevista na formulação aditiva.

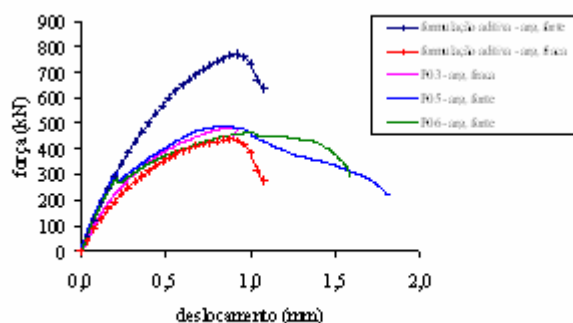


Figura 2.5 – Gráficos das paredes revestidas com argamassa simples e da formulação aditiva

2.2.5 Paredes revestidas com argamassa com fibras

As paredes revestidas com argamassa fraca e fibras de polipropileno aparentemente apresentaram ruptura inicial no núcleo, com fissuração dos septos dos blocos, tendendo a separar a parede em duas partes, o que veio a causar uma instabilidade geral no modelo. Não houve danos significativos no revestimento. Ambas apresentaram carga de ruptura menor que a parede sem revestimento embora tenha sido observado um aumento no valor da carga da primeira fissura. Nessa situação o revestimento não acrescentou nenhuma melhoria às paredes. O mau resultado talvez tenha sido causado pela má aderência entre revestimento e substrato e presença de vazios causados pela adição de fibras, ou ainda, algum provável erro de moldagem do modelo. Pode-se dizer que as curvas das parede P11 e P12 estão coerentes com a formulação aditiva até um certo nível de carga, cerca de 240 kN (Figura 2.6). A parede P11 apresenta um pouco mais de rigidez desde o início distanciando-se da curva teórica com um carregamento de 240 kN. A parede P12 apresenta-se menos rígida no começo e ganha rigidez com um carregamento aproximado de 130 kN. Isso significa que algum componente que não estava resistindo no início do ensaio passou a resistir depois de um certo acréscimo de carga (provável erro moldagem). A partir desse carregamento a curva experimental da parede P12 passa a se distanciar da curva teórica.

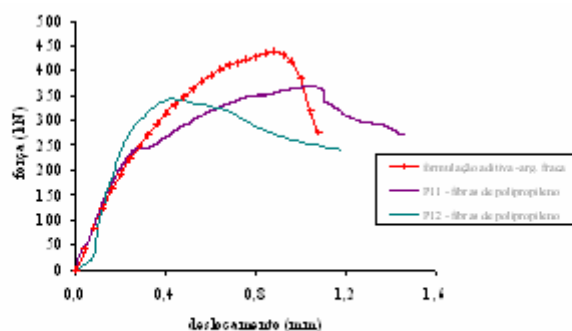


Figura 2.6 - Gráficos das paredes revestidas com argamassa fraca e fibras de polipropileno e da formulação aditiva.

As paredes revestidas com argamassa forte e fibras de aço apresentaram descolamento do revestimento e romperam provavelmente por colapso do núcleo. Foi a única situação em que se observou o descolamento do revestimento. Talvez, mais uma vez, as fibras tenham piorado a aderência entre o substrato e as placas de argamassa e tornado a argamassa mais porosa. Apesar disso, ambas apresentaram carga de ruptura superior à da parede sem revestimento. Pode-se dizer que o deslocamento de ruína da parede P13 e o dado pela formulação aditiva são coincidentes. As deformações das paredes são compatíveis com a formulação aditiva até um carregamento de aproximadamente 200 kN (Figura 2.7).

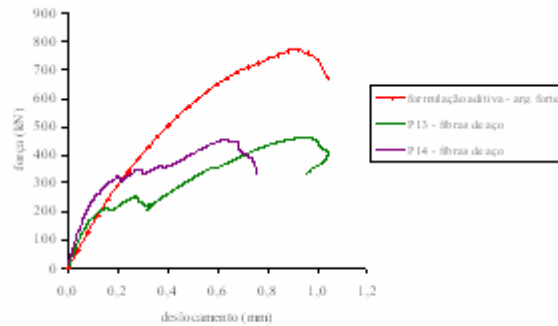


Figura 2.7 - Gráficos das paredes revestidas com argamassa forte e fibras de aço e da formulação aditiva.

2.2.6 Paredes revestidas com argamassa forte e telas soldadas

As paredes revestidas com argamassa forte e telas soldadas sem conectores apresentaram ruptura por seccionamento dos septos dos blocos. As fissuras nos revestimentos foram poucas e quando apareciam eram verticais e paralelas à aplicação do carregamento. As cargas de ruptura foram bem maiores que nas paredes sem revestimento ($\cong 44\%$ maiores). Talvez essa melhora de comportamento se deve ao fato de que as telas tenham controlado de alguma forma a fissuração nas paredes e na argamassa de revestimento retardando assim a instabilidade dos componentes envolvidos. Nessa situação o revestimento funciona como uma “camisa” inibindo parte das deformações e tornando a parede mais rígida e com maior capacidade de deformação.

Observa-se na Figura 2.8 que as curvas *força x deslocamento* das paredes P07 e P08 se apresentaram bem mais lineares e proporcionais à curva da formulação aditiva, embora tenham apresentado menor rigidez. A capacidade resistente das paredes foi menor do que a apresentada na curva teórica mas, a ductilidade nas paredes experimentais foi bem maior do que a da formulação aditiva.

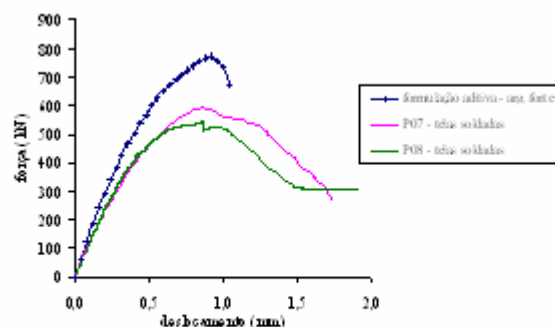


Figura 2.8 - Gráficos das paredes revestidas com argamassa forte e telas soldadas e da formulação aditiva.

As paredes P09 e P10 romperam apresentando fissuras horizontais no revestimento, acompanhando as camadas de assentamento, onde estavam localizados os conectores tipo 1 (telas soldadas). Pode-se dizer que as paredes apresentaram resistência média igual à das paredes com telas sem conectores. A deformabilidade da parede P10 coincide com a formulação aditiva até um carregamento de 380 kN. Mesmo apresentando um distanciamento da curva teórica desde o início do carregamento, a parede P09 apresentou uma deformabilidade coerente com o modelo da formulação aditiva até atingir a instabilidade dos componentes envolvidos (Figura 2.9).

As paredes P15 e P16 não apresentaram um comportamento pós-pico satisfatório, embora o gráfico da P16 mostre uma certa ductilidade. As fissuras verticais que apareciam no topo da parede ao alcançar os conectores ocasionavam trincas ao seu redor fazendo com que o bloco se deformasse lateralmente. A carga média de ruína alcançada, apesar de ser maior que a da parede sem revestimento, foi praticamente igual à das paredes revestidas com argamassa simples. A deformabilidade de ambas coincide com a curva da formulação aditiva até um carregamento de aproximadamente de 210 kN (Figura 2.10).

Observa-se que em todos os casos a formulação aditiva é muito coerente com os dados experimentais encontrados em laboratório em um certo intervalo de força. Ou seja, acredita-se que essa coerência seja verificada apenas na fase elástica, onde ainda não se tem nenhum fenômeno de instabilidade envolvido. Quando o modelo começa a apresentar fissuras, mesmo que estas não sejam visíveis externamente, está caracterizado um estado de instabilidade interna dos materiais envolvidos, já que estes passam a apresentar superfícies de fratura, perdendo paulatinamente sua estabilidade e capacidade resistente.

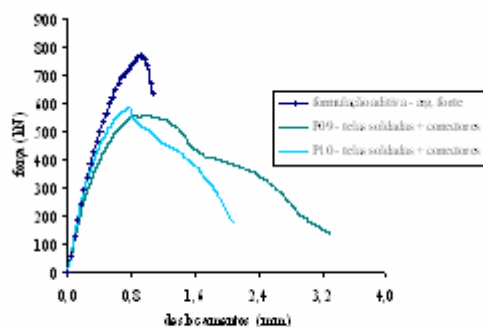


Figura 2.9 - Gráficos das paredes revestidas com argamassa forte + telas soldadas + conectores 1 e da formulação aditiva.

