

ISSN 1413-9928



CADERNOS DE

ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

ESTRUTURAS DE
CONCRETO número **19**

2002

Departamento de Engenharia de Estruturas
Escola de Engenharia de São Carlos – USP
Av. do Trabalhador São-carlense, 400 – Centro
13566-590 – São Carlos – SP
Fone (16) 273-9455 Fax (16) 273-9482
<http://www.set.eesc.sc.usp.br>

ISSN 1413-9928

SUMÁRIO

| | |
|---|-----|
| Viabilidade econômica de alternativas estruturais de concreto armado para edifícios <i>Augusto Teixeira de Albuquerque & Libânio Miranda Pinheiro</i> | 1 |
| Análise estrutural de reservatórios enterrados de argamassa armada com telas de aço soldadas <i>Dálim Gomes Paniago & João Bento de Hanai</i> | 21 |
| Estruturas de edifícios em concreto armado submetidas a ações de construção <i>José Fernão Miranda de Almeida Prado & Márcio Roberto Silva Corrêa</i> | 51 |
| Análise tridimensional de edifícios em alvenaria estrutural submetidos à ação do vento <i>Joel Araújo do Nascimento Neto & Márcio Roberto Silva Corrêa</i> | 81 |
| Projeto e execução de coberturas em casca de concreto com forma de membrana pênsil invertida e seção tipo sanduíche <i>Pedro Wellington G. N. Teixeira & João Bento de Hanai</i> | 101 |
| Análise de pavimentos de concreto armado com a consideração da não-linearidade física <i>Richard Sarzi Oliveira & Márcio Roberto Silva Corrêa</i> | 133 |
| Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado <i>Rivelli da Silva Pinto & Marcio Antonio Ramalho</i> | 171 |
| Internal force evaluation for Reissner-Mindlin plates using the boundary element method <i>Salvador Homce de Cresce & Wilson Sergio Venturini</i> | 207 |

VIABILIDADE ECONÔMICA DE ALTERNATIVAS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO PARA EDIFÍCIOS

Augusto Teixeira de Albuquerque¹ & Libânio Miranda Pinheiro²

Resumo

Com o intuito de aferir a viabilidade econômica das soluções mais adotadas para edifícios, foram feitas várias estruturas em concreto armado para um mesmo edifício. Foram concebidas estruturas convencionais (com lajes maciças e com lajes nervuradas) e lajes lisas (com e sem protensão), para um edifício residencial com vinte pavimentos. Para cada uma das alternativas, foi desenvolvido o projeto completo, até as fundações. Para que o levantamento de custos de cada alternativa fosse o mais real possível, foram levados em consideração: material, mão-de-obra, recursos necessários e tempo de construção.

Palavras-chave: concreto armado; sistemas estruturais; projeto estrutural; custos.

1 INTRODUÇÃO

Vários trabalhos têm sido feitos, considerando isoladamente cada um dos sistemas estruturais usuais. Nota-se, porém, uma carência na literatura técnica de comparações que sirvam de subsídio, aos profissionais e ao meio acadêmico, para a concepção estrutural. Nota-se, também, que vários trabalhos consideram fatores econômicos apenas em função dos consumos de materiais, quando na realidade o custo tem que ser composto de uma maneira mais complexa, levando-se também em consideração: mão-de-obra, tempo de execução e recursos necessários à execução.

Diante disso, neste trabalho apresenta-se uma comparação de quantitativos e de custos, para servir de referência ao se fazer um anteprojeto. Não se pretende indicar uma solução ideal, mas apresentar resultados para um determinado edifício e também demonstrar a viabilidade deste tipo de estudo para o dia-a-dia dos escritórios, já que se dispõe de softwares poderosos, que minimizam o tempo de cálculo, de detalhamento e de orçamento dos projetos.

A partir de um edifício-exemplo, foram concebidas diversas opções para o projeto estrutural, entre as quais: estrutura convencional com lajes maciças, nervuradas e pré-moldadas, estrutura com lajes nervuradas com vigamento somente nas bordas (lajes lisas) e estrutura com protensão. Cada alternativa foi analisada, dimensionada e detalhada por inteiro, considerando lajes, vigas, pilares e fundações, levando-se em conta todas as ações atuantes, inclusive o vento. Para tal, foi utilizado o software TQS, que é usado em vários escritórios de projeto de estruturas do país.

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, ata@accvia.com.br

² Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, libanio@sc.usp.br

2 APRESENTAÇÃO DO EDIFÍCIO-EXEMPLO

O edifício-exemplo é o do Condomínio Costa Marina, de propriedade da Construtora Colmeia, com projeto de arquitetura do Escritório Roger Freire Arquitetura e Engenharia e cujo projeto estrutural foi gentilmente cedido pelo Escritório Dácio Carvalho Projetos Estruturais, todos situados em Fortaleza, CE.

Trata-se de um edifício residencial, com dois apartamentos por pavimento. A partir da arquitetura do pavimento-tipo, foram feitas pequenas modificações, com o intuito de deixar os apartamentos simétricos, como se indica na figura 1. Para o estudo, foi considerado hipoteticamente que o edifício tem vinte pavimentos, todos iguais ao tipo, e uma distância de piso a piso igual a 2,88m.

3 ESTRUTURA CONVENCIONAL COM LAJES MACIÇAS

Entende-se como estrutura convencional aquela em que as lajes se apoiam em vigas (tipo laje-viga-pilar). A laje maciça não é adequada para vencer grandes vãos. É prática usual adotar-se como vão médio econômico um valor entre 3,5m e 5m. Esses limites foram respeitados sempre que possível na estruturação indicada na figura 2. Algumas características desse sistema são:

- devido aos limites impostos, apresenta uma grande quantidade de vigas, fato esse que deixa a forma do pavimento muito recortada, diminuindo a produtividade da construção e o reaproveitamento de formas;
- grande consumo de formas;
- a existência de muitas vigas, por outro lado, forma muitos pórticos, que garantem uma boa rigidez à estrutura;
- foi durante anos o sistema estrutural mais utilizado nas construções de concreto, por isso a mão-de-obra já é bastante treinada;
- o volume de concreto é grande, devido principalmente ao consumo das lajes;
- $f_{ck}=35\text{MPa}$ para vigas e pilares e $f_{ck}=20\text{MPa}$ para lajes.

4 ESTRUTURA CONVENCIONAL COM LAJES NERVURADAS

Esse tipo de alternativa é de fácil execução e pode ser concebida com grandes vãos, como se indica na figura 3.

Foram feitas três alternativas, a partir dessa concepção: uma utilizando caixotes de fibra de propileno, uma utilizando tijolos cerâmicos e outra utilizando lajes treliçadas. Várias vantagens são apresentadas:

- define-se o pavimento com poucas lajes, cada uma delas podendo atingir até 80m^2 ;

- a forma possui poucas vigas, ou seja, é pouco recortada, facilitando a execução e não interferindo muito na arquitetura;
- o consumo da laje nervurada é muito baixo;
- $f_{ck}=35\text{MPa}$ para vigas e pilares e $f_{ck}=20\text{MPa}$ para lajes.

a) Caixotes de fibra de propileno:

- não aumentam o peso próprio da estrutura;
- possibilita o uso de forro falso, que permite a colocação de dutos de instalação não embutidos na estrutura;
- após a retirada do escoramento, injeta-se ar comprimido no furo existente no caixote de fibra e ele se solta, permitindo o seu reaproveitamento.

b) Tijolos cerâmicos:

- facilidade de aquisição dos tijolos;
- para que os tijolos componham a laje nervurada como material inerte, deve-se garantir que eles estejam vedados com argamassa ou ensacados;
- o material inerte quando existente é melhor isolante térmico que o concreto;
- a principal desvantagem dos tijolos é que aumentam o peso próprio da estrutura;
- a colocação de dutos deve ser feita na região das nervuras, pois, se efetuada por cima dos tijolos, reduzirá a espessura da mesa comprimida.

c) Lajes treliçadas pré-fabricadas:

Esta alternativa estrutural foi concebida utilizando o sistema laje treliçada bidirecional, que segundo FRANCA & FUSCO (1997) tem como características básicas o fato de possuírem nervuras resistentes em duas direções ortogonais.

As nervuras são constituídas por vigotas treliçadas pré-fabricadas, dispostas na direção do menor vão da laje, e por nervuras transversais moldadas no local, armadas com barras isoladas de aço. Para a confecção das nervuras transversais, foram utilizadas plaquetas pré-moldadas e o elemento inerte foi o bloco de EPS. Esse sistema apresenta as seguintes peculiaridades:

- devido à bidirecionalidade, apresenta o efeito de chapa;
- os blocos de EPS têm como vantagem o fato de deixarem o teto pronto para receber o acabamento, além de serem muito leves ($\gamma = 0,1\text{kN/m}^3$);
- as lajes pré-fabricadas apresentam como vantagens a rapidez de execução e a economia de formas e de escoramento;
- o transporte pode ser apontado como uma desvantagem, se a obra for longe da fábrica.

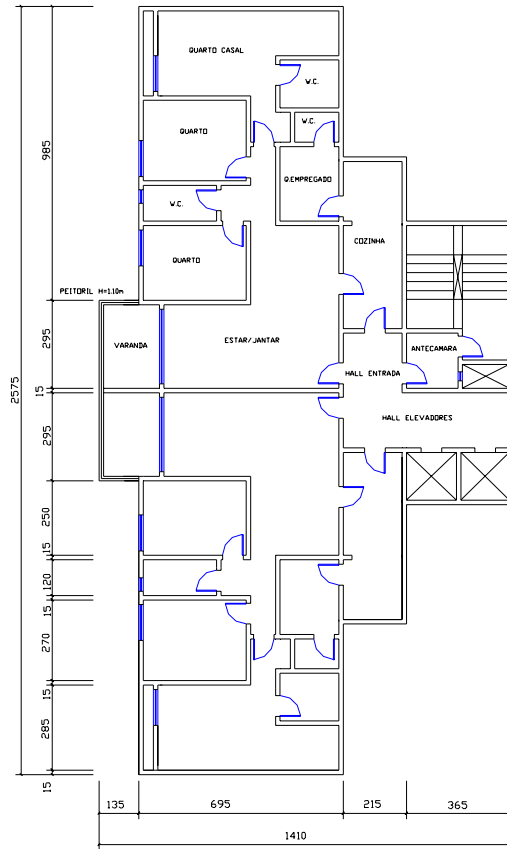


Figura 1 - Pavimento-tipo (unidades: cm)

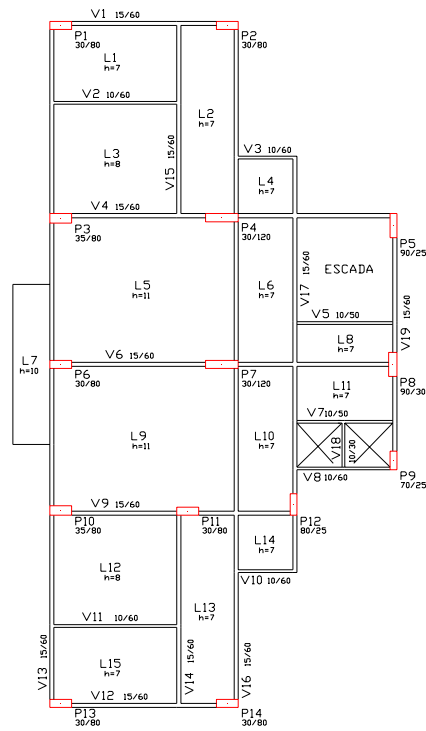


Figura 2 - Estrutura convencional com lajes maciças

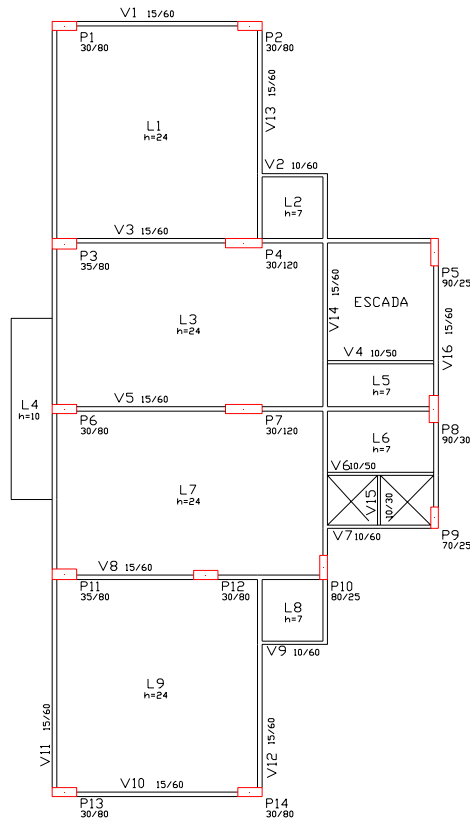


Figura 3 - Estrutura convencional com lajes nervuradas

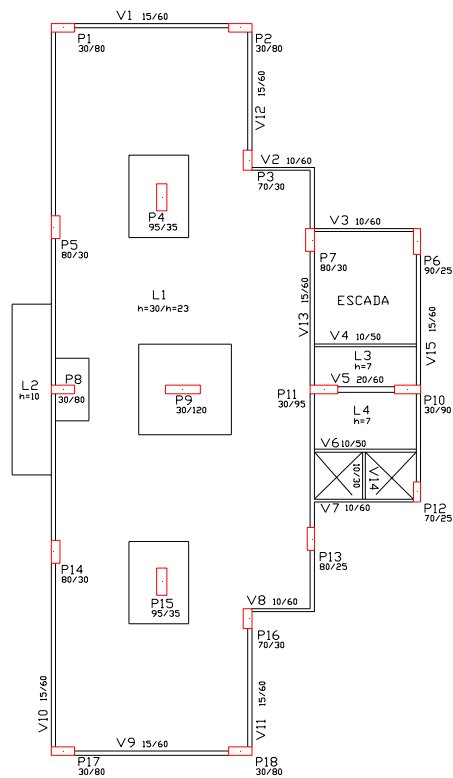


Figura 4 - Estrutura com laje lisa nervurada

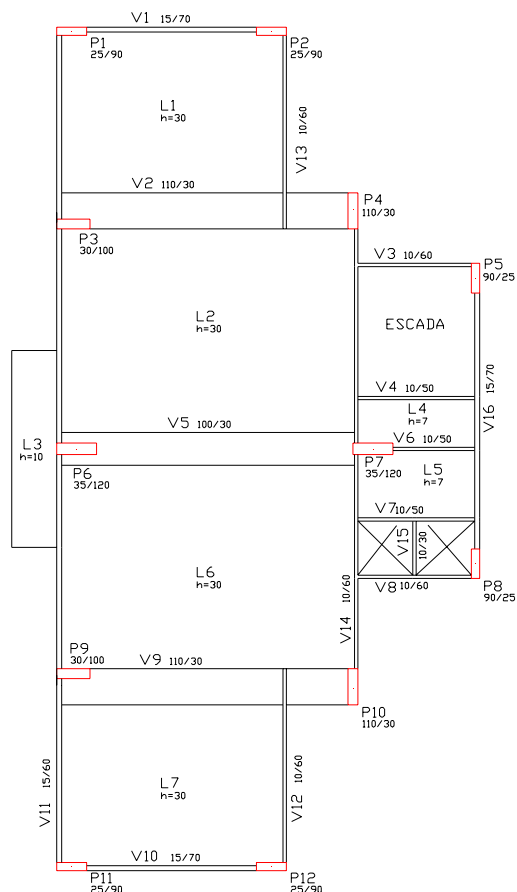


Figura 5 - Estrutura com vigas-faixa protendidas

5 ESTRUTURA COM LAJE LISA NERVURADA

Esta alternativa apresenta-se como a tendência do projeto estrutural (figura 4). Foi concebida com laje nervurada, pois com laje maciça o consumo aumenta bastante. Foram analisadas lajes com caixotes e lajes com tijolos.

Com o uso mais freqüente das lajes lisas, observou-se que a utilização de vigas nas bordas do pavimento traziam uma série de vantagens, sem com isso prejudicar o conceito da ausência de recortes na forma do pavimento:

- não prejudicam a arquitetura;
- formam pórticos para resistir aos esforços laterais;
- impedem deformações excessivas nos bordos;
- eliminam a necessidade de verificação de punção em alguns pilares.

As estruturas com lajes lisas apresentam como vantagens:

- as formas apresentam uma superfície contínua, com recortes apenas nas ligações com os pilares, o que simplifica a execução e a retirada das formas e diminui o consumo de madeira e a mão-de-obra;

- facilidade na concretagem e maior reaproveitamento de forma;
- menor tempo de execução, diminuindo custos financeiros;
- maior versatilidade devida à ausência de vigas; oferece ampla liberdade na definição dos espaços internos;
- economia nas instalações, já que o projeto e a execução são facilitados, pois diminui a quantidade de curvas e elimina a perfuração de vigas.

Algumas desvantagens são:

- menor rigidez da estrutura às ações laterais, devido ao número reduzido de pórticos; em certos casos necessita-se da presença de núcleos rígidos ou de paredes estruturais;
- possibilidade do puncionamento da laje pelos pilares;
- armação um pouco complicada, principalmente na região dos pilares;
- maior consumo de aço e de concreto.

Outras características desta alternativa estrutural são:

- as regiões adjacentes aos pilares internos são concretadas maciçamente, formando os chamados capitéis embutidos;
- $f_{ck}=35\text{MPa}$ para vigas e pilares e $f_{ck}=25\text{MPa}$ para lajes; essa alteração do valor do f_{ck} para as lajes deve-se ao aumento das deformações e dos esforços solicitantes.

6 ESTRUTURA COM LAJE LISA PROTENDIDA

Nesta opção foi utilizada protensão com monocordoalhas engraxadas, que se apresenta como excelente opção para edifícios, por sua praticidade e simplicidade (figura 5). Trata-se de um sistema recente no Brasil, mas de eficiência comprovada há muito tempo nos Estados Unidos.

A estrutura foi concebida com vigas-faixa protendidas, embutidas nas lajes nervuradas. Pode-se citar como vantagens deste sistema:

- o pavimento não apresenta recortes, pelo fato das vigas serem embutidas, ou seja, tem características de laje lisa; menor número de pilares e de fundações;
- ausência de pilares internos, que permite liberdade na definição dos espaços internos, o que acarreta grandes vantagens comerciais;
- facilidade no transporte e no desenrolamento das cordoalhas;
- ausência de operação de injeção de nata de cimento;
- o aço já chega ao canteiro protegido pela graxa e pela capa plástica;
- maior excentricidade possível (importante nas lajes finas).

Algumas desvantagens são verificadas:

- utilizado há meio século nos Estados Unidos, mas ainda está se iniciando no Brasil;
- normas brasileiras prevêm a solução, mas com restrições;

- custo da protensão ainda alto, pelo pouco volume de aplicação.

Outras características dessa alternativa são:

- nota-se que a estrutura apresenta rigidez deficiente aos esforços laterais, devido à falta de pórticos e ao baixo número de pilares; por isso as dimensões das vigas externas foram aumentadas, para fornecerem maior estabilidade ao edifício;
- $f_{ck}=35\text{MPa}$ para vigas e pilares, inclusive para as vigas-faixa, e $f_{ck}=20\text{MPa}$ para as lajes.

7 ANÁLISE DE CUSTOS

Para a composição dos custos, contou-se com a ajuda de uma renomada firma de execução de estruturas de concreto armado, com obras em vários estados: Ceará, São Paulo, Bahia e Maranhão. Pode-se ainda salientar a qualidade comprovada pelo recebimento do certificado da ISO 9002 (serviços). Essa firma construiu diversos edifícios, tendo assim experiência em todas as alternativas apresentadas neste trabalho.

A metodologia adotada foi a pesquisa no banco de dados de estruturas já executadas, da referida firma, onde se calculou o preço unitário diferenciado para cada tipo de solução estrutural. Como o preço unitário foi avaliado a partir de obras já executadas, considerou-se implicitamente características como: mão-de-obra com encargos sociais, tempo de execução, equipamentos necessários e materiais consumidos.

De acordo com os dados obtidos, o serviço de concretagem (preparo, lançamento, adensamento e cura) não apresenta diferenças significativas de preço entre os elementos estruturais (laje, viga e pilar) e nem entre os diversos sistemas estruturais; por isso o preço unitário é o mesmo.

O serviço de armação (dobramento de barras e colocação nas formas) geralmente é empreitado em função da quantidade de aço (kg), por isso seu preço unitário também não varia entre os elementos estruturais e nem entre os sistemas estruturais. Já o item formas (preparo e montagem) caracteriza bem a diferença existente entre os sistemas estruturais, variando seu preço unitário em função da facilidade de execução.

De acordo com o exposto nos itens anteriores, admitiu-se que cada alternativa tem suas peculiaridades.

Nas alternativas que utilizaram caixotes (OP2, OP5 e OP7), foi considerada a depreciação desses caixotes. Nas alternativas que utilizaram tijolos como material inerte (OP3 e OP6), também foi considerado o preço desses elementos.

Na alternativa OP4, no item preço dos pré-fabricados, já estão inclusos: vigotas treliçadas, plaquetas e blocos de EPS.

Na alternativa OP7, no custo de protensão, já estão inclusos os preços de material e de serviço.

a) Estrutura convencional com lajes maciças (OP1)**CONCRETO**

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Total (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|---------------|
| Lajes | 366,00 | 116,00 | 42.456,00 |
| Vigas | 244,60 | 126,00 | 30.819,60 |
| Pilares | 206,80 | 126,00 | 26.056,80 |
| Total | 817,40 | - | 99.332,40 |

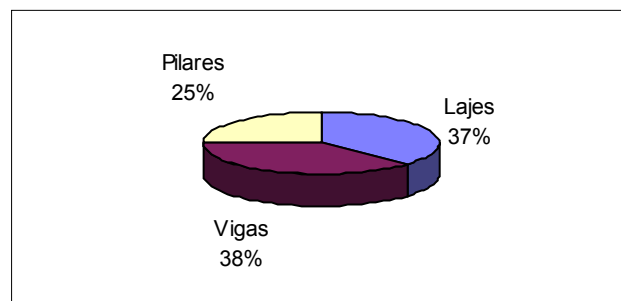
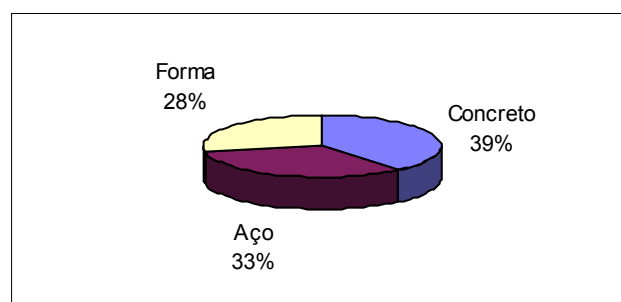
AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|---------------|--------------|
| Lajes | 18.389,00 | 1,10 | 20.227,90 |
| Vigas | 36.888,00 | 1,10 | 40.576,80 |
| Pilares | 21.277,00 | 1,10 | 23.404,70 |
| Total | 76.554,00 | - | 84.209,40 |

FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 4.234,60 | 7,50 | 31.759,50 |
| Vigas | 3.535,00 | 7,50 | 26.512,50 |
| Pilares | 1.872,00 | 7,50 | 14.040,00 |
| Total | 9.641,60 | - | 72.312,00 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 255.853,80 |
|--------------------------|-------------------|

**Custo percentual de cada elemento****Custo percentual por etapa**

b) Estrutura convencional com lajes nervuradas com caixotes (OP2)**CONCRETO**

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 326,60 | 116,00 | 37.885,60 |
| Vigas | 190,80 | 126,00 | 24.040,80 |
| Pilares | 206,80 | 126,00 | 26.056,80 |
| Total | 724,20 | - | 87.983,20 |

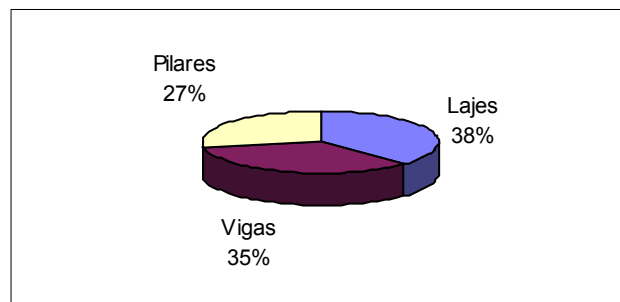
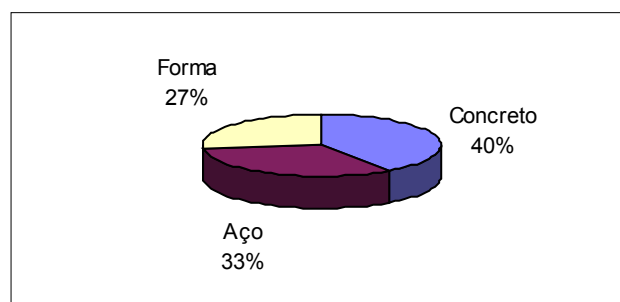
AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|---------------|--------------|
| Lajes | 14.704,00 | 1,10 | 16.174,40 |
| Vigas | 30.253,00 | 1,10 | 33.278,30 |
| Pilares | 19.384,00 | 1,10 | 21.322,40 |
| Total | 64.341,00 | - | 70.775,10 |

FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 4.327,00 | 6,50 | 28.125,50 |
| Vigas | 2.773,80 | 6,50 | 18.029,70 |
| Pilares | 1.872,00 | 6,50 | 12.168,00 |
| Total | 8.972,80 | - | 58.323,20 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 217.081,50 |
|--------------------------|-------------------|

**Custo percentual por elemento****Custo percentual por etapa**

c) Estrutura convencional com lajes nervuradas com tijolos (OP3)**CONCRETO**

| | Qte. (m ³) | P.Unit.(R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|--------------|--------------|
| Lajes | 353,00 | 116,00 | 40.948,00 |
| Vigas | 190,80 | 126,00 | 24.040,80 |
| Pilares | 206,80 | 126,00 | 26.056,80 |
| Total | 750,60 | - | 91.045,60 |

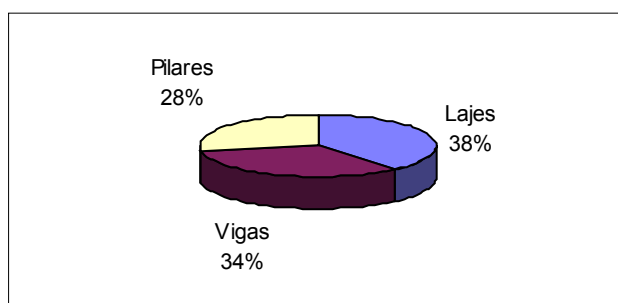
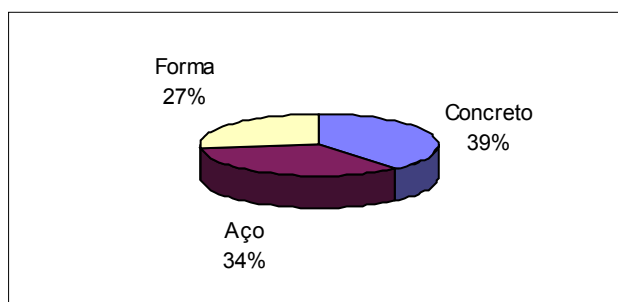
AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit.(R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|--------------|--------------|
| Lajes | 17.280,00 | 1,10 | 19.008,00 |
| Vigas | 31.515,00 | 1,10 | 34.666,50 |
| Pilares | 22.462,00 | 1,10 | 24.708,20 |
| Total | 71.257,00 | - | 78.382,70 |

FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 4.327,00 | 7,00 | 30.289,00 |
| Vigas | 2.773,80 | 7,00 | 19.416,60 |
| Pilares | 1.872,00 | 7,00 | 13.104,00 |
| Total | 8.972,80 | - | 62.809,60 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 232.237,90 |
|--------------------------|-------------------|

**Custo percentual por elemento****Custo percentual por etapa**

d) Estrutura convencional com lajes com nervuras pré-fabricadas (OP4)**CONCRETO**

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 337,28 | 116,00 | 39.124,48 |
| Vigas | 190,80 | 126,00 | 24.040,80 |
| Pilares | 206,80 | 126,00 | 26.056,80 |
| Total | 734,88 | - | 89.222,08 |

AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P. Total (R\$) |
|---------|-----------|---------------|----------------|
| Lajes | 12.620,00 | 1,10 | 13.882,00 |
| Vigas | 30.523,00 | 1,10 | 33.575,30 |
| Pilares | 19.965,00 | 1,10 | 21.961,50 |
| Total | 63.108,00 | - | 69.418,80 |

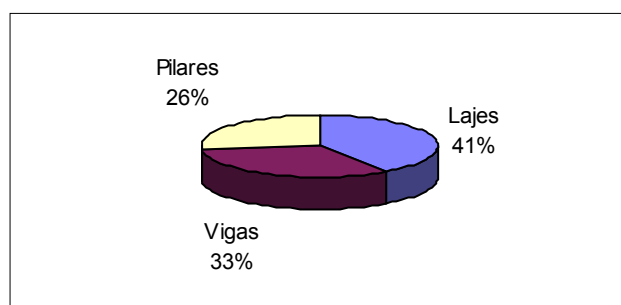
FORMA

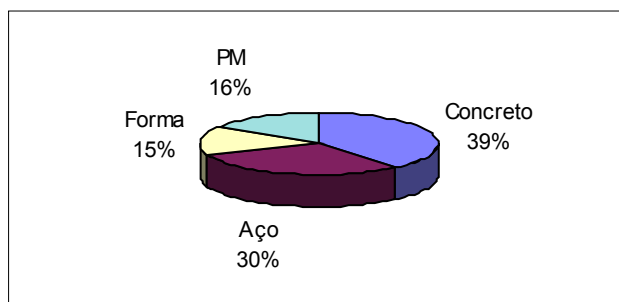
| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 567,00 | 6,50 | 3.685,50 |
| Vigas | 2.773,80 | 6,50 | 18.029,70 |
| Pilares | 1.872,00 | 6,50 | 12.168,00 |
| Total | 5.212,80 | - | 33.883,20 |

PRÉ-FABRICADOS

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|-------|------------------------|---------------|--------------|
| Total | 4.000,00 | 8,90 | 35.600,00 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 228.124,10 |
|--------------------------|-------------------|

**Custo percentual por elemento.**



Custo percentual por etapa.

e) Estrutura com laje lisa nervurada com caixote (OP5)

CONCRETO

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 483,40 | 119,00 | 57.524,60 |
| Vigas | 139,00 | 126,00 | 17.514,00 |
| Pilares | 260,40 | 126,00 | 32.810,40 |
| Total | 882,80 | - | 107.849,00 |

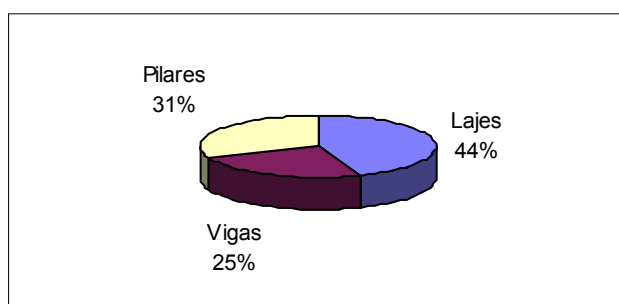
AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|---------------|--------------|
| Lajes | 20.112,00 | 1,10 | 22.123,20 |
| Vigas | 26.860,00 | 1,10 | 29.546,00 |
| Pilares | 24.857,00 | 1,10 | 27.342,70 |
| Total | 71.829,00 | - | 79.011,90 |

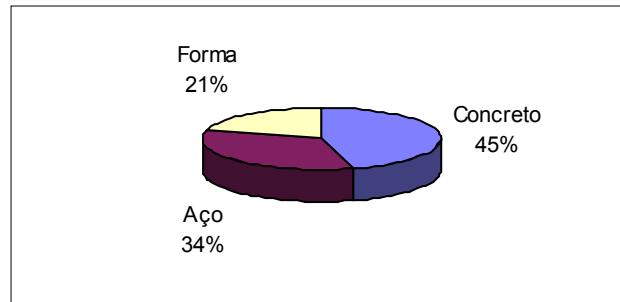
FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 4.415,00 | 5,50 | 24.282,50 |
| Vigas | 2.200,40 | 5,50 | 12.102,20 |
| Pilares | 2.281,00 | 5,50 | 12.545,50 |
| Total | 8.896,40 | - | 48.930,20 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 235.791,10 |
|--------------------------|-------------------|



Custo percentual por elemento



Custo percentual por etapa

f) Estrutura com laje lisa nervurada com tijolos (OP6)

CONCRETO

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 498,20 | 119,00 | 59.285,80 |
| Vigas | 139,00 | 126,00 | 17.514,00 |
| Pilares | 260,40 | 126,00 | 32.810,40 |
| Total | 897,60 | - | 109.610,20 |

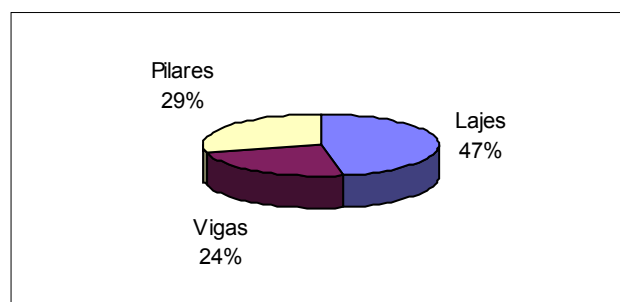
AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|---------------|--------------|
| Lajes | 28.408,00 | 1,10 | 31.248,80 |
| Vigas | 27.186,00 | 1,10 | 29.904,60 |
| Pilares | 22.918,00 | 1,10 | 25.209,80 |
| Total | 78.512,00 | - | 86.363,20 |

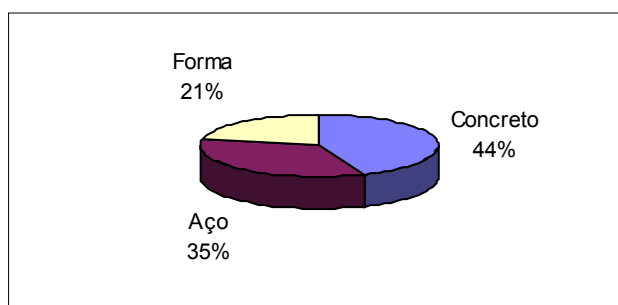
FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 4.415,00 | 6,00 | 26.490,00 |
| Vigas | 2.200,40 | 6,00 | 13.202,40 |
| Pilares | 2.281,00 | 6,00 | 13.686,00 |
| Total | 8.896,40 | - | 53.378,40 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 249.351,80 |
|--------------------------|-------------------|



Custo percentual por elemento



Custo percentual por etapa

g) Estrutura com vigas-faixa com protensão (OP7)

CONCRETO

| | Qte. (m ³) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 335,60 | 116,00 | 38.929,60 |
| Vigas | 284,20 | 126,00 | 35.809,20 |
| Pilares | 195,20 | 126,00 | 24.595,20 |
| Total | 815,00 | - | 99.334,00 |

AÇO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|-----------|---------------|--------------|
| Lajes | 12.520,00 | 1,10 | 13.772,00 |
| Vigas | 32.234,00 | 1,10 | 35.457,40 |
| Pilares | 23.210,00 | 1,10 | 25.531,00 |
| Total | 67.964,00 | - | 74.760,40 |

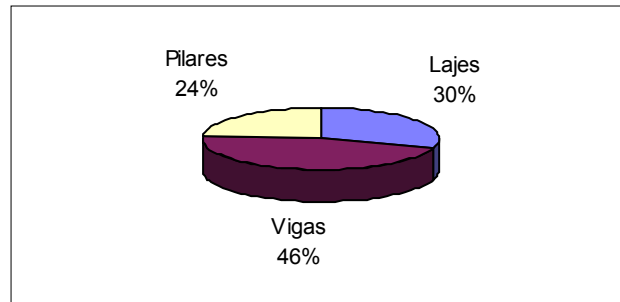
FORMA

| | Qte. (m ²) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|---------|------------------------|---------------|--------------|
| Lajes | 3.963,20 | 5,50 | 21.797,60 |
| Vigas | 2.717,60 | 5,50 | 14.946,80 |
| Pilares | 1.751,00 | 5,50 | 9.630,50 |
| Total | 8.431,80 | - | 46.374,90 |

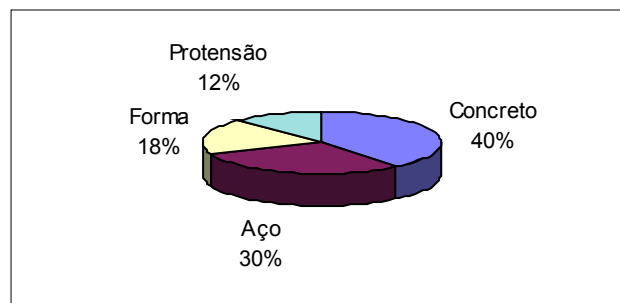
CUSTO PROTENSÃO

| | Qte. (kg) | P.Unit. (R\$) | P.Tot. (R\$) |
|-------|-----------|---------------|--------------|
| Total | 8.062,60 | 3,86 | 31.121,64 |

| | |
|--------------------------|-------------------|
| CUSTO TOTAL (R\$) | 251.590,94 |
|--------------------------|-------------------|



Custo percentual por elemento



Custo percentual por etapa

8 COMPARATIVO DE CUSTOS

A tabela 1 e a figura 6 indicam os custos totais de todas as alternativas consideradas, detalhados no item anterior.

Tabela 1 - Tabela comparativa de custos (R\$)

| OP1 | OP2 | OP3 | OP4 | OP5 | OP6 | OP7 |
|----------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 255.853 | 217.081 | 232.237 | 228.124 | 235.791 | 249.351 | 251.590 |
| (+17,9%) | (1) | (+7,0%) | (+5,1%) | (+8,6%) | (+14,9%) | (+15,9%) |

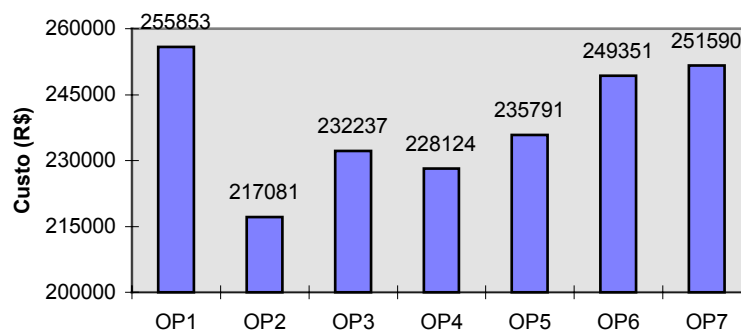


Figura 6 - Custo global

9 FUNDAÇÕES

De posse dos resultados indicados anteriormente, restou a dúvida de como se comportariam as diferenças de custo, em termos percentuais, com a inclusão das fundações. Esse questionamento surge devido às diferenças existentes entre os pesos totais das estruturas adotadas e da quantidade diferente de pilares entre as alternativas.

Conforme sugestão do Professor AOKI³ (1998), admitiu-se que o solo tinha uma tensão admissível de 0,35 MPa e que se indicavam fundações diretas sobre sapatas; as sapatas foram dimensionadas em função apenas das cargas verticais e foi utilizado um $f_{ck}=35\text{MPa}$. Essas simplificações foram baseadas no fato do presente trabalho ser apenas um estudo comparativo.

A tabela 2 ilustra comparativamente os custos com as fundações.

Tabela 2 - Tabela comparativa de custos com fundações (R\$)

| OP1 | OP2 | OP3 | OP4 | OP5 | OP6 | OP7 |
|----------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 273.812 | 233.268 | 250.619 | 244.758 | 253.134 | 267.279 | 270.953 |
| (+17,4%) | (1) | (+7,4%) | (+4,9%) | (+8,5%) | (+14,6%) | (+16,1%) |

Observa-se que com a inclusão das fundações, os custos das opções aumentaram aproximadamente entre 7% e 8%. Verifica-se, ainda, que as diferenças entre os custos das opções, em termos percentuais, não se alteraram significativamente com a inclusão das fundações.

³ AOKI, N. (1998). (USP. Escola de Engenharia de São Carlos). Comunicação pessoal.

10 CONCLUSÕES

Ao se avaliarem os custos de uma alternativa estrutural, não se deve levar em consideração somente os consumos de materiais, e sim todos os aspectos pertinentes ao processo construtivo, tais como: mão-de-obra, tempo de execução, recursos e materiais necessários. Para uma avaliação mais completa, deve-se fazer, também, uma análise das implicações que cada alternativa acarreta nas instalações, nas alvenarias e nos tipos de forro.

A estrutura convencional com lajes maciças (OP1) apresentou o maior custo, e a grande quantidade de vigas dificulta a execução e prejudica a arquitetura. O uso desse sistema estrutural deve ser restringido a casos específicos.

A estrutura convencional com lajes nervuradas utilizando caixotes (OP2) foi a mais econômica, apresentando uma redução de 15,1% em relação à alternativa OP1. Esse sistema estrutural é muito recomendado para edifícios similares ao edifício-exemplo, e vem sendo muito utilizado na maioria das cidades brasileiras.

A estrutura convencional com lajes nervuradas utilizando tijolos (OP3) apresentou uma redução de 9,2% em relação à alternativa OP1. Tem a vantagem do teto pronto, não necessitando de forro.

A estrutura convencional com lajes nervuradas utilizando pré-fabricados (OP4) apresentou uma redução de 10,8% em relação à alternativa OP1, tendo como vantagens: teto pronto e rapidez de execução.

As estruturas com laje lisa (OP5 e OP6) apresentaram uma redução de custos em relação à alternativa OP1 de: 7,8% (caixotes, OP5) e 2,5% (tijolos, OP6). Essas alternativas trazem a vantagem da grande flexibilidade do pavimento, devido à ausência de vigas internas. Essa flexibilidade é muito indicada para edifícios que necessitem de variações de paginação entre os apartamentos, edifícios sofisticados com um único apartamento por pavimento ou edifícios com pavimentos muito distintos, como por exemplo hospitais e empresas.

A estrutura utilizando protensão (OP7), embora apresente uma redução de apenas 1,7% em relação à alternativa OP1, é um sistema estrutural bastante promissor, pela flexibilidade dos pavimentos e pelo número reduzido de pilares. Há uma tendência de diminuição dos custos de protensão (que representaram 12% do custo total), caso haja maior utilização desse sistema. Ele pode ser bastante competitivo para pavimentos com grandes vãos, sem colunas intermediárias, permitindo grande flexibilidade de utilização e “layouts” variados.

Muitos construtores argumentam que a flexibilidade do pavimento, apresentada nas alternativas OP5, OP6 e OP7, é um forte apelo comercial para a venda das unidades, já que facilita ao proprietário modificações no seu imóvel.

Nas duas alternativas em que os caixotes foram substituídos por tijolos (OP2→OP3 e OP5→OP6), o custo subiu em média 6%.

Nas estruturas sem recortes (OP5, OP6 e OP7), o custo das formas foi aproximadamente 20% do custo total, enquanto que nas estruturas com recortes (OP1, OP2 e OP3) o custo da forma foi de aproximadamente 30% do custo total, com exceção da alternativa utilizando lajes pré-fabricadas (OP4), em que o custo da forma foi de apenas 15% do custo total.

Observou-se que, com a inclusão das fundações, as diferenças percentuais entre os custos das alternativas não apresentaram variações significativas. Isso

porque em todas as alternativas o acréscimo dos custos teve pequena variação, ficando entre 7% e 8% aproximadamente.

Por fim, volta-se a repetir que a escolha do sistema estrutural depende de muitas variáveis; algumas fogem da competência do engenheiro de estruturas, inclusive. Há ainda o aspecto em que o projeto de arquitetura pode inviabilizar um determinado sistema estrutural, devido a suas particularidades e imposições. Por isso, este trabalho não tem a intenção de generalizar os resultados aqui apresentados, mas se bem extrapolados podem auxiliar na estruturação de edifícios semelhantes.

11 AGRADECIMENTOS

À CAPES e à FAPESP, pelas bolsas de mestrado. Ao Escritório Dácio Carvalho Projetos Estruturais, que cedeu as plantas do edifício-exemplo.

12 BIBLIOGRAFIA

AALAMI, B.O. (1989). Design of post-tension floor slabs. **Concrete International: Design & Construction**. American Concrete Institute.

AALAMI, B.O. (1990). Load balancing. **ACI Structural Journal**. Technical Paper.

ALBUQUERQUE, A.T. (1999). **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NB-599/87 - Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). **NB-1/78 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1997). **Texto para revisão da NB-1 e comentários**.

BARBIRATO, C.B.C. (1996). **Contribuições à análise de pavimento de edifício em laje nervurada**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CORRÊA, M.R.S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de edifícios**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FIGUEIREDO FILHO, J.R. (1989). **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FRANCA, A.B.M.; FUSCO, P.B. (1997). **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo, AFALA & ABRAPEX.

ANÁLISE ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIOS ENTERRADOS DE ARGAMASSA ARMADA COM TELAS DE AÇO SOLDADAS

Dálim Gomes Paniago¹ & João Bento de Hanai²

Resumo

O presente trabalho pretende contribuir para aumentar o conhecimento acerca do comportamento estrutural da membrana de argamassa armada em piscinas e reservatórios. Foram realizadas simulações numéricas por computador com o intuito de se investigar o comportamento da membrana quando submetidas à ação da água, de recalques e de variações de temperatura. A influência das dimensões da estrutura e da resistência da argamassa também foram analisadas. São discutidos estes e outros aspectos relacionados à fase de projeto. O trabalho apresenta ainda breves comentários sobre a etapa de construção, bem como alguns cuidados necessários para a garantia de um material de boa qualidade. Tendo em vista a obtenção de uma estrutura durável e com bom desempenho, é preciso que cada equipe de trabalho tenha um palavra de ordem: aos projetistas, detalhamento; aos construtores, controle; à mão-de-obra, conscientização.

Palavras-chave: piscinas; reservatórios de água; argamassa armada.

1 INTRODUÇÃO

No início da década de 60, tendo em vista as iniciativas pioneiras do Prof. Frederico Schiel, da Escola de Engenharia de São Carlos, começou-se a aplicar a tecnologia de projeto e execução de reservatórios enterrados e piscinas de argamassa armada.

A idéia fundamental é construir no terreno escavado e estabilizado uma membrana impermeável de argamassa armada, capaz de suportar pequenos recalques e acomodações do solo. Para evitar a inconveniência de subpressões, providencia-se um sistema de drenagem constituído por uma camada de areia e pedra britada e tubos furados como coletores. A membrana de argamassa armada pode ser executada no local ou constituída por placas pré-moldadas.

Apesar de muitas obras terem sido construídas com essa tecnologia, todo o conhecimento acerca dela está fundamentado sobre bases empíricas, sem o estabelecimento de uma metodologia que permita a elaboração de projetos, programas de execução, uma melhor avaliação dos riscos envolvidos e uma maior confiabilidade do sistema construtivo.

¹ Mestra em Engenharia de Estruturas - EESC-USP, dalimgp@hotmail.com

² Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jbhantai@sc.usp.br

Dentre os aspectos fortemente marcados pelo empirismo constam:

- determinação da profundidade de escavação, da inclinação dos taludes e do sistema de drenagem;
- composição dos materiais constituintes da argamassa e quantidade de armadura;
- técnicas de construção, referentes principalmente ao lançamento, adensamento e cura da membrana de argamassa.

Além disso, não existem metodologias estabelecidas para:

- avaliar as deformações e a capacidade de acomodação da membrana de argamassa armada;
- relacionar a durabilidade e a vida útil às propriedades dos materiais empregados, aos procedimentos de projeto e às técnicas de execução e manutenção;
- avaliar os esforços solicitantes na membrana de argamassa armada e dimensioná-la.

2 ESTUDO DO SOLO

O estudo da estabilidade de taludes constitui uma das primeiras tarefas de organização metodológica para o projeto e a execução de piscinas e reservatórios.

Para o trabalho em questão interessa-nos pesquisar acerca dos taludes artificiais, pois são eles que podem fazer parte das piscinas e reservatórios enterrados. Os taludes artificiais adequam-se melhor às teorias desenvolvidas para análise da estabilidade por apresentar uma maior homogeneidade quando comparados aos taludes naturais.

Atuar sobre os mecanismos instabilizadores é a idéia fundamental dos projetos de estabilização de taludes. Como exemplo de mecanismos instabilizadores pode-se citar a percolação de água pelo maciço, a erosão e os escorregamentos.

Um talude é considerado estável se possuir um fator de segurança maior que 1. No entanto, as tensões atuantes e resistentes podem ser alteradas com o tempo. Dessa forma, nota-se que a avaliação da estabilidade de taludes depende diretamente do conhecimento de fenômenos que podem induzir a situações críticas, além das propriedades mais significativas dos materiais em estudo, que são o ângulo de atrito e a coesão. No entanto, estes parâmetros do solo podem variar com uma série de fatores, tais como a faixa de carregamento aplicada ao solo, o tipo de ensaio efetuado e o histórico de tensões experimentado pelo solo, dentre outras condições.

O fato de existir um grande número de parâmetros envolvidos, interagindo entre si, evidencia a impossibilidade de uma avaliação precisa da estabilidade de um talude. Porém, uma avaliação quantitativa pode conduzir a um valor relativo, que auxilia na compreensão do comportamento e da sensibilidade de um talude face às mudanças de parâmetros considerados críticos.

A análise por meio do *método do equilíbrio-limite* é a mais difundida atualmente, pois a análise do talude não deve ser mais complexa que o nível de conhecimento acerca dele.

O equilíbrio-limite baseia-se na teoria da plasticidade e tem como hipóteses:

— existe uma linha de escorregamento de forma definida, seja ela plana, circular, espiral-logarítmica ou mista. Acima dessa linha está a porção instável do solo, que se movimenta como corpo rígido sob a ação da gravidade;

— o material disposto ao longo da linha de escorregamento respeita um critério de resistência, sendo o mais utilizado o de Mohr-Coulomb.

A idéia básica do método consiste em admitir que as forças instabilizadoras são *exatamente* balanceadas pelos esforços resistentes. Portanto, a condição limite corresponde a um fator de segurança igual a 1. Simplificadamente, pode-se fazer uma analogia com um bloco apoiado sobre um plano de inclinação i (vide Figura 1).

O esforço resistente é :

$$R = \tau \cdot A \quad (1)$$

onde:

τ - resistência ao cisalhamento ($\tau = c + \sigma \cdot \text{tg } \phi$)

A - área da seção de contato bloco-plano

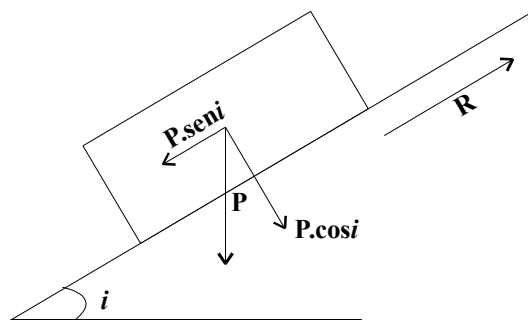


Figura 1 - Relação de forças na análise de equilíbrio-limite [GUIDICINI & NIEBLE (1976)]

Supondo não existir coesão, a obtenção do fator de segurança pode ser equacionada da seguinte forma:

$$\sigma = (P \cdot \cos i) / A$$

$$\tau = \sigma \cdot \text{tg } \phi$$

$$\tau = [(P \cdot \cos i) / A] \cdot \text{tg } \phi$$

$$R = \tau \cdot A = [(P \cdot \cos i) / A] \cdot \text{tg } \phi \cdot A = P \cdot \cos i \cdot \text{tg } \phi$$

$$FS = R / (P \cdot \text{sen } i)$$

$$FS = (P \cdot \cos i \cdot \text{tg } \phi) / (P \cdot \text{sen } i)$$

$$FS = \text{tg } \phi / \text{tg } i$$

(2)

Na condição limite ($FS = 1$), ou seja $\phi = i$. Esta é uma análise bastante simplificada. Na verdade, é preciso conhecer as limitações do método e adotar fatores de segurança.

Uma deficiência deste método é ignorar a relação tensão/deformação do solo.

Há diversos métodos de análise de estabilidade de taludes baseados no equilíbrio-limite. Cada método adota um tipo de ruptura: circular, plana ou em cunha. Pode-se citar o Método de Culmann, o Método das Cunhas, o Método do Círculo de Atrito ou de Taylor e o Método das Lamelas como exemplos. Dentre estes, O Método de Culmann é particularmente interessante para o estudo em questão, uma vez que possibilita calcular diretamente a altura máxima para um talude vertical, construído em determinado solo, com um fator de segurança pré-determinado, através da seguinte expressão:

$$H_{\max} = \frac{4 \cdot c_m \cdot \operatorname{sen} i \cdot \cos \phi_m}{\gamma \cdot [1 - \cos(i - \cos \phi_m)]} \quad (3)$$

2.1 Camada de filtro

A membrana de argamassa armada tem por finalidade básica a impermeabilização do terreno, impedindo a perda de água da piscina ou reservatório. Se ela for disposta diretamente sobre o solo, a percolação de água neste último pode provocar o aparecimento de subpressões que solicitam a membrana. Para evitar que isto aconteça, dispõe-se uma camada de material drenante sob a membrana.

O dreno tem a função de filtro, ou seja, permitir a livre passagem da água sem que haja um deslocamento das partículas de solo. Portanto, um filtro deve atender a duas condições básicas.

A primeira delas refere-se à permeabilidade: os vazios existentes entre as partículas do filtro devem ser grandes o suficiente para resultar em um coeficiente de permeabilidade maior que o do solo local. Assim, eles permitirão a livre drenagem da água e o controle das forças de percolação.

A segunda condição diz respeito à granulometria adequada para evitar o desenvolvimento de erosão interna: as partículas do filtro devem ser suficientemente pequenas, a fim de evitar o carreamento de partículas de solo para dentro do filtro, provocando a sua colmatação e a desagregação do solo local.

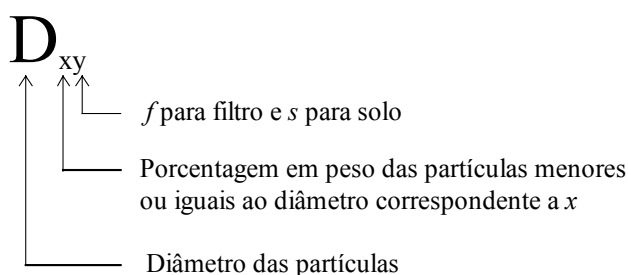
Além destes dois critérios, é recomendável que a curva granulométrica do filtro se assemelhe à do solo.

Visando o atendimento de tais restrições, Terzaghi estipulou o seguinte³:

$$D_{15f} \begin{cases} < 4 \text{ a } 5 D_{85s} \\ > 4 \text{ a } 5 D_{15s} \end{cases} \quad (4)$$

onde:

³ O fator 4 aplica-se a materiais de filtro tais como areias artificiais e brita.



Uma alternativa para a execução do filtro seria o uso de mantas geotêxteis. Estas mantas seriam diretamente dispostas no terreno e, sobre elas, colocar-se-ia uma camada de brita. A granulometria dessa camada não estaria necessariamente relacionada à granulometria do solo. Apesar de ser uma alternativa bastante prática, poderia resultar em custo elevado. Provavelmente, elas seriam competitivas em regiões onde não houvesse disponibilidade de material para a construção do filtro. No entanto, é preciso lembrar a grande facilidade e rapidez de execução proporcionadas pelo uso de tais mantas — o que, em outras palavras, significa economia no custo da mão-de-obra.

Uma terceira alternativa para a montagem do dreno seria a utilização de um sistema pré-fabricado denominado “Multidren”⁴. Este sistema associa um núcleo drenante de polietileno de alta densidade ao geotêxtil Bidim, que o envolve. O primeiro é responsável pelo rápido escoamento da água, enquanto o segundo protege-o da invasão de partículas de solo que prejudicariam sua função. As principais vantagens do sistema também são a rapidez e facilidade de execução.

3 MATERIAIS COMPONENTES DA MEMBRANA

A membrana de argamassa armada pode ser dividida basicamente em dois componentes: a argamassa e a armadura.

A garantia das qualidades desejadas para a argamassa depende dos seus materiais constituintes, bem como do seu processo de execução.

Duas importantes relações de composição da argamassa são: água/cimento e pasta/agregado. A primeira delas não influi somente nas propriedades da argamassa fresca, tais como consistência e trabalhabilidade, mas também naquelas relativas ao material endurecido. Uma dessas propriedades é a resistência mecânica da argamassa, que diminui à medida que se aumenta a proporção de água na mistura. Além dela, propriedades de deformação, bem como propriedades físicas e químicas da argamassa, são diretamente influenciadas pela relação água/cimento.

A argamassa é o material que dá corpo aos elementos, pois ocupa a maior parte do seu volume. Como tal, ela não está sujeita somente a danos de origem mecânica, mas sofre também o ataque de agentes químicos. Esse tipo de ataque

⁴ Sistema fabricado e fornecido pela Rhodia-Ster.

atua deteriorando o material e, portanto, reduzindo a sua vida útil. Em função disso, espera-se que a argamassa apresente desempenho satisfatório com relação a:

- a) apresentar resistência mecânica e rigidez suficientes para suportar os esforços atuantes sem apresentar grandes deformações;
- b) possuir elevada compacidade, a fim de evitar a passagem de líquidos e gases para o seu interior, o que provoca a corrosão da armadura;
- c) ser estável física e quimicamente, fazendo com que os efeitos decorrentes de retração, fluência e variações volumétricas permaneçam dentro de limites aceitáveis;
- d) possuir resistência à abrasão.

A retração é um fenômeno particularmente importante no estudo da argamassa armada, uma vez que os elementos desse material, em virtude da sua pequena espessura, possuem uma grande superfície exposta ao meio ambiente. Isto provoca uma maior susceptibilidade do material aos efeitos da retração, dentre os quais inclui-se a fissuração da argamassa, podendo provocar uma diminuição da proteção da armadura contra a corrosão. Percebe-se, portanto, a grande importância do combate à retração da argamassa, através de uma cura cuidadosa e da utilização de valores mais baixos para o teor de cimento e para a relação água/cimento.

A durabilidade é um importante aspecto a ser considerado ao se projetar e construir uma estrutura. Diversas causas podem influir negativamente na durabilidade das argamassas. Tais causas podem ser físicas ou químicas. Entre as primeiras estão a fissuração e o desgaste superficial da argamassa. A fissuração pode ser provocada por alterações de volume — devidas a gradientes térmicos ou à pressão de cristalização de sais nos poros —, carregamento estrutural ou exposição a temperaturas extremas — como nos casos de congelamento ou fogo. Lixiviação da pasta de cimento por soluções ácidas, reações expansivas envolvendo ataque por sulfato, reações álcali-agregado e corrosão das armaduras são causas químicas que provocam efeitos deletérios à argamassa.

Na realidade, causas físicas e químicas não ocorrem dissociadamente, podendo, inclusive, influenciar uma à outra. Por exemplo, o surgimento de fissuras abre caminho para que os agentes químicos deletérios penetrem na argamassa.

Porosidade, composição granulométrica, absorção de água, forma, textura superficial, resistência à compressão, módulo de elasticidade e presença de substâncias deletérias são importantes características dos agregados para a tecnologia do concreto e da argamassa, pois têm influência tanto na dosagem quanto nas propriedades nos estados fresco e endurecido.

Os agregados usualmente empregados na fabricação de argamassa armada são as areias naturais, mas também podem ser utilizadas areias artificiais.

Conforme o próprio nome indica, a argamassa armada é constituída por agregados miúdos, ou seja, aqueles cujo diâmetro máximo não ultrapassa 4,8 mm. No entanto, algumas pesquisas têm mostrado bons resultados no uso de agregados classificados como grãos, mas com tamanho geralmente inferior a 9,5 mm. Este material tem sido denominado de microconcreto e apresenta vantagens como a redução do consumo de cimento, em virtude da menor área superficial de agregado por volume de concreto.

Trabalhabilidade e custo são algumas razões para a especificação de limites granulométricos. Por exemplo, areias muito grossas produzem misturas com menor

trabalhabilidade, enquanto areias muito finas provocam um aumento no consumo de água e de cimento, tornando-se anti-econômicas.

Aditivo é um material a ser misturado com a água, os agregados e os aglomerantes hidráulicos objetivando a melhoria de algumas propriedades do concreto ou da argamassa, tais como: aumentar a plasticidade da mistura sem alterar o teor de água, reduzir a exsudação e a segregação, retardar ou acelerar o tempo de pega, acelerar o desenvolvimento de resistência nas primeiras idades, diminuir o calor de hidratação, aumentar a durabilidade da argamassa ou concreto sujeito a condições específicas, aumentar a compacidade e diminuir a higroscopicidade.

As adições para concretos e argamassas que parecem ter futuro promissor são a sílica ativa e as fibras.

Uma propriedade da sílica ativa é a capacidade de consumir quase completamente o hidróxido de cálcio presente na pasta de cimento. Isto resulta numa melhoria da resistência do concreto ou argamassa ao ataque de ácidos e sulfatos. Ela pode ainda proporcionar a obtenção de resistências mecânicas elevadas (caso se utilizem aditivos redutores de água).

As fibras utilizadas como adição em concretos e argamassas podem ser metálicas (aço), sintéticas (polietileno, polipropileno, nylon, acrílico, carbono), de vidro e naturais (bambu, coco, sisal). Estas últimas não são muito utilizadas pois, por terem origem orgânica e serem atacadas pelos álcalis do cimento, conferem uma baixa durabilidade ao compósito. As fibras de aço são as mais disseminadas, tanto para aplicações estruturais quanto para as não-estruturais; os outros tipos de fibras geralmente são utilizadas em elementos cuja finalidade não é estrutural.

Comparado ao concreto comum, o concreto reforçado com fibras apresenta um melhor comportamento pós-fissuração. Isto implica em dizer que a adição de fibras não altera muito a resistência à tração do material, mas aumenta consideravelmente as deformações de ruptura à tração. Conseqüentemente, o concreto com fibras tem maior tenacidade e maior resistência ao impacto. A magnitude do acréscimo de tenacidade depende da proporção de fibras na mistura e da sua resistência ao arrancamento que, por sua vez, é influenciada pela relação comprimento/diâmetro (relação de aspecto) da fibra, pela sua forma e textura superficial. Outra vantagem da utilização de fibras reside no fato delas constituírem um eficiente meio de se combater a fissuração por retração da argamassa. O ACI 549.1R-88 afirma, inclusive, que a adição de fibras retarda o crescimento da abertura de fissuras e permite o uso de telas com maior espaçamento entre os fios.

Contudo, a introdução de fibras provoca uma perda de trabalhabilidade proporcional à sua concentração volumétrica no concreto ou argamassa. O aumento de tenacidade implica no uso de fibras com maiores relações de aspecto e em maiores quantidades. Portanto, precisa-se saber dosar o teor de fibras para se obter a tenacidade desejada com uma redução de trabalhabilidade aceitável.

Dois tipos de armadura podem constituir a argamassa armada: uma difusa, formada pelas telas de aço de pequena abertura, e outra discreta, formada por fios e barras de aço de pequeno diâmetro.

A função da armadura difusa é resistir aos esforços de tração, limitar a abertura de fissuras e proporcionar uma configuração de fissuras pouco espaçadas. A armadura discreta visa suprir, de forma localizada, a necessidade de seção transversal de aço para que sejam preenchidos os requisitos de segurança à ruptura e

deformações excessivas. Uma outra função deste tipo de armadura seria enrijecer e facilitar a montagem das telas que constituem a armadura difusa.

As telas empregadas em argamassa armada podem ser tecidas (com malha quadrada, retangular ou hexagonal), soldadas (com malhas quadradas ou retangulares) ou formadas a partir de chapas expandidas. A rigidez das telas soldadas facilita a montagem de superfícies planas e com curvatura simples, mas dificulta a aplicação em superfícies com curvatura dupla ou com pequenos raios.

4 COMPORTAMENTO DA MEMBRANA

A membrana de argamassa armada constituinte dos reservatórios enterrados pode estar sujeita a vários tipos de ações: mecânicas (impacto, ação hidrostática, recalques), físicas (retração, variações de temperatura) e químicas (agentes agressivos).

Tendo em vista o escopo do trabalho, são analisados aqui somente três tipos básicos de ações: hidrostática, retração da argamassa e recalque do terreno. A fim de estudar os esforços gerados por cada uma delas, são apresentadas simulações feitas com o auxílio do *software* LUSAS⁵, um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos.

A idéia central é levantar dados que permitam um conhecimento qualitativo do comportamento do material a partir de casos específicos, pois seria impraticável simular situações genéricas. Dessa forma, são tomadas as características de dois tipos de solo⁶ (areia compacta média e argila medianamente rija), estipulados dois tipos de reservatório e assumidas as características da argamassa e os valores de recalque em determinados pontos.

Por facilidade de compreensão e análise, cada ação é simulada separadamente. Como os efeitos em questão são de primeira ordem, supõe-se que o resultado final constitui-se de uma somatória dos efeitos parciais provocados por cada uma das ações.

Para simular a reação do solo e sua interação com a estrutura, considera-se a *Hipótese de Winkler*. Segundo ela, o solo pode ser representado por um meio constituído por molas, onde as pressões de contato são proporcionais aos deslocamentos. Este modelo pode ser utilizado tanto para carregamentos horizontais quanto verticais, exatamente o que ocorre no estudo em questão.

a) Comportamento da membrana sujeita à ação hidrostática

A água atua nas paredes do reservatório exercendo pressões de acordo com uma configuração triangular. Já no fundo, essa atuação corresponde a uma carregamento uniformemente distribuído. A Figura 2a mostra o esquema destas configurações. Como o sentido das forças atuantes é de dentro para fora, há uma tendência em aumentar o ângulo formado pela junção dos planos constituídos pela membrana (vide Figura 2b). Conseqüentemente, surgem esforços de tração e de flexão na região da ligação, que podem provocar a fissuração da argamassa conforme

⁵ LUSAS - versão 11.3 de fevereiro de 1995.

⁶ As características do solo foram assumidas a partir dos dados contidos na literatura.

a magnitude das tensões desenvolvidas. Por sua vez, o desenvolvimento destas tensões depende de dois fatores:

— das condições de vinculação que, para o caso em questão, corresponde ao coeficiente de reação do solo;

— da grandeza da ação, ou seja, da altura da coluna d'água atuante (correspondente, por sua vez, à profundidade do reservatório).

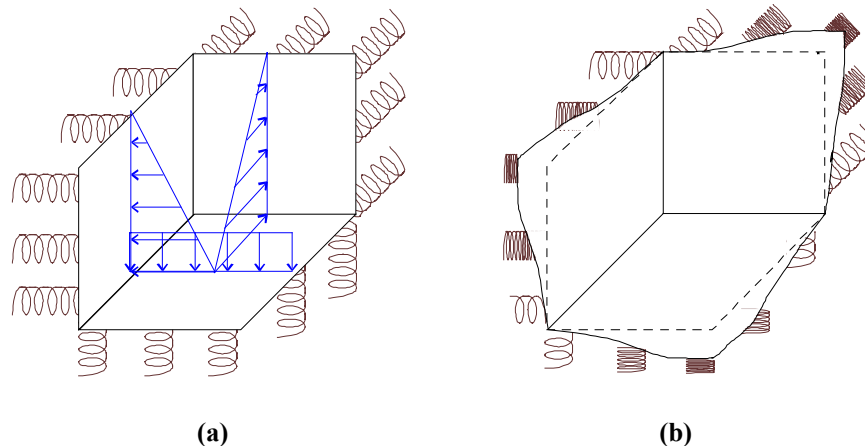


Figura 2 - (a) ação da água na membrana do reservatório; (b) deformação provocada pela ação do carregamento

b) Comportamento do maciço de solo quanto a recalques

Ao ser submetido a esforços de compressão, o solo se deforma. Denomina-se recalque o deslocamento do solo decorrente dessa deformação. Os recalques constituem-se de três parcelas: recalque imediato ou elástico, recalque primário ou por adensamento e recalque secundário ou secular.

A previsão de recalques do solo envolve uma série de parâmetros, tais como suas características e seu comportamento ao longo do tempo. Por este motivo, tal previsão é difícil e, por mais apurados que sejam os cálculos, deve ser considerada apenas como uma *estimativa*.

Em virtude do peso específico da água ser menor que o do solo, poder-se-ia supor precocemente a inexistência de recalques, pois o carregamento atual seria inferior ao pré-existente. No entanto, deve-se lembrar que o peso da cobertura dos reservatórios atuando em pilares pode provocar um recalque localizado do solo de apoio. Além disso, caso o reservatório tenha sido construído sobre aterros mal compactados ou sobre solos colapsíveis, pode ocorrer um rebaixamento localizado que poderá deixar a membrana de argamassa armada sem apoio e, portanto, sujeita a deformações superiores às previstas.

c) Comportamento à retração

A retração é um fenômeno variável no tempo e não ocorre dissociadamente da fluência. Daí decorre a dificuldade de simulação numérica.

O solo não responde de forma linear, não sendo possível adotar a hipótese de Winkler. A interação solo/estrutura se dá na forma de atrito sendo, portanto, necessária a consideração da camada de filtro anteriormente desprezada — pois o embricamento entre os agregados possivelmente reduziria a deformabilidade do apoio; dessa forma, a não consideração dessa camada trabalharia a favor da segurança.

Outro fator de influência é a presença da armadura, que também provoca uma restrição à redução de volume do material.

Devido a estes fatores, a simulação do fenômeno da retração é complexa, exigindo cautela na sua elaboração e avaliação. A fim de se estabelecer um método de análise simplificado, é preciso tentar compreender qual a tendência de comportamento da membrana quando sujeita a variações de volume.

Tomando-se o caso mais simples, ou seja, reservatórios sem taludes no fundo, a variação volumétrica produziria aproximadamente a configuração esquematizada na Figura 3a — caso a estrutura estivesse simplesmente apoiada e, portanto, livre para se contrair.

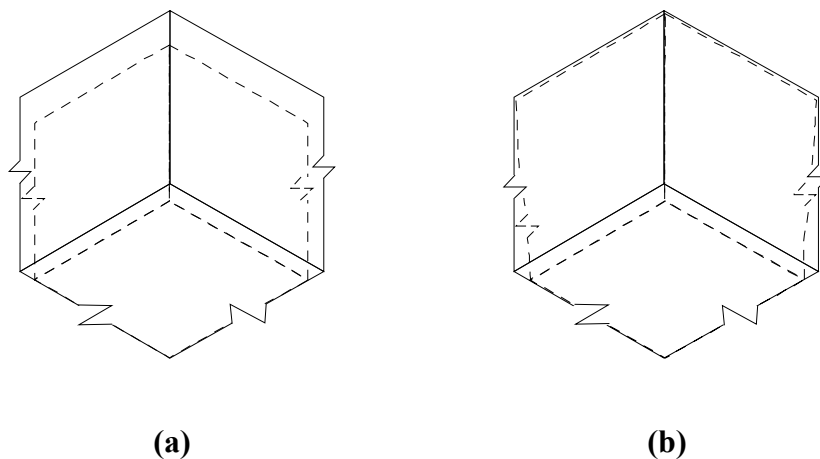


Figura 3 - Deformação da membrana sujeita a variação volumétrica uniforme (a) e diferencial entre parede e fundo (b)

Na laje de fundo alguns fatores se contrapõem a esse movimento:

- o atrito membrana/camada de regularização/filtro;
- a aderência entre esses materiais;
- o embricamento entre os agregados da membrana e da camada de regularização.

Já nas paredes, essa situação é um pouco diferente, por causa do atrito. Para a manifestação deste, é necessária a existência de uma força normal ao plano de deslizamento. No caso mais crítico, ou seja, com o reservatório vazio, inexistente essa força, pois ela seria provocada somente pela ação da água, uma vez que o peso próprio atua verticalmente. Portanto, para as paredes, a contribuição relativa ao atrito pode ser desprezada.

A consideração da aderência entre os materiais depende do modo construtivo: se as placas forem pré-moldadas, essa propriedade não se manifesta.

Há também um outro efeito do comportamento ao movimento de contração: o empenamento. Em uma placa isolada ocorreria um abaulamento, com conseqüente levantamento dos cantos. Não é o caso, pois os encontros entre as placas inibem essa tendência. Para as paredes, essa restrição é maior no fundo que no topo — porque no primeiro há uma restrição em dois planos e no segundo apenas em um.

Se houver uma variação de volume diferenciada entre as paredes e o fundo, a magnitude das restrições é ainda maior. A Figura 3b indica a possível deformação da membrana para o caso de o fundo contrair-se mais que as paredes — ocorrência comum, principalmente no caso de pré-moldagem, pois as placas das paredes já iniciaram seu processo de retração quando o fundo é moldado.

4.1 Simulações numéricas pelo Método dos Elementos Finitos

Como foi dito anteriormente, houve a necessidade de se tomar casos particulares a fim de se conhecer qualitativamente o comportamento do material. Foram estabelecidos então diferentes tipos de reservatório, de solo e de resistência da argamassa. O objetivo da escolha foi investigar a influência das dimensões e configurações do reservatório, da deformabilidade do apoio e da qualidade da argamassa no comportamento mecânico da estrutura.

A Figura 4 esquematiza os modelos de reservatório adotados. A fim de otimizar o tempo de execução do programa e melhorar a visualização dos resultados, aproveitou-se a sua simetria, tomando-se um quarto do reservatório e impondo-se condições de contorno às extremidades.

Os valores dos coeficientes de reação vertical e horizontal dos solos adotados constam na Tabela 1⁷.

Para a resistência da argamassa foram adotados dois valores: um relativamente baixo (20 MPa) e outro de 40 MPa.

A espessura especificada para a membrana foi de 2,5 cm — tendo em vista as aplicações correntes.

Levando-se em conta o tempo de execução do programa e os resultados obtidos, optou-se por dois tipos de malha: uma quadrangular, com elementos de $10 \times 10 \text{ cm}^2$, para o reservatório menor e outra de $20 \times 20 \text{ cm}^2$ para o reservatório maior — nos cantos os elementos tinham área variável, em virtude da configuração da estrutura.

⁷ Nota-se que esse coeficiente é dado em unidade de força por unidade de volume. No entanto, a entrada de dados no programa requer um coeficiente de mola definido em unidade de força por unidade de comprimento. Contornou-se tal situação multiplicando o coeficiente de reação do solo pela área do elemento.

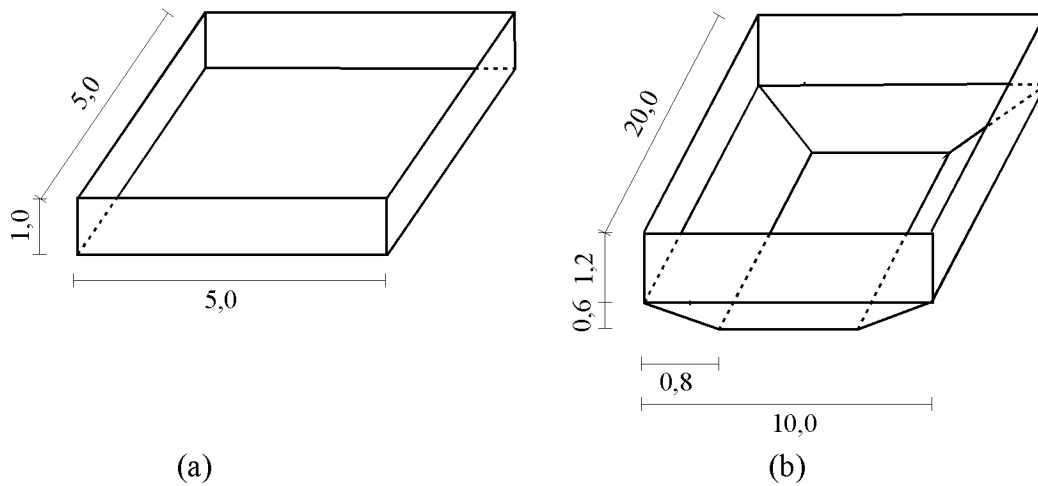


Figura 4 - Modelos de reservatórios adotados nas simulações numéricas

Tabela 1 - Coeficientes de reação do solo k (kN/cm^3)

| Solo | areia compacta média | argila medianamente rija |
|-------------------|----------------------|--------------------------|
| Reação vertical | 40×10^{-3} | $2,5 \times 10^{-3}$ |
| Reação horizontal | 7×10^{-3} | $2,5 \times 10^{-3}$ |

4.1.1 Ação hidrostática

Os deslocamentos podem ser estimados através de uma análise feita com o Método das Diferenças Finitas. A seguinte expressão define a equação diferencial de flexão para placas sob apoio elástico:

$$\nabla^4 w + \frac{k}{D} \cdot w = \frac{q}{D} \quad (4)$$

onde:

w - deslocamento nodal

k - coeficiente de mola do apoio

q - carga uniformemente distribuída

D - constante de placa $\left[D = \frac{E \cdot d^3}{12 \cdot (1 - \nu)} \right]$

O momento de fissuração, calculado segundo indicação da NBR-11.173 para o caso de seção transversal retangular, é definido pela seguinte expressão⁸:

⁸ Esta expressão considera a retração de modo simplificado, tomando-se $f_{ct} = 0,75 f_{tk}$. Ela também despreza a presença da armadura.

$$M_r = 0,25bh^2 f_{tk} \quad (5)$$

onde:

b, h: largura e espessura da placa.

f_{tk} : resistência característica à compressão da argamassa

Como está se lidando com uma estrutura em casca, os esforços são dados por unidade de comprimento. Dessa forma, o momento de fissuração a ser comparado com os resultados é:

$$M'_r = \frac{M_r}{b} \quad (6)$$

A Tabela 2 resume os valores previstos.