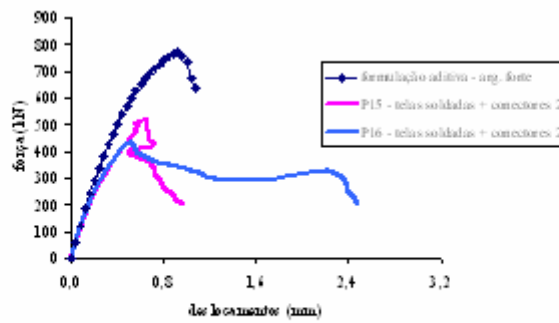


Figura 2.10 - Gráficos das paredes revestidas com argamassa forte + telas soldadas + conectores 2 e da formulação aditiva.



Figura 2.11 - Vista das paredinhas sendo confeccionadas.



Figura 2.12 – Confeção das paredinhas.



Figura 2.13 – Esquema do ensaio.

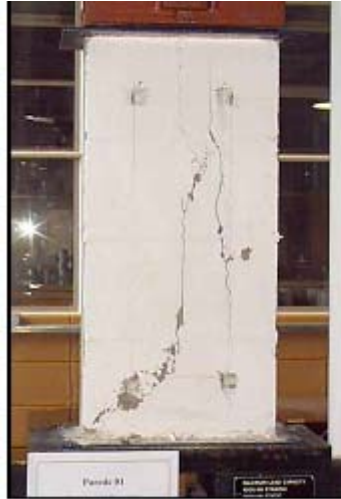


Figura 2.14 – Ruptura da parede sem revestimento.



Figura 2.15 – Ruptura da parede revestida com telas soldadas

2.3 Análise numérica

Para a análise teórica linear de *paredinhas* de alvenaria de blocos de concreto submetidas à compressão axial foram modelados exemplos com as mesmas dimensões da parede ensaiada em laboratório (39 x 14 x 81 cm).

O primeiro modelo a ser analisado foi o das *paredinhas* sem revestimento submetidas a solicitações de compressão axial. As solicitações foram introduzidas pela aplicação de uma tensão de 0,74 kN/cm² que equivale a um carregamento de 406 kN, uniformemente distribuído pela seção transversal da parede. Tal valor foi baseado nos resultados obtidos nos ensaios realizados em laboratório para as paredes sem revestimento.

Nesse exemplo, foram consideradas propriedades distintas para bloco e argamassa (modelo teórico 1). Os blocos discretizados possuem dimensões de 39 x 14 x 19 cm e a argamassa de assentamento tem 1 cm de espessura. Ressalta-se que todos os blocos foram considerados maciços. As propriedades dos materiais utilizados – descritas na Tabela 2.2 — foram obtidas em laboratório pelo ensaios de blocos e corpos-de-prova da argamassa de assentamento.

O módulo de elasticidade aparente do bloco foi obtido em relação à área bruta (A=546 cm²). Para a argamassa de assentamento foi utilizado o módulo de elasticidade aparente relativo à área bruta do bloco obtido através da expressão a seguir:

$$E_{ap,arg,ass} = \frac{A_{liq,bloco}}{A_{br,bloco}} \times E_{arg,ass} = \frac{271,44}{546} \times 1.061,8 = 527,87 \text{ kN/cm}^2$$

$E_{ap,arg,ass}$ = módulo de elasticidade aparente da argamassa de assentamento, relativo à área bruta do bloco;

$A_{liq,bloco}$ = área líquida do bloco (271,44 cm²);

$A_{br,bloco}$ = área bruta do bloco (546 cm²);

$E_{arg,ass}$ = módulo de elasticidade da argamassa de assentamento obtido pelo ensaio de corpos-de-prova cilíndricos 5 x 10 cm (1.061,80 kN/cm²).

Tabela 2.2 - Propriedades dos materiais

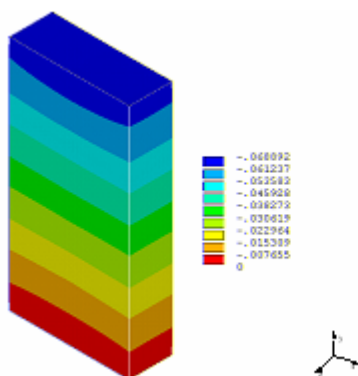
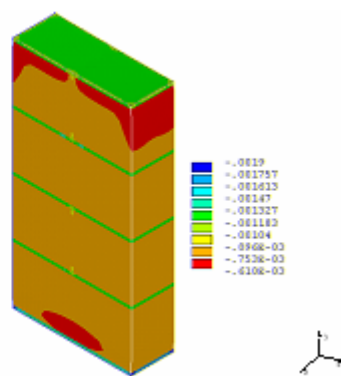
	Bloco	Argamassa de assentamento	Argamassa fraca de revestimento	Argamassa forte de revestimento
Módulo de elasticidade (kN/cm ²)	E = 921,3 (aparente)	E = 527,87 (aparente)	E = 500	E = 2.171
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,2$

O elemento sólido utilizado foi o SOLID 65 usado para modelos tridimensionais de estruturas sólidas. O elemento é definido por 20 nós tendo 3 graus de liberdade em cada nó: translações nodais x , y e z . A malha gerada possui 8.096 nós e 6.615 elementos. As placas de ensaio foram consideradas infinitamente rígidas, restringindo-se os nós da base nas direções x , y e z e no topo nas direções x e z , forçando-se os nós do topo a deslocamentos iguais na direção y .

Analisando-se a Figura 2.16 verifica-se que os maiores deslocamentos encontram-se no topo da parede, diminuindo à medida que se aproxima da base. Quanto às deformações, verifica-se que a argamassa das juntas horizontais deforma-se mais do que os blocos e até mesmo do que a argamassa das juntas verticais.

Observa-se o aparecimento de tensões de tração nas direções (x e z). As maiores tensões σ_x se localizam na largura dos blocos próximas das juntas horizontais e no plano da parede (Figura 2.18). As maiores tensões σ_z se localizam nas paredes dos blocos em uma área também muito próxima das juntas horizontais. Observa-se também tensões de tração na região da largura dos blocos em torno da junta de argamassa (Figura 2.19).

Com essa configuração de tensões, provavelmente iriam aparecer fissuras verticais no plano e na largura dos blocos pois, como a argamassa é menos rígida que os blocos, ou seja, apresenta uma maior deformação sob carga ela tende a ser “expulsa” por estes. A deformação induzida na argamassa produz, conseqüentemente, tensões laterais tangenciais ao plano da junta. Estas tensões são restringidas pelas unidades de alvenaria, as quais ficam assim submetidas a tensões de tração lateral que, se suplantarem a resistência do bloco, provocam a ruptura através do desenvolvimento de fissuras por tração paralelas ao eixo do carregamento.

Figura 2.16 – Deslocamento na direção y .Figura 2.17 – Deformação na direção y .

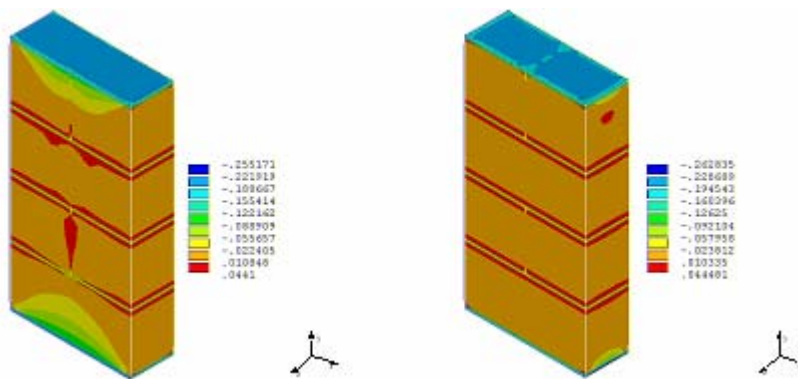


Figura 2.18 – Distribuição das tensões σ_x . Figura 2.19 – Distribuição das tensões σ_z .

Uma segunda situação também foi estudada tentando-se compatibilizar os valores obtidos experimentalmente com os encontrados na análise teórica realizada. Para isso analisou-se um modelo constituído por um único material equivalente ao da parede ensaiada (modelo teórico 2). Adotou-se então um módulo de elasticidade do conjunto da parede (bloco + argamassa) obtido em laboratório nos ensaios à compressão de *paredinhas* não revestidas. Não foram discretizadas as camadas de argamassa de assentamento e idealizou-se a estrutura composta apenas por um tipo de material. As propriedades adotadas foram: $E_{pa} = 936,5 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_{pa} = 0,20$, as quais refletem aproximadamente o comportamento global conjunto dos materiais bloco + argamassa. Esse valor foi retirado do gráfico *tensão x deformação* experimental e corresponde ao módulo de elasticidade secante a 40% da tensão máxima alcançada pela parede.

A malha discretizada possui 5.740 elementos e 7.056 nós. Foi aplicada uma tensão de $0,74 \text{ kN/cm}^2$ no topo da parede equivalente a uma força de 406 kN (carregamento máximo aplicado na parede ensaiada). Os encurtamentos apresentados no gráfico da Figura 2.20 referem-se às faixas de 11 a 70 cm a partir da base do modelo. Observa-se que, na fase linear, os dois modelos se comportaram de maneira semelhante ao da parede ensaiada em laboratório até um nível de sollicitação de 40 % da sua capacidade resistente.

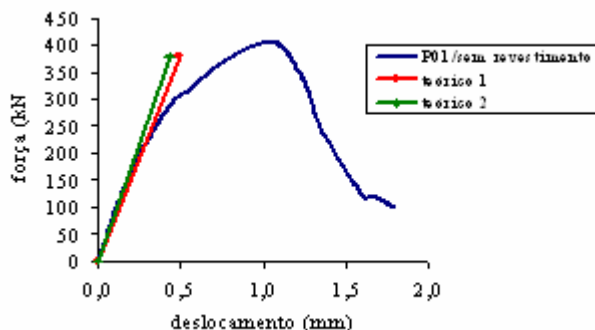


Figura 2.20 – Gráfico força x deslocamento das paredes sem revestimento (análise teórica x análise experimental).

O mesmo procedimento para análise deste modelo foi aplicado também para as paredes revestidas. O módulo de elasticidade considerado para as placas de revestimento foram os mesmos encontrados em laboratório para caracterização da argamassa “fraca” ($E_{\text{arg.fraca}} = 500 \text{ kN/cm}^2$) e da argamassa “forte” ($E_{\text{arg.forte}} = 2.171 \text{ kN/cm}^2$). Nessas situações a malha possui 7.380 elementos e 8.820 nós. O carregamento aplicado correspondia aos valores máximos da força encontrada nos ensaios das paredes revestidas com argamassa “fraca” e “forte”, ou seja, 489 kN e 485 kN, respectivamente. Observando-se o gráfico força x deslocamento da Figura 2.21 verifica-se que as simulações teóricas realizadas considerando-se tanto o revestimento de argamassa forte como o revestimento de argamassa fraca apresentou comportamento linear muito parecido ao experimental em toda a fase elástica do modelo.

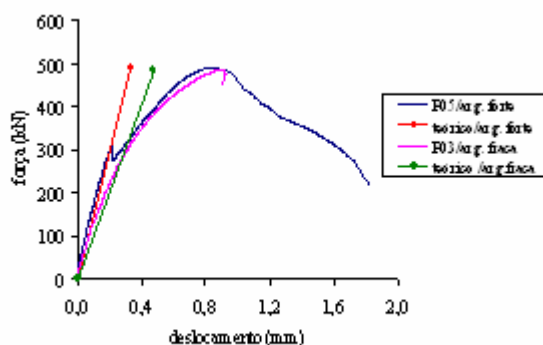


Figura 2.21 – Gráficos força x deslocamento das paredes revestidas (análise experimental x análise teórica).

Considerando-se agora que a parede de alvenaria se comporta como um elemento composto de diferentes componentes (blocos e camadas de argamassa) associados em série (Modelo de Reuss). Com essa consideração, pode-se obter um módulo de elasticidade equivalente calculado conforme as expressões apresentada a seguir. Com os valores dos módulos de elasticidade do bloco e da argamassa de assentamento demonstrado na Tabela 5.2 para o modelo teórico 1 tem-se:

$$\frac{V_p}{E_p} = \frac{V_b}{E_b} + \frac{V_a}{E_a} \quad \frac{V_p}{E_p} = \frac{40.964}{921,30} + \frac{3.262,00}{527,87} \quad E_{\text{equivalente da parede}} = 873,29 \text{ kN/cm}^2$$

Empregando-se o valor do módulo de elasticidade equivalente obtido, na situação do modelo teórico 2 obteve-se valores de encurtamento semelhantes (Figura 2.22). Pode-se dizer então que na consideração de valores de módulos de elasticidade equivalentes entre argamassa de assentamento e blocos considerando-se uma associação em série também obteve-se bons resultados.

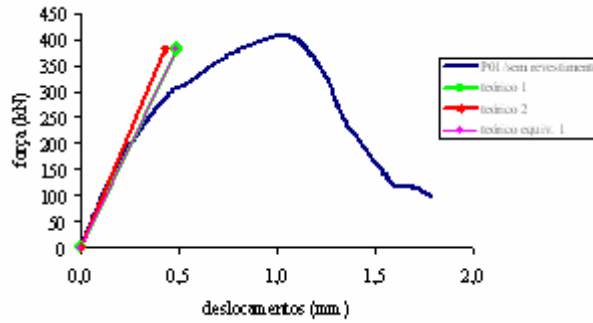


Figura 2.22 – Gráfico força x deslocamento das paredes sem revestimento (análise teórica considerando o $E_{equivalente}$).

A mesma consideração pode ser feita para a parede de alvenaria revestida considerando o núcleo como uma associação em série de blocos e argamassa de assentamento, a qual se associa em paralelo com as placas de argamassa de revestimento (Modelo de Voigt). Sendo assim, tem-se:

- para argamassa fraca (espessura da parede igual a 14 cm)

$$E_{eq} = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{A_1 + A_2} \quad E_{eq} = \frac{873,29 \times 546 + 500 \times 156}{546 + 156} \quad E_{eq} = 790,34 \text{ kN/cm}^2$$

- para argamassa forte (espessura da parede igual a 18 cm)

$$E_{eq} = \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{A_1 + A_2} \quad E_{eq} = \frac{873,29 \times 546 + 2.171 \times 156}{546 + 156} \quad E_{eq} = 1.161,67 \text{ kN/cm}^2$$

Depois de calculados os módulos equivalentes para as paredes com revestimento foram estudados modelos de paredes com um único material considerando-se os valores obtidos nas associações em paralelo. Observando-se as Figuras 2.23 e 2.24 pode-se também dizer que o comportamento na fase linear dos modelos são muito parecidos com os demais modelos considerados.

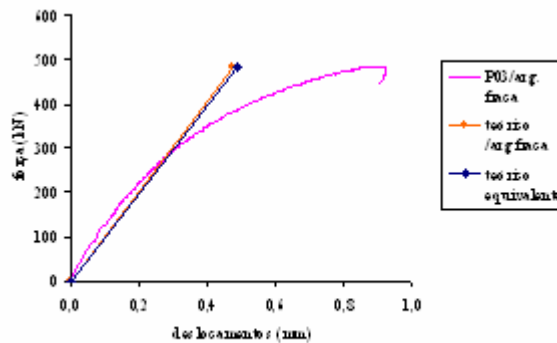


Figura 2.23 - Gráfico força x deslocamento das paredes revestidas com argamassa fraca (análise teórica considerando o $E_{equivalente}$).

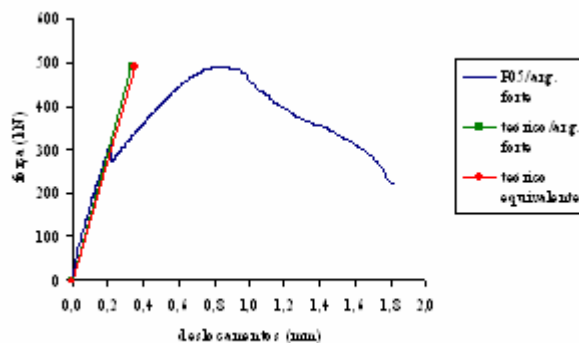


Figura 2.24 - Gráfico força x deslocamento das paredes revestidas com argamassa forte (análise teórica considerando o $E_{equivalente}$).

3 ENSAIOS DE PAREDES DE ALVENARIA SUBMETIDAS À COMPRESSÃO DIAGONAL

Os ensaios realizados para análise de paredes submetidas a ações de cisalhamento foram baseados no método da ASTM E-519 (1993), que consiste em aplicar uma força vertical ao longo de uma das diagonais da parede. Foram medidas as deformações diagonais, tanto na vertical como na horizontal. As distâncias adotadas para medir as deformações (base de medida), tanto nas diagonais verticais como horizontais, foram de 830 mm.