Tabela 2: Previsão de valores para as simulações numéricas

| | Apoio em areia | Apoio em argila |
|--------------------------------|----------------------|-------------------|
| $w_{m\acute{a}x}$ (cm) | $2,5 \times 10^{-3}$ | 0,4 |
| | $f_{ck} = 20$ Mpa | $f_{ck} = 40$ Mpa |
| f_{tk} (kN/cm ²) | 0,19 | 0,31 |
| M'_r (kN·cm/cm) | 0,297 | 0,484 |

Para o caso de deslocamentos, os resultados obtidos com o programa confirmam a previsão de valores. Mostram ainda a coerência da hipótese de apoio elástico adotada, pois os deslocamentos se alteram na mesma proporção da mudança do coeficiente de mola.

A estanqueidade é um fator de crucial importância em um reservatório. Sendo assim, a verificação da ocorrência de fissuração é fundamental. Um critério simples corresponderia a comparar os momentos fletores máximos ao momento de fissuração; caso os primeiros ultrapassassem o valor deste último, a região analisada estaria sujeita à fissuração. A Tabela 3 mostra as prováveis regiões de fissuração.

Outras observações que podem ser extraídas dos resultados são:

a) Aumentando-se a deformabilidade do solo, aumentam os esforços. Para ambos os reservatórios, os esforços praticamente duplicaram ao se utilizar as características da argila como material de apoio (o que é evidente, pois uma maior deformabilidade implica em maiores deslocamentos, ocasionando a elevação dos esforços);

b) De modo geral, os resultados levantados mostraram-se satisfatórios, vindo de encontro à expectativa de comportamento em relação ao material. Confirmou-se a pressuposta concentração de tensões nas regiões das arestas. Isto indica que, para o caso de ações hidrostáticas, essas regiões necessitam de maior quantidade de

armadura. O dimensionamento dessa armadura depende da magnitude dos esforços desenvolvidos. Estes, por sua vez, estão intimamente relacionados às dimensões do reservatório e às condições de apoio;

c) Como a alteração da qualidade da argamassa não influia na ação em si, o comportamento esperado era que as tensões permanecessem praticamente inalteradas, enquanto o valor da resistência se elevava. Isto resultaria num melhor desempenho da membrana. De fato, é pequeno o efeito do aumento do módulo de elasticidade nos esforços e deslocamentos;

d) Aumentando-se a resistência da argamassa, as áreas sujeitas à fissuração geralmente diminuem — chegando mesmo a desaparecer, conforme mostra o diagrama do reservatório menor apoiado em areia (vide Tabela 3). Pode-se inferir dessas observações que, para um reservatório de pequenas dimensões apoiado sobre solo pouco deformável, a simples elevação da resistência da argamassa poderia solucionar o problema da fissuração;

e) A relação momento máximo/momento de fissuração decresce com o aumento da resistência da argamassa. Isto indica que, mesmo ocorrendo fissuras, elas terão menor abertura sendo, portanto, menos críticas.

4.1.2 Ação hidrostática e enrijecimento da membrana

Pelo que foi visto no item anterior, somente a elevação da resistência da argamassa não é, em geral, suficiente para evitar a fissuração. Uma outra alternativa seria aumentar a espessura da membrana — talvez até mais eficiente, pois o momento fletor de fissuração varia linearmente com a resistência da argamassa, mas de forma quadrática com a variação de espessura.

No entanto, somente as regiões mais solicitadas necessitam desse enrijecimento. Por isto, a partir dos resultados obtidos anteriormente, tomou-se as regiões sujeitas à fissuração para cada caso e adotou-se espessuras maiores para elas.

Numa situação real, o aumento de espessura seria associado a um aumento do número de telas. Se houvesse um aumento mínimo de espessura, ele poderia ser insuficiente para encaixar novas telas. Outro aspecto importante diz respeito à execução: variações de espessura muito pequenas dificultariam o trabalho na obra — talvez não sendo sequer exequíveis. Por estes motivos, adotou-se uma espessura de 4,5 cm para todos os casos de enrijecimento.

Os resultados indicam que, ao contrário do que se esperava, a fissuração não deixa de ocorrer. A Tabela 4 mostra as zonas de fissuração para o caso.

Também é importante notar que a redistribuição dos esforços, ocasionada pelo enrijecimento, causa um aumento das tensões, podendo provocar fissuras na zona de ligação entre parede e talude.

O simples enrijecimento parece mostrar-se um pouco mais eficiente que o aumento da resistência da argamassa. Mas a associação de ambos reduz sensivelmente o risco de fissuração; e, mesmo esta ocorrendo, deve-se lembrar que momentos mais próximos ao momento de fissuração geram fissuras de menor abertura, desde que haja uma armadura mínima. Portanto, tal associação é mais interessante tanto do ponto de vista da durabilidade quanto da estanqueidade.

Tabela 3 - Zonas de fissuração na membrana sujeita à ação hidrostática

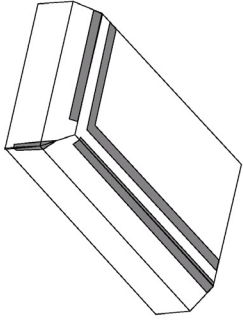
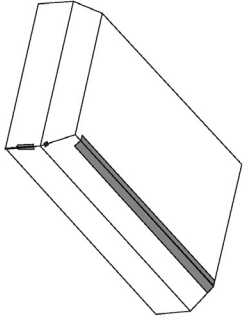
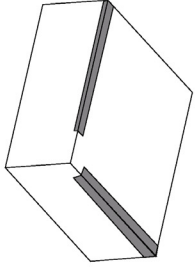
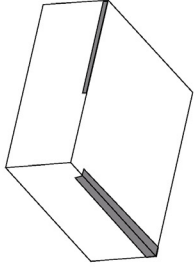
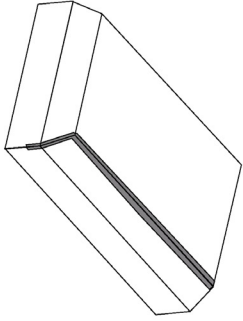
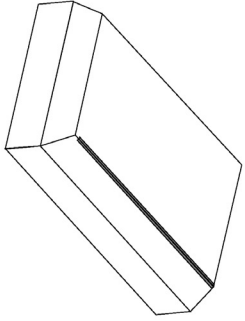
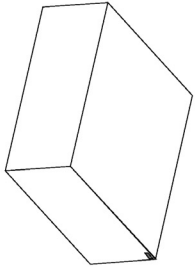
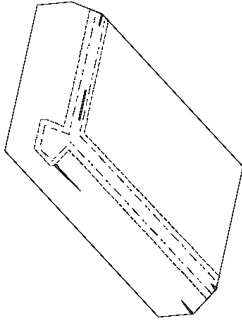
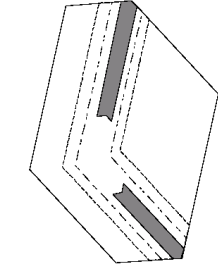
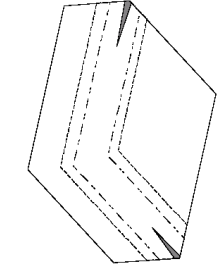
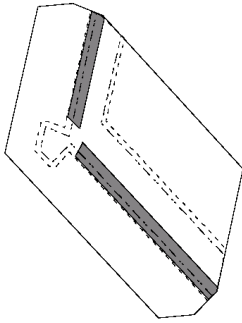
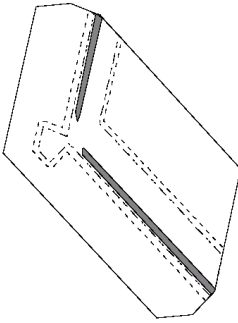
| | | |
|------------------------|---|---|
| Apoio em argila |  |  |
| |  |  |
| Apoio em areia |  |  |
| |  | (não fissura) |
| | $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ | $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ |

Tabela 4 – Zonas de fissuração na membrana enrijecida sujeita à ação hidrostática

| | | | | | |
|-----------------|---|---|--|---|--|
| Apoio em areia |  |  |  |  |  |
| | — | | | | |
| Apoio em argila | | | | | |
| | — | | | | |
| | $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ | | | | |
| | | | (não fissura) | | |
| | | | | | $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ |

4.1.3 Retração

Como dito anteriormente, a retração é um fenômeno bastante difícil de ser simulado, devido à sua ocorrência ser complexa, além de variável no tempo. Buscou-se, dentre algumas, uma alternativa que, de maneira simples, fornecesse alguns dados iniciais para a análise dos efeitos de variações volumétricas na estrutura.

A forma adotada foi aplicar à estrutura uma redução de temperatura de 15 °C. O caso mais crítico acontece quando há uma variação volumétrica diferencial. Por este motivo, aplicou-se o carregamento de temperatura apenas no fundo do reservatório⁹.

O solo não pode ser considerado como apoio elástico neste caso. A oposição ao deslocamento se deve ao atrito entre a membrana e a camada de regularização. Então, estas foram simuladas como duas cascas justapostas e interligadas. A mais externa, correspondente à regularização, possuía 1 cm de espessura e resistência à compressão igual a 8 MPa (dados correntes na prática, uma vez que essa é uma camada pobre e delgada). Para a membrana de argamassa armada foi adotada uma espessura de 2,5 cm e resistências da argamassa de 20 e 40 MPa, como nos casos anteriores. Apenas o fundo encontrava-se apoiado verticalmente (no início do capítulo já se fez alusão à necessidade de força normal para que haja atrito; com essa adoção, despreza-se a parcela correspondente à aderência entre o filtro e a camada de regularização — o que, além de não ser significativo, dificultaria a simulação numérica).

Como previsto, neste tipo de solicitação predominam os esforços axiais. Coerentemente, as zonas críticas situam-se nos cantos — pois aí se concentram as restrições ao movimento. O aumento das dimensões do reservatório causa um crescimento dessas áreas, mas não de forma proporcional — é por isso que, nas estruturas correntes de concreto armado são feitas juntas. Nota-se que, para o caso do reservatório maior com $f_{ck} = 20$ MPa, praticamente todo o fundo está sujeito à fissuração. No entanto, grande parte dessa área está apenas na iminência de fissuração¹⁰.

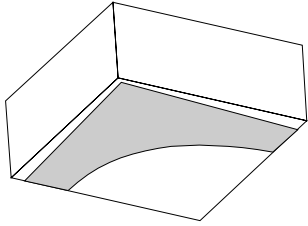
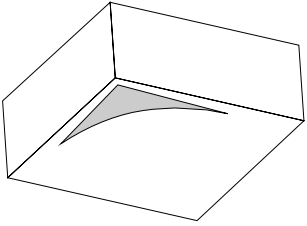
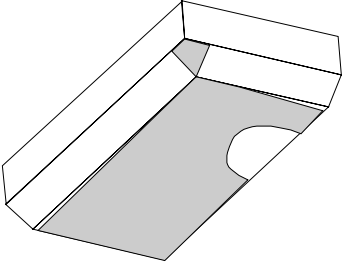
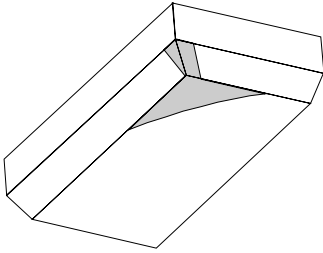
A elevação da resistência da argamassa melhora o desempenho da membrana reduzindo as áreas sujeitas à fissuração. No entanto, a relação entre a tensão máxima atuante e a resistência da argamassa não se altera muito — o que, em outras palavras, significa abertura de fissuras de mesma ordem de grandeza. A Tabela 5 mostra as zonas sujeitas à fissuração para este tipo de solicitação.

Como já foi dito, a análise feita aqui partiu de uma simplificação (adoção de uma contração de volume devido a redução de temperatura. Diversos fatores, tais como a variação do valor da resistência e do módulo de elasticidade ao longo do tempo, a redução da solicitação, bem como a associação de redução de temperatura com deformações de contração, não puderam ser investigados neste momento. Apesar da análise simplista, os resultados obtidos fornecem uma primeira idéia do comportamento da membrana sujeita a reduções de volume. Todavia tal efeito pode e deve ser melhor avaliado.

⁹ No reservatório de 10×20 m² foi aplicada uma redução de 10 °C nos cantos para simular uma retração um pouco menor que no fundo (essas regiões são moldadas anteriormente ao fundo).

¹⁰ Além disso, deve-se lembrar que, devido à característica da solicitação, o surgimento de uma fissura dissipa energia, reduzindo as tensões na argamassa. Sendo assim, a peça provavelmente fissuraria e a região com tensões mais elevadas reduziria de tamanho.

Tabela 5 - Zonas propensas à fissuração na membrana sujeita a variações volumétricas

| $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ | $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ |
|--|---|
|  |  |
|  |  |

4.1.4 Recalques

Três foram as formas propostas para a simulação de recalques.

A primeira consiste na imposição de deformações à membrana. Ao se aplicar uma carga no solo (por exemplo, o carregamento provocado pela cobertura de um reservatório, transmitido ao solo por meio de uma sapata flexível) ele se deforma (vide Figura 5a). Através dos procedimentos disponíveis na teoria de Mecânica dos Solos pode-se obter uma estimativa dessas deformações, denominada de perfil de recalques. Conhecendo-se este perfil, impõe-se essas deformações à membrana a fim de estudar o seu comportamento.

A segunda forma de simulação baseia-se na idéia de falta de apoio sob a membrana associada à ação hidrostática. Neste caso, supõe-se que a falta de apoio seria decorrente de uma falha localizada na compactação da base, somada a uma lixiviação do solo, ou a um recalque deste.

A terceira hipótese é praticamente uma decorrência da primeira, pois, a partir de um perfil de recalques, pretendeu-se estudar o efeito do enrijecimento provocado pela disposição de uma sapata de espessura variável, e inversa ao referido perfil, na região de influência dos recalques. Seriam duas as funções dessa variação gradual de espessura: evitar a concentração elevada, e conseqüente fissuração, nas regiões de ligação entre membrana e sapata (onde existiria uma variação brusca de espessura), além de reduzir os esforços aplicados ao solo devido ao aumento da área de aplicação do carregamento. A disposição dessa sapata pressupõe o conhecimento das deformações provocadas por recalque, uma vez que a sapata

deverá ser disposta na região de influência do referido perfil. A Figura 5b esquematiza a configuração dessa sapata. Neste caso, em virtude da maior rigidez da sapata, durante a simulação impôs-se somente o valor do recalque máximo, pois a imposição do perfil completo ocasionaria o surgimento de esforços absurdos, que não correspondem à situação real.

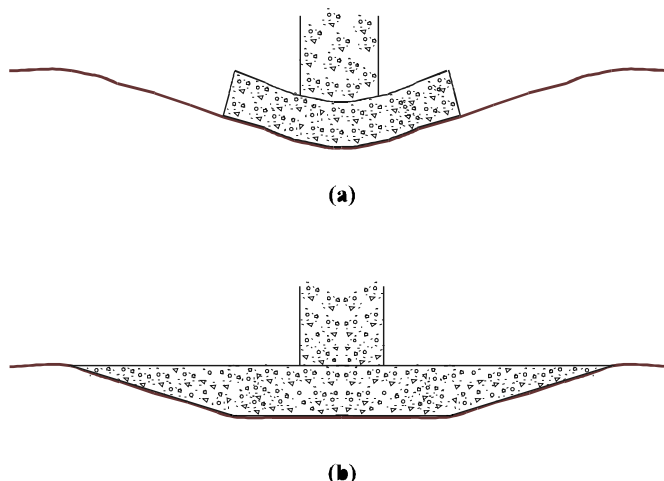


Figura 5 - (a) perfil de recalques decorrente da atuação do pilar; (b) sapata de espessura variável acompanhando o perfil de recalque anterior

As dimensões dos reservatórios adotados anteriormente eram relativamente pequenas, dispensando a existência de pilares ou provocando um carregamento muito pequeno em função do reduzido peso da cobertura. Em virtude disso, aumentou-se as dimensões do reservatório a ser simulado. A forma e a profundidade deste novo modelo são idênticas à do reservatório maior utilizado anteriormente, diferindo apenas nas dimensões em planta: agora 15 x 30 m².

Os recalques máximos obtidos do perfil e aplicados à estrutura foram de 0,11 cm, para apoio em areia, e 0,97 cm, para argila.

O perfil de recalques foi obtido através da solução de Boussinesq.

A hipótese que forneceu resultados mais coerentes foi a terceira: sapata com espessura variável na região de influência dos recalques. A imposição de deformações à membrana gerou um nível de tensões muito elevado, chegando mesmo a ser inadmissível. No caso de apoio em areia, essa hipótese mostrou tensões mais elevadas até que a suposição de falta de apoio sob a membrana

Na verdade, nem a primeira nem a segunda hipótese correspondem ao que ocorre na prática. Uma situação real seria intermediária entre as duas: o solo recalcaria deixando a membrana sem apoio; ela não acompanharia exatamente essa deformação — uma vez que não estava solidamente vinculada a ele —, mas se deformaria livremente até encontrar novamente o apoio no solo. Tal situação é de difícil simulação, uma vez que o programa computacional utilizado não possibilita um controle de deformações. Mesmo não sendo as hipóteses mais realistas, algumas conclusões relativas ao comportamento da membrana puderam ser tiradas.

Como era de se esperar, a sapata desenvolve tensões mais elevadas em virtude da sua maior rigidez. No entanto, esses valores seriam tomados para o dimensionamento da sua armadura, não estando diretamente relacionados ao comportamento da membrana em si. No caso de apoio em areia, as tensões se mantêm abaixo da resistência à tração do material, não ocorrendo, portanto, a fissuração da membrana. Já para a argila, ocorreriam fissuras em regiões paralelas aos lados da sapata, um pouco além do encontro sapata/membrana — essa região corresponderia à zona de inflexão da membrana quando da sua deformação. Devido à proximidade das sapatas adjacentes, as linhas de isotensão se inter cruzam, elevando as tensões na membrana e, conseqüentemente, aumentando a área das zonas sujeitas à fissuração.

Sem o enrijecimento da sapata, o efeito de recalques tende a ser mais localizado — daí as tensões serem muito elevadas. Quanto menor a deformabilidade do solo, menor será a zona de influência destas tensões. Neste caso, a ordem de grandeza destas tensões também é mais baixa. E isto se justifica pelas condições de vinculação: os recalques são maiores em argilas. Conseqüentemente, as deformações são maiores, gerando tensões mais elevadas; a membrana de argamassa armada se deforma na região cujo apoio é deficiente, distribuindo as tensões para as regiões adjacentes mas, sendo o solo mais deformável, ocorrerão ainda tensões que necessitam ser distribuídas, o que expande a área de influência dos recalques ocorridos.

4.2 Proposta de dimensionamento à flexão

No caso de reservatórios, a situação crítica corresponde ao Estado Limite de Utilização, pois há a necessidade de garantir um bom funcionamento da estrutura — o que corresponde a se falar em estanqueidade e durabilidade. Dessa forma, deve-se então dimensionar a armadura de modo que ela garanta uma abertura de fissura tal que não prejudique o funcionamento do reservatório.

A NBR-11.173 indica a seguinte expressão para o cálculo da abertura de fissuras devidas a solicitações normais, especificamente no caso de telas de aço soldadas com fios paralelos ao eixo da peça:

$$w = 1,658 \cdot s \cdot \varepsilon_s \quad (7)$$

sendo:

$$\begin{array}{lll} s = s_1 & \text{se} & s_1 \geq e \\ s = 1,8 \cdot s_1 & \text{se} & 1,8 \cdot s_1 < e \\ s = e & \text{se} & 1,8 \cdot s_1 > e \quad e \quad s_1 < e \end{array}$$

$$s_1 = 1,5 \cdot \left(c + \frac{\phi}{2} \right) + 0,16 \cdot \frac{\phi}{\rho_r}$$

$$\varepsilon_s = \frac{1}{E_s} \cdot \left[\sigma_s - \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{tk}}{\rho_r} \right]$$

onde:

- s - espaçamento entre fissuras
- s_1 - espaçamento de referência entre fissuras
- e - espaçamento entre os fios da tela que são transversais ao eixo da peça
- E_s - módulo de deformação longitudinal do aço
- ε_s - deformação média da armadura mais tracionada da seção
- σ_s - tensão em serviço da armadura
- f_{tk} - resistência característica da argamassa à tração
- ρ_r - taxa geométrica de armadura (= A_s/A_c de acordo com a NBR-6118)
- ϕ - diâmetro do fio da tela na direção do eixo da peça
- c - cobrimento da armadura

Basta então estabelecer um valor limite para a abertura de fissuras e, a partir dele, calcular a deformação da armadura mais tracionada da seção. Por compatibilidade do diagrama de deformações obtém-se as deformações nas outras armaduras e, por equilíbrio de forças na seção, o momento resistente do arranjo. O valor limite adotado para abertura de fissura foi de 0,1 mm¹¹ (indicado pela NBR-11.173 para ambientes agressivos). As Tabelas 6 e 7 indicam os resultados do dimensionamento.

É importante salientar que o dimensionamento feito aqui é particular aos casos adotados para a análise. No entanto, eles podem servir como indicativo para outros casos.

Com relação ao dimensionamento e ao estabelecimento de especificações construtivas, algumas observações podem ser feitas:

- a) Na medida do possível especificar arranjos diferentes, mas com o mesmo tipo de tela. Tal atitude proporciona economia — pois será menor a quantidade de sobras provenientes dos cortes de telas —, além de reduzir a probabilidade de erros no momento da execução;
- b) Procurar manter uma uniformidade na distribuição dos arranjos (também por motivos executivos);
- c) Na região dos cantos ocorrerá um acúmulo de telas a serem traspassadas. Poder-se-ia sugerir a suspensão de algumas delas, quando do detalhamento, pois nestas regiões ocorre um decréscimo dos momentos fletores — mas é necessário fazer a verificação do momento resistente da seção resultante frente ao momento fletor atuante¹²;
- d) Quando houver traspasse de armadura numa direção, pode ocorrer acúmulo de fios na outra. Neste caso, poder-se-ia proceder ao corte dos fios excedentes nas proximidades dos pontos de solda.

¹¹ É preciso lembrar que a pintura proporciona uma proteção extra. SILVA(1995) afirma que a pintura em epóxi é capaz de vedar fissuras pré-existentes de até 0,1 mm.

¹² Não esquecer, no entanto, que a região dos cantos é crítica para o caso dos esforços provenientes da retração.

Tabela 6 - Dimensionamento para a membrana não enrijecida ($h=25\text{mm}$) apoiada em argila((a) e (c)) e areia (b)

| | |
|------------|---|
| <p>(a)</p> | <p>1 EQ98</p> <p>3 EQ98 (arranjo 5) ou 3 EL126 c/ direção principal perpendicular à borda</p> |
| <p>(b)</p> | <p>1EQ98</p> <p>3 EQ98 (arranjo 5) ou 2 EL126 (arranjo 6 transversal à borda ou direção longitudinal do arranjo 2 perpendicularà borda)</p> |
| <p>(c)</p> | <p>1 EQ98</p> <p>3 ou 4 EL126 (arranjos 4 ou 5 c/ direção principal perpendicular à borda)</p> |

Tabela 7 - Dimensionamento para a membrana enrijecida ($h=25\text{mm}$ e $h_{rf}=45\text{mm}$) apoiada em argila((a) e (c)) e areia (b)

| | |
|------------|---|
| <p>(a)</p> | <p>1 EQ98</p> <p>4 EQ120 (arranjo 4; $p/f_{sk}=40\text{MPa}$ devem ser acrescentados fios de 3,2 mm espaçados de 10 cm) ou 4 EL126 c/ direção principal perpendicular à borda (arranjo 1)</p> |
| <p>(b)</p> | <p>1EQ98</p> <p>-$p/f_{sk}=40\text{MPa}$. 2 EQ98 (todo em armadura mínima)</p> <p>-$p/f_{sk}=20\text{Mpa}$. 3 EQ120</p> <p>ϕ 3,2 mm c/ 10 cm (só p/ $f_{sk}=20\text{Mpa}$)</p> |
| <p>(c)</p> | <p>1 EQ98</p> <p>-$p/f_{sk}=40\text{MPa}$. 2 EQ98</p> <p>-$p/f_{sk}=20\text{Mpa}$. 1 EQ98</p> <p>4 EQ120 (arranjo 4) + ϕ 8 mm cd 20 cm</p> |

4.3 Procedimentos de projeto: indicações iniciais

a) Escolha do local da obra

Quando não se puder evitar a construção de reservatórios em solos com deformabilidade mais alta, é preciso que os cuidados, tanto na fase de projeto quanto na de execução, sejam redobrados. Pode-se também, conforme o caso, tentar reduzir a deformabilidade do apoio através de reforço aplicado ao terreno.

b) Zonas de solicitação

As zonas não sujeitas à fissuração ocupam, em geral, a maior parte da extensão dos reservatórios. Estas áreas, portanto, exigem apenas uma armadura mínima construtiva — o que propicia grande economia. Nas demais áreas há de se tomar providências para que a fissuração não ocorra ou, se ocorrer, mantenha-se dentro de limites toleráveis, que ainda garantam a consideração do reservatório como estanque.

Pode-se concluir da análise dos resultados que, em solos deformáveis, é necessário usar argamassas mais resistentes. Além disso, quanto menor o reservatório, maior a proporção de áreas com armadura e espessura mínimas.

c) Espessuras mínimas construtivas

A espessura mínima da membrana de argamassa armada não é determinada exclusivamente pela magnitude dos esforços solicitantes. É preciso atentar também para o aspecto construtivo, pois os fios da armadura, variáveis de acordo com o tipo de tela empregado, devem ser devidamente protegidos por um revestimento adequado.

As telas soldadas mais empregadas em argamassa armada são EQ98, EQ120, e EL126, cujos diâmetros das barras são, respectivamente, 2,5 , 2,76 , e 2,0 mm.

As telas são fornecidas em tamanhos pré-fixados, sendo necessário, portanto, emendas para se obedecer às especificações de projeto. Nestas regiões as telas se sobrepõem, exigindo uma espessura maior. Por este motivo, essa região crítica é que determina a espessura mínima admissível. A Tabela 8 indica os valores de espessuras mínimas para os arranjos usuais de telas soldadas.

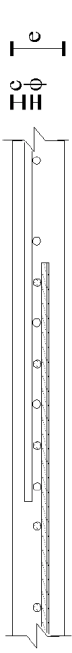
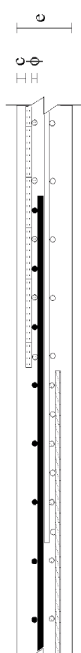
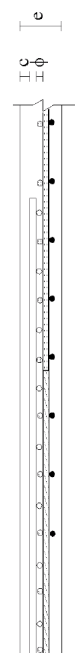
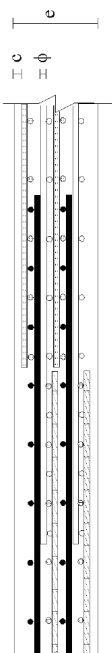
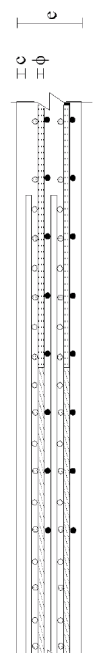
d) Existência de pilares

Quando o projeto exigir a cobertura do reservatório, sendo necessário pilares para suportá-la, alguns cuidados devem ser tomados.

Em primeiro lugar deve-se levantar o perfil de recalques provocado pela sapata, a fim de se determinar a sua área de influência. Ao longo desta, recomenda-se dispor uma sapata de espessura variável.

Em se tratando de solos deformáveis, como a argila, o espaçamento entre pilares deve ser tal a obedecer dois limites: grande o suficiente para evitar a sobreposição de tensões entre sapatas adjacentes — o que eleva demasiado os esforços na membrana; mas, por outro lado, pequeno o bastante para respeitar a baixa capacidade de carga do solo. A ordem de grandeza desses limites, variável de caso a caso, é determinada pelo tipo de solo de apoio e pelas dimensões do reservatório.

Tabela 8 : Espessuras mínimas para os arranjos usuais de telas soldadas

| Nº de telas | Arranjo de malhas | Esquema | espessura | Tela | | | | | |
|-------------|-------------------|---|---------------------|-------|------|-------|------|-------|-------|
| | | | | EQ98 | | EQ120 | | EL126 | |
| | | | | h(mm) | ρ(%) | h(mm) | ρ(%) | h(mm) | ρ(%) |
| 1 | - |  | $= 3\phi + 2c + t$ | 25 | 0,39 | 25 | 0,48 | 25 | 0,50* |
| 2 | sobrepostas |  | $= 6\phi + 2c + t$ | 30 | 0,65 | 30 | 0,80 | 30 | 0,85 |
| 2 | desencontradas |  | $= 4\phi + 2c + t$ | 25 | 0,78 | 25 | 0,96 | 25 | 1,01 |
| 4 | sobrepostas |  | $= 11\phi + 2c + t$ | 45 | 0,87 | 45 | 1,07 | 40 | 1,26 |
| 4 | desencontradas |  | $= 8\phi + 2c + t$ | 35 | 1,12 | 40 | 1,20 | 30 | 1,68 |

* O primeiro valor corresponde à direção com abertura de malha de 2,5cm e o segundo àquela com 5,0 cm.

Um outro cuidado a ser tomado é não dispor pilares muito próximos às bordas e cantos, pois isto pode elevar ainda mais as tensões nessas áreas, podendo conduzir a valores demasiadamente altos. Além disso, nas regiões da membrana próximas à sapata deve-se prever um arranjo de armadura adequado para controlar a fissuração — através do aumento do número de telas ou a disposição de fios adicionais.

5 TÉCNICAS DE CONSTRUÇÃO

Duas são as técnicas empregadas para a execução da membrana de argamassa armada: moldagem no local e pré-moldagem parcial. Nesta última, apenas as paredes verticais e os seus enrijecedores constituem-se de placas pré-moldadas (que podem ser executadas no próprio canteiro de obras), enquanto os taludes e o fundo continuam sendo moldados na sua posição definitiva¹³. Uma outra diferença é a existência de pilaretes, que exercem a função de fixação e apoio das referidas placas. A moldagem no local pode ser feita manualmente — com o auxílio de uma colher de pedreiro e posterior vibração com vibradores de superfície adaptados — ou por projeção de argamassa.

Em linhas gerais, a sequência construtiva corrente engloba as seguintes etapas:

- a) preparação do terreno;
- b) execução da camada drenante;
- c) execução da membrana;
- d) construção da “prainha”;
- e) teste de desempenho;
- f) pintura.

Quanto à preparação do terreno, dois aspectos merecem atenção: deve-se evitar a construção sobre aterros (para evitar possíveis falhas e mesmo dificuldades de compactação) e preocupar-se com a forma de realizar a escavação. O uso de máquinas implica na obtenção de uma superfície irregular, além de exigir acessibilidade. Uma solução seria realizar um plano de escavação, deixando uma rampa de acesso. O corte final das superfícies, bem como a extração da rampa, seriam feitos manualmente.

O uso de concreto sem finos facilita a execução da camada drenante, devido à coesão provocada pela adição da pasta de cimento, viabilizando a construção de drenos verticais mesmo no sistema de moldagem no local.

Para a moldagem no local a etapa de execução da membrana divide-se em montagem das telas, lançamento e adensamento da argamassa. Já para a pré-moldagem parcial, esta fase engloba:

- montagem das placas verticais;
- concretagem dos pilaretes;

¹³ A facilidade construtiva justifica tal alternativa.

- colocação da armadura e moldagem do fundo e dos taludes;
- execução da “prainha”.

A moldagem *in loco* pode ser executada de duas formas: por lançamento manual ou por projeção de argamassa. A escolha do modo mais adequado depende de vários fatores, tais como porte da obra, custo, disponibilidade de materiais, equipamentos e mão-de-obra especializada.

O processo de projeção possibilita uma execução mais rápida, dispensa vibração (pois a própria velocidade de impacto e consistência resultam num material auto-adensável), reduz o número de juntas em virtude do aumento na velocidade de lançamento e proporciona uma maior confiabilidade quanto ao controle de qualidade da argamassa. O lançamento manual, apesar de mais lento, resulta em custo inferior pois, em países como o nosso, a mão-de-obra tem remuneração mais baixa.

WAINSHTOK(1992) alerta para uma desvantagem da projeção por via úmida: “devido à consistência fluida da argamassa, torna-se difícil aplicá-la em superfícies verticais ou muito inclinadas, onde o número de malhas seja relativamente pequeno”. A fim de contornar tal problema deve-se buscar aumentar a coesão da argamassa através da adição de sílica ativa ou fibras não-metálicas.

Se, por um lado, a projeção proporciona argamassas de melhor qualidade, por outro exige maiores cuidados na sua execução.

Os cuidados inerentes à fase de execução da membrana são:

- posicionar corretamente as telas, a fim de garantir o cobrimento especificado em projeto;
- durante a dobra das telas, evitar o posicionamento da dobra próximo às regiões de solda, pois estas zonas são menos dúcteis, podendo ocasionar problemas quando a estrutura for posta em uso;
- cumprir fielmente o traço especificado para a argamassa, tendo em vista a garantia da trabalhabilidade e durabilidade da mesma;
- cuidar para que as pontas dos arames de amarração não excedam o cobrimento da armadura, favorecendo o processo de corrosão;
- não vibrar excessivamente a argamassa e atentar para que não ocorram vazios.

As estruturas em argamassa armada têm maior superfície exposta, maiores teores de cimento e relações água/cimento mais baixas, o que as torna mais susceptíveis aos efeitos nocivos decorrentes da retração. Portanto, para evitar a fissuração inicial é imprescindível a realização de uma cura cuidadosa, iniciada tão logo o endurecimento do material o permita. É fundamental que não se permita a rápida secagem da superfície após o término do período de cura, pois isto poderia provocar o surgimento de fissuras. A cura pode ser por imersão¹⁴, por aspersão¹⁵, por cobrimento da superfície com mantas, espuma ou areia constantemente umedecidas, a vapor e química¹⁶ (aplicando-se uma camada de material selante que impede a evaporação da água dos capilares presentes no concreto).

¹⁴ Aplicável somente a elementos pré-moldados.

¹⁵ Aspersões intermitentes não são recomendadas devido às contrações e dilatações alternadas.

¹⁶ A cura química é indicada para moldagens em clima frio, onde a cura com água é contra-indicada, em virtude da possibilidade de congelamento. Para o caso de reservatórios, seria necessária uma pré-avaliação de custos e de possíveis perdas de aderência à posterior pintura.

Apesar da pintura ser capaz de fechar microfissuras, não se deve contar com esse auxílio, sendo a estanqueidade do reservatório ou piscina inteiramente proporcionada pela membrana de argamassa.

Por este motivo, antes da pintura deve-se encher o reservatório e observar se não há fuga de água pelos drenos. Recomenda-se iniciar esse enchimento somente depois de decorridos 10 dias da última moldagem, além de ele ser feito lentamente (0,5m por dia), com observações constantes da saída dos drenos.

Verificada a eficiência do reservatório, ele deve ser esvaziado, seco, e só então pintado.

Até hoje, a pintura de reservatórios e piscinas tem sido considerada apenas como função estética. Tal posicionamento está absolutamente a favor da segurança, pois se desconsidera uma proteção que na realidade existe.

A pintura obstrui os poros superficiais do concreto e até mesmo fissuras de pequena abertura, impedindo, portanto, a penetração de elementos agressivos na argamassa. Em outras palavras: influencia diretamente a durabilidade da estrutura, desempenhando importante papel na proteção das armaduras.

Os tipos usuais de pintura utilizada em estruturas do gênero são a borracha clorada e a resina epóxi. Possuem alta aderência com concretos e argamassas, além de alta resistência a produtos químicos, mas são sensíveis aos raios ultravioleta, podendo surgir alterações de cor e ressecamento. Tal desvantagem é contornada com uma manutenção adequada, procedendo-se a uma repintura quando se fizer necessário.

Apesar de a boa aderência às argamassas ser característica dos materiais comumente utilizados como impermeabilizantes, não se deve descuidar de alguns cuidados essenciais à garantia de tal propriedade: o substrato a ser pintado deverá estar livre de umidade e isento de elementos que possam prejudicar a aderência entre os materiais, tais como poeira, graxas e óleos. Além disso, é essencial atender as recomendações de manuseio e estocagem fornecidas pelo fabricante do produto.

6 CONSIDERAÇÕES SOBRE A DURABILIDADE

Tendo em vista especificamente o caso de argamassa armada aplicada em reservatórios e piscinas, algumas medidas para se aumentar a confiança na durabilidade da membrana podem ser:

1. Melhorar a qualidade da argamassa: fazer uso de baixas relações água/cimento associado ao uso de superplastificantes (para aumentar a resistência e reduzir a permeabilidade e efeitos de retração), garantir uma compactação adequada através de uma boa vibração, adicionar pozolanas ou sílica ativa à mistura (visando a melhoria da coesão e da plasticidade da argamassa fresca, além da redução da porosidade e aumento da resistência do material endurecido), preferir a utilização de agregados de forma arredondada (para fins de aumento da plasticidade), além da possibilidade da modificação da argamassa com polímeros;

2. Controle da fissuração: por meio de armaduras de diâmetros menores e menos espaçados (conceito já inserido na própria definição de argamassa armada) ou

pela adição de fibras não metálicas. Outro expediente seria diminuir as restrições aos deslocamentos, através da previsão de juntas elásticas entre painéis de dimensões determinadas¹⁷ (vide Figura 6.1);

3. Proteção da superfície inferior: a fim de evitar o ataque de água e substâncias percoladas pelo filtro, pode-se dispor uma manta plástica ou uma membrana de impermeabilização entre a camada de regularização e a membrana de argamassa armada (vide Figura 6);

4. Proteção da superfície superior: como já foi dito anteriormente, a pintura com epóxi ou borracha clorada contribui para a durabilidade da estrutura. Um sistema construtivo que tem se destacado atualmente constitui-se de uma estrutura de alvenaria revestida por uma capa de vinil. Possivelmente, o mesmo conceito pode ser aplicado aos reservatórios em argamassa armada, aplicando-se este tipo de proteção à membrana;

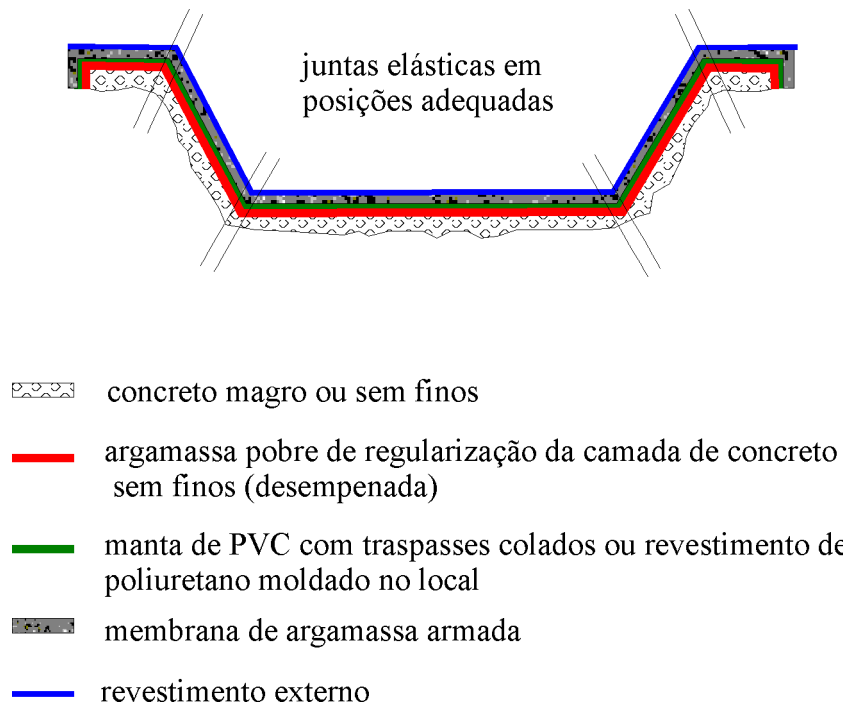


Figura 6 - Sugestões para se aumentar a confiança na durabilidade da estrutura

5. Manutenção adequada: ainda na fase de projeto devem ser previstas determinadas épocas para a repintura do revestimento, bem como os procedimentos ideais para executá-la. O mesmo procedimento deve ser adotado para a substituição do material das juntas elásticas;

¹⁷ Antes de serem utilizadas, deve ser feito um estudo sobre o seu desempenho, adesão com a argamassa da membrana, cuidados na execução, necessidades de manutenção e riscos de fissuração. Talvez esse fosse um bom tema a ser inserido em pesquisas futuras.

6. Uso de armaduras alternativas: tais armaduras podem ser telas de aço banhadas em epóxi ou armaduras não-metálicas. A primeira sugestão influencia diretamente o custo da estrutura, pois a pintura das telas o elevará, sendo necessária uma avaliação da relação custo/benefício. A segunda relaciona-se ao uso de fibras não-metálicas adicionadas à matriz. Tais fibras podem ser de polipropileno, PVC ou fibra de vidro resistente aos álcalis. Esta última, devido ao seu desempenho, poderia reduzir significativamente, ou mesmo eliminar, o uso de telas de aço — poderia então surgir a pergunta: mas, neste caso, não se estaria executando um material diferente da argamassa armada? A resposta é positiva, mas há de se situar a questão num contexto mais abrangente, no qual a Engenharia busca a solução de um problema (a impermeabilidade e durabilidade) visando o melhor desempenho em cada caso particular. E, para um mesmo problema, podem existir várias soluções...

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo suporte financeiro.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1989). **ACI 549.1R-88 - Guide for the design, construction , and repair of ferrocement**. Detroit, USA. 27p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1982). **NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). **NBR 11173 - Projeto e execução de argamassa armada**. Rio de Janeiro.

GUIDICINI, G.; NIEBLE, C.M. (1976). **Estabilidade de taludes naturais e de escavação**. São Paulo, Edgard Blücher/Ed. da Universidade de São Paulo.

PANIAGO, D.G. (1998). **Análise estrutural de reservatórios enterrados de argamassa armada com telas de aço soldadas**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SILVA, P.F.A. (1995). **Durabilidade das estruturas de concreto aparente em atmosfera urbana**. São Paulo, Pini.

WAINSHTOK RIVAS, H. (1992). **Ferrocemento: diseño y construcción**. La Habana, Félix Varela.

ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS A AÇÕES DE CONSTRUÇÃO

José Fernão Miranda de Almeida Prado¹ & Márcio Roberto Silva Corrêa²

Resumo

As ações presentes durante a construção de estruturas de edifícios em concreto armado são significativamente influenciadas pelo processo construtivo e podem ultrapassar a capacidade resistente definida no projeto estrutural. Os pavimentos recém concretados são suportados por pavimentos previamente concretados, através de um sistema de fôrmas, escoras e reescoras. Se houver fissuração prematura os pavimentos terão maiores deformações ao longo do tempo. Assim sendo, o trabalho apresenta um procedimento de análise estrutural que leva em conta a seqüência natural de construção. A definição das ações nos pavimentos durante a construção estabelece a história de carregamentos dos elementos estruturais do início ao fim da obra. Os modelos tridimensionais (utilizando o método dos elementos finitos) aqui apresentados consideram que o tempo altera as propriedades de resistência e deformabilidade do concreto antes dos 28 dias. Deste modo, é definido um novo método para a determinação da distribuição das ações de construção entre o sistema de escoramento e os pavimentos interligados (método aproximado).

Palavras-chave: ações de construção; análise seqüencial; edifícios em concreto armado; concreto jovem; estruturas primárias.

1 INTRODUÇÃO

Para que seja feita a verificação da segurança durante as etapas de construção e para que se sejam consideradas as ações prematuras no cálculo das deformações transversais do pavimento, é necessário determinar a distribuição dessas ações entre o sistema de escoramento e os pavimentos por ele interligados.

A avaliação da evolução das ações nos pavimentos e pontaletes durante a construção deve ser incremental, levando-se em conta a sobreposição gradual de pavimentos, de acordo com a seqüência natural de construção.

Ainda hoje, a maioria das pesquisas sobre o assunto utiliza o método simplificado de Grundy & Kabaila (1963). Esse método, como será aqui mostrado, possui várias limitações.

¹ Prof. Titular da UNIP – Universidade Paulista, osmbfernao@linkway.com.br

² Prof. Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, correa@sc.usp.br

Deste modo, apresenta-se uma análise seqüencial construtiva (análise passo a passo) e, baseado em seus resultados, é proposto um novo método para determinação da distribuição das ações durante a construção (método aproximado).

2 O MÉTODO SIMPLIFICADO DE GRUNDY E KABAILA

Um edifício em construção compõe um sistema estrutural que muda com o tempo. Além disso, como já comentado, o tempo altera as características de resistência e deformabilidade do concreto, mais acentuadamente nas idades iniciais.

Tanto a NBR-6118 (1978) quanto as normas internacionais não definem qualquer procedimento para determinação da distribuição das ações de construção nas estruturas de edifícios em concreto armado com múltiplos pavimentos.

O ACI - Formwork for concrete (1989) apenas recomenda o método descrito por GRUNDY & KABAILA (1963) para avaliar a distribuição das ações de construção. Esse método praticamente pioneiro, denominado neste trabalho de método simplificado, tem servido até hoje como base para a maioria das pesquisas na área.

Para utilizar o método simplificado há a necessidade de se definir o conceito de fatores de carga.

Os fatores de carga (k) expressam as ações de construção no pavimento ou nos pontaletes, sendo definidos como:

$$k = \frac{\text{ação atuante no pavimento(ou pontaletes)}}{\text{peso próprio do pavimento}}$$

O método simplificado admite as seguintes hipóteses:

- a) os pontaletes são considerados infinitamente rígidos em comparação com os pavimentos, no que se refere aos deslocamentos verticais;
- b) os pontaletes estão posicionados suficientemente próximos entre si, de maneira que suas ações nos pavimentos podem ser consideradas como uniformemente distribuídas;
- c) os valores das ações não dependem da velocidade de construção, uma vez que não são consideradas as diferentes idades do concreto;
- d) a fundação é considerada como um suporte totalmente rígido;
- e) após a remoção das escoras, as fôrmas são retiradas permitindo-se a deformação do pavimento antes que qualquer reescora seja instalada;
- f) os fatores de carga obtidos devem ser majorados (~ 10%) para levar em conta o peso próprio das fôrmas e pontaletes;
- g) deve-se somar à máxima ação de construção obtida para pavimentos (ou pontaletes) um valor correspondente às seguintes ações variáveis: peso dos trabalhadores, equipamentos, materiais, entulhos e impacto produzido pelo lançamento do concreto.

A figura 2.1 mostra os fatores de carga obtidos no caso de um processo de construção com dois níveis de escora mais dois níveis de reescora (2+2).

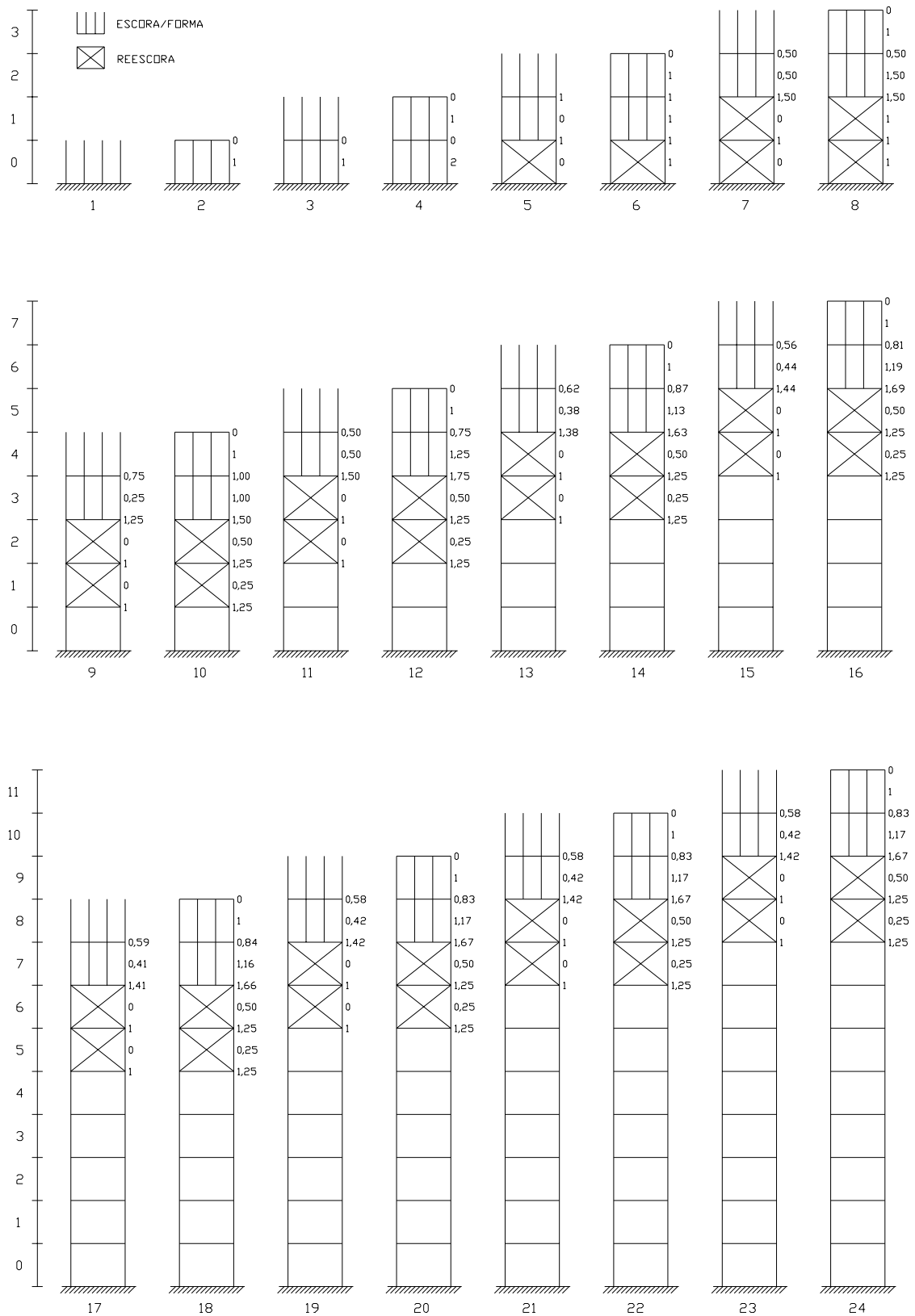


Figura 2.1 - Fatores de carga (k) para pavimentos e pontaletes (2+2)

Na operação (1) as escoras são instaladas, apoiando-se numa fundação rígida. Na operação (2) o primeiro pavimento é concretado, moldando-se nas fôrmas. O peso do concreto fresco é transmitido diretamente à fundação.

Na operação (3) o segundo nível de escoras é instalado sobre o primeiro pavimento e então o segundo pavimento é concretado na etapa (4). Como as escoras do primeiro nível estão apoiadas sobre fundação rígida, o peso do segundo pavimento também é transmitido totalmente à base. Por hipótese o primeiro pavimento não se deforma, não recebendo portanto qualquer carga.

A operação (5) consiste na remoção das fôrmas e escoras do primeiro pavimento, que se deforma juntamente com o segundo pavimento. Satisfazendo o equilíbrio, o fator de carga (de valor 2) presente nas escoras removidas é distribuído igualmente entre os dois pavimentos do sistema de suporte. Ainda nesta operação, escoras são instaladas no terceiro nível e reescoras são instaladas no primeiro nível, sem qualquer carga.

A operação (6) envolve a concretagem do terceiro pavimento, sendo a carga transmitida diretamente à fundação, já que os pavimentos não se deformam.

Na operação (7) remove-se o nível mais baixo de fôrmas e escoras, com o fator de carga (de valor 1) sendo distribuído igualmente entre os dois pavimentos superiores. As ações nas escoras e reescoras são obtidas por equilíbrio. Ainda nesta operação, escoras são instaladas no quarto nível e reescoras são instaladas no segundo nível, sem qualquer carga.

Na operação (8) é feita a concretagem do quarto pavimento, sendo a carga transmitida diretamente à fundação, através dos pontaletes rígidos.

A operação (9) envolve a remoção do nível mais baixo de fôrmas e escoras, com o fator de carga (de valor 1,50) sendo distribuído igualmente entre os dois pavimentos superiores. Ainda nesta operação, as reescoras são retiradas do nível mais baixo e instaladas no terceiro nível (sem qualquer carga), enquanto simultaneamente escoras são instaladas no quinto nível. Os pavimentos abaixo do nível de fôrmas retirado suportam apenas o próprio peso. Por equilíbrio obtém-se as ações nas escoras e reescoras.

Na operação (10) é concretado o quinto pavimento, sendo a carga distribuída igualmente entre os pavimentos que formam o sistema de suporte. Novamente, as ações nas escoras e reescoras são obtidas por equilíbrio.

A operação (11) repete a seqüência da operação (9), e assim por diante até ocorrer a convergência dos valores dos fatores de carga para pavimentos e pontaletes.

Embora os resultados apresentados devam ser respeitados, há a necessidade de se melhor estudar o assunto, por exemplo no que se refere a duas hipóteses adotadas: os pontaletes seriam infinitamente rígidos e todos os pavimentos do sistema de suporte teriam as mesmas características de resistência e deformabilidade.

Quanto à primeira hipótese, deve-se dizer que sua adoção prejudica os resultados. Enquanto o primeiro nível de pontaletes (apoiado em fundação rígida) não é retirado, todas as ações de pavimentos concretados caminham diretamente para a fundação através dos mesmos. Absolutamente isso não condiz com a realidade.

Está claro que, como os pontaletes são axialmente deformáveis, parte das ações de um pavimento recém concretado é absorvida pelos pavimentos inferiores do sistema de suporte.

Já a segunda hipótese significa não considerar a idade do concreto na determinação da distribuição das ações de construção.

Ao tomar todos os pavimentos do sistema de suporte com a mesma rigidez (independentemente da idade de cada um), necessariamente a distribuição das ações não vai depender da velocidade de construção, mas somente do número de níveis de escoras e reescoras.

Outro ponto a discutir seria a consideração das ações nos pavimentos como distribuídas, uma vez que os pontaletes do sistema de suporte podem aparecer em pequeno número e muito espaçados entre si.

Além disso, o método simplificado ainda despreza a absorção de carga por parte dos pilares, na concretagem de um pavimento.

No que se refere à fissuração que ocorre durante a construção, esta altera a distribuição das ações entre os pavimentos. SBAROUNIS (1984) relata que a incorporação desse efeito deve reduzir os valores das máximas ações de construção. Se assim for, os valores das máximas ações de construção obtidos sem a consideração da fissuração representam um limite superior para os resultados.

A seguir, define-se um modelo de análise das etapas de construção que se aproxima mais do comportamento real da estrutura, permitindo até ser avaliada a confiabilidade do método simplificado.

3 ANÁLISE SEQÜENCIAL DAS ETAPAS DE CONSTRUÇÃO

3.1 Modelagens considerando o método dos elementos finitos

Autores como Péricles C. Stivaros, Noel J. Gardner, John A. Sbarounis e Wai-Fah Chen têm pesquisas voltadas para a modelagem via método dos elementos finitos considerando as ações de construção em pavimentos formados por lajes-cogumelo.

WAI-FAH CHEN et al. (1985) desenvolveu um modelo computacional em três dimensões para a análise das ações de construção, aperfeiçoando os estudos de GRUNDY & KABAILA (1963), aparentemente os primeiros desenvolvidos sobre o assunto.

Mais tarde, o mesmo WAI-FAH CHEN et al. (1991) melhorou seu modelo considerando mais parâmetros e procedimentos construtivos, além de ações móveis variáveis.

Posteriormente, WAI-FAH CHEN et al. (1992) desenvolveu novo modelo computacional em três dimensões no intuito de simular sistemas de pontaletes com contraventamento, levando em conta ações horizontais devidas ao vento.

Vale a pena destacar que alguns autores citados consideram, em seus trabalhos, a distribuição das ações de construção de uma maneira não muito rigorosa. Assim, para analisar as etapas intermediárias de construção são adotados vários

modelos representativos. Entretanto, para cada um desses modelos não é considerada uma análise seqüencial.

Como indica o modelo da figura 3.1 há a suposição de que as ações de construção atuam sobre estruturas intermediárias já prontas.

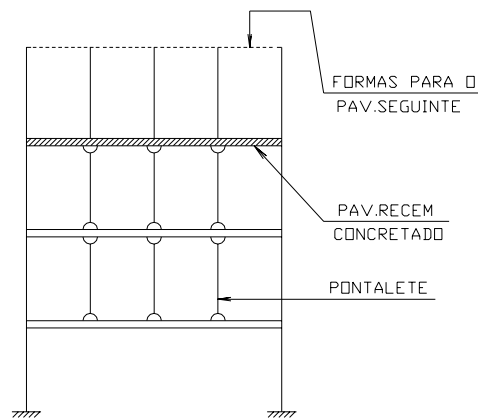


Figura 3.1 - Modelo representativo de fase intermediária de construção

Note-se que neste modelo as ações de peso próprio de pavimentos inferiores afetam pavimentos superiores, o que não é rigorosamente correto. A justificativa para essa afirmação é apresentada a seguir.

3.2 Justificativa para a consideração da análise seqüencial da estrutura

As análises de estruturas de edifícios em concreto armado às vezes são feitas considerando-se que toda a estrutura já existe quando as ações são impostas.

Assim, obtidos os esforços solicitantes através de determinada análise, o dimensionamento das seções é feito no estado limite último, impondo-se que este seja alcançado ao majorarem-se as ações e minorarem-se as resistências dos materiais envolvidos.

A princípio, esta hipótese é válida para as ações horizontais devidas ao vento e para as ações verticais aplicadas à estrutura quando totalmente concluída. Mas para ações, como o peso próprio, que são impostas gradualmente em vários estágios de construção, estas análises globais não são muito precisas.

Nesse caso, é mais conveniente que se considere a seqüência de construção do edifício.

Para as ações devidas às alvenarias, é necessário conhecer o cronograma da obra para saber em que etapas estas serão construídas. O mesmo ocorre para as ações devidas a pisos e revestimentos.

Nos projetos de edifícios, normalmente, as tensões nos pilares devidas às ações verticais apresentam valores bem distintos, o que conduz a deformações axiais diferenciadas nesses elementos em cada pavimento. Considerando este fato, um procedimento global de análise da estrutura acumula nos andares superiores deslocamentos verticais inexistentes. Isto faz com que os deslocamentos diferenciais

entre os pontos de pilar nos pavimentos cresçam ao longo da altura da edificação, atingindo valores máximos no seu topo.

Esse efeito certamente leva a valores incorretos de momentos fletores em vigas e lajes ligadas aos pilares.

Para entender bem o problema deve-se sempre ter em mente que, seja qual for o modelo utilizado para analisar a estrutura de um edifício de andares múltiplos, não é coerente admitir esforços em um elemento que ainda não exista. Por exemplo, como é possível a ação de peso próprio do 10^o pavimento afetar os esforços solicitantes na estrutura do 11^o pavimento, ainda não construído? Isso só é aceitável para os esforços provocados pela parcela de deformação lenta dessa ação. Fica claro que qualquer elemento só pode ser solicitado por carregamentos impostos à estrutura após a construção dele próprio.

Alguns autores têm estudado os efeitos das deformações axiais diferenciadas entre pilares através de análises seqüenciais das estruturas. Podem-se citar os trabalhos de SELVARAJ & SHARMA (1974), CHOI & KIM (1985) e KRIPKA & SORIANO (1992).

Uma análise seqüencial de uma estrutura com 3 pavimentos, submetida apenas ao peso próprio, pode ser feita de acordo com os esquemas mostrados na figura 3.2, considerando válida a hipótese da superposição de esforços.

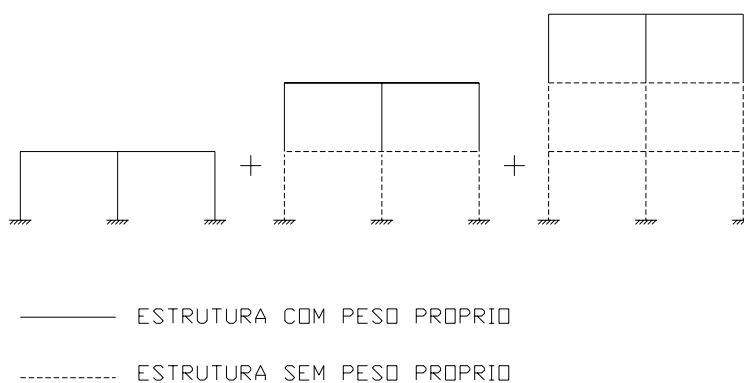


Figura 3.2 - Análise seqüencial da estrutura de um edifício

Neste tipo de análise os esforços finais para dimensionamento de qualquer elemento estrutural são obtidos por simples soma dos oriundos de cada um dos 3 esquemas. Note-se que ações de peso próprio de pavimentos inferiores não afetam pavimentos superiores.

Para mostrar a importância da consideração da seqüência de construção na análise das ações verticais de peso próprio, apresenta-se um exemplo numérico, adaptado de SELVARAJ & SHARMA (1974), para um pórtico plano com 14 pavimentos. Foi utilizada a análise seqüencial descrita.

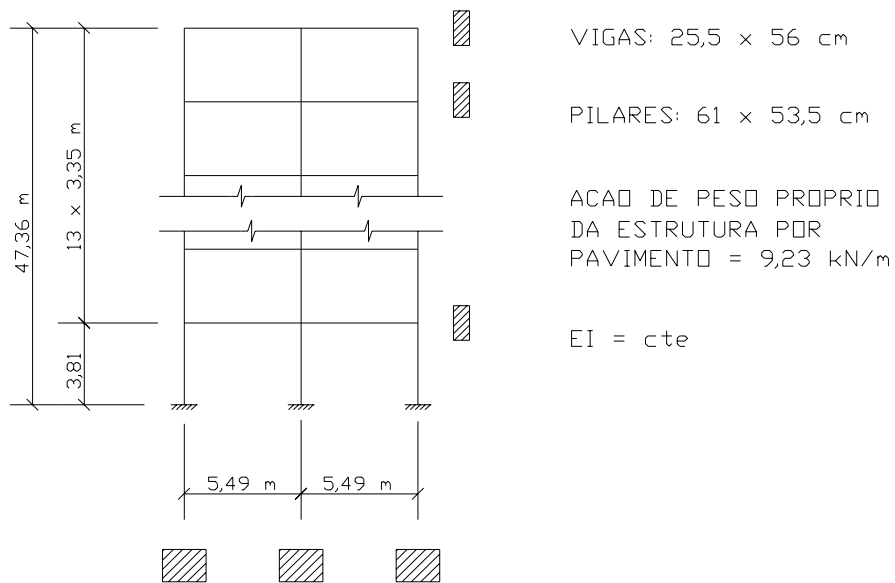


Figura 3.3 - Pórtico plano submetido à ação de peso próprio da estrutura

Os resultados de momentos fletores nas vigas do pórtico, considerando ou não a seqüência de construção, são mostrados na figura 3.4.

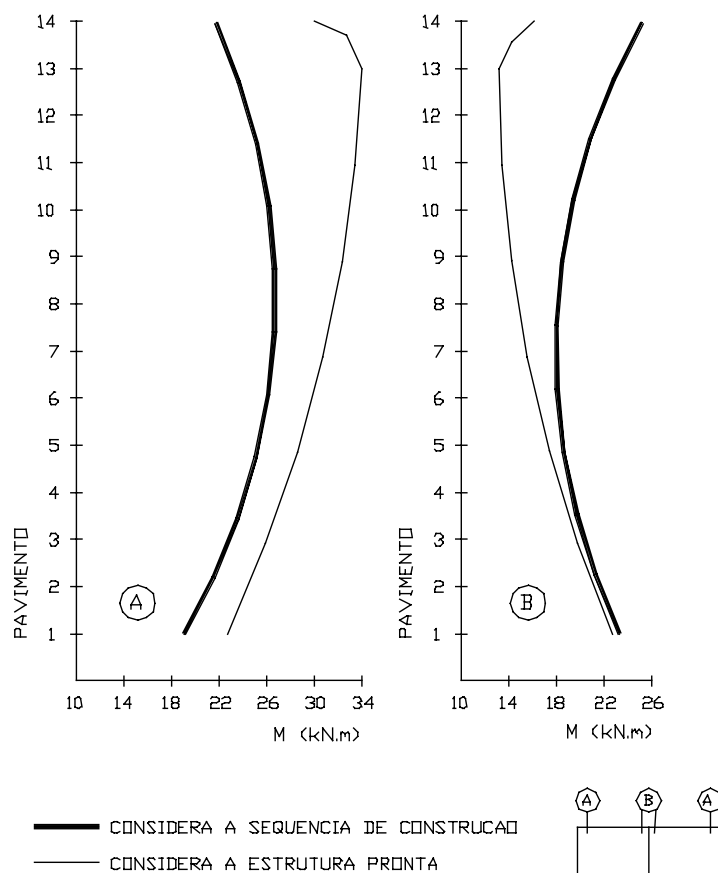


Figura 3.4 - Momentos fletores nas vigas do pórtico

Podem-se notar diferenças consideráveis nos valores de momento fletor obtidos. Neste caso, essas diferenças surgem porque o pilar central do pórtico está submetido a tensões mais elevadas do que os pilares de extremidade, apresentando maiores deformações axiais.

3.3 Definição da análise seqüencial considerando o processo de construção

A análise estrutural proposta considera a seqüência natural de construção, conduzindo a resultados de esforços solicitantes e deformações mais precisos, como mostrado no exemplo anterior.

O procedimento leva em conta todo o cronograma construtivo com sobreposição gradual de pavimentos e modelagem do sistema de escoramento com valores representativos de rigidez e posição dos pontaletes, considerados rotulados nas ligações com as lajes e vigas. Desta maneira, são consideradas as diversas etapas de construção, todas com características de resistência e deformabilidade de lajes, vigas e pilares obtidas em função do tempo de amadurecimento do concreto.

Além dos resultados finais de esforços solicitantes e deformações, este tipo de análise possibilita a obtenção da história de carregamentos dos elementos estruturais, do início ao término da obra.

Cada etapa de construção é tratada com um modelo em três dimensões e o método dos elementos finitos é aplicado para resolver as estruturas parciais, considerando-se linearidade física e geométrica. Os programas da biblioteca do sistema LASER, desenvolvidos por RAMALHO (1990) e CORRÊA (1991), foram escolhidos para executar a análise estrutural de cada etapa de construção. A fundação é admitida como um suporte totalmente rígido.

A filosofia do modelo seqüencial proposto consiste em separar as etapas de construção e analisá-las isoladamente. Cada novo evento define uma nova etapa de construção. Constituem-se em eventos: instalação de escoras e fôrmas com concretagem, retirada de escoras e fôrmas, instalação de reescoras e retirada de reescoras.

A avaliação da evolução dos esforços e deformações nos elementos estruturais e nos pontaletes é incremental, pois a estrutura é carregada à medida em que é construída. Assim, somam-se aos esforços (ou deformações) iniciais, causados por carregamentos já existentes no sistema temporário de apoio, os esforços (ou deformações) adicionais, provocados por qualquer dos eventos já mencionados.

Essa seqüência evolutiva deve prosseguir até a remoção dos pontaletes de sustentação do último pavimento.

Note-se que está sendo considerado o princípio de superposição de esforços (ou deformações), válido ao se admitir linearidade física e geométrica.

Quando um pavimento está sendo concretado não apresenta resistência alguma e, portanto, não possui capacidade de absorver qualquer parcela de carregamento. Toda a ação de peso próprio do concreto e fôrmas, bem como as ações variáveis, são transferidas diretamente para o pavimento inferior através das escoras e dos pilares já concretados anteriormente.

Entretanto, a distribuição dessa ação muda conforme o pavimento concretado amadurece. Pouco tempo após o lançamento, o concreto já é capaz de absorver

alguma parcela de seu peso próprio. Considerando a confecção de um pavimento por semana, interessa de fato a nova distribuição de ações 7 dias após a concretagem. Assim, é necessário analisar novamente a estrutura parcial após esse intervalo, agora sem a presença das ações variáveis.

As modelagens das etapas onde o pavimento não possui capacidade de absorver carga (concretagem) são necessárias apenas para avaliar a segurança de construção momentânea e para estabelecer toda a história de carregamentos dos elementos estruturais. Para a obtenção dos esforços e deformações finais na estrutura pronta, essas etapas não devem ser consideradas.

De qualquer modo, para determinar a transferência de ações do pavimento recém concretado (peso próprio e ações variáveis) para as escoras e os pilares que o sustentam optou-se por um procedimento aproximado. Deve-se simplesmente processar a estrutura mostrada na figura 3.5 e verificar a distribuição das ações. As características de resistência e deformabilidade do concreto são consideradas aos 28 dias.

Seria complicado tentar obter a distribuição real com o concreto fresco sobre as fôrmas de madeira, uma vez que uma formulação teórica com interação entre os dois materiais envolvidos é complexa. Além disso, tal nível de realismo não se justifica nesse caso.

A fundação é novamente admitida como um suporte totalmente rígido, sendo os pilares engastados na base.

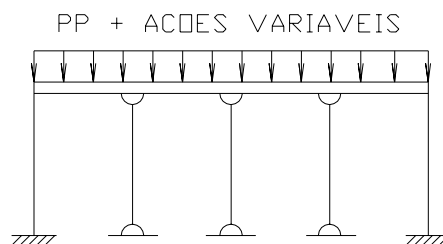


Figura 3.5 – Modelo utilizado para a determinação da distribuição das ações no instante da concretagem

Todo o procedimento descrito pode ser melhor entendido observando-se a figura 3.6, onde é mostrada a análise seqüencial completa de um edifício com 4 pavimentos, construído através de um processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora (2+1). Considera-se a concretagem de um pavimento por semana.

Nesta figura, nota-se que a alteração na distribuição das ações da estrutura devido à retirada de pontaletes é determinada através da aplicação de cargas concentradas de igual valor e em sentido contrário às aplicadas pelas escoras ou reescoras no momento da remoção. Também pode-se observar que a retirada das fôrmas é levada em conta através da aplicação em sentido anti-gravitacional da ação distribuída referente ao seu peso próprio.

Com relação à figura 3.6, deve-se ainda esclarecer a simbologia utilizada.

P_i : carga concentrada transmitida pelo pilar i ao pavimento imediatamente inferior aquele que está sendo concretado;

F_i : carga concentrada transmitida pela escora i ao pavimento imediatamente inferior aquele que está sendo concretado;

e_i : carga absorvida pelo pontalete i exclusivamente devido a um evento de construção;

x_i : carga atuante no pontalete i no momento imediatamente anterior à sua retirada;

p : peso próprio de pontalete;

pp : peso próprio do pavimento;

formas: peso próprio estimado do conjunto das fôrmas do pavimento;

const: ações variáveis atuantes no pavimento que está sendo concretado, referentes a: peso dos trabalhadores, equipamentos, materiais, entulhos e impacto produzido pelo lançamento do concreto.

As etapas A representam os instantes de concretagem.