O ensaio foi realizado com controle de deslocamento e a velocidade de carregamento foi de 0,003 mm/s. Não foram realizadas descargas, sendo que o carregamento foi aplicado ao longo de uma das diagonais em incrementos, observando-se as ocorrências após um intervalo de 5 minutos.

Nesta série de ensaios foram ensaiadas paredes (79 x 79 cm), essencialmente com os mesmos revestimentos utilizados na série de ensaios à compressão axial. Foram moldados dois modelos para cada situação de revestimento. Em todas as situações adotadas, o revestimento tinha espessura de 2 cm.

Em todas as paredes, a argamassa de assentamento utilizada tinha o traço de 1:0,5:4,5 (em volume) e apresentou resistência média de 11 MPa. A relação água/cimento utilizada em todas as paredes na argamassa de assentamento foi ≤ 1 . As paredes foram chapiscadas com o mesmo traço de argamassa e aditivo utilizados na série de compressão axial.

Para controle da resistência dos blocos foram ensaiados 6 blocos escolhidos aleatoriamente no lote doado pelo fornecedor. A resistência média encontrada nos ensaios em relação a área bruta dos blocos foi de 9 MPa.

3.1 Resultados obtidos

Na tabela abaixo estão demonstrados, de modo resumido, os resultados das paredes ensaiadas e na Figura 3.1 o gráfico *força x deslocamento* das diferentes situações estudadas.

Tabela 3.1 – Resultados dos ensaios das paredes ensaiadas à compressão diagonal

Condição de revestimento	Parede	$f_{\text{arg.rev.}}$ (MPa)	$F_{\text{máx.}}$ (kN)	τ_b (MPa)
Sem revestimento	P01	—	59	0,38
	P02	—	89	0,57
Argamassa “fraca”	P03	4	154	0,77
	P04	4	140	0,70
Argamassa “forte”	P05	23	200	0,99
	P06	23	188	0,93
Telas soldadas	P11	21	254	1,26
	P12	21	212	1,05
Telas soldadas + conectores 1	P13	21	319	1,59
	P14	21	307	1,53
Argamassa “fraca” + fibras de polipropileno	P07	3	137	0,68
	P08	3	124	0,62
Argamassa forte + fibras de aço	P09	20	212	1,05
	P10	20	261	1,30
Telas soldadas + conectores 2	P15	21	242	1,20
	P16	21	260	1,29

Observações:

$f_{\text{arg.rev.}}$ = resistência à compressão axial da argamassa de revestimento

$F_{\text{máx.}}$ = força máxima aplicada

τ_b = tensão de cisalhamento em relação à área bruta

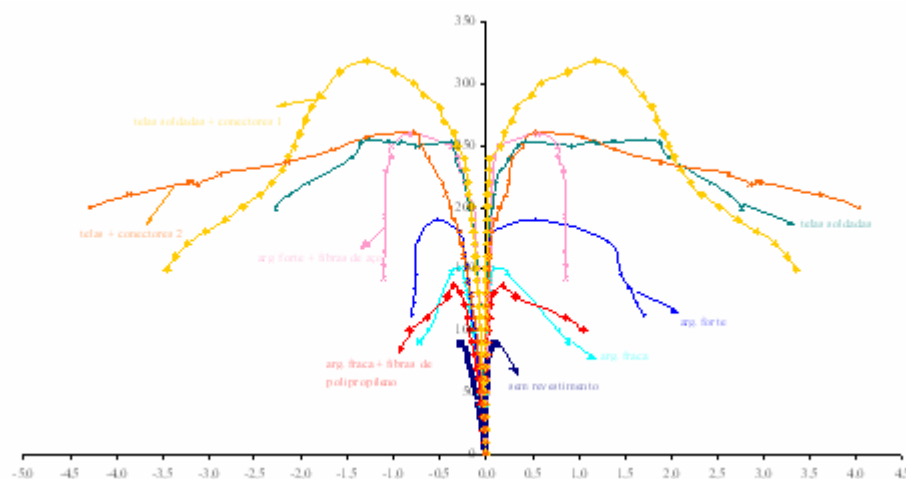


Figura 3.1 - Gráfico força x deslocamento das paredes ensaiadas à compressão diagonal.

3.2 Análise dos resultados

Os valores das tensões de cisalhamento mostrados na Tabela 3.1 foram calculados conforme a ASTM 519 – 93 “*Standard test method for diagonal tension (shear) in masonry assemblages*”. A tensão é calculada pela expressão:

$$\tau = \frac{0,707 F}{A} \quad e \quad A = \left(\frac{\ell + h}{2} \right) e \cdot \eta$$

Tentando-se estimar um valor para a carga de ruptura das paredes revestidas adotou-se também um cálculo simplificado, a exemplo da formulação aditiva adotada nas paredes ensaiadas à compressão axial. Essa adição foi feita apenas para a carga de ruptura e não para todas as etapas de carga. O cálculo foi feito somando-se a parcela de resistência à tração das placas de revestimento com a resistência final da parede sem revestimento (Tabela 3.2).

O valor da força máxima adotado para cálculo da parede sem revestimento foi o obtido no ensaio da parede P02 (89 kN). Isto porque as demais paredes sem revestimento ensaiadas à compressão diagonal (parede piloto e parede P01) apresentaram ruptura por perda de aderência na interface da argamassa de assentamento com o bloco — o que não ocorreu com a parede P02 — e não por esgotamento da sua capacidade resistente.

Para comparar os valores teóricos calculados com os resultados obtidos nos ensaios de laboratório pode-se observar a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores da carga de ruptura experimental e da carga máxima teórica

Condição de revestimento	Parede	$f_{c, \text{arg, rev.}}$ (MPa)	$f_{t, \text{arg, rev.}}$ (MPa)	$F_{\text{máx.}}$ (kN)	$F_{\text{total.}}$ (kN) (teórico)
Sem revestimento	P01	—	—	59	89
	P02	—	—	89	
Argamassa “fraca”	P03	4	0,33	154	104
	P04	4	0,33	140	
Argamassa “forte”	P05	23	2,20	200	187
	P06	23	2,20	188	
Telas soldadas	P11	21	—	254	279
	P12	21	—	212	
Telas soldadas + conectores 1	P13	21	—	319	279
	P14	21	—	307	
Argamassa “fraca” + fibras de polipropileno	P07	3	0,33	137	104
	P08	3	0,33	124	
Argamassa forte + fibras de aço	P09	20	2,20	212	187
	P10	20	2,20	261	
Telas soldadas + conectores 2	P15	21	—	242	279
	P16	21	—	260	

Observações:

F_{yd} adotado = 705 MPa

$f_{\text{arg, rev.}}$ = resistência à compressão da argamassa de revestimento;

$f_{t, \text{arg, rev.}}$ = resistência à tração da argamassa de revestimento;

$F_{\text{máx.}}$ = força máxima aplicada;

$F_{\text{total.}}$ = resistência das placas de revestimento + resistência da parede.

Observa-se que para as paredes revestidas com argamassa fraca a carga de ruptura teórica foi inferior à encontrada experimentalmente. Possivelmente aconteceu o mesmo fenômeno observado na série de compressão axial. No caso de argamassa fraca, a sua

baixa resistência tende a aumentar de valor pelo fato bloco de concreto ser poroso e absorver água da argamassa de revestimento, reduzindo a relação água/cimento. Já a previsão para o caso de argamassa forte foi condizente com a resistência observada nas paredes ensaiadas em laboratório.

Para as paredes com telas soldadas considerou-se apenas a resistência das telas, desprezando a contribuição da resistência da argamassa à tração. O valor teórico calculado se aproxima do experimental nas paredes revestidas com telas soldadas (P11 e P12) e nas paredes revestidas com telas + conectores 2, com uma diferença da ordem de 10% a mais na previsão teórica. Já nas paredes P13 e P14 (telas soldadas + conectores 1) o valor teórico é inferior ao experimental (cerca de 15% menor). É provável que as telas localizadas nas juntas horizontais da parede tenham causado alguma influência no acréscimo da resistência da parede com esse tipo de conector.

Ressalta-se que os valores teóricos obtidos são cálculos aproximados para se tentar prever a carga de ruptura em paredes revestidas solicitadas à compressão diagonal. Não se obteve a curva *tensão de tração x deformação* da argamassa de revestimento para verificação da formulação aditiva no trecho linear. Como os valores últimos de carga deram uma boa estimativa da provável carga de ruptura, provavelmente, na fase linear, se obteria curvas *força x deslocamento* (entre os valores teóricos e experimentais) bem parecidas.



Figura 3.2 – Transporte do modelo.



Figura 3.3 - Esquema do ensaio.



Figura 3.4 - Ruptura da parede sem revestimento.

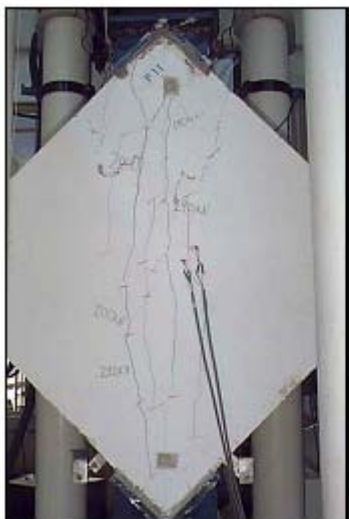


Figura 3.5 – Fissuras na parede revestida com telas soldadas.



Figura 3.6 – Fissuras na parede revestida com telas + conectores 1.

4 ENSAIOS DE PAREDES DE ALVENARIA SUBMETIDAS À FLEXÃO

Os ensaios de flexão foram realizados em paredes com dimensões de 0,80 x 1,60 m revestidas com as combinações de revestimento de argamassa + telas soldadas, sendo elas: argamassa “forte” + telas soldadas, argamassa “forte” + telas soldadas + conectores tipo 1 e argamassa “forte” + telas soldadas + conectores tipo 2.

As paredes foram ensaiadas com a face maior na posição horizontal, ficando apoiadas nas extremidades sobre perfis de aço, os quais, por sua vez, estavam apoiados em aparelhos de apoio articulados. O vão entre os apoios resultou em 1,40 m.

O carregamento externo foi realizado em duas situações. Na situação 1, as forças foram aplicadas ao longo de uma linha na seção central da parede, com o auxílio de um perfil de aço. Na situação 2, as forças foram aplicadas em duas linhas equidistantes 45 cm dos apoios. Nesta última situação, pretendeu-se aumentar o valor da força cortante para testar a aderência do revestimento aos blocos.

A força foi aplicada por um atuador hidráulico servo-controlado com capacidade de 500 kN em incrementos de carga de 2 kN. Para medir os deslocamentos verticais, a parede foi instrumentada com três defletômetros no meio do vão e outros três em cada apoio, para controle de recalques de apoio.

A resistência, tanto da argamassa de assentamento como da argamassa de revestimento, foi controlada por meio de corpos-de-prova cilíndricos 5 x 10 cm que foram moldados na mesma data de execução das paredes. A argamassa de assentamento utilizada tinha o traço em volume de 1:0,5:4,5 (cimento:cal:areia) e apresentou resistência média de 10 MPa. A relação água/cimento utilizada em todas as paredes na argamassa de assentamento foi ≤ 1 . A argamassa de revestimento utilizada tinha o traço em volume de 1:3 (cimento:areia) e apresentou resistência média de 20 MPa.

As paredes foram chapiscadas com o mesmo traço e aditivo utilizado descrito nas séries de compressão axial e diagonal. Em todas as situações adotadas, o revestimento tinha espessura de 2 cm. Para controle da resistência dos blocos foram ensaiados 6

blocos escolhidos aleatoriamente no lote doado pelo fornecedor. A resistência média encontrada nos ensaios em relação a área bruta dos blocos foi de 10 MPa.

4.1 Resultados obtidos

Na Tabela 4.1 estão demonstrados os valores obtidos nos ensaios de paredes submetidas à flexão. Ressalta-se que os valores dos momentos fletores apresentados nesta tabela incluem os momentos fletores causados pelo peso próprio da parede e pelos perfis de distribuição de carga.

Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios das paredes à flexão

Condição de revestimento	Pared e	$f_{arg,rev}$ (MPa)	$f_{arg,ass}$ (MPa)	Situação de carregamento	$F_{máx}$ (kN)	$M_{máx}$ (kN.cm)
Argamassa “forte” + telas soldadas	P01	20	9	Situação 1	29,51	1.124,20
	P02	18	10	Situação 1	30,46	1.157,45
Argamassa “forte” + telas soldadas + conectores 1	P03	19	9	Situação 1	30,00	1.141,00
	P04	18	9	Situação 2	82,47	1.922,18
Argamassa “forte” + telas soldadas + conectores 2	P05	18	11	Situação 1	28,54	1.090,25
	P06	19	10	Situação 2	66,54	1.569,75

Observações:

$F_{arg,ass}$. = resistência da argamassa de assentamento.

$f_{arg,rev}$. = resistência da argamassa de revestimento.

$M_{máx}$. = momento fletor máximo.

4.2 Análise dos resultados

Observando-se os gráficos força x deslocamento médio (Figura 4.1) das paredes ensaiadas à flexão verifica-se que não houve nenhuma diferença considerável nas três diferentes situações de revestimento investigadas.

Não houve escorregamento das placas de revestimento mesmo depois da mudança dos pontos de aplicação das forças. Analisando-se os resultados e a condição das paredes depois da ruptura concluiu-se que todos os modelos romperam por flexão.

Já que não foi observada nenhuma diferença considerável no comportamento à flexão das paredes em relação aos tipos de revestimentos utilizados, recomenda-se o uso de telas soldadas + argamassa forte (especialmente no caso de reservatórios, muros de arrimo, etc.) pela sua maior facilidade de aplicação.

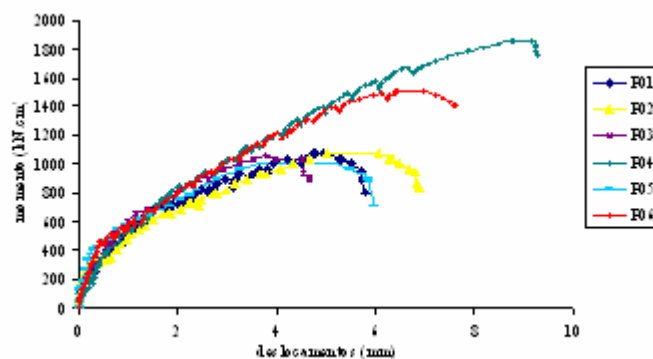


Figura 4.1 - Gráfico momento fletor x deslocamento das paredes ensaiadas a flexão.

A metodologia de análise teórica empregada foi a mesma utilizada nas estruturas de concreto armado, considerando-se as particularidades da alvenaria como elemento estrutural composto.

Para comparar os valores teóricos calculados com os resultados obtidos nos ensaios de laboratório pode-se observar a Tabela 4.2. Vale ressaltar que os valores da força da primeira fissura e do momento fletor máximo experimental estão somados com os efeitos do peso próprio da parede e dos perfis de aplicação de carga.

Tabela 4.2 - Valores obtidos nas análises teórica e experimental

Parede	Revestimento	Situação de carregamento	Força da 1ª fissura (kN)		Momento fletor máximo (kN.cm)	
			Teórico	Exp.	Teórico	Exp.
P₁, teórica	Sem revestimento	Situação 1	6	—	207	—
P₂, teórica	Sem revestimento	Situação 2	9,2	—	207	—
P01	Telas soldadas	Situação 1	24	13	1.624	1.124,20
P02	Telas soldadas	Situação 1	24	12	1.624	1.157,45
P03	Telas+conectores 1	Situação 1	24	13	1.624	1.141,00
P04	Telas+conectores 1	Situação 2	38	33	1.624	1.922,18
P05	Telas+conectores 2	Situação 1	24	12	1.624	1.090,25
P06	Telas+conectores 2	Situação 2	38	25	1.624	1.569,75



Figura 4.2 - Ensaio com carga aplicada no vão.



Figura 4.3 - Ensaio com carga aplicada nos terços do vão.

5 ENSAIOS DE PAREDES DE ALVENARIA COM ABERTURA

Com a análise dos resultados dos ensaios sobre *paredinhas* verificou-se que a aplicação de um revestimento armado contribuiu, de modo geral, para a melhoria da ductilidade, rigidez e resistência de paredes de alvenaria solicitadas à compressão axial, diagonal e flexão.

Para aplicação da técnica em protótipos, isto é, em condições mais próximas das reais, procurou-se idealizar uma parede em tal situação que ficasse submetida a algumas das solicitações estudadas (compressão, cisalhamento e tração indireta).