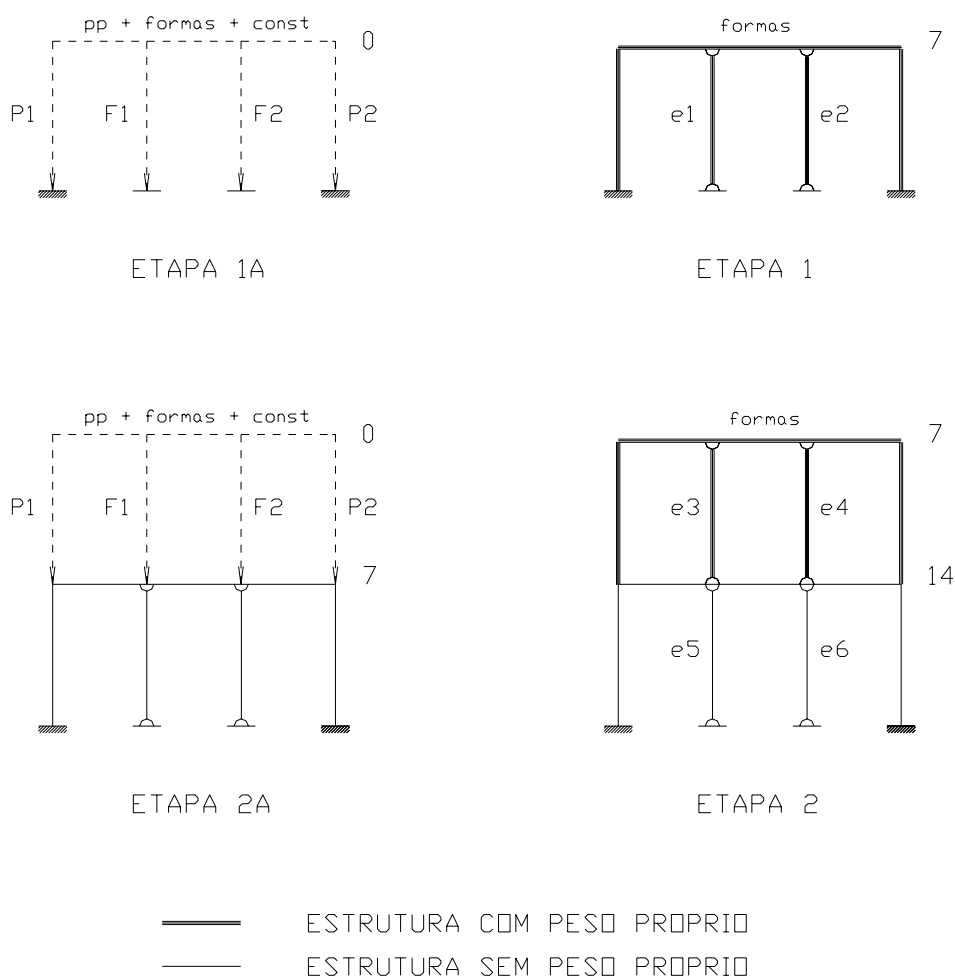


Figura 3.6a - Análise seqüencial para um edifício de 4 pavimentos com processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora (2+1)

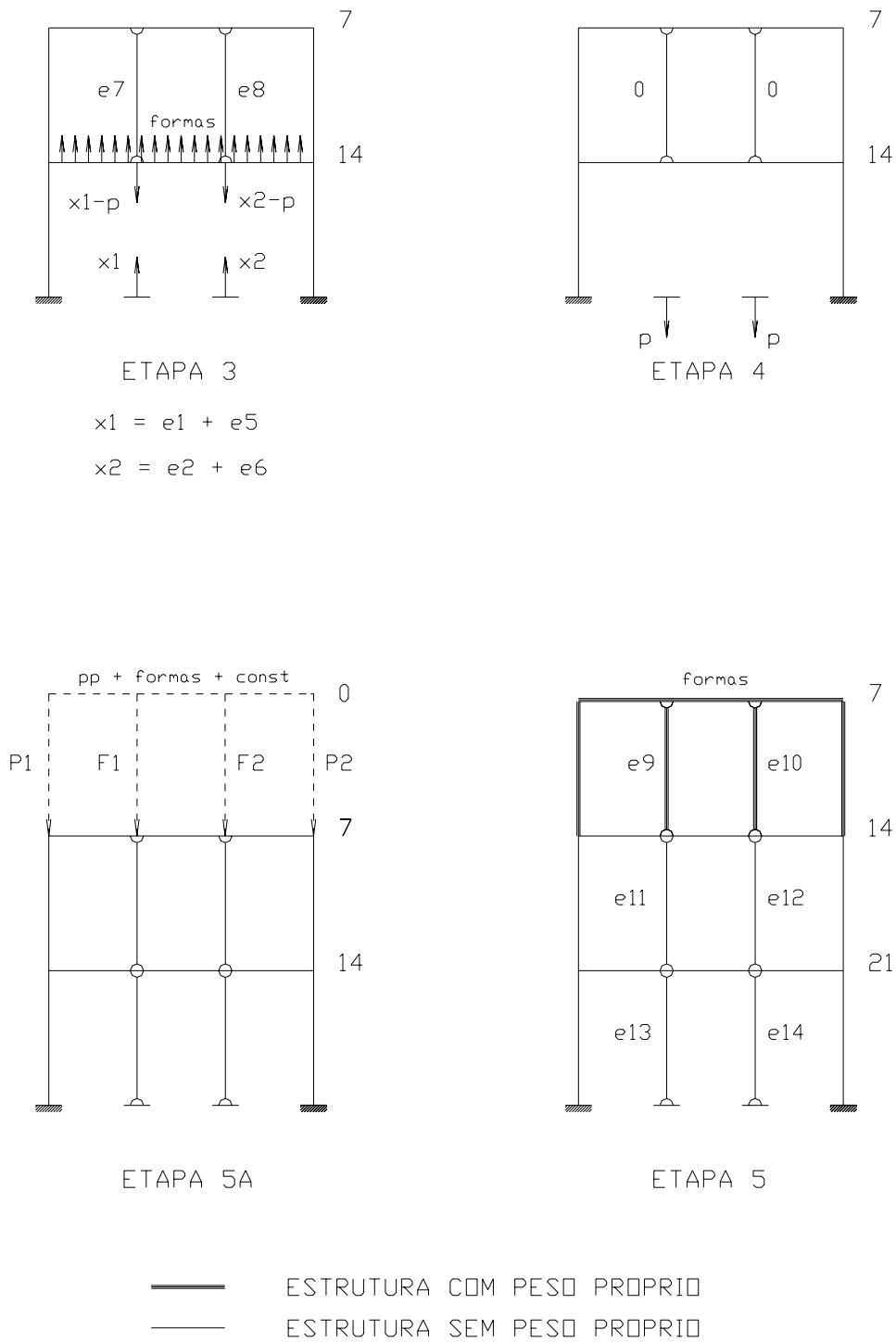


Figura 3.6b - Análise seqüencial para um edifício de 4 pavimentos com processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora (2+1)

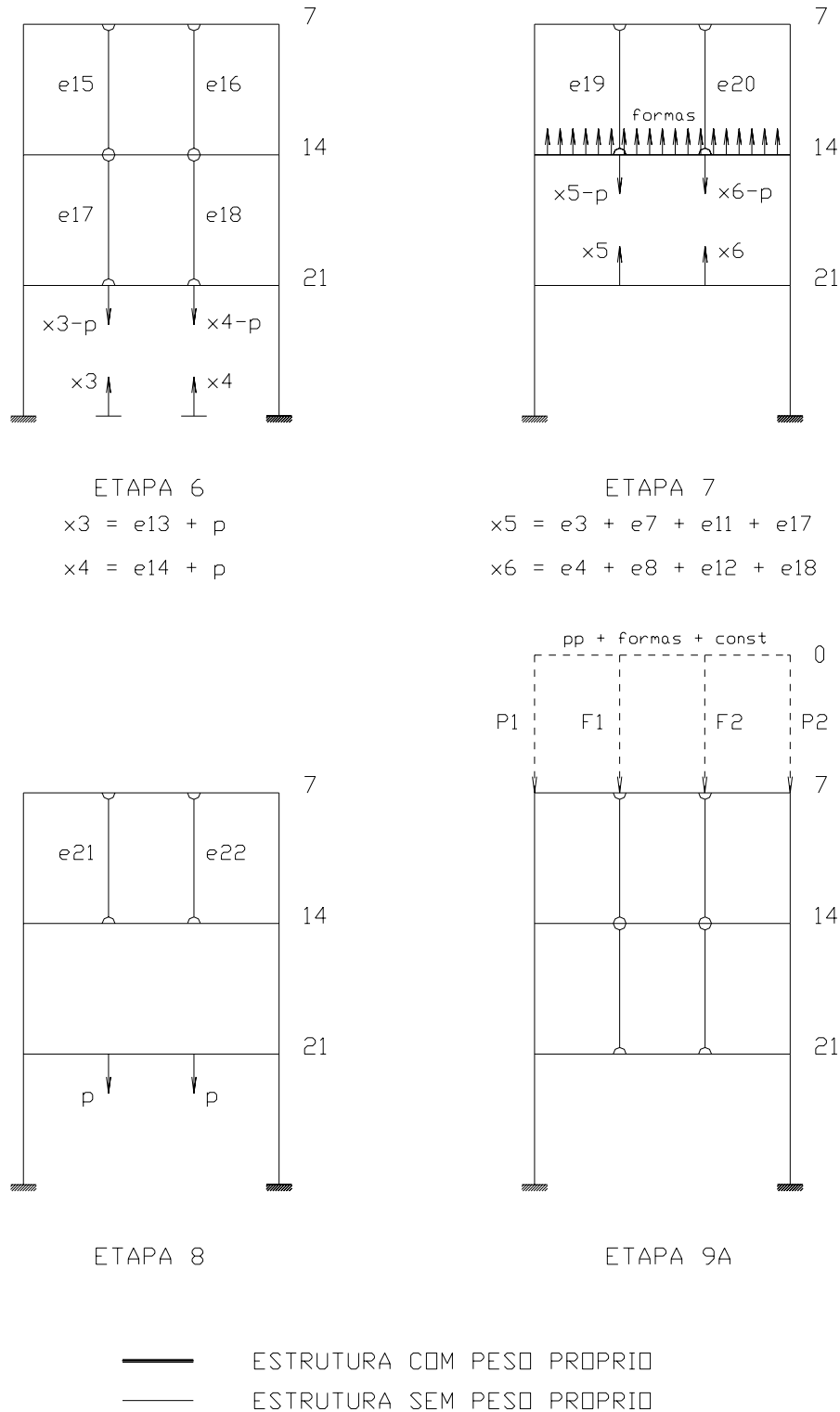


Figura 3.6c - Análise seqüencial para um edifício de 4 pavimentos com processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora (2+1)

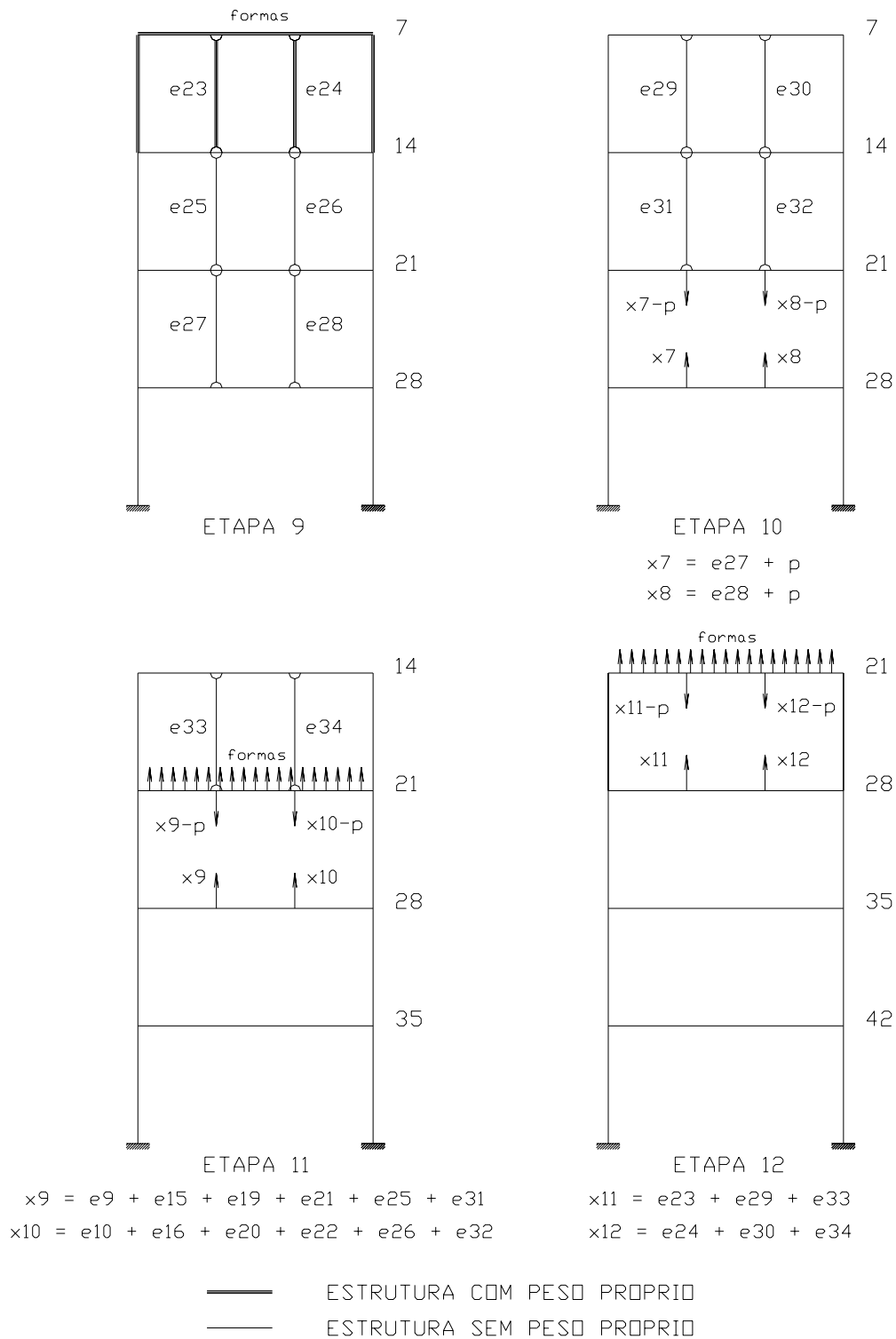


Figura 3.6d - Análise seqüencial para um edifício de 4 pavimentos com processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora (2+1)

Cada etapa de construção da análise seqüencial proposta é tratada sem levar em conta um estado de tensão (ou de deformação) inicial gerado pelas etapas anteriores. Essa simplificação adotada é coerente com a adoção das hipóteses de linearidade física e geométrica.

Por fim deve-se deixar bem claro que, embora a análise seqüencial construtiva tenha sido mostrada na figura 3.6 para um processo de construção particular com dois níveis de escoras mais um nível de reescora, todas as definições estabelecidas são válidas para qualquer outro processo com um número variado de níveis escorados e reescorados. Também são válidas se houver etapas com retirada parcial de pontaletes e/ou retirada total de pontaletes com reescoramento parcial.

4 DEFINIÇÃO DO MÉTODO APROXIMADO

4.1 Estruturas primárias

No item 2 foi mostrada a distribuição das ações de construção segundo o método simplificado, definido com base nos estudos de GRUNDY & KABAILA (1963). Apesar de extremamente prático, este método apresenta algumas limitações já comentadas.

Por outro lado, no item 3 foi definida a análise seqüencial construtiva através de uma modelagem tridimensional das etapas de construção utilizando o método dos elementos finitos.

Entretanto, essa análise seqüencial exige um trabalho exaustivo passo a passo. Isso não é compatível com a praticidade necessária ao dia-a-dia dos escritórios de projeto estrutural.

Uma análise minuciosa dos resultados obtidos permitiu a elaboração de um novo método para a determinação da distribuição das ações durante o processo de construção. Esse novo método, denominado de método aproximado, possui a simplicidade e rapidez do tradicional método de Grundy e Kabaila com a vantagem de ser mais preciso.

A observação da distribuição das ações de construção para duas estruturas tão distintas possibilitou a definição de um método aplicável a qualquer pavimento.

A idéia de se representar as ações de construção como fatores de carga k permanece válida. Para recordar, os fatores de carga são expressos em função do valor da ação de peso próprio do pavimento por m^2 (G).

No desenvolvimento deste novo método de distribuição de ações não é considerado o peso próprio das fôrmas, nem o peso próprio dos pontaletes. Isso se justifica na medida em que, além de facilitar a determinação das ações de construção, pouco altera os resultados.

Inicialmente, deve-se dizer que as etapas nA são momentâneas e imediatamente posteriores às etapas $n-1$. Assim, as etapas n são sempre seguintes às etapas $n-1$, mesmo quando precedidas cronologicamente por uma etapa nA . Por exemplo, para determinar a distribuição das ações de construção da etapa 2A é necessário reportar-se à distribuição anterior, ou seja, a da etapa 1. Para determinar a distribuição das ações de construção da etapa 2, reporta-se também à etapa 1, já que a etapa anterior 2A é momentânea.

Nas etapas A (concretagem) estão presentes a ação de peso próprio do pavimento ($1,0 \times G$) e as ações variáveis (consideradas como $0,85 \times G$). Esse total de ações ($1,85 \times G$) é aplicado ao pavimento da figura 3.5 para que, da mesma maneira

que na análise seqüencial, seja avaliada a transmissão de ações do concreto fresco do pavimento recém concretado para os pontaletes e pilares de sustentação das fôrmas. Determina-se assim uma proporção de ações absorvida por pontaletes e pilares.

Ainda, para todos os pavimentos de quaisquer etapas que envolvam adição de carga e nas quais existam pontaletes ligando o 1.º pavimento à fundação rígida, é considerado que o caminhamento das ações adicionadas, até o solo, segue a proporção acima.

Quando não mais existirem pontaletes ligando o 1.º pavimento à fundação rígida, na distribuição das ações do pavimento recém concretado (etapa A) para o inferior ainda permanece esta proporção. Porém, agora, para os demais pavimentos da etapa de concretagem e de qualquer outra etapa de carregamento altera-se a proporção.

Há a necessidade de se processar a estrutura da figura 4.1, onde agora os pontaletes não mais se apoiam numa fundação rígida. As características do concreto são consideradas aos 28 dias.

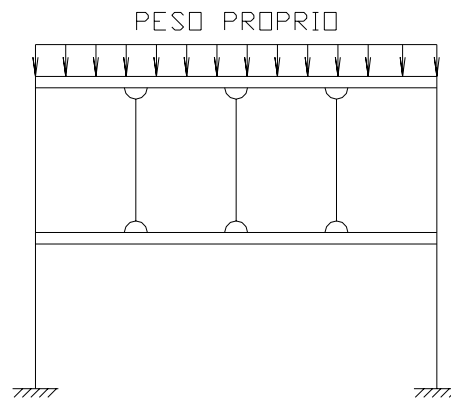


Figura 4.1 – Distribuição das ações quando não há pontaletes ligados à fundação rígida

Aplicado o peso próprio (ou outro carregamento semelhante) ao pavimento superior verifica-se a proporção de ações transmitidas aos pontaletes e pilares. As ações transmitidas aos pontaletes são absorvidas pelo pavimento inferior e as transmitidas aos pilares correspondem à absorção do próprio pavimento.

Já para as etapas de descarregamento (retirada de pontaletes) a proporção de distribuição das ações se altera novamente, havendo a necessidade do processamento da estrutura mostrada na figura 4.2. As características do concreto também são consideradas aos 28 dias.

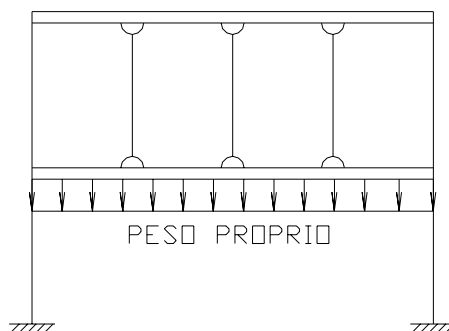


Figura 4.2 – Distribuição das ações nas etapas de descarregamento

Aplicado o peso próprio (ou outro carregamento semelhante) ao pavimento inferior uma porcentagem dessa ação é absorvida por ele próprio enquanto o restante é transmitido para o pavimento superior através dos pontalotes tracionados. Como os pontalotes normalmente estão comprimidos, uma solicitação desse tipo alivia esses elementos. Esse raciocínio prossegue ao longo da altura da construção, distribuindo as ações dos pontalotes retirados aos pavimentos superiores, sempre na proporção obtida neste processamento.

Nas etapas onde há reescoramento absolutamente nada se altera na distribuição das ações, uma vez que nem mesmo o peso próprio dos pontalotes está sendo considerado.

Estas indicações do método aproximado são válidas para processos de construção com qualquer número de pavimentos escorados e reescorados.

Além disso, se houver retirada parcial de pontalotes e/ou reescoramento parcial, a distribuição de ações com a nova quantidade de pontalotes pode ser determinada com o processamento das correspondentes estruturas, como as das figuras 3.5, 4.1 e 4.2. Essas estruturas necessárias à aplicação do método aproximado serão aqui denominadas de estruturas primárias.

A seguir, o método aproximado é aplicado a uma estrutura simples, com processo de construção com dois níveis de escoras mais um nível de reescora, para comparação com os resultados do método simplificado e da análise seqüencial construtiva.

No caso do método simplificado foram adaptadas as etapas A, onde ao peso próprio do pavimento concretado ($1,0 \times G$) se somam as ações variáveis (consideradas como $0,85 \times G$). Na verdade, originalmente, o método simplificado leva em conta essas ações variáveis simplesmente somando o seu valor ao patamar da máxima ação de construção. Entretanto, como aqui foi definido, considera-se que essas ações atuam somente no instante da concretagem.

4.2 Aplicação do método aproximado

A estrutura, em concreto armado, é definida com 4 pavimentos. A forma dos pavimentos e a posição dos pontalotes estão mostradas na figura 4.3, onde nota-se a existência de uma laje quadrada apoiada em vigas nos quatro lados. Em cada canto há um pilar, com distância de piso a piso igual a 3 m.

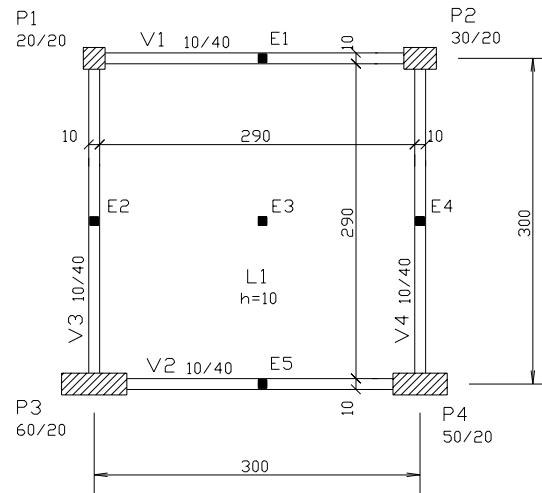


Figura 4.3 - Forma dos pavimentos e posição dos pontaletes (em cm)

A escolha desta estrutura foi feita visando rapidez e facilidade de processamento, ideais para um exemplo ilustrativo.

O processo de construção prevê o uso de dois níveis de escoras mais um nível de reescora, com a concretagem de um pavimento a cada 7 dias. Há cinco pontaletes para a sustentação do pavimento, cujas posições estão mostradas na figura 4.3.

Os pontaletes utilizados são de madeira (*Pinus Elliottii*) com seção retangular de 8 cm x 8 cm, totalizando um peso próprio de 0,1 kN por peça. O módulo de elasticidade desse tipo de madeira é de aproximadamente $6,85 \cdot 10^6$ kN/m² e o coeficiente de Poisson é igual a 0,30.

O peso próprio do conjunto de fôrmas é considerado como uma ação uniformemente distribuída no pavimento igual a 0,20 kN/m², enquanto as ações variáveis estão presentes somente durante a concretagem (etapas A) com valor de 3,20 kN/m², aproximadamente 85% do peso próprio do pavimento.

O concreto utilizado tem resistência característica $f_{ck} = 2,50 \cdot 10^4$ kN/m², o peso próprio é igual a 25 kN/m³ e o coeficiente de Poisson adotado é igual a 0,16.

Quanto ao valor secante do módulo de elasticidade E_c há uma controvérsia muito grande entre as normas. Neste caso, optou-se por utilizar $E_c = 2,48 \cdot 10^7$ kN/m². A NBR-6118 (1978) indica o uso da seguinte expressão:

$$E_c = 0,9 \cdot 6600 \cdot \sqrt{f_{ck} + 3,5}, \text{ em MPa} \quad (4.1)$$

onde:

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão.

Utilizando essa expressão, obtém-se para uma resistência característica $f_{ck} = 2,50 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$ um valor de $E_c = 3,17 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$. Pelas pesquisas atuais, há uma unanimidade em afirmar que esse é um valor muito elevado. Assim, o valor secante do módulo de elasticidade aqui adotado é o da expressão 4.1 reduzido em torno de 20%, concordando com uma média dos valores atualmente indicados pelas normas.

O desenvolvimento das características de resistência e deformabilidade do concreto com a idade é estimado com base nas expressões do CEB-90 (1990), resultando nos valores da tabela 4.1. São admitidos o uso do cimento portland comum, as condições normais de cura úmida durante 7 dias consecutivos e e temperatura $T = 25^\circ\text{C}$.

Tabela 4.1 – Desenvolvimento da resistência característica e do módulo de elasticidade secante

| IDADE (EM DIAS) | f_{ck} (kN/m^2) | E_c (kN/m^2) |
|--------------------|---------------------------------|------------------------------|
| 7 | $1,99 \cdot 10^4$ | $2,24 \cdot 10^7$ |
| 14 | $2,32 \cdot 10^4$ | $2,39 \cdot 10^7$ |
| 21 | $2,47 \cdot 10^4$ | $2,46 \cdot 10^7$ |
| 28 | $2,50 \cdot 10^4$ | $2,48 \cdot 10^7$ |

A tabela 4.2 mostra o volume de concreto e o peso próprio de lajes, vigas e pilares para um andar.

Tabela 4.2 – Volume de concreto e peso próprio para um andar

| | LAJES | VIGAS | PILARES |
|-------------------------|-------|-------|---------|
| VOLUME (m^3) | 0,900 | 0,455 | 0,960 |
| PESO PRÓPRIO (kN) | 22,5 | 11,4 | 24,0 |

Somando valores da tabela 4.2 conclui-se que o peso próprio de um pavimento (lajes e vigas) é igual a 33,9 kN ($3,76 \text{ kN/m}^2$). Para as modelagens das etapas de concretagem (etapas A) é necessário avaliar as ações transmitidas aos pilares e pontaletes pelo concreto fresco, do modo descrito no item anterior (figura 3.5).

Assim, somando as ações recebidas por pilares e pontaletes ao peso próprio de cada um desses elementos obtém-se as ações verticais a serem aplicadas no pavimento imediatamente inferior ao que está sendo concretado. A tabela 4.3 indica essas ações.

Tabela 4.3 – Ações aplicadas no pavimento imediatamente inferior ao que está sendo concretado

| ELEMENTO | AÇÃO VERTICAL CONCENTRADA (kN) |
|----------|-----------------------------------|
| P1 | 12,66 |
| P2 | 15,45 |
| P3 | 21,07 |
| P4 | 18,98 |
| E1 | 3,34 |
| E2 | 3,38 |
| E3 | 8,86 |
| E4 | 3,33 |
| E5 | 1,87 |

O peso próprio do pavimento corresponde a $G = 3,76 \text{ kN/m}^2$ ($1,0 \times G$). Nas etapas A, além dessa ação, atuam ainda $3,20 \text{ kN/m}^2$ ($0,85 \times G$) referentes às ações variáveis.

O peso próprio do conjunto de 5 pontaletes presente em um pavimento totaliza $0,055 \text{ kN/m}^2$ ($0,014 \times G$), e o peso próprio das fôrmas é igual a $0,20 \text{ kN/m}^2$ ($0,056 \times G$). Ambos não são considerados no método aproximado.

O processamento da estrutura primária da figura 3.5 indica que na concretagem de um pavimento 31,2% das ações são transmitidas aos pontaletes, enquanto 68,8% delas são absorvidas pelos pilares já concretados.

Já o processamento da estrutura primária da figura 4.1 mostra que nos carregamentos quando não há pontaletes ligados à fundação rígida 27% das ações são transmitidas aos pontaletes, enquanto 73% são absorvidas pelo próprio pavimento.

No caso do processamento da estrutura primária da figura 4.2 fica definido que nos descarregamentos (retirada de pontaletes) 78,5% das ações são absorvidas pelo pavimento, enquanto 21,5% delas aliviam a compressão dos pontaletes do nível superior. Essa porcentagem de 21,5% é transmitida ao pavimento superior e assim por diante.

Estabelecidos os procedimentos necessários à aplicação do método aproximado, a figura 4.4 exhibe os resultados.

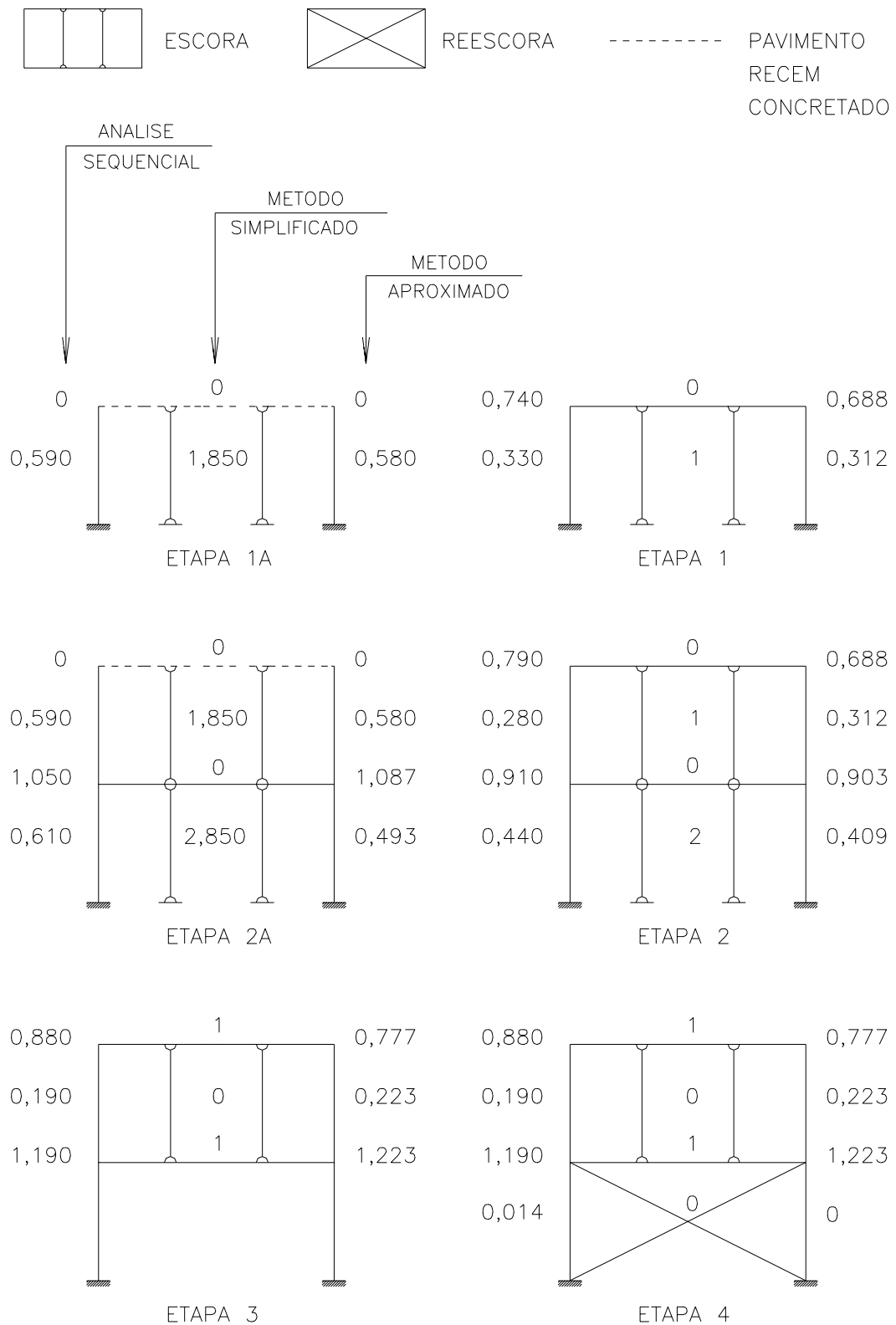


Figura 4.4a – Distribuição das ações de construção segundo fatores de carga k ($x G$)

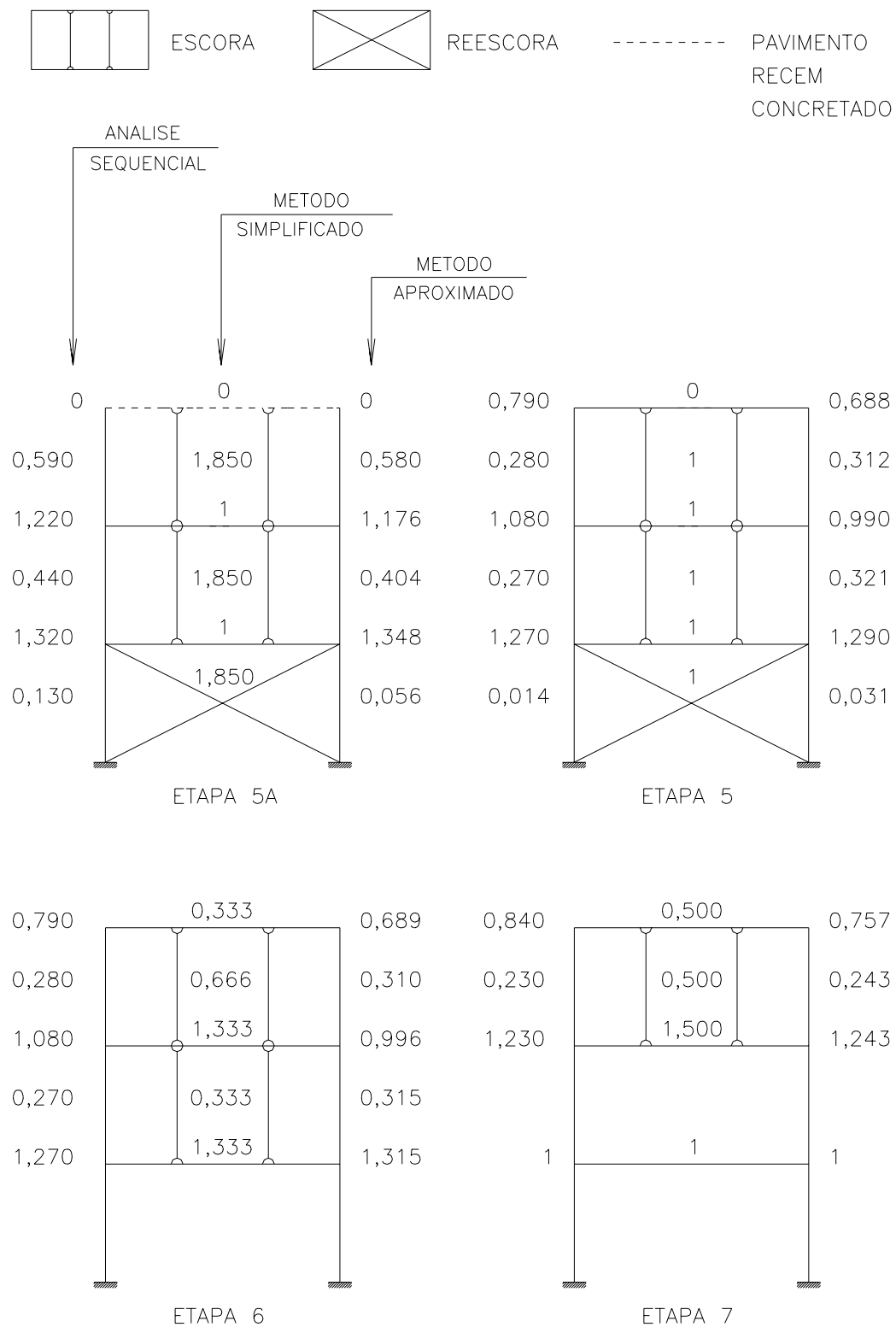


Figura 4.4b – Distribuição das ações de construção segundo fatores de carga k ($x G$)

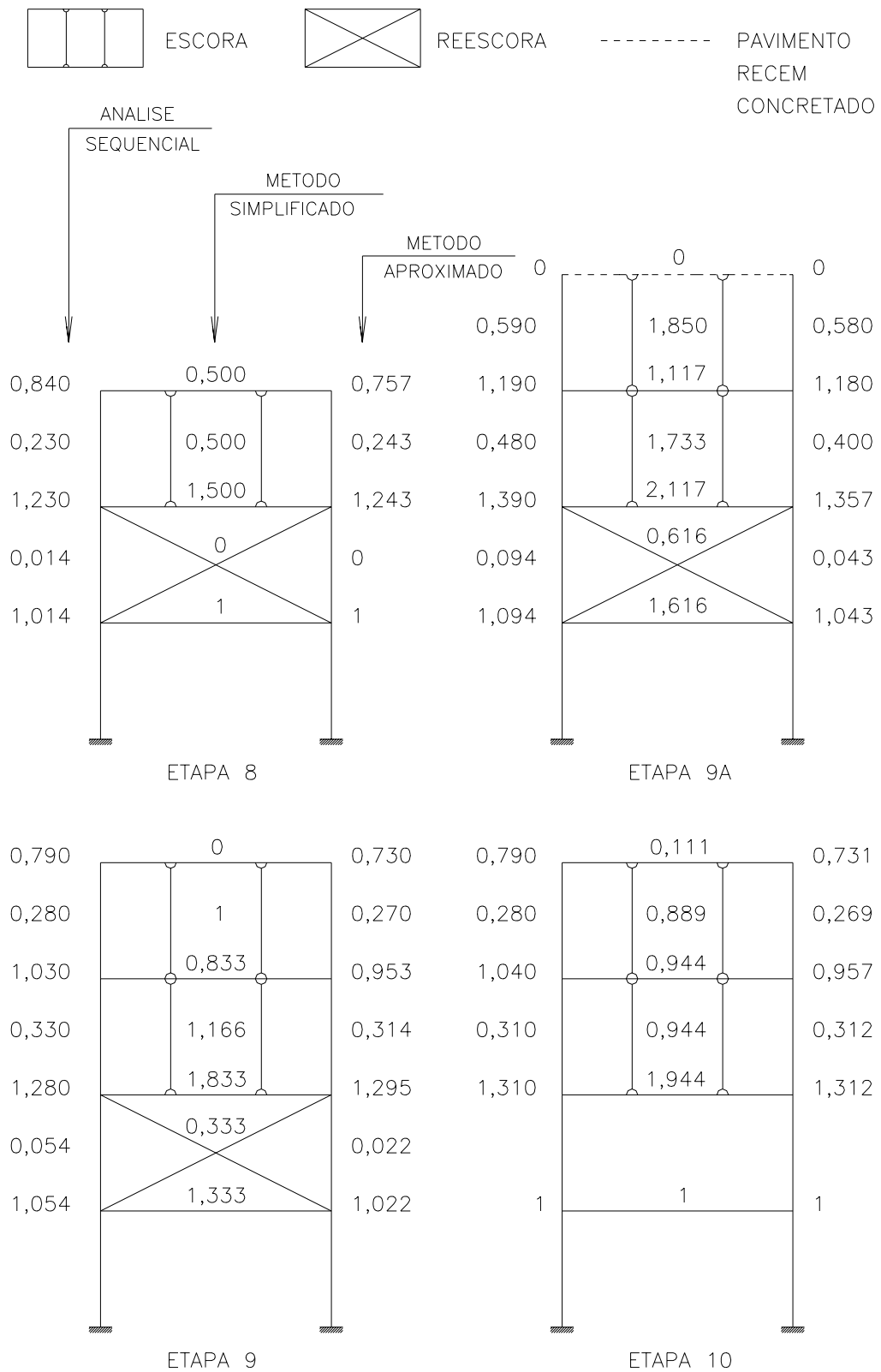


Figura 4.4c – Distribuição das ações de construção segundo fatores de carga $k (x G)$

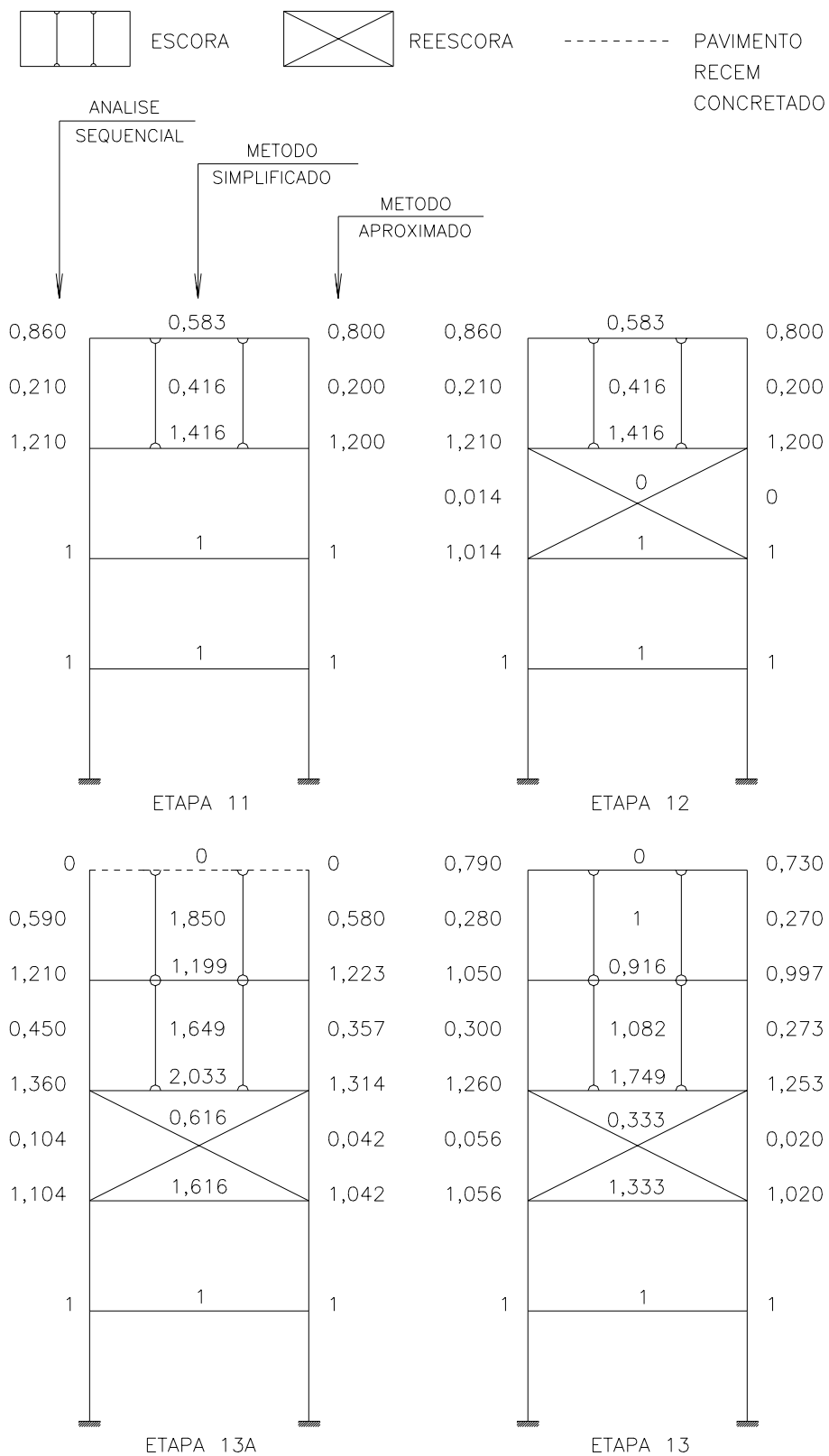


Figura 4.4d – Distribuição das ações de construção segundo fatores de carga k ($x G$)

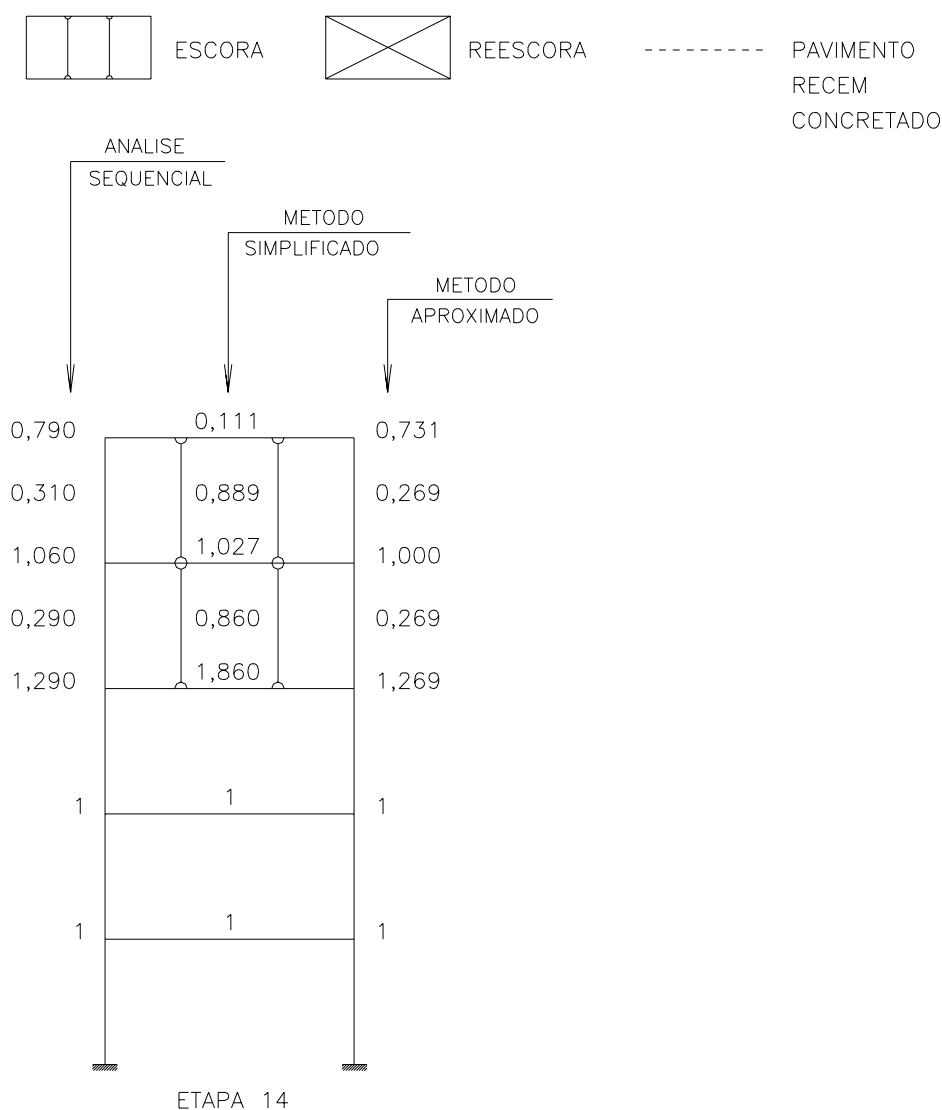


Figura 4.4e – Distribuição das ações de construção segundo fatores de carga k ($x G$)

Descreve-se o método aproximado, a seguir.

Na etapa 1A, como já mencionado, 31,2% das ações ($0,580 x G$) são transmitidas aos pontaletes, sendo que o concreto fresco do 1.º pavimento não possui capacidade para resistir a qualquer parcela de carregamento.

Atingindo a etapa 1 o concreto já possui determinado amadurecimento, permitindo ao pavimento absorver 68,8% das ações ($0,688 x G$), restando novamente 31,2% ($0,312 x G$) aos pontaletes ligados diretamente à fundação. Deve-se reafirmar as diferenças entre as etapas 1 e 1A: além do amadurecimento do concreto, na etapa 1 deixam de atuar as ações variáveis.

Na etapa 2A acontece um novo evento: é concretado o 2.º pavimento. Novamente, os pontaletes ligados ao novo pavimento recebem 31,2% das ações ($0,580 x G$). Estas ações são transmitidas ao 1.º pavimento que absorve 68,8% ($0,399 x G$), repassando o restante 31,2% ($0,181 x G$) para os pontaletes. Assim, o 1.º

pavimento passa a receber $1,087 \times G$ ($0,688 + 0,399$) e o seu conjunto de pontaletes $0,493 \times G$ ($0,312 + 0,181$).

A etapa 2 se comporta do mesmo modo que a etapa 2A, lembrando que a somatória de ações deve ser feita também em relação à etapa 1, já que as etapas A são momentâneas.

Na etapa 3 o novo evento é a retirada do 1.º nível de pontaletes, que de acordo com a etapa 2 (imediatamente anterior) está submetido à ação de $0,409 \times G$. Do total desta ação retirada, 78,5% ($0,320 \times G$) é absorvido pelo 1.º pavimento, que passa a ter $1,223 \times G$ ($0,903 + 0,320$). O restante 21,5% ($0,089 \times G$) é absorvido pelo 2.º pavimento, que passa a ter $0,777 \times G$ ($0,688 + 0,089$). Nesta distribuição, as ações do nível de pontaletes entre o 1.º e o 2.º pavimento sofrem um alívio de 21,5% ($0,089 \times G$), passando a $0,223 \times G$ ($0,312 - 0,089$).

Na etapa 4 ocorre a reposição dos pontaletes retirados, agora atuando como reescoras. Permanecendo a hipótese de que esses pontaletes são instalados sem carga, esse novo evento não altera a distribuição de ações (o peso próprio dos pontaletes também não é considerado).

Nas etapas 5A e 5 o caminhamento das ações é semelhante ao das etapas 2A e 2. Já nas etapas 6 e 7 ocorrem retiradas de pontaletes, da mesma maneira que na etapa 3. Na etapa 8 o 2.º pavimento é reescorado, não ocorrendo modificação na distribuição de ações fixada na etapa 7.

Na etapa 9A é concretado o 4.º pavimento. Os pontaletes ligados ao novo pavimento recebem 31,2% das ações ($0,580 \times G$). Essas ações são transmitidas ao 3.º pavimento. Como não há mais pontaletes ligados à fundação mudam as porcentagens de distribuição de ações entre pavimentos e pontaletes. Agora, o 3.º pavimento absorve 73% ($0,423 \times G$) das novas ações, repassando o restante 27% ($0,157 \times G$) para os pontaletes. Assim, o 3.º pavimento passa a receber $1,180 \times G$ ($0,757 + 0,423$) e o seu conjunto de pontaletes $0,400 \times G$ ($0,243 + 0,157$). As novas ações destes pontaletes ($0,157 \times G$) são transmitidas ao 2.º pavimento que absorve 73% ($0,114 \times G$), deixando os restantes 27% ($0,043 \times G$) aos pontaletes. O 2.º pavimento fica com $1,357 \times G$ ($1,243 + 0,114$) e o seu conjunto de pontaletes com $0,043 \times G$ ($0 + 0,043$). Esta ação de $0,043 \times G$ é finalmente transmitida ao 1.º pavimento, que necessariamente absorve 100%, já que não existem pontaletes sustentando o mesmo. Assim, o 1.º pavimento totaliza $1,043 \times G$ ($1,0 + 0,043$).

As distribuições de ações das demais etapas mostradas na figura 4.4 seguem a mesma metodologia das etapas ora descritas.

4.3 Análise dos resultados do método aproximado

A observação dos resultados mostrados na figura 4.4 demonstra que conseguiu-se estabelecer um bom método para a distribuição das ações durante a construção.

Os resultados do método aproximado são melhores que os do método simplificado, tendo maior proximidade com os resultados da análise seqüencial (considerada mais realista).

A necessidade de se obter previamente alguns resultados com as estruturas primárias para que se possa utilizar o método aproximado não deve ser encarada

como uma dificuldade. Por exemplo, nesse caso, houve a necessidade de apenas 3 processamentos simples.

A estrutura primária da figura 3.5 é muito semelhante à já utilizada para o dimensionamento dos elementos estruturais do pavimento. Praticamente a diferença é a introdução dos elementos de barra rotulados nas extremidades para a simulação dos pontaletes.

Já a modelagem da estrutura primária da figura 4.1 se faz com dois pavimentos interligados por um nível de pontaletes. Pode-se inclusive aproveitar a estrutura da figura 3.5.

A estrutura primária da figura 4.2 é exatamente a mesma da figura 4.1, com a diferença de que as ações de peso próprio estão aplicadas no pavimento inferior, ao invés do superior.

Em alguns aspectos o método aproximado até ganha mais simplicidade em relação ao método simplificado. Por exemplo, não há a necessidade de considerar o peso próprio das fôrmas e dos pontaletes. É evidente que, ao não levar em conta essas cargas, em um balanço geral das ações nos pavimentos e nos conjuntos de pontaletes chega-se a valores menores (melhor explicando, as reações de apoio na fundação são menores). Entretanto, esse fato mostrou-se desprezível.

Os resultados do método aproximado acompanham bem os resultados via análise seqüencial construtiva, inclusive quanto à determinação das etapas críticas do processo. As convergências dos valores das ações ao longo da altura do edifício também se assemelham.

De acordo com os 3 procedimentos a maior solicitação ocorreu no 2.º pavimento durante a etapa 9A. A tabela 4.4 mostra os resultados.

Tabela 4.4 – Ações de construção máximas para pavimentos – etapa 9A

| | FATOR k (xG) |
|---------------------|--------------|
| ANÁLISE SEQÜENCIAL | 1,390 |
| MÉTODO APROXIMADO | 1,357 |
| MÉTODO SIMPLIFICADO | 2,117 |

No que diz respeito às máximas ações no conjunto de pontaletes, o nível situado entre a fundação e o 1.º pavimento possui as maiores ações na etapa 2A. A tabela 4.5 indica os fatores de carga obtidos.

Tabela 4.5 – Ações de construção máximas para pontaletes – etapa 2A

| | FATOR k (xG) |
|---------------------|--------------|
| ANÁLISE SEQÜENCIAL | 0,610 |
| MÉTODO APROXIMADO | 0,493 |
| MÉTODO SIMPLIFICADO | 2,850 |

Nesse instante, cabe uma observação. Na verdade, de acordo com o método aproximado, a maior solicitação para pontaletes ocorre em todas etapas A. Para os conjuntos de pontaletes que sustentam os pavimentos recém concretados têm-se um fator de carga $k = 0,580 > 0,493$.

Em geral, o método simplificado superestima as ações nos pavimentos e pontaletes. Ainda, ele indica que os resultados mostrados na figura 4.4 sejam majorados em 10%, para levar em conta o peso próprio das fôrmas e pontaletes. Assim, na etapa 9A ocorre a maior solicitação para pavimentos, com o 2.º deles apresentando $k=2,328 (2,117 \times 1,10)$. No caso dos pontaletes, o nível situado entre o 1.º pavimento e a fundação exibe, na etapa 2A, o valor máximo com $k=3,135 (2,850 \times 1,10)$.

Na verdade, o método simplificado já falha ao apresentar os mesmos resultados para estruturas com pavimentos diferentes. O método aproximado corrige isso muito bem estabelecendo preliminarmente algumas distribuições de ações nos carregamentos e descarregamentos. Essas distribuições são características de cada pavimento em particular e são determinadas através dos processamentos das estruturas primárias.

Além disso, alguns outros fatores claramente visíveis no método simplificado são corrigidos no método aproximado.

Primeiramente, a hipótese de se considerar os pontaletes infinitamente rígidos faz com que as ações de peso próprio de pavimentos recém concretados caminhem diretamente para a fundação, enquanto a esta ainda eles estiverem ligados. Na verdade os pontaletes são deformáveis, possibilitando que os pavimentos do sistema de suporte absorvam ações nesta situação.

Outro ponto a destacar, também causador de distorções nos resultados, é a não absorção de cargas por parte dos pilares quando um pavimento é concretado; com certeza o principal equívoco do método simplificado. Obviamente, uma porcentagem das ações de pavimentos recém concretados são transmitidas aos pilares. Embora o concreto fresco ainda não permita resistência às cargas, os pilares já estão concretados e, como os pontaletes, ajudam na sustentação do pavimento.

Ao contrário do que se imaginava no início deste trabalho, as idades do pavimento não constituem um fator importante na distribuição das ações. De acordo com o método aproximado interessa de fato: a posição do pavimento no sistema de suporte, se se trata de concretagem ou retirada de pontaletes e, finalmente, se há pontaletes ligados à fundação. Em resumo, a velocidade de construção pouco influencia a distribuição das ações.

Embora seja importante estabelecer métodos que se caracterizem pela simplicidade e rapidez na obtenção de resultados, como o aqui particularmente definido, deve-se estar sempre atento às limitações que isso acarreta.

Por exemplo, os fatores de carga refletem uma média para todo o pavimento, existindo regiões menos ou mais solicitadas pelos pontaletes. Este fato deve ser entendido e sempre levado em consideração.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Formwork for concrete (1989). Detroit. 464 p. (ACI SP-4)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). **NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, ABNT.

CEB-FIP Model Code for Concrete structures (1990). Evaluation of the time dependent behaviour of concrete. **Bulletin d'information**, Lausanne, n.199, 201p.

CHOI, C.K.; KIM, E. (1985). Multistory frames under sequential gravity loads. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.111, n. 11, p. 2373-2384, Nov.

CORRÊA, M.R.S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelagens usualmente empregadas no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

GRUNDY, P.; KABAILA, A. (1963). Construction loads on slabs with shored formwork in multistory buildings. **ACI Structural Journal**, v.60, n. 12, p. 1729-1738, Dec.

KRIPKA, M.; SORIANO, H.L. (1992). Sistema para análise incremental construtiva de edificações. In: CONGRESSO IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 13., Porto Alegre. **Anais**. p. 381-390.

PRADO, J.F.M.A. (1999). **Estruturas de edifícios em concreto armado submetidas a ações de construção**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

RAMALHO, M.A. (1990). **Sistema para análises de estruturas considerando interação com o meio elástico**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SBAROUNIS, J.A. (1984). Multistory flat plate buildings: construction loads and immediate deflections. **Concrete International**, v.6, n. 2, p. 70-77, Feb.

SELVARAJ, S.; SHARMA, S.P. (1974). Influence of construction sequence on the stresses in tall building frames. In: REGIONAL CONFERENCE ON TALL BUILDINGS, Bangkok. **Proc**. p. 197-211.

WAI-FAH CHEN et al. (1985). Construction load analysis for concrete structures. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.111, n. 5, p. 1019-1036, May.

WAI-FAH CHEN et al. (1992). Construction load distributions for laterally braced framework. **ACI Structural Journal**, v.89, n. 4, p. 415-424, July-Aug.

WAI-FAH CHEN et al. (1991). Determining shoring loads for reinforced concrete construction. **ACI Structural Journal**, v.88, n. 3, p. 340-350, May-June.

ANÁLISE TRIDIMENSIONAL DE EDIFÍCIOS EM ALVENARIA ESTRUTURAL SUBMETIDOS À AÇÃO DO VENTO

Joel Araújo do Nascimento Neto¹ & Márcio Roberto Silva Corrêa²

Resumo

As análises apresentadas neste trabalho têm por finalidade avaliar o comportamento global do sistema de contraventamento dos edifícios em alvenaria estrutural. O modelo numérico utilizado consiste em uma modelagem mais precisa que as usualmente empregadas para esse tipo de estrutura, havendo a possibilidade de inclusão no comportamento global a deformabilidade por cisalhamento das paredes e os efeitos da torção do edifício. Todas as análises são desenvolvidas adotando-se comportamento elástico linear para o sistema de contraventamento.

Palavras-chave: alvenaria estrutural; edifícios; ações horizontais; cisalhamento; torção.

1 INTRODUÇÃO

Há vários tipos de sistemas estruturais de edifícios para resistir às ações laterais provenientes do vento e as transferir, a partir dos níveis dos pavimentos, para as fundações. Dentre os elementos estruturais verticais utilizados nesses sistemas, pode-se citar: paredes estruturais, pórticos de contraventamento, núcleos estruturais, e suas combinações. No caso dos elementos estruturais horizontais, responsáveis pela distribuição das ações laterais entre os elementos verticais, podem-se citar as lajes dos pavimentos agindo como diafragmas rígidos horizontais.

Os pavimentos dos edifícios em alvenaria estrutural necessitam de paredes com comprimento suficiente para garantir suas condições de apoio, além de garantir rigidez para o sistema de contraventamento. Em alguns casos, torna-se necessário considerar a influência das paredes dispostas perpendicularmente à direção analisada para garantir a estabilidade lateral. A resistência de uma parede de contraventamento é, primordialmente, dependente da rigidez desenvolvida no seu plano, não considerando-se portanto, a rigidez aos deslocamentos fora desse plano.

No caso dos edifícios em alvenaria estrutural, os elementos estruturais que garantem sua estabilidade lateral constituem-se, em parte, pelas paredes estruturais e pelos diafragmas horizontais. Vale salientar que esse sistema estrutural é solicitado tanto pelas ações horizontais quanto pelas ações verticais.

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas, Aluno de Doutorado na EESC-USP, joelneto@sc.usp.br

² Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, correa@sc.usp.br

2 MODELO DE PÓRTICO TRIDIMENSIONAL

2.1 Apresentação

A modelagem descrita a seguir pode ser considerada, no âmbito dos modelos com elementos barra, como uma das mais precisas e completas.

As paredes de contraventamento são discretizadas por elementos barra tridimensional, os quais possuem seis graus de liberdade em cada extremidade. Essas barras devem possuir as mesmas características geométricas das respectivas paredes que representam, bem como devem ser posicionadas no centro de gravidade da seção da parede. Não é necessário considerar-se a composição dessas seções com abas ou flanges, devido ao fato dessa contribuição estar incorporada ao modelo, como se mostrará a seguir.

As paredes que se interceptam são interligadas/conectadas por barras horizontais rígidas, de modo a se considerar a interação que efetivamente se desenvolve entre as paredes bem como as excentricidades associadas às forças de interação. As extremidades comuns a duas paredes são consideradas articuladas, Figura 1. As informações relativas às características das barras horizontais rígidas são apresentadas no item 2.3.

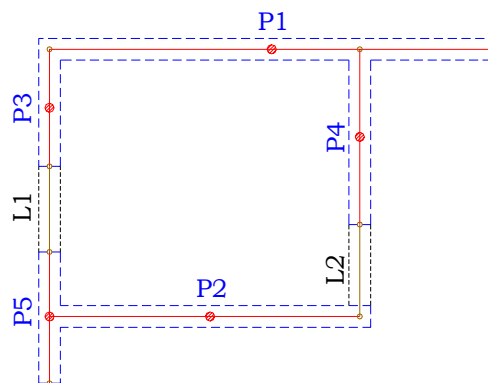


Figura 1 – Planta baixa da modelagem tridimensional dos painéis de contraventamento com elementos barra

Existe, também, a possibilidade de inclusão de lintéis no modelo, Figura 1. Esses lintéis podem ser observados nos trechos de parede situados entre as aberturas de portas e janelas, Figura 2, e podem aumentar significativamente a rigidez do edifício quando solicitado pelas ações horizontais, como será evidenciado no exemplo numérico apresentado.

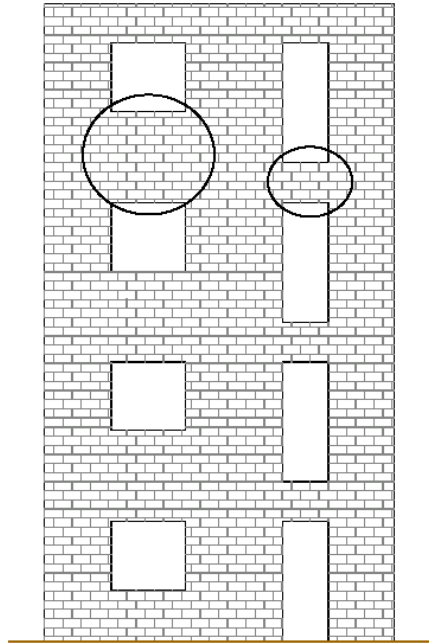


Figura 2 – Trechos de alvenaria (lintéis) entre aberturas de porta e janela

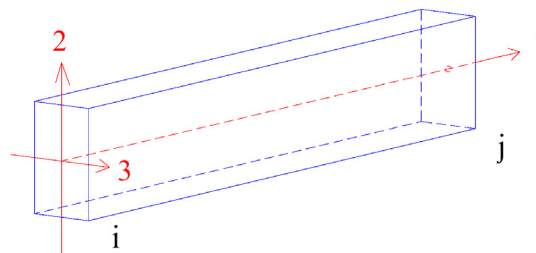


Figura 3 - Eixos de referência para os graus de liberdade dos elementos barra

Toma-se como referência para os graus de liberdade considerados nos elementos barra horizontais (barras rígidas e lintéis), os eixos da Figura 3.

A interação de paredes é associada ao desenvolvimento de esforços verticais (esforços cortantes) em suas interseções. Sendo as barras rígidas responsáveis pela simulação desses esforços, utilizam-se articulações nas extremidades comuns, de modo que o único grau de liberdade associado a essa extremidade é a translação vertical segundo o eixo 2 da Figura 3.

O comprimento e o número de barras rígidas na modelagem das paredes depende das interseções que ocorrem entre essas paredes e da inclusão ou não dos lintéis.

Observe-se a Figura 4. Cada parede possui um nó no centro de gravidade da seção e aqueles definidos pela interseção entre paredes, bem como entre paredes e lintéis. O nó do C.G. é utilizado na incidência das barras verticais. Os nós de

interseção, juntamente com o nó do C.G. da seção, determinam a incidência das barras rígidas. De acordo com a Figura 4, a parede P1 possui três barras rígidas; a primeira do nó 11 ao 6, a segunda do nó 6 ao 12, e uma terceira do nó 12 ao 18.

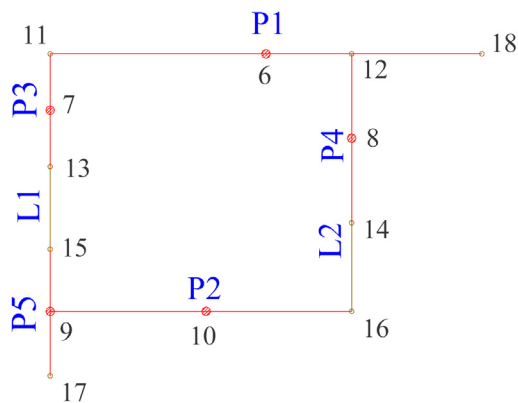


Figura 4 - Incidência das barras horizontais rígidas no modelo tridimensional

Na primeira barra rígida, a extremidade inicial é articulada, pois o nó 11 determina um ponto extremo na modelagem da parede, e a extremidade final permanece sem liberação de vínculos, pois o nó 6 determina um ponto interno na modelagem da parede. A segunda barra rígida apresenta as duas extremidades contínuas, pois os nós 6 e 12 determinam pontos internos na modelagem. A terceira barra rígida possui extremidade inicial contínua pelas mesmas razões expostas anteriormente, e extremidade final articulada, pois o nó 18 determina um ponto extremo na modelagem. Caso a terceira barra não apresente interseção em sua extremidade final com um lintel ou outra parede, sua inclusão no modelo é desnecessária. Desse modo, tal barra é excluída do modelo, e a barra anterior passa a ter sua extremidade final articulada. Quanto aos lintéis, se os mesmos forem incluídos no modelo, as extremidades das barras que os modelam devem possuir ligação contínua (sem liberação de vínculos) com as extremidades das barras horizontais rígidas, e devem apresentar, obviamente, as mesmas características geométricas da seção do lintel.

Quanto à modelagem da laje, a mesma é idealizada como um diafragma rígido em seu plano, o que possibilita a utilização do recurso do nó mestre para a compatibilização dos deslocamentos ao nível dos pavimentos. Esses deslocamentos são associados às duas translações independentes no plano do pavimento e uma rotação em torno do eixo normal a esse plano.

Em resumo, um trecho de parede sem abertura situado entre pavimentos consecutivos é discretizado por elementos barra tridimensional, diferenciados por barras verticais flexíveis e barras horizontais rígidas, Figura 5.

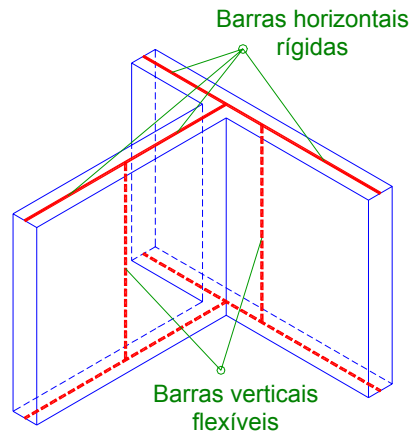


Figura 5 - Modelagem das paredes de contraventamento

A barra vertical possui as características da seção retangular da parede e suas extremidades são ligadas continuamente a barras rígidas horizontais. Os nós inicial e final dessa barra são associados aos nós mestres dos respectivos pavimentos.

As barras rígidas horizontais são dispostas ao nível dos pavimentos e têm por objetivo simular o efeito do comprimento das paredes (excentricidades) e a interação que se desenvolve entre elas.

Essa modelagem é equivalente, fazendo-se algumas adaptações, às das paredes dos núcleos estruturais em concreto armado que utilizam elementos barra. A discretização para um conjunto de paredes que se interceptam apresentada anteriormente, é baseada no modelo proposto por YAGUI (1978) para a discretização dos núcleos estruturais.

Vale salientar que o modelo utilizado neste trabalho leva em consideração a deformação por cisalhamento das paredes, e avalia de forma indireta e aproximada os efeitos causados pelo empenamento da seção composta formada pelas paredes. O modelo anteriormente descrito para um conjunto de paredes que se interceptam é denominado, neste trabalho, “modelo de pórtico tridimensional”.

2.2 Deformação por cisalhamento

De acordo com NASCIMENTO NETO et al. (1999) a deformação por cisalhamento das paredes dos edifícios em alvenaria estrutural, tem grande influência no comportamento dos painéis de contraventamento. Desse modo, sua inclusão no modelo de pórtico tridimensional torna-se um fator bastante interessante e simples, como será descrito a seguir.

A deformação por cisalhamento é considerada mediante determinação do fator de forma da seção. Com esse fator de forma obtém-se uma área de cisalhamento, equação (1), que será utilizada para modificar-se adequadamente a matriz de rigidez do respectivo elemento barra.

$$A_S = \frac{A}{c} \quad (1)$$

sendo: A_S = área de cisalhamento
 A = área da seção transversal
 c = fator de forma da seção

Esse efeito é considerado nas barras verticais do pórtico tridimensional, que possuem as características geométricas das seções retangulares das paredes.

O fator de forma para uma seção retangular é bastante conhecido na literatura, apresentando o valor $c=1,2$. Esse é o fator de forma básico utilizado para cálculo da área de cisalhamento das barras verticais de modo a considerar as deformações por cisalhamento das paredes do edifício. Vale ressaltar que no caso de seções compostas o fator de forma c assume outros valores, segundo NASCIMENTO NETO et al. (1999).

2.3 Barras horizontais rígidas e lintéis

A utilização de barras horizontais rígidas no modelo de pórtico tridimensional, como mencionado no item 2.1, tem por objetivo considerar as excentricidades dos esforços de interação avaliando o nível de transmissão que ocorre entre paredes que se interceptem, bem como a modificação na distribuição da rigidez relativa quando considera-se a contribuição dos lintéis.

A interação de paredes é simulada através dos esforços cortantes que surgem nos nós de interseção das barras rígidas. As extremidades de barras rígidas que incidam nesses nós são articuladas, garantindo que a rigidez do nó só apresente contribuições associadas aos deslocamentos verticais.

Quando consideram-se os lintéis no modelo, as extremidades das barras rígidas que se interceptem com esses lintéis devem apresentar ligação contínua, caso contrário a efetiva contribuição dos mesmos não seria levada em consideração no modelo.

As características das barras rígidas utilizadas no modelo de pórtico tridimensional seguem as recomendações encontradas em CORRÊA (1991). Segundo o autor, as barras rígidas horizontais, referidas em seu trabalho como “elementos de grande rigidez”, são utilizadas como uma das soluções para a consideração dos nós de dimensões finitas encontrados nos pórticos de edifícios em concreto armado, Figura 6.

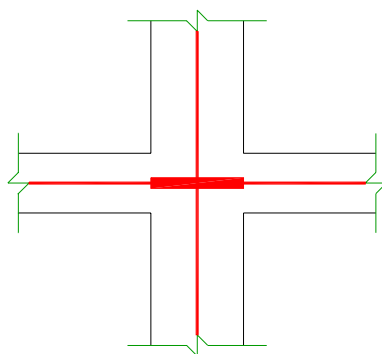


Figura 6 - Simulação de trechos rígidos utilizando-se elementos barra [adaptado de CORRÊA (1991)]

No caso das paredes com interseção dos edifícios em alvenaria estrutural, os elementos de grande rigidez foram aplicados com base no modelo de YAGUI para núcleos estruturais. Esses elementos, segundo CORRÊA (1991), têm que apresentar seção transversal com características que simulem o trecho rígido da estrutura com uma rigidez suficientemente grande para que seja alcançado o objetivo da modelagem sem haver perturbação da estabilidade numérica da solução. Segundo o autor a discrepância muito acentuada de rigidez no modelo pode produzir um resultado catastrófico e, o que é pior, sem controle por parte do usuário e dependente do tratamento dado às variáveis reais no "software". A experiência do autor com o sistema LASER, que também é utilizado no processamento dos edifícios neste trabalho, mostrou ser satisfatória a utilização de barras com seções de largura igual à do pilar ou da parede, e altura igual ao pé-direito.

Uma outra aplicação das barras rígidas é apresentada em CORRÊA (1991). Paredes com abertura podem ser discretizadas por elementos finitos de chapa Figura 7a ou por elementos barra com a utilização de trechos rígidos Figura 7b. Segundo o autor, a modelagem com elementos barra torna-se mais eficaz, quando se deseja, por exemplo, estudar o comportamento global do sistema estrutural de um edifício, sob a ação do vento, modelando-se em conjunto seus painéis de contraventamento.

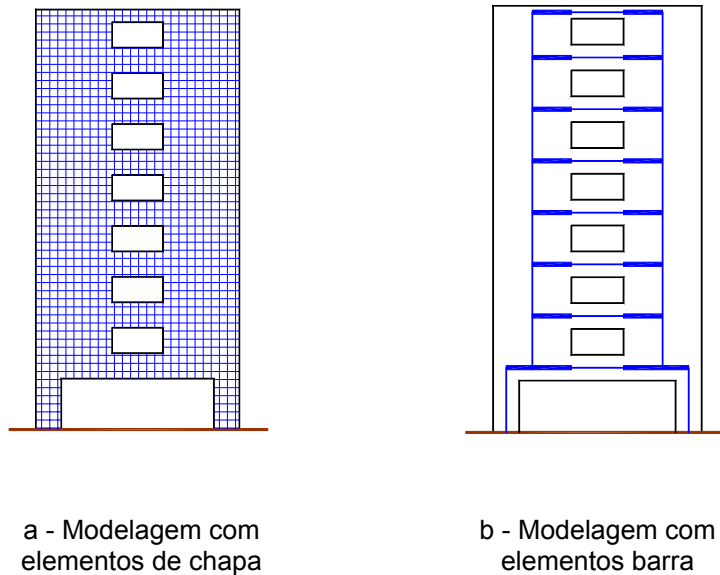


Figura 7 - Paredes com aberturas

Essa modelagem é utilizada quando deseja-se considerar o efeito das aberturas dos painéis de contraventamento, isto é, incluir a contribuição dos lintéis na rigidez do sistema estrutural.

No caso das aberturas usuais em edifícios residenciais de alvenaria, esses lintéis aumentam significativamente a rigidez global da estrutura, diminuindo os deslocamentos horizontais e redistribuindo os esforços entre os painéis de contraventamento. Essa redistribuição é ocasionada por meio de uma modificação na rigidez relativa desses painéis, como será evidenciado no exemplo apresentado.

A inclusão dos lintéis no modelo deve ser uma decisão bastante criteriosa. É vantajoso para aumentar a rigidez do edifício às ações horizontais, mas pode exigir

reforço com armadura dependendo dos esforços de cisalhamento neles desenvolvidos.

2.4 Interação de paredes

As paredes de um edifício em alvenaria estrutural podem ser analisadas considerando-se que ocorre uma transmissão de esforços entre as mesmas, bastando para isso que a ligação/interseção entre elas seja capaz de desenvolver esses esforços de interação. A interação pode ocorrer entre paredes que se interceptem, Figura 8a, ou entre paredes ligadas por lintéis, Figura 8b. No segundo caso, a transmissão dos esforços ocorre devido à presença do lintel, permitindo-se que haja a interação das paredes ligadas por esse lintel.

Aplicando-se uma ação horizontal no painel, essa interação é avaliada considerando-se uma contribuição com flanges para os painéis de contraventamento. No modelo de pórtico tridimensional, a contribuição da flange é considerada pelas barras horizontais rígidas.

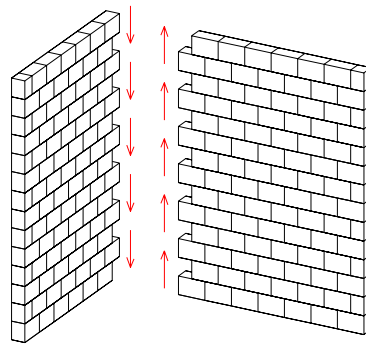


Figura 8a - Esforços de interação entre paredes [adaptado de CORRÊA & RAMALHO (1998)] - Paredes ligadas por lintéis

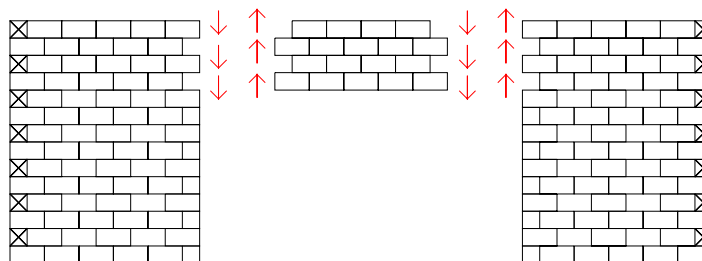


Figura 8b - Esforços de interação entre paredes [adaptado de CORRÊA & RAMALHO (1998)] - Paredes com interseção

O modelo de pórtico tridimensional, a princípio, pode ser considerado como o mais adequado para uma análise dos esforços provenientes das ações horizontais, primeiro por representar melhor a rigidez relativa dos painéis e, segundo por permitir uma análise dos efeitos da torção do edifício, quantificando-se as alterações nos valores dos esforços cortantes absorvidos pelos diversos painéis.

3 EFEITOS DE TORÇÃO NOS EDIFÍCIOS

Os efeitos de torção nas edificações podem ser associados a várias causas, podendo-se citar, segundo BLESSMANN (1989): desigual distribuição das pressões do vento; assimetria do sistema estrutural de contraventamento; turbulência do vento incidente; incidência oblíqua do vento. Ensaio em túneis de vento mostraram que, mesmo em edifícios prismáticos de planta retangular ou quadrada e com eixo de torção coincidindo com o eixo geométrico da estrutura, aparecem esforços de torção consideráveis. Esse efeito corresponde a algumas incidências oblíquas do vento. Ainda segundo o autor, mesmo no caso de incidência perpendicular pode-se verificar a ocorrência da torção, originada pela turbulência do vento que causa uma distribuição assimétrica das pressões num determinado instante. Da mesma forma, as condições de vizinhança podem alterar significativamente os valores dos coeficientes aerodinâmicos dos edifícios e, conseqüentemente, as ações devidas ao vento.

Com a finalidade de se considerarem os efeitos que causam torção da edificação, a NBR-6123 sugere a consideração de excentricidades para a força devida ao vento que incide perpendicularmente às fachadas dessas edificações, de acordo com a tabela 1. A obtenção detalhada dessas excentricidades pode ser encontrada em BLESSMANN (1989).

Tabela 1 - Excentricidades da ação do vento

| Efeito associado | Excentricidade | | Observações |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|---|
| | Vento na direção X (e_x) | Vento na direção Y (e_y) | |
| Incidência oblíqua do vento | 0,075a | 0,075b | a = maior dimensão em planta da fachada de incidência para o vento na direção X |
| Efeitos de vizinhança | 0,15a | 0,15b | b = maior dimensão em planta da fachada de incidência para o vento na direção Y |

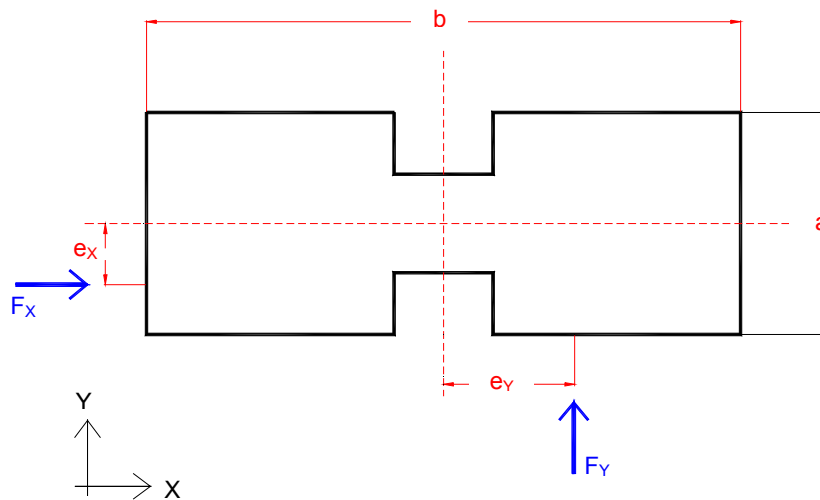


Figura 9 – Excentricidades da ação do vento

4 EXEMPLO PARA ANÁLISE DE RESULTADOS

Os modelos utilizados nas análises são referidos como:

Modelo 1: paredes isoladas com contribuição de flanges, paralelas à direção de atuação do vento, e sem inclusão da deformação por cisalhamento das paredes;

Modelo 2: paredes isoladas com contribuição de flanges, paralelas à direção de atuação do vento, e com inclusão da deformação por cisalhamento das paredes;

Modelo 3: pórtico tridimensional considerando-se a deformação por cisalhamento das paredes e sem contribuição dos lintéis;

Modelo 4: pórtico tridimensional considerando-se a deformação por cisalhamento das paredes e com contribuição dos lintéis.