A idéia foi basicamente desenvolvida mais com o sentido de elaborar um exemplo demonstrativo da técnica de reabilitação do que propriamente estabelecer um método de dimensionamento, até mesmo porque na prática da Engenharia as situações são muito diversificadas.

Estudou-se então um modelo físico simples com uma única abertura, e com carregamento concentrado em uma área reduzida, acima da abertura considerada, conforme esquema ilustrado na. Considerou-se também a existência de verga na parte superior da janela.

5.1 Descrição dos modelos e dos ensaios

Os modelos possuíam dimensões de 1,99 x 1,60 m com aberturas de 80 x 60 cm. As três situações de paredes consideradas para ensaio foram: parede ensaiada sem danos prévios, parede danificada e depois reabilitada e parede revestida sem danos prévios.

Os modelos foram construídos com blocos de concreto com dimensões de 39 x 19 x 14 cm assentados com juntas em amarração e apresentaram resistência à compressão média de 10 MPa. A argamassa de assentamento utilizada foi de traço 1:0,5:4,5 (em volume) apresentando resistência média de 10 MPa.

Nas paredes revestidas a argamassa de revestimento aplicada foi de traço 1:3 (em volume) apresentando resistência média de 20 MPa. As telas soldadas utilizadas foram do tipo EQ – 120, de fios de 2,77 mm, espaçados 50 mm, de aço CA-60B. Em todas as paredes revestidas a espessura do revestimento considerada foi de 2 cm.

A verga construída sobre a abertura de cada paredes era de blocos tipo canaleta preenchidos por graute de traço 1:0,1:3:1,7 (em volume) e apresentou resistência média de 14 MPa. A verga foi armada com 2 barras de ϕ 8 mm e localizavam-se apenas na parte superior da abertura. Os blocos que ficavam em contato com a chapa de aplicação de carga também foram grauteados

O ensaio consistiu em aplicar uma força concentrada topo da parede, acima do centro do vão da abertura. Os blocos na área de aplicação da força foram preenchidos por graute e a superfície regularizada com massa plástica. O carregamento foi aplicado por atuadores servo-controlados com capacidade máxima de 500 kN, por incrementos de carga correspondente a 10 kN. Depois de aplicado o carregamento era feita a vistoria na parede para verificação de qualquer fissura aparente. A velocidade de aplicação da força foi de 0,005 mm/s.

Foram medidos por transdutores de deslocamento os encurtamentos longitudinais nos dois planos da parede e a flecha obtida na abertura da parede. Os principais fenômenos observados foram a força última, força da primeira fissura, forma de ruína e configuração das fissuras.

5.2 Resultados obtidos

Na Tabela 5.1 estão demonstrados, de modo resumido, os resultados dos protótipos ensaiados e na Figura 5.1 o gráfico *força x deslocamento* das diferentes situações estudadas.

Tabela 5.1 – Resumo dos resultados obtidos

Parede analisada	Situação de revestimento	$f_{arg.rev.}$ (MPa)	$F_{1^a fissura}$ (kN)	$F_{máx.}$ (kN)	$\delta_{máx}$ (mm)
P01	Sem revestimento	—	60	150,00	1,4156
P02	Reforçada	20	140	356,41	2,1382
P03	Sem revestimento	—	60	155,80	1,2285
P01r	Reabilitada	20	120	312,12	2,5777

Observações:

$f_{arg.rev.}$ = resistência da argamassa de revestimento;

$F_{1^a fissura}$ = força da primeira fissura;

$F_{máx.}$ = força de ruína;

$\delta_{máx.}$ = flecha devida à força de ruína (medida pelo transdutor 6)

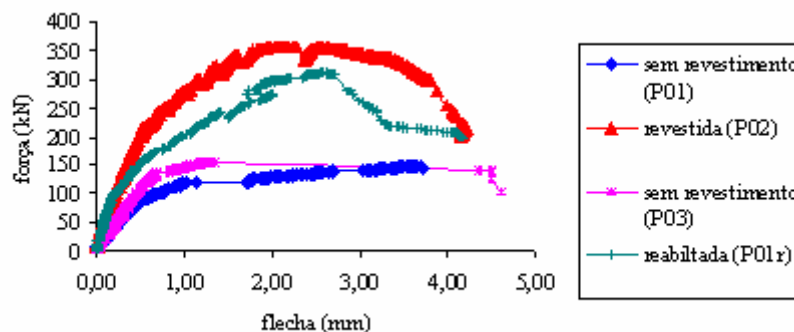


Figura 5.1 – Gráfico *força x deslocamento* das protótipos ensaiados – flecha obtida na abertura da parede.

5.3 Análise dos resultados

Analisando-se os resultados experimentais, pode-se dizer que, de modo geral, a ruína das paredes ocorreu como consequência do cisalhamento, com manifestação de escorregamento de blocos nas juntas e de fissuras inclinadas na região superior à abertura.

O esforço de tração que surgiu na parte superior da abertura foi absorvido pela verga embutida, que conta com armadura. A fissuração inicial da verga não alterou significativamente a rigidez do conjunto, tanto que por ocasião da abertura da primeira fissura, não se notou fortes indícios de perda de rigidez, a não ser na parede P01r, que já havia sido danificada previamente.

Uma discussão mais detalhada dos resultados experimentais é apresentada no item a seguir, em conjunto com os resultados teóricos da análise numérica.

5.4 Análise numérica

O objetivo das análises numéricas realizadas foi tão somente constatar a distribuição de tensões e a ordem de grandeza dos esforços que surgem em paredes de alvenaria quando submetidas às forças aplicadas em uma região do topo da parede. No entanto, algumas conclusões interessantes puderam ser formuladas com base nesta análise e na comparação de seus resultados teóricos com os experimentais.

O elemento plano utilizado para essa análise foi o PLANE 42. As dimensões da parede analisada são de 1,99 x 1,60 m com abertura de 80 x 60 cm (dimensões iguais ao protótipo ensaiado em laboratório).

Nas análises considerou-se X o eixo horizontal (ao longo do comprimento da parede) e Y o eixo vertical (ao longo da altura da parede), adotando-se a origem no vértice inferior esquerdo. As placas de ensaio foram consideradas infinitamente rígidas, restringindo-se os nós da base nas direções x e y ; e no topo, nos nós onde o carregamento foi aplicado, estabeleceu-se restrição na direção x , mantendo-se os demais nós livres (direção y). A malha gerada do protótipo considerado possui 1.080 elementos e 1.188 nós.

No caso de *paredes não revestidas*, as propriedades assumidas dos materiais foram decorrentes das considerações efetuadas na análise numérica das *paredinhas* submetidas à compressão axial e referem-se ao conjunto da parede (bloco + argamassa) obtidas pelo modelo de associação em série. As propriedades adotadas foram: $E_{pa} = 873,29 \text{ kN/cm}^2$

e $\nu_{pa} = 0,20$, as quais refletem aproximadamente o comportamento conjunto dos materiais bloco + argamassa de assentamento. Para a verga o material considerado foi de $E_{verga} = 1.500 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_{pa} = 0,20$. As solicitações foram introduzidas pela aplicação de um carregamento concentrado de 155 kN (o valor máximo encontrado no ensaio da parede P03).

No caso de *paredes revestidas*, as propriedades assumidas dos materiais foram correspondentes à associação em paralelo das características da parede sem revestimento com as dos revestimentos de argamassa "forte". Os valores empregados foram: $E_{pa,rev} = 1.161,67 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_{pa} = 0,20$. As solicitações foram introduzidas pela aplicação de um carregamento concentrado de 363 kN (o valor máximo encontrado no ensaio da parede P02).

Nas figuras a seguir apresenta-se a distribuição das tensões principais σ_1 para posterior análise com os resultados experimentais. Admitiu-se, para efeito dessa análise aproximada os seguintes valores:

$f_{t,verga} = 1,4 \text{ MPa}$ (resistência à tração simples do concreto da verga)

$f_{t,rev} = 2,2 \text{ MPa}$ (resistência à tração simples da argamassa de revestimento)

$\tau_{lim} = \sigma_{1,lim} = 0,57 \text{ MPa}$ (tensão de cisalhamento média para paredes não-revestidas, conforme ensaios de compressão diagonal)

$\tau_{lim,rev} = \sigma_{1,lim,rev} = 1,14 \text{ MPa}$ (tensão de cisalhamento média para paredes revestidas, conforme ensaios de compressão diagonal)

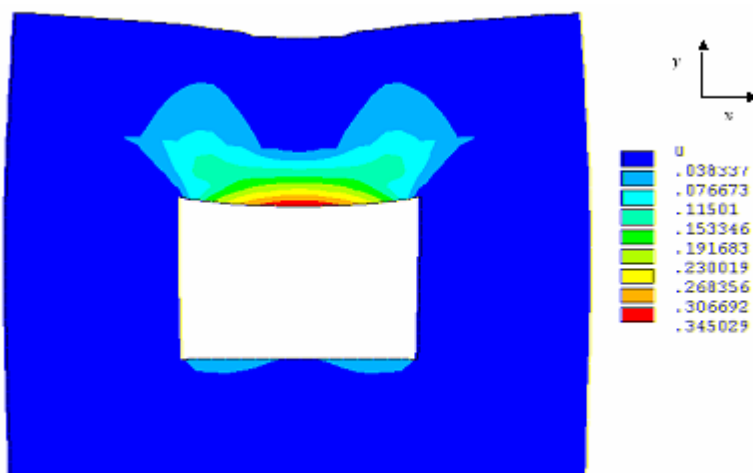


Figura 5.2 - Distribuição das tensões σ_1 (kN/cm²) - protótipo sem revestimento.

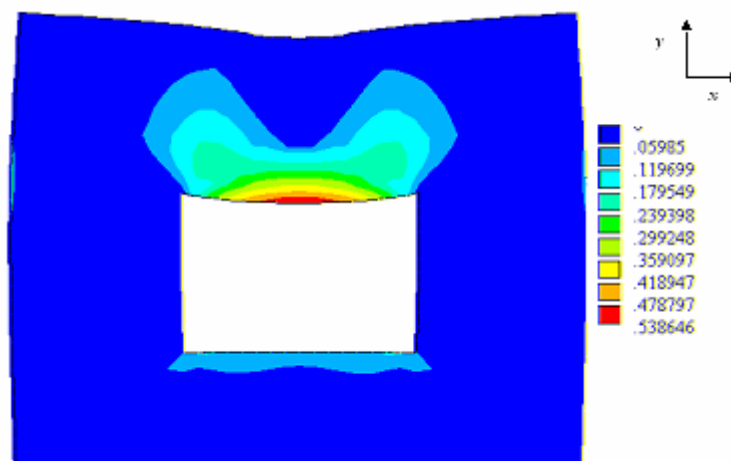


Figura 5.3 - Distribuição das tensões σ_1 (kN/cm²) – protótipo com revestimento.

Observando-se os resultados da análise numérica, os gráficos *força x deslocamento* experimentais das diferentes situações estudadas, a documentação fotográfica e outros fenômenos visualmente anotados durante os ensaios, elaborou-se a Tabela 5.2. Nesta tabela, consta uma lista de eventos de interesse, associados aos **valores aproximados** da força aplicada e das tensões encontradas na análise numérica

Tabela 5.2 – Principais eventos e valores da força aplicada e de tensões

Evento	F _{aplicada} (kN)	$\sigma_{1,verga}$ (MPa)	$\sigma_{1,cisalh}$ (MPa)
Primeira fissura em P01 e P03 (1/2 da verga)	60	1,34	0,30
Primeiras fissuras inclinadas e sinais de escorregamento nas juntas em P01 e P03	110	2,45	0,55
Início da instabilidade de P01	120	2,67	0,60
Início da instabilidade de P03	140	3,12	0,70
Ruína de P01 e P03	155	3,45	0,77
Primeira fissura em P01r	120	1,79	0,40
Primeira fissura em P02	140	2,08	0,46
Início da instabilidade de P01r	270	4,02	0,89
Ruína de P01r	312	4,64	1,03
Ruína de P02	363	5,40	1,20

Observações:

F_{aplicada} = força externa aplicada no topo da parede

$\sigma_{1,verga}$ = tensão principal de tração junto à borda inferior da verga

$\sigma_{1,cisalh}$ = tensão principal de tração na região com fissuras inclinadas

Analisando os resultados da Tabela 5.2 e observando os valores limites das tensões, pode-se chegar — a grosso modo — às seguintes considerações:

- a) a primeira fissura surgiu nas paredes P01 e P03, na região sob a verga, quando os valores teóricos das tensões se aproximaram do limite de resistência à tração do concreto da verga;

- b) de modo semelhante, a primeira fissura surgiu nas paredes P01r e P02 quando os valores teóricos se aproximaram do limite de resistência à tração da argamassa de revestimento. Lembra-se que a parede P01r foi previamente danificada, por isso fissurou antes da parede P02;
- c) as primeiras fissuras inclinadas e sinais de escorregamento dos blocos nas juntas ocorreram nas paredes P01 e P03 quando passaram a sofrer tensões principais de tração próximas ao limite de resistência determinado nos ensaios de compressão diagonal de paredes sem revestimento;
- d) como a ruína das paredes ocorreu basicamente pelo efeito de cisalhamento, pode-se notar que o processo de instabilidade começou nas paredes P02 e P01r quando as tensões principais ultrapassaram o limite de resistência determinado nos ensaios de compressão diagonal de paredes revestidas com argamassa forte e telas soldadas.

Os esforços de tração no restante da parede não provocaram maiores danos, com diminuição da sua capacidade resistente. Nas laterais dos modelos, esforços de tração, como previstos na análise numérica, causaram fissuras nas juntas de argamassa, como se pode observar na documentação fotográfica apresentada.

Quanto aos esforços de compressão, observa-se nas paredes sem revestimento que com o carregamento considerado as maiores tensões de compressão se encontram nos cantos superiores da abertura, no encontro com a verga. Os valores dessas tensões teóricas são da ordem de 4,8 MPa. Para esse mesmo valor de tensão, as paredes sem revestimentos que foram ensaiadas à compressão axial já apresentavam uma certa não-linearidade. Considerando também que o efeito de tensões concentradas em cantos vivos são mais danosos, justifica-se o esmagamento dos blocos nesse mesmo local durante os ensaios das paredes com abertura. Nas paredes revestidas, uma concentração de tensões também ocorre, mas o revestimento e a armadura existente minimizam as suas conseqüências.

A não ser nos cantos e na região de aplicação da força externa, os esforços de compressão são pequenos e não causam maiores danos.

Esta análise comparativa de tensões, ainda que grosseira, permite afirmar que os limites de resistência ao cisalhamento ou à tração por compressão diagonal ofereceram um bom parâmetro para avaliação da capacidade resistente das paredes de alvenaria, reforçadas ou não com revestimentos resistentes.

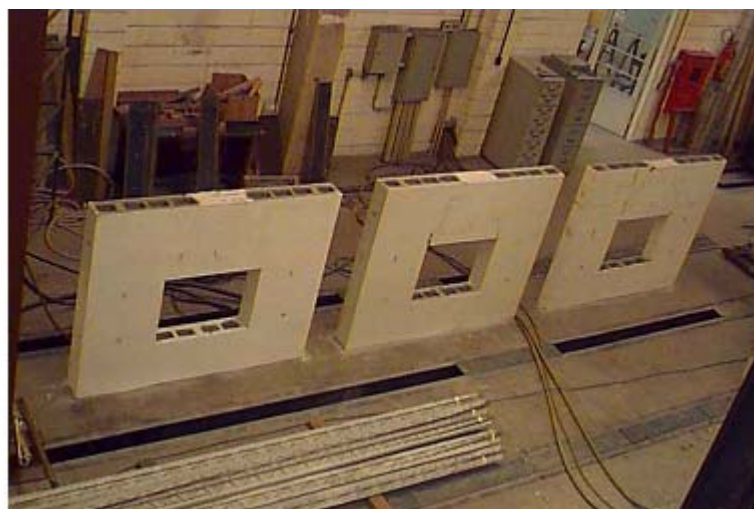


Figura 5.4 - Vista dos protótipos com abertura.