O edifício analisado possui treze pavimentos cuja distância de piso a piso mede 2,80m. A planta do pavimento tipo é apresentada na Figura 10a e esquematizada em diagrama unifilar na Figura 10b. Foram utilizados blocos de concreto que variam de 10,0 MPa a 4,5 MPa da base ao topo, considerando-se um módulo de elasticidade médio $E=2960\text{MPa}$ para todas as paredes. O carregamento devido ao vento foi determinado segundo a NBR-6123, considerando-se uma velocidade básica $V_0=38\text{m/s}$ e um edifício de classe 2 e categoria 4. A ação foi aplicada, sem excentricidade, segundo a direção Y devido a sua simetria.

Foram enfatizados os resultados de deslocamentos horizontais da estrutura ao nível dos pavimentos, de distribuição dos esforços cortantes, e de distribuição de momentos fletores, bem como os diagramas de momento fletor e esforço cortante das paredes mais solicitadas.

Foram avaliados os resultados obtidos para distribuição dos esforços cortantes nas paredes e diagrama de esforço cortante na parede mais solicitada com os modelos 1 e 4, avaliando-se as diferenças entre o modelo mais simples e modelagens mais refinadas.

Avaliam-se, também, os modelos 1 e 2, confrontando seus resultados com os modelos 3 e 4. O modelo 1 é analisado com o resultado de distribuição dos esforços cortantes entre as paredes de contraventamento (esforços cortantes na base das paredes). O modelo 2 surge na avaliação do diagrama de esforço cortante, juntamente com os demais modelos.

Os lintéis do modelo 4 são analisados quanto aos esforços cortantes e tensões de cisalhamento, comparando-os aos limites normatizados. Apresentam-se apenas resultados segundo a direção Y de incidência do vento. Para que não houvesse repetições desnecessárias, a análise segundo a direção X não foi apresentada por possuir comportamento bastante semelhante.

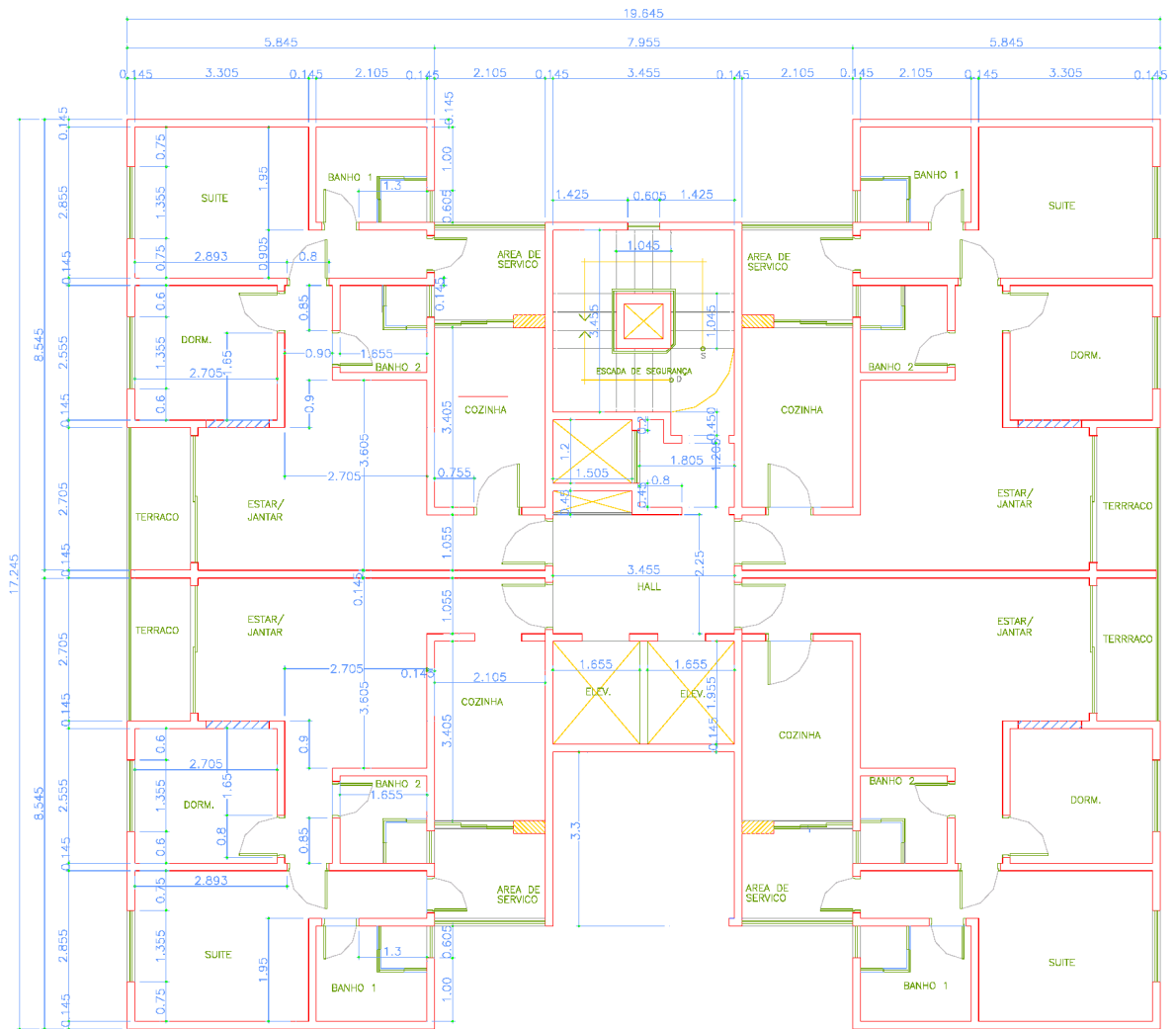


Figura 10a - Planta baixa do pavimento tipo

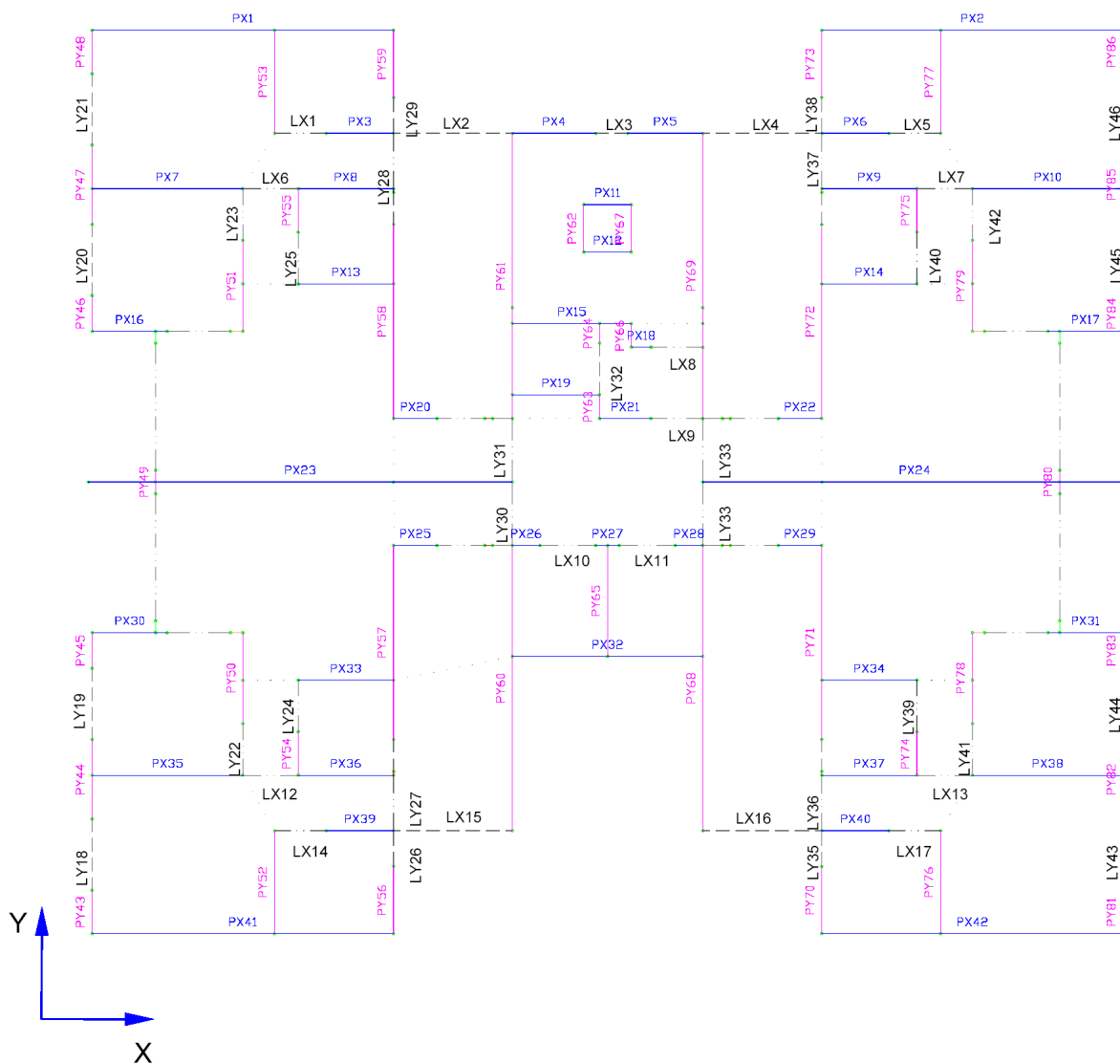


Figura 10b – Diagrama unifilar das paredes em planta

A análise dos deslocamentos, Figura 11, mostra o ganho de rigidez dos modelos 3 e 4 em relação aos modelos 1 e 2. O modelo 3 apresenta uma diferença de 14% no deslocamento do topo da estrutura, em relação ao modelo 1. O modelo 4 apresenta o efeito benéfico da consideração dos lintéis, com um decréscimo de 79% no deslocamento do topo, em relação ao modelo 3. Esse enorme decréscimo nos deslocamentos pode ser associado a um acréscimo substancial na rigidez do edifício, devido à formação de seqüências de pórticos no sistema de contraventamento. Esses pórticos são formados por painéis bastante longos de modo que permitem uma interação mais forte no sistema de contraventamento. É importante alertar para o fato de que essas análises foram desenvolvidas considerando-se comportamento elástico linear da estrutura, não se avaliando, portanto, o grau de fissuração e a perda de rigidez dos lintéis.

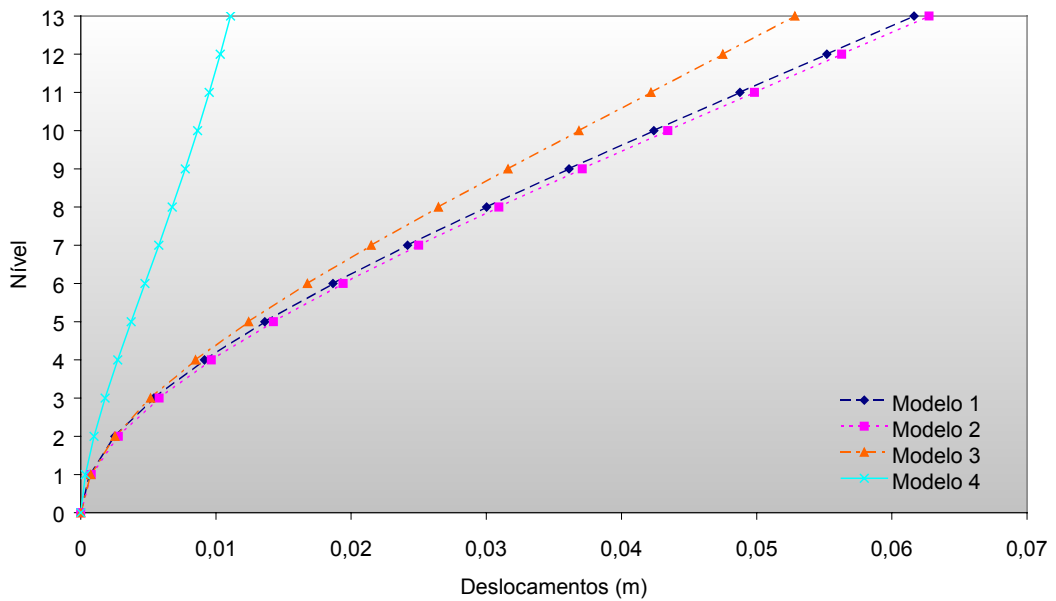


Figura 11 - Deslocamentos horizontais, vento segundo a direção Y

A análise com os modelos 1 e 4, Figura 12a, apresenta as modificações na distribuição dos esforços cortantes, comparando-se o modelo mais simples (modelo 1) e o modelo mais refinado (modelo 4). O esforço cortante máximo ocorreu na parede PY61 com 49,7kN referente ao modelo 4 e 86,1kN referente ao modelo 1, correspondendo a um decréscimo percentual de 42%. Esses esforços cortantes correspondem a tensões de cisalhamento $\tau_4=0,06\text{MPa}$ e $\tau_1=0,11\text{MPa}$ segundo os modelos 4 e 1, respectivamente. A tensão de cisalhamento admissível pode ser adotada $\bar{f}_{\text{cis}}=0,15\text{MPa}$ ³, indicando que a parede PY61 não necessita de reforço para absorver esses esforços. Caso necessita-se, uma opção seria o aumento da área efetiva grauteando-se alguns furos, bem como de utilização de uma argamassa mais resistente⁴ que permite considerar-se a tensão admissível de $\bar{f}_{\text{cis}}=0,20\text{MPa}$. Da mesma forma, as paredes PY60, PY68 e PY69 apresentam solicitações intensas: 58,6kN, 58,6kN e 65,2kN, respectivamente, associadas ao modelo 1, e 44,7kN, 44,8kN e 47,7kN, respectivamente, associadas ao modelo 4; resultando em decréscimos percentuais de 23% para as paredes PY60 e PY68, e 26% para a parede PY69. No caso da parede PY69 obtém-se para intensidade das tensões de cisalhamento $\tau_4=0,06\text{MPa}$ e $\tau_1=0,08\text{MPa}$, inferiores à admissível.

³ Considerando-se, segundo a NBR-10837, alvenaria não-armada e argamassa com resistência entre 5,0MPa e 12,0MPa.

⁴ Em geral, a adoção de argamassa mais resistente não é a solução mais adequada. Nesse caso agravam-se os problemas relativos às variações volumétricas de temperatura e retração, relacionadas com o alto teor de cimento contido nessas argamassas.

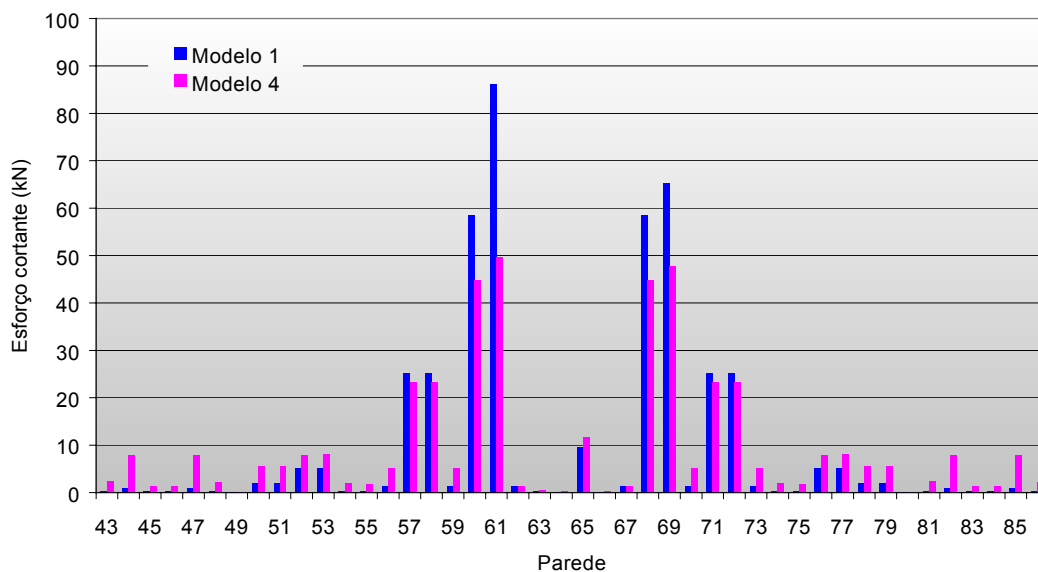


Figura 12a - Distribuição dos esforços cortantes entre as paredes de contraventamento, vento Y - Comparação entre os modelos 1 e 4

A contribuição dos lintéis é avaliada pelo confronto entre os modelos 3 e 4, onde analisam-se as distribuições de esforços cortantes, Figura 12b, e momentos fletores, Figura 13a. As paredes mais solicitadas apresentam decréscimos em seus esforços cortantes, a exemplo da parede PY61 que apresenta o maior cortante com 59,1kN e 49,7kN segundo os modelos 3 e 4, respectivamente, resultando numa diferença percentual de 15%. Percebe-se, também, uma tendência de redistribuição com o refinamento da modelagem.

As maiores diferenças ocorrem na distribuição dos momentos fletores. Esse comportamento pode ser associado ao aparecimento de forças normais na seção das paredes que formam um binário resistente ao momento de tombamento da estrutura, Figura 13b. As paredes mais solicitadas PY60, PY61, PY68 e PY69 apresentam 870kN.m, 835,3kN.m, 874kN.m e 867,3kN.m, segundo o modelo 3, 323,1kN.m, 303,7kN.m, 322,9kN.m e 311,4kN.m, segundo o modelo 4; têm-se, pois, decréscimos percentuais de 63%, 45%, 63% e 64%, respectivamente. Deve-se lembrar, novamente, que se formam pórticos longos quando se consideram os lintéis, enrijecendo ainda mais os painéis de contraventamento. Vale salientar que o decréscimo dos momentos implica em acréscimo dos esforços normais nas paredes.

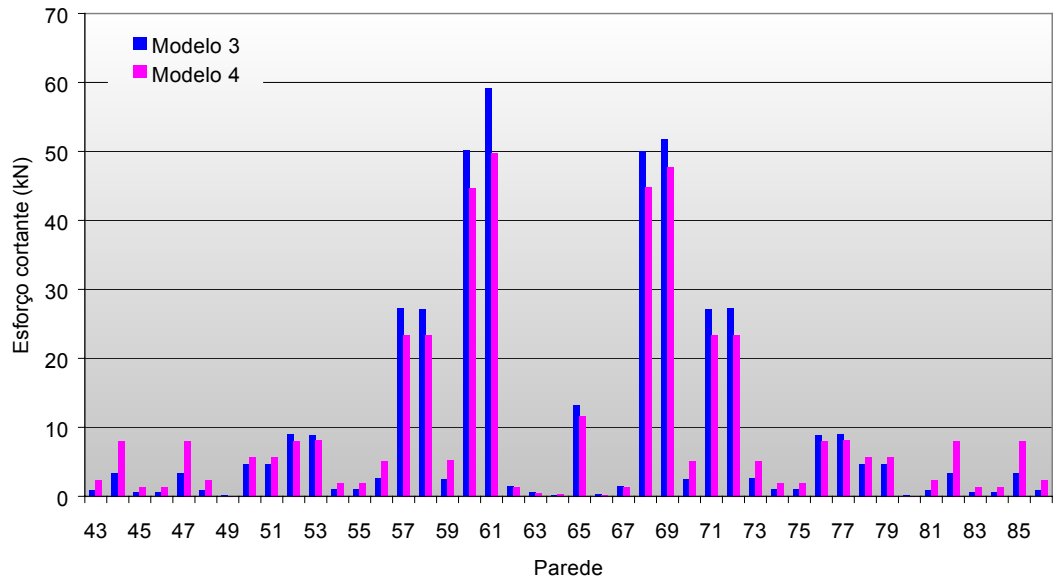


Figura 12b - Distribuição dos esforços cortantes entre as paredes de contraventamento, vento Y - Comparação entre os modelos 3 e 4

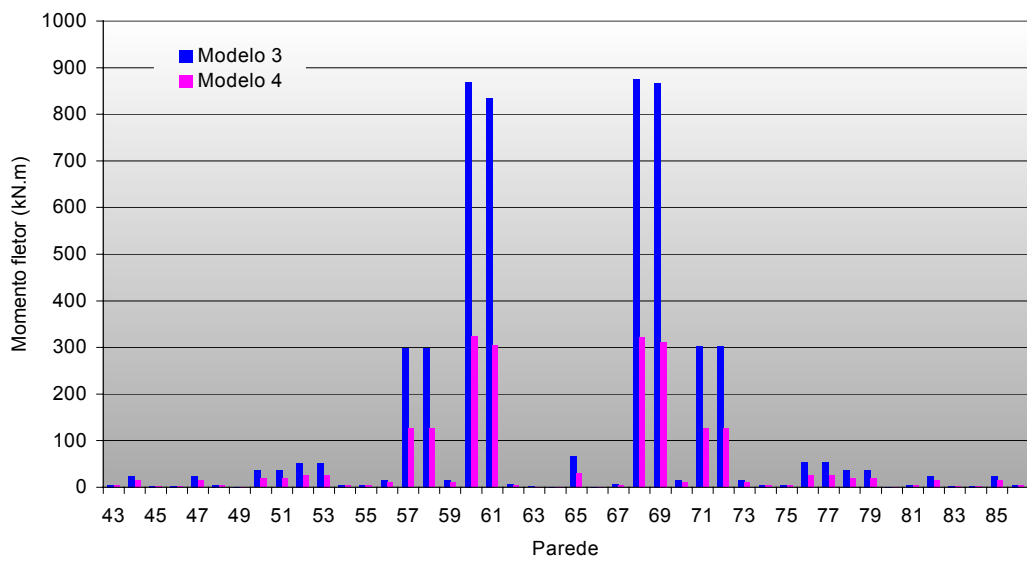


Figura 13a - Distribuição dos momentos fletores entre as paredes de contraventamento com vento segundo a direção Y, comparação entre os modelos 3 e 4

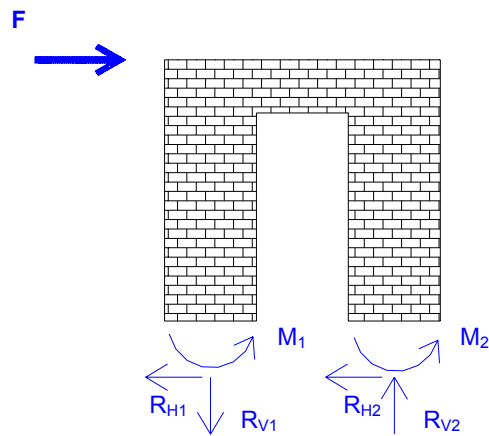


Figura 13b – Momento de tombamento devido à força horizontal e distribuição de esforços na base do painel

Os diagramas de esforço cortante, Figura 14, mostram os distintos comportamentos estruturais de cada modelo. O máximo esforço cortante ocorre com o modelo 1 na base, enquanto que o modelo 2 apresenta um cortante máximo num nível intermediário (primeiro pavimento), o que demonstra a importância das deformações por cisalhamento no comportamento dos painéis de contraventamento. O modelo 3 comportou-se semelhantemente ao modelo 2 em níveis menores de solicitação. Da mesma forma, o modelo 4 assemelha-se ao modelo 1 quanto ao aspecto do diagrama, mas com redução da solicitação. Essa seqüência mostra a melhoria na representatividade do comportamento estrutural à medida que se refina a modelagem, onde se percebe o decréscimo dos máximos esforços. Os modelos 2 e 3 podem ser classificados como intermediários, e os modelos 1 e 4 como o menos e o mais refinado, respectivamente.

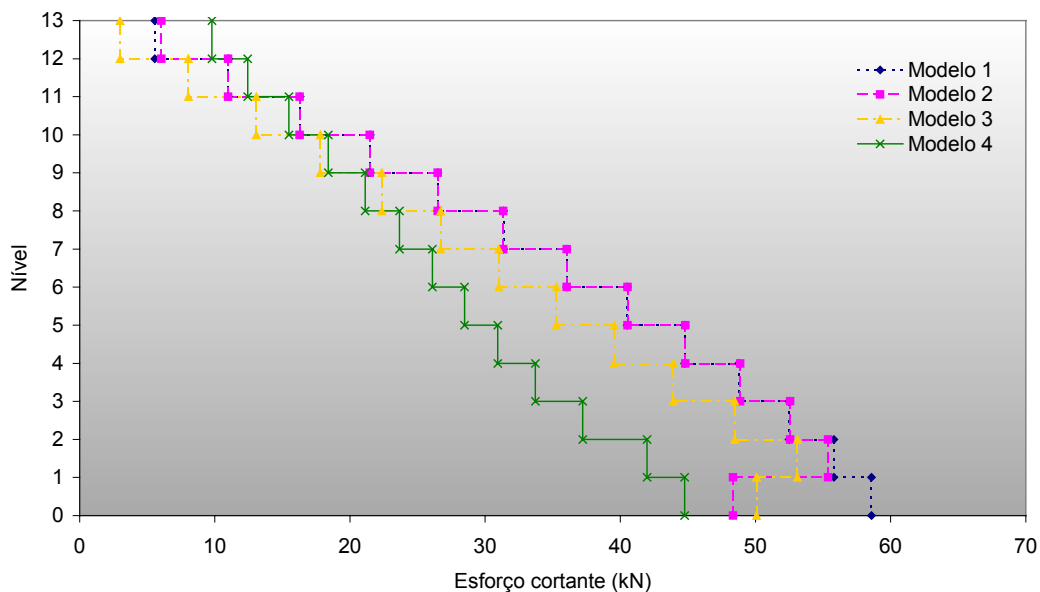


Figura 14 - Diagrama de esforço cortante da parede PY68, comparação entre todos os modelos

Os diagramas de momento fletor, Figura 15, para os modelos 3 e 4 apresentaram um comportamento bastante distinto, resultando em variações maiores com o modelo 3 e menores com o modelo 4. As descontinuidades ocasionadas nos diagramas são causadas pela presença das barras horizontais rígidas no modelo de pórtico tridimensional. Como essas barras são ligadas continuamente às barras verticais flexíveis, ocorre transmissão de momento, o que provoca as descontinuidades nos diagramas.

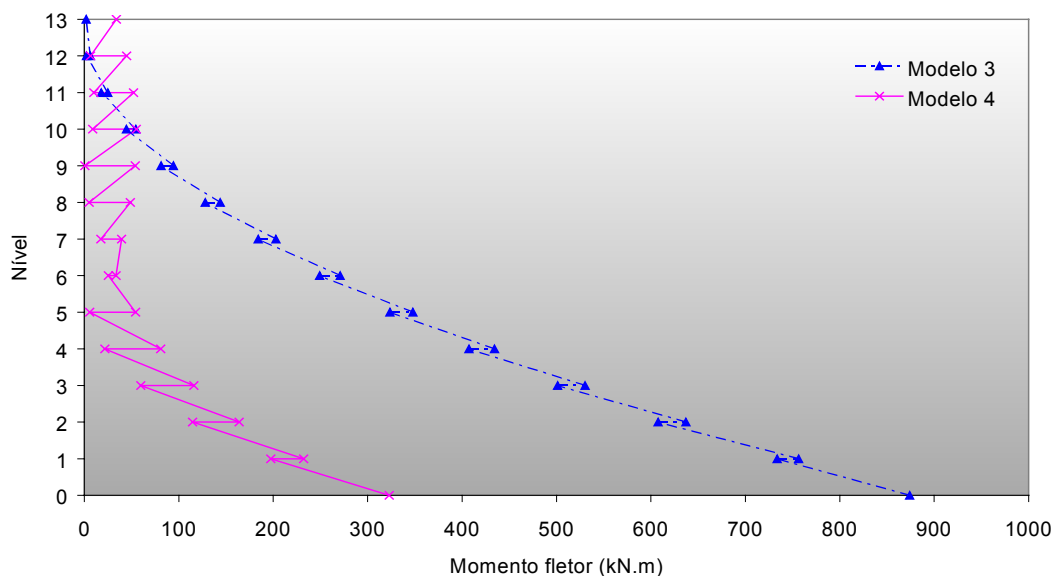


Figura 15 - Diagrama de momento fletor da parede mais solicitada PY68, comparação entre os modelos 3 e 4

A distribuição dos esforços cortantes entre os vários lintéis é apresentada na Figura 16. Os lintéis mais solicitados dispõem-se segundo a direção X, podendo-se citar: LX3, LX6, LX7, LX12 e LX13, com 10,9kN, 9,1kN, 9,1kN, 9,2kN, 9,2kN, respectivamente.

Os lintéis da direção Y também apresentam solicitações consideráveis, a exemplo do LY29 e do LY38, ambos com 8,8kN, assim como LY18, LY21, LY26, LY35, LY43 e LY46, todos com 8,0kN.

Pode-se verificar, também, que alguns lintéis X são solicitados pelo vento Y, bem como alguns lintéis Y são solicitados pelo vento X, embora com intensidade bastante reduzida. Verifica-se também que alguns lintéis particulares apresentam esforço cortante praticamente igual, independentemente da direção de atuação do vento, a exemplo do LX15 e LY31.

Considerando-se blocos com resistência característica $f_{bk} = 10\text{MPa}$ (utilizados no 1º pavimento), bem como eficiência $\eta = 0,8$, obtém-se uma tensão de cisalhamento admissível $\bar{f}_{cis1} = 0,25\text{MPa}$ ⁵. O lintel mais solicitado LX3 apresenta um esforço cortante $V = 10,8\text{kN}$, e seção transversal com $b = 14,5\text{cm}$ e $d = 165\text{cm}$, resultando numa tensão de cisalhamento $\tau = 0,05\text{MPa}$, bem inferior à admissível. Os lintéis LX12 e LX13 apresentam esforço cortante $V = 9,2\text{kN}$, no entanto suas seções possuem altura menor

⁵ Obtida de acordo com a NBR-10837, considerando-se alvenaria armada e elemento fletido. Essa tensão admissível define o limite para não se utilizarem estribos no elemento estrutural.

que a do lintel LX3, correspondendo a $b=14,5\text{cm}$ e $d=55\text{cm}$. Nesse caso, a tensão de cisalhamento apresenta intensidade $\tau=0,12\text{MPa}$, maior que a do lintel mais solicitado, mas ainda inferior à admissível.

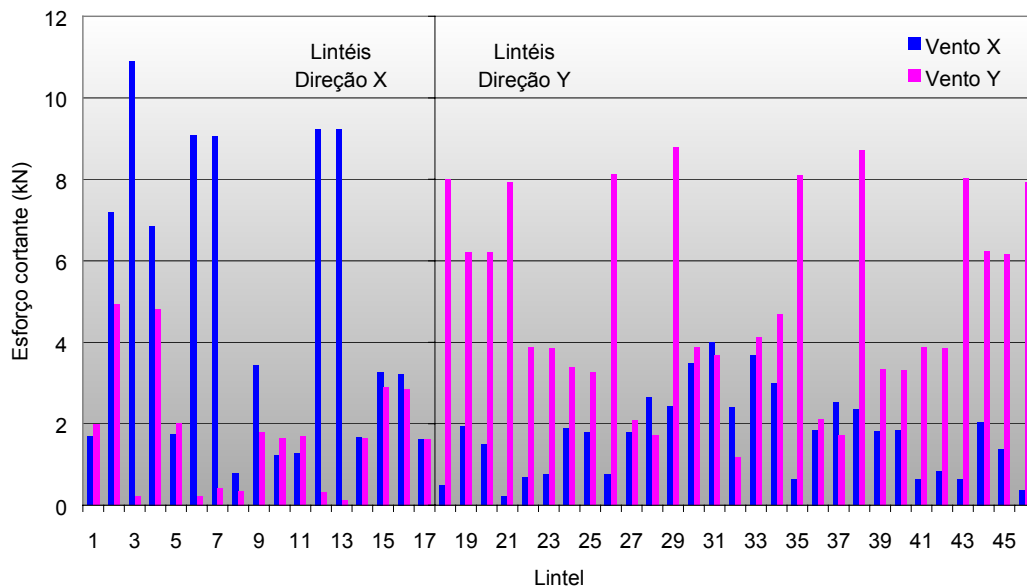
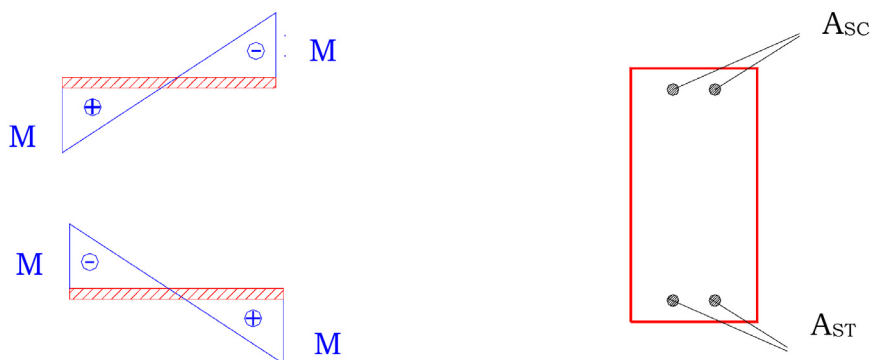


Figura 16 - Esforços cortantes nos lintéis

Vale salientar que os lintéis são, também, solicitados por flexão, com aspecto do diagrama de momentos semelhante à Figura 17. Nesse caso, deve-se determinar uma área de armadura adicional à armadura de flexão obtida com a análise das cargas verticais. Os lintéis sob aberturas de porta apresentam menor altura da seção transversal, de modo que deve-se verificar a necessidade de armadura dupla quando superpõem-se as solicitações de flexão provenientes das ações horizontais e das cargas verticais.



a - Aspectos do diagrama de momentos

b - Seção duplamente armada

Figura 17 - Flexão dos lintéis

5 CONCLUSÕES

O estudo apresentado mostra a grande influência que a modelagem pode produzir no comportamento estrutural, apontando para a necessidade de refinamento dos modelos usualmente empregados na análise de painéis de contraventamento de edifícios em alvenaria estrutural. Percebem-se grandes modificações na simulação do comportamento estrutural com a utilização do modelo 4, mostrando o enorme acréscimo de rigidez que os lintéis proporcionam ao sistema de contraventamento, devido à formação de painéis bastante longos, principalmente aqueles situados no contorno da estrutura.

A distribuição dos esforços cortantes entre as paredes de contraventamento apresentou resultados com diferenças apreciáveis, obtendo-se, no exemplo analisado, decréscimo de 29% na máxima solicitação. Percebe-se que ocorre uma tendência de redistribuição desses esforços quando se utilizam modelos mais refinados. No entanto, ocorrem decréscimos mais expressivos na distribuição dos momentos fletores, em todas as paredes. No exemplo analisado chegou-se a uma redução de 53% no máximo momento fletor comparando-se os resultados do modelo 4 com os relativos ao modelo 3.

A consideração dos lintéis no modelo de pórtico tridimensional implica na verificação desses elementos estruturais quanto aos esforços tangenciais. Cabe aqui recomendar a verificação desses elementos em qualquer situação, estabelecendo prioridade à direção do edifício que apresentar simultaneamente maior força de obstrução ao vento e menor número de lintéis. Além disso, deve-se ter atenção especial com os lintéis situados sobre abertura de portas. Nesse caso, o lintel mesmo não absorvendo o maior esforço cortante, pode ser solicitado pela maior tensão cisalhante, por apresentar menor seção transversal.

É necessário comentar que foram analisados outros exemplos variando-se tanto a distribuição das paredes em planta quanto o número de pavimentos, sendo verificado sempre comportamento semelhante ao descrito neste trabalho.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1987). **NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1989). **NBR 10837 - Cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto**. Rio de Janeiro.

BLESIMANN, J. (1989). **Efeitos do vento em edificações**. 2.ed. Porto Alegre, Editorada UFRGS. (Série Engenharia Estrutural, 7).

CORRÊA, M. R. S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

NASCIMENTO NETO, J. A. (1999). **Investigação das solicitações de cisalhamento em edifícios de alvenaria estrutural submetidos a ações horizontais**. 127p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

NASCIMENTO NETO, J. A.; CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. (1999). Análise de edifícios em alvenaria estrutural considerando-se a deformação por cisalhamento das paredes. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador, 1999. **Anais [CD-ROM]**. São Paulo, IBRACON, 16p.

YAGUI, T. (1978). **Análise de estruturas de edifícios constituídas de núcleo de concreto armado e pilares ou pendurais de aço (carregamento crítico de instabilidade)**. Tese (Livre-docência) - Universidade Estadual de Campinas.

PROJETO E EXECUÇÃO DE COBERTURAS EM CASCA DE CONCRETO COM FORMA DE MEMBRANA PÊNSEL INVERTIDA E SEÇÃO TIPO SANDUÍCHE

Pedro Wellington G. N. Teixeira¹ & João Bento de Hanai²

Resumo

Propõe-se definir procedimentos para o projeto de cascas com forma livre, utilizando-se recursos computacionais para definição da forma e análise da estrutura e um método construtivo adequado a esse tipo de estrutura. Apresentam-se os resultados de geração e análise estrutural de formas livres de cascas que podem ser usadas no projeto de coberturas, utilizando-se métodos numéricos disponíveis. São descritas as experiências de execução de dois protótipos de cobertura em casca, com aplicação de argamassa em núcleo de material leve, posicionado entre telas de aço moldadas na forma das membranas pênséis invertidas. Apresentam-se os resultados obtidos em prova de carga realizada sobre um dos protótipos executados, comprovando-se o bom desempenho da estrutura, mesmo sendo a seção formada por duas faces finas sem conexão rígida.

Palavras-chave: cascas; concreto armado; projeto; coberturas.

1 INTRODUÇÃO

Coberturas em casca de concreto apresentam bom desempenho estrutural, desde que a forma de sua superfície média seja adequada para resistir predominantemente com esforços de membrana ao carregamento atuante, dada a vinculação da estrutura. Para isso, uma possível metodologia de projeto consiste em definir a forma da superfície média da casca por analogia com membranas suspensas. A idéia por trás desse procedimento é que se a membrana suspensa, solicitada por determinado carregamento, adquire uma configuração deformada tal que consegue equilibrar o carregamento apenas com esforços de tração, a casca, obtida por inversão da membrana, irá equilibrar o mesmo carregamento apenas com esforços de compressão.

A primeira decisão a se tomar quando se utiliza essa analogia é relacionada à escolha do carregamento atuante para definição da forma da membrana suspensa. No caso de uma membrana suspensa que será usada para projeto de uma cobertura em casca de concreto, parece sensata a idéia de se utilizar carregamento uniforme. O fato dos principais carregamentos que virão a solicitar a estrutura definitiva – peso próprio da estrutura e dos elementos não estruturais utilizados como revestimento –

¹ Professor Doutor do Departamento de Estruturas da UFPI, pedro-wellington@uol.com.br

² Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, jbhanai@sc.usp.br

serem dessa natureza, justificam a idéia. Obviamente, haverá outros carregamentos de naturezas diferentes, tais como sobrecargas assimétricas ou concentradas, causadas por vento, e variação de temperatura, por exemplo, que irão solicitar também a estrutura definitiva. Porém, as cargas permanentes devidas ao peso próprio são, geralmente, de valor bastante elevado o que torna esses outros carregamentos secundários. Caso isso não ocorra, a metodologia de projeto de coberturas com forma de membrana pênsil invertida será ineficiente.

Quando se procura determinar a forma da membrana suspensa pode-se deparar com problemas bastante complexos, do ponto de vista matemático, em função da forma e disposição dos apoios da estrutura, mesmo tratando-se de carregamento uniforme. A idéia simples da funicular, válida para elementos unidimensionais, torna-se extremamente complexa quando se estende o problema para o caso bidimensional. Atualmente, é possível utilizar-se métodos numéricos para resolver tal problema. VIZOTTO (1993), apresenta programa computacional que consegue resolver tal problema, utilizando o Método dos Elementos Finitos. O programa desenvolvido pelo citado autor foi gentilmente cedido para elaboração deste trabalho.

A aplicação de formas suspensas para projetar coberturas em cascas encontra ainda algumas restrições. As cascas com forma definida por essa metodologia possuem características geométricas bastante complexas, particularmente a dupla curvatura de sua superfície média e a inversão de curvatura próxima às bordas. Isso traz dificuldades para análise dessas estruturas e, principalmente, para execução por métodos convencionais utilizados em estruturas de concreto.

A utilização de processo executivo de construção tipo sanduíche, com faces de concreto ou argamassa projetados sobre painéis de material leve, que formam o núcleo da seção sanduíche, é vista neste trabalho como uma alternativa para a viabilização dessas estruturas. Isso possibilitaria grande redução nas fôrmas necessárias para moldagem da estrutura, que apresentaria ainda como vantagens o bom desempenho termo-acústico, pois o material usado para núcleo da seção consiste em material leve.

Por outro lado, o projeto de cascas é baseado em utilização de seções maciças, desde o início da aplicação dessas estruturas, há mais de setenta anos. Neste trabalho, algumas das variáveis relacionadas ao projeto de cascas sanduíche são analisadas, tais como a definição de uma seqüência executiva adequada e a questão da interação entre as faces da seção sanduíche. Além disso, são discutidos alguns aspectos relacionados ao comportamento estrutural da casca com forma de membrana suspensa invertida, já que se têm poucas experiências práticas com a utilização dessa metodologia de projeto.

2 ESTADO DA ARTE

2.1 Generalidades

A metodologia usual de projeto de coberturas em casca de concreto consiste em tomar uma superfície definida analiticamente e “cortar” dessa superfície um certo segmento, podendo-se obter assim cúpulas esféricas e cascas cilíndricas entre outras

estruturas. Conhecendo-se o carregamento atuante e as vinculações da estrutura, o estado de tensões pode ser obtido com a aplicação da Teoria de Cascas. Convém lembrar que a Teoria de Cascas conduz a equações diferenciais extremamente complexas e, portanto, muitas vezes não se consegue resolvê-las analiticamente.

Ainda assim, essa metodologia, que poderia ser chamada de clássica, foi empregada para projeto de muitas coberturas em casca. Acredita-se que tenha sido condicionada pelo próprio desenvolvimento da Teoria de Cascas que, inicialmente, tinha como ênfase a busca de soluções analíticas para as equações do problema. Isso implicava em se ter a equação que define a superfície da casca.

Uma metodologia alternativa consiste em predefinir um estado de tensões e a partir daí determinar a superfície média da casca de tal maneira que o carregamento atuante na estrutura seja equilibrado pelo estado de tensões predefinido.

As cascas projetadas dessa maneira recebem várias denominações. VIZOTTO (1993) utiliza o termo **casca de forma livre**, já que sua superfície média não está necessariamente “presa” a simples fórmulas matemáticas.

Heinz Isler citado em BILLINGTON (1982) utiliza a denominação **cascas estruturais** (*structural shells*) com a justificativa de que a forma de cascas desse tipo é definida, principalmente, buscando-se um estado de tensões favorável ao material que está sendo empregado — diferenciando-se assim dos outros dois tipos de casca que Isler denomina geométricas e decorativas. Portanto, seria uma forma “livre” até certo ponto, já que há restrições na definição da forma e essas restrições são de natureza estrutural.

RAMASWAMY (1968) utiliza o termo **casca funicular** para definir o mesmo tipo de estrutura, justificando-se tal denominação pelo fato da superfície média de uma casca como essa se aproximar da superfície “funicular” da carga. Convém ressaltar que o termo funicular aplica-se a elementos lineares, como os cabos.

Com tantas denominações para o mesmo tipo de estrutura, e sendo todas baseadas em idéias consistentes, cabe aqui adotar uma dessas, em detrimento das demais. Adotar-se-á, daqui por diante, o termo **casca de forma livre** para denominar uma **casca cuja superfície média é determinada buscando-se um estado de tensões pré-definido na estrutura**; naturalmente esse estado de tensões é sempre escolhido visando aproveitar melhor as características do material empregado na construção da casca. As metodologias empregadas para definição da forma da casca podem ser várias. Na literatura as mais comuns são as analogias com membranas suspensas, com formas pneumáticas e com formas de fluxo, conforme citado em BILLINGTON (1982). Porém acredita-se que outras metodologias podem ser desenvolvidas além dessas citadas

As cascas funiculares, citadas por RAMASWAMY (1968) são um tipo particular de casca com forma livre, cuja superfície média é obtida com a analogia de membrana suspensa. No caso de cascas abatidas, a superfície média de uma casca funicular pode ser definida alternativamente com a analogia de membrana pneumática, pois quando a casca é abatida, a pressão que atua perpendicularmente à sua superfície média tem praticamente a direção da gravidade.

De maneira geral, o projeto de uma casca com forma livre se inicia com a definição da superfície média por meio de **modelos auxiliares** que podem ser físicos ou matemáticos. A partir desse modelo faz-se a transformação que conduz à superfície média da **estrutura definitiva**. Como a superfície média de tal estrutura é definida por um grande conjunto de pontos (e não por uma expressão simples) nas

etapas posteriores de projeto torna-se necessária a utilização de recursos computacionais (programas de métodos numéricos para análise estrutural e de computação gráfica para visualização da estrutura) a fim de tornar o trabalho menos exaustivo e, em certos casos, como única maneira de viabilizá-lo.

As vantagens de uma casca de forma livre em relação a uma casca cuja superfície média seja definida matematicamente — que Isler denomina cascas geométricas — estão relacionadas com seu comportamento estrutural mais eficiente e com a grande diversidade de formas, podendo-se criar uma cobertura diferente para cada obra de acordo com a planta da construção, o número de apoios e outras características particulares.

BILLINGTON (1982) apresenta uma comparação entre dois projetos semelhantes para casca triangular. Em um dos projetos a casca é um segmento de esfera. No outro utilizou-se uma casca com forma de membrana pênsil invertida. Billington comenta: como os segmentos esféricos são formas geométricas e não estruturais, houve necessidade de acrescentar à casca “pesadas” vigas de borda e “pesadas” fundações. Por outro lado as cascas com forma obtida por analogia com membranas suspensas apresentam uma aparência “leve”, e prescindem de quaisquer elementos enrijecedores em suas bordas.

Na Figura 1 apresenta-se ilustração de um problema semelhante àquele descrito em BILLINGTON (1982). À esquerda, mostra-se, na parte superior, uma vista frontal de uma casca triangular com forma de membrana suspensa invertida e, na parte inferior, uma vista lateral da mesma estrutura. À direita encontram-se as vistas frontal e lateral de uma casca sobre a mesma área com forma obtida por secionamento de parabolóide elíptico. Nota-se a diferença do aspecto das bordas das duas estruturas.

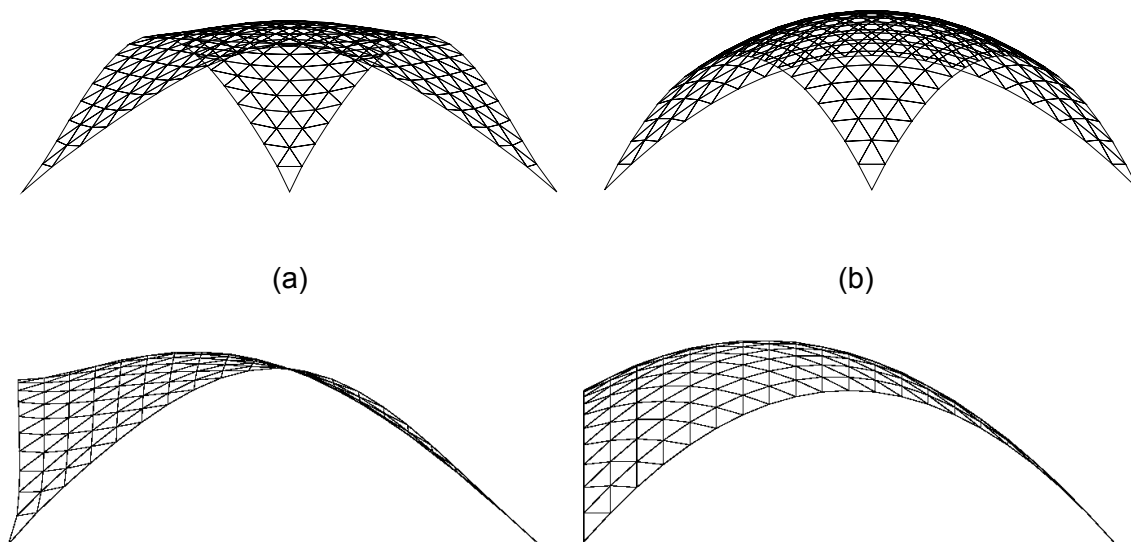


Figura 1 - Casca sobre planta triangular (a) com definição estrutural e (b) com definição geométrica da forma. Vistas frontal e lateral

2.2 Notas históricas

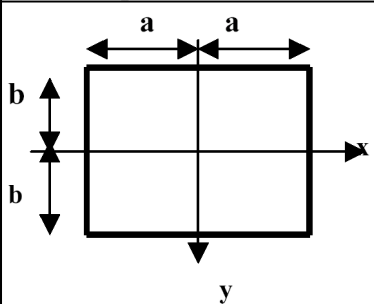
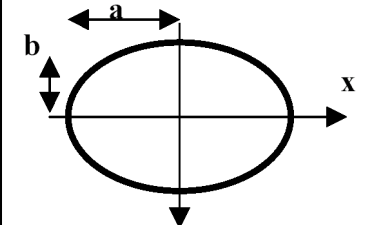
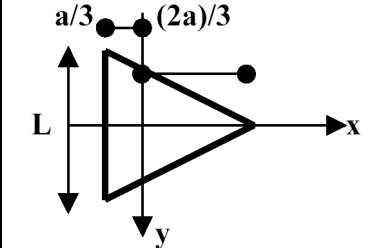
As bases do método de projeto de coberturas que consiste em determinar a forma da estrutura a partir de um estado de tensões pré-definido são remotas. De acordo com OTTO (1974), a questão de como construir uma abóbada na qual só atuassem forças axiais de compressão, e nenhuma força tangencial, teve sua solução teórica determinada pela primeira vez no final do século dezessete. Tal solução consistiu em encontrar a equação da catenária, tarefa inicialmente proposta por Jakob Bernoulli, em 1690, e resolvida nos anos seguintes por seu irmão Johann, e por Leibnitz e Huygens. Estabeleceu-se desde então que o eixo teoricamente correto de uma arco deveria ter a forma de uma catenária invertida.

O uso mais evidente desse princípio só veio ocorrer algum tempo depois nas estruturas projetadas pelo arquiteto espanhol Antoni Gaudi (1852-1926). Gaudi construía modelos com fios suspensos sob ação de pesos que reproduziam o carregamento que iria atuar na estrutura. “Invertendo” esse modelo ele determinava a forma da estrutura. É importante observar que nas estruturas de Gaudi os arcos não eram paralelos. O citado arquiteto explorava de maneira original o espaço tridimensional, diferenciando-se dessa maneira de outros projetistas da época.

A aplicação deste princípio no projeto de coberturas em casca de concreto armado iniciou-se por volta da década de 1950, inicialmente com o engenheiro suíço Heinz Isler e com o indiano G. S. Ramaswamy.

Isler utilizou apenas modelos físicos - métodos experimentais - para a definição da forma dos modelos. O trabalho de Ramaswamy, por outro lado, é fundamentado também na utilização de formulação matemática para a definição da forma dos modelos. No entanto, a formulação proposta por Ramaswamy é restrita à definição da forma de modelos que podem ser usados no projeto de cascas para coberturas de áreas regulares (p. ex. retangular, triangular, circular, etc.) e apoiadas em todo o contorno, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Expressões da superfície média de membranas pneumáticas [RAMASWAMY, 1968]

| Área em planta | Expressão de $z = f(x,y)$ |
|--|--|
|  | $z = \frac{16 \times g \times a^2}{N \times \pi^3} \times \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{n^3} \right) \times (-1)^{\left(\frac{n-1}{2} \right)} \times \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{n \times \pi \times y}{2 \times a} \right)}{\cosh\left(\frac{n \times \pi \times b}{2 \times a} \right)} \right] \times \cos\left(\frac{n \times \pi \times x}{2 \times a} \right) \right\}$ <p>g=pressão; N=esforço normal.</p> |
|  | $z = [g / (2 \times N)] \times x \left[\frac{a^2 \times b^2}{a^2 + b^2} \right] \times \left[\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 \right]$ <p>g=pressão; N=esforço normal.</p> |
|  | $z = \frac{g}{2 \times N} \times \left[\frac{x^2 + y^2}{2} - \frac{1}{2 \times a} \times (x^3 - 3 \times x \times y^2) - \frac{2 \times a^2}{27} \right]$ <p>(*) triângulo equilátero g=pressão; N=esforço normal.</p> |

No Brasil, o trabalho de VIZOTTO (1992) é o mais recente sobre o assunto de cascas com forma livre e influenciou diretamente a escolha do tema para este trabalho.

2.3 Tipos de cascas com forma livre

A classificação das cascas com forma livre pode ser feita com base no tipo de modelo usado na definição de sua superfície média. VIZOTTO (1993) apresenta alguns tipos de modelos propostos e efetivamente empregados no projeto de cascas com forma livre. A partir do trabalho de VIZOTTO (1993) nota-se que, basicamente, os modelos usados são as membranas suspensas, as membranas pneumáticas e as formas de fluxo, e pode-se concluir que com tais modelos as cascas com forma livre terão sempre curvatura gaussiana positiva em quase toda a sua extensão, com exceção de regiões próximas às bordas da estrutura (Figura 2).

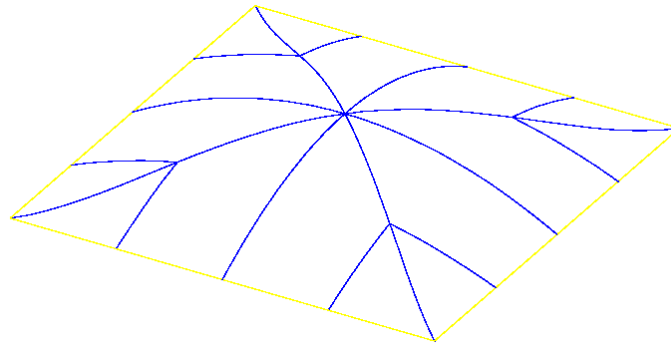


Figura 2 - Inversão da curvatura próximo das bordas de cascas com forma livre

O tipo mais comum de modelo, dentre os três supracitados, é o de membrana suspensa. Tal modelo consiste numa membrana, ou um tecido, preso em alguns pontos e submetido à ação de cargas, quer de seu peso próprio ou de outras cargas aplicadas.

No caso particular de utilização de membranas suspensas como modelo pode-se criar uma subdivisão dos tipos de casca com forma livre, baseando-se em uma classificação das formas suspensas como, por exemplo, a proposta por OTTO (1974) com base no tipo e configuração da suspensão nas bordas e no interior do modelo suspenso. Dessa maneira existem as cascas apoiadas em “pontos” ou apoiadas ao longo das bordas, as cascas com bordas rígidas ou flexíveis, etc. Maiores informações podem ser colhidas em OTTO (1974).

2.4 Aplicação em coberturas

Para aplicação em coberturas deve-se fazer uma “transformação” no modelo utilizado para gerar a forma livre, obtendo-se assim a estrutura definitiva. No caso particular em que o modelo é uma membrana pênsil a transformação nada mais é que uma inversão da forma suspensa, seguida da definição das características geométricas da casca e das características do material a ser empregado.

A inversão da forma suspensa consiste em se tomar as coordenadas de sua superfície média e manter, em todos os pontos, as mesmas coordenadas x e y e tomar para z o simétrico do valor original. A idéia por trás desse procedimento é que se a forma suspensa encontrava-se inteiramente tracionada, a estrutura definitiva, obtida por inversão, estará inteiramente comprimida, mantida a natureza do carregamento aplicado. Naturalmente a estrutura definitiva deve resistir às tensões de compressão advindas do carregamento a que será solicitada. Além disso, outros carregamentos diferentes do que foi usado na geração da forma suspensa irão atuar sobre a estrutura; os esforços oriundos desses carregamentos também devem ser resistidos. Para isso devem-se determinar a espessura da estrutura e as características do material que a constitui. Os critérios para definição dessas características podem ser tomados com base em resultados de análises teóricas e experimentais de cascas com essa forma ou formas semelhantes, bem como a partir de estruturas previamente construídas com sucesso — experiências anteriores. A seguir discutem-se alguns parâmetros que podem direcionar a escolha das características da estrutura definitiva. Tais parâmetros foram colhidos na bibliografia sobre projeto de cúpulas; acredita-se que diretrizes para projeto de cúpulas possam ser aplicadas, com algumas pequenas adaptações, no projeto de cascas com forma

livre pois, como se comentou, tais cascas tem geralmente curvatura gaussiana positiva, portanto encaixam-se perfeitamente na definição de cúpulas que são cascas de dupla curvatura submetidas principalmente a esforços de compressão (Vocabulário de Teoria das Estruturas – LNEC).

2.4.1 Espessura da casca

De acordo com o ACI-344 a espessura mínima de uma cúpula deve ser de 3 polegadas (cerca de 7,50cm) admitindo-se o valor de 2,5 polegadas (cerca de 6,5cm) em cúpulas de concreto projetado.

WILBY (1993) recomenda como mínimo para a espessura h da cúpula o valor de $L/450$, onde L é o vão, apesar de citar autores que reportam valores de $L/650$ como espessura de cúpulas existentes.

HEGER & ZARGHAMEE (1983) apresentam resultados de uma pesquisa sobre cúpulas de concreto construídas nos Estados Unidos para cobertura de grandes reservatórios cilíndricos. As frequências de distribuição de espessuras, h , e de relações a/h (onde a é o raio da cúpula esférica) são mostradas na Figura 3.

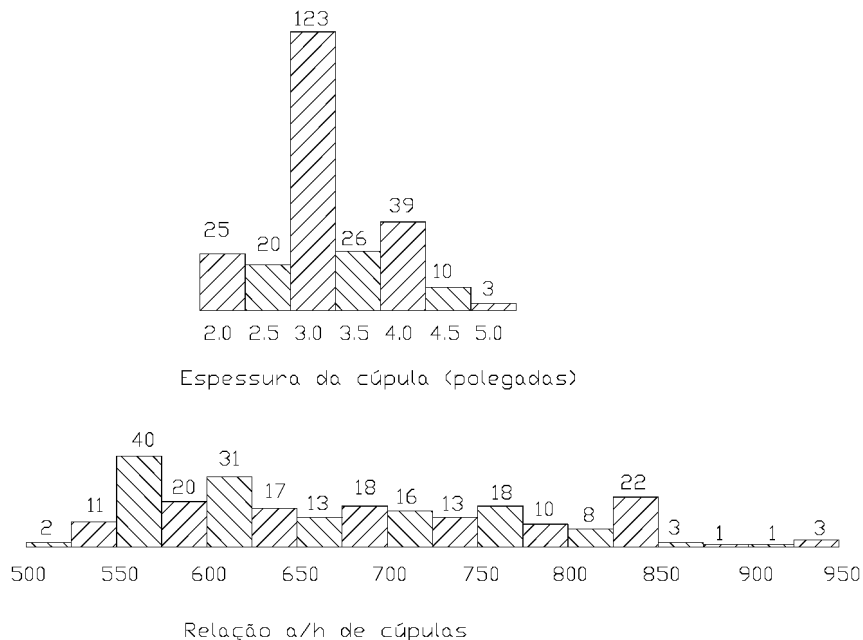


Figura 3 - Frequência de distribuição de espessuras de cúpulas de concreto [HEGER & ZARGHAMEE (1983)]

2.4.2 Relação flecha-vão (abatimento)

Por abatimento entende-se a relação entre a altura máxima da casca (flecha) e seu vão. Na pesquisa de HEGER & ZARGHAMEE (1983) os valores mais usuais dessa relação são aqueles mostrados na Figura 4.

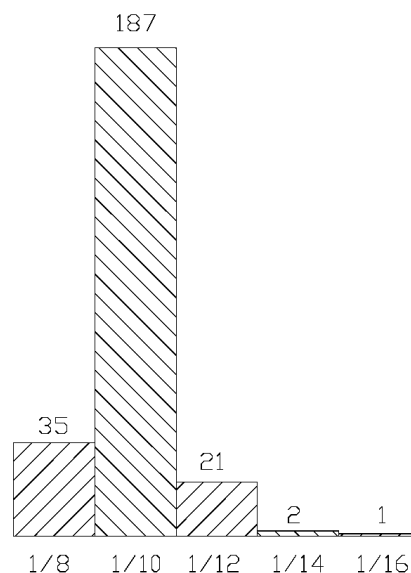
O abatimento influencia o comportamento da estrutura e seu processo construtivo. Em alguns casos é determinado em função de requisitos funcionais do projeto. Quando houver liberdade para o projetista na escolha desse parâmetro deve-se levar em conta que cascas mais abatidas podem produzir reações horizontais de maior intensidade e podem ter esforços de flexão mais pronunciados em suas bordas.

Por outro lado, caso o processo construtivo seja moldagem in loco, um maior abatimento, por proporcionar menor inclinação da superfície da casca, pode facilitar o lançamento do concreto.

2.4.3 Características dos materiais

Em princípio, o concreto utilizado em cascas não necessita ter alta resistência já que usualmente as tensões na estrutura não são elevadas. Porém, de acordo com WILBY (1993), deve-se considerar que em uma casca a maior parte do carregamento é permanente e, portanto, a fluência irá se manifestar de maneira intensa, daí ser interessante se utilizar concreto com resistência não muito baixa, que apresente valor adequado do módulo de deformação (E_c). De acordo com o referido autor certas cascas cilíndricas construídas no Reino Unido aumentaram seus deslocamentos iniciais cerca de três vezes após 12 anos. WILBY (1993) cita ainda que no Reino Unido utilizava-se correntemente em cascas cilíndricas, com espessura de 2,50 polegadas (6,35cm), concreto elaborado com mistura de 1:2:4, com resistência cúbica de 3000psi (20.7 MPa), aos 28 dias de idade. Após o colapso parcial de uma casca de cobertura “shed”, o principal escritório de projetos do Reino Unido alterou a dosagem para 1:1,5:3, mesmo tendo sido posteriormente verificado que a principal causa do colapso foi falha no detalhamento da armadura de uma viga de borda, que foi reforçada com protensão externa.

Alguns valores de resistência à compressão do concreto recomendados para cascas de concreto são, de acordo com o citado autor: (1) 3000psi, valor dado pelo ACI 318 para resistência cilíndrica; (2) 25MPa, valor dado pelas BS 8110 e BS 5321.



Abatimentos de cúpulas de concreto

Figura 4 - Abatimentos usuais de cúpulas [HEGER & ZARGHAMEE (1983)]

Além da resistência adequada a esforços mecânicos o concreto deve proporcionar à armadura proteção adequada contra corrosão. Nesse sentido deve-se utilizar cobrimento adequado das barras. De acordo com HELENE (1986), o ACI 318

recomenda como cobrimento mínimo em cascas de concreto moldadas no local os valores de 13mm e 19mm respectivamente para barras de diâmetro menores ou iguais a 16mm e maiores ou iguais a 19mm. Além disso, o teor de cloretos deve ser limitado a 2% da massa de cimento. Esses cobrimentos devem ser aumentados quando se deseja resistência ao fogo, porém, de acordo com WILBY (1993) é usual no Reino Unido não se restringir o projeto de coberturas com exigências de resistência ao fogo. Outro fator importante na definição do cobrimento é a aderência da armadura ao concreto que impõe, geralmente, valores de cobrimento no mínimo iguais ao diâmetro das barras.

2.5 Análise da estrutura

No primeiro artigo que trata do assunto de análise de cascas com forma livre, particularmente de cascas funiculares, RAMASWAMY (1958) apresenta como uma das vantagens desses tipos de cascas o fato de que não é necessário um tedioso cálculo de esforços da estrutura já que a sua superfície foi encontrada escolhendo o estado de tensões que se deseja. No entanto, o estado de tensões escolhido só se verifica para o carregamento utilizado na definição da superfície média da forma suspensa. Na estrutura definitiva dois fatores alteram esse estado de tensões: carregamentos diferentes daquele utilizado na geração da forma suspensa e a rigidez da estrutura definitiva a esforços de compressão.

Outras ações que podem atuar na cobertura além do peso próprio são: variação de temperatura; deformações impostas por retração ou movimentos de apoios; e sobrecargas assimétricas.

A abordagem mais eficiente para análise estrutural de cascas com forma livre, por muitos motivos, consiste na utilização de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Porém existem métodos simplificados como o apresentado por ODELLO & ALLGOOD (1973), definido a partir de ensaios em vários modelos e protótipos de cascas sobre planta quadrada e apoiadas ao longo das bordas (ver Figura 17). ODELLO & ALLGOOD (1973) ensaiaram um total de 20 (vinte) modelos em escala reduzida, sendo dezessete com dimensões em planta de 20" x 20" (510mm x 510mm) e três com dimensões em planta de 8' x 8' (2400mm x 2400mm). Os modelos estruturas tinham relação vão/flecha limitados a 20 e relação vão/espessura limitados a 200. Além disso, foi construído um protótipo com dimensões em planta de 35' x 40' (11m x 12m), que também foi ensaiado.

Primeiramente foram testadas quatro cascas sem qualquer armadura, com relações vão/flecha variáveis, e os tipos de falha que ocorreram são mostrados na Figura 5. A flambagem, de acordo com os autores, foi o tipo de colapso mais frequente nos ensaios, principalmente quando a espessura era pequena e a casca era muito abatida.

Com os ensaios, ODELLO & ALLGOOD (1973) chegaram às seguintes conclusões:

— O esforço de compressão na casca (N) e a força de tração nas vigas de borda (H) podem ser obtidos, respectivamente, pelas expressões:

$$N = 9 \times a^2 \times g \times [1/(\pi^3 \times z_m)] \quad (1)$$

$$H = N \times a \quad (2)$$

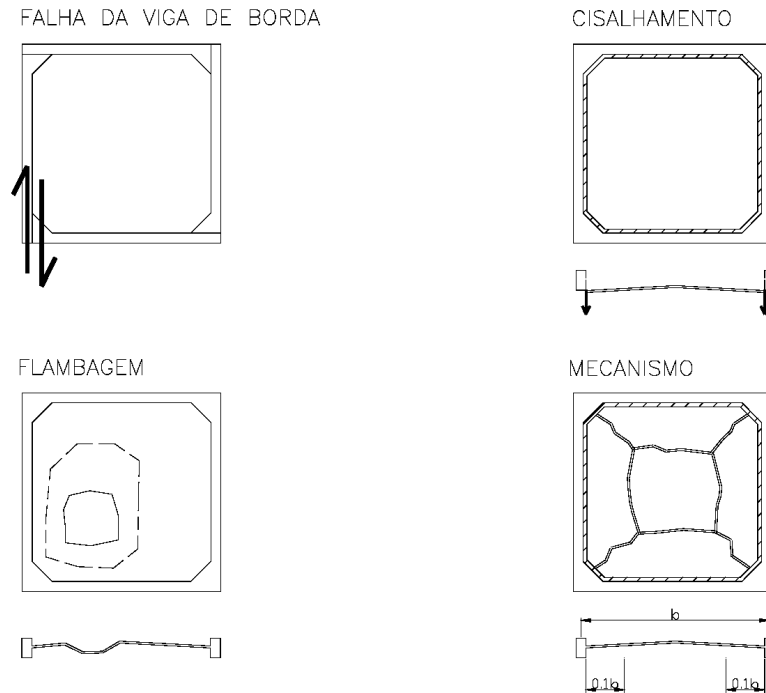


Figura 5 - Tipos de ruína das cascas ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973)

— A carga de flambagem pode ser estimada pela eq. 3, sendo o valor de K dado na eq. 4.

$$p_{cr} = E_c \times K \times \left(\frac{t}{b} \times \frac{z_m}{b} \right)^2 \quad (3)$$

$$K = 0,40 \times e^{\left(\frac{-b}{40} \right)} \quad (4)$$

E_c = módulo de deformação longitudinal do concreto;

K = coeficiente cujos valores podem ser estimados com a eq.5.

a (b) = metade do comprimento do lado menor (maior) da casca;

t = espessura da casca;

z_m = flecha (coordenada da espessura média da casca no ponto central);

g = carregamento por unidade de área da estrutura.

— O cisalhamento nas bordas: pode ser obtido tomando-se a carga total e dividindo-a pelo perímetro da borda da casca.

As cascas de 2,40m ensaiadas por ODELLO & ALLGOOD (1973), que tinham espessura de 11mm, romperam com carga de 12kN/m².

O protótipo ensaiado por ODELLO & ALLGOOD (1973) alcançou a carga uniforme de 6,5kN / m². A espessura da casca era de 2" (51mm) e a flecha de 30" (760mm) o que dá relações vão/flecha de 16 e vão/espessura de 240; as dimensões das vigas de borda não são descritas no artigo. Houve desenvolvimento de fissuras correspondentes ao colapso com formação de mecanismo próximo à ruína, porém a ruptura foi localizada, com "snap-through". Os autores atribuem o colapso a falhas no processo construtivo, que ocasionaram desvios na superfície média da casca.

Apesar de apresentarem fórmulas simples para análise de cascas com forma livre (de um tipo específico) não se deve deixar de lembrar que ODELLO & ALLGOOD (1973) recomendam que cálculos de tensões utilizando-se métodos numéricos podem dar valores mais precisos e que as expressões apresentadas deveriam ser usadas apenas em fase de anteprojeto.

Na Figura 6 apresentam-se os resultados dos ensaios de ODELLO & ALLGOOD (1973). No gráfico mostra-se a carga de colapso versus ψ , parâmetro obtido com a eq. 5. Para valores de ψ menores que 2 o colapso foi sempre por "snap-through" de uma pequena região. Para ψ maior que 2 a flambagem alcançava uma região maior da casca. Finalmente, nas cascas com valores de ψ maiores que 8 o colapso se deu por falha da viga de borda.

$$\psi = (t \times z_m / b^2)^2 \quad (5)$$

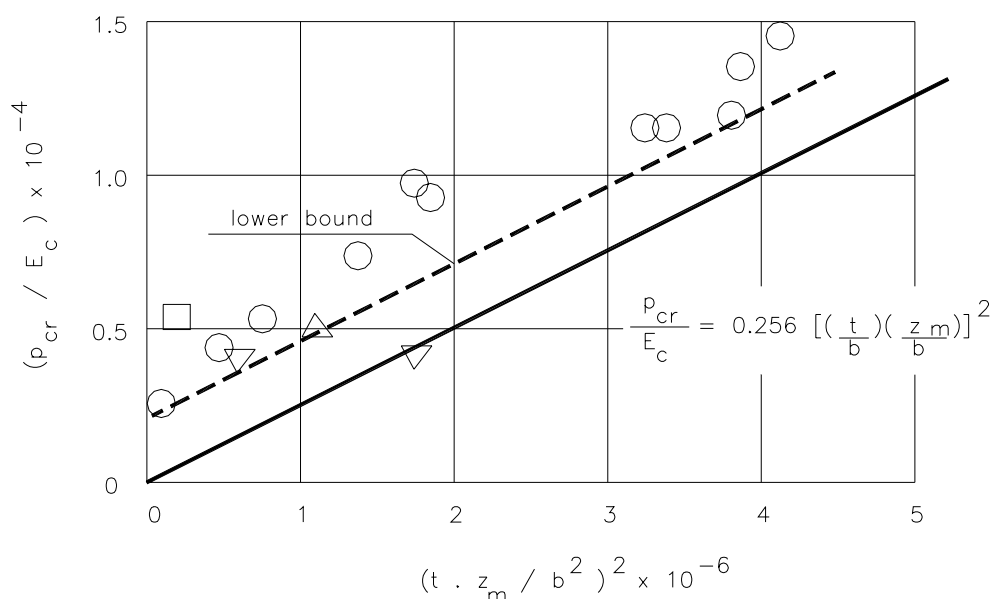


Figura 6 - Resultados experimentais apresentados por ODELLO & ALLGOOD (1973)

Nos trabalhos anteriores, geralmente utilizam-se métodos simplificados. Por exemplo RAMASWAMY (1986) diz que uma casca com forma livre, retangular, apoiada nas quatro bordas, sob ação de carga uniforme, pode ser analisada como dois arcos triarticulados ortogonais, sendo que cada arco receberia um quinhão da carga atuante na estrutura proporcionalmente à sua curvatura. A carga seria dividida e

transmitida para os lados. Os ensaios de ODELLO & ALLGOOD (1973) mostram que esse comportamento, nesse tipo de estrutura, não corresponde à realidade próximo à de ruptura, quando a carga é então transmitida diretamente para os cantos. Além disso, ODELLO & ALLGOOD (1973) indicam que a casca “se comportou elasticamente” apenas para valores de carga da ordem de 20% da carga última. Logo a análise simplificada de RAMASWAMY (1986) provavelmente pode ser utilizada apenas para valores de carga baixos (comparados com a carga última), quando se tem regime elástico. Porém, como determinar o valor da carga última? Caso se utilizem métodos simplificados, esses devem ser complementados por ensaios. Por outro lado, os ensaios mostram que há vários modos de colapso, de acordo com as características da casca e da viga de borda. Portanto há demanda de grande número de ensaios para cobrir as várias situações possíveis, o que pode ser minimizado utilizando-se métodos mais refinados para complementá-los.

De acordo com SCHNOBRICH (1991), a utilização de métodos de análise não-linear por elementos finitos é a alternativa mais eficiente nos dias de hoje para suplementar testes em laboratório feitos sobre cascas de concreto.

MANG (1991) aponta que há ainda uma distância muito grande entre o estado-da-arte de análise não-linear de cascas de concreto por elementos finitos e a prática corrente de projeto dessas estruturas, na qual se utilizam métodos clássicos, e que essa distância deveria ser encurtada com a elaboração de modelos numéricos mais sofisticados, que podem auxiliar o projetista. O citado autor diz que os métodos atuais, nos quais se utilizam equações constitutivas realistas, além de trazerem melhorias em relação aos métodos clássicos, podem ser úteis na simulação do comportamento de cascas levando-se em conta adequadamente vários fenômenos mecânicos. Porém, embora isso possa ser relevante para a determinação do estado de tensões mais real de uma estrutura e para a análise de exemplos acadêmicos, sua influência sobre a resposta estrutural de uma estrutura de concreto “bem projetada” é muito menor.

Pode-se concluir que os procedimentos clássicos de cálculo de esforços em regime elástico e dimensionamento de estruturas de concreto, embora desprezem muitos efeitos mecânicos complexos, que de fato ocorrem na estrutura, podem trazer bons resultados e, principalmente, dar origem a uma estrutura “bem projetada”. Porém, a determinação de modo de ruptura bem como da carga de ruptura deve ser feita com utilização de métodos requintados, sendo o Método dos Elementos Finitos o mais indicado atualmente, podendo-se representar de maneira mais exata a geometria da estrutura.

2.6 Aspectos construtivos

Os processos construtivos mais empregados para construção de cascas com forma livre são: processo convencional de moldagem local, bastante utilizado por Heinz Isler [ISLER(1961); ISLER(1967)¹; ISLER(1967)²; ISLER (1986)]; moldagem sobre monte de terra e içamento da estrutura, proposto e utilizado por ODELLO & ALLGOOD (1973); moldagem invertida sobre tecido, proposto por RAMASWAMY et al(1958) e adequado apenas a peças pequenas (no caso o citado autor moldou várias cascas com 1,20m x 1,20m) conforme se mostra na Figura 7; e, por fim, há a utilização de fôrmas infláveis.