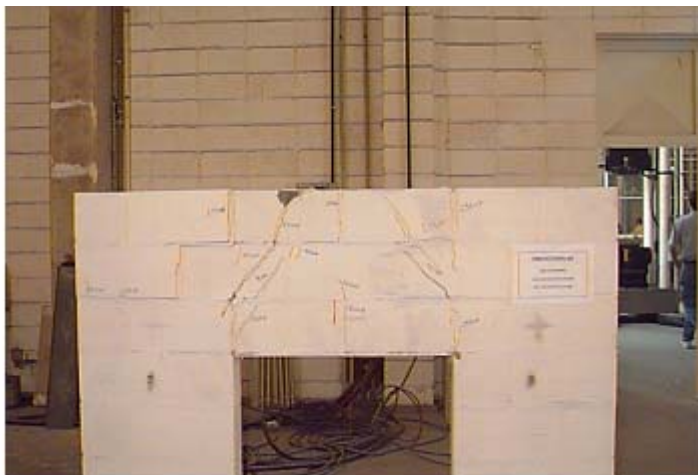


Figura 5.5 – Configuração de fissuras da parede sem revestimento.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi feita uma ampla revisão bibliográfica sobre as patologias nas alvenarias e suas técnicas de recuperação, como também sobre as técnicas de recuperação de estruturas de alvenaria pela aplicação de revestimentos resistentes. Esta pesquisa teórica serviu de base para um estudo experimental sobre paredes de blocos de concreto submetidas a diversas solicitações (compressão axial, compressão diagonal e flexão), reforçadas ou não pela aplicação de revestimentos resistentes de argamassa simples, argamassa com fibras e argamassa armada com telas de aço soldadas.

Considerando as informações obtidas na revisão bibliográfica e os resultados obtidos e devidamente interpretados no trabalho experimental, elaborou-se as conclusões julgadas de maior importância que são apresentadas nos itens a seguir.

6.1 Sobre a técnica de reabilitação e a metodologia geral de análise

- Tanto as referências bibliográficas como os resultados desta pesquisa demonstram que o revestimento das paredes, de modo geral, aumenta a sua capacidade resistente e a sua rigidez, podendo, em determinadas condições, melhorar a sua ductilidade. Portanto, pode-se afirmar que a técnica em análise tem condições de ser aplicada tanto na reabilitação de paredes e outros elementos de alvenaria como no projeto e na execução de elementos com propriedades especiais de desempenho;
- Todos os ensaios de paredes de alvenaria realizados nesta pesquisa foram feitos com deformação controlada, o que permitiu se obter a curva *tensão x deformação* da estrutura até o momento da ruína e após o pico de resistência. Com isso, foi possível avaliar não só o acréscimo de resistência e rigidez proporcionado pela aplicação dos revestimentos usados, mas também verificar a sua influência na ductilidade do elemento estrutural;
- As análises numéricas realizadas objetivaram preliminarmente apenas o conhecimento da distribuição das tensões para melhor se entender o comportamento dos elementos de alvenaria frente aos diversos tipos de solicitação. Como se sabe, o comportamento de uma simples parede de alvenaria é um fenômeno altamente

complexo, e encontrar um modelo teórico que o simule não é uma tarefa fácil. Na prática estão envolvidos fenômenos de difícil consideração numa análise numérica.

- O desenvolvimento da chamada "formulação aditiva", — pela qual se combinam resultados experimentais devidamente transformados pela adoção de hipóteses teóricas — mostrou-se de grande interesse para a análise dos resultados experimentais e a identificação dos mecanismos resistentes em elementos compostos de diferentes materiais. É interessante salientar que pelo fato dessa formulação se basear nos diagramas experimentais ou equações constitutivas, ela tem condições de oferecer uma referência para a definição da equação constitutiva do material composto.

6.2 Sobre o comportamento na compressão axial

- Inicialmente imaginava-se que a aderência entre o núcleo (parede) e o revestimento estivesse sendo insuficiente pois, durante os ensaios ocorria descolamento parcial ou total do revestimento. Mas, possivelmente esse fenômeno de descolamento está ligado a problemas de instabilidade interna dos componentes e materiais envolvidos. Perto da ruína os componentes e os materiais passam a sofrer deslocamentos relativos internos, apresentando fissuras ou trincas e perdem totalmente sua estabilidade dimensional e capacidade resistente, podendo assim desagregar-se um dos outros;
- O uso do revestimento de telas soldadas torna a parede mais rígida não só pela diminuição da esbeltez e pelo acréscimo de área (placas do revestimento), mas também porque inibe a fissuração na face maior da parede melhorando sua rigidez. Como a parte mais frágil da parede se encontra nos septos dos blocos e sua ruptura se dá por fenômenos já descritos, o núcleo (parede) rompe mesmo que o revestimento ainda não tenha esgotado a sua capacidade resistente. Sendo assim, mesmo que fosse usado um tipo de tela com taxa de armadura maior que a usada na pesquisa, os resultados provavelmente não seriam diferentes, uma vez que existe apenas um efeito parcial de confinamento. É possível que as telas de aço tenham colaborado no retardamento de mecanismos de fratura que provocariam instabilidade das partes (núcleo e revestimento) da parede, trabalhando como uma armadura de fretagem;
- Mesmo sendo feita uma análise numérica linear teve-se uma boa previsão do comportamento da parede de alvenaria com e sem revestimento em estágios de carregamento até cerca de 50% da força última. A aplicação de valores de módulos de elasticidade aparentes e a sua combinação em modelos reológicos em série e em paralelo, também levou a bons resultados;

6.3 Sobre o comportamento na compressão diagonal

- Já era esperado que a contribuição das telas soldadas fosse mais eficiente quando houvesse significativos esforços de tração atuantes, como nos ensaios de compressão diagonal e flexão. Nos ensaios de compressão diagonal o uso do revestimento armado aumentou quase 2,4 vezes a resistência ao cisalhamento da parede. O revestimento com argamassa “forte” + fibras de aço trouxe o mesmo resultado, pelo efeito que as fibras tem de “costurar” as fissuras fazendo com isso que o revestimento não perca sua capacidade resistente. Como nesse ensaio a resistência dos blocos não interfere nos valores das tensões de cisalhamento e sim a

aderência entre bloco e argamassa de assentamento, um revestimento armado (telas ou fibras de aço) mostra-se muito eficiente;

- A previsão teórica da carga de ruptura, pela adição da capacidade resistente da parede com a capacidade resistente dos revestimentos, pode ser considerada satisfatória, dentro do contexto da complexidade do material e dos tipos de sollicitação envolvidos.

6.4 Sobre o comportamento na flexão

- A situação 1 de carregamento induziu a valores de momentos fletores inferiores ao valores teóricos calculados. Isto ocorreu provavelmente porque o perfil de aço utilizado para a distribuição do carregamento coincidia com a junta de argamassa que se localizava na parte central da parede, causando assim um efeito de dano localizado e a ruptura nessa região;
- Mesmo contando-se somente com o cálculo teórico da carga resistente da parede sem revestimento, pode-se dizer que o revestimento de telas soldadas aumentou significativamente a capacidade resistente à flexão simples da parede.

6.5 Sobre o comportamento misto nas paredes com abertura

- É possível obter por meio de análises numéricas simplificadas algumas diretrizes para a identificação de regiões críticas de paredes com patologias e a elaboração de projetos de reabilitação, empregando-se dados obtidos em ensaios de compressão axial e compressão diagonal;
- É possível elaborar, por meio de um trabalho sistemático e com o auxílio de resultados experimentais, um conjunto de recomendações práticas para a reabilitação de estruturas com patologias típicas, assim como para o projeto de estruturas novas.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus agradecimentos à FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo seu suporte através de bolsa e auxílio financeiro, e à TATU Pré - Moldados Ltda., pelo apoio técnico e fornecimento de blocos estruturais.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALCOCER, S. M. et al. (1996). Retrofitting of confined masonry walls with welded wire mesh. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 11., Acapulco, México. **Proceedings...** n.1471.

ANSYS 5.5. (1998). **Manuais.**

HAMID, A. A. et al. (1994). Strengthening and repair of unreinforced masonry structures: state-of-the-art. In: INTERNATIONAL BRICK AND BLOCK MASONRY CONFERENCE, 10., Calgary, Alberta, Canada. v. 2.

JABAROV, M. et al. (1985). Strengthening of damaged masonry by reinforced mortar layers. In: WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING, 7., v.15, n. 3, **Proceedings...** p. 73-80.

LOURENÇO, P.J.B.B. (1996). **Computacional strategies for masonry structures**. Delft, The Netherlands: Delft University Press.

METHA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. (1993). **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: PINI.

OLIVEIRA, F. L. (1996). **Avaliação do desempenho estrutural de sistemas construtivos inovadores: estudo de caso**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, F. L. (2001) **Reabilitação de paredes de alvenaria pela aplicação de revestimentos resistentes de argamassa armada**. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo.

REINHORN, A. M.; PRAWEL, S. P. (1985). Ferrocement for seismic retrofit of structures. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON FERROCEMENT, 2., Roorkee, Índia. p. 157-172.