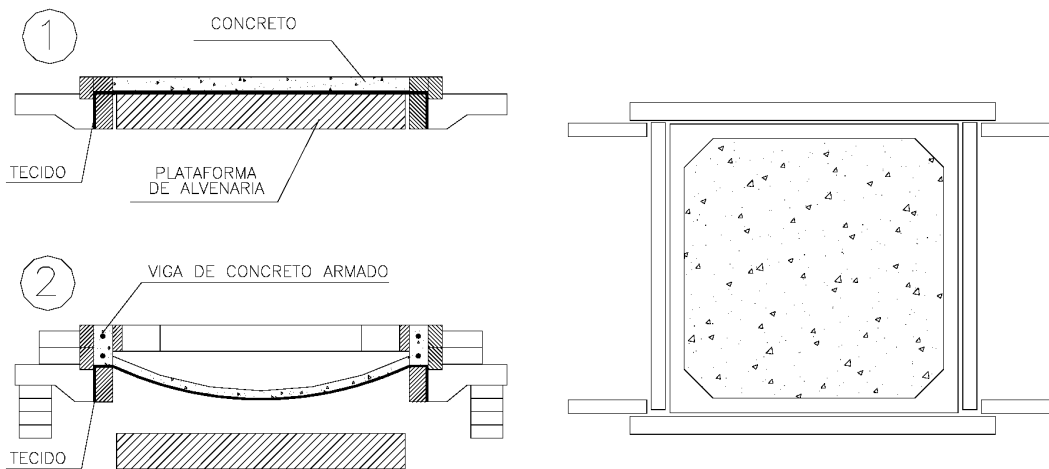


Figura 7 - Esquema para moldagem de cascas de concreto mostrado em RAMASWAMY et al. (1958)

O processo convencional de moldagem no local pode tornar o custo proibitivo. A variação da curvatura e sua inversão próximo à borda das cascas com forma livre traz sérias dificuldades à execução da fôrma. O descimbramento deve ser bem planejado, com relação à seqüência de retirada do escoramento; além disso há risco da fôrma ficar presa à estrutura, problema comum em peças de grande superfície, que pode causar esforços e deslocamentos elevados na estrutura ainda com pequena idade. No entanto, esse processo tem sido muito utilizado em estruturas com até 40m de vão. Naturalmente, podem ser tomados cuidados necessários para evitar esses problemas. Para evitar problemas com a montagem da fôrma a superfície deve ser definida em projeto por coordenadas bem próximas umas das outras. A seqüência de descimbramento deve ser analisada caso a caso e, além disso, é conveniente prever dispositivos de descimbramento. O problema da fôrma ficar presa à estrutura pode ser evitado com uso de ligações adequadas entre os painéis da fôrma, que facilitem a desfôrma.

A moldagem sobre monte de terra é uma alternativa interessante que tem como problema principal o içamento da estrutura (de maneira semelhante ao processo "lift-up" utilizado em lajes cogumelo, principalmente nos EUA). Essa etapa requer grande controle do processo, equipamentos adequados e equipe especializada.

Neste trabalho propõe-se utilizar um processo em que a fôrma seja incorporada à estrutura definitiva. Nesse caso a fôrma, de material leve, poderia ser aproveitada como isolante térmico e acústico, suprimindo assim deficiências do concreto em realizar tais funções. Isso pode trazer vantagens com relação ao método convencional como redução do peso sobre o cimbramento, por exemplo. Além disso, procura-se dar ênfase à utilização de concretos com granulometria fina que possibilitem moldagem de peças com pequena espessura (30-60mm) em vez dos 76mm (3 polegadas) propostos como mínimo pelo ACI.

Com a incorporação da “fôrma” a estrutura definitiva passa a ter características de lâmina tipo sanduíche, sendo a seção formada por duas placas de concreto e o núcleo formado pelo material da fôrma. A conexão entre as duas faces irá definir o grau de composição da seção.

A utilização de concreto projetado é bastante interessante para a execução de elementos com seção tipo sanduíche. O concreto projetado é “...um concreto (mistura de cimento, areia, pedrisco, água, aditivos e adições) que é transportado por um mangote, desde o equipamento de projeção até um bico, que por meio de ar comprimido o projeta a grande velocidade contra uma superfície.” (SILVA, 1997). Existem dois processos de projeção, o processo de via úmida e o de via seca, conforme a mistura que é transportada através do mangote contenha ou não água. Na Figura 8 apresenta-se vista esquemática do equipamento de projeção via seca, que deve ser ligado a um compressor de ar para efetuar a projeção.

As características mais importantes do processo de via seca são, de acordo com SILVA (1997):

- Fator água cimento entre 0,35 e 0,45;
- Velocidade de projeção de 15 a 35m/s;
- Pressão do ar maior ou igual a $3,5\text{kgf/cm}^2$;
- Pressão da água = pressão do ar + 1kgf/cm^2 ;
- Umidade do concreto de 3% a 6,5%;
- Umidade no bico de projeção de 8% a 10%;
- Agregado com módulo de finura de 2,35 a 2,75 e dimensão máxima de 9,5mm;
- Como característica mais importante: o sucesso depende em grande parte do operário que efetua a projeção, chamado mangoteiro.

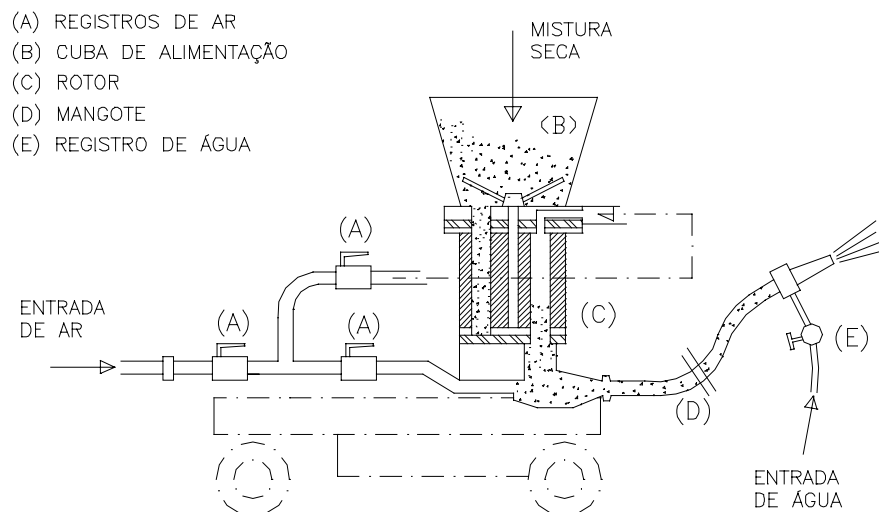


Figura 8 - Vista esquemática de equipamento de projeção de concreto por via seca, extraída de FIGUEIREDO (1992)

3 GERAÇÃO E ANÁLISE DE FORMAS LIVRES DE CASCAS

3.1 Cascas sobre base retangular com bordas retas

A expressão da superfície média de cascas sobre planta retangular apoiada em todo o contorno é dada na Tabela 1, porém RAMASWAMY (1968) apresenta uma expressão mais simples que é mostrada na eq.6.

$$z = \frac{5}{8} \times \frac{g}{N} \times \frac{1}{a^2 + b^2} \times (a^2 - x^2) \times (b^2 - y^2) \quad (6)$$

Na Figura 9 mostra-se a comparação entre valores de $z_{\text{máx}}$ encontrados com a expressão da Tabela 1 com um, dois e três termos da série, denominados na referida figura por z1, z2 e z3, e os valores de $z_{\text{máx}}$ encontrados com a eq.6, denominado zsimpl. A partir de dois termos da série o valor de $z_{\text{máx}}$ não varia de maneira significativa. Porém, a diferença entre o valor dado pela eq.6 e o encontrado adotando-se três termos na série (ver Tabela 1) chega a ter diferenças da ordem de 10%.

Os dados da Figura 9 auxiliam a determinação da superfície média de uma casca sobre planta retangular apoiada em todo o contorno. Para isso deve-se ter a relação entre os lados maior e menor do retângulo que será coberto. Entrando-se com o valor de b/a no gráfico determina-se no eixo das ordenadas o valor de $z^*(N/g)/a^2$ que permite determinar N de acordo com g e $z_{\text{máx}}$, dados que são conhecidos previamente.

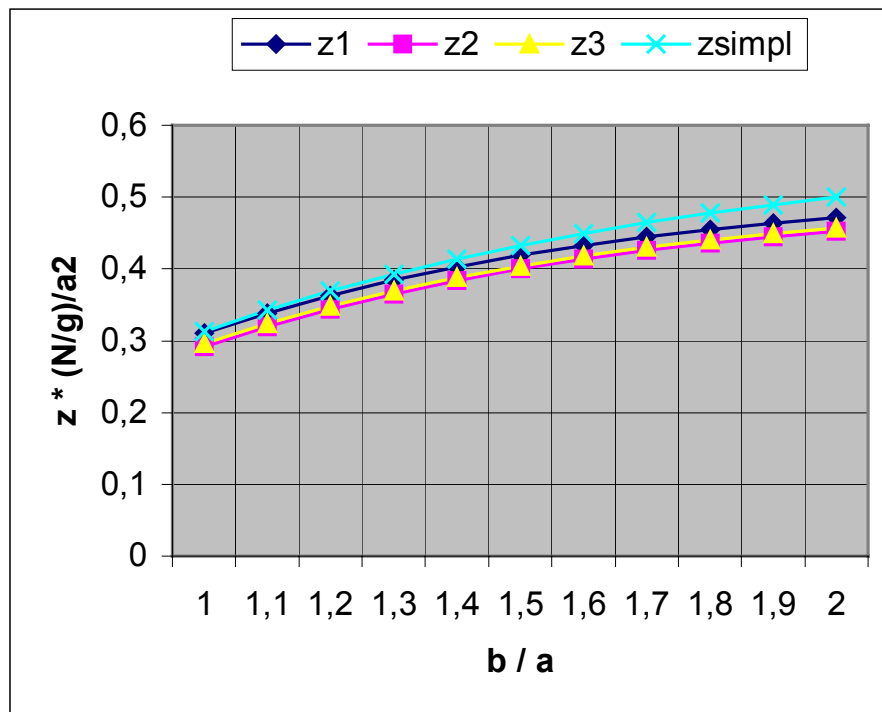


Figura 9 - Comparação entre valores de $z_{\text{máx}}$ calculados com a expressão da Tabela 1 com um, dois e três termos da série (z1, z2 e z3) e o valor de $z_{\text{máx}}$ calculado com a eq.6 (zsimpl)

Por exemplo, para uma casca com $a=b=20\text{m}$, na qual se pretende adotar flecha de $1/10$ do vão, tem-se $z^*(N/g)/a^2 \approx 0,3$. Sendo $g=2,50\text{kN/m}^2$, dado de projeto, e $z_{\text{máx}} = 2,00\text{m}$ o valor de N será de $37,5\text{kN/m}$. Com o valor de N é possível estimar a espessura da casca tomando-se como base um valor de tensão admissível no concreto, por exemplo 7MPa , o que daria espessura da ordem de $0,5\text{cm}$. Nota-se que é um valor impossível de ser adotado pensando-se em termos construtivos e, além disso, apesar de se ter o material submetido a tensão baixa haverá com certeza problema de flambagem da estrutura se for adotada espessura tão pequena. Uma alternativa para estimativa da espessura mínima pode ser o valor recomendado por WILBY (1993), de $L/450$, o que resultaria em cerca de $4,5\text{cm}$. Poder-se-ia adotar, então, $5,0\text{cm}$ para a espessura da casca. Isso é apenas o pré-dimensionamento da seção que naturalmente precisa ser confirmado em análise mais apurada.

Utilizando a formulação proposta por ODELLO & ALGOOD (1973), mostrada no Capítulo 2, encontram-se os seguintes valores de esforços:

$$\begin{aligned} N &= 9 \cdot (10\text{m})^2 \cdot 2,5\text{kN/m}^2 / (\pi^3 \cdot 2\text{m}) = 36,28\text{kN/m} \\ H &= 36,28 \text{ kN/m} \cdot 10\text{m} = 362,8 \text{ kN} \\ K &= 0,40 \cdot e^{(-10/12,2)} = 0,17623 \\ p_{\text{cr}} &= 2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,17623 \cdot [(0,05/10) \cdot (2/10)]^2 = 3,5 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Nota-se que os valores de N , como era de se esperar, estão bastante próximos. Os esforços encontrados não são elevados, porém, comparando-se a carga de projeto com a obtida pela expressão de p_{cr} vê-se que estão muito próximas ($p_{\text{cr}}/p=1,4$). É verdade que foi adotado um valor baixo para o módulo de deformação para o concreto. Caso se considere o valor de E_c de acordo com a expressão da NBR 6118 ter-se-á para resistência à compressão do concreto de 30MPa um valor de $E_c = 3,44 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, e a relação entre p_{cr} e p , carga de projeto, chega a cerca de $2,4$, bem maior que o valor $1,4$ encontrado. Porém, a consideração de um valor mais baixo de E_c pode ser indicada para se considerar, ainda que de maneira bastante grosseira, a deformação lenta do concreto. Além disso, caso se use concreto ou argamassa projetados o valor de E_c pode ser mais baixo.

Preparou-se um modelo de elementos finitos, que foi processado com o programa ANSYS. Assim podem ser determinados os esforços na estrutura de maneira mais precisa. Considerou-se viga de borda com seção de $20 \times 120\text{cm}$ e a casca com espessura constante de 5cm .

Os valores de N encontrados, para a seção do meio do vão da casca, bem como os esforços na viga de borda, são desenhados na Figura 10. São verificados esforços de tração na casca junto à borda com intensidade de até $147,8 \text{ kN/m}$. Isso resultaria em tensão de tração, na seção bruta, de aproximadamente $3,00 \text{ MPa}$.

Além disso, foram determinados, junto aos cantos da estrutura, valores de momentos fletores da ordem de 7kN.m/m , mais do que poderia suportar a seção com espessura de 5cm . Esses esforços ocorrem apenas nos cantos, enquanto que no restante da estrutura os valores de momentos são realmente desprezíveis.

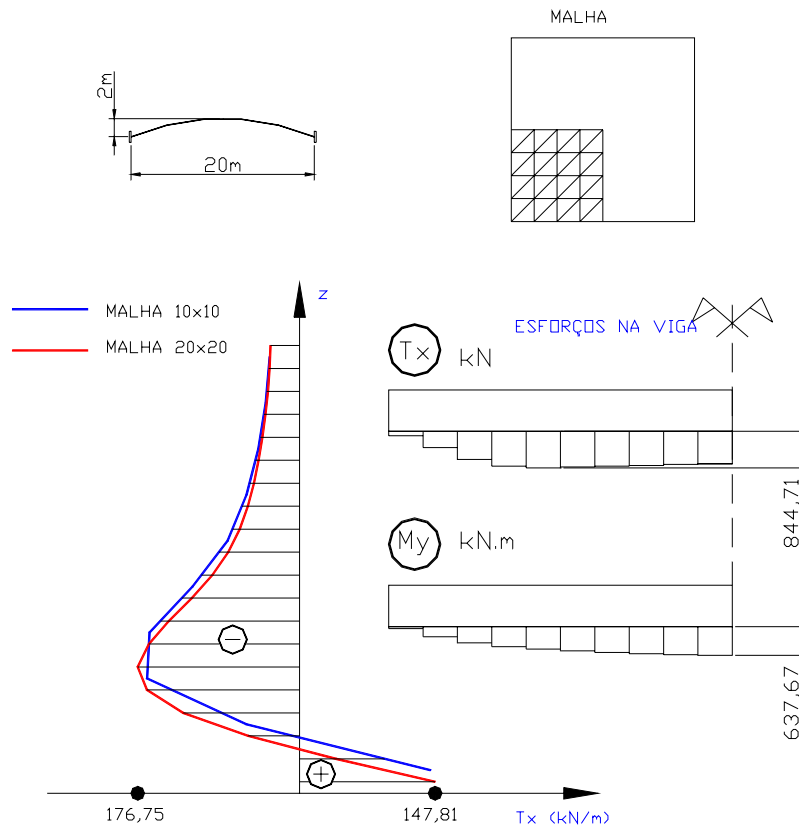


Figura 10 - Esforços N_x no meio da casca e na viga de borda para carga uniforme

Nota-se que a idéia da estrutura funcionar apenas sob compressão não é correta nesse caso. Há perturbações na borda, que aumentam o valor do esforço de compressão em quase cinco vezes, e dão origem a esforços de tração. Os esforços de tração podem ser combatidos com armadura mais concentrada próximo à borda, sem necessidade de elevadas taxas de aço. Além disso surgem momentos fletores nos cantos, que têm valores muito elevados para espessura de 5cm. Uma alternativa para resistir a esses esforços seria aumentar a espessura próximo às bordas, como é comum no projeto de cascas. Por outro lado, aqui cabe uma colocação que está dentro do contexto do trabalho: se for utilizada seção tipo sanduíche, adotando-se para ambas as faces, inferior e superior, espessura de 5cm, e núcleo de material leve também com espessura de 5cm, pode-se obter resistência suficiente para combater o momento fletor de 7kN.m/m encontrado na análise, desde que as faces da seção tenham boas condições de interação. Essa interação entre as faces pode ser conseguida com uma ligação rígida por meio de elementos denominados conectores, que podem ser, por exemplo, nervuras de concreto. Convém lembrar que se adotou um valor de carga de 2,5kN/m², o que equivale ao dobro do peso próprio da estrutura com seção de 5cm e que, portanto, a presença de outra face, com igual espessura, não tornaria a carga maior que o valor utilizado na análise. Por outro lado, nota-se a necessidade de se considerarem outros carregamentos, além do peso-próprio da estrutura. Porém, para determinar outras ações, pretende-se antes passar pela etapa de execução dos protótipos de casca com seção sanduíche, a fim de definir melhor o processo executivo que se pretende propor.

3.2 Cascas com bordas curvas

A estrutura apresentada no Item 3.1 foi obtida com modelo suspenso apoiado ao longo das bordas. Isso obrigou a estrutura definitiva a ter bordas retas e conseqüentemente vigas de borda para amenizar os esforços de tração. Cabe nesse momento um esclarecimento, já que não foi feita uma otimização da seção da viga de borda; provavelmente aumentando-se sua rigidez conseguir-se-ia que esse elemento “absorvesse” mais tração aliviando assim a casca. Porém, os valores de esforços encontrados nos dois elementos, viga e casca, não demandam taxas de armadura que inviabilizem seu uso. Por outro lado, uma alternativa para se eliminarem as vigas é a utilização de modelos suspensos apoiados por pontos, que terão assim bordas “auto-modeladas”, evitando-se a necessidade de vigas na estrutura definitiva.

Foram feitos vários modelos de membranas suspensas presas nos cantos e submetidas a carga uniforme. Na Figura 11 apresenta-se a forma típica dessas estruturas já invertidas. Na Figura 12 encontram-se curvas carga x deslocamento máximo para membranas suspensas presas nos quatro cantos, que podem auxiliar a geração dessas formas quando se deseja determinada flecha no modelo, orientando na escolha do valor da carga.

Foram feitas representações da superfície dessas cascas por curvas de nível (Figura 13). Nota-se que as estruturas se assemelham a cúpulas sobre apoios em forma de “leque”. Os resultados do processamento dos modelos, devidamente invertidos, indicam que nesses leques tem-se em certa extensão, basicamente, compressão uniaxial e pequenos esforços de flexão, enquanto que na cúpula nota-se compressão biaxial, para carga uniforme.

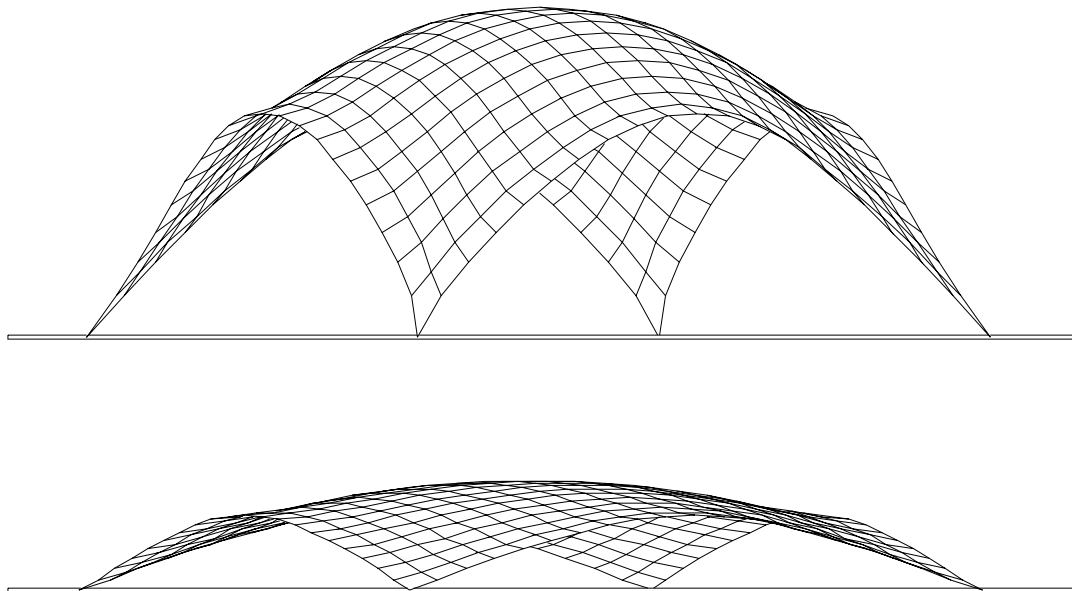


Figura 11 - Exemplos de cascas geradas por analogia com membranas suspensas presas em quatro cantos

GRÁFICOS CARGA x DESLOCAMENTO
MEMBRANAS QUADRADAS PRESAS NOS QUATRO CANTOS

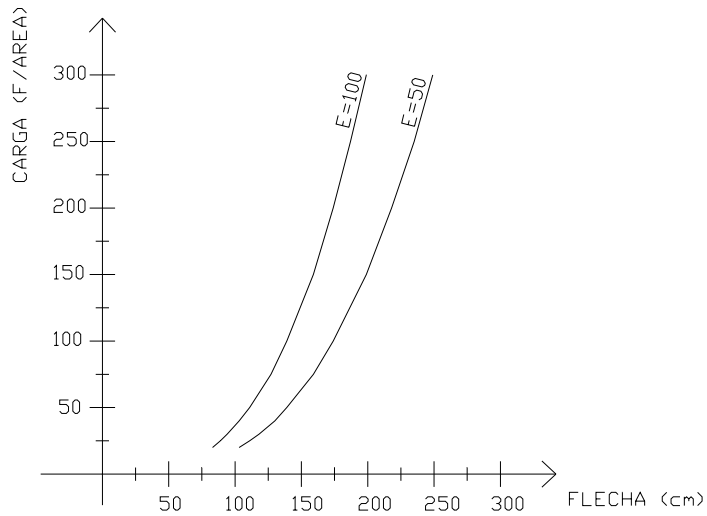


Figura 12 - Gráficos carga deslocamento máximo de membranas com 5m x 5m obtidos com o programa SUNPLANNST (carga multiplicada por 10^4)

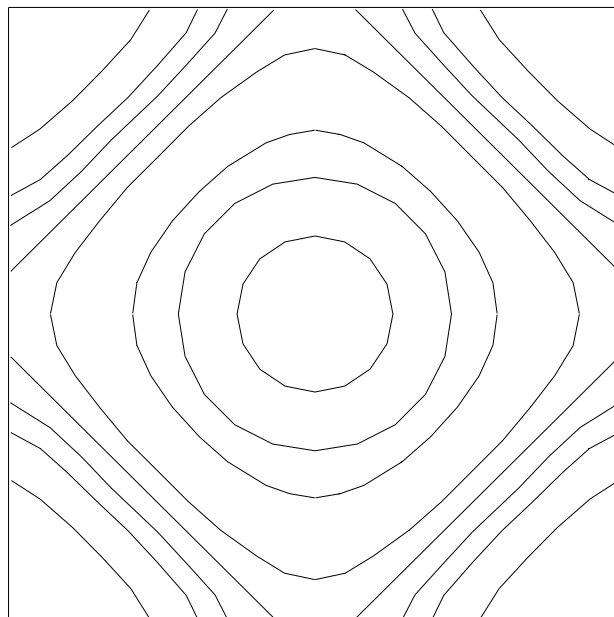


Figura 13 - Curvas de nível de casca com forma de membrana suspensa presa em quatro cantos

Na Tabela 2 apresentam-se resultados de processamento de alguns dos modelos suspensos, submetidos ao mesmo carregamento que foi usado em sua geração.

Tabela 2 - Reações de apoio e tensão de membrana nos modelos suspensos de membrana com configuração inicial plana de forma quadrada com 5m de lado

| MODELO | REAÇÃO VERTICAL (KN) | REAÇÃO HORIZONTAL (KN) | TENSÃO (KN/CM ²) *10 ⁻² | P (KN/CM ²) *10 ⁻⁶ |
|--------|----------------------|------------------------|--|---|
| CR01 | 1,25 | 2,173142 | 0,8270 | 20 |
| CR02 | 1,5625 | 2,527623 | 0,9588 | 25 |
| CR03 | 1,875 | 2,860095 | 1,0818 | 30 |
| CR04 | 2,50 | 3,476548 | 1,3083 | 40 |
| CR05 | 3,125 | 4,045478 | 1,5157 | 50 |
| CR06 | 4,6875 | 5,329904 | 1,978 | 75 |

A tensão (de membrana) tem praticamente valor constante em quase toda a superfície, aumentando na transição cúpula-leque e chegando ao valor máximo nos apoios. Deve-se lembrar que os apoios, conforme se mostra na Figura 11, são pontuais no modelo, enquanto na prática devem ter uma certa largura, o que altera os valores de tensão. Os apoios tratam-se na verdade de regiões de introdução de esforços e, portanto, devem ser considerados à parte. Os valores mostrados na Tabela 2 referem-se à região no centro da casca que não apresenta perturbações.

3.3 Cascas sobre base triangular

Também foram processados vários modelos de membranas com configuração inicial plana na forma de triângulo equilátero, suspensas apenas pelos cantos. As forma estruturais obtidas com carga uniforme podem ser invertidas dando origem às cascas sobre base triangular, mostradas na Figura 14. Os resultados das análises dessas estruturas também têm indicado apenas esforços de compressão, para carga uniforme.

De maneira semelhante às cascas sobre planta retangular esses tipos de casca apresentam predominância de esforços de compressão para carga uniforme e podem conduzir a estruturas sem vigas de borda, o que é uma solução bastante interessante do ponto de vista arquitetônico.

Foram traçadas as curvas de nível dessas superfícies e chegou-se ao resultado mostrado na Figura 15. Nota-se a semelhança com as cascas sobre planta retangular no sentido em que se tem uma cúpula apoiada em "leques". Porém, notou-se que a simetria, que deveria existir, não se verificou nas curvas de nível. A causa para esse fato é, provavelmente, uma pequena assimetria na membrana triangular plana, usada como ponto de partida para geração da forma suspensa. Ao se fornecer as medidas da base e da altura da membrana triangular plana, comete-se um (pequeno) erro numérico no valor da altura, dando-lhe forma de triângulo isóceles e não equilátero.

Maiores detalhes podem ser vistos em TEIXEIRA (1999).

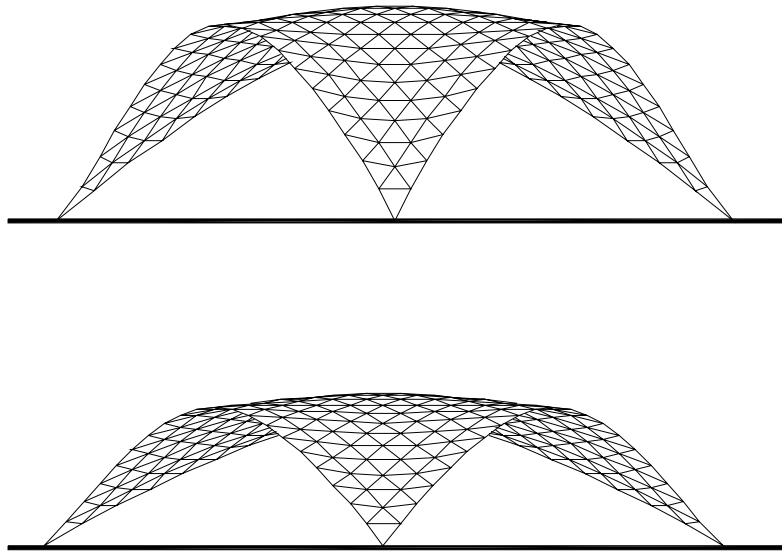


Figura 14 - Exemplos de casca com forma de membrana pênsil invertida sobre planta triangular e apoiadas apenas nos vértices

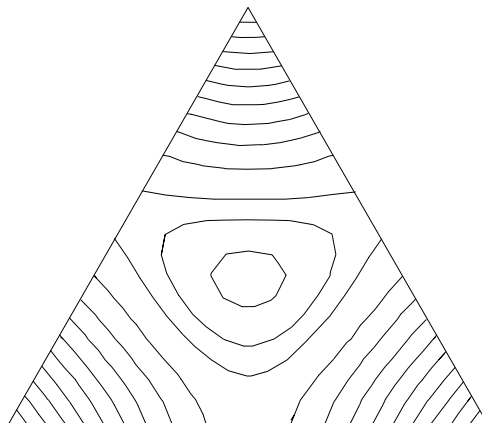


Figura 15 - Curvas de nível na membrana triangular presa pelos vértices

4 PROJETO E EXECUÇÃO DE PROTÓTIPOS

4.1 Protótipo I

Trata-se da cobertura de uma área na forma de triângulo equilátero em planta, com lado de 7m. A estrutura se apoia nos três vértices. A relação entre a flecha máxima e o lado do triângulo é de cerca de $1/5$.

Foram processados cinco modelos suspensos utilizando-se o programa elaborado por VIZOTTO (1993) até se alcançar o valor da flecha de 135,4487cm o que resulta na relação procurada entre o lado maior e a flecha ($1/5,168 \approx 1/5$).

Com os dados da análise estática foram feitas as definições de projeto. Notou-se que com espessura de 3cm tem-se comportamento satisfatório do protótipo. Ter-se-ia adotado essa espessura total para execução das duas faces da seção sanduíche, ficando cada uma portanto com 1,5cm, porém com os recursos disponíveis não se teria condições de se executar a casca com tal espessura. Após efetuar alguns testes de moldagem de painéis isolados, com dimensões de 50x100cm, optou-se por adotar como mínimo o valor de 3cm para cada face, tendo o núcleo também essa espessura. Assim a espessura total ficou sendo 9,00cm.

Próximo aos apoios foi definida uma região, com cerca de 1,20m de extensão em direção ao centro da casca, a qual foi executada com seção maciça, com 9,00cm de espessura. Para que os apoios não fossem pontuais fez-se um alargamento daquela região que passou a ter largura variável, com mínimo de 30cm. Na Figura 16, ilustra-se o que foi dito.

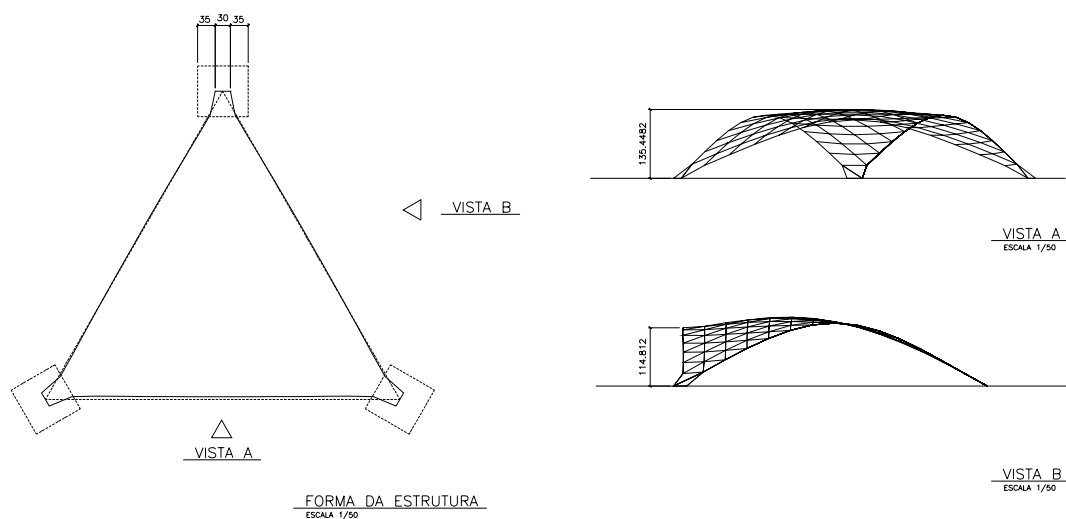


Figura 16 - Planta e vistas do Protótipo I

4.2 Protótipo II

4.2.1 Descrição da estrutura

Trata-se da cobertura de uma área com planta quadrada com dimensões de 5m x 5m, com vigas de borda retas e flecha máxima de 70cm. Os pontos da superfície média do modelo suspenso foram definidos com uso da eq. 6. Para a estrutura definitiva adotou-se a mesma espessura do Protótipo I, ou seja duas faces com 3cm cada, e núcleo, em EPS (poliestireno expandido ou isopor), também com 3cm, constituído por três placas de 10mm cada, superpostas. A argamassagem já não foi feita manualmente e sim com uso de equipamento adequado, uma máquina de projeção de concreto por via seca, modelo CP-3, fabricada pela ESTE Ind. e Comércio, empresa de São Paulo. Na Figura 17, mostra-se uma vista da estrutura, tal como foi concebida.

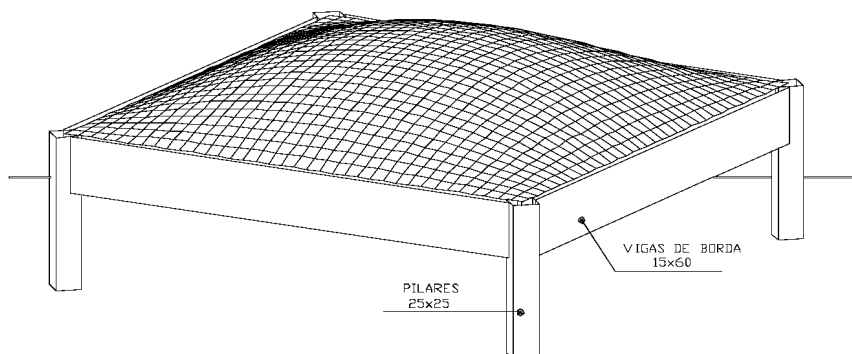


Figura 17 - Vista do Protótipo II

4.2.2 Processo construtivo

Devido às falhas que ocorreram na execução do Protótipo I foi tomado cuidado adicional com o cimbramento. Optou-se por utilizar escoramento na face inferior e então concretar primeiro a face superior. Para isso foram preparadas peças curvas de madeira (denominadas cambotas) sobre as quais colocar-se-iam as telas de aço e o EPS. Na Figura 18 encontram-se detalhes dessas peças.

Após a execução das fundações, pilares e parte das vigas, as cambotas foram posicionadas e escoradas com pontaletes. Sobre as cambotas foi colocada a tela de aço inferior formada por malha de fios de 5mm a cada 15cm. Como a tela era bastante flexível, assumiu praticamente a forma da casca e a sua colocação sobre as cambotas foi extremamente simples. Sobre a tela de aço inferior foi colocado o EPS, que foi perfurado, numa quantidade de dois furos por placa de 50x100cm, para colocação dos conectores, fios de 3,4mm dobrados em forma de Z.

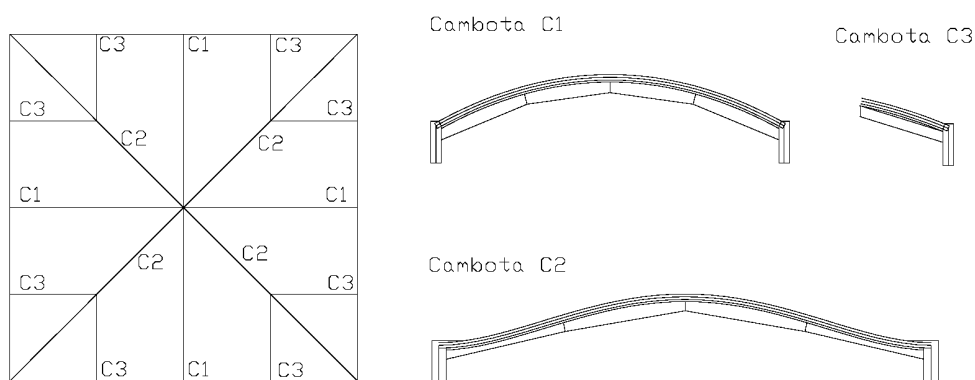
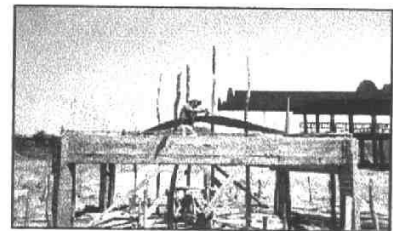
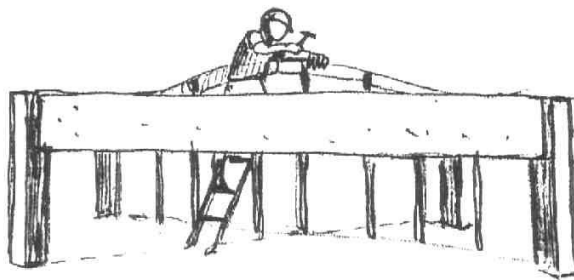


Figura 18 - Detalhe das cambotas utilizadas como cimbramento do Protótipo II

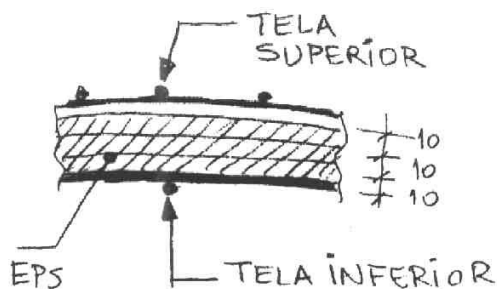
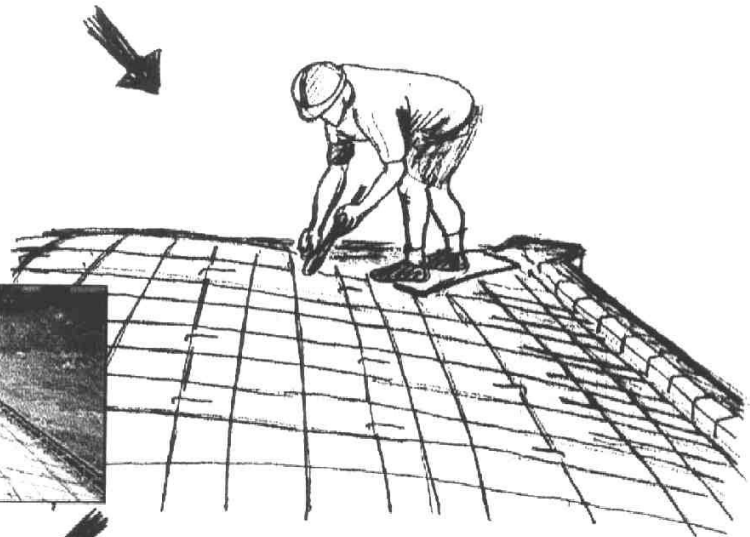
Na Figura 19 mostra-se a seqüência executiva até a colocação do EPS e da tela superior, malha de fios de 3,4mm a cada 15cm, reforçada nas bordas com fios de 5mm a cada 15cm e comprimento de 50cm. Após a colocação da tela superior concretou-se a face superior da casca. Sete dias após a concretagem retiraram-se as cambotas e fez-se a projeção da face inferior. Na Figura 20, vê-se o protótipo concluído.

Com relação ao Protótipo I pode-se dizer que houve um sensível progresso. Não se notaram falhas construtivas e a forma da casca foi conseguida com êxito. O Protótipo II passou por uma prova de carga, cujos resultados são apresentados a seguir.

① COLOCAÇÃO DAS CAMBOTAS



② COLOCAÇÃO DAS TELAS E DO EPS.



③ DETALHE DA SEÇÃO SANDUÍCHE (MEDIDAS EM mm)

Figura 19 - Seqüência executiva da colocação do EPS



Figura 20 - Vista do protótipo concluído

4.3 Comentários

As experiências de execução dos dois protótipos foram úteis para confirmar de maneira prática a viabilidade do processo executivo e serviram para se definir um processo construtivo que será descrito a seguir.

A seqüência executiva do processo que se pretende propor fica assim definida:

- 1) Colocação de elementos para escoramento das telas e do núcleo que servirão de anteparo para projeção ou aplicação manual do concreto. Esses elementos podem ser constituídos por tirantes de aço e/ou cambotas de madeira. As cambotas de madeira são de fácil execução e permitem a execução de escoramento bastante rígido. O escoramento com tirantes, ou cabos, requer obviamente projeto e execução mais cuidadosos sem os quais pode-se ter problemas de deformação do conjunto, como ficou provado na execução do Protótipo I. Para o núcleo, o EPS mostra-se um material que combina boas características com um preço acessível.
- 2) Aplicação do concreto em uma das faces, que pode ser manual ou com máquina de projeção. A aplicação manual do concreto só é viável no caso de superfícies pequenas, como por exemplo no caso de se utilizarem elementos pré-moldados. A aplicação com máquina é um processo extremamente rápido e mostrou-se viável, apesar do receio inicial que se tinha com relação à integridade do núcleo de EPS devido ao impacto provocado pela elevada velocidade de projeção.
- 3) Após a cura da face já concretada executar a outra face. Nota-se que nesse caso uma das faces deverá suportar o peso total da casca, pelo menos no início de sua vida útil.

Na execução do Protótipo II optou-se por concretar inicialmente a face superior, porém, acreditava-se que o ideal seria definir um escoramento que permitisse inicialmente a concretagem da face inferior e após sua cura pudesse ser executada a face superior da seção sanduíche. A principal vantagem que se ganharia seria o fato da face inferior estar protegida de intempéries o que a torna mais indicada para ser o elemento principal da seção. Nesse caso a face superior teria duas

funções, a primeira de proteção do núcleo das intempéries e conseqüentemente, dependendo do tipo de composição da seção, haveria proteção da face inferior contra ação da temperatura. A segunda função seria de funcionar como um “travamento” da face inferior tornando-a assim menos sensível a imperfeições geométricas e conseqüentemente aumentando assim a carga de flambagem e viabilizando a utilização de pequenas espessuras.

Com as experiências de execução dos protótipos a concretagem inicial da face superior mostrou-se ser um procedimento mais adequado, ou pelo menos mais prático com os recursos que se dispunha.

A eficiência da utilização de seção não-composta precisa ser testada. Nota-se que apesar de se perder em rigidez pode-se ganhar amenizando os efeitos de temperatura na estrutura. Com os resultados da prova de carga tem-se ao menos um primeiro resultado prático que permita aferir a questão.

O fato das faces serem postas em serviço em idades diferentes deve ser também analisado com mais rigor. Em princípio pode-se imaginar que não seria o mais adequado uma face servir apenas de sobrecarga para a outra. Porém pode-se notar que com a evolução da resistência da face superior, no caso desta ser concretada posteriormente, ter-se-ia ao menos as parcelas de deformação correspondentes à fluência do concreto resistidas pelas duas faces. É interessante lembrar que a fluência é um fator que provoca grande redução de capacidade de carga em cascas de concreto.

Essas questões, e outras que porventura venham a surgir em decorrência dessas, podem ser esclarecidas por meio de análise estrutural mais detalhada, considerando-se a influência do processo construtivo e das características reais dos materiais, diferentemente das análises feitas até o momento neste trabalho, que consideram o comportamento dos materiais de maneira simplificada.

4.4 Prova de carga no Protótipo II

Em 12/06/1999, portanto praticamente seis meses após sua execução, procedeu-se a uma prova de carga no Protótipo II.

Foram instrumentados doze pontos da estrutura. Foram usados relógios comparadores (defletômetros) para medida dos deslocamentos dos pontos mostrados na referida figura. Desses doze aparelhos, quatro foram localizados imediatamente ao lado de cada um dos pilares, dois foram colocados no meio do vão das vigas de borda e os restantes foram posicionados para medir os deslocamentos da casca propriamente dita. Os defletômetros colocados ao lado dos pilares tinham função de registrar, ainda que de maneira aproximada, os recalques da fundação.

O carregamento foi efetuado em 9 (nove) etapas. Nas quatro primeiras etapas o carregamento foi aplicado com areia solta, sendo o valor controlado por pesagem de cada volume que era depositado sobre a superfície da casca. Para conter lateralmente a areia foi executada uma parede de alvenaria com espessura de 20cm sobre as vigas de borda. O lastro de areia ia sendo depositado e nivelado em camadas, sendo que ao final de cada etapa paralisava-se a operação de carregamento para que fossem feitas as leituras dos deslocamentos.

Após preenchimento do lastro de areia foi complementado o carregamento com areia acondicionada em sacos com 0,50kN, cada. Esse procedimento foi dividido em cinco etapas com 25kN cada.

A carga total foi de 226,655 kN, que somada ao peso da estrutura e ao peso estimado da parede de alvenaria totaliza uma carregamento total de aproximadamente 12,30kN/m². Esse carregamento não é exatamente uniforme em toda a superfície da casca pois o lastro de areia solta tem altura variável e o peso da alvenaria é distribuído apenas no contorno.

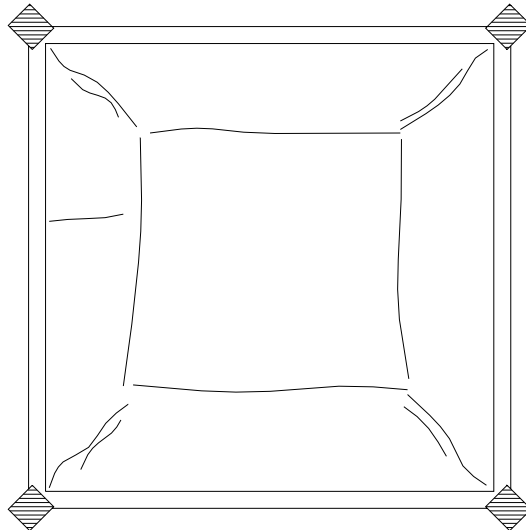


Figura 21 - Fissuras na face inferior da casca

A estrutura chegou a apresentar deslocamentos apreciáveis, com valores de até 6,43mm no ponto em que foi colocado o aparelho RC7. A configuração de fissuras na casca é mostrada na Figura 21. Nota-se, ainda que no início, a formação de um mecanismo que, provavelmente seria a forma de ruína. As vigas não apresentaram fissuras visíveis a olho nu, o que era esperado, pois são bastante robustas e foram assim dimensionadas para poder submeter a estrutura a carregamento elevado. As primeiras fissuras surgiram na etapa 2.4 do carregamento com abertura de 0,05mm. Na última etapa a abertura máxima alcançou 0,15mm.

O ensaio teve duração de seis horas, iniciando às 09:25h e terminando às 15:25h do dia 12/06/1999.

Na Tabela 3, apresentam-se alguns dos resultados do ensaio. Na Figura 22, são mostrados em gráfico os deslocamentos do ponto central da casca durante o ensaio.

Tabela 3 - Resultados obtidos nos demais relógios comparadores (mm)

| ETAPA | RC5 | RC6 | RC7 | RC8 | RC9 | RC10 | RC11 | RC12 |
|-------|------|------|-------|-------|-------|------|-------|------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 1.1 | 0,04 | 0,01 | -0,02 | -0,01 | -0,01 | 0,07 | -0,02 | 0,03 |
| 1.2 | 0,09 | 0,06 | 0,11 | 0,09 | 0,02 | 0,07 | 0,00 | 0,08 |
| 1.3 | 0,18 | 0,11 | 0,47 | 0,46 | 0,14 | 0,17 | 0,13 | 0,26 |
| 1.4 | 0,24 | 0,20 | 0,97 | 0,97 | 0,37 | 0,44 | 0,37 | 0,59 |
| 2 | | | | | | | | |
| 2.1 | 0,30 | 0,24 | 1,38 | 1,31 | 0,55 | 0,70 | 0,57 | 0,82 |
| 2.2 | 0,32 | 0,28 | 1,77 | 1,70 | 0,76 | 0,83 | 0,78 | 1,07 |
| 2.3 | 0,43 | 0,37 | 2,43 | 2,19 | 1,04 | 1,20 | 1,10 | 1,46 |
| 2.4 | 0,50 | 0,54 | 3,27 | 2,83 | 1,50 | 1,60 | 1,54 | 2,01 |
| 2.5 | 0,55 | 0,59 | 3,52 | 3,02 | 1,64 | 1,76 | 1,68 | 2,21 |
| 2.6 | 0,83 | 0,80 | 5,92 | 5,20 | 3,03 | 3,28 | 2,95 | 3,67 |
| 2.7 | 0,85 | 0,85 | 6,43 | 5,67 | 3,45 | 3,67 | 3,29 | 4,14 |

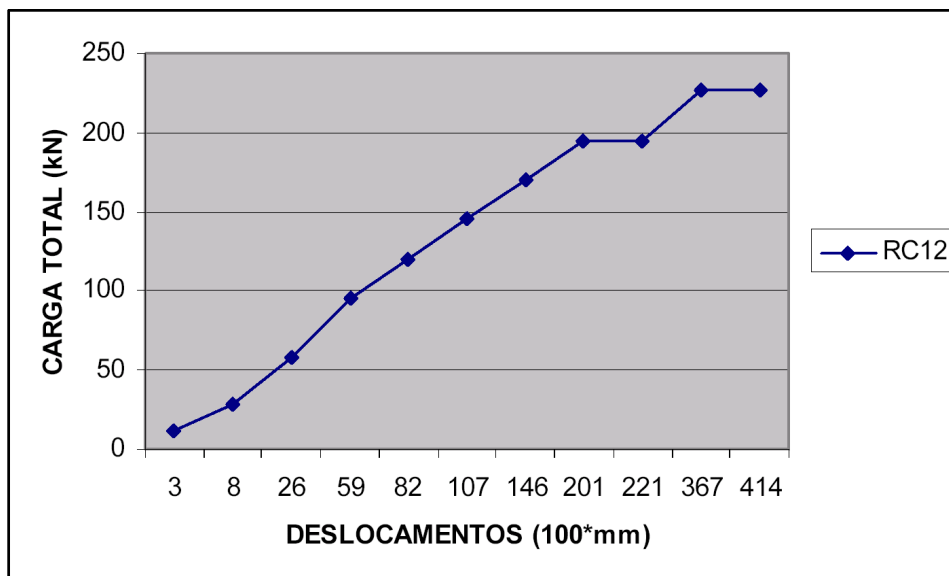


Figura 22 - Deslocamentos do ponto central da casca

5 CONCLUSÕES

Acredita-se que o procedimento executivo proposto para moldagem de cascas com forma livre pode, com pequenas melhorias, ser utilizado na execução de estruturas semelhantes às apresentadas neste trabalho, mesmo com dimensões maiores, compondo-se dessa maneira um processo tecnológico viável. O comportamento da estrutura executada mostrou-se bastante satisfatório como se pôde ver pelos resultados da prova de carga. A estrutura suportou um valor alto de

carregamento, mesmo sendo suas faces finas e ligadas apenas por conectores flexíveis, no caso fios de aço CA-60, dobrados em forma de Z. Isso se deveu ao fato de existirem elementos de borda com grande rigidez e também à predominância de esforços de membrana sobre os de flexão, devido à forma da estrutura. O processo executivo proposto apresenta como vantagens: (1) execução por camadas, o que permite a utilização de cimbramento “leve” e introdução gradual de carga na estrutura; (2) redução das dispendiosas fôrmas; (3) bom desempenho termoacústico da estrutura, devido ao núcleo de material leve. É, portanto uma alternativa interessante para viabilizar a execução de coberturas em casca de concreto com forma livre.

6 BIBLIOGRAFIA

BILLINGTON, D.P. Concrete thin shells of revolution. In: MEDWADOWSKI, S.J. et al. **Concrete thin shells**. Proc. ACI Symposium, New York, 1970. 2ed. s. l., ACI, 1980.

FIGUEIREDO, A.D. **Concreto projetado: fatores intervenientes no controle da qualidade do processo**. São Paulo, 1992. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

FIGUEIREDO, A.D. **Parâmetros de controle e dosagem do concreto projetado com fibras de aço**. São Paulo, 1997. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

HEGER, F.J.; ZAGHARMEE, M.S. Buckling of thin concrete domes. **ACI Journal**, November–December, 1983.

HEGER, F.J. Concrete domes for water and wastewater tanks. **ACI Structural Journal**, p. 445-452, 1990.

HELENE, P.R.L. **Corrosão de armaduras para concreto armado**. São Paulo: Pini, 1986.

IDING, R.H. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete in engineering practice. In: MEYER, C.; OKAMURA, H., eds. **Finite element analysis of reinforced concrete structures**. Tokyo, 1985. p.544-556.

ISLER, H. Aplicaciones recientes de cascarones representativos. In: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE LA APLICACIÓN DE ESTRUCTURAS LAMINARES EN ARQUITECTURA, México, 1967.

ISLER, H. Concrete shells and architecture. In: IASS SYMPOSIUM ON MEMBRANE STRUCTURES AND SPACE FRAMES, Osaka, 1986.

ISLER, H. Experimental shell design. In: SYMPOSIUM ON SHELL RESEARCH, Delft, 1961. **Proc.** Amsterdam: North Holland, 1961. p.356-361.

ISLER, H. **Doce años de aplicación de cascarones tipo burbuja**. In: CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE LA APLICACIÓN DE ESTRUCTURAS LAMINARES EN ARQUITECTURA, México, 1967.

- MANG, H.A.; MESCHKE, G. Nonlinear finite element analysis of reinforced and prestressed concrete structures. **Eng. Struct.**, v.13, p.211-226, 1991.
- ODELLO, R. J.; ALGOOD, J.R. Shells for standard floor and roof elements. **Journal of Structural Division**, ASCE, v.99, n.ST10, p.1999-2009, October, 1973..
- OTTO, F. et al. **Gitterschalen = Grid shells**. Stuttgart, Institut für leichte Flächentragwerke (IL), 1974. 346 p. (IL 10).
- RAMASWAMY, G.S. The theory of a shell in the form of a Prandtl membrane. **Civil Engineering and Public Works Review**, v.53, n. 626, August, 1958.
- RAMASWAMY, G.S.; CHETTY, S.M.K.; BHARGAVA, R.N. Casting and testing a shell roof unit. **Civil Engineering and Public Works Review**, v.53, n.626, August, 1958.
- RAMASWAMY, G.S. **Design and construction of concrete shell roofs**. New York, McGraw-Hill, 1968.
- RAMASWAMY, G.S. Analysis, design and construction of a new shell of double curvature. In: SYMPOSIUM ON SHELL RESEARCH, Delft, 1961. **Proc.** Amsterdam: North-Holland, 1961. p.102-115.
- RAMASWAMY, G.S. Inovative applications of funicular shells. In: IASS SYMPOSIUM, Osaka, 1986. **Proc.** Amsterdam: Elsevier Science, 1986. v.1, p.313-320.
- SCHNOBRICH, W.C. Reflections on the behaviour of reinforced concrete concrete shells. **Eng. Struct.**, v.13, p.199-210, 1991.
- SILVA, P.F.A. **Concreto projetado para túneis**. São Paulo: PINI, 1997.
- TEIXEIRA, P.W.G.N. (1999). **Projeto e execução de coberturas em casca de concreto com forma de membrana pênsil invertida e seção tipo sanduíche**. São Carlos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- VIZOTTO, I. **Geração computacional de formas livres de estruturas em casca**. Campinas, 1993. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas.
- WILBY, C.B. **Concrete dome roofs**. Longman Scientific & Technical, 1993. 313p.

ANÁLISE DE PAVIMENTOS DE CONCRETO ARMADO COM A CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

Richard Sarzi Oliveira¹ & Márcio Roberto Silva Corrêa²

Resumo

Este trabalho trata da evolução natural do modelo de cálculo em regime elástico linear, largamente empregado no dimensionamento de pavimentos de concreto armado, para um modelo com maior capacidade de representação. A consideração da não-linearidade física do material concreto armado é incorporada a um sistema computacional em elementos finitos segundo modelos não-estratificados, através da generalização das formulações para o campo dos esforços. O elemento de barra é abordado em campo uniaxial, verificando-se o escoamento produzido pela flexão. Para o elemento de placa, estabelece-se o critério de escoamento de Von Mises com leis associativas particularizado ao estado plano de tensões (EPT). Essas tensões são integradas ao longo da espessura do elemento, permitindo escrever o critério em função do terno de valores de momentos atuantes. Por fim, os modelos de barra e placa são integrados ao sistema computacional, resultando um sistema de análise não-linear de pavimentos de concreto armado. A caracterização do comportamento físico da seção transversal é feita segundo um diagrama momento-curvatura trilinear. A aplicação do modelo proposto a um pavimento convencional, juntamente com uma proposta para a análise de pavimentos com a consideração da não-linearidade física, evidenciam a viabilidade de seu emprego em projetos usuais de pavimentos de concreto armado.

Palavras-chave: concreto armado; não-linearidade física; plasticidade; pavimentos; elementos finitos.

1 INTRODUÇÃO

A utilização de um modelo elástico linear para a representação do comportamento do concreto armado, vem desempenhando fundamental importância nos cenários técnico e científico desde o surgimento desse material na segunda metade do século passado, e atualmente mantém-se ainda como a hipótese de cálculo mais empregada no projeto de estruturas. O largo emprego desta aproximação do comportamento não só do concreto como dos demais materiais empregados em estruturas (como a madeira e o aço), deve-se ao fato da relativa simplicidade do seu equacionamento quando comparado com modelos de cálculo mais refinados, como o faz a análise de estruturas considerando-se a não-linearidade física do material que a constitui. As formulações deste comportamento não-linear, no entanto, conduzem a problemas matemáticos mais complexos, com soluções praticamente inviáveis sem o auxílio de computadores com boa capacidade de trabalho, motivo pelo qual não só o estudo do comportamento não-linear das estruturas, como métodos de cálculo, dentre eles, o Método dos Elementos Finitos

¹ Doutor em Engenharia de Estruturas – EESC-USP, richard.oliveira@embraer.com.br

² Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, correa@sc.usp.br

(MEF), e o Método dos Elementos de Contorno (MEC), tiveram o seu desenvolvimento adiado por vários anos.

Com o crescente aperfeiçoamento dos equipamentos de informática, tem ocorrido nos últimos anos uma grande evolução nos processos de cálculo, buscando-se sempre representações mais realistas para o comportamento das estruturas e, sobretudo, a evolução de um modelo razoavelmente limitado como o elástico linear, para outros com maior capacidade de representação.

Desde 1960, quando são elaborados os primeiros modelos que tratam da não-linearidade física dos materiais através do emprego do MEF, esse tipo de análise tem evoluído tanto no aspecto das formulações teóricas quanto na melhoria da qualidade das implementações computacionais. Atualmente, buscam-se continuamente a otimização nas rotinas de cálculo, viabilizando-se sistemas computacionais para o emprego em escritórios de projeto de estruturas sob a forma de programas para microcomputadores.

Neste contexto insere-se oportunamente o presente trabalho, que busca o estudo e a implementação do comportamento não-linear físico de pavimentos de edifícios de concreto armado, mediante a utilização de um modelo elastoplástico eficiente. O objetivo principal consiste em se criar uma ferramenta de auxílio para o projeto consistente de pavimentos. O 'software' resultante dos estudos aqui desenvolvidos, permite ao projetista fazer hipóteses de dimensionamento, e manipular as rigidezes dos elementos (lajes e vigas) de modo a obter uma distribuição de esforços mais favorável ao conjunto de formas do pavimento.

A verificação do estado limite de deformações excessivas constitui em um objetivo não menos importante. Através da análise não-linear física consegue-se determinar com maior exatidão os deslocamentos apresentados pela estrutura e bastante influenciados por efeitos da fissuração e escoamento das armaduras de flexão.

Todos os algoritmos desenvolvidos foram implementados no Sistema de Análise de Estruturas Reticuladas (ANSER), em funcionamento no Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP. Assim como no sistema ANSER, a linguagem de programação utilizada foi o FORTRAN com a utilização do compilador Power Station da Microsoft. Os processamentos do exemplo deram-se em um microcomputador equipado com processador Pentium de 100 Mhz, 8Mb de memória RAM e disco rígido com tempo de acesso de 9.14 ms (milisegundos), capacidade de transferência de 3.06 Mb/segundo e capacidade de armazenamento de 1.3 Gb.

2 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR DOS MATERIAIS

De acordo com PROENÇA (1988), define-se que: "O regime de comportamento plástico de um material fica evidenciado pelo aparecimento de deformações irreversíveis, ou permanentes, quando se anula a solicitação a que o corpo esteja sujeito. Por outro lado, as deformações plásticas aparecem simultaneamente com as tensões que excedem um determinado limite, denominado limite de escoamento."

Para melhor compreender a definição colocada no parágrafo anterior, necessita-se a caracterização dos fenômenos envolvidos no comportamento plástico dos materiais. Nos itens que se seguem procura-se definir, de modo sucinto, o critério de escoamento de Von Mises, e a regra de endurecimento isótropo linear que formam a base dos modelos propostos neste trabalho.

2.1 Critério de escoamento de Von Mises

Os critérios de escoamento são imprescindíveis em um modelo matemático para análise elastoplástica de estruturas, pois definem a partir de que nível de tensões o material passa a apresentar características de plastificação. Os critérios de escoamento são expressos por relações matemáticas entre as componentes de tensão atuantes em um ponto do corpo analisado.

Suponha-se um determinado ponto pertencente a um corpo e sujeito a um estado tridimensional de tensões ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$). Segundo o critério de Von Mises (1913), o material inicia a plastificação no instante em que a tensão octaédrica de cisalhamento (τ_{oct}) no ponto atinge um valor \bar{K} correspondente à tensão octaédrica de cisalhamento no escoamento. Desse modo, o comportamento em regime elástico do material ocorreria até o limite dado pela expressão 2.1:

$$\tau_{oct} \leq \bar{K} \quad (2.1)$$

As tensões octaédricas ocorrem segundo os planos desviadores, cujas normais são igualmente inclinadas com relação aos eixos das direções principais, e dividem-se em tensão normal (σ_{oct}) e de cisalhamento (τ_{oct}), com:

$$\sigma_{oct} = \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (2.2)$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (2.3)$$

onde: $J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$ - é o 2º invariante das tensões desviadoras;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - tensões principais do estado tridimensional de tensões.

Reescrevendo-se o critério de Von Mises, tem-se:

$$\sqrt{\frac{2}{3} J_2} \leq \bar{K} \quad (2.4)$$

Existe ainda a possibilidade de exprimir o critério em termos da tensão de tração σ_t . Para um ensaio de tração uniaxial ($\sigma_1 = \sigma_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$), tem-se $J_2 = \frac{\sigma_t^2}{3}$, o que resulta:

$$\sqrt{\frac{2}{3} J_2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_t \quad \text{ou, de modo a satisfazer ao critério:}$$

$$\sqrt{3 \cdot J_2} \leq \sigma_y \quad (2.5)$$

onde: σ_y - tensão de escoamento do material por tração.

De acordo com OWEN & HINTON (1980), pode-se definir uma tensão efetiva (σ^{ef}) de acordo com a expressão 2.6.

$$\sigma^{ef} = \sqrt{3 \cdot J_2} \leq \sigma_y \quad (2.6)$$

Coloca-se a seguir, na Figura 2.1, uma interpretação geométrica do critério de Von Mises para o estado tridimensional (ETT) e plano de tensões (EPT) no espaço das tensões principais.

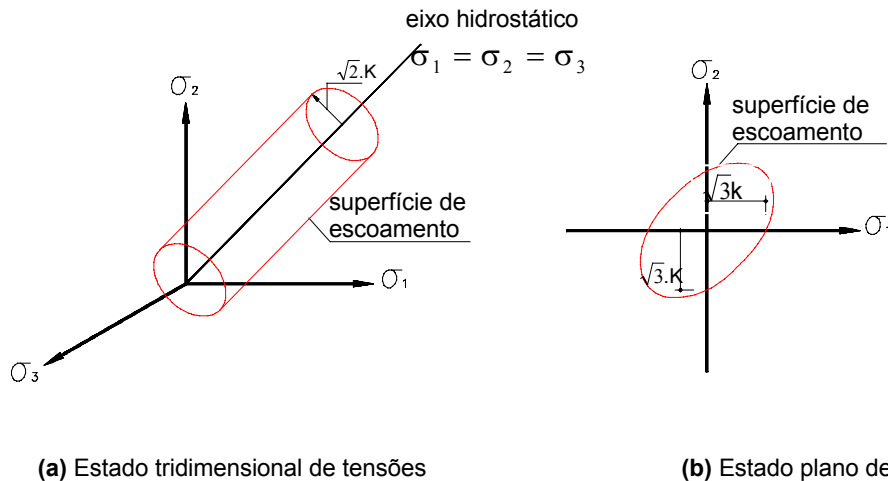


Figura 2.1 - Interpretação geométrica do critério de Von Mises

Apesar de se mostrar mais representativo do comportamento de materiais metálicos, a aplicação do critério de Von Mises ao material concreto, constitui aproximação que tem revelado bons resultados, como nos trabalhos realizados por LIN & SCORDELIS (1975) e HU & SCHNOBRICH (1991), e em pesquisas desenvolvidas por CORRÊA (1991). A aplicação deste critério em detrimento de outros mais apropriados ao comportamento do concreto, reside na relativa simplicidade da sua formulação, pois as componentes de tensão são independentes e podem ser agrupadas de modo a formar uma tensão efetiva (expressa por J_2). Em modelos aplicados a elementos finitos não-estratificados (elementos cuja seção transversal não é dividida em camadas), o critério pode também ser facilmente escrito em função do terno de momentos de placa obtidos pela integração das tensões ao longo da espessura do elemento.

Existem, no entanto, outros critérios que melhor representam o comportamento do concreto, como: o de Mohr-Coulomb, o de Drucker-Prager, e o de Kupfer, dentre outros.

2.2 Relação constitutiva elastoplástica com encruamento positivo isótropo linear

Com o objetivo de buscar uma representação do comportamento elastoplástico dos materiais, são introduzidas as relações constitutivas, que podem ser divididas em duas fases: a primeira, correspondente à fase elástico linear do comportamento entre tensão e deformação até que se atinja o limite de escoamento, e a segunda, relativa ao comportamento plástico a partir de então. Todos os descarregamentos ocorridos em qualquer das fases colocadas se dá proporcionalmente ao módulo de elasticidade longitudinal E (aproximação de descarga elástica).

A relação constitutiva elastoplástica com encruamento positivo isótropo ilustrada na Figura 2.2 caracteriza os materiais que apresentam comportamento elástico linear até que seja atingido o limite de escoamento, e a partir daí, com a evolução da plastificação, passam a ampliar o seu domínio elástico simetricamente em relação à média das tensões de escoamento positiva e negativa (geralmente a simetria é o eixo das deformações ε).

Com base no diagrama da Figura 2.2, admite-se que as deformações possam ser decompostas aditivamente, como segue:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.7)$$

deste modo, pela teoria da elasticidade, pode-se escrever:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon^e = E(\varepsilon - \varepsilon^p) \tag{2.8}$$

- onde: ε - deformação total;
 ε^p - parcela de deformação plástica acumulada;
 ε^e - parcela de deformação elástica acumulada;
 σ - tensão que está sendo analisada;
 σ_y - tensão de escoamento do material;
 $E = tg\beta$ - módulo de elasticidade longitudinal do material.

As grandezas ε, σ , e ε^p devem ser expressas como funções do tempo em um intervalo $[0, T] \subset \mathbb{R}$, de modo a possibilitar a representação da evolução das plastificações segundo um modelo elastoplástico adotado. As suas variações podem ser relacionadas por:

$$\dot{\sigma} = E \cdot \dot{\varepsilon}^e = E \left(\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p \right) \tag{2.9}$$

onde: $\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt}$; $\dot{\varepsilon}^e = \frac{d\varepsilon^e}{dt}$; $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$; $\dot{\varepsilon}^p = \frac{d\varepsilon^p}{dt}$ (2.10)

\mathbb{R} - conjunto dos números reais.

A condição de plastificação é representada por uma função f , onde os estados de tensão possíveis satisfazem à inequação:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(\sigma) = |\sigma| - (\sigma_y + k \cdot \alpha) \leq 0 \tag{2.11}$$

Define-se, também, um escalar positivo $\dot{\gamma}$ que corresponde ao valor absoluto da velocidade de deformação plástica que pode ocorrer quando atingido o limite de escoamento ($f(\sigma) = 0$). O escalar deve estar associado a um versor correspondente à direção do fluxo plástico. Para o caso uniaxial, como a direção da velocidade de deformação plástica é única, verifica-se que o seu sentido passa a ser dado pelo sinal da tensão utilizada na análise, que também é única.

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \cdot \text{sin}(\sigma) \tag{2.12}$$

onde: $\text{sin}(\sigma)$ é uma função à qual atribui-se o sinal da tensão σ .

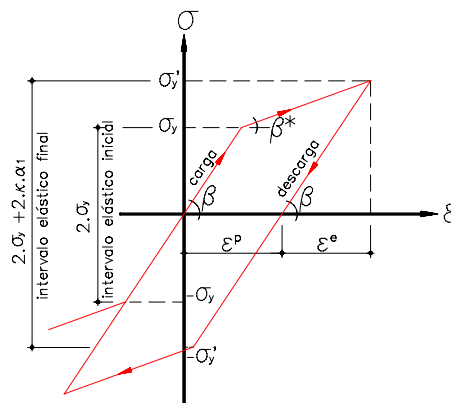


Figura 2.2 - Relação elastoplástica com encruamento positivo isotrópico - ilustração para o caso uniaxial

Para a caracterização do processo de encruamento, define-se, de acordo com o tipo de encruamento adotado para o modelo, a variável interna positiva α , que também pode ser expressa como função do tempo. O que normalmente utiliza-se, é a associação da evolução da variável interna de encruamento à evolução exclusiva da deformação plástica, designando-se assim o encruamento por deformação ou 'strain-hardening'.

$$\dot{\alpha} = \left| \dot{\varepsilon}^p \right| = \dot{\gamma} \quad (2.13)$$

Como ilustração, coloca-se que o ponderador da ampliação do domínio elástico na Figura 2.2, denominado de α_1 , corresponde à deformação plástica acumulada até o início do descarregamento (ε^p), pois trata-se de encruamento por deformação.

O módulo plástico k é uma constante do material. Materiais com comportamento elastoplástico perfeito, apresentam módulos plásticos nulos (iguais a zero), e materiais com encruamento positivo isótropo, apresentam k positivo. Partindo-se da relação infinitesimal entre tensão e deformação plástica, escreve-se:

$$k(\varepsilon^p) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \quad (2.14)$$

nomeando-se o módulo de rigidez tangente à curva tensão-deformação pós escoamento como $E_T = \tan \beta^*$, tem-se:

$$k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon - d\varepsilon^e} = \frac{1}{\frac{d\varepsilon}{d\sigma} - \frac{d\varepsilon^e}{d\sigma}} = \frac{1}{\frac{1}{E_T} - \frac{1}{E}} = \frac{E_T}{1 - \frac{E_T}{E}} \quad (2.15)$$

As formulações apresentadas neste item constituem a base para o desenvolvimento, no item 3, de um modelo constitutivo elastoplástico em campo uniaxial para a representação do comportamento do elemento de barra de grelha.

3 UM MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA AS VIGAS

O objetivo deste item constitui o estudo e a implementação de um modelo elastoplástico para as vigas de concreto armado utilizando os conceitos inseridos do item 2.

Todo o desenvolvimento teórico é feito no campo das tensões. No entanto, com o objetivo de implementação do modelo a elemento finito de barra não discretizado por camadas (modelo não-estratificado), procede-se, ao final das deduções, a integração da tensão de análise (σ^{ef}) ao longo da altura do elemento de barra, e passa-se a analisar o seu comportamento elastoplástico com relação ao momento fletor e à curvatura.

O modelo constitutivo desenvolvido neste item está baseado nas hipóteses de relação constitutiva elastoplástica com encruamento positivo isótropo linear, onde supõe-se que o material tenha encruamento por deformação (strain-hardening).

O elemento de barra utilizado possui campo de deslocamentos transversais cúbico no seu domínio (w), e três graus de liberdade (gdl) por nó, como mostrado na Figura 3.1.

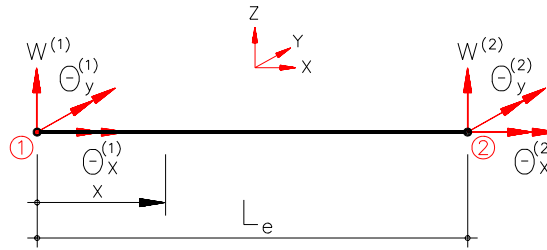


Figura 3.1 - Elemento de barra de grelha - coordenadas locais

Um modelo constitutivo, seja ele uniaxial ou multiaxial, deve abranger leis, critérios e condições capazes de torná-lo bem definido e consistente com suas hipóteses. A seguir, nos itens de ‘a’ a ‘d’, reúnem-se as hipóteses de modelagem e os aspectos inerentes à formulação de um modelo constitutivo uniaxial aplicável às vigas de concreto armado.

a) Decomposição aditiva do tensor das deformações totais

Do item 2, a decomposição aditiva das deformações totais pode ser expressa por:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \tag{3.1}$$

b) Critério de plastificação

Por tratar-se de um modelo constitutivo uniaxial, o critério de plastificação deve ser referido a uma única variável de análise. Define-se, então, uma função $f:R \rightarrow R$, denominada critério de plastificação e pertencente a um espaço de tensões possíveis E_σ convexo e fechado tal que:

$$f:R \rightarrow R / f(\sigma) = |\sigma| - (\sigma_y + k.\alpha) \leq 0 \tag{3.2}$$

$$E_\sigma = \{ \sigma \in R / f(\sigma) \leq 0 \} \tag{3.3}$$

o interior de E_σ ($intE_\sigma$) representa o domínio elástico, e o contorno (∂E_σ), a curva de plastificação do material em campo uniaxial.

c) Uma lei de evolução das deformações plásticas

Novamente, de acordo com o apresentado no item 2, escreve-se:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \cdot \sin(\sigma) \tag{3.4}$$

O escalar $\dot{\gamma} \geq 0$ obedece a duas condições, juntamente com a função que exprime o critério de plastificação (f):

- condição de complementaridade ou de Kuhn-Tucker:

se $\dot{\gamma} \geq 0$ e $f \leq 0$ (pois $\dot{f} > 0$ implica $f(t + \Delta t) > 0$, o que é inadmissível)

$$\therefore \dot{\gamma} \cdot f = 0 \tag{3.5}$$

Essa condição permite saber em que região do modelo encontra-se determinado estado de tensão. Na região elástica do modelo, tem-se:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{e} \quad f < 0 \quad (\therefore \dot{\gamma} \cdot f = 0)$$

e na região plástica, verifica-se que:

$$\dot{\gamma} > 0 \quad \text{e} \quad f=0 \quad (\therefore \dot{\gamma} \cdot f = 0)$$

- condição de consistência:

$$\text{se } f = 0, \text{ tem-se } \dot{f} \leq 0, \text{ portanto } \dot{\gamma} \cdot f = 0 \quad (3.6)$$

A condição de consistência pode representar um descarregamento, onde:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{e} \quad \dot{f} < 0 \quad (\therefore \dot{\gamma} \cdot f = 0)$$

d) Uma lei de evolução da variável interna de encruamento (α)

$$\dot{\alpha} = \left| \dot{\varepsilon}^p \right| = \dot{\gamma} \quad (3.7)$$

3.1 Formulação incremental do modelo elastoplástico

Para a obtenção de um modelo constitutivo passível de implementação em códigos de cálculo, torna-se evidente a necessidade de integração do modelo referido às taxas de variação das variáveis em um intervalo de interesse $\Delta t \in [0, T] \subset \mathbb{R}$. Através de integração numérica o modelo poderá ser escrito de forma incremental, possibilitando atualizar as variáveis de estado $\{\sigma, \varepsilon^p, \alpha\}_i$ dadas no instante de tempo inicial t_i , para seus valores $\{\sigma, \varepsilon^p, \alpha\}_{i+1}$ no instante de tempo final $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ após um incremento de forças.

Integrando-se implicitamente as expressões temporais apresentadas, resultam:

da lei de evolução das deformações plásticas: $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \cdot \text{sin}(\sigma)$,

$$\varepsilon_{i+1}^p = \varepsilon_i^p + \Delta t \cdot \dot{\gamma}_{i+1} \cdot \text{sin}(\sigma(t_{i+1})) = \varepsilon_i^p + \Delta \gamma \cdot \text{sin}(\sigma(t_{i+1})) \quad (3.8)$$

da lei de evolução da variável interna de encruamento: $\dot{\alpha} = \dot{\gamma}$,

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta t \cdot \dot{\alpha}_{i+1} = \alpha_i + \Delta t \cdot \dot{\gamma}_{i+1} = \alpha_i + \Delta \gamma \quad (3.9)$$

do critério de plastificação: $f(\sigma) = |\sigma| - (\sigma_y + k \cdot \alpha) \leq 0$,

$$f(\sigma_{i+1}) = |\sigma_{i+1}| - (\sigma_y + k \cdot \alpha_{i+1}) \leq 0 \quad (3.10)$$

da condição de Kuhn-Tucker: $\dot{\gamma} \cdot f = 0$

$$\dot{\gamma}_{i+1} \cdot f(\sigma_{i+1}) = \Delta \gamma \cdot f(\sigma_{i+1}) = 0, \text{ pois } \Delta t \geq 0 \quad (3.11)$$

onde: $\Delta \gamma = \Delta t \cdot \dot{\gamma}_{i+1}$.

Para que o processo iterativo possa ser iniciado, as expressões 3.8 a 3.11 devem estar relacionadas a um estado de tensões originário de uma tentativa inicial que será tomada, por simplicidade, como o resultado da aplicação de relação elástica linear entre tensão e deformação. A indicação das variáveis relativas a esse estado de tensões será feita através do superíndice 't'. Com a tentativa de comportamento elástico linear, resultam:

$$\varepsilon_{i+1}^{p(t)} = \varepsilon_i^p \text{ (passo elástico)} \tag{3.12}$$

$$\sigma_{i+1}^t = E \cdot [\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i^p] \tag{3.13}$$

$$\alpha_{i+1}^t = \alpha_i \tag{3.14}$$

$$f_{i+1}^t = |\sigma_{i+1}^t| - (\sigma_y + k \cdot \alpha_i) \tag{3.15}$$

As variáveis de estado $\{\sigma, \varepsilon^p, \alpha\}_{i+1}$ no instante de tempo final $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ podem agora ser reescritas com relação aos seus valores oriundos da tentativa em regime elástico linear, através de uma expressão para $\Delta\gamma \geq 0$ obtida pela imposição da condição $f_{i+1} = 0$.

$$\Delta\gamma = \frac{f_{i+1}^t}{(E + k)} \tag{3.16}$$

As variáveis de estado atualizadas são então dadas pelas expressões 3.17 a 3.19, podendo-se utilizar a 3.17 para provar que: $\sin(\sigma_{i+1}^t) = \sin(\sigma_{i+1})$.

$$\sigma_{i+1} = \sigma_{i+1}^t - E \cdot \Delta\gamma \cdot \sin(\sigma_{i+1}^t) \tag{3.17}$$

$$\varepsilon_{i+1}^p = \varepsilon_i^p + \Delta\gamma \cdot \sin(\sigma_{i+1}^t) \tag{3.18}$$

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\gamma \tag{3.19}$$

3.2 O procedimento incremental-iterativo

A análise elastoplástica de estruturas é elaborada numericamente através de um procedimento incremental-iterativo oriundo da integração do modelo constitutivo, como o obtido nas equações 3.8 a 3.11. A Figura 3.2 ilustra as fases envolvidas no procedimento para o caso uniaxial. Para estados multiaxiais de tensão, ocorre a generalização das curvas para superfícies de escoamento no espaço tridimensional das tensões.

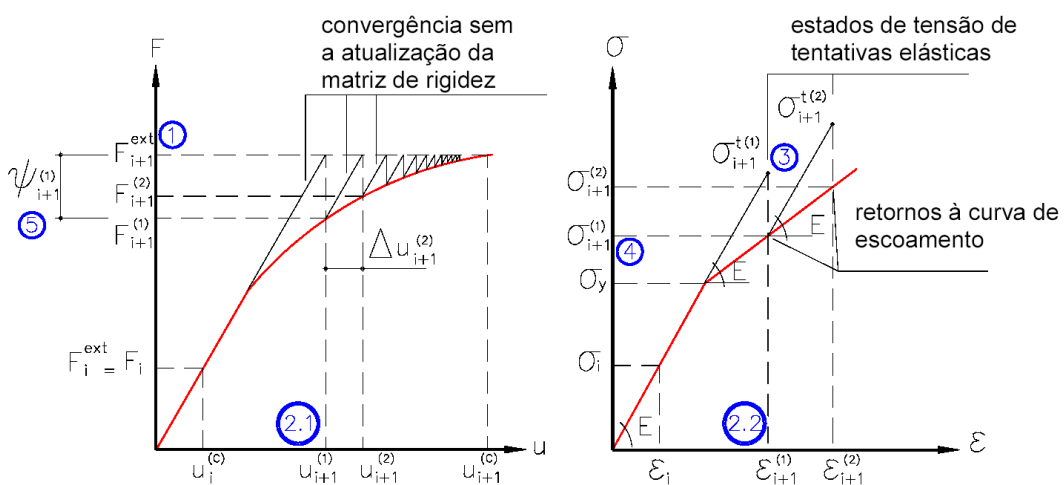


Figura 3.2 - Procedimento incremental-iterativo para o modelo elastoplástico

Os passos descritos a seguir estão ilustrados na Figura 3.2 com o intuito de auxiliar a compreensão do procedimento, genericamente mostrado para o incremento de forças 'i + 1'.

passo 1 - aplica-se o incremento de forças 'i+1' somado ao resíduo de forças do incremento de forças anterior 'i' à estrutura, quando existir. Isto caracteriza o início da primeira iteração do incremento 'i+1'. O não abandono do resíduo de forças final do incremento de forças anterior, tem o objetivo de promover o equilíbrio final de forças no elemento com maior precisão.

$$\text{do equilíbrio no incremento 'i', tem-se: } \psi_i = K_i^G \cdot u_i^c + F_i^{\text{ext}} \quad (3.20)$$

no incremento 'i+1', aplicar-se-á o vetor de forças:

$$\Delta F_{i+1}^{\text{ext}} = \Delta F_{i+1}^{\text{ext}} + \psi_i \quad (3.21)$$

onde : ψ_i - resíduo de forças do incremento de forças 'i';

K_i^G - matriz de rigidez da estrutura, que pode ser variável $K_i^G = K_i^G(u_i)$;

u_i^c - vetor deslocamentos nodais na iteração final do incremento 'i';

F_{i+1}^{ext} - vetor de forças nodais aplicadas à estrutura no incremento 'i+1'

(correspondente à soma dos ΔF^{ext} aplicados até o instante 'i+1');

$\Delta F_{i+1}^{\text{ext}}$ - vetor de incremento de forças de 'i' a 'i+1'.

passo 2 - assume-se comportamento elástico linear entre o vetor de forças aplicado e o de deslocamentos obtidos. Através dos deslocamentos, determina-se o estado de tensões relativo ao comportamento elástico linear arbitrado.

$$\Delta u_{i+1} = [K_i^G]^{-1} \cdot \Delta F_{i+1}^{\text{ext}} \quad , \quad (3.22)$$

$$\text{portanto } \Delta \varepsilon_{i+1} = B \cdot \Delta u_{i+1} \quad (3.23)$$

$$\text{e } \Delta \sigma_{i+1}^t = E \cdot \Delta \varepsilon_{i+1} \quad (3.24)$$

onde : Δu_{i+1} - vetor de incrementos dos deslocamentos nodais de 'i' a 'i+1';

$\Delta \varepsilon_{i+1}$ - incremento das deformações globais de 'i' a 'i+1';

$\Delta \sigma_{i+1}^t$ - incremento elástico das tensões globais de 'i' a 'i+1';

B - matriz que relaciona as deformações aos deslocamentos nodais;

E - módulo de elasticidade longitudinal do material.

passo 3 - acumula-se a tensão total

$$\sigma_{i+1}^t = \sigma_i + \Delta \sigma_{i+1}^t \quad (3.25)$$

onde : σ_{i+1}^t - tensão elástica global (tentativa inicial) a ser analisada.

passo 4 - verifica-se o escoamento do elemento através do critério:

$$\sigma_{i+1}^{\text{ef}} \geq \sigma_{y_i} \quad (3.26)$$

onde : $\sigma_{i+1}^{\text{ef}} = \sigma_{i+1}^t$ - tensão efetiva para o caso uniaxial;

$\sigma_{y_i} = (\sigma_{y_{i-1}} + k \cdot \alpha_i)$ - tensão de escoamento para o caso uniaxial.

Se ocorreu o escoamento, ou seja, $\sigma_{i+1}^{ef} \geq \sigma_{y_i}$, faz-se a redução da tensão σ_{i+1}^t para a curva de escoamento, obtendo-se σ_{i+1} de acordo com o modelo constitutivo deduzido. Se não ocorreu o escoamento durante o incremento 'i+1', $\sigma_{i+1}^{ef} < \sigma_{y_i}$, conclui-se verdadeira a hipótese inicial de incremento elástico, e a tensão ao final do incremento 'i+1' é: $\sigma_{i+1} = \sigma_{i+1}^t$.

passo 5 - através de integração das tensões no domínio do elemento, calculam-se as forças nodais internas, que comparadas ao vetor de forças externas, determinam o resíduo ψ_{i+1} . Se este for maior que a tolerância estipulada no modelo, retorna-se ao **passo 1**, aplicando-se porém, apenas o vetor de forças do resíduo, e caracterizando-se então, o início da 2ª iteração do incremento 'i+1'. Caso contrário, se este for menor que a tolerância estipulada, conclui-se este incremento 'i+1' de forças, e parte-se para um novo incremento 'i+2', caso exista.

O estabelecimento do critério de convergência é de grande importância para o processo incremental-iterativo, e divide-se em convergência de forças e de deslocamentos. Para a caracterização da convergência segundo o critério de forças, toma-se como referência a norma do vetor resíduo.

O vetor resíduo de forças em um elemento na iteração 'j' do incremento 'i' resulta da diferença entre as componentes do vetor de forças aplicado e do vetor de forças internas obtido através de integração das tensões no domínio desse elemento. A integração é efetuada segundo os pontos-amostra de tensões ou pontos de Gauss, que neste modelo confundem-se com os nós do elemento. Para a estrutura, o vetor de resíduos deve ser calculado com a contribuição de todos os elementos finitos, como segue:

$$\psi_i = \left(\sum_{e=1}^{ne} \int_0^{L_e} B^T \cdot \sigma_i^j \cdot dL_e \right) + F_i^{ext} \quad (3.27)$$

onde : L_e - comprimento do elemento analisado;
 ne - número de elementos finitos.

Os vetores de força abordados neste trabalho são compostos por forças segundo o eixo global Z (transversais), e momentos fletores concentrados nos nós da estrutura.

Estabelece-se que a convergência do processo iterativo, quanto às forças, foi atingida no instante em que a razão entre a norma do vetor de resíduos de forças e a norma do vetor de forças aplicadas esteja dentro da tolerância estipulada. A convergência em deslocamentos é atingida no instante em que a razão entre norma do incremento de deslocamentos para a estrutura (globais) entre duas iterações consecutivas, e a norma do respectivo vetor global esteja dentro da tolerância estipulada.

$$\frac{\|\psi_i^j\|}{\|F_i^{ext}\|} \leq t_F \quad e \quad \frac{\|\Delta u_i^j\|}{\|u_i^j\|} \leq t_u \quad (3.28)$$

onde: $\| \cdot \|$ - representa a norma Euclidiana de um vetor;
 ψ_i^j - vetor resíduo de forças na iteração 'j' do incremento 'i';
 F_i^{ext} - vetor de forças no incremento 'i';
 u_i^j - vetor deslocamentos da iteração 'j' do incremento 'i';

Δu_i^j - vetor dos incrementos de deslocamentos na iteração 'j';
 t_F e t_u - tolerâncias em força e deslocamento respectivamente.

3.3 A implementação no Sistema ANSER

Por tratar-se de um modelo não-estratificado destinado à análise de vigas de concreto armado, torna-se necessária a integração da tensão de análise (σ_{ef}) ao longo da altura da viga, de modo a exprimirem-se as relações elastoplásticas coerentemente em termos do momento fletor (M) e da curvatura (1/r).

$$M = \int_{z=-\frac{h}{2}}^{z=\frac{h}{2}} \sigma^{ef} \cdot z \cdot dz \quad (3.29)$$

onde: h - altura da viga.

Com o modelo expresso no campo dos momentos fletores e das curvaturas, torna-se necessária a quantificação da rigidez da viga em termos de um diagrama momento-curvatura trilinear convencional como o proposto Figura 3.3.

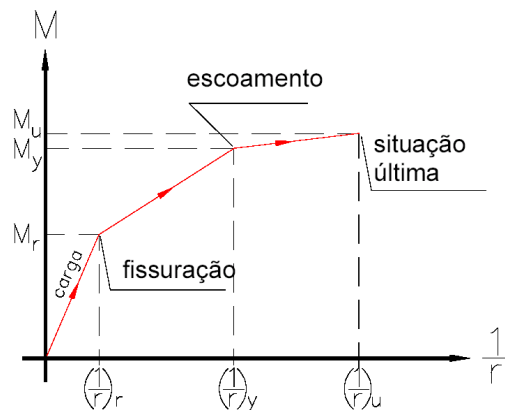


Figura 3.3 - Diagrama momento-curvatura trilinear idealizado para seções de concreto armado

onde: M_r - momento de fissuração da seção;
 M_y - momento de escoamento da seção;
 M_u - momento relativo à situação última da seção;

$\left(\frac{1}{r}\right)_r$, $\left(\frac{1}{r}\right)_y$, $\left(\frac{1}{r}\right)_u$ - curvaturas correspondentes aos momentos de fissuração, escoamento e último da seção.

Para o campo de momentos fletores e curvaturas, a matriz constitutiva 'E' deve ser substituída coerentemente pelo módulo de rigidez à flexão (E.I), e a matriz 'B', passa a relacionar os deslocamentos nodais às curvaturas (1/r).

O elemento de barra de grelha implementado neste trabalho é dotado de um campo de deslocamentos transversais (w) cúbico ao longo de seu comprimento. Desse modo, conclui-se que o campo dos momentos fletores (M), seja linear no domínio do elemento, pois é dependente da 2ª derivada dos deslocamentos (M=-

E.I.wⁿ). A adoção de pontos-amostra internos ao elemento, como em OWEN & HINTON (1980), levaria à introdução de erro, pois, se a distribuição dos momentos fletores é linear no domínio do elemento, os seus extremos (nós), devem apresentar os valores mais significativos para esse esforço. Exatamente por esse motivo, neste modelo, os pontos-amostra foram tomados como os próprios nós dos elementos finitos.

A expressão para a determinação do resíduo de forças indicada em 3.27 pode ser reescrita como uma soma da integração do resíduo de momentos fletores:

$$\psi_i = \sum_{e=1}^{ne} \int_0^{L_e} B^T \sigma_i^j \cdot dL_e + F_i^{ext} = \sum_{e=1}^{ne} \int_0^{L_e} B \cdot \Delta M_e \cdot dL_e \quad (3.30)$$

onde: L_e - comprimento do elemento;

B - matriz que relaciona as curvaturas aos deslocamentos nodais;

$\Delta M_e = M_e^t - M_e$ - representa a diferença entre os momentos fletores nodais oriundos da tentativa em regime elástico linear, e os momentos fletores obtidos pela aplicação do modelo elastoplástico no elemento.

O modelo apresentado neste capítulo, apesar de simples em relação a outros já desenvolvidos pelos meios técnico e científico, mostra-se bastante representativo do fenômeno do comportamento não-linear físico de vigas metálicas e de concreto armado, como pode ser verificado em OLIVEIRA (1997).

4 UM MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA AS LAJES

O modelo proposto neste item é incorporado ao elemento finito de placa triangular de formulação livre denominado T3AF, e ao quadrilátero composto pela condensação estática de quatro elementos triangulares. O elemento T3AF, caracterizado na Figura 4.1 é dotado de um campo de deslocamentos cúbicos (w) no seu domínio, e apresenta, assim como o elemento de barra, três gdl por nó. Maiores detalhes sobre a formulação deste elemento podem ser encontrados em CORRÊA (1991).

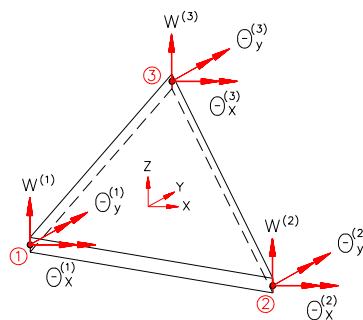


Figura 4.1 - Elemento de placa T3AF - coordenadas locais

A caracterização do comportamento elastoplástico do elemento de placa ocorre segundo uma generalização do modelo uniaxial para o campo triaxial, respeitando-se, porém, a condição de estado plano de tensões (EPT).

Assim como no elemento de barra, o desenvolvimento teórico é feito no campo das tensões, e por tratar-se de implementação a elemento finito não-estratificado,

procede-se, ao final das deduções, a integração da tensão de análise (σ^{ef}) ao longo de sua espessura, descrevendo-se o seu comportamento elastoplástico com relação ao momento efetivo (M^{ef}) escrito em função dos momentos de placa (M_x, M_y, M_{xy}).

O modelo desenvolvido baseia-se em relação constitutiva elastoplástica com encruamento positivo isótropo linear ocorrendo por deformação (strain-hardening), e critério de escoamento de Von Mises.

A formulação básica de um modelo constitutivo geral (triaxial) ocorre segundo uma generalização do modelo uniaxial.

a) Decomposição aditiva do tensor das deformações totais

Devido à generalização para o estado tridimensional de tensões, as deformações (ε) e as tensões (σ) são agora representadas por tensores.

$$\varepsilon = \nabla^s u \rightarrow \varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (4.1)$$

onde: $\nabla^s u$ - parcela simétrica do tensor gradiente dos deslocamentos.

b) Critério de plastificação

Em se tratando de um modelo constitutivo triaxial, o critério de plastificação deve referir-se à tensão efetiva para o critério de Von Mises, expressa por: $\sigma^{ef} = \sqrt{3 \cdot J_2}$.

O critério definido pela função $f: \text{Lin} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, é denominado critério de plastificação, e o conjunto E_σ tem o mesmo significado do caso uniaxial:

$$f: \text{Lin} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R} / f(\sigma, q) = \|\sigma^{ef}\| - (\sigma_y + k \cdot \alpha) \leq 0 \quad (4.2)$$

$$E_\sigma = \{(\sigma, q) \in \text{Lin} \times \mathbb{R}^m / f(\sigma, q) \leq 0\} \quad (4.3)$$

onde : m - número de componentes do vetor 'q' que reúne os parâmetros e as variáveis internas relacionadas com o encruamento;
Lin - espaço de tensores de 2ª ordem.

c) Uma lei de evolução do tensor de deformações plásticas

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} [r(\sigma, q)] \quad (4.4)$$

onde : $r \in \text{Lin} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \text{Lin}$ - vetor que determina a direção do fluxo plástico.

As condições de Kuhn-Tucker e de consistência permitem-nos avaliar o que ocorre no processo de análise em termos do estado de carregamento/descarregamento, como descrito a seguir.

Em resumo, colocam-se:

$$f < 0 \leftrightarrow (\sigma, q) \in \text{int}(E_\sigma) \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \text{ - carregamento elástico;}$$

$$f = 0 \leftrightarrow (\sigma, q) \in \partial E_\sigma: \dot{f} < 0 \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \text{ - descarregamento elástico;}$$

$$\dot{f} = 0 \text{ e } \dot{\gamma} > 0 \text{ - carregamento plástico;}$$

$$\dot{f} = 0 \text{ e } \dot{\gamma} = 0 \text{ - carregamento neutro.} \quad (4.5)$$

O carregamento neutro caracteriza-se por modificar o estado de tensões, mantendo-o, no entanto, sobre a superfície de escoamento do material sem provocar, conseqüentemente, a evolução da superfície de plastificação (evolução do encruamento).

d) Uma lei de evolução do vetor que reúne os parâmetros de encruamento

Os parâmetros e as variáveis internas relacionados ao encruamento do material, são dispostos em um vetor $q \in \mathbb{R}^m$, cuja lei de evolução também é obtida em função do escalar $\dot{\gamma}$, e expressa por:

$$\dot{q} = -\dot{\gamma} [h(\sigma, q)] \quad (4.6)$$

onde: $h \in \text{Lin} \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ define o tipo de encruamento, e o sinal negativo dá consistência termodinâmica ao processo dissipativo associado ao encruamento.

Os vetores $h(\sigma, q)$ e $r(\sigma, q)$ podem ser associados às derivadas parciais da função $f(\sigma, q)$, através das leis associativas:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = f_{\sigma} = r(\sigma, q) \quad (\text{regra da normalidade}) \quad (4.7)$$

$$D. \frac{\partial f}{\partial q} = D. f_q = h(\sigma, q) \quad (4.8)$$

onde: $D = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}$ - matriz que reúne os módulos plásticos de encruamento;

k - módulo plástico de encruamento isótropo;

H - módulo plástico de encruamento cinemático.

Segundo CORRÊA (1991), "As noções de fluxo plástico, escoamento, regra da normalidade, etc. estão associadas ao comportamento dos metais dúcteis. No concreto não há fluxo plástico, e é questionável, sob o ponto de vista conceitual, a aplicação da regra da normalidade". Em termos práticos, a aplicação desses conceitos ao concreto tem fornecido bons resultados, como atestado nos trabalhos de CERVERA & HINTON (1986), PROENÇA (1988), e CORRÊA (1991).

As expressões 4.1 a 4.8, que definem um modelo elastoplástico básico, podem ser reescritas em função da parte desviadora do tensor das tensões (S). A expressão do critério de Von Mises dada por 4.2 pode ser reescrita como:

$$f(\sigma, q) = \|S\| - \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_y + k. \alpha) \quad (4.9)$$

onde: $S = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr} \sigma$;

σ - tensor das tensões no espaço tridimensional;

$\text{tr} \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ - é o traço do tensor das tensões σ .

e redefine-se a evolução das deformações plásticas:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{S}{\|S\|} = \dot{\gamma} n \quad (4.10)$$

onde: $n = \frac{S}{\|S\|} = r(\sigma, q)$ - vetor direção do fluxo plástico segundo uma lei associativa.

A deformação plástica efetiva $\bar{\alpha}$ deve ser definida de tal modo a recuperar-se o caso uniaxial. Deste modo, a partir da definição clássica de deformação plástica efetiva:

$$\bar{\alpha}(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \|\dot{\varepsilon}^p(t)\| dt \quad (4.11)$$

obtém-se:

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \alpha \quad (4.12)$$

e a evolução da deformação plástica efetiva, torna-se:

$$\dot{\bar{\alpha}} = \dot{\gamma} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (4.13)$$

De modo a adaptar as expressões 4.9 a 4.13, à representação do comportamento relativo ao EPT ($\sigma_z \equiv \tau_{xz} \equiv \tau_{yz} = 0$), necessita-se uma particularização das relações, através da introdução de um tensor 'P' que relaciona o tensor de um estado plano de tensões ao respectivo tensor desviador 'S*' (incompleto), omitindo-se a representação da componente de tensão desviadora segundo uma terceira direção 'z' (s_{zz}).

$$S^* = P \cdot \sigma \quad (4.14)$$

onde: $S = \{S_{xx} \ S_{xy} \ S_{yy} \ S_{zz}\}$ - representa o tensor desviador completo;

$$s_{zz} = -\sigma_m;$$

$S^* = \{S_{xx} \ S_{yy} \ S_{xy}\}$ - representa o tensor desviador incompleto;

$$P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \text{ - relaciona o tensor das tensões ao respectivo desviador.}$$

Desse modo, pode-se reescrever $\|S\|$ como:

$$\|S\| = \sqrt{\sigma^T P \sigma} \quad (4.15)$$

onde: σ^T - tensor das tensões transposto.

Com base na equação 4.15, reescrevem-se as expressões 4.9, 4.10 e 4.13 como:

$$f(\sigma, q) = \sqrt{\sigma^T P \sigma} - \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_y + k \cdot \bar{\alpha}) \quad (4.16)$$

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} P \sigma \quad (4.17)$$

$$\dot{\bar{\alpha}} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma^T P \sigma \quad (4.18)$$

4.1 Formulação incremental do modelo elastoplástico

De modo a escreverem-se as relações constitutivas de forma incremental, integra-se, a seguir, o modelo triaxial adaptado ao EPT em um intervalo de interesse $\Delta t \in [0, T] \subset \mathbb{R}$. A integração ocorre segundo um procedimento puramente implícito (o Backward-Euler Difference Scheme), proposto por SIMO & HUGHES (1988). Após a integração, as expressões 4.1 e 4.16 a 4.18 resultam:

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \dot{\varepsilon} \Delta t = \varepsilon_i + \nabla^s(\Delta u) \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_{i+1}^p = \varepsilon_i^p + \dot{\varepsilon}_{i+1}^p \Delta t = \varepsilon_i^p + \dot{\gamma}_{i+1} \Delta t P \sigma_{i+1} = \varepsilon_i^p + \gamma_{i+1} P \sigma_{i+1} \quad (4.20)$$

$$\bar{\alpha}_{i+1} = \bar{\alpha}_i + \dot{\bar{\alpha}}_{i+1} \Delta t = \bar{\alpha}_i + \dot{\gamma}_{i+1} \Delta t \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{f}_{i+1} = \bar{\alpha}_i + \gamma_{i+1} \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{f}_{i+1} \quad (4.21)$$

$$\sigma_{i+1} = C[\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i+1}^p] \quad (4.22)$$

onde : $\dot{\gamma}_{i+1} = \Delta t \cdot \dot{\gamma}_{i+1}$ para simplificação da notação utilizada;

$\bar{\alpha}_{i+1}$ - deformação plástica efetiva no incremento 'i + 1';

$\bar{f}_{i+1} = \sqrt{\sigma_{i+1}^T P \sigma_{i+1}}$;

C - matriz dos módulos constitutivos de rigidez para o EPT.

A condição de complementaridade de Kuhn-Tucker, reescreve-se:

$$f(\sigma_{i+1}, q_{i+1}) \leq 0, \quad e \quad \gamma_{i+1} \geq 0$$

$$\gamma_{i+1} f(\sigma_{i+1}, q_{i+1}) = 0, \quad \text{pois } \Delta t \geq 0 \quad (4.23)$$

Assim como no modelo uniaxial, relacionam-se as expressões 4.19 a 4.23 a um estado de tensões originário de uma tentativa inicial em regime elástico linear. A indicação das variáveis relativas a esse estado de tensões será feita através do superíndice 't'.

$$\sigma_{i+1}^t = C[\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i^p] \quad (4.24)$$

que resulta em:

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \nabla^s u \quad (4.25)$$

$$q_{i+1}^t = q_i \quad (4.26)$$

$$f_{i+1}^t = f(\sigma_{i+1}^t, q_{i+1}^t) \quad (4.27)$$

$$\Xi_{i+1}(\gamma) = [C^{-1} + \gamma_{i+1} P]^{-1} \quad (4.28)$$

$$\sigma_{i+1} = \Xi_{i+1}(\gamma) C^{-1} \sigma_{i+1}^t \quad (4.29)$$

onde: $\Xi_{i+1}(\gamma)$ - representa a matriz elástica tangente modificada.

As expressões 4.25 a 4.29, que representam o estado de tentativa em regime elástico linear, dependem da determinação do parâmetro γ , o qual pode ser obtido

pela imposição do critério ($f=0$) no instante t_{i+1} . Assim, a expressão $f = f(\sigma, q)$, pode ser escrita na forma $f = f(\gamma)$. Suponha-se ($f(\sigma, q) \in \partial E_\sigma$), então:

$$f(\sigma, q) = \bar{f}(\sigma, q) - \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot k(\bar{\alpha}_{i+1}) = 0, \quad (4.30)$$

onde: $k(\bar{\alpha}_{i+1}) = (\sigma_y + k \cdot \bar{\alpha}_{i+1})$.

elevando-se ao quadrado ambos os membros da expressão, tem-se:

$$f^2 = \bar{f}^2 - 2 \cdot \bar{f} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot k(\bar{\alpha}_{i+1}) + \frac{2}{3} \cdot k^2(\bar{\alpha}_{i+1}) = \frac{1}{2} \bar{f}^2 - \bar{f} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot k(\bar{\alpha}_{i+1}) + \frac{1}{3} \cdot k^2(\bar{\alpha}_{i+1}) = 0$$

agrupando-se os termos semelhantes, e recorrendo-se à expressão 4.30, vem:

$$[f(\gamma_{i+1})]^2 = \frac{1}{2} [\bar{f}(\gamma_{i+1})]^2 - [R(\gamma_{i+1})]^2 = 0 \quad (4.31)$$

onde:

$$[R(\gamma_{i+1})]^2 = \frac{1}{3} [k(\bar{\alpha}_{i+1})]^2 = \frac{1}{3} \left\{ k \left[\bar{\alpha}_i + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \gamma_{i+1} \cdot \bar{f}_{i+1}(\gamma_{i+1}) \right] \right\}^2; \quad (4.32)$$

$$[\bar{f}(\gamma_{i+1})]^2 = \frac{(\sigma_x^t + \sigma_y^t)^2}{6 \cdot \left[1 + \left(\frac{E}{3(1-\nu)} \right) \gamma_{i+1} \right]^2} + \frac{(\sigma_x^t - \sigma_y^t)^2 + 4(\tau_{xy}^t)^2}{2[1 + 2G\gamma_{i+1}]^2}. \quad (4.33)$$

A atualização das variáveis de estado $\{\sigma, \varepsilon^p, \bar{\alpha}\}_i$, para seus valores $\{\sigma, \varepsilon^p, \bar{\alpha}\}_{i+1}$ devido a um acréscimo de carregamento, pode ser resumida como:

- Imposição de incremento em regime elástico linear (expressões 4.24 a 4.27);
- Resolução da equação 4.31 com $[\bar{f}(\gamma_{i+1})]^2$ dado pela expressão 4.33, obtendo-se o valor de γ_{i+1} ;
- A partir de γ_{i+1} , determinam-se as variáveis de estado no instante 'i+1', pelas expressões 4.28, 4.29, 4.21 e 4.20 (na ordem indicada).

4.2 O procedimento incremental-iterativo

O procedimento incremental-iterativo utilizado para a análise do elemento de placa desenvolve-se similarmente ao procedimento empregado na análise do elemento de barra, e por esse motivo será abordado sucintamente, ressaltando-se apenas os aspectos que diferenciem este procedimento do abordado no item 3.

A Figura 4.2 representa o comportamento do estado de forças e seus respectivos estados triaxiais de tensão em uma estrutura genérica. No espaço das tensões desviadoras, o critério de Von Mises corresponde a uma hipersfera de raio

$$\sqrt{2} \cdot R = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot (k \cdot \bar{\alpha}_{i+1}).$$

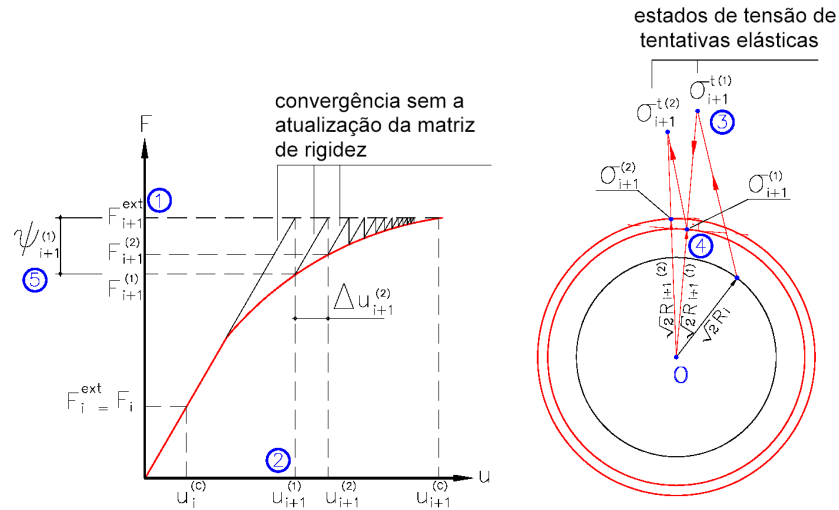


Figura 4.2 - Procedimento incremental-iterativo para o modelo elastoplástico triaxial

passo 1 - aplica-se o incremento de forças 'i+1' somado ao resíduo de forças do incremento de forças anterior 'i' à estrutura, quando existir. Isto caracteriza o início da primeira iteração do incremento 'i+1'.

$$\text{do equilíbrio no incremento 'i', tem-se } \psi_i = K_i^G \cdot u_i^c + F_i^{\text{ext}} \quad (4.34)$$

no incremento 'i+1', aplicar-se-á o vetor de forças:

$$\Delta F_{i+1}^{\text{ext}} = \Delta F_{i+1}^{\text{ext}} + \psi_i \quad (4.35)$$

passo 2 - assume-se comportamento elástico linear forças e deslocamentos:

$$\Delta u_{i+1} = [K_i^G]^{-1} \cdot \Delta F_{i+1}^{\text{ext}} \quad (4.36)$$

$$\text{portanto } \Delta \varepsilon_{i+1} = B \cdot \Delta u_{i+1} \quad (4.37)$$

$$\text{e } \Delta \sigma_{i+1}^t = C \cdot \Delta \varepsilon_{i+1} \quad (4.38)$$

com a tentativa de comportamento elástico linear, resultam:

$$\varepsilon_{i+1}^{p(t)} = \varepsilon_i^p \quad (4.39)$$

$$\bar{\alpha}_{i+1}^t = \bar{\alpha}_i \quad (4.40)$$

$$\text{passo 3 - acumula-se o tensor de tensões } \sigma_{i+1}^t = \sigma_i + \Delta \sigma_{i+1}^t \quad (4.41)$$

passo 4- verifica-se o escoamento do elemento através do critério de Von Mises:

$$\sigma_{i+1}^{\text{ef}} \geq \sigma_{y_i} \quad (4.42)$$

onde : $\sigma_{i+1}^{\text{ef}} = \sqrt{2 \cdot J_2^t}$ - tensão efetiva do critério de Von Mises relativo ao estado de tentativa;

$$\sigma_{y_i} = \sigma_{y_{i-1}} + \sqrt{\frac{2}{3}} (k \cdot \bar{\alpha}_i) \text{ - tensão de escoamento para o caso triaxial.}$$

A atualização da tensão de escoamento se dá a partir da tensão de escoamento inicial (σ_y) , sendo sua primeira atualização dada

$$\text{por: } \sigma_{y_i} = \sigma_y + \sqrt{\frac{2}{3}}(k \cdot \bar{\alpha}_1).$$

Se ocorreu o escoamento $(\sigma_{i+1}^{ef} \geq \sigma_{y_i})$, faz-se a redução do tensor de tensões σ_{i+1}^t para a superfície de escoamento, obtendo-se σ_{i+1} de acordo com o modelo constitutivo deduzido. Se não ocorreu o escoamento durante o incremento 'i+1', $\sigma_{i+1}^{ef} < \sigma_{y_i}$, conclui-se verdadeira a hipótese inicial de incremento elástico, e o tensor de tensões ao final do incremento 'i+1' é: $\sigma_{i+1} = \sigma_{i+1}^t$.

passo 5 - através de integração das tensões no domínio do elemento, calculam-se as forças nodais internas, que comparadas ao vetor de forças externas, permitem determinar o resíduo ψ_{i+1} . Se este for maior que a tolerância estipulada no modelo, retorna-se ao **passo 1**, aplicando-se porém, apenas o vetor de forças do resíduo, e caracterizando-se então, o início da 2ª iteração do incremento 'i+1'. Caso contrário, se este for menor que a tolerância estipulada, conclui-se este incremento 'i+1' de forças, e parte-se para um novo incremento 'i+2', caso exista.

O vetor resíduo de forças para a estrutura na iteração 'j' do incremento 'i' pode

$$\text{ser escrito como na expressão 3.27: } \psi_i = \left(\sum_{e=1}^{ne} \int_{A_e} B^T \sigma_i^j \cdot dA_e \right) + F_i^{ext}.$$

onde: ne - número de elementos;

A_e - área do elemento.

Assim como no modelo implementado às barras, a convergência do processo iterativo (dentro de um incremento de forças) é controlada segundo dois critérios: critério de convergência de forças e de deslocamentos similares aos expostos no item 3.

4.3 A implementação no Sistema ANSER

Por tratar-se de um modelo de análise aplicado a elemento finito não-estratificado, torna-se necessária a integração da tensão de análise ao longo da espessura da placa, de modo a exprimirem-se coerentemente as relações elastoplásticas em termos de diagramas momento-curvatura trilineares conforme o idealizado na Figura 3.3. Caracteriza-se como variável de análise então, o momento fletor efetivo (M^{ef}) dado por:

$$M^{ef} = \int_{z=-\frac{e}{2}}^{z=\frac{e}{2}} \sigma^{ef} \cdot z \cdot dz \quad (4.43)$$

onde: h - espessura da placa.

Para o EPT no plano xy, o momento efetivo pode ser expresso de acordo com os esforços de placa, através da integração da tensão efetiva dada por $\sqrt{2 \cdot J_2}$:

$$M^{ef} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot (M_x^2 + M_y^2 - M_x \cdot M_y) + 2 \cdot M_{xy}^2} \quad (4.44)$$

A relação entre os momentos fletores e as curvaturas é dada pela matriz constitutiva 'C' adaptada coerentemente para 'C*':

$$\text{onde: } C^* = \frac{h^3}{12} \cdot C = D \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}, \text{ com } D = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1-\nu^2)}.$$

E desse modo, a matriz 'B' passa então a relacionar os deslocamentos nodais às curvaturas (1/r) no domínio do elemento.

4.4 A implementação do elemento quadrilateral

O modelo elastoplástico deduzido no item 4.3 foi incorporado ao elemento finito triangular de placa T3AF, e ao elemento finito quadrilateral formado pela condensação estática de quatro elementos triangulares, de acordo com o procedimento descrito a seguir:

a) utilizam-se elementos finitos triangulares com 4 pontos de saída de esforços quando estes são abordados isoladamente, e elementos triangulares com 1 ponto de saída de esforços quando da composição do quadrilátero, como ilustrado na Figura 4.3.

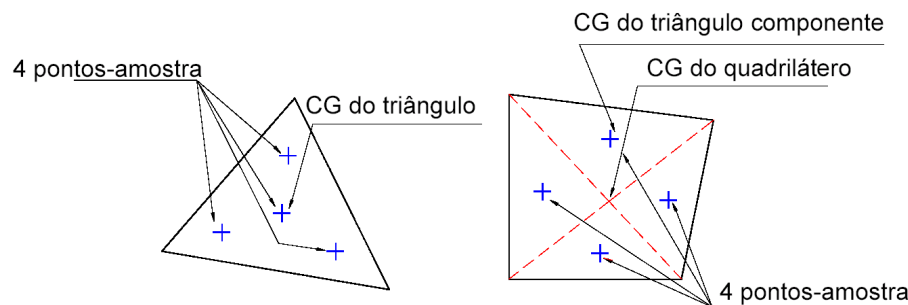


Figura 4.3 - Pontos-amostra e acoplamento para a formação do quadrilátero

b) obtêm-se as matrizes de rigidez (k^e), momento-deslocamento (M), e os vetores dos esforços iniciais (M_0), e de forças (F) para o quadrilátero a partir do acoplamento das matrizes e vetores do elemento triangular, com posterior condensação estática dos graus de liberdade (gdl) internos do quadrilátero, conforme esquema a seguir:

$$\begin{aligned} k^e(15,15) &\rightarrow k^e(12,12); \\ M(12,15) &\rightarrow M(12,12); \\ M_0(15) &\rightarrow M_0(12); \\ F(15) &\rightarrow F(12). \end{aligned} \tag{4.45}$$

A partir das matrizes e vetores dos elementos triangulares (isolados) e quadrilaterais, monta-se o sistema global de equações.

c) resolve-se o sistema de equações e obtêm-se os deslocamentos. A partir destes, determinam-se, através da matriz momento-deslocamento, os esforços M_x^t, M_y^t, M_{xy}^t nos pontos-amostra dos elementos. Se um elemento triangular escoou, faz-se o acerto do tensor dos esforços para M_x, M_y, M_{xy} , de acordo com o modelo

exposto no item 4.2. Posteriormente, através da comparação entre as forças nodais aplicadas e a integração dos esforços no domínio do elemento determina-se o vetor de resíduos que será utilizado na verificação da convergência do processo.

Se um elemento quadrilateral atinge o escoamento, o mesmo é recomposto pelos quatro triângulos em que foi dividido inicialmente. Cada um de seus 4 pontos-amostra (um por triângulo) é analisado como sendo o centróide do correspondente triângulo componente do quadrilátero. Do mesmo modo que no elemento triangular isolado, é feita a integração dos esforços no domínio do triângulo segundo um ponto-amostra, e ao final da análise dos 4 triângulos (4 pontos de saída de esforços), tem-se o vetor resíduo de forças com 15 componentes e referido aos 4 vértices e ao C.G. do elemento quadrilateral. Proceda-se, então, a condensação estática do vetor de resíduos referente aos gdl do nó interno do quadrilátero, utilizando-se os mesmos pivôs da condensação do vetor de forças do item b.

4.5 Caracterização de seções de concreto armado

A análise de pavimentos de concreto armado com a consideração da não-linearidade física envolve duas caracterizações distintas para o material concreto armado. No processamento da estrutura, buscando uma maior representatividade do comportamento mecânico do material em todo o pavimento, os diagramas momento-curvatura convencionais para as seções devem ser elaborados a partir de valores médios de resistência. Ao final do processamento, como prescreve a NB-1/78 'Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado', efetua-se o dimensionamento das seções a partir dos valores de cálculo de resistência do aço e do concreto.

Para o concreto, serão tomados os seguintes valores médios de resistência:

na compressão: $f_{cm} = f_{ck} + 3.5$ (MPa), como sugerido no item 8.2.5 da NB-1;

na tração por flexão (para a determinação do momento de fissuração M_f):

$$f_{ctm} = 1.5f_{ctk} - \text{para peças de seção retangular (lajes e vigas isoladas)} \quad (4.46)$$

$$f_{ctm} = 1.2f_{ctk} - \text{para peças de seção T ou duplo T (vigas de pavimento)} \quad (4.47)$$

módulo de elasticidade: será adotado o módulo de elasticidade secante sugerido no item 4.2.3.1 da NB-1, multiplicado por pelo fator 2/3, de modo a contemplar, mesmo que simplificada, os efeitos da deformação lenta.

$$E_c^* = \frac{2}{3} \times 0.9 \times 6600 \times \sqrt{f_{ck} + 3.5} \quad (\text{MPa}) \quad (4.48)$$

coeficiente de Poisson: será tomado o coeficiente relativo às deformações elásticas $\nu = 0.2$, de acordo com o item 8.2.6 da NB-1.

Para o aço, na falta de especificações normativas, ou referências em trabalhos técnicos, serão adotados os valores médios iguais aos valores característicos.

Os diagramas momento-curvatura constituem aproximações linearizadas para a representação do comportamento de seções de concreto armado solicitadas por momento fletor. Neste trabalho, será admitido um diagrama trilinear como o da Figura 4.4.

Os módulos plásticos de endurecimento isotrópico correspondentes aos dois trechos de encruamento (k_y e k_u) podem ser obtidos da expressão 2.15.

$$k_y = \frac{D_y}{1 - \frac{D_y}{D_r}}, \text{ e } k_u = \frac{D_u}{1 - \frac{D_u}{D_r}} \quad (4.49)$$

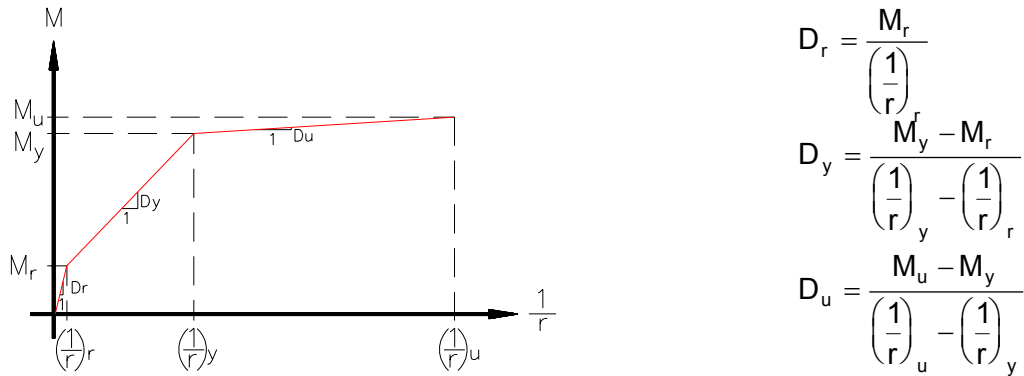


Figura 4.4 - Diagrama momento-curvatura trilinear para seções de concreto armado

O momento de fissuração é determinado no estágio Ia desprezando-se a existência das armaduras, em conformidade com o item 1.1.2 do Anexo da NB-1/78. A resistência do concreto à tração na flexão assume os valores dados em 4.46 ou 4.47, conforme a seção transversal.

O momento de fissuração pode ser obtido pela expressão:

$$M_r = \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot h^2}{6} \tag{4.50}$$

da expressão clássica de flexão: $M = -E \cdot I \cdot (1/r)$, deduz-se a curvatura correspondente :

$$\left(\frac{1}{r}\right)_r = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_c \cdot h} \tag{4.51}$$

O escoamento da seção transversal, como utilizado por CORRÊA (1991), inicia-se com o escoamento da armadura tracionada ($\sigma_{st} = f_{yk}$). O concreto tracionado não contribui, e as tensões de compressão tanto no concreto como no aço comprimido são proporcionais às respectivas deformações. A Figura 4.5 ilustra o estado de tensões e de deformações na seção transversal.

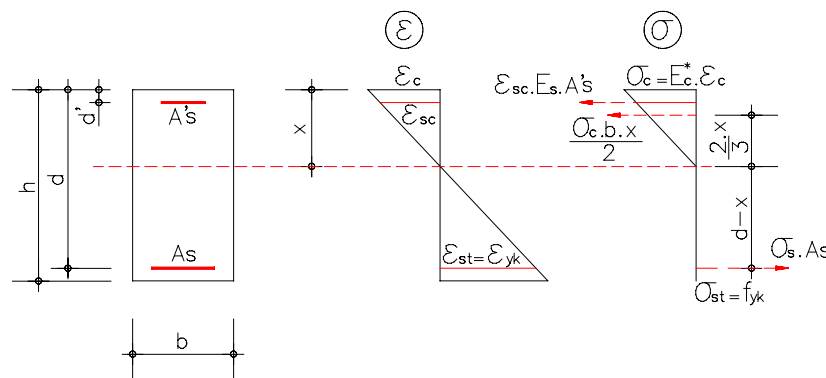


Figura 4.5 - Escoamento da seção

Do equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção, obtém-se a equação da linha neutra:

$$x = \frac{-\alpha_e (A_s + A_s') + \sqrt{\alpha_e \cdot [\alpha_e \cdot (A_s + A_s')^2 + 2 \cdot b \cdot (A_s' \cdot d' + A_s \cdot d)]}}{b} \tag{4.52}$$

onde: $\alpha_e = \frac{E_s}{E_c^*}$ - razão entre os módulos de deformação.

A partir da posição da linha neutra pode-se observar ou o escoamento da armadura tracionada, ou fibra mais comprimida do concreto atingindo a tensão $\sigma_c = f_{cm}$. Supondo-se o escoamento da armadura de tração, tem-se:

$$\varepsilon_c = \frac{f_{yk} \cdot A_s}{\left(\frac{E_c^* \cdot x \cdot b}{2} + A_s' \cdot E_s \cdot \frac{(x - d')}{x} \right)} \quad (4.53)$$

$$\sigma_c = E_c^* \cdot \varepsilon_c \quad (4.54)$$

se ($\sigma_c \leq f_{cm}$), então a hipótese de escoamento da armadura é coerente, e passa-se à determinação do momento fletor de escoamento dado pela expressão 4.56. Caso contrário, se ($\sigma_c > f_{cm}$), a hipótese não se confirma. Neste caso, parte-se para a verificação da segunda hipótese: fibra mais comprimida do concreto com $\sigma_c = f_{cm}$, com deformação:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c^*} \quad (4.55)$$

e, a partir dos valores da tensão e da deformação no concreto, calcula-se o momento relativo ao escoamento dado pela expressão 4.56:

$$M_y = \frac{\sigma_c \cdot x \cdot b}{2} \cdot \left(d - \frac{x}{3} \right) + \left[\frac{\varepsilon_c \cdot (x - d')}{x} \right] \cdot E_s \cdot A_s' \cdot (d - d') \quad (4.56)$$

e a respectiva curvatura:

$$\left(\frac{1}{r} \right)_y = \frac{\varepsilon_{st}}{(d - x)} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (4.57)$$

Por fim, o momento último para a seção é determinado segundo uma das alternativas colocadas na Figura 4.6 ou 4.7. A primeira alternativa consiste em admitir que a fibra mais comprimida do concreto atinja a deformação de 0.35% ($\sigma_c = f_{cm}$), enquanto a deformação na armadura de tração atue com valores inferiores a 1.00% ($\sigma_{st} = f_{yk}$). A segunda alternativa admite deformação de 1.00% na armadura de tração, enquanto que a deformação na fibra mais comprimida do concreto situe-se entre os valores de 0.20% e 0.35%. Como permite o item 4.1.1.1 da NB-1, o diagrama parábola retângulo foi substituído pelo retângulo equivalente. Uma terceira alternativa consiste no caso em que a deformação na armadura tracionada atinge o valor máximo de 1%, sem que no entanto, a fibra mais comprimida do concreto apresente deformação igual ou superior a 0.20%. Neste caso, o diagrama retangular deixa de existir, sendo substituído pelo diagrama triangular representado na Figura 4.7, de acordo com uma 3ª hipótese.

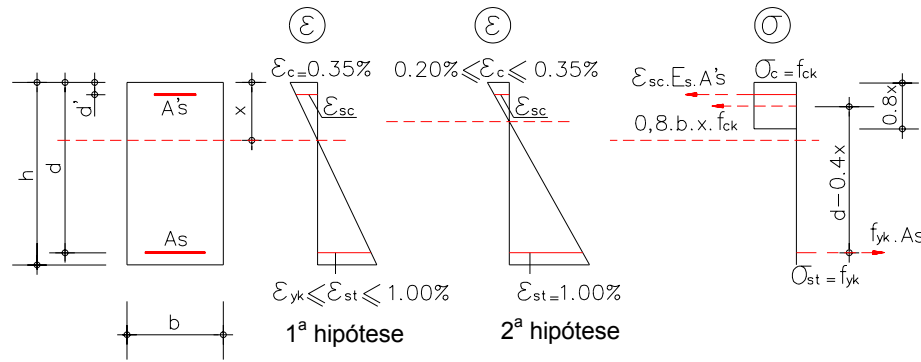


Figura 4.6 - Situação última da seção - 1ª e 2ª hipóteses

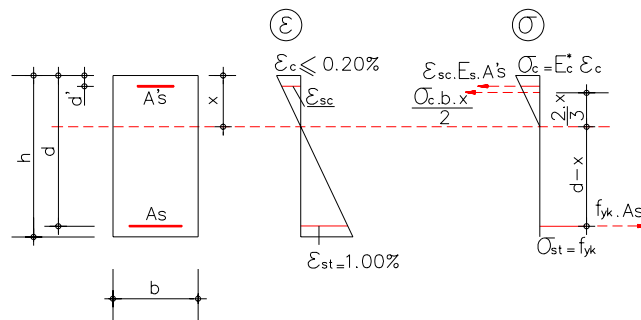


Figura 4.7 - Situação última da seção - 3ª hipótese

A partir do equilíbrio de forças na seção transversal, e da equação de compatibilidade, chegam-se às expressões para a determinação da posição da linha neutra: para a 1ª e a 2ª hipóteses.

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \tag{4.58}$$

onde:

$$a = 0,8 \cdot b \cdot f_{cm}; \tag{4.59}$$

$$b = -\left[(0,8 \cdot b \cdot f_{cm} \cdot d) + (0,01 \cdot A_s' \cdot E_s) + (A_s \cdot f_{yk}) \right] \tag{4.60}$$

$$c = \left[(0,01 \cdot A_s' \cdot E_s \cdot d') + (A_s \cdot f_{yk} \cdot d) \right] \tag{4.61}$$

a expressão para o momento fletor último é dada por:

$$M_u = 0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cm} \cdot (d - 0,4 \cdot x) + \epsilon_{sc} \cdot E_s \cdot A_s' \cdot (d - d') \tag{4.62}$$

onde:

$$\epsilon_{sc} = \frac{0,0035 \cdot (x - d')}{x} \text{ - para a 1ª hipótese;} \tag{4.63}$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{0,01 \cdot (x - d')}{(d - x)} \text{ - para a 2ª hipótese.} \tag{4.64}$$

as curvaturas representativas das duas hipóteses iniciais são:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{0,0035}{x} \text{ - para a 1ª hipótese;} \quad (4.65)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{0,010}{d-x} \text{ - para a 2ª hipótese.} \quad (4.66)$$

Se o valor da deformação na fibra mais comprimida do concreto for inferior a 0.20%, parte-se para o equacionamento da 3ª hipótese das equações de equilíbrio e compatibilidade na seção transversal, tem-se que a posição da linha neutra é dada por:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (4.67)$$

onde:

$$a = E_c^* \cdot b; \quad (4.68)$$

$$b = \left[(2 \cdot A_s' \cdot E_s) + (200 \cdot A_s \cdot f_{yk}) \right]; \quad (4.69)$$

$$c = \left[(2 \cdot A_s' \cdot E_s \cdot d') + (200 \cdot A_s \cdot f_{yk} \cdot d) \right]; \quad (4.70)$$

A partir do posicionamento da linha neutra, determina-se o momento fletor último para a seção de acordo com a expressão:

$$M_u = A_s \cdot f_{yk} \cdot \left(d - \frac{x}{3} \right) - \varepsilon_{sc} \cdot E_s \cdot A_s' \cdot (d' - x) \quad (4.71)$$

com ε_{sc} dado pela expressão 4.64.

5 APLICAÇÃO

Consolidando-se os modelos apresentados, coloca-se a seguir, uma proposta aplicada de procedimento para análise de pavimentos de concreto armado.

A Figura 5.1 apresenta a forma do pavimento tipo simétrico de um edifício de escritórios estudado por CORRÊA (1991).

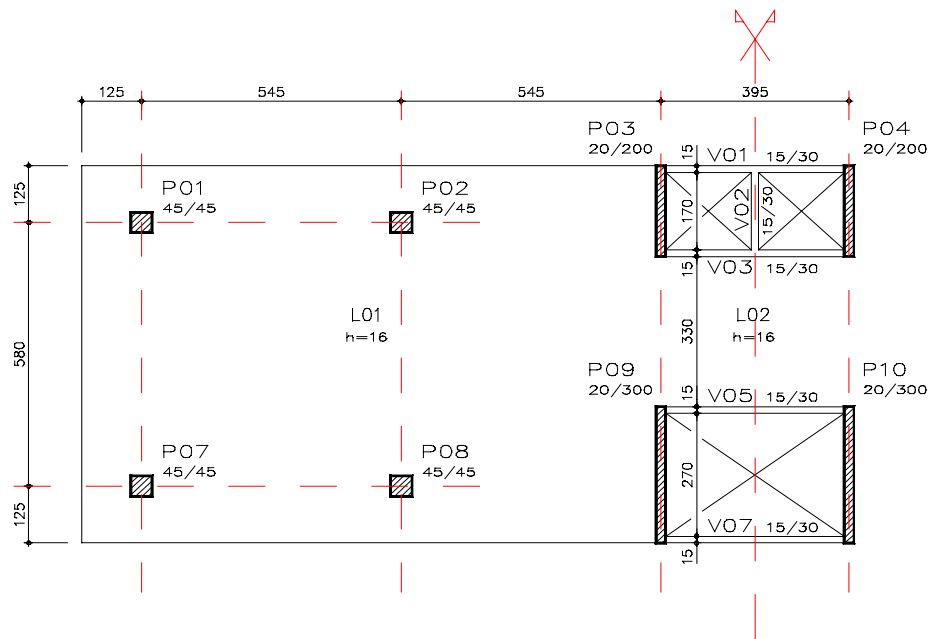


Figura 5.1 - Pavimento tipo - laje plana (medidas em 'cm')

O concreto utilizado no dimensionamento é o C-20, armado com aço CA-50A. O cobrimento das armaduras nos elementos estruturais é de 2.0 cm.

Para a análise de meio pavimento utilizaram-se 204 elementos finitos quadriláteros de placa. Empregaram-se 15 barras para a simulação de vigas e 4 barras para a representação dos pilares (P01, P02, P07 e P08). Os pilares-parede P03 e P09 foram simulados por 4 e 6 molas de rotação respectivamente. A discretização empregada ao longo de todo esse exemplo está representada na Figura 5.2.

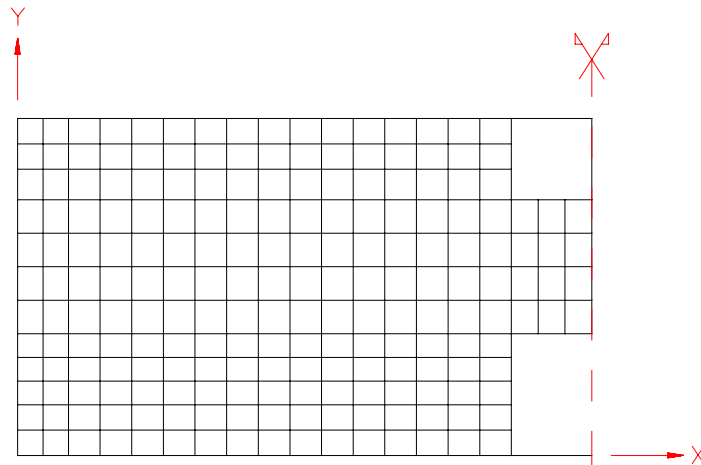


Figura 5.2 - Discretização de meio pavimento

As propriedades médias dos materiais empregados são:

Concreto $E_c^* = 1920 \text{ kN/cm}^2$ (módulo de elasticidade long. reduzido);
 $f_{cm} = 2.35 \text{ kN/cm}^2$ (resistência à compressão média);
 $f_{ctm} = 0.19 \text{ kN/cm}^2$ (resistência à tração média);
 $\nu = 0.20$ (coeficiente de Poisson);
 $\gamma = 25.0 \text{ kN/m}^3$ (peso específico).

Aço $E_s=21000 \text{ kN/cm}^2$ (módulo de elasticidade longitudinal);
 $f_y=50.0 \text{ kN/cm}^2$ (tensão de escoamento do aço).

O carregamento pode ser composto do seguinte modo (além do peso próprio):
 revestimento = 1.0 kN/m^2 ;
 divisórias = 1.0 kN/m^2 ;
 sobrecarga = 3.0 kN/m^2 .

O Estado Limite de Deformação Excessiva é verificado de acordo com a NB-1/78 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado e a NBR 8681/84 - Ações e Segurança nas Estruturas, optando-se pela combinação rara de utilização. O valor limite para a flecha estabelecido pela NB-1/78 é de $L/300$ do vão teórico L , aqui tomado como a distância de 796 cm entre os eixos dos pilares P01 e P08. Isto determina uma flecha máxima de 2.65 cm para essa região. As curvas de isodeslocamentos já estarão referidas à combinação rara de utilização, e os resultados de esforços, exibidos em valores de cálculo.

Iniciando-se o procedimento, processa-se o pavimento primeiramente em regime elástico linear. Os resultados estão nas Figuras 5.3 à 5.6, e nas Tabelas 5.1.

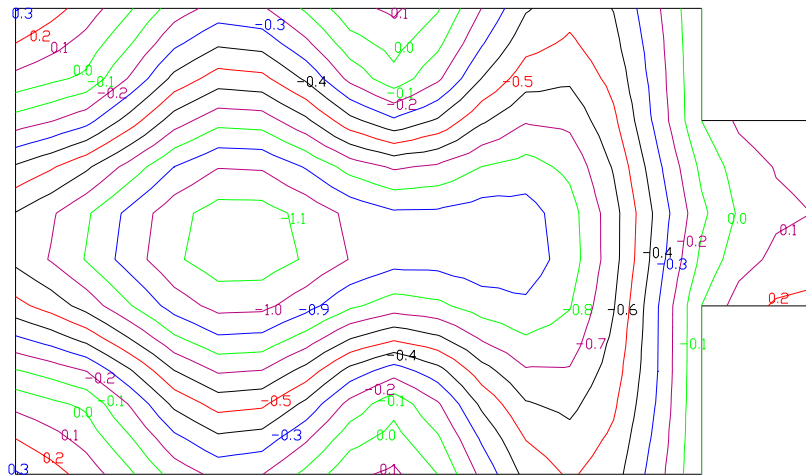


Figura 5.3 - Deslocamento transversal w (cm)

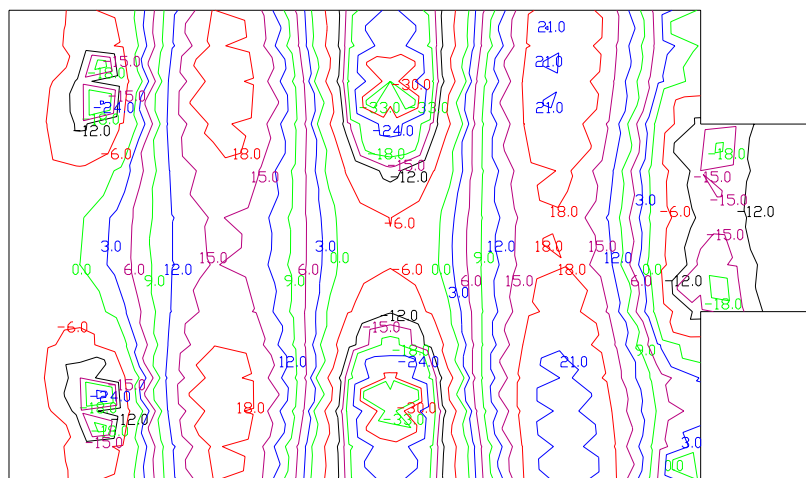


Figura 5.4 - Momento fletor M_x (kN.m/m)

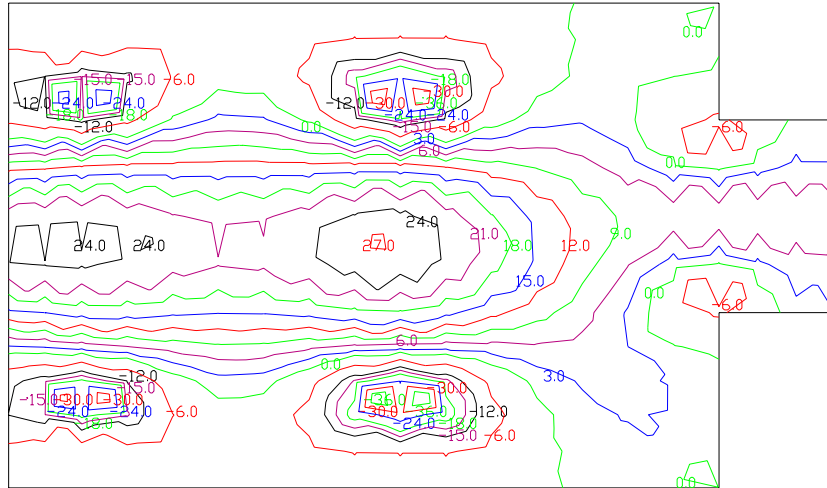


Figura 5.5 - Momento fletor M_y (kN.m/m)

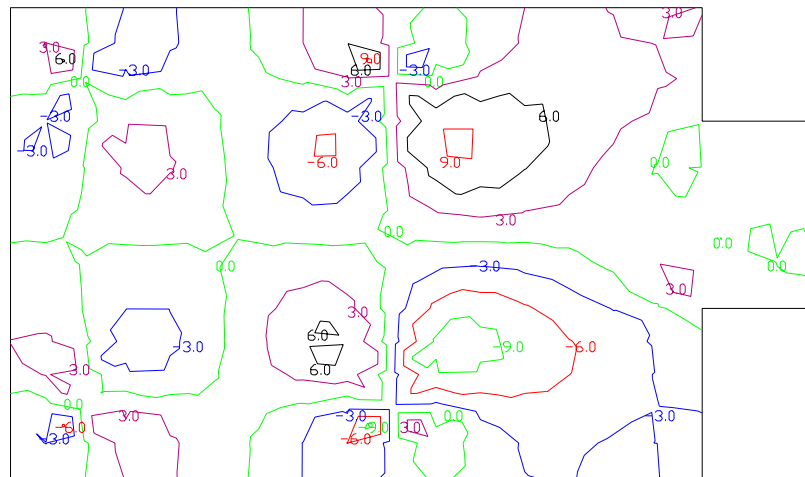


Figura 5.6 - Momento volvente M_{xy} (kN.m/m)

Tabela 5.1a - Reações de apoio - valores de cálculo

| Pilar | F_z (kN) | M_x (kN.m) | M_y (kN.m) |
|-------|------------|--------------|--------------|
| P01 | 198.91 | -70.49 | 49.22 |
| P02 | 305.98 | -77.07 | 1.73 |
| P07 | 198.13 | 69.52 | 48.92 |
| P08 | 309.68 | 76.24 | 4.14 |

A Tabela 5.1b apresenta os momentos fletores (negativos) referentes ao extremo mais solicitado das vigas, pois nenhuma delas apresentou momento fletor positivo.

Tabela 5.1b - Esforços para as vigas - valores de cálculo

| Viga | Momentos fletores (kN.m) |
|------|--------------------------|
| V01 | -11.94 |
| V02 | -2.67 |
| V03 | -18.84 |
| V05 | -20.17 |
| V07 | -11.75 |

De acordo com a distribuição dos esforços (M_x e M_y) obtida da análise em regime elástico linear, delimitam-se faixas do pavimento de modo a compor determinados grupos, aos quais serão impostos valores de referência para os esforços permitidos no seu domínio no decorrer da análise. Este esforço de referência será o responsável pelo dimensionamento das seções transversais do grupo, e deve corresponder ao próprio valor máximo do esforço obtido pela análise elástico linear (M_x ou M_y) no seu domínio, afetado ou não de uma redução imposta pelo projetista.

Neste exemplo, as lajes constituem 3 grupos de materiais: o **grupo I** engloba os elementos armados com armadura mínima, e portanto, com capacidade de resistir a um momento fletor de cálculo da ordem de 15 kN.m/m; o **grupo II** compõe-se de elementos que deverão, ao final da análise, estar solicitados por momento fletor de cálculo em torno de 21 kN.m/m, e o **grupo III** que deverá ao final da análise apresentar um momento fletor máximo em torno de 28 kN.m/m (cerca de 80% do maior valor obtido no procedimento elástico). A Figura 5.7 ilustra esses grupos, e a Tabela 5.2 mostra as correspondentes armaduras. A Figura 5.8 apresenta os diagramas momento-curvatura convencionais para cada grupo de laje de acordo com as armaduras.

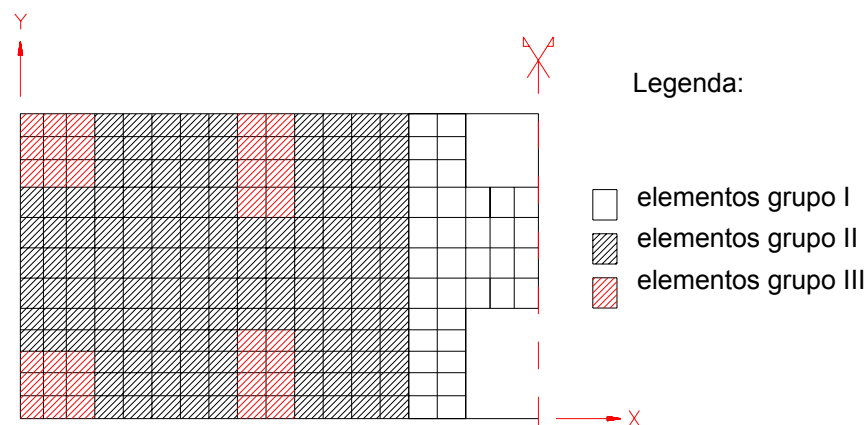


Figura 5.7 - Grupos de materiais adotados

Tabela 5.2 - Armaduras longitudinais de referência para as lajes

| Grupos | Armadura positiva(cm ² /m) | Armadura negativa(cm ² /m) |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| I | 2.50 (ϕ 8.0 c/20 cm) | - |
| II | 3.57 (ϕ 8.0 c/14 cm) | - |
| III | - | 5.00 (ϕ 8.0 c/10 cm) |

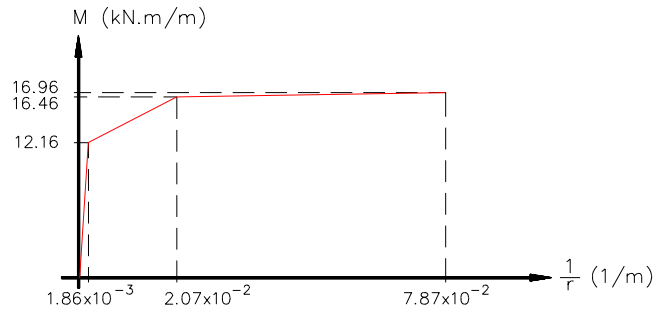


Figura 5.8-a - Diagrama momento-curvatura do grupo I

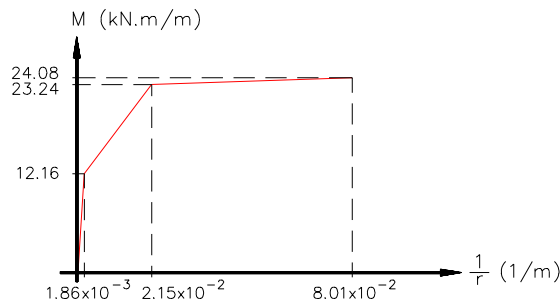


Figura 5.8-b - Diagrama momento-curvatura do grupo II

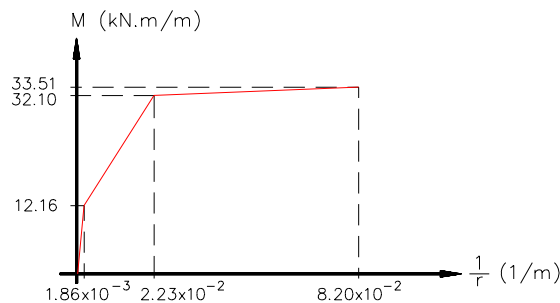


Figura 5.8-c - Diagrama momento-curvatura do grupo III

Neste exemplo, a distribuição dos esforços nas vigas permite-nos a divisão das mesmas em dois grupos: ao primeiro contendo as vigas V01, V02 e V07, será imposto um esforço de referência de 8.00 kN.m, o que corresponde a uma redução de cerca de 30% sobre o valor máximo da análise elástico linear; ao segundo grupo formado pelas vigas V03 e V05, será atribuído um esforço de referência de 11.60 kN.m, correspondente à redução de cerca de 40% sobre o valor máximo obtido da análise elástico linear. As armaduras resultantes do dimensionamento segundo os valores de referência estão na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Armaduras longitudinais de referência para as vigas

| Viga | Armadura positiva(cm ²) | Armadura negativa(cm ²) |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| V01 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |
| V02 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |
| V03 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |
| V05 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |
| V07 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |

A partir das armaduras, determinam-se os diagramas momento-curvatura convencionais dos grupos de vigas mostrados na Figura 5.9.

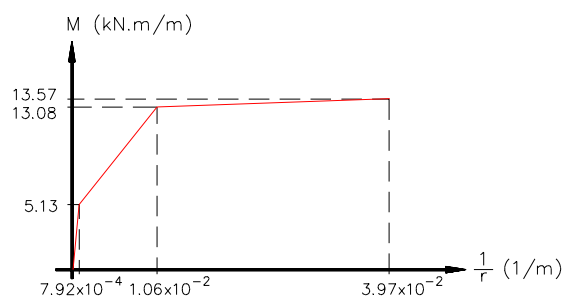


Figura 5.9-a - Diagrama momento-curvatura das vigas V03 e V05

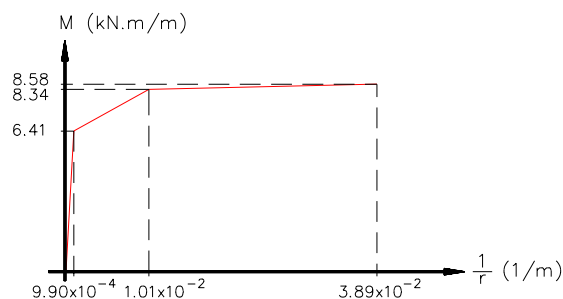
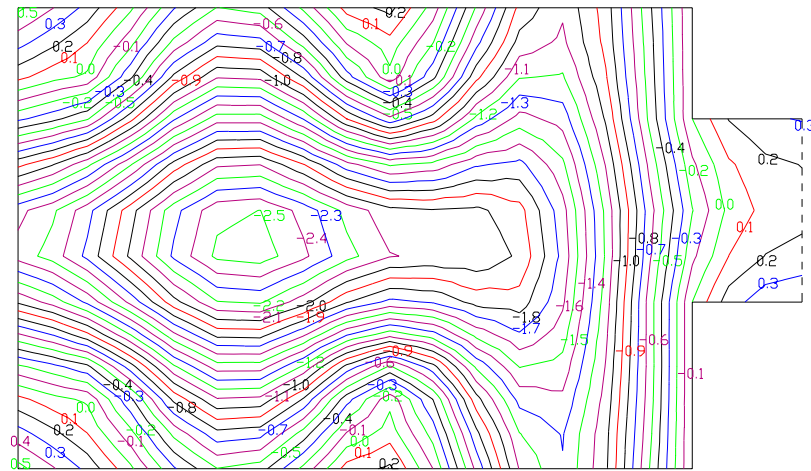
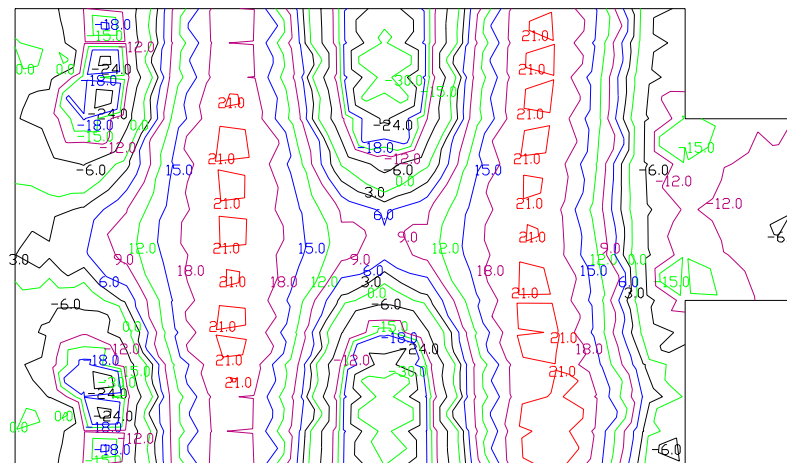
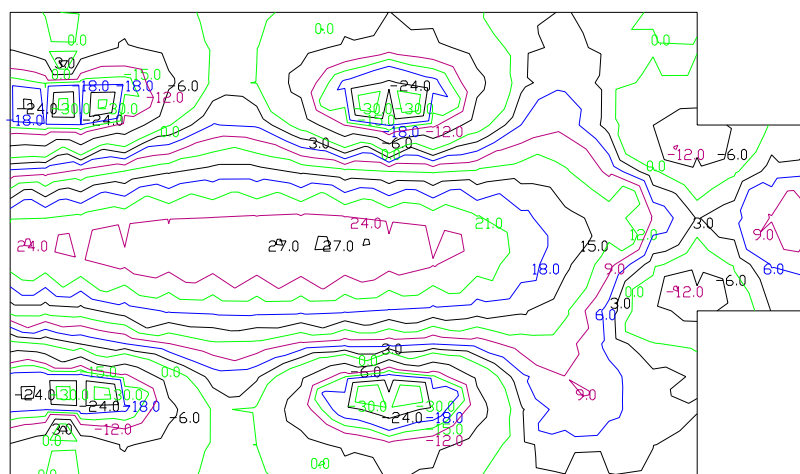


Figura 5.9-b - Diagrama momento-curvatura das vigas V01, V02 e V07

Para a análise em regime não-linear, como coloca a NBR8681/84, considerou-se o coeficiente de ponderação das ações $\gamma_f=1.4$ como produto de $\gamma_{f1}=1.25$ (aplicado na majoração do carregamento) e $\gamma_{f3}=1.12$ (aplicado na majoração dos esforços finais).

Definido o pavimento composto por grupos com características pré-estabelecidas, passa-se a processá-lo agora em regime elastoplástico. O resultado para deslocamentos está na Figura 5.10, e os esforços, nas Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 em forma de curvas de isovalor.

Figura 5.10 - Deslocamento transversal w (cm)Figura 5.11 - Momento fletor M_x (kN.m/m)Figura 5.12 - Momento fletor M_y (kN.m/m)

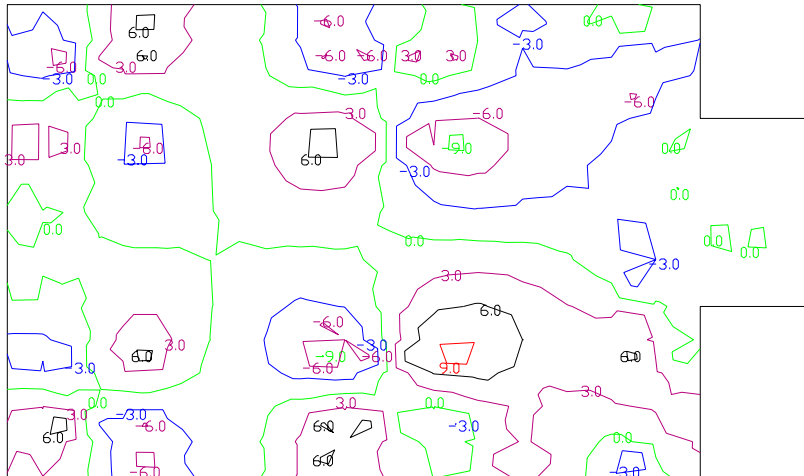


Figura 5.13 - Momento volvente M_{xy} (kN.m/m)

Para esta análise, utilizaram-se 6 incrementos de força, sendo o primeiro correspondente a 50%, e os demais, a 10% do carregamento total. As tolerâncias utilizadas para o controle da convergência foram de 5% em força e de 1% em deslocamento, não permitindo-se mais que 40 iterações por incremento. Coloca-se que as análises feitas neste exemplo convergiram dentro dos parâmetros estipulados.

Listam-se nas Tabelas 5.4, as reações nos pilares e os esforços nas vigas.

Tabela 5.4a - Reações de apoio - valores de cálculo

| Pilar | F_z (kN) | M_x (kN.m) | M_y (kN.m) |
|-------|------------|--------------|--------------|
| P01 | 206.86 | -83.49 | 61.47 |
| P02 | 294.45 | -75.80 | 2.46 |
| P07 | 203.06 | 73.86 | 58.86 |
| P08 | 292.77 | 59.55 | 5.50 |

Tabela 5.4b - Esforços para as vigas - valores de cálculo

| Viga | Momentos fletores (kN.m) |
|------|--------------------------|
| V01 | -9.56 |
| V02 | -2.92 |
| V03 | -16.13 |
| V05 | -16.58 |
| V07 | -9.60 |

Comparando-se as tabelas 5.1a e 5.4a, nota-se a tendência de alívio dos pilares P02 e P08 com acréscimos de solicitações nos pilares P01 e P07. Esse fenômeno resulta da uniformização dos efeitos produzida por uma mudança no fluxo de forças em função da fissuração das regiões mais solicitadas. No decorrer do processo de carregamento, as regiões do pavimento mais rígidas naquele instante tendem a absorver os acréscimos de esforços com mais intensidade do que as regiões mais fissuradas ou de rigidez inferior.

Os resultados obtidos do processamento em regime elastoplástico devem ser analisados quanto aos seguintes aspectos: a correspondência entre os esforços de referência de cada grupo adotado, e a distribuição dos esforços (M_x e M_y) obtida nos

domínios desse grupo. Sugere-se que dentro de cada grupo, o valor de esforço referencial pré estabelecido não seja ultrapassado em mais de cerca de 10%. Se um dos grupos não atender a um desses quesitos, aborta-se o procedimento, que deve ser reiniciado com a adoção de novos grupos de um dos dois modos distintos: alterando-se a geometria das faixas que o compõem, ou modificando-se o valor de referência imposto ao grupo.

Observando os resultados deste exemplo, pode-se verificar a concordância entre as faixas adotadas para os grupos e a distribuição dos esforços no pavimento. Desse modo, procede-se a armação do pavimento para os esforços obtidos, de acordo com as Figuras 5.14. e 5.15. A Tabela 5.5 apresenta as armaduras de dimensionamento das vigas.

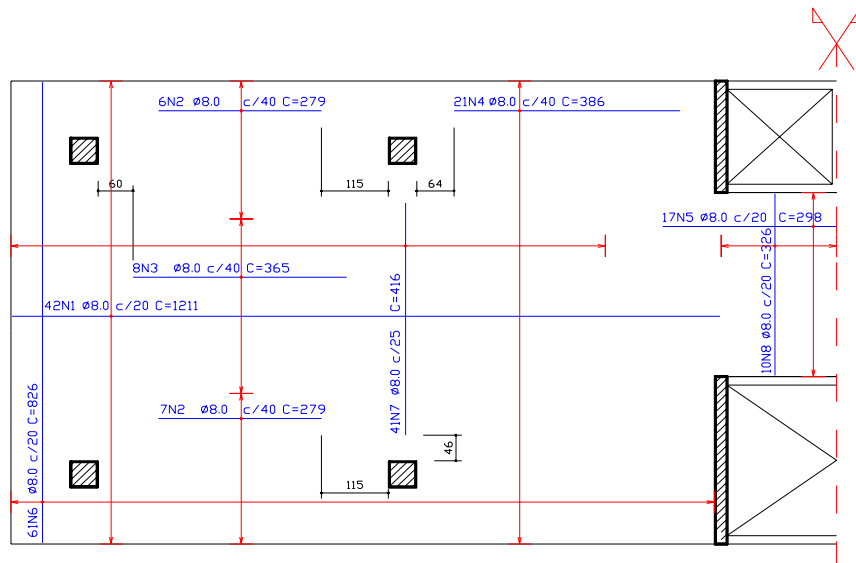


Figura 5.14 - Armaduras positivas - regime elastoplástico

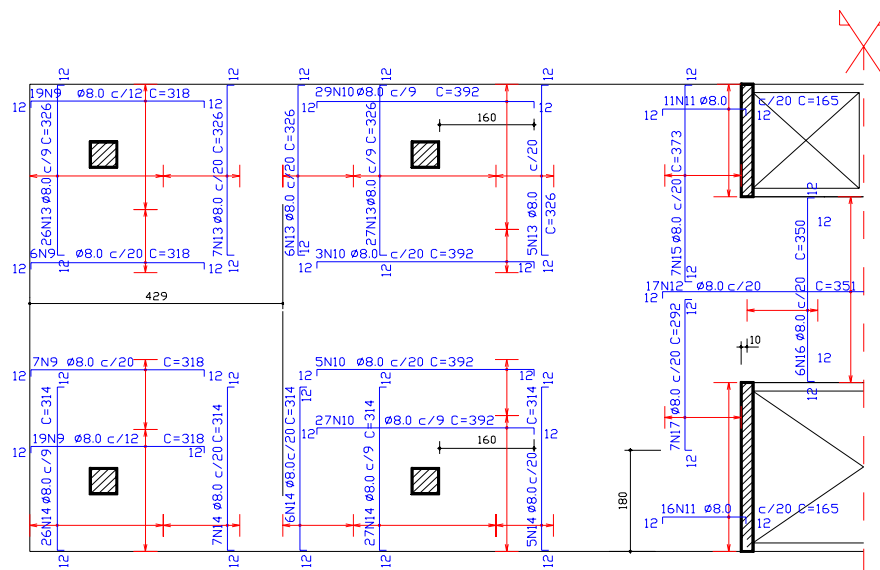


Figura 5.15 - Armaduras negativas - regime elastoplástico

Tabela 5.5 - Armaduras longitudinais para as vigas - regime elastoplástico

| Viga | Armadura positiva(cm ²) | Armadura negativa(cm ²) |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| V01 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |
| V02 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |
| V03 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |
| V05 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |
| V07 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |

A fase final do procedimento consiste em processar-se novamente o pavimento com as taxas reais de armadura existentes nos grupos de lajes e de vigas, considerando-se também o efeito das armaduras de compressão no diagrama momento-curvatura, como é o caso do grupo III. Como não houve mudança na distribuição dos esforços que justificasse uma nova apresentação neste texto, coloca-se apenas que o deslocamento máximo obtido com o novo processamento foi de 2.12 cm na região entre os pilares P01, P02, P07 e P08.

Prosseguindo na análise do pavimento, colocam-se a seguir, nas Figuras 5.16 e 5.17, e na Tabela 5.6 as armaduras obtidas do dimensionamento em regime elástico linear. A Tabela 5.7 mostra o total em massa de armadura requerida pelos dois procedimentos.

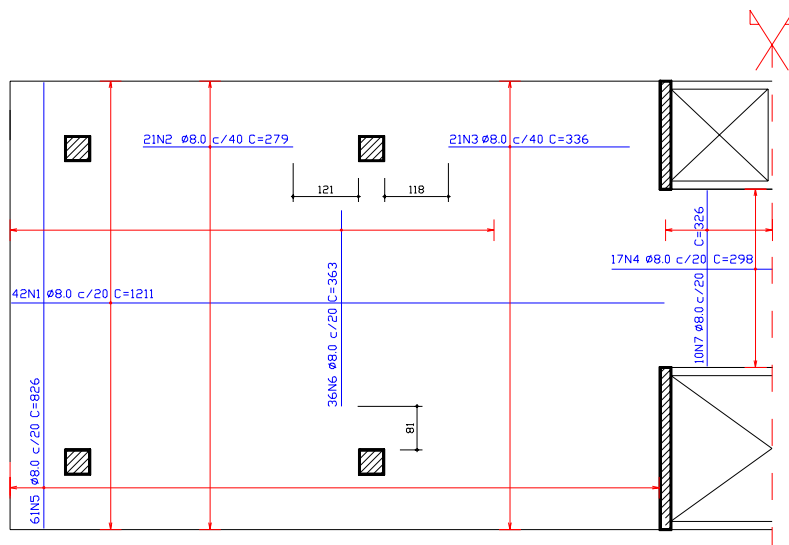


Figura 5.16 - Armaduras positivas - regime elástico linear

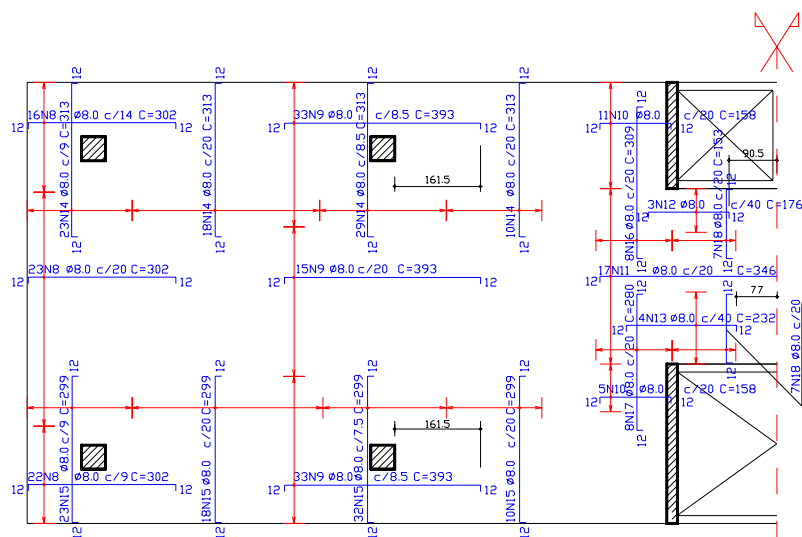


Figura 5.17 - Armaduras negativas - regime elástico linear

Tabela 5.6 - Armaduras longitudinais para as vigas - regime elástico linear

| Viga | Armadura positiva(cm ²) | Armadura negativa(cm ²) |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| V01 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |
| V02 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) |
| V03 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.60 (2 ϕ 10.0 mm) |
| V05 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 2.50 (2 ϕ 12.5 mm) |
| V07 | 0.63 (2 ϕ 6.3 mm) | 1.00 (2 ϕ 8.0 mm) |

Tabela 5.7 - Comparação de consumos de aço

| Procedimento | Laje (kg) | | Viga (kg) | Total (kg) |
|----------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| | Arm. Pos. | Arm. Neg. | | |
| elástico | 542.23 (100%) | 467.33 (100%) | 14.92 (100%) | 1024.48 (100%) |
| elastoplástico | 565.13 (104.2%) | 415.69 (88.9%) | 13.30 (89.1%) | 994.12 (97.0%) |

6 CONCLUSÃO

Empregando modelos relativamente simples para a representação do fenômeno elastoplástico em elementos de barra (representativos das vigas) e de placa (representativos das lajes), e mostrando a viabilidade de suas aplicações na

análise estrutural de pavimentos de edifícios, procura-se abrir um horizonte muito rico e ainda pouco explorado dentro da análise de estruturas.

A aplicação de um procedimento de cálculo de pavimentos de edifícios em regime elastoplástico pode trazer grandes benefícios à análise estrutural, pois permite ao projetista atuar sobre a redistribuição dos esforços obtidos com um mesmo conjunto de formas através da imposição de taxas de armadura diferenciadas no pavimento. Além disso, o dimensionamento em regime elastoplástico oferece a possibilidade de determinar-se com maior precisão os deslocamentos da estrutura, pois considera a diminuição de rigidez dos elementos por fissuração do concreto e escoamento das armaduras, dispensando-se procedimentos aproximados para a determinação desses efeitos sobre os elementos que compõem o pavimento.

7 BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). **NB 1 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro.

CORRÊA, M.R.S. (1991). **Aperfeiçoamento de modelos usualmente empregados no projeto de sistemas estruturais de edifícios**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP.

HINTON, E.; OWEN, D.R.J. (1986). **Computational modelling of reinforced concrete structures**. Swansea, Pineridge Press.

HU, H.T.; SCHNOBRICH, W.C. (1991). Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete plates and shells under monotonic loading. **Comput. & Struct.**, v.38, p.637-651.

LIN, C.S.; SCORDELIS, A.C. (1975). Nonlinear analysis of RC shells of general form. **J. Struct. Div.**, ASCE, v. 101, p. 523-538.

OLIVEIRA, R.S. (1997). **Análise de pavimentos de edifícios de concreto armado com a consideração da não-linearidade física**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP

OWEN, D.R.J.; HINTON, E. (1980). **Finite elements in plasticity: theory and practice**. Swansea, Pineridge Press.

PROENÇA, S.P.B. (1988). **Sobre modelos matemáticos do comportamento não linear do concreto: análise crítica e contribuições**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP.

SIMO, J.C.; HUGHES, T.J.R. (1988). **Elastoplasticity and viscoplasticity: computacional aspects**.

ZIENKIEWICZ, O.C.; VALLIAPAN, S.; KING, I.P. (1969). Elasto-plastic solutions on engineering problems - 'initial stress', finite element approach. **Int. J. Num. Meths. Engrg.**, v.1, p.75-100.

NÃO-LINEARIDADE FÍSICA E GEOMÉTRICA NO PROJETO DE EDIFÍCIOS USUAIS DE CONCRETO ARMADO

Rivelli da Silva Pinto¹ & Marcio Antonio Ramalho²

Resumo

Neste trabalho são discutidos os procedimentos simplificados para a consideração da não linearidade física (NLF) e da não linearidade geométrica (NLG) na análise de edifícios de concreto armado. Deste modo, pretende-se estabelecer o grau de confiabilidade desses processos. Algumas prescrições para redução na inércia dos elementos estruturais são comparadas com os resultados obtidos através de modelos em elementos finitos, permitindo, assim, a avaliação destas prescrições. Um estudo detalhado do parâmetro γ_2 , como majorador dos esforços em primeira ordem para a obtenção dos esforços finais em segunda ordem, é efetuada, de modo que se possa estabelecer, de forma mais clara, as vantagens e as limitações deste parâmetro.

Palavras-chaves: edifícios altos; efeitos de segunda ordem; parâmetros de instabilidade; não-linearidade física (NLF); não-linearidade geométrica (NLG).

1 INTRODUÇÃO

No cálculo das estruturas de edifícios altos, é necessário que o projetista esteja atento ao problema da estabilidade global, pois a estrutura é solicitada simultaneamente por ações verticais e horizontais. De fato, as ações adicionais provenientes do deslocamento horizontal da estrutura³ podem ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso. Esse tipo de análise, onde se considera o *equilíbrio da estrutura em sua posição deslocada*, é o que se denomina *análise com não-linearidade geométrica*.

Por outro lado, o projetista deve levar em conta que o *comportamento do material constituinte da estrutura*, no caso do concreto armado, não é elástico perfeito. Isso porque, o efeito da fissuração, da fluência, o escoamento das armaduras, bem como outros fatores de menor importância conferem ao mesmo um comportamento não linear, a *chamada não-linearidade física*.

Deve-se, portanto, lançar mão de uma análise na qual se considere *a estrutura na sua configuração final de equilíbrio*, determinada pela não-linearidade geométrica (NLG) e pela não-linearidade física (NLF) do material que a constitui.

O emprego desse tipo de análise, para as estruturas de concreto armado, pode resultar em uma tarefa complexa, implicando em grande esforço computacional.

¹ Doutor em Engenharia de Estruturas – EESC-USP, rivpinto@uol.com.br

² Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, ramalho@sc.usp.br

³ Os deslocamentos horizontais podem ser devidos a assimetria na geometria da estrutura ou no carregamento, a imperfeições geométricas ou a outros fatores diversos da ação horizontal.

Isso porque a consideração da NLF implica na determinação da rigidez de cada elemento estrutural a partir das relações constitutivas dos materiais, da quantidade e disposição de armadura nesse elemento, bem como do nível de sollicitação do mesmo. A fim de se evitar esse nível de complexidade, tem-se realizado diversos estudos para a obtenção de métodos para a consideração simplificada da NLF. Esses métodos propõem uma redução média na inércia bruta da seção transversal dos elementos estruturais.

A consideração da NLG, entretanto, pode ser implementada com maior facilidade. Por exemplo, quando se realiza uma análise matricial, através de alterações na matriz de rigidez da estrutura. Mas ainda assim, em muitos casos práticos, nem sempre é conveniente a utilização dessa ferramenta mais sofisticada de análise. Com a intenção de contornar esse problema, tem-se pesquisado parâmetros que permitam avaliar a necessidade de se considerar ou não o efeito da NLG na análise da estrutura. Os parâmetros mais utilizados e difundidos no meio técnico são os parâmetros α e γ_z .

O parâmetro α indica a necessidade ou não de se considerar a NLG no projeto de edifícios de concreto armado, conforme seu valor esteja acima ou abaixo de certos limites. Já o parâmetro γ_z vai além do parâmetro α , fornecendo também uma estimativa dos acréscimos de esforços devidos à NLG, constituindo-se em um recurso interessante para a realização de uma análise simplificada. Alguns autores consideram que, se seu valor não ultrapassar 1,2, a estimativa dos esforços finais na estrutura pode ser feita pela simples multiplicação do valor do parâmetro pelos esforços calculados em teoria de primeira ordem. É óbvio que esse procedimento representa uma simplificação expressiva para a consideração da NLG.

Desse modo, as recomendações para redução na inércia dos elementos estruturais, juntamente com os parâmetros de instabilidade constituem procedimentos de fácil implementação que auxiliam o projetista na consideração dos *efeitos não lineares da estrutura: a não-linearidade física do material e a não-linearidade geométrica da estrutura*.

2 NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

Na análise estrutural dos edifícios de concreto armado, é importante que os deslocamentos laterais sejam avaliados da melhor maneira possível. Isso porque, os efeitos de segunda ordem devidos à deslocabilidade horizontal da estrutura só podem ser corretamente avaliados se a posição final desta for determinada de modo satisfatório.

Uma vez que os deslocamentos laterais resultantes de uma análise estrutural são diretamente afetados pela rigidez dos membros constituintes da estrutura, deve-se estimar essa rigidez através de processos que considerem a *não-linearidade física* dos materiais empregados na estrutura.

Entretanto, a consideração da NLF pode-se tornar uma tarefa trabalhosa e difícil de ser implementada em estruturas de concreto armado de grande porte. Isso porque, geralmente, emprega-se nesse tipo de análise um procedimento incremental e iterativo no qual, para cada nível de carregamento da estrutura, a rigidez dos elementos estruturais é estabelecida a partir das relações constitutivas dos materiais e da disposição de armadura no elemento. Do procedimento anterior resulta que, para cada seção, corresponderá um valor do produto de rigidez EI diferente, em função do nível de sollicitação, da quantidade e disposição de armadura desta seção. Em virtude dessas dificuldades, tem-se pesquisado métodos simplificados para a determinação do produto de rigidez efetivo (EI_{ef}) a ser considerado para os diferentes elementos estruturais.

Segundo MACGREGOR (1993) os valores de **EI** para uma análise em segunda ordem de estruturas devem representar a rigidez dos membros imediatamente antes da ruptura. Nessa fase, parte das vigas, lajes, pilares e paredes fissuram devido a flexão. Entretanto, a adoção do momento de inércia para a seção fissurada de concreto, nesse caso, seria por demais conservativo, visto que nem todas as seções transversais dos elementos apresentam esse comportamento.

Neste item são apresentadas as recomendações, de alguns autores que estudaram o fenômeno, para essa redução de inércia. Apresenta-se, também, um modelo para a consideração da NLF, sendo este utilizado para a verificação dessas recomendações em exemplos de vigas, pilares e um pórtico em concreto armado.

2.1 Calibragem de um modelo teórico para verificação da redução da inércia

Com o intuito de obter indicações adicionais a respeito das prescrições para consideração simplificada da NLF, no projeto de edifícios de concreto armado, foram analisados neste trabalho alguns exemplos simples de vigas, pilares e um pórtico em concreto armado, nos quais se considerou a NLF do material. Para a realização dessa análise foi utilizado o software LUSAS, versão 11 (1995). Este software, produzido na Inglaterra pela FEA (Finite Element Analysis Ltd), permite a realização de análises considerando a não linearidade física do material.

Neste item é apresentado um modelo teórico para o concreto armado, sendo esse modelo aferido com resultados experimentais.

2.1.1 Modelo em elementos finitos

Para a modelagem das estruturas foi adotado um esquema bidimensional formado por elementos quadrangulares de chapa (estado plano de tensão) caracterizando o concreto armado e elementos de barra caracterizando o aço.

Cada elemento de chapa possui oito nós: um em cada vértice e um no meio de cada lado. A cada nó correspondem dois graus de liberdade que são os deslocamentos horizontal (*u*) e vertical (*v*). Já o elemento de barra, empregado para a modelagem do aço, possui três nós: um em cada extremidade e um no meio da barra, cada nó apresenta os mesmos graus de liberdade que os elementos de chapa. Esses elementos são acoplados através do nós, possuindo deslocamentos nodais iguais o que proporciona a aderência entre os mesmos.

Os elementos de chapa e de barra empregados no modelo são definidos no LUSAS como QPM8 e BAR3, respectivamente, e são ilustrados na figura 2.1.

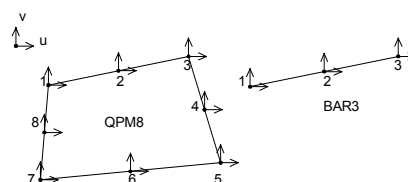


Figura 2.1- Elementos finitos adotados

2.1.2 Modelos constitutivos

A utilização de softwares para análise estrutural em segunda ordem está se tornando cada vez mais viável devido o rápido desenvolvimento dos microcomputadores. No entanto, a utilização desses recursos somente faz sentido se

estiverem disponíveis relações constitutivas confiáveis para os materiais. De fato, a realização de uma análise que possa reproduzir com fidelidade o comportamento real da estrutura implica na utilização de dados de entrada representativos do fenômeno descrito. Portanto, a adoção dos modelos constitutivos para os materiais deve ser realizada de maneira criteriosa, de forma a possibilitar a obtenção de bons resultados na análise numérica.

A seguir são apresentados os modelos constitutivos empregados neste trabalho para o concreto e para o aço, de modo a se tentar reproduzir, do melhor modo possível, o comportamento desses materiais.

2.1.2.1 Modelo constitutivo do concreto

A definição do modelo constitutivo do concreto se dá através dos seguintes parâmetros:

- Módulo de elasticidade longitudinal (E_c);
- Coeficiente de Poisson (ν_c);
- Resistência à compressão (f'_c);
- Parâmetro β ;
- Resistência à tração (f'_t);
- Deformação correspondente à máxima resistência à compressão (ϵ_c);
- Parâmetro de amaciamento ξ .

A adoção dos parâmetros acima será feita de acordo com as prescrições do CEB-FIP MC 90. Para os valores do módulo de elasticidade longitudinal (E_c), resistência à compressão (f'_c) e resistência à tração (f'_t) foram adotados os valores médios conforme indicação do CEB-FIP MC 90 item 5.4.1.4 e de FRANÇA (1991) para análises com a consideração na NLF.

- **Módulo de elasticidade longitudinal (E_c):**

Segundo o CEB-FIP MC 90, item 2.1.4.2:

$$E_c = 2,15 \cdot E_{co} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{1/3}$$

onde :

$$E_{co} = 10000 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}; \quad f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$$

- **Coeficiente de Poisson (ν_c) :**

Será adotado o valor $\nu_c = 0,2$, conforme CEB-FIP MC 90, item 2.1.4.3.

- **Resistência à compressão (f'_c) :**

A resistência à compressão para a definição da superfície de ruptura será admitida como sendo o f_{cm} .

- **Parâmetro β :**

Este parâmetro reduz o módulo de elasticidade transversal para representar a transferência de cisalhamento entre as superfícies de fissuras. Para o mesmo, devem ser adotados valores baixos (menores que 0,5) se o modo de ruptura for determinado pelo cisalhamento. Como no caso de vigas a ruptura é determinada predominantemente pela flexão, será assumido $\beta=0,8$ (próximo de 1).

• **Resistência à tração (f_t') :**

Segundo o CEB-FIP MC 90, item 2.1.3.3.1:

$$f_{ctm} = 1,40 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right)^{2/3} \text{ em MPa.}$$

onde $f_{ck0} = 10 \text{ MPa.}$

• **Deformação correspondente à máxima resistência à compressão (ϵ_c):**

Conforme o item 2.1.4.4.1 do CEB-FIP MC 90, deve-se adotar o valor $\epsilon_c = 0,0022$.

• **Parâmetro de amaciamento ξ :**

No tipo de problema analisado a ruptura ocorre principalmente devido à flexão. Por isso, o valor do parâmetro de amaciamento será adotado como 35, conforme Manual de Verificação II do LUSAS (1995).

2.1.2.2 Modelo constitutivo do aço

Para o aço será adotado um modelo elasto-plástico definido pelo critério de ruptura de Von Mises. Esse critério, datado de 1913, admite que a ruptura se inicia quando a tensão de cisalhamento *octaédrica*⁴ no ponto atinge um valor crítico. É empregado, preferencialmente, como critério de ruptura para materiais dúcteis, em virtude das deformações plásticas nos mesmos estarem associadas às tensões de cisalhamento, não produzindo variação de volume.

No modelo proposto, o critério de Mises será utilizado como critério de plastificação.

Para definir o modelo constitutivo do aço deve-se estabelecer os seguintes parâmetros :

- Módulo de elasticidade longitudinal (E_s);
- Coeficiente de Poisson (ν_s);
- Tensão uniaxial de escoamento (σ_{y0});
- Parâmetro de endurecimento (C_1);
- Deformação plástica limite ($\epsilon_{p \text{ lim}}$);

Os valores adotados para o modelo são os valores de cálculo, conforme indica FRANÇA (1991):

• **Módulo de elasticidade longitudinal (E_s) :**

De acordo com a NB1-78, item 7.2, tem-se : $E = 210000 \text{ MPa}$

• **Coeficiente de Poisson (ν_s) :**

Será adotado o valor $\nu = 0,3$, conforme NBR 8800 item 4.6.10.

• **Tensão de escoamento (σ_{y0}) :**

⁴ Na teoria da plasticidade, as tensões atuantes em planos igualmente inclinados em relação aos eixos coordenados são chamadas tensões octaédricas.

A tensão de escoamento será admitida como sendo o f_{yd} ($f_{yk} / 1,15$).

- **Parâmetro de endurecimento (C_1) :**

Este parâmetro é definido pela razão entre a parcela de tensão que excede σ_{yo} e a deformação plástica (figura 2.2), sendo: $\theta = \tan^{-1} C_1$.

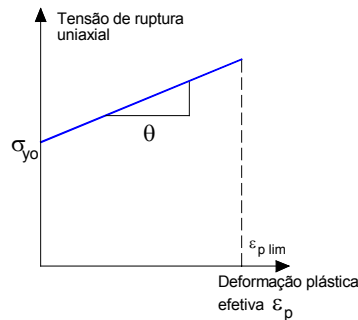


Figura 2.2 - Parâmetro de endurecimento C_1

O modelo será adotado para aços classe A. Logo a inclinação da curva de deformação plástica é nula (encruamento nulo), sendo $C_1 = 0$.

- **Deformação plástica limite ($\varepsilon_{p \text{ lim}}$):**

Conforme indica a NB1-78, item 7.2, a deformação máxima de ruptura do aço é de 0,010. Em virtude dos aços tipo A apresentarem um comportamento elástico até o limite ε_{yd} , a deformação plástica máxima ($\varepsilon_{p \text{ lim}}$) será obtida pela diferença entre a deformação máxima permitida ($\varepsilon_{ult} = 0,010$) e a deformação elástica (ε_{yd}). Assim :

$$\varepsilon_{ult} = \varepsilon_{yd} + \varepsilon_{p \text{ lim}} \quad \text{logo :} \quad \varepsilon_{p \text{ lim}} = 0,010 - \varepsilon_{yd}$$

2.2 Verificação da redução de inércia para vigas e pilares

2.2.1 Vigas de concreto armado

Dando prosseguimento ao estudo, foram analisadas vigas biapoiadas e biengastadas de concreto armado. Essas vigas foram dimensionadas de modo a atingirem o estado limite último no domínio 3. Nos exemplos analisados a ruptura ocorre para posições da linha neutra variando desde a proximidade do domínio 2 até chegar no limite do domínio 3-4. Assim, pode-se avaliar a influência da quantidade de armadura nos valores obtidos. A posição da linha neutra é indicada pelo valores de $\beta_x = x / d$, onde x é a profundidade da linha neutra e d é a altura útil da seção transversal (figura 2.3).

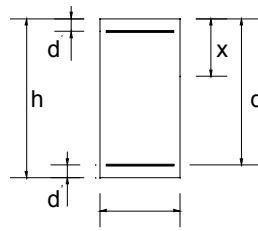


Figura 2.3 - Seção transversal das peças de concreto armado

As vigas analisadas possuem as seguintes dimensões : $b=15\text{cm}$, $h=60\text{cm}$ e vão de 6,00 m. O esquema geral das vigas analisadas, bem como a discretização utilizada são apresentados nas figuras 2.4a e 2.4b.

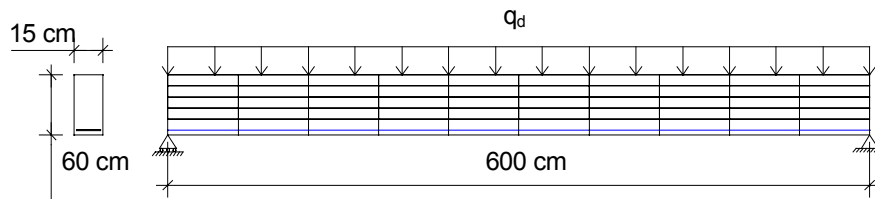


Figura 2.4a - Modelo para vigas biapoiadas

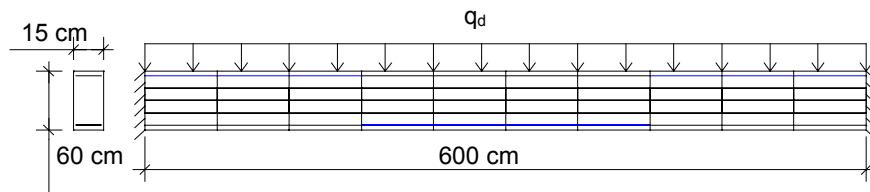


Figura 2.4b - Modelo para vigas biengastadas

As características admitidas para os materiais foram: concreto com $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ e aço CA-50A. As vigas foram submetidas a carregamentos crescentes até o valor teórico da carga ruptura. A redução de inércia correspondente foi estabelecida de modo que o produto de rigidez, dado pelo módulo de elasticidade proposto pelo CEB-FIP MC 90 (item 2.1.4.2) e pela inércia da seção bruta de concreto armado, multiplicado pelo fator de redução, reproduza a flexa no meio do vão obtida através do processamento com a NLF. Os resultados obtidos para as vigas biapoiadas e biengastadas encontram-se, respectivamente, nas figuras 2.5 e 2.6.

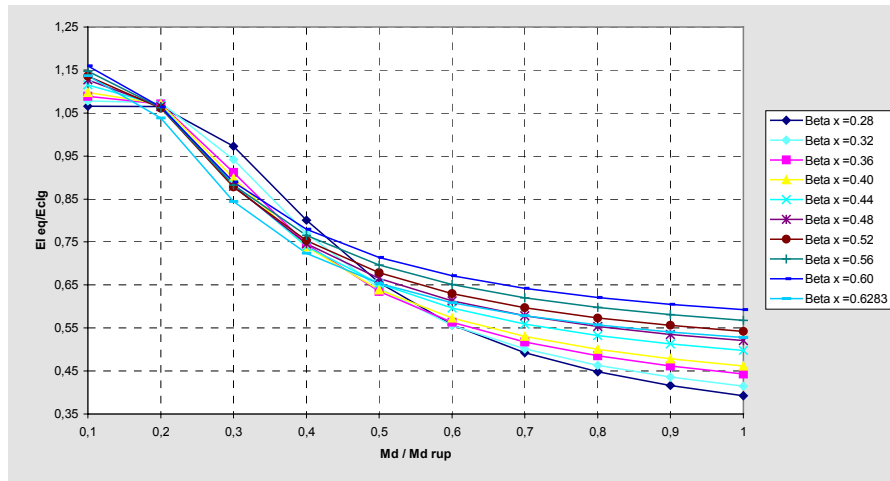


Figura 2.5 - Variação do EI_{ef} para vigas biapoiadas - Processamento no LUSAS

Observa-se pela figura 2.5 que, para as vigas biapoiadas, quando a linha neutra se encontra nas proximidades do domínio 2 ($\beta_x=0,28$) o valor de EI_{ef} se aproxima de $0,40 E_c I_g$. À medida que a linha neutra se aproxima do domínio 4 ($\beta_x=0,6283$), o valor de EI_{ef} se aproxima de $0,60 E_c I_g$. Resultando em média um valor de EI_{ef} de $0,50 E_c I_g$.

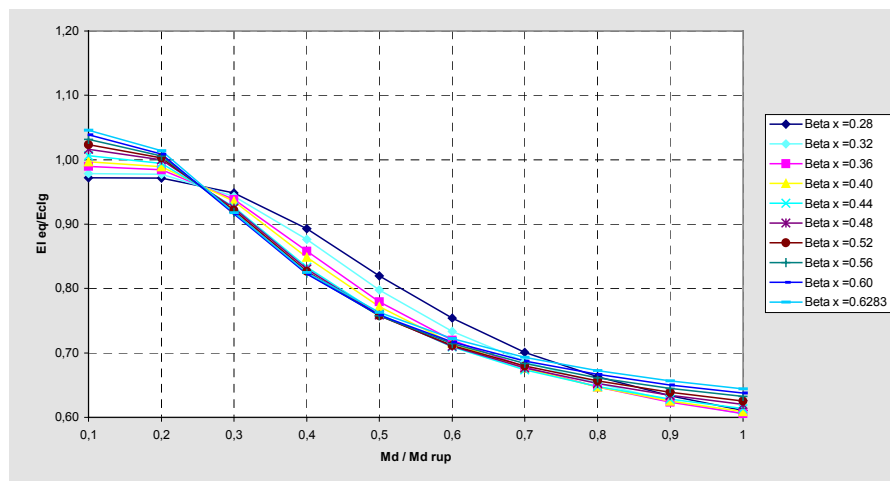


Figura 2.6 - Variação do EI_{ef} para vigas biengastadas - Processamento no LUSAS

Pela figura 2.6, para as vigas biengastadas, observa-se não haver variação significativa dos valores de EI_{ef} , na ruptura, para as diferentes posições da linha neutra. Os valores de EI_{ef} se encontram entre $0,60 E_c I_g$ e $0,64 E_c I_g$, resultando em um valor médio de $0,62 E_c I_g$.

No entanto, as condições de vinculação consideradas nos exemplos anteriores são condições extremas: extremidades apoiadas ou com engastes fixos. Na realidade, a vinculação das vigas de edifícios de concreto armado deve ser uma situação intermediária entre os dois casos considerados. Portanto, deve-se esperar que o valor de EI_{ef} , adaptado às condições de vinculação reais da estrutura, deva ser um valor médio entre esses dois valores obtidos. Isso leva a um valor de EI_{ef} de aproximadamente $0,55 E_c I_g$.

Observa-se ainda, pelos valores acima, que as vigas com armadura posicionada nas faces inferior e superior apresentam uma redução de inércia menor

que as vigas com armadura simples. Este comportamento era esperado, uma vez que a armadura restringe a fissuração, que é uma das principais causas da redução de inércia nas peças de concreto armado.

2.2.2 Pilares de concreto armado

Prosseguiu-se o estudo com a análise de pilares, de modo a se obter indicações do comportamento desses elementos quando submetidos à flexo-compressão. Optou-se pelo estudo de pilares engastados na base e livres no topo. Esse tipo de vinculação foi adotada por ser muito difícil se reproduzir, na modelagem proposta, o que realmente acontece na ligação pilar-viga. Os pilares foram dimensionados no domínio 4 e submetidos à ação de esforços normais e momentos fletores que, combinados, estão no limite da superfície de ruptura da peça (diagramas de interação $\mu_d \times v_d$). Desse modo, pode-se calcular o deslocamento na extremidade livre das peças, quando estas são submetidas ao carregamento de ruptura, estabelecendo-se a respectiva redução de inércia.

A fim de se evitar o aparecimento dos efeitos devidos à não-linearidade geométrica, inerentes aos pilares esbeltos, foram analisados somente pilares curtos ($\lambda \leq 40$), nos quais esse efeito pode ser desprezado. As dimensões dos pilares analisados são $b=25\text{cm}$, $h=50\text{cm}$ (figura 2.1) e um comprimento de 280cm. A discretização utilizada para os pilares está definida na figura 2.7.

Para os pilares, também foi admitido o concreto com $f_{ck}=20\text{ MPa}$ e aço CA-50A. Os resultados obtidos se encontram na tabela 2.1.

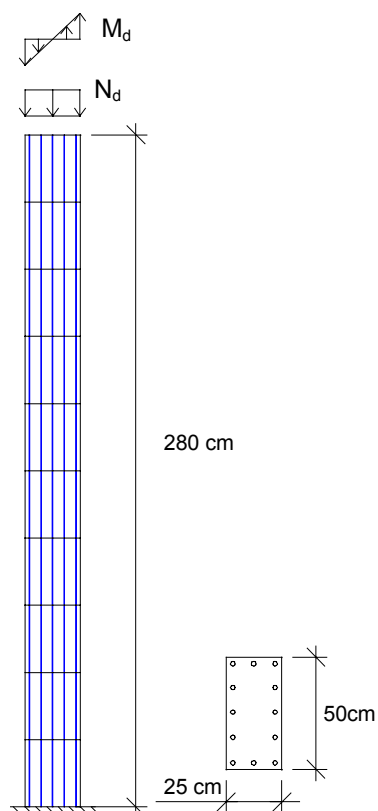


Figura 2.7 - Modelo de pilar de concreto armado

Tabela 2.1 - Redução de inércia para pilares

| ω | Nd | vd | Md | μ_d | Flecha elástica | Flecha NLF | E _{ef} /E _i | μ_d / v_d |
|----------|---------|-----|----------|---------|--------------------|---------------|---------------------------------|---------------|
| | (kN) | | (kN) | | (cm) | (cm) | | |
| 0,5 | 892,86 | 0,5 | 19107,14 | 0,214 | 0,949 | 1,192 | 0,80 | 0,43 |
| 0,5 | 1071,43 | 0,6 | 17857,14 | 0,200 | 0,887 | 0,917 | 0,97 | 0,33 |
| 0,5 | 1250,00 | 0,7 | 16875,00 | 0,189 | 0,838 | 0,780 | 1,08 | 0,27 |
| 0,5 | 1428,57 | 0,8 | 14642,86 | 0,164 | 0,727 | 0,644 | 1,13 | 0,21 |
| 0,5 | 1607,14 | 0,9 | 12767,86 | 0,143 | 0,634 | 0,561 | 1,13 | 0,16 |
| 0,8 | 892,86 | 0,5 | 25803,57 | 0,289 | 1,282 | 1,776 | 0,72 | 0,58 |
| 0,8 | 1071,43 | 0,6 | 24553,57 | 0,275 | 1,220 | 1,444 | 0,84 | 0,46 |
| 0,8 | 1250,00 | 0,7 | 22946,43 | 0,257 | 1,140 | 1,163 | 0,98 | 0,37 |
| 0,8 | 1428,57 | 0,8 | 21339,29 | 0,239 | 1,060 | 0,960 | 1,10 | 0,30 |
| 0,8 | 1607,14 | 0,9 | 19732,14 | 0,221 | 0,980 | 0,831 | 1,18 | 0,25 |
| 0,8 | 1785,71 | 1,0 | 17500,00 | 0,196 | 0,869 | 0,720 | 1,21 | 0,20 |
| 1 | 892,86 | 0,5 | 30267,86 | 0,339 | 2,055 | 2,120 | 0,97 | 0,68 |
| 1 | 1071,43 | 0,6 | 29017,86 | 0,325 | 1,762 | 1,805 | 0,98 | 0,54 |
| 1 | 1250,00 | 0,7 | 27410,71 | 0,307 | 1,468 | 1,484 | 0,99 | 0,44 |
| 1 | 1428,57 | 0,8 | 25803,57 | 0,289 | 1,229 | 1,309 | 0,94 | 0,36 |
| 1 | 1607,14 | 0,9 | 22678,57 | 0,254 | 0,955 | 1,031 | 0,93 | 0,28 |
| 1 | 1785,71 | 1,0 | 22321,43 | 0,250 | 1,109 | 0,906 | 1,22 | 0,25 |
| 1 | 1964,29 | 1,1 | 20446,43 | 0,229 | 1,016 | 0,808 | 1,26 | 0,21 |

Sendo as variáveis adimensionais dadas por:

$$v_d = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}; \quad \mu_d = \frac{M_d}{A_c f_{cd} h}; \quad \omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}.$$

Observa-se pelos resultados acima que, para a modelagem efetuada, o valor de E_{ef} para pilares se torna menor que o correspondente à seção bruta de concreto apenas para valores de μ/η acima de 0,3 (aproximadamente), o que representa momentos fletores elevados em relação ao esforço normal. Para valores mais baixos dos momentos fletores em relação à normal, a inércia equivalente se mantém com valores acima dos admitidos para a seção bruta de concreto armado, em virtude da presença da armadura.

Esse comportamento era esperado, pois os momentos fletores produzem fissuras que reduzem a inércia bruta das peças. Já o esforço normal produz um grau menor de fissuração, resultando em uma perda de rigidez no concreto insignificante, quando comparada à parcela de inércia acrescida pela armadura.

Esses resultados indicam ser razoável o estabelecimento de valores diferenciados de E_{ef} para os pilares localizados em níveis inferiores e superiores da edificação. Isso porque, estes estão submetidos predominantemente a momentos fletores, enquanto aqueles, à esforços normais.

2.2.3 Pórtico plano de concreto armado

Obtidas indicações gerais a respeito do comportamento de pilares e vigas, realizou-se o processamento de um pórtico de 13 pavimentos de concreto armado (figura 2.8). Para a análise da estrutura foi considerado concreto com $f_{ck}=20$ MPa e aço CA-50A.

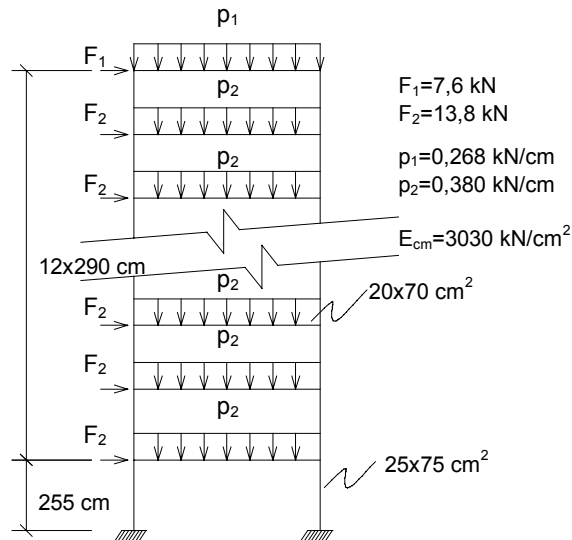


Figura 2.8 - Pórtico de concreto armado

Determinou-se, então, as armaduras para os elementos estruturais a partir dos esforços provenientes de uma análise em primeira ordem da estrutura. As armaduras das vigas foram uniformizadas em faixas estabelecidas ao longo da altura do prédio. As armaduras adotadas e a definição das faixas são apresentadas na tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Armaduras ao longo da altura do pórtico

| FAIXA | NIVEIS | VIGAS | | PILARES |
|-------|---------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------|
| | | As sup (cm ²) | As inf (cm ²) | As (cm ²) |
| 1 | 1° PAVIMENTO | 13 | 5,5 | 28 |
| | 2° PAVIMENTO | 15,5 | 5,5 | 23 |
| 2 | 3° PAVIMENTO | 15,5 | 5,5 | 18 |
| | 4° PAVIMENTO | 15,5 | 5,5 | 15 |
| 3 | 5° PAVIMENTO | 14 | 5,5 | 15 |
| | 6° PAVIMENTO | 14 | 5,5 | 15 |
| 4 | 7° PAVIMENTO | 14 | 5,5 | 15 |
| | 8° PAVIMENTO | 11,5 | 5,5 | 15 |
| 5 | 9° PAVIMENTO | 11,5 | 5,5 | 15 |
| | 10° PAVIMENTO | 11,5 | 5,5 | 15 |
| 5 | 11° PAVIMENTO | 9,2 | 5,5 | 15 |
| | 12° PAVIMENTO | 9,2 | 5,5 | 15 |
| | 13° PAVIMENTO | 9,2 | 4,5 | 15 |

Determinada a armadura a ser utilizada nos elementos da estrutura modelou-se no LUSAS (figura 2.9) o pórtico da figura 2.8.

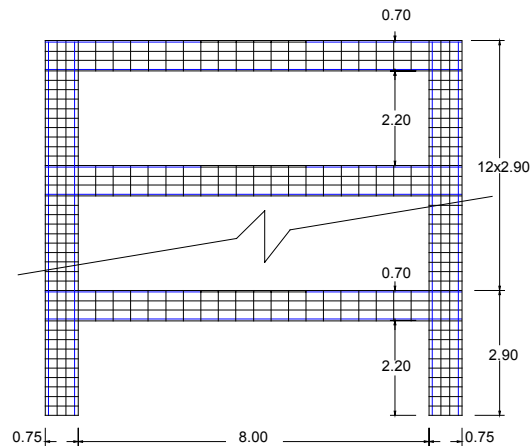


Figura 2.9 - Modelo bidimensional - LUSAS

Efetuuou-se, então, o processamento com a consideração da não-linearidade física do material. Assim, comparando-se os resultados dessa análise com os obtidos através do processamento em primeira ordem, podem ser obtidas indicações a cerca da redução de inércia correspondente às vigas e aos pilares. Os resultados obtidos encontram-se na figura 2.10, que mostra curvas correspondentes a processamentos com diferentes considerações na redução de inércia de vigas e pilares.

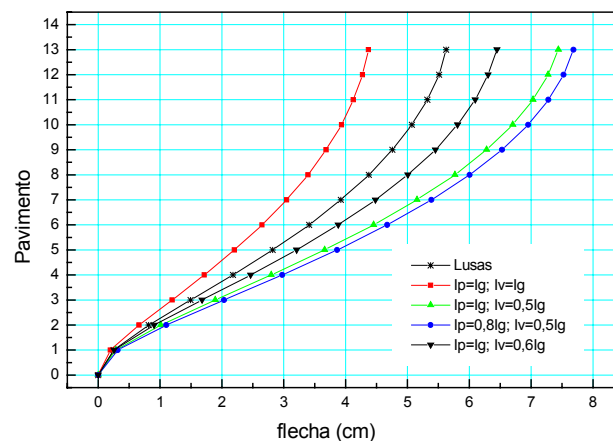


Figura 2.10 - Deslocamento nos pavimentos segundo diferentes reduções de inércia para vigas e pilares

Observa-se que os deslocamentos obtidos para o pórtico plano com o modelo analisado no LUSAS, quando comparados com aqueles obtidos através de processos simplificados, se mostram a favor da segurança em todos os casos.

Comparando-se com os resultados obtidos considerando-se $EI_{ef} = 0,50 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 0,80 E_c I_g$ para os pilares, observa-se que, em relação ao processamento no lusas, o processo simplificado apresenta um deslocamento no topo cerca de 37% maior.

Os resultados obtidos com o LUSAS estão mais próximos dos correspondentes a uma análise em primeira ordem onde sejam considerados $EI_{ef} = 0,60 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 1,0 E_c I_g$ para os pilares. Esses valores de redução de inércia foram tomados segundo os resultados obtidos nos itens 2.2.1 e 2.2.2 deste trabalho, nos quais se observa que, para as vigas, os valores EI_{ef} variam no intervalo de 0,4 a 0,64 $E_c I_g$ e que, para os pilares, somente ocorrem reduções de inércia quando os

momentos fletores são elevados e as normais pequenas, permanecendo os valores de EI_{ef} acima de $1,0 E_c I_g$ caso contrário.

3 NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

Pode-se dizer, de modo simples, que os efeitos devidos à não-linearidade geométrica (NLG) são aqueles oriundos da mudança de posição da estrutura no espaço. Esses efeitos são determinados através de uma análise na qual se considera a estrutura na sua configuração final de equilíbrio.

No projeto de edifícios altos deve-se estar atento ao problema da NLG quando a estrutura é solicitada simultaneamente pelo carregamento vertical e pelas ações horizontais. Isso porque, o carregamento vertical agindo na estrutura deslocada pode ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso.

Nas estruturas rígidas esses efeitos são pequenos e podem ser desprezados, entretanto, nas estruturas flexíveis, tais efeitos passam a ser significativos devendo ser obrigatoriamente considerados. Desse modo, as estruturas podem ser classificadas em estruturas de nós móveis ou estruturas de nós fixos, conforme a importância dos efeitos de segunda ordem na análise.

Segundo o CEB-FIP MC 90 (item 6.6.3.1.3) um edifício pode ser considerado de nós fixos se os efeitos de segunda ordem, devidos à deslocabilidade horizontal da estrutura, resultam em acréscimos inferiores a 10% nos momentos fletores relevantes obtidos de uma análise em primeira ordem. Esse critério é conhecido como *condição de imobilidade dos nós*.

Neste item são tratados os problemas relacionados com a classificação das estruturas quanto ao grau de mobilidade. De modo particular, pretende-se avaliar o coeficiente γ_z que, além de classificar a estrutura quanto ao grau de mobilidade, permite a previsão dos acréscimos de esforços devidos ao seu deslocamento horizontal.

3.1 Metodologia para estudo do coeficiente γ_z

A fim de se estudar de modo mais detalhado o coeficiente γ_z , serão processados edifícios em primeira ordem e em segunda ordem, de modo que se possa determinar o acréscimo de esforços ocorrido nos elementos constituintes da estrutura. Esses acréscimos serão comparados com os acréscimos previstos pelo processo aqui chamado de *simplificado*, no qual os esforços finais em segunda ordem são obtidos pela multiplicação dos esforços em primeira ordem pelo coeficiente γ_z .

A metodologia a ser empregada, de modo sistemático, consiste nas seguintes etapas:

- a) Realização de uma análise em primeira ordem da estrutura para as ações horizontais agindo simultaneamente com o carregamento vertical, levando-se em conta a NLF de forma simplificada (através de uma redução na inércia dos elementos estruturais);
- b) Cômputo dos esforços em primeira ordem para cada elemento da estrutura;
- c) Cálculo dos valores de γ_z e ψ correspondentes às duas direções do edifício (x e y);
- d) Análise da estrutura em segunda ordem, considerando-se a NLG através de alterações incrementais na matriz de rigidez e a NLF de modo simplificado;
- e) Cômputo dos esforços em segunda ordem para cada elemento da estrutura;
- f) Cálculo da relação entre os esforços obtidos pela análise em primeira ordem e em segunda ordem;

- g) Comparação entre os acréscimos obtidos em segunda ordem e os valores previstos através do coeficiente γ_z para a estrutura global e para faixas ao longo da altura da edificação.

Para tornar viável a execução das análises propostas será utilizado o sistema LASER, RAMALHO (1990), adaptado por CORRÊA (1991) para a consideração da NLG. Esse sistema permite a análise de estruturas compostas por barras, dispostas no espaço e submetidas a carregamentos aplicados nos nós.

3.2 Conceitos básicos e simplificações adotadas

Neste item são apresentados os principais conceitos empregados e as simplificações adotadas para a análise dos edifícios. Todas as simplificações adotadas no trabalho correspondem, fundamentalmente, às simplificações usualmente empregadas nos escritórios de projeto.

3.2.1 Não-linearidade física do material

A NLF será considerada de maneira simplificada, tomando-se os coeficientes indicados por FRANCO (1995):

| | |
|-----------------------------------|---------------|
| Colunas | $I = 0,8 I_g$ |
| Vigas com armadura nas duas faces | $I = 0,5 I_g$ |
| Vigas com armadura em uma face | $I = 0,4 I_g$ |
| Lajes | $I = 0,3 I_g$ |

3.2.2 Carregamento horizontal

A ação do vento e as imperfeições geométricas (desaprumo) são as principais ações horizontais que devem ser consideradas no projeto estrutural.

As forças devidas ao vento nas edificações foram determinadas segundo a NBR-6123/1988 (ABNT).

As imperfeições geométricas podem introduzir excentricidades favoráveis ao tombamento da estrutura. O CEB-FIP MC 90 indica a adoção de uma inclinação acidental correspondente a um desvio de prumo correspondente a $\beta' = 1/200$ radianos. Esse desaprumo pode ser substituído por forças horizontais equivalentes, aplicadas ao nível do pavimento (FH_i), que produzam o efeito equivalente ao das ações verticais agindo concomitantemente com o desaprumo. As forças horizontais devidas ao desaprumo são dadas por:

$$FH_i = \left(\sum_1^n P_i - \sum_{i+1}^n P_{i+1} \right) \cdot \text{tg}(\beta') \quad (3.1)$$

onde $\sum_1^n P_i$ é a carga vertical total até o pavimento i , $\sum_{i+1}^n P_{i+1}$ a carga vertical total até o pavimento $i+1$ e n é o número total de pavimentos do edifício.

A ação horizontal devida ao desaprumo não foi incluída nas análises efetuadas pois, para a análise comparativa proposta neste trabalho, essa ação implicaria apenas em um aumento na ação horizontal atuante na estrutura, não acarretando alterações sensíveis nos resultados a serem obtidos.

O sentido de atuação da ação horizontal deve ser aquele que conduza à situação mais crítica, quando o efeito dessa ação for combinado com o efeito do carregamento vertical. Isso porque o edifício pode se deslocar horizontalmente

estando sujeito apenas ao carregamento vertical, devido à assimetria neste ou na geometria do edifício.

Para contornar esse problema, os prédios foram primeiramente analisados estando submetidos apenas ao carregamento vertical. Observou-se qual a tendência de deslocamento segundo as direções x e y, aplicando-se a ação horizontal no sentido desse deslocamento, de modo a se obter a situação mais crítica para a determinação dos esforços na estrutura.

3.2.3 Coeficientes aplicados aos carregamentos vertical e horizontal

Para o carregamento aplicado na estrutura são propostos coeficientes diferenciados conforme a NBR 8681/1984 (ABNT). Esta prescreve que, ao se considerar a não-linearidade geométrica, o coeficiente de ponderação de ações γ_f pode ser desdobrado nos coeficientes parciais γ_{f1} , γ_{f2} e γ_{f3} , de modo que :

$$S_d = \gamma_{f3} \cdot S(\gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot F_k) \tag{3.2}$$

sendo S_d o valor de cálculo dos esforços atuantes e F_k o valor característico das ações.

O coeficiente $\gamma_{f2} = \psi_0$ é o fator de combinação, definido na NBR 8681/1984, cujos valores prescritos são:

| | | | |
|----------|---|-----|--|
| ψ_0 | = | 0,4 | para casos gerais |
| ψ_0 | = | 0,7 | para elevadas concentrações de pessoas |
| ψ_0 | = | 0,8 | para livrarias, garagens, etc. |

O coeficiente γ_{f1} leva em conta a variabilidade das ações e o γ_{f3} considera possíveis erros na avaliação dessas ações.

Nos casos em que se considera a NLG, a NBR 8681/1984 prescreve que não se deve tomar γ_{f3} menor que 1,10. No presente trabalho adota-se $\gamma_{f3} = 1,15$. Isso porque a determinação dos esforços através do métodos dos elementos finitos, considerando-se a NLG, contribui para uma melhoria significativa na determinação dos efeitos das ações sobre a estrutura, em relação aos métodos convencionais de cálculo.

Para os edifícios em concreto armado é razoável assumir, conforme FRANCO & VASCONCELOS (1991):

| | | | |
|---|---|-----------|---------------------------------|
| g | = | 0,8 (g+q) | para o carregamento permanente; |
| q | = | 0,2 (g+q) | para o carregamento accidental; |

desse modo, o carregamento vertical e as ações horizontais podem ser assim fatoradas:

Para carregamento permanente, $\psi_0 = 1$:

$$\begin{aligned} \gamma_g &= 1,3 \\ \gamma_f &= \gamma_g = 1,3 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \\ \gamma_{g1} &= 1,130 \end{aligned}$$

Para carregamento accidental:

$$\begin{aligned} \gamma_q &= 1,4 \\ \gamma_f &= \gamma_q = 1,4 \cdot \psi_0 = \gamma_{f1} \cdot \psi_0 \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot \psi_0 \cdot 1,15 \\ \gamma_{q1} &= 1,217 \end{aligned}$$

$$\text{Assim, } \gamma_f = \frac{\gamma_{g1} \cdot g + \gamma_{q1} \cdot q \cdot \psi_0}{g + q} = 0,8 \cdot \gamma_{g1} + 0,2 \cdot \gamma_{q1} \cdot \psi_0$$

$$\gamma_{fv} = 0,8 \cdot 1,130 + 0,2 \cdot 1,217 \cdot \psi_0$$

$$\gamma_{fv} = 0,904 + 0,243 \cdot \psi_0 = \begin{cases} 1,001 \rightarrow \psi_0 = 0,4 \\ 1,074 \rightarrow \psi_0 = 0,7 \\ 1,098 \rightarrow \psi_0 = 0,8 \end{cases}$$

Para a ação horizontal, considerada como ação variável principal ($\psi_0 = 1$), é razoável adotar-se :

$$\gamma_{fh} = 1,4 = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} = \gamma_{f1} \cdot 1,15 \therefore \gamma_{f1} = 1,217$$

Dessa maneira, serão empregados os seguintes valores para os edifícios analisados neste trabalho :

Para o carregamento vertical :

$$\gamma_{fv} = 1,00; \quad \text{para casos gerais}$$

Para o carregamento horizontal :

$$\gamma_{fh} = 1,22$$

Deve-se aplicar, no fim da análise, o fator $\gamma_{f3} = 1,15$ aos esforços obtidos, conforme eq. 3.2.

3.3 Exemplo de análise de edifício

Neste item apresenta-se um exemplo de análise de edifício com o objetivo de ilustrar, de maneira detalhada, a metodologia empregada neste trabalho.

Considere-se a estrutura do edifício residencial TORRE PERDIZES. As dimensões dos elementos estruturais, o carregamento vertical nos pilares e o esquema vertical do edifício são apresentados na figura 3.1.

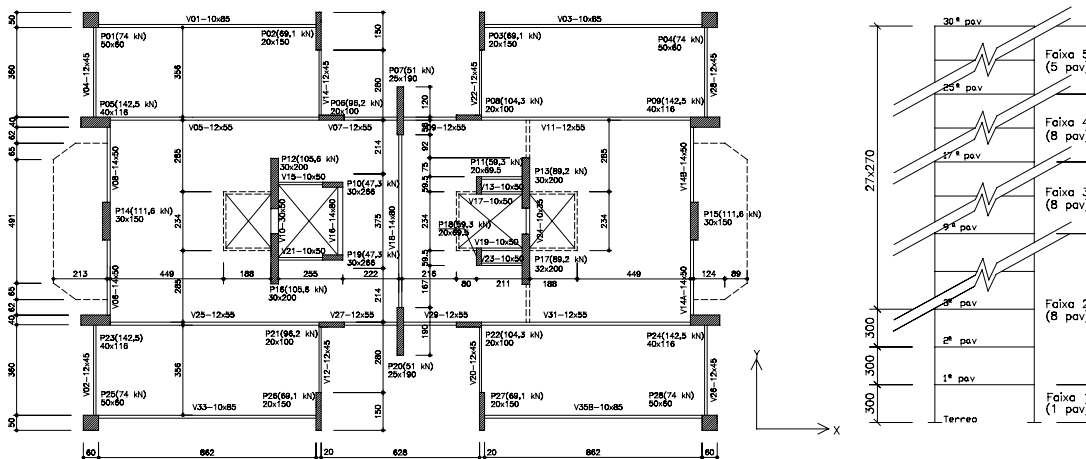


Figura 3.1 - Edifício TORRE PERDIZES (geometria e carga nos pilares)

3.3.1 Considerações gerais de projeto

O prédio foi projetado com $f_{ck} = 21$ Mpa, sendo adotado, para efeito de análise, o módulo de elasticidade secante segundo a NB1-78 (item 4.2.3.1):

$$E_c = 0,9 \cdot 6600 \cdot \sqrt{f_{cj}}, \quad (3.3)$$

sendo:

$$f_{cj} = f_{ck} + 3,5\text{MPa} \quad (3.4)$$

resultando em $E_c = 29400 \text{ Mpa}$.

Para a determinação dos esforços horizontais devidos à ação do vento segundo a NBR-6123/1988, utilizaram-se os seguintes dados :

- Velocidade básica do vento: 38,0 m/s
- Categoria: IV
- Classe: C
- Fator topográfico: $S_1 = 1,0$
- Fator estatístico: $S_3 = 1,0$

Os coeficientes de segurança para as ações foram adotados conforme estabelecido no item 3.4.3 deste trabalho:

- $\gamma_{fv} = 1,00$ para as ações verticais
- $\gamma_{fh} = 1,22$ para as ações horizontais

3.3.2 Análise da estrutura

O edifício da figura 3.1 foi analisado através do método dos elementos finitos. Quando submetido unicamente ao carregamento vertical, o edifício apresentou um deslocamento na direção x de -0,002 m, não apresentando deslocamento na direção y. Portanto, a ação horizontal na direção x deverá ser aplicada no sentido negativo do eixo x.

A ação horizontal aplicada ao nível de cada pavimento corresponde ao carregamento devido ao vento majorado por $\gamma_{fh} = 1,22$. Essa ação foi aplicada sob a forma de cargas concentradas, equivalentes ao carregamento distribuído nas faces da edificação, ao nível de cada pavimento.

O carregamento horizontal aplicado aos pavimentos é apresentado na tabela 3.1. Nessa tabela constam, ainda, os parâmetros necessários para a determinação do carregamento devido ao vento, a saber: cota de cada pavimento, coeficiente S_2 na respectiva cota, a altura de influência de cada pavimento (ΔH) e a carga uniformemente distribuída em cada nível da edificação (Q).

Tabela 3.1 - Determinação da ação do vento na estrutura

| Nível | Cota (m) | Coef S2 | ΔH (m) | Q (kN/m ²) | 1,22 . FX (kN) | 1,22 . FY (kN) |
|-------|----------|---------|----------------|------------------------|----------------|----------------|
| 1 | 3,00 | 0,678 | 3,00 | 0,407 | -25,80 | 51,20 |
| 2 | 6,00 | 0,745 | 3,00 | 0,491 | -31,10 | 61,80 |
| 3 | 9,00 | 0,787 | 2,85 | 0,548 | -33,00 | 65,50 |
| 4 | 11,70 | 0,815 | 2,70 | 0,588 | -33,50 | 66,60 |
| 5 | 14,40 | 0,838 | 2,70 | 0,622 | -35,50 | 70,40 |
| 6 | 17,10 | 0,858 | 2,70 | 0,652 | -37,20 | 73,80 |
| 7 | 19,80 | 0,875 | 2,70 | 0,678 | -38,70 | 76,80 |
| 8 | 22,50 | 0,890 | 2,70 | 0,701 | -40,00 | 79,40 |
| 9 | 25,20 | 0,904 | 2,70 | 0,723 | -41,30 | 81,90 |
| 10 | 27,90 | 0,917 | 2,70 | 0,744 | -42,40 | 84,20 |
| 11 | 30,60 | 0,928 | 2,70 | 0,762 | -43,50 | 86,30 |
| 12 | 33,30 | 0,939 | 2,70 | 0,780 | -44,50 | 88,30 |
| 13 | 36,00 | 0,949 | 2,70 | 0,797 | -45,40 | 90,20 |
| 14 | 38,70 | 0,958 | 2,70 | 0,812 | -46,30 | 92,00 |
| 15 | 41,40 | 0,967 | 2,70 | 0,828 | -47,20 | 93,70 |
| 16 | 44,10 | 0,975 | 2,70 | 0,841 | -48,00 | 95,30 |
| 17 | 46,80 | 0,983 | 2,70 | 0,855 | -48,80 | 96,80 |
| 18 | 49,50 | 0,990 | 2,70 | 0,868 | -49,50 | 98,30 |
| 19 | 52,20 | 0,997 | 2,70 | 0,880 | -50,20 | 99,70 |
| 20 | 54,90 | 1,004 | 2,70 | 0,892 | -50,90 | 101,10 |
| 21 | 57,60 | 1,011 | 2,70 | 0,905 | -51,60 | 102,40 |
| 22 | 60,30 | 1,017 | 2,70 | 0,916 | -52,20 | 103,70 |
| 23 | 63,00 | 1,023 | 2,70 | 0,926 | -52,80 | 104,90 |
| 24 | 65,70 | 1,029 | 2,70 | 0,937 | -53,40 | 106,10 |
| 25 | 68,40 | 1,035 | 2,70 | 0,948 | -54,00 | 107,30 |
| 26 | 71,10 | 1,040 | 2,70 | 0,957 | -54,60 | 108,40 |
| 27 | 73,80 | 1,045 | 2,70 | 0,967 | -55,10 | 109,50 |
| 28 | 76,50 | 1,050 | 2,70 | 0,976 | -55,70 | 110,60 |
| 29 | 79,20 | 1,055 | 2,70 | 0,985 | -56,20 | 111,60 |
| 30 | 81,90 | 1,060 | 2,70 | 0,995 | -56,70 | 112,60 |

Coeficiente de arrasto na direção x: Cax = 1,05
 Coeficiente de arrasto na direção y: Cay = 1,25

Aplicou-se, simultaneamente à ação horizontal, o carregamento vertical ponderado de $\gamma_{fv} = 1,00$, processando-se então a estrutura em primeira e em segunda ordem através do sistema LASER.

3.3.3 Cálculo do coeficiente γ_z e do parâmetro de forma ψ

Aplicando-se a ação horizontal devida ao vento, no modelo da figura 3.6, foram obtidos os deslocamentos de cada pavimento (tabela 3.2). Sabendo-se que o carregamento vertical total por pavimento é de 2471,4 kN, podem ser calculados o coeficiente γ_z e o parâmetro de forma ψ , conforme as equações 3.5 e 3.6.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_{id} \cdot x_{id}}{\sum F_{Hid} \cdot y_{id}}} \quad (3.5)$$

$$\psi = \frac{\sum P_{id} \cdot x_{id}}{a_d \cdot P_d} \quad (3.6)$$

Onde P_{id} = carga vertical total do pavimento i ;
 x_{id} = deslocamento horizontal total do pavimento i ;
 F_{Hid} = carga horizontal aplicada ao nível do pavimento i ;
 y_{id} = altura correspondente ao pavimento i em relação à base do edifício;
 a_d = flecha no topo da edificação;

P_d = carga total da edificação.

Computando-se os respectivos valores de deslocamentos e carregamentos segundo as direções x e y, são obtidos os seguintes valores para γ_z e ψ :

Direção x :

$$\begin{aligned} \sum P_{id} \cdot x_{id} &= 7939,785 \text{ kN.m}; & \sum F_{Hid} \cdot y_{id} &= 64414,23 \text{ kN.m} \\ a_d &= 0,18499 \text{ m}; & P_d &= 74142 \text{ kN} \\ \gamma_z &= 1,14; & \psi &= 0,579 \end{aligned}$$

Direção y :

$$\begin{aligned} \sum P_{id} \cdot x_{id} &= 12061,72 \text{ kN.m}; & \sum F_{Hid} \cdot y_{id} &= 127884,3 \text{ kN.m} \\ a_d &= 0,29640 \text{ m}; & P_d &= 74142 \text{ kN} \\ \gamma_z &= 1,10; & \psi &= 0,549 \end{aligned}$$

Tabela 3.2 - Deslocamentos resultantes em cada pavimento

| NIV | VENTO X | | | VENTO Y | | |
|-----|---------------|---------------|------------------|---------------|---------------|------------------|
| | Desl x (m) | Desl y (m) | Rotação (rad) | Desl x (m) | Desl y (m) | Rotação (rad) |
| 1 | -0,00270 | 0 | 0 | 0 | 0,00264 | 0,00000 |
| 2 | -0,00890 | 0 | 0 | 0 | 0,00946 | 0,00001 |
| 3 | -0,01683 | 0 | 0 | 0 | 0,01916 | 0,00001 |
| 4 | -0,02460 | 0 | 0 | 0 | 0,02954 | 0,00002 |
| 5 | -0,03267 | 0 | 0 | 0 | 0,04100 | 0,00003 |
| 6 | -0,04091 | 0 | 0 | 0 | 0,05320 | 0,00004 |
| 7 | -0,04922 | 0 | 0 | 0 | 0,06587 | 0,00004 |
| 8 | -0,05753 | 0 | 0 | 0 | 0,07883 | 0,00005 |
| 9 | -0,06579 | 0 | 0 | 0 | 0,09190 | 0,00006 |
| 10 | -0,07395 | 0 | 0 | 0 | 0,10498 | 0,00007 |
| 11 | -0,08199 | 0 | 0 | 0 | 0,11798 | 0,00008 |
| 12 | -0,08986 | 0 | 0 | 0 | 0,13081 | 0,00009 |
| 13 | -0,09755 | 0 | 0 | 0 | 0,14341 | 0,00009 |
| 14 | -0,10502 | 0 | 0 | 0 | 0,15573 | 0,00010 |
| 15 | -0,11226 | 0 | 0 | 0 | 0,16773 | 0,00011 |
| 16 | -0,11924 | 0 | 0 | 0 | 0,17938 | 0,00011 |
| 17 | -0,12596 | 0 | 0 | 0 | 0,19063 | 0,00012 |
| 18 | -0,13239 | 0 | 0 | 0 | 0,20147 | 0,00013 |
| 19 | -0,13852 | 0 | 0 | 0 | 0,21187 | 0,00013 |
| 20 | -0,14434 | 0 | 0 | 0 | 0,22182 | 0,00013 |
| 21 | -0,14984 | 0 | 0 | 0 | 0,23130 | 0,00014 |
| 22 | -0,15502 | 0 | 0 | 0 | 0,24030 | 0,00014 |
| 23 | -0,15986 | 0 | 0 | 0 | 0,24882 | 0,00014 |
| 24 | -0,16438 | 0 | 0 | 0 | 0,25687 | 0,00014 |
| 25 | -0,16857 | 0 | 0 | 0 | 0,26444 | 0,00015 |
| 26 | -0,17243 | 0 | 0 | 0 | 0,27156 | 0,00015 |
| 27 | -0,17597 | 0 | 0 | 0 | 0,27825 | 0,00015 |
| 28 | -0,17922 | 0 | 0 | 0 | 0,28458 | 0,00015 |
| 29 | -0,18220 | 0 | 0 | 0 | 0,29059 | 0,00015 |
| 30 | -0,18499 | 0 | 0 | 0 | 0,29640 | 0,00015 |

4 AVALIAÇÃO DO COEFICIENTE γ_z

Neste item são apresentados os resultados obtidos do processamento de 25 edifícios de concreto armado, em primeira e em segunda ordem. Os resultados provenientes desta análise possibilitam a determinação do modo como os acréscimos de esforços em segunda ordem se relacionam com o coeficiente γ_z .

Esses prédios fazem parte do acervo de consultorias da TECOSOF ENGENHARIA DE ESTRUTURAS S/C LTDA, sendo estruturas concebidas por diferentes projetistas em diversas partes do país. Desse modo, acredita-se ser esta uma amostra representativa das estruturas projetadas no Brasil.

Muitas dessas estruturas foram tomadas na fase de anteprojeto apresentando, assim, valores de γ_z fora dos limites tolerados. Dessa forma, pôde-se obter um espectro mais abrangente de valores para a avaliação do coeficiente γ_z .

O procedimento utilizado na análise dos edifícios é o mesmo apresentado para o edifício TORRE PERDIZES, no item 3.

Na tabela 4.1 estão listados os edifícios analisados neste trabalho com seus respectivos valores de γ_z , ψ , o número de pavimentos, a carga total por pavimento e o local para onde foram projetados.

Tabela 4.1 - Edifícios analisados

| | Edifício | Direção | Nº de Pav. | ψ | γ_z | Carga/pav (x10kN) | Localização |
|----|---------------------|---------|------------|--------|------------|----------------------|-----------------|
| 1 | Saint Regis | y | 16 | 0,594 | 1,040 | 173 | Campinas-SP |
| 2 | Saint Regis | x | 16 | 0,556 | 1,043 | 173 | Campinas-SP |
| 3 | Padova-Luca | y | 16 | 0,566 | 1,047 | 304 | Santos-SP |
| 4 | Conde do Pinhal | y | 14 | 0,563 | 1,059 | 232 | São Carlos-SP |
| 5 | Spazio Uno | x | 17 | 0,598 | 1,060 | 231 | Rib. Preto-SP |
| 6 | Córsega | y | 18 | 0,521 | 1,065 | 296 | São Paulo-SP |
| 7 | Andaluzia | y | 20 | 0,541 | 1,068 | 207 | Sto André-SP |
| 8 | Stradus | y | 12 | 0,580 | 1,071 | 439,5 | Brasília-DF |
| 9 | Maison Bougainville | y | 20 | 0,564 | 1,076 | 302 | Sto André-SP |
| 10 | Córsega | x | 18 | 0,494 | 1,095 | 296 | São Paulo-SP |
| 11 | Corinto | x | 18 | 0,550 | 1,099 | 383 | São Paulo-SP |
| 12 | Andaluzia | x | 20 | 0,629 | 1,104 | 207 | Sto André-SP |
| 13 | Torre Perdizes | y | 30 | 0,549 | 1,104 | 247 | São Paulo-SP |
| 14 | Porto Bello | y | 11 | 0,580 | 1,111 | 478 | Manaus-AM |
| 15 | Maison Etoile | x | 21 | 0,562 | 1,113 | 341 | São Paulo-SP |
| 16 | Ville Dijon | y | 15 | 0,588 | 1,113 | 392 | Taubaté-SP |
| 17 | Maison Etoile | y | 21 | 0,531 | 1,116 | 314 | São Paulo-SP |
| 18 | Ville Florence | x | 16 | 0,521 | 1,122 | 470 | Jundiaí-SP |
| 19 | Ville Florence | y | 16 | 0,624 | 1,124 | 470 | Jundiaí-SP |
| 20 | Maison Bougainville | x | 20 | 0,564 | 1,128 | 302 | Sto André-SP |
| 21 | Porto Bello | x | 11 | 0,565 | 1,129 | 478 | Manaus-AM |
| 22 | Ville Dijon | x | 15 | 0,556 | 1,130 | 392 | Taubaté-SP |
| 23 | Premium | y | 15 | 0,637 | 1,133 | 385 | Goiânia-GO |
| 24 | Corinto | y | 18 | 0,529 | 1,138 | 383 | São Paulo-SP |
| 25 | Av. Circular | y | 14 | 0,583 | 1,140 | 324 | Goiânia-GO |
| 26 | Torre Perdizes | x | 30 | 0,579 | 1,141 | 247 | São Paulo-SP |
| 27 | Lion Dior | y | 19 | 0,539 | 1,151 | 309 | Rib. Preto-SP |
| 28 | Conde do Pinhal | x | 14 | 0,561 | 1,156 | 232 | São Carlos-SP |
| 29 | Spazio Uno | y | 17 | 0,598 | 1,157 | 231 | Rib. Preto-SP |
| 30 | Cartier Tower | y | 18 | 0,581 | 1,159 | 527 | Rib. Preto-SP |
| 31 | Premium | x | 15 | 0,571 | 1,160 | 385 | Goiânia-GO |
| 32 | Butantã | x | 15 | 0,528 | 1,162 | 234 | São Paulo-SP |
| 33 | Lion Dior | x | 19 | 0,555 | 1,170 | 309 | Rib. Preto-SP |
| 34 | J. F. Guimarães | y | 18 | 0,562 | 1,174 | 603 | Rib. Preto-SP |
| 35 | Padova-Luca | x | 16 | 0,553 | 1,183 | 304 | Santos-SP |
| 36 | Maison Classic | x | 15 | 0,558 | 1,195 | 433 | Recife-PE |
| 37 | Espaço São Paulo II | y | 21 | 0,588 | 1,196 | 575 | São Paulo-SP |
| 38 | Rua Indiana | y | 25 | 0,501 | 1,199 | 372 | São Paulo-SP |
| 39 | Av. Circular | x | 14 | 0,576 | 1,209 | 324 | Goiânia-GO |
| 40 | Top Life | y | 20 | 0,596 | 1,225 | 220 | Juiz de Fora-MG |
| 41 | Butantã | y | 15 | 0,535 | 1,257 | 234 | São Paulo-SP |
| 42 | Espaço São Paulo II | x | 21 | 0,556 | 1,261 | 575 | São Paulo-SP |
| 43 | Top Life | x | 20 | 0,587 | 1,276 | 220 | Juiz de Fora-MG |
| 44 | Cartier Tower | x | 18 | 0,523 | 1,277 | 527 | Rib. Preto-SP |
| 45 | J. F. Guimarães | x | 18 | 0,553 | 1,290 | 603 | Rib. Preto-SP |
| 46 | Maison Classic | y | 15 | 0,545 | 1,298 | 433 | Recife-PE |
| 47 | Condomínio III | y | 24 | 0,537 | 1,389 | 385 | São Paulo-SP |
| 48 | Condomínio III | x | 24 | 0,565 | 1,444 | 385 | São Paulo-SP |
| 49 | Stradus | x | 12 | 0,617 | 1,458 | 439,5 | Brasília-DF |
| 50 | Rua Indiana | x | 25 | 0,553 | 1,557 | 372 | São Paulo-SP |

4.1 Esforços normais nos pilares

Os resultados relativos aos acréscimos médios dos esforços normais nos pilares são apresentados na figura 4.1. Estes acréscimos são correspondentes aos esforços devidos unicamente à ação horizontal e foram obtidos descontando-se a

parcela do esforço normal devida ao carregamento vertical, do esforço final em segunda ordem, assumindo-se válida a superposição de esforços. Observa-se que esses acréscimos nos esforços normais acompanham, de modo aproximado, o γ_z .

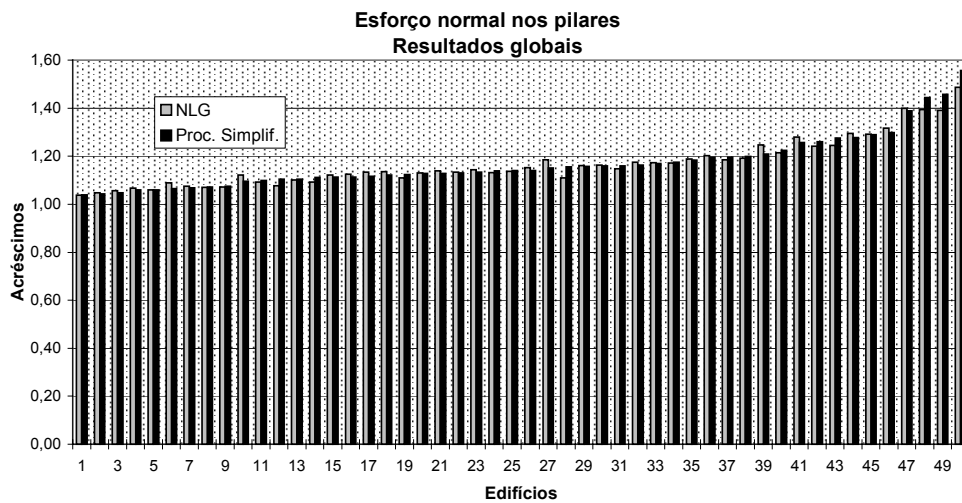


Figura 4.1 - Comparação entre os acréscimos de esforços normais devidos ao vento nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Esses resultados, obtidos para a estrutura global, servem para indicar a tendência dos acréscimos de esforços normais, devidos às ações horizontais na estrutura, acompanharem o γ_z . Entretanto, uma análise mais detalhada desses acréscimos torna-se sem sentido, em virtude da simplificação adotada.

4.2 Momentos fletores nos pilares

A análise dos acréscimos de esforços nos momentos fletores para os pilares, a nível de estrutura global, é apresentada nas figuras 4.2 e 4.3.

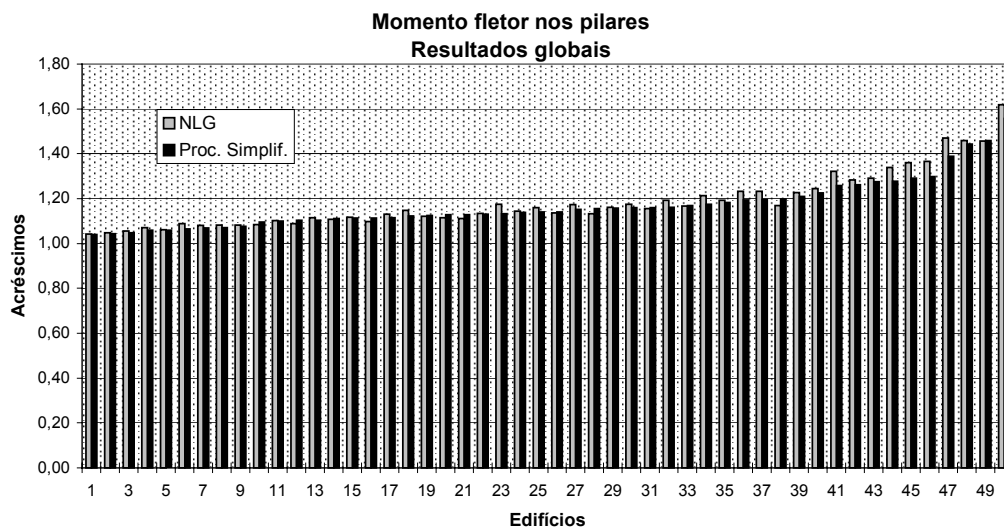


Figura 4.2 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Na figura 4.2 pode-se perceber a proximidade nos resultados de acréscimos de esforços para a estrutura, obtidos através do processo simplificado e do

processamento em segunda ordem. Observa-se, ainda, que as maiores diferenças ocorrem para γ_z acima de 1,2.

A figura 4.3 indica, de modo mais claro, como essas diferenças percentuais se comportam em função dos valores de γ_z . Observa-se, nessa figura, que para valores de γ_z até 1,15 as diferenças percentuais se mantêm em torno de 2%, ora a favor, ora contra a segurança. A única exceção é o edifício nº 23 que apresenta uma diferença de 3,7% contra a segurança.

Para valores de γ_z entre 1,15 e 1,20 começam a aparecer diferenças da ordem de 3% contra a segurança. Acima de 1,20 as diferenças tendem aumentar para valores acima de 5%, sendo que a maioria destas se mostra contra a segurança.

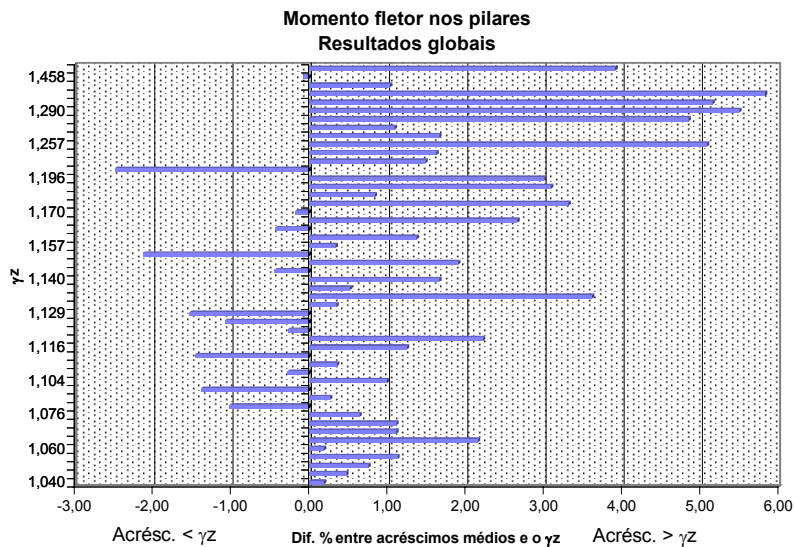


Figura 4.3 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z

Nas figuras 4.4 e 4.5 são apresentados os resultados obtidos para a faixa 1. Observa-se que, a maioria dos edifícios, apresenta acréscimos de segunda ordem menores que os esperados através do γ_z . Nessa faixa o edifício que apresentou resultados mais discrepantes do geral foi o de nº 43, cujos acréscimos estiveram 3,2% acima do γ_z .

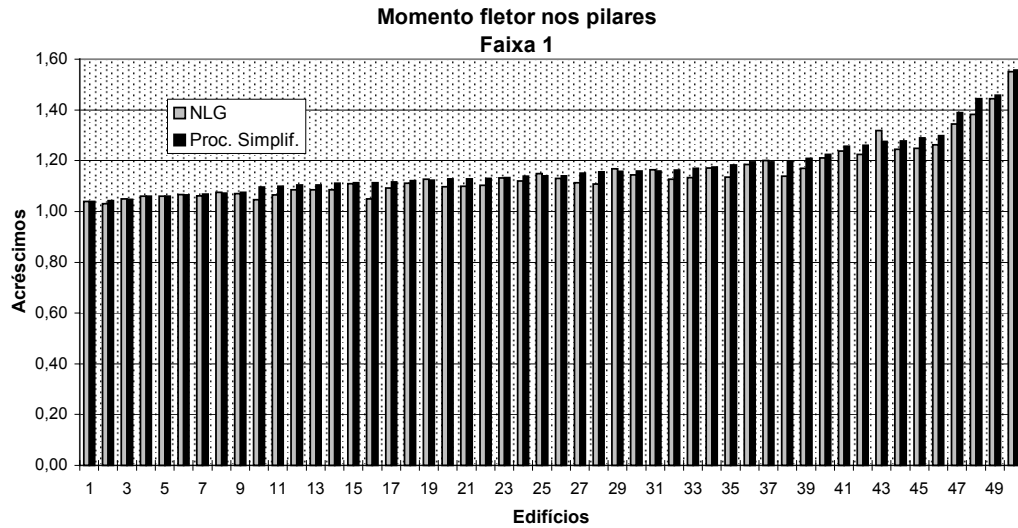


Figura 4.4 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

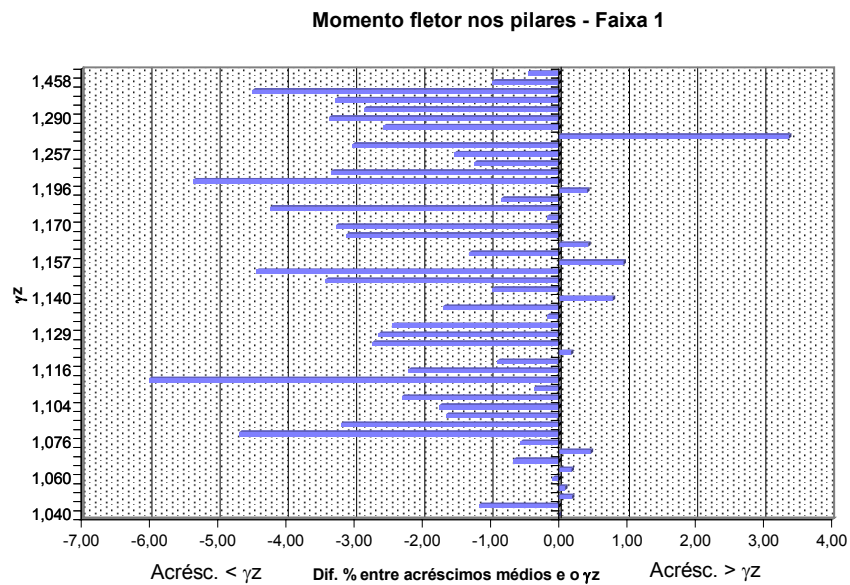


Figura 4.5 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

Para a faixa 2 observa-se , nas figuras 4.6 e 4.7, que a grande maioria dos edifícios apresenta resultados contra a segurança, ou seja, os acréscimos de segunda ordem são maiores que o valor do γ_z . As diferenças tornam-se maiores à medida que os valores de γ_z aumentam. Para γ_z acima de 1,3 essas diferenças estão acima de 6% contra a segurança, atingindo até valores da ordem de 19%.

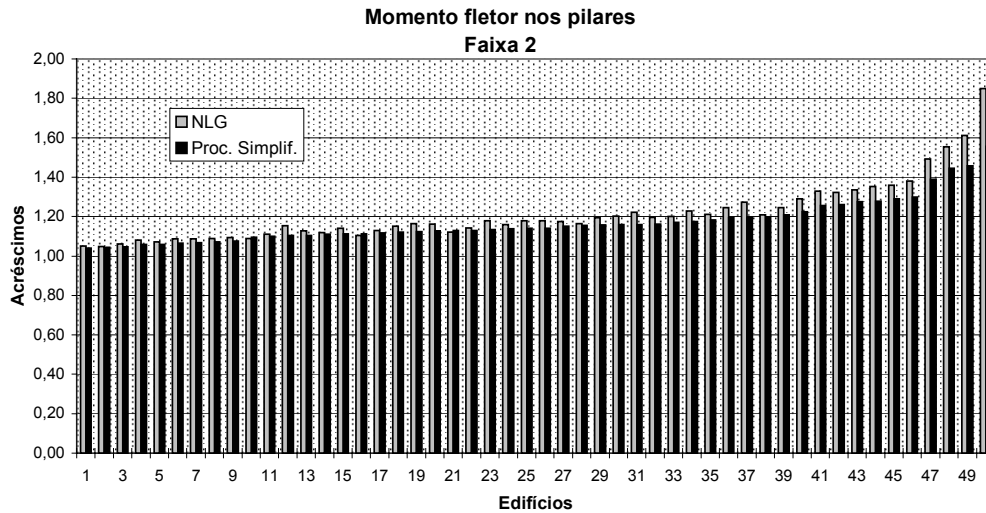


Figura 4.6 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

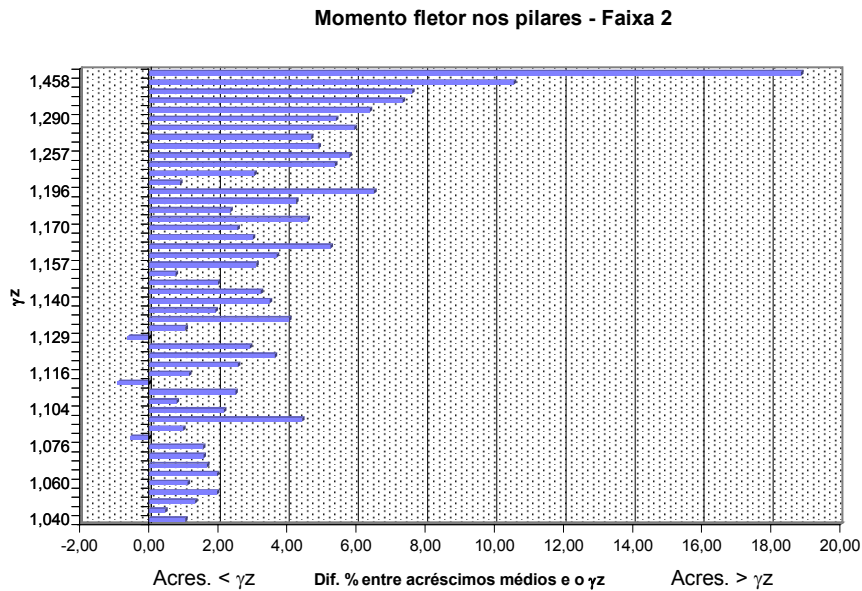


Figura 4.7 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

A faixa 3 se comporta de modo análogo à faixa 2, sendo que o edifício nº 21 apresenta os resultados mais discrepantes, com acréscimos cerca de 3% menores que os previstos pelo γ_z .

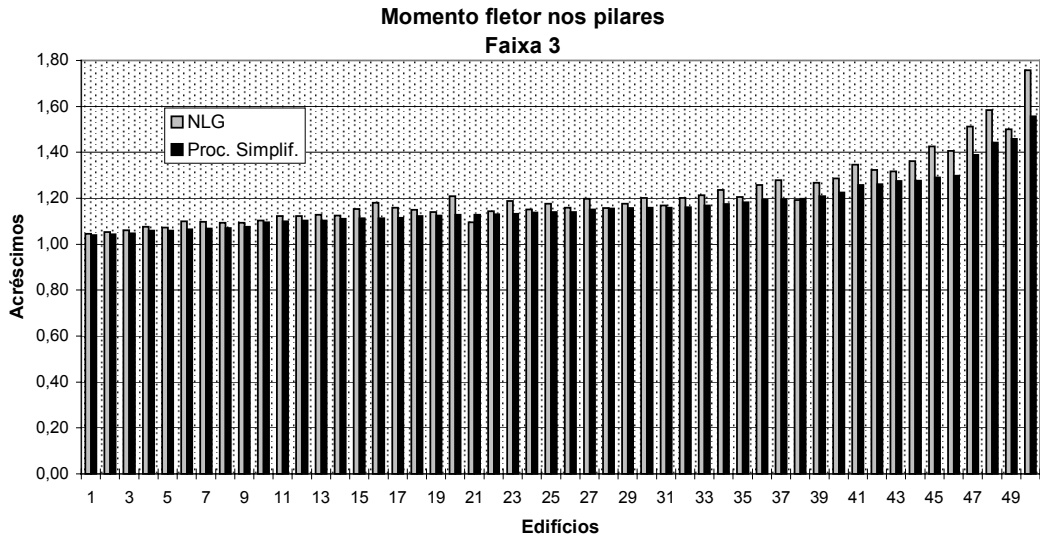


Figura 4.8 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

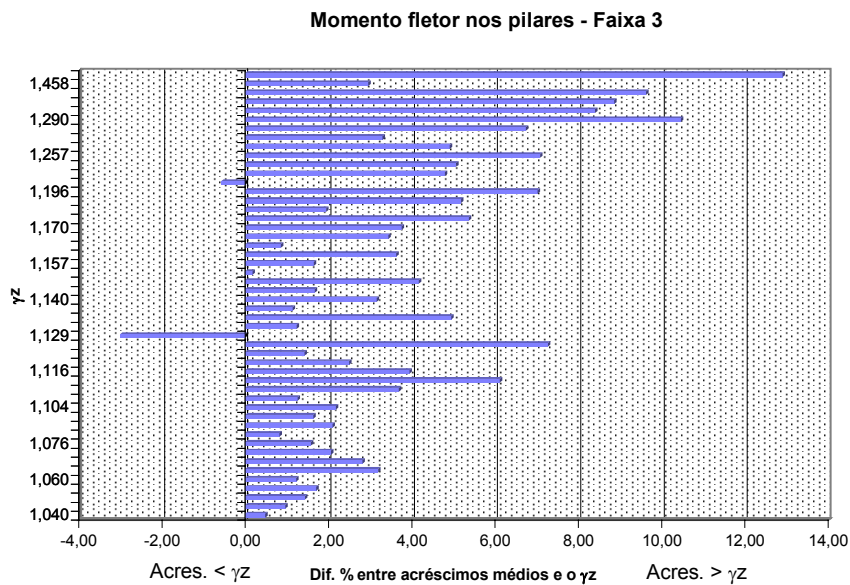


Figura 4.9 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

O processo simplificado apresenta, na faixa 4, resultados ora a favor ora contra a segurança independentemente dos valores de γ_z . Nessa faixa alguns edifícios apresentam acréscimos médios até 10% inferiores aos valores de γ_z . Já as diferenças contra a segurança apresentam-se mais acentuadas apenas para γ_z acima de 1,25, onde atingem valores acima de 10%.

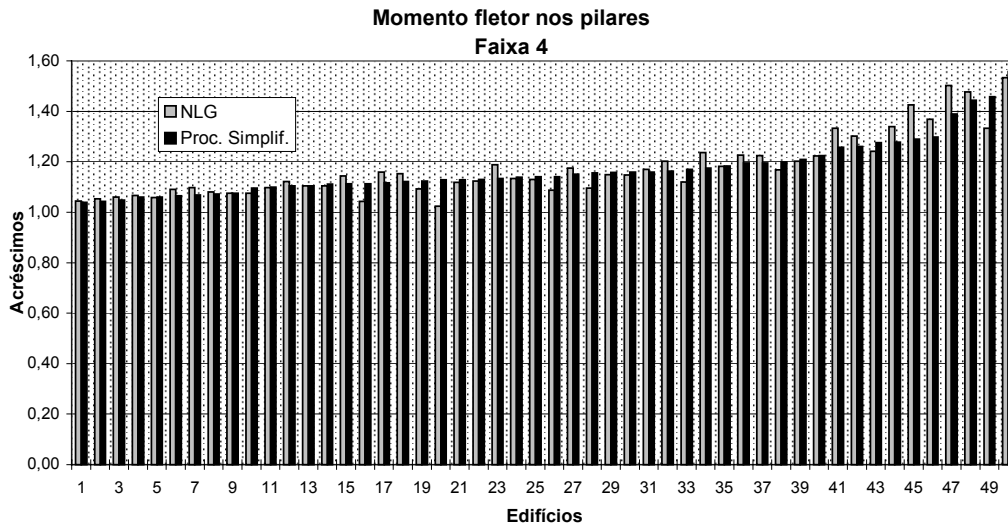


Figura 4.10 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e γ_z - Faixa 4

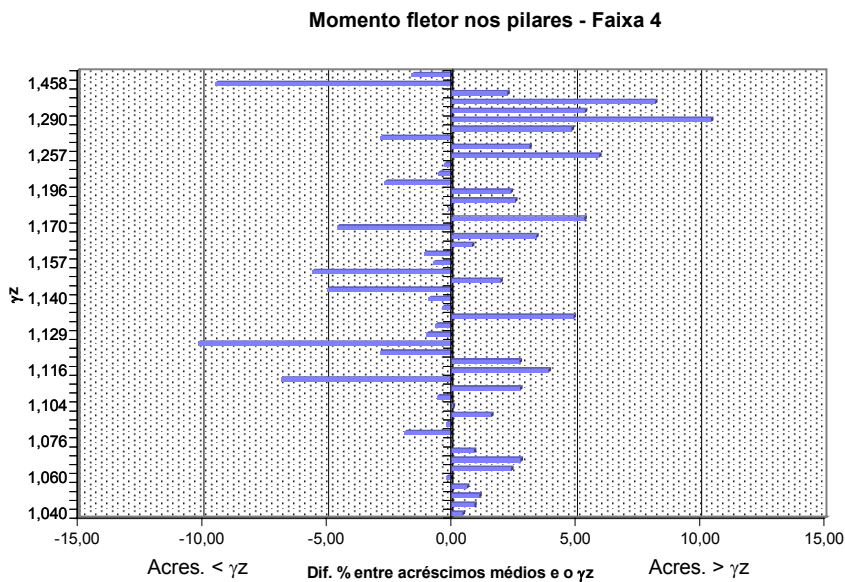


Figura 4.11 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e γ_z - Faixa 4

Na faixa 5 observa-se uma tendência do processo simplificado apresentar resultados seguros, independentemente da magnitude dos valores γ_z .

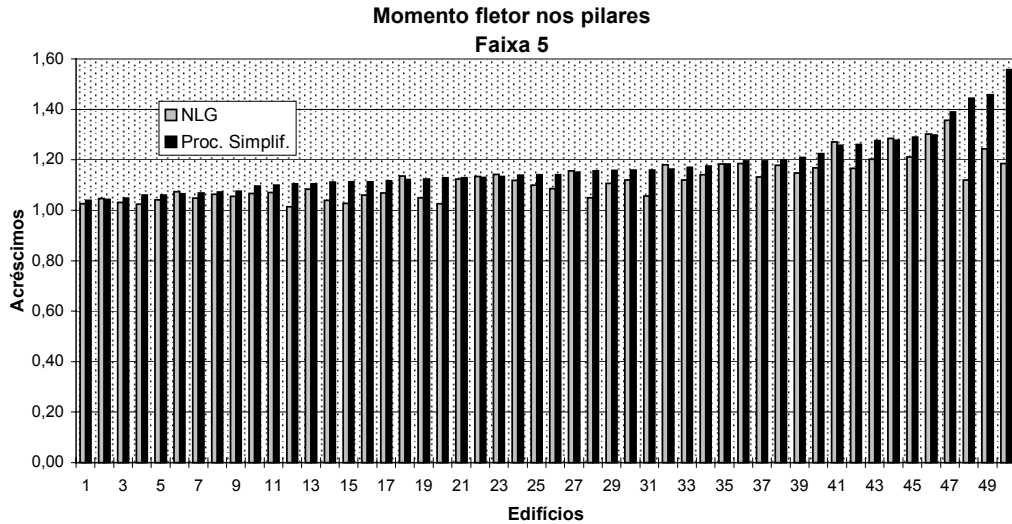


Figura 4.12 - Comparação entre os acréscimos de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

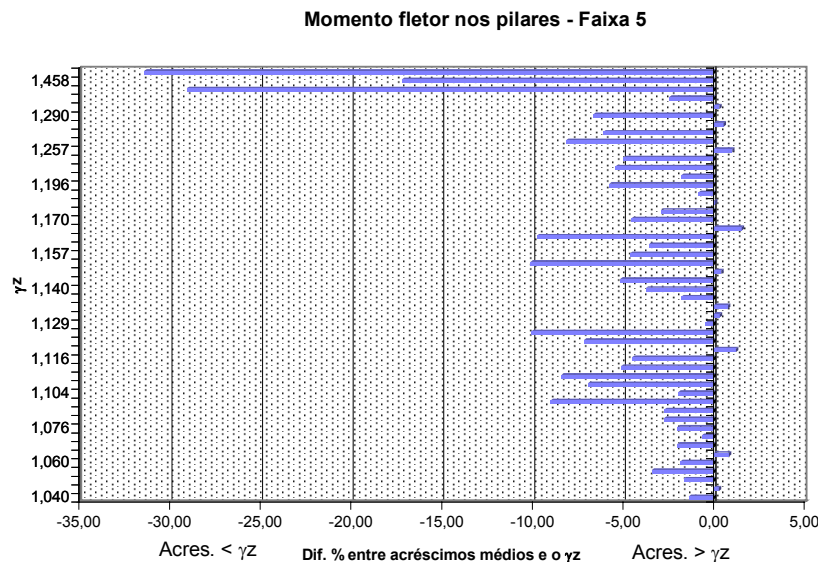


Figura 4.13 - Diferença % entre os acréscimos médios de momentos fletores nos pilares em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

Os resultados para os momentos fletores nos pilares indicam que, para a segunda e a terceira faixas, a previsão efetuada pelo γ_z se mostra contra a segurança. Percebe-se também, nessas faixas, que as diferenças entre o processo simplificado e os acréscimos médios em segunda ordem crescem com o aumento do valor de γ_z .

4.3 Esforço cortante nas vigas

Para a estrutura global observa-se, através das figuras 4.14 e 4.15, que os acréscimos médios de esforços estão próximos ao γ_z mesmo para valores mais elevados deste. Para γ_z menor que 1,25 a maior diferença contra a segurança observada é da ordem de 2%. Para γ_z acima de 1,25 surgem diferenças pouco maiores que 3% contra a segurança.

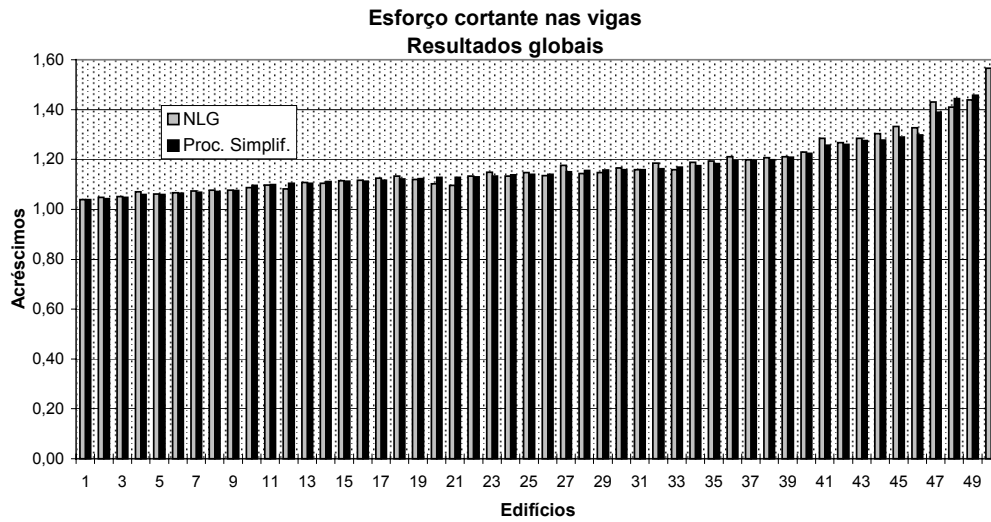


Figura 4.14 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z

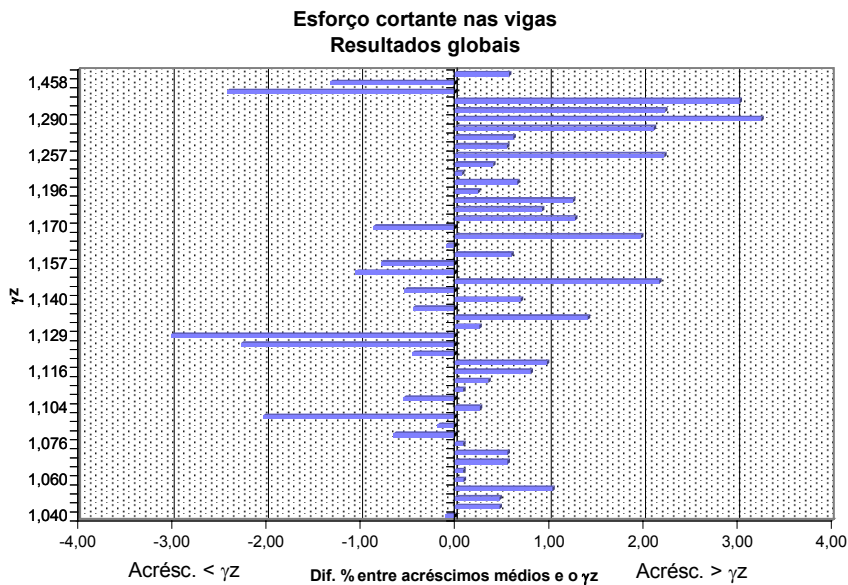


Figura 4.15 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z

Estudando-se o comportamento do γ_z ao para as faixas ao longo da altura percebe-se pelas figuras 4.16 e 4.17 que, para a faixa 1, os acréscimos médios de esforços se apresentam, para a maior parte dos casos, oscilando cerca 2% em torno do γ_z . As maiores diferenças contra a segurança surgem para γ_z maior que 1,4. Entretanto, o edifício nº 31, cujo $\gamma_z=1,16$, apresenta uma diferença de 4% contra a segurança, resultado este fora da tendência geral observada para os demais edifícios.

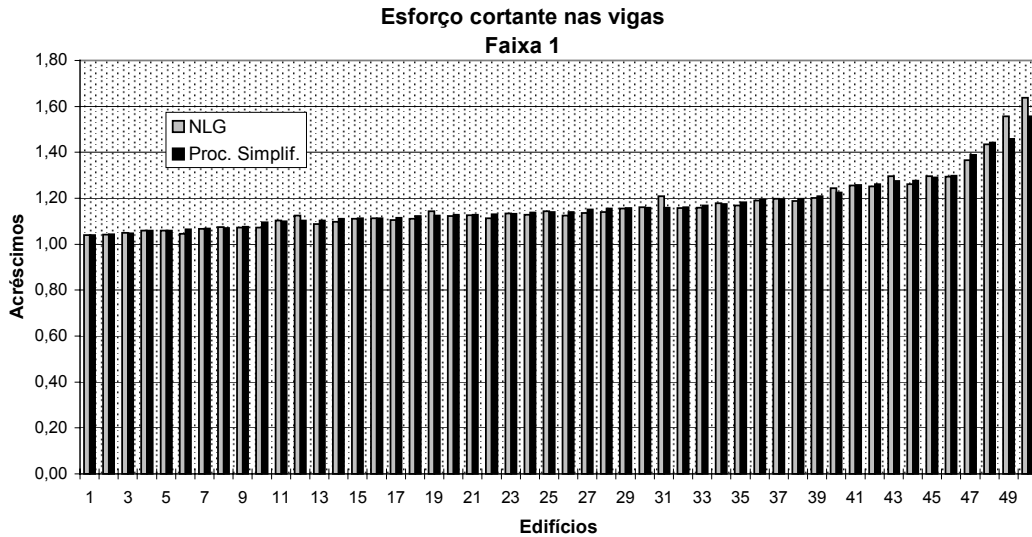


Figura 4.16 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

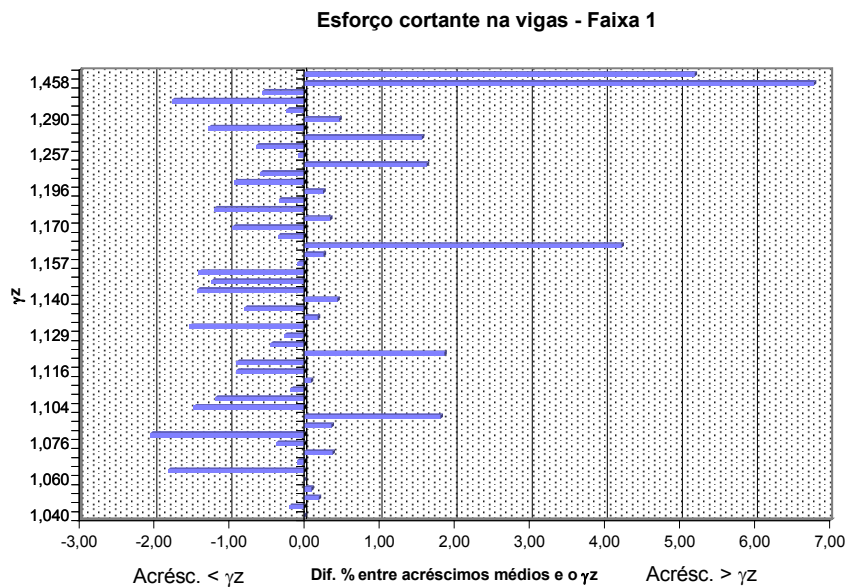


Figura 4.17 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 1

Os figuras 4.18 e 4.19 ilustram os resultados para a faixa 2 que apresenta, como tendência geral, valores de γ_z contra a segurança. À exceção dos edifícios nº 6 e nº 21, cujos acréscimos são da ordem de 5% menores que o γ_z , todos os outros edifícios apresentaram acréscimos médios de esforços maiores que este.

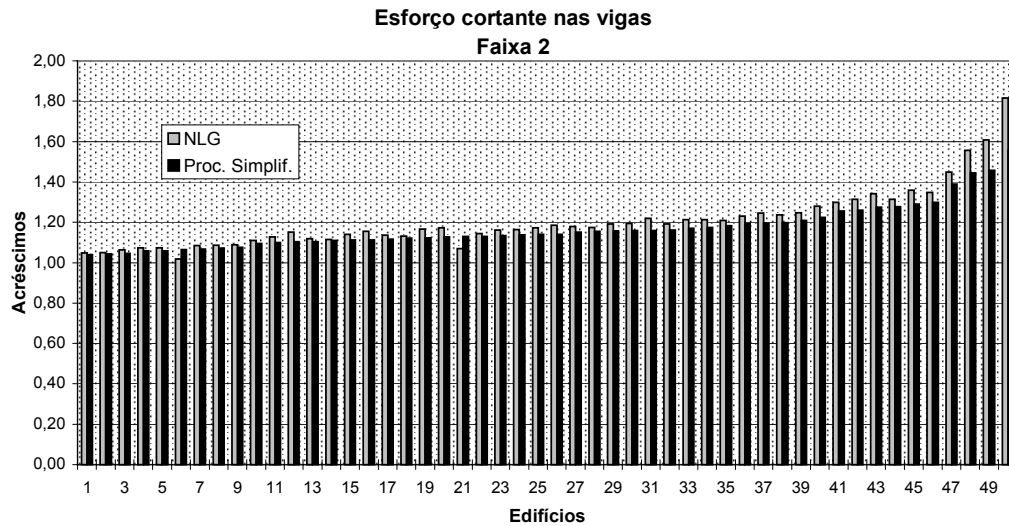


Figura 4.18 - Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

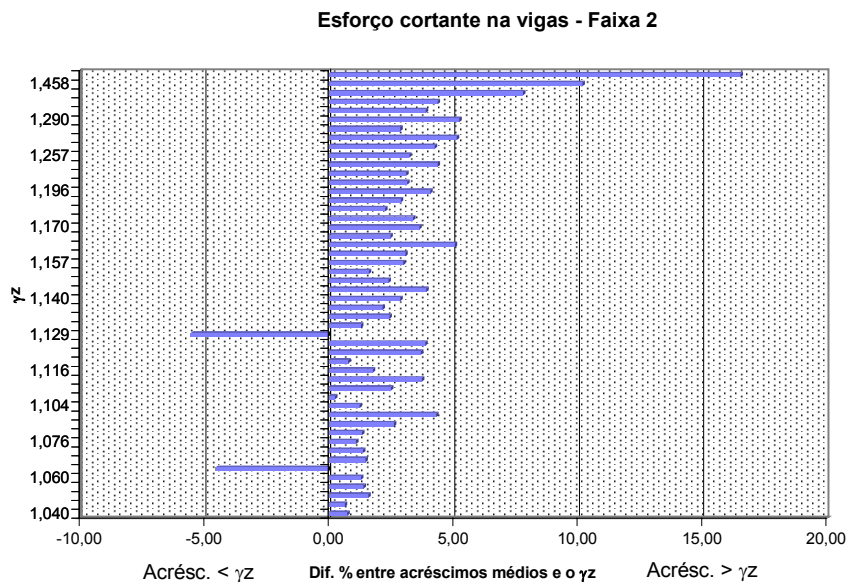


Figura 4.19 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 2

As diferenças entre os acréscimos médios e o processo simplificado tornam-se maiores à medida que γ_z aumenta. Entretanto, essas diferenças só ultrapassam valores da ordem de 5% para γ_z acima de 1,30.

A faixa 3 (figuras 4.20 e 4.21) apresenta resultados semelhantes aos da faixa 2, exceto pelo edifício nº 33, cujos acréscimos médios são cerca de 9,5% maiores que o γ_z .

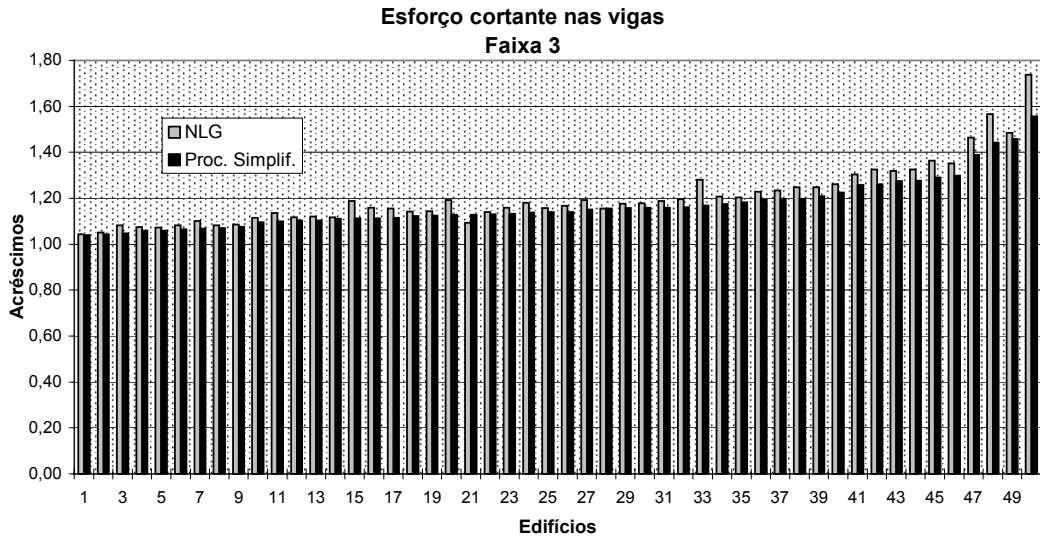


Figura 4.20- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

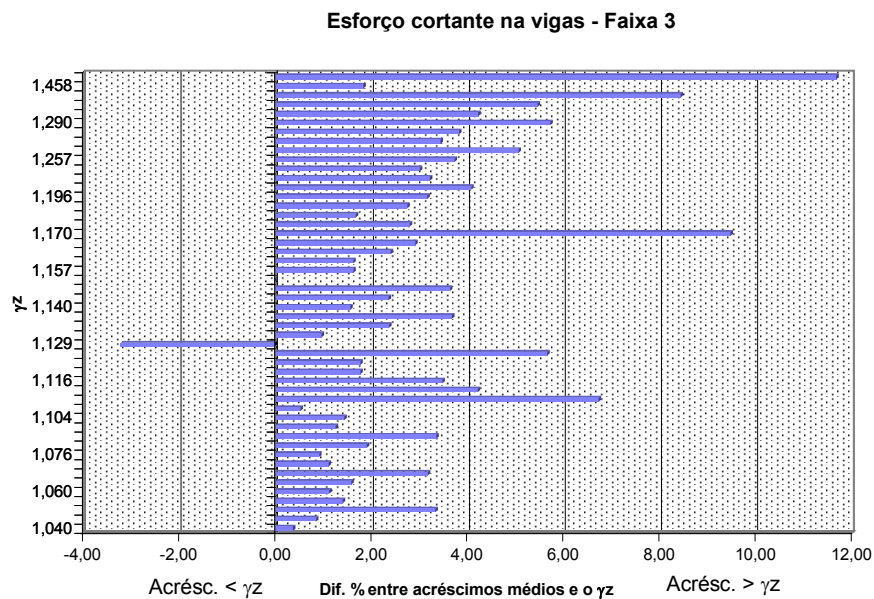


Figura 4.21 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 3

Para a faixa 4 (figuras 4.22 e 4.23) a maior parte dos edifícios se apresenta a favor da segurança em relação ao γ_z . As diferenças percentuais a favor da segurança chegam a valores próximos a 11% mesmo para valores baixos de γ_z , chegando a 13% para γ_z acima de 1,30. Já as diferenças contra a segurança verificadas são menores, ultrapassando 4,5% em apenas dois edifícios (nº 17 e 45).

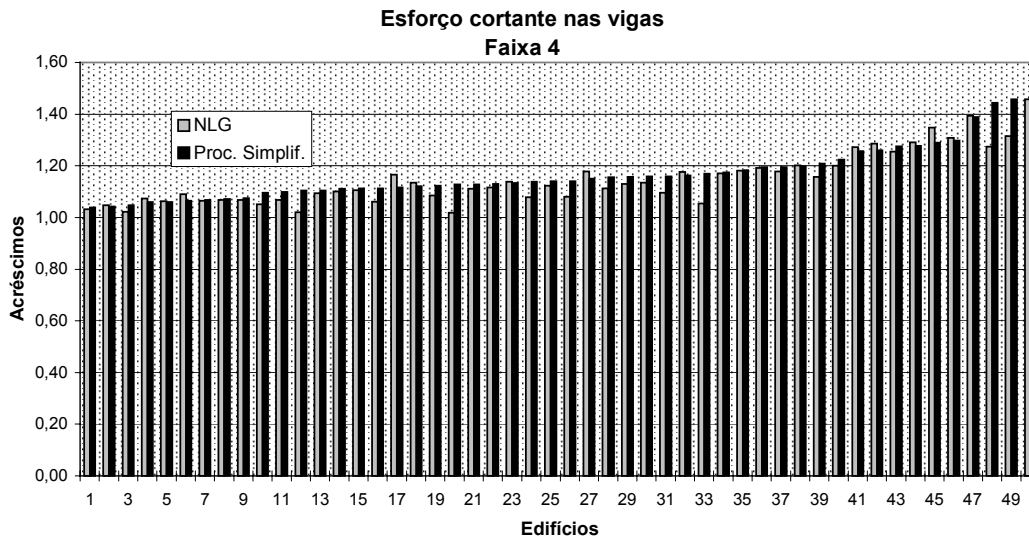


Figura 4.22- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

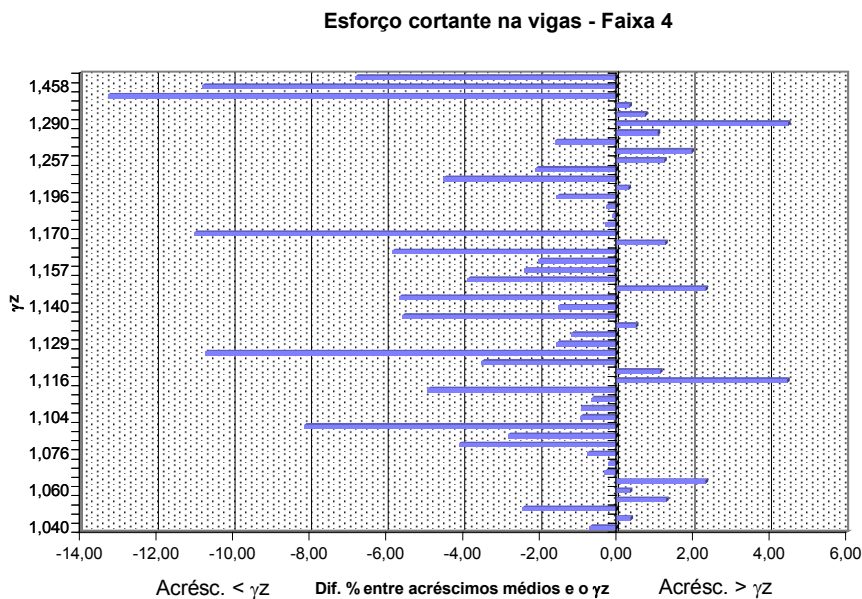


Figura 4.23 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 4

Os acréscimos médios nos esforços para a faixa 5 (figuras 4.24 e 4.25) apresentam a tendência de se manterem a favor da segurança. Muitos destes, estão mais de 5% abaixo do valor de γ_z sendo as maiores diferenças constatadas quando γ_z assume valores acima de 1,30.

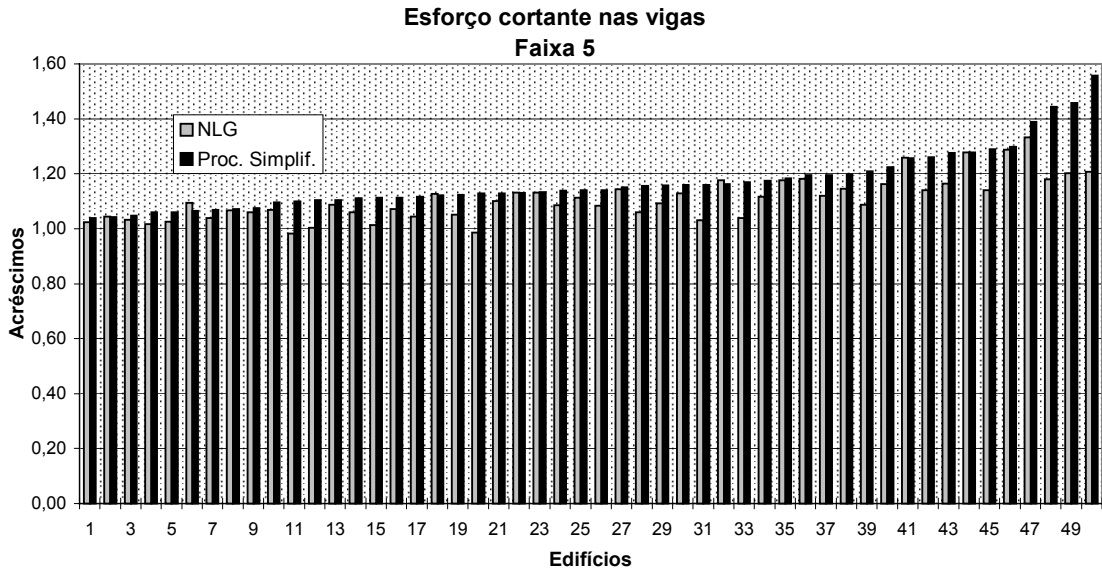


Figura 4.24- Comparação entre os acréscimos de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

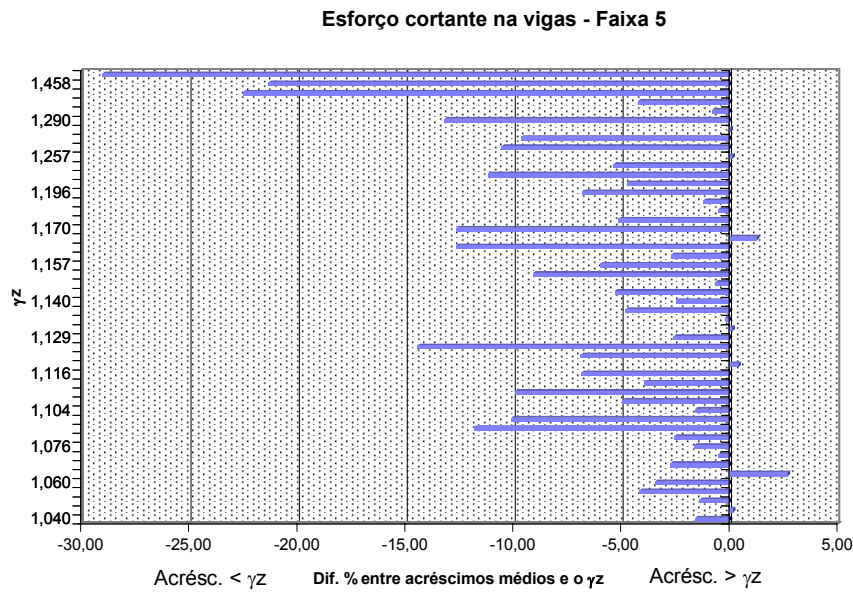


Figura 4.25 - Diferença % entre os acréscimos médios de esforços cortantes nas vigas em segunda ordem e o γ_z - Faixa 5

4.4 Momento fletor nas vigas

As conclusões obtidas para os acréscimos médios nos esforços cortantes podem ser estendidas para os acréscimos médios nos momentos fletores nas vigas, tanto a nível de estrutura global, quanto a nível das faixas ao longo da altura.

5 CONCLUSÕES

Neste item são apresentadas as conclusões gerais baseadas nas análises efetuadas ao longo do trabalho.

No item 2 são apresentados modelos bidimensionais para a análise de elementos de concreto armado através do método dos elementos finitos. Esse esquema foi aferido através de comparações com resultados experimentais para uma viga biapoiada, apresentando um resultado satisfatório.

Deste modo, pôde-se obter indicações a respeito dos valores de EI_{ef} , produto de rigidez à flexão efetivo, correspondentes a vigas de concreto armado, através do estudo de peças biapoiadas e biengastadas. Observou-se que o EI_{ef} dessas vigas variou entre $0,40 E_c I_g$ a $0,64 E_c I_g$, sendo que os valores mais baixos de EI_{ef} correspondem a vigas com armaduras em uma única face e os maiores valores às vigas com armadura nas duas faces. Portanto, parece razoável o estabelecimento de valores diferenciados para esses dois casos, como se faz na proposta na nova NB-1.

Para os pilares analisados, observou-se a grande influência do esforço normal nos resultados obtidos para os valores de EI_{ef} . Esses resultados mostram que, quando o esforço normal é elevado e o momento fletor é pequeno, o EI_{ef} permanece com valores acima do $E_c I_g$, chegando a valores de até $1,26 E_c I_g$. Quando, por outro lado, o momento fletor é predominante, o EI_{ef} tem seus valores menores que o $E_c I_g$, chegando a um mínimo de $0,72 E_c I_g$. Esta variabilidade nos resultados também é verificada na literatura sobre o assunto e aponta a necessidade de uma dose de cautela na adoção do EI_{ef} para esses elementos.

O exemplo de pórtico plano analisado indica que as reduções de inércia usualmente empregadas se encontram a favor da segurança, quando comparadas com os resultados obtidos com o modelo teórico. Os resultados que mais se aproximam daqueles obtidos com o processamento teórico são os correspondentes a $0,6 E_c I_g$ para as vigas e $1,0 E_c I_g$ para pilares. Esse resultado pode ser decorrente do fato dos pilares, quando solicitados predominantemente por esforços normais, chegarem a apresentar valores de EI_{ef} maiores que o $E_c I_g$.

Com base nesses resultados, conclui-se que os valores de EI_{ef} são extremamente influenciados por diversos fatores e só podem ser corretamente avaliados através de uma análise estrutural mais sofisticada. Entretanto, os exemplos analisados indicam que as prescrições para a redução na inércia bruta dos elementos estruturais a serem adotadas na próxima edição da NB-1, ou seja: $EI_{ef} = 0,5 E_c I_g$ para as vigas e $EI_{ef} = 0,8 E_c I_g$ para os pilares, parecem bastantes razoáveis.

Os problemas relativos à NLG são discutidos no item 3, onde se apresentam as considerações gerais para a realização de dois tipos de análise em segunda ordem: um *processo simplificado*, onde os esforços em primeira ordem são majorados pelo γ_z ; e um *processo mais rigoroso*, no qual a NLG é considerada através de alterações incrementais na matriz de rigidez. Em ambos os procedimentos, a NLF é considerada através de simples reduções na inércia dos elementos estruturais. Comparando-se os esforços obtidos através desses dois procedimentos de análise em segunda ordem, pôde-se aferir a acuidade do processo simplificado.

Os resultados obtidos para 25 edifícios submetidos ao carregamento horizontal e à ação vertical, apresentados no item 4, indicam o modo como o coeficiente γ_z se relaciona com os esforços em segunda ordem.

Para os esforços normais, considerando-se a estrutura global, os acréscimos de primeira para segunda ordem mostram-se próximos ao γ_z , mesmo para valores elevados desses acréscimos. Pôde-se constatar, entretanto, que os acréscimos de esforços normais devidos à ação horizontal na estrutura tornam-se pouco significativos quando comparados com os esforços devidos ao carregamento vertical.

Os acréscimos de momentos fletores nos pilares se mostram, a nível global, próximos ao γ_z até para valores elevados do parâmetro. Para valores de γ_z entre 1,15 e

1,20 começam a aparecer diferenças da ordem de 3% contra a segurança. Acima de 1,20, as diferenças tendem aumentar para valores acima de 5%, sendo que a maioria destas se mostra contra a segurança.

Considerando-se o comportamento ao longo da altura, os acréscimos de momentos fletores se apresentam menores que o γ_z para trechos de pilares próximos à base. Para os trechos intermediários, os acréscimos são maiores que os previstos pelo γ_z , voltando a ser menores nos trechos próximos ao topo.

Os esforços nas vigas, esforços cortantes e momentos fletores, apresentam comportamentos semelhantes entre si. A nível global, as diferenças são da ordem de apenas 3% contra a segurança, mesmo para valores de γ_z acima de 1,25.

Considerando-se o comportamento ao longo da altura, esses esforços apresentam-se ora a favor ora contra a segurança para as peças próximas à base. Sendo que somente para γ_z acima de 1,3 aparecem diferenças contra a segurança da ordem de 7% nessa região. Para as peças situadas nas regiões intermediárias, a estimativa do γ_z mostra-se contra a segurança, com diferenças acima de 5% para γ_z maior que 1,3. Finalmente, para peças próximas ao topo a estimativa através do γ_z volta a ser a favor da segurança.

De todos os resultados obtidos, pode-se concluir que a utilização do parâmetro γ_z é satisfatória dentro de certos limites, sendo que o valor de 1,2, estabelecido por FRANCO & VASCONCELOS (1991), parece ser realmente adequado. O estabelecimento de um limite superior a 1,2 deve ser evitado, levando-se em conta o fato de que nas faixas intermediárias, onde os valores dos esforços devidos à ação horizontal são maiores, a estimativa se mostra contra a segurança. Nessas faixas, deve-se considerar ainda que os acréscimos de esforços apresentam certa dispersão em torno da média, o que concorre para a diminuição da segurança.

6 BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1978). **NB 1 - Projeto e execução de obras de concreto armado**. Rio de Janeiro, ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro, ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). **NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações**. ABNT.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NB 1 - Texto base para revisão**.

BECK, H.; KÖNIG, G. (1966). Restraining forces (Festhaltekräfte) in the analysis of tall buildings. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Oxford. **Proceedings**. p.513-536.

CARMO, R.M.S. (1995). **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 112p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON (1990). CEB-FIP model code 1990: final draft. **CEB Bulletin D'Information**, n.203/204/205.

FRANÇA, R.L.S. (1991). **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica - USP.

FRANCO, M. (1985). O parâmetro de instabilidade dos edifícios de altos. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**, Lisboa, n.23, p.69-72.

FRANCO, M.(1995). Global and local instability of concret tall buildings. In: SYMPOSIUM ON SPACE STRUCTURES, Milan, May. **Proceedings**.

FRANCO, M; VASCONCELOS, A.C. (1991). Pratical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC 90, Rio de Janeiro. **Proceedings**. p.307-324.

LUSAS: theory manual, versão 10.

MACGREGOR, J.G. (1993). Design of slender concrete columns: Revisited. **ACI Structural Journal**, v.90, n.3,p.302-309, May-June.

PINTO, R.S. (1997). **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 108p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

VASCONCELOS, A.C. (1985). Critérios para dispensa de consideração do efeito de segunda ordem. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON: Colóquio sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado, São Paulo, 22-26 jul. **Anais**.

VASCONCELOS, A.C. (1986). Como enrijecer edifícios muito flexíveis. In: LA INGENIARÍA ESTRUCTURAL SUDAMERICANA EN LA DÉCADA DEL 80: Homenaje al Ingeniero Julio Ricaldoni, Montevideo, Uruguai, 17-19 dic. p.237-269.

VASCONCELOS, A.C. (1987). Como especificar a segurança quando há efeitos de segunda ordem a considerar. In: REUNIÃO ANUAL DO IBRACON : Seminário sobre os Aspectos Conflitantes em Normas Brasileiras, São Paulo, 20-24 jul. **Anais**.

INTERNAL FORCE EVALUATION FOR REISSNER-MINDLIN PLATES USING THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

Salvador Homce de Cresce¹ & Wilson Sergio Venturini²

ABSTRACT

In this article, the accuracy of computing internal forces in BEM formulation for Reissner's and Mindlin Plates is discussed. An accurate scheme to evaluate the initial moment domain integral usually used to compute the vector correction in non-linear analysis is proposed. The domain integrals are transformed to boundaries of the approximation sub-domains, resulting into regular integrals, which are accurately performed by mean of standard integration schemes.

Keywords: Boundary elements, plate bending problems.

1 INTRODUCTION

The direct boundary element formulation for Reissner's and Mindlin's plates were proposed by WEEËN (1982) and BARCELLOS & SILVA (1987), respectively. Recently, these formulations have been discussed in several works, among them we wish to point out the unified BEM approaches, proposed separately by WESTPHAL et al. (2001) and PALERMO (2003).

As these formulations deal with complex kernels, one must be sure that the integrals along boundary elements and over internal cells are accurately evaluated. Studies regarding this matter have been presented in several works as in: RASHED et al. (1998), EL-ZAFRANY et al. (1995) and MARCZAK & CREUS (2002). All these works are related with the accuracy for computing boundary element integrals. In this paper, we are trying to improve the accuracy to evaluate the initial moment field effects required to perform non-linear analysis. A simple scheme to evaluate the initial moment effects over triangular cells with linear approximations is proposed. From the unified approach given by PALERMO (2003) the integrals appearing in both displacement and internal force equations are easily transformed to the boundary and them precisely computed, leading to very accurate values of deflections, and bending and twisting moments. Simple examples are solved to show the accuracy reached by using the proposed formulation.

¹ Professor do Departamento de Engenharia Civil da UFSCar, scresce@terra.com.br

² Professor Titular do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP, venturin@sc.usp.br

2 INTEGRAL REPRESENTATIONS OF DEFLECTIONS AND INTERNAL FORCES

Let us consider a plate of constant thickness h described in the domain Ω with boundary Γ , over which the in-plane Cartesian axes are x_1, x_2 , being x_3 orthogonal to the plate middle surface.

The generalized integral representation of displacements obtained by using a weighted residual statement or the Betti's reciprocal work is given by^{3,8}:

$$c_{ik}u_k = \int_{\Gamma} u_{ik}^* p_k d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ik}^* u_k d\Gamma + \int_{\Omega} [u_{i3}^* - Mu_{i\alpha,\alpha}^*] g d\Omega + \int_{\Omega} u_{i\alpha,\beta}^* m_{\alpha\beta}^0 d\Omega \quad (1)$$

where u_k and p_k are generalized displacement and traction components, respectively, g is distributed load orthogonally applied on the plate surface, the values marked by * are the well-known fundamental solutions, $m_{\alpha\beta}^0$ represents an applied initial moment field, $u_{i\alpha,\beta}^*$ gives curvatures and c_{ik} is the free terms depending on the position of the load point.

The parameter M is zero for Mindlin's plate and $\nu/(1-\nu)\lambda^2$ for the Reissner's plates, being $\lambda = \sqrt{10}/h$ a constant related with the shear effects.

According to PALERMO (2003), the fundamental solution of the plate problem for Kirchhoff, Reissner and Mindlin models, i.e., rotations and deflections due to a unit point or unit couple are given by:

- Due to a unit point load in the direction orthogonal to the plate surface:

$$\phi_{\alpha} = -\frac{r}{8\pi D} r^2 (\ln \lambda r - 1) r_{,\alpha} \quad (2)$$

$$w^*(s, q) = \frac{1}{\pi D} \left[\frac{1}{8} r^2 (\ln \lambda r - 1) \right] - \ln \lambda r / (1-\nu)\lambda^2 \quad (3)$$

- Due to a unit couple in the direction x_{α} :

$$u_{i\alpha}^* = -w_{,i\alpha} + \delta_{i\alpha} h_{,\xi\xi} - h_{,i\alpha} \quad (4)$$

and

$$u_{3\alpha}^* = -w_{,\alpha} \quad (5)$$

where

$$w_{,i\alpha} = \frac{I}{8\pi D} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [r^2 (\ln \lambda r - I)] \quad (6)$$

$$h_{,\alpha\beta} = \frac{I}{\pi D(1-\nu)\lambda^2} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [\ln(\lambda r) + K_0(\lambda r)] \quad (7)$$

$$w_{,\alpha} = \frac{I}{8\pi D} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [r^2 (\ln(\lambda r) - I)] \quad (8)$$

where K_0 is the modified Bessel function.

Let us now work on the initial moment term, appearing in equation (1). Before approximating the initial moment values over sub-domain or cells, we can reduce its singularity, by integration the corresponding domain term by parts to give:

$$\int_{\Omega} u_{i\alpha,\beta}^* m_{\alpha\beta}^0 d\Omega = \sum_m \int_{\Gamma_m} u_{i\alpha}^* \eta_\beta m_{\alpha\beta}^0 d\Gamma - \int_{\Omega} u_{i\alpha}^* m_{\alpha\beta,\beta}^0 d\Omega \quad (9)$$

where $\sum_m \Gamma_m$ is the external boundary Γ if $m_{\alpha\beta}^0$ were continuous inside the body, otherwise the total sub-domain (cell) boundaries.

We can use the fundamental solution decomposition given in equation (4) to modify the integrals in equation (9) that after integrating by parts the remaining domain integral becomes:

$$\int_{\Omega} u_{i\alpha,\beta}^* m_{\alpha\beta}^0 d\Omega = \sum_m \left[\int_{\Gamma_m} u_{i\alpha}^* \eta_\beta m_{\alpha\beta}^0 d\Gamma + \int_{\Gamma_m} (w_{,i} \eta_\alpha + h_{,i} \eta_\alpha + \delta_{i\alpha} h_{,\xi} \eta_\xi) m_{\alpha\beta,\beta}^0 d\Gamma + \right] \quad (10)$$

It is worth to stress that the integrals with density $m_{\alpha\beta}^0$ is usually performed along the external boundary only, while the integrals with density $m_{\alpha\beta,\beta}^0$ have to be also performed along the cell boundary as continuity of $m_{\alpha\beta,\beta}^0$ is usually not assumed. Moreover, the domain integrals were all eliminated because only linear shape

functions (over continuous and discontinuous internal cells) will be used to approach $m_{\alpha\beta}^0$.

The domain integral due to the initial moment field was therefore transformed to the boundary or sub-domain boundaries, along which no strong singularity has to be evaluated. Thus, simple numerical integration techniques can be adopted to evaluate accurately the initial moment effects.

Similarly, from the displacement representation we can derive curvature representations and then internal moment and shear force integral equations. For simplicity, let us particularize the problem deriving only bending and twisting moment representations, which are given by:

$$m_{\alpha\beta} = \int_{\Gamma} u_{\alpha\beta k}^* \dot{p}_k d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{\alpha\beta k}^* \dot{u}_k d\Gamma + \int_{\Omega} [u_{\alpha\beta 3}^* - Mu_{\alpha\beta\gamma}^*] g d\Omega - m_{\alpha\beta}^0 + \\ + \frac{D(1-\nu)}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \int_{\Omega} u_{\alpha\gamma}^* m_{\gamma\theta}^0 d\Omega + \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \int_{\Omega} u_{\beta\gamma}^* m_{\gamma\theta}^0 d\Omega + \frac{2\nu}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\eta}} \int_{\Omega} u_{\eta\gamma}^* m_{\gamma\theta}^0 d\Omega \right] \quad (11)$$

The integrals along the boundary can be accurately performed using analytical or appropriate numerical schemes as has been shown elsewhere^{5,6}. Herein, we are going to work on the integral terms containing $m_{\alpha\beta}^0$. By integrating these terms by parts and then differencing them we find:

$$m_{\alpha\beta} = \int_{\Gamma} u_{\alpha\beta k}^* \dot{p}_k d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{\alpha\beta k}^* \dot{u}_k d\Gamma + \int_{\Omega} [u_{\alpha\beta 3}^* - Mu_{\alpha\beta\gamma}^*] g d\Omega - m_{\alpha\beta}^0 \\ + \frac{D(1-\nu)}{2} \sum_m \left[\int_{\Gamma_m} \left(u_{\alpha\gamma}^* \eta_{\beta} + u_{\beta\gamma}^* \eta_{\alpha} + \frac{2\nu}{1-\nu} \delta_{\alpha\beta} u_{\eta\gamma}^* \eta_{\eta} \right) \eta_{\theta} m_{\gamma\theta}^0 d\Gamma \right] \\ + \frac{D(1-\nu)}{2} \sum_m \left[- \int_{\Gamma_m} \left(u_{\alpha\gamma}^* \eta_{\beta} + u_{\beta\gamma}^* \eta_{\alpha} + \frac{2\nu}{1-\nu} \delta_{\alpha\beta} u_{\eta\gamma}^* \eta_{\eta} \right) m_{\gamma\theta}^0 d\Gamma \right] \quad (12)$$

The fundamental solutions in equation (12) can be conveniently replaced by the functions given in equations (4). As already described for equation (10), no remaining integral is left when $m_{\alpha\beta}^0$ is linearly approximated.

The resulting integrals containing the densities $m_{\alpha\beta}^0$ and $m_{\alpha\beta\gamma}^0$ are not singular and can be performed analytically or numerically along the sub-region (cells) boundaries Γ_m without requiring any special scheme. To perform the numerical tests for the next section, we have used the classical Gauss scheme with sub-elements.

3 NUMERICAL TESTS

To demonstrate the accuracy for computing the domain integrals involving the initial moment $m_{\alpha\beta}^0$, we selected two simple problems with known exact solution: constant and linear moment fields applied over rectangular domains.

Let us first consider a rectangular domain $\ell \times b$ (ℓ in the x_1 direction), over which a constant initial moment field, $m_{11}^0 = 1.0$, is applied. The plate is simply supported along the sides of length b and free in the other direction. The example was analysed using a very poor mesh and a finer one. As the exact solution is quadratic in w , the same order of the approximations, practically no variation is observed refining the mesh.

Exact values of deflections and internal moments were computed all over the plate domain. In Table 1, we depicted the computed values along the plate middle axis x_1 . Bending and twisting moments are zero, therefore the corresponding obtained values are exactly the computed errors, demonstrating that the technique is rather accurate. Numerical and exact values for deflections are also given in Table 1, confirming again the accuracy of the formulation. The maximum error verified for computing deflections is also of order of 10^{-8} , the same errors observed for computing bending and twisting moments.

Table 1. Deflections and moments due to $m_{11}^0 = 1.0$

| x_1 / ℓ | 0.125 | | 0.25 | | 0.375 | | 0.5 | |
|-------------------------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|-------|----------|
| Solution | Exact | Num. | Exact | Num. | Exact | Num. | Exact | Num. |
| $m_{11}\ell^2 / D$ | 0.0 | -2.7E-08 | 0.0 | -2.7E-08 | 0.0 | -2.7E-08 | 0.0 | -2.7E-08 |
| $wD / (m_{11}^0\ell^2)$ | 0.05469 | 0.05469 | 0.09375 | 0.09375 | 0.11719 | 0.11719 | 0.125 | 0.125 |

The second test carried out consists of applying a linear initial moment field varying from zero at $x_1=0.0$ to 1.00 at $x_1=\ell$, i.e., $m_{11}^0 = x_1 / \ell$. As we are using quadratic approximations to approach all boundary values, only approximate answers were expected. Table 2 gives the results obtained by using only the finer mesh. Deflections and moments, m_{11} , were computed for points along x_2 , the axis passing through the plate centre in the side b direction. It should be noted that the exact moments are zero, therefore the values in Table 2 represent again the computed errors.

Table 2. Deflections and moments due to $m_{11}^0 = x_1 / \ell$

| x_2/b | 0.005 | | 0.0125 | | 0.5 | |
|-----------------------|--------|----------|--------|--------|--------|---------|
| Solution | Exact | Num. | Exact | Num. | Exact | Num. |
| $m_{11}\ell^2/D$ | 0.0 | 02.33E-2 | 0.0 | 4.0E-6 | 0.0 | 2.8.E-8 |
| $wD/(m_{11}^0\ell^2)$ | 0.0625 | 0.0625 | 0.0625 | 0.0625 | 0.0625 | 0.0625 |

The deflections are precisely computed everywhere, being the accuracy excellent (error of order of 10^{-8}). On the contrary, moments near the boundary are affected by the approximation of the boundary values. Node defined to close to the boundary lead to inaccurate numerical bending and twisting moment. For the node $x_2/b=0.005$, Table 2, whose ratio between its distance to boundary and the element length is $d/\ell=0.04$, a rather bad value was computed, whereas for points with $d/\ell=0.1$ the moment accuracy was very good (error of 4.0×10^{-6}). Thus, it is recommended that only nodes not so close to the boundary be adopted to describe the initial moment field. The least recommended distance to define the moment field should be 0.1 of the element size inside the domain.

4 CONCLUSION

A simple and efficient domain integral transform is proposed to integrate the initial moment term for non-linear plate analysis. The transform was easily performed by using a unified approach where the fundamental solutions are given by primitive functions. The results obtained when solving very simple tests confirmed the accuracy. Thus, for more complex non-linear analysis the formulation is expected to be stable.

5 REFERENCES

- BARCELLOS C.S. ; SILVA, L.H.M. A boundary element formulation for Mindlin's plate model. In: BREBBIA, C.A. ; VENTURINI, W.S. eds. *BETECH87*. Comp. Mech. Publ., 1987.
- EL-ZAFRANY, A.; FADHIL, S. ; DEBBIH, M. An efficient approach for boundary element bending analysis of thin and thick plates. *Computers & Structures*, v.56, p.565-576, 1995.
- MARCZAK, R.J. ; CREUS, G.J. Direct evaluation of singular integrals in boundary element analysis of thick plates. *Engineering Analysis with Boundary Element*, v.26, p.653-665, 2002.

PALERMO JR., L. Plate bending analysis using the classical or the Reissner-Mindlin models. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2003 (to appear)

RASHED, Y.F.; ALIABADI, M.H. ; BREBBIA, C.A. Hypersingular boundary element formulation for Reissner plates. *International Journal of Solids & Structures*, v.35, p.2229-2249, 1998.

RIBEIRO, G. O. ; VENTURINI, W. S. Elastoplastic analysis of Reissner's plates using the boundary element method. In: ALIABADI, M.H., ed. *Boundary element method for plate bending analysis*. p.101-125, Southampton, CMP, 1998.

WEEËN, F.V. Application of the boundary integral equation method to Reissner's plate model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.18, p.1-10, 1982.

WESTPHAL JR.,T.; ANDRÄ, H. ; SCHMACK, E. Some fundametal solutions for Kirchhoff, Reissner and Mindlin plate and a unified BEM formulation. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, v.25, p.129-139, 2001.

CADERNOS DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

(Números Publicados)

<http://www.set.eesc.sc.usp.br/cadernos>

Nº. Ano

18 2002 ESTRUTURAS DE MADEIRA

- BARALDI, L.T.; CALIL JR., C. *Método de ensaio de ligações de estruturas de madeira por chapas com dentes estampados.*
- OKIMOTO, F.S.; CALIL JR., C. *Pontes protendidas de madeira.*
- STAMATO, G.C.; CALIL JR., C. *Resistência ao embutimento da madeira compensada.*
- LOGSDON, N.B.; CALIL JR., C. *Influência da umidade nas propriedades de resistência e rigidez da madeira.*
- FERREIRA, N.S.S.; CALIL JR., C. *Estruturas lamelares de madeira para coberturas.*

17 2001 ESTRUTURAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO

- ARAÚJO, D.L., EL DEBS, M.K. *Cisalhamento na interface entre concreto pré-moldado e concreto moldado no local em vigas submetidas à flexão.*
- SOARES, A.M.M.; HANAI, J.B. *Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré-fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações.*
- CASTILHO, V.C.; EL DEBS, M.K.; GIL, L.S. *Contribuição dos painéis pré-moldados de fechamento no enrijecimento da estrutura principal: estudo de caso.*
- FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K. *Procedimentos analíticos para a determinação da deformabilidade e da resistência de uma ligação viga-pilar com elastômero simples e chumbador.*
- DROPPA JR, A.; EL DEBS, M.K. *Análise não-linear de lajes pré-moldadas com armação treliçada: comparação de valores teóricos com experimentais e simulações numéricas em painéis isolados.*

16 1999 SOUSA JR., E.; PAIVA, J.B. *Um aplicativo para o ambiente Windows para aquisição de dados para análise de pavimentos de edifícios via método dos elementos finitos.*

15 1999 PELETEIRO, S.C.; RAMALHO, M.A. *Utilização da formulação livre para desenvolvimento de um elemento de membrana com liberdades rotacionais.*

14 1999 BOTTURA, H.M.; LAIER, J.E. *Uma família de algoritmos hermitianos para a integração direta das equações de dinâmica das estruturas.*

13 1999 BADIALE, R.C.; SÁLES, J.J. *Reservatórios metálicos elevados para aplicação na indústria sucro-alcooleira.*

12 1999 MUNAIAR NETO, J.; PROENÇA, S.P.B. *Estudo de modelos constitutivos viscoelásticos e elasto-viscoplásticos.*

11 1999 SOARES, R.C.; EL DEBS, A.L.H.C. *Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação a pavimentos.*

10 1999 PINHEIRO, R.V.; LAHR, F.A.R. *Emprego da madeira do gênero Pinus na construção de estruturas de cobertura.*

9 1999 RIBEIRO, L.F.L.; GONÇALVES, R.M. *Comportamento momento-rotação de ligações com chapa de topo: resultados experimentais.*

8 1999 BRANDÃO, A.M.S.; PINHEIRO, L.M. *Qualidade e durabilidade das estruturas de concreto armado: aspectos relativos ao projeto.*

7 1999 MACÊDO, A.N.; CALIL JR., C. *Estudo de emendas dentadas em madeira laminada colada (MLC): avaliação de método de ensaio – NBR 7190/1997.*

- 6 1998 NASCIMENTO, J.W.B.; CALIL JR., C. Painéis estruturais para paredes de silos verticais prismáticos.
- 5 1998 OLIVEIRA, F.L.; MACHADO JR., E.F. *Avaliação da segurança estrutural de sistemas inovadores: estudo de caso.*
- 4 1998 MAGALHÃES, J.R.M.; MALITE, M. *Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos relativos ao projeto e à construção.*
- 3 1998 SILVA, N.A.; VENTURINI, W.S. *Aplicação do método dos elementos de contorno à análise de placas com apoios internos.*
- 2 1998 PARSEKIAN, G.A.; CORRÊA, M.R.S. *Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente.*
- 1 1997 HANAI, J.B. ; MINATEL , M.N. *Retrospectiva da produção científica e tecnológica do Departamento de Engenharia de Estruturas: 1955-1996.